



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

Astro-Toolbox

Theorie

D. Egger

IAPG / FESG No. 18

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie
Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie

München 2004

Astro-Toolbox

Theorie

D. Egger

IAPG / FESG No. 18

München 2004

ISSN 1437-8280

ISBN 3-934205-17-8

Adressen:

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie

Technische Universität München

Arcisstrasse 21

D-80290 München

Germany

Telefon: +49-89-289-23190

Telefax: +49-89-289-23178

<http://tau.fesg.tu-muenchen.de/~iapg/>

Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie

Technische Universität München

Arcisstrasse 21

D-80290 München

Germany

Telefon: +49-89-289-23191

Telefax: +49-89-289-23178

<http://tau.fesg.tu-muenchen.de/~fesg/>

DIETER EGGER

ASTRO-TOOLBOX

THEORIE

Vorwort

Den größten Aufwand bei der objektorientierten Programmierung muß man in die Modellierung stecken.

Im Bereich der Positionsastronomie geht es hauptsächlich um Örter und Bewegungen von Sternen, Planeten und Satelliten, sowie der Erde selbst. Des weiteren spielen Referenzsysteme und deren gegenseitige Beziehungen eine große Rolle. Und, nicht zu vergessen, die Zeit. Um Ereignisse eindeutig in einem physikalischen Sinne festzulegen, benötigt man mithin mindestens 4 Größen (3 Ortskoordinaten und die Zeit). Somit hat unser Universum wohl wenigstens 4 Dimensionen.

Die „Dinge“ der Positionsastronomie lassen sich recht leicht als Objekte formulieren. Wir benötigen zum einen Daten, bzw. Eigenschaften oder Attribute um die Objekte zu charakterisieren und zum anderen Methoden, die auf Basis der Daten wünschenswerte Funktionalitäten bereitstellen. Es sind die mathematischen und physikalischen Eigenschaften, die uns hier weiterhelfen, sowie die physikalischen Gesetzmäßigkeiten, die hinter den Zusammenhängen zwischen Daten und Objekten stehen (zum Teil empirisch formuliert).

Somit steht einer objektorientierten Modellierung nichts im Wege. Daß der in diesem Buch vorgeschlagene Weg nicht der einzige und wahrscheinlich auch nicht der bestmögliche ist, sollte nicht von den erheblichen Vorteilen der objektorientierten Vorgehensweise ablenken.

Bemerkungen bitte an: dieter@astro-toolbox.com

Java-Implementierung: www.Astro-Toolbox.com

Dieter Egger, München, den 02.11.04

Inhalt

Vorwort	3
Inhalt	5
Objekte der Astro-Toolbox	7
Allgemeines	7
Astronomische Konstante - Aconst	8
Zeit und Kalender	8
Zeit - JulianTime.....	8
Kalender - CalendarDate.....	9
Zeitskala - TimeScale.....	9
Sternzeit - SiderealTime.....	11
Sonnenzeit.....	13
Beobachter - Observer	13
Ekliptik - Ecliptic	15
Nutation	15
Präzession - Precession	17
Polbewegung - PolarData	18
Orbit	19
Keplersche Bahnelemente - OrbitElements.....	19
Orbit-Vektor - OrbitVector.....	19
Beschreibung der Umlaufbahn.....	19
Himmelskörper	22
Planeten - PlanetOrbit.....	23
Kometen - CometOrbit.....	24
Satelliten - TleOrbit.....	24
Sterne.....	25
Bezugssystem - ReferenceSystem	26
Transformation	28
Vektor.....	28
Matrix.....	29
Rotation.....	29
Translation.....	29
Rotationstransformationen.....	30
Translationstransformationen.....	30
Gängige Transformationen.....	31
Korrekturen	34
Lichtablenkung wegen Gravitation der Sonne.....	34
Lichtablenkung wegen bewegtem Beobachter.....	34
Refraktion - Refraction.....	34
Zusammenfassung	35
Literatur	37
Index	39

Objekte der Astro-Toolbox

Allgemeines

Beschäftigt man sich mit Positionsastonomie, so hat man mit einer Reihe von Objekten zu tun, die sich leicht finden und beschreiben lassen.

Denken wir an die spätere Realisierung dieser Objekte als Programmobjekte, so sind wir mitten in der objektorientierten Modellierung und Programmierung.

Jedes Objekt, das wir in der realen Welt ausfindig machen, vereinfachen wir. Und zwar so weit, daß es gerade noch unseren Anforderungen genügt, die wir an seine Aufgaben im Computerprogramm stellen müssen. Das soll heissen, daß wir nur so viele Eigenschaften und nur so viele Interaktionsmöglichkeiten mit anderen Objekten berücksichtigen, die notwendig sind, um die gestellte Aufgabe zu bearbeiten.

Dieser Minimalismus hilft, die Programme so einfach wie möglich und damit überschaubar zu gestalten. Selbstverständlich geht auf diese Art und Weise eine Menge an Informationen aus der realen Welt in der Programmwelt verloren. Aber wir sind gerne bereit, diesen Preis zu bezahlen, wenn wir dafür ein Programmsystem entwickeln können, das uns erlaubt, hilfreiche Voraussagen zu treffen.

Jedes Programmobjekt besteht aus Daten und Methoden. Die Daten entsprechen den Eigenschaften, sind also beispielsweise meßbare Größen oder ablesbare Instrumentenwerte. Dazu passend werden objekt-gebundene Funktionen, sogenannte Methoden, definiert. Diese rechnen womöglich Skaleneinheiten in metrische Einheiten um oder verknüpfen Daten mit anderen Daten, die auch aus anderen Objekten gewonnen werden können. Schließlich stellen einige der Methoden die Kommunikation mit anderen Objekten sicher. Dazu zählt auch die Interaktion mit der (Programm-) Aussenwelt, also die Aquirierung von externen Daten und die Visualisierung von internen Berechnungen für den Benutzer des Programms.

Entscheidend ist auf alle Fälle, daß ein Objekt eine abgeschlossene Programmeinheit darstellt, die nur über genehmigte Pfade angesprochen werden kann und die nur über vorgegebene Wege Informationen bereitstellt. Somit liegt schon fast ein eigenständiges Programmwesen vor, das bestens geschützt werden kann, um in der feindlichen Programmwelt, die ja womöglich von vielen Programmierern mitgestaltet wird, überleben zu können.

Im folgenden werden die Objekte angesprochen, die in der realen Welt der Positionsastonomie eine Rolle spielen. Zuweilen wird auch auf Schwierigkeiten hingewiesen, die sich bei der Implementierung, also beim Übergang zum Programmobjekt abzeichnen könnten.

Außerdem erscheinen bisweilen sogenannte UML-Diagramme, um gewisse hierarchische Abhängigkeiten der Objekte zu veranschaulichen. Das ist besonders interessant, da in der objektorientierten Programmierung vorteilhaft das Konzept der Vererbung eingebettet worden ist. Das soll heissen, daß wir ein Objekt, das wir bereits mehr oder weniger mühsam erstellt haben, komplett wiederverwenden können, wenn wir davon ein weiteres Objekt ableiten. Alle Eigenschaften und Methoden, soweit es vom vererbenden Objekt gestattet wird, stehen im erbenden Objekt sofort zur Verfügung. Sie können des weiteren aber auch neu definiert, also überschrieben werden, oder durch Neues ergänzt werden.

Was wir aber nicht machen werden, ist, die realen Objekte gleich als Programmobjekte zu formulieren. Wer sich dafür interessiert, dekompilet am besten die Astro-Toolbox, die als Java-Archiv (toolbox.jar) ja frei verfügbar ist (siehe <http://www.astro-toolbox.com>).

Astronomische Konstante - Aconst

Ein System von (aufeinander abgestimmten) astronomischen Konstanten ist notwendig, um konsistente Berechnungen durchführen zu können. Als Basis dient das System der *IAU* (International Astronomical Union) von 1976, das 1979 und 1982 ergänzt wurde (siehe Supplement to the Astronomical Almanac for 1984, Seidelmann). 1996 wurden einige Änderungen eingeführt, die verbesserte Beobachtungs- und Modellgenauigkeiten berücksichtigen (*IERS Conventions*, <http://www.iers.org/iers/publications/tn/tn32/tn32.html>).

Physikalische Grundlage des *Konstantensystems* ist das *SI-System*.

Zeit und Kalender

Der *Kalender* stellt eine für praktische Zwecke geeignete Darstellung und Zählweise des *Zeitablaufs* dar. Wiederkehrende Ereignisse, wie Tag und Nacht oder Neumond und Vollmond oder Jahreszeiten definieren Zeiteinheiten, wie Tage, Wochen, Monate und Jahre und dienen dadurch der *Strukturierung der Zeit*. Verschiedene Völker haben zu verschiedenen Zeiten verschiedene *Kalender* verwendet

(siehe <http://www.treasure-troves.com/astro/Calendar.html>).

Für astronomische Zwecke am besten geeignet ist eine kontinuierliche und gleichmäßig verstreichende Zeit. Diese ist auch die Zeit eines *Inertialsystems* im NEWTONschen Sinne, die seinen *Bewegungsgleichungen* zugrundeliegt (*Ephemeridenzeit*, *dynamische Zeit*).

Zeit - JulianTime

Gemeint ist eine linear und stetig fortlaufende Zeit, die mit ausreichender Stellenzahl zu versehen ist. Sie wird gerne als sogenannte *Julianische Tageszählung*, beginnend am 1.1.4713 v. Chr. mittags 12 Uhr (bezogen auf Greenwich), realisiert. Der Start am Mittag hat zumindest für Europa den Vorteil, daß in der nächtlichen Beobachtungszeit kein Datumswechsel auftritt. Ein *Julianisches Jahr* dauert genau 365.25 Tage à 86400 SI-Sekunden. Es entspricht zwar nicht der tatsächlichen Länge des *tropischen Jahres* von ca. 365.2422 Tagen, erleichtert aber die rechnerische Handhabung. Zur ganzzahligen Tageszahl kommt noch der Tagesbruchteil ab mittags 12 Uhr hinzu.

Verwendet man zur Darstellung im Computer dafür die üblichen 8 Bytes (double precision), entsprechend etwa 16 Stellen, so kann die Zeit nur auf etwa eine Zehntel Millisekunde genau bestimmt werden (7 Stellen vor dem Komma für die Tageszahl und 9 danach für den Tagesbruchteil ergeben bei knapp 100000 Sekunden pro Tag gerade noch 4 Stellen für den Sekundenbruchteil).

Bedenkt man, daß Berechnungen stets mit Rundungsfehlern behaftet sind, so wird schnell klar, daß diese Darstellung für heutige Anforderungen nicht mehr zufriedenstellend sein kann. Immerhin können mittlerweile Atomuhren weltweit besser als eine Mikrosekunde synchronisiert werden.

Daher wird dieses Objekt aus einer ganzen Zahl für die Julianische Tageszahl und einer double-Zahl für den Tagesbruchteil zusammengesetzt. Damit kann die Programm-Zeit auf etwa 10 Billionstel Sekunden (10 Pikosekunden) intern dargestellt werden.

Kalender - CalendarDate

Zur bürgerlichen und damit traditionell vertrauten Darstellung der Zeit verhelfen die Zählweisen „Tag, Monat, Jahr“ und „Stunde, Minute, Sekunde“. Bei der letzten *Kalenderreform* im Jahre 1582 durch *Papst Gregor*, wurde der 21. März als *Frühjahrsanfang* festgelegt. Außerdem folgte einmalig in jenem Jahr auf den 4. Oktober gleich der 15. Oktober. Das war notwendig geworden, weil sich der Frühlingsanfang bereits um 10 Tage verschoben hatte. Schuld war die alte *Schaltjahr-Regel*, die *jedes 4. Jahr* einen zusätzlichen Tag einfügte (was eine mittl. Jahreslänge von 365.25 Tagen ergibt im Vergleich zu etwa 365.2422 tatsächlichen Tagen). Im gregorianischen Jahr gibt es im Mittel 365.2425 Tage. Dies wird durch eine modifizierte *Schaltjahrregel* erreicht: in jedem durch 4 teilbaren Jahr hat der Monat Februar 29 Tage (wie vorher), außer das Jahr ist durch 100, aber nicht durch 400 teilbar. Ansonsten gibt es im Februar nur 28 Tage. Der gregorianische Kalender weicht in 10000 Jahren nur um etwa 3 Tage vom tatsächlichen Sonnenlauf ab.

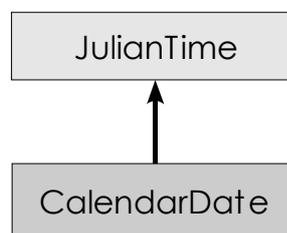


Abbildung 1: Kalender erbt Eigenschaften und Methoden von Zeit und stellt darüber hinaus die vertraute bürgerliche Darstellung bereit.

Die Umrechnung zwischen Julianischem Datum und bürgerlichem Datum [siehe Meeus] entspricht ab 15.10.1582 dem Gregorianischen Kalender. Für frühere Zeitpunkte wird der Julianische Kalender mit Jahresanfang 1. Januar unterstellt, auch wenn für sehr frühe Zeitpunkte der Julianische Kalender noch gar nicht bekannt war bzw. der *Jahresanfang* am 1. März war. Man spricht dann vom proleptischen Julianischen Kalender.

Zeitskala - TimeScale

Gebäuchliche Zeitskalen sind

- UTC** (Universal Time Coordinated),
- UT1** (UTC mit Berücksichtigung der Erdrotation),
- TAI** (Temps Atomique International) und
- TT** (Terrestrial Time)
und neuerdings auch
- GPST** Atomzeit der GPS-Satelliten

TT wurde früher als *TDT*, Terrestrisch Dynamische Zeit bzw. *ET*, Ephemeridenzeit bezeichnet.

TAI wird durch ein Ensemble von hochgenauen Atomuhren auf der Erdoberfläche realisiert und dient zur Definition der anderen Zeitskalen. Sie stellt eine Koordinatenzeitskala dar, mit Ursprung im Geozentrum und der SI-Sekundenlänge, ermittelt auf dem rotierenden Geoid, als Einheit.

Dynamische Zeitskalen (TDT, terrestrisch und TDB, baryzentrisch), die den Bewegungsgleichungen von Himmelskörpern zu Grunde liegen, weichen von den korrespondierenden *Koordinatenzeitskalen* (TCG, geozentrisch und TCB, baryzentrisch) säkular ab. Dafür bleibt die Variation von TDT (jetzt TT) und TDB periodisch mit einer Maximalamplitude von etwa 1.7 Millisekunden.

Die Koordinatenzeitskalen wurden so vereinbart, daß sie alle am 1. Januar, 1977, 0^h TAI mit der terrestrischen Zeit TT übereinstimmen.

Die Differenz „TT - TAI“ wurde für den 1. Januar 1977, 0^h TAI zu exakt 32.184 Sekunden festgelegt und bleibt nahezu konstant, während die Differenz „UT1 - UTC“ durch Schaltsekunden (angebracht an UTC) kleiner als 0.9 Sekunden gehalten wird. Dadurch wird auch die Differenz „UTC - TAI“ bzw. „UTC - TT“ in Sekundensprüngen verändert. „UTC - TAI“ ist dabei ganzzahlig. Die aktuellen Werte können online vom IERS (International Earth Rotation Service) via FTP (<ftp://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulc/bulletinc.dat>) abgerufen werden.

Am 5. Januar 1980 stimmten GPST und UTC überein. Seitdem sind aber an UTC (2004) 13 Schaltsekunden angebracht worden. GPST blieb frei von diesen Anpassungen, so daß mittlerweile die Differenz GPST-UTC = 13 Sekunden beträgt.

Die Zeit (das Objekt JulianTime) wird entsprechend einer Zeitskala interpretiert, hat also einen Anfang und eine definierte Sekundenlänge (zum Glück mittlerweile einheitlich die SI-Sekundenlänge). UTC repräsentiert beispielsweise den bürgerlichen Zeitablauf, während TT (*Terrestrial Time*) den Zeitablauf der Planeten und des Mondes widerspiegelt. Das Objekt Zeitskala (TimeScale) ist auch ein Objekt Zeit (wegen der Vererbung).

Verzichtet man auf die Spezifikation einer Zeitskala, so wird UTC angenommen. Möchte man keine Zeitskala festlegen, so wird einfach nur das Objekt Zeit allein verwendet.

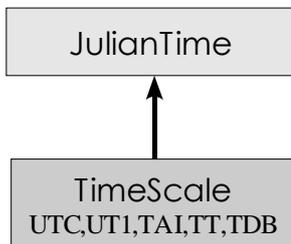


Abbildung 2: Zeit vererbt seine Daten und Methoden an Zeitskala

Ausgehend von UTC (Coordinated Universal Time), ist die Zeitdarstellung in anderen Zeitskalen möglich:

Übergang	Verfahren	Quelle
UTC → UT1	Addition von UT1-UTC	aus Bulletin B
UT1 → TAI	Subtraktion von UT1-TAI	aus Bulletin B
TAI → TT	Addition von 32.184 s	IAU, 1991 [Seidelmann]
TT → TDB	TDB - TT < 2 ms	[Seidelmann]

Tabelle 1: Übergänge zwischen verschiedenen Zeitskalen

Für TDB - TT dürfte in den meisten Fällen die Näherung

$$TDB - TT = 0^s.001658 \sin g + 0^s.000014 \sin 2g$$

mit

$$g = 357^\circ.53 + 0.9856003 (JD - J2000)$$

ausreichend sein.

TAI - UTC ist ganzzahlig. Der aktuelle Wert ist jeweils dem *Bulletin C* zu entnehmen. Eine Übersicht über die Entwicklung der *Schaltsekunden* seit 1972 gibt Tabelle 2.

Zeitraum				TAI - UTC
1972	Jan.1	-	Jul.1	10s
	Jul.1	-	1973 Jan.1	11s
1973	Jan.1	-	1974 Jan.1	12s
1974	Jan.1	-	1975 Jan.1	13s
1975	Jan.1	-	1976 Jan.1	14s
1976	Jan.1	-	1977 Jan.1	15s
1977	Jan.1	-	1978 Jan.1	16s
1978	Jan.1	-	1979 Jan.1	17s
1979	Jan.1	-	1980 Jan.1	18s
1980	Jan.1	-	1981 Jul.1	19s
1981	Jul.1	-	1982 Jul.1	20s
1982	Jul.1	-	1983 Jul.1	21s
1983	Jul.1	-	1985 Jul.1	22s
1985	Jul.1	-	1988 Jan.1	23s
1988	Jan.1	-	1990 Jan.1	24s
1990	Jan.1	-	1991 Jan.1	25s
1991	Jan.1	-	1992 Jul.1	26s
1992	Jul.1	-	1993 Jul.1	27s
1993	Jul.1	-	1994 Jul.1	28s
1994	Jul.1	-	1996 Jan.1	29s
1996	Jan.1	-	1997 Jul.1	30s
1997	Jul.1	-	1999 Jan.1	31s
1999	Jan.1	-		32s

Tabelle 2: Schaltsekunden seit 1972, die jeweils am Ende eines Halbjahres eingefügt worden sind

Vor 1972 ist der Zusammenhang durch lineare Funktionen (seit 1961) angenähert worden. Für historische Epochen gibt es ebenfalls funktionale Näherungen [Meeus, Seidelmann]. Der Zeitraum 1620-2050 wird zusätzlich, falls keine aktuellen Informationen verfügbar sind, durch eine Approximationsfunktion abgedeckt, die aus dem Lernprozeß eines neuronalen Netzes gewonnen wurde.

Sternzeit - SiderealTime

Die Lage des *Frühlingspunktes* (*Schnittpunkt Ekliptik-Äquator, in dem die Sonne am Frühlingsanfang steht*) auf dem Äquator, ausgehend vom *Meridian von Greenwich* nach Westen als Winkel gezählt (*15 Grad entsprechen einer Stunde*), ist die Sternzeit von Greenwich. Lokale Sternzeiten starten beim lokalen Meridian (Längengrad, der durch den Südpunkt verläuft).

Man unterscheidet wahre (auch scheinbare genannt) und mittlere Sternzeit. Die tatsächliche Lage des Frühlingspunktes wird als wahre, die mittlere Lage (gleichmäßig rotierende Erde angenommen) als mittlere Sternzeit bezeichnet.

Die Unterscheidung ist wegen Nutationseffekten erforderlich.

Der wahre *Sternzeit-Winkel* spiegelt exakt die *Erddrehung* wider. Somit entsprechen 360 Grad Erddrehung genau 24 Stunden wahrer Sternzeit. Nach 24 Stunden wahrer Sternzeit ist ein Stern wieder in derselben Himmelsrichtung zu sehen (falls sich der Stern nicht merklich bewegt, was für die meisten Sterne der Fall ist). Die wahre Sternzeit verläuft nicht gleichmäßig. Wegen komplexer Abhängigkeiten von aktuellen Masseverteilungen rotiert die Erde verschieden schnell und verursacht dadurch Schwankungen in der Größenordnung von Millisekunden.

Der Zusammenhang zwischen dem Objekt zur Darstellung der Zeit in der Zeitskala *UT1* (Daten: t_{UT1}) und dem Objekt zur Darstellung der (*mittleren*) *Sternzeit von Greenwich* (Daten: θ_{mean} , bzw. *GMST*) ist gegeben durch:

$$\theta_{mean}(0^h UT1) = 24110^s.54841 + 8640184^s.812866 T_u + 0^s.093104 T_u^2 - 6.2 \times 10^{-6} T_u^3$$

in Sekunden mit

$$T_u = (t_{UT1} - J2000) / 36525, \text{ julianische Jahrhunderte seit } 1.1.2000, 12^h UT1$$

Für andere Zeitpunkte als $0^h UT1$ ist die Anzahl der Sekunden des Tages, multipliziert mit dem Sternzeitfaktor (ca. $366.25/365.25$), zu addieren.

Wird t_{UT1} von vorne herein auch für andere Zeitpunkte als $0^h UT1$ zugelassen, so kann θ_{mean} (in Stunden) auch wie folgt berechnet werden:

$$\theta_{mean} = [67310^s.54841 + T_u (8640184^s.812866 + T_u (0^s.093104 - 0^s.0000062 T_u))] / 3600^{s/h} + 876600^h.0 T_u$$

Das Objekt *Sternzeit* wird vom Objekt *Zeit* abgeleitet. *Sternzeit* erbt die *Zeit*, ergänzt sie aber durch den obigen Zusammenhang. Nicht zu vergessen ist, daß *Sternzeit* seiner geerbten Eigenschaft *Zeit* stillschweigend die Zeitskala UT1 unterstellt.

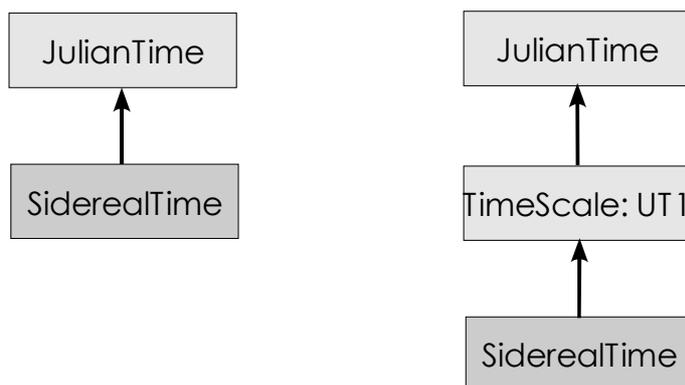


Abbildung 3: Sternzeit erbt direkt von Zeit (links), oder indirekt über Zeitskala:UT1 von Zeit (rechts). Obwohl der Zusammenhang auf der rechten Seite den „Tatsachen“ entspricht, wird der einfachere auf der linken Seite gewählt (siehe Text)

Obwohl das rechte Diagramm den korrekten Sachverhalt wiedergibt, könnte die Realisierung Probleme bereiten, da zur Bestimmung von UT1 Erdrotationsparameter benötigt werden, die unter Umständen gar nicht oder nicht für den gewünschten Zeitpunkt vorhanden sind. Korrektheit könnte mithin nur suggeriert werden.

Aus diesem Grund erscheint es günstiger, die links angedeutete Hierarchie zu wählen und erst für eine konkrete Anwendung die Objekte *Zeit*, *Zeitskala* und *Sternzeit* als eigenständige Tools zu verknüpfen. Bei *Zeitskala* wäre dann UT1 explizit auszuwählen. Für Näherungsrechnungen könnte auch ganz auf *Zeitskala* verzichtet werden.

Zur Berechnung der *wahren Sternzeit* von Greenwich (θ_{true} , bzw. *GAST*) werden zusätzlich die Objekte Ekliptik (Ekliptikschiefe ϵ) und Nutation (Nutation in Länge $\Delta\psi$) benötigt:

$$\theta_{\text{true}} = \theta_{\text{mean}} + \Delta\psi \cos \epsilon$$

Für hochpräzise Berechnungen aufgrund der *IERS Conventions* ist seit dem 1.1.1997 zu θ_{true} noch der Term

$$0''.00264 \sin \Omega + 0''.000063 \sin 2\Omega$$

aufzuaddieren, mit Ω = mittlere Länge des Mondbahnknotens (Wir verzichten darauf, weil wir die Nutation derzeit intern nur auf 1/100 Bogensekunde genau berechnen).

Sonnenzeit

Im Gegensatz zur Sternzeit, die sich an den Sternen orientiert, verfolgt die Sonnenzeit den Zweck, mit der Sonne, also Tag und Nacht, in Einklang zu bleiben. Mittags erreicht die Sonne ihren höchsten Stand und dann ist es traditionsgemäß 12 Uhr (lokale *wahre Sonnenzeit*, *wahrer Mittag*). Dies gilt für jeden Tag. Von einem wahren *Mittag* zum nächsten verstreichen 24 Stunden wahre Sonnenzeit. Auch die wahre Sonnenzeit verfließt nicht gleichmäßig. Zu den Erdrotationsschwankungen kommt noch die verschiedenen schnelle Umlaufbewegung der Erde um die Sonne hinzu. Um dennoch eine gleichmäßig verstreichende Sonnenzeit zu realisieren, wird eine gedachte, *fiktive Sonne* eingesetzt, die in der Äquatorebene gleichmäßig um die Erde läuft.

24 Stunden Sternzeit entsprechen nicht genau 24 Stunden Sonnenzeit. Während der 24 Stunden Sternzeit bewegt sich nämlich die Erde um ca. 1/366 auf ihrer Umlaufbahn weiter, so daß sie sich noch ein kleines Stückchen (fast ein Grad in knapp 4 Minuten) weiter drehen muß, damit die Sonne wieder in derselben Himmelsrichtung erscheint. Wegen der vorhandenen Bahnexzentrizität (*der Abweichung von einer Kreisbahn*) und der Projektion der Bahn auf den Äquator kommt noch die sogenannte *Zeitgleichung* (wahre Zeit minus mittlere Zeit) ins Spiel. Sie kann bis zu achtzehn Minuten Anfang November und bis zu -14 Minuten Anfang Februar betragen.

Ein Sonnentag dauert 24 Stunden Sonnenzeit, ein Sterntag 24 Stunden Sternzeit (im Mittel). Man beachte, daß daher Sonnenzeitsekunden (im Mittel der SI-Sekunde entsprechend) und Sternzeitsekunden verschieden lang sind. Heutzutage wird aber einheitlich die SI-Sekunde verwendet, so daß zwar der Sonnentag davon ca. 86400 umfasst, der Sterntag aber nur etwa 86164.

Die Sonnenzeit wird derzeit nicht als eigenes Objekt unterstützt. Es wird vielmehr jeweils bei Zeitangaben UTC als Zonenzeit von Greenwich unterstellt. Lokale Rechnerzeiten werden aufgrund der internen TimeZone-Variablen nach UTC umgerechnet.

Beobachter - Observer

Um die Position eines Beobachters auf der Erdoberfläche festzulegen, bedarf es der genauen Kenntnis der *Erdforn*, die zwar grob einem (Rotations-)Ellipsoid entspricht, bei näherem Hinschauen aber doch davon abweicht. Zu verschiedenen Zeiten wurden verschiedene Ellipsoide als geometrische Näherungsformen verwendet [Sigl].

Zur Festlegung des geozentrischen Ortsvektors muß die Lage des *Geozentrums*¹ bestimmbar sein. Ebenfalls bekannt sein muß die Lagerung des Koordinatensystems. Wegen der *Polschwankungen* hat man sich auf einen mittleren Pol geeinigt, den sogenannten *vereinbarten Pol*, damit die Koordinaten des Beobachters bis auf plattentektonische Bewegungen erhalten bleiben. In diese Richtung zeigt nun die z-Achse. Die x-Achse zeigt zum Schnittpunkt „Äquator – Meridian von Greenwich“.

Der Beobachter wird schließlich durch (ellipsoidische) Länge, Breite und Höhe oder den entsprechenden geozentrischen Ortsvektor fixiert. Bei bekanntem *Ellipsoid* (definiert durch den *Äquatorradius* der Erde und die *Abplattung*) können die Angaben ineinander umgerechnet werden.

Ausgehend vom *Äquatorradius* a und der *Abplattung* $f=(a-b)/a$, mit b *Polradius* können über

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

und

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}$$

leicht die *geodätischen* Koordinaten *Länge* λ , *Breite* ϕ und *Höhe* h in *geozentrische Koordinaten* überführt werden:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N + h) \cos \phi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \phi \sin \lambda \\ (N(1 - e^2) + h) \sin \phi \end{pmatrix}$$

Etwas komplizierter gestaltet sich die Umkehrung, die vorzugsweise iterativ vollzogen wird [Seeber]:

$$\lambda = \arctan \frac{y}{x}$$

$$\phi = \arctan \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h} \right)^{-1}$$

$$h = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\cos \phi} - N$$

Wie in [Seidelmann] und [Hekimoglu] ausgeführt, kann die womöglich entstehende Nullstellenproblematik (in Polnähe) beherrscht werden.

¹Das Massenzentrum der Erde kann beispielsweise durch die Laserentfernungsmessung zu Satelliten bestimmt werden.

Ekliptik - Ecliptic

Die Ebene, die von der Umlaufbewegung der Erde um die Sonne aufgespannt wird, nennt man Ekliptikebene. Sie ist gegenüber der Äquatorebene der Erde geneigt. Diesem Umstand verdanken wir unsere *Jahreszeiten*. Die Ekliptikebene schneidet die Himmelskugel in der Ekliptik, der scheinbaren Bahn der Sonne am Firmament.

Sie wird durch die Neigung zur Äquatorebene der Erde charakterisiert. Ihr Mittelwert ϵ_0 , die *Schiefe der Ekliptik*, hängt geringfügig von der Zeit ab:

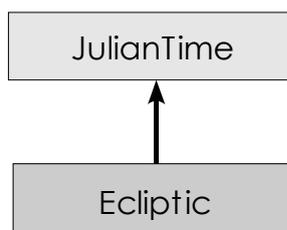


Abbildung 4: Ekliptik erbt von Zeit, da die Schiefe der Ekliptik zeitabhängig ist

$$\epsilon_0 = 23^\circ 26' 21'' .448 - 46'' .815 T - 0'' .00059 T^2 + 0'' .001813 T^3$$

mit

$$T = (\text{JD} - 2\,451\,545.0) / 36525$$

Zeitspanne seit J2000 in *julianischen Jahrhunderten* (dynamische Zeitskala, also TT oder TDB) .

Die *wahre Ekliptikschiefe* ϵ benötigt zusätzlich das Objekt *Nutation* (Nutation in Schiefe $\Delta\epsilon$)

$$\epsilon = \epsilon_0 + \Delta\epsilon$$

um die Neigung der Ekliptikebene zur wahren Äquatorebene der Erde zu beschreiben.

Nutation

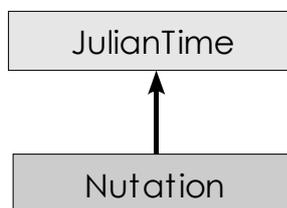


Abbildung 5: Nutation wird von Zeit abgeleitet

Kurzperiodische Schwankungen der Rotationsachse der Erde und damit der Äquatorebene werden als Nutationseffekte beschrieben. Mond, Sonne und Planeten zeichnen dafür verantwortlich. Die Hauptperiode liegt bei ca. 18.6 Jahren, der Periode der Mondknotendrehung (Saros-Zyklus).

Nutation in Länge $\Delta\psi$ und *Nutation in Schiefe* $\Delta\epsilon$ heissen die beiden Kenngrößen. Sie hängen über die zusätzlich zu berücksichtigenden Objekte Sonne und Mond in etwas komplizierter Form von der Zeit ab. Dennoch wird das Objekt Nutation direkt vom Objekt Zeit abgeleitet. Die notwendigen Daten von Mond und Sonne werden als Funktionen der Zeit mitgeführt und nicht den Objekten Mond oder Sonne entnommen, um mit der traditionellen Nutationstheorie in Einklang zu bleiben.

Diese berechnet die *Nutationselemente* (siehe Abbildung 6) aus umfangreichen Reihenentwicklungen:

$$\Delta\psi = \sum_{i=1}^n S_i \sin A_i \quad , \quad \Delta\epsilon = \sum_{i=1}^n C_i \cos A_i \quad , \quad A_i = a_i l + b_i l' + c_i F + d_i D + e_i \Omega$$

Die mit dem Index i behafteten Koeffizienten sind Bestandteil einer *Nutationstheorie*. Beispielsweise enthält die IAU (1980) Reihe 106 Terme, die einer Tabelle [Seidelmann, S. 112,113] entnommen werden können. In dieser Arbeit findet eine gekürzte Fassung Eingang, die nur Terme $> 0.001''$ berücksichtigt, die fest programmiert sind.

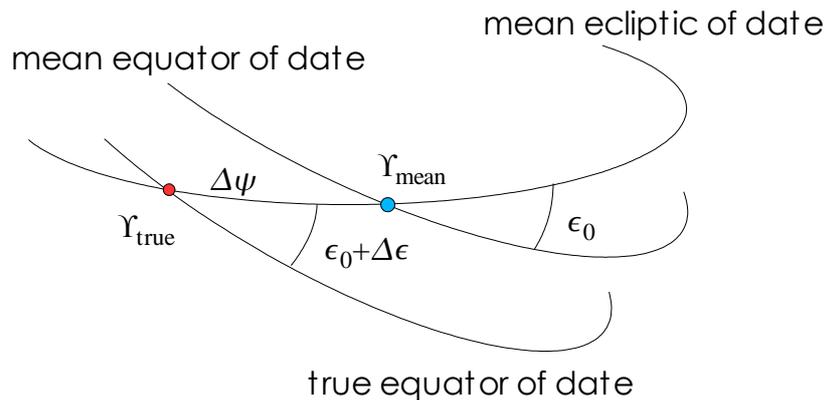


Abbildung 6: Bedeutung der Nutationselemente, die den Übergang zwischen mittlerem und wahren Äquator vermitteln

Die restlichen Größen definieren Objekteigenschaften von Mond und Sonne:

l	Mond, mittlere Anomalie
l'	Sonne, mittlere Anomalie
F	Mond, mittlere Länge, gezählt ab aufsteigendem Knoten
D	Mond - Sonne, mittlere Elongation
Ω	Mond, mittlere Länge des aufsteigenden Knotens

Sie werden durch kubische Funktionen der Zeitdifferenz T (jul.Jahrhunderte seit J2000, dynamische Zeitskala z.B. TDB) approximiert [Seidelmann, S.114].

Präzession - Precession

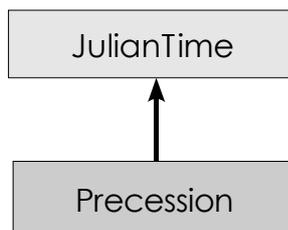


Abbildung 7: Die Präzession ist zeitabhängig, daher wird das Objekt Präzession vom Objekt Zeit abgeleitet

Langperiodische Variationen der Erdrotationsachse werden als Präzession modelliert (analog zur Präzession eines Kreisels). Etwa alle 26 000 Jahre erfolgt ein kompletter Umlauf des Rotationspols der Erde um eine mittlere Achse, die senkrecht auf der Ekliptikebene steht.

Ihre Kenndaten sind die drei Größen ζ_A , z_A und θ_A , die Winkelunterschiede zwischen äquatorialen, raumfesten Bezugssystemen zu verschiedenen Epochen darstellen (siehe Abbildung 8, Υ =Frühlingspunkt, Richtung der x-Achse). Die Übergangsepoche ist J2000, von der aus die Zeitintervalle zu den beiden Epochen der Bezugssysteme gezählt werden. Zur Berechnung siehe [Seidelmann, S.104].

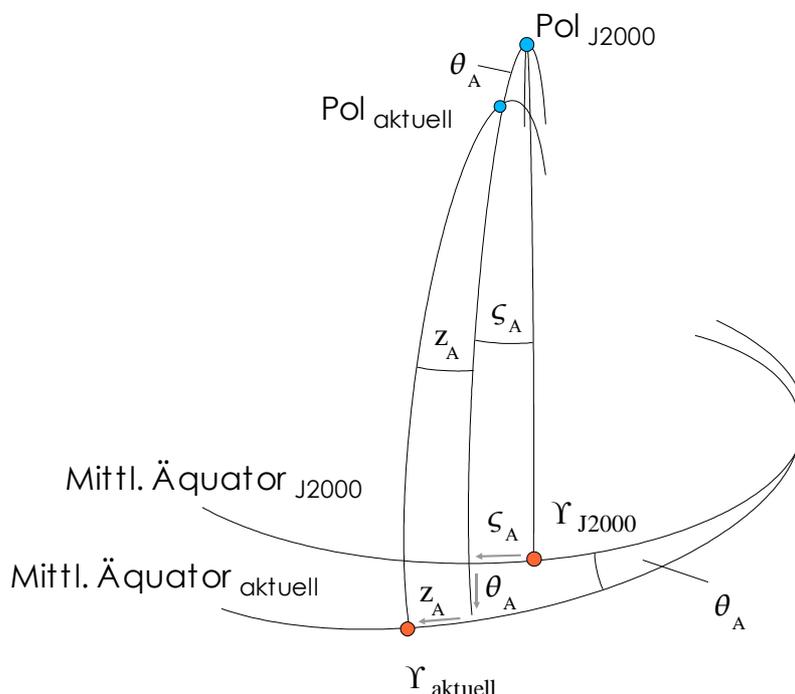


Abbildung 8: Bedeutung der Präzessionselemente, die den Zusammenhang zwischen Äquatorsystemen zu verschiedenen Epochen herstellen

Falls man vom *Bezugssystem zur Epoche J2000* ausgeht, vereinfachen sich die Formeln für die *Präzessionselemente* zu (Werte in Bogensekunden):

$$\zeta_A = ((0.017998 * T + 0.30188) * T + 2306.2181) * T$$

$$z_A = ((0.018203 * T + 1.09468) * T + 2306.2181) * T$$

$$\theta_A = ((-0.041833 * T - 0.42665) * T + 2004.3109) * T$$

mit

$$T = (JD - J2000) / 36525, \text{ dynamische Zeitdifferenz (TDB oder TT).}$$

Polbewegung - PolarData

Obwohl die Erde scheinbar so gleichmäßig rotiert, ja diese Rotation einst zur Definition der Sekundenlänge herangezogen worden war, decken doch moderne Meßverfahren deren Unregelmäßigkeiten gnadenlos auf. Sowohl die Rotationsachse, als auch die Rotationsgeschwindigkeit variieren. Schuld daran sind Massenverlagerungen im Erdinnern, auf der Erdoberfläche, in den Ozeanen und in der Atmosphäre.

Ein Beobachter auf der Erde unterliegt zwangsläufig ebenfalls diesen Schwankungen.

Aktuelle *Erdrotationsparameter* müssen geschätzt werden, da sie immer erst im Anschluß an aktuelle Beobachtungen genau bestimmbar sind. Vor allem der aktuelle Wert von *UT1 - UTC* ist wichtig, da Beobachtungszeitpunkte in UTC und die aktuelle Lage der Erde im Raum durch *UT1* (als Eingangsparameter für die Sternzeitberechnung) festgelegt sind. Ignoriert man diesen zwar kleinen Unterschied von definitionsgemäß weniger als 0.9 Zeits Sekunden (meist weniger als 0.5 s), so führt man doch Richtungsfehler bis zu 7.5 oder gar (im Extremfall) bis zu 13.5 Bogensekunden ein. Die Lage des aktuellen Rotationspols, beschrieben durch x- und y-Polkoordinaten, wirkt sich dagegen mit weniger als 0.6 Bogensekunden aus (entspricht etwa 20 Metern am Nordpol).

Im *Bulletin B* ([ftp://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulb/bulletinb.dat](http://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulb/bulletinb.dat)) werden monatlich endgültige Werte für den jeweils zurückliegenden und prädierte Werte für den aktuellen und kurz bevorstehenden Zeitraum veröffentlicht.

Date	MJD	x	y	UT1R-UTC	UT1R-TAI	
1998		"	"	s	s	
(0h UTC)						
Final Bulletin B values.						
JUL	5	50999	-.05785	.44549	-.102249	-31.102249
JUL	10	51004	-.04506	.45253	-.104006	-31.104006
JUL	15	51009	-.03282	.46047	-.105785	-31.105785
JUL	20	51014	-.02240	.46507	-.107264	-31.107264
JUL	25	51019	-.01171	.46919	-.108731	-31.108731
JUL	30	51024	.00040	.47444	-.110958	-31.110958
AUG	4	51029	.00978	.47778	-.113728	-31.113728

Preliminary extension, to be updated weekly in Bulletin A and monthly in Bulletin B.

AUG	9	51034	.01998	.47855	-.116568	-31.116568
AUG	14	51039	.03346	.47853	-.119274	-31.119274
AUG	19	51044	.04405	.47734	-.121474	-31.121474

Text 1: Auszug aus dem Bulletin B des International Earth Rotation Service (IERS)

Werte für dazwischenliegende Zeitpunkte werden mittels Interpolation bestimmt.

Die *Erdrotation* wird durch die Daten x_p , y_p (Lage des Pols) und UT1R-UTC bzw. UT1R-TAI (aktueller Drehwinkel) bezüglich UTC oder TAI ausreichend genau festgelegt. *UT1R* kann sich von UT1 um einige Millisekunden unterscheiden. Sie enthält dafür keine kurzperiodischen (< 35 Tage) Abhängigkeiten mehr.

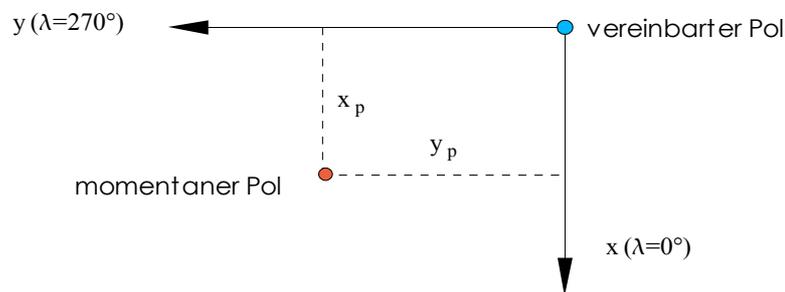


Abbildung 9: Der Übergang vom vereinbarten zum momentanen Pol wird durch die x - und y -Polkoordinaten vermittelt (λ = geogr. Länge)

Zur Bedeutung der *Polkoordinaten* siehe Abbildung 9.

Orbit

Keplersche Bahnelemente - OrbitElements

Die Keplerschen Bahnelemente definieren die sogenannte *Keplerellipse*, eine idealisierte Bahn im *Zweikörperproblem* (punktförmige Massen, wobei die Masse des umlaufenden Körpers vernachlässigt wird).

Sie lässt sich mit 6 Größen vollständig beschreiben: der **Form** (*Exzentrizität* e und *Große Halbachse* a), der **Lage** (*aufsteigender Knoten* Ω , *Inklination* i und *Perizentrum* ω) der *Bahnellipse*, sowie der momentanen **Stellung** des umlaufenden Körpers entlang der Bahn (gezählt ab dem Perizentrum: wahre Anomalie ν für die tatsächliche Position, mittlere *Anomalie* M für die mittlere Position bei einer gleichförmig gedachten Bewegung).

Um den weiteren Verlauf des Himmelskörpers vorhersagen zu können, ist noch die Kenntnis der Masse des Zentralkörpers erforderlich.

Orbit-Vektor - OrbitVector

Orts- und Geschwindigkeitsvektor des umlaufenden Körpers werden zum Orbit-Vektor zusammengefasst. Im Falle von Keplerellipsen existiert eine eindeutige Zuordnung von Bahnelementen zu Orbit-Vektoren.

Inhomogene Massenordnungen und/oder weitere Massenkörper erlauben im allgemeinen keine einfachen Lösungen der *Bewegungsgleichungen*, so daß die Orbit-Vektoren zwar in Bahnelemente umgerechnet werden können, die resultierende Ellipse jedoch nur für einen kurzen Zeitraum als sogenannte *oskulierende Ellipse* den Bahnverlauf charakterisiert.

Beschreibung der Umlaufbahn

Wahlweise ein Orbit-Vektor oder 6 Bahnelemente legen die *Umlaufbahn* eines Satelliten oder Planeten fest.

Bei Satellitenbahnen unterstellt man meist stillschweigend ein raumfestes Bezugssystem, dessen Ursprung im Massenmittelpunkt der Erde liegt, dessen x-Achse zum *Frühlingspunkt* zeigt und dessen Bezugsebene die *Äquatorebene* der Erde ist.

Bei Planeten und Kometen des Sonnensystems legt man meist ein heliozentrisches Bezugssystem zugrunde, mit der *Ekliptikebene* als Bezugsebene und ebenfalls der Richtung zum Frühlingspunkt als x-Richtung.

Orbit-Vektor oder Bahnelemente gelten jeweils für einen bestimmten Zeitpunkt, die sogenannte *Bahnepoche*. Außerdem gelten sie in einem Bezugssystem, das ebenfalls für einen bestimmten Zeitpunkt, die sogenannte Bezugssystem-Epoche definiert ist. Die beiden Epochen können verschieden sein.

Die Angabe der *Bezugssystem-Epoche* ist notwendig, da sich sowohl die Richtung zum Frühlingspunkt, als auch die Lage der Äquatorebene laufend verändern (Präzession, Nutation, Polbewegung). Schließlich muß noch die Masse des *Zentralkörpers*, bzw. ihr Produkt mit der NEWTONschen Gravitationskonstanten bekannt sein, wenn man Bahnelemente und Orbit-Vektoren ineinander umrechnen möchte.

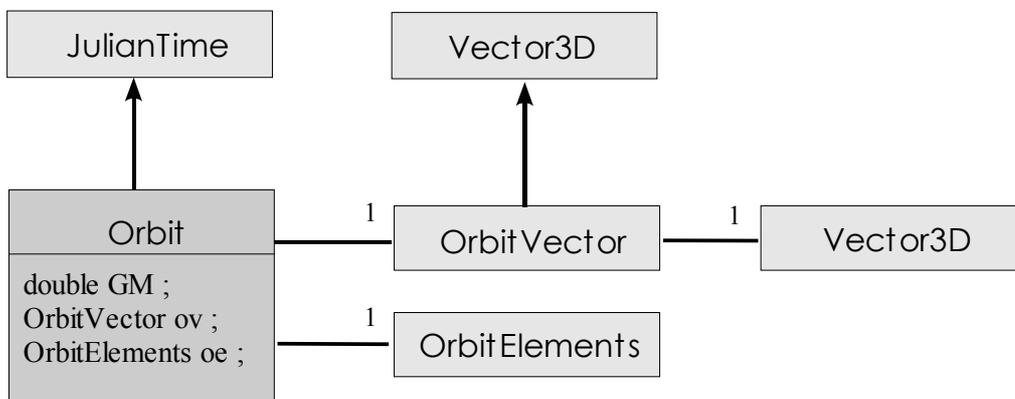


Abbildung 10: Objekt Orbit, realisiert als Programmobjekt

Im Falle einer ungestörten *Keplerbahn* bleiben Form und Lage der Bahnellipse über die Zeit hinweg erhalten. Nur die *Mittlere Anomalie* verändert sich gleichförmig und kann daher leicht für neue Zeitpunkte berechnet werden. Bei *Kreisbahnen* fallen mittlere und wahre *Anomalie* zusammen. Die wahre Anomalie beschreibt stets die tatsächliche Bahnposition. Bei exzentrischen Bahnen ist sie von der mittleren Anomalie verschieden. Sie verändert sich gemäß dem zweiten Keplerschen Gesetz. Zwischen *Mittlerer Anomalie* und *Exzentrischer Anomalie* wird durch die *Keplergleichung* ein Zusammenhang hergestellt. Von der exzentrischen Anomalie kann die wahre Anomalie einfach abgeleitet werden .

Da sich Himmelskörper bewegen, ist dieses Objekt ganz offensichtlich zeitabhängig. Die zugehörige Zeitskala ist dabei der dynamischen Zeit zuzuordnen, in der die Bewegungsgleichungen formuliert sind.

Die einfachste und damit auch idealisierte Form der Orbits bildet die *Ellipse*, gekennzeichnet durch ihre Große *Halbachse* a und ihre *Exzentrizität* e .

Zur Kennzeichnung des momentanen Punktes auf der *Umlaufbahn* (siehe Abbildung 11) dient die *wahre Anomalie* v , die wegen ihres ungleichmäßigen Ablaufs gerne durch die *exzentrische Anomalie* E bzw. durch die gleichmäßig verstreichende *mittlere Anomalie* M ersetzt wird:

$$M = n(t - \tau)$$

mit τ Zeitpunkt, zu dem der Himmelskörper dem *Brennpunkt* am nächsten kommt (*Perizentrumsdurchgang*) und

$$n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$$

mittlere Bewegung, $GM = \text{Gravitationskonstante} \cdot \text{Masse des Zentralkörpers}$;
Berechnung von E über die *Keplergleichung*, die iterativ zu lösen ist

$$E = M + e \sin(E)$$

und schließlich quadrantengerecht die wahre Anomalie mittels der Arcus-Tangens Funktion mit zwei Argumenten

$$v = \text{atan2} \left(\frac{\sqrt{1-e^2} \sin(E)}{1-e \cos(E)}, \frac{\cos(E)-e}{1-e \cos(E)} \right)$$

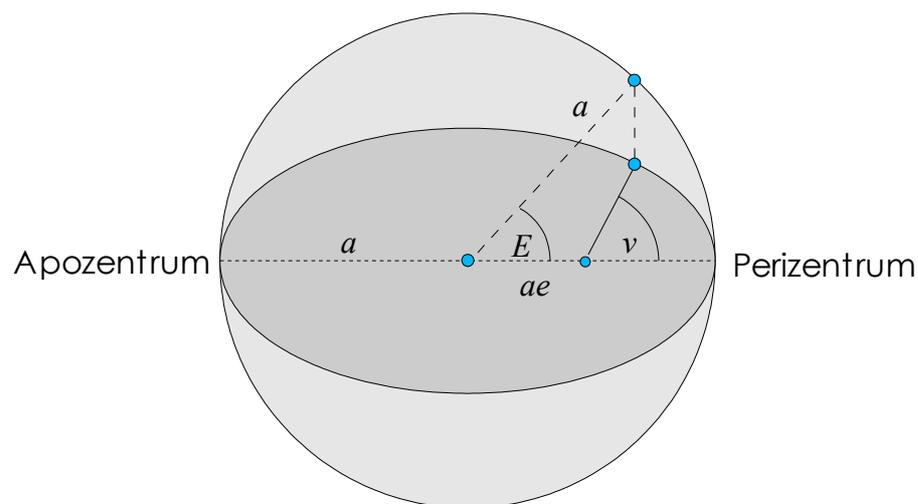


Abbildung 11: Zusammenhang zwischen exzentrischer Anomalie E und wahrer Anomalie v . Die mittlere Anomalie M (hier nicht dargestellt) würde wie E auf dem Kreis gezählt, aber bezüglich eines gleichmässig umlaufenden Körpers. Jeweils im Apo- und Perizentrum sind die drei Winkel gleich gross (180 oder 0 Grad).

Die mittlere Anomalie M entspricht einem gedachten Körper, der in der gleichen Zeit gleichmässig auf dem äußeren Kreis umläuft, wie der reale Körper auf der Ellipse. M wird, wie E vom Ellipsenzentrum aus positiv gegen den Uhrzeigersinn gezählt. Wie auch bei v liegt der Zählbeginn auf der großen Halbachse in Richtung *Perizentrum*. Jeweils im Peri- (der kleinsten Entfernung vom Zentralkörper) und im *Apozenntum* (der größten Entfernung vom Zentralkörper) stimmen v , E und M überein. Bei einer *Kreisbahn* sind die drei Winkel stets identisch.

Zur Lagebeschreibung der *Ellipse* im Raum (siehe Abbildung 12) braucht man drei weitere Winkel, die relativ zu einem Bezugssystem angegeben werden: Von der x-Achse aus wird in mathematisch positiver Richtung der Winkel Ω gezählt, der zur sogenannten *Knotenlinie* zeigt. Es wird der Teil der Knotenlinie betrachtet, der zum *aufsteigenden* Bahnknoten zeigt. Gemeint ist der Punkt in der x-y-Ebene, der vom Himmelskörper von unten nach oben durchstossen wird.

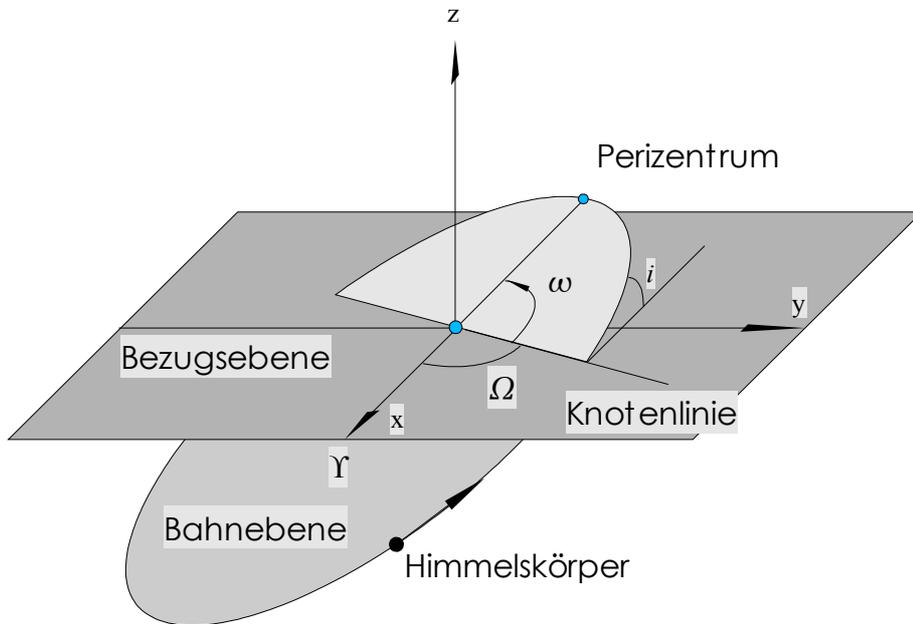


Abbildung 12: Drei Kenngrößen legen die Lage der Ellipse im Raum fest

Von der Knotenlinie aus wird der Winkel ω gezählt, der zum zentrumsnächsten Punkt der Bahnellipse weist. Die *Bahnneigung* selbst wird durch die *Inklination* i beschrieben. Sie kann 0 bis 180 Grad betragen.

Nimmt man zum Orbit ein Referenzsystem hinzu, in dem der Orbit definiert ist, so wird die Beschreibung der Umlaufbahn eindeutig (Objekt RefOrbit).

Himmelskörper

Objekte des Sonnensystems können zwar sehr umfangreich beschrieben werden, da hier aber die Positionen im Vordergrund stehen, werden sie ausschließlich durch ihre Orbit-Eigenschaften charakterisiert.

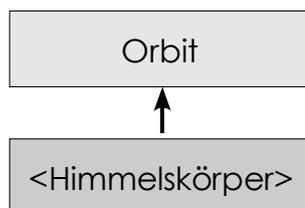


Abbildung 13: Das Objekt Himmelskörper wird vom Objekt Orbit abgeleitet und verfügt dadurch über alle Kenngrößen, die seine Umlaufbahn bestimmen

Nur die einfachsten *Bewegungsgleichungen* liefern Bahnellipsen als Lösungen. Bei geringen Störungen können aber immer noch mittlere Ellipsen zur Beschreibung der Bewegung dienen, deren Elemente nun aber zeitabhängig zu formulieren sind.

Planeten - PlanetOrbit

Planeten und *Kometen* werden durch ihre Orbits festgelegt. Die Umrechnung in Orts- und Geschwindigkeitsvektor erfolgt dann im Sinne einer *Keplerbahn* mit der Sonne als *Zentralkörper*.

Oder es werden im Falle von im Voraus berechneten Ephemeriden, wie der DE405-Ephemeride des JPL (Jet Propulsion Laboratory), die Orts- und Geschwindigkeitsvektoren aus Tschebyscheff-Reihen gewonnen. Die Umrechnung in Bahnelemente kann dann ebenfalls im Sinne einer Keplerbahn um die Sonne ablaufen.

Durch die Einführung eigener Objekte für die *Bahndaten* gewinnt man an Flexibilität. Sowohl mittlere Bahnelemente (s. MEEUS) mit ihren Zeitabhängigkeiten können verwendet werden, als auch beispielsweise hochgenaue, tabellierte *Ephemeriden* oder Verfahren zur numerischen Integration. Entscheidend ist, daß zum gewünschten Zeitpunkt die Bahninformation ermittelt werden kann.

Ausgehend von sogenannten mittleren Bahnelementen zur jeweils aktuellen Epoche können die Orbits der Planeten Merkur bis Neptun berechnet [Meeus] berechnet werden. *Mittlere* Bahnelemente geben im Mittel über längere Zeiträume die Bahnbewegungen recht gut wieder. Höchste Ansprüche an die Positionsgenauigkeit können sie jedoch nicht erfüllen.

Für den äußersten bekannten Planeten, *Pluto*, sind keine brauchbaren mittleren Bahnelemente verfügbar. Er ist erst 1930 entdeckt worden und sein Umlauf um die Sonne dauert mehr als 250 Jahre. Zu seiner Modellierung kommen sogenannte *oskulierende Bahnelemente* zum Einsatz [Astronomical Almanac], die nur für jeweils kurze Zeiträume die Bahnpositionen recht genau beschreiben. An ein kurzes, gut bestimmtes Bahnstück wird praktisch eine komplette Ellipse bestens angeschmiegt.

Die großen Halbachsen der Planeten bleiben gleich und signalisieren dadurch eine gleichbleibende Bahnenergie. Die anderen Elemente e , i , ω , Ω und M werden mit kubischen Funktionen approximiert.

Am Beispiel *Mars* sei die Vorgehensweise erläutert:

Die große Halbachse beträgt 1.5236883 Astronomische Einheiten (zur Umrechnung in Meter siehe Astronomische Konstante, S.8). Die Koeffizienten der kubischen Funktionen für die weiteren *Bahnelemente* lauten [Meeus]:

ELEMENT	KONST. TERM K_0	LIN. TERM K_1	QUADRAT. TERM K_2	KUB. TERM K_3
e	0.0933129	0.000092064	-0.000000077	0.0
i	1.850333	-0.000675	0.0000126	0.0
ω	285.431761	1.0697667	0.0001313	0.00000414
$O \cong \Omega$	48.786442	0.7709917	-0.0000014	-0.00000533
M	293.737334	19141.69551	0.0003107	0.0

Tabelle 3: Mittlere Bahnelemente des Planeten Mars und ihre Zeitabhängigkeiten

Mit der Zeitdifferenz $T = (t - J1900)/36525$ in julianischen Jahrhunderten seit $J1900=2415020.0$ (31.12.1899, 12 Uhr) ergeben sich die aktuellen Bahnelemente zu:

$$\text{Element}_{\text{aktuell}} = k_0 + k_1 * T + k_2 * T^2 + k_3 * T^3$$

bzw. unter Ausnutzung des *Horner-Schemas* (Einsparung von Multiplikationen)

$$\text{Element}_{\text{aktuell}} = ((k_3 * T + k_2) * T + k_1) * T + k_0$$

Die aktuell ermittelten Bahnelemente beschreiben die Planetenpositionen im jeweils aktuellen heliozentrischen *Ekliptiksystem*. Somit sind die Präzessionseinflüsse bereits in den Koeffizienten k_i enthalten.

Diese Daten fließen in den PlanetOrbit ein, der von RefOrbit abgeleitet wird:

Kometen - CometOrbit

Anstelle der Großen Halbachse a ist bei Kometen meist der Wert für die *Periheldistanz* q und anstelle der Mittleren Anomalie M der Zeitpunkt τ des *Periheldurchgangs* tabelliert. Beide lassen sich leicht in die klassischen Bahnelemente überführen:

$$a = \frac{q}{(1 - e)}$$

mit e Exzentrizität ($0 \leq e < 1$), und

$$M(t) = (t - \tau)n, \text{ wobei } n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$$

die mittlere Bewegung in Radian pro Sekunde bedeutet.

Bis auf diesen kleinen Unterschied entsprechen sich PlanetData und CometData.

Satelliten - TleOrbit

Wie auch Planeten und Kometen werden *Satelliten* nur durch ihre Orbits beschrieben. Die Bahnelemente variieren hier aber recht schnell, so daß auf häufig aktualisierte Two Line Elements, eine kompakte Formulierung der „Bahnelemente in zwei Zeilen“, zurückgegriffen wird.

Abweichungen von reinen *Keplerbahnen* ergeben sich insbesondere bei Satelliten wegen einer Reihe von *Bahnstörungen*, verursacht durch:

- 1) Anisotropie des Gravitationsfeldes der Erde (Hauptterm = Polabplattung)
- 2) Gravitationsfelder von Sonne, Mond, Planeten und Asteroiden
- 3) Reibungswiderstand der Hochatmosphäre
- 4) Strahlungsdruck der Sonne
- 5) Strahlungsdruck der Erde (hauptsächlich Infrarot)
- 6) relativistische Effekte

Eine *präzise Bahnbestimmung* ist nur mit Hilfe der numerischen Integration der nach-Newtonschen Bewegungsgleichungen zu erreichen. Sie ist sehr rechenaufwendig. Und sie stellt eine große Herausforderung an die Theorie der Satellitenbahnen dar [Schneider, Seeber].

Um dennoch mit wenig Aufwand brauchbare *Satellitenbahnen* berechnen zu können, bieten sich die bereits erwähnten *Two-Line-Elements* an, die mehrmals pro Woche für eine Vielzahl von Satelliten neu berechnet und per Internet zur Verfügung gestellt werden.

Am Beispiel des Hubble Space Teleskop (HST) (siehe Text 2) werden Aufbau und Bedeutung näher erläutert:

```
HST
1 20580U 90037B   98273.16532806   .00001888   00000-0   18987-3 0   1470
2 20580   28.4686 277.6154 0013928   39.8809 320.2796 14.86982652263060
```

Bedeutung der Zeile 1:

Spalte	Beschreibung
01-01	Zeilennummer der Two-Line-Elements
03-07	Satellitenummer
10-11	Internationale Kennzeichnung (die beiden letzten Ziffern des Startjahres)
12-14	Internationale Kennzeichnung (Startnummer des Jahres)
15-17	Internationale Kennzeichnung (Stückbezeichnung)
19-20	Epoche: Jahr (die beiden letzten Ziffern des Jahres)
21-32	Epoche: Tag des Jahres mit Tagesbruchteil
34-43	Erste Zeitableitung der mittleren Bewegung (n-punkt) oder Ballistischer Koeffizient (je nach Ephemeriden-Typ)
45-52	Zweite Zeitableitung der mittleren Bewegung (n-punkt-punkt) (Dezimalpunkt wird unterstellt; leer falls unbekannt)
54-61	BSTAR Reibungsterm bei GP4-Störungstheorie. Sonst Strahlungsdruck-Koeffizient. (Dez.punkt unterstellt)
63-63	Ephemeriden-Typ
65-68	Nummerierung der Two-Line-Elements
69-69	Check Summe (Modulo 10) (Buchstaben, Blanks, Punkte = 0; Minuszeichen = 1; Pluszeichen = 2)

Bedeutung der Zeile 2:

Spalte	Beschreibung
01-01	Zeilennummer der Two-Line-Elements
03-07	Satellitenummer
09-16	Inklination [Grad]
18-25	Rektaszension aufsteigender Knoten (Knotenlage) [Grad]
27-33	Exzentrizität (Dezimalpunkt wird unterstellt)
35-42	Perigäumslage [Grad]
44-51	Mittlere Anomalie [Grad]
53-63	"Mittlere Bewegung" [Umläufe/Tag]
64-68	Nummer des aktuellen Umlaufs zur Epoche [Umläufe]
69-69	Check Summe (Modulo 10)

Text 2: Two Line Elements am Beispiel des Hubble Space Teleskop und ihre Bedeutung

Programmtechnisch werden die TLEs in Listen der beiden Zeilen und der Namen aufgespalten.

Sterne

Sterne sind sehr weit außerhalb unseres Sonnensystems beheimatet und behalten daher auch über lange Zeiträume hinweg ihre relativen Positionen zu anderen Sternen bei. Daher rührt die alte Bezeichnung **Fix-Sterne**. Sie scheinen sich nur deshalb am Firmament zu bewegen, weil die Erde rotiert und wir sie daher im Osten auf- und im Westen untergehen sehen.

Genauere Beobachtungen zeigen allerdings, daß auch Sterne einer Dynamik unterliegen (*Stellardynamik*). Sie führt zwar meist nur zu geringen Bewegungen im Bereich von wenigen Bogensekunden pro Jahrhundert, ist aber für genaue astronomische Ortsbestimmungen nicht vernachlässigbar.

Sternpositionen und *Eigenbewegungen* werden in *Sternkatalogen* verzeichnet. Ihre Werte beziehen sich beim *FK5* (*5. Fundamentalkatalog*) auf das mittlere, baryzentrische Äquatorsystem zur Epoche J2000, beim HIPPARCOS-Katalog auf die Epoche J1991.25. Mit den entsprechenden Transformationen können sie leicht in aktuelle Referenzsysteme umgerechnet werden.

Der FK5 beschreibt die ca. 1500 *Fundamentalsterne* mit ihren Rektaszensionen und Declinationen, den zugehörigen Eigenbewegungen und bei nahen Sternen auch mit ihren Parallaxen. Die Entfernungseinheit 1 *Parsec* besagt, daß der Erdbahnradius aus dieser Distanz unter dem Winkel von 1 Bogensekunde gesehen wird. Das sind etwas über 3 Lichtjahre, einer weiteren, in der Astronomie gebräuchlichen Entfernungseinheit, die die Lichtstrecke während eines Jahres kennzeichnet. Ein Stern, der unter der *Parallaxe* 0.3“ erscheint, ist mithin 3.3 Parsec bzw. gut 10 Lichtjahre entfernt.

Programmtechnisch wird beispielsweise ein Fk5-Stern über die Daten, die aus einer Datei stammen als kompletter Katalog im Speicher gehalten, wobei jeweils die Grenzmagnituden zur Informationsreduktion vorgegeben werden können.

Bezugssystem - ReferenceSystem

Fixiert man ein Koordinatensystem im Raum, so kann es als *Bezugssystem* dienen, um beispielsweise Satellitenorte und –geschwindigkeiten anzugeben. Erforderlich sind die Lage des Ursprungs, die Richtung der x-Achse und die Richtung der y- oder z-Achse (ein Rechts-System wird unterstellt). Anstelle der y- oder z-Achse findet man meist die Ebene, in der sich x- und y-Achse befinden, als Kenngröße des Bezugssystems.

KURZBEZ.	BEZUGSSYSTEM	URSPRUNG	x-ACHSE	EBENE
BE	Barycentric Ecliptical	Baryzentrum	Frühlingspunkt	Ekliptik
HE	Heliocentric Ecliptical	Heliozentrum	Frühlingspunkt	Ekliptik
GE	Geocentric Ecliptical	Geozentrum	Frühlingspunkt	Ekliptik
SF	Space-Fixed Equatorial	Geozentrum	Frühlingspunkt	Äquator
EF	Earth-Fixed Equatorial	Geozentrum	Meridian von Greenwich	Äquator
TE	Topocentric Equatorial	Topozentrum	Meridian von Greenwich	Parallel Äquator
TH	Topocentric Horizon	Topozentrum	Süden, (y nach Osten)	Horizont

Tabelle 4: Die gebräuchlichsten Bezugssysteme

Zusätze wie *mittleres, wahres oder scheinbares, momentanes oder vereinbartes* oder *zur Epoche J2000* oder *zur aktuellen Epoche*, verfeinern die grobe Unterteilung der Referenzsysteme.

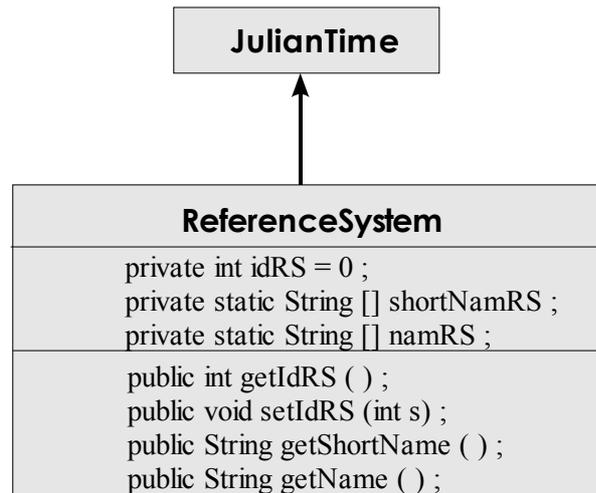


Abbildung 14: ReferenceSystem erbt von JulianTime. Damit wird die zeitliche Veränderlichkeit eines Bezugssystems unterstrichen. Auf die privaten Daten kann nicht direkt zugegriffen werden. Dafür wurden eigene Zugriffsmethoden geschaffen.

Zwei moderne *Referenzsysteme* werden mit **ICRS** (International Celestial Reference System) und **ITRS** (International Terrestrial Reference System) bezeichnet.

ICRS entspricht einem baryzentrischen, mittleren, raumfesten Äquatorsystem der Epoche J2000.0, das aufgrund hochgenau bestimmter Positionen (< 0.1 Millibogensekunden) ausgewählter Quasare realisiert wird. Sternpositionen, die vom Satelliten Hipparcos vermessen worden sind, finden ebenfalls Eingang in die praktische Realisierung des ICRS, dem ICRF (International Celestial Reference Frame). Seine Genauigkeit ist um wenigstens zwei Größenordnungen höher als beim FK5-System.

ITRS ist ein vereinbartes, erdfestes Äquatorsystem, das ausgewählten Beobachterpositionen auf der Erde Referenzcharakter zuweist.

Die Verknüpfung von ICRS und ITRS geschieht über Präzession, Nutation, wahre Sternzeit von Greenwich und die Erdrotationsparameter (siehe auch Seite 26).

Die üblicherweise in der Astronomie und Himmelsmechanik eingesetzten Bezugs- oder Referenzsysteme verändern ihre Lage im Vergleich zu einem an Quasaren orientierten *Bezugssystem*.

Wegen der Wanderung des *Frühlingspunktes* entlang der Ekliptik im Uhrzeigersinn bleiben weder ekliptikale noch äquatoriale „raumfeste“ Bezugssysteme von Variationen verschont. Bei erdgebundenen Systemen kommt noch die unregelmäßige Erddrehung dazu.

Mangels absoluter Bezugssysteme werden die zeitlichen Abhängigkeiten als gegenseitige Abhängigkeiten beschrieben, die dann zum Tragen kommen, wenn von einem System ins andere transformiert werden soll.

Abbildung 15 deckt die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Bezugssystemen auf. Es werden auch die Objekte angeführt, die für die Übergänge verantwortlich zeichnen.

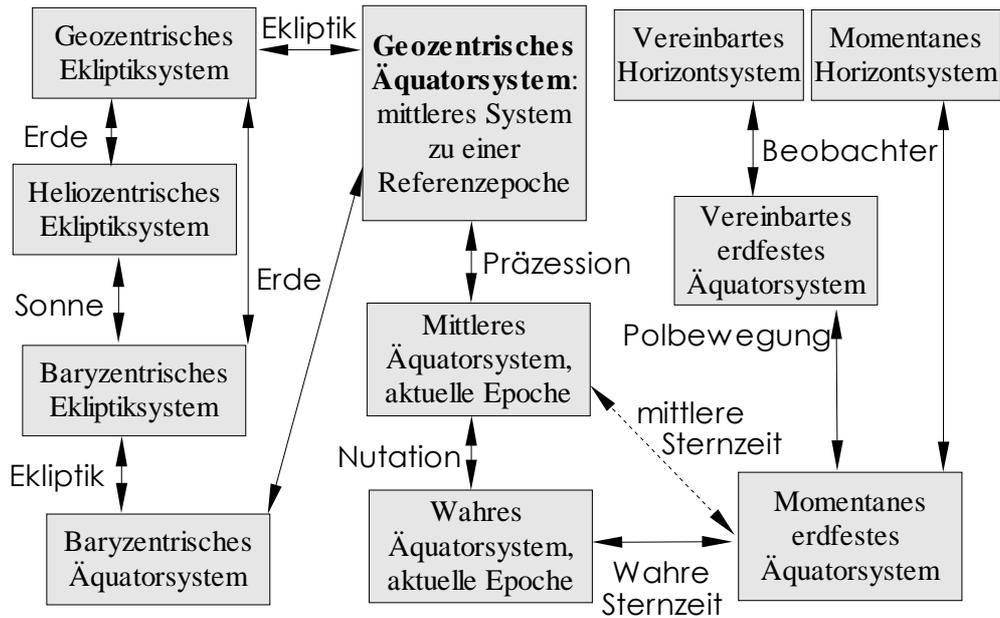


Abbildung 15: Die gebräuchlichen Bezugssysteme in der Astronomie und Himmelsmechanik und ihre Zusammenhänge. Wünscht man den Einfluss der Nutation zu berücksichtigen, so ist auch die wahre Sternzeit einzusetzen; ansonsten genügt die mittlere Sternzeit für den Übergang vom mittleren raumfesten in das momentane erdfeste Äquatorsystem.

Moderne *Planetentheorien* bauen auf dem baryzentrischen *Ekliptiksystem* zur Standard-epoche J2000 auf. Positionen von FK5-Sternen werden in einem baryzentrischen *Äquatorsystem* zur selben Epoche definiert.

Das mittlere baryzentrische Äquatorsystem zur Referenzepoche J2000 entspricht dem *ICRS* (International Celestial Reference System). Das vereinbarte, erdfeste Äquatorsystem entspricht dem *ITRS* (International Terrestrial Reference System).

Für geringere Genauigkeitsansprüche (z.B. eine halbe Bogenminute) kann die Nutation vernachlässigt werden. Dann ist adäquat die mittlere Sternzeit zu verwenden, um ins erdfeste System zu gelangen. Von dort kann, bei kompletter Vernachlässigung der Polbewegung, sofort in das (momentane) Horizontsystem des Beobachters transformiert werden. Falls man sich nahe an der Standard-epoche J2000 befindet, kann auch die Präzession vernachlässigt werden.

Transformation

Ein Koordinatensystem wird relativ zu einem anderen Koordinatensystem festgelegt. Durch eine Transformation können Koordinaten eines Vektors, gegeben im ersten Koordinatensystem, in Koordinaten bezüglich des zweiten Koordinatensystems umgerechnet werden. Im allgemeinen sind dazu Translationen, Rotationen und eventuell Spiegelungen erforderlich.

Vektor

Gemeint sind dreidimensionale Vektoren, die geeignet sind, einen Punkt im Raum oder eine gerichtete Geschwindigkeit im Raum festzulegen.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ oder } \dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix}$$

Matrix

Passend zu den dreidimensionalen Vektoren werden 3 mal 3 dimensionale Matrizen eingeführt, die im wesentlichen die räumliche Drehung von Vektoren im Raum abbilden sollen. Dabei werden nicht wirklich die Vektoren gedreht, sondern die Koordinatensysteme, in denen die Vektorkomponenten quantitativ beschrieben sind.

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$$

Rotation

Umrechnung der Vektorkomponenten \mathbf{x} von einem Referenzsystem in Vektorkomponenten \mathbf{x}' eines dazu verdrehten Referenzsystems. Eine sogenannte *Rotationsmatrix* \mathbf{R} vermittelt den Übergang. Sie ist eine Orthonormalmatrix, die im Sinne der Matrix-Vektor-Multiplikation (Zeile mal Spalte, alles im 3-dimensionalen Raum) den Ausgangsvektor umrechnet:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}_i(\alpha) \mathbf{x}, \quad i \in [1, 2, 3]$$

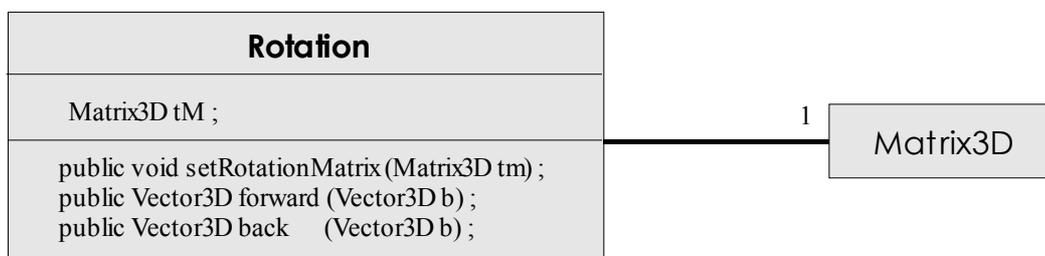


Abbildung 16: Das Programmobjekt *Rotation* stellt die Grundlagen für Rotationstransformationen bereit.

Drehung um die Achse \mathbf{e}_i um den Winkel α gegen den Uhrzeigersinn (mathematisch positiv). Der Positionsvektor \mathbf{x}' zeigt zwar nach wie vor zum selben Ort, hat aber im verdrehten Koordinatensystem \mathbf{e}'_i anders lautende Komponenten als im System \mathbf{e}_i . Die beiden Vektoren sind qualitativ gleich, unterscheiden sich aber in ihren Komponenten.

Translation

Vektorielle Verschiebung des Koordinatenursprungs bei gleichbleibender Orientierung der Koordinatenachsen (*Parallelverschiebung*).

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{v}$$

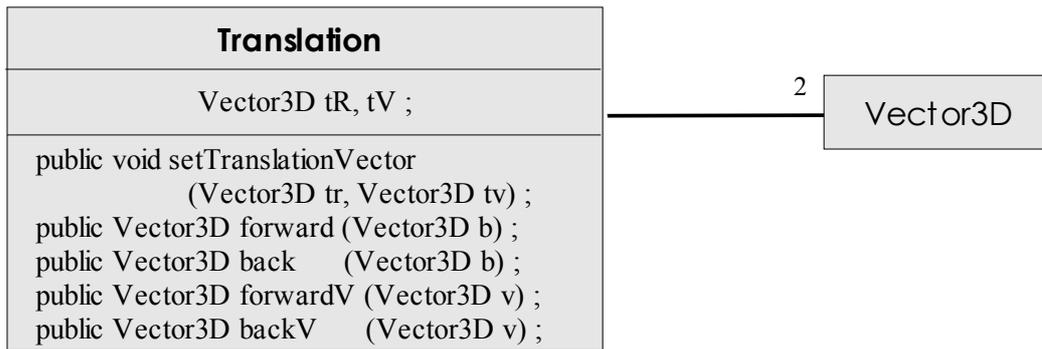


Abbildung 17: Translationen verlangen eine Unterscheidung, ob Orte oder ob Geschwindigkeiten transformiert werden sollen. Aus diesem Grund enthält das Objekt Translation zwei weitere Methoden.

Sie wird durch den *Translationsvektor* v beschrieben, der vom „alten“ zum „neuen“ Koordinatenursprung zeigt. x' und x zeigen zwar zum selben Ort, aber von verschiedenen Ursprüngen aus. Die beiden Vektoren sind somit auch qualitativ verschieden.

Rotationstransformationen

Eine Reihe von Übergängen zwischen den oben erwähnten Referenzsystemen werden durch Rotationen beschrieben:

ÜBERGANG	ZUSAMMENHANG
Ekliptiksystem --> Äquatorsystem	Ekliptikschiefe
Mittl. Äqu.s.(Epoche J2000) --> mittl. raumfestes Äqu.s.(aktuell)	Präzession
Mittleres raumfestes Äqu.s. --> wahres raumfestes Äqu.s.	Nutation
Mittleres raumfestes Äqu.s. --> erdfestes Äquatorsystem	Mittlere Sternzeit
Wahres raumfestes Äqu.s. --> erdfestes Äquatorsystem	Wahre Sternzeit
Momentanes erdfestes --> vereinbartes erdfestes Äqu.s.	x, y Pol
Äquatorsystem --> Horizontsystem	λ, φ Beobachter

Tabelle 5: Zusammenhänge zwischen Bezugssystemen, die mit Rotationen ineinander überführt werden können

Die erreichbare Genauigkeit hängt von der Genauigkeit der Parameter ab, die die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Systemen beschreiben. Dabei ist sowohl auf ihre Modellierung als auch auf ihre präzise Messung großer Wert zu legen.

Translationstransformationen

Einige Übergänge zwischen den oben erwähnten Referenzsystemen erfordern Translationen:

ÜBERGANG	ZUSAMMENHANG
Baryzentrisches --> geozentrisches System	Baryzentrum--> Erde
Heliozentrisches --> geozentrisches System	Sonne --> Erde
Geozentrisches --> topozentrisches System	Erde --> Beobachter

Tabelle 6: Zusammenhänge zwischen Bezugssystemen, die mit Translationen ineinander überführt werden können

Die erreichbare Genauigkeit hängt von der genauen Bestimmung der Position der Erde im Sonnensystem und von der genauen Bestimmung der Position des Beobachters auf der Erdoberfläche ab (relativ zum Massenmittelpunkt der Erde).

Gängige Transformationen

Die gegenseitige Lagerung gebräuchlicher Referenzsysteme wurde so gewählt, daß keine Spiegelungen anfallen (siehe Tabelle 7).

Bis auf das Horizontsystem des Beobachters scheint dies durchaus gerechtfertigt zu sein. Der (frühere) Astronom orientiert die x-Achse nach Süden, die y-Achse nach Westen und die z-Achse zum Zenit, wodurch sich ein Linkssystem ergibt.

Der Geodät hingegen orientiert die x-Achse nach Norden, die y-Achse nach Osten und die z-Achse zum Zenit, was wiederum ein Linkssystem ergibt.

Letztlich sind für beide aber nicht die Vektorkomponenten von Bedeutung, sondern zwei Winkel, die als Azimut und Elevation bezeichnet werden. Hier unterscheiden sich Astronom und Geodät aber immer noch. Zwar ist die Zählrichtung bei beiden im Uhrzeigersinn (von oben bzw. vom Zenit, also der Spitze der z-Achse aus betrachtet), jedoch beginnt der Astronom im Süden und der Geodät im Norden zu zählen.

In dieser Arbeit und somit auch in der Astro-Toolbox, wird das Nordazimut verwendet, also die Sichtweise des Geodäten bevorzugt, allerdings nicht die zugehörige Vektordarstellung gewählt. Um das Linkssystem zu vermeiden, wird die x-Achse nach Süden, die y-Achse nach Osten und die z-Achse zum Zenit ausgerichtet.

Geschwindigkeitsvektoren werden getrennt behandelt. Zwar ändert sich nichts bei einer Rotation, die einfach mit der gleichen Drehmatrix durchgeführt werden kann. Bei einer Translationen ist aber die Relativgeschwindigkeit maßgeblich.

Günstigerweise führt man wegen der veränderlichen Orte und Geschwindigkeiten, als auch der zugrunde liegenden Referenzsysteme, neue Objekte ein, die jeweils eindeutig festlegen, in welchem Bezugssystem zu welcher Epoche (der Referenzepoche), Position und Geschwindigkeit zu welcher Zeit (der Orbit- oder Bahnepoche) gelten. Die beiden Epochen können verschieden sein. Als Resultat finden wir den `RefTimeOrbitVector`:

`RefTimeOrbitVector` ist das zentrale Objekt für alle anfallenden Transformationen. Wegen der Vererbungshierarchie bereitet es keine Schwierigkeiten, bei einer Transformation jeweils den Objekttyp weiterzugeben, der als Eingabe vorgelegen hatte. Wie aus Abbildung 18 hervorgeht, entspricht es vier Objekten gleichzeitig. Wenn man `Java.Object` hinzunimmt (von dem `Vector3D` abgeleitet ist), zeigt es sich sogar in 5 Gesichtern. Es ist polymorph. Der `OrbitVector` setzt sich aus zwei Vektoren zusammen (Ort und Geschwindigkeit). Ergänzt man ihn um eine Zeitangabe, die festlegt, wann ein Himmelsobjekt diesen Ort und diese Geschwindigkeit einnimmt, so erhält man einen `TimeOrbitVector`. Wenn man nun auch noch sagt, in welchem Bezugssystem die Werte gelten, ist man bei einer vollständigen Beschreibung angelangt. Das entsprechende Objekt ist ein `RefTimeOrbitVector`.

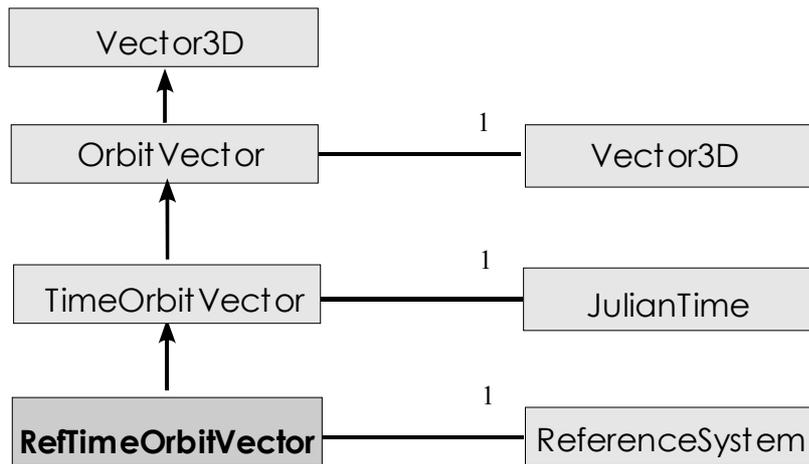


Abbildung 18: Als Beispiel für ein ausgesprochen polymorphes Objekt dient RefTimeOrbitVektor. Es ist auch ein TimeOrbitVector oder ein OrbitVector oder einfach nur ein Vector3D, je nachdem welche Eigenschaften gerade benötigt werden.

Doch nun zum Überblick über die gängigsten Transformationen:

TRANSFORMATION	ÜBERGANGSOBJEKT	FORMEL
BE ⇒ GE	Erde, baryzentrisch	$\mathbf{x}_{GE} = \mathbf{x}_{BE} - Erde_{BE}$
HE ⇒ GE	Erde, heliozentrisch	$\mathbf{x}_{GE} = \mathbf{x}_{HE} - Erde_{HE}$
GE ⇒ SF	Ekliptik	$\mathbf{x}_{SF} = \mathbf{R}_1(-\epsilon_0) \mathbf{x}_{GE}$
SF_J2000 ⇒ mSF	Präzession	$\mathbf{x}_{mSF} = \mathbf{R}_3(-z_A) \mathbf{R}_2(\theta_A) \mathbf{R}_3(-\zeta_A) \mathbf{x}_{J2000}$
mSF ⇒ tSF	Nutation	$\mathbf{x}_{tSF} = \mathbf{R}_1(-\epsilon) \mathbf{R}_3(-\Delta\psi) \mathbf{R}_1(\epsilon_0) \mathbf{x}_{mSF}$
tSF ⇒ EF	wahre Sternzeit θ_{true}	$\mathbf{x}_{EF} = \mathbf{R}_3(\theta_{true}) \mathbf{x}_{tSF}$
mSF ⇒ EF	mittlere Sternzeit θ_{mean}	$\mathbf{x}_{EF} = \mathbf{R}_3(\theta_{mean}) \mathbf{x}_{mSF}$ (falls keine Nutation benötigt wird)
EF ⇒ cEF	Polbewegung	$\mathbf{x}_{cEF} = \mathbf{R}_2(-x_p) \mathbf{R}_1(-y_p) \mathbf{x}_{EF}$
cEF ⇒ TE	Beobachter	$\mathbf{x}_{TE} = \mathbf{x}_{cEF} - Beobachter_{cEF}$
TE ⇒ TH	Beobachter	$\mathbf{x}_{TH} = \mathbf{R}_2\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) \mathbf{R}_3(\lambda) \mathbf{x}_{TE}$

Tabelle 7: Transformationsvorschriften für die Übergänge zwischen verschiedenen Bezugssystemen

die Abkürzungen bedeuten:

BE	baryzentrisches Ekliptiksystem
HE	heliozentrisches Ekliptiksystem
GE	geozentrisches Ekliptiksystem
SF	Space-Fixed = raumfestes, geozentrisches Äquatorsystem
SF_J2000	mittleres Äquatorsystem zur Epoche J2000 (z.B. ICRS)
mSF	mean space-fixed = mittleres Äquatorsystem zur aktuellen Epoche
tSF	true space-fixed = wahres Äquatorsystem zur aktuellen Epoche
EF	earth-fixed = momentanes, mit der Erde rotierendes Äquatorsystem (auch als erdfest bezeichnet)
cEF	conventional earth-fixed = vereinbartes, mit der Erde rotierendes Äquatorsystem (z.B. ITRS)
TE	topocentric equator = Äquatorsystem des Beobachters
TH	topocentric horizon = Horizontsystem des Beobachters

Tabelle 8: Bedeutung der Abkürzungen für die verschiedenen Bezugssysteme

Anmerkungen:

Die mittlere Sternzeit θ_{mean} wird auch als *GMST* (Greenwich Mean Sidereal Time), die wahre Sternzeit θ_{true} als *GAST* (Greenwich Apparent Sidereal Time) bezeichnet.

Momentanes und vereinbartes Äquatorsystem sind *erdfeste Systeme*, die sich durch die Lage des Pols unterscheiden. Das erste beruht auf dem aktuellen, also tatsächlichen Pol, und das zweite auf einem *vereinbarten* Pol. Im vereinbarten System bleiben die Koordinaten von Beobachtungsstationen bis auf die Kontinentaldrift erhalten.

Mit den eben beschriebenen Transformationen sind die Übergänge noch nicht vollständig erfasst. Sie beruhen nämlich auf der Annahme, daß die Referenzsysteme bewegungs- und gravitationsfrei sind. Daß dem nicht so ist, dürfte offensichtlich genug sein:

- die Sonne ist sehr massereich,
- die Erde bewegt sich um das Baryzentrum,
- die Erde rotiert,

um die wichtigsten Eigenschaften zu nennen, die obige Voraussetzung nicht erfüllen.

Hätte man die Transformationen von vornherein relativistisch abgefasst, wäre man aus dem Schneider. Allerdings zu einem recht hohen Preis, denn die komplizierten Formeln erschweren das Verständnis.

Somit müssen die kleinen Abweichungen in Form von sogenannten *relativistischen* Korrekturen angebracht werden [Seidelmann, Taff]:

Beim Übergang vom Baryzentrum (oder Heliozentrum) zum Geozentrum:

- 1) Gravitationslichtablenkung (Masse der Sonne)
- 2) jährliche Aberration (Geschwindigkeit der Erde)

Beim Übergang vom Geozentrum zum Topozentrum:

- 3) tägliche Aberration (Geschwindigkeit des Beobachters)

Bei bewegten Objekten zusätzlich

- 4) Lichtzeitkorrektur (z.B. Geschwindigkeit eines Planeten)
- 2) bis 4) waren schon vor EINSTEIN bekannt.

Korrekturen

Lichtablenkung wegen Gravitation der Sonne

Sehr weit entfernte *Sterne* erscheinen nahezu in derselben Richtung, egal, ob sie von der Sonne oder von der Erde aus betrachtet werden. In diesem Fall vereinfacht sich die Berechnung der gravitativen Lichtablenkung zu [Seidelmann]

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p} + g \frac{\mathbf{e} - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) \mathbf{p}}{1 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}}, \quad g = \frac{2GM}{c^2} \cdot \frac{1}{E}$$

mit \mathbf{p} Richtungsvektor zum Stern, \mathbf{e} Richtungsvektor von der Sonne zur Erde, GM Gravitationskonstante mal Masse der *Sonne*, c Lichtgeschwindigkeit, E Entfernung der Erde von der Sonne und schließlich \mathbf{p}_1 neuer Richtungsvektor zum Stern.

Die Vektoren müssen alle im selben Intertialsystem gegeben sein.

Lichtablenkung wegen bewegtem Beobachter

Wenn wir nur geringe Geschwindigkeiten \mathbf{v} eines Beobachters ($v \ll c$) zulassen, können wir die resultierende *Lichtablenkung* linear annähern. Die *Aberration*, wie dieser Effekt allgemein bezeichnet wird, führt dann zu einem veränderten Richtungsvektor \mathbf{p}_1 , der stets in Bewegungsrichtung verschoben erscheint [Seidelmann]

$$\mathbf{p}_1 = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{v}/c}{|\mathbf{p} + \mathbf{v}/c|}$$

\mathbf{p} entspricht dem Richtungsvektor, den ein ruhender Beobachter wahrnehmen würde.

Da es letztlich egal ist, ob sich der Beobachter oder das Ziel bewegt, kann mit dieser Korrektur auch ein bewegtes Ziel erfasst werden, falls seine entgegengesetzte Geschwindigkeit dem Beobachter zugerechnet wird. Schließlich gibt es nur relative Bewegungen und keine absoluten. Die Vektoren müssen alle im selben Intertialsystem gegeben sein.

Refraktion - Refraction

Luftdruck, Temperatur und Luftfeuchtigkeit der *Erdatmosphäre* wirken sich auf alle Beobachtungen aus, die von der Erde aus vorgenommen werden². Kennt man die aktuellen Werte nicht, kann man eine *Normalatmosphäre* von 15 Grad Celsius und 1013.25 Hektopascal zugrundelegen.

Die *Atmosphäre* wirkt sowohl refraktiv, als auch dispersiv und extinktiv. Auch wenn die Abhängigkeit von der Lichtwellenlänge (rötliche Sonne am Horizont) und die enorme Abschwächung der Lichtintensität (die Sonne am Horizont kann man mit bloßem Auge betrachten) eine durchaus nicht nur romantische Rolle spielen können, wird im weiteren nur die Lichtkrümmung, die Refraktion, behandelt.

²n 45 Grad Elevation verursacht die Refraktion eine vertikale Richtungsabweichung von etwa einer Bogenminute.

Der jeweilige, momentane Aufbau der Atmosphäre ist meist ungenügend bekannt. Zum einen liegt es an turbulenten Luftströmungen und zum anderen daran, daß nicht jederzeit an allen Punkten der durchquerten Atmosphäre aktuelle Meßdaten von Temperatur T , Luftdruck P und Partialdruck des Wasserdampfes verfügbar sind.

Man greift deshalb auf theoretische Modelle zurück, die bei bekannten atmosphärischen Daten auf der Beobachtungsstation den kompletten Aufbau der restlichen Atmosphäre ableiten.

Für *Elevationen* e größer 15, bzw. $z=90-e$ kleiner 75 Grad, genügt die einfache Formel [Mueller]

$$\Delta z = \frac{P}{T} (16.293 \tan z - 0.0187 \tan^3 z)$$

zur Beschreibung der *Refraktion*, mit z *Zenitdistanz*, P Luftdruck in Hektopascal und T Temperatur in Kelvin. Um Δz Bogensekunden liegt beispielsweise ein Stern tiefer als beobachtet.

Für geringere Elevationen e (< 15 Grad) ist der Zusammenhang, wie bei [Seidelmann] angegeben, vorzuziehen:

$$\Delta e = \frac{P}{T} \left(\frac{0.1594 + 0.0196e + 0.00002e^2}{1.0 + 0.505e + 0.0845e^2} \right)$$

e und Δe verstehen sich hier im Gradmaß.

Zusammenfassung

Eine ganze Reihe von Objekten, die im Gebiet der Positionsastronomie auftauchen, wurde verbal und zum Teil mit mathematischen Formeln beschrieben. Sie stellen unsere „reale“ Welt dar. Welche Daten und Methoden wir tatsächlich für die Objekte der dazu passenden Modellwelt vorsehen, bleibt uns überlassen. Es mag auch sinnvoll erscheinen, weitere Objekte einzuführen, die den Umgang mit den bereits vorhandenen Objekten erleichtern. Für einzelne Objekte werden wir graphische Interfaces einführen. Damit werden sie zu Tools, die wir in einer sogenannten Toolbox verwalten und für Problemlösungen bereithalten. Und da das Ganze mit (Positions-) Astronomie zu tun, heisst die Toolbox Astro-Toolbox.

In der folgenden Tabelle sehen Sie einen Überblick über die bereits besprochenen Objekte. Zusätzlich sehen Sie die korrespondierenden Programmobjekte, die zum Beispiel bei einer Dekompilierung des Java-Archivs der Astro-Toolbox zutage treten. In der letzten Spalte sind auch, soweit vorhanden, die Tools aufgeführt, die sich auf die Programmobjekte beziehen. Mit diesen können sie letztendlich Schaltpläne zur Lösung von Aufgaben erstellen.

„reales“ Objekt	Programmobjekt	Tool
Zeit	JulianTime	Calendar
Kalender	CalendarDate	
Zeitskala	TimeScale	adjust Time Scale
Sternzeit	SiderealTime	Sidereal Time

ZUSAMMENFASSUNG

„reales“ Objekt	Programmobjekt	Tool
Beobachter	Observer	Observer Observer Map Observer List
Ekliptik	Ecliptic	Nur über die entsprechenden Transformationen verfügbar
Nutation	Nutation	
Präzession	Precession	
Polbewegung	PolarData	
Bahnelemente	OrbitElements	Orbit
Orbitvektor	OrbitVector	Orbit + build Orbit-Vector
Planet	PlanetOrbit + PlanetNames + PlanetData DE405 + DE405Ephem	Planet Orbit DE405-Ephemeris
Komet	CometOrbit + CometNames + CometData	Comet Orbit
Satellit	TleOrbit + TleNames + TleData + TleLine1 + TleLine2	TLE Orbit
Sterne	Fk5Star + Fk5StarData + Fk5StarCatalog Star + StarData + StarCatalog + StarName	Fk5 Star Map
Bezugssystem	ReferenceSystem	Reference System
Transformation	Transform	Transformation
Vektor	Vector3D + weitere GOCanvas	Vector Graphics of Vectors + Time Diagram + XY Diagram Vector Operation + Rotation
Matrix	Matrix	Nur als Bestandteil der Rotationen
Rotation	Rotation	Alle Rotationstransformationen
Translation	Translation	Alle Translationstransformationen
RefTimeOrbitVector	RefTimeOrbitVector über Vererbung aus TimeOrbitVector - OrbitVector und Vector3D und zusätzlich ein ReferenceSystem	RefTimeOrbitVector + build RefTimeOrbitVector
Gravitationslichtablenkung	LightDeflection	Light Deflection (Ecliptic J2000)
	LightDeflectionA	Light Deflection (Equator)
Lichtablenkung wegen Relativgeschwindigkeit	Vector3D + TLinearAberration	Linear Aberration
Refraktion	Weather + TRefraction	Refraction

Literatur

- Balzer H.:** *Lehrbuch der Software-Technik – Software-Entwicklung*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1996 (mit CD-ROM)
- Bastos A.:** *Celestial Objects and Satellite Astronomy*. ESRO SP-89, October 1974
- Brumberg V.A.:** *Essential Relativistic Celestial Mechanics*, Adam Hilger, Bristol, 1991
- Egger D.:** *Objektorientierte Modellierung eines Teilbereichs der Astronomie und Himmelsmechanik mit Implementierung in Java*. Shaker Verlag, Aachen, 2000
- Epstein L.C.:** *Relativitätstheorie – anschaulich dargestellt*, Birkhäuser, Basel, 1985
- Fliessbach T.:** *Allgemeine Relativitätstheorie*, BI-Wiss.-Verl., Mannheim, 1990
- Fowler M., Scott K.:** *UML konzentriert*, Addison Wesley, Bonn, 1998
- Grossman N.:** *The sheer Joy of Celestial Mechanics*, Birkhäuser, Boston, 1996
- Hekimoglu S.:** *Generalized iterative solution for geodetic coordinates from cartesian coordinates*. In: Bolletino di Geodesia e Scienze affini, No. 2, 1995
- Herrmann J.:** *dtv-Atlas zur Astronomie*. Deutscher Taschenbuch Verlag, München, 1990
- Kaufmann W.J. III, Comins N.F.:** *Discovering the Universe*, 4th Ed., Freeman, New York, 1996 (with CD-ROM)
- Meeus J.:** *Astronomical Formulae for Calculators*, 3rd Ed., Willmann-Bell, Richmond, 1985
- Meeus J.:** *Astronomische Algorithmen*, Barth, Leipzig, 1992
- Middendorf S., Singer R., Strobel S.:** *JAVA Programmierhandbuch und Referenz*, dpunkt, Heidelberg, 1996
- Moore P., Zimmer H.:** *Guinness Buch der Sterne*. Ullstein Verlag, Frankfurt/Main, 1985
- Mueller I.I.:** *Introduction to Satellite Geodesy*. Frederick Ungar Publishing Co., New York, 1964
- North G.:** *Astronomy Explained*, Springer, London, 1997
- Oestereich B.:** *Objektorientierte Softwareentwicklung*, Oldenbourg Verlag, München Wien, 1998
- Petrahn G.:** *Grundlagen der Vermessungstechnik*, Cornelsen, Berlin, 1996
- Schmutzer E.:** *Relativitätstheorie aktuell*, 5. Aufl., Teubner, Stuttgart, 1996
- Schneider M.:** *Himmelsmechanik*, mehrere Bände, 3. völlig neu bearb. und erw. Auflage, BI-Wiss.-Verl., Mannheim: Band 1, 1992 und Band 2, 1993, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg: Band 3, 1996 und Band 4, 1999
- Schneider M.:** *Satellitengeodäsie*, BI-Wiss.-Verl., Mannheim, 1988
- Schröder U.E.:** *Spezielle Relativitätstheorie*, 3. Aufl., Harri Deutsch, Thun, 1994
- Seeber G.:** *Satellite Geodesy*, de Gruyter, Berlin, 1993
- Seidelmann K. (Ed.):** *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, University Science books, Mill Valley, CA, 1992
- Sigl R.:** *Geodätische Astronomie*, 3. Auflage, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1983
- Sun:** www.sun.com, Java Development Kit + Documentation + Star Office
- Taff L.G.:** *Computational Spherical Astronomy*, Wiley, New York, 1981

The Astronomical Almanac for the Year 1984, Her Majesty's Stationery Office, London, 1983

Vanicek P., Krakiwsky E.: *Geodesy – The Concepts*, 2nd Ed., North-Holland, Amsterdam, 1986

Vogel H.: *Gerthsen Physik*, 18. Aufl., Springer, Berlin, 1995

Wilhelms G., Kopp M.: *Java professionell*, MIPT-Verlag, Bonn, 1999

Zimmermann H., Weigert A.: *ABC-Lexikon Astronomie*, 8. Aufl., Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1995

Index

A		
Aberration	34	
Abplattung	14	
Anomalie	19f.	
exzentrische	20	
mittlere	20	
wahre	20	
Apozentrum	21	
Atmosphäre	34	
aufsteigender Knoten	19	
Äquatorebene	20	
Äquatorradius	14	
Äquatorsystem	28	
B		
Bahnbestimmung	24	
Bahnelemente	23	
Bahnellipse	19	
Bahnepoche	20	
Bahnknoten	22	
Bahnneigung	22	
Bahnstörungen	24	
Bewegungsgleichungen	8, 19, 23	
Bezugssystem	26f.	
Bezugssystem J2000	17	
Bezugssystem-Epoche	20	
Breite	14	
Brennpunkt	21	
Bulletin B	18	
Bulletin C	11	
D		
DE405	23	
E		
Eigenbewegung	26	
Ekliptikebene	20	
Ekliptikschiefe	15	
Ekliptiksystem	24, 28	
Elevation	35	
Ellipse	19f., 22	
Ellipsoid	14	
Ephemeriden	23	
Ephemeridenzeit	8	
Erddrehung	12	
erdfeste Systeme	33	
Erdform		13
Erdrotation		19
Erdrotationsparameter		18
ET		9
Exzentrizität		19f.
F		
fiktive Sonne		13
FK5		26
Frühjahrsanfang		9
Frühlingspunkt		11, 20, 27
Fundamentalkatalog		26
Fundamentalsterne		26
G		
GAST		13, 33
geodätische Koordinaten		14
geozentrische Koordinaten		14
Geozentrum		14
GMST		12, 33
GPST		10
Gregorianischer Kalender		9
Grosse Halbachse		19
H		
Halbachse		20
Himmelskörper		22
Horner-Schema		24
Höhe		14
I		
IAU		8
ICRS		27f.
IERS Conventions		8, 13
Inertialsystem		8
Inklination		19, 22
ITRS		27f.
J		
Jahreszeiten		15
julianisches Jahr		8
K		
Kalender		8
Kalenderreform		9
Keplerbahn		20, 23f.
Keplerellipse		19

Keplergleichung	20f.	Satellit	24
Komet	23f.	Satellitenbahn	25
Kreisbahn	20f.	Schaltjahr	9
		Schaltsekunde	11
L		Schiefe der Ekliptik	15
Länge	14	SI-System	8
Lichtablenkung	34	Sonne	34
		Sonnenzeit	13
M		Sterne	25, 34
Mars	23	Sternkatalog	26
Meridian von Greenwich	11	Sternzeit	13
Mittag	13	Sternzeit-Winkel	12
		T	
N		TAI	9
Nutation	15	TAI - UTC	11
Nutation in Länge	16	TDB - TT	10
Nutation in Schiefe	16	TDT	9
Nutationselemente	16	Translationsvektor	30
		tropisches Jahr	8
P		TT	9f.
Parallaxe	26	TT - TAI	10
Parallelverschiebung	29	Two-Line-Elements	25
Parsec	26	U	
Perihel	24	UT1	9, 12, 18
Perizentrum	19, 21	UT1 - UTC	10, 18
Planet	23	UT1R	19
Planetentheorie	28	UTC	9f.
Pluto	23	V	
Polkoordinaten	19	vereinbarter Pol	14, 33
Polradius	14	Z	
Präzessionselemente	17	Zeitgleichung	13
proleptischer Kalender	9	Zeitskala	10
		Zenitdistanz	35
R		Zweikörperproblem	19
Referenzsystem	27		
Refraktion	34f.		
Rotationsmatrix	29		
S			

Veröffentlichungen in der Schriftenreihe IAPG / FESG (ISSN 1437-8280):
Reports in the series IAPG / FESG (ISSN 1437-8280):

- No. 2:** Nitschke M. (1999). *SATLAB – Ein Werkzeug zur Visualisierung von Satellitenbahnen.* ISBN 3-934205-01-1.
- No. 3:** Tsoulis D. (1999). *Spherical harmonic computations with topographic/isostatic coefficients.* ISBN 3-934205-02-X.
- No. 4:** Dorobantu R. (1999). *Gravitationsdrehwaage.* ISBN 3-934205-03-8.
- No. 5:** Schmidt R. (1999). *Numerische Integration gestörter Satellitenbahnen mit MATLAB.* ISBN 3-934205-04-6.
- No. 6:** Dorobantu R. (1999). *Simulation des Verhaltens einer low-cost Strapdown-IMU unter Laborbedingungen.* ISBN 3-934205-05-4.
- No. 7:** Bauch A., Rothacher M., Rummel R. (2000). *Bezugssysteme in Lage und Höhe. Tutorial zum Kursus INGENIEURVERMESSUNG 2000.* ISBN 3-934205-06-2.
- No. 8:** Rothacher M., Zebhauser B. (2000). *Einführung in GPS. Tutorial zum 3. SAPOS-Symposium 2000 in München.* ISBN 3-934205-07-0.
- No. 9:** Ulrich M. (2000). *Vorhersage der Erdrotationsparameter mit Hilfe Neuronaler Netze.* ISBN 3-934205-08-9.
- No. 10:** Seitz F. (2000). *Charakterisierung eines bistatischen Rayleigh- und Raman-Lidars zur Bestimmung von höhen aufgelösten Wasserdampfprofilen.* ISBN 3-934205-09-7.
- No. 11:** Meyer F. (2000). *Messung von höhen aufgelösten Wasserdampfprofilen unter Verwendung eines bistatischen Raman-Lidars.* ISBN 3-934205-10-0.
- No. 12:** Peters T. (2001). *Zeitliche Variationen des Gravitationsfeldes der Erde.* ISBN 3-934205-11-9.
- No. 13:** Egger D. (2001). *Astronomie und Java – Objekte der Astronomie.* ISBN 3-934205-12-7.
- No. 14:** Steigenberger P. (2002). *MATLAB-Toolbox zur TOPEX/POSEIDON Altimeterdatenverarbeitung.* ISBN 3-934205-13-5.
- No. 15:** Schneider M. (2002). *Zur Methodik der Gravitationsfeldbestimmung mit Erdsatelliten.* ISBN 3-934205-14-3.
- No. 16:** Dorobantu R., Gerlach C. (2004). *Investigation of a Navigation-Grade RLG SIMU type iNAV-RQH.* ISBN 3-934205-15-1.
- No. 17:** Schneider M. (2004). *Beiträge zur Bahnbestimmung und Gravitationsfeldbestimmung mit Erdsatelliten sowie zur Orientierung von Rotationssensoren.* ISBN 3-934205-16-X.
- No. 18:** Egger D. (2004). *Astro-Toolbox, Theorie.* ISBN 3-934205-17-8.

Weitere Exemplare können bezogen werden unter:

Copies are available from:

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie
Technische Universität München
Arcisstrasse 21
D-80290 München
Germany
Telefon: +49-89-289-23190
Telefax: +49-89-289-23178
Email: gerlach@bv.tum.de

Oder im Internet:

Or via Internet:

<http://tau.fesg.tu-muenchen.de/~iapg/web/veroeffentlichung/schriftenreihe/schriftenreihe.php>

