

Lehrstuhl für Leichtbau
Technische Universität München

Aeroelastische Optimierung von Tragflügelstrukturen mit semi-analytischen Finite-Element-Modellen

Ismoyo Haryanto

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen
der Technische Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans-Peter Kau
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst Baier
2. em. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Boris Laschka

Die Dissertation wurde am 19.10.2004 bei der Technischen Universität München eingereicht
und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 08.08.2005 angenommen.

Kurzfassung

Zur aeroelastischen Optimierung von Tragflügelstrukturen wurden als Ziele hohe Flattergeschwindigkeit und Eigenfrequenzen, sowie möglich niedriges Gewicht formuliert. Restriktionen hinsichtlich Festigkeit und Ablenkungen sind einzuhalten, wobei kontinuierliche (Geometrie) und diskrete (Anzahl von Versteifungen) Entwurfsparameter benutzt werden. Das Strukturverhalten wird über ein Äquivalenz-Platten-Modell abgebildet, die instationären Luftkräfte werden mit der Traglinietheorie ermittelt. Als Optimierungsalgorithmen werden modifizierte Genetische Algorithmen mit speziellen Methoden zur Behandlung der Restriktionen implementiert. Die Methoden werden an verschiedenen Beispielen demonstriert und die Ergebnisse mit solchen aus der Literatur oder anderen Verfahren verifiziert.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Stipendiat von DAAD am Lehrstuhl für Leichtbau der Technischen Universität München.

Mein besonders herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Horst Baier für die Begleitung und Betreuung der Arbeit. Die Anregungen in den zahlreichen Fachgesprächen und die kritische Durchsicht der Dissertation waren eine wesentliche Stütze für das Gelingen dieser wissenschaftlichen Arbeit. Sprachliche Schwächen, die ich nicht ganz vermeiden konnte, liegen allerdings ganz auf meine Seite.

Zu großem Dank verpflichtet bin ich auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Borris Laschka für die fachliche Unterstützung und die Übernahme des zweiten Gutachtens, aber auch für die kritischen Diskussionsbeiträge und Fachgespräche.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Peter Kau für die Übernahme der Prüfungskommission.

Dankenswerterweise erhielt ich durch Herrn Prof. Eli Livne, Ph.D (University of Washington, Seattle) und Herr. Prof. Rakesh K. Kapania, PhD (Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg) für die interessante Anregungen, besonders über EPM. Für das Korrekturlesen bedanke ich mich bei den Kollegen am Lehrstuhl für Leichtbau insbesondere Herr Dipl.-Ing. Ulrich Berger, Herr Dipl.-Ing. Michael Lang, Herr Dipl.-Ing. Uwe Müller, Herr Dipl.-Ing. Jürgen Schimitschek, Herr Dipl.-Ing. Christoph Zauner, Herr Dipl.-Ing. Tim Pühlhofer und Herr Dipl.-Ing. Thomas Kuhn, auch beim Herrn Dipl.-Ing. Karsten Erlebach sowie Ehepaar Frau Dipl.-Ing. Helen Grabmüller und Herrn Dipl.-Ing. Mamdouh Mahmoud. Ebenfalls bedanke ich mich auch bei meinen indonesischen Brüdern und Schwestern für die moralische Unterstützung

Allen Kollegen des Lehrstuhles für Leichtbau der Technischen Universität München, die durch ihre Hilfsbereitschaft zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, bin ich ebenfalls zu Dank verpflichtet, insbesondere Herrn Dipl.-Ing. Jesko Klammer für die Computerunterstützungen, Herrn Dipl.-Ing. Harald Langer für die Anregungen über GA und Dott. Leonardo Raffaeli für die Anregungen über die Modellierung der Struktur.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Frau dr. Dwi Rahaju Widajati und meinen Söhnen Izan und Rifqi für ihr Verständnis, ihre Geduld und ihre moralische Unterstützung, die sie mir über den ganzen Zeitraum der Arbeit entgegengebracht haben, insbesondere in den kritischen Phasen in dieser Arbeit.

Unterschleissheim, im September 2004

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
1.1	Anforderungen an die multidisziplinäre Optimierung im Struktur- Entwurfsprozess von Flugzeugen	1
1.2	Zielsetzung der Arbeit und Lösungsweg	2
1.3	Gliederung der Arbeit	4
2	Modellierung der Struktur	5
2.1	Übersicht	5
2.2	Die Grundlagen der Mindlinsche Plattentheorie	6
2.2.1	Annahmen und Formulierungen	6
2.2.2	Steifigkeitmatrix	13
2.2.3	Massenmatrix	14
2.3	Das Äquivalenz-Platten-Modell des Flügels	15
2.3.1	Numerische Integration	16
2.3.1.1	Häute	16
2.3.1.2	Holme	17
2.3.1.3	Rippen	18
2.3.2	Randbedingung	19
2.3.3	Schwingungsproblem	20
2.3.4	Statikproblem	21
2.4	Besondere Bemerkungen	22
2.4.1	Konvergenztest	22
2.4.2	Vergleich mit der Finite-Elemente-Methode	30
2.4.3	Vor- und Nachteile	31
2.5	Anwendungsbeispiel und Diskussion	31
2.5.1	Flügel von AGARD	31
2.5.2	Flügel von Giles	38
2.6	Zusammenfassung	42
3	Modellierung der Aerodynamik	43

3.1 Übersicht	43
3.2 Die instationäre Traglinientheorie	44
3.2.1 Grundlagen der instationären Traglinientheorie	44
3.2.2 Die Behandlung der Integration.....	47
3.2.3 Randbedingung	49
3.2.4 Formulierung der Luftkräfte	50
3.3 Approximation der instationären Luftkräfte	51
3.3.1 Minimum-State-Methode	51
3.3.2 Least-Square Approximation	53
3.3.3 Das Minimum-State Verfahren	54
3.3.4 Optimierung der Poleposition.....	55
3.4 Ergebnisse und Diskussion	55
3.4.1 Berechnung der stationäre Luftkräfte	55
3.4.2 Berechnung der instationäre Luftkräfte	57
3.5 Zusammenfassung	66
4 Aeroelastische Analyse	67
4.1 Übersicht	67
4.2 Bewegungsgleichung	69
4.3 Das aeroelastische Zustandsraummodell	70
4.4 Methode der Flutteranalyse	71
4.5 Beispielberechnungen	72
4.6 Zusammenfassung	77
5 Genetische Algorithmen.....	78
5.1 Übersicht	78
5.2 Die grundlegende Optimierungsproblemaussage	79
5.3 Prinzipien des Genetischen Algorithmus	80
5.3.1 Codierung	82
5.3.2 Fitnessfunktion	83
5.3.3 Selektion	83
5.3.3.1 Das Roulette-Auswahl-Verfahren	84
5.3.3.2 Wettkampfselektion	85
5.4 Variation	85
5.4.1 Rekombination	85
5.4.2 Mutation	87

5.5 Die Behandlung von Restriktionen	87
5.6 Testbeispiel	89
5.7 Zusammenfassung	90
6 Implementierung der multidisziplinären Optimierung	91
6.1 Übersicht	91
6.2 Problemdefinition	92
6.2.1 Zielfunktion	92
6.2.2 Restriktionen	92
6.2.3 Entwurfsvariablen	94
6.3 Multidisziplinäre Optimierung der Flügelstruktur mit Benutzung des Genetischen Algorithmus	94
6.4 Implementierung der multidisziplinären Optimierung	95
6.4.1 Der einfache Flügelkasten	95
6.4.1.1 Ergebnisse der Analyse	96
6.4.1.2 Ergebnisse der Optimierung	100
6.4.2 Flügel mit niedrigem Seitenverhältnis	103
6.4.2.1 Ergebnisse der Analyse	104
6.4.2.2 Ergebnisse der Optimierung	111
6.4.2.2.1 Optimierung mit fünf Entwurfsvariablen	112
6.4.2.2.2 Optimierung mit 20 Entwurfsvariablen	114
6.4.2.2.3 Vergleich der Optimierungsergebnisse und Diskussion	116
6.4.3 Flügel mit hohem Seitenverhältnis	117
6.4.3.1 Ergebnisse der Analyse	117
6.4.3.2 Ergebnisse der Optimierung	119
6.5 Zusammenfassung	126
7 Zusammenfassung und Empfehlung.....	128
Literaturverzeichnis.....	132

Nomenklatur

A	Koeffizienten der Approximationsfunktion der aerodynamischen Kräfte
Am	Koeffizient des Druckverteilungansatzes
A_ℓ	Amplitude des Gesamtauftriebsbeiwertes
B	generalisierte Dämpfungsmatrix
B_{ij}	Ritz-Basisfunktion-Vektor
C	siehe Gl. (2.22)
C_A	Amplitude des Gesamtauftriebsbeiwertes
C_M	Amplitude des Gesamnickmomentenbeiwertes
ΔC_p	Druckdifferenz
\bar{D}	Werkstoffmatrix
DV	decodierter Wert
$F(k)$	reale Teile der Matrizen der tabellierten generalisierten instationären Luftkräfte
$F(X)$	Zielfunktion
$\tilde{F}(k)$	reale Teile der approximierten generalisierten aerodynamischen Luftkräfte
F_I	siehe Gl. (3.10)
F_ℓ	Flügelfläche
\mathcal{F}	Fitnessfunktion
$G(k)$	imaginäre Teile den Matrizen der tabellierten generalisierten instationären Luftkräfte
$\tilde{G}(k)$	imaginäre Teile der approximierten generalisierten aerodynamischen Luftkräfte
H	siehe Gl. (2.13)
I	Einheitsmatrix
J	Jacobi-Matrix
K	generalisierte Steifigkeitsmatrix
K_{BC}	Steifigkeitsmatrix der Federn
$K(\dots)$	modifizierte Kernfunktion

\tilde{K}	Steifigkeitsmatrix des Flügels
L	Halbspannweite
M	generalisierte Massenmatrix
\tilde{M}	Massenmatrix des Flügels
M_ℓ	Amplitude des Gesamtnickmomentenbeiwertes
M_∞	Machzahl
\bar{M}	siehe Gl. (4.10)
N_i	Formfunktion
NP	Grad des Polynoms
P	generalisierte Belastungsvektor
P_i	Legendresche Polynome
Q	generalisierte aerodynamische Luftkräfte
\tilde{Q}	approximierte generalisierte aerodynamische Luftkräfte
T	Bewegungsenergie
\bar{T}	siehe Gl. (2.24)
T_i	Chebyshevsche Polynome
U	Formänderungsarbeit
U_∞	ungestörte Anströmgeschwindigkeit
U_{BC}	Formänderungsarbeit der Federn
U_i	Chebyshev-Polynom zweiter Art
W	Lastfunktion
X_i	Entwurfsvariablen
X^U, X^L	Beschränkung der Entwurfsvariablen
Z_U, Z_O	siehe Abb. 2.4
\mathbf{a}_i	Individium
b	Halbflügeltiefe
\bar{b}	Bezugsflügeltiefe
c	Flügeltiefe
f	Zielfunktion
f_{er}	geforderte erste Eigenfrequenz
f_I	berechnete erste Eigenfrequenz

g_j	Restriktionsfunktion
i	imaginäre Einheit
k	reduzierte Frequenz
k_v, k_w	lineare Federwerte
k_{ϕ_x}, k_{ϕ_y}	rotationale Federwerte
l_i	Länge der Zeichenkette
nc	Anzahl der gewählten Ansätze für den Druck in Tiefenrichtung
$nchr$	Individuumslänge
ndv	gesamte Zahl der Entwurfsvariablen
nl	Zahl der Zustände
$nmod$	Zahl der Eigenwerte in den Flutterberechnungen
$npop$	Zahl der Populationen
nr	Zahl der Restriktionen
ns	Anzahl der gewählten Ansätze für den Druck in Spannweitenrichtung
p	Druck
p_c	Rekombinationsrate
p_M	Mutationswahrscheinlichkeit
\bar{p}	komplexe Eigenwerte
q	generalisierte Koordinate
q_∞	ungestörter Staudruck
s	Laplace-Variable
s_i	Zeichenkette
t	Zeit oder Iterationsschritt
t_{max}	Maximale Generation
u	Verschiebung in x -Richtung
u_0	Verschiebung in x -Richtung auf der Fläche $z = 0$
v	Verschiebung in y -Richtung
\bar{v}	Geschwindigkeitsvektor des Flügels
v_0	Verschiebung in y -Richtung auf der Fläche $z = 0$
w	Verschiebung z -Richtung
w_0	Verschiebung in z -Richtung auf der Fläche $z = 0$
\bar{x}	Zustandsvektor
\bar{z}_a	periodische Auslenkung des Flügels

z_a	Amplitudenfunktion der periodischen Auslenkung vom Flügel
A	dynamische Matrix des Systems
Φ	Eigenformen
α	Anstellwinkel
α^*	siehe Gl. (3.6)
δ_{er}	zulässige Ablenkung
δ	eine kurze Distanz (siehe Abb. 3.2)
δ_{max}	maximale Ablenkung
ε_{ij}	Dehnung
Λ	Seitenverhältnis des Flügels
ϕ_x	Rotationen infolge der Plattenbiegung um die y - Achse
ϕ_y	Rotationen infolge der Plattenbiegung um die x - Achse
γ_{ij}	Schubverzerrung
$\hat{\gamma}$	Zustände (Lag States)
$\bar{\gamma}$	aerodynamische Dämpfung
λ	Flügelspitze
ν	Poissonverhältnis
ρ	Dichte
ρ_∞	ungestörte Strömungsdichte
σ_{ij}	Normalspannung
σ_{er}	zulässige Spannung
σ_I	angewandte Spannungen in der Flügelstruktur
τ_{ij}	Schubspannung
ω	Kreisfrequenz
x, y, z	kartesisches Koordinatensystem
ξ, η	dimensionslose Koordinaten

1 Einleitung

1.1 Anforderungen an die multidisziplinäre Optimierung im Struktur-Entwurfsprozess von Flugzeugen

Aus Kostengründen soll man die Entwicklungszeit für ein Projekt im Flugzeugbau so kurz wie möglich gestalten. Dies erfordert für allem Disziplinen, die am Entwurfsprozess beteiligt werden, sowohl (i) ihre eigene zur Verfügung stehende Zeit zu reduzieren als auch (ii) die disziplinübergeordneten Prozesse zu verbessern [1.1]. Auf der anderen Seite ist es aufgrund der Verwendung der aufwendigen Finite-Elemente-Methode und des klassischen Entwurfsprozess im Vorentwurf schwierig, die Entwicklungszeit zu reduzieren. Deswegen verwendet man, hauptsächlich in der aeroelastischen Analyse, ein Balkenmodell zur Modellierung der Struktur. Obwohl durch das Balkenmodell die Entwicklungszeit kürzer geworden ist und die Ergebnisse der Analyse akzeptiert werden können, kann jedoch der Flügel nicht realistisch modelliert werden. Gleichzeitig steigen die Anforderungen an die Flugzeuge, die eine hohe Geschwindigkeit bei einem geringen Gewicht der Struktur erreichen sollen. Die hohe Geschwindigkeit bedeutet für das Flugzeug, daß die Flattergeschwindigkeit und die Divergenz kritische Parameter geworden sind, die schon in der konzeptionellen Entwurfsphase des Flugzeuges betrachtet werden müssen [1.2][1.3]. Um alle diese Anforderungen zu erfüllen, sind die klassischen Entwurfsprozesse nicht anwendbar. Der leistungsfähigere Lösungsweg zu diesem Zweck ist die Anwendung der numerischen Optimierung in den Entwurfsphasen der Struktur. Mit Hilfe des Computers ist es möglich, die numerische Optimierung mit allen Disziplinen zu integrieren. Dies ist die so genannte multidisziplinäre Optimierung (MDO). Mit der Anwendung von MDO kann man nicht nur die Entwurfszeit reduzieren, sondern auch Optimalergebnisse garantieren [1.4].

In der Vergangenheit wurden zahlreiche Computercodes entwickelt, wie z.B. ASTROS [1.4] und MSC/NASTRAN [1.5]. Andere sind MBB-LAGRANGE [1.6], FASTOP [1.7], ADOP [1.8], STARS [1.9], CATIA-ELFINI [1.10] und OPSYS [1.11]. Zur Modellierung der Struktur verwenden diese Codes die dreidimensionalen Finiten Elemente (FE). Das heißt aber, daß es schwierig und zeitraubend sein kann, wenn man in der konzeptionellen Entwurfsphase die Auswirkungen der Veränderungen des Hauptdesigns schnell nachforschen

muss. Lillico et. al. [1.12] haben daraufhin einen Computercode, das sogenannte CALFUN, entwickelt, der in der konzeptionellen Entwurfsphase des Flugzeuges verwendet werden kann. Das Programm sucht die minimale Masse der Struktur eines Flügels, der ein großes Seitenverhältnis hat, mit aeroelastischen Restriktionen. In diesem Code wird der Flügel durch eine Reihe von Balkenelementen modelliert und die Flattergeschwindigkeit und die Divergenz unter Verwendung des normalen Modus errechnet.

Alle Computercodes, die oben aufgeführt werden, benutzen die traditionellen Optimierungsmethoden, wobei mindestens die erste Ableitung der Zielfunktion und der Restriktionen in Bezug auf die Entwurfsvariablen erforderlich ist. Das heißt, daß diese Algorithmen nicht mehr angewendet werden können, wenn die Zielfunktion und/oder die Restriktionen nicht differenzierbar sind. Man kann auch die traditionellen Optimierungsmethoden nicht anwenden, wenn die Entwurfsvariablen diskret sind, wie z.B. Zahl der Rippen oder der Versteifungen. Deshalb ist es nötig, eine leistungsfähige Formulierung von MDO, die in der konzeptionellen Entwurfsphase verwendet kann, zu entwickeln.

1.2 Zielsetzung der Arbeit und Lösungsweg

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, eine leistungsfähige Methode für die multidisziplinäre Designoptimierung (MDO) des aufgebauten Flügels (dargestellt durch den Flügelkasten) zu formulieren und zu untersuchen. Der Zweck dieser Optimierung ist es, eine ausreichend hohe Flattergeschwindigkeit und Eigenfrequenz mit minimalem Gewicht bei Einhaltung der Anforderungen zur Festigkeit und Ablenkung zu erzielen. Dabei sind die Designvariablen:

- (a) die Dimension der Rippen, des Holms und der Versteifungen,
- (b) die Hautstärke und
- (c) die Zahl der Rippen und der Versteifungen.

Für dieses Ziel gibt es vier Aufgaben. Diese sind:

1. Modellierung der Struktur
2. Modellierung der Aerodynamik
3. Analyse der Aeroelastik
4. Optimierung

Zur Modellierung der Struktur wurde in dieser Arbeit das Äquivalenz-Platten-Modell (*Equivalent Plate Modell*, EPM) angewendet. Dieses Modell überbrückt die Kluft zwischen Balkenmodellen und der Finite-Elemente-Methode. Obwohl die vereinfachten Balkenmodelle zur Analyse des Flügels häufig verwendet werden, sind sie aber in ihrer Kapazität zur Darstellung eines realistischen Flügels begrenzt. Deshalb sind diese Modelle nicht geeignet für die Optimierung eines gesamten Flügels. Die Finite-Elemente-Methode kann auf der anderen Seite, obwohl sie allgemeiner und genauer als die Balkenmodelle ist, rechnerisch kostspielig sein und ist daher weniger attraktiv für den Vorentwurf. Bei EPM werden die Bewegungsgleichungen mit der *Ritzschen* Methode mit orthogonalem Polynom als Ansatzfunktion abgeleitet.

Um die Aerodynamik zu modellieren, kann man unterscheiden zwischen Methoden, die den Tragflügel durch eine oder mehrere tragende Linien ersetzen, und solchen, die von der tragenden Fläche ausgehen. Die erste Methode bezeichnet man als *Traglinientheorie* und die zweite als *Tragflächentheorie*. Obwohl die Tragflächenverfahren für die Flutteranalyse der Flügel bei Unterschall- und Überschallgeschwindigkeit die genauesten Methoden sind, werden die Traglinientheorien von allem das Doublet-Lattice-Verfahren wegen seiner Flexibilität zur Darstellung beliebiger Konfigurationen als Rückgrat der aeroelastischen Berechnungen bei Unterschallgeschwindigkeit in der Flugzeugindustrie verwendet. Die Traglinientheorien haben befriedigende Ergebnisse bei der Berechnungen der Flattergeschwindigkeit geliefert, weswegen es für vorliegende Dissertation hinreichend ist, diese zu verwenden.

Die Flattergeschwindigkeit wurde durch die p -Methode bestimmt. Durch Verwendung der p -Methode benutzt man die Strömungsgeschwindigkeit als Eingabe. Deswegen ist diese Methode besonders für die Optimierung mit Restriktion der Flattergeschwindigkeit geeignet. Bei der p -Methode soll die dynamische aeroelastische Bewegungsgleichung jedoch in einen Zustandsraum transformiert werden. Das bedeutet, daß eine Approximation der aerodynamischen Luftkräfte im Frequenzbereich nötig wird. Die Transformation in den Zeitbereich geschieht Laplace. Man kann die Approximation durch eine rationale Funktion darstellen.

Als Optimierungsverfahren wurden in dieser Arbeit Genetische Algorithmen (GA) gewählt. Diese GA haben ihre erfolgreiche Anpassung und Implementierung in einer Reihe von optimalen Designproblemen gezeigt. Außerdem benötigen solche GAs keinen Gradient der Systemantworten, was folglich die gesamte Lösungsstrategie erheblich vereinfacht. Wichtiger ist die Möglichkeit zur Behandlung diskreter Entwurfsvariablen, wie die Anzahl der Rippen und Versteifungen zum Integrieren beim Entwurf der Grundlinie. Jedoch ist es nötig, eine Untersuchung des Rechenaufwands in der Optimierung mit Genetischen Algorithmen durchzuführen.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die Dissertation wird in sieben Kapitel gegliedert. Nach der Einleitung in Kapitel 1 werden in Kapitel 2 die mathematischen Grundlagen zur Modellierung der Struktur beschrieben. Die Modellierung der Aerodynamik und Analyse der Aeroelastik werden in Kapitel 3 bzw. Kapitel 4 behandelt. Kapitel 5 beschreibt den genetischen Algorithmus als Grundlage für die integrierte multidisziplinäre Optimierung. Die Beispielp Probleme, die für die verschiedenen Flügelstudien verwendet werden, werden in Kapitel 6 dargestellt. Kapitel 7 schließt mit der Zusammenfassung der Dissertation und einer Empfehlung für zukünftige Arbeiten.

2 Modellierung der Struktur

2.1 Übersicht

Um einen Ansatz einer Modellierung der Struktur für eine multidisziplinäre Tragflächenoptimierung zu erhalten, sollte mindestens die folgenden Zielsetzungen erfüllt werden [2.1]:

1. Eine ausreichende Vorhersage von Verformungen,
2. Eine genaue Vorhersage der Eigenfrequenz sowie der Modalformen,
3. Eine genaue Vorhersage der Spannung .

Während des Vorentwurfs des Flugzeuges werden häufig die vereinfachten Balkenmodelle zur Analyse des Flügels verwendet. Obgleich diese Modelle noch populär sind, sind sie in ihrer Kapazität zur Darstellung eines realistischen Flügels begrenzt. Auf der anderen Seite kann die Finite-Elemente-Methode, obwohl sie allgemeiner und genauer als Balkenmodelle ist, rechnerisch kostspielig sein und ist daher weniger attraktiv für das einleitende Design. Folglich ist ein Modell zur Analyse des Flügels in der einleitenden Designphase eines Flugzeuges, welche die Kluft zwischen Balkenmodellen und der Finite-Elemente-Methode überbrückt, notwendig. Eines der Modelle ist das Äquivalenz-Platten-Modell (*Equivalent Plate Modell*, EPM).

Es gibt einige Studien von EPM für die Modellierung des Flügels. Giles [2.2][2.3] entwickelte ein Modell, die auf der *Ritzschen* Methode sowie auf der klassischen Plattentheorie (Kirchhoffschen Plattentheorie) basiert. Bei diesem Modell wird ein Flügel durch eine Reihe von trapezoider Segmente betrachtet. Tizzi [2.4] hat die Methode von Giles auf einen Flügel implementiert, der aus einigen trapezoiden Segmenten in der unterschiedlichen Fläche besteht. Die Teile des Flügels (Holme, Rippen, usw.) wurden jedoch nicht betrachtet. Livne [2.5] formulierte einen Ansatz von EPM, in dem die Schubverformungen betrachtet werden (Mindlinsche Plattentheorie). Diese Formulierung basiert auf einer einfach-polynomischen Ansatzfunktion. Sie kann zur Modellierung der festen Platten- sowie der typischen Flügelkastenstrukturen angewandt werden, die durch die Abdeckungshäute und eine Reihe von Holme und Rippen gebildet werden. Livne und Navarro [2.6] förderten dann die neu entwickelte Methode, um sich mit nichtlinearen Problemen der Flügelkastenstrukturen zu

beschäftigen. Später wurde zur Vermeidung von Problemen aus schlechter numerischer Konditionierung von Kapania und Lovejoy [2.7] bzw. Kapania und Liu [2.8] das Orthogonal-Polynom als Ansatzfunktion verwendet, im Besonderen das Legendre- oder das Chebisev-Polynom, anstelle des Einfach-Polynoms in EPM, das von Livne entwickelt wurde.

Weil die Gültigkeit der Mindlinschen Plattentheorie allgemeiner als die der Kirchhoffschen Plattentheorie ist, wird in dieser Arbeit EPM, welches auf der Mindlinschen Plattentheorie basiert, angewandt. In den folgenden Abschnitten werden die Grundlagen der Mindlinschen Plattentheorien und das Äquivalenz-Platten-Modell des Flügels, sowie seine Anwendungen in der statischen und dynamischen Analyse des Flügels nach Kapania und Liu [2.8] ausführlich diskutiert.

2.2 Die Grundlagen der Mindlinsche Plattentheorie

Die Reissner-Mindlinsche-Plattentheorie oder kurz Mindlinsche Plattentheorie ist eine Verallgemeinerung der Kirchhoffschen Plattentheorie. Diese Theorie geht auf die Schubdeformationstheorie erster Ordnung zurück. Bei relativ dicken Platten kann die Berücksichtigung transversaler Schubdeformationen wichtig werden. Deshalb stellt die Kirchhoffsche Plattentheorie nur für hinreichend dünne Platten eine sehr gute Näherung dar. Als Ansatzfunktionen werden entweder das Legendre- oder das Chebisev-Polynom benutzt.

2.2.1 Annahmen und Formulierungen

Die Mindlinsche Plattentheorie erlaubt die Berücksichtigung der Schubverformung und ist somit eine interessante Alternative zur klassischen Kirchhoffschen Dünne Plattentheorie. Die wesentlichen Annahmen sind:

- Die Verschiebungen sind kleiner als die Plattendicke.
- Die Spannungen senkrecht zur Plattenmittelfläche sind vernachlässigbar.
- Die Normalen zur Mittelfläche sind vor und nach der Verformung gerade.

Entsprechend diesen Annahmen und den angenommenen Linearitäten wird das Verschiebungsfeld der Platte wie folgt formuliert:

$$\begin{aligned}
u(x, y, z) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\
v(x, y, z) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\
w(x, y, z) &= w_0(x, y, t)
\end{aligned}
\tag{2.1}$$

Hierbei entsprechen x und y den rechtwinkligen, kartesischen Koordinaten in der Mittelfläche der Platte, während die z - Koordinate in Richtung der Plattendicke zeigt. Die Verschiebungen in x -, y -, z - Richtung werden mit u , v , bzw. w bezeichnet, wie in Abb. 2.1 gezeigt wird. Die Rotationen infolge der Plattenbiegung um die y - und x - Koordinate werden mit ϕ_x und ϕ_y bezeichnet. Dabei sind u_0 , v_0 , und w_0 die Verschiebungen auf der Fläche $z = 0$. Es wird hier angenommen, daß die Mittelfläche der Platte keine oder eine sehr geringe Krümmung hat. Folglich kann $z = 0$ betrachtet werden, um die Mittelfläche zu repräsentieren.

Von Gl. (2.1) können die Verzerrungen ausgedrückt werden als:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \\
\gamma_{xy} &= \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\
\gamma_{zx} &= \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}
\end{aligned}
\tag{2.2}$$

Für die Vereinfachung der Berechnung wird eine Transformation von der trapezoiden Flügelkonfiguration in der Fläche (x,y) zu einem Quadrat in der (ξ, η) Fläche durchgeführt, wie in Abb. 2.1 gezeigt wird.

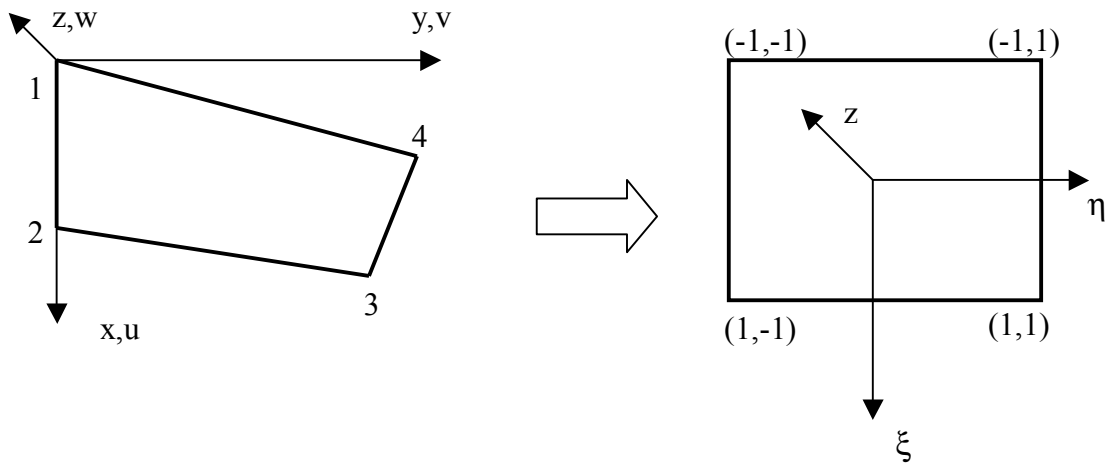


Abb. 2.1 Das Koordinatsystem und seine Transformation

Für ein beliebiges vierseitiges Element (Abb. 2.1) hat die Verschiebung an einem beliebigen Punkt zwei Bestandteile, u und v . Diese Verschiebung variiert mit ξ und η , das in der Formfunktion N enthalten ist :

$$\begin{aligned} u &= N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \\ v &= N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \end{aligned} \quad (2.3)$$

N_i sind die Formfunktionen in den lokalen Koordinaten (ξ, η) :

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\ N_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \\ N_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die isoparametrischen Relationen, die die Koordinaten des quadratischen Elements auf dem realen vierseitigen Element abbilden, sind:

$$\begin{aligned} x &= N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \\ y &= N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Aus Gl. (2.4) und (2.5) erhält man:

$$\begin{aligned} u &= f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) \\ v &= f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) \end{aligned} \quad (2.6)$$

und

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

Die Verknüpfungsmatrix in (2.7) bezeichnet man als die sogenannte Jacobi-Matrix $[J]$:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Die Koeffizienten von J hängen von der Größe und der Lage des Elementes ab. Aus Gl. (2.4) und (2.5) erhält man die folgenden Beziehungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \xi} &= \frac{1}{4} [(1 + \eta)(x_3 - x_4) + (1 - \xi)(x_2 - x_1)] \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} &= \frac{1}{4} [(1 + \xi)(x_3 - x_2) + (1 - \xi)(x_4 - x_1)] \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} &= \frac{1}{4} [(1 + \eta)(y_3 - y_4) + (1 - \eta)(y_2 - y_1)] \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} &= \frac{1}{4} [(1 + \xi)(y_3 - y_2) + (1 - \xi)(y_4 - y_1)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

und die Inversen der Matrix J können ausgedrückt werden als:

$$[J]^{-1} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial x}{\partial \eta} \\ -\frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_{11} & \bar{J}_{12} \\ \bar{J}_{21} & \bar{J}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

wobei $|J|$ die Jacobische Determinante ist:

$$|J| = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right) - \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \quad (2.11)$$

Man drückt die Bezeichnungen auf der Fläche $z = 0$, d.h. u_0 , v_0 , w_0 , ϕ_x und ϕ_y (Gl. (2.1)), in der folgenden Form aus:

$$\begin{aligned} u_0 &= \{B_{IJ}\}^T \{q_U\} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J U_{ij}(t) B_i(\xi) B_j(\eta) \\ v_0 &= \{B_{KL}\}^T \{q_V\} = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L U_{kl}(t) B_k(\xi) B_l(\eta) \\ w_0 &= \{B_{MN}\}^T \{q_W\} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mn}(t) B_m(\xi) B_n(\eta) \\ \phi_x &= \{B_{PQ}\}^T \{q_X\} = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q U_{pq}(t) B_p(\xi) B_q(\eta) \\ \phi_y &= \{B_{RS}\}^T \{q_Y\} = \sum_{r=1}^R \sum_{s=1}^S U_{rs}(t) B_r(\xi) B_s(\eta) \end{aligned} \quad (2.12)$$

oder

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \{B_{IJ}\}^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \{B_{KL}\}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \{B_{MN}\}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \{B_{PQ}\}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \{B_{RS}\}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{q_U\} \\ \{q_V\} \\ \{q_W\} \\ \{q_X\} \\ \{q_Y\} \end{pmatrix} = [H] \{q\} \quad (2.13)$$

wobei

$$\begin{aligned} \{q_U\} &= \{U_{11}, U_{12}, \dots, U_{IJ}\}^T \\ \{q_V\} &= \{V_{11}, V_{12}, \dots, V_{KL}\}^T \\ \{q_W\} &= \{W_{11}, W_{12}, \dots, W_{MN}\}^T \\ \{q_X\} &= \{X_{11}, X_{12}, \dots, X_{PQ}\}^T \\ \{q_Y\} &= \{Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{RS}\}^T \end{aligned} \quad (2.14)$$

die Vektoren generalisierter Verschiebung sind und

$$\begin{aligned} \{B_{\mu\nu}\} &= \{B_1(\xi)B_1(\eta), B_1(\xi)B_2(\eta), \dots, B_\mu(\xi)B_\nu(\eta)\}^T \\ \mu\nu &= IJ, KL, MN, PQ, RS \end{aligned} \quad (2.15)$$

der sogenannte Ritz-Basisfunktion-Vektor ist. Um $B_i(x)$ zu definieren, kann man entweder Legendresche Polynome oder Chebyshevsche Polynome verwenden:

$$B_i(x) = P_{i-1}(x) \quad \text{oder} \quad B_i(x) = T_{i-1}(x) \quad (2.16)$$

mit

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_1(x) &= x \\ P_{n+1}(x) &= \frac{2n+1}{n+1}xP_n(x) - \frac{n}{n+1}P_{n-1}(x) \quad ; \quad n = 1, \dots, NP \end{aligned} \quad (2.17)$$

und

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1 \\ T_1(x) &= x \\ T_{n+1}(x) &= 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad ; \quad n = 1, \dots, NP \end{aligned} \quad (2.18)$$

Abb. 2.2 und Abb. 2.3 zeigen die Einzelteile der Legendre-Polynome bzw. Chebyshev-Polynome.

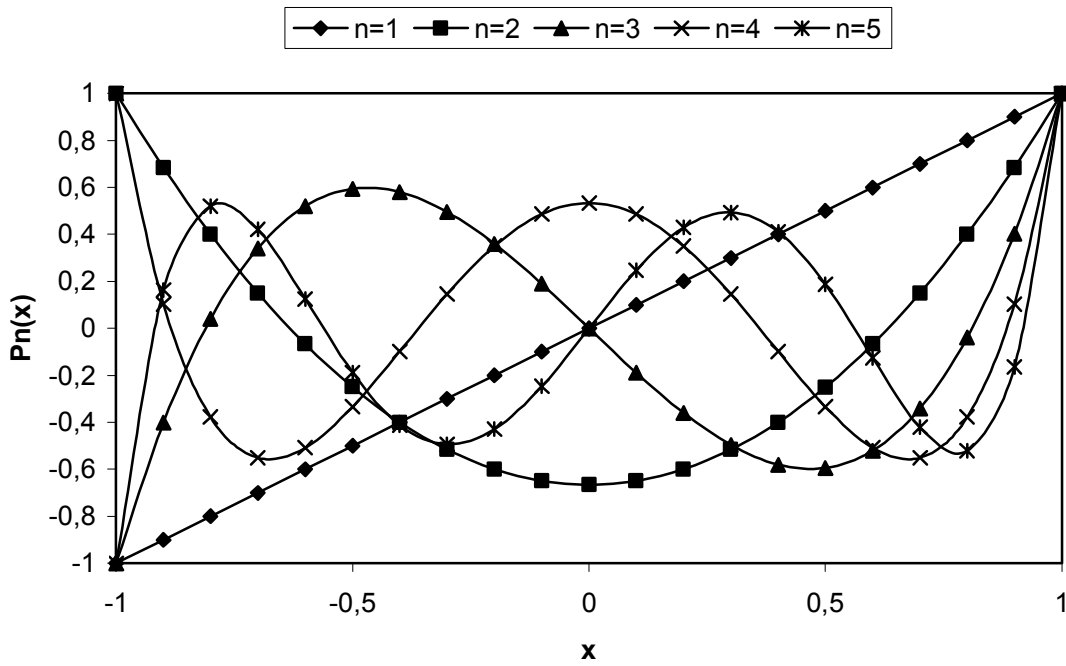


Abb.2.2 Legendresche Polynome

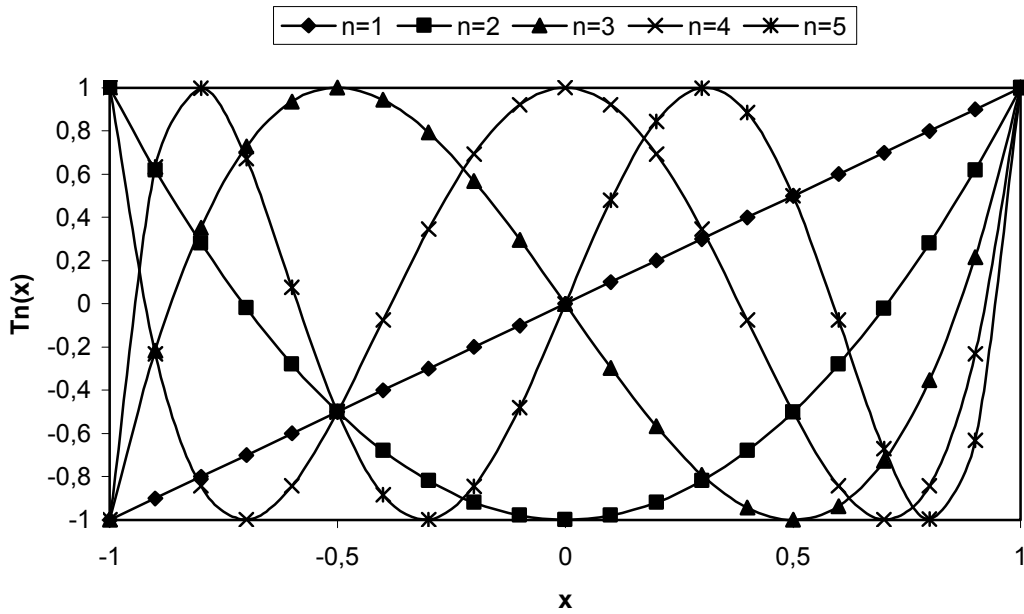


Abb. 2.3 Chebyschevsche Polynome

2.2.2 Steifigkeitsmatrix

Man kann die Steifigkeitsmatrix der Struktur von der Formänderungsarbeit herleiten. Die Formänderungsarbeit des Flügels errechnet sich aus

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{vol} \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} dV \quad (2.19)$$

mit $\{\sigma\} = [\bar{D}]\{\varepsilon\}$, wobei $[\bar{D}]$ die Werkstoffmatrix für den ebenen Spannungszustand ($\sigma_z = 0$) ist. Dabei ergibt sich:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{vol} \{\varepsilon\}^T [\bar{D}]\{\varepsilon\} dV \quad (2.20)$$

Durch Verwendung der Gleichungen (2.2), (2.7), (2.9) und (2.10) können die Verzerrungen neu formuliert werden als:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_{11} & \bar{J}_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & z\bar{J}_{11} & z\bar{J}_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{J}_{12} & \bar{J}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & z\bar{J}_{12} & z\bar{J}_{22} & 0 & 0 \\ \bar{J}_{12} & \bar{J}_{22} & \bar{J}_{11} & \bar{J}_{21} & 0 & 0 & z\bar{J}_{12} & z\bar{J}_{22} & z\bar{J}_{11} & z\bar{J}_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{J}_{12} & \bar{J}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{J}_{11} & \bar{J}_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial u_0 / \partial \xi \\ \partial u_0 / \partial \eta \\ \partial v_0 / \partial \xi \\ \partial v_0 / \partial \eta \\ \partial w_0 / \partial \xi \\ \partial w_0 / \partial \eta \\ \partial \phi_x / \partial \xi \\ \partial \phi_x / \partial \eta \\ \partial \phi_y / \partial \xi \\ \partial \phi_y / \partial \eta \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} = [\bar{T}]\{\bar{\varepsilon}\} \quad (2.21)$$

und

$$\{\bar{\epsilon}\} = \begin{bmatrix} [B_{IJ,\xi\eta}] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [B_{KL,\xi\eta}] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [B_{MN,\xi\eta}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [B_{PQ,\xi\eta}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [B_{RS,\xi\eta}] \\ 0 & 0 & 0 & \{B_{PQ}\}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \{B_{RS}\}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_U\} \\ \{q_V\} \\ \{q_W\} \\ \{q_X\} \\ \{q_Y\} \end{Bmatrix} = [C]\{q\} \quad (2.22)$$

$$[B_{\mu\nu,\xi\eta}] = \begin{bmatrix} B'_1(\xi)B_1(\eta) & B'_1(\xi)B_2(\eta) & \dots & B'_\mu(\xi)B_\nu(\eta) \\ B_1(\xi)B'_1(\eta) & B_1(\xi)B'_2(\eta) & \dots & B_\mu(\xi)B'_\nu(\eta) \end{bmatrix}$$

$$\{B_{\mu\nu}\} = \{B_1(\xi)B_1(\eta) \quad B_1(\xi)B_2(\eta) \quad \dots \quad B_\mu(\xi)B_\nu(\eta)\}$$

Man kann dann Gl. (2.20) schreiben als:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_{vol} \{\bar{q}\}^T [C]^T [\bar{T}]^T [\bar{D}] [\bar{T}] [C] \{\bar{q}\} dV \quad (2.23)$$

In Gl. (2.23) bezeichnet man den Term:

$$\iiint_{vol} [C]^T [\bar{T}]^T [\bar{D}] [\bar{T}] [C] dV = [\tilde{K}] \quad (2.24)$$

als Steifigkeitsmatrix des Flügels.

2.2.3 Massenmatrix

Wenn man ρ und \bar{v} als Dichte bzw. Geschwindigkeitsvektor des Flügels bezeichnet, dann kann die Bewegungsenergie des Flügels formuliert werden als:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_{vol} \rho \bar{v}^2 dV = \frac{1}{2} \iiint_{vol} \rho \{\bar{v}\}^T \{\bar{v}\} dV \quad (2.25)$$

mit:

$$\{\bar{v}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial t} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial t} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial t} \\ \frac{\partial w_0}{\partial t} \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

Nach Einsetzen der Gl. (2.12) in Gl. (2.25) ergibt sich:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_{vol} \rho \{\dot{\bar{q}}\}^T [H]^T [\bar{Z}] [H] \{\dot{\bar{q}}\} dV \quad (2.27)$$

Dabei ist $\{\dot{\bar{q}}\}$ die Zeit-Ableitung von $\{\bar{q}\}$ und

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ z & 0 & 0 & z^2 & 0 \\ z & 0 & 0 & 0 & z^2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Man bezeichnet

$$\iiint_{vol} \rho [H]^T [\bar{Z}] [H] dV = [\tilde{M}] \quad (2.29)$$

als Massenmatrix des Flügels.

2.3 Das Äquivalenz-Platten-Modell des Flügels

Im folgenden Abschnitt soll das Äquivalenz-Platten-Modell, welches auf der Mindlinschen Plattentheorie mit Legendre- oder Chebishev-Polynom basiert, besprochen werden. Bei dieser Formulierung wird keine Dickenbegrenzung der Platten vorausgesetzt, sodass man sie an einem Echtfügel anwenden kann.

2.3.1 Numerische Integration

Die Koordinaten der Fläche (x, y) werden zu (ξ, η) umgewandelt, die Koordinate z bleibt jedoch dieselbe. Folglich kann für ein Integral im Raum (x, y, z) geschrieben werden:

$$I = \iiint_{vol} F(x, y, z) dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 G(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2.30)$$

mit

$$G(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{N_z} \int_{z_{i1}}^{z_{i2}} F[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)] \cdot |J| dz \quad (2.31)$$

wobei $F(x, y, z)$ entweder die Steifigkeitsmatrix (Gl. (2.24)) oder die Massenmatrix (Gl.(2.29)) ist.

N_z sind die Knotenpunkte der Zonen in z -Richtung, z_{i1} und z_{i2} sind Integrations-Begrenzungen und $|J|$ ist die Determinante der Jacobian-Matrix. Mit Hilfe der Gaußschen Quadratur kann nun der numerische Wert des Integrals in Gl. (2.30) für einen Flügel mit Häuten, Holmen und Rippen ausgewertet werden.

2.3.1.1 Häute

Abb. 4 zeigt eine Skizze der Häute an einem Flügelabschnitt. Für die Integration für Häute kann man mit folgender Beziehung rechnen:

$$\iiint_{vol} F(x, y, z) dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(\int_{z_U - \frac{1}{2}t_U}^{z_U + \frac{1}{2}t_U} F \cdot |J| dz + \int_{z_O - \frac{1}{2}t_O}^{z_O + \frac{1}{2}t_O} F \cdot |J| dz \right) d\xi d\eta \quad (2.32)$$

Hierbei bedeutet $t_{U,O} = t_s \sqrt{1 + \tan^2 \alpha_{U,O}}$. Der tiefgestellte Index U und O zeigen die untere bzw. obere Haut an.

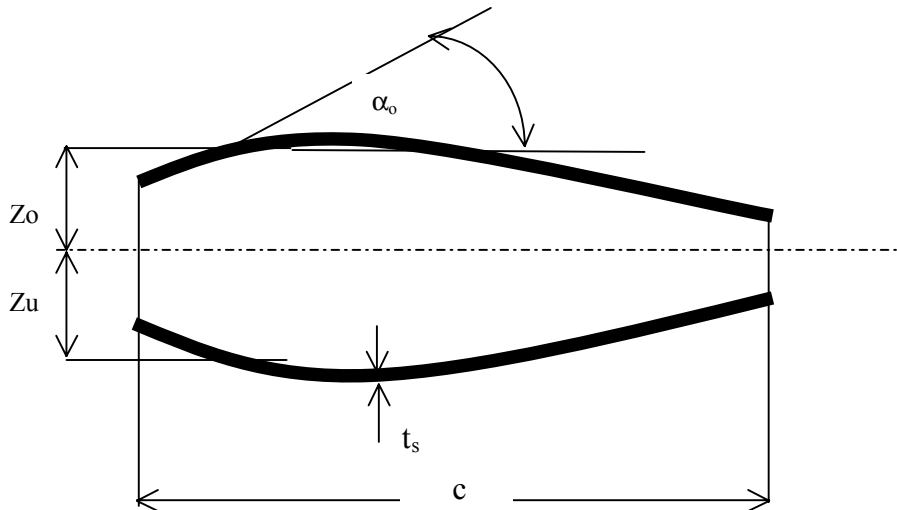


Abb. 2.4 Die Haut des Flügels

Durch Berechnung von Gl. (2.24) und (2.29) mit (2.32) erhält man die Steifigkeits- und Massenmatrizen der Häute: $[K_s]$ und $[M_s]$.

2.3.1.2 Holme

Der Beitrag der Holme zu den Steifigkeits- und Massenmatrizen kann errechnet werden, indem man die Integrale für jeden Holm durchführt. Abb. 2.5 zeigt eine Geometrie eines Holmes.

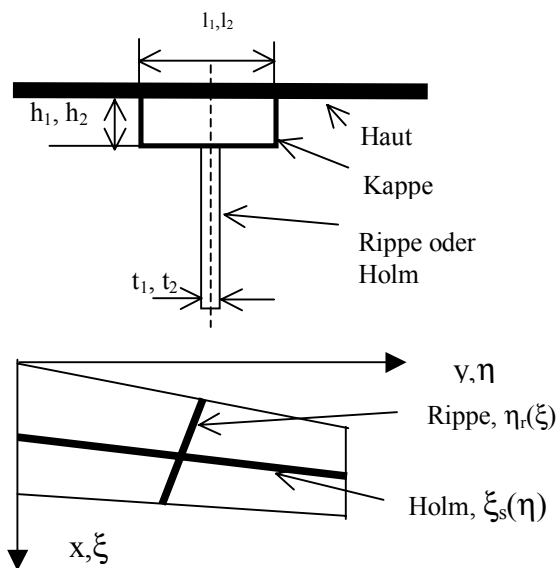


Abb. 2.5 Skizzen für Tragflächenholm und Rippe

Das bedeutet für eine Holmkappe:

$$\begin{aligned}
\iiint_{vol} F(x, y, z) dV &= \int_{-1}^1 d\eta \int_{\xi_s(\eta) - \frac{l_1}{c(\eta)}}^{\xi_s(\eta) + \frac{l_1}{c(\eta)}} d\xi \left(\int_{z_L - \frac{1}{2}t_L}^{z_L + \frac{1}{2}t_L + h_1} + \int_{z_U - \frac{1}{2}t_U - h_1}^{z_U + \frac{1}{2}t_U} \right) F[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), z] |J| dz \\
&= \int_{-1}^1 d\eta \int_{-1}^1 (l_1 / c(\eta)) d\xi \left(\int_{z_L - \frac{1}{2}t_L}^{z_L + \frac{1}{2}t_L + h_1} + \int_{z_U - \frac{1}{2}t_U - h_1}^{z_U + \frac{1}{2}t_U} \right) F[x[(l_1 / c(\eta))\xi + \xi_s(\eta), \eta], y[(l_1 / c(\eta))\xi + \xi_s(\eta), \eta], z] |J| dz
\end{aligned} \tag{2.32}$$

und für das Holmnetz:

$$\begin{aligned}
\iiint_{vol} F(x, y, z) dV &= \int_{\xi_s(\eta) - \frac{t_1}{c(\eta)}}^{\xi_s(\eta) + \frac{t_1}{c(\eta)}} \int_{-1}^1 \int_{z_U - \frac{1}{2}t_U + h_1}^{z_U + \frac{1}{2}t_U - h_1} F[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), z] |J| d\xi d\eta dz \\
&= \int_{-1}^1 d\eta \int_{-1}^1 (t_1 / c(\eta)) d\xi \int_{z_U - \frac{1}{2}t_U + h_1}^{z_U + \frac{1}{2}t_U - h_1} F[x[(t_1 / c(\eta))\xi + \xi_s(\eta), \eta], y[(t_1 / c(\eta))\xi + \xi_s(\eta), \eta], z] |J| dz
\end{aligned} \tag{2.33}$$

wobei $c(\eta)$ die Flügeltiefe an η ist.

Die Steifigkeits- sowie die Massenmatrix von Holm ($[K_H]$ und $[M_H]$) können durch Gl. (2.24) und (2.29) mit (2.32) und (2.33) berechnet werden.

2.3.1.3 Rippen

Der Beitrag der Rippen zu den Steifigkeits- und Massen-Matrizen kann durch ein ähnliches Vorgehen, welches auch für die Holme verwendet wurde, errechnet werden. Die Geometrie einer Rippe werden in Abb. 2.5 gegeben.

Für eine Rippenkappe:

$$\begin{aligned}
\iiint_{vol} F(x, y, z) dV &= \int_{-1}^1 d\xi \int_{\eta_r - \frac{l_1}{s}}^{\eta_r + \frac{l_1}{s}} d\eta \left(\int_{z_L - \frac{1}{2}t_L}^{z_U + \frac{1}{2}t_L + h_2} + \int_{z_U - \frac{1}{2}t_U - h_2}^{z_U + \frac{1}{2}t_U} \right) F[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), z] |J| dz \\
&= \int_{-1}^1 d\xi \int_{-1}^1 (l_2 / s) d\eta \left(\int_{z_L - \frac{1}{2}t_L}^{z_L + \frac{1}{2}t_L + h_2} + \int_{z_U - \frac{1}{2}t_U - h_2}^{z_U + \frac{1}{2}t_U} \right) F[x[\xi, (l_2 / s)\eta + \eta_r(\xi)], y[\xi, (l_2 / s)\eta + \eta_r(\xi)], z] |J| dz
\end{aligned} \tag{2.34}$$

und für das Rippennetz:

$$\begin{aligned}
\iiint_{vol} F(x, y, z) dV &= \int_{\eta_r - \frac{t_2}{s}}^{\eta_r + \frac{t_2}{s}} \int_{-1}^1 \int_{z_U - \frac{1}{2}t_U + h_2}^{z_U + \frac{1}{2}t_U - h_2} F[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta), z] |J| d\xi d\eta dz \\
&= \int_{-1}^1 d\xi \int_{-1}^1 (t_2 / s) d\eta \int_{z_U - \frac{1}{2}t_U + h_2}^{z_U + \frac{1}{2}t_U - h_2} F[x[\xi, (t_2 / s)\eta + \eta_r(\xi)], y[\xi, (t_2 / s)\eta + \eta_r(\xi)], z] |J| dz
\end{aligned} \tag{2.35}$$

S ist dabei die Spannweite des Flügels. Durch Berechnung von Gln. (2.24) und (2.34) mit (2.35) erhält man die Steifigkeits- und Massenmatrizen der Häute: $[K_R]$ und $[M_R]$.

2.3.2 Randbedingung

Die Randbedingungen können durch die Anwendung einer künstlichen Feder mit sehr großer Steifigkeit modelliert werden [2.9][2.10][2.11]. Der Flügel von Abb. 2.1 soll entlang Rand 12 ($-1 \leq \xi \leq 1, \eta = -1$) fest eingespannt werden und die künstlichen Federn sollen sich auf diesem Rand verteilen. Es wird angenommen, daß diese linearen Federn einen konstanten steifen Koeffizient von $k_u, k_v, k_w, k_{\phi_x}$ bzw. k_{ϕ_y} haben, die nur eine Verschiebung von u_0, v_0, w_0, ϕ_x bzw. ϕ_y besitzen.

Die Formänderungsarbeit der Federn kann man bezeichnen als

$$\begin{aligned}
U_{BC} &= \frac{1}{2} \int_{12} (k_u u_0^2 + k_v v_0^2 + k_w w_0^2 + k_{\phi_x} \phi_x^2 + k_{\phi_y} \phi_y^2) dl \\
&= \frac{1}{4} (x_2 - x_1) \int_{-1}^1 (k_u u_0^2 + k_v v_0^2 + k_w w_0^2 + k_{\phi_x} \phi_x^2 + k_{\phi_y} \phi_y^2) d\xi
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Nach Gln. (2.13) und (2.14) und durch Vergleich (2.36) bezeichnet man:

$$[K_{BC}] = \begin{bmatrix} [K_u] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [K_v] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [K_w] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [K_{\phi_x}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [K_{\phi_y}] \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

als die Steifigkeitsmatrix der Federn, mit:

$$\begin{aligned}
[K_u] &= \frac{1}{4}(x_2 - x_1)k_u \int_{-1}^1 \{B_{LJ}(\xi, -1)\} \{B_{LJ}(\xi, -1)\}^T d\xi \\
[K_v] &= \frac{1}{4}(x_2 - x_1)k_v \int_{-1}^1 \{B_{KL}(\xi, -1)\} \{B_{KL}(\xi, -1)\}^T d\xi \\
[K_w] &= \frac{1}{4}(x_2 - x_1)k_w \int_{-1}^1 \{B_{MN}(\xi, -1)\} \{B_{MN}(\xi, -1)\}^T d\xi \\
[K_{\phi_x}] &= \frac{1}{4}(x_2 - x_1)k_{\phi_x} \int_{-1}^1 \{B_{PQ}(\xi, -1)\} \{B_{PQ}(\xi, -1)\}^T d\xi \\
[K_{\phi_y}] &= \frac{1}{4}(x_2 - x_1)k_{\phi_y} \int_{-1}^1 \{B_{RS}(\xi, -1)\} \{B_{RS}(\xi, -1)\}^T d\xi
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Die Werte von k_v , k_w , k_{ϕ_x} und k_{ϕ_y} sollten groß genug sein, so dass die Randbedingung real simuliert wird. Eine Bestimmung der Steifigkeitswerte der Federn hängt mit der Anzahl der Polynome zusammen, was noch in Abschnitt 4.1 besprochen wird.

2.3.3 Schwingungsproblem

Die Eigenfrequenzen und die Modalformen für den schwingenden Flügel können bestimmt werden durch das Lösen des folgenden Eigenwertproblems:

$$[\tilde{K} - \omega^2 \tilde{M}] \{\Phi\} = 0 \tag{2.39}$$

mit

$$[\tilde{K}] = [K_S] + [K_H] + [K_R] + [K_{BC}] \tag{2.40}$$

$$[\tilde{M}] = [M_S] + [M_H] + [M_R] \tag{2.41}$$

Hierbei bedeuten ω die Eigenkreisfrequenz und $\{\Phi\}$ die Modalformen.

2.3.4 Statikproblem

Es wird angenommen, daß eine externe Belastung mit den Bestandteilen $P_x(x, y, t)$, $P_y(x, y, t)$ und $P_z(x, y, t)$ am Flügel angewandt wird. Die virtuelle Arbeit wird durch folgende Formulierung gegeben :

$$\delta Q = \delta Q_x + \delta Q_y + \delta Q_z \quad (2.42)$$

mit

$$\begin{aligned} \delta Q_x &= P_x(x, y, t) \delta u(x, y, t) dx dy = P_x(x, y, t) (\delta u_0 + z \delta \phi_x) dx dy \\ \delta Q_y &= P_y(x, y, t) \delta u(x, y, t) dx dy = P_y(x, y, t) (\delta v_0 + z \delta \phi_y) dx dy \\ \delta Q_z &= P_z(x, y, t) \delta u(x, y, t) dx dy = P_z(x, y, t) \delta w_0 dx dy \end{aligned} \quad (2.43)$$

Nach Lösung der Gl. (2.13) kann die gesamte Arbeit auf dem Flügel geschrieben werden als:

$$\delta Q = \iint \left[P_x \{B_{IJ}\}^T \quad P_y \{B_{KL}\}^T \quad P_z \{B_{MN}\}^T \quad M_x \{B_{PQ}\}^T \quad M_y \{B_{RS}\}^T \right] dx dy \begin{Bmatrix} \{\delta q_U\} \\ \{\delta q_V\} \\ \{\delta q_W\} \\ \{\delta q_X\} \\ \{\delta q_Y\} \end{Bmatrix} \quad (2.44)$$

Hierbei bedeuten M_x und M_y die Momente um die y- bzw. -x -Achse. Der generalisierte Belastungsvektor kann dann angegeben werden als:

$$\{P\} = \{\{P_1\} \quad \{P_2\} \quad \{P_3\} \quad \{P_4\} \quad \{P_5\}\}^T \quad (2.45)$$

mit

$$\{P_{1,2,3}\} = \iint P_{x,y,z}(x, y, t) \{B_{IJ,KL,MN}\}^T dx dy \quad (2.46)$$

$$\{P_{4,5}\} = z \iint P_{x,y}(x, y, t) \{B_{PQ,RS}\}^T dx dy = \iint M_{x,y}(x, y, t) \{B_{PQ,RS}\}^T dx dy \quad (2.47)$$

Wenn die externe Belastung eine punktuelle Kraft ist, kann die oben genannte Relation vereinfacht werden. So ist z.B. der erste Bestandteil des generalisierten Belastungsvektors:

$$P_1 = P_x(x(\xi_a, \eta_a), y(\xi_a, \eta_a), t) \{B_{ij}(\xi_a, \eta_a)\}^T \quad (2.48)$$

wobei (ξ_a, η_a) die transformierten Koordinaten des Punktes sind, an dem die Belastung angewandt wird.

Mit der Grundregel der virtuellen Arbeit für den statischen Fall kann die Relation zwischen generalisiertem Verschiebungsvektor und generalisiertem Lastvektor als:

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (2.49)$$

geschrieben werden. Sobald die generalisierten Verschiebungen gelöst werden, können die Verformungen des Flügels mit Benutzung von Gl. (2.13) sofort erreicht werden. Die Verzerrung der Struktur kann auch durch Gl. (2.21) erreicht werden. Schließlich können die Spannungen der Struktur durch die Spannung-Verzerrung-Relation, $\{\sigma\} = [\bar{D}]\{\varepsilon\}$, bestimmt werden.

2.4 Besondere Bemerkungen

2.4.1 Konvergenztest

Gl. (2.12) sind nur eine Kombination des finiten Terms der Ansatzfunktionen zur Darstellung der Verformung des Tragflügels. Es liegt auf der Hand, daß alle möglichen Resultate, die von dieser Darstellung kommen, ein Näherungswert sind. Nur wenn die Resultate konvergieren ist die Methode gültig. Zu diesem Zweck werden zwei Strukturmodelle (Plattenflügel und Kastenflügel) benutzt, wie in Abb. 2.6 und Abb. 2.12 dargestellt.

Als erstes Testbeispiel für den Konvergenztest wird ein Plattenflügel mit geometrischen Daten gewählt, wie durch Abb. 2.6 gezeigt wird. Der Flügel ist aus Aluminium mit dem E -Modul = 70. MPa, Dichte $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, Poisson-Zahl $\nu = 0.3$, und Plattendicke 0.05 m.

Abbn. 2.7 und 2.8 zeigen die ersten zehn Eigenfrequenzen des Plattenflügels als Funktion eines Logarithmus der Federsteifigkeit mit dem Grad des Polynoms $NP = 4$ und $NP = 6$. Es wird vorausgesetzt, daß alle Werte der Federsteifigkeit gleich sind, d.h. $k_u = k_v = k_w = k_{\phi_x} = k_{\phi_y}$. Abb. 2.9 zeigt die ersten zehn Eigenfrequenzen mit dem Wert der Feder von 10^{14} N/m und verschiedenem Grad des Polynoms.

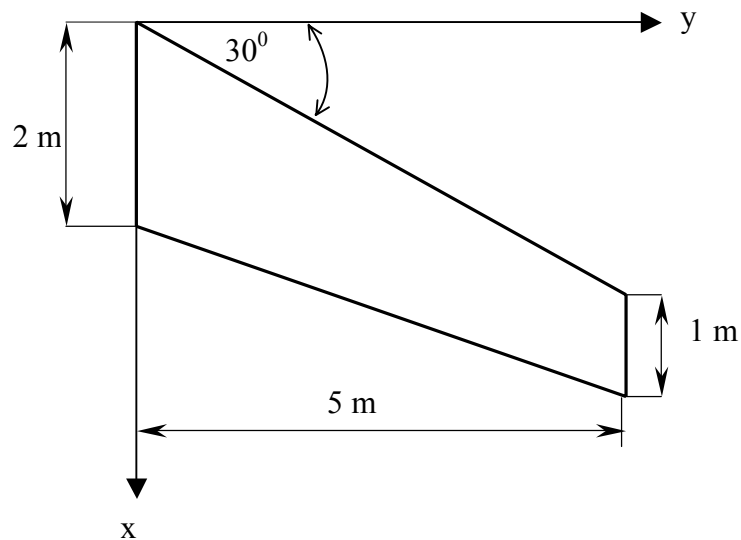


Abb. 2.6 Testbeispiel Plattenflügel

Um den Konvergenzfall bei der Statikbelastung zu prüfen, wurde vorausgesetzt, daß ein Druck von 10 N/m^2 auf der Flügelfläche herrscht. Abb. 2.10 stellt die maximale Ablenkung bei der Druckbelastung als Funktion von Logarithmus der Federsteifigkeit mit verschiedenem Grad des Polynoms dar. Des weiteren zeigt Abb. 2.12 die maximale Ablenkung des Plattenflügels als Funktion vom Grad des Polynoms mit der Federsteifigkeit von 10^{14} N/m . Anhand der Abb. 2.7 und 2.8 kann man sehen, daß die Eigenfrequenzen konvergent werden, wenn die Federsteifigkeit zwischen 10^{11} N/m und 10^{17} N/m ist. Dieser Wertebereich wird sich aber bei der Statikbelastung entspannen. Die Ablenkung wird konvergent in dem Wertebereich der Feder zwischen 10^9 N/m und 10^{17} N/m . Bei Abb. 2.9 kann man sagen, daß wenn NP Term des Polynoms angewendet wird, werden die ersten NP Eigenfrequenzen konvergent sein. Bei der Statikanalyse soll mindestens $NP = 6$ genommen werden (siehe Abb. 2.11).

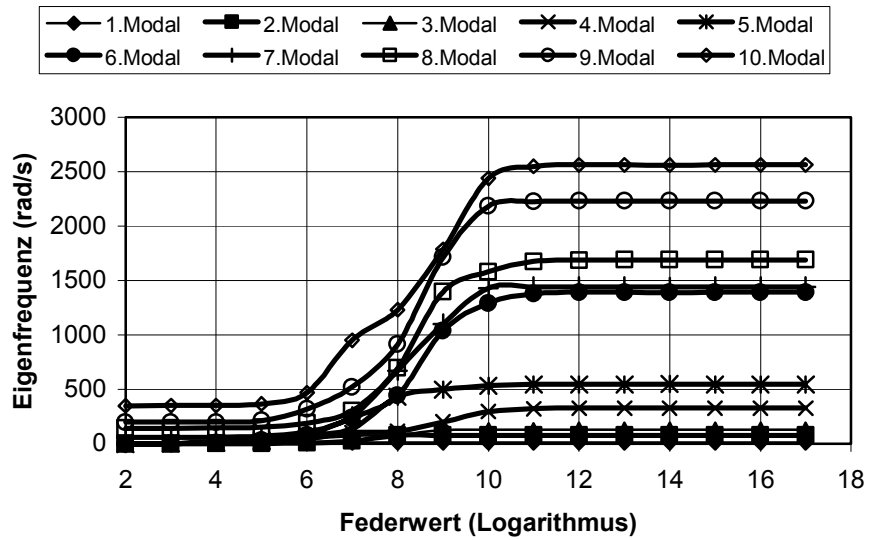


Abb. 2.7 Eigenfrequenzen des Plattenflügels als Funktion des Federwertes mit dem Grad des Polynoms von 4

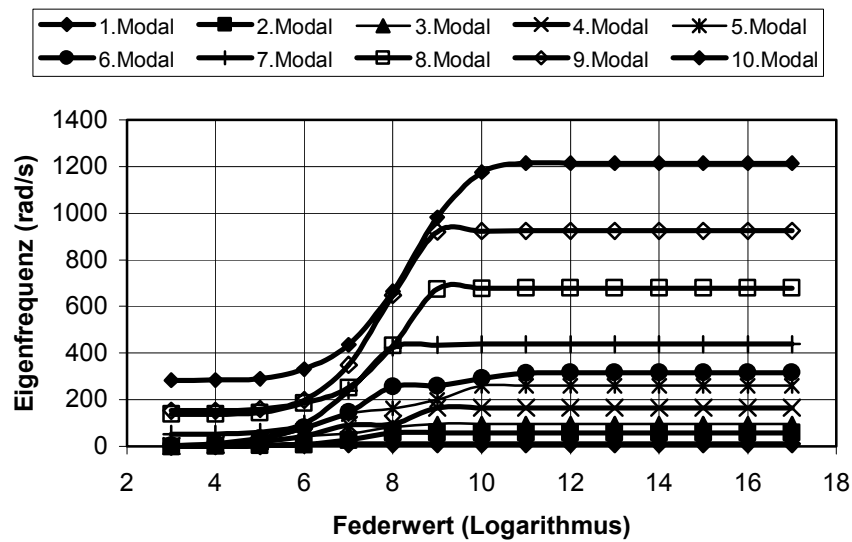


Abb. 2.8 Eigenfrequenzen des Plattenflügels als Funktion des Federwertes mit dem Grad des Polynoms von 6

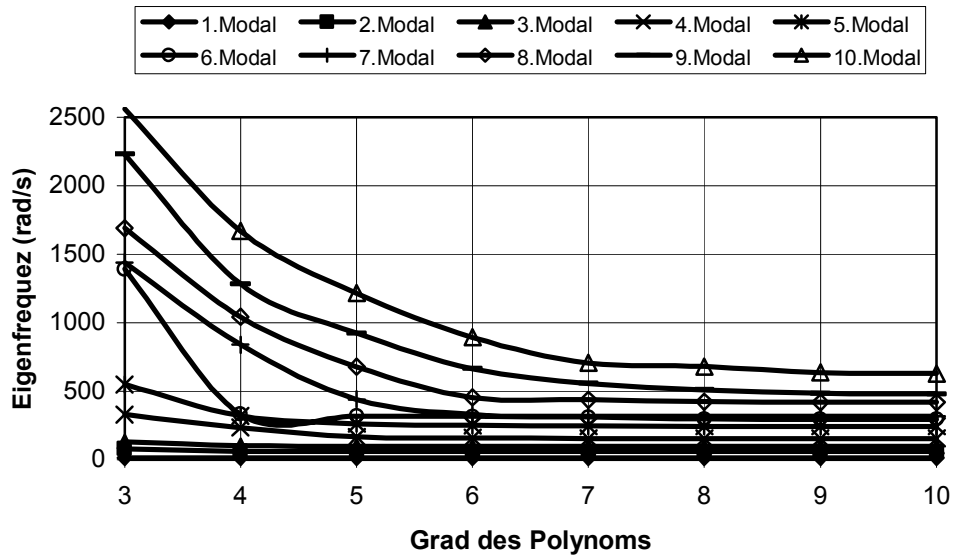


Abb. 2.9 Eigenfrequenzen des Plattenflügels als Funktion vom Grad des Polynoms mit dem Federwert von 10^{14} (N/m.oder N/rad)

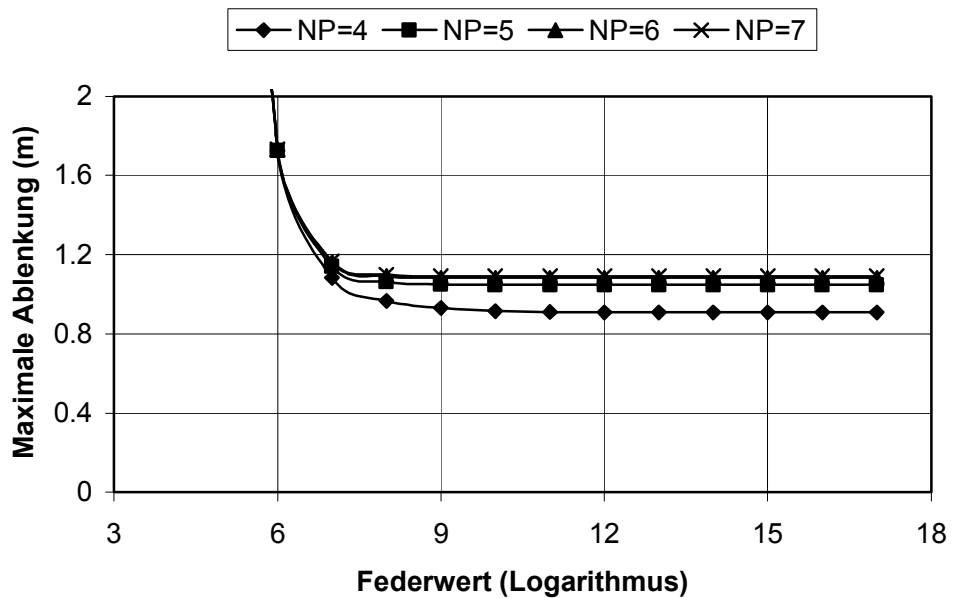


Abb. 2.10 Maximale Ablenkung des Plattenflügels als Funktion des Federwertes mit verschiedenem Grad des Polynoms

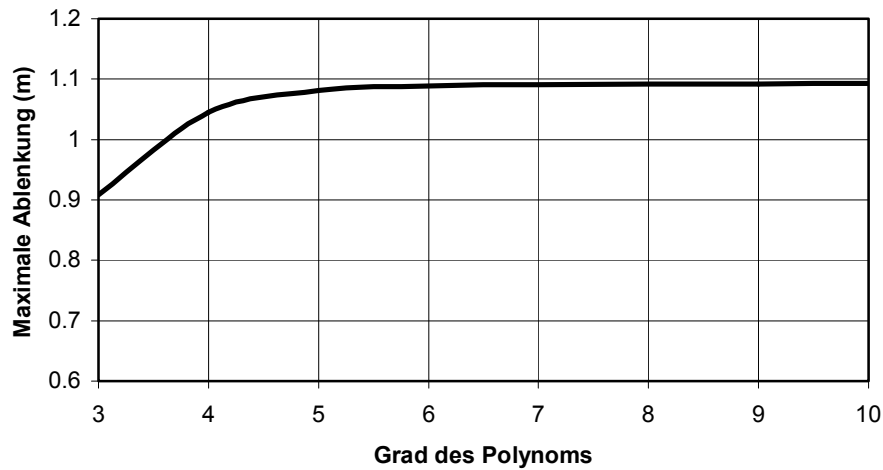


Abb. 2.11 Maximale Ablenkung des Plattenflügels als Funktion vom Grad des Polynoms mit dem Federwert von 10^{14} (N/m oder N/rad)

Als zweites Testbeispiel zum Konvergenztest wird ein Auslegerflügelkasten mit folgenden geometrischen Daten gewählt: $L = 10$ in, $t_w = 0.04$ in, $t_s = 0.04$ in, $b = 0.96$ in und $c = 0.16$ in. Der Flügel ist aus Aluminium mit einem E -modul von 1.025×10^7 lb/in², Dichte von 2.526×10^{-4} lb sec²/in⁴ und Poisson-Zahl von 0.3. In dieser Studie wird angenommen, daß $P_1 = P_2 = 5$ N ist.

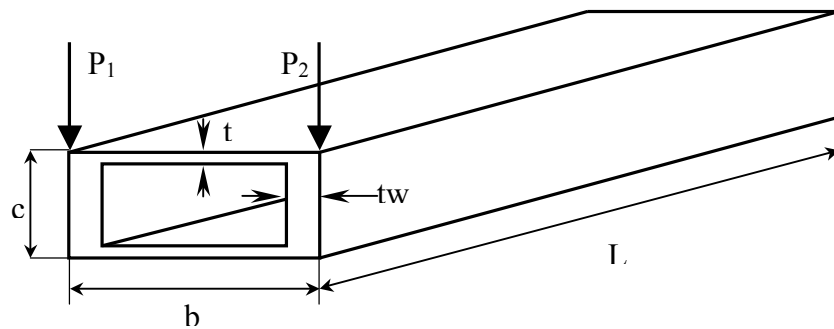


Abb. 2.12 Testbeispiel des Flügelkastens

Abb. 2.13 und 2.14 zeigen die ersten zehn Eigenfrequenzen des Plattenflügels als Funktion des Logarithmus der Federsteifigkeit mit der Zahl $NP = 4$ und $NP = 6$ des Polynoms. Es wird wieder vorausgesetzt, daß alle Werte der Federsteifigkeit gleich sind, d.h. $k_u = k_v = k_w = k_{\phi_x} = k_{\phi_y}$. Abb. 2.15 zeigt die ersten zehn Eigenfrequenzen mit dem Wert der Feder von 10^{10} (lb/in oder lb/rad) und verschiedenem Grad des Polynoms.

Bei den Abb. 2.13 und 2.14 kann man sehen, daß die Eigenfrequenzen konvergent werden, wenn die Federsteifigkeiten zwischen 10^7 und 10^{12} (lb/in oder lb/rad) liegen. Die Berechnungen werden durch die Federwerte, die größer als 10^{12} (lb/in oder lb/rad) sind, verletzt. Dieser Wertebereich wird sich dennoch bei der Statikbelastung entspannen. Die Ablenkung wird konvergiert im Bereich Federwerte zwischen 10^6 und 10^{12} (lb/in oder lb/rad). Aus Abb. 2.15 kann man schließen, daß wenn der NP Term des Polynoms angewendet wird, die ersten NP Eigenfrequenzen konvergent sein werden. Bei der Statikanalyse soll mindestens der Wert $NP = 6$ genommen werden (siehe Abb. 2.16).

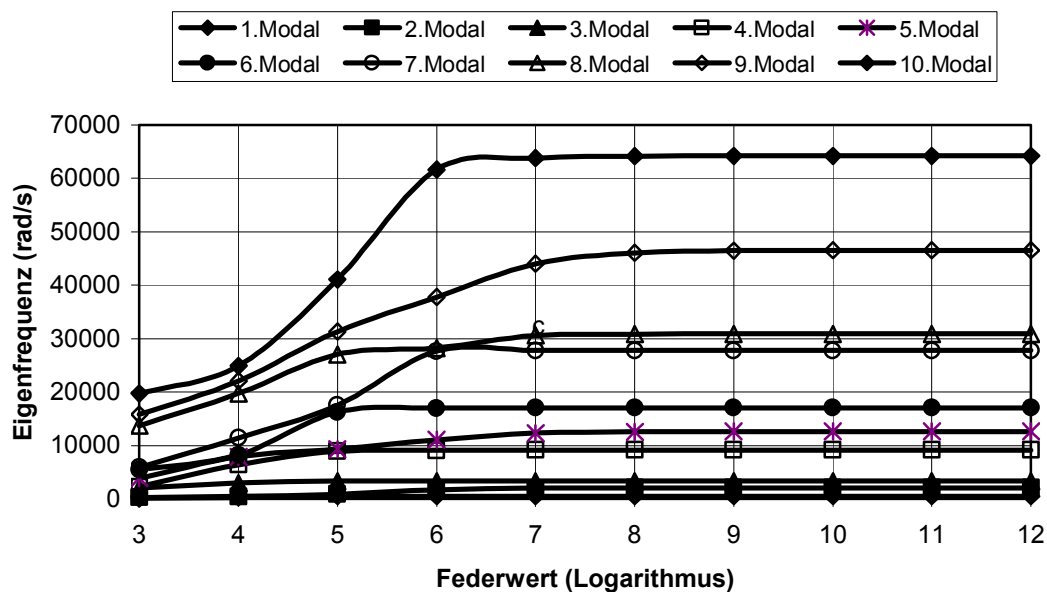


Abb. 2.13 Eigenfrequenzen des Flügelkastens als Funktion der Federsteifigkeit mit dem Grad des Polynoms von 4

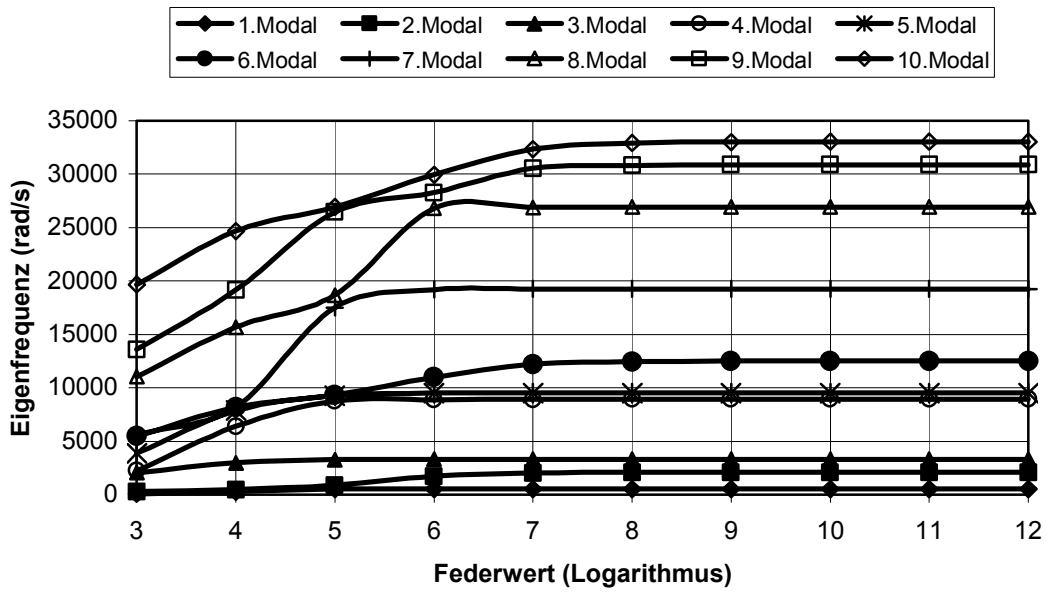


Abb. 2.14 Eigenfrequenzen des Flügelkastens als Funktion der Federsteifigkeit mit dem Grad des Polynoms von 6

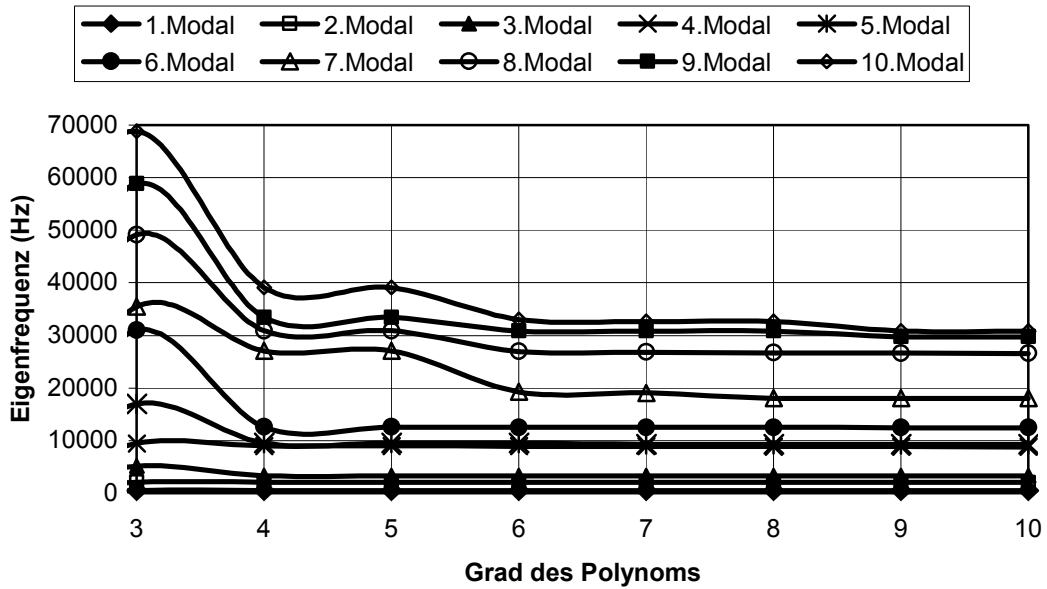


Abb. 2.15 Eigenfrequenzen des Flügelkastens als Funktion vom Grad des Polynoms mit der Federsteifigkeit von 10^{10} (lb/in oder lb/rad)

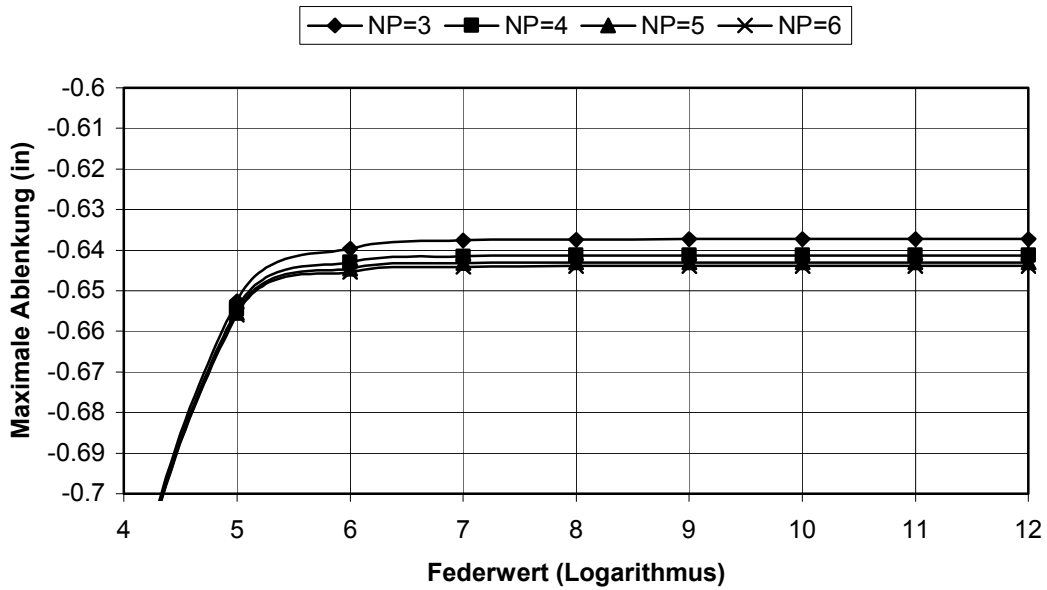


Abb. 2.16 Maximale Ablenkung des Flügelkastens als Funktion der Federsteifigkeit mit verschiedenem Grad des Polynoms

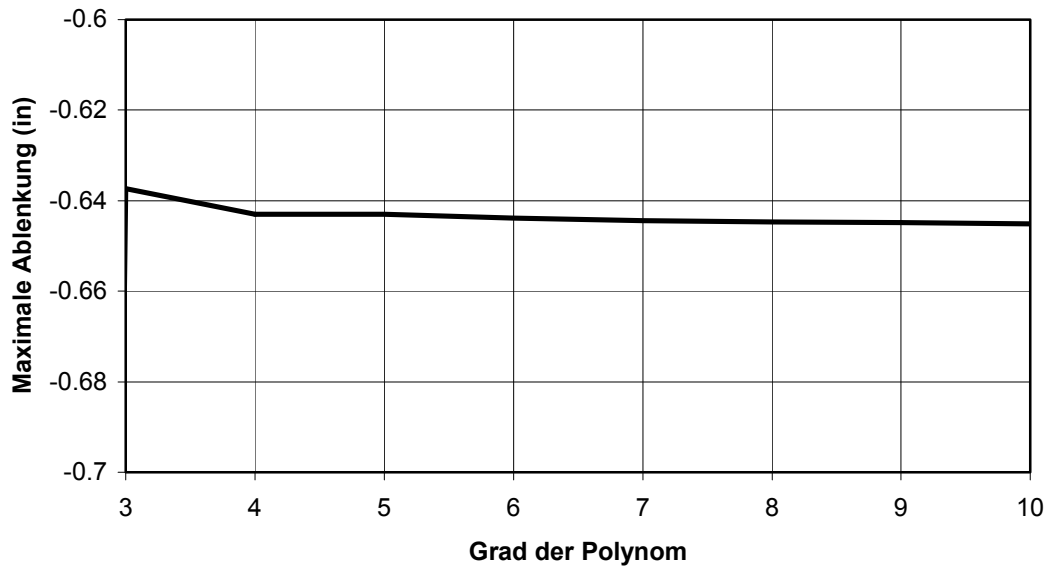


Abb. 2.17 Maximale Ablenkung des Flügelkastens als Funktion vom Grad des Polynoms mit der Federsteifigkeit von 10^{10} (N/m oder N/rad)

Aus diesem Konvergenztest kann gefolgert werden, daß man eine Federsteifigkeit zwischen $10^{12} - 10^{17}$ (N/m oder N/rad) oder $10^7 - 10^{12}$ (lb/in oder lb/rad) einstellen muss, um die Konvergenzergebnisse zu finden. Der Grad des Polynoms NP wird aufgrund der beteiligten Zahl des Modus festgestellt. Der Grad des Polynoms von NP steht in Wechselbeziehung mit dem NP konvergierten Modus. Wenn dann die statische Analyse erfolgt ist, muß der Grad des Polynoms NP gleichwertig oder größer als 6 sein.

2.4.2 Vergleich zwischen EPM und FEM

In diesem Abschnitt wird ein Vergleich zwischen EPM und FEM besprochen. In Abschnitt 2.5 wird das Anwendungsbeispiel von EPM und der Vergleich der Ergebnisse mit FEM (MSC/NASTRAN) ausführlich diskutiert.

Um die Analyse des Tragflügels in allgemeiner Form mit EPM durchzuführen, kann man die Flügelgeometrie in ein oder mehrere Trapezsegmente aufteilen. Die Verschiebungen jedes Trapezsegmentes werden durch die Funktion des Polynoms gegeben. Bei FEM soll die Geometrie in die zahlreichen finiten Elemente eingeteilt werden. Jedes Element ergibt sich infolge der Einheitsverschiebungen seiner Knoten. Zur Definierung der Verschiebung wird eine Interpolationfunktion in jedem Element angewandt.

Das globale Ritzsche Lösungsverfahren in EPM mit einer Reihe generalisierter Verschiebungsfunktionen, welche über der vollständigen Planform oder über den Hauptsegmenten des Flügels stetig sind, macht es möglich, strukturelle Informationen an den aerodynamischen Gitterpunkten einzuholen, die bei der Berechnung der aerodynamischen Kraft benutzt werden. So wird das klassische Problem in der Aeroelastik, die Interpolation zwischen den strukturellen und aerodynamischen Gittern, beseitigt. Bei FEM erhält man die Verschiebungen nur in jedem Knoten. Deshalb ist die Interpolation zwischen den strukturellen und aerodynamischen Gittern in den Berechnungen der Aeroelastik nötig.

EPM wird auf der Plattentheorie basierend entwickelt und ist für eine Struktur gültig, deren Dicke relativ klein gegenüber der Geometriemaße ist. Bei FEM gibt es im Gegensatz dazu keine geometrische Begrenzung.

2.4.3 Vor- und Nachteile von EPM

Bei dem vorhergehenden Vergleich zwischen EPM und FEM haben die Anwendungen von EPM zur Flügeloptimierung mit aeroelastischen Restriktionen Vorteile und Nachteile. Das sind:

Vorteile:

- a. Bei der Benutzung von EPM kann man mit relativ kurzer Berechnungszeit Echtflügel modellieren. Besonders wenn man EPM mit dem Optimierungsverfahren kombiniert, ist die schnelle Rechenzeit ein großer Vorteil. Bei der Optimierung braucht man immer eine Iteration.
- b. Die kurze Rechenzeit ergibt nicht nur eine knapp kalkulierbare Entwurfszeit, sondern spart auch Kosten.
- c. Mit EPM braucht man keine Interpolation mehr, sodass die Aeroelastiksberechnungen einfacher werden.

Nachteile:

- a. EPM kann nur für die Strukturen angewendet werden, die Plattenformen aufweisen bzw. deren Dicke in Relation kleiner als andere Geometriemaße sind.
- b. Bei der dynamischen Analyse des Flügels ergibt EPM gute Ergebnisse. Wenn man sie bei Statikproblemen anwendet, ist seine Anwendung allerdings eingeschränkt. Man kann mit der Methode EPM auch noch nicht Stabilitätsprobleme und die Spannungsintensität analysieren.

2.5 Anwendungsbeispiel und Diskussion

Zwei Flügel, ein Flügel von AGARD und ein Flügel von Giles, werden hier als Anwendungsbeispiel behandelt. Die Resultate von Ablenkungen, Hautspannungen und Eigenfrequenzen werden mit den Resultaten der Finiten-Elemente-Analyse verglichen.

2.5.1 Flügel von AGARD

Als Vorlage dient ein 30° pfeilförmiger Aluminiumflügel mit konstanter Hautstärke und konstanter Flügeltiefe. Der Flügel hat fünf Holme und drei Rippen mit identischen Querschnitten, die bei den oberen und unteren Häuten abgebunden werden (siehe Abbn. 2.18

und 2.19). Der statische betrachtete Lastfall ist eine vertikale Belastung von 1-lb, die an der Spitze der Flügelhinterkante aufgewandt wird.

Tabelle 2.2 stellt die Eigenfrequenzen von vorliegendem EPM gegenüber den Ergebnissen von FEM (ELFINI und MSC/NASTRAN) und Livne [2.5] dar. Bei MSC/NASTRAN wurden die Flügelhäute durch ein Schalelement (CQUAD4) modelliert, und die Holme- und Rippenkappen wurden durch ein Balkenelement (CBAR) modelliert. Dabei wurden jedoch die Holme und die Rippen entweder durch ein Schubelement (CSHEAR) oder ein Schalelement (CQUAD4) gebildet. Bei dem vorliegenden Verfahren wurde der Grad des Polynoms von 6 und aller Federwerte zur Modellierung der Randbedingung von 10^{12} gewählt. Tabelle 2.2 zeigt, daß das gegenwärtige Verfahren eine gute Übereinstimmung mit kürzerer Rechenzeit gegenüber den Ergebnissen von MSC/NASTRAN bietet, wenn die Holme und die Rippen durch ein Schalelement (CQUAD4) modelliert werden.

Abb. 2.20 zeigt die errechneten und gemessenen Vertikalablenkungen entlang der Vorderkante und der Flügelhinterkante. Die Volllinie zeigt die Resultate von EPM des vorliegenden Verfahrens; die Ergebnisse von MSC/NASTRAN werden durch die gestrichelte Linie dargestellt und die einzelnen Symbole der Daten sind die Ergebnisse von Messungen. Man kann daraus erkennen, daß es eine gute Übereinstimmung zwischen dem vorliegenden Verfahren und den Resultaten der Finite-Elemente-Methode gibt. Es kann auch gesehen werden, daß die vorhandenen Resultate auch eine gute Übereinstimmung mit der Messung ergeben.

Die Normalhautspannung in der Richtung des Holms (der elastischen Achse) an den Punkten entlang der Flügelwurzeltiefe wird in Abb. 2.21 gezeigt. Der Austieg der Spannung in Richtung zum hinteren Punkt (typisch bei den Pfeilflügeln) wird durch alle Analysemethoden festgehalten. Obgleich das vorliegende Verfahren eine niedrigere Spannung im Bereich der Flügelwurzel und ein höhere Spannung an der Flügelspitze zeigt, ergeben alle Resultate dieses Verfahrens die gleiche Tendenz und Ordnung von Messung und FEM, wenn man sie mit den Ergebnissen von FEM vergleicht.

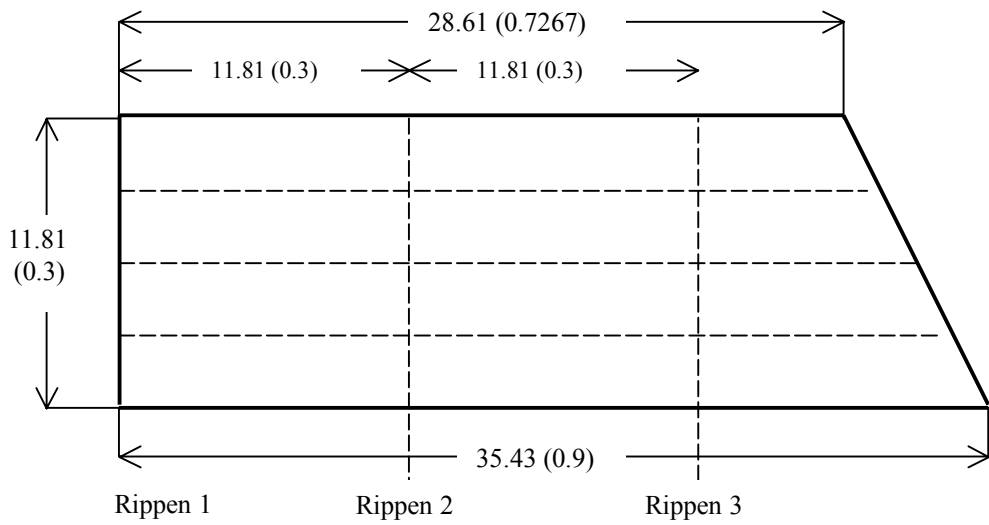


Abb. 2.18 Maße der Planform des AGARD-Flügels. Alle Maße in Inch (Meter)

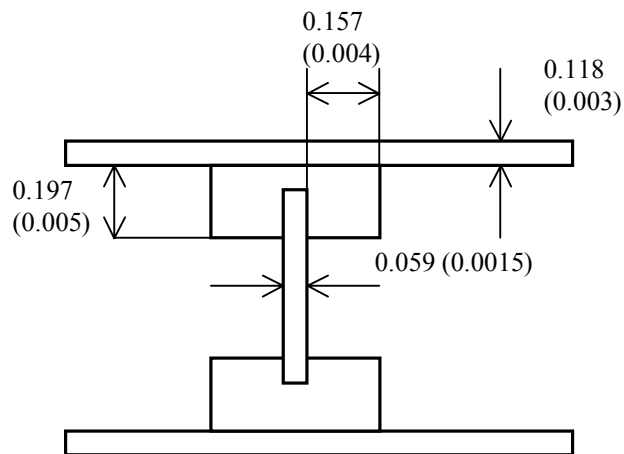


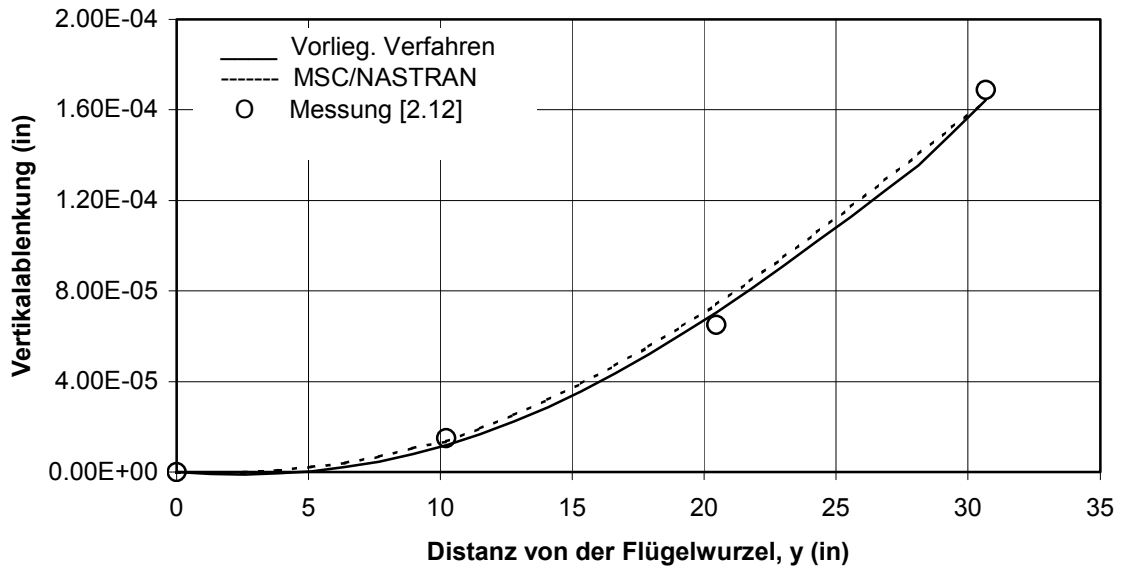
Abb. 2.18 Maße der Querschnittseigenschaften des AGARD-Flügels.
Alle Maße in Inch (Meter)

Tabelle 2.1 Eigenfrequenzen des AGARD-Flügels

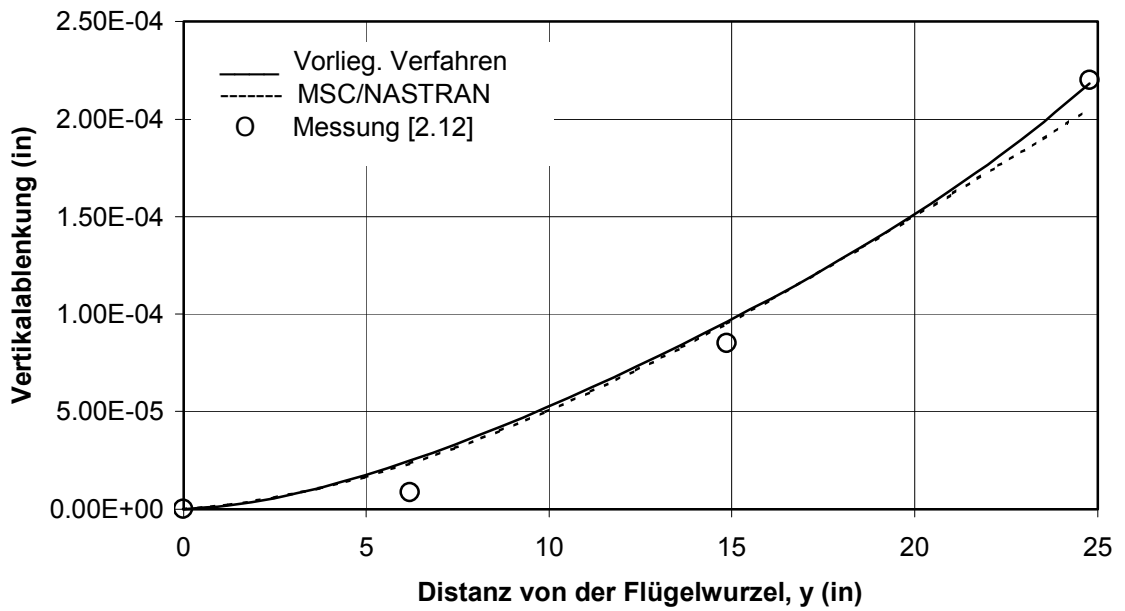
No.	Eigenform	Eigenfrequenz (Hz)				
		ELFINI (Livne[2.5])	EPM von Livne [2.5]	NASTRAN (CSHEAR)	NASTRAN (CQUAD4)	Vorliegendes Verfahren
1	1. Biegung	115.6	114.7	113.8	116.8	116.4
2	1. Schwenken	317.6	312.4	309.3	341.2	349.9
3	1. Torsion	418.4	428.9	404.5	407.8	390.7
4	2. Biegung	576.4	575.3	554.8	567.5	542.9
5	2. Torsion	1086	1125	997.5	1016.0	1034.3
CPU-Zeit, s		-	-	12.9	17.9	7.0

In Abb. 2.22 werden die Normalhautspannungen in der Holmrichtung (der elastischen Achse) entlang der mittleren Holmlinie gezeigt. Auch dies ist ein Hinweis darauf, daß die Ergebnisse des vorliegenden Verfahrens die gleiche Tendenz und Ordnung mit den Resultaten von FEM haben.

Abb. 2.23 und 2.24 zeigen die Normalspannungen, die auf der elastischen Achse senkrecht sind, bzw. die Schubspannungen an der Flügelwurzel. Obwohl die Ergebnisse des vorliegenden Verfahrens die gleiche Ordnung wie die Ergebnisse aus der FEM haben, können sie nicht mit den Meßergebnissen verglichen werden.



(a)



(b)

Abb. 2.20 Vertikalablenkung (a) der Vorderkante und (b) Flügelhinterkante beim AGARD-Flügel

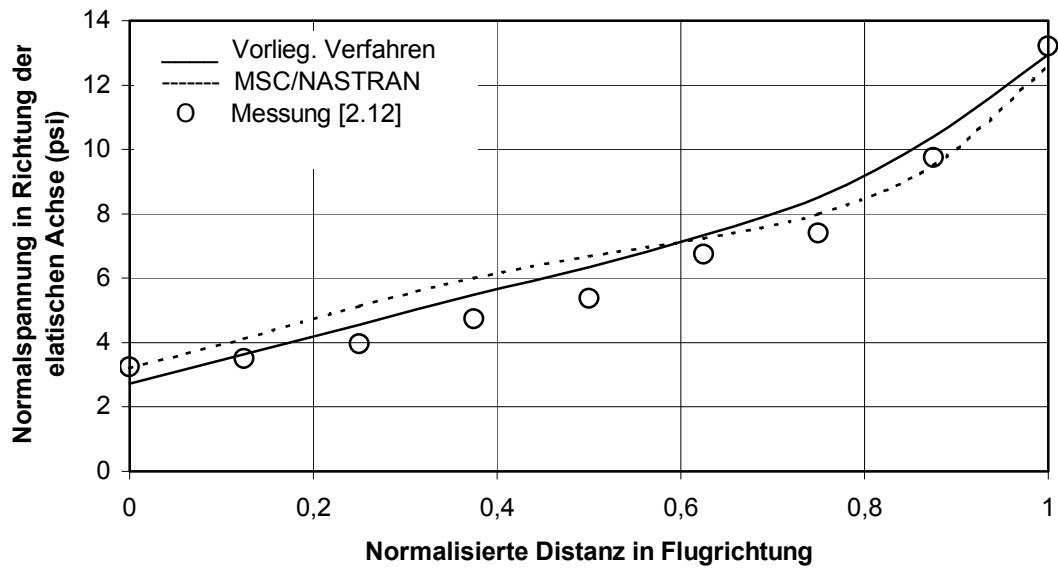


Abb. 2.21 Normalhautspannung in Richtung der elastischen Achse entlang der Flügelwurzeltiefe

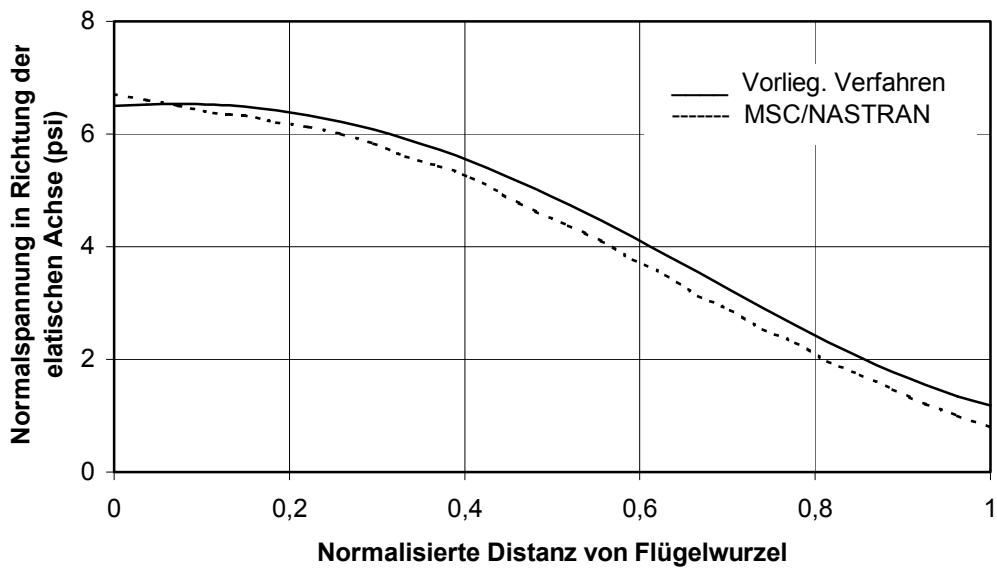


Abb. 2.22 Normalhautspannung in der elastischen Achse entlang der mittleren Holmlinie

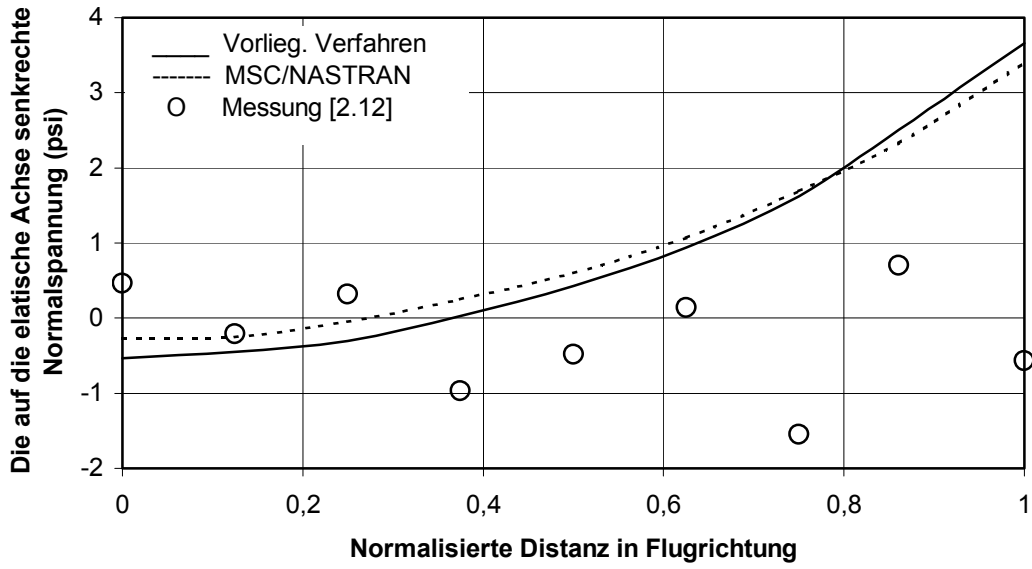


Abb. 2.23 Die auf der elastischen Achse senkrechte Normalspannung an der Flügelwurzel

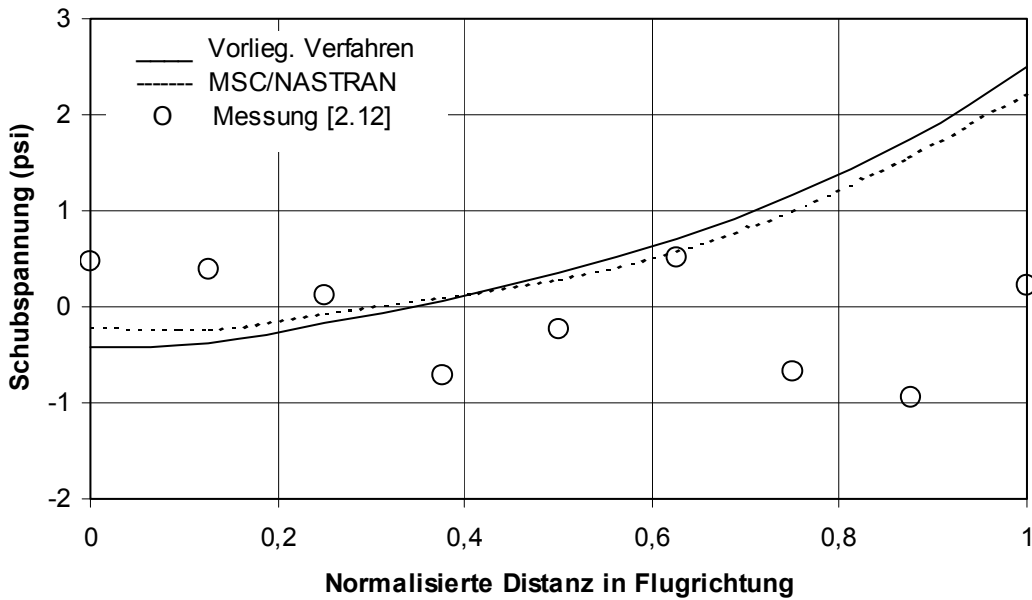


Abb. 2.24 Schubspannung an der Flügelwurzel

2.5.2 Flügel von Giles

Der Flügel von Giles [2.2] wird in Abb. 2.25 gezeigt. Er ist ein typischer Kampfflugzeugflügel und hat zwei Hauptplanformsegmente. Wegen des im inneren Segment dominierenden Verdrehens und des im außenliegenden Segment dominierenden Verbiegens ist dieses Problem ein guter Test der Fähigkeit zur Näherung der Ablenkungen über den gesamten Flügel. Der Flügel hat eine feste Einspannung und seine Flügeltiefe verändert sich linear in Spannweitenrichtung von 19 in. an der Wurzel bis 6 in an $y = 90$ in und bis 2 in an der Spitze. Die Tiefe ist in Flugrichtung konstant. Der Flügel ist aus Aluminium mit einer Hautdicke von 0.1. in über den gesamten Flügel. Die Materiellekonstanten sind: $E = 1.025 \times 10^7$ lb/in², $\rho = 2.526 \times 10^{-4}$ lb sec² /in⁴ und $\nu = 0.3$. Es wurde ein Lastdruck von 1 psi über dem vollständigen Flügel betrachtet. Eigenfrequenzen, Ablenkungen und Hautspannungen werden mit den Ergebnissen einer ausführlichen Finiten-Elementen-Analyse verglichen. Der Fokus hier ist:

- die Fähigkeit des Äquivalenz-Platten-Modells, um einen Flügel, der aus mehrere Trapezschnitt besteht, zu behandeln und
- die Genauigkeit der Spannungberechnung.

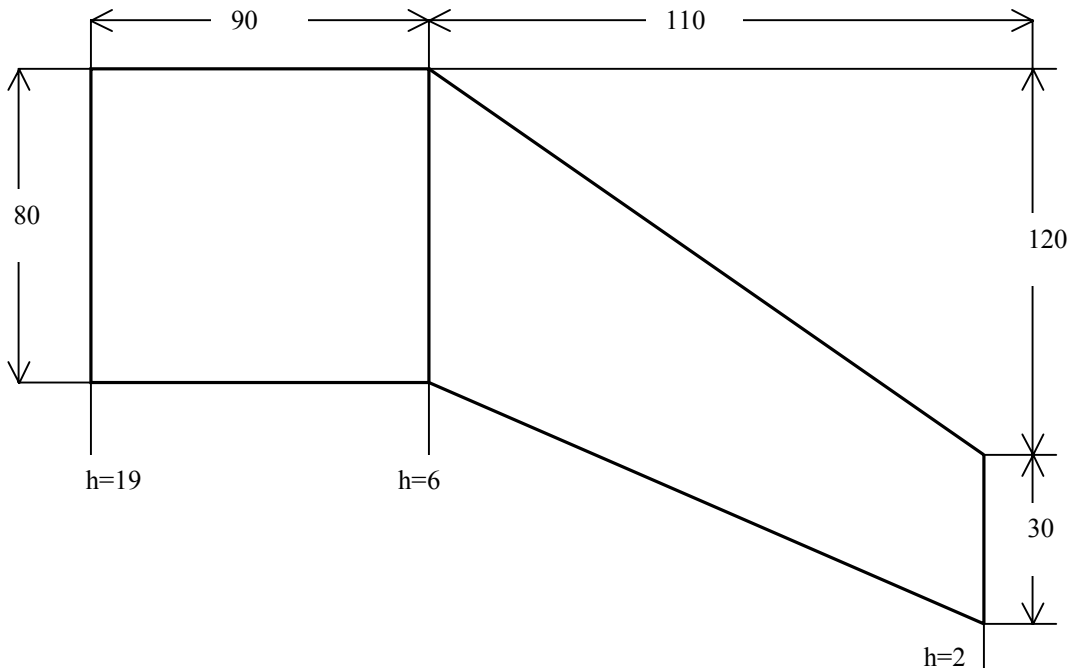


Abb. 2.25 Flügel von Giles

Die Eigenfrequenzen für den Flügelkasten werden mit dem vorliegenden Verfahren, EPM von Giles und FEM berechnet. Im vorliegenden Verfahren wurden die Zahlen des Polynoms von 4, 5 und 6 gewählt. Ein Vergleich der sieben Eigenfrequenzen wird in Tabelle 2.3 gegeben. Der Frequenzvergleich bringt zum Ausdruck, daß die Fähigkeit des vorliegenden Verfahrens im Wesentlichen die gleichen Resultate erreichen kann, wie die in [2.2] beschriebenen.

Tabelle 2.2 Eigenfrequenzen (cps) von Giles-Flügel

No.	FEM [2.2]	EPM von Giles [2.2]	Vorliegendes Verfahren		
			NP = 4	NP = 5	NP = 6
1	14.58	14.76	14.74	14.45	14.44
2	48.52	49.10	49.43	48.43	47.83
3	97.22	99.99	100.52	98.12	94.10
4	113.99	117.53	112.67	109.23	107.08
5	174.73	181.22	199.64	182.88	176.17
6	212.72	220.14	259.27	201.33	198.15
7	277.38	294.80	290.96	286.80	285.28
Zentraleinheitzeit,s	-	-	2.70	12.31	40.13

Die Vertikalablenkungen entlang der Vorderkante und der Flügelhinterkante werden in Abb. 2.26 gezeigt. In Abb. 2.26 sieht man, daß die Ergebnisse des vorliegenden Verfahrens eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Methode und auch den Ergebnisse von EPM von Giles aufweisen.

Die Spannungsverteilung über der Flügeltiefe für drei unterschiedliche Lage ($y = 54, 90$ und 134 in.) wird in Abb. 2.27 bis 2.29 gezeigt. Man kann sehen, daß das vorliegende Verfahren eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit FEM, sowohl bei der inneren als auch der außenliegenden Region des Flügels, bietet.

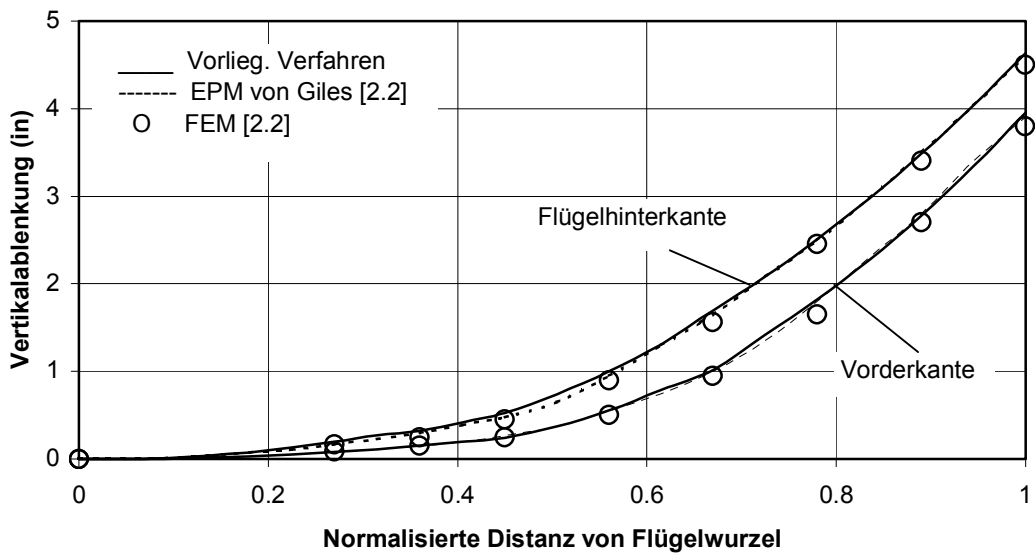


Abb. 2.26 Vertikalablenkungen entlang der Vorderkante und der Flügelhinterkante

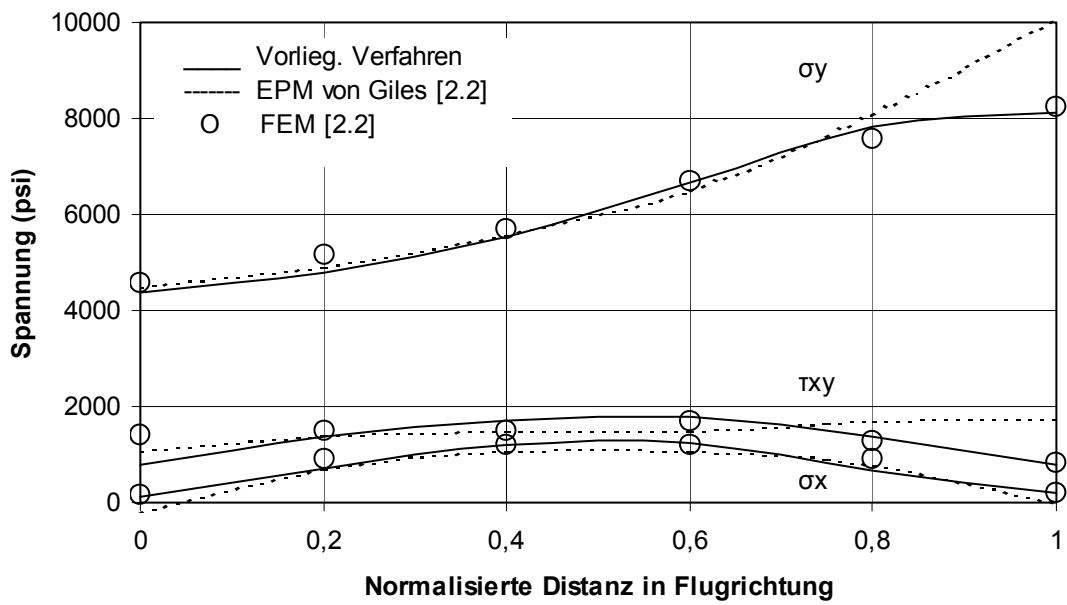


Abb. 2.27 Spannungsverteilung auf $y = 54$ in.

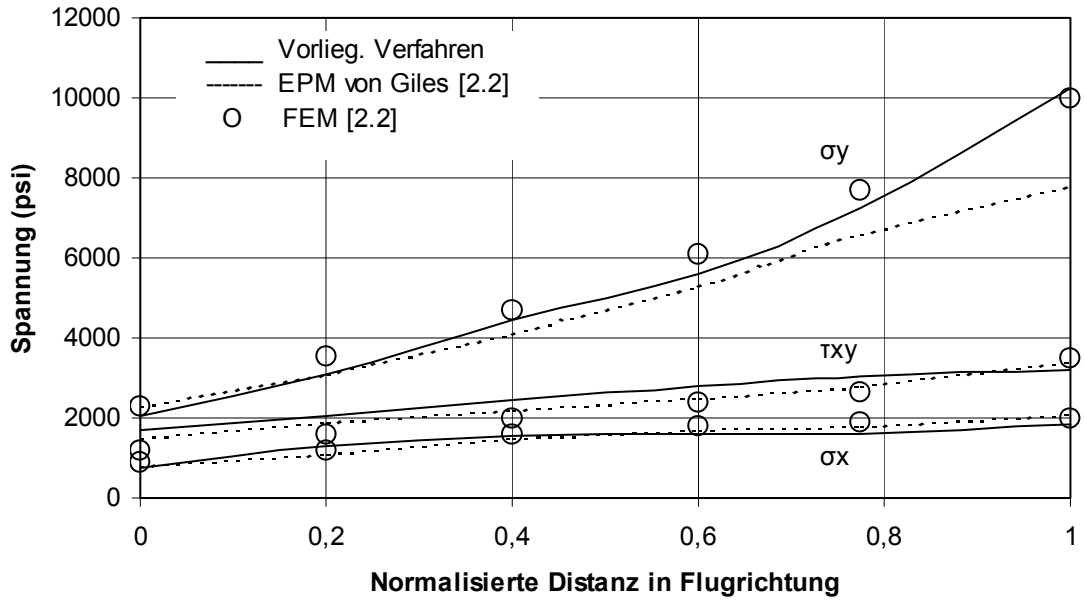


Abb. 2.28 Spannungsverteilung auf $y = 90$ in.

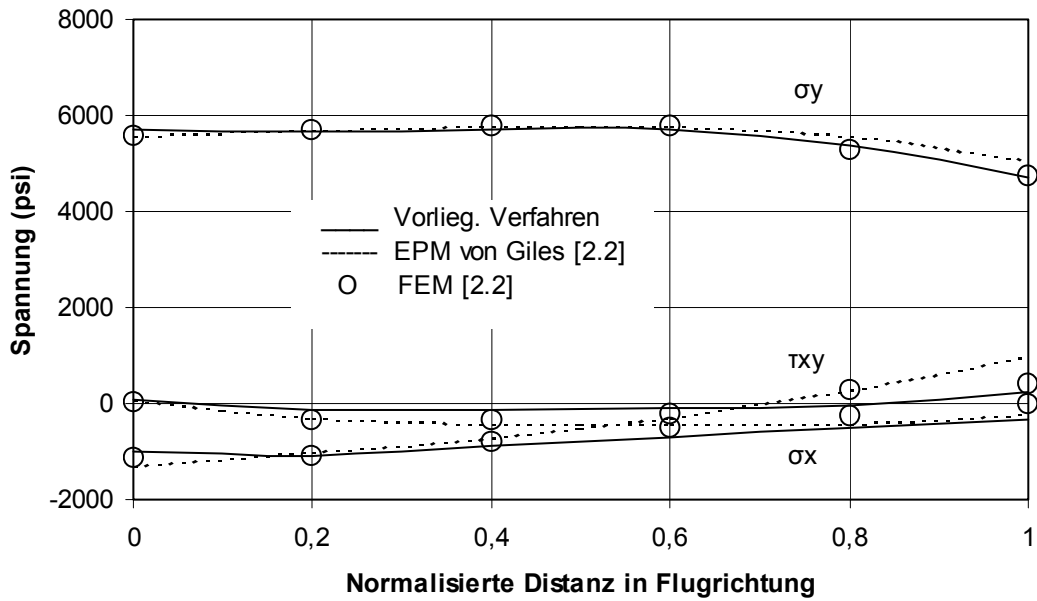


Abb. 2.29 Spannungsverteilung auf $y = 134$ in.

2.6 Zusammenfassung

Alle Wesensmerkmale des Äquivalenz-Platten-Modells sind in diesem Kapitel dargestellt worden. Obgleich nicht so allgemein, ist sie in ihrer Genauigkeit vergleichbar mit der Finite-Elemente-Methode. Daher ist dieses Verfahren für praktischen Flügel im einleitenden Entwurfstadium bemerkenswert genau bei einer vergleichbar einfacheren Modellierung der Struktur als die Finite-Elemente-Methode. Daher ist seine Anwendung für die multidisziplinäre Flügeloptimierung besonders gerechtfertigt. Außerdem stellt sie einen Hauptschritt dar, der im Vergleich zu den vereinfachten Äquivalenz-Balken-Modellen fortschrittlich ist, welche weitgehend in der Vergangenheit benutzt worden sind.

3 Modellierung der Aerodynamik

3.1 Übersicht

Die Bestimmung der instationären aerodynamischen Luftkräfte stellt eines der wichtigsten und umfangreichsten Probleme der Flutteranalyse dar. Insbesondere in neuerer Zeit, in der mit steigenden Fluggeschwindigkeiten Flügel und Leitwerke immer flexibler, die Flächenbelastungen immer höher und die Flügelformen immer vielfältiger werden, tritt die Forderung nach Methoden, die eine gute Voraussage der Luftkräfte gewährleisten, um damit die kritischen Flattergeschwindigkeiten berechnen zu können, immer dringender in den Vordergrund. Tatsächlich unterscheiden sich die Methoden zur Berechnung der instationären aerodynamischen Luftkräfte für unterschiedliche Luftgeschwindigkeiten. Numerische Methoden für die Unterschall-, Transschall- und Überschallbereiche auf der Basis der linearen und nichtlinearen Potentialgleichung wurden weitgehend entwickelt. Heutzutage werden neben den linearisierten Potentialverfahren vor allem finite Volumina-Verfahren (*Computational Fluid Dynamic CFD*) zur Lösung der Euler- und Navier-Stokes- Gleichungen verwendet, insbesondere für den Transschallbereich .

Für die Berechnungen der instationären Luftkräfte für die Unterschall- und Überschallbereiche muß man hier unterscheiden zwischen Methoden, die den Tragflügel durch eine oder mehrere tragende Linien ersetzen, und solchen, die von der tragenden Fläche ausgehen [3.1][3.2]. Obwohl die Tragflächenverfahren für die Flutteranalyse der Flügel bei Unterschall- und Überschallgeschwindigkeit die genauesten Methoden sind, werden die Traglinientheorien vor allem das Doublet-Lattice-Verfahren wegen seiner Flexibilität zur Darstellung beliebiger Konfigurationen als Rückgrat der aeroelastischen Berechnungen bei Unterschallgeschwindigkeit in der Flugzeugindustrie verwendet. Die Traglinientheorien haben befriedigende Ergebnisse bei der Berechnung der Flattergeschwindigkeit geliefert, weswegen es für die vorliegende Dissertation hinreichend ist, diese zu verwenden.

Damit das Flutterproblem mit der p -Methode gelöst werden kann, soll die dynamische aeroelastische Gleichung in eine Zustand-Raumform transformiert werden. Das bedeutet, dass eine Approximation der aerodynamischen Luftkräfte im Frequenzbereich nötig wird. Die

Transformation in den Zeitbereich geschieht über Laplace. Man kann die Approximation durch eine rationale Funktion darstellen.

Im folgenden Abschnitt werden die Traglinientheorie [3.3] und die Approximation der aerodynamischen Luftkräfte vorgestellt. Dabei werden einige Berechnungsbeispiele diskutiert.

3.2 Die instationäre Traglinientheorie

Die Traglinientheorie wurde als Verallgemeinerung der Methode von J. Weissinger [3.4] für die Berechnung der Auftriebsverteilung von planaren Flügeln entwickelt. Diese Methode ist eine Kernfunktionsmethode, bei der man die Druckdifferenz in Spannweitenrichtung als lineare Kombination von orthogonalen Polynomen modelliert. Nach Anwendung des Schemas von Galerkin erhält man einen Satz Integralgleichungen. Diese Integralgleichungen stellen die Relation zwischen der Druckverteilung und der Randbedingung für die normal zur Tragfläche stehende Geschwindigkeit dar.

3.2.1 Grundlagen der instationären Traglinientheorie

ΔC_p soll hierbei die Druckdifferenz zwischen der unteren (p_u) und oberen (p_o) Seite des Flügels sein, definiert als

$$\Delta C_p = \frac{p_u - p_o}{\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2} \quad (3.1)$$

Hierbei stellt p den Druck, ρ_∞ die ungestörte Dichte und U_∞ die ungestörte Anströmgeschwindigkeit dar.

Sodann kann die Integralgleichung hergeleitet werden, welche die Amplitudenfunktionen der Anstellwinkel- und Druckverteilung zueinander in Beziehung setzt:

$$\frac{w(x, y)}{U_\infty} = \frac{L}{8\pi} \int_{-1}^{+1} b(\eta) \int_{-1}^{+1} \frac{K(x - \xi, y - \eta, k, M_\infty)}{(y - \eta)^2} \Delta c_p(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3.2)$$

Dabei bedeuten $\frac{w(x,y)}{U_\infty}$ Anstellwinkel, L Halbspannweite, k reduzierte Frequenz; M_∞ Machzahl und $K(x-\xi, y-\eta, k, M_\infty)$ Kernfunktion. ΔC_p ist in dieser Gleichung die gesuchte Funktion. In Gleichung (3.2) sind y und η die auf die Halbspannweite bezogenen Oberflächen-Koordinaten, die zur ungestörten Anströmgeschwindigkeit senkrecht stehen, die Koordinaten in Flugrichtung, x bzw. ξ , werden auf lokale Halbflügelteiefe $b(\eta)$ bezogen.

Das Koordinatensystem ist wie in Abb. 3.1 orientiert. Die Integration ist über die Flügelfläche auszuführen.

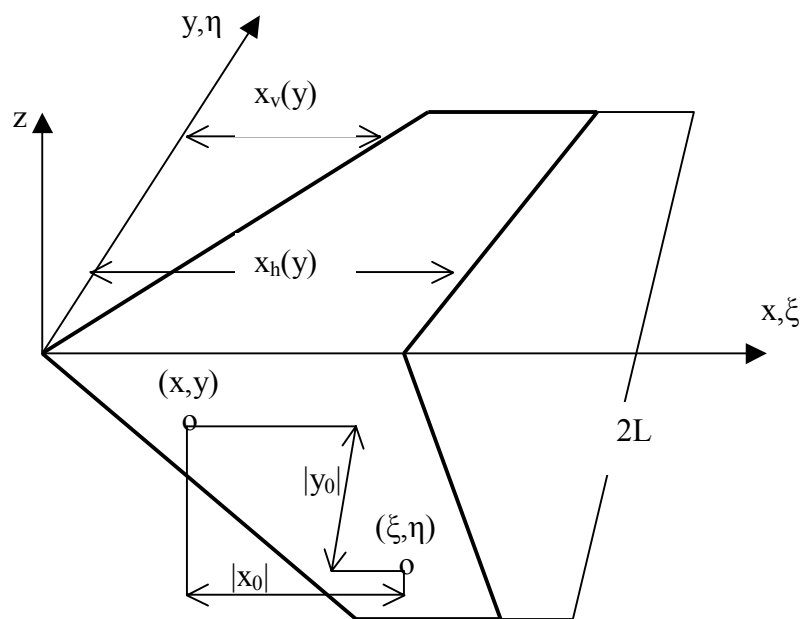


Abb. 3.1 Die Geometrie des Flügels und das gewählte Koordinatensystem

Um Gleichung (3.2) zu lösen, betrachtet man die Druckdifferenzverteilung

$$\Delta C_p(\xi, \eta) = \frac{1}{b(\eta)} \sqrt{1-\eta^2} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \sum_{r=1}^{ns} \sum_{s=1}^{nc} A_{rs} P_{r-1}(\xi) U_{s-1}(\eta) \quad (3.3)$$

ns und nc bedeuten die Anzahl der gewählten Ansätze für den Druck in Spannweiten- und Tiefenrichtung, A_{rs} sind die zugehörige Koeffizienten des Druckverteilungansatzes. $P_{i-1}(\xi)$ stellt das Jacobi-Polynom und $U_{j-1}(\eta)$ das Chebyshev-Polynom zweiter Art dar.

Der Anstellwinkel $\bar{\alpha}(x, y; t) = \alpha(x, y)e^{i\omega t}$ ist als bekannt vorauszusetzen. Bezeichnet man mit $\bar{z}_a(x, y; t) = z_a(x, y)e^{i\omega t}$ die periodische Auslenkung des Flügels mit Kreisfrequenz ω , wobei $z_a(x, y)$ die Amplitudenfunktion beschreibt, dann ist der Anstellwinkel durch

$$\bar{\alpha}(x, y) = \frac{w(x, y)}{U_\infty} = -\frac{1}{U_\infty} \left[\frac{\partial}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial}{\partial x} \right] z_a(x, y) e^{i\omega t} \quad (3.4)$$

oder, wenn nur die Amplitudenfunktionen geschrieben werden, durch

$$-\alpha(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} z_a(x, y) + ikz_a(x, y) \quad ; \quad k = \frac{\omega b}{U_\infty} \quad (3.5a)$$

eindeutig definiert. Es ergeben sich für

$$\text{Schlagbewegung} \quad : \quad z_a = \hat{h} \quad \alpha = -ik\hat{h} \quad (3.5b)$$

$$\text{Nickbewegung um } x_m : z_a = (x - x_m)\hat{\alpha} \quad \alpha = -(1 + ik(x - x_m))\hat{\alpha} \quad (3.5c)$$

Das Schema von Galerkin wird durch Multiplikation von $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} Q_{s-1}(x) \quad ; \quad s = 1, 2, 3, \dots, nc$

bei Gl. (3.2) angewandt und in Tiefenrichtung im Abstand $-1 \leq x \leq <1$ integriert. Die Funktionen $Q_k(x) = P_k(-x)$ sind orthogonale Polynome über dem Abstand $-1 \leq x \leq <1$ mit der

Gewichtsfunktion $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$. Die Gl. (3.2) wird auch mit $\sqrt{1-y^2} U_{l-1}(y) \quad ; \quad l = 1, 2, 3, \dots, ns$

multipliziert und in Spannweitenrichtung im Abstand $-1 \leq x \leq <1$ integriert. Man erhält die folgenden Integralgleichungen

$$\alpha^*(x, y) = \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-y^2} U_{l-1}(y) \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} Q_{k-1}(x) \frac{L}{8\pi} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \frac{K(x-\xi, y-\eta, k, M_\infty)}{(y-\eta)^2} \sqrt{1-\eta^2} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \sum_{r=1}^{ns} \sum_{s=1}^{nc} A_{rs} P_{s-1}(\xi) U_{r-1}(\eta) d\xi d\eta dx dy \quad (3.6)$$

mit

$$\alpha^*(x, y) = \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-y^2} U_{l-1}(y) \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} Q_{k-1}(x) \alpha(x, y) dx dy \quad (3.7)$$

Gl. (3.6) ist eine Integralgleichung. Man kann Gl. (3.6) lösen, um die Werte von A_{rs} zu finden. Die Werte von A_{rs} können in Gl. (4.3) eingesetzt werden, um die Druckverteilung über der Flügeloberfläche zu ermitteln.

3.2.2 Die Behandlung der Integration

Die Integration in Tiefenrichtung wird numerisch nach den m - Knotenpunkten der Quadratur von Gauss-Jacobi errechnet zu

$$\int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \varphi(\xi) d\xi = \sum_{n=1}^m w_n \varphi(\xi_n)$$

wobei

$$\begin{aligned} \xi_n &= \cos(2\pi n / (2m + 1)) \\ w_n &= (1 - \xi_n) 2\pi / (2m + 1) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Analoges gilt für die folgenden Integrale

$$\int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \varphi(x) dx = \sum_{n=1}^m w_n \varphi(\xi_n) = \int_{-1}^{+1} \sqrt{\frac{1-\xi}{1+\xi}} \varphi(-\xi) d\xi = \sum_{n=1}^m w_n \varphi(x_n)$$

wobei

$$x_n = -\xi_n = -\cos(2\pi n / (2m + 1)) \quad (3.9)$$

zu wählen sind.

Um die Integration in Spannweitenrichtung zu bewältigen, ist es praktikabel, den Flügel in einige Regionen aufzuteilen, wie in Abb. 3.2 gezeigt wird. Die Integrale der Regionen I, II und IV sind nicht singular und können mit numerischem Mittel ohne weiteres ausgerechnet werden.

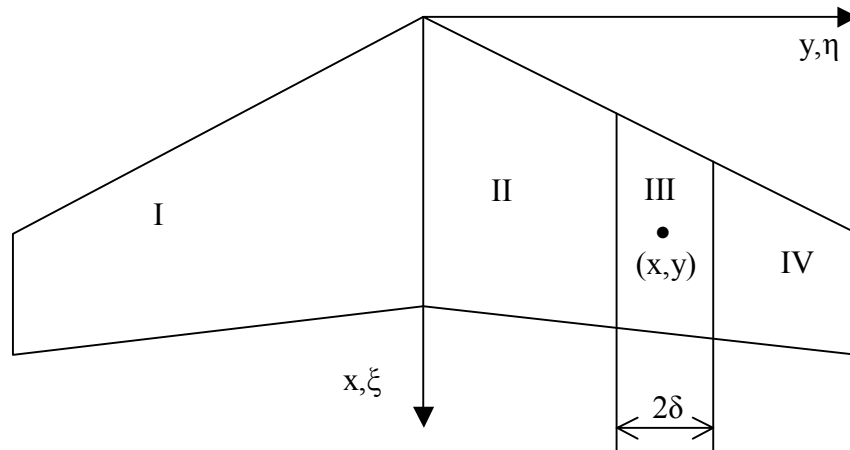


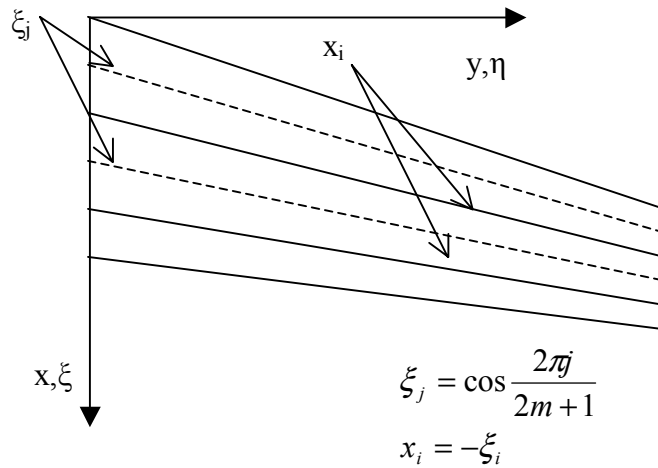
Abb. 3.2 Integralregionen des Flügels

Das Integral der Region III, das singular an der Stelle $y = \eta$ ist, wird wie folgt geschrieben

$$I_{III} = \int_{y-\delta}^{y+\delta} \frac{F_I(\eta) d\eta}{(y-\eta)^2} \quad (3.10)$$

wobei das \int im Sinne der Hauptwerten zu nehmen ist und δ eine kurze Distanz ist. Gl. (3.10) wird dann ausgerechnet, indem man das Polynom anwendet, um $F_I(\eta)$ über der Region der Integration zu approximieren. Dieses Verfahren ermöglicht, dass die singulären Teile von Gl. (3.10) vollständig lokalisiert und leicht erfasst werden. Für die Größe von Region III werden 30% der Halbspannweite genommen, wie von Watkins et.al. vorgeschlagen wurde [3.6].

In diesem Fall wird die Tragfläche vollständig durch den Satz der Auftriebslinien ersetzt (Abb. 3.3). Die Stärke der tragenden Linien wird entlang $\xi_n = \cos(2\pi n / (2m + 1))$ konzentriert und die Randbedingung wird an den Linien $x_n = -\xi_n$ erfüllt. Wenn $m = 1$ und die Bewegung stationär ist, dann entspricht Gl. (3.6) genau der klassischen Tragliniengleichung von Weissinger [3.4].



	$m = 2$		$m = 3$		
Lage der Traglinien (%)	10	65	5	39	81
Lage der Kollokationslinien (%)	35	90	19	61	95

Abb. 3.3 Allgemeine Traglinientheorie

Die Lage der tragenden Linien ergibt sich für $m = 2$ zu 10% und 65 % der Flügeltiefe, für $m = 3$ zu 5 %, 39 % und 81 % der Flügeltiefe. Die Lage der Linien, an denen die Abwindbedingung erfüllt wird (Kollokationslinien), ergibt sich für $m = 2$ bei 35 % und 90 % der Tiefe und für $m = 3$ bei 19 %, 61 % und 95 % der Tiefe.

3.2.3 Randbedingung

Für die linearisierte Strömung ist die Abwindfunktion $w(x,y)$ entsprechend der Auslenkung der Mitteloberfläche des Tragflügels durch die Beziehung von Gl. (3.4) festgelegt. In Gl. (3.4) ist $z_a(x,y)$ die Amplitude der Auslenkung ausgehend von der Mittellage. Sobald eine passende Funktion für $z_a(x,y)$ gewählt wurde, kann man den Abwind bestimmen und die Belastung mit Einbeziehung von Gl. (3.2) berechnen. Für die übliche modale Art, z.B. Flatternsanalyse, kann $z_a(x,y)$ aus dem Schwingungsmodus durch

$$\bar{z}_a(x,y,t) = z_a(x,y)e^{i\omega t} = \sum_{j=1}^{nm} \Phi_j(x,y)\bar{q}_j(t) \quad (3.11)$$

berechnet werden. Für eine sinusförmige Schwingung kann die generalisierte Koordinate als

$$\bar{q}_j(t) = q_j e^{i\omega t} \quad (3.12)$$

formuliert werden.

In Gl. (3.11) bedeuten nm und $\Phi_j(x, y)$ Zahl der Eigenformen bzw. Eigenform von j -stem Mode. Gl. (3.5) kann dann durch

$$-\alpha(x, y) = \left(\frac{\partial}{\partial(x/b_0)} + ik \right) \left[\Phi_1(x, y) \frac{q_1}{b_0} + \Phi_2(x, y) \frac{q_2}{b_0} + \dots \right] \quad (3.13)$$

ausgedrückt werden. Hier bedeutet b_0 die Mittelflügeltiefe an das Flügelwurzel.

Für stationäre Strömungen ist $k = 0$ und Gl. (3.5) geht über in:

$$-\alpha(x, y) = \frac{\partial z_a(x, y)}{\partial x} \quad (3.14)$$

Gl. (3.14) ist nicht mehr komplex, sondern reell.

3.2.4 Formulierung der Luftkräfte

Die Druckverteilung ergibt sich mit Hilfe von Gl. (3.3). Damit können die für Flatterrechnungen bedeutenden generalisierten Kräfte erhalten werden. Für die Amplitude des komplexen Gesamtauftriebsbeiwertes (positiv nach oben) gilt:

$$C_A = \frac{A_\ell}{q_\infty F_\ell} = \frac{L}{F_\ell} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} b(\eta) \Delta C_p(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3.15)$$

Die Amplitude des Gesamtnickmomentenbeiwertes, der schwanzlastig positiv zählend eingeführt wird, ergibt sich um die bei ξ_m liegende Querachse y zu

$$C_M = \frac{M_\ell}{q_\infty F_\ell b} = -\frac{L}{F_\ell b} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} b^2(\eta) \Delta C_p(\xi, \eta) (\xi - \xi_m) d\xi d\eta \quad (3.16)$$

Hierbei bedeutet F_ℓ die Flügelfläche, \bar{b} die Bezugsflügeltiefe und ξ_m die Bezugsachse der örtlichen Momente. Die generalisierten aerodynamischen Kräfte für die reduzierte Frequenz k und Machzahl M_∞ auf dem Flügel werden durch das Integral

$$Q_{rs}(ik, M_\infty) = q_\infty L \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} b(\eta) (\Delta C_p(\xi, \eta))_r \Phi_s(x, y) d\xi d\eta \quad (3.17)$$

gegeben. Hier bedeuten $\Phi_s(x, y)$ eine Eigenform und $(\Delta C_p(\xi, \eta))_r$ der zur Eigenform $\Phi_r(x, y)$ gehörige Druckbeiwert.

3.3 Approximation der instationären Luftkräfte

Die Approximation der aerodynamischen Luftkräfte ist erforderlich, um die dynamische aeroelastische Bewegungsgleichung in einer Zustand-Raumform darzustellen, damit das Flutterproblem mit der p -Methode gelöst werden kann. Der Grund für die gewählte p -Methode zur Lösung des Flutterproblems ist, dass in dieser Methode die Geschwindigkeit anstelle der Eigenfrequenz als Eingang gewählt wird. Daher ist diese Vorgehensweise für die Optimierung mit Restriktion der Flattergeschwindigkeit besonders geeignet.

Die instationären Luftkräfte können durch eine rationale Funktion approximiert werden. Schuler hat mehrere Veröffentlichungen zu diesem Thema aufgelistet [3.7]. Die gebräuchlichsten Verfahren sind die Minimum-State-Methode (MS) von Karpel [3.8][3.9], die Least-Square-Methode (LS) von Roger [3.10] und die Matrix-Pade-Methode (MP) von Vepa [3.11][3.12]. Im Folgenden wird nur die Minimum-State-Methode diskutiert.

3.3.1 Minimum-State-Methode

Bei der Minimum-State-Methode werden die auf der Laplace-Variablen generalisierte aerodynamische Luftkräfte durch eine rationale Funktion approximiert [3.8][3.9][3.13]:

$$[\tilde{Q}(s)] = [A_0] + [A_1]s + [A_2]s^2 + [D](s[I] - [R])^{-1}[E]s \quad (3.18)$$

mit

$$[D] = [A_3 \ A_4 \ \dots \ A_{nL}] \quad ; \quad [E] = \begin{bmatrix} I \\ I \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \quad ; \quad [R] = \begin{bmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ & & & & \cdot \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

und

$$[R]_l = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{l1} & & & \\ & \hat{\gamma}_{l2} & & \\ & & \cdot & \\ & & & \cdot \\ & & & & \cdot \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

wobei $\hat{\gamma}$ die Zustände (Lag States) sind.

Weil die aerodynamischen Daten für harmonische Schwingungen gegeben werden, beginnt die Approximation mit dem Ersetzen von s in Gl. (3.18) durch ik . Die generalisierten instationären Luftkräfte sind für verschiedene reduzierte Frequenzen k tabelliert und Least-Square Verfahren werden dann verwendet, um die Approximationkoeffizienten, die die beste Anpassung zu den tabellierten generalisierten instationären Luftkräften $[Q(ik, M_\infty)]$ ergeben, zu errechnen.

Roger [3.9] behandelte die Elemente von $[E]$ aus Gl. (3.8) im Approximationprozeß als freie Variablen und die Elemente von $[D]$ als feste Variablen. Die Minimum-State-Methode basierte auf der Realisierung, dass die Zahl der aerodynamischen Zustände erheblich verringert werden kann durch das Behandeln aller Elemente von $[D]$ und $[E]$ als freie Variablen einschließlich der negativen Wurzeln der Diagonale $[R]$. Typische Minimum-State Anwendungen benutzen 4 bis 6 Wurzeln.

3.3.2 Least-Square Approximation

Um die reale Zahlalgebra zu erleichtern, wird der komplizierte Approximationausdruck in Gl. (3.18), durch Ersetzen von s durch ik , in die realen und imaginären Teile aufgeteilt. Der reale Teil ist

$$[\tilde{F}(k)] = [A_0] - k^2[A_2] + k^2[D]([I]k^2 + [R]^2)^{-1}[E] \quad (3.21)$$

und der imaginäre Teil ist

$$[\tilde{G}(k)] = k[A_1] - k[D]([I]k^2 + [R]^2)^{-1}[R][E] \quad (3.22)$$

Der Vergleich von Gln. (3.21) und (3.22) mit den realen und imaginären Teilen ($[F(k)]$ und $[G(k)]$), den Matrizen der tabellierten generalisierten instationären Luftkräfte $[Q(ik, M_\infty)]$ liefert einen Satz Gleichungen. Die Aufgabe ist, die freien Approximationkoeffizienten $[A_0]$, $[A_1]$, $[A_2]$, $[D]$ und $[E]$ zu finden, die die Fehler zwischen der Matrixelemente der approximierten und der tabellierten instationären Luftkräfte

$$\varepsilon_l = \sqrt{\sum_{i,j,l} |\tilde{Q}_{ij}(ik_l) - Q_{ij}(ik)_l|^2 W_{ijl}^2} \quad (3.23)$$

minimieren. Hierbei bedeutet W_{ijl} die Lastfunktion. In dieser Arbeit wurde W_{ijl} folgt formuliert

$$W_{ijl} = \frac{\varepsilon}{\max_l \{ |Q_{ij}(ik)_l|, \varepsilon \}} \quad (3.24)$$

wobei ε ein kleiner positiver Parameter ist. Nach NASA soll $\varepsilon = 1$ sein [3.14]. Die Approximationkoeffizienten werden festgestellt, indem man eine Reihenfolge der Least-Square Probleme löst.

3.3.3 Das Minimum-State-Verfahren

Um die Berechnung zu beschleunigen, werden die Restriktionen häufig in der Passung hinzugefügt. Gln. (3.21) und (3.22) können begrenzt werden, um den Einfluß für $k = 0$ and $k = k_f$ zusammen zu bringen, was ergibt:

$$[A_2] = \left(\tilde{F}(0) - \tilde{F}(k) \right) / k_f^2 + [D] \left([I]k^2 + [R]^2 \right)^{-1} [E] \quad (3.25)$$

$$[A_1] = \left(\tilde{G}(k) \right) / k_f^2 + [D] \left([I]k^2 + [R]^2 \right)^{-1} [E] \quad (3.26)$$

$$[A_0] = \tilde{F}(0) \quad (3.27)$$

Wenn die Gln. (3.25) und (3.26) in die Gln. (3.21) und (3.22) eingesetzt werden, können die Matrizen $[D]$ und $[E]$ durch die folgenden Gleichungen

$$[D][H(R, k)][E] \approx \left(\frac{k^2}{k_f^2} - 1 \right) \left[\tilde{F}(0) - \left(\frac{k^2}{k_f^2} \tilde{F}(k_f) + \tilde{F}(k) \right) \right] \quad (3.28)$$

$$[D][H(R, k)][R][E] \approx \left(\frac{k^2}{k_f^2} \right) \left[\tilde{G}(k_f) + \tilde{G}(k) \right] \quad (3.29)$$

mit

$$[H(R, k)] = \left([I]k^2 + [R]^2 \right)^{-1} - \left([I]k_f^2 + [R]^2 \right)^{-1} \quad (3.30)$$

gebildet werden. Die Matrizen $[D]$ und $[E]$ bleiben noch unbekannt, und das MS-Problem für das gegebene $[R]$ ist nichtlinear. Es wird durch iterative Rechnung beginnend mit einer Ausgangsvermutung von $[D]$, in der mindestens ein Term in jeder Reihe und in jeder Spalte nicht Null ist, gelöst. Für gegebene $[D]$ kann die MS Koeffizientmatrix $[E]$ durch Gln. (3.29) und (3.30) berechnet werden. Das Errechnete $[E]$ wird dann verwendet, um die Matrix von $[D]$ unter Verwendung von Gln. (3.29) und (3.30) zu aktualisieren. Die gesamte Reihenfolge der Least-Square Lösungen bildet ein iteratives Verfahren von $[D] \rightarrow [E] \rightarrow [D] \rightarrow \dots$, die bis zur Konvergenz wiederholt wird bzw. solange, bis die spezifizierte Höchstzahl der Iteration erreicht wird. $[R]$ wird dann unter Verwendung des Minimierungsverfahrens modifiziert. Mit modifiziertem $[R]$ werden die Berechnungsverfahren bis zum Leistungsindex (Gl. (3.23)), zum globalen Minimum, wiederholt. Wenn die Genauigkeit des Approximationswerts nicht zufriedenstellend ist, wird die Zahl von $[R]$ erhöht und die Berechnung von Anfang an wiederholt.

3.3.4 Optimierung der Polepositionen

Um die Zählermatrizen in der MS-Methode zu lösen, ist es notwendig, die Werte der Nennerkoeffizienten, die in der Matrix $[R]$ enthalten sind, zu kennen. Dies kann erreicht werden, indem man ihre Werte vor der Berechnung spezifiziert. Die errechnete Lösung kann jedoch nicht optimal sein. Infolgedessen kann es wünschenswert sein, die Passung zu verbessern, ohne die Extrazustände dem abschließenden Modell hinzuzufügen. Dabei wird die Passung in Bezug auf den Pol optimiert (d.h.: die Zustände \hat{y} als die Designvariablen). Dies ist ein nicht-lineares Problem, daher kann es keine direkte analytische Lösung geben. Man kann jedoch unterschiedliches Verfahren verwenden. In dieser Arbeit wurde die Downhill-Simplex Methode verwendet [3.15].

3.4 Ergebnisse und Diskussion

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse, die mit der Traglinientheorie erzielt werden, mit denen verglichen, die man mit anderen Methoden erhält. Ziel dieses Vergleiches ist, die Gültigkeit des vorliegenden Verfahrens darzulegen. Dafür werden Berechnungen für einige bestimmte Flügelformen, wie z.B. Rechteck-, Delta- und Pfeilflügel, durchgeführt. Eine Approximation der instationären Luftkräfte eines einfachen Flügels, die durch MS-Methode berechnet wurde, wird ebenfalls vorgestellt. Alle Berechnungen unseres Verfahrens wurden mit Hilfe eines PCs mit AMD Duron Prozessor durchgeführt.

3.4.1 Berechnung der stationären Luftkräfte

Tabelle 3.1 zeigt eine Gegenüberstellung der Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte, welche durch verschiedene Methoden für einen Rechteckflügel mit Seitenverhältnis $\lambda = 2$ in der stationären inkompressiblen Strömung berechnet wurden. Die Gesamtnickmomentenbeiwerte sind über der Vorderkante des Flügels berechnet, und als Nickachse wurde die Achse in der Mitte der Flügeltiefe genommen. Man kann daraus ersehen, dass das vorliegende Verfahren ausgezeichnete Resultate mit zwei Polynomen in jeder Richtung liefert.

Tabelle 3.2 zeigt die Auswirkung des Seitenverhältnisses auf die Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte für einen rechteckigen Flügel mit Seitenverhältnis $\lambda = 2$ in der stationären inkompressiblen Strömung. Es wird in Tabelle 3.2 deutlich, dass die vorliegenden Ergebnisse in Bezug auf den Flügel mit $\lambda = 10$ sehr nah an den Resultaten liegen, die mit der

Traglinientheorie von Glauret erreicht wurden, und die Ergebnisse in Bezug auf den Flügel mit $\Lambda = 0.1$ sehr nah an jenen sind, die mit der Skelett-Theorie erreicht wurden. Folglich ist das vorliegende Verfahren für kleine und große Seitenverhältnisse gültig..

Tabelle 3.1 Vergleich der Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte um die Momentenbezugsachse and der Vorderkante eines Rechteckflügels vom Seitenverhältnis $\Lambda = 2$ mit verschiedenen Verfahren in der stationären inkompressiblen Strömung

Verfahren	Anzahl der gewählten Ansätze für den Druck		$C_{A\alpha}$	$C_{M\alpha}$	CPU, s
	Flügel tiefe-Richtung	Spannweite-Richtung			
Vorlieg. Verf.	2	2	2.477	1.035	0.11
Vorlieg. Verf.	3	3	2.479	1.029	0.11
Vorlieg. Verf.	4	4	2.479	1.028	0.12
Vorlieg. Verf.	5	5	2.479	1.028	0.15
PCKM [3.16]	2	2	2.478	1.048	2.38
PCKM [3.16]	3	3	2.480	1.037	4.82
Lan [3.17]	8	15	2.471	1.035	-
VLM [3.18]	6	20	2.524	1.067	-
NLR [3.19]	4	15	2.474	1.036	-
NPL [3.20]	4	15	2.475	1.036	-
BAC [3.21]	4	13	2.474	1.036	-
Wagner [3.22]	-	-	2.478	1.036	-

Nickachse : Mitte der Flügel tiefe

Tabelle 3.2 Auswirkung des Seitenverhältnisses auf die aerodynamischen Koeffizienten für einen Rechteckflügel in der stationären inkompressiblen Strömung

Verfahren	Anzahl der gewählten Ansätze für den Druck		$C_{A\alpha}$	$C_{M\alpha}$	CPU, s
	Flügel tiefe-Richtung	Spannweite-Richtung			
$\Lambda = 10$					
Vorlieg. Verf.	2	2	5.176	2.360	0.03
Vorlieg. Verf.	2	3	5.246	2.380	0.04
Vorlieg. Verf.	2	4	5.246	2.381	0.05
Vorlieg. Verf.	2	5	5.246	2.380	0.06
PCKM [3.16]	3	3	4.925	2.388	4.39
PCKM [3.16]	3	4	4.922	2.386	5.80
PCKM [3.16]	3	5	4.923	2.381	7.43
Glauret [3.23]	-	-	5.040	2.520	-
$\Lambda = 0.1$					
Vorlieg. Verf.	2	2	0.152	0.008	0.06
Vorlieg. Verf.	2	3	0.152	0.008	0.06
Vorlieg. Verf.	2	4	0.152	0.008	0.07
Vorlieg. Verf.	2	5	0.152	0.008	0.09
PCKM [3.16]	3	3	0.158	0.015	-
PCKM [3.16]	4	3	0.157	0.010	-
PCKM [3.16]	5	3	0.157	0.009	-
Low AR [3.24]	-	-	0.157	0.000	-

Momentenbezugsachse : Vorderkante
 Nickachse : Mitte der Flügel tiefe

In den Tabellen 3.1 und 3.2 wurde das PCKM [3.16] mit Hilfe eines Computers von IBM 370/166 durchgeführt. Deshalb waren die Vergleiche der Berechnungszeit nicht repräsentativ.

Tabelle 3.3 zeigt den Vergleich der Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte, der durch verschiedene Verfahren für einen Deltaflügel mit Seitenverhältnis $\Lambda = 2$ in der stationären inkompressiblen Strömung berechnet wurde. In diesem Fall ist das Moment um die durch Flügelspitze gehende Querachse y berechnet. Als Nickachse wurde die Achse in der Mitte der Flügelwurzeltiefe genommen. Man kann erkennen, dass das gegenwärtige Verfahren gute Ergebnisse erzielt, und eine schnelle Konvergenz erzielt wird.

Tabelle 3.3 Vergleich der Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte um die Momentenbezugsachse an der Vorderkante eines Deltaflügel mit verschiedenen Verfahren in der stationären inkompressiblen Strömung ($\Lambda = 2$)

Verfahren	Anzahl der gewählten Ansätze für den Druck		$C_{A\alpha}$	$C_{M\alpha}$	CPU, s
	Flügel­tiefe- Richtung	Spannweite- Richtung			
Vorlieg. Verf.	2	2	2.358	2.567	0.12
Vorlieg. Verf.	2	3	2.386	2.511	0.15
Vorlieg. Verf.	3	2	2.366	2.519	0.15
Vorlieg. Verf.	3	3	2.392	2.520	0.15
PCKM [3.16]	2	2	2.291	2.683	2.37
PCKM [3.16]	3	3	2.167	2.507	4.87
Lan	3	35	2.197	2.568	-
Lamar	-	-	2.239	2.576	-
VLM, M=0.1	6	20	2.204	2.593	-
Wagner	-	-	2.216	2.595	-
Experiment[3.25]	-	-	2.119	2.531	-

Nickachse : Mitte der Flügelwurzeltiefe

Die Resultate der Berechnungen der stationären Luftkräfte zeigten, dass die Traglinientheorie zu hinreichende Ergebnissen für die Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte führt, da seine Konvergenz sehr schnell ist und die Gültigkeit des vorliegenden Verfahrens für einen sehr grossen Bereich der Seitenverhältnisse nachgewiesen wurde.

3.4.2 Berechnung der instationären Luftkräfte

Die Abb. 3.3 und 3.4 stellen die Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte und deren Phasenverschiebung, welche frequenzabhängig sind, für den Recheckflügel mit einem Seitenverhältnis $\Lambda = 2$ dar. Als Nickachse und Momentenbezugsachse wurde die Achse in der Mitte der Flugeltiefe genommen. Eine Gegenüberstellung mit den Berechnungen von Runyan

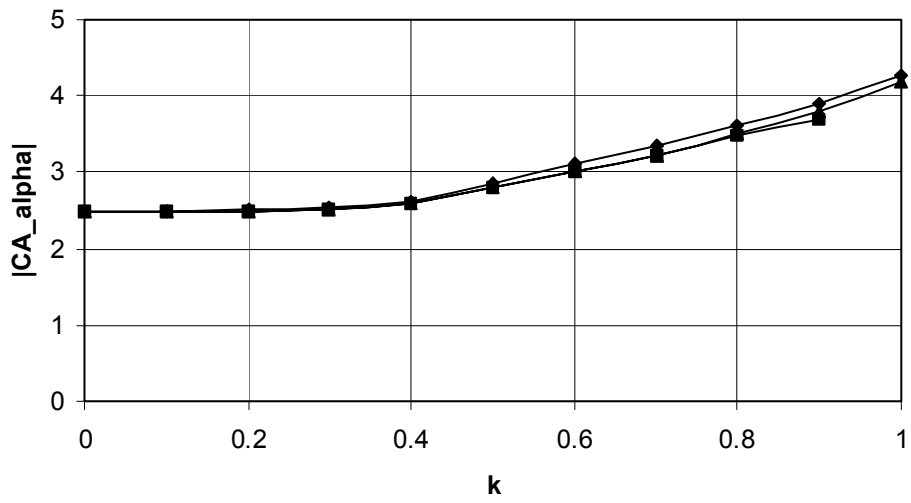
und Woolston [3.1] sowie von Lawrence und Gerber [3.16] zeigt eine hervorragende Übereinstimmung.

Einen weiteren wichtigen Fall stellt der Deltaflügel dar. Für die Rechnungen wurde das Seitenverhältnis $\Lambda = 4$ gewählt. Der Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwert sowie deren Phasen sind in den Abbn. 3.5 und 3.6 dargestellt. Als Nickachse und Momentenbezugsachse wurden die Achse in der Mitte der Flugeltiefe genommen. Für den Deltaflügel liegen theoretische Vergleichsmöglichkeiten mit Laschka [3.2], Runyan und Woolston [3.1] sowie Lawrence und Gerber [3.16] vor. Eine gute Übereinstimmung wird bei Betrag und besonders bei der Phase des Auftriebsbeiwertes erzielt. Betrag und Phase des Nickmoments haben innerhalb der gezeigten Frequenzbereiche die gleiche Tendenz verglichen mit den Ergebnissen von Laschka [3.2].

Außer für den Rechteckflügel und den Deltaflügel wurden auch Berechnungen für einen Pfeilflügel durchgeführt, mit einem Pfeilwinkel von 45^0 , dem Seitenverhältnis $\Lambda = 2$ und der Flügelzuspitzung $\lambda = 1$. Tabelle 3.4 zeigt die Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte und deren Phaseverschiebung im vorliegenden Verfahren verglichen mit den Ergebnissen von Hsu [3.27] und den Messungen von Merbt und Landahl [3.28]. Die Rechnungen wurden für die reduzierte Frequenz $k = 0.4$ (Machzahlen $M_\infty = 0$ und $M_\infty = 0.8$) und für Nickbewegung um 70% der Flügeltiefe der Flügelwurzel durchgeführt.

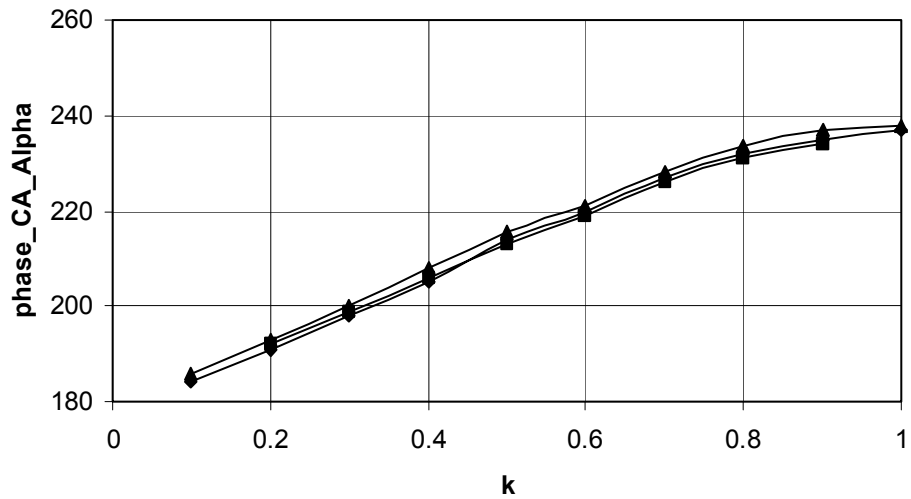
Für die nickende Schwingungsform des Pfeilflügels in inkompressibler und kompressibler Strömung sieht man, daß die Amplitude der Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte sowie deren Phasenwinkel im vorliegenden Verfahren eine gute Übereinstimmung mit der theoretischen Untersuchung von Hsu aufweisen. Ein Vergleich mit der Berechnung von Hsu, PCKFM und Messungen für den schlagenden Pfeilflügel in der inkompressiblen und der kompressiblen Strömung liefert durchwegs befriedigende Resultate.

—◆— Vorlieg. Verf. —■— Runyan & Woolston[3.1] —▲— Lawrence & Gerber[3.16]



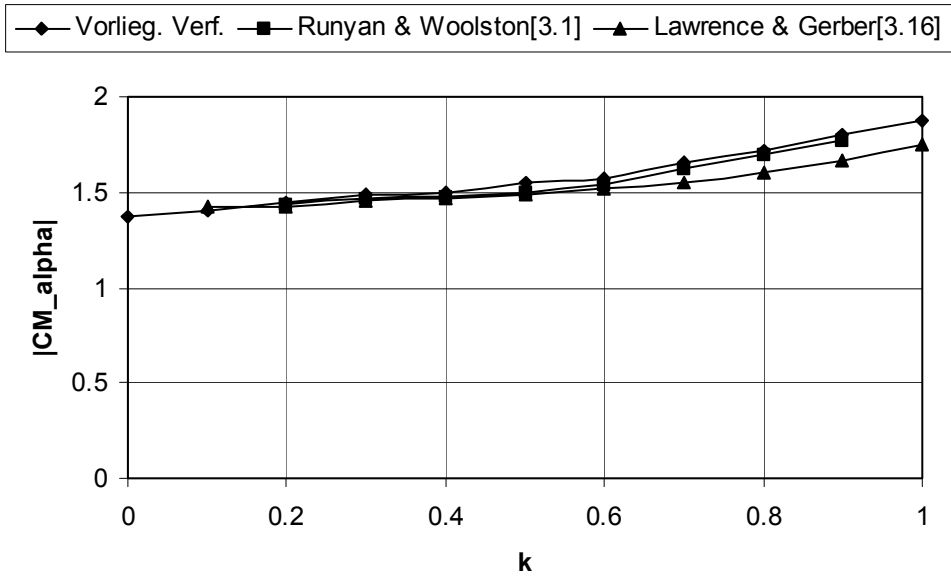
(a)

—◆— Vorlieg. Verf. —■— Runyan & Woolston[3.1] —▲— Lawrence & Gerber[3.16]

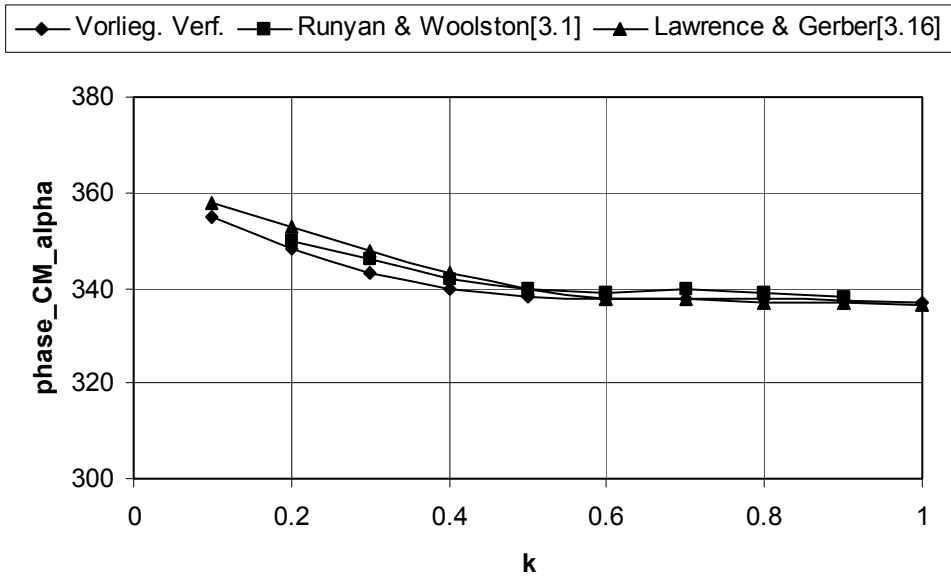


(b)

Abb. 3.3 (a) Gesamtauftriebsbeiwert und (b) Phasenwinkel eines Rechteckflügels vom Seitenverhältnis $\lambda = 2$. Nickbewegung um die Achse in der Mitte der Flügeltiefe, $M_\infty = 0$

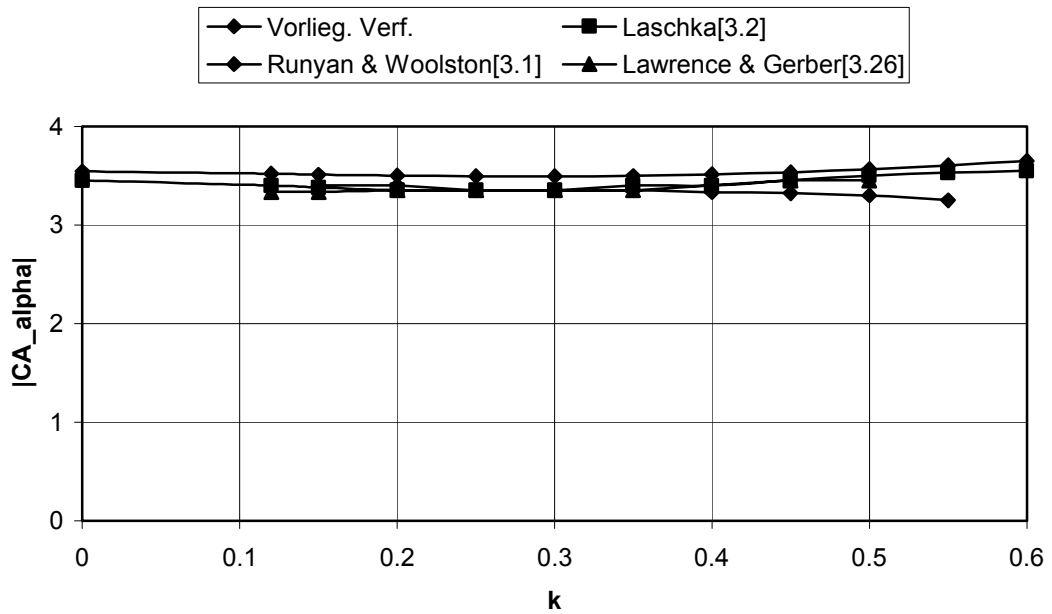


(a)

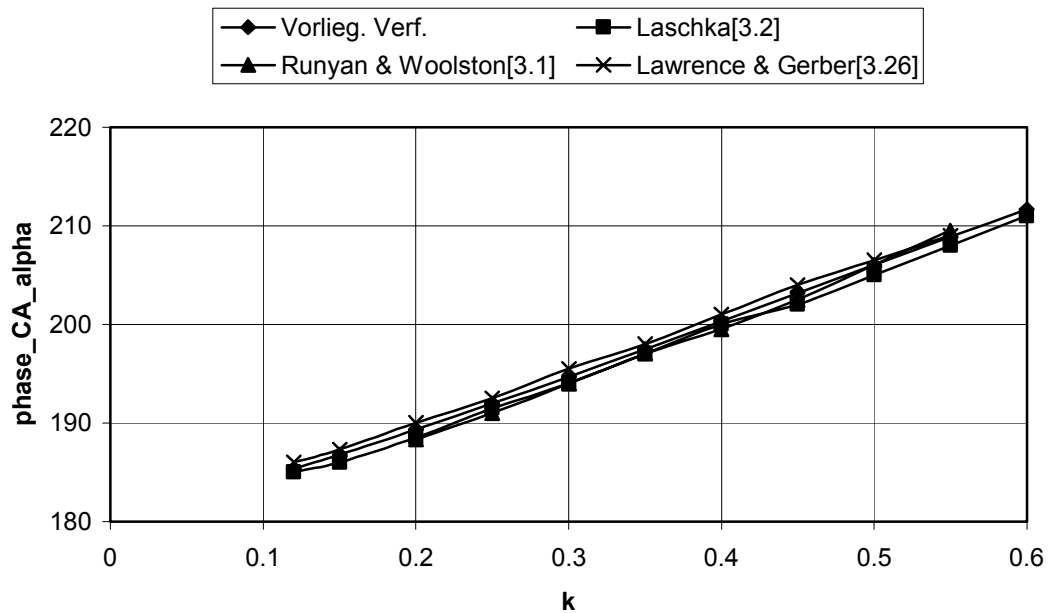


(b)

Abb. 3.4 (a) Gesamtnickmomentenbeiwert um die Momentenbezugsachse auf der Mitte der Flügeltiefe und (b) Phasenwinkel eines Rechteckflügels mit Seitenverhältnis $\lambda = 2$. Nickbewegung um die Achse in der Mitte der Flügeltiefe, $M_\infty = 0$

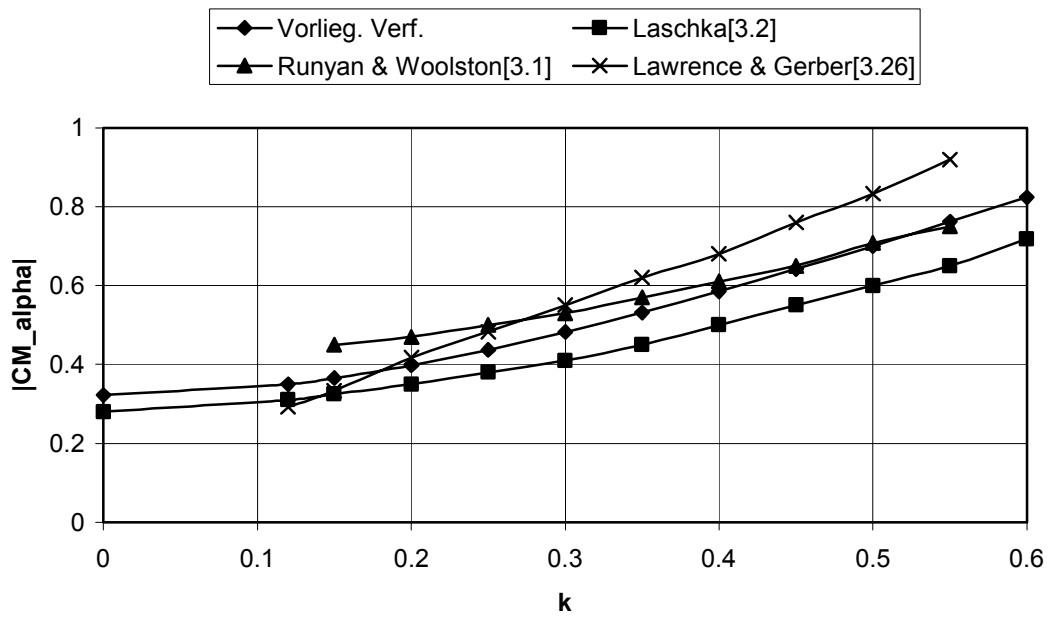


(a)

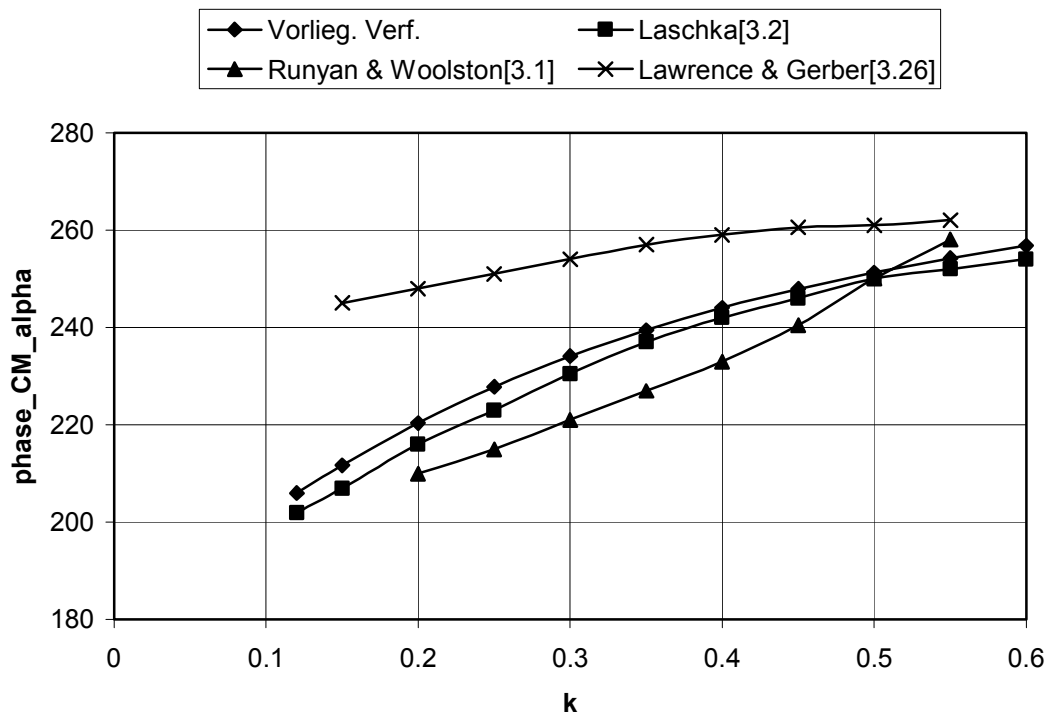


(b)

Abb. 3.5 (a) Gesamtauftriebsbeiwert und (b) Phasenwinkel eines Deltaflügels mit Seitenverhältnis $\lambda = 4$. Nickbewegung um die Achse in der Mitte der Flügeltiefe, $M_\infty = 0$



(a)



(b)

Abb. 3.6 (a) Gesamtnickmomentenbeiwert um die Momentenbezugsachse auf der Mitte der Flügeltiefe und (b) Phasenwinkel eines Deltaflügels mit Seitenverhältnis $\Lambda = 4$. Nickbewegung um die Achse in der Mitte der Flügeltiefe, $M_\infty = 0$

**Tabelle 3.4 Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiwerte
um die Momentenbezugsachse auf der Mitte der Flügeltiefe und Phaseverschiebung von
einem nickenden und schlagenden Pfeilflügel ($\Lambda = 2$) mit verschiedenen Verfahren in der
instationären Strömung ($k = 0.4$)**

Verfahren	Anzahl der gewählten Ansätze für den Druck		$C_{A\hat{\alpha}}$ (Phase, Grad)	$C_{M\hat{\alpha}}$ (Phase, Grad)	$C_{A\hat{h}}$ (Phase, Grad)	$C_{M\hat{h}}$ (Phase, Grad)	CPU, s
	Flügeltiefe-Richtung	Spannweite-Richtung					
Inkompressible Strömung (M = 0)							
Vorlig. Verf.	2	2	2.757 (-142)	0.796 (-108)	0.963 (-71)	0.194 (-43)	0.07
Vorlig. Verf.	3	3	2.758 (-141)	0.864 (-104)	0.965 (-71)	0.202 (-42)	0.08
PCKFM[3.16]	2	2	2.421 (-147)	0.749 (-109)	0.879 (-76)	0.181 (-51)	
PCKFM[3.16]	3	3	2.457 (-146)	0.757 (-108)	0.877 (-75)	0.182 (50)	
Hsu [3.17]	-	-	2.644 (-143)	0.785 (-103)	0.927 (-75)	0.171 (-48)	
Messung[3.18]	-	-	2.300 (-152)	0.680 (-126)	1.00 (-76)	0.320 (-72)	
Kompressible Strömung (M = 0.8)							
Vorlig. Verf.	2	2	3.052 (143)	0.943 (107)	1.051 (-72)	0.227 (-39)	0.07
Vorlig. Verf.	3	3	3.045 (143)	1.008 (103)	1.053 (-72)	0.233 (-38)	0.08
PCKFM[3.16]	2	2	2.892 (-155)	0.996 (-111)	1.025 (-82)	0.241 (-49)	
PCKFM[3.16]	3	3	2.938 (-154)	1.031 (-110)	1.025 (-81)	0.250 (-47)	
Hsu [3.17]	-	-	3.078 (-152)	0.961 (-107)	1.069 (-81)	0.226 (-45)	

Nickachse : 70% der Flügelwurzelteufe

3.4.3 Approximation der instationären Luftkräfte

Abb. 3.7 zeigt die Approximation der instationäre Luftkräfte gegenüber den tabellierten Luftkräften eines Flügels. Approximiert wurden die instationären Luftkräfte von vier elastischen Schwingungsformen. Entsprechend wird die Approximation nach Karpel mit 4 *Lag States* durchgeführt. In Abb. 3.7 bis 3.9 erkennt man, dass diese Approximation eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den tabellierten instationären Luftkräften aufweist.

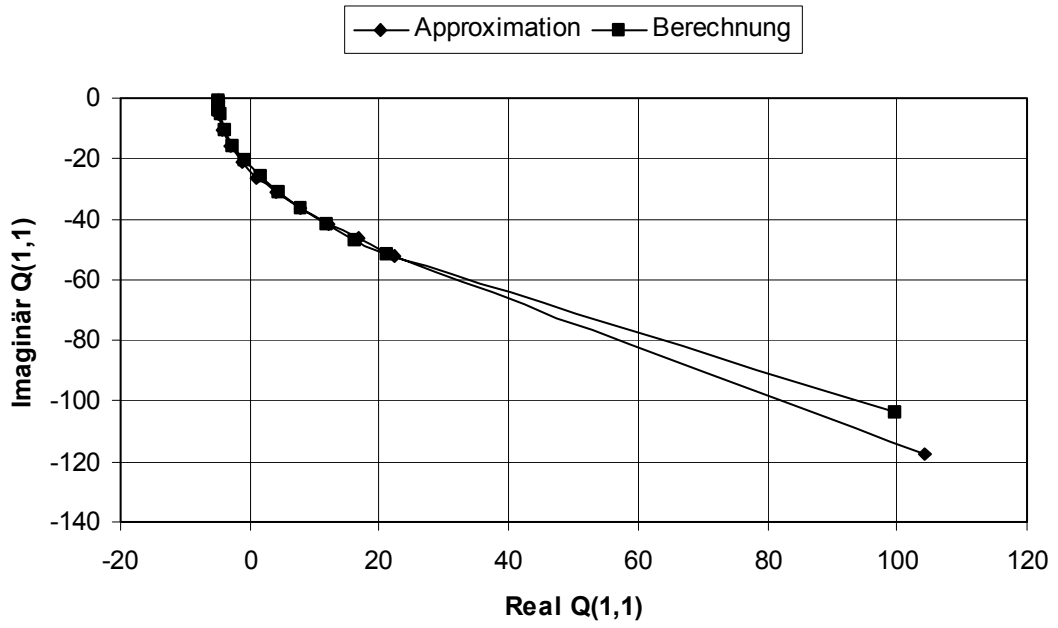


Abb. 3.7 Vergleich der approximierten und der tabellierten instationären Luftkräfte für $Q(1,1)$

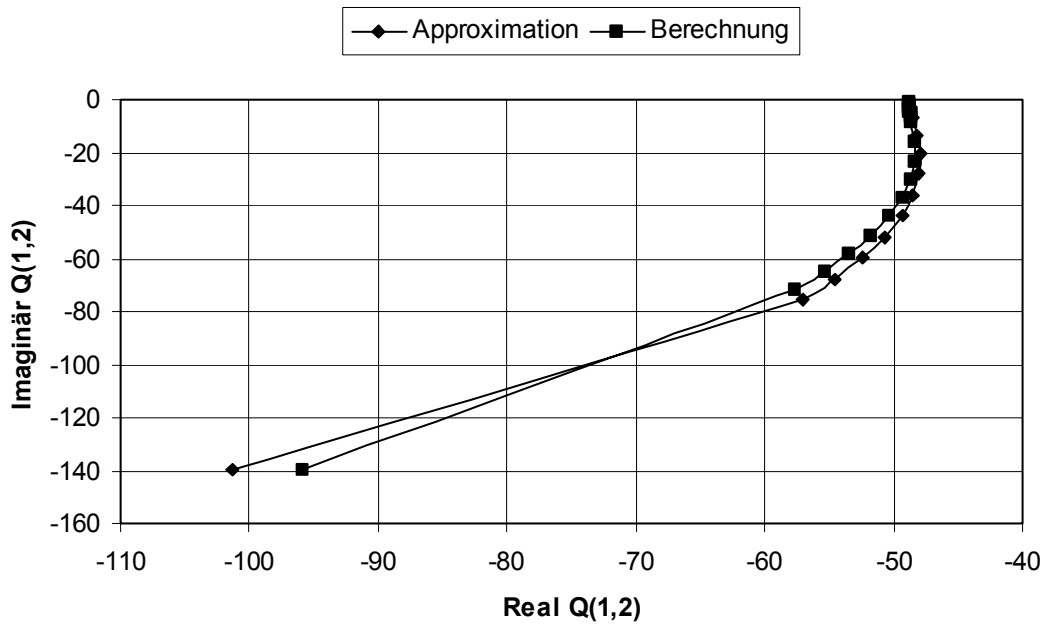


Abb. 3.8 Vergleich der approximierten und der tabellierten instationären Luftkräfte für $Q(1,2)$

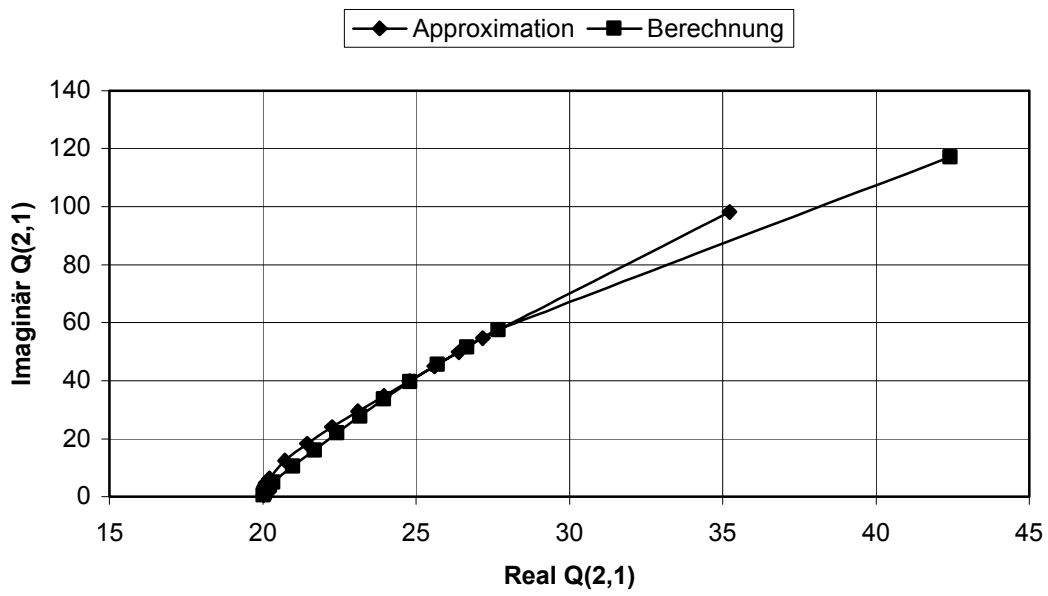


Abb. 3.9 Vergleich der approximierten und der tabellierten instationären Luftkräfte für Q(2,1)

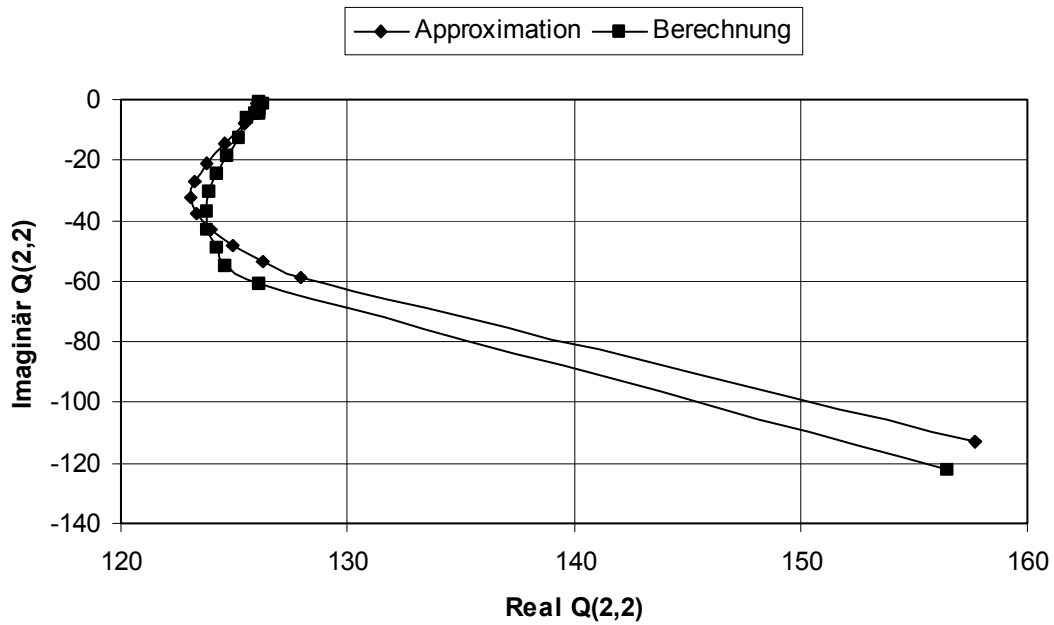


Abb. 3.10 Vergleich der approximierten und der tabellierten instationären Luftkräfte für Q(2,2)

3.5 Zusammenfassung

Anhand der Ergebnisse aus den Berechnungen der stationären Luftkräfte kann man erkennen, dass die Traglinientheorie für die stationäre und instationäre sowie für die inkompressible und kompressible Unterschallströmung gute Ergebnisse bei den Gesamtauftriebs- und Gesamtnick-momentenbeiträge liefert, ihre Konvergenz überaus schnell ist und die Gültigkeit des vorliegenden Verfahrens für einen sehr großen Bereich von Seitenverhältnissen gilt. Durch die Minimum-State-Methode wurde eine ausgezeichnete Approximation der instationären Luftkräfte aufgezeigt.

4 Aeroelastische Analyse

4.1 Übersicht

Die Methoden für die konventionelle aeroelastische Analyse in den linearen Unterschall- und Überschallgeschwindigkeitsregimen wurden in der Vergangenheit weitgehend entwickelt. Jedoch sind die aeroelastischen Analysen, die die nichtlinearen Strömungen in den lokalen Stoßwellen, Flügelspitzewirbeln und den Trennungsfluss in der Schallströmung sowie die aerodynamische Ausheizung in der Hyperschallgeschwindigkeit einbeziehen, sehr kompliziert. Im Allgemeinen wird das Numerische Verfahren für die aeroelastische Berechnung in nicht-linearen Strömungen verwendet. In der vorliegenden Arbeit wurde nur die Aeroelastik, die die linearen Unterschallgeschwindigkeitsregime mit einbezieht, diskutiert.

Wie in Kapitel 1 besprochen wurde, ist das Flattern eine sehr wichtige Beschränkung im Design der modernen Flugzeuge, weil sein Auftreten ein wesentlicher Limitierungsfaktor der Fluggeschwindigkeit ist. Auf der anderen Seite zeigt das Design der modernen Flugzeuge eine Tendenz zu Maschinen mit minimalem Strukturgewicht und hoher funktionsfähiger Fluggeschwindigkeit. Daher wird in diesem Kapitel nur die aeroelastische Analyse des Flatterns ausführlich besprochen.

Die Flattergeschwindigkeit und die Flatterfrequenz einer Struktur können normalerweise mit den dynamischen Eigenschaften der Struktur und den instationären aerodynamischen Kräfte durch das Verfahren von V - g , k , pk , p oder dem Wurzelort errechnet werden. Das populärste Verfahren zur Berechnungen des Flatterns (V - g -Verfahren) wurde von Smilg und Wasserman entworfen [4.1]. Garrick und Rubinow [4.2] haben das V - g -Verfahren mit aerodynamischen Einflußkoeffizienten in der einfachen harmonischen Bewegung implementiert, um die Flattergeschwindigkeit zu bestimmen. Edward [4.3] hat unter Benutzung des Wurzelortverfahrens den Flatterstaudruck berechnet. Eine Kombination von Wurzelortverfahren und rationaler Approximation für die instationären aerodynamischen Einflußkoeffizienten sowie die Erweiterung des Verfahrens zur Regelungsanalyse wurden von Karpel [4.4] und Vepa [4.5] angewandt. Tiffany und Adams [4.6] und Lieshman und Crouse [4.7] haben das Verfahren der rationalen Approximation für die kompressible Strömung

erweitert. MSC/NASTRAN bietet auch die Möglichkeit einer Bestimmung der Flattergeschwindigkeit entweder durch V - g -, k - oder pk -Verfahren an.

Jedes Verfahren zur Berechnung der Flattergeschwindigkeit hat einen unterschiedlichen Lösungsnaherungswert. Das V - g - und k -Verfahren basieren auf den reduzierten Frequenzen, während das pk - und p -Verfahren jeweils auf der Geschwindigkeit beruhen. Die Unterschiede zwischen pk - und p -Verfahren sind die Lösungsmethode des Problems und die Approximation der generalisierten instationären aerodynamischen Kräfte. Bei dem pk -Verfahren braucht man normalerweise eine Iteration, um komplexe Eigenwerte zu lösen, die die Flattergleichung erfüllen, während bei dem p -Verfahren die Lösung ohne Umwege erreicht werden kann. Bei der Verwendung des p -Verfahrens müssen die Quantitäten der generalisierten instationären aerodynamischen Kräfte durch eine rationale Funktion approximiert werden. Bei dem pk -Verfahren ist die Approximation der generalisierten aerodynamischen Kräfte nicht nötig.

Das Wurzelortverfahren ist dem p -Verfahren sehr ähnlich. Bei diesem Verfahren braucht man als Eingabe den Staudruck anstelle der Geschwindigkeit. Die Stabilität des Systems wird durch den realen Teil der Wurzeln angezeigt. Wenn der reale Teil der Wurzeln positiv ist, wird das aeroelastische System instabil. So ist der Staudruck des Flatterns jener Staudruck, für den eine Wurzel imaginär gebildet ist. Es kann gefolgert werden, daß das Verfahren von pk , p und Wurzelort vorteilhafter ist als die anderen bei der Anwendung zur Optimierung des Flügels mit Restriktion der Flattergeschwindigkeit, weil bei diesem Verfahren die direkte Eingabe der Geschwindigkeit benötigt wird. Durch Anwendung des pk -, p - oder Wurzelortverfahrens kann die Stabilität der aeroelastischen Systeme für eine gegebene Geschwindigkeit studiert werden. Bei der vorliegenden Arbeit wurde das Verfahren von p gewählt, um die Bestimmung der Flatterstabilitätsgrenze des aeroelastischen Systems anzuwenden, weil dies eine direkte Lösung bietet.

4.2 Bewegungsgleichung

Die übliche Annäherung zur Analyse eines aeroelastischen Systems basiert auf der Frequenzbereichformulierung der zweiten Ordnung.

Kleine Störungen eines stationären Fluges und die externen Kräfte vernachlässigend, nimmt man die von Laplace umgewandelten Bewegungsgleichungen für das elastische Flugzeug wie folgt:

$$\{[M]s^2 + [B]s + [K]\}\{q(s)\} - q_\infty [Q(s)]\{q(s)\} = 0 \quad (4.1)$$

wobei $q_\infty = \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2$ der Flugstaudruck ρ_∞ die ungestörte Dichte der Strömung, U_∞ die ungestörte Strömungsgeschwindigkeit und s die Laplacesche Variable ist. M, B, K sind die Matrizen der generalisierten Masse, der generalisierten Dämpfung und der generalisierten Steifigkeit und werden definiert durch

$$[M] = [\Phi]^T [\tilde{M}] [\Phi] \quad (4.2a)$$

$$[B] = [\Phi]^T [\tilde{B}] [\Phi] \quad (4.2b)$$

$$[K] = [\Phi]^T [\tilde{K}] [\Phi] \quad (4.2c)$$

In den oberen Gleichungen bedeuten \tilde{K} und \tilde{M} die Steifigkeit bzw. die Masse der Struktur, die durch die Gln. (2.40) und (2.41) formuliert werden. \tilde{B} ist die Dämpfungsmatrix und Φ sind die Eigenformen der Struktur, die durch Lösung der Gl. (2.39) bestimmt werden können. $Q(s)$ ist die Matrix der im Laplaceschen Bereich generalisierten aerodynamischen Kräfte, welche auf der Machzahl M_∞ und der reduzierten Frequenz k basieren. Als Produkt des verschiedenen ober-unteren Druckkoeffizienten ΔC_p und der Eigenformen kann formuliert werden:

$$Q_{rs}(ik, M_\infty) = \iint_S (\Delta C_p(x, y, k, M_\infty))_r \Phi_s(x, y) dx dy \quad (4.3)$$

In Gl. (4.1) ist $\{q(s)\}$ der Vektor der Laplace transformierten generalisierten Verschiebungen. Wenn dieser Vektor im Zeitbereich mit den Modalformen kombiniert wird, stellt dieser Vektor die Ablenkung der Struktur am Punkt (x, y, z) und zur Zeit t dar, wie folgt:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \Phi_r(x, y, z) q_r(t) \quad (4.4)$$

Die aerodynamischen Matrizen $Q(s)$ sind normalerweise nicht als ausdrückliche Funktion der Laplaceschen Variablen s vorhanden. Um die aeroelastische Bewegungsgleichung in eine konstante Koeffizientengleichung des Zeitbereichs zu transformieren, müssen die Matrizen der Aerodynamik als rationale Funktionen von s beschrieben werden, wie im Kapitel 3 besprochen wurde.

4.3 Das aeroelastische Zustandsraummodell

Um die aeroelastischen Bewegungsgleichungen Gl. (4.1) in eine Zustandsraumgleichung umzuwandeln, sollten die generalisierten instationären aerodynamischen Kräfte durch eine rationale Funktion, wie in Gl. (3.18) geschrieben wurde, dargestellt werden. Durch diese Approximation können die generalisierten aerodynamischen Kräfte wie folgt

$$\{F^A(s)\} = q_\infty \{Q(s)\} = q_\infty \left([A_0] + \frac{b}{U_\infty} [A_1]s + \frac{b}{U_\infty^2} [A_2]s^2 \right) \{q(s)\} + q_\infty [D] \{x_a(s)\} \quad (4.5)$$

geschrieben werden. Hierbei bedeutet $\{x_a(s)\}$ der vergrößerte Vektor, der durch

$$\{x_a(s)\} = s \left([I]s - \frac{U_\infty}{\bar{b}} [R] \right)^{-1} [E] \{q(s)\} \quad (4.6)$$

definiert wird. In Gl. (4.6) bedeutet \bar{b} die Bezugsflügeltiefe und I die Identitätsmatrix. Es sollte betont werden, daß hier die externen Kräfte und die aerodynamische Kräfte infolge der Ablenkung der Steuerflächen nicht betrachtet werden. Folglich kann Gl. (4.1) in eine Zustandsraumform umgestaltet werden

$$\{\dot{\bar{x}}\} = [A] \{\bar{x}\} \quad (4.7)$$

mit dem Zustandsvektor

$$\{\bar{x}\}^T = \{q \quad \dot{q} \quad x_a\}^T \quad (4.8)$$

und der dynamischen Matrix des Systems

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & [I] & 0 \\ -[\bar{M}]^{-1}[K - q_\infty A_0] & -[\bar{M}]^{-1}\left[B - \frac{q_\infty b}{U_\infty} A_0\right] & q_\infty [\bar{M}]^{-1}[D] \\ 0 & [E] & \frac{U_\infty}{b}[R] \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

mit

$$[\bar{M}] = [M] - \frac{\rho_\infty b^2}{U_\infty^2} [A_2] \quad (4.10)$$

Schließlich kann das Eigenwertproblem des aeroelastischen Systems durch

$$s\{\bar{x}\} = [A]\{\bar{x}\} \quad (4.11)$$

beschrieben werden. Die Flutterstabilitätsgrenzen können festgestellt werden, indem man das Eigenwertproblem in Gl.(4.11) löst.

4.3 Methode der Flutteranalyse

Wie in Abschnitt 4.1 angegeben wurde, wurde in der vorliegenden Arbeit das p - Verfahren für die Bestimmung der Flatterngeschwindigkeit des aeroelastischen Systems gewählt. Die Schritte des p -Verfahrens sind wie folgt:

Für die gegebene Geschwindigkeit, Machzahl, die Strömungsdichte und das dynamische Verhalten der Struktur des Flügels (Eigenfrequenzen und Eigenformen) können generalisierte instationäre aerodynamische Kräfte für einige reduzierte Frequenzen durch Gl. (3.17) mit der Randbedingung von Gl. (3.13) festgestellt werden. Mit dieser tabellierten generalisierten Aerodynamik kann die rationale Approximation, die durch die Koeffizienten A_0, A_1, A_2, \dots dargestellt wird, abgeleitet werden, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben wurde. Die dynamische Matrix Gl. (4.9) kann dann bestimmt werden. Die Eigenwerte des aeroelastischen Systems können durch Gl. (4.11) errechnet werden. Die Gleichung kann dann neu geschrieben werden als:

$$[\bar{p}I - A]\{\bar{x}\} = 0 \quad (4.12)$$

wobei $\bar{p} = \omega(\bar{\gamma} \pm i)$ die komplexen Eigenwerte, ω die Frequenz und $\bar{\gamma}$ die Dämpfung bedeutet. Die Eigenwerte der Matrix A sind entweder real oder konjugiert-komplex. Die Reale Wurzel ($\omega = 0$) zeigt die Divergenz, während die imaginäre Wurzel ($\bar{\gamma} = 0$) mit Frequenzkopplung das Flatterauftreten anzeigt.

4.5 Beispielberechnungen

In diesem Abschnitt werden Beispielberechnungen für das Flattern des Flugzeugflügels bei Benutzung der Verfahren, welche besprochen wurde gegeben. Eine Parameterstudie ist durchgeführt worden, um die Einflüsse zur Flattergeschwindigkeit, der Grad des Polynoms NP zur Darstellung der Ansatzfunktion in der strukturellen Analyse mit EPM, die Zahl der interessierenden Eigenformen $nmod$ und die Zahl der Zustände (Lag States) nl für die Approximation der instationären aerodynamischen Kräfte durch eine Rationalfunktion zu erhalten.

Im vorliegenden Beispiel wurde ein Plattenflügelmodell, das aus [4.8] genommen wurde, gewählt. Abb. 4.1 stellt einen einfachen Plattenflügel mit 15° Pfeilstellung dar. Dieser Flügel ist in einem Windkanal auf das Flattern mit Unterschall- und Überschall-geschwindigkeiten getestet worden. Die Ergebnisse sind von Tuovila und von McCarty [4.9] festgehalten worden. Das Modell hatte eine konstante Flügeltiefe von 2,07055 inch und eine Spannweite von 5,52510 inch. Die Modelle, die in den Unterschallgeschwindigkeiten durchgeführt wurden, wurden aus Aluminium gebildet, und diejenigen, welche in den Überschallgeschwindigkeiten eingesetzt wurden, aus Magnesium. Der Unterschallflattertest wurde mit der Machzahl 0,45 durchgeführt. In diesem Beispiel wird das Aluminiummodell behandelt, dessen Eigenschaften bezüglich des Flatterns im Windkanal bei der Machzahl 0,45 geprüft wurden. Die Materialdaten sind: $\rho = 0,100 \text{ lb/in}^3$; $E = 9.241.8106 \text{ psi}$ und $G = 3.499.3106 \text{ psi}$

In MSC/NASTRAN wurde das Modell durch CQUAD4 modelliert. Tabelle 4.1 zeigt den Vergleich der Eigenfrequenzen des getesteten Modells. Im vorliegenden Verfahren wurde das Modell mit einem Grad des Polynoms von 5 und einem Federwert von 10^{12} analysiert.

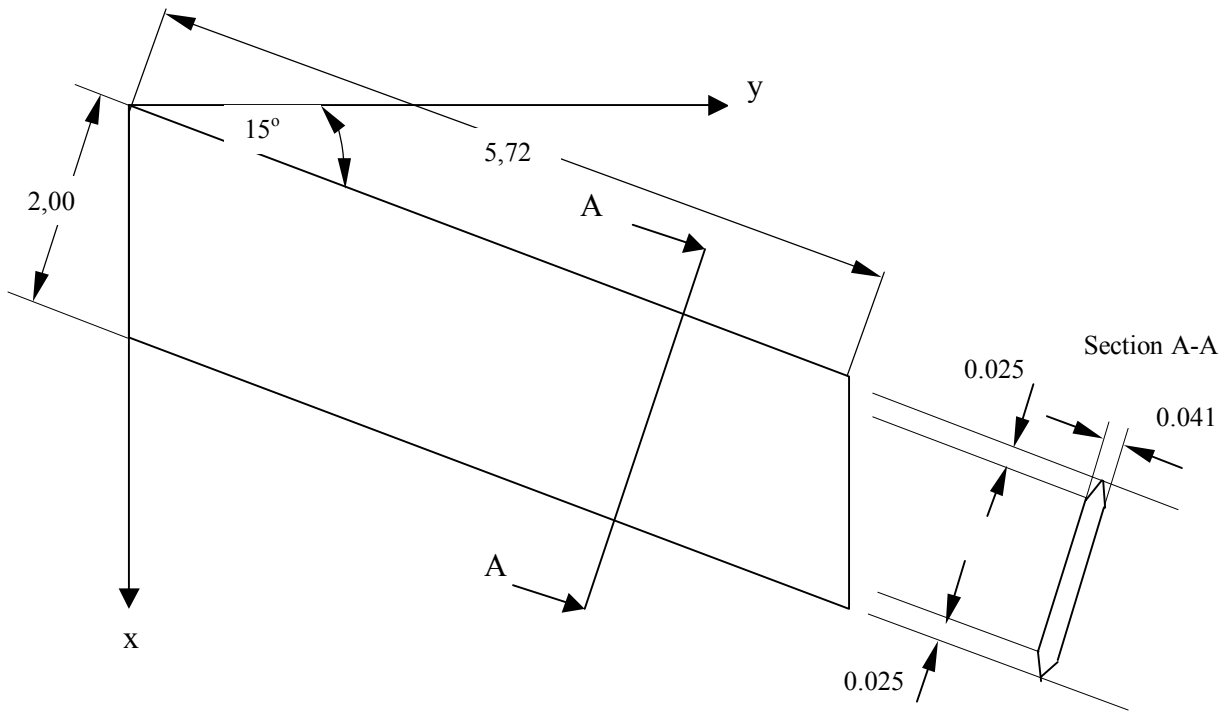


Abb. 4.1 Einfaches Plattenflügelmodell mit 15° Pfeilstellung

Tabelle 4.1 Vergleich der Eigenfrequenz (Hz) des Plattenflügelmodells

Modal	MSC/NASTRAN	Vorliegendes Verfahren (EPM)	Messung (1)	Messung (2)
1	38.54	39.07	36,0	36,0
2	231.53	230.91	210,0	210,0
3	263.61	268.62	242,0	254,0
CPU-Zeit (sek)	2.3	1.0	-	-

Die Eigenschaften des Flatterns in der Unterschallgeschwindigkeit mit dem Fluttermodell des Plattenflügels wurden von Tuovila und Mc Carty [4.9] berichtet und von Yates und Bennett [4.10] weiter erforscht. Der Flügel wurde auch von Rodden, Harder und Bellinger analysiert [4.11]. Rodden, Harder und Bellinger haben die Struktur als "Stock-" Modell idealisiert und die aerodynamischen Kräfte durch die Doublet-Lattice-Methode berechnet.

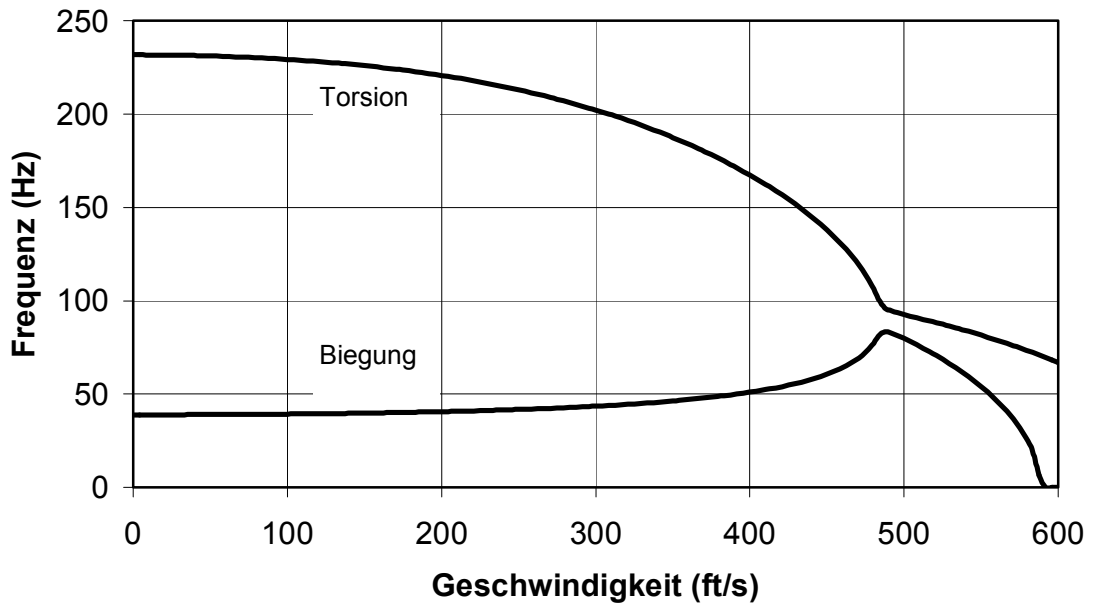
Abb. 4.2 stellt das V-f- und V-g-Diagramm des Plattenflügels, das durch das vorliegende Verfahren berechnet wurde, dar. Damit erhält man die Flattergeschwindigkeit und die

Flutterfrequenz mit 488 ft/s bzw. 96 Hz. Tabelle 4.2 zeigt den Vergleich des Flatterns des Plattenflügels. Daraus kann man ersehen, daß die vorliegenden Ergebnisse akzeptiert werden können. In Tabelle 4.2 wurde auch gezeigt, daß die CPU-Zeit des vorliegenden Verfahrens ungefähr 79 % weniger als bei MSC/NASTRAN beträgt.

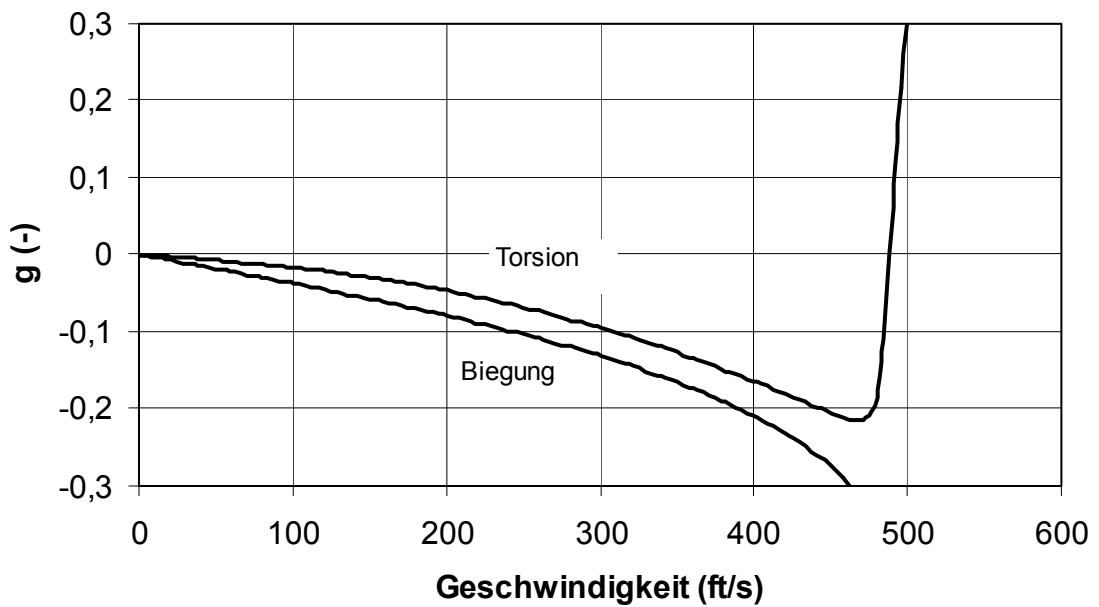
Tabelle 4.2 Vergleich des Flatterns vom Plattenflügel

Verfahren	V_f (ft/s)	Flutterfrequenz (Hz)	CPU-Zeit (sek)
Vorliegendes Verfahren	488	96	6
MSC/NASTRAN (PK-Verfahren)	502	127	28
MSC/NASTRAN (KE-Verfahren)	483	113	27
ZAERO [4.11] (G-Verfahren)	528	108	-
Rodden, Harder und Bellinger [4.10]	509	134	-
Messung [4.9] (NACA RML55E11)	495	120	-

Eine Parameterstudie ist in diesem Beispiel ebenfalls durchgeführt worden, um die Einflüsse auf die Flattergeschwindigkeit, der Grad des Polynoms NP zur Darstellung der Ansatzfunktion in der strukturellen Analyse mit EPM, die Zahl der interessierenden Eigenformen $nmod$ und die Zahl der Zustände (Lag States) nl für die Approximation der instationären aerodynamischen Kräfte durch eine Rationalfunktion zu ermitteln. Tabelle 4.3 zeigt die Einflüsse von $nmod$ und nl auf die Flattergeschwindigkeit des Flügels für einen Grad des Polynoms von 5. Die Einflüsse von NP werden in Tabelle 4.4 gezeigt.



(a)



(b)

Abb. 4.2 (a) V-f- und (b) V-g-Diagramm des Plattenflügels

Tabelle 4.3 Die Einflüsse von der Anzahl der Zustände und Anzahl der Eigenformen auf die Flattergeschwindigkeit des Plattenflügels für einen Grad des Polynoms von 5

Anzahl der Zustände	Anzahl der Eigenform	V_f (ft/s)	Flutterfrequenz (Hz)
4	4	489	97
	6	489	97
	10	488	97
6	4	489	96
	6	489	97
	10	488	96
10	4	489	96
	6	489	97
	10	488	96

Tabelle 4.4 Einflüsse des Polynomgrads auf die Flattergeschwindigkeit des Plattenflügels

Grad des Polynoms	V_f (ft/s)	Flutterfrequenz (Hz)
5	488	96
6	475	93
7	470	93

Aufgrund der oben gezeigten Parameterstudie kann man sagen, daß die Anzahl der Zustände und der Eigenformen auf diesen Fall für die Flattergeschwindigkeit fast keine Rolle spielen. Trotzdem benutzt man aber mindestens eine Anzahl von 4 sowohl für die Zustände als auch für die Eigenformen. Auf der anderen Seite spielt der Grad des Polynoms eine sehr wichtige Rolle in der Flutteranalyse.

4.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein Verfahren für die Flutteranalyse ausführlich besprochen. Damit man es für die Optimierung mit Restriktion der Flattergeschwindigkeit anwenden kann, wurde zur Bestimmung der Flattergeschwindigkeit das p -Verfahren gewählt, weil man bei diesem Verfahren die direkte Eingabe der Geschwindigkeit benötigt. Ein anderer Grund ist, daß man beim p -Verfahren man keine Iteration braucht, um die Stabilitätsgleichungen zu lösen.

Anhand einer Parameterstudie wurde gezeigt, daß die Anzahl der Zustände und Anzahl der Eigenwerte für die Flattergeschwindigkeit fast keine Rolle spielen. Auf der anderen Seite spielt der Grad des Polynoms eine entscheidende Rolle in der Flatteranalyse. Trotzdem benutzt man mindestens eine Anzahl von 4, sowohl für die Zustände als auch für die Eigenformen.

5 Genetische Algorithmen

5.1 Übersicht

Algorithmen der mathematischen nicht-linearen Programmierung stellen eine bedeutende Möglichkeit für das automatisierte optimale Entwurfsproblem der Struktur zur Verfügung. Einige gegenwärtige Publikationen bezeugen die Allgemeinheit und die vielseitige Verwendbarkeit dieser Algorithmen beim Entwurf der Strukturen, die statischen und dynamischen Belastungen unterworfen werden ([5.1] bis [5.4]). Ein typischer optimaler Entwurf erfordert eine Minimierung oder eine Maximierung einer angegebenen Zielfunktion ohne die Verletzungen einiger Restriktionen. Die leistungsfähigeren Algorithmen der nicht-linearen Programmierung sind Gradienten-basierend, wobei mindestens die erste Ableitung der Zielfunktion und der Restriktionen in Bezug auf die Entwurfsvariablen erfordert wird [5.5]. Das heißt, daß diese Algorithmen nicht mehr angewendet werden können, wenn die Zielfunktion und/oder die Restriktionen nicht differenzierbar sind. Diese Algorithmen sind äußerst leistungsfähig in der Lokalisierung eines relativen Bestwertes, der am nächsten zum Startvektor im Suchraum liegt. In den Entwurfsanwendungen, in denen der Suchraum nicht-konvex ist, kann der Bestwert erreicht werden, indem man von einigen verschiedenen Startvektoren im Suchraum aus die Suche beginnt. Trotzdem gibt es keine Garantie für das Erreichen des globalen Bestwertes. Deswegen braucht man eine alternative Strategie für den optimalen Entwurf.

Genetische Algorithmen (GA) bieten eine Fähigkeit und eine erfolgreiche Anpassung und Implementierung in einer Reihe von optimalen Entwurfsproblemen, entweder mit diskreten oder nicht-konvexen Suchräume [5.6]. Die Idee von GA geht auf Rechenberg zurück [5.7]. Von Rechenberg wurden zuerst die Mutation-Selektionsverfahren an der TU Berlin untersucht [5.8]. Als Holland sein grundlegendes Buch (*Adaption in Natural and Artificial System*) [5.9] veröffentlichte, wurden GA auf Rechenberg zurückgeführt.

Die Genetischen Algorithmen basieren auf dem Evolutionsgedanken der Natur. Bei diesen Algorithmen werden die Nachkommen durch eine Population von Individuen mit Hilfe der genetischen Operationen *Selektion* und *Variation* erzeugt. Durch die Selektion werden gute Individuen für die Fortpflanzung bevorzugt und schlechte gemieden. Um dem auftretenden

Diversitätsverlust, dem Absinken der Vielfalt in der Population, entgegen zu wirken, werden neue Lösungen (Varianten) aus den vorhandenen durch die Variationsoperatoren *Rekombination* und *Mutation* erzeugt [5.10].

Im folgenden Abschnitt werden die Genetischen Algorithmen ausführlich besprochen. Dabei wird auch eine einfache Fallstudie gegeben, um die Anwendung von GA zu illustrieren.

5.2 Die grundlegende Optimierungsproblemaussage

Die grundlegende Optimierungsproblemaussage kann durch Zielfunktion, Restriktionen und Entwurfsvariablen wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimiere} && f(X) \\
 &\text{so dass} && g_j(X) \leq 0 \quad ; j = 1, 2, \dots, nr \\
 &\text{im Suchraum} && X_i^u \leq X_i \leq X_i^o \quad ; i = 1, 2, \dots, ndv
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Zur Lösung des Optimierungsproblems in Gl. (5.1) können die traditionellen Optimierungsmethoden in zwei eindeutige Gruppen unterschieden werden: Das Direkte- und das Gradientenverfahren [5.5][5.11]. Beim Direktverfahren werden nur die Zielfunktion $f(x)$ und Restriktionen $g(x)$ verwendet, um die Suchstrategie zu führen, während beim Gradientenverfahren die Ableitungen der Zielfunktion und/oder die Restriktionen benutzt werden, um den Suchprozeß im Suchraum zu führen. Weil keine abgeleiteten Informationen verwendet werden, sind die Direktverfahren normalerweise langsam und erfordern viele Auswertungen der Funktion. Aus dem gleichen Grund können sie auch für viele Problemen ohne eine Hauptänderung des Algorithmus verwendet werden. Andererseits laufen die Gradientenverfahren schnell zu einem Konvergenzzustand der optimalen Lösung. Sie sind jedoch nicht leistungsfähig bei nicht differenzierbaren oder unstetigen Problemen.

Zusätzlich, gibt es einige allgemeine Schwierigkeiten mit den meisten traditionellen Direkte- und Gradientenverfahren:

- Die Konvergenz zu einer optimalen Lösung hängt von der gewählten Anfangslösung (Startvektor) ab.
- Die meisten Algorithmen neigen dazu, eine suboptimale Lösung zu erhalten.

- Ein Algorithmus, der leistungsfähig ist, wenn er ein Optimierungsproblem löst, kann möglicherweise nicht leistungsfähig sein, wenn er ein anderes Optimierungsproblem löst.
- Die Algorithmen sind nicht leistungsfähig, wenn sie Probleme behandeln, die un stetige Variablen enthalten.

Das GA-Verfahren kann einige der oben genannten Schwierigkeiten vermindern und ein leistungsfähiges Optimierungsmittel festsetzen. Bei der Optimierung mit GA braucht man aber normalerweise eine große Anzahl von Analysen. Man kann die Optimierungsalgorithmen mit leistungsfähigeren Computern bearbeiten, um den Zeitaufwand aufgrund der großen Anzahl der Analysen zu verringern.

5.3 Prinzipien des Genetischen Algorithmus

Genetische Algorithmen sind probabilistische Algorithmen, die auf dem Evolutionsgedanken der Natur basieren. Bei den Genetischen Algorithmen werden die Optimierungsproblem mit Hilfe einer Population von Individuen $P(t)=\{\mathbf{a}_1(t) \dots \mathbf{a}_n(t)\}$ (t : Iterationsschritt) im Suchraum durchgeführt. Dabei repräsentiert jedes Individuum $\mathbf{a}_i(t)$ eine mögliche Lösung des Optimierungsproblems. Mithilfe der genetischen Operationen *Selektion* und *Variation* erzeugen Genetische Algorithmen Nachkommen, die eine bessere Lösung der Optimierungsproblemen darstellen, als ihre Eltern [5.10]. Die Güte einer möglichen Lösung des Optimierungsproblems, im GA meistens *Fitness* genannt, wird mit Hilfe der Zielfunktion Gl. (5.1) bestimmt.

Durch die Selektion werden Individuen auf Grund ihrer Fitness für die Reproduktion ausgewählt, die bei der Kreierung der neuen Generation überleben sollen und zu einer neuen Population (Generation) zusammengefaßt werden. Gleichzeitig wird dadurch allerdings *die Diversität* der Population reduziert. Das bedeutet eine Reduzierung des Grades der Verschiedenartigkeit der Individuen. Diesem Diversitätsverlust wirkt die *Variation* entgegen, die für den Genetischen Algorithmus *Rekombination* und *Mutation* sind. Beide verändern die genetische Information der Individuen und erzeugen somit neue, verschiedenartige Individuen. Zur Generierung einer neuen Generation von Individuen selektiert man jeweils Individuen abhängig von ihrer Fitness aus der vorhandenen Population. Abb. 5.1 stellt das Schema eines einfachen Genetischen Algorithmus dar. Als

Abbruchkriterium wird oft das Erreichen von t_{\max} , die maximale Rechenzeit oder die Konvergenz im Suchraum verwendet.

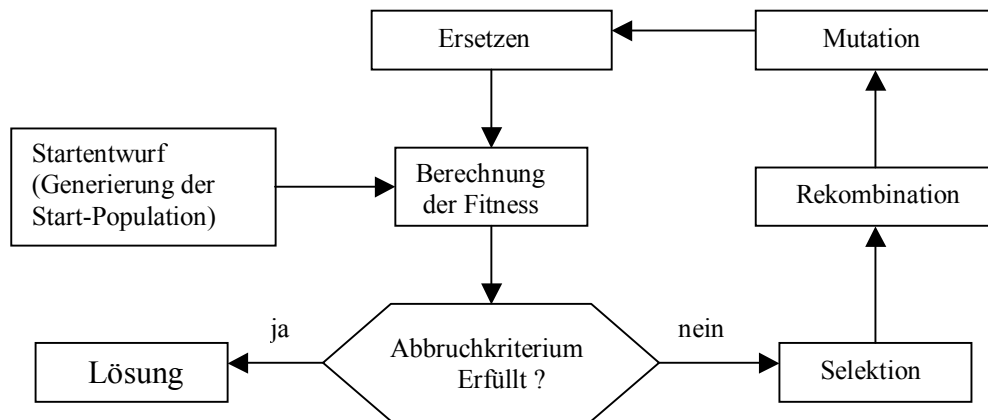


Abb. 5.1 Ablaufplan eines Genetischen Algorithmus [5.10]

Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten eines Genetischen Algorithmus ausführlich beschrieben.

5.3.1 Codierung

Zur Einsetzung eines Genetischen Algorithmus ist eine Codierung möglicher Lösungen des Optimierungsproblems erforderlich. In Hollands Arbeit wurden genetische Algorithmen durch Bitketten charakterisiert, die die möglichen Lösungen zu einem gegebenen Problem darstellten und durch die angewendete Transformierung diese kodierte Lösungen verändert und verbessert werden. Nach dem biologischen Evolutionsgedanken, der die Grundlage des GAs ist, werden diese Ketten *Chromosomen* oder *Genom* und die einzelnen Werte der Ketten *Gene* genannt. Ein Individuum ist der Träger dieser genetischen Informationen und wird gekennzeichnet durch seinen Zustand im Suchraum und seine Fitness. Der Fitnesswert hängt dadurch von den Genen ab, aus denen die Entwurfsvariablen und durch die Fitnessfunktion die Fitness folglich bestimmt wird.

Um die Entwurfsvariablen wie Chromosom-Zeichenketten darzustellen, können unterschiedliche Ansätze angenommen werden. Meistens setzen sie sich aus den Binärzahlen 0 und 1 zusammen. Üblicherweise wird die folgende Relation verwendet:

$$x_i = x_i^{(U)} + \frac{x_i^{(U)} - x_i^{(L)}}{2^{l_i} - 1} DV(s_i) \quad (5.2)$$

In Gl. (5.2) wurde die Variable x_i in einer Zeichenkette s_i decodiert, wobei l_i die Länge der Zeichenkette ist. $DV(s_i)$ ist der decodierte Wert einer Bitkette s_i und wird durch

$$DV(s_i) = \sum_{i=0}^{l_i-1} 2^i s_i, \quad s_i \in (0,1) \quad (5.3)$$

gerechnet. Hier wird die Bitkette s durch $(s_{l-1}s_{l-2}\dots s_2s_1s_0)$ repräsentiert. Das Genom eines Individuums kann demnach die folgende Form haben:

$$\mathbf{a}_i = [\dots \underline{10} \mid \underline{10100011} \mid \underline{0101001011101} \mid \underline{01\dots\dots\dots}]$$

$x_i \qquad \qquad \qquad x_{i+1}$

Eine Anzahl von solchen Zeichenketten setzt eine Population fest, wenn jedes Design einen entsprechende Fitness hat.

5.3.2 Fitnessfunktion

Im Prinzip sind die GAs verwendbar, um die Maximierungsprobleme zu lösen. Minimierungsprobleme werden normalerweise durch eine Transformation zu einem Maximierungsproblem umgewandelt. Im Allgemeinen wird eine *Fitnessfunktion* $\mathcal{F}(X)$ aus der Zielfunktion $f(X)$ hergeleitet und in den sukzessiven genetischen Operationen benutzt. Für Maximierungsprobleme kann die Fitnessfunktion so betrachtet werden, daß sie dieselbe wie die Zielfunktion ist, oder $\mathcal{F}(X) = f(X)$. Für Minimierungsprobleme ist die Fitnessfunktion ein gleichwertiges Maximierungsproblem, das so gewählt wird, daß der optimale Punkt unverändert bleibt. Eine Zahl solcher Transformationen sind möglich, wie [5.11]:

$$\mathcal{F}(X) = 1/(1+f(x)) \quad (5.4)$$

oder

$$\mathcal{F}(X) = -f(X) \quad (5.5)$$

Durch Benutzung dieser Transformationen wird ein Minimierungsproblem in ein Maximierungsproblem ohne Veränderung der Position des Minimums umgewandelt. Der Fitnessfunktionswert einer Zeichenkette ist bekannt als die Fitness der Zeichenkette. Es muß angemerkt werden, daß einige genetische Operatoren die Voraussetzung haben, eine nicht negative Fitnessfunktion zu besitzen, obgleich einige andere Operatoren nicht diese Anforderung haben müssen.

5.3.3 Selektion

Bei den Genetischen Algorithmen werden die Individuen durch genetische Operationen verändert. Welche Individuen zu verändern sind, muss über ein an der Fitness orientiertes Selektionsverfahren ermittelt werden. Das Selektionsverfahren muss sicherstellen, daß prinzipiell alle Individuen, auch die mit niedriger Fitness, gewählt werden können [5.10].

Die richtige Auswahl der Selektionmethode spielt bei der Suche mit einem GA für die Konvergenz eine entscheidene Rolle. Im folgenden Abschnitt wird die Selektion ausführlich behandelt und die zwei gebräuchlichsten Arten von Auswahlverfahren vorgestellt: Roulette-Auswahl-Verfahren und Wettkampfselektion.

5.3.3.1 Das Roulette-Auswahl-Verfahren

Bei diesem Verfahren wird im ersten Schritt des Selektionsprozesses jedem Individuum ein Segment auf dem Roulette-Rad zugewiesen, wie durch Abb. 5.2 dargestellt wird. Die Flächengröße des Segments ist proportional zu der Fitness des Individuums. Im zweiten Schritt der Selektion dreht man dieses Rad mit der Bedingung, daß es irgendwann stehenbleibt. Die Zahl, in dessen Sektor es hineinläuft, ist die ausgewählte Zahl.

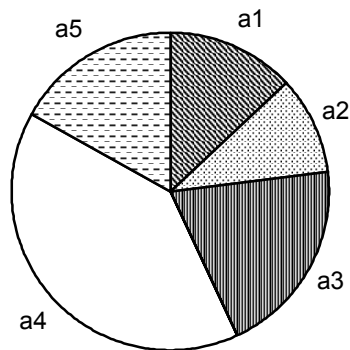


Abb. 5.2 Roulette-Wheel-Selektion

Offenbar werden bei diesem Verfahren Individuen mit hoher Fitness oft und solche mit niedriger Fitness selten ausgewählt. Der Nachteil des Verfahrens ist, daß alle Fitness-Werte positiv sein müssen. Deshalb kann die Formulierung der Fitnessfunktion aus Gl. (5.5) in diesem Selektionsverfahren nicht angewandt werden

5.3.3.2 Wettkampfselektion

Die Wettkampfselektion geht auf eine unveröffentlichte Arbeit von Wetzel zurück. Sie wurde später von Brindle [5.12] in seiner Doktorarbeit studiert. Heutzutage wird die Wettkampfselektion durch viele Arbeiten untersucht [5.13] [5.14].

Die Idee der Wettkampfselektion ist einfach: Irgendeine Zahl von Individuen wird nach dem Zufallsprinzip an seiner Population gewählt. Für die weitere genetische Verarbeitung muss man das beste Individuum dieser Gruppe auswählen. Diese Prozedur wird wiederholt, bis N Individuen ausgewählt worden sind.

Die Wettkampfselektion eignet sich für Minimierungsaufgaben (negative Fitnesswerte), ohne weitere Anpassungen vornehmen zu müssen. Ein Nachteil dieses Verfahrens ist, daß sich, gerade bei hohem Selektionsdruck, in der Selektion n Kopien ein und desselben Individuums in der neuen Population befinden können. [5.15].

5.4 Variation

Variationsoperatoren werden dann verwendet, um aus den selektierten Elternindividuen Nachkommen zu erzeugen. Normalerweise verwendet man *Rekombination* und *Mutation* als Variationsoperatoren.

5.4.1 Rekombination

Bei der Rekombination werden zwei neue Nachkommen durch Mischen der Erbinformationen zweier Elternindividuen erzeugt. Deshalb ist die Rekombination der wichtigste Variationsoperator. Die hohe Effektivität der Rekombination ist darauf zurückzuführen, daß Teile von Individuen kombiniert werden und somit immer bessere Nachkommen erzeugt werden. Die Rekombination ermöglicht große Sprünge im Suchraum und kann als eine Makromutation verstanden werden [5.10].

Es gibt verschiedene Varianten der Rekombination. Zum Einen *n*-Punkt-Rekombination, Gleichmäßige Rekombination (*Uniform Crossover*) und zum Anderen problemabhängige Rekombination. Sie werden nachfolgend beschrieben.

***n*-Punkt-Rekombination**

Als Beispiel ist hier die 2-Punkt-Rekombination gezeigt, die man oftmals verwendet:

eltern₁ = [1010 | 0001011 | 01101]

eltern₂ = [0010 | 1110001 | 11100]

kind₁ = [1010 | 1110001 | 01101]

kind₂ = [0010 | 0001011 | 11100]

2-Punkt-Rekombination für 5 und 11.

Gleichmäßige Rekombination (Uniform Crossover)

Bei dieser Rekombination wird ein Hilfsvektor (Template) gebraucht, der über Zufallszahlen produziert wird. Man schreibt diesen unter die Eltern und befolgt die nachfolgende Regel: Man vertauscht die über einem Element des Hilfsvektors stehende Spalte genau dann, wenn der Template-Vektor eine 0 besitzt (Siehe folgendes Beispiel) [5.8]

eltern₁ = [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]

eltern₂ = [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

Template = [1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1]

kind₁ = [1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1]

kind₂ = [0 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0]

Es gibt noch eine Reihe weitere Rekombinations-Varianten, die oftmals bei der Lösung speziell codierter Probleme entstanden sind, und es kommen immer wieder neue hinzu. Deshalb kann man die Frage nach einem allgemein am besten geeigneten Verfahren nicht beantworten [5.10].

Ob es aber überhaupt zur Rekombination zwischen Elternindividuen kommt, entscheidet sich durch die *Crossover-Rate*, p_C . Nach Nissen wird p_C größer als 0,6 gewählt [5.15], aber Caroll hat vorgeschlagen, daß die Werte von p_C für 1-Punkt-Rekombination entweder 0,6 oder 0,7 und für die gleichmäßige Rekombination 0,5 sein sollen [5.16].

5.4.2 Mutation

Bei der Mutation negiert man jedes Gen eines Genoms mit einer geringen Wahrscheinlichkeit p_M :

Vor der Mutation

kind₁ = [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1]

Nach der Mutation von Gen 2 und Gen 8

kind₁ = [1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1]

Normalerweise werden für p_M meist Werte von 0,01 oder 0,001 gewählt [5.10]. So schlägt Mühlenbein [5.17] eine optimale Mutationswahrscheinlichkeit von $p_M = 1/IL$ vor. IL ist die Individuumlänge.

Obwohl die Mutation eine Veränderung im Kleinen erzeugt, können die Mutationen völlig neue Aspekte und Richtungen in den Generationsprozess einbringen. Durch Mutationen wird eine Irreversibilität im Entwicklungsprozess der Generationen garantiert [5.8].

5.5 Die Behandlung von Restriktionen

Beim Genetischen Algorithmus verwendet man am häufigsten Verfahren von einfachen Straf-funktionen, um die Restriktionen zu behandeln. Solche Verfahren benutzen Strafparameter, die richtig eingestellt werden müssen, damit man mit dem GA arbeiten kann. Homaifar et. al. [5.18] entwarf eine multi-level Straf-funktion, abhängig vom Niveau der Restriktionsverletzungen. Joines and Hauck [5.19] verwendeten einen dynamischen Strafparameter, der mit der Erzeugung verändert wird. Michalewicz und Schoenauer [5.21] schlugen spezifische Rekombination für zahlreiche spezifische Arten von Restriktionen vor. All diese Forschungen schlagen vor, daß die Behandlung der Restriktionen, die in GA verwendet werden, noch problemspezifisch sind, und ein Verfahren nur mit wenigen Problemen arbeiten kann.

Deb und Agrawal [5.22] schlugen einen verbeugende Strafansatz (*Niched-Penalty Approach*) vor, der keinen Strafparameter erfordert. Hajela und Yoo [5.23] verwendeten *Expression Strategies* für die Behandlung der Restriktionen in der genetischen Suche. Dieses Verfahren wird durch die Tatsache motiviert, daß die Struktur des zulässigen und unzulässigen Entwurfs normalerweise in der Population bei jeder möglichen Erzeugung vorhanden ist. Bei *Expression Strategies* wird der unzulässige Entwurf gezwungen, damit seine Bitketten den Bitketten des zulässigen Entwurfs ähneln. Diese Strategie führt zu besseren Ergebnissen mit weniger Berechnungsaufwand.

In der vorliegenden Arbeit wurde die Behandlung der Restriktionen mit Benutzung von *Expression Strategies*, die von Hajela und Yoo vorgeschlagen wurden, angewandt. Eine schrittweise Beschreibung dieser Methode wird unten zusammengefasst.

Schritt 1. Die Population wird zuerst zufällig erzeugt.

Schritt 2. Die Population, die aus Schritt 1 erzeugt wurde, wird ausgewertet, um die Zielfunktion und die Restriktionen zu bestimmen.

Schritt 3. Der unzulässige Entwurf wird mit dem zulässigen Entwurf in der Population in der folgenden Weise kombiniert:

- a. Der beste zulässige Entwurf in der Population wird als x_{best} gekennzeichnet.
- b. Alle unzulässigen Entwürfe werden abhängig von den Restriktionswerten in eine Rangordnung gebracht. Höhere Range werden für zulässigeren Entwürfe gegeben. Für N unzulässige Entwürfe werden Range von 1 bis N vergeben. Der Rang von N ist dem mit den meisten Restriktionsverletzungen Entwurf zugewiesen.
- c. Jeder unzulässige Entwurf wird mit x_{best} durch Ausdrucksoperation auf einer Bit-für-Bit-Codierung kombiniert. Die Wahrscheinlichkeit des Ausdruckes p_E wurde durch die einzelnen Range festgestellt. Gleichmäßige zufällige Ganzzahlen wurden zwischen 1 und der Populationsgröße erzeugt. Wenn das spezifische Gen Nr. i des ausgedrückten Chromosoms durch g_i^E , des besten Chromosoms durch g_i^B und des Chromosoms vom verletzten Entwurf Nr. j durch g_{ij}^V dargestellt wird, wird das ausgedrückte Gen dargestellt durch

$$g_i^E = \begin{cases} g_i^B & \text{if } r_i < R_j \\ g_{ij}^V & \text{if } r_i \geq R_j \end{cases} \quad j = 1, \dots, N \quad (5.6)$$

wobei r_i die zufällige Ganzzahl zwischen 1 und Populationsgröße und R_j der Rang des unzulässigen Entwurf Nr. j ist. Für den Entwurf mit einer höheren Restriktionsverletzung d.h. einer niedrigeren Bewertung in der Rankingskala, wurde durch den Ausdrucksoperator gezwungen, die Chromosomen dieses Entwurfs entsprechend ähnlicher zu den Chromosomen des besten Entwurfs zu bilden.

Schritt 4. Die ausgedrückten Entwürfe werden neu bewertet, um die Ziel- und Restriktionsfunktionswerte zu bestimmen.

Schritt 5. Die Selektion des traditionellen Genetischen Algorithmus wird in diesem Stadium angewendet, um eine neue Population zu erzeugen.

Schritt 6. Die Rekombination und die Mutation des traditionellen Genetischen Algorithmus werden an dieser neuen Population implementiert.

Das Verfahren wird von Schritt 2 bis Schritt 6 wiederholt, bis die Konvergenz oder maximale Rechenzeit erreicht ist.

5.6 Testbeispiel

Als Testbeispiel wurde folgendes Problem (Himmelblau-Funktion) optimiert [5.11][5.22]:

$$\begin{aligned} \text{minimiere} \quad & f(X) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 \\ \text{so dass} \quad & g_1(X) \equiv 4.84 - (x_1 - 0.05)^2 - (x_2 - 2.5)^2 \geq 0, \\ & g_2(X) \equiv x_1^2 + (x_2 - 2.5)^2 - 4.84 \geq 0 \\ \text{im Suchraum} \quad & 0 \leq x_1 \leq 6 ; 0 \leq x_2 \leq 6 \end{aligned}$$

Die Optimierung wurde durch GA optimiert. Um die Restriktionen zu behandeln, wurden die *Expression Strategies* und das Straf-funktionsverfahren implementiert. Abb. 5.3 stellt den Vergleich zwischen den Optimierungsergebnissen des vorliegenden Testbeispiels von *Expression Strategies* (Ausdrucksstrategie, AS) und Straf-funktionsverfahren mit verschiedenen Strafparametern R dar. Der Optimalzustand des vorliegenden Problems von *Expression Strategies* (AS) gegenüber dem Optimalzustand von *Niched-Penalty Approach* sowie das Straf-funktionsverfahren mit $R = 10^6$ und Exakt wird in Tabelle 5.1 gezeigt. Wenn man alle Optimierungsergebnisse mit dem Exaktergebnis vergleicht, kann man sehen, daß das beste Ergebnis durch *Expression Strategies* gegeben wurde.

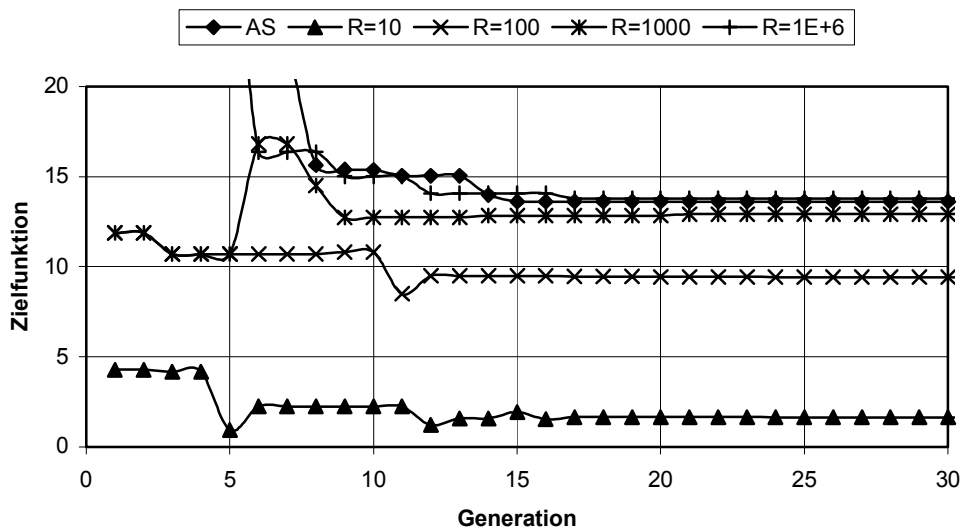


Abb. 5.3 Optimierungsergebnis mit Ausdrucksstrategien und Straf-funktionsverfahren

Tabelle 5.1 Vergleich des Optimalzustands der Himmelblau-Funktion

Verfahren	Zielfunktion	x_1	x_2
<i>Expression Strategies (AS)</i>	13,5913	2,24698	2,38477
<i>Niched-Penalty Approach [5.22]</i>	13,6646	2,24364	2,34272
Straffunktionsverfahren ($R = 10^6$)	13,6677	2,24372	2,33350
Exakt	13,5909	2.24683	2,38187

5.7 Zusammenfassung

GA stellen eine wichtige Möglichkeit zur Optimierung zur Verfügung. Die Hauptvorteile der Annäherung liegen darin, daß keine Steigungen im Suchprozess angefordert werden. Deshalb bieten GA eine gute Wirksamkeit und erfolgreiche Anpassung und Implementierung in einer Reihe von optimalen Entwurfsproblemen entweder mit diskreten oder nicht-konvexen Suchräumen an. Außerdem ist es möglich, durch Benutzung des Genetischen Algorithmus die globalen optimalen Lösungen zu finden. Um die Restriktionen in den Optimierungsproblemen zu behandeln, wurden *Expression Strategies* angewandt. Bei *Expression Strategies* wird der unzulässige Entwurf gezwungen, daß seine Bitketten den Bitketten des zulässigen Entwurfs ähneln. Diese Strategie führt zu besseren Ergebnissen mit weniger Berechnungsaufwand, die keine Strafparameter zu erfordern.

6 Implementierung der multidisziplinären Optimierung im Flügelstrukturentwurf

6.1 Übersicht

In diesem Kapitel werden die Formulierung und die Implementierung der multidisziplinären Optimierung einer Flügelstruktur ausführlich besprochen. Die vorgewählten Strukturmodelle dieser Untersuchung sind einfache viereckige Flügelkasten, Flügel mit kleinem Seitenverhältnis, sowie Flügel mit großem Seitenverhältnis. Die Optimierungen werden durchgeführt, um das Minimumgewicht der Flügelstruktur zu erreichen, mit Restriktionen von Maximalspannung und Maximalablenkung von statischer Belastung, Eigenfrequenz und Flattergeschwindigkeit. Besonders für den Flügel mit großem Seitenverhältnis wird eine Optimierung durchgeführt, um auch die Zahl der Rippen und/oder der Holme herauszufinden, die die optimale Strukturantwort zu den Restriktionen durch Flattern und statischer Belastung geben. Deshalb sind die Entwurfsvariablen in diesem Fall nicht stetig sondern diskret.

In vielen Fällen stellen Algorithmen der mathematischen nichtlinearen Programmierung eine bedeutende Möglichkeit für das automatisierte optimale strukturelle Entwurfsproblem dar ([6.1]-[6.5]). Die leistungsfähigeren Algorithmen der nichtlinearen Programmierung für die Probleme dieser Kategorie sind gradienten-basierend, in der mindestens die erste Ableitung der Zielfunktion und der Restriktionen in Bezug auf die Entwurfsvariablen erforderlich ist. Die Lösung dieser Aufgabe wird erleichtert, wenn die Zielfunktion stetig und/oder differenzierbar ist und/oder die Entwurfsvariablen stetig sind. Wenn das Optimierungsproblem auch diskrete Variablen beinhaltet, bieten sich die Genetischen Algorithmen zu Lösungsfindung an. Dies ist der Grund, warum Genetische Algorithmen in dieser Arbeit angewendet werden.

6.2 Problemdefinition

Wie in Kapitel 5 besprochen wurde, kann das Optimierungsproblem als ein nichtlineares Programmierungsproblem formuliert werden:

$$\begin{aligned} &\text{minimiere} && f(X) \\ &\text{so dass} && g_j(X) \leq 0 \quad ; j = 1, 2, \dots, nr \end{aligned} \tag{6.1}$$

$$\text{im Suchraum } X_i^u \leq X_i \leq X_i^o \quad ; i = 1, 2, \dots, ndv ,$$

wobei f die Zielfunktion sowie g , X^U und X^L Restriktionen der Parameter und ndv die gesamte Zahl der Entwurfsvariablen beschreiben. Ziel ist es, denjenigen Satz von Objektparametern zu finden, der die Zielfunktion unter Beachtung der Restriktionen minimiert. In den folgenden Abschnitten werden die Zielfunktion, die Restriktionen und die Entwurfsvariablen, die in vorliegender Arbeit implementiert wurden, ausführlich besprochen.

6.2.1 Zielfunktion

Die Zielfunktion für die Entwurfsoptimierung der Struktur eines Flugzeuges ist relativ einfach. Das Gesamtgewicht der Struktur W wird im Allgemeinen benutzt:

$$f(X) = W = \sum_{k=1}^{ndv} \rho_k X_k A_k \tag{6.2}$$

wobei ρ die Dichte des Materials, X die Hautdicke oder der Balkenquerschnitt und A die Hautfläche oder die Balkenlänge bedeutet. Hier wurden A und ρ festgelegt und X wurde als der Satz von Entwurfsvariablen betrachtet.

6.2.2 Restriktionen

Die Berechnung der Restriktionen für die Entwurfsoptimierung der Struktur eines Flugzeuges ist kompliziert. Die Restriktionen, die hier verwendet werden, sind die Spannungsforderungen, die Maximalablenkungsforderung infolge der Statikbelastung, Eigenfrequenz und Flattergeschwindigkeit.

Wenn die auftretenden Spannungen in der Flügelstruktur σ_l und die maximalen Ablenkungen δ_{\max} sind, dann ergibt sich für die Restriktionen durch die Statikbelastung

$$g_1(X) = \frac{\sigma_l}{\sigma_{er}} - 1 \leq 0 \tag{6.3}$$

$$g_2(X) = \frac{\delta_{\max}}{\delta_{er}} - 1 \leq 0 \quad (6.4)$$

wobei σ_{er} die zulässige Spannung und δ_{er} die größte zulässige Ablenkung der Struktur ist.

In der Optimierung mit Restriktion von Eigenfrequenzen wurde die untere Grenze der ersten Eigenfrequenz folgendermaßen eingeschränkt :

$$g_3(X) = \frac{f_1}{f_{er}} - 1 \leq 0 \quad (6.5)$$

Hiermit sind f_{er} und f_l die angeforderte erste Eigenfrequenz bzw. die gerechnete erste Eigenfrequenz.

Die Restriktion der Flattergeschwindigkeit wird definiert, indem man Anforderungen an die modalen Dämpfung bei einer bestimmten Geschwindigkeit, anstatt an der tatsächlichen Flattergeschwindigkeit, gerecht wird. Man kann folgende Beziehung anwenden [6.3][6.6][6.7]

$$(\bar{\gamma}_l \leq \bar{\gamma}_{er,l}) \quad ; \quad l=1,2, \dots, nmod \quad (6.5)$$

oder

$$g_{3+l}(\bar{x}) = \frac{\bar{\gamma}_l - \bar{\gamma}_{er,l}}{GFACT} \leq 0 \quad (6.6)$$

wobei $\bar{\gamma}_l$ und $\bar{\gamma}_{er,l}$ die errechnete und die angeforderte aerodynamische Dämpfung ist. Im Strukturentwurf mit Restriktion von Flattergeschwindigkeit sind $\bar{\gamma}_{er,l}$ sehr kleine Werte oder gleich Null. Der generalisierte Normalisierungsfaktor (GFACT) wird verwendet, um die Restriktionen zu skalieren. Kolonay und Yang [6.7] und MSC/NASTRAN [6.3] verwendeten einen Wert von 0.1 für GFACT. Gleichzeitig ist $nmod$ die Zahl der interessierten Eigenformen, die in der Analyse verwendet werden.

Normalerweise sollen die Restriktionsfunktionen auch die physikalische Beschränkung der Entwurfsvariablen darstellen, d.h.: Beschränkung der Fabrikation, Maßverfügbarkeit des Materials usw.. Folglich sollen die folgenden Restriktionen addiert werden:

$$X_i^u \leq X_i \leq X_i^o \quad ; i = 1, 2, \dots, ndv \quad (6.8)$$

wobei X^U und X^L Beschränkungen der Parameter beschreiben.

6.2.3 Entwurfsvariablen

Aus Sicht der Aerodynamik kann der Flügelgrundriss wie das Seitenverhältnis, die Flügelzuspitzung und die Pfeilung zusammen mit der Flügelstärke betrachtet werden, jedoch wurden diese nicht hier betrachtet. Die Entwurfsvariablen dieser Arbeit sind: (a) die Dimension der Rippen, des Holms und der Versteifungen, (b) die Hautstärke und (c) die Zahl der Rippen.

6.3 Multidisziplinäre Optimierung der Flügelstruktur mit Benutzung des Genetischen Algorithmus

Das Verfahren zum Durchführen der Optimierung der Flügelstruktur mit Benutzung des Genetischen Algorithmus folgt,

1. Bestimmung des Flügelgrundrisses, der Flügelgeometrie und der Entwurfsvariablen.
2. Bestimmung der Restriktionen: Anforderung von Flattergeschwindigkeit, Maximalspannung und Maximalablenkung.
3. Auswahl von Machzahl, Strömungsgeschwindigkeit, Flughöhe und Anstellwinkel.
4. Generierung der Start-Population und Bestimmung der unteren sowie oberen Beschränkungen (Gl. (6.8))
5. Analyse der dynamischen Struktur mit Strukturmodellierung von EPM zur Berechnung der Matrizen von Steifigkeit $[\tilde{K}]$ und Masse $[\tilde{M}]$ sowie der Eigenfrequenzen und der Eigenformen der Struktur (Gl. (2.39)).
6. Berechnungen der generalisierten Matrizen von Steifigkeit und Masse der Flügelstruktur (Gl. (4.2))
7. Berechnungen der instationären aerodynamischen Kräfte für verschiedene reduzierte Frequenzen und bestimmte Zahl der Eigenformen (Gl. (3.17))
8. Approximation der instationäre Luftkräfte (Abschnitt 3.3)
9. Bestimmung der Flattergeschwindigkeit, wie es im Kapitel 4 erklärt wurde.
10. Analyse der Statik, d.h. Bestimmung der Maximalspannung und der Maximalablenkung infolge vorgegebener Belastung.
11. Berechnungen der Zielfunktion (Gl.(6.2)) und der Restriktionen (Gl. (6.3)-(6.7)).

12. Bestimmung der Fitneß. Wenn die Abbruchbedingung erfüllt ist, dann wird das Verfahren beendet. Sonst geht man über zum nächsten Schritt
13. Generierung der neue Population und zurück zu 5.

6.4 Implementierung der multidisziplinären Optimierung

In diesem Abschnitt werden die Beispiele der Implementierung von MDO auf Flügelmodelle besprochen. Die vorgewählten Strukturmodelle in dieser Studie sind einfache viereckige Flügelkästen, Flügel mit kleinem Seitenverhältnis, sowie Flügel mit großem Seitenverhältnis. Zuerst wurden die bestimmten vorgewählten Werte der Entwurfsvariablen angewandt. Mit diesen Werten wird die Analyse von Eigenformen, Statik und Flattern durchgeführt. Die Ergebnisse wurden mit FEM (MSC/NASTRAN oder ähnliche) verglichen.

Die Optimierungen werden durchgeführt, um das Minimumgewicht der Flügelstruktur zu erreichen, mit aeroelastischen und statischen Restriktionen. Die Ergebnisse wurden mit MSC/NASTRAN und/oder aus der Literatur verglichen.

6.4.1 Der einfache Flügelkasten

Um die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit mit den Ergebnisse aus anderen Berechnungen zu validieren, wurde ein Flügelmodell als Testbeispiel für die Optimierung des einfachen Flügelkastens genommen, das von Rusidill und Bathia [6.8][6.9] dargestellt wurde. Dieser Flügel wurde in der vorliegenden Untersuchung gewählt, weil alle strukturellen, materiellen und andere Daten gegeben waren. Folglich hat man die Möglichkeit, die Ergebnisse direkt zu vergleichen.

Abb. 6.1 stellt den Flügelkasten dar, welcher von Rusidill und Bathia benutzt wurde. Der Flügelkasten wurde in drei Segmente geteilt und besteht aus drei Rippen, Vorder- und Hinterholm, vier Holmkappen und der unteren sowie oberen Haut mit konstanten Parametern, wie folgt: $L = 1.524$ m; $H = 0.1016$ m; $W = 0.635$ m; Dichte von Material, $\rho = 2700$ kg/m³; Elastizitätsmodul, $E = 7.0E+10$ N/ m²; und Poisson-Zahl, $\nu = 0,3$.

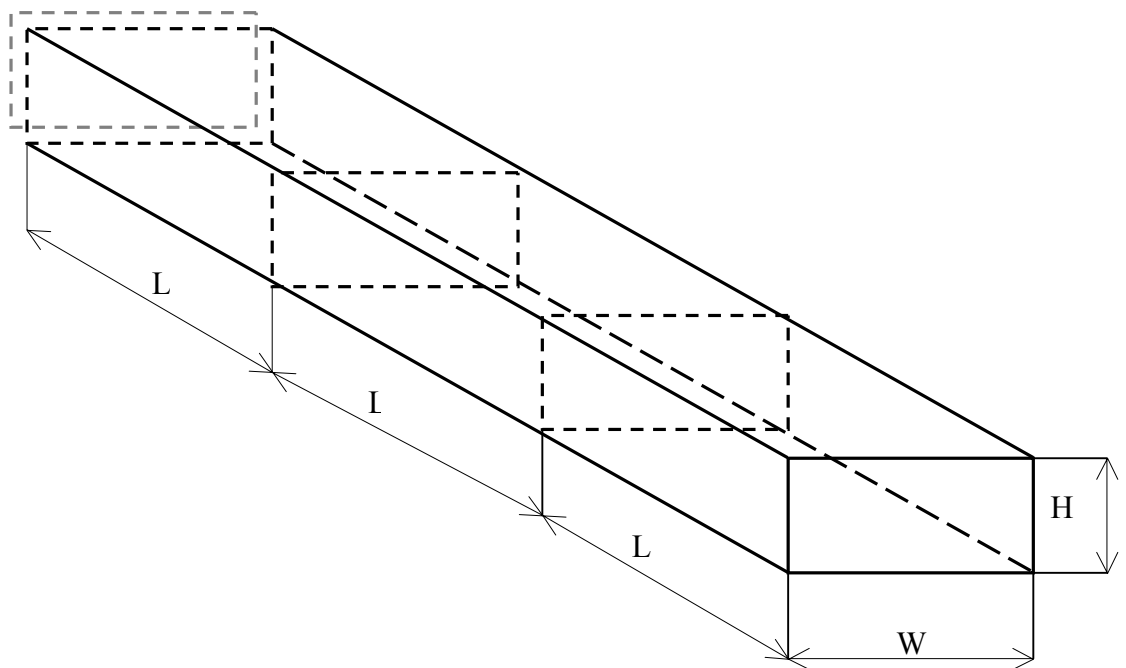


Abb. 6.1 Flügelkasten von Rusidill und Bathia

6.4.1.1 Ergebnisse der Analyse

Um die Modellierung zu validieren, wurden die vorgegebenen Variablen des Flügelkastens, wie in Tabelle 6.1 angegeben wurde, verwendet. Mit diesen Variablen ist die Masse des Flügels 83.53 kg. Rusidill und Bathia haben Holmkappe als Stabelement modelliert, in dieser Arbeit jedoch wurde sie durch Balkenelement modelliert. Bei der vorliegenden Arbeit wurde ein Grad des Polynoms von 6 und alle Federkonstanten von 10^{12} (N/m oder N/rad) gewählt und der Flügel durch ein Segment modelliert. Die Analyse für dieses Flügelkastenmodell wurde auch mit MSC/NASTRAN (mit 204 Elementen und 130 Knotenpunkten) durchgeführt. Die Holmkappen wurden durch ein Balkenelement (CBAR), die Häute und Rippen wurden durch Schalelemente (CQUAD4), und die Holme wurden durch Scherelemente (CSHEAR) modelliert.

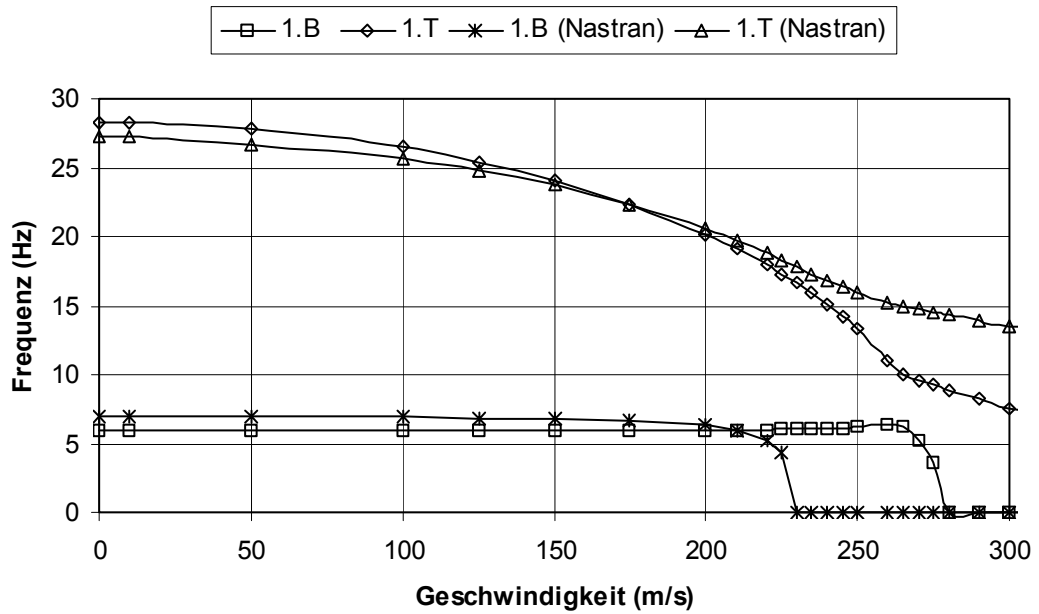
Tabelle 6.1 Die vorgegebene Variablen des Flügelkastens

Feld	Holmstärke (mm)	Hautstärke (mm)	Rippenstärke (mm)	Kappentiefe (mm)	Kappenbreite (mm)
1	2,0320	1,0160	1,0160	17,550	73,515
2	2,0320	1,0160	1,0160	17,550	73,515
3	2,0320	1,0160	1,0160	17,550	73,515

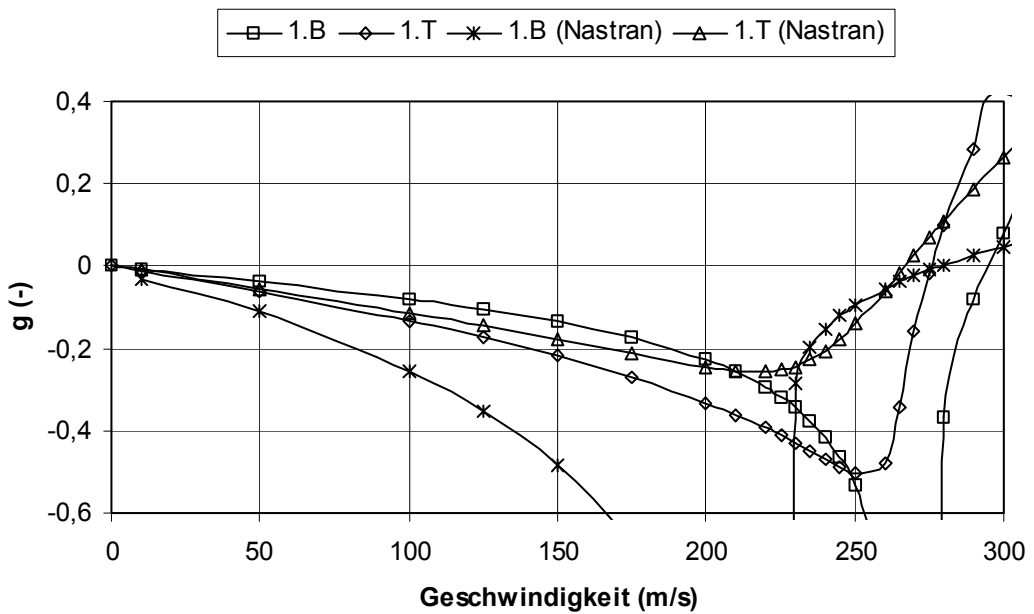
Zur Bestimmung die Flattergeschwindigkeit des Flügels wurden die folgenden Parameter verwendet: Die Machzahl ist 0,5566 und die Höhe beträgt 3038 m (10.000 ft). Vier Eigenformen wurden gewählt und die Approximation der generalisierten aerodynamischen Kräfte wurde durch die Minimum-State-Methode mit vier Lag States implementiert. Als Begrenzungen für diese Approximation wurde der stationäre Fall ($k = 0,0$) und $k = 0,75$ verwendet. Die Flattergeschwindigkeit wurde durch die p -Methode errechnet.

Abb. 6.2 stellt das Diagramm von V -g/ V -f, das aus dem vorliegenden Verfahren und von MSC/NASTRAN genommen wird. Es zeigt, daß die Flattergeschwindigkeit ungefähr 275 m/s bzw. und 270 m/s ist, und die Divergenz 302 m/s bzw. 279 m/s ist. In der vorliegenden Untersuchung stimmt die Massenmitte des Flügels mit der elastischen Mittellinie überein, da keine nicht-strukturelle Masse dem Flügelmodell hinzugefügt wurde. Daher folgt: die Flattergeschwindigkeit und die Divergenz (angezeigt durch Nullfrequenzen) sind sehr nah, wie im V -g-Diagramm von Abb. 6.2 gezeigt wird.

Tabelle 6.2 stellt den Vergleich der Ergebnisse für den Flügel von Rusidill und Bathia dar. Die Ergebnisse des vorliegenden Verfahrens wurden mit denen verglichen, die von Stirz und Venkayya [6.10], Balis-Crema et. al. [6.12] und Lillico et. al [6.13] berechnet wurden, und auch mit denen, die durch MSC/NASTRAN erreicht wurden. Stirz und Venkayya haben den Effekt der unterschiedlichen FE modellierend auf der Flattergeschwindigkeit erforscht, Balis-Crema et. al. haben ihre Untersuchung über den Effekt der unterschiedlichen aerodynamischen Parameter auf die Flattergeschwindigkeit betont, während die Auswirkungen der Sparkappen und der aerodynamischen Modellierung (Tragflächentheorie und Streifentheorie (geschrieben in Klammern)) von Lillico et. al. ermittelt wurden. Indem man diese mit anderen Ergebnissen vergleicht, kann angegeben werden, daß die Ergebnisse des vorliegenden Verfahren angemessen sind. Bei der dynamischen Berechnung war der Rechenaufwand von vorliegendem Verfahren und von MSC/NASTRAN fast keinen Unterschied (2.3 bzw. 2.0 sek). Bei der Flatteranalyse war er 15 bzw. 40 sek.



(a)



(b)

Abb. 6.2 Diagramm von (a) V-f und (b) V-g des Flügels von Rusidill und Bathia

Tabelle 6.2 Vergleich der Ergebnisse des Flügels von Rusidill und Bhatia

	Striz und Venkayya [6.10]			Balis-Crema, Mastroddi und Coppotelli [6.11]		Calfun (Lillico et. al [6.12])		MSC/ NASTRAN	Vorliegendes Verfahren (EPM)
	Membranrippen Membranhohl	Scherrrippen Membranhohl	Membranrippen Scherhohl	Membranrippen Membranhohl	Ohne Kappen	Mit Kappen			
Eigenfrequenz (Hz)	10,50B	10,50B	6,26B	6,13B	6,66B	6,66B	6,59B	5,89B	NP = 6 K = 10 ¹²
	26,60T	26,60T	24,75T	24,94T	24,04T	27,58T	26,16T	26,89T	
	55,86B	55,85B	27,57B	37,60B	41,77B	41,77B	41,31B	35,29B	
	79,12T	79,12T	71,77T	73,27T	71,12T	82,74T	80,70T	83,97T	
Aerodynamische Masche	125,83B	125,82B	110,35B	103,87B	116,60B	116,60B	103,70B	93,89B	12 x 6
	134,42T	134,42T	136,26T	136,26T	120,20T	137,89T	142,40T	146,38T	
	24 x 9	24 x 9	24 x 9	9 x 6 x 45 (9 x 15 x 45)	10 x 4	10 x 4	12 x 4		
	276	276	264	241 (233)	240 (210)	276 (245)	270	275	
Flutterfrequenz (Hz)	-	-	-	11,8 (12,4)	10,7 (12,8)	10,6 (15,0)		9,2	302
	302	-	-	263 (257)	236 (209)	261 (240)	279	302	

B = Biegung, T = Torsion

6.4.1.2 Ergebnisse der Optimierung

Die Optimierung zur Minimierung der Strukturmasse mit Restriktion der Flattergeschwindigkeit wurde mit GA unter der Voraussetzung durchgeführt, daß die Flattergeschwindigkeit größer als 180 m/s sein soll. Tabelle 6.3 zeigt die Entwurfsvariablen sowie ihre Beschränkungen. Die Parameter vom GA, die in dieser Optimierung verwendet wurden, werden in Tabelle 6.4 gezeigt. Die Optimierung wurde mit drei verschiedenen Populationen (5; 20 und 30) durchgeführt. Die Optimierungsergebnisse des Flügels von Rusidill und Bathia wurden durch Abb. 6.3 dargestellt.

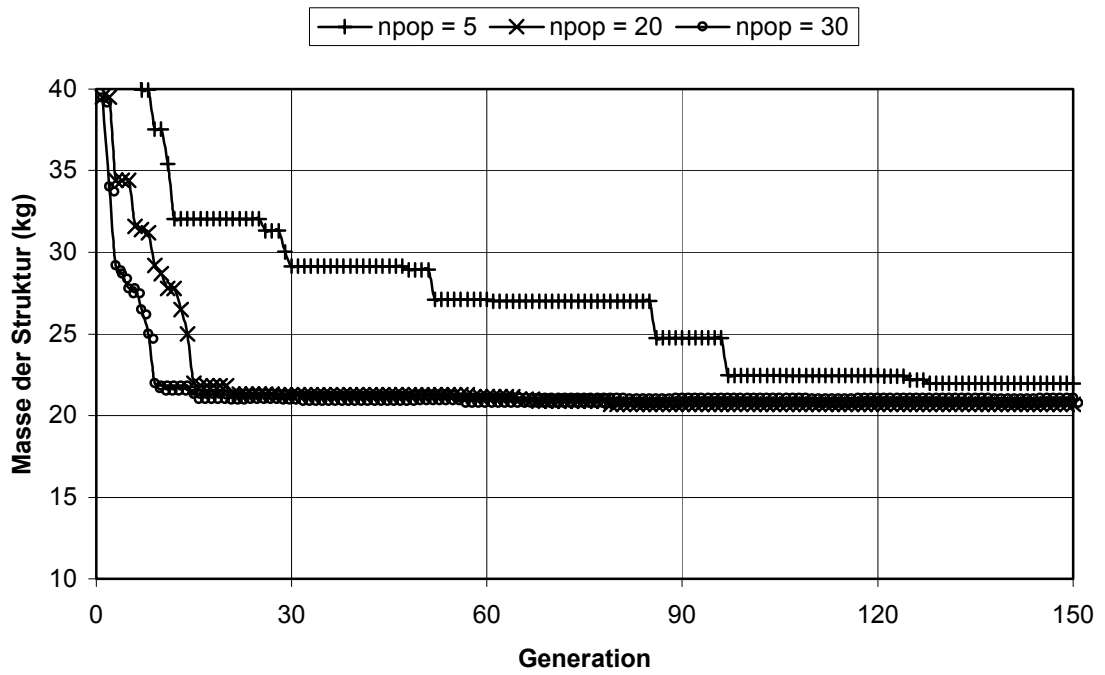
Tabelle 6.3 Entwurfsvariablen und Beschränkungen des Flügels von Rusidill und Bathia

Felde	Vordere und hintere Holmstärke (mm)		Hautstärke der Obere- und Unterfläche (mm)		Rippenstärke (mm)		Tiefe der Holmkappe (mm)		Breite der Holmkappe (mm)	
	X^L	X^U	X^L	X^U	X^L	X^U	X^L	X^U	X^L	X^U
1	0,169	3,00	0,169	2,00	0,169	2,00	14,30	20,00	15,00	90,00
2	0,169	3,00	0,169	2,00	0,169	2,00	14,30	20,00	15,00	90,00
3	0,169	3,00	0,169	2,00	0,169	2,00	14,30	20,00	15,00	90,00

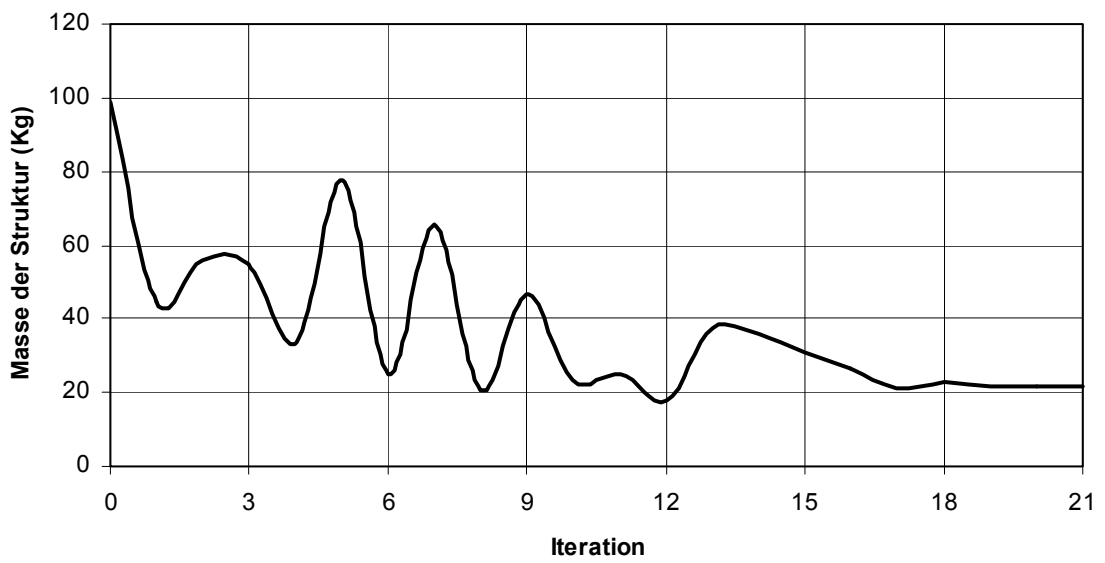
Tabelle 6.4 GA-Parametern für die Optimierung des Flügels von Rusidill und Bathia

GA-Parameter	Wert
Zahl der Entwurfsvariable, ndv	15
Individuumslänge, $nchr$	150
Zahl der Population, $npop$	5 ; 20 ; 30
Maximale Generation, t_{max}	150
Rekombinationsrate, p_C	0,5
Mutationswahrscheinlichkeit, p_M	0,005

Abb. 6.3 stellt die Optimierungsergebnisse des Flügels von Rusidill und Bathia, die durch vorliegendes Verfahren und MSC/NASTRAN durchgeführt wurden, dar. In Abb. 6.3a kann man sehen, daß eine Konvergenz erreichende Generation immer kleiner wird, je größer die Anzahl der Population ist. Die kleine Konvergenzgeneration bedeutet jedoch nicht, daß die Berechnungszeit kürzer ist. Um die Konvergenz zu erreichen, muss man die ungefähr gleiche Zahl an Funktionen berechnen. Dies bedeutet, daß die Berechnungszeit bis zur Konvergenz für verschiedene Populationen ungefähr auch gleich lang ist.



(a)



(b)

Abb. 6.3 Optimierungsergebnisse des Flügels von Rusidill und Bathia aus (a) vorliegendem Verfahren und (b) MSC/NASTRAN

In Abb. 6.3b kann man sehen, daß mit Benutzung von MSC/NASTRAN die Konvergenzzustand mit 21 Iterationen erreicht werden kann. Hier kann man sehen, daß die optimalen Massen der Struktur, die durch vorliegendes Verfahren und durch MSC/NASTRAN durchgeführt wurden, fast keinen Unterschied aufweisen.

Die Optimalwerte der Entwurfsvariablen der vorliegenden Optimierung für eine Zahl der Population von 5, 20 und 30 wurden in Tabelle 6.5 gezeigt. In dieser Tabelle wurden auch die Optimierungsergebnisse, die durch MSC/NASTRAN durchgeführt wurden, aufgelistet. Marken (*) zeigen, daß die Werte die erlaubte Minimumwerte sind (siehe Tabelle 6.3). Man kann sehen, daß es keinen großen Unterschied zu der optimalen Masse der Struktur aller Berechnungen gibt wie auch in Abb. 6.3 gezeigt wird. Die aerodynamischen Dämpfungen des Optimalzustandes werden in Abb. 6.4 dargestellt. Es gibt ebenfalls keinen großen Unterschied zu der Flattergeschwindigkeit der anwesenden Optimierung. Die Restriktion, daß die Flattergeschwindigkeit des Flügels gleich oder größer als 180 m/s sein soll, wurde durch alle Optimierungen erfüllt.

Anhand aller Optimierungsergebnissen von vorliegendem Verfahren kann man sehen, daß die Optimierung, welche die Zahl der Population von 20 verwendete, die besten Ergebnisse ergab. Jedoch ist eine ausführliche Studie zur Bestimmung der optimalen Population, die in einer Optimierung des Flügels mit aeroelastischen Restriktionen verwendet werden kann, nötig.

In der vorliegenden Optimierung kann der aeroelastische Modus nicht genau bestimmt werden. Weil keine nicht-strukturelle verteilte Masse dem Modell hinzugefügt wurde, stimmt das Gleichgewicht des Flügels mit der elastischen Achse des Flügels überein, und das resultiert aus der Nähe von Flattergeschwindigkeit und Divergenzgeschwindigkeit. In unserer Optimierung zeigt sich das Flattern vor der Divergenz. Bei MSC/NASTRAN ist es das Gegenteil, dort zeigt sich Divergenz vor dem Flattern.

Tabelle 6.5 Die optimalen Entwurfsvariablen des Flügels von Rusidill und Bathia

Felde	Entwurfsvariable	Optimalwert (mm)			
		npop = 5	npop = 20	npop = 30	MSC/NASTRAN
1	Holmstärke	0,719	0,615	0,172	0,527
	Hautstärke	0,638	0,638	1,087	0,169*
	Rippenstärke	1,352	0,497	0,721	0,757
	Tiefe der Kappe	17,20	14,44	14,59	14,30
	Breit der Kappe	15,37	15,51	15,29	30,81
2	Holmstärke	0,626	0,482	1,614	0,443
	Hautstärke	0,710	0,692	0,399	0,495
	Rippenstärke	0,704	0,180	0,474	0,365
	Tiefe der Kappe	14,72	14,32	14,46	14,43*
	Breit der Kappe	15,22	15,15	15,00	15,00*
3	Holmstärke	0,839	0,850	0,280	0,169*
	Hautstärke	0,250	0,250	0,175	0,169*
	Rippenstärke	0,443	0,327	0,382	0,184
	Tiefe der Kappe	14,63	14,41	14,53	14,43
	Breit der Kappe	15,29	15,29	15,07	15,00*
V_f (m/s)		190	185	195	180
Flutterfrequenz (Hz)		16,36	15,86	18,75	0
Aeroelastischer Modus		Flattern/ Divergenz	Flattern/ Divergenz	Flattern/ Divergenz	Divergenz/ Flattern
Masse der Struktur (kg)		21,84	20,68	21,06	21,50

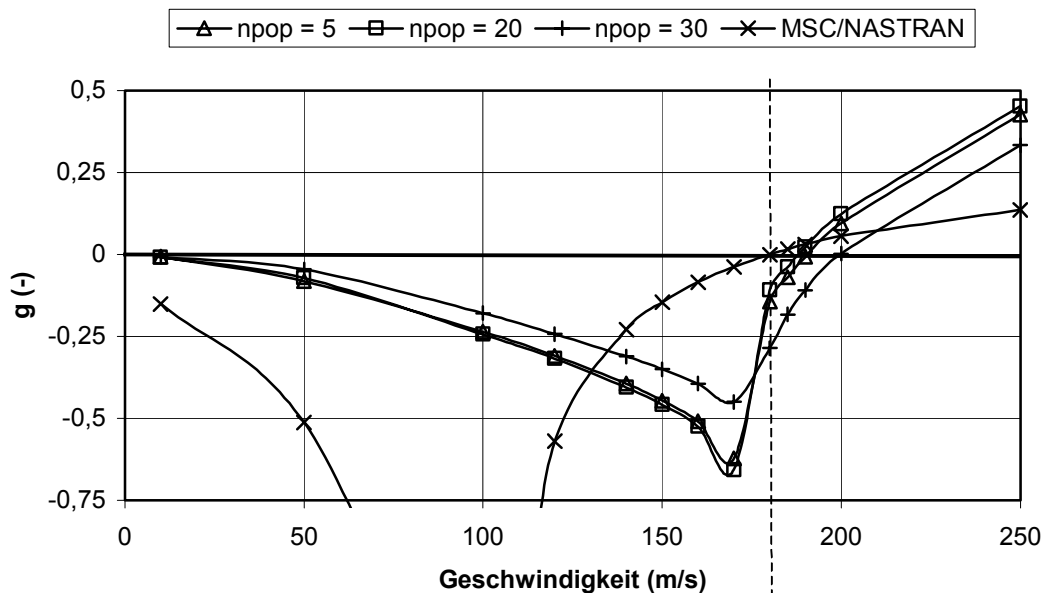


Abb. 6.4 Aerodynamische Dämpfung des Flügels von Rusidill und Bathia im Optimalzustand

6.4.2 Flügel mit niedrigem Seitenverhältnis

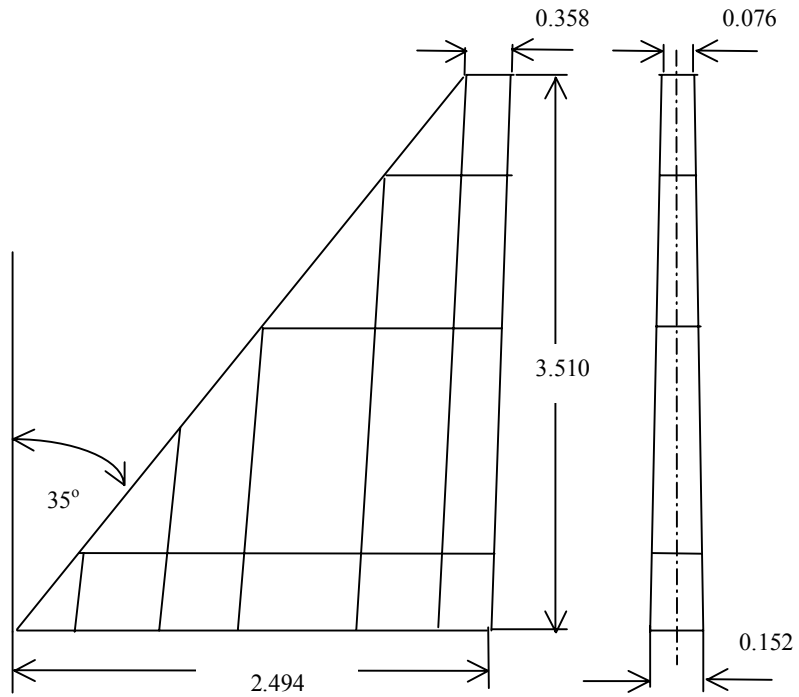
Abb. 6.5 stellt die Dimension eines niedrigen Seitenverhältnis-Flügelmodells dar. Es ist ein gewöhnlicher Flügel eines Kampfflugzeuges. Das Flügelkastenteil und das aerodynamische Oberflächenteil werden durch Abb. 6.5a bzw. Abb. 6.5b gezeigt. Dabei werden der Flügelgrundriss und seine Dimension in Tabelle 6.6 gegeben. Der Flügel besteht aus Haut, vier Rippen, sieben Holmen und vierzehn Holmkappen. Für diesen Flügel wurde eine nicht-strukturelle Masse von 1088,622 Kg auf der Hautfläche verteilt. Außerdem wurde eine Masse von 90,718 Kg für einen Flügelspitzespeicher über die Flügelspitzenpunkte verteilt. In dieser Arbeit wurde dieses Flügelmodell optimiert, um die Masse der Flügelstruktur mit Begrenzungen von Statik und von Aeroelastik zu minimieren.

Tabelle 6.6 Dimension und Flügelgrundriss
eines Flügel mit niedrigem Seitenverhältnis

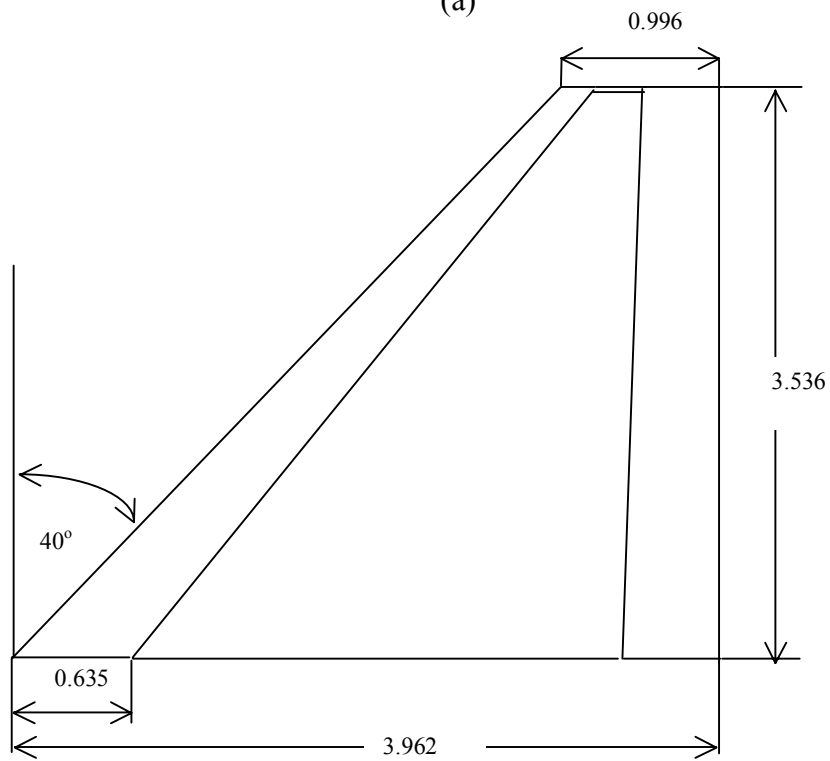
Parameter	Werte
Flügelkasten :	
Seitenverhältnis	4.923
Flügelzuspitzung	0.144
Pfeilung (Grad)	35
Stärke-Flügeltefeverhältnis an der Wurzel	0.061
Stärke-Flügeltefeverhältnis an der Spitze	0.212
Aerodynamisches Oberflächenteil:	
Seitenverhältnis	3.978
Flügelzuspitzung	0.251
Pfeilung (Grad)	40

6.4.2.1 Ergebnisse der Analyse

Um die Ergebnisse der vorliegenden Verfahrens zu validieren, wurden die Dimension der Hautstärke und der Querschnitt der Holmes, der Rippen und der Holmkappen, wie durch in der Tabelle 6.7 an gegeben wurde, verwendet. Mit diesen Werten wurden ein Finite-Element-Modell eingeleitet. Die Finite-Elemente-Berechnungen werden durch MSC/NASTRAN (mit 197 Elementen und 70 Knotenpunkten) durchgeführt. Bei MSC/NASTRAN wurden die Flügelhaut durch Schellelemente (CQUAD4), die Holmkappen durch Balkenelemente (CBAR), und die Holme und Rippen mit Scherselementen (CSHEAR) modelliert. In der vorliegenden Arbeit wurde der Grad des Polynoms von 6 und alle Federkonstanten von 10^{12} (N/m oder N/rad) gewählt und der Flügel durch ein Segment modelliert.



(a)



(b)

Abb. 6.5 Grundriss und Dimension eines Flugellmodells mit niedrigem Seitenverhältnis (Maße in Meter) ; (a) Flügelkastenstruktur, (b) aerodynamische Oberfläche

Tabelle 6.7 Masse- und Dimensionen
eines Flugellmodells mit niedrigem Seitenverhältnis

Parameter	Wert
Hautstärke (mm)	2.54
Holm/Holmkappen :	
- Stärke (mm)	3.81
- Breite der Kappe (mm)	25.4
- Hohe der Kappe (mm)	25.4
Rippen :	
- Stärke (mm)	3.05
Masse der Struktur (kg)	151.45

Die Analyse der Statik des Flügels wurde durchgeführt, indem man eine einzelne statische Belastung aufbringt. Diese besteht aus einer aufwärts gerichteten Gesamtkraft von 145 kN, die gleichmäßig an der Flügelspitze verteilt wird. Die resultierenden statischen Ablenkungen entlang der Vorder- und Hinterkante des Flügelmodells werden in Abb. 6.6 dargestellt. Die Volllinien zeigen die Ergebnisse von EPM der vorliegenden Arbeit an und die Daten von FEM (MSC/NASTRAN) wurden durch einzelne Symbole dargestellt. Man kann sehen, daß die Vereinbarkeit mit der Ablenkung ziemlich gut ist. Die durchschnittliche Fehlerquote der Maximalablenkungen ist 4,2 %.

Die Spannungsverteilung entlang der Flügeltiefe an der Flügelwurzel und an $y/l = 0,3$ wurde in Abb. 6.7 bzw. in Abb. 6.8 gezeigt. In diesen Abbildungen wurden die Verteilungen von σ_x , σ_y , τ_{xy} und von Misses-Spannung dargestellt. Hier zeigen wiederum die Volllinien und einzelne Symbole die Ergebnisse des vorliegenden Verfahren bzw. MSC/NASTRAN an. Anhand Abbn. 6.7 und 6.8 sieht man, daß die Spannungsverteilung des vorliegenden Verfahren die gleiche Tendenz wie jenen haben, die durch MSC/NASTRAN berechnet wurden. Die Maximalspannungen an der Flügelhinterkante können sowohl durch EPM des vorliegenden Verfahrens als auch durch FEM (MSC/NASTRAN) aufgenommen werden. Man kann daraus erkennen, daß durch unser Verfahren die Von-Mises-Spannungen gut bestimmt werden können. Um die Struktur auszulegen, betrachtet man normalerweise Von-Mises-Spannungen anstatt der Komponentenspannungen.

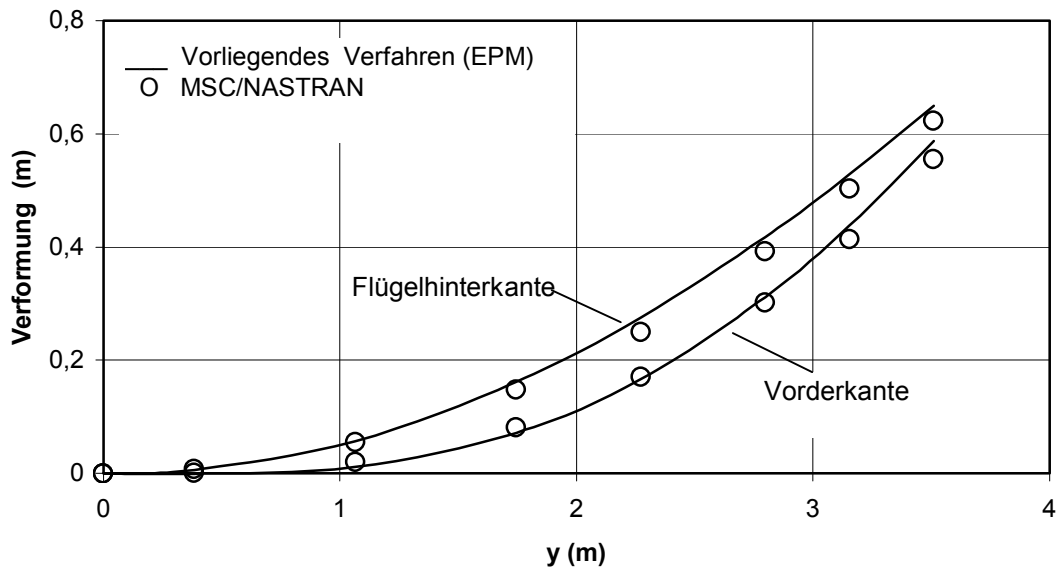


Abb. 6.6 Ablenkung des Flügels mit kleinem Seitenverhältnis entlang der führenden und Hinterkante

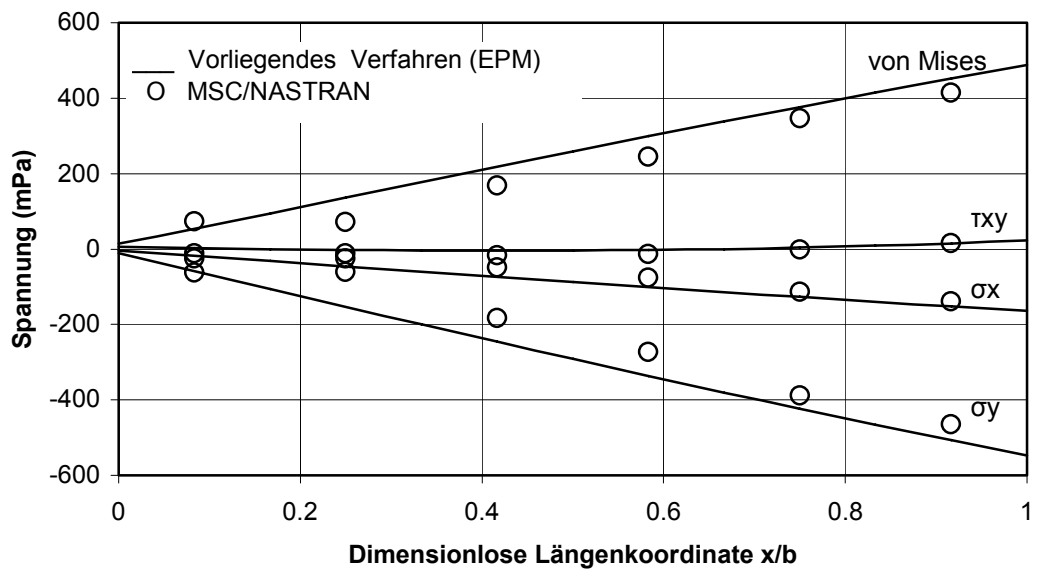


Abb. 6.7 Spannungsverteilung an der Flügelwurzel von Flügel mit kleinem Seitenverhältnis

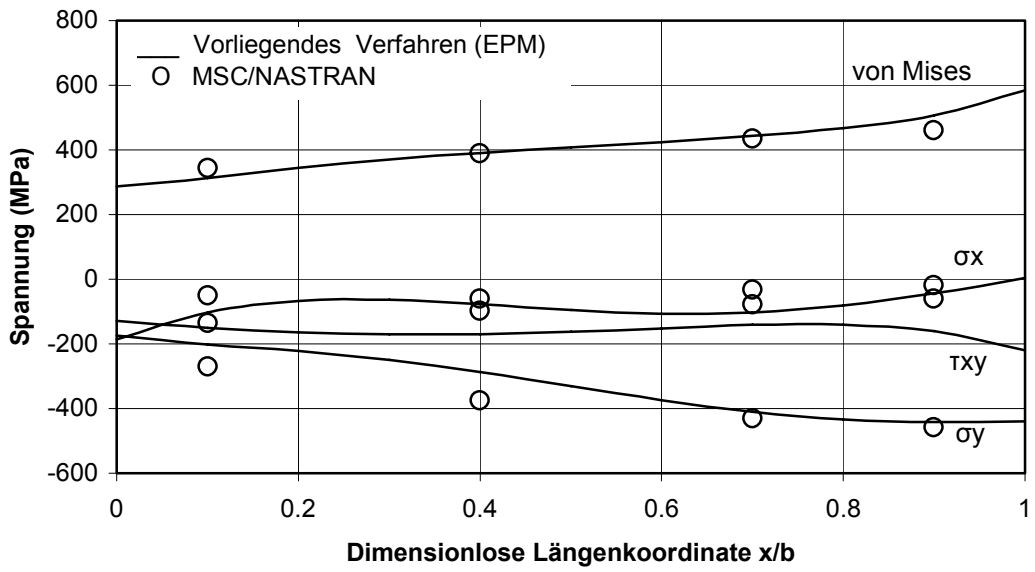


Abb. 6.8 Spannungsverteilung am $y/l = 0.3$ von Flügel mit kleinem Seitenverhältnis

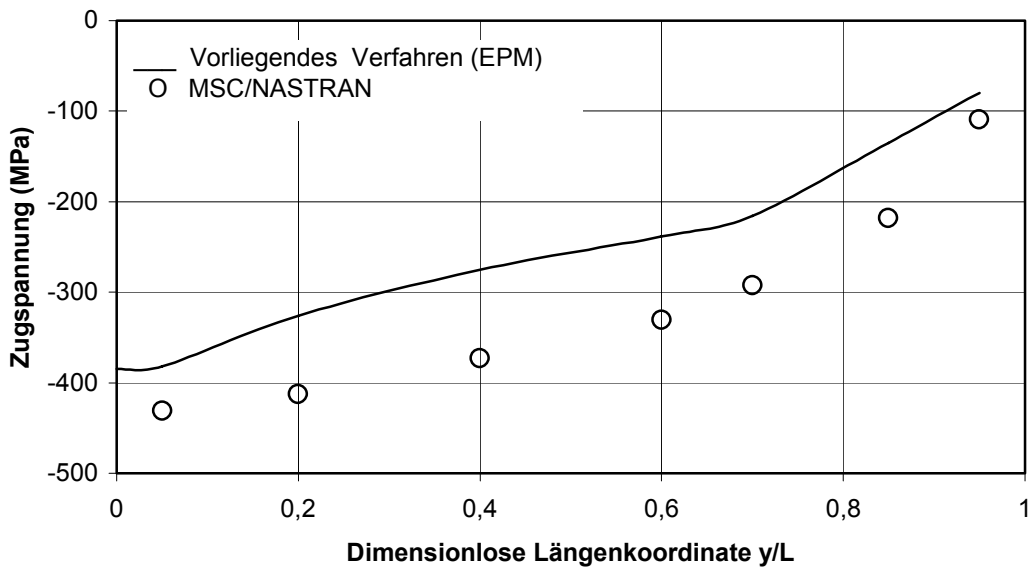


Abb. 6.9 Zugspannungsverteilung der Holmkappen

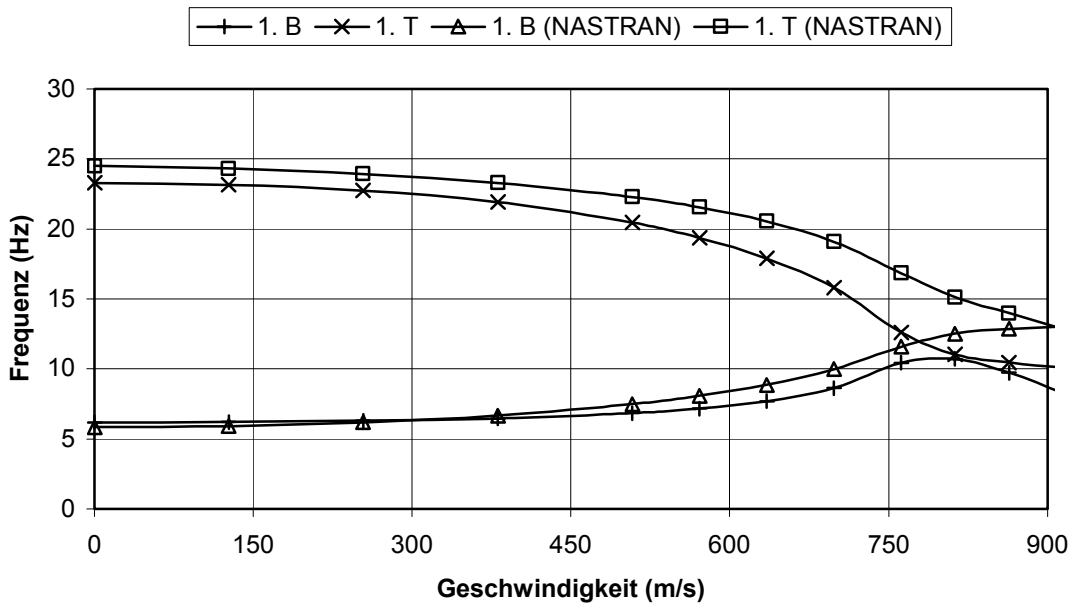
Abb. 6.9 zeigt eine typische Verteilung der Zugspannung von einer Holmkappe. Daran sieht man, daß bei den Berechnungen der Zugspannung eines Balkens oder ähnlicher Struktur das vorliegende Verfahren kleinere nominale Spannungen als die Ergebnisse von FEM ergibt.

Der Vergleich zwischen den errechneten Eigenfrequenzen aus MSC/NASTRAN und aus dem vorliegenden Verfahren wurde in der Tabelle 6.8 gezogen. In dieser Arbeit wurde der Grad des Polynoms von 6 und alle Federkonstanten von 10^{12} gewählt. Man kann sehen, daß die Ergebnisse der vorliegenden Methode eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit denen von MSC/NASTRAN. Besonders für die Optimierungsaufgabe wird diese Verringerung der CPU-Zeit eine sehr wichtige Rolle spielen, weil man bei der Optimierung immer die Iteration der Berechnungen braucht.

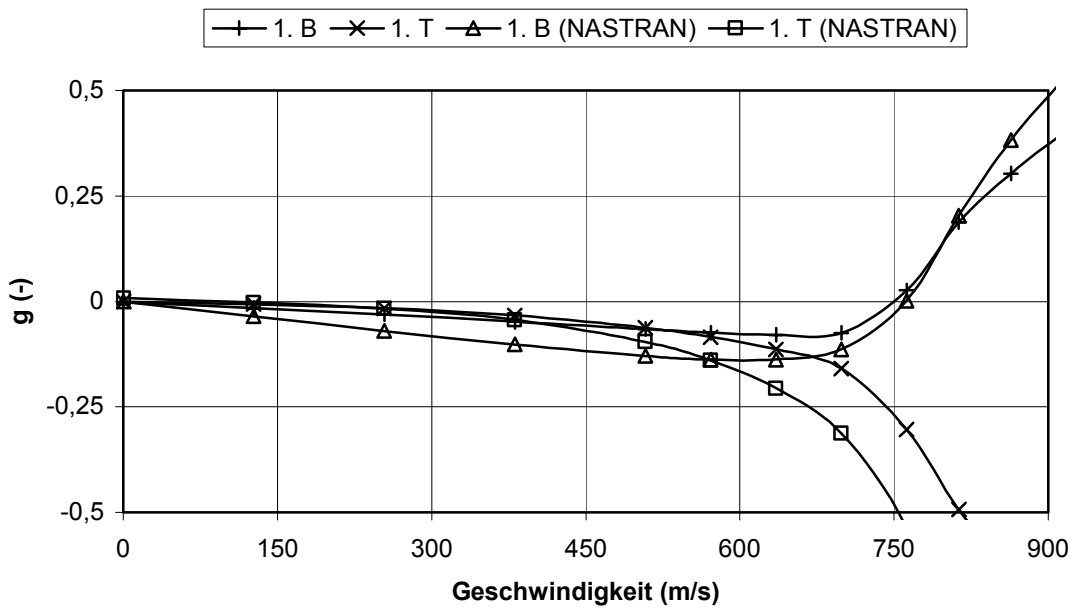
Tabelle 6.8 Eigenfrequenzen (Hz) des niedrigen Seitenverhältnis-Flügelmodells

Eigenform	MSC/NASTRAN	EPM
Biegung	5,92	6,22
Biegung/Torsion	24,73	23,32
Biegung/Torsion	35,25	33,21
Schwenken	40,40	43,28
Biegung/Torsion	56,91	51,72
Biegung/Torsion	72,27	72,72
CPU-Zeit (sek)	24,0	19,0

Die Flattergeschwindigkeit des vorliegenden Flügelmodells wurde durch V-f- und V-g-Diagramm in Abb. 6.10 dargestellt. Man kann sehen, daß die Flattergeschwindigkeit des vorliegenden Verfahrens und von MSC/NASTRAN 761 m/s bzw. 746 m/s mit einer Flatterfrequenz von 10,35 Hz bzw. 11,41 Hz sind. Der Unterschied in der Flattergeschwindigkeit zwischen beiden Verfahren beträgt ungefähr 2,0 % und der Unterschied der Flatternfrequenz ungefähr 9,3 %.



(a)



(b)

Abb. 6.10 Diagramm von (a) V-f und (b) V-g des niedrigen Seitenverhältnis-Flügelmodells

6.4.2.2 Ergebnisse der Optimierung

Der Flügel wurde optimiert, um die Masse der Struktur mit den Restriktionen der Statik, der Eigenfrequenz und des Flatterns zu minimieren. Als Restriktionen der Statik waren die maximale Ablenkung und maximale Von-Mises-Spannung des Flügels wegen der vertikalen Statikbelastung von 145 kN, die gleichmäßig an der Flügelspitze verteilt werden. Dies ist genauso wie die Statikbelastung, die in der vorausgehenden Statikanalyse verwendet wurde. Die maximale Verschiebung und die maximale Von-Mises-Spannung des Flügels in der vorliegenden Optimierung sollen nicht größer als 0.673 m bzw. nicht größer als 517 MPa sein. Die erste Eigenfrequenz sowie die Flattergeschwindigkeit wurden ebenfalls restringiert. Sie sollten größer als 6 Hz bzw. 635 m/s sein.

In der vorliegenden Optimierung wurde der Einfluss der Zahl der Entwurfsvariablen untersucht. Die Optimierung wurde mit einer Zahl der Entwurfsvariablen ndv von 5 und 20 durchgeführt. Für die Zahl der Entwurfsvariable von 20 wurde der Flügel in vier Felder in Richtung der Spannweite geteilt. In jedem Feld befinden sich 5 Entwurfsvariablen. Die Optimierung wurde unter Verwendung des Genetischen Algorithmus mit GA-Parameter durchgeführt, wie in Tabelle 6.9 gezeigt wurde. Die Entwurfsvariablen waren Haut-, Holm-, und Rippenstärke sowie Tiefekappe und Breitekappe des Flügels.

Tabelle 6.9 GA-Parametern für Optimierung des niedrigen Seitenverhältnis-Flügelmodells

GA-Parameter	Wert	
	$ndv = 5$	$ndv = 20$
Individuumslänge, $nchr$	50	200
Zahl der Population, $npop$	20	20
Maximale Generation, t_{max}	80	80
Rekombinationsrate, p_C	0,5	0,5
Mutationswahrscheinlichkeit, p_M	0,002	0,005

Vier verschiedene Optimierungsaufgaben wurden in der vorliegenden Arbeit durchgeführt. Das sind (1) die Optimierung mit Restriktion von Statik; (2) die Optimierung mit Restriktion von erster Eigenfrequenz; (3) die Optimierung mit Restriktion von Flattern und (4) die Optimierung mit Restriktionen von Statik, Eigenfrequenz und Flattern gleichzeitig. Die

Entwurfsvariablen sowie ihre Beschränkungen, die in dieser Optimierung verwendet wurden, werden in Tabelle 6.10 gezeigt.

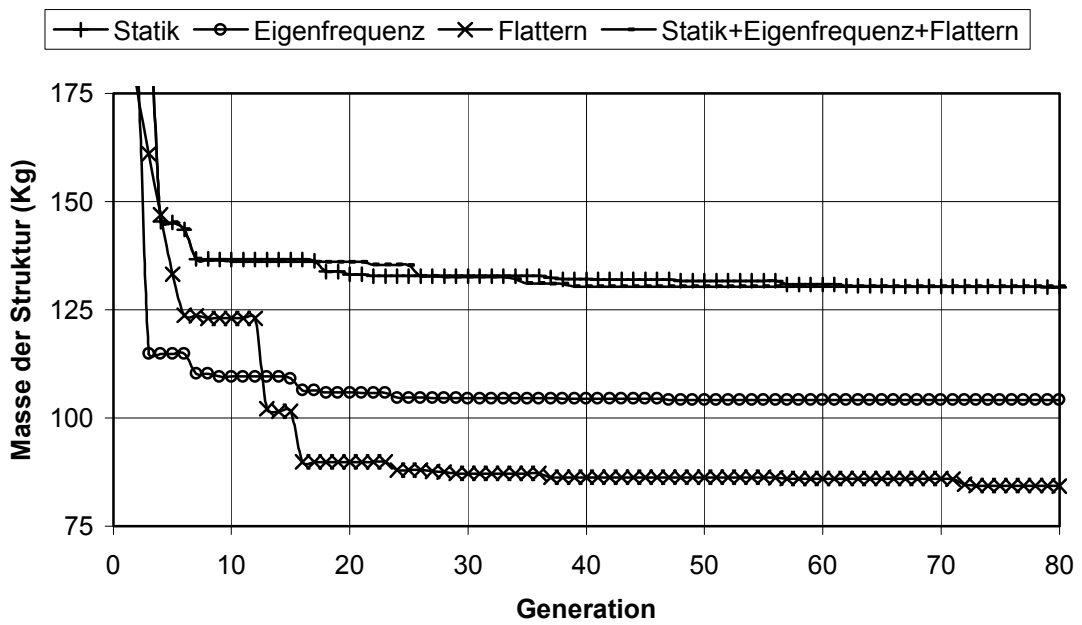
Tabelle 6.10 Entwurfsvariablen und Beschränkungen des Niedrigen-Seitenverhältnis-Flügelmodells

Entwurfsvariable	Beschränkung (mm)	
	X^L	X^U
Holmstärke	1,270	7,620
Hautstärke	0,508	1,270
Rippenstärke	2.032	5,08
Tiefe der Kappe	12,70	25,40
Breit der Kappe	12,70	25,40

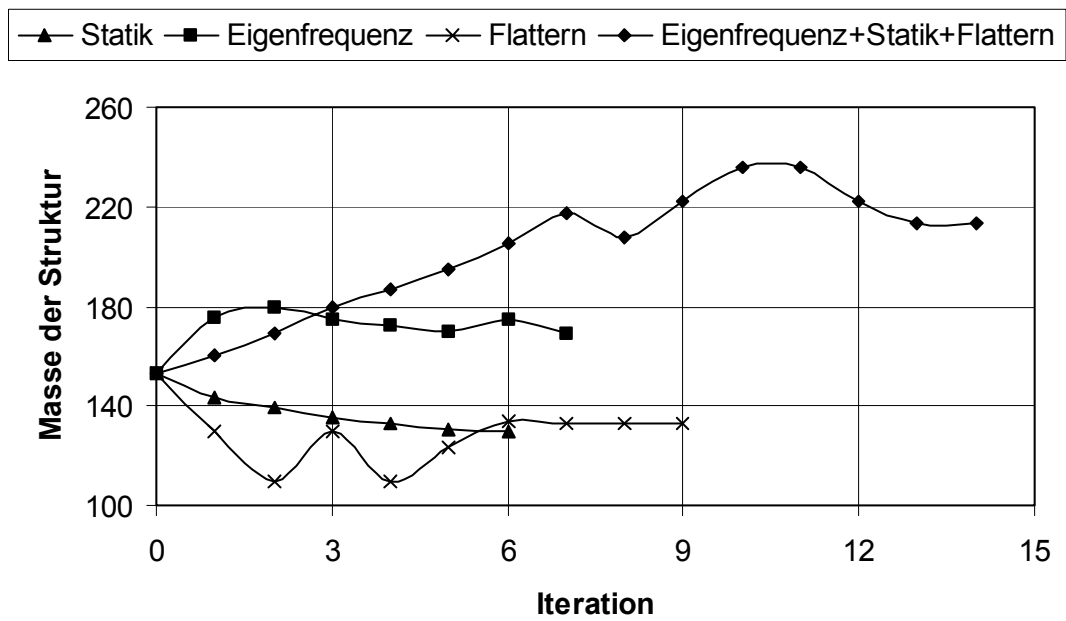
6.4.2.2.1 Optimierung mit 5 Entwurfsvariablen

Abb. 6.11 stellt die Ergebnisse der vorliegenden Optimierung des Niedrigen-Seitenverhältnis-Flügelmodells mit 5 Entwurfsvariablen dar. Abbn. 6.11a und 6.11b sind die Optimierungsergebnisse, die durch das vorliegende Verfahren bzw. MSC/NASTRAN erreicht wurden. In Abb. 6.11 kann man sehen, daß die Anzahl der Analysen zur Optimierung mit dem vorliegendem Verfahren $n_{pop} \times t = 20 \times 80 = 1600$ ergibt ($t = \text{Generation}$). Wenn man die vorliegende Optimierung mit MSC/NASTRAN durchführt, sind die Anzahl der Analysen unterschiedlich. Sie sind 6; 7; 9 und 14 für die Optimierung mit der Einzelrestriktion von Statik, Eigenfrequenz, Flattern bzw. der Restriktion von Statik, Eigenfrequenz und Flattern gleichzeitig.

Der Optimalzustand aller Optimierungen wird in Tabelle 6.11 angegeben. Tabelle 6.12 zeigt die optimalen Entwurfsvariablen der vorliegenden Optimierung sowie ihre Vergleiche mit jenen, die durch MSC/NASTRAN berechnet wurden. Man kann sehen, daß die Optimalzustände erreicht werden können, ohne die Restriktionen zu verletzen.



(a)



(b)

Abb. 6.11 Optimierungsergebnisse des Niedrigen- Seitenverhältnis-Flügelmodells mit 5 Entwurfsvariablen von (a) vorliegendem Verfahren und (b) MSC/NASTRAN

Tabelle 6.11 Optimalzustand des Niedrigen- Seitenverhältnis-Flügelmodells mit 5 Entwurfsvariablen

Parameter	Fall 1		Fall 2		Fall 3		Fall 4	
	Restriktion	Optimal	Restriktion	Optimal	Restriktion	Optimal	Restriktion	Optimal
V_f (m/s)	-	825	-	749	>635	660	> 635	825
f_l (Hz)	-	6,637	> 6	6,014	-	5,336	> 6	6,648
σ_I (Mpa)	< 517	503	-	637	-	831	< 517	502
$\delta_{max}(m)$	<0,673	0,669	-	0,850	-	1,108	<0,673	0,672
Masse (kg)	-	130,200	-	104,129	-	83,606	-	130,353

Tabelle 6.12 Vergleich der optimalen Entwurfsvariablen (mm) des Niedrigen- Seitenverhältnis-Flügelmodells mit 5 Entwurfsvariablen

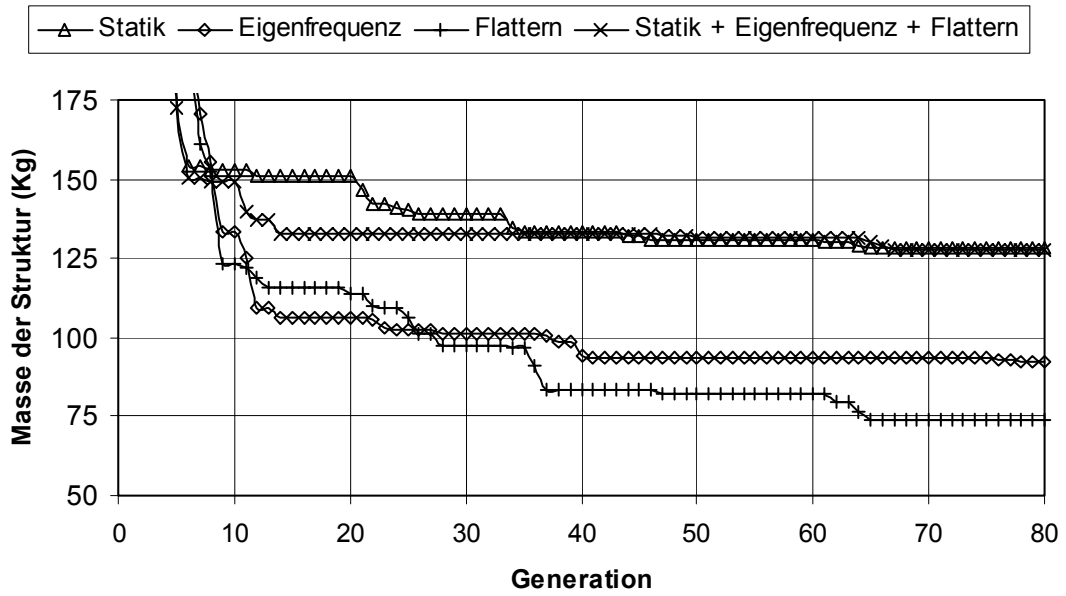
Entwurfsvariable	Fall 1		Fall 2		Fall 3		Fall 4	
	Vorliegendes Verfahren	MSC/ NASTRAN	Vorliegendes Verfahren	MSC/ NASTRAN	Vorliegendes Verfahren	MSC/ NASTRAN	Vorliegendes Verfahren	MSC/ NASTRAN
Holmstärke	2,149	1,270	2,004	1,854	1,928	3,835	1,856	10,904
Hautstärke	3,546	3,353	2,784	4,420	2,057	1,687	3,487	3,174
Rippenstärke	2,467	2,032	2,032	2,032	2,032	5,080	2,047	5,08
Kappetiefe	15,903	18,034	12,700	19,898	12,700	25,291	12,824	25,400
Kappebreit	13,297	18,288	13,122	20,523	12,700	25,298	19,987	25,400

6.4.2.2.2 Optimierung mit 20 Entwurfsvariablen

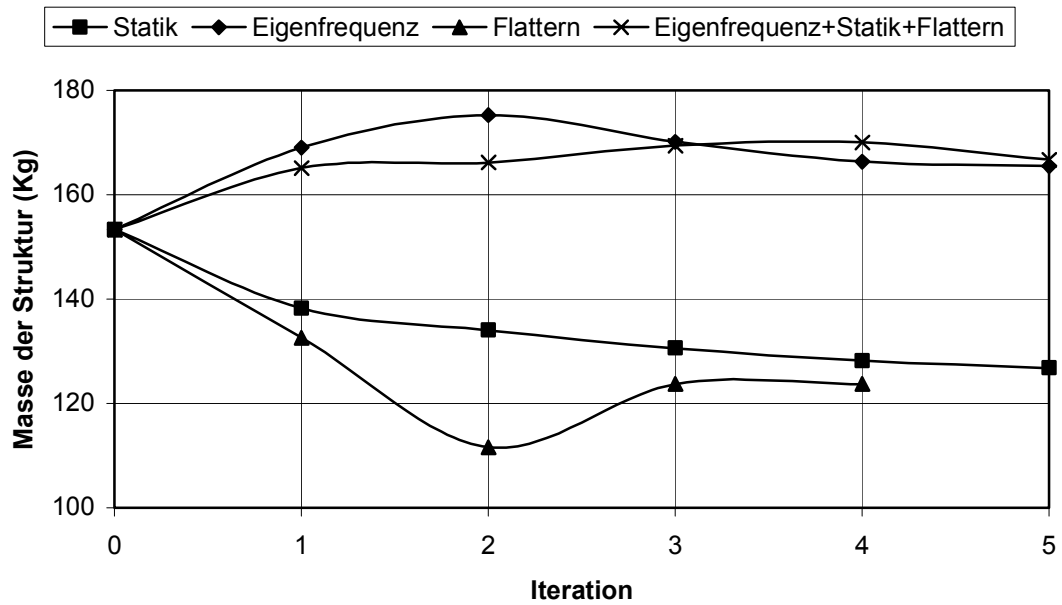
Der Flügel wurde in diesem Fall in vier Felder in Richtung der Spannweite geteilt. Feld 1 befindet sich zwischen Wurzel und erster Rippe und Feld 4 zwischen dritter Rippe und Flügelspitze. In jedem Feld befinden sich 5 Entwurfsvariablen. Die Entwurfsvariablen aller Felder sowie ihre Beschränkungen sind dieselben wie die in der Optimierung mit 5 Entwurfsvariablen (Tabelle 6.10). Ziel dieser Optimierung ist, die Masse der Struktur zu minimieren, ohne die Restriktionen zu verletzen.

Abb. 6.13 stellt die Ergebnisse der vorliegenden Optimierung des Niedrigen-Seitenverhältnis-Flügelmodells mit 20 Entwurfsvariablen dar. Abbn. 6.13a und 6.13b sind die Optimierungsergebnissen, die durch vorliegendes Verfahren bzw. MSC/NASTRAN durchgeführt wurden. Wie in der Optimierung mit 5 Entwurfsvariablen gezeigt wurde, war die Anzahl der Analysen der Optimierung mit vorliegendem Verfahren $n_{pop} \times t = 20 \times 80 = 1600$ ist ($t = \text{Generation}$). Wenn man die vorliegende Optimierung mit MSC/NASTRAN durchführt, sind die Anzahl der Analysen folgendermaßen. Für die Optimierung mit Restriktion von Flattern ist die Anzahl der Analysen 4 und für die andere Optimierungen ist sie 5.

Der Optimalzustand aller Optimierungen wird in Tabelle 6.13 gezeigt. Tabelle 6.14 stellt die optimalen Entwurfsvariablen vorliegender Optimierung dar, sowie der Vergleich mit jenen, die durch MSC/NASTRAN berechnet wurden.



(a)



(b)

Abb. 6.13 Optimierungsergebnisse des Niedrigen- Seitenverhältnis-Flügelmodells mit 20 Entwurfsvariablen von (a) vorliegendem Verfahren und (b) MSC/NASTRAN

Tabelle 6.13 Optimalzustand des Niedrigen- Seitenverhältnis-Flügelmodells mit 20 Entwurfsvariablen

Parameter	Fall 1		Fall 2		Fall 3		Fall 4	
	Restriktion	Optimal	Restriktion	Optimal	Restriktion	Optimal	Restriktion	Optimal
V_f (m/s)	-	787	-	701	> 635	685	> 635	749
f_1 (Hz)	-	6,905	> 6	6,003	-	4,268	> 6	6,837
σ_I (Mpa)	< 517	487	-	1989	-	1638	< 517	497
δ_{max} (m)	< 0,673	0,671	-	1,046	-	1,504	< 0,673	0,670
Masse (kg)	-	128,498	-	92,251	-	74,043	-	127,801

Tabelle 6.14 Vergleich der optimalen Entwurfsvariablen (mm) des Niedrigen- Seitenverhältnis-Flügelmodells mit 20 Entwurfsvariablen

Felde	Entwurfsvariable	Fall 1		Fall 2		Fall 3		Fall 4	
		Vorliegendes Verfahren	MSC/ NASTRAN	Vorliegendes Verfahren	MSC/ NASTRAN	Vorliegendes Verfahren	MSC/ NASTRAN	Vorliegendes Verfahren	MSC/ NASTRAN
1	Holmstärke	4,05	2,45	3,83	3,12	4,493	3,39	1,71	2,31
	Hautstärke	4,38	2,44	2,11	4,07	0,723	1,84	4,38	4,15
	Rippenstärke	2,88	2,032	2,91	2,03	2,822	2,33	2,83	2,43
	Kappetiefe	13,56	25,37	24,61	25,35	12,738	25,40	13,56	25,38
	Kappebreit	16,26	25,35	22,98	25,33	16,523	25,40	17,85	25,37
	Holmstärke	1,56	1,35	2,08	2,64	1,856	3,28	1,56	1,91
2	Hautstärke	3,11	2,35	1,77	3,96	0,603	2,05	3,11	4,03
	Rippenstärke	3,20	2,23	2,38	2,03	4,242	3,62	3,20	2,03
	Kappetiefe	14,38	24,68	23,70	25,21	13,307	21,91	14,38	25,22
	Kappebreit	13,63	24,65	14,00	25,16	12,949	24,03	13,63	25,19
	Holmstärke	1,49	1,63	1,34	2,83	4,346	2,84	1,49	2,34
	Hautstärke	4,26	1,87	2,03	2,32	3,487	1,42	4,25	2,48
3	Rippenstärke	4,42	2,69	3,01	2,35	2,616	4,91	4,42	2,74
	Kappetiefe	18,04	24,75	14,35	24,99	13,096	24,42	18,04	24,22
	Kappebreit	14,67	24,73	17,73	24,95	16,165	24,20	17,85	24,11
	Holmstärke	1,64	2,83	2,00	2,12	2,003	2,16	1,64	2,76
	Hautstärke	1,900	0,84	0,71	0,76	0,580	2,19	1,90	1,86
	Rippenstärke	2,85	2,92	2,70	2,57	2,297	2,03	4,43	2,49
4	Kappetiefe	15,92	24,83	15,74	24,13	19,789	25,4	15,92	24,25
	Kappebreit	13,64	24,83	12,73	24,11	23,835	21,33	16,82	24,14

Obwohl in Tabelle 6.11 und 6.13 die optimale Masse der Struktur im Fall 1 und 4 sehr ähnlich sind, kann man sehen, daß die Verteilungen der Masse nicht gleich sind. Die Verteilungen der Masse in der Struktur wurde in diesem Fall durch die Verteilung der Dimension der inneren Struktur, wie z. B. Rippen, Holmes und Versteifungen, gegeben. Als Folge sind ihre Modalformen ebenfalls nicht gleich. Deshalb ist die Flattergeschwindigkeit im Optimalzustand zwischen Fall 1 und 4 unterschiedlich. Bei Fall 4 liegt sie näher bei der geforderten Flattergeschwindigkeit.

Tabelle 6.15 zeigt den Vergleich der optimalen Masse der Struktur, die durch das vorliegende Verfahren und MSC/NASTRAN durchgeführt wurden. Im Allgemeinen zeigen die Optimierungen mit 20 Entwurfsvariablen bessere Ergebnisse als jene, die nur 5 Entwurfsvariablen enthalten. Für die Optimierung mit Restriktion der Statik haben MSC/NASTRAN und das vorliegende Verfahren sowohl mit 5 als auch 20 Entwurfsvariablen gleiche Ergebnisse gegeben, für die anderen Optimierungen hat das vorliegende Verfahren jedoch kleinere optimale Masse als MSC/NASTRAN erzielt.

Tabelle 6.15 Vergleich der optimalen Masse der Struktur (kg)
von des Niedrigen-Seitenverhältnis-Flügelmodells

Ndv	Verfahren	Fall			
		1	2	3	4
5	MSC/NASTRAN	129,56	168,88	132,94	213,11
	Vorliegendes Verf.	130,20	104,13	83,61	130,35
20	MSC/NASTRAN	126,34	165,65	123,86	166,89
	Vorliegendes Verf.	128,50	92,25	74,04	127,80

6.4.3 Flügel mit hohem Seitenverhältnis

Abb. 6.14 stellt einen Flügel mit hohem Seitenverhältnis, der in diesem Abschnitt optimiert wurde, dar. In Abb. 6.14 wurden alle Maße in Meter gezeichnet. Der Flügel hat die Seitenverhältnisse von 7,57 und 14,86 für die aerodynamische Fläche bzw. den Flügelkasten. Eine nicht-strukturelle Masse von 5.400 kg wurde auf der Flügelfläche verteilt und es wurde angenommen, daß ein Druck von 10 kPa auf die Oberfläche des Flügels wirkt. Für dieses Flügelmodell wurde der Einfluss der strukturellen Komplexität in Richtung der Spannweite ausgewertet. Die Optimierung des Flügels wurde mit Restriktionen der Statik, Eigenfrequenz und Flattergeschwindigkeit durchgeführt.

6.4.3.1 Ergebnisse der Analyse

Um die Ergebnisse der vorliegenden Verfahren zu validieren, wurden die Dimensionen der Flügel und deren innere Struktur, wie z. B. Rippen, Holme und Versteifungen, wie sie durch in der Tabelle 6.16 angegeben wurden, verwendet. Mit diesen Dimensionen wurden die Finite-Elemente-Berechnungen des Flügels durch MSC/NASTRAN durchgeführt. Die Flügelhäute wurden durch Schellelemente (CQUAD4), die Holm- und Rippenkappen durch Balkenelemente (CBAR) und die Holme und Rippen mit Scherselementen (CSHEAR) modelliert. Bei der vorliegenden Arbeit wurde der Grad des Polynoms von 6 und alle Federkonstanten mit 10^{12} (N/m oder N/rad) gewählt. Durch das vorliegende Verfahren erhält man für die statische Analyse eine maximale Ablenkung von 3,38 m und maximale Von-Mises-Spannung von 544 MPa. Durch Berechnungen mit MSC/NASTRAN erhält man 3,33 m bzw. 547 MPa.

Tabelle 6.16 Dimensionen des Flügels mit hohem Seitenverhältnis

Parameter	Wert
Hautstärke (mm)	5,00
Holm/Holmkappen :	
- Stärke (mm)	4,00
- Breite der Kappe (mm)	45,00
- Höhe der Kappe (mm)	45,00
Rippen :	
- Zahl	5
- Stärke (mm)	3,00
- Breite der Kappe (mm)	10,00
- Höhe der Kappe (mm)	10,00
Masse der Struktur (kg)	3602

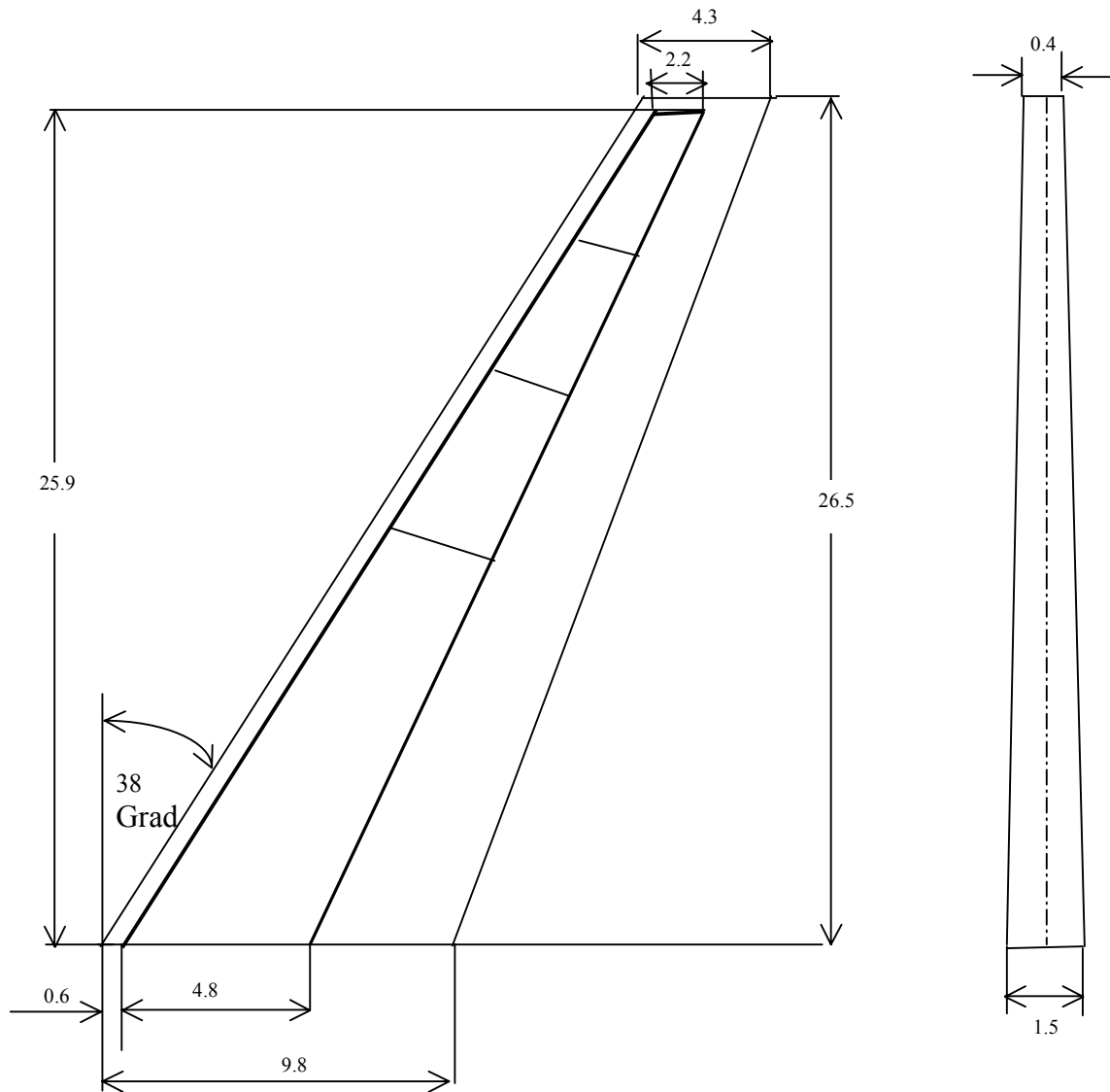


Abb. 6.14 Flügel mit hohem Seitenverhältnis

Der Vergleich der berechneten Eigenfrequenzen des zu erläuternden Problems wird in Tabelle 6.17 gezeigt. Man kann sehen, daß außer für die zweite Biegung und das Schwenken der vorliegenden Eigenfrequenzen eine gute Vereinbarkeit mit den Eigenfrequenzen von MSC/NASTRAN besteht.

Tabelle 6.17 Eigenfrequenzen (Hz) des Hohen-Seitenverhältnis-Flügelmodells

Modal	MSC/ NASTRAN	EPM
1. Biegung	0,94	0,90
1. Schwenken	1,86	1,50
2. Biegung	4,86	3,78
2. Schwenken	8,51	6,77
3. Biegung	10,94	10,76
1. Torsion / -	12,99	12,74
CPU-Zeit (sek)	19	15

Es wurde angenommen, daß Machzahl 0,6 ist. Unter Verwendung des vorliegenden Verfahrens erhält man für die Flutteranalyse des Flügels kein Konvergenzresultat. Wahrscheinlich wurde es durch das Seitenverhältnis des Flügelkastens verursacht, das zu groß ist: Dieses ist 14,86. Bei dem großen Seitenverhältnis wurden die Eigenfrequenzen durch den Biegemodus dominiert, wie in Tabelle 6.17 gezeigt wurde. Auf der anderen Seite erscheint das Flattern normalerweise durch die Kopplung zwischen Biegung und Torsion des Flügels. Für unser Verfahren bedeutet es, daß man für die Analyse des vorliegenden Flügels eine große Zahl des Polynoms verwenden soll, um die Eigenfrequenzen der Torsion und ihre Modalformen genauer zu bestimmen. Mit Benutzung der vorliegenden Methode kann man genau die Eigenfrequenzen vorhersagen (siehe Tabelle 6.17), aber die Modalformen ab dem 6. Modal nicht mehr identifizieren. Als Folge ist es schwierig, die genaue Flattergeschwindigkeit des verwendeten Flügels zu bestimmen.

6.4.3.2 Ergebnisse der Optimierung

Der Flügel wurde optimiert, um die Masse der Struktur zu minimieren. Als Restriktionen fungieren die maximale Ablenkung und die maximale Von-Mises-Spannung wegen der Druckbelastung von 10 kPa, der ersten Eigenfrequenz und Flattergeschwindigkeit. Die maximale Ablenkung und die maximale Von-Mises-Spannung des Flügels sollen nicht größer als 3,00 m bzw. nicht größer als 500 MPa sein. Die erste Eigenfrequenz sowie die Flattergeschwindigkeit wurden ebenfalls restringiert. Sie sollen größer als 1 Hz bzw. 360 m/s sein.

In der vorhandenen Optimierung wurde der Einfluss der Zahl der Rippen sowie ihre Orientierung ermittelt. Die Optimierung wurde mit Zahl der Entwurfsvariablen von 19 durchgeführt. Als Entwurfsvariablen waren Haut-, Holm-, und Rippenstärke sowie die Tiefe und Breite der Kappe, die Zahl der Rippen und ihre Orientierung von Bedeutung. Tabelle 6.18 zeigt die Entwurfsvariablen sowie ihre Beschränkungen. GA-Parameter, die hier verwendet wurden, werden in Tabelle 6.19 dargestellt.

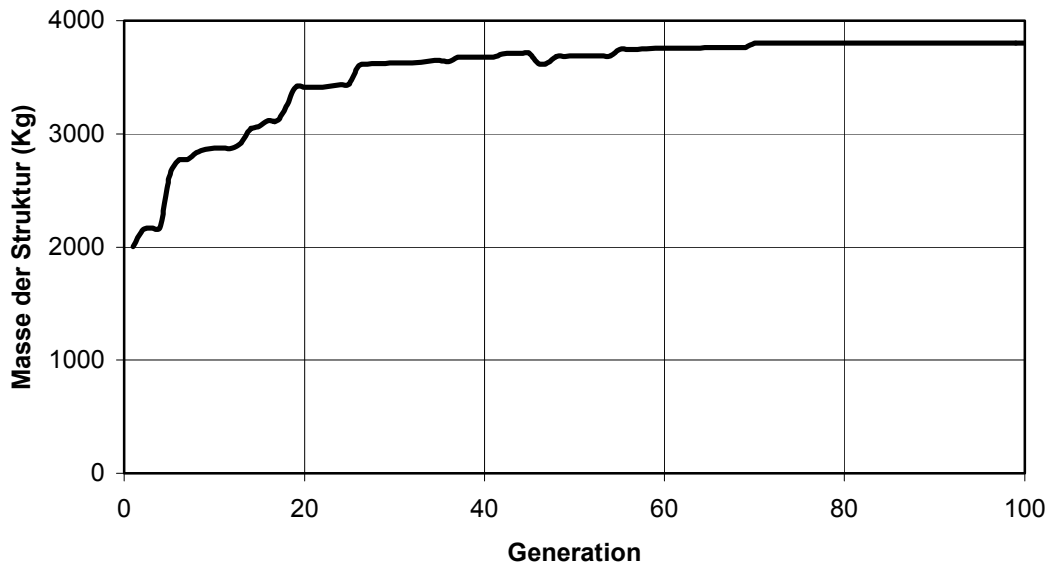
Tabelle 6.18 Entwurfsvariablen und Beschränkungen des Flügels mit hohem Seitenverhältnis

Entwurfsvariable	Beschränkung	
	X^L	X^U
Auf der Wurzel:		
- Holmstärke (mm)	1,00	5,00
- Hautstärke (mm)	1,00	5,00
- Rippenstärke (mm)	1,00	5,00
- Tiefe der Kappe (mm)	1,00	10,00
- Breit der Kappe (mm)	1,00	10,00
Auf der Flügelspitze:		
Hautstärke (mm)	1,00	5,00
Rippenstärke (mm)	1,00	5,00
Tiefe der Kappe (mm)	1,00	5,00
Breit der Kappe (mm)	1,00	10,00
Rippenorientierung (Grad)	-30,00	30,00
Zahl der Rippen	0	16

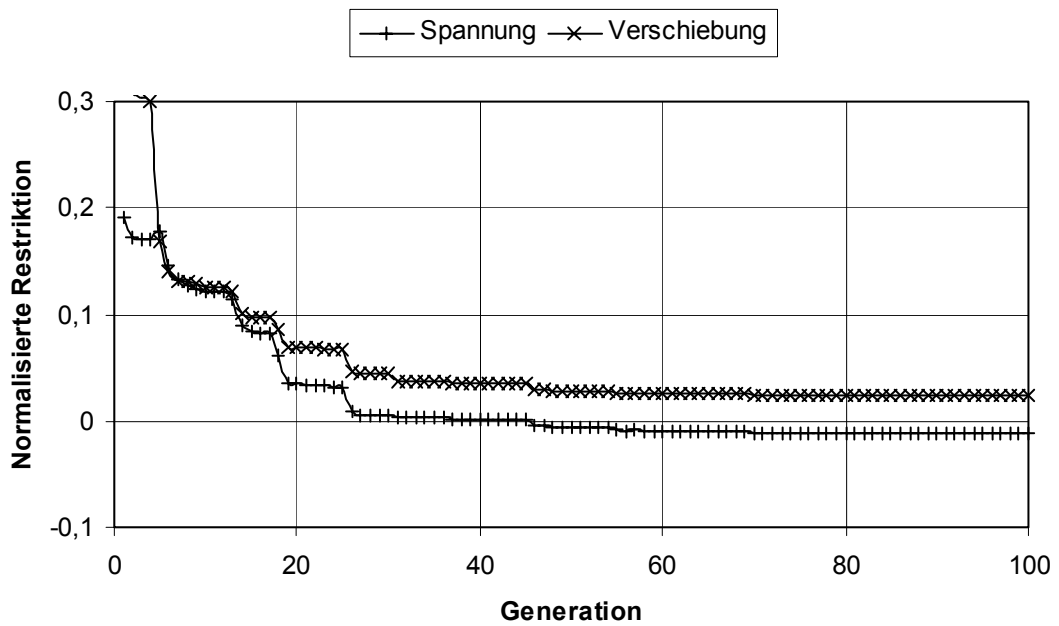
Tabelle 6.19 GA-Parameter für die Optimierung des Hohen- Seitenverhältnis-Flügelmodells

GA-Parameter	Wert
Zahl der Entwurfsvariable, ndv	19
Individuumslänge, $nchr$	190
Zahl der Population, $npop$	20
Maximale Generation, t_{max}	100
Rekombinationsrate, p_C	0,5
Mutationswahrscheinlichkeit, p_M	0,005

Die Optimierung wurde mit Restriktionen von (1) Statik; (2) der ersten Eigenfrequenz; (3) Statik und ersten Eigenfrequenz; (4) Flattern und ersten Eigenfrequenz; (5) Statik, Eigenfrequenz und Flattern durchgeführt. Abb. 6.15 bis 6. 19 zeigen die Ergebnisse von vorliegender Optimierung.

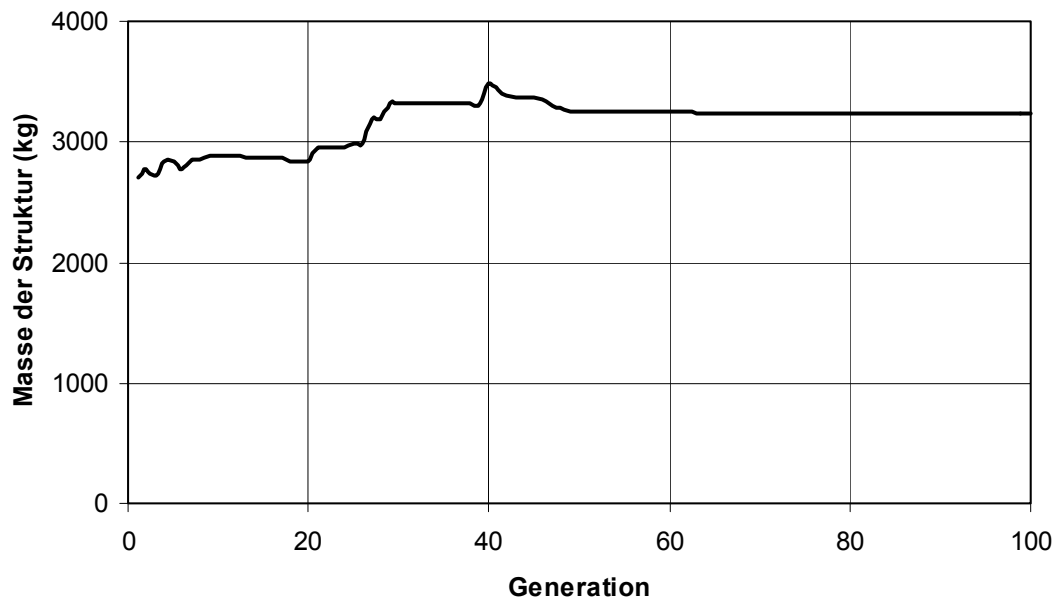


(a)

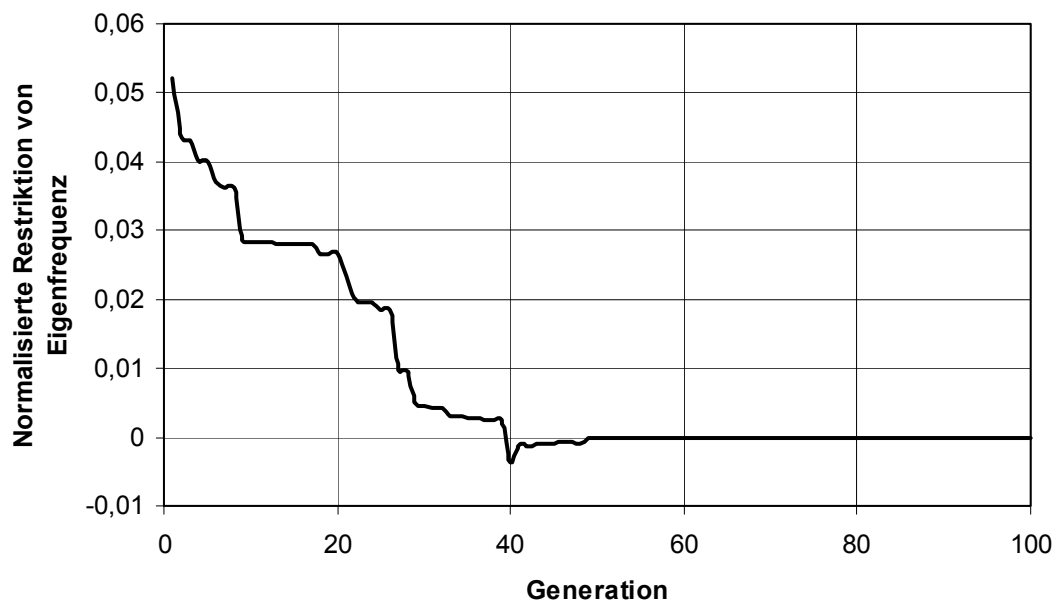


(b)

Abb. 6.15 Masse der Struktur und normalisierte Restriktion der Optimierung mit Restriktion der Statik

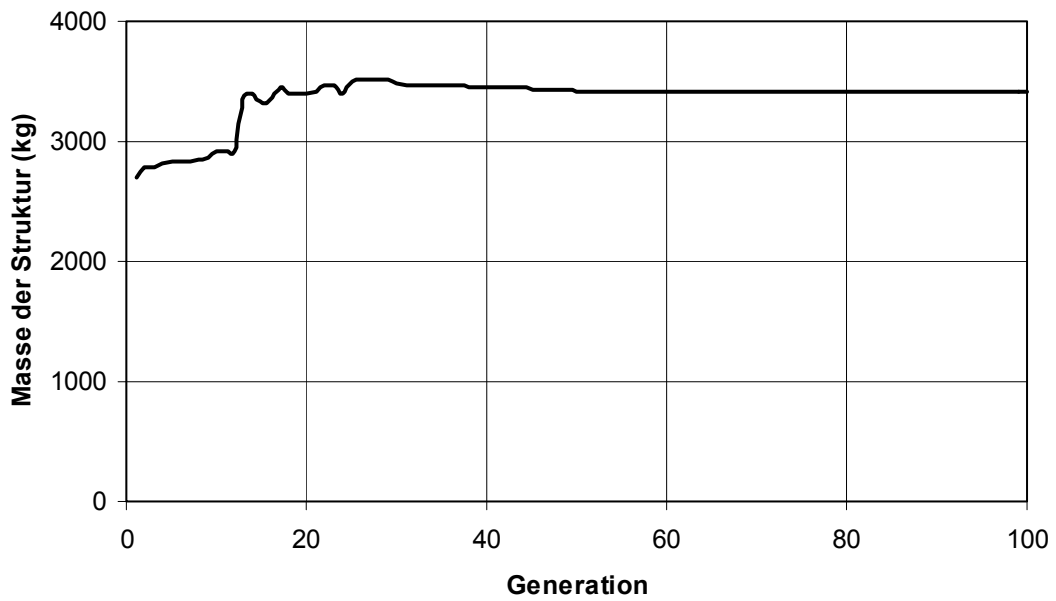


(a)

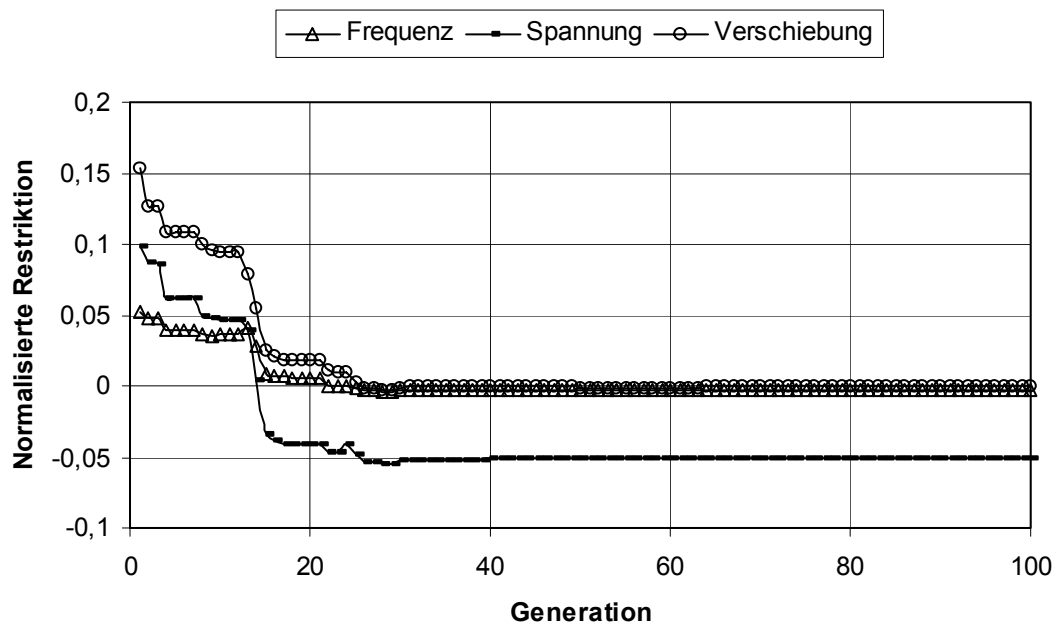


(b)

Abb. 6.16 Masse der Struktur und normalisierte Restriktion der Optimierung mit Restriktion der Eigenfrequenz

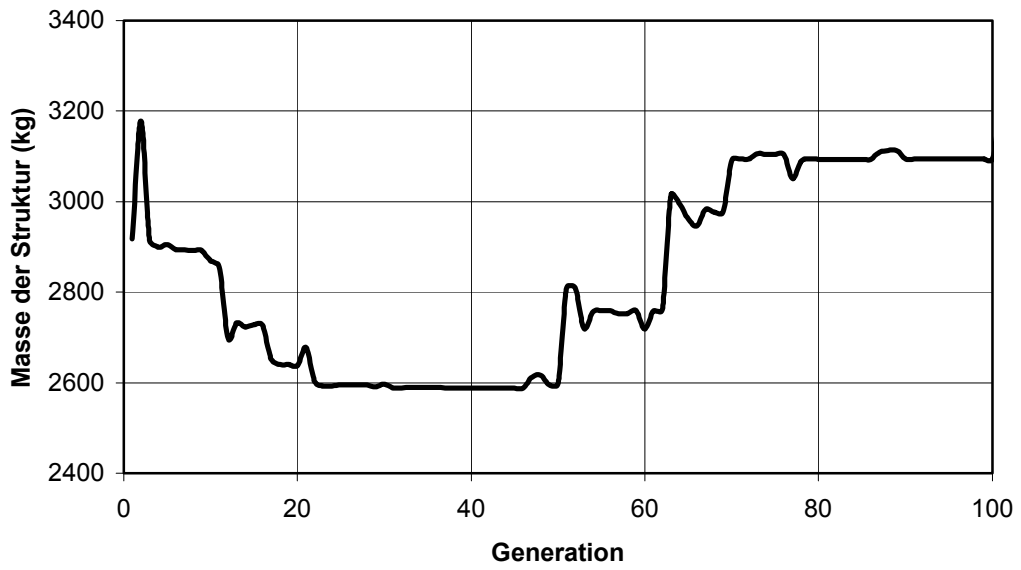


(a)

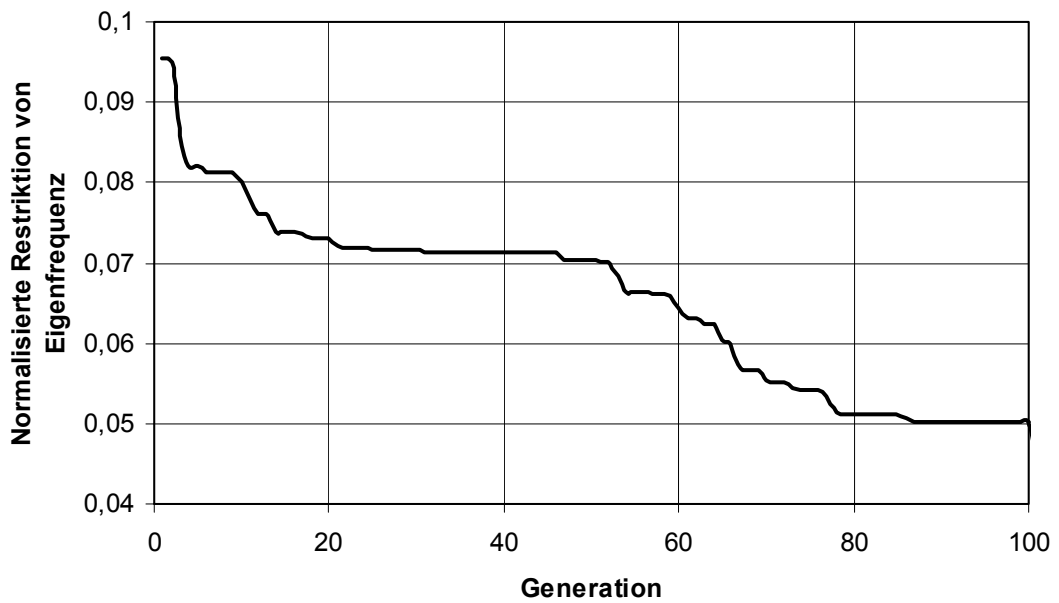


(b)

Abb. 6.17 Masse der Struktur und normalisierte Restriktion der Optimierung mit Restriktion von Statik und Eigenfrequenz

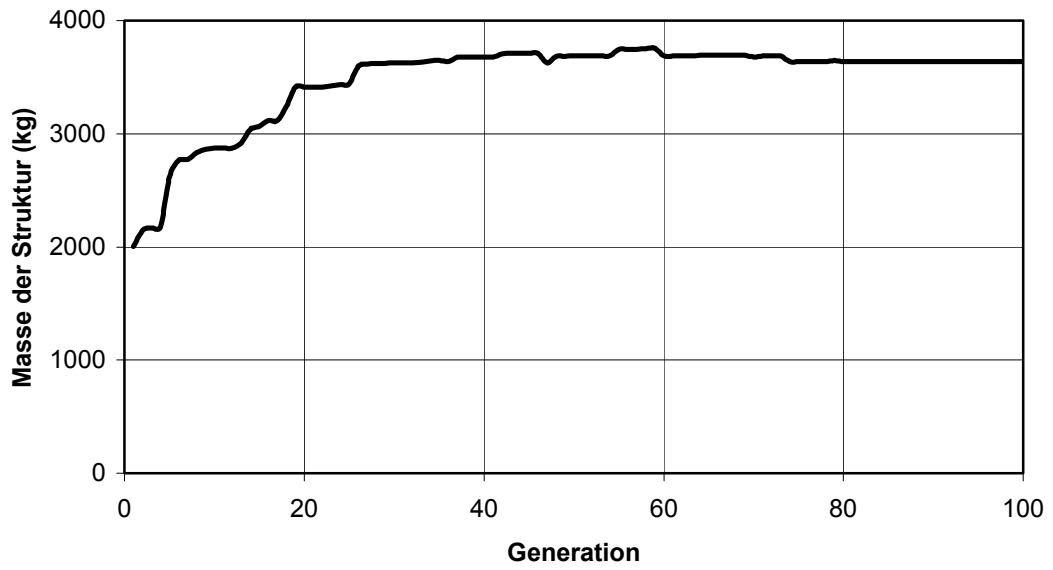


(a)

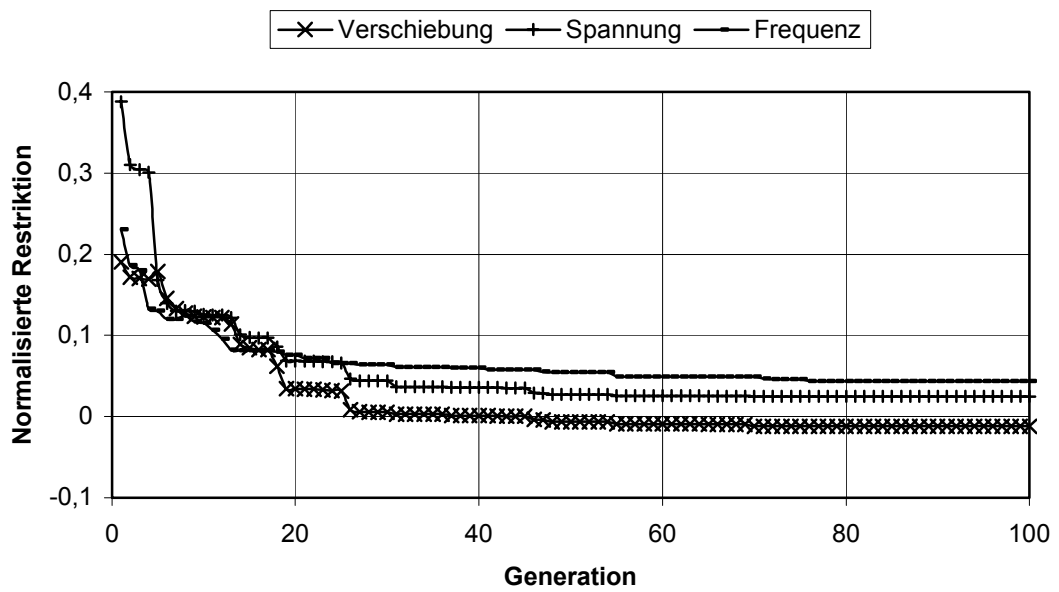


(b)

Abb. 6.18 (a) Masse der Struktur und (b) normalisierte Restriktion von Optimierung mit Restriktionen von Flattern und Eigenfrequenz



(a)



(b)

Abb. 6.19 (a) Masse der Struktur und (b) normalisierte Restriktion von Optimierung mit Restriktionen von Statik, Flattern und Eigenfrequenz

Anhand der Ergebnisse aus den Berechnungen der Optimierungen kann man erkennen, daß mit Ausnahme der Optimierung mit Restriktionen von Flattern und Eigenfrequenz (siehe Abb. 6.18) alle vorliegende Optimierungen einen konvergenten Optimalzustand ergeben haben. Die Restriktionen von Eigenfrequenz und Verschiebung waren in jedem Falle aktiv. Bei der Optimierung mit Restriktionen der Statik und Eigenfrequenz (siehe Abb. 6.17) war die Restriktion der Von-Mises-Spannung nicht aktiv. Die Optimalflattergeschwindigkeit in der Optimierung in Abb. 6.18 kann man nicht bestimmen. Bei der Optimierung bis zu einer Generation von 100 wurde der konvergente Optimalzustand nicht erreicht. Die Restriktion des Flatterns ist bei der Optimierung mit Restriktion der Statik, Eigenfrequenz und des Flatterns verletzt worden. Der Optimalzustand der vorliegenden Optimierungen wird ausführlich in Tabelle 6.20 angegeben.

Tabelle 6.20 Optimalzustand des Hohen-Seitenverhältnis-Flügels

Parameter	Restriktion				
	Statik	Eigenfrequenz	Statik + Eigenfrequenz	Flattern + Eigenfrequenz	Flattern +Statik +Eigenfrequenz
Masse der Struktur (kg)	3800	3240	3411	3324	3647
Zahl der Rippen	15	14	14	15	15
Orientierung der Rippen	-30.00°	-29,99°	-29.88°	-30.00°	-29,94°
1.Eigenfreq. (Hz)	-	1,00	1,00	0,96	0,97
Flattergesch. (m/s)	-	-	-	nicht konvergenz	300
Max.Verschiebung (m)	3.07	-	2,99	-	3.09
Max.von-Miss.Spannung(Mpa)	494	-	475	-	504

In Tabelle 6.20 kann man sehen, daß die größte optimale Masse der Struktur in der vorliegenden Optimierung durch die Optimierung mit Restriktion der Statik gegeben wurde. Wenn man mit der Restriktion von Eigenfrequenz kombiniert, ist die optimale Masse der Struktur 10,24 % weniger geworden.

6.5 Zusammenfassung

Die Formulierung der multidisziplinären Optimierung der Flügelstruktur eines Flugzeugs wurde unter Verwendung des Genetischen Algorithmus aufgezeigt. Als Benchmark wurden

ein Flügelkasten von Rusidill und Bathia, ein Flügel mit niedrigem Seitenverhältnis und ein Flügel mit größerem Seitenverhältnis gewählt. Die Einflüsse der Anzahl der Population in der Optimierung mit GA wurde für den Flügelkasten von Rusidill und Bathia ermittelt. Zu diesem Zweck wurde Zahl der Population von 5; 20 und 30 implementiert. Obwohl durch die Ergebnisse gezeigt wurde, daß Zahl der Population von 20 bessere Ergebnisse gegeben hat, sollte man ausführlichere Untersuchungen darüber durchführen. Mit Benutzung des Niedrigen- Seitenverhältnis-Flügels wurde eine Untersuchung durchgeführt, um die Einfluss der Zahl der Entwurfsvariablen zu bewerten. Dabei wurde Zahl der Entwurfsvariablen von 5 und 20 benutzt. Im allgemein gaben Optimierungen mit 20 Entwurfsvariablen bessere Ergebnisse als jene die 5 Entwurfsvariablen enthielten. Durch die Optimierung von Flügel mit hohem Seitenverhältnis wurde bewiesen, daß die vorliegende MDO- Formulierung gültig für die Optimierungsprobleme ist, die mit der diskreten Entwurfsvariablen verbunden sind.

7 Zusammenfassung und Empfehlung

7.1 Zusammenfassung

Die Formulierung der multidisziplinären Optimierung der Flügelstruktur eines Flugzeugs wurde mit Benutzung des Genetischen Algorithmus in dieser Arbeit geleistet. Als Benchmark wurden Flügel mit verschiedenem Seitenverhältnis gewählt. Die Optimierung der gewählten Flügel wurde durchgeführt, um die Masse der Struktur zu minimieren, ohne die Restriktionen von Statik, Eigenfrequenz und Flattergeschwindigkeit zu verletzen. In dieser Arbeit sind die Auswirkungen der Zahl der Population, Zahl der Entwurfsvariablen und der diskreten Entwurfsvariablen auf den Optimalzustand ermittelt worden.

Eine leistungsfähige Methode, die zur Statik- und Dynamikanalyse des gesamten Flügels ist, das sogenannte Äquivalenz-Platten-Modell (*EPM, Equivalent Plate Modell*), ist implementiert worden. Durch die vorliegende Studie wurde gezeigt, daß EPM eine gute Vereinbarkeit mit FEM (MSC/NASTRAN) sowohl in der Statik- als auch Dynamikanalyse der Flügelstruktur erfüllte.

In dieser Arbeit wurde die Traglinientheorie verwendet, um die instationären aerodynamischen Kräfte zu bestimmen. Anhand der Ergebnisse aus den Berechnungen der Luftkräfte kann man erkennen, daß die Traglinientheorie für stationäre und instationäre sowie für die inkompressible und kompressible Strömung gute Ergebnisse bei den Gesamtauftriebs- und Gesamtnickmomentenbeiträgen erzielt. Durch das Minimum-State-Verfahren wurde eine ausgezeichnete Approximation der instationären Luftkräfte aufgezeigt.

Damit man es für die Optimierung mit Restriktion der Flattergeschwindigkeit anwenden kann, wurde zur Bestimmung der Flatternsgeschwindigkeit das p -Verfahren gewählt. Mit der Kombination zwischen EPM, Traglinientheorie, Minimum-State und p -Verfahren kann man eine gute Vorhersage der Flattergeschwindigkeit bestimmen. Schwierigkeiten liegen jedoch darin, die Flattergeschwindigkeit für Flügel mit großem Seitenverhältnis zu bestimmen.

Die Kombination zwischen Genetische Algorithmen und *Expression Strategies* gibt eine Möglichkeit, die Restriktionen mit GA zu behandeln. Diese Strategie führt zu besseren Ergebnissen ohne Strafparameter zu erfordern.

Durch die Ergebnisse der Optimierungen mit Restriktionen von Statik, Eigenfrequenz und Flattern wurde gezeigt, daß die vorliegende Formulierung eine andere Möglichkeit der Formulierung von MDO für Tragflügelstrukturen bietet. Die besonderen Vorteilen von gegenwärtiger Formulierung sind, daß die Strukturmodellierung einfacher als Finite-Elemente-Modellen ist und die gegenwärtige Formulierung auch für Optimierungsprobleme, die sich mit den diskreten Entwurfsvariablen verbinden lassen, gilt.

7.2 Empfehlung für zukünftige Arbeiten

- a) Bei den Genetischen Algorithmen ist der Zeitaufwand bei den Berechnungen noch immer ein großes Problem, weil man viele Iterationen braucht und jeder Schritt die Funktionen (wie z. B. FEM oder EPM) abrufen muss. Das ist die Konsequenz, wenn man in der Optimierungsaufgabe keine Ableitungen verwendet. Wenn man die Genetischen Algorithmen mit dem Approximationsverfahren kombiniert, kann der Zeitaufwand der Berechnungen reduziert werden. Das kann aber auch die Fähigkeit von GA reduzieren, besonders wenn man die diskreten Entwurfsvariablen behandeln muss. Mit Verwendung der parallelen Berechnung kann der Zeitaufwand verkürzt werden, ohne die Fähigkeit von GA zu beeinträchtigen.
- b) Es ist nötig, eine ausführliche Studie über die Auswirkungen der Zahl der Population zu verfassen, um die Ergebnisse des vorliegenden Verfahrens zu verbessern.
- c) Um eine realistischere Optimierung der Flügelstruktur zu formulieren, kann man andere Aspekte, wie z. B. die dynamische Antwort, Beulen und Stabilität der Struktur, Statische Aeroelastik, Regelung, Flugmechanik usw. zum vorliegenden Verfahren hinzufügen, ohne die Methode zu verändern.

Literaturverzeichnis

Kapitel 1

- [1.1] Bühlmeier, J., Dirmeier, S., „Anforderungen an aeroelastische Analysen im Entwicklungsprozess von Regionalflugzeugen“, *DGLR-JT2002-006*, Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2002.
- [1.2] Försching, H., „*Grundlagen der Aeroelastik*“, Springer Verlag, Heidelberg, 1977.
- [1.3] Bisplinghoff, R.L., Ashley, H., Halfman, R.L., „*Aeroelasticity*“, Dover Publication, Inc., Mineola, New York, 1996.
- [1.4] Hönlinger, H.G., Krammer, J., Stettner, M., „MDO Technology Needs in Aeroelastic Structural Design“, *AIAA-98-4731*.
- [1.5] Neill, D. J., Johnson, E. H. And Canfield, R., „ASTROS – A Multidisciplinary Automated Structural Tool“, *Journal of Aircraft*, Vol. 27, No. 12, 1990, pp. 1021-1027.
- [1.6] Moore, G. J., „*MSC/NASTRAN, Design Sensitivity and Optimization*“, The MacNeal-Schwendler Cooperation, 1992.
- [1.7] Krammer, J., “Practical Architecture of Design Optimisation Software for Aircraft Structure taking the MBB-LAGRANGE Code as an Example”, *AGARD LS No. 186*, June 1992.
- [1.8] Wilkinson, K., et. al., “FASTOP : a Flutter and Strength Optimization Program For Lifting-Surface Structure”, *Journal of Aircraft*, Vol. 14, No. 6, 1977, s. 581-587.
- [1.9] Dood, A. J., et. al., “Aeroelastic Design Optimization Program”, *Journal of Aircraft*, Vol. 27, No. 12, 1990, s. 1028-1036.
- [1.10] Bartholomew, P., Wellen, H. K., “ Computer Aided Optimization of Aircraft Structures”, *Journal of Aircraft*, Vol. 27, No. 12, 1990, s. 1079-1036.
- [1.11] Cornuault, C., et. al., “Structural Optimization of Aircraft Practice and Trends”, *AGARD R-784*, 1991.
- [1.12] Brama, T., “The Structural Optimization System Optsys – Current Status and Application”, *AGARD R-784*, 1991.
- [1.13] Lillico, M., et. al., „Aeroelastic Optimisation of Composite Wings using the dynamic stiffness method“, *The Aeronautical Journal*, February 1997, pp. 77 – 86.

Kapitel 2

- [2.1] Livne, E., “*Integrated Multidisciplinary Optimization of Actively Controlled Fiber Composite Wings*”, Ph.D. Dissertation, Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering Dept., Univ. of California, Los Angeles, Los Angeles, CA, 1990.
- [2.2] Giles, G .L. , “Equivalent Plate Analysis of Aircraft Wing Box Structures with General Planform Geometry”, *Journal of Aircraft*, Vol. 23, No. 11, November 1986, pp. 859-864
- [2.3] Giles, G. L., “Further Generalization of an Equivalent Plate Representation for Aircraft Structural Analysis”, *Journal of Aircraft*, Vol. 26, No. 1, January 1989, pp. 67-74.
- [2.4] Tizzi, S., “Numerical Procedure for the Dynamic Analysis of Three - Dimensional Aeronautical Structures”, *Journal of Aircraft*, Vol. 34, No. 1, January-February 1997, pp. 120-130.
- [2.5] Livne, E., “Equivalent Plate Structural Modeling for Wing Shape Optimization Including Transverse Shear”, *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 6, 1994, pp. 1278-1288.
- [2.6] Livne, E. and Navarro, I., “Nonlinear Equivalent Plate Modeling of a Wing Box Structures”, *Journal of Aircraft*, Vol. 36, No. 5, January-February 1999, pp. 851-865.
- [2.7] Kapania, R.K., and Lovejoy, A.E., “Free Vibration of Thick Generally Laminated Quadrilateral Plates with Point Supports”, *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 7, 1996, 1474-1480.
- [2.8] Kapania, R.K. and Liu, Y., “Static and Vibration Analyses of General Wing Structures Using Equivalent Plate Models”, *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 7, July 2000, pp. 1269-1277.
- [2.9] Lepi, S.M., *Practical Guide to Finite Element*, Marcel Dekker, Inc, New York, Basel, Hongkong, 1998, Chapter 6, pp. 377-416.
- [2.10] Zienkiewicz, O.C., “The Finite Element Method, 3rd ed.”, Tata McGraw-Hill Publishing Co. Ltd., New Delhi, 1971.
- [2.11] Cook, R.D., Malkus, D.S., Plesha, M.E., “*Concepts and Applications of Finite Element Analysis*”, 3rd ed., John Wiley & Sons, Singapore, 1989.
- [2.12] Turner, M.J., Martin, H.C., and Weikel, R.C., “Further Development and Application of the Stiffness Method,” *Matrix Methods of Structural Analysis*, edited by F.B. de Veubeker, Pergamon, Oxford, England, U.K., 1964, pp. 203-266.

Kapitel 3

- [3.1] Runyan, H.L., Woolston, D.S., “Method For Calculating The Aerodynamic Loading on an Oscillating Finite Wing in Subsonic and Subsonic Flow”, *NACA Report 1322*, 1956.
- [3.2] Laschka, B., “Zur Theorie der harmonisch schwingenden tragenden Fläche bei Unterschallanströmung“, *Z. Für Flug.*, 11. Jahrgang, Heft 7, Braunschweig, Juli 1963.
- [3.3] Nowak, M., Grzedzinski, J; “The Lifting-Lines Method – an Efficient Tool for Calculating Unsteady Aerodynamic Forces on Lifting Surfaces”, 91-092
- [3.4] Weissinger, J., „Über eine Erweiterung der Prandtschen Theorie der tragenden Linie“, *Math. Nachrichten*, 2, 1949, 45-106.
- [3.5] Albano, E.; Rodden, W.P., “A Doublet-Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows”, *AIAA J.*, vol. 7, No. 2, February 1969, pp. 279-285.
- [3.6] Watkins, C.E., Woolston, D.S.; and Cunningham, H.J., “A Systematic Kernel Function Procedure for Determining Aerodynamic Forces on Oscillating or Steady Finite Wings at Subsonic Speed”, *NASA TR-48*, 1959.
- [3.7] Jörg Schuler, Stuhr, „Flugregelung und aktive Schwingungsdämpfung für flexible Großraumflugzeuge : Modellbildung und Simulation“, *Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr. 688*. Düsseldorf: VDI Verlag 1998.
- [3.8] Karpel., M., „Design for Active Flutter Suppression and Gust Alleviation Using State-Space Aeroelastic Modeling”, *Journal of Aircraft*, vol. 19, No. 3, March 1982, pp. 221-227
- [3.9] Karpel, M., Hoadley, S.T. and Karpel, M., “Applications of Aeroservoelastic Modeling Using Minimum-State Unsteady Aerodynamic Approximations”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 14, No. 6, 1991, pp. 1267-1276.
- [3.10] Roger, K.L., “Airplane Math Modeling Methods for Active Control Design”, *AGARD-CP-228*, Aug. 1977.
- [3.11] Vepa, R.:“On the Use of Pade Approximants to Represent Unsteady Aerodynamic Loads for Arbitrarily Small Motions of Wings”, *Proceedings of the AIAA 14th Aerospace Science Meeting*, Washington, D.C., AIAA Paper No. 76-17, January 26-28, 1976.
- [3.12] Vepa, R.: “Finite State Modeling of Aeroelastic Systems”, *NASA CR-2779*, February, 1977.

- [3.13] Roberts, R.P., "The Application of The Minimum State Method for Approximating Unsteady Aerodynamics to an Aircraft Model", *European Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics 1991*, Aachen, Germany, 3rd-6th June, 1991.
- [3.14] Karpel, M., *A Course on Advanced Aeroelasticity*, given at RMIT, Dept. of Aerospace Eng., Melbourne, Australia, September 21 – 24, 1992.
- [3.15] Press, W.H., Teukolsky, S.A, Vetterling, W.T, Flannery, B.P, "*Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*", 2nd, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [3.16] Lawrence, H.R., and Gerber, E.H., "The Aerodynamic Forces on Low Aspect Ratio Wings Oscillating in an Incompressible Flow", *Jour. Aero. Sci.*, Vol. 19, No. 11, Nov. 1952.
- [3.17] Hsu, P.T., "Some Recent Developments in the Flutter Analysis of Low-Aspect-Ratio Wings", *Proceedings of National Specialists Meeting on Dynamics and Aeroelasticity*, Institute of Aeronautical Sciences, Nov. 1958.
- [3.18] Merbt, H., and Landahl, M.T., Aerodynamic Forces on Oscillating Low Aspect Ratio Wings in Compressible Flow, "Royal Institute of Technology, Aeronautical Div., Stockholm, KTH Aero TN 30, 1953.

Kapitel 4

- [4.1] Smilg, B., and Wasserman, L. S., "Application of Three Dimensional Flutter Theory to Aircraft Structures", *ACTR No. 4798*, Material Div., Army Air Corps, July 9, 1942.
- [4.2] Garrick, I.E., and Rubinow, S.I., "Flutter and Oscillating Air Force Calculation for an Airfoil in a Two-Dimensional Supersonic Flow", *NACA Rep. 846*, 1946.
- [4.3] Edwards, J.W., "Unsteady Aerodynamic Modeling and Active Aeroelastic Control", *NASA CR-148019*, February 1977.
- [4.4] Karpel, M., "Reduced-Order Aeroelastic Models via Dynamic Residualization", *Journal of Aircraft*, Vol. 27, No. 5, May 1990, pp. 449-455.
- [4.5] Vepa, R., "Finite State Modeling of Aeroelastic System", *NASA CR-2779*, February 1977.
- [4.6] L Tiffany M. S. H., and Adams, W. M. Jr., "Nonlinear Programming Extension to Rational Function Approximation of Unsteady Aerodynamics", *AIAA-87-0854, AIAA/ASCE/AHS/ASC 28th Structures, Structural Dynamic, and Material Conference*, Monterey, C.A., April 9-12, 1987, pp. 406-420.

- [4.7] Leishman, J., and Crouse, G., "A State-Space Method of Unsteady Aerodynamics in a Compressible Flow for Flutter Analyses", *AIAA-89-0022, 27th Aerospace Science Meeting*, Reno, Nevada, January 9-12, 1989, pp. 1-11.
- [4.8] Rodden, W.P. and Johnson, E. H., *Aeroelastic Analyses, User's Guide of MSC/NASTRAN, Ver. 68*, The MacNeal-Scwendler Corporation, October 1984.
- [4.9] Tuovila, W.J., McCarty, J.L., "Experimental Flutter Results for Cantilever Wing Models at Mach Number Up to 3.0", *NACA RML55E11*, 1955.
- [4.10] Rodden, W.P, Harder, R.L., Bellinger, E.D", *Aeroelastic Addition to NASTRAN*", NASA Contractor Report 3094, 1979.
- [4.11] Anon, "*Application Manual, ZAERO, Ver. 5.2*", 3rd Ed., Zona Technology, June 2001.

Kapitel 5

- [5.1] Sensburg, O., "Mathematical Optimization a Powerful Tool For Aircraft Design", *Integrated Design Analysis and Optimization of Aircraft Structures*, AGARD-LS-186, May 1992.
- [5.2] Krammer, J., "Practical Architecture of Design Optimisation Software for Aircraft Structures taking the MBB-LAGRANGE Code as Example", Paper presented at the *AGARD Lecture Series No. 186*, June 1992.
- [5.3] Lotze, A., and Schweiger, J., "Application of Modern Optimization Tools for the Design Aircraft Structure", *40th Annual General Meeting of the Aeronautical Society of India, 19-21 Dec. 1988*; MBB-Report No.: S/PUB/357.
- [5.4] Hajela, P., "Geometric Programming Strategies for Large-Scale Structural Synthesis", *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 7, July 1986.
- [5.5] Rao, S. S., *Optimization – Theory and Application*, Wiley Eastern,, New Delhi, India, 1979.
- [5.6] Hajela, P., "Genetic Search - An Approach to the Non-convex Optimization Problem", *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 7, July 1990, pp. 1205-1210.
- [5.7] Rechenberg, I., "Cybernetic Solution Path of an Experimental Problem", *RAE Library Translation 1122*, Franborough, England, 1965.
- [5.8] Kinnebrock, W., *Optimierung mit genetischen und selektiven Algorithmen*, R. Oldenbourg Verlag GmbH, München, 1994.
- [5.9] Holland, J. H., *Adaptation in Natural and Artificial System*, Univ. of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1975.

- [5.10] Buttelmann, M., und Lohmann, B., "Optimierung mit Genetischen Algorithmen und eine Anwendung zur Modellreduktion", *Automatisierungstechnik*, 52 (2004) 4, s. 151-163
- [5.11] Deb, K., *Optimization for Engineering Design: Algorithms and Examples*, Prentice-Hall, New Delhi, 1995.
- [5.12] Brindle, A., *Genetic Algorithms for Function Optimization*, Doctoral dissertation, Dept. of Computer Science, Univ. of Alberta, 1981.
- [5.13] Goldberg, D., E., "A Note on Boltzmann Tournament Selection for Genetic Algorithms and Population-Oriented Simulated Annealing", *Complex Systems*, 4, 1990, pp. 445-460.
- [5.14] Mühlenbein, H., "Parallel Genetic Algorithms, Population Genetics and Combinatorial Optimization", *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithm*, 1989, pp. 416-421.
- [5.15] Nissen, V., *Einführung in Evolutionäre Algorithmen – Optimierung nach dem Vorbild der Evolution*, Braunschweig, Weisbaden, Vieweg, 1997.
- [5.16] Carroll, D., L., "Chemical Laser Modeling with Genetic Algorithms", *AIAA Journal*, 34, 1996, pp.338-346.
- [5.17] Mühlenbein, H., "How Genetic Algorithm Really Work I. Mutation and Hillclimbing", *Proceedings of the 2nd Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Amsterdam, North-Holland, 1992.
- [5.18] Homaifar, A., Lai, S. H. -Y., Qi, X., "Constrained Optimization via Genetic Algorithms", *Simulation*, vol. 62, No. 4, 1994, 242-254.
- [5.19] Joines, J. A., Houck, C. R., "On the Use of Non-Stationary Penalty Functions to Solve Nonlinear Constrained Optimization Problem with GAs", *Proc. International Conference on Evolutionary Computation*, Orlando, FL, 1994, pp. 576-584.
- [5.20] Michalewicz, Z., and Attia, N., "Evolutionary Optimization of Constrained Problems", *Proceedings of the 3rd Annual Conference on Evolutionary Programming*, World Scientific, 1994, pp. 98-108.
- [5.21] Michalewicz, Z., and Schoenauer, M., "Evolutionary Algorithms for Constrained Parameter Optimization Problems", *Evolutionary Computation*, 4/1, 1996, pp. 1-32.
- [5.22] Deb, K., and Agrawal, S., "A Niche-Penalty Approach for Constraint Handling in Genetic Algorithms"
- [5.23] Hajela, P., and Yoo, J., "Constraint Handling in Genetic Search Using Expressions Strategies", *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 12, November 1996, pp. 2414-2420.

Kapitel 6

- [6.1] Vanderplaats, G. N., “*Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Application*”, McGraw Hill, 1984.
- [6.2] Vanderplaats, G. N., „An Efficient Feasible Direction Algorithmn for Design Synthesis“, *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 11, November 1984.
- [6.3] Moore, G. J., „*MSC/NASTRAN, Design Sensitivity and Optimization*“, The Macneal-Schwendler Coorporation, 1992.
- [6.4] Livne, E., Friedmann, P. P., Schmot, L. A., „Integrated Aeroservoelastic Wing Synthesis ny Nonlinear Programming/Approximation Concepts“, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 15, July-August 1992, pp. 985-993
- [6.5] Livne, E., „Integrated Aeroeseoelastic Optimization : Status and Direction“, *Journal of Aircraft*, Vol. 36, No. 1, January-February 1999, pp. 122-143.
- [6.6] Neill, D. J., Johnson, E. H. And Canfield, R., „ASTROS – A Multidisciplinary Automated Structural Tool,“ *Journal of Aircraft*, Vol. 27, No. 12, 1990, pp. 1021-1027.
- [6.7] Kolonay, R. M., Yang, H. T. Y., „Unsteady Aeroelastic Optimization in the Transonic Regime“, *Journal of Aircraft*, Vol. 35, No. 1, January – February, 1998, pp. 60 – 68.
- [6.8] Rudisill, C.S., Bathia, K.G., “ Optimization of Complex Structure to Satisfy Flutter Requirements”, *AIAA Journal*, Vol. 9, No. 8, August 1971, pp. 1487 – 1491.
- [6.9] Rudisill, C.S., Bathia, K.G., “ Second Derivatives of the Flutter Velocity and the Optimization of Aircraft Structures”, *AIAA Journal*, Vol. 10, No. 12, December 1972, pp. 1569 – 1572.
- [6.10] Striz, A.G., Venkayya, V.B., “Multidisciplinary Optimization Studies Using Astros”, in *Integrated Design Analysis and Optimisation of Aircraft Structure, AGARD Report 784*.
- [6.11] Balis-Crema, L., Mastroddi, F. And Coppotelli, G., „Structural Modelling Effects on Aeroelastic Analysis“, *International Forum on Aeroelasticity and Structural Dyanamics*, Manchester, 1995, pp. 40.1 – 40.11.
- [6.12] Lillico, M., et. al., „Aeroelastic Optimisation of Composite Wings using the dynamic stiffness method“, *The Aeronautical Journal*, February 1997, pp. 77 – 86.