

**Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme
Technische Universität München**

**Modellbasierte Regelung von Robotern mit
elastischen Gelenken ohne abtriebsseitige Sensorik**

Matthias Kurze

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Georg Herzog

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. h.c. Dierk Schröder, i.R.
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Boris Lohmann
3. Hon.-Prof. Dr.-Ing. Martin Otter

Die Dissertation wurde am 07.02.2008 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 16.06.2008 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung für Systemdynamik und Regelungstechnik am Institut für Robotik und Mechatronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Oberpfaffenhofen.

Herrn Dr.-Ing. Johann Bals, Leiter der Abteilung für Systemdynamik und Regelungstechnik, sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin Otter danke ich für die Ermöglichung dieser Arbeit sowie für die zielgerichtete Betreuung der Arbeit am DLR. Bei Herrn Prof. Otter möchte ich mich zudem für die Erstellung des dritten Gutachtens bedanken.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. h.c. Dierk Schröder danke ich für die Betreuung der Arbeit an der TU München und die Übernahme des Erstgutachtens.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Boris Lohmann danke ich für sein Interesse an meiner Arbeit sowie die Übernahme des Zweitgutachtens.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Georg Herzog für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Darüber hinaus gilt mein Dank den Robotik-Teamkollegen Matthias Löhning und Matthias Reiner vom DLR sowie Dr. Michael Thümmel und Dr. Martin Weiß vom Industriekooperationspartner KUKA Roboter GmbH, die in verschiedensten anregenden Diskussionen zum Gelingen der vorliegenden Arbeit beigetragen haben. Herrn Dr. Dieter Kaesbauer danke ich für die besonders sorgfältige Durchsicht der Arbeit.

Nicht zuletzt gilt mein Dank meinen Eltern, die mir meine Ausbildung ermöglicht haben.

München, August 2008

Matthias Kurze

Kurzzusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Regelungskonzept für Roboter mit elastischen Gelenken entworfen und experimentell an einem Industrieroboter erprobt. Ziel dieser Regelung ist es, ohne den Einsatz zusätzlicher Sensorik die Dynamik von Robotern hinsichtlich Bahngenauigkeit und Störverhalten zu verbessern.

Der Roboter stellt aus systemtheoretischer Sicht ein nichtlineares, verkoppeltes Mehrgrößensystem mit einem sehr großen Arbeits- und Betriebsbereich dar. Daher wird ein modellbasiertes Regelungskonzept entwickelt, welches eine Entkopplung von Regelkreisen sowie eine Kompensation betriebszustandsabhängiger Nichtlinearitäten ermöglicht, so dass eine hohe Regelgüte im gesamten Arbeits- und Betriebsbereich erreicht werden kann.

Ein Schwerpunkt der Arbeit ist der Entwurf eines neuartigen, nichtlinearen Beobachters, mit dessen Hilfe die nicht messbaren Zustände geschätzt werden können. Um eine korrekte Zustandsschätzung zu gewährleisten, ist es zudem erforderlich, die vom Betriebszustand abhängige Reibung online zu identifizieren und zu kompensieren. In diesem Zusammenhang wird eine neue Methode aufgezeigt, wie bei einem nichtlinearen Mehrgrößensystem Reibung mit Hilfe von Neuronalen Netzen online identifiziert und kompensiert werden kann. Abschließend wird die entworfene Regelung an einem Standardindustrieroboter implementiert und die Verbesserung der Regelgüte durch Messungen belegt.

Abstract

In this thesis a controller for elastic joint robots is designed and tested experimentally on an industrial robot. The objective of the control design is to improve robot dynamics with respect to path accuracy and disturbance rejection.

The robot is systemtheoretically a nonlinear coupled system with multiple inputs and multiple outputs and a large operating range. To achieve a good performance for the complete operating range a model based controller is designed. It enables to decouple the control loops and to compensate nonlinearities depending on operating conditions.

A focus of this thesis is the design of a novel, nonlinear observer to estimate non-measurable states. To achieve a correct estimation it is essential to identify and compensate friction online, because it depends on operating condition. In this context a new method is presented for online identification and compensation of friction for nonlinear control systems with multiple inputs and multiple outputs using neuronal networks. Finally the designed controller is implemented and tested on a standard industrial robot to demonstrate the improvement of the robot control performance.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Stand der Technik	2
1.3	Beitrag und Struktur der Arbeit	4
2	Modellbildung	6
2.1	Modellierung der Mehrkörperdynamik	7
2.2	Modellierung der Reibung	13
2.3	Modellierung des Antriebs	16
2.4	Realisierung des Modells in Modelica/Dymola	16
3	Parameteridentifikation	19
3.1	Parameter des Mehrkörpersystems	20
3.2	Identifikation der Gelenkparameter	21
3.2.1	Messtechnik	21
3.2.2	Identifikation	22
3.3	Messung einer Reibkennlinie	24
3.4	Modellverifikation	25
4	Identifikation und Kompensation von Reibung	28
4.1	Motivation	28
4.2	Methoden zur Reibungskompensation	33
4.3	Linearer Störgrößenbeobachter	34
4.3.1	Grundlagen der Störgrößenbeobachtung	34
4.3.2	Beobachterentwurf für ein elastisches Gelenk	35
4.3.3	Simulationsergebnisse	37
4.3.4	Nichtlineare modellbasierte Erweiterung	38
4.3.5	Messergebnisse	38
4.4	Disturbance Observer	41
4.4.1	Referenzübertragungsverhalten G_n	41
4.4.2	Q-Filter	42
4.4.3	Messergebnisse	44

4.5	Lernfähiger Beobachter	46
4.5.1	Prinzip und Struktur des lernfähigen Beobachters	47
4.5.2	Voraussetzungen für den Entwurf	48
4.5.3	Neuronale Netze als Funktionsapproximatoren	49
4.5.4	Radial Basis Function Netz	51
4.5.5	General Regression Neural Network	52
4.5.6	Harmonisch Aktiviertes Neuronales Netz	56
4.5.7	Trainieren von Neuronalen Netzen	57
4.5.8	Virtuelle Stützwerte	62
4.5.9	Beobachterentwurf für elastisches Robotergelenk	63
4.5.10	Robustheit	65
4.5.11	Implementierung und Messergebnisse	67
4.6	Neuronale Online-Identifikation am Roboter	71
4.7	Zusammenfassung der Ergebnisse	75
5	Zustandsbeobachtung bei elastischen Mehrkörpersystemen	78
5.1	Einleitung	78
5.2	Beobachtbarkeit nichtlinearer Systeme	79
5.2.1	Grundlagen	79
5.2.2	Beobachtbarkeitsanalyse des Roboters	81
5.3	Nichtlineare Beobachterentwurfsmethoden	83
5.3.1	Tauscher Beobachter	83
5.3.2	Normalform-Beobachter	84
5.3.3	Erweitertes Kalman-Filter	87
5.4	Dezentraler Beobachterentwurf	89
5.4.1	Grundlagen	89
5.4.2	Approximation durch Störmodelle	91
5.4.3	Approximation durch kombinierte Abschluss- und Störmodelle	93
5.4.4	Entkopplung durch Vorsteuerung	94
5.4.5	Entwurf dezentraler, nichtlinearer Teilsystembeobachter	95
5.4.6	Entwurf verkoppelter, nichtlinearer Teilsystembeobachter . . .	100
5.5	Beobachterentwurf am Beispiel eines Roboters	102
5.5.1	Auslegung der Beobachterrückführverstärkungen	103
5.5.2	Vorgabe des Anfangszustandes	104
5.5.3	Messergebnisse	104
6	Regelungskonzept ohne abtriebsseitige Sensorik	109
6.1	Einleitung	109
6.2	Struktur mit zwei Freiheitsgraden	109
6.2.1	Prinzip	109
6.2.2	Realisierung des Konzepts am Roboter	111
6.2.3	Reglerauslegung	112

6.3	Stabilitätsanalyse	114
6.3.1	Analyse bei Über- und Unterkompensation von Reibung	115
6.3.2	Analyse bei Lose	120
6.4	Robustheitsanalyse	126
6.5	Messergebnisse	129
7	Zusammenfassung und Ausblick	135
A	Kinematik	139
A.1	Vorwärtstransformation	139
A.2	Jacobi-Matrix	140
B	Hardware-in-the-Loop Umgebung (HiL)	142
B.1	Echtzeitumgebung xPC Target	142
B.2	Hardware-in-the-Loop Optimierung	144
C	Beschreibungsfunktion	146
D	μ-Analyse	148
D.1	Unsicherheitsmodellierung	148
D.2	Normierung	149
D.3	Der strukturierte Singulärwert μ	150
D.4	Robuste Stabilität	151
E	Bezeichnungen	152
	Literaturverzeichnis	156

Abbildungsverzeichnis

1.1	Struktur einer P-PI-Kaskadenregelung	2
2.1	Anordnung von Motor und Glied	8
2.2	Viskositäts-Temperatur-Verhalten eines Öls [40]	15
2.3	Reibmoment in Abhängigkeit der Drehzahl	15
2.4	Objektdiagramm des Simulationsmodells und des Getriebes	17
3.1	Abmessungen und Arbeitsraum des KUKA KR 16 [27]	21
3.2	Infrarot-Kamera der Firma Metris	22
3.3	Vergleich Abtriebsposition nach äußerer Anregung	24
3.4	Messung und Fit einer Reibkennlinie	25
3.5	Modellvalidierung bei kurzer PTP-Bewegung	26
3.6	Modellvalidierung bei langer PTP-Bewegung	27
4.1	Positioniervorgang mit abwechselnden Gleit- und Haftphasen	29
4.2	Stick-Slip-Effekt	31
4.3	Hunting-Effekt	32
4.4	Struktur des Störgrößenbeobachters	35
4.5	Simulationsergebnisse Störgrößenbeobachter	37
4.6	Geschwindigkeitsprofil einer Reversierbewegung	39
4.7	Wirksamkeit der nichtlinearen, modellbasierten Erweiterung	40
4.8	Vergleichsmessungen Störgrößenbeobachter	41
4.9	Struktur Disturbance Observer	42
4.10	Messergebnisse Disturbance Observer	45
4.11	Regelstrecke mit isolierter Nichtlinearität	46
4.12	Struktur lernfähiger Beobachter	47
4.13	Gaußfunktion	50
4.14	Interpolationsverhalten des RBF-Netzes	52
4.15	Aufbau eines GRNN	53
4.16	Interpolationsverhalten des GRNN	53
4.17	Einfluss des Glättungsfaktors auf das Lernergebnis	55
4.18	Lernergebnis	56
4.19	Struktur des Fehlermodells 3	61

4.20	Struktur des Fehlermodells 4	61
4.21	Bode-Diagramm der Fehlerübertragungsfunktion	65
4.22	Lernergebnis bei falsch angenommener Last	66
4.23	Lernergebnis bei falsch angenommener Trägheit	66
4.24	Lernergebnis bei falsch angenommenen Gelenkparametern	67
4.25	Ergebnisse der Online-Identifikation von Reibung	69
4.26	Einfluss der Lerngeschwindigkeit	70
4.27	Messergebnisse Lernfähiger Beobachter	70
4.28	Ergebnisse Neuronale Online-Identifikation	74
4.29	Ergebnisse Neuronale Online-Kompensation	75
4.30	Vergleich der untersuchten Methoden	76
5.1	Verkopplung zweier Teilsysteme	90
5.2	Teilsystem um Störmodell erweitert	93
5.3	Teilsystem um kombiniertes Abschluss-/Störmodell erweitert	93
5.4	Struktur nichtlinearer, dezentraler Beobachter	98
5.5	Fiktive Regelung zur Fehlerdifferentialgleichung [14]	102
5.6	Beobachterrückführverstärkung	104
5.7	Einfluss der Reibung auf die Zustandsschätzergebnisse	105
5.8	Validierung Zustandsschätzung Achse 1	106
5.9	Vergleich Schätzung dezentraler und gekoppelter Teilsystembeobachter	107
5.10	Zustandsschätzung Achse 2 und 3 bei kurzer PTP-Bewegung	107
5.11	Zustandsschätzung Achse 2 und 3 bei langer PTP-Bewegung	108
6.1	Regelung mit zwei strukturellen Freiheitsgraden	110
6.2	Reibungskompensierter Roboter	111
6.3	Modellbasiertes Regelungskonzept	112
6.4	Regelkreisstruktur mit nichtlinearer Reibung	116
6.5	Reibkennlinie	117
6.6	Stabilitätsanalyse bei Unterkompensation	119
6.7	Stabilitätsanalyse bei Überkompensation	120
6.8	Losekennlinie als Totzone	121
6.9	Modellierung von Lose mit einer Begrenzungskennlinie	121
6.10	Regelkreisstruktur mit nichtlinearer Lose	122
6.11	Ortskurve bei hoher Eigendynamik	124
6.12	Simulation Lose	125
6.13	Ortskurve bei niedrigerer Eigendynamik	126
6.14	Zweimassenmodell mit unsicherer Lastträgheit	127
6.15	Ergebnisse einer μ -Analyse	129
6.16	Arbeitspunkte bei Positionierversuchen Achse 1	130
6.17	Positionierverhalten bei PTP-Bewegung (Arbeitspunkt 1)	131
6.18	Positionierverhalten bei PTP-Bewegung (Arbeitspunkt 2 und 3)	132

6.19	Vergleich Abtriebsposition beim Bahnfahren	133
6.20	Positionierverhalten bei falsch parametrierter Last	134
B.1	Integration eines Dymolamodells in Simulink	143
B.2	Struktur der Echtzeitumgebung	143
B.3	Ablauf der Optimierung	144
D.1	Nominelle Strecke mit Modellunsicherheiten	149

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Problemstellung

Durch die fortschreitende Globalisierung kommt es in der Produktion zu einem erhöhten Wettbewerb hinsichtlich Qualität und Kosten. Um sowohl Qualitätssteigerungen als auch Kostensenkungen in der Produktion erreichen zu können, ist es erforderlich, die Produktionsabläufe zunehmend zu automatisieren. Eine zentrale Rolle bei Automatisierungslösungen nehmen hierbei aufgrund ihrer vielfältigen Einsatzmöglichkeiten die Industrieroboter ein, die zunehmend zum Einsatz kommen. Durch eine Verbesserung der Leistungsfähigkeit der Roboter können daher Produktivitätssteigerungen erzielt werden. Ein zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit von Robotern oft verwendetes Maß ist hierbei die sogenannte Taktzeit. Unter Taktzeit wird allgemein die durchschnittliche Zeit verstanden, in der eine Mengeneinheit ein Produktionssystem verlässt. Im Fall von Industrierobotern bezeichnet die Taktzeit beispielsweise die Zeit, die ein Roboter zum Abfahren eines Standardprogramms zum Punktschweißen in der Automobilindustrie benötigt, um die erforderlichen Schweißpunkte an einer Karosserie zu setzen. Durch den Einsatz leistungsstarker Motoren kann die Dynamik der Roboter hinsichtlich des Fahrverhaltens erhöht werden. Es kommt jedoch aufgrund von Elastizitäten in den Getrieben der Gelenke bei hochdynamischen Bewegungen zum Auftreten von unerwünschten Schwingungen. Besonders kritische Bewegungen bezüglich des Auftretens von Schwingungen sind beispielsweise die sogenannten Punkt-zu-Punkt-Bewegungen, bei denen der Roboter so schnell wie möglich von einem Punkt zum nachfolgenden Punkt fährt. Durch die auftretenden hohen Beschleunigungen und Verzögerungen werden insbesondere am Ende eines Positioniervorgangs Schwingungen angeregt. Applikationen, die diese Bewegungen beinhalten, sind beispielsweise das Punktschweißen oder die Montage. Um unmittelbar nach Beendigung eines Positioniervorgangs mit der Applikation beginnen zu können, ist es daher wünschenswert, diese Schwingungen zu vermeiden bzw. zu unterdrücken. Eine Möglichkeit besteht darin, dies durch konstruktive Maßnahmen wie beispielsweise den Einsatz von Getrieben mit einer höheren Steifigkeit

zu realisieren. Steifere Getriebe sind jedoch im Allgemeinen teurer und schlagen sich im Verkaufspreis eines Roboters nieder. Eine andere Möglichkeit besteht darin, durch regelungstechnische Methoden insbesondere die Eigendynamik des Roboters zu verbessern, so dass auftretende Schwingungen schneller ausgeregelt werden. Sofern keine zusätzliche Sensorik für die Realisierung der Regelung notwendig ist und die Algorithmen auf handelsüblichen Industrie-PCs in Echtzeit gerechnet werden können, kann somit relativ kostengünstig durch eine softwaretechnische Lösung das Fahrverhalten verbessert werden. Moderne regelungstechnische Methoden basieren hierbei auf einem Modell des zu regelnden Systems. Die Entwicklung eines modellbasierten Regelungskonzepts, welches auf einem handelsüblichen Roboter umgesetzt werden kann, ist Gegenstand dieser Arbeit. Im folgenden Abschnitt wird zunächst ein Überblick gegeben über regelungstechnische Methoden im Bereich der Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken.

1.2 Stand der Technik

Eine weit verbreitete Regelungsstruktur in der Robotik ist die aus der elektrischen Antriebstechnik bekannte P-PI-Kaskadenregelung mit Geschwindigkeits- und Momentenvorsteuerung [60]. Die Struktur dieser Regelung ist in Abb. 1.1 dargestellt.

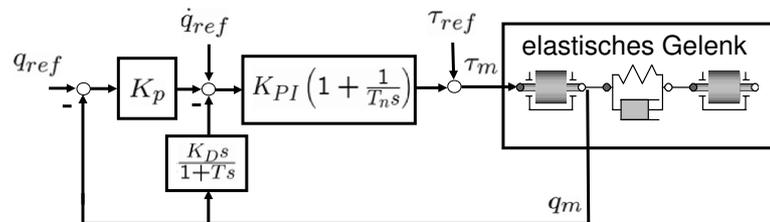


Abbildung 1.1: Struktur einer P-PI-Kaskadenregelung

Dem Lageregelkreis mit der Reglerverstärkung K_p ist ein Drehzahlregelkreis unterlagert, dessen Regler durch die Übertragungsfunktion $G(s) = K_{PI} \left(1 + \frac{1}{T_n s}\right)$ beschrieben wird. Dem Drehzahlregelkreis ist ein PI-Stromregelkreis unterlagert. Die Dynamik des Stromregelkreises ist deutlich höher als die der äußeren Regelkreise, so dass er im Bereich der Roboterregelung in der Literatur im Allgemeinen nicht betrachtet wird (vgl. Abschnitt 2.3). Die Motorposition q_m wird mit Hilfe eines Resolvers gemessen. Die Motorgeschwindigkeit wird numerisch aus der gemessenen Motorposition berechnet. Vorteil der Kaskadenstruktur ist, dass physikalische Systembeschränkungen, wie beispielsweise maximal realisierbare Geschwindigkeiten oder Ströme, in sehr einfacher Weise berücksichtigt werden können, da der innere Regelkreis jeweils die Stellgröße des äußeren Regelkreises ist. Weiterhin existieren

für P-, PI- bzw. PID-Regler Einstellregeln, bei denen kein Modell der Regelstrecke aufgestellt werden muss [14], [50], [60]. Nachteil dieser Reglerstruktur ist, dass die für die Anwendung in der Praxis relevante Abtriebsposition nicht direkt geregelt wird. Die Regelgüte ist daher begrenzt, insbesondere kommt es zum Auftreten schwach gedämpfter Schwingungen.

Einen sehr guten Überblick über Regelungsstrukturen, die das nichtlineare System theoretisch nachweisbar stabilisieren können, findet man in [9]. Hierbei wird unterschieden zwischen Stabilitätsaussagen bezüglich eines Positioniervorgangs ($\dot{q}_{ref} = 0$) und Stabilitätsaussagen bezüglich des Folgens einer Solltrajektorie, was ein härteres Kriterium darstellt. Die einfachste Reglerstruktur, für die globale asymptotische Stabilität beim Positionieren gezeigt werden kann, ist eine PD-Regelung mit einer Kompensation der Gewichtskraftmomente durch Vorsteuerung [71]. Für den Fall des Folgens einer Solltrajektorie kann für diese Struktur keine globale Stabilität nachgewiesen werden. Für diesen Fall werden nichtlineare Regelungskonzepte vorgeschlagen. Eine bedeutende Rolle spielt hierbei die Feedback-Linearisierung. Die Idee dieses Verfahrens besteht darin, ein nichtlineares verkoppeltes Mehrgrößensystem durch den Einsatz eines nichtlinearen Reglers zu entkoppeln und zu linearisieren, so dass die Stabilität mit Hilfe von linearen Stabilitätskriterien nachgewiesen werden kann [15]. Bei linearen Systemen ist die Stabilität zudem unabhängig von den Eingangsgrößen, in diesem Fall der Referenztrajektorie. Für das im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendete sogenannte reduzierte Modell wurde dieses Konzept in [64] angewendet. Für das vollständige Modell wurde dieser Ansatz erstmalig in [8] vorgestellt. Im Hinblick auf eine praktische Implementierung ist jedoch zu beachten, dass die Abtriebsposition sowie deren ersten drei Ableitungen bekannt sein müssen. Weiterhin muss die Referenztrajektorie viermal differenzierbar sein. Daher ist diese Regelungsmethode nicht praktikabel.

Da es das Ziel ist, ein modellbasiertes Regelungskonzept zu entwickeln, welches an einem Standardindustrieroboter zur Regelung eingesetzt werden kann, sind besonders die existierenden Arbeiten von Interesse, in denen die vorgestellten Regelungskonzepte auch im Rahmen von Experimenten an Robotern getestet wurden. Hierbei spielen zusätzliche nichtlineare Effekte, wie Reibung sowie die verfügbare Messinformation, eine wesentliche Rolle. Diese Arbeiten lassen sich daher sehr gut unter dem Aspekt der zur Regelung eingesetzten Sensorik gliedern. In [28] werden die motorseitigen Zustände mit Resolver und Tachogenerator gemessen sowie die Abtriebsposition mit einem hochauflösenden Winkelkodierer. Basierend auf diesen Messwerten werden achsweise lineare Regler entworfen. Zusätzlich wird eine Reibungskompensation vorgenommen. In [37] werden zusätzliche inkrementale Drehgeber verwendet, mit denen die abtriebsseitigen Gelenkwinkel hochgenau gemessen werden können. Auf Basis der Messgrößen Motor- und Abtriebsposition werden dezentrale lineare Störgrößenbeobachter entworfen. Da an jedem Gelenk zwei Messgrößen zur Verfügung stehen, können an- und abtriebsseitige Störmomente getrennt onli-

ne geschätzt und kompensiert werden. Antriebsseitig wird die Reibung als Störung betrachtet, abtriebsseitig die Koppelmomente der Achsen untereinander, so dass eine Entkopplung der Achsen erzielt wird. Auf Basis der entkoppelten Achsmodele werden lineare Zustandsregler entworfen. Dieses Prinzip wird auch in [61] angewendet, wobei auch dezentrale Zustandsregler, basierend auf einem nichtlinearen Gelenkmodell, entworfen werden. In [2] werden am DLR-Leichtbauroboter zusätzliche zu den üblichen motorseitigen Positionssensoren Drehmomenten-Sensoren in den Gelenken zur Regelung verwendet. Unter Verwendung dieser Messgrößen sowie deren zeitlichen Ableitungen werden dezentrale Zustandsregler entworfen. Die Regelung wird ergänzt um eine modellbasierte Reibungskompensation. In [68] wurde unter Verwendung zusätzlicher Beschleunigungssensoren ein nichtlinearer Beobachter zur Zustandsschätzung entworfen. Vorteil hierbei ist, dass durch den Einsatz der Beschleunigungssensoren der Beobachter auf der Basis entkoppelter Achsmodele entworfen werden kann. Die Berechnung der Mehrkörperdynamik im Beobachter ist daher nicht notwendig. Die eingesetzte Reglerstruktur ist eine Struktur mit zwei strukturellen Freiheitsgraden. Als Steuerung, die den ersten Freiheitsgrad dieser Struktur darstellt, wird die Inverse des Robotermodells verwendet. Dieses Vorgehen wird auch als Feedforward-Linearisierung bezeichnet. Zur Regelung, die den zweiten Freiheitsgrad darstellt, werden lineare PI-Zustandsregler eingesetzt, die dezentral auf der Basis eines entkoppelten linearen Zwei-Massen-Modells ausgelegt werden und die vom Beobachter geschätzten Zustände verwenden. Die Reibung wird modellbasiert kompensiert.

1.3 Beitrag und Struktur der Arbeit

Entsprechend Abschnitt 1.2 werden in bisherigen Arbeiten bei der experimentellen Erprobung von modellbasierten Regelungskonzepten zusätzliche Sensoren eingesetzt, die neben der standardmäßig gemessenen Motorposition beispielweise die Messung der Abtriebsposition oder des Gelenkdrehmoments ermöglichen. Der Einsatz zusätzlicher Sensorik führt jedoch zu zusätzlichen Kosten und erhöht die Fehleranfälligkeit.

Ziel dieser Arbeit ist daher die Entwicklung und experimentelle Erprobung eines modellbasierten Regelungskonzepts, welches ohne zusätzliche Sensorik zur Regelung eines Standardindustrieroboters eingesetzt werden kann. Bei der Entwicklung des Regelungskonzepts ist daher neben der vorhandenen Sensorik auch die verfügbare Rechenleistung zu berücksichtigen. Das entwickelte Regelungskonzept soll hierbei beispielhaft an einem Standardindustrieroboter der KUKA Roboter GmbH getestet werden.

Die Entwicklung eines modellbasierten Regelungskonzeptes erfordert zunächst die Bildung eines Modells, welches die Dynamik eines Industrieroboters abbildet. In Kapitel 2 wird hierzu zunächst, basierend auf allgemein gültigen physikalischen

Zusammenhängen in Abhängigkeit von Parametern, eine geeignete Modellstruktur abgeleitet, die bei Robotern unterschiedlicher Bauarten und Traglasten verwendet werden kann. Die Ermittlung der Modellparameter für einen speziellen Roboter, in diesem Fall des KUKA KR 16, ist Gegenstand des Kapitel 3. Hierbei zeigt sich, dass Modellparameter zur Beschreibung der Reibung vom Betriebszustand abhängig sind. Da Reibung zudem wesentlichen Einfluss auf die Güte und Stabilität einer Regelung hat, besteht ein zentraler Bestandteil der Arbeit darin, Konzepte und Methoden zu untersuchen, mit denen eine Online-Identifikation und Kompensation der Reibung am Roboter möglich ist. Hierzu werden im Rahmen des Kapitel 4 zunächst anhand eines einzelnen elastischen Gelenks lineare Methoden in Form des Störgrößenbeobachters sowie des Disturbance Observers untersucht und erweitert. Weiterhin wird ein lernfähiges nichtlineares Verfahren zur Identifikation und Kompensation angewendet, bei der eine Identifikation unter Verwendung von online trainierten Neuronalen Netzen erfolgt. Abschließend wird ein neues Konzept vorgestellt, wie am Gesamtroboter unter Verwendung von Neuronalen Netzen eine Online-Identifikation und Kompensation von Reibung möglich ist. Die Wirksamkeit der durchgeführten Kompensation wird sowohl im Eingelenkfall als auch bei der Betrachtung des Gesamtroboters zunächst in Kombination mit einer einfachen Kaskadenregelung untersucht. Die Online-Identifikation der Reibung ist zudem für eine korrekte Zustandsschätzung am Roboter erforderlich, die im nachfolgenden Kapitel 5 behandelt wird. Die Kenntnis der Systemzustände ist Voraussetzung für die Anwendung von linearen und nichtlinearen Zustandsregelungsverfahren wie auch von modellprädiktiven Regelungsmethoden. Die Entwicklung eines neuartigen, nichtlinearen Beobachters mit dessen Hilfe die nicht messbaren Zustände geschätzt werden können, ist daher ein weiterer zentraler Bestandteil dieser Arbeit. Nach einer nichtlinearen Beobachtbarkeitsanalyse werden zunächst in anderen Anwendungsgebieten besonders weit verbreitete nichtlineare Entwurfsmethoden vorgestellt und hinsichtlich ihrer Eignung für den vorliegenden Anwendungsfall analysiert. Die vorgestellten Methoden sind sowohl für den Ein- als auch für den hier vorliegenden Mehrgrößenfall geeignet. Bei einem System mit mehreren Messgrößen besteht grundsätzlich die Möglichkeit, sowohl einen dezentralen Entwurf als auch einen zentralen Entwurf durchzuführen. Da im Bereich der Roboterregelung im Allgemeinen dezentrale Gelenkregler zur Anwendung kommen, werden in diesem Fall ebenfalls dezentrale Beobachter entworfen und ausgelegt. Abschließend werden die Schätzergebnisse der Beobachter unter Verwendung von externer Sensorik evaluiert. In Kapitel 6 wird abschließend im Rahmen einer Reglerstruktur mit zwei Freiheitsgraden ein modellbasiertes Regelungskonzept ohne abtriebsseitige Sensorik realisiert und getestet. Kapitel 7 fasst die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen kurzen Ausblick auf weiterführende Arbeiten.

Kapitel 2

Modellbildung

Ziel dieses Kapitels ist die Bildung eines Modells, welches die Dynamik des Industrieroboters beschreibt. Grundsätzlich kann ein solches Modell experimentell, theoretisch oder durch eine Kombination beider Verfahren ermittelt werden. Die experimentelle Modellbildung basiert ausschließlich auf gemessenem Ein-/ Ausgangsverhalten. Hierbei wird das System im Allgemeinen durch geeignete Eingangsgrößen angeregt und die Systemantwort gemessen. Anschließend wird ein Modell erstellt durch Optimierung freier Parameter einer vorzugebenden mathematischen Gleichung, beispielsweise einer linearen Übertragungsfunktion oder eines Neuronalen Netzes, so dass das Ein-/Ausgangsverhalten von Modell und Strecke möglichst gut übereinstimmt. Die Notwendigkeit der Vorgabe einer mathematischen Gleichung ist ein wesentliches Merkmal der experimentellen Modellbildung. Dies erweist sich als Vorteil, wenn der zu modellierende Prozess sehr komplex ist und man das Verhalten des Systems bereits durch Optimierung einer vergleichsweise einfachen mathematischen Gleichung gut abbilden kann. Nachteil der experimentellen Modellbildung ist, dass das ermittelte Modell oftmals nur in einem begrenzten Systembereich gültig ist. Weiterhin lassen sich die ermittelten Modelle üblicherweise nicht auf Systeme der gleichen Klasse übertragen, da die ermittelten Parameter im Allgemeinen keine technische Interpretierbarkeit besitzen. Eine hohe Übertragbarkeit und Wiederverwendbarkeit der Modelle ist hingegen gewährleistet, wenn das Modell theoretisch ermittelt wird. Ein solches Modell beschreibt ein System basierend auf allgemein gültigen physikalischen Zusammenhängen wie Gleichgewichtsbeziehungen und Erhaltungsgleichungen. Die Struktur der Modellgleichungen ergibt sich somit aus der Physik des Systems und stellt im Gegensatz zur experimentellen Modellbildung keinen Auslegungsparameter dar. Der Aufwand, um beispielsweise von einem verfügbaren Modell für einen Roboter mit einer Traglast von 15 kg eine Systembeschreibung für einen Roboter mit einer Traglast von 100 kg ableiten zu können, ist hierbei deutlich geringer, da die Parameter eine physikalische Bedeutung haben. Weiterhin ermöglichen solche Modelle eine genaue Systemanalyse, da theoretisch jede beliebige Größe berechnet werden kann. Bei der Modellbildung eines Industrieroboters erweist es sich als vor-

teilhaft, das Modell durch eine Kombination beider Methoden abzuleiten. Die Idee besteht darin, zunächst ein Modell theoretisch abzuleiten und anschließend Systemparameter, die nur unzureichend bekannt sind, durch Optimierung zu bestimmen, so dass Messungen und Modell sehr gut übereinstimmen. Besonders geeignet hierfür ist das aus der Literatur bekannte Modell eines Roboters mit elastischen Gelenken (Rigid Link Flexible Joint). Hierbei wird angenommen, dass die Gelenke in Drehrichtung elastisch sind. Elastizitäten in den Gliedern werden vernachlässigt. Diese Modellannahme ist bei Industrierobotern zutreffend, da die Glieder aus Aluminiumguss praktisch starr sind. Bei hochdynamischen Bewegungen treten jedoch aufgrund von Getriebeelastizitäten Schwingungen auf, so dass An- und Abtriebsposition eines Gelenks nicht übereinstimmen. Die Mehrkörperdynamik dieses Modells wird in Abschnitt 2.1 beschrieben. In der Literatur ([63], [9]) wird beim erwähnten sogenannten Rigid Link Flexible Joint Modell eines Roboters Reibung vernachlässigt. Es ist jedoch bekannt, dass die Reibung entscheidend das Regelverhalten eines Systems beeinflussen kann [7], [4], [42]. Daher wird auf die Modellierung der Reibung in Abschnitt 2.2 eingegangen. Weiterhin wird die Dynamik der Antriebe modelliert (Abschnitt 2.3).

2.1 Modellierung der Mehrkörperdynamik eines Roboters mit elastischen Gelenken

In diesem Abschnitt werden die Bewegungsgleichungen eines Roboters mit elastischen Gelenken abgeleitet. Der Roboter wird hierbei aus mechanischer Sicht als Mehrkörpersystem modelliert. Ein solches Mehrkörpersystem besteht aus Teilkörpern, die aufgrund ihrer steifen Bauweise als starr angenommen werden. Ein Roboter mit N elastischen Gelenken besteht aus $2N$ starren Teilkörpern, N Gliedern und N Motoren. Die N Glieder sind über N Gelenke seriell miteinander verbunden. Jedes Gelenk wird hierbei von einem Motor angetrieben, wobei im Allgemeinen Motor i am Glied $i - 1$ befestigt ist und Glied i antreibt. Aufgrund der Annahme, dass die Gelenke elastisch sind, wird das Motormoment über eine elastische Verbindung übertragen. Motor i und Glied i stellen somit jeweils ein elastisch gekoppeltes Zweimassen-System dar. Die Nummerierung erfolgt von der Basis zum Tool, wobei die Basis den Index 0 erhält. Der betrachtete Industrieroboter besitzt 6 Gelenke mit je einem rotatorischen Freiheitsgrad. Der Aufbau des Roboters ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

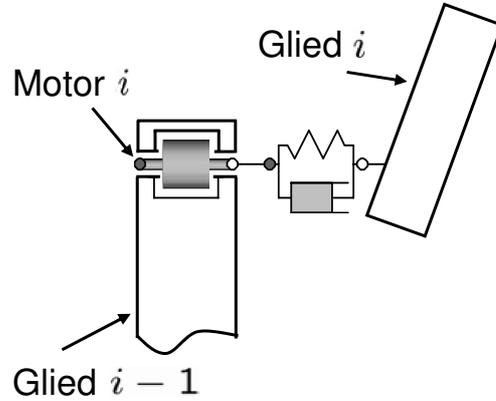


Abbildung 2.1: Anordnung von Motor und Glied

Bezüglich der Mechanik des Roboters werden zudem folgende Annahmen getroffen:

- Annahme 1: Die Elastizität in den Gelenken wird mit Hilfe einer Torsionsfeder modelliert.
- Annahme 2: Die Rotoren der Motoren sind bezüglich ihrer Rotationsachse symmetrisch. Weiterhin befindet sich der Schwerpunkt auf der Drehachse.

Die Bewegungsgleichungen des Roboters können unter Verwendung der Lagrange-Gleichungen zweiter Art abgeleitet werden. Sie lassen sich aus dem Prinzip von d'Alembert ableiten und ergeben sich zu:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\underline{q}, \underline{\dot{q}})}{\partial \underline{\dot{q}}} \right) - \frac{\partial T(\underline{q}, \underline{\dot{q}})}{\partial \underline{q}} + \frac{\partial U(\underline{q})}{\partial \underline{q}} + \frac{\partial F}{\partial \underline{\dot{q}}} = \underline{\tau} \quad (2.1)$$

Hierbei ist T die kinetische, U die potentielle und F die dissipative Energie des Systems. Diese müssen jeweils in Abhängigkeit des zu wählenden Vektors der Minimalkoordinaten \underline{q} dargestellt werden. Mit $\underline{\tau}$ wird der Vektor der nicht von einem Potential ableitbaren, verallgemeinerten Momente bezeichnet. Die Verwendung dieser Gleichungen stellt den klassischen Weg dar, um Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten darzustellen. Als Minimalkoordinaten werden in diesem Fall die Motorwinkel q_{mi} und die Gelenkwinkel q_{ai} des Roboters gewählt. Der Vektor der Minimalkoordinaten ergibt sich somit zu

$$\underline{q} = \begin{bmatrix} \underline{q}_a \\ \underline{q}_m \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

wobei der Vektor $\underline{q}_a = [q_{a1} \ \dots \ q_{a6}]^T$ die 6 Gelenkwinkel beinhaltet und der Vektor $\underline{q}_m = [q_{m1} \ \dots \ q_{m6}]^T$ die entsprechenden Motorwinkel umfasst. Die Mo-

torwinkel werden hierbei der Anschaulichkeit halber mit Hilfe der jeweiligen Getriebeübersetzung n_i auf die Abtriebsseite umgerechnet und ergeben sich in Abhängigkeit der realen physikalischen Winkel q_{moti} zu:

$$q_{mi} = \frac{q_{moti}}{n_i} \quad (2.3)$$

Die Anwendung der Lagrange-Gleichungen zweiter Art erfordert folgende Schritte:

1. Berechnung der kinetischen Energie des Gesamtsystems
2. Berechnung der potentiellen Energie des Gesamtsystems
3. Berechnung der Dissipationsenergie
4. Formulierung der verallgemeinerten Momente

Berechnung der kinetischen Energie

Die kinetische Energie lässt sich als Summe der Energien der Teilkörper wie folgt berechnen

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2N} (m_j \dot{\underline{r}}_{Q_j}^T \dot{\underline{r}}_{Q_j} + 2m_j \dot{\underline{r}}_{Q_j}^T (\underline{\omega}_j \times \underline{r}_{S_j}) + \underline{\omega}_j^T \Theta_{Q_j} \underline{\omega}_j), \quad (2.4)$$

wobei jeweils ein körperfester Punkt Q_j des j -ten Teilkörpers als Bezugspunkt gewählt wird.

Weiterhin wurden folgende Bezeichnungen gewählt:

- m_j : Masse des j -ten Teilkörpers
- \underline{r}_{S_j} : Vektor vom Bezugspunkt zum Schwerpunkt der Masse
- \underline{r}_{Q_j} : Ortsvektor des jeweiligen Bezugspunktes im Inertialsystem
- $\underline{\omega}_j$: Winkelgeschwindigkeitsvektor des j -ten Teilkörpers
- Θ_{Q_j} : Trägheitstensor des j -Teilkörpers bezüglich des jeweiligen Bezugspunktes

$$\Theta_{Q_j} = \begin{pmatrix} \theta_{jxx} & \theta_{jxy} & \theta_{jxz} \\ \theta_{jxy} & \theta_{jyy} & \theta_{jyz} \\ \theta_{jxz} & \theta_{jyz} & \theta_{jzz} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Kinetische Energie der Glieder

Bei der Berechnung erweist es sich als vorteilhaft, jedem Glied ein körperfestes Koordinatensystem zuzuweisen, dessen Ursprung im jeweiligen Gelenk liegt. Weiterhin entspreche dessen z -Achse definitionsgemäß der Drehachse des jeweiligen Gelenks. Als Bezugspunkt Q_j wird jeweils der Ursprung des zugeordneten Koordinatensystems gewählt. Der Ortsvektor dieses Punktes lässt sich mit Hilfe der homogenen Transformationsmatrizen in Abhängigkeit der Gelenkwinkel im raumfesten Koordinatensystem berechnen:

$$\begin{bmatrix} r_{Qj} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0 T_j \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

mit

$${}^0 \underline{T}_j(q_{a1}, \dots, q_{aj}) = {}^0 \underline{T}_1(q_{a1}) \cdot {}^1 \underline{T}_2(q_{a2}) \dots {}^{n-1} \underline{T}_j(q_{aj}) \quad (2.7)$$

Die homogenen Transformationsmatrizen sind für den betrachteten Roboter im Anhang A.1 angegeben. Die Translationsgeschwindigkeiten \dot{r}_{Q_i} und Rotationsgeschwindigkeiten $\underline{\omega}_i$ der Glieder können mit Hilfe der Jacobi-Matrix

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \underline{J}_v \\ \underline{J}_\omega \end{bmatrix} = [\underline{J}_1 \quad \underline{J}_2 \quad \underline{J}_3 \quad \underline{J}_4 \quad \underline{J}_5 \quad \underline{J}_6] \quad (2.8)$$

in Abhängigkeit der Gelenkgeschwindigkeiten berechnet werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_{Qj} \\ \underline{\omega}_j \end{bmatrix} = [\underline{J}_1 \quad \dots \quad \underline{J}_j \quad \underline{0} \quad \dots \quad \underline{0}] \cdot \underline{\dot{q}}_a \quad (2.9)$$

Die Jacobi-Matrix \underline{J} ist für den betrachteten Roboter im Anhang A.2 dargestellt.

Kinetische Energie der Motoren

Bei der Berechnung der kinetischen Energie der Motoren wird folgende Annahme getroffen:

- Annahme 3: Die kinetische Energie der Motoren wird nur durch die Rotationsgeschwindigkeit um die eigene Achse verursacht.

Diese Annahme ist bei Getrieben mit sehr großen Übersetzungen, wie sie bei Industrierobotern eingesetzt werden, berechtigt. In diesem Fall ist die Rotationsgeschwindigkeit um die eigene Achse weitaus größer als die Winkelgeschwindigkeiten der vorausgehenden Glieder, an dem die Motoren befestigt sind. Unter dieser Annahme ergeben sich keine inertialen Kopplungen zwischen der Dynamik der Motoren und der Dynamik der Glieder. Der Winkelgeschwindigkeitsvektor der Motoren ergibt sich somit zu:

$$\underline{\omega}_j = [0 \quad 0 \quad \dot{q}_{mj}]^T \quad (2.10)$$

Die Translationsgeschwindigkeit wird unter der getroffenen Annahme zu null.

Berechnung der potentiellen Energie

Bei der Berechnung der potentiellen Energie eines Roboters mit elastischen Gelenken müssen folgende Anteile berücksichtigt werden:

- potentielle Energie in einem Gravitationsfeld
- potentielle Energie einer gespannten Feder

Die potentielle Energie des Roboters aufgrund des Gravitationsfeldes lässt sich wiederum als Summe der potentiellen Energie der Teilkörper berechnen:

$$U = - \sum_{j=1}^{2N} m_j \underline{g}^T \underline{r}_{Sj}. \quad (2.11)$$

Der Vektor \underline{r}_{Sj} bezeichnet hierbei den Ortsvektor des jeweiligen Schwerpunktes im Inertialsystem.

Aufgrund der Annahme 2 ist die potentielle Energie sie nur eine Funktion der abtriebsseitigen Gelenkwinkel.

Die potentielle Energie in den Gelenkfedern lässt sich wie folgt berechnen:

$$U = \frac{1}{2} (\underline{q}_m - \underline{q}_a)^T \underline{K} (\underline{q}_m - \underline{q}_a) \quad (2.12)$$

Hierbei ist \underline{K} die diagonale Steifigkeitsmatrix, deren Diagonalelemente die einzelnen Gelenksteifigkeiten darstellen.

Berechnung der Dissipationsenergie

Im System wird in Folge von Reibung bzw. Dämpfung Energie dissipiert. Im Lagrange-Formalismus können diese nicht von einem Potential ableitbaren dissipativen Momente in Form von Rayleigh Dissipationsfunktionen berücksichtigt werden, sofern sie eine Funktion der Geschwindigkeit sind. Im Fall des modellierten Roboters tritt zunächst Dämpfung in den Gelenken auf. Die hieraus resultierende Dissipationsenergie lässt sich wie folgt berechnen:

$$F = \frac{1}{2} (\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a)^T \underline{D} (\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) \quad (2.13)$$

Hierbei ist \underline{D} die diagonale Dämpfungsmatrix, deren Diagonalelemente die einzelnen Gelenkdämpfungskonstanten darstellen. Weiterhin tritt im System Reibung auf. Reibung lässt sich jedoch nicht einzig als Funktion der Geschwindigkeit darstellen und erfüllt somit nicht die oben genannte Voraussetzung. Die Reibmomente können jedoch in Rahmen der Formulierung der verallgemeinerten Momente berücksichtigt werden.

Verallgemeinerte Momente

Bei der Modellierung der Dynamik des betrachteten Roboters müssen zudem folgende verallgemeinerte Momente berücksichtigt werden:

- Motormomente τ_{mi}

Die Motormomente werden hierbei analog den Motorwinkeln mit Hilfe der Getriebeübersetzung jeweils auf die Abtriebsseite umgerechnet. Sie ergeben sich in Abhängigkeit der physikalischen Motormomente τ_{moti} zu:

$$\tau_{mi} = \tau_{moti} \cdot n_i \quad (2.14)$$

- Reibmomente τ_{ri}

Reibung tritt am Roboter an- und abtriebsseitig auf. Aufgrund der hohen Getriebeübersetzung ist die Reibung nach der Getriebeelastizität im Vergleich zur Reibung vor der Elastizität sehr gering. Daher wird abtriebsseitige Reibung im Folgenden vernachlässigt. Die antriebsseitigen Reibmomente werden analog den Motormomenten jeweils mit Hilfe der Übersetzung auf die Abtriebsseite umgerechnet.

Bewegungsgleichungen

Setzt man die in Abhängigkeit der Minimalkoordinaten berechneten Energien in die Lagrange-Gleichungen zweiter Art entsprechend Gleichung 2.1 ein und führt die notwendigen Ableitungen durch, so erhält man die Bewegungsgleichungen des Roboters. Die resultierenden Gleichungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

$$\underline{M}(\underline{q}_a)\ddot{\underline{q}}_a + \underline{c}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a) + \underline{g}(\underline{q}_a) = \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) \quad (2.15)$$

$$\underline{J}_m\ddot{\underline{q}}_m + \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) = \underline{\tau}_m - \underline{\tau}_r \quad (2.16)$$

Hierbei bezeichnet \underline{M} die Trägheitsmatrix der Glieder, \underline{J}_m die Trägheitsmatrix der Motoren, \underline{c} bezeichnet den Vektor der Coriolis- und Zentrifugalmomente und \underline{g} den Vektor der Gewichtskraftmomente. Man erkennt, dass die Bewegungsgleichungen von An- und Abtrieb nur über die von den Getrieben übertragenen Momente

$$\underline{\tau}_g = \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) \quad (2.17)$$

gekoppelt sind. Diese Verkopplungsstruktur der Gleichungen ist das Resultat der getroffenen Annahme 3, dass die kinetische Energie der Motoren nur durch die Rotation um die eigene Achse verursacht wird. Würde man diese Annahme nicht treffen, würden sich auch inertielle Kopplungen zwischen den An- und Abtrieben ergeben.

Bewegungsgleichungen in Zustandsform

Für regelungstechnische Anwendungen ist es oftmals hilfreich, die Gleichungen in nichtlinearer Zustandsform darzustellen. Bei mechanischen Systemen können Position und Geschwindigkeit als Zustandsvariablen gewählt werden. In diesem Fall ergibt sich der Vektor der Zustandsvariablen somit zu:

$$\underline{x}^T = [\underline{q}_a \quad \dot{\underline{q}}_a \quad \underline{q}_m \quad \dot{\underline{q}}_m] \quad (2.18)$$

In Zustandsform ergeben sich die Gleichungen 2.15 und 2.16 mit dem Vektor der Eingangsgrößen $\underline{u} = \tau_m$ zu:

$$\dot{\underline{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{M}^{-1}(\underline{q}_a) \left(-\underline{c}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a) - \underline{g}(\underline{q}_a) + \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) \right) \\ \underline{J}_m^{-1}(-\underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) - \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) + \tau_m - \tau_r) \end{bmatrix}}_{\underline{f}(\underline{x}, \underline{u})} \quad (2.19)$$

2.2 Modellierung der Reibung

Die Dynamik und insbesondere das Regelverhalten des Systems wird wesentlich durch auftretende Reibung beeinflusst. Beispielsweise kann es aufgrund des nichtlinearen Verhaltens der Reibung zum Auftreten von sogenannten Grenzyklen kommen (vgl. Abschnitt 4.1). Hinzu kommt, dass Reibung von einer Vielzahl von Einflussfaktoren abhängt und dementsprechend schwierig zu modellieren ist. Daher existieren in der Literatur zahlreiche Veröffentlichungen zum Thema Modellierung von Reibung. Eine Übersicht über bekannte Reibmodelle findet sich in [3], [43] und [42]. Die Reibmodelle werden hierbei in statische und dynamische Modelle unterteilt. Bei den statischen Reibmodellen werden die in Zusammenhang mit Reibmessungen beobachteten Effekte durch folgende Modelle beschrieben:

- Coulomb-Reibmodell

Das Coulomb-Reibmodell beschreibt den Effekt, dass unabhängig von der Geschwindigkeit ein konstantes Reibmoment τ_C auftritt, welches der Bewegung entgegenwirkt:

$$\tau_r = \tau_C \operatorname{sgn}(\dot{q}) \quad (2.20)$$

- Haftreibmodell

Diesem Modell entsprechend ist das Reibmoment für $\dot{q} = 0$ keine Funktion der Geschwindigkeit, sondern bildet mit der Summe der angreifenden Momente τ_e ein Momentengleichgewicht. Somit wird eine Bewegung des Motors verhindert, bis die Summe der angreifenden Momente das sogenannte Halte- bzw.

Losbrechmoment τ_H überwunden haben. Die Gleichungen des Haftreibmodells ergeben sich somit zu:

$$\tau_r = \begin{cases} \tau_e & \text{falls } \dot{q} = 0 \text{ und } \tau_e < \tau_H \\ \tau_H \text{sgn}(\tau_e) & \text{falls } \dot{q} = 0 \text{ und } \tau_e \geq \tau_H \end{cases} \quad (2.21)$$

- Stribeck-Modell

Das Stribeck-Modell basiert auf der Beobachtung, dass die im System auftretende Reibung nach Überwindung des Losbrechmoments im Bereich kleiner Geschwindigkeiten nicht unstetig abnimmt, sondern stetig auf die Höhe der Coulomb-Reibung abfällt. Eine mögliche mathematische Beschreibung ist

$$\tau_S = (\tau_H - \tau_C) \exp(-|\dot{q}/\dot{q}_S|^{\delta_S}) \quad (2.22)$$

mit den festzulegenden Parametern δ_S und \dot{q}_S .

- Viskose Reibung

Viskose Reibung beschreibt das beobachtete Phänomen, dass in Strömungen realer Fluide aufgrund der Viskosität Reibung auftritt. Vielfach wird eine lineare Abhängigkeit von der Geschwindigkeit angenommen:

$$\tau_r = \nu \dot{q} \quad (2.23)$$

ν bezeichnet in diesem Fall den Viskositätskoeffizienten des Fluids.

Zur Modellierung der Reibung können die beschriebenen statischen Reibmodelle beispielsweise wie folgt miteinander kombiniert werden:

$$\tau_r = \begin{cases} \tau(\dot{q}) & \text{falls } \dot{q} \neq 0 \\ \tau_e & \text{falls } \dot{q} = 0 \text{ und } \tau_e < \tau_H \\ \tau_H \text{sgn}(\tau_e) & \text{andernfalls} \end{cases} \quad (2.24)$$

mit

$$\tau(\dot{q}) = \tau_C + (\tau_H - \tau_C) \exp(-|\dot{q}/\dot{q}_S|^{\delta_S}) + \nu \dot{q} \quad (2.25)$$

Unberücksichtigt bleibt sowohl bei statischen als auch bei dynamischen Reibmodellen die Abhängigkeit der Reibung vom Betriebszustand, insbesondere der Betriebstemperatur. Diese Abhängigkeit resultiert aus der Temperaturveränderlichkeit der Viskosität des in den Lagern und im Getriebe verwendeten Öls. In Abb. 2.2 ist beispielhaft die kinematische Viskosität ν eines Öls in Abhängigkeit der Temperatur dargestellt. Man erkennt, dass die Viskosität exponentiell mit zunehmender Temperatur abnimmt.

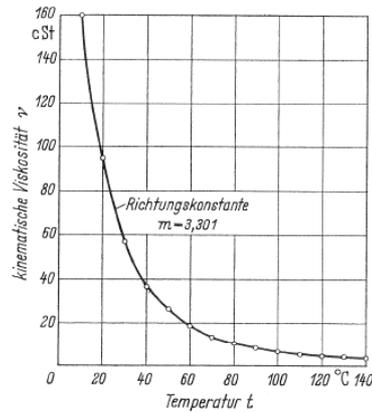


Abbildung 2.2: Viskositäts-Temperatur-Verhalten eines Öls [40]

Da die Viskosität proportional in die Berechnung der viskosen Reibung eingeht, ergibt sich zusätzlich zur Geschwindigkeitsabhängigkeit eine Temperaturabhängigkeit der Reibung. In Abbildung 2.3 ist beispielhaft das gemessene Reibmoment in Abhängigkeit der Motordrehzahl für zwei unterschiedliche Betriebstemperaturen dargestellt.

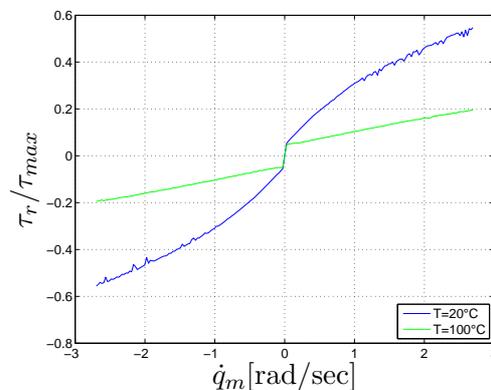


Abbildung 2.3: Reibmoment in Abhängigkeit der Drehzahl

Man erkennt, dass sowohl die Betriebstemperatur als auch die Geschwindigkeit wesentlichen Einfluss auf die Größe des Reibmoments haben. Die Betriebstemperatur verändert sich jedoch im normalen Betrieb eines Industrieroboters im Vergleich zur Motordrehzahl nur sehr langsam. Da im weiteren Verlauf der Arbeit Algorithmen vorgestellt und untersucht werden, bei denen eine Schätzung des Reibmoments im laufenden Betrieb möglich ist, wurde die funktionale Abhängigkeit von der Temperatur zunächst vernachlässigt. Die Idee besteht also im Folgenden darin, eine geschwindigkeitsabhängige Kennlinie anzunehmen, die sich zeitlich aufgrund des Temperatureinflusses verändert. Der **Temperatureinfluss** wird somit durch **lernfähige Kennlinien** berücksichtigt (siehe Kapitel 4.5).

2.3 Modellierung des Antriebs

Bei Industrierobotern kommen im Allgemeinen permanenterregte Servosynchronmotoren zum Einsatz. Diese werden durch Wechselrichter sinusförmig pulsweitenmoduliert angesteuert. Zur Stromregelung werden einfache PI-Regler eingesetzt. In der Literatur existieren sehr detaillierte Modelle für die beschriebene Anordnung. Im Vergleich zur Mehrkörperdynamik eines Roboters besitzen die Antriebe jedoch eine weitaus höhere Dynamik, so dass sie vereinfachend mit Hilfe eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung wie folgt modelliert werden können:

$$\tau_m(s) = \frac{k_T}{1 + sT_{SR}} I_{ref} \quad (2.26)$$

Hierbei bezeichnet T_{SR} die Ersatzzeitkonstante des Antriebs sowie k_T den Übersetzungsfaktor von Sollstrom I_{ref} auf das resultierende Drehmoment τ_m . Messungen zur Identifikation der Zeitkonstanten haben ergeben, dass diese so klein ist, dass sie bei der Auslegung einer Gelenkregelung vernachlässigt werden kann.

2.4 Realisierung des Modells in Modelica/Dymola

Modelica ist eine frei verfügbare, objektorientierte Modellierungssprache, die sich besonders zur Modellierung von multidisziplinären Systemen eignet. Modelle werden in Modelica mathematisch beschrieben in Form von algebraischen Gleichungen oder Differentialgleichungen und sind im Allgemeinen hierarchisch aus Teilmodellen aufgebaut. Die Teilmodelle werden hierbei im Unterschied zum Simulationssystem Matlab/Simulink nicht über vom Entwickler vorzugebende Signalflüsse verknüpft, sondern entsprechend ihrer physikalischen Verkopplung zusammengesetzt. Zum Beispiel wird ein Motor mit dem Getriebe über einen sogenannten Flansch verknüpft, der das entsprechende Drehmoment überträgt. Dies entspricht der realen physikalischen Verbindung zwischen Motor und Getriebe. Durch diese Art der Verknüpfung wird die Modellierung für den Entwickler anschaulicher und bietet auch bei der Verwendung der Modelle im Rahmen von modellbasierten Steuerungs- und Regelungsalgorithmen große Vorteile. So ist es beispielsweise möglich, Ein- und Ausgänge eines Modells zu vertauschen, so dass man ein inverses Modell der modellierten Regelstrecke erhält [69]. Das inverse Modell kann dann zum Beispiel im Rahmen einer Vorsteuerung verwendet werden.

Das Gesamtmodell sowie die Teilmodelle werden in Modelica jeweils durch ein sogenanntes Objektdiagramm beschrieben. Nach außen wird ein solches Objektdiagramm durch eine graphische Darstellung sowie die entsprechenden Schnittstellen charakterisiert.

In Abb. 2.4 ist das Objektdiagramm des erstellten Simulationsmodells dargestellt. Da es in diesem Fall die oberste Ebene des Modells darstellt, hat es keine Schnittstellen nach außen. Es besteht zunächst aus einem Modell der dreidimensionalen Robo-

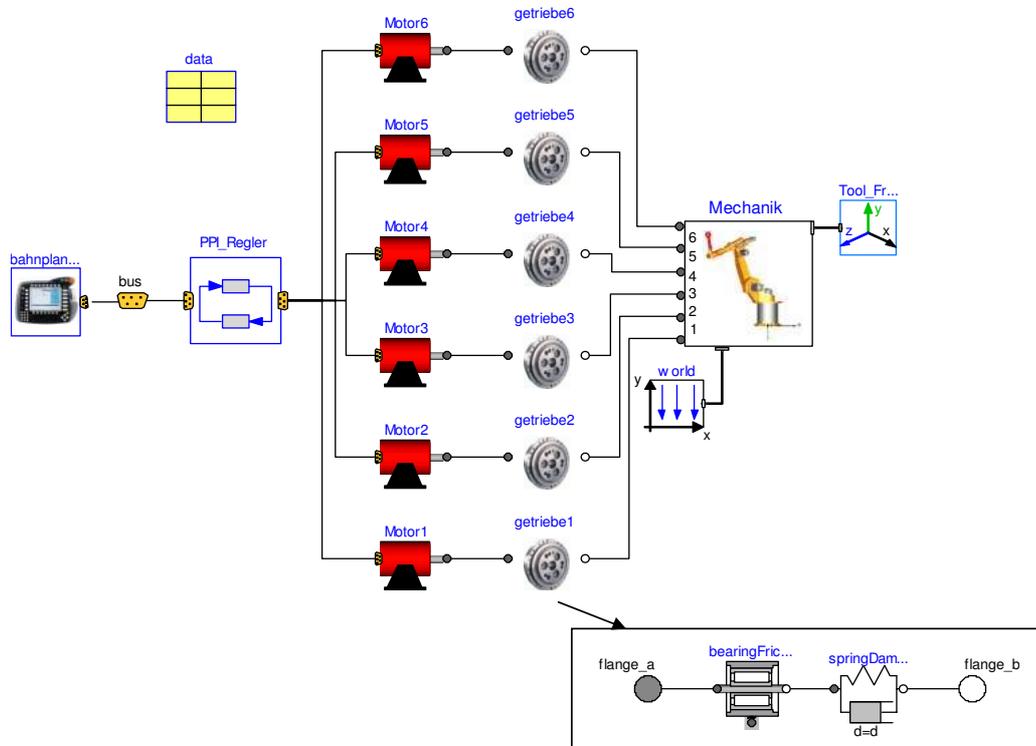


Abbildung 2.4: Objektdiagramm des Simulationsmodells und des Getriebes

termechanik (*Mechanik*). Dieses Teilmodell ist zusammengesetzt aus Drehgelenken und Starrkörpern. Diese Elemente stellen Grundelemente der Modelica Mehrkörperbibliothek (*Modelica.Mechanics.MultiBody*) dar und werden durch mathematische Gleichungen beschrieben. Eine ausführliche Beschreibung dieser frei verfügbaren Bibliothek findet sich in [45]. Da Komponenten in Modelica zunächst unabhängig von der Umgebung definiert werden, ist es zudem erforderlich, ein Inertialsystem festzulegen sowie das Gravitationsfeld der Erde zu definieren. Dies erfolgt durch Verknüpfung der Mechanik mit der Komponente *world*. Graphisch wird diese Verknüpfung sichtbar durch die Verbindungslinie zwischen den beiden Elementen. Die sechs Flansche auf der linken Seite der Robotermechanik stellen die Schnittstellen dar, über die in diesem Fall das Drehmoment vom Getriebe (*Getriebe*) übertragen wird. Entsprechend besitzen die Teilmodelle *Motor* und *Getriebe* entsprechende Momentenschnittstellen. Die Übertragung der Momente zwischen Motor, Getriebe und Mechanik wird ebenfalls durch graphische Verbindungslinien sichtbar gemacht. Das Teilmodell Getriebe besteht seinerseits aus einem Feder-Dämpfer-Element zur Modellierung der Getriebeelastizität und Dämpfung (*springDamper*) sowie einem Reibelement zur Berücksichtigung der antriebsseitigen Reibung (*bearingFriction*). Diese Komponente ermöglicht insbesondere die korrekte Simulation von Haftrei-

bung, bei der es im Fall des Haftens zu einer Strukturumschaltung im System kommt, da sich die Anzahl der Zustände ändert. Details zur Modellierung von Systemen mit Haftreibung sind in [46] dargestellt. Nicht modelliert wurde in diesem Fall die Getriebeübersetzung, da, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, alle Größen auf die Abtriebsseite umgerechnet werden. Das Objektdiagramm des Getriebes ist ebenfalls in Abb. 2.4 dargestellt. Die Komponenten sind der Modelica Bibliothek *Modelica.Mechanics.Rotational* entnommen.

Das Simulationsmodell dient zur Simulation des geschlossenen Regelkreises. Daher besteht es nicht nur aus den beschriebenen Teilmodellen zur Beschreibung der Roboterdynamik (Motor, Getriebe und Mechanik), sondern beinhaltet auch die Bahnplanung, Regelungsalgorithmen sowie die Sensorik. Soll- und Istsignale, die für die Regelung benötigt werden, werden über einen Bus ausgetauscht. Der Bus wird durch die Komponente *bus* im Objektdiagramm dargestellt.

Mit Hilfe des Blocks *data* wird der Robotertyp festgelegt. In Abhängigkeit des gewählten Robotertyps werden die passenden Modellparameter geladen und im Simulationsmodell verwendet.

Kapitel 3

Parameteridentifikation

Um das im vorherigen Kapitel theoretisch abgeleitete Modell eines Industrieroboters für einen modellbasierten Regelungsentwurf verwenden zu können, ist es notwendig, die Modellparameter zu bestimmen. Ziel dieses Kapitels ist es daher, für den betrachteten Industrieroboter KUKA KR 16 die entsprechenden Modellparameter zu bestimmen, so dass das dynamische Verhalten von Modell und Roboter gut übereinstimmt. Werden hierzu Messungen am System durchgeführt, so spricht man von Identifikation. Nach [22] lassen sich die Identifikationsmethoden unterscheiden nach der zu identifizierenden Modellklasse, der zur Identifikation verwendeten Eingangssignale sowie der zur Parameteradaptation verwendeten Fehler zwischen Prozess und Modell. In diesem Fall wird ein parametrisches Modell mit Hilfe von deterministischen Signalen identifiziert. Zur Parameteradaptation wird jeweils der Ausgangsfehler verwendet, wobei zum Teil zusätzliche Messtechnik eingesetzt wird. Weiterhin kann eine Identifikation online oder offline erfolgen. Im Folgenden sind die Vor- und Nachteile kurz aufgeführt:

Offline-Identifikation

Vorteil einer Offline-Identifikation ist, dass zunächst gezielte Messungen durchgeführt werden können, mit deren Hilfe aussagekräftige Messdaten zur Identifikation einzelner Parameter gewonnen werden können. Die gemessenen Ein- und Ausgangsgrößen werden anschließend aufbereitet und für eine Parameterschätzung oder Parameteroptimierung verwendet. Zur Optimierung können auch globale nichtlineare Adaptionsverfahren eingesetzt werden, wie beispielsweise ein genetischer Algorithmus, da die Rechenzeit in diesem Fall keine Rolle spielt. Diese Verfahren sind im Allgemeinen in der Lage, durch eine Vielzahl von Funktionsauswertungen und Iterationsschritten auch globale Minima zu finden. Weiterhin kann zusätzliche externe Messtechnik eingesetzt werden, um zusätzliche Information über das System zu gewinnen. Nachteil einer Offline-Identifikation ist, dass zeitveränderlichen Systemparametern nicht Rechnung getragen werden kann. Beispielsweise ist die Reibung wie erwähnt unter anderem abhängig vom Betriebs- und Verschleißzustand. Eine Offline-Identifikation

würde in diesem Fall zu Modellabweichungen im laufenden Betrieb führen.

Online-Identifikation

Im Gegensatz zur Offline-Identifikation werden bei einer Online-Identifikation Parameter im laufenden Betrieb ermittelt. Auf diese Weise können zeitveränderliche Modellparameter online adaptiert werden, so dass eine korrekte Identifikation möglich ist. Hierbei muss jedoch insbesondere sichergestellt sein, dass eine ausreichende Systemanregung stattfindet, so dass die entsprechenden Parameter identifiziert werden können. Bei den zur Identifikation eingesetzten Optimierungsmethoden muss zudem gewährleistet sein, dass diese in Echtzeit lauffähig sind. Daher scheiden globale nichtlineare Adaptionsverfahren aufgrund der hohen Rechenzeit in diesem Fall aus. Aufgrund der beschriebenen Vor- und Nachteile der On- und Offline-Identifikation wird wie folgt vorgegangen: Zeitinvariante Modellparameter, wie Gelenkparameter oder Parameter des Mehrkörpersystems, werden offline identifiziert bzw. sofern vorhanden Herstellerangaben entnommen. Reibung wird online identifiziert (siehe insbesondere Abschnitt 4.5), wobei zur Überprüfung des Lernergebnisses exemplarisch für einen Betriebszustand eine Reibkennlinie gemessen wird.

3.1 Parameter des Mehrkörpersystems

Zu bestimmende Parameter des Mehrkörpersystems sind die geometrischen Abmessungen der einzelnen Teilkörper sowie Trägheitstensor, Masse und Schwerpunktslage jedes Teilkörpers. In der Literatur (zum Beispiel [9]) wird hierbei vorgeschlagen, zunächst mit Hilfe des Prinzips der sogenannten kinematischen Kalibrierung die geometrischen Abmessungen, die zur Berechnung der Kinematik notwendig sind, zu bestimmen. Basierend auf diesen Daten werden anschließend die dynamischen Parameter, d.h. Massen, Schwerpunktslagen und Trägheiten, mittels linearer Schätzverfahren ermittelt. Um lineare Schätzverfahren anwenden zu können, werden die Bewegungsgleichungen zuvor umgeformt, so dass die gesuchten Parameter linear eingehen. Auf der Basis von entlang einer Trajektorie gemessenen Gelenkmomenten, -positionen, -geschwindigkeiten und -beschleunigungen ist eine Identifikation der gesuchten Parameter in der parameterlinearen Form der Bewegungsgleichungen möglich. Die Geometriedaten können jedoch auch direkt aus Konstruktionszeichnungen oder CAD-Systemen entnommen werden. In Abb. 3.1 sind für den untersuchten Roboter die Abmessungen dargestellt.

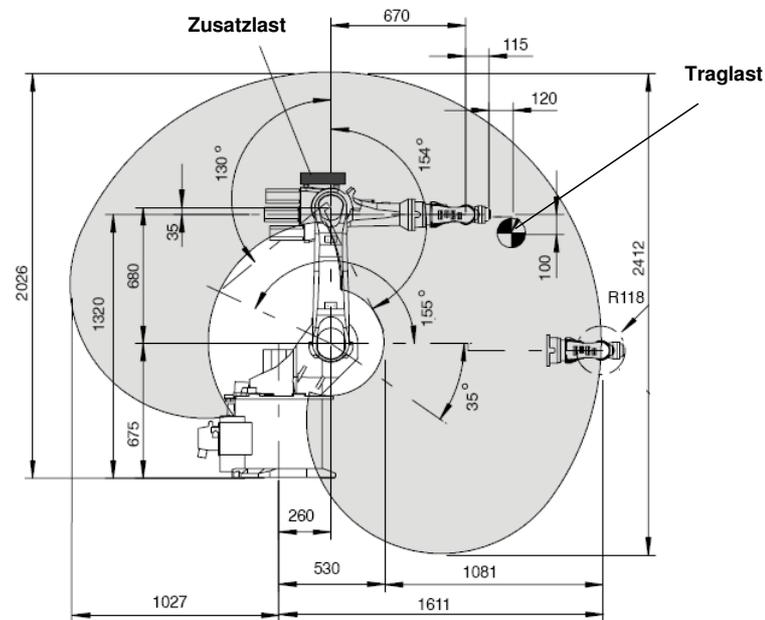


Abbildung 3.1: Abmessungen und Arbeitsraum des KUKA KR 16 [27]

Moderne 3D-CAD Softwareprogramme bieten zudem die Möglichkeit, Schwerpunktslagen und Trägheitsmomente von Bauteilen auf der Basis ihrer geometrischen Abmessungen und der verwendeten Materialien berechnen zu lassen. Auf diese Weise können die benötigten Parameter des Mehrkörpersystems sehr exakt bestimmt werden. In diesem Fall wurden die entsprechenden Daten vom Roboterhersteller zur Verfügung gestellt.

3.2 Identifikation der Gelenkparameter

3.2.1 Messtechnik

Industrieroboter sind standardmäßig mit Sensoren zur Messung der Motorposition ausgestattet. Um die Gelenkparameter identifizieren zu können, bietet es sich an, zusätzliche Sensorik zur Messung von abtriebsseitigen Positionen und Geschwindigkeiten einzusetzen. In diesem Fall wurde folgende zusätzliche Sensorik verwendet:

- Infrarot-Kamera

Der betrachtete Industrieroboter besitzt standardmäßig keine Sensorik zur Erfassung der Gelenkwinkel. Zur Messung der Gelenkwinkel wird daher eine

Infrarot-Kamera des Typs K600 der Firma Metris eingesetzt, die Orientierung und Position von frei am Roboter befestigbaren Infrarot-Leuchtdioden mit einer Frequenz von 130 Hz durch Triangulation messen kann. Die Position kann mit Hilfe der Kamera entsprechend den Herstellerangaben bis auf 0.1 mm exakt gemessen werden. Das verwendete Messsystem ist in Abb. 3.2 dargestellt. Durch eine Rücktransformation der gemessenen Position und Orientierung in die Gelenkkoordinaten des Roboters können somit abtriebsseitige Gelenkwinkel bestimmt werden.



Abbildung 3.2: Infrarot-Kamera der Firma Metris

- Drehratensensoren

Mit Hilfe von zusätzlich am Roboter angebrachten Drehratensensoren können die Winkelgeschwindigkeiten der Gelenke gemessen werden. In diesem Fall werden Drehratensensoren des Typs BEI GyroChip II der Firma Systron Donner verwendet.

3.2.2 Identifikation

Zu bestimmende Parameter sind die Gelenksteifigkeit c und die Gelenkdämpfung d jedes Gelenks. Ein besonders geeigneter Versuch zur Bestimmung dieser Parameter besteht darin, ein Gelenk am Abtrieb manuell durch Aufbringung eines Moments anzuregen und den resultierenden Einschwingvorgang mit Hilfe der Infrarotkamera aufzuzeichnen. Während des Versuchs wird der Motor gebremst. Für die Achse 1 lässt sich der Einschwingvorgang mit Hilfe der Bewegungsgleichung eines Einmassenschwingers beschreiben:

$$J_a \cdot \ddot{q}_a + d \cdot \dot{q}_a + c \cdot q_a = 0 \quad (3.1)$$

J_a bezeichnet hierbei die Trägheit des Armes, die von der Stellung der darauffolgenden Gelenke abhängt. Da die weiteren Gelenke bei geeigneter Anregung nicht

bewegt werden, kann diese als konstant angenommen werden. Bei konstanter Gelenksteifigkeit c und konstanter Gelenkdämpfung d stellt Gleichung 3.1 somit eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten dar, die mit Hilfe eines Exponentialansatzes gelöst werden kann. Die Lösung ergibt sich zu:

$$q_a(t) = A \cdot e^{-\frac{d}{2J_a}t} \cos\left(\sqrt{\frac{c}{J_a}}t - \alpha\right) \quad (3.2)$$

Die Integrationskonstanten A und α können aus den Anfangsbedingungen bestimmt werden. Die zu identifizierenden Gelenkparameter können in diesem Fall ermittelt werden durch Fitten des Einschwingvorgangs mit Hilfe einer abklingenden Kosinus-Funktion:

$$q_a(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega t - \alpha) \quad (3.3)$$

Die charakteristischen Parameter, Abklingkoeffizient δ und Kreisfrequenz ω , stellen in diesem Fall die zu fittenden Parameter dar. Zwischen den gefitteten Parametern und den Gelenkparametern besteht folgender Zusammenhang:

$$\delta = \frac{d}{2J_a} \quad \text{und} \quad \omega = \sqrt{\frac{c}{J_a}} \quad (3.4)$$

Es zeigt sich jedoch, dass die resultierende Übereinstimmung nicht zufriedenstellend ist, da die Steifigkeit bei den am Roboter eingesetzten Zykloidengetrieben bei geringen Verdrillungen $\Delta q = |q_m - q_a|$ geringer ist als bei hohen Verdrillungen. Bei den betrachteten Einschwingvorgängen äußert sich dies in einer abnehmenden Frequenz der auftretenden Schwingung. Daher wird die Steifigkeit entsprechend [68] wie folgt als Funktion der Verdrillung modelliert:

$$c(\Delta q) = c_1 + c_2 \cdot (\Delta q)^2 \quad (3.5)$$

Die resultierende Differentialgleichung wird in diesem Fall numerisch mit Hilfe von Modelica/Dymola gelöst. Die Parameter c_1 , c_2 und d wurden mit Hilfe des DLR-Optimierungstools MOPS ermittelt. In Abbildung 3.3 ist ein Vergleich der Abtriebsposition während eines Einschwingvorgangs von Modell und Strecke dargestellt. Man erkennt, dass die Dynamik des Gelenks durch das Modell gut wiedergegeben wird. Die Gelenkparameter der Achsen 2 und 3 lassen sich nicht getrennt identifizieren, da die Achsen stark verkoppelt sind. Eine manuelle Anregung beispielsweise der Achse 2 führt somit unmittelbar auch zu einer Anregung der Achse 3. Daher wurden die Gelenkwinkelverläufe beider Achsen nach einer Anregung gleichzeitig aufgezeichnet. Die gesuchten Parameter wurden anschließend durch Optimierung der entsprechenden Modellparameter eines nichtlinearen Simulationsmodells ermittelt, so dass das Einschwingverhalten von Modell und Roboter möglichst gut übereinstimmt. Eine gute Beschreibung dieser Identifikationsmethode findet man zum Beispiel in [68].

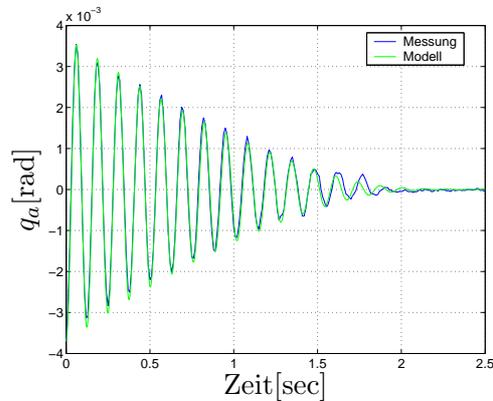


Abbildung 3.3: Gemessene und simulierte Abtriebsposition der Achse 1 nach äußerer Anregung

3.3 Messung einer Reibkennlinie

Wie einleitend erwähnt, wird exemplarisch für einen Betriebszustand eine Reibkennlinie gemessen, um Lernergebnisse einer Online-Identifikation validieren zu können. Zur Messung einer Reibkennlinie werden zunächst Bewegungen mit jeweils einer Achse durchgeführt. Hierbei wird das Motormoment bei Fahrten mit konstanter Geschwindigkeit gemessen. Zur Ermittlung einer Reibkennlinie in Abhängigkeit der Geschwindigkeit müssen daher mehrere Messungen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchgeführt werden. Da nur eine Achse bewegt wird, sind die Coriolis- und Zentrifugalmomente auf die bewegte Achse null. Für Fahrten mit konstanter Geschwindigkeit sind zudem die Trägheitsmomente null. Weiterhin kann angenommen werden, dass Schwingungen aufgrund der Elastizität des Getriebes im jeweils betrachteten Messintervall abgeklungen sind. In diesem Fall ergibt sich aus den Bewegungsgleichungen 2.15 mit $\dot{q}_m = \dot{q}_a$ das Reibmoment der bewegten Achse i zu:

$$\tau_{ri} = \tau_{mi} - g_i(\underline{q}_a) \quad (3.6)$$

Zur Berechnung der Reibung ist bei Achsen, die unter dem Einfluss von Gravitationsmomenten stehen, die Kenntnis des Gewichtskraftmoments $g_i(\underline{q}_a)$ erforderlich. Dieses lässt sich mit Hilfe der aus Abschnitt 3.1 bekannten Parameter des Mehrkörpersystems berechnen. Die Messergebnisse wurden für diskrete Werte der Geschwindigkeit in einer Tabelle hinterlegt. Zwischen diesen abgelegten Werten wird das Reibmoment durch lineare Interpolation ermittelt. In Abb. 3.4 ist beispielhaft eine für die Achse eins gemessene Reibkennlinie sowie das Interpolationsergebnis dargestellt.

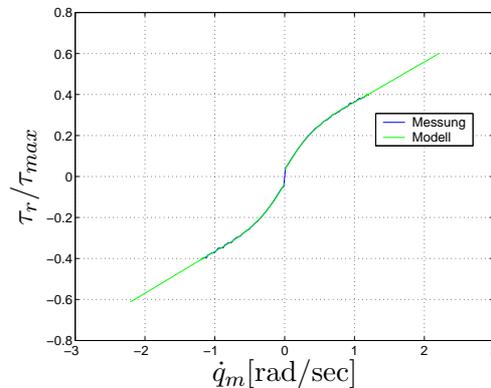


Abbildung 3.4: Messung und Fit einer Reibkennlinie

3.4 Modellverifikation

Zur Verifikation des identifizierten Modells wurden sogenannte PTP-Bewegungen unterschiedlicher Verfahrnlänge durchgeführt, wobei jeweils nur eine Achse bewegt wurde. PTP-Bewegungen sind zur Verifikation des Modells sehr gut geeignet, da bei diesen Bewegungen maximale Beschleunigungen und Verzögerungen auftreten. Durch die hohe Dynamik der Bewegungen werden beim Positionieren entsprechende Schwingungen angeregt, so dass die identifizierten Parameter gut validiert werden können. Bei der Modellverifikation ist zu beachten, dass das Übertragungsverhalten eines elastischen Gelenks zwischen der Eingangsgröße Motormoment und den in diesem Fall betrachteten Ausgangsgrößen Motorposition und Abtriebsposition instabil ist. Kleine Parameterabweichungen beispielweise im Reibmodell führen daher mit zunehmender Dauer zu immer größer werdenden Abweichungen bei den Ausgangsgrößen. Eine Möglichkeit besteht darin, das Modell mit Hilfe des eingesetzten Reglers zu stabilisieren und eine Verifikation mit Hilfe eines Modells des geschlossenen Regelkreises durchzuführen. In diesem Fall wurde das zu verifizierende Modell jedoch in zwei stabile Teilmodelle zerlegt. Bei einem Teilmodell wurde die gemessene Motorposition als Eingangsgröße für das elastische Gelenk gewählt, da das Übertragungsverhalten $q_m \rightarrow q_a$ bzw. $q_m \rightarrow \dot{q}_a$ jeweils stabil ist. Bei dem zweiten Teilmodell wurde das Getriebemoment als Eingangsgröße gewählt, welches mit Hilfe des ersten Teilmodells berechnet werden kann. Ausgangsgröße ist in diesem Fall das Motormoment, so dass wiederum ein stabiles Übertragungsverhalten gewährleistet ist. Im Folgenden sind beispielhaft Ergebnisse der Modellverifikation dargestellt:

1. Verifikation des Modells für eine kurze PTP-Bewegung

In Abb. 3.5(a) ist zunächst der zeitliche Verlauf der mit Hilfe der Kamera gemessenen Abtriebsposition sowie die simulierte Abtriebsposition dargestellt. Hierbei wurde besonderen Wert auf den Vergleich des Einschwingvorgangs nach

Beendigung der PTP-Bewegung gelegt. Man erkennt, dass Modell und Roboter qualitativ und quantitativ ein sehr ähnliches dynamisches Verhalten aufweisen. Weiterhin ist in Abb. 3.5(b) die gemessene und simulierte Abtriebsgeschwindigkeit für den gesamten Bewegungsvorgang dargestellt. Die Momentenverläufe aus Messung und Simulation sind in Abb. 3.5(c) dargestellt.

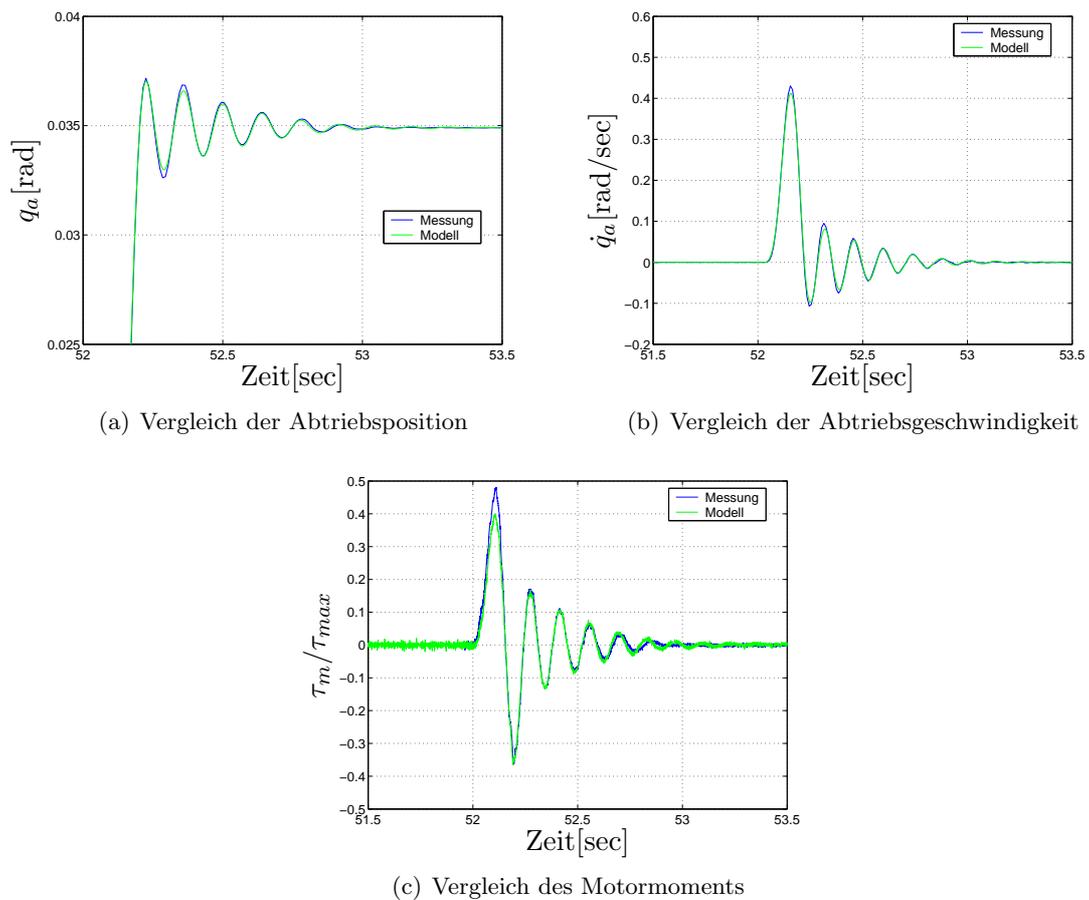
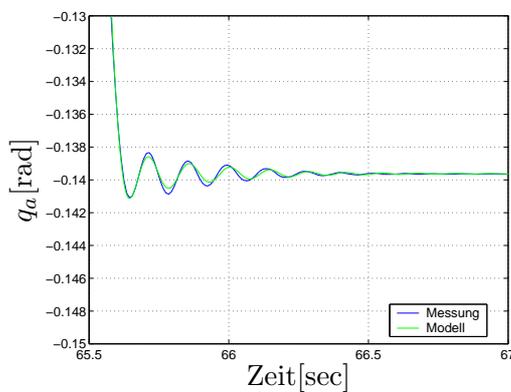


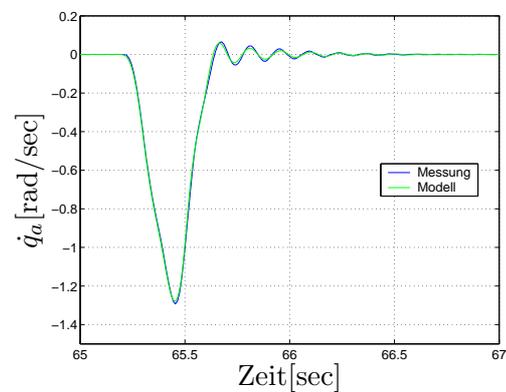
Abbildung 3.5: Modellvalidierung bei kurzer PTP-Bewegung

2. Verifikation des Modells für eine lange PTP-Bewegung

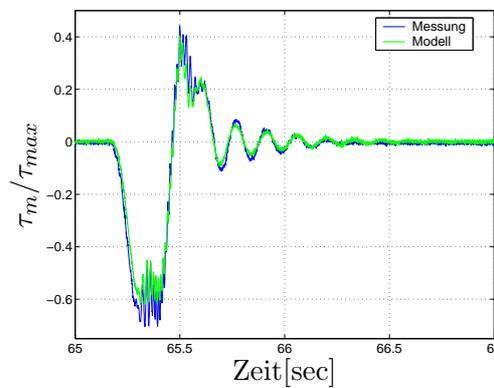
Anhand der in den Abbildungen 3.6(a) und 3.6(b) dargestellten Mess- und Simulationsergebnisse der abtriebsseitigen Zustände für eine lange PTP-Bewegung erkennt man, dass die gewählte Modellstruktur und die identifizierten Parameter das dynamische Verhalten des untersuchten Roboters unabhängig von der Bewegungslänge gut wiedergeben. Dies bestätigt auch die gute Übereinstimmung der in Abb. 3.6(c) dargestellten Verläufe der Motormomente.



(a) Vergleich der Abtriebsposition



(b) Vergleich der Abtriebsgeschwindigkeit



(c) Vergleich des Motormoments

Abbildung 3.6: Modellvalidierung bei langer PTP-Bewegung

Kapitel 4

Identifikation und Kompensation von Reibung

Die Kompensation nichtlinearer Effekte ist eine in der Regelungstechnik weit verbreitete Methode, um eine Regelung hinsichtlich Stabilität, Robustheit und Regelgüte zu verbessern [14], [50]. Entsprechend Kapitel 2 treten am Roboter nichtlineare Effekte aufgrund der Mehrkörperdynamik sowie der Reibung auf. Die nichtlinearen Momente, die aus der Mehrkörperdynamik resultieren, sind hierbei stetig differenzierbar, da sie mit Hilfe von trigonometrischen Funktionen in Abhängigkeit der Systemzustände berechnet werden können. Weiterhin sind die in die Berechnung eingehenden Modellparameter konstant und im Allgemeinen sehr gut bekannt, so dass eine Kompensation beispielsweise im Rahmen einer Vorsteuerung vorgenommen werden kann. Reibung ist hingegen entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 2.2 stark abhängig vom Betriebszustand und aufgrund von Haft- und Coulombscher Reibung eine nicht stetig differenzierbare Nichtlinearität. Eine Kompensation dieses nichtlinearen Effekts ist somit mit zusätzlichen Schwierigkeiten verbunden. Daher ist die Kompensation von Reibung bereits seit langer Zeit Gegenstand der Forschung und es existieren zahlreiche Veröffentlichungen zu diesem Thema. Im Rahmen dieses Kapitels werden in Abschnitt 4.1 zunächst die negativen Auswirkungen des Auftretens von Reibung auf den geschlossenen Regelkreis beschrieben, die die Motivation für eine Kompensation darstellen. Anschließend werden in der Literatur bekannte Methoden zur Reibungskompensation vorgestellt (Abschnitt 4.2). In den nachfolgenden Abschnitten werden für den vorliegenden Anwendungsfall besonders vielversprechende Methoden untersucht und gegebenenfalls erweitert, so dass ein Einsatz im Fall eines elastischen Robotergelenks unter Reibungseinfluss möglich ist.

4.1 Motivation

Die Motivation, im System auftretende Reibung durch regelungstechnische Maßnahmen zu kompensieren, resultiert im Wesentlichen aus folgenden Faktoren:

- Verschlechterung des Fahrverhaltens

Das Fahrverhalten eines Industrieroboters verschlechtert sich durch den Einfluss der Reibung. Kriterium für die Bewertung des Fahrverhaltens sind im Allgemeinen die Genauigkeit des Roboters auf der Bahn sowie das Positionierverhalten am Ende einer Bewegung. Auf der Bahn führt das Auftreten von Reibung zu einer Vergrößerung des Schleppfehlers und vermindert somit die Genauigkeit der Regelung. Insbesondere bei Bewegungen mit schnellem Richtungswechsel kommt es bei Vorzeichenumkehr der Geschwindigkeit aufgrund von Haft- und Coulombscher Reibung zu einer deutlich vergrößerten Regelabweichung. Am Ende einer Bewegung kommt es aufgrund der Haftreibung zu einer stationären Abweichung, die im Allgemeinen durch einen integralen Anteil im Regler verhindert wird. Dies kann jedoch zu einer langen Positionierdauer führen, da es zu einem Kriechvorgang mit abwechselnden Gleit- und Haftphasen kommen kann. Ein solcher Kriechvorgang ist in Abb. 4.1 beispielhaft dargestellt. Man erkennt, dass der Motor bis zum Erreichen der vorgegebenen Referenzposition einige Male in den Haftzustand geht. Der integrale Anteil im Regler integriert die konstante Regelabweichung jeweils so lange auf, bis er wieder in den Gleitzustand versetzt wird.

- Verlust der Beobachtbarkeit

Geht der Motor in Haftung, so ändert sich zudem die Struktur des Systems. Ein einzelnes Gelenk entspricht in diesem Fall nicht mehr einem elastisch gekoppelten Zweimassensystem, sondern einem Einmassenschwinger. Die Bewegungsgleichung eines Einmassenschwingers ergibt sich zu:

$$J_a \ddot{q}_a = -c \cdot q_a - d \cdot \dot{q}_a \quad (4.1)$$

Die Zustände q_a und \dot{q}_a dieses Systems sind, basierend auf der Messung der Motorposition, nicht mehr beobachtbar.

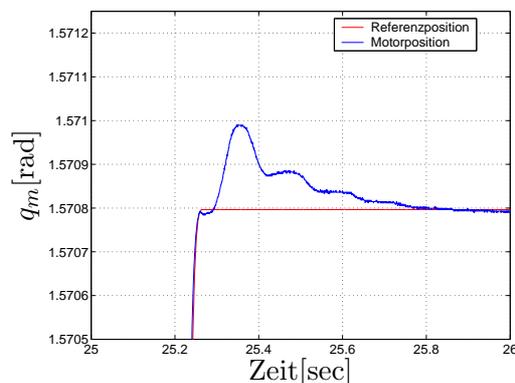


Abbildung 4.1: Positioniervorgang mit abwechselnden Gleit- und Haftphasen

- Auftreten von Grenzyklen

Bekannte Phänomene, die bei der Regelung von reibungsbehafteten mechanischen Systemen auftreten können, sind sogenannte Stick-Slip-Bewegungen und das sogenannte Hunting. Beide Phänomene sind charakterisiert durch das Auftreten von stationären Dauerschwingungen, die auch als Grenzyklen bezeichnet werden. Ursache und gleichzeitig Bedingung für das Auftreten dieser Grenzyklen ist jeweils, dass das Reibmoment nach dem Losbrechen des Motors aus der Haftung betragsmäßig abnimmt. Die beschriebenen Phänomene lassen sich anhand von nichtlinearen Simulationen der Regelung eines reibungsbehafteten elastischen Gelenks gut veranschaulichen. Die Bewegungsgleichungen des Gelenks ergeben sich zu:

$$J_a \ddot{q}_a = -c \cdot (q_a - q_m) - d \cdot (\dot{q}_a - \dot{q}_m) \quad (4.2)$$

$$J_m \ddot{q}_m = c \cdot (q_a - q_m) + d \cdot (\dot{q}_a - \dot{q}_m) - \tau_r + \tau_m \quad (4.3)$$

Die Parameter des Reibmodells entsprechend Gleichung 2.24 wurden hierbei unter Vernachlässigung des Stribeck-Effekts wie folgt angenommen:

$$\tau_H = 120 \text{ Nm} \quad (4.4)$$

$$\tau_C = 100 \text{ Nm} \quad (4.5)$$

$$\nu = 140 \text{ Nmsec} \quad (4.6)$$

Zur Regelung wird eine P-PI-Kaskadenregelung mit folgendem Regelgesetz im Zeitbereich eingesetzt:

$$\tau_m = K_{PI} \left((\dot{q}_{ref} + K_p(q_{ref} - q) - \dot{q}) + \frac{1}{T_n} \int (\dot{q}_{ref} + K_p(q_{ref} - q) - \dot{q}) dt \right) \quad (4.7)$$

Die Reglerparameter wurden hierbei wie folgt gewählt:

$$K_p = 25 \quad (4.8)$$

$$K_{PI} = 1000 \quad (4.9)$$

$$T_n = 1.0e^{-4} \text{ sec} \quad (4.10)$$

Stick-Slip-Bewegungen

Stick-Slip-Bewegungen treten bei sehr niedrigen Geschwindigkeiten auf. Zu Beginn ist der Motor in Haftung. Die Regelabweichung nimmt aufgrund der vorgegebenen linearen Solltrajektorie ebenfalls linear zu. Während dieser Phase sind das Reibmoment und das vom Regler kommandierte Moment entsprechend dem Haftreibmodell betragsmäßig gleich groß, so dass keine Bewegung stattfindet. Nach einer gewissen

Zeit ist das Reglermoment so groß, dass das Haftmoment überwunden wird und der Motor zu gleiten beginnt. In diesem Moment fällt das Reibmoment vom Niveau der Haftreibung auf das Niveau der Coulombschen Reibung. Der Motor wird dementsprechend ruckartig beschleunigt, so dass die Motordrehzahl deutlich größer ist als die Referenzdrehzahl. Der Regler bremst den Motor daher ab, so dass dieser wieder in Haftung kommt. In diesem Moment beginnt der beschriebene Ablauf erneut. Unter der Annahme, dass das Losbrechmoment der Coulombschen Reibung entspricht, würde in diesem Fall kein Grenzyklus auftreten.

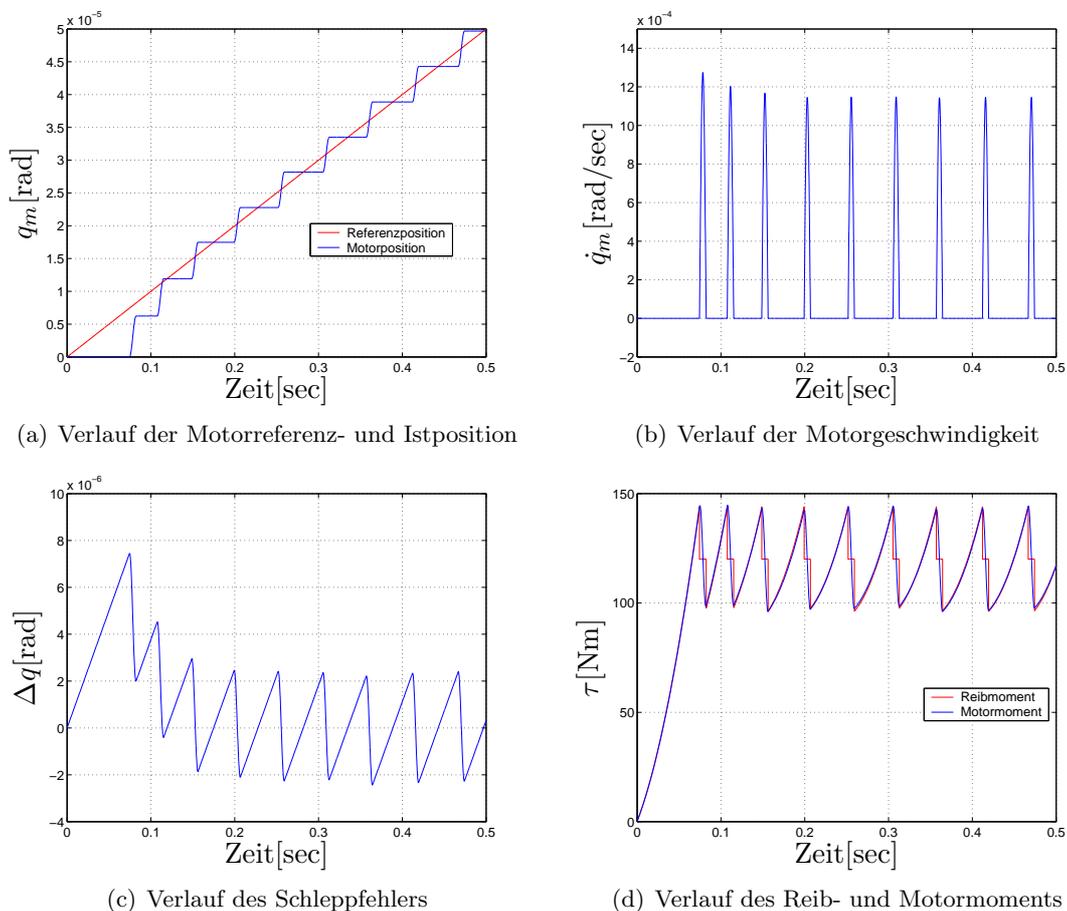


Abbildung 4.2: Stick-Slip-Effekt

Hunting

Das sogenannte Hunting tritt beim Positionieren auf. In diesem Fall geht der Motor zunächst in Haftung, wobei eine Regelabweichung vorhanden ist. Der integrale Anteil im Regler integriert die in diesem Fall konstante Regelabweichung auf, so dass nach einer gewissen Zeit das Haftmoment überschritten wird. In diesem Moment fällt das Reibmoment vom Niveau der Haftreibung auf das Niveau der Coulombschen Reibung. Der Motor wird ruckartig beschleunigt und fährt über die Referenzposition

hinaus. Er wird daher vom Regler gebremst, so dass er wieder in Haftung geht und eine Regelabweichung vorhanden ist. In diesem Moment beginnt der beschriebene Ablauf erneut. Voraussetzung für das Auftreten des Hunting ist in diesem Fall sowohl der integrale Anteil im Regler als auch das unterschiedliche Niveau von Haftmoment und Coulombschen Reibmoment.

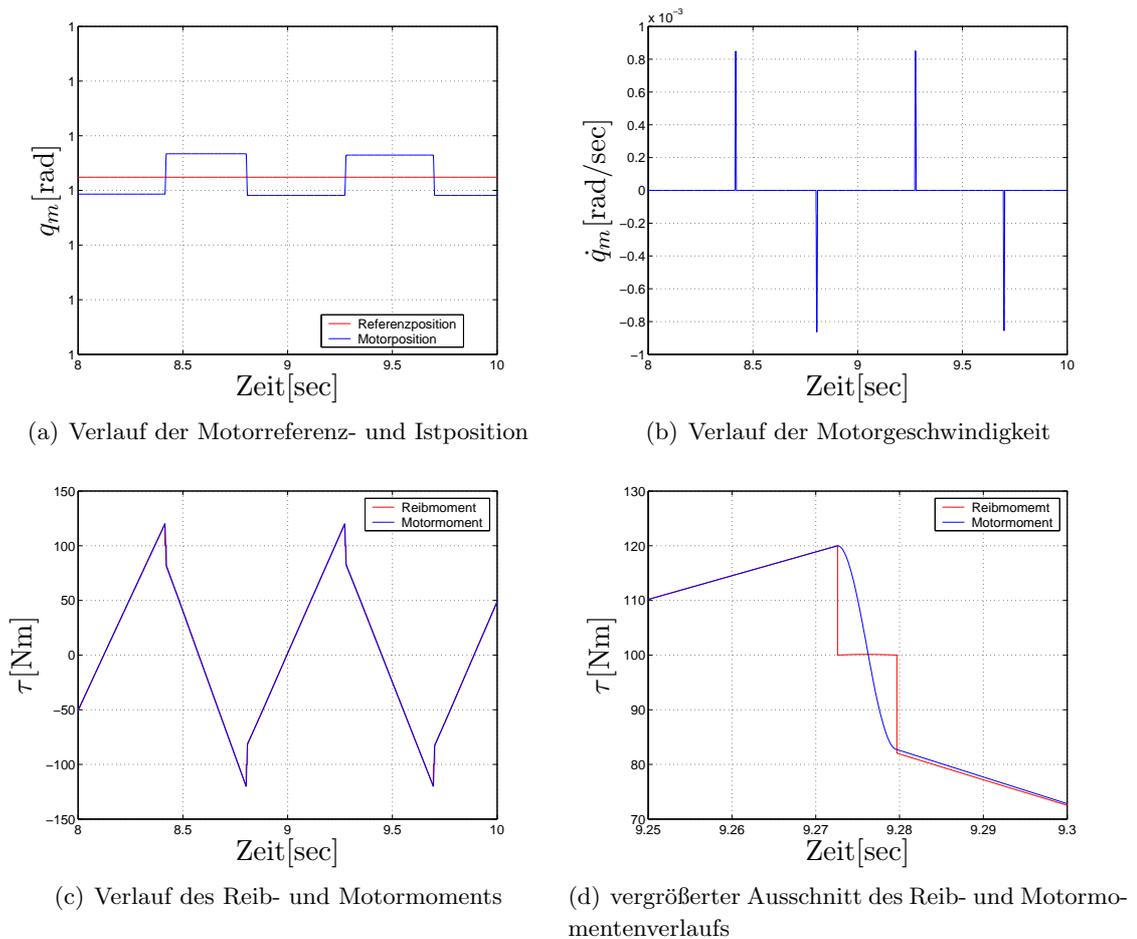


Abbildung 4.3: Hunting-Effekt

4.2 Methoden zur Reibungskompensation

Nach [3] lassen sich die Methoden zur Reibungskompensation in nicht modellbasierte und modellbasierte Methoden untergliedern. Eine sehr weit verbreitete nicht modellbasierte Methode ist die Verwendung eines Integrators im Regler. Durch diese Maßnahme lässt sich der Einfluss der Reibung stationär kompensieren, jedoch kann es wie beschrieben zum Auftreten von Grenzyklen kommen. Weiterhin können dynamische Effekte, wie Stillstandszeiten, nicht unterdrückt werden. Eine weitere Möglichkeit zur Kompensation der Haftreibung ist die in [28] angewendete Glättung der Unstetigkeitsstelle durch Aufschalten eines hochfrequenten Signals (Dither-Signal) auf die Eingangsgröße der Nichtlinearität. Hierdurch konnten Grenzyklen unterdrückt werden. Der Motor bleibt hierbei jedoch immer in Bewegung so dass der Verschleiß deutlich zunimmt. Bei der sogenannten Pulsweitenregelung werden im Haftzustand gezielt Momentenimpulse auf das System gegeben, so dass die Zielposition erreicht wird. Die grundlegende Idee wurde in [76] vorgestellt. Die Dauer der Impulse wird in Abhängigkeit der Abweichung von der Sollposition durch einfache Integration der Bewegungsgleichung berechnet. Im Vergleich zum Dither-Signal ist der Mittelwert der Impulse somit nicht null, so dass eine Bewegung stattfindet. In [75] wird das Verfahren dahingehend modifiziert, dass nur ganzzahlige Vielfache der Abtastzeit als Pulsdauern zulässig sind, um den Algorithmus diskret realisieren zu können.

Modellbasierte Reibungskompensation

Sofern ein Modell der Reibung verfügbar ist, kann Reibung durch Aufschalten eines betragsmäßig gleich großen Moments mit umgekehrtem Vorzeichen kompensiert werden. Voraussetzung hierbei ist, dass die Bandbreite des Motors ausreichend groß ist, so dass entsprechende Momentenvorgaben vom Motor umgesetzt werden können. Weiterhin ist es für eine Kompensation vorteilhaft, wenn zwischen dem Angriffspunkt der Reibung und dem Stellglied keine Elastizität vorhanden ist, so dass eine direkte Übertragung des Moments möglich ist. Im Fall des betrachteten Roboters sind diese Voraussetzungen erfüllt, da die Reibung hauptsächlich antriebsseitig auftritt und der Motor eine sehr hohe Dynamik besitzt. Grundsätzlich kann die Reibungskompensation auf der Basis eines zeitinvarianten Reibmodells vorgenommen werden oder auf der Basis eines lernfähigen bzw. adaptiven Reibmodells. Vorteil der Verwendung eines festen Reibmodells ist der geringe Rechenaufwand. Nachteil ist der hohe Identifikationsaufwand. Eine Kompensation auf Basis eines festen geschwindigkeitsabhängigen Reibmodells im Bereich von Robotern mit elastischen Gelenken wurde beispielsweise in [2] durchgeführt.

In [11] wird für ein einzelnes starres Robotergelenk eine adaptive Reibungskompensation vorgestellt. Basis ist ein geschwindigkeitsabhängiges, statisches Reibmodell in Abhängigkeit von Parametern, die online optimiert werden. Die Optimierung basiert auf der Minimierung des Fehlers zwischen gemessenem und modellbasiert berech-

netem Moment. Zur Optimierung wird ein rekursiver Least-Squares Algorithmus verwendet. Adaptiert werden sowohl die Parameter des Reibmodells als auch die weiteren Modellparameter Masse und Trägheit. In [17] wird für eine reibungsbehaftete Trägheit ein reduzierter Beobachter entworfen zur Schätzung der Coulombschen Reibung. Weiterhin existieren Arbeiten, bei denen eine Kompensation auf Basis von dynamischen Reibmodellen erfolgt. In [10] wird mit Hilfe eines Beobachters, der durch die Rückführung der Regelabweichung nachgeführt wird, der nicht messbare Zustand des Reibmodells geschätzt.

4.3 Linearer Störgrößenbeobachter

Der Grundgedanke besteht darin, Reibung als unbekannte, auf das System einwirkende Störung z zu interpretieren und diese mit Hilfe eines sogenannten Störgrößenbeobachters online zu schätzen. Dies bietet sich insbesondere an, da die Gleit- und Haftreibungskoeffizienten sich in Abhängigkeit vom Betriebszustand (zum Beispiel der Öltemperatur) ändern. Im Folgenden wird daher zunächst das Verfahren der Störgrößenbeobachtung kurz erläutert.

4.3.1 Grundlagen der Störgrößenbeobachtung

Grundlage für den Entwurf eines Störgrößenbeobachters ist eine Systembeschreibung im Zustandsraum, wobei zusätzlich Störungen im Störvektor \underline{z} berücksichtigt werden, die über die Matrix \underline{G} ins System eingreifen. Die Systembeschreibung ergibt sich somit zu:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot u + \underline{G} \cdot \underline{z} \quad (4.11)$$

$$y = \underline{c}^T \cdot \underline{x} \quad (4.12)$$

Von der Störung wird nun angenommen, dass sie sich als Ausgangsgröße eines geeigneten gewählten linearen dynamischen Systems

$$\begin{aligned} \underline{z} &= \underline{C}_s \cdot \underline{x}_s \\ \dot{\underline{x}}_s &= \underline{A}_s \cdot \underline{x}_s \end{aligned} \quad (4.13)$$

mit zufälligen Anfangsbedingungen darstellen lässt. Zur Schätzung von Systemzustand und Störvektor wird der Störvektor \underline{z} in Gleichung 4.11 durch das Störmodell entsprechend Gleichung 4.13 ersetzt. Für das um das Störmodell erweiterte System wird nun ein vollständiger Beobachter der Form

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\underline{x}}} \\ \dot{\hat{\underline{x}}}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{G}\underline{C}_s \\ \underline{0} & \underline{A}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}} \\ \hat{\underline{x}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \underline{0} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \underline{l} \\ \underline{l}_s \end{bmatrix} (y - \hat{y}) \quad (4.14)$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{A} - \underline{l}\underline{c}^T & \underline{G}\underline{C}_s \\ -\underline{l}_s\underline{c}^T & \underline{A}_s \end{bmatrix}}_{\underline{A}_e - \underline{l}_e\underline{c}_e^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\underline{x}} \\ \hat{\underline{x}}_s \end{bmatrix}}_{\underline{x}_e} + \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \underline{0} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \underline{l} \\ \underline{l}_s \end{bmatrix} y \quad (4.15)$$

Reibkennlinie hat jedoch, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, einen nichtlinearen Verlauf. In [34] wird daher vorgeschlagen, den zeitlichen Verlauf der Reibung durch eine Treppenfunktion anzunähern, so dass eine Beschreibung mit Hilfe eines Integratormodells möglich ist. Somit ergeben sich die festzulegenden Matrizen des Störmodells nach Gleichung (4.13) zu:

$$\underline{C}_s = 1, \quad \underline{A}_s = 0 \quad (4.17)$$

Stationäre Genauigkeit

Bei der Wahl eines Integrators als Störmodell kann stationäre Genauigkeit des Beobachters unter dem Einfluss von Störungen nachgewiesen werden. Hierzu wird zunächst die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\underline{e}_e = \underline{x}_e - \hat{\underline{x}}_e$ aufgestellt. Diese lässt sich wie folgt darstellen:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{e}} \\ \dot{\underline{e}}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} - \underline{l}\underline{c}^T & \underline{G}\underline{C}_s \\ -\underline{l}_s\underline{c}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{e} \\ \underline{e}_s \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Unter der Annahme, dass die erweiterte Beobachtermatrix $\underline{A}_e - \underline{l}_e\underline{c}_e^T$ stabil ist, existiert ein stationärer Zustand mit:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\underline{e}} = 0 \quad (4.19)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\underline{e}}_s = 0 \quad (4.20)$$

Damit ergibt sich Gleichung 4.18 im stationären Zustand zu:

$$\underline{0} = \begin{bmatrix} \underline{A} - \underline{l}\underline{c}^T & \underline{G}\underline{C}_s \\ -\underline{l}_s\underline{c}^T & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{e}_\infty \\ \underline{e}_{s\infty} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Ist der entworfene Beobachter stabil, so besitzt die Matrix $\underline{A}_e - \underline{l}_e\underline{c}_e^T$ keinen Eigenwert in Null, ist daher regulär. Daher besitzt das Gleichungssystem nur die Lösung:

$$\begin{bmatrix} \underline{e}_\infty \\ \underline{e}_{s\infty} \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (4.22)$$

Beobachtermodell

Das um das Integratormodell erweiterte Zustandsraummodell eines elastischen Gelenks ergibt sich zu:

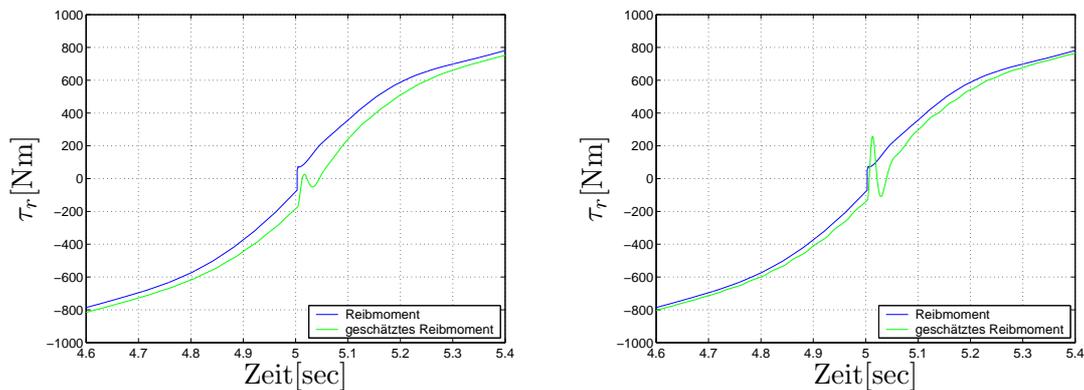
$$\begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \ddot{q}_a \\ \dot{q}_m \\ \ddot{q}_m \\ \dot{\tau}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{J_a} & -\frac{d_a+d}{J_a} & \frac{c}{J_a} & \frac{d}{J_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{c}{J_m} & \frac{d}{J_m} & -\frac{c}{J_m} & -\frac{d_m+d}{J_m} & -\frac{1}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ \dot{q}_a \\ q_m \\ \dot{q}_m \\ \tau_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} \tau_m \quad (4.23)$$

Die Determinante der Beobachtbarkeitsmatrix \underline{Q}_B ergibt sich in diesem Fall zu:

$$\det(\underline{Q}_B) = \frac{c^3}{J_m^3 \cdot J_a} \quad (4.24)$$

Das System ist somit beobachtbar wenn die Steifigkeitskonstante c von null verschieden ist sowie an- und abtriebsseitige Trägheiten J_a und J_m endliche Werte annehmen. Für dieses erweiterte System kann somit ein Beobachter nach Luenberger entworfen werden. Der Zustand τ_r beschreibt in diesem Fall den Verlauf der antriebsseitigen Reibung.

4.3.3 Simulationsergebnisse



(a) geschätztes Reibmoment bei niedriger Beobach-
terdynamik

(b) geschätztes Reibmoment bei hoher Beobach-
terdynamik

Abbildung 4.5: Simulationsergebnisse Störgrößenbeobachter

In Abb. 4.5(a) ist beispielhaft der zeitliche Verlauf des Reibmoments dargestellt bei Vorgabe einer sinusförmigen Referenztrajektorie. Zum Vergleich ist das mit Hilfe des Störgrößenbeobachters geschätzte Reibmoment dargestellt. Bei der Simulation wurde angenommen, dass die linearen Systemparameter sowie die Last von Strecke und Beobachter übereinstimmen. Der Rückführvektor \underline{l}_e des Beobachters wurde mit Hilfe des Verfahrens der Polvorgabe ausgelegt. Der Verlauf der Störgröße wird aufgrund des gewählten Störmodells nur dann exakt geschätzt, wenn die zeitliche Änderung der Störgröße null ist. Da das Reibmoment sich jedoch in Abhängigkeit der Geschwindigkeit zeitlich ändert, entsteht eine Abweichung zwischen dem geschätzten und dem wirkenden Reibmoment. Insbesondere wenn die Motorgeschwindigkeit das Vorzeichen wechselt, kommt es aufgrund des nichtlinearen Reibmomentenverlaufs zu einer deutlichen Abweichung. Diese Abweichung kann reduziert werden, indem der Beobachter über die Wahl der Pollagen der Beobachtermatrix entsprechend schneller eingestellt wird. In Abb. 4.5(b) ist beispielhaft das Schätzergebnis für das Reibmoment dargestellt, wobei der Beobachter deutlich schneller eingestellt

wurde. Man erkennt, dass die Abweichung geringer wird. In diesem Fall wurde jedoch das Messrauschen der Sensoren vernachlässigt. Aufgrund des Messrauschens sind die geschätzten Zustands- und Störgrößenverläufe jedoch am realen System zunehmend verrauscht, wenn der Beobachter entsprechend schneller eingestellt wird. Daher kann die Beobachterdynamik nicht beliebig erhöht werden.

4.3.4 Nichtlineare modellbasierte Erweiterung

Die Schätzung des Reibmoments kann deutlich verbessert werden durch eine modellbasierte, nichtlineare Erweiterung. Hierbei wird die Reibung durch einen zeitinvarianten, nichtlinearen Anteil $\tau_{r\mathcal{NL}}$ sowie einen zeitvarianten Anteil $\Delta\hat{\tau}_r$ modelliert:

$$\hat{\tau}_r = \tau_{r\mathcal{NL}}(\hat{q}_m) + \Delta\hat{\tau}_r \quad (4.25)$$

Der nichtlineare Anteil der Reibung kann hierbei beispielsweise mit einem General Regression Neural Network mit festem Parametervektor modelliert werden (siehe Abschnitt 4.5.5). Der zeitvariante Anteil, der sich aufgrund der Abhängigkeit der Reibung vom Betriebszustand ergibt, wird online mit Hilfe eines linearen Störmodells geschätzt:

$$\Delta\tau_r = \underline{c}_s^T \cdot \underline{x}_s \quad (4.26)$$

$$\dot{\underline{x}}_s = \underline{A}_s \cdot \underline{x}_s \quad (4.27)$$

Als Störmodell wird in diesem Fall ein einfaches Integratormodell verwendet mit $\underline{A}_s = 0$ und $\underline{c}_s^T = 1$. Es gilt somit:

$$\Delta\dot{\tau}_r = 0 \quad (4.28)$$

Das erweiterte Modell des Beobachters ergibt sich somit zu:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \ddot{q}_a \\ \dot{q}_m \\ \ddot{q}_m \\ \Delta\dot{\tau}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{J_a} & -\frac{d_a+d}{J_a} & \frac{c}{J_a} & \frac{d}{J_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{c}{J_m} & \frac{d}{J_m} & -\frac{c}{J_m} & -\frac{d_m+d}{J_m} & -\frac{1}{J_m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ \dot{q}_a \\ q_m \\ \dot{q}_m \\ \Delta\tau_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot (\tau_m - \tau_{r\mathcal{NL}}) \quad (4.29)$$

4.3.5 Messergebnisse

Der beschriebene Störgrößenbeobachter zur Identifikation und Kompensation der Reibung wurde am Roboter KUKA KR 16 implementiert und getestet. Die Wirksamkeit der Reibungskompensation und die daraus resultierende Verbesserung des Fahrverhaltens kann besonders bei Reversierbewegungen nachgewiesen werden. Bei diesen

Bewegungen wird der Geschwindigkeitsbereich eines Gelenks vollständig durchfahren, so dass der Einfluss der nichtlinearen Reibung auf die Regelgüte sehr gut sichtbar wird. Daher wurden beispielhaft mit der Achse 1 Reversierbewegungen durchgeführt. Das Geschwindigkeitsprofil einer Reversierbewegung ist in Abb. 4.6 dargestellt.

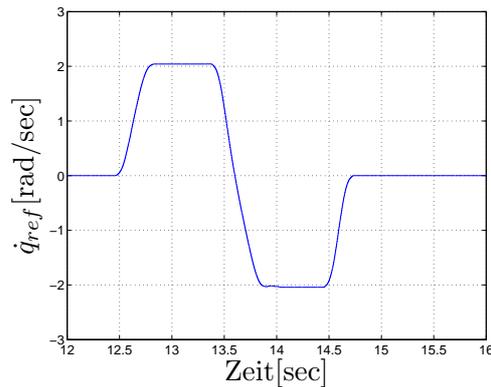
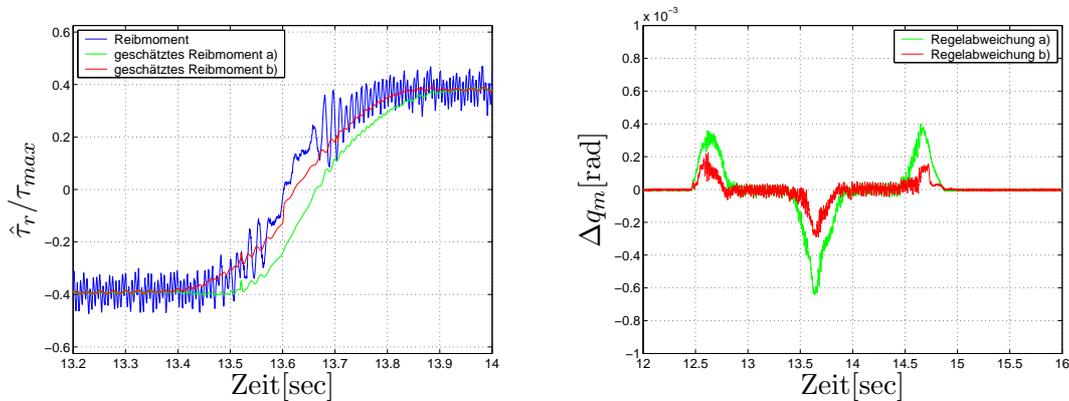


Abbildung 4.6: Geschwindigkeitsprofil einer Reversierbewegung

Die Reibungskompensation wurde in Kombination mit einer P-P-Kaskadenregelung mit Momentenvorsteuerung getestet. Das Vorsteuermoment wird hierbei auf der Basis eines reibungsfreien Systems berechnet. Um die Güte der Reibungskompensation zu untersuchen, bietet es sich an, die Regelabweichung während der Bewegung zu betrachten. Diese resultiert bei Verwendung einer Vorsteuerung (unter der Annahme, dass Modell und Roboter unter Vernachlässigung der Reibung übereinstimmen) einzig aus dem Einfluss der Reibung. Zunächst wurde die Wirksamkeit der vorgeschlagenen nichtlinearen modellbasierten Erweiterung untersucht. Hierzu wurde die Reversierbewegung sowohl mit konventioneller linearer Störgrößenbeobachtung und Kompensation als auch mit nichtlinearer modellbasierter Erweiterung durchgeführt. In Abb. 4.7(a) ist zunächst der Verlauf der geschätzten Reibmomente für ein Zeitintervall dargestellt. Zum Vergleich ist das Reibmoment dargestellt, welches mit Hilfe des Motormoments τ_m und des Vorsteuermoments τ_{ref} wie folgt berechnet wurde:

$$\tau_r = \tau_m - \tau_{ref} \quad (4.30)$$

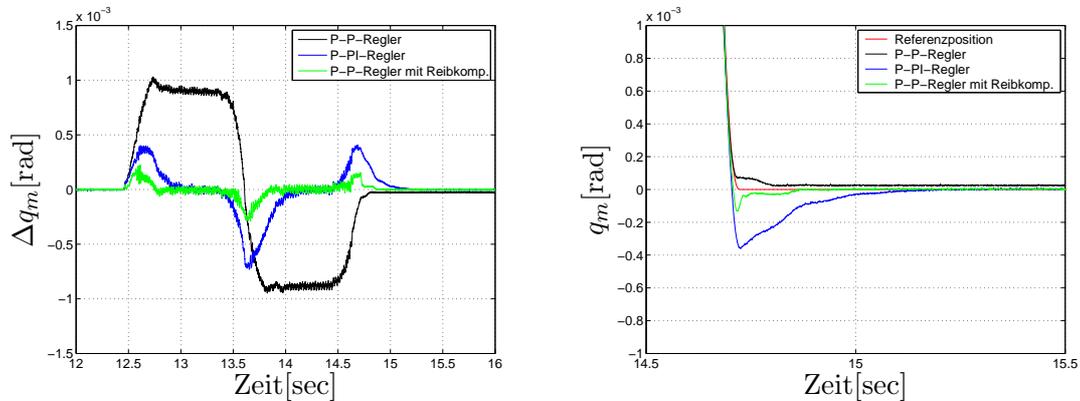
Bei konstanter Drehzahl liefern beide Verfahren die gleichen Schätzergebnisse (nahezu konstantes Reibmoment). Während der Richtungsumkehr mit Geschwindigkeitsnulldurchgang wird der zeitliche Verlauf der Reibung deutlich besser geschätzt bei Verwendung der nichtlinearen Erweiterung. Dies führt zu einer deutlichen geringeren Regelabweichung $\Delta q_m = q_{mref} - q_m$, die in Abbildung 4.7(b) dargestellt ist. Gleiches gilt für die Beschleunigungsphase zu Beginn der Bewegung und für die Verzögerungsphase am Ende der Bewegung.



(a) Vergleich des geschätzten Reibmoments: (a) oh- (b) Vergleich Regelabweichung bei Reversierbewe-
 ne nichtlin. Erweiterung, b) mit nichtlin. Erweite- gung: (a) ohne nichtlin. Erweiterung, b) mit nichtlin.
 rung Erweiterung

Abbildung 4.7: Wirksamkeit der nichtlinearen, modellbasierten Erweiterung

Weiterhin wurde untersucht, inwieweit die Regelgüte im Vergleich zu einer Kaskadenregelung ohne Reibungskompensation verbessert werden kann. Hierbei wurden Vergleichsmessungen sowohl mit einer P-P-Kaskadenregelung als auch mit einer P-PI-Kaskadenregelung durchgeführt. Man erkennt in Abbildung 4.8(a), dass der Verlauf der Regelabweichung bei einer P-P-Kaskade qualitativ dem Verlauf des Reibmoments entspricht. Weiterhin kommt es aufgrund der Haftreibung zu einer stationären Abweichung, so dass die Referenzposition nicht exakt erreicht wird. Die Regelung kann den Einfluss der Reibung somit in keiner Weise kompensieren. Bei Einsatz einer in der Antriebstechnik üblichen P-PI-Kaskadenregelung kompensiert der integrale Anteil im Regler den Einfluss der Reibung im stationären Zustand. Daher ist die bleibende Regelabweichung null. Aufgrund des nichtlinearen Charakters der Reibung kann der Integrator jedoch bei Richtungswechseln sowie hochdynamischen Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgängen die Reibung nur unzureichend kompensieren. Daher kommt es zu Beginn der Bewegung sowie während des Richtungswechsels und des Positioniervorgangs zum Auftreten einer verhältnismäßig großen Regelabweichung. Bei einer P-P-Kaskadenregelung mit nichtlinearer Reibungskompensation sind diese Bahnungenauigkeiten deutlich geringer, da die Reibung sowohl stationär als auch dynamisch gut kompensiert werden kann. In Abbildung 4.8(b) ist zudem der Positioniervorgang am Ende der Bewegung dargestellt. Man erkennt, dass die P-P-Kaskadenregelung mit Reibungskompensation stationär genau ist und im Vergleich zur P-PI-Kaskadenregelung die Endposition deutlich früher erreicht. Die Messergebnisse unterstreichen die Wirksamkeit einer Reibungskompensation somit eindrucksvoll.



(a) Regelabweichung im Vergleich mit anderen Reglerstrukturen

(b) Vergleich des Positioniervorgangs

Abbildung 4.8: Vergleichsmessungen Störgrößenbeobachter

4.4 Disturbance Observer

Der Disturbance Observer wird in eine Reglerstruktur integriert mit dem Ziel, Unempfindlichkeit gegenüber Störungen und Modellierungsfehlern zu erreichen [1]. Das Verfahren wurde beispielsweise im Bereich der Regelung von elektrischen Antrieben ([73]) und der Regelung von Robotern mit starren Gelenken eingesetzt [72], [41]. Die Idee besteht darin, mit Hilfe eines inversen Modells der nominellen Strecke die Störung zu schätzen und unmittelbar zu kompensieren. In diesem Fall wird die Reibung als Störung betrachtet. Der Disturbance Observer wird daher in diesem Fall in die Reglerstruktur integriert, um die auftretende Reibung zu schätzen und zu kompensieren. Die Struktur des Disturbance Observers ist in Abb. 4.9 dargestellt. Hierbei bezeichnet z die unbekannte Störung, n das Messrauschen, u die Stellgröße, u_{ref} die Referenzstellgröße und y die Regelgröße der Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $G(s)$. Der Disturbance Observer besteht aus dem Filter $Q(s)$ sowie der inversen Übertragungsfunktion der nominellen Regelstrecke $G_n(s)$. Auf die Wahl und Auslegung des Q -Filters sowie des Referenzübertragungsverhaltens G_n wird im Folgenden eingegangen.

4.4.1 Referenzübertragungsverhalten G_n

Unter der Annahme, dass das Übertragungsverhalten der Regelstrecke durch eine lineare Übertragungsfunktion G beschrieben werden kann, ergibt sich das Übertragungsverhalten der Strecke mit Disturbance Observer zu:

$$\frac{y}{u_{ref}} = \frac{G_n \cdot G}{G_n \cdot (1 - Q) + G \cdot Q} \quad (4.31)$$

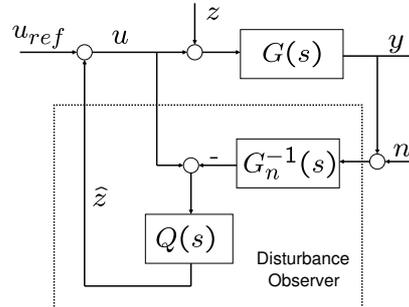


Abbildung 4.9: Struktur Disturbance Observer

Im niedrigen Frequenzbereich kann das Übertragungsverhalten des Q -Filters vernachlässigt werden ($Q \approx 1$). Das Übertragungsverhalten lässt sich im niedrigen Frequenzbereich daher wie folgt annähern:

$$\frac{y}{u_{ref}} \approx G_n \quad (4.32)$$

Daher wird das durch die Funktion G_n beschriebene Übertragungsverhalten auch als Referenzübertragungsverhalten bezeichnet. Wirken auf das System keine Störungen ein ($z = 0$) und entspricht das Referenzmodell hinsichtlich Struktur und Parametern der Regelstrecke ($G_n = G$), so ergibt sich:

$$\hat{z} = 0 \quad (4.33)$$

Dies bedeutet, dass das Q -Filter in diesem Fall keinen Einfluss auf die Dynamik des Systems hat. Treten jedoch Störungen auf oder weicht das Übertragungsverhalten der Strecke vom Referenzübertragungsverhalten ab, so wird der Fehler durch die Rückführung über das Q -Filter asymptotisch zu null abgebaut. Das Q -Filter ist somit der entscheidende Parameter des Disturbance Observers für die Robustheit des Systems.

In diesem Fall wird das Referenzübertragungsverhalten entsprechend dem eines reibungsfreien Zweimassenschwingers gewählt:

$$G_n(s) = \frac{q_m}{\tau_{ref}} = \frac{s^2 J_a + s d + c}{s^4 J_a J_m + s^3 (J_a d + J_m d) + s^2 (J_a c + J_m c)} \quad (4.34)$$

Die Modellparameter wurden daher zunächst ebenfalls entsprechend den identifizierten Parametern gewählt. Im Idealfall, das heißt, wenn das Referenzübertragungsverhalten erreicht wird, entspricht das Regelverhalten dem eines reibungsfreien Systems.

4.4.2 Q-Filter

Von zentraler Bedeutung ist zudem die Auslegung des Filters. Hierbei sind folgende Punkte zu beachten:

- Die Ordnung des Filters muss mindestens der relativen Ordnung der Funktion G_n entsprechen, so dass die Funktion Q/G_n kausal bzw. realisierbar wird.
- Um interne Stabilität zu gewährleisten, muss die Übertragungsfunktion QG_n^{-1} stabil sein, das heißt, sie darf nur Polstellen im Innern der linken Halbebene in der komplexen Ebene besitzen. Sofern die nominelle Übertragungsfunktion nicht minimalphasig ist, das heißt Nullstellen in der rechten Halbebene besitzt, muss das Filter Q die gleichen Nullstellen in der rechten Halbebene besitzen, so dass das Produkt QG_n^{-1} stabil ist.
- Die Wahl der Eckfrequenz des Filters beeinflusst entscheidend die Empfindlichkeit der Regelung gegenüber Messrauschen sowie gegenüber Störungen, die auf die Regelstrecke einwirken. Da in diesem Fall angenommen wird, dass Störungen am Eingang der Regelstrecke angreifen, beschreibt die sogenannte Ausgangssensitivitätsfunktion

$$\frac{y}{z} = \frac{G \cdot G_n \cdot (1 - Q)}{(1 - Q) \cdot G_n + G \cdot Q} \quad (4.35)$$

die Empfindlichkeit des Regelkreises gegenüber Eingangsstörungen.

Den Einfluss des Messrauschens beschreibt die komplementäre Sensitivitätsfunktion:

$$\frac{y}{n} = \frac{G \cdot Q}{(1 - Q) \cdot G_n + G \cdot Q} \quad (4.36)$$

Im Nominalfall ($G_n = G$) ergeben sich die Übertragungsfunktionen zu:

$$\frac{y}{z} = (1 - Q) \cdot G \quad (4.37)$$

bzw.

$$\frac{y}{n} = Q \quad (4.38)$$

Sowohl Q als auch $1 - Q$ sollten möglichst klein sein, ergänzen sich in der Summe aber zu eins. Um Störungen im niedrigen Frequenzbereich unterdrücken zu können, wird Q als Tiefpassfilter mit einer stationären Verstärkung von eins gewählt. Hochfrequentes Messrauschen wird durch die Wahl eines Tiefpassfilters ebenfalls wirksam unterdrückt. Bei der Wahl der Eckfrequenz des Tiefpassfilters ist ein Kompromiss zu finden, da sich hinsichtlich eines für die Regelung günstigen Verhaltens gegensätzliche Forderungen bezüglich der Wahl der Eckfrequenz ergeben. Eine geringe Empfindlichkeit gegenüber Messrauschen wird durch die Wahl einer niedrigen Eckfrequenz erreicht, während für eine gute Störunterdrückung die Wahl einer hohen Eckfrequenz günstig ist.

Da die gewählte Referenzübertragungsfunktion $G_n(s)$ entsprechend Gleichung 4.34 einen relativen Grad von zwei hat, ist zur Realisierung ein Tiefpassfilter zweiter Ordnung notwendig. Die Nullstellen der Referenzübertragungsfunktion G_n ergeben sich zu:

$$s_{1,2} = -\frac{d}{2J_a} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2J_a}\right)^2 - \frac{c}{J_a}} \quad (4.39)$$

Da in diesem Fall $d^2 < 4J_a c$ gilt, ergeben sich somit zwei konjugiert komplexe Nullstellen in der linken Halbebene. Das Q -Filter muss somit keine Nullstellen besitzen, um interne Stabilität zu gewährleisten.

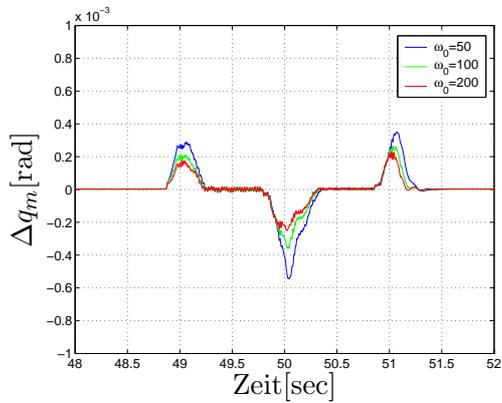
In diesem Fall wurde daher als Filter ein Verzögerungsglied zweiter Ordnung gewählt mit der Übertragungsfunktion:

$$Q(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (4.40)$$

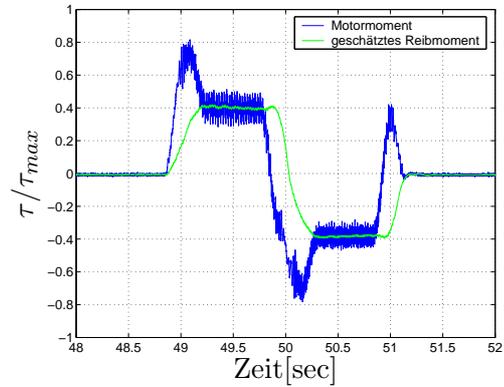
Der Dämpfungsgrad D wurde zu eins angenommen, so dass kein Überschwingen auftritt. Der Einfluss der Kennkreisfrequenz ω_0 auf die Güte der Kompensation sowie auf die Empfindlichkeit gegenüber Messrauschen wurde im Rahmen von Messungen untersucht. Die Ergebnisse sind im folgenden Abschnitt dargestellt.

4.4.3 Messergebnisse

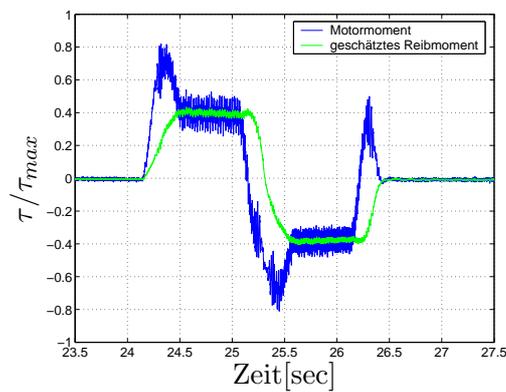
Zunächst wurde der Einfluss der Kennkreisfrequenz ω_0 des Filters auf die Güte der Kompensation experimentell untersucht. Hierzu wurde analog Abschnitt 4.3.5 eine Reversierbewegung von $\pm 120^\circ$ vorgegeben und die Regelabweichung, die ein Maß für die Güte der Kompensation darstellt, aufgezeichnet. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.10(a) dargestellt. Man erkennt, dass mit höher gewählter Kennkreisfrequenz die Störunterdrückung wie erwartet besser wird. Eine vollständige dynamische Kompensation der Reibung gelingt jedoch auch bei Wahl einer sehr hohen Kennkreisfrequenz nicht. Dies lässt sich darin begründen, dass aufgrund der verzögernden Wirkung des Filters das stark nichtlineare Verhalten der Reibung im Bereich $\dot{q} = 0$ nicht, wie erforderlich, unmittelbar kompensiert werden kann. Weiterhin erkennt man in den Abbildungen 4.10(b) und 4.10(c), dass mit zunehmender Kennkreisfrequenz das geschätzte Reibmoment zunehmend verrauscht ist. Daher wurde bei folgenden Messungen eine Kennkreisfrequenz von $\omega_0 = 100 \text{ sec}^{-1}$ gewählt. In Abb. 4.10(d) sind zur Bewertung der Regelgüte zudem die Regelabweichungen dargestellt, die sich bei Verwendung einer P-P-Kaskadenregelung bzw. einer P-PI-Kaskadenregelung ergeben. Man erkennt, dass sich durch den Einsatz des Disturbance Observers zur Reibungskompensation eine höhere Regelgüte erreichen lässt.



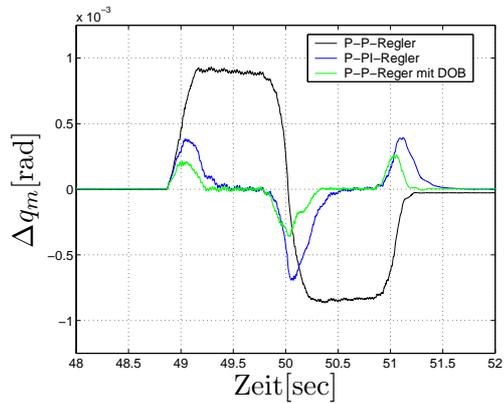
(a) Einfluss der Kennkreisfrequenz ω_0



(b) Gemessenes Motormoment und geschätztes Reibmoment bei Reversierbewegung ($\omega_0 = 100$)



(c) Gemessenes Motormoment und geschätztes Reibmoment bei Reversierbewegung ($\omega_0 = 200$)



(d) Vergleich der Regelabweichung bei Reversierbewegung

Abbildung 4.10: Messergebnisse Disturbance Observer

4.5 Lernfähiger Beobachter

Am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme der TU München wurde ein sogenannter lernfähiger Beobachter entwickelt [53], [58], [59]. Zu diesem Verfahren haben C. Schäffner und D. Schröder das erteilte Patent 195 31 692 mit dem Titel „Verfahren zur Beobachtung nicht meßbarer Größen nichtlinearer dynamischer Systeme“ [54].

Das Verfahren erfüllt für Regelstrecken mit isolierter Nichtlinearität folgende Aufgaben:

- Schätzung aller Systemzustände
- Online-Identifikation einer statischen Nichtlinearität

Das Verfahren wurde beispielweise in [16] erfolgreich zur Identifikation und Kompensation von Reibung an einem Werkzeugmaschinenvorschubantrieb eingesetzt. Die Systemklasse der Regelstrecken mit isolierten Nichtlinearitäten ist hierbei nach [58] wie folgt definiert:

Definition 4.5.1 *Strecke mit isolierter Nichtlinearität*

Als Strecke mit isolierter Nichtlinearität wird eine Regelstrecke bezeichnet, die in Zustandsdarstellung dargestellt werden kann als

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot u + \underline{\mathcal{N}\mathcal{L}}(\underline{x}, u) = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot u + \underline{k}_{\mathcal{N}\mathcal{L}} \cdot \mathcal{N}\mathcal{L}(\underline{x}, u) \quad (4.41)$$

$$y = \underline{c}^T \cdot \underline{x} + d \cdot u \quad (4.42)$$

Die isolierte Nichtlinearität ist also durch ein Produkt aus skalarer Nichtlinearität $\mathcal{N}\mathcal{L}(\underline{x}, u)$ und Einkoppelvektor $\underline{k}_{\mathcal{N}\mathcal{L}}$ der Streckendimension darstellbar.

In Abbildung 4.11 ist das Zustandsraummodell einer Strecke mit isolierter Nichtlinearität dargestellt, wobei angenommen wurde, dass kein Durchgriff besteht ($d = 0$).

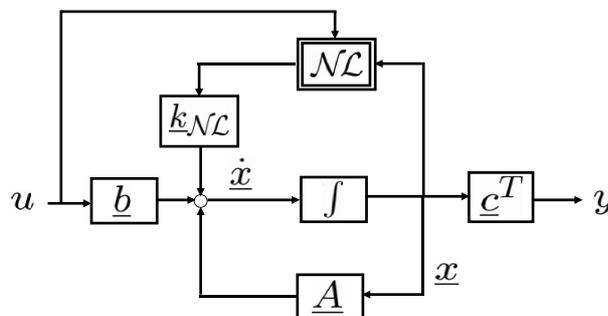


Abbildung 4.11: Regelstrecke mit isolierter Nichtlinearität

Aus der Definition 4.5.1 ergibt sich bezüglich der Nichtlinearität die notwendige Voraussetzung, dass der Eingriffspunkt der Nichtlinearität bekannt sein muss. Weiterhin muss bekannt sein, von welchen Zuständen bzw. Eingangsgrößen des Systems die Nichtlinearität abhängt. Die Identifikation ist zudem auf statische Nichtlinearitäten beschränkt, die keine Zustände besitzen.

4.5.1 Prinzip und Struktur des lernfähigen Beobachters

Der lernfähige Beobachter besteht aus einem Parallelmodell einer Strecke mit isolierter Nichtlinearität entsprechend Gleichung 4.41 in Kombination mit einer gewichteten Rückführung des Beobachterfehlers über den Vektor \underline{l} auf die Zustände und kann in Zustandsdarstellung folgendermaßen beschrieben werden:

$$\dot{\hat{x}} = \underline{A} \cdot \hat{x} + \underline{b} \cdot u + \underline{k}_{\mathcal{NL}} \cdot \widehat{\mathcal{NL}}(\hat{x}, u) - \underline{l} \cdot (\hat{y} - y) \quad (4.43)$$

$$\hat{y} = \underline{c}^T \cdot \hat{x} \quad (4.44)$$

Die wesentliche Eigenschaft des lernfähigen Beobachters besteht darin, dass die geschätzte Nichtlinearität $\widehat{\mathcal{NL}}$ mit Hilfe eines Neuronalen Netzes (\mathcal{NN}) modelliert wird, dessen Parametervektor $\hat{\Theta}$ online optimiert wird. Die Nichtlinearität \mathcal{NL} muss daher zunächst nicht bekannt sein, sondern wird im laufenden Betrieb mit Hilfe eines lernfähigen Neuronalen Netzes identifiziert und abgebildet. Die Struktur des lernfähigen Beobachters ist in Abb. 4.12 dargestellt.

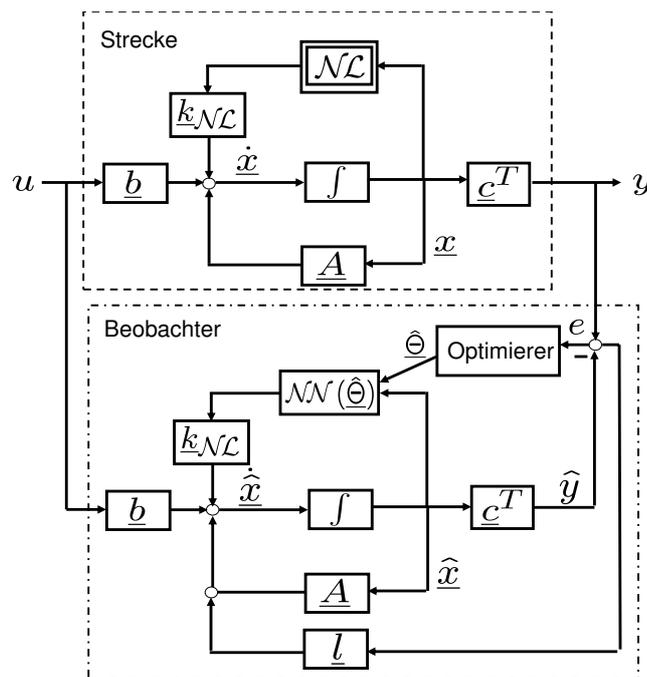


Abbildung 4.12: Struktur lernfähiger Beobachter

Das Trainieren der Parameter des Neuronalen Netzes basiert hierbei auf der Minimierung des Beobachterfehlers. Der Beobachterfehler resultiert bei Vorgabe des exakten Anfangszustandes aus den Abweichungen zwischen dem Modell im Beobachter und der realen Strecke. Unter der Annahme, dass der lineare Systemteil bekannt und konstant ist, resultiert er somit einzig aus dem Einfluss der zu identifizierenden Nichtlinearität \mathcal{NL} der Strecke.

Wird der Beobachterfehler durch Optimierung der Parameter des Neuronalen Netzes zu null, so wurde die Nichtlinearität exakt identifiziert und es gilt:

$$\mathcal{NL} = \widehat{\mathcal{NL}} \quad (4.45)$$

4.5.2 Voraussetzungen für den Entwurf

Im vorigen Abschnitt wurde angenommen, dass sich Fehler in der Modellierung der Nichtlinearität im Beobachterfehler auswirken. Diese Annahme ist nach [58] dann zulässig, wenn die Nichtlinearität sichtbar ist:

Definition 4.5.2 Sichtbarkeit der Nichtlinearität

Die Sichtbarkeit einer Nichtlinearität am Ausgang einer SISO-Strecke ist genau dann gegeben, wenn die Übertragungsfunktion

$$H_{\mathcal{NL}}(s) = \underline{c}^T (s\underline{E} - \underline{A})^{-1} \underline{k}_{\mathcal{NL}} \quad (4.46)$$

vom Angriffspunkt der Nichtlinearität zum Streckenausgang ungleich null ist.

In Abb. 4.12 wurde zudem angenommen, dass die Eingangssignale des Neuronalen Netzes geschätzte Zustände sind. In diesem Fall muss zudem noch die vollständige Zustandsbeobachtbarkeit des linearen Streckenteils gewährleistet sein, so dass die entsprechenden Zustände geschätzt werden können. Diese ist nach [58] wie folgt definiert:

Definition 4.5.3 Beobachtbarkeit im linearen Teil

Eine SISO-Strecke der Ordnung n mit isolierter Nichtlinearität

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot u + \underline{k}_{\mathcal{NL}} \cdot \mathcal{NL}(\underline{x}, u) \quad (4.47)$$

$$y = \underline{c}^T \cdot \underline{x} + d \cdot u \quad (4.48)$$

ist im linearen Teil genau dann vollständig zustandsbeobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix \underline{Q}_{obs}

$$\underline{Q}_{obs} = \begin{bmatrix} \underline{c} & \underline{A}^T \underline{c} & \dots & (\underline{A}^T)^{(n-1)} \underline{c} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

regulär ist, wenn also gilt

$$\det(\underline{Q}_{obs}) \neq 0 \quad (4.50)$$

4.5.3 Neuronale Netze als Funktionsapproximatoren

Wesentliches Merkmal von Neuronalen Netzen ist, dass sie anhand von Trainingsdaten, die das Ein-/Ausgangsverhalten eines Systems charakterisieren, unbekannte Zusammenhänge approximieren können und nach Abschluss einer Lernphase reproduzieren können. Sie bestehen aus einer Vielzahl von Neuronen, die in einzelnen Schichten angeordnet und miteinander verbunden sind. Je nach Struktur des Netzes sind Neuronale Netze in der Lage, statische oder dynamische nichtlineare Zusammenhänge abzubilden. Statische Neuronale Netze weisen eine sogenannte Feed-Forward-Struktur auf. Mit ihnen können mehrdimensionale nichtlineare, statische Funktionen approximiert werden. Hierbei findet ein Signalfluss nur vom Eingang zum Ausgang eines Netzes statt, das heißt, die Ausgänge einzelner Neuronen stellen die Eingänge für Neuronen der nachfolgenden Schicht dar. Zur Identifikation dynamischer Systeme müssen die statischen Feed-Forward-Netze mit dynamischen Strukturen erweitert werden. Hierbei besteht die Möglichkeit, durch interne Zeitverzögerungen und Rückkopplungen dem Netz eine Dynamik zu verleihen (partiell rekurrent oder voll rekurrente Netze) oder externe Filterketten zur dynamischen Erweiterung zu verwenden [36], [58]. Im Rahmen dieser Arbeit werden lediglich statische Neuronale Netze verwendet, die nach der Methode der stützwertbasierten Approximation funktionieren. Auf deren Eigenschaften und Aufbau wird daher im Folgenden eingegangen.

Aufbau

Stützwertbasierende Funktionsapproximatoren bedienen sich gewichteter Basisfunktionen $\mathcal{B}(u)$, um einen Funktionsverlauf darzustellen. Als Basisfunktionen können Funktionen dienen, die nicht-negativ, begrenzt und zusammenhängend sind sowie mit wachsendem Abstand vom Funktionsmaximum abnehmen. Diese Bedingungen erfüllen beispielsweise die in Abb. 4.13 dargestellte Gaußfunktion $\mathcal{A}(u) = \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)$ oder verschiedene Polynome wie zum Beispiel $\mathcal{A}(u) = \frac{1}{1+u^2}$ [58]. Stützwertbasierte Funktionsapproximatoren sind folgendermaßen aufgebaut: Eine festzulegende Anzahl von n Basisfunktionen wird über den Eingangsraum verteilt und mit den Werten Θ_i gewichtet. Aus der Addition aller gewichteten Basisfunktionen ergibt sich dann der Verlauf der approximierten Funktion:

$$y(u) = \sum_{i=1}^n \Theta_i \mathcal{B}_i(u, \xi) \quad (4.51)$$

Um dies mathematisch übersichtlich darstellen zu können, werden die einzelnen, um ξ_i gegenüber dem Nullpunkt verschobenen Basisfunktionen (Aktivierungsfunktionen) zu einem Vektor $\underline{\mathcal{A}}$ zusammengefasst:

$$\underline{\mathcal{A}}(u) = [\mathcal{B}(u, \xi_1), \mathcal{B}(u, \xi_2), \dots, \mathcal{B}(u, \xi_n)]^T \quad (4.52)$$

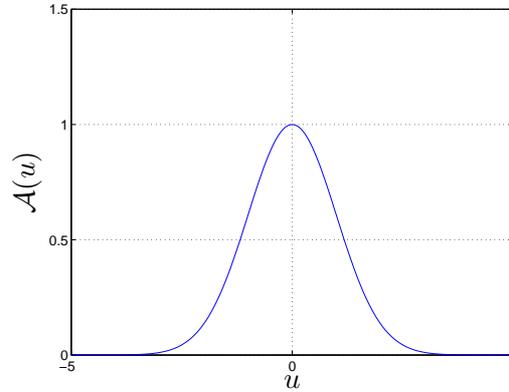


Abbildung 4.13: Gaußfunktion

Die Gewichtungen der einzelnen Aktivierungsfunktionen Θ_i werden ebenfalls in Vektorform dargestellt:

$$\underline{\Theta} = [\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_n]^T \quad (4.53)$$

Ist die nichtlineare Funktion \mathcal{NL} durch das neuronale Netz darstellbar, kann sie durch das Skalarprodukt aus Gewichten und Aktivierungsfunktionen beschrieben werden:

$$\mathcal{NL} : y(u) = \underline{\Theta}^T \underline{\mathcal{A}}(u) + d(u), \quad (4.54)$$

wobei der Restfehler $d(u)$ je nach Anzahl, Art und Parametrierung der Basisfunktionen beliebig klein werden kann. Der Gewichtsvektor $\underline{\Theta}$ ist in dieser Darstellung ideal, also das Ziel der Approximation. Für die approximierte Funktion $\widehat{\mathcal{NL}}$ gilt derselbe Zusammenhang, jedoch sind hier die Gewichte $\hat{\underline{\Theta}}$ nicht ideal, sondern nähern sich während des Lernprozesses immer weiter den idealen Gewichtungen $\underline{\Theta}$ an.

$$\widehat{\mathcal{NL}} : \hat{y}(u) = \hat{\underline{\Theta}}^T \underline{\mathcal{A}}(u) \quad (4.55)$$

Ziel des Lernprozesses ist es somit, den Parameterfehler $\underline{\Phi}$

$$\underline{\Phi} = \hat{\underline{\Theta}} - \underline{\Theta} \quad (4.56)$$

zu minimieren, so dass bei optimaler Adaption der Gewichtsvektor des Neuronalen Netzes mit dem Gewichtsvektor der Nichtlinearität übereinstimmt.

Da der ideale Gewichtsvektor $\underline{\Theta}$ unbekannt ist, wird zur Bewertung des Lernprozesses der Ausgangs- oder Lernfehler $e(u)$ herangezogen. Dieser stellt die Differenz zwischen nichtlinearer Funktion und gelernter Funktion dar:

$$e(u) = \hat{y}(u) - y(u) = \hat{\underline{\Theta}}^T \underline{\mathcal{A}}(u) - \underline{\Theta}^T \underline{\mathcal{A}}(u) = \underline{\Phi}^T \underline{\mathcal{A}}(u) \quad (4.57)$$

Die Anzahl und Parametrierung der Basisfunktionen spielen bei der erreichbaren Genauigkeit eine entscheidende Rolle. Je mehr Aktivierungsfunktionen eingesetzt werden, desto exakter kann die Funktion approximiert werden. Die einzelnen Basisfunktionen haben bei dieser Art von Funktionsapproximator eine lokale Bedeutung, das heißt, die Basisfunktion beeinflusst je nach Lage im Eingangsraum genau diesen Bereich der Funktion, was bei anderen neuronalen Netzen, wie zum Beispiel Multi-layer Perception Netzen, nicht der Fall sein muss. Da es für technische Zwecke meist ausreichend ist, Teile einer Funktion (zum Beispiel innerhalb des Betriebsbereich eines Systems) zu approximieren, kann man mit einer begrenzten Anzahl Basisfunktionen, die über den Wertebereich des Systemeingangs verteilt sind, je nach Parametrierung beliebige Nichtlinearitäten annähern.

4.5.4 Radial Basis Function Netz

Beim Radial Basis Function (RBF) Netz werden üblicherweise lokale Aktivierungsfunktionen wie die Gaußsche Glockenkurve verwendet:

$$\mathcal{A}_i = \exp\left(-\frac{\|u - \xi_i\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.58)$$

Hierbei bezeichnet σ einen Glättungsfaktor, der den Grad der Überlappung zwischen benachbarten Aktivierungen bestimmt. Durch die Einführung eines auf die Abstände $\Delta\xi$ zwischen den Aktivierungen normierten Glättungsfaktors σ_{norm} mit $\sigma_{norm} = \frac{\sigma}{\Delta\xi}$ kann die Vergleichbarkeit verbessert werden:

$$\mathcal{A}_i = \exp\left(-\frac{\|u - \xi_i\|^2}{2\sigma_{norm}^2 \Delta\xi^2}\right) \quad (4.59)$$

Die Gaußsche Glockenkurve liefert nur in der Umgebung ihres Zentrums einen betragsmäßig großen Wert und beeinflusst somit nur lokal den Ausgangswert des neuronalen Netzes. Dies ermöglicht eine physikalische Interpretation der adaptierten Gewichte. Werden die Parameter der Aktivierungsfunktionen ξ_i und σ bzw. σ_{norm} vorab festgelegt, ergibt sich zudem ein lineares Optimierungsproblem, da die zu optimierenden Gewichte linear in die Berechnung des Modellausgangs eingehen. Dies bietet sich insbesondere an, wenn der grundsätzliche Verlauf der Nichtlinearität, wie zum Beispiel im Fall einer Reibkennlinie, bekannt ist. Nachteilig ist jedoch, dass durch den lokalen Einfluss der Aktivierungsfunktionen der Ausgangswert des Netzes außerhalb des Eingangsraums auf Null abfällt. Dieses Extrapolationsverhalten entspricht in vielen technischen Anwendungen nicht dem physikalischen Verhalten. Weiterhin kann es passieren, dass bei einer geringen Anzahl von Stützstellen mit geringer Überlappung der Ausgangswert zwischen zwei Stützstellen abfällt, so dass sich ein ungünstiges Interpolationsverhalten ergibt. Die beschriebenen Effekte lassen sich beispielhaft am Lernergebnis einer Reibkennlinie in Abb. 4.14(a) verdeutlichen.

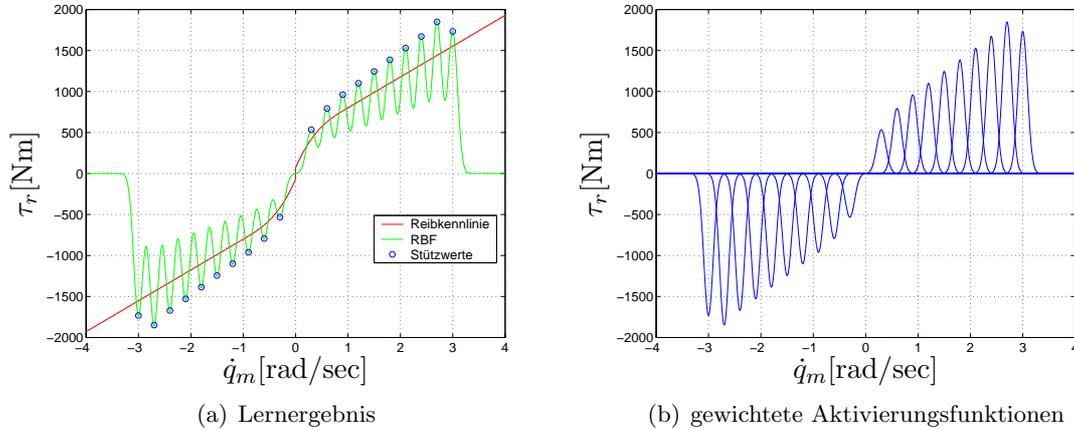


Abbildung 4.14: Interpolationsverhalten des RBF-Netzes

Dieses im Allgemeinen unerwünschte Verhalten wird durch das im folgenden Abschnitt beschriebene General Regression Neural Network verbessert.

4.5.5 General Regression Neural Network

Das General Regression Neural Network (GRNN) besitzt im Vergleich zum beschriebenen Radial Basis Function Netz ein verbessertes Inter- und Extrapolationsverhalten. Das GRNN ist im Grunde ein auf die Summe der Basisfunktionen normiertes RBF Netzwerk, was zur Folge hat, dass die extrapolierten Werte außerhalb des Wertebereichs gegen die äußeren Stützpunkte streben. Die Aktivierungsfunktionen ergeben sich somit zu:

$$\mathcal{A}_i = \frac{\mathcal{B}_i(u, \xi)}{\sum_{i=1}^n \mathcal{B}_i(u, \xi)} \quad (4.60)$$

mit

$$\mathcal{B}_i = \exp\left(-\frac{\|u - \xi_i\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.61)$$

Die Struktur des GRNN ist in Abb. 4.15 dargestellt.

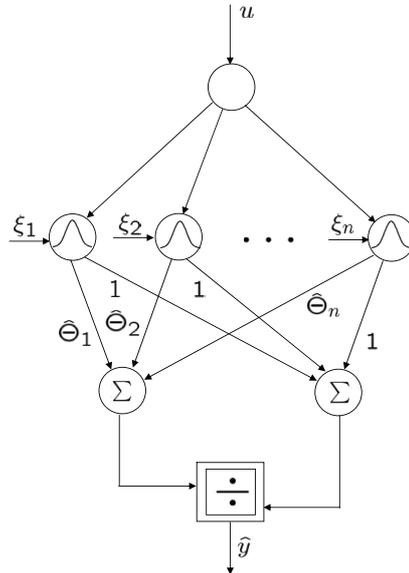


Abbildung 4.15: Aufbau eines GRNN

Durch die Normierung auf die Summe der Basisfunktionen wird auch erreicht, dass die approximierte Funktion nur zwischen den Werten der anliegenden Stützstellen verlaufen kann. Ein Abfall der Funktionswerte durch einen zu kleinen Glättungsfaktor σ oder durch eine zu geringe Stützstellenzahl ist bei diesem Neuronalen Netz nicht möglich. Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 4.16(a) das Lernergebnis des GRNN dargestellt, wobei die gleiche Anzahl an Stützstellen und der gleiche Glättungsfaktor gewählt wurde. Man erkennt, dass das Lernergebnis des GRNN deutlich besser die Physik des Systems abbildet.

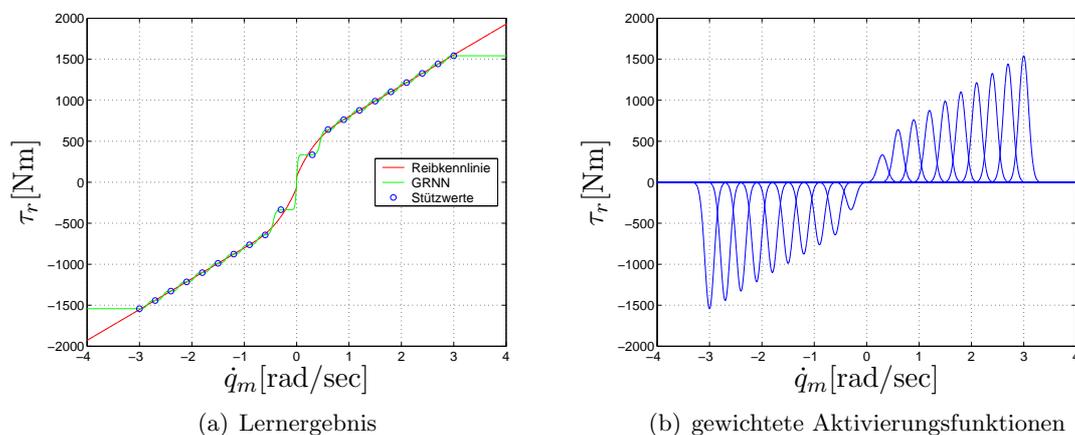


Abbildung 4.16: Interpolationsverhalten des GRNN

Einfluss der Parameter

Wie erwähnt, bietet es sich beim RBF als auch beim GRNN an, die Parameter der Aktivierungsfunktionen vor Beginn einer Online-Identifikation festzulegen, so dass sich ein lineares Optimierungsproblem ergibt. Daher wird im Folgenden auf die Auswirkung der Parameter auf das Lernergebnis eingegangen, so dass eine geeignete Wahl dieser Parameter möglich ist.

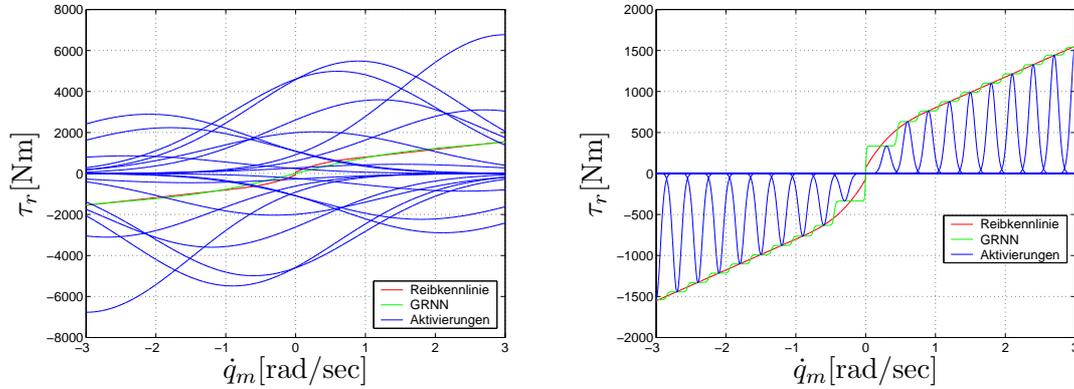
- **Anzahl der Stützstellen**

Die Güte der Approximation hängt von der Anzahl der eingesetzten Aktivierungsfunktionen im interessierenden Eingangsraum der Nichtlinearität ab. Betrachtet man den lokalen Einfluss der Aktivierungsfunktionen auf den Funktionsverlauf, wird klar, dass eine erhöhte Dichte von gleichverteilten Basisfunktionen eine größere Kontrolle über den Verlauf der approximierten Funktion ermöglicht. Daher sollte bei der Identifikation eine möglichst hohe Anzahl von Aktivierungsfunktionen verwendet werden. Die Anzahl ist jedoch durch die verfügbare Rechenleistung begrenzt, da die Optimierung der Gewichte bei einer Online-Optimierung in Echtzeit möglich sein muss.

- **Glättungsfaktor σ**

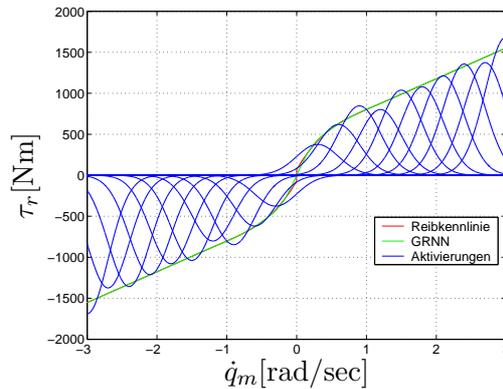
Ein weiterer wichtiger Parameter des GRNN- und RBF-Netzes ist der Glättungsfaktor σ bzw. der normierte Glättungsfaktor σ_{norm} der Basisfunktionen. Je ausgedehnter die Basisfunktionen, desto größer wird deren globaler Einfluss auf das Ergebnis. Die approximierte Funktion wird dadurch geglättet und steile Flanken der nachzubildenden Nichtlinearität können nicht mehr approximiert werden. Mit zunehmendem Glättungsfaktor geht zudem die positive Eigenschaft der lokalen Stützwertwirkung verloren. In Abb. 4.17(a) sind beispielhaft das Lernergebnis einer Reibkennlinie sowie die Aktivierungsfunktionen dargestellt, wobei der normierte Glättungsfaktor zu $\sigma_{norm} = 5$ gewählt wurde. Man erkennt, dass jede einzelne Aktivierungsfunktion nahezu den gesamten vorgegebenen Eingangsraum beeinflusst, so dass eine physikalische Interpretation der Gewichte nicht mehr möglich ist. Zum Vergleich ist in Abb. 4.17(b) das Lernergebnis dargestellt, wenn der Glättungsfaktor mit $\sigma_{norm} = 0.2$ verhältnismäßig klein gewählt wird. Man erkennt, dass die gelernte Kennlinie einen welligen Verlauf hat. Jedoch ist eine physikalische Interpretation des Lernergebnisses sehr gut möglich, da jedes Gewicht nahezu dem Funktionswert an der entsprechenden Stelle des Eingangsraums entspricht. Weiterhin wird deutlich, dass durch die Verwendung einer entsprechend hohen Anzahl von Stützstellen mit einem geringen Glättungsfaktor eine beliebig genaue Funktionsapproximation möglich ist.

Da die Anzahl aus Rechenzeitgründen beschränkt ist, ergeben sich gute Lernergebnisse für einen Glättungsfaktor im Bereich von $\sigma_{norm} = 0.5$ bis $\sigma_{norm} = 1.0$. In Abb. 4.17(c) ist das Lernergebnis für $\sigma_{norm} = 1.0$ dargestellt.



(a) Lernergebnis und Aktivierungsfunktionen ($\sigma_{norm} = 5$)

(b) Lernergebnis und Aktivierungsfunktionen ($\sigma_{norm} = 0.2$)



(c) Lernergebnis und Aktivierungsfunktionen ($\sigma_{norm} = 1$)

Abbildung 4.17: Einfluss des Glättungsfaktors auf das Lernergebnis

- Anordnung der Stützstellen

Im Prinzip können die Aktivierungsfunktionen beliebig im Eingangsraum angeordnet werden. In diesem Anwendungsfall bietet es sich jedoch an, die Stützstellen über den Geschwindigkeitsbereich eines Gelenks, begrenzt durch die minimale Gelenkgeschwindigkeit \dot{q}_{min} und maximale Gelenkgeschwindigkeit \dot{q}_{max} , gleichmäßig zu verteilen. Die Zentren der einzelnen Aktivierungsfunktionen ergeben sich somit in Abhängigkeit der festgelegten Anzahl n von Aktivierungsfunktionen zu:

$$\xi_i = \dot{q}_{min} + (i - 1) \cdot \frac{\dot{q}_{max} - \dot{q}_{min}}{n - 1} \quad (4.62)$$

Geteilte Netze

Besitzt die zu approximierende Funktion Unstetigkeiten (wie z.B. den Sprung im Nulldurchgang einer Reibkennlinie), erweist sich eine gute Approximation als

schwierig, da der Funktionsapproximator nicht sprungfähig ist. Zur Annäherung der Unstetigkeit werden daher verhältnismäßig viele Basisfunktionen benötigt. Ist jedoch die Lage der Unstetigkeit bekannt, kann durch eine Aufteilung des neuronalen Netzes in zwei unabhängig voneinander lernende Teilnetze der Sprung approximiert werden. In diesem Fall ist bekannt, dass die Reibung bei einer Drehzahl von null eine Unstetigkeitsstelle aufweist. Daher kann das Netz an dieser Stelle aufgetrennt werden [21]. In Abb. 4.18 ist zum Vergleich das Lernergebnis dargestellt bei Verwendung eines Netzes bzw. Verwendung von zwei Netzen. Es wurden jeweils 40 Stützstellen äquidistant über dem Eingangsraum verteilt.

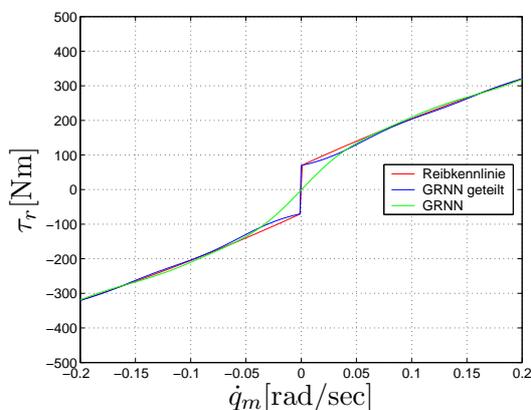


Abbildung 4.18: Lernergebnis

4.5.6 Harmonisch Aktiviertes Neuronales Netz

Für die Identifikation von periodischen Nichtlinearitäten sind Neuronale Netze besonders gut geeignet, die harmonische Aktivierungsfunktionen verwenden [58]. Grundidee ist hierbei, dass sich eine im Winkel φ periodische Funktion durch eine endliche Fourierreihe wie folgt annähern lässt:

$$y(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^K a_k \cos(k\varphi) + \sum_{k=1}^K b_k \sin(k\varphi) + d(\varphi) \quad (4.63)$$

$d(\varphi)$ bezeichnet in diesem Fall den Restfehler, der durch die Vernachlässigung höherfrequenter Anteile entsteht. Entsprechend Gleichung 4.63 wird die geschätzte Nichtlinearität in Abhängigkeit der zu optimierenden Gewichtsvektoren $\hat{\underline{\Theta}}_A$ und $\hat{\underline{\Theta}}_B$ wie folgt dargestellt:

$$\widehat{\mathcal{NL}} : \hat{y}(\varphi) = \hat{\underline{\Theta}}_A^T \mathcal{A}_A + \hat{\underline{\Theta}}_B^T \mathcal{A}_B \quad (4.64)$$

mit den Vektoren der harmonischen Aktivierungsfunktionen:

$$\underline{\mathcal{A}}_A^T(\varphi) = [1 \quad \cos(\varphi) \quad \cos(2\varphi) \quad \dots \quad \cos(K\varphi)]^T \quad (4.65)$$

$$\underline{\mathcal{A}}_B^T(\varphi) = [\sin(\varphi) \quad \sin(2\varphi) \quad \dots \quad \sin(K\varphi)]^T \quad (4.66)$$

Grundsätzlich lässt sich eine periodische Nichtlinearität auch mit Hilfe eines GRNN darstellen, jedoch wird in diesem Fall die Information über die Periodizität der Nichtlinearität nicht ausgenutzt. Daher sind zur Abbildung einer periodischen Nichtlinearität verhältnismäßig viele Stützstellen notwendig.

4.5.7 Trainieren von Neuronalen Netzen

Das Ziel beim Training eines Neuronalen Netztes besteht darin, dass der Ausgang des Neuronalen Netzes möglichst gut mit dem Ausgang der zu identifizierenden Nichtlinearität übereinstimmt. Hierzu muss zunächst eine Fehlerfunktion definiert werden, die den Grad der Übereinstimmung wiedergibt. Hierzu wird im Allgemeinen das quadratische Fehlermaß verwendet:

$$E(u, \hat{\Theta}) = \frac{1}{2} e^2(u, \hat{\Theta}) = \frac{1}{2} (y - \hat{y}(\underline{\Theta}))^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n \hat{\Theta}_i \mathcal{A}_i(u) - y(u) \right)^2 \quad (4.67)$$

Der Faktor $\frac{1}{2}$ wird lediglich verwendet, um die Ableitung der Fehlerfunktion zu vereinfachen.

Weiterhin ist es erforderlich, einen Optimierungsalgorithmus zu implementieren, nach welchem die Parameter des Neuronalen Netzes in Abhängigkeit der Fehlerfunktion entsprechend Gleichung 4.67 adaptiert werden. Grundsätzlich wird hierbei zwischen linearen, lokal nichtlinearen und global nichtlinearen Adaptionsverfahren unterschieden. In diesem Fall können sowohl lineare als auch nichtlineare Verfahren eingesetzt werden, da die zu optimierenden Parameter des GRNN linear in den Ausgang eingehen. Bei der Auswahl der Optimierungsmethode muss insbesondere darauf geachtet werden, dass der Algorithmus in Echtzeit lauffähig ist und Parameterkonvergenz garantiert werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Gradientenabstiegsverfahren und der rekursive Least-Squares-Algorithmus verwendet. Im Folgenden werden die Algorithmen und ihre wesentlichen Eigenschaften vorgestellt.

Gradientenabstiegsverfahren

Das gebräuchlichste Verfahren zur Parameteradaption von statischen neuronalen Netzen ist das Gradientenabstiegsverfahren. Ausgehend von einem Startgewichtsvektor $\hat{\Theta}_0$, wird zunächst eine Suchrichtung mit Hilfe des Gradienten bestimmt, in welche sich die Gewichte mit einer zu bestimmenden Schrittweite bewegen sollen. Die Suchrichtung s_i ergibt sich bei Verwendung des quadratischen Fehlermaßes

entsprechend Gleichung 4.67 für jedes Gewicht zu:

$$s_i = \frac{\partial E(\hat{\Theta})}{\partial \hat{\Theta}_i} = \left(\sum_{i=1}^n \hat{\Theta}_i \mathcal{A}_i(u) \right) \cdot \mathcal{A}_i(u) = e(u) \cdot \mathcal{A}_i(u) \quad (4.68)$$

Die Schrittweite η kann beispielsweise mit Hilfe der sogenannten Armijo-Regel berechnet werden. Hierbei wird, ausgehend von einer festzulegenden Anfangsschrittweite, iterativ durch Funktionsauswertung die optimale Schrittweite bestimmt. In diesem Fall wird die Schrittweite aus Gründen der Rechenzeit auf einen festen Wert eingestellt. Die Minimierung der Fehlerfunktion mit Hilfe des Gradientenabstiegsverfahrens führt somit auf folgendes Adaptionsgesetz für die einzelnen Gewichte Θ_i :

$$\Delta \hat{\Theta}_i = -\eta \cdot e \cdot \mathcal{A} \quad (4.69)$$

Das negative Vorzeichen stellt sicher, dass sich die Gewichte in Richtung des steilsten Abstiegs ändern.

In zeitdiskreter Form ergibt sich das Adaptionsgesetz für die einzelnen Gewichte zu:

$$\hat{\Theta}_i[k+1] = \hat{\Theta}_i[k] - \eta \cdot e[k] \cdot \mathcal{A}_i[k] = \hat{\Theta}_i[k] + \Delta \Theta_i[k] \quad (4.70)$$

Jedoch muss die Anwendung dieses Lerngesetzes nicht zwangsläufig zu einem optimalen Gewichtsvektor führen. Es ist zum Beispiel durchaus möglich, dass sich stabil ein lokales Minimum einstellt. Die Konvergenz des Verfahrens kann durch die Einführung eines sogenannten Momentumterms verbessert werden, der die Gewichtsänderung aus dem vorhergehenden Zeitschritt berücksichtigt. Das erweiterte Lerngesetz ergibt sich zu:

$$\hat{\Theta}_i[k+1] = \hat{\Theta}_i[k] - \eta \cdot e[k] \cdot \mathcal{A}_i[k] + \alpha \cdot \Delta \Theta_i[k-1] \quad (4.71)$$

Der Faktor α stellt hierbei ein Einstellparameter dar, der im Allgemeinen zwischen 0 und 1 gewählt wird.

Least-Squares-Algorithmus

Im Unterschied zur im vorigen Abschnitt beschriebenen Optimierung mit Hilfe des Gradientenabstiegsverfahrens wird nicht der aktuelle Fehler minimiert, sondern die Summe der vergangenen Fehlerquadrate. Liegt ein Datensatz mit N Trainingspaaren von u und y vor, so ergibt sich die Gütefunktion zu:

$$E(\hat{\Theta}) = \frac{1}{2} \| \underline{y} - \underline{X} \cdot \hat{\Theta} \|^2 \quad (4.72)$$

mit

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_1(u[1]) & \mathcal{A}_2(u[2]) & \dots & \mathcal{A}_n(u[1]) \\ \mathcal{A}_1(u[2]) & \mathcal{A}_2(u[2]) & \dots & \mathcal{A}_n(u[2]) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{A}_1(u[N]) & \mathcal{A}_2(u[N]) & \dots & \mathcal{A}_n(u[N]) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} y[1] \\ y[2] \\ \vdots \\ y[N] \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

Die Wahl dieser Gütefunktion hat bei der Optimierung den Vorteil, dass sie ein eindeutiges globales Minimum besitzt. Das Optimierungsproblem ist lösbar, wenn die Anzahl der Messungen größer oder gleich der Anzahl der zu optimierenden Parameter ist ($N \geq n$). Für $N = n$ ergibt sich die Lösung $\hat{\underline{\Theta}} = \underline{X}^{-1} \underline{y}$, so dass die Gütefunktion zu null wird. Ein echtes Optimierungsproblem ergibt sich erst für $N > n$, da in diesem Fall ein überbestimmtes Gleichungssystem entsteht. Durch Berechnung der Ableitung der Gütefunktion nach dem Parametervektor $\hat{\underline{\Theta}}$ und zu null setzen der erhaltenen Ableitung

$$\frac{\partial E(\hat{\underline{\Theta}})}{\partial \hat{\underline{\Theta}}} = -\underline{X}^T \cdot (\underline{y} - \underline{X} \cdot \hat{\underline{\Theta}}) \stackrel{!}{=} \underline{0} \quad (4.74)$$

erhält man den optimalen Parametervektor:

$$\hat{\underline{\Theta}} = (\underline{X}^T \cdot \underline{X})^{-1} \cdot \underline{X}^T \cdot \underline{y} \quad (4.75)$$

Der vorgestellte Algorithmus setzt voraus, dass die zur Optimierung verwendeten Messdaten gleichzeitig vorliegen. Er kann somit nur offline eingesetzt werden. Um im laufenden Betrieb eine Online-Optimierung durchführen zu können, muss der rekursive Least-Squares Algorithmus verwendet werden. Hierbei wird der Algorithmus so angepasst, dass der neue Schätzwert $\hat{\underline{\Theta}}(k+1)$ für den Parametervektor als Funktion des Schätzwertes aus dem vorherigen Zeitschritt $\hat{\underline{\Theta}}(k)$, des neuen Messwerts $y(k+1)$ sowie des neuen Aktivierungsvektors $\underline{\mathcal{A}}(k+1)$ berechnet werden kann. Die zu implementierenden Gleichungen ergeben sich nach [48] zu:

$$\hat{\underline{\Theta}}[k+1] = \hat{\underline{\Theta}}[k] + \underline{\gamma}[k] \cdot (y[k+1] - \underline{\mathcal{A}}^T[k+1] \cdot \hat{\underline{\Theta}}[k]) \quad (4.76)$$

$$\underline{\gamma}[k] = \frac{P[k] \cdot \underline{\mathcal{A}}[k+1]}{1 + \underline{\mathcal{A}}^T[k+1] \cdot P[k] \cdot \underline{\mathcal{A}}[k+1]} \quad (4.77)$$

$$P[k+1] = P[k] - \underline{\gamma}[k] \cdot \underline{\mathcal{A}}^T[k+1] \cdot P[k] \quad (4.78)$$

Fehlerübertragungsfunktion

Im Allgemeinen ist der Lernfehler $e_{\mathcal{NL}}$ entsprechend Gleichung 4.57, der die Abweichung zwischen realer und geschätzter Nichtlinearität beschreibt, nicht direkt messbar. Daher muss das Training des Neuronalen Netzes auf der Basis von vorhandenen Messwerten durchgeführt werden. Der lernfähige Beobachter verwendet hierzu, wie eingangs erwähnt, den Beobachterfehler. Um mit Hilfe des Beobachterfehlers eine stabile Identifikation der Nichtlinearität durchführen zu können, muss die Dynamik der sogenannten Fehlerübertragungsfunktion $H(s)$ berücksichtigt werden. Diese Übertragungsfunktion beschreibt den dynamischen Zusammenhang zwischen dem verfügbaren Beobachterfehler und dem Lernfehler:

$$e = H(s) \cdot e_{\mathcal{NL}} = H(s) \cdot (\widehat{\mathcal{NL}} - \mathcal{NL}) \quad (4.79)$$

Sie lässt sich aus den Systemgleichungen von Beobachter und Regelstrecke ableiten und ergibt sich zu:

$$H(s) = \underline{c}^T \cdot (s\underline{E} - \underline{A} + \underline{l}\underline{c}^T)^{-1} \underline{k}_{NL} \quad (4.80)$$

Anhand von Gleichung 4.80 erkennt man, dass der dynamische Zusammenhang zwischen dem Beobachterfehler und dem Lernfehler über die Wahl des Rückführvektors \underline{l} beeinflusst werden kann. Dies erweist sich insbesondere als vorteilhaft, wenn zwischen dem Angriffspunkt der Nichtlinearität und dem Streckenausgang ein instabiles Übertragungsverhalten vorliegt. Beispielhaft sei hier das Übertragungsverhalten zwischen Eingangsgröße Moment und Ausgangsgröße Position bei mechanischen Systemen genannt. In diesem Fall wäre ein parameterkonvergentes Lernen einer Nichtlinearität nicht möglich, da auch bei korrekt identifizierter Nichtlinearität der Fehler aufgrund von Anfangsabweichungen nicht zu null wird. Durch die Identifikation mit Hilfe des Beobachters lässt sich jedoch ein stabiles Übertragungsverhalten erzeugen, so dass eine korrekte Identifikation möglich ist.

In Abhängigkeit der dynamischen Eigenschaften der Fehlerübertragungsfunktion $H(s)$ kann der Adaptionalgorithmus zum Trainieren des Neuronalen Netzes, basierend auf dem Beobachterfehler, implementiert werden. Kriterium ist hierbei unter anderem, ob die Fehlerübertragungsfunktion die sogenannte SPR-Bedingung erfüllt oder nicht.

Nach [58] ist diese wie folgt definiert:

Definition 4.5.4 *SPR-Übertragungsfunktion*

Eine Übertragungsfunktion ist eine streng positiv reelle Übertragungsfunktion, wenn sie asymptotisch stabil ist, d.h., alle Pole in der linken komplexen Halbebene liegen und wenn der Realteil von $H(s)$ längs der $j\omega$ -Achse stets positiv ist.

$$\operatorname{Re}(H(j\omega)) > 0 \quad \text{für alle } \omega \geq 0 \quad (4.81)$$

Anschaulich bedeutet dies, dass $H(s)$ keine Phasendrehung von mehr als $\frac{\pi}{2}$ hervorrufen darf.

- **$H(s)$ ist SPR-Übertragungsfunktion**

Erfüllt die Fehlerübertragungsfunktion die SPR-Bedingung entsprechend 4.5.4, so kann zum Training des Neuronalen Netzes der Beobachterfehler direkt verwendet werden. Die Fehlerübertragungsfunktion $H(s)$ kann somit bei der Adaption vernachlässigt werden. Die Struktur des Fehlers entspricht dem Fehlermodell 3 nach [35] und ist in Abbildung 4.19 dargestellt.

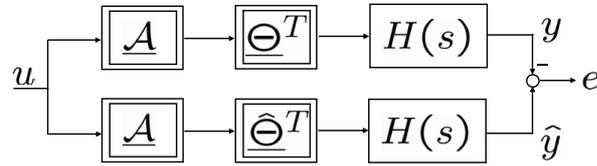


Abbildung 4.19: Struktur des Fehlermodells 3

Bei Verwendung des Gradientenabstiegsverfahrens ergibt sich das Adaptionsgesetz zu:

$$\dot{\underline{\hat{\Theta}}} = -\eta \cdot e \cdot \underline{\mathcal{A}} \quad (4.82)$$

- **$H(s)$ ist keine SPR-Übertragungsfunktion**

Erfüllt die Übertragungsfunktion $H(s)$ nicht die SPR-Bedingung, so kann der Beobachterfehler nicht unmittelbar zum Training des Neuronalen Netzes verwendet werden. Frequenzanteile im Signal, die aufgrund der Fehlerübertragungsfunktion eine Phasendrehung von mehr als $\frac{\pi}{2}$ erfahren, erzeugen ein Fehlersignal mit umgekehrtem Vorzeichen. Dies führt dazu, dass derselbe Parameterfehler Φ bei unterschiedlicher Frequenzanregung des Systems einen Beobachterfehler mit unterschiedlichem Vorzeichen erzeugt. Ein stabiles und parameterkonvergentes Lernen erfordert in diesem Fall die Verwendung des erweiterten Fehlers zum Training des Neuronalen Netzes [58]:

$$\epsilon = e + \underline{\Phi}^T H(s) \underline{\mathcal{A}} - H(s) \underline{\Phi}^T \underline{\mathcal{A}} \quad (4.83)$$

$$= H(s) \underline{\Phi}^T \underline{\mathcal{A}} + \underline{\Phi}^T H(s) \underline{\mathcal{A}} - H(s) \underline{\Phi}^T \underline{\mathcal{A}} \quad (4.84)$$

$$= \underbrace{\underline{\Phi}^T H(s) \underline{\mathcal{A}}}_{\underline{\zeta}} \quad (4.85)$$

$\underline{\zeta}$ bezeichnet hierbei den Vektor der verzögerten Aktivierung. Der erweiterte Fehler entspricht dem Fehlermodell 4 nach [35]. Die Struktur dieses Fehlermodells ist in Abb. 4.20 dargestellt.

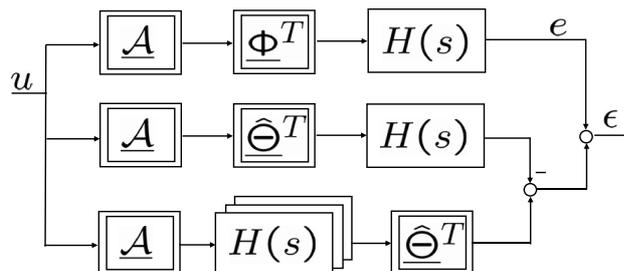


Abbildung 4.20: Struktur des Fehlermodells 4

Wird zur Parameteradaption das Gradientenabstiegsverfahren verwendet, so ergibt sich das Lerngesetz zu:

$$\dot{\underline{\hat{\Theta}}} = -\eta \cdot \epsilon \cdot H(s) \cdot \underline{\mathcal{A}} = -\eta \cdot \epsilon \cdot \underline{\zeta} \quad (4.86)$$

4.5.8 Virtuelle Stützwerte

Die Identifikation einer Nichtlinearität mit Hilfe eines Neuronalen Netzes basiert auf der Optimierung des Gewichtsvektors $\underline{\hat{\Theta}}$, so dass der Parameterfehlervektor $\underline{\Phi} = \underline{\hat{\Theta}} - \underline{\Theta}$ minimiert wird. Hierbei wurde angenommen, dass die Vektoren der Aktivierungsfunktionen von realer Nichtlinearität \mathcal{NL} und geschätzter Nichtlinearität $\widehat{\mathcal{NL}}$ identisch sind. Dies ist der Fall, wenn die Eingangsgrößen der Nichtlinearität messbar sind. Im allgemeinen Fall hängt die zu identifizierende Nichtlinearität von nicht messbaren Größen ab, die mit Hilfe des Beobachters geschätzt werden müssen. Zu Beginn einer Identifikation oder während des Einschwingvorgangs des Beobachters weichen die geschätzten Zustände jedoch von den realen Systemzuständen ab, so dass die Vektoren der Aktivierungsfunktionen ebenfalls voneinander abweichen:

$$\underline{\mathcal{A}}(\underline{x}, u) \neq \underline{\mathcal{A}}(\underline{\hat{x}}, u) \quad (4.87)$$

In diesem Fall wird die reale Nichtlinearität daher mit Hilfe von zeitvarianten, virtuellen Gewichtungen $\underline{\check{\Theta}}$ ebenfalls in Abhängigkeit des geschätzten Aktivierungsvektors dargestellt:

$$\mathcal{NL} = \underline{\check{\Theta}}^T \underline{\mathcal{A}}(\underline{\hat{x}}, u) \quad (4.88)$$

Im konkreten Anwendungsfall ergibt sich die Zeitvarianz der Stützwerte zudem aus physikalischem Grund, da die Reibkennlinie entsprechend Abschnitt 2.2 vom sich zeitlich ändernden Betriebszustand abhängt.

Unter der Voraussetzung, dass die Beobachterzustände gegen die Streckenzustände konvergieren

$$\underline{\hat{x}} \rightarrow \underline{x}, \quad (4.89)$$

folgt aufgrund der lokalen Stützwertewirkung, dass auch die geschätzten Aktivierungen und virtuellen Gewichtungen gegen die realen Aktivierungen und Gewichtungen konvergieren [30]:

$$\underline{\check{\Theta}} \rightarrow \underline{\Theta} \quad \text{und} \quad \underline{\mathcal{A}}(\underline{\hat{x}}, u) \rightarrow \underline{\mathcal{A}}(\underline{x}, u) \quad (4.90)$$

Aufgrund der Zeitvarianz der Stützwerte ergibt sich bei Verwendung des Adaptionsgesetzes entsprechend Gleichung 4.86 für die Änderung des Parameterfehlervektors:

$$\dot{\underline{\Phi}} = \dot{\underline{\hat{\Theta}}} - \dot{\underline{\check{\Theta}}} = -\eta \cdot \epsilon \cdot H(s) \cdot \underline{\mathcal{A}} - \dot{\underline{\check{\Theta}}} = -\left(\eta \cdot \epsilon \cdot H(s) \cdot \underline{\mathcal{A}} + \dot{\underline{\check{\Theta}}}\right) \quad (4.91)$$

Voraussetzung für einen stabilen Lernvorgang ist, dass sich das Vorzeichen von $\underline{\dot{\Phi}}$ trotz $\underline{\dot{\Theta}}$ nicht ändert. Hieraus ergibt sich die Bedingung:

$$|\underline{\dot{\Theta}}| > |\underline{\dot{\Theta}}| \quad (4.92)$$

Anschaulich bedeutet dies, dass der Adaptionsalgorithmus schneller lernen muss, als sich die Parameter der Nichtlinearität verändern.

Hieraus ergibt sich für die Lernschrittweite η eine Mindestlernschrittweite:

$$\eta > \eta_{min} \quad (4.93)$$

Diese Mindestlernschrittweite ist abhängig von der gewählten Beobachterdynamik, da der Zustandsfehler zu Beginn einer Identifikation bei entsprechend hohen Beobachterrückführverstärkungen kleiner ausfällt als bei niedrigen Rückführverstärkungen.

4.5.9 Beobachterentwurf für elastisches Robotergelenk

Im Folgenden wird ein lernfähiger Beobachter entworfen für ein elastisches Robotergelenk, wobei zunächst angenommen wird, dass die weiteren Gelenke nicht bewegt werden. Die Bewegungsgleichungen des Gelenks entsprechen somit denen eines Zwei-massensystems mit exzentrischer Last und ergeben sich zu:

$$J_a \ddot{q}_a = -c \cdot (q_a - q_m) - d \cdot (\dot{q}_a - \dot{q}_m) - m \cdot g \cdot l \cdot \sin(q_a) \quad (4.94)$$

$$J_m \ddot{q}_m = c \cdot (q_a - q_m) + d \cdot (\dot{q}_a - \dot{q}_m) - \tau_r(\dot{q}_m) + \tau_m \quad (4.95)$$

Hierbei bezeichnet m die Masse des abtriebsseitigen Segments und l den Abstand des Schwerpunkts dieser Masse m von der Drehachse.

Da die Eingriffspunkte der Nichtlinearitäten bekannt sind und zudem bekannt ist, von welchen Zuständen diese abhängen, lässt sich das System wie folgt als Strecke mit isolierten Nichtlinearitäten entsprechend Definition 4.5.1 im Zustandsraum beschreiben:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \ddot{q}_a \\ \dot{q}_m \\ \ddot{q}_m \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{J_a} & -\frac{d}{J_a} & \frac{c}{J_a} & \frac{d}{J_a} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c}{J_m} & \frac{d}{J_m} & -\frac{c}{J_m} & -\frac{d}{J_m} \end{bmatrix}}_{\underline{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} q_a \\ \dot{q}_a \\ q_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix}}_{\underline{b}} \cdot \tau_m \quad (4.96)$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{k}_{NL1}} \cdot m \cdot g \cdot l \cdot \sin(q_a) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix}}_{\underline{k}_{NL2}} \cdot \tau_r(\dot{q}_m) \quad (4.97)$$

Die Sichtbarkeit der zu identifizierenden Nichtlinearität $\tau_r(\dot{q}_m)$ entsprechend Definition 4.5.2 ist gegeben, da die Übertragungsfunktion

$$H_{\mathcal{NL}}(s) = \frac{J_a s^2 + d s + c}{J_a J_m s^4 + (d J_a + d J_m) s^3 + (c J_m + c J_a) s^2} \quad (4.98)$$

von null verschieden ist. Da in diesem Fall die Nichtlinearität von der nicht messbaren Motorgeschwindigkeit \dot{q}_m abhängt, muss zudem die Beobachtbarkeit im linearen Systemteil entsprechend Definition 4.5.3 gewährleistet sein. Die Beobachtbarkeitsmatrix ergibt sich zu:

$$\underline{Q}_{obs} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{J_m} & -\frac{d}{J_m} & \frac{c}{J_m} & \frac{d}{J_m} \\ \frac{d \cdot c}{J_m^2} + \frac{d \cdot c}{J_a \cdot J_m} & -\frac{c}{J_m} + \frac{d^2}{J_m^2} + \frac{d^2}{J_a \cdot J_m} & -\frac{d \cdot c}{J_m^2} - \frac{d \cdot c}{J_a \cdot J_m} & -\frac{d^2}{J_m^2} + \frac{c}{J_m} - \frac{d^2}{J_a \cdot J_m} \end{bmatrix} \quad (4.99)$$

Die Determinante der Beobachtbarkeitsmatrix ergibt sich zu:

$$\det(\underline{Q}_{obs}) = \frac{c^2}{J_m^2} \quad (4.100)$$

Das System ist somit für sinnvolle Parameterwerte beobachtbar. Der Rückführvektor \underline{l} des Beobachters kann mit bekannten Entwurfsverfahren wie Polvorgabe oder Minimierung eines Gütefunktional ausgelegt werden. In diesem Fall wurde das Verfahren der Polvorgabe eingesetzt, wobei die Pole nach dem sogenannten Dämpfungsoptimum eingestellt wurden [60].

Um eine stabile Parameteradaption des Neuronalen Netzes zu gewährleisten, ist es notwendig, die Fehlerübertragungsfunktion entsprechend Gleichung 4.80 hinsichtlich der SPR-Bedingung zu untersuchen. Die Fehlerübertragungsfunktion ergibt sich in diesem Fall zu:

$$H(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (4.101)$$

mit den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} a_0 &= c l_2 J_a + c l_4 J_m & b_0 &= c \\ a_1 &= c l_1 J_a + c l_3 J_m + d l_2 J_a + d l_4 J_m & b_1 &= d \\ a_2 &= c J_m + d l_3 J_a + l_4 J_a J_m + d l_3 J_m + c J_a & b_2 &= J_a \\ a_3 &= l_3 J_a J_m + d J_m + d J_a \\ a_4 &= J_a J_m \end{aligned} \quad (4.102)$$

l_1, l_2, l_3, l_4 bezeichnen in diesem Fall die Elemente des Beobachterrückführvektors \underline{l} . In Abb. 4.21 ist beispielhaft das Bode-Diagramm einer Fehlerübertragungsfunktion dargestellt.

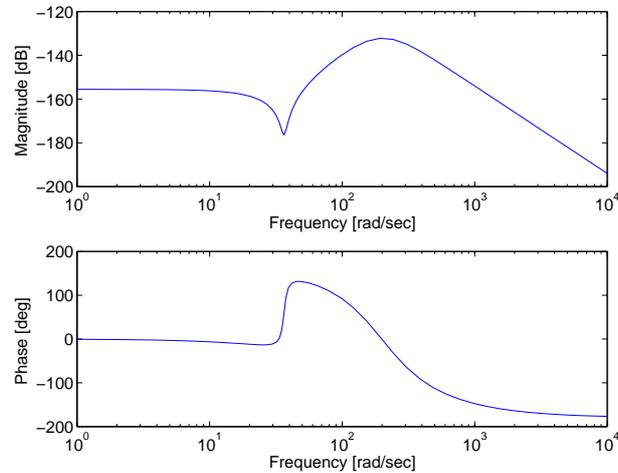


Abbildung 4.21: Bode-Diagramm der Fehlerübertragungsfunktion

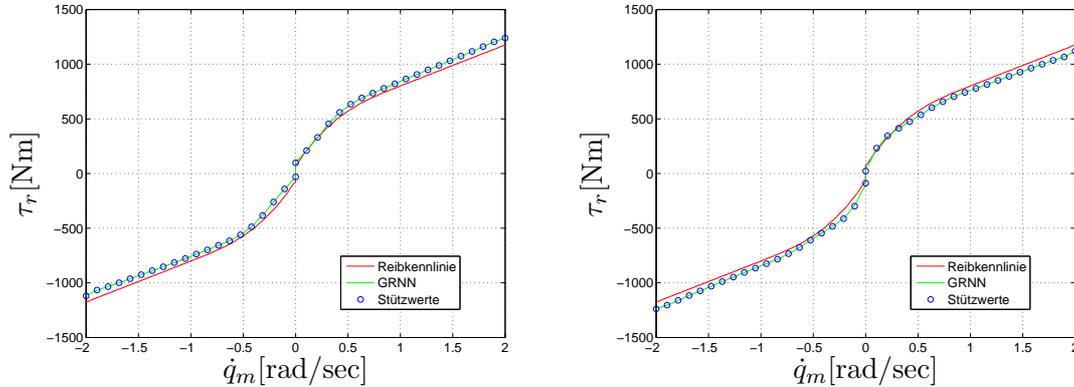
Man erkennt, dass die Fehlerübertragungsfunktion eine Phasenvordrehung von mehr als $\frac{\pi}{2}$ hervorruft, so dass die Optimierung des Neuronalen Netzes, basierend auf dem erweiterten Fehler ϵ , entsprechend Gleichung 4.83 durchgeführt werden muss.

4.5.10 Robustheit

Beim Entwurf des lernfähigen Beobachters wurde angenommen, dass einzig die antriebsseitige Reibung zunächst unbekannt ist und mit Hilfe des lernfähigen Beobachters identifiziert werden soll. In der Praxis sind jedoch die weiteren Modellparameter nicht exakt bekannt. Daher wird im Folgenden im Rahmen von nichtlinearen Simulationen untersucht, welche Auswirkungen Abweichungen bei den Modellparametern auf das Identifikationsergebnis haben. Hierzu wurden die Parameter von Beobachter und Strecke bewusst verdreht, so dass der Einfluss sichtbar wird.

- Einfluss der Lastparameter

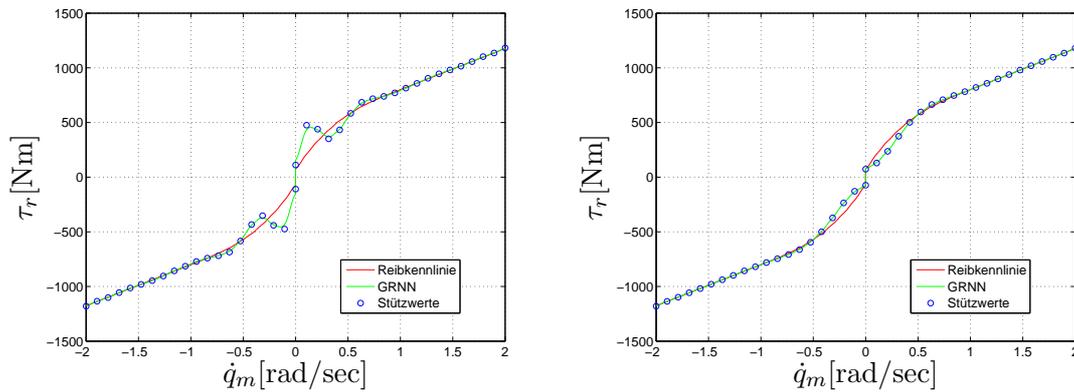
Zunächst wurde untersucht, welchen Einfluss eine falsch parametrisierte Lastmasse auf das Lernergebnis hat. Dieser Fall ist für die Praxis besonders relevant, da die Lastdaten nicht immer genau bekannt sind. In Abb. 4.22(a) ist das Lernergebnis für den Fall dargestellt, dass die Last um 50% zu niedrig angenommen wird. Man erkennt, dass die gelernte Kennlinie im gesamten Bereich gegenüber der realen Reibkennlinie verschoben ist. Dies lässt sich dadurch erklären, dass aufgrund der falsch angenommenen Last bei korrekter gelernter Kennlinie ein Beobachterfehler auftreten würde. In diesem Fall führt die Minimierung des Beobachterfehlers dementsprechend zu einer nicht korrekt gelernten Kennlinie. Entsprechend führt eine um 50% zu hoch angenommene Last zu einer Verschiebung der Reibkennlinie in die entgegengesetzte Richtung. Das Resultat ist in Abb. 4.22(b) dargestellt.



(a) Lernergebnis bei zu niedrig angenommener Last (b) Lernergebnis bei zu hoch angenommener Last

Abbildung 4.22: Lernergebnis bei falsch angenommener Last

- Einfluss der Trägheitsparameter



(a) Lernergebnis bei zu niedrig angenommener Trägheit (b) Lernergebnis bei zu hoch angenommener Trägheit

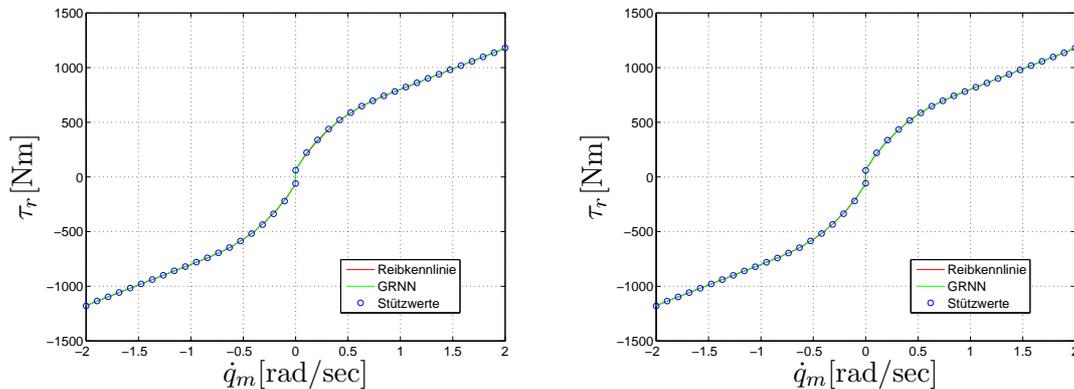
Abbildung 4.23: Lernergebnis bei falsch angenommener Trägheit

Weiterhin wurde untersucht, inwieweit sich ungenau parametrisierte Trägheiten auf das Lernergebnis auswirken. Man erkennt in den Abbildungen 4.23(a) (zu niedrig angenommene Lastträgheit) und 4.23(b) (zu hoch angenommene Lastträgheit), dass sich insbesondere im niedrigen Geschwindigkeitsbereich große Abweichungen ergeben. In diesem Bereich treten bei der Identifikation die größten Beschleunigungen auf, so dass der resultierende Momentenfehler $\Delta\tau = \Delta J_a \cdot \ddot{q}_a$ in diesem Geschwindigkeitsbereich betragsmäßig am größten ist. Eine korrekte Identifikation der Reibung ist daher in diesem Bereich nicht möglich, da auftretende Momentenfehler nicht, wie beim Entwurf angenommen, nur aus der Reibung resultieren, sondern in diesem Fall auch durch eine falsch angenommene Lastträgheit. Im hohen Geschwindigkeitsbereich sind die

auftretenden Beschleunigungen gering, so dass die gelernte Kennlinie sehr gut mit der Reibkennlinie übereinstimmt.

- Einfluss der Gelenkparameter

Bei den vorgegebenen Referenzbahnen werden Schwingungen aufgrund von Getriebeelastizitäten nur geringfügig angeregt. Entsprechend gering ist der Einfluss ungenau modellierter Modellparameter auf das Lernergebnis. In Abb. 4.24(a) ist beispielhaft das Lernergebnis dargestellt für den Fall einer zu niedrig angenommenen Getriebesteifigkeit. Man erkennt, dass die gelernte Kennlinie sehr gut mit der Reibkennlinie übereinstimmt. Gleiches gilt für den Fall, dass die Getriebedämpfung falsch angenommen wurde (Abb. 4.24(b)).



(a) Lernergebnis bei falsch parameterierter Gelenk- (b) Lernergebnis bei falsch parameterierter Gelenkdämpfung

Abbildung 4.24: Lernergebnis bei falsch angenommenen Gelenkparametern

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass der Identifikationsvorgang auch bei deutlich falsch angenommenen Modellparametern jeweils stabil ablief. Inwieweit falsch angenommene Modellparameter Einfluss auf das Lernergebnis haben, hängt zudem entscheidend von den vorgegebenen Solltrajektorien ab. Durch eine Auswahl von geeigneten Solltrajektorien ist auch eine sehr genaue Identifikation möglich, wenn einzelne Modellparameter nicht genau bekannt sind. In dem hier betrachteten Anwendungsfall eines Industrieroboters mit elastischen Gelenken sind beispielsweise die Gelenkparameter Steifigkeit und Dämpfung mit einer gewissen Unsicherheit behaftet. In diesem Fall bietet es sich beispielsweise an, Trajektorien vorzugeben, bei denen Schwingungen aufgrund von Getriebeelastizitäten nur geringfügig angeregt werden.

4.5.11 Implementierung und Messergebnisse

Aufgrund vielversprechender Ergebnisse in der Simulation wurde der lernfähige Beobachter am Industrieroboter KUKA KR 16 getestet. Die Tests wurden hierbei mit

Hilfe der xPC Target Echtzeitumgebung durchgeführt. Die Umgebung ist im Anhang dieser Arbeit beschrieben. Bei den Tests wurde zunächst für die Grundachsen eine Online-Identifikation einer Reibkennlinie durchgeführt, wobei jedes Gelenk einzeln identifiziert wurde. Anschließend wurde die Wirksamkeit der Reibungskompensation am Beispiel der Achse 1 getestet, wobei die Gewichte des Neuronalen Netzes mit Hilfe der Optimierungsergebnisse der Identifikation initialisiert wurden.

Identifikationsergebnis

Unter Berücksichtigung der Ergebnisse der Robustheitsuntersuchungen in Abschnitt 4.5.10 wurden zur Online-Identifikation sinusförmige Sollbahnen vorgegeben, da in diesem Fall die Lastparameter und Trägheitsparameter mit sehr hoher Genauigkeit bekannt sind, während die Gelenkparameter mit einer kleinen Unsicherheit behaftet sind. Unter diesen Randbedingungen eignen sich sinusförmige Sollbahnen sehr gut, da bei dieser Anregung die Gelenkparameter einen geringen Einfluss auf das Lernergebnis haben. Weiterhin kann durch die Wahl von Frequenz und Amplitude der Sinusfunktion eine Anregung im gesamten Eingangsbereich der Nichtlinearität sichergestellt werden. Insbesondere finden auch Nulldurchgänge der Motorgeschwindigkeit statt, die erforderlich sind für eine Identifikation des Losbrechmoments. Bei der Identifikation wurden zwei Neuronale Netze verwendet mit jeweils 25 Stützstellen, so dass sich beim gewählten Geschwindigkeitsbereich $-2.5 \text{ rad/sec} < \dot{q} < 2.5 \text{ rad/sec}$ ein Stützstellenabstand von $\Delta\xi = 0.1 \text{ rad/sec}$ ergibt. Der normierte Glättungsfaktor wurde zu $\sigma_{norm} = 0.5$ gewählt. Zur Optimierung wurde der rekursive Least-Squares-Algorithmus verwendet. In Abbildung 4.25(a) ist beispielhaft für ein Gelenk die gelernte Reibkennlinie dargestellt. Zur Validierung des Lernergebnisses ist weiterhin eine durch die Durchführung von einzelnen Messungen mit konstanter Geschwindigkeit entsprechend Abschnitt 3.3 ermittelte Kennlinie dargestellt. Man erkennt, dass die Übereinstimmung sehr gut ist. Existierende kleine Abweichungen können auf einen leicht unterschiedlichen Betriebszustand zurückzuführen sein. In Abb. 4.25(b) ist zudem der zeitliche Verlauf der Gewichte des Neuronalen Netzes dargestellt. Man erkennt, dass die Adaption der Gewichte bereits nach einer Zeit von 30 Sekunden nahezu abgeschlossen ist. Hierbei wird die Leistungsfähigkeit der Online-Identifikation deutlich, da eine durch Messung ermittelte Reibkennlinie einen wesentlich größeren Zeitaufwand erfordert.

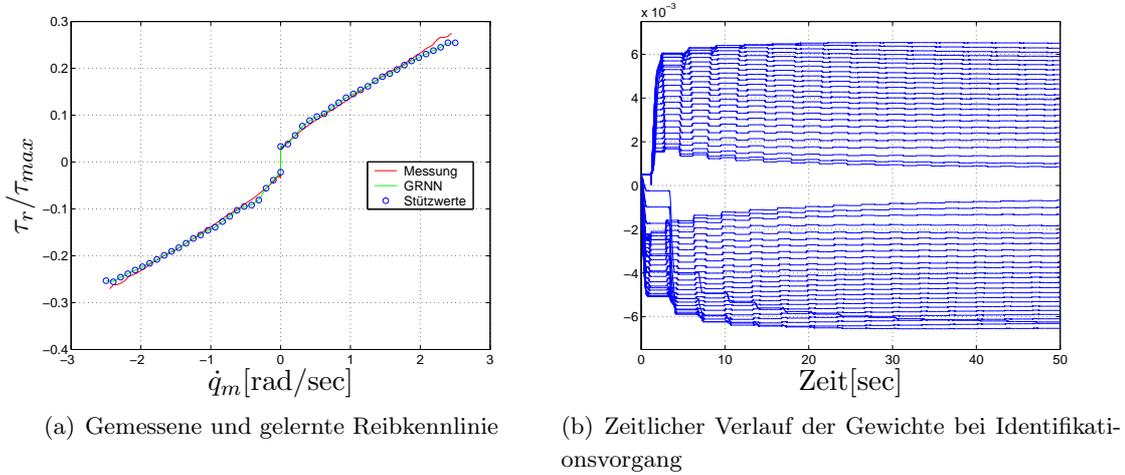
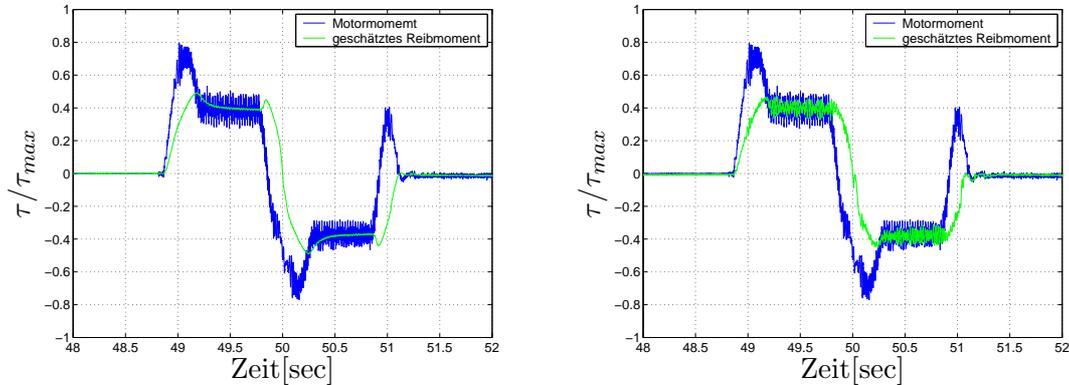


Abbildung 4.25: Ergebnisse der Online-Identifikation von Reibung

Ergebnisse der Kompensation

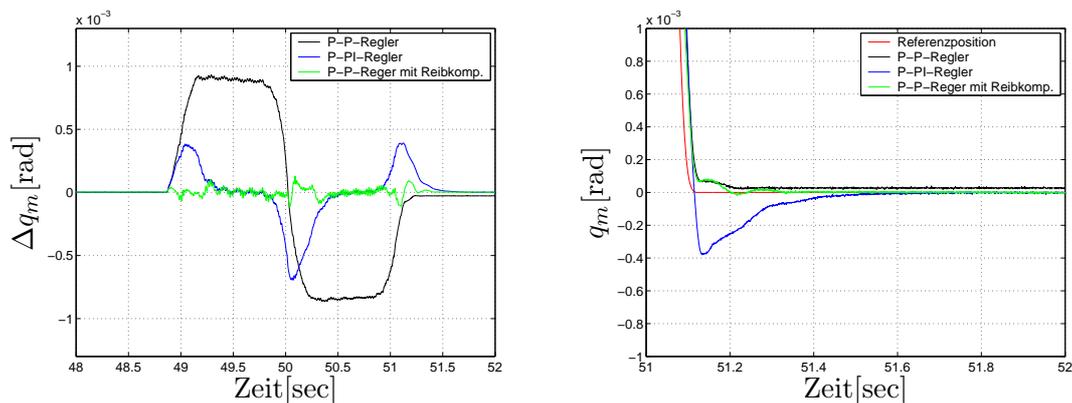
Die Wirksamkeit der Reibungskompensation wurde am Beispiel der Achse 1 untersucht. Die Optimierung des Neuronalen Netzes erfolgte in diesem Fall mit Hilfe des Gradientenabstiegsverfahrens, wobei die Gewichte wie erwähnt vorinitialisiert wurden auf Basis der zuvor beschriebenen Identifikationsergebnisse. Bei der Verwendung des Gradientenabstiegsverfahrens stellt ein entscheidender Parameter die Lernschrittweite η dar. Das Verfahren versucht im Prinzip in jedem Zeitschritt den auftretenden Beobachterfehler zu minimieren, der aufgrund von Momentenfehlern entsteht. Da die Momentenrippel im verwendeten Beobachtermodell vernachlässigt wurden, können Momentenabweichungen bestehen aufgrund von Reibung und dieser auftretenden Momentenrippel. Mit zunehmender Lernschrittweite führt dies dazu, dass das geschätzte Reibmoment auch zunehmend die Momentenrippel beinhaltet. Dieser Effekt ist in den folgenden Abbildungen 4.26(a) und 4.26(b) zu sehen. In Abb. 4.26(a) wurde eine Lernschrittweite von $\eta = 1 \cdot 10^9$ gewählt. Man erkennt, dass das geschätzte Reibmoment die Momentenrippel des ebenfalls dargestellten Motormoments nicht mitlernt. Insbesondere in der Konstantverfahrphase wird ein nahezu konstantes Reibmoment geschätzt, was in diesem Fall dem Mittelwert des Motormoments entspricht. In Abb. 4.26(b) wurde eine Lernschrittweite von $\eta = 1 \cdot 10^{10}$ eingestellt. Man erkennt, dass das geschätzte Reibmoment in diesem Fall während der Konstantverfahrphase nicht konstant ist, sondern die auftretenden Momentenrippel zum Teil beinhaltet. Bei Wahl einer zu großen Lernschrittweite kann die Kompensation sogar zur Instabilität führen. In diesem Fall wurde daher eine Lernschrittweite von $\eta = 1 \cdot 10^9$ gewählt.



(a) Gemessenes Motormoment und geschätztes Reibmoment (Lernschrittweite $\eta = 1 \cdot 10^9$) (b) Gemessenes Motormoment und geschätztes Reibmoment (Lernschrittweite $\eta = 1 \cdot 10^{10}$)

Abbildung 4.26: Einfluss der Lerngeschwindigkeit

Die Wirksamkeit der Reibungskompensation und die daraus resultierende Verbesserung des Fahrverhaltens wurde auch in diesem Fall durch Vorgabe einer Reversierbewegung untersucht. Die Kompensation wurde in Kombination mit einer P-P-Kaskadenregelung getestet. Zum Vergleich wurde die gleiche Bewegung wiederum mit einer P-PI-Kaskadenregelung und einer P-P-Kaskadenregelung jeweils ohne Reibungskompensation durchgeführt. In Abbildung 4.27(a) ist zunächst der Verlauf der Regelabweichung $\Delta q_m = q_{mref} - q_m$ dargestellt.



(a) Vergleich der Regelabweichung bei Reversierbewegung

(b) Vergleich des Positioniervorgangs

Abbildung 4.27: Messergebnisse Lernfähiger Beobachter

Man erkennt, dass bei der Kaskadenregelung mit Reibungskompensation die Regelabweichung während der gesamten Bewegung nahezu null ist. Dieses Ergebnis zeigt, dass die Reibung sowohl stationär als auch dynamisch sehr gut kompensiert werden kann, da das zur Identifikation eingesetzte Neuronale Netz das nichtlineare Verhalten der Reibung sehr gut wiedergeben kann. In Abbildung 4.27(b) ist zudem der

Positioniervorgang am Ende der Bewegung dargestellt. Man erkennt, dass die P-P-Kaskadenregelung mit Reibungskompensation stationär genau ist und im Vergleich zur P-PI-Kaskadenregelung die Endposition deutlich früher erreicht.

4.6 Neuronale Online-Identifikation und Kompensation von Reibung am Gesamtroboter

In den vorherigen Untersuchungen wurde jeweils ein elastisches Robotergelenk betrachtet. Ziel dieses Abschnittes ist es zu untersuchen, inwieweit eine Anwendung des lernfähigen Beobachters zur Identifikation und Kompensation von Reibung am Gesamtroboter bei Bewegung aller Achsen möglich ist. Voraussetzung für die Anwendung des Verfahrens ist, dass sich das System als Regelstrecke mit isolierten Nichtlinearitäten beschreiben lässt. Eine Möglichkeit besteht darin, jedes Gelenk weiterhin als Zweimassensystem darzustellen. Als Teilsystem des Gesamtroboters ergeben sich hierbei folgende zusätzliche Effekte:

- Am Abtrieb greifen zusätzliche nichtlineare Coriolis-, Zentrifugal-, Gewichtskraft- und Kopplungsmomente an, die von Zustandsgrößen der weiteren Gelenke abhängen.
- Die Lastträglichkeit ist abhängig von den weiteren Gelenkwinkeln.

Da die Lastträglichkeit von den weiteren Gelenkwinkeln abhängig ist, ergibt sich jeweils eine zeitvariante lineare Systemmatrix $\underline{A}(q_a)$. Da der Fehler der Nichtlinearität nicht direkt messbar ist, erfordert dies die Implementierung zeitvarianter, linearer Fehlerübertragungsfunktionen. Dies führt zu einer sehr hohen Rechenleistung und ist in Echtzeit für mehrere Achsen nicht realisierbar. Weiterhin ist ein exaktes Lernergebnis aufgrund der durchgeführten Linearisierung nicht garantiert.

Die Idee besteht daher darin, das Training der Neuronalen Netze nicht auf Basis des Beobachterfehlers durchzuführen, sondern auf Basis der Differenz zwischen geschätzten Motormomenten $\hat{\tau}_m$ und den gemessenen Motormomenten τ_m :

$$\underline{e} = \hat{\tau}_m - \tau_m \quad (4.103)$$

Die geschätzten Motormomente $\hat{\tau}_m$ lassen sich hierbei in Abhängigkeit der zu identifizierenden Reibmomente wie folgt darstellen:

$$\hat{\tau}_m = \tau_{mref} + \hat{\tau}_r \quad (4.104)$$

Der Vektor τ_{mref} bezeichnet die modellbasiert berechneten Sollmomente, die aufgebracht werden müssen, um einen reibungsfreien Roboter mit elastischen Gelenken auf einer vorgegebenen Trajektorie zu bewegen.

Der Vektor τ_{mref} kann hierbei mit Hilfe der Inversen eines reibungsfreien Roboters auf Basis der Sollgrößen berechnet werden. Grundlage zur Berechnung der Inversen

sind die Bewegungsgleichungen eines Roboters mit elastischen Gelenken entsprechend Gleichung 2.15, wobei Reibung dementsprechend vernachlässigt wird. Die Bewegungsgleichungen ergeben sich somit zu:

$$\underline{M}(\underline{q}_a)\ddot{\underline{q}}_a + \underline{C}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a)\dot{\underline{q}}_a + \underline{g}(\underline{q}_a) = \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) \quad (4.105)$$

$$\underline{J}_M\ddot{\underline{q}}_m + \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) = \underline{\tau}_m \quad (4.106)$$

Bei vorgegebenem Gelenkwinkelverlauf \underline{q}_{aref} und dessen zeitlichen Ableitungen können die Referenztrajektorien für die antriebsseitigen Zustände \underline{q}_{mref} und $\dot{\underline{q}}_{mref}$ mit

$$\underline{q}_a = \underline{q}_{aref}, \quad \dot{\underline{q}}_a = \dot{\underline{q}}_{aref} \quad \text{und} \quad \ddot{\underline{q}}_a = \ddot{\underline{q}}_{aref} \quad (4.107)$$

durch Lösen der Differentialgleichung 4.105 direkt berechnet werden. Die Sollmomente $\underline{\tau}_{mref}$ für die Motoren können mit Hilfe von Gleichung 4.106 berechnet werden, wenn zusätzlich die Beschleunigungen der Motoren $\ddot{\underline{q}}_{mref}$ bekannt sind. Diese lassen sich aus der Differentiation von Gleichung 4.105 berechnen:

$$\dot{\underline{M}}(\underline{q}_a)\dot{\underline{q}}_a + \underline{M}(\underline{q}_a)\dot{\underline{q}}_a^{(3)} + \dot{\underline{C}}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a)\dot{\underline{q}}_a + \underline{C}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a)\ddot{\underline{q}}_a + \dot{\underline{g}}(\underline{q}_a) = \underline{K}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) + \underline{D}(\ddot{\underline{q}}_m - \ddot{\underline{q}}_a) \quad (4.108)$$

Mit Gleichung 4.108 steht eine algebraische Gleichung zur Verfügung, um die notwendigen Motorbeschleunigungen zu berechnen. Der gesuchte Vektor $\underline{\tau}_{mref}$ ergibt sich mit dem Eingangsvektor $\underline{u} = \underline{q}_{aref}$ somit zu:

$$\begin{aligned} \underline{\tau}_{mref} &= \underline{J}_M \underline{D}^{-1} \underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{K} \underline{q}_{mref} + \underline{J}_M \underline{D}^{-1} (-\underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{g} + \dot{\underline{g}}) + \underline{g} + \\ &\quad \underline{J}_M \underline{D}^{-1} \underline{M} \underline{u}^{(3)} + \left(\underline{J}_M \underline{D}^{-1} (\dot{\underline{M}} + \underline{C} - \underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{M}) + \underline{J}_M + \underline{M} \right) \ddot{\underline{u}} + \\ &\quad \left(\underline{J}_M \underline{D}^{-1} (\dot{\underline{C}} - \underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{C}) + \underline{C} \right) \dot{\underline{u}} - (\underline{J}_M \underline{D}^{-1} \underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{K}) \underline{u} \end{aligned} \quad (4.109)$$

Das Training der Neuronalen Netze erfolgt daher auf der Basis des folgenden Lernfehlervektors:

$$\underline{e} = (\underline{\tau}_{mref} + \hat{\underline{\tau}}_r) - \underline{\tau}_m \quad (4.110)$$

In diesem Fall lässt sich die Identifikation und Kompensation problemlos in Echtzeit durchführen, da der Fehler direkt als Residuum für die Optimierung verwendet werden kann. Nachteilig ist bei dieser Methode, dass das Referenzmoment auf Basis von Sollgrößen berechnet wird und nicht auf der Basis von gemessenen bzw. geschätzten Zuständen. Weichen die realen Systemzustände von den Sollzuständen ab, so ist eine exakte Identifikation nicht möglich. Dieser Fall tritt insbesondere während des Positioniervorgangs bei hochdynamischen Bewegungen auf. In diesem Fall bestehen folgende Möglichkeiten:

- Training des Neuronalen Netzes während des Positioniervorgangs abschalten. Praktisch lässt sich dies realisieren in Abhängigkeit der Vorsteuergeschwindigkeit, da während eines Positioniervorgangs die Vorsteuergeschwindigkeit null ist.

- Wahl einer verhältnismäßig kleinen Lernschrittweite, so dass der Optimierer auf auftretende Momentenfehler in Folge von auftretenden Elastizitätsmomenten nicht unmittelbar reagiert.

Messergebnisse

Die vorgeschlagene Methode zur Online-Identifikation und Kompensation von Reibung wurde am Roboter KUKA KR 16 implementiert und getestet. Bei den durchgeführten Tests wurden die drei Grundachsen des Roboters jeweils gleichzeitig bewegt. Im Folgenden sind zunächst Ergebnisse der Identifikation dargestellt. Anschließend sind Ergebnisse der Reibungskompensation dargestellt.

- Identifikation

Zur Identifikation wurden Originalsollbahnen aus der Kuka-Steuerung vorgegeben. In diesem Fall wurde eine Abfolge von Reversierbewegungen von $\pm 120^\circ$ je Achse vorgegeben. Das Training der Neuronalen Netze erfolgte wie beschrieben unter Verwendung der berechneten Referenzmomente sowie der gemessenen Motormomente.

Zur Identifikation wurde pro Achse ein General Regression Neural Network verwendet mit jeweils 20 Stützstellen, die gleichmäßig über den Eingangsraum der Nichtlinearitäten verteilt wurden. Die normierten Glättungsfaktoren wurden jeweils zu $\sigma_{norm} = 0.5$ angenommen. Zur Optimierung wurde das Gradientenabstiegsverfahren verwendet mit fest eingestellter Lernschrittweite η . In Abbildung 4.28(a) ist beispielhaft für die Achse 1 der Verlauf des Fehlers $e = (\tau_{mref} + \hat{\tau}_r) - \tau_m$ dargestellt. Man erkennt, dass nach einer Identifikationsdauer von 50 Sekunden der Fehler bereits weitgehend abgeklungen ist. Weiterhin ist in Abbildung 4.28(b) das gemessene Motormoment, das Referenzmoment sowie das geschätzte Motormoment der Achse 1 nach einer Identifikationsdauer von ca. 60 Sekunden dargestellt. Man erkennt, dass die Übereinstimmung des geschätzten Motormoments mit dem gemessenen Motormoment sehr gut ist. In Abbildung 4.28(c) sind zudem die identifizierten Reibkennlinien für die drei Grundachsen dargestellt.

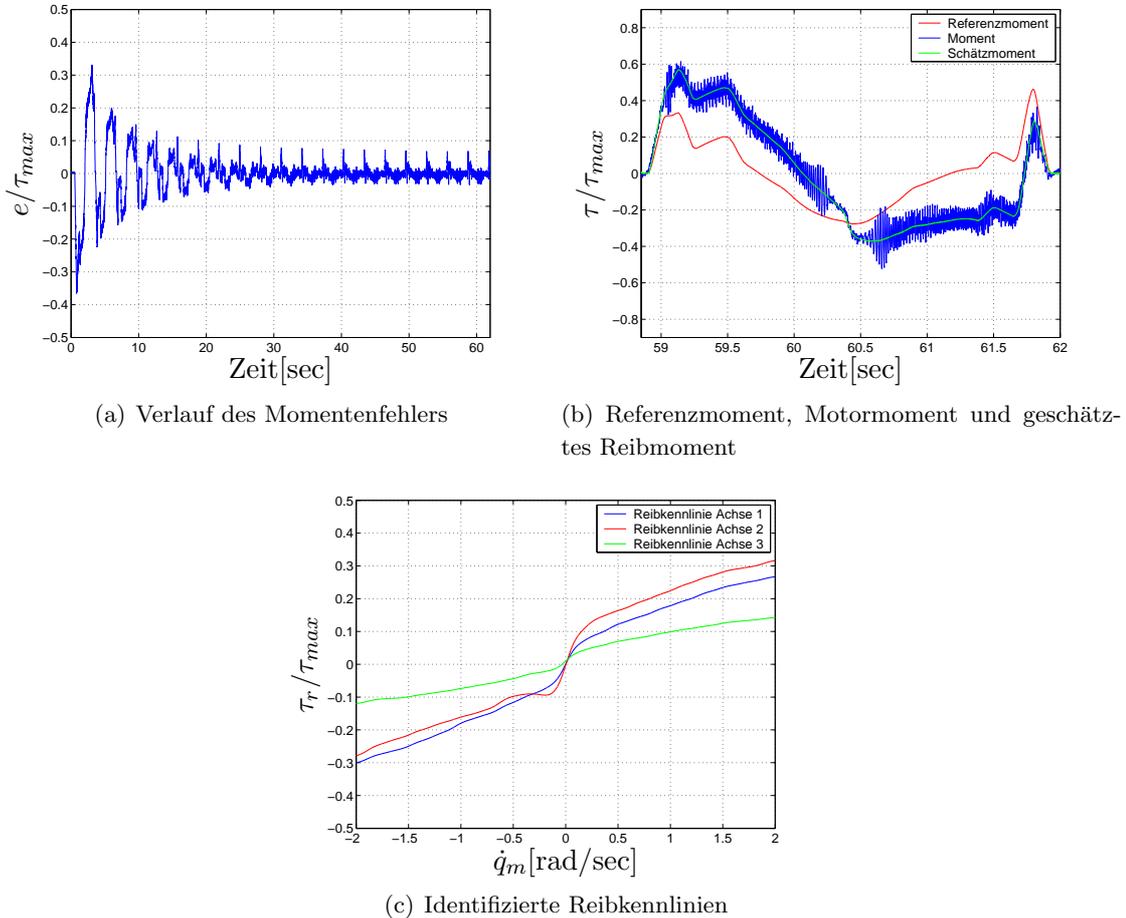


Abbildung 4.28: Ergebnisse Neuronale Online-Identifikation

- Kompensation

In Abb. 4.29(a) sind zunächst die online geschätzten und zur Reibungskompensation verwendeten zeitlichen Verläufe der Reibmomente für die drei Grundachsen dargestellt. Weiterhin sind in den Abbildungen 4.29(b), 4.29(c) und 4.29(d) die Verläufe der Regelabweichungen der Achsen 1 bis 3 dargestellt. Zum Vergleich sind jeweils die sich ergebenden Bahnabweichungen dargestellt, die sich bei Verwendung einer P-P-Kaskadenregelung oder einer P-PI-Kaskadenregelung ohne Reibungskompensation ergeben. Man erkennt, dass durch die durchgeführte Reibungskompensation die Bahngenauigkeit auch bei Mehrachsbe-
 wegungen deutlich verbessert werden kann.

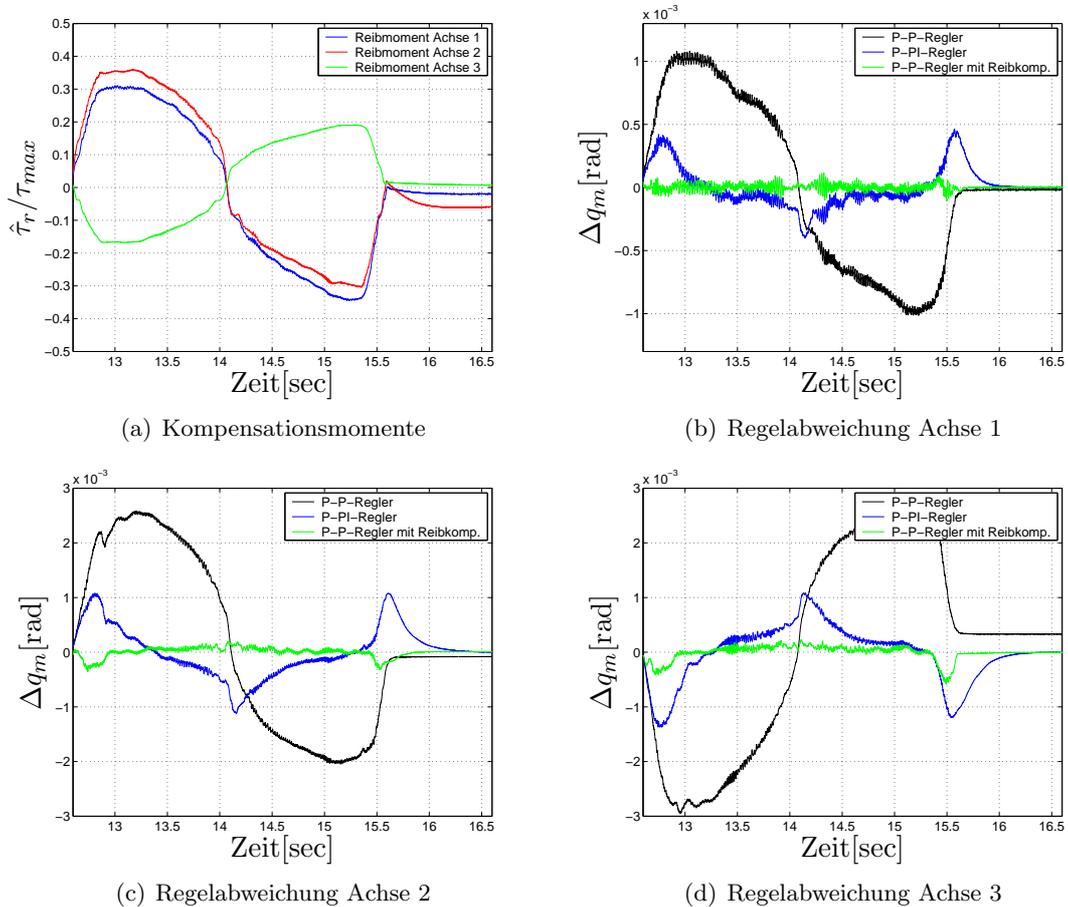


Abbildung 4.29: Ergebnisse Neuronale Online-Kompensation

4.7 Zusammenfassung der Ergebnisse

Im Folgenden werden die wesentlichen Ergebnisse dieses Kapitels kurz zusammengefasst, wobei eine Bewertung der untersuchten Methoden unter Berücksichtigung folgender Aspekte erfolgt:

- Güte der Identifikation und Kompensation von Reibung
- Verwendbarkeit der Methode im Rahmen eines modellbasierten Regelungskonzepts am Gesamtroboter

In Abbildung 4.30 sind zum Vergleich zunächst die sich bei Vorgabe einer Reversierbewegung ergebenden Regelabweichungen dargestellt, wobei die Reibung jeweils online mit den in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Methoden identifiziert und kompensiert wird. Die Regelabweichung stellt hierbei wie erwähnt ein Maß für die Güte der Identifikation und Kompensation dar.

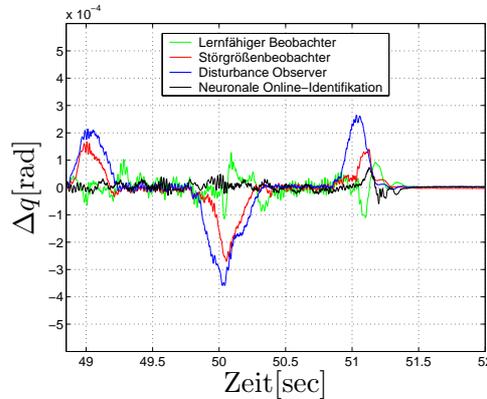


Abbildung 4.30: Vergleich der untersuchten Methoden anhand der Regelabweichung bei einer Reversierbewegung

Man erkennt, dass mit Neuronalen Netzen die besten Ergebnisse hinsichtlich der Güte der Identifikation und Kompensation von Reibung erzielt werden können. Dies lässt sich darin begründen, dass die nichtlineare Reibung durch ein Neuronales Netz sehr gut approximiert werden kann. Im Eingelenkfall kann hierbei der lernfähige Beobachter eingesetzt werden, der gleichzeitig die nicht messbaren Systemzustände schätzt. Mit Hilfe der geschätzten Zustände kann zudem eine Zustandsregelung realisiert werden. Im Mehrgelenkfall ist der Einsatz des lernfähigen Beobachters nicht praktikabel. Daher wurde eine neue Methode unter Verwendung eines nichtlinearen inversen Modells entwickelt, mit der eine Identifikation und Kompensation durch Online-Training eines Neuronalen Netzes vorgenommen werden kann. Nachteil dieser Methode ist, dass die Identifikation nicht in einen Beobachter zur Schätzung der Systemzustände integriert ist. Das Verfahren eignet sich daher vorwiegend für den Einsatz im Rahmen von Regelungen, die nur messbare Zustände verwenden. Mit Hilfe des linearen Störgrößenbeobachters ist aufgrund des nichtlinearen Charakters der Reibung keine exakte, dynamische Kompensation der Reibung möglich. Die Schätz- und Kompensationsergebnisse konnten jedoch durch eine nichtlineare modellbasierte Erweiterung wesentlich verbessert werden. Vorteil dieses Verfahrens ist zudem, dass die zur Online-Identifikation erforderliche Integration des Beobachterfehlers verhältnismäßig einfach ist, so dass das Verfahren auch im Mehrgelenkfall im Rahmen eines nichtlinearen Beobachters verwendet werden kann. Weiterhin wurde der Disturbance Observer zur Reibungskompensation eingesetzt. Das Reibmoment wird bei diesem Verfahren mit Hilfe der Inversen des reibungsfreien Systems geschätzt. Da zur Realisierung der Inversen ein Filter mit Verzögerungsverhalten notwendig ist, ist keine unmittelbare Kompensation der Reibung möglich. Im Bereich der Haftreibung führt dies ähnlich wie beim linearen Störgrößenbeobachter dazu, dass keine vollständige dynamische Kompensation möglich ist. Nachteil des Disturbance Observers hinsichtlich der Verwendbarkeit im Rahmen eines modellbasierten Regelungskonzepts ist, dass er nicht gleichzeitig die Zustände des Systems

schätzt. Der lernfähige Beobachter und der Störgrößenbeobachter verwenden hingegen jeweils das Parallelmodell eines störungsfreien Systems und sind somit in der Lage, auch die Zustände des Systems zu schätzen.

Kapitel 5

Zustandsbeobachtung bei Mehrkörpersystemen mit elastisch angekoppelten Antrieben am Beispiel eines Roboters

5.1 Einleitung

Die Kenntnis der Zustände eines dynamischen Systems ist Voraussetzung für die Anwendung von linearen und nichtlinearen Zustandsregelungsverfahren wie auch beispielsweise von modellprädiktiven Regelungsmethoden. In diesem Kapitel geht es daher um den Entwurf und die Auslegung eines Beobachters, mit dessen Hilfe nicht messbare Zustände bei Mehrkörpersystemen mit elastisch angekoppelten Antrieben geschätzt werden können. Unter der Annahme, dass die Abtriebsposition bzw. Abtriebsposition und Geschwindigkeit messbar sind, existieren hierzu theoretisch motivierte Arbeiten, bei denen asymptotische Stabilität der entworfenen Beobachter nachgewiesen werden kann [38], [39], [70].

Weiterhin existieren praktisch motivierte Arbeiten, bei denen unter Verwendung von an- und abtriebsseitiger Sensorik Beobachter zur Schätzung der nicht gemessenen Zustände entworfen werden [68], [37], [61].

Im vorliegenden Fall steht als Messgröße lediglich der Absolutwinkel von jeder Motorwelle zur Verfügung, so dass die jeweilige Abtriebsposition und Abtriebsgeschwindigkeit sowie die Motorgeschwindigkeit geschätzt werden müssen. Dieser Fall ist auch in anderen Anwendungsbereichen von besonderer Bedeutung, da abtriebsseitige Sensorik im Allgemeinen nur schwer zu installieren und zudem sehr kostenintensiv und fehleranfällig ist. In der Literatur existiert bisher unter diesen Rahmenbedingungen kein Beobachter für Roboter mit elastischen Gelenken. Daher wird im folgenden Abschnitt 5.2 zunächst die Beobachtbarkeit des Systems unter Beachtung der vorhandenen Sensorik untersucht und nachgewiesen. Anschließend wird auf nichtlinea-

re Beobachterentwurfsmethoden eingegangen, die in anderen Anwendungsbereichen besondere Verbreitung gefunden haben (Abschnitt 5.3). Sofern die Anwendung der entsprechenden Methode auf spezielle Systemklassen beschränkt ist, wird zudem untersucht, inwieweit das vorliegende System die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der Methode erfüllt. Beim Beobachterentwurf für ein System mit mehreren Messgrößen, die bei der hier vorliegenden Systemklasse vorhanden sind, bestehen zudem grundsätzlich zwei Möglichkeiten, einen Beobachter zu entwerfen:

- dezentraler Beobachterentwurf
- zentraler Beobachterentwurf

Beim zentralen Beobachterentwurf wird das Gesamtsystem zugrunde gelegt. Beim dezentralen Beobachterentwurf zerlegt man das Gesamtsystem in Teilsysteme und entwirft für jedes Teilsystem einen Beobachter auf der Basis der entsprechenden Teilsystem-Modellgleichungen. Hierbei müssen die Teilsysteme so gewählt werden, dass sie mindestens eine Messgröße enthalten, aus der die unbekannt Zustände rekonstruierbar sind. Alle Teilsystem-Beobachter zusammengenommen liefern die Schätzwerte für den Gesamtprozess. Bei Mehrkörpersystemen mit je nach Anzahl der Teilkörper zum Teil sehr hohen Systemordnungen erscheint der dezentrale Beobachterentwurf zunächst praktikabler, da die Teilsysteme eine vergleichsweise geringe Systemordnung besitzen und eher die Voraussetzungen für die Anwendung bestimmter Entwurfsverfahren erfüllen. Zudem lässt sich das Entwurfsprinzip auch bei Mehrkörpersystemen mit beliebig hoher Systemordnung anwenden, da die Teilsystemordnung jeweils konstant bleibt. Auf die Grundlagen des dezentralen Beobachterentwurfs wird daher in Abschnitt 5.4.1 eingegangen. Je nach Struktur und Anordnung der Teilkörper im Mehrkörpersystem kann es sein, dass einzelne Teilkörper sehr stark miteinander verkoppelt sind. In diesem Fall kann durch Zusammenfassen einzelner Teilsysteme beim Beobachterentwurf die Güte der Zustandsschätzung verbessert werden. Abschließend wird die vorgeschlagene Entwurfsmethode zur Zustandsschätzung beispielhaft anhand des in dieser Arbeit betrachteten Roboters mit elastischen Gelenken unter Verwendung externer Sensorik getestet und evaluiert.

5.2 Beobachtbarkeit nichtlinearer Systeme

5.2.1 Grundlagen

Voraussetzung für den Entwurf eines Beobachters zur Schätzung nicht messbarer Zustandsgrößen ist die Beobachtbarkeit des Systems. Beobachtbarkeit bedeutet, dass aus gemessenen Ein- und Ausgangsgrößen der Anfangszustand $\underline{x}(0) = \underline{x}_0$ eines Systems eindeutig ermittelt werden kann. Im Unterschied zu linearen Systemen kann es hierbei sein, dass nur Teilbereiche des Zustandsraums beobachtbar sind. Daher wird zwischen lokaler und globaler Beobachtbarkeit unterschieden. Die im Folgenden

angegebenen Definitionen beziehen sich auf die folgende Beschreibung eines nichtlinearen Systems der Ordnung n mit m Eingangs- und q Ausgangsgrößen:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) \\ \underline{y} &= \underline{h}(\underline{x}, \underline{u})\end{aligned}\quad (5.1)$$

mit $\underline{x} \in D_x \subseteq \mathbb{R}^n$, $\underline{u} \in D_u \subseteq \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^q$. D_x bezeichnet hierbei den Definitionsbereich des Zustandsvektors \underline{x} und D_u den Definitionsbereich des Eingangsvektors \underline{u} . Nach [6] sind globale und lokale Beobachtbarkeit wie folgt definiert:

Definition 5.2.1 *Globale Beobachtbarkeit*

Das nichtlineare System entsprechend Gleichung 5.1 heißt global beobachtbar, wenn alle Anfangszustände \underline{x}_0 aus $\underline{y}(t)$ und $\underline{u}(t)$ im gesamten Definitionsbereich $\underline{x}_0 \in D_x, \forall \underline{u} \in D_u$ eindeutig bestimmbar sind.

Definition 5.2.2 *Lokale Beobachtbarkeit*

Das nichtlineare System heißt lokal beobachtbar in einem Punkt \underline{x}_p , wenn alle Anfangszustände \underline{x}_0 in einer Umgebung $|\underline{x} - \underline{x}_p| < \epsilon$ von \underline{x}_p aus $\underline{y}(t)$ und $\underline{u}(t)$ eindeutig bestimmbar sind. Das System ist lokal beobachtbar, wenn diese Eigenschaft im gesamten Definitionsbereich des Systems $\forall \underline{x}_p \in D_x, \forall \underline{u} \in D_u$ erfüllt ist.

Die Analyse der lokalen und globalen Beobachtbarkeit eines nichtlinearen Systems basiert auf der sogenannten Beobachtbarkeitsabbildung:

$$\underline{q}(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) = \begin{bmatrix} \underline{q}_1(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) \\ \underline{q}_2(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) \\ \dots \\ \underline{q}_p(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \underline{q}_i(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) = \begin{bmatrix} y_i \\ \dot{y}_i \\ \vdots \\ y_i^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Diese Abbildung stellt einen Zusammenhang zwischen dem Zustandsvektor \underline{x} sowie dem Eingangsvektor und dessen Zeitableitungen

$$\underline{u}^{[n-1]} = \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \dot{\underline{u}} \\ \vdots \\ \underline{u}^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

einerseits und den Zeitableitungen der Ausgangsgrößen andererseits $y_i(t)$, $i = 1, \dots, q$ dar. Die Zeitableitungen der Ausgangsgrößen werden hierbei durch wiederholte Anwendung der Lie-Ableitung wie folgt berechnet:

$$\begin{bmatrix} y_i \\ \dot{y}_i \\ \vdots \\ y_i^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^0 h_i(\underline{x}, \underline{u}) \\ L_f h_i(\underline{x}, \underline{u}) \\ \vdots \\ L_f^{k_i-1} h_i(\underline{x}, \underline{u}) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Hierbei können zeitliche Ableitungen des Eingangsvektors \underline{u} bis zur maximalen Ordnung $(n - 1)$ auftreten.

Im Fall einer Messgröße ($q = 1$) ist die Beobachtbarkeitsabbildung ein nichtlineares Gleichungssystem n -ter Ordnung für die zu bestimmenden n Elemente des Zustandsvektors. Im Fall eines Systems mit mehreren Messgrößen besteht die Beobachtbarkeitsabbildung aus $q \cdot n$ Gleichungen. Es bestehen somit Freiheitsgrade, welche n Gleichungen zur Beobachtbarkeitsanalyse verwendet werden. Die verwendeten Gleichungen werden in der sogenannten Auswahlabbildung zusammengefasst.

Aus der Definition der globalen Beobachtbarkeit ergibt sich nun folgende Bedingung für die globale Beobachtbarkeit [6]:

Bedingung 5.2.1 *Globale Beobachtbarkeit*

Das nichtlineare System ist global beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsabbildung $\underline{q}(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]})$ im gesamten Definitionsbereich $\forall \underline{x} \in D_x, \forall \underline{u}^{[n-1]} \in D_u^n$ eindeutig nach \underline{x} auflösbar ist, d.h. $\exists \underline{x} = \underline{q}^{-1}(\underline{y}^{[n-1]}, \underline{u}^{[n-1]})$.

Zur Analyse der lokalen Beobachtbarkeit genügt es, die lokale Invertierbarkeit von $\underline{q}(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]})$ zu untersuchen. Hierzu wird eine Ranguntersuchung der Jacobimatrix von $\underline{q}(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]})$ bezüglich \underline{x}

$$\underline{Q}(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) = \partial \underline{q} / \partial \underline{x} \quad (5.5)$$

vorgenommen. Die Matrix $\underline{Q}(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]})$ wird hierbei auch als Beobachtbarkeitsmatrix bezeichnet. Es ergibt sich folgende Bedingung für die lokale Beobachtbarkeit:

Bedingung 5.2.2 *Lokale Beobachtbarkeit*

Das nichtlineare System ist lokal beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix im gesamten Definitionsbereich $\forall \underline{x}_p \in D_x, \forall \underline{u}^{[n-1]} \in D_u^n$ folgende Rangbedingung erfüllt:

$$\text{Rang } \underline{Q}(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) = n \quad \forall \underline{x}_p \in D_x, \forall \underline{u}^{[n-1]} \in D_u^n \quad (5.6)$$

5.2.2 Beobachtbarkeitsanalyse des Roboters

In diesem Abschnitt wird eine Beobachtbarkeitsanalyse für einen Roboter mit elastischen Gelenken durchgeführt unter der Annahme, dass jeweils die Motorposition messbar ist. Bei einem Roboter mit N Gelenken stehen somit N Messgrößen zur Verfügung. Die Beobachtbarkeitsabbildung besteht daher aus $N \cdot n$ Gleichungen, von denen n Gleichungen zur Beobachtbarkeitsanalyse verwendet werden. In diesem Fall bietet es sich an, jeweils die Motorposition sowie die ersten drei Ableitungen eines Gelenks zu verwenden. Die Systemgleichungen eines Gelenks ergeben sich mit dem Zustandsvektor $\underline{x}_i^T = [q_{ai}, \dot{q}_{ai}, q_{mi}, \dot{q}_{mi}]$, der Eingangsgröße $u_i = \tau_{mi}$ und der

Ausgangsgröße $y_i = q_{mi}$ zu:

$$\dot{\underline{x}}_i = \begin{pmatrix} \dot{q}_{ai} \\ \underline{m}_i \left(-\underline{c}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a) - \underline{g}(\underline{q}_a) + \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) \right) \\ \dot{q}_{mi} \\ \frac{1}{J_{mi}} (c_i \cdot q_{ai} + d_i \cdot \dot{q}_{ai} - c \cdot q_{mi} - d \cdot \dot{q}_{mi} + \tau_{mi}) \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Der Vektor \underline{m}_i bezeichnet hierbei die i -te Zeile der inversen Massenmatrix $\underline{M}^{-1}(\underline{q}_a)$ des Roboters.

Die Beobachtbarkeitsabbildung eines einzelnen Gelenks ergibt sich durch wiederholte Anwendung der Lie-Ableitung zu:

$$\underline{q}_i(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) = \begin{bmatrix} q_{mi} \\ \dot{q}_{mi} \\ \frac{1}{J_{mi}} \cdot (-c \cdot q_{mi} - d \cdot \dot{q}_{mi} + c \cdot q_{ai} + d \cdot \dot{q}_{ai} + \tau_{mi}) \\ q_{mi}^{(3)} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

mit

$$q_{mi}^{(3)} = \frac{1}{J_{mi}} \cdot \left[-c \cdot \dot{q}_{mi} - d \cdot \left(\frac{1}{J_{mi}} (c_i \cdot q_{ai} + d_i \cdot \dot{q}_{ai} - c \cdot q_{mi} - d \cdot \dot{q}_{mi} + \tau_{mi}) \right) + c \cdot \dot{q}_{ai} + d \cdot \left(\underline{m}_i \left(-\underline{c}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a) - \underline{g}(\underline{q}_a) + \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) \right) \right) + \dot{\tau}_{mi} \right] \quad (5.9)$$

Entsprechend der Bedingung 5.2.1 ist zum Beweis der Beobachtbarkeit der Nachweis der Invertierbarkeit eines nichtlinearen Gleichungssystems notwendig. Hierzu existieren mathematische Methoden, auf die im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter eingegangen wird [6]. Unter Vernachlässigung der geringen Getriebedämpfung vereinfacht sich die Beobachtbarkeitsabbildung 5.8/5.9 zu:

$$\underline{q}_i(\underline{x}, \underline{u}^{[n-1]}) = \begin{bmatrix} q_{mi} \\ \dot{q}_{mi} \\ \frac{1}{J_{mi}} \cdot (-c \cdot q_{mi} + c \cdot q_{ai} + \tau_{mi}) \\ \frac{1}{J_{mi}} \cdot (-c \cdot \dot{q}_{mi} + c \cdot \dot{q}_{ai} + \dot{\tau}_{mi}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i \\ \dot{y}_i \\ \ddot{y}_i \\ y_i^{(3)} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

In diesem Fall lässt sich die inverse Beobachtbarkeitsabbildung durch Lösen eines linearen Gleichungssystems bestimmen. Aufgelöst nach dem Zustandsvektor \underline{x}_i ergibt sich:

$$\underline{x}_i = \begin{bmatrix} q_{ai} \\ \dot{q}_{ai} \\ q_{mi} \\ \dot{q}_{mi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{J_{mi}}{c} \ddot{y}_i + y_i - \frac{\tau_{mi}}{c} \\ \frac{J_{mi}}{c} \dot{y}_i^{(3)} + \dot{y}_i - \frac{\dot{\tau}_{mi}}{c} \\ y_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Hiermit wurde nachgewiesen, dass ein Mehrkörpersystem mit elastisch angekoppelten Antrieben unter Vernachlässigung der geringen Getriebedämpfung global beobachtbar ist, wenn nur die Motorpositionen gemessen werden.

5.3 Nichtlineare Beobachterentwurfsmethoden

5.3.1 Thauscher Beobachter

Der Thausche Beobachter wurde in [67] zur Schätzung der Zustände von nichtlinearen Systemen vorgestellt. Das Verfahren ist anwendbar, sofern es möglich ist, das nichtlineare System entsprechend Gleichung 5.1 in einen linearen Systemanteil sowie einen nichtlinearen Systemanteil aufzuteilen. Weiterhin wird eine lineare Ausgangsgleichung vorausgesetzt, so dass sich folgende Systemdarstellung ergibt:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \cdot \underline{x} + \underline{f}_1(\underline{x}) + \underline{f}_2(\underline{y}, \underline{u}) \quad (5.12)$$

$$\underline{y} = \underline{C} \cdot \underline{x} \quad (5.13)$$

Analog zum Luenberger Beobachter besteht der Beobachter aus einem Parallelmodell der Strecke und aus einer konstanten Rückführung des Beobachterfehlers über die Rückführmatrix \underline{L} auf die Zustände:

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \underline{A} \cdot \hat{\underline{x}} + \underline{f}_1(\hat{\underline{x}}) + \underline{f}_2(\underline{y}, \underline{u}) + \underline{L} (\underline{y} - \underline{C} \cdot \hat{\underline{x}}) \quad (5.14)$$

Die Rückführmatrix \underline{L} wird hierbei auf der Basis des linearen Systemteils beispielsweise durch Minimierung eines Gütefunktional ausgelegt. Aufgrund der Vernachlässigung des nichtlinearen Systemteils beim Entwurf ist die Konvergenz des Beobachters nicht garantiert. Daher wird im Folgenden die Stabilitätsbedingung abgeleitet. Hierzu wird zunächst die Zustandsfehlerdifferentialgleichung aufgestellt:

$$\dot{\underline{e}} = \dot{\hat{\underline{x}}} - \dot{\underline{x}} = (\underline{A} - \underline{L} \cdot \underline{C})\underline{e} + \underline{f}_1(\underline{e} + \underline{x}) - \underline{f}_1(\underline{x}) \quad (5.15)$$

Unter der Voraussetzung der Beobachtbarkeit des Systems (abhängig von den Matrizen \underline{A} und \underline{C}) kann die Rückführmatrix \underline{L} so gewählt werden, dass die Eigenwerte der Matrix $\underline{A} - \underline{L} \cdot \underline{C}$ in der linken Halbebene der komplexen Ebene liegen. In diesem Fall gibt es eine symmetrisch positiv definite Matrix \underline{P} , so dass gilt:

$$\underline{P}(\underline{A} - \underline{L} \cdot \underline{C}) + (\underline{A} - \underline{L} \cdot \underline{C})^T \underline{P} = -\underline{Q}, \quad (5.16)$$

wobei die Matrix \underline{Q} positiv definit sei. In Abhängigkeit der Matrix \underline{P} kann nun folgende Ljapunov-Funktion definiert werden:

$$V(\underline{e}) = \underline{e}^T \underline{P} \underline{e} \quad (5.17)$$

Bedingung für asymptotische Stabilität ist:

$$\dot{V}(\underline{e}) = -\underline{e}^T \underline{Q} \underline{e} + 2\underline{e}^T \underline{P} \left(\underline{f}_1(\underline{e} + \underline{x}) - \underline{f}_1(\underline{x}) \right) < 0 \quad (5.18)$$

Sofern die nichtlineare Vektorfunktion \underline{f}_1 die Lipschitz-Bedingung mit der Lipschitz-Konstante k

$$\left\| \underline{f}_1(\underline{x}) - \underline{f}_1(\underline{y}) \right\| \leq k \|\underline{x} - \underline{y}\| \quad (5.19)$$

für beliebige \underline{x} und \underline{y} in einer bestimmten Umgebung R , die den Nullvektor enthält, erfüllt, lässt sich die zeitliche Ableitung der Ljapunov-Funktion unter Verwendung der Euklidischen Norm des Zustandsfehlers

$$\|\underline{e}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (5.20)$$

wie folgt abschätzen:

$$\dot{V}(\underline{e}) \leq -\underline{e}^T \underline{Q} \underline{e} + 2k \|\underline{e}\| \underline{P} \|\underline{e}\| \quad (5.21)$$

$$\leq -\lambda_{\min}(\underline{Q}) \|\underline{e}\|^2 + 2k \|\underline{e}\| \lambda_{\max}(\underline{P}) \|\underline{e}\| \quad (5.22)$$

Stabilität ist somit sichergestellt, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$k < \frac{\lambda_{\min}(\underline{Q})}{2\lambda_{\max}(\underline{P})} \quad (5.23)$$

Nachteil des vorgestellten Verfahrens ist, dass die Stabilität erst nach Auslegung der Rückführmatrix \underline{L} überprüft werden kann und es somit nicht als Entwurfsmethode dienen kann. Praktisch ergibt sich jedoch aus der abgeleiteten Stabilitätsbedingung, dass die Eigenwerte der Matrix $\underline{A} - \underline{L} \cdot \underline{C}$ genügend weit in die linke Halbebene gelegt werden müssen [56]. Vorteil des Verfahrens ist, dass keine Zustandstransformation erforderlich ist und lineare Methoden zur Auslegung der Rückführmatrix verwendet werden können. Weiterhin ist bei der vorliegenden Systemklasse von Mehrkörpersystemen mit elastischer Ankopplung der Antriebe eine Aufteilung in einen linearen und einen nichtlinearen Systemteil möglich (siehe Abschnitt 5.4.5), so dass die Methode angewendet werden kann.

5.3.2 Normalform-Beobachter

Eine Systemdarstellung, die sich für den nichtlinearen Beobachterentwurf besonders gut eignet, ist die sogenannte Beobachter-Normalform. Die Idee des Entwurfsverfahrens besteht darin, durch eine Zustandstransformation zu erreichen, dass die Nichtlinearitäten des Systems nur von Ein- und Ausgangsgrößen abhängen, so dass sie exakt im Beobachter nachgebildet werden können. Kann das nichtlineare System

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) \quad (5.24)$$

$$\underline{y} = \underline{h}(\underline{x}) \quad (5.25)$$

durch eine Zustandstransformation $\underline{z} = \Phi(\underline{x})$ auf die Form

$$\dot{\underline{z}} = \underline{A} \cdot \underline{z} + \underline{k}(\underline{y}, \underline{u}) \quad (5.26)$$

$$\underline{y} = \underline{h}(\underline{C} \cdot \underline{z}) \quad (5.27)$$

gebracht werden, so kann ein Beobachter wie folgt entworfen werden:

$$\dot{\hat{z}} = \underline{A} \cdot \hat{z} + \underline{k}(\underline{y}, \underline{u}) + \underline{L}(\underline{C} \cdot \hat{z} - \underline{C} \cdot \underline{z}) \quad (5.28)$$

$$\hat{x} = \Phi^{-1}(\hat{z}) \quad (5.29)$$

Die Differentialgleichung des Schätzfehlers in den transformierten Zuständen

$$\underline{e} = \hat{z} - \underline{z} \quad (5.30)$$

ergibt sich somit zu:

$$\dot{e} = (\underline{A} - \underline{L} \cdot \underline{C})e \quad (5.31)$$

Analog einem Luenberger-Beobachter erhält man durch die Transformation eine lineare, zeitinvariante und homogene Fehlerdifferentialgleichung. Die Rückführmatrix \underline{L} kann somit mit linearen Methoden ausgelegt werden. Die Schwierigkeit besteht jedoch im Allgemeinen darin, das gegebene nichtlineare System in die nichtlineare Beobachter-Normalform zu transformieren. Auf diese Problematik wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

Transformation in die nichtlineare Beobachter-Normalform

In der Literatur wird zur Transformation eines nichtlinearen Systems in die nichtlineare Beobachter-Normalform die sogenannte Zwei-Schritt-Transformation vorgeschlagen [25]. Hierbei wird das System zunächst in die sogenannte nichtlineare Beobachtbarkeits-Normalform transformiert. Anschließend wird das System von der Beobachtbarkeits-Normalform in die Beobachter-Normalform transformiert. Die Existenz der Beobachtbarkeits-Normalform ist zudem notwendige Voraussetzung für die Existenz der Beobachter-Normalform. Die Beobachtbarkeits-Normalform ist wie folgt definiert [51]:

Definition 5.3.1 *Nichtlineare Beobachtbarkeits-Normalform*

$$\dot{\bar{x}}^i = \begin{bmatrix} \bar{x}_2^i \\ \vdots \\ \bar{x}_{n_i}^i \\ \varphi_i(\bar{x}, \underline{u}^{[n-1]}) \end{bmatrix}, \quad y_i = \bar{x}_1^i \quad i = 1, \dots, p \quad \sum_{i=1}^p n_i = n \quad (5.32)$$

mit der charakteristischen Nichtlinearität:

$$\varphi_i(\bar{x}, \underline{u}^{[n-1]}) = L_f^{n_i} h_i(\underline{x}) \big|_{\underline{x}=\underline{q}^{-1}(\bar{x})} \quad (5.33)$$

Jedes beobachtbare System kann mit Hilfe der n Gleichungen der Auswahlabbildung durch eine nichtlineare Zustandstransformation auf die Beobachtbarkeits-Normalform

gebracht werden. Die transformierten Zustände ergeben sich somit unter Vernachlässigung der Getriebedämpfung zu:

$$\bar{x}_1^i = q_{mi} \quad (5.34)$$

$$\bar{x}_2^i = \dot{q}_{mi} \quad (5.35)$$

$$\bar{x}_3^i = \frac{1}{J_{mi}} (-c \cdot q_{mi} + c \cdot q_{ai} + \tau_{mi}) \quad (5.36)$$

$$\bar{x}_4^i = \frac{1}{J_{mi}} (-c \cdot \dot{q}_{mi} + c \cdot \dot{q}_{ai} + \dot{\tau}_{mi}) \quad (5.37)$$

Die charakteristische Nichtlinearität ergibt sich in den Originalzuständen zu:

$$\varphi_i = \frac{1}{J_{mi}} (-c \cdot \ddot{q}_{mi} + c \cdot \ddot{q}_{ai} + \ddot{\tau}_{mi}) \quad (5.38)$$

$$= \frac{1}{J_{mi}} \left[-c \left(\frac{1}{J_m} (-c \cdot q_{mi} + c \cdot q_{ai} + \tau_{mi}) \right) + c \cdot \left(\underline{m}_i \left(-\underline{c}(\underline{q}_a, \underline{\dot{q}}_a) - \underline{g}(\underline{q}_a) + \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) \right) \right) + \ddot{\tau}_{mi} \right] \quad (5.39)$$

Die charakteristische Nichtlinearität in den transformierten Zuständen erhält man, indem man die Vektoren \underline{q}_a und $\underline{\dot{q}}_a$ mit Hilfe der folgenden Beziehungen ersetzt:

$$\underline{q}_a = \begin{bmatrix} \frac{J_{m1}}{c} \bar{x}_3^1 + \bar{x}_1^1 - \frac{\tau_{m1}}{c} \\ \vdots \\ \frac{J_{mp}}{c} \bar{x}_3^p + \bar{x}_1^p - \frac{\tau_{mp}}{c} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

und

$$\underline{\dot{q}}_a = \begin{bmatrix} \frac{J_{m1}}{c} \bar{x}_4^1 + \bar{x}_2^1 - \frac{\dot{\tau}_{m1}}{c} \\ \vdots \\ \frac{J_{mp}}{c} \bar{x}_4^p + \bar{x}_2^p - \frac{\dot{\tau}_{mp}}{c} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Nach Transformation des Systems in die nichtlineare Beobachtbarkeitsnormalform folgt die Transformation in die gesuchte nichtlineare Beobachternormalform. Während die Beobachtbarkeits-Normalform für jedes beobachtbare System existiert, ist die Transformation in die nichtlineare Beobachternormalform nur unter gewissen Voraussetzungen möglich.

Nach [55] lassen sich die Transformationsvoraussetzungen sowie die Transformationsvorschrift für ein System vierter Ordnung wie folgt herleiten: Man leitet die Gleichung

$$z_1 = \gamma(y) \quad (5.42)$$

zunächst viermal nach der Zeit ab. Die linke Seite der Gleichung ergibt sich zu:

$$z_1^{(4)} = k_4(y) + \frac{dk_3}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{d^2 k_2}{dy^2} \cdot \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \frac{dk_2}{dy} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{d^3 k_1}{dy^3} \cdot \left(\frac{dy}{dt} \right)^3 + 3 \cdot \frac{d^2 k_1}{dy^2} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{dk_1}{dy} \cdot \frac{d^3 y}{dt^3} \quad (5.43)$$

Die rechte Seite der Gleichung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}\gamma^{(4)} &= \frac{d^4\gamma}{dy^4} \cdot \left(\frac{dy}{dt}\right)^4 + 6 \cdot \frac{d^3\gamma}{dy^3} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} \cdot \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + 3 \cdot \frac{d^2\gamma}{dy^2} \cdot \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 \\ &+ 4 \cdot \frac{d^2\gamma}{dy^2} \cdot \frac{d^3y}{dt^3} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{d\gamma}{dy} \cdot \frac{d^4y}{dt^4}\end{aligned}\quad (5.44)$$

Ersetzt man jeweils die auftretenden Ableitungen der Ausgangsgröße durch die Zustände der Beobachtbarkeitsnormalform, so ergeben sich Gleichung 5.43 und 5.44 zu:

$$\begin{aligned}z_1^{(4)} &= k_4(y) + \frac{dk_3}{dy} \cdot \bar{x}_2 + \frac{d^2k_2}{dy^2} \cdot \bar{x}_2^2 + \frac{dk_2}{dy} \cdot \bar{x}_3 + \\ &\frac{d^3k_1}{dy^3} \cdot \bar{x}_2^3 + 3 \frac{d^2k_1}{dy^2} \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + \frac{dk_1}{dy} \cdot \bar{x}_4\end{aligned}\quad (5.45)$$

$$\begin{aligned}\gamma^{(4)} &= \frac{d^4\gamma}{dy^4} \cdot \bar{x}_2^4 + 6 \cdot \frac{d^3\gamma}{dy^3} \cdot \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2^2 + 3 \cdot \frac{d^2\gamma}{dy^2} \cdot \bar{x}_3^2 \\ &+ 4 \cdot \frac{d^2\gamma}{dy^2} \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_2 + \frac{d\gamma}{dy} \cdot \varphi(\bar{x})\end{aligned}\quad (5.46)$$

Analysiert man die Struktur von Gleichung 5.45 und 5.46, so kann die Gleichung $z_1^{(4)} = \gamma^{(4)}$ für beliebige \bar{x}_2, \bar{x}_3 und \bar{x}_4 nur dann erfüllt sein, wenn die Funktion $\varphi(\bar{x})$ auch eine entsprechende Polynomstruktur in den nicht gemessenen Zuständen \bar{x}_2, \bar{x}_3 und \bar{x}_4 besitzt:

$$\begin{aligned}\varphi(\bar{x}) &= \alpha_0(y) + \alpha_1(y)\bar{x}_2 + \alpha_2(y)\bar{x}_3 + \alpha_3(y)\bar{x}_4 + \alpha_4(y)\bar{x}_2\bar{x}_3 + \alpha_5(y)\bar{x}_2\bar{x}_4 \\ &+ \alpha_6(y)\bar{x}_2^2 + \alpha_7(y)\bar{x}_3^2 + \alpha_8(y)\bar{x}_2^3 + \alpha_9(y)\bar{x}_2^2\bar{x}_3 + \alpha_{10}(y)\bar{x}_4^2\end{aligned}\quad (5.47)$$

Durch Koeffizientenvergleich erhält man ein System von Differentialgleichungen für die zu bestimmenden Funktionen $\gamma(y)$ und $k_{1,2,3,4}(y)$.

In die charakteristische Nichtlinearität jedes elastischen Gelenks entsprechend Gleichung 5.38 gehen die Zustände nur linear bzw. quadratisch ein. Aufgrund der linearen Transformationsbeziehungen zwischen den Originalzuständen und den transformierten Zuständen gehen die transformierten Zustände ebenfalls nur linear und quadratisch ein. Daher ist eine Transformation des Systems in die nichtlineare Beobachter-Normalform mit den vorhandenen Messwerten nicht möglich.

5.3.3 Erweitertes Kalman-Filter

Das Kalman-Filter ist ein weit verbreitetes Verfahren zur Schätzung des Systemzustandes von linearen Systemen. Es entspricht von der Struktur einem Luenberger-Beobachter, besteht also aus einem Parallelmodell der Strecke sowie einer gewichteten Rückführung des Beobachterfehlers über die Rückführmatrix \underline{L} auf die geschätzten Zustände.

Die beiden Methoden zur Zustandsschätzung unterscheiden sich bezüglich der Auslegung der Rückführmatrix \underline{L} . Beim Kalman-Filter wird hierbei von einer stochastischen Systembeschreibung ausgegangen, auf deren Basis ein quadratisches Gütemaß formuliert wird. Die Rückführmatrix \underline{L} ergibt sich dann aus der Optimierung dieses Gütemaßes.

Das erweiterte Kalman-Filter stellt eine Erweiterung des beschriebenen Kalman-Filters auf nichtlineare Systeme dar [18], [74], [55]. In diesem Fall wird ein nichtlineares Parallelmodell der Strecke verwendet. Zur Auslegung der Rückführmatrix \underline{L} wird jedoch ein um den geschätzten Zustand linearisiertes System verwendet. Hieraus resultiert eine zeitvariable Rückführmatrix \underline{L} , die online in Abhängigkeit des geschätzten Systemzustandes berechnet werden muss. Sofern Referenztrajektorien für die Systemzustände verfügbar sind, kann die Linearisierung des Systems auch in Abhängigkeit der Referenzzustände erfolgen.

Die zu Grunde liegende Systembeschreibung ist eine Erweiterung der nichtlinearen Systembeschreibung um zwei Störungsterme:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) + \underline{w}(t) \quad (5.48)$$

$$\underline{y} = \underline{h}(\underline{x}) + \underline{v}(t) \quad (5.49)$$

Diese werden als Systemrauschen ($\underline{w}(t)$) und Messrauschen ($\underline{v}(t)$) bezeichnet. Hierbei wird zunächst angenommen, dass es sich jeweils um mittelwertfreies, unkorreliertes Rauschen handelt, welches durch die positiv definiten Kovarianzmatrizen

$$\underline{Q} = \text{cov}(\underline{w}(t)) \quad (5.50)$$

$$\underline{R} = \text{cov}(\underline{v}(t)) \quad (5.51)$$

beschrieben wird. Meist werden diese als Diagonalmatrizen angenommen. Das Messrauschen beschreibt die in jedem System auftretenden Störungen durch Messungenauigkeiten. In Form des Systemrauschens können sowohl am System angreifende Störungen als auch Modellierungsfehler berücksichtigt werden. Die Idee des erweiterten Kalman-Filters besteht analog dem Kalman-Filter darin, die Korrekturmatrix \underline{L} so auszulegen, dass die Summe der Diagonalelemente der geschätzten Kovarianzmatrix

$$\hat{\underline{P}}(t) = E[(\underline{x} - \hat{\underline{x}})(\underline{x} - \hat{\underline{x}})^T] \quad (5.52)$$

des Schätzfehlers minimal wird. Die geschätzte Kovarianzmatrix wird hierbei ausgehend von einem Anfangszustand

$$\hat{\underline{P}}(0) = E[(\underline{x} - \hat{\underline{x}}_0)(\underline{x} - \hat{\underline{x}}_0)^T] \quad (5.53)$$

durch Integration der Matrix-Riccati-Differentialgleichung berechnet:

$$\dot{\underline{P}} = \underline{A}\underline{P} + \underline{P}\underline{A}^T + \underline{Q} - \underline{P}\underline{C}^T\underline{R}^{-1}\underline{C}\underline{P} \quad (5.54)$$

Hierbei bezeichnen \underline{C} und \underline{A} die Matrizen des linearisierten Systems und werden wie folgt berechnet:

$$\underline{C}(t) = \frac{\partial \underline{h}}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial h_q}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_q}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

und

$$\underline{A}(t) = \frac{\partial \underline{f}}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

Auf die Herleitung der optimalen Rückführmatrix \underline{L} wird an dieser Stelle nicht eingegangen. Sie ergibt sich zu [55]:

$$\underline{L} = \underline{P} \underline{C} \underline{R}^{-1} \quad (5.57)$$

Der Systemzustand wird ermittelt durch Integration der rauschfreien, nichtlinearen Zustandsgleichungen sowie der Korrektur durch die Rückführung des Beobachterfehlers über die Rückführmatrix \underline{L} :

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \underline{f}(\hat{\underline{x}}, \underline{u}) + \underline{L}(t) (\underline{y} - \underline{h}(\hat{\underline{x}})) \quad (5.58)$$

Vorteil des beschriebenen Verfahrens ist, dass keine Zustandstransformation erforderlich ist und es bei beliebigen nichtlinearen Systemen zur Zustandsschätzung eingesetzt werden kann, sofern die nichtlinearen Gleichungen differenzierbar sind. Nachteil des Verfahrens ist jedoch der hohe Rechenaufwand, so dass das Verfahren bei Mehrkörpersystemen mit einer hohen Anzahl von Teilkörpern in Echtzeit nicht mehr praktikabel ist. Nachteilig ist zudem, dass kein Stabilitätsnachweis möglich ist.

5.4 Dezentraler Beobachterentwurf

5.4.1 Grundlagen

Im Vergleich zu einem zentralen Beobachterentwurf ist der dezentrale Entwurf, wie eingangs erwähnt, einfacher, da die Teilsysteme im Vergleich zum Gesamtsystem eine niedrigere Systemordnung besitzen und somit eher die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit bestimmter Beobachterentwurfsverfahren erfüllen. Durch die Strukturierung in Teilprozesse sind die dynamischen Vorgänge im gesamten System auch leichter durchschaubar. Somit kann die Dynamik der zugehörigen Teilsystembeobachter gezielter vorgegeben werden. Allerdings hängt der teilsystemweise Beobachterentwurf davon ab, wie die Teilsysteme des Prozessmodells untereinander verkoppelt sind. Hierbei gibt es im Allgemeinen drei Möglichkeiten, wie Teilsysteme untereinander verkoppelt sein können [57]:

1. beidseitige Verkopplung über die Messgrößen y_1 und y_2
2. einseitige Verkopplung über den Zustandsvektor \underline{x}_1 und Rückkopplung über die Messgröße y_2
3. beidseitige Verkopplung über die Zustandsvektoren \underline{x}_1 und \underline{x}_2

Die Möglichkeiten der Verkopplung sind in Abb. 5.1 dargestellt.

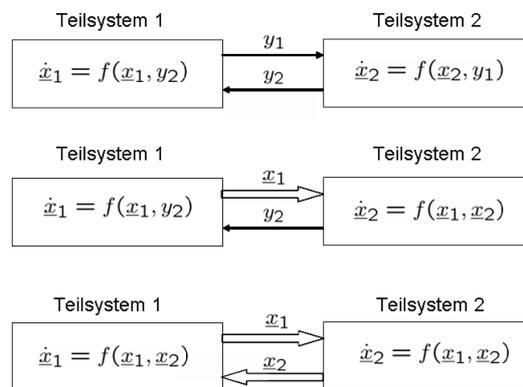


Abbildung 5.1: Verkopplung zweier Teilsysteme

Der dezentrale Entwurf ist im nichtlinearen Fall zulässig, wenn zwei Teilsysteme nur einseitig über den Zustandsvektor \underline{x}_1 gekoppelt sind oder Kopplungen über die Messgrößen bestehen. Eine solche Verkopplung von Teilsystemen wird als Kaskaden- oder Blockdreiecksform bezeichnet. Nur in diesem Fall lässt sich garantieren, dass die Schätzfehler in den einzelnen Teilsystembeobachtern abklingen und die Zustände gegen die tatsächlichen Werte konvergieren. Im vorliegenden Fall des Roboters mit elastischen Gelenken ist es naheliegend, entsprechend Abschnitt 5.2.2 die einzelnen Gelenke als Teilsysteme zu betrachten. Die Bewegungsgleichungen der einzelnen Gelenke sind jedoch über die jeweiligen Zustandsvektoren miteinander verknüpft. Wegen dieser Verknüpfung der Fehlersysteme ist es nicht möglich, die Teilsystembeobachter unabhängig voneinander auszulegen. Eine Möglichkeit besteht nun darin zu versuchen, durch eine nichtlineare Zustandstransformation eine Blockdreiecksform zu erzeugen [57]. Ausgangspunkt dieser Transformation ist die nichtlineare Beobachtbarkeitsnormalform, in der die Verkopplungen der einzelnen Teilsysteme in der jeweiligen charakteristischen Nichtlinearität φ_i entsprechend Gleichung 5.33 sichtbar werden. Sind zwei Teilsysteme über die jeweiligen Zustandsvektoren $\underline{\bar{x}}_1$ und $\underline{\bar{x}}_2$ gegenseitig verknüpft, so treten in der charakteristischen Nichtlinearität φ_1 der Ausgang y_2 sowie Ausgangsableitungen von y_2 auf. Ziel ist es daher, durch eine Zustandstransformation die Ausgangsableitungen zu eliminieren. Hierzu werden die Ausgänge als zusätzliche Eingänge interpretiert und Methoden zur Elimination von Eingangsableitungen angewendet. Voraussetzung für eine Transformation ist, dass die höchste in der charakteristischen Nichtlinearität auftretende Ausgangsableitung

nur linear auftreten darf. Entsprechend Abschnitt 5.3.2 ergibt sich die charakteristische Nichtlinearität eines Teilsystems in den Originalzuständen zu:

$$\varphi_i = \frac{1}{J_{mi}} \left[-c \left(\frac{1}{J_{mi}} (-c \cdot q_{mi} + c \cdot q_{ai} + \tau_{mi}) \right) + c \cdot \left(\underline{m}_i \left(-\underline{c}(\underline{q}_a, \underline{\dot{q}}_a) - \underline{g}(\underline{q}_a) + \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) \right) \right) + \ddot{\tau}_{mi} \right] \quad (5.59)$$

In transformierten Zuständen ergibt sich die charakteristische Nichtlinearität unter Verwendung der folgenden Beziehungen:

$$\begin{bmatrix} q_{ai} \\ \dot{q}_{ai} \\ q_{mi} \\ \dot{q}_{mi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{J_{mi}}{c} \ddot{y}_i + y_i - \frac{\tau_{mi}}{c} \\ \frac{J_{mi}}{c} y_i^{(3)} + \dot{y}_i - \frac{\dot{\tau}_{mi}}{c} \\ y_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

Die höchste Ausgangsableitung $y_i^{(3)}$ tritt bei der Elimination der Originalzustände \dot{q}_{ai} in den Coriolis- und Zentrifugalmomenten

$$\underline{c}(\underline{q}_a, \underline{\dot{q}}_a) = \underline{C}(\underline{q}_a, \underline{\dot{q}}_a) \cdot \underline{\dot{q}}_a \quad (5.61)$$

quadratisch auf. Eine nichtlineare Zustandstransformation zur Erzeugung einer Blockdreiecksform ist daher in diesem Fall nicht möglich.

Um dennoch einen dezentralen Beobachterentwurf durchführen zu können, bieten sich folgende Methoden an, um Zustandsgrößen weiterer Teilsysteme bzw. Kopplungsmomente zu approximieren:

- Approximation durch die Verwendung von linearen Störmodellen
- Approximation durch die Verwendung von kombinierten linearen Abschluss- und Störmodellen
- Approximation durch Referenzzustände, basierend auf einem nichtlinearen Modell

5.4.2 Approximation durch Störmodelle

Sofern eine lineare Teilsystembeschreibung möglich ist, existieren Methoden zur Approximation von Zuständen weiterer Teilsysteme. Zunächst wird an dieser Stelle auf die Methode der Approximation durch Störmodelle eingegangen.

Basis dieser Methode ist die sogenannte verkopplungsorientierte Darstellung [31]. Diese besteht aus den Teilsystembeschreibungen

$$\dot{\underline{x}}_i = \underline{A}_{ii} \cdot \underline{x}_i + \underline{B}_{Ki} \cdot \underline{u}_{Ki} + \underline{B}_i \cdot \underline{u}_i \quad (5.62)$$

$$\underline{y}_{Ki} = \underline{C}_{Ki} \cdot \underline{x}_i \quad (5.63)$$

$$\underline{y}_i = \underline{C}_i \cdot \underline{x}_i \quad (5.64)$$

sowie den Koppelbeziehungen

$$\underline{u}_{Ki} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \underline{P}_{ij} \cdot \underline{y}_{Kj}. \quad (5.65)$$

Die Matrizen \underline{P}_{ij} werden als Koppelmatrizen bezeichnet. Sie beschreiben, wie der Koppelausgang \underline{y}_{Kj} des j -ten Teilsystems auf den Koppelleingang \underline{u}_{Ki} des i -ten Teilsystems wirkt. Entspricht der Koppelausgang jeweils dem Koppelleingang des anderen Teilsystems ($\underline{y}_{K1} = \underline{u}_{K2}$ bzw. $\underline{u}_{K1} = \underline{y}_{K2}$), so stellen die Koppelmatrizen Einheitsmatrizen dar ($\underline{P}_{12} = \underline{I}$ und $\underline{P}_{21} = \underline{I}$). Die Matrix \underline{A}_{ii} bezeichnet hierbei die Dynamikmatrix des Teilsystems. Die Matrizen \underline{B}_i und \underline{C}_i stellen Ein- und Ausgangsmatrix des Teilsystems i dar. Entsprechend bezeichnen \underline{B}_{Ki} und \underline{C}_{Ki} die Koppelleingangs- und Koppelausgangsmatrix des Teilsystems.

Entwirft man auf Basis der Teilsystemgleichungen einen dezentralen Beobachter unter Vernachlässigung der Koppelleingänge \underline{u}_{Ki} , so ergeben sich die Gleichungen des Beobachters zu:

$$\dot{\hat{\underline{x}}}_i = \underline{A}_{ii}\hat{\underline{x}}_i + \underline{B}_i\underline{u}_i + \underline{L}_i(\underline{y}_i - \hat{\underline{y}}_i) \quad (5.66)$$

$$\hat{\underline{y}}_{Ki} = \underline{C}_{Ki} \cdot \hat{\underline{x}}_i \quad (5.67)$$

$$\hat{\underline{y}}_i = \underline{C}_i\hat{\underline{x}}_i \quad (5.68)$$

Die Differentialgleichung des Zustandsschätzfehlers ergibt sich somit zu:

$$\dot{\underline{e}}_i = \dot{\underline{x}}_i - \dot{\hat{\underline{x}}}_i \quad (5.69)$$

$$= (\underline{A}_{ii} - \underline{L}_i\underline{C}_i)\underline{e}_i + \underline{B}_{Ki}\underline{u}_{Ki} \quad (5.70)$$

Die Differentialgleichung ist aufgrund des Terms $\underline{B}_{Ki}\underline{u}_{Ki}$ inhomogen, so dass sich ein stationärer und dynamischer Zustandsschätzfehler ergibt.

Bei der Approximation durch Störmodelle besteht die Grundidee nun darin, den Koppelleingang \underline{u}_{Ki} als auf das System einwirkende Störung zu interpretieren. Von der Störung wird nun angenommen, dass sie sich als Ausgang eines geeigneten linearen dynamischen Störmodells entsprechend Abbildung 5.2 darstellen lässt. Das weitere Vorgehen entspricht dem Ablauf beim in Kapitel 4.3 beschriebenen Störgrößenbeobachterentwurf. Als Störmodell wird ebenfalls häufig ein einfaches Integratormodell verwendet.

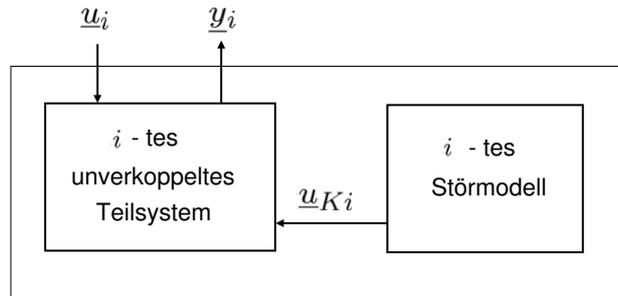


Abbildung 5.2: Teilsystem um Störmodell erweitert

5.4.3 Approximation durch kombinierte Abschluss- und Störmodelle

Eine verbesserte Nachbildung der Koppelgrößen kann erreicht werden durch die Verwendung von kombinierten Stör- und Abschlussmodellen. Aufgrund der Verkopplungen der einzelnen Teilsysteme wird im Allgemeinen der auf das Teilsystem i einwirkende Koppelingang auch direkt vom Koppelausgang des Teilsystems i beeinflusst. Die Idee besteht entsprechend Abb. 5.3 daher darin, die vorhandene Information über den Koppelausgang bei der Nachbildung des Koppelingangs ebenfalls zu berücksichtigen. Hierzu wird ein sogenanntes kombiniertes Abschluss- und Störmodell verwendet. Das Störmodell garantiert hierbei stationäre Genauigkeit, sofern das Verhalten des gewählten Abschlussmodells vom Verhalten des tatsächlichen Restsystems abweicht.

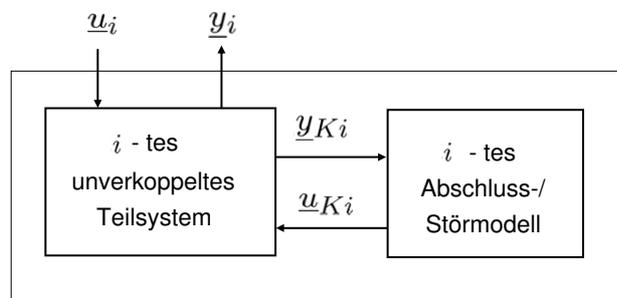


Abbildung 5.3: Teilsystem um kombiniertes Abschluss-/Störmodell erweitert

Das kombinierte Stör- und Abschlussmodell wird hierbei durch folgendes Zustands-

raummodell beschrieben:

$$\dot{\underline{x}}_{Ai} = \underline{M}_i \cdot \underline{x}_{Ai} + \underline{N}_i \cdot \underline{y}_{Ki} \quad (5.71)$$

$$\dot{\underline{z}}_i = \underline{0} \quad (5.72)$$

$$\underline{y}_{Ki} = \underline{z}_i + \underline{U}_i \cdot \underline{x}_{Ai} + \underline{Z}_i \cdot \underline{y}_{Ki} \quad (5.73)$$

\underline{M}_i bezeichnet hierbei die zu wählende Dynamikmatrix des Abschlussmodells und \underline{N}_i die Eingangsmatrix des Abschlussmodells. Das um das kombinierte Abschluss- und Störmodell erweiterte Teilsystem ergibt sich somit zu:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_i \\ \dot{\underline{x}}_{Ai} \\ \dot{\underline{z}}_i \end{bmatrix}}_{\dot{\underline{x}}_{ei}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{A}_{ii} + \underline{B}_{Ki}\underline{Z}_i\underline{C}_{Ki} & \underline{B}_{Ki}\underline{U}_i & \underline{B}_{Ki} \\ \underline{N}_i\underline{C}_{Ki} & \underline{M}_i & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{A}_{iie}} \begin{bmatrix} \underline{x}_i \\ \underline{x}_{Ai} \\ \underline{z}_i \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{B}_i \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{B}_{ie}} \underline{u}_i \quad (5.74)$$

$$\underline{y}_i = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{C}_i & \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix}}_{\underline{C}_{ie}} \underline{x}_{ie} \quad (5.75)$$

Für dieses erweiterte Teilsystem wird nun ein Beobachter entworfen. Voraussetzung für den Entwurf ist die Beobachtbarkeit des um das kombinierte Stör- und Abschlussmodell erweiterten Teilsystems. Die Beobachtbarkeit wird hierbei in Abhängigkeit der erweiterten Dynamikmatrix \underline{A}_{iie} sowie der erweiterten Ausgangsmatrix \underline{C}_{ie} überprüft.

5.4.4 Entkopplung durch Vorsteuerung

Bei den in den vorherigen Abschnitten vorgestellten Approximationsmethoden handelte es sich jeweils um lineare Methoden. Nachteilig ist hierbei, dass das nichtlineare Verhalten nicht exakt abgebildet werden kann. Eine nichtlineare Methode stellt die Verwendung von Referenzzuständen aus der Vorsteuerung dar. Die Gelenkwinkelverläufe \underline{q}_{aref} und deren zeitlichen Ableitungen $\dot{\underline{q}}_{aref}$ sowie $\ddot{\underline{q}}_{aref}$ werden im Allgemeinen in der Bahnplanung berechnet. Die Referenztrajektorien für die antriebsseitigen Zustände \underline{q}_{mref} und $\dot{\underline{q}}_{mref}$ können mit

$$\underline{q}_a = \underline{q}_{aref}, \quad \dot{\underline{q}}_a = \dot{\underline{q}}_{aref} \quad \text{und} \quad \ddot{\underline{q}}_a = \ddot{\underline{q}}_{aref} \quad (5.76)$$

durch Lösen der Bewegungsgleichung

$$\underline{M}(\underline{q}_a)\ddot{\underline{q}}_a + \underline{c}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a) + \underline{g}(\underline{q}_a) = \underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{D}(\dot{\underline{q}}_m - \dot{\underline{q}}_a) \quad (5.77)$$

berechnet werden.

Unter der Voraussetzung, dass das System der Solltrajektorie folgt, können die Referenzzustände mit hoher Genauigkeit in das jeweilige Teilsystem eingekoppelt werden.

5.4.5 Entwurf dezentraler, nichtlinearer Teilsystembeobachter

Ziel dieses Abschnitts ist der Entwurf dezentraler Beobachter zur Schätzung der nicht messbaren Zustände. Hierbei bietet es sich an, für jedes elastische Gelenk einen Teilbeobachter zu entwerfen. Basis für den Entwurf ist zunächst das nichtlineare Zustandsraummodell eines Gelenks i mit dem Zustandsvektor $\underline{x}_i = [q_{ai} \quad \dot{q}_{ai} \quad q_{mi} \quad \dot{q}_{mi}]$:

$$\dot{\underline{x}}_i = \begin{bmatrix} \dot{q}_{ai} \\ m_i \left(-c(q_a, \dot{q}_a) - g(q_a) + K(q_m - q_a) + D(\dot{q}_m - \dot{q}_a) \right) \\ \dot{q}_{mi} \\ \frac{1}{J_{mi}} (c_i \cdot q_{ai} + d_i \cdot \dot{q}_{ai} - c \cdot q_{mi} - d \cdot \dot{q}_{mi} + \tau_{mi} - \tau_{ri}) \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

Der Vektor \underline{m}_i bezeichnet hierbei die i -te Zeile der inversen Trägheitsmatrix:

$$\underline{M}^{-1}(q_a) = \begin{bmatrix} \underline{m}_1 \\ \vdots \\ \underline{m}_i \\ \vdots \\ \underline{m}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1N} \\ & \ddots & \\ \vdots & m_{ii} & \vdots \\ & \cdots & \ddots \\ m_{N1} & \cdots & m_{NN} \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

Das Vorgehen besteht nun analog dem Vorgehen beim Entwurf des Thauschen Beobachters entsprechend Abschnitt 5.3.1 darin, zunächst die nichtlinearen Systemgleichungen in einen linearen und einen nichtlinearen Systemteil aufzuteilen. Die nichtlinearen Zustandsdifferentialgleichungen nach Gleichung 5.78 lassen sich hierbei wie folgt aufteilen:

$$\dot{\underline{x}}_i = \underline{A}_{ii} \cdot \underline{x}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N m_{ij} \cdot (\underline{A}_{ij} \cdot \underline{x}_j) + \underline{f}_i(\underline{x}) + \underline{b}_i \cdot (\tau_{mi} - \tau_{ri}) \quad (5.80)$$

$$y_i = \underline{c}_i^T \cdot \underline{x}_i \quad (5.81)$$

\underline{A}_{ii} bezeichnet hierbei die zeitvariante Dynamikmatrix des Teilsystems i :

$$\underline{A}_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c_i}{J_{ai}(q_a)} & -\frac{d_i}{J_{ai}(q_a)} & \frac{c_i}{J_{ai}(q_a)} & \frac{d_i}{J_{ai}(q_a)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_i}{J_{mi}} & \frac{d_i}{J_{mi}} & -\frac{c_i}{J_{mi}} & -\frac{d_i}{J_{mi}} \end{bmatrix} \quad (5.82)$$

Der Kehrwert der abtriebsseitigen Trägheit $J_{ai}(q_a)$ entspricht hierbei jeweils den Diagonalelementen m_{ii} der inversen Trägheitsmatrix entsprechend Gleichung 5.79. Der Eingangsvektor ergibt sich zu:

$$\underline{b}_i^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{J_{mi}}] \quad (5.83)$$

Die lineare Ausgangsgleichung wird mit Hilfe des Ausgangsvektors

$$\underline{c}_i^T = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (5.84)$$

gebildet. Über die Matrizen \underline{A}_{ij} werden die linearen Kopplungen zwischen den Teilsystemen in Form der Getriebemomente berücksichtigt. Diese berechnen sich jeweils wie folgt:

$$\underline{A}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_j & -d_j & c_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{mit } j \neq i \quad (5.85)$$

Die nichtlinearen Coriolis-, Zentrifugal- und Gewichtskraftmomente werden durch die nichtlineare Vektorfunktion

$$\underline{f}_i(\underline{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{m}_i \cdot (-\underline{c}_{(q_a, \dot{q}_a)} - \underline{g}(q_a)) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.86)$$

in der Zustandsdifferentialgleichung des entsprechenden Teilsystems berücksichtigt. Anschaulicher ist die in diesem Fall anwendbare und in Abschnitt 5.4.2 eingeführte verkopplungsorientierte Darstellung:

$$\dot{\underline{x}}_i = \underline{A}_{ii} \cdot \underline{x}_i + \underline{B}_{Ki} \cdot \underline{u}_{Ki} + \underline{f}_i(\underline{x}) + \underline{b}_i \cdot (\tau_{mi} - \tau_{ri}) \quad (5.87)$$

$$y_{Ki} = \underline{c}_{Ki}^T \cdot \underline{x}_i \quad (5.88)$$

$$y_i = \underline{c}_i^T \cdot \underline{x}_i \quad (5.89)$$

mit den Koppeleingängen:

$$\underline{u}_{Ki} = \begin{bmatrix} y_{K1} \\ \vdots \\ y_{Ki-1} \\ y_{Ki+1} \\ \vdots \\ y_{KN} \end{bmatrix} \quad (5.90)$$

Die Eingangsmatrix der Kopplungsgrößen \underline{B}_{Ki} sowie der Ausgangsvektor \underline{c}_{Ki}^T berechnen sich wie folgt:

$$\underline{B}_{Ki} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ m_{i1} & \cdots & m_{ii-1} & m_{ii+1} & \cdots & m_{iN} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (5.91)$$

$$\underline{c}_{Ki}^T = [-c_i \quad -d_i \quad c_i \quad d_i] \quad (5.92)$$

Schätzung der Reibung

Eine Adaption des Neuronalen Netzes mit Hilfe eines Lernverfahrens innerhalb des Beobachters ist aufgrund der sich ergebenden zeitvarianten Fehlerübertragungsfunktionen in Echtzeit nicht realisierbar. Die Reibung wird daher durch ein GRNN mit festem Parametervektor $\underline{\Theta}_i$ sowie einem zeitveränderlichen Anteil $\Delta\tau_{ri}$ im Beobachter geschätzt:

$$\hat{\tau}_{ri} = \underbrace{\underline{\Theta}_i^T \cdot \mathcal{A}(\hat{q}_{mi})}_{\tau_{rNLi}} + \Delta\hat{\tau}_{ri} \quad (5.93)$$

Der zeitveränderliche Anteil $\Delta\tau_{ri}$ wird online mit Hilfe eines linearen Störmodells geschätzt:

$$\Delta\tau_{ri} = \underline{c}_s^T \cdot \underline{x}_s \quad (5.94)$$

$$\dot{\underline{x}}_s = \underline{A}_s \cdot \underline{x}_s \quad (5.95)$$

Als Störmodell wird, wie in Kapitel 4.3 vorgeschlagen, ein einfaches Integratormodell verwendet mit $\underline{A}_s = 0$ und $\underline{c}_s^T = 1$. Es gilt somit:

$$\Delta\dot{\tau}_{ri} = 0 \quad (5.96)$$

Streng dezentraler Beobachter

Bei einem streng dezentralen Entwurf werden im Teilsystembeobachter i nur die Eingangsgröße u_i und die Ausgangsgröße y_i des Systems i zur Zustandsschätzung verwendet. Die abtriebseitig angreifenden Momente, die von Zustandsgrößen weiterer Teilsysteme abhängen, könnten mit Hilfe von linearen Störmodellen bzw. kombinierten Abschluss- und Störmodellen approximiert werden. Da in diesem Fall jedoch nur eine Messgröße zur Verfügung steht, können nur antriebseitig- oder abtriebseitige Momente nachgebildet werden. In diesem Fall wird die sich in Abhängigkeit des Betriebszustandes ändernde Reibung nachgebildet. Eine Vernachlässigung der abtriebseitig angreifenden Momente würde jedoch zu deutlichen dynamischen und stationären Abweichungen bei der Zustandsschätzung führen. Daher werden die linearen Kopplungen in Form der Getriebemomente sowie die nichtlinearen Coriolis-, Zentrifugal und Gewichtskraftmomente mit Hilfe von Referenzzuständen \underline{x}_{ref} berechnet, die entsprechend Abschnitt 5.4.4 mit Hilfe der nichtlinearen Bewegungsgleichungen des Roboters berechnet werden können. Die Struktur des Beobachters ist in Abb. 5.4 dargestellt:

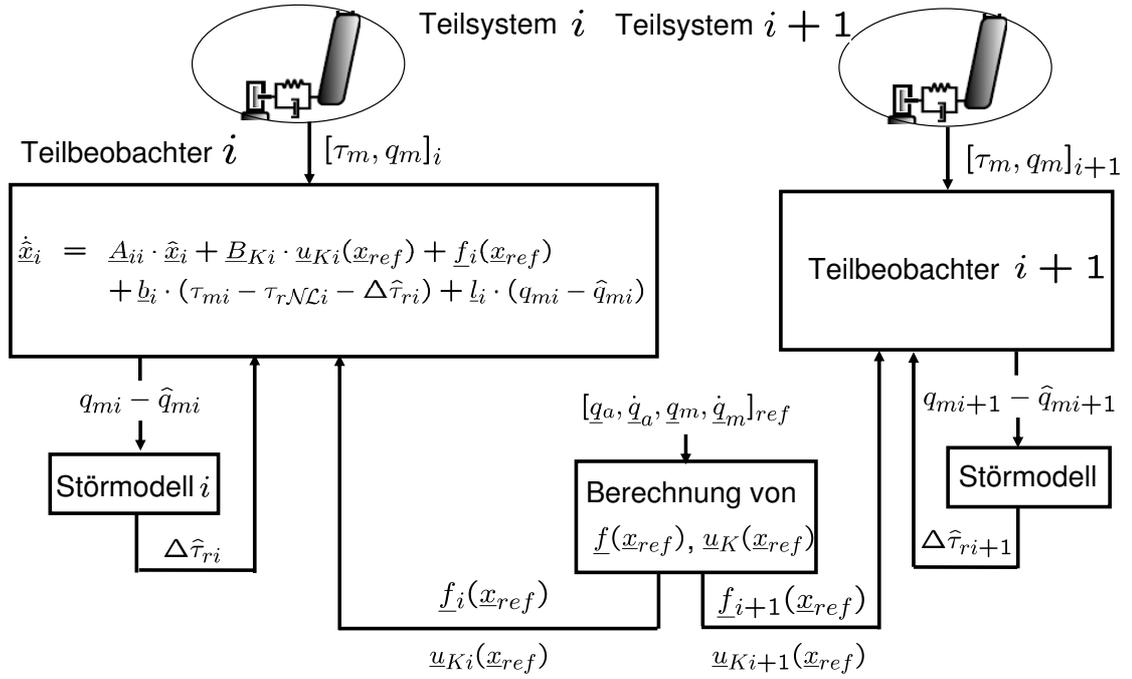


Abbildung 5.4: Struktur nichtlinearer, dezentraler Beobachter

Die Gleichungen eines Teilsystembeobachters ergeben sich mit dem erweiterten Zustandsvektor

$$\underline{x}_{ie}^T = [q_{ai} \quad \dot{q}_{ai} \quad q_{mi} \quad \dot{q}_{mi} \quad \Delta\tau_{ri}] \quad (5.97)$$

zu:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_{ie} &= \underline{A}_{iie} \cdot \hat{\underline{x}}_{ie} + \underline{B}_{Kie} \cdot \underline{u}_{Ki}(\underline{x}_{ref}) + \underline{f}_{ie}(\underline{x}_{ref}) + \underline{b}_{ie} \cdot (\tau_{mi} - \tau_{rNLi}) \\ &\quad - \underline{l}_{ie} \cdot (\hat{y}_i - y_i) \end{aligned} \quad (5.98)$$

$$\hat{y}_i = \underline{c}_{ie}^T \cdot \hat{\underline{x}}_{ie} \quad (5.99)$$

Die erweiterte Dynamikmatrix \underline{A}_{iie} des Teilsystem i berechnet sich wie folgt:

$$\underline{A}_{iie} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_i}{J_{ai}(q_{aref})} & -\frac{d_i}{J_{ai}(q_{aref})} & \frac{c_i}{J_{ai}(q_{aref})} & \frac{d_i}{J_{ai}(q_{aref})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{c_i}{J_{mi}} & \frac{d_i}{J_{mi}} & -\frac{c_i}{J_{mi}} & -\frac{d_i}{J_{mi}} & \frac{1}{J_{mi}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.100)$$

Die weiteren eingeführten erweiterten Vektoren und Matrizen berechnen sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \underline{B}_{Kie} &= \begin{bmatrix} \underline{B}_{Ki}(q_{aref}) \\ \underline{0}^T \end{bmatrix} & \underline{f}_{ie}(\underline{x}_{ref}) &= \begin{bmatrix} \underline{f}_i(\underline{x}_{ref}) \\ 0 \end{bmatrix} \\ \underline{b}_{ie} &= \begin{bmatrix} \underline{b}_i \\ 0 \end{bmatrix} & \underline{c}_{ie}^T &= [\underline{c}_i^T \quad 0] \end{aligned} \quad (5.101)$$

Auslegung des Rückführvektors \underline{l}_{ie}

Zur Auslegung des Rückführvektors \underline{l}_{ie} wird zunächst die Differentialgleichung des Beobachterfehlers aufgestellt:

$$\dot{\underline{e}}_i = \underline{\dot{x}}_i - \dot{\hat{\underline{x}}}_i \quad (5.102)$$

$$= (\underline{A}_{iie} - \underline{l}_{ie}\underline{c}_{ie}^T)\underline{e}_i + \underline{B}_{Kie}(\underline{u}_{Ki} - \underline{u}_{Ki}(\underline{x}_{ref})) + \underline{f}_{ie}(\underline{x}) - \underline{f}_{ie}(\underline{x}_{ref}) \quad (5.103)$$

Der Rückführvektor \underline{l}_{ie} wird nun entsprechend dem Entwurfsprinzip beim Tauschen Beobachter auf der Basis des linearen Systemteils ausgelegt. Aufgrund der Beobachtbarkeit jedes Teilsystems i können die Pole der Beobachtermatrix $\underline{A}_{iie} - \underline{l}_{ie}\underline{c}_{ie}^T$ beliebig vorgegeben werden. Die Pollagen werden hierbei durch Optimierung des Einschwingverhaltens festgelegt. Weiterhin werden die Rückführverstärkungen in Abhängigkeit der sich zeitlich ändernden abtriebsseitigen Trägheit $J_{ai}(q_{aref})$ nachgeführt, so dass sich konstante Eigenwerte der Beobachtermatrix ergeben.

Stationäre Genauigkeit

Aufgrund der Verwendung des Integrators als Störmodell wird die Motorposition stationär genau geschätzt. Für eine stationär genaue Schätzung der Abtriebsposition müssen die Modellparameter mit den Parametern der Strecke übereinstimmen. Im stationären Zustand folgt aus den Bewegungsgleichungen:

$$\underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) - \underline{g}(\underline{q}_a) = 0 \quad (5.104)$$

Entsprechend ergeben sich die vom Beobachter im stationären Zustand geschätzten Gelenkwinkel zu:

$$\hat{\underline{q}}_a = \hat{\underline{q}}_m - \underline{K}^{-1}\underline{g}(\underline{q}_{aref}) \quad (5.105)$$

Für den Fall einer ungenau modellierten Last ergibt sich für die geschätzten Gelenkwinkel daher eine Abweichung von

$$\Delta\underline{q}_a = \underline{K}^{-1}\Delta\underline{g}(\underline{q}_{aref}). \quad (5.106)$$

Die Kehrwerte der Größen J_{ai} , J_{ai+1} und $J_{a(i+1)}$ entsprechen hierbei den Elementen m_{ii} , m_{i+1i+1} und m_{ii+1} der inversen Trägheitsmatrix nach Gleichung 5.79. Sie sind daher von den Gelenkwinkeln der weiteren Achsen abhängig und werden in diesem Fall mit Hilfe der Referenzgelenkwinkel \underline{q}_{aref} berechnet. Die Ein- und Ausgangsmatrix werden mit Hilfe der Ein- und Ausgangsvektoren der einzelnen Teilsysteme wie folgt gebildet:

$$\underline{B}_{ii+1} = \begin{bmatrix} \underline{b}_{ie} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{b}_{i+1e} \end{bmatrix} \quad \underline{C}_{ii+1} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{ie}^T & \underline{0}^T \\ \underline{0}^T & \underline{c}_{i+1e}^T \end{bmatrix} \quad (5.114)$$

Der Vektor der nichtlinearen Coriolis-, Zentrifugal- und Gewichtskraftmomente ergibt sich für die zusammengefassten Teilsysteme zu:

$$\underline{f}_{ii+1}^T = \begin{bmatrix} \underline{f}_{ie}(\underline{x}_{ref}) & \underline{f}_{i+1e}(\underline{x}_{ref}) \end{bmatrix} \quad (5.115)$$

Der Vektor der linearen Koppeleingangsmomente umfasst nun ein Element weniger und ergibt sich zu:

$$\underline{y}_{Kii+1} = \begin{bmatrix} y_{K1} \\ \vdots \\ y_{Ki-1} \\ y_{Ki+2} \\ \vdots \\ y_{KN} \end{bmatrix} \quad (5.116)$$

Dementsprechend ergibt sich die Koppeleingangsmatrix zu:

$$\underline{B}_{Kii+1} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ m_{i1} & \cdots & m_{ii-1} & m_{ii+2} & \cdots & m_{iN} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ m_{i+11} & \cdots & m_{i+1i-1} & m_{i+1i+2} & \cdots & m_{i+1N} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (5.117)$$

Die Elemente der Koppeleingangsmatrix werden hierbei mit Hilfe der Referenzgelenkwinkel \underline{q}_{aref} berechnet.

Auslegung der Rückführmatrix \underline{L}_{ii+1}

Nach [14] lässt sich die Auslegung eines linearen Beobachters entsprechend Abb. 5.5 auf den Entwurf eines Zustandsreglers zurückführen, indem man die Dynamikmatrix des Beobachters transponiert und dann als Dynamikmatrix einer fiktiven Zustandsregelung interpretiert.

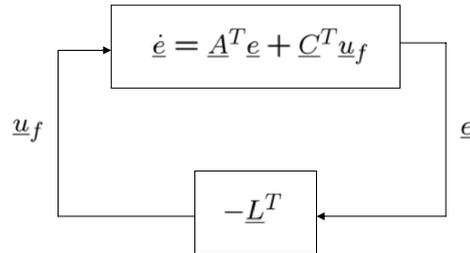


Abbildung 5.5: Fiktive Regelung zur Fehlerdifferentialgleichung [14]

Die Gleichungen dieser fiktiven Zustandsregelung ergeben sich zu:

$$\dot{e} = \underline{A}^T e + \underline{C}^T \underline{u}_f \quad (5.118)$$

$$\underline{u}_f = -\underline{L}^T e \quad (5.119)$$

Die Differentialgleichung des geschlossenen Regelkreises, auf dessen Basis die Rückführung im Allgemeinen ausgelegt wird, ergibt sich zu:

$$\dot{e} = (\underline{A}^T - \underline{C}^T \underline{L}^T) e \quad (5.120)$$

Eine weit verbreitete und praktikable Methode zur Auslegung der Rückführmatrix \underline{L} im hier vorliegenden Mehrgrößenfall stellt die Minimierung eines Gütefunktional dar. Als Gütemaß wird im Allgemeinen ein Zeitintegral der quadrierten Verläufe der Zustandsschätzfehler e_i und der fiktiven Eingangsgrößen u_{fi} verwendet:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (e^T \underline{Q} e + \underline{u}_f^T \underline{S} \underline{u}_f) dt \quad (5.121)$$

Das Gütemaß J beinhaltet die symmetrischen Gewichtungsmatrizen \underline{Q} und \underline{S} . Diese Gewichtungsmatrizen müssen so gewählt werden, dass beide Terme immer positiv bleiben. Dies ist genau dann gewährleistet, wenn die Matrizen \underline{Q} und \underline{S} positiv definit sind. Gesucht ist nun die Funktion $\underline{u}_f(t)$, die das Gütefunktional J minimiert. Nach [14] ergibt sich die Lösung zu

$$\underline{u}_f = -\underline{S}^{-1} \underline{C} \underline{P} e, \quad (5.122)$$

wobei die Matrix \underline{P} die Lösung der sogenannten stationären Riccati-Gleichung ist:

$$\underline{A} \underline{P} + \underline{P} \underline{A}^T - \underline{P} \underline{C}^T \underline{S}^{-1} \underline{C} \underline{P} + \underline{Q} = \underline{0} \quad (5.123)$$

5.5 Beobachterentwurf am Beispiel der Grundachsen eines Roboters

Ziel dieses Abschnitts ist es, am Beispiel der Grundachsen eines Roboters mit elastischen Gelenken (Achsen 1 bis 3) die vorgeschlagene Beobachterentwurfsmethodik

anzuwenden und die Güte der Zustandsschätzung zu validieren. Zunächst muss hierbei analysiert werden, wie stark die einzelnen Teilsysteme, in diesem Fall die drei elastischen Gelenke, miteinander verkoppelt sind. Analysiert man den Aufbau des Industrieroboters, so erkennt man, dass die Achsen 2 und 3 unmittelbar miteinander verbunden sind und exakt die gleiche Drehrichtung besitzen. Ein Moment auf die Achse 2 führt somit unmittelbar zur Beschleunigung der Achse 3. Die elastischen Gelenke 2 und 3 sind daher stark verkoppelt, so dass ein Zusammenfassen dieser beiden Teilsysteme sinnvoll erscheint. Der Drehvektor der Achse 1 steht hingegen senkrecht zu den Drehvektoren der Achsen 2 und 3. Das Teilsystem Achse 1 ist daher mit den übrigen Teilsystemen nur schwach verkoppelt, so dass ein streng dezentraler Entwurf durchgeführt wird. Daher wird wie folgt vorgegangen:

- Entwurf eines dezentralen, nichtlinearen Teilsystembeobachters für Achse 1 entsprechend Abschnitt 5.4.5
- Zusammenfassen der stark verkoppelten Teilsysteme Achse 2 und 3 und Durchführung eines Beobachterentwurfs auf Basis des resultierenden Gesamtsystems entsprechend Abschnitt 5.4.6

5.5.1 Auslegung der Beobachterrückführverstärkungen

Die Rückführverstärkungen des Beobachters für die Zustände der Achse 1 können durch Polvorgabe festgelegt werden. Die Dynamikmatrix \underline{A}_{11e} dieses Beobachters ist entsprechend Gleichung 5.100 aufgrund der sich zeitlich ändernden abtriebsseitigen Trägheit $J_{a1}(\underline{q}_{aref})$ zeitvariant. Daher werden die Rückführverstärkungen in Abhängigkeit von $J_{a1}(\underline{q}_{aref})$ nachgeführt, so dass sich konstante Eigenwerte für die Beobachtermatrix $\underline{A}_{11e} - \underline{l}_{1e} \underline{c}_{1e}^T$ ergeben. Die Auslegung der Rückführmatrix des Beobachters für die Zustände der Achsen 2 und 3 erfolgt durch Optimierung eines Gütefunktional. Hierbei müssen die Gewichtungsmatrizen \underline{Q} und \underline{S} geeignet vorgegeben werden. Um die Anzahl der festzulegenden Parameter zu begrenzen, wurden diese als Diagonalmatrizen angenommen. Die Diagonalelemente wurden hierbei wie folgt ermittelt:

1. Optimierung des Einschwingverhaltens durch Simulation
2. Überprüfung der Eigenwerte der Systemmatrix

Die Dynamikmatrix \underline{A}_{23} ist auch in diesem Fall entsprechend Gleichung 5.113 zeitvariant aufgrund der sich in Abhängigkeit der Gelenkwinkel ändernden Elemente $J_{a2}(\underline{q}_{aref})$, $J_{a3}(\underline{q}_{aref})$ und $J_{a23}(\underline{q}_{aref})$. Da in diesem Fall nur die Grundachsen betrachtet werden, hängen diese nur von den Gelenkwinkeln der Achsen 2 und 3 ab. Um Rechenzeit einzusparen, wird daher an diskreten Punkten im zweidimensionalen Parameterraum jeweils die Rückführmatrix offline berechnet und in einem zweidimensionalen Kennfeld abgelegt. Der Parameterraum wird hierbei durch die jeweili-

gen minimalen und maximalen Gelenkwinkel q_{a2} und q_{a3} begrenzt. Bei der Berechnung der Rückführmatrix werden jeweils die gleichen Gewichtungsmatrizen \underline{Q} und \underline{S} verwendet. In Abb. 5.6 ist beispielhaft eine Rückführverstärkung in Abhängigkeit der Gelenkwinkel der Achsen 2 und 3 dargestellt.

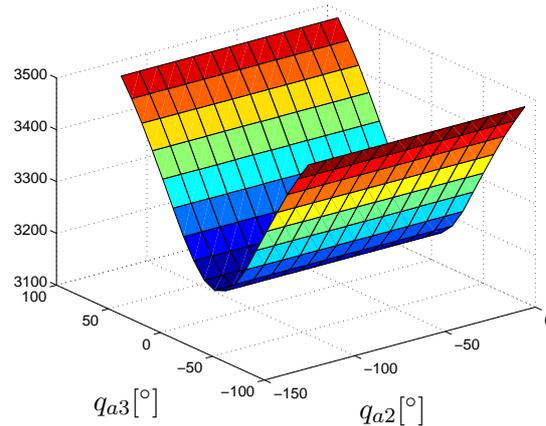


Abbildung 5.6: Beobachterrückführverstärkung in Abhängigkeit der Gelenkwinkel q_{a2} und q_{a3}

5.5.2 Vorgabe des Anfangszustandes

Weiterhin wird der Anfangszustand des Roboters berechnet. Für den betrachteten Anwendungsfall lässt sich der Anfangszustand, der einem stationären Zustand entspricht, exakt berechnen. Im stationären Zustand mit $\dot{\underline{q}}_m = 0$ und $\dot{\underline{q}}_a = 0$ gilt:

$$\underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) - \underline{g}(\underline{q}_a) = 0 \quad (5.124)$$

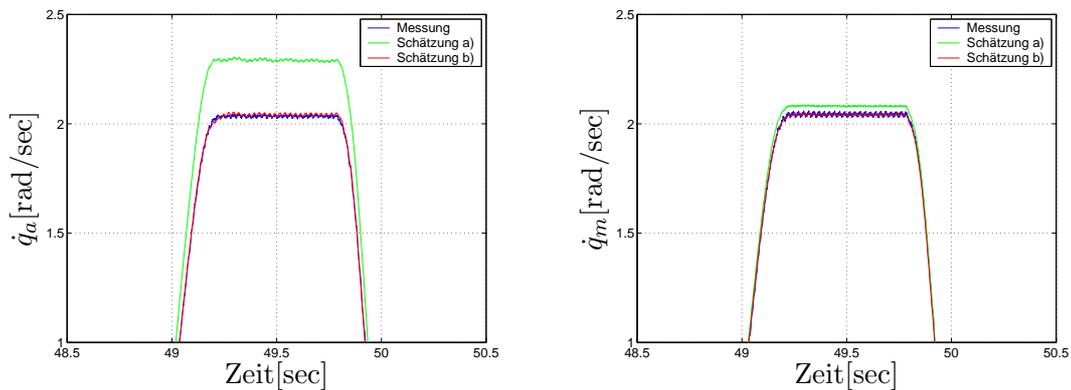
$$-\underline{K}(\underline{q}_m - \underline{q}_a) + \underline{\tau}_m = 0 \quad (5.125)$$

Unter der Annahme, dass der Vektor der Motorpositionen \underline{q}_m bekannt ist, kann zunächst mit Hilfe von Gleichung 5.124 der Vektor \underline{q}_a berechnet werden. Die nichtlineare Gleichung kann beispielsweise durch Optimierung gelöst werden. Als Startwerte für die Optimierung können die Abtriebspositionen entsprechend den Motorpositionen gewählt werden. Nach Berechnung des Vektors \underline{q}_a können die Motormomente $\underline{\tau}_m$ unter Verwendung von Gleichung 5.125 im stationären Zustand berechnet werden.

5.5.3 Messergebnisse

Um die Güte der Zustandsschätzung bewerten zu können, wird der entworfene Beobachter am Roboter getestet. Hierzu werden zunächst Testbewegungen durchgeführt. Da abtriebsseitig standardmäßig keine Sensorik zur Verfügung steht, wurden die Bewegungen des Tools mit Hilfe der Infrarotkamera aufgezeichnet. Durch

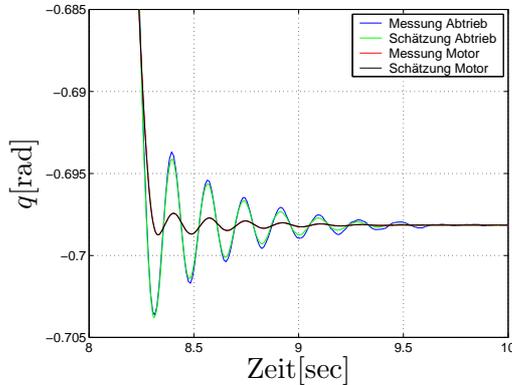
Vergleich der Messergebnisse mit den Schätzergebnissen des Beobachters kann die Güte des Beobachters überprüft werden. Zunächst wird anhand von Messergebnissen die Notwendigkeit einer Online-Identifikation der Reibung verdeutlicht. Hierzu wird lediglich ein Gelenk bewegt. In Abbildung 5.7(a) sind zunächst Schätzergebnisse für die Abtriebsgeschwindigkeit dargestellt, wobei eine lange PTP-Bewegung mit Konstantverfahrphase durchgeführt wurde. Man erkennt, dass bei der Schätzung sehr große Abweichungen auftreten, wenn die Reibung im Beobachter nicht berücksichtigt wird (Fall: $\hat{\tau}_r = 0$). Durch Berücksichtigung der Reibung durch eine online identifizierte Kennlinie ist hingegen eine hochgenaue Zustandsschätzung möglich. Bei der Motorgeschwindigkeit sind die Abweichungen, wenn die Reibung im Beobachter nicht berücksichtigt wird, entsprechend Abb. 5.7(b) deutlich geringer, da die Geschwindigkeit die Ableitung der gemessenen Motorposition darstellt. Durch Vorgabe einer höheren Beobachterdynamik lässt sich die Abweichung in diesem Fall weiter minimieren.



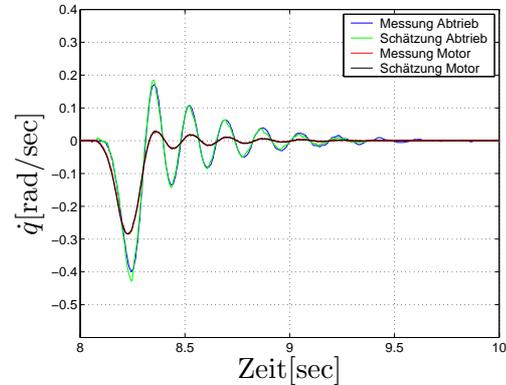
(a) Gemessene und geschätzte Abtriebsgeschwindigkeit: a) $\hat{\tau}_r = 0$, b) $\hat{\tau}_r = \tau_{r,NC} + \Delta\hat{\tau}_r$ (b) Gemessene und geschätzte Motorgeschwindigkeit: a) $\hat{\tau}_r = 0$, b) $\hat{\tau}_r = \tau_{r,NC} + \Delta\hat{\tau}_r$

Abbildung 5.7: Einfluss der Reibung auf die Zustandsschätzergebnisse

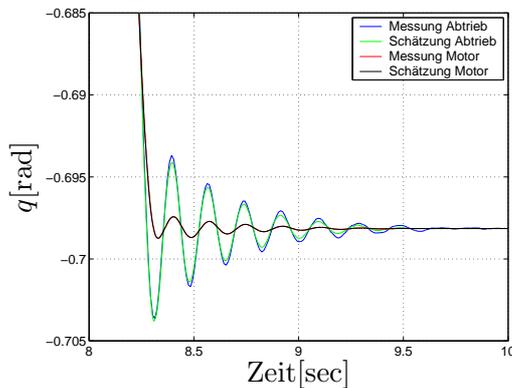
Im Folgenden wurden Testbewegungen durchgeführt, bei denen die Dynamik des Roboters stark angeregt wird. Ziel hierbei ist es zu validieren, dass der Beobachter in der Lage ist, die auftretenden Schwingungen zu schätzen. In Abbildung 5.8 sind zunächst Schätz- und Messergebnisse der Zustände der Achse 1 dargestellt. Durchgeführt wurden eine kurze und eine lange PTP-Bewegung, wobei Achse 1 und 2 jeweils gleichzeitig bewegt wurden. Man erkennt anhand der Ergebnisse, dass der entworfene Beobachter in der Lage ist, die Dynamik des Systems sehr gut wiederzugeben. Weiterhin sind die Schätzergebnisse nur geringfügig verrauscht, so dass sie auch im Rahmen einer Regelung zurückgeführt werden können.



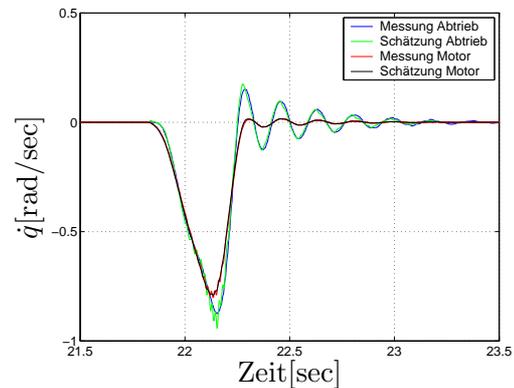
(a) Vergleich Motor- und Abtriebsposition nach kurzer PTP-Bewegung



(b) Vergleich Motor- und Abtriebsgeschwindigkeit nach kurzer PTP-Bewegung



(c) Vergleich Motor- und Abtriebsposition nach langer PTP-Bewegung



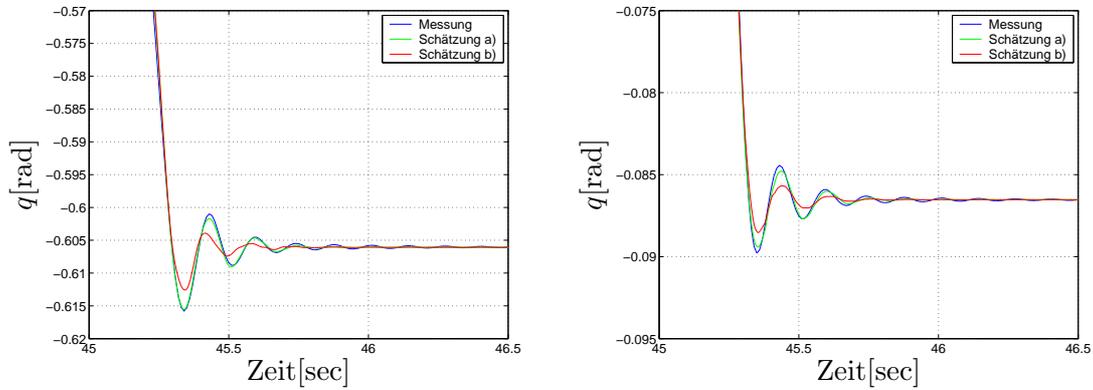
(d) Vergleich Motor- und Abtriebsgeschwindigkeit nach langer PTP-Bewegung

Abbildung 5.8: Validierung Zustandsschätzung Achse 1

Weiterhin wurden kombinierte PTP-Bewegungen mit den stark verkoppelten Achsen 2 und 3 durchgeführt. Hierbei wird zunächst anhand von Messergebnissen verdeutlicht, inwieweit sich durch Zusammenfassen stark verkoppelter Teilsysteme beim Entwurf eine Verbesserung der Schätzergebnisse erreichen lässt. In Abb. 5.9 sind die gemessenen und geschätzten Abtriebspositionen der Achsen 2 und 3 dargestellt, die sich bei einer kurzen PTP-Bewegung ergeben. Man erkennt, dass durch das Zusammenfassen von stark verkoppelten Teilsystemen beim Beobachterentwurf die Güte der Zustandsschätzung deutlich verbessert werden kann.

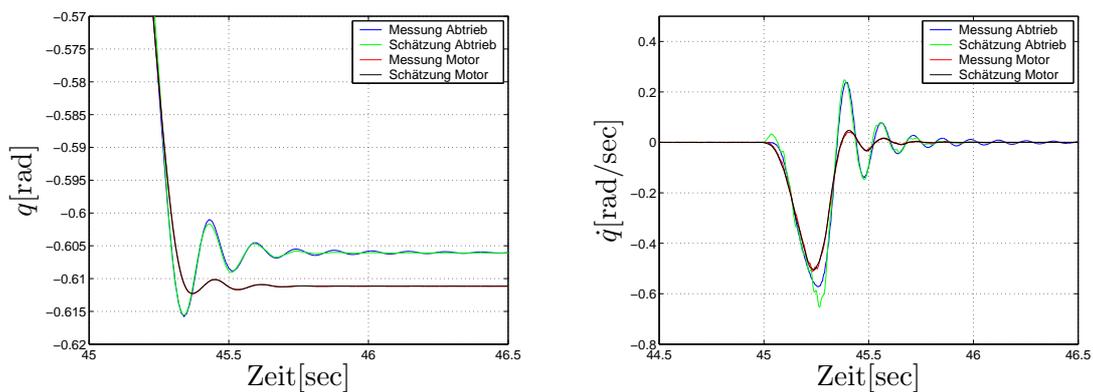
Die Ergebnisse der Validierung für die weiteren Zustände sind für den nichtlinearen, gekoppelten Beobachter in Abb. 5.10 dargestellt. Man erkennt, dass der Beobachter die Systemzustände mit sehr hoher Genauigkeit schätzt.

Weiterhin sind in Abb. 5.11 beispielhaft Ergebnisse dargestellt, die sich bei einer langen, kombinierten Bewegung der Achsen 2 und 3 ergeben haben. Man erkennt, dass der entworfene Beobachter auch in diesem Fall sehr gute und wenig verrauschte Schätzergebnisse liefert.

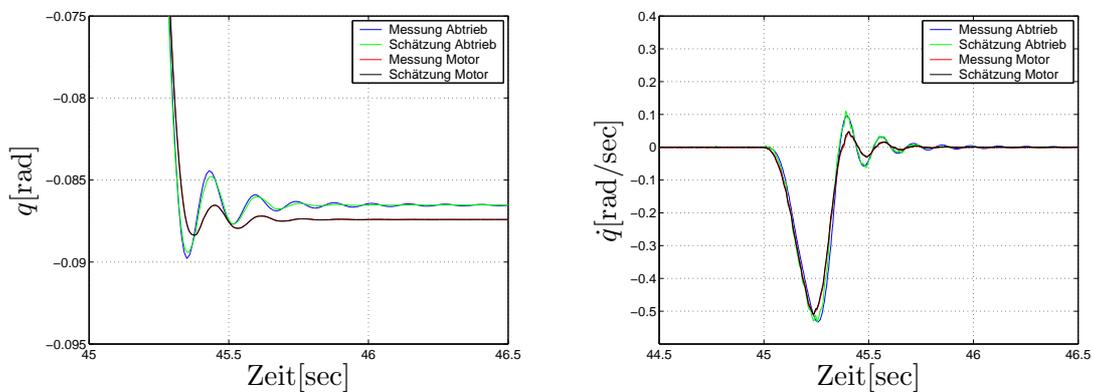


(a) Vergleich geschätzte Abtriebsposition Achse 2: a) gekoppelter Beobachter b) dezentraler Beobachter
 (b) Vergleich geschätzte Abtriebsposition Achse 3: a) gekoppelter Beobachter b) dezentraler Beobachter

Abbildung 5.9: Vergleich Schätzung dezentraler und gekoppelter Teilsystembeobachter

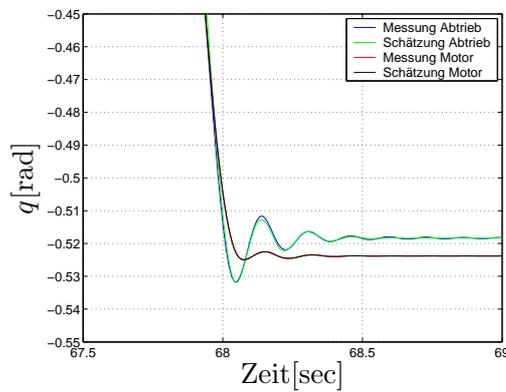


(a) Vergleich Motor- und Abtriebsposition Achse 2
 (b) Vergleich Motor- und Abtriebsgeschwindigkeit Achse 2

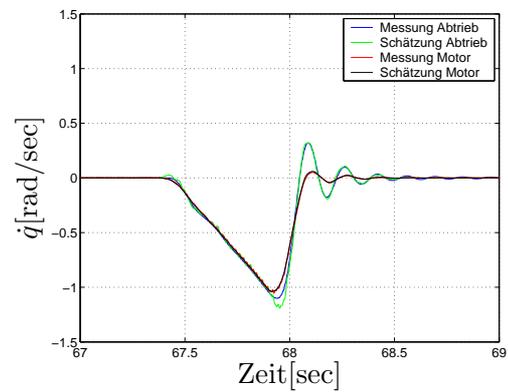


(c) Vergleich Motor- und Abtriebsposition Achse 3
 (d) Vergleich Motor- und Abtriebsgeschwindigkeit Achse 3

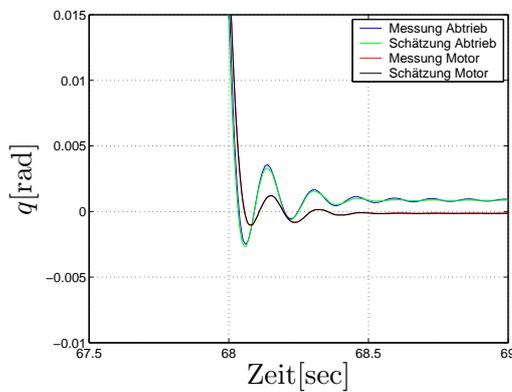
Abbildung 5.10: Zustandsschätzung Achse 2 und 3 bei kurzer PTP-Bewegung



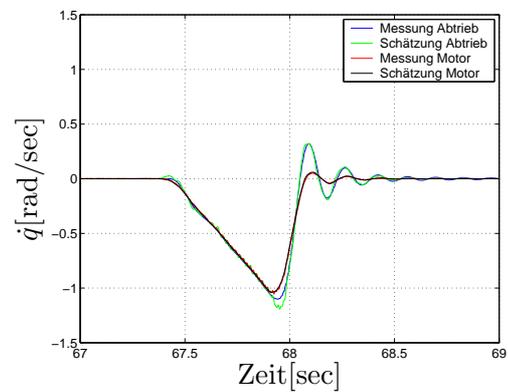
(a) Vergleich Motor- und Abtriebsposition Achse 2



(b) Vergleich Motor- und Abtriebsgeschwindigkeit Achse 2



(c) Vergleich Motor- und Abtriebsposition Achse 3



(d) Vergleich Motor- und Abtriebsgeschwindigkeit Achse 3

Abbildung 5.11: Zustandsschätzung Achse 2 und 3 bei langer PTP-Bewegung

Kapitel 6

Modellbasiertes Regelungskonzept ohne abtriebsseitige Sensorik

6.1 Einleitung

Ziel dieses Kapitels ist es, ein modellbasiertes Regelungskonzept ohne abtriebsseitige Sensorik zu realisieren und am Industrieroboter KUKA KR 16 zu testen. Aufgabe der Regelung ist es einerseits, ein gewünschtes Führungsverhalten zu gewährleisten, so dass wie in diesem Anwendungsfall der Roboter vorgegebenen Bahntrajektorien mit hoher Genauigkeit folgen kann. Andererseits ist es Aufgabe der Regelung, auf das System einwirkende Störungen zu unterdrücken. Eine Reglerstruktur, die für diese Aufgaben sehr gut geeignet ist und zudem am Roboter praktisch realisierbar ist, ist eine Reglerstruktur mit zwei strukturellen Freiheitsgraden. Dieses Regelungskonzept wurde beispielsweise in [68] im Bereich der Roboterregelung erfolgreich eingesetzt. Im Folgenden wird zunächst die Grundidee dieser Reglerstruktur anhand eines einfachen linearen Systems mit einer Ein- und Ausgangsgröße erläutert. Anschließend wird dargestellt, wie sich die Reglerstruktur am System Roboter realisieren lässt. In den nachfolgenden Abschnitten geht es um die Untersuchung der Eigenschaften des geschlossenen Regelkreises hinsichtlich Stabilität und Robustheit. Abschließend wird die Güte der entworfenen Reglerstruktur im Rahmen von Messungen validiert. Hierzu wurden Vergleichsmessungen mit einer P-PI-Kaskadenregelung durchgeführt.

6.2 Struktur mit zwei Freiheitsgraden

6.2.1 Prinzip

Im Folgenden wird das Konzept der Reglerstruktur mit zwei strukturellen Freiheitsgraden zunächst vereinfachend anhand eines linearen SISO-Systems mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ verdeutlicht. Die Darstellung orientiert sich hierbei an [26]. Die Struktur ist in Abb. 6.1 dargestellt.

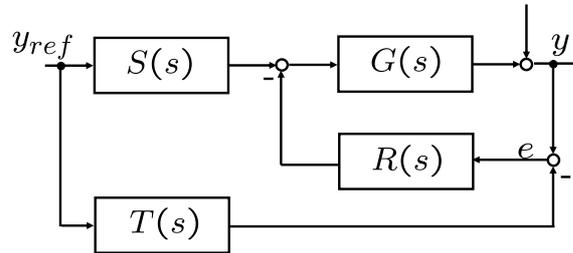


Abbildung 6.1: Regelung mit zwei strukturellen Freiheitsgraden

Die zwei Freiheitsgrade stellen die Steuerung mit der Übertragungsfunktion $S(s)$ sowie der Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ dar. Wesentlicher Vorteil dieser Struktur ist, dass Steuerung und Regelung unabhängig voneinander ausgelegt werden können, da sie sich nicht beeinflussen. Mit Hilfe der Steuerung $S(s)$ wird in diesem Fall zunächst das gewünschte Führungsverhalten $T(s)$ festgelegt. Die Übertragungsfunktion $S(s)$ ergibt sich somit zu:

$$S(s) = \frac{T(s)}{G(s)} \quad (6.1)$$

Hierbei ist zu beachten, dass die Übertragungsfunktionen $T(s)$ und $S(s)$ stabil sein müssen. Zudem muss die Steuerung $S(s)$ kausal sein. Ein Führungsverhalten von $T(s) = 1$, welches einer direkten Übertragung des Sollwerts auf die Regelgröße entspricht, ist daher nur möglich, wenn die Inverse kausal ist, was bei Regelstrecken mit verzögerndem Charakter, wie zum Beispiel ein Roboter mit elastischen Gelenken, nicht der Fall ist.

Integriert man die entworfene Steuerung in die Reglerstruktur entsprechend Abb. 6.1, so ergibt sich die Führungsübertragungsfunktion zu:

$$G_{y_{ref}y} = \frac{G \cdot S + G \cdot R \cdot T}{1 + F \cdot R} \quad (6.2)$$

bzw. mit $T = G \cdot S$ zu:

$$G_{y_{ref}y} = T \quad (6.3)$$

Man erkennt, dass das Führungsverhalten unabhängig vom eingesetzten Regler ist. Dieser stellt den zweiten Freiheitsgrad der Struktur dar und stabilisiert die Regelstrecke. Weiterhin wird durch den Regler das Störverhalten des Systems festgelegt. Die Störübertragungsfunktion G_{vy} der Reglerstruktur ergibt sich nach Abb. 6.1 zu:

$$G_{vy} = \frac{1}{1 + G \cdot R} \quad (6.4)$$

Man erkennt, dass in diesem Fall die Steuerung keinen Einfluss hat, sondern das Verhalten einzig durch die Wahl des Reglers festgelegt wird. Weiterhin kann mit Hilfe des Reglers insbesondere die Eigendynamik der Regelstrecke verändert und die Robustheit erhöht werden.

6.2.2 Realisierung des Konzepts am Roboter

Entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 6.2.1 müssen bei der Umsetzung der Reglerstruktur die zwei Freiheitsgrade, Steuerung und Regelung, geeignet gewählt werden. Als Steuerung wird entsprechend [68] die nichtlineare Inverse eines Roboters mit elastischen Gelenken verwendet. Da in diesem Fall entsprechend den Ausführungen in Kapitel 4 eine Kompensation der Reibung vorgenommen wird, wird die Inverse basierend auf den Bewegungsgleichungen eines als entsprechend Abb. 6.2 reibungsfrei angenommenen Roboters berechnet.

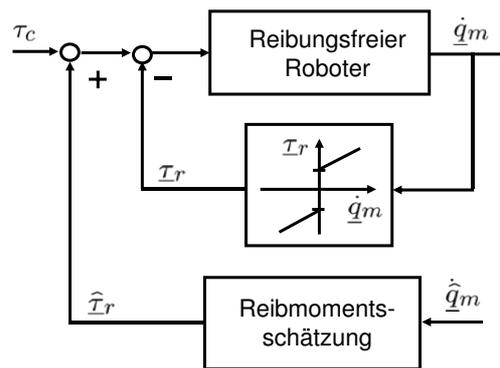


Abbildung 6.2: Reibungskompensierter Roboter

In Zustandsdarstellung ergibt sich die Inverse des als reibungsfrei angenommenen Roboters mit dem Eingangsvektor $\underline{u} = \underline{q}_{aref}$ zu:

$$\begin{aligned} \underline{\tau}_{mref} = & \underline{J}_M \underline{D}^{-1} \underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{K} \underline{q}_{mref} + \underline{J}_M \underline{D}^{-1} (-\underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{g} + \underline{\dot{g}}) + \underline{g} + & (6.5) \\ & \underline{J}_M \underline{D}^{-1} \underline{M} \underline{u}^{(3)} + \left(\underline{J}_M \underline{D}^{-1} (\underline{\dot{M}} + \underline{C} - \underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{M}) + \underline{J}_M + \underline{M} \right) \underline{\ddot{u}} + \\ & \left(\underline{J}_M \underline{D}^{-1} (\underline{\dot{C}} - \underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{C}) + \underline{C} \right) \underline{\dot{u}} - (\underline{J}_M \underline{D}^{-1} \underline{K} \underline{D}^{-1} \underline{K}) \underline{u} \end{aligned}$$

Die bei der Berechnung der Inversen auftretenden Eingangsableitungen können mit Hilfe eines Filters berechnet werden. Um die Inverse des Systems als Steuerung einsetzen zu können, ist es zudem erforderlich, dass die Dynamik der Inversen stabil ist. In [68] wird die Stabilität der inversen Dynamik nachgewiesen. Die Inverse des Systems lässt sich mit Hilfe von Modelica/Dymola automatisiert berechnen, wobei die sogenannte Methode der Indexreduktion für DAE-Systeme eingesetzt wird [68], [69]. Die Referenztrajektorien für die antriebsseitigen Zustände lassen sich durch

Lösen der Bewegungsgleichung berechnen, wobei wiederum ein reibungskompensiertes System angenommen werden muss:

$$\dot{\underline{q}}_{mref} = -\underline{D}^{-1}\underline{K}\underline{q}_{mref} + \underline{D}^{-1}(\underline{M}\ddot{\underline{u}} + \underline{K}\underline{u} + \underline{D}\dot{\underline{u}} + \underline{C}\dot{\underline{u}} + \underline{g}) \quad (6.6)$$

Durch den Einsatz der nichtlinearen Vorsteuerung reicht es in diesem Fall aus, verhältnismäßig einfache lineare Regler zu entwerfen, die in der Lage sind, das System um die Referenztrajektorie zu stabilisieren. In der Literatur wird diese Methode als Nonlinear Regulation bezeichnet [9]. Der Entwurf des linearen Reglers kann hierbei an einem festen Arbeitspunkt oder entlang der Referenztrajektorie erfolgen. In diesem Fall wird der Regler entlang der Referenztrajektorie auf Basis der resultierenden linearen, zeitvarianten Systeme entworfen, da die Dynamik des Systems im Arbeitsraum stark variiert. Zusätzlich zur Stabilisierung des Systems ist es das Ziel, mit Hilfe des Reglers die Eigendynamik des Systems zu verbessern. Daher bietet es sich an, Zustandsregler zu entwerfen, da bei Rückführung aller Systemzustände die Eigendynamik des Systems direkt vorgegeben werden kann. Die Zustände werden hierbei mit Hilfe eines Beobachters geschätzt, da nur die Motorpositionen direkt gemessen werden können. Weiterhin wird auf Basis der online identifizierten Reibkennlinie eine Kompensation der Reibung vorgenommen. Das resultierende Gesamtkonzept ist in Abb. 6.3 dargestellt:

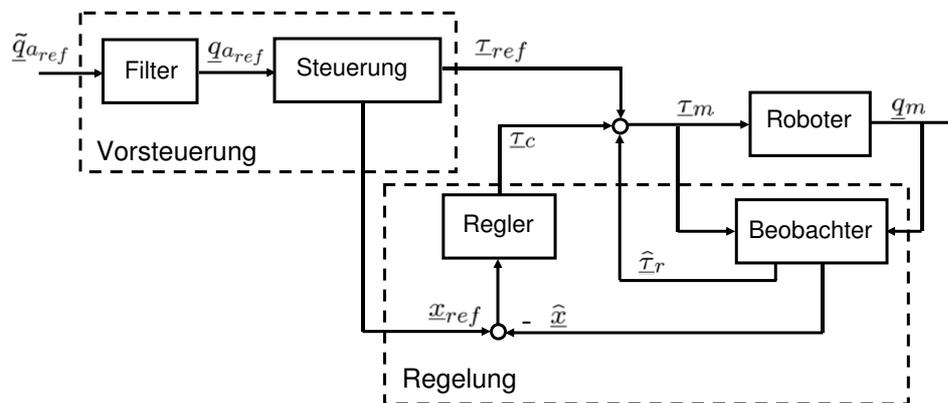


Abbildung 6.3: Modellbasiertes Regelungskonzept

6.2.3 Reglerauslegung

Da in der Praxis aufgrund von Modellungenauigkeiten hinsichtlich Struktur und Parametern die Regelstrecke nie exakt invertiert werden kann, ist zudem eine Regelung erforderlich, die das System auf der vorgegebenen Solltrajektorie hält. Da in diesem Fall durch den Einsatz des Beobachters alle Systemzustände für die Regelung zur Verfügung stehen, bietet es sich an, dezentrale Zustandsregler auf der Basis von

entkoppelten, linearen Zweimassenmodellen zu entwerfen. Die entkoppelten, linearen Zweimassenmodelle erhält man aus den nichtlinearen Bewegungsgleichungen, indem man die Massenmatrix als diagonal annimmt und die nichtlinearen Coriolis-, Zentrifugal-, Gewichtskraft- und Reibmomente vernachlässigt. In Zustandsform ergibt sich das lineare Zweimassenmodell zu:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{q}_{ai} \\ \ddot{q}_{ai} \\ \dot{q}_{mi} \\ \ddot{q}_{mi} \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{x}}_i} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c_i}{J_{ai}(\underline{q}_a)} & -\frac{d_i}{J_{ai}(\underline{q}_a)} & \frac{c_i}{J_{ai}(\underline{q}_a)} & \frac{d_i}{J_{ai}(\underline{q}_a)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_i}{J_{mi}} & \frac{d_i}{J_{mi}} & -\frac{c_i}{J_{mi}} & -\frac{d_i}{J_{mi}} \end{bmatrix}}_{\underline{A}_{ii}} \begin{bmatrix} q_{ai} \\ \dot{q}_{ai} \\ q_{mi} \\ \dot{q}_{mi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_{mi}} \end{bmatrix} \tau_{mi} \quad (6.7)$$

Die abtriebseitigen Trägheiten $J_{ai}(\underline{q}_a)$ entsprechen hierbei den Diagonalelementen θ_{ii} der Massenmatrix, wobei die Nebendiagonalelemente wie erwähnt vernachlässigt werden:

$$\underline{M}(\underline{q}_a) = \begin{bmatrix} \theta_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \theta_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \theta_{NN} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Voraussetzung für den Entwurf eines Zustandsreglers ist die Steuerbarkeit der Strecke. Die Steuerbarkeit der Strecke kann mit Hilfe einer Ranguntersuchung der Steuerbarkeitsmatrix überprüft werden. Die Steuerbarkeitsmatrix ergibt sich für den hier vorliegenden Fall eines Systems vierter Ordnung zu:

$$\underline{Q}_S = [\underline{b} \quad \underline{A}\underline{b} \quad \underline{A}^2\underline{b} \quad \underline{A}^3\underline{b}] \quad (6.9)$$

Mit der Dynamikmatrix \underline{A}_{ii} und dem Eingangsvektor \underline{b}_i ergibt sich die Determinante der Steuerbarkeitsmatrix zu:

$$\det(\underline{Q}_S) = \frac{c_i^2}{J_{ai}^2 J_{mi}^4} \quad (6.10)$$

Das ursprüngliche System ist somit steuerbar, da die Parameter c_i , J_{ai} und J_{mi} ungleich null sind. Die Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises $\underline{A}_{ii} - \underline{b}_i \underline{k}_i$ können somit beliebig vorgegeben werden.

Positionsabhängiges Gain-Scheduling der Reglerparameter

Zur Auslegung der Reglerkoeffizienten des Zustandsreglers existieren mehrere Verfahren, wie zum Beispiel Polvorgabe oder optimale Zustandsregelung. In diesem Fall wird das Verfahren der Polvorgabe eingesetzt. Aufgrund der Abhängigkeit der Lastträgheit von den Gelenkwinkeln der weiteren Achsen ist die Systemmatrix des

Zweimassenmodells zeitvariant. Eine Möglichkeit besteht nun darin, für eine mittlere Trägheit eine Polvorgabe durchzuführen und die Robustheit für hohe und niedrige Trägheiten zu untersuchen. Ein weiterer Ansatz besteht darin, in Abhängigkeit der Lastträgheit ein positionsabhängiges Gain-Scheduling vorzunehmen, indem die Rückführverstärkungen in Abhängigkeit der Last nachgeführt werden. Es liegt nahe, hierbei zunächst eine konstante Eigendynamik vorzugeben. Jedoch ist der Stellgrößenaufwand bei konstanter Eigendynamik in Stellungen mit hoher Last deutlich größer als in Stellungen mit niedriger Last. Hierdurch ergibt sich eine vergleichsweise konservative Reglerauslegung. In diesem Fall wird daher ein in den Arbeiten [2] und [68] vorgeschlagenes Gain-Scheduling eingesetzt, bei dem eine konstante Sollgelenksteifigkeit c_d des geregelten Systems vorgegeben wird. Aus der Beziehung

$$\omega = \sqrt{\frac{c_d}{J_a}} \quad (6.11)$$

ergibt sich hieraus die Eigenfrequenz eines Polpaares. Dieses Gain-Scheduling trägt der Physik des Systems dahingehend Rechnung, dass die resultierenden Eigenwerte mit abnehmender Massenträgheit schneller werden. Man kann somit im gesamten Arbeitsraum die maximal erreichbare Bandbreite des Systems besser ausnutzen. Unter Vorgabe einer gewünschten Dämpfung δ_1 ergibt sich das resultierende Polpaar zu:

$$s^2 + 2\delta_1 \sqrt{\frac{c_d}{J_a}} s + \frac{c_d}{J_a} \quad (6.12)$$

Die verbleibenden zwei Pole pro Achse werden mit Hilfe eines weiteren konjugiert komplexen Polpaares in Abhängigkeit der Parameter δ_2 , und ω_2 vorgegeben. Das charakteristische Polynom des geschlossenen Regelkreises ergibt sich somit zu:

$$\left(s^2 + 2\delta_1 \sqrt{\frac{c_d}{J_a}} s + \frac{c_d}{J_a} \right) (s^2 + 2\delta_2 \omega_2 s + \omega_2^2) \quad (6.13)$$

Die Eigenfrequenz ω_2 wird hierbei deutlich höher gewählt als die aus der Vorgabe der Sollgelenksteifigkeit resultierende Eigenfrequenz ω_1 , um die vorgegebene Dynamik des Armes möglichst wenig zu beeinflussen. Damit wird die Dynamik der Achse in einen schnellen Anteil zur Regelung des Motors und einen langsameren Anteil zur Regelung des Gelenks aufgeteilt. Die Adaption der Pole kann hierbei kontinuierlich in Abhängigkeit der Armträgheit durchgeführt werden.

6.3 Stabilitätsanalyse

In drehzahl- und lagegeregelten elastischen Systemen können durch Lose und Reibung Grenzyklen verursacht werden [7], [52]. Daher wird im Folgenden analysiert, ob bei Einsatz des vorgestellten Regelungskonzepts Grenzyklen in Zusammenhang

mit Lose oder Reibung auftreten können. Zur Analyse von Grenzzyklen existieren auf der einen Seite numerische Verfahren, wie das Schießverfahren oder die Pfadverfolgungsmethode. Eine gute Beschreibung dieser Methoden findet man beispielsweise in [49] bzw. [62]. Alternativ kann die im Folgenden verwendete Methode der Harmonischen Balance eingesetzt werden, die ein Näherungsverfahren zur Berechnung von Dauerschwingungen darstellt [15], [24].

Analyse von Grenzzyklen mit Harmonischer Balance

Eine weit verbreitete Methode zur Vorhersage von Grenzzyklen ist die Methode der Harmonischen Balance. Die Methode der Harmonischen Balance ist ein Näherungsverfahren und arbeitet mit der sogenannten Beschreibungsfunktion des nichtlinearen Gliedes. Diese beschreibt den Zusammenhang zwischen Frequenz und Amplitude einer sinusförmigen Eingangsgröße und der Grundschiwingung der resultierenden Ausgangsgröße des nichtlinearen Gliedes. Sie ist somit analog dem Frequenzgang eines linearen Übertragungsgliedes ein komplexer Übertragungsfaktor. Wendet man sie zur Beschreibung von speicherfreien nichtlinearen Gliedern an, so ist sie nur von der Amplitude der Eingangsschiwingung abhängig. Hierbei unterscheidet sie sich vom Frequenzgang, der bekanntlich nur von der Frequenz abhängt. Die Berechnung der Beschreibungsfunktion für nichtlineare Glieder ist im Anhang C beschrieben.

Wesentliche Voraussetzung für die Verwendung der Beschreibungsfunktion ist, dass die Betrachtung einzig des Übertragungsverhaltens der Grundschiwingung ausreicht, um das reale Systemverhalten abzubilden. Diese Voraussetzung ist dann erfüllt, wenn der lineare Teil des Regelkreises ausgeprägtes Tiefpassverhalten besitzt, so dass Teilschwingungen mit höherer Frequenz entsprechend stärker gedämpft werden als solche mit niedrigerer Frequenz. Der große Vorteil der Beschreibungsfunktion besteht darin, dass zur Stabilitätsanalyse Analyseverfahren im Frequenzbereich verwendet werden können.

6.3.1 Analyse bei Über- und Unterkompensation von Reibung

Entsprechend den Ausführungen in Kapitel 4.3.4 wird eine Kompensation der Reibung auf der Basis eines zeitinvarianten, nichtlinearen Anteils sowie einem online mit Hilfe eines Störmodells geschätzten zeitveränderlichen Anteils vorgenommen. Im Folgenden wird am Beispiel der Achse eins daher analysiert, inwieweit es bei falsch parametrimtem nichtlinearem Anteil zum Auftreten von Grenzzyklen kommen kann. Eine Stabilitätsanalyse mit der Methode der Harmonischen Balance ist hierbei unter folgender Annahme möglich:

- Es bewegt sich nur die Achse eins, das heißt die weiteren Gelenke sind gebremst und bewegen sich nicht.

Das System Achse eins entspricht unter diesen Annahme einem Zweimassenschwinger mit konstanten Parametern sowie nichtlinearer Reibung. In Zustandsform ergibt

sich das System zu:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \ddot{q}_a \\ \dot{q}_m \\ \ddot{q}_m \end{bmatrix}}_{\underline{\dot{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{J_a} & -\frac{d}{J_a} & \frac{c}{J_a} & \frac{d}{J_a} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c}{J_m} & \frac{d}{J_m} & -\frac{c}{J_m} & -\frac{d_m+d}{J_m} \end{bmatrix}}_{\underline{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} q_a \\ \dot{q}_a \\ q_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix}}_{\underline{b}} (\tau_m - \tau_r)$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{c}^T} \underline{x} \quad (6.14)$$

Um die Methode der Harmonischen Balance zur Stabilitätsanalyse anwenden zu können, ist es notwendig, den nichtlinearen Regelkreis entsprechend Abbildung 6.4 in ein lineares Übertragungsglied $G(s)$ und eine Nichtlinearität aufzuteilen.

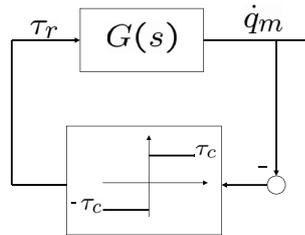


Abbildung 6.4: Regelkreisstruktur mit nichtlinearer Reibung

Die Nichtlinearität stellt in diesem Fall die nichtlineare Reibung dar. Die Gleichungen von Regler und Beobachter ergeben sich zu:

$$\dot{\hat{x}}_e = \underline{A}_e \cdot \hat{x}_e + \underline{b}_e \cdot u + \underline{l} \cdot (\underline{c}^T \cdot \underline{x} - \underline{c}_e^T \cdot \hat{x}_e) \quad (6.15)$$

$$u = -\underline{k} \cdot \hat{x}_e \quad (6.16)$$

Mit Hilfe der linearen Darstellung der Strecke sowie den Gleichungen von Regler und Beobachter kann nun die für die Stabilitätsanalyse erforderliche Übertragungsfunktion $G(s)$ bestimmt werden.

Die Übertragungsfunktion $G(s)$ beschreibt in diesem Fall das Übertragungsverhalten zwischen der Eingangsgröße τ_r und der Ausgangsgröße \dot{q}_m . Sie ergibt sich unter Berücksichtigung der Gleichungen des geschlossenen Regelkreises

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\hat{x}}_e \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{A} & -\underline{b} \cdot \underline{k} \\ \underline{l} \cdot \underline{c}^T & \underline{A}_e - \underline{b}_e \cdot \underline{k} - \underline{l} \cdot \underline{c}_e^T \end{bmatrix}}_{\underline{A}_{res}} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \hat{x}_e \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

zu:

$$G(s) = \underline{c}_{res}^T \cdot (s \cdot \underline{I} - \underline{A}_{res})^{-1} \cdot \underline{b}_{res} \quad (6.18)$$

Ein- und Ausgangsvektor \underline{b}_{res} bzw. \underline{c}_{res} werden in diesem Fall wie folgt berechnet:

$$\underline{c}_{res}^T = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (6.19)$$

$$\underline{b}_{res}^T = [\underline{b}^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (6.20)$$

Um die antriebsseitige Reibung mit Hilfe der Beschreibungsfunktion im Frequenzbereich beschreiben zu können, wird sie vereinfachend mit Hilfe eines Zweipunktgliedes (Modellierung der Coulomb-Reibung) sowie einer Geraden mit der Steigung d_m (Modellierung der viskosen Reibung) modelliert:

$$\tau_r = \begin{cases} -\tau_C - d_m \cdot \dot{q}_m & \text{falls } \dot{q}_m < 0 \\ 0 & \text{falls } \dot{q}_m = 0 \\ \tau_C + d_m \cdot \dot{q}_m & \text{falls } \dot{q}_m > 0 \end{cases} \quad (6.21)$$

Die Kennlinie ist in Abb. 6.5 dargestellt.

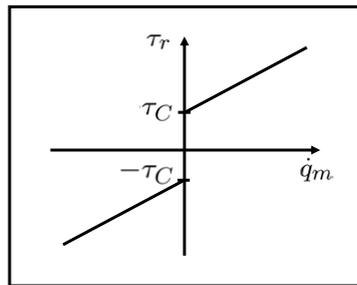


Abbildung 6.5: Reibkennlinie

Die Beschreibungsfunktion ergibt sich für das Zweipunktglied nach [15] zu:

$$N(A) = \frac{4 \cdot \tau_C}{\pi \cdot A} \quad (6.22)$$

A bezeichnet in diesem Fall die Amplitude der Motorgeschwindigkeit \dot{q}_m . Die als linear angenommene viskose Reibung wurde bereits bei der linearen Streckenbeschreibung berücksichtigt.

Vorhersage und Berechnung von Grenzyklen

Voraussetzung für das Auftreten eines Grenzyklusses ist, dass die Gleichung der Harmonischen Balance erfüllt ist:

$$1 + G(j\omega) \cdot N(A) = 0 \quad (6.23)$$

Hieraus ergeben sich wiederum zwei Beziehungen, aus denen die Frequenz ω sowie die Amplitude A des Grenzyklus bestimmt werden können:

$$\operatorname{Re} N(A) = -\operatorname{Re} G^{-1}(j\omega) \quad (6.24)$$

$$\operatorname{Im} N(A) = -\operatorname{Im} G^{-1}(j\omega) \quad (6.25)$$

Bei linearen Teilsystemen höherer Ordnung kann die Lösung numerisch oder graphisch mit Hilfe des sogenannten Zwei-Ortskurvenverfahrens ermittelt werden. Für den hier betrachteten Fall einer eindeutigen Kennlinie, bei der die zugehörige Beschreibungsfunktion reell ist, ergibt sich das Gleichungssystem 6.24 zu:

$$\operatorname{Im} G^{-1}(j\omega) = 0 \quad (6.26)$$

$$\operatorname{Re} N(A) = -\operatorname{Re} G^{-1}(j\omega) \quad (6.27)$$

Die Lösung des Gleichungssystems kann somit in zwei Schritten erfolgen. Zunächst bestimmt man die kleinste positive Nullstelle ω^* des Zählerpolynoms von $\operatorname{Im} G^{-1}(j\omega)$. Dies ist die Frequenz der auftretenden Dauerschwingung. Graphisch ergibt sich die Frequenz ω^* des Grenzzyklus in diesem Fall aus dem Schnittpunkt der Nyquist-Ortskurve des linearen Teilsystems mit der negativ-reellen Achse in der komplexen Ebene. Existiert kein solcher Schnittpunkt, tritt auch kein Grenzzyklus auf. Anschließend bestimmt man die Amplitude des Grenzzyklus durch Lösen folgender Gleichung:

$$N(A) = -\frac{1}{\operatorname{Re} G(j\omega^*)} \quad (6.28)$$

Zu einer graphischen Lösung gelangt man, indem man im $(A, N(A))$ -Koordinatensystem eine Parallele zur A -Achse im Abstand $-1/\operatorname{Re} G(j\omega^*)$ zieht. Die Abszisse des Schnittpunkts liefert dann die gesuchte Amplitude.

Analyse und Synthese

Im Folgenden wird die Methode der Harmonischen Balance angewendet, um die Stabilität des geschlossenen Regelkreises in Abhängigkeit von Einstellparametern der Regelung bei Über- und Unterkompensation von Reibung zu untersuchen. Hierzu wurde eine Rasterung über die Reglerparameter durchgeführt und analysiert, ob ein Grenzzyklus auftreten wird.

Unterkompensation ($\hat{\tau}_{r\mathcal{NL}} < \tau_r$)

Für den Fall einer Unterkompensation ergibt sich ein Schätzfehler bezüglich des Reibmoments von:

$$\tilde{\tau}_r = \tau_r(\dot{q}_m) - \hat{\tau}_{r\mathcal{NL}}(\dot{q}_m) \quad (6.29)$$

Um für diesen Fall eine Stabilitätsanalyse mit der Harmonischen Balance durchführen zu können, ist es notwendig anzunehmen, dass die geschätzte Motorgeschwindigkeit $\dot{\hat{q}}_m$ mit der realen Motorgeschwindigkeit \dot{q}_m übereinstimmt. Diese Annahme ist bei Vorgabe einer ausreichend hohen Beobachterdynamik berechtigt, da die Motorgeschwindigkeit die Ableitung der gemessenen Motorposition darstellt. Die Beschreibungsfunktion ergibt sich für die resultierende Nichtlinearität $\tilde{\tau}_r$ analog Gleichung

6.22 zu:

$$N(A) = \frac{4 \cdot \tilde{\tau}_r}{\pi \cdot A} \quad (6.30)$$

In Abb.6.6(a) ist zunächst das Ergebnis einer Rasterung der Reglerparameter dargestellt unter der Annahme, dass keine nichtlineare Reibungskompensation vorgenommen wird. Variiert wurden in diesem Fall die Reglerparameter Sollgelenksteifigkeit c_d und die Eigenfrequenz ω_2 des charakteristischen Polynoms entsprechend Gleichung 6.13. Die Einstellparameter des Beobachters sowie die weiteren Einstellparameter der Regelung wurden hierbei konstant gehalten. Man erkennt, dass die Eigenfrequenz des geschlossenen Regelkreises nicht beliebig hoch vorgegeben werden kann, da es zum Auftreten von Grenzzyklen kommen kann. Die Auswertung, ob der geschlossenen Regelkreis stabil ist oder es zum Auftreten von Grenzzyklen kommt, wurde hierbei in Abhängigkeit der Amplitude einer möglichen Dauerschwingung vorgenommen. Sofern die Amplitude $\dot{q}_m < 1.0 \cdot 10^{-6}$ rad/sec ist, wird der Regelkreis als stabil bezeichnet. Zum Vergleich ist in Abb. 6.6(b) das Ergebnis einer Parameterrasterung dargestellt, wenn angenommen wird, dass die Reibung zu 90 % kompensiert werden kann. Man erkennt, dass die Eigenfrequenz in diesem Fall deutlich erhöht werden kann. Als Kriterium wurde wiederum die Amplitude einer möglichen Dauerschwingung gewählt.

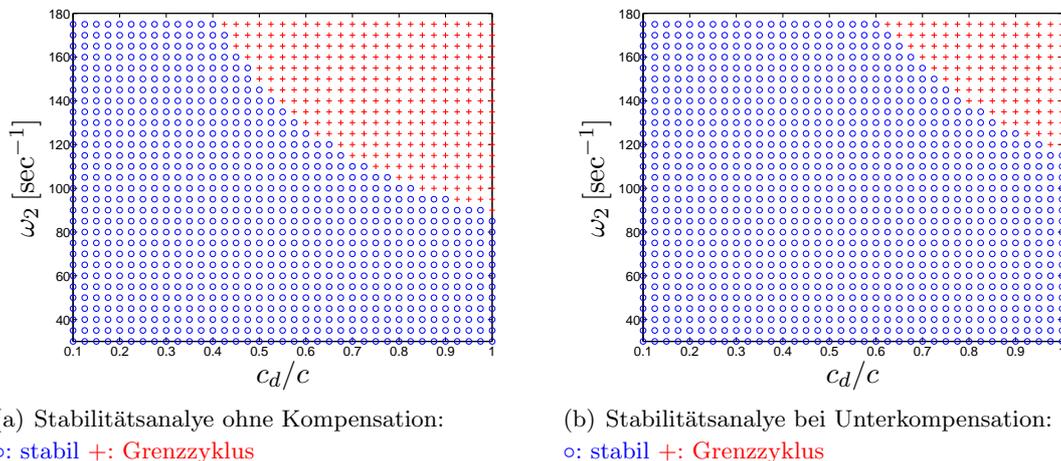


Abbildung 6.6: Stabilitätsanalyse bei Unterkompensation

Überkompensation ($\hat{\tau}_{rN\mathcal{L}} > \tau_r$)

Im Fall der Überkompensation ergibt sich die Beschreibungsfunktion der resultierenden Nichtlinearität zu:

$$N(A) = -\frac{4 \cdot \tilde{\tau}_r}{\pi \cdot A} \quad (6.31)$$

Untersucht man den geschlossenen Regelkreis hinsichtlich möglicher Grenzzyklen mit Hilfe des Zwei-Ortskurvenverfahrens, so ergibt sich die Frequenz ω^* des Grenzzyklusses in diesem Fall aus dem Schnittpunkt der Nyquist-Ortskurve des linearen Teilsystems mit der positiv-reellen Achse in der komplexen Ebene. Das Ergebnis einer Stabilitätsanalyse in Form einer Parameterrasterung ist in Abbildung 6.7 dargestellt.

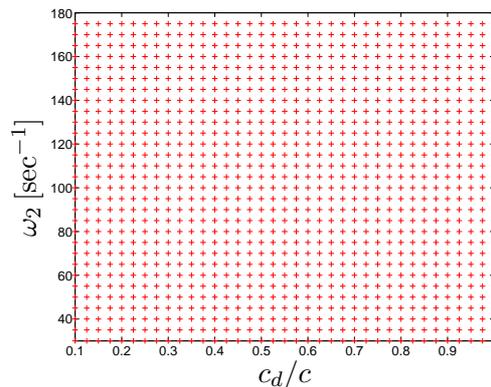


Abbildung 6.7: Stabilitätsanalyse bei Überkompensation: o: stabil +: Grenzzyklus

Man erkennt, dass auch bei Vorgabe einer niedrigen Eigendynamik des geschlossenen Regelkreises ein Grenzzyklus auftritt. Eine Überkompensation ist daher auf jeden Fall zu vermeiden.

6.3.2 Analyse bei Lose

Bei den in Industrierobotern eingesetzten Zykloidengetrieben tritt Lose im Allgemeinen nicht auf und konnte auch am untersuchten Industrieroboter nicht festgestellt werden. Bei anderen mechanischen Systemen mit elastischer Ankopplung, wie beispielsweise Antennen oder Teleskopen, tritt jedoch auch Lose auf [7]. Daher wird im Folgenden zunächst auf die Modellierung von Lose eingegangen und anschließend mit Hilfe der Methode der Harmonischen Balance eine Stabilitätsanalyse am Beispiel der Achse eins durchgeführt.

Modellierung von Lose

Ein weit verbreiteter Ansatz zur Beschreibung von Lose in mechanischen Systemen ist die Verwendung einer Totzone entsprechend Abbildung 6.8. Eingangsgröße der Totzone ist in diesem Fall die Verdrillung zwischen Motor und Abtrieb:

$$\Delta q = q_a - q_m \quad (6.32)$$

Ausgangsgröße der Totzone ist der Losewinkel Δq_L .

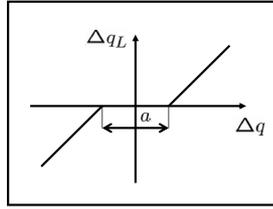


Abbildung 6.8: Losekennlinie als Totzone

Die mathematische Beschreibung dieser nichtlinearen Kennlinie ergibt sich in Abhängigkeit der Loseweite a zu:

$$\Delta q_L = \begin{cases} \Delta q + \frac{a}{2} & \text{falls } \Delta q < -\frac{a}{2} \\ 0 & \text{falls } -\frac{a}{2} \leq \Delta q \leq \frac{a}{2} \\ \Delta q - \frac{a}{2} & \text{falls } \Delta q > \frac{a}{2} \end{cases} \quad (6.33)$$

In diesem Fall wurde eine äquivalente Modellierung der Losekennlinie mit Hilfe einer Begrenzungskennlinie entsprechend Abb. 6.9 gewählt.

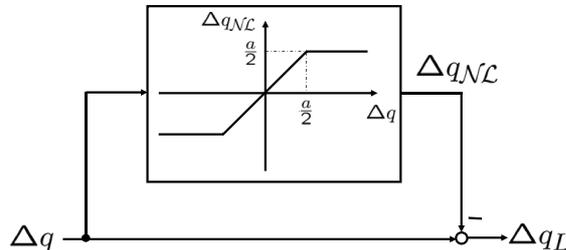


Abbildung 6.9: Modellierung von Lose mit einer Begrenzungskennlinie

Der Losewinkel berechnet sich in diesem Fall wie folgt:

$$\Delta q_L = \Delta q - \Delta q_{NL} \quad (6.34)$$

mit

$$\Delta q_{NL} = \begin{cases} -\frac{a}{2} & \text{falls } \Delta q < -\frac{a}{2} \\ \Delta q & \text{falls } -\frac{a}{2} \leq \Delta q \leq \frac{a}{2} \\ \frac{a}{2} & \text{falls } \Delta q > \frac{a}{2} \end{cases} \quad (6.35)$$

Das Getriebemoment τ_g ergibt sich bei Vorhandensein von Lose zu:

$$\tau_g = \begin{cases} 0 & \text{falls } -\frac{a}{2} < \Delta q < \frac{a}{2} \\ c \cdot \Delta q_L + d \cdot \dot{\Delta q}_L & \text{andernfalls} \end{cases} \quad (6.36)$$

Weiterhin muss bei der Modellierung beachtet werden, dass das Getriebemoment beim Übergang von Anschlag in Lose stetig verläuft.

Kompensation von Lose

Eine dynamische Kompensation von Lose ist im Gegensatz zur Reibung nicht möglich. Hierzu wäre eine sprunghafte Änderung der Verdrillung Δq erforderlich. Physikalisch ist jedoch nur eine sprunghafte Änderung der Stellgröße, in diesem Fall des Motor-moments τ_m , realisierbar. Der resultierende Motorwinkel, mit dem eine unmittelbare Beeinflussung der Verdrillung möglich ist, ergibt sich durch zweifache Integration, so dass eine zeitliche Verzögerung zwischen der Änderung der Stellgröße und der Änderung des Motorwinkels auftritt.

Stabilitätsanalyse

Im Folgenden wird am Beispiel der Achse eins eine Stabilitätsanalyse bei Vorhandensein von Lose mit der Methode der Harmonischen Balance unter folgenden Annahmen durchgeführt:

- Es bewegt sich nur die Achse eins, das heißt die weiteren Gelenke sind gebremst und bewegen sich nicht.
- Die Reibung ist vollständig kompensiert.

Analog Abschnitt 6.3.1 ist es für die Anwendung der Methode der Harmonischen Balance in diesem Fall notwendig, den nichtlinearen Regelkreis entsprechend Abbildung 6.10 in ein lineares Übertragungsglied $G(s)$ und eine Nichtlinearität aufzuteilen.

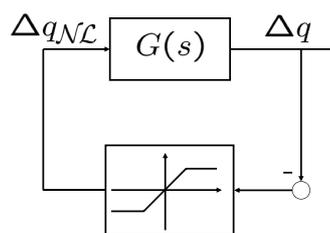


Abbildung 6.10: Regelkreisstruktur mit nichtlinearer Lose

Die Nichtlinearität stellt in diesem Fall die Begrenzungskennlinie dar, die den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Δq und Δq_{NL} beschreibt. Die lineare Übertragungsfunktion $G(s)$ beschreibt in diesem Fall das Übertragungsverhalten zwischen der Eingangsgröße Δq_{NL} und der Ausgangsgröße Δq :

$$G(s) = \frac{\Delta q}{\Delta q_{NL}} \quad (6.37)$$

1. Berechnung der Übertragungsfunktion $G(s)$:

In Abhängigkeit der Eingangsgröße $u = \Delta q_{\mathcal{NL}}$ ergeben sich die Bewegungsgleichungen eines Gelenks zu:

$$J_a \ddot{q}_a = -c \cdot (q_a - q_m) - d \cdot (\dot{q}_a - \dot{q}_m) - c \cdot u - d \cdot \dot{u} \quad (6.38)$$

$$J_m \ddot{q}_m = c \cdot (q_a - q_m) + d \cdot (\dot{q}_a - \dot{q}_m) + \tau_m + c \cdot u + d \cdot \dot{u} \quad (6.39)$$

Im Bildbereich ergeben sich die Bewegungsgleichungen unter Vernachlässigung der Anfangsbedingungen sowie bei Verwendung der gleichen Notation für die Funktionen im Zeit- und Bildbereich zu:

$$J_a s^2 q_a = -(c + d \cdot s) \cdot (q_a - q_m) - (c + d \cdot s) \cdot u \quad (6.40)$$

$$J_m s^2 q_m = (c + d \cdot s) \cdot (q_a - q_m) + \tau_m + (c + d \cdot s) \cdot u \quad (6.41)$$

Das Motormoment τ_m ergibt sich aus den Gleichungen von Beobachter und Regler in Abhängigkeit der Motorposition q_m zu:

$$\dot{\hat{x}}_e = \underline{A}_e \cdot \hat{x}_e + \underline{b}_e \cdot \tau_m + \underline{l} \cdot (q_m - \underline{c}_e^T \cdot \hat{x}_e) \quad (6.42)$$

$$\tau_m = -\underline{k} \cdot \hat{x}_e \quad (6.43)$$

Die Übertragungsfunktion $G_r(s) = \frac{\tau_m}{q_m}$ lässt sich aus der Zustandsraumdarstellung mit der Dynamikmatrix

$$\underline{A}_r = \underline{A}_e - \underline{b}_e \cdot \underline{k} - \underline{l} \cdot \underline{c}_e^T \quad (6.44)$$

sowie den Ein- und Ausgangsvektoren

$$\underline{b}_r = \underline{l} \quad (6.45)$$

$$\underline{c}_r^T = \underline{k}^T \quad (6.46)$$

wie folgt berechnen:

$$G_r(s) = \underline{c}_r^T \cdot (s \cdot \underline{I} - \underline{A}_r)^{-1} \cdot \underline{b}_r \quad (6.47)$$

Mit Hilfe der Beziehungen

$$\frac{q_a}{u} = \frac{-c s^2 J_m - d s^3 J_m + (c + d s) G_r(s)}{s^4 J_a J_m + s^3 (J_a d + J_m d) + s^2 (J_a c + J_m c - J_a G_r(s)) - (c + d s) G_r(s)} \quad (6.48)$$

$$\frac{q_m}{u} = \frac{c s^2 J_a + d s^3 J_a}{s^4 J_a J_m + s^3 (J_a d + J_m d) + s^2 (J_a c + J_m c - J_a G_r(s)) - (c + d s) G_r(s)} \quad (6.49)$$

lässt sich die gesuchte Übertragungsfunktion entsprechend Gleichung 6.37 berechnen.

2. Beschreibungsfunktion der Begrenzungskennlinie:

Die Beschreibungsfunktion der Begrenzungskennlinie ergibt sich in Abhängigkeit des Parameters Loseweite a nach [15] zu:

$$N(A) = \frac{2}{\pi} \left[\arcsin \frac{a}{A} + \frac{a}{A} \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} \right] \quad (6.50)$$

In Abb. 6.11 ist beispielhaft eine Ortskurve des linearen Systemteils dargestellt, wobei eine sehr hohe Eigendynamik vorgegeben wurde. Weiterhin ist die Ortskurve der negativ inversen Beschreibungsfunktion

$$z = -\frac{1}{N(A)} \quad (6.51)$$

dargestellt.

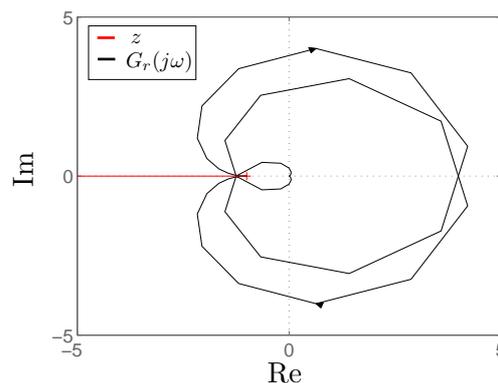


Abbildung 6.11: Ortskurve des linearen Teilsystems bei Vorgabe einer sehr hohen Eigendynamik sowie die Ortskurve der negativ inversen Beschreibungsfunktion

Man erkennt, dass ein Schnittpunkt der linearen Ortskurve mit der nichtlinearen Ortskurve existiert. In diesem Fall wird es daher zum Auftreten eines Grenzzyklus kommen.

Die Parameter des Grenzzyklus wurden in diesem Fall rechnerisch durch Lösen der Gleichung der Harmonischen Balance ermittelt. Sie ergeben sich zu:

$$\omega = 251.85 \text{ sec}^{-1} \quad (6.52)$$

$$A = 0.0487 \text{ rad} \quad (6.53)$$

In Abbildung 6.12 sind Ergebnisse einer nichtlinearen Simulation dargestellt. Man erkennt, dass es wie vorhergesagt zum Auftreten eines Grenzzyklus kommt. Anhand der Parameter des simulierten Grenzzyklus

$$\omega = 245.44 \text{ sec}^{-1} \quad (6.54)$$

$$A = 0.0515 \text{ rad} \quad (6.55)$$

erkennt man, dass mit Hilfe der Näherungsmethode der Harmonischen Balance eine Analyse von Grenzyklen im Fall von Lose sehr gut möglich ist.

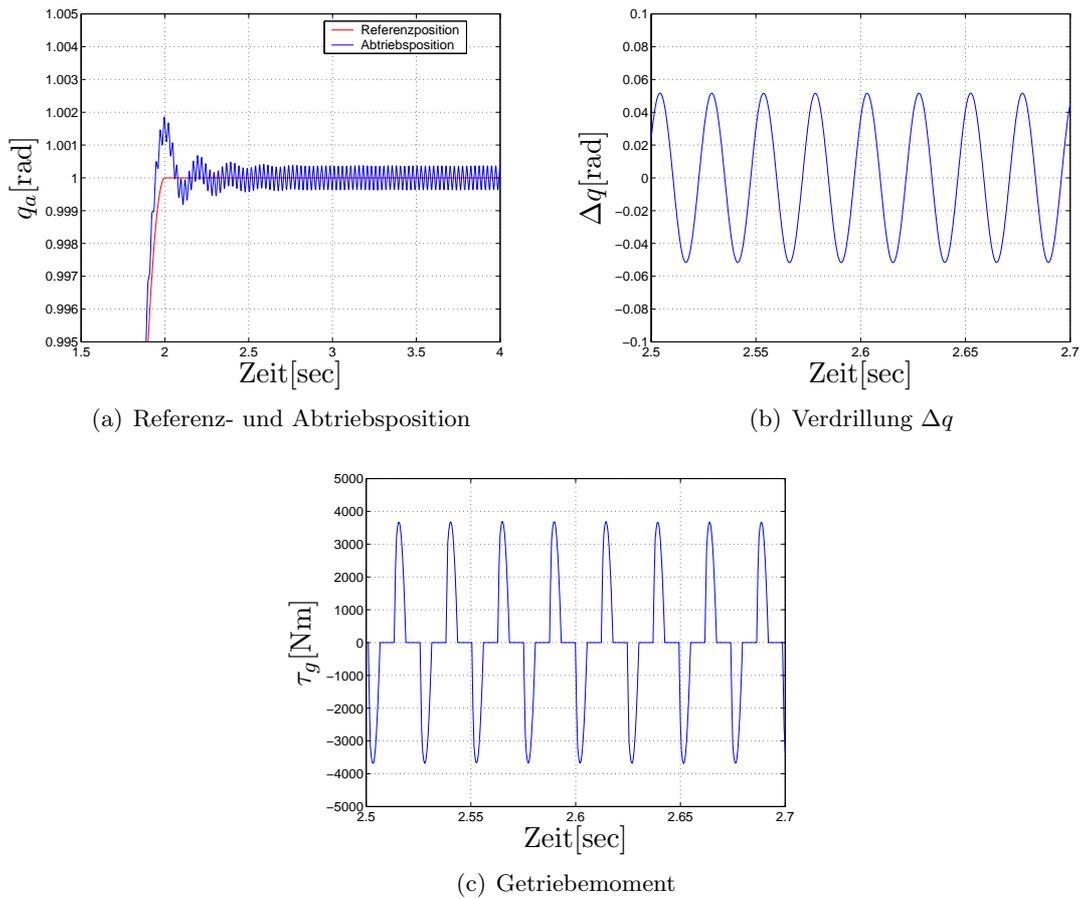


Abbildung 6.12: Simulation Lose

Das Auftreten von unerwünschten Grenzyklen kann in diesem Fall beispielsweise verhindert werden durch Vorgabe einer niedrigeren Eigenfrequenz des geregelten Systems. In Abb. 6.13 ist analog die resultierende Ortskurve des linearen Teilsystems sowie der Ortskurve der negativ inversen Beschreibungsfunktion dargestellt. Man erkennt, dass in diesem Fall kein Schnittpunkt der linearen Ortskurve mit der nichtlinearen Ortskurve existiert. In diesem Fall wird daher kein Grenzyklus auftreten.

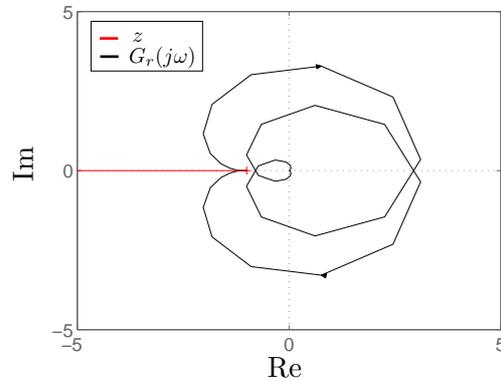


Abbildung 6.13: Ortskurve des linearen Teilsystems bei Vorgabe einer geringeren Eigen-
dynamik sowie Ortskurve der negativ inversen Beschreibungsfunktion

Vermeidung von Lose durch konstruktive Maßnahmen

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, Lose durch konstruktive Maßnahmen zu vermeiden. Beispielsweise können zur Regelung eines Gelenks zwei Antriebe verwendet werden. In diesem Fall können die Antriebe gegeneinander verspannt werden, so dass das Auftreten von Lose verhindert werden kann [66].

6.4 Robustheitsanalyse

Der Entwurf von Beobachter und Regler basiert jeweils auf der nominellen Beschreibung der Regelstrecke. Aussagen beispielsweise bezüglich Stabilität beziehen sich daher auf das nominelle Modell. Das reale Modell kann sich jedoch aufgrund von Parameterunsicherheiten oder durchgeführten Modellvereinfachungen vom nominellen Modell unterscheiden. Im vorliegenden Fall sind die Parameterwerte der Mehrkörperdynamik sowie der Gelenkparameter mit hoher Genauigkeit bekannt. Mit einer Unsicherheit behaftet sind die Lastdaten, die vom Anwender eingetragen werden müssen. Daher ist es das Ziel dieses Abschnitts zu untersuchen, inwieweit die entworfene Regelung robust gegenüber falsch parametrisierten Lasten ist. Hierbei bietet es sich an, die hinsichtlich der Stabilität der Regelung ungünstigsten Fälle zu untersuchen:

1. Last des Roboters: 16 kg eingetragen: 0 kg
2. Last des Roboters: 0 kg eingetragen: 16 kg

Eine Möglichkeit besteht darin, die Robustheit der Regelung gegenüber diesen Fällen im Experiment zu untersuchen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Abschnitt 6.5 dargestellt. Analytisch kann die Robustheit für lineare Systeme mit Hilfe des Parameterraumverfahrens [1] oder einer μ -Analyse untersucht werden [20], [19].

In diesem Fall basiert der Entwurf des Reglers und des Beobachters jeweils auf dem linearen, zeitvarianten Systemteil der Bewegungsgleichungen. Die Lastdaten (Masse und Trägheitsparameter der Last) haben hierbei Einfluss auf die Trägheitsmatrix des Roboters $\underline{M}(q_a)$. Daher wird im Folgenden wiederum am Beispiel der Achse eins mit Hilfe einer μ -Analyse untersucht, inwieweit der Entwurf robust gegenüber unsicheren Elementen der Trägheitsmatrix ist. Die Grundlagen der μ -Analyse sind im Anhang D dargestellt. Eine Anwendung dieser Methode ist hierbei unter folgenden Annahmen möglich:

- Die nichtlineare Reibung wird exakt kompensiert.
- Es bewegt sich nur die Achse eins, das heißt die weiteren Gelenke sind gebremst und bewegen sich nicht.

Unter diesen Annahmen entspricht das System Achse eins einem linearen Zweimassenschwinger. Die Abhängigkeit des Systems Achse eins von den Modellunsicherheiten, in diesem Fall der abtriebsseitigen Trägheit J_a , lässt sich an zu wählenden Arbeitspunkten als Regelkreis aus nominellem Modell und den unbekanntem Modellfehlern darstellen. Als Arbeitspunkt bietet sich in diesem Fall die Stellung mit maximaler Ausladung an, da falsch parametrisierte Lasten in diesem Arbeitspunkt zur größten Parameterabweichung δJ_a führen. Hierzu wird das nominelle Modell um zusätzliche Ausgänge z zum Fehlermodell hin und zusätzliche Eingänge w vom Fehlermodell her erweitert. In Abb. 6.14 ist beispielhaft das Zustandsraummodell der Achse eins mit nomineller Lastträgheit J_{anom} und einer Unsicherheitskomponente von δJ_a dargestellt, wobei es sich als vorteilhaft erweist, jeweils den Kehrwert $J_{anom}^* = 1/J_{anom}$ bzw. $\delta J_a^* = 1/\delta J_a$ zu verwenden.

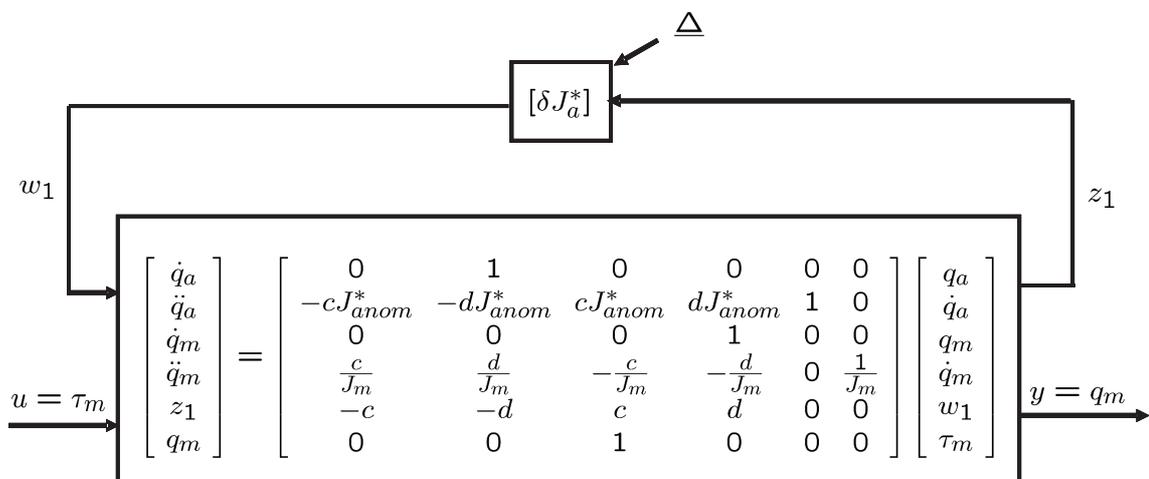


Abbildung 6.14: Zweimassenmodell mit unsicherer Lastträgheit

Hierbei wird angenommen, dass die nominelle Lastträgheit J_{anom}^* dem Mittelwert des durch die minimale Lastträgheit J_{amin} und maximale Lastträgheit J_{amax} begrenzten

Parameterintervalls $J_a^* \in [1/J_{amax} \ 1/J_{amin}]$ entspricht:

$$J_{anom}^* = \frac{1/J_{amax} + 1/J_{amin}}{2} \quad (6.56)$$

Der Parameterbereich der Unsicherheit δJ_a^* ergibt sich dementsprechend zu:

$$\delta J_a^* \in \left[-\frac{1/J_{amin} - 1/J_{amax}}{2} \quad + \frac{1/J_{amin} - 1/J_{amax}}{2} \right] \quad (6.57)$$

Zur Untersuchung der Eigenschaft der robusten Stabilität muss zunächst die Übertragungsfunktion $M_{11}(s)$ von w_1 nach z_1 des geschlossenen Regelkreises berechnet werden. Hierbei wird also angenommen, dass die Rückführung bereits ausgelegt wurde und Bestandteil der Strecke ist. Die Übertragungsfunktion $M_{11}(s)$ ergibt sich mit der Dynamikmatrix \underline{A}_{res} des geschlossenen nominellen Regelkreises

$$\underline{A}_{res} = \begin{bmatrix} \underline{A} & -\underline{b} \cdot \underline{k} \\ \underline{l} \cdot \underline{c}^T & \underline{A}_e - \underline{b}_e \cdot \underline{k} - \underline{l} \cdot \underline{c}_e^T \end{bmatrix} \quad (6.58)$$

sowie dem Eingangsvektor

$$\underline{b}^T = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (6.59)$$

und dem Ausgangsvektor

$$\underline{c}^T = [-c \ -d \ c \ d \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (6.60)$$

zu:

$$M_{11}(s) = \underline{c}^T \cdot (s \cdot \underline{I} - \underline{A}_{res})^{-1} \cdot \underline{b} \quad (6.61)$$

Um das Nyquist-Kriterium in Form des Small-Gain-Theorems anwenden zu können, erweist es sich zudem als vorteilhaft, die Unsicherheit zu normieren. Für den Parameterbereich der normierten Unsicherheit gilt:

$$\delta J_a^{*'} \in [-1 \ +1] \quad (6.62)$$

Der Zusammenhang zwischen normierter Unsicherheit $\delta J_a^{*'}$ und Unsicherheit δJ_a^* ergibt sich somit zu:

$$\delta J_a^* = \frac{1/J_{amin} - 1/J_{amax}}{2} \delta J_a^{*' } \quad (6.63)$$

Die Übertragungsfunktion $M'_{11}(s)$ ergibt sich bei Verwendung der normierten Unsicherheit in Abhängigkeit der Übertragungsfunktion $M_{11}(s)$ zu:

$$M'_{11} = \frac{1/J_{amin} - 1/J_{amax}}{2} M_{11} \quad (6.64)$$

Für robuste Stabilität muss folgende Bedingung erfüllt sein [19]:

$$\mu_{\underline{\Delta}}(M_{11}(j\omega)) \leq 1 \quad \forall \omega, \underline{\Delta} \in \underline{\Delta}, \bar{\sigma}(\underline{\Delta}) \leq 1 \quad (6.65)$$

Auf die Berechnung des strukturierten Singulärwerts $\mu_{\underline{\Delta}}(M_{11})$ wird im Anhang D.3 eingegangen. In Abbildung 6.15 sind Ergebnisse einer μ -Analyse dargestellt. In Abb. 6.15(a) ist zunächst der Kehrwert $1/\mu_{\underline{\Delta}}$ in Abhängigkeit von Einstellparametern der Regelung ω_2 und c_d dargestellt, wobei die Last zu null angenommen wurde. Man erkennt, dass Stabilität in allen Fällen sichergestellt ist. Der robuste Stabilitätsbereich nimmt zudem mit zunehmender vorgegebener Eigenfrequenz ω_2 bzw. Wunschsteifigkeit c_d erwartungsgemäß ab. Analog ist in Abb.6.15(b) das Ergebnis einer μ -Analyse dargestellt, wobei in diesem Fall beim Entwurf die maximale Last angenommen wurde. Auch in diesem Fall ist die Regelung in allen Fällen stabil. Der robuste Stabilitätsbereich ist jedoch kleiner als im Fall einer zu null angenommenen Last. Analog lässt sich die robuste Stabilität für die entworfene Regelung der Achsen 2 und 3 mit Hilfe einer μ -Analyse untersuchen.

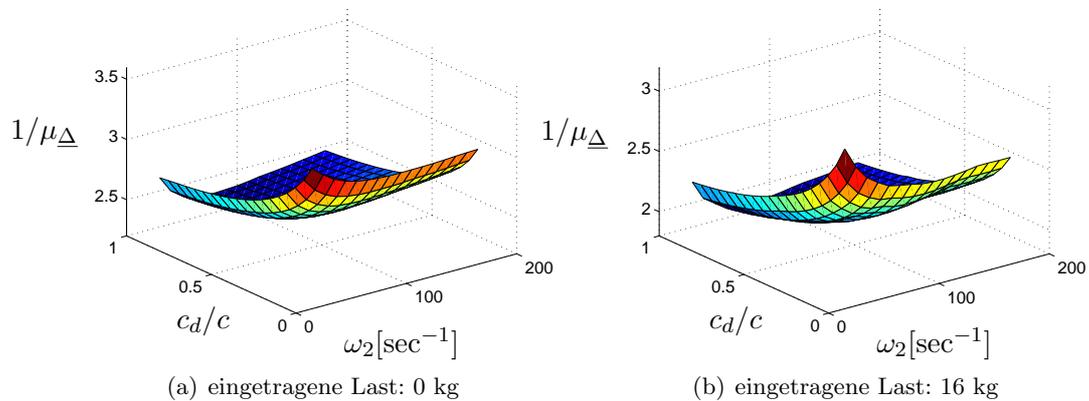


Abbildung 6.15: Ergebnisse einer μ -Analyse

6.5 Messergebnisse

Die entworfene modellbasierte Regelung ohne zusätzliche Sensorik wurde an den Grundachsen (Achsen 1 bis 3) des Roboters KUKA KR 16 implementiert, ausgelegt und getestet. Bei der Auslegung der Reglerparameter wurde die im Anhang B.2 beschriebene Hardware-in-the-Loop Optimierungsumgebung verwendet. Diese Umgebung ermöglicht es, automatisiert die hinsichtlich zu definierender Kriterien optimalen Reglerparameter zu ermitteln. In diesem Fall wurden die Parameter des charakteristischen Polynoms entsprechend Gleichung 6.13 zur Optimierung freigegeben. Die Optimierungen wurden achsweise vorgenommen, wobei jeweils PTP-Bewegungen unterschiedlicher Verfahrenslänge vorgegeben wurden. Als Kriterium wurde das Integral der Regelabweichung während des Positioniervorgangs verwendet. Der zeitliche

Beginn des Positioniervorgangs t_1 entspricht hierbei dem zeitlichen Ende der Sollbahn mit $\dot{q}_{ref} = 0$. Das zeitliche Ende t_2 des Bewertungsintervalls berechnet sich in Abhängigkeit eines einzustellenden Parameters Δt zu $t_2 = t_1 + \Delta t$. Das Kriterium ergibt sich somit zu:

$$E = \int_{t_1}^{t_2} \|e(t)\| dt = \int_{t_1}^{t_2} \left(\sqrt{(x_{ref} - x)^2 + (y_{ref} - y)^2 + (z_{ref} - z)^2} \right) dt \quad (6.66)$$

Der Ablauf einer solchen Hardware-in-the-Loop Optimierung ist im Anhang B.2 dargestellt. Im Folgenden sind experimentelle Ergebnisse des Regelverhaltens dargestellt, die mit der entworfenen modellbasierten Reglerstruktur am Roboter KUKA KR 16 erzielt wurden. Um die Regelgüte besser beurteilen zu können, sind zum Vergleich jeweils die Messergebnisse dargestellt, die mit einer P-PI-Kaskadenregelung erzielt wurden. Die Bewertung erfolgt hierbei anhand des Positionierverhaltens nach PTP-Bewegungen sowie anhand der Bahngenauigkeit beim Abfahren von vorgegebenen Bahnprofilen. Weiterhin wurde die Robustheit der entworfenen Regelung gegenüber einer falsch parametrisierten Last experimentell validiert.

- Positionierverhalten

Im Folgenden sind beispielhaft Ergebnisse des Positionierverhaltens nach PTP-Bewegungen mit der Achse 1 in drei unterschiedlichen Arbeitspunkten dargestellt. Die weiteren Achsen wurden hierbei nicht bewegt, sondern konstant in den in Abb. 6.16 dargestellten Gelenkwinkelpositionen gehalten.

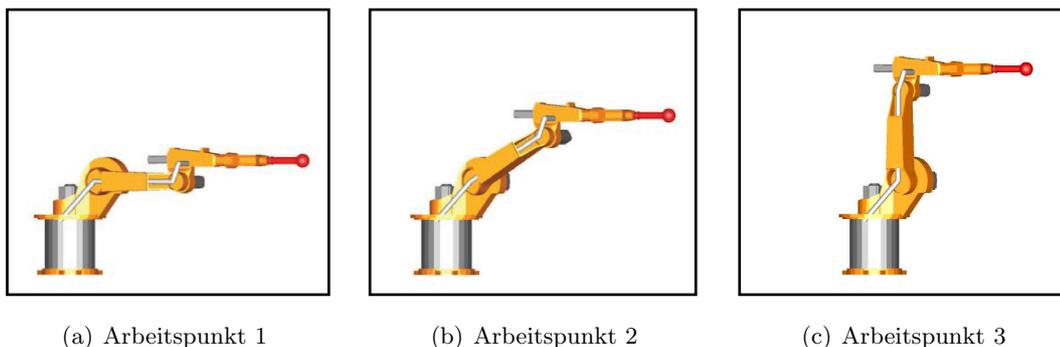
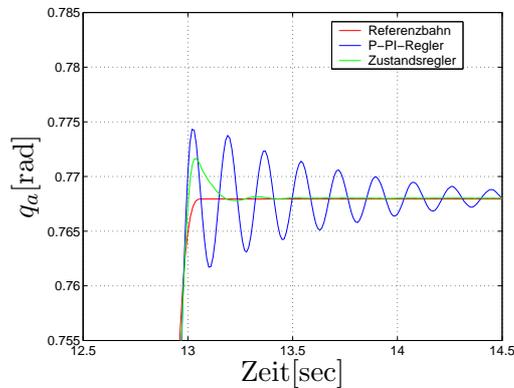
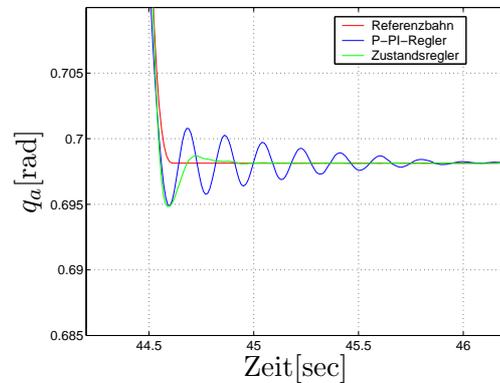


Abbildung 6.16: Arbeitspunkte bei Positionierversuchen Achse 1

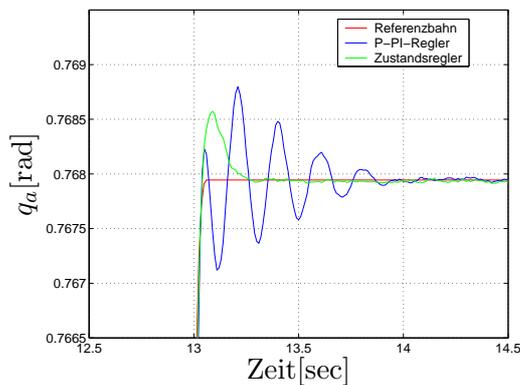
In Abbildung 6.17 sind Positionierungsergebnisse im Arbeitspunkt 1 dargestellt, wobei eine kurze und eine lange PTP-Bewegung durchgeführt wurde. Weiterhin wurden die Bewegungen sowohl mit als auch ohne Vorsteuerung durchgeführt. In den Abbildungen 6.17(a) und 6.17(b) sind hierbei zunächst die Ergebnisse dargestellt, wenn die Bewegungen jeweils ohne Vorsteuerung durchgeführt werden. Man erkennt, dass der Roboter zustandsgeregelt deutlich geringere Schwingungen am Zielpunkt durchführt. Bei praxisrelevanten Applikationen, wie Punktschweißen oder Montageaufgaben, kann der Roboter somit deutlich



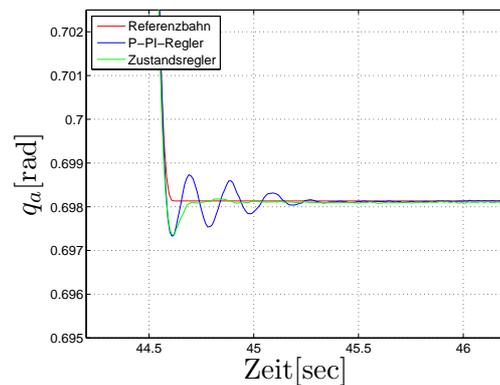
(a) Gelenkwinkelverlauf Achse 1 nach kurzer Bewegung ohne Vorsteuerung



(b) Gelenkwinkelverlauf Achse 1 nach langer Bewegung ohne Vorsteuerung



(c) Gelenkwinkelverlauf Achse 1 nach kurzer Bewegung mit Vorsteuerung



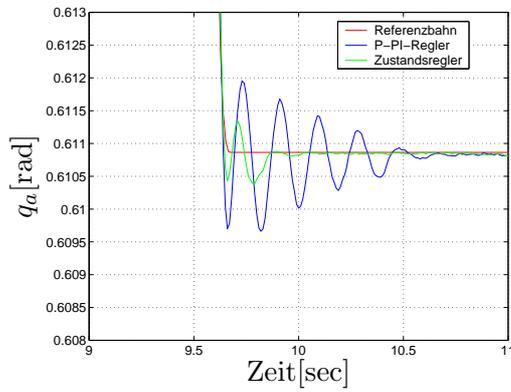
(d) Gelenkwinkelverlauf Achse 1 nach langer Bewegung mit Vorsteuerung

Abbildung 6.17: Positionierverhalten bei PTP-Bewegung (Arbeitspunkt 1)

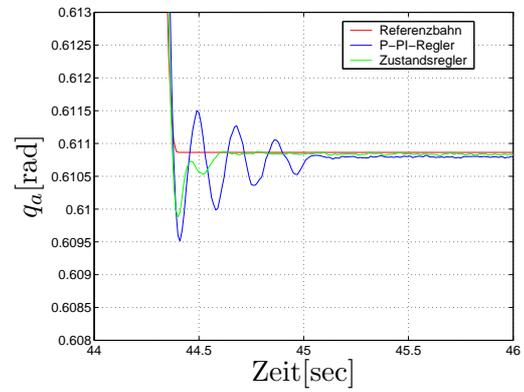
früher mit der Bearbeitung der Aufgabe beginnen, da die Schwingungen entsprechend früher abgeklungen sind. In den Abbildungen 6.17(c) und 6.17(d) sind die Ergebnisse dargestellt, wenn die Bewegungen mit Vorsteuerung durchgeführt werden. Man erkennt zunächst, dass die Vorsteuerung das Positionierverhalten verbessert. Das Überschwingen über die Referenzposition hinaus ist sowohl bei Verwendung des P-PI-Reglers als auch bei Einsatz des Zustandsreglers deutlich geringer. Weiterhin erkennt man, dass auch in diesem Fall der Zustandsregler die Dämpfung des Systems im Vergleich zum P-PI-Regler deutlich erhöht.

Entsprechend sind in Abbildung 6.18 Ergebnisse des Positionierverhaltens in den Arbeitspunkten 2 und 3 dargestellt. Hierbei wurde wiederum jeweils eine kurze und eine lange Bewegung durchgeführt. Sowohl der P-PI-Regler als auch der Zustandsregler wurden hierbei mit Vorsteuerung getestet. Man erkennt, dass auch in diesen Arbeitspunkten der Zustandsregler die Schwingungen deut-

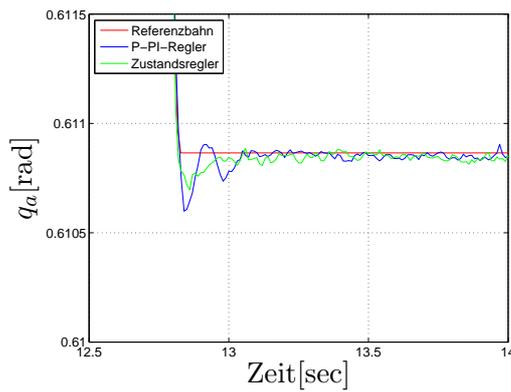
lich besser dämpft.



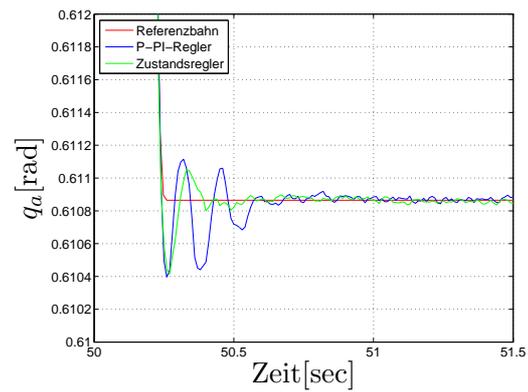
(a) Gelenkwinkelverlauf Achse 1 nach kurzer Bewegung (Arbeitspunkt 2)



(b) Gelenkwinkelverlauf Achse 1 nach langer Bewegung (Arbeitspunkt 2)



(c) Gelenkwinkelverlauf Achse 1 nach kurzer Bewegung (Arbeitspunkt 3)

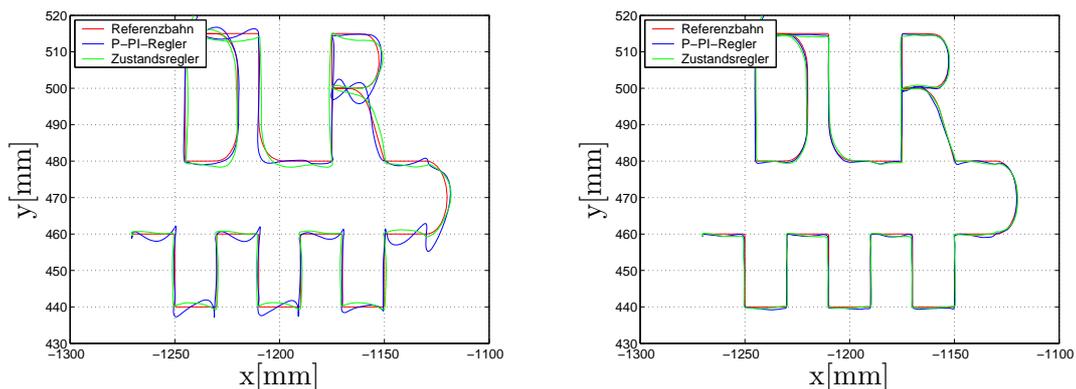


(d) Gelenkwinkelverlauf Achse 1 nach langer Bewegung (Arbeitspunkt 3)

Abbildung 6.18: Positionierverhalten bei PTP-Bewegung (Arbeitspunkt 2 und 3)

- Bahngenaugigkeit

Neben den PTP-Bewegungen sind im Bereich der Industrierobotik sogenannte Bahnbewegungen von hoher Bedeutung. Hierbei muss der Roboter vorgegebenen Bahnprofilen möglichst exakt folgen. Um die Regelgüte bezüglich der Bahngenaugigkeit untersuchen zu können, wurde eine Testbahn vorgegeben, bei der der Roboter einen DLR-Schriftzug sowie Geradenstücke und Kreisbögen abfahren muss. In Abb.6.19(a) ist zunächst das Ergebnis dargestellt, wenn keine Vorsteuerung verwendet wird. Man erkennt, dass der Zustandsregler in diesem Fall der vorgegebenen Referenzbahn wesentlich besser folgt als der P-PI-Kaskadenregler. In Abb. 6.19(b) ist weiterhin das Ergebnis dargestellt, wenn eine Vorsteuerung verwendet wird. Man erkennt, dass der Unterschied bezüglich der Regelgüte zwischen beiden Reglern in diesem Fall deutlich geringer ist.



(a) Vergleich Bahnfahren ohne Vorsteuerung

(b) Vergleich Bahnfahren mit Vorsteuerung

Abbildung 6.19: Vergleich Abtriebsposition beim Bahnfahren

- Robustheit

Weiterhin wurde die Robustheit der Regelung gegenüber einer falsch angenommenen Last im Experiment untersucht. Hierzu wurde in der Vorsteuerung, im Beobachter sowie im Regler die Last falsch parametrisiert. Hierbei wurden die für die Stabilität der Regelung kritischsten Fälle untersucht:

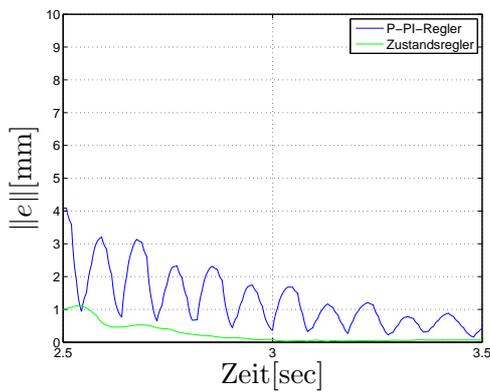
1. Last 16 kg: eingetragen 0 kg
2. Last 0 kg: eingetragen 16 kg

Untersucht wurden eine kurze und eine lange 3-Achs PTP-Bewegung jeweils beginnend im Arbeitspunkt 1 entsprechend Abbildung 6.16. In diesem Arbeitspunkt ergeben sich die größten Parameterfehler bei falsch angenommener Last. Die Ergebnisse sind in Abb. 6.20 dargestellt, wobei aufgrund der Mehrachsbe-

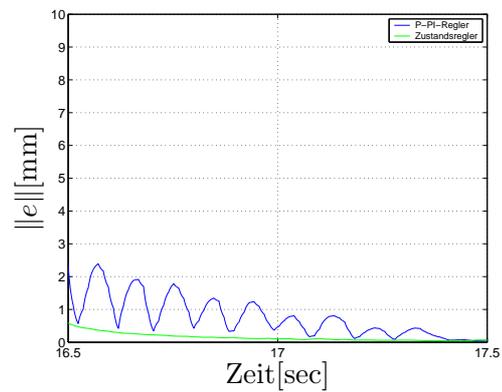
wegungen jeweils der Betrag des Fehlers

$$\|e\| = \sqrt{(x_{ref} - x)^2 + (y_{ref} - y)^2 + (z_{ref} - z)^2} \quad (6.67)$$

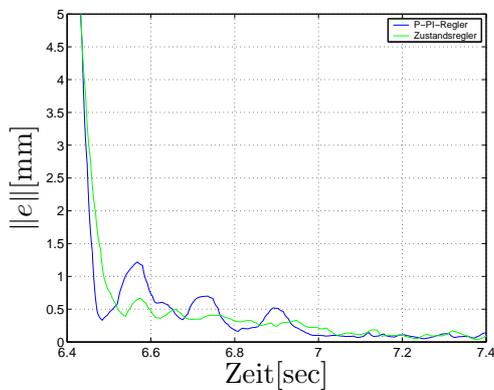
während des Positioniervorgangs abgebildet ist. Man erkennt, dass die entworfene Regelung stabil ist und trotz falsch angenommener Last Schwingungen deutlich besser unterdrücken kann als die Kaskadenregelung.



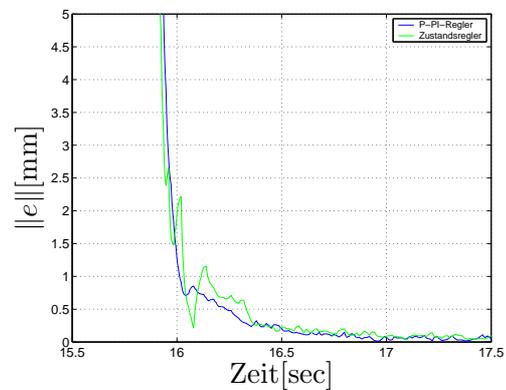
(a) Regelabweichung nach kurzer 3-Achsbewegung (Last: 16 kg, eingetragen: 0 kg)



(b) Regelabweichung nach langer 3-Achsbewegung (Last: 16 kg, eingetragen: 0 kg)



(c) Regelabweichung nach kurzer 3-Achsbewegung (Last: 0 kg, eingetragen: 16 kg)



(d) Regelabweichung nach langer 3-Achsbewegung (Last: 0 kg, eingetragen: 16 kg)

Abbildung 6.20: Positionierverhalten bei falsch parametrierter Last

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Aufgrund von Getriebeelastizitäten kommt es bei hochdynamischen Bewegungen von Robotern zum Auftreten von Schwingungen. Diese Schwingungen sind unerwünscht, da sie negativen Einfluss auf die erreichbare Bahngenauigkeit haben. Weiterhin müssen bei Positionieraufgaben Einschwingzeiten beachtet werden, die zu einer Verringerung der Taktzeit führen. Das Ziel der Arbeit besteht daher darin, durch regelungstechnische Methoden das Fahrverhalten von Robotern zu verbessern. Wesentliche Nebenbedingung ist hierbei, dass keine zusätzliche Sensorik für die Regelung eingesetzt wird. Diese würde sowohl die Kosten eines Roboters als auch die Fehleranfälligkeit steigern.

Um dieses Ziel zu erreichen, wird ein modellbasiertes Regelungskonzept entwickelt. Hierzu wird zunächst ein physikalisches Modell gebildet, welches die Mehrkörperdynamik und die Dynamik der Antriebsstränge wiedergibt. Anschließend werden die Modellparameter durch gezielte Messungen unter Verwendung zusätzlicher Sensorik beispielhaft für den Industrieroboter KUKA KR 16 identifiziert.

Eine korrekte Parametrierung der in den Lagern und Getrieben auftretenden Reibung erfordert eine Online-Identifikation, da die Reibung stark vom Betriebs- und Verschleißzustand des Roboters abhängt. Da die Reibung aufgrund des nichtlinearen Verhaltens wesentlich die Güte und Stabilität einer Regelung beeinflusst, werden im Rahmen dieser Arbeit Methoden untersucht und weiterentwickelt, mit denen eine Online-Identifikation und Kompensation am Roboter möglich ist.

Die Verfahren werden hierbei zunächst in Kombination mit einer Kaskadenregelung getestet. Daher erfolgt die Bewertung der Methoden einerseits hinsichtlich der Güte der Identifikation und Kompensation sowie andererseits hinsichtlich der Verwendbarkeit der Methoden im Rahmen eines modellbasierten Regelungskonzepts am Gesamtroboter.

Eine nahezu exakte Identifikation und Kompensation ist hierbei unter Verwendung von Neuronalen Netzen möglich, die online trainiert werden. Diese können das nichtlineare Verhalten der Reibung sehr gut approximieren und reproduzieren. Bei Eingelenkrobotern kann hierbei der lernfähige Beobachter verwendet werden, bei dem auf

Basis des Beobachterfehlers die Parameter des Neuronalen Netzes trainiert werden. Da dieser gleichzeitig die nicht messbaren Zustände schätzt, kann eine Zustandsregelung realisiert werden. Im allgemeinen Fall von Mehrgelenkrobotern ist der Einsatz des lernfähigen Beobachters bei der zur Verfügung stehenden Sensorik nicht mehr praktikabel. Da der Lernfehler zwischen der am System wirksamen und der identifizierten Reibung nicht messbar ist, muss in diesem Fall ein nichtlineares Übertragungsverhalten zwischen Beobachterfehler und Lernfehler berücksichtigt werden. Eine Lösungsmöglichkeit besteht in der Linearisierung dieses Übertragungsverhaltens entlang der Solltrajektorie. Dies führt jedoch zu einem sehr hohen Rechenzeitbedarf. Für diesen Fall wurde daher eine neue Methode entwickelt und getestet. Die Idee dieser Methode besteht darin, unter Verwendung eines nichtlinearen inversen Modells des Roboters und der Solltrajektorien des Systems den Lernfehler zu schätzen. Das Training des Neuronalen Netzes erfolgt dann auf der Basis des geschätzten Lernfehlers. Anhand von Messungen konnte die Wirksamkeit der entwickelten Methode zur Identifikation und Kompensation von Reibung validiert werden.

Zudem wurde untersucht, inwieweit der Disturbance Observer zur Reibungskompensation geeignet ist. Das Reibmoment wird bei diesem Verfahren mit Hilfe der Inversen des reibungsfreien Systems geschätzt. Da zur Realisierung der Inversen ein Filter mit Verzögerungsverhalten notwendig ist, ist keine unmittelbare Kompensation der Reibung möglich. Im Bereich der Haftreibung führt dies ähnlich wie beim linearen Störgrößenbeobachter dazu, dass keine vollständige dynamische Kompensation möglich ist. Nachteil des Disturbance Observers hinsichtlich der Verwendbarkeit im Rahmen eines modellbasierten Regelungskonzepts ist, dass er nicht gleichzeitig die Zustände des Systems schätzt.

Weiterhin ist eine Reibungsidentifikation und -kompensation mit Hilfe eines Störgrößenbeobachters möglich. Aufgrund der zur Nachbildung der Reibung verwendeten linearen Störmodelle ist jedoch keine vollständige dynamische Kompensation der Reibung möglich. Durch eine eingeführte modellbasierte, nichtlineare Erweiterung konnten die Schätz- und Kompensationsergebnisse wesentlich verbessert werden. Vorteil dieses Verfahrens ist, dass der Beobachter gleichzeitig die Systemzustände schätzt und die Identifikationsmethode verhältnismäßig einfach ist. Das Verfahren kann daher auch im Mehrgelenkfall in einen nichtlinearen Beobachter integriert werden.

Eine Online-Identifikation der Reibung erweist sich zudem als notwendig für eine korrekte Zustandsschätzung. Die Kenntnis der Systemzustände ist Voraussetzung für die Anwendung von linearen und nichtlinearen Zustandsregelungsverfahren oder auch modellprädiktiven Regelungsmethoden. In diesem Fall steht als Messgröße lediglich die Motorposition jedes Gelenks zur Verfügung, so dass die jeweilige Abtriebsposition und -geschwindigkeit sowie die Motorgeschwindigkeit mit Hilfe eines Beobachters geschätzt werden müssen. Ein weiterer wesentlicher Bestandteil des Regelungskonzepts ist daher der Entwurf eines nichtlinearen Beobachters.

Hierzu wird zunächst unter Berücksichtigung der vorhandenen Sensorik mittels einer nichtlinearen Beobachtbarkeitsanalyse die Beobachtbarkeit des Systems nachgewiesen. Anschließend wird auf nichtlineare Beobachterentwurfskonzepte eingegangen und ihre Anwendbarkeit bei der vorliegenden Systemklasse untersucht. Für einen nichtlinearen Beobachterentwurf eignet sich insbesondere eine Systemdarstellung in der nichtlinearen Beobachter-Normalform. Jedoch lässt sich die vorliegende Systemklasse durch eine nichtlineare Zustandstransformation nicht in die Beobachter-Normalform transformieren. Daher wird das nichtlineare System in einen zeitvarianten linearen Systemteil und einen nichtlinearen Systemteil aufgeteilt. Der Beobachter wird auf Basis des linearen Systemteils ausgelegt.

Bei einem System mit mehreren Messgrößen besteht zudem die Möglichkeit eines dezentralen sowie eines zentralen Beobachterentwurfs. In diesem Fall bietet es sich an, jedes Gelenk als Teilsystem anzunehmen und einen dezentralen Entwurf durchzuführen. Die Komplexität des Entwurfs nimmt aufgrund der konstanten Teilsystemordnung somit auch bei Mehrkörpersystemen mit einer sehr hohen Anzahl von Gelenken nicht zu. Aufgrund der gegenseitigen Verkopplung der Teilsysteme über die jeweiligen Zustandsvektoren wird zunächst untersucht, ob eine nichtlineare Zustandstransformation in die Blockdreiecksform möglich ist, so dass die Teilsysteme nur einseitig verkopfelt sind. Da die Transformation bei der vorliegenden Systemklasse nicht durchführbar ist, werden die Zustandsgrößen der weiteren Teilsysteme mit Hilfe eines nichtlinearen Modells in Abhängigkeit der Referenztrajektorie berechnet und approximiert.

Bei stark verkopfelten Teilsystemen ist eine Verbesserung der Zustandsschätzung möglich durch Zusammenfassen der entsprechenden Teilsysteme und Durchführung eines Entwurfs auf Basis des resultierenden Gesamtsystems. Zur Auslegung der Beobachterrückführungen werden lineare Entwurfsmethoden wie Polvorgabe bzw. Optimierung eines Gütefunktional verwendet. Da der lineare Systemteil aufgrund der sich zeitlich ändernden Massenmatrix des Roboters zeitvariant ist, werden die Rückführverstärkungen in Abhängigkeit der Elemente der Massenmatrix nachgeführt. Die vorgeschlagene Entwurfsmethodik des nichtlinearen Beobachters kann allgemein zur Zustandsschätzung bei Mehrkörpersystemen mit elastischer Ankopplung der Antriebe angewendet werden. In diesem Fall wurde der Beobachter beispielhaft für die ersten drei Achsen des Industrieroboters KUKA KR 16 ausgelegt und getestet. Die Güte der Zustandsschätzung konnte unter Verwendung von externer Sensorik nachgewiesen werden.

Abschließend wurde ein modellbasiertes Regelungskonzept in Form einer Reglerstruktur mit zwei Freiheitsgraden realisiert. Den ersten Freiheitsgrad stellt die Steuerung dar. Zentraler Bestandteil der Steuerung ist die nichtlineare Inverse eines als reibungsfrei angenommenen Roboters. Die bei der Berechnung der Inversen auftretenden Ableitungen der Eingangsgröße werden mit Hilfe eines Filters berechnet. Die Steuerung besteht somit aus einem geeigneten Filter sowie der Inversen des Roboters.

Aufgrund der Verwendung einer nichtlinearen Vorsteuerung reichen verhältnismäßig einfache dezentrale, lineare Zustandsregler aus, um Störungen auszugleichen und das System um die Referenztrajektorie zu stabilisieren. Die Regler werden hierbei auf der Basis von entkoppelten linearen Gelenkmodellen ausgelegt. Die Reglerparameter werden zudem modellbasiert im Arbeitsraum an die Dynamik des Roboters angepasst. Die nicht messbaren Zustände werden mit Hilfe des entworfenen nichtlinearen Beobachters geschätzt. Weiterhin wird eine Reibungskompensation auf Basis der Reibschätzung vorgenommen. Durch die Online-Identifikation der Reibung ist zudem die stationäre Genauigkeit der Regelung sichergestellt.

Der Einfluss der nichtlinearen Reibung sowie von Lose auf die Stabilität der Regelung wird mit Hilfe der Methode der Harmonischen Balance analysiert. Hierbei zeigt sich, dass die Eigenfrequenz des Systems nicht beliebig erhöht werden kann, da es zum Ausreten von Grenzzyklen kommen kann. Die erreichbare Bandbreite der Regelung erweist sich jedoch als genügend groß.

Da die Last des Roboters in der Praxis nicht immer genau bekannt ist, wird die Robustheit der Regelung gegenüber falsch angenommenen Lastdaten unter vereinfachenden Annahmen analytisch mit Hilfe einer μ -Analyse untersucht und nachgewiesen.

Das entworfene Regelungskonzept wurde für die drei Grundachsen des Industrieroboters ausgelegt und getestet. Die Güte der Regelung wurde anhand von Vergleichsmessungen mit der Standardregelung untersucht. Hierzu wurden Positioniersuche mit den drei Gelenken sowie Bahnbewegungen durchgeführt. Hierbei hat sich gezeigt, dass das Fahrverhalten durch den Einsatz der entworfenen Regelung ohne zusätzliche Sensorik wesentlich verbessert werden kann. Auch bei falsch angenommenen Lasten bleibt die Regelung stabil und zeigt eine bessere Regelgüte als die Standardregelung.

Zusammengefasst wird in dieser Arbeit ein modellbasiertes Regelungskonzept entwickelt und experimentell erprobt, welches ohne zusätzliche Sensorik eine Entkopplung der Regelkreise sowie eine Kompensation betriebszustandsabhängiger nichtlinearer Effekte ermöglicht, so dass im gesamten Betriebs- und Arbeitsbereich eine hohe Regelgüte erreicht wird.

Bei Robotern mit einem nahezu ausgeglichen Verhältnis von Nutzlast zu Eigengewicht, wie beispielsweise dem DLR-Leichtbauroboter oder Robotern mit einer sehr großen Reichweite, erscheint es zudem im Rahmen weiterer Arbeiten sinnvoll, Elastizitäten in den Gliedern zu berücksichtigen. In einem ersten Schritt könnte dies im Rahmen einer erweiterten Steuerung erfolgen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde zudem die Last beim Entwurf als bekannt angenommen und die Robustheit der Regelung gegenüber unsicheren Lastdaten im ausgelegten Zustand untersucht und nachgewiesen. In diesem Zusammenhang erscheint es sinnvoll zu untersuchen, inwieweit die Regelgüte, durch Berücksichtigung der Lastunsicherheit bereits bei der Reglerauslegung, verbessert werden kann.

Anhang A

Kinematik

A.1 Vorwärtstransformation

Die Berechnung der Ortsvektoren der jeweiligen Gelenkpunkte in Abhängigkeit der Gelenkwinkel kann mit Hilfe der Vorwärtstransformation $\underline{y} = f(\underline{q}_a)$ durchgeführt werden. Hierzu müssen zunächst die homogenen Transformationsmatrizen zwischen den einzelnen Gelenken aufgestellt werden. Die im Folgenden verwendete Notation ${}^{i-1}\underline{T}_i$ bedeutet hierbei eine Transformation von Gelenk $i - 1$ nach Gelenk i . Das Koordinatensystem im Fußpunkt des Roboters wird mit 0 bezeichnet. Entsprechend der Konvention des Roboterherstellers drehen die Achsen 1, 4 und 6 um die negative z -Achse des zugeordneten Koordinatensystems und die Achsen 2, 3 und 5 um die jeweils positive z -Achse. Die Transformationsmatrizen ergeben sich unter Berücksichtigung der Translationen zwischen den einzelnen Gelenken zu:

$${}^0\underline{T}_1 = \begin{bmatrix} \cos(q_{a1}) & \sin(q_{a1}) & 0 & 0 \\ -\sin(q_{a1}) & \cos(q_{a1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_{01} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$${}^1\underline{T}_2 = \begin{bmatrix} \cos(q_{a2}) & -\sin(q_{a2}) & 0 & l_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(q_{a2}) & -\cos(q_{a2}) & 0 & l_{02} - l_{01} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$${}^2\underline{T}_3 = \begin{bmatrix} \cos(q_{a3}) & -\sin(q_{a3}) & 0 & l_{23} \\ \sin(q_{a3}) & \cos(q_{a3}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$${}^3\underline{T}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & l_{34} \\ \cos(q_{a4}) & \sin(q_{a4}) & 0 & -l_{31} \\ -\sin(q_{a4}) & \cos(q_{a4}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$${}^4\underline{T}_5 = \begin{bmatrix} \sin(q_{a5}) & \cos(q_{a5}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cos(q_{a5}) & -\sin(q_{a5}) & 0 & l_{35} - l_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$${}^5\underline{T}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & l_{56} \\ \cos(q_{a6}) & \sin(q_{a6}) & 0 & 0 \\ -\sin(q_{a6}) & \cos(q_{a6}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

A.2 Jacobi-Matrix

Die Berechnung der Translations- und Rotationsgeschwindigkeiten der einzelnen Teilkörper in Abhängigkeit der Gelenkgeschwindigkeiten kann mit Hilfe der Jacobi-Matrix durchgeführt werden. Diese beschreibt den Zusammenhang zwischen den Gelenkgeschwindigkeiten $\underline{\dot{q}}_a$ und den translatorischen und rotatorischen Geschwindigkeiten des Tools:

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \underline{\dot{p}} \\ \underline{\omega} \end{pmatrix} = \underline{J}(q_a) \underline{\dot{q}}_a \quad (\text{A.7})$$

Da es sich bei den sechs Gelenken ausschließlich um Drehgelenke handelt, ergibt sich die i -te Spalte der Jacobimatrix nach [63] zu:

$$\underline{J}_i = \begin{bmatrix} \underline{z}_{i-1} \times (\underline{o}_n - \underline{o}_{i-1}) \\ \underline{z}_{i-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Der Index n bezeichnet die Anzahl der Achsen. Die Vektoren \underline{z}_{i-1} und \underline{o}_{i-1} können hierbei aus den homogenen Transformationsmatrizen ermittelt werden: \underline{z}_{i-1} ergibt sich aus den ersten drei Elementen der dritten Spalte von ${}^0\underline{T}_i$, die ersten drei Elemente der vierten Spalte von ${}^0\underline{T}_i$ bilden den Vektor \underline{o}_{i-1} :

$$\begin{bmatrix} \underline{z}_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} = {}^0\underline{T}_i \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{bmatrix} \underline{o}_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} = {}^0\underline{T}_i \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Unter Berücksichtigung der nach Konvention negativen Drehrichtung der Achsen

Anhang B

Hardware-in-the-Loop Umgebung (HiL)

B.1 Echtzeitumgebung xPC Target

Um in Dymola entwickelte modellbasierte Steuerungs- und Regelungsalgorithmen an einem Roboter testen zu können, wurde eine Hardware-in-the-Loop Umgebung, basierend auf The MathWorks xPC Target, realisiert [29]. xPC Target ist eine Host-Target-Prototyping Umgebung der Firma The MathWorks, die es dem Benutzer ermöglicht, MATLAB Simulink-Modelle mit Hardware zu verbinden und sie in Echtzeit auf PC-kompatibler Hardware auszuführen. In dieser Umgebung wird ein Rechner als Host-PC verwendet, auf dem in MATLAB/Simulink Regelungsalgorithmen entwickelt werden. Mit Hilfe des Simulink-Export Moduls von Dymola können in Modelica/Dymola erstellte Modelle sehr komfortabel in MATLAB/Simulink als C-Code eingebunden werden (C-mex S-Function). Zum Beispiel ist es möglich, die Komponente des Reglers aus dem Gesamtsimulationsmodell entsprechend Abb. B.1 in MATLAB/Simulink zu integrieren.

Nach der Integration des Modelica-Modells in MATLAB Simulink kann mit Hilfe des Real-Time Workshop der Firma The MathWorks auf Knopfdruck automatisch echtzeitfähiger Code generiert werden. Der echtzeitfähige Code wird anschließend auf den Target-PC geladen, auf dem das xPC Target-Echtzeit-Kernel läuft. In diesem Fall wird der Rechner im Steuerschrank des KUKA-Roboters als Target-PC verwendet. Innerhalb der entwickelten Echtzeitumgebung kommt zudem ein weiterer Rechner zum Einsatz, der sogenannte Office-PC. Der Office-PC ist ein Standardprodukt der Firma KUKA für Offline-Simulation und Programmierung. Die Software entspricht der standardmäßig zur Robotersteuerung eingesetzten Software mit Ausnahme der Schnittstelle zu den elektrischen Antrieben. Auf diese Weise steht die gesamte Rechenleistung auf dem Target-PC im Steuerschrank zur Verfügung zur Berechnung von modellbasierten Steuerungs- und Regelungsalgorithmen. Die Kommunikation zwischen Host-, Target- und Office-PC läuft über Ethernet. Die beschrie-

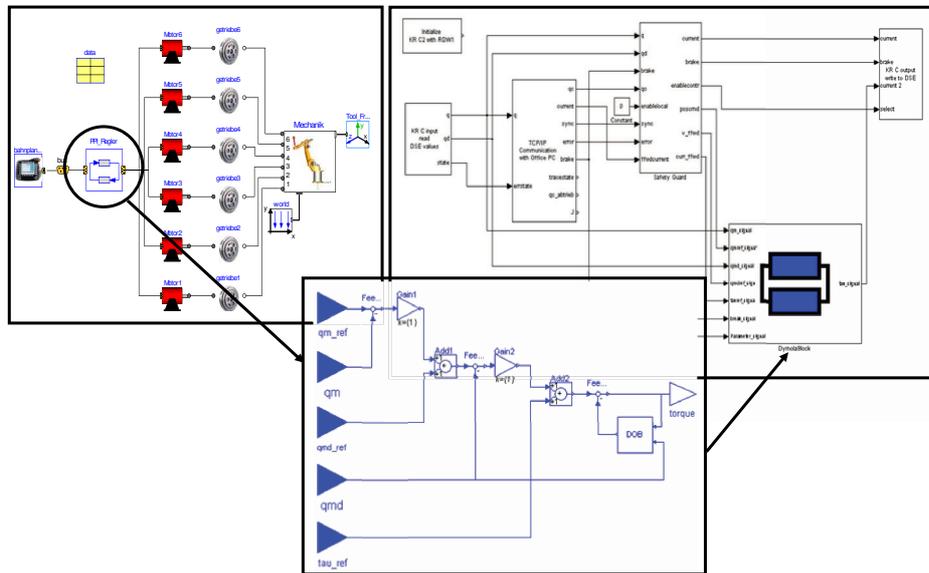


Abbildung B.1: Integration eines Dymolamodells in Simulink

Die beschriebene Echtzeitumgebung vereint die bekannte benutzerfreundliche Bedienoberfläche der KUKA-Steuerung mit den modernen Softwarewerkzeugen zum Reglerentwurf. Die Struktur der Echtzeitumgebung ist in Abb. B.2 dargestellt.

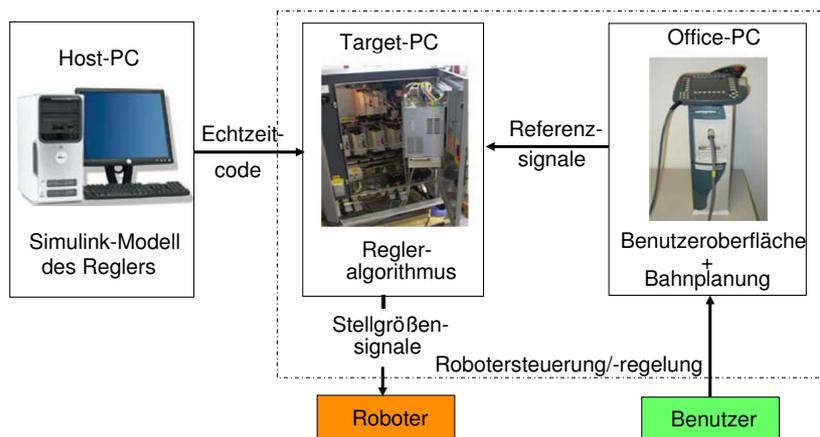


Abbildung B.2: Struktur der Echtzeitumgebung

Weiterhin ist es möglich, zusätzliche Sensoren, beispielsweise zur Messung von Drehraten, in die Echtzeitumgebung zu integrieren. Standardmäßig sind Industrieroboter wie beschrieben nur mit Sensoren zur Messung der Motorposition ausgestattet. xPC Target unterstützt I/O-Geräte führender Hardwarehersteller. So können analoge

Sensorsignale mit Hilfe eines PCI I/O-Geräts eingelesen werden und in digitale Signale umgewandelt werden. Durch Hinzufügen von zugehörigen I/O-Schnittstellenblöcken aus der xPC Target Simulink-Bibliothek können die gemessenen Signale beispielsweise zur Regelung eingesetzt werden. xPC Target bietet zudem die Möglichkeit, zeitliche Signalverläufe online oder offline nach Beendigung einer Echtzeitanwendung darzustellen. Dies erweist sich insbesondere beim Testen und Implementieren neuer Regelungsstrukturen als sehr hilfreich. Für die im folgenden Abschnitt beschriebene Hardware-in-the-Loop Optimierung ist es notwendig, dass Modellparameter während einer Echtzeitanwendung geändert werden können. xPC-Target erfüllt diese Anforderung ebenfalls.

B.2 Hardware-in-the-Loop Optimierung

Ein vollständiger Reglerentwurf, basierend auf Simulationen mit nichtlinearen Modellen vom Roboter, führt aufgrund von Modellabweichungen hinsichtlich Modellstruktur und Modellparametern nicht zu optimalen Ergebnissen bezüglich der Reglerperformance. Daher wird im Rahmen einer sogenannten Hardware-in-the-Loop Optimierung ein Feintuning der Reglerparameter durchgeführt [5]. Zur Optimierung wird hierbei das DLR-Tool MOPS eingesetzt [23]. Der Ablauf einer solchen Hardware-in-the-Loop Optimierung ist in Abbildung B.3 dargestellt:

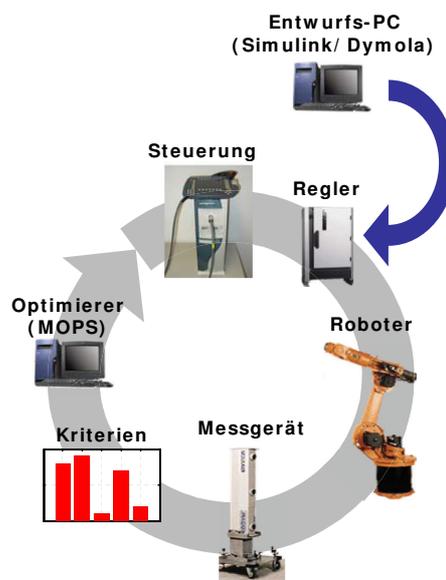


Abbildung B.3: Ablauf der Optimierung

Auf dem Entwurfs-PC (Host-PC) läuft ein Simulink-Modell des zu optimierenden Reglers. Mit Hilfe des Real-Time Workshop von der Firma The MathWorks wird

automatisch echtzeitfähiger Code des Reglermodells erstellt. Dieser Code wird anschließend auf den Target-PC im Steuerschrank des Roboters geladen. Der Roboter fährt nun vorgegebene Referenzbahnen ab, wobei die Position und Orientierung des Tools mit Hilfe der Infrarot-Kamera gemessen wird. Die Messdaten werden eingelesen und ausgewertet. Basierend auf dem Vergleich zwischen gemessenen Bahnen und Referenzbahnen, werden definierte Kriterien berechnet, die die Reglerperformance wiedergeben. Mit Hilfe von in MOPS verfügbaren Optimierungsmethoden werden, basierend auf den berechneten Kriterien, neue Reglerparameter berechnet und das Experiment wiederholt. Auf diese Weise werden durch den Optimierer gesteuert iterativ die optimalen Reglerparameter ermittelt. Im Allgemeinen werden zur Optimierung gradientenfreie Verfahren, wie beispielsweise Pattern-Search, eingesetzt, da diese Verfahren unempfindlicher gegenüber aufgrund des Messrauschens verrauschter Kriterien sind.

Anhang C

Beschreibungsfunktion

Als nichtlineares Übertragungsglied kann ein sogenanntes Kennlinienglied auftreten, das durch eine Gleichung

$$u = F(A \sin(\omega t), \omega A \cos(\omega t)) \quad (\text{C.1})$$

beschrieben wird. Hierbei ist $F(A \sin(\omega t), \omega A \cos(\omega t))$ eine nichtlineare Funktion, die häufig auch abschnittsweise definiert ist. Die Beschreibungsfunktion eines Kennlinienglieds wird beschrieben durch eine Integraltransformation. Einer reellen Kennlinienfunktion wird also durch ein Integral eine im Allgemeinen komplexe Funktion $N(A)$ zugeordnet [15]:

$$N(A) = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} F(A \sin(v), \omega A \cos(v)) \sin(v) dv + j \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} F(A \sin(v), \omega A \cos(v)) \cos(v) dv \quad (\text{C.2})$$

mit $v = \omega t$. Die Transformationsvorschrift vereinfacht sich, wenn man Symmetrie zum Ursprung voraussetzt sowie nur eindeutige Kennlinien zulässt. Die Beschreibungsfunktion wird in diesem Fall reell und die Transformationsvorschrift ergibt sich in diesem Fall nach [15] zu:

$$N(A) = \frac{4}{\pi A} \int_0^{\pi/2} F(A \sin(v)) \sin(v) dv \quad (\text{C.3})$$

Um zum Beispiel komplexeren Reibkennlinien eine Beschreibungsfunktion zuzuordnen zu können, ist es oft hilfreich, die Kennlinie abschnittsweise (zum Beispiel durch Geradenstücke) zu definieren. Ist die Kennlinie in k Intervallen (a_i, a_{i+1}) , $i = 1 \dots k$, $a_1 = 0$, $a_{k+1} = +\infty$ durch Funktionen $F_i(A \sin(v))$ wie folgt gegeben:

$$u = \begin{cases} F_1(A \sin(v)) & a_1 < A \sin(v) < a_2 \\ F_2(A \sin(v)) & a_2 < A \sin(v) < a_3 \\ \dots & \dots \\ F_k(A \sin(v)) & a_k < A \sin(v) < a_{k+1} \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

so ist die Beschreibungsfunktion auch abschnittsweise definiert und wird wie folgt berechnet:

$$N(A) = \begin{cases} \int_{v_1}^{\pi/2} F_1(A \sin(v)) \sin(v) dv & a_1 < A < a_2 \\ \int_{v_1}^{v_2} F_1(A \sin(v)) \sin(v) dv + \int_{v_2}^{\pi/2} F_2(A \sin(v)) \sin(v) dv & a_2 < A < a_3 \\ \dots & \dots \\ \int_{v_1}^{v_2} F_1(A \sin(v)) \sin(v) dv + \dots + \int_{v_k}^{\pi/2} F_k(A \sin(v)) \sin(v) dv & a_k < A \end{cases} \quad (\text{C.5})$$

mit $v_i = \arcsin(a_i/A)$.

Anhang D

μ -Analyse

D.1 Unsicherheitsmodellierung

Klassische Entwurfsverfahren basieren auf der Beschreibung der nominellen Strecke. Aussagen, beispielsweise bezüglich Stabilität, beziehen sich daher auf das nominelle Modell. Das reale Modell kann sich jedoch aufgrund von Parameterunsicherheiten oder durchgeführten Modellvereinfachungen vom nominellen Modell unterscheiden. Daher versucht man, diese Abweichungen durch Unsicherheitsmodelle wiederzugeben. Grundsätzlich wird bei der Unsicherheitsmodellierung zwischen strukturierten und unstrukturierten Modellunsicherheiten unterschieden. Bei der unstrukturierten Unsicherheitsmodellierung werden durch sogenannte additive oder multiplikative Modellfehler Modellabweichungen nur qualitativ erfasst. Bei der strukturierten Unsicherheitsmodellierung wird hingegen versucht, die Abhängigkeit des Systemverhaltens von einzelnen Parameterunsicherheiten möglichst exakt zu erfassen.

Bei mehreren parametrischen Unsicherheiten δ_i werden die Unsicherheiten in einer blockdiagonalen Matrix $\underline{\Delta}$ angeordnet:

$$\underline{\Delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 \underline{I}_{n_1} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \delta_2 \underline{I}_{n_2} & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \delta_3 \underline{I}_{n_3} & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \ddots \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

Die Abhängigkeit des Systemverhaltens von den Modellunsicherheiten lässt sich als Regelkreis entsprechend Abbildung D.1 aus nominellem Modell und den unbekanntem Modellfehlern darstellen. Hierzu wird das nominelle Modell um zusätzliche Ausgänge \underline{z} zum Fehlermodell hin und zusätzliche Eingänge \underline{w} vom Fehlermodell her erweitert. Da die zum Fehlermodell gehörenden externen Ein- und Ausgänge im Ein- bzw. Ausgangsvektor des Systems oben angeordnet werden, wird der mit dem Fehlermodell geschlossene Regelkreis als obere LFT (linear fractional transformation) bezeichnet.

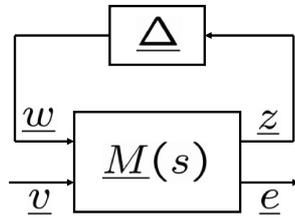


Abbildung D.1: Nominelle Strecke mit Modellunsicherheiten

Die obere LFT stellt die Grundlage für die robuste Stabilitätsanalyse dar. Hierbei wird angenommen, dass die Rückführung bereits ausgelegt wurde und Bestandteil der Strecke ist.

Die Übertragungsmatrix, die das Übertragungsverhalten des Systems zwischen den Eingängen $\underline{u}^T = [\underline{w} \quad \underline{v}]$ und Ausgängen $\underline{y}^T = [\underline{z} \quad \underline{e}]$ beschreibt, ergibt sich in diesem Fall zu:

$$\underline{M}(s) = \begin{bmatrix} \underline{M}_{11}(s) & \underline{M}_{12}(s) \\ \underline{M}_{21}(s) & \underline{G}_n(s) \end{bmatrix} \quad (\text{D.2})$$

Die Übertragungsmatrix $\underline{G}_{e v}(s)$ zwischen den nicht zum Fehlermodell gehörenden Eingängen \underline{v} und Ausgängen \underline{e} ergibt sich zu:

$$\underline{G}_{e v}(s) = \underline{G}_n + \underline{M}_{21} \underline{\Delta} (\underline{I} - \underline{M}_{11} \underline{\Delta})^{-1} \underline{M}_{12} \quad (\text{D.3})$$

D.2 Normierung

Für eine nachfolgende μ -Analyse ist es im Allgemeinen besser, zunächst eine Normierung der Parameterbereiche vorzunehmen, so dass die Parametervariationen jeweils zwischen -1 und $+1$ liegen [33]. Sind beispielsweise für 2 Parameter δ_1 und δ_2 die Parameterbereiche wie folgt vorgegeben,

$$\delta_1 \in [\delta_{1min} \quad \delta_{1max}] \quad (\text{D.4})$$

$$\delta_2 \in [\delta_{2min} \quad \delta_{2max}] \quad (\text{D.5})$$

so lassen sich die Parametervariationen in Abhängigkeit von δ'_1 und δ'_2 wie folgt darstellen:

$$\delta_1 = \frac{\delta_{1max} + \delta_{1min}}{2} + \frac{\delta_{1max} - \delta_{1min}}{2} \delta'_1 \quad (\text{D.6})$$

$$\delta_2 = \frac{\delta_{2max} + \delta_{2min}}{2} + \frac{\delta_{2max} - \delta_{2min}}{2} \delta'_2 \quad (\text{D.7})$$

Für die Parameterbereiche der Parameter δ'_1 und δ'_2 gilt in diesem Fall:

$$\delta'_1 \in [-1 \quad +1] \quad (\text{D.8})$$

$$\delta'_2 \in [-1 \quad +1] \quad (\text{D.9})$$

Im Allgemeinen wird die Matrix $\underline{\Delta}$ bei der Normierung ersetzt durch $\underline{P}\underline{\Delta}'\underline{Q} + \underline{R}$. Die Matrizen \underline{P} , \underline{Q} und \underline{R} werden hierbei wie folgt berechnet:

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{n1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I}_{n2} \end{bmatrix} \quad \underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{n1} \frac{\delta_{1max} - \delta_{1min}}{2} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I}_{n2} \frac{\delta_{2max} - \delta_{2min}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{D.10})$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{n1} \frac{\delta_{1max} + \delta_{1min}}{2} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{I}_{n2} \frac{\delta_{2max} + \delta_{2min}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{D.11})$$

Die Elemente der Übertragungsmatrix \underline{M} entsprechend Gleichung D.2 ergeben sich nach [33] bei Verwendung der normierten Matrix $\underline{\Delta}'$ zu:

$$\underline{M}'_{11} = \underline{Q}(\underline{I} - \underline{M}_{11}\underline{R})^{-1}\underline{M}_{11}\underline{P} \quad (\text{D.12})$$

$$\underline{M}'_{12} = \underline{Q}(\underline{I} - \underline{M}_{11}\underline{R})^{-1}\underline{M}_{12} \quad (\text{D.13})$$

$$\underline{M}'_{21} = \underline{M}_{21}\underline{P} + \underline{M}_{21}\underline{R}(\underline{I} - \underline{M}_{11}\underline{R})^{-1}\underline{M}_{11}\underline{P} \quad (\text{D.14})$$

$$\underline{M}'_{22} = \underline{M}_{22} + \underline{M}_{21}\underline{R}(\underline{I} - \underline{M}_{11}\underline{R})^{-1}\underline{M}_{12} \quad (\text{D.15})$$

D.3 Der strukturierte Singulärwert μ

$\mu_{\underline{\Delta}}(\underline{M}_{11})$ ist der Kehrwert des kleinsten strukturierten Fehlers $\underline{\Delta}$ aus der Fehlerklasse $\underline{\Delta}$, der die Übertragungsmatrix \underline{M}_{11} destabilisiert [19]:

$$\mu_{\underline{\Delta}}(\underline{M}_{11}) = \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\underline{\Delta}) : \underline{\Delta} \in \underline{\Delta}, \det(\underline{I} - \underline{M}_{11}\underline{\Delta}) = 0\}} \quad (\text{D.16})$$

Wird \underline{M}_{11} durch keinen Fehler aus $\underline{\Delta}$ destabilisiert ($\det(\underline{I} - \underline{M}_{11}\underline{\Delta}) \neq 0 \quad \forall \underline{\Delta} \in \underline{\Delta}$), so ist $\mu_{\underline{\Delta}}(\underline{M}_{11}) = 0$.

Die Berechnung des strukturierten Singulärwertes kann im Allgemeinen nicht direkt erfolgen. Für zwei spezielle Fehlerklassen kann $\mu_{\underline{\Delta}}$ direkt berechnet werden [19]:

- Für $\underline{\Delta} = \delta \underline{I}$, das heißt denselben komplexen Fehler auf der gesamten Diagonalen ist $\mu_{\underline{\Delta}}$ gleich dem Spektralradius der Matrix: $\mu_{\underline{\Delta}}(\underline{M}_{11}) = \rho(\underline{M}_{11})$
- Für $\underline{\Delta} = \underline{\Delta}$, das heißt einen vollbesetzten komplexen Block, ist der strukturierte Singulärwert $\mu_{\underline{\Delta}}$ gleich dem maximalen Singulärwert: $\mu_{\underline{\Delta}}(\underline{M}_{11}) = \bar{\sigma}(\underline{M}_{11})$

Da jede Fehlerklasse zwischen diesen beiden Extremfällen liegen muss, gilt für den strukturierten Singulärwert:

$$\rho(\underline{M}_{11}) \leq \mu_{\underline{\Delta}}(\underline{M}_{11}) \leq \bar{\sigma}(\underline{M}_{11}) \quad (\text{D.17})$$

Diese beiden Grenzen können sehr weit auseinander liegen. Es ist jedoch möglich, durch Anwendung von Transformationen das Intervall zwischen oberer und unterer Grenze einzuengen und somit eine gute Approximation des strukturierten Singulärwertes zu berechnen [47]. Entsprechende Berechnungsroutinen sind in der Robust Control Toolbox der Firma MATLAB vorhanden.

D.4 Robuste Stabilität

Die Eigenschaft Robuste Stabilität, das heißt die Stabilität eines dynamischen Systems unter Einfluß von strukturierten Modellfehlern kann mit Hilfe des strukturierten Singulärwerts nachgewiesen werden. Dazu wird die Übertragungsmatrix $\underline{M}_{11}(s)$ aus Sicht des strukturierten Fehlers $\underline{\Delta} \in \underline{\Delta}$ gebildet. Der offene Kreis hat die Übertragungsmatrix $\underline{Q}(s) = -\underline{M}_{11}(s)\underline{\Delta}$. Für robuste Stabilität muss folgende Bedingung erfüllt sein [19]:

$$\mu_{\underline{\Delta}}(\underline{M}_{11}(j\omega)) \leq 1 \quad \forall \omega, \underline{\Delta} \in \underline{\Delta}, \bar{\sigma}(\underline{\Delta}) \leq 1 \quad (\text{D.18})$$

Anhang E

Bezeichnungen

Typografische Kennzeichnungen

Vektoren	unterstrichene Kleinbuchstaben,	z.B. \underline{x}
Element eines Vektors	versehen mit i ,	z.B. x_i
Matrizen	unterstrichene Großbuchstaben,	z.B. \underline{A}
Element einer Matrix	versehen mit ij ,	z.B. a_{ij}
geschätzte Größen	versehen mit $\hat{}$,	z.B. \hat{x}
Transponierte einer Matrix oder eines Vektors	versehen mit T ,	z.B. \underline{A}^T
Zeitableitung	versehen mit $\dot{}$,	z.B. \dot{x}
Zeitableitung der Ordnung m	versehen mit $^{(m)}$,	z.B. \dot{x}
Größen des Teilsystems, -beobachters oder -reglers	versehen mit i ,	z.B. \underline{x}_i
Referenz- bzw. Sollgrößen	versehen mit ref ,	z.B. \underline{x}_{ref}

Abkürzungen

DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
GRNN	General Regression Neural Network
HiL	Hardware-in-the-Loop
Im	Imaginärteil
KUKA	Keller und Knappich Augsburg
MOPS	Multi-Objective Parameter Synthesis
PTP	Punkt-zu-Punkt (Point-to-Point)
RBF	Radial Basis Function
Re	Realteil
SISO	Single-Input/Single-Output
SPR	Streng Positiv Reell (Strictly Positive Real)

Lateinische Symbole

a	Loseweite
A	Amplitude
\mathcal{A}	Aktivierungsfunktion
\underline{A}	Dynamikmatrix
\underline{A}_{ii}	Dynamikmatrix des Teilsystems i
\underline{b}	Eingangsvektor
\mathcal{B}	Basisfunktion
\underline{B}	Eingangsmatrix
\underline{B}_K	Koppeleingangsmatrix
c	Gelenksteifigkeit
\underline{c}	Ausgangsvektor
$\underline{c}(\underline{q}_a, \dot{\underline{q}}_a)$	Vektor der Coriolis- und Zentrifugalmomente
\underline{C}	Ausgangsmatrix
\underline{C}_K	Koppelausgangsmatrix
d	Gelenkdämpfung, Durchgriff
\underline{e}	Fehlervektor
e	Fehler
\underline{D}	Dämpfungsmatrix
F	dissipative Energie
g	Gravitationskonstante
$\underline{g}(\underline{q}_a)$	Vektor der Gewichtskraftmomente
$G(s)$	Übertragungsfunktion
$H(s)$	Fehlerübertragungsfunktion
I	Motorstrom
\underline{I}	Einheitsmatrix
J	Gütefunktional
\underline{J}	Jakobi-Matrix
J_a	Armträgheit
J_m	Motortragheit
\underline{J}_m	Trägheitsmatrix der Motoren
k_T	k_T -Faktor des Motors
\underline{K}	Steifigkeitsmatrix
K_p	Reglerverstärkung
K_{PI}	Reglerverstärkung
K_D	Reglerverstärkung
l	Länge
\underline{l}	Beobachterrückführvektor
\underline{L}	Beobachterrückführmatrix
m	Masse
$\underline{M}(s)$	Übertragungsmatrix

$\underline{M}(q_a)$	Trägheitsmatrix der Glieder
\underline{M}	Dynamikmatrix des Abschlussmodells
n	Getriebeübersetzung
N	Anzahl der Gelenke
\underline{N}	Eingangsmatrix des Abschlussmodells
$N(A)$	Beschreibungsfunktion
\mathcal{NL}	isolierte Nichtlinearität
\underline{Q}	Gewichtungsmatrix
$\underline{Q}_B, \underline{Q}_{obs}$	Beobachtbarkeitsmatrix
\underline{Q}_S	Steuerbarkeitsmatrix
s	Laplace Variable
t	Zeit
T	Zeitkonstante, kinetische Energie
T_n	Nachstellzeit
T_{SR}	Zeitkonstante des Stromreglers
\underline{T}	Transformationsmatrix
u	Eingangsgröße
\underline{u}	Vektor der Eingangsgrößen
\underline{u}_K	Vektor der Koppeleingangsgrößen
U	potentielle Energie
\underline{U}	Ausgangsmatrix des Abschlussmodells
\underline{v}	Geschwindigkeitsvektor
\underline{x}	Vektor der Zustandsgrößen
y	Ausgangsgröße, Messgröße
\underline{y}	Vektor der Ausgangsgrößen, Messgrößen
\underline{y}_K	Vektor der Koppelausgangsgrößen, Messgrößen
z	Störgröße
\underline{Z}	Durchgriffsmatrix des Abschlussmodells

Griechische Symbole

α	Einstellparameter
δ	skalärer Parameterfehler, Dämpfungsgrad
δ_S	Stribeck-Exponent
$\underline{\Delta}$	Fehlermatrix
$\underline{\Delta}$	Fehlerklasse
ϵ	erweiterter Fehler
Φ	Parameterfehler
φ	charakteristische Nichtlinearität
η	Lernschrittweite
λ	Eigenwert

μ	strukturierter Singulärwert
ν	Viskositätskoeffizient
π	Kreiszahl
$\underline{\Theta}$	Gewichtsvektor
$\check{\underline{\Theta}}$	virtueller Gewichtsvektor
ρ	Spektralradius
σ	Glättungsfaktor, Singulärwert
$\bar{\sigma}$	maximaler Singulärwert
τ	Drehmoment
τ_c	Reglermoment
τ_C	Coulomb-Reibmoment
τ_g	Getriebemoment
τ_H	Haltemoment
τ_m	Motormoment
τ_r	Reibmoment
τ_S	Stribeck-Reibmoment
ω_0	Kennkreisfrequenz
$\underline{\omega}$	Drehgeschwindigkeitsvektor
ξ	Zentrum einer Aktivierungsfunktion
ζ	verzögerte Aktivierung

Literaturverzeichnis

- [1] Ackermann, J.; Blue, P.; Bünte, T.; Güvenc, L.; Kaesbauer, D.; Kordt, M.; Muhler, M.; Odenthal, D.: *Robust Control*, Springer-Verlag, 2002.
- [2] Albu-Schäffer, A.: *Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme*, TU München, Dissertation, 2002.
- [3] Armstrong-Hélouvry, B.; Dupont, P.; de Wit, C.C.: *A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction*, In: *Automatica* 30, Nr. 7, S. 1083-1138, 1994.
- [4] Armstrong-Hélouvry, B. C.C.: *Control of Machines with Friction*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [5] Auer, E.; Bals, J.; Joos, H.-D.: *Automatische Reglereinstellung bei Robotern in einem ISO-Inbetriebnahmeprozess mit mehrzieliger Optimierung*, In: 2. VDI/VDE-GMA-Aussprachetag Rechnergestützter Entwurf von Regelungssystemen, 1997.
- [6] Birk, J.: *Rechnergestützte Analyse und Synthese nichtlinearer Beobachtungsaufgaben*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1992.
- [7] Brandenburg, G.: *Einfluss und Kompensation von Lose und Coulombscher Reibung bei einem drehzahl- und lagegeregelten, elastischen Zweimassensystem*, In: *at - Automatisierungstechnik* 37, H. 1 und H. 3, S. 23-31 und S. 111-119, 1989.
- [8] De Luca, A.; Isidori A.; Nicolò, F.: *Control of robot arm with elastic joints via nonlinear dynamic feedback*, In: *Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control*, S. 1671-1679, 1985.
- [9] de Wit, C.C.; Siciliano, B.; Bastin, G.: *Theory of Robot Control*, Springer-Verlag, 1996.
- [10] de Wit, C.C.; Olsson, H.; Åström, K.J.; Lischinsky, P.: *A new model for control of systems with friction*, In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 40, Nr. 3, S. 419-425, 1995.

-
- [11] de Wit, C.C.; Noël, P.; Aubin, A.; Brogliato B.: *Adaptive Friction Compensation in Robot Manipulators: Low Velocities*, In: The International Journal of Robotics Research 10, Nr. 3, S. 189-199, 1991.
- [12] de Wit, C.C.: *Robust Control for Servo-mechanisms Under Inexact Friction Compensation*, In: Automatica 29, Nr. 3, S. 757-761, 1993.
- [13] de Wit, C.C.; Seront, V.: *Robust Adaptive Friction Compensation*, In: Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation, S. 1383-1389, 1990.
- [14] Föllinger, O.: *Regelungstechnik*, Hüthig Buch Verlag, 1994.
- [15] Föllinger, O.: *Nichtlineare Regelungen II*, R. Oldenbourg Verlag, 1993.
- [16] Frenz, T.: *Stabile neuronale Online-Identifikation und Kompensation statischer Nichtlinearitäten am Beispiel von Werkzeugmaschinenanschubantrieben*, TU München, Dissertation, 1998.
- [17] Friedland, B.; Park, Y.-J.: *On Adaptive Friction Compensation*, In: IEEE Transactions on Automatic Control 37, Nr. 10, S. 1609-1612, 1992.
- [18] Gelb, A.: *Applied optimal estimation*, MIT-Press, 1974.
- [19] Hanel, M.; Kämpf, B.: *Robuste Regelung*, Vorlesungsumdruck Universität Stuttgart, 1998.
- [20] Hecker, S.: *Generation of low order LFT-Representations for Robust Control Applications*, TU München, Dissertation, 2006.
- [21] Hintz, C.: *Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mit strukturierten rekurrenten Netzen*, TU München, Dissertation, 2003.
- [22] Isermann, R.: *Identifikation dynamischer Systeme Band 1*, Springer-Verlag, 1988.
- [23] Joos, H.-D.: *MOPS - Multi-Objective Parameter Synthesis, User's Guide V5.0*, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Robotik und Mechatronik, 2005.
- [24] Kaesbauer, D.; Kurze, M.: *Grenzyklenerkennung mit Hilfe der Beschreibungsfunktion*, Interner Bericht, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Robotik und Mechatronik, 2007.
- [25] Keller, H.: *Entwurf nichtlinearer Beobachter, zeitvarianter Beobachter durch Polvorgabe mit Hilfe einer Zwei-Schritt-Transformation*, In: at - Automatisierungstechnik 34, Heft 7, S. 271-274 und Heft 8, S. 326-331, 1986.

- [26] Kreisselmeier, G.: *Struktur mit zwei Freiheitsgraden*, In: at - Automatisierungstechnik 47, Nr.6, S. 266-269, 1999.
- [27] KUKA Roboter GmbH: *Technische Daten KR 16*, 2005.
- [28] Kuntze H.-B.; Jacubasch A.: *Algorithmen zur versteifenden Regelung von elastischen Industrierobotern*, In: Robotersysteme 1, S. 99-109, Springer-Verlag, 1985.
- [29] Kurze, M.; Weiß, M.; Otter, M.: *Methods and Tools to design and test robot control systems*, In: Proceedings of the Joint Conference on Robotics: ISR 2006 and Robotik 2006, 2006.
- [30] Lenz, U.: *Lernfähige neuronale Beobachter für eine Klasse nichtlinearer dynamischer Systeme und ihre Anwendung zur intelligenten Regelung von Verbrennungsmotoren*, TU München, Dissertation, 1998.
- [31] Litz, L.: *Dezentrale Regelung*, R. Oldenbourg Verlag, 1983.
- [32] Lunze, J.: *Regelungstechnik 2*, Springer-Verlag, 2004.
- [33] Magni, J.-F.: *User Manual of the Linear Fractional Representation Toolbox, Version 2.0*, Onera, Systems Control and Flight Dynamics Department, 2005.
- [34] Müller, P.C.: *Schätzung und Kompensation von Nichtlinearitäten mit Störgrößenbeobachtern*, In: Engell, S. (Hrsg.): Entwurf nichtlinearer Regelungen, Oldenbourg, S. 142-161, 1995.
- [35] Narendra, K.S.; Annaswamy A.M.: *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall, 1989.
- [36] Nelles, O.; Ernst, S.; Isermann, R.: *Neuronale Netze zur Identifikation nichtlinearer dynamischer Systeme: Ein Überblick*, In: at - Automatisierungstechnik 45, S. 251-262, 1997.
- [37] Neumann, R.: *Beobachtergestützte dezentrale entkoppelnde Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken*, Universität-Gesamthochschule Paderborn, Dissertation, 1995.
- [38] Nicosia, S.; Tomei, P.; Tornambè, A.: *A Nonlinear Observer for Elastic Robots*, In: IEEE Journal of Robotics and Automation 4, Nr. 1, S. 45-52, 1988.
- [39] Nicosia, S.; Tornambè, A.: *High-gain observers in the state and parameter estimation of robots having elastic joints*, In: Systems & Control Letters 13, S. 331-337, 1989.
- [40] Niemann, G.; Winter, H.: *Maschinenelemente Bd.1: Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen*, Springer-Verlag, 1988.

-
- [41] Oh, Y.; Chung, W.K.: *Disturbance-Observer-Based Motion Control of Redundant Manipulators Using Inertially Decoupled Dynamics*, In: IEEE/ASME Transactions on Mechatronics 4, Nr. 2, S.133-146, 1999.
- [42] Olsson, H.: *Control Systems with Friction*, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Dissertation, 1996.
- [43] Olsson, H.; Åström, K.J.; de Wit, C.C.; Gäfvert, M.; Lischinsky, P.: *Friction Models and Friction Compensation*, In: European Journal of Control 4, Nr. 3, S. 176-195, 1998.
- [44] Olsson, H.; Åström, K.J.: *Friction Generated Limit Cycles*, In: IEEE Transactions on Control Systems Technology 9, Nr. 4, S. 629-636, 2001.
- [45] Otter, M.; Elmqvist, H.; Mattson, S.E.: *The New Modelica MultiBody Library* In: Proceedings of the 3rd International Modelica Conference, S. 311-330, 2003.
- [46] Otter, M.; Elmqvist, H.; Mattson, S.E.: *Hybrid Modeling in Modelica based on the Synchronous data Flow Principle* In: Proceedings of the 1999 IEEE Symposium on Computer-Aided Control System Design, S. 151-157, 1999.
- [47] Packard, A.; Doyle, J.: *The complex structured singular value*, In: Automatica 29, Nr. 1, S. 71-109, 1993.
- [48] Papageorgiou, M.: *Optimierung*, R. Oldenbourg Verlag, 1991.
- [49] Putra, D.: *Control of Limit Cycling in Frictional Mechanical Systems*, Technische Universität Eindhoven, Dissertation, 2004.
- [50] Rake, H.: *Mess- und Regelungstechnik*, Vorlesungsumdruck RWTH Aachen, Aachen 2000.
- [51] Rothfuß, R.; Zeitz, M.: *Einführung in die Analyse nichtlinearer Systeme*, In: Engell, S. (Hrsg.): Entwurf nichtlinearer Regelungen, Oldenbourg, S. 53-76, 1995.
- [52] Schäfer, U.: *Entwicklung von nichtlinearen Drehzahl- und Lageregelungen zur Kompensation von Coulomb-Reibung und Lose bei einem elektrisch angetriebenen, elastischen Zweimassensystem*, TU München, Dissertation, 1993.
- [53] Schäffner, C.: *Analyse und Synthese neuronaler Regelungsverfahren*, TU München, Dissertation, 1996.
- [54] Schäffner, C.; Schröder, D.: *Verfahren zur Beobachtung nicht meßbarer Größen nichtlinearer dynamischer Systeme*, Patentschrift DE 195 31 692 C 2, Deutsches Patent- und Markenamt, 2000. Anmeldung: 29.08.1995, Patenterteilung: 13.01.2000.

-
- [55] Schaffner, J.; Zeitz, M.: *Entwurf nichtlinearer Beobachter*, In: Engell, S. (Hrsg.): Entwurf nichtlinearer Regelungen, Oldenbourg, S. 53-76, 1995.
- [56] Schaffner, J.: *Zum Beobachterentwurf für nichtlineare Systeme mit mehreren Messgrößen*, Universität Stuttgart, Dissertation, 1996.
- [57] Schaffner, J.: *Dezentraler Entwurf nichtlinearer Beobachter*, In: at - Automatisierungstechnik 46, S. 32-39, 1998.
- [58] Schröder, D.: *Intelligente Verfahren für Mechatronische Systeme*, Vorlesungsumdruck TU München, 2003.
- [59] Schröder, D. (Ed.): *Intelligent Observer and Control Design for Nonlinear Systems*, Springer-Verlag, 2000.
- [60] Schröder, D.: *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*, Springer-Verlag, 2001.
- [61] Schütte, H.: *Symbolische Modellierung und beobachtergestützte nichtlineare Regelung eines modularen elastischen Robotersystems*, Universität-Gesamthochschule Paderborn, Dissertation, 1998.
- [62] Schupp, G.: *Numerische Verzweigungsanalyse mit Anwendungen auf Rad-Schiene-Systeme*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2004.
- [63] Spong, M.W.; Vidyasagar, M.: *Robot Dynamics and Control*, John Wiley and Sons, Inc., 1989.
- [64] Spong, M.W.: *Modeling and Control of Elastic Joint Robots*, In: ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control 109, S. 310-319, 1987.
- [65] Straub, S.O.: *Entwurf und Validierung neuronaler Beobachter zur Regelung nichtlinearer dynamischer Systeme im Umfeld antriebstechnischer Problemstellungen*, TU München, Dissertation, 1998.
- [66] Strobl, D.: *Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mittels neuronaler Beobachter*, TU München, Dissertation, 1999.
- [67] Thau, F.E.: *Observing the state of nonlinear dynamic systems*, In: International Journal of Control 17, S. 471-479, 1973.
- [68] Thümmel, M.: *Modellbasierte Regelung mit nichtlinearen inversen Systemen und Beobachtern zur Optimierung der Dynamik von Robotern mit elastischen Gelenken*, TU München, Dissertation, 2006.
- [69] Thümmel, M.; Looye, G.; Kurze, M.; Otter, M.; Bals, J.: *Nonlinear Inverse Models for Control*, In: Proceedings of the 4th International Modelica Conference, S. 267-279, 2005.

-
- [70] Tomei, P.: *An Observer for Flexible Joint Robots*, In: IEEE Transactions on Automatic Control 35, Nr. 6, S. 739-743, 1990.
- [71] Tomei, P.: *A simple PD controller for robots with elastic joints*, In: IEEE Transactions on Automatic Control 36, Nr. 10, S. 1208-1213, 1991.
- [72] Umeno, T.; Kaneko, T.; Hori, Y.: *Robust Servosystem Design with Two Degrees of Freedom and its Application to Novel Motion Control of Robot Manipulators*, In: IEEE Transactions on Industrial Electronics 40, Nr. 5, S. 473-484, 1991.
- [73] Umeno, T.; Hori, Y.: *Robust speed control of DC servomotors using modern two degrees-of-freedom controller design*, In: IEEE Transactions on Industrial Electronics 38, Nr. 5, S. 363-368, 1991.
- [74] Welch, G.; Bishop, G.: *An Introduction to the Kalman-Filter*, Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, 2006.
- [75] Wijdeven van de, J.M.; Singh, T.: *Adaptive Pulse Amplitude Pulse Width Control of Systems subject to Coulomb and Viscous Friction*, In: Proceedings of the American Control Conference, S. 1068-1073, 2003.
- [76] Yang, S.; Tomizuka, M.: *Adaptive Pulse Width Control for precise positioning under the influence of stiction and Coulomb Friction*, In: ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control 110, S. 221-227, 1988.