

LABORATORIUM FÜR DEN KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU (LKI)
TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

BERICHTE
zur
ZUVERLÄSSIGKEITSTHEORIE DER BAUWERKE

Das Programmsystem FORM zur Berechnung der Versagens-
wahrscheinlichkeit von Komponenten von Tragsystemen

von
B. Fießler

II
SONDERFORSCHUNGSBEREICH 96

LABORATORIUM FÜR DEN KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU (LKI)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

BERICHTE

ZUR

ZUVERLÄSSIGKEITSTHEORIE DER BAUWERKE

Heft 43/1979

DAS PROGRAMMSYSTEM FORM ZUR BERECHNUNG DER VERSAGENS-
WAHRSCHEINLICHKEIT VON KOMPONENTEN VON TRAGSYSTEMEN

B. Fießler

SONDERFORSCHUNGSBEREICH 96 (SFB 96)

Der SFB 96 "Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke" ist eine Einrichtung der Technischen Universität München und der Deutschen Forschungsgemeinschaft. Der SFB 96 hat sich die Entwicklung baustoff- und bauartenübergreifender Sicherheitssysteme auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Grundlage zum Ziel gesetzt.

LABORATORIUM FÜR DEN KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU (LKI)

Am LKI beteiligte Institute:

Institut für Bauingenieurwesen I

Baumechanik
Baustatik

Prof. Dr.-Ing. Grundmann
Prof. Dr.-Ing. Knittel

Institut für Bauingenieurwesen II

Baukonstruktion und Holzbau
Baustoffkunde und Werkstoff-
prüfung

Prof. Dr.-Ing. Heimeshoff
Prof. Dr.-techn. Springen-
schmid

Institut für Bauingenieurwesen III

Massivbau
Stahlbau

Prof. Dr.-Ing. Kupfer
Prof. Dipl.-Ing. Nather

Der Verfasser des vorliegenden Berichtes ist Angehöriger des Instituts für Bauingenieurwesen III, Lehrstuhl Massivbau.

VORWORT

Der vorliegende Bericht befaßt sich mit Grundlagen, Leistungsfähigkeit und Anwendung des Programmsystems FORM (= First Ordr Reliability Method). Das Programmsystem dient der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten bestimmter Zustände in einem Tragwerk; es ist in dieser Funktion auch im Rahmen von Systemzuverlässigkeitsuntersuchungen einsetzbar.

Der Bericht gliedert sich in einen Hauptteil, der in erster Linie der Beschreibung der verwendeten Methoden und der Programmarchitektur dienen soll, sowie in Anhänge, die mehr zum Nachschlagen vor und während der praktischen Arbeit mit FORM gedacht sind.

Die Entwicklung des Programmsystems begann im SFB 96 "Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke" der TU München etwa Ende 1974 mit einigen nach Methoden und Anwendungsmöglichkeiten unterschiedlichen Programmen. Bis zum Jahre 1976 entstand daraus eine erste Form des Programmsystems, von dem wesentliche Grundzüge bis heute beibehalten werden konnten. Heft 14 der LKI-Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke gab diesen Stand wieder.

In der Zwischenzeit wurden viele Neuerungen eingeführt, wie zum Beispiel die Umstellung der Programmiersprache von ALGOL auf FORTRAN, oder eine ganze Reihe von neuen Beschreibungsmöglichkeiten zum stochastischen Modell. Auch die Handhabung des jetzt vorliegenden Programmsystems ist gegenüber Heft 14 völlig neu. Es erscheint deshalb notwendig, mit diesem Bericht den aktuellen Stand wieder zu erreichen.

Bei der Entwicklung des Programmsystems waren viele Kolleginnen und Kollegen im SFB 96 dem Verfasser behilflich, sei es durch Unterstützung in theoretischen Fragen, oder durch die bei der Anwendung gesammelten Erfahrungen. Herr Dr. Rackwitz hat stets mit Anregungen und Kritik wesentlichen Einfluß auf diese Arbeit genommen. Ihnen allen möchte der Verfasser an dieser Stelle herzlich danken.

INHALTSVERZEICHNIS

| | <u>Seite</u> |
|--|--------------|
| 1. Aufgabenstellung | 1 |
| 2. Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung | 2 |
| 3. Programmsystem FORM | 5 |
| 3.1 Überblick und Entwicklung | 5 |
| 3.2 Beispiel | 8 |
| 3.3 Programmaufbau und Datenfluß | 11 |
| 3.4 Stochastisches Modell | 14 |
| 3.4.1 Verteilungsgesetze | 14 |
| 3.4.1.1 Zuordnung von Verteilungsgesetz zur Basisvariablen | 14 |
| 3.4.1.2 Verteilungstransformation | 15 |
| 3.4.2 Korrelation | 21 |
| 3.4.2.1 Anwendungsvorschriften | 21 |
| 3.4.2.2 Grundlagen der Transformation | 23 |
| 3.4.3 Zeit- oder ortsvariante Variable | 24 |
| 3.4.3.1 Allgemeines | 24 |
| 3.4.3.2 Extremwertverteilungen | 25 |
| 3.4.3.3 Kombination zufälliger unabhängiger Folgen | 28 |
| 3.5 Iterative Ermittlung des Linearisierungspunktes | 29 |
| 3.5.1 Iterationsalgorithmus, Konvergenzkriterien | 29 |
| 3.5.2 Iterationsprobleme | 31 |
| 3.5.3 Berechnung der partiellen Ableitungen | 34 |
| 3.6 Ausgabe | 35 |
| 3.6.1 Variablenausgabe | 35 |
| 3.6.2 Druckausgabe | 36 |
| 4. Schlußbemerkung | 38 |
| Anhang A: Literatur | 39 |
| Anhang B: Aufruf von FORM4 und von Hilfsprogrammen | 41 |
| Anhang C: Aufbau der Anwenderprogramme | 48 |
| Anhang D: Fehlermeldungen | 53 |
| Anhang E: Zugriff und Speicherbedarf am LRZ Rechner | 55 |
| Anhang F: Verteilungen | 57 |

1. Einführung

Eine wichtige Aufgabe der Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke ist die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten bestimmter Zustände, z.B. für das Versagen des Tragwerkes. Hierbei stellen sich die Zustände im allgemeinen als Funktionen eines n-dimensionalen Vektors stochastischer Variabler dar. Zu ihnen können u.a. Lasten, Festigkeiten oder geometrische Größen gehören. Diese Variablen werden Basisvariablen genannt.

Die Eigenschaften der stochastischen Variablen werden durch das stochastische Modell beschrieben; dazu gehören beispielsweise Annahmen über Mittelwerte und Standardabweichungen, allgemeiner und umfassender über weitere statistische Momente bzw. über Verteilungsfunktionen, über stochastische Abhängigkeiten verschiedener Variabler untereinander, oder über das Verhalten in Zeit und Raum, den stochastischen Prozeß, dem eine Variable folgt.

Die den zu untersuchenden Zustand beschreibende Funktion $g(\underline{x})$ des Basisvariablenvektors \underline{x} wird, analog zum stochastischen Modell, wegen ihrer gewöhnlichen Herkunft aus der Mechanik mechanisches Modell genannt. $g(\underline{x}) = 0$ bezeichnet den Grenzzustand, z.B. aufnehmbares Moment M_R gleich dem aufzunehmenden Moment M_S . Es ist üblich, die Funktion so zu definieren, daß im sicheren Bereich (im obigen Beispiel also $M_R > M_S$) $g(\underline{x}) > 0$ sowie im Versagensbereich $g(\underline{x}) < 0$ ist. Die Grenzzustandsfunktion lautet dann im genannten Beispiel $g(\underline{x}) \equiv M_R(\underline{x}) - M_S(\underline{x})$; hierin können M_R und M_S direkt als Basisvariable eingeführt werden, aber auch als Funktionen eines Vektors \underline{x} , wie Querschnittsgeometrie, Baustofffestigkeiten, etc.

Die Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten erfordert n-dimensionale Integration des Wahrscheinlichkeitsinhaltes in den nach der Grenzzustandsfunktion mit $g(\underline{x}) > 0$ bzw. $g(\underline{x}) < 0$ gegebenen Bereichen; sie ist im allgemeinen nicht analytisch durchführbar. Stattdessen können unter Benutzung von elektronischen Rechenanlagen entweder numerische Integration oder Monte-Carlo-Methoden angewendet werden. Hier treten allerdings

oft Schwierigkeiten auf, vor allem wegen des hohen Rechenzeit-
aufwandes, aber auch wegen numerischer Ungenauigkeiten, insbe-
sondere bei der Ermittlung kleiner Wahrscheinlichkeiten, etwa
 10^{-5} und kleiner, mit denen man in der Zuverlässigkeitstheorie
der Bauwerke zwangsläufig zu tun hat.

2. Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung

Zur einfachen approximativen Ermittlung der gesuchten Größen
entstand in den letzten Jahren die sogenannte Zuverlässig-
keitsmethode 1. Ordnung. Sie entwickelte sich aus der "2. Momenten-Methode" (Cornell [2]) durch Arbei-
ten von Ditlevsen [4], Hasofer/Lind [8] und Paloheimo/Hannus
[12] sowie die Arbeiten in [18].

Zusammenfassende bzw. einführende Darstellungen der Methode
sind in [18] und [19] zu finden, so daß die folgenden Darlegun-
gen kurz gehalten werden können.

Zur Erläuterung ihrer Grundlagen sei vorläufig vorausgesetzt,
daß alle n stochastische Variablen zeitinvariant, gegenseitig
unabhängig und standardnormalverteilt sind, also Mittelwert 0
und Standardabweichung 1 besitzen. In dem durch diese Variablen
aufgespannten n -dimensionalen Raum sind die Orte gleicher Wahr-
scheinlichkeitsdichte (Hyper-) Kugeloberflächen mit dem Mittel-
punkt im Ursprung. Die Dichte nimmt entsprechend dem Normal-
verteilungsgesetz vom Ursprung weg mit zunehmendem Radius ab.
Bild 1 zeigt für $n = 2$ einige konzentrische Kreise als Orte
gleicher Wahrscheinlichkeitsdichte.

Zur Gewährleistung der oben gemachten Voraussetzungen über
die Eigenschaften der stochastischen Variablen sind in der
Regel Transformationen erforderlich, z.B. bei korrelierten
normalverteilten Variablen Rotationen, oder bei nichtnormalen
unabhängigen Variablen die Transformation $u = \phi^{-1}(F(x))$.

Die durch die Grenzzustandsgleichung $g(\underline{x}) = 0$ gegebene Grenz-
zustandsfläche wird in der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung
in eine Taylorreihe entwickelt, wobei alle Terme höherer Ord-

nung als 1 vernachlässigt werden, woraus der Name der Methode
abgeleitet wurde. Es handelt sich somit um eine Linearisierung
der Grenzzustandsfläche im Entwicklungspunkt.

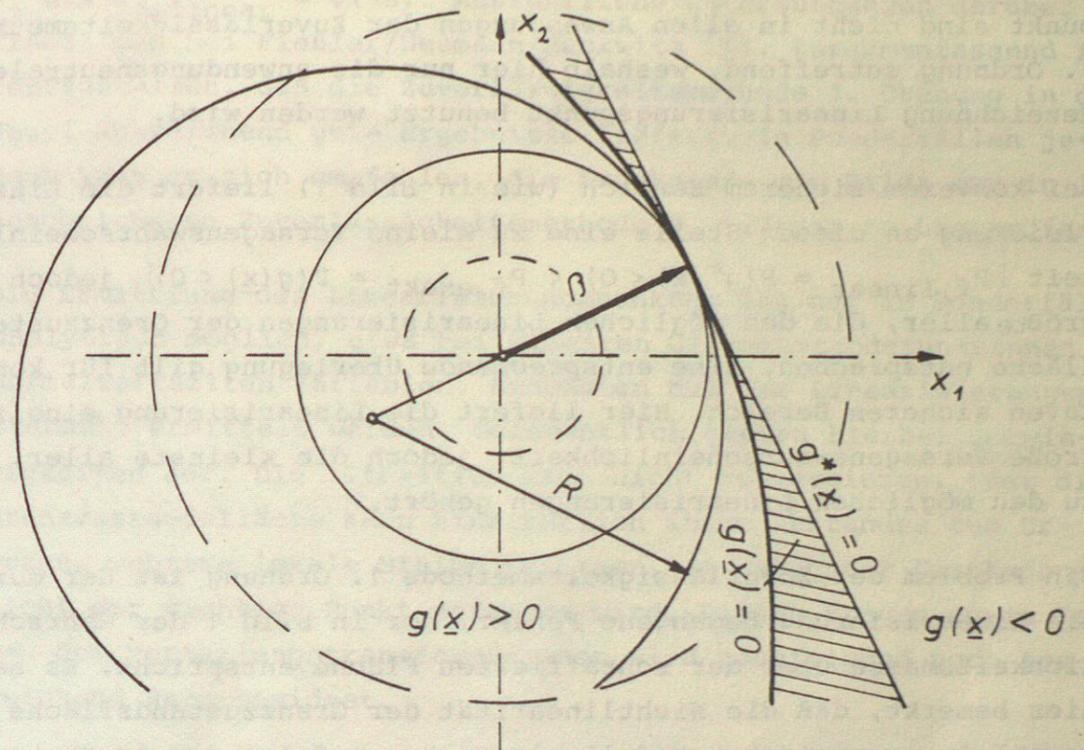


Bild 1: Grenzzustandsfläche mit linearer und quadratischer Approximation

Anders als bei der ursprünglichen, beliebig nichtlinearen Grenz-
zustandsfläche läßt sich der Wahrscheinlichkeitsinhalt diesseits
oder jenseits der linearisierten Grenzzustands(hyper)ebene
 $g^*(\underline{x}) = 0$ sehr leicht berechnen, z.B.:

$$P_{f, \text{linear}} = P(g^*(\underline{x}) < 0) = \Phi(-\beta)$$

Hierin sind Φ das eindimensionale Normalverteilungsintegral und
 β der Abstand der Linearisierung $g^*(\underline{x}) = 0$ vom Ursprung (siehe
Bild 1); β wird als Sicherheitsindex bezeichnet.

Als Entwicklungspunkt wird der Punkt der Grenzzustandsfläche
 $\{\underline{x} : g(\underline{x}) = 0\}$ gewählt, der die höchste Wahrscheinlichkeits-
dichte bzw. - nach den gemachten Voraussetzungen gleichbedeu-

tend - den geringsten Abstand zum Ursprung aufweist. Er wird als "Nachweispunkt" (checking point), "Bemessungspunkt" (design point) oder "Linearisierungspunkt" bezeichnet. Die auf die Anwendung abgestellten Bezeichnungen Nachweispunkt und Bemessungspunkt sind nicht in allen Anwendungen der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung zutreffend, weshalb hier nur die anwendungsneutrale Bezeichnung Linearisierungspunkt benutzt werden wird.

Bei konvexem sicherem Bereich (wie in Bild 1) liefert die Linearisierung an dieser Stelle eine zu kleine Versagenswahrscheinlichkeit [$P_{f,linear} = P(g^*(\underline{x}) < 0) < P_{f,exakt} = P(g(\underline{x}) < 0)$], jedoch die größte aller, die den möglichen Linearisierungen der Grenzzustandsfläche entsprechen. Eine entsprechende Überlegung gilt für konkaven sicheren Bereich. Hier liefert die Linearisierung eine zu große Versagenswahrscheinlichkeit, jedoch die kleinste aller, die zu den möglichen Linearisierungen gehört.

Ein Problem der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung ist der durch die Linearisierung begangene Fehler, der in Bild 1 der Wahrscheinlichkeitsmasse über der schraffierten Fläche entspricht. Es sei hier bemerkt, daß die Nichtlinearität der Grenzzustandsfläche sowohl im mechanischen Modell als auch - infolge der erwähnten Verteilungstransformationen - im stochastischen Modell begründet sein kann; hierauf soll später eingegangen werden. Einen ersten Ansatz, um eine bessere und auf der sicheren Seite liegende Abschätzung für die Versagenswahrscheinlichkeit zu bekommen, machte Hasofer mit Hilfe der zentralen χ^2 -Verteilung [7]. Dieser Ansatz führt aber mit steigender Dimension des Vektors \underline{x} sehr schnell zu viel zu konservativen Abschätzungen. Bessere, aber auch mehr Aufwand erfordernde Abschätzungen erreicht man mit nicht-zentralen χ^2 -Verteilungen, parabolischen χ^2 -Verteilungen oder allgemeinen quadratischen Formen, die allesamt die Krümmungsverhältnisse im Linearisierungspunkt berücksichtigen können oder im Falle einer quadratischen Grenzzustandsfunktion sogar ein exaktes Ergebnis liefern. Als Beispiel ist in Bild 1 ein Kreis eingetragen, dessen Radius R gleich dem Krümmungsradius der Grenzzustandskurve im Linearisierungspunkt ist, und der sich in diesem Punkt an die Grenzzustandskurve anschmiegt. Die durch diesen Kreis einge-

schlossene Wahrscheinlichkeitsmasse P_{χ^2} ist mit Hilfe der nicht-zentralen χ^2 -Verteilung zu berechnen und $\bar{P}_{\chi^2} = 1 - P_{\chi^2}$ eine bessere Näherung für die exakte, unbekannte Versagenswahrscheinlichkeit P_f als $P_{f,linear} = \Phi(-\beta)$. Ausführliche Untersuchungen darüber findet man bei Fießler/Neumann/Rackwitz [6]. Zusammenfassend ist festzustellen, daß die Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung in der Regel ausreichend gute Ergebnisse liefert. In Sonderfällen jedoch kann es sich empfehlen, die Ergebnisse mit Hilfe der in [6] beschriebenen Zuverlässigkeitsmethode 2. Ordnung zu überprüfen.

Die Ermittlung des Linearisierungspunktes ist nur in Sonderfällen analytisch möglich, etwa bei linearen Grenzzustandsfunktionen mit normalverteilten Variablen. Ansonsten muß der Linearisierungspunkt iterativ ermittelt werden. Gelegentlich treten hierbei Schwierigkeiten auf. Die Iteration kann nicht konvergieren, oder die Grenzzustandsfläche kann hinsichtlich ihres Abstandes zum Ursprung mehrere lokale Minima besitzen, so daß unter Umständen nicht der richtige Punkt gefunden wird. Diesen Fragen sowie Fragen der Verteilungstransformationen wird nachfolgend noch ausreichend Raum gewidmet.

3. Programmsystem FORM

3.1 Überblick und Entwicklung

Die Lösung der genannten Aufgaben mit Hilfe der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung erfordert den Einsatz programmierbarer Rechenanlagen, sobald das mechanische Modell nichtlinear oder das stochastische Modell etwas differenzierter ist als ein Modell mit nur normalverteilten, unabhängigen und zeitinvarianten Basisvariablen. Zu diesem Zweck wurde im Sonderforschungsbereich 96 etwa seit 1974 ein Programmsystem entwickelt, wovon eine erste Fassung 1976 [5] vorgestellt werden konnte. Das Prinzip des Lösungsschemas wurde seither beibehalten: der Anwender hat stochastisches und mechanisches Modell jeweils für sich zu formulieren; ersteres durch Vorgabe von Kennwerten und -ziffern für die Basisvariablen im Hauptprogramm, letzteres als Funktion der Basisvariablen in einem Unterprogramm. Die zur Berücksichtigung des stochastischen Modells erforderlichen Unterprogramme stellt FORM bereit, so daß die vom Anwender eingegebenen Daten nur als "Steuer"-

größen" fungieren. Bild 2 zeigt diese Anordnung und die Hauptbeziehungen.

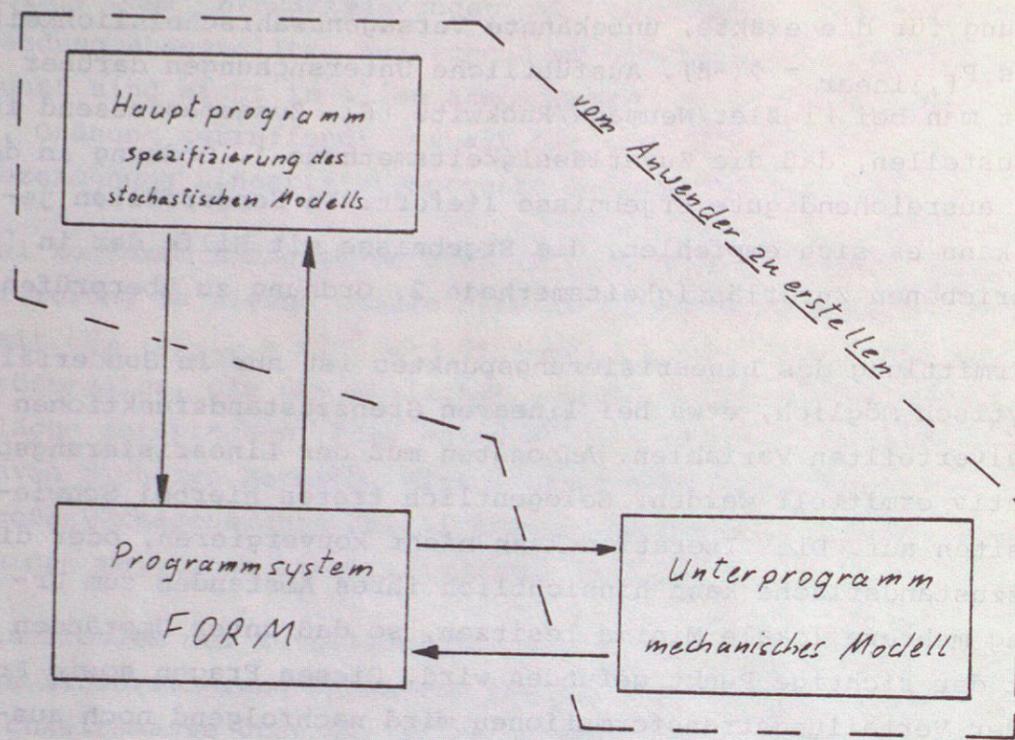


Bild 2: Blockscheema der Programmeinheiten

Der Name des Programmsystems lautet FORM (First Order Reliability Method). Die seit 1976 erfolgten wichtigsten Änderungen seien in den folgenden Punkten aufgezählt.

a) Programmiersprache

Wechsel der Programmiersprache von ALGOL zu FORTRAN wegen der weiteren Verbreitung von FORTRAN.

b) Iterationsverfahren

In [5] wurden drei Verfahren vorgestellt: ein "allgemeines Iterationsverfahren" mit zwei ineinander geschachtelten Iterationen, nämlich abwechselnd für den Richtungsvektor des Linearisierungspunktes und für dessen Abstand vom Ursprung, eine Gradientenmethode nach Broyden und ein Newton-Raphson-Verfahren. Auf die beiden letzten Verfahren wurde verzichtet, da das erste zu einem schnellen einstufigen Iterationsalgo-

rithmus weiterentwickelt werden konnte. Leitgedanke der Weiterentwicklung war, die Zahl der Zugriffe auf das mechanische Modell möglichst gering zu halten. Zudem wurde durch numerische Maßnahmen eine größere Konvergenzsicherheit erreicht.

c) Stochastisches Modell

1976 waren drei Methoden der Verteilungsapproximation zur Berücksichtigung nichtnormalverteilter Variablen verwendet worden. Da gezeigt werden kann, daß allein diejenige Approximation, die auf der Anwendung der Transformation $u = \Phi^{-1}(F(x))$ beruht, eine Lösung im Sinne der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung darstellt, werden die beiden anderen Approximationen nicht mehr benutzt.

Die Beschreibungsmöglichkeiten des stochastischen Modells wurden durch die Einführung von zufälligen Folgen und deren Kombination und durch die Berücksichtigung der Korrelation zwischen normal- und/oder lognormalverteilten Variablen erweitert.

d) Neben der Bestimmung des Linearisierungspunktes im Raum der Basisvariablen wird auch der entsprechende Punkt im Raum (0,1)-normalverteilter, unabhängiger Variablen bestimmt. Dieser Raum bleibt gleich, solange das stochastische Modell nicht verändert wird. Damit ist FORM auch innerhalb der Berechnung der Zuverlässigkeit von Systemen einsetzbar.

e) Anwendungskomfort

Als nicht unwesentlicher Punkt erscheint die Steigerung des Anwendungskomforts. Dies erfolgte durch detaillierte Fehlererkennung und -reaktion, durch verschiedene Steuerparameter, die vor allem Ein- und Ausgabe betreffen sowie durch einige Hilfsprogramme, die die Ein- und Ausgabe unterstützen.

Das Programmsystem FORM umfaßt derzeit (Ende 1979) etwa 40 subroutines und functions, die den unterschiedlichsten Zwecken dienen, z.B. numerische Berechnung der partiellen Ableitungen

einer Funktion, Berechnungen von Verteilungsfunktionen und -dichten, Matrizenoperationen, Ein- und Ausgaberroutinen, Sortieren, usw. Einige von ihnen werden später noch genauer betrachtet. Es wurde u.a. angestrebt, FORM nahezu unabhängig von der jeweils verwendeten Rechenanlage zu machen, weshalb z.B. fast nur die Standardunterprogramme aus der Rechnerbibliothek Verwendung finden.

In jedem Fall ist der Anwender mit der Subroutine FORM4 befaßt. Sie kann als "Zentraleinheit" des Programmsystems angesehen werden. Die Ziffer 4 am Schluß drückt aus, daß es sich um die vierte Version handelt; bei wesentlichen Neuerungen wird diese Subroutine in aufsteigender Folge weiternumeriert.

3.2 Beispiel

Bevor im Folgenden auf die Einzelheiten des Programmsystems eingegangen wird, soll ein Anwendungsbeispiel eingeführt werden, an dem viele der Einzelheiten demonstriert werden können.

Gewählt wird in Anlehnung an Hawranek [9] eine beidseitig gelenkig gelagerte Stahlstütze mit I-Querschnitt und anfänglicher Ausmitte f_0 in Stabmitte infolge sinusoidaler Vorkrümmung (siehe Bild 3), die durch drei Lasten gedrückt wird. Die Spannung der Randfaser [$x = (h+d)/2$] wird nach der Theorie 2. Ordnung ermittelt.

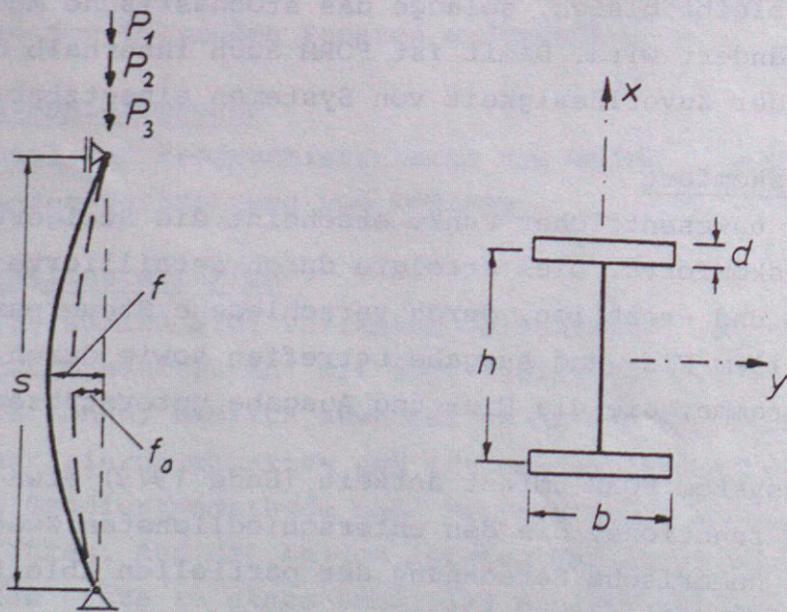


Bild 3: Geometrie und Belastung der Knickstütze

$$\sigma_Y - (P_1 + P_2 + P_3) \cdot \left(\frac{1}{A} + \frac{f}{W}\right) = 0$$

mit der Ausbiegung in Stabmitte (siehe Bild 3) infolge Vorkrümmung und äußerer Last

$$f = \frac{f_0}{1 - \frac{P_1 + P_2 + P_3}{P_E}}$$

sowie der kritischen Eulerlast

$$P_E = \frac{\pi^2 EJ}{s^2}$$

Hierin sind

- σ_Y Streckgrenzenspannung
- P_1, P_2, P_3 nichtständige Lasten
- A Querschnittsfläche $2 \cdot b \cdot d$
- W Widerstandsmoment des Querschnitts $= b \cdot d \cdot h$
- f_0 anfängliche Auslenkung in Stabmitte infolge Vorkrümmung
- EJ Biegesteifigkeit des Querschnittes
- s Stablänge

Es ist die Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, daß die Spannung der Randfaser die Streckgrenze überschreitet.

Als Basisvariable sollen folgende Größen angenommen werden

| | | |
|-----------------|-----------------|-------------------------------------|
| X_1 | σ_Y | Streckgrenzenspannung |
| X_2, X_3, X_4 | P_1, P_2, P_3 | nichtständige Lasten |
| X_5 | b | Flanschbreite |
| X_6 | d | Flanschdicke |
| X_7 | h | Abstand der Flanschmittellinien |
| X_8 | f_0 | anfängliche Auslenkung in Stabmitte |
| X_9 | E | E-Modul des Stahles |

Diesen Basisvariablen wird ein stochastisches Modell gemäß den Tabellen 1 und 2 zugeordnet. Es bewegt sich hinsichtlich seines Beschreibungsumfanges innerhalb der derzeit vom Programmsystem gesteckten Grenzen.

| Variable | Verteilungstyp | Kennziffer gemäß Anhang F | Erwartungswert | Standardabweichung | Lastwiederholungszahl r |
|----------|----------------|---------------------------|---|---|-------------------------|
| 1 | lognormal | 3 | 500 N/mm ² | 25 N/mm ² | 1 |
| 2 | normal | 2 | 1 · 10 ⁶ N | 0,15 · 10 ⁶ N | 1000 |
| 3 | normal | 2 | 1 · 10 ⁶ N | 0,15 · 10 ⁶ N | 1000 |
| 4 | Gamma | 5 | 1 · 10 ⁶ N | 0,5 · 10 ⁶ N | 10 |
| 5 | lognormal | 3 | 300 mm | 3 mm | 1 |
| 6 | lognormal | 3 | 20 mm | 1 mm | 1 |
| 7 | normal | 2 | 300 mm | 5 mm | 1 |
| 8 | normal | 2 | 5 mm | 3 mm | 1 |
| 9 | Weibull | 9 | 2,1 · 10 ⁵ N/mm ² | 4,2 · 10 ³ N/mm ² | 1 |

Tabelle 1

Die Lastwiederholungszahlen $r_i \geq 1$ besagen, daß die Variable X_i in der zu untersuchenden Lebensdauer r_i -mal einen neuen Wert aus der angenommenen Verteilung annimmt, der unabhängig von den vorhergegangenen ist. Damit lassen sich zeitvariante Variable modellieren (siehe 3.4.3).

Die Länge s des Stabes wird als deterministischer Parameter mit dem Wert $s = 4000$ mm angenommen.

Die stochastischen Abhängigkeiten zwischen den Basisvariablen sind mittels Korrelationsziffern in Tabelle 2 ausgedrückt.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|------|---|---|------|-----|---|---|---|
| 1 | 1 | | | | | | | | |
| 2 | 0 | 1 | | | | | | | |
| 3 | 0 | -0,8 | 1 | | | | | | |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | | | | | |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | | | |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0,3 | 1 | | | |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0,2 | 0,5 | 1 | | |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Tabelle 2: Matrix der Korrelationsziffern ρ_{ij}

Natürlich sind alle Annahmen in den Tabellen 1 und 2 weniger an der Wirklichkeit orientiert als vielmehr an der Absicht, die Modellierung des stochastischen Modells zu demonstrieren.

3.3 Programmaufbau und Datenfluß

Die grundsätzliche Anordnung der Programme wurde bereits in Bild 2 dargestellt, desgleichen wurde auch schon die Subroutine FORM4 als "Zentraleinheit" des Programmsystems FORM eingeführt. Von einigen Hilfsprogrammen abgesehen, erfolgen alle Zugriffe auf das Programmsystem über FORM4, so daß in Bild 2 der Block FORM durch einen Block FORM4 ersetzbar ist. Dies zeigt Bild 4 mit der Zuordnung zum Hauptprogramm und Unterprogramm und mit dem Datenfluß zwischen diesen Einheiten, aber ohne den internen Zugriff von FORM4 auf die verschiedenen Subroutinen von FORM.

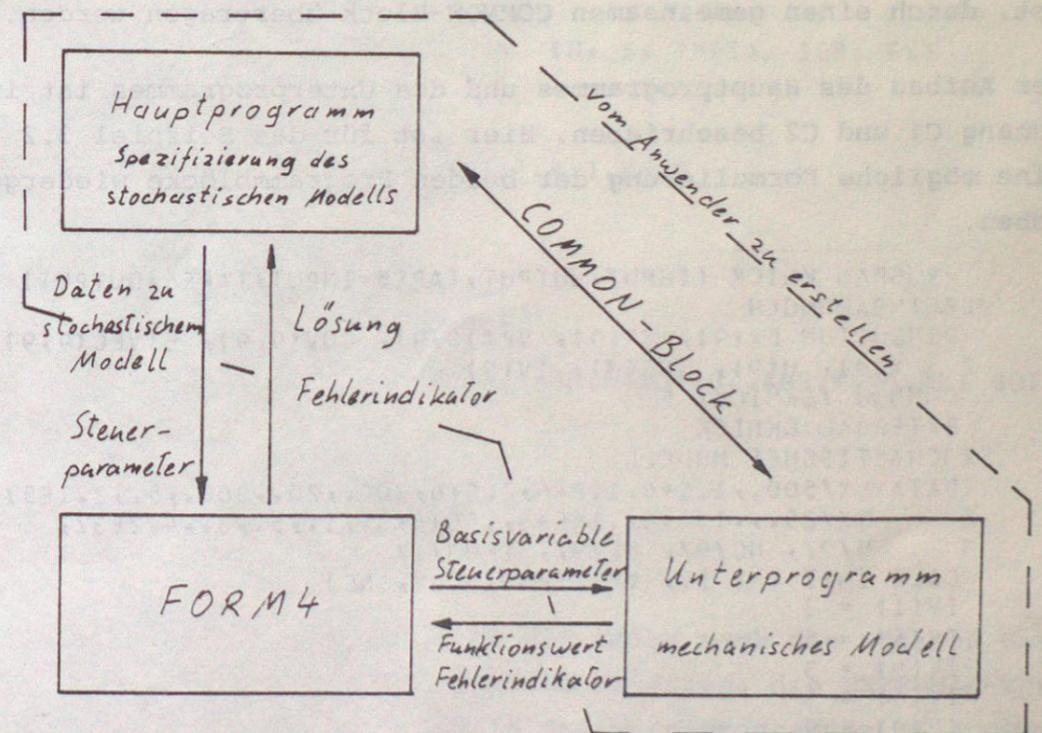


Bild 4: Datenfluß

Das Hauptprogramm übergibt an FORM4 die spezifizierenden Daten zum stochastischen Modell in Gestalt von einfachen Variablen, Vektoren und Matrizen mit Kennwerten und Kennziffern einschließ-

lich der zugehörigen Dimensionsvereinbarungen sowie den Namen der Subroutine, die das mechanische Modell enthält, einige Steuerparameter und evtl. eine Anfangslösung. Es erhält von FORM4 den Sicherheitsindex β , die Koordinaten des Linearisierungspunktes, sowohl im Raum der Basisvariablen als auch im Raum der unabhängigen $(0,1)$ normalverteilten Variablen \underline{U} und einen Fehlerindikator.

FORM4 übergibt an das Unterprogramm den Vektor der Basisvariablen mit seiner Dimension und einem Steuerparameter und erhält den Funktionswert der Grenzzustandsfunktion $g(\underline{x})$ sowie einen Fehlerindikator zurück.

Zwischen Hauptprogramm und Unterprogramm können Daten ohne Umweg über FORM4, wo die Übertragungsmenge entsprechend den Parametern auf die Basisvariablen und den Fehlerindikator beschränkt ist, durch einen gemeinsamen COMMON-Block übertragen werden.

Der Aufbau des Hauptprogrammes und des Unterprogrammes ist in Anhang C1 und C2 beschrieben. Hier ist für das Beispiel 3.2 eine mögliche Formulierung der beiden Programmblöcke wiedergegeben.

```

PROGRAM KNICK (INPUT,OUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE6=OUTPUT)
C  VEREINBARUNGEN
  DIMENSION EX(9), SX(9), VP(10,9), COV(9,9), EIV(9,9),
  2  X(9), U(9), ZES(3), IV(9)
  COMMON /CKNICK/ S
  EXTERNAL GKNICK
C  STOCHASTISCHES MODELL
  DATA FX/500.,1.E+6,1.E+6,2.E+6,300.,20.,300.,5.,2.1E5/,
  2  SX/25.,.15E+6,.15E+6,.5E+6,3.,1.,5.,3.,4.2E3/,
  3  N/9/, NC/9/, NE/9/, IRHO/1/
  CALL INIT (N, IV, VP, IRHO, COV, NC)
  IV(1) = 3
  IV(4) = 5
  IV(5) = 3
  IV(6) = 3
  IV(9) = 9
  COV(3,2) = -.4
  COV(5,5) = -.3
  COV(7,5) = -.2
  COV(7,6) = .5
  VP(5,2) = 1.E+3
  VP(5,3) = 1.E+3
  VP(5,4) = 1.E+1
C  SONSTIGE PARAMETER DES MECHANISCHEN MODELLS
  S = 4000.

```

```

C  STEUERPARAMETER UND ANFANGSLÖSUNG
  NAUS = 6
  V1 = 1.
  BETA = 1.
  DO 10 I=1,N
10  X(I) = EX(I)
     X(2) = EX(2)+SX(2)*YNINVG (.5**(1./VP(5,2)))
     X(3) = X(2)
     X(4) = EX(4)+SX(4)*YNINVG (.5**(1./VP(5,4)))
C  AUSDRUCK DES STOCHASTISCHEN MODELLS
  CALL KUPF (N, IV, EX, SX, VP, IRHO)
  CALL YMAUS (NAUS, NC, N, COV)
C  AUFRUF
  WRITE (NAUS,1000)
  CALL FORM4 (N, IV, EX, SX, VP, GKNICK, IRHO, COV, NC,
  2  FIVEC, NE, V1, NAUS, BETA, X, U, ZES, IER)
  CALL YFAUS (NAUS, N, U, "U")
  CALL YFAUS (NAUS, 3, ZES, "ZES")
  WRITE (NAUS,2000) IER
  STOP
1000 FORMAT (1H0,/,5X19HE R G E R N I S S E)
2000 FORMAT (1H0,5X"IER = ",I6)
END

SUBROUTINE GKNICK (N, X, THETA, IER, FX)
  DIMENSION X(N)
  COMMON /CKNICK/ S
  IF (IER.EQ.0) GOTO 1
  IF (X(1).LT.1.E-10) X(1) = 1.E-10
1  IER = 0
  A = X(5)*X(6)*2.
  W = X(5)*X(6)*X(7)
  EI = A*(X(7)/2)**2*X(9)
  PE = (3.141593/S)**2*EI
  P = X(2)+X(3)+X(4)
  IF (A.GT.0..AND.W.GT.0..AND.PE.GT.0..AND.P.NE.PE) GOTO 2
  IER = 1
  RETURN
2  F = X(8)/(1-P/PE)
  FX = X(1)-P*(1/A+F/W)
  RETURN
END

```

Das Hauptprogramm KNICK zeigt der Reihe nach die nötigen ^{Ver-}einbarungen über die Vektoren und Matrizen, die EXTERNAL-Vereinbarung für den Namen GKNICK des Unterprogrammes, die COMMON-Vereinbarung für die Stablänge s als deterministische Größe. Weiter folgen die Zuweisung des stochastischen Modells, die hier zum Teil mit DATA-Anweisungen, zu einem anderen Teil mit der Vorbesetzungsroutine INIT (siehe Anhang B2), und sonst

mit Einzelbesetzungen erfolgt ist, die Besetzung der Steuerparameter und einer Anfangslösung und schließlich der Aufruf von FORM4.

Das Unterprogramm GKNICK überprüft zunächst, wenn IER = 1 ist, ob der Wert von X(1) innerhalb der Definitionsgrenzen liegt, und errechnet dann den Funktionswert FX; hierbei sind Fehlerausgänge vorgesehen, falls arithmetische Fehler auftreten.

3.4 Stochastisches Modell

3.4.1 Verteilungsgesetze

3.4.1.1 Zuordnung von Verteilungsgesetz zur Basisvariablen

Die Basisvariablen dürfen beliebige (bereichsweise) stetige Verteilungsgesetze haben. Das Verteilungsgesetz wird in FORM durch Kennziffern auf dem Integer-Vektor IV bestimmt. Die Parameter der Verteilung gehen auf den Vektor EX für die Erwartungswerte und auf den Vektor SX für die Standardabweichungen ein. Soweit mehr als zwei, aber nicht mehr als vier Parameter zur Beschreibung einer Verteilung nötig sind - wie etwa bei der Lognormalverteilung mit Nullpunktverschiebung - gehen die zusätzlichen Parameter über die Matrix VP ein.

Eine Reihe von häufig gebrauchten Verteilungen ist mit fest zugeordneten Kennziffern im Programmsystem FORM implementiert. Beispielsweise hat die Normalverteilung die Kennziffer 2, die Gumbelverteilung die Kennziffer 7. Bis zu vier verschiedene sonstige - vom Anwender selbst bereitgestellte - Verteilungen können unter der Kennziffern 96-99 in FORM eingeschleust werden. Die zur Verfügung stehenden Verteilungen und die Einschleusung anwendereigener Verteilungen sind in Anhang F beschrieben. Zur Benutzung eigener Verteilungen sind die in Abschnitt 3.4.1.2 dargelegten Auswirkungen der Transformation vom Raum der Basisvariablen in den Raum normalverteilter Variablen auf die Grenzzustandsfunktion zu beachten.

Bei jedem Aufruf von FORM4 werden zu Beginn Kennziffern und Verteilungsparameter auf Zulässigkeit und Kompatibilität abgeprüft - soweit dies möglich ist. Zum Beispiel müssen alle

Standardabweichungen oder die Mittelwerte vieler Verteilungen, wie z.B. einer Lognormalverteilung, größer als Null sein. Im Fehlerfalle erfolgen eine spezifizierende Fehlermeldung auf das Ausgabemedium mit der logischen Gerätenummer NAUS, Besetzung von IER mit ebenfalls spezifizierendem Wert und sofortiger Abbruch von FORM4. Die Fehlermeldungen und Besetzungen von IER sind Anhang D zu entnehmen

3.4.1.2 Verteilungstransformation

Die in FORM verwendete Verteilungstransformation zur Berücksichtigung nichtnormaler Variabler beruht auf den Arbeiten in [13] und [15]. Das Prinzip der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung - nämlich die Bestimmung des Sicherheitsindex β als kürzester Abstand der Grenzzustandsfläche vom Ursprung - bezieht sich auf den Raum der (0,1) unabhängigen normalverteilten Variablen; diese sollen hier mit U, die Basisvariablen mit X bezeichnet werden. Somit muß die Grenzzustandsfunktion vom x-Raum in den u-Raum transformiert werden. Unter der Bedingung, daß die Basisvariablen unabhängig sind (für abhängige Variable siehe Abschnitt 3.4.2), kann die Transformation punktweise erfolgen nach

$$u_i = \Phi^{-1}(F_i(x_i)) \quad i = 1 \dots n \quad (1)$$

worin u_i bzw. x_i die Koordinaten des Punktes im jeweiligen Raum sind; F_i ist die Verteilungsfunktion der Basisvariablen X_i , Φ^{-1} die Inverse der Standardnormalverteilung Φ .

Bild 5 zeigt ein Beispiel einer solchen Transformation. Die Basisvariablen X_1 und X_2 sind rechteck- bzw. exponentialverteilt, während die Variablen U_1 und U_2 (0,1)-normalverteilt sind. Die Grenzzustandskurve $g(\underline{x}) = 0$ ist linear und ihr Definitionsbereich ist entsprechend dem Definitionsbereich der Verteilungsgesetze beschränkt. Es zeigt sich, daß - in der Regel - die transformierte Grenzzustandskurve $h(\underline{u}) = 0$ nicht mehr linear ist und ihr Definitionsbereich unbeschränkt sein kann.

Der Wahrscheinlichkeitsinhalt im Bereich $h(\underline{u}) > 0$ stimmt überein mit dem des Bereiches $g(\underline{x}) > 0$, wie sich leicht aus Gl.(1) ableiten läßt.

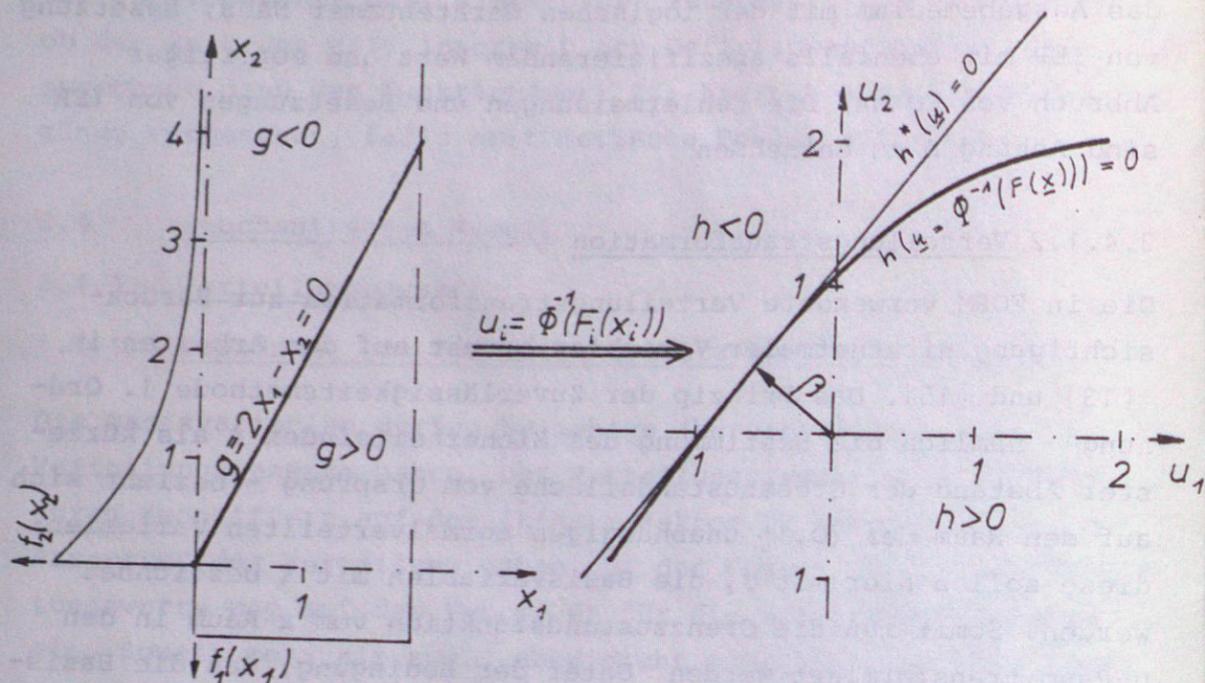


Bild 5: Transformation zur Normalisierung nichtnormaler Variabler

Zur iterativen Ermittlung des Linearisierungspunktes \underline{u} im u -Raum ist die Kenntnis des Vektors $\text{grad}(h(\underline{u})) = (\frac{\partial h(\underline{u})}{\partial u_i} |_{\underline{u}})$ an jedem Iterationspunkt \underline{u} erforderlich. Gegeben ist in der Regel der Vektor $\text{grad}(g(\underline{x})) = (\frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} |_{\underline{x}})$. Wiederum unter der Bedingung der Unabhängigkeit der Basisvariablen lautet die Transformation der Komponenten des Gradienten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(\underline{u})}{\partial u_i} &= \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial u_i} \\ &= \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \cdot \frac{\varphi\{\Phi^{-1}(F_i(x_i))\}}{f_i(x_i)} \end{aligned} \quad (2)$$

Hierin sind φ die Dichte der Standardnormalverteilung und f_i die Dichte der Basisvariablen X_i . Bei gegebenem x_i und Kenntnis von F_i und f_i ist der Gradient im u -Raum somit leicht zu berechnen.

Für (m_{X_i}, σ_{X_i}) normalverteilte Basisvariable X_i werden Gl.(1) und Gl.(2) zu

$$U_i = \frac{X_i - m_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (3)$$

und

$$\frac{\partial h(\underline{u})}{\partial u_i} = \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \cdot \sigma_{X_i} \quad (4)$$

Für die (m_{X_i}, σ_{X_i}) lognormalverteilte Basisvariable X_i gilt, daß (siehe z.B. [1])

$$Y_i = \ln(X_i) \quad (5)$$

normalverteilt ist mit Mittelwert

$$m_{Y_i} = \ln\left(\frac{m_{X_i}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_{X_i}}{m_{X_i}}\right)^2}}\right) \quad (6)$$

und Standardabweichung

$$\sigma_{Y_i} = \sqrt{\ln\left(1 + \left(\frac{\sigma_{X_i}}{m_{X_i}}\right)^2\right)} \quad (7)$$

woraus sich dann U_i zu

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{Y_i - m_{Y_i}}{\sigma_{Y_i}} \\ &= \frac{\ln(X_i) - \ln\left(\frac{m_{X_i}}{\sqrt{1 + (\sigma_{X_i}/m_{X_i})^2}}\right)}{\sqrt{\ln\left(1 + (\sigma_{X_i}/m_{X_i})^2\right)}} \end{aligned} \quad (8)$$

und $\partial h(\underline{u})/\partial u_i$ zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(\underline{u})}{\partial u_i} &= \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial y_i} \cdot \frac{\partial y_i}{\partial u_i} \\ &= \frac{\partial g(\underline{x})}{\partial x_i} \cdot x_i \cdot \sqrt{\ln\left(1 + (\sigma_{X_i}/m_{X_i})^2\right)} \end{aligned} \quad (9)$$

ergeben.

Für weder normal- noch lognormalverteilte Basisvariable ließen sich Gl.(1) und (2) direkt anwenden. Bequemer aber in der Anwendung ist das Ersetzen der Nichtnormalverteilung der Basisvariablen X_i durch diejenige (m', σ') Normalverteilung im x -Raum, die im u -Raum die gleiche Linearisierung liefert wie sie der exakten Transformation zugeordnet ist. Wegen der dann notwendigen Gleichheit zwischen Gl.(2) und Gl.(4) läßt sich der letzte Term in Gl.(2) als σ' interpretieren.

$$\sigma'_i = \frac{\varphi(\phi^{-1}(F_i(x_i)))}{f_i(x_i)} \quad (10)$$

m' ergibt sich dann direkt aus Gl.(3)

$$\begin{aligned} m'_i &= x_i - u_i \cdot \sigma'_i \\ &= x_i - \phi^{-1}(F_i(x_i)) \cdot \sigma'_i \end{aligned} \quad (11)$$

Da die beiden Parameter von x_i abhängen, ergeben sie sich für jeden Iterationsschritt neu.

Die beiden Größen m' und σ' lassen sich, wie in [13] ausgeführt, ebensogut aus einer Taylorentwicklung der Transformation (Gl.1) oder aus den beiden Bedingungen

$$\Phi\left(\frac{x-m'}{\sigma'}\right) = F(x)$$

$$\frac{1}{\sigma'} \varphi\left(\frac{x-m'}{\sigma'}\right) = f(x)$$

gewinnen.

Die Transformationen nach Gl.(1) oder Gl.(5) bewirken eine Verkrümmung der Grenzzustandsfläche $h(\underline{u}) = 0$ gegenüber $g(\underline{x}) = 0$, wie z.B. in Bild 5 zu sehen ist. Diese Verkrümmung kann die wegen einer nichtlinearen Grenzzustandsfläche $g(\underline{x}) = 0$ schon vorhandenen Krümmungen sowohl verstärken als auch abschwächen. Die Krümmung der Grenzzustandsfläche $h(\underline{u}) = 0$ resultiert somit aus der Krümmung der Grenzzustandsfläche $g(\underline{x}) = 0$ und aus den erforderlichen Transformationen nach Gl.(1) bzw. Gl.(5).

Die Stärke der durch die genannten Transformationen bewirkten Verkrümmung hängt von der Gestalt der Nichtnormalverteilung und von der Grenzzustandsfläche $g(\underline{x})$ ab. Der erste Einfluß läßt sich anschaulich durch den Grad der Abweichung des Verteilungsgesetzes vom Normalverteilungsgesetz erfassen. Je ähnlicher die beiden Gesetze einander werden, desto mehr wird die Verkrümmung verschwinden, und umgekehrt, je mehr die Gesetze voneinander abweichen, desto stärker wird die Verkrümmung werden. Den zweiten genannten Einfluß übt die Lage der Grenzzustandsfläche $g(\underline{x})$ aus. Beispielsweise bleibt $h(\underline{u})$ in dem (trivialen) Spezialfall $g(\underline{x}) \equiv X_1 - X_2 = 0$ stets linear, wenn X_1 und X_2 identisch verteilt sind. Dagegen kann bei gleichen X_1 und X_2 $h(\underline{u})$ gekrümmt sein, wenn $g(\underline{x}) \equiv X_1 - C \cdot X_2 = 0$ mit $C \neq 1$ ist.

Bei der Einschleusung anwendereigener Verteilungen ist deren Wirkung auf die Gestalt der Grenzzustandsfläche im u -Raum zu beachten. Probleme können sich im allgemeinen nur dann ergeben, wenn die betreffende Verteilung multimodal ist, d.h. wenn sie in ihrer Dichtefunktion mehrere Maxima (= Modi) besitzt. Darunter sollen auch die zu diskreten Anteilen entarteten Maxima verstanden werden, wie es beispielsweise durch Annahme einer Auftretenswahrscheinlichkeit p_a entsteht, so daß die Variable X_i die Verteilungsfunktion

$$F_i^*(x_i) = \begin{cases} p_a \cdot F_i(x_i) & x_i < 0 \\ (1-p_a) + p_a F_i(x_i) & x_i \geq 0 \end{cases}$$

hat mit einem Sprung um $(1-p_a)$ an der Stelle $x_i = 0$.

In Bild 6 ist die Variable X_2 in dieser Weise verteilt und die Grenzzustandskurve $g(\underline{u})$ gezeigt. Einer Unstetigkeit in der Verteilungsfunktion von X_2 entspricht eine Unstetigkeit der Grenzzustandsfunktion $h(\underline{u})$ senkrecht zur u_1 -Achse. Außerdem ist zu beobachten, daß es zwei Punkte P_1 und P_2 als lokale Minima gibt, die das Konvergenzkriterium bei der Suche nach dem Linearisierungspunkt erfüllen.

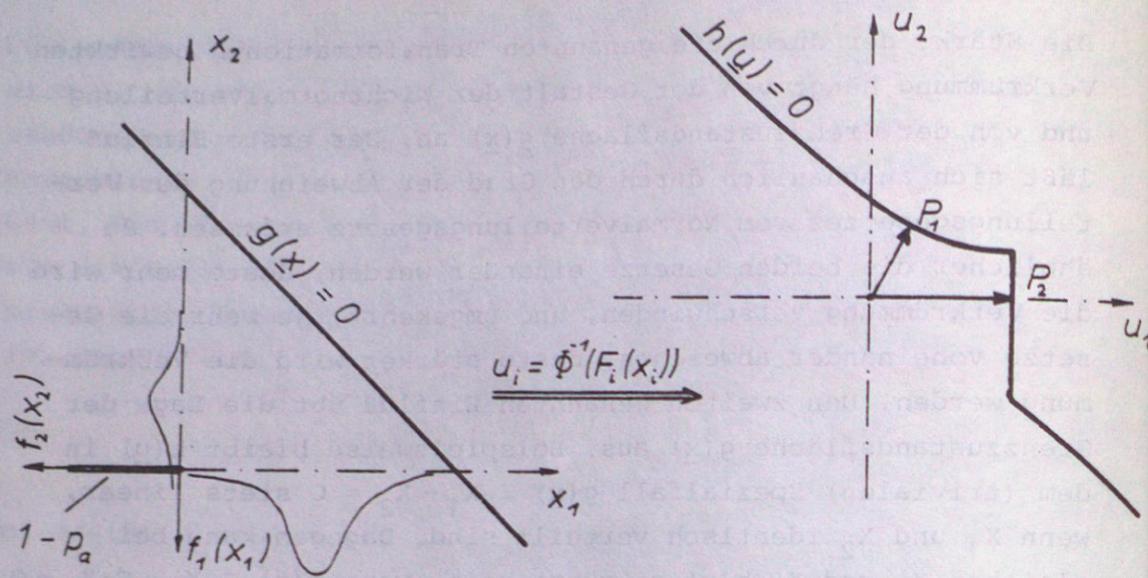


Bild 6: Transformation einer multimodalen Verteilung

Allgemein läßt sich sagen, daß bei linearem $g(\underline{x})$ und m -modaler Verteilungsdichte einer Variablen bis zu m lokale Minima entstehen. Außerdem ruft jede Unstetigkeit einer Verteilungsfunktion eine Unstetigkeit von $h(\underline{u})$ hervor. Beides muß sich natürlich darauf auswirken, ob überhaupt eine iterative Lösung möglich ist und ob eine solche ein zuverlässiges Ergebnis liefert. Gute und sichere Ergebnisse können dann erwartet werden, wenn der Linearisierungspunkt deutlich außerhalb der Modi liegt.

3.4.2 Korrelation

3.4.2.1 Anwendungsvorschriften

Das Programmsystem FORM erlaubt die Berücksichtigung von stochastischer Abhängigkeit zwischen normalverteilten, zwischen normal- und lognormalverteilten und zwischen lognormalverteilten Basisvariablen. Zur Berücksichtigung von stochastischer Abhängigkeit anders verteilter Variablen wurde in [10] ein Verfahren auf der Grundlage der Rosenblatt-Transformation entwickelt, das die Kenntnis der gemeinsamen Verteilungsfunktion voraussetzt. Dies ist in FORM nicht implementiert.

Die Beschreibung der stochastisch abhängigen Variablen erfolgt in FORM wie bisher mit den Kennziffern IV für das Verteilungsgesetz, mit den Erwartungswerten EX und den Standardabweichungen SX . Mit IV, EX und SX wird die Randverteilung beschrieben. Die stochastische Abhängigkeit von X_i zu einer anderen Variablen X_j wird durch die Korrelationsziffer ρ_{ij} auf dem Matrixelement $COV(I,J)$ festgelegt. Falls die Kovarianz $Cov(x_i, x_j)$ gegeben ist, erhält man ρ_{ij} durch

$$\rho_{ij} = \frac{Cov(X_i, X_j)}{\sqrt{Var(X_i) \cdot Var(X_j)}} \quad (12)$$

Zur Bereitstellung der Korrelationsziffer dient die quadratische Matrix COV mit der Zeilen- und Spaltenzahl $NC \geq N$ mit ihrer unteren Dreieckshälfte (also $COV(I,J)$ mit $I > J$). Die Besetzung der oberen Dreieckshälfte ist wegen der Symmetrie der Korrelationsziffernmatrix nicht erforderlich; evtl. dort stehende Werte sind nach Durchlauf von FORM zerstört.

Als Hilfsmatrix dient die quadratische Matrix $EIVC$ mit der Zeilen- und Spaltenzahl $NE \geq N$ zur Speicherung der Eigenvektoren der Korrelationsziffernmatrix, die in FORM4 berechnet werden.

Der Steuerparameter $IRHO$ kann die Werte 0 oder 1 annehmen. Für $IRHO = 1$ gelten die oben gemachten Aussagen über Dimensionsvereinbarungen, Besetzungen usw. Bei $IRHO = 0$ wird keinerlei stochastische Abhängigkeit berücksichtigt. Dies spart einige Matrixoperationen. Außerdem müssen in diesem Falle NC und NE nicht $\geq N$ sein; sie können auch mit 1 verbart sein, wodurch Speicherplatz eingespart wird.

Neben den am Anfang gemachten Einschränkungen zur Annahme stochastischer Abhängigkeit, die sich aus den Verteilungsgesetzen der betrachteten Variablen ergeben, ist es auch erforderlich, daß die stochastisch abhängigen Variablen gleiche Lastwiederholungszahl r_i besitzen. Es darf also ρ_{ij} nur dann ungleich Null sein, wenn $r_i = r_j$ ist. Die Bedeutung der Lastwiederholungszahlen ist Abschnitt 3.4.3 zu entnehmen.

Für das Beispiel 3.2 ergeben sich somit die in Tabelle 3 auf-
gezeigten Möglichkeiten von stochastischen Abhängigkeiten.

Hierbei bedeuten:

- 0 Abhängigkeiten erlaubt
- 1 } Abhängigkeiten nicht erlaubt { wegen Verteilungsgese
- 2 } Abhängigkeiten nicht erlaubt { wegen unterschiedli-
- chem r

| | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | | | | | | | | | |
| 2 | 2 | | | | | | | | |
| 3 | 2 | 0 | | | | | | | |
| 4 | 1+2 | 1+2 | 1+2 | | | | | | |
| 5 | 0 | 2 | 2 | 1+2 | | | | | |
| 6 | 0 | 2 | 2 | 1+2 | 0 | | | | |
| 7 | 0 | 2 | 2 | 1+2 | 0 | 0 | | | |
| 8 | 0 | 2 | 2 | 1+2 | 0 | 0 | 0 | | |
| 9 | 1 | 1+2 | 1+2 | 1+2 | 1 | 1 | 1 | 1 | |

Tabelle 3: Mögliche stochastische Abhängigkeiten in Beispiel 3.2

Als Fehler können in FORM erkannt werden:

- Unzulässige Abhängigkeiten
- zu kleine Dimensionsvereinbarungen für COV und EIVEC
im Falle IRHO = 1
- indefinite Korrelationsziffernmatrix
(siehe hierzu Abschnitt 3.4.2.2)

Im Fehlerfalle erfolgen eine spezifizierende Fehlermeldung
auf das Ausgabemedium mit der logischen Gerätenummer NAUS,
Besetzung von IER mit ebenfalls spezifizierendem Wert und
schließlich sofortigem Abbruch von FORM4. Die Fehlermeldungen
und Besetzungen von IER sind Anhang D zu entnehmen.

3.4.2.2 Grundlagen der Transformation

Um bei Vorliegen stochastischer Abhängigkeit die Grenzzustands-
funktion und ihren Gradienten vom Raum der Basisvariablen in
den u-Raum zu transformieren, ist außer der Verschiebung und
Verzerrung nach Gl. (3), (4), (8) und (11) eine Drehung erforder-
lich. Die Drehung erfolgt nur in den Ebenen, die von jeweils
zwei stochastisch abhängigen Basisvariablen aufgespannt werden.
Anschaulich ist dies im dreidimensionalen Raum, in dem nur
zwei Basisvariablen stochastisch abhängig sind; die Drehung
erfolgt in diesem Fall um die Koordinatenachse der dritten,
unabhängigen Basisvariablen als Drehachse.

Die Grundlagen der erforderlichen Drehung können in vielen
Lehrbüchern, u.a. in [16], nachgelesen werden. Deshalb sollen
hier nur die Transformationsformeln angeschrieben werden.
Zunächst sei vorausgesetzt, daß die stochastisch abhängigen
Basisvariablen normalverteilt sind. Dann sind bei gegebener
Kovarianzenmatrix $C_x = (\text{Cov}(X_i, X_j))$ mit \underline{t}_i als i-tem Eigen-
vektor von C_x und λ_i als zu \underline{t}_i gehörendem Eigenwert.

$$u_i = \frac{\underline{t}_i^T (\underline{x} - \underline{m}_x)}{\lambda_i^{1/2}} \quad (13)$$

und

$$\frac{\partial h(u)}{\partial u_i} = \underline{t}_i^T \cdot \text{grad}(g(\underline{x})) \cdot \lambda_i^{1/2} \quad (14)$$

Wenn auch lognormalverteilte Variable stochastisch abhängig
sind, muß als Zwischenschritt zuerst nach den Gl. (5) bis (7)
in den y-Raum transformiert werden. Damit gleichzeitig ist
auch die Kovarianzenmatrix \underline{C}_x nach [11] in \underline{C}_y zu überführen.
Fall X_i und X_j lognormalverteilt sind, ist

$$\text{COV}(Y_i, Y_j) = \ln \left(1 + \frac{\text{COV}(X_i, X_j)}{E(X_i) E(X_j)} \right) \quad (15)$$

Falls X_i normalverteilt und X_j lognormalverteilt, gilt

$$\text{COV}(Y_i, Y_j) = \text{COV}(X_i, Y_j) = \frac{\text{COV}(X_i, X_j)}{E(X_j)} \quad (16)$$

Von hier verfährt man weiter nach Gl. (13) bzw. (14), wobei natürlich statt \underline{m}_x \underline{m}_y einzusetzen ist usw.; die Eigenwerte und Eigenvektoren sind zur Matrix \underline{C}_y zu bestimmen.

Es sei darauf hingewiesen, daß die Variable U_i bei stochastischer Abhängigkeit der Variablen X_i nicht mehr die physikalische Bedeutung wie X_i besitzt, was bei der Interpretation der Ergebnisse beachtet werden muß.

Die Kovarianzmatrix muß positiv (semi-) definit sein. Falls keine der Basisvariablen lognormalverteilt ist, gilt dies für \underline{C}_x , sonst für \underline{C}_y . Im letzteren Falle ist zu beachten, daß eine positiv definite Matrix \underline{C}_x keine Gewähr dafür bietet, daß auch \underline{C}_y positiv definit ist. Anschaulich läßt sich dies mit zwei Variablen X_i und X_j verstehen, wovon eine normal-, die andere lognormalverteilt ist. Hier ist ein Wert von 1 für ρ_{ij} unmöglich, da dadurch ein linearer Zusammenhang zwischen X_i und X_j gegeben wäre. Dies kann sich aber nicht mit den Definitionsbereichen der beiden Variablen decken.

3.4.3 Zeit- oder ortsvariante Variable

3.4.3.1 Allgemeines

Basisvariablen unterliegen häufig einem stochastischen Prozeß, der in der Zeit abläuft, wie etwa bei Lasten, oder der im Raum abläuft, wie etwa bei der Festigkeit entlang eines Trägers. In der Betrachtung der Zuverlässigkeit ist dann nicht mehr die Verteilung der Augenblickswerte, sondern die der Extremwerte maßgebend. In diese gehen neben der Verteilung der Augenblickswerte die Prozeßeigenschaften, z.B. die Autokorrelationsfunktion, und die betrachtete Zeitdauer bzw. räumliche Ausdehnung ein.

Wenn mehr als eine Basisvariable einem stochastischen Prozeß unterliegen, sind zwei Wege ihrer Berücksichtigung zu unterscheiden. Der erste ist die getrennte Bildung von Extremwertverteilungen für jede dieser Basisvariablen. Das bedeutet,

daß die verschiedenen Extrema aufeinandertreffen, ohne Rücksicht darauf, wann oder wo sie auftreten. Anwendungsbeispiel hierfür sei ein Zugstab, dessen Festigkeit ein stochastischer Prozeß entlang des Stabes ist und der durch eine zeitvariante Last belastet wird. Der zweite Weg ist die Bildung der Extremwertverteilung des gemeinsamen stochastischen Prozesses, der durch eine Kombination der einzelnen Prozesse entsteht. Anwendungsbeispiel hier ist die Last, die sich aus verschiedenen zeitvarianten Lasten zusammensetzt. Nach dieser wichtigen Anwendung ist der zweite Weg häufig als "Lastkombination" bekannt. Welcher Weg auszuwählen ist, ist stets von der Anwendung her zu entscheiden.

In FORM stehen mehrere Extremwertverteilungen und eine Methode zur Kombination zufälliger unabhängiger Folgen zur Verfügung.

3.4.3.2 Extremwertverteilungen

Vorweg sei bemerkt, daß Basisvariable mit Extremwertverteilungen genauso behandelt werden wie Basisvariable mit sonstigen Verteilungen (siehe Abschnitt 3.4.1).

Als Extremwertverteilungen stehen in FORM zur Verfügung:

- a) Gumbelverteilung (Größtwerte)
- b) Frechetverteilung (Größtwerte)
- c) Weibullverteilung (Kleinstwerte)

Diese drei Verteilungen sind in zahlreichen Literaturstellen (z.B. [1]) beschrieben worden und bedürfen hier keiner weiteren Erläuterung. Die zugeordneten Kennzahlen sind IV(I) = 7 (Gumbel), 8 (Frechet) und 9 (Weibull). Die Dichtefunktionen, Definitionsbereiche usw. sind aus Tabelle F1 in Anhang F zu entnehmen.

- d) Maximumverteilung einer Binomialfolge

$$F_{\max}(x) = [(1-p) \cdot F_0(x) + p \cdot F_1(x)]^n$$

- e) Minimumverteilung einer Binomialfolge

$$F_{\min}(x) = 1 - [1 - (1-p) \cdot F_0(x) - p \cdot F_1(x)]^n$$

jeweils mit

$$0 \leq p \leq 1$$

und

$$F_0(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

p ist die "Auftrittswahrscheinlichkeit" dafür, daß x bei einem Versuch aus der Verteilung F_1 "gezogen" wird, (1-p) die Gegenwahrscheinlichkeit, daß x den Wert 0 annimmt. Es finden n Versuche statt, die voneinander unabhängig sind. F_1 ist eine beliebige der in FORM angebotenen Verteilungen.

Durch $p < 1$ wird in F_{max} und F_{min} ein Sprung an der Stelle $x=0$ erzeugt, der zu den im Abschnitt 3.4.1.2 beschriebenen Problemen bei der Verteilungstransformation führen kann. Der Gebrauch von F_{max} und F_{min} ist in jedem Fall dann unbedenklich, wenn gilt

$$\partial g / \partial x_i |_{x^*} < 0$$

$$F_1(0) < 0,5$$

und

$$(1-p)^n < 0,5 \quad \text{bei } F_{max}$$

bzw.

$$1-p^n < 0,5 \quad \text{bei } F_{min}$$

Bei $p=1$ bestehen keinerlei Bedenken wegen der Verteilungstransformation.

f) asymptotische Verteilung des Maximums eines Gaussprozesses

$$F_{max}(x) = F_1(x) \cdot e^{-\gamma T \frac{f_1(x)}{F_1(x)}}$$

g) asymptotische Verteilung des Minimums eines Gaussprozesses

$$F_{min}(x) = 1 - (1-F_1(x)) \cdot e^{-\gamma T \frac{f_1(x)}{(1-F_1(x))}}$$

Hier bedeuten:

$F_1(x)$ Normal- oder Lognormalverteilung von X

T betrachtete (Zeit-) Spanne

$$\gamma = \sqrt{-\frac{\rho''(0)}{2\pi}}$$

$\rho(t)$ zweifach differenzierbare Autokorrelationsfunktion

Diese asymptotischen Verteilungen sind ausführlich bei Ditlevsen [3] und Vanmarcke [17] beschrieben.

h) Verteilung des Maximums einer Poissonfolge

$$F_{max}(x) = e^{-\lambda T(1-F_1(x))}$$

i) Verteilung des Minimums einer Poissonfolge

$$F_{min}(x) = 1 - e^{-\lambda T \cdot F_1(x)}$$

Hier sind:

F_1 eine beliebige der in FORM unter zweistelligen Kennzahlen angebotene Verteilung

λ Intensität der Poissonfolge
= mittlere Auftretenszahl/Zeiteinheit

T betrachtete Lebensdauer

Da die Maximumverteilung bei $F_1(x) = 0$ einen Sprung um $e^{-\lambda T}$ hat, soll ähnlich wie bei den vorher behandelten Binomialfolgen beachtet werden, daß diese Verteilung nur dann unbedenklich verwendet werden kann, wenn gilt:

$$\partial g / \partial x_i |_{x^*} < 0$$

und

$$e^{-\lambda T} < 0,5$$

Die Eingabe der Parameter zu den Extremwertverteilungen ist in Anhang F erläutert.

3.4.3.3 Kombination zufälliger unabhängiger Folgen

Zur Durchführung der in 3.4.3.1 angesprochenen Kombination von zeitvarianten Basisvariablen steht die Möglichkeit ihrer Modellierung als zufällige unabhängige Folge zur Verfügung. Die zufällige unabhängige Folge ist dadurch definiert, daß aus einer statistisch verteilten Grundgesamtheit in jeweils gleichen Zeit- (Raum-)abständen α_i ein von den vorangegangenen Werten unabhängiger Wert für die Basisvariable realisiert wird und bis zur Realisation des nächsten Wertes erhalten bleibt (siehe Bild 7).

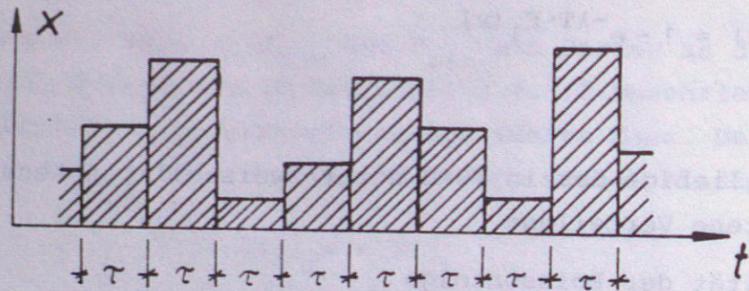


Bild 7: Zufällige Folge

Zu den bisher eingeführten Beschreibungsparametern für das der jeweiligen Basisvariablen zugewiesene stochastische Modell - das sind IV für das Verteilungsgesetz, EX und SX für die Momente, jeweils auf die oben angesprochene Grundgesamtheit bezogen - kommt die Wiederholungszahl

$$r_i = \frac{T}{\tau_i} \quad (17)$$

hinzu, die die Zahl der Realisationen in der zu untersuchenden Lebensdauer T angibt. Im Beispiel 3.2 sind die Basisvariablen X_2 , X_3 und X_4 als unabhängige Folgen modelliert.

Die Eingabe von r_i erfolgt auf VP(5,1) und ist obligatorisch. Für zeit- und ortsunveränderliche Basisvariable X_i ist VP(5,1) = 1,0 zu setzen. Es ist noch daran zu erinnern, daß korrelierte Basisvariable gleiche Wiederholungszahl r_i besitzen müssen. Der in FORM benutzte Lösungsalgorithmus zur Kombination dieser Folgen ist in [14] beschrieben.

3.5 Iterative Ermittlung des Linearisierungspunktes

3.5.1 Iterationsalgorithmus, Konvergenzkriterien

Ziel der Iteration ist es, im Raum der unabhängigen (0,1)-normalverteilten Variablen u_i den Punkt auf der Grenzzustandsfläche $h(\underline{u}) = 0$ zu finden, der den geringsten Abstand zum Ursprung hat. Die erforderliche (punktweise) Transformation der Fläche vom Raum der Basisvariablen in den u-Raum und parallel dazu die Transformation des Gradienten sind in Abschnitt 3.4.1 und 3.4.2 beschrieben. Der Wert des Sicherheitsindex β ist gleich dem gesuchten Abstand. Das Vorzeichen von β ist dasselbe wie von $h(\underline{u})$ mit $\underline{u} = \underline{0}$, also das Vorzeichen des Funktionswertes von $h(\underline{u})$ am Ursprung, wenn die übliche Vereinbarung gilt, daß sichere Bereiche durch $h(\underline{u}) > 0$ gekennzeichnet sind.

Bild 8 verdeutlicht den Gang der Iteration. Es zeigt in der $u_1 - u_2$ -Ebene die Grenzzustandskurve $h(\underline{u}) = 0$ sowie gestrichelt die Niveaulinie für den Funktionswert $h(\underline{u}) = C$.

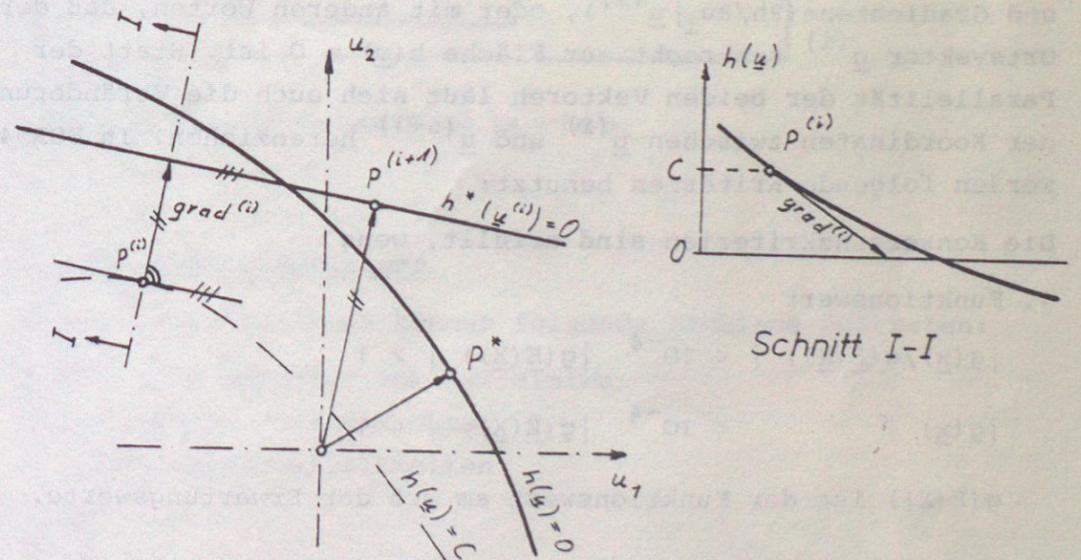


Bild 8: Graphische Darstellung des Iterationsalgorithmus

Ausgangspunkt ist hier der im i-ten Iterationsschritt erhaltene Punkt $P^{(i)} = \underline{u}^{(i)}$. Für diesen Ort sind der Funktionswert $h(\underline{u}^{(i)}) = g(\underline{x}^{(i)})$ sowie der Vektor der partiellen Ableitungen $(\partial g / \partial u_i |_{\underline{u}^{(i)}})$ zu berechnen. Hiermit ergibt sich die Linearisierung $h^*(\underline{u}^{(i)})$ der Grenzzustandsfunktion wie folgt: $h^*(\underline{u}^{(i)})$ ist senkrecht zu dem Gradienten, der Abstand zwischen $h^*(\underline{u}^{(i)})=0$ und $P^{(i)}$ bestimmt sich aus dem Wert C und aus dem Gradienten (siehe hierzu Schnitt I-I in Bild 8).

Der Punkt $P^{(i+1)} = \underline{u}^{(i+1)}$ als Ort des kürzesten Abstandes der linearen Funktion $h(\underline{u}^{(i+1)}) = 0$ vom Ursprung läßt sich leicht ermitteln, z.B. mit Hilfe der Hesse'schen Normalform. Damit ist ein Iterationsschritt bereits beendet, und man verfährt an $P^{(i+1)}$ wie an $P^{(i)}$ usw., bis schließlich die Iteration im Punkt P^* als Ort des kürzesten Abstandes der nichtlinearen Grenzzustandsfläche $h(\underline{u}) = 0$ zum Ursprung konvergiert.

Konvergenzkriterien sind das Verschwinden des Funktionswertes $h(\underline{u}^{(i)})$ und das gleichzeitige Parallelwerden von Ortsvektor $\underline{u}^{(i)}$ und Gradienten $(\partial h / \partial u_i |_{\underline{u}^{(i)}})$, oder mit anderen Worten, daß der Ortsvektor $\underline{u}^{(i)}$ senkrecht zur Fläche $h(\underline{u}) = 0$ ist. Statt der Parallelität der beiden Vektoren läßt sich auch die Veränderung der Koordinaten zwischen $\underline{u}^{(i)}$ und $\underline{u}^{(i+1)}$ heranziehen. In FORM4 werden folgende Kriterien benutzt:

Die Konvergenzkriterien sind erfüllt, wenn

1. Funktionswert

$$|g(\underline{x}) / g(\underline{E}(\underline{X}))| < 10^{-4} \quad |g(\underline{E}(\underline{X}))| > 1$$

$$|g(\underline{x})| < 10^{-4} \quad |g(\underline{E}(\underline{X}))| < 1$$

$g(\underline{E}(\underline{X}))$ ist der Funktionswert am Ort der Erwartungswerte.

2. Koordinatenänderung

$$\frac{\sqrt{\sum d_i^2}}{n} < 10^{-2}$$

$$\text{mit } d_i = \begin{cases} \frac{x_i^{(i)} - x_i^{(i+1)}}{\sigma_i'} & : \sigma_i' > 1 \\ x_i^{(i)} - x_i^{(i+1)} & : \sigma_i' \leq 1 \end{cases}$$

und σ_i' nach Gl. (10).

Der Iterationsalgorithmus für den u-Raum ist in Bild 9 in einem Ablaufplan dargestellt.

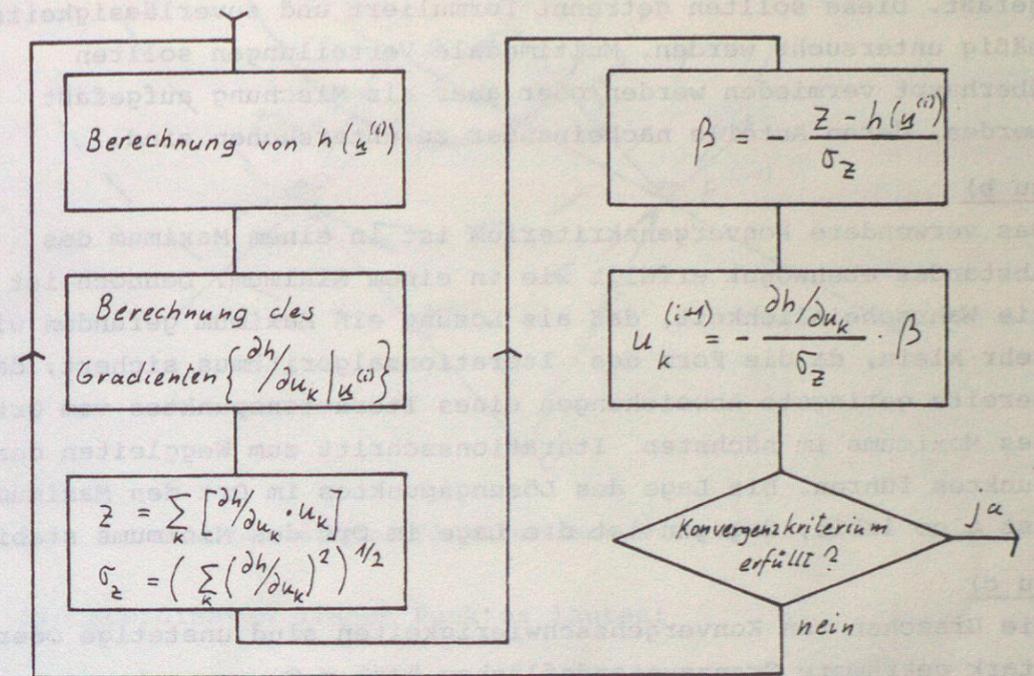


Bild 9: Iterationsalgorithmus im u-Raum

3.5.2 Iterationsprobleme

Im Lauf der Iteration können folgende Probleme auftreten:

- a) Existenz mehrerer lokaler Minima
- b) Auffinden eines Maximums
- c) Konvergenzschwierigkeiten

zu a)

Die Grenzzustandsfläche im u-Raum kann bezüglich ihres Abstandes zum Ursprung mehrere lokale Minima besitzen, die jedes für sich das Konvergenzkriterium nach Abschn. 3.5.1 erfüllen. Die gefundene Lösung ist dann von der Anfangslösung abhängig.

Mehrere Minima können im mechanischen Modell begründet sein oder durch die Transformationen nach Gl.(1) (siehe hierzu Abschnitt 3.4.1.2) hervorgerufen werden. Im mechanischen Modell sind dann häufig mehrere verschiedene Versagensarten zusammengefaßt. Diese sollten getrennt formuliert und zuverlässigkeitsmäßig untersucht werden. Multimodale Verteilungen sollten überhaupt vermieden werden oder aber als Mischung aufgefaßt werden, deren Anteile nacheinander zu untersuchen sind.

zu b)

Das verwendete Konvergenzkriterium ist in einem Maximum des Abstandes ebensogut erfüllt wie in einem Minimum. Dennoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß als Lösung ein Maximum gefunden wird, sehr klein, da die Form des Iterationsalgorithmus sichert, daß bereits geringste Abweichungen eines Iterationspunktes vom Ort des Maximums im nächsten Iterationsschritt zum Weggleiten des Punktes führen. Die Lage des Lösungspunktes im Ort des Maximums ist also labil; dagegen ist die Lage im Ort des Minimums stabil.

zu c)

Die Ursachen von Konvergenzschwierigkeiten sind unstetige oder stark gekrümmte Grenzzustandsflächen $h(u) = 0$.

Unstetige Flächen lassen sich vermeiden, wenn zum einen alle Verteilungsgesetze der Basisvariablen stetig sind und zum anderen die Grenzzustandsfläche im Raum der Basisvariablen keine Unstetigkeiten aufweist.

Bei stark gekrümmten Grenzzustandsflächen ist mit divergierenden Iterationspunkten zu rechnen. Bild 10 zeigt einen konstruierten Fall alternierender Iterationspunkte, d.h. die Iteration springt ständig zwischen $p^{(i)}$ und $p^{(i+1)}$ hin und her. Bedingung hierfür ist, daß $u^{(i)} \parallel \text{grad}^{(i+1)}$, $u^{(i+1)} \parallel \text{grad}^{(i)}$ $p^{(i)} \in h^*(u^{(i+1)})$ und $p^{(i+1)} \in h^*(u^{(i)})$ sind.

In FORM4 ist zur Eingabe ein Parameter V1 vorgesehen, der die Lage des neuen Iterationspunktes P_n zwischen altem Iterationspunkt P_a und rechnerisch neuem Iterationspunkt P_{rn} festlegt.

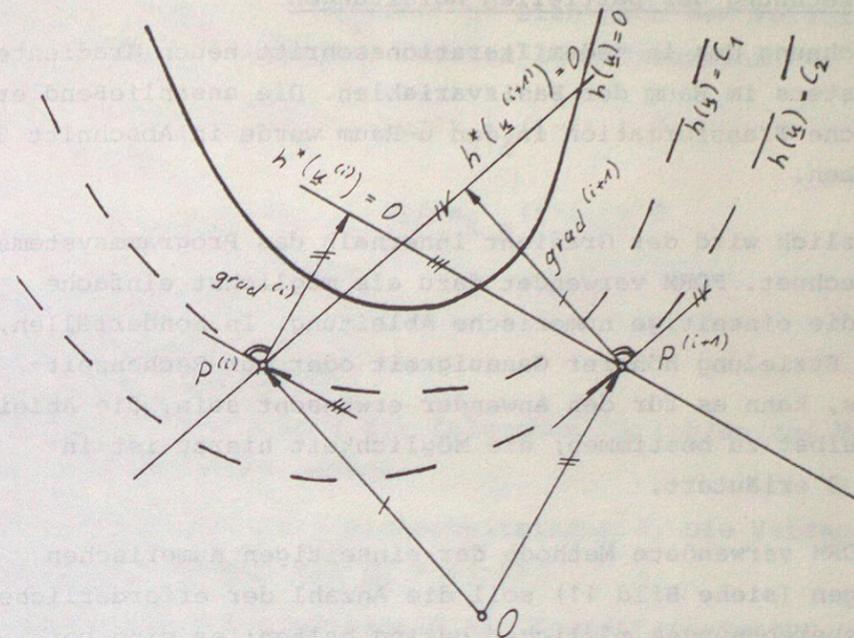


Bild 10: Beispiel für alternierende Iteration

Die Koordinaten dieses Punktes lauten:

$$x_n = V_i \cdot x_{rn} + (1-V_i) \cdot x_a$$

mit $V_i = V_1^{1/i}$, worin i die Nummer des jeweiligen Iterationsschrittes ist. P_n liegt also auf der Verbindungsgeraden zwischen P_a und P_{rn} ; bei $V_1 = 0$ ist stets $P_a = P_n$, die Iteration tritt in diesem Falle auf der Stelle, während bei $V_1 = 1$ $P_n = P_{rn}$ ist. Im Normalfall sollte V_1 stets zu Eins gesetzt werden, da sonst die Iterationsgeschwindigkeit verlangsamt wird. Nur bei Konvergenzschwierigkeiten kann $V_1 < 1$ versucht werden, etwa $V_1 = 0,5$.

Konvergenzschwierigkeiten werden vor allem aber durch zweckmäßige Wahl der Anfangslösung umgangen. Zur Steuerung dient die Eingabe auf BETA: Bei BETA=0 werden die Erwartungswerte als Anfangslösung benutzt, bei BETA > 0 wird die Anfangslösung auf dem Vektor X erwartet.

3.5.3 Berechnung der partiellen Ableitungen

Die Berechnung des in jedem Iterationsschritt neuen Gradienten erfolgt stets im Raum der Basisvariablen. Die anschließend erforderliche Transformation in den u-Raum wurde in Abschnitt 3.4 beschrieben.

Grundsätzlich wird der Gradient innerhalb des Programmsystems FORM berechnet. FORM verwendet dazu als möglichst einfache Methode die einseitige numerische Ableitung. In Sonderfällen, etwa zur Erzielung höherer Genauigkeit oder zur Rechenzeitersparnis, kann es für den Anwender erwünscht sein, die Ableitungen selbst zu bestimmen; die Möglichkeit hierzu ist in Anhang C 3 erläutert.

Die in FORM verwendete Methode der einseitigen numerischen Ableitungen (siehe Bild 11) soll die Anzahl der erforderlichen Funktionsberechnungen möglichst gering halten; es sind bei Dimension n (n+1) Funktionsberechnungen nötig.

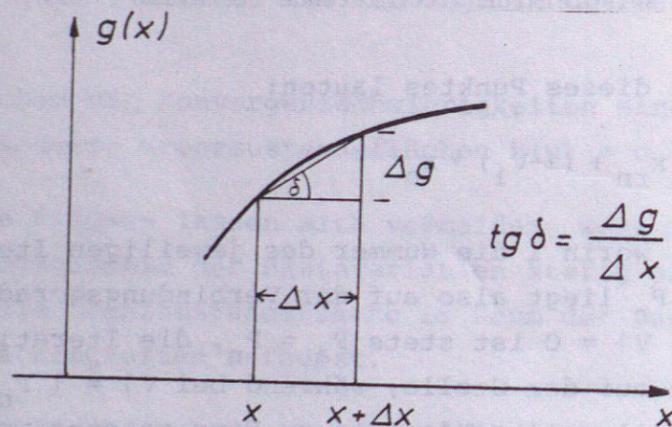


Bild 11: Einseitige numerische Ableitung

Die partielle Ableitung ergibt sich aus

$$\frac{\partial g}{\partial x_k} \Big|_{\underline{x}} = \frac{g(x_1, \dots, x_k + \Delta x_k, \dots, x_n) - g(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)}{\Delta x_k}$$

$$\text{mit } |\Delta x_k| = \begin{cases} 10^{-3} & |x_k| \leq 1 \\ |x_k| \cdot 10^{-3} & |x_k| > 1 \end{cases}$$

Das Vorzeichen von Δx_k richtet sich nach dem Vorzeichen der partiellen Ableitung im letzten Iterationsschritt.

$$\Delta x_k = \begin{cases} + |\Delta x_k| & \frac{\partial g}{\partial x_k} \Big|_{\underline{x}^{(i-1)}} \geq 0 \\ - |\Delta x_k| & \frac{\partial g}{\partial x_k} \Big|_{\underline{x}^{(i-1)}} < 0 \end{cases}$$

3.6. Ausgabe

3.6.1 Variablenausgabe

FORM4 gibt die Lösung mit folgenden Variablen und Vektoren an das Hauptprogramm zurück:

- Variable BETA als Sicherheitsindex β . Die Versagenswahrscheinlichkeit ist $p_f = \Phi(-\beta)$.
- Vektor \underline{x} mit Dimension N als Koordinatenvektor. \underline{x} sind die Koordinaten des Linearisierungspunktes im Raum der Basisvariablen.
- Vektor \underline{u} mit Dimension N als Koordinatenvektor. \underline{u} sind die Koordinaten des Linearisierungspunktes im Raum der unabhängigen standardnormalverteilten Variablen. Der Vektor \underline{u} wird bei der Anwendung der Zuverlässigkeitsmethode 1. Ordnung in Systemuntersuchungen benötigt. Eine physikalische Entsprechung zwischen den Komponenten X_i und U_i ist nur bei unabhängigen X_i gegeben. Es gelten die folgenden Beziehungen:

$$\beta = \sum_n u_i^2$$

$$\alpha_i = -u_i / \beta$$

und damit $\sum_n \alpha_i^2 = 1$

α_i ist der Kosinus des Winkels zwischen der u_i -Achse und dem Vektor des Linearisierungspunktes; es kann als Maß für den Einfluß der Variablen U_i auf β aufgefaßt werden.

- Vektor \underline{ZES} mit Dimension 3 als Kenngrößenvektor. Die drei Komponenten des Vektors \underline{ZES} enthalten den jeweili-

gen Wert (ZES(1)), den Erwartungswert (ZES(2)) und die Standardabweichung (ZES(3)) der normalverteilten Zufallsgröße $Z = \sum_{i=1}^n (\partial g / \partial x_i |_{x^*} \cdot X_i)$. Der Sicherheitsindex leitet sich hieraus ab:

$$\beta = - \frac{ZES(1) - ZES(2)}{ZES(3)}$$

Man erhält damit nicht nur eine Information über den Wert des Sicherheitsindex selbst, sondern anhand der Standardabweichung ZES(3) auch ein Maß der Empfindlichkeit von β gegenüber Änderungen in der Grenzzustandsfunktion, die sich vor allem in ZES(1) niederschlagen. Kleines ZES(3) bedeutet große Empfindlichkeit und umgekehrt.

e) Variable IER als Fehlerindikator.

Der Wert von IER zeigt an, ob innerhalb von FORM ein Fehler entdeckt worden ist (IER > 0) oder nicht (IER = 0). Die möglichen Werte von IER und ihre Bedeutungen sind Anhang D zu entnehmen.

3.6.2 Druckausgabe

Der Parameter NAUS ist für sämtliche aus FORM4 per <write>-Anweisungen ausgegebene Information die logische Gerätenummer für das Ausgabemedium. In der Regel wird dies ein Drucker sein, aber es kann ebensogut eine Datei sein. Wenn NAUS den speziellen Wert 99 hat, wird die gesamte Ausgabe aus FORM einschließlich Fehlermeldungen unterdrückt.

Die einzelnen Elemente des Ausdruckes aus FORM (ohne Fehlermeldungen) werden anhand des Ausdruckes erklärt, der zum Beispiel aus Abschnitt 3.2 gehört und durch das Programm aus Abschnitt 3.3 erzeugt wurde.

Zu Beginn des Ausdruckes ist das stochastische Modell mit Hilfe der Subroutinen KOPF und YMAUS (siehe Anhang B3 und B5) ausgedruckt. Dann folgt der Ausdruck aus FORM. Zunächst der Funktionswert von $g(\underline{x})$ mit $x = E(\underline{X})$. Es folgen für jeden Iterationsschritt die Ausgabe des β -Wertes und des Funktionswertes von $g(\underline{x})$ am

| VARIABLE | TYP | E(X) | S(X) | VAR | R | P |
|----------|-----|-----------|-----------|----------|--------|----------|
| X 1 | 3 | 5.000E+02 | 2.500E+01 | 5.00E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 2 | 2 | 1.000E+06 | 1.500E+05 | 1.50E-01 | 1000.0 | 1.00E+00 |
| X 3 | 2 | 1.000E+06 | 1.500E+05 | 1.50E-01 | 1000.0 | 1.00E+00 |
| X 4 | 5 | 2.000E+06 | 5.000E+05 | 2.50E-01 | 10.0 | 1.00E+00 |
| X 5 | 3 | 3.000E+02 | 3.000E+00 | 1.00E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 6 | 3 | 2.000E+01 | 1.000E+00 | 5.00E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 7 | 2 | 3.000E+02 | 5.000E+00 | 1.67E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 8 | 2 | 5.000E+00 | 3.000E+00 | 6.00E-01 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 9 | 9 | 2.100E+05 | 4.200E+03 | 2.00E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |

RHJ = 1

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|-----------|------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1 | 1.000E+00 | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. |
| 2 | 0. | 1.000E+00 | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. |
| 3 | 0. | -8.100E-01 | 1.000E+00 | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. |
| 4 | 0. | 0. | 0. | 1.000E+00 | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. |
| 5 | 0. | 0. | 0. | 0. | 1.000E+00 | 0. | 0. | 0. | 0. |
| 6 | 0. | 0. | 0. | 0. | -3.000E-01 | 1.000E+00 | 0. | 0. | 0. |
| 7 | 0. | 0. | 0. | 0. | -2.000E-01 | 5.000E-01 | 1.000E+00 | 0. | 0. |
| 8 | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 1.000E+00 | 0. |
| 9 | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 0. | 1.000E+00 |

ERGEBNISSE

G (M) = 1.54E+02
 1.558 5.31E+00
 1.328 1.30E+00
 1.277 4.01E-02
 1.271 2.06E-03

G (X STERN) = 5.62E-05 ANZ. IT. = 4

FELD X STERN
 4.854E+02 1.119E+06 1.119E+06 3.176E+06 3.002E+02
 1.944E+01 2.986E+02 5.783E+00 2.108E+05

BETA = 1.271 PF = 1.019E-001

FELD II
 -5.701E-01 -5.602E-16 5.505E-02 9.534E-01 -1.152E-01
 -4.693E-01 -2.760E-01 2.609E-01 -2.206E-03

FELD ZES
 6.764E+03 6.832E+03 5.405E+01

IER = 0

jeweiligen Linearisierungspunkt. Man sieht im Beispiel, wie in vier Schritten β gegen 1.271 konvergiert und $g(x)$ gegen Null geht. Als eigentlicher Lösungsausdruck schließlich kommen der Funktionswert am Lösungspunkt, die Anzahl der durchgeführten Iterationsschritte, die Koordinaten des Linearisierungspunktes im Raum der Basisvariablen sowie der Sicherheitsindex β und die zugehörige Versagenswahrscheinlichkeit p_f . Der Ausdruck der Vektoren \underline{U} und \underline{ZES} und des Fehlerindikators IER wurde vom Hauptprogramm veranlaßt.

Zur Überprüfung der Genauigkeit der zu 0,1019 bestimmten Versagenswahrscheinlichkeit eignet sich im vorliegenden Fall nur eine Monte-Carlo-Studie, da befriedigend genaue, numerische Integration wegen des Aufwandes undurchführbar ist und die Methode der quadratischen Approximation bislang nicht für Komponenten des Vektors \underline{X} , die Zufallsfolgen sind, gilt. Die Monte-Carlo-Studie, die gegenüber der Anwendung von FORM4 den etwa 5000-fachen Zeitbedarf hatte, erbrachte 94 Versagensfälle bei 1000 Realisationen des Basisvariablenvektors. Ein Schätzwert für die Versagenswahrscheinlichkeit ist somit 0,094. Man beachte dabei, daß der Variationskoeffizient der Schätzung rund 10 % beträgt.

4. Schlußbemerkung

Das Programmsystem FORM ist sicherlich noch entwicklungsfähig, vor allem soweit es die Beschreibungsmöglichkeiten für das stochastische Modell betrifft, aber auch was Anwendungskomfort und Umgang mit schwierigen Grenzzustandsfunktionen angeht. Anregungen und Kritik werden daher dankbar entgegengenommen.

Anhang A: Literatur

- [1] Benjamin, J.R.; Cornell, C.A. (1970): Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, Mac Graw-Hill Book Co., New York
- [2] Cornell, C.A. (1969): Structural Safety Specifications Based on Second-Moment Reliability Analysis, Final Report, Symposium on Concepts of Safety of Structures and Methods of Design, London, England, IVBH, Zürich, pp. 235 - 246
- [3] Ditlevsen, O. (1971): Extremes and First Passage Times with Applications in Civil Engineering, Dissertation, Technische Universität von Dänemark, Kopenhagen
- [4] Ditlevsen, O. (1973): Structural Reliability and the Invariance Problem, Report No. 22, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Ontario, Canada
- [5] Fießler, B.; Hawranek, R.; Rackwitz, R. (1976): Numerische Methoden für probabilistische Bemessungsverfahren und Sicherheitsnachweise, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 14, Technische Universität München
- [6] Fießler, B.; Neumann, H.-J.; Rackwitz, R. (1979): Quadratic Limit States in Structural Reliability, Journ. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 105, EM4, August, pp. 661 - 676
- [7] Hasofer, A.M. (1973): Reliability Index and Failure Probability, unpublished
- [8] Hasofer, A.M.; Lind, N.C. (1974): An Exact and Invariant First Order Reliability Format, Journ. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 100, EM1
- [9] Hawranek, R.; Rackwitz, R. (1976): Reliability Calibration for Steel Columns, CEB Bulletin d'Information, No. 112, pp. 125 - 157
- [10] Hohenbichler, M.; Rackwitz, R. (1979): Non-Normal Dependent Variables in Structural Reliability, eingereicht zur Veröffentlichung als Technical Note in ASCE Div. EM
- [11] Jones, R.M. Miller, K.S. (1966): On the Multivariate Log-normal Distribution, Journ. of Industrial Mathematics, 16, pp. 63 - 76
- [12] Paloheimo, E.; Hannus, M. (1974): Structural Design Based on Weighted Fractiles, Journ. Struct. Div., ASCE, Vol. 100, No. ST7, July, pp. 1367 - 1378
- [13] Rackwitz, R.; Fießler, B. (1976): Note on Discrete Safety Checking When Using Non-Normal Stochastic Models for Basic Variables, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 14, Technische Universität München

- [14] Rackwitz, R.; Fießler, B. (1978): Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences, Computers & Structures, Vol. 9, pp. 489 - 494, Pergamon Press Ltd.
- [15] Rackwitz, R.; Fießler, B. (1978): Non-Normal Vectors in Structural Reliability, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 29, Technische Universität München
- [16] Stange, K. (1971): Angewandte Statistik, 2. Teil, Springer, Berlin-Heidelberg-New York
- [17] Vanmarcke, E.H. (1975): On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Processes, Journal of Applied Mechanics, ASCE, 1975, pp. 215 - 220
- [18] Joint Committee on Structural Safety CEB-CECM-CIF-FIP-IABSE: First Order Reliability Concepts for Design Codes, Comité Européen du Béton, Bulletin d'Information No. 112, July 1976
- [19] Institut für Bautechnik: Sicherheit im Ingenieurbau, Grundlagen zur Beurteilung, Beiträge zum 1. Sicherheitsseminar, 3. Auflage, Februar 1978

Anhang B: Aufruf von FORM4 und von Hilfsprogrammen

Neben FORM4 stehen als Hilfsprogramme zur Verfügung:

- INIT zur Vorbesetzung von Vektoren und Matrizen
- KOPF zur Ausgabe stochastischer Daten
- YFAUS zur Ausgabe von Feldern
- YMAUS zur Ausgabe von Matrizen

Der Typ der im folgenden beschriebenen Variablen richtet sich nach dem Anfangsbuchstaben entsprechend der FORTRAN-Konvention.

1. FORM4

Aufruf:

CALL FORM4 (N, IV, EX, SX, VP, GG, IRHO, COV, NC, EIVEC, NE, V1, NAUS, BETA, X, U, ZES, IER)

Eingang:

- N Anzahl der stochastischen Variablen und Dimension der Vektoren IV, EX, SX, VP (Spalten), X und U
N ≤ 100 wegen statischer Dimensionsvereinbarungen in FORM4
- IV Vektor mit Länge N
Kennziffern für Verteilungstyp
IV(I) = J ordnet der Variablen X(I) den Verteilungstyp J zu. Die möglichen Typen sind in Anhang F beschrieben.
- EX } Vektoren mit Länge N
SX } Erwartungswerte bzw. Standardabweichungen der stochastischen Basisvariablen
- VP Rechteckmatrix mit 10 Zeilen und N Spalten
1. und 2. Zeile werden außer bei den Typen 96 - 99 (siehe Anhang F) von FORM4 besetzt, 3. und 4. Zeile sind in bestimmten Fällen vom Anwender zu besetzen (siehe Anhang F). Die weiteren sechs Zeilen sind stets vom Anwender, evtl. durch Aufruf von INIT, zu besetzen.
VP(5,1) und VP(6,1) sind Parameter zur Kombination zufälliger Folgen: VP(5,1) enthält die "Wiederholungs-

zahl" und VP(6,I) die Auftretenswahrscheinlichkeit^{*)}.
VP(7,I) und VP(8,I) sind Parameter zur Extremwertverteilung der Binomial- oder Poissonfolge (siehe Anhang F).
VP(9,I) und VP(10,I) werden derzeit noch nicht verwendet.

- GG Name der vom Anwender vorgesehenen Subroutine, die das mechanische Modell enthält (siehe auch Anhang C).
- IRHO Steuerparameter für Korrelation
IRHO = 0: keinerlei Korrelation zwischen den Basisvariablen
IRHO = 1: Korrelationen möglich
- COV (NC x NC)-Matrix
Ohne Bedeutung bei IRHO = 0
Bei IRHO = 1 Matrix der Korrelationsziffern
Ausgewertet und erhalten wird nur die untere Dreieckshälfte einschließlich Diagonale (also COV(I,J) mit I ≥ J); die über der Diagonale stehende Information wird nicht beachtet und kann nach Durchlauf von FORM4 zerstört sein.
- NC Zeilen und Spaltenzahl der Matrix COV
IRHO = 0 : NC ≥ 1
IRHO = 1 : NC ≥ N
- EIVEC Hilfsmatrix mit NE Zeilen und Spalten
Dient der Speicherung von Eigenvektoren und hat keine Ein- oder Ausgabebedeutung
- NE Zeilen- und Spaltenzahl der Matrix EIVEC
IRHO = 0 : NE ≥ 1
IRHO = 1 : NE ≥ N
- V1 Steuerparameter für Iteration
Soll üblicherweise mit 1.0 besetzt werden
Beschreibung und abweichende Besetzung siehe Abschn.3.5.2
- NAUS Steuerparameter für Ausgabe
1 ≤ NAUS ≤ 99
1 ≤ NAUS ≤ 98 wird als logische Gerätenummer interpretiert.

^{*)} Die Berücksichtigung der Auftretenswahrscheinlichkeit ist derzeit noch nicht implementiert, also bisher stets $p_{a,i} = 1$ unabhängig von VP(6,I).

Die standardmäßige Ausgabe (siehe Abschn. 3.6) erfolgt auf das Medium (Drucker, Datei, etc.), dem diese Nummer zugeordnet ist.

NAUS = 99 unterdrückt die standardmäßige Ausgabe.

Ein- und Ausgang

- BETA Eingang: BETA ≤ 0,0 bewirkt, daß die Mittelwerte EX(I) als Anfangslösung für X(I) benutzt werden.
BETA > 0,0 bewirkt, daß auf dem Vektor X eine Anfangslösung erwartet wird.
Ausgang: Sicherheitsindex β
- X Vektor der Länge N
Eingang: siehe BETA
Ausgang: Koordinaten des Linearisierungspunktes im Raum der Basisvariablen

Ausgang

- U Vektor der Länge N
Koordinaten des Linearisierungspunktes im u-Raum, d.h. im Raum der unabhängigen, standardnormalverteilten und zeitinvarianten Variablen.
- ZES Vektor der Länge 3
Enthält Wert (ZES(1)), Erwartungswert (ZES(2)) und Standardabweichung (ZES(3)) der stochastischen Variablen, die aus der Linearkombination der Basisvariablen entsteht (siehe Abschn. 3.6.1).
- IER Fehlerindikator
IER = 0 kein Fehler während des Durchlaufes von FORM4 entdeckt
IER > 0 6-stellige Zahl
Die ersten 3 Stellen geben Fehlerort und Fehlerursache in FORM4 an, die letzten 3 Stellen sind für den Anwender zur Besetzung in der Subroutine GG reserviert.

Im Falle IER > 0 wird FORM4 sofort abgebrochen; es erfolgt eine Fehlermeldung unter der logischen Geräte- nummer NAUS (siehe auch Anhang E).

2. Vorbesetzungsroutine INIT

INIT erledigt verschiedene Vorbesetzungen für das stochastische Modell; sein Aufruf empfiehlt sich zu Anfang des Hauptprogrammes.

Aufruf:

Call INIT (N, IV, VP, IRHO, COV, NC)

Eingang:

N Anzahl der stochastischen Variablen und Dimension der Vektoren IV und VP (Spalten)

IRHO Steuerparameter für Korrelation
IRHO = 0: keinerlei Korrelation zwischen den Basis-
variablen
IRHO = 1 Korrelationen möglich

NC Zeilen- und Spaltenzahl der Matrix NC
IRHO = 0: $NC \geq 1$
IRHO = 1: $NC \geq N$

Ausgang:

IV Vektor der Länge N
Kennziffern für Verteilungstypen
Wird mit 2 ($\hat{=}$ Normalverteilung) besetzt.

VP Rechteckmatrix mit 10 Zeilen und N Spalten
Die ersten 4 Zeilen werden mit 0,0, die letzten sechs
(Wiederholungszahlen und Auftretenswahrscheinlichkeiten)
mit 1,0 besetzt.

COV (NC x NC)-Matrix
Matrix für Korrelationsziffern
Wird nur besetzt, wenn IRHO = 1; in diesem Falle alle
Außerdiagonalelemente mit 0,0 und alle Diagonalele-
mente mit 1,0.

3. Ausdruckroutine KOPF

KOPF gibt für jede Basisvariable eine Zeile mit Variablennummer, Verteilungstyp, Erwartungswert, Standardabweichung, Variationskoeffizient, Wiederholungszahl und Auftretenswahrscheinlichkeit. Zusätzlich noch den Wert von IRHO. KOPF beginnt mit einem Seiten- vorschub.

Aufruf:

Call KOPF (N, IV, EX, SX, VP, IRHO)

Eingang:

N Anzahl der stochastischen Variablen und Dimension der Vektoren IV, EX, SX und VP (Spalten)

IV Vektor der Länge N
mit Kennziffern für Verteilungstypen

EX } Vektoren der Länge N
SX } mit Erwartungswerten bzw. Standardabweichungen der Basisvariablen

VP Rechteckmatrix mit 10 Zeilen und N Spalten
Ausgegeben werden VP (5,1) (Wiederholungszahl) und VP(6,1) (Auftretenswahrscheinlichkeit; siehe B1)

IRHO Steuerparameter für Korrelation
IRHO = 0: keinerlei Korrelation zwischen Basisvariablen
IRHO = 1: Korrelationen möglich

Beispiel:

Die Eingangsdaten, die in Abschnitt 3.2 für das stochastische Modell benutzt wurden, werden hier als Ausdruck von KOPF wieder- gegeben.

| VARIABLE | TYP | E(X) | S(X) | VAR | R | p |
|----------|-----|-----------|-----------|----------|--------|----------|
| X 1 | 3 | 5.000E+02 | 2.500E+01 | 5.00E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 2 | 2 | 1.000E+05 | 1.500E+05 | 1.50E-01 | 1000.0 | 1.00E+00 |
| X 3 | 2 | 1.000E+06 | 1.500E+05 | 1.50E-01 | 1000.0 | 1.00E+00 |
| X 4 | 5 | 2.000E+06 | 5.000E+05 | 2.50E-01 | 10.0 | 1.00E+00 |
| X 5 | 3 | 3.000E+02 | 3.000E+00 | 1.00E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 6 | 3 | 2.000E+01 | 1.000E+00 | 5.00E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 7 | 2 | 3.000E+02 | 5.000E+00 | 1.67E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 8 | 2 | 5.000E+00 | 3.000E+00 | 6.00E-01 | 1.0 | 1.00E+00 |
| X 9 | 9 | 2.100E+05 | 4.200E+03 | 2.00E-02 | 1.0 | 1.00E+00 |

RHO = 1

4. Ausdruckroutine YFAUS

YFAUS druckt einen Vektor mit jeweils 5 Werten/Zeile und einer Überschrift mit maximal 10 alphanumerischen Zeichen.

Aufruf:

Call YFAUS (NAUS, N, F, STRING)

Eingang:

- NAUS logische Gerätenummer für Ausgabemedium
- N Dimension des Vektors F
- F Vektor mit Länge N, der auszudrucken ist.
- STRING beliebige Zeichenfolge von maximal 10 alphanumerischen Zeichen, in Apostrophen (Cyber: Doppelapostrophen) eingeschlossen.

Beispiel:

Gegeben ist ein Vektor A mit der Länge M = 7 und dem STRING "MUSTER", Gerätenummer IA. Der Aufruf call YFAUS (IA, M, A, "MUSTER") ergibt z.B. (alle Werte mit -1,0 besetzt):

| FELD | MUSTER | | | | |
|------------|------------|------------|-----------|-----------|--|
| -1.000E+00 | -1.000E+00 | -1.000E+00 | 1.000E+00 | 1.000E+00 | |
| -1.000E+00 | -1.000E+00 | | | | |

5. Ausdruckroutine YMAUS

YMAUS druckt eine Matrix mit bis zu 14 Zeilen und Spalten mit Zeilen- und Spaltennumerierung aus. Maximal werden 132 Druckspalten benötigt. Die Stellenzahl der auszudruckenden Variablen hängt von N2 ab.

Aufruf:

Call YMAUS (Naus, N1, N2, F)

Eingang:

- NAUS logische Gerätenummer für Ausgabemedium
- N1 Zeilen- und Spaltenzahl der Matrix F
- N2 Anzahl der zu druckenden Zeilen und Spalten
 - $N2 \leq 14$
 - $N2 \leq N1$
- F Matrix mit N1 Zeilen und Spalten, deren N2 erste Zeilen und Spalten auszudrucken sind.

Beispiel:

Gegeben ist eine (K x K) Matrix B, von der die L ersten Zeilen und Spalten auf dem Drucker mit Gerätenummer IA ausgedruckt werden sollen. Der Aufruf lautet:

Call YMAUS (IA, K, L, B)

Es ergibt sich zum Beispiel mit $K > L$ und $L = 3$

| | 1 | 2 | 3 |
|---|-----------|-----------|-----------|
| 1 | 1.000E+00 | 4.000E+00 | 7.000E+00 |
| 2 | 2.000E+00 | 5.000E+00 | 8.000E+00 |
| 3 | 3.000E+00 | 6.000E+00 | 9.000E+00 |

Anhang C: Aufbau der Anwenderprogramme

1. Hauptprogramm

Das vom Anwender zu erstellende Hauptprogramm erfüllt zumindest folgende Aufgaben:

- a) Vereinbarungen der erforderlichen Vektoren und Matrizen, EXTERNAL- und COMMON-Anweisungen
- b) Bereitstellung des stochastischen Modells
- c) Besetzung der Steuerparameter
- d) Aufruf von FORM4

zu a)

Neben anwendereigenen Vektoren und Matrizen sind alle in Anhang B beschriebenen Vektoren und Matrizen (IV, EX, SX, VP, COV, EIVEC, X, U und ZES) in der dort genannten Länge zu vereinbaren.

Eine EXTERNAL- Vereinbarung ist für den Namen des Unterprogrammes mit dem stochastischen Modell zu treffen, da dieser Name als aktueller Parameter in der Aufrufliste von FORM4 steht.

COMMON-Vereinbarungen zur direkten Datenübertragung vom Hauptprogramm zum Unterprogramm und umgekehrt können beliebig getroffen werden; sie sollten zur Vermeidung von Namensgleichheit und Überlagerung stets benannt werden, jedoch nicht mit dem Buchstaben C beginnend.

zu b)

Die Bereitstellung des stochastischen Modells betrifft die Variablen, Vektoren und Matrizen IV, EX, SX, VP (teilweise), IRHO und COV. Ihre Bedeutung ist der Beschreibung in Anhang B zu entnehmen.

zu c)

Die Steuerparameter V1 für die Iteration, NAUS für die Ausgabe und BETA(und evtl. X) für die Anfangslösung sind vor Aufruf von FORM4 zu besetzen; dabei ist zu beachten, daß BETA(und evtl. X) jedesmal neu besetzt werden müssen, wenn FORM4 wiederholt aufgerufen wird.

zu d)

Die Dimension der Vektoren und Matrizen, die im FORTRAN-Hauptprogramm statisch vereinbart werden müssen, können beim Aufruf größer sein als der erste Parameter N. Allerdings müssen die Matrix VP stets 10 Zeilen sowie die Matrix COV und EIVEC stets NC bzw. NE Zeilen besitzen.

Beispiel:

DIMENSION IV(50), EX(40), SX(75) ...

```

      .
      .
      .
N = 35
      .
      .

```

Call FORM4 (N, IV, EX, SX, ...

Ein Beispiel für ein Hauptprogramm ist in Abschnitt 3.3 gegeben.

2. Unterprogramm für mechanisches Modell

Die Grenzzustandsfunktion $g(x)$, die das mechanische Modell beschreibt, ist als SUBROUTINE zu formulieren. Der Prozedurkopf ist bis auf den Namen fest vorgeschrieben in folgender Weise:

```

SUBROUTINE <name> (N, X, THETA, IER, FX)
  DIMENSION X(N)

```

Bedeutung der Parameter:

Eingang:

- N Dimension des Vektors X
N = Anzahl der Basisvariablen
- X Vektor der Länge N für die Basisvariablen, für deren Wert der Funktionswert $FX = g(x)$ zu bestimmen ist.
- THETA Freier Parameter
Dieser Parameter ist für die probabilistische Bemessung bei gegebenem Sicherheitsindex β als Zielgröße vorgesehen.

Ein- und Ausgang:

- IER Eingang: Anzeigeparameter für Änderungserlaubnis IER erhält aus FORM die Werte 0 oder 1. Nur bei

IER = 1 darf der Anwender innerhalb des mechanischen Modells Werte ändern, die den Wert von FX beeinflussen, z.B. die Elemente des Vektors \underline{X} . Die geänderten Werte müssen selbstverständlich mit dem stochastischen Modell verträglich sein. Bei IER = 0 ist jegliche Änderung verboten.

Ausgang: Fehlerindikator

IER ist vom Anwender neu zu besetzen. IER = 0 wird so interpretiert, daß bei der Berechnung von FX kein Fehler aufgetreten ist, die Rechnung in FORM also fortgesetzt werden kann.

IER > 0 bedeutet, daß ein Fehler entdeckt worden ist. In diesem Fall wird die Rechnung von FORM sofort abgebrochen. Durch Zuordnung verschiedener Werte zu IER für verschiedene Fehlerquellen in der Subroutine läßt sich der Fehler lokalisieren. IER darf nicht größer als 999 sein.

Ausgang:

FX Wert der Grenzzustandsfunktion $FX = g(\underline{x})$

Der Name der Subroutine ist frei wählbar, sollte aber zur Vermeidung von Namensgleichheiten mit Unterprogrammen des Programmsystems FORM nicht mit dem Buchstaben Y beginnen.

Die Subroutine muß (außer bei Fehlerabbrüchen mit IER > 0) stets eine Wertzuweisung an FX vornehmen. Dieser Wert ist eine Funktion des Vektors \underline{X} sowie etwaiger über COMMON-Block vom Hauptprogramm (siehe dort) eingebrachter Größe.

Elemente des Vektors \underline{X} sowie alle sonstigen Größen, die den Wert von FX beeinflussen, dürfen vom Anwender nur dann innerhalb der Subroutine verändert werden, wenn FORM an die Subroutine den Wert IER = 1 übergibt. Andernfalls würde die Berechnung der Gradienten der Grenzzustandsfunktion an den

jeweiligen Linearisierungspunkten fehlerhaft durchgeführt werden, ohne daß dieser Fehler erkannt werden könnte. Änderungen, insbesondere der Elemente von \underline{X} , können dadurch geboten sein, daß die Werte nach einem Iterationsschritt außerhalb des durch das stochastische Modell gegebenen Definitionsbereiches zu liegen kommen, oder daß sie irgendwelche Widersprüche im mechanischen Modell hervorrufen.

3. Unterprogramm zur Berechnung partieller Ableitungen

Wie in Abschnitt 3.5.3 beschrieben, ist im Laufe der Iteration in jedem Iterationsschritt der Vektor der partiellen Ableitungen der Grenzzustandsfunktion nach der Basisvariablen zu ermitteln. Die Bereitstellung eines dazu bestimmten Unterprogrammes durch den Anwender kommt indes nur in Sonderfällen in Betracht. In den allermeisten Fällen wird die Berechnung von der Subroutine YGGS aus der Programmbibliothek FORM schnell und zuverlässig erledigt. Die Berechnung einer partiellen Ableitung erfolgt hierin numerisch wie in Abschnitt 3.5.3 beschrieben. Der Anwender braucht hierzu nichts weiter zu tun.

Die angesprochenen Sonderfälle können dann gegeben sein, wenn die numerische Berechnung zu ungenau ist, wenn sie wegen Unstetigkeiten in der Grenzzustandsfunktion auf Schwierigkeiten stößt, oder wenn sie zuviel Rechenzeit verbraucht. In solchen Fällen kann der Anwender eine eigene Subroutine mit dem oben genannten Namen YGGS bereitstellen. Es ist dabei natürlich sicherzustellen, daß der Rechner diese und nicht jene aus FORM zur Montage eines lauffähigen Programms lädt*). Der Subroutinekopf von YGGS ist fest vorgeschrieben.

```
SUBROUTINE YGGS (N,GG,X,IV,THETA,IGGS,FX,HX,ABLT,
2 ABL, ABL2, NA, IER)
DIMENSION X(N),HX(N),ABL(N),ABL2(NA,NA),IV(N)
```

*) Am CDC-Rechner Cyber 175 wird dies zum Beispiel dadurch erreicht, daß YGGS zusammen mit den übrigen Anwenderprogrammen mit FTN übersetzt wird, so daß der anwender-eigene Objektmodul YGGS in der "local file LGO" steht und somit höhere Priorität genießt als der Bibliotheksmodul YGGS.

Hierin sind:

Eingang:

- N Dimension der Vektoren X und ABL und Zahl der Basisvariablen
- GG Name der Subroutine mit der Grenzzustandsfunktion. Hinsichtlich des Aufrufes von GG in YGGS gelten die in C2 gemachten Angaben.
- X Vektor der Länge N mit den Koordinaten des Linearisierungspunktes im Raum der Basisvariablen, für den der Gradient zu berechnen ist.
- FX Funktionswert $g(\underline{x})$ der Grenzzustandsfunktion für den gegebenen Vektor \underline{x} .

Ausgang:

- ABL Vektor der Länge N mit den partiellen Ableitungen der Grenzzustandsfunktion
- IER Fehlerindikator (siehe C2)

Alle anderen Variablen sind im hier gegebenen Zusammenhang unwichtig und dürfen nicht beschrieben werden. Der Vektor HX mit der Länge N kann als Arbeitsfeld benutzt werden. Bei Aufruf von GG in YGGS ist der Behandlung von IER gemäß den Angaben in C2 Beachtung zu schenken.

Anhang D: Fehlermeldungen

FORM reagiert auf erkannte Fehler in jedem Falle mit einer Besetzung des Fehlerparameters IER, zusätzlich bei NAUS < 99 mit einer Fehlermeldung auf das Ausgabemedium mit der logischen Gerätenummer NAUS. Die Fehlernummern sind stets sechsstellige Zahlen, deren Werte über die Fehlerursachen Auskunft geben. Die ersten drei Stellen werden durch FORM, die letzten drei Stellen bei Fehlern in der Grenzzustandsfunktion vom Anwender besetzt. Falls kein Fehler entdeckt worden ist, hat IER den Wert 0.

a) Fehler im stochastischen Modell

Hier sind die letzten drei Stellen stets Null. Wenn mehrere Fehler entdeckt werden, hat IER den dem letzten entdeckten Fehler zugehörigen Wert; in diesem Falle ist eine vollständige Fehlerauskunft nur anhand der Fehlermeldungen möglich. Zusätzlich geben die Fehlermeldungen Auskunft über den Index der betroffenen Variablen.

- | IER | Meldung |
|--------|--|
| 101000 | DIMENSION N = iiii ZU GROSS Wegen statischer Dimensionsvereinbarungen $N \leq 100$ |
| 111000 | UNZULAESSIGER KENNWERT IV(ii) FUER VERTEILUNGSTYP Die zulässigen Kennwerte sind Anhang F zu entnehmen. |
| 112000 | STANDARDABWEICHUNG SX(ii) KLEINER ODER GLEICH NULL |
| 113000 | ERWARTUNGSWERT EX(ii) AUSSERHALB DES DEFINITIONSBEREICHES Betrifft Lognormal-, Exponential-, Gamma-, Beta-, Frechet- oder Weibullverteilung |
| 121000 | WIEDERHOLUNGSZAHL VP(5,ii) UNZULAESSIG Zulässig ist $0 < r_i \leq 10^6$ |
| 122000 | AUFTRETENSWAHRSCHEINLICHKEIT VP(6,ii) UNZULAESSIG Zulässig ist $0 < P \leq 1$ |
| 123000 | WIEDERHOLUNGSZAHL VP(7,ii) DER BINOMIALFOLGE UNZULAESSIG Zulässig ist $0 < n_i \leq 10^6$ |

124000 AUFTRETENSWAHRSCHEINLICHKEIT VP(8,ii) UNZULAESSIG

Zulässig ist $0 < P \leq 1$

131000 ALLE IV(I) = 0

Keine Lösung möglich, da Modell deterministisch.

141000 IRHO = ii UNZULAESSIG

Zulässig sind 0 oder 1

142000 NC = ii ZU KLEIN } (im Falle IRHO = 1 gilt

143000 NE = ii ZU KLEIN } NC \geq N und NE \geq N

144000 UNERLAUBTE KORRELATION ZWISCHEN X(ii) und X(jj)

X(I) und X(J) müssen normal- oder lognormalverteilt sein und gleiche Wiederholungszahl r_i besitzen.

145000 KOVARIANZENMATRIX IST INDEFINIT

b) Fehler in der Grenzzustandsfunktion

III steht für die vom Anwender gesetzte 3-stellige Fehler-
nummer.

IER Meldung

200III FEHLER BEI BERECHNUNG VON GG. IER = 200III

Zusätzlich wird bei NAUS < 99 der Vektor X mit seinen
aktuellen Werten ausgegeben.

c) Konvergenzfehler

IER Meldung

300000 KEINE KONVERGENZ ERZIELT

Bei NAUS < 99 werden zusätzlich die Vektoren X der letzten
drei Iterationsschritte vor Abbruch der Iteration ausgegeben.

Anhang E: Zugriff und Speicherbedarf am LRZ-Rechner

1. Zugriff

Das Programmsystem FORM ist am Rechner Cyber 175 des Leibniz-
Rechenzentrums München als "library file" gespeichert. Der
Zugriff erfolgt mit der Anweisung GET, FORM/UN = T5312AB, NA.,
und mit

LDSET, LIB = FORM.

wird sichergestellt, daß die Objektmodule in FORM gefunden
werden können.

Alternativ steht dem Anwender eine Kommandoprozedur in der
Datei LADER zur Verfügung. Sie ermöglicht den Zugriff auf die
LRZ-Programmbibliotheken IMSL und GRAPHF, und erstellt mit
dem bereits übersetzten Anwenderprogramm ein lauffähiges Pro-
gramm mit dem Namen LAUF, das mit Namensaufruf beliebig oft
gestartet werden kann oder als "permanent file" abgespeichert
werden kann.

Die Anweisungsfolge könnte etwa so aussehen:

:
:
FTN, I = ...
GET, LADER/UN = T5312AB,NA.
CALL, LADER.
LAUF.
:
:

Beim Aufruf CALL, LADER. werden folgende Anweisungen ausge-
führt:

ATTACH, IMSL, GRAPHF/UN = LRZBIB,NA.
GET,FORM/UN = T5312AB,NA.
LDSET,LIB = FORM/IMSL/GRAPHF.
LOAD,LGO.
NOGO,LAUF.
==END LADER ==

Bei LAUF können Ein- und Ausgabedateien ebenso umgesteuert werden wie bei LGO (siehe hierzu CDC Schritt "FORTRAN EXTENDED VERSION 4 REF. MAN". Kapitel 15:"Execution Control Statement").

2. Speicherbedarf

Am LRZ-Rechner Cyber 175 wird für die Unterprogramme des Programmsystems FORM Speicher für ca. 11000 (~25000 Oktal) Worte benötigt. Hinzu kommt der Speicherbedarf für Hauptprogramm und anwendereigene Unterprogramme.

Anhang F: Verteilungen

1. Allgemeines

Der Typ einer Verteilung, der einer Basisvariablen X_i zugeordnet wird, wird stets durch die Kennzahl IV_i auf dem Eingabevektor IV festgelegt. Die Kennzahl ist eine ein- bis dreistellige Zahl. Es wird in FORM unterschieden zwischen "einfachen" Verteilungen mit ein- oder zweistelligen Kennzahlen und "abgeleiteten" Verteilungen mit dreistelligen Kennzahlen. Daneben gibt es die Kennzahl 0 zur Unterdrückung der stochastischen Eigenschaft einer Basisvariablen.

2. In FORM installierte Verteilungen

2.1 "Einfache" Verteilungen

FORM bietet zehn verschiedene Typen mit den Kennzahlen 1 bis 10 an. Die Kennzahlen sind mit den Namen der Verteilungen und den wichtigsten zugehörigen Informationen in Tabelle F1 aufgeführt. Für jede Basisvariable, die einem dieser Verteilungsgesetze unterliegt, sind Kennzahl, Erwartungswert und Standardabweichung auf den Vektoren IV, EX und SX anzugeben. Verteilungen mit mehr als zwei Parametern erfordern zusätzliche Eingabe auf der Matrix VP. In FORM sind dies Typ 6 (Beta-Verteilung mit vier Parametern) Typ 8 (Frechet), Typ 9 (Weibull) und Typ 10 (nullpunktverschobene Verteilungen mit drei Parametern). Neben Erwartungswert und Standardabweichung sind hier anzugeben:

| Typ | zusätzliche Eingabe |
|-----------------|------------------------------|
| 6 (Beta) | a auf VP(3,I), b auf VP(4,I) |
| 8 (Frechet) | ϵ auf VP(3,I) |
| 9 (Weibull) | ϵ auf VP(3,I) |
| 10 (versch. LN) | τ auf VP(3,I) |

2.2 "Abgeleitete" Verteilungen

Als "abgeleitete" Verteilungen werden in FORM die in Abschnitt 3.4.3.2 beschriebenen Extremwertverteilungen d, e, f, g, h und i angeboten. Die Kennzahl ist dreistellig und setzt sich aus einer Anfangsziffer für den Typ der Extremwertverteilung und aus der zweistelligen Endzahl für den Typ der Verteilung F_1 der "Augenblickswerte" zusammen.

| Anfangsziffer | Art der Extremwertverteilung |
|---------------|--|
| 1 | Verteilung des Maximums einer Binomialfolge |
| 2 | Verteilung des Minimums einer Binomialfolge |
| 3 | Asymptotische Verteilung des Maximums eines Gaussprozesses |
| 4 | Asymptotische Verteilung des Minimums eines Gaussprozesses |
| 5 | Verteilung des Maximums einer Poissonfolge |
| 6 | Verteilung des Minimums einer Poissonfolge |

Als Verteilungen F_1 sind bei Binomial- und Poissonfolge alle Verteilungen mit zweistelligen Kennzahlen zugelassen, bei Gaussprozessen nur die Typen 2 (Normalverteilung), 3 (Lognormalverteilung) und 10 (Lognormalverteilung mit Nullpunktverschiebung).

Beispiel

Für die Größe X_1 , deren Amplitudenwerte gammaverteilt (Typ 5) sind, soll die Verteilung des Minimums einer Binomialfolge genommen werden. Die entsprechende Kennzahl lautet $IV(I) = 205$.

Die Eingabe der Parameter für die Verteilung F_1 erfolgt wie unter 2.1 beschrieben.

Die Eingabe der zusätzlich erforderlichen Parameter geschieht wie folgt:

Binomialfolgen (Maximum oder Minimum)

n auf VP(7,I)

P auf VP(8,I)

Gaussprozeß (Maximum oder Minimum)

$\gamma \cdot T$ auf VP(7,I)

Poissonfolge (Maximum oder Minimum)

$\lambda \cdot T$ auf VP(7,I)

2.3 Unterdrückung der stochastischen Eigenschaft

Eine Größe, die in der Grenzzustandsfunktion als Basisvariable $X(I)$ auftritt, wird durch Vorgabe von $IV(I) = 0$ zu einer deterministischen Größe, ohne daß ein Eingriff in das Unterprogramm nötig wäre. Damit wird zugleich die Berechnung der partiellen Ableitung der Funktion nach dieser Variablen eingespart. Die Variable erhält den festen Wert $EX(I)$, während die Standardabweichung $SX(I)$ keine Rolle spielt. Die Variable darf nicht mit anderen korreliert sein, und es dürfen nicht alle Variablen zugleich $IV(I) = 0$ besitzen, da sonst keine Lösung möglich wäre.

3. Anwendereigene Verteilungen

3.1 Einschleusung der Verteilungsgesetze durch eigene Subroutinen

Unter den Kennzahlen 96 - 99 kann der Anwender bis zu vier eigene Verteilungsgesetze einschleusen und den Variablen zuweisen. In FORM sind "Dummy"-Subroutinen mit den Namen YV96, YV97, YV98 und XV99 installiert, die bei der Verwendung des jeweiligen Namens für eine Anwender-Subroutine von dieser verdrängt werden. Voraussetzung hierfür ist lediglich, daß die Anwendersubroutine in der Lade-Hierarchie höher steht als das "Dummy" (beim Rechner Cyber 175 durch das normale Übersetzen gewährleistet). Wenn die Anwendersubroutine nicht vorhanden ist, etwa wegen Übersetzungsfehler, wird beim ersten Zugriff auf dieses Verteilungsgesetz die Rechnung durch eine STOP-Anweisung abgebrochen.

Die Anwendersubroutinen müssen nach folgenden Vorschriften aufgebaut sein (hier als Beispiel YV96):

SUBROUTINE YV96 (XO,P1,P2,P3,P4,FD,FV,KOMP)

Eingang:

XO Wert der stochastischen Variablen X(I)
P1,P2,P3,P4 Parameter der Verteilung von X(I)
Einzugeben auf VP(1,I) - VP(4,I)

Ausgang:

FD Wert der Dichtefunktion
FV Wert der Verteilungsfunktion abhängig von KOMP
KOMP = 0 : FV = P(X₁ < XO)
KOMP = 1 : FV = P(X₁ > XO)
KOMP siehe FV

Falls zur Beschreibung der Verteilung mehr als vier Parameter erforderlich sind, sind diese über einen COMMON-Block direkt vom Hauptprogramm ins Unterprogramm einzubringen.

Bei den Verteilungen der Typen 96 - 99 werden die Erwartungswerte EX(I) und Standardabweichungen SX(I) nicht direkt zur Berechnung herangezogen. Da sie jedoch in den Abbruchkriterien der Iteration Verwendung finden, empfiehlt sich dennoch die Eingabe wenigstens grober Schätzwerte für EX(I) und SX(I).

3.2 Berücksichtigung im mechanischen Modell

Eine andere, manchmal zweckmäßige Möglichkeit der Berücksichtigung nichtnormaler, aber unabhängiger Komponenten von \underline{X} ergibt sich durch Bildung der Inversen von Gl.(1)

$$x_i = F_i^{-1}[\phi(u_i)] \quad (F1)$$

so daß die Grenzzustandsfunktion die Form

$$g(\dots, F_i^{-1}[\phi(u_i)], \dots) = 0 \quad (F2)$$

erhält.

Die Basisvariable X_i ist dann stets als normalverteilte Variable mit Erwartungswert $EX(I) = 0$ und Standardabweichung $SX(I) = 1$ zu vereinbaren.

Das Vorgehen soll mit exponentialverteilten Größen demonstriert werden. Die Grenzzustandsfunktion lautet

$$g = C - x_1 - x_2$$

x_1 und x_2 haben das Verteilungsgesetz

$$F(x) = 1 - e^{-x}$$

Deren Inverse ist dann

$$x = - \ln(1-F(x))$$

und wegen (F1)

$$x = - \ln(1-\phi(u))$$

Die Grenzzustandsfunktion wird nun zu

$$g = C + \ln(1-\phi(u_1)) + \ln(1-\phi(u_2)),$$

wobei jetzt die Variablen u_i die Basisvariablen sind.

Diese Methode kann dann von Vorteil sein, wenn zum einen das Verteilungsgesetz feststeht, so daß keine häufigen Eingriffe in das mechanische Modell erforderlich sind, und zum anderen die Inverse ein einfacher analytischer Ausdruck ist.

In der Berichtsreihe sind bisher erschienen:

| | | |
|----------------|---|--|
| Heft 1/1972*) | Mathematische Hilfsmittel zur Sicherheitstheorie | (7 Beiträge) |
| Heft 2/1973*) | Seminarvorträge zur Sicherheitstheorie | (7 Beiträge) |
| Heft 3/1973*) | Beiträge zur Zuverlässigkeit von Betonbauwerken | (11 Beiträge) |
| Heft 4/1973*) | Wahrscheinlichkeitstheoretische Untersuchung der Knicksicherheit von schlanken Stahlbetonstützen | O. Knappe R. Rackwitz |
| Heft 5/1974 | Zur Sicherheitstheorie im konstruktiven Stahlbau | Chr. Petersen R. Hawranek |
| Heft 6/1975 | Monte Carlo-Studie zur Zuverlässigkeit von durchlaufenden Stahlbetondecken in Bürogebäuden | U. Kraemer R. Rackwitz E. Grasser |
| Heft 7/1973*) | Festigkeitsverhalten von Fichtenbrettschichtholz; Teil 1: Versuchseinrichtung für Kurzzeit-Druckversuche | P. Glos W. Maier U. Weigle |
| Heft 8/1975*) | Sicherheit gedrückter Stahlstützen, Teil I: Grundlagenvergleich mit den Versuchen der Europäischen Konvention der Stahlbauverbände am Profil IPE 160 | R. Hawranek Chr. Petersen |
| Heft 9/1975 | Zur Sicherheit von statisch beanspruchten HV-Verbindungen unter besonderem Bezug auf die DAST-Richtlinien der Jahre 1956, 1963 und 1974 | R. Hawranek |
| Heft 10/1975 | Deterministische und stochastische Analyse des Tragverhaltens von Stahlbetonbauteilen unter Last- und Zwangbeanspruchungen | G. Thielen |
| Heft 11/1976*) | Statistische Untersuchungen von geometrischen Abweichungen an ausgeführten Stahlbetonbauteilen, Teil 1: Geometrische Imperfektionen bei Stahlbetonstützen | G. Maaß R. Rackwitz |
| Heft 12/1976*) | Wahrscheinlichkeitstheoretische Analyse der Lebensdauervertelung nach Freudenthal et al. | B. Krzykacz M. Kersken-Bradley |
| Heft 13/1976*) | Studien für ein stochastisches Modell der Betondruckfestigkeit, Teil 1: Untersuchung zur Betondruckfestigkeit im Bauwerk sowie zum Qualitätsangebot von Beton | R. Rackwitz K.F. Müller G. Maaß |
| Heft 14/1976 | Numerische Methoden probabilistischer Bemessungsverfahren und Sicherheitsnachweise | B. Fießler H. Hawranek R. Rackwitz |

| | | |
|----------------|---|--|
| Heft 15/1976 | Die Anwendung der Bayesschen statistischen Entscheidungstheorie auf Probleme der Qualitätskontrolle von Beton | R. Rackwitz |
| Heft 16/1977*) | Zur Ermittlung optimaler Sortiermethoden bei der Herstellung von Brettschichtbauteilen | M. Kersken-Bradley W. Maier |
| Heft 17/1977*) | Zwei Anwendungen der Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung bei zeitlich veränderlichen Lasten | R. Rackwitz B. Fießler |
| Heft 18/1977*) | Zuverlässigkeitsuntersuchungen an Brett-schichtträgern, bemessen nach DIN 1052 | M. Kersken-Bradley |
| Heft 19/1977*) | Zur Untersuchung stationärer Lastwirkungsprozesse von statisch reagierenden Straßen- und Eisenbahnbrücken mit der Spektralmethode | T. Geidner |
| Heft 20/1977*) | Zur Verteilung der Parameter der Wöhlerlinie für St 37 und St 52 | R. Quel |
| Heft 21/1977*) | Einige Beiträge zur Zuverlässigkeit von Bauwerken | R. Rackwitz |
| Heft 22/1977 | Die genäherte Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit mit Hilfe rotationssymmetrischer Grenzzustandsflächen 2. Ordnung | B. Fießler H.-J. Neumann R. Rackwitz |
| Heft 23/1978 | Zur Statistik der Lage und Größe der Vorspannbewehrung | G. Maaß |
| Heft 24/1978*) | Beiträge zur Risiko- und Zuverlässigkeitsbeurteilung von Tragwerken | J. Bauer, H.S.Choi H.Kappler, O.W.Knappe H.-J.Melzer H.Panggabean K.-H.Reichmann G.I.Schuëller R.F.Schwarz |
| Heft 25/1978 | Neuere Ergebnisse aus der Theorie der Normung, Beiträge zum 43. SFB-Kolloquium, München, 1.März 1978 | |
| Heft 26/1978*) | Statistische Methoden und ihre Anwendungen im Ingenieurbau - Teil I: Grundlagen | H. Kappler O.W.Knappe K.-H.Reichmann G.I.Schuëller R.F.Schwarz |
| Heft 27/1978*) | Statistische Methoden und ihre Anwendungen im Ingenieurbau - Teil II: Anwendungen | H.-J.Melzer H.-J.Niemann G.I.Schuëller |
| Heft 28/1978*) | Statistische Untersuchungen von geometrischen Abweichungen an ausgeführten Stahlbetonbauteilen, Teil II: Meßergebnisse geometrischer Abweichungen bei Stützen, Wänden, Balken und Decken des Stahlbetonhochbaus | G. Maaß |

- | | | |
|----------------|--|--|
| Heft 29/1978*) | Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung und nicht-normale Vektoren, quadratische Grenzzustandsflächen, Tragsysteme bzw. außergewöhnliche Einwirkungen | B. Fießler B. Krzykacz H.-J. Neumann R. Rackwitz |
| Heft 30/1978*) | Beitrag zu einem Zuverlässigkeitsmodell für Dachbalken aus Brettschichtholz unter besonderer Berücksichtigung seines Festigkeitsverhaltens | W. Maier |
| Heft 31/1978*) | Darstellung und Auswertung von Schneehöhenmessungen in der Bundesrepublik Deutschland | H. Luy R. Rackwitz |
| Heft 32/1978*) | Niveauüberschreitungen von Summen von Zufallsprozessen, deren Pfade Sprungfunktionen sind | K. Breitung |
| Heft 34/1978 | Optimierung von Sicherheitsnachweisen mit besonderem Bezug auf den Tragsicherheitsnachweis von Stützen aus Formstahl | R. Hawranek |
| Heft 35/1978*) | Zur Bestimmung von Festigkeitsverhalten von Brettschichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungskenngrößen | P. Gros |
| Heft 36/1978 | Zur Zuverlässigkeit von ermüdungsbeanspruchten Konstruktionselementen in Stahl | R. Quel |
| Heft 37/1978 | Zur Anwendung der Spektralmethode auf Lasten und Beanspruchungen bei Straßen- und Eisenbahnbrücken | T. Geidner |
| Heft 38/1979 | Theoretische Grundlagen für die Bestimmung des Bemessungswertes von Bauteilwiderständen aus Versuchen | R. Rackwitz |
| Heft 39/1979*) | Neuere Erkenntnisse in der Risiko- und Zuverlässigkeitsbeurteilung von Tragwerken | J. Bauer, H. S. Choi H. Kappler H.-J. Melzer H. Pangabeau K.-H. Reichmann G. I. Schuëller R. F. Schwarz |
| Heft 40/1979 | Einfluß von Annahmekennlinien auf die Zuverlässigkeit von Bauteilen bei Brandbeanspruchung | M. Kersken-Bradley |
| Heft 42/1979 | Überschreitungsraten für Lastprozesse mit rechteckförmigen Impulsen | K. Breitung R. Rackwitz |

*) Diese Hefte sind bereits vergriffen.