

LABORATORIUM FÜR DEN KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU (LKI)
TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

BERICHTE
zur
ZUVERLÄSSIGKEITSTHEORIE DER BAUWERKE

ABSCHLUSSBERICHT
SONDERFORSCHUNGSBEREICH 96

ZUVERLÄSSIGKEIT DER BAUWERKE
ALLGEMEINER TEIL

H. Grundmann

LABORATORIUM FÜR DEN KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU (LKI)
TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

BERICHTE
zur
ZUVERLÄSSIGKEITSTHEORIE DER BAUWERKE

ABSCHLUSSBERICHT
SONDERFORSCHUNGSBEREICH 96

ZUVERLÄSSIGKEIT DER BAUWERKE

ALLGEMEINER TEIL

H. Grundmann

86/1989

ZUVERLÄSSIGKEIT DER BAUWERKE

Ein Bericht über die Arbeiten des
Sonderforschungsbereiches 96

H. Grundmann

Vorwort

Die Ergebnisse der Zuverlässigkeitstheorie haben auf das zentrale Anliegen des Ingenieurs, seinen Konstruktionen unter Beachtung wirtschaftlicher Gesichtspunkte die erforderlichen Sicherheit zu verleihen, erheblichen Einfluß. Sie werden zunehmend für die Regelungen in den Vorschriften bestimmend sein. Die zugrundeliegende Theorie ist allerdings, mit Rücksicht auf die ihr eigenen spezifischen Modellvorstellungen und mathematischen Hilfsmittel, von einer herkömmlichen Ingenieurausbildung ausgehend, nicht ohne weiteres zugänglich.

Aus diesen Gründen war dem Sonderforschungsbereich 96 (SFB 96) "Zuverlässigkeit von Tragwerken" die Aufgabe gestellt, zusätzlich zu seinen Publikationen über die wissenschaftlichen Ergebnisse in einem eigenen Übersichtsbericht Interessierten, die sich mit der Zuverlässigkeitstheorie bislang noch nicht näher befaßt haben, eine Einführung in die Fragestellungen, die methodischen Ansätze und die Ergebnisse der geleisteten Arbeiten zu geben.

In dem hiermit vorgelegten Bericht führt der Verfasser zunächst mit einigen allgemeinen Bemerkungen auf das Thema hin, er mußte sodann die mathematischen Hilfsmittel kurz vorstellen, nicht, um in dem folgenden Hauptteil mittels Berechnungen die Theorie mathematisch zu entwickeln, sondern lediglich, um gewisse typische Beziehungen in ihrer mathematischen Darstellung (auf das Einfachste reduziert) skizzieren zu können, vor allem aber, um grundlegende Begriffe dem Verständnis zu erschließen.

In der Darstellung der Arbeiten des SFB im einzelnen gibt der Verfasser zu den verschiedenen Kapiteln zunächst jeweils einen Überblick als anschauliche Einführung in die Fragestellung, bevor er die methodischen Ansätze etwas detaillierter beschreibt und schließlich über die Ergebnisse berichtet. Es war, ohne den gesetzten Rahmen zu sprengen, nicht möglich, die Ergebnisse vollständig wiederzugeben, noch dürfte es in jedem Fall gelungen sein, ihre Bedeutung völlig klar herauszuarbeiten. Dies würde angesichts der Fremdartigkeit der Fragestellungen und der Komplexität der Untersuchungen auch eine wesentlich tiefergehende Vorbereitung, als sie hier möglich ist, erfordern. Trotz der angedeuteten Schwierigkeit hofft der Autor, daß der Leser sich durch manche vielleicht unbeantwortet bleibende Detailfrage nicht davon abhalten läßt, seine Lektüre fortzusetzen, da diese nach der Behandlung spezieller Ergebnisse immer wieder zu allgemeineren direkt einsichtigen Erörterungen zurückführt.

Zu den behandelten Themen sind mit den Arbeiten des SFB Veröffentlichungen in großer Anzahl erschienen. Mit Rücksicht auf die Abhängigkeiten, die zwischen den einzelnen Themengebieten bestehen, wäre ein außerordentlich hoher Arbeitsaufwand notwendig gewesen, um die gesamte Fachliteratur einschließlich der SFB-Publikationen den verschiedenen Arbeitsgebieten richtig zuzuordnen. Mit Rücksicht darauf, daß der Band B mit dem detaillierten wissenschaftlichen Bericht über die einzelnen Projekte die einschlägige Literatur mit jeweiliger fachlicher Bewertung nachweist, hat der Autor gänzlich darauf verzichtet, seine Aussagen über die Arbeit des SFB mit Literaturhinweisen zu belegen.

Der Bericht kann nur, an der Oberfläche bleibend, einen Eindruck von den Arbeiten des SFB vermitteln. Diese Arbeiten waren sehr stark verästelt, sie führten zu einer derartigen Fülle von Detailergebnissen, daß eine Wertung nicht immer ganz einfach war. Der Autor ist daher allen Mitgliedern des Forschungsrates des SFB 96 für eine kritische Durchsicht seines Manuskriptes und für wertvolle Hinweise, die er gern berücksichtigt hat, dankbar.

1. Übersicht über die Fragestellungen der Zuverlässigkeitstheorie

1.1 Allgemeines, Gefahr, Risiko

Der Mensch ist im täglichen Leben, häufig ohne sich dessen voll bewußt zu sein, einer Reihe von Gefahren ausgesetzt, z.B. der Gefahr einer Verletzung, einer Erkrankung oder gar des Todes. Verschiedene Gefahren, wie die Gefahr eines Unfalls bei Ausübung einer Sportart, nimmt er bewußt auf sich, anderen, wie der Gefahr einer Erkrankung oder eines Verkehrsunfalls, kann er nicht vollständig aus dem Wege gehen, selbst wenn er sich aus Vorsicht Einschränkungen gegenüber einer üblichen Lebensführung auferlegt. Er nimmt allgemein das Risiko eines Schadens, sei es eines Verlustes an Vermögenswerten, eines Unfalls oder auch des Todes in Kauf, um ein bestimmtes Ziel zu erreichen. Welches Risiko – darstellbar in multiplikativer Form aus dem zu erwartenden Schaden und der zu erwartenden Eintrittshäufigkeit – der Mensch einzugehen bereit ist, hängt bei aller individuellen Unterschiedlichkeit generell insbesondere von dem in Aussicht stehenden ideellen oder materiellen Nutzen, aber auch von einer Reihe weiterer Einflüsse ab, wie z.B. davon, ob das einzugehende Risiko vertraut oder neu ist. Allgemein ist das Niveau des Risikos, dem Menschen sich selbst freiwillig aussetzen, höher als dasjenige, das sie akzeptieren, wenn es ihnen mit Rücksicht auf die Gesellschaft auferlegt werden soll.

Mit der Errichtung baulicher Anlagen, etwa des Verkehrswesens in Form von Brücken oder der Energieversorgung in Form von Kraftwerken oder Talsperren, entstehen entsprechend der Möglichkeit eines Versagens der Anlagen Gefahren für die Bürger. Das Versagen kann durch Fehler bei der Planung oder Ausführung einerseits oder durch die unvermeidlichen Unsicherheiten hinsichtlich der Belastungs- und Festigkeitsgrößen andererseits ausgelöst werden. Die erste Kategorie wird mit dem Begriff des "menschlichen Versagens", die zweite mit "höherer Gewalt" in Verbindung gebracht. Die Gesellschaft, die zur Erreichung eines bestimmten Nutzens die entsprechenden Gefahren verursacht, ist dazu verpflichtet, die auftretenden Risiken gemäß dem Sicherheitsbedürfnis

der Bürger, die sich diesen Gefahren unfreiwillig ausgesetzt fühlen, auf ein angemessen niedriges Niveau zu begrenzen. Die Lösung dieser zu einem wesentlichen Anteil den Ingenieuren obliegenden Aufgabe setzt Kenntnis der für ein Eintreten von Schadens- und Versagensfällen maßgeblichen Einflußgrößen einschließlich der jeweilig zugehörigen natur- und herstellungsbedingten zufälligen Unsicherheiten, sowie der Irrtums- und Fehlermöglichkeiten voraus.

1.2 Entwicklung von Sicherheitsmaßnahmen

Bis zum Beginn des letzten Jahrhunderts gab es zwar einige überlieferte Konstruktionsregeln für die jeweils gängigen Bauformen, jedoch kaum ein Instrumentarium, mit dessen Hilfe quantitative Prognosen über das Tragverhalten und damit über das Versagensrisiko möglich gewesen wären und das eine Orientierung bei der Entwicklung neuer Bauformen ermöglicht hätte. Zuverlässigkeit mit steigender Konstruktionskühnheit konnte sich damals bei schrittweisem Abbau von Überdimensionierungen, (ausgedrückt in heutiger Terminologie), nur unter Hinnahme von Schadensfällen und Einstürzen entwickeln. Erst mit der Entstehung der Baumechanik ergab sich die Möglichkeit, das Verhalten von Tragwerken unter gegebenen Einwirkungen in einer für die Belange der Dimensionierung adäquaten Weise quantitativ zu beschreiben.

Um sich der Möglichkeiten der Baumechanik bedienen zu können, benötigt der entwerfende Ingenieur Informationen über die zu berücksichtigenden Belastungen und über die Beanspruchbarkeit der Baumaterialien. Er findet entsprechende Nominalwerte in den einschlägigen Vorschriften in einer Form, die insbesondere beim Konzept der zulässigen Spannungen die mit den zufälligen Streuungen der Einflußgrößen zusammenhängende Sicherheitsproblematik verschleiert und den Eindruck deterministischer Zusammenhänge vermittelt. Die zu verwendenden Nominalwerte und die mit ihnen zu führenden Nachweise werden von Normengremien zur Absicherung gegenüber denkbaren Versagensfällen

von Zeit zu Zeit in Anpassung an die wachsende theoretische Kenntnis, die Erfahrung, das Sicherheitsbedürfnis der Öffentlichkeit und unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Gesichtspunkte festgelegt.

Trotz Verwendung von Sicherheitsfaktoren, z.B. eines Sicherheitsfaktors von 1,75 zur Ermittlung der zulässigen Spannung in Abhängigkeit von der Streckgrenze, ist mit den hier angesprochenen konventionellen Regelungen keine wirkliche Quantifizierung der Sicherheit verbunden. Bedingt durch die zufälligen Streuungen der maßgeblichen Einflußgrößen, sind quantitative Angaben über die Sicherheit nur in Wahrscheinlichkeitsmaßen möglich.

Die Vorschriften mit ihren herkömmlichen Regelungen haben bisher ein solches Maß an Zuverlässigkeit zu gewährleisten vermocht, daß im Zusammenhang mit den üblichen Bauaufgaben seitens der Öffentlichkeit Forderungen nach quantifizierter Ausweisung der Sicherheit nicht explizit erhoben wurden. Dennoch hat eine quantitative Beschreibung des Zuverlässigkeitsgrades grundlegende Bedeutung für alle Ingenieure, insbesondere für die Normengremien, denn sie erlaubt, z.B. Regeln für die Kombination von Lasten oder Anforderungen an Bemessungsverfahren für neue Bauweisen und Baustoffe in Angleichung an das bestehende Sicherheitsniveau oder Kriterien zum internationalen Vergleich von Bemessungsregelungen trotz mannigfacher Unsicherheiten wissenschaftlich begründet zu entwickeln. Für die modernen großtechnischen Anlagen, wie z.B. Kernkraftwerke oder Offshore-Konstruktionen, deren Gefährdungspotential alles bisher Dagewesene in hohem Maße übersteigt, ist eine möglichst umfassende quantitative Angabe und Beurteilung der Risiken, welche mit ihrer Errichtung und ihrem Betrieb verbunden sind, nicht nur für den Fachmann von Bedeutung, sie wird auch von der Gesellschaft verlangt.

1.3 Entwicklung der Zuverlässigkeitstheorie

Im folgenden werden – ohne Anspruch auf Vollständigkeit – Namen einiger Persönlichkeiten genannt, die maßgebliche Beiträge für die Entwicklung des Arbeitsgebietes, die Quantifizierung der Bauwerkssicherheit, geleistet haben, und zwar in der Regel nicht nur zu der jeweils beispielhaft aufgeführten Thematik: M. MAYER hat im Jahre 1926 unter Berücksichtigung einer statistischen Beschreibung der Lasten und Festigkeiten einen ersten Versuch zur quantitativen Erfassung der Bauwerkssicherheit unternommen, sein Ansatz wurde in russischen Arbeiten weiter verfolgt. Etwa gleichzeitig formulierte C. FORSELL die Frage nach dem anzustrebenden Sicherheitsniveau als Problem der statistischen Entscheidungstheorie. Die Thematik wurde dann gegen Ende der vierziger Jahre vor allem durch FREUDENTHAL in einer Reihe von Arbeiten über die Sicherheit von Konstruktionen wieder aufgenommen. Zusammen mit M. SHINOZUKA und anderen gelangen ihm die grundsätzlichen Formulierungen für viele wichtige Fragestellungen.

Bedeutende Fortschritte auf dem Gebiet der stochastischen Mechanik erzielten BOLOTIN, CRANDALL und LIN. Die ersten Ansätze zur Behandlung ganzer Trag-systeme gehen auf MOSES und AUGUSTI zurück. Die Kompliziertheit und Aufwendigkeit der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit weckte einen Bedarf nach Näherungen, wie sie, einfache Verfahren der ersten und zweiten probabilistischen Momente aufbereitend, FREUDENTHAL, BASELER sowie HASOFER und LIND entwickelt haben. Für spezielle Einwirkungen, den Wind bzw. das Erdbeben, haben DAVENPORT bzw. CORNELL Berechnungsansätze angegeben, für die Lastkombination FERRY BORGES und TURKSTRA. Für Festigkeitsgrößen haben WEIBULL und DANIELS geeignete Modelle vorgeschlagen, für den Fall der Materialermüdung geht ein früher Ansatz auf MILES zurück. Die Entwicklung von Bemessungssystemen wird von LIND beschrieben, ein im Hinblick auf die Bemessung entwickeltes Optimierungs-verfahren von ROSENBLUETH und ESTEVA. Frühe Anwendungen und die Aufklärung

des grundsätzlichen Zusammenhangs von Sicherheit und Qualitätskontrolle sind mit dem Namen RÜSCH verbunden.

1.4 Aufgaben der Zuverlässigkeitstheorie

Einen Eindruck vom gesamten Umfang der Aufgaben, die sich mit der Entwicklung einer Zuverlässigkeitstheorie stellen, vermittelt z.B. die Richtlinie des NABau von 1977 über die Bestimmung der Sicherheit im Ingenieurbau, die unter maßgeblicher Beteiligung von SFB-Mitgliedern entstanden ist:

Allgemein wird in dieser Richtlinie gefordert, daß die baulichen Anlagen mit ausreichender Sicherheit während einer vorgesehenen Nutzungszeit den möglichen mechanischen Einwirkungen in gebrauchstauglichem Zustand widerstehen, gegenüber chemischen und ähnlichen Einwirkungen beständig sind und auch im Falle außergewöhnlicher Einwirkungen oder bei lokalem Tragfähigkeitsverlust nicht als Ganzes versagen. Um dies sicherzustellen, ist es notwendig, die Grenzzustände der Tragwerke zu analysieren. Als Grenzzustände der Tragfähigkeit sind u.a. zu beachten: Bruch oder bruchnaher Zustand von Querschnitten, Ausbildung kinematischer Ketten, Verlust der Stabilität oder Bruch infolge Materialermüdung. Für die Gebrauchsfähigkeit bilden Zustände, wie zu große Verformungen oder zu große Schwingungsausschläge die Grenze, indem durch sie die angestrebte Nutzung eingeschränkt wird.

Die angesprochenen Grenzzustände sind bestimmt durch die Einwirkungen, die zugehörige Umsetzung in Beanspruchungsgrößen durch das mechanische System und die Grenzwiderstände der Baustoffe.

Hinsichtlich der Einwirkungen ist zwischen ständigen Einwirkungen, wie dem Eigengewicht und dem Erddruck, in der Zeit veränderlichen Einwirkungen, wie der Schneelast, und außergewöhnlichen Einwirkungen zu unterscheiden. Die letztgenannten sind nur bei

bestimmten baulichen Anlagen zu berücksichtigen, ihr Auftreten ist nur mit geringer Wahrscheinlichkeit, dann allerdings verbunden mit hoher Lastintensität, zu erwarten. Eine hinsichtlich der Analyse der Grenzzustände wichtige Unterscheidung, ist noch bezüglich statischer oder dynamischer Einwirkungen zu treffen, wobei der Unterschied darin besteht, ob für das Verhalten vernachlässigbare oder nicht vernachlässigbare Beschleunigungen und damit Trägheitskräfte auftreten.

Eine Beschreibung der Systemwirkung im Grenzzustand durch ein mechanisches Modell ist selbst für relativ einfache Systeme mit Rücksicht auf nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Zusammenhänge und eine i.a. große Anzahl verschiedener denkbarer Versagensformen eine sehr komplexe, aufwendige Aufgabe. Grenzbetrachtungen mit unterschiedlichen Ansätzen sind u.U., sofern die Modellwahl selbst große Unsicherheiten verursacht, nicht zu vermeiden. Für das Verhalten des mechanischen Modells sind die anzusetzenden Werkstoffeigenschaften, insbesondere die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und die Grenzwerte der Festigkeit von maßgeblichem Einfluß.

Um die dafür benötigten Eigenschaften von Bauteilen und Verbindungsmitteln zu bestimmen, sind i.d.R. die Ergebnisse von Versuchen mit Probekörpern nach Beziehungen der Mechanik unter Beachtung geometrischer Größen umzurechnen, wobei zu berücksichtigen ist, inwieweit die Versuchsbedingungen als charakteristisch für die Zustände im Bauteil anzusehen sind.

Nachdem Einwirkungen sowie Widerstände und damit auch die mittels Umsetzung durch das mechanische Modell entstandenen Größen zufälliger Natur sind, ist es notwendig, ihnen zur quantitativen Darstellung dieser Zusammenhänge eine, die zufälligen Eigenschaften charakterisierende, mathematische Beschreibung, ein stochastisches Modell, zuzuordnen. Diese Zuordnung erlaubt es, unter Inkaufnahme einer Modellunsicherheit den zufälligen Charakter der interessierenden Größen mit einigen wenigen statistischen Kenngrößen zu erfassen.

Mit diesen Ansätzen für Einwirkungen und Widerstandsgrößen ist es möglich, nach Maßgabe der mathematischen Beziehungen, wie sie unter Verwendung des mechanischen Modells für die Beschreibung der Grenzzustände bereitstehen, die Wahrscheinlichkeiten von Versagensereignissen, bzw. damit in direktem formelmäßigem Zusammenhang stehende (besser zu handhabende) Kennwerte, wie den Sicherheitsindex, zu ermitteln. Um diese Größen verarbeiten zu können, ist es nötig, einen Bezug zu dem Sicherheitsanspruch der Öffentlichkeit herzustellen.

In der genannten Richtlinie werden zu diesem Zweck für Konstruktionen innerhalb des normalen Erfahrungsbereiches Sicherheitsklassen gebildet, die sich nach den Folgen unterscheiden, die mit dem Eintreten eines Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit bzw. der Tragfähigkeit verbunden sind. Die höchste Sicherheitsklasse (3) z.B. ist anzuwenden, wenn mit dem Erreichen des Grenztragzustandes eine große Gefährdung von Menschenleben und bzw. oder schwere wirtschaftliche Folgen einhergehen. Für bauliche Anlagen, deren Versagen zu katastrophalen Folgen führt, sind weiter reichende Anforderungen zu stellen. Nach der eingeführten Klassifikation sind unterschiedlich große Werte des Sicherheitsindex, d.h. unterschiedlich große Wahrscheinlichkeiten eines Versagens, in Anbindung an die bisherige Erfahrung als angemessen anzusehen.

In der Entwurfsarbeit der Praxis wird weder der Sicherheitsindex noch eine Maßgröße einer Überlebens- oder Versagenswahrscheinlichkeit auszuweisen sein. Vielmehr ist nach den Angaben der Richtlinien mit bestimmten Sicherheitselementen zu arbeiten, etwa mit Teilsicherheitsbeiwerten für eine Erhöhung eines Belastungsnominalwertes und zur Herabsetzung eines Festigkeitsnominalwertes oder mit additiven Sicherheitselementen. In welcher Form und mit welcher (relativen) Größe diese Sicherheitselemente anzusetzen sind, welches Format also die Vorschriften jeweils haben sollen, das ist unter Verwendung der zuvor genannten Versagenswahrscheinlichkeiten nach Optimierungsanforderungen zu ermitteln. Von besonderer Bedeutung innerhalb der angesprochenen Problematik ist die Aufstellung und zuverlässigkeitstheoretische Begründung von Formeln für

die Kombination von Einwirkungen. Es geht dabei darum, die Belastungen für die deterministische Bemessung mit Gewichtungsfaktoren zu versehen. In der Richtlinie wird, wie durch entsprechende zuverlässigkeitstheoretische Ansätze nahegelegt, unterschieden zwischen derjenigen veränderlichen Einwirkung, die für das Erreichen des Grenzzustandes die größte Bedeutung hat, den übrigen und den außergewöhnlichen Einwirkungen.

Nach den Bemessungsvorschriften für die Praxis ist mit Nominalwerten oder charakteristischen Werten der Einwirkungen bzw. der Widerstände zu rechnen. Diese werden den entsprechenden zufällig verteilten Größen nach Gesichtspunkten der Statistik zugeordnet, z.B. für eine Festigkeitsgröße in Form der 5%-Fraktile, womit derjenige Wert dieser Größe bezeichnet ist, der nur von 5% aller auftretenden Werte unterschritten wird. Zu den Unsicherheiten, mit denen die zufälligen Kenngrößen der Widerstände, der Natur ihres Herstellungsprozessen entsprechend, behaftet sind, treten weitere mit der Stichprobenentnahme und der Prüfung verbundene hinzu. Daher sind geeignete Kontrollen einzuführen, deren Art und Intensität im Hinblick auf das zu erreichende Zuverlässigkeitsniveau optimal abzustimmen ist. In Betracht kommen Eignungsprüfungen, Produktionskontrollen und Güteprüfungen in Eigen- oder Fremdüberwachung.

Wenn auch durch ein Kontroll- und Überwachungssystem, z.B. auch durch die vorgeschriebene statische Prüfung, die Gefahr menschlicher Fehler erheblich vermindert werden kann, so bleibt doch ein Rest, der von erheblicher Bedeutung für die Zuverlässigkeit ist. Die Richtlinie versucht, durch Anforderungen hinsichtlich der Qualifikation der verantwortlichen Fachleute, der Kontrollen, der Nutzung und des Unterhalts, diesen (insbesondere mangels einer entsprechenden Datenbasis) nur schwer quantifizierbaren Einfluß gering zu halten.

1.5 Zum Inhalt des Berichts

Mit der vorstehenden Übersicht sollte ein Eindruck von der Vielschichtigkeit der Problematik vermittelt werden, deren Bearbeitung sich der SFB 96 angenommen hat, um die Grundlagen zu einer Risikoquantifizierung für bauliche Anlagen, und für den Aufbau eines wissenschaftlich fundierten Sicherheitssystems zu erarbeiten:

Es gehörte dazu die Entwicklung von Berechnungsmethoden zur Quantifizierung von Überlebens- oder Versagenswahrscheinlichkeiten in Zuverlässigkeitsmaßen, die Aufbereitung von Einwirkungen in für derartige Untersuchungen geeigneten Modellen, die Beschreibung des Verhaltens mechanischer Systeme mit zufälligen Eigenschaften unter Einwirkung zufälliger statischer und dynamischer Belastungen sowie die Entwicklung von Konzepten für die Formulierung eines Systems einfach zu handhabender Sicherheitselemente unter besonderer Rücksichtnahme auf die jeweils baustoffspezifischen Eigenheiten, auf Kontrollen und Möglichkeiten menschlicher Fehler. Die hier schlagwortartig nochmals zusammengestellten Teilgebiete enthalten jeweils eine Vielzahl einzelner Aufgabenstellungen.

In dem nachfolgenden Bericht muß dementsprechend eine Auswahl getroffen werden: Nur ein Teil der Arbeitsgebiete kann im einzelnen vorgestellt werden, darüber hinaus ist noch eine Beschränkung der Darstellung auf die Grundzüge der Problematik, des Lösungsansatzes und der Ergebnisse nötig. Einzelheiten der wissenschaftlichen Entwicklung, insbesondere auch die Abgrenzung der Arbeiten gegenüber dem Stand der internationalen Forschung durch Angabe und Bewertung der jeweilig einschlägigen Literatur sind im 2. Teil des Berichtsbandes, speziell bezogen auf die jeweils behandelte Thematik, zu finden.

Trotz dieser Einschränkung auf eine eher qualitative Darstellung der Problematik ist ohne ein gewisses Rüstzeug der Wahrscheinlichkeitstheorie, der Theorie der stochastischen Prozesse und der Statistik nicht auszukommen. Aus diesem Grunde ist nachfolgend ein Abschnitt über einige elementare Zusammenhänge der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Statistik eingefügt. Dabei wird keine mathematisch strenge Herleitung wiedergegeben, die Darstellung ist vielmehr der Zielsetzung des vorliegenden Berichts entsprechend lediglich auf Anschauung und Plausibilität ausgerichtet. Ein Leser, der mit den mathematischen Zusammenhängen vertraut ist, kann diesen Abschnitt überschlagen und unmittelbar zum 3. Kapitel übergehen.

2. Mathematisches Instrumentarium

2.1 Allgemeines zur Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie

Aussagen über die Zuverlässigkeit von Tragwerken beruhen, wie in der Einleitung ausgeführt, auf Untersuchungen der Grenztraggustände, d.h. auf einer Gegenüberstellung der in diesen Zuständen auftretenden Einwirkungen und der vorhandenen Widerstände. Erstere hängen von der äußeren Belastung, in der Regel auch von der Tragwerksgeometrie sowie einer Reihe weiterer Einflußgrößen ab, letztere von den Festigkeitseigenschaften der verwendeten Baustoffe und – in anderer Weise als die Einwirkungen – ebenfalls von den Tragwerksabmessungen. Stellt man sich die Aufgabe, quantitativ die Wahrscheinlichkeit dafür anzugeben, daß der Grenztraggustand innerhalb einer bestimmten Lebensdauer nicht erreicht wird, das Tragwerk also nicht versagt, so muß man die maßgeblichen Eingangsgrößen wie die Belastung und die Festigkeitseigenschaften sowie die daraus nach Maßgabe des mechanischen Verhaltens hergeleiteten Größen hinsichtlich der Zufälligkeit ihres Auftretens mathematisch beschreiben können. Neben der Statik und Dynamik sowie der Bemessungstheorie der verschiedenen Baustoffe bilden daher die Wahrscheinlichkeitstheorie und die Statistik wesentliche Grundlagen einer Theorie der Tragwerkszuverlässigkeit. Die Wahrscheinlichkeitstheorie stellt die Methoden bereit, die Wahrscheinlichkeit des Eintretens bestimmter Ereignisse quantitativ zu beschreiben und zwar sowohl für elementare Ereignisse wie für solche, die zu einem oder mehreren elementaren Ereignissen in funktionaler Abhängigkeit stehen. Der Statistik fällt die Aufgabe zu, Beobachtungsmaterial in einer Weise aufzubereiten, die eine mathematische Behandlung nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung erlaubt. Die statistische Datenaufbereitung ist Voraussetzung für quantitative Berechnungen nach der Wahrscheinlichkeitstheorie. Dennoch wird in der nachfolgenden Einführung und Übersicht die Wahrscheinlichkeitstheorie aus methodischen Gründen vor der Statistik besprochen.

2.2 Einige Angaben zur Wahrscheinlichkeitstheorie zufälliger Variabler

2.2.1 Grundbegriffe, Histogramm, relative Häufigkeit, bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit

Um das Ergebnis von Versuchen, deren Ausgang nicht genau vorhersehbar ist, wie z.B. die Augenzahl beim Würfeln oder die bei einer Baustoffprüfung ermittelte Festigkeit, hinsichtlich der Wahrscheinlichkeit des Eintretens der verschiedenen möglichen Werte quantitativ bewerten zu können, ordnet man den Ausgängen des Experiments, den Elementarereignissen, Wahrscheinlichkeiten P (P für probability), zu. (Voraussetzung für eine derartige vergleichende Bewertung ist natürlich, daß jeweils nur Ereignisse berücksichtigt werden, die unter den gleichen Bedingungen entstanden sind).

Die Wahrscheinlichkeit P ist jeweils eine Zahl zwischen 0 und 1, das sichere Ereignis wird mit dem Wert 1 belegt. Diese einfachen Vereinbarungen sind die ersten beiden Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie. Um die Größe der Wahrscheinlichkeit P sinnvoll festlegen zu können, wird noch ein weiteres Axiom benötigt. Anstatt diese Festlegung direkt zu postulieren, soll ein Anwendungsfall betrachtet werden, der auch dazu dienen soll, die Wahrscheinlichkeit mittels der relativen Häufigkeit zu veranschaulichen. Auf Bild 1 ist die Auswertung von n zufällig ausgewählten Versuchen in einem sogenannten Histogramm dargestellt. Es zeigt, jeweils bezogen auf die Gesamtzahl n der Versuche, die Anzahl der Versuchsausgänge, die in die angegebenen Intervalle Δx fallen, und damit auch die Anzahl m_A bzw. m_B von Versuchsausgängen im Intervall A (Ereignis A) bzw. B (Ereignis B). Die relativen Häufigkeiten m_A/n bzw. m_B/n kann man als Schätzungen der Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ bzw. $P(B)$ dafür nehmen, daß bei einer einmaligen Versuchsdurchführung ein Ergebnis in dem ersten bzw. zweiten Intervall auftritt. Damit verknüpft man die Vorstellung, daß bei Ausführung unendlich vieler Versuche die tatsächliche Wahrscheinlichkeit erhalten würde. Aus den ermittelten relativen Häufigkeiten von Versuchswerten in den Intervallen A und B läßt sich auch die relative Häufigkeit

von Werten in einem größeren, durch Vereinigung kleinerer Intervalle entstehenden Bereich ermitteln. So ergibt sich z.B. für das Intervall $C = A \cup B$ (Bild 1) die relative Häufigkeit $m_C/n = m_A/n + m_B/n$. Für die Anwendung dieser Beziehung ist vorauszusetzen, daß die miteinander vereinigten Intervalle keine Bereiche gemeinsam überdecken. Anderenfalls würden die im Überdeckungsbereich liegenden Versuchswerte fälschlicherweise doppelt berücksichtigt. Das dritte und zugleich letzte Axiom der Wahrscheinlichkeitstheorie lautet dem dargestellten Sachverhalt entsprechend: Die Wahrscheinlichkeit $P(C)$ eines Ereignisses C , das durch die Vereinigung zweier sich gegenseitig ausschließender Ereignisse A bzw. B mit Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ bzw. $P(B)$ entsteht, ergibt sich zu $P(C) = P(A) + P(B)$.

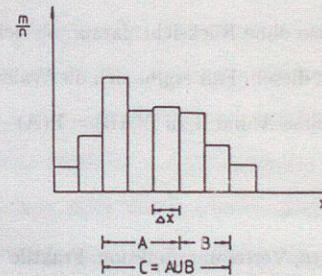


Bild 1: Histogramm einer Versuchsauswertung

Eine weitere grundlegende Operation der Wahrscheinlichkeitstheorie wird mit der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit eingeführt. Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A unter Bedingung, daß ein Ereignis B eingetreten ist, $P(A|B)$, wird danach unter Verwendung der Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Ereignisse A und B gemeinsam eingetreten sind, $P(AB)$, mittels $P(A|B) = P(AB)/P(B)$ definiert, womit $P(AB) = P(A|B) \cdot P(B)$ folgt. Die Ereignisse A und B werden als unabhängig bezeichnet, wenn $P(A|B) = P(A)$ oder $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ gilt. Die Bedeutung dieser Beziehungen ist leichter zu erkennen, wenn man die Wahrscheinlichkeiten durch relative Häufigkeiten

annähert. $P(A) = m_A/n$. $P(B) = m_B/n$. $P(AB) = m_{AB}/n$. Dabei bedeutet n die Gesamtzahl von Versuchen, bei denen 2 Merkmale, z.B. Festigkeit und Wichte, gleichzeitig beobachtet wurden. m_A die Anzahl der Versuche, bei denen das erste Merkmal (die Festigkeit) in einen bestimmten Wertebereich A gefallen ist, m_B sinngemäß die Anzahl der Versuche, bei denen das zweite Merkmal (die Wichte) bestimmte durch B gekennzeichnete Werte angenommen hat, und m_{AB} die Anzahl der Versuche, bei denen gleichzeitig das erste Merkmal im Bereich A und das zweite Merkmal im Bereich B liegt. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A|B) = P(AB)/P(B)$ ist wegen $(m_{AB}/n)/(m_B/n) = m_{AB}/m_B$ als die relative Häufigkeit des Eintretens von A in der Untergruppe von Versuchsausgängen, bei denen sich das Ereignis B (gemeinsam mit A oder auch nicht) ergeben hat, zu deuten. Die Ereignisse A und B werden als unabhängig bezeichnet, wenn diese relative Häufigkeit die gleiche ist wie die, mit der das Ereignis A relativ zur Gesamtzahl der Versuche auftritt, also ohne Rücksicht darauf, ob sich dabei das Ereignis B auch eingestellt hat oder nicht. In diesem Fall ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für das gemeinsame Eintreten der Ereignisse A und B zu $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.

2.2.2 Zufallsvariable, Wahrscheinlichkeitsdichte, Verteilungsfunktion, Fraktile

Um alle zufälligen Ereignisse, auch solche, die ihrer Natur nach nicht durch Zahlenwerte beschrieben werden, wie z.B. das Ziehen einer bestimmten Farbe beim Kartenspiel, in gleicher Weise mathematisch beschreiben zu können, ordnet man den Ereignissen Zahlenwerte, die Zufallsvariablen zu: den verschiedenen Farben im Kartenspiel z.B. die Zahlen 1 bis 4. Diese Zufallsvariablen können, wie z.B. die Festigkeiten von Baustoffen kontinuierlich verteilt sein. Sie können aber in anderen Fällen wie im Beispiel der Farben des Kartenspiels auch diskret sein. Ein wichtiges Beispiel einer diskreten Zufallsvariablen ist die Anzahl des Eintretens bestimmter Ereignisse, z.B. von Stürmen bestimmter Stärke. Zur Beschreibung der zufälligen Eigenschaften der eingeführten

Zufallsvariablen bedient man sich der Wahrscheinlichkeitsmassen- bzw. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, zu der Bild 2 je ein Beispiel für eine diskrete bzw. für eine kontinuierliche Zufallsvariable zeigt. Im ersten Fall wird jedem möglichen Wert x_i der zufälligen Variablen X die zugehörige Wahrscheinlichkeit p_i , dargestellt als Säule, zugeordnet. (Hier wie im weiteren wird eine zufällige Größe, allgemein und ohne Festlegung auf irgendwelche speziellen Werte, mit Großbuchstaben, z.B. X_i , bezeichnet, spezielle Werte mit Kleinbuchstaben, z.B. x_i). Die Wahrscheinlichkeitsdichte für kontinuierliche Variable könnte man sich aus dem Histogramm entstanden denken: Dazu wäre die dort angegebene relative Häufigkeit, mit der Versuchsergebnisse in ein bestimmtes Intervall fallen, durch die gewählte Intervallbreite zu dividieren, wobei mit gegen Unendlich steigender Versuchszahl die Intervallbreite in geeigneter Weise gegen Null gehen muß. Die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x)$ gibt mit ihrem Wert an einer Stelle x nicht den Wert der x zugeordneten Eintrittswahrscheinlichkeit wieder (ähnlich wie auch eine Streckenlast nicht die an einer Stelle x_i einwirkende Einzellast beschreibt). Vielmehr muß man $f(x) \cdot dx$ bilden, um die Wahrscheinlichkeit dafür zu ermitteln, daß die Zufallsvariable einen Wert in einem x einschließenden Intervall der Breite dx annimmt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine kontinuierliche Zufallsvariable einen Wert zwischen x_a und x_b annimmt, ergibt sich dann durch Integration

$$P(x_a < X \leq x_b) = \int_{x_a}^{x_b} f(x) dx$$

als Flächeninhalt unter der $f(x)$ -Linie in diesem Intervall. Der gesamte Flächeninhalt unter der stetigen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion nimmt ebenso wie die Summe aller P_i -Werte der diskreten Zufallsvariablen den Wert 1 an, denn beide beschreiben das sichere Ereignis, daß bei einer Versuchsdurchführung von allen möglichen Werten irgendeiner angenommen wird.

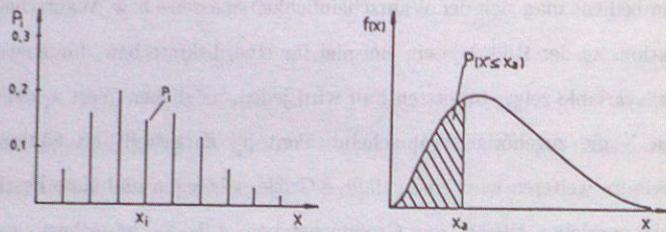


Bild 2: Diskrete und kontinuierliche Zufallsvariable:
Wahrscheinlichkeitsmassen- und Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

In engem Zusammenhang mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion steht die Verteilungsfunktion $F(x)$. Bild 3. die mit ihrem Wert an der Stelle x die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, daß bei einem Versuch ein Wert auftritt, der nicht größer als x ist. Sie nimmt bei $x = -\infty$ den Wert 0 und bei $x = +\infty$ den Wert 1 an. Im diskreten Fall entsteht sie, indem von $x = -\infty$ aus beginnend die Wahrscheinlichkeiten p_i aufsummiert werden (Bild 3). Im kontinuierlichen Fall gilt

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

Umgekehrt ist damit auch

$$f(x) = dF(x)/dx.$$

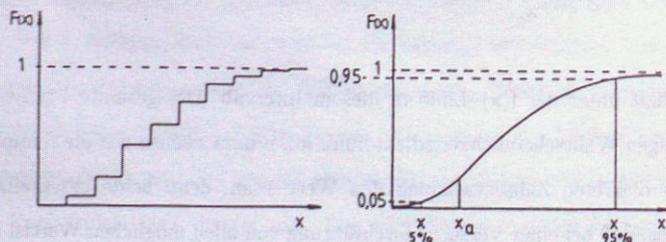


Bild 3: Diskrete und kontinuierliche Zufallsvariable:
Verteilungsfunktion

Für den rechnerischen Nachweis der Tragfähigkeit verwendet man bestimmte Bezugswerte zur einfachen Erfassung zufälliger Größen, z.B. die 5% - oder die 95% - Fraktile, $x_{5\%}$ bzw. $x_{95\%}$; erstere zur Darstellung z.B. von Festigkeitsgrößen, denn diese Fraktile gibt den Wert von X an, der nur in 5% der Fälle nicht überschritten wird, letztere zur Darstellung von Lastgrößen, gibt sie doch den Wert der Variablen an, der nur in 5% aller Fälle überschritten wird (vgl. Bild 3).

2.2.3 Funktionen zufälliger Variabler

Für die Beurteilung der Zuverlässigkeit sind Größen miteinander in Beziehung zu setzen, die aus den elementaren Zufallsvariablen, wie den Lasten oder Festigkeiten, mittels determinierter Beziehungen hervorgehen. So entsteht z.B. in einem Gelenkträger fester Länge l unter Einwirkung einer Gleichlast mit zufällig sich einstellender Intensität X zugeordnet ein zufälliges Feldmittemoment $Y = X l^2/8$, jedem konkreten Wert x_i der Belastung zugeordnet ein Moment $y_i = x_i l^2/8$. Für die Behandlung derartiger Aufgaben ist also die Frage zu beantworten, wie sich die Wahrscheinlichkeitsdichte einer Größe, welche mit einer anderen in funktionalem Zusammenhang steht, bestimmen läßt, wenn man für letztere die Wahrscheinlichkeitsdichte kennt. Wie Bild 4 zeigt, ist für eine monoton veränderliche Funktion $y = g(x)$ die Wahrscheinlichkeit, daß die zufällige Größe Y einen Wert zwischen y und $y + dy$ annimmt, genau so groß wie die Wahrscheinlichkeit für einen x -Wert zwischen x und $x + dx$, d.h.

$$f_Y(y) dy = f_X(x) dx$$

Mit

$$y = g(x) \text{ oder } x = g^{-1}(y) = h(y)$$

und $\frac{dy}{dx} = g'$ oder $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{g'}$ läßt sich daraus die gesuchte Wahrscheinlichkeit als Funktion der Variablen y bestimmen:

$$f_Y = f_X \frac{dx}{dy} = f_X(x = h(y)) / g'(x = h(y)).$$

Für nicht monotone Funktionen ist die Herleitung entsprechender Zusammenhänge aufwendiger.

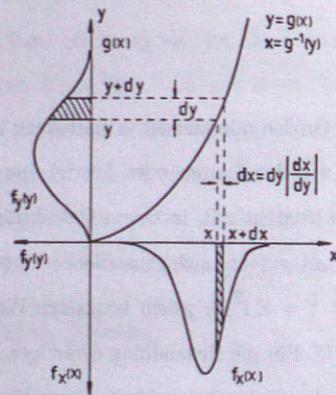


Bild 4: Funktionaler Zusammenhang von Zufallsvariablen

2.2.4 Mittelwert, Varianz, Standardabweichung, Momente

So wie bei der Ermittlung der Biegespannungen nach der technischen Biegetheorie die Querschnittsform im einzelnen keine Rolle spielt, sondern lediglich als Kennwerte zu ihrer Charakterisierung die Lage des Schwerpunkts und das auf diese Lage bezogene Flächenträgheitsmoment benötigt werden, so genügt für eine Anzahl der hier zu bearbeitenden Aufgaben zur Charakterisierung einer zufälligen Größe die Kenntnis ihres

Mittelwertes und ihrer Varianz. Der Mittelwert oder Erwartungswert ergibt sich (wie die Koordinate des Schwerpunkts der Fläche $f(x)$) zu

$$x_m = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

und die Varianz (wie das Trägheitsmoment)

$$\text{Var}[X] = \sigma_X^2 = E[(X - x_m)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_m)^2 f(x) dx.$$

Während der Mittelwert oder Erwartungswert den durchschnittlichen Wert der zufälligen Variablen angibt, ist die Größe $\sigma_X = \sqrt{\text{Var}[X]}$, die Standardabweichung, ein Maß für die zufälligen Abweichungen von diesem Wert, sie kennzeichnet damit gleichzeitig die Weite, mit der sich die Verteilung beiderseits des Mittelwertes ausdehnt.

Als Momente n -ter Ordnung werden allgemein Ausdrücke

$$m_n = E[X^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f(x) dx$$

bezeichnet und als zentrale Momente n -ter Ordnung

$$\mu_n = E[(X - x_m)^n] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_m)^n f(x) dx. \quad (m = 0, 1, \dots)$$

Es kann gezeigt werden, daß die meisten Verteilungsfunktionen durch die Gesamtheit ihrer Momente oder zentralen Momente vollständig beschrieben werden.

2.2.5 GAUSS- oder Normalverteilung, POISSON-Verteilung, Extremwert-Verteilungen

Zur Beschreibung häufig anzutreffender Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen stehen mathematische Formelausdrücke bereit, die nur durch wenige Kennwerte, die Momente niedrigster Ordnung, vollständig festgelegt sind. Für die Anwendung bei weitem am wichtigsten ist die GAUSS- oder Normalverteilung (Bild 5), deren Dichte

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-x_m}{\sigma_X}\right)^2\right]$$

durch den Mittelwert x_m und die Standardabweichung σ_X eindeutig bestimmt ist. Auf Bild 5 ist zu ersehen, in welcher Weise die Standardabweichung σ_X mit Rücksicht auf die Forderung

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

die "Weite" der "Glockenkurve" $f(x)$ bestimmt. Es sei noch angemerkt, daß unterhalb $x_m - \sigma_X$ und oberhalb von $x_m + \sigma_X$ jeweils etwa 16% der gesamten Fläche und außerhalb des durch $2\sigma_X$ nach unten bzw. oben begrenzten Bereiches je 2,3% liegen. Der $3\sigma_X$ zugeordnete Wert, jenseits dessen jeweils 1,35 o/oo der Fläche auftreten, wird in der Geodäsie als "maximaler Fehler" bezeichnet. Wie durch Einsetzen leicht zu bestätigen ist, ergibt sich die Funktion $f=Ce^{-x^2/2}$ als Lösung der Differentialgleichung $f' + xf = 0$.

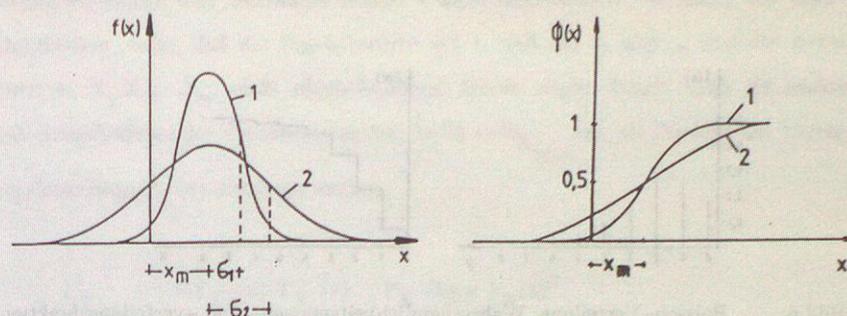


Bild 5: Normalverteilungen mit unterschiedlicher Standardabweichung:
Wahrscheinlichkeitsdichte und Verteilungsfunktion

Die Standardnormalverteilung hat den Mittelwert 0 und die Standardabweichung 1. Unter Verwendung der zugehörigen Verteilungsfunktion $\Phi(x)$, deren Werte in Tabellen zu finden sind, kann man mit der Substitution $u = \frac{x - x_m}{\sigma_X}$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die zufällige Größe X Werte zwischen a und b annimmt, zu

$$P(a < X \leq b) = \Phi\left(\frac{b-x_m}{\sigma_X}\right) - \Phi\left(\frac{a-x_m}{\sigma_X}\right)$$

berechnen.

Die große Bedeutung der Normalverteilung rührt daher, daß nach dem zentralen Grenzwertsatz die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer Größe, die sich aus einer großen (genau: gegen Unendlich gehenden) Zahl voneinander unabhängiger, identisch verteilter, zufälliger Größen additiv zusammensetzt, durch eine Normalverteilung beschrieben wird. Eine bedeutende Rolle in den Anwendungen spielt auch die POISSON-Verteilung

$$p(x) = \frac{\nu^x e^{-\nu}}{x!},$$

eine diskrete Verteilung, ($x=0,1,2,\dots$), für die Bild 6 ein Beispiel zeigt.

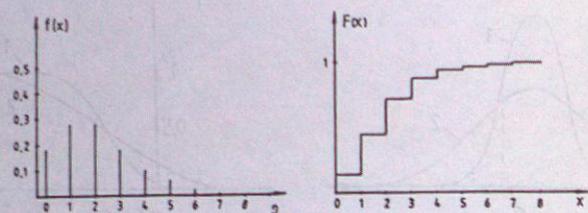


Bild 6: Poisson-Verteilung: Wahrscheinlichkeitsmassen- und -verteilungsfunktion

Zu dieser Verteilung gehört der Mittelwert $x_m = \nu$ und die Standardabweichung $\sigma_X = \nu$. Die POISSON-Verteilung gibt an, wie wahrscheinlich es ist, daß ein zufälliges Ereignis, dessen Eintrittswahrscheinlichkeit p für einen einzelnen Versuch sehr gering und unabhängig von früheren Ereignissen ist, bei sehr häufiger Wiederholung, ($n \rightarrow \infty$, mit $p \cdot n = \nu$), genau x -mal eintritt.

Erwähnt werden sollen schließlich noch die Extremwertverteilungen, mit denen die Wahrscheinlichkeit des Auftretens maximaler oder minimaler Werte beschrieben wird. Die in den Anwendungen am häufigsten verwendeten Verteilungen sind die GUMBEL-Verteilung für Größtwerte und die WEIBULL-Verteilung für Kleinstwerte. Erstere ist für die Beschreibung von Belastungen, letztere zur Wiedergabe von Festigkeiten oder Widerständen von Bedeutung.

Um die Extremwertverteilung $F_{X_{\max}}(x)$ der Größtwerte X_{\max} (sinngemäß für Kleinstwerte) zu ermitteln, stellt man sich zunächst ein Zufallsexperiment in n -facher jeweils unabhängiger Wiederholung vor: Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Größtwert der

Versuchsergebnisse eine bestimmte Marke x nicht überschreitet, ist gleich der Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Ergebniswerte des 1. und des 2. und ... und des n -ten Versuchs, X_1, X_2, \dots, X_n , nicht oberhalb dieser Marke liegen. Damit kann die exakte Verteilungsfunktion des Größtwerts an der Stelle x , $F_{X_{\max}}(x)$, als Produkt der Verteilungsfunktionen $F_{X_i}(x)$ berechnet werden:

$$F_{X_{\max}}(x) = F_{X_1}(x) \cdot F_{X_2}(x) \dots F_{X_n}(x) = F_X(x)^n.$$

Indem von den spezifischen Verteilungsfunktionen der jeweiligen Zufallsexperimente abgegangen wird und stattdessen die auslaufenden Bereiche besonders großer (kleiner) Werte durch einfacher zu handhabende, verschiedene Verteilungsfunktionen erfassende Näherungsausdrücke beschrieben werden, ergeben sich mit $n \rightarrow \infty$ als asymptotische Ausdrücke die Extremwertverteilungen.

2.2.6 Mehrdimensionale Zufallsvariable

Die in der Zuverlässigkeitstheorie zu behandelnde Fragestellung erfordert, daß die Wahrscheinlichkeit eines Zusammentreffens zu kleiner Widerstände und zu großer Einwirkungen bewertet wird. Zu diesem Zweck ist es im allgemeinen Fall notwendig, beide Größen in ihrer zufälligen, gegenseitigen Abhängigkeit zu betrachten. Zur Beschreibung derartiger Beziehungen zwischen 2 Zufallsvariablen X_1 und X_2 dient deren gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{X_1 X_2}(x_1, x_2)$, für die Bild 7 ein Schrägbild und eine Höhenliniendarstellung als Beispiel zeigt.

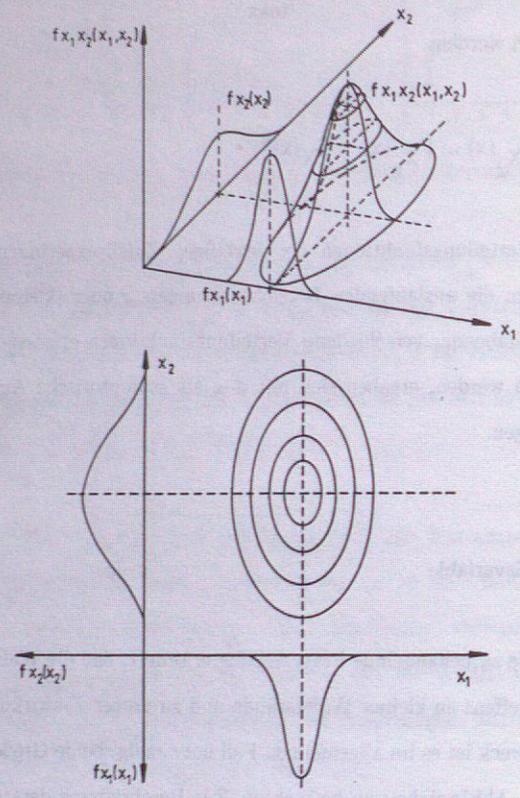


Bild 7: Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zweier Zufallsvariabler X_1 und X_2

Mit dieser Funktion kann die Wahrscheinlichkeit

$$P(x_1 < X_1 \leq x_1 + dx_1, x_2 < X_2 \leq x_2 + dx_2) = f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2,$$

daß X_1 einen Wert zwischen x_1 und $x_1 + dx_1$ und gleichzeitig X_2 einen Wert zwischen x_2 und $x_2 + dx_2$ annimmt, beschrieben werden. Das Doppelintegral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = 1$$

nimmt den Wert 1 an, da mit diesem Integral das sichere Ereignis, daß bei einer Versuchsdurchführung Werte von X_1 und X_2 zwischen $-\infty$ und $+\infty$ eintreten, bewertet wird. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß gleichzeitig $X_1 \leq x_1$ und $X_2 \leq x_2$ ist, wird durch

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_2 dx_1 = F_{X_1, X_2}(x_1, x_2)$$

beschrieben.

Indem bezüglich einer Variablen über alle Werte integriert wird, entstehen die Randdichteverteilungen

$$f_{X_1}(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_2$$

und

$$f_{X_2}(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1$$

die ebenfalls auf Bild 7 skizziert sind und die jeweils, wie im Falle nur einer Zufallsvariablen, Wahrscheinlichkeitsaussagen nur für die eine Variable wiedergeben, unabhängig davon, wie groß die andere ist.

Eine kompakte, übersichtliche Schreibweise für die Momente der zweidimensionalen Verteilung erhält man mit der Definition

$$E[g(X_1, X_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_1, x_2) f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

dem Erwartungswert der Funktion $g(X_1, X_2)$.

So können mit

$$\begin{aligned} x_{m_1} = E[X_1] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x_1 \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_2 \right] dx_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x_1 f_{X_1}(x_1) dx_1 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} x_{m_2} = E[X_2] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_2 f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x_2 f_{X_2}(x_2) dx_2 \end{aligned}$$

der jeweilige Mittelwert, mit

$$\begin{aligned} \mu_{x_1}^2 = \text{Var}[X_1] &= E[(X_1 - x_{m_1})^2] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - x_{m_1})^2 f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - x_{m_1})^2 f_{X_1}(x_1) dx_1 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \mu_{x_2}^2 = \text{Var}[X_2] &= E[(X_2 - x_{m_2})^2] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (x_2 - x_{m_2})^2 f_{X_2}(x_2) dx_2 \end{aligned}$$

die zentralen 2. Momente oder Varianzen und mit

$$\begin{aligned} \mu_{X_1, X_2} = \text{Cov}[X_1, X_2] &= E[(X_1 - x_{m_1})(X_2 - x_{m_2})] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - x_{m_1})(x_2 - x_{m_2}) f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \end{aligned}$$

die Kovarianz zwischen X_1 und X_2 berechnet werden.

Die Mittelwerte und die Varianzen beschreiben, wie auch die Darstellung mit Hilfe der Randdichteverteilungen zeigt, jeweils nur Eigenschaften einer der beiden Zufallsvariablen, die Kovarianz hingegen gegenseitige Abhängigkeit. Deutlicher zeigt dies noch der daraus gebildete Korrelationskoeffizient

$$\rho = \frac{\mu_{X_1, X_2}}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}}$$

der nur Werte zwischen -1 und $+1$ annehmen kann und mit Grenzwerten ± 1 auf einen linearen Zusammenhang der Form $X_1 = \pm aX_2 + b$ mit dem Wert 0 hingegen auf völlige Unabhängigkeit beider Variabler hinweist.

In entsprechender Weise, wie hier für 2 Zufallsvariable skizziert, sind auch die wahrscheinlichkeitstheoretischen Zusammenhänge von mehr als 2 Variablen darzustellen. Ohne näher auf die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichte von Funktionen mehrerer zufälliger Variabler einzugehen, sei hier mitgeteilt, daß eine Funktion $Z = aX + bY$, die aus der Summe zweier normalverteilter Variabler X und Y gebildet wird, ebenfalls normalverteilt ist, und daß sich ihr Mittelwert gemäß

$$z_m = ax_m + by_m$$

und ihre Varianz gemäß

$$\text{Var}[Z] = a^2 \text{Var}[X] + b^2 \text{Var}[Y] + 2ab \text{Cov}[XY]$$

aus den entsprechenden Parametern der Zufallsvariablen X und Y ergibt, (Fehlerfortpflanzungsgesetz).

2.3 Stochastische Prozesse (Zufallsfunktionen)

2.3.1 Allgemeines

Um aussagen zu können, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Konstruktion eine bestimmte Lebensdauer erreicht, muß man die Belastungen und die Tragfähigkeit in ihrer zeitlichen Veränderlichkeit verfolgen. Begründet ist diese Veränderlichkeit einerseits durch Nutzungsänderungen oder durch die physikalische Natur der Einwirkungen,

wie etwa bei der Schnee-, Wind- und Erdbebenbelastung, andererseits durch z.B. Betonhärtung, Abnutzung oder Baustoffalterung. Betrachtet man z.B. die Windbelastung näher, so erkennt man zunächst, mit den Jahreszeiten in Beziehung stehend, zufällige Schwankungen der Maximalwerte der über gewisse Zeitintervalle gemittelten Windgeschwindigkeiten, weiter aber, wenn man verschiedene Stürme mit gleichen Geschwindigkeitsmittelwerten vergleicht, durch die Böigkeit des Windes bedingt, regellose Veränderungen im einzelnen. Für Konstruktionen, die nicht schwingungsanfällig sind, ist lediglich der erstgenannte Einfluß zu berücksichtigen, für schwingungsanfällige beide, ihren unterschiedlichen Auswirkungen entsprechend, in unterschiedlicher Weise.

Das mathematische Instrumentarium zu einer quantitativen Beschreibung der zufälligen zeitlichen oder örtlichen Veränderlichkeit von Größen steht in der Theorie der Zufallsfunktionen oder der stochastischen Prozesse bereit. Die Vorgänge, um die es geht, z.B. die zeitlichen Veränderungen von Belastungen, sind durch eine einzige Aufzeichnung ihres Verlaufes nicht zu charakterisieren. Jede Beobachtung ergibt einen speziellen, von allen anderen Aufzeichnungen abweichenden Verlauf. Demnach muß ein ganzes Ensemble möglicher Aufzeichnungen betrachtet werden (Bild 8).

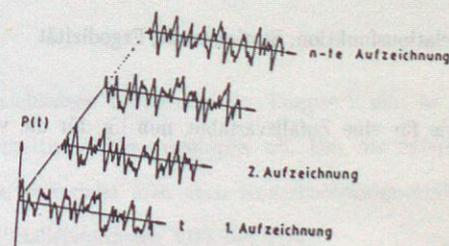


Bild 8: Verschiedene Aufzeichnungen eines regellosen Vorgangs

In einem bestimmten Zeitpunkt t_1 nimmt die zufällige Größe $X(t_1)$, je nach betrachteter Aufzeichnung, unterschiedliche Werte an. Sie ist demnach, wie die früher betrachteten Zufallsgrößen, durch eine Verteilungsfunktion oder Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_X(x, t_1)$ darzustellen. Die Vorstellung, der Prozeß wäre ausreichend beschrieben, wenn diese Dichtefunktionen in Abhängigkeit von der Zeit bekannt wären, ist allerdings für die geplanten Anwendungen zu einfach: Die innere Abhängigkeit, die zwischen den Werten des Prozesses zu verschiedenen Zeitpunkten, der Natur des physikalischen Vorgangs entsprechend, besteht, bliebe bei einer derartigen Betrachtungsweise außer acht: So sind z.B. die 2 verschiedenen Zeitpunkten t_1 und t_2 zuzuordnenden Wahrscheinlichkeitsdichten $f_{X_1}(x_1; t_1)$ und $f_{X_2}(x_2; t_2)$ lediglich die Randverteilungen der maßgeblichen und den inneren Zusammenhang der Werte beschreibenden gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{X_1, X_2}(x_1, x_2; t_1, t_2)$. Geht man auf weitere Zeitpunkte über, so wird ersichtlich, welch komplizierte wahrscheinlichkeitstheoretische Struktur einem stochastischen Prozeß eigen ist. Im Hinblick auf die Aufgabenstellungen der Zuverlässigkeitstheorie ist es jedoch häufig nicht nötig, diese Zusammenhänge detailliert darzustellen. Es genügt, die Prozesse durch geeignete Kenngrößen (Mittelwerte, Autokorrelationsfunktionen, Kreuzkorrelationsfunktionen, spektrale Dichten u.ä.) zu charakterisieren.

2.3.2 Mittelwert, Autokorrelationsfunktion, Stationarität, Ergodizität

Der Mittelwert ergibt sich wie für eine Zufallsvariable, nun i.a. für die verschiedenen Zeiten t unterschiedlich, zu

$$x_m(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x; t) dx.$$

Im Sonderfall, daß $x_m(t) = x_m$ hinsichtlich der Zeit konstant ist, handelt es sich um einen bezüglich des Mittelwertes stationären Prozeß. Für das Folgende soll angenommen

werden, daß der Mittelwert entweder gleich Null ist oder daß nur ein Prozeß betrachtet wird, von dem der Mittelwert abgespalten wurde, so daß der verbleibende Prozeß den Mittelwert Null hat. Die für einfache Zufallsvariable eingeführte Varianz ist hier als Sonderfall, (mit $t_1 = t_2$, $x_m = 0$), in der allgemeineren Größe

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)],$$

der Autokorrelationsfunktion, enthalten. Als schwach stationär wird ein Prozeß bezeichnet, wenn die Autokorrelationsfunktion nicht von den Werten t_1 und t_2 , sondern nur vom gegenseitigen Abstand der Zeitpunkte $\tau = t_1 - t_2$ abhängt:

$$R_{XX}(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)].$$

Im folgenden werden nur noch derartige Prozesse behandelt. Die eingeführte Größe, eine Verallgemeinerung der Kovarianz, die mit dem Durchlaufen beliebiger Werte von τ die Zufallsvariablen $X(t)$ zu verschiedenen Zeitpunkten zu einander in Beziehung setzt, eignet sich, die zeitabhängige innere Struktur des Prozesses zu beschreiben. Im Falle eines GAUSS-Prozesses genügt es, den Mittelwert und die Autokorrelationsfunktion zu kennen, um den Prozeß in seiner wahrscheinlichkeitstheoretischen Struktur vollkommen zu erfassen.

Wirken verschiedene Lasten auf ein Tragwerk ein, so hängt die Systemreaktion von deren gegenseitigem Zusammenspiel ab. Um die entsprechenden Zusammenhänge zu beschreiben, verwendet man noch Kreuzkorrelationsfunktionen, z.B. für zwei schwach stationäre Zufallsfunktionen $X(t)$ und $Y(t)$

$$R_{XY}(\tau) = E[X(t)Y(t + \tau)].$$

Mit

$$\Phi_{X_1, X_1}(\tau) = \frac{2}{T} \int_{-T}^T x_1(t) x_1(t + \tau) dt$$

wird für die einzelne Realisation $x_1(t)$ eines idealen stationären Prozesses $X(t)$ eine von τ abhängige Funktion ähnlicher Bauart wie die Autokorrelationsfunktion eingeführt. Im allgemeinen ist die entstandene, von τ abhängige Größe zufällig entsprechend der zufälligen Wahl von x_1 . Sie nimmt für jede Realisation einen anderen Wert an. Für den Sonderfall, daß mit $T \rightarrow \infty$ unabhängig davon, welche Realisation gewählt wurde, immer die gleiche Funktion entsteht und diese mit $R_{XX}(\tau)$ gleich ist, heißt der Prozeß ergodisch. Für derartige ideale Prozesse wäre die Bestimmung der Autokorrelationsfunktion besonders einfach, es müßte nur eine einzige Realisation des Prozesses zur Bestimmung dieser wichtigen Funktion verwendet werden. Die wirklichen Vorgänge sind weder stationär noch ergodisch, in ihnen können sich aber im Hinblick auf eine Anwendung hinreichend lange stationäre und u. U. auch als ergodisch anzusehende Abschnitte finden, während deren $R_{XX}(\tau)$ durch $\Phi_{X_1, X_1}(\tau)$ angenähert werden kann.

Die Reaktion einer Konstruktion auf die Einwirkung einer speziellen Realisation der Belastung hängt in bestimmter (determinierter) Weise von deren zeitlichem Verlauf ab. Sie ist gleichzeitig natürlich zufällig, da das Auftreten der verschiedenen Realisationen der Belastung zufällig ist. Eine Teilaufgabe der Zuverlässigkeitstheorie besteht nun darin, zu beschreiben, in welcher Weise eine zufällige Belastung sich in eine zufällige Tragwerksreaktion umsetzt. Wie die Zufälligkeit der Anregung durch Mittelwert und Autokorrelationsfunktion zu erfassen ist, so ist demnach auch die Systemantwort durch entsprechende Größen zu beschreiben. Die Aufgabe besteht also darin, unter Beachtung der Systemeigenschaften einen rechnerischen Zusammenhang zwischen den Mittelwerten und den Autokorrelationsfunktionen der Belastung einerseits und der Systemreaktion andererseits herzuleiten. Derartige Zusammenhänge ergeben sich für die Mittelwerte nach den Regeln der Statik, für die Autokorrelationsfunktionen jedoch in etwas

umständlicher zu handhabenden Integralausdrücken. Wesentlich einfachere Beziehungen zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen linear wirkender Systeme bestehen zwischen den Leistungsspektraldichten, die mit den Autokorrelationsfunktionen in enger Beziehung stehen. Der Übergang von den Autokorrelationsfunktionen auf die Leistungsspektraldichten entspricht dem in der Baudynamik üblichen Übergang aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich.

2.3.3 Leistungsspektraldichte, Systemübertragungsbeziehung

Mit der Rechenvorschrift

$$S_{XX}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{XX}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau,$$

einer FOURIER-Transformation, die als Routine auf den meisten Rechanlagen verfügbar ist, wird der Autokorrelationsfunktion eine von einer Frequenz f abhängige Funktion, die Leistungsspektraldichte zugeordnet. Umgekehrt gilt dann auch

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(f) e^{i2\pi f\tau} df.$$

Dieser Ausdruck läßt wegen

$$\sigma_X^2 = \text{Var}[X] = R(\tau = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(f) df$$

eine Interpretation der Leistungsspektraldichte als einer Funktion zu, die anzeigt, wie sich die Beiträge zur Varianz σ_X auf die verschiedenen Frequenzen f verteilen. Daß die in der angegebenen Berechnungsvorschrift auftretende Variable f nicht lediglich irgend

ein Parameter ist, sondern wirklich eine Frequenz bedeutet, wird aus einer weiteren Beziehung

$$S_{XX}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[|X_T(f)|^2]$$

deutlicher, die die Leistungsspektraldichte als Grenzwert eines über alle Realisationen gemittelten Produktes $|X_T(f)|^2$ beschreibt, wo $X_T(f)$ eine mit der wirklichen (physikalischen) Frequenz f veränderliche Größe darstellt, nämlich die FOURIER-transformierte einer zeitabhängigen Funktion $X_T(t)$, die im Bereich $-T < t \leq T$ mit $X(t)$ übereinstimmt und außerhalb gleich Null gesetzt wird. Es sei hier bereits angemerkt, daß die Umsetzung der Leistungsspektraldichte der Anregung $S_{XX}(f)$ in die Leistungsspektraldichte der Systemantwort $S_{YY}(f)$ mittels einer einfachen multiplikativen Beziehung

$$S_{YY}(f) = |H_{XY}(f)|^2 S_{XX}(f)$$

zu beschreiben ist, in der $H_{XY}(f)$ die Übertragungsfunktion bedeutet. Der Betrag dieser Funktion stimmt mit der Vergrößerungsfunktion der Schwingungslehre überein.

Der Kreuzkorrelationsfunktion entspricht eine Kreuzleistungsdichte.

2.3.4 GAUSS-Prozeß, POISSON-Prozeß, weißes Rauschen

Der GAUSS-Prozeß, der in den Anwendungen eine große Rolle spielt, ist dadurch ausgezeichnet, daß bei Einwirkung auf ein lineares System auch der stochastische Prozeß der Systemantwort wieder ein GAUSS-Prozeß ist. Lediglich die Kennwerte, Mittelwert und Korrelationsfunktion, — sie reichen, wie erwähnt, zu seiner Festlegung aus — werden

durch die Systemübertragung verändert. Es genügt daher, die Umsetzung dieser Kennwerte durch das beaufschlagte System zu verfolgen, wofür in den zuletzt angeschriebenen Gleichungen die grundlegenden Beziehungen bereitstehen.

Ein weiterer für die Anwendungen der Zuverlässigkeitstheorie wichtiger Prozeß ist der POISSON-Prozeß. Mit seiner Hilfe kann für einen Zeitabschnitt t die gesamte Anzahl von Ereignissen, die jeweils in Zeitintervallen $t/n, (n \rightarrow \infty)$, einzeln und unabhängig von einander aufgetreten sind, wahrscheinlichkeitstheoretisch beschrieben werden. Er geht aus der POISSON-Verteilung dadurch hervor, daß man, von einer mittleren Auftretensrate λ je Zeiteinheit ausgehend, den Mittelwert der Anzahl von Ereignissen in der Zeit t zu λt ermittelt und somit die Wahrscheinlichkeit, daß x Ereignisse in der Zeit t auftreten, nach Abschnitt 2.2.5 durch

$$P(x) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^x}{x!}$$

beschreibt, wobei X als Zählvariable wieder nur ganzzahlig ist.

Schließlich sei noch ein wichtiger theoretischer Grenzfall eines Prozesses, das "weiße Rauschen" erwähnt, dessen (mathematisches) Kennzeichen ist, daß keine Korrelation zwischen den Werten des Prozesses zu verschiedenen Zeitpunkten, mögen diese noch so nah beieinander liegen, besteht. Die zugehörige Leistungsspektraldichte ist konstant (Bild 9).

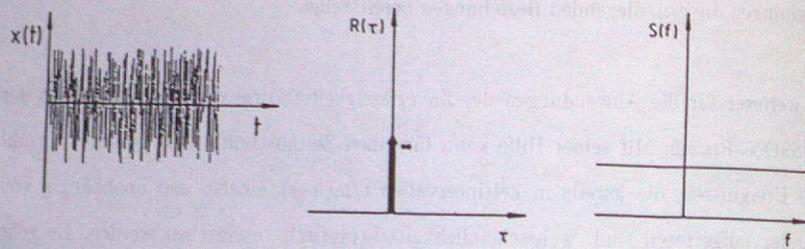


Bild 9: Weißes Rauschen: Zufällige Realisierung des zeitlichen Verlaufes, Autokorrelationsfunktion und Leistungsspektraldichte

2.4 Parameterschätzung, Statistik

2.4.1 Allgemeines

Die zufälligen Größen oder Prozesse, durch die die Einwirkungen oder Widerstände beschrieben werden, sind mit Rücksicht auf eine formelmäßige Handhabung durch mathematische Beziehungen darzustellen, z.B. als normalverteilte oder POISSON-verteilte Größen bzw. als GAUSS- oder POISSON-Prozesse. Diese Beziehungen lassen sich zwar durch Untersuchung der zugrundeliegenden Vorgänge eingrenzen, in den Details sind sie aber – anders als etwa Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung für die Augenzahl beim Würfeln – nicht a priori bekannt, vielmehr müssen sie aus Versuchen entwickelt werden. Die Schwierigkeit besteht dabei darin, daß man nur über eine begrenzte Anzahl von Versuchsauswertungen verfügt und daß sich damit die richtige Form der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen nur "angenähert" abbildet. So ließe sich z.B. auch beim Würfeln die Gleichverteilung über die Zahlen 1 bis 6 zwar mit einer zunehmenden Zahl von Experimenten immer deutlicher erkennen, aus wenigen Versuchen jedoch noch nicht eindeutig ablesen.

2.4.2 Parameterschätzung, Erwartungstreue, Konsistenz

Es ist die Aufgabe zu lösen, ausgehend von vorliegenden Experimenten, Festigkeitsprüfungen, Windgeschwindigkeitsmessungen, seismischen Beobachtungen o.ä., auf die Form der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen oder des Prozesses sowie auf die kennzeichnenden Parameter bzw. Funktionen, wie den Mittelwert, die Varianz, bzw. die Autokorrelationsfunktion oder die Leistungsspektraldichte zu schließen. Nimmt man vorerst einmal an, der Verteilungstyp wäre, z.B. aufgrund der physikalischen Natur des zu beschreibenden Vorganges, bekannt, z.B. als Normalverteilung, so bliebe die Aufgabe, Mittelwert und Standardabweichung zu bestimmen. Nun ist es aber nicht eindeutig, in welcher Weise diese Größen am zutreffendsten zu ermitteln sind. So ist etwa der Mittelwert einer Normalverteilung durch verschiedene Eigenschaften ausgezeichnet, z.B. dadurch, daß unterhalb und oberhalb von ihm gleich viele Werte zu

erwarten sind, oder dadurch, daß $x_m = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ gilt. Soll man also als Schätzwert aus einer Stichprobe denjenigen Wert als Mittelwert auffassen, oberhalb dessen genau so viele Ergebniswerte liegen wie unterhalb, oder soll man ihn durch $x_m = \sum_{i=1}^n x_i/n$ annähern, einen Ausdruck, der dem oben angeschriebenen Integral entspricht, oder ist es besser, eines der weiteren zur Verfügung stehenden Verfahren wie etwa die Methode der größten Mutmaßlichkeit (Maximum-Likelihood-Methode) oder Methoden der kleinsten quadratischen Fehler anzuwenden? Um die Entscheidung fällen zu können, benötigt man demnach Kriterien zur Bewertung der Parameterschätzung.

Bei der Entwicklung dieser Kriterien ist zu bedenken, daß der Schätzwert ϑ des Parameters eine zufällige Größe ist, hängt er doch nach einer bestimmten Rechenvorschrift, z.B. $\vartheta = \sum X_i/n$, von den zufälligen Versuchsausgängen (Realisierungen der Zufallsgröße X) ab. Seine Dichte und insbesondere seine Parameter können entsprechend der verwendeten Schätzworschrift aus der Dichte und den Parametern der Zufallsgröße X

berechnet werden. (wobei man die einzelnen Realisierungen als von einander unabhängige zufällige Größen betrachtet, deren Verteilung jeweils mit der Verteilung von X als gleich anzusehen ist). Bild 10a zeigt eine Verteilungsdichte von X , Bild 10b die Verteilungsdichten zweier unterschiedlicher Schätzwerte ϑ_1 und ϑ_2 desselben Parameters der Verteilung, z.B. x_m .

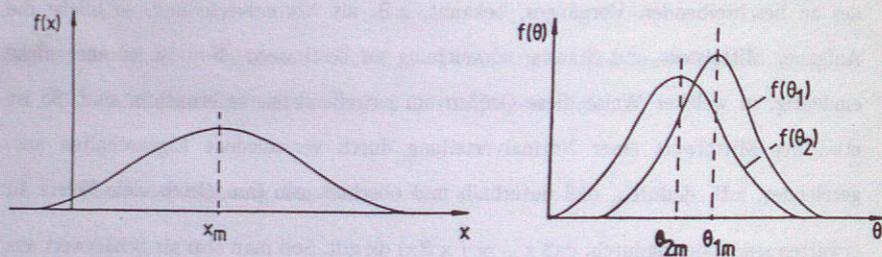


Bild 10: Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsvariablen X ,
Wahrscheinlichkeitsdichten der Schätzwerte θ_1 und θ_2 für den Mittelwert von X

Die beiden Bild 10b zugeordneten Schätzungen führen auf unterschiedliche Erwartungswerte. Eine Schätzung, deren Erwartungswert die richtige Größe des Parameters annimmt, wird als erwartungstreu bezeichnet, als asymptotisch erwartungstreu, wenn dies erst bei Berücksichtigung unendlich vieler Einzelwerte x_1 zutrifft. Konsistent ist eine Schätzung, wenn sie bei Berücksichtigung unendlich vieler Werte x_2 mit der Wahrscheinlichkeit 1 gegen den richtigen Wert des Parameters konvergiert. Unter Rücksichtnahme auf Kriterien wie der Erwartungstreue, der Konsistenz, des minimalen quadratischen Fehlers und der relativen Wirksamkeit ist es möglich, eine sachgerechte Auswahl unter den verschiedenen Berechnungsansätzen für die Schätzung von Mittelwerten, Varianzen, Korrelationsfunktionen und Leistungsspektraldichten zu treffen.

Dem Schätzwert ϑ für den Mittelwert der wirklichen Verteilung zum Beispiel ist, da er – nach einer bestimmten Rechenvorschrift aus zufälligen Werten gebildet – selbst eine zufällige Größe ist, eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zugeordnet, die entsprechend der für seine Ermittlung angesetzten Berechnungsvorschrift von der Wahrscheinlichkeitsdichte der wirklichen Verteilung, d.h. von deren Mittelwert x_m und Standardabweichung σ abhängt.

Nachdem unter Verwendung dieser Dichte die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Schätzwerten ϑ in einem bestimmten, den wirklichen Mittelwert x_m einschließenden Intervall berechnet werden kann, ist es umgekehrt auch möglich, darauf zu schließen, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Mittelwert x_m innerhalb eines bestimmten, den zugeordneten errechneten Schätzwert ϑ einschließenden Intervalls liegt. Für eine erwartungstreue Schätzung ist damit zugleich ein "Vertrauensintervall" des gesuchten Parameters bezeichnet und eine Möglichkeit gegeben, die Qualität der Schätzung zu beurteilen. (Einen Schönheitsfehler hat diese Eingrenzung: Die dabei benötigte Wahrscheinlichkeitsverteilung von X , samt ihrer Varianz σ_X , ist i.d.R. unbekannt. Man kann sich jedoch helfen, indem man stattdessen Schätzungen verwendet). Unter Verwendung der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(\vartheta)$ für den Schätzwert ϑ ist es nach den Rechenregeln für bedingte Wahrscheinlichkeiten auch möglich, ausgehend von der ursprünglichen Annahme über die Wahrscheinlichkeitsdichte der zufälligen Größe X eine verbesserte Dichtefunktion $f(x)$ zu ermitteln.

2.4.3 Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilung, Signifikanz

Werden nicht nur die Parameter der Wahrscheinlichkeitsdichte sondern diese selbst benötigt, so sind weitere Untersuchungen nötig. Einen ersten Eindruck davon, ob die Versuchswerte als Realisierungen einer Zufallsgröße mit bestimmter Verteilung z.B. Normal- oder Weibullverteilung erklärbar sind, verschafft eine entsprechend aufbereitete

Eintragung der Werte in Wahrscheinlichkeitspapier. Auf diesem ist die Ordinatenachse in einer solchen Weise skaliert, daß sich auf Normalverteilungspapier die Verteilungsfunktion einer Normalverteilung, auf Gumbelverteilungspapier die Verteilungsfunktion einer Gumbelverteilung als Gerade abbildet. Um zu sehen, inwieweit die Versuchswerte einer bestimmten Verteilung genügen, ist aus diesen die (der Verteilungsfunktion entsprechende) Summenlinie der relativen Häufigkeiten zu bilden, in das Papier einzutragen und zu prüfen, inwieweit diese Eintragungen durch eine Gerade angenähert werden können. Darüberhinaus sind auch Tests quantitativer Natur, Signifikanztests, anwendbar. z.B. der Chi-Quadrat-Test oder der Kolmogoroff-Smirnow-Test, die – Abweichungen zwischen den relativen Häufigkeiten von Versuchsergebnissen und den theoretischen Werten der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten bewertend – entsprechend den Eigenschaften der Verteilungsfunktion eine Aussage darüber gestatten, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Annahme des ausgewählten Verteilungstyps nicht zu verwerfen ist.

2.4.4 Regressionsanalyse

Ausgehend von Meßergebnissen, nach denen sich, wie Bild 11 zeigt, zugehörig zu Werten einer ersten Variablen X auch jeweils Werte einer zweiten Variablen Y einstellen, versucht man einen inneren Zusammenhang zwischen den Variablen zu erkennen. Von einer Regression der Größe Y bezüglich der Größe X spricht man, wenn man den Mittelwert von Y für jeweils festgehaltene Werte von x darstellt. Dieser Zusammenhang ist durch eine Kurve, $E[Y]$ als Funktion von x darstellbar.

Versucht man den Zusammenhang beider zufälliger Variabler in Form einer linearen Beziehung

$$y = a + bx, \quad (x \text{ beliebig})$$

vereinfachend zu beschreiben, so handelt es sich um eine lineare Regression. Die Aufgabe besteht nun darin, die unbekanntenen Ansatzkoeffizienten a und b den gegebenen Daten optimal anzupassen. Besonders gute Werte erhält man mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

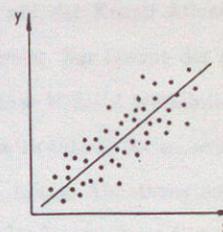


Bild 11: Lineare Regression

2.4.5 Simulation, Monte-Carlo-Methode

Die mathematischen Operationen, die insbesondere bei nichtlinearer Systemwirkung auftreten, können so kompliziert sein, daß eine analytische wahrscheinlichkeitstheoretische Durchrechnung nicht gelingt. In diesen Fällen kann man sich der Simulation, z.B. der Monte-Carlo-Methode, bedienen. Dabei wird die Aufgabe n -mal determiniert mit jeweils unterschiedlich vorgegebenen Werten der zufälligen Einflußgrößen, z.B. der Einwirkungen und der Widerstände gelöst. Die für die zufälligen Einflußgrößen vorzugebenden Werte kann man unter Verwendung von Zufallszahlen nach Maßgabe der Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser Größen durch Standardprogramme von einem Rechner ermitteln lassen. Die Ergebnisse der mit diesen Werten durchgeführten Berechnungen können genau wie zufällige Versuchsergebnisse statistisch weiterverarbeitet werden.

3. Grundlegende methodische Fragestellungen der Zuverlässigkeitstheorie

3.1 Allgemeines

Für die Zuverlässigkeitstheorie bildet, wie in der Einleitung skizziert, im Hinblick auf die angestrebte Risikoquantifizierung und -begrenzung die Ermittlung der Wahrscheinlichkeit, mit der Konstruktionen eine bestimmte Lebensdauer erreichen, ein zentrales Arbeitsgebiet. Zur Lösung der gestellten Aufgabe hat man sich vorzustellen, man hätte es mit einer Vielzahl hinsichtlich Bauart und Funktion gleichartiger Bauelemente oder Bauwerke zu tun. Es ist zu beachten, daß sich die Festigkeitseigenschaften im Laufe der Zeit z.B. infolge Abnutzung oder Alterung verändern können, daß die Belastungen mit wechselnder Intensität und in wechselnden Kombinationen auftreten (Bild 12) und daß schließlich die Konstruktion hinsichtlich verschiedener Versagensmechanismen gefährdet ist. Statt die Zuverlässigkeit p_s ($s = \text{survival}$), das ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß innerhalb eines vorgegebenen Bezugszeitraums keiner der für ein Versagen maßgeblichen definierten Grenzzustände eintritt, als kennzeichnende Größe zu verwenden, ist es mit Rücksicht auf die Berechnungstechnik und die zu erwartenden Ergebniswerte vorteilhafter mit der Versagenswahrscheinlichkeit p_f ($f = \text{failure}$) zu arbeiten. Da durch sie die Wahrscheinlichkeit des zum Überleben gegenteiligen Ereignisses beschrieben wird, hängen die beiden Wahrscheinlichkeiten über $p_s + p_f = 1$ zusammen, so daß z.B. zu $p_s = 0,9999$ der leichter einprägsame Wert $p_f = 10^{-4}$ gehört.

Die rechnerisch ermittelten Versagenswahrscheinlichkeiten sind von der relativen Häufigkeit von Versagensereignissen zu unterscheiden, auch, wenn durch ein perfektes Kontrollsystem die erwähnten Fehlermöglichkeiten ausgeschlossen würden. Sie sind operative Größen, insofern, als ihr Wert als Rechenwert abhängig ist von der Gesamtheit der zugrundegelegten Annahmen über die stochastischen Modelle für Einwirkungen und Widerstände, für das mechanische Modell und ganz besonders über die in die Berechnung einzubeziehenden Grenzzustände. Die bloße Weitergabe einer Versagens

wahrscheinlichkeit p_f ohne eine Angabe der zu ihrer Ermittlung zugrundegelegten Annahmen kann nichtssagend oder irreführend sein. Insbesondere ist hier daran zu denken, daß eine maßgebliche Versagensmöglichkeit nicht berücksichtigt worden sein könnte. Hätte man z.B. entsprechend dem Erkenntnisstand der Planungsphase für die Tacoma-Brücke eine Risikostudie erstellt, so hätte sich, nachdem die zum Einsturz führende Versagensmöglichkeit damals noch nicht erkannt worden war, sicherlich für die Versagenswahrscheinlichkeit ein Wert deutlich unterhalb von 1 ergeben. Hier scheinen Grenzen der Zuverlässigkeitstheorie auf, an die zu denken ist, wenn sie zur Risiko-beurteilung für neuartige Anlagen eingesetzt wird, bei denen aufgrund weit aus dem Erfahrungsbereich herausführender Abmessungen oder aufgrund physikalischer oder chemischer Vorgänge in neuartigen oder unkonventionell verknüpften Komponenten bislang nicht beobachtete Versagensfälle eintreten könnten. Wie das Beispiel zeigt, sind unter Bedingungen, in denen die physikalischen Gegebenheiten in wesentlichen Punkten unklar sind, von der Zuverlässigkeitstheorie, wie von jeder deterministischen Untersuchung auch, keine brauchbaren Aussagen zu erwarten. In allen Fällen aber, in denen derartige Unklarheiten nicht bestehen, erlaubt sie wesentlich tiefere Einsichten in die realen Zusammenhänge als eine lediglich deterministische Betrachtungsweise.

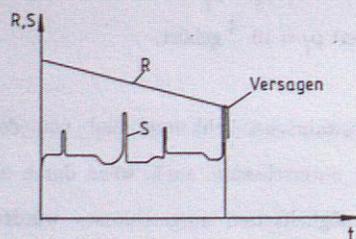


Bild 12: Widerstand R und Einwirkung S in ihrer zufälligen, zeitlichen Veränderlichkeit

3.2 Versagenswahrscheinlichkeit

Die Zuverlässigkeitsanalyse ist insbesondere durch den Einfluß der Zeit und das Auftreten verschiedener Versagensmechanismen erschwert. Im einfachsten Grundfall wird nur eine einmalige Lasteinwirkung sowie ein System mit nur einer Versagensmöglichkeit, etwa ein Zugstab, behandelt. In diesem Fall wäre die angehängte Belastung S dem Widerstand R , der sich aus der Querschnittsfläche und der aufnehmbaren Spannung ergibt, gegenüberzustellen. Beide seien der Einfachheit halber als unabhängig und normalverteilt angenommen mit den Parametern s_m, σ_S und r_m, σ_R . Die Differenz $Z = R - S$ gibt den Sicherheitsabstand zwischen beiden Größen an. Diese Zufallsvariable ist nach dem in Abschnitt 2.2.7 Gesagten ebenfalls normalverteilt mit dem Mittelwert

$$z_m = r_m - s_m \quad (a)$$

und der Varianz

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (b)$$

wenn R und S voneinander unabhängig sind, Bild 13.

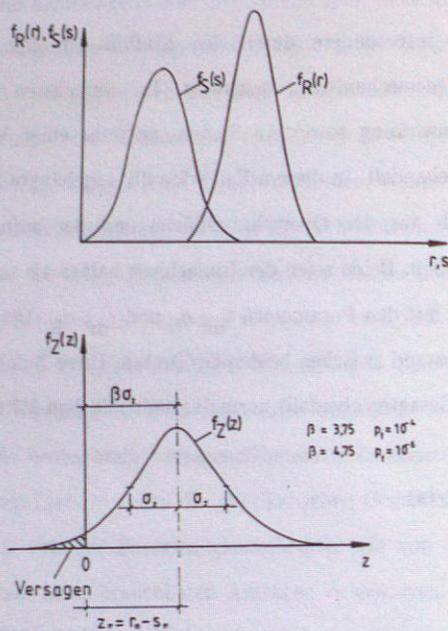


Bild 13: Belastung S und Widerstand R als zufällige Größen, Sicherheitsabstand $Z = R - S$ mit schraffiertem Versagensbereich

Die Konstruktion versagt, wenn $Z = R - S \leq 0$ ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür ergibt sich mit der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung nach Abschnitt 2.2.5 zu

$$P(Z \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - z_m}{\sigma_Z}\right) = \Phi\left(-\frac{r_m - s_m}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) = \Phi(-\beta) = p_f$$

wobei $\beta = z_m / \sigma_Z$ als Sicherheitsindex bezeichnet wird. Wird eine bestimmte Versagenswahrscheinlichkeit toleriert, d.h. ein bestimmter Wert des Sicherheitsindex festgelegt, so gibt die angeschriebene Beziehung an, welchen Abstand der Mittelwert z_m abhängig von

der Streuung σ_Z vom Ursprung haben muß, oder mit (a) und (b) wie groß der Abstand zwischen r_m und s_m sein muß.

Die gleichen Zusammenhänge können auch in anderer Weise interpretiert werden (Bild 14a). Dabei wird in einer Höhenliniendarstellung der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte der Einwirkung und des Widerstandes der Versagensbereich durch Eintragung der Grenzzustands-Beziehung $z = 0$ oder $r = s$ abgegrenzt (als der unterhalb der eingetragenen Geraden gelegene Bereich). In normierten Koordinaten (Bild 14b)

$$\bar{r} = \frac{r - r_m}{\sigma_R}, \quad \bar{s} = \frac{s - s_m}{\sigma_S}$$

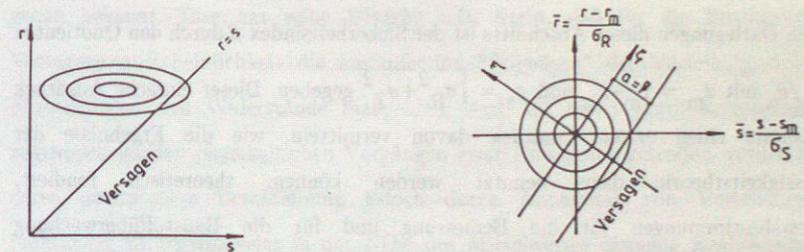


Bild 14: Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte der Belastung und des Widerstandes mit Versagensgebiet; Normierte Darstellung durch $\bar{r} = \frac{r - r_m}{\sigma_R}$ und $\bar{s} = \frac{s - s_m}{\sigma_S}$

nehmen die Höhenlinien Kreisform an, entsprechend einem Übergang auf die Standardform der Normalverteilung (vgl. Abschnitt 2.2.5). Die Grenzzustandsgerade hat nun gegenüber dem Ursprung des neuen Koordinatensystems den Abstand a , der gleich dem Sicherheitsindex β ist. (Es gilt nämlich wegen der Rotationssymmetrie und der Unabhängigkeit der Variablen

$$f_{RS}(\bar{r}, \bar{s}) = f_{\xi, \eta}(\xi, \eta) = f_{\xi}(\xi) \cdot f_{\eta}(\eta)$$

und damit für die Versagenswahrscheinlichkeit, die gleich dem Volumen unter der Wahrscheinlichkeitsdichte jenseits der Grenzgeraden ist (mit $\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) d\xi = 1$).

$$p_f = \int_{-\infty}^{-\beta} \int_{-\infty}^x f_{\xi}(\xi) f_{\eta}(\eta) d\xi d\eta = \int_{-\infty}^{-\beta} f_{\eta}(\eta) d\eta = \Phi(-\beta).$$

(vgl. Bild 14)). Nach dieser Konstruktion kann also der Sicherheitsindex β als der kürzeste Abstand zwischen dem Koordinatenursprung der normierten Koordinaten \bar{s} und \bar{r} und der Grenzzustandsgeraden abgelesen werden.

Nach den Darlegungen dieses Abschnitts ist der Sicherheitsindex β durch den Quotienten $\beta = z_m / \sigma_z$ mit $z_m = r_m - s_m$ und $\sigma_z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Z^2}$ gegeben. Dieser einfache Ausdruck kann bereits einen ersten Eindruck davon vermitteln, wie die Ergebnisse der Zuverlässigkeitstheorie dazu benutzt werden können, theoretisch fundiert, Sicherheitsbestimmungen für die Bemessung und für die Baustoffüberwachung festzulegen:

Um eine bestimmte, quantitativ festgelegte Zuverlässigkeitsanforderung zu gewährleisten, muß der Sicherheitsindex eine ganz bestimmte Größe annehmen. Gibt man sich diese vor, $\beta \geq \beta_0$, so bedeutet dies nach der oben angeschriebenen Beziehung, daß $z_m \geq \beta_0 \sigma_z$ oder $r_m \geq s_m + \beta_0 \sigma_z$ eingehalten werden muß. Nachdem der Mittelwert s_m und die Standardabweichung σ_s der Belastung als vorgegeben anzusehen sind, ist mit der angegebenen Gleichung eine Bemessungsvorschrift für den Tragwerkswiderstand in Abhängigkeit von der geforderten Sicherheit, ausgedrückt in β_0 , und von der Streuung der Widerstandsgröße, erfaßt über $\sigma_z = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_s^2}$, formuliert. Die angegebene Bemessungsgleichung stellt damit den Bemessungswert auch in Beziehung zu einer Kenngröße der Baustoffüberwachung, nachdem deren Anforderungen sich nach den einzuhaltenden Streumaßen oder Standardabweichungen zu richten haben.

3.3 Methodische Fragen: Naturwissenschaftlicher – Entscheidungstheoretischer Ansatz

Wie erwähnt, ist die operative Versagenswahrscheinlichkeit, die unter Verwendung analytischer Ausdrücke für die Verteilungsfunktionen der Einwirkungen und der Widerstände berechnet wird, nicht mit der relativen Häufigkeit von Versagensereignissen in der Natur zu verwechseln. Zu einem ganz wesentlichen Anteil ist dies auf menschliche Irrtümer und Fehler bei der Planung und Ausführung zurückzuführen. Klammert man diese Möglichkeit vorerst gedanklich aus, so ist zu erwarten, daß mit Beziehungen zwischen operativen Versagenswahrscheinlichkeiten entsprechende Relationen zwischen relativen Versagenshäufigkeiten korrespondieren, jedoch ist dieser Zusammenhang nicht genau bekannt. Dies hat seine Ursache z.B. darin, daß für die Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit die auslaufenden "Schwänze" der Verteilungsdichten für Einwirkungen und Widerstände maßgeblich sind, für deren Form entsprechend den zugrundeliegenden physikalischen Vorgängen zwar Annahmen getroffen werden können, deren quantitative Beschreibung jedoch durch Anpassung von Verteilungsdichtefunktionen an vorzugsweise in der Nähe des Mittelwertes liegende Realisierungen der zufälligen Größen entstanden ist. Um Aufschluß über die angesprochenen Zusammenhänge zu gewinnen, wurde im SFB 96 ein "naturwissenschaftlicher" und ein "entscheidungstheoretischer" Ansatz der Zuverlässigkeitstheorie verfolgt. Ziel des ersteren sind "wahre" Aussagen, während letzterer zum Ziel hat, nach vorgegebenen Kriterien "richtige" Entscheidungen zu treffen.

Der "naturwissenschaftliche" Ansatz einer Zuverlässigkeitstheorie, der auf empirisch erfaßten Daten, statt auf Ansätzen aufbaut, wurde mit Rücksicht auf den hohen damit verbundenen Aufwand nur exemplarisch an Hand eines überschaubaren Beispiels, eines statisch bestimmten Einfeld-Dachträgers aus Brettschichtholz, entwickelt. Das entsprechende Zuverlässigkeitsmodell enthält ausgehend von empirisch erfaßten Daten alle

wesentlichen Größen und deren Verknüpfung, Vorschriften zur Datenerfassung und -aufbereitung sowie Methoden für die Überprüfung der Gültigkeit der Aussagen.

Gemäß der verfolgten Zielsetzung ist der gesamte Herstellungsvorgang der Brettschichtbauteile und das Verhalten der Dachträger während der Nutzungsdauer in Form einer Simulationsprozedur zu erfassen. So ist z.B. der Herstellungsvorgang mit Rücksicht auf das Holzangebot, die Sortierung und die Herstellung der Brettfolge (Verzinken, Verleimen) darzustellen. Unter Verwendung der ermittelten statistischen Beziehungen für die wesentlichen Einflußgrößen wie Ästigkeit, Feuchtigkeit und Rohdichte wurden statistische Beziehungen für die Kenngrößen der Arbeitslinien erarbeitet, unter deren Verwendung Bruchlasten bestimmt werden konnten. Simulatorische Wiederholung der gesamten Prozedur nach Maßgabe der ermittelten statistischen Zusammenhänge führte auf ein Histogramm der Bruchlasten des untersuchten Dachbalkens, das eine Reihe detaillierter anwendungsorientierter Untersuchungen über die Bedeutung der verschiedenen Einflußgrößen erlaubte. In seinen wesentlichen Elementen konnte ein Zuverlässigkeitsmodell entsprechend den anfangs genannten Anforderungen fertiggestellt werden. Eine Anwendung auf zuverlässigkeitstheoretische Fragestellungen, bei denen eine noch größere Anzahl streuender Einflußgrößen zu berücksichtigen gewesen wäre, hätte die Leistungsfähigkeit der Simulationsprozeduren überfordert, so daß hier der "naturwissenschaftlich" orientierte Ansatz wegen zu großen Aufwandes mit den derzeit gegebenen Möglichkeiten nicht realisierbar wäre.

Der entscheidungstheoretisch begründete Ansatz arbeitet nicht mit tatsächlichen Zuverlässigkeitswerten, sondern mit operativen Größen. Eine wesentliche Aufgabe zur Sicherung der Grundlagen bestand darin, systematische Abweichungen zwischen beiden auszuschließen. Dementsprechend waren im SFB schwierige methodische Fragen zur

Analyse der Leistungsfähigkeit und Realitätstreue der zugehörigen Berechnungsverfahren zu lösen.

In der Anwendung zielt der entscheidungstheoretische Ansatz darauf, die Sicherheitselemente in Vorschriften nach Kriterien von Kosten-Nutzen-Optimierungen festzulegen, wobei zu verlangen ist, daß diese Festlegungen gegenüber Änderungen in den Modellannahmen zur wahrscheinlichkeitstheoretischen Beschreibung der Einflußgrößen unempfindlich sind.

3.4 Ausbau der Berechnungsverfahren für die Versagenswahrscheinlichkeit (ohne Berücksichtigung des Zeiteinflusses)

In dem einführenden Beispiel zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit p_f (der Zusatz "operativ" wird von nun an weggelassen), war die Grenzzustandsbedingung $z = 0$ als Gerade darstellbar. Allgemeiner hängt der Grenzzustand von einer größeren Anzahl von Variablen, von Einwirkungsgrößen X_1, X_2, \dots und Festigkeitsgrößen X_i, X_{i+1}, \dots in i.a. nichtlinearer Form ab. Der entsprechende Zusammenhang läßt sich allgemein in der Form

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

darstellen. In einem n -dimensionalen Raum zufälliger Variabler X_1, X_2, \dots, X_n grenzt die angegebene Gleichung den Überlebens- vom Versagensbereich ab. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion aller zufälligen Variablen bildet über diesem Raum ein Volumen des Gesamtinhalts 1, das durch die Grenzzustandsgleichung in zwei Teile aufgegliedert wird, dessen einer die Überlebens- und dessen anderer die Versagenswahrscheinlichkeit beschreibt. Das letztgenannte Volumen läßt sich nur in einer

aufwendigen (häufig nur numerisch durchführbaren) Integration ermitteln. Für ebene Grenzzustandsflächen hat FREUDENTHAL zur Auswertung Ideen formuliert, in denen bereits Elemente der nachfolgend beschriebenen Näherungsverfahren anklingen. Nach HASOFER/LIND ist für den allgemeinen Fall einer gekrümmten Grenzzustandsfläche bei unabhängigen normalverteilten Variablen X_j eine ganz bedeutende Einsparung an Rechenaufwand zu erzielen, wenn nach einer Transformation auf standardnormalverteilte Variable U_j (vgl. 2.2.5) die in diesen Variablen ausgedrückte Grenzzustandsfläche durch eine Tangentialebene ersetzt, also nicht das wirkliche Volumen, sondern nur ein Näherungswert bestimmt wird. Das jenseits der tangentialen Grenzzustandsebene gelegene Versagensvolumen ist, wie auf Bild 14, Abschnitt 3.2, angedeutet, als Funktionswert der Standardnormalverteilung $\Phi(-\beta)$ einfach zu bestimmen, wobei β den Abstand der Ersatzebene gegenüber dem Koordinatenursprung bedeutet und wieder als Sicherheitsindex bezeichnet wird. Natürlich ist das Ergebnis maßgeblich von der Lage des Punktes, an dem die Grenzzustandsebene angelegt wird, abhängig. Die in diesem Zusammenhang insbesondere für abhängige normalverteilte oder nicht-normalverteilte Variable auftretenden Fragen konnten nach verschiedenen, nicht verallgemeinerungsfähigen Ansätzen an anderer Stelle mit der Entwicklung der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung im SFB endgültig gelöst werden. Danach ist die Grenzzustandsebene im Raum der unabhängigen standardnormalverteilten Variablen U_j als Tangentialebene der Grenzzustandsfläche $g(u_j) = 0$ an dem Punkt zu bilden, der dem Ursprung $u_j = 0$ am nächsten kommt und dessen Wertekombination somit die größte Wahrscheinlichkeit aufweist. (Bild 15), am sogenannten Bemessungspunkt.

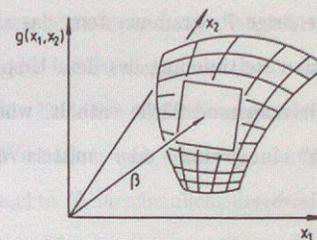


Bild 15: Ersatz der gekrümmten Grenzzustandsfläche durch eine Grenzzustandsebene im Abstand β vom Ursprung der normierten Koordinaten

In den Arbeiten des SFB wurde je nach Aufgabenstellung die Versagenswahrscheinlichkeit mit "exakten" Verfahren oder mit dem skizzierten Näherungsverfahren, der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung, bestimmt. Der grundlegenden Bedeutung entsprechend waren Fehlerabschätzungen zur Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung, mittels analytischer und numerischer Untersuchungen sowie Berechnungen zur Genauigkeitssteigerung, etwa durch Berücksichtigung der Krümmung der Grenzzustandsfläche am Bemessungspunkt oder durch varianzmindernde gewichtete Simulationen am Bemessungspunkt, von großer Bedeutung. Erheblichen Umfang hatten auch die Arbeiten zur Erweiterung ihrer Anwendungsmöglichkeiten und zur Algorithmisierung der zugehörigen Berechnungsvorgänge.

Stochastische Abhängigkeiten zwischen normalverteilten Basisvariablen, ausgedrückt durch entsprechende Korrelationskoeffizienten, konnten nach Drehung des Koordinatensystems der zufälligen Variablen berücksichtigt werden. Eine entscheidende Erweiterung bestand darin, durch Weiterentwicklung und Algorithmisierung einer auf ROSENBLATT zurückgehenden Variablentransformation zur Umsetzung beliebiger Zufallsgrößen in standardnormalverteilte das Berechnungsverfahren auch nicht-normalverteilten Größen zu erschliessen. Das zugehörige Programmsystem, das als Kernstück die Variablentransformation und die iterative Bestimmung des dem Ursprung nächstgelegenen Punktes auf der gekrümmten Grenzzustandsfläche enthält, wurde an Hand genauerer Lösungen z.B. durch "exakte" Integration oder mittels quadratischer Approximationen der Grenzfläche getestet.

3.5 Ausbau der Berechnungsverfahren für die Versagenswahrscheinlichkeit (mit Berücksichtigung des Zeiteinflusses)

Mit der im letzten Abschnitt eingeführten Versagenswahrscheinlichkeit kann die Zuverlässigkeit von Konstruktionen nur für den Spezialfall beschrieben werden, daß weder auf der Einwirkungs- noch auf der Widerstandsseite Zeiteinflüsse vorliegen. Im allgemeinen ist es notwendig, die Veränderungen der Widerstände und der Belastungen während der vorgesehenen Lebensdauer in die Maßgröße der Zuverlässigkeit einzubeziehen. Häufig ist eine Vereinfachung der komplizierten Aufgabenstellung dadurch möglich, daß der Widerstand als zeitunabhängig angesehen wird und nur die Einwirkungen als zeitlich veränderliche Größen zu berücksichtigen bleiben. Bei der Ausklammerung des Problems der Lastkombination und der Untersuchung von Katastrophenlastfällen oder der Ermüdung ist eine weitere Vereinfachung möglich, wenn statt der Einwirkungen in ihrer zeitlichen Veränderlichkeit stellvertretend nur deren (mit Einwirkungswiederholungen verbundene) Extremwerte betrachtet werden. Diese Vereinfachung setzt voraus, daß die Einwirkung keine zeitabhängigen Trends aufweist.

Um zu der beschriebenen Vereinfachung zu gelangen, hat man sich vorzustellen, für eine zufällige Einwirkung $X(t)$, (einen stochastischen Prozeß), habe eine der möglichen Aufzeichnungen einen Verlauf wie auf Bild 16, dergestalt, daß über bestimmte Zeitintervalle T_i hinweg, der Prozeß konstante, von Intervall zu Intervall aber veränderliche Werte annimmt. Jeder dieser Werte ist zufällig und im einfachsten Fall beschrieben durch immer dieselbe Verteilungsfunktion $F(x)$. Statt den zeitlichen Ablauf in seinen Einzelheiten zu betrachten, fragt man nur nach der Wahrscheinlichkeit dafür, daß der größte Wert, der bei Durchgang durch alle Intervalle T_i auftritt, einen bestimmten Wert nicht erreicht. Da diese Forderung gleichbedeutend mit der Forderung ist, daß der betreffende Wert im 1. und 2. und 3. ... und n -ten Intervall nicht erreicht wird, ergibt sich die gesuchte Wahrscheinlichkeitsverteilung aus einer Multiplikation der Verteilungsfunktionen $F(x)$ für die momentanen Werte (vgl. 2.2.5).

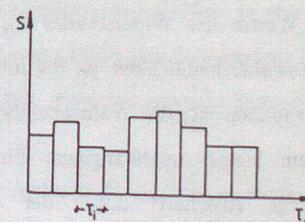


Bild 16: Zeitlich veränderliche Belastung
(Sonderfall abschnittsweise konstanter Last)

Sofern die eingangs angegebenen Einschränkungen zutreffend sind, kann, nachdem die für die Beantwortung der vorliegenden Fragestellung maßgeblichen Eigenschaften des

Einwirkungsvorganges auch durch den während einer vorgegebenen Nutzungszeit angenommenen Extremwert erfaßt werden und dieser eine gewöhnliche zufällige Größe (und kein Prozeß) ist, auch die auf die Nutzungszeit bezogene Zuverlässigkeit unter Benutzung der im letzten Abschnitt beschriebenen Methoden bestimmt werden.

Ein weiterer, verschiedenen Arbeiten des SFB zugrundegelegter und hinsichtlich seiner Aussagekraft analysierter Ansatz geht auf das klassische Zuverlässigkeitskonzept von FREUDENTHAL zurück. Zur quantitativen Darstellung der Zuverlässigkeit dient dabei eine sogenannte Zuverlässigkeitsfunktion $L(n)$ bzw. $L(t)$, erstere im Falle einzeln gezählter, in gleichen Intervallen oder zu bestimmten Zeiten auftretender Belastungen, letztere im Falle über die Zeit t hinweg zufällig auftretender einzelner Belastungsereignisse. Die Zuverlässigkeitsfunktion gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß das untersuchte Bauwerk eine bestimmte Anzahl n von Lastwiederholungen bzw. eine bestimmte Zeit, während deren zufällig einzelne Lastereignisse auftreten können, überlebt.

Unter Voraussetzung eines gleichbleibenden Wertes des Widerstandes R_0 wird nach diesem Konzept, ausgehend von der Versagenswahrscheinlichkeit p_f , die mit einer einmaligen Einwirkung einer zufälligen Last verbunden ist, die Wahrscheinlichkeit eines Überlebens des Tragwerkes unter n -maligem, jeweils unabhängigem Eintreten der zufälligen Belastung aus dem Produkt (vgl. Abschnitt 2.2.1) der Überlebenswahrscheinlichkeiten $(1 - p_f)$ unter einer einzelnen Lastaufbringung berechnet, ($L_n = (1 - p_f)^n$).

Für die Herleitung der zeitabhängigen Zuverlässigkeitsfunktion $L(t)$ in ihrer Grundform ist der Widerstand R wieder als zufällig, aber gleichbleibend zu unterstellen. Die Beanspruchungen werden als zu einzelnen Zeitpunkten wirkend angesetzt, die jeweilig zugehörigen Intensitäten als Werte, die die zufällige Größe S bei unabhängigen Wiederholungen annimmt. Zur Beschreibung der zugehörigen zufälligen Anzahl von Last-

eintritten dient ein POISSON-Prozeß (vgl. 2.3.4), abhängig von der Zeit und einer mittleren Auftretensrate λ . Um die gesuchte Beziehung zu entwickeln geht man davon aus, daß die Konstruktion nicht überlebt, wenn die Belastung bereits bei der ersten Lastaufbringung, oder bei der zweiten, falls nicht schon bei der ersten oder bei der dritten, falls nicht schon bei den ersten beiden, (usw.), einen über der Festigkeit liegenden Wert annimmt. So läßt sich unter Berücksichtigung der zufälligen Anzahl der Lasteintritte während der untersuchten Zeitspanne t ein Formelausdruck für die Wahrscheinlichkeit des Versagens und schließlich für die Überlebenswahrscheinlichkeit

$$L(t) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t(1-F_S(r))} f_R(r) dr$$

die Zuverlässigkeitsfunktion, herleiten. Mit der Zuverlässigkeitsfunktion sind die Wahrscheinlichkeitsdichte des Widerstandes f_R , die Wahrscheinlichkeitsverteilung F_S der Intensitäten der Belastung und die für die Einwirkung charakteristische mittlere Auftretensrate λ , also die am ehesten zugänglichen statistischen Informationen über die zuverlässigkeitsrelevanten Größen, in eine Beziehung gebracht, die es erlaubt, in relativ einfacher Weise (durch eine Integration) auf die einer bestimmten Zeit t zuzuordnende Zuverlässigkeit, die entsprechende Überlebenswahrscheinlichkeit, zu schließen.

Unter allgemeineren Bedingungen, etwa bei der Lösung des Lastkombinations- oder Ermüdungsproblems sind die bislang beschriebenen Ansätze trotz gewisser Verallgemeinerungen, die sie noch zulassen, nicht mehr anwendbar. In diesen Fällen, zu denen verschiedene Projekte des SFB Beiträge geleistet haben, müssen die Einwirkungen als stochastische Prozesse (vgl. 2.3.1) untersucht werden. Für Aufgabenstellungen der Statik kommen insbesondere Prozesse mit stetigem Zeitverlauf (z.B. für Wind oder Schnee), mit sprunghaft veränderlichem Verlauf (Verkehrslasten in Hochbauten) oder mit einzeln auftretenden Belastungsspitzen (für Katastrophenlasten) in Betracht. Bild 17 zeigt jeweils ein Beispiel (eine Realisation) für ihren zufälligen Verlauf.

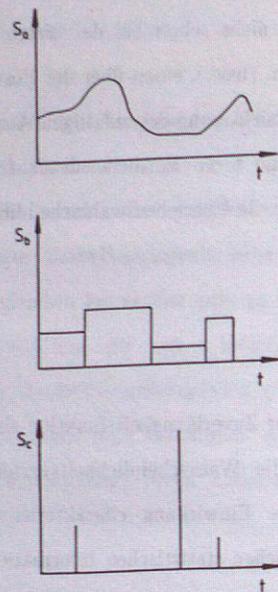


Bild 17: Realisationen zufällig in der Zeit einwirkender Belastungen stetig und sprunghaft veränderliche Belastung sowie einzeln auftretende Lastereignisse

Die Quantifizierung der Zuverlässigkeit erfordert hier, für eine oder mehrere kombinierte Einwirkungsgrößen ein zufälliges Überschreiten von Grenzlinien oder -flächen mit Wahrscheinlichkeitsmaßen zu bewerten. Die Grenzen können von den Widerstandsgrößen nach Maßgabe des Systemverhaltens zufällig abhängige Flächen sein. Für die Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung auf Probleme mit zeitlich veränderlicher Lasteinwirkung konnte nachgewiesen werden, daß asymptotisch mit dem üblichen Linearisierungspunkt die besten Ergebnisse zu erzielen sind.

3.6 Zusammenfassung

Der SFB hat mit unterschiedlichen Ansätzen Konzepte zur Ermittlung der Bauwerkszuverlässigkeit entwickelt, insbesondere ein "naturwissenschaftliches" Konzept, das darauf zielt, die Zuverlässigkeit im wesentlichen nur unter Benutzung empirisch erhobener Daten simulatorisch zu bestimmen, und ein "entscheidungstheoretisches", pragmatisches Konzept, das mit physikalisch begründeten mathematischen Modellen für die Zufallsgrößen arbeitet und somit operative Wahrscheinlichkeitsmaße der Zuverlässigkeit liefert. Für diese Vorgehensweise wurden Strategien unterschiedlicher Genauigkeit und Aufwendigkeit entwickelt. Es ist gelungen, ein in seiner Grundform auf HASOFER und LIND zurückgehendes Verfahren wesentlich zu verallgemeinern und durch Entwicklung eines entsprechenden Programmsystems für unterschiedlichste Anwendungen aufzubereiten.

4. Modelle für Einwirkungen

4.1 Allgemeines

Hinsichtlich des zeitlichen Verlaufes bestehen zwischen den verschiedenen, für Bauwerke anzusetzenden Einwirkungen, wie Bild 17 zeigt, erhebliche Unterschiede, ähnliche Unterschiede bestehen auch hinsichtlich der Streubreiten der möglichen Belastungsintensitäten: Auf der einen Seite steht die ständige Last, die in der Zeit praktisch als unveränderlich anzusehen ist und deren zufällige Streuungen gering sind, auf der anderen etwa das Erdbeben, das als Katastrophenbelastung nur singulär auftritt, dessen Intensität aber sehr stark streut und zu dessen weiterer Charakterisierung (über das auf Bild 17 erfaßte Merkmal singulären Auftretens hinaus) auch der zeitliche Ablauf der Untergrundbewegung mit seiner ausgeprägten Regellosigkeit gehört. Dazwischen liegen Lasten wie etwa die Verkehrslast von Hochbauten, deren Intensitäten einigermaßen eingrenz- bare Streuungen aufweisen, und deren zeitliche Veränderlichkeit, angenähert als abschnittsweise konstant anzusehen ist, derart, daß bei einem Lastwechsel keine nennenswerten dynamischen Tragwerksreaktionen ausgelöst werden.

Mit der Zielvorstellung, für die Normung Angaben bezüglich der anzusetzenden Einwirkungen und speziell ihrer Kombination herzuleiten, stellte sich der SFB die Aufgabe, dafür geeignete mathematische Modelle zu entwickeln. Diese Modelle sollen so einfach, zugleich aber so wirklichkeitsnah und anpassungsfähig wie möglich sein. Für ihre Auswahl ist auch die Art der zu lösenden Aufgabenstellung maßgeblich: Während etwa für die Kombination einer Einwirkung wie der Verkehrslast mit dem Eigengewicht als einer streuenden, aber in der Zeit konstant bleibenden Belastung die Extremwertverteilungen zur Charakterisierung ausreichen, wird für die Kombination mit einer weiteren zeitlich veränderlichen Belastung die Darstellung als stochastischer Prozeß benötigt, um Wahrscheinlichkeitsaussagen über das zufällige Zusammentreffen von Belastungswerten des

einen und des anderen Prozesses herleiten zu können. Bei verschiedenen Aufgaben, etwa der Darstellung der Windlast, kann es notwendig sein, auch die örtliche Veränderlichkeit der Belastung einschließlich der zugehörigen inneren Abhängigkeiten zu erfassen.

Zur Charakterisierung der Windbelastung, soweit letztere auch dynamische Reaktionen hervorruft, und der Erdbebenbelastung werden jeweils zwei stochastische Prozesse benötigt, ein erster zur Beschreibung des Eintretens des Ereignisses (Erdbeben oder Wind bestimmter Stärke), der zweite zur Darstellung des zeitlichen Ablaufes der für die Anregung maßgeblichen Größe.

Die Benutzung stochastischer Prozesse ist auch unumgänglich, wenn Ermüdungsprobleme behandelt werden sollen.

4.2 Stochastische Prozesse zur Darstellung statisch wirkender Belastungen

Ein Prozeß, dessen Eignung zur Darstellung stetig in der Zeit veränderlicher, stationärer Lasten bekannt war, ist der GAUSS-Prozeß (vgl. 2.3.4). Er ist dadurch ausgezeichnet, daß seine Verwendung häufig mittels des Zentralen Grenzwertsatzes begründbar ist (vgl. 2.2.5) und daß für das Kombinationsproblem wichtige Eigenschaften, wie die Verteilung der Dauer der Überschreitung eines hohen Niveaus, der Länge der Intervalle zwischen derartigen Überschreitungen oder – wichtig für Ermüdungsprobleme – der Zahl der Nulldurchgänge, bekannt waren, bzw. hergeleitet werden konnten.

Von großer Bedeutung für die zu behandelnden Aufgabenstellungen sind außerdem sogenannte Erneuerungsprozesse, der POISSON-Prozeß und Prozesse, die unter Verwendung des POISSON-Prozesses (vgl. 2.3.4) aufgebaut sind. Der POISSON-Prozeß selbst

beschreibt in Abhängigkeit von einer mittleren Auftretensrate pro Zeiteinheit die Wahrscheinlichkeiten dafür, daß sich in bestimmten Zeitintervallen eine bestimmte Anzahl von Ereignissen einstellt, sofern diese einzeln, plötzlich und unabhängig voneinander auftreten, wie man dies z.B. für Stürme einer gewissen Stärke annehmen kann. Er hat sich, wie auch in Naturbeobachtungen bestätigt, zur statistischen Beschreibung des Auftretens von Ereignissen des Katastrophenlasttyps (vgl. Bild 17c) als geeignet erwiesen. Auch für diesen Prozeß lagen Ergebnisse über Eigenschaften vor, die für die Weiterverarbeitung, z.B. für die Beschreibung der zugehörigen Extremwerte, wesentlich sind.

Die Arbeiten des SFB haben ergeben, daß die Lösung des Lastkombinationsproblems die maßgeblichen Kriterien für die Auswahl der stochastischen Prozesse zur Darstellung von Einwirkungen liefert. Für die Lastkombination lagen nur wenige, nicht voll befriedigende Ansätze vor. Ein besonders einfacher geht auf TURKSTRA zurück: Danach ist das Zusammenwirken mehrerer Lasten dadurch zu beschreiben, daß bei n Lasten n Nachweise dergestalt nacheinander geführt werden, daß jeweils eine Last mit ihrem auf ein vorgegebenes Zeitintervall bezogenen Extremwert, die übrigen mit ihrem jeweiligen Augenblickswert angesetzt werden. Die damit erhaltenen Ergebnisse können je nach der Wahl des Bezugsintervalls und der Form der zeitlichen Autokorrelation der Einwirkungen mehr oder weniger unsicher sein.

Für die Kombination von Lasten, die durch zufällige Folgen darstellbar sind, wurde im SFB eine neue Methode entwickelt: Danach sind die Folgen nach der Frequenz der in der Zeit äquidistant auftretenden Belastungsänderungen zu ordnen, sodann ist zunächst die Last mit den kürzesten Lastwechselintervallen mit der Last mit den zweitkürzesten Intervallen zusammenzufassen (Bild 18). Dabei werden jeweils die Extremwerte der 1. Last in den der 2. Last zugehörigen Zeitintervallen mit den jeweils zugehörigen Werten der 2. Last, sodann die Extremwerte dieser neuen Zufallsgröße in den der 3. Lastfolge

zuzuordnenden Zeitintervallen mit den entsprechenden Werten dieser 3. Last zusammengefaßt usw. Für den entsprechenden Ansatz wurde ein Algorithmus entwickelt und in verschiedenen Anwendungen getestet.

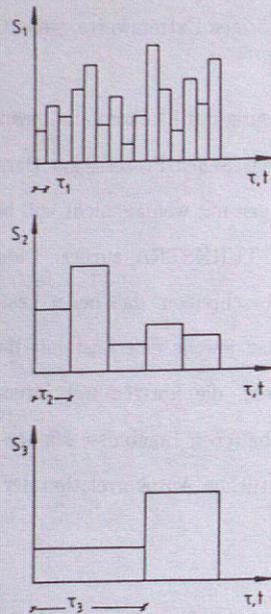


Bild 18: Zur Kombination von Belastungen mit unterschiedlicher Laständerungsfrequenz

Wenn auch in dem hier betrachteten Arbeitsbereich die Entwicklung von Modellen für die Einwirkungen im Vordergrund stand, so mußte für verschiedene Fragestellungen doch auch die Systemwirkungsweise in die Untersuchungen einbezogen werden. Hierfür

standen wieder die im letzten Abschnitt angesprochenen Verfahren unterschiedlicher Näherungsstufen zur Verfügung. Entsprechend den verschiedenen Möglichkeiten für die Darstellung der Systemwirkung, der Lasten und der Zuverlässigkeitsberechnung wurde z.B. in einer ersten Untersuchung mit der tatsächlichen nichtlinearen Grenzzustandsfläche und gleichzeitig u.a. mit einem POISSON-Rechteckwellen-Prozeß zur Darstellung der Last gearbeitet. (Die Bezeichnung dieses Prozesses rührt daher, daß zur Beschreibung der zufälligen Anzahl sprunghaft auftretender Veränderungen der Last ein POISSON-Prozeß (vgl. 2.3.4) herangezogen wird. Darüberhinaus sind bei dem genannten Prozeß, für den Bild 19 ein Beispiel eines sich zufällig ergebenden Verlaufes zeigt, weitere Größen wie etwa die Intensität der Belastung als Zufallsgrößen einzuführen).

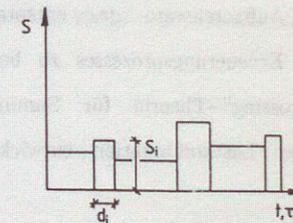


Bild 19: Beispiel einer zeitabhängigen Belastung durch einen Rechteckwellenprozess

In weiteren Arbeiten wurden, ausgerichtet auf eine Anwendung in der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung, mathematische Modelle für die Beschreibung der Belastungen in ihrem zufälligen Charakter entwickelt, die in konsistenter Weise auch eine Behandlung des Problems der Lastkombination erschließen. Dabei bewährten sich als Grundbausteine zur mathematischen Wiedergabe zufällig eintretender Lastwechsel die genannten

Erneuerungsprozesse. Als ein Beispiel eines daraus entwickelten, komplizierter aufgebauten Prozesses, der eine Superposition einzelner jeweils rechteckförmiger Elemente beschreiben kann, ist eine zufällig sich ergebende Aufzeichnung eines von 3 Parametern abhängigen Prozesses auf Bild 20 gezeigt. (Die Folge der Zeitpunkte, zu denen Laständerungen in Form zufälliger "Rechteckwellen" auftreten, genügt dabei dem Erneuerungsprozeß. Die Sprunghöhen wie die Dauern der "Rechteckwellen" sind Zufallsvariable. Schließlich ist die Anzahl gebündelt auftretender Lastwechsel zufällig). In den Arbeiten des SFB ist es gelungen, die zur Lösung des Lastkombinationsproblems benötigten statistischen Merkmale für einen verwandten einfacheren (2-Parameter-)Erneuerungsprozeß zu entwickeln. Für den dargestellten Prozeß, für den die Zusammenhänge bereits außerordentlich komplex sind, konnten asymptotische Lösungen entwickelt werden. Dabei läuft die näherungsweise Ermittlung der Maxima-Verteilung, nachdem die Anzahl der Überschreitungen eines hohen Amplitudenniveaus, ("upcrossings") asymptotisch POISSON-verteilt ist, darauf hinaus, die Auftretensrate des entsprechenden POISSON-Prozesses aus den Kennwerten des Erneuerungsprozesses zu berechnen. Verallgemeinernd wurde generell eine "upcrossing"-Theorie für Summen von Zufallsprozessen zur Lösung des Problems der Lastkombination entwickelt und mathematisch begründet.

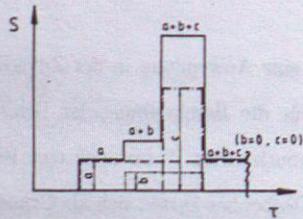


Bild 20: Erneuerungsprozess zur Darstellung von Lastüberlagerungen

Die systematischen Untersuchungen über die Darstellung von Belastungen bildeten die Basis für Überlegungen zur Form einer für die Normung geeigneten Vorschrift über die Lastkombination. Nachdem Methoden entwickelt waren, die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens zweier Maxima zu berechnen und auch auto- und kreuzkorrelierte Lasten zu kombinieren, gelang es, eine Modifikation der TURKSTRA-Regel herzuleiten, die vom Joint Committee on Structural Safety als Grundlage für die Normungsarbeit vorgeschlagen wurde. Nach der modifizierten Form der TURKSTRA-Regel ist auch der unter bestimmten Voraussetzungen vernachlässigbare Beitrag abzuschätzen, der durch das Zusammentreffen von zwei oder mehr extremen Lasten zum gleichen Zeitpunkt entsteht.

Mit Abschluß des SFB war das methodische Gerüst für die Darstellung und Kombination von Lasten im wesentlichen erarbeitet unter Einbeziehung der für spezielle Einwirkungen wie Wind- oder Hochbaulasten in der internationalen Literatur angebotenen Modelle.

4.3 Lasten auf Straßen- und Eisenbahnbrücken und Kranbahnen

Straßen- und Eisenbahnbrücken erleiden der regellos veränderlichen Verkehrsbelastung zufolge zufällig wechselnde Beanspruchungen, die mit zunehmender Zeit eine fortschreitende Schädigung der Konstruktion hervorrufen können. Es war das Ziel des SFB, für den Nachweis der Sicherheit von Brücken gegenüber Versagen durch Ermüdung oder extreme Lasteinwirkung eine geeignete Darstellung der Einwirkungen zu entwickeln. Im Hinblick auf Ermüdungsuntersuchungen war es notwendig, Beanspruchungskollektive zu ermitteln, das sind Linien, vgl. Bild 21, die die Häufigkeit B zeigen, mit der die jeweils zugehörigen Beanspruchungsamplituden erreicht oder überschritten werden. Mit der

Wahrscheinlichkeitsverteilung $F(\Delta\sigma)$ ist die jeweilige Häufigkeit bei insgesamt N Lastwechseln mittels $B = N(1-F(\Delta\sigma))$ beschrieben. Außerdem war die Extremwertverteilung der Beanspruchungen gesucht. Angesichts der Regellosigkeit der Verkehrsbelastung erschien zunächst nur eine simulatorische Lösung möglich. Jedoch hätte dieser Lösungsweg außerordentlich aufwendige Berechnungen erfordert, um ausreichend gesicherte Aussagen über extreme Belastungsereignisse liefern zu können. In der Untersuchung wurde gezeigt, daß mit gewissen idealisierenden Annahmen über das Verkehrsgeschehen auch eine analytische Lösung des Problems möglich ist, sofern man sich, wie dies für die zuverlässigkeitstheoretischen Untersuchungen i.a. ausreichend ist, auf eine Beschreibung des Einwirkungsprozesses durch seine Autokorrelationsfunktion oder seine Leistungsspektraldichte (vgl. 2.3.2 und 2.3.3) beschränkt.

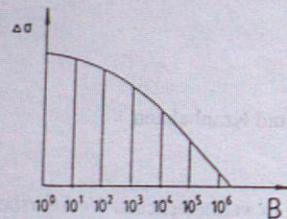


Bild 21: Beanspruchungskollektiv

Als Modellvorstellung für die analytische Beschreibung der Einwirkungen diente ein Lastband, das mit aufeinanderfolgenden Einzellastgruppen besetzt ist. Unter der Annahme einer stückweise stationären Einwirkung mit bekannten Verteilungen für die

Achslasten, Achsabstände und die Weglücken gelang es, die Autokorrelationsfunktion der zugehörigen Zufallsfunktion zu bestimmen. (Die Korrelation bezieht sich hier auf zwei Wegstationen mit dem gegenseitigen Abstand τ). Für die weitere Untersuchung erwies es sich als zweckmäßig, der Autokorrelationsfunktion mittels FOURIER-Transformation die Leistungsspektraldichte zuzuordnen.

Ausgehend von Erhebungen der Bundesanstalt für das Straßenwesen und von einer Aufschlüsselung des Wagenparks der Deutschen Bundesbahn ist es gelungen, Leistungsspektraldichten für die Verkehrsbelastung von Straßenbrücken und Eisenbahnbrücken herzuleiten. Es ist besonders hervorzuheben, daß es durch diese Arbeit ermöglicht wurde, das unübersichtliche, regellose Verkehrsgeschehen auf Straßen, unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Verkehrslastanteile von PKW, LKW- und LKW mit Anhänger, mit den zugehörigen unterschiedlichen Lastbildern, den unterschiedlichen Zeitlücken und Geschwindigkeiten einer übersichtlichen mathematischen Beschreibung zu erschließen, mit deren Hilfe es dann weiter gelang, auch die zugehörigen Lastwirkungen in statisch oder dynamisch reagierenden Brücken zu bestimmen. Mit dieser Arbeit wurde ein wichtiger Beitrag zu einer analytischen Beschreibung des Ermüdungsproblems von Brücken geleistet.

Als Voraussetzung für eine Lösung des Ermüdungsproblems werden den Schädigungsvorgängen gerecht werdende Auszählungen der zufälligen Beanspruchungsänderungen benötigt. Dementsprechend wurden verschiedene Zählverfahren für die Bildung von Lastkollektiven speziell für Eisenbahnbrücken und Kranbahnen systematisch untersucht, bewertet und für die Anwendung aufbereitet.

4.4 Erdbeben

Erdbeben haben ihre Ursache i.d.R. in Bruchvorgängen in der Erdkruste. Die damit verbundene plötzliche Veränderung eines zuvor bestehenden Gleichgewichts ruft eine dynamische Reaktion der Erdkruste hervor, die sich mittels Kompressions-, Scher- und Oberflächenwellen vom Herd weit entfernten Gebieten mitteilt. Als ein Maß für die Energiefreisetzung am Herd kann die Magnitude nach der RICHTER-Skala gelten, als Maß für die an einer beliebigen anderen Stelle auftretende Wirkung die Intensität, gemessen z.B. nach der MSK-(MEDWEDJEW-SPONHEUER-KARNIK) Skala. Wie bereits erwähnt, sind für die Darstellung der Erdbebenanregung unterschiedliche Kenngrößen, "makroseismische" zur Beschreibung der für den jeweiligen Standort anzusetzenden Belastungshöchstwerte in Verbindung mit zugehörigen Auftretenshäufigkeiten, sowie "mikroseismische" zur Beschreibung des zeitlichen Ablaufes der Untergrundbewegung im einzelnen von Bedeutung.

Zur "makroseismischen" Beschreibung sind in der Literatur, erarbeitet von Seismologen, alle wesentlichen Angaben zu finden, so z.B. Ansätze für den Zusammenhang zwischen der Bebenstärke M und dem Erwartungswert λ_0 der jährlich in der Einheit eines bestimmten Gebietes auftretenden Zahl an Beben, $\lambda_0 = \lambda_0(M)$. Zur Beschreibung der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von n Beben einer bestimmten Magnitude innerhalb eines Zeitraumes t findet man als gängige Modellvorstellung den Ansatz eines POISSON-Prozesses (vgl. 2.3.4)

$$p(n) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$$

Natürlich gehen mit der Verwendung dieses Ansatzes entsprechend den Grundannahmen des Prozesses gewisse Idealisierungen einher, so u.a. konstante mittlere Häufigkeit in Zeitabschnitten gleicher Länge und Unabhängigkeit des Eintretens eines Bebens vom Auftreten früherer Beben.

Wegen des unregelmäßigen Aufbaues der Erde in ihrer äußeren Kruste ist es nicht möglich, etwa nach der Theorie der Raum- und Oberflächenwellen allgemeingültige mathematische Beziehungen zur Ableitung der für einen bestimmten Standort maßgeblichen Kenngrößen, speziell der Intensität und der zugehörigen Häufigkeit, aus den Bebenkenngrößen für den Herd und dem Herdabstand zu finden. Gegenüber empirisch gefundenen Beziehungen weisen die tatsächlich registrierten Größen zum Teil große Abweichungen auf. Sollen für einen bestimmten Standort die maßgeblichen statistischen Kenngrößen zur Charakterisierung der Erdbeben bestimmt werden, so ist auch die Möglichkeit zu beachten, daß Wirkungen von verschiedenen Herden ausgehen können.

Die an verschiedenen Standorten für die "mikroseismische" Beschreibung des Erdbebens maßgeblichen Akzelerogramme (zeitabhängige Bodenbeschleunigungsaufzeichnungen) weisen, wie Bild 22 als Beispiel zeigt, einen stark regellosen Verlauf auf.

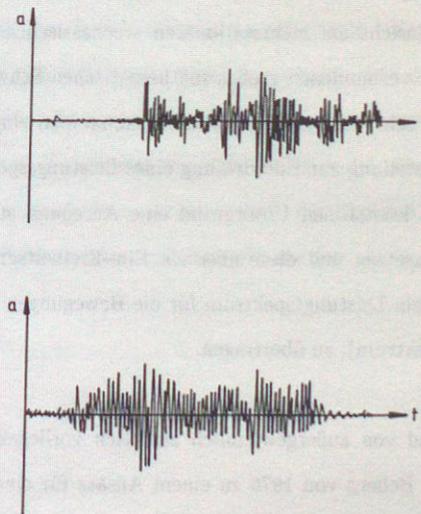


Bild 22: Zufällige Realisation von Untergrundbeschleunigungen infolge Erdbeben

Für die Bemessungspraxis unter Anwendung der Antwortspektrenmethode sind die "makro" – und die "mikroseismischen" Effekte in einer Weise erfaßt, die dem Anwender, der deterministisch rechnet, kaum einen Eindruck von den außerordentlich großen zufälligen Schwankungen aller maßgeblichen Größen vermittelt. Dabei werden Intensität und Eintrittshäufigkeit im wesentlichen mittels des Grundwertes der anzusetzenden Beschleunigung, der Verlauf der Anregung mittels des Antwortspektrums erfaßt. Das Antwortspektrum (nicht zu verwechseln mit einem Leistungsspektrum) gibt abhängig von der Eigenfrequenz des einfachen Schwingers dessen Antwort auf eine vorgegebene Anregung an. Im Falle des Erdbebens ist es mit Rücksicht auf die Zufälligkeiten der Anregung durch Glättung und Mittelung nach statistischen Gesichtspunkten aus den Antwortspektren zu verschiedenen Akzelerogrammen entstanden. Dem zufälligen Charakter der Erdbebenanregung ist damit natürlich nur in einer sehr pauschalen Weise gerecht zu werden.

In einer auf Zuverlässigkeitsaussagen zielenden Untersuchung ist es erforderlich, die Anregung in mikroseismischer Hinsicht als nichtstationären stochastischen Prozeß zu beschreiben. Angesichts der damit verbundenen großen mathematischen Schwierigkeiten werden in der Literatur zum Teil sehr weitgehende Näherungsannahmen eingeführt. So basiert eine verbreitete Modellvorstellung zur Entwicklung eines Leistungsspektrums für die Erdbebenanregung darauf, im kristallinen Untergrund eine Anregung stationär als weißes Rauschen (vgl. 2.3.4) anzusetzen und diese über ein Ein-Freiheitsgrad-System (zur Modellierung des Bodens) in ein Leistungsspektrum für die Bewegungen der Bodenoberfläche, (KANAI-TAJIMI-Spektrum), zu übertragen.

Im SFB wurde versucht, an Hand von außergewöhnlich zahlreich vorliegenden Starkbebenaufzeichnungen des Friauler Bebens von 1976 zu einem Ansatz für eine detailliertere, die standortbedingten natürlichen Gegebenheiten erfassende Beschreibung des

Erdbebens zu gelangen. Die Untersuchung wird dazu beitragen, das Wesen der Erdbebenanregung von Bauwerken besser zu verstehen und manche bislang infolge einer zu globalen Betrachtungsweise als zufällig angesehene Erscheinung in ihrem determinierten Charakter zu erkennen.

Zur Vorbereitung der Modellentwicklung war es notwendig, die unkorrigiert vorliegenden Rohdaten nach Verfahren der Signaltheorie und nach der statistischen Schätztheorie (vgl. Andeutungen dazu in 2.4.3) aufzubereiten. So waren unter Verwendung geeigneter Filterverfahren Meßfehler auszugleichen und die Aufzeichnungen im Frequenzbereich nach statistischen Gesichtspunkten zu analysieren. Es trat deutlich hervor, daß es sich beim Erdbebenprozeß nicht um einen einheitlich aufgebauten Zufallsprozeß handelt, sondern um eine durch das Zusammenwirken der verschiedenen Wellentypen erzeugte, bereichsweise unterschiedlich darzustellende Zufallsfunktion. In der Arbeit wurde unter Verwendung eines von PRIESTLEY entwickelten Ansatzes für instationäre Prozesse auch eine für die weitere Umsetzung durch mechanische Systeme adäquate statistische Beschreibung der Erdbebenanregung entwickelt. Dieses Modell ermöglicht auch eine synthetische Erzeugung von Akzelerogrammen. Für die endgültige Aufbereitung waren auch die Systemübertragungseigenschaften von wesentlicher Bedeutung. Da diese in allgemeinerem Zusammenhang erst im Kapitel über die stochastische Tragwerksmechanik angesprochen werden, soll die weitere Erörterung der Erdbebenlastuntersuchung bis dorthin zurückgestellt werden.

4.5 Wind

Ähnlich wie für die zuverlässigkeitstheoretische Untersuchung von Erdbeben ist auch für Windlasten eine "makrometeorologische" und eine "mikrometeorologische" Beschreibung

kennzeichnend. Erstere ergibt sich aus der Analyse der für einen bestimmten Standort bzw. ein bestimmtes Gebiet vorliegenden Aufzeichnungen über die jährlichen maximalen Windgeschwindigkeiten. Letztere aus Untersuchungen typischer Windgeschwindigkeits-schriebe als Realisierungen eines stochastischen Prozesses.

Nachdem die Windgeschwindigkeit mit der Höhe und aufgrund des turbulenten Charakters der Strömung besonders in der Zeit stark veränderlich ist, muß sich die makrometeorologische Information auf eine definierte Bezugsgröße, etwa den Stunden- oder 10-Minuten-Mittelwert der Windgeschwindigkeit in 10 m Höhe, beziehen. Für die Windgeschwindigkeit in anderen Höhen und für andere Mittelungsintervalle lassen sich nach statistischen Gesichtspunkten Beziehungen herleiten. Als makrometeorologische Information ist die bestimmten Mittelungswindgeschwindigkeiten zuzuordnende Rückkehrperiode von Bedeutung. Sie ergibt sich, nachdem man den vorliegenden Daten eine Verteilungsfunktion $F(x)$, z.B. in Form einer Extremwertverteilung (Bezugszeit 1 Jahr, vgl. 2.2.5) zugeordnet hat, aus dem Kehrwert der Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein bestimmter Wert überschritten wird, zu $T_F = \frac{1}{1-F(x)}$, als durchschnittliche Zeit zwischen dem Auftreten zweier Überschreitungen des Grenzwertes.

Die mikrometeorologische Information wird im Hinblick auf die weitere Verarbeitung mit Leistungsspektraldichten erfaßt. DAVENPORT hat ein derartiges, sowohl mit den Beobachtungen als auch mit den physikalischen Grundvorstellungen der Turbulenz in der atmosphärischen Grenzschicht kompatibles Spektrum vorgestellt. Im Hinblick auf den Standsicherheitsnachweis werden zusätzliche Informationen benötigt, etwa über die Korrelationsstruktur der Windgeschwindigkeit über die Windangriffsfläche und hinsichtlich des Auftretens von Wirbelablösungen.

In einem parallel zum SFB laufenden Projekt wurden Grundlagen für eine auf die örtlichen Gegebenheiten abzustimmende Modellierung, z.B. eine genauere Beschreibung der atmosphärischen Grenzschicht oder der Geländecharakteristik erarbeitet. Im SFB wurden in der Literatur angegebene und durch Messungen am Münchner Fernsehturm ermittelte Leistungsspektren für Untersuchungen der stochastischen Systemübertragung verwendet.

4.6 Stoßlasten

Als Stoßlasten bezeichnet man die Kraftwirkungen, die während eines Zusammenpralls zweier Körper zwischen diesen ausgeübt werden. Wegen der dabei i.a. mit hohen Geschwindigkeiten ablaufenden, äußerst komplizierten, in den Details bisher nicht nachvollziehbaren, nichtlinearen, elastisch-plastischen Wechselwirkungsvorgänge sind die für Bemessungszwecke einzuführenden einfachen Berechnungsansätze mit erheblichen zufälligen Unsicherheiten behaftet.

In den letzten Jahren interessierten insbesondere die Belastungen aus einem Flugzeugabsturz im Hinblick auf die Auslegung der Sicherheitshülle von Kernkraftwerken. Für diesen Fall ergeben sich, ausgehend von der Vorstellung eines relativ zum aufprallenden Flugzeug nicht deformierbaren Baukörpers, Möglichkeiten, die Stoßbelastung näherungsweise, mittels relativ einfacher physikalischer Modellvorstellungen über die plastischen Deformationsvorgänge beim Auftreffen der verschiedenen Flugzeugteile zu erfassen. Zu diesem Themenbereich, der Entwicklung der Belastung und der Beschreibung ihrer zufälligen Eigenschaften sowie zu den Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit des Bauwerks wurden im Rahmen des SFB Beiträge geleistet.

4.7 Zusammenfassung

Der SFB hat die grundlegenden methodischen Untersuchungen für eine Modellierung der für statische Berechnungen maßgeblichen Einwirkungen, unter Einschluß der Lastkombinationsproblematik und des Tragwerksverhaltens, im Grenztragzustand abgeschlossen. Für Straßen- und Eisenbahnbrücken konnte, dargestellt durch Leistungsspektraldichten, eine Modellierung der Verkehrslast in einer Formulierung angegeben werden, die sich für die Behandlung des Ermüdungsproblems und für die Beschreibung des Grenztragzustandes unter extremen Lasten eignet. Ebenfalls der Lösung des Ermüdungsproblems dienen Arbeiten über die Entwicklung von Lastkollektiven für Brücken und Kranbahnen. Für die oberitalienischen Beben wurde eine den physikalischen Gegebenheiten entsprechende, wirklichkeitsnahe und für die zuverlässigkeitstheoretische Weiterverarbeitung geeignete Beschreibung gefunden.

5. Modelle für Steifigkeits- und Festigkeitsgrößen

5.1 Allgemeines

Für den Nachweis der Zuverlässigkeit ist es notwendig, die durch die Einwirkungen hervorgerufenen inneren Beanspruchungen mit der Beanspruchbarkeit des Tragwerks zu vergleichen. Diese ist nach Maßgabe der Bauteilabmessungen und -form durch die zufällig streuenden Festigkeitswerte des Baustoffes bestimmt. Auch die Verteilung der Beanspruchungen kann, in statisch unbestimmten Konstruktionen, entsprechend der Verteilung der Steifigkeiten innerhalb des Tragwerks von den Baustoffkennwerten abhängig sein. Im allgemeinen muß man davon ausgehen, daß sich die maßgeblichen Werkstoffkennwerte, abhängig vom Herstellungsprozeß, in zufälliger Weise innerhalb des Volumens der Bauteile verändern, also eine räumliche Zufallsfunktionen bilden. Die Schwierigkeit, diesen zufälligen Festigkeitsgrößen im Hinblick auf eine Quantifizierung der Bauwerkssicherheit stochastische Prozesse zur mathematischen Darstellung zuzuordnen, besteht darin, von den Ergebnissen für Prüfkörper auf die durch die Gesetze der Mechanik und den Produktionsprozeß bestimmten Verhältnisse innerhalb der Bauteile zu schließen.

Nachdem die Aufgabe des SFB darin gesehen wurde, die methodischen Fragen der Tragwerkszuverlässigkeit zu behandeln, wurden mit einer Ausnahme keine Versuche zur Baustoffprüfung durchgeführt. Die eine Ausnahme, die Prüfung von Brettschichtelementen, ist in der methodischen Zielsetzung eines Arbeitsbereiches des SFB, ein "naturwissenschaftlich" abgesichertes Zuverlässigkeitsmodell (vgl. 3.2) zu entwickeln, begründet. Unmittelbar werkstoff- oder bauweisenbezogene Untersuchungen wurden darüberhinaus nur insoweit angestellt, als es mangels statistisch verwertbarer anderweitig vorzufindender Ergebnisse für die Entwicklung stochastischer Trageigenschaftsmodelle unerlässlich erschien.

5.2 Brettschichtholz

Der Brettschichtholzträger entsteht aus der Verleimung von Brettsträngen, die durch Keilzinkenverbindung aus einzelnen Brettern zusammengefügt sind. Zum Zwecke der mathematischen Beschreibung wird das einzelne Brett gedanklich in eine Anzahl endlicher Elemente aufgegliedert. Das Verhalten eines einzelnen Brettelementes ist von einer Reihe von Einflußgrößen wie der Ästigkeit, der Rohdichte und der Feuchte abhängig, letztere ihrerseits von den klimatischen Einflüssen, denen das Holz während der Nutzung ausgesetzt ist.

Nachdem in einschlägigen Holzleimbaubetrieben eine repräsentative Stichprobe von Brettlamellen entnommen war und nachdem an daraus hergestellten Prüfkörpern umfangreiche Messungen durchgeführt waren, lag über die wesentlichen Merkmale ein ausreichendes Datenmaterial vor, das für das Brett die Anpassung eines mehrdimensionalen stochastischen Prozesses, mit dem auch gegenseitige Abhängigkeiten zwischen den verschiedenen Merkmalen erfaßt werden, erlaubte. Diese Beziehungen sind von dem Holzangebot und der Sortierung abhängig, deren Filterwirkung durch Simulation ebenfalls berücksichtigt wurde. Sie dienten dazu, unter Berücksichtigung der Folge der Holzlieferungen und des Herstellungsverfahrens des Brettstranges durch Keilzinkung und Verleimung in Längsrichtung den Prozeß der Grundmerkmale über den gesamten Brettstrang aufzubauen.

Eine wesentliche Aufgabe bestand darin, gestützt auf Versuche an Brettelementen, Beschreibungsmodelle für das Spannungs-Dehnungs-Verhalten in Abhängigkeit von gewissen Kenngrößen, wie dem Druck- bzw. Zug-Elastizitätsmodul, den Festigkeiten und den Bruchdehnungen, zu entwickeln, die genannten Kenngrößen mit den Grundmerkmalen in Beziehung zu setzen und unter Verwendung des bereits ermittelten Prozesses der elementaren Größen in ihrer Veränderlichkeit entlang des Brettstranges als

Prozeß zu beschreiben. Um die analytischen Ausdrücke für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung (vgl. Bild 23) sowie die zugehörigen statistischen Informationen aus den Versuchsergebnissen herzuleiten, wurde die GAUSSsche Fehlerquadratmethode angewandt. Die Kenngrößen der Spannungs-Dehnungs-Beziehung waren durch Regressionsanalysen (vgl. in Ansätzen 2.4.4) mit den elementaren Größen (im wesentlichen Holzfeuchte, Rohdichte, Ästigkeit) in Beziehung zu setzen. Dabei war zunächst durch Korrelationsanalysen zu prüfen, bei welchen Grundgrößen ein Einfluß auf das Festigkeitsverhalten statistisch abzusichern war und ob lineare oder nichtlineare Beziehungen bestehen.

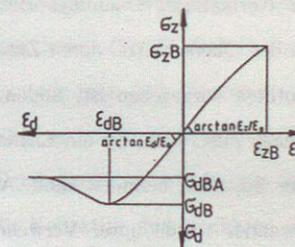


Bild 23: Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Holz mit maßgeblichen kennzeichnenden Größen

Die Biegespannungen eines Trägers, der in Bezug auf seine Steifigkeitswerte nicht homogen ist, sind innerhalb des Querschnitts statisch unbestimmt verteilt. In einem schichtenweise aufgebauten Bauglied wie dem Brettschichtholzträger ist somit auch bei

statisch bestimmter Lagerung der Beanspruchungszustand abhängig vom Aufbau des Trägers und von der Beschaffenheit seiner einzelnen Elemente. In einem "naturwissenschaftlich" begründeten Modell für die Steifigkeits- und Tragfähigkeitsgrößen des Biegeträgers, speziell und besonders ausgeprägt des Brettschichtholzträgers, sind daher die Momentanwerte des räumlich-zeitlichen Balkenzustandsprozesses als abhängig anzusehen vom Produktionsprozeß, von den Momentanwerten des Einwirkungsprozesses, und, wenn die Steifigkeiten dadurch beeinflußt werden, auch von allen Werten des Einwirkungsprozesses in der Vergangenheit.

Unter Zugrundelegung der Arbeitslinien und ihrer statistischen Kenngrößen konnten mit der Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte auf dem Wege der Simulation Histogramme der Bruchlasten von Holzbalken ermittelt werden. Die Umsetzung der statistischen Kenngrößen der Arbeitslinien des Elements in eine statistische Beschreibung der Momenten-Krümmungs- und der Normalkraft-Dehnungs-Beziehungen, ist eine sehr aufwendige Aufgabe: Die Elemente des Querschnitts, deren Zusammenwirken nach Maßgabe der BERNOULLI'schen Hypothese vorgegeben ist, bilden ein Parallelsystem, das sich, abhängig von den verschiedenen Zuständen, die ein Element annehmen kann, in einer sehr großen Zahl verschiedener Zustände befinden kann. Angesichts des dadurch bedingten enormen Simulationsaufwandes wurde unter Verwendung analytischer Ansätze zur Beschreibung der Wahrscheinlichkeit der Zustände, die die Elemente annehmen können, auch eine analytische Lösung für spezielle einfachere Formen des Spannungs-Dehnungs-Zusammenhanges (elastisch-spröde, ideal elastisch-plastisch), entwickelt.

Die simulatorisch ermittelten Ergebnisse für die Bruchlasten von Holzträgern konnten dazu verwendet werden, anwendungsorientierte Zuverlässigkeitsuntersuchungen anzuschließen, so zur Entwicklung von Kriterien für optimale Sortiermethoden. Auf der

Grundlage vereinfachter Näherungslösungen wurden weitere Auswertungen vorgenommen, so z.B. über die Abhängigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit von der Regelschneelast oder vom Trägerabstand.

Die Versuchsserien zur Ermittlung von Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Brett-elemente umfaßten Kurzzeit- und Langzeit- Druck- und Zug-Prüfungen, sowie Prüfungen für zweiachsige Beanspruchungen, jeweils mit statistischer, auf Zuverlässigkeitstheoretische Belange abgestimmter Auswertung.

5.3 Ermüdung von Stahlkonstruktionen

Bauteile, die häufig wechselnden Beanspruchungen mit veränderlicher Amplitude ausgesetzt sind, erleiden dadurch eine fortschreitende Schädigung, die schließlich zum Versagen führen kann. Die Häufigkeit der verschiedenen Amplituden wird in einem Kollektiv dargestellt (vgl. 4.3). Angesichts der vielfältigen Variationsmöglichkeiten von Kollektiven wäre es im Hinblick auf den Aufwand praktisch nicht durchführbar, zur Herleitung allgemeingültiger statistisch verwertbarer Aussagen, Ermüdungsversuche unmittelbar für Kollektive durchzuführen und auszuwerten. Es bleibt nur die Möglichkeit, ausgehend von Einstufen-WÖHLER-Versuchen, die Schädigung für mehrstufige Kollektive rechnerisch auf der Grundlage einer Modellvorstellung für die Schadensakkumulation zu beschreiben.

Die bekannteste Hypothese für die Schadensakkumulation geht auf PALMGREN und MINER zurück. Ihr zufolge wird jedem Auftreten einer bestimmten Doppelamplitude $\Delta\sigma_i$, der nach der WÖHLER-Linie eine ertragbare Lastspielzahl N_i entspricht, eine Schädigung von der Größe $1/N_i$ zugeordnet. Damit wird zugleich angenommen, daß die Belastbarkeit erschöpft ist, wenn die Summe aus allen derartigen Beiträgen den Wert 1 erreicht.

Betrachtet man determiniert vorgegebene Beanspruchungskollektive, so hat man es bei Zugrundelegung von WÖHLER-Linie und PALMGREN/MINER-Hypothese mit drei streuenden Materialgrößen zu tun, der sogenannten Stahlbaudauerfestigkeit (Doppelamplitude im Einstufenversuch zugehörig zu $2 \cdot 10^6$ Lastwechseln), dem Neigungskoeffizienten der WÖHLER-Linie und der Größe des Grenzsadens, der mit einem von 1 verschiedenen Wert (dem MINER-Koeffizienten) die Unsicherheiten bei der Schadensakkumulationsberechnung erfaßt. Für diese Unsicherheiten kann eine Vielzahl von Einflüssen verantwortlich sein, z.B. maximale Lastamplitude, Amplitudenfolge im Kollektiv, Mittelspannungsabhängigkeit, Bauteilgröße, Eigenspannungen.

Zur Vorbereitung von Untersuchungen über die Schädigung unter mehrstufiger Einwirkung wurden zunächst in der Literatur vorliegende Dauerschwingversuche für die unterschiedlichen Kerbfälle mit Regressionsanalysen unter Berücksichtigung unterschiedlicher Mittelspannungen analysiert.

Weiterführende Untersuchungen zur Bewertung von Beanspruchungskollektiven mit zuverlässigkeitstheoretischen Methoden führten darauf, daß in der Ermüdungsberechnung vor allem 3 Parameter von Bedeutung sind, die Dauerfestigkeitsdoppelamplitude, der Neigungsexponent der WÖHLER-Linie und die maximale Spannungsdoppelamplitude des Kollektivs. Von geringer Bedeutung ist überraschenderweise hingegen der MINER-Koeffizient.

Regressionsanalysen zur Auswertung von Kurzzeitfestigkeitsversuchen führten auf eine neue Darstellung des Ermüdungsverhaltens, nach der alle WÖHLER-Linien durch einen gemeinsamen Kurzzeitfestigkeitspunkt in der $\Delta\sigma/N$ -Ebene verlaufen (vgl. Bild 24), wobei sie sich abhängig vom Kerbfall hinsichtlich des Neigungskoeffizienten unterscheiden und sozusagen "von selbst" unterschiedliche Werte für die Lastwechselzahl $2 \cdot 10^6$ annehmen..

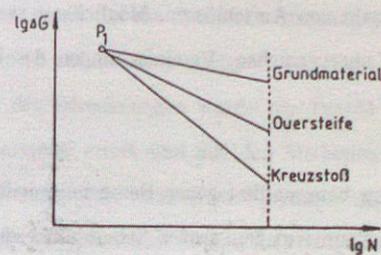


Bild 24: WÖHLER-Linien verschiedener Kerbfälle

Da man mit Rücksicht auf eine praxisfreundliche Gestaltung der Betriebsfestigkeitsnorm wohl auf eine zu detaillierte Klassifizierung von Kerbfällen verzichten wird, bleiben Unsicherheiten, die mit einer Fehleinstufung des Kerbfalles und somit unzutreffender Erfassung der jeweilig vorhandenen Spannungsspitzen und Eigenspannungen einhergehen und die mit Sicherheitsfaktoren nicht in quantifizierbarer Weise abgedeckt sind.

Gewisse nicht quantitativ bekannte Unsicherheiten ergeben sich auch aus der Art der Kollektivauszählung. Den physikalischen Gegebenheiten, d.h. der Erfassung von Spannungs-Hysteresen, wird besonders das Rainflow-Zählverfahren gerecht, zu dessen statistischer Bewertung in analytischer Form erst im Jahre 1986 eine (schwedische) Publikation erschien.

5.4 Baugrund-Modelle

Für die Unsicherheiten, welche für Aufgaben des Grundbaues kennzeichnend sind, ist eine Anzahl von Einflüssen verantwortlich, geologisch bedingte räumliche Variation der Eigenschaften des Bodens, begrenzte Anzahl von Aufschlüssen, Möglichkeit systematischer Fehler bei der Übertragung von Laborversuchen, Vereinfachungen des Rechenmodells, nicht erkannte Anomalien.

Trotz der vielfach erheblichen Bedeutung baugrundbezogener Bemessungsmaßnahmen für die Bauwerkssicherheit und trotz bekanntermaßen großer Streubreiten der maßgeblichen Größen sind bisher nur vereinzelt Versuche unternommen worden, die Beschaffenheit und das Verhalten des Baugrunds und insbesondere die zugehörigen Einflußgrößen mit dem Ziel einer quantitativen Ermittlung der Zuverlässigkeit nach den Methoden der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Statistik zu analysieren. Seinen wesentlichen Grund hat dies darin, daß Erkundungen des Bodens i.a. objektbezogen vorgenommen werden und damit nicht ausreichend weiträumig angelegt sind, um den Anforderungen für systematische statistische Auswertungen zu entsprechen.

Um die Beschreibung des Baugrundes einer zuverlässigkeitstheoretischen Analyse zu erschließen, ist es notwendig, die Bodeneigenschaften als eine i.a. mehrdimensionale, von 3 Lagekoordinaten abhängige Zufallsfunktion darzustellen. Für die Beschreibung des Bodens wurde, soweit es sich nicht um die Erfassung diskreter Störungen handelte, ein GAUSS-Prozeß angenommen, der durch seine Mittelwerte und seine Autokorrelationsstruktur (vgl. 2.2.5) bestimmt ist. In einer SFB-Nachfolgearbeit wurden auch allgemeinere Ansätze zur Beschreibung der Zufallsfunktionen verfolgt und für die Anwendung aufbereitet.

Mit einem derartigen, im SFB entwickelten Modell, konnte u.a. die Zuverlässigkeit von Böschungen gegenüber dem Auftreten von Rutschungen bestimmt werden, indem MOHR/COULOMBSche Böden einer zuverlässigkeitstheoretischen Berechnung zugänglich gemacht wurden. Es hat sich gezeigt, daß die Autokorrelationsparameter des Prozesses, durch die die räumliche Streuung der Bodenkennwerte erfaßt wird, erheblichen Einfluß auf die Zuverlässigkeit von Böschungen haben. Für die numerische Durchführung der Berechnungen wurde der Prozeß in Form abhängiger mehrdimensionaler Zufallsvariabler erfaßt und mit den Methoden der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung, (vgl. Abschnitt 3.3), verarbeitet. Mit diesen methodischen Untersuchungen steht für die Aufgaben des Grundbaues ein leistungsfähiges Instrumentarium zur Verfügung.

Nachdem, wie erwähnt, die vorliegenden Informationen über Bodenaufschlüsse kaum die Anforderungen für die Anpassung von Zufallsfunktionen erfüllen, wurde der Versuch unternommen, dafür die Daten eines größeren Dammbauprojektes zu verwenden. Doch selbst die hiermit erzielten Ergebnisse sind noch wenig aussagekräftig, so daß für eine Lösung zuverlässigkeitstheoretischer Fragen weitere systematische Untersuchungen zur Erfassung der Autokorrelationsparameter geschichteter Böden dringend benötigt werden. Auch um die Allgemeinheit der im Rahmen des SFB ermittelten Autokorrelationsbeziehungen von natürlichen Böden (Tonen und Sanden) zu bestätigen, wäre die gezielte Erarbeitung weiterer Daten erforderlich. Hierbei wäre insbesondere auch auf die Bestimmung der Anisotropie des Prozesses einzugehen. Angesichts des Mangels an geeigneten Daten wurde der etwas unkonventionelle Versuch unternommen, durch den Baugrundsachverständigen eingebrachte Vorinformationen hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit zu quantifizieren.

Das stochastische Modell zur Beschreibung der Baugrundeigenschaften ist noch durch systematische zusätzliche Bodenerkundungen besser abzusichern, und durch wirklickeitsnähere Ansätze zur Beschreibung des Porenwasserdrucks und von der Verformung

abhängiger Scherparameter zu erweitern. Um auch den Verlauf der Schichtgrenzen oder das Vorhandensein geologischer Anomalien (Klüfte, Tonlinsen o.ä.) erfassen zu können, wären zusätzliche Untersuchungen nötig, etwa die Anwendung zufälliger Interpolationskurven zur Beschreibung des Schichtenverlaufs oder der Einsatz suchtheoretischer Methoden, um die Wahrscheinlichkeit des Nichtentdeckens von Anomalien quantifizieren zu können.

5.5 Theoretische Methoden

Im Zusammenhang mit der Entwicklung von Modellvorstellungen für Widerstandsgrößen ergibt sich, die jeweils werkstoffspezifischen Fragestellungen umgreifend, eine Reihe allgemeiner methodischer Probleme. Dabei handelt es sich z.B. um eine Erfassung von Sortierungs- und Kontrollvorschriften oder um die Beschreibung des Zusammenwirkens der Baustoffelemente im Bauteil, speziell die Umsetzung der für Prüfkörper geltenden statistischen Beziehungen auf Zusammenhänge für Bauteile. Die häufig getroffene Annahme etwa, daß Prüfkörper- und Bauteilfestigkeiten als in gleicher Weise zufällig streuend angesetzt werden können, ist in allgemeiner Form nicht zutreffend, da die Prüfkörper und die eingebauten Baustoffe selbst innerhalb eines Bauteils verschiedenen Produktionsvorgängen entstammen können, (vgl. z.B. die Produktion des Brettschichtträgers oder die unterschiedliche Betonfestigkeit in einem Stützenkopf oder einem Probewürfel).

Um das Zusammenwirken der Baustoffelemente innerhalb eines Tragwerkelementes, z.B. eines Balkenelementes der Höhe h , der Breite b und der Länge Δx erfassen zu können, ist ein mechanisches Modell, z.B. die der Technischen Balkenbiegetheorie zugrundeliegende Modellvorstellung eben bleibender Querschnitte, einzuführen. Für eine

vollständige Darstellung etwa einer Momenten-Krümmungs-Beziehung, wie sie zur Beschreibung der Grenztragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke oder des Verhaltens knickgefährdeter Druckglieder benötigt wird, ist auch das nichtlineare (oder auch spröde) Werkstoffverhalten nahe der Bruchgrenze von maßgeblicher Bedeutung.

Mit Rücksicht auf diese Grenzzustände, die in einzelnen Baustoffelementen im Zusammenwirken aller das Balkenelement aufbauenden Teile eintreten können, werden Wahrscheinlichkeitsaussagen über das Grenztragverhalten eines Bauteils als ganzes in komplizierter Weise von den zufälligen Eigenschaften der einzelnen Elemente beeinflusst. Hinzu kommt im allgemeinsten Fall noch, daß, abhängig vom Produktionsprozeß, eine räumliche Korrelation zwischen den einzelnen Elementen bestehen kann.

In seiner Grundform besteht das System aus n Elementen, die für das Funktionieren "parallel" zur Verfügung stehen. Selbst wenn mehrere Elemente ausfallen, führt dies nicht zu einem Versagen des Systems. Die Funktionstüchtigkeit ist gesichert bis auch das letzte Element versagt. Während jedoch bei Anwendungen in der Elektronik bei Ausfall eines Elements ein anderes in dessen Funktion eintritt, ohne daß die übrigen beansprucht werden, müssen in den Systemen der Statik bei Ausfall eines Elementes die übrigen nach Maßgabe der Steifigkeiten dessen Lastanteil mit übernehmen. Für die einfachen Grundfälle, z.B. ideal elastisch-plastisches Verhalten der einzelnen Komponenten, ist die Ermittlung der Zuverlässigkeit in der Literatur behandelt.

Zur Lösung der vorliegenden Aufgabe war es notwendig, Beschreibungen eines allgemeineren Parallelsystems, dessen Elemente, wie erwähnt, miteinander korrelierte zufällige nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen aufweisen, zu entwickeln. Diese aufwendigen Untersuchungen konnten mit der Aufstellung asymptotischer Lösungen abgeschlossen werden einschließlich einer notwendig gewordenen Verallgemeinerung der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung (vgl. 3.3).

Für die Entwicklung von Werkstoffmodellen war weiterhin die Untersuchung von Fehlstellenmodellen und Seriensystemen notwendig. (Letztere beschreiben das Versagen eines aus mehreren Elementen bestehenden Systems, das als ganzes bereits dann versagt, wenn nur eines seiner Elemente ausfällt.)

Unter Verwendung der entwickelten Berechnungsmethoden konnten Entwürfe für Informationsblätter über Festigkeitsgrößen aufgestellt werden. Dazu gehörten begleitende Datenauswertungen, Austesten der Modelle in Zuverlässigkeitsuntersuchungen für praktische Beispiele und Untersuchungen zur optimalen Klassifizierung des Qualitätsangebots. Die wesentlichen methodischen Arbeiten zur Bewertung des Qualitätsangebots und der Wirkung von Qualitätskontrollen oder Sortierungen wurden für den Einsatz in speziellen Anwendungen aufbereitet. Die Entwürfe, die für Beton-, Baustahl-, Holz- und Baugrundeigenschaften vorliegen, gelten für Probekörper üblicher Art und umfassen u.a. die Parameter der Verteilung des Qualitätsangebots, Angaben über die Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Eigenschaften und über das Verteilungsgesetz mit Rücksicht auf den Einfluß von Kontrollen bzw. Sortierungen. Aspekte der Systemfestigkeit konnten noch nicht in allen Fällen berücksichtigt werden.

5.6 Zusammenfassung

Mit experimentellen Arbeiten und statistischer Datenaufbereitung für Brettschichtholz, mit der statistischen Auswertung von WÖHLER-Linien und der Aufbereitung für mehrstufige Dauerbelastungen von Stahlbauteilen, mit der Entwicklung von Ansätzen zur Beschreibung des Baugrundes mit seinen zufällig streuenden Eigenschaften sowie mit methodischen Arbeiten zur Darstellung der Bauteileigenschaften, abhängig von den

zufällig streuenden Eigenschaften der Baustoffelemente, konnte der SFB zur Bereitstellung geeignet aufbereiteter Daten, besonders aber zur methodischen Absicherung der Beschreibung von Werkstoffgrößen wesentliche Beiträge leisten, die u.a. die Herausgabe von Informationsblättern für Widerstandsgrößen mit den für eine Normung wesentlichen Informationen erlaubten.

6. Stochastische Tragwerksmechanik – Statische Probleme

6.1 Allgemeines

Die Versagenswahrscheinlichkeit des einfachsten Systems, etwa eines Zuggliedes, dessen Länge so kurz ist, daß eine zufällige Veränderung der Festigkeit entlang der Länge außer acht bleiben kann, ist, wie im Abschnitt 3.2 dargestellt, einfach durch Gegenüberstellung der zufällig einwirkenden Belastung S mit der zufällig vorhandenen Festigkeit R als Wahrscheinlichkeit $p_f = P(R < S) = P(R - S < 0) = P(g(R,S) < 0)$ zu ermitteln, wobei $g(R,S) = R - S$ gilt und $g(r,s) = 0$ als Grenzzustandsfunktion bezeichnet wird. Die Grenzzustandsfunktion ist hier im zweidimensionalen R,S -Koordinatensystem, dem sogenannten Raum der Basisvariablen, eine Grenzlinie, die den sicheren Bereich vom unsicheren Bereich trennt. Die Versagenswahrscheinlichkeit entspricht dem Volumen, das sich zwischen der $R-S$ -Bezugsebene und der darüber aufgetragenen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{R,S}(r,s)$ in dem durch die Grenzzustandsfunktion abgegrenzten Bereich mit negativen Werten von $g(R,S)$, vgl. Bild 14, befindet.

Um einen Eindruck von der Problematik zu gewinnen, die sich mit der wahrscheinlichkeitstheoretischen Beschreibung des Versagensverhaltens statischer Systeme stellt, ist es zweckmäßig, zwei einfachste Grundfälle, das Ketten- oder Seriensystem und das Parallelsystem, jeweils in ihrer einfachsten Ausprägung zu betrachten (Bild 25). Um die Wahrscheinlichkeit eines Versagens dieser Systeme beschreiben zu können, muß man alle Ereignisse ermitteln, die jeweils zum Versagen bzw. zum Überleben führen.

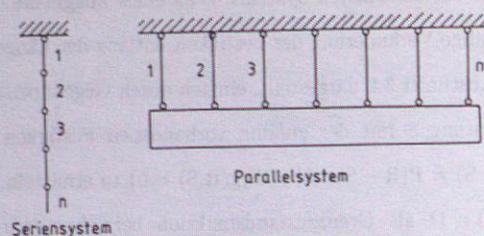


Bild 25: Serien- und Parallelsystem der Statik

Das Kettensystem aus n hintereinander angeordneten Elementen, deren Eigenschaften innerhalb der Elementlänge jeweils konstant sind, sich von Element zu Element jedoch zufällig verändern, versagt, wenn eines oder mehrere seiner Elemente versagen. Um die zugehörige Wahrscheinlichkeit berechnen zu können, sind alle Möglichkeiten, die zu einem Versagen führen können, hinsichtlich ihres Beitrages zur Systemversagenswahrscheinlichkeit zu berücksichtigen. Es ist also zu erfassen, daß das System versagt, wenn Element (1) oder Element (2) oder Element (3)... usw. ausfällt. Dabei wird das Wort "oder" in dem Sinne gebraucht, daß z.B. die Aussage "(1) oder (2) versagt", die Möglichkeit einschließt, daß auch beide Elemente (1) und (2) versagen. Angesichts der damit entstehenden Vielfalt von Versagensmöglichkeiten ist es im vorliegenden Fall einfacher, die Versagenswahrscheinlichkeit $p_f = 1 - p_{\bar{u}}$ als Gegenwahrscheinlichkeit zur Überlebenswahrscheinlichkeit $p_{\bar{u}}$ darzustellen, da letztere sich einfacher aus den Wahrscheinlichkeiten dafür berechnen läßt, daß Element (1) und Element (2) und (3) ... und (n) überlebt. Ein besonders einfaches Ergebnis findet man für eine deterministische

Belastung im Fall stochastischer Unabhängigkeit, da dann (vgl. 2.2.1) die Wahrscheinlichkeit dafür, daß (1) und (2) und ... (n) überleben, sich aus dem Produkt der für jedes Element maßgeblichen Überlebenswahrscheinlichkeit $p_{\bar{u}_i}$ berechnen läßt:

$$p_f = 1 - p_{\bar{u}} = 1 - [p_{\bar{u}_1} \cdot p_{\bar{u}_2} \cdot p_{\bar{u}_3} \dots p_{\bar{u}_n}] = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_{f_i}).$$

Nachdem die Versagenswahrscheinlichkeiten sehr kleine Werte annehmen, ist hier durch Ausmultiplikation und Streichen höherer Potenzen von p_{f_i} als Näherung $p_f = \sum p_{f_i}$ zu finden.

Für Parallelsysteme der Elektronik, wo der Ausfall eines Elementes durch "Einschalten" eines anderen kompensiert wird, ohne daß die übrigen zusätzlich in Anspruch genommen werden, ist die Versagenswahrscheinlichkeit besonders einfach, nämlich im Fall stochastischer unabhängiger Eigenschaften als Produkt der Einzelversagenswahrscheinlichkeiten zu berechnen

$p_f = \prod p_{f_i}$, nachdem Versagen des Systems sich dann einstellt, wenn die Elemente (1) und (2) und ... (n) ausfallen. Die Parallelsysteme der Mechanik in ihrer Zuverlässigkeit zu beschreiben, ist wesentlich schwieriger, da die Aufteilung der gesamten Belastung durch die zufälligen Steifigkeitsverhältnisse der einzelnen Elemente bestimmt ist und nach Ausfall eines Elementes sich dessen Lastanteil auf die übrigen verteilen muß. Für Sonderfälle, etwa ideal-elastisch-plastischen oder ideal-elastisch-spröden Verhaltens (ohne Berücksichtigung dynamischer Effekte), liegen Lösungen und Abschätzungen in der Literatur vor.

Die statischen Systeme haben – von den statisch bestimmten Systemen abgesehen, die hinsichtlich ihrer Versagenswahrscheinlichkeit dem Kettensystemtyp entsprechen – eine noch komplizierter zu erfassende Struktur, bei deren zuverlässigkeitstheoretischer

Beschreibung sich u.a. Beziehungen ergeben, die einer Kombination beider Grundtypen entsprechen.

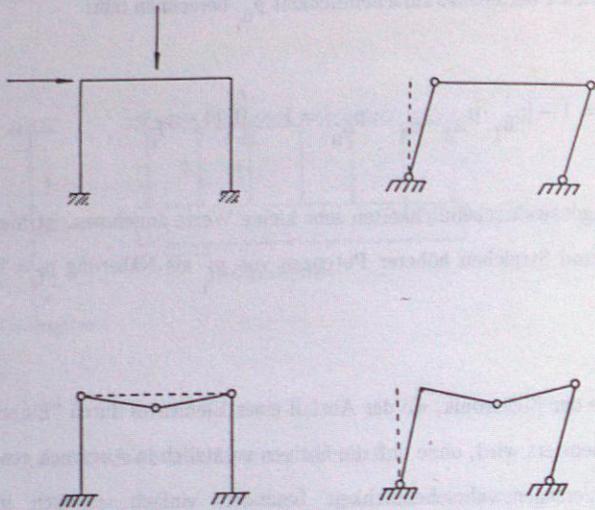


Bild 26: Rahmentragwerk mit Grenzzuständen (kinematischen Ketten)

An einem Beispiel mögen einige für Tragsysteme typische Merkmale aufgezeigt werden. In dem dreifach statisch unbestimmten Rahmen (Bild 26) unter Vertikal- und Horizontalbelastung treten die Höchstwerte der Beanspruchungen des Riegels unter der Last und in den Ecken sowie in den Stielen jeweils an den Fußenspannungen und den Ecken auf. Werden die Belastungen unter Beibehaltung der relativen Größe erhöht, so bildet sich in einem ideal elastisch-plastischen System bestimmter (determinierter) Eigenschaften an einem der hochbelasteten Punkte ein Fließgelenk aus. Eine weitere Lasterhöhung wird von einem geänderten System abgetragen, bis sich ein zweites Fließgelenk einstellt, und die Systemwirkungsweise sich erneut verändert. Wenn unter zusätzlicher Laststeigerung sich ein weiteres Fließgelenk ausbildet, ist die Tragfähigkeit des Systems erschöpft, es entsteht eine kinematische Kette oder ein Mechanismus. Während in einem System mit determinierten Eigenschaften und determinierter Einwirkung dieser Ablauf genau festliegt, muß man bei Systemen, deren Eigenschaften sich zufällig ergeben

haben, damit rechnen, daß sich alle möglichen Mechanismen ausbilden können, selbst wenn das Verhältnis der Lasten zueinander nicht zufällig veränderlich ist.

In der Gesamtheit aller eingespannten Rahmen mit zufälligen Eigenschaften werden sich nämlich auch solche befinden, in denen die Momentenragfähigkeit dort besonders hohe Werte annimmt, wo sich im zuvor betrachteten System Fließgelenke ausgebildet haben, während gleichzeitig an anderen Stellen sich zufällig so niedrige Werte ergeben, daß es dort zum Fließen kommt. Im vorliegenden Fall müssen also alle möglichen Versagensmechanismen mit 3 und mehr Fließgelenken betrachtet (vgl. eine Auswahl davon auf Bild 26) und hinsichtlich der Eintretenswahrscheinlichkeit bewertet werden. Daß bei der Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit für dieses und damit ebenso für beliebige Tragwerke Formulierungen wie für Serien- und Parallelsysteme in Kombination auftreten, wird daraus ersichtlich, daß sich ein einzelner Mechanismus (oder Versagensmodus) nur dann einstellt, wenn sich an einer ersten, einer zweiten und einer dritten Stelle ein Fließgelenk ausbildet (Parallelsystemwirkung), daß aber das ganze System versagt, wenn der Mechanismus (1) oder (2) oder ... auftritt (Seriensystemwirkung).

Unter Verwendung von Extremwertverteilungen kann, wenn nur eine zufällige Einwirkungsgröße zu berücksichtigen ist, die Versagenswahrscheinlichkeit (vgl. 3.5) unmittelbar zur Bestimmung der Zuverlässigkeit verwendet werden, allgemeiner muß das zufällige Ausschreiten von Beanspruchungswerten aus dem zufällig begrenzten Bereich der Beanspruchbarkeiten im Verlaufe der Lebensdauer beschrieben werden. Für die Lösung dieser außerordentlich schwierigen Aufgabe ist die Verfügbarkeit von Modellen für die Beschreibung der Belastung, insbesondere der Kombination von Lasten, von leistungsfähigen Algorithmen zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeiten komplexer Tragkonstruktionen mit zufälligen Eigenschaften, sowie von Modellen für die Erfassung einer belastungsabhängig fortschreitenden Schädigung eine unerläßliche Voraussetzung.

In den Arbeiten des SFB wurde die Zuverlässigkeit von Tragwerken mit verschiedenen Strategien analysiert.

6.2 Vorgehensweise unter Verwendung der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung

Zur Vorbereitung der Zuverlässigkeitsanalyse von Tragwerken war eine Reihe methodischer Vorarbeiten zu leisten: Neben den bereits erwähnten Arbeiten an Berechnungsverfahren für Normalverteilungen und der Entwicklung von Algorithmen zur Beschreibung der Wirkungsweise allgemeiner Serien- und Parallelsysteme waren dies Studien über das Verhalten allgemeiner Systeme mit dem Ziel eindeutiger Klassifizierungen von Tragwerken in mechanischer wie in zuverlässigkeitstheoretischer Hinsicht. Das Ergebnis waren in allgemein einsetzbare Rechenprogramme übertragene Algorithmen zur Beschreibung der genannten speziellen Systeme sowie für den allgemeinen Fall Systembeschreibungen in einer für eine Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung geeigneten Weise.

Höhergradig statisch unbestimmte Tragwerke, wie z.B. Rahmen, weisen eine mit zunehmendem Grad der statischen Unbestimmtheit exponentiell ansteigende Zahl möglicher Versagensmodi auf. Die maßgebliche Grenzzustandsfläche ergibt sich entsprechend der Kombination aus Seriensystem- und Parallelsystemwirkung aus einer Vielzahl sich überschneidender einfacherer Grenzflächen, wobei letztere den verschiedenen zusammenwirkenden Serien-Parallel-Mechanismen zuzuordnen sind. Sie setzt sich aus den einfacheren Grenzflächen, wie Bild 27 zeigt, dergestalt zusammen, daß jeweils die dem Ursprung der normierten Koordinaten nächstgelegene einfache Grenzfläche Teil der endgültigen Grenzfläche ist. Angesichts der gekrümmten Kanten, die die Grenzzustandsfläche aufweist, waren besondere Maßnahmen zur Aufbereitung der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung notwendig.

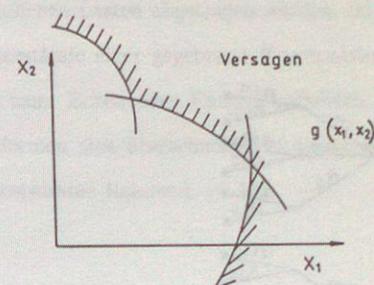


Bild 27: Grenzzustandsflächen von Systemen mit verschiedenen Versagensmodi

Die Vielzahl möglicher Versagensmodi machte die Anwendung einer Näherungsstrategie erforderlich, verwandt der, die in den noch anzusprechenden Untersuchungen zur Lastkombination entwickelt worden war: Um sie sich vor Augen führen zu können, ist es zweckmäßig, einen sogenannten Versagensbaum (Bild 28) zu zeichnen. Dieser zeigt, ausgehend von den verschiedenen Möglichkeiten der Ausbildung eines ersten Fließgelenks, jeweils die verschiedenen Möglichkeiten weiterer Fließgelenke auf und wiederum von diesen aus fortschreitend sämtliche folgenden Fließgelenke, solange, bis jeweils Fließgelenkketten erreicht sind. Damit werden im Endeffekt gleiche Mechanismen hinsichtlich ihrer Entstehungsgeschichte unterschieden. Die Wahrscheinlichkeit ihres Eintretens ist dementsprechend unterschiedlich. Indem die verschiedenen Wege zum Versagen, die der Versagensbaum aufzeigt, von Station zu Station, d.h. Systemzustand zu Systemzustand, mit Wahrscheinlichkeitsberechnungen verfolgt werden, kann man erkennen, welche Wege wegen zu geringer Wahrscheinlichkeit nicht weiter verfolgt

werden müssen. Auf diese Weise vereinfacht sich die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit erheblich. Für die nicht weiter verfolgten Wege sind Abschätzungen möglich, die bei der Ermittlung von p_f berücksichtigt werden können.

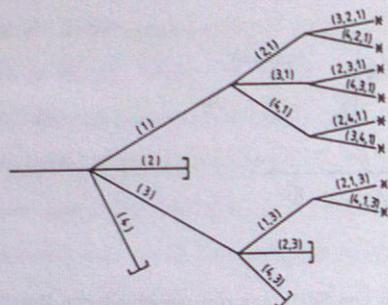


Bild 28: Versagensbaum zur systematischen Analyse verschiedener Versagensmodi

6.3 Zuverlässigkeitsberechnungen unter Berücksichtigung kombinierter Einwirkungen

Die allgemeine Lösung des Problems der Lastkombination erfordert die Lösung dreier Teilaufgaben, die Entwicklung von Modellen für die Darstellung von Lasten in ihrer zeitlichen Veränderlichkeit, von Modellen für das nichtlineare Verhalten von Tragwerken und die gemeinsame Verarbeitung beider. Zu den Möglichkeiten der Beschreibung von Lasten als stochastische Prozesse wurden bereits einige Hinweise (vgl. 4.2) gegeben.

Als eine Beschreibung des Tragwerksverhaltens, die eine anschauliche Interpretation der Lastkombination und des Versagens erlaubt, wurde eine Darstellung der Systemwirkung im "Lastenraum" gewählt. Dazu ist zunächst eine Analyse der Tragwerke im Hinblick

auf alle Versagensmöglichkeiten erforderlich. Für ein Tragwerk mit determinierten Eigenschaften ist der Grenztragzustand von der Größe der einwirkenden Lasten abhängig. Je nach ihrer relativen Größe können unterschiedliche Versagensmechanismen maßgeblich sein. In einem Koordinatensystem, auf dessen verschiedenen Achsen die unterschiedlichen Lasten abgetragen werden, im sogenannten "Lastenraum", bilden sich die Grenzzustände einer gegebenen Konstruktion in Form einer Interaktionsbeziehung ab. Diese kann Ecken oder Kanten aufweisen, wenn zugeordnet zu unterschiedlichen Versagensformen sich überschneidende Versagensbereiche auftreten (vgl. Bild 29 für einen eingespannten Rahmen).

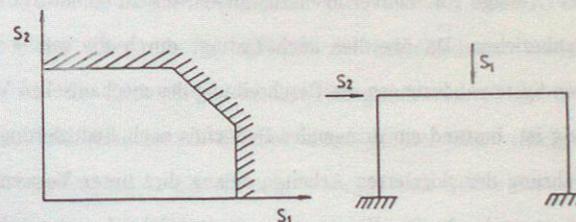


Bild 29: Abgrenzung des Versagensbereiches im Lastenraum für ein Rahmentragwerk

Als maßgebliche Grenzzustände wurden das Erreichen elastischer Grenzlasten, das Erreichen plastischer Grenzlasten (Ausbildung kinematischer Ketten) nach Theorie I. und II. Ordnung, Verlust der Stabilität und zu große Deformationen untersucht. Mit Rücksicht auf die Zufälligkeit der Systemeigenschaften sind die Grenzlinien (bzw. -flächen) im Lastenraum nicht determiniert vorgegeben, sondern zufällig streuend. Bei ihrer Ermittlung ist zu beachten, daß die Tragwerkeigenschaften in ihrer zufälligen

Veränderung entlang der Tragwerksachsen stochastische Prozesse bilden. Zur Auswertung wurde zunächst die Monte-Carlo-Methode verwendet. Ein Versagen der Konstruktion tritt dann ein, wenn im Verlaufe der zeitlichen Belastungsentwicklung, die sich im Lastenraum als ein unregelmäßiger Linienzug darstellt, diese Linie erstmals über die Grenze des sicheren Bereiches hinausführt. Bei diesem Austreten handelt es sich um ein seltenes Ereignis. Zur Modellierung wurde ein POISSON-Prozeß angesetzt, dessen Kenngrößen unter Berücksichtigung der zufälligen Eigenschaften der Grenzlinien ermittelt werden konnten. Mit Kenntnis dieses Prozesses kann die Zuverlässigkeit von Rahmen unter kombinierten Lasten abhängig von den statistischen Kenngrößen der Belastung und den Tragwerkseigenschaften ermittelt werden.

Mit Rücksicht auf die Zufälligkeit der maßgeblichen Einflußgrößen sind in die Zuverlässigkeitsuntersuchung eines höhergradig statisch unbestimmten Tragwerks sehr viele Möglichkeiten für die Abfolge von Teilversagenszuständen, die zu einem Systemkollaps führen können, einzubeziehen. Da überdies auch bedingt durch die mit jedem Teilversagen verbundenen Systemänderungen die Beschreibung des mechanischen Verhaltens des Systems schwierig ist, bestand ein dringendes Bedürfnis nach Reduzierung des Aufwandes. In Weiterführung der skizzierten Arbeiten gelang dies unter Verwendung von Angaben in der Literatur durch eine Eingrenzung der tatsächlich untersuchten Teilstände. Dabei ist es jeweils notwendig, alle Versagenswege mittels entsprechender Suchalgorithmen zu erfassen, sie hinsichtlich ihrer Bedeutung durch Zuverlässigkeitsanalysen zu bewerten und anhand entsprechender Zwischenergebnisse die unbedeutenden auszuklammern. Geeignete Berechnungsverfahren wurden in verschiedenen Arbeiten entwickelt, etwa auf der Basis der Fließgelenktheorie II. Ordnung und zwar für zeitunabhängige, aber auch für die wesentlich schwieriger zu beschreibenden zeitabhängigen Belastungen, außerdem nach der Fließzonentheorie in einer Aufbereitung für die Anwendungen des Stahlbaues.

Um auch noch die Abhängigkeit des Versagens von der Lastgeschichte einbeziehen zu können, wäre es notwendig, geeignete Lastkombinationsmodelle einzuführen.

In den bisher beschriebenen Untersuchungen waren die Tragwerkseigenschaften als zeitunabhängig unterstellt worden. Tatsächlich muß davon ausgegangen werden, daß die Belastbarkeit infolge zyklischer zufallsbedingter Lasteinwirkungen abnimmt. Als Ursache dafür kommen einzelne zufällige Überlastungen sowie eine mit dauernd veränderlicher Belastung einhergehende fortschreitende Ermüdung in Betracht. Da diese Thematik insbesondere für Tragwerke unter dynamischer Lasteinwirkung von Bedeutung ist, werden die diesbezüglichen Arbeiten des SFB in dem zugehörigen Abschnitt ausführlicher dargelegt.

Die im SFB entwickelten und in der Literatur dokumentierten Verfahren zur Ermittlung der Tragwerkszuverlässigkeit beruhen auf verschiedenen Annahmen und Techniken. Um zu einem Urteil über die Aussagekraft der verschiedenen Verfahren und damit zu Kriterien für die Entwicklung leistungsfähiger Verfahren zu gelangen, wurde eine Vergleichsstudie (Benchmark-Studie) durchgeführt. Nach Richtlinien, die im SFB erarbeitet wurden, haben die Autoren verschiedener bisher bekannter Verfahren ohne gegenseitigen Austausch bestimmte konkret vorgegebene Aufgabenstellungen, mehrstielige Rahmen und Geschoßrahmen unter Vertikal- und Horizontallasten, untersucht. Als Vergleichsbasis dienten im SFB entwickelte Simulationsberechnungen, bei denen sich die Versagenswahrscheinlichkeit aus der relativen Häufigkeit rechnerisch ermittelter Versagensfälle ergab. Für große Versagenswahrscheinlichkeiten lieferten alle erfaßten Methoden zuverlässige Ergebnisse. Für den tatsächlich interessierenden Fall sehr kleiner Versagenswahrscheinlichkeiten hingegen sind die Unterschiede in den Ergebnissen, ausgedrückt in Versagenswahrscheinlichkeiten, z.T. beträchtlich, insbesondere wenn keine Normalverteilungen angesetzt werden können.

Die Ergebnisse der Vergleichsstudie bestätigten die Notwendigkeit, den in den SFB-Projekten eingeschlagenen Weg zu verfolgen, d.h. Verfahren zu entwickeln, die automatisch die stochastisch relevanten Versagensmodi für große Systeme ermitteln.

6.4 Zusammenfassung

Die Ermittlung der Zuverlässigkeit statisch unbestimmter oder knickgefährdeter Systeme ist mit Rücksicht auf die Nichtlinearität des Verhaltens im Grenztragzustand und die bei zufällig streuenden Systemeigenschaften außerordentlich hohe Zahl denkbarer Versagensmodi eine schwierige, hohen Aufwand verursachende Aufgabenstellung. Der SFB konnte mit Lösungsstrategien, die automatisiert auch für große Systeme die statistisch relevanten Versagensmodi ermitteln lassen, Verfahren bereitstellen, die auch in den Anwendungsbereichen noch zuverlässig arbeiten, wo die Einsatzmöglichkeiten der in der Literatur beschriebenen Ansätze auf unterschiedliche Weise eingeschränkt sein können. Zusätzlich wurden Lösungsverfahren für ein weiteres schwieriges und zugleich für die Zuverlässigkeitstheorie zentrales Problem, die Lastkombination unter Berücksichtigung der Systemwirkung, erarbeitet.

7. Stochastische Tragwerksmechanik – Dynamik

7.1 Allgemeines

Für die Aufgaben der Baudynamik ist ein besonders hohes Maß an Unsicherheit aller wesentlichen Einflußgrößen charakteristisch. Dies trifft in erster Linie für die im Abschnitt 4.3–4.5 bereits beschriebenen Einwirkungen z.B. infolge Wind oder Erdbeben zu, die durch stochastische Prozesse darzustellen sind. Doch auch die Anregungen, die von Maschinen ausgehen, können mit erheblichen Unsicherheiten behaftet sein, insbesondere diejenigen, die planmäßig nicht auftreten sollten, sich dennoch infolge kaum erfaßbarer betriebsbedingter Einflüsse, wie Abnutzung oder Ablagerungen, einstellen. Besonders komplizierte regellose Vorgänge, nicht selten von vielen Zufälligkeiten abhängige nichtlineare Interaktionserscheinungen, verbergen sich i.d.R. hinter den einfachen Belastungsbildern, die für aperiodische Vorgänge einer Bemessung zugrunde gelegt werden. Eine zusätzliche Unsicherheit gegenüber statischen Untersuchungen besteht darin, daß das Schwingungsverhalten einer Konstruktion auch von ihrer Masse beeinflusst wird. Diese ist u.U., mit Rücksicht auf mitbewegte Nutzlasten, nur mit größeren Schwankungen im Planungsstadium bestimmbar. Neben der Steifigkeit der Konstruktion, die das Schwingungsverhalten über ihre absoluten, i.a. nur ungenau vorhersagbaren Werte beeinflusst, hat bei einer Vielzahl von Aufgaben insbesondere die Dämpfung, die nur mit erheblichen Streuungen bekannt ist, große Bedeutung. Schließlich sind auch die Grenzzustände der Belastbarkeit, insbesondere soweit plastische Verformungsvorgänge mit hoher Geschwindigkeit ablaufen, noch nicht ausreichend erforscht. Ihre Beschreibung ist mit großen Unsicherheiten behaftet. Selbst die einfacheren Ermüdungsvorgänge als Folge zufällig mit der Zeit wechselnder Beanspruchungsintensitäten sind einer rechnerischen Erfassung schwer zugänglich, die physiologischen und psychologischen Grenzen für Gebrauchszustände sind ihrer Natur nach fließend.

Zur Darstellung der Einwirkungen dienen stochastische Prozesse (vgl. 2.3 und 4.3–4.5). Für viele Aufgaben der Zuverlässigkeitstheorie reichen zu ihrer Beschreibung bereits die Mittelwerte, Varianzen und Korrelationsfunktionen bzw. Leistungsspektraldichten aus. Der wichtigste Sonderfall ist der (schwach) stationäre Prozeß, dessen Mittelwert und Varianz konstant und dessen Korrelationsfunktion nur vom gegenseitigen zeitlichen Abstand der miteinander in Beziehung gesetzten Werte des Prozesses abhängt. In einem ergodischen Prozeß können, wie früher erwähnt, die angesprochenen Erwartungswerte (ohne Benutzung der den Prozeß charakterisierenden Wahrscheinlichkeitsdichten) einfach durch (sinnentsprechende) Mittelungen über den zeitlichen Ablauf einer Prozeßaufzeichnung gebildet werden. Von großer Bedeutung ist der GAUSSsche Prozeß, der dadurch ausgezeichnet ist, daß ein determiniertes lineares System eine Einwirkung in Form eines GAUSSschen Prozesses in eine Antwort des gleichen Typs mit geänderten 1. und 2. Momenten übersetzt. Nachdem mit dem Mittelwert (1. Moment) der bereits betrachtete statische Lastanteil erfaßt wird, beschränken sich die weiteren Untersuchungen auf die 2. Momente, speziell auf die Korrelationsfunktion, bzw. auf die Leistungsspektralfunktion. Da ein GAUSS-Prozeß durch Mittelwerte und Korrelationen vollständig bestimmt ist und damit die Antwort hinsichtlich ihrer statistischen Kennwerte vollständig charakterisiert ist, sofern nur diese Werte bekannt sind, ist ersichtlich, daß sich bei einer Einwirkung dieses Prozeßtyps und determinierter linearer Systemwirkungsweise die Untersuchung nur auf die Umsetzung der Korrelationsfunktion der Einwirkung in die Korrelationsfunktion der Antwort zu beziehen braucht.

Um für ein System mit determinierten Eigenschaften die Übertragungsbeziehung für die Autokorrelationsfunktion herzuleiten, geht man vom DUHAMEL-Integral aus, das es erlaubt, die Schwingungsantwort $w(t)$ zu einer beliebigen Belastung $P(t)$ mit Hilfe der Impulsreaktionsfunktion $h(t)$ zu berechnen, (vgl. Bild 30).

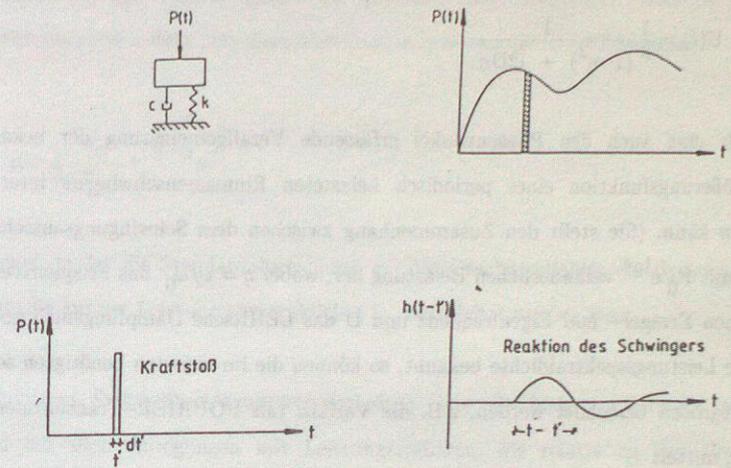


Bild 30: Belastung $P(t)$, darin enthaltener Kraftstoß $P(t')dt'$ sowie zugehörige Reaktion des Schwingers

Setzt man den zuvor angeschriebenen Ausdruck für $w(t)$ und den sinngemäß für $w(t + \tau)$ zu bildenden ein und beachtet, daß der Erwartungswert nur bezüglich der Lasten zu bilden ist und daß er auf deren Autokorrelationsfunktion führt, so ergibt sich die Autokorrelation der Schwingungsantwort als ein Doppelintegral über ein Produkt aus der Einwirkungsautokorrelation und Impulsreaktionsfunktionen. Eine für die Anwendung wesentlich vorteilhaftere Darstellung ergibt sich, wenn auf diesen Ausdruck noch eine FOURIER-Transformation angewendet wird, die auf die Leistungsspektraldichte der Antwort, abhängig von der Einwirkungs-Leistungsspektraldichte und der Übertragungsfunktion $|U(f)|^2$, als Betragsquadrat des Frequenzganges $U(f)$ führt

$$S_w(f) = |U(f)|^2 S_p(f).$$

Der Frequenzgang $U(f)$ als FOURIER-Transformierte der Impulsreaktionsfunktion hat dabei die Form

$$U(f) = \frac{1}{k} \frac{1}{(1-\eta^2) + i2D\eta}$$

die als eine auch den Phasenwinkel erfassende Verallgemeinerung der bekannteren Vergrößerungsfunktion eines periodisch belasteten Einmassenschwingers interpretiert werden kann. (Sie stellt den Zusammenhang zwischen dem Schwingungsausschlag und einer mit $P_0 e^{i\omega t}$ veränderlichen Belastung her, wobei $\eta = \omega/\omega_0$ das Frequenzverhältnis zwischen Erreger- und Eigenfrequenz und D das LEHRsche Dämpfungsmaß bedeutet). Ist die Leistungsspektraldichte bekannt, so können die im weiteren benötigten sonstigen Prozeßgrößen berechnet werden, z.B. die Varianz (als FOURIER-Transformierte, vgl. 2.3.3), mittels

$$\sigma_w = \int_{-\infty}^{\infty} S_w(f) df$$

Dieser Ausdruck erlaubt eine Interpretation der Leistungsspektraldichte als einer Funktion, die zeigt, wie sich die Beiträge zur Varianz über die verschiedenen Frequenzen verteilen. Nachdem die Schwingungsantwort, die einer bestimmten Frequenz zugeordnet ist, im stationären Zustand nur von dem Anregungsanteil in genau derselben Frequenz nach Maßgabe des jeweiligen Wertes des Frequenzganges abhängt, wird mit der zuvor gegebenen Interpretation der Leistungsspektraldichte deutlich, daß die Leistungsspektraldichten der Antwort und der Einwirkung in der einfachen Form eines algebraischen Ausdrucks zusammenhängen, dessen Herleitung unter Verwendung der FOURIER-Transformation angedeutet wurde.

Nachdem die Parameter des Antwortprozesses bekannt sind, kann unter Verwendung der PALMGREN/MINER-Hypothese die Schädigungsakkumulation statistisch bewertet werden, oder die Frage nach der Überschreitenswahrscheinlichkeit von Grenzzuständen

beantwortet werden. Aus der Wahrscheinlichkeit, daß sich der Schwinger in einem Intervall unterhalb des Grenzwertes aufhält und eine Geschwindigkeit aufweist, die ausreichend ist, den sicheren Bereich zu verlassen, kann man nach RICE die mittlere Überschreitensrate ν innerhalb eines Bezugszeitraumes mittels der Gleichung

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_w}{\sigma_w} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w_a}{\sigma_w}\right)^2}$$

berechnen, in der die Standardabweichung σ_w der Geschwindigkeit der Systemantwort auftritt, die aus der Leistungsspektraldichte S_w hergeleitet werden kann.

Determinierte Systemübertragungseigenschaften, wie sie bisher unterstellt wurden, können bei allen Anregungen mit Leistungsspektren, die relativ zu den Resonanzbereichen des Systems breitbandig sind, wie z.B. bei den sehr regellosen Anregungen durch Wind oder Erdbeben angenommen werden, ohne die Aussagen über die Zuverlässigkeit zu verfälschen. Es muß an dieser Stelle jedoch angemerkt werden, daß die skizzierte lineare Übertragungstheorie für Erdbeben- und Starkwindbelastung lediglich eine Näherung darstellt, da sich in den für die Zuverlässigkeit maßgeblichen Grenzzuständen ein nichtlineares Trag- und Dämpfungsverhalten einstellt. Im Hinblick auf die großen Schwierigkeiten der Zuverlässigkeitsuntersuchung nichtlinearer Schwingungsvorgänge mußten hier viele Fragen noch unbeantwortet bleiben.

Für linienartige Spektren, wie sie periodischen Anregungen, durch Maschinen etwa, zugeordnet sind, ist die Zuverlässigkeit zutreffend nur unter Berücksichtigung streuender Systemeigenschaften zu berechnen.

Die Arbeiten des SFB umfaßten beide Teilgebiete, Untersuchungen zu Tragwerken mit determinierten und zu Tragwerken mit streuenden Eigenschaften. Im ersten Teilbereich standen methodische Untersuchungen, Einwirkungen wie Wind und Erdbeben sowie

Fragen der fortschreitenden Schädigung im Vordergrund, im zweiten periodische Lasten, Untersuchungen zur Notwendigkeit der Berücksichtigung streuender Systemeigenschaften bei schmalbandiger Anregung sowie ebenfalls Untersuchungen über den Schädigungsfortschritt.

7.2 Tragwerke mit determinierten Eigenschaften

7.2.1 Untersuchungen zur Aussagekraft der Leistungsspektralmethode bei linearer Systemreaktion

Die Leistungsspektralmethode erlaubt es in besonders einfacher Weise, Aussagen über Zuverlässigkeit von Systemen unter zufälliger, zeitabhängiger Lasteinwirkung herzuleiten. Sie beruht in ihrer oben skizzierten, einfachsten Ausprägung auf einer Reihe einschneidender Vereinfachungen der natürlichen Verhältnisse, so der Annahme einer schwach stationären, durch einen GAUSS-Prozeß darstellbaren Anregung und dem Ansatz linear elastischen Verhaltens des Tragwerks mit linear viskoser Dämpfung. Nachdem für wichtige Anwendungsgebiete der Methode im Bauwesen, etwa die dynamische Berechnung von Konstruktionen unter Windeinwirkung, Erdbeben oder Seegang die genannten Voraussetzungen zumindest teilweise nicht erfüllt sind, erhebt sich die Frage nach der Aussagekraft der Leistungsspektralmethode in diesen Anwendungen. Um diese Frage beantworten zu können, wurden im SFB für die genannten Einwirkungen die Berechnungsergebnisse nach der Leistungsspektralmethode mit Untersuchungen nach der Zeitverlaufsmethode systematisch verglichen. Da mit jeder Zeitverlaufsberechnung nur eine Realisierung des Anregungs- und damit des Reaktionsprozesses erfaßt wird, ist der beabsichtigte Vergleich nur mittels einer statistischen Analyse einer größeren Anzahl von Schwingungsantworten anzustellen.

Als eine einfach zu ermittelnde Bezugsgröße für den Vergleich bietet sich die Standardabweichung der Tragwerksreaktion an und auf einer höheren Vergleichsstufe eine Gegenüberstellung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Reaktionsgröße nach der Spektralmethode mit dem Histogramm der Auswertungen nach der Zeitverlaufsmethode. Zur Vorbereitung des Vergleichs war es notwendig, die Kriterien zur Charakterisierung der Anregungsprozesse und die Methoden zur Erstellung von Leistungsspektralfunktionen eingehend zu analysieren.

Für die Entwicklung von Leistungsspektren aus Prozeßaufzeichnungen stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, etwa, wie erwähnt, die FOURIER-Transformation der Autokorrelationsfunktion. (Um statistische Unsicherheiten, die mit Rücksicht auf die endliche Dauer der verwendeten Aufzeichnungen auftreten, verringern zu können, sind hierbei sogenannte Fensterfunktionen zu verwenden, deren Einsatz zwar das Auflösungsvermögen der Leistungsspektraldichte verschlechtert, den mittleren quadratischen Fehler jedoch verringert.) Weitere Voruntersuchungen der Anregung beziehen sich auf die Überprüfung der Stationarität und für den Fall instationären Verhaltens auf die Frage, inwieweit die Möglichkeit besteht, durch eine sogenannte Trendbereinigung eine im Prozeß enthaltene quasi deterministische nichtstationäre Tendenz herauszufiltern, um den Prozeß wie einen stationären Prozeß behandeln zu können. Um auch die Erdbebeneinwirkung mittels der Leistungsspektralmethode analysieren zu können, sind zuvor Grenzen für die Starkbebenphase nach statistischen Gesichtspunkten zu bestimmen.

Die Untersuchungen zur Erdbebenanregung zeigten, daß der Versuch, die Anregung oder Teile davon als schwach stationären Prozeß zu modellieren, als äußerst problematisch anzusehen ist. Die in der Literatur angegebene Eingrenzung der Starkbebenphase erwies sich als sehr unbefriedigend. Es gelang jedoch, verbesserte Beziehungen zur Bestimmung der Starkbebenphase herzuleiten. Aus den Berechnungen nach der Zeitverlaufsmethode konnten keine im statistischen Sinne konsistenten Ergebnisse hergeleitet werden: Jedes

Erdbebenereignis gab in den Reaktionen jedes Gebäudes andere Eigenheiten wieder, was mit dem Dominieren verschiedener Frequenzen in den verschiedenen Anregungsabschnitten zusammenhängt. Der Vergleich der maximalen Absolutwerte nach der Spektralmethode und Zeitverlaufsmethode ergab je nach der Eingrenzung des als stationär zugrundegelegten Bereiches so große Abweichungen in den Ergebnissen, daß eine Erdbebenuntersuchung nach der Spektralmethode nur in einer Form sinnvoll ist, die es erlaubt, die Instationarität in der Anregung umzusetzen.

Untersuchungen der Windanregung erbrachten, daß die Standardabweichung als stationär betrachtet werden kann, der Mittelwert jedoch als instationär anzusehen ist, so daß eine Trendbereinigung notwendig war. Nach dieser tendierten die Anregungen stark i.a. zur Normalverteilung, die die besten Anpassungsergebnisse lieferte. Insgesamt ergab sich, daß die Spektralmethode für Windanregung i.a. selbst den Anforderungen einer exakteren Bemessung genügt. Für Meereswellen sind im Prinzip ähnliche Aussagen möglich.

7.2.2 Spektralmethode für nicht-GAUSSsche Anregung

Nicht-GAUSSsche Prozesse lassen sich durch lediglich zwei statistische Momente nicht festlegen, vielmehr müssen hier höhere statistische Momente zur Charakterisierung herangezogen werden, um die Schiefe sowie die Spitze der Verteilung erfassen zu können. Grundlage für die Darstellung der nicht-GAUSSschen Verteilungen bildet eine Reihenentwicklung unter Verwendung GAUSSscher Funktionen und der statistischen Momente der Verteilungen. Den genannten statistischen Größen sind mittels FOURIER-Transformation im Frequenzbereich Bi-, Tri-Spektren usw. zugeordnet. Für diese höheren Spektren nimmt die Leistungsübertragungsbeziehung eine Form an, die als Verallgemeinerung der früher angegebenen Beziehung angesehen werden kann. Mit der

Kenntnis der höheren Spektren des Antwortprozesses können durch Integrationen im Frequenzbereich die statistischen Kenngrößen des Antwortprozesses berechnet werden.

Für die Windanregung auf großflächige Bauwerke, die (anders als oben festgestellt), durch einen GAUSS-Prozeß nicht ausreichend genau darstellbar ist, ergab der Vergleich zwischen Auswertungen unter Zugrundelegung GAUSSscher bzw. nicht-GAUSSscher Eigenschaften für die Extremwerte ($3,5 \sigma$ -Werte) Abweichungen bis zu 25%.

7.2.3 Erdbeben als nichtstationärer Prozeß

Es wurde bereits erwähnt, daß zur Risikobeurteilung infolge Erdbeben eine makroseismische und eine mikroseismische Untersuchung notwendig ist und daß die Darstellung des mikroseismischen Anteils durch stationäre Prozesse äußerst unbefriedigend ist. Um instationäre Anregungen erfassen zu können, ist es notwendig, die Autokorrelationsfunktion, als Funktion der zwei Zeitpunkte t_1 und t_2 , für die die Korrelation zwischen den Prozeßgrößen gebildet wird, aufzufassen, $R = R(t_1, t_2)$. Durch zweifache FOURIER-Transformation kann dieser Größe eine nunmehr von zwei Frequenzen abhängige Leistungsspektraldichte $S(f_1, f_2)$ zugeordnet werden, mit deren Hilfe sich wieder eine Leistungsübertragungsbeziehung der Form

$$S_y(f_1, f_2) = U_{xy}(f_1) S_x(f_1, f_2) U_{xy}^*(f_2)$$

formulieren läßt. Nachdem die in diesem Leistungsspektrum auftretenden Frequenzen – anders als im stationären Fall – nicht mehr die Bedeutung einer Schwingungsfrequenz, sondern nur eine mathematische Bedeutung als transformierte Variable haben, findet man in der Literatur eine Reihe von Vorschlägen für eine physikalisch interpretierbare Beschreibung der Spektren. Besonders gut ist das Evolutionsspektrum nach

PRIESTLEY geeignet, die stochastischen wie die physikalischen Eigenschaften des Prozesses nachzubilden. Hier wird das Spektrum mittels

$$S(f,t) = |A(t)|^2 S(f)$$

dargestellt, wobei $S(f)$ ein übliches Leistungsspektrum und $A(t)$ eine zeitabhängige Modulations- oder Intensitätsfunktion bedeutet. Mit der FOURIER-Transformation einer Impulsreaktionsfunktion und Intensitätsfunktion läßt sich eine zeitabhängige Übertragungsfunktion $U(f,t)$ einführen, mit deren Hilfe sich eine verallgemeinerte Leistungsübertragungsbeziehung der Form

$$S_y(f,t) = U(f,t) S_x(f) U^*(f,t)$$

aufstellen läßt.

Unter Zugrundelegung dieser Theorie konnte im SFB ein Erdbebenmodell entwickelt werden, nach dem sich der Gesamtprozeß aus einer Summe mehrerer zeitversetzter, den verschiedenen Wellentypen zuzuordnender, jeweils einheitlich modulierter stationärer Teilprozesse zusammensetzt. Wie eingehende Untersuchungen zeigten, ist es möglich, mit diesem Ansatz das Erdbeben in seinen standortspezifischen Eigenschaften viel zutreffender als mit den bis dahin in der Literatur angegebenen Ansätzen darzustellen und damit Effekte, die zum Teil als zufällig fehlinterpretiert wurden, in ihrer determinierten Abhängigkeit zutreffend zu erfassen.

7.3 Tragwerke mit streuenden Eigenschaften

Während, wie erwähnt, streuende Tragwerkseigenschaften keine Rolle spielen, wenn die Anregung, wie dies bei Erdbeben zutrifft, eine große Regellosigkeit aufweist, sind es

umgekehrt jedoch bei Maschinengründungen, wo die Anregungsfrequenz i.d.R. genau, d.h. mit nur sehr geringen Varianzen festliegt, gerade die Streuungen der Systemeigenschaften, die für die Zuverlässigkeit maßgeblich sind.

Im SFB wurde zunächst für den Einmassenschwinger eine stochastische Vergrößerungsfunktion eingeführt. Sie ist, jeweils zugeordnet zu verschiedenen Variationskoeffizienten der streuenden Größen und zu verschiedenen Überschreitenswahrscheinlichkeiten, abhängig vom Verhältnis der Anregungsfrequenz zur Systemeigenfrequenz, die mit den Mittelwerten zu bestimmen ist. Multipliziert man diese Vergrößerungsfunktion mit der statischen Schwingungsantwort unter der Einwirkung des Scheitelwertes der periodischen Last, so ergibt sich derjenige Schwingungsausgang oder die Beanspruchung, deren Überschreiten nur noch mit der angegebenen Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist. Verlangt man sehr geringe Überschreitenswahrscheinlichkeiten in der Größe der üblichen Versagenswahrscheinlichkeiten, so müßte der in den Normen ausgeschlossene resonanznahe Bereich vergrößert werden.

Für kontinuierliche Systeme und Schwinger mit mehreren Freiheitsgraden sind mit Rücksicht auf die Eigenwertproblematik aufwendige Untersuchungen nötig, um auch hier eine stochastische Vergrößerungsfunktion herleiten zu können. Sie zeigt, daß zu beiden Seiten der jeweiligen Eigenfrequenzen wesentlich höhere Werte als die deterministisch bestimmten mit der angenommenen Wahrscheinlichkeit erreicht oder überschritten werden. (Bei nicht streuender Dämpfung wird jeweils der deterministisch ermittelte Höchstwert der Vergrößerungsfunktion nicht überschritten, in der stochastischen Vergrößerungsfunktion ist er mit der angenommenen Wahrscheinlichkeit nahezu konstant über einen größeren Bereich beidseits der jeweiligen Resonanzstelle zu erwarten).

Nachdem der große Einfluß streuender Systemeigenschaften auf die Zuverlässigkeit periodisch belasteter Konstruktionen quantifiziert war, wurde untersucht, inwieweit die Zufälligkeit dieser Größen auch für die Zuverlässigkeit unter sonstigen Einwirkungen von

Bedeutung ist. Mit Rücksicht auf die Schwierigkeiten, die sich bereits bei der Behandlung periodischer Lasten gezeigt hatten, war es notwendig, die Untersuchung auf solche Systeme einzuschränken, für die eine ausreichend einfache Beschreibung des dynamischen Verhaltens möglich ist. Als solche erwiesen sich Systeme mit Kettenstruktur, wie z.B. symmetrisch beanspruchte Geschoßrahmen, für die unter Verwendung der Impedanzmethode eine Beschreibung der Übertragungsfunktion in formelmäßigen Ausdrücken möglich war. Mit dieser Darstellungsform der Übertragungsfunktion gelang es, den Einfluß streuender Systemgrößen auf die Zuverlässigkeit in übersichtlicher Weise zu verfolgen und zum Teil in geschlossener Form, auf jeden Fall aber mit hoher numerischer Genauigkeit zu berechnen.

Die Auswertungen, denen ein Anregungsspektrum mit großer Anpassungsfähigkeit zur Darstellung breitbandiger oder extrem schmalbandiger Anregungen zugrundelag, ergaben, daß für die Zuverlässigkeit bei schmalbandiger (aber nicht linienförmig schmaler) Anregung in erster Linie die Streuungen der Dämpfung, der Belastungsgrößen und der Festigkeitsgrößen maßgeblich sind und daß für breitbandige Anregungen, wie zu erwarten, die Streuungen der Systemgrößen praktisch ohne Bedeutung sind.

7.4 Zuverlässigkeitsbeurteilung – Überschreitensproblem

Die Zuverlässigkeitstheorie hat sich die Aufgabe gestellt, für jeden Zeitpunkt der Nutzungsdauer des Tragwerks die Versagens- bzw. die dazu komplementäre Überlebenswahrscheinlichkeit zu bestimmen. Für Einwirkungen, die wie Wind oder Erdbeben eine dynamische Tragwerksreaktion hervorrufen, ergeben sich Verhältnisse wie sie auf Bild 31 schematisch skizziert sind: Die zu erwartende maximale Last nimmt mit der Zeit zu, gleichzeitig nimmt die Belastbarkeit des kritischen Querschnitts im Laufe der Nutzungszeit als Folge eines Ermüdungsvorganges ab. Die Ursache dieses letztgenannten Vorganges ist eine fortschreitende Schwächung des maßgeblichen Querschnitts, die durch

ein belastungsabhängiges Wachstum von Ermüdungsrissen verursacht wird. Man kann bei dieser Betrachtungsweise davon ausgehen, daß Anfangsrisse auch bei sorgfältiger Bauweise kaum zu vermeiden sind, bzw. sich unter häufiger auftretenden Spannungswechseln ausreichenden Betrages von selbst einstellen.

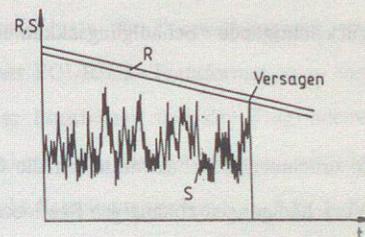


Bild 31: Belastungs- und Widerstandsgrößen in ihrem zeitlichen Verlauf

Zur Lösung des Zuverlässigkeitsproblems unter zeitabhängig veränderlicher Einwirkung sind daher in Teilaufgaben die zufällige Tragwerksreaktion und das Werkstoffverhalten zu modellieren und miteinander zu verknüpfen. Wege zur Lösung der Aufgabe waren in der einschlägigen Literatur vorgezeichnet, so für die Ermittlung der Zuverlässigkeit unter Berücksichtigung des Versagens infolge Erstüberschreitung eines Beanspruchbarkeitsgrenzwertes und infolge des Versagens durch Schadensakkumulation.

In den Untersuchungen zum Versagen infolge Erstüberschreitung, das zum Tragwerkskollaps führt, ist von der im Abschnitt 7.1 angegebenen mittleren Überschreitensrate auf die Zuverlässigkeit für einen bestimmten Zeitraum zu schließen. Um die Lösung dieser Aufgabe zu ermöglichen, muß eine zusätzliche Annahme eingeführt werden, etwa die

Annahme, daß die Überschreitungen durch einen POISSON-Prozeß modellierbar sind. (Da bei Schmalbandprozessen die Überschreitungen nicht einzeln, sondern geballt auftreten, ist hier eine abgewandelte Vorgehensweise zutreffender.)

Zur Ermittlung der Zuverlässigkeit mit Rücksicht auf die Ermüdungswirkungen kommt, bedingt durch ihre Einfachheit in der Praxis, meist die PALMGREN/MINER-Hypothese zum Einsatz. In den Arbeiten des SFB wurden verschiedene Beiträge zur Vervollkommnung der Schädigungsbewertung entwickelt, Modifikationen des PALMGREN/MINER-Konzeptes, die in phänomenologischer Betrachtungsweise eine fortschreitende, Reihenfolgeeffekte berücksichtigende Schädigungsakkumulation zu erfassen erlauben.

In einer weiteren Arbeit wurde mit Hilfe bruchmechanischer Methoden die Grenztragfähigkeit mit der jeweils erreichten, von Vorschädigungen abhängigen Restlebensdauer in funktionalen Zusammenhang gebracht. Damit können die verschiedenen Beanspruchungszustände – kein Rißfortschritt, Rißwachstum im linearelastischen Bereich, plastischer Rißfortschritt, Querschnittsversagen – hinsichtlich ihrer Auftretenswahrscheinlichkeiten beschrieben und in die Ermittlung der Zuverlässigkeit einbezogen werden.

7.5 Dauerfestigkeitsuntersuchungen von Straßen- und Eisenbahnbrücken

Mit der Zielsetzung, Belastungskollektive für eine Zuverlässigkeitsanalyse im Hinblick auf Ermüdung zu entwickeln, wurden im SFB, wie unter 4.3 kurz skizziert, die Belastungen von Straßen- und Eisenbahnbrücken untersucht. Es ist gelungen, diese Lasten als stochastische Prozesse durch Autokorrelationsfunktionen bzw. Leistungsspektraldichten, deren Kenngrößen auf das reale Verkehrsaufkommen abgestimmt sind, darzustellen.

Um die Zuverlässigkeitsanalyse ausführen zu können, ist es nötig, den Belastungsprozeß in einen Beanspruchungsprozeß umzusetzen. Diese Umsetzung kann als linear angesehen werden, da im Hinblick auf die große Zahl zu erwartender Lastspiele die Beanspruchungen den linear elastischen Bereich nicht verlassen dürfen. Die Beanspruchungen wurden unter Annahme einer statischen und einer dynamischen Tragwerksreaktion berechnet.

Im ersten Fall, in dem die Tragwerksreaktion an einer vorgegebenen Stelle durch Auswertung einer Einflußfunktion ermittelt werden kann, ist es gelungen, den Zusammenhang, der sich zwischen der Autokorrelationsfunktion der Einwirkung und der Autokorrelationsfunktion der Tragwerksantwort nach Maßgabe der Einflußfunktion ergibt, mittels einer FOURIER-Transformation in einer Beziehung zwischen Leistungsspektraldichten der Einwirkung und der Tragwerksreaktion darzustellen. Es ergibt sich ein Zusammenhang, der die gleiche Form wie die Leistungsübertragungsbeziehungen für stochastische Schwingungen hat (vgl. 7.1). Der Übertragungsfunktion entspricht hier die FOURIER-Transformierte der Einflußlinie.

Im dynamischen Fall ist ebenfalls eine Leistungsübertragungsbeziehung zu verwenden, deren Form sich in bekannter Weise unter Anwendung der Eigenformentwicklung als Verallgemeinerung der im Abschnitt 7.1 angegebenen Beziehung herleiten läßt. Nachdem die Leistungsspektren der Systemantwort vorlagen, war es möglich, mittels der darin enthaltenen statistischen Information Aussagen über Überschreitensraten und Beanspruchungskollektive herzuleiten.

7.6 Zusammenfassung

Eine zentrale Stellung in der Theorie stochastischer Schwingungen nimmt die Leistungsübertragungsbeziehung ein. Ihre Herleitung ist mit einer Anzahl von Voraussetzungen verknüpft, die in den wichtigsten Anwendungsgebieten des Bauingenieurwesens nur zum

Teil als erfüllt angesehen werden können. Der SFB hat daher die Einsatzmöglichkeiten und die Aussagekraft dieser Methode für die verschiedenen Anwendungsgebiete, Wind, Erdbeben und Meereswellen, systematisch untersucht. Für den Fall, daß die Einwirkungen nicht durch einen GAUSSschen Prozeß darstellbar sind, wurden verallgemeinerte Beziehungen der Leistungsübertragung ermittelt. Für Erdbeben, die wegen ihrer zu starken Instationarität nicht ausreichend genau mit der einfachen Leistungsübertragungsbeziehung zu behandeln sind, wurde das Systemverhalten unter Verwendung der Theorie der Entwicklungsspektren untersucht. Die Problematik nichtlinearen Systemverhaltens konnte nur in Ansätzen behandelt werden. Untersuchungen darüber, inwieweit nichtdeterminierte Systemeigenschaften für das Zuverlässigkeitsproblem Bedeutung haben, führten zu dem Ergebnis, daß bei breitbandiger Anregung die Streuungen der Systemeigenschaften ohne große Bedeutung sind, bei sehr schmalbandiger Anregung erheblichen Einfluß haben. Insbesondere trifft dies für periodische Anregungen zu. Für diese Anregung wurde ein allgemein anwendbares Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Zuverlässigkeit von Geschoßrahmen mit entlang der Stabachse streuenden Eigenschaften entwickelt.

Der SFB hat weiter Ansätze und Berechnungsverfahren für eine gleichzeitige Behandlung der Ermüdungs- und der Erstüberschreitensproblematik in phänomenologischer und bruchmechanischer Betrachtungsweise entwickelt.

Mit der Anwendung der Leistungsspektralmethode auf die Umsetzung der Belastung von Brücken in Schnittgrößen ist es dem SFB gelungen, für Betriebsfestigkeitsuntersuchungen von Brücken ein den Aufwand maßgeblich reduzierendes nicht-simulatorisches Berechnungsverfahren zu entwickeln.

8. Zuverlässigkeitstheorie in speziellen Anwendungen

8.1 Allgemeines

Die Bauweisen des konstruktiven Ingenieurbauwes sind in zuverlässigkeitstheoretischer Hinsicht jeweils durch eine Anzahl spezifischer Besonderheiten geprägt, so daß neben der Entwicklung allgemeiner Theorien zur Beschreibung des Zuverlässigkeitsproblems auch konkrete baustoff- und bauweisespezifische Untersuchungen für notwendig gehalten wurden, zum einen, um die Anforderungen an ein allgemeines Zuverlässigkeitsmodell zu verdeutlichen, zum anderen, um für wesentliche Anwendungsfälle zu konkreten Ergebnissen zu gelangen. In Abstimmung auf die theoretischen Entwicklungen wurden u.a. Spannbetonträger, Stahlstützen, Stabtragwerke aus Stahl, Rüststützen und Brettschichtholzträger untersucht. Über letztere wurde bereits in den Abschnitten 3.2 und 5.2 berichtet.

8.2 Stahlbeton- und Spannbetonträger

Der Bemessung von Stahlbetonträgern sind Schnittgrößen zugrundezulegen, die auf der Grundlage elastischen Verhaltens ermittelt werden. DIN 1045 läßt für Durchlaufträger eine Abminderung der Stützmomente um 15% zu, wenn durch entsprechend erhöhte Feldmomente die Gleichgewichtsbedingungen eingehalten werden. Diese Regelung nimmt in pauschaler Form auf die Lastumlagerungsmöglichkeiten Rücksicht, die sich mit dem Erreichen plastischer Verformungen im Beton und in der Bewehrung einstellen. Im Hinblick auf das Verhalten in den Gebrauchszuständen, besonders aber mit Rücksicht auf die durch eine begrenzte Rotationsfähigkeit der Betonkonstruktionen begrenzte Umlagerungsfähigkeit, ist statt einer Anwendung der Traglasttheorie nur eine Inanspruchnahme der Umlagerungsfähigkeit in den oben genannten Grenzen zugelassen.

Um die Auswirkungen verschiedener Nachweiskonzepte auf die Zuverlässigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonkonstruktionen untersuchen zu können, war als Vorarbeit ein leistungsfähiges Berechnungsverfahren für Stahlbetontragwerke zu entwickeln, das den Einfluß der nichtlinearen Momenten-Krümmungs-Beziehungen und der Verformungsbeiträge infolge Schub erfaßt und das besonders das Verhalten an Stellen örtlicher Plastifizierung berücksichtigt. Systematische Untersuchungen ergaben, daß es im Hinblick auf den Grenztragzustand unter bestimmten Bedingungen auch für Spannbetonkonstruktionen vertretbar wäre, der Bemessung Schnittgrößen zugrunde zu legen, die von den Werten nach der Elastizitätstheorie abweichen.

Um die Frage zu klären, in welchem Maße sich verschiedene Arten der Ermittlung von Bemessungsschnittgrößen, z.B. nach der Elastizitätstheorie mit Momentenumlagerung, nach dem CEB-Model-Code oder nach der Plastizitätstheorie mit oder ohne Begrenzung des "Rotationsvermögens", auf die Zuverlässigkeit der Konstruktion unter Berücksichtigung zufällig streuender Einflußgrößen auswirken, wurde mit verschiedenen Vereinfachungen die Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung herangezogen. Ein interessantes Ergebnis war z.B., daß eine Abminderung der Stützbewehrung bis auf 40% der Werte, die nach einer elastischen Berechnung anzusetzen wären, die Zuverlässigkeit bei entsprechend dimensionierter Biegedruckzone nicht herabsetzt, sofern die Feldbewehrung entsprechend verstärkt wird. Es zeigte sich weiter, daß allgemein zwar statisch unbestimmte Balken eine höhere Zuverlässigkeit als statisch bestimmte aufweisen, daß dies jedoch wegen Streuungen der Betondruckfestigkeit für Plattenbalken mit schmalen Steg nicht unbedingt gilt. Außerdem ergab sich, daß eine Anwendung der Plastizitätstheorie auf Spannbetonbalken mit der Annahme unbegrenzten Rotationsvermögens bei steigendem Bewehrungsgrad zu einer beträchtlichen Abnahme der Zuverlässigkeit führen würde.

8.3 Stabtragwerke aus Stahl

Während im Stahlbau früher die nicht ausgenutzten Querschnitts- und Systemreserven auch dazu dienten, nicht erfaßbare unvermeidliche Unsicherheiten abzudecken, werden in den letzten Jahren zunehmend, insbesondere durch die Anwendung des Traglastverfahrens, diese Tragfähigkeitsreserven für eine wirtschaftlichere Bemessung planmäßig in Anspruch genommen. Mit der Ausnutzung der Baustoffplastifizierung erlangen neben den in den Bemessungsregeln erfaßten streuenden Einflußgrößen, wie der geometrischen Imperfektion, auch Größen, deren Einfluß auf die Sicherheit weniger offensichtlich ist, wie die Eigenspannungszustände aus dem Herstellungsprozeß, stärkere Bedeutung. Um die Auswirkungen der geänderten Nachweiskonzepte auf die Tragwerkszuverlässigkeit ermitteln zu können, war es notwendig, das Tragverhalten möglichst wirklichkeitsnah unter Berücksichtigung der zufälligen Streuungen der Einflußgrößen zu beschreiben.

Auf der Basis der Vorarbeiten des SFB wurde ein diesen Anforderungen entsprechendes Verfahren zur rechnerischen Ermittlung der Zuverlässigkeit von Stahlkonstruktionen entwickelt. Mittels Finite-Element-Berechnungen wurde das Tragverhalten unter Berücksichtigung der endlichen Ausdehnung der Fließzonen nach der Theorie 2. Ordnung untersucht. Der Einfluß der Interaktion der Schnittgrößen war ebenso in die Untersuchungen einbezogen wie etwa der Verformungsbeitrag der Rahmenecken oder näherungsweise die Auswirkung des Biegedrillknickens sowie weitere stahlbauspezifische Einflüsse. Für die Zuverlässigkeitsanalyse waren stochastische Modelle für alle maßgeblichen Größen einzuführen, für deren Formulierung zum Teil auf bereits vorliegende Untersuchungen des SFB zurückgegriffen werden konnte.

Nach eingehenden Untersuchungen zur Absicherung und zur Fehlereingrenzung wurde das Berechnungsverfahren auf verschiedene Beispiele aus der Praxis angewandt. Bevor jedoch ausreichend allgemeine endgültige Aussagen über die Auswirkungen der neuen

Bemessungskonzepte auf die Tragwerkszuverlässigkeit gemacht werden können, sind noch ausführlichere Parameterstudien erforderlich.

8.4 Stahlstützen

Mit dem Ziel, für Stahlstützen optimierte Bemessungsregeln zu entwickeln, wurde im SFB die Zuverlässigkeit dieser Bauteile unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen berechnet. Im Hinblick auf den zu hohen Rechenzeitbedarf simulatorischer Berechnungen kam für diese Aufgabe die Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung zum Einsatz. Um die Grenzzustandsbedingung formulieren zu können, war es notwendig, die Grenztragfähigkeit in Abhängigkeit von allen maßgeblichen zufälligen Einflußgrößen zu beschreiben, jedoch mußte mit Rücksicht auf die vielfach wiederholte Bestimmung der Traglast, die auch bei Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung nicht zu umgehen ist, ein Rechenmodell gefunden werden, das es erlaubte, unter Einbeziehung aller wichtigen Parameter die Traglast möglichst wirklichkeitsnah mit kurzen Rechenzeiten zu ermitteln. Dieser Anforderung genügte das Verfahren der plastischen Gelenke nach Theorie II. Ordnung, nach dem die Traglast erreicht ist, wenn sich unter Berücksichtigung der Stabverformungen eine kinematische Kette ausbildet. Die Berechnungsergebnisse wurden noch mit Korrekturfaktoren versehen, um mit diesem Ansatz verbundene zufällige und systematische Fehler zu berücksichtigen. Als streuende Größen wurden die Fließgrenze, der E-Modul, ungewollte Exzentrizitäten und Querschnittstoleranzen berücksichtigt. Es war aufgrund zahlreicher Versuchsberichte möglich, für diese Zufallsvariablen wirklichkeitsnahe Häufigkeitsverteilungen zu verwenden, wobei versucht wurde, die Größe der Meßungenauigkeiten abzuschätzen und in den streuenden Größen neben zufälligen gegebenenfalls auch vorhandene deterministische Einflüsse zu erfassen. Untersucht wurden Pendelstützen mit Schlankheiten zwischen $\lambda = 20$ und $\lambda = 250$ aus I-Profilen der Stahlgüten St 37 und St 52.

Die Berechnungen ergaben u.a., daß das globale, über alle Schlankheiten berechnete Sicherheitsniveau nach DIN 4114 und nach den Empfehlungen der Europäischen Konvention der Stahlbauverbände vom Juli 1976 annähernd gleich ist, daß jedoch in Abhängigkeit von der Schlankheit deutliche Unterschiede auftreten. Sie zeigten weiter, in welchem Maße die Sicherheiten gegenüber dem Grenztragzustand für Stützen, die nach DIN 4114 bemessen sind, mit Rücksicht auf die abgestuften Sicherheitsbeiwerte von den Stab-schlankheiten abhängig sind. Die Untersuchungen gaben auch Aufschluß darüber, welche Auswirkungen auf die Streuungen des Zuverlässigkeitsniveaus von Veränderungen der Zahl der Sicherheitselemente, des Aufbaues der Nachweisgleichung oder der zugrundelegenden charakteristischen Last- und Festigkeitsnennwerte ausgehen.

8.5 Zusammenfassung

Zur Entwicklung eines Bemessungskonzeptes auf zuverlässigkeitstheoretischer Grundlage ist es notwendig, bei der Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeiten Rücksicht auf die jeweiligen Besonderheiten der verschiedenen Bauweisen zu nehmen: Im SFB wurden Dachbinder aus Brettschichtholz (vgl. 3.2, 5.2), Stahlbeton- und Spannbetonbalken, Stahlstützen und Gerüststützen untersucht. In den Untersuchungen über Stahlbeton- und Spannbetonträger interessierte besonders das Tragverhalten nach Ausbildung plastischer Zonen, in den Berechnungen der Stahlträger zusätzlich noch der Einfluß der Imperfektionen, d.h. der Vorverformungen oder der ungewollten Exzentrizitäten und der herstellungsbedingten Eigenspannungen. Die Auswertungen ergaben jeweils aufschlußreiche Ergebnisse z.B. über die Auswirkungen einer Bemessung mit Schnittgrößenumlagerung auf die Sicherheit bei Betonträgern oder über die Veränderlichkeit des Sicherheitsniveaus nach DIN 4114. In den Untersuchungen über die Gerüststützen zeigte sich, daß wegen der Kompliziertheit des mechanischen Modells und der Vielzahl von Einflußgrößen, über die noch keine ausreichende statistische Information vorliegt, eine abschließende zuverlässigkeitstheoretische Bewertung derzeit noch nicht möglich ist.

9. Normentheorie und Normung

9.1 Allgemeines

Die Baubestimmungen haben die Aufgabe, unter Beachtung von Wirtschaftlichkeitsanforderungen die Berechnung und Durchbildung von Bauwerken so zu regeln, daß dem öffentlichen Sicherheitsbedürfnis entsprochen wird. Um bei ihrer Anwendung Fehler und Irrtümer möglichst zu vermeiden und den Zeitaufwand zu beschränken, sollen sie einfach, überzeugend und eindeutig sein; ihre Regelungen sollen "auf der sicheren Seite" liegen, aber erhebliche Überdimensionierungen vermeiden und eine gemeinsame Grundlage für die verschiedensten Aufgaben bilden.

Nach dem traditionellen Sicherheitskonzept der Normen war in fast allen Anwendungen mit determinierten Lasten und zulässigen Spannungen bzw. Beanspruchungen zu rechnen, welche sich z.B. aus der Fließspannung durch Abminderung mit dem Sicherheitsfaktor ergaben. Wenn es dieses Konzept nach einer langjährigen Entwicklung auch erlaubte, ausreichend sichere Bauwerke zu errichten, so blieb doch das zu erwartende oder erreichte Maß an Sicherheit bzw. Überdimensionierung unbekannt. Insbesondere bot die Methode keinen Ansatz für Voraussagen über die Zuverlässigkeit von Bauteilen, die hinsichtlich Baustoff, Bauform, Nutzung oder Lebensdauer außerhalb des bisherigen Erfahrungsbereiches realisiert werden sollten.

Die moderne probabilistische Zuverlässigkeitstheorie eröffnet Möglichkeiten für derartige Aussagen, allerdings unter der Einschränkung, daß die Bauwerke einwandfrei, d.h. mit üblicher Sorgfalt geplant, bemessen, errichtet und genutzt werden. Sie erfaßt mit den zufälligen Streuungen der Einwirkungen und Widerstände auch kleine Fehler z.B. kleine Nutzlastüberschreitungen. Unsicherheiten im verwendeten Rechenmodell als weitere Unsicherheitsquelle können in ihrem Rahmen berücksichtigt werden, noch nicht befriedigend jedoch erhebliche menschliche Fehler und Irrtümer als letzte und sehr bedeutende

Unsicherheitsquelle. Mit Rücksicht darauf, daß menschliche Fehler und Irrtümer nur mit Einschränkungen der Modellvorstellung zufälliger Größen genügen und daß grobe Fehler und Irrtümer mit Sicherheitsfaktoren kaum sinnvoll abgedeckt werden können, sondern durch Kontrollen möglichst ausgeschaltet werden müssen, ist die gesamte Sicherheitsthematik zweckmäßig in zwei miteinander in Beziehung gesetzte Teilkomplexe aufzugliedern, in eine probabilistische Zuverlässigkeitsanalyse von einwandfrei, d.h. mit üblicher Sorgfalt geplanten, bemessenen, erstellten und genutzten Bauwerken mit Berücksichtigung von zufälligen Einwirkungen und Widerständen sowie von Modellunsicherheiten und in eine Kontroll- und Überwachungstheorie zur Sicherung der Voraussetzungen der probabilistischen Zuverlässigkeitsanalyse.

Die Rechenwerte der Versagenswahrscheinlichkeit, die die Zuverlässigkeitstheorie zu ermitteln erlaubt, können als Maßstabsgrößen für eine Bewertung verschiedener Regelungen in Normen sowie auch zur Optimierung von Vorschriften herangezogen werden.

Mit dem Ausbau der Zuverlässigkeitstheorie wurden (zum Teil mit wesentlicher Beteiligung von SFB-Mitgliedern) als Normentwürfe Bemessungsrichtlinien auf der Basis der Wahrscheinlichkeitstheorie aufgestellt, die mit probabilistischen (Level-II-) Methoden und mit "semiprobabilistischen" (Level-I-) Methoden arbeiten.

Nach den Level-II-Methoden ist so zu bemessen, daß sich unter Anwendung der Methoden der Zuverlässigkeitstheorie ein bestimmtes Maß an operativer Zuverlässigkeit einstellt. Diese Methode dürfte nur für Sonderfälle Bedeutung haben, da sie (zumindest derzeit noch) eine nicht voraussetzbare Vertrautheit mit den zuverlässigkeitstheoretischen Methoden und einen hohen Aufwand erfordert.

Für die praktische Anwendung kommt derzeit und in (zumindest nächster) Zukunft nur die Bemessung nach Level-I-Methoden in Betracht. Hier ist mit Bemessungsformeln zu arbeiten, die einen Satz vorab festgelegter Sicherheitselemente, wie Nennwerte für

Lasten und Festigkeiten und Teilsicherheitsbeiwerte zur Erhöhung der genannten Nennwerte der Belastung und zur Abminderung der Nennwerte der Festigkeiten sowie Kombinationsbeiwerte enthalten. Bei Anwendung dieser Methoden wird rein deterministisch bemessen, die Sicherheitselemente sind jedoch auf der Basis zuverlässigkeitstheoretischer Berechnungen festgelegt worden. Mit einem derartigen Konzept ist es natürlich nicht möglich, für alle verschiedenen Bemessungssituationen das gleiche Maß an operativer Zuverlässigkeit zu erreichen. Die Schwankungen dieser Größe werden abhängig vom Charakter der zufälligen Einflußgrößen, ausgedrückt durch die jeweiligen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, und je nach dem Aufbau der Bemessungsvorschrift, d.h. je nach der Anordnung der Sicherheitselemente, unterschiedlich ausfallen. Damit erhebt sich die Frage, wie die Sicherheitselemente auszuwählen sind, um innerhalb eines Anwendungsbereiches mit gegebenem Schadenspotential ein vorgegebenes Sicherheitsniveau möglichst gleichmäßig zu erreichen.

Um die Möglichkeiten, Partialsicherheitsbeiwerte mit Versagenswahrscheinlichkeiten in Beziehung zu setzen, sichtbar machen zu können, werden im Folgenden für den einfachen Fall einer streuenden Einwirkungs- und einer streuenden Widerstandsgröße einige grundlegende formelmäßige Zusammenhänge angegeben: Unter der vereinfachenden Voraussetzung, daß nur zwei zufällige Größen, eine Einwirkung S und ein Widerstand R (Mittelwerte s_m bzw. r_m , Standardabweichungen σ_S bzw. σ_R und Variationskoeffizienten $V_S = \sigma_S/s_m$ bzw. $V_R = \sigma_R/r_m$) zu betrachten seien, wäre eine mit Partialsicherheiten ν_S und ν_R arbeitende Bemessungsvorschrift, die sich auf bestimmte Nominalwerte der zufälligen Größen, etwa die q - bzw. p -%-Fraktilwerte S_q und R_p , bezieht, in der Form

$$S_q \cdot \nu_q \leq R_p / \nu_R$$

anzusetzen.

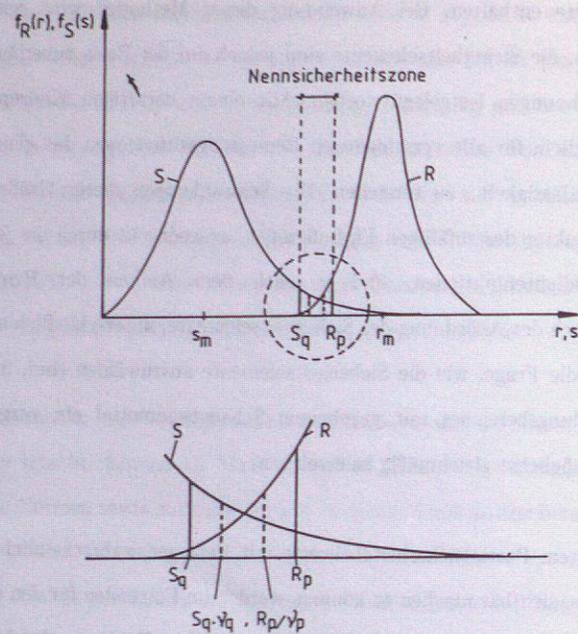


Bild 32: Einwirkung und Widerstand als zufällige Größen, Fraktile, Partialsicherheitsbeiwerte

Sie verlangt, daß die q -%-Fraktile der Einwirkung multipliziert mit einem Last-Teilsicherheitsfaktor kleiner bleibt als die p -%-Fraktile des Widerstandes dividiert durch den Widerstands-Teilsicherheitsbeiwert (vgl. Bild 32). Die Fraktilewerte, z.B. die 95%-Fraktile der Belastung und die 5%-Fraktile des Widerstandes hängen mit dem jeweiligen Mittelwert und der Standardabweichung gemäß

$$R_p = r_m - k_R \sigma_R = r_m (1 - k_R V_R)$$

$$S_p = s_m + k_S \sigma_S = s_m (1 + k_S V_S)$$

zusammen. Für normalverteilte Variable werden einige Werte k_R bzw. k_S für verschiedene Werte des Fraktilprozentsatzes mitgeteilt:

$p = 5\%$	k_R	$p = 10\%$	k_R
	$= 1,645$		$= 1,282$
$q = 95\%$	k_S	$q = 90\%$	k_S

Die oben angeschriebene Beziehung kann dazu dienen, bei gegebenen Nominalwerten der Belastung und der Baustoffqualität durch Wahl der Bauteilabmessungen den Fraktilewert des Widerstandes soweit anzuheben, daß eine ausreichende Sicherheit besteht. Sie kann mit den letzten beiden Gleichungen auch in die Form

$$s_m (1 + k_S V_S) \nu_S \leq r_m (1 - k_R V_R) / \nu_R \quad (a)$$

gebracht werden.

Die Aufgabe der Zuverlässigkeitstheorie besteht nun darin, die Teilsicherheitsbeiwerte in einer Weise festzulegen, daß eine bestimmte Sicherheitsanforderung eingehalten wird. Dies ist durch eine Begrenzung der Versagenswahrscheinlichkeit oder die Vorgabe eines entsprechenden β -Wertes möglich. (Nach Abschnitt 3.2 besteht zwischen β und p_f für normalverteilte Variable mit $\Phi(x)$ als Standardnormalverteilung der Zusammenhang

$$p_f = \Phi(-\beta),$$

der z.B. $p_f = 10^{-6}$ bzw. 10^{-4} die β -Werte 4,75 bzw. 3,75 zuordnet.)

Aus Abschnitt 3.2 ist ebenfalls zu entnehmen, daß, um eine vorgegebene Versagenswahrscheinlichkeit bzw. den zugeordneten β -Wert einhalten zu können, zwischen dem Widerstands- und dem Einwirkungsmittelwert der Zusammenhang

$$r_m = r_S + \beta \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (b)$$

bestehen muß (vgl. Bild 33). Diese Beziehung gibt zwar den Abstand an, den der Widerstandsmittelwert vom Einwirkungsmittelwert abhängig von den Varianzen der streuenden Einflußgrößen haben muß, er zeigt jedoch noch nicht, wie diese Forderung in eine Bemessungsbeziehung der angegebenen Form umzusetzen ist. Um diesen Zusammenhang zu finden, ist eine weitere Festlegung zu treffen. Zu diesem Zweck wird, wie auch im Abschnitt 3.2 bereits angedeutet, der Sicherheitsindex nochmals in alternativer Form unter Verwendung der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen S und R hergeleitet: Im einfachsten Sonderfall wird der Grenzzustand durch die Bedingung $r = s$ beschrieben. Er bildet sich als eine Gerade im Höhengichtlinienbild der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{S,R}(s,r)$ ab, (Bild 34). Mit der Koordinatentransformation

$$\bar{s} = \frac{s - s_m}{\sigma_S} \quad \bar{r} = \frac{r - r_m}{\sigma_R}$$

gehen die Höhengichtlinien in konzentrische Kreise um den neuen Koordinatenursprung über. Die Grenzzustandsbeziehung nimmt dabei die Form

$$\bar{s} \sigma_S + s_m = \bar{r} \sigma_R + r_m$$

oder in der HESSEschen Normalform

$$\frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \bar{r} - \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \bar{s} + \frac{r_m - s_m}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = 0$$

an. Das letzte Glied, gemäß der HESSEschen Normalform, der Lotabstand der Grenzzustandsgeraden gegenüber dem Koordinatenursprung, ist β , wie ein Vergleich mit den Beziehungen in Abschnitt 3.2 zeigt.

Mit den Beziehungen

$$\cos \delta_S = \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = +\alpha_S \quad \text{und} \quad \cos \delta_R = \frac{-\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = -\alpha_R$$

sind gemäß der HESSEschen Normalform die Winkel δ_S und δ_R (vgl. Bild 34) festgelegt. Damit ergeben sich die Koordinaten des β -Punktes im neuen Koordinatensystem zu

$$\bar{s}^* = \beta \cos \delta_S = \alpha_S \beta \quad \text{und} \quad \bar{r}^* = +\beta \cos \delta_R = -\beta \alpha_R$$

und in den ursprünglichen Koordinaten zu

$$s^* = s_m + \alpha_S \beta \sigma_S = s_m (1 + \alpha_S \beta V_S)$$

$$r^* = r_m - \alpha_R \beta \sigma_R = r_m (1 - \alpha_R \beta V_R)$$

Mit diesen Beziehungen ist es nun möglich, den Bemessungsnachweis in die gewünschte sachgerechte Form zu bringen.

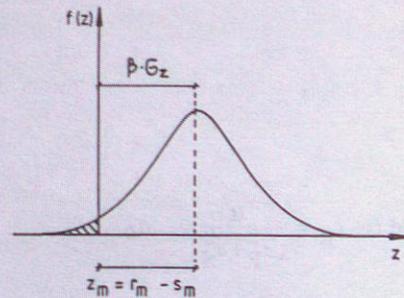


Bild 33: Zusammenhang zwischen Sicherheitsabstand und Sicherheitsindex

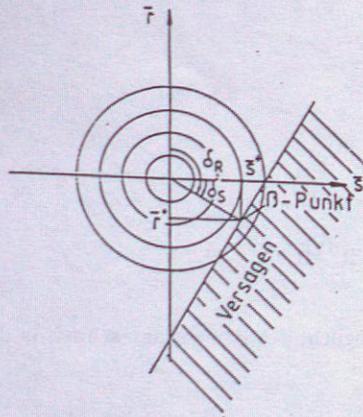


Bild 34: Darstellung des Versagensbereiches in normierten Koordinaten

Bei der Bemessung, deterministisch mit Partialsicherheitsbeiwerten und Nennwerten der Einwirkungen und der Widerstände, ist nachzuweisen, daß trotz erhöhter Einwirkungen und herabgesetzter Festigkeiten der Grenzzustand nicht überschritten wird. Dieser

Forderung genügen gerade noch alle Kombinationen, die auf der Grenzzustandsgeraden liegen, für die also $r = s$ gilt. Die wahrscheinlichste unter diesen ist, wie ein Blick auf die Wahrscheinlichkeitsdichte auf Bild 34 zeigt, diejenige am β - (oder auch Bemessungs-) Punkt $r^* = s^*$. Indem die Bemessung auf diesen Punkt unter Vorgabe einer einzuhaltenden Versagenswahrscheinlichkeit p_f und damit eines Sicherheitsindex β abgestellt wird, erfolgt die noch ausstehende Festlegung, die es erlaubt, den Sicherheitsfaktor in Partialsicherheiten aufzugliedern. Die Forderung

$$s^* = r^* = s_m(1 + \alpha_s \beta V_s) = r_m(1 - \alpha_R \beta V_R)$$

stimmt mit der Sicherheitsforderung (a) überein, wie durch Einsetzen von α_s und α_R leicht zu bestätigen ist, sie erlaubt jedoch eine Anpassung an die gewünschte Form der Bemessungsgleichung (a), wenn

$$(1 + \alpha_s \beta V_s) = (1 + k_s V_s) \cdot \nu_s \quad \text{und} \quad (1 - \alpha_R \beta V_R) = (1 - k_R V_R) / \nu_R$$

und damit schließlich

$$\nu_s = \frac{1 + \alpha_s \beta V_s}{1 + k_s V_s} \quad \text{und} \quad \nu_R = \frac{1 - k_R V_R}{1 - \alpha_R \beta V_R}$$

gesetzt wird. Würde die Bemessungsvorschrift auf die Mittelwerte bezogen ($k_s = k_R = 0$), so vergrößerten sich die anzusetzenden Teilsicherheitsbeiwerte ν_{s0} und ν_{R0} , da nun mit einem kleineren Lastnennwert und einem größeren Widerstandsnennwert gerechnet würde. (Bild 32 veranschaulicht die Zusammenhänge.) Die Bemessungsaufgaben des Bauingenieurwesens, für die der Zuverlässigkeitstheorie entsprechend Regeln gesucht werden, sind wesentlich verwickelter als der eben behandelte Sonderfall, in dem der Aufbau der Bemessungsregel systematisch hergeleitet werden konnte. So sind in Wirklichkeit mehrere verschiedene Lasten zu berücksichtigen, die Einwirkungen wie die Widerstände häufig nicht normalverteilt, die sicherheitsrelevanten

Einflußgrößen des Widerstandes in ganz unterschiedlicher Weise für den Grenzzustand maßgeblich und die Grenzzustandsfläche gekrümmt. Es stellt sich daher die Frage, wie unter derart allgemeinen Vorgaben Bemessungsregeln aufzubauen sind, um ihnen einen möglichst großen Anwendungsbereich zu erschließen.

Zu diesen Fragen hat der SFB verschiedene Untersuchungen vorgelegt, so zur Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonträgern, zur Bemessung von Stahlstützen, zur Form der Nachweise bei Ermüdungsbeanspruchung und allgemeine theoretische Konzepte zur Normentheorie. Eine gründliche Untersuchung der Normenkonzepte für die wichtigsten Bauweisen des konstruktiven Ingenieurbauwes war nicht zuletzt auch deshalb notwendig, um die neuen Konzepte auf die bisherige Praxis rückbeziehen zu können und damit Möglichkeiten zu einer Eichung zu gewinnen.

9.2 Normenvorschläge für Spannbetonträger

Das ursprüngliche Ziel der Untersuchungen war, mittels eines Vergleiches von Zuverlässigkeiten Aufschluß darüber zu gewinnen, welche Aufteilung des Sicherheitsbeiwertes in Teilsicherheitsbeiwerte zu einem gleichmäßigeren Sicherheitsniveau von Spannbetonträgern unterschiedlicher Ausführungen auch unter Berücksichtigung teilweiser Vorspannung führen würde. Nachdem die Gewichtung von Abweichungen gegenüber der Sollzuverlässigkeit stark von der Wahl des Zuverlässigkeitsmaßes abhängig ist und es somit Schwierigkeiten bereitete, zu entscheiden, wie die Zuverlässigkeit im Hinblick auf die vorzunehmende Wertung zu beschreiben ist, wurde versucht, die Sicherheitselemente durch eine Kosten-Nutzungs-Optimierung der Bemessungsnorm direkt zu bestimmen. Hierbei können die bestehenden Vorschriften durch einen Vergleich der dort festgelegten mit den optimierten Sicherheitselementen in die Bewertung einbezogen werden. Voraussetzung für die Optimierung ist eine möglichst wirklichkeitsnahe Beschreibung des Grenztragzustandes der Träger unter Berücksichtigung aller maßgeblichen streuenden

Einflußgrößen (vgl. Abschnitt 8.2). Zur Optimierung selbst ist eine Gewichtsfunktion einzuführen, die Abweichungen von den Sollwerten (Unter- bzw. Überbemessungen verschiedenen Ausmaßes) hinsichtlich ihrer volkswirtschaftlichen Auswirkungen bewertet. Die Kosten-Nutzen-Optimierung hat den Vorteil, das Sollzuverlässigkeitsniveau in objektiver Weise von unterschiedlichen Versagensfolgen, wie sie etwa bei Sonderbauwerken auftreten können, abhängig zu machen, andererseits sind mit ihr charakteristische Schwierigkeiten verknüpft, so etwa die Schwierigkeit, die speziellen Kostenverhältnisse verschiedener Bauwerke zu generalisieren. Daher setzte die Formulierung einer geeigneten Bewertungsfunktion zur Erfassung der Bau- und Schadenskosten in Beziehung zur Versagenswahrscheinlichkeit verschiedene Vereinfachungen voraus, etwa die Annahme, daß die Schadenskosten für alle Bemessungsbeispiele mit Querschnittsversagen gleich groß sind, sie erfordert weiter eine Anbindung an die bestehenden Regelungen, z.B. mittels der Annahme, daß die heutigen Bemessungsregeln im Mittel bereits optimal sind.

Die Optimierungsberechnungen benötigten, trotz einer auf Rechenzeiteinsparung ausgerichteten modifizierten Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung, einen außerordentlich hohen Aufwand, der eine umfassende Behandlung statisch unbestimmter Spannbetonträger mit entlang der Stabachse zufällig streuenden Größen (stochastischer Prozeß des Ortes) noch nicht zuließ. Offen blieben auch einige andere Fragen, etwa die zuverlässigkeitstheoretische Beschreibung des Versagens der vorgedrückten Zugzone oder die Erfassung von Zwangseinwirkungen oder die Behandlung der Gebrauchstauglichkeitsnachweise, insbesondere des Nachweises der Rissebeschränkung. Die Untersuchungen bezogen sich auch nur auf die Widerstandsseite, da in der Bearbeitungszeit noch keine kompatiblen Modelle für Einwirkungen erarbeitet waren.

Die Ergebnisse der Untersuchung für statisch bestimmte Spannbetonträger zeigen, daß die Aufspaltung des Sicherheitsbeiwertes in Partialsicherheitsbeiwerte für die Betonfestigkeitsklasse und für die Stahlsorte sowie die Einführung eines additiven Sicherheits

elements für die Betonüberdeckung, das insbesondere für dünne Platten von Bedeutung ist, zu wesentlich geringeren Streuungen der Sicherheitsbeiwerte führt, als dies nach der gültigen Norm bei Zugrundelegung der gleichen Beispielauswahl aus dem Hoch-, Industrie- und Brückenbau der Fall ist.

Spürbare Auswirkungen sind auf die Gesamtkosten zu erwarten. Diese ergeben sich nach der Untersuchung für die optimierte Vorschrift als deutlich geringer als nach der bestehenden Vorschrift. Dies ist insbesondere darauf zurückzuführen, daß der Anteil von Bemessungssituationen mit großen Versagenswahrscheinlichkeiten und daher auch hohen, erwarteten Schadenskosten durch die Optimierung wesentlich verringert werden könnte. Allerdings muß hier daran erinnert werden, daß in dieser Untersuchung nur die zufälligen Streuungen von Einwirkungen und Widerständen erfaßt wurden, nicht z.B. grobe Fehler bei Entwurf und Ausführung. Für die Baukosten der Tragkonstruktion brächte die Optimierung zwischen 5% und 10% Einsparung. Mit Rücksicht auf die notwendigen Annahmen und Vereinfachungen können die genannten Zahlenwerte jedoch lediglich eine Tendenz bezeichnen.

9.3 Stahlstützen

Auf der Basis von Grenztragfähigkeitsberechnungen (vgl. Abschnitt 8.3) sollten auch für diese Bauelemente die Sicherheitsnachweise optimiert werden. Wegen der bereits erörterten Schwierigkeiten einer Kosten-Nutzen-Optimierung wurde dieser Untersuchung ein alternatives Konzept zugrundegelegt, und zwar wurde die Optimierung auf das Minimum gewichteter Abweichungen der Zuverlässigkeit von einem Zielniveau ausgerichtet, das am bisherigen Baugeschehen geeicht ist. Um die Schwierigkeit überwinden zu können, gleichzeitig optimale charakteristische Einwirkungs- und Widerstandskennwerte festzulegen, erschien eine iterative Vorgehensweise zweckmäßig, bei der jeweils nur die eine "Seite" (Einwirkung oder Widerstand) zu optimieren war, während

für die jeweilig andere ein für die Gesamtheit der möglichen Verteilungsfunktionen näherungsweise repräsentativer Satz von Ansätzen benutzt wurde. In der Untersuchung wurden verschiedene Vorschläge für Bemessungsregeln mit Verwendung von Teilsicherheitsbeiwerten optimiert. Dabei ergab sich, daß Streuungen der Zuverlässigkeit für die verschiedenen Anwendungsfälle nicht zu vermeiden sind.

Durch Vergrößerung der Anzahl der Sicherheitselemente, oder Veränderungen des funktionalen Aufbaues der Nachweisgleichung, waren die Streuungen des Zuverlässigkeitsniveaus nur begrenzt abzubauen. Eine weitergehende Vergleichsmäßigung wäre durch Erhöhung der charakteristischen Lasten bei gleichzeitiger Verkleinerung des globalen Sicherheitsbeiwertes zu erreichen. Es zeigte sich, daß Änderungen der Normen nach den zugrundegelegten Optimierungskriterien auch einige Nachteile mit sich brächten, so geradezu eine Umkehrung der Bedeutung "deterministischer" und stark streuender Lasten auf die Sicherheit: Während nach den bestehenden Regelungen besonders die stark streuenden Lasten das Versagensrisiko erhöhen, würde eine im dargestellten Sinn optimierte Vorschrift zu einem relativen Ansteigen des Einflusses der bekannten "deterministischen" Lasten auf das Versagensrisiko führen.

Eine Optimierung im vorgeschlagenen Sinne führt nicht auf sicherere, sondern auf wirtschaftlichere Konstruktionen. Nach den Ergebnissen der Untersuchung erscheint es für den behandelten Themenbereich unter Berücksichtigung aller Gesichtspunkte nicht empfehlenswert, nach den zugrundegelegten Kriterien ohne weitere Untersuchungen "optimierte" Bemessungsvorschriften in die Praxis einzuführen. Bessere Ergebnisse sind durch Kosten-Nutzen-Optimierung zu erreichen.

9.4 Ermüdungsnachweise

Das Konzept des Minimums gewichteter Abweichungen der Zuverlässigkeit von einem Zielniveau, das an der bisherigen Erfahrung ausgerichtet ist, wurde auch für eine Optimierung des Betriebsfestigkeitsnachweises für beliebige, nicht vorwiegend ruhend beanspruchte Bauwerke, z.B. Straßen- oder Eisenbahnbrücken und Kranbahnen, zugrundegelegt. Als Grundlage der Optimierung dienten die Arbeiten über die Dauerfestigkeit (vgl. Abschnitt 5.3 und über die Verkehrslasten von Brücken, vgl. Abschnitt 7.5) sowie zu diesem Punkt in der Literatur mitgeteilte Messungen von Lastkollektiven. Zusätzliche Untersuchungen wären notwendig über verschiedene, bislang kaum berücksichtigte Effekte, den Einfluß der Bauteilgröße, des Volumens und des Spannungsgefälles. Der erstgenannte Einfluß korrespondiert damit, daß ein großes Bauteil aufgrund seiner Eigenspannungen ermüdungsgefährdeter ist als ein kleiner, weitgehend eigenspannungsfreier Prüfkörper. Der zweitgenannte damit, daß mit zunehmendem Volumen die Wahrscheinlichkeit für die Existenz einer rißauslösenden Fehlstelle ansteigt. Mit dem dritten Einfluß wird erfaßt, daß hohe Bauteile mit geringem Anstieg der Biegespannungen gefährdeter sind als niedrige. Wesentliche Vorarbeiten zur Berücksichtigung rißauslösender Fehlstellen wurden mit der Entwicklung eines Ansatzes für die Verteilung der Anfangsrißlängen bereits geleistet, (Abschnitt 7.4, letzter Abschnitt).

9.5 Konzepte der Normentheorie

Die Entwicklung allgemeiner, zuverlässigkeitstheoretisch begründeter Konzepte für die Normung bereitet wegen der Vielschichtigkeit des Problems große Schwierigkeiten. Die Aufgabe umfaßt die Auswahl der Sicherheitselemente und die Formulierung der Bemessungsregeln, die Gegenüberstellung und Wertung der Kriterien, nach denen die Qualität der Vorschrift beurteilt wird, sowie systematische Untersuchungen darüber, inwieweit die Aussagen gegenüber Veränderungen der statistischen Merkmale von

Eingangsgrößen (Einwirkungen und Widerstände) empfindlich sind. Es gehört auch dazu, menschlichen Fehlern und Irrtümern Rechnung zu tragen und die Auswirkungen verschiedener Prüfmaßnahmen im Sinne einer Zuverlässigkeitsbewertung zu quantifizieren.

Bezüglich der Auswahl der Sicherheitselemente sind widerstreitende Anforderungen nach Einfachheit der Bemessungsregeln einerseits und nach Anpassungsfähigkeit und Vergleichmäßigung des Sicherheitsniveaus in verschiedenen Anwendungen andererseits auszugleichen: So sollten im Hinblick auf die Praxis z.B. die Nennwerte der Einwirkungen baustoff- und bauartenunabhängig definiert werden oder die Anzahl der Sicherheitsklassen und die Anzahl der Lastfälle beschränkt werden, überlineares und unterlineares Tragverhalten einheitlich behandelt werden, usw., obwohl derartige Festlegungen nicht in jedem Fall zuverlässigkeitstheoretisch überzeugend erscheinen. Der SFB hatte sich hier die Aufgabe gestellt, allgemeine Grundsätze für den Aufbau von Bemessungsregeln zu entwickeln und Aussagen zu deren Restriktionen zu machen. In diesem Zusammenhang wurden verschiedene Strategien für eine Bewertung von Bemessungsansätzen verfolgt und hinsichtlich des Aufwandes und der Aussagekraft untersucht, darunter Optimierungen mit der Forderung nach einer minimalen Varianz des (als Zufallsgröße aufgefaßten) Sicherheitsindex β oder Optimierungen auf der Grundlage von Kosten-Nutzen-Berechnungen. Unter Verwendung einer Kostenfunktion (Bild 35) für die Bau- und Schadenskosten führt die letztgenannte Betrachtungsweise auf eine Optimierungsaufgabe der Form

$$\int H(\beta) \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \rightarrow \text{Min.}$$

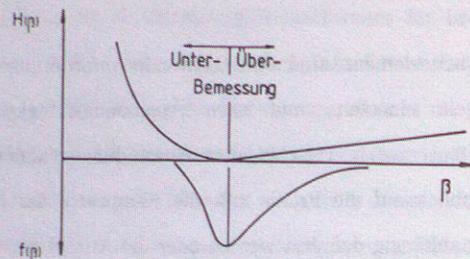


Bild 35: Kostenfunktion zur Normenoptimierung

Die Kostenfunktion $H(\beta)$ für eine umfassende Anwendung zu ermitteln, ist außerordentlich diffizil, da mit ihr auch kaum Quantifizierbares, wie der Verlust von Menschenleben, erfaßt werden müßte. Es hat sich in den Arbeiten des SFB, aber auch in der internationalen Abstimmung über die Normung herausgestellt, daß es für eine wirkungsvolle Anwendung einer Kosten-Nutzen-Optimierung unerlässlich ist, alle Maßnahmen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit, wie Vor- und Eignungsuntersuchungen, Kontrollen der Baustoffproduktion und der Bauausführung usw., in die Untersuchungen einzubeziehen. Um diese Einflüsse berücksichtigen zu können, ist eine Quantifizierung der Auswirkungen der verschiedenen Prüfmaßnahmen notwendig. Der SFB hat zu diesem Arbeitsgebiet mit der Entwicklung von Berechnungsansätzen für die Beschreibung der "Filterwirkung" von Kontrollen, d.h. der Auswirkungen der Kontrollmaßnahmen auf die davon berührten statistischen Eigenschaften, wesentlich beigetragen. Unter Verwendung dieser Ergebnisse konnte als Vorarbeit für die allgemeine Kosten-

Nutzen-Optimierung die Abhängigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit von verschiedenen Aufwandsparametern, wie dem Materialaufwandsparameter oder den Parametern für den Umfang an Voruntersuchungen oder für Qualitätskontrollen, ermittelt werden.

In engem Zusammenhang mit den Kontrollmaßnahmen stehen auch die Fragen menschlicher Irrtümer und Fehler. Sie sind für die Sicherheit von Bauwerken von erheblicher Bedeutung, einer quantitativen Behandlung jedoch nur schwer zugänglich. In dem Bemühen, mathematische Beziehungen für das Auftreten und die Größe von Fehlern, die Auswirkungen von Kontrollen und Systemreserven (Redundanzen) zu entwickeln, konnten im SFB erste Fortschritte erzielt werden.

9.6 Zusammenfassung

Die Regelungen in den Normen sollen für die verschiedensten Anwendungen gültig und einfach zu benutzen sein und die unvermeidlichen Unsicherheiten so abdecken, daß Schäden nur äußerst selten, in einem das öffentliche Sicherheitsbedürfnis nicht verletzenden Umfang auftreten. Zur Erfüllung dieser Aufgaben dienen sogenannte Sicherheitselemente, z.B. Sicherheitsfaktoren in den für eine deterministische Anwendung ausgelegten Bemessungsregeln. Das Problem der Festlegung dieser Sicherheitselemente ist sehr vielschichtig und einer theoretischen Analyse nur schwer zugänglich, spielen doch neben der Zufälligkeit der maßgeblichen Einflußgrößen auch die Kontrollmaßnahmen und, damit in engem Zusammenhang stehend, die Möglichkeiten menschlicher Fehler und Irrtümer eine maßgebliche Rolle. Lösungen dieser Aufgabe sind mittels Optimierung zu finden, wobei allein schon die Auswahl des Optimierungskriteriums erhebliche Schwierigkeiten bereitet.

Der SFB hat zur Frage optimaler Bemessungsvorschriften verschiedene Beiträge geleistet, auf spezielle Bauweisen, Spannbeton und Stahlbau, bezogene Untersuchungen,

bei denen nur die Zufälligkeit der Einflußgrößen, nicht aber Kontrollen und menschliche Fehler einbezogen wurden, und allgemeine Untersuchungen über die Konzepte der Normung, über die Eignung verschiedener Optimierungsstrategien sowie über die Einbeziehung von Fehlern und Prüfmaßnahmen.

10. Zusammenfassung des gesamten Berichtes

Seitdem der Tragwerksdimensionierung statische Berechnungen zugrunde gelegt werden, etwa seit der Mitte des letzten Jahrhunderts, verwendet man Sicherheitsfaktoren und verschiedene Prüfmaßnahmen, um eine ausreichende Sicherheit der baulichen Anlagen trotz vielfältiger, die Sicherheit bedrohende, Einflüsse zu erreichen. Von der Größe dieses Sicherheitsbeiwertes ist i.a. jedoch selbst bei einheitlicher Definition der Nennwerte von Lasten und Festigkeitsparametern mit Rücksicht auf die Möglichkeit von Ausführungsfehlern und die Zufälligkeit der maßgeblichen Einflußgrößen kein direkter Schluß auf die wirkliche Sicherheit eines Bauwerkes möglich. So mag trotz unterschiedlicher Sicherheitsfaktoren in verschiedenen Anwendungen eine durchaus vergleichbare Sicherheit bestehen, während umgekehrt unter anderen Bedingungen trotz gleicher Sicherheitsfaktoren das tatsächliche Sicherheitsniveau mehr oder weniger unterschiedlich sein könnte.

Besonders im Hinblick auf eine Einordnung außergewöhnlicher, außerhalb des bisherigen Erfahrungsbereichs liegender Anwendungen, aber auch, um in den bisherigen Anwendungen – nicht zuletzt im Hinblick auf eine Vergleichsmäßigung des Wettbewerbs – einheitliche Sicherheitsanforderungen verwirklichen zu können, war es notwendig, den unbestimmten Sicherheitsbegriff durch eine quantitative Größe abzulösen.

Den wesentlichen Anstoß in dieser Hinsicht gab FREUDENTHAL, indem er die Sicherheit mit der Wahrscheinlichkeit des Überlebens oder Versagens unter Berücksichtigung zufälliger Einflußgrößen in Beziehung brachte. Die Einflüsse, die die Sicherheit bedrohen, sind ganz unterschiedlichen Charakters. Auf der einen Seite solche, die mit Fehlern der am Bau Beteiligten zusammenhängen, auf der anderen solche, die mit den zufälligen Streuungen der Belastungen, der Festigkeit, sowie des Tragverhaltens der mechanischen Systeme und mit Unsicherheiten bei Verwendung bestimmter Rechenmodelle verbunden sind.

Die weitaus größte Zahl an Schäden ist auf grobe menschliche Fehler zurückzuführen. Im Hinblick auf die Wirtschaftlichkeit der Baumaßnahmen ist es jedoch i.a. nicht möglich, diese Unsicherheitsquelle durch Sicherheitsbeiwerte allein abzudecken, vielmehr muß versucht werden, ihr durch gezielte Prüfmaßnahmen entgegenzuwirken.

Die Entwicklung eines Sicherheitskonzeptes für Baukonstruktionen zerfällt in eine Reihe von Teilaufgaben, in grober Strukturierung in eine Analyse der Tragwerkszuverlässigkeit unter Ausklammerung grober menschlicher Fehler, in Untersuchungen über deren Auswirkungen unter Berücksichtigung von Kontrollen sowie in eine zusammenfassende Betrachtung zur Entwicklung von Vorschriften. Der SFB hat Beiträge zu allen Teilbereichen geleistet.

Den Schwerpunkt der Arbeiten bildeten Untersuchungen auf der Grundlage der Annahme, daß die Bauwerke mit üblicher Sorgfalt geplant, erstellt und genutzt werden und Schäden nur aufgrund einer unvermeidlichen Häufung zufälliger ungünstiger Abweichungen von erwarteten Werten auftreten. Die Untersuchungen bezogen sich in erster Linie auf grundlegende methodische Fragestellungen, wie auf die Darstellung der Einwirkungen und der Festigkeitsgrößen, oder auf Untersuchungen des statischen und dynamischen Systemverhaltens jeweils unter Berücksichtigung zufällig streuender Größen, aber auch auf Anwendungen in speziellen Arbeitsgebieten des Bauingenieurwesens.

Hinsichtlich der anzuwendenden Methoden wurde ein "naturwissenschaftliches" und ein pragmatisch "entscheidungstheoretisches" Konzept analysiert, ersteres, das sich letztendlich als zu aufwendig für den allgemeinen Einsatz erwies, hatte zum Ziel, unter Benutzung empirisch erhobener Daten simulatorisch die Zuverlässigkeit zu bestimmen, letzteres arbeitet mit mathematischen Modellen für die Zufallsgrößen und liefert somit eine operative Größe für die Zuverlässigkeit. Nachdem jedoch im Hinblick auf die weiterführenden Entscheidungen die Kenntnis dieser Rechengröße als ausreichend zu betrachten ist, bildete die Entwicklung geeigneter zugehöriger Berechnungsverfahren

und deren Erprobung im praktischen Einsatz einen Schwerpunkt der methodischen Arbeiten. Es entstand u.a. ein hinsichtlich seiner Aussagekraft eingehend analysiertes, unter sehr allgemeinen Bedingungen einsetzbares, in einer Vielzahl von Anwendungen bewährtes Programm zur näherungsweise Berechnung der Tragwerkssicherheit nach der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung.

Im Zusammenhang mit der Aufbereitung der Einwirkungen für zuverlässigkeitstheoretische Untersuchungen bildete die Kombination statisch einwirkender Belastungen ein zentrales Thema. Zur Lösung dieser Aufgabe mußten die Einwirkungen in ihrer zufälligen zeitabhängigen Veränderlichkeit als "stochastische Prozesse" beschrieben werden und das Verhalten des Tragwerks im Grenzzustand der Tragfähigkeit einbezogen werden. Der SFB konnte zur Lösung dieser Fragestellungen wesentliche Beiträge liefern. Auch zur Lösung des Ermüdungsproblems von Straßen- und Eisenbahnbrücken hat der SFB mit der Entwicklung eines mathematischen Modells zur Beschreibung des Straßen- und Eisenbahnverkehrs die wesentlichen Vorarbeiten geleistet. Mit der Analyse oberitalienischer Erdbeben und der Entwicklung eines zugehörigen Beschreibungsmodells wurden dem Verständnis und der mathematischen Erfassung der Erdbebenanregung und -wirkung neue Perspektiven erschlossen.

Der SFB konnte die statistische Beschreibung von Werkstoffgrößen soweit aufbereiten und absichern, daß die Herausgabe von Informationsblättern mit allen für die zuverlässigkeitstheoretische Verarbeitung wesentlichen Informationen möglich wurde. Grundlage dafür waren für das Brettschichtholz experimentelle Untersuchungen, ansonsten statistische Auswertungen, z.B. von WÖHLER-Versuchen, und methodische Arbeiten zur Entwicklung geeigneter Beschreibungsmodelle.

Mit Rücksicht auf die außerordentliche große Vielzahl theoretisch möglicher Versagensformen von Systemen mit zufällig streuenden Eigenschaften unter der Einwirkung zufälliger Belastungen war die Entwicklung leistungsfähiger, abgesicherter Berechnungsverfahren für die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit von Tragkonstruktionen eine schwierige Aufgabe des SFB, deren Lösung die Voraussetzung für eine allgemeine Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie schuf. Es gelang für einfachere rahmenartige Systeme gleichzeitig auch eine Lösung des Lastkombinationsproblems.

In der Untersuchung der dynamischen Reaktion von Tragwerken unter zufälligen Einwirkungen nimmt die Leistungsspektralmethode einen zentralen Platz ein. Nachdem die Gültigkeit dieses Verfahrens an eine Anzahl von Voraussetzungen geknüpft ist, die in den Anwendungen des Bauwesens mehr oder weniger stark verletzt sein können, hat der SFB auf der Basis tiefer gehender Untersuchungen der Einwirkungen und der Tragwerksreaktionen die Aussagekraft und die Einsatzmöglichkeiten dieser Methode für verschiedene Belastungen wie Wind, Meereswellen und Erdbeben systematisch untersucht. Es gelang, das Verfahren weiter auszubauen und damit für Anwendungen aufzubereiten, die der Methode in ihrer Grundform verschlossen sind. Interessante – allerdings auf lineare Systemwirkung beschränkte – Aussagen konnten u.a. im Zusammenhang mit den erwähnten Erdbebenauswertungen erzielt werden.

Während für die genannten Untersuchungen in sehr guter Näherung deterministisches Verhalten der Tragwerke unterstellt werden konnte, zeigte sich, daß für Schwingungsanregungen, wie sie von Maschinen ausgehen, die zufälligen Streuungen der Systemeigenschaften (Masse, Steifigkeit, Dämpfung) maßgeblich für die Zuverlässigkeit sind.

Neben der Ermüdung ist auch die erstmalige Überschreitung eines Grenzspannungshorizontes in den Zuverlässigkeitsuntersuchungen zu berücksichtigen. In den Arbeiten des SFB wurden Ansätze zur Behandlung beider Versagensarten in ihrer gegenseitigen Verknüpfung entwickelt.

Als Grundlage für die Entwicklung eines Normenkonzeptes für die Bemessung von Brett-schichtholzträgern, Spannbetonträgern und Stahlstützen wurden unter Berücksichtigung aller jeweilig spezifischen zufälligen Einflußgrößen die Versagenswahrscheinlichkeiten ermittelt und damit aufschlußreiche Einsichten bezüglich der Sicherheitsrelevanz der verschiedenen Einflußgrößen und Bemessungsmaßnahmen ermöglicht.

Um die gewonnenen Erkenntnisse in Bemessungsregeln einfließen lassen zu können, ist es nötig, nach Vorgabe des allgemeinen Aufbaues der Bemessungsregel die zugehörigen Sicherheitselemente zu bestimmen. Dies stellt sich als die Optimierungsaufgabe dar, die Sicherheitselemente so einzurichten, daß ein bestimmtes Kriterium optimal erfüllt wird. Die Auswahl eines geeigneten Kriteriums, etwa der Forderung eines möglichst gleichmäßigen Niveaus der Zuverlässigkeit in allen verschiedenen Anwendungen, erwies sich als sehr schwierig und war Gegenstand eingehender Untersuchungen. Während für die konkreten Aufgaben des Spannbetonträgers und der Stahlstütze Vorschläge für eine Bemessungsregel ohne Berücksichtigung der menschlichen Fehler entwickelt wurde, zeigte sich in den grundsätzlichen Untersuchungen, daß für abschließende Festlegungen in Normen generell auch die Auswirkungen menschlicher Fehler und die Möglichkeiten ihrer Kompensierbarkeit durch Prüfmaßnahmen in der Optimierung zu berücksichtigen sind. Zu dieser Problematik konnte der SFB erste Ansätze vorstellen.

und 7-12-
 Der SFB hat wesentlich dazu beitragen können, die Voraussetzungen für ein Sicherheitskonzept des Konstruktiven Ingenieurbauwesens zu schaffen, durch Arbeiten an den Modellen für die Darstellung zufälliger Einwirkungen und Festigkeitsgrößen, an den Methoden zur Bestimmung der Zuverlässigkeit unter kombinierten statischen oder dynamischen Belastungen und an den Methoden, Bemessungsregelungen systematisch unter Einbeziehung von Prüfmaßnahmen durch Optimierung zu entwickeln. Im Rahmen des SFB wurde das erste deutschsprachige Textbuch zur Bauwerkszuverlässigkeit erarbeitet, Mitglieder des SFB haben ihre Kenntnisse und die Ergebnisse ihrer Untersuchungen in die Arbeit von Normengremien eingebracht.

Natürlich war eine abschließende Lösung aller mit der Bauwerkszuverlässigkeit in diesem Zusammenhang stehenden Fragen nicht möglich; der Wissenschaft stellt sich die Aufgabe zusätzlicher Forschungsarbeit zur Weiterentwicklung der Methoden sowie zur praxisgerechten Aufbereitung und Umsetzung der Untersuchungsergebnisse.

Die *Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke* (BZTB) dienen der Veröffentlichung technischer Berichte und der schnellen Verbreitung von Forschungsergebnissen der im *Laboratorium für den konstruktiven Ingenieurbau* (LKI) der *Technischen Universität München* (TUM) zusammengeschlossenen Institutionen auf dem weiteren Gebiet der Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke. In der Regel werden die Berichte, gegebenenfalls in veränderter Form, noch bei anderen Publikationsorganen zur Veröffentlichung eingereicht. Die Verteilung der Berichte ist begrenzt. Literaturhinweise sollten sich vorzugsweise auf die endgültige Veröffentlichung beziehen.

The *Reports on Reliability Theory of Constructed Facilities* (BZTB) serve for the publication of technical reports and for the early dissemination of research results on structural reliability from the institutions at the *Laboratory for Structural Engineering* (LKI) at the *Technical University of Munich* (TUM). Usually, these reports, possibly modified, are submitted for publication to further publishing institutions. Their distribution is limited. Whenever possible reference should be made to the final publication.

- 23/1978 Maaß, G.: Zur Statistik der Lage und Größe der Vorspannbewehrung
 26/1978 Kappler, H.; Knappe, O.K.; Reichmann, K.-H.; Schueller, G.I.; Schwarz, R.F.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen im Ingenieurbau – Teil I: Grundlagen
- 47/1980 Kafka, P.; Krawinkler, H.; Meier, H.-J.; Oswald, G.F.; Schmitt, W.; Schueller, G.I.; Wen, Y.K.: Ausgewählte Beispiele der probabilistischen Behandlung von Problemen der Bruchmechanik, Lastkombination und Strukturodynamik
- 48/1980 Hohenbichler, M.: Zur zuverlässigkeitstheoretischen Untersuchung von Seriensystemen
- 49/1980 Seminar über stochastische Tragwerksmechanik und Zuverlässigkeit
- 51/1980 Grimmelt, M.; Schueller, G.I.: Benchmark Study on Methods to Determine Collaps Failure Probability of Redundant Structures
- 52/1980 Peintinger, B.; Rackwitz, R.: Numerische Unsicherheitsanalyse von Böschungen
- 55/1981 Breitung, K.: Zwei Anwendungen der Bayesschen Statistik
- 56/1981 Kersken-Bradley, M.: Beanspruchbarkeit von Bauteilquerschnitten bei streuenden Kenngrößen des Kraftverformungsverhaltens innerhalb des Querschnitts
- 57/1981 Großmann, E.; Juli, R.: Zufällige Systemeigenschaften bei dynamisch belasteten Tragwerken mit einem Freiheitsgrad
- 62/1982 Spengler, R.: Festigkeitsverhalten von Brettschichtholz unter zweiachsiger Beanspruchung; Teil 1: Ermittlung des Festigkeitsverhaltens von Brettelelementen aus Fichte durch Versuche
- 63/1982 Dolinski, K.: First Order Second Moment Approximation in Reliability of Structural Systems; Critical Review and some Reliability Bounds
- 66/1982 Rackwitz, R.: Predictive Distribution of Strength under Control
- 67/1982 Rackwitz, R.: Response Surfaces in Structural Reliability
- 68/1983 Fiessler, B.: Entwicklung für Regeln zur Kombination stochastischer Lasten für die Tragwerksbemessung
- 69/1984 Breitung, K.; Hohenbichler, M.: Some Asymptotic Results in Second Order Reliability
- 72/1984 Hohenbichler, M.: Mathematische Grundlagen der Zuverlässigkeitsmethode erster Ordnung und einige Erweiterungen
- 74/1984 User's Manual for Structural Reliability Programs CUTALG – FORM – SORM – SYSREL
- 75/1984 Hohenbichler, M.: An Asymptotic Formula for the Crossing Rate of Normal Process into Intersections
- 76/1984 Grimmelt, H.: Eine Methode zur Berechnung der Zuverlässigkeit von Tragsystemen unter kombinierten Belastungen
- 77/1986 Schrupp, K.: Austrittsraten von markierten Poissonschen Clusterprozessen und ihre Anwendung in der Zuverlässigkeitstheorie
- 81/1986 Abschlußkolloquium Sonderforschungsbereich 96, Zuverlässigkeit der Bauwerke
- 82/1987 Guers, F.: Zur Zuverlässigkeit redundanter Tragsysteme bei Ermüdungsbeanspruchung durch zeitvariante Gaußsche Lasten
- 83/1988 Schall, G.; Rackwitz, R.: On the Integration of Multinormal Densities over Equalities
 Gollwitzer, S.; Rackwitz, R.: Updating General First-Order Integrals by Importance Sampling
- 84/1988 Fujita, M.; Grigoriu, M.; Rackwitz, R.: Reliability of Redundant Dynamic Systems with Brittle Components
- 85/1989 Plantec, J.-Y.; Rackwitz, R.: Structural Reliability under Non-Stationary Gaussian Vector Process Loads