

Ingenieur fakultät Bau Geo Umwelt

Ein Beitrag zu Segmentschalen aus ebenen Brettsperrholzplatten unter Berücksichtigung von Verbindungseigenschaften

Peter Glaser

Vollständiger Abdruck der von der Ingenieur fakultät Bau Geo Umwelt der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger

Prüfende der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Stefan Winter
2. Prof. Dr.-Ing. Mike Sieder
3. Prof. Dr.-Ing Heinrich Kreuzinger (i.R.)

Die Dissertation wurde am 20.07.2020 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Ingenieur fakultät Bau Geo Umwelt am 16.12.2020 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand als Teil meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Holzbau und Baukonstruktion der Technischen Universität München. Während dieser Zeit durfte ich Forschungsprojekte bearbeiten, die durchweg den innovativen Einsatz moderner Holzwerkstoffe im Bau betrachteten.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Stefan Winter, der mir durch die Anstellung am Lehrstuhl diese Arbeit ermöglichte. Mit seiner Offenheit und seinen innovativen Bestrebungen unterstützte er meine Arbeit jederzeit. Ebenso basierte die Tätigkeit auf einem hohen Maß an Eigenverantwortung und entgegengebrachtem Vertrauen – beides Faktoren, die zu einem abwechslungsreichen, mit Freiheiten versehenen Arbeiten geführt haben.

Für die Übernahme des Koreferates möchte ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Mike Sieder danken. Ich habe ihn während unserer kurzen überschneidenden Zeit an der Technischen Universität München kennen und schätzen gelernt.

Herzlich danken möchte ich Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Heinrich Kreuzinger für die Übernahme des weiteren Koreferates. Ungeachtet seines wohlverdienten Ruhestandes stand er mit seiner fachlichen Expertise und Erfahrung stets für Diskussionen zur Verfügung. Dies führte zu einer wertvollen Bereicherung der vorliegenden Arbeit.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger danke ich für den Vorsitz der Prüfungskommission sowie für die zügige Abwicklung des Promotionsverfahrens.

Der vorliegenden Arbeit liegt kein finanziertes Forschungsprojekt zugrunde. Daher geht ein großer Dank an Stora Enso Wood Products GmbH, Steico SE und Raimund Beck KG für die Bereitstellung der Baustoffe für die Prüfkörper.

Ein großer Dank gilt ebenfalls meinen Kollegen vom Lehrstuhl sowie der MPA Bau. An die gemeinsame Zeit und das gute Arbeitsklima werde ich mich mit Freude erinnern. Meinem Kollegen Herrn Dr.-Ing. Patrik Aondio möchte ich für die Fachgespräche zur Thematik herzlich danken. Des Weiteren danke ich allen Studierenden, die durch ihre Abschlussarbeiten zur Klärung der Forschungsfrage beigetragen haben.

Danken will ich meiner lieben Vicky, die mir während der Bearbeitung stets den Rücken freigehalten hat. Bei ihr und ihrer Mutter Elisabeth bedanke ich mich außerdem herzlich für das Korrekturlesen der Arbeit vor der Einreichung.

Mein herzlichster Dank gilt meinen Eltern Hedi und Paul, die mich jederzeit und in jeder Hinsicht unterstützt haben.

Waltenhofen, im Juli 2020

Peter Glaser

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Entwicklung von Segmentschalen. Der Begriff Segmentschalen wird als Bezeichnung für Tragwerke gewählt, die aus ebenen Einzelsegmenten (Platten) hergestellt werden und eine tatsächlich gekrümmte Geometrie von Schalen annähern. Diese Konzeption ermöglicht eine Lastabtragung, die dem günstigen, primär über Membrankräfte funktionierenden Tragverhalten von Schalen nahekommt. Vorteil der Segmentierung mit ebenen Platten ist die Herstellung mit am Markt gängigem Brettsperrholz. Bedingt durch seine Eigenschaften, die Verfügbarkeit sowie das Potenzial einer hohen werkseitigen Vorfertigung eignet sich flächiges Brettsperrholz besonders gut für Segmentschalen.

In der Arbeit wird gezeigt, dass durch diese Bauweise Dachtragwerke mit großer Spannweite umgesetzt werden können. Die Untersuchungen erfolgen auf Basis einer zweifach gekrümmten Translationschale. Translationschalen sind prädestiniert für die Annäherung mit ebenen Vierecksegmenten. Anhand dieser Geometrie werden zunächst Untersuchungen zur Segmentierung angestellt. Es kann gezeigt werden, dass für den betrachteten Fall bereits bei einer Annäherung mit relativ großformatigen Platten die Lasten hauptsächlich über Membrankräfte abgetragen werden und Biege- und Querkraftbeanspruchungen gering sind.

Einen zentralen Bestandteil von Segmentschalen stellen die Verbindungen zwischen den Einzelsegmenten dar. Anhand empirischer Untersuchungen erfolgt die Ermittlung der Verbindungseigenschaften für drei Verbindungstypen. Eine Verbindung besteht aus Fremdfedern mit Eichennägeln, eine zweite aus Laschen mit Vollgewindeschrauben und eine dritte aus Fremdfedern mit pneumatisch eingetriebenen Buchennägeln. Für alle Verbindungen werden die Eigenschaften bei Zug-, Biege-, Scheiben- und Plattenschubbeanspruchung bestimmt. Aufgrund der Empfindlichkeit des Verbindungsaufbaus mit Fremdfedern und pneumatisch eingetriebenen Buchennägeln gegenüber Holzfeuchteänderungen erfolgt keine vertiefte Betrachtung für den Einsatz in Segmentschalen. Für die beiden übrigen Verbindungen wird die Tragfähigkeit anhand einer beispielhaften Segmentschale aus 100mm dicken Brettsperrholzplatten mit einer Spannweite von $L_x = L_y = 20\text{m}$ durch numerische Berechnung nachgewiesen. Maßgebendes Kriterium der Bemessung stellen die Verbindungen dar. Die Hauptbeanspruchungen resultieren aus Zug im Randbereich und Scheibenschub in den Ecken der Segmentschale. Die Beanspruchungen im Brettsperrholz sind gering. Durch die Verwendung von Randträgern können die Beanspruchungen in den Verbindungen durch eine Abstimmung der Steifigkeiten zwischen Randträger und Segmentschale reduziert werden. Weitere Steigerungen der Spannweiten sind möglich.

Stichworte:

Brettsperrholz, Translationsflächen, Schalen, Segmentierung mit ebenen Platten, Annäherung gekrümmter Strukturen, Segmentschalen, Schrauben, Eichennägel, pneumatische Buchennägel, Verbindungseigenschaften bei Zug-, Biege-, Scheiben- und Plattenschubbeanspruchung, Kontaktpressung Holz.

Abstract

„A contribution to segmented shells out of plane CLT-plates under consideration of connection properties“

The present thesis deals with the development of segment shells. The term segmental shells is chosen as a term for structures that are made of plane single segments (plates) and approximate an actual curved geometry of shells. This concept enables a load transfer that is close to the favourable load-bearing behaviour of shells, which primarily functions via membrane forces. The advantage of segmentation with flat plates is the production with cross laminated timber which is common on the market. Due to its properties, the availability as well as the potential of a high level of factory prefabrication, flat cross laminated timber is particularly suitable for segmental shells.

In the thesis it is shown that roof structures with a large span width can be realised with this construction method. The investigations are based on a double-curved translational shell. Translation shells are predestined for the approach with plane quadrangular segments. On the basis of this geometry, first of all, investigations regarding the segmentation are carried out. It can be shown that for the considered case the loads are mainly transferred by membrane forces and that bending and shear forces out of plane are low even when approaching with relatively large-sized plates.

A central component of segment shells are the connections between the individual segments. Empirical investigations are used to determine the connection properties for three types of connections. One connection consists of internal LVL-plates with oak nails, a second one of two external LVL-plates with fully threaded screws and a third one of plywood boards with pneumatically inserted beech nails. For all connections, the properties under tension, bending, shear forces in plane and out of plane are determined. Due to the sensitivity of the connection with plywood boards and pneumatically driven beech nails to changes in wood moisture content, no in-depth consideration is given to the use in segmental shells. For the two remaining connections, the load-bearing capacity is verified by numerical calculation using an exemplary segment shell made of 100mm thick cross laminated timber boards with a span of $L_x = L_y = 20m$. The connections are the decisive criterion for the design. The main stresses result from tension in the edge area and shear in plane in the corners of the segment shell. The stresses in the cross laminated timber are low. By using edge beams, the stresses in the connections can be reduced by matching the stiffnesses between edge beam and segment shell. Further increases in the span widths are possible.

Keywords:

Cross-laminated-timber (CLT), translational surfaces, shells, approximation of curved structures, segmented shells, screws, oak dowels, pneumatic nails out of beech, connection properties in tension, bending, in plane shear and out of plane shear, contact pressure in connections.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
1.1	Allgemeine Einführung und Problemstellung.....	1
1.2	Ziel der Arbeit und Abgrenzung des Untersuchungsumfangs	2
2	Stand der Technik	3
2.1	Allgemeines	3
2.2	Flächige Konstruktionen für Schalen und Faltwerke in Holzbauweise	4
2.3	Brettsper Holz – Holzwerkstoff und Fügungsmöglichkeiten.....	12
2.4	Zusammenfassung.....	16
3	Geometrische Grundlagen zu Translationsflächen und ebenen Segmenten.....	17
3.1	Mathematisch geometrische Beschreibung von ebenen Segmenten im Raum	17
3.2	Translationsflächen	18
3.2.1	Erzeugung von Translationsflächen und deren Segmentierung mit ebenen Flächen	18
3.2.2	Mathematische Beschreibung von Translationsflächen mit Segmentierung	20
4	Theoretische Grundlagen zur statischen Berechnung	25
4.1	Einführung.....	25
4.2	Brettsper Holz in der Berechnung.....	25
4.3	Balken, Segmentbogen und Bogen.....	32
4.4	Zur Elastizitätstheorie von Scheiben.....	40
4.5	Zur Elastizitätstheorie von Platten.....	42
4.6	Zur Tragwirkung von Faltwerken	50
4.7	Grundlagen zur Elastizitätstheorie von dünnen Schalen	51
4.8	Grundlagen zur Stabilität.....	55
4.8.1	Beulen und Durchschlagen	55
4.8.2	Imperfektionen	58
4.8.3	Methodik in der FEM-Berechnung.....	59
4.9	Fazit	59
5	Voruntersuchungen zu Segmentschalen aus Translationsflächen mit Sensitivitätsanalyse.....	61
5.1	Allgemeines zu den Voruntersuchungen.....	61
5.2	Vergleichsbetrachtungen zur FEM der orthotropen Translationsschale	62
5.3	Sensitivitätsanalyse bezüglich des Tragverhaltens	69
5.3.1	Allgemeine Erläuterung zur Sensitivitätsanalyse.....	69

5.3.2	Einfluss der Knickwinkel und Segmentgrößen.....	69
5.3.3	Einfluss von Verbindungssteifigkeiten.....	80
5.4	Zusammenfassung und Fazit	82
6	Empirische Untersuchungen zu Verbindungen.....	85
6.1	Allgemeines	85
6.1.1	Vorgehen und Festlegungen	85
6.1.2	Allgemeiner Aufbau von Verbindung 1, 2 und 3	86
6.1.3	Versuchsprogramm.....	88
6.1.4	Materialien: Aufbau und Eigenschaften.....	89
6.2	Erläuterungen zu Versuchen und Auswertung.....	93
6.2.1	Methodik bei der Versuchsauswertung	93
6.2.2	Zugversuche.....	96
6.2.3	Scheibenschubversuche.....	97
6.2.4	Biegeversuche	98
6.2.5	Plattenschubversuche	102
6.3	Verbindung 1 – innenliegende Fremdfeder mit Eichennägeln	105
6.3.1	Aufbau der Verbindung im Versuch	105
6.3.2	Zugeigenschaften	105
6.3.3	Eigenschaften bei Scheibenschub	108
6.3.4	Biegeeigenschaften	110
6.3.5	Eigenschaften bei Plattenschub	112
6.4	Verbindung 2 – außenliegende Laschen und schräge Vollgewindeschrauben.....	114
6.4.1	Aufbau der Verbindung.....	114
6.4.2	Zugeigenschaften	115
6.4.3	Eigenschaften bei Scheibenschub	117
6.4.4	Biegeeigenschaften.....	119
6.4.5	Eigenschaften bei Plattenschub	121
6.5	Verbindung 3 – innenliegende Fremdfedern mit Buchen-Maschinennägeln.....	123
6.5.1	Aufbau der Verbindung.....	123
6.5.2	Zugeigenschaften	124
6.5.3	Eigenschaften bei Scheibenschub	126
6.5.4	Biegeeigenschaften.....	128
6.5.5	Eigenschaften bei Plattenschub	130

6.5.6	Zugeigenschaften bei reduzierter Holzfeuchte	132
6.6	Zusammenfassung und Vergleich zu Verbindungssteifigkeiten.....	134
6.6.1	Weiterführende statistische Auswertung	134
6.6.2	Vergleich mit Angaben aus der Literatur.....	137
6.7	Zusammenfassung und Fazit	143
7	Verifizierung des Berechnungsmodells für die Verbindungssteifigkeiten.....	147
7.1	Verifizierung der Modellbildung anhand der Ergebnisse der Kleinversuche	147
7.2	Vergleich der Modellbildung mit dem Ausschnitt einer Segmentschale	153
7.3	Fazit	160
8	Beispielhafte Untersuchungen zu Segmentschalen auf Basis von Translationsflächen	161
8.1	Allgemeine Erläuterungen und Systembeschreibung.....	161
8.2	Einwirkungen, Imperfektionen und Lastfallkombinationen.....	165
8.3	Fall 1: Segmentschale unter Anwendung von Verbindung 2.....	169
8.3.1	Untersuchungen zu den Lastfallkombinationen.....	169
8.3.2	Tragfähigkeitsnachweise verschiedener Ansätze für Verbindungssteifigkeiten.....	174
8.3.3	Betrachtung der Verformung.....	180
8.4	Fall 2: Segmentschale unter Anwendung von Verbindung 1.....	182
8.4.1	Tragfähigkeitsnachweise verschiedener Ansätze für Verbindungssteifigkeiten.....	182
8.4.2	Betrachtung der Verformung.....	184
8.5	Traglastiteration und Stabilität	184
8.6	Fazit	187
9	Zusammenfassung und Ausblick.....	189
9.1	Zusammenfassung der Erkenntnisse	189
9.2	Ausblick und weiterer Forschungsbedarf	191
	Literaturverzeichnis	193
	Abbildungsverzeichnis	199
	Tabellenverzeichnis.....	209
Anhang A	Ermittlung der Parameter der Steifigkeitsmatrix für das fünfflagige BSP.....	211
Anhang B	Voruntersuchungen zu Segmentschalen.....	212
Anhang C	Last-Verformungs-Kurven und deren Annäherung durch Polygonzüge.....	223
Anhang D	Erläuterungen und Ergebnisse der beispielhaften Berechnungen von Segmentschalen.....	228

Symbole und Abkürzungen

Große lateinische Buchstaben

<i>A</i>	<i>Fläche</i>	m^2
<i>A, B</i>	<i>Auflagerkräfte</i>	N
<i>B</i>	<i>Breite</i>	m
<i>B</i>	<i>Biegesteifigkeit</i>	MNm^2/m
<i>D</i>	<i>Dehnsteifigkeit</i>	MN/m
<i>E</i>	<i>Elastizitätsmodul</i>	MN/m^2
<i>F</i>	<i>Kraft</i>	MN
<i>F</i>	<i>Spannungsfunktion</i>	-
<i>F</i>	<i>Tragfähigkeit für Verbindungsmittel</i>	N
<i>G</i>	<i>Schubmodul</i>	MN/m^2
<i>H</i>	<i>Höhe</i>	m
<i>I</i>	<i>Flächenträgheitsmoment 2. Ordnung</i>	mm^4
<i>I_{imp}</i>	<i>Imperfektionen</i>	-
<i>K</i>	<i>Steifigkeitsmatrix</i>	-
<i>L</i>	<i>Länge</i>	m
<i>M</i>	<i>Biegemoment</i>	MNm
<i>P</i>	<i>Punkt</i>	-
<i>P</i>	<i>Punktlast</i>	MN
<i>R</i>	<i>Radius</i>	m
<i>S</i>	<i>Schubsteifigkeit</i>	MN/m
<i>V</i>	<i>Querkraft</i>	MN

Kleine lateinische Buchstaben

\vec{a}	<i>Vektoren entlang der Segmentkanten</i>	-
<i>a</i>	<i>Abstand</i>	m
<i>d</i>	<i>Dicke der Brettlagen</i>	mm
<i>b</i>	<i>Bauteilbreite</i>	mm
<i>b</i>	<i>Breite</i>	mm
$c_{pe,10}$	<i>Aerodynamischer Beiwert für Windaußendruck</i>	-
<i>d</i>	<i>Durchmesser der Verbindungsmittel</i>	mm
d_h	<i>Kopfdurchmesser der Schraube</i>	mm
<i>e</i>	<i>Abstand der Verbindungsmittel</i>	mm
<i>f</i>	<i>Stich der Kreissegmente</i>	m
<i>f</i>	<i>Festigkeit</i>	N/mm^2
f_h	<i>Lochleibungsfestigkeit</i>	N/mm^2
<i>g</i>	<i>Einwirkung aus ständigen Lasten</i>	MN/m^2

h	Bauteilhöhe	mm
k	Federsteifigkeit	N/(mm m) und Nmm/(mrad m)
k	Segmentanzahl	-
k	Faktor in Abhängigkeit vom Einschraubwinkel für Schraubenbemessung	-
k_{def}	Deformationsbeiwert	-
k_{mod}	Modifikationsbeiwert	-
l	Länge	m
m	Moment	MNm/m
n	Membrankräfte	MN/m
\vec{n}	Normalenvektor	-
q	Belastung	MN/m und MN/m ²
q_p	Böengeschwindigkeitsdruck	MN/m ²
s	Standardabweichung	
s	Schneelast	MN/m ²
t	Bauteildicke	mm
u	Verformung	mm
u	Holzfeuchte	Massen-%
v	Plattenschubkräfte	MN/m
w	vertikale Verformung	mm
w_e	Windaußendruck	MN/m ²
x, y, z	kartesische Koordinaten	m

Griechische Buchstaben

α	Segmentinnenwinkel	°
α	Auflagerwinkel	°
α	Kraft-Faser-Winkel	°
α	Winkel zwischen Kraft und Schraubenachse	°
β	Knickwinkel	°
β	Beiwert der Lochleibungsfestigkeiten	-
γ	Winkel für Zuschnitt der Schmalfläche	°
γ	Verzerrung	-
γ_M	Teilsicherheitsbeiwert für das Material	-
δ	Abminderungsbeiwert für Holznagelverbindungen	-
ε	Dehnung	-
η	Ausnutzungsgrad	-
ϑ	Umfangswinkel	°
κ	Krümmung	rad/m

κ	<i>Schubkorrekturbeiwert</i>	-
ν	<i>Poissonzahl</i>	-
ρ	<i>Rohdichte</i>	kg/m^3
σ	<i>Längsspannung</i>	N/mm^2
τ	<i>Schubspannung</i>	N/mm^2
φ	<i>Meridianwinkel</i>	$^\circ$
φ	<i>Rotation</i>	<i>mr</i>
χ	<i>Anteil der Last</i>	-
ψ	<i>Kombinationsbeiwert</i>	-

Indices

<i>A, B, C</i>	<i>Bereiche für die Windlastverteilung</i>
<i>asym</i>	<i>asymmetrische Verteilung</i>
<i>B</i>	<i>infolge Biegung</i>
<i>c</i>	<i>für Druck</i>
<i>d</i>	<i>Bemessungsniveau</i>
<i>ef</i>	<i>effektives Maß</i>
<i>est</i>	<i>geschätzter Wert</i>
<i>fin</i>	<i>Wert zum Endzeitpunkt</i>
<i>g</i>	<i>Infolge Einwirkungen aus ständigen Lasten</i>
<i>ges</i>	<i>Gesamtwert</i>
<i>head</i>	<i>Parameter für Kopfdurchziehen bei Schrauben</i>
<i>i, j, m, n</i>	<i>Laufvariablen</i>
<i>Imp, Beul</i>	<i>Imperfektion entsprechend Beulform</i>
<i>inst.</i>	<i>Wert zum Anfangszeitpunkt</i>
<i>k</i>	<i>charakteristischer Wert</i>
k_φ	<i>infolge Drehfedersteifigkeit</i>
<i>Lit</i>	<i>Werte entsprechend Angaben der Literatur</i>
<i>m</i>	<i>Material</i>
<i>m</i>	<i>für Biegung</i>
<i>maßg.</i>	<i>maßgebender Fall</i>
<i>max</i>	<i>Größtwert</i>
<i>mean</i>	<i>Mittelwert</i>
<i>min</i>	<i>Kleinstwert</i>
<i>mod</i>	<i>modifizierter Wert</i>
<i>N</i>	<i>infolge Längskraft</i>
<i>P</i>	<i>Anzahl der parallelen Glieder</i>

<i>P_m</i>	<i>Prüfkörper mit der Nummer m</i>
<i>Pres</i>	<i>Ansatz unter Berücksichtigung von Kontaktpressung</i>
<i>R</i>	<i>Rollschub</i>
<i>R_d</i>	<i>Bauteilwiderstand auf Bemessungsniveau</i>
<i>R_e</i>	<i>Anzahl der Reihenglieder</i>
<i>R_k</i>	<i>charakteristischer Bauteilwiderstand</i>
<i>RSt.</i>	<i>Randstörbereich</i>
<i>S</i>	<i>infolge Schub</i>
<i>s</i>	<i>gleichmäßige, auf die Grundrissprojektion bezogene Last</i>
<i>s</i>	<i>Infolge Einwirkungen aus Schneelasten</i>
<i>ser</i>	<i>im Gebrauchsfall</i>
<i>SF</i>	<i>Scherfuge</i>
<i>SR</i>	<i>Schraube</i>
<i>sym</i>	<i>symmetrische Verteilung</i>
<i>t</i>	<i>für Zug</i>
<i>u</i>	<i>im Grenzzustand der Tragfähigkeit</i>
<i>v</i>	<i>für Querkräfte</i>
<i>VM</i>	<i>Verbindungsmittel</i>
<i>Weg_{mn}</i>	<i>Wegaufnehmer mit der Nummer mn</i>
<i>x</i>	<i>in x- Richtung</i>
<i>y</i>	<i>in y- Richtung</i>
<i>y</i>	<i>Fließgrenze</i>
<i>z</i>	<i>in z- Richtung</i>
<i>φ</i>	<i>Meridianrichtung</i>
<i>ϑ</i>	<i>Ringrichtung</i>
<i>0</i>	<i>in Faserrichtung</i>
<i>90</i>	<i>senkrecht zur Faserrichtung</i>

Abkürzungen

<i>abZ</i>	<i>allgemeine bauaufsichtliche Zulassung</i>
<i>BSH</i>	<i>Brettschichtholz</i>
<i>BSP</i>	<i>Brettsperrholz</i>
<i>CLT</i>	<i>Cross Laminated Timber; engl. für Brettsperrholz</i>
<i>ETA</i>	<i>European Technical Approval; engl. für Europäische Technische Zulassung</i>
<i>FEM</i>	<i>Finite Elemente Methode</i>

<i>GZG</i>	<i>Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit</i>
<i>GZT</i>	<i>Grenzzustand der Tragfähigkeit</i>
<i>L</i>	<i>linearer Ansatz</i>
<i>LF</i>	<i>Lastfall und Lastfallkombination</i>
<i>LVL</i>	<i>Furnierschichtholz</i>
<i>MW</i>	<i>Gesamtmittelwert</i>
<i>NKL</i>	<i>Nutzungsstufe</i>
<i>NL</i>	<i>Nichtlinearer Ansatz mittels Polygonzug</i>
<i>Verb.</i>	<i>Verbindung</i>
<i>Vers.</i>	<i>Versuchsergebnis</i>

Operatoren

Δ	<i>Änderung</i>
$\Delta\Delta$	<i>Laplace - Operator</i>
∂	<i>partielles Differenzial</i>
Σ	<i>Summe</i>

1 Einleitung

1.1 Allgemeine Einführung und Problemstellung

Schalen und Falwerke eignen sich besonders gut, um Tragwerke mit großen Spannweiten zu realisieren. Bedingt durch den Kraftfluss ist es möglich, mit geringen Querschnittshöhen die gestellten Anforderungen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit zu erfüllen. Die Ursache liegt in der Lastabtragung primär über Membrankräfte, also Kräfte in der Mittelebene des Tragwerks. Entscheidend hierfür sind die Geometrie und die Randbedingungen des Tragwerks. Der Geometrie ist meist ein großer Planungs- und Herstellungsaufwand geschuldet. Der Aufwand resultiert aus einer komplexen mechanischen Wirkungsweise und für Schalen aus der Nichtlinearität der Geometrie. Für die Herstellung bedeutet dies oft die Fertigung von vielen unterschiedlichen komplexen Einzelbauteilen.

Brettspertholz, BSP (engl.: cross laminated timber, CLT) ist ein flächiger Holzwerkstoff, der seit Jahren stetig steigende Absatzzahlen verzeichnet. Die Herstellung des am Markt gängigen Brettspertholzes erfolgt in der Regel automatisiert in Form von ebenen Platten. Vorteile ergeben sich durch den gekreuzten, flächigen Aufbau. Der Aufbau ermöglicht eine zweiachsige Lastabtragung und bedingt hohe Steifigkeiten für Beanspruchungen in Richtung des Brettspertholzes (Scheibenbeanspruchung). Aufgrund seiner Eigenschaften ist der Anwendungsbereich des Materials vielfältig. Hohe laterale Steifigkeiten sind beispielsweise für den mehrgeschossigen Holzbau eine wichtige Voraussetzung. Aus diesem Grund ist BSP in der Regel der gängige Baustoff, wenn es um die Umsetzung von mehrgeschossigen Holzgebäuden geht. Wird Brettspertholz auf Biegung beansprucht, liegt ein deutlich weiches Verhalten vor. Der Einsatz für weitspannende Tragwerke würde große Bauteildicken mit einem hohen materiellen Aufwand für das Biegetragwerk zur Folge haben. Aus diesem Grund werden weitspannende Tragwerke bisher primär als Stabkonstruktionen mit ausreichender Bauteilhöhe (Biegesteifigkeit), in Form von massiven Querschnitten oder als aufgelöste Struktur, umgesetzt. Flächige Holzwerkstoffe kommen allenfalls als Beplankung für die Raumbegrenzung zur Anwendung und können in Abhängigkeit vom Schubverbund zwischen Beplankung und Stabkonstruktion statisch berücksichtigt werden. Eine Alternative stellt die Ausführung als reines Flächentragwerk ohne Stabkonstruktion für die Lastabtragung dar. Aus Gründen der Materialaufwendung werden Schalen und Falwerke für Tragwerke aus flächigen Holzwerkstoffen mit zunehmender Spannweite interessant.

Um gleichzeitig den Herstellungsaufwand nicht unnötig ansteigen zu lassen, resultiert die Fragestellung nach der Umsetzbarkeit und Leistungsfähigkeit von Schalen mit am Markt gängigem Brettspertholz. Gängige Holzwerkstoffe sind eben, wodurch eine Annäherung von gekrümmten Schalenstrukturen durch einzelne Segmente erforderlich wird. Abbildung 1.1 zeigt Möglichkeiten für unterschiedliche Annäherungen von gekrümmten, linienförmigen Tragwerken am Beispiel von Kreissegmentbögen. In Abhängigkeit von dieser Annäherung (Segmentierung) wird das Tragverhalten beeinflusst. Untersuchungen hinsichtlich der Segmentierung für ein primär über Membrankräfte wirkendes Tragwerk sind erforderlich. Des Weiteren ist zu klären, welche Eigenschaften die Verbindungen zwischen den Segmenten erfüllen müssen und wie das Tragverhalten von diesen beeinflusst wird. Für eine einfache Herstellbarkeit sind sich wiederholende Aufbauten und Maße erstrebenswert.

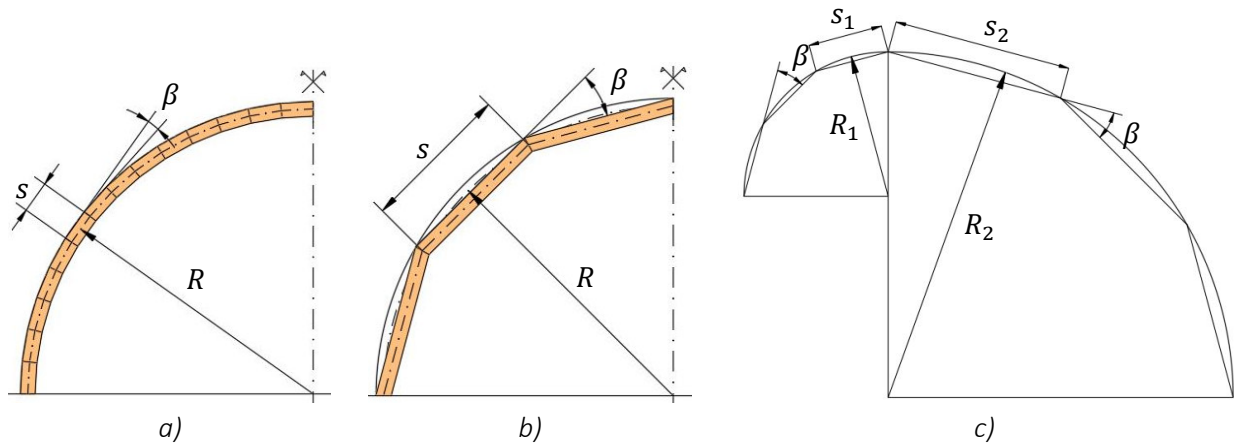


Abbildung 1.1: a) feine Segmentierung und b) grobe Segmentierung bei konstanter Krümmung, c) Segmentgrößen in Abhängigkeit von der Krümmung für konstante Knickwinkel β , nach [Speicher 2017]

1.2 Ziel der Arbeit und Abgrenzung des Untersuchungsumfangs

Ziel der Dissertation stellt die Entwicklung eines Systems zur Realisierung von Segmentschalen aus ebenen Brettsperrholzplatten dar. Die Konzeption der Segmentschalen erfolgt dahingehend, dass das günstige Tragverhalten von Schalen durch eine Segmentierung mit möglichst großen Brettsperrholzplatten angenähert werden soll. Die angestellten Überlegungen basieren auf der Geometrie einer zweifach gekrümmten Translationsfläche aus Leitlinie und Erzeugender konstanter, gleichsinniger Krümmung auf quadratischem Grundriss. Abweichende Geometrien werden in der vorliegenden Arbeit nicht betrachtet. Die Segmentierung soll mit Blick auf die erforderliche Anzahl an Verbindungen sowie den Zuschnitt der rechteckigen BSP-Platten aus Vierecksegmenten erfolgen. Wichtiger Bestandteil der Systementwicklung sind die Verbindungen. Aufgrund der Anforderungen werden drei verschiedene Verbindungen, darunter für eine sortenreine Bauweise zwei reine Holzverbindungen, konzipiert und deren Eigenschaften in Kleinversuchen experimentell untersucht. Die empirischen Daten der Verbindungen sollen für die Implementierung in ein Modell für numerische Berechnungen zur Standsicherheit aufbereitet werden. Hierbei wird beachtet, dass die Ergebnisse unabhängig von den in der vorliegenden Arbeit betrachteten angenäherten Translationschalen vorliegen und im Rahmen von geometrischen Randbedingungen auch für abweichende Tragwerksgeometrien angewendet werden können. Anhand beispielhafter statischer Berechnungen soll die Standsicherheit und Gebrauchstauglichkeit von Segmentschalen unter Anwendung des entwickelten Systems und der konzipierten Verbindungen belegt werden.

2 Stand der Technik

2.1 Allgemeines

Die Möglichkeiten für die Ausbildung von Schalen und faltwerken sind mannigfaltig. Anwendung finden die Bauformen unabhängig vom Baustoff. Abbildung 2.1 zeigt Beispiele für Schalen aus Mauerwerk, Stahl und Holz. Die illustrierten Bauwerke geben zum einen Einblick in die geometrische Formvielfalt von Schalen. Zum anderen wird ersichtlich, dass Schalen als flächiges Tragwerk oder als in Stäben aufgelöste Struktur realisiert werden können. Schalen des Massivbaus stellen meist flächige Tragwerke dar. Bedingt durch die Fließfähigkeit des Betons kann dieser mit entsprechender Schalung in fast jede Form gegossen werden. Demgegenüber erfolgt die Herstellung von Schalen mit einem Stahltragwerk, gerade für doppelt gekrümmte Geometrien aus Gründen der Abwickelbarkeit, als aufgelöste Struktur mit linienförmigen Bauteilen [Heinle und Schlaich 1996]. Schober [2016] beschreibt das Prinzip von verglasten Schalen im Stahlbau. Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit erfolgt die Umsetzung oft mit aus ebenen Stäben zusammengesetzten Netzen, die eine gekrümmte Struktur annähern und infolgedessen nur geringe Biegebeanspruchungen erfahren.

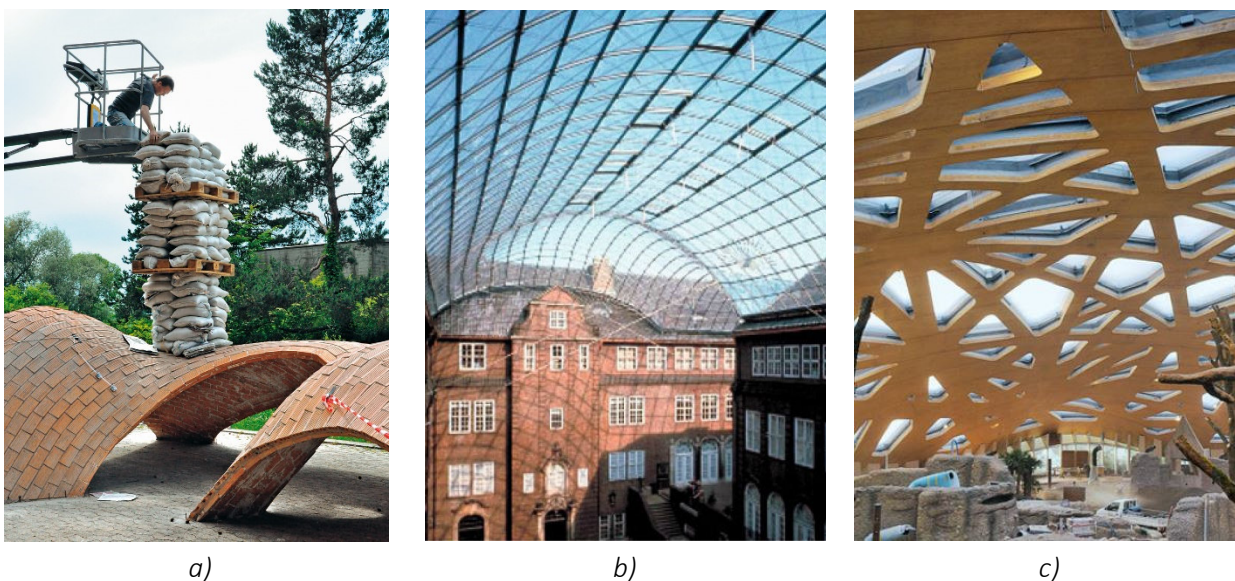


Abbildung 2.1: a) katalanisches Gewölbe aus Mauerwerk [Block und Rippmann 2013], b) Stahlgitterschale aus geraden Einzelstäben [Schober 2016] und c) Schale aus flächigem Brettsperrholz [Jeska et al. 2015]

Schalen aus Holz werden bisher ebenfalls meist aus einachsigen Bauteilen als Stabwerke zusammengesetzt. Heinle und Schlaich [1996] zeigen unterschiedliche Möglichkeiten der Anordnung von Stäben im Tragwerk. In der Vergangenheit haben sich verschiedene Bauformen bewährt. Beispielhaft seien die Anfang des 20. Jahrhunderts entwickelte Zollbauweise (Abbildung 2.2a) [Winter und Rug 1992] oder die in Abbildung 2.2b gezeigte Brettruppenbauweise genannt. Infolge digitaler Fertigungsprozesse zeigt sich eine Weiterentwicklung dieser Bauweisen, indem komplexere Geometrien durch die Herstellung von doppelt gekrümmten und toridierten Einzelbauteilen (Abbildung 2.2c) realisierbar werden. Möglich wird dies aufgrund einer äußerst exakten Fertigung mit Maßtoleranzen im Zehntelmillimeterbereich [Jeska et al. 2015]. Aufgrund der Komplexität

der Stabgeometrien ist die Planung und Herstellung eine Nischenanwendung für wenige Spezialunternehmen. Die aus einzelnen Stäben aufgebauten Rippenkonstruktionen werden im Rahmen dieser Arbeit nicht vertieft betrachtet. Für weiterführende Informationen wird auf Fachliteratur verwiesen.

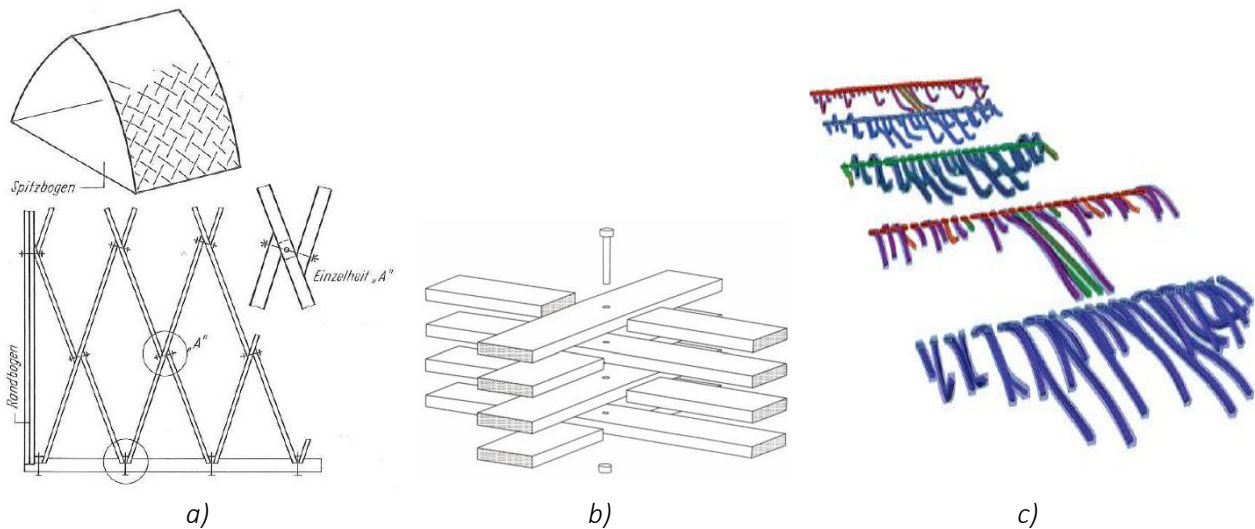


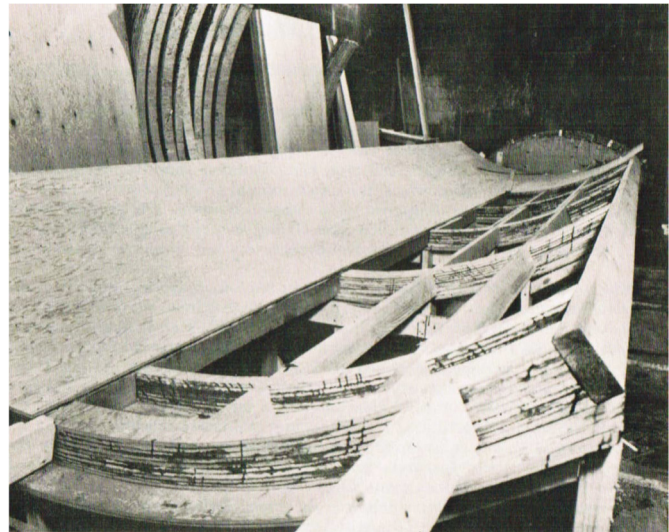
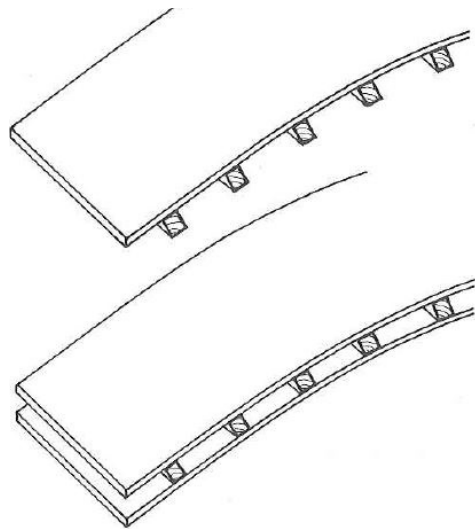
Abbildung 2.2: a) Zollbauweise [Mönck 1995], b) Knoten der Brettrippenbauweise [Natterer et al. 2000] und c) Beispiele gekrümmter und tordierter Trägersegmente für den Abbund [Jeska et al. 2015]

Neben der Ausführung als Stabwerk werden Schalen und Falwerke als flächenförmige Tragwerke hergestellt. Als besonders vorteilhaft erweist sich die Zusammenführung von Tragwerk und Raumbegrenzung [Mönck 1995]. Zu Beginn wurden die Tragwerke aus einzelnen gekreuzten Brettlagen meist bauseits mit einem erheblichen Montageaufwand gefügt. Mit der Entwicklung und Verwendung von flächigen Holzwerkstoffen zeigt sich eine deutliche höhere Vorfertigung und Rationalisierung.

Anhand dieses Kapitels soll ein knapper Überblick zu flächigen Schalen und Falwerken gegeben werden. Des Weiteren wird der Stand der Technik für das im Rahmen der Arbeit verwendete Brettspertholz (BSP) in knapper Form erläutert. Für die Realisierung von Schalen und Segmentschalen aus flächigen, vorgefertigten Holzwerkstoffen ist die Ausbildung der Verbindungen ein zentraler Bestandteil. Anhand gebauter Beispiele und gängiger Varianten werden Möglichkeiten der Verbindung von Brettspertholzelementen gezeigt.

2.2 Flächige Konstruktionen für Schalen und Falwerke in Holzbauweise

Die Anwendung von flächigen Holzwerkstoffen ist an die Geometrie des Tragwerks gekoppelt. Einfach gekrümmte Schalen können in Abhängigkeit von der Krümmung durch Biegung von ebenen, flächigen Holzwerkstoffplatten umgesetzt werden. Abbildung 2.3 zeigt beispielhafte Zylinderschalen. Erläuterungen zu einfach gekrümmten Schalen finden sich in [Aondio 2014] und [Halász und Scheer 1974].



a)

b)

Abbildung 2.3: a) einfach gekrümmte Rippenplatte mit einfacher und zweifacher Beplankung [Mönck 1995] und b) Fertigung von Zylinderschalen [Halász und Scheer 1974]

Größere Schwierigkeiten bringt indes die Realisierung von zweifach gekrümmten Schalen mit flächigen Holzwerkstoffen mit sich. Einfach und zweifach gekrümmte Strukturen unterscheiden sich nicht nur durch ihr optisches Erscheinungsbild. Halász und Scheer [1974] beschreiben die Unterschiede beim Tragverhalten. Schalen mit doppelter Krümmung zeigen meist eine höhere Tragfähigkeit und eine geringere Beulgefahr. Torroja [1961] schreibt zum Tragverhalten von Zylinder und Kuppel, dass der Zylinder eine deutlich geringere Steifigkeit aufweist und sich deswegen stärker verformt oder einknickt. Aus diesem Grund erfordern einfach gekrümmte Strukturen eher verstärkende Rippen als doppelt gekrümmte. Dem gegenüber steht ein höherer Planungs- und Herstellungsaufwand aufgrund der zweiten Krümmung. Halász und Scheer [1974] erläutern weiter, dass aufgrund der Abwicklung im Holzbau zunächst nur zweifach gekrümmte Flächen zum Einsatz kamen, die eine Regelfläche darstellen. Ein Beispiel für eine doppelt gekrümmte Fläche ist die Dachkonstruktion für die Ausstellungshalle Euroflor für die Bundesgartenschau 1969 in Dortmund (Abbildung 2.4).



a)

b)

Abbildung 2.4: Hängeschale Dortmund a) [Holzbau Medienserver mediaTUM], b) Montage [Büren 1985]

Das Dach stellt eine Hängeschale dar, die mit ihren beiden Hoch- und Tiefpunkten an die Form eines hyperbolischen Paraboloids (HP-Schale) erinnert. Das hyperbolische Paraboloid ist Translations- als auch Regelfläche. Derartige Flächen können sowohl aus gekrümmten Elementen, die in Richtung der beiden Parabeln verlaufen,

als auch durch gerade Elemente entlang der Verbindung von Hochpunkt und Tiefpunkt generiert werden. Die Schale in Dortmund hat eine Spannweite von 61 m . Der Aufbau ist zweischichtig. In Richtung der Hochpunkte (Haupttragrichtung) liegen Holzrippen als Zugglieder (Hängeglieder) vor. Darauf wird die flächige Schale aus drei gekreuzten Brettlagen (erste Lage in Richtung der Tiefpunkte und die beiden anderen um 45° gedreht) bauseits gebildet und stellt sowohl Raumabschluss als auch Tragelement dar [Büren 1985], [MPA Bau 1970].

Ein weiteres Beispiel für zweifach gekrümmte Schalen aus linienförmigen Bauteilen stellt der von Julius Natterer entworfene und 1991 fertiggestellte Polydôme in Lausanne dar. Der Pavillon überspannt einen quadratischen Grundriss mit einer Seitenlänge von $L = 25\text{ m}$. Die Dachform entspricht einer Kalotte mit einem Radius von $R = 27,50\text{ m}$ (Abbildung 2.5a). Die Dachkonstruktion ist in Brettrippensbauweise (Abbildung 2.2b) gefertigt, wobei die einzelnen Bretter einen Querschnitt von $b/h = 120/27\text{ mm}$ aufweisen. Im nicht verbauten Zustand sind die einzelnen Bretter eben [Hoeft 1992]. Zur Erzeugung der doppelt gekrümmten Struktur werden die einzelnen Bretter vorwiegend um die schwache Achse gebogen und gegebenenfalls tordiert. Durch die Vermeidung einer Biegung um die starke Achse können Eigenspannungen infolge der induzierten Krümmung verringert werden. Ein solches Vorgehen ist möglich, wenn die Bretter entlang der geodätischen Linien der Dachgeometrie angeordnet werden [Pirazzi 2005]. Jede Rippe besteht im fertiggestellten Tragwerk aus vier Brettern. Die Fixierung der einzelnen Brettlagen erfolgt nach Erreichen der finalen Tragwerksgeometrie durch Verschraubung untereinander. An den Kreuzungspunkten laufen je zwei höhenversetzte Brettlagen in beiden Hauptrichtungen durch, während die beiden anderen Brettlagen durch Füllbretter ergänzt werden. Zwischen den vier Auflagern in den Eckpunkten werden Randträger angeordnet. Entsprechend der Auflagerung resultieren die Haupttragrichtungen und folglich die Anordnung der Rippen. Die Aussteifung der Dachkonstruktion erfolgt über eine flächig aus einzelnen Brettern hergestellte Dachschalung. Das Tragverhalten der fertiggestellten Dachkonstruktion ähnelt dem einer dünnen Schale mit Auflagerung in den Eckpunkten. Abbildung 2.5b zeigt einen Ausschnitt der zur Brettrippenschale gefügten Bretter [Hoeft 1992].

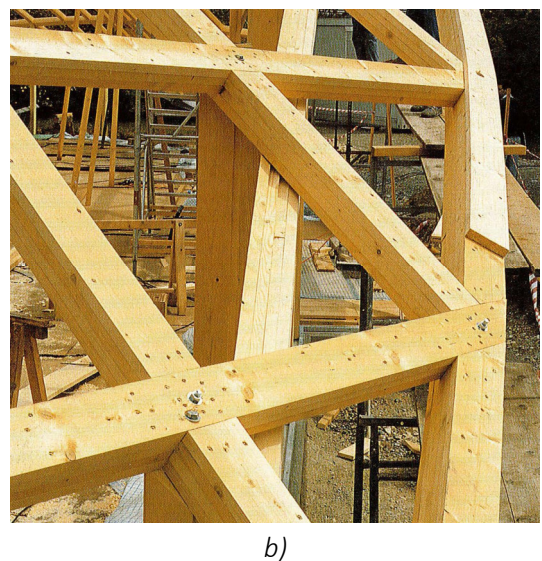
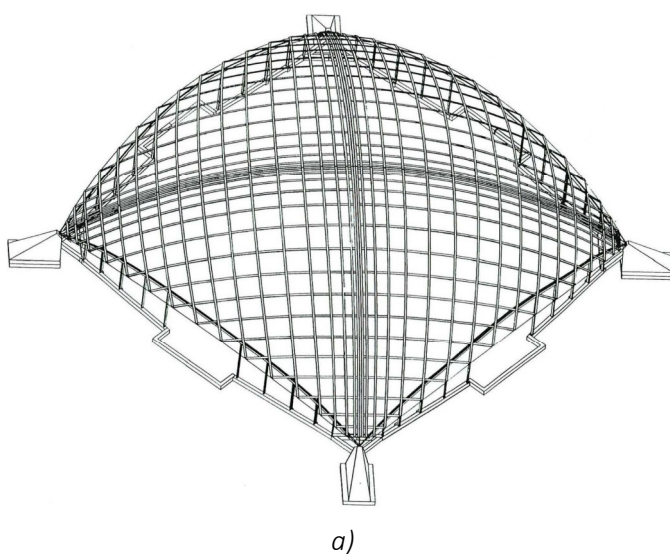


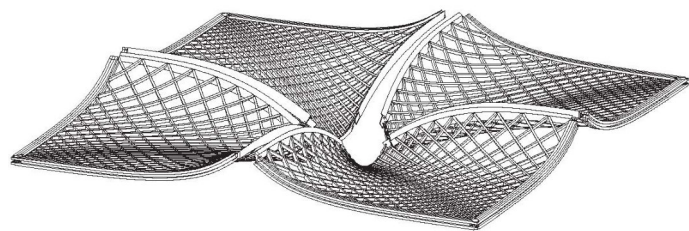
Abbildung 2.5: a) Axonometrie des Tragwerks und b) Ausschnitt des Brettrippentragwerks des Polydômes in Lausanne (beide [Hoeft 1992])

Der Abbund ist größtenteils bauseits erfolgt, beispielsweise durch Einpassen der Füllbretter. Für die Montage sind die Bretter zunächst in ihrer ebenen Form auf dem Grund ausgelegt worden. Nach Fügung korrespondierender Kreuzungsstellen der Gitterstruktur ist die ebene Struktur in die gewünschte gekrümmte Form gebracht und verschraubt worden [Hoeft 1992].

Ein weiteres Bauwerk, für das zweifach gekrümmte Schalenkonstruktionen unter Verwendung der Brettrippenbauweise hergestellt wurden, ist die in Abbildung 2.6a gezeigte Schirmkonstruktion des Expodachs von Hannover aus dem Jahr 2000. Die Konstruktion besteht aus zehn Schirmen. Jeder Schirm besteht wiederum aus der Turmkonstruktion, vier Kragträgern und vier, in Abbildung 2.6b dargestellten, Schalen.



a)

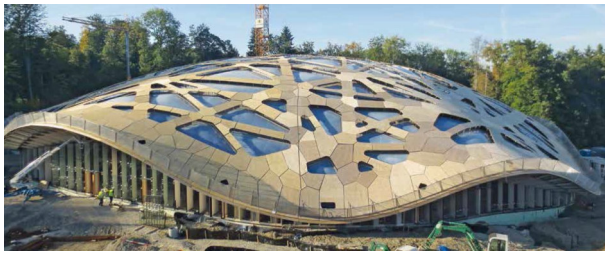


b)

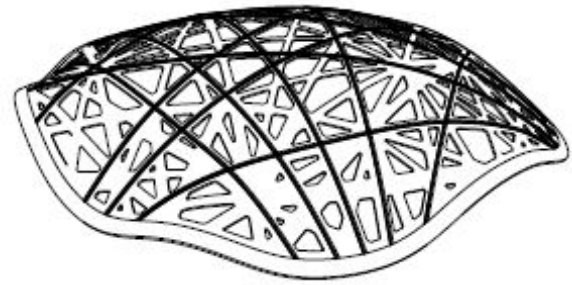
Abbildung 2.6: a) Expodach Hannover und b) Sattelschalen je Schirm des Expodachs [Herzog et al. 2003]

Jede Schale besitzt einen quadratischen Grundriss und überspannt eine Seitenlänge von $L = 19 \text{ m}$. Die Geometrien der Schalen stellen Sattelflächen, also Flächen mit doppelter, gegensinniger Krümmung (negative Gaußsche Krümmung, siehe Abschnitt 4.7) dar. Der vertikale Abstand zwischen Hochpunkten und Tiefpunkt beläuft sich hierbei auf $f = 6 \text{ m}$. Jede Schale wird von Randträgern eingefasst und lagert auf den Kragträgern [Herzog et al. 2003]. Die Lastabtragung erfolgt über Membran- und Biegetragwirkung. Die einzelnen Schalen sind auf Lehrgerüsten in Hallen vorgefertigt und anschließend auf die Turmunterkonstruktion gehoben worden.

Während die vorgenannten Flächentragwerke noch aus linienförmigen, bauseits gefügten Brettern realisiert wurden, finden bei jüngeren Bauvorhaben flächige Holzwerkstoffe auch für komplexe Geometrien Anwendung. Ein Beispiel stellt die in Abbildung 2.7 gezeigte Überdachung des 2014 fertiggestellten Elefantenhauses im Zoo Zürich dar. Die Freiformschale überspannt einen Durchmesser von etwa 80 m bei einem Verhältnis von Stich zu Spannweite von $f/L = 1/8$ [Jacob-Freitag 2014].



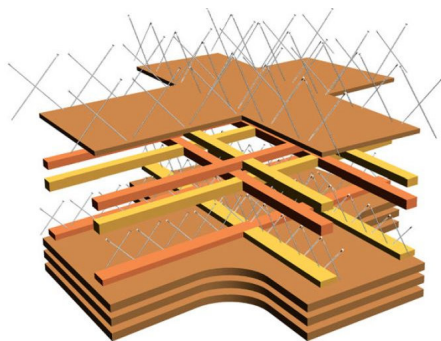
a)



b)

Abbildung 2.7: a) Elefantenhaus Zürich [Jacob-Freitag 2014] und b) Dach mit Hauptkraftrichtungen [Jeska et al. 2015]

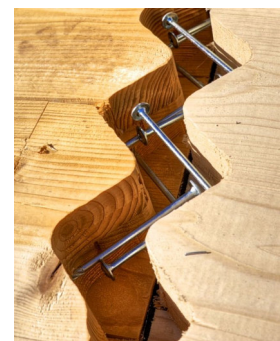
Das Tragwerk besteht aus drei je 80 mm dicken übereinanderliegenden Platten aus Brettsperrholz, die miteinander vernagelt (je Quadratmeter 100 Nägel) sind. Die BSP-Lagen werden unter 60° zueinander angeordnet. Die Geometrie der auf Druck beanspruchten Schale entstammt einem Hängemodell. Die Auflagerung der Schale erfolgt auf einem vorgespannten Ringbalken. Die Anordnung der Öffnungen orientiert sich am Kraftfluss. Hieraus entstehen Hauptrichtungen (Abbildung 2.7b), entlang derer die flächigen BSP-Elemente durch zusätzliche oberseitig aufgeschraubte Rippen und Furnierschichtholzplatten verstärkt werden (Abbildung 2.8a) [Jeska et al. 2015]. Die Montage der Schale erfolgte auf einem Lehrgerüst (Abbildung 2.8b). Kübler [2014] und Jacob-Freitag [2014] beschreiben, dass die einzelnen BSP-Platten aufgrund ihres speziellen Aufbaus und der großformatigen Abmessungen leicht in die erforderliche Form gebogen werden konnten. Ergänzend ist die geringe Krümmung der Schale mit folglich geringen erforderlichen Formänderungen je Platte zu nennen. Die Verbindung zwischen den einzelnen Platten an den Schmalseiten in einer Lage erfolgte über eine formschlüssige Verbindung aus Schrauben und Mörtel zur Übertragung der Membrankräfte (Abbildung 2.8c).



a)



b)



c)

Abbildung 2.8: a) Aufbau Schalentragwerk, b) Montage über Lehrgerüst und Spanten (beide [Jeska et al. 2015]) und c) Stoß an den Schmalseiten der Decklagen

Mit dem Bau komplexer, in ihrer Geometrie von biologischen Strukturen abgeleiteter Schalen befassen sich die Institute für Computerbasiertes Entwerfen ICD und für Tragkonstruktionen und Konstruktives Entwerfen ITKE der Universität Stuttgart. Ein Ergebnis ihrer Arbeit stellen unter anderem diverse Pavillons aus Holz dar. Beispiele sind ein 2011 erstellter temporärer Experimentalbau aus Sperrholzplatten (Abbildung 2.9a), der Forstpavillon für die Landesgartenschau in Schwäbisch Gmünd 2014 (Abbildung 2.9b), oder der BUGA Holzpavillon für die Bundesgartenschau in Heilbronn 2019 (Abbildung 2.9c). Die Geometrie aller genannten Pavillons

basiert auf dem Plattenskelett von Seeigeln. Demensprechend erfolgte die Herstellung durch die Fügung einzelner Segmente. Grundlage stellt ein computerbasierter Entwurf mit robotischer Fertigung dar.

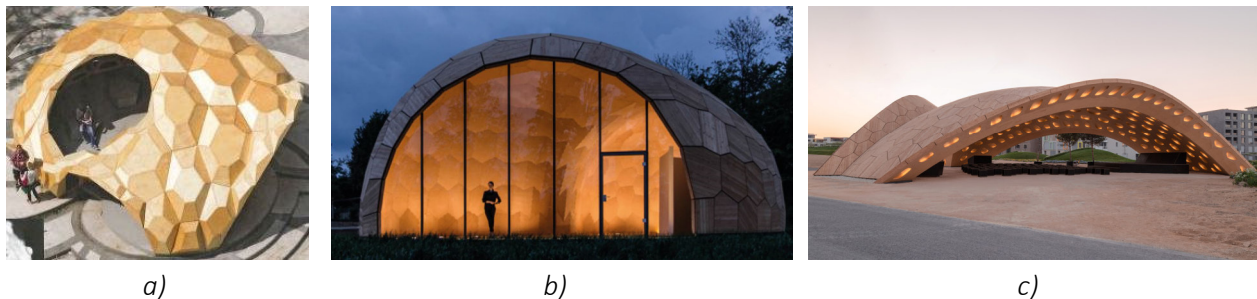


Abbildung 2.9: a) Experimentalbau [Knippers et al. 2012], b) Forstpavillon [Krieg et al. 2015] und c) BUGA Holzpavillon [Knippers 2019]

Der Forstpavillon von Schwäbisch Gmünd misst $L/B/H = ca. 17 m / 11 m / 6 m$. Das flächige Tragwerk wird aus ebenen, $50 mm$ dicken Buchensper Holzplatten hergestellt, die gleichzeitig die Raumbegrenzung darstellen. Die Übertragung der Kräfte zwischen den einzelnen Segmenten erfolgt über robotisch gefertigte Fingerzinken (7600 geometrisch unterschiedliche Zinken im Bauwerk) sowie kreuzweise eingebrachten Vollgewindeschrauben (Abbildung 2.10a und b). Abbildung 2.10c zeigt die Montage der Schale, die mittels Lehrgerüst und Spanten erfolgte [Krieg et al. 2015].

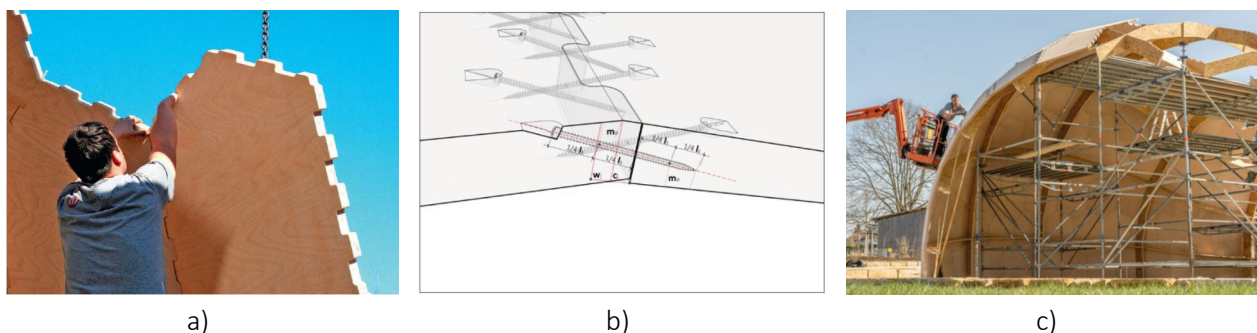


Abbildung 2.10: a) Segmente mit Fingerzinken [Bogusch 2014], b) Fingerzinken mit schräger Verschraubung und c) Montage auf Lehrgerüst (beide [Krieg et al. 2015])

Dasselbe Projektteam des Forstpavillons in Schwäbisch Gmünd konzipierte und realisierte den Holzpavillon für die Bundesgartenschau 2019 in Heilbronn. Die Schale spannt über $ca. 30 m$ und ist ebenfalls aus ebenen Segmenten (376 unterschiedliche) aufgebaut. Im Gegensatz zum Forstpavillon sind die einzelnen tragenden Segmente beim BUGA Holzpavillon aufgelöste Holzkassetten, bestehend aus einem Rahmen aus Furnierschichtholz (LVL) mit ober- und unterseitig aufgeklebten LVL-Platten aus Fichte mit Dicken von 33 und $21 mm$ (Abbildung 2.11a). Durch die Ausführung als aufgelöste Struktur kann das Gewicht und Material reduziert werden. Gleichmaßen steigt die Anzahl der Bauteile um den Faktor acht, und die Fertigung wird komplexer. Die Kraftübertragung zwischen den Segmenten wird analog zum Forstpavillon mit robotisch gefertigten Fingerzinken (17000 geometrisch unterschiedliche im Bauwerk) sichergestellt. Die Herstellungsgenauigkeit liegt bei $0,3 mm$. Eine neuartige Bolzenverbindung dient der Kopplung zwischen den Segmenten. Wie Abbildung 2.11b zeigt, erfolgte auf Grundlage der drei Randbögen die Montage im freien Vorbau [Menges et al. 2019].

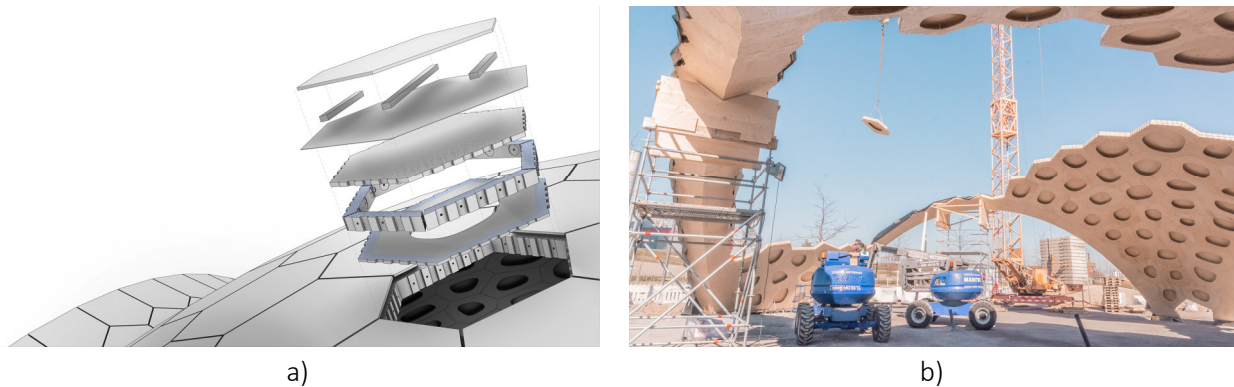


Abbildung 2.11: a) Aufbau Segmente und b) Montage im freien Vorbau (beide [Knippers 2019])

Mit Flächentragwerken, gefügt aus einzelnen Segmenten, befassen sich auch das Forschungslabor für Holzkonstruktionen IBIOS der École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) und das Fachgebiet Digital Timber Construction DTC der Technischen Universität Kaiserslautern. Im Zuge der Tätigkeit der EPFL entstanden diverse Prototypen von flächigen Holzkonstruktionen. Einen Schwerpunkt stellt die Entwicklung von Falterwerkstrukturen mit integralen Verbindungen dar. Beispiele hierfür sind ein gefaltetes Zylindergewölbe (2006) sowie ein 2014 hergestelltes Falterwerk mit zusätzlicher Längskrümmung (Abbildung 2.12), wodurch zusätzliche Steifigkeiten bei asymmetrischer Belastung erzeugt werden können. Die Geometrie wird von der japanischen Origami-Papierfaltung inspiriert. Die einzelnen Segmente bestehen aus ebenen, 21 mm dicken LVL-Platten [Robeller und Weinand 2016].



Abbildung 2.12: a) Falterwerk als Zylindergewölbe und b) mit zusätzlicher Längskrümmung (beide [Robeller und Weinand 2016])

Robeller [2015] befasst sich in seiner Dissertation mit den Verbindungen zwischen den Segmenten. Die integrale Verbindung stellt sich in Form einer linearen Anordnung von Schwalbenschwanzzinken entlang der Segmentkanten dar. Die Fügbarkeit der unterschiedlichen Einschubrichtungen aufgrund abweichend gerichteter Segmentkanten wird nur durch unterschiedlich geformte Schwalbenschwänze möglich (Abbildung 2.13a). Die Herstellung erfolgte automatisiert mittels CNC Abbund.

In weiterer Arbeit wurde der einschalige Aufbau auf eine zweischichtigen Falwerkkonstruktion erweitert (Abbildung 2.13b und c). Die Verbindung erfolgte ebenfalls vollständig integriert mit Schwalbenschanzzinken. Der zweischichtige Aufbau erfordert Doppelzapfen, die als Abstandhalter zwischen beiden Lagen fungieren. Die Einschubrichtung ist hierdurch eindeutig festgelegt. Die Einführung einer zweiten Lage bedingt größere Tragfähigkeiten und Steifigkeiten, gleichzeitig aber auch eine deutliche Zunahme unterschiedlicher Kantenausbildungen [Robeller und Weinand 2017].

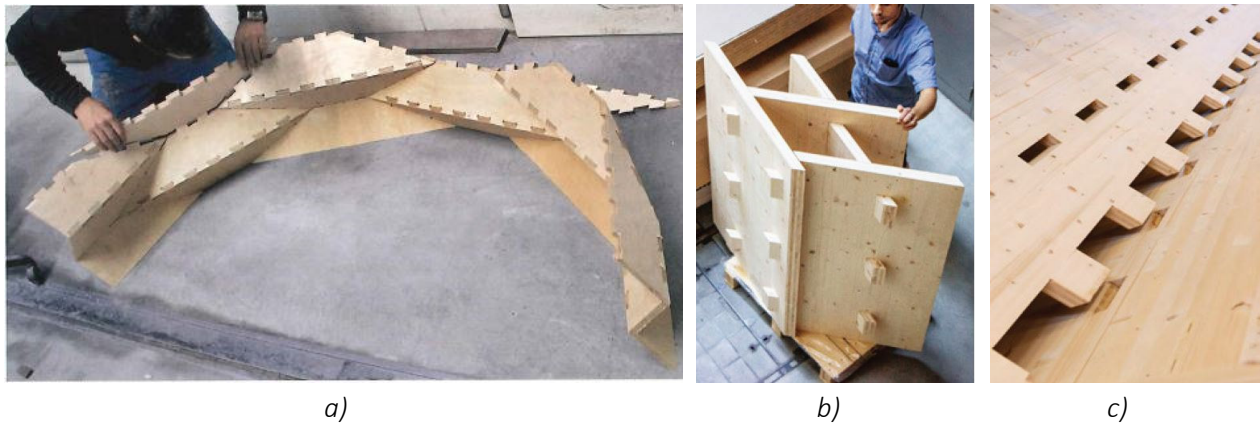


Abbildung 2.13: a) Fügung Schwalbenschanzzinken [Robeller 2015], b) und c) Verbindung bei zweischaligem Aufbau [Robeller und Weinand 2017]

Diese Bauweise findet in dem 2017 fertiggestellten Théâtre de Vidy bei Lausanne Anwendung (Abbildung 2.14). Das Gebäude misst $L/B/H = \text{ca. } 28 \text{ m} / 20 \text{ m} / 9 \text{ m}$, wobei das Falwerk 20 m überspannt. Der doppel-schalige Aufbau hat eine Höhe von insgesamt 300 mm , bestehend aus zwei außenliegenden 45 mm dicken Brettsperrholzplatten und einem gedämmten Zwischenbereich [Robeller und Weinand 2017].



Abbildung 2.14: a) Théâtre de Vidy nach Fertigstellung und b) im Bau (beide [Robeller und Weinand 2017])

Die Annäherung von zweifach gekrümmten Strukturen erfolgt im Rahmen von Timberdome. Dieses Projekt der Technischen Universität Kaiserslautern befasst sich mit der Segmentierung von räumlich gekrümmten Strukturen durch ebene Brettsperrholzplatten. Die Segmentierung erfolgt mit dem Ziel der Generierung eines trivalenten Netzes (maximal drei Kanten führen zu einem Knoten). In Abhängigkeit von der Geometrie resul-

tieren Einzelsegmente mit unterschiedlicher Anzahl an Ecken und unterschiedlichen Geometrien. Die Verbindung zwischen den Segmenten wird durch punktuell formschlüssig eingeschlagene Verbinder aus Buchensperrholz hergestellt (Abbildung 2.15a). Die Nuten in den BSP-Segmenten sowie deren Zuschnitt erfolgen mittels CNC-Abbund. Die Platten bestehen aus fünflagigem BSP mit einer Gesamtdicke von 100 mm [Robeller und Viezens 2018]. 2019 wurde der in Abbildung 2.15b gezeigte, über 12 m spannende Pavillon mit diesem Bausystem realisiert [Bauen mit Holz 2019].



a)



b)

Abbildung 2.15: a) Verbindung mit formschlüssigem Buchensperrholz, b) Pavillon als segmentierte Struktur (beide [Bauen mit Holz 2019])

Erst mit Einführung von zweifach gekrümmtem Brettsperrholz können beliebige zweifach gekrümmte Strukturen aus flächigen, vorgefertigten Elementen hergestellt werden. Jede Holzwerkstoffplatte stellt hierbei einen von den geometrischen Anforderungen des Bauwerks abhängigen Spezialfall dar, der mit den erforderlichen Maßen eigens gefertigt wird. Aus geometrischer Sicht stellt dies die Erweiterung der zweifach gekrümmten und tordierten linienförmigen Bauteile (Abbildung 2.2c) für die Fläche dar. Restriktionen hinsichtlich des zulässigen und realisierbaren Biegeradius sind zu beachten. Eine Segmentierung von Schalenkonstruktionen in Abhängigkeit von Größe und Transportmaßen ist logistisch für großflächige Tragwerke, wie beispielsweise Dachkonstruktionen, erforderlich.

2.3 Brettsperrholz – Holzwerkstoff und Fügungsmöglichkeiten

Brettsperrholz ist ein Massivholz und gehört der Gruppe der flächigen Holzwerkstoffe an. Allgemein entstehen Holzwerkstoffe, indem die linienförmigen Holzstämmen zunächst zerkleinert und anschließend in der gewünschten Form gefügt werden. In Abhängigkeit vom Grad der Zerkleinerung können Holzwerkstoffe strukturell gruppiert werden (Abbildung 2.16). Niemz und Sonderegger [2017] beschreiben, dass eine zunehmende Homogenisierung der Eigenschaften der Holzwerkstoffe in Abhängigkeit vom Grad der Zerkleinerung erfolgt.

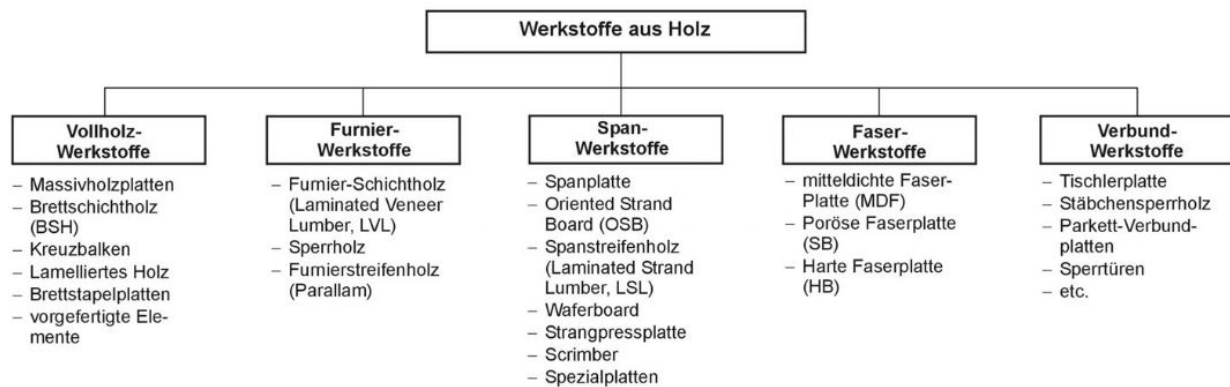


Abbildung 2.16: Gruppierung von Holzwerkstoffen [Niemz und Sonderegger 2017]

Bei Brettspertholz (BSP) handelte es sich um einen Vollholzwerkstoff, der aus verschiedenen Brettlagen flächig hergestellt wird (Abbildung 2.17a). Seit Mitte der 90er Jahre wird BSP im Baubereich in Deutschland eingesetzt [Winter et al. 2008]. Im Gegensatz zu Brettschichtholz (BSH) und Brettstapelholz (Abbildung 2.17b) erfolgt der Aufbau gesperrt. Das bedeutet, dass die einzelnen Lagen in der Regel in einem Winkel von 90° zueinander angeordnet werden. Meist werden die einzelnen Lagen miteinander verklebt. Alternativ können die Lagen durch Aluminium- oder Holznägel tragfähig miteinander verbunden werden. Genageltes Brettspertholz wird im Rahmen der Arbeit nicht weiter betrachtet. Die minimale Anzahl der Brettlagen für den Aufbau von BSP ist drei. Die Querschnitte sind in den meisten Fällen symmetrisch aufgebaut. Bedingt durch die Anisotropie von Holz ergibt sich hieraus eine starke und eine schwache Richtung.



a)



b)

Abbildung 2.17: a) fünflagiges geklebtes Brettspertholz, b) Brettstapelholz

Für Brettspertholz werden vorwiegend technisch getrocknete Bretter (meist 12 ± 2%) aus Fichte verwendet. Außerdem werden beispielsweise Kiefer, Tanne, Zirbe oder auch Laubhölzer wie Birke eingesetzt. Die Bretter (Lamellen) können entlang der Stoßkanten in einer Lage verklebt werden oder auch nicht. Entsprechend wird von Brettspertholz mit oder ohne Schmalseitenverklebung gesprochen. Je nach Hersteller sind unterschiedliche Bauteilaufbauten und -abmessungen verfügbar. Die Dicken der BSP-Platten liegen zwischen 45 mm und 350 mm. Die einzelnen Brettlagen haben in der Regel eine Dicke von 20 mm bis maximal 40 mm. In der Fläche sind maximale Breiten von 4,80 m und Längen von 20,0 m erhältlich. Standardmäßig wird Brettspertholz als ebene Platte hergestellt. Wenige Hersteller bieten auch die Möglichkeit der Fertigung von ein- oder zweifach gekrümmten Elementen mit minimalen Krümmungsradien von 2,0 m an.

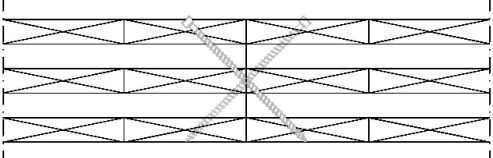
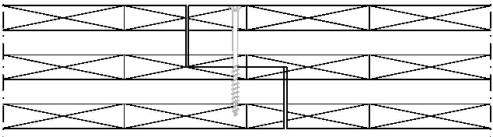
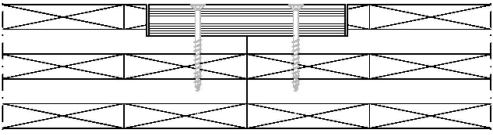
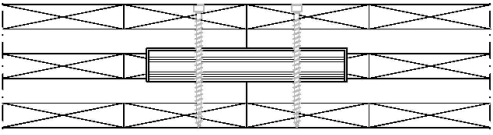
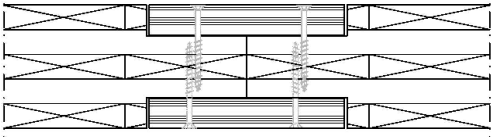
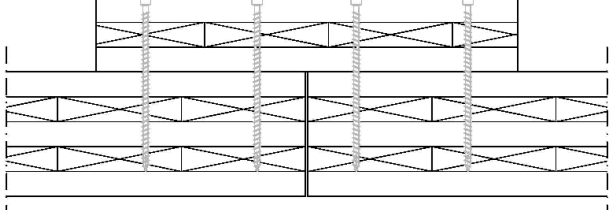
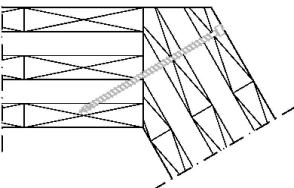
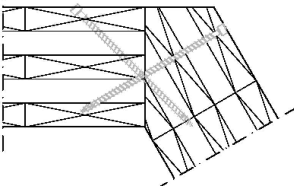
Der gekreuzte (gesperrte) Aufbau bewirkt, dass BSP die Möglichkeit einer zweiachsigen Lastabtragung bietet. Der Aufbau bedingt außerdem eine Erhöhung der Formstabilität in Längsrichtung der Brettlagen (Scheibenrichtung) bei Holzfeuchteänderungen. Während senkrecht zur Platte rechnerisch ein Quell- und Schwindmaß von 0,24 % je Prozent Holzfeuchteänderung Δu zu berücksichtigen ist, reduziert sich dies in Richtung der Platte aufgrund der gekreuzten Längslagen auf 0,02 – 0,04 % je Prozent Δu [DIN EN 1995-1-1 Draft of CLT 2018]. Die Anwendung ist in Nutzungsklasse (NKL) 1 und 2 zulässig.

Aus mechanischer Sicht müssen die anisotropen Eigenschaften von Holz infolge des gekreuzt geschichteten Aufbaus (konstruktive Anisotropie) in Berechnungen mit Brettsperrholz berücksichtigt werden. Für weitere Erläuterungen hierzu siehe Abschnitt 4.2. Die Regelung von Brettsperrholz erfolgt in Deutschland über bauaufsichtliche Verwendbarkeitsnachweise in Form von allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen (abZ) oder europäisch technischen Bewertungen (ETA). Eine Liste zu den derzeit gültigen Regelwerken findet sich auf www.brettsperrholz.org. Mit der Novellierung des Eurocode 5-1-1 wird die Bemessung von Brettsperrholz einheitlich geregelt werden.

Zur Erstellung des jeweiligen Bauwerks werden die einzelnen Brettsperrholzelemente gefügt. Hierfür haben sich in der Praxis verschiedene Möglichkeiten etabliert, die in Abhängigkeit von Anforderungen und Präferenzen zum Einsatz kommen. Hinsichtlich der Anforderungen werden die Verbindungen im Rahmen dieser Arbeit rein aus Aspekten der Lastabtragung betrachtet. In Abhängigkeit von äußeren Einwirkungen und des Tragsystems müssen Scheiben- und/oder Plattenbeanspruchungen (Erläuterungen zur Unterscheidung von Scheiben und Platten siehe Abschnitt 4.4 und 4.5) durch die Verbindungen abgetragen werden. Tabelle 2.1 zeigt ausgewählte Möglichkeiten für die Verbindungen zwischen BSP-Elementen.

Die Verbindungen werden meist mit Schrauben (Teil- oder Vollgewinde) hergestellt. Unter Berücksichtigung der geometrischen Verhältnisse und statischen Erfordernisse findet eine direkte Verschraubung der BSP-Elemente (Fall 1, 2, 7 und 8 nach Tabelle 2.1) oder eine indirekte unter Verwendung von Laschen und Fremdfedern (Fall 3, 4, 5 und 6) statt. Bei aussteifenden Wand- oder Deckenscheiben übertragen die Verbindungsmittel Zug und Druck sowie den Schubfluss zwischen den einzelnen gefügten BSP-Elementen. Infolge Plattenbeanspruchung werden die Brettsperrholzelemente in der Praxis meist als einachsig tragend angesetzt. Die Verbindungen können jedoch Querkräfte aus Plattenschub und in Abhängigkeit vom Aufbau auch Biegemomente übertragen. Von den gezeigten Verbindungsaufbauten weist Verbindung 5 aufgrund des statischen Hebelarms der außenliegenden Laschen eine gewisse Biegesteifigkeit auf und überträgt entsprechend der Steifigkeit Biegebeanspruchungen. Gleiches gilt für Verbindung 6, falls dünne BSP-Elemente als Platte eingesetzt werden. Die Steifigkeit und Tragfähigkeit der Verbindungen kann durch die Orientierung der Schrauben sowie ihrer Anzahl und Art beeinflusst werden.

Tabelle 2.1: Möglichkeiten der Verbindung von Brettsper Holzelementen

	Bezeichnung / Beschreibung	
1)	Stumpfstoß mit schrägen Vollgewindeschrauben	
2)	Stufenfalz mit senkrechter oder schräger Verschraubung	
3)	Eine außenliegende Laschen mit senkrechter oder schräger Verschraubung	
4)	Fremdfeder mit senkrechter oder schräger Verschraubung	
5)	Zwei außenliegende Laschen mit senkrechter oder schräger Verschraubung	
6)	Außenliegende ebenenversetzte Lasche mit Vollgewindeschrauben	
7)	Direkte Verschraubung, geknickter Stoß	
8)	7) mit gekreuzter Verschraubung	

2.4 Zusammenfassung

Faltwerke und Schalen weisen eine große Formenvielfalt auf. Bedingt durch die Form kann ein äußerst günstiges Tragverhalten primär über Normalkräfte erreicht werden. Hierdurch werden materialeffiziente, steife Tragwerke möglich. Zweifach gekrümmte Schalen zeichnen sich einerseits im Vergleich zu einfach gekrümmten Strukturen durch eine höhere Tragfähigkeit und eine geringere Beulgefahr aus. Andererseits führt besonders die doppelt gekrümmte Ausführung von Schalen zu einem erhöhten Planungs- und Herstellungsaufwand. Die Folge ist, dass diese Tragwerke in der Praxis in verhältnismäßig geringer Anzahl zur Ausführung kommen.

Im Holzbau werden Schalen bisher primär mit Tragwerken aus linienförmigen Bauteilen hergestellt. Je nach der zu realisierenden Tragwerksgeometrie und Bauweise liegen komplexe gekrümmte und tordierte Einzelbauteile vor. Moderne Holzwerkstoffe bieten die Möglichkeit, die Tragwerke flächig auszuführen. Hierdurch wird es möglich, Tragwerk und Raumabgrenzung zu vereinen. Einen interessanten Aspekt für die Ausführung mit ebenen, am Markt gängigen flächigen Holzwerkstoffen stellt die von Stahl-Glas-Konstruktionen bekannte Annäherung von gekrümmten Tragwerken durch ebene Einzelsegmente dar. Aufgrund der Diskrepanz zwischen den Abmessungen von Tragwerken mit großen Spannweiten und den maximal verfügbaren Plattenmaßen sowie ihrer Transportierbarkeit ist eine Segmentierung auch für die Verwendung von gekrümmten flächigen Bauteilen erforderlich.

Im Holzbau existieren bisher wenige Sonderkonstruktionen, die rein aus flächigen Holzwerkstoffen hergestellt werden. Die realisierten Tragwerke bestehen aus ebenen Sperrhölzern oder ebenen und gekrümmten Brettsperrholzsegmenten. Für Schalen aus ebenen Segmenten finden bisher relativ kleinformatische Einzelsegmente Anwendung. Durch die Verwendung von größeren Platten ist eine Verkürzung der Montagezeit bei gleichzeitiger Reduzierung der Verbindungsstellen möglich. Für die Kopplung der Segmente werden Verbindungen benötigt, die die Kraftweiterleitung sicherstellen. Für gängige Brettsperrholzbauten, wie beispielsweise Wohngebäude, werden verschiedene Varianten mit Laschen, Fremdfedern oder direkter Kopplung, meist unter Verwendung von Vollgewindeschrauben eingesetzt. Bei den wenigen bereits realisierten Schalen- und Segmentchalentragwerken kamen vorwiegend formschlüssige Verbindungen oder Sonderaufbauten zur Anwendung.

3 Geometrische Grundlagen zu Translationsflächen und ebenen Segmenten

3.1 Mathematisch geometrische Beschreibung von ebenen Segmenten im Raum

Die Beschreibung von Geometrien aus ebenen Segmenten erfolgt durch die Beschreibung der einzelnen Segmente. Diese sind charakterisiert durch die Koordinaten ihrer Eckpunkte. Die Koordinaten ergeben sich aus der Vernetzung der gekrümmten Ausgangsgeometrie mit ebenen Segmenten. Abbildung 3.1 zeigt einen Auszug mit vier beliebigen ebenen Vierecksegmenten $\{1, 2, \dots, j, \dots, m\}$. Die Punkte $P = \{P_{j1}, P_{j2}, \dots, P_{ji}, \dots, P_{jn}\}$ stellen allgemein die Eckpunkte eines ebenen Segments j mit n -Ecken im globalen Koordinatensystem dar. Mit Ausnahme der Punkte am Rand der Gesamtfläche ist jeder Eckpunkt in Abhängigkeit der Anzahl der Segmente Bestandteil von mindestens drei Segmenten. Bei Betrachtung mit Vierecksegmenten wie in der vorliegenden Arbeit (siehe auch Abbildung 3.1) gilt $P_{11} = P_{22} = P_{ji} = P_{mn}$, d.h. die Eckpunkte jedes Segments, das nicht am Rand der Gesamtfläche liegt, ist Bestandteil von vier Segmenten $\{1, 2, j, m\}$.

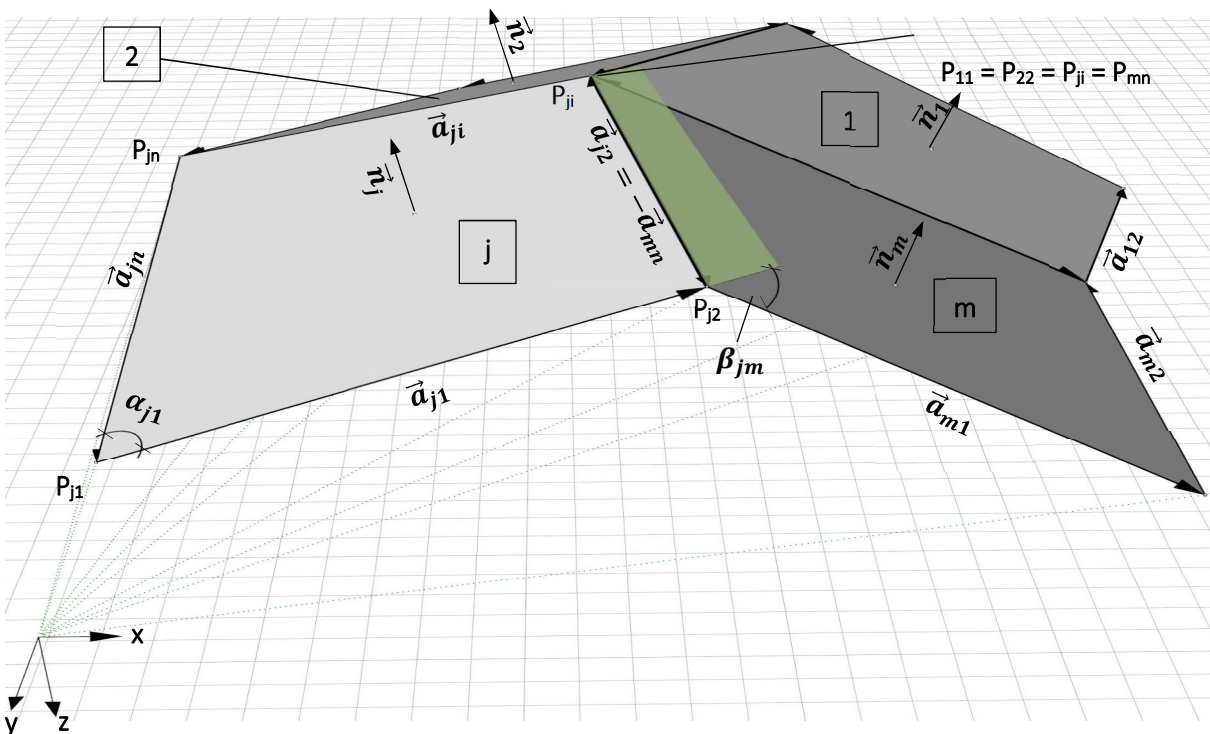


Abbildung 3.1: Allgemeine gestoßene Vierecksegmente mit geometrischen Festlegungen

Anhand der Eckpunkte werden Vektoren \vec{a}_{ji} entlang der Kanten der Segmente ermittelt. Im Gegensatz zur Segmentierung von Translationsflächen liegt bei allgemeinen Vierecksegmenten keine Parallelität der Randvektoren innerhalb von einzelnen Segmenten vor.

Der Knickwinkel β_{jj^*} (in Abbildung 3.1 als β_{jm} zwischen den Segmenten 1 und m) wird als Größe eingeführt und beschreibt den Winkel an der Unstetigkeitsstelle zwischen zwei ebenen Segmenten. β ist ein Indikator für die Annäherung an die gekrümmte Fläche. Im Grenzfall für alle $\beta \rightarrow 0$ liegen infinitesimal kleine Segmente vor, und die gekrümmte Struktur wird exakt abgebildet. Die Lage der einzelnen Segmente im Raum bildet die Basis

für die Ermittlung von β . Die Beschreibung der Lage der Segmente erfolgt durch Normalenvektoren \vec{n}_j jedes Segments mit dem Vektorprodukt für ein rechtshändiges System.

$$\vec{n}_j = \vec{a}_{j2} \times \vec{a}_{j1} \quad \text{mit } j = \{1, 2, \dots, m\} \quad (3.1)$$

Unter Verwendung des Skalarprodukts folgt der Knickwinkel β_{jj^*} von zwei Segmenten entsprechend zu:

$$\beta_{jj^*} = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{n}_j \cdot \vec{n}_{j^*}}{|\vec{n}_j| \cdot |\vec{n}_{j^*}|} \right) \quad \text{mit } j = \{1, 2, \dots, m\} \text{ und } j^* \text{ Nachbarsegment zu } j \quad (3.2)$$

Die Ermittlung des Knickwinkels über die Normalenvektoren der Segmente zeigt zugleich, dass der Knickwinkel von zwei ebenen Segmenten stets entlang der gesamten Stoßlänge konstant ist. Bei Translationsflächen aus ebenen Segmenten kann abweichend von der allgemeinen Beziehung nach Gleichung (3.2) der Knickwinkel β über die parallelen Randvektoren der Segmente ermittelt werden.

Die Vektoren \vec{a}_{ji} entlang der Segmentränder dienen auch der Ermittlung der geometrischen Eigenschaften der einzelnen Segmente. Die Länge der Vektoren ist identisch mit der Segmentlänge an der betrachteten Stelle. Die Innenwinkel α_{ji} (in Abbildung 3.1 als α_{j1} am Eckpunkte P_{j1}) je Segment ergeben sich zu:

$$\alpha_{ji} = \cos^{-1} \left(\frac{-\vec{a}_{j(i-1)} \cdot \vec{a}_{ji}}{|\vec{a}_{j(i-1)}| \cdot |\vec{a}_{ji}|} \right) \quad \text{mit } j = \{1, 2, \dots, m\}; i = \{1, 2, \dots, n\} \text{ und } (i-1) = n \text{ für } i = 1 \quad (3.3)$$

Der Winkel für den Zuschnitt der Stoßfläche (Schmalfläche im Brettsperrholz) resultiert aus Gleichung (3.2) zu:

$$\gamma_{jj^*} = \frac{\beta_{jj^*}}{2} \quad \text{mit } j = \{1, 2, \dots, m\} \text{ und } j^* \text{ Nachbarsegment zu } j \quad (3.4)$$

3.2 Translationsflächen

3.2.1 Erzeugung von Translationsflächen und deren Segmentierung mit ebenen Flächen

Translationsflächen sind Geometrien, die auf verschiedenen mathematischen Wegen beschrieben werden können. Eine Möglichkeit der Erzeugung beruht auf dem einfachen kinematischen Prinzip der Verschiebung von Kurven aneinander entlang. Grundlage stellen zwei sich schneidende Kurven (Leitlinie und Erzeugende) im Raum dar. Für die Generierung wird die Erzeugende parallel entlang der Leitlinie verschoben [Bentley et al. 2007]. Abbildung 3.2a zeigt die Translation am Beispiel von zwei einfach gekrümmten Kreissegmenten. Die entstehenden Flächenstreifen weisen eine doppelte Krümmung auf und stellen zusammen die Gesamtfläche dar. Die Geometrie der Translationsfläche ist komplett beschrieben. Für eine Segmentierung in beiden Richtungen ist eine analoge Translation der Leitlinie erforderlich. Infolge dieser parallelen Verschiebung entsteht allgemein ein Netz aus zwei sich kreuzenden Kurvenscharen und hieraus eine Segmentierung in Vierecke-

mente. Für das Beispiel der sich schneidenden Kreissegmente entsteht eine zweifach gekrümmte Translationsfläche aus zweifach gekrümmten Einzelsegmenten (Abbildung 3.2a). Die Segmentgröße wird bestimmt durch die Netzweite der Segmentierung, die durch den Abstand der Parallelverschiebung $|\vec{a}_{ji}|$ gesteuert werden kann. Die Abstände $|\vec{a}_{ji}|$ zwischen den einzelnen Translationen sind im Rahmen der geometrischen Grenze der Gesamtfläche voneinander unabhängig.

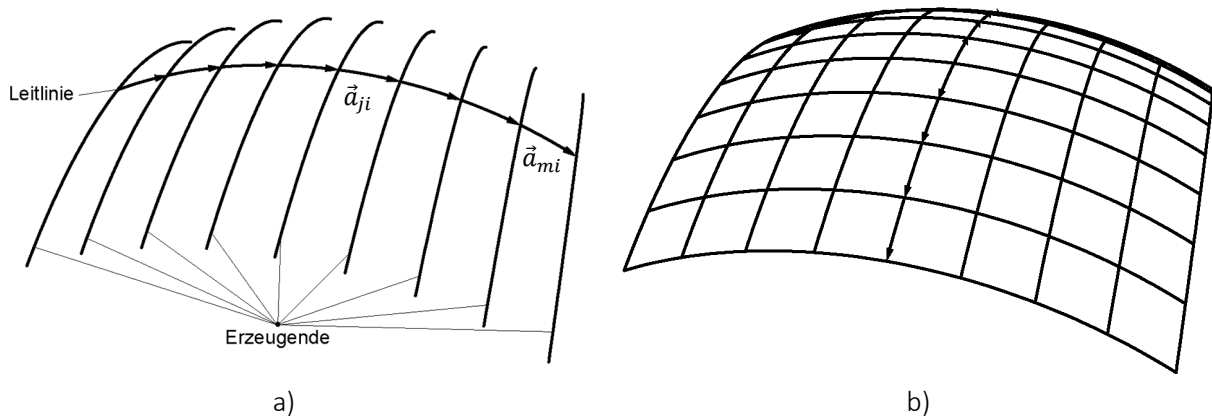


Abbildung 3.2: Netzgenerierung von Translationsflächen mittels Leitlinie und Erzeugender

Die Geometrie von Translationsflächen wird durch die Formfunktionen der Leitlinie und Erzeugenden bestimmt. Die Formfunktionen sind beliebig. Schober [1994] veranschaulicht an Netzkuppeln, dass auf Basis der frei wählbaren Formfunktionen eine große Vielfalt an Flächen mittels Translation erzeugbar ist. Abbildung 3.3 zeigt drei Beispiele für die Formenvielfalt von Translationsflächen.

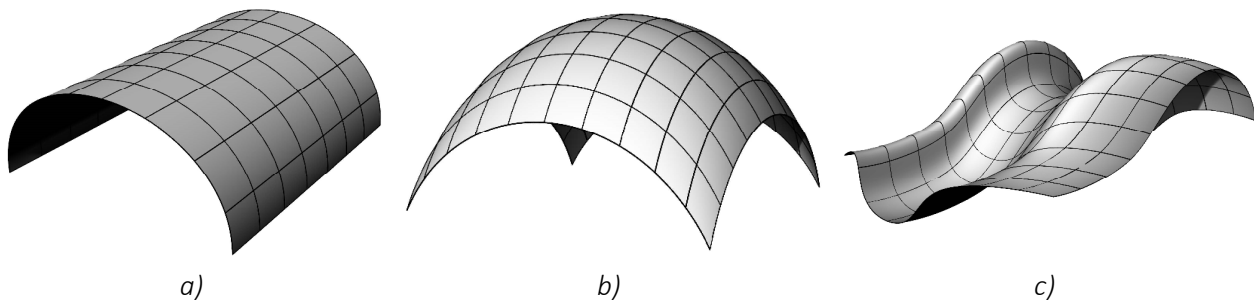


Abbildung 3.3: Translationsflächen mit a) einfacher Krümmung, b) doppelter Krümmung und c) aus beliebigen Formkurven

In Abbildung 3.3 sind die Netze aus Leitlinien und Erzeugenden in den Gesamtflächen erkennbar. Diese Vierecke erinnern in ihren geometrischen Eigenschaften an die ihnen zugrundeliegende Translationsfläche. Das bedeutet, dass die Vierecksegmente für einfach gekrümmte Translationsflächen auch einfach gekrümmt sind. Für zweifach gekrümmte Flächen sind diese ebenfalls zweifach gekrümmt. Um die Annäherung der gekrümmten Translationsfläche durch ebene Vierecksegmente zu erreichen, ist ein Netz an Eckknotenpunkten erforderlich (Vergleiche $P = \{P_{j1}, P_{j2}, \dots, P_{ji}, \dots, P_{jn}\}$ in Abbildung 3.1), welche in einer Ebene liegen. Für die Generierung existieren verschiedene Möglichkeiten. Bei Translationsflächen wird meist die Parallelität der Erzeugenden (oder Leitlinien) genutzt. Wie Abbildung 3.4 zeigt, werden entlang den Erzeugenden eines jeden Segments

Vektoren eingeführt. Ebene Viereckflächen können immer aus zwei parallelen Vektoren im Raum erzeugt werden [Schober 2016]. Die ebenen Flächen nähern die tatsächlich gekrümmten Vierecksegmente an. Die Annäherung der Fläche hängt von deren Krümmung ab und kann durch die Feinheit der Segmentierung gesteuert werden.

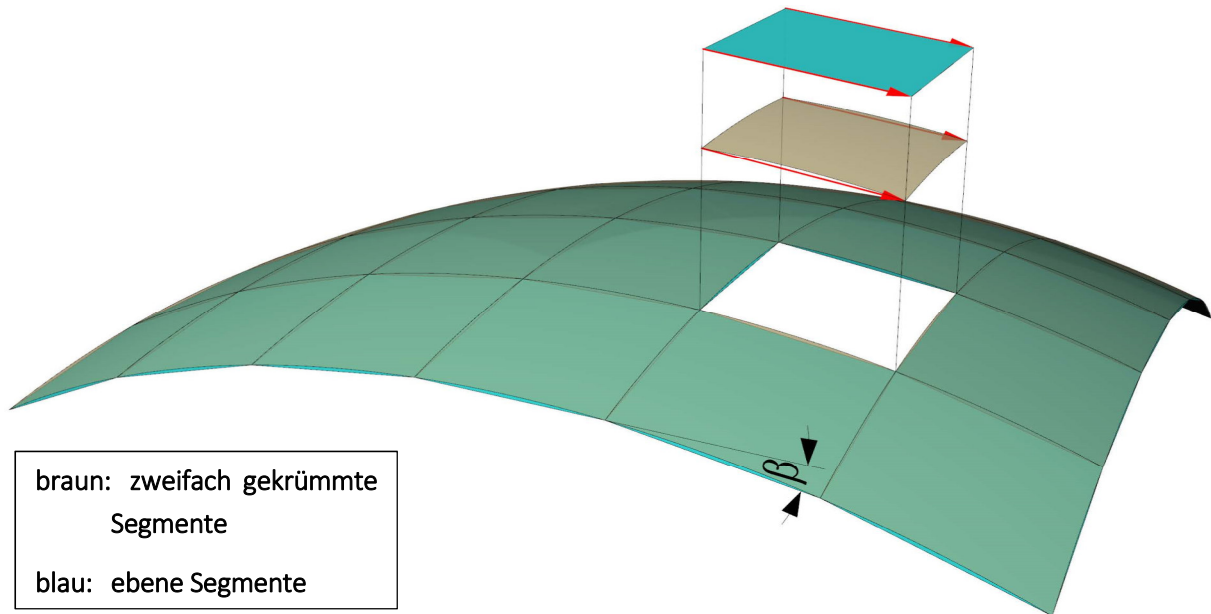


Abbildung 3.4: Annäherung einer zweifach gekrümmten Translationsfläche mit ebenen Segmenten

Allgemein können gekrümmte Strukturen durch ebene Teilelemente angenähert werden. Neben Vierecken stellen Dreiecke oder n -Ecke eine Möglichkeit der Annäherung der Flächen dar. Am einfachsten gelingt eine Annäherung durch eine Unterteilung in Dreiecke. Dreiecke sind immer eben. Im Gegensatz zu Dreiecken sind alle anderen n -Ecke zur Annäherung von gekrümmten Flächen der Einzelsegmente nur in Ausnahmefällen eben. Aufgrund der Komplexität der Annäherung von beliebigen Freiformflächen mit ebenen n -Eck-Segmenten mit $n > 3$ existieren leistungsfähige Algorithmen. Weitere Informationen zur Annäherung von beliebigen Geometrien mit ebenen Segmenten finden sich beispielsweise in [Bentley et al. 2007] und [Schober 2016].

3.2.2 Mathematische Beschreibung von Translationsflächen mit Segmentierung

Für die mathematische Beschreibung von Translationsflächen kann die Zusammensetzung der Fläche aus einzelnen parallelen Kurven genutzt werden. Für allgemeine Translationsflächen generiert aus im Raum liegenden Kurven, erfolgt die Beschreibung der Translationsfläche bevorzugt in Parameterform [Bentley et al. 2007] und [Schober 2016].

Translationsflächen aus ebenen Kurven können direkt in Abhängigkeit von den globalen Koordinaten dargestellt werden. $z_x(x)$ und $z_y(y)$ stellen die Funktionen von Leitlinie und Erzeugender in ihrem zweidimensionalen xz - bzw. yz -Koordinatensystem dar. Die Zuordnung zu Leitlinie und Erzeugender ist hierbei irrelevant, es resultiert dieselbe Translationsfläche. Die räumlichen z -Koordinaten folgen aus der Summe beider Funktionen. Allgemein folgt für ebene Kurven hieraus die Flächengleichung (3.5).

$$z_{ges}(x, y) = z_x(x) + z_y(y) \quad (3.5)$$

$z_{ges}(x, y)$	[m]	Flächengleichung der Translationsfläche
$z_x(x)$	[m]	Funktion der Leitlinie
$z_y(y)$	[m]	Funktion der Erzeugenden

Zur Generierung von Translationsflächen mit konstanter Krümmung in x- und y-Richtung werden Leitlinie und Erzeugende als Kreissegmente festgelegt. In Abhängigkeit vom jeweiligen Radius ergeben sich die Gleichungen der Funktionen in x- und y-Richtung entsprechend den Festlegungen in Abbildung 3.5a zu:

$$z_x(x) = R_x - \sqrt{R_x^2 - x^2} \quad (3.6)$$

$$z_y(y) = R_y - \sqrt{R_y^2 - y^2} \quad (3.7)$$

R_x	[m]	Radius der Leitlinie im xz-Koordinatensystem
R_y	[m]	Radius der Erzeugenden im yz-Koordinatensystem

Für eine Definition der Fläche über beide Kreissegmentlängen L_x und L_y sowie über deren Stich f_x und f_y erfolgt die Darstellung der Radien entsprechend zu:

$$R_x = \frac{4 \cdot f_x^2 + L_x^2}{8 \cdot f_x} \quad (3.8)$$

$$R_y = \frac{4 \cdot f_y^2 + L_y^2}{8 \cdot f_y} \quad (3.9)$$

Mit diesen Gleichungen ist die Translationsfläche aus zwei Kreissegmenten in Abhängigkeit von Kreissegmentlänge und Stich beschrieben. Für eine Annäherung der Fläche mit ebenen Vierecksegmenten erfolgt im nächsten Schritt die Unterteilung sowie die Ermittlung der Koordinaten der Eckpunkte der Segmente. Aufgrund konstanter Krümmung der Kreissegmente erfolgt die Unterteilung regelmäßig, sodass alle Kantenlängen der Segmente dieselbe Länge besitzen (Rastereinteilung siehe Abbildung 3.5b). Für die Übergangsstellen der Segmente bedeutet dies, dass die Knickwinkel in x-Richtung über die gesamte Fläche konstant sind. Gleiches gilt in y-Richtung. Für $L_x = L_y$ und $f_x = f_y$ gilt dies für alle Knickwinkel der gesamten segmentierten Translationsfläche. Die Knickwinkel entsprechend der Festlegung aus Abbildung 3.1 ergeben sich hieraus vereinfacht gegenüber Gleichung (3.2) in x-Richtung nach Gleichung (3.10) und in y-Richtung nach Gleichung (3.11) zu:

$$\beta_x = \frac{2\varphi_x}{k_x} \quad (3.10)$$

$$\beta_y = \frac{2\varphi_y}{k_y} \quad (3.11)$$

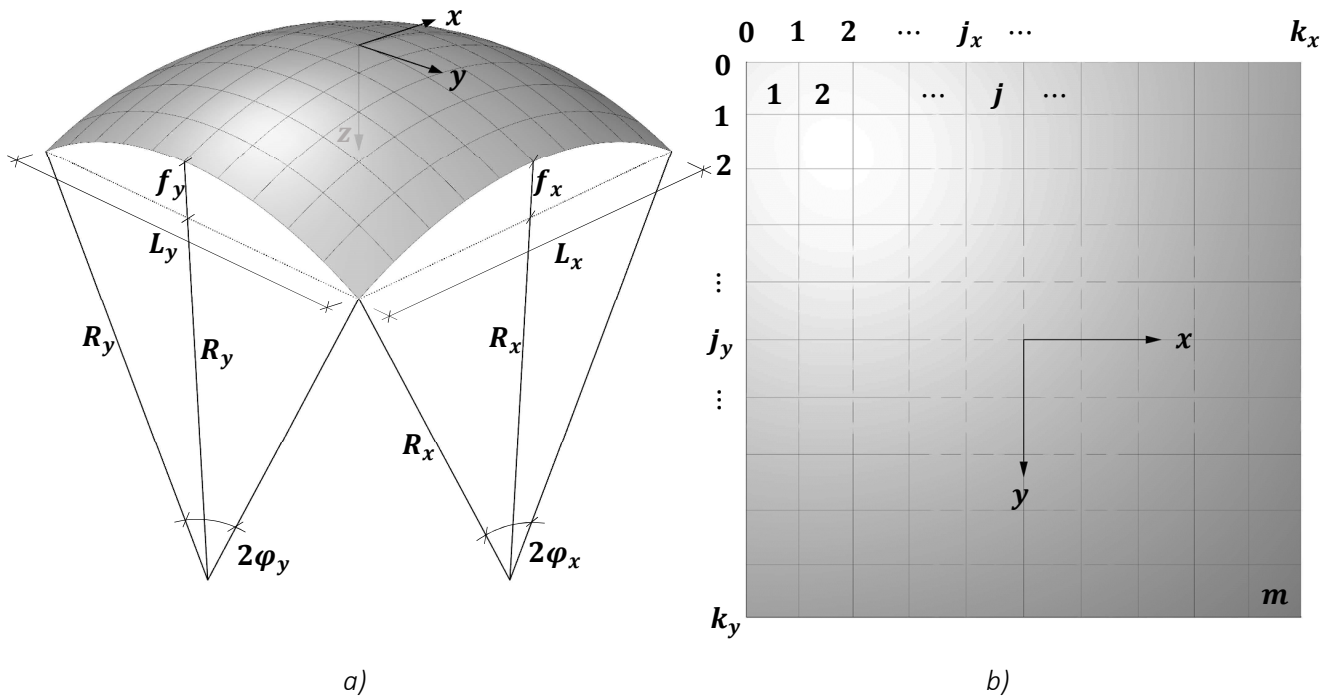


Abbildung 3.5: Festlegung der Parameter der Translationsfläche in a) Perspektive und b) Draufsicht mit Rastereinteilung

k_x und k_y stehen für die Anzahl der gewünschten Segmente. $2\varphi_x$ und $2\varphi_y$ stellen die Mittelpunktswinkel entsprechend Abbildung 3.5a für beide Kreissegmente dar. Die Mittelpunktswinkel ergeben sich in Abhängigkeit von dem jeweiligen Stich und der Kreissegmentlänge zu:

$$2\varphi_x = 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{4 \cdot f_x \cdot L_x}{4 \cdot f_x^2 + L_x^2} \right) \quad (3.12)$$

$$2\varphi_y = 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{4 \cdot f_y \cdot L_y}{4 \cdot f_y^2 + L_y^2} \right) \quad (3.13)$$

Anhand der Mittelpunktswinkel sowie der in der jeweiligen Richtung gewünschten Anzahl an Segmenten ergeben sich schließlich die Koordinaten der Eckpunkte jedes Segments im globalen Koordinatensystem entsprechend den Festlegungen nach Abbildung 3.5b zu:

$$x(j_x) = R_x \cdot \sin \left(180 - 2\varphi_x \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{j_x}{k_x} \right) \right) \quad \text{mit: } j_x[0; k_x] \text{ wobei } k_x \in \mathbb{N} \quad (3.14)$$

$$y(j_y) = R_y \cdot \sin \left(180 - 2\varphi_y \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{j_y}{k_y} \right) \right) \quad \text{mit: } j_y[0; k_y] \text{ wobei } k_y \in \mathbb{N} \quad (3.15)$$

Für die z-Koordinate der diskreten Eckpunkte der Segmentierung folgt aus Gleichung (3.5) der Translationsfläche:

$$z_{ges}(x(j_x), y(j_y)) = z_x(x(j_x)) + z_y(y(j_y)) \quad (3.16)$$

Anhand der Gleichungen ist die Bestimmung der gewünschten Eckpunkte für alle Segmente der gesamten Fläche durchführbar. Beispielhaft erfolgt die Ermittlung der geometrischen Kenngrößen für eine exemplarische Translationsfläche mit Segmentierung entsprechend Abbildung 3.6. Folgende Randbedingungen seien gegeben:

- Translationsfläche, generiert aus zwei Kreisbogensegmenten in der xz- und yz-Ebene
- Kreisbogensegment in der xz-Ebene: $L_x = 5m$; $f_x = 1,5m$; $k_x = 4$ Segmente
- Kreisbogensegment in der yz-Ebene: $L_y = 10m$; $f_y = 2,5m$; $k_y = 6$ Segmente
- Segmentierung mit Elementen konstanter Länge jeweils in x- und y-Richtung

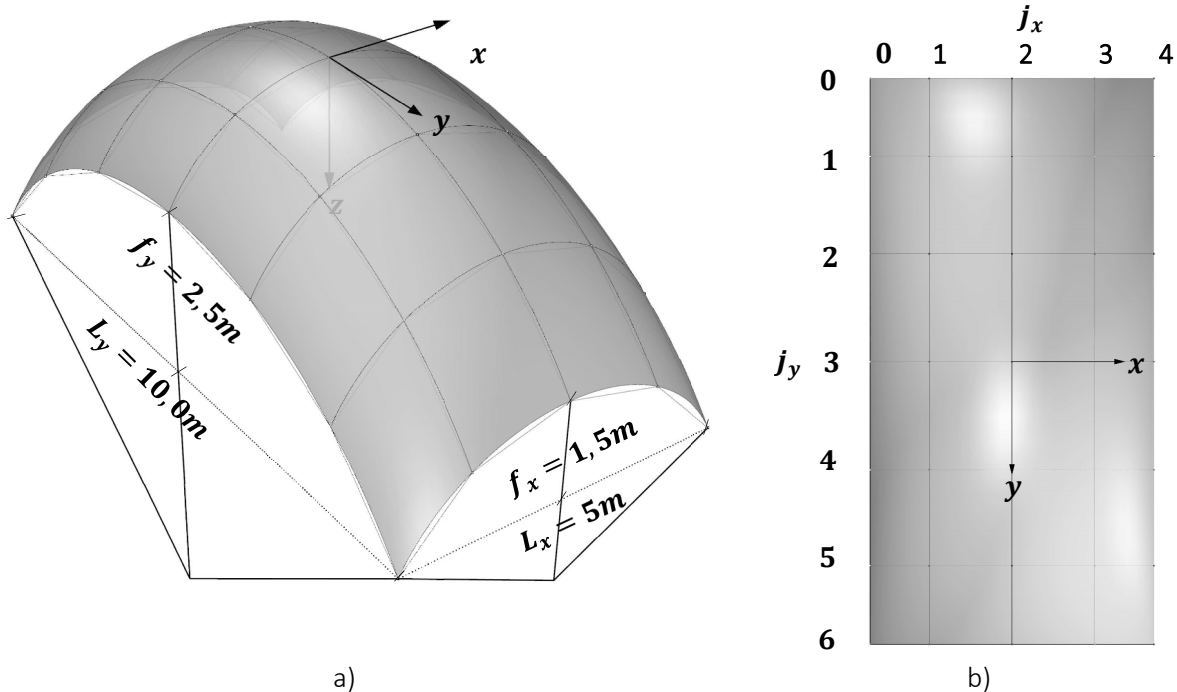


Abbildung 3.6: Beispielhafte Translationsfläche mit Segmentierung in a) Perspektive und b) Draufsicht

Für diese Konstellation folgen nach den Gleichungen (3.8) bis (3.13) die beiden Kreissegmentradien, die Mittelpunktswinkel sowie die Knickwinkel zu:

- $R_x = 2,83m$; $2\varphi_x = 123,86^\circ$; $\beta_x = 30,96^\circ$
- $R_y = 6,25m$; $2\varphi_y = 106,26^\circ$; $\beta_y = 17,71^\circ$

Die Koordinaten der Eckpunkte der Segmente sind in Tabelle 3.1 dargestellt.

Tabelle 3.1: Koordinaten der Eckpunkte für die beispielhafte Translationsfläche mit Segmentierung

	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
j _y	j _x														
	0			1			2			3			4		
0	2,500	5,000	4,000	1,458	5,000	2,904	0,000	5,000	2,500	-1,458	5,000	2,904	-2,500	5,000	4,000
1	2,500	3,622	2,657	1,458	3,622	1,560	0,000	3,622	1,157	-1,458	3,622	1,560	-2,500	3,622	2,657
2	2,500	1,901	1,796	1,458	1,901	0,700	0,000	1,901	0,296	-1,458	1,901	0,700	-2,500	1,901	1,796
3	2,500	0,000	1,500	1,458	0,000	0,404	0,000	0,000	0,000	-1,458	0,000	0,404	-2,500	0,000	1,500
4	2,500	-1,901	1,796	1,458	-1,901	0,700	0,000	-1,901	0,296	-1,458	-1,901	0,700	-2,500	-1,901	1,796
5	2,500	-3,622	2,657	1,458	-3,622	1,560	0,000	-3,622	1,157	-1,458	-3,622	1,560	-2,500	-3,622	2,657
6	2,500	-5,000	4,000	1,458	-5,000	2,904	0,000	-5,000	2,500	-1,458	-5,000	2,904	-2,500	-5,000	4,000

Auf Basis der Koordinaten ist eine Bestimmung der kürzesten Knotenabstände möglich. Dies entspricht den Längen der Seitenkanten in der Mittelebene bei einer Segmentierung mit ebenen Einzelsegmenten. Aufgrund der Festlegungen bei der Herleitung der Gleichungen folgt, dass alle Kantenlängen in x-Richtung und alle Kantenlängen in y-Richtung gleich sind. Im gegebenen Fall folgen die Kantenlängen in x-Richtung zu $|\vec{a}_x| = 1513 \text{ mm}$ und in y-Richtung zu $|\vec{a}_y| = 1924 \text{ mm}$.

Wie erwähnt, ist die Art der Segmentierung aus geometrischer Sicht beliebig. Dies bedeutet, dass sowohl die Segmentgröße als auch ihre Geometrie frei wählbar sind. Besonders bei Translationsflächen aus Leitlinien und Erzeugenden mit deutlichen Krümmungsänderungen (siehe beispielsweise Abbildung 3.3c) folgt, dass die Segmentierung mit unterschiedlichen Segmenten und Größen erfolgen kann. Die Annäherung an die ursprüngliche gekrümmte Geometrie hängt von den Segmentgrößen sowie deren Einteilung ab. Obige Gleichungen gelten für Leitlinien und Erzeugenden mit konstanter Krümmung und sind für geänderte Fälle zu modifizieren.

4 Theoretische Grundlagen zur statischen Berechnung

4.1 Einführung

Segmentschalen aus ebenen Brettsperrholzplatten stellen räumliche Flächentragwerke dar. Dieses Kapitel dient der Beschreibung der Grundlagen für eine Berechnung der Tragwerke. Zunächst erfolgt eine Erläuterung zu den materiellen Besonderheiten von geklebtem Brettsperrholz und deren Berücksichtigung in der Berechnung. Im Anschluss wird anhand der eindimensionalen linienförmigen Tragwerke Segmentbogen und Bogen der Einfluss von Tragwerken mit Stich im Vergleich zum linearen Einfeldträger aufgezeigt. Aufbauend auf linienförmigen Tragwerken erfolgt der Übergang zu flächigen Konstruktionen. Segmentschalen aus ebenen Einzelsegmenten vereinen die Tragwirkung von Platten und Scheiben. Die beiden Tragwirkungen sowie die Besonderheiten durch die Vereinigung im Falwerk werden beschrieben. Im Weiteren erfolgt die Erläuterung zum Membrantragverhalten von Schalen. Das Membrantragverhalten von Schalen bietet Möglichkeiten für Vergleichsrechnungen für Segmentschalen mit feiner Segmentierung. Abschließend erfolgt die Erläuterung zu Grundlagen der Stabilitätsuntersuchungen.

Für Flächentragwerke ist häufig keine geschlossene analytische Lösung möglich. Für deren statische Berechnung existieren Näherungsverfahren. Mit zunehmender Komplexität, wie z.B. bei der räumlichen Anordnung von ebenen Platten in Form von Segmentschalen, bei Berücksichtigung von orthotropen Materialeigenschaften oder beim Ansatz von Nichtlinearitäten, wird meist die numerische Methode der finiten Elemente angewendet. Alle numerischen Berechnungen im Rahmen der Arbeit erfolgen mit der Software Sofistik. Die Modellierung von flächigen Bauteilen erfolgt stets mit 2D-Quad-Viereckelementen. Für Quads verwendet die Software Q4+2 Elemente [Hartmann und Katz 2019]. Die dem Bathe-Dvorkin-Element äquivalente Ansätze berücksichtigen für die Ermittlung der Steifigkeitsmatrix die Durchbiegungen in den vier Ecken mittels bilinearer Ansätze zuzüglich quadratischer Ansatzfunktionen, die die konstanten Krümmungen abbilden. Durch diesen Ansatz können auch dünne Platten unter Berücksichtigung der Schubnachgiebigkeit berechnet werden.

4.2 Brettsperrholz in der Berechnung

Charakteristisch für Brettsperrholz ist die unterschiedliche Orientierung der Lagen (90°) zueinander, die meist miteinander verklebt (starrer Verbund) werden. Erst die gekreuzte Anordnung ermöglicht die Erzeugung von großformatigen, flächig lastabtragenden Holzwerkstoffplatten. Der Grund hierfür ist, dass mit Holz ein anisotropes Material mit unterschiedlichen Eigenschaften in radialer, tangentialer und longitudinaler Richtung vorliegt. Bedingt durch die materielle Anisotropie von Holz, gekoppelt mit dem gekreuzten Aufbau, liegt im Querschnitt eine konstruktive Anisotropie vor. Die konstruktive Anisotropie beeinflusst die Steifigkeit ebenso wie die Spannungsverteilung im Querschnitt und muss daher in der Berechnung berücksichtigt werden. Abbildung 4.1 zeigt beispielhaft die sich einstellende Verformung eines fünfflagigen geklebten Brettsperrholzes infolge Schubbeanspruchung. Deutlich ersichtlich ist die größere Verformung der Querlagen infolge der geringen Rollschubsteifigkeit.

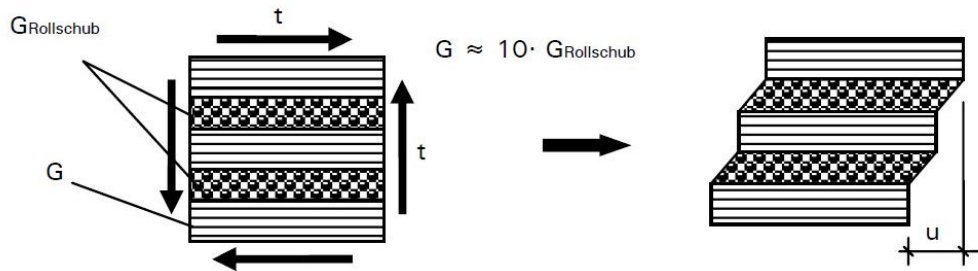


Abbildung 4.1: Verformung eines geklebten Brettsperrholzes infolge Schub [Winter et al. 2008]

Für die Berechnung der Steifigkeiten ist zum einen der Aufbau des Brettsperrholzes entscheidend. Zum anderen sind Elastizitäts- und Schubmodule der Bretter in den Lagen erforderlich. Wie Abbildung 4.2a zeigt, setzt die allgemeine Beschreibung der Materialeigenschaften am Volumenmodell die Kenntnis von drei Elastizitätsmodulen (E_{xx} , E_{yy} , E_{zz}) und drei Schubmodulen (G_{xy} , G_{xz} , G_{yz}) sowie sechs Poissonzahlen voraus. Bei Brettsperrholz ist die Jahrringlage in den einzelnen Brettern im Gesamtquerschnitt nicht bekannt. Die Unterscheidung zwischen radial und tangential ist daher im Querschnitt nicht möglich. Da die beiden Richtungen hinsichtlich ihren Eigenschaften ähnlich sind, erfolgt bei der Berechnung von Brettsperrholz keine weitere Unterscheidung. Folglich reduziert sich die erforderliche Anzahl der Elastizitäts- und Schubmodule im Brett (siehe Abbildung 4.2b) für die mechanische Betrachtung von Brettsperrholz.

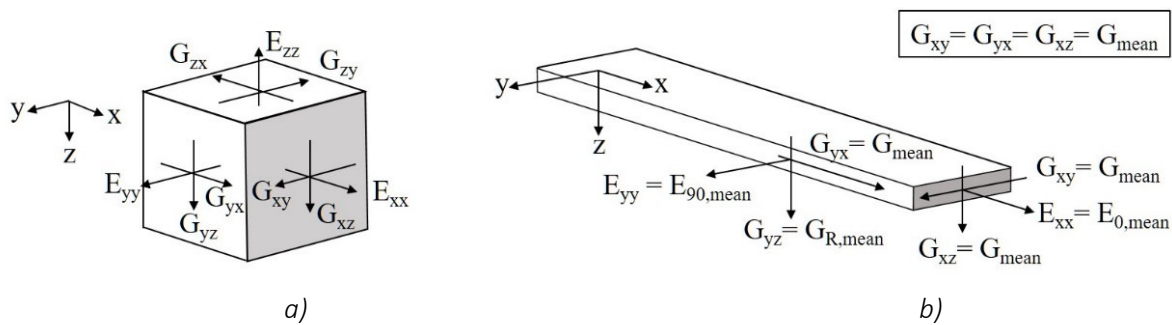


Abbildung 4.2: Elastizitäts- und Schubmodule am a) Volumenelement und b) Brett [Aondio et al. 2020a]

Die Materialeigenschaften werden entsprechend dem lokalen Koordinatensystem (x-Richtung entlang der Faserrichtung des Holzes) definiert. E_{xx} stellt den E-Modul in Faserrichtung, E_{yy} senkrecht zur Faserrichtung des Holzes dar. Die Schubmodule G_{mean} sind G_{xy} und G_{xz} . G_{yz} entspricht dem Rollschub $G_{R,mean}$ und wird nach [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] zu 10% von G_{mean} angesetzt. Die nach [DIN EN 338:2016-07] definierten zugehörigen Elastizitätsmodule in Faserrichtung $E_{0,mean}$, senkrecht zur Faserrichtung $E_{90,mean}$ sowie der Schubmodul G_{mean} werden entsprechend zugeordnet [Aondio et al. 2020a]. Die Poissonzahlen von Holz hängen von verschiedenen Faktoren ab und schwanken in der Literatur (siehe beispielsweise [Halász und Scheer 1996] und [Niemz und Sonderegger 2017]). Die elastischen Eigenschaften des anisotropen Werkstoffes sind nach Neuhaus [2017] sowie Niemz und Sonderegger [2017] von vielen Faktoren, wie beispielsweise der Holzart, Rohdichte, Astigkeit, Holzfeuchte und Zeit, abhängig. Ein Vergleich der oben genannten Untersuchungen zeigt, dass auch innerhalb Fichte deutliche Abweichungen der Poissonzahlen vorliegen. Die Unterschiede entstehen vermutlich aufgrund verschiedener Jahrringbreiten oder Astigkeiten. Eine unmittelbare Anwendung für Bauholz ist nicht möglich [Neuhaus 2017]. Begründet werden kann dies neben der Streuung mit der Tatsache,

dass die tatsächliche Orientierung der Jahrringe in den Brettern des Brettspertholzquerschnittes nicht bekannt ist. Die Poissonzahlen werden zu null gesetzt. Für die Berechnung bedeutet dies, dass die Steifigkeitsmatrix von Brettspertholz mit orthogonal verklebten Lagen nur Werte auf der Hauptdiagonalen besitzt (siehe Steifigkeitsmatrix in Gleichung (4.10)).

Die Berechnung und Modellierung von Brettspertholz kann nach unterschiedlichen Methoden erfolgen. Eine gängige Möglichkeit der Berechnung von Brettspertholz ist die Verwendung von Ersatzquerschnitten. Dies bedeutet, dass die unterschiedlichen Querschnittssteifigkeiten der einzelnen Lagen sowie die Nachgiebigkeiten der Fugen zwischen den Lagen in einen Ersatzquerschnitt mit gleichen Nachgiebigkeiten überführt werden. Für die Ermittlung der Eigenschaften des Ersatzquerschnitts steht das Verfahren der Schubanalogie nach Kreuzinger zur Verfügung (z.B. [Kreuzinger 1999]). Für die Spannungsermittlung in den einzelnen Lagen erfolgt die Rücktransformation der Dehnungen und Verzerrungen bzw. der Schnittgrößen des linear elastischen Materials des Gesamtquerschnitts anhand der Steifigkeit jeder Lage. Dieses Verfahren ist Grundlage der Berechnungen nach [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08]. Der Vorteil für die Berechnung bzw. Modellierung ist, dass die Dimension der Bauteildicke im ideellen Ersatzquerschnitt zusammengefasst wird. Die Berechnung von flächigen Bauteilen kann somit trotz konstruktiver Anisotropie an 2D-Elementen erfolgen. Die Ausarbeitungen beschränken sich auf Segmentschalen aus geklebtem Brettspertholz. Nachgiebigkeiten von Verbindungsmitteln zwischen den einzelnen Lagen müssen daher nicht berücksichtigt werden. Für die Berechnung wird für jede Brettspertholzplatte ein lokales Koordinatensystem eingeführt. Die x-Richtung orientiert sich an der Richtung der Decklagen, die y-Richtung senkrecht dazu in Richtung der Querlagen. Die z-Richtung verläuft in Dickenrichtung der Platte. Wie Abbildung 4.3a zeigt, resultieren am Schnittufer x die Biegesteifigkeit B_{xx} , die Drillsteifigkeit B_{xy} , die Plattenschubsteifigkeit S_{xz} , die Dehnsteifigkeit D_{xx} und die Scheibenschubsteifigkeiten D_{xy} . Am Schnittufer y folgen dementsprechend B_{yy} , $B_{yx} = B_{xy}$, D_{yy} , S_{yz} und $D_{yx} = D_{xy}$. Die Biegemomente m_{xx} und m_{yy} , Drillmomente m_{xy} und m_{yx} , Plattenschubkräfte v_{xz} und v_{yz} , Normalkräfte n_{xx} und n_{yy} und Scheibenschubkräfte n_{xy} und n_{yx} sind entsprechend der Steifigkeiten angeordnet (Abbildung 4.3b).

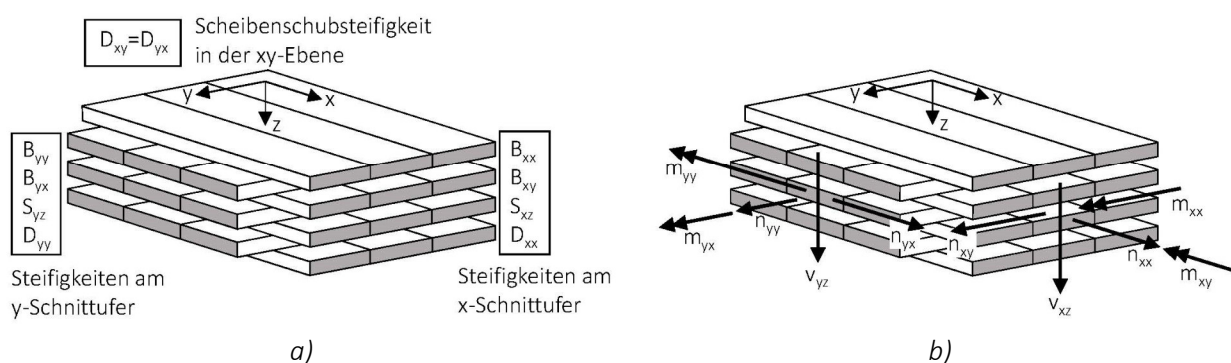


Abbildung 4.3: Definition der a) Steifigkeiten und b) Schnittgrößen in Anlehnung an [Aondio et al. 2020a]

[DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] gibt nachfolgende Gleichungen (4.1) bis (4.9) für die Berechnung der Steifigkeitswerte der Ersatzquerschnitte für Flächen aus zusammengeklebten Schichten an. Detaillierte Informationen zum mechanischen Hintergrund und zur Herleitung finden sich in [Kreuzinger und Scholz 2003] und [Scholz 2003]. Abbildung 4.4 zeigt die Bezeichnungen der geometrischen Zusammenhänge der einzelnen Brettlagen im Gesamtquerschnitt des Brettspertholzes.

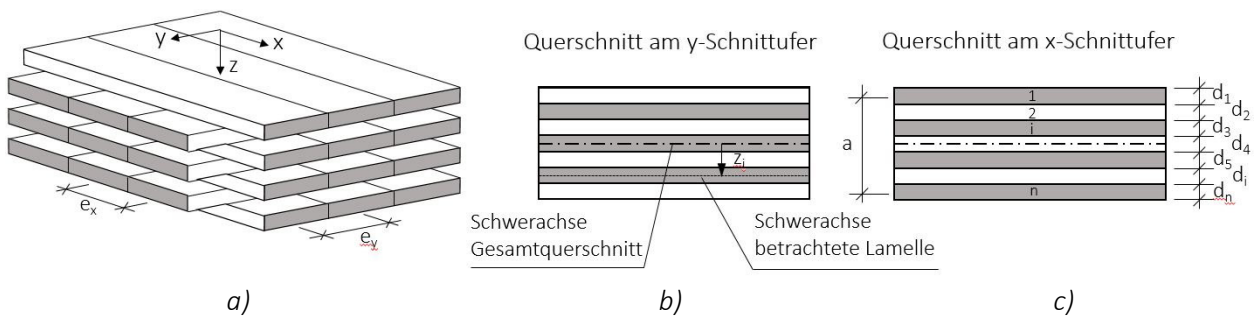


Abbildung 4.4: Geometrische Verhältnisse der Brettlagen am räumlichen Modell a), y-Schnittufer b) und x-Schnittufer c) [Aondio et al. 2020a]

Biegesteifigkeit B_{xx} am x-Schnittufer und B_{yy} am y-Schnittufer:

$$B_{xx} = \sum_{i=1}^n E_{xx,i} \cdot d_i \cdot z_i^2 + \sum_{i=1}^n E_{xx,i} \cdot \frac{d_i^3}{12} \quad (4.1)$$

$$B_{yy} = \sum_{i=1}^n E_{yy,i} \cdot d_i \cdot z_i^2 + \sum_{i=1}^n E_{yy,i} \cdot \frac{d_i^3}{12} \quad (4.2)$$

$E_{xx,i}$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	E -Modul je Brettlage i in x -Richtung
$E_{yy,i}$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	E -Modul je Brettlage i in y -Richtung
d_i	$[m]$	Dicke der Brettlage i
z_i	$[m]$	Abstand der Schwerachse der Brettlage i von der Gesamtschwerachse

Drillsteifigkeit B_{xy} am x-Schnittufer und B_{yx} y-Schnittufer:

$$B_{xy} = B_{yx} = \sum_{i=1}^n 2 \cdot G_{xy,i} \cdot d_i \cdot z_i^2 + \sum_{i=1}^n G_{xy,i} \cdot \frac{d_i^3}{6} \quad (4.3)$$

$G_{xy,i}$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	Schubmodul je Brettlage i in der xy -Ebene
------------	---------------------------------	--

Die Drillsteifigkeit nach Gleichung (4.3) gilt für Brettsperrholz mit Schmalseitenverklebung. Nach [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] darf die Drillsteifigkeit für Brettsperrholz ohne Schmalseitenverklebung zu null gesetzt werden, da diese geringer ist. Winter et al. [2008] geben an, dass Versuche gezeigt haben, dass die Fugen zwischen den Brettern in einer Lage nur eine geringe Auswirkung auf das Drillverhalten haben. Sie empfehlen, die Drillsteifigkeit von Brettsperrholz ohne Schmalseitenverklebung ebenfalls nach Gleichung (4.3) zu ermitteln.

Plattenschubsteifigkeit S_{xz} am x-Schnittufer und S_{yz} am y-Schnittufer:

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{d_1}{2 \cdot G_{xz,1}} + \sum_2^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{xz,n}} \right) \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{S_{yz}} = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{d_1}{2 \cdot G_{yz,1}} + \sum_2^{n-1} \frac{d_i}{G_{yz,i}} + \frac{d_n}{2 \cdot G_{yz,n}} \right) \quad (4.5)$$

$G_{xz,i}$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	Schubmodul je Brettlage i in xz -Ebene
$G_{yz,i}$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	Schubmodul je Brettlage i in yz -Ebene
a	$[m]$	Abstand der Schwerachsen der äußeren Längslagen

Dehnsteifigkeiten D_{xx} am x-Schnittufer und D_{yy} am y-Schnittufer

$$D_{xx} = \sum E_{xx,i} \cdot d_i \quad (4.6)$$

$$D_{yy} = \sum E_{yy,i} \cdot d_i \quad (4.7)$$

Scheibenschubsteifigkeiten D_{xy} am x-Schnittufer und D_{yx} am y-Schnittufer (xy -Ebene)

$$D_{xy} = D_{yx} = \sum G_{xy,i} \cdot d_i \quad \text{Brettspertholz mit Schmalseitenverklebung} \quad (4.8)$$

$$D_{xy} = D_{yx} = \frac{1}{4} \cdot \sum G_{xy,i} \cdot d_i \quad \text{Brettspertholz ohne Schmalseitenverklebung} \quad (4.9)$$

Alternativ können die Steifigkeiten von Brettspertholz unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Arbeit ermittelt werden. Aondio et al. [2020a] zeigen dies für die Bestimmung der Plattenschubsteifigkeiten. Dieser Ansatz wird hier jedoch nicht weiter vorgestellt.

Unter Verwendung der einzelnen Steifigkeitswerte wird die Steifigkeitsmatrix $[K]$ für orthotropes Brettspertholz aufgestellt. Mit der Steifigkeitsmatrix ergibt sich der Zusammenhang zwischen Verformungen und Schnittgrößen allgemein folgendermaßen:

$$\begin{bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} \\ v_{xz} \\ v_{yz} \\ n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} B_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & B_{yy} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & B_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{xz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & S_{yz} & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & & D_{xx} & 0 & 0 \\ & & & & & & D_{yy} & 0 \\ & & & & & & & D_{xy} \end{bmatrix}}_{[K]} \cdot \begin{bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Unter der Annahme der Materialparameter für C24 nach [DIN EN 338:2016-07] mit:

$$E_{0,mean} = 11000 \frac{N}{mm^2}; E_{90,mean} = 370 \frac{N}{mm^2}; G_{mean} = 690 \frac{N}{mm^2} \text{ und } G_{R,mean} = 0,1 \cdot G_{mean} = 69 \frac{N}{mm^2}$$

resultiert für das betrachtete fünfplagige Element ($5 \times 20 \text{ mm} = 100 \text{ mm}$) mit Schmalseitenverklebung und Orientierung der Decklage in x-Richtung die Steifigkeitsmatrix (4.11). Die Ermittlung der Parameter der Steifigkeitsmatrix ist in Anhang A aufgeführt. Für den Ansatz von Brettsperrholz, das nicht an den Schmalseiten verklebt ist, folgt der Ansatz $E_{90,mean} = 0$, wodurch die Steifigkeiten abnehmen. Die Plattenschubsteifigkeiten in y-Richtung (Decklagen quer) folgen näherungsweise unter Vernachlässigung der äußeren Querlagen, da diese aufgrund der geringen materiellen Steifigkeiten nur geringfügig zur Lastabtragung beitragen. Für an den Schmalseiten verklebtes Brettsperrholz sollte zusätzlich bedacht werden, dass die Steifigkeit aufgrund von Rissbildung in der Decklage infolge Holzfeuchteänderungen abnehmen kann. Die Steifigkeitsunterschiede mit und ohne Berücksichtigung der Querlagen sind, aufgrund der geringen materiellen Steifigkeit senkrecht zur Faser, gering.

$$\begin{bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} \\ v_{xz} \\ v_{yz} \\ n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0,732 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0,215 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0,115 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 10,04 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 5,02 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & & 674,8 & 0 & 0 \\ & & & & & & 462,2 & 0 \\ & & & & & & & 69 \end{bmatrix}}_{[K]} \cdot \begin{bmatrix} MNm^2/m \\ MNm^2/m \\ MNm^2/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \\ \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Auf Grundlage der Gesamtquerschnittssteifigkeiten resultieren die Spannungen entsprechend den Gleichungen (4.12) bis (4.21) im geklebten Brettspertholz unter Berücksichtigung der Steifigkeiten der einzelnen Brettlagen nach [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] wie folgt:

Längsspannungen aus Biegung am x- und y-Schnittufer:

$$\sigma_{xx,i} = E_{xx,i} \cdot \frac{m_{xx}}{B_{xx}} \cdot z \quad (4.12)$$

$$\sigma_{yy,i} = E_{yy,i} \cdot \frac{m_{yy}}{B_{yy}} \cdot z \quad (4.13)$$

$\sigma_{xx,i}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Längsspannung in x-Richtung in der Brettlage i
$\sigma_{yy,i}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Längsspannung in y-Richtung in der Brettlage i
z	$[m]$	Abstand vom Querschnittsschwerpunkt

Schubspannung aus Verdrillung:

$$\tau_{xy,i} = \tau_{yx,i} = G_{xy,i} \cdot \frac{m_{xy}}{B_{xy}} \cdot z \quad (4.14)$$

$\tau_{xy,i}, \tau_{yx,i}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Schubspannung in der Brettlage i
----------------------------	---------------------------------	------------------------------------

Schubspannungen aus Plattenbeanspruchung:

$$\tau_{xz,i} = \frac{E_{xx} \cdot S_{x,i}}{B_{xx}} \cdot v_{xz} \quad (4.15)$$

$$E_{xx} \cdot S_{x,i} = \sum_{j=1}^i E_{xx,j} \cdot d_j \cdot z_j \quad (4.16)$$

$$\tau_{yz,i} = \frac{E_{yy} \cdot S_{y,i}}{B_{yy}} \cdot v_{yz} \quad (4.17)$$

$$E_{yy} \cdot S_{y,i} = \sum_{j=1}^i E_{yy,j} \cdot d_j \cdot z_j \quad (4.18)$$

$\tau_{xz,i}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Schubspannung am x-Schnittufer aus Plattenbeanspruchung in Fuge $i/i + 1$
$\tau_{yz,i}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Schubspannung am y-Schnittufer aus Plattenbeanspruchung in Fuge $i/i + 1$

Längsspannungen aus Normalkraft am x- und y-Schnittufer:

$$\sigma_{xx,i} = E_{xx,i} \cdot \frac{n_{xx}}{D_{xx}} \quad (4.19)$$

$$\sigma_{yy,i} = E_{yy,i} \cdot \frac{n_{yy}}{D_{yy}} \quad (4.20)$$

Schubspannung aus Scheibenbeanspruchung:

$$\tau_{xy,i} = G_{xy,i} \cdot \frac{n_{xy}}{D_{xy}} \quad (4.21)$$

4.3 Balken, Segmentbogen und Bogen

Balken, Bogen und Rahmen sind eindimensionale Tragwerke. Die Länge l ist hierbei wesentlich größer als die Querschnittsabmessungen ($t; h \ll l$). Das bedeutet, dass die Lastabtragung in einer Richtung erfolgt. Unter den Annahmen der Balkentheorie folgt die allgemeine Differentialgleichung für den schubweichen Balken nach Theorie 1. Ordnung unter Berücksichtigung von Schubnachgiebigkeiten (Timoshenko) im kartesischen Koordinatensystem zu Gleichung (4.22).

$$w''''(x) = w_B''''(x) - w_S''''(x) = \frac{q(x)}{EI} - \frac{q''(x)}{\kappa \cdot GA} \quad (4.22)$$

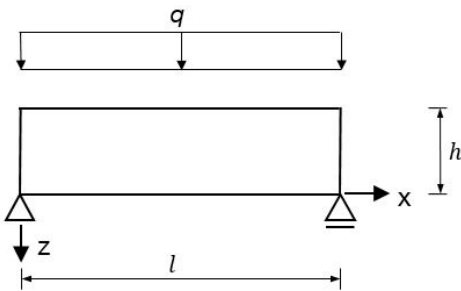
$q(x)$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Linienlast
EI	$[MNm^2]$	Biegesteifigkeit
κ	$[-]$	Schubkorrekturbeiwert
GA	$[MN]$	Schubsteifigkeit

Die Verformungen folgen aus der Integration unter Berücksichtigung der Randbedingungen. Der erste Summand der Differentialgleichung steht für den Anteil der Biegeverformungen $w_B(x)$. Der zweite Summand folgt aus der Berücksichtigung der Verformungen aus Schubverzerrungen $w_S(x)$. κ repräsentiert den Schubkorrekturbeiwert, der vereinfacht anstelle der sich in der Realität einstellenden verwölbten Querschnittsfläche berücksichtigt wird. Für Rechteckquerschnitte wird in der Regel $\kappa = \frac{5}{6}$ angesetzt (z.B. [Timoshenko und Goodier 1951], [Gruttmann und Wagner 2001]). Kreuzinger und Scholz [2003] beschreiben, dass für Querschnitte aus nachgiebig verbundenen Schichten der Schubkorrekturfaktor von der Anzahl der Schichten abhängig ist. Für zweiteilige oder dreiteilige symmetrische Querschnitte unter Vernachlässigung der Biegesteifigkeit der Querlagen ist $\kappa = 1$. Für eine steigende Anzahl an Schichten nähert sich der Faktor dem Grenzwert $\kappa = \frac{5}{6}$ an. Für einen symmetrischen Aufbau von BSP mit fünf Schichten gleicher Dicke folgt nach [Scholz 2003] $\kappa = \frac{5}{5,2}$.

Können Schubverzerrungen vernachlässigt werden, vereinfacht sich Gleichung (4.22), indem der zweite Summand entfällt und die vorliegende Gleichung die Verformung des Querschnitts unter reiner Berücksichtigung der Biegung (Euler-Bernoulli-Balken) darstellt. Der Einfluss der Verformungsanteile aus Schub nimmt infolge zunehmender Schubsteifigkeit GA sowie Systemlänge l ab. Deutlich wird dies anhand Gleichung (4.23), indem die Anteile der Verformung aus Schub in Bezug zu den Anteilen der Verformung aus Biegung gesetzt werden. Die in Balkenlängsrichtung verlaufende Koordinate x repräsentiert hierbei die Systemlänge l .

$$\frac{w_S}{w_B} \sim \frac{EI}{\kappa \cdot GA \cdot x^2} \quad (4.23)$$

Die Schnittgrößen und Verformungen im System hängen direkt von der Systemlänge l ab. Entsprechend der Zunahme der Länge steigen Querkräfte linear an, Biegemoment und Verformungen hingegen überproportional. Anhand der beispielhaften Berechnung nach Theorie 1. Ordnung an einem Einfeldträger mit veränderlicher Länge wird der Zusammenhang gezeigt:



Beispiel:

$$l = 1,0m ; 5,0m ; 10,0m ; 15,0m ; 20,0m$$

$$h = 250mm \rightarrow h/l = 1/4 ; 1/20 ; 1/40 ; 1/60 ; 1/80$$

$$t = 200mm$$

$$q = 1 \cdot 10^{-3} MN/m$$

$$\text{Material: GL 24c}$$

Abbildung 4.5: beispielhafter Einfeldträger

Aus Gleichung (4.22) folgen für einen Einfeldträger unter konstanter Linienlast die Schnittgrößen und Verformungen entsprechend den Gleichungen (4.24) bis (4.27).

$$V_z(x) = q \cdot \left(\frac{l}{2} - x \right) \quad (4.24)$$

$$M_y(x) = \frac{q}{2} \cdot (-x^2 + l \cdot x) \quad (4.25)$$

$$w_B(x) = \frac{q}{24EI} \cdot (x^4 - 2l \cdot x^3 + l^3 \cdot x) \quad (4.26)$$

$$w_S(x) = \frac{q}{2\kappa \cdot GA} \cdot (-x^2 + l \cdot x) \quad (4.27)$$

Abbildung 4.6 zeigt die qualitativen Verläufe der Schnittgrößen und Verformungen. Die Veränderung der Maximalwerte in Abhängigkeit der Balkenlänge ist in Abbildung 4.7a veranschaulicht. Basis für die Darstellung der Veränderungen der Schnittgrößen bilden die charakteristischen Tragfähigkeiten V_{Rk} und M_{Rk} , die auf Grundlage der Querschnittsabmessungen und der charakteristischen Festigkeiten ermittelt werden. Die Verformungen werden je Balkenlänge auf $l/300$ bezogen. Abbildung 4.7b zeigt die Anteile der Verformung aus Biegung $w_B \left(x = \frac{l}{2} \right)$ und Schub $w_S \left(x = \frac{l}{2} \right)$ an der Gesamtverformung $w \left(x = \frac{l}{2} \right)$ in Abhängigkeit von h/l .

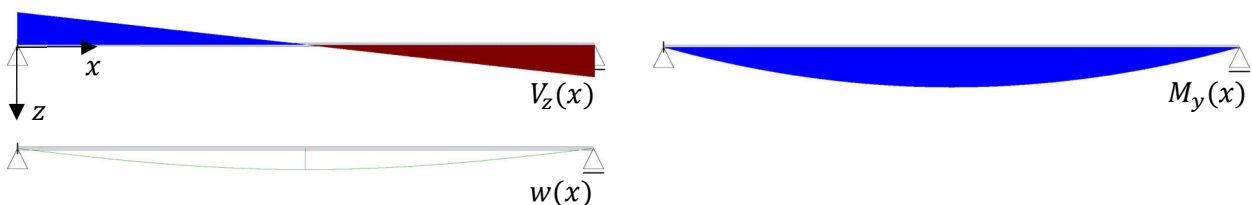


Abbildung 4.6: Schnittgrößenverläufe und Verformung des Einfeldträgers

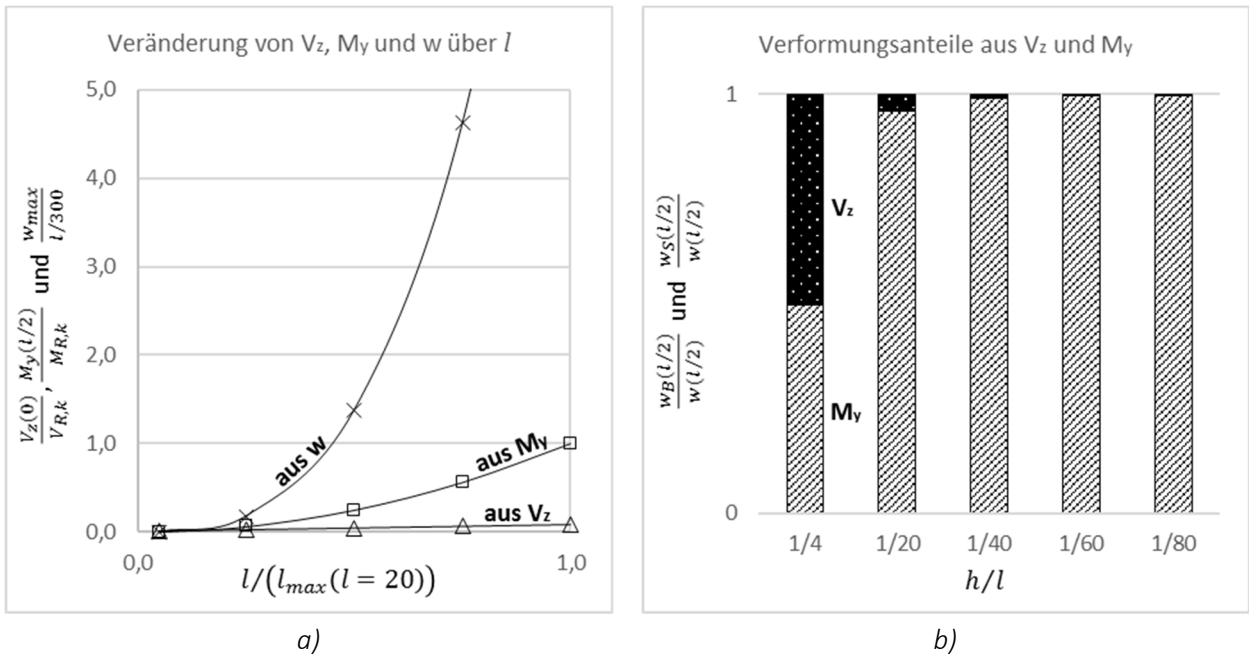
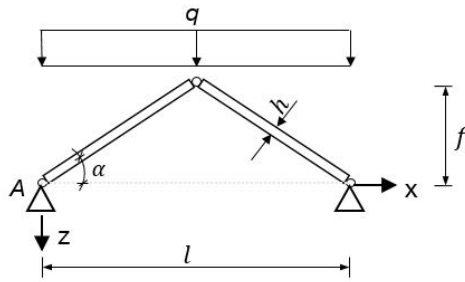


Abbildung 4.7: Veränderung der Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von l und h

Mit zunehmender Systemlänge nimmt die Maßgeblichkeit aus Biegung und Verformung in der Nachweisführung stark zu. Bei Vernachlässigung der Schubverformungen aufgrund der Zunahme der Länge gilt $M(x) \sim l^2$ und $w(x) \sim l^4$. Bei kleinen Verhältnissen von h/l (z.B. große Spannweite) resultieren die primären Anteile der Verformung aus Biegung (Abbildung 4.7b) während die Schubverformungen fast keinen Beitrag zur Gesamtverformung liefern. Für Träger mit schubweichen Schichten oder nachgiebigem Verbund können gemäß Gleichung (4.23) die Schubverformungen einen größeren Anteil an der Gesamtverformung im Vergleich zu (Abbildung 4.7b) einnehmen.

Im Hinblick auf die Umsetzung weitgespannter Tragwerke gilt es, die Steifigkeit zu erhöhen. Eine Erhöhung kann durch das Material (materielle Steifigkeit) oder die Geometrie (geometrische Steifigkeit) erreicht werden. Die Materialparameter beeinflussen die Steifigkeit linear. Eine Adaption birgt begrenzte Möglichkeiten der Erhöhung der Steifigkeit und wird nicht weiter betrachtet. Geometrische Ansätze bergen mehr Potenzial. Ziel dieser Ansätze ist, den Kraftfluss so zu steuern, dass die Biegebeanspruchung reduziert wird und die Lasten primär über Normalkräfte abgetragen werden. Umgesetzt wird dies beispielweise in aufgelösten Strukturen wie Fachwerken. Eine weitere Möglichkeit stellen lineare Systeme mit einem Stich oder gekrümmte Strukturen dar.

Im Folgenden wird ein einfach geknicktes System betrachtet, das aus zwei linienförmigen Traggliedern besteht und in der Mitte einen Stich mit Firstgelenk aufweist (siehe Abbildung 4.8). Die materiellen Parameter bleiben unverändert. Die Last ist wie bei der Beanspruchung des Einfeldträgers auf die Spannweite l bezogen. Die Berechnungen erfolgen nach Theorie 1. Ordnung. Stabilitätsbetrachtungen werden nicht durchgeführt.



Beispiel:

$l = 20,0 \text{ m}$
 $h = 250 \text{ mm}$
 $f = 0,25 \text{ m}; 0,5 \text{ m}; 1,0 \text{ m}; 2,0 \text{ m}; 3,0 \text{ m}; 6,0 \text{ m}$
 $\rightarrow f/l = 0,0125; 0,025; 0,05; 0,10; 0,15; 0,30$
 $t = 200 \text{ mm}$
 $q = 1 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m}$
 Material: GL 24c

Abbildung 4.8: beispielhaftes Tragwerk eines einfach geknickten Systems mit Firstgelenk

Die Schnittgrößenermittlung erfolgt je Segment unter Anwendung der Differentialgleichung des Balkens. Unter Berücksichtigung des Auflagerwinkels α resultieren die Schnittgrößen des symmetrischen Aufbaus am linken Segment wie folgt:

$$N_x(x) = -\frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f} \cdot \cos \alpha - q \cdot \sin \alpha \cdot \left(-x + \frac{l}{2}\right) \quad (4.28)$$

$$V_z(x) = q \cdot \cos \alpha \cdot \left(-x + \frac{l}{4}\right) \quad (4.29)$$

$$M_y(x) = \frac{q}{2} \cdot \left(-x^2 + \frac{l \cdot x}{2}\right) \quad (4.30)$$

Mittels Integration unter Berücksichtigung der schrägen Systemlängen ergeben sich die Verformungsanteile aus den Schnittgrößen je Segment entsprechend den Gleichungen (4.31) bis (4.34).

$$u_N(x) = \int_x \frac{N_x(x)}{EA} dx = \frac{-\frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f} \cdot x - q \cdot \tan \alpha \cdot \left(\frac{-x^2 + l \cdot x}{2}\right)}{EA} \quad (4.31)$$

$$w_B(x) = -\iint_x \frac{M_y(x)}{EI} dx = \frac{q}{24EI \cdot \cos \alpha} \cdot \left(x^4 - l \cdot x^3 + \frac{l^3 \cdot x}{8}\right) \quad (4.32)$$

$$w_S(x) = \int_x \frac{V_z(x)}{\kappa \cdot GA} dx = \frac{q}{2\kappa \cdot GA} \cdot \left(-x^2 + \frac{l \cdot x}{2}\right) \cdot \cos \alpha \quad (4.33)$$

Die Anteile aus Biegung und Schub stellen eine vertikale Verformung in Bezug zum globalen Koordinatensystem dar. Die Verformung aus Normalkraft entspricht einer Stauchung in Stabrichtung. Die vertikale Verformung in globaler z-Richtung je Segment infolge $N_x(x)$ ergibt sich durch:

$$w_N(x) = f - \sqrt{\left(\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + f^2} + u_n(x)\right)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} \quad (4.34)$$

Die qualitativen Schnittgrößen und Verformungsverläufe können Abbildung 4.9 entnommen werden.

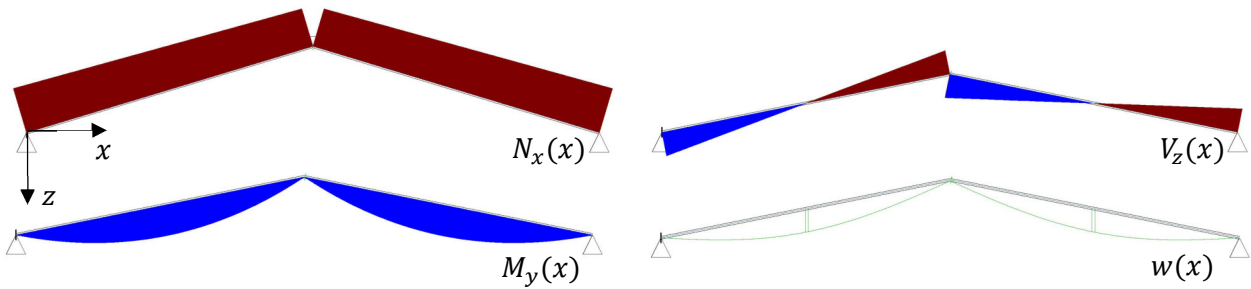
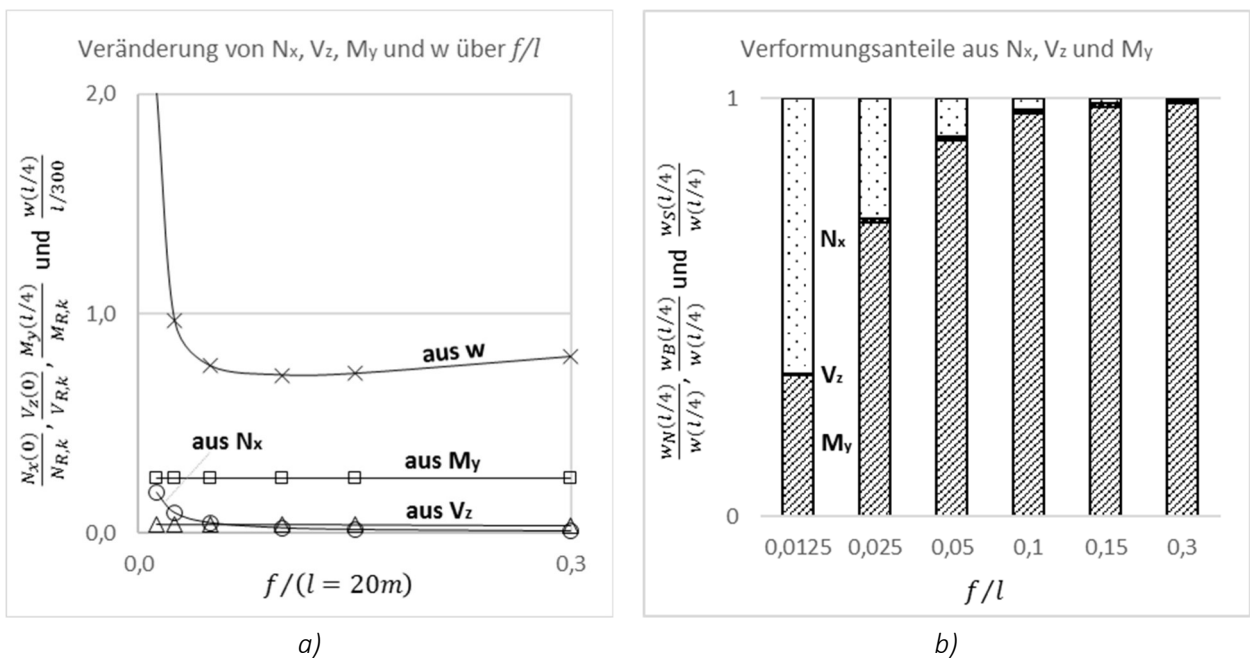


Abbildung 4.9: Schnittgrößen- und Verformungsverläufe eines einfach geknickten Systems

Abbildung 4.10a zeigt die Veränderungen von Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von dem Verhältnis von Stich und Spannweite. Die zugehörigen Verformungsanteile sind in Abbildung 4.10b dargestellt.

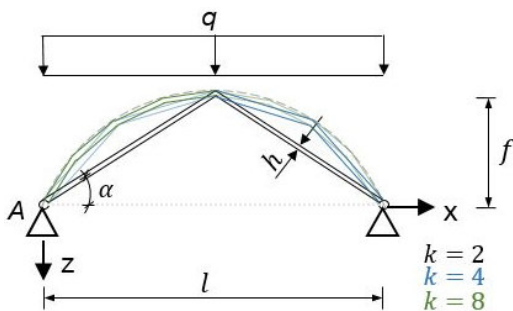

 Abbildung 4.10: Veränderung der Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von f/l

Das System zeigt im Vergleich zum horizontalen, statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger eine deutlich größere Steifigkeit bei geringerer Biegebeanspruchung. Für $f/l \neq 0$ nehmen Biegung, Querkraft und Verformung ab. Die Ursache stellt der Knick in Systemmitte dar, der wie ein vertikal nachgiebiges Auflager wirkt. Das maximale Biegemoment ergibt sich folglich mittig je Segment und nicht in der Mitte des Gesamtsystems. Durch die Halbierung der Segmentlänge im Vergleich zum Einfeldträger nimmt das maßgebende Biegemoment um 75% ab. Es ist unabhängig vom Stich f konstant. Die Querkraft reduziert sich in Abhängigkeit vom Stich f um >50%. Mit Abnahme von f nimmt die Normalkraft überproportional zu und führt zu Stabilitätsproblemen, die an dieser Stelle nicht betrachtet werden. Gleichzeitig wird die horizontale Auflagerkraft maximal. Für reale Tragwerke stellt sich infolgedessen die Herausforderung der Ausbildung eines steifen Auflagers, was ggf. durch eine Kopplung der horizontalen Auflagerpunkte erfolgen kann.

Der größte Einfluss auf die Verformungen zeigt sich bei Einführung eines geringen Stichts. Steigerungen von f führen aufgrund der Zunahme der Segmentlängen ab $f/l \approx 0,1$ zu einer Erhöhung der vertikalen Verformung.

Aufgrund der Abnahme der Normalkraftbeanspruchung resultiert ab $f/l \approx 0,1$ der primäre Anteil der Verformung aus Biegung. Die maximalen Verformungen stellen sich im Gegensatz zum Einfeldträger nicht im Mittelpunkt des Tragwerks ein, sondern in Nähe der Feldmitten jedes der beiden Segmente. Entsprechend den oben genannten Zusammenhängen reduziert sich die maßgebende Verformung um maximal etwa $(l/2)^4/l^4 = 1/16$. Aufgrund des geringen Verhältnisses von h/l ist der Anteil der Schubverformung von untergeordneter Bedeutung.

Die Einführung einer feineren Segmentierung würde bewirken, dass die einzelnen Segmente kürzer werden und folglich die Beanspruchungen und Verformungen aus Biegung weiter abnehmen. Für die dargestellte Situation ist eine feinere Segmentierung nicht möglich, da aufgrund der gelenkigen Verbindung zwischen den Segmenten ein kinematisches System vorliegt. Durch die Einführung von Drehsteifigkeiten am Segmentübergang wird eine feinere Segmentierung umsetzbar. Die Umsetzung von Übergängen zwischen den Segmenten mit ausreichender Drehsteifigkeit stellt bei schlanken Tragwerken im Holzbau eine Herausforderung dar. Erfolgt eine zunehmend feinmaschige Segmentierung, liegt bei infinitesimal kleinen Segmenten das Tragverhalten eines Bogens vor. Für die Betrachtung des Einflusses der Segmentierung auf das Tragverhalten wird nachfolgend beispielhaft das System von Abbildung 4.8 dahingehend modifiziert, dass das Gelenk am First entfällt (starre Verbindung). Dieses System wird für eine zunehmend feinere Segmentierung untersucht. Für jede Segmentierungsstufe werden Einzelsegmente gleicher Länge angesetzt. Unter dieser Voraussetzung liegt für eine Segmentanzahl von $k \rightarrow \infty$ ein Kreisbogen vor. Das beispielhafte System ist in Abbildung 4.11 gezeigt.



Beispiel:

$l = 20,0 \text{ m}$

$h = 250 \text{ mm}$

$f = 3,0 \text{ m} \rightarrow f/l = 0,15$ und $f = 6,0 \text{ m} \rightarrow f/l = 0,30$

$k = 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; > 1000$ – Segmentanzahl

$t = 200 \text{ mm}$

$q = 1 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m}$

Material: GL 24c

Abbildung 4.11: beispielhaftes linienförmiges Tragwerk mit parametrischer Segmentierung

Die qualitativen Schnittgrößen und Verformungsverläufe für $k = 2$, $k = 8$ und $k > 1000$ für $f/l = 0,15$ sind in Abbildung 4.12 dargestellt.

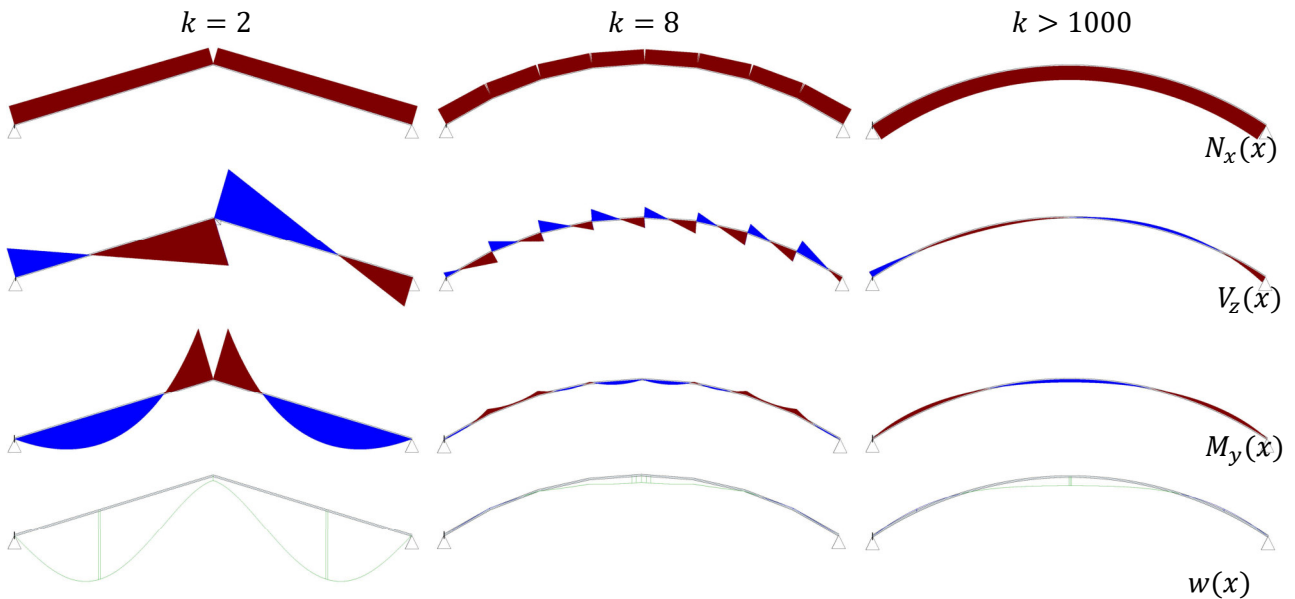
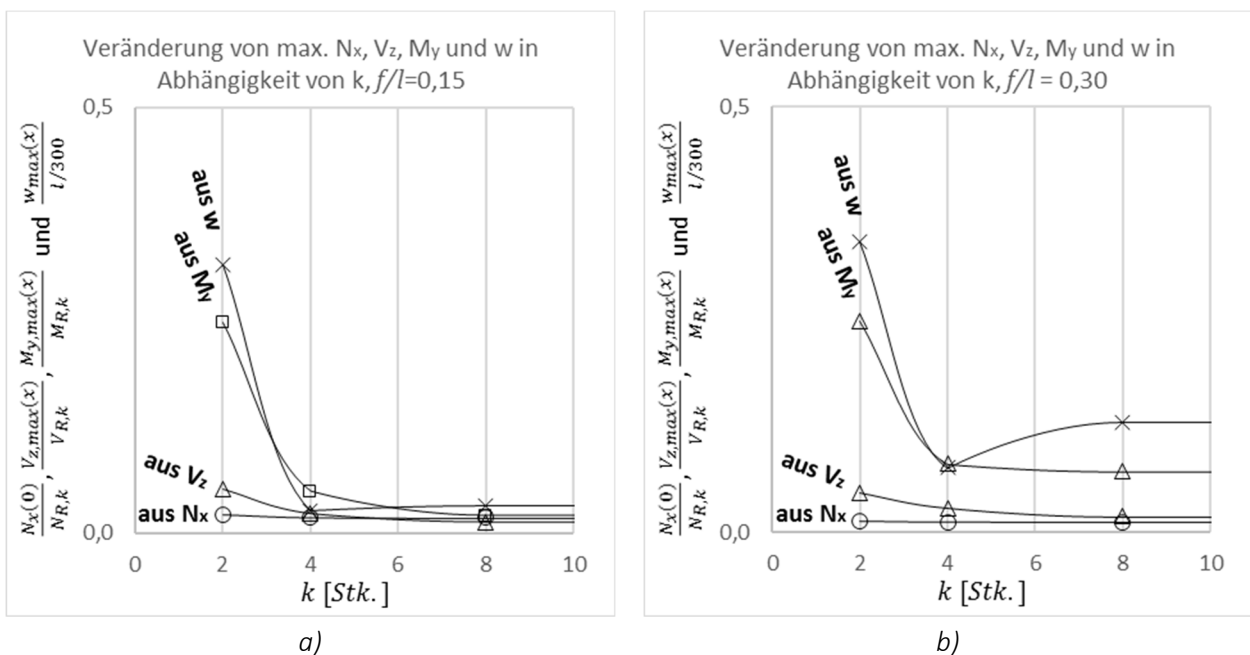

 Abbildung 4.12: Schnittgrößen- und Verformungsverläufe in Abhängigkeit von der Segmentierung k

Abbildung 4.13 zeigt die Veränderungen von Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von der Anzahl der Segmente k für $f/l = 0,15$ und $f/l = 0,30$.


 Abbildung 4.13: Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von k für a) $f/l = 0,15$ und b) $f/l = 0,30$

Der Einfluss der Segmentierung auf die Normalkraft ist gering. Mit feinerer Segmentierung liegt eine geringfügige Abnahme vor. Die Querkraft nimmt für eine feinere Segmentierung kontinuierlich ab und nähert sich asymptotisch einem Grenzwert an. Am deutlichsten ist die Abnahme der maßgebenden Werte für Biegung und Verformung erkennbar. Die quantitativ größte Abnahme ist bei einer groben Segmentierung ($k = 2$ zu $k = 4$) zu verzeichnen. Die Ursache liegt im Einfluss der Segmentlängen, da diese in die Berechnung, analog zum

einfach geknickten System mit Firstgelenk, quadratisch bzw. mit vierter Potenz eingehen. Ab einer Segmentierung von $k = 8$ sind die Schnittgrößen und Verformungen in etwa konstant. Die maximalen Momente liegen, vergleichbar mit den Stützmomenten eines Durchlaufträgers, an den starren Knickstellen. Da die betrachteten Kreissegmentbögen nicht der Stützlinie für die konstante Linienlast entsprechen, liegt auch für $k \rightarrow \infty$ eine Momenten- und Querkraftbeanspruchung vor.

Der Vergleich zwischen $f/l = 0,15$ und $f/l = 0,30$ zeigt, dass für das System mit größerer Krümmung und steilerem Auflagerwinkel die Normalkräfte abnehmen. Entscheidend ist der größere Stich f . Für Biegung und Verformung folgen für $f/l = 0,30$ größere maßgebende Werte. Die Erklärung liefert die in Abbildung 4.14 gezeigte Gegenüberstellung der Stützlinien. Für $f/l = 0,30$ liegt eine größere Abweichung der Kreisgeometrie von der Parabel (Stützlinie für die vorliegende Belastung) vor, wodurch die Biegung und folglich die vertikale Verformung aus Biegung zunimmt.

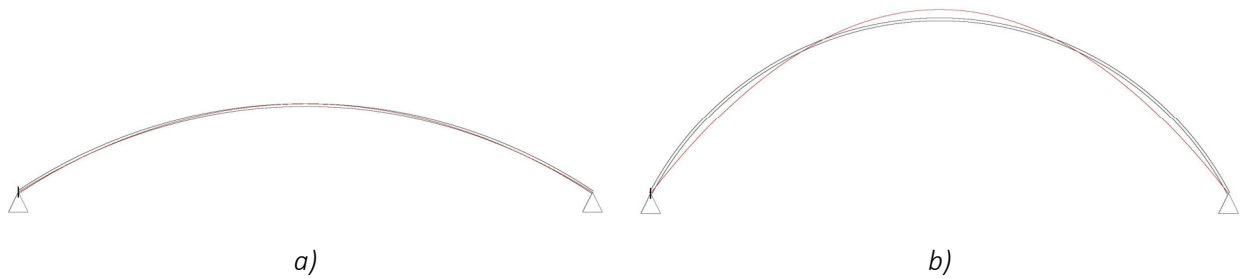


Abbildung 4.14: Abweichung der Stützlinien von den Kreissegmentbögen für a) $f/l = 0,15$ und b) $f/l = 0,30$

Zusammenfassend folgt, dass für starr gekoppelte Segmentbögen bereits ab einer groben Segmentierung eine deutliche Reduzierung von Biegung und Verformung möglich ist und die Schnittgrößen und Verformungen sich denen der gekrümmten Bogenform annähern. Entscheidend ist die Segmentlänge der Einzelsegmente. Flache Stiche bewirken einen deutlichen Anstieg der Normalkraftbeanspruchung. Die Druckkraft ist besonders für Stabilitätsbetrachtungen entscheidend (siehe Abschnitt 4.8.1). Für die Realisierung eines idealen Tragwerks mit reiner Normalkraftbeanspruchung muss die gewählte Bogengeometrie der Stützlinie entsprechen. Für praktische Anwendungsfälle ist dies quasi nicht möglich, da Tragwerke durch verschiedene Einwirkungen beansprucht werden. Besonders für leichte Tragwerke des Holzbaus ohne dominantes Eigengewicht ist die Abweichung zur Stützlinie der jeweiligen Belastung unter Umständen groß. Um eine auch für verschiedene Belastungen möglichst über Normalkräfte tragende Struktur zu erhalten, folgt der Übergang zur Schale. [Heinle und Schlaich 1996] beschreiben, dass jede beliebig geformte Schale mit doppelter Krümmung jede beliebige stetige Einwirkung nur über Normalkräfte abtragen kann. Im Folgenden werden für die flächigen Segment-schalen aus ebenen Einzelsegmenten zunächst die Grundlagen für die Berechnung von Scheiben und Platten erläutert. Im Anschluss erfolgt die Zusammenstellung der Grundlagen zur Elastizitätstheorie von Schalen für Vergleichsrechnungen zur numerischen Analyse.

4.4 Zur Elastizitätstheorie von Scheiben

Unter Scheiben werden ebene Tragwerke verstanden, die nur Beanspruchungen in der Ebene erfahren. Die Mittelflächen bleiben infolge der Einwirkung eben. Gilt außerdem, dass die beiden Längenabmessungen l und h wesentlich größer sind als die Dicke t ($l; h \gg t$), so liegen dünne Scheiben mit einem zweiachsigen Spannungszustand vor. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Längsspannungen σ_{zz} in Richtung von t sowie die Schubspannungen τ_{zx} und τ_{zy} klein sind und vernachlässigt werden können. Infolge der Gleichheit der zugeordneten Schubspannungen werden alle Plattenschubspannungen zu null. Die Beanspruchungen von dünnen Scheiben können somit durch parallel zur Mittelfläche gerichtete Längsspannungen σ_{xx} , σ_{yy} und Scheibenschubspannungen τ_{xy} beschrieben werden. Für dünne Scheiben kann von einer über den Querschnitt konstanten Verteilung der Spannungen ausgegangen werden. Der Zusammenhang zwischen Spannungen und Schnittgrößen wird durch die Gleichungen (4.35) bis (4.37) gezeigt, *Abbildung 4.15* zeigt Spannungen und Schnittgrößen am Scheibenelement.

$$n_x = n_{xx} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x dz = t \cdot \sigma_x \quad (4.35)$$

$$n_y = n_{yy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_y dz = t \cdot \sigma_y \quad (4.36)$$

$$n_{xy} = n_{yx} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xy} dz = t \cdot \tau_{xy} = t \cdot \tau_{yx} \quad (4.37)$$

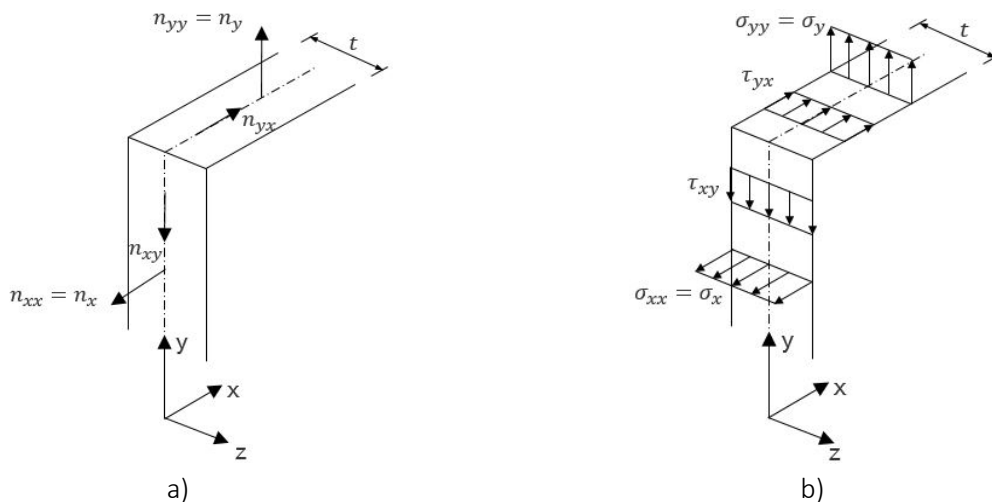


Abbildung 4.15: a) Schnittgrößen und b) Spannungen bei Scheiben (in Anlehnung an [Altenbach et al. 2016])

Unter der Annahme einer konstanten Dicke t sowie unter Vernachlässigung von Imperfektionen kann die Scheibengleichung ermittelt werden. Für homogene, isotrope und linear elastische Materialien (Hooke) folgt auf Grundlage der Betrachtung des Gleichgewichts, der Kinematik und des Materialgesetzes am differentiellen

Element die Scheibengleichung (Gleichung (4.38)) unter Verwendung der Spannungsfunktion F nach Airy. Anhand dieser linearen partiellen Differentialgleichung vierter Ordnung können innere Kräfte und Formänderungen bestimmt werden [Girkmann 1986].

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = \Delta \Delta F = 0 \quad (4.38)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad [-] \quad \text{Laplace - Operator}$$

$$F \quad \text{Spannungsfunktion}$$

Für die Scheibengleichung existieren unendlich viele Lösungen. Die Schwierigkeit stellt das Auffinden eines Ansatzes für die Spannungsfunktion F dar, der in Abhängigkeit von den Randbedingungen die Scheibengleichung erfüllt. (4.39) zeigt die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Spannungen und der Spannungsfunktion F .

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} - (P_x \cdot y + P_y \cdot x) \quad (4.39)$$

$$P_x \quad \left[\frac{MN}{m^3} \right] \quad \text{Ortsunabhängige Volumenkräfte in x-Richtung innerhalb der Scheibe}$$

$$P_y \quad \left[\frac{MN}{m^3} \right] \quad \text{Ortsunabhängige Volumenkräfte in y-Richtung innerhalb der Scheibe}$$

In der Fachliteratur, wie beispielsweise in [Girkmann 1986] und [Zweiling 1952] sind verschiedene Ansatzfunktionen für die Lösung der Scheibengleichung in Abhängigkeit von den Randbedingungen zu finden. Durch den Ansatz von stetigen Funktionen können Unstetigkeitsstellen wie z.B. Punktlager nur durch Annäherung abgebildet werden. Hierfür haben sich Fouriersche Reihen bewährt.

Anhand des Hookeschen Materialgesetzes folgen die Formänderungen durch Ansatz der Spannungsfunktion F oder den ermittelten Spannungen entsprechend den Gleichungen (4.40) und (4.41). Infolge der Spannungen und Dehnungen in Scheibenrichtung folgen aufgrund der Poissonzahl ν auch Dehnungen in Dickenrichtung t der Scheibe. Auf eine Darstellung wird verzichtet. Die sich bei der Integration ergebenden Integrationskonstanten werden aus den Randbedingungen ermittelt [Girkmann 1986].

$$u_x = \int \varepsilon_x dx = \frac{1}{E} \int \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) dx = \frac{1}{E} \int (\sigma_{xx} - \nu \cdot \sigma_{yy}) dx \quad (4.40)$$

$$u_y = \int \varepsilon_y dy = \frac{1}{E} \int \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \nu \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) dy = \frac{1}{E} \int (\sigma_{yy} - \nu \cdot \sigma_{xx}) dy \quad (4.41)$$

$$\nu \quad [-] \quad \text{Poissonzahl}$$

Die Erforderlichkeit einer Berechnung nach der Scheibentheorie im Vergleich zur technischen Biegetheorie hängt vom Verhältnis von h/l ab. So geben Grasser und Thielen [1991] beispielsweise für Stahlbeton Grenzwerte an, ab welchen Verhältnissen eine Berechnung als Scheibe erforderlich ist. Für einen Einfeldträger entspricht dies beispielsweise einem Verhältnis $h/l > 0,5$. Abbildung 4.17 zeigt die maximalen Längsspannungen

beim Einfeldträger in Feldmitte in Abhängigkeit der zugrunde liegenden Theorie. Bis zu $h/l = 0,5$ liegt eine Übereinstimmung zwischen der technischen Biegetheorie und der Scheibentheorie mit einer Abweichung der maximalen Zugspannungen von 8% vor. Für größere Verhältnisse nehmen die Abweichungen zu und die Zugspannungen werden mit einer Berechnung nach der technischen Biegetheorie unterschätzt. Nach der Scheibentheorie liegt indessen keine lineare Spannungsverteilung vor.

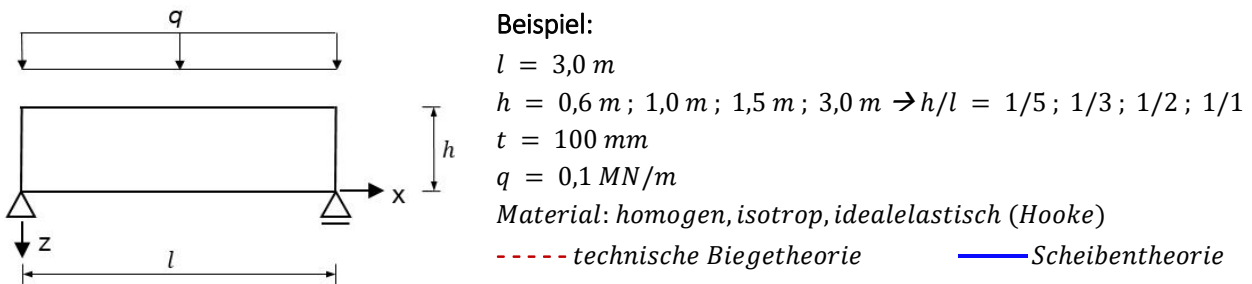


Abbildung 4.16: beispielhafte Scheibe mit parametrischer Höhe

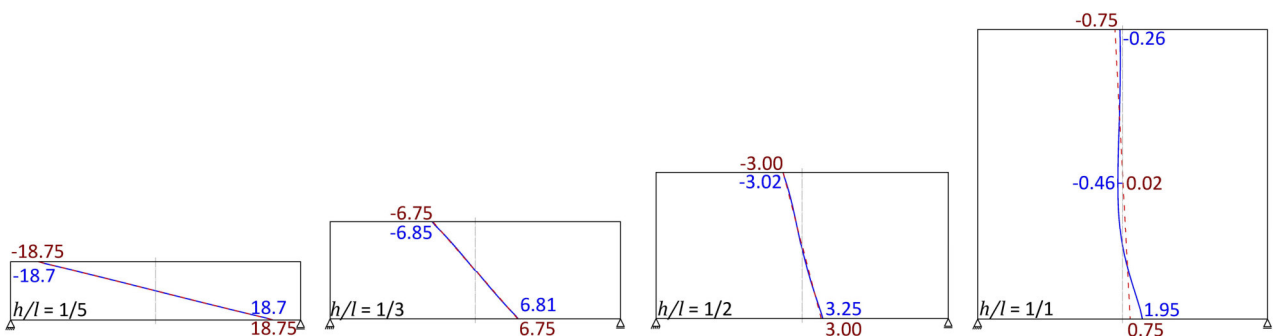


Abbildung 4.17: Längsspannungen σ_{xx} [N/mm²] in Feldmitte in Abhängigkeit von h/l beim Einfeldträger

Die bereits genannte Vernachlässigung von Imperfektionen deutet an, dass die reine Scheibentheorie nicht für Stabilitätsuntersuchungen angewendet werden kann. Für Stabilitätsbetrachtungen entstehen ähnlich wie bei der Implementierung von Vorverformungen Spannungen in Richtung der Scheibendicke t . Stabilitätsbetrachtungen wie Beulen erfordern daher die Berücksichtigung der Verformungen in Scheibenrichtung sowie normal zur Ebene. Für letztere ist eine Berechnung nach der Plattentheorie erforderlich. Für Stabilitätsuntersuchungen liegt folglich eine Abhängigkeit von Scheiben- und Plattentheorie vor. Im Gegensatz hierzu dürfen bei einer Berechnung nach Theorie 1. Ordnung beide Theorien gesondert betrachtet und anschließend superponiert werden.

4.5 Zur Elastizitätstheorie von Platten

Platten (Abbildung 4.18) stellen wie Scheiben ebene Flächentragwerke dar, bei denen die Dicke t wesentlich kleiner als die Längenabmessungen ist ($t \ll l_x; l_y$). Der Unterschied zwischen Platten und Scheiben liegt in der Beanspruchung. Plattenbeanspruchungen sind solche, die eine Krümmung oder Verdrillung der Mittelfläche hervorrufen (z.B. Kräfte senkrecht zur Mittelfläche).

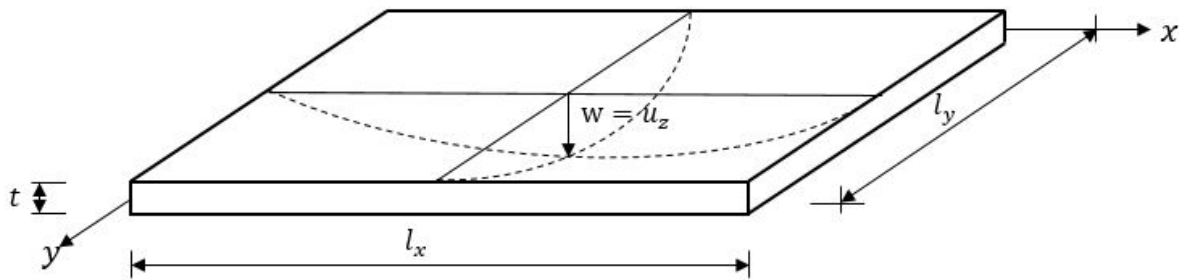


Abbildung 4.18: Platte mit Definition von ihrer geometrischen Parameter

Für die Berechnung von Platten existieren unterschiedliche Theorien. Die Art der Berechnung unterscheidet sich aufgrund der Größe der Durchbiegung sowie der Anteile aus Krümmung und Verzerrung an der Gesamtverformung. Tabelle 4.1 mit der Parameterbezeichnung von Abbildung 4.18 zeigt drei gängige Berechnungstheorien sowie die Randbedingungen für die Zulässigkeit von deren Anwendung [Altenbach et al. 2016].

Tabelle 4.1: Berechnungstheorien von Platten nach [Altenbach et al. 2016]

Beschreibung	Mitteldicke Platten mit kleinen Durchbiegungen	Dünne Platten mit kleinen Durchbiegungen	Dünne Platten mit großen Durchbiegungen
$t/\min(l_x; l_y)$	$< 1/5$	$< 1/10$	$< 1/10$
w/t	$< 1/5$	$< 1/5$	$1/5 < w/t < 5$
Theorie	Reissner / Mindlin	Kirchhoff	von Kármán
Anmerkungen	Berücksichtigung von Schubverformungen	ohne Berücksichtigung von Schubverformungen	geometrisch nichtlineare Berechnung

Die Herleitung der klassischen Plattentheorie für dünne Platten mit kleinen Durchbiegungen nach Kirchhoff setzt grundlegende Annahmen voraus. Die Dicke t der Platten ist konstant oder schwach veränderlich. Der Werkstoff ist homogen und isotrop und gehorcht dem Hookeschen Werkstoffgesetz. Im Gegensatz zur Theorie nach Reissner/Mindlin werden Verformungen aus Verzerrungen vernachlässigt. Dies bedeutet, dass alle Punkte auf einer Normalen zur Mittelfläche beim unverformten System auch nach der Verformung normal zur Mittelfläche stehen (verallgemeinerte Bernoulli-Hypothese des Balkens). Dehnungen der Mittelfläche in Längsrichtung werden nicht erfasst. Folglich liegt für alle Punkte der Mittelfläche eine reine Verformung in z-Richtung vor. Normalspannungen in z-Richtung werden nicht berücksichtigt, da diese in der Regel wesentlich geringer sind als Längsspannungen in x- und y-Richtung. Dies bedeutet, dass Platten in z-Richtung als dehnstarr angesehen werden. Der Spannungszustand ist eben. Gegebenenfalls vorhandene Spannungsspitzen durch lokale Lastenleitung bedürfen einer gesonderten Betrachtung [Girkmann 1986; Altenbach et al. 2016].

Abbildung 4.19 zeigt die Schnittgrößen und Spannungsverteilung am Plattenelement. Die Integration der Spannungen stellt die Verknüpfung zu den Schnittgrößen dar (Gleichung (4.42) bis (4.46)) [Girkmann 1986]. Normalkräfte an den Lagern aufgrund von Verdrehung werden für die zugrundeliegende Voraussetzung kleiner Verformungen vernachlässigt.

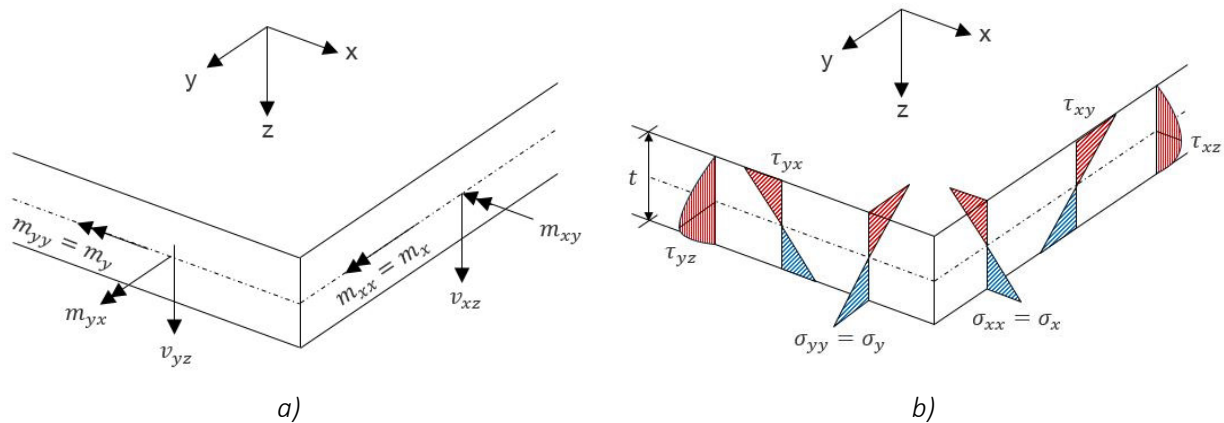


Abbildung 4.19: a) Schnittgrößen und b) Spannungen der Platte (in Anlehnung an [Girkmann 1986])

$$m_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x \cdot z \, dz \quad (4.42)$$

$$m_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_y \cdot z \, dz \quad (4.43)$$

$$m_{xy} = m_{yx} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xy} \cdot z \, dz = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{yx} \cdot z \, dz \quad (4.44)$$

$$v_{xz} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xz} \, dz \quad (4.45)$$

$$v_{yz} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{yz} \, dz \quad (4.46)$$

Die Gleichung der Kirchhoffschen Platte folgt aus dem Gleichgewicht am infinitesimalen Element, den kinematischen Verträglichkeitsbeziehungen sowie dem Hookeschen Materialgesetz zu:

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} = \Delta \Delta w = \frac{q(x, y)}{B} \quad (4.47)$$

$$B = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (4.48)$$

$q(x, y)$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	Flächenlast
B	$\left[\frac{MNm^2}{m} \right]$	Biegesteifigkeit

Die Plattengleichung (4.47) stellt eine lineare, inhomogene, partielle Differentialgleichung vierter Ordnung dar. Sobald die Verformungsfunktion $w(x, y)$ vorliegt, resultieren die Schnittgrößen und gemäß den Vorschriften (4.42) bis (4.46) die Spannungen. Die strenge Lösung der Plattengleichung folgt unter Berücksichtigung der Randbedingungen. Hierfür wird die Plattengleichung im Allgemeinen in einen homogenen und partikulären Anteil zerlegt. Der partikuläre Anteil dient der Erfassung der einwirkenden Flächenlast q . Die Berücksichtigung der Randbedingungen erfolgt mittels des homogenen Anteils [Girkmann 1986]. Altenbach et al. [2016] schreiben, dass für einfache Geometrien und Auflagerbedingungen eine analytische Lösung möglich ist. Sollte eine strenge Lösung der Plattengleichung nicht möglich sein, kommen analog zur Berechnung von Scheiben Näherungslösungen zum Einsatz.

Girkmann [1986] leitet aufbauend eine Theorie für orthotrope Platten ab. Hierbei verfolgt er einen Biegemomenten-Krümmungs-Ansatz sowie die Definition der Drillsteifigkeit als geometrisches Mittel für die Biegesteifigkeiten und Poissonzahlen. Entsprechend der Annahme $\nu = 0$ und den Steifigkeiten von Abschnitt 4.2 folgt hieraus die orthotrope Plattengleichung nach [Girkmann 1986] zu:

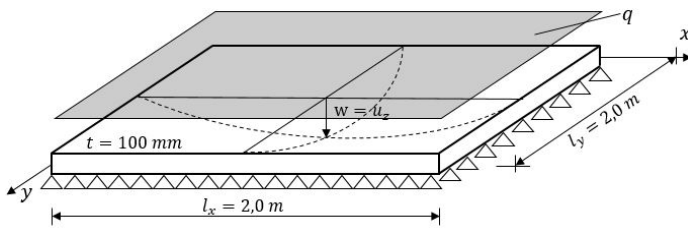
$$B_{xx} \cdot \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \cdot 2C \cdot \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + B_{yy} \cdot \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (4.49)$$

$2C$ $[Nmm^2]$ *Drillsteifigkeit*

Die Drillsteifigkeit mit $\nu = 0$ folgt nach [Girkmann 1986] zu $\sqrt{B_{xx} \cdot B_{yy}}$. Girkmann schreibt weiter, dass die Drillsteifigkeit nach Möglichkeit experimentell bestimmt werden sollte. Für die gesetzten Annahmen der Berechnung von Brettspertholz von Abschnitt 4.2 folgt die Drillsteifigkeit zu $2C = B_{xy}$.

Als Erweiterung zur Theorie von schubstarrten Platten mit kleinen Verformungen (Kirchhoff) für isotrope Materialien gilt die Theorie zur schubelastischen Platte mit kleinen Durchbiegungen. Eine Berechnung unter Berücksichtigung von Schubverformungen ist, wie bei linienförmigen Tragwerken auch, für gedrungene Elemente oder für geringe Schubsteifigkeiten (z.B. Laminat- oder Sandwichplatten, die wesentlich schubweicher als isotrope Platten sind), erforderlich. Für ingenieurtechnische Anwendungen hat hierbei die Schubdeformationstheorie 1. Ordnung (Plattentheorie von Reissner/Mindlin) den höchsten Stellenwert [Altenbach et al. 2016]. Die Theorie stellt das Pendant zur Theorie von Timoshenko für linienförmige Bauteile dar. Trotz der vereinfachten Ansätze für die Schubverzerrungen ist eine analytische Lösung nur in Ausnahmefällen möglich. Weitere Informationen finden sich beispielsweise in [Altenbach et al. 2016].

Beispielhaft werden Berechnungen an einer allseitig gelenkig gelagerten Platte unter einer gleichmäßig wirkenden Flächenlast nach Theorie 1. Ordnung angestellt. Das System mit den zugehörigen Daten ist in Abbildung 4.20 dargestellt. Die Berechnungen erfolgen vergleichend mittels FEM, der Differentialgleichung für orthotrope Platten mittels Reihenentwicklung sowie für einen Näherungsansatz auf Basis des Streifenkreuzverfahrens. Für die Berechnung werden die Steifigkeitswerte entsprechend Gleichung (4.11) angesetzt, wobei die Biegesteifigkeit EI_y parametrisiert berücksichtigt wird.


Beispiel:

$$l_x = l_y = 2,0 \text{ m}$$

$$t = 100 \text{ mm}$$

$q = 1 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m}^2$, gleichmäßige Flächenlast in globaler z -Richtung

Material: BSP 5x20 mm

$$B_{xx} = 0,732 \frac{\text{MNm}^2}{\text{m}}; B_{yy} = \frac{a}{10} \cdot B_{xx}, a \in [0; 10]$$

Abbildung 4.20: Beispiel einer vierseitig gelenkig gelagerten orthotropen Platte

Im Streifenkreuzverfahren wird die Platte in zwei orthogonale, in Richtung der globalen x - und y -Koordinaten gerichtete Plattenstreifen zerlegt. Kinematisches Kriterium der Platte ist eine Gleichheit der Verformung beider Streifen am Kreuzungspunkt. Entsprechend den Steifigkeiten erfolgt die Aufteilung der Last. Entsprechend Gleichung (4.11) sind aufgrund der Schmalseitenverklebung die Plattenschubsteifigkeiten für das betrachtete BSP gleich, ebenso gemäß Abbildung 4.20 die Spannweiten für das Beispiel. Die Lastaufteilung erfolgt daher nur in Abhängigkeit der Biegesteifigkeiten. Eine Berücksichtigung der Drillsteifigkeit ist durch den Ansatz der beiden Plattenstreifen nicht möglich. Gleichung (4.56) und (4.57) zeigen die Faktoren für die anteiligen Lasten in x - und y -Richtung.

$$q_x = q \cdot \frac{1}{\left(\frac{B_{yy}}{l_y^4} \cdot \frac{l_x^4}{B_{xx}}\right) + 1} \quad (4.50)$$

$$q_y = q \cdot \frac{1}{\left(\frac{B_{xx}}{l_x^4} \cdot \frac{l_y^4}{B_{yy}}\right) + 1} \quad (4.51)$$

q	$\left[\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}\right]$	gleichmäßig verteilte Flächenlast
$q_{x/y}$	$\left[\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}\right]$	Lastanteil in x - und y -Richtung

Mittels der anteiligen Lasten sowie unter Anwendung von Gleichung (4.22) können die Verformungen und Schnittgrößen näherungsweise in beiden Richtungen ermittelt werden.

Der zweite analytische Ansatz erfolgt mittels der Differenzialgleichung (4.49). [Girkmann 1986] ermittelt auf Grundlage einer Fourierschen Doppelreihe die Plattengleichung. Im Gegensatz zum Streifenkreuzverfahren werden die Drillsteifigkeiten erfasst. Eine Berücksichtigung der Plattenschubsteifigkeiten erfolgt nicht (Kirchhoff). (4.52) zeigt die Gleichung für die allseitig gelenkig gelagerte Rechteckplatte für eine gleichmäßige, flächige Belastung.

$$w(x, y) = \frac{16 \cdot q}{\pi^6} \cdot \sum_m \sum_n \frac{\sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{l_x} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{l_y}}{m \cdot n \cdot \left(B_{xx} \cdot \frac{m^4}{l_x^4} + 2B_{xy} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{l_x^2 \cdot l_y^2} + B_{yy} \cdot \frac{n^4}{l_y^4} \right)} \quad (4.52)$$

m	$[-]$	$m \in [1,3,5, \dots]$
n	$[-]$	$n \in [1,3,5, \dots]$

Die Biegemomente ergeben sich entsprechend den Gleichungen (4.53) und (4.54).

$$m_{xx} = -B_{xx} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{-B_{xx} \cdot 16 \cdot q}{\pi^4} \cdot \sum_m \sum_n \frac{-\sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{l_x} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{l_y} \cdot \frac{m^2}{l_x^2}}{m \cdot n \cdot \left(B_{xx} \cdot \frac{m^4}{l_x^4} + 2B_{xy} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{l_x^2 \cdot l_y^2} + B_{yy} \cdot \frac{n^4}{l_y^4} \right)} \quad (4.53)$$

$$m_{yy} = -B_{yy} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{-B_{yy} \cdot 16 \cdot q}{\pi^4} \cdot \sum_m \sum_n \frac{-\sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{l_x} \cdot \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{l_y} \cdot \frac{n^2}{l_y^2}}{m \cdot n \cdot \left(B_{xx} \cdot \frac{m^4}{l_x^4} + 2B_{xy} \cdot \frac{m^2 \cdot n^2}{l_x^2 \cdot l_y^2} + B_{yy} \cdot \frac{n^4}{l_y^4} \right)} \quad (4.54)$$

Die Biegemomente und Verformungen in Abhängigkeit vom Steifigkeitsverhältnis B_{yy}/B_{xx} für das Beispiel von Abbildung 4.20 sind für beide analytische Ansätze und die FEM in Abbildung 4.21 dargestellt. Die Berechnung am Modell mittels FEM erfolgt mit Berücksichtigung von Schubverformungen unter Verwendung der Steifigkeitsmatrix von Gleichung (4.11). Die verschiedenen Ansätze zeigen mit einer Abweichung der analytischen Lösungen bezogen auf die FEM von ca. 5% eine zufriedenstellende Übereinstimmung.

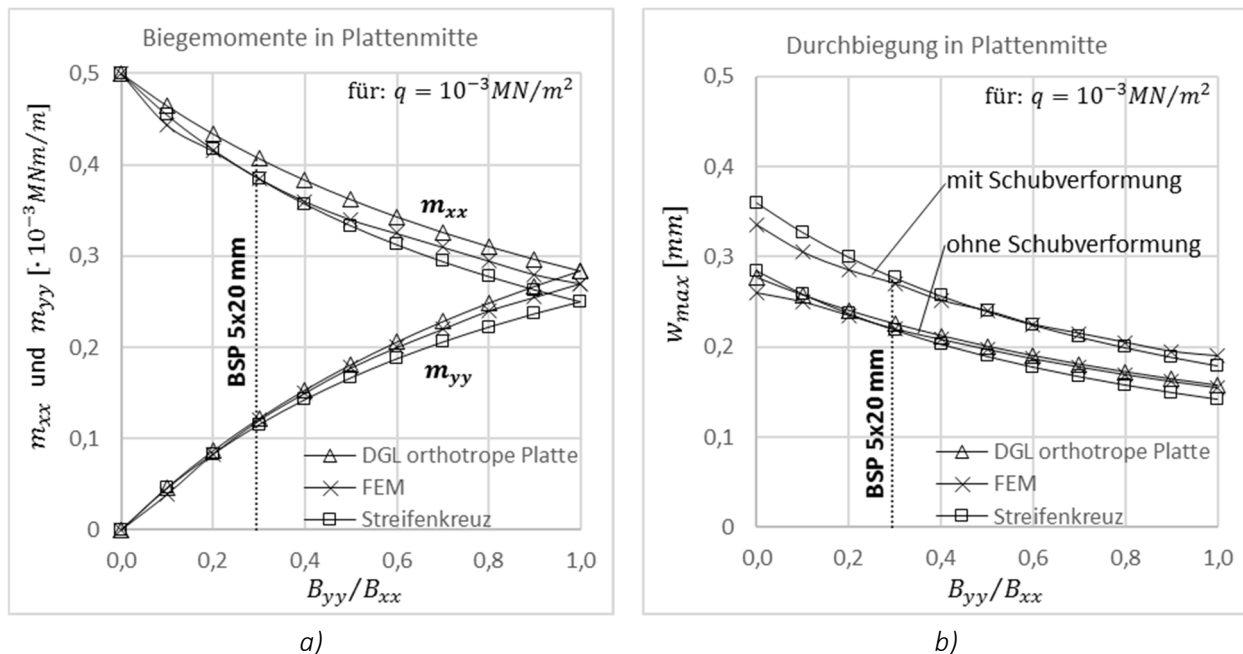


Abbildung 4.21: a) Biegemomente und b) Verformung für beispielhafte orthotrope Platte

Abweichungen resultieren beim Streifenkreuzverfahren aus der Vernachlässigung der Drillsteifigkeit. Bei der Berechnung mittels Differentialgleichung wird nur das erste Reihenglied berücksichtigt. Mit zunehmender Annäherung von B_{yy} und B_{xx} findet, bedingt durch die zweiachsige Lastabtragung, eine Abnahme der Schnittgrößen und Verformungen für die quadratische Platte statt. Für den Grenzfall $B_{yy} = B_{xx}$ wird die Last in beiden Richtungen gleichmäßig (isotrop) abgetragen. Für die Verformungen resultiert eine Erhöhung infolge Schubnachgiebigkeit von ca. 20% entsprechend den Angaben von Gleichung (4.11).

Für Segmentschalen gilt, dass diese nicht als einzelne Platten wirken, sondern durch die Verbindung von mehreren Segmenten erzeugt werden. Durch die Biegesteifigkeit der Verbindung zwischen den Segmenten liegt für Plattenbeanspruchungen eine Rotationsbehinderung an der Verbindungsstelle vor, die in Abhängigkeit von der Biegesteifigkeit der Verbindung eine Momentenbeanspruchung in Form eines Stützmomentes bedingt. Nachfolgend soll der Effekt anhand von Betrachtungen an Platten nachvollzogen werden. Beispielhaft wird hierzu eine zweiseitig gelagerte Platte mit Drehfedern an den Auflagern betrachtet (Abbildung 4.22).

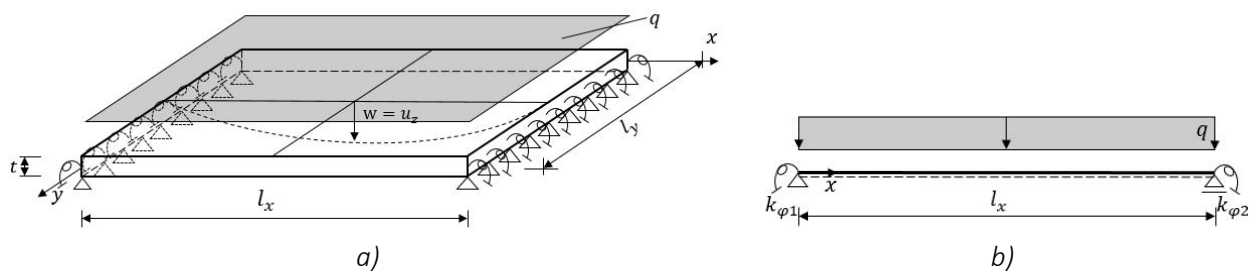


Abbildung 4.22: a) zweiseitig gelagerte Platte mit Auflagerfedern und b) Ansicht

Die Ermittlung der Biegebeanspruchung in den Auflagerfedern erfolgt analytisch mittels des Kraftgrößenverfahrens. In Abhängigkeit von den Drehfedersteifigkeiten $k_{\varphi 1}$ und $k_{\varphi 2}$ ergeben sich die Biegemomente. Für $k_{\varphi 1} = k_{\varphi 2} = k_{\varphi}$ resultieren die Biegemomente entsprechend Gleichung (4.55).

$$m_{k_{\varphi 1}} = m_{k_{\varphi 2}} = m_{k_{\varphi}} = -\frac{q \cdot l_x^2}{12} \cdot \left(\frac{l_x}{l_x + \frac{2 \cdot B_{xx}}{10^{-6} \cdot k_{\varphi}}} \right) \quad (4.55)$$

$m_{k_{\varphi 1}} = m_{k_{\varphi 2}} = m_{k_{\varphi}}$	$\left[\frac{MNm}{m} \right]$	Biegemomente in den Drehfedern
$k_{\varphi 1} = k_{\varphi 2} = k_{\varphi}$	$\left[\frac{Nmm}{mrad \cdot m} \right]$	Drehsteifigkeit
l_x	$[m]$	Spannweite

Nachfolgend wird anhand einer beispielhaften Betrachtung der Einfluss der Drehsteifigkeit an den Auflagern untersucht und die Berechnung durch FEM mittels analytischer Lösung überprüft. Abbildung 4.23 zeigt das beispielhafte System in x-Richtung. Die Berechnungen werden für das BSP mit Spannrichtung in x- (Decklage BSP) und y- (Querlagen BSP) Richtung durchgeführt.

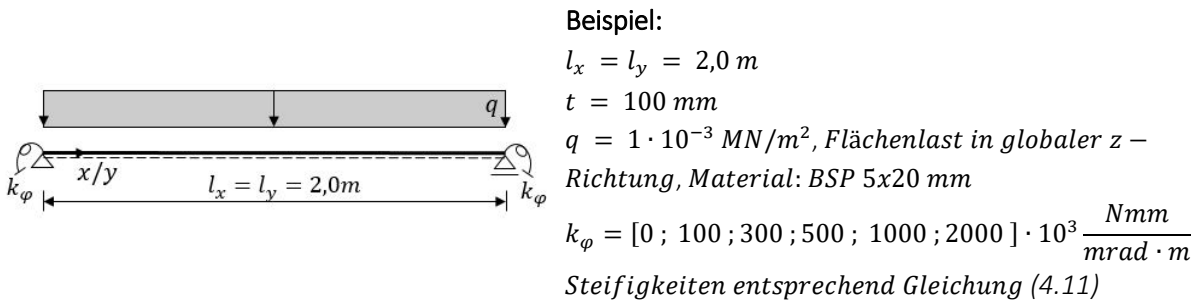


Abbildung 4.23: Beispiel einer zweiseitig gelagerten orthotropen Platte mit Drehfedern

Abbildung 4.24 zeigt die Zusammenhänge zwischen den Biegemomenten und Verformungen in Abhängigkeit von der Steifigkeit der Drehfeder am Auflager. Die Berechnungen mittels FEM stimmen exakt mit der analytischen Lösung überein. Je höher die Drehfedersteifigkeit, desto geringer wird das Feldmoment, und das Drehfedermoment steigt. Der Effekt ist in y-Richtung aufgrund der geringeren Biegesteifigkeit des Brettspertholzes stärker ausgeprägt. Die Verformungen nehmen aufgrund der größeren Steifigkeit ab.

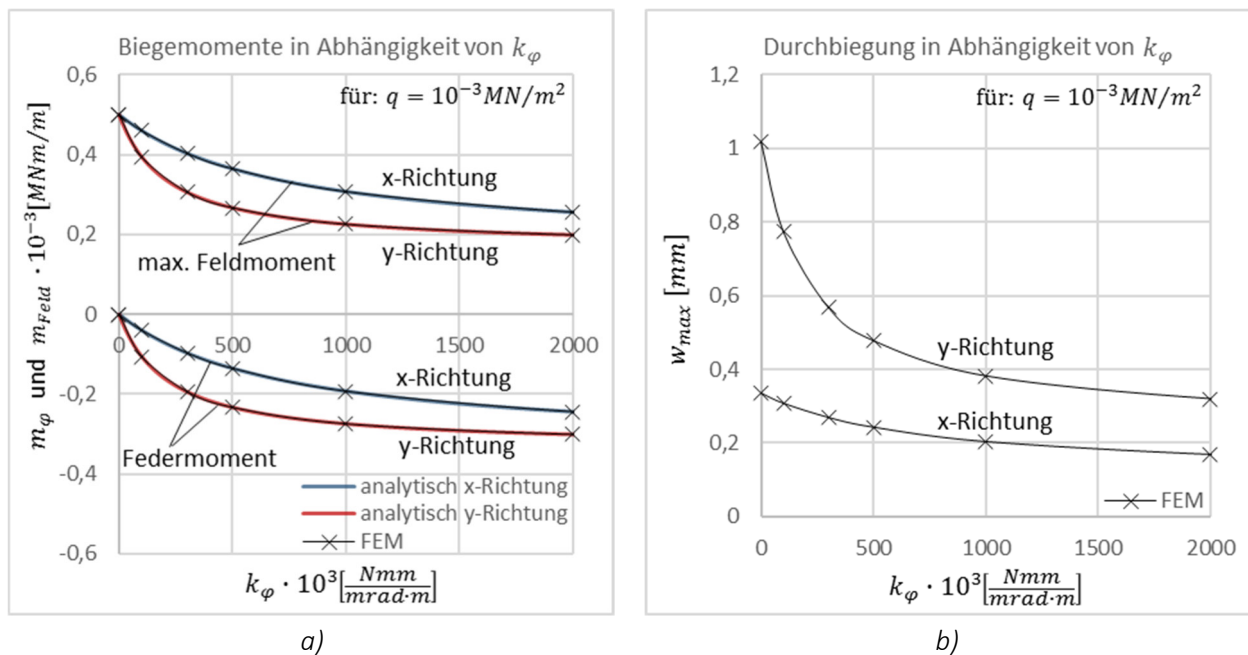


Abbildung 4.24: a) bezogene Biegemomente und b) Verformungen in Abhängigkeit von der Drehfedersteifigkeit

Für Platten mit vierseitiger Lagerung und entlang der Auflagerung umlaufenden Drehfedern erfolgt die Lastabtragung aus einer Kombination der gezeigten Fälle. Für die betrachteten quadratischen Platten resultiert die Lastaufteilung entsprechend den Biegesteifigkeiten, für Rechteckplatten müssen zusätzlich die Plattenabmessungen l_x und l_y berücksichtigt werden. Durch die vierseitige Lagerung (zweiachsige Lastabtragung) verringert sich die Beanspruchung in jeder Richtung. In Abhängigkeit von den Drehfedereigenschaften bilden sich entlang der Auflager Stützmomente aus, wodurch die Feldmomente und Verformungen geringer werden.

4.6 Zur Tragwirkung von faltwerken

Faltwerke entstehen infolge einer Anordnung von dünnen, ebenen Platten (Segmenten) im Raum. Durch die kraftschlüssige Kopplung entlang der Segmentkanten entsteht ein räumliches Flächentragwerk mit der Tragwirkung von Platte und Scheibe. Infolge lotrecht zur Mittelfläche gerichteten Beanspruchungen liegt Platten-tragwirkung vor. Für das Gesamtsystem erfolgt die Lastabtragung durch die Kopplung der Einzelplatten. Das bedeutet, dass jedes Segment entlang der Ränder im Tragwerksinneren Auflager für die Nachbarsegmente ist. Analog den Betrachtungen zum Segmentbogen sind die Knickstellen zwischen den Segmenten vergleichbar mit den Auflagerpunkten beim Durchlaufträger. Die Lastabtragung erfolgt aufgrund der hohen Dehnsteifigkeiten primär über Scheibentragwirkung. Die Biegesteifigkeit der Kopplung beeinflusst die Übertragung von Momenten. Falwerke vereinen folglich aufgrund der Lastabtragung die Tragwirkung von Platte und Scheibe [Girkmann 1986; Marti 2014].

Die Variabilität der räumlichen Anordnung von ebenen Segmenten ermöglicht eine große Vielfalt an Formen und Geometrien. Anhand dieser erfolgt die Einteilung von Falwerken in verschiedene Kategorien. Abbildung 4.25 zeigt zwei Beispiele für prismatische Falwerke mit aussteifenden Randscheiben. Eine Zusammenstellung verschiedener Faltmuster und Falwerkgeometrien finden sich beispielsweise in [Leitner 2004].

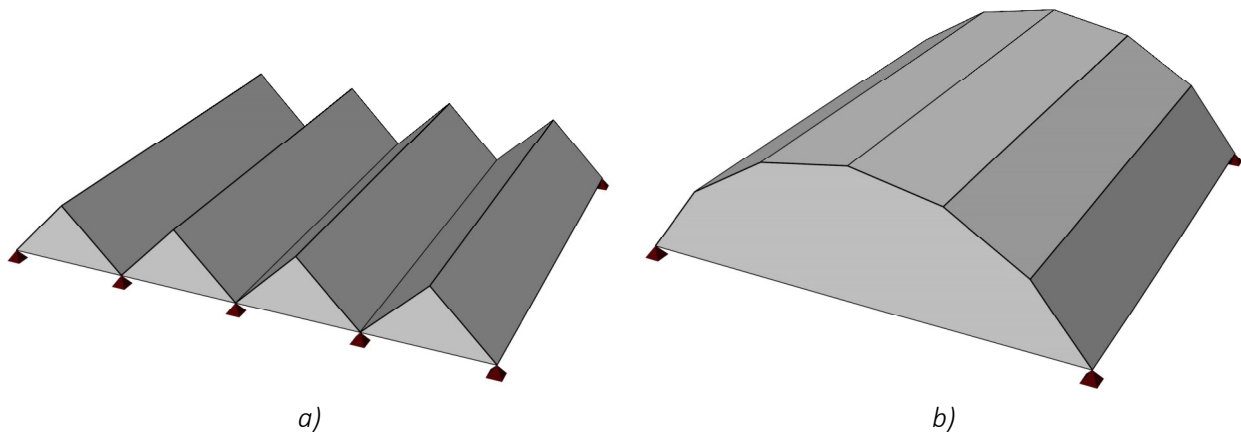


Abbildung 4.25: a) Zick-Zack- und b) Tonnen-Faltung (in Anlehnung an [Marti 2014])

Ein Schnitt in Querrichtung der Tonnen-Faltung entspricht einem Segmentbogen. In Querrichtung unterliegen die Segmente analog dem Tragverhalten von Segmentbögen einer Biegebeanspruchung (Vergleiche Abbildung 4.12). Im Gegensatz zu Segmentbögen erfolgt die globale Lastabtragung des Falwerks, bedingt durch die steifen Endscheiben, in Richtung der Falten über Scheibenkräfte [Girkmann 1986]. Hierdurch werden im Vergleich zum Segmentbogen gelenkige Verbindungen an den Segmentkanten möglich. Das System wird nicht kinematisch. Die Biegebeanspruchung der Einzelsegmente ändert sich, indem das Stützmoment an den Knickstellen verschwindet und die Feldmomente um den Betrag des Stützmomentes anwachsen (vergleiche Abbildung 4.9 und [Marti 2014]).

Die Berechnung von Falwerken erfolgt vorwiegend mittels der Methode der finiten Elemente. Die früher entwickelten und verwendeten Berechnungsverfahren veranschaulichen das Tragverhalten, sind jedoch meist

überholt [Marti 2014]. Näherungsberechnungen für prismatische Falwerke sind beispielsweise die Betrachtung als Balken oder die Drei-Schübe-Gleichung. Grundlage der Verfahren ist die Annahme der Lastabtragung entlang einer Hauptrichtung zu den Querscheiben, vergleichbar mit der Tragwirkung von Einfeldträgern. Durch die Anlehnung von Segmentschalen an zweifach gekrümmte Geometrien, mit Segmentierung in zwei Richtungen und zweiachsigem Lastabtrag, ist keines der genannten Näherungsverfahren anwendbar. Die Verfahren werden nicht weiter erläutert. Nähere Informationen finden sich in [Born 1954], [Girkmann 1986] und [Marti 2014].

4.7 Grundlagen zur Elastizitätstheorie von dünnen Schalen

Schalen sind beliebig gekrümmte Flächentragwerke [Pflüger 1967]. Sie werden über ihre Mittelfläche, Schalendicke und Materialeigenschaften definiert. Abbildung 4.26 zeigt Beispiele für Schalen mit unterschiedlichen Gaußschen Krümmungen $\kappa = \frac{1}{R_{min}} \cdot \frac{1}{R_{max}}$. Für deren Berechnung nach der technischen Schalentheorie werden zunächst grundlegende Annahmen getroffen. Die Annahmen der technischen Schalentheorie basieren, analog zu den Annahmen für Scheiben und Platten, darauf, dass die Abmessung in einer Richtung (Dickengerichtung) wesentlich kleiner ist als die Abmessungen beider Seitenlängen. Schalen können infolgedessen als Flächentragwerke auf Basis ihrer Mittelfläche betrachtet werden. Normalspannungen senkrecht zur Mittelfläche sind vernachlässigbar gering. Die verallgemeinerte Bernoulli-Hypothese hat Gültigkeit. Die Verformung ist klein im Vergleich zur Schalendicke, wodurch die Berechnungen am unverformten System aufgestellt werden [Pflüger 1967; Girkmann 1986].

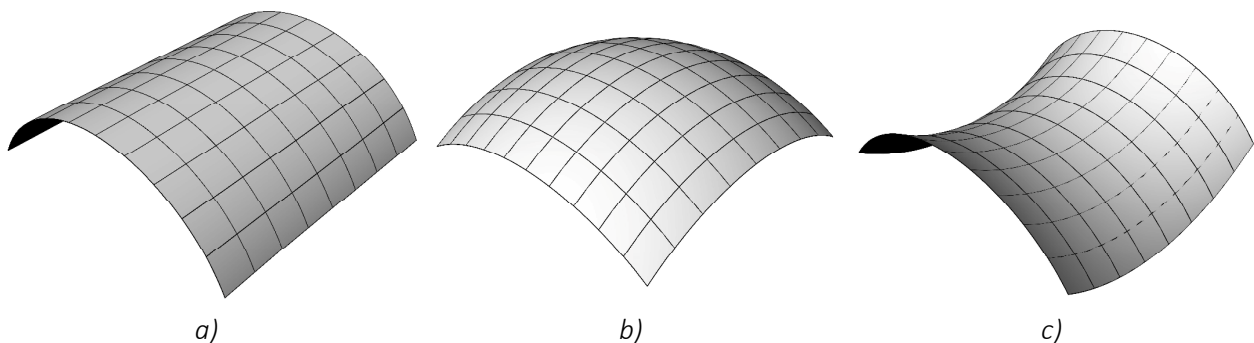


Abbildung 4.26: a) einfach $\kappa = 0$, b) zweifach positiv $\kappa > 0$ und c) zweifach negativ $\kappa < 0$ gekrümmte Fläche

Eine Berechnung von Schalen kann nach unterschiedlichen Theorien erfolgen. Für die Membrantheorie werden die infolge Verformung entstehenden Krümmungen vernachlässigt. Zulässig ist dies, wenn der Kraftfluss in Schalen primär über Membrankräfte erfolgt. Dieser Zustand liegt vor, wenn die Schale im Allgemeinen stetig gekrümmt ist, ihre Dicke ebenso wie die Flächenlasten keine sprunghaften Änderungen, sondern eine stetige Verteilung aufweisen und tangentialer Auflagerbedingungen (keine Querkräfte) vorherrschen [Girkmann 1986]. Eine Beanspruchung durch punktuelle Einzellasten liegt nicht vor. Sind diese Bedingungen eingehalten, ist eine Ermittlung der Normalkräfte mit der Membrantheorie rein über Gleichgewichtsbedingungen möglich. Abbildung 4.27a zeigt eine Rotationsschale. Aus dem Gleichgewicht am differentiellen Schalenelement (Abbildung 4.27b) resultieren die Schnittgrößen (Meridiankraft n_φ , Ringkraft n_ϑ und die Schubkraft $n_{\varphi\vartheta}$) entsprechend den Gleichungen (4.56) bis (4.58) [Pflüger 1967].

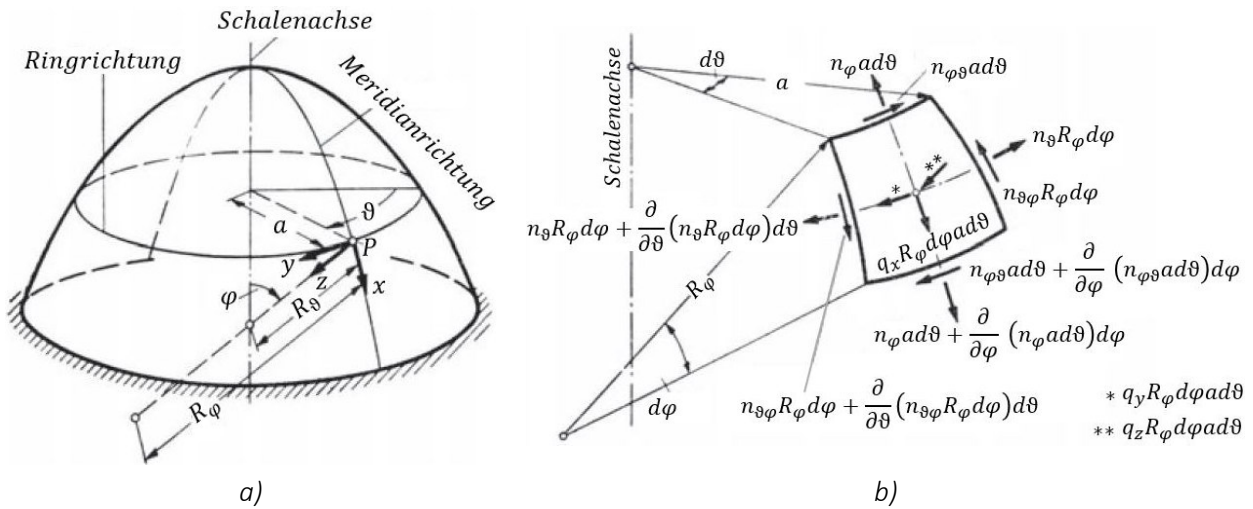


Abbildung 4.27: a) Rotationsschale und b) differenzielles Schalelement in Anlehnung an [Pflüger 1967]

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (n_\varphi R_\vartheta \sin \varphi) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} n_{\varphi\vartheta} R_\varphi - n_\vartheta R_\varphi \cos \varphi + q_x R_\varphi R_\vartheta \sin \varphi = 0 \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} n_\vartheta R_\varphi + \frac{\partial}{\partial \varphi} (n_{\varphi\vartheta} R_\vartheta \sin \varphi) + n_{\varphi\vartheta} R_\varphi \cos \varphi + q_y R_\varphi R_\vartheta \sin \varphi = 0 \quad (4.57)$$

$$n_\varphi R_\vartheta + n_\vartheta R_\varphi + q_z R_\varphi R_\vartheta = 0 \quad (4.58)$$

φ	[°]	Meridianwinkel
ϑ	[°]	Umfangswinkel
n_φ	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Meridiankraft
n_ϑ	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Ringkraft
$n_{\varphi\vartheta} = n_{\vartheta\varphi}$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Schubkraft
a	[m]	Krümmungsradius des Breitenkreises
R_φ	[m]	Krümmungsradius des Meridians
R_ϑ	[m]	Länge der Schalenormalen von Punkt P bis zur Schalenachse
q_x, q_y, q_z	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	Flächenlast in Richtung der lokalen Komponente

Die gewöhnliche Gleichung (4.58) stellt die doppelte Kesselformel für Normalkräfte in zwei Richtungen dar. Für rotationssymmetrische Belastungen können die Gleichungen vereinfacht werden. Die Schubkräfte werden zu null, da aufgrund der Belastung eine rotationssymmetrische Schnittgrößenverteilung vorliegen muss. Für Halbkugelschalen ($R_\varphi = R_\vartheta = R$) unter einer konstanten, auf den Grundriss bezogenen Flächenlast (Schneelast) q_s folgen die Meridian- und Ringkräfte unter Anwendung der Gleichungen (4.56) bis (4.58) zu (4.59) und (4.60). Dasselbe folgt für einen Gleichgewichtsansatz am Gesamtsystem.

$$n_\varphi = -\frac{q_s \cdot R}{2} \quad (4.59)$$

$$n_{\varphi} = -\frac{q_s \cdot R}{2} \cdot \cos 2\varphi \quad (4.60)$$

Pflüger [1967] beschreibt aufgrund der Herleitung der Membrantheorie, dass Schalen stets Stützflächen sind und dies nicht, wie bei linienförmigen Tragwerken, von der Belastung abhängig ist. Dennoch treten bei Schalen häufig Randstörungen, bedingt durch die Lagerung, auf. Infolge der Nichteinhaltung eines der Kriterien der Membrantheorie wird eine Berechnung nach der Biegetheorie der Schalen erforderlich. Zur Bestimmung der Schnittgrößen sind analog zu der Berechnung von Scheiben und Platten das Materialgesetz und die kinematischen Abhängigkeiten erforderlich. Bei nicht ideal tangentialer Auflagerung sowie bei Einspannungen wirken im Randbereich neben den Membrankräften zur Erfüllung des Gleichgewichtes zusätzlich Querkräfte und Biegemomente. Bei biegesteifen dünnen Schalen ist es trotz Randstörung möglich, das Tragwerk für einen reinen Membranzustand zu betrachten und Bereiche mit Randstörungen gesondert zu behandeln [Girkmann 1986]. Dies bedeutet, dass der Membranzustand stets als Partikularlösung für beliebige Rotationsschalen angesetzt werden darf [Pflüger 1967]. Zerna [1953] und aufbauend Mittelmann [1958] entwickelten ein Näherungsverfahren zur Betrachtung von Randstörungen in Translationsschalen. Es zeigt sich, dass für Schalen, wenn sie nicht zu flach sind, der Biegeeinfluss durch die Lagerung rasch abklingt. Auch [Pflüger 1967] erläutert das rasche Abklingen der Randstörungen. Die Form der Funktion ähnelt sowohl für Zylinderschalen als auch für beliebige Rotationsschalen einer gedämpften Schwingung. Für die Ermittlung von Randstörungen gibt Pflüger Funktionen zu deren Berechnung an. Anhand einer beispielhaften Berechnung für eine Kugelschale ($f/L = 5,46 \text{ m}/30 \text{ m}$) auf einem Zugring zeigt [Girkmann 1986] die Verteilung der Biegemomente in Meridianrichtung für ständige Lasten aus Eigengewicht (siehe Abbildung 4.28).

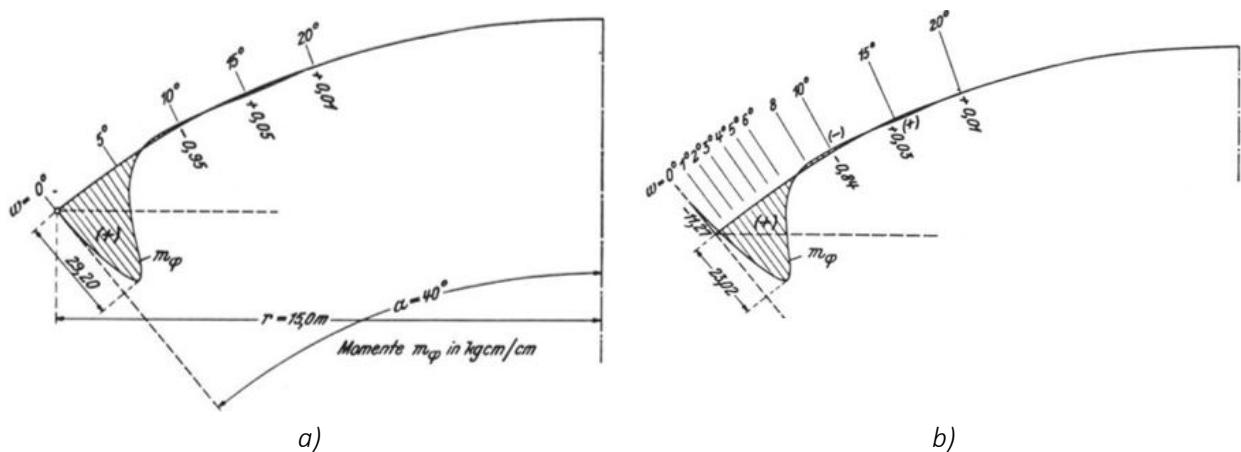


Abbildung 4.28: Biegemomentenverlauf in Meridianrichtung mit Randstörung für a) gelenkige Lagerung und b) elastische Einspannung [Girkmann 1986]

Beide Lagerungsarten der Abbildung 4.28 zeigen den Einfluss der vertikalen Auflagerung auf dem Zugring, wodurch eine große Biegebeanspruchung im Randbereich der Schale induziert wird. Das Abklingverhalten entspricht einer gedämpften Schwingung. Entsprechend der Biegelinie folgen positive Biegemomente in Meridianrichtung in Auflagernähe. Aus der elastischen Einspannung im Fall b) resultiert ein Stützmoment, dessen

Größe von der Drehsteifigkeit der Auflagerung abhängt. Für beide Fälle a) und b) klingt die maßgebende positive Biegebeanspruchung im Bereich bis $\varphi \geq \varphi_{RSt.} \geq ca. 0,8\varphi$ und die komplette Randstörung im Intervall $\varphi \geq \varphi_{RSt.} \geq ca. 0,5\varphi$ ab.

Für Kuppeltragwerke mit Zugring, die eine Unstetigkeit zur Meridiantangente der Kuppel aufweisen, empfiehlt Dischinger die Einführung einer Übergangskurve. Die Kurve bewirkt eine Krümmungsänderung der Kuppel im Bereich des Zugringes und, falls erforderlich, ebenfalls eine Zunahme der Schalendicke. Ziel ist, die Unstetigkeitsstelle zu eliminieren und Biegebeanspruchungen zu reduzieren [Girkmann 1986].

Für Translationsschalen aus ebenen Segmenten mit linienförmigen, vertikalen Lagerbedingungen treten analog Randstörungen auf. Die Randstörungen können mittels geometrischer Anpassung der Auflagerbedingungen reduziert werden. Erfolgt keine Anpassung, müssen die gesamten Beanspruchungen durch die Randbereiche der Segmentschale aufgenommen werden. Besonders sind die Verbindungsbereiche zwischen den Segmenten zu beachten. Aufgrund der geringen Schalendicke ist von deutlich geringeren Biegesteifigkeiten und Biegetragfähigkeiten im Bereich der Verbindungen auszugehen als in den ungestörten Einzelsegmenten. Für Translationsschalen aus ebenen Segmenten resultieren zwei Möglichkeiten für den Umgang mit Randstörungen, falls diese die Biegebeanspruchbarkeit der Verbindungen im Randbereich übersteigen. Eine Möglichkeit besteht darin, die Segmente im Auflagerbereich tangential zu diesem auszurichten. In den meisten Fällen dürfte dies, je nach gewünschter Geometrie, schwer umsetzbar sein oder aber eine feine Segmentierung erfordern. Eine andere Variante besteht darin, die Randsegmente ausreichend groß (unter Umständen größer als die Segmentierung im Inneren der Segmentschale) auszuführen, so dass die gesamten Randstörungen in den Einzelsegmenten am Rand abklingen (siehe beispielhaft in Abbildung 4.29). Die Randstörung bleibt bei diesem Ansatz erhalten, wird jedoch über Biegung im Brettsperrholz und nicht in den Verbindungen abgetragen.

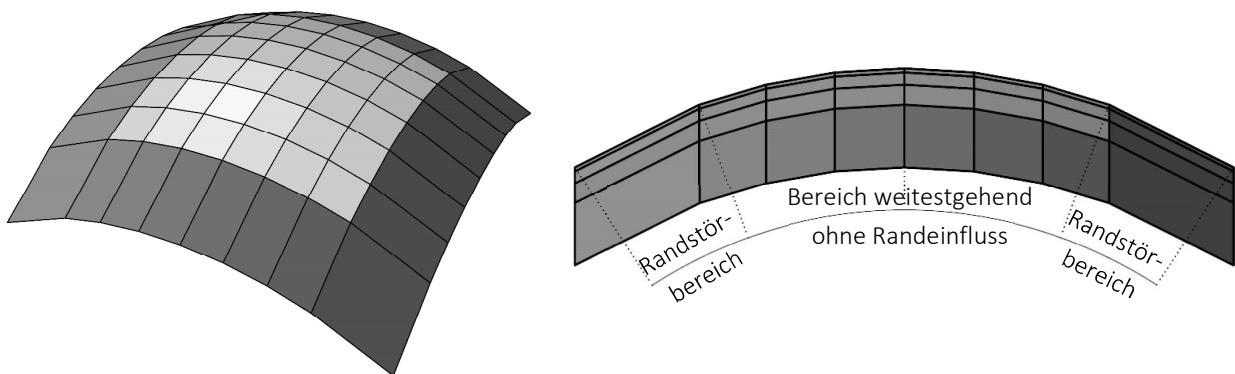


Abbildung 4.29: Segmentschale mit größeren Segmenten im Bereich von Randstörungen

Weitere Erläuterungen, Herleitungen und Beispiele zur Biegetheorie von Schalen finden sich beispielsweise in [Flügge 1962; Pflüger 1967; Girkmann 1986].

4.8 Grundlagen zur Stabilität

4.8.1 Beulen und Durchschlagen

Die Lastabtragung von Segmentschalen mit positiver Gaußscher Krümmung erfolgt primär über Druckkräfte in Meridianrichtung und Druck- und Zugkräfte in Ringrichtung. Druckbeanspruchte Bauteile und Tragwerke erfordern Überlegungen hinsichtlich ihrer Stabilität. Für gängige Stabtragwerke werden unter Verwendung der Knickfälle nach Euler in der Regel eindimensionale Analysen zum Knicken angestellt. Entscheidende Kriterien für die kritische Knicklast stellen die Biegesteifigkeit des Stabes und dessen Knicklänge dar. Platten und Schalen erfordern, bedingt durch deren Geometrie, eine zweidimensionale Betrachtung des Beulens [Marti 2014]. Die Aufgabe von stabilitätstheoretischen Betrachtungen besteht in der Erfassung des Einflusses von Druckkräften auf das Gleichgewicht. Die Berechnung erfolgt nach Theorie 2. oder 3. Ordnung, wodurch die für Stabilitätsbetrachtungen erforderliche Berücksichtigung von Abtriebskräften infolge Druckbeanspruchungen beinhaltet ist. Für den Fall einer exakt zentrischen Druckbeanspruchung eines exakt zentrischen Systems ohne Querkraftbeanspruchung liegt ein ideales Verzweigungsproblem mit idealen Verzweigungslasten vor [Petersen 1992]. Abbildung 4.30 zeigt die Last-Verformungskurven für ideal zentrische (Verzweigungsproblem) und exzentrische Systeme (Spannungsproblem nach Theorie 2. Ordnung) für einen Knickstab, eine Platte sowie eine Kreiszyklinderschale unter axialer Beanspruchung.

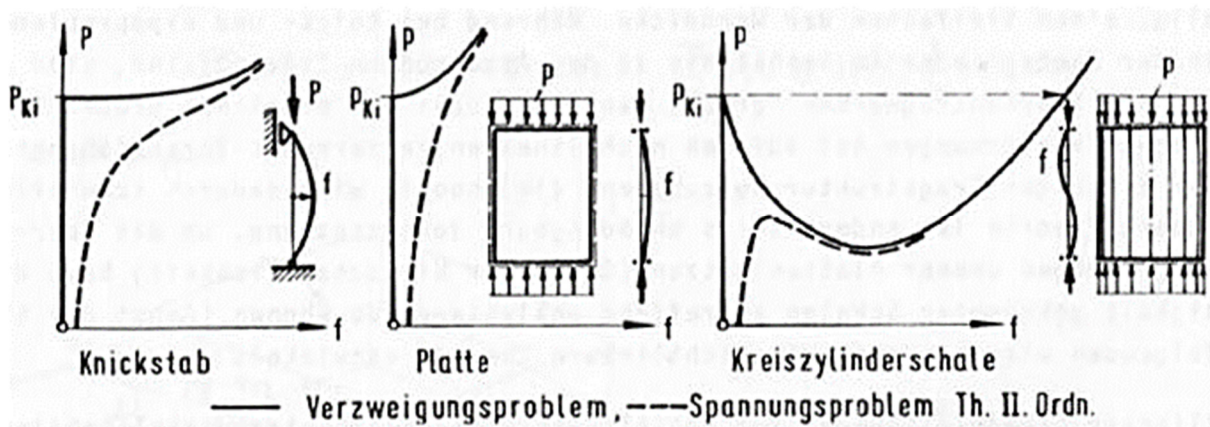


Abbildung 4.30: Last-Verformungs-Kurven für unterschiedliche Tragwerkstypen [Petersen 1992]

Verzweigungslasten stellen für die praktische Anwendung der Stabilitätsbetrachtung von Schalen lediglich Bezugswerte dar. Bedingt durch Imperfektionen erfolgt ein Stabilitätsversagen meist bei weniger als 20 bis 40% der kritischen Beullast der idealen Schalen [Marti 2014]. Petersen [1992] und Marti [2014] beschreiben die Komplexität der geometrisch nichtlinearen Berechnung von Platten und Schalen und verweisen auf die Lösung mittels Numerik (FEM). Die durchgeführten Berechnungen unter Berücksichtigung von imperfekten Strukturen bilden nach [Petersen 1992] das Tragverhalten realistischer ab.

Eine Berechnung nach Theorie 2. oder 3. Ordnung bedeutet, dass aus mathematisch-mechanischer Sicht Differenzialgleichungen am verformten System unter Verwendung von Gleichgewicht und Elastizitätsgesetz ermittelt werden. Die Herleitung erfolgt entweder statisch oder über energetische Ansätze. Für letztere wird das Tragwerk einer virtuellen Verrückung unterworfen. Sollte eine strenge Lösung aufgrund mathematischer

Schwierigkeiten nicht möglich sein, kommen Näherungsverfahren, z.B. nach Galerkin oder Rayleigh/Ritz, zur Anwendung [Petersen 1992].

Die Betrachtung am verformten System bedingt eine Beziehung von Platten- und Scheibentheorie für ebene Flächen. Die das Beulen verursachende Einwirkung erfolgt in Scheibenrichtung, während die für das Beulen relevanten Verformungen normal zur Ebene gerichtet sind. Dies bedeutet, dass infolge der geometrisch nicht-linearen Stabilitätsbetrachtung die Berechnung für Platten und Scheiben miteinander gekoppelt sind und eine gesonderte Betrachtung und anschließende Superposition nicht möglich ist.

Für ein- und zweidimensionale druckbeanspruchte, überhöhte Tragwerke (z.B. Bögen, Sprengwerke oder Schalen mit einer Gaußschen Krümmung $\kappa \geq 0$ (siehe Abbildung 4.26)) kommt neben dem Effekt des Beulens der Effekt des Durchschlagens hinzu. Entscheidend für das Durchschlagproblem ist das Verhältnis von Stich zu Spannweite f/L und die Dehnsteifigkeit des Tragwerks. Flache Stiche sind daher nicht nur aus geometrischen Gründen im Hinblick auf das Durchschlagen ungünstig. Durch die Wahl von flachen Tragwerksgeometrien steigen gleichermaßen die Normalkraftbeanspruchungen überproportional stark an (siehe Abbildung 4.10) wodurch gleichzeitig bei unveränderter äußerer Einwirkung die Beulgefahr im Tragwerk zunimmt. Schober [2016] gibt für Tonnen und Kuppeln einen unteren Grenzwert von f/L an, ab welchem die Gefahr der Instabilität erheblich zunimmt. Abbildung 4.31 zeigt den erforderlichen Materialverbrauch für Tonnenschalen und Kuppeln in Abhängigkeit von f/L . Für $f/L < 0,14$ steigt der Materialaufwand aufgrund der Gefahr der Instabilität an.

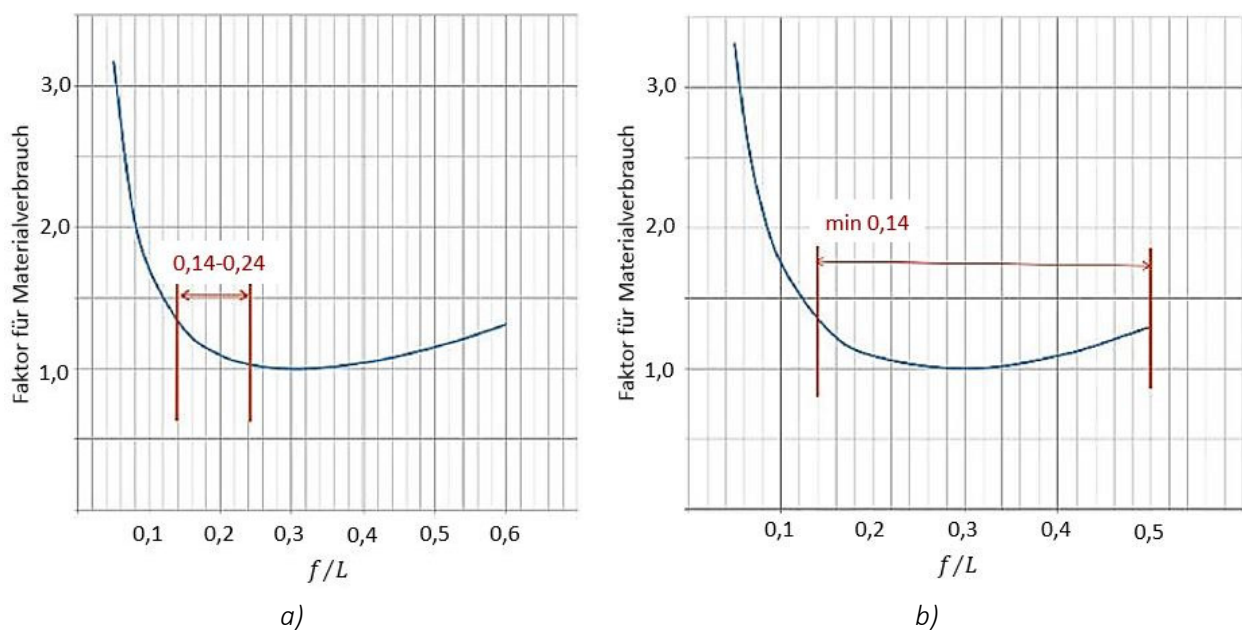


Abbildung 4.31: Materialverbrauch in Abhängigkeit von f/L für a) Tonne und b) Kuppel nach [Schober 2016]

Pflüger [1975] beschreibt die Problematik des Durchschlagens am Beispiel eines geknickten Systems aus zwei Druckstäben (vergleiche Abbildung 4.32) mit Einzellast am Firstgelenk.

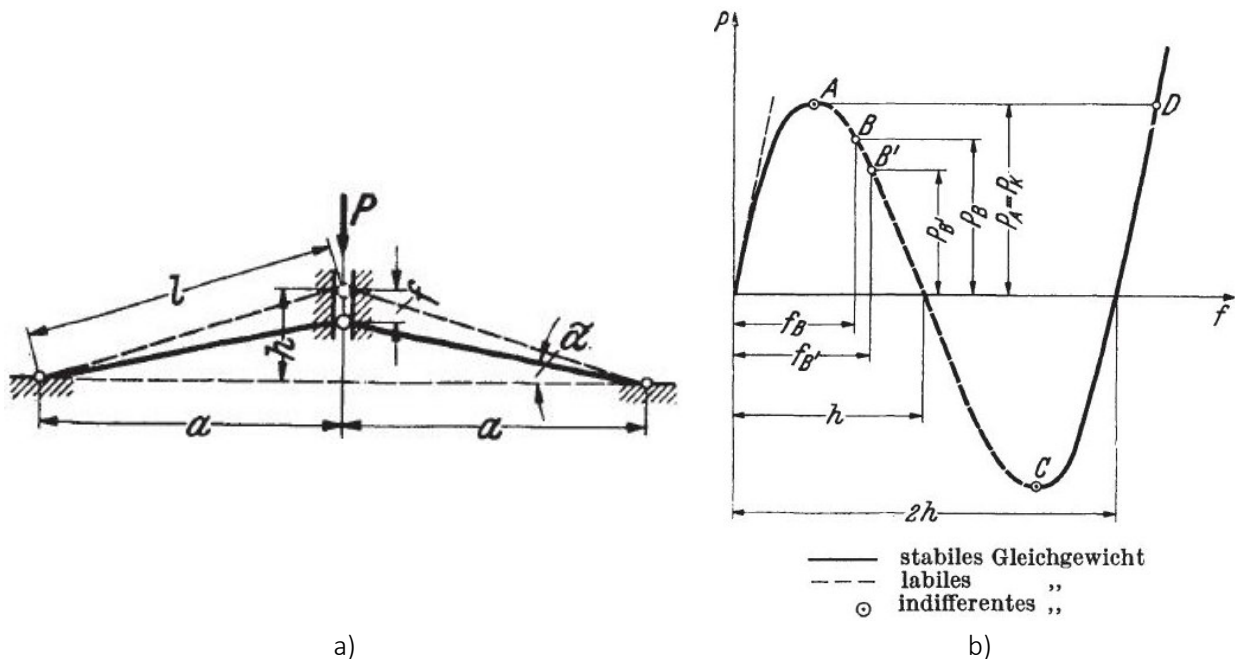


Abbildung 4.32: a) beispielhaftes System für ein Durchschlagproblem und b) zugehörige Last-Verformungs-Kurve [Pflüger 1975]

Wird ein Knicken der Druckstäbe ausgeschlossen (Wahl von Querschnitten mit ausreichender Biegesteifigkeit), so wird ersichtlich, dass sich ein stabilitätsbedingtes Versagen in Form einer Stauchung der Druckstäbe einstellt. Dies bedeutet, dass mit zunehmender Last die Stauchung der Stäbe aufgrund der steigenden Last sowie der Formänderungen des Gesamtsystems zunimmt, bis der kritische Punkt A in Abbildung 4.32b erreicht ist. Das Gleichgewicht ist indifferent. Zwischen Punkt A und D liegt kein stabiles Gleichgewicht vor, und das System wird von Punkt A nach D durchgeschlagen. Durchschlagprobleme resultieren folglich meist für flache Tragwerksgeometrien aufgrund Stauchung der Tragglieder [Pflüger 1975]. Scholz [2003] führte eine beispielhafte Durchschlaganalyse einer Sparrenkonstruktion unter Berücksichtigung nachgiebig verbundener Querschnitte durch. Die Gegenüberstellung der analytischen Berechnung mit den Ergebnissen der numerischen Traglastiteration zeigt eine gute Übereinstimmung und lässt sich auf die räumliche Berechnung übertragen.

Für die praktische Stabilitätsanalyse sind Betrachtungen an imperfekten Systemen erforderlich. Besonders Schalen reagieren empfindlich auf Imperfektionen und zeigen ein post-kritisches Entfestigungsverhalten. Die geometrisch nichtlinearen Betrachtungen, wie sie für Untersuchungen der Stabilität von Platten und Schalen erforderlich werden, sind aufwändig. Die Lösung erfolgt heute mittels leistungsfähiger FEM-Software [Marti 2014]. Aufgrund der Komplexität zeigt dieser Abschnitt nur die prinzipiellen Grundlagen von Stabilitätsproblemen von Platten und Schalen. Nach der Darstellung der Grundlagen erfolgt nun die Erläuterung von Imperfektionen vor abschließend die Methodik für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Stabilitätsbetrachtungen geschildert wird. Für vertiefte Überlegungen sowie analytische Herleitungen und Lösungen sei auf die Fachliteratur wie beispielsweise [Petersen 1992] oder [Pflüger 1975] verwiesen.

4.8.2 Imperfektionen

Bei der Berechnung von Tragwerken sind neben den planmäßigen Beanspruchungen zusätzliche unplanmäßige Effekte zu berücksichtigen. Hierunter werden geometrische und strukturelle Imperfektionen verstanden. Letztere stellen innere Imperfektionen, wie beispielsweise Eigenspannungen oder Inhomogenitäten von Baustoffen dar. Geometrische, auch äußere Imperfektionen genannt, sind Abweichungen wie beispielsweise Schiefstellung, Vorverformungen oder außermittige Lasteinleitungen, die infolge nicht vermeidbarer Ausführungsungenauigkeiten bei der Herstellung und Montage auftreten. Imperfektionen treten bei allen Tragwerken auf. Besonders für stabilitätsgefährdete Bauteile und Tragwerke müssen diese Einflüsse in einer angemessenen Form berücksichtigt werden. Der Einfluss von Imperfektionen hängt von der Beanspruchung im Tragwerk ab. Je größer die planmäßigen Biegemomente im Tragwerk, bezogen auf die wirkenden Druckbeanspruchungen, sind, desto geringer ist die Auswirkung von Imperfektionen [Petersen 1992]. Bei Schalen und auch bei angenäherten Segmentschalen sind die planmäßigen Biegebeanspruchungen gering. Imperfektionen sind daher in der Berechnung zwingend zu berücksichtigen.

Die Größe und das Auftreten von Imperfektionen unterliegen Streuungen. Dies bedeutet, dass die Aufteilung von Imperfektionen in Tragwerken nur durch statistische Erhebungen zu bestimmen ist. Gleichzeitig kann davon ausgegangen werden, dass eine Überlagerung sämtlicher Einflüsse hin zur ungünstigen Seite unwahrscheinlich ist. Aufgrund der verschiedenen Tragwerkstypen und Konstruktionen erweist sich eine messtechnische Auswertung als schwierig [Petersen 1992]. [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] gibt Ansätze für die Berücksichtigung von Imperfektionen an. Die Ansätze umfassen die geometrischen Imperfektionen der Bauteile, die Imperfektionen aus Herstellung und Errichtung sowie Inhomogenitäten von Baustoffen. In den Bemessungsmethoden nach [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] sind geometrische und strukturelle Imperfektionen inkludiert. Hinsichtlich geometrischer Imperfektionen gibt die Norm anzusetzende Werte für die Vorverformung von ebenen Rahmen und Bögen an. Beispiele für Vorverformungen sind in Abbildung 4.33 dargestellt.

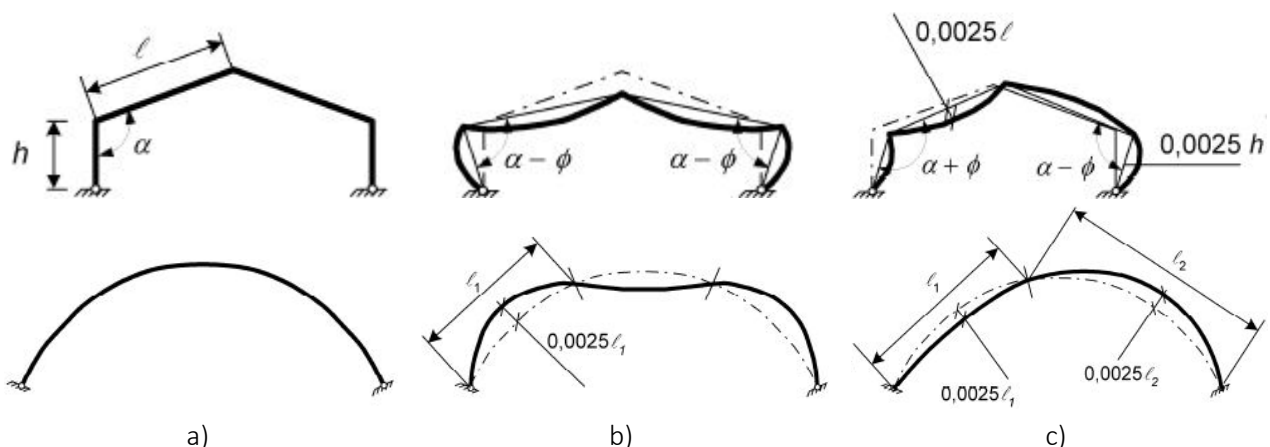


Abbildung 4.33: Beispiele für geometrische Imperfektionen. a) unverformte Systeme, b) symmetrisch vorverformt und c) unsymmetrisch vorverformt [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010]

Die Vorgaben für die ebenen Rahmen und Bögen entsprechen in Annäherung den segmentierten Leitlinien und Erzeugenden, die das Grundgerüst für aus ebenen Platten segmentierte Translationsschalen mit positiver Gaußscher Krümmung darstellen. Die Vorverformungen sind als spannungsfreier Anfangszustand aufzubringen.

4.8.3 Methodik in der FEM-Berechnung

Die Stabilitätsbetrachtungen werden mittels FEM (Sofistik) durchgeführt. Die finale Ermittlung des Beulwertes erfolgt nach Theorie 3. Ordnung. Berücksichtigt werden in der Berechnung demnach materielle und geometrische Nichtlinearitäten ebenso wie Effekte aus geometrischen Systemänderungen, wie beispielsweise Durchschlagen oder Nachbeulverhalten. Die nachfolgend beschriebene Methodik liegt der im Rahmen der Arbeit in Abschnitt 8.5 durchgeführten Stabilitätsbetrachtung zugrunde. Für die betrachtete Segmentschale wird zunächst eine geometrisch lineare Beulwertanalyse ohne Berücksichtigung von Imperfektionen durchgeführt. Im Anschluss erfolgt eine geometrisch lineare Traglastiteration. Der Schritt dient der Beurteilung der maximalen Tragfähigkeit der Segmentschale ohne Imperfektionen und als Referenzwert für die imperfekte Struktur. Darauf aufbauend wird eine geometrisch nichtlineare Traglastberechnung unter Verwendung der Imperfektionen gemäß Abschnitt 4.8.2 durchgeführt. Zusätzlich erfolgt eine Berechnung unter Ansatz von Vorverformungen entsprechend der linear elastischen Berechnung der 1. Beulform. Auf Basis des Maximalwertes der nichtlinearen Traglastiteration erfolgt eine abschließende Kontrollberechnung der Beuleigenwerte am imperfekten System.

4.9 Fazit

Der geschichtete orthotrope Aufbau von Brettspertholz muss in der Berechnung berücksichtigt werden. Anhand der Eigen- und Steineranteile der jeweiligen Lagen erfolgt die Ermittlung der Steifigkeitsmatrizen für die Betrachtung des geschichteten Aufbaus in der Form von ideellen Ersatzquerschnitten. Auf Grundlage der daraus ermittelten Schnittgrößen kann die Rücktransformation erfolgen, und die Spannungen in den einzelnen Lagen des Brettspertholzes können ermittelt werden. Gleichmaßen kann für geschichtete Aufbauten die maximale Tragfähigkeit je Lage bestimmt werden.

Die Tragfähigkeit und Verformung von eindimensionalen Tragwerken wird mit zunehmender Spannweite maßgeblich von Biegebeanspruchungen beeinflusst. Eine Möglichkeit der Reduzierung dieses Einflusses erfolgt durch Tragwerke wie beispielsweise Bögen oder Segmentbögen, die die Lasten primär über Normalkräfte ableiten. Der Einfluss aus Biegung wird reduziert, und das System trägt die Lasten primär über Normalkräfte. Bei unveränderten Querschnitten und Einwirkungen ist eine deutlich geringere Verformung und Ausnutzung die Folge. Mit steigendem f/L -Verhältnis nimmt die Normalkraft ab. Das ideale System stellt hierbei das Bogen-tragwerk dar, das der Stützlinie entspricht. Aufgrund der Leichtigkeit von Holzkonstruktionen und der veränderlichen Beanspruchungen ist eine derartige Ausführung für Holzbauten meist nicht möglich. Bei Segmentbögen wirken die Knickstellen zwischen den Segmenten vergleichbar zu nachgiebigen Auflagern von Durchlaufsystemen. Für Segmentbögen sind aufgrund der Kinematik keine gelenkigen Verbindungen zwischen den einzelnen Segmenten möglich. Mit zunehmend feinerer Segmentierung nähert das Tragverhalten des Segmentbogens das Tragverhalten des Bogens asymptotisch an.

Segmentschalen sind gemäß Definition den Faltschalen zuzuordnen. Die Lastabtragung setzt sich aus Platten- und Scheibentragwirkung zusammen. Aufgrund der Segmentierung in zwei Richtungen mit Berücksichtigung von Nachgiebigkeiten an den Segmentkanten eignet sich keines der klassischen Näherungsverfahren zur Berechnung von Faltschalen für die Berechnung von Segmentschalen. Die Berechnung erfolgt mittels der Methode der Finiten Elemente unter Berücksichtigung der materialspezifischen Parameter für Brettspertholz. In Abhängigkeit von der Segmentierung wäre aus rein geometrischen Gesichtspunkten für große Segmente entsprechend der Zuordnung von Tabelle 4.1 eine Berechnung für Plattenbeanspruchungen nach der Theorie von Kirchhoff möglich. Für feinere Segmentierungen ist hingegen aufgrund der gedungenen Querschnitte eine Berechnung nach der Theorie von Reissner/Mindlin unter Berücksichtigung von Schubnachgiebigkeiten notwendig. Unabhängig von den geometrischen Abmessungen erfolgt die Berechnung der einzelnen Segmente nach Reissner/Mindlin. Der Grund liegt in der erhöhten Schubnachgiebigkeit bei Plattenbeanspruchung infolge des geringen Rollschubmoduls der Querlagen des Brettspertholzes.

In Abhängigkeit von der Feinheit der Segmentierung nähern Segmentschalen global das Tragverhalten von gekrümmten Schalen an, selbst wenn sie entsprechend der Definition diesen nicht zuzuordnen sind. Für eine Plausibilisierung der Berechnung von Segmentschalen bieten sich gekrümmte Schalen an. Auf Basis der Segmentierung zugrundeliegenden gekrümmten Schale kann der Vergleich für feinmaschige Segmente erfolgen, bevor diese anschließend schrittweise vergrößert werden.

Segmentschalen mit Gaußschen Krümmungen $\kappa \geq 0$ erfordern Stabilitätsbetrachtungen. Betrachtet werden müssen die Phänomene des Beulens und des Durchschlagens. Die Analyse erfolgt in Anlehnung an die Berechnung von Schalen auf Basis der Methode der finiten Elemente unter Berücksichtigung von Imperfektionen. Die Gefahr eines Stabilitätsversagens kann durch die Ausführung einer nicht zu flachen Schale (geeignete Festlegung von f/L) reduziert werden. Doppelt gekrümmte Schalen sind aus Stabilitätsgründen den einfach gekrümmten vorzuziehen.

5 Voruntersuchungen zu Segmentschalen aus Translationsflächen mit Sensitivitätsanalyse

5.1 Allgemeines zu den Voruntersuchungen

Die Voruntersuchungen dienen der Beurteilung des Einflusses unterschiedlicher Segmentierungen und Verbindungseigenschaften auf das Tragverhalten von Segmentschalen. Die Berechnungen hinsichtlich der Parameter basieren auf der Geometrie von Translationsflächen aus Kreissegmenten. Die Betrachtungen finden für Spannweiten $L_x = L_y = 20,0m$ statt. Der schematische Ablauf des Vorgehens ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Zunächst werden analytische Überlegungen zu isotropen rotationssymmetrischen Kugelschalen angestellt 1) und für die Validierung der numerischen Berechnung von isotropen Translationschalen herangezogen 2). Aufbauend werden in 3) die Berechnungen auf orthotropes BSP erweitert. Auf Grundlage der validierten Modelle werden Untersuchungen zum Einfluss der Segmentierung 4) und der Verbindungssteifigkeiten 5) angestellt und abschließend Richtwerte für die Konzeption der betrachteten Segmentschale abgeleitet 6).

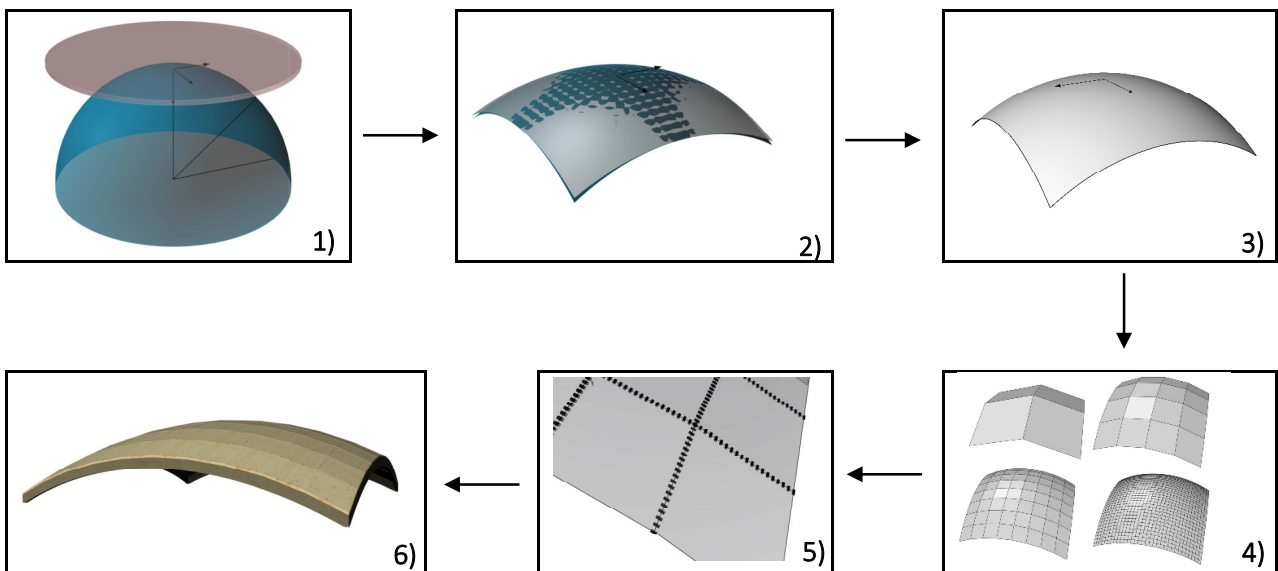


Abbildung 5.1: Methodik des Vorgehens bei den Voruntersuchungen

Der lagenweise gekreuzte Aufbau von BSP wird direkt in Sofistik hinterlegt und von diesem zu ideellen Ersatzquerschnitten entsprechend Abschnitt 4.2 zusammengefasst. Auf diese Weise können die Berechnungen an 2D-Elementen erfolgen. Zu den Eigenschaften der einzelnen Brettlagen werden keine gesonderten Versuche durchgeführt. Grundlage für die Modellierung bilden die Steifigkeitswerte für C24 nach [DIN EN 338:2016-07]. Die etwas geringeren Elastizitätsmodule in Faserrichtung $E_{0,mean}$ im Vergleich zu [ETA-14/0349 2014] des verwendeten Brettsperrholzes liegen zum einen auf der sicheren Seite und sind zum anderen aufgrund der deutlich größeren Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel von untergeordneter Bedeutung. Der Rollschubmodul $G_{R,mean}$ wird entsprechend [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] zu $0,1 \cdot G_{mean}$ angesetzt. Hieraus resultiert die Steifigkeitsmatrix für das fünflagige Brettsperrholz entsprechend Tabelle 5.1.

Tabelle 5.1: Steifigkeitsmatrix aus Sofistik für Brettsperrholz 5x20m

Nr	Typ	m_{xx} [kNm]	m_{yy} [kNm]	m_{xy} [kNm]	v_x [kN/m]	v_y [kN/m]	n_{xx} [kN/m]	n_{yy} [kN/m]	n_{xy} [kN/m]
1	m_{xx}	732.41							
2	m_{yy}		215.09						
3	m_{xy}			57.50					
4	v_x				10036.00				
5	v_y					5018.00			
6	n_{xx}						674800.05		
7	n_{yy}							462200.06	
8	n_{xy}								69000.01

Die Steifigkeitsmatrix der FEM stimmt mit der Steifigkeitsmatrix nach Abschnitt 4.2 mit Ausnahme des Wertes für die Drillsteifigkeit m_{xy} überein. Die Drillsteifigkeit der Steifigkeitsmatrix der FEM entspricht der Hälfte des Wertes der analytischen Berechnung. Die Ursache liegt in der unterschiedlichen zugrundeliegenden Definition. Bei der Verdrillung einer Platte werden beide Richtungen (x und y) verwunden. Folglich tragen beide Richtungen zur Drillsteifigkeit bei. In der analytischen Berechnung werden beide Richtung zusammengefasst. Kontrollen anhand von Vergleichsrechnungen an einem Beispiel zur Drillsteifigkeit für [Aondio et al. 2020b] zeigten, dass die Ergebnisse der analytischen Lösung mit den Ergebnissen der FEM-Berechnung übereinstimmen.

Die Verbindungseigenschaften können mittels Zwischenelementen oder Federn berücksichtigt werden. Aufgrund der geplanten Berücksichtigung der nichtlinearen Verbindungseigenschaften (siehe Ausführungen in Kapitel 6 und 1) wird der Ansatz über Federelemente verfolgt. Die Federn werden linienförmig entlang der Stoßkanten zwischen den Segmenten angeordnet. Entsprechend den Beanspruchungsarten der Verbindung (Zug und Druck, Scheibenschub, Biegung und Plattenschub) erfolgt für die unterschiedlichen auftretenden Beanspruchungen in den Verbindungen die Implementierung gesonderter Federn mit entsprechender Ausrichtung.

5.2 Vergleichsbetrachtungen zur FEM der orthotropen Translationsschale

Translationsschalen aus Kreissegmenten mit gleichen Radien in x- und y-Richtung ähneln in ihrer Geometrie einem Ausschnitt einer Kugel (Rotationsschale). Abbildung 5.2a zeigt die Überlagerung der Translationsschale mit einer Halbkugel. In Abbildung 5.2b ist der Auszug im Bereich der Translationsschale dargestellt. Der Radius der Halbkugelschale wurde entsprechend den Radien von Leitlinie und Erzeugender der Translationsschale gewählt. In der Abbildung ist zu erkennen, dass entlang der x- und y- Achse beide Schalen exakt übereinstimmen. Hin zu den Eckbereichen wird der Abstand der z-Koordinaten der beiden Schalen größer. Der Grund der Differenz liegt im Unterschied der Generierung beider Flächen (Translationsfläche und Rotationsfläche). Die Korrelation der Ergebnisse der Berechnung für eine Translationsschale mit den Ergebnissen der Kugelschale ist abhängig von der Abweichung der Geometrien. Aufgrund der geringen Abweichung in der Nähe des Ursprungs ist von einer guten Übereinstimmung der Ergebnisse der FEM mit der analytischen Lösung auszugehen. Bei größer werdender Entfernung vom Ursprung werden die Abweichungen der Membrankräfte zunehmen. Im betrachteten Fall ist die maximale Entfernung der Punkte vom Ursprung in den Ecken. Die geometrische Abweichung zwischen Rotationsschale und Translationsschale hängt neben der Betrachtungsstelle von

dem Verhältnis f/L ab. Je größer das Verhältnis wird (stärkere Krümmung), desto mehr weichen beide Geometrien voneinander ab.

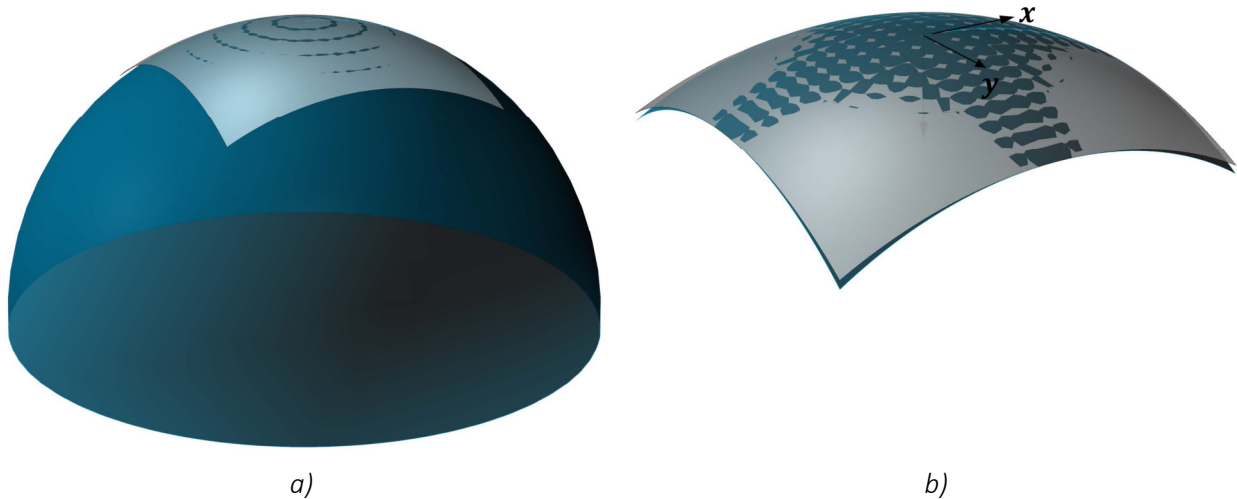


Abbildung 5.2: a) Halbkuugel- und Translationsschale und b) Ausschnitt im Bereich der Translationsschale

Die Übereinstimmung der Schalen lässt einen Vergleich gerade im Mittelbereich für die Verifizierung der FEM-Berechnung zu. Die Kräfte einer kontinuierlich, ideal tangential gelagerten Kugelschale resultieren unter Anwendung der Membrantheorie (Kesselformel) entsprechend den Erläuterungen von Abschnitt 4.7. Die Ermittlung der Meridian- und Ringkräfte erfolgt mittels der Gleichungen (4.59) und (4.60).

Anhand der Lösung der analytischen Berechnung erfolgt eine Vergleichsrechnung für isotropes Material mit der FEM. Hierfür werden die Hauptmembrankräfte (Meridian- und Ringkräfte) einer Halbkugel sowie einer tangential gelagerten Translationsschale für $f/L = 3/20 = 0,15$ mittels FEM ermittelt. Die tangentielle Lagerung wird mit Federn der Steifigkeit EA/l modelliert. E stellt hierbei den E-Modul des isotropen Materials dar, A die Querschnittsfläche und l die gemittelte Länge der von der betrachteten quadratischen Grundrissfläche der Translationsfläche abgeschnittenen Halbkugelelemente (vergleiche Differenz der Schalen von Abbildung 5.2a und b). Die beiden der Berechnung zugrunde liegenden Modelle sind in Abbildung 5.3 dargestellt.

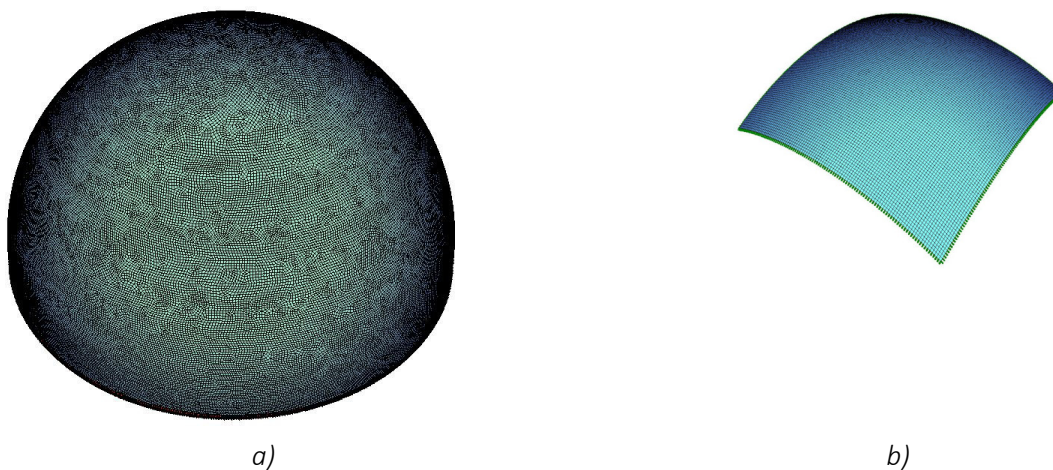


Abbildung 5.3: FEM-Modell der a) Halbkugel und b) Translationsfläche

Der Vergleich zur analytischen Lösung erfolgt an diskretisierten Punkten innerhalb eines Schalenviertels (doppelsymmetrische Struktur). Die Hauptmembrankräfte werden an neun Punkten P_1 bis P_9 entsprechend Abbildung 5.4 in einem gleichmäßigen Raster innerhalb des betrachteten Viertels der Schale gegenübergestellt. Tabelle 5.2 zeigt die Koordinaten der Punkte der Translationsschale und des Ausschnitts der Halbkugel.

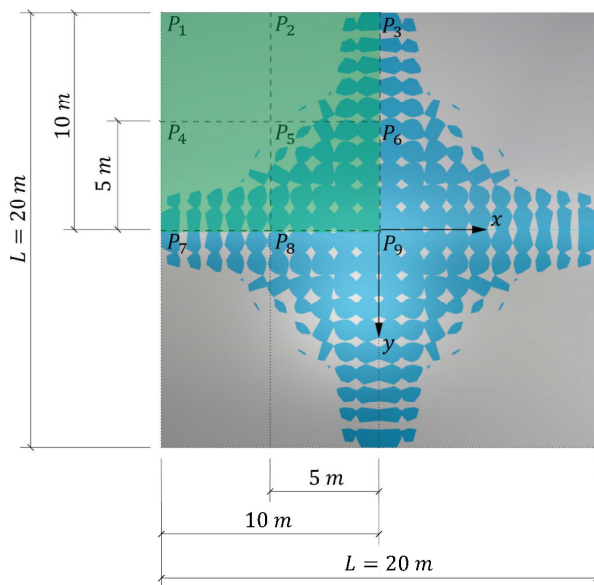


Tabelle 5.2: Koordinaten der Rastereinteilung für Kugelausschnitt und Translationsschale

	x	y	z_{Transl.}	Z_{Kugel}
	[m]	[m]	[m]	[m]
P1	-10	-10	6,00	6,76
P2	-5	-10	3,70	3,85
P3	0	-10	3,00	3,00
P4	-10	-5	3,70	3,85
P5	-5	-5	1,40	1,43
P6	0	-5	0,70	0,70
P7	-10	0	3,00	3,00
P8	-5	0	0,70	0,70
P9	0	0	0,00	0,00

Abbildung 5.4: Draufsicht Schalen mit Rastereinteilung im betrachteten Schalenviertel

Als Belastung wird entsprechend der Herleitung von Gleichung (4.59) und (4.60) eine gleichmäßige, auf die Grundfläche bezogene Flächenlast angesetzt. Abbildung 5.5 zeigt die Gegenüberstellung der Berechnung der Halbkugel mit FEM mit den Ergebnissen der analytischen Lösung an den diskreten Punkten. Die Eingangsparameter, geometrischen Abmessungen und die Absolutwerte der analytischen Berechnung sind in Anhang B dargestellt.

Die Auswertung auf nachfolgender Seite zeigt, dass die Ergebnisse der FEM an jeder Stelle mit der exakten analytischen Lösung übereinstimmen. Die Absolutwerte der Berechnung mit FEM sind ebenfalls in Anhang B dargestellt. Im nächsten Schritt der Verifizierung des Gesamtmodells der FEM erfolgt der Vergleich der Ergebnisse der FEM für eine isotrope Translationsschale mit den Ergebnissen der analytischen Lösung in den diskreten Punkten. Die Ergebnisse der Gegenüberstellung sind in Abbildung 5.6 zusammengefasst.

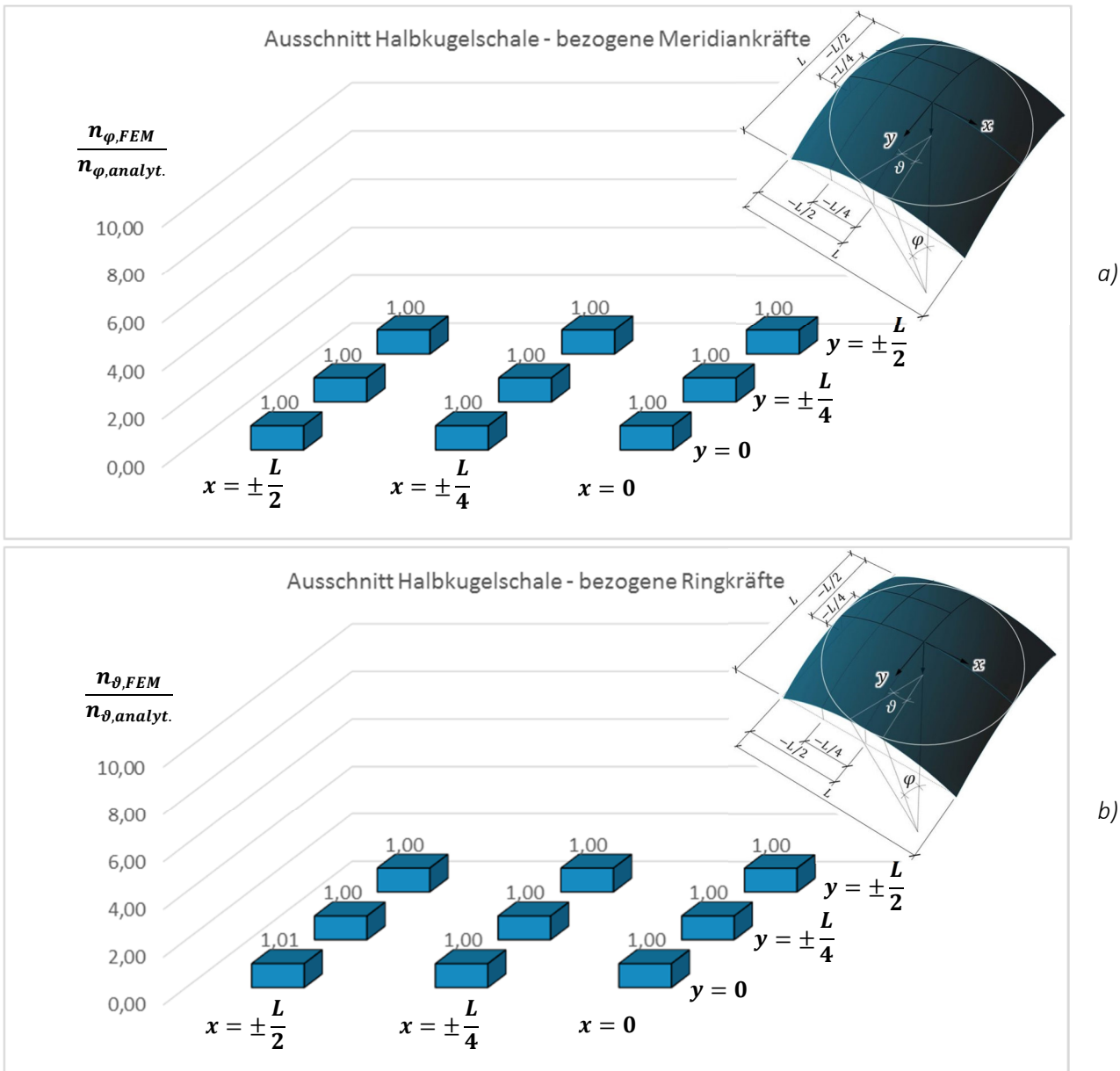


Abbildung 5.5: Gegenüberstellung FEM Kugelschale mit Kesselformel für a) Meridian- und b) Ringkräfte

Die Gegenüberstellung der Meridian- und der Ringkräfte der Translationschale im Schaleninneren stimmt überein. In diesem Bereich nähert, wie oben erwähnt, die Kugelschale die Translationsfläche sehr gut an. Im Randbereich ist die Annäherung der Schalen weniger zutreffend. Dies ist ein Grund, weshalb die Kräfte abweichen. Der Hauptgrund für die Abweichung liegt in den Randbedingungen. Während bei dem Vergleich der Ausschnitte der Kugelschalen die Ergebnisse aus der Berechnung an der gesamten Halbkugel stammen, liegt bei den Translationsflächen eine tangentielle Auflagerung vor. Die Folge ist, dass die gesamte Ringkraft entlang des Randes der Translationsfläche aufgenommen werden muss. Ein Betrachten der Absolutwerte (siehe Anhang B) zeigt, dass die Ringkräfte entlang des Randes der Translationschale dieselbe Größenordnung aufweisen. Hieraus erklärt sich ebenfalls der Vorzeichenwechsel in der Ecke. Bei der Kugelschale liegen bereits Ring-

zugkräfte vor, während die tangential gelagerte Translationsschale komplett überdrückt ist. Die relative Abweichung im Vergleich zur Kugelschale wird groß. Die Abweichung der Meridiankräfte im Vergleich zu den Ringkräften ist geringer, da die tangentielle Auflagerung die Randbedingungen einer ungestörten Rotationsschale besser annähert.

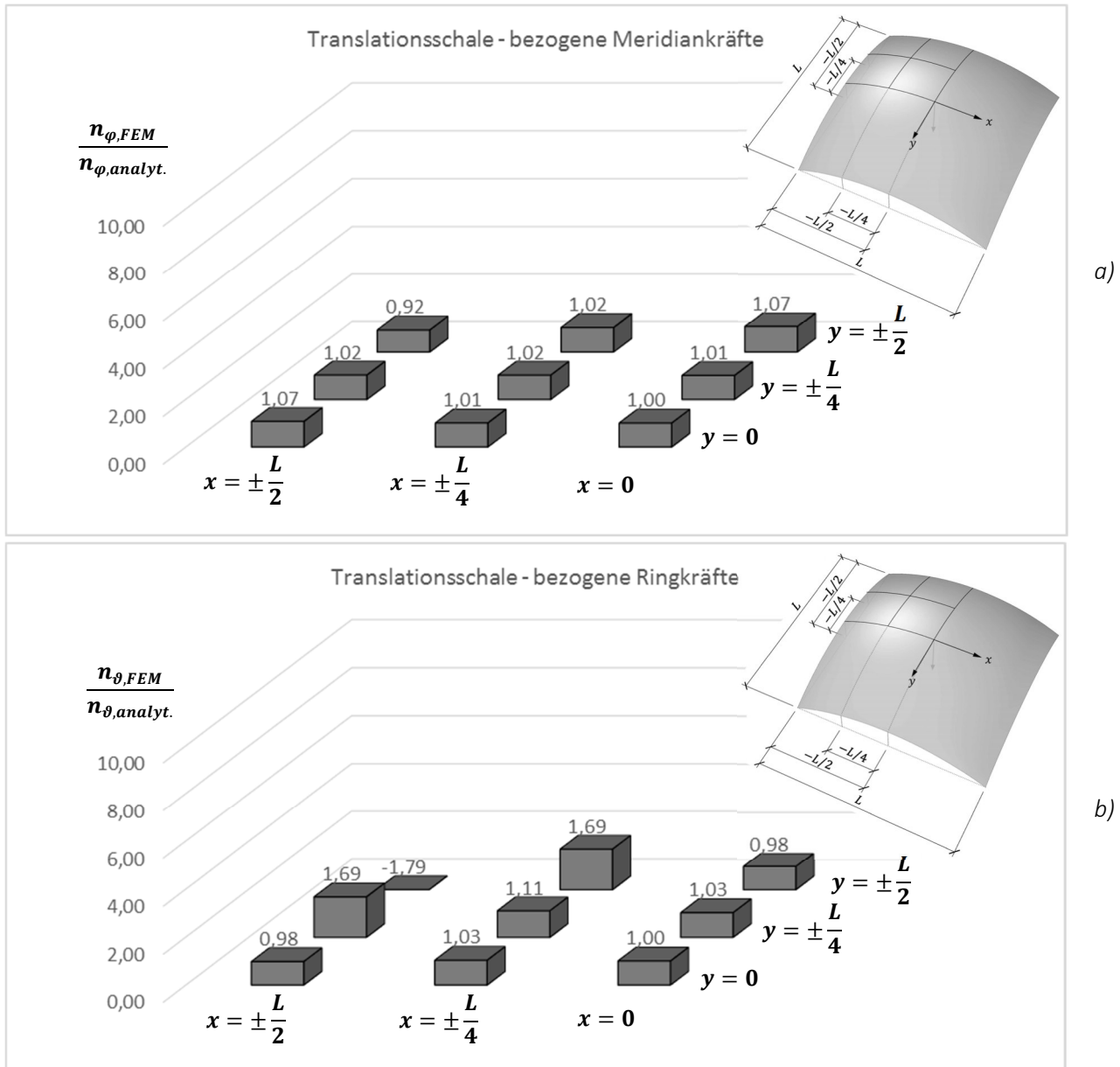


Abbildung 5.6: Gegenüberstellung FEM Translationsschale mit Kesselformel für a) Meridian- und b) Ringkräfte

Biegemomente und Querkräfte gehen bei der Berechnung mit FEM gegen null. Die Berechnung stimmt mit den Ergebnissen der analytischen Lösung der idealen Kugelschale überein, da bei den gegebenen Randbedingungen nur Normalkräfte (=Membrankräfte) auftreten. Die relevanten Schnittgrößen mit Orientierung der Hauptmembrankräfte finden sich in Anhang B. Unter Berücksichtigung der Effekte im Randbereich sind die

Ergebnisse der Berechnung der Translationsschale plausibel und werden als Grundlage für die weiteren Betrachtungen und Vergleiche herangezogen.

Auf Grundlage der Auswertungen an der isotropen Schale werden im Weiteren Berechnungen an der orthotropen Struktur vorgenommen. Die Eigenschaft des orthotropen Materials entspricht der Steifigkeitsmatrix von Tabelle 5.1. Die Anordnung des Materials erfolgt so, dass die Decklage des Brettsperrholzes in globaler x-Richtung verläuft. Der Vergleich mit isotropem Material wird anhand der Hauptschnittgrößen vorgenommen. Hierzu werden die Hauptmembrankräfte der Berechnung mit orthotropem Material dem isotropen Material an Translationsschalen gegenübergestellt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.7 auf der nachfolgenden Seite dargestellt.

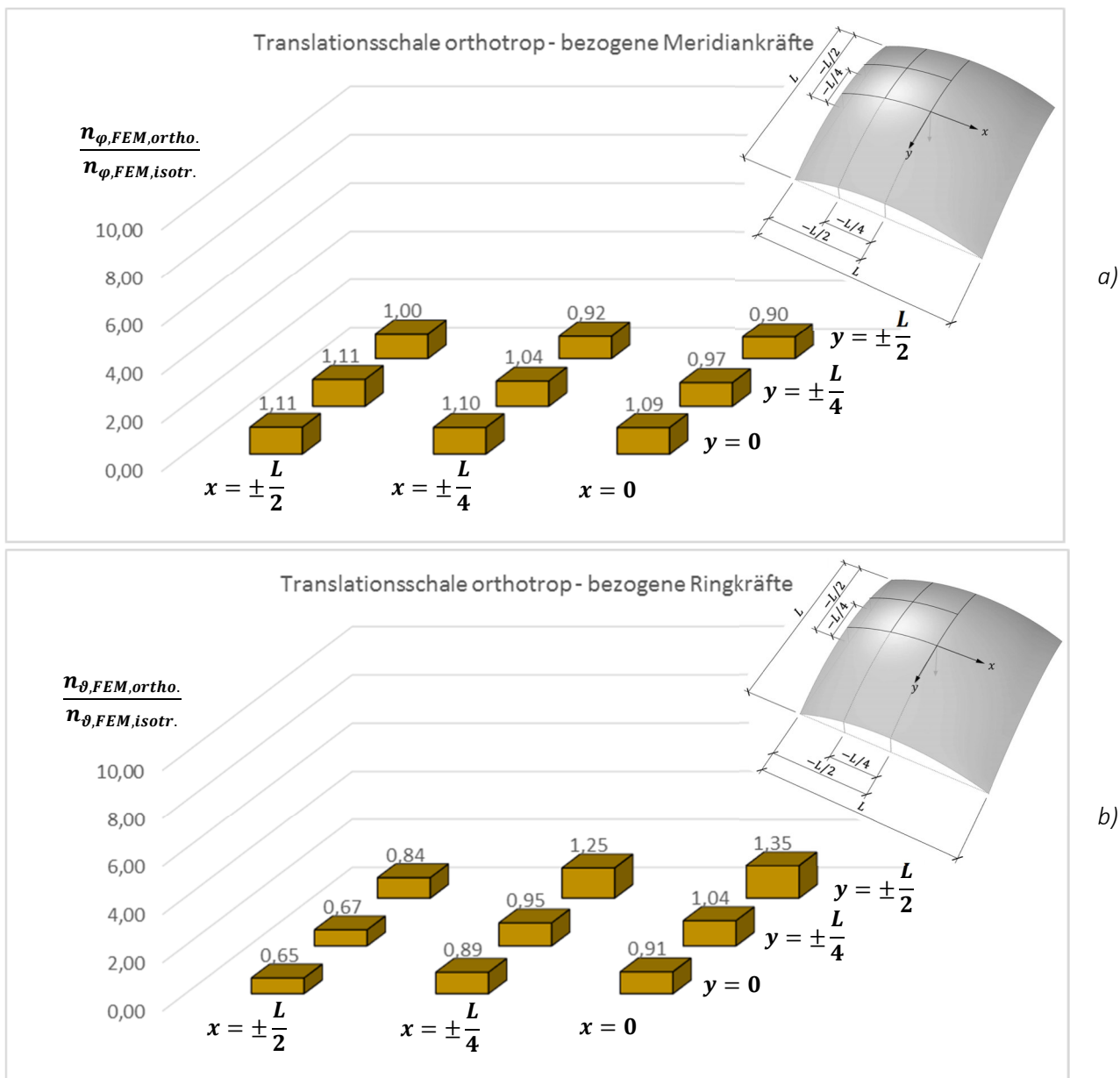


Abbildung 5.7: Gegenüberstellung FEM orthotrop/isotrop für a) Meridian- und b) Ringkräfte

Die Ergebnisse der Berechnungen der orthotropen Translationsschale spiegeln die angesetzten Steifigkeiten des orthotropen Brettsperrholzes wider. Durch die größere Dehnsteifigkeit in Richtung der Decklage wird mehr Last in dieser Richtung abgetragen. Für die gewählte Orientierung der Decklagen in globaler x-Richtung sind entsprechend die Meridiankräfte in dieser Richtung größer (Abbildung 5.7a). Das gleiche gilt für die Ringkräfte. Wie Abbildung 5.7b zeigt, liegen am Rand in globaler y-Richtung größere Ringkräfte vor, da hier die Decklagenrichtung mit der Richtung der Ringkräfte übereinstimmt. Am Rand in x-Richtung werden die Ringkräfte entsprechend geringer. Die Berechnungen zeigen deutlich den Effekt des orthotropen Materials. Die Lastaufteilung entsprechend den Dehnsteifigkeiten von Brettsperrholz kann aufgrund der gleichen Gesamtlängen in x- und y-Richtung durch eine Gegenüberstellung mit den Dehnsteifigkeiten gezeigt werden. Das Verhältnis der Dehnsteifigkeiten ergibt sich mit den Steifigkeitswerten von Tabelle 5.1 zu:

$$\frac{674800}{674800 + 462200} = 0,59 \quad \text{Anteil Dehnsteifigkeit in x-Richtung}$$

$$\frac{462200}{674800 + 462200} = 0,41 \quad \text{Anteil Dehnsteifigkeit in y-Richtung}$$

Das gleiche Ergebnis resultiert bei Anwendung des von Kraus [1969] gezeigten Ansatzes zur Bestimmung des Lastaufteilungsfaktors für HP-Schalen in Abhängigkeit von den Dehnsteifigkeiten und Spannweiten. Demnach gilt:

$$\chi_x = \frac{1}{1 + \frac{E_y \cdot A_y \cdot L_x^2}{E_x \cdot A_x \cdot L_y^2}} \quad (5.1)$$

$$\chi_y = \frac{1}{1 + \frac{E_x \cdot A_x \cdot L_y^2}{E_y \cdot A_y \cdot L_x^2}} \quad (5.2)$$

χ_x	[-]	<i>Anteil Last in x-Richtung</i>
χ_y	[-]	<i>Anteil Last in y-Richtung</i>

Für eine Abschätzung der Lastaufteilung werden den Anteilen der Dehnsteifigkeiten die Anteile der Hauptmembrankräfte an den auflagnahen Punkten (P_2, P_3, P_4, P_7) entsprechend Abbildung 5.4 gegenübergestellt. Die Hauptmembrankräfte wirken entlang der Auflagerkanten in etwa in Richtung der Lagen des Brettsperrholzes (siehe Trajektorien im Anhang in Abbildung B.8). Im Eckpunkt P_1 trifft dies nicht zu, weshalb dieser Punkt nicht berücksichtigt wird. Die Anteile der Schnittgrößen in den Punkten (P_2, P_3, P_4, P_7) ergeben sich mit den Werten aus Abbildung 5.7 zu:

$$\frac{1,11 + 1,11 + 1,25 + 1,35}{1,11 + 1,11 + 0,92 + 0,9 + 0,65 + 0,67 + 1,25 + 1,35} = 0,61 \quad \text{Anteil Schnittgrößen in globaler x-Richtung}$$

$$\frac{0,92 + 0,9 + 0,65 + 0,67}{1,11 + 1,11 + 0,92 + 0,9 + 0,65 + 0,67 + 1,25 + 1,35} = 0,39 \quad \text{Anteil Schnittgrößen in globaler y-Richtung}$$

Die überschlägige Berechnung zeigt eine gute Übereinstimmung für die Lastaufteilung beim orthotropen Material. Biegemomente und Querkräfte werden wie bei der isotropen, ideal gelagerten Translationsschale zu null. Anhang B zeigt die absoluten Werte der Schnittgrößen mit Richtung der Hauptmembrankräfte. Beim orthotropen Material wird ersichtlich, dass in Schalenmitte eine eindeutige Zuweisung in Meridian und Ringrichtung nicht gelingt. Aufgrund der Orthotropie und im Hinblick auf die Bemessung werden nachfolgende Auswertungen auf die lokalen Koordinatensysteme bezogen. Die lokale x-Richtung (x-Schnittufer) stellt hierbei immer die Richtung der Decklage vom Brettspertholz dar, die lokale y-Richtung (y-Schnittufer) die der Querlagen. Die lokale x-Richtung verläuft entlang der globalen x-Richtung.

5.3 Sensitivitätsanalyse bezüglich des Tragverhaltens

5.3.1 Allgemeine Erläuterung zur Sensitivitätsanalyse

Die Sensitivitätsanalyse dient der Bewertung der Einflüsse der unterschiedlichen Parameter der Segmentchale auf die Tragwirkung und Verformung. Betrachtet werden sowohl der Einfluss des Knickwinkels gekoppelt mit der Segmentgröße wie auch der Einfluss unterschiedlicher Steifigkeiten in der Verbindung. Für die Verbindungssteifigkeiten werden die Einflüsse unterschiedlicher Druck- und Zug-, Scheibenschub- und Biegesteifigkeiten betrachtet. Die Untersuchungen erfolgen aufbauend auf die in Abschnitt 5.2 betrachtete Translationsschale.

5.3.2 Einfluss der Knickwinkel und Segmentgrößen

[Westermeier 2017] befasst sich mit dem Einfluss der Segmentierung auf das Tragverhalten von einfach und zweifach gekrümmten Translationsschalen aus Kreissegmenten. Die Untersuchungen führt er an Schalen auf quadratischem Grundriss für zwei unterschiedliche f/L -Verhältnisse durch. Sowohl die gekrümmten als auch die segmentierten Translationsschalen sind bei seinen Betrachtungen doppelsymmetrisch. Entlang der Ränder liegt eine kontinuierliche, vertikal unverschiebliche Lagerung vor. Nachgiebigkeiten an den Verbindungsstellen werden nicht berücksichtigt. Alle Verbindungen werden als starr angenommen. Die Materialeigenschaften der Segmente bzw. der gekrümmten Translationsschale werden isotrop veranschlagt. Als Einwirkung setzt er eine gleichmäßige, auf die Projektion der Grundrissfläche wirkende vertikale Belastung an. Eigengewicht und asymmetrische Lastfälle werden nicht betrachtet.

Westermeier folgert aus der Parameterstudie, dass sich das Tragverhalten einer segmentierten Schale dem Tragverhalten einer gekrümmten Schale mit steigender Segmentanzahl (kleiner werdenden Knickwinkeln und Einzelsegmentgrößen) asymptotisch annähert. Hierbei fällt auf, dass bereits bei einer relativ groben Segmentierung das Tragverhalten der gekrümmten Schale gut abgebildet wird. Beispielhaft zeigen die Betrachtungen der Segmentchale mit den geometrischen Definitionen (Bezeichnungen siehe Abbildung 3.1 und Abbildung 3.5) von $L_x = L_y = 20,0m$ und $f_x = f_y = 2,50m$ und einem Knickwinkel $\beta = 5,61^\circ$, einer Segmentierung von $k_x = k_y = 10 Stk.$ mit einer Gesamtsegmentanzahl $m = 100 Stk.$ und einer Segmentkantenlänge $|\vec{a}_{ji}| = 2,08m = konst.$ eine gute Annäherung des Tragverhaltens der gekrümmten Schale.

Bei größer werdenden Knickwinkeln (gleichbedeutend mit größeren Einzelsegmenten und größerer Segmentierung) nehmen die Schnittgrößen und Verformungen zu. Für die Momente liegt die Ursache an den größeren Segmenten, wodurch die lokalen Momente innerhalb der Segmente durch Plattenbeanspruchung zunehmen. Die Normalkräfte nehmen ebenfalls zu, da die Knickstellen eine höhere Steifigkeit aufweisen und ein „Stützgerüst“ darstellen. Eine grobe Segmentierung bedeutet wenige Knickstellen mit großen Lastkonzentrationen. Für den Vergleich von einfach und zweifach gekrümmten Strukturen kommt Westermeier zu dem Schluss, dass zweifach gekrümmte Strukturen auch bei einer groben Segmentierung (große Knickwinkel) das Tragverhalten der gekrümmten Schale wesentlich besser annähern. Weiter stellt Westermeier fest, dass analog zu gekrümmten Schalen bei Segmentschalen bei steigendem f/L die Membrankräfte kleiner werden. Bezüglich der Plattenanzahl folgert er, dass eine gerade Anzahl an Platten mit Knickstelle in Systemmitte günstigere Tragereigenschaften zeigt als die Konstruktionen mit ungerader Plattenanzahl. Die horizontale Platte in Systemmitte beeinflusst das Tragverhalten ungünstig.

Aufbauend auf den Untersuchungen von Westermeier [2017] werden Überlegungen an orthotropen Segmentschalen angestellt. Abbildung 5.8 zeigt die Translationsfläche, die der Gesamtsystembetrachtung der Sensitivitätsanalyse zugrunde liegt. Die Berechnungen erfolgen am orthotropen Brettsperrholz mit dem Aufbau $5 \times 20 \text{ mm} = 100 \text{ mm}$ und der Steifigkeitsmatrix von Tabelle 5.1.

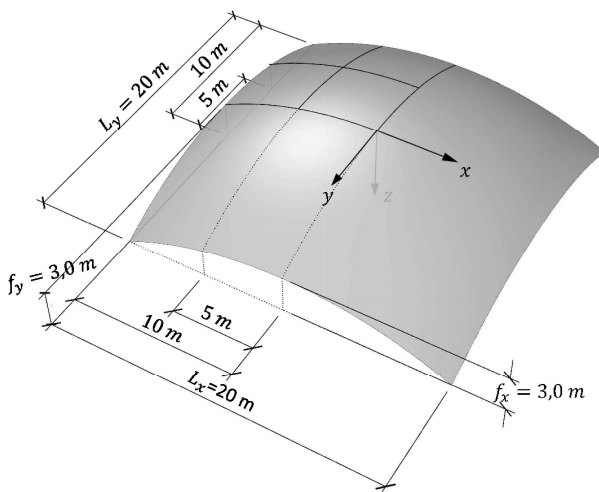


Abbildung 5.8: Translationsfläche als Referenzgeometrie für die Sensitivitätsanalyse

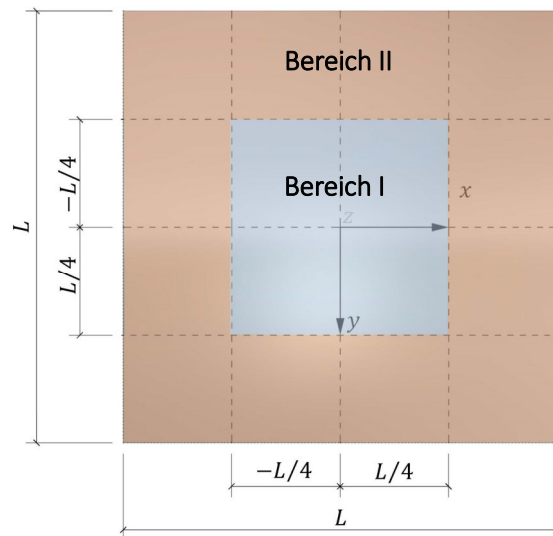


Abbildung 5.9: Auswertungsbereich I ohne Randstörung und II mit Randstörung

Die Sensitivitätsanalyse wird wie bei Westermeier an einer entlang den Rändern in vertikaler Richtung kontinuierlich gelagerten quadratischen Translationsschale aus Kreissegmenten durchgeführt. Eine vertikale Auflagerung hat Randstörungen (vergleiche Abschnitt 4.7) zur Folge, die Biegemomente und Querkräfte verursachen. Laut Heinle und Schlaich [1996] ist eine Lagerung ohne Randstörungen in der Praxis meist nicht umsetzbar. Anhand des gewählten Systems kann sowohl der Einfluss und das Abklingen der Randstörungen nachvollzogen werden, wie auch der von Randstörungen nicht betroffene Bereich in Schalenmitte. Durchgeführte Voruntersuchungen zeigten, dass die Randstörungen im gegebenen Fall in x- und y-Richtung in der Regel im Be-

reich von $L/6$ abklingen. Für die Sensitivitätsanalyse wird der Bereich entsprechend Abbildung 5.9 etwas erweitert, um in Schalenmitte sicher ein von den Auflagerbedingungen ungestörtes Tragverhalten vorliegen zu haben. Die Bereiche I und II werden in der Auswertung gesondert betrachtet. In horizontaler Richtung wird das System statisch bestimmt gelagert.

Die Berechnung erfolgt repräsentativ für eine Flächenlast von $q_s = 2,0 \frac{kN}{m^2}$, bezogen auf die Grundrissfläche. Betrachtet werden entsprechend Abbildung 5.10 ein symmetrischer und zwei asymmetrische Lastfälle. Alle Lastfälle sind auf die Projektion der Grundrissfläche bezogen.

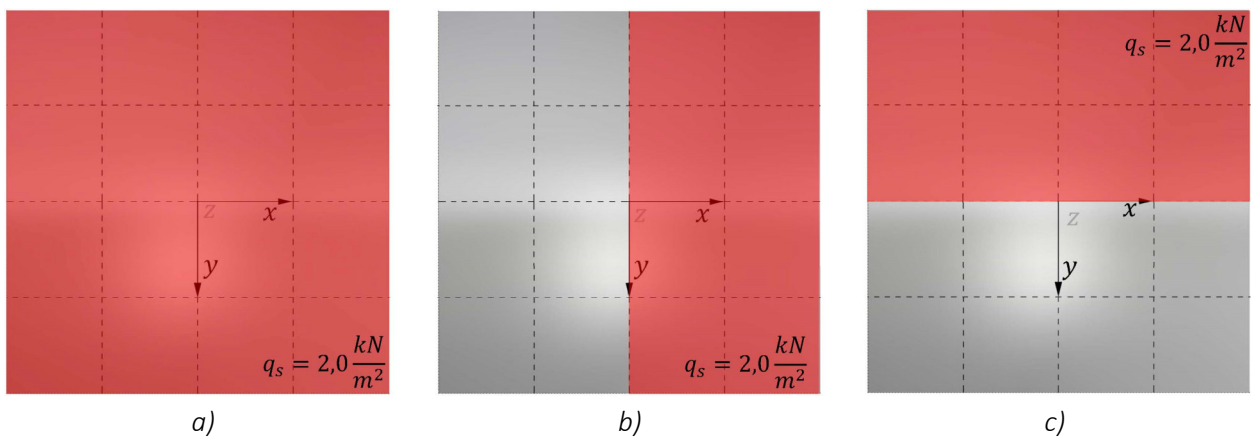


Abbildung 5.10: Lastfälle: a) symmetrische Belastung, asymmetrisch in b) x-Richtung und c) y-Richtung

Die im Rahmen der Sensitivitätsanalyse betrachteten Segmentierungsgrade für die Translationsfläche mit den hieraus folgenden geometrischen Parametern sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst. Aufgrund der Generierung der Translationsfläche aus Kreissegmenten erfolgen die unterschiedlichen Segmentierungen jeweils mit Elementen gleicher Kantenlänge $|\vec{a}_{ji}| = konst.$. Bedingt durch die konstante Krümmung resultiert für die Knickwinkel der gesamten Segmentenschale $\beta_{jj^*} = \beta = konst.$.

Tabelle 5.3: Segmentierungsgrade und geometrische Größen für Sensitivitätsanalyse

Segmentierung	$\beta_{jj^*} = \beta$	$ \vec{a}_{ji} $ Mittelebene	$ \vec{a}_{ji} /L_x = \vec{a}_{ji} /L_y$
[Stk.]	[°]	[m]	[-]
2x2	33,40	10,44	0,522
4x4	16,70	5,28	0,264
8x8	8,35	2,65	0,132
16x16	4,17	1,32	0,066
32x32	2,09	0,66	0,33
$\rightarrow \infty$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$

Abbildung 5.11 zeigt die Änderung der Verformungen in Abhängigkeit von der Segmentierung. Die maximalen Verformungen der unterschiedlichen Segmentierungen sind bezogen auf die maximale Verformung der gekrümmten orthotropen Schale mit voller Belastung dargestellt. Die Verformungen zeigen bis zu einer Segmentierung von 4x4 eine geringfügige Zunahme. Die Ursache liegt in der Steifigkeit des Systems durch die Geometrie mit primärer Lastabtragung über Normalkräfte. Bei einer Segmentierung von 2x2 stellen sich aufgrund der lokalen Verformungen in den vier großformatig ebenen Platten deutlich größere Verformungen ein.

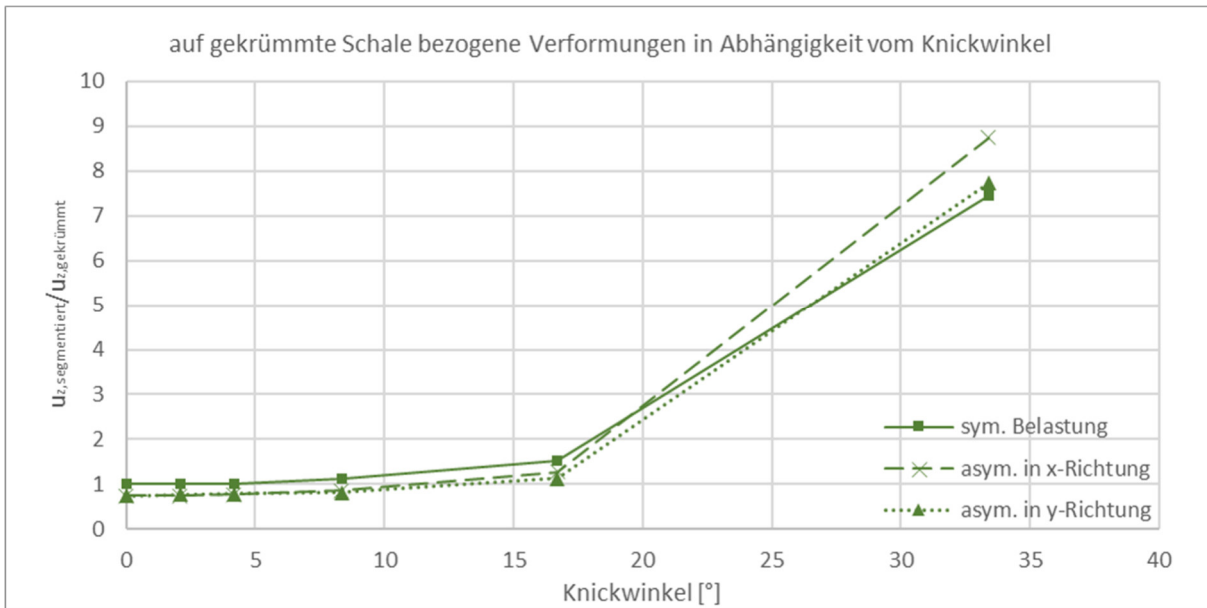


Abbildung 5.11: Veränderung der bezogenen vertikalen Verformung u_z in Abhängigkeit vom Knickwinkel

Nachfolgend werden die Schnittgrößen betrachtet. Die Schnittgrößen der Auswertung werden auf die charakteristischen Tragfähigkeiten des verwendeten Brettspertholzes bezogen. Dieser Ansatz dient keiner Bemessung. Er soll hingegen direkt die Relevanz der vorhandenen Schnittgrößen im Kontext der Tragfähigkeiten darstellen. Ein auf die Ergebnisse der gekrümmten Schale bezogene Darstellung der Schnittgrößen der Segmentchale führt gerade bei kleinen Schnittgrößen zu einer verfälschten Auffassung über deren Relevanz. Mit den Gleichungen (4.12) bis (4.21) und unter Anwendung der Materialkennwerte werden die charakteristischen Tragfähigkeiten für das verwendete fünfplagige Brettspertholz ermittelt. Die charakteristischen Tragfähigkeiten werden auf Basis der charakteristischen Festigkeiten bestimmt. Die charakteristischen Festigkeiten für Nadelholz C24 folgen nach [DIN EN 338:2016-07] Tabelle 1 zu:

$$f_{m,k} = 24,0 \frac{N}{mm^2}; f_{t,0,k} = 14,5 \frac{N}{mm^2}; f_{c,0,k} = 21,0 \frac{N}{mm^2}$$

Die Schubfestigkeit wird angegeben mit $f_{v,k} = 4,0 \frac{N}{mm^2}$. In Anlehnung an die Schubfestigkeit von ebenfalls geklebtem Brettschichtholz sowie [DIN EN 1995-1-1 Draft of CLT 2018] wird der Wert etwas geringer zu $f_{v,k} = 3,5 \frac{N}{mm^2}$ angesetzt. Die Rollschubfestigkeit wird nach [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] mit $f_{v,R,k} = 1,0 \frac{N}{mm^2}$ berücksichtigt. Die materiellen Steifigkeitswerte nach [DIN EN 338:2016-07] und [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] mit der für das fünfplagige Brettspertholz ermittelten Steifigkeitsmatrix sind in Abschnitt 4.2 dargestellt. Unter

Anwendung der Gleichungen (4.12) bis (4.21) können die Tragfähigkeiten des Querschnitts für die unterschiedlichen Beanspruchungsarten ermittelt werden. Die Tragfähigkeiten des geschichteten Aufbaus werden entsprechend der Spannungsverteilung (siehe Abbildung 5.12 bis Abbildung 5.14) im Querschnitt ermittelt. Die zu berücksichtigenden Biegetragfähigkeiten in x- und y-Richtung ergeben sich aus der maximalen Längsspannung am äußersten Rand der Längslagen. Die Drilltragfähigkeit resultiert unabhängig von der Orientierung in der Randfaser des Querschnitts. Maßgeblich für die Plattenbeanspruchung sind die auf Rollschub beanspruchten Querlagen. Die maximal beanspruchte Stelle liegt in der innersten Faser der Querlage. Die Normkrafttragfähigkeit wird auf Basis der steifen Längslagen bestimmt. Die Scheibenschubtragfähigkeit ist unabhängig vom geschichteten Aufbau für den Gesamtquerschnitt konstant. Die maßgebenden Stellen der Tragfähigkeitsermittlung sind Abbildung 5.12 bis Abbildung 5.14 zu entnehmen. Bei der Auswertung erfolgt die gesonderte Betrachtung jeder Schnittgröße, um deren Einfluss auf das Tragverhalten beurteilen zu können. Überlagerungen aus den Beanspruchungen werden nicht berücksichtigt.

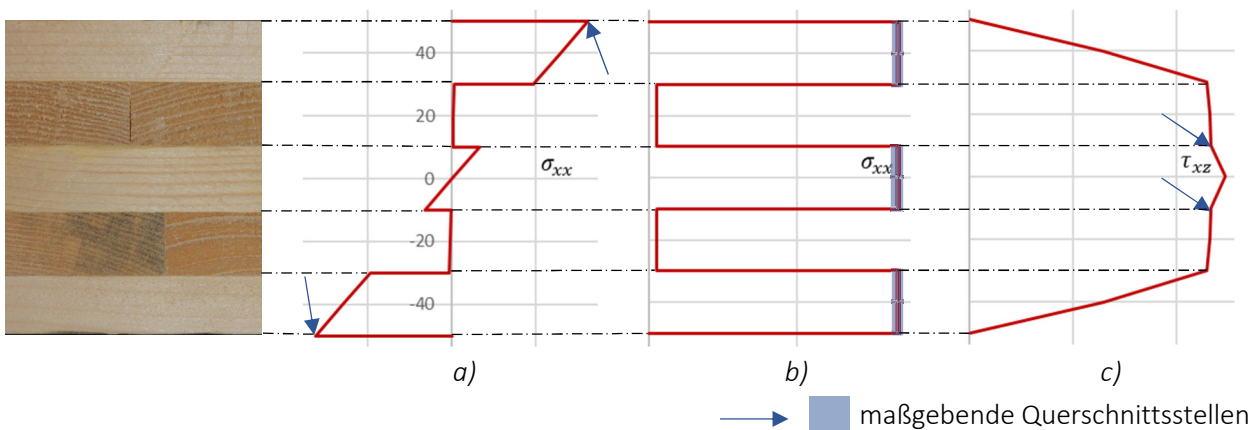


Abbildung 5.12: Spannungsverteilung in x-Richtung unter a) Biegung, b) Normkraft und c) Plattenschub

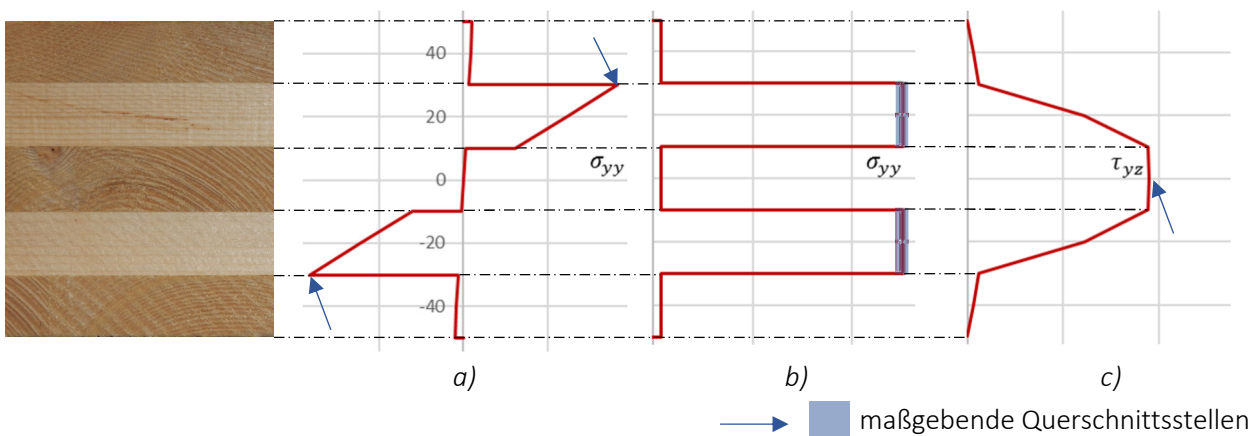


Abbildung 5.13: Spannungsverteilung in y-Richtung unter a) Biegung, b) Normkraft und c) Plattenschub

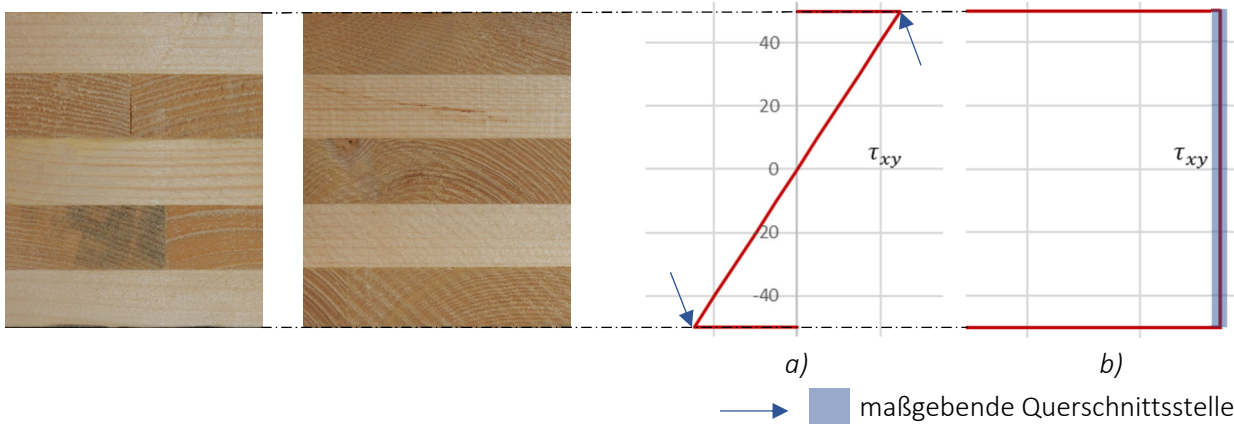


Abbildung 5.14: Spannungsverteilung in x- und y-Richtung infolge von a) Verdrillung und b) Scheibenschub

Für das betrachtete BSP folgen die charakteristischen Tragfähigkeiten der Lagen entsprechend Matrix (5.3). Die Ermittlung der Tragfähigkeiten ist in Anhang B gezeigt.

$$\begin{bmatrix} m_{xx,Rk} \\ m_{yy,Rk} \\ m_{xy,Rk} \\ V_{xz,Rk} \\ V_{yz,Rk} \\ n_{xx,t,Rk} \\ n_{xx,c,Rk} \\ n_{yy,t,Rk} \\ n_{yy,c,Rk} \\ n_{xy,Rk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,032 \\ 0,016 \\ 0,012 \\ 0,082 \\ 0,046 \\ 0,890 \\ 1,287 \\ 0,609 \\ 0,882 \\ 0,350 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MNm/m \\ MNm/m \\ MNm/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{Biegetragfähigkeit Längslagen in x-Richtung} \\ \text{Biegetragfähigkeit Längslagen in y-Richtung} \\ \text{Drilltragfähigkeit} \\ \text{Rollschubtragfähigkeit am x-Schnittufer} \\ \text{Rollschubtragfähigkeit am y-Schnittufer} \\ \text{Zugtragfähigkeit Längslagen in x-Richtung} \\ \text{Drucktragfähigkeit Längslagen in x-Richtung} \\ \text{Zugtragfähigkeit Längslagen in y-Richtung} \\ \text{Drucktragfähigkeit Längslagen in y-Richtung} \\ \text{Scheibenschubtragfähigkeit} \end{array} \quad (5.3)$$

Abbildung 5.15 zeigt für den von der Randstörung nicht betroffenen Bereich I (siehe Abbildung 5.9) die auf die jeweiligen charakteristischen Tragfähigkeiten bezogenen Schnittgrößen der Segmentschale in Abhängigkeit vom Knickwinkel. Die Graphen der Abbildung stellen die Maximalwerte unabhängig von deren Position im Tragwerk innerhalb der Schalen gegenüber. Die bezogenen Schnittgrößen des durch die vertikale Auflagerung beeinflussten Bereichs II sind in Abbildung 5.16 dargestellt.

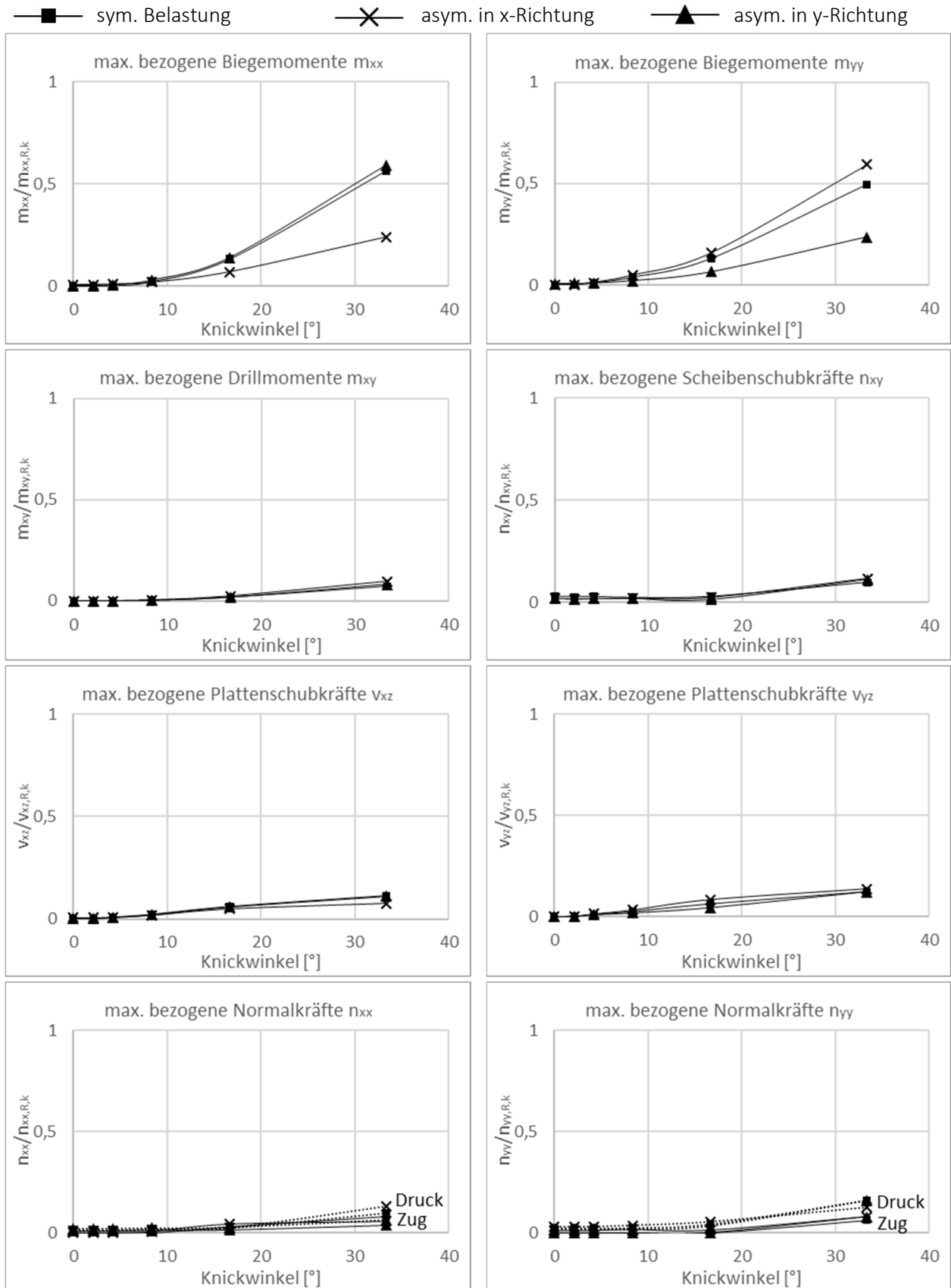


Abbildung 5.15: Bezogene Schnittgrößen in Abhängigkeit vom Knickwinkel für den Bereich I

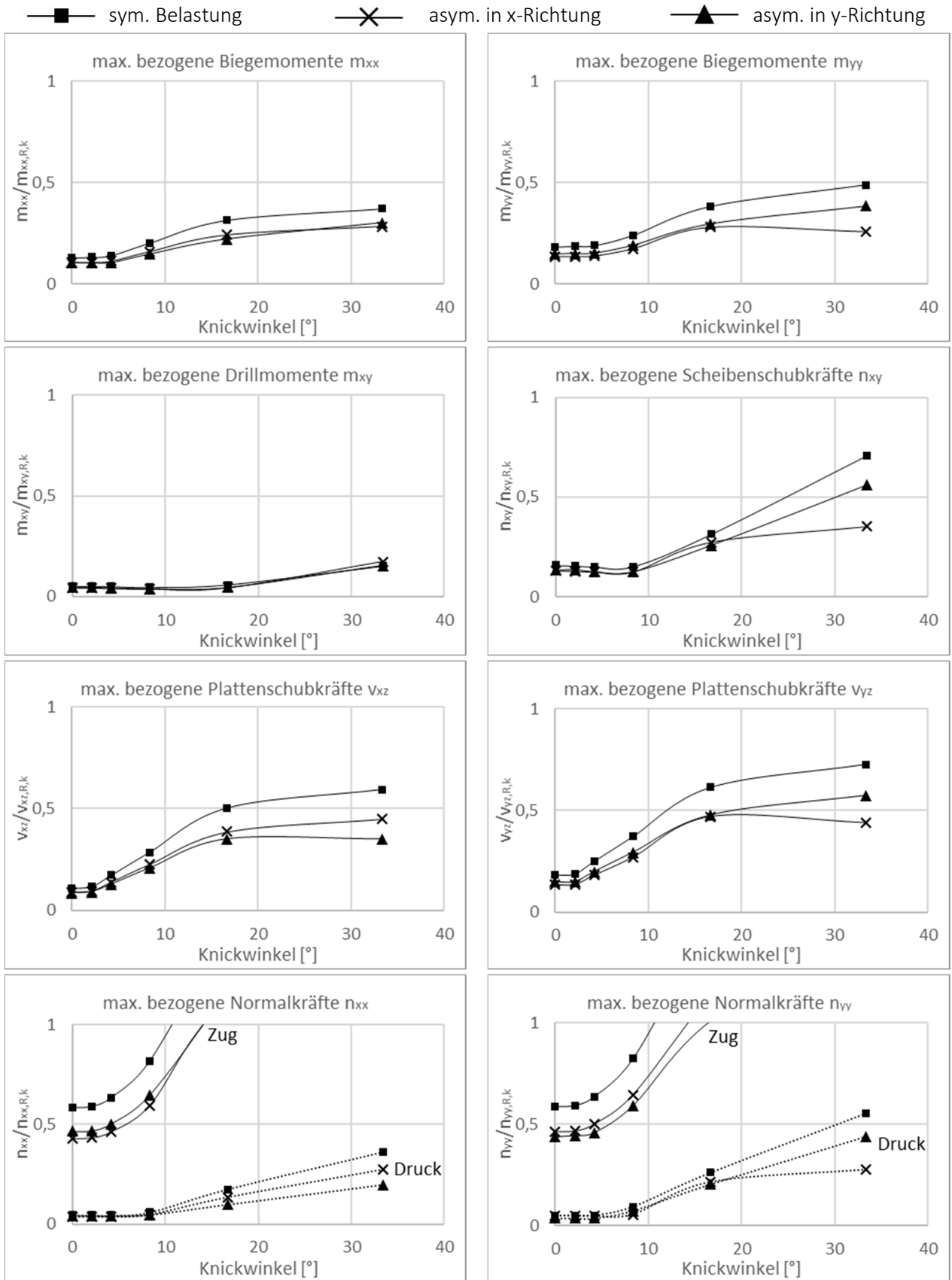


Abbildung 5.16: Bezogene Schnittgrößen in Abhängigkeit vom Knickwinkel für den Bereich II

Die Graphen der Abbildung 5.15 und Abbildung 5.16 stellen den Einfluss des Knickwinkels auf das Tragverhalten dar. Der direkte Vergleich zwischen dem Bereich I ohne Randstörung und dem Bereich II mit Einfluss der Randstörung zeigt, dass im Bereich II für fast alle Schnittgrößen und Knickwinkel eine höhere, bereichsweise sogar deutlich höhere Beanspruchung im Tragwerk vorliegt. Eine Ausnahme hiervon stellen die Biegemomente dar. Mit zunehmenden Knickwinkeln steigen gleichermaßen die Segmentgrößen. Ab einer Segmentierung mit Knickwinkeln im Bereich $\beta = 20^\circ$ bis $\beta = 30^\circ$ (Segmentkantenlängen $|\vec{a}_{ji}| = \text{ca. } 6,5 \text{ bis } 9 \text{ m}$) sind die Biegebeanspruchungen in den Segmenten größer als die durch die vertikale Auflagerung verursachten Biegemomente im Randbereich. Derart große Segmente sind herstellungsbedingt irrelevant.

Im ungestörten Bereich I liegt, mit Ausnahme einer groben Segmentierung, eine geringe Beanspruchung im Vergleich zum Tragwiderstand vor. Auch bei einer groben Segmentierung steigen die maximalen Normalkräfte, die Scheiben- und Plattenschubbeanspruchung sowie das Drillmoment nur gering an. Bis $\beta \approx 10^\circ$ ($|\vec{a}_{ji}|/L_x = |\vec{a}_{ji}|/L_y \approx 0,15$) bleiben die maximalen Schnittgrößen annähernd unverändert. Ein Vergleich der Lastfälle zeigt, dass die symmetrische und die maßgebende asymmetrische Belastung maximale Schnittgrößen in einer ähnlichen Größenordnung im Tragwerk hervorrufen.

In Bereich II stellen die Ringzugkräfte die maßgebenden Schnittgrößen dar. Bis zu einem Knickwinkel von $\beta \approx 2,0^\circ$ bleibt die Zugkraft in etwa unverändert und steigt anschließend bis $\beta \approx 4,0^\circ$ geringfügig an. Bei größeren Knickwinkeln steigt die Zugkraft für die gegebenen Randbedingungen überproportional an. Die Ursache liegt in der Lagerung der Segmentschale. Die statisch bestimmte horizontale Lagerung bedingt, dass die gesamten entstehenden Horizontalkräfte durch die Segmentschale aufgenommen werden müssen. Entsprechend den Umlenkkräften und den sich einstellenden Verformungen führt eine grobe Segmentierung zu Kraftspitzen an den Knickstellen zwischen den Segmenten. Mit zunehmend feinerer Segmentierung und kleineren Knickwinkeln werden die Kraftspitzen reduziert und die Last gleichmäßiger abgetragen. Die Druck- und Scheibenschubbeanspruchungen bleiben bis zu $\beta \approx 8,0^\circ$ in etwa konstant und steigen im Anschluss linear an. Die Biegemomente steigen ab $\beta \approx 4,0^\circ$ linear an und flachen ab $\beta \approx 17,0^\circ$ ab. Ein ähnlicher Verlauf stellt sich bei Betrachtung der Plattenschubbeanspruchung dar.

Beispielhaft sind die Absolutwerte der Berechnung für eine gleichmäßig verteilte Flächenlast für die Segmentschale 8x8 in Anhang B dargestellt. Für den ungestörten Bereich I zeigen die Schnittgrößen bis zu einem Knickwinkel von $\beta = 8,3^\circ$ (entspricht einer Segmentierung von 8x8) aufgrund der Segmentierung nur geringfügig erhöhte Werte im Vergleich zu den Schnittgrößen des Abschnitts 5.2. Bei größeren Knickwinkeln treten Kraftspitzen an den Knickstellen auf, und eine gleichmäßige Kraftaufteilung ist bei größeren Segmenten und steigendem β nicht mehr gegeben. In dem von Randstörungen (nur kontinuierliche vertikale Auflagerung entlang der Ränder und statisch bestimmte horizontale Auflagerung) beeinflussten Bereich II zeigen sich die Folgen einer nicht ideal tangentialen Lagerung. Randmomente werden verursacht, und die Randzugkräfte müssen über die Segmentschale abgetragen werden. Die Absolutwerte der maximalen Schnittgrößen sind entsprechend der höheren Steifigkeit in x-Richtung größer (siehe Anhang B). Bedingt durch die gleichermaßen höheren Tragfähigkeiten liegt zwischen der x- und y-Richtung ein weitestgehend ausgeglichenes Verhältnis der Querschnittsbeanspruchungen des zweiachsig lastabtragenden Systems vor. Die Drillmomente sind von untergeordneter Relevanz.

Zusammenfassend zeigt sich, dass sowohl die Schnittgrößen wie auch die maximalen Verformungen bei größerer Segmentierung größer werden. Die maximalen Schnittgrößen treten hierbei meist an den Knicken der Segmentübergänge auf. Abbildung 5.17 zeigt, dass die Schnittgrößen, für die Lastfälle von Abbildung 5.10, mit feinerer Segmentierung gleichmäßiger werden. Entsprechend der Aussage von Westermeier [2017] liegt der Grund in den geometrischen Steifigkeiten an den Knickstellen, die ein „Stützgerüst“ darstellen. Bei grober Segmentierung und großen Knickwinkeln wird daher zusehens die lokale Segmentwirkung gegenüber der Gesamtsystemeigenschaft maßgebend. Deutlich wird dies bei Betrachtung der Verformungsfiguren. Für das betrachtete System liegt bis zu einer Segmentierung von 4×4 mit $\beta = 16,7^\circ$ eine ungleichmäßige Lastverteilung vor. Die maximalen Verformungen treten entsprechend der Segmentierung rasterförmig in den Einzelsegmenten auf (siehe Abbildung 5.17). Die Segmentierung von 8×8 mit $\beta = 8,3^\circ$ stellt die Größenordnung des Übergangs zwischen den Maßgeblichkeiten der einzelnen Segmente und des Gesamtsystems dar.

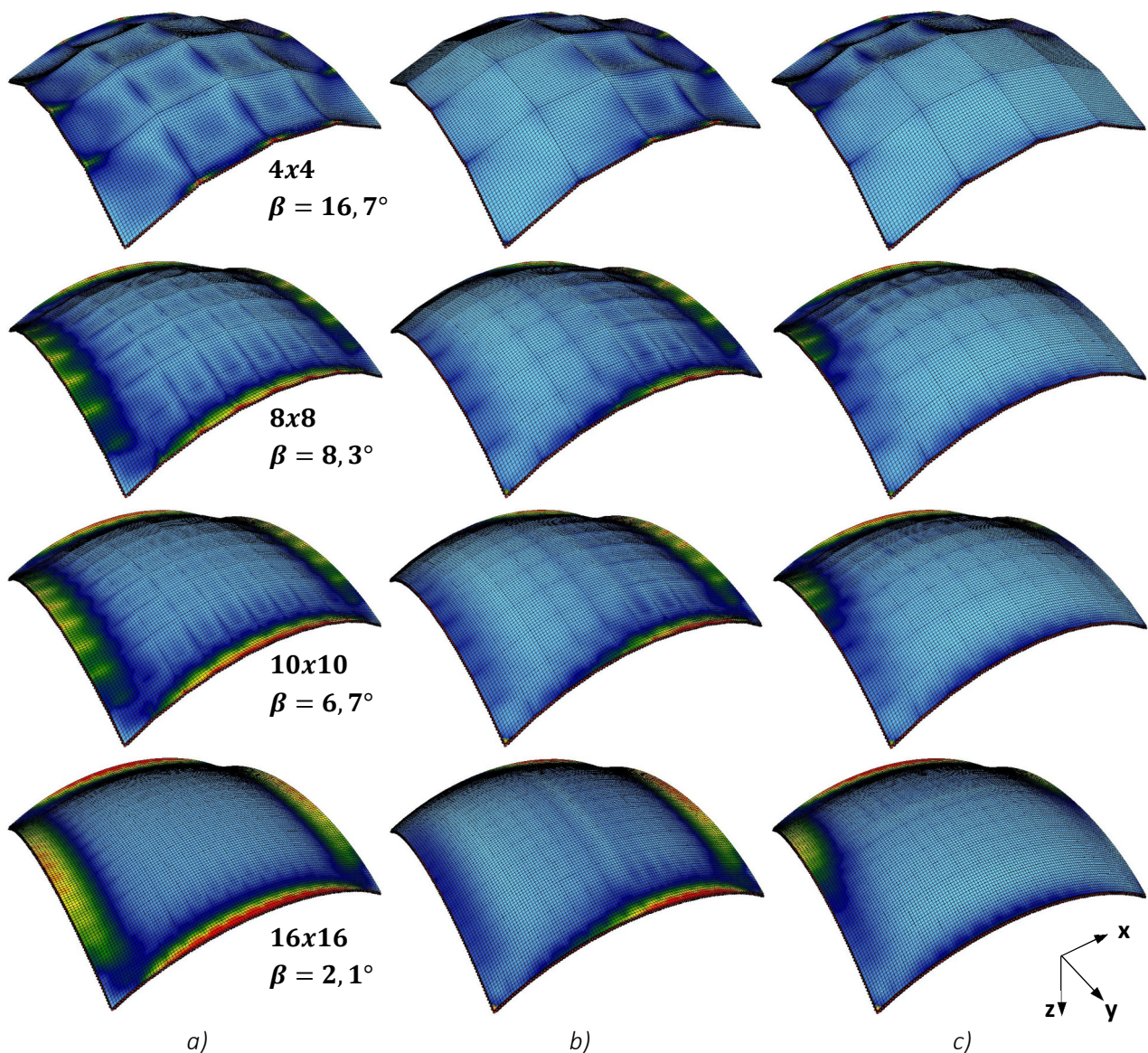


Abbildung 5.17: Verformungsfiguren und innere Beanspruchungen in Abhängigkeit von der Segmentierung für a) symmetrische Belastung und asymmetrische Belastung in b) x-Richtung und c) y-Richtung

Das „Stützgerüst“ der Knickstellen wird ebenfalls bei Betrachtung der Momentenverläufe deutlich. Abbildung 5.18 zeigt beispielhaft die Schalengrundrisse mit Schnitten sowie den zugehörigen Momentenverläufen in x-Richtung für eine Segmentierung von 4x4 mit $\beta = 16,7^\circ$ und 8x8 mit $\beta = 8,3^\circ$. Die Verläufe in y-Richtung sind unter den gegebenen Randbedingungen qualitativ identisch. Entsprechend den Verformungsfiguren stellen sich die Biegemomente ein. Die Verläufe erinnern an die Biegemomente im Durchlaufträger. Jedes Stützmoment entspricht einem Segmentstoß mit Knickwinkel. Die erhöhten Momente in den Randbereichen ergeben sich durch die Randstörung in Form der vertikalen Auflagerung. Zu erkennen ist, dass die Biegemomente entsprechend den Ausführungen zuvor mit Verringerung der Knickwinkel und Segmentgrößen kleiner und die Verteilungen homogener werden.

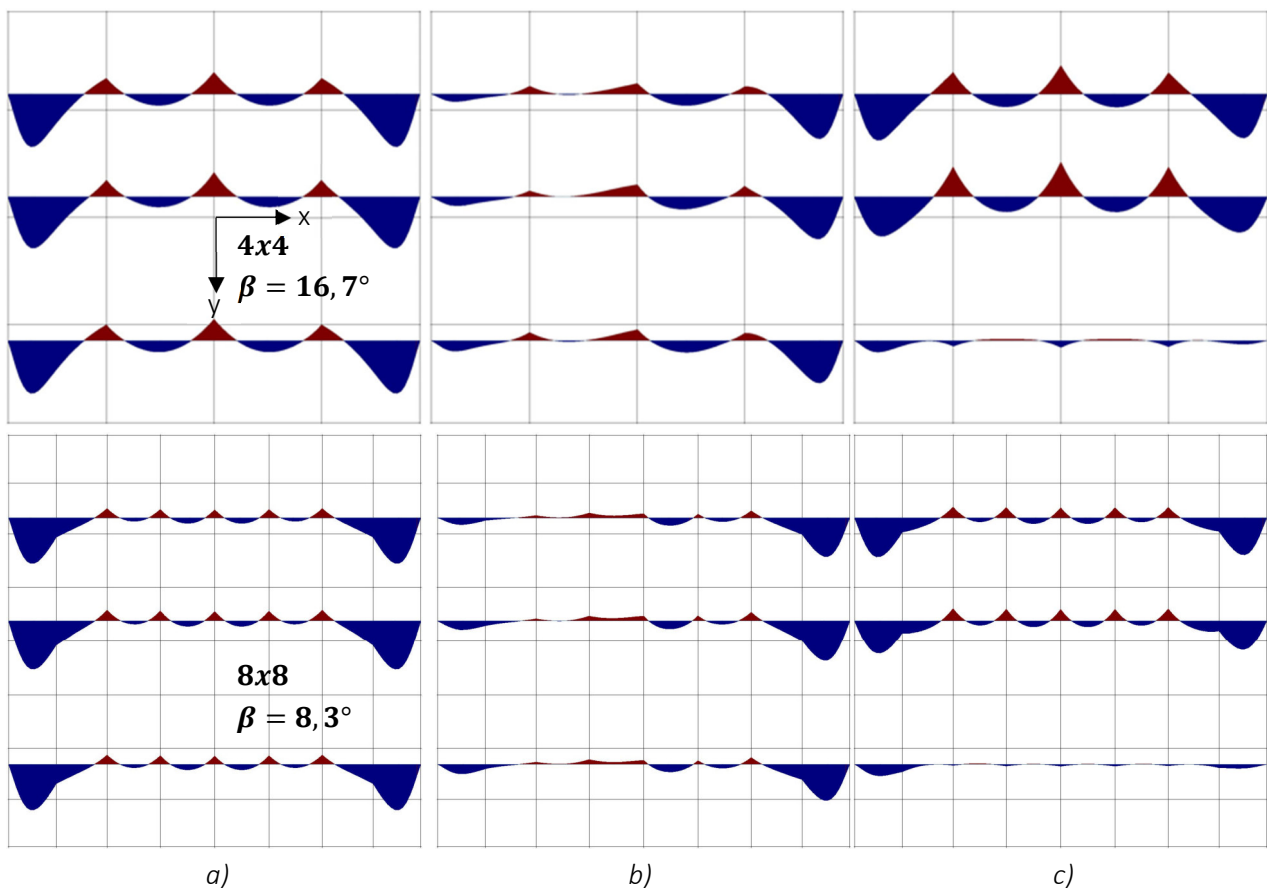


Abbildung 5.18: Schnitte durch die Segmentschalen mit qualitativen Momentenverläufen in x-Richtung für a) symmetrische Belastung und asymmetrische Belastung in b) x-Richtung und c) y-Richtung

Die bisherigen Untersuchungen beinhalten keine Nachgiebigkeiten an den Verbindungsstellen der Segmente. Durch die am starren System dargestellte Bedeutung der Knickstellen aufgrund der Kraftspitzen ist die Relevanz der Übergänge von besonderer Bedeutung. Aus diesem Grund werden Überlegungen angestellt, wie die Verbindungseigenschaften das Tragverhalten beeinflussen. Ziel der nachfolgenden Zusammenstellung ist eine Abschätzung des Einflusses der einzelnen Steifigkeiten auf das Gesamttragverhalten.

5.3.3 Einfluss von Verbindungssteifigkeiten

Aufbauend auf der Arbeit von Westermeier befasst sich Schedlbauer [2018] mit dem Einfluss von Verbindungssteifigkeiten auf das Tragverhalten von mit ebenen Platten segmentierten Translationschalen. Das Grundsystem der Untersuchung ist hierbei identisch mit dem seines Vorgängers (siehe Beschreibung in Abschnitt 5.3.2). Im Gegensatz zu Westermeier betrachtet Schedlbauer nur Translationsflächen mit zweifacher Krümmung. Eine Erweiterung stellt die Einführung von Randbalken zur Aufnahme von Ringzugkräften dar. In der Arbeit werden neben unterschiedlichen Segmentierungen (4x4, 8x8 und 16x16) die Verbindungssteifigkeiten parametrisiert. Die Betrachtung für Zug- und Scheibenschubfedern erfolgt mit $(k = 1 \cdot 10^3; 50 \cdot 10^3; 200 \cdot 10^3 \left[\frac{N}{mm \cdot m} \right])$, für Drehfedern mit $(k_\varphi = 1 \cdot 10^3; 50 \cdot 10^3; 200 \cdot 10^3 \left[\frac{Nmm}{mrad \cdot m} \right])$. Für Druck wird von einer Kontaktverbindung für die angrenzenden Segmente ausgegangen und daher die volle Plattendrucksteifigkeit veranschlagt. Nachgiebigkeiten auf Plattenschub werden vernachlässigt. Für die Parameterstudie erfolgt eine Gleichsetzung von Zug- und Scheibenschubsteifigkeit. Der Vergleich und die Bewertung finden in Bezug zum starr gekoppelten, gekrümmten System statt.

Schedlbauer [2018] kommt zu dem Schluss, dass die Berücksichtigung der Verbindungssteifigkeiten besonders bei einer groben Segmentierung (in seiner Analyse 4x4) einen deutlichen Einfluss auf die Lastverteilung hat. Die bereits erwähnten Lastkonzentrationen an den Knickstellen werden abgemindert und umgelagert. Mit zunehmend feinerer Segmentierung nimmt der Effekt ab.

Eine Betrachtung der Biegesteifigkeit der Verbindung zeigt, dass die Änderung der Steifigkeit nur lokale Auswirkungen hat. Durch eine Verringerung erfolgt eine Lastumlagerung des Moments. Dies bedeutet, dass die Stützmomente nach Abbildung 5.18 an den Knickstellen kleiner werden und die Feldmomente in den angrenzenden Segmenten größer. Für einen gelenkigen Anschluss wird das Moment an der Verbindungsstelle entsprechend zu null. Im Gegensatz zum Bogen (siehe Abschnitt 4.3) ist bei Segmentschalen eine beliebige Anzahl an gelenkigen Verbindungen möglich, ohne dass ein kinematisches System vorliegt. Der Grund liegt in der gegenseitigen geometrischen Rotationsbehinderung der gekoppelten Einzelsegmente (Abbildung 5.19). Eine Drehfedersteifigkeit von $k_\varphi = 200 \cdot 10^3 \frac{Nmm}{mrad \cdot m}$ ergibt etwa das halbe Moment an der Verbindungsstelle im Vergleich zur biegesteifen Kopplung für die gegebenen Randbedingungen. Die Senk- und die Scheibenschubsteifigkeit beeinflussen erst ab sehr kleinen Werten die Momentenverteilung. Solch geringe Steifigkeiten sind für baupraktische Überlegungen irrelevant. Die Drillmomente verteilen sich bei weicher werdender Drehfeder aus den Ecken der Gesamtkonstruktion in die einzelnen Segmente. Der Maximalwert zeigt keine wesentliche Zunahme.

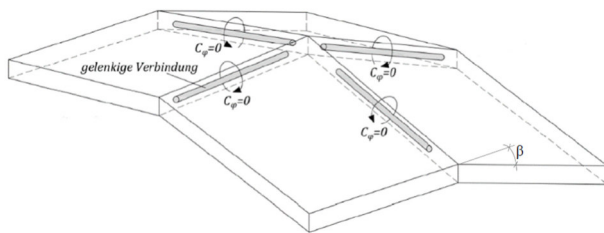


Abbildung 5.19: gelenkige Kopplung von vier Segmenten [Speicher 2017]

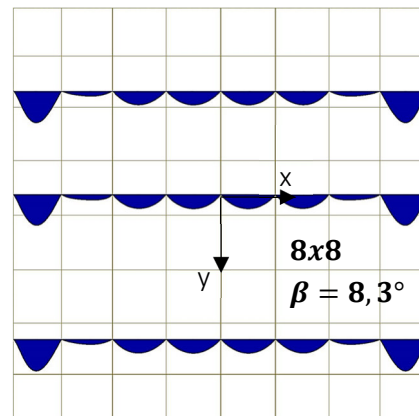


Abbildung 5.20: Beispielhafte Momentenverläufe m_{xx} einer Segmentschale mit gelenkigen Verbindungen

Für die Zugsteifigkeit folgt anhand der Auswertung, dass sehr weiche Verbindungen mit einer Steifigkeit in der Größenordnung von $k = 1 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$ ungeeignet sind. Die Berechnungen mit Zugsteifigkeiten von $k = 50 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$ und $k = 200 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$ zeigen, dass die Steifigkeiten unter den gewählten Randbedingungen geeignet sind. Den kritischen Fall bei dem betrachteten System stellt der Zugring entlang des Randes dar. Die Verbindungsstellen sind in einer Reihe entlang des Randes angeordnet. Lastumlagerungen in die Segmente, wie bei Betrachtung der Biegesteifigkeit, sind nicht möglich. Für die Aufnahme dominanter Ringzugkräfte ist die Verwendung von Randträgern zur Reduzierung der Beanspruchungen in den Verbindungen erforderlich. Druckkräfte an den Segmentübergängen stellen durch eine Berücksichtigung von Kontaktpressung zwischen den Segmenten kein Problem dar.

Bei Analyse der Scheibenschubsteifigkeiten zeigt sich deren Einfluss vor allem bei feiner Segmentierung. Die Anzahl der Verbindungen nimmt zu und macht das System deutlich weicher. Ähnlich den Zugsteifigkeiten sind sehr weiche Steifigkeiten auf Scheibenschub von $k = 1 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$ ungeeignet. Die Folge sind große Verformungen und Schnittgrößen. Ab Scheibenschubsteifigkeiten von $k = 50 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$ ist der Einfluss auf die Schnittgrößen gering. Durch die Nachgiebigkeit liegt allerdings im Vergleich zum gekrümmten starren System die doppelte vertikale Verformung vor. Schedlbauer [2018] folgert, dass für Scheibenschubbeanspruchungen möglichst steife Verbindungen anzustreben sind.

Durch die Einführung von Nachgiebigkeiten im Bereich der Verbindungen wird die Gesamtkonstruktion weicher, und folglich werden die Verformungen größer. Die Erhöhung der Verformungen infolge der Verbindungssteifigkeiten ist für den Ansatz von baupraktischen Steifigkeiten sowie der Berücksichtigung der Kontaktpressung der Segmente gering. Die Gesamtsteifigkeit durch die primäre Lastabtragung über Normalkräfte bedingt geringe Maximalverformungen. Besonderes Augenmerk ist für Verformungsbetrachtungen daher auf die Zug- und Drucksteifigkeiten zu legen.

Für unterschiedliche Verhältnisse von Stich zu Spannweite zeigt sich, dass die Tragwirkung gleichermaßen durch die Verbindungssteifigkeiten beeinflusst werden. Dies bedeutet, dass für die betrachteten Verhältnisse

von f/L keine unterschiedlichen Auswirkungen der Verbindungseigenschaften auf die Schnittgrößenverteilung festzustellen sind [Schedlbauer 2018]. Die generelle Lastaufteilung aufgrund von f/L wird nicht berührt und verhält sich bei zunehmend feiner Segmentierung entsprechend den gekrümmten Schalen.

Bezüglich der gegenseitigen Beeinflussung der Verbindungssteifigkeiten kann festgehalten werden, dass für baupraktische Zug- und Scheibenschubsteifigkeiten quasi keine Beeinflussung des Biegetragverhaltens vorliegt. Der Einfluss der Drehsteifigkeit kann für die Betrachtung der Zugkräfte vernachlässigt werden. Die Scheibenschubkräfte erhöhen sich durch weiche Drehfedern leicht. Detaillierte Ergebnisse und Erläuterungen zur Auswertung der Segmentierung sowie zum Einfluss von Verbindungssteifigkeiten sind den Arbeiten von [Westermeier 2017] und [Schedlbauer 2018] zu entnehmen.

5.4 Zusammenfassung und Fazit

Die durchgeführten Analysen erfolgen an Translationsschalen aus Kreissegmenten auf quadratischem Grundriss $L_x = L_y = 20,0m$ und auf deren Geometrie basierenden Segmentschalen mit Vierecksegmenten. Anhand analytischer Lösungen von isotropen Rotationsschalen wird die numerische Berechnung isotroper Translationsschalen verifiziert. Die Betrachtung von orthotropen Translationsschalen kann aufgrund der Lastaufteilung über die Dehnsteifigkeiten nachvollzogen werden. Aufbauend werden zunächst Sensitivitätsanalysen zum Einfluss der Segmentgrößen und anschließend zum Effekt von Nachgiebigkeiten von Verbindungen zwischen den Segmenten angestellt.

Untersuchungen mit unterschiedlichen Segmentgrößen werden hinsichtlich des Einflusses auf die Schnittgrößen und Verformungen ausgewertet. Die Verformung ist für alle Segmentschalen gering. Bei zu großen Einzelsegmenten nimmt die Verformung überproportional zu, da die lokale Plattenbiegung gegenüber der Verformung des Gesamtsystems maßgebend wird. Derart große Einzelsegmente sind baupraktisch unbedeutend. Die Knickstellen zwischen den Einzelsegmenten stellen ein „Stützgerüst“ dar. Bei grober Segmentierung entstehen Kraftspitzen im Stützgerüst. Zwischen den Knicken erfolgt die Beanspruchung lokal als Platte mit nachgiebigen Auflagern. Durch die Aneinanderreihung der Segmente erfolgt die Tragwirkung des Gesamtsystems, indem Membrankräfte weitergeleitet werden. Für die betrachtete Schale mit der Annahme von starren Verbindungen zwischen den Segmenten zeigt sich, dass bereits bei einer groben Segmentierung mit 8×8 , $|\vec{a}_{jn}| = 2,65 m$ mit $\beta = 8,3$ und $|\vec{a}_{ji}|/L_x = |\vec{a}_{ji}|/L_y \leq 0,132$ die Tragwirkung der Translationsschale gut angenähert wird.

Weitere Betrachtungen werden an Segmentschalen mit Berücksichtigung der mechanischen Eigenschaften der Verbindungen durchgeführt. Die Untersuchungen erfolgen an Systemen mit Randträgern. Aufgrund der großen Zugkräfte entlang des Randes ist die Verwendung eines Randträgers oft unumgänglich. Segmentschalen aus nachgiebigen Verbindungsmitteln mit Randträgern bewirken Lastumlagerungen, die zu einer Entlastung nachgiebiger Verbindungen führt. Für eine Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit stellt daher der Ansatz von geringen Steifigkeiten nicht zwingend den bemessungsrelevanten Fall dar (Stabilitätsbetrachtungen wurden nicht angestellt). Geringere Steifigkeiten auf Biegung bzw. Zug führen zu Lastumlagerungen in die

Segmente bzw. den Randträger. Die Beanspruchung der Verbindung wird unterschätzt. Entscheidend für die Lastaufteilung ist das Steifigkeitsverhältnis zwischen Randträger und Segmentschale. Je steifer der Randträger sowie die Verbindung zwischen Randträger und Segmentschale im Vergleich zu den Verbindungen zwischen den Segmenten ist, desto mehr Last wird vom Randträger aufgenommen. Eine andere Möglichkeit der Nutzung von Lastumlagerungen stellt die Verwendung von Verbindungen mit degressiven Eigenschaften dar. Für Zugbeanspruchungen ermöglicht eine rechnerische Berücksichtigung der Nichtlinearitäten Lastumlagerungen entlang der Verbindungskante. Die Kenntnis der Steifigkeiten ist für eine Bemessung von Segmentschalen zwingend erforderlich.

Für die erforderlichen Mindestbiegesteifigkeiten ist kein unterer Grenzwert für die Steifigkeiten zu beachten. Gelenkige Verbindungen sind möglich. Bezüglich der Zug- und Scheibenschubsteifigkeiten ist eine allgemeingültige Aussage zu Grenzwerten nicht möglich. Die Steifigkeiten sollten in Abhängigkeit von Größe, Geometrie sowie der Steifigkeit der Verbindung zum Randträger gewählt werden. Als grobe Richtwerte können Steifigkeiten in der Größenordnung von $k = 50$ bis $100 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$ angenommen werden. Im Hinblick auf die Segmentierung unter Berücksichtigung des Einflusses der Verbindungssteifigkeiten können folgende Richtwerte festgehalten werden:

- maximaler Knickwinkel für Segmentschalen von $\beta \approx 8,0^\circ$,
- Segmentkantenlänge von ca. $|\vec{a}_{jn}| = 2,0 \text{ m}$ bis $|\vec{a}_{jn}| = 3,0 \text{ m}$,
- Verhältnis Segmentlänge zu Spannweite $|\vec{a}_{ji}|/L_x = |\vec{a}_{ji}|/L_y = 0,10$ bis $|\vec{a}_{ji}|/L_x = |\vec{a}_{ji}|/L_y = 0,15$.

Eine Verringerung der Segmentgröße zeigt vor allem aufgrund der erhöhten Nachgiebigkeit bei Scheibenschubbeanspruchungen sowie für Biegung durch die Lage der Verbindungsstelle im Randstörbereich negative Auswirkungen auf das Tragverhalten. Die Zunahme der Verformungen ist für den Ansatz baupraktisch relevanter Steifigkeiten unter Berücksichtigung von Drucksteifigkeiten infolge Holzpressung in den Verbindungen gering.

6 Empirische Untersuchungen zu Verbindungen

6.1 Allgemeines

6.1.1 Vorgehen und Festlegungen

Im Rahmen der Arbeit werden drei verschiedene Verbindungen für die Kopplung von ebenen Platten experimentell untersucht und die hieraus gewonnenen Erkenntnisse als Grundlage für weitere Berechnungen aufbereitet. Eine Durchführung von Versuchen ist erforderlich, da die Steifigkeit der Verbindungen das Tragverhalten beeinflusst und konkrete Werte zu den Tragfähigkeiten ermittelt werden sollen. Entsprechend den auftretenden Schnittgrößen in der Schale werden verschiedene Verbindungseigenschaften betrachtet und ausgewertet. Die Versuchsaufbauten werden in Abschnitt 6.2 erläutert. Für die verschiedenen Beanspruchungen sind unterschiedliche Prüfkörperaufbauten und Prüfkonfigurationen erforderlich. Das Vorliegen eines zweiaxialen Tragverhaltens erfordert die Betrachtung der Verbindungseigenschaften mindestens in zwei Richtungen. Die untersuchten Verbindungen stellen allesamt linienförmige Kopplungen dar. Sie bestehen aus Fremdfedern oder Laschen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln und sind in Anlehnung an gängige Fügungen von Brettsperrholz (siehe Abschnitt 2.3) aufgebaut.

Segmentschalen werden aus verschiedenen Einzelplatten erstellt. Abbildung 6.1 zeigt beispielhaft vier gefügte Einzelplatten. Die lokalen Koordinatensysteme $\{(x_1, y_1, z_1) \dots (x_j, y_j, z_j) \dots (x_m, y_m, z_m)\}$ werden für die Einzelplatten entlang der Orientierung der Lamellen des Brettsperrholzes angeordnet. x_j verläuft entlang der Richtung der Lamellen der Decklage, y_j entlang der Querlagen und z_j in der Dickenrichtung der Einzelplatten. β_{jj^*} ist entsprechend Abschnitt 3.1 der Knickwinkel zwischen zwei Segmenten.

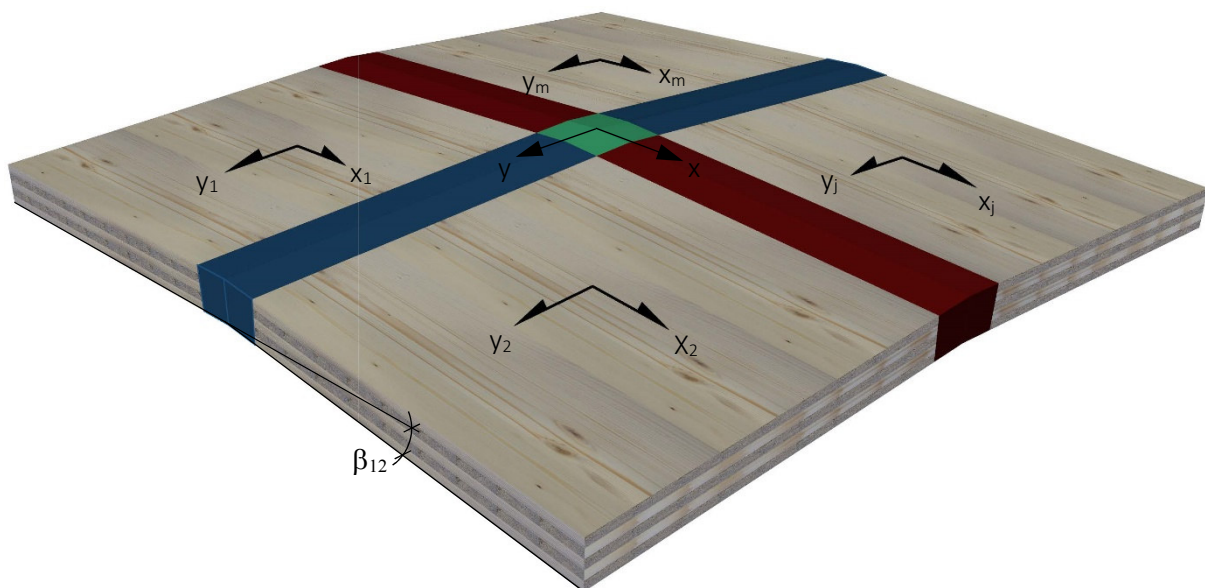


Abbildung 6.1: Auszug von vier BSP-Platten aus der Segmentschale mit den lokalen Koordinatensystemen und den zugehörigen Verbindungsbereichen am x-Schnittufer (blau) und y-Schnittufer (rot) und Überschneidungsbereich (grün)

Die Definition der Schnittgrößen an den Verbindungsstellen ist Abbildung 6.2 zu entnehmen. Die Steifigkeiten werden entsprechend festgelegt. Die Orientierung erfolgt nach der Definition für Brettsperrholz von Abbildung 4.3.

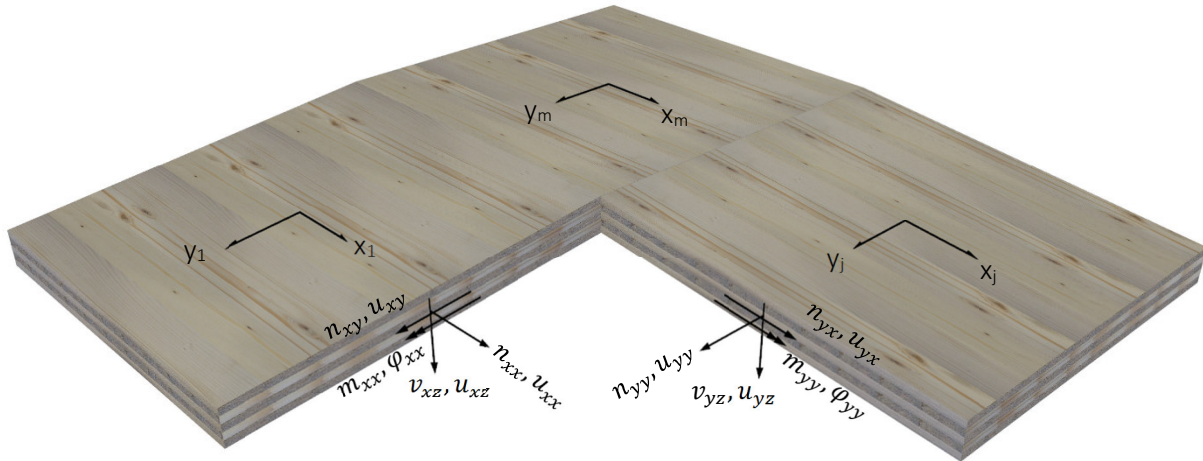


Abbildung 6.2: Definition der Schnittgrößen an den Plattenrändern der Verbindung

Den Schnittgrößen werden die kinematischen Größen zugeordnet. u stellen Verschiebungen und φ Verdrehungen dar. Die Ermittlung der Last-Verformungs-Eigenschaften mit charakteristischen Tragfähigkeiten der Verbindungen erfolgt anhand der Parameter:

- $(n_{xx}, u_{xx}$ und $n_{yy}, u_{yy})$ für das Zugtragverhalten,
- $(n_{xy}, u_{xy}$ und $n_{yx}, u_{yx})$ für das Tragverhalten bei Scheibenschub,
- $(m_{xx}, \varphi_{xx}$ und $m_{yy}, \varphi_{yy})$ für das Biegetragverhalten,
- (v_{xz}, u_{xz}) für das Tragverhalten bei Plattenschub.

6.1.2 Allgemeiner Aufbau von Verbindung 1, 2 und 3

Verbindung 1 ist eine reine Holzverbindung. In die Schmalseite der zu fügenden Brettsperrholzelemente wird eine zur Platte parallele Nut geschnitten. In die Nut werden Fremdfedern aus Furnierschichtholz (LVL) gesteckt. Die Furnierschichtholzplatten werden zuvor für den Knickwinkel der Segmentschale an der Fügestelle der Brettsperrholzplatten zugeschnitten. Die Kopplung von Brettsperrholzplatten und Fremdfedern erfolgt durch Eichennägeln (Abbildung 6.3).

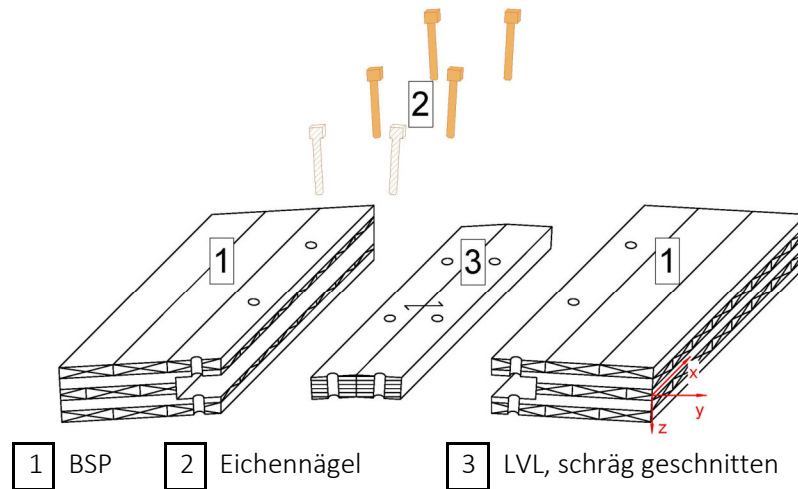


Abbildung 6.3: Allgemeiner Aufbau Verbindung 1 [Ihler 2018]

Verbindung 2 ist eine Verbindung mit Vollgewindeschrauben und außenliegenden Laschen aus Furnierschichtholz. Die Ausklinkungen der Seitenflächen der zu fügenden Brettspertholzelemente erfolgen parallel zur Platte. Der Zuschnitt der Furnierschichtholzplatten wird analog Verbindung 1 für den Knickwinkel der Segmentschale an der Fügestelle der Brettspertholzplatten ausgeführt. Die Laschen werden durch nicht vorgebohrte, um 45° geneigte Vollgewindeschrauben mit den Brettspertholzplatten verbunden (Abbildung 6.4).

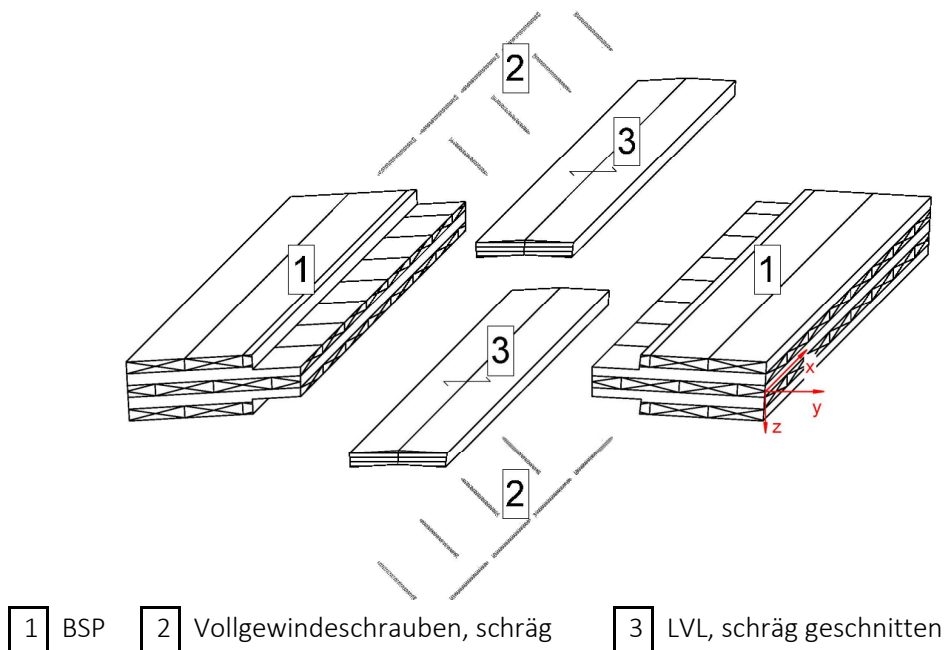


Abbildung 6.4: Allgemeiner Aufbau Verbindung 2 [Ihler 2018]

Verbindung 3 ist eine reine Holzverbindung. Die Verbindung wird aus dünnen Fremdfedern aus Buchenspertholz mit pneumatisch eingetriebenen Buchennägeln hergestellt. Der Knickwinkel der Segmentschale wird bei dieser Verbindung durch die Schlitze für die Fremdfedern im Brettspertholz erzeugt. Die Schlitze werden senkrecht zur schräg angeschnittenen Schmalfläche an der Fügestelle der Brettspertholzplatten eingebracht (Abbildung 6.5).

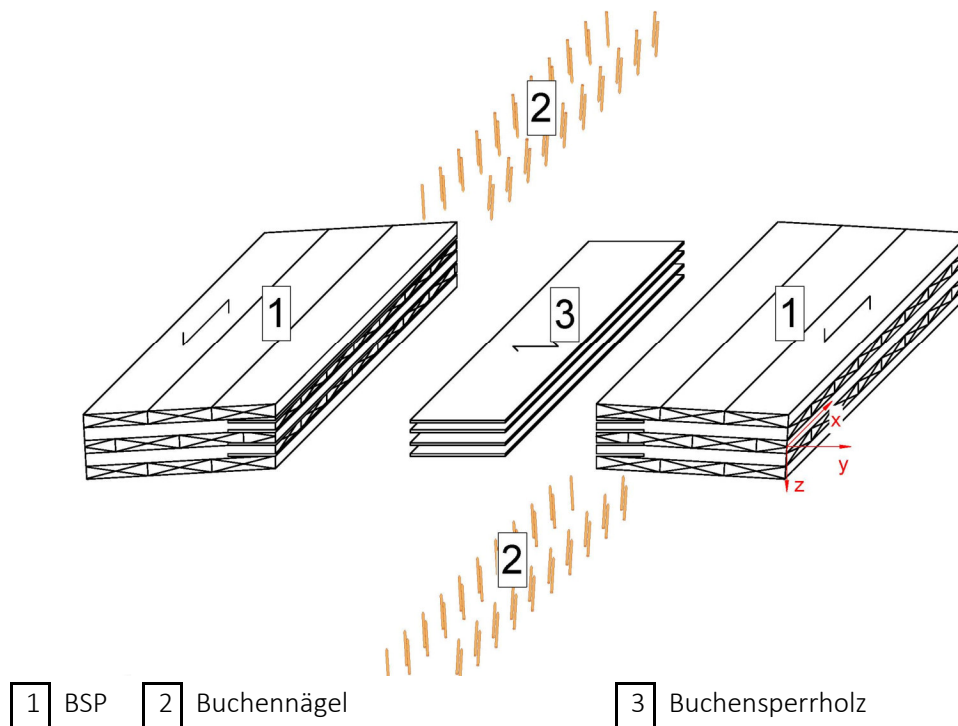


Abbildung 6.5: Allgemeiner Aufbau Verbindung 3 [Ihler 2018]

6.1.3 Versuchsprogramm

Entsprechend den Erläuterungen zu den theoretischen Grundlagen des Abschnitts 4.7 treten in Schalen hauptsächlich Normal- und Scheibenschubkräfte auf. Bedingt durch die Knickstellen an den Fügepunkten liegt keine C_2 -Kontinuität vor (Unstetigkeitsstellen). Hieraus resultieren Plattenschubkräfte und Biegemomente. Die diesbezüglichen Verbindungseigenschaften werden zusätzlich untersucht. Versuche zur Drillsteifigkeit werden nicht angestellt. In Anlehnung an die Berechnung von nachgiebig miteinander verbundenen Schichten der [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] wird die Drillsteifigkeit der Verbindung zu null gesetzt.

Bei Segmentschalen aus ebenen Platten liegen an den Verbindungsstellen unterschiedliche Faser-Winkel der Deck- und/oder Querlagen vor. Dies resultiert aus der räumlichen Anordnung der Segmente sowie der gewählten Ausrichtung der BSP-Elemente. Die Ermittlung der Verbindungseigenschaften (Zug, Scheibenschub und Biegung) in den beiden Hauptrichtungen entlang der Decklage (x -Richtung= x -Schnittufer) und entlang der Querlagen (y -Richtung= y -Schnittufer) der Brettsperrholzplatten. Die Plattenschubversuche werden nur am x -Schnittufer durchgeführt. Die Auswirkung des Faseranschnitts wird im Rahmen der Versuchsauswertung beurteilt.

Für Verbindung 3 werden zusätzlich zwei Zugversuche nach Trocknung des Prüfkörpers und zehn Zugversuche zu den Materialeigenschaften der Fremdfedern (Buchensperrholz) durchgeführt. Zusätzlich zu den Kleinversuchen wird je Verbindung ein Segmentschalenausschnitt, bestehend aus vier Platten, hergestellt, um die Überlagerung der verschiedenen Effekte zu untersuchen.

Tabelle 6.1: Zusammenstellung der durchgeführten Versuche

Anzahl der Versuche je Verbindung und Richtung											
	Zug		Scheibenschub		Biegung		Plattenschub		Schalen- segment- versuche	Buchen- sperr- holz	Holz- feuchte- änderung
	x	y	x	y	x	x	x	y			
Schnittufer	x	y	x	y	x	x	x	y			
Verb. 1	3	3	3	3	3	3	3	-	1	-	-
Verb. 2	3	3	3	3	3	3	3	-	1	-	-
Verb. 3	3	3	3	3	3	3	3	-	1	10	2

Aus versuchstechnischen Gründen erfolgt die Betrachtung der Verbindungen für der Zug-, Scheiben- und Plattenschubbeanspruchung an ebenen, nicht geknickten Prüfkörpern. Geprüft wird der Stoß einer Verbindung von zwei Platten unter einem Knickwinkel, wie er bei den Segmentschalen vorkommt, unter Beachtung der Voruntersuchungen des Abschnitts 5.3. Der Knickwinkel zwischen den Platten wird bei Translationsschalen bestimmt durch das Verhältnis von Stich zu Spannweite f/L und die Größe der einzelnen ebenen Segmente (siehe Kapitel 3).

6.1.4 Materialien: Aufbau und Eigenschaften

Die Versuche werden an fünflagigen Brettsperrholzplatten nach [ETA-14/0349 2014] mit einer Dicke von $t_{BSP} = 100\text{mm} = 5 \cdot 20\text{mm}$ (Abbildung 6.6) durchgeführt. Die Brettlagen sind schmalseitenverklebt. Die Lamellen sind der Güteklasse C24 zuzuordnen, wobei entsprechend der ETA 10% der Lamellen der Güteklasse C16 entsprechen können. Die Oberflächenbeschaffenheit entspricht einer Nichtsichtqualität (NVI).



Abbildung 6.6: Aufbau fünflagiges Brettsperrholz, Probenwürfel nach Darrmethode

An zwölf zufällig ausgewählten Prüfkörpern wurden Probewürfel $l / b / h = 100 / 100 / 100\text{mm}$ entnommen, für die die Rohdichte im Normklima und die Holzfeuchte mittels Darrmethode des Brettsperrholzes bestimmt werden (siehe Abbildung 6.7 und Abbildung 6.8). Im Mittel liegt eine Rohdichte von $\rho_{mean} = 486 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und eine Holzfeuchte von $u_{mean} = 11,8\%$ vor.

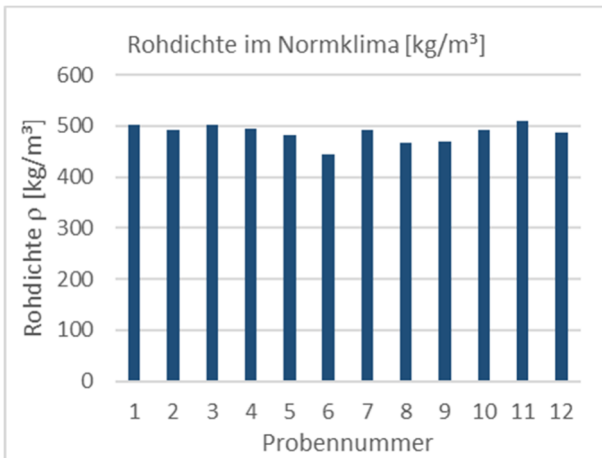


Abbildung 6.7: Rohdichte der BSP-Proben

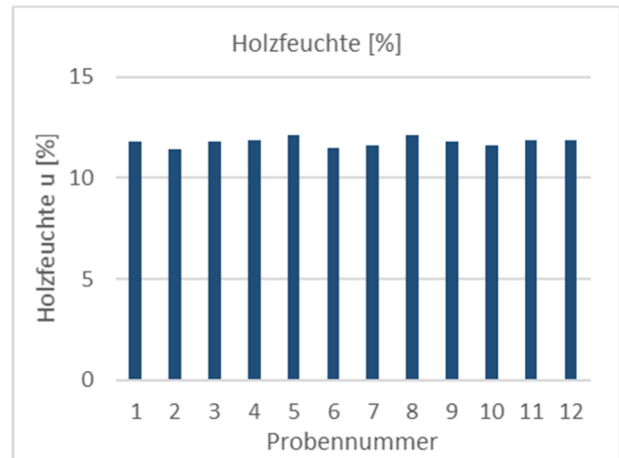


Abbildung 6.8: Holzfeuchte der BSP-Proben

Für die Fremdfedern/Laschen der Verbindung 1 und 2 wird Furnierschichtholz LVL X aus Kiefer nach [Z-9.1-842 2017] auf Grundlage von [DIN EN 14374:2005-02] verwendet. Das Furnierschichtholz ist vor der Herstellung der Prüfkörper drei Monate im Normklima gelagert. Abbildung 6.9 zeigt die Fremdfedern/Laschen für die Versuche zu Verbindung 1, Abbildung 6.10 die für Verbindung 2. Die ebenen Versuchsaufbauten (Zug, Scheiben- und Plattenschub) werden aus $d = 33\text{mm}$ mit 11 Furnierlagen (Aufbau: II-III-III-II), die geknickten Biegeversuche LVL X mit $d = 45\text{mm}$ mit 15 Furnierlagen (Aufbau: II-III-III-III-II) hergestellt. Das Furnierschichtholz wird auf die erforderliche Dicke von 30 bzw. 25 mm gehobelt und gesägt. Aufgrund des geringen Knickwinkels und des folglich geringen Faseranschnitts liegen für jeden Prüfkörperaufbau zwei durchgehende Querlagen vor. Der Anteil der durchgehenden Längslagen wird durch den schrägen Zuschnitt um etwa 25% reduziert. Materialversuche zu LVL werden nicht durchgeführt.

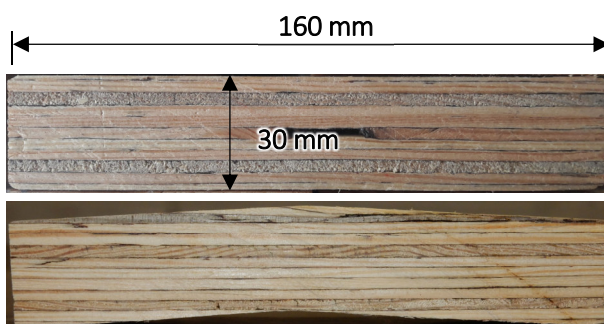


Abbildung 6.9: ebene und geknickte Fremdfeder für Verbindung 1

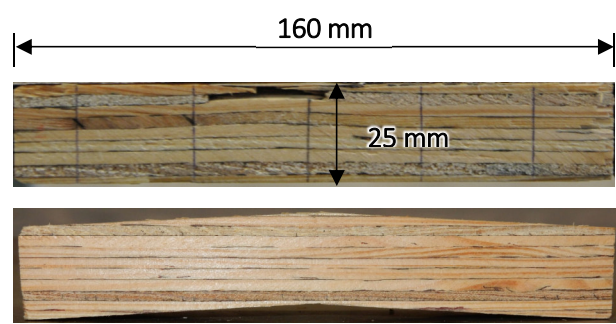


Abbildung 6.10: ebene und geknickte Fremdfeder für Verbindung 2

Verbindung 3 wird mittels Fremdfedern aus Buchensperrholz hergestellt. Buchensperrholz ist ein flächiger Holzwerkstoff. Das verwendete Material besitzt drei Lagen, die kreuzweise (I-I) verklebt sind. Die Gesamtdicke beträgt 4 mm. Die Eigenschaften von Buchensperrholz sind nicht durch bauaufsichtliche Verwendbarkeitsnachweise geregelt, da Buchensperrholz in der Regel nicht für tragende Zwecke eingesetzt wird. Für eine Einschätzung der Leistungsfähigkeit des vorliegenden Materials wurden zehn Zugversuche (fünf in Richtung der Decklagen und fünf in Richtung der Querlage) an Probenstreifen durchgeführt und die Rohdichte bestimmt (Abbildung 6.11). Die mittlere Rohdichte liegt bei $\rho_{\text{mean}} = 799 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ bei einer mittleren Holzfeuchte von 8%.

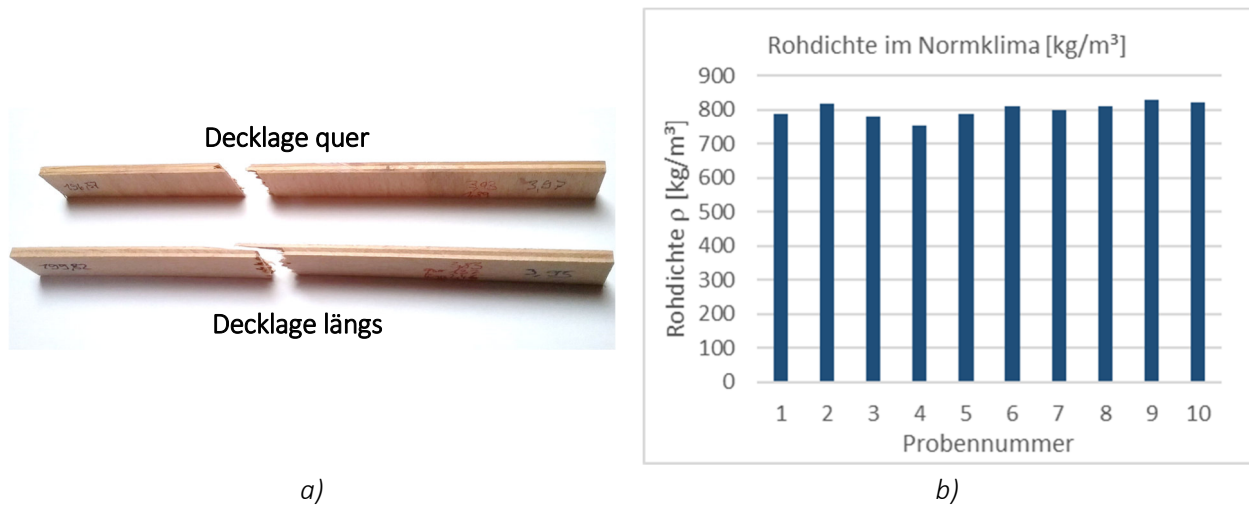


Abbildung 6.11: a) Buchenspertholzstreifen für Zugversuche, b) Rohdichteverteilung der zehn Prüfstreifen

Die Abmessungen der Streifen betragen $l/b/t = 200/20/4 \text{ mm}$. Für die Spannungsermittlung wird die gesamte Querschnittsfläche von 80 mm^2 berücksichtigt, da die exakte Dicke der Lagen des verklebten Buchenspertholzes messtechnisch schwer zu erfassen ist. Die Messlänge zur Ermittlung der Dehnungen beträgt $\Delta l = 50 \text{ mm}$. Abbildung 6.12 zeigt die Spannungs-Dehnungs-Verläufe der Zugproben des Buchenspertholzes und dient als Orientierung für die Leistungsfähigkeit. Auf weitere Auswertungen wird verzichtet. Die Anwendung von Buchenspertholz für Verbindung 3 erfolgt mit Orientierung der Decklage senkrecht zur Verbindungskante der zu fügenden Segmente.

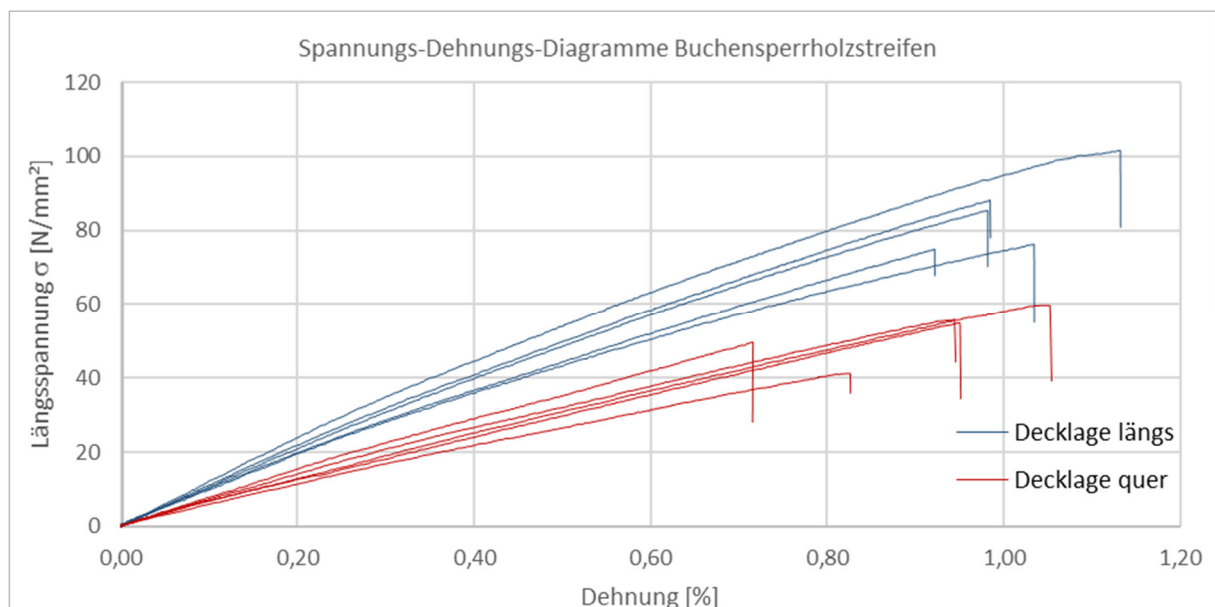





Abbildung 6.12: Spannungs-Dehnungs-Diagramme der Zugversuche an Buchenspertholzstreifen

Tabelle 6.2 zeigt eine Zusammenfassung der verwendeten Verbindungsmittel. Einzelversuche zu den Verbindungsmitteln werden nicht durchgeführt.

Tabelle 6.2: Erläuterungen zu den Verbindungsmitteln von Verbindung 1 bis 3

Verbindung	Art / Beschreibung	
1	<p>Eichennägel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • \varnothing 14 mm, achteckig • eingeschlagen in vorgebohrte Löcher • Geringerer \varnothing als Mindest-\varnothing der [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] – Steigerung nichtlinearer Eigenschaften • Verwendung in Anlehnung an [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] 	
2	<p>Vollgewindeschrauben:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vollgewindeschrauben 6,0 x 90 mm nach [ETA-11/0452 2016] • Selbstbohrende Schrauben aus Kohlenstoffstahl • Unterschiedliche Gewindesteigung mit Zusammenzieheffekt • Ausführung ohne gesondertes Vorbohren • Einschraubwinkel: 45° geneigt in der Ebene senkrecht zur Verbindungskante für Zug 	
3	<p>Pneumatische eingetriebene Buchennägel:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Buchenholznägel <i>LignoLoc</i> 3,7 x 50 mm • kein Vorbohren • Keine bauaufsichtlichen Verwendbarkeitsnachweise • Kennwerte: Prüfbericht [LignoLoc 2017] 	

6.2 Erläuterungen zu Versuchen und Auswertung

6.2.1 Methodik bei der Versuchsauswertung

Die Versuche werden nach den Vorgaben der [DIN EN 26891:1991-07] durchgeführt. Die Grundlage der Ermittlung der charakteristischen Werte stellt [DIN EN 14358:2016-11 2016] dar. Die Ermittlung basiert auf der Annahme einer logarithmischen Normalverteilung. Die Betrachtung der Last-Verformungs-Kurven der einzelnen Prüfkörper erfolgt in Anlehnung an [DIN EN 26891:1991-07]. Abweichend zu den Regelungen durch die Norm erfolgt zusätzlich eine detailliertere Ermittlung der Steifigkeiten. Die Norm regelt die Bestimmung des Verschiebungsmoduls im Bereich bis $0,4 \cdot F_{est}$ je Prüfkörper, wobei F_{est} der geschätzten Höchstlast entspricht. In diesem Bereich wird von einem linearen Zusammenhang zwischen Last und Verformung ausgegangen. Die Gleichungen (6.1) und (6.2) zeigen den in der Norm festgelegten Zusammenhang von Last und Verformung zur Ermittlung des Verschiebungsmoduls k_s .

$$k_s = \frac{0,4 \cdot F_{est}}{v_{i,mod}} \quad (6.1)$$

k_s	$\left[\frac{N}{mm} \right]$	Verschiebungsmodul
F_{est}	$[N]$	geschätzte Höchstlast
$v_{i,mod}$	$[mm]$	modifizierte Anfangsverschiebung

$$v_{i,mod} = \frac{4}{3} \cdot (v_{04} - v_{01}) \quad (6.2)$$

v_{01}	$[mm]$	Anfangsverschiebung bei $F = 0,1 \cdot F_{est}$
v_{04}	$[mm]$	Anfangsverschiebung bei $F = 0,4 \cdot F_{est}$

Durch diese Regelung wird die Nichtlinearität der Last-Verformungs-Kurve nicht berücksichtigt. Für die meisten Bauwerke im Holzbau ist eine Berücksichtigung der nichtlinearen Effekte der Verbindung im Rahmen der Bemessung nicht erforderlich. Der Fokus wird auf die Grenzzustände der Tragfähigkeit (GZT) und Gebrauchstauglichkeit (GZG) gelegt. Dies bedeutet, dass derjenige Grenzwert interessant ist, der am einfachsten mit einem linearisierten Ansatz abgebildet werden kann. Anschaulich zeigt dies Abbildung 6.13. Beispielhaft ist die Last-Verformungs-Kurve eines Zugversuches der Verbindung 1 (Verbindung mit Eichennägeln) dargestellt. Die tatsächliche Last-Verformungs-Kurve (schwarz) wird im linearisierten Fall im GZG durch die Gerade k_{ser} und im GZT durch die Gerade k_u ersetzt. Die Steifigkeit ist hierbei konstant (siehe auch Abbildung 6.14). Der Bereich zwischen $F_{Rd,0.6}$ und $F_{Rd,1.1}$ stellt die maximale Beanspruchbarkeit einer Verbindung im GZT in Abhängigkeit von k_{mod} dar. Die Abbildung zeigt, dass im relevanten Bereich zwischen $F_{Rd,0.6}$ und $F_{Rd,1.1}$ die linearisierte Berücksichtigung der Verbindungseigenschaften eine gute Annäherung für den Grenzzustand ist. Die Gegenüberstellung der Steifigkeiten kann Abbildung 6.14 entnommen werden.

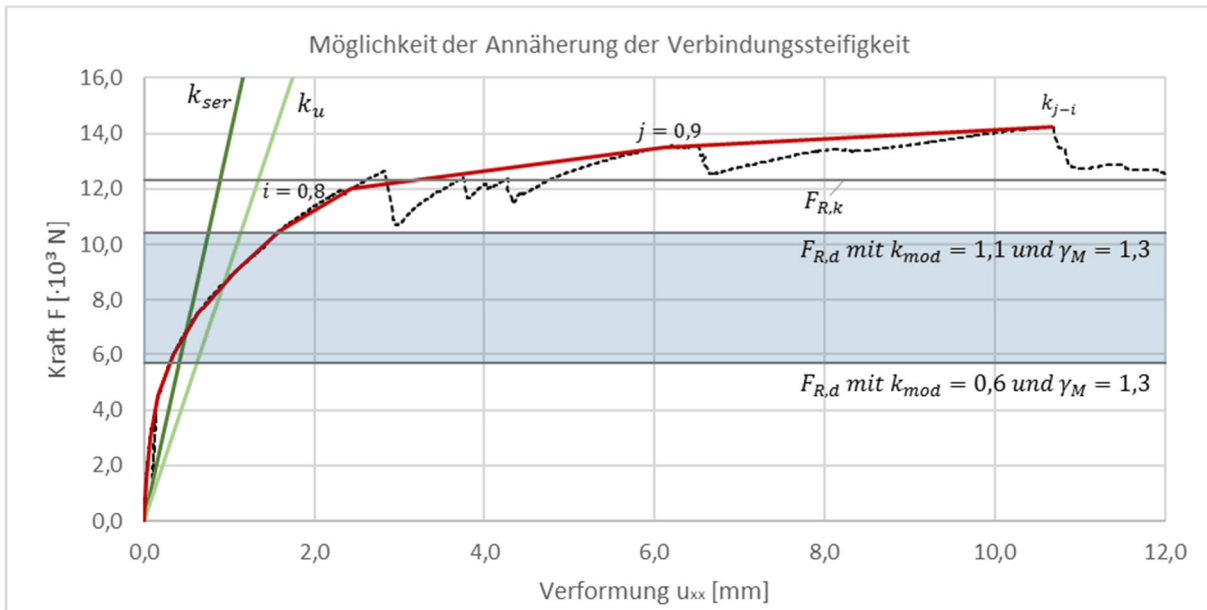


Abbildung 6.13: Last-Verformungs-Kurve eines Zugversuches mit Annäherungen der Steifigkeit

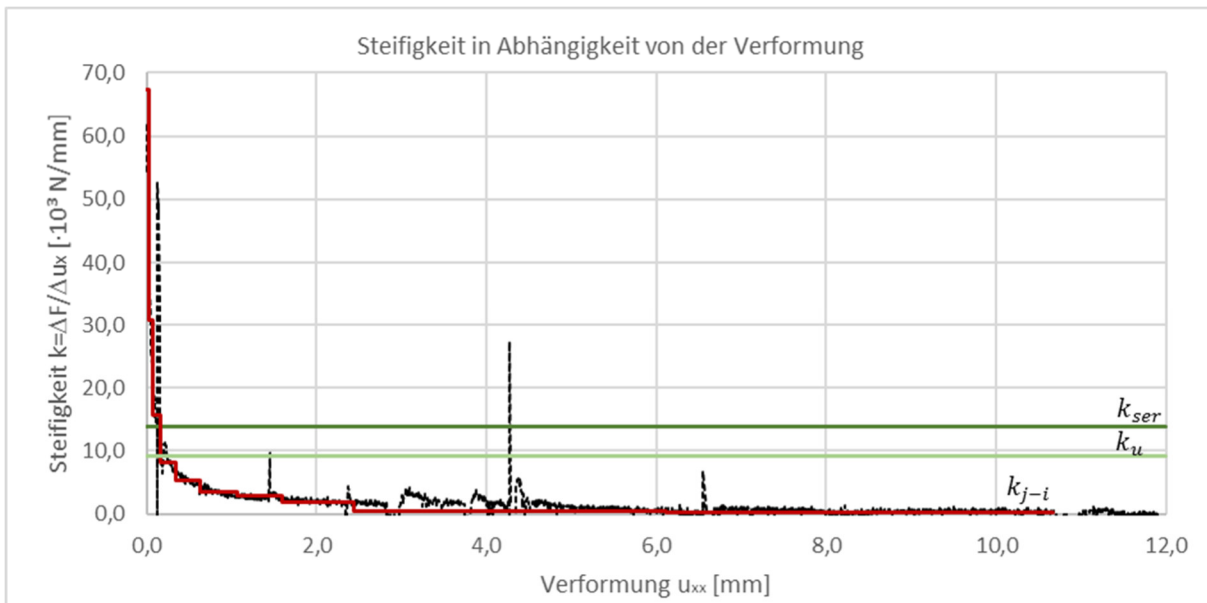


Abbildung 6.14: Veränderung der Steifigkeit mit Möglichkeiten der Annäherung

Für den Fall einer linienförmigen Verbindung entlang einer Kante mit variierender Schnittgrößenverteilung ermöglicht die Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten die Modellierung von Lastumlagerungen, wie sie auch beim realen Tragwerk auftreten. Durch diese Berücksichtigung werden Spannungsspitzen reduziert. In Anlehnung an die Ermittlung der Steifigkeit nach [DIN EN 26891:1991-07] wird die Last-Verformungs-Kurve der Versuche durch Polygonzüge angenähert. Die Schrittweite wird hierbei zu $\Delta F = 0,1 \cdot F_{est}$ festgelegt. Durch diesen Ansatz resultieren Verläufe entsprechend der Darstellung in Abbildung 6.13 und Abbildung 6.14. Sowohl für die Last-Verformungs-Kurve wie auch für die Steifigkeiten zeigt sich eine deutlich bessere Abbildung

des tatsächlichen Tragverhaltens infolge des polygonalen Ansatzes. Die Ermittlung der Steifigkeiten der Verbindungen erfolgt daher nach folgenden Kriterien:

- Berücksichtigung des nichtlinearen Tragverhaltens durch die Annäherung der Last-Verformungs-Kurve durch einen Polygonzug mit geraden Abschnitten,
- je Abschnitt liegt eine konstante Steifigkeit vor,
- Schrittweite der Stützstellen des Polygonzuges wird nach Gleichung (6.3) ermittelt.

$$\Delta F = 0,1 \cdot F_{est} \quad (6.3)$$

ΔF	[N]	Kraftintervall
F_{est}	[N]	geschätzte Höchstlast

Die Steifigkeit in den einzelnen Abschnitten des Polygonzuges ergibt sich je Prüfkörper zu:

$$k_{j-i,Pm} = \frac{\Delta F}{\Delta u} = \frac{F_j - F_i}{u_j - u_i} \text{ mit } j = \left[\frac{a}{10}; 1,0 \right], \text{ wobei } \{a | a \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq a \leq 9\}; i = j - 0,1 \quad (6.4)$$

$k_{j-i,Pm}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Steifigkeit je Prüfkörper im Intervall $j - i$
F_j	[N]	Kraft an der Stelle j
F_i	[N]	Kraft an der Stelle $j - 0,1$
u_j	[N]	Verformung an der Stelle j
u_i	[N]	Verformung an der Stelle $j - 0,1$

Die statistische Auswertung innerhalb der Versuchsserien erfolgt nach [DIN EN 14358:2016-11 2016]. Für die Ermittlung der idealisierten Last-Verformungs-Kurven werden die idealisierten Verläufe der Einzelversuche gemittelt. Hieraus ergeben sich die idealisierten Steifigkeiten je Abschnitt des Polygonzuges. Die Berechnung des Mittelwertes wird nach folgenden Gleichungen durchgeführt:

$$F_{j,P1} = F_{j,Pm} = F_{j,Pn} = F_{j,mean} \quad (6.5)$$

$F_{j,P1}, F_{j,Pm}, F_{j,Pn}$	[N]	Last an der Stelle j des Prüfkörpers $P1$ über Pm bis Pn
m	[-]	Laufindex für die Prüfkörpernummer
n	[-]	Anzahl der für die Auswertung berücksichtigten Prüfkörper
$F_{j,mean}$	[N]	Mittelwert der Last an der Stelle j

$$k_{j-i,mean} = \frac{\sum_{m=1}^{m=n} k_{j-i,Pm}}{n} \quad (6.6)$$

$k_{j-i,mean}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	mittlere Steifigkeit im Intervall $j - i$
----------------	---------------------------------	---

$$u_{j,mean} = \frac{(F_{j,mean} - F_{i,mean})}{k_{j-i,mean}} + u_{i,mean} \quad (6.7)$$

$u_{j,mean}$	[mm]	mittlere Verformung der Serie an der Stelle j
$u_{i,mean}$	[mm]	mittlere Verformung der Serie an der Stelle i
$F_{i,mean}$	[N]	Mittelwert der Last an der Stelle i

Je Aufbau, der für die Bestimmung der Eigenschaften herangezogen wird, liegen drei Prüfkörper vor, für die die statistische Auswertung vorgenommen wird. Zusätzlich erfolgt unabhängig von der Orientierung der BSP-Elemente eine Gesamtauswertung aller sechs Prüfkörper einer Serie. Für die verschiedenen Beanspruchungen (Zug, Scheibenschub, Biegung und Plattenschub) liegen unterschiedliche Prüfkörpergrößen vor. Bei der Auswertung wird daher zusätzlich zum Last-Verformungs-Verhalten der Prüfkörper das Last-Verformungs-Verhalten je Meter gezeigt. Die Ergebnisse je Meter dienen als Grundlage für Vergleiche zwischen den verschiedenen Beanspruchungen und stellen die Basis für weitere Berechnungen dar. Außerdem werden die charakteristischen Tragfähigkeiten je Verbindungsmittel angegeben. Die Werte je Verbindungsmittel dienen für die Ausbildung von Verbindungen mit einer abweichenden Anzahl an Verbindungsmitteln. Erweiterte statistische Untersuchungen mit Bestimmung von Bemessungsgleichungen werden aufgrund der geringen Prüfkörperanzahl je Verbindungskonstellation und der nicht variierenden Verbindungsmittel- sowie Scherfugenanzahl nicht angestellt. Dies bedeutet, dass die Versuchsergebnisse für linienförmige Verbindungen entsprechend den gewählten Verbindungsaufbauten unter Beachtung der Mindestabstände angewendet werden, jedoch nicht ohne weitere Untersuchungen für einzelne Verbindungsmittel angewendet werden dürfen. Des Weiteren bedürfen abweichende Verbindungsaufbauten, wie z.B. einschnittige Verbindungen, einer gesonderten Untersuchung.

6.2.2 Zugversuche

Der schematische Aufbau der Prüfkörper für Zugbeanspruchung ist in Abbildung 6.15 dargestellt. Die Verformungsmessung erfolgt mit zwei seitlich an den Prüfkörpern im Bereich der Verbindung angebrachten Wegaufnehmern ([Weg 1], [Weg 2]). Die Messung der Verformung erfolgt relativ (Prüfkörper-intern im Bereich der Verbindung). Für die Auswertung wird die Verformungsmessung beider Wegaufnehmer gemittelt. Aus Gründen der Versuchsdurchführung erfolgt die Betrachtung der Verbindungseigenschaften an ebenen Kleinversuchen unter Vernachlässigung des Knicks an der Verbindungsstelle.

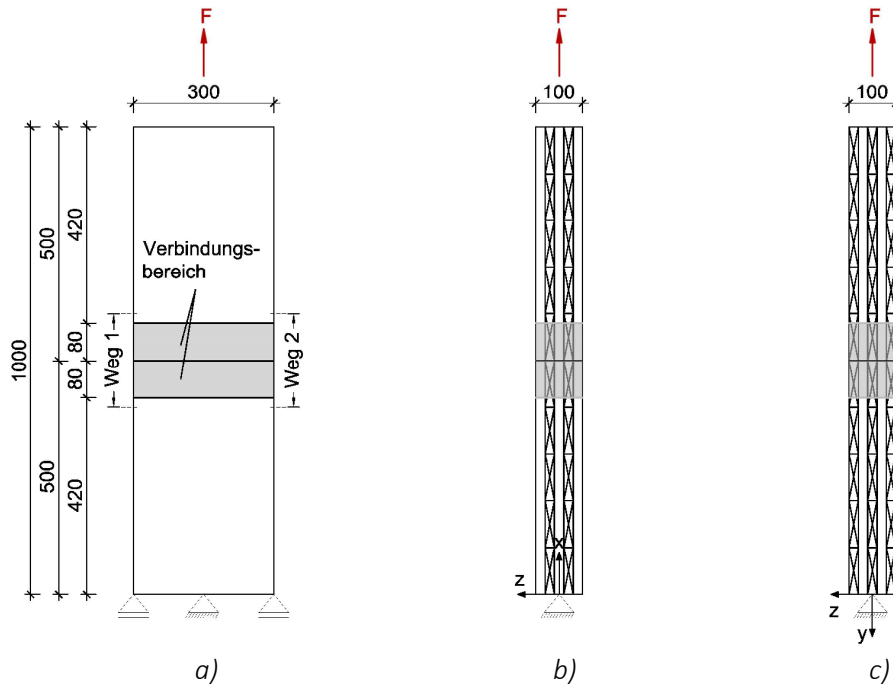


Abbildung 6.15: a) Prinzipieller Aufbau der Zugkleinversuche für b) x-Richtung und c) y-Richtung

6.2.3 Scheibenschubversuche

Der schematische Aufbau und die Abmessungen von den Scheibenschubkleinversuchen sind in Abbildung 6.16 dargestellt. Die Messung der Verformung erfolgt relativ (Prüfkörperintern) an den Schubflächen der Verbindung. Je Seite werden zwei Wegaufnehmer angebracht. Für die Darstellung werden die Verformungswerte gemittelt. Die Versuchsdurchführung erfolgt am ebenen Prüfkörper.

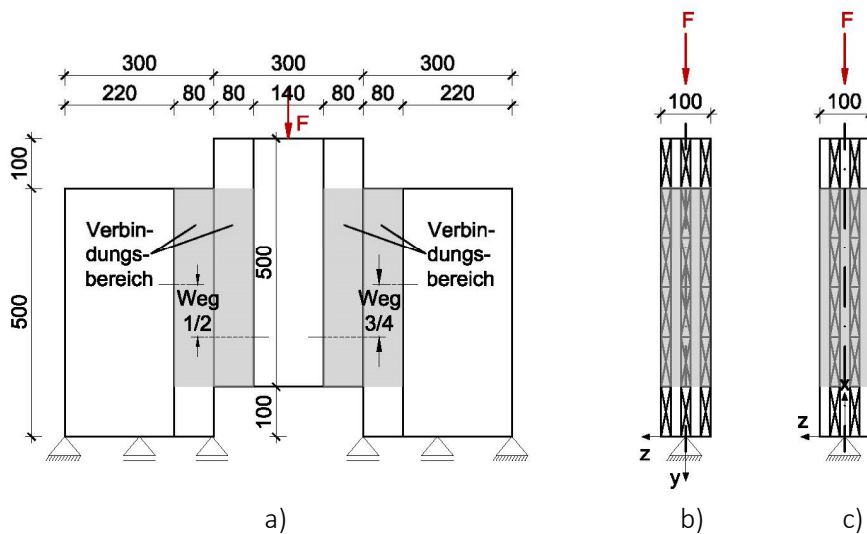


Abbildung 6.16: a) Prinzipieller Aufbau der Scheibenschubkleinversuche für b) x- und c) y-Schnittufer

6.2.4 Biegeversuche

Die Versuche zur Bestimmung der Biegesteifigkeit und -tragfähigkeit der Verbindungen werden als 3-Punkt-Biegeversuche durchgeführt. Der prinzipielle Versuchsaufbau ist Abbildung 6.17 zu entnehmen. Die Biegeeigenschaften der Verbindung werden an Biegeträgern mit einem Knickwinkel $\beta = 6,5^\circ$ bestimmt.

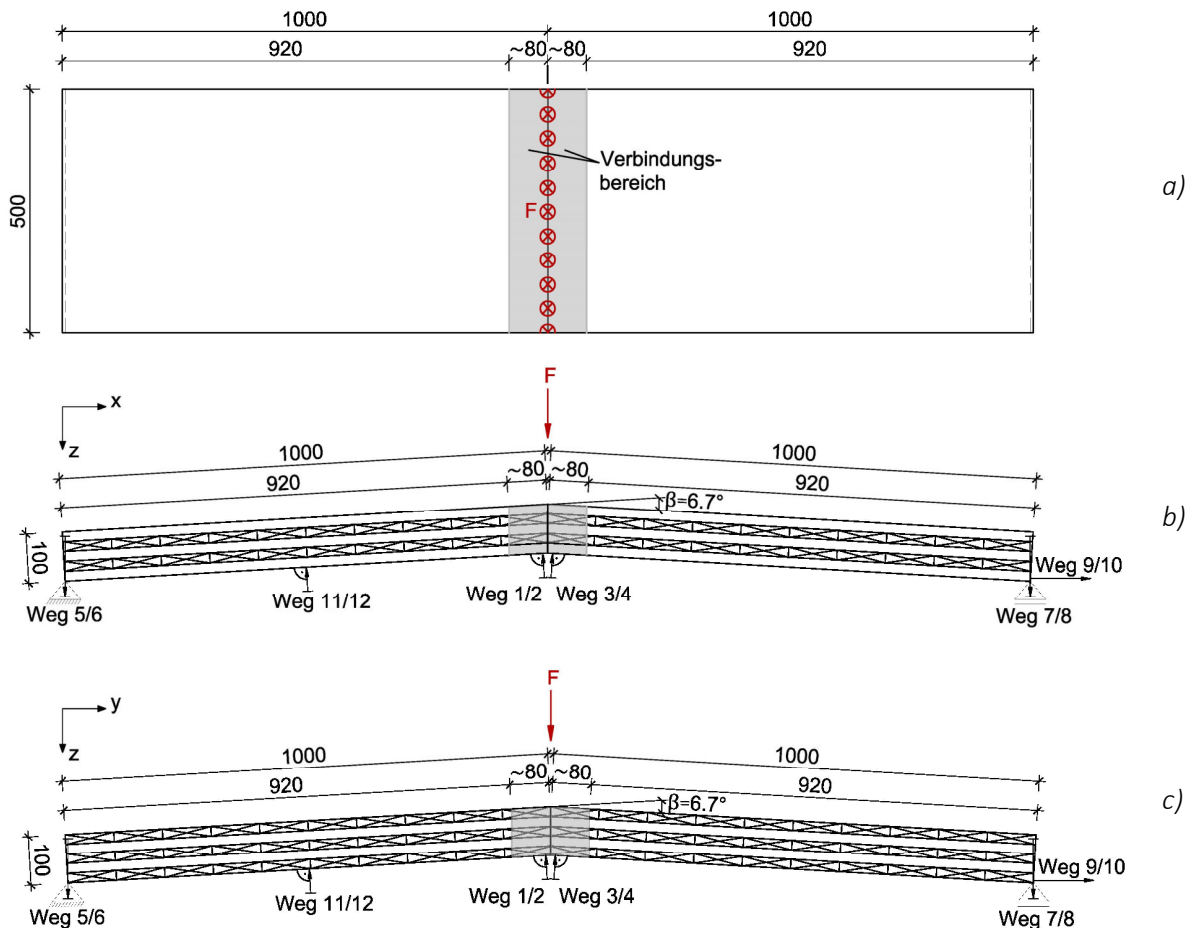


Abbildung 6.17: Prinzipieller Aufbau der Biegekleinversuche für b) x-Richtung und c) y-Richtung

Wie Abbildung 6.17 zeigt, werden zwölf Wegaufnehmer (an den gegenüberliegenden Seiten je sechs) für die Verformungsbestimmung herangezogen, die im Gegensatz zu den Zug- und Scheibenschubversuchen die Verformung absolut zum Portal messen. Vier Wegaufnehmer ([Weg 1], [Weg 2], gemittelt in u_{Weg12} sowie [Weg 3], [Weg 4], gemittelt in u_{Weg34}), werden in der Nähe des Firstpunktes an der Verbindungsstelle angebracht. [Weg 5], [Weg 6], [Weg 7] und [Weg 8]) dienen an beiden Auflagerpunkten der Messung der Auflagerpressung. [Weg 9] und [Weg 10]) messen die horizontale Verformung am verschieblichen Auflager. [Weg 11] und [Weg 12] werden in einem Feld in der Mitte installiert. Die Messung der Verformungen im Feldbereich des 3-Punkt-Biegeversuchs erfolgt senkrecht zu den Brettspertholzplatten.

Durch die Einzellast in Systemmitte wird der Prüfkörper nach unten gedrückt. Aufgrund der Lagerung verursacht das eine geometrisch bedingte, horizontale Verlängerung des Prüfkörpers. Folglich nimmt das wirkende

Moment aufgrund der größer werdenden Spannweite zu. Die horizontale Verschiebung wird versuchstechnisch und rechnerisch erfasst. Aufgrund des kleinen Knickwinkels liegt eine flache Geometrie vor (Abbildung 6.17). Die sich einstellende Verformungszunahme beträgt ca. 0,1% und wird in der Berechnung vernachlässigt. Das Moment wird folglich nach Theorie 1. Ordnung, bezogen auf die Ausgangsabmessungen des Prüfkörpers, ermittelt. Der Einfluss der Normalkraft beim schrägen System ist aufgrund der kleinen Knickwinkel von untergeordneter Bedeutung und wird bei der Versuchsauswertung vernachlässigt. Der Einfluss der Querkraft wird nicht berücksichtigt.

Bei der Auswertung der Versuche stellt sich die Frage, ob die Verformung der beiden ebenen Brettsper Holzplatten unter der Einwirkung der Einzellast einer Starrkörperrotation gehorcht. Das statische System mit den Messpunkten der Wegaufnahme zeigt Abbildung 6.18. Die Verformungsfigur hängt von der Drehsteifigkeit der Verbindung und der Biegesteifigkeit der Brettsper Holzplatten ab. Die Überprüfung erfolgt auf Grundlage der Messwerte der Biegeversuche. Hierbei werden die Last-Verformungs-Kurven der Wegaufnehmer in Plattenmitte [Weg 11] und [Weg 12] mit $u_{Weg1112}$ und der Wegaufnehmer an der Stoßstelle [Weg 1] und [Weg 2] mit u_{Weg12} gegenübergestellt (Abbildung 6.19).

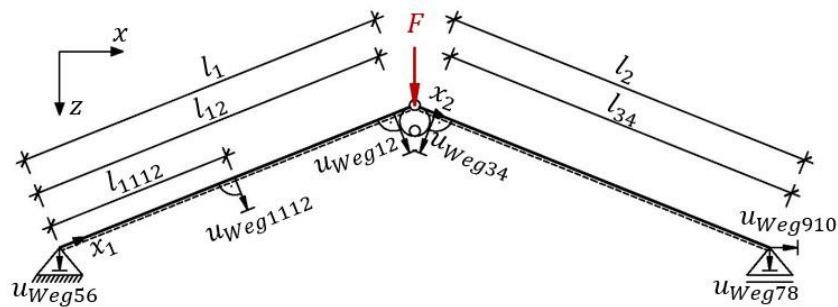


Abbildung 6.18: Statisches System (überhöht) der Biegeversuche mit Messpunkten (analog für y-Richtung)

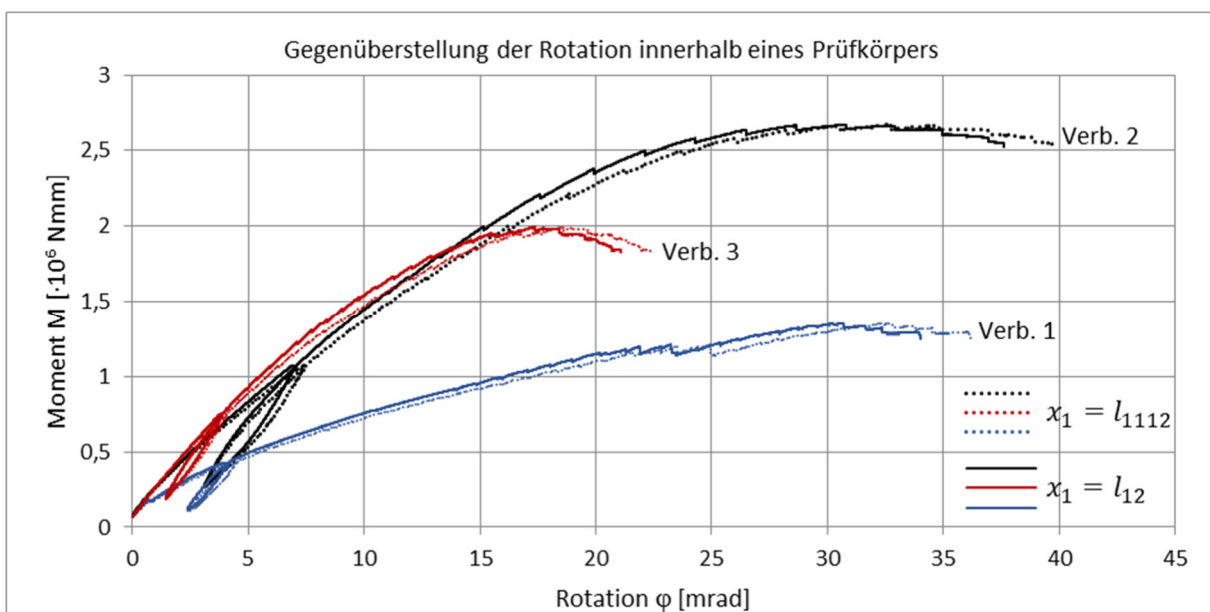


Abbildung 6.19: Überprüfung der Starrkörperrotation durch Gegenüberstellung der verschiedenen Rotationen an den Messpunkten innerhalb eines Prüfkörpers

Abbildung 6.19 stellt die Last-Verformungs-Kurven von je einem repräsentativen Biegeversuch für jede Verbindung dar. Die Grafik zeigt, dass die Rotation in Plattenmitte (gepunktete Linien) in etwa der Rotation an der Verbindungsstelle (durchgezogene Linie) entspricht. Dies bedeutet, dass die primäre Verdrehung aus der Nachgiebigkeit der Verbindung resultiert. Gleichzeitig zeigt sich für alle Verbindungen, dass die Rotation in Prüfkörpermitte etwas geringer ist als die Rotation an der Verbindungsstelle in Systemmitte. Bei einer reinen Starrkörperrotation wären beide Verformungen deckungsgleich. Dies bedeutet, dass die Prüfkörper aufgrund der Einwirkung zusätzlich zur Starrkörperrotation eine gewisse Krümmung je Plattenhälfte aufgrund der Biegesteifigkeit der Verbindung erfahren. Die Auswertung der Versuche erfolgt unter Berücksichtigung der sich infolge der Biegesteifigkeit der Verbindung einstellenden Krümmungen der BSP-Platten.

Mögliche Ansatzfunktionen für eine Annäherung sind Polynom- und Sinusfunktion. Die Ansatzfunktionen werden rein geometrisch auf Grundlage von Messungen der Wegaufnehmer ermittelt. Abbildung 6.20 zeigt repräsentativ die Verformung eines Prüfkörpers unter Einzellasten von $F = [1000N; 2000N; 3000N]$.

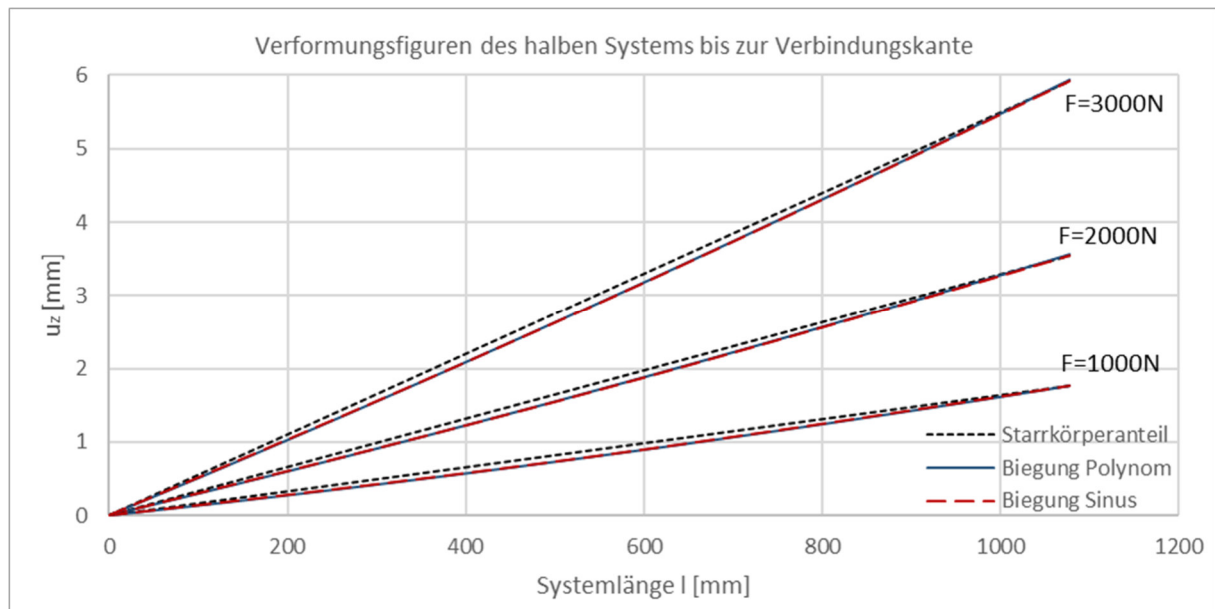


Abbildung 6.20: Verformungsfiguren infolge Starrkörperrotation, Polynom- und Sinusansatz

Die überhöhte Darstellung der vertikalen Verschiebung in Abhängigkeit von Lage und Einwirkung bestätigt die Ergebnisse von Abbildung 6.19. Die Biegelinienverläufe einer Polynom-Ansatzfunktion und einer Sinus-Ansatzfunktion sind in etwa deckungsgleich. Im Folgenden wird der Anteil der Verformung aus Biegung des BSP über einen Sinusansatz berücksichtigt. Die geometrischen Zusammenhänge sind schematisch überhöht in Abbildung 6.21 dargestellt.

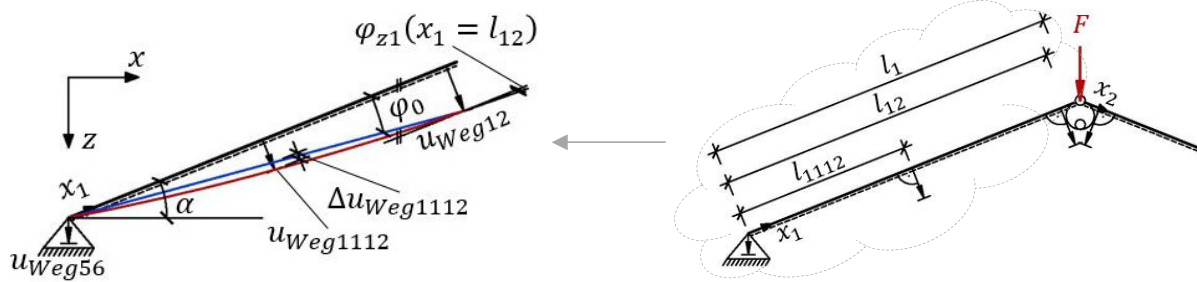


Abbildung 6.21: Parameterbezeichnung am linken Teilsystem für die Verformungsbetrachtung der Biegeversuche

Ansatzfunktion für die Verformung:

$$u_{z1}(x_1) = a \cdot \sin(b \cdot x_1) + \varphi_0 \cdot x_1 \quad (6.8)$$

Der erste Ausdruck des Terms steht hierbei für die Biegeverformung der Platten, der zweite für die Starrkörperrotation. Die Parameter a, b und φ_0 ergeben sich aus den gemessenen Verformungen als Randbedingungen. Die Auflagerverschiebung u_{Weg56} wird direkt bei der Verformung $u_{z,1}$ berücksichtigt, hat allerdings für die Ermittlung der Drehsteifigkeit des Anschlusses keine Bedeutung. Hieraus ergibt sich die Gleichung für die Verformungsfigur zu:

$$u_{z1}(x_1) = \Delta u_{Weg1112} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{l_{12}} \cdot x_1\right) + \frac{u_{Weg12}}{l_{12}} \cdot x_1 - u_{Weg56} \cdot \cos\alpha \quad (6.9)$$

mit:

$$\Delta u_{Weg1112} = (u_{Weg1112}) - \frac{(u_{Weg12})}{l_{12}} \cdot l_{1112} \quad (6.10)$$

Die Verdrehung je Seite der Verbindung ergibt sich als erste Ableitung der Verformung zu:

$$u_{z1}(x_1)' = \varphi_{z1}(x_1) = \frac{\Delta u_{Weg1112} \cdot \pi}{l_{12}} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{l_{12}} \cdot x_1\right) + \frac{u_{Weg12}}{l_{12}} \quad (6.11)$$

Die Berechnung der Gesamtverdrehung des Anschlusses resultiert infolge der Berücksichtigung der Verformungen von beiden hintereinander gereihten Verbindungshälften zu:

$$u_{zges}(x_1 = l_1)' = \varphi_{zges}(x_1 = l_1) = 2 \cdot u_{z1}(x_1 = l_1)' \quad (6.12)$$

Gleichung (6.12) dient für die Berechnung der Verdrehung und ist somit Grundlage der Bestimmung der Last-Verformungs-Beziehung.

6.2.5 Plattenschubversuche

Die Plattenschubversuche werden in Annäherung an das geknickte System an ebenen Prüfkörpern durchgeführt. Der Versuchsaufbau ist an das System des Gerberträgers angelehnt, entspricht diesem aber aufgrund der zwar geringen, aber dennoch vorhandenen Biegesteifigkeit der Verbindungen nicht exakt. Der Aufbau der Plattenschubversuche ist in Abbildung 6.22 schematisch dargestellt.

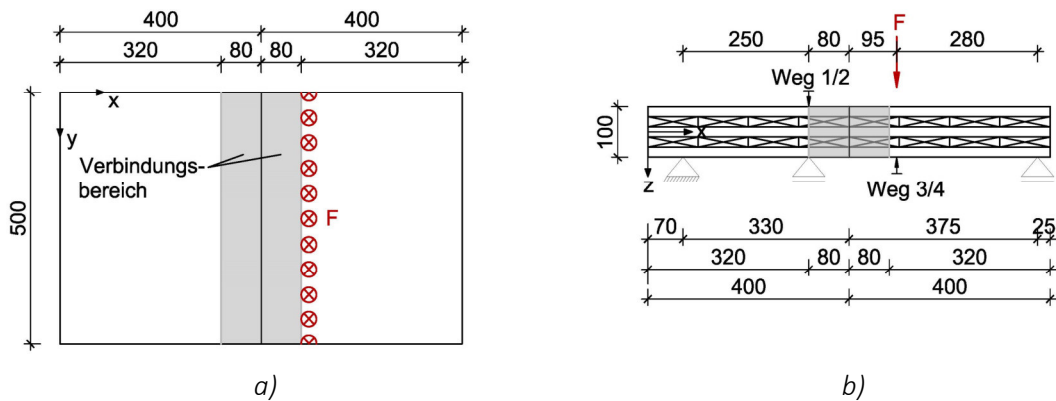


Abbildung 6.22: a) Prinzipieller Aufbau der Plattenschubkleinversuche, durchgeführt nur für b) x-Richtung

Wie Abbildung 6.22 zeigt, erfolgt die Messung mit vier Wegaufnehmern. [Weg 1] und [Weg 2] messen die vertikale Verformung infolge Auflagerpressung am mittleren Auflager, [Weg 3] und [Weg 4] die vertikale Verformung an der Lasteinleitungsstelle. Die Messung der Verformungen erfolgt absolut, d.h. die Wegaufnehmer erfassen die Verformung in Relation zum in sich geschlossenen System des Portals. Die Messwerte beider gegenüberliegenden Wegaufnehmer werden gemittelt.

Die Verbindungen zeigen eine gewisse Drehsteifigkeit (siehe Erläuterungen Abschnitt 6.2.4). Für einen allgemeinen Ansatz ist diese rechnerisch bei der Ermittlung der Steifigkeit der Verbindung bei Plattenschubbeanspruchung zu berücksichtigen. Abbildung 6.23a stellt das der Ermittlung der Verbindungsparameter für Plattenschub zugrunde liegende Ersatzsystem dar. Die Berücksichtigung der Nichtlinearität des Verbindungsverhaltens erfordert ein iteratives Vorgehen zur Annäherung der Steifigkeit der Verbindungen bei Plattenschubbeanspruchung. Unter Verwendung des Kraftgrößenverfahrens sowie über Gleichgewicht werden die Auflagergrößen und die Schnittgrößen an der Verbindungsstelle in Abhängigkeit von der Dreh- und Senkfedersteifigkeit ermittelt. Die Ermittlung erfolgt am rechten Teilsystem. Die beiden Teilsysteme mit den Schnittgrößenverläufen sind in Abbildung 6.23b dargestellt.

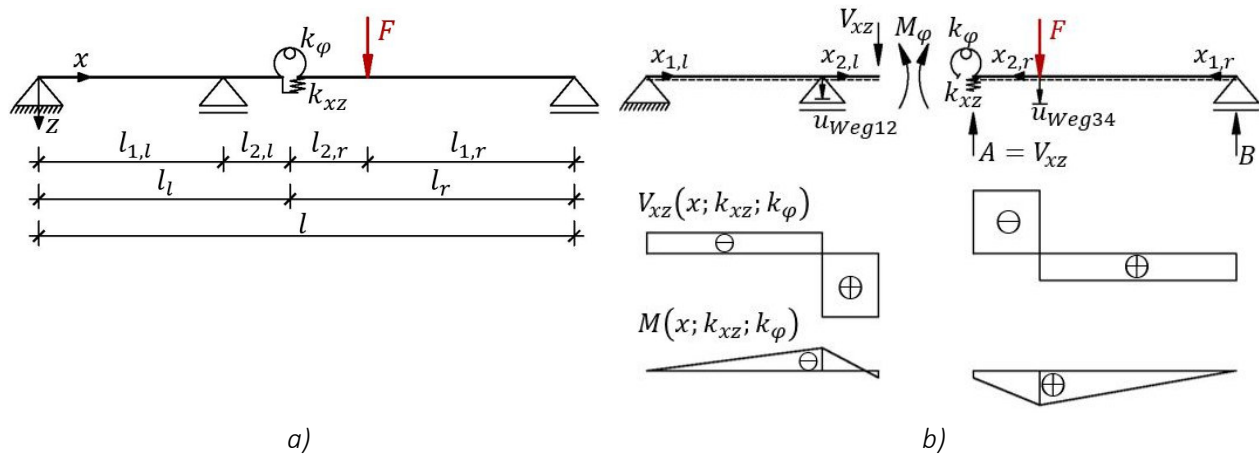


Abbildung 6.23: a) statisches Ersatzsystem und b) Parameter und Schnittgrößenverläufe der Berechnung

Die Auflagerkraft folgt zu:

$$B(k_{xz}; k_{\varphi}) = \frac{\frac{(l_{1,r} + 2 \cdot l_r) \cdot F \cdot l_{2,r}^2}{6EI} + \frac{F \cdot l_{2,r}}{\kappa GA} + \frac{F}{k_{xz}} + \frac{F \cdot l_{2,r} \cdot l_r}{k_{\varphi}}}{\frac{l_r^3}{3EI} + \frac{l_r}{\kappa GA} + \frac{1}{k_{xz}} + \frac{l_r^2}{k_{\varphi}}} \quad (6.13)$$

EI	$[Nmm^2]$	Biegesteifigkeit BSP nach Gleichung (4.11)
GA	$[N]$	Schubsteifigkeit BSP nach Gleichung (4.11)
κ	$[-]$	Schubkorrekturbeiwert (siehe Abschnitt 4.3)
k_{xz}	$\left[\frac{N}{mm}\right]$	Steifigkeit der Verbindung bei Plattenschubbeanspruchung
k_{φ}	$[Nmm]$	Drehsteifigkeit der Verbindung

Über Gleichgewicht am rechten Teilsystem resultieren die Verbindungsschnittgrößen:

$$A(k_{xz}; k_{\varphi}) = V_{xz}(k_{xz}; k_{\varphi}) = F - B(k_{xz}; k_{\varphi}) \quad (6.14)$$

$$M_{\varphi}(k_{xz}; k_{\varphi}) = B(k_{xz}; k_{\varphi}) \cdot l_r - F \cdot l_{2,r} \quad (6.15)$$

Zur Ermittlung der vertikalen Verformung an der Verbindungsstelle wird die Differenzialbeziehung für das rechte Teilsystem aufgestellt. Die Ermittlungen erfolgen am Timoschenko-Balken unter Berücksichtigung der Schubnachgiebigkeit. Für das rechte Teilsystem ergibt sich, bezogen auf lokal $x_{1,r}$, die Verformung zu:

$$u_{z,1,r}(x_{1,r}) = -\frac{B(k_{xz}; k_{\varphi})}{6EI} \cdot x_{1,r}^3 + \left(\frac{B(k_{xz}; k_{\varphi}) \cdot l_{1,r}^2}{6EI} + \frac{u_{Weg34}}{l_{1,r}} \right) \cdot x_{1,r} \quad (6.16)$$

mit den Randbedingungen:

$$u_{z,1,r}(x_{1,r} = 0) = 0$$

$$u_{z,1,r}(x_{1,r} = l_{1,r}) = u_{Weg34}$$

Für das rechte Teilsystem im Bereich von lokal $x_{2,r}$ resultiert:

$$u_{z,2,r}(x_{2,r}) = \frac{A(k_{xz}; k_\varphi)}{6EI} \cdot x_{2,r}^3 - \frac{B(k_{xz}; k_\varphi) \cdot l_{1,r}}{2EI} \cdot x_{2,r}^2 + \varphi_{z,1,r}(x_{1,r} = l_{1,r}) \cdot x_{2,r} - \frac{B(k_{xz}; k_\varphi) \cdot l_{1,r}}{\kappa GA} + u_{Weg34} \quad (6.17)$$

unter Anwendung der Randbedingungen:

$$u_{z,2,r}(x_{2,r} = 0) = u_{Weg34}$$

$$u_{z,2,r}'(x_{2,r} = 0) = u_{z,1,r}'(x_{1,r} = l_{1,r}) = \varphi_{z,1,r}(x_{1,r} = l_{1,r}) = -\frac{B(k_{xz}; k_\varphi) \cdot l_{1,r}^2}{3EI} + \frac{u_{Weg34}}{l_{1,r}}$$

Die sich in der Verbindung einstellende Verformung resultiert aus der Differenz der Verformung des rechten Teilsystems (Gleichung (6.17)) und der Verformung des linken Teilsystems (Gleichung (6.18)). Die Verformung des linken Teilsystems wird mit dem Reduktionssatz ermittelt. Zusätzlich wird die Verformungsänderung an der Verbindungsstelle aufgrund der Auflagerpressung ([Weg 1] und [Weg 2]) bestimmt und über einen linearen Ansatz bei der Berechnung der relativen vertikalen Verformung der Verbindung berücksichtigt. Das linke Teilsystem mit den qualitativen Schnittgrößenverläufen ist Abbildung 6.23b zu entnehmen.

$$\begin{aligned} u_{z,2,l}(x_{2,l} = l_{2,l}) &= \frac{(V_{xz}(k_{xz}; k_\varphi) \cdot l_{2,l} - M_\varphi(k_{xz}; k_\varphi)) \cdot l_{2,l} \cdot l_{1,l}}{3EI} \\ &+ \frac{l_{2,l}^2 \cdot (2V_{xz}(k_{xz}; k_\varphi) \cdot l_{2,l} - 3M_\varphi(k_{xz}; k_\varphi))}{6EI} \\ &+ \frac{V_{xz}(k_{xz}; k_\varphi) \cdot l_{2,l}^2 - M_\varphi(k_{xz}; k_\varphi) \cdot l_{2,l}}{\kappa GA \cdot l_{1,l}} + \frac{V_{xz}(k_{xz}; k_\varphi) \cdot l_{2,l}}{\kappa GA} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Die relative Verformung der Verbindung resultiert schließlich zu:

$$u_{xz}(k_{xz}; k_\varphi) = u_{z,2,r}(x_{2,r} = l_{2,r}) - u_{z,2,l}(x_{2,l} = l_{2,l}) - u_{Weg12} \cdot \frac{l_l}{l_{1,l}} \quad (6.19)$$

Bei der Auswertung werden die Drehsteifigkeiten der Biegeversuche verwendet. Grundlage für die Berücksichtigung bilden die an das tatsächliche, nichtlineare Verhalten angenäherten Polygonzüge der Momenten-Verdrehungs-Beziehung. Aufgrund der rechnerischen Handhabbarkeit bei der Iteration werden die Polygonzüge durch Polynomfunktionen $M(\varphi)$ angenähert. Deren 1. Ableitung stellt die Drehsteifigkeit $k_\varphi(\varphi)$ dar. Hinsichtlich der Plattenschubsteifigkeit der Verbindungen haben Vorabuntersuchungen gezeigt, dass die Steifigkeitswerte im relevanten Bereich die Schnittgrößenverteilung im Vergleich zu den Drehsteifigkeiten nur untergeordnet beeinflussen. Daher werden im iterativen Prozess konstante Schubsteifigkeiten der Verbindung für Plattenbeanspruchung angesetzt. Hierfür wird zunächst eine Annahme getroffen und diese im Anschluss in der iterativen Berechnung hinsichtlich der sich einstellenden Ergebnisse angepasst.

6.3 Verbindung 1 – innenliegende Fremdfeder mit Eichennägeln

6.3.1 Aufbau der Verbindung im Versuch

Der prinzipielle Aufbau von Verbindung 1 ist in Abschnitt 6.1.2, die Materialeigenschaften in Abschnitt 6.1.4 beschrieben. Die Konfigurationen der Verbindungen für die Versuche können Abbildung 6.24 entnommen werden. Für die Bestimmung der Eigenschaften der Verbindungen bei Zug-, Scheibenschub- und Plattenschubbeanspruchung werden die geringeren Abstände des geknickten Aufbaus verwendet.

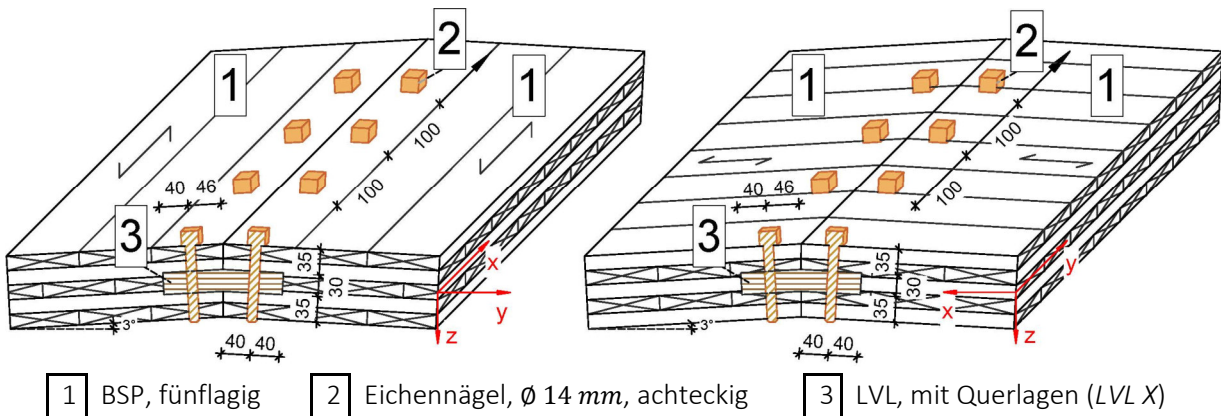
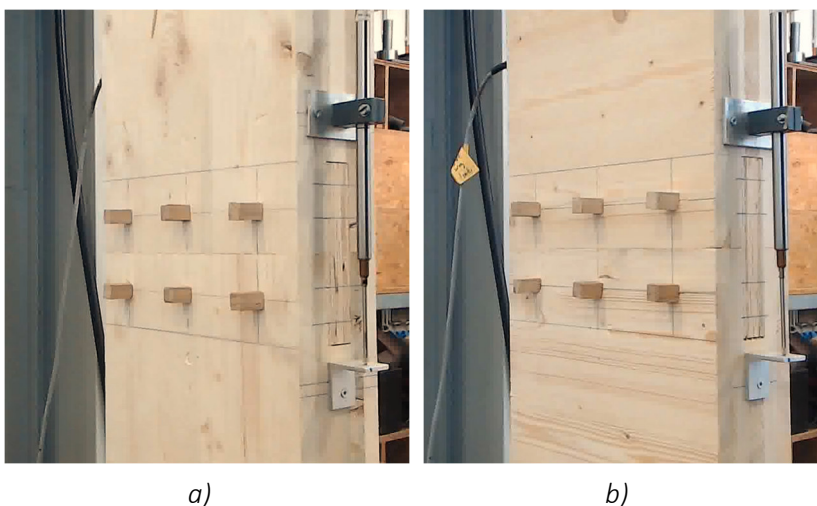


Abbildung 6.24: Aufbau Verbindung 1 für Stöße am x- und y-Schnittufer [Ihler 2018]

6.3.2 Zugeigenschaften

Der Verbindungsmittelausschnitt der Zugversuche der Verbindung 1 ist in Abbildung 6.25 dargestellt. Die Verbindungsmittelanordnung erfolgt entsprechend Abbildung 6.24.



Versuchsaufbau (siehe 6.2.2):

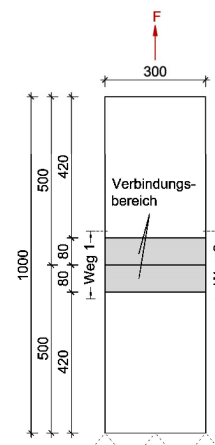


Abbildung 6.25: Verbindungsmittelbereich Verbindung 1 für Zugversuche am a) x-, b) y-Schnittufer

Abbildung 6.26 zeigt die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper. Das x-Schnittufer entspricht hierbei den Prüfkörpern mit der Decklage in Belastungsrichtung, das y-Schnittufer den Prüfkörpern mit der Decklage senkrecht zur Belastungsrichtung (siehe auch Definition in Abbildung 6.1).

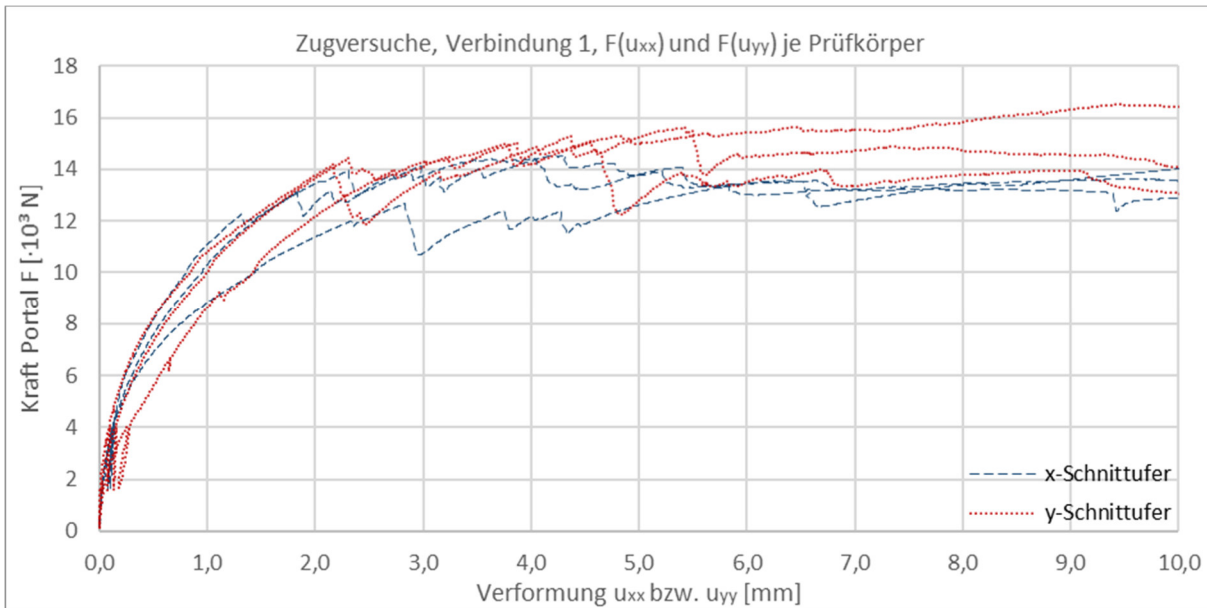


Abbildung 6.26: Last-Verformungs-Kurven von den Prüfkörpern der Zugversuche der Verbindung 1

Alle Prüfkörper zeigen ein nichtlineares Verhalten mit deutlichen Plastifizierungen vor dem Erreichen der Bruchlast. Entsprechend der Methodik von Abschnitt 6.2.1 erfolgt die Annäherung durch Polygonzüge. Die entsprechenden Verläufe je Versuch sind im Anhang C dargestellt.

In der weiteren Auswertung werden die Verbindungseigenschaften für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen dargestellt. Abbildung 6.27 zeigt die nach den Erläuterungen des Abschnitts 6.2.1 ermittelten idealisierten Last-Verformungs-Kurven, Tabelle 6.3 die zugehörigen Steifigkeiten. Die schwarze Kurve stellt die am x- und y-Schnittufer gemittelten Verbindungseigenschaften der Verbindung 1 dar.

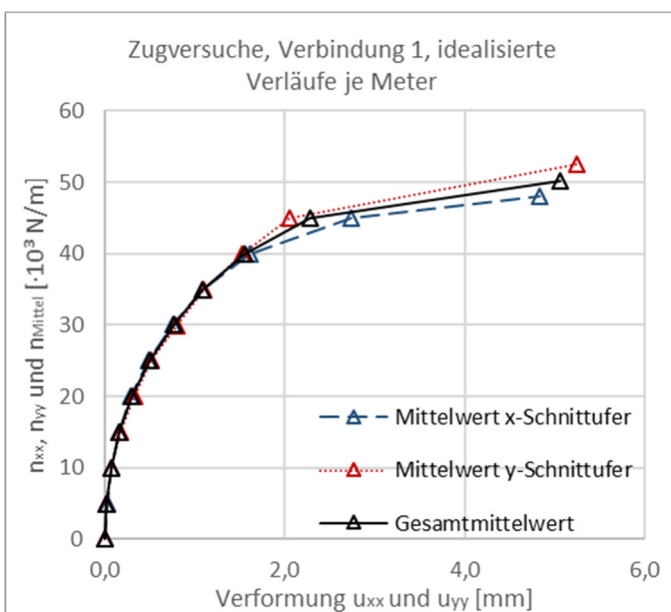


Abbildung 6.27: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven

 Tabelle 6.3: Zugsteifigkeiten in k_j - k_i

[·10 ³ N/mm je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	199	348	273
$k_{0,2-0,1}$	102	89,5	95,7
$k_{0,3-0,2}$	61,3	46,5	53,9
$k_{0,4-0,3}$	39,8	34,3	37,0
$k_{0,5-0,4}$	24,1	25,4	24,8
$k_{0,6-0,5}$	18,3	18,0	18,2
$k_{0,7-0,6}$	15,6	16,5	16,0
$k_{0,8-0,7}$	9,4	11,8	10,6
$k_{0,9-0,8}$	4,4	9,5	7,0
$k_{1,0-0,9}$	1,4	2,3	1,9

MW: Gesamtmittelwert

Die Versagensursache aller durchgeführten Zugversuche stellen die Eichennägel in Kombination mit Lochleibung dar. Beispielhafte Bruchbilder sind in Abbildung 6.28 dargestellt. Die Verformungsfigur der Eichennägel ähnelt geometrisch der Verformungsfigur von dünnen, auf Abscheren beanspruchten, stiftförmigen, metallischen Verbindungsmitteln. Aufgrund der unterschiedlichen Materialeigenschaften von Holz und Metall stellen sich jedoch bei Eichennägeln keine Fließgelenke ein. Die Nägel zeigen aufgrund der Beanspruchung ein Biegezugversagen. Das plastische Tragverhalten resultiert aus der Entstehung von mehreren Bruchstellen mit geometrischen Verformungsbehinderungen, Druckplastifizierungen und Lochleibung.



Abbildung 6.28: typische Bruchbilder der Eichennägel in Verbindung 1, a) x- und b) y-Schnittufer

Die Ergebnisse der statistischen Auswertung der charakteristischen Tragfähigkeit nach [DIN EN 14358:2016-11 2016] für die zweischnittige Verbindung für einen 1,0m breiten Plattenstreifen und je Verbindungsmittel sind Abbildung 6.29 und Tabelle 6.4 zu entnehmen.

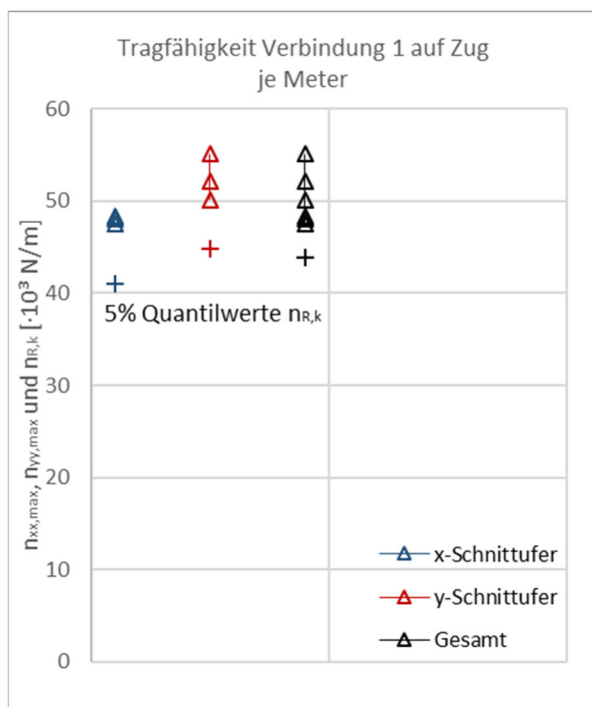


Abbildung 6.29: Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Zug Verbindung 1 je Meter

Tabelle 6.4: charakteristische Tragfähigkeiten

	$n_{VM,RK}$ [N/m]	$N_{VM,RK}$ [N]
x-Schnittufer	40988	4099
y-Schnittufer	44774	4477
Gesamt	43836	4384
	je Meter	je Nagel

6.3.3 Eigenschaften bei Scheibenschub

Der Verbindungsmittelausschnitt der Scheibenschubversuche der Verbindung 1 ist in Abbildung 6.30 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.3.1.

Versuchsaufbau (siehe 6.2.3):

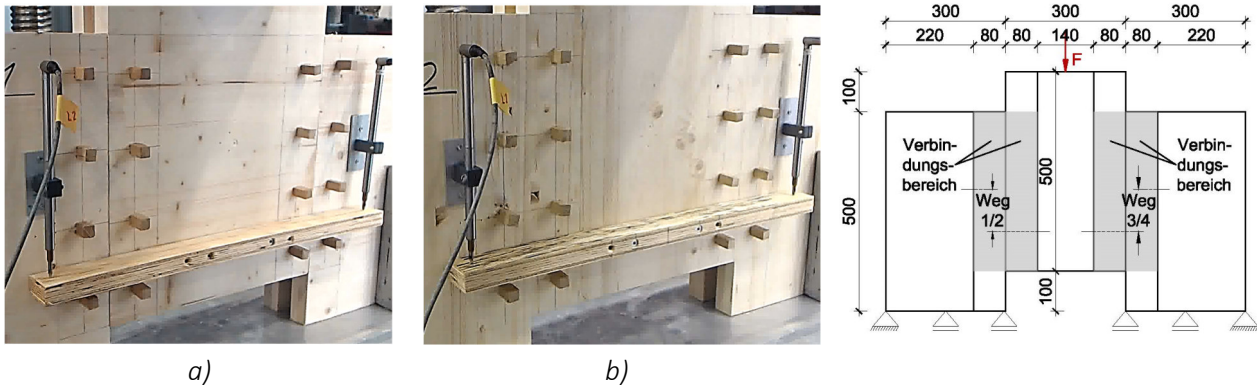


Abbildung 6.30: Verbindungsmittelbereich Verbindung 1 für die Scheibenbeanspruchung am a) x- und b) y-Schnittufer

Die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper sind in Abbildung 6.31 dargestellt. Die Annäherung des tatsächlichen Last-Verformungs-Verhaltens durch Polygonzüge für jeden Versuch ist im Anhang C gezeigt.

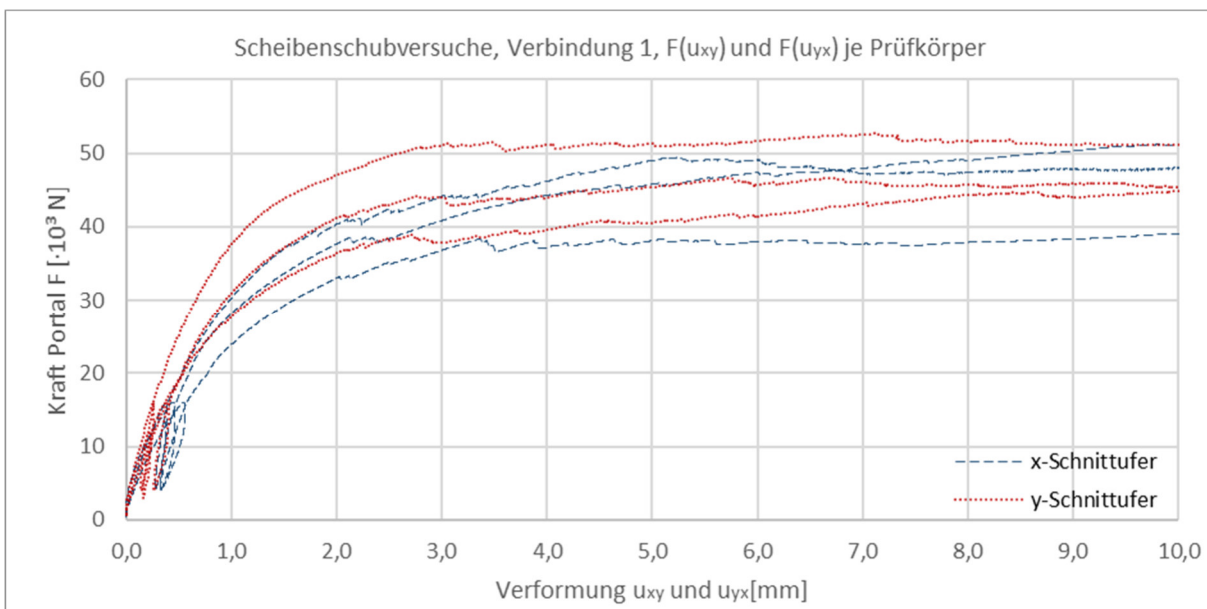


Abbildung 6.31: Last-Verformungs-Kurven für Scheibenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 1)

Die nach Abschnitt 6.2.1 idealisierten Last-Verformungs-Kurven für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen sind in Abbildung 6.32 dargestellt. Die zugehörigen Steifigkeiten zeigt Tabelle 6.5.

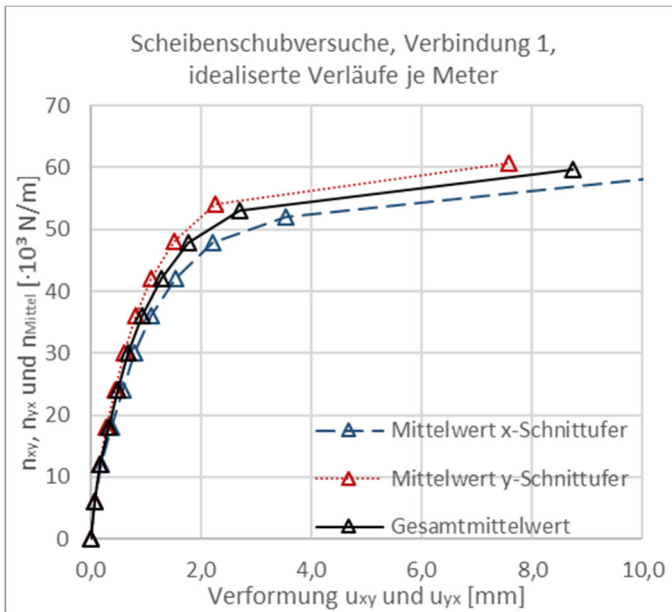


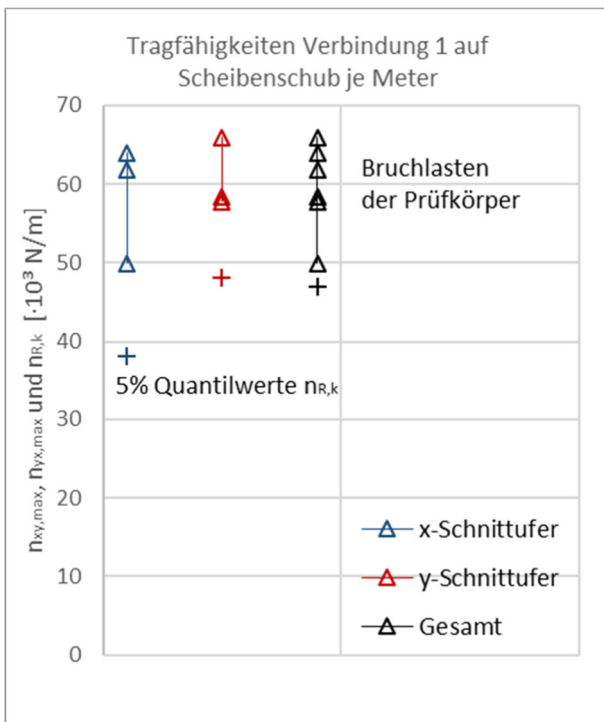
Abbildung 6.32: Idealierte Last-Verformungs-Kurven

Tabelle 6.5: Schubsteifigkeiten in Scheibenrichtung für die Bereiche k_j - k_i

[$\cdot 10^3$ N/mm je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	104	111	107
$k_{0,2-0,1}$	47,9	58,9	53,4
$k_{0,3-0,2}$	34,4	50,3	42,3
$k_{0,4-0,3}$	27,0	38,5	32,7
$k_{0,5-0,4}$	30,6	37,9	34,3
$k_{0,6-0,5}$	19,6	28,0	23,8
$k_{0,7-0,6}$	13,6	21,4	17,5
$k_{0,8-0,7}$	8,7	14,6	11,6
$k_{0,9-0,8}$	3,1	7,9	5,5
$k_{1,0-0,9}$	0,9	1,3	1,1

MW: Gesamtmittelwert

Die Versagensursache stellt ein Bruch der Eichennägel mit Lochleibung dar. Abbildung 6.33b zeigt ein typisches Versagensbild der Verbindungsmittel. Die Bruchlasten für einen 1,0m Verbindungstreifen und die charakteristischen Tragfähigkeiten sind in Abbildung 6.33a und Tabelle 6.6. dargestellt.



a)

Tabelle 6.6: charakteristische Tragfähigkeiten

	$n_{xy,VM,Rk}$ [N/m]	$N_{xy,VM,Rk}$ [N]
x-Schnittufer	38078	3808
y-Schnittufer	48012	4801
Gesamt	47020	4702
	je Meter	je Nagel



b)

Abbildung 6.33: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Schub in der Ebene, b) Bruchbild

6.3.4 Biegeeigenschaften

Der Verbindungsmittelausschnitt der Biegeversuche von Verbindung 1 ist in Abbildung 6.34 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.3.1.

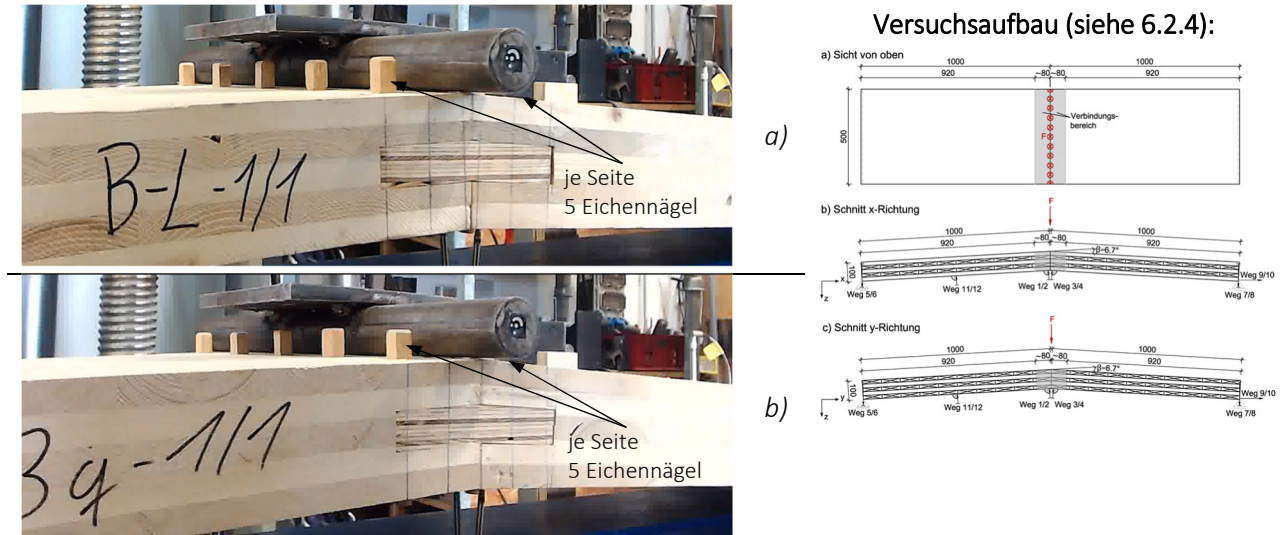


Abbildung 6.34: Verbindungsmittelbereich Verbindung 1 für die Biegeversuche am a) x- und b) y-Schnittufer

Die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper sind in Abbildung 6.35 dargestellt. Im Anhang C sind die detaillierten Annäherungen der tatsächlichen Verläufe durch Polygonzüge gezeigt.

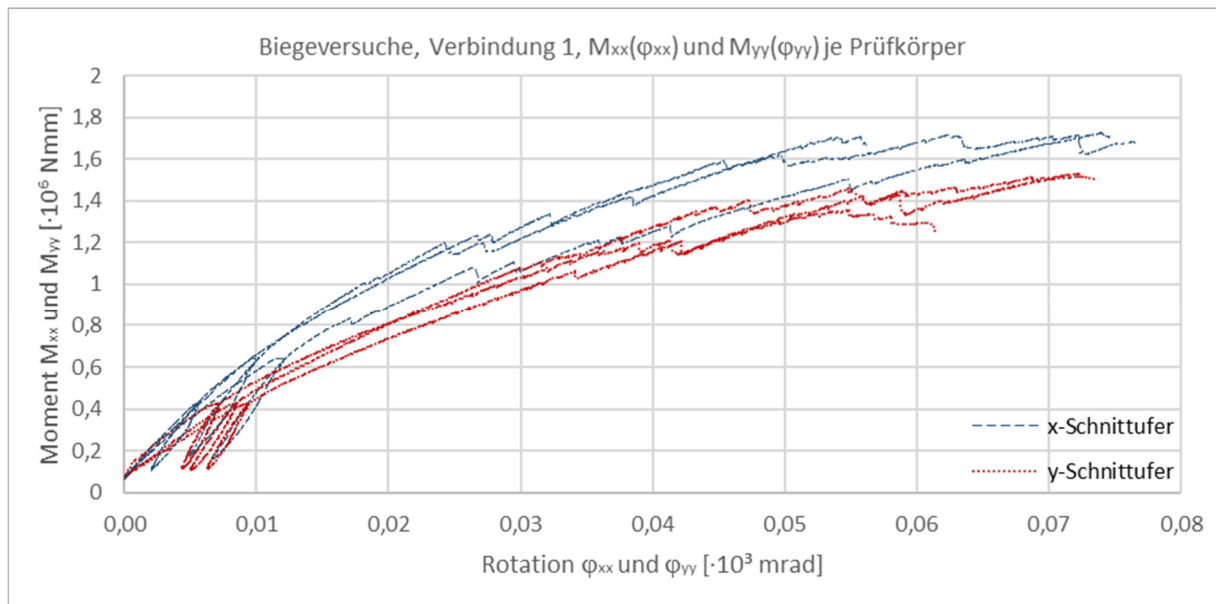


Abbildung 6.35: Last-Verformungs-Kurven für Biegung der Prüfkörper (Verbindung 1)

Die idealisierten Last-Verformungs-Kurven für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen zeigt Abbildung 6.36. Die zugehörigen bereichswiseen Steifigkeiten sind in Tabelle 6.7 dargestellt.

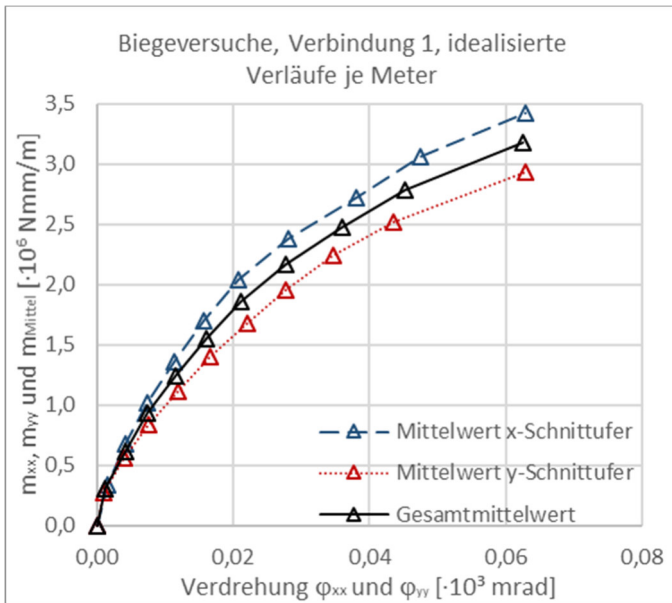


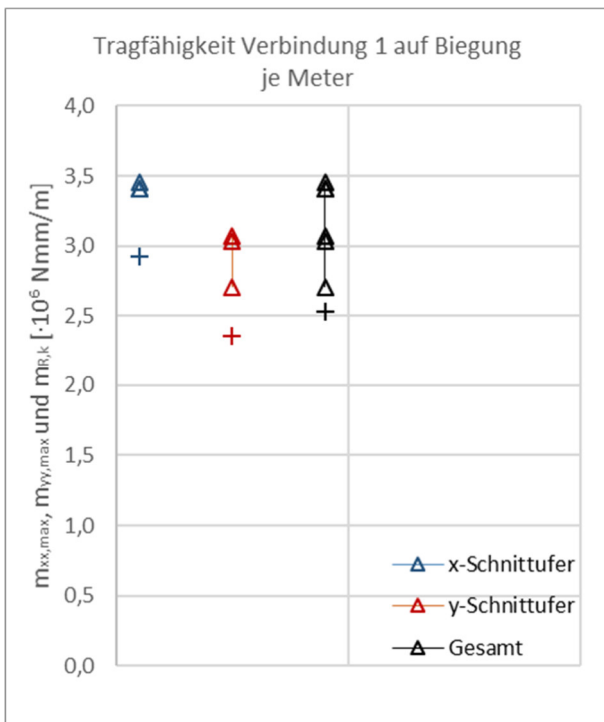
Abbildung 6.36: Idealierte Last-Verformungs-Kurven

Tabelle 6.7: Drehsteifigkeiten in $k_j \cdot k_i$

[$\cdot 10^3$ Nmm/mrad je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	226	279	252
$k_{0,2-0,1}$	123	92,3	108
$k_{0,3-0,2}$	110	78,6	94,0
$k_{0,4-0,3}$	87,0	66,1	76,5
$k_{0,5-0,4}$	79,2	58,5	68,8
$k_{0,6-0,5}$	66,7	52,3	59,5
$k_{0,7-0,6}$	46,2	49,0	47,6
$k_{0,8-0,7}$	34,2	40,4	37,3
$k_{0,9-0,8}$	35,9	31,4	33,6
$k_{1,0-0,9}$	23,5	21,6	22,5

MW: Gesamtmittelwert

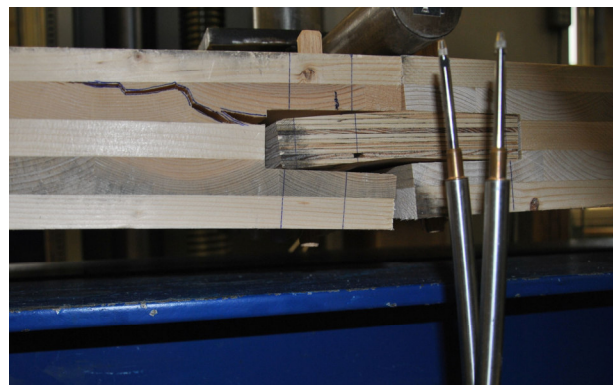
Das Versagen stellt sich infolge Bruch der Eichennägel in der Scherfuge auf der Zugseite des Prüfkörpers ein. Sekundärversagen ist Rollschub und Querzug aufgrund von Verzerrungen. Abbildung 6.37b zeigt ein typisches Bruchbild mit Querzug und Schubriss infolge weiterer Belastung nach dem Bruch. Die Bruchmomente für einen 1,0m Streifen und die charakteristischen Tragfähigkeiten sind in Abbildung 6.37a und Tabelle 6.8 gezeigt.



a)

Tabelle 6.8: charakteristische Tragfähigkeiten

	$m_{VM,Rk}$ [Nmm/m]	$M_{VM,Rk}$ [Nmm]
x-Schnittufer	$2,92 \cdot 10^6$	$0,29 \cdot 10^6$
y-Schnittufer	$2,35 \cdot 10^6$	$0,24 \cdot 10^6$
Gesamt	$2,53 \cdot 10^6$	$0,25 \cdot 10^6$
	je Meter	je Nagel

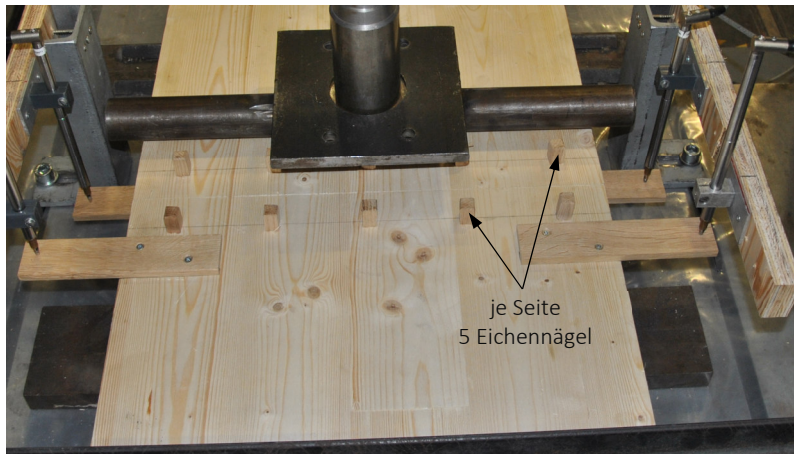


b)

Abbildung 6.37: a) Bruchmomente und charakteristische Tragfähigkeiten Biegung, b) Bruchbild

6.3.5 Eigenschaften bei Plattenschub

Der Verbindungsmittelausschnitt der Plattenschubversuche von Verbindung 1 ist in Abbildung 6.39 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.3.1.



Versuchsaufbau (siehe 6.2.5):

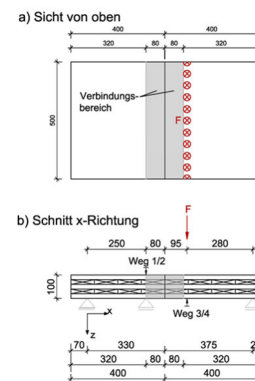


Abbildung 6.38: Verbindungsmittelbereich Verbindung 1 für die Plattenschubversuche

Abbildung 6.39 stellt die Last-Verformungs-Kurven der Versuche dar. Die Ermittlung der Last-Verformungs-Kurven erfolgt entsprechend den Erläuterungen des Abschnitts 6.2.5. Die Annahmen für die Biegesteifigkeit basieren auf den Versuchsergebnissen des Abschnitts 6.3.4. Die für die iterative Berechnung angesetzte Funktion für die Biegesteifigkeit der Verbindung ist Anhang C (Gleichung ((C.1)) zu entnehmen. Ebenda sind die detaillierten Annäherungen an die tatsächlichen Verläufe durch Polygonzüge gezeigt.

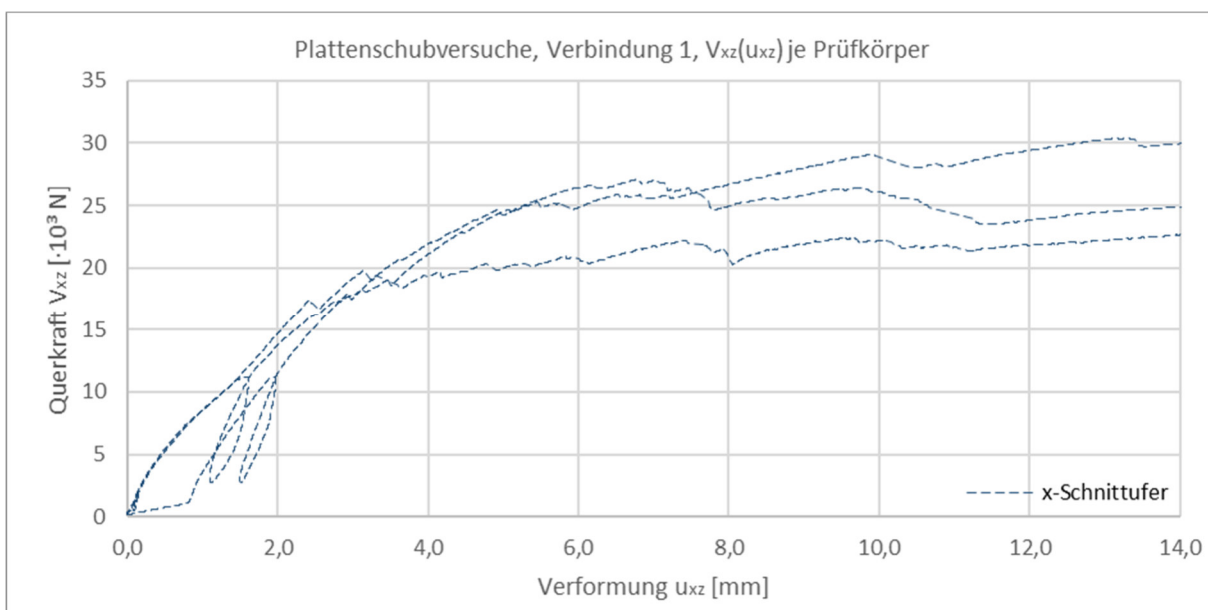


Abbildung 6.39: Last-Verformungs-Kurven für Plattenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 1)

Die idealisierte Last-Verformungs-Kurve für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen zeigt Abbildung 6.40. Tabelle 6.9 gibt die zugehörigen bereichsweisen Steifigkeiten an.

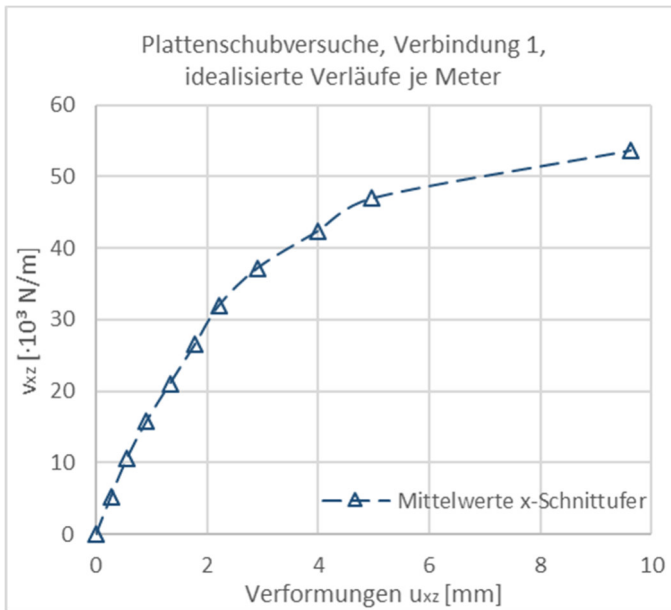
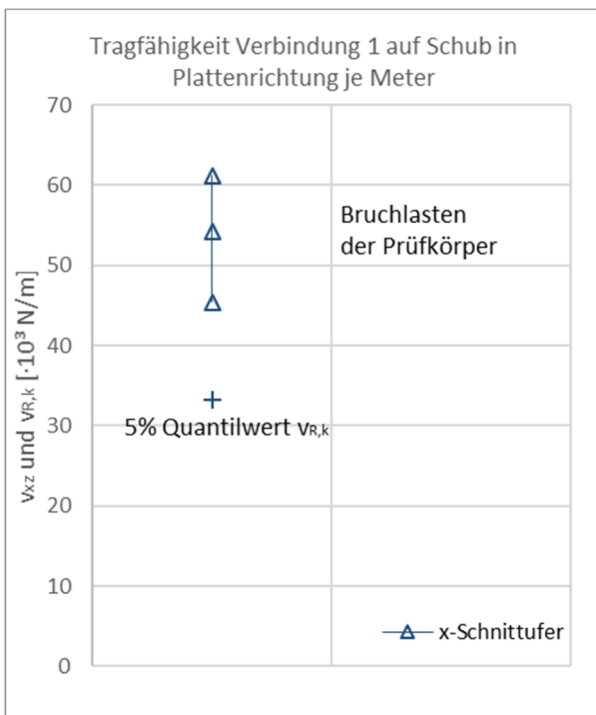


Abbildung 6.40: Idealisierte Last-Verformungs-Kurve

Tabelle 6.9: Schubsteifigkeiten für Plattenbeanspruchung in den Bereichen k_j - k_i

[$\cdot 10^3$ N/mm je Meter]	
Schnittufer	x
$k_{0,1-0}$	19,7
$k_{0,2-0,1}$	18,6
$k_{0,3-0,2}$	14,8
$k_{0,4-0,3}$	12,4
$k_{0,5-0,4}$	12,2
$k_{0,6-0,5}$	12,7
$k_{0,7-0,6}$	7,5
$k_{0,8-0,7}$	4,8
$k_{0,9-0,8}$	4,7
$k_{1,0-0,9}$	1,4

Die äußere Kraft verursacht eine Verzerrung des Verbindungsbereichs. Aufgrund der Verzerrungen bilden sich Spannungsspitzen in der Ecke der Nut. Die Querlage versagt auf Rollschub und Querzug. Die Eichennägel versagen auf der gegenüberliegenden Seite. Abbildung 6.58b zeigt ein freigelegtes Versagensbild. Die Bruchlasten für einen 1,0m Verbindungstreifen und die charakteristischen Tragfähigkeiten sind in Abbildung 6.58a und Tabelle 6.10 veranschaulicht.



a)

Tabelle 6.10: charakteristische Tragfähigkeiten

	$v_{VM,Rk}$ [N/m]	$V_{VM,Rk}$ [N]
x-Schnittufer	$33,2 \cdot 10^3$	$3,32 \cdot 10^3$
	je Meter	je Nagel



b)

Abbildung 6.41: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeit Plattenschub, b) Bruchbild

6.4 Verbindung 2 – außenliegende Laschen und schräge Vollgewindeschrauben

6.4.1 Aufbau der Verbindung

Der Aufbau von Verbindung 2 ist in Abbildung 6.42 dargestellt, die Materialeigenschaften sind in Abschnitt 6.1.4 beschrieben. Der Verbindungsmitteldurchmesser sowie die Verbindungsmittelabstände werden für alle Versuche unverändert belassen. Die ebenen Zug-, Scheiben- und Plattenschubversuche werden auf der sicheren Seite liegend mit den kleineren Randabständen des geknickten Systems durchgeführt.

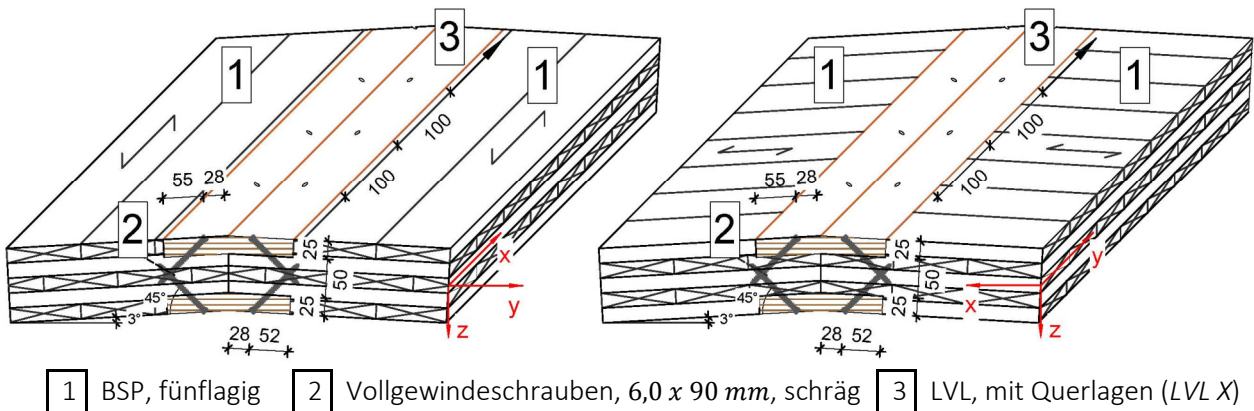


Abbildung 6.42: Aufbau Verbindung 2 für Stöße am x- und y-Schnittufer [Ihler 2018]

6.4.2 Zugeigenschaften

Der Verbindungsmittelausschnitt der Zugversuche der Verbindung 2 ist in Abbildung 6.43 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.4.1.

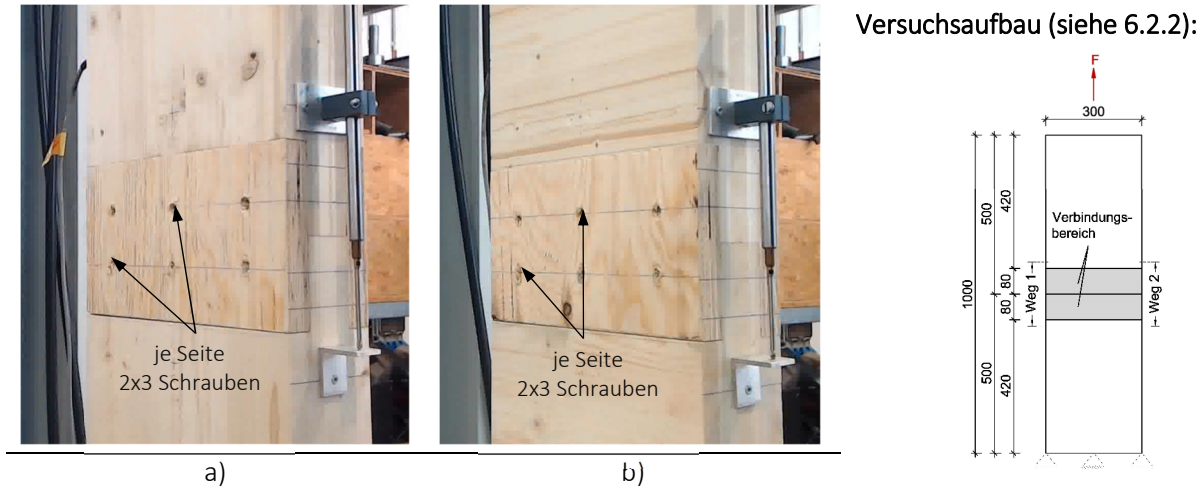


Abbildung 6.43: Verbindungsmittelbereich Verbindung 2 für die Zugversuche am a) x- und b) y-Schnittufer

Die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper sind in Abbildung 6.44 dargestellt. Die Annäherung an das tatsächliche Last-Verformungs-Verhalten durch Polygonzüge für jeden Versuch ist in Anhang C gezeigt.

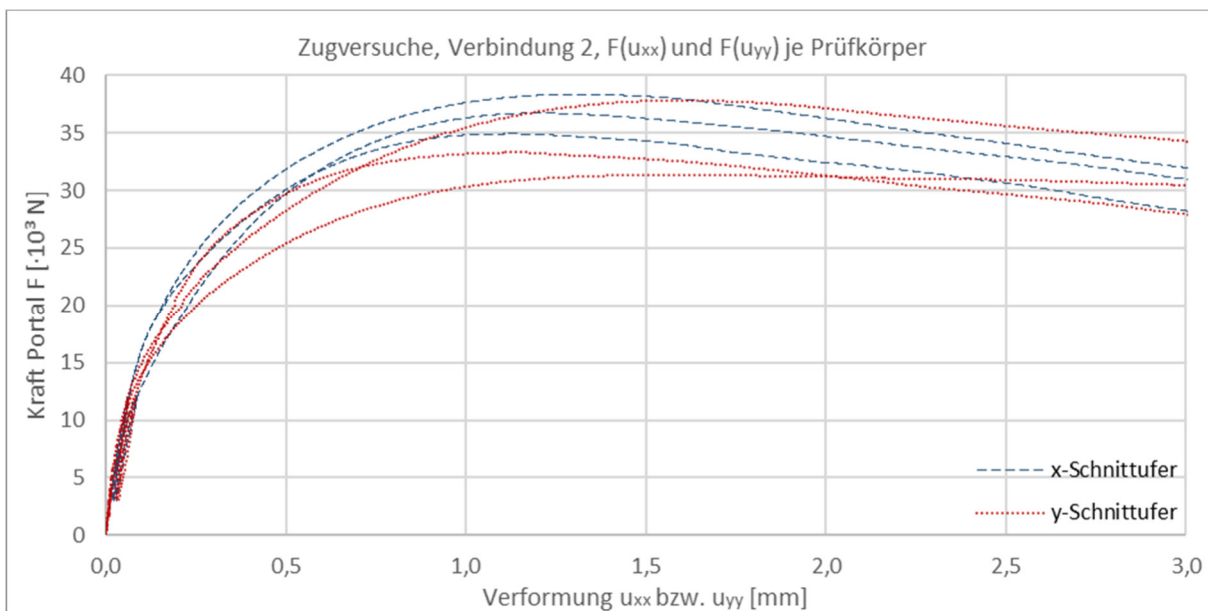


Abbildung 6.44: Last-Verformungs-Kurven für Zugbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 2)

Die nach Abschnitt 6.2.1 idealisierten Last-Verformungs-Kurven für einen 1,0m breiten Verbindungstreifen sind in Abbildung 6.45 dargestellt. Die zugehörigen Steifigkeiten zeigt Tabelle 6.11.

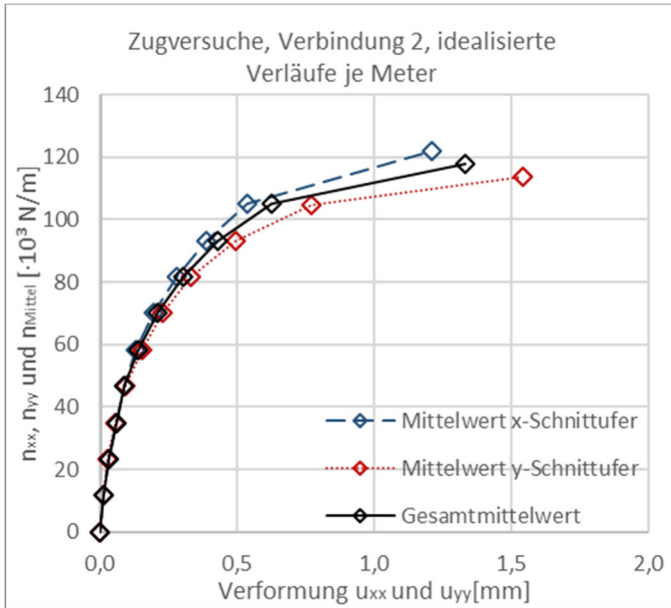


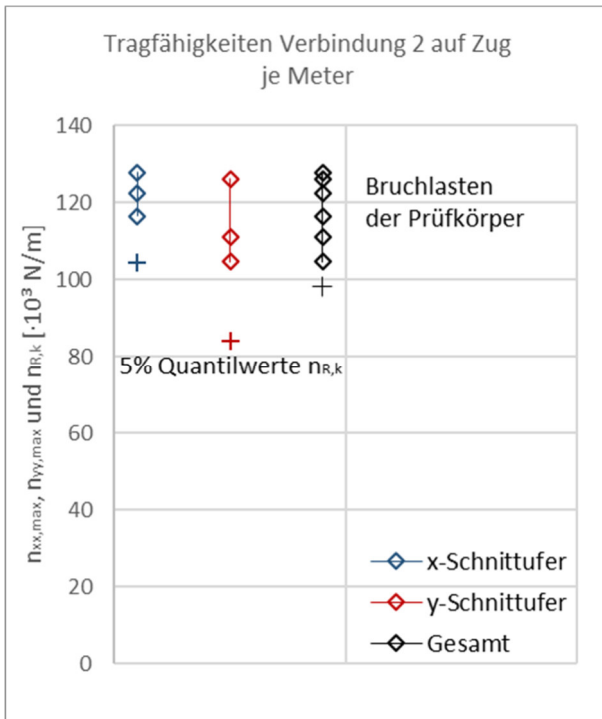
Abbildung 6.45: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven

 Tabelle 6.11: Zugsteifigkeiten in k_j - k_i

[$\cdot 10^3$ N/mm je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	830	1029	929
$k_{0,2-0,1}$	636	677	656
$k_{0,3-0,2}$	424	438	431
$k_{0,4-0,3}$	420	312	366
$k_{0,5-0,4}$	271	194	233
$k_{0,6-0,5}$	182	157	170
$k_{0,7-0,6}$	138	110	124
$k_{0,8-0,7}$	108	72,9	90,6
$k_{0,9-0,8}$	77,3	41,5	59,4
$k_{1,0-0,9}$	25,5	11,7	18,6

MW: Gesamtmittelwert

Gewindeausziehen und Kopfdurchziehen mit Gewindeausziehen sind die Versagensursachen der Zugversuche. Abbildung 6.46b zeigt ein typisches Versagensbild nach dem Auseinanderziehen der Prüfkörper. Abbildung 6.46a veranschaulicht die Bruchlasten für einen 1,0m Verbindungsstreifen und zusammen mit Tabelle 6.12 die charakteristischen Tragfähigkeiten.



a)

Tabelle 6.12: charakteristische Tragfähigkeiten

	$n_{VM,RK}$ [N/m]	$N_{VM,RK}$ [N]
x-Schnittufer	104316	5216
y-Schnittufer	84147	4207
Gesamt	98083	4904
	je Meter	je Schraube



b)

Abbildung 6.46: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Zug, b) Versagensbild

6.4.3 Eigenschaften bei Scheibenschub

Der Verbindungsmittelausschnitt der Scheibenschubversuche von Verbindung 2 ist in Abbildung 6.47 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.4.1.

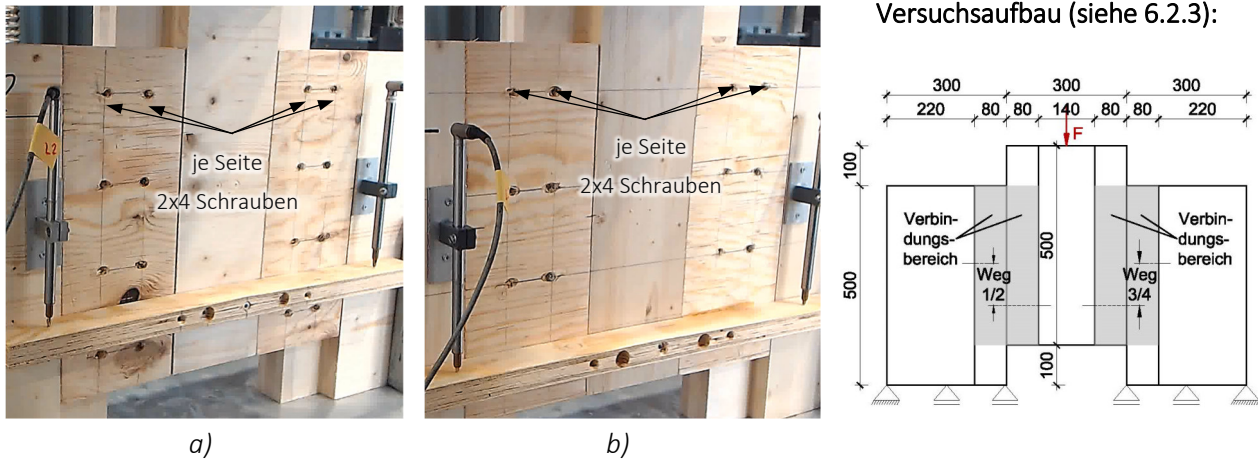


Abbildung 6.47: Verbindungsmittelbereich Verbindung 2 für die Scheibenbeanspruchung am a) x- und b) y-Schnittufer

Die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper sind in Abbildung 6.48 dargestellt. Die Annäherung an das tatsächliche Last-Verformungs-Verhalten durch Polygonzüge für jeden Versuch ist in Anhang C gezeigt.

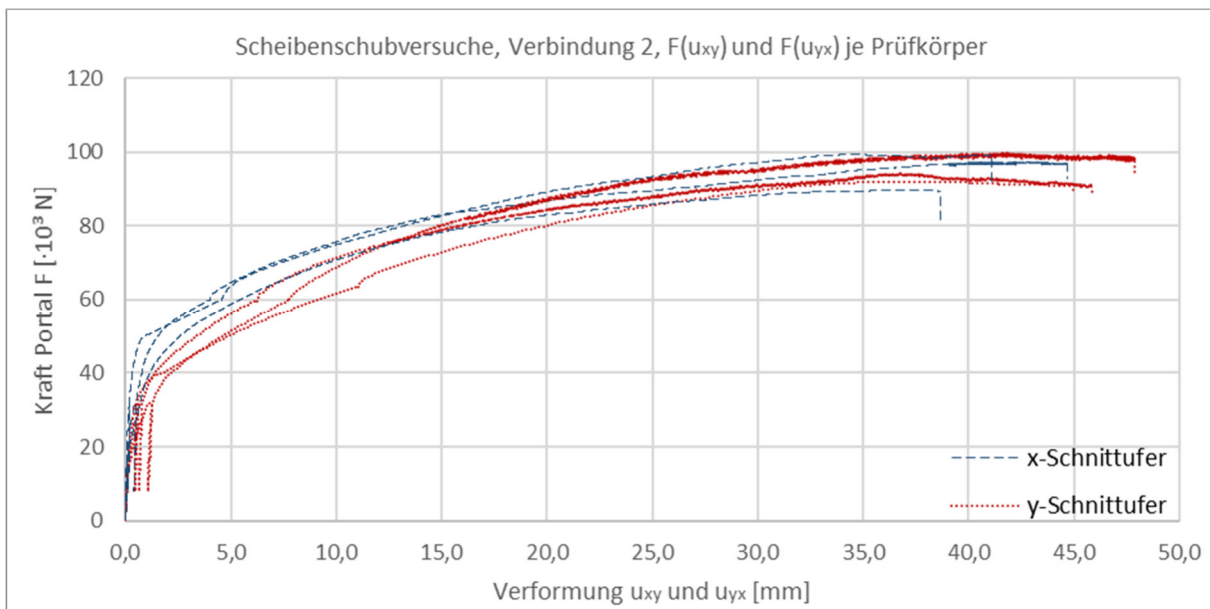


Abbildung 6.48: Last-Verformungs-Kurven für Scheibenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 2)

Die nach Abschnitt 6.2.1 idealisierten Last-Verformungs-Kurven für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen stellt Abbildung 6.49 dar. Die zugehörigen Steifigkeiten zeigt Tabelle 6.13. Die Auswertungen werden in Anlehnung an [DIN EN 26891:1991-07] auf eine maximale Verformung $u_{xy} = u_{yx} = 15\text{mm}$ begrenzt.

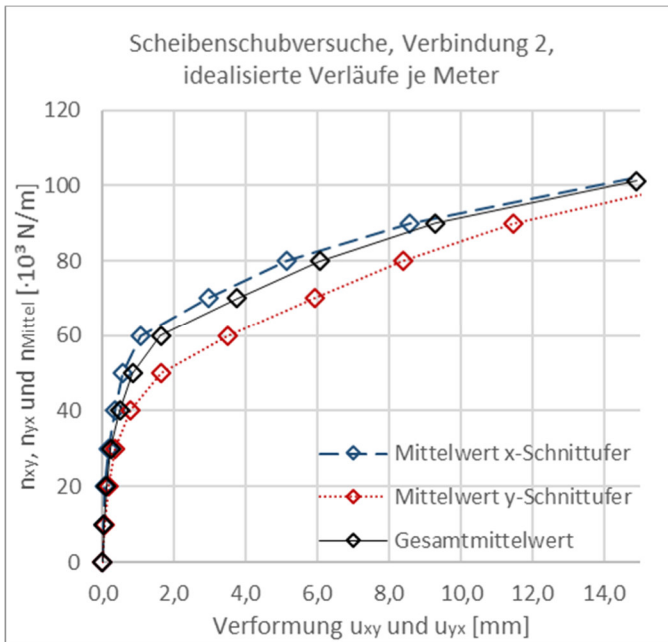


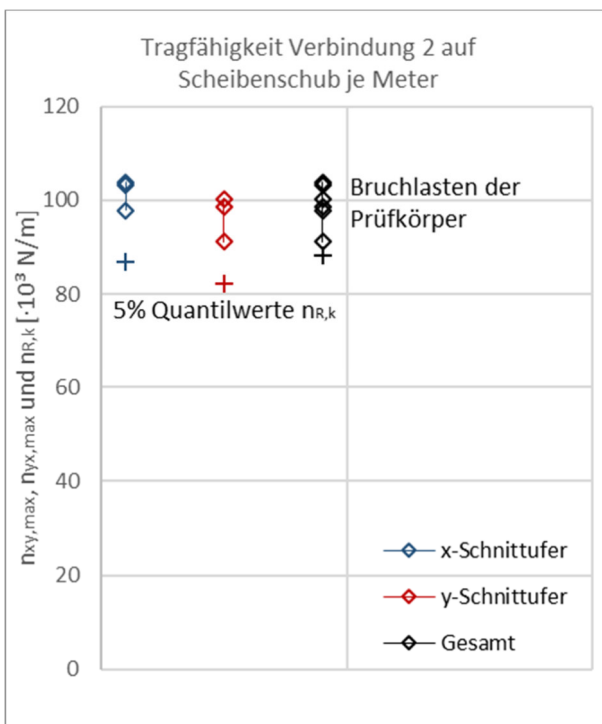
Abbildung 6.49: Idealierte Last-Verformungs-Kurven

 Tabelle 6.13: Schubsteifigkeiten in Scheibenrichtung für die Bereiche k_j - k_i

[$\cdot 10^3$ N/mm je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	404	159	282
$k_{0,2-0,1}$	208	89,5	149
$k_{0,3-0,2}$	106	53,2	79,6
$k_{0,4-0,3}$	55,8	24,3	40,1
$k_{0,5-0,4}$	44,4	11,6	28,0
$k_{0,6-0,5}$	20,0	5,4	12,7
$k_{0,7-0,6}$	5,3	4,1	4,7
$k_{0,8-0,7}$	4,6	4,1	4,3
$k_{0,9-0,8}$	2,9	3,3	3,1
$k_{1,0-0,9}$	1,9	2,1	2,0

MW: Gesamtmittelwert

Die Verformung stellt sich als Kombination zunächst aus Lochleibung mit Fließgelenkbildung in der Schraube und anschließendem Seileffekt mit Versagen durch Gewindeausziehen und Kopfdurchziehen der Schrauben dar. Abbildung 6.50b zeigt ein typisches Versagensbild. Die Bruchlasten für einen 1,0m Verbindungsstreifen und die charakteristischen Tragfähigkeiten sind in Abbildung 6.50a und Tabelle 6.14 dargestellt.



a)

Tabelle 6.14: charakteristische Tragfähigkeiten

	$n_{xy,VM,Rk}$ [N/m]	$N_{xy,VM,Rk}$ [N]
x-Schnittufer	86803	4340
y-Schnittufer	82224	4111
Gesamt	88098	4405
	je Meter	je Schraube



b)

Abbildung 6.50: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Schub in der Ebene, b) Versagensbild

6.4.4 Biegeeigenschaften

Der Verbindungsmittelausschnitt der Biegeversuche von Verbindung 2 ist in Abbildung 6.51 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.4.1.

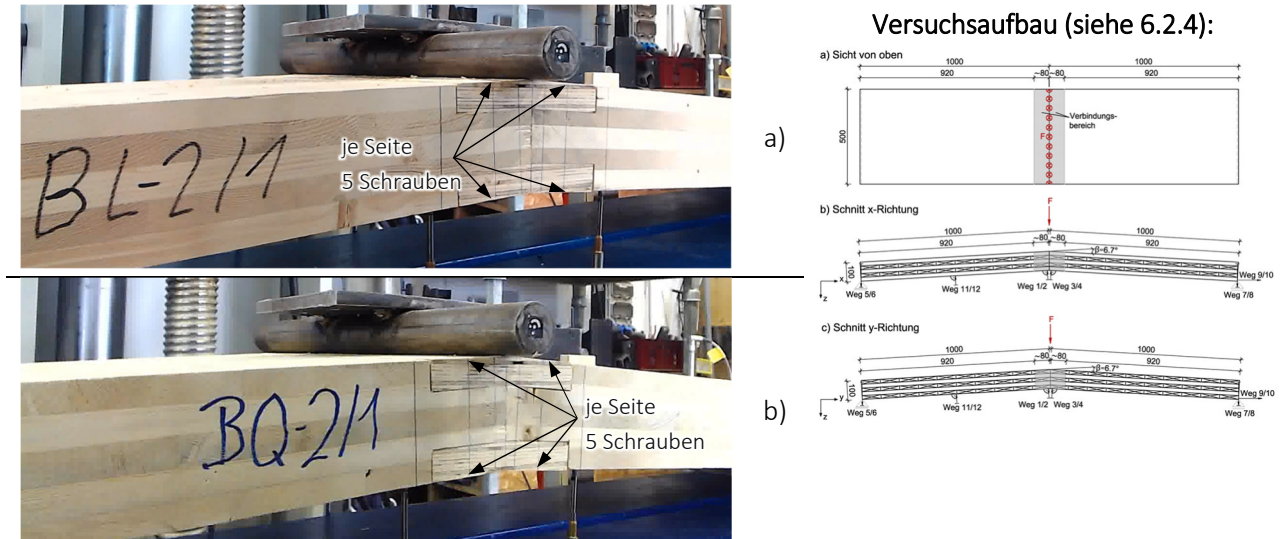


Abbildung 6.51: Verbindungsmittelbereich Verbindung 2 für die Biegeversuche am a) x- und b) y-Schnittufer

Die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper sind in Abbildung 6.52 dargestellt. In Anhang C sind die detaillierten Annäherungen an die tatsächlichen Verläufe durch Polygonzüge gezeigt. Die Versuche für Verbindungen am x-Schnittufer zeigen eine Steifigkeitszunahme ab einer gewissen Rotation. Die Ursache liegt im Druckbereich, da durch die Verformung die Fuge zwischen LVL und BSP geschlossen ist und Pressung vorliegt.

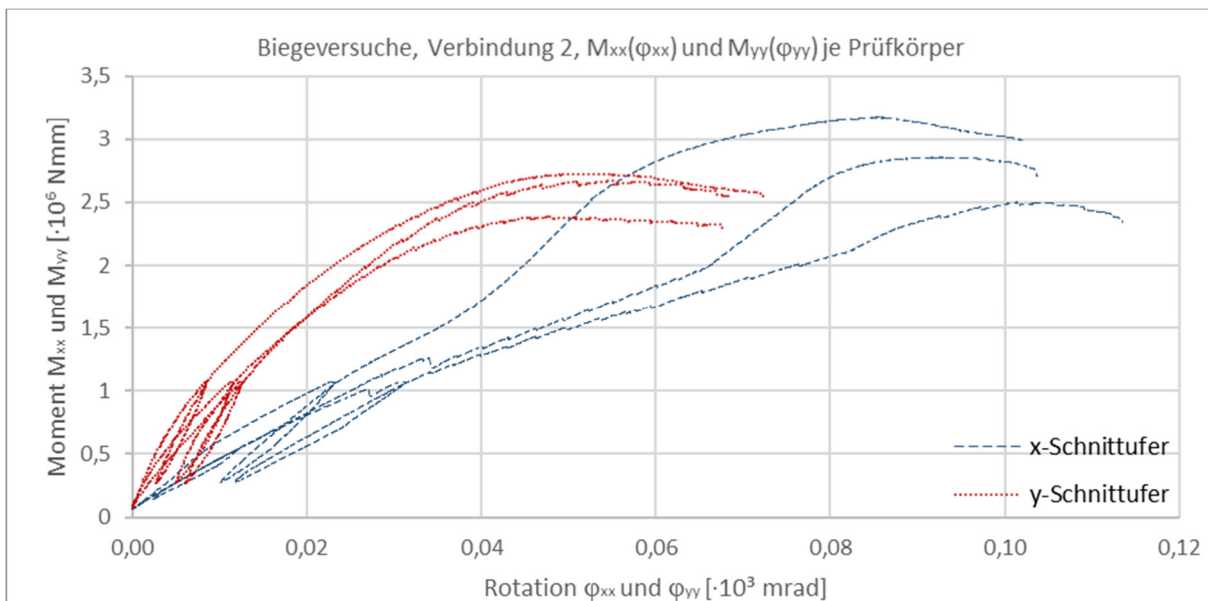


Abbildung 6.52: Last-Verformungs-Kurven für Biegung der Prüfkörper (Verbindung 2)

Die idealisierten Last-Verformungs-Kurven für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen zeigt Abbildung 6.53. Die zugehörigen bereichsweisen Steifigkeiten sind in Tabelle 6.15 dargestellt.

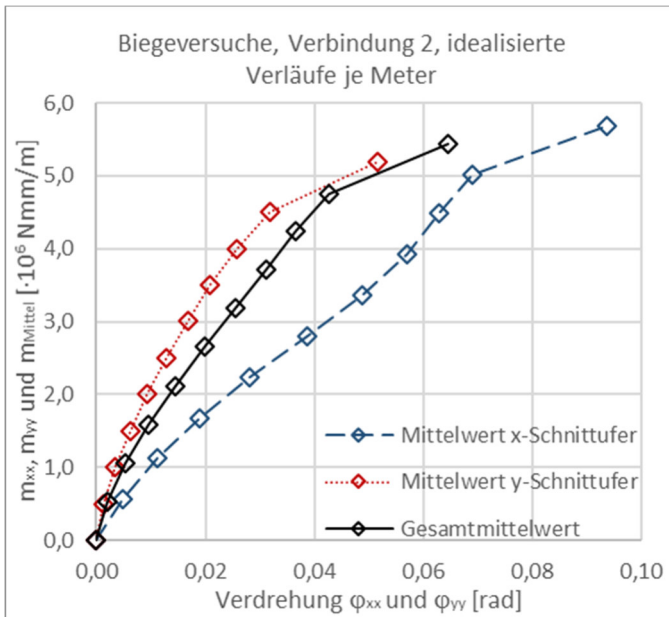


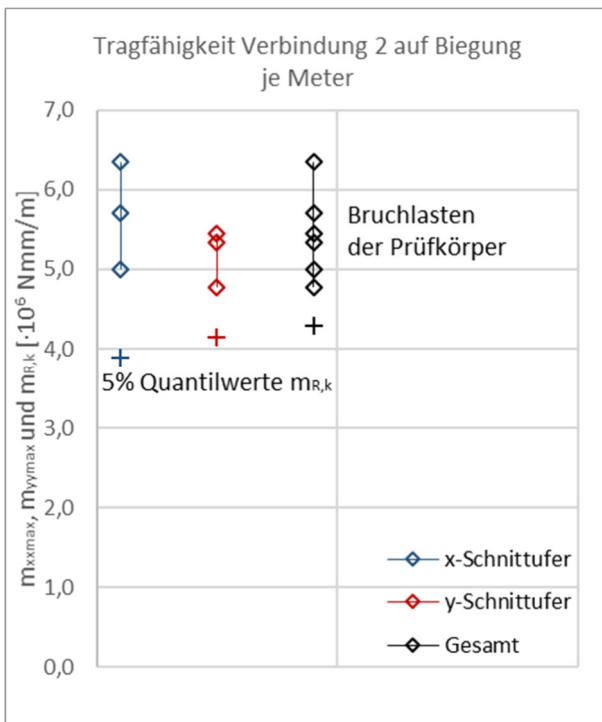
Abbildung 6.53: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven

 Tabelle 6.15: Drehsteifigkeiten in k_j

[$\cdot 10^3$ Nmm/mrad je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	117	409	263
$k_{0,2-0,1}$	88,3	226	157
$k_{0,3-0,2}$	72,3	184	128
$k_{0,4-0,3}$	59,8	159	109
$k_{0,5-0,4}$	53,8	138	95,8
$k_{0,6-0,5}$	55,2	131	93,0
$k_{0,7-0,6}$	68,2	120	94,1
$k_{0,8-0,7}$	93,4	102	97,5
$k_{0,9-0,8}$	88,0	82,9	85,4
$k_{1,0-0,9}$	27,1	34,9	31,0

MW: Gesamtmittelwert

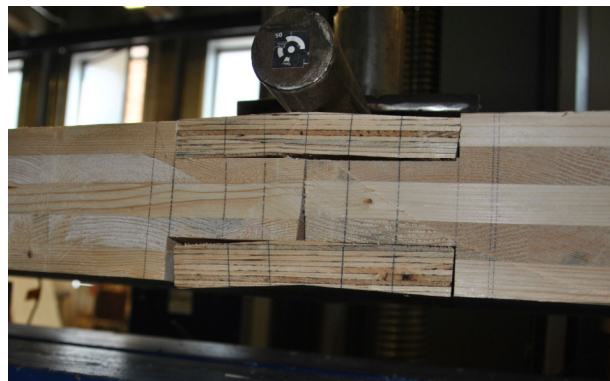
Gewindeausziehen und Kopfdurchziehen mit Gewindeausziehen sind die Versagensursachen der Biegeversuche. Abbildung 6.54b zeigt überhöht (der Prüfkörper wird nach dem Erreichen der Bruchlast weiter belastet) das Versagen. Die Bruchmomente für einen 1,0m Verbindungstreifen und die charakteristischen Tragfähigkeiten veranschaulicht Abbildung 6.54a mit Tabelle 6.16.



a)

Tabelle 6.16: charakteristische Tragfähigkeiten

	$m_{VM,Rk}$ [Nmm/m]	$M_{VM,Rk}$ [Nmm]
x-Schnittufer	$3,89 \cdot 10^6$	$194 \cdot 10^3$
y-Schnittufer	$4,15 \cdot 10^6$	$207 \cdot 10^3$
Gesamt	$4,28 \cdot 10^6$	$214 \cdot 10^3$
	je Meter	je Schraube



b)

Abbildung 6.54: a) Bruchmomente und charakteristische Tragfähigkeiten Biegung, b) Versagensbild

6.4.5 Eigenschaften bei Plattenschub

Der Verbindungsmittelausschnitt der Plattenschubversuche von Verbindung 2 ist in Abbildung 6.55 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.4.1.



Gesamtabmessung (siehe 6.2.5):

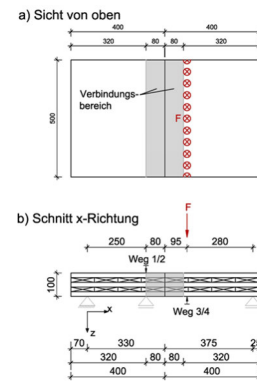


Abbildung 6.55: Verbindungsmittelbereich Verbindung 2 für Plattenschubversuche

Abbildung 6.56 stellt die Last-Verformungs-Kurven der Versuche dar. Die versuchsweise Annäherung durch Polygonzüge ist in Anhang C zusammengefasst. In Anhang C sind ebenso die der Berechnung der Last-Verformungs-Kurven zugrundeliegenden Annahmen der Biegesteifigkeiten (Gleichung (C.2)) auf Basis der Versuche des Abschnitts 6.4.4 zu finden.

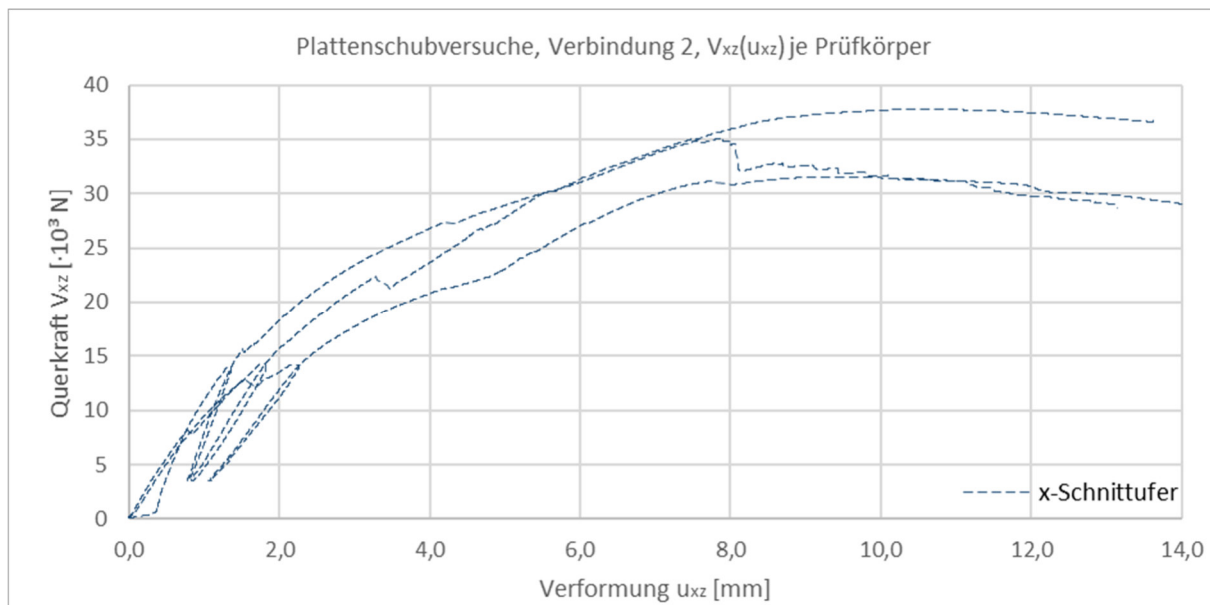


Abbildung 6.56: Last-Verformungs-Kurven für Plattenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 2)

Die idealisierte Last-Verformungs-Kurve für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen ist in Abbildung 6.57 dargestellt. Tabelle 6.17 gibt die zugehörigen bereichsweisen Steifigkeiten an.

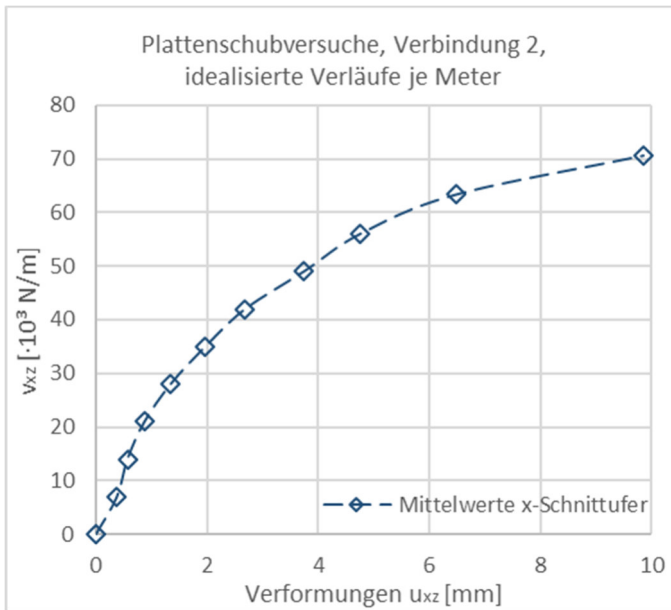
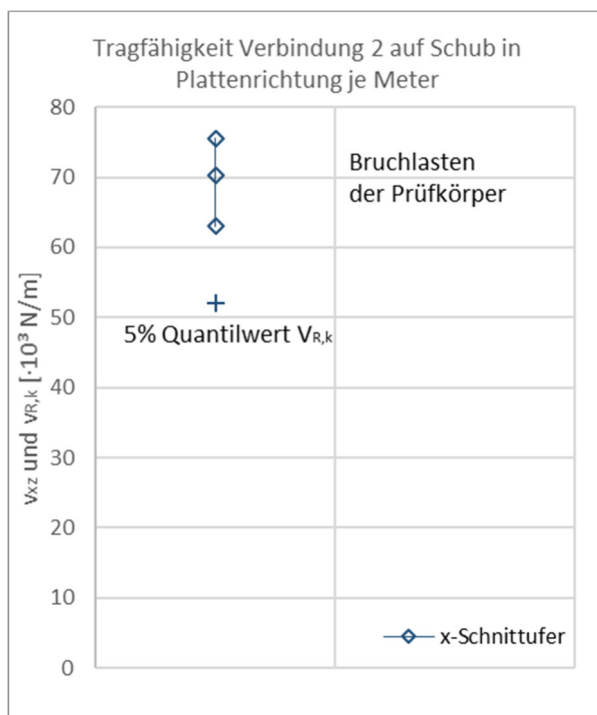


Abbildung 6.57: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven

 Tabelle 6.17: Schubsteifigkeiten für Plattenbeanspruchung in den Bereichen k_j - k_i

[$\cdot 10^3$ N/mm je Meter]	
Schnittufer	x
$k_{0,1-0}$	18,6
$k_{0,2-0,1}$	23,9
$k_{0,3-0,2}$	17,8
$k_{0,4-0,3}$	12,2
$k_{0,5-0,4}$	11,4
$k_{0,6-0,5}$	9,4
$k_{0,7-0,6}$	6,6
$k_{0,8-0,7}$	6,7
$k_{0,9-0,8}$	4,6
$k_{1,0-0,9}$	2,3

Infolge Belastung findet eine Verdrehung der seitlichen Laschen statt. Durch die Verzerrung im Verbindungsbereich wird der Schraubenkopf in das Furnierschichtholz und das Gewinde durch das Holz gezogen. An den Ecken der Aussparungen treten Schub- und Querkzugrisse auf. Abbildung 6.58b zeigt ein Versagensbild. Die Bruchlasten für einen 1,0m Verbindungstreifen und die charakteristischen Tragfähigkeiten sind in Abbildung 6.58a mit Tabelle 6.18 dargestellt.



a)

Tabelle 6.18: charakteristische Tragfähigkeiten

	$V_{VM,Rk}$ [N/m]	$V_{VM,Rk}$ [N]
x-Schnittufer	52,1 $\cdot 10^3$	2,61 $\cdot 10^3$
	je Meter	je Schraube



b)

Abbildung 6.58: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeit Plattenschub, b) Bruchbild

6.5 Verbindung 3 – innenliegende Fremdfedern mit Buchen-Maschinennägeln

6.5.1 Aufbau der Verbindung

Der Aufbau von Verbindung 3 ist in Abbildung 6.59 dargestellt, die zugehörigen Materialeigenschaften sind in Abschnitt 6.1.4 beschrieben. Der Verbindungsmitteldurchmesser sowie die Verbindungsmittelabstände werden für alle Versuche unverändert belassen. Die beiden Decklagen des Buchensper Holzes werden senkrecht zur Stoßfuge der Brettsper Holzplatten in Zugrichtung der Verbindung orientiert. Die Ausrichtung der Schlitze für die Fremdfedern ist senkrecht zur Stoßfläche (Schmalfläche), sodass die Fremdfedern ohne Krümmung oder Knick vorliegen. Der Faseranschnitt erfolgt demnach durch die Schlitze im BSP. Der Einfluss des Faseranschnitts für die Knickwinkel erfolgt für die ebenen Zug-, Scheiben- und Plattenschubversuche nicht. Der Verbindungsmitteldurchmesser sowie die Verbindungsmittelabstände bleiben für alle Versuche unverändert.

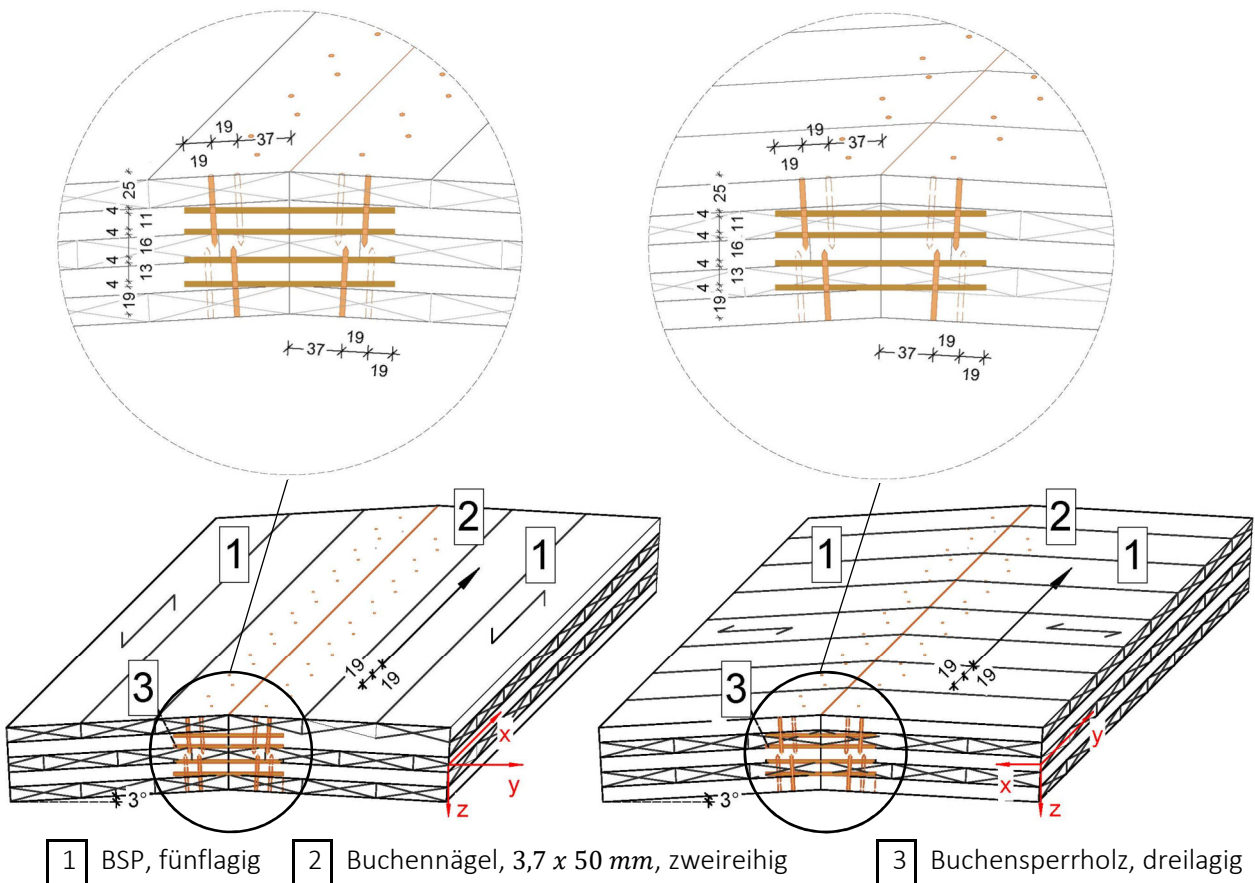


Abbildung 6.59: Aufbau Verbindung 3 für Stöße am x- und y-Schnittufer, in Anlehnung an [Ihler 2018]

6.5.2 Zugeigenschaften

Der Verbindungsmittelausschnitt der Zugversuche der Verbindung 3 ist in Abbildung 6.60 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.5.1.

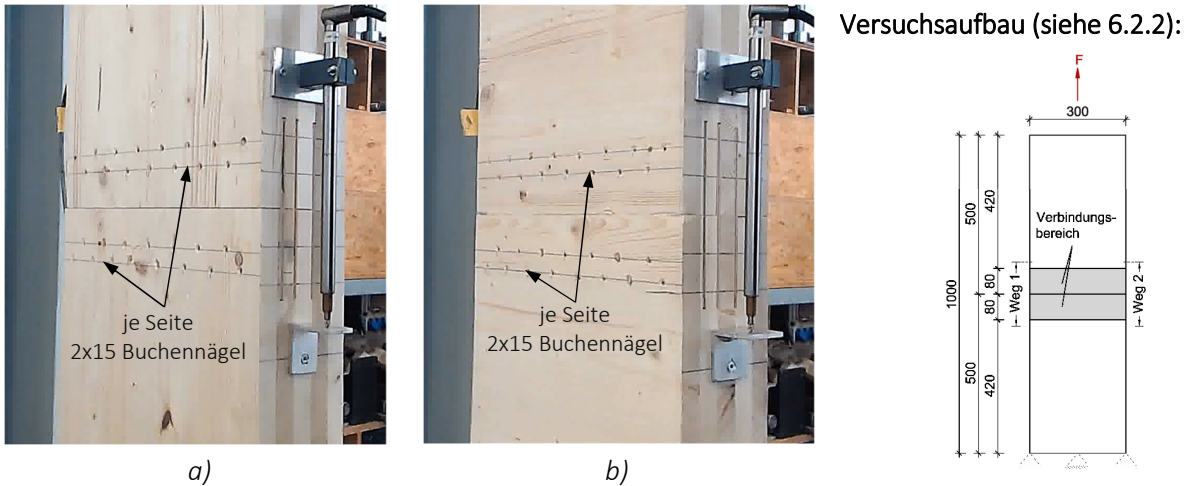


Abbildung 6.60: Verbindungsmittelbereich Verbindung 3 für die Zugversuche am a) x- und b) y-Schnittufer

Die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper sind in Abbildung 6.61 dargestellt. Die Annäherung an das tatsächliche Last-Verformungs-Verhalten durch Polygonzüge für jeden Versuch ist in Anhang C gezeigt.

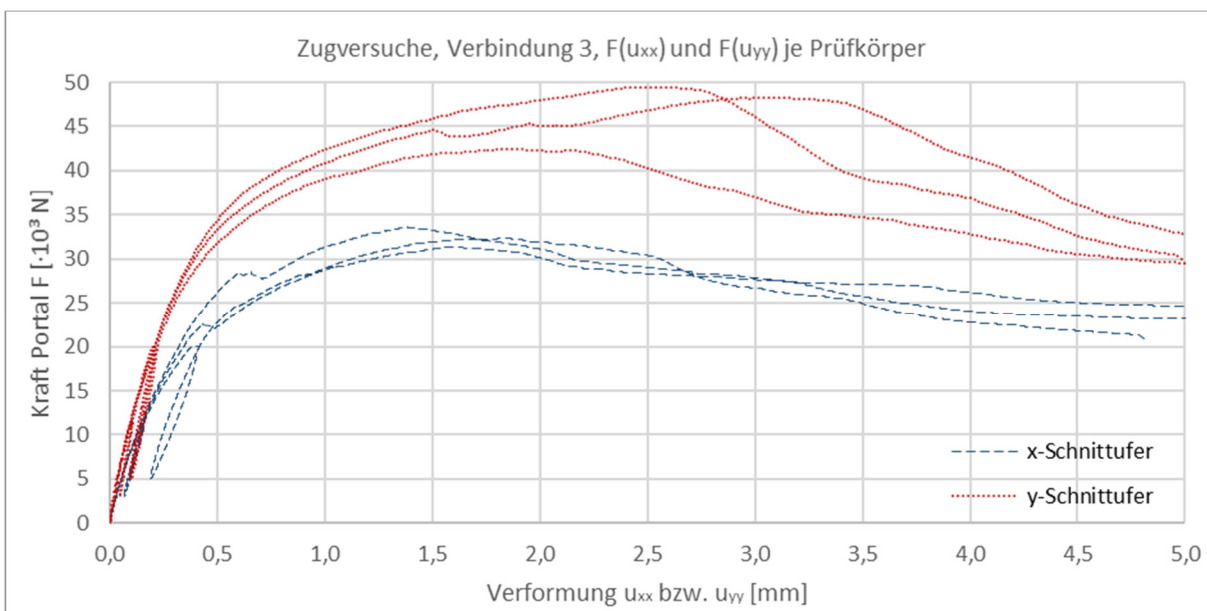


Abbildung 6.61: Last-Verformungs-Kurven für Zugbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 3)

Die nach Abschnitt 6.2.1 idealisierten Last-Verformungs-Kurven für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen sind in Abbildung 6.62 dargestellt. Die zugehörigen Steifigkeiten zeigt Tabelle 6.19.

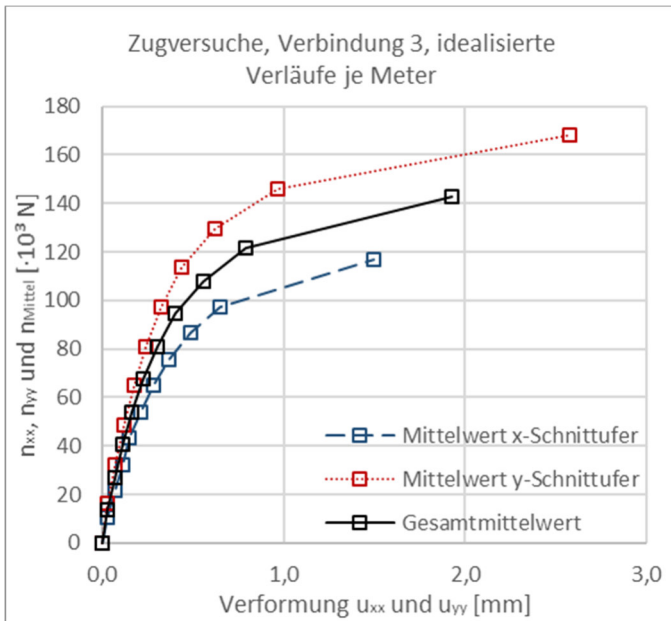


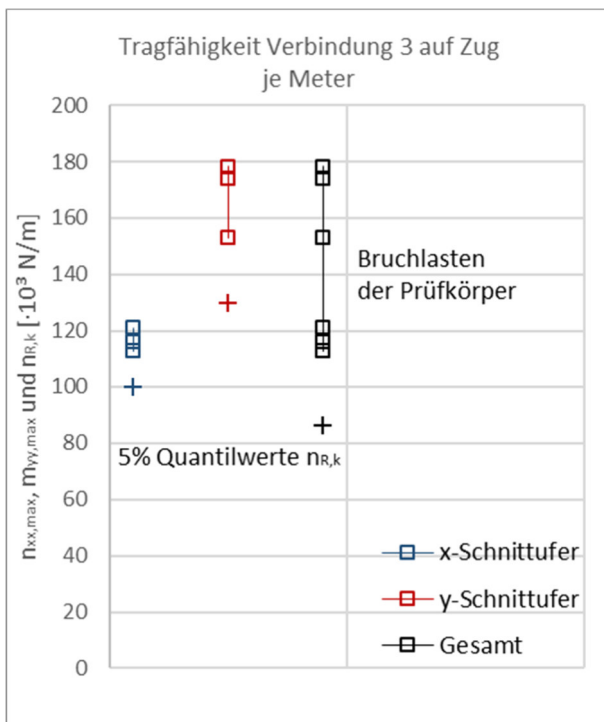
Abbildung 6.62: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven

Tabelle 6.19: Zugsteifigkeiten in k_j-k_i

[10 ³ N/mm je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	394	544	469
$k_{0,2-0,1}$	251	406	328
$k_{0,3-0,2}$	244	334	289
$k_{0,4-0,3}$	300	287	294
$k_{0,5-0,4}$	178	235	207
$k_{0,6-0,5}$	155	200	177
$k_{0,7-0,6}$	127	142	134
$k_{0,8-0,7}$	91,1	88,4	89,7
$k_{0,9-0,8}$	67,1	47,4	57,2
$k_{1,0-0,9}$	22,9	13,9	18,4

MW: Gesamtmittelwert

Versagensursache ist ein Abscheren der Buchennägel. Bedingt durch die Schlitze in den Schmalflächen, versagen Querlagen ohne Längslagenanteil auf Querzug. Hier bilden sich keine Scherfugen aus. Abbildung 6.63b zeigt ein typisches Versagen. Abbildung 6.63a mit Tabelle 6.20 stellt die Bruchlasten für einen 1,0m Verbindungsstreifen und die charakteristischen Tragfähigkeiten dar.



a)

Tabelle 6.20: charakteristische Tragfähigkeiten

	$n_{VM,Rk}$ [N/m]	$N_{VM,Rk}$ [N]
x-Schnittufer	99708	922
y-Schnittufer	129943	1202
Gesamt	86140	797
	je Meter	je Nagel



b)

Abbildung 6.63: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Zug, b) Versagensbild

6.5.3 Eigenschaften bei Scheibenschub

Der Verbindungsmittelausschnitt der Scheibenschubversuche von Verbindung 3 ist in Abbildung 6.64 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.5.1.

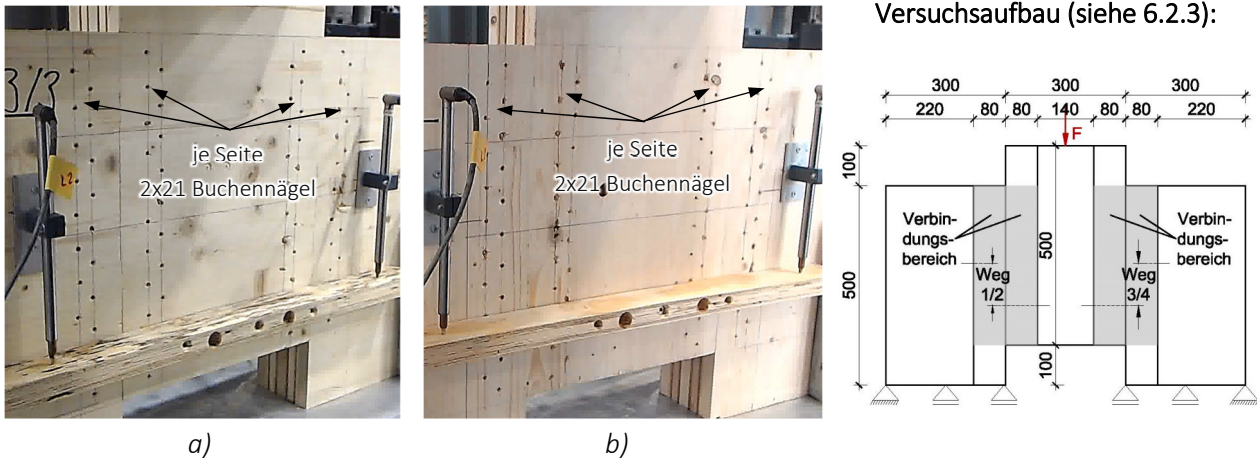


Abbildung 6.64: Verbindungsmittelbereich Verbindung 3 für die Scheibenbeanspruchung am a) x- und b) y-Schnittufer

Die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper sind in Abbildung 6.65 dargestellt. Die Annäherung mittels Polygonzüge je Prüfkörper kann Anhang C entnommen werden.

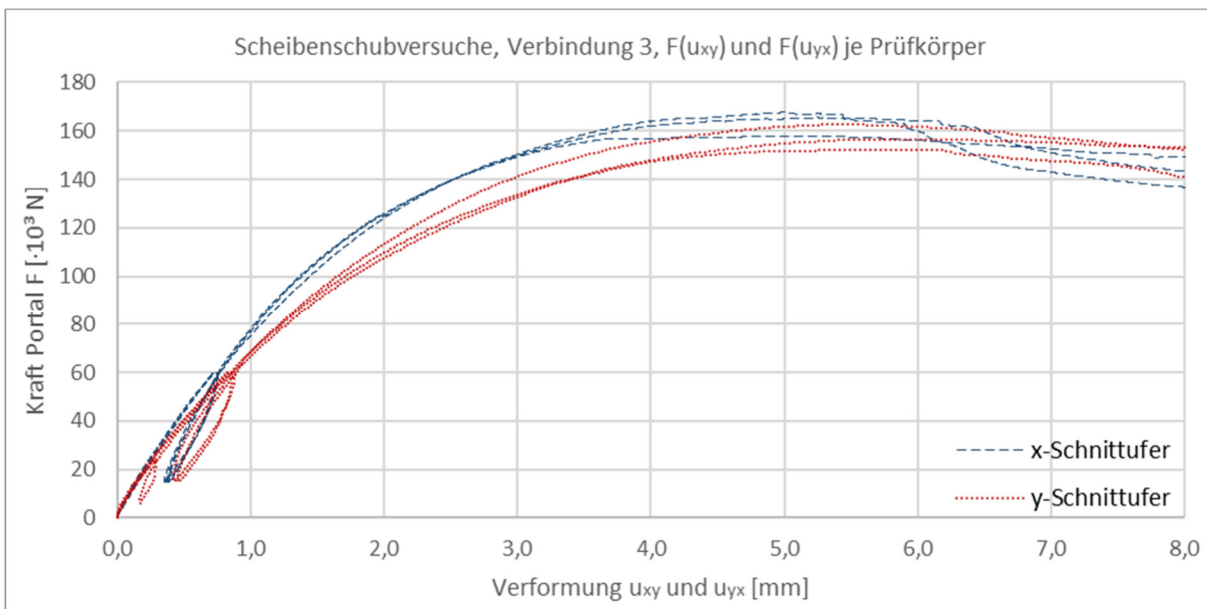


Abbildung 6.65: Last-Verformungs-Kurven für Scheibenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 3)

Die nach Abschnitt 6.2.1 idealisierten Last-Verformungs-Kurven für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen stellt Abbildung 6.66 dar. Die zugehörigen Steifigkeiten zeigt Tabelle 6.21.

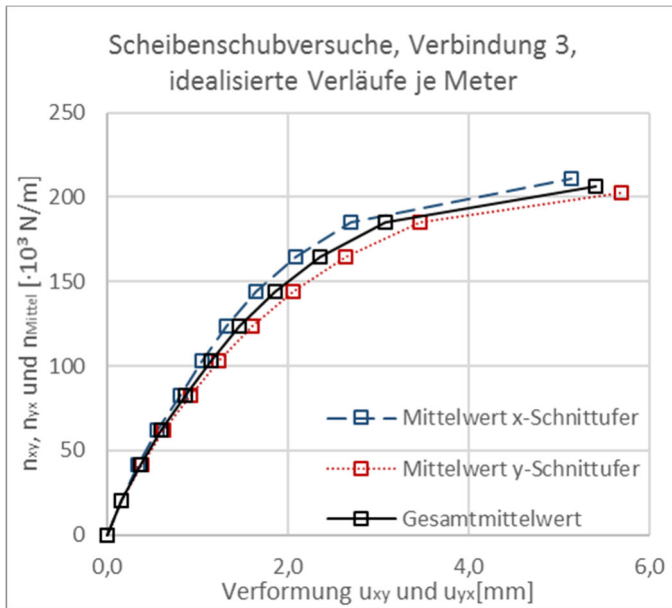


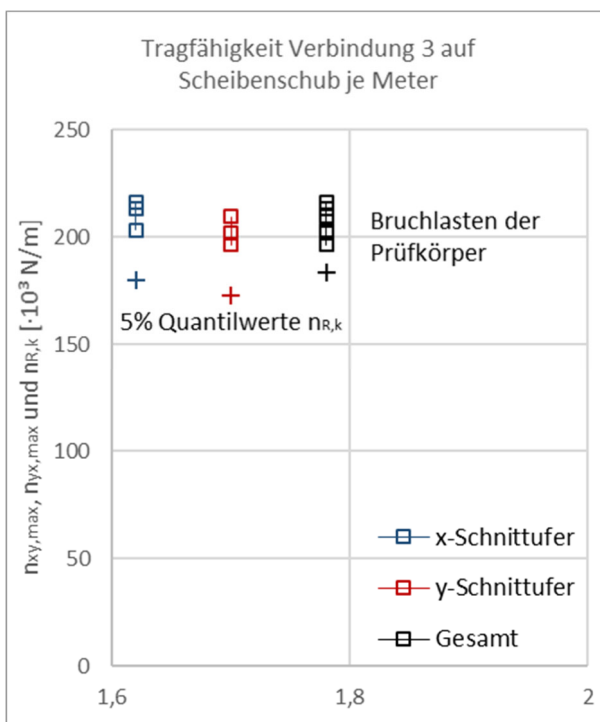
Abbildung 6.66: Idealierte Last-Verformungs-Kurven

Tabelle 6.21: Schubsteifigkeiten in Scheibensrichtung für die Bereiche k_j - k_i

[$\cdot 10^3$ N/mm je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	130	128	129
$k_{0,2-0,1}$	109	91,5	100
$k_{0,3-0,2}$	100	83,3	91,5
$k_{0,4-0,3}$	78,7	69,0	73,9
$k_{0,5-0,4}$	85,6	66,7	76,1
$k_{0,6-0,5}$	78,2	57,3	67,7
$k_{0,7-0,6}$	61,7	45,2	53,4
$k_{0,8-0,7}$	47,1	35,4	41,2
$k_{0,9-0,8}$	33,8	24,8	29,3
$k_{1,0-0,9}$	10,4	7,7	9,0

MW: Gesamtmittelwert

Das Versagen stellt sich als Mischversagen dar. Buchennägeln scheren entlang des Buchenspertholzes ab. Bereichsweise versagt das Buchenspertholz oder die geschlitzten Lamellen im Brettspertholz auf Schub entlang der Verbindungsmittelreihen. Abbildung 6.67b zeigt zwei Versagensursachen. Abbildung 6.67a und Tabelle 6.22 veranschaulichen die charakteristischen Tragfähigkeiten und Bruchlasten.



a)

Tabelle 6.22: charakteristische Tragfähigkeiten

	$n_{xy,VM,Rk}$ [N/m]	$N_{xy,VM,Rk}$ [N]
x-Schnittufer	179905	1664
y-Schnittufer	172821	1599
Gesamt	183564	1698
	je Meter	je Nagel



b)



Abbildung 6.67: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten bei Scheibenschub, b) Bruchbilder

6.5.4 Biegeeigenschaften

Der Verbindungsmittelausschnitt der Biegeversuche von Verbindung 3 ist in Abbildung 6.68 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.5.1.

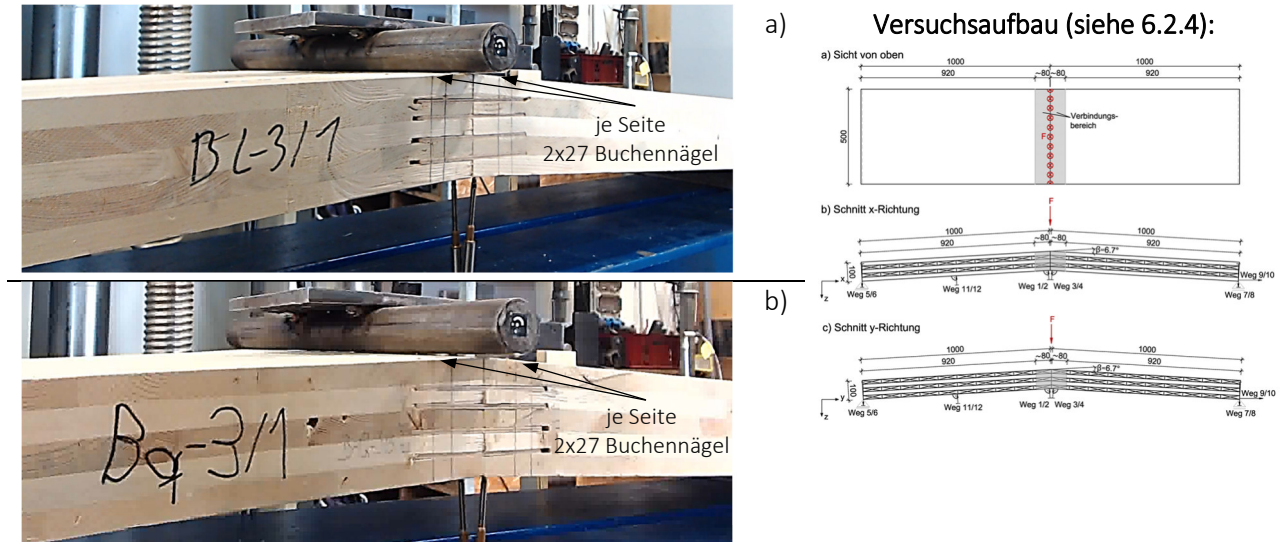


Abbildung 6.68: Verbindungsmittelbereich Verbindung 3 für die Biegeversuche am a) x- und b) y-Schnittufer

Die Last-Verformungs-Kurven der Prüfkörper sind in Abbildung 6.69 dargestellt. In Anhang C sind die detaillierten Annäherungen an die tatsächlichen Verläufe durch Polygonzüge gezeigt.

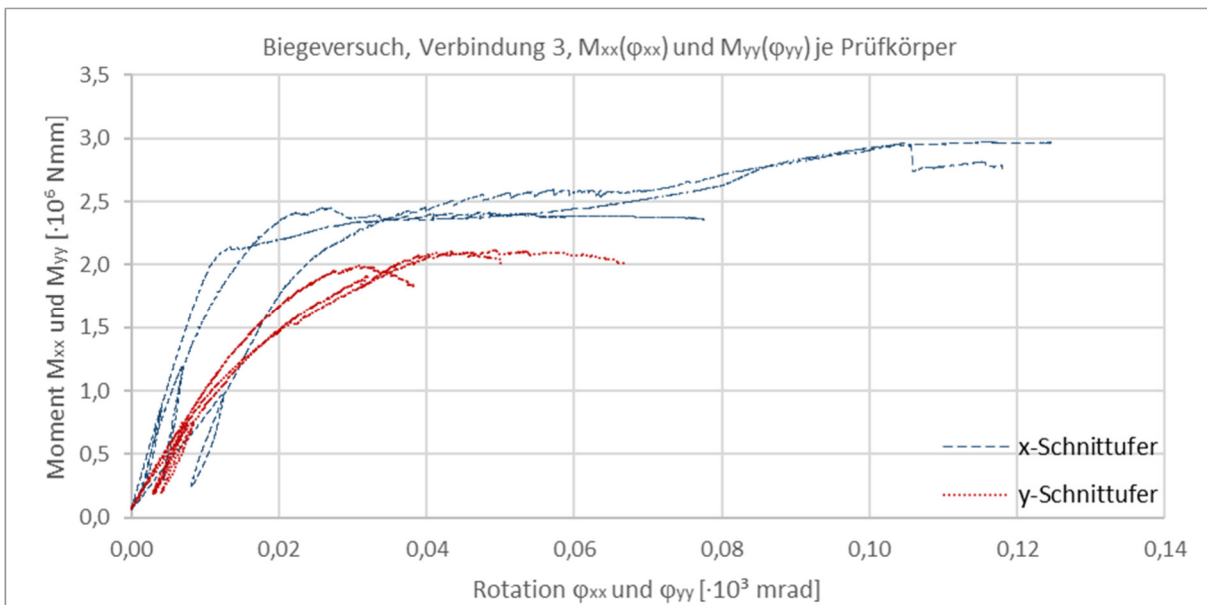


Abbildung 6.69: Last-Verformungs-Kurven für Biegung der Prüfkörper (Verbindung 3)

Die idealisierten Last-Verformungs-Kurven für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen zeigt Abbildung 6.70. Die zugehörigen bereichsweisen Steifigkeiten sind in Tabelle 6.23 dargestellt.

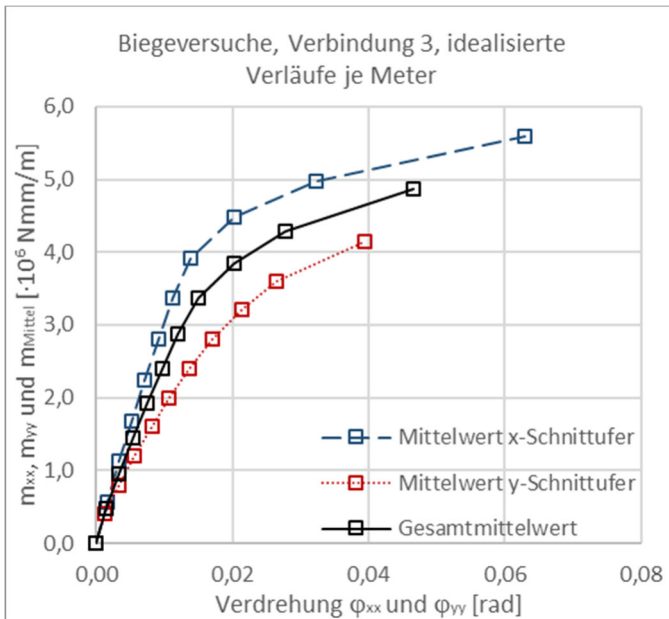


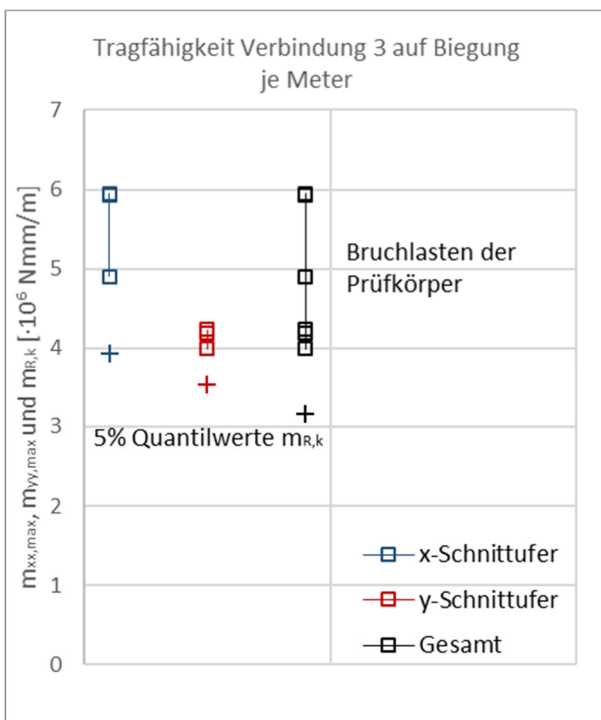
Abbildung 6.70: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven

Tabelle 6.23: Drehsteifigkeiten in k_j - k_i

[·10 ³ Nmm/mrad je Meter]			
Schnittufer	x	y	MW
$k_{0,1-0}$	356	304	330
$k_{0,2-0,1}$	335	190	262
$k_{0,3-0,2}$	294	180	237
$k_{0,4-0,3}$	286	157	221
$k_{0,5-0,4}$	283	159	221
$k_{0,6-0,5}$	265	138	201
$k_{0,7-0,6}$	209	115	162
$k_{0,8-0,7}$	88,2	93,4	90,8
$k_{0,9-0,8}$	40,2	77,9	59,0
$k_{1,0-0,9}$	20,3	41,7	31,0

MW: Gesamtmittelwert

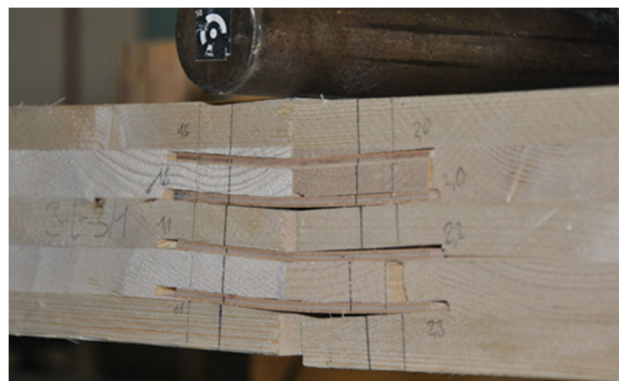
Die schlanken Fremdfedern aus Buchenspertholz krümmen sich unter Belastung, zeigen beim Bruch aber kein Versagen. Die Buchennägel scheren auf der Zugseite des Prüfkörpers ab. Zwischen den Schlitzten entstehen in den Querlagen des Brettspertholzes Querzugrisse. Abbildung 6.71b zeigt überhöht (der Prüfkörper wird nach dem Erreichen der Bruchlast weiter belastet) das Versagen. Die Bruchmomente für einen 1,0m Verbindungsstreifen und die charakteristischen Tragfähigkeiten stellen Abbildung 6.71a und Tabelle 6.24 dar.



a)

Tabelle 6.24: charakteristische Tragfähigkeiten

	$m_{VM,Rk}$ [Nmm/m]	$M_{VM,Rk}$ [Nmm]
x-Schnittufer	$3,94 \cdot 10^6$	$36,4 \cdot 10^3$
y-Schnittufer	$3,54 \cdot 10^6$	$32,7 \cdot 10^3$
Gesamt	$3,16 \cdot 10^6$	$29,3 \cdot 10^3$
	je Meter	je Nagel

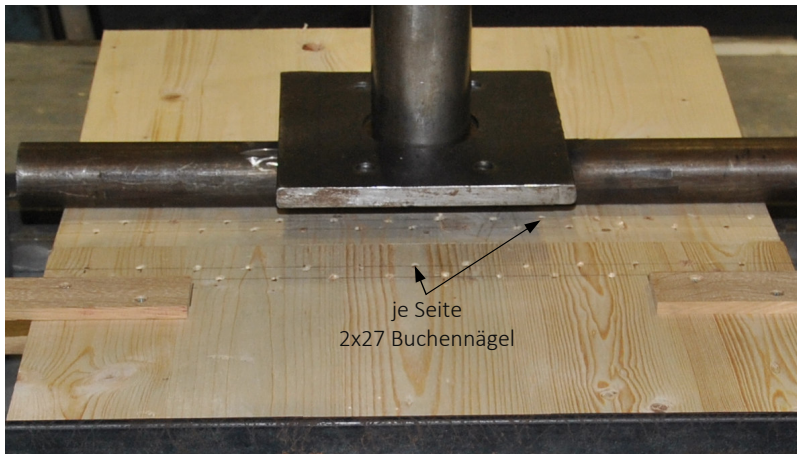


b)

Abbildung 6.71: a) Bruchmomente und charakteristische Tragfähigkeiten Biegung, b) Versagensbild

6.5.5 Eigenschaften bei Plattenschub

Der Verbindungsmittelausschnitt der Plattenschubversuche von Verbindung 3 ist in Abbildung 6.72 dargestellt. Die Anordnung der Verbindungsmittel erfolgt entsprechend dem Aufbau von Abschnitt 6.5.1.



Gesamtabmessung (siehe 6.2.5):

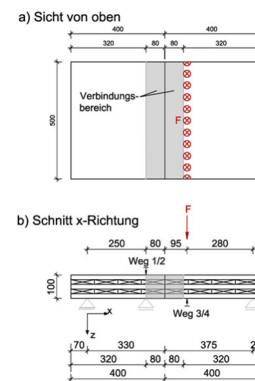


Abbildung 6.72: Verbindungsmittelbereich Verbindung 3 für Plattenschubversuche

Abbildung 6.73 stellt die Last-Verformungs-Kurven der Versuche dar. Anhang C veranschaulicht die detaillierten Annäherungen an die tatsächlichen Verläufe durch Polygonzüge. Die für die Ermittlung der Last-Verformungs-Beziehungen berücksichtigte Biegesteifigkeit ist ebenfalls Anhang C (Gleichung (C.3)) zu entnehmen.

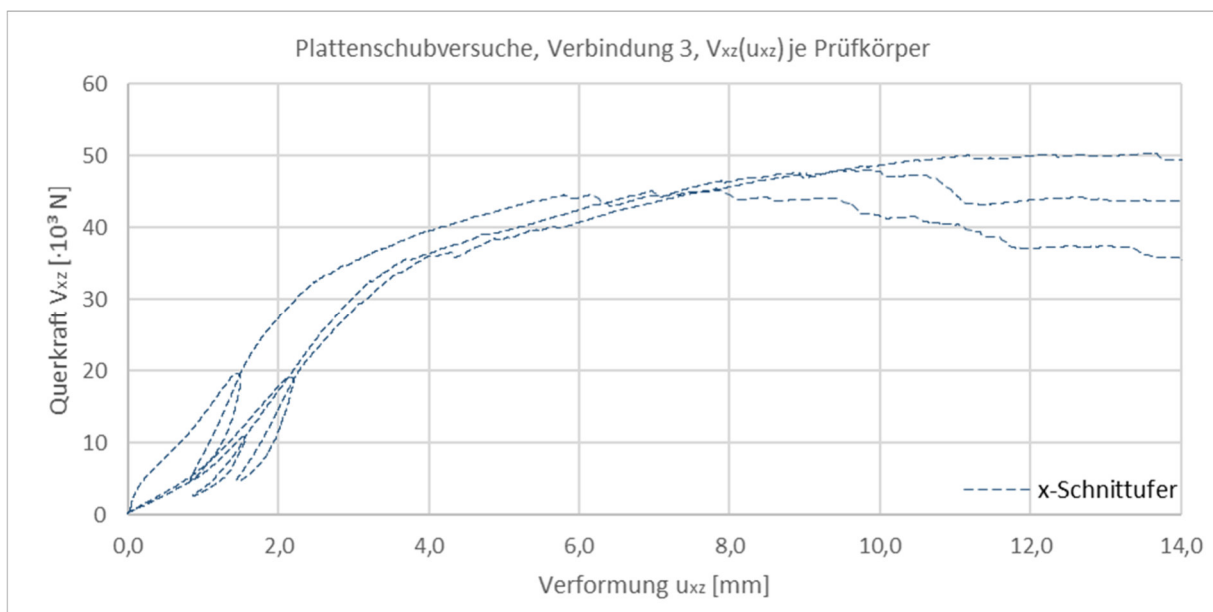


Abbildung 6.73: Last-Verformungs-Kurven für Plattenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 3)

Die idealisierte Last-Verformungs-Kurve für einen 1,0m breiten Verbindungsstreifen zeigt Abbildung 6.74. Tabelle 6.25 gibt die zugehörigen bereichswiseen Steifigkeiten an.

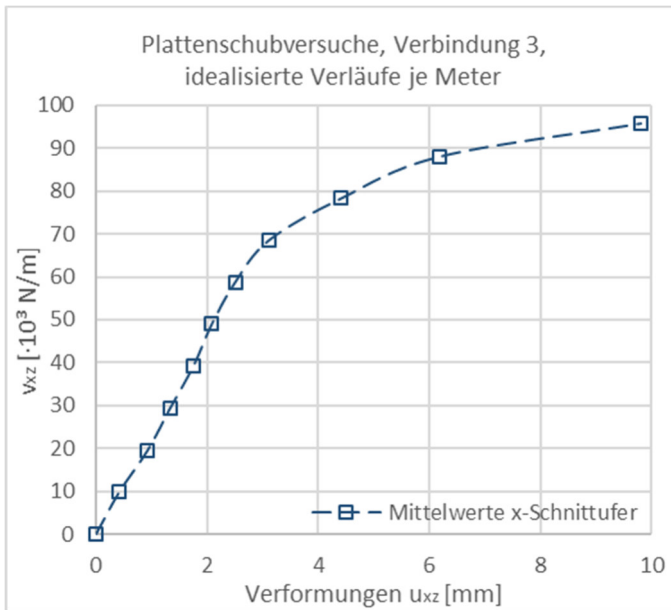
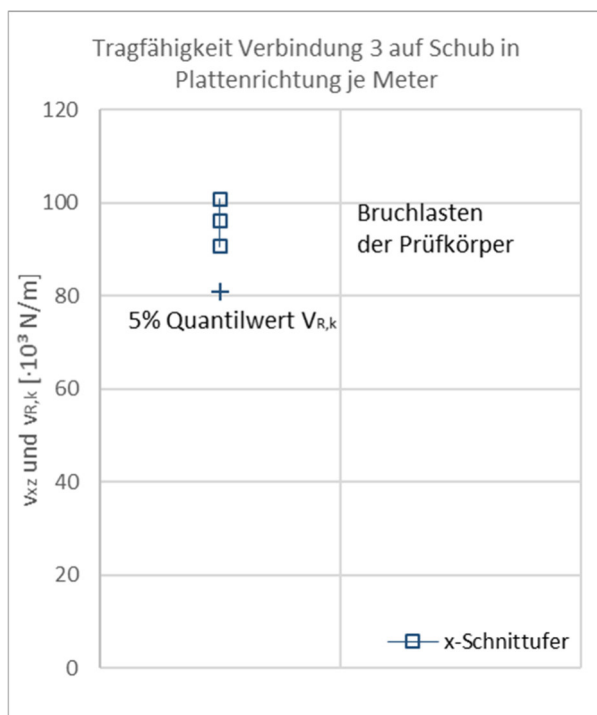


Abbildung 6.74: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven

Tabelle 6.25: Schubsteifigkeiten für Plattenbeanspruchung in den Bereichen k_j - k_i

[$\cdot 10^3$ N/mm je Meter]	
Schnittufer	x
$k_{0,1-0}$	23,5
$k_{0,2-0,1}$	19,1
$k_{0,3-0,2}$	24,3
$k_{0,4-0,3}$	23,4
$k_{0,5-0,4}$	29,7
$k_{0,6-0,5}$	23,2
$k_{0,7-0,6}$	16,1
$k_{0,8-0,7}$	7,5
$k_{0,9-0,8}$	5,5
$k_{1,0-0,9}$	2,1

Aufgrund der äußeren Last treten im Verbindungsbereich zwei Effekte auf. Die schlanken Fremdfedern aus Buchenspertholz krümmen sich, zeigen beim Bruch allerdings kein Versagen. Im gedrunenen Brettspertholz treten Verzerrungen auf, wodurch Holznägel abreißen und Schub- und Quersugrisse entstehen. Abbildung 6.75b zeigt ein typisches Bruchbild. Die Bruchlasten und die charakteristische Tragfähigkeit sind in Abbildung 6.75a mit Tabelle 6.26 dargestellt.



a)

Tabelle 6.26: charakteristische Tragfähigkeiten

	$v_{VM,Rk}$ [N/m]	$V_{VM,Rk}$ [N]
x-Schnittufer	81,0$\cdot 10^3$	749
	je Meter	je Nagel



b)

Abbildung 6.75: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeit Plattenschub, b) Bruchbild

6.5.6 Zugeigenschaften bei reduzierter Holzfeuchte

Die Versuche zu Zugeigenschaften bei reduzierter Holzfeuchte dienen als Grundlage für eine erste Aussage zum Einfluss von Schwindvorgängen im Brettsperrholz im Hinblick auf Tragfähigkeit und Steifigkeit von Verbindung 3. Sie stellen keine Basis für eine weiterführende statistische Auswertung dar. Zwei Zugprüfkörper (je einer für die Verbindung am x- und y-Schnittufer) wurden eingelagert und mit reduzierter Holzfeuchte geprüft. Nach dem Trocknungsprozess (Mittelwert der Holzfeuchte vor der Trocknung $u_{mean} = 11,8\%$) lag im Brettsperrholz eine mittlere Holzfeuchte von 8,1% vor. Abbildung 6.76 zeigt die Ansicht auf die Verbindungen am x- und y-Schnittufer.

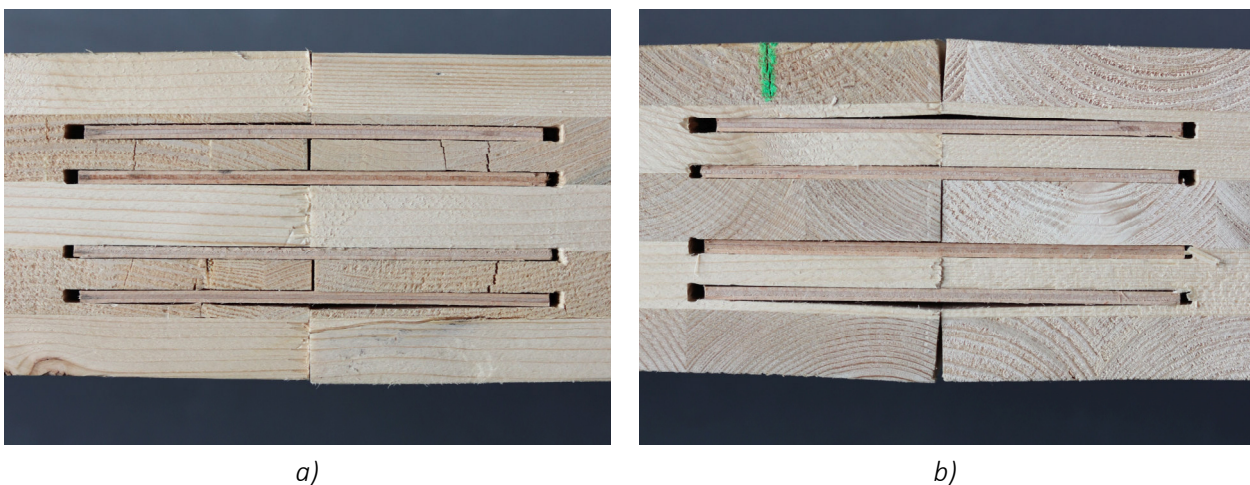


Abbildung 6.76: Ansicht der Verbindung 3 mit reduzierter Holzfeuchte am a) x- und b) y-Schnittufer

Durch die für die Fremdfedern eingebrachten Schlitze wird der Sperreffekt der gekreuzten Lagen im Brettsperrholz reduziert oder ganz aufgehoben. Der gesamte Querschnitt im Bereich der Verbindung ist symmetrisch. Im Hinblick auf die einzelnen Lagen gilt dies nicht mehr. In Querschnittsmitteln liegen reine Längs- und Querlagen vor. An den Rändern resultiert jeweils ein asymmetrischer Aufbau. Die Folge ist, dass durch das unterschiedliche Schwinden von Holz in Faserlängs- und Querrichtung unterschiedliche Formänderungen vorliegen. In den innenliegenden Querlagen resultieren aufgrund des Schwindvorganges Risse. Die Risse entstanden bereichsweise bereits während der Vernagelung und sind im Hinblick auf Unterschiede der Tragfähigkeit und Steifigkeit aufgrund von Holzfeuchteänderungen irrelevant. Anders sind die Randbereiche einzustufen. Wie Abbildung 6.76a zeigt, liegt für die Verbindung am x-Schnittufer die volle Brettlage in Längsrichtung und eine deutlich reduzierte Dicke der Brettlagen in Querrichtung vor. Aufgrund des geringen Schwindmaßes in Längsrichtung bleiben die Gesamtverformungen des Randbereichs klein. Am y-Schnittufer ist der Aufbau gegenteilig (Abbildung 6.76b). Durch die dominierende Querlage auf der Außenseite treten Krümmungen in den Randbereichen des Brettsperrholzes im Verbindungsbereich auf. Vogel [2019] vollzog die Verformungen durch mechanische Überlegungen unter Verwendung eines Arbeitsansatzes nach. Die Auswirkungen der Verformungen auf die Zugtragfähigkeit zeigen die Last-Verformungs-Kurven in Abbildung 6.77. Am x-Schnittufer liegt die Bruchlast der Verbindung im Bereich der nicht getrockneten Prüfkörper. Im Gegensatz dazu ist eine deutliche Reduzierung der Bruchlast am y-Schnittufer infolge von Schwindprozessen zu erkennen. Die Bruchlast am y-Schnittufer liegt im Bereich der Bruchlast des x-Schnittufers. Bei Betrachtung der Steifigkeiten ist für beide

getrockneten Prüfkörper eine deutliche Reduzierung zu erkennen. Eine Verringerung ist hauptsächlich in dem für die Bemessung maßgebenden Anfangsbereich der Last-Verformungs-Kurven festzustellen.

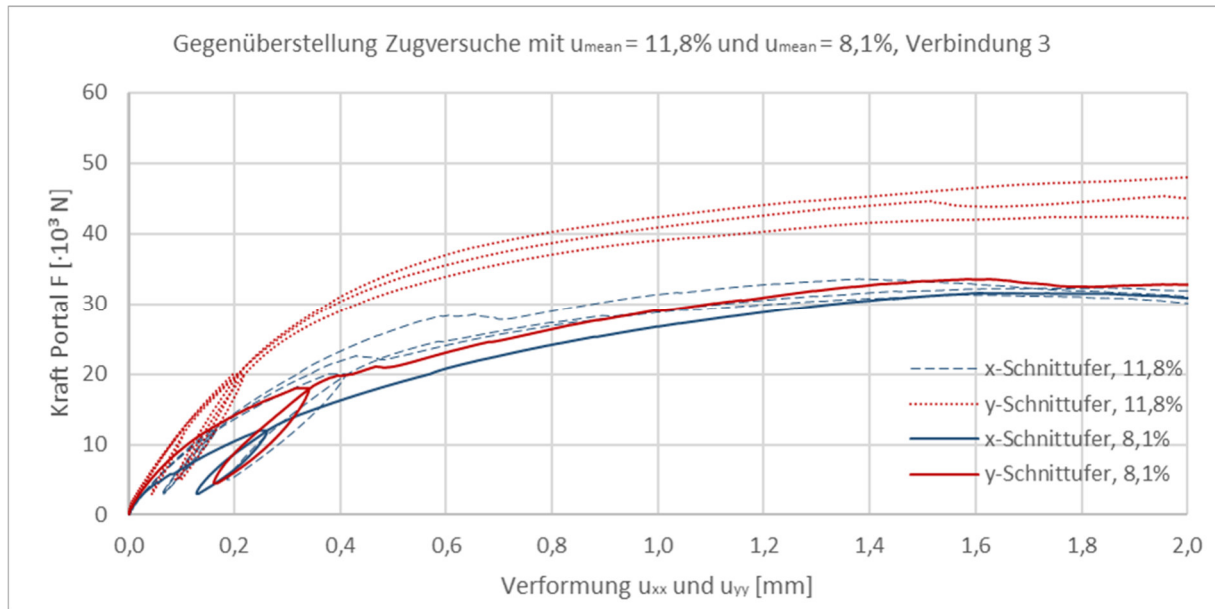


Abbildung 6.77: Gegenüberstellung Last-Verformungs-Kurven für Zugbeanspruchung (Verbindung 3)

Die Ursache für die Abnahme der Bruchlast am y-Schnittufer liegt vermutlich in der Formänderung der Randbereiche im Brettspertholz. Durch das Einbringen der Nägel mit hoher Geschwindigkeit findet ein Schweißprozess zwischen dem Lignin des Nagels und dem angrenzenden Holz statt [LignoLoc 20.04.], siehe auch Abbildung 6.67b. Die pneumatisch eingetriebenen Buchennägel erfahren eine Zugbeanspruchung im Bereich der durch die Krümmung der Randbereiche entstehenden Fuge. Die Vermutung ist deshalb, dass die Nägel durch die Verschweißung und die Zugbeanspruchung eine gewisse Vorschädigung erfahren. Aufgrund dessen kann davon ausgegangen werden, dass die beiden äußeren Scherfugen am y-Schnittufer mit der anteiligen Längslage entfallen. Folglich liegt beim Prüfkörper am x- und y-Schnittufer dieselbe Anzahl an Schnittufern mit Längslagen vor, und die Tragfähigkeiten der Verbindungen erreichen ein vergleichbares Niveau.

Für die Betrachtung des Einflusses der Holzfeuchteänderung auf die Eigenschaften am x- und y-Schnittufer kann jeweils nur auf die Versuchsergebnisse eines Prüfkörpers zurückgegriffen werden. Eine statistische Auswertung ist nicht möglich. Die Verbindung mit pneumatisch eingetriebenen Buchennägeln wird im Rahmen der Arbeit nicht weiter betrachtet.

6.6 Zusammenfassung und Vergleich zu Verbindungssteifigkeiten

6.6.1 Weiterführende statistische Auswertung

Die weiteren Auswertungen erfolgen nur für Verbindung 1 und 2. Für eine einfachere rechnerische Handhabbarkeit werden die Gesamtmittelwerte am x- und y-Schnittufer je Verbindung und Art (Zug und Druck, Scheibenschub, Biegung und Plattenschub) zusammengefasst. Zur Berücksichtigung der Streuung der Materialeigenschaften erfolgt die bereichsweise Ermittlung der Standardabweichung s_i der Steifigkeit für die Stichprobe. Die beiden Grenzwerte der Verbindungseigenschaften werden festgelegt zu $k_{j-i,mean} \pm s_i$, wobei $k_{j-i,mean}$ der Gesamtmittelwert einer Serie nach Gleichung (6.6) in den Intervallen ΔF nach Gleichung (6.3) entspricht. Das Intervall deckt den Bereich ab, in welchem die bereichswisen Steifigkeiten im Durchschnitt vom Gesamtmittelwert entfernt sind. Für die Eigenschaften der Verbindungen bei Plattenschub liegen nur Ergebnisse am x-Schnittufer vor. Für den Mittelwert aus den Messungen wird ebenfalls die Standardabweichung bestimmt und berücksichtigt. Aus Gründen der Vergleichbarkeit mit anderen Arbeiten sowie im Hinblick auf eine vereinfachte Berechnung werden die linearen Verschiebungsmodule $k_s = k_{ser}$ nach Gleichung (6.1) und darauf aufbauend k_u und k_u/γ_M nach [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] ermittelt. Die linearen Steifigkeiten werden analog zu der partiellen Betrachtung auf Grundlage der Eigenschaften am x- und y-Schnittufer kombiniert bestimmt. Die Diagramme mit den entsprechenden Verläufen für Verbindung 1 sind in Abbildung 6.78 auf nachfolgender Seite und für Verbindung 2 in Abbildung 6.79 dargestellt. Die Abbildungen zeigen zusätzlich die auf eine Verbindungsbreite von 1,0 m skalierten Ergebnisse der Kleinversuche.

Für Verbindung 1 zeigen die Graphen der Abbildung 6.78, dass das Intervall $k_{j-i,mean} \pm s_i$ die Steifigkeitsverläufe der Einzelversuche in weiten Teilen abdeckt. Die Verläufe der Polygonzüge für Beanspruchungen auf Zug und Scheibenschub zeigen ein ähnliches Verhalten. Erkennbar wird das nichtlineare Verhalten, das bereits bis zum Erreichen der charakteristischen Tragfähigkeit vorliegt. Das nichtlineare Verhalten liegt auch für Biegebeanspruchungen vor, wobei die Plastifizierungen geringer sind. Für Plattenschubbeanspruchungen der Verbindungsmittel zeigt sich bis zur charakteristischen Tragfähigkeit ein quasi lineares Verhalten. Im Anschluss ist ein starker Abfall der Steifigkeit mit Übergang in ein plastisches Verhalten erkennbar.

Für die Versuchsergebnisse folgt zusammenfassend, dass die linearen Ansätze für Plattenschub- und Biegebeanspruchung der Verbindung die nichtlinearen Effekte im für die Tragfähigkeit relevanten Bereich gut annähern. Die linearen Ansätze für Zug- und Scheibenschubbeanspruchung unterschätzen die Steifigkeit bei geringen Beanspruchungen und berücksichtigen den stärkeren Abfall der Steifigkeit vor dem Erreichen der charakteristischen Tragfähigkeit nicht.

Für die Verwendung in Segmentschalen stellen lineare Ansätze für die Verbindungseigenschaften bei Biege- und Plattenschubbeanspruchung aufgrund der primären Beanspruchungen durch Membrankräfte sowie der tatsächlich untersuchten Verbindungseigenschaften geeignete Ansätze dar. Lineare Ansätze für die Zug- und Scheibenschubeigenschaften der Verbindungen nähern das tatsächliche Verhalten an. Für Berechnungen im tragfähigkeitsrelevanten Bereich können die Ansätze ebenfalls verfolgt werden. Es gilt aber, dass bei besonders plastischen Verbindungen die Steifigkeit im Anfangsbereich unterschätzt wird. Gleichzeitig werden Abnahmen der Steifigkeit gerade bei höheren Beanspruchungen nicht berücksichtigt.

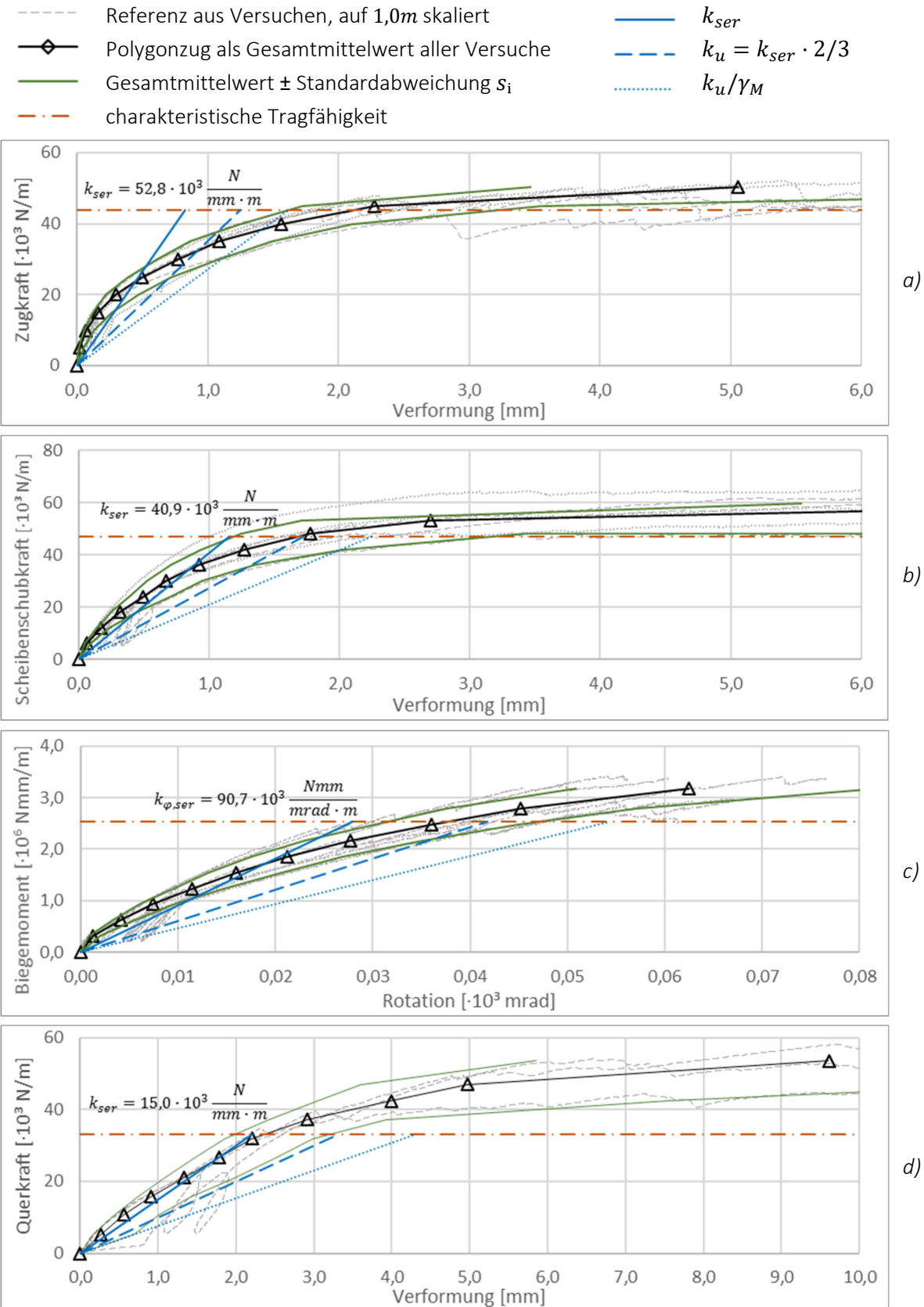


Abbildung 6.78: Verbindung 1 – Last-Verformungs-Kurven für a) Zug, b) Scheibenschub, c) Biegung und d) Plattenschub je Meter

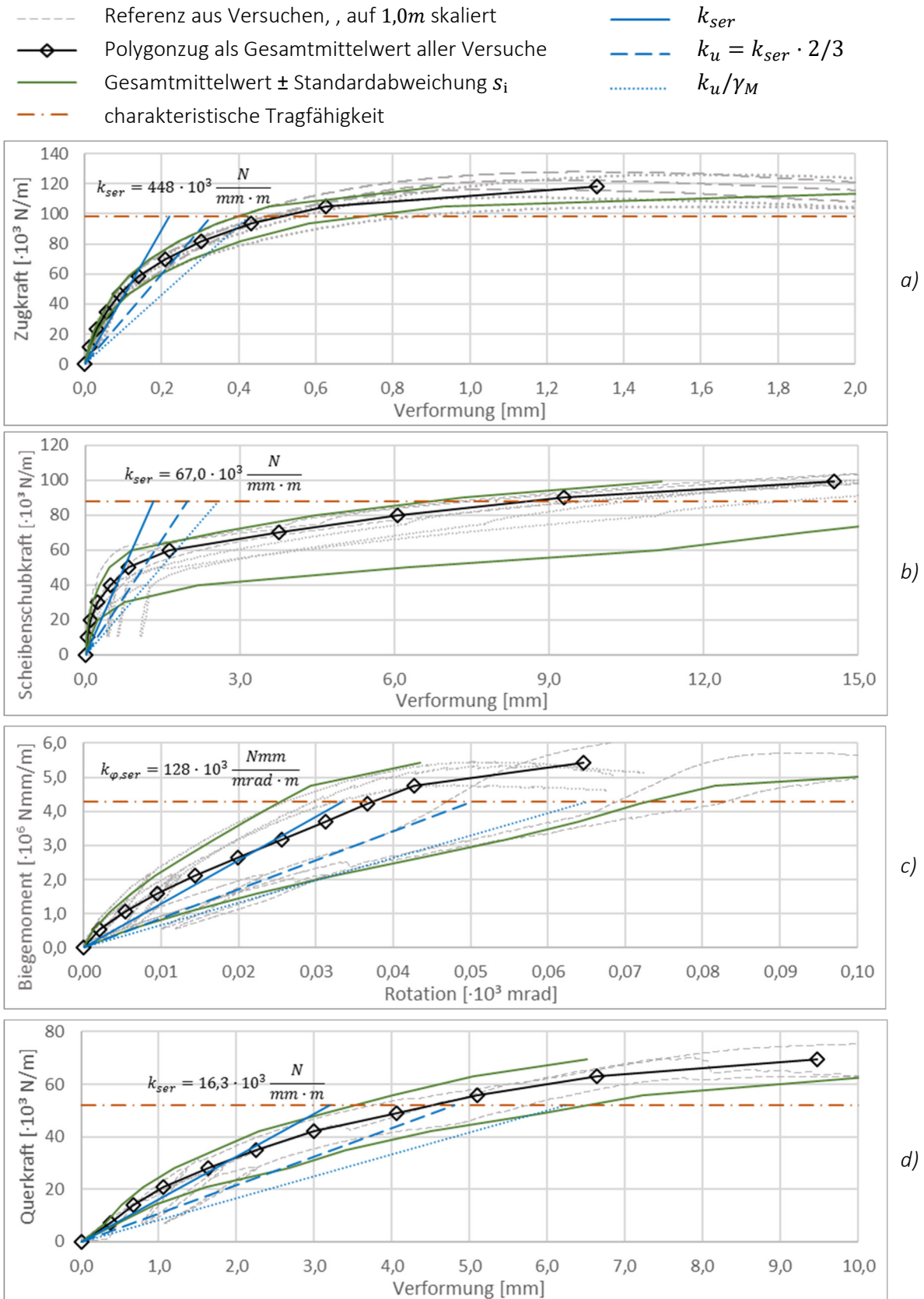


Abbildung 6.79: Verbindung 2 – Last-Verformungs-Kurven für a) Zug, b) Scheibenschub, c) Biegung und d) Plattenschub je Meter

Die auf Zug beanspruchten schrägen Vollgewindeschrauben zeigen ein sehr steifes Verhalten. Dennoch zeichnen sich auch hier bis zum Erreichen der charakteristischen Tragfähigkeit nichtlineare Verbindungseigenschaften ab. Der linearisierte Ansatz durch k_{ser} nähert die Steifigkeit im Anfangsbereich gut an. Mit zunehmender Laststeigerung werden die Abweichungen größer. Das Tragverhalten von den auf Abscheren beanspruchten Vollgewindeschrauben ist deutlich nichtlinear. Die Annäherung durch linearisierte Ansätze, vor allem bei Beanspruchungen im Bereich der charakteristischen Tragfähigkeit, weicht hiervon stark ab. Die Zusammenfassung der Steifigkeiten zu einer gemittelten Gesamtsteifigkeit zeigt vor allem für Verbindung 2 bei Scheibenschubbeanspruchung eine große Varianz bei geringer Belastung auf. Die Folge ist eine große Standardabweichung mit breitem Steifigkeitsintervall $k_{j-i,mean} \pm s_i$. Die Eigenschaften von Verbindung 2 auf Biegung werden durch linearisierte Ansätze gut abgebildet. Bei Beanspruchung auf Plattenschub werden die schrägen Vollgewindeschrauben auf Zug und Abscheren beansprucht. Die Last-Verformungs-Kurven zeigen ein nichtlineares Verhalten, das durch linearisierte Ansätze bis zur charakteristischen Tragfähigkeit gut angenähert wird.

6.6.2 Vergleich mit Angaben aus der Literatur

Zu Holznagelverbindungen liegen verschiedene Veröffentlichungen vor. Die meisten Arbeiten befassen sich analog zu [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] mit Holznägeln mit einem Durchmesser $\varnothing \geq 20 \text{ mm}$, die zur Verbindung von linienförmigen Bauteilen aus Nadelholz verwendet werden. Eine Zusammenfassung diverser Veröffentlichung erfolgt in [Müller et al. 2016].

[Blaß et al. 1999] untersuchten das Last-Verformungs-Verhalten parallel und senkrecht zur Faser für verschiedene Materialien des Holznagels und unterschiedliche Durchmesser. Verwendet wurden unter anderem Holznägel aus Eiche auch mit geringen Durchmessern von $\varnothing = 12 \text{ mm}$. Auf Grundlage der Forschung schlagen die Autoren den in Gleichung (6.20) gezeigten Ansatz zur Ermittlung der charakteristischen Tragfähigkeit R_k vor.

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{u,k} \cdot \delta \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \quad (6.20)$$

β	[-]	$f_{h,1,k}/f_{h,2,k}$
$f_{h,1,k}$	N/mm^2	charakteristische Lochleibungsfestigkeit Seitenholz
$f_{h,2,k}$	N/mm^2	charakteristische Lochleibungsfestigkeit Mittelholz
δ	[-]	Abminderungsbeiwert = 0,75
d	mm	Durchmesser des Holznagels
$M_{u,k}$	Nmm	charakteristisches Biegemoment

Das charakteristische Biegemoment für runde Querschnitte folgt nach Gleichung (6.21). Diese wird aufgrund der geringen Abweichung zum achteckigen Nagel sowie der nicht exakt bekannten Orientierung des achteckigen Querschnitts im verbauten Zustand näherungsweise auch für die vorliegenden achteckigen Eichennägel angesetzt.

$$M_{u,k} = \frac{f_{m,k} \cdot \pi \cdot d^3}{32} \quad (6.21)$$

$f_{m,k}$	N/mm^2	charakteristische Biegefestigkeit des Holznagels
-----------	----------	--

Müller et al. [2016] geben an, dass die charakteristischen Biegefestigkeiten von Eichennägeln nach SIA 265 zu $f_{m,k} = 30 \text{ N/mm}^2$ und entsprechend [Blaß et al. 1999] zu $f_{m,k} = 61 \text{ N/mm}^2$ veranschlagt werden. Da die Biegefestigkeiten der Eichennägel nicht mittels Versuchen betrachtet wurden, erfolgt die analytische Vergleichsberechnung zur Tragfähigkeit mit der geringeren charakteristischen Biegefestigkeit. Die charakteristischen Lochleibungsfestigkeiten werden ohne Berücksichtigung des Kraft-Faser-Winkels nach [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] entsprechend Gleichung (6.25) ermittelt.

$$\frac{f_{h,k}}{\rho_k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k \quad (6.22)$$

ρ_k kg/m^3 charakteristische Rohdichte Holzbauteile

Die charakteristische Rohdichte von BSP wird zu $f_{h,1,k} = 385 \text{ kg/m}^3$ und für das LVL nach [Z-9.1-842 2017] zu $f_{h,2,k} = 480 \text{ kg/m}^3$ berücksichtigt. Auf Grundlage der Gleichungen (6.20) bis (6.22) resultiert die charakteristische Tragfähigkeit je 1,0m Verbindungslänge für die zweischnittige Verbindung 1 (Aufbau siehe Abschnitt 6.3.1 in Abbildung 6.24) zu:

$$f_{h,1,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 14) \cdot 385 = 27,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{char. Lochleibungsfestigkeit BSP}$$

$$f_{h,2,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 14) \cdot 428 = 33,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{char. Lochleibungsfestigkeit LVL}$$

$$\beta = \frac{27,2}{33,8} = 0,80$$

$$M_{u,k} = \frac{30 \cdot \pi \cdot 14^3}{32} = 8082 \text{ Nmm} \quad \text{char. Biegefestigkeit – näherungsweise für achteckige Nägel angesetzt}$$

$$F_{v,Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,80}{1 + 0,80}} \cdot \sqrt{2 \cdot 8082 \cdot 0,75 \cdot 27,2 \cdot 14} = 2026 \text{ N} \quad \text{char. Tragfähigkeit je Scherfuge}$$

$$n_{v,Rk} = \frac{2080 \cdot 2}{0,1} = 40,5 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{char. Tragfähigkeit je 1,0m Verbindung}$$

Die charakteristischen Tragfähigkeiten zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen des Abschnitts 6.3, dargestellt in Abbildung 6.29 und Abbildung 6.33. Für die Ermittlung der Steifigkeit schlagen die Autoren einen linearen, vom Verbindungsmitteldurchmesser abhängigen Ansatz vor (Gleichung (6.23)).

$$\frac{k_{ser}}{d} = 220 \cdot d \quad (6.23)$$

d $[\text{mm}]$ Verbindungsmitteldurchmesser

Für den Aufbau der Verbindung folgt hieraus:

$$\frac{k_{ser}}{e} = \frac{220 \cdot d}{e} \cdot \frac{n_{SF}}{n_{Re}} \quad (6.24)$$

e $[\text{mm}]$ Abstand Verbindungsmittel

n_{SF}	[Stk.]	Anzahl der Scherfugen
n_{Re}	[Stk.]	Anzahl der Reihenglieder des mechanischen Modells

Die Steifigkeit der Verbindung beträgt demnach, unter Berücksichtigung der beiden Scherfugen, eines Verbindungsmittelabstandes parallel zur Verbindungskante von $e = 100 \text{ mm}$ sowie der beiden Reihenglieder:

$$k_{ser} = \frac{220 \cdot 14}{0,1} \cdot \frac{2}{2} = 30,8 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$$

Holzer [2015] führte Betrachtungen zu historischen Holznagelverbindungen mit Verbindungsmitteldurchmessern von $d = 24 \text{ mm}$ und $d = 30 \text{ mm}$ durch. Er unterscheidet aufgrund der geometrischen Abmessungen zwischen dünnen und dicken Bauteilen. Die Grenze für den Übergang von dünn zu dick definiert er für Nadelholz zu $5 \cdot d$. Für dünne Holzbauteile stelle sich das Versagen aufgrund von Lochleibung ein. Nach der Definition von Holzer handelt es sich bei der geprüften Verbindung um eine dünne Verbindung. Das Versagen stellte sich dennoch als Biegebruchversagen im Holznagel ein. Die Ursache liegt in der Verwendung von dünnen Holznägeln mit $d = 14 \text{ mm}$ und gesperrten Bauteilen (BSP und LVL). Holzer [2015] gibt die Steifigkeit je Nagel und Scherfuge an zu:

$$k_{ser} = 450 \cdot d \tag{6.25}$$

Wird diese Gleichung in Erweiterung auch für Verbindungsmittel $\varnothing = 14 \text{ mm}$ angesetzt, folgt eine Steifigkeit von $k_{ser} = 63 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$.

Verbindung 2 wird mittels Vollgewindeschrauben hergestellt. Die Entwicklungen in der Verbindungstechnik führen dazu, dass viele unterschiedliche Schrauben am Markt verfügbar sind. Aufgrund der Vielfalt an Schrauben mit unterschiedlichen Stahleigenschaften, Durchmessern sowie Gewindeausführungen erfolgt die Regelung in bauaufsichtlichen Verwendbarkeitsnachweisen. Colling [2016] verweist darauf, dass Versuche zur Bestimmung der Steifigkeit von axial beanspruchten Vollgewindeschrauben erhebliche Streuungen aufweisen. Die Unterschiede können ihm zufolge mehrere 100% betragen. Für die Zugsteifigkeit wird im Rahmen der Arbeit nur der Ansatz nach Gleichung (6.26), entsprechend der Zulassung der verwendeten Schrauben, verfolgt. Dieser Ansatz ist laut [Colling 2016] Grundlage vieler Zulassungen.

$$k_{ser,ax,SR} = 780 \cdot d^{0,2} \cdot l_{ef}^{0,4} \tag{6.26}$$

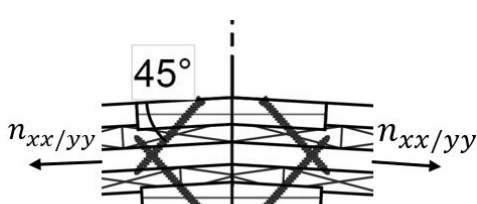
$k_{ser,ax,SR}$	$\left[\frac{N}{mm} \right]$	axialer Verschiebungsmodul einer Schraube
d	[mm]	Durchmesser der Schraube
l_{ef}	[mm]	wirksame Gewindelänge in den Holzbauteilen

Gleichung (6.27) zeigt die Ermittlung der Zugsteifigkeit eines Anschlusses der schrägen Vollgewindeschrauben (Abbildung 6.80) je Meter Verbindungslänge. Die Zugsteifigkeit ist für den Gesamtanschluss zusammengefasst. Für die Ermittlung der Steifigkeit der Gewindeteile in Brettspertholz wird vereinfacht ein Winkel zwischen Faser und Schraubenachse von 45° angesetzt. Daraus folgen dieselben Steifigkeiten für das x- und y-Schnittufer.

$$k_{ser,t} = \frac{k_{ser,ax,SR} \cdot \cos\alpha^2}{e} \cdot \frac{n_P}{n_R} = \frac{780 \cdot d^{0,2}}{e \left(\frac{1}{l_{ef,LVL}^{0,4}} + \frac{1}{l_{ef,BSP}^{0,4}} \right)} \cdot \cos\alpha^2 \cdot \frac{n_P}{n_{Re}} \quad (6.27)$$

α	[°]	Winkel zwischen Kraft und Schraubenachse
e	[mm]	Verbindungsmittelabstand je Seite
n_P	[Stk.]	Anzahl der parallelen Schraubenreihen
n_{Re}	[Stk.]	Anzahl der Reihenelemente

Für die vorliegende Verbindung folgt:



$$k_{ser,t} = \frac{780 \cdot 6^{0,2}}{\left((25 \cdot \sqrt{2}) - 6 \right)^{0,4} + \left(90 - 25 \cdot \sqrt{2} \right)^{0,4}} \cdot \cos 45^2 \cdot \frac{2}{0,1}$$

$$k_{ser,t} = 12,1 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$$

Abbildung 6.80: Ausschnitt Verbindungsstelle mit Vollgewindeschrauben

Die Steifigkeit für Scherbeanspruchungen der Vollgewindeschrauben folgen nach [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] gemäß Gleichung (6.28) zu:

$$k_{ser,c,xy} = \frac{\sqrt{\rho_{mean,LVL} \cdot \rho_{mean,CLT}}^{1,5} \cdot \frac{d}{23} \cdot n_P}{e \cdot n_R} \quad (6.28)$$

$\rho_{mean,LVL}$	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$	Mittelwert der Rohdichte Furnierschichtholz
$\rho_{mean,CLT}$	$\left[\frac{kg}{m^3} \right]$	Mittelwert der Rohdichte Brettsperrholz

Für die vorliegende Verbindung folgt unter Anwendung der vorgegebenen Materialkennwerte der Literatur:

$$k_{ser,c,xy} = \frac{\sqrt{530 \cdot 420}^{1,5} \cdot \frac{6}{23} \cdot \frac{2}{0,1}}{0,1} = 26,7 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$$

Die Tragfähigkeiten der Schrauben auf Ausziehen werden nach [ETA-11/0452 2016] ermittelt. Die Verbindungstragfähigkeit stellt das Minimum der Tragfähigkeit der Schraubenspitze im BSP (Gewindeauszug) und der Tragfähigkeit des Schraubenteils in den LVL-Laschen (Gewindeauszug oder Kopfdurchzug) dar. Die charakteristischen Tragfähigkeiten nach ETA je Schraube für Gewindeauszug und Kopfdurchzug sind in den Gleichungen (6.29) und (6.30) angegeben. Ein Stahlversagen in den Vollgewindeschrauben zeigte keiner der Versuche. Dieses Versagen wird daher nicht weiter betrachtet.

$$F_{ax,\alpha,Rk} = k_{ax} \cdot f_{ax,k} \cdot d \cdot l_{ef} \cdot \left(\frac{\rho_k}{350}\right)^{0,8} \quad (6.29)$$

k_{ax}	[-]	Faktor für Winkel zwischen Schraubenachse und Faserrichtung
$f_{ax,k}$	N/mm^2	charakteristische Ausziehparameter

$$F_{ax,\alpha,Rk} = f_{head,k} \cdot d_h^2 \cdot \left(\frac{\rho_k}{350}\right)^{0,8} \quad (6.30)$$

$f_{head,k}$	N/mm^2	charakteristischer Kopfdurchziehparameter
d_h	mm	Kopfdurchmesser

Die Tragfähigkeiten je Schraube in deren Achsrichtung für Verbindung 2 folgen zu:

$$F_{ax,45,Rk,CLT} = 1,0 \cdot 11,8 \cdot 6 \cdot (90 - 25 \cdot \sqrt{2}) \cdot \left(\frac{385}{350}\right)^{0,8} = 4175 \text{ N} \quad \text{char. Tragfähigkeit Gewinde im BSP}$$

$$F_{ax,45,Rk,LVL} = 1,0 \cdot 11,8 \cdot 6 \cdot (25 \cdot \sqrt{2} - 6) \cdot \left(\frac{480}{350}\right)^{0,8} = 2676 \text{ N} \quad \text{char. Tragfähigkeit Gewinde im LVL}$$

$$F_{ax,45,Rk,CLT} = 13,0 \cdot 11,7^2 \cdot \left(\frac{480}{350}\right)^{0,8} = 2291 \text{ N} \quad \text{Char. Tragfähigkeit Kopfdurchzug LVL}$$

Die Tragfähigkeiten je 1,0m Verbindungslänge in Richtung der BSP-Segmente unter Berücksichtigung der beidseitigen Anordnung der Vollgewindeschrauben resultieren entsprechend den nachfolgenden Berechnungen. Eine Reduzierung der wirksamen Schraubenanzahl erfolgt aufgrund der Verwendung von Holzwerkstoffen mit gesperrtem Aufbau nicht.

$$F_{ax,45,Rk,CLT,ges} = 4175 \cdot \frac{2}{\sqrt{2} \cdot 0,1} = 59,0 \cdot 10^3 \frac{N}{m} \quad \text{char. Tragfähigkeit Gewinde im BSP je 1,0m in Richtung des BSPs}$$

$$F_{ax,45,Rk,LVL,ges} = 2676 \cdot \frac{2}{\sqrt{2} \cdot 0,1} = 37,8 \cdot 10^3 \frac{N}{m} \quad \text{char. Tragfähigkeit Gewinde im LVL je 1,0m in Richtung des BSPs}$$

$$F_{ax,45,Rk,CLT,ges} = 2291 \cdot \frac{2}{\sqrt{2} \cdot 0,1} = 32,4 \cdot 10^3 \frac{N}{m} \quad \text{Char. Tragfähigkeit Kopfdurchzug LVL je 1,0m in Richtung des BSPs}$$

Maßgebend ist die Tragfähigkeit auf Ausziehen des Gewindes im LVL mit 37,8 N/m. Im Vergleich zu den Versuchsergebnissen von Abbildung 6.46 beträgt der Wert nur ca. 40%. Eine Gegenüberstellung der Versuchsergebnisse zur etwas höheren Tragfähigkeit infolge Gewindeauszug aus dem BSP erreicht ca. 60%. Eine Ursache für die im Versuch gemessenen höheren Tragfähigkeiten könnte in der aktivierten Reibung zwischen Laschen und BSP liegen. Durch die Verwendung von Schrauben mit veränderlicher Gewindesteigung erfolgt ein Zusammenziehen der Bauteile, und die Reibung wird erhöht. Des Weiteren liegt in den Laschen eine höhere Tragfähigkeit vor als rechnerisch bestimmt. Dies verdeutlicht Abbildung 6.46. Von den drei dargestellten Schrauben versagen zwei durch Gewindeauszug aus dem Brettspertholz und nur eine aufgrund von Gewindeauszug gekoppelt mit Kopfdurchzug im LVL. Die Ursache könnte in einer höheren Rohdichte im LVL liegen oder in einem

erhöhten Durchzieh Widerstand aufgrund des gesperrten Aufbaus des Furnierschichtholzes. Der primäre Anteil der Last wird aufgrund der Steifigkeit über Achsialbeanspruchung der Vollgewindeschrauben abgetragen. Blaß und Sandhaas [2016] beschreiben in Anlehnung an die Untersuchungen von Ehlbeck und Ehrhardt [1995], dass zusätzlich ein Teil der Last über Abscheren abgetragen wird, dieser jedoch rechnerisch keine Berücksichtigung findet.

Unter Scheibenschub einwirkung sind die Vollgewindeschrauben rechtwinklig zur Beanspruchung angeordnet und werden folglich auf Abscheren beansprucht. Die Ermittlung der Tragfähigkeit erfolgt aufgrund der Lochleibungsfestigkeit und des Fließmoments der Schrauben. Nach [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] folgt die charakteristische Tragfähigkeit entsprechend Gleichung (6.31) mit dem Fließmoment und der Lochleibungsfestigkeit (Gleichung (6.32)) nach [ETA-11/0452 2016].

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} \quad (6.31)$$

$M_{y,Rk}$ Nmm charakteristisches Fließmoment der Vollgewindeschraube

Der Winkel zwischen Schraubenachse und Faserrichtung wird aufgrund des gekreuzten Aufbaus und der rechtwinklig wirkenden Last zu null gesetzt.

$$f_{h,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3} \quad (6.32)$$

Die Tragfähigkeit je Schraube auf Abscheren folgt für die konkrete Verbindung 2 zu:

$$f_{h,1,k} = 0,082 \cdot 480 \cdot 6^{-0,3} = 23,0 \frac{N}{mm^2} \quad \text{char. Lochleibungsfestigkeit LVL}$$

$$f_{h,2,k} = 0,082 \cdot 385 \cdot 6^{-0,3} = 18,4 \frac{N}{mm^2} \quad \text{char. Lochleibungsfestigkeit BSP}$$

$$F_{v,Rk} = \sqrt{2 \cdot 9500 \cdot 23,0 \cdot 6} = 1619 N \quad \text{char. Tragfähigkeit je Scherfuge}$$

Durch die Berücksichtigung des Seileffekts kann die Tragfähigkeit je Vollgewindeschraube nach [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] rechnerisch um maximal $F_{v,Rk}$ oder $0,25 \cdot F_{ax,Rk}$ erhöht werden. Hierdurch folgt die Tragfähigkeit je 1,0m Verbindungslänge mit der zuvor ermittelten Tragfähigkeit der Schrauben in Achsrichtung zu:

$$f_{v,Rk,ges} = \frac{(1619 + \min(1619; 0,25 \cdot 2676)) \cdot 2}{0,1} = 45,8 \cdot 10^3 \frac{N}{m} \quad \text{char. Tragfähigkeit je 1,0m}$$

Die rechnerische Tragfähigkeit beträgt ca. 50% von der mittels Versuchen, bei einer Grenzverformung von $u_{xy} = u_{yx} = 15mm$, gemessenen. Ca. 25% der Abweichung resultieren aus dem Ansatz der im Vergleich zu den Versuchen geringeren Ausziehfähigkeit der Verbindungsmittel. Die verbleibenden Abweichungen sind vermutlich, ähnlich wie bei den vorherigen Gegenüberstellungen, den höheren Rohdichten im LVL, dem gesperrten Aufbau und der vorhandenen Reibung infolge der Verformungen der Schrauben (Seileffekt) geschuldet.

6.7 Zusammenfassung und Fazit

Gegenstand des Kapitels ist die Untersuchung von drei konkreten Aufbauten für die Verbindung von Segmentchalen. Die geometrischen Parameter werden für die unterschiedlichen Aufbauten nicht verändert. Für jede Verbindung werden die Eigenschaften bei Zug-, Scheibenschub-, Biege- und Plattenschubbeanspruchung betrachtet. Die Betrachtung erfolgt am x- und y-Schnittufer, wobei Plattenschubversuche eine Ausnahme darstellen. Sie werden nur für das x-Schnittufer untersucht. Für alle Verbindungen werden die charakteristischen Tragfähigkeiten und die Steifigkeiten ermittelt. Die Ermittlung der Steifigkeiten erfolgt linear und nichtlinear unter Ansatz eines Polygonzugs.

Verbindung 1 ist eine reine Holzverbindung mit einer Fremdfeder aus Furnierschichtholz mit Querlagen und Eichennägeln als stiftförmige Verbindungsmittel. Von den drei geprüften Verbindungsarten ist Verbindung 1 die Verbindung mit der geringsten Tragfähigkeit und Steifigkeit. Für Zug-, Scheiben- und Plattenschubbeanspruchung zeigt die Verbindung ein deutlich nichtlineares Verhalten mit ausgeprägten Plastifizierungen vor dem Erreichen der Bruchlast. Eindeutige Unterschiede des Tragverhaltens am x- und y-Schnittufer können nicht festgestellt werden. Die gemittelten Werte zeigen für Zug und Scheibenschub vergleichbare Last-Verformungs-Kurven. Als Versagensursache für diese Beanspruchungen stellt sich ein mehrteiliger Biegezugbruch im Verbindungsmittel und Lochleibung im angrenzenden BSP ein. Bei Biegung zeigt die Verbindung ein nahezu gelenkiges Verhalten. Die Last-Verformungs-Kurven verlaufen näherungsweise linear, wobei geringe Plastifizierungen bei steigender Last bemerkbar sind. Die Betrachtungen am x- und y-Schnittufer zeigen für ersteres etwas höhere Steifigkeiten. Die Ursache liegt in der Beanspruchung auf Druck im BSP (Holzpressung). Die äußere Decklage bedingt aufgrund des Steineranteils eine höhere Steifigkeit. Die Gesamtauswertung je Beanspruchungsart veranschaulicht, dass der Gesamtmittelwert je Prüfkörperaufbau mit Berücksichtigung der Standardabweichung die Orientierung des Brettsperrholzes an der Verbindung sowie die Eigenschaften der einzelnen Prüfkörper gut erfasst.

Verbindung 2 besteht aus außenliegenden Furnierschichtholzlaschen mit Querlagen und schrägen Vollgewindeschrauben. Die in Richtung der Zugbeanspruchung geneigten Schrauben zeigen ein äußerst steifes Tragverhalten. Die erzielbaren Plastifizierungen sind gering. Bei Scheibenschub werden die Verbindungsmittel auf Abscheren beansprucht. Die Verbindung verhält sich deutlich weicher und zeigt die größten Plastifizierungen aller Versuche. Die Orientierung des Brettsperrholzes hat für Zug und Scheibenschub keinen ersichtlichen Einfluss auf das Tragverhalten. Demgegenüber zeigt sich für Biegebeanspruchungen eine deutliche Abhängigkeit des Last-Verformungs-Verhaltens von der Orientierung des Brettsperrholzes. Aufgrund der Steineranteile der Decklagen am x-Schnittufer zeigt die Verbindung bei größeren Beanspruchungen eine Versteifung. Die Biegesteifigkeit liegt aufgrund der außenliegenden Laschen etwas über Verbindung 1. Die Plattenschubversuche besitzen etwas höhere Tragfähigkeit und eine vergleichbare Steifigkeit wie Verbindung 1. Eine gesamtstatistische Auswertung der Verbindungseigenschaften je Beanspruchungsart (Betrachtung unabhängig von der Orientierung des Brettsperrholzes) zeigt, dass unter Berücksichtigung der Standardabweichung die Last-Verformungs-Kurven der einzelnen Prüfkörper zufriedenstellend abgedeckt werden können.

Bei der visuellen Begutachtung der geprüften Versuchskörper von Verbindung 1 und 2 wird deutlich, dass bei allen Verbindungen das Verbindungsmittel mit bereichsweiser Lochleibung im Brettsperrholz das Versagen verursacht. Das Furnierschichtholz mit Faseranschnitt zur Erzeugung des Knickwinkels ist nicht maßgebend. Das Furnierschichtholz liegt für alle Prüfkörper mit zwei Querlagen (Orientierung in Richtung des Scheibenschubes) vor. Für die betrachteten Verbindungen mit Knickwinkel $\beta \leq 8,0^\circ$ sowie für das Vorliegen von zwei Querlagen im Furnierschichtholz wird folglich davon ausgegangen, dass die Tragfähigkeiten und Steifigkeiten der Verbindungen für die relevanten Knickwinkel der Platten näherungsweise gleich sind. Die Ergebnisse werden für die weiteren Betrachtungen verwendet. Für größere Knickwinkel sollten im Hinblick auf den Einfluss des Faseranschnitts gesonderte Betrachtungen angestellt werden. Das Versagen bei Plattenschubbeanspruchung erfolgt durch die Verbindungsmittel und das Holz auf Schub und Querzug. Aufgrund des Versagens ist von einem ähnlichen Tragverhalten am x- und y-Schnittufer auszugehen. Die Versuchswerte am x-Schnittufer werden daher analog für das y-Schnittufer angesetzt.

Der Vergleich der Zug- und Scheibenschubsteifigkeiten mit Angaben der Literatur ergibt, dass die versuchs-technisch ermittelten Steifigkeiten meist über den Vergleichswerten der Literatur liegen. Für Verbindung 1 mit Eichennägeln liegen die Steifigkeiten 30 bis 70 % über den Werten entsprechend einer Ermittlung nach den Regeln von Blaß et al. [1999]. Die Vergleichswerte stammen aus Versuchen an linienförmigen Holzbauteilen ohne Holzwerkstoffe. Eine Extrapolation der Verbindungsmitteldurchmesser von den Untersuchungen von Holzer [2015] liefert hingegen 15 bis 50 % höhere Werte. Da die jeweiligen Ausführungen kein Brettsperrholz oder Furnierschichtholz als zu verbindende Bauteile vorsehen, werden die Resultate als Vergleichswerte angesehen. Im Rahmen der Arbeit erfolgen daher die numerischen Tragwerksberechnungen ausschließlich mit den Ergebnissen der Kleinversuchsserien. Die Gegenüberstellung der charakteristischen Tragfähigkeiten der Zug- und Scheibenschubversuche von Verbindung 1 zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Berechnungsansätzen von Blaß et al. [1999]. Vergleiche für Verbindung 2 ergeben deutlichere Abweichungen. Besonders für die Zugsteifigkeit liegt in den Versuchen ein deutlich steiferes Verhalten im Vergleich zu den gegenübergestellten Angaben der Literatur vor. Colling [2016] erwähnt die bekannten Streuungen der Steifigkeiten von axial beanspruchten Vollgewindeschrauben. Bedingt durch die großen Abweichungen, wird die in Kapitel 8 beispielhaft durchgeführte Berechnung zu einer Segmentschale um die Steifigkeitswerte der vorgestellten Ansätze der Literatur ergänzt. Die charakteristischen Tragfähigkeiten, entsprechend der analytischen Ermittlung infolge der Angaben in der ETA sowie im Eurocode 5, ergeben in etwa 50% geringere Tragfähigkeiten als die Ergebnisse der statistischen Auswertung der Versuche.

Verbindung 3 mit pneumatisch eingetriebenen Buchennägeln zeigte ein steifes Verhalten mit hohen Bruchlasten und charakteristischen Tragfähigkeiten. Besonderheiten der Verbindung resultieren aufgrund des Durchtrennens der gesperrten Lagen für das Einbringen der Fremdfedern. Eine Auswirkung ist, dass besonders für Zugkräfte und Biegebeanspruchungen in Abhängigkeit von der Orientierung des angrenzenden Brettsperrholzes unterschiedliche Eigenschaften vorliegen. Die Eigenschaften können nicht sinnvoll in einer statistischen Gesamtsteifigkeit und Tragfähigkeit unabhängig von der Orientierung des angrenzenden Brettsperrholzes zusammengefasst werden. Bei Segmentschalen liegen zudem verschiedene Geometrien der Einzelsegmente mit unterschiedlichen Faserwinkeln an den Verbindungsstellen zu den Nachbarsegmenten vor. Dies bedeutet,

dass eine ständige Änderung der Orientierung der Längs- und/oder Querlagen mindestens an einem Schnittufer in Abhängigkeit von der Lage der Platte im Gesamttragwerk vorliegt. Ob und ab welchem Kraft-Faser-Winkel eine Berücksichtigung der Plattenorientierung erforderlich ist, muss gesondert untersucht werden.

Ein Nachteil infolge der Schlitze entsteht durch klimatische Einflüsse. Hierdurch hervorgerufene Holzfeuchteschwankungen bewirken deutliche Veränderungen der Verbindungseigenschaften. Da diese Eigenschaften am x- und y-Schnittufer jeweils nur an einem Prüfkörper untersucht werden konnten, ist eine statistische Auswertung nicht möglich. Anhand der Versuche sind erste Anzeichen erkennbar, dass sich die Eigenschaften am y-Schnittufer denen am x-Schnittufer annähern. Weitere Forschungsarbeiten zu dieser Art von Verbindung sind erforderlich. In diesem Zuge scheinen Anpassungen des geometrischen Aufbaus der Verbindung dahingehend sinnvoll, dass der gesperrte Aufbau von BSP auch im Bereich der Fremdfedern vorhanden ist. Eine Möglichkeit wäre die Herstellung mit weniger Fremdfedern und pneumatisch eingetriebenen Buchennägeln mit größerem Durchmesser. Zum Zeitpunkt der Prüfkörperherstellung war der maximal erhältliche Durchmesser $\varnothing = 3,7\text{mm}$. Zwischenzeitlich sind größere Durchmesser verfügbar. Aufgrund der geringen Prüfkörperanzahl im getrockneten Zustand ist eine gesicherte Aussage zum Tragverhalten nicht möglich. Die Verbindung mit pneumatisch eingetriebenen Buchennägeln wird im Rahmen der Arbeit nicht weiterverfolgt.

7 Verifizierung des Berechnungsmodells für die Verbindungssteifigkeiten

7.1 Verifizierung der Modellbildung anhand der Ergebnisse der Kleinversuche

Das Berechnungsmodell wird hinsichtlich der Implementierung der Verbindungseigenschaften überprüft. Entsprechend Abschnitt 6.6.1 werden die Verbindungseigenschaften als Federn im Modell abgebildet. Die Verifizierung erfolgt anhand der durchgeführten Kleinversuche unter Verwendung der Gesamtmittelwerte der jeweiligen Beanspruchungsarten. Mit den durch Versuche bestimmten Stützstellen der Polygonzüge werden die Arbeitslinien ermittelt. Abbildung 7.1 und Abbildung 7.2 zeigen repräsentativ die Federeigenschaften für die nach Abschnitt 6.6.1 gemittelten Last-Verformungs-Beziehungen für Verbindung 1 und 2. Analog zu der Versuchsauswertung werden beide Reihenelemente zu einer Feder zusammengefasst dargestellt. Als Erweiterung zu den Versuchen erfolgt die Eingabe der Federkennlinien für positive und negative Belastungen. Für Scheibenschub-, Plattenschub- und Biegebeanspruchung ist die Richtung der Beanspruchung aufgrund der Symmetrie der Verbindungen unerheblich. Die Steifigkeiten gelten für positive und negative Schnittgrößen. Für Zug- und Druckbeanspruchungen gilt dieser Ansatz nicht für jeden Fall. Zunächst werden die Drucksteifigkeiten jedoch für Verbindung 1 wie für Zugbeanspruchung angesetzt. Für Verbindung 2 ist dies nicht möglich, da durch die Orientierung der Schrauben für Druck und Zug ein unterschiedliches Trag- und Verformungsverhalten vorliegt. Für Zugbeanspruchungen werden die Schrauben aufgrund der Neigung in Achsrichtung beansprucht. Bei Druck erfahren die Schrauben eine Scherbeanspruchung im Bereich der Fugen. Das Steifigkeitsverhalten der Vollgewindeschrauben auf Zug in Achsrichtung übersteigt die tatsächlich vorhandene Steifigkeit bei Druck. Da keine Steifigkeitswerte zum Druckverhalten der Verbindung vorliegen, werden in Annäherung die Steifigkeitswerte der Scheibenschubversuche angesetzt, die einer ähnlichen Beanspruchung unterliegen.

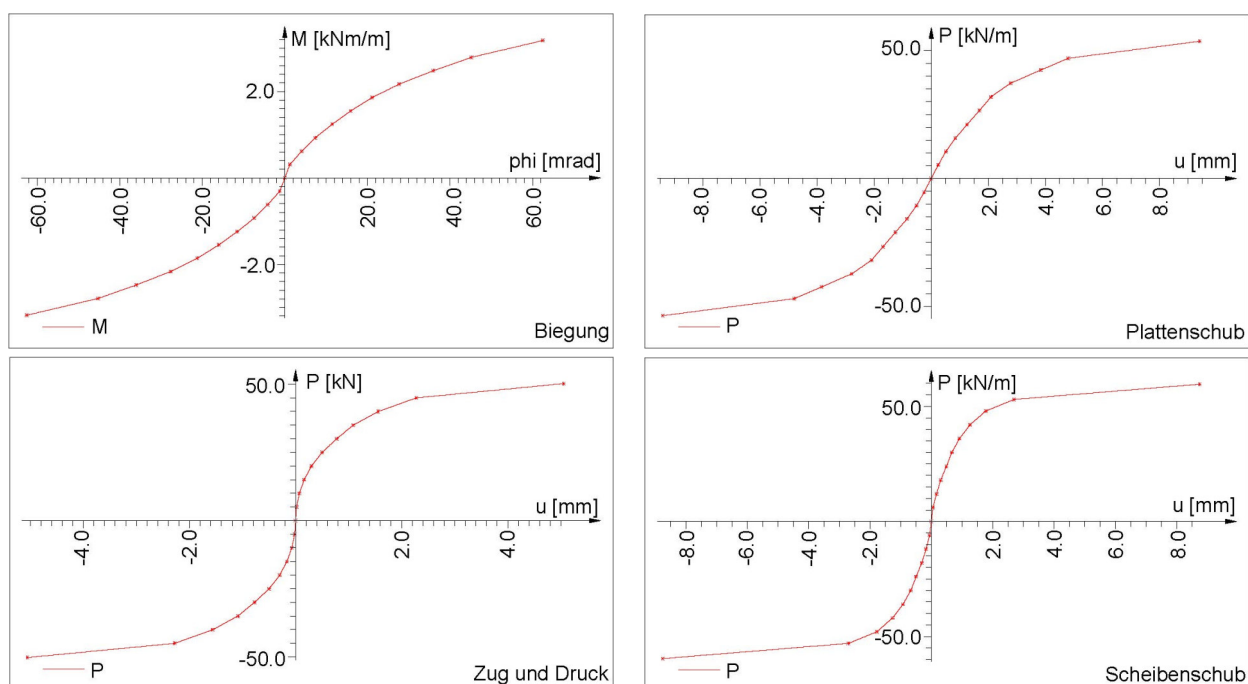


Abbildung 7.1: Nichtlineare Arbeitslinien der Federn für Verbindung 1 für die Berechnung mit FEM

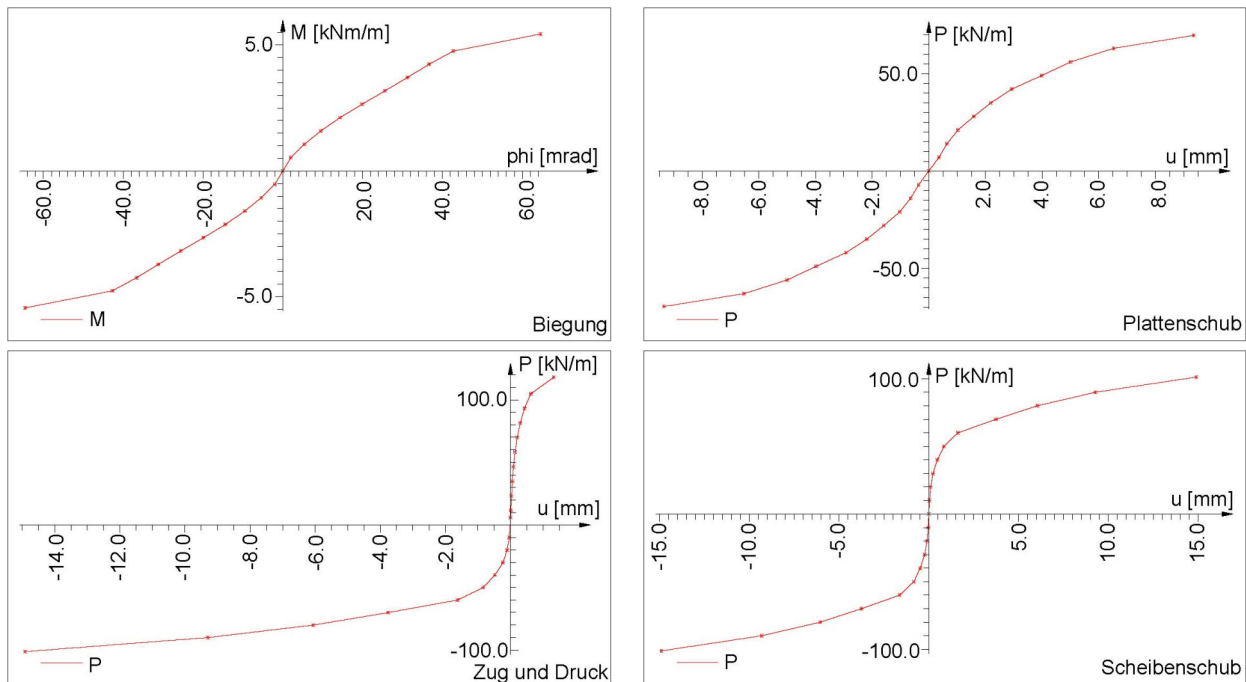


Abbildung 7.2: Nichtlineare Arbeitslinien der Federn für Verbindung 2 für die Berechnung mit FEM

Die gewählten Ansätze für die Berücksichtigung der Druckeigenschaften liegen auf der sicheren Seite. In Abhängigkeit von der Fuge in der Verbindung stoßen die Brettsperrholzplatten ab einer gewissen Stauchung direkt aneinander, und Pressung in Faserrichtung der Längslagen erhöht die Steifigkeit am Segmentstoß deutlich. Für die Verifizierung der Verbindungsmodellierung ist die Berücksichtigung der Druckeigenschaften irrelevant, da eine reine Zugbeanspruchung vorliegt. Der Effekt der Drucksteifigkeiten unter Berücksichtigung der Pressung in Faserrichtung wird anhand der Schalensegmentversuche in Abschnitt 7.2 betrachtet.

Die einzelnen Verbindungseigenschaften (Zug, Scheibenschub, Biegung und Plattenschub) werden je Verbindungskante für die Berechnungen in das Modell implementiert. Für die Brettsperrholzelemente werden im Modell die Steifigkeiten für fünflagiges Brettsperrholz entsprechend Abschnitt 4.2 angesetzt. Während für die Verbindungsmittel nur der Gesamtmittelwert der Verbindungseigenschaften angesetzt wird, erfolgte die Berechnung in einem ersten Schritt für eine Orientierung der Brettsperrholzplatten mit der Decklage in Längsrichtung (x-Schnittufer). In einem zweiten Schritt werden die Berechnungen mit einer um 90° gedrehten Decklagenrichtung durchgeführt (y-Schnittufer). Abbildung 7.3 zeigt die den Kleinversuchen entsprechenden Modelle. Die Grundmodelle für die Verifizierung des Berechnungsmodells der Verbindung 1 und 2 sind identisch. Sie unterscheiden sich lediglich in den hinterlegten Arbeitslinien für die Verbindungseigenschaften.

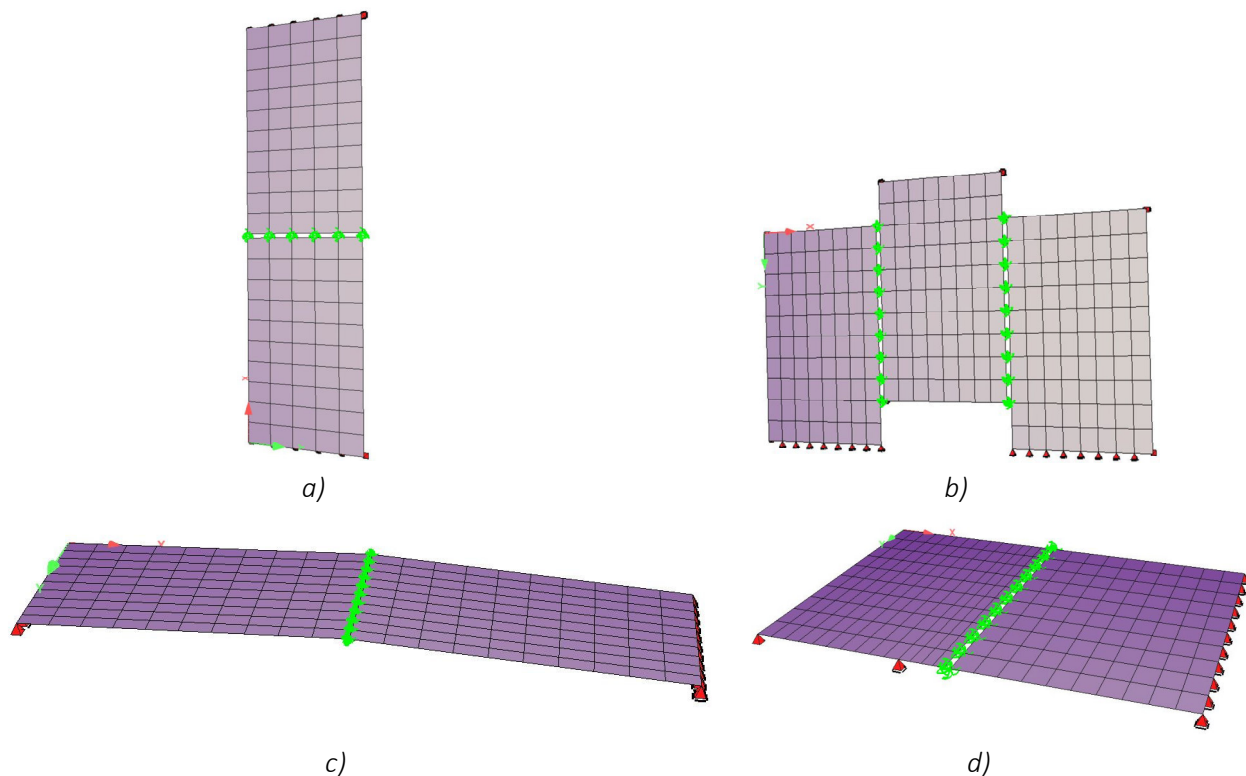


Abbildung 7.3: Modelle zu a) Zug-, b) Scheibenschub, c) Biege- und d) Plattenschub-Kleinversuchen

Die Auswertung erfolgt mittels einem Vergleich der Last-Verformungs-Kurven der FEM, gegenübergestellt mit den gemittelten Last-Verformungs-Kurven der Kleinversuche. Für die Beanspruchungen Zug und Scheibenschub wird bei der FEM-Berechnung die Verformungsdifferenz an zwei Punkten ermittelt, die dem Abstand der Wegaufnehmer in den Kleinversuchen entsprechen. Bei Biegung erfolgt der Vergleich mit dem aus der äußeren Kraft ermittelten Moment sowie der vorliegenden Rotation an der Verbindungsstelle. Für Plattenschub findet die Gegenüberstellung direkt mit der äußeren Last am Portal und der Verformung am Wegaufnehmer unter der Lasteinleitungsstelle (siehe Weg 3/4 in Abbildung 6.22 des Abschnitts 6.2.5) statt. Auf der linken Seite zeigen Abbildung 7.4 und Abbildung 7.5 die gemittelten Last-Verformungs-Kurven der Kleinversuche zusammen mit den Ergebnissen der FEM-Berechnung. Die Diagramme auf der rechten Seite zeigen die zugehörigen Abweichungen der Verformung bei Berechnung mit FEM, bezogen auf die Ergebnisse aus den Versuchen für jede Laststufe. F_{max} stellt die gemittelte Bruchlast und M_{max} das gemittelte Bruchmoment aus den Ergebnissen der Kleinversuche dar.

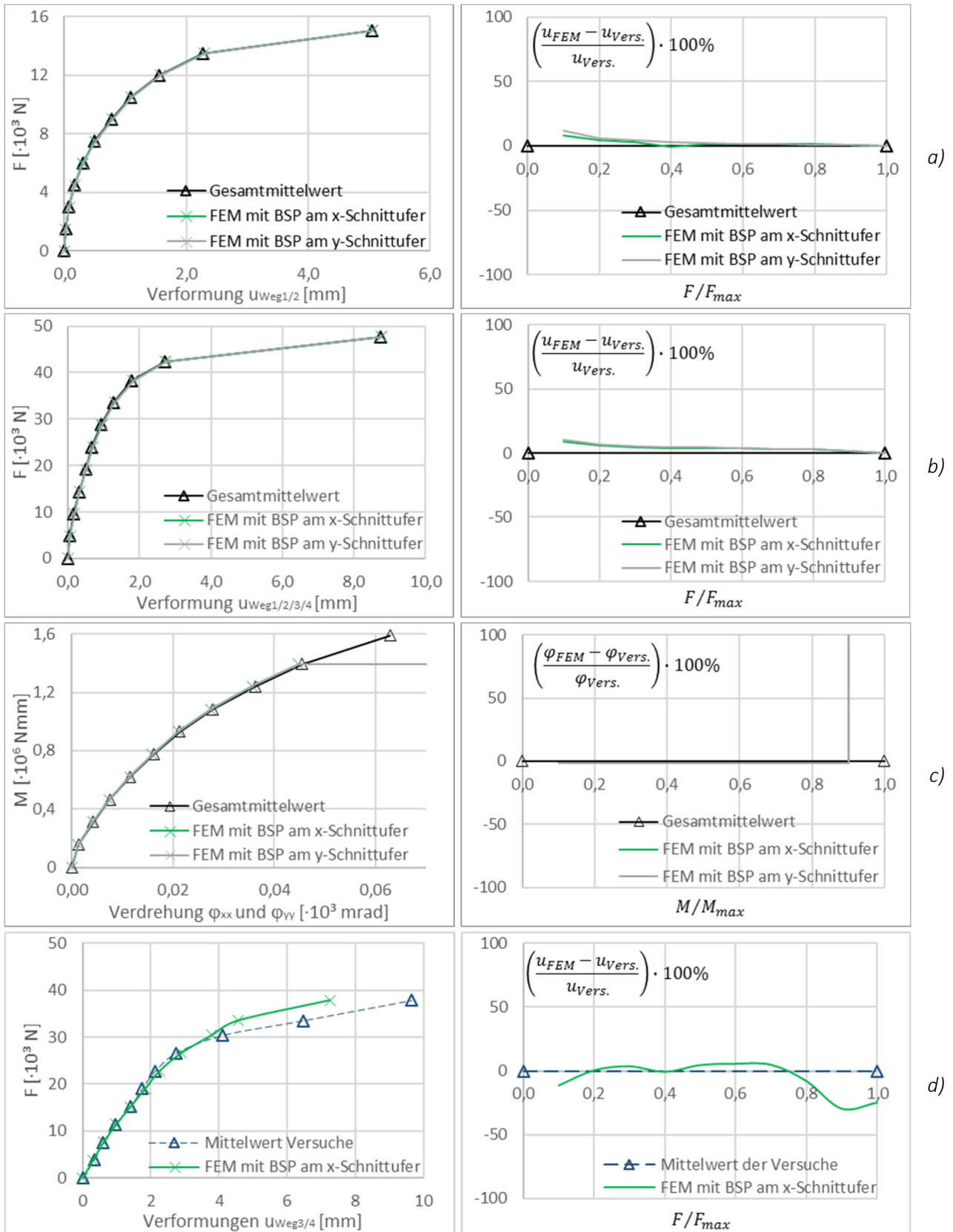


Abbildung 7.4: Gegenüberstellung der gemittelten Last-Verformungs-Kurven der Kleinversuche von Verbindung 1 mit der FEM für a) Zug-, b) Scheibenschub-, c) Biege- und d) Plattenschubbeanspruchung

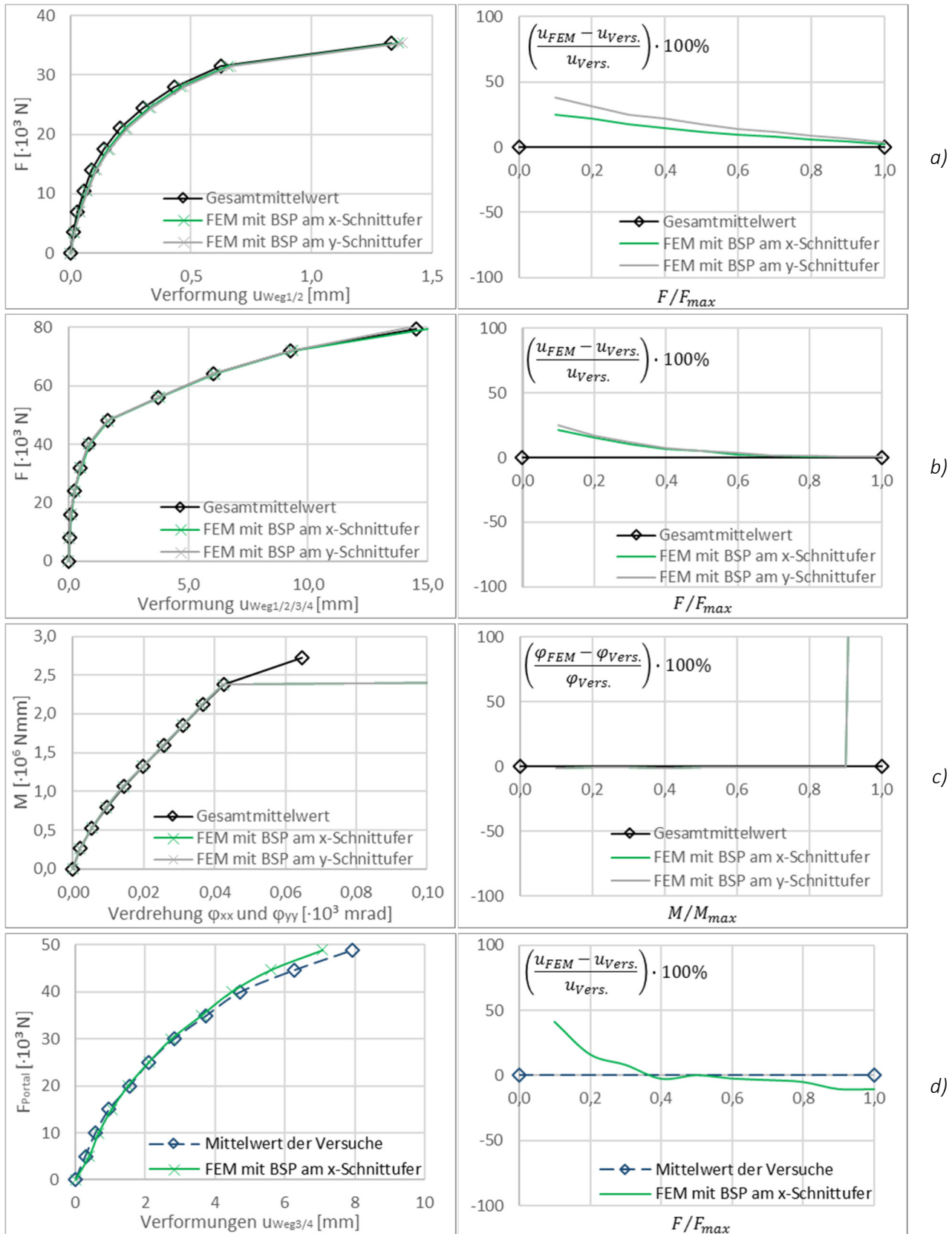


Abbildung 7.5: Gegenüberstellung der gemittelten Last-Verformungs-Kurven der Kleinversuche von Verbindung 2 mit der FEM für a) Zug-, b) Scheibenschub-, c) Biege- und d) Plattenschubbeanspruchung

Die Ausführungen von Abbildung 7.4 und Abbildung 7.5 für Verbindung 1 und 2 zeigen eine gute Korrelation der Last-Verformungs-Kurven von Berechnung mittels FEM mit den Ergebnissen der Kleinversuche. Die detaillierte Betrachtung der bezogenen Verformung zeigt besonders bei geringen Einwirkungen und Verformungen größere Abweichungen. Ein Grund liegt in den geringen Verformungen im Anfangsbereich, weshalb sich kleine Abweichungen prozentual stärker bemerkbar machen.

Eine weitere Ursache bei den Zug- und Scheibenschubversuchen liegt im Abstand der Messpunkte von der direkten Stoßstelle der Brettsperrholzplatten bei den Versuchen (Anordnung der Messpunkte außerhalb des Verbindungsbereichs), gekoppelt mit der Modellbildung, in welcher die Federn nur in einem sehr kurzen Bereich wirksam sind (siehe Abbildung 7.3). Im Berechnungsmodell ergeben sich größere Verformungen, da die Nachgiebigkeiten des Brettsperrholzes zwischen den Messpunkten die Verformung zusätzlich zu den Federn vergrößern. Die Steifigkeit wird geringer. Mit zunehmender Last verringert sich dieser Effekt, da die Steifigkeit der Verbindung abnimmt und die Verformung maßgeblich beeinflusst. Auf Zug korreliert die weichere Verbindung 1 schneller. Bei dieser Verbindung ist der Einfluss der unterschiedlichen Dehnsteifigkeiten (Beanspruchung am x- oder y-Schnittufer) der angrenzenden Brettsperrholzplatten kaum vorhanden. Bereits ab $F = 0,4 \cdot F_{max}$ liegt kein Unterschied zwischen dem Berechnungsmodell und der idealisierten Last-Verformungs-Kurve der Versuche vor. Verbindung 2 ist im Anfangsbereich deutlich steifer. Aufgrund dessen ist eine größere Abweichung zwischen den Ausrichtungen der angrenzenden Brettsperrholzplatten vorhanden. Gleichzeitig korrelieren die FEM-Berechnungen langsamer mit den Versuchswerten. Bei $F = 0,4 \cdot F_{max}$ ist die Verformung am y-Schnittufer ca. 20% und am x-Schnittufer ca. 15% größer als die Verformungen aufgrund der Versuchsauswertung. Die Scheibenschubversuche zeigen beide eine gute Korrelation. Die Abweichung der Verformungen bei $F = 0,4 \cdot F_{max}$ beträgt max. ca. 7%. Bei zunehmender Laststeigerung stimmen die Ergebnisse überein. Die Abweichungen zwischen FEM und Versuchsauswertung sind auch auf einen gewissen Einfluss der BSP-Elemente zurückzuführen, die aufgrund der Messmethode bereichsweise mit in die Verformungsmessung einfließen. Deren Steifigkeiten wird nach Abschnitt 4.2 auf Grundlage von normativen Werten unveränderlich angesetzt und im Rahmen der Arbeit nicht gesondert bestimmt.

Die Betrachtung der Drehsteifigkeit zeigt eine gute Übereinstimmung der FEM-Berechnung mit den Versuchsergebnissen. Zwischen $F = 0,9 \cdot F_{max}$ und $F = 1,0 \cdot F_{max}$ zeigt die Berechnung mit FEM Stabilitätsprobleme. Die Orientierung der angrenzenden Brettsperrholzplatten hat keinen Einfluss auf die Verformung direkt an der Kopplungsstelle der Platten. Bei der Überprüfung des Modells der Plattensteifigkeiten fällt bei der Betrachtung der bezogenen Verformungen auf, dass diese im Gegensatz zu den anderen Beanspruchungen keine eindeutige Tendenz (steifer, weniger steif) aufzeigen. Die Ursache liegt in der iterativen Bestimmung der Verbindungseigenschaften (siehe Erläuterungen in Abschnitt 6.2.5). Für die iterative Berechnung der Steifigkeiten der Verbindung bei Plattenschubbeanspruchungen fließen zum einen die Biegeeigenschaften der Verbindung mit ein. Zum anderen ist eine Vorabschätzung der Plattenschubeigenschaften erforderlich. Die Abschätzung erfolgt im Rahmen der Arbeit linear. Die beiden Faktoren ergeben bei Verbindung 1 ein steiferes Verhalten im Modell bei sehr hohen Lasten. Für eine Bemessung ist dieser Bereich uninteressant. Bei Verbindung 2 wird deshalb die Anfangssteifigkeit unterschätzt. Im Bereich zwischen $F = 0,4 \cdot F_{max}$ und $F = 0,8 \cdot F_{max}$ zeigen beide FEM-Berechnungen eine gute Übereinstimmung.

7.2 Vergleich der Modellbildung mit dem Ausschnitt einer Segmentschale

Je Verbindung von Kapitel 6 wird ein Ausschnitt mit vier Einzelsegmenten gefertigt und geprüft. Der Ausschnitt der Gesamtschale ist in Abbildung 7.6 gezeigt.

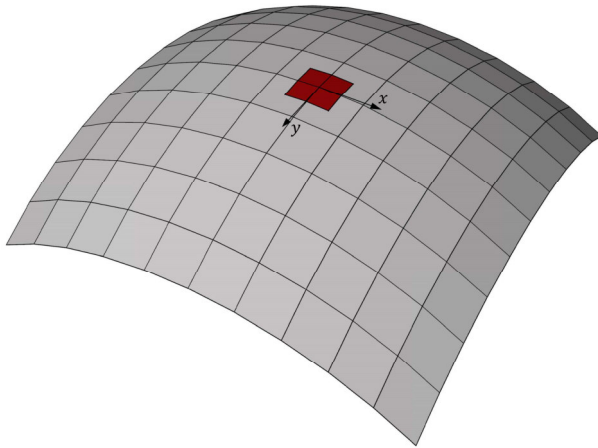
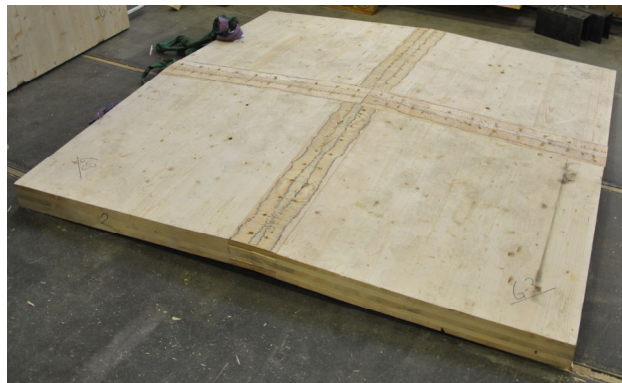


Abbildung 7.6: Ausschnitt der Segmentschale für Versuch

Abbildung 7.7 zeigt die entsprechend dem selektierten Ausschnitt gefertigten Prüfkörper für Verbindung 1 und 2. Die Abmessungen der Prüfkörper für die verschiedenen Verbindungen sind identisch. Die Verbindungsaufbauten entsprechen den Ausführungen der Kleinversuche.



a)



b)

Abbildung 7.7: Prüfkörper für a) Verbindung 1 und b) Verbindung 2 nach der Herstellung

Einen Prüfkörper im Portal mit Messeinrichtung zeigt Abbildung 7.8. Die Richtung der Decklage des Brettsperrholzes aller Segmente entspricht analog zu den bisherigen Untersuchungen der globalen x-Richtung. Ziel der Belastung ist eine gleichmäßige Flächenlast. Im Rahmen der Versuchsdurchführung gestaltet sich dies als schwierig. Probleme stellen sowohl die gleichmäßige Verteilung der Belastung wie die Durchführung von Verformungsmessungen, gekoppelt mit der visuellen Überprüfung dar. Aus diesen Gründen erfolgt die Lasteinleitung aus dem Portal entlang der radial zum Mittelpunkt verlaufenden Segmentdiagonalen. Die Belastung des Systems wird bis zu einer Maximallast von $F = 150 \cdot 10^3 N$ aufgebracht und durch Stahlträger gleichmäßig in

die Segmente aufgeteilt. Die Lagerung des Systems erfolgt kontinuierlich entlang der Ränder in vertikaler und horizontaler Richtung.



Abbildung 7.8: Prüfkörper Schalensegmentversuche im Portal

Das vorliegende Gesamtsystem aus vier Segmenten und der Belastung ist doppelsymmetrisch. Die Messung der Verformungen wird daher in vertikaler Richtung nur innerhalb eines Segments an diskreten Punkten entlang der Segmentränder durchgeführt. Zusätzlich erfolgt die Messung der horizontalen Relativverschiebung an den Verbindungsstellen entlang der äußeren Ränder sowie einmal in Stoßmitte. Für die Kontrolle der Nachgiebigkeit der horizontalen Auflagerung werden die Verschiebungen in beiden Richtungen gemessen. Die Messpunkte der Wegaufnehmer und die geometrischen Abmessungen des Ausschnitts der Segmentschale sind in Abbildung 7.9 dargestellt.

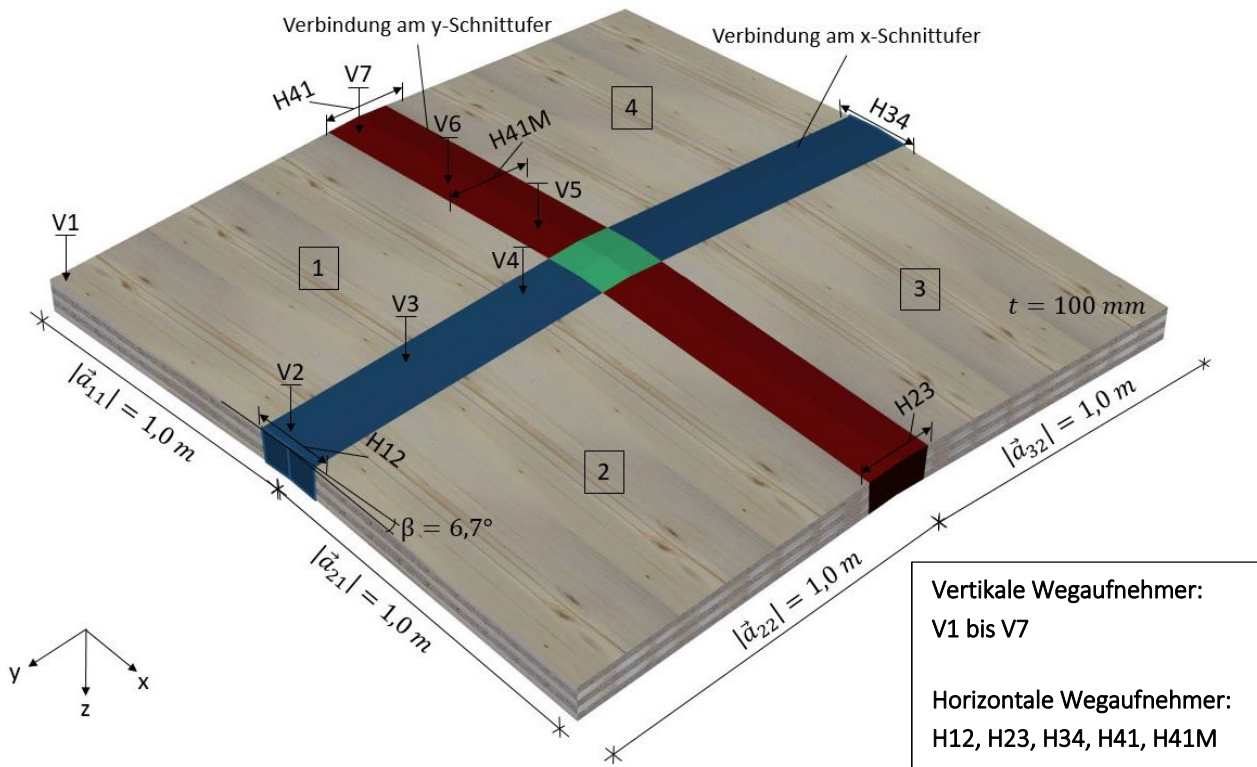


Abbildung 7.9: Abmessungen und Messpunkte für Schalensegmentversuche

Entsprechend den Prüfkörpern wird ein Modell zum Versuch erstellt (Abbildung 7.10). Das Brettspertholz wird wieder mit der Steifigkeitsmatrix entsprechend der Ermittlung von Abschnitt 4.2 berücksichtigt. Für die Verbindungen werden die nichtlinearen Gesamtmittelwerte der Steifigkeiten nach Abbildung 6.78 (Verbindung 1) und Abbildung 6.79 (Verbindung 2) angesetzt. Eine Unterscheidung der Steifigkeiten in x- und y-Richtung findet nicht statt.

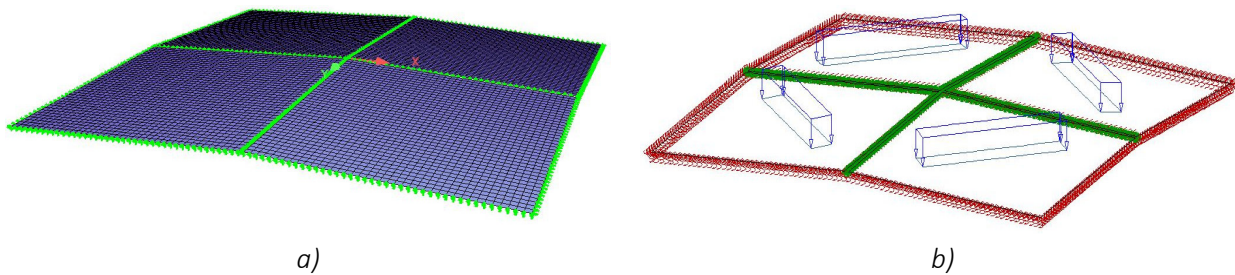


Abbildung 7.10: Modell FEM vom Schalensegmentversuch mit a) Vernetzung und b) Belastung

Zusätzlich wird der Effekt der direkten Kraftweiterleitung durch Holzpressung bei Druckbeanspruchung untersucht. Hierfür werden die Arbeitslinien für Zug und Druck von Abbildung 7.1 für Druckbeanspruchung näherungsweise unter Berücksichtigung der Dehnsteifigkeiten der Längslagen des verwendeten Brettspertholzes sowie der Federlänge angepasst. Die Steifigkeit für Druckbeanspruchung folgt zu:

$$k_{x,c} = \frac{E_{0,mean} \cdot \sum d_x}{b_x} \quad (7.1)$$

$$k_{y,c} = \frac{E_{0,mean} \cdot \sum d_y}{b_y} \quad (7.2)$$

$k_{x,c}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Federsteifigkeit infolge Kontaktpressung bei Druck am x-Schnittufer
$k_{y,c}$	$\left[\frac{N}{mm^2} \right]$	Federsteifigkeit infolge Kontaktpressung bei Druck am y-Schnittufer
d_x	$[mm]$	Dicke der Längslagen am x-Schnittufer
d_y	$[mm]$	Dicke der Längslagen am y-Schnittufer
b_x	$[mm]$	Federlänge am x-Schnittufer
b_y	$[mm]$	Federlänge am y-Schnittufer

Für eine einfachere rechnerische Handhabung werden gleiche Arbeitslinien an allen Plattenrändern für die Drucksteifigkeit bei Holzpressung angesetzt. Verwendet wird der Mittelwert beider Drucksteifigkeiten. Begründet wird der Ansatz durch die großen Druckfedersteifigkeiten im Modell. Diese folgen aufgrund der hohen Dehnsteifigkeiten von BSP im Vergleich zu den Verbindungssteifigkeiten sowie durch den Ansatz kurzer Federn, mit $b_x = b_y = 10 \text{ mm}$, zur möglichst genauen Abbildung der Knickstelle. Der Bereich der Fremdfedern wird nicht für die Übertragung der Druckbeanspruchungen berücksichtigt. Die für den Ansatz einer vollen Kontaktpressung resultierenden Arbeitslinien für Zug und Druck mit den Zugsteifigkeiten entsprechend Abbildung 7.1 für Verbindung 1 und Abbildung 7.2 für Verbindung 2 und der Drucksteifigkeit gemäß dem Mittelwert der Gleichungen (7.1) und (7.2) sind nachfolgender Abbildung 7.10 zu entnehmen.

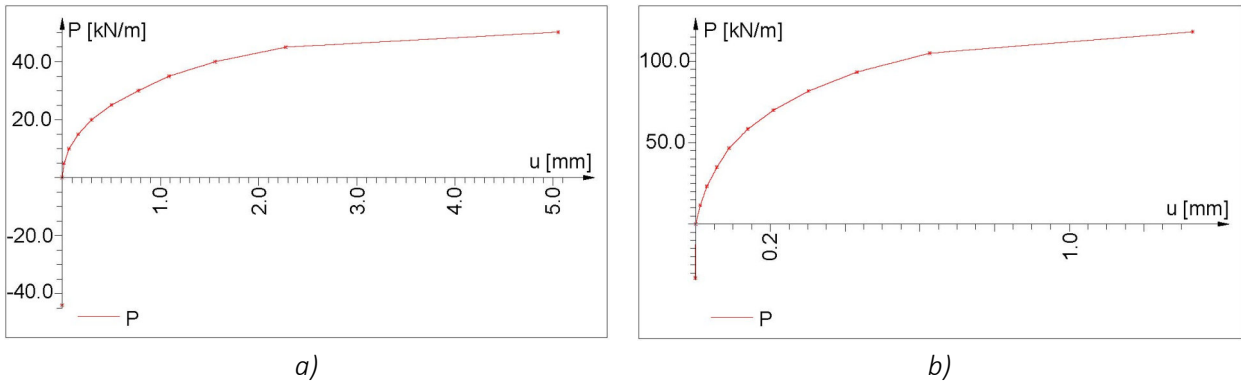


Abbildung 7.11: Arbeitslinien Federn für Zug und Druck mit Kontaktpressung für a) Verbindung 1 und b) Verbindung 2

Die Auswertung findet für die Messpunkte in der Mitte (V3 bis V6; H41M) statt. Die Messungen der Wegaufnehmer entlang des Randes dienen der Kalibrierung und Kontrolle der Auflagerbedingungen des Modells. Abbildung 7.12 und Abbildung 7.13 zeigen die Last-Verformungs-Kurven für Verbindung 1 und Verbindung 2 an den diskreten Messpunkten. Dargestellt sind die Versuchsdaten sowie die anhand der FEM ermittelten Ergebnisse für die unterschiedlichen Ansätze der Drucksteifigkeiten der Verbindungen. Die Kraft F stellt die Gesamtlast des Portals auf den Segmentschalenausschnitt dar.

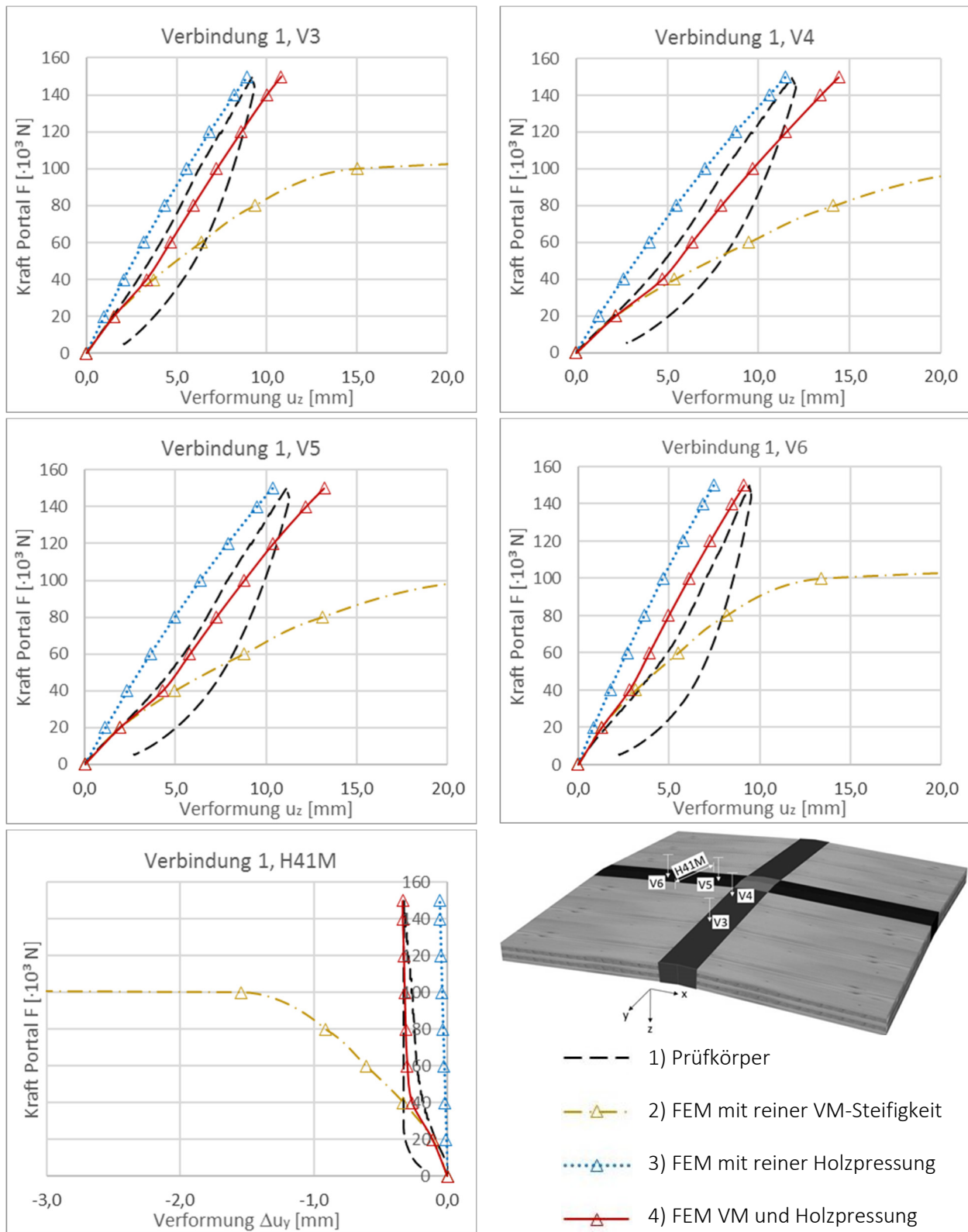
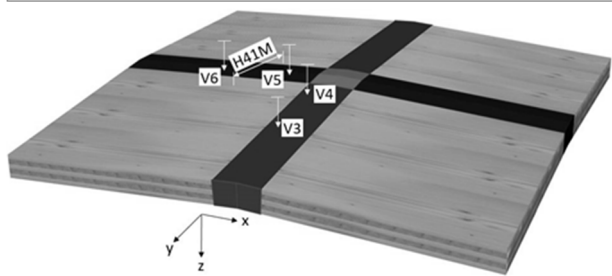
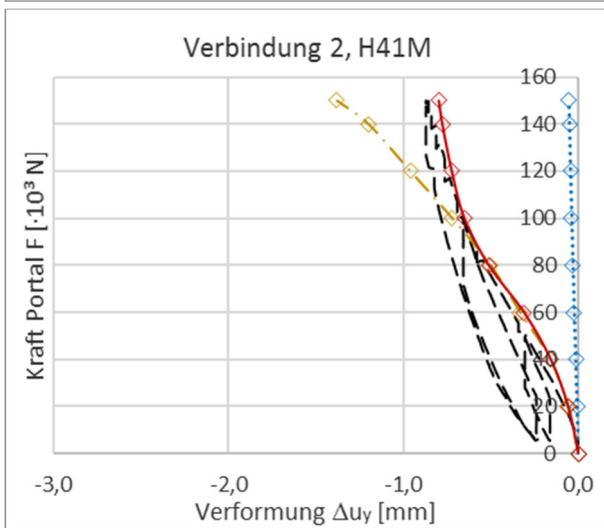
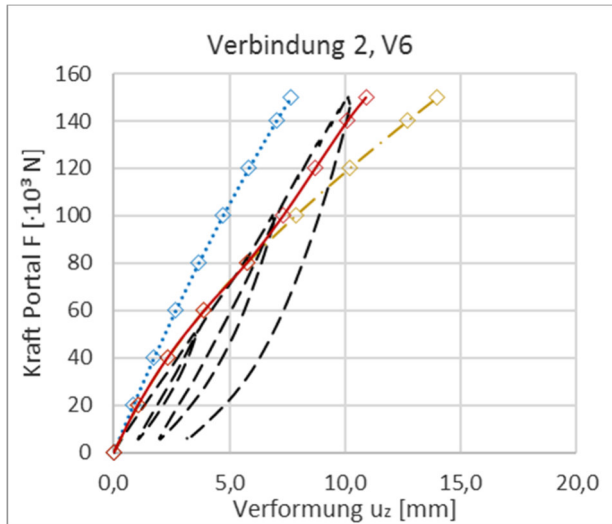
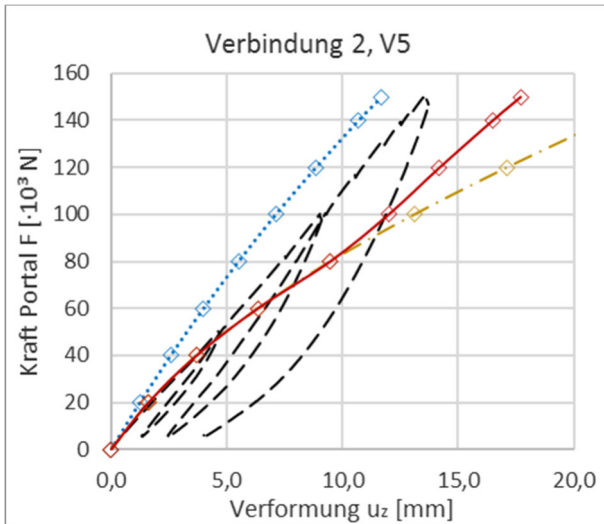
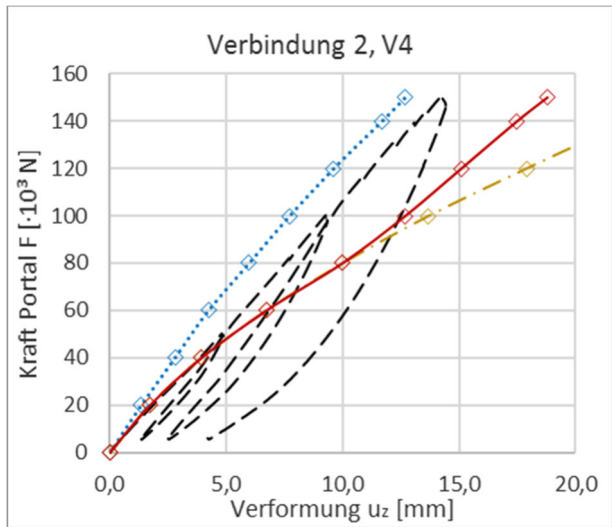
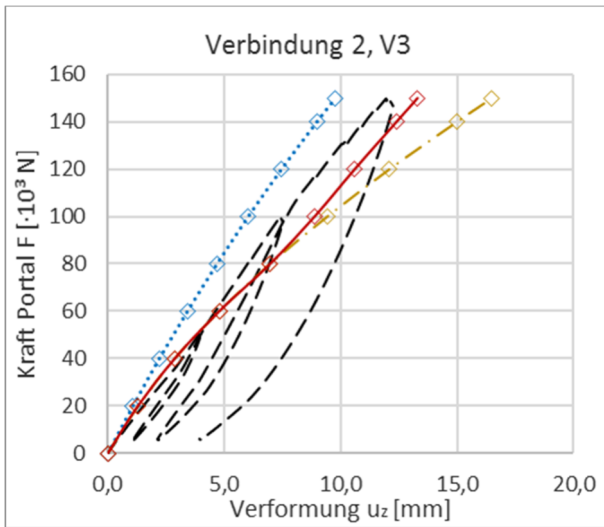


Abbildung 7.12: Last-Verformungs-Verhalten Versuch / FEM für Schalensegmente - Verbindung 1

Die entsprechenden Last-Verformungs-Kurven der diskreten Punkte für Verbindung 2 (außenliegende Laschen mit Vollgewindeschrauben) sind in Abbildung 7.13 dargestellt.



- 1) Prüfkörper
- △— 2) FEM mit reiner VM-Steifigkeit
- ...△... 3) FEM mit reiner Holzpressung
- △— 4) FEM VM und Holzpressung

Abbildung 7.13: Last-Verformungs-Verhalten Versuch / FEM für Schalensegmente - Verbindung 2

Die Graphen zeigen, dass für geringe Einwirkungen die gemessenen Verformungen gut durch die angesetzten nichtlinearen Arbeitslinien der Federn abgebildet werden. Bei steigender Einwirkung wird das Berechnungsmodell aufgrund der abfallenden Drucksteifigkeit der Verbindung weicher und unterschätzt das tatsächliche Tragverhalten. Die Ursache liegt in der Modellierung der Druckbeanspruchung mit Verbindungsmittelsteifigkeiten. Durch die Einwirkung folgen Stauchungen, bis die aneinandergrenzenden Schmalflächen des Brettsperrholzes zusammenstoßen. Die Berechnung unter Berücksichtigung der vollen Kontaktpressung im Brettsperrholz bei Druck mit den Arbeitslinien von Abbildung 7.11 zeigt für höhere Laststufen eine gute Annäherung der Steifigkeit (blaue Kurven in Abbildung 7.12 und Abbildung 7.13). Für die Berücksichtigung der erforderlichen Stauchung in der Verbindung bis zur Aktivierung der Kontaktpressung wird eine Berechnung mit Überlagerung der Drucksteifigkeiten durchgeführt. Die zugehörigen Arbeitslinien der Federn zeigt Abbildung 7.14.

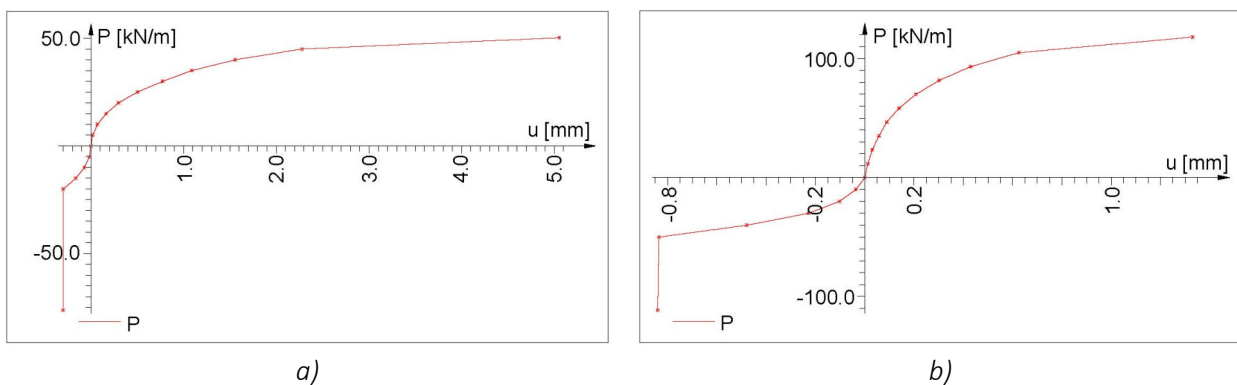


Abbildung 7.14: Arbeitslinien Federn für Druck mit Verbindungsmittelsteifigkeit und Kontaktpressung für a) Verbindung 1 und b) Verbindung 2

Das sich unter Anwendung der kombinierten Arbeitslinien für Zug und Druck nach Abbildung 7.14 einstellende Last-Verformungs-Verhalten ist in den Abbildung 7.12 und Abbildung 7.13 (rote Kurven) dargestellt. Die relative Verformung $H41M$ am Segmentstoß zeigt für den Ansatz eine gute Übereinstimmung der FEM mit den Versuchsergebnissen für beide Verbindungen im gesamten Lastbereich. Für die vertikalen Verformungen an den Messpunkten (V3 bis V6) wird das Modell im Vergleich zu den Versuchswerten zunehmend weicher. Der Grund hierfür liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit im Ansatz der Biegesteifigkeiten. In der Berechnung werden die Biegesteifigkeiten entsprechend den Versuchsergebnissen der Biegeversuche angesetzt. Im Prüfkörper ist in Bereichen der Stauchung der Verbindung mit vorliegender Holzpressung davon auszugehen, dass die Biegesteifigkeit aufgrund der wirkenden Druckspannungen zunimmt. Die Kontaktfläche zwischen den Segmenten ist überdrückt und zeigt hierdurch eine höhere Steifigkeit, bis die Zugspannungen aus Biegung die Druckspannungen überschreiten und die Verbindung weich wird. Ein Anstieg der Biegesteifigkeit durch Kontaktpressung der Brettsperrhölzer versteift das System. Eine Erhöhung der Biegesteifigkeiten wird für die Verbindungen nicht berücksichtigt. Die Lastabtragung erfolgt im Falle erhöhter Biegesteifigkeiten primär über Holzpressung und erfordert daher für den Nachweis der Verbindungen keine Berücksichtigung als relevanten Lastfall. Abweichungen resultieren außerdem aus Ungenauigkeiten bei der Versuchsdurchführung (Nachgiebigkeiten der Auflagerkonstruktionen sowie Schlupf) und Modellungenauigkeiten infolge der Berücksichtigung der Auflagersituation. Deren Eigenschaften werden über lineare Ansätze der Auflagersteifigkeiten auf Basis von Verformungsmessungen an diskreten Punkten modelliert.

Der Übergang zwischen der Wirkung der Verbindungsmittel und dem Vorliegen von Kontaktpressung hängt von der Ausführungsgenauigkeit der Verbindungen bei der Herstellung der Segmentschale ab. Für die Herstellung einer Segmentschale sind Maßgenauigkeiten beim Zuschnitt der Segmente sowie die exakte Fügung entscheidend. Durch die Vielzahl an Segmenten können sich bereits kleine Ungenauigkeiten im Einzelsegment zu großen Gesamtabweichungen aufsummieren. Aufgrund der geforderten Herstellungsgenauigkeit kann davon ausgegangen werden, dass die betrachteten Verbindungen von Segmentschalen bei Druckbeanspruchungen die bemessungsrelevanten Lasten über Kontaktpressung abtragen. Durch die Formstabilität von Brettsperholz und Furnierschichtholz aufgrund des Aufbaus mit gekreuzten Lagen ist von keinen relevanten Formänderungen im Bereich der Verbindungen beim Übergang zum Nachbarsegment auszugehen.

7.3 Fazit

Zusammenfassend zeigen die Berechnungen mittels FEM eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Kleinversuche in dem für die Bemessung relevanten Bereich. Alle betrachteten Last-Verformungs-Kurven der FEM nähern die zugrundeliegenden Referenzwerte (Gesamtmittelwert) an und liegen innerhalb des Bereichs der Standardabweichung. Für die Untersuchungen der Ausschnitte der Segmentschalen liegt ebenfalls eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen vor. Die Auswertung zeigt, dass in Abhängigkeit der Herstellungsgenauigkeit ab einer gewissen Stauchung Kontaktpressung zwischen den Segmenten vorliegt und die Drucksteifigkeit deutlich ansteigt. In beiden Versuchen liegt Holzpressung bei Stauchungen in der Verbindung $\Delta u_y < 1,0 \text{ mm}$ vor. Die Stauchung, ab welcher die Holzpressung aktiviert wird, hängt von der Genauigkeit der Herstellung ab. Die Herstellung der Versuchskörper erfolgte mittels händischem Abbund. Für Einzelsegmente, hergestellt mit CNC-Abbund, ist von einer höheren Genauigkeit auszugehen. Mit der aus Gründen der Herstellung geforderten geometrisch passgenauen Fügung ist von einer Aktivierung der Holzpressung vor dem Eintreten eines Versagens auszugehen.

Die in die FEM implementierten Daten bilden die Grundlage der weiteren Betrachtungen an einer beispielhaften, aus ebenen Brettsperholzplatten segmentierten Translationsschale aus Kreissegmenten. Hinsichtlich des Ansatzes für die Verbindungseigenschaften werden die verschiedenen Varianten der Kraft-Verformungs-Beziehung entsprechend Abschnitt 6.6 untersucht und deren Einfluss auf das Tragverhalten bewertet. Aufgrund der Betrachtungen an den Ausschnitten der Segmentschalen wird davon ausgegangen, dass keine gegenseitige Beeinflussung der Steifigkeiten aufgrund der Interaktion der verschiedenen Beanspruchungen in den Verbindungen auftritt.

8 Beispielhafte Untersuchungen zu Segmentschalen auf Basis von Translationsflächen

8.1 Allgemeine Erläuterungen und Systembeschreibung

Unter Berücksichtigung der betrachteten Verbindungseigenschaften erfolgt anhand der verifizierten Modell-
 daten der FEM die statische Untersuchung einer Segmentschale aus ebenen Platten auf Basis einer Translati-
 onsfläche. Die Betrachtungen werden für die unterschiedlichen Verbindungsansätze der Verbindungen 1 und
 2 angestellt.

Die Generierung der Segmentschale basiert auf Translationsflächen mit identischen Leitlinien und Erzeugen-
 den konstanter Krümmung (siehe Abbildung 8.1a). Das Verhältnis von Stich zu Spannweite wird zu $f/L = 0,15$
 festgelegt. Für Seitenlängen der Segmentschale von $L_x = L_y = 20,0 \text{ m}$ folgen die Stiche zu $f_x = f_y = 3,0 \text{ m}$. Die
 Segmentierung erfolgt durch Einzelsegmente in der Form von Vierecken, wobei innerhalb einer Segmen-
 tschale alle Einzelsegmente dieselbe Kantenlänge $|\vec{a}_{11}| = |\vec{a}_{ji}| = |\vec{a}_{m4}| = \text{konst.}$ vorweisen. Für eine Anzahl der
 Segmente von 10×10 resultiert ein konstanter Knickwinkel $\beta = 6,68^\circ$ zwischen allen Einzelsegmenten (Abbil-
 dung 8.1b).

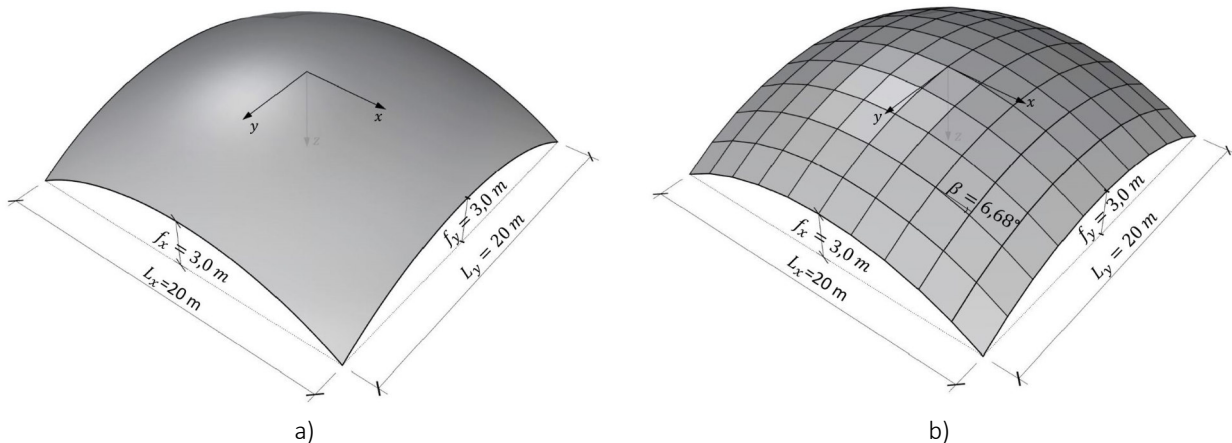


Abbildung 8.1: a) gekrümmte Translationsfläche und b) segmentierte Fläche der beispielhaften Berechnung

Für die Einzelsegmente wird fünflagiges Brettsperrholz $t = 5 \times 20 = 100 \text{ mm}$ verwendet. Die Orientierung der
 Decklagen entspricht der globalen x-Richtung. Die zugehörige Steifigkeitsmatrix ist Tabelle 5.1 zu entnehmen.
 Für die Fälle der mit γ_M abgeminderten Verbindungssteifigkeiten erfolgt in Anlehnung an [DIN EN 1995-1-
 1:2010-12 2010] und [Neuhaus 2017] die Reduzierung der Steifigkeit der Segmente aus Brettsperrholz wie für
 eine Berechnung nach Theorie 2. Ordnung unter Berücksichtigung des Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_M = 1,3$. Ta-
 belle 8.1 zeigt die Steifigkeitsmatrix für Brettsperrholz ($5 \times 20 \text{ mm} = 100 \text{ mm}$) mit reduzierten Eigenschaften in-
 folge Division der mittleren Steifigkeitsmatrix durch γ_M .

Tabelle 8.1: Steifigkeitsmatrix in Sofistik im Bemessungsfall für Brettsper Holz 5x20m

Nr	Typ	m_{xx} [kNm]	m_{yy} [kNm]	m_{xy} [kNm]	v_x [kN/m]	v_y [kN/m]	n_{xx} [kN/m]	n_{yy} [kN/m]	n_{xy} [kN/m]
1	m_{xx}	563.40							
2	m_{yy}		165.45						
3	m_{xy}			44.23					
4	v_x				7720.00				
5	v_y					3860.00			
6	n_{xx}						519077.01		
7	n_{yy}							355538.54	
8	n_{xy}								53076.93

Der Ansatz der Verbindungseigenschaften erfolgt parametrisiert, sodass deren unterschiedliche Einflüsse dargestellt werden können. Die verschiedenen betrachteten Ansätze für die Verbindungssteifigkeiten sind in Tabelle 8.5 des Abschnitts 8.3.2 zusammengefasst. Der Aufbau der Verbindungen erfolgt analog zu den Versuchen (siehe Abschnitt 6.3 für Verbindung 1 und Abschnitt 6.4 für Verbindung 2). Im Gegensatz zu den Versuchsdurchführungen werden die Abstände zwischen den Verbindungsmitteln entlang den Segmentkanten halbiert zu $a_1 = 50 \text{ mm}$ in x-Richtung und $a_2 = 50 \text{ mm}$ in y-Richtung. Für die Vollgewindeschrauben der Verbindung 2 kann in Anlehnung an Blaß [2007] aufgrund des gesperrten Aufbaus von BSP die Reduzierung der Verbindungsmittelanzahl entfallen und die effektiv vorhandene Anzahl zu $n_{ef} = n$ angesetzt werden. Für Verbindung 2 sind unter Anwendung von [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] auch für Nageldurchmesser $\varnothing = 14 \text{ mm}$ die Mindestabstände eingehalten. Aufgrund der Halbierung der Abstände zwischen den Verbindungsmitteln wird eine Verdoppelung von Steifigkeiten und Tragfähigkeiten für Zug-, Druck- im Wirkungsbereich der Verbindungsmittel, Scheibenschub- und Biegebeanspruchungen berücksichtigt. Die Tragfähigkeiten und Steifigkeiten für die Berücksichtigung von Holzpressung sowie von Plattenbeanspruchungen sind hiervon unberührt.

Für die Übergänge der Segmentschale zum Rand können diverse Ausführungen, Auflagerungen, Materialien und Verbindungsmöglichkeiten zur Anwendung kommen. Zwei schematische Beispiele sind in Abbildung 8.2 dargestellt. Aus Gründen der Nachvollziehbarkeit des Kraftflusses werden im Rahmen der Arbeit einteilige, auf der Unterseite angeordnete Randträger (Abbildung 8.2a) betrachtet. Im Rahmen der Arbeit werden die Randträger aus Brettschichtholz GL24h mit einem der Segmentschale angepassten, abgeschrägten Querschnitt von $b \times h = 500 \times 250 - 500 \text{ mm}^2$ verwendet.

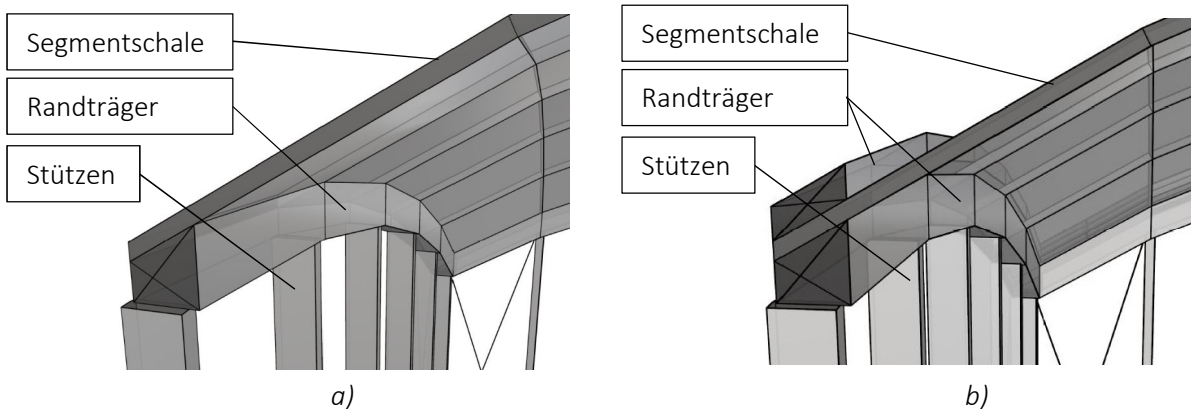


Abbildung 8.2: a) einteiliger und b) zweiteiliger Randträger

Eine Erfassung der Verbindungseigenschaften für die Kopplung zum Randträger durch Versuche liegt nicht vor. Auf der sicheren Seite liegend erfolgt die Berücksichtigung auf Grundlage von Angaben in der Literatur wie beispielsweise [Colling 2016]. Auf eine explizite Ermittlung der Verbindungssteifigkeiten zum Randträger wird verzichtet. Weitere Erläuterungen zur Steifigkeit von axial beanspruchten Vollgewindeschrauben finden sich in Abschnitt 6.6.2. Die Steifigkeiten werden in Meridian- und Ringrichtung zu $k = 60 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$ angesetzt. Der Randträger sowie die Steifigkeiten der Kopplung zum Randträger bleiben für alle Betrachtungen unverändert ($k_{ser} = k_u = k$). Die globale Fixierung erfolgt durch starre vertikale Lagerung des Randträgers an den Knickstellen und in den Eckpunkten. Horizontal wird von einer statisch bestimmten Lagerung ausgegangen und die Tragwirkung der in sich geschlossenen Segmentschale mit Randträgern betrachtet.

Alle tragenden Bauteile werden in Nutzungsklasse NKL 1 eingestuft. Die Ermittlung der Einwirkungen erfolgt in nachfolgendem Abschnitt 8.2. Die Einwirkungen bleiben im Rahmen der Berechnungen unverändert. Die Bemessung erfolgt rein für die Segmentschale (BSP-Elemente und Verbindungen zwischen den Segmenten). Neben den Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit für die maßgebenden Stellen werden die maximalen Verformungen ermittelt. Für die Nachweise der Verformungen werden Effekte aus Kriechen in der Segmentschale berücksichtigt. Demgegenüber ist für die festgelegten Randbedingungen eine Berücksichtigung des Kriechens für die Nachweise im GZT nicht erforderlich. Für Bauteile unter Druckbeanspruchung ist eine Berücksichtigung nur in NKL 2 und 3 notwendig, wenn die Anteile aus ständigen und quasi ständigen Lasten 70% der Gesamtlast übersteigen. Unterschiedliche bauteilbedingte Kriecheigenschaften gelten nicht für Berechnungen nach Theorie 2. Ordnung ([DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] und [Neuhaus 2017]). Nach [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] sind die Kriecheigenschaften für die materiellen Steifigkeiten und Verbindungen zu berücksichtigen, wenn die Schnittgrößenverteilung im Tragwerk durch die Steifigkeiten beeinflusst wird. Für Segmentschalentragwerke ist dies der Fall. Die materiellen Steifigkeiten und Verbindungssteifigkeiten müssten in Abhängigkeit vom Verformungsbeiwert k_{def} sowie vom Kombinationsbeiwert ψ_2 für die quasi ständigen Anteile der Last abgemindert werden, die die maximale Spannung im Tragwerk bedingen. Wie nachfolgender Abschnitt 8.2 zeigt, ist für die betrachteten Beispiele die Kombination aus Eigengewicht und Schneelast maßgebend. Für die gewählten Randbedingungen der Schneelast folgt $\psi_2 = 0$, wodurch eine Abminderung der Steifigkeiten durch k_{def} nicht erfolgt.

Für beide Verbindungen werden Berechnungen der Stabilität nach Theorie 3. Ordnung unter Berücksichtigung von Imperfektionen angestellt. Gleichermaßen werden Imperfektionen für die Systemberechnung zur Ermittlung der Standsicherheit im GZT berücksichtigt. Die Berechnung erfolgt auf Basis einer parametrischen, textbasierten Eingabedatei mit Sofistik. Die Nachgiebigkeit aus Schubverzerrungen infolge Plattenbeanspruchung wird für Brettspertholz berücksichtigt. *Tabelle 8.2* zeigt eine Zusammenfassung der Daten der beispielhaften Segmentschale, die die Grundlage der Modellbildung darstellen.

Tabelle 8.2: Zusammenfassung Modelldaten beispielhafte Segmentschale

Beispielhafte Perspektive:	Geometrie Segmentschale:
	Spannweiten: $L_x \times L_y = 20 \times 20 \text{ m}^2$
	Stiche: $f_x \times f_y = 3,0 \times 3,0 \text{ m}^2$
	Stich zu Spannweite: $\frac{f_x}{L_x} \times \frac{f_y}{L_y} = 0,15 \times 0,15$
	Anzahl Segmente: $k_x \times k_y = 10 \times 10$
	Knickwinkel: $\beta_{ji} = 6,68^\circ = \text{konst.}$
	Segmentkantenlänge in der Mittelebene: $ \vec{a}_{ji} = 2116,7 \text{ mm} = \text{konst.}$
Ansicht:	Materialien:
	Segmente (BSP C24): Lagenaufbau $5 \times 20 \text{ mm}$
	Randträger abge-schrägt (BSH GL24h): $b \times h = 500 \times 250 - 500 \text{ mm}^2$
FEM-Modell:	Verbindungen zwischen den Segmenten:
	Fall 1: Verbindung 2 mit schrägen Vollgewindeschrauben und außenliegenden Laschen aus LVL
	Schrauben: $\emptyset \times l_{\text{Schraube}} = 6,0 \times 90 \text{ mm}^2$
	Abstand: $a_1 = a_2 = 50 \text{ mm}$
	Fall 2: Verbindung 1 mit Eichennägeln und Fremdfedern aus LVL
	Eichennägeln: $\emptyset \times l_{\text{Eichenn.}} = 14,0 \times 100 \text{ mm}^2$
	Abstand: $a_1 = a_2 = 50 \text{ mm}$
	Verbindung zwischen Segmentschale und Randträgern
	Steifigkeit je Rand in x- und y-Richtung $k = \text{konst.} = 60 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm} \cdot \text{m}}$

8.2 Einwirkungen, Imperfektionen und Lastfallkombinationen

Für die Berechnung wird ein Eigengewicht von $g_k = 1,0 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m^2}$ berücksichtigt. Das Eigengewicht setzt sich aus der Eigenlast der Segmente mit $g_{k,BSP} = 0,5 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m^2}$ bei Ansatz einer Rohdichte von $\rho_m = 500 \frac{kg}{m^3}$ sowie den Ausbaulasten mit $g_{k,Ausb.} = 0,5 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m^2}$ zusammen. Der Aufbau sowie die Ermittlung des Eigengewichts ist Abbildung 8.3 zu entnehmen.

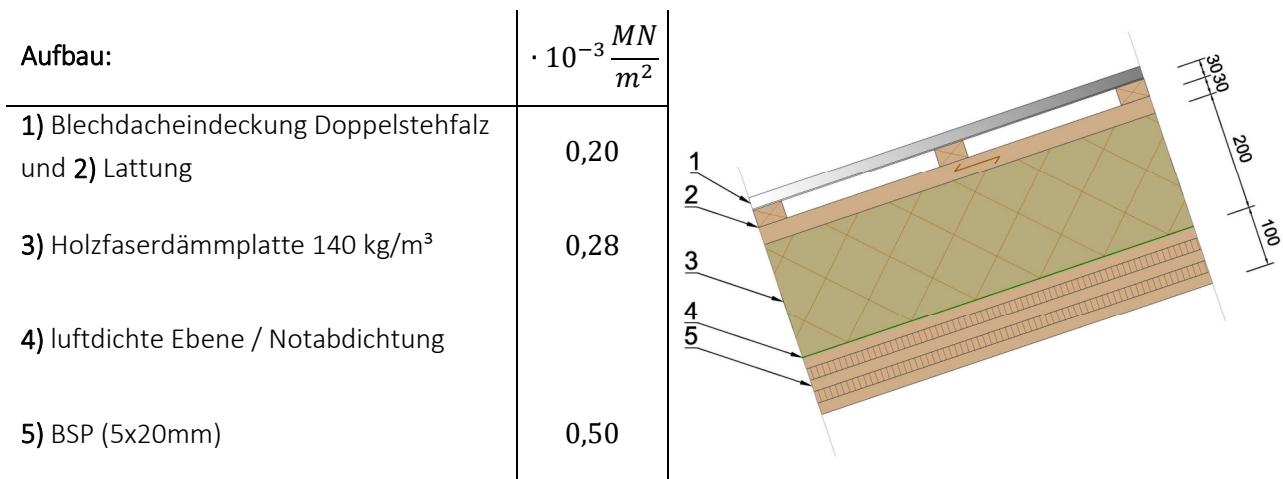


Abbildung 8.3: Beispielhafter Dachaufbau mit Eigengewichtsermittlung

Als Einwirkung aus Schnee wird eine Schneelast $s_k = 1,0 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m^2}$ für Orte bis 1000müNN auf das Dach angesetzt. [DIN EN 1991-1-3:2010-12] regelt die Verwehungen von Schnee für Tonnendächer mittels einer asymmetrischen dreieckförmigen Schneelastverteilung. Zweifach gekrümmte Strukturen werden nicht geregelt. Auf der sicheren Seite liegend wird für die Berücksichtigung von Windverwehungen die volle Schneelast auf je die Hälfte der Konstruktion angesetzt. Aufgrund des orthotropen Aufbaus mit Brettspertholz erfolgt dies in globaler x- und y-Richtung. Die Schneelastfälle sind in Abbildung 8.4 dargestellt. Möglicher Schneeüberhang an der Traufe wird direkt in die Randträger eingeleitet und für die Segmentschale nicht weiter betrachtet.

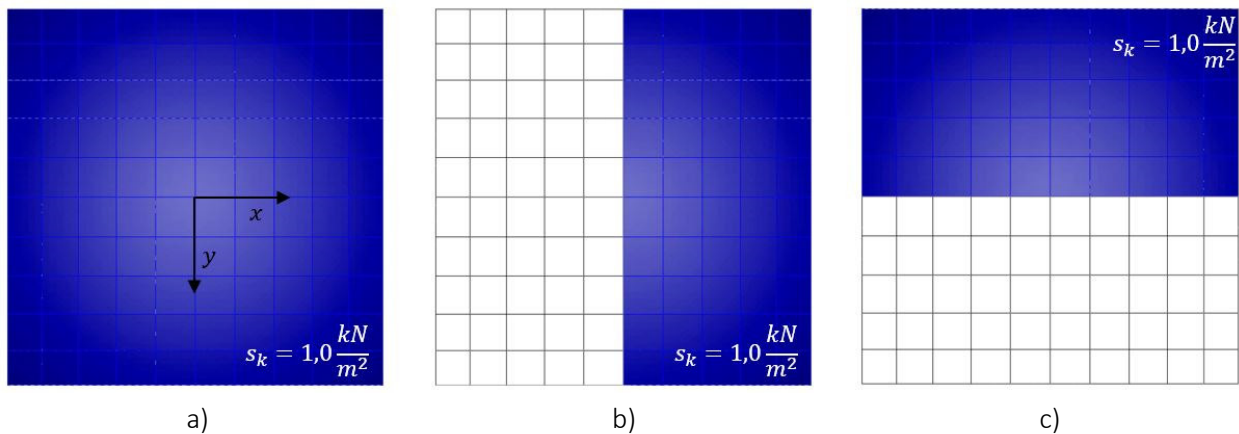


Abbildung 8.4: Grundrisse mit Schneelastverteilungen a) gleichmäßig und b), c) verweht

Aufgrund der Annäherung der segmentierten Struktur an die gekrümmte Translationsschale wird die Windbeanspruchung näherungsweise wie für Tonnendächer auf rechteckigem Grundriss angesetzt. In Abhängigkeit von der Geometrie der Tonnenschale wirken Druck und Sog oder nur Soglasten. Entscheidend hierfür ist das Verhältnis von Stich zu Spannweite f/L . Je höher der Stich wird, desto ausgeprägter stellt sich die Druckbeanspruchung auf der Luvseite dar. Bei flachen Tonnenschalen liegt ein Übergangsbereich zwischen Druck und Sog vor [Żurański und Czarnota-Bojarski 1981]. Abbildung 8.5 veranschaulicht die Windlastverteilung für gekrümmte Dächer in Abhängigkeit vom Mittelpunktswinkel. Der Mittelpunktswinkel hängt direkt vom Stich f und der Spannweite L ab. Der relevante Bereich der Mittelpunktswinkel für die im Rahmen der Arbeit betrachtete Translationsfläche ist in Abbildung 8.5 kenntlich gemacht. Es ist ersichtlich, dass der gesamte Schalenbereich eine Sogbeanspruchung erfährt. Ob die Luvseite Druck oder Sog erfährt, hängt neben dem Verhältnis von f/L auch von der Höhe der an die Ränder der Tonnenschale anschließenden Wände ab. Die Wände erfahren eine Druckbeanspruchung. Der Effekt ist näherungsweise in Abbildung 8.5 zwischen den Mittelpunktswinkeln 50° und 90° erkennbar. Durch die steile Ausrichtung der Schale in diesem Bereich liegt eine Vergleichbarkeit zu vertikalen Wänden vor. [DIN EN 1991-1-4:2005-07] gibt konkrete Außendruckbeiwerte $c_{pe,10}$ für gekrümmte Dächer auf rechteckigem Grundriss mit vertikalen Wänden an (siehe Abbildung 8.6). Im Vergleich zur realen Verteilung wird die Windlast durch drei Bereiche konstanter Belastung angenähert.

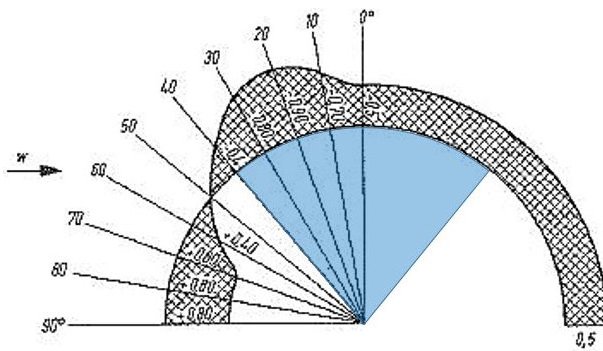


Abbildung 8.5: Windlastverteilung auf gekrümmten Dächern [Halász und Scheer 1996] nach [Lusch und Truckenbrodt 1964]

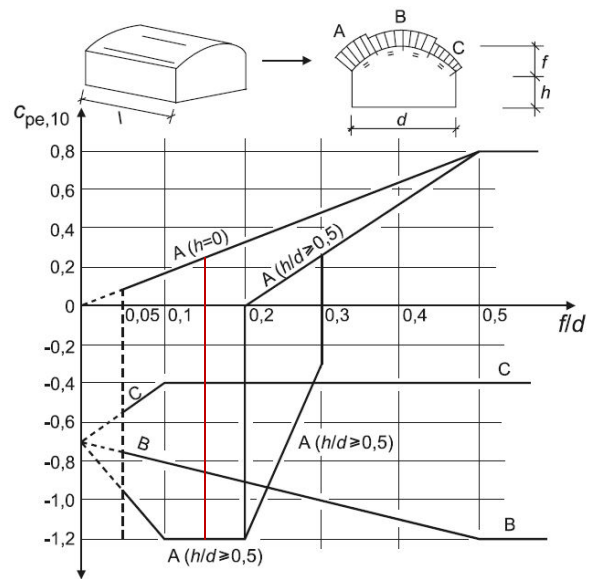


Abbildung 8.6: Außendruckbeiwerte für gekrümmte Dächer [DIN EN 1991-1-4:2005-07]

Entlang der Ränder des quadratischen Grundrisses unter der Translationsschale seien Wände angeordnet, so dass das Verhältnis von Wandhöhe zu Spannweite $h/L = 0,25$ beträgt. Die Verhältnisse von Stich zu Spannweite betragen in beiden Richtungen $f/L = 0,15$ (in [DIN EN 1991-1-4:2005-07] ist die Spannweite L als d bezeichnet). Durch Interpolation unter Anwendung von Abbildung 8.6 folgen die Außendruckbeiwerte und die Windlasten für eine Annahme von $q_p = 0,8 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m^2}$ der Bereiche A bis C entsprechend Tabelle 8.3 zu:

Tabelle 8.3: Außendruckbeiwerte für Translationsschale mit $h/L = 0,25$ und $f/L = 0,15$

Bereich A		Bereich B		Bereich C	
$c_{pe,10,A} \approx$	-0,5	$c_{pe,10,B} \approx$	-0,85	$c_{pe,10,C} \approx$	-0,4
$w_{e,A} =$	$-0,4 \frac{kN}{m^2}$	$w_{e,A} =$	$-0,68 \frac{kN}{m^2}$	$w_{e,A} =$	$-0,32 \frac{kN}{m^2}$

Die Windlast der betrachteten Segmentschalen wirkt entlastend. Außerdem zeigt der Ansatz einer partiell gleichmäßigen Verteilung eine fast symmetrische Einwirkung. Aufgrund der Symmetrie der Segmentschale im Grundriss ist die Einwirkung in globaler x- und y-Richtung gleich (siehe Abbildung 8.7). Die Windlast wird daher nur für abhebende Kräfte maßgebend. Für die gegebenen Randbedingungen werden Lastfallkombinationen mit Windbeanspruchung nicht maßgebend und daher nicht weiter betrachtet.

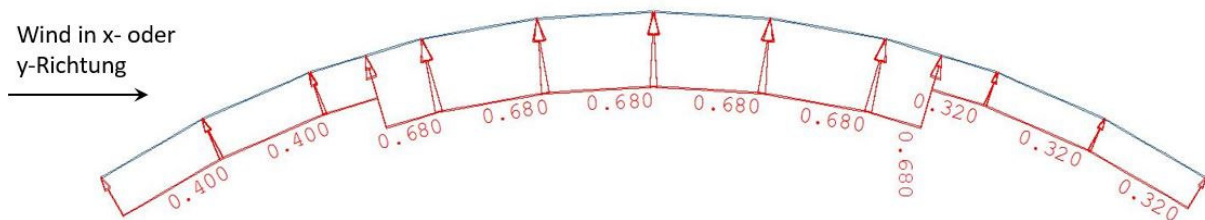


Abbildung 8.7: Schnitt durch die Segmentschale mit Windlastverteilung für Wind in x- oder y-Richtung

Die Berechnungen erfolgen unter Berücksichtigung von Imperfektionen. Die Implementierung für das globale System erfolgt entsprechend den Erläuterungen von Abschnitt 4.8.2. Demnach werden globale Vorverformungen für das System angesetzt. Die Vorverformungen der Struktur werden durch skalierte Lastfälle erzeugt. Abbildung 8.7 zeigt die symmetrisch und die asymmetrisch implementierten Vorverformungen der Segmentschalen.

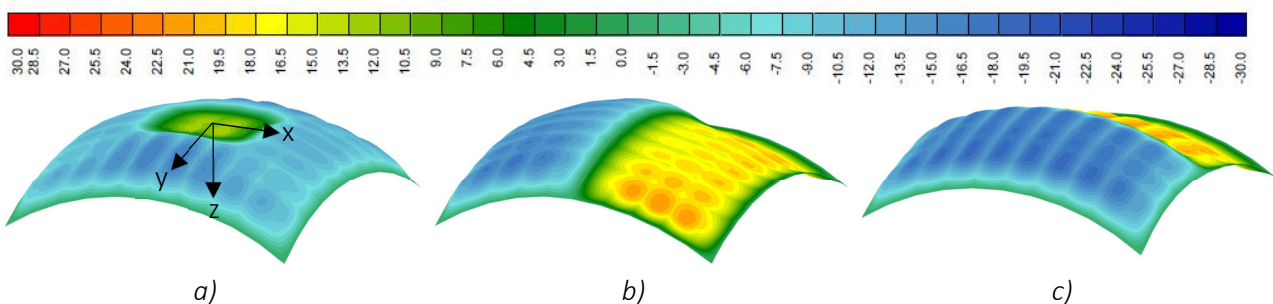


Abbildung 8.8: Implementierte Vorverformung u_{imp} [mm] des Systems mit a) symmetrisch I_{sym} , b) asymmetrisch in x-Richtung $I_{asym,x}$, c) asymmetrisch in y-Richtung $I_{asym,y}$

Die angesetzten Imperfektionen stellen eine Kombination der Imperfektionsvorgaben für Rahmen und Bögen der [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] dar (siehe Abbildung 4.33). Durch die Generierung mittels einer äußeren, in lokaler z-Richtung wirkenden Belastung resultiert eine globale Durchbiegung der Schale entsprechend den

Vorgaben des Bogens. Auf lokaler Ebene liegt zusätzlich eine Durchbiegung der einzelnen Segmente vor, die hin zum Segmentrand, aufgrund der höheren Steifigkeit an der Knickstelle am Segmentübergang, kleiner wird. Wegen der geringen Biegesteifigkeit der Verbindungen resultieren Änderungen des Knickwinkels ähnlich den Vorgaben des Rahmens. Die Größe der Imperfektionen wird auf Basis der globalen Vorverformung wie die Durchbiegung bei ebenen Bögen ermittelt.

Für den Ansatz von ständigen Einwirkungen aus Eigengewicht und veränderlichen Einwirkungen durch Schnee resultieren verschiedene Lastfallkombinationen. Die Lastfälle, Imperfektionen und deren Kombinationen zeigt Tabelle 8.4.

Tabelle 8.4: Definition Lastfälle und Lastfallkombinationen

Nachweis	Lastfälle und Kombinationen	Einwirkungen	Imperfektion
	LF 1	g_k	-
	LF 2	$s_{k,ges}$	-
	LF 3	$s_{k,x}$	-
	LF 4	$s_{k,y}$	-
GZT	LF 100	$1,35 \cdot g_k$	I_{sym}
	LF 101	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,ges}$	-
	LF 110	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,ges}$	I_{sym}
	LF 111	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,ges}$	I_x
	LF 112	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,ges}$	I_y
	LF 120	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,x}$	I_{sym}
	LF 121	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,x}$	I_x
	LF 122	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,x}$	I_y
	LF 130	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,y}$	I_{sym}
	LF 131	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,y}$	I_x
LF 132	$1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_{k,y}$	I_y	
GZG	LF 200	$1,0 \cdot g_k$	-
	LF 201	$1,0 \cdot g_k + 1,0 \cdot s_{k,ges}$	-
	LF 202	$1,0 \cdot g_k + 1,0 \cdot s_{k,x}$	-
	LF 203	$1,0 \cdot g_k + 1,0 \cdot s_{k,y}$	-

LF 100 wird für die Auswertung nicht betrachtet. Der Lastfall stellt für die gegebenen Randbedingungen gemäß Gleichung (8.1) nicht den bemessungsrelevanten Fall dar.

$$E_{d,maßg.} = \max \left\{ \frac{E_{d,g}}{k_{mod,g}}; \frac{E_{d,g+s}}{k_{mod,s}} \right\} \quad (8.1)$$

$E_{d,maßg.}$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	Einwirkungen auf Bemessungsniveau unter Berücksichtigung von k_{mod}
$E_{d,g}$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	Summe der Bemessungseinwirkungen aus ständigen Lasten
$E_{d,g+s}$	$\left[\frac{MN}{m^2} \right]$	Summe der Bemessungseinwirkungen aus ständigen Lasten und Schnee
$k_{mod,g}$	$[-]$	Modifikationsbeiwert der ständigen Lasten
$k_{mod,s}$	$[-]$	Modifikationsbeiwert für Schneelasten

8.3 Fall 1: Segmentschale unter Anwendung von Verbindung 2

8.3.1 Untersuchungen zu den Lastfallkombinationen

Für die Lastfallkombinationen von Abschnitt 8.2 erfolgt eine Gegenüberstellung der maximalen Schnittgrößen anhand der verursachten Ausnutzungen in den Brettspertholzsegmenten und Verbindungen. Aufgrund der Tragwirkung ist zusätzlich die Betrachtung von Überlagerungen der Schnittgrößen erforderlich. Die Berechnungen werden nur für die Gesamtmittelwerte der Verbindungssteifigkeiten der nichtlinearen Ansätze unter Berücksichtigung der Holzpressung auf Druck ($NL_mean_{ges,Pres}$) entsprechend den Untersuchungen von Abschnitt 7.2 angesetzt. Aufgrund der halbierten Verbindungsmittelabstände wird die doppelte Steifigkeit der Verbindungsmittel für Zug, Druck, Scheibenschub und Biegung angesetzt. Bedingt durch die Lastabtragung über Formschluss, werden die Steifigkeiten für Holzpressung und Plattenschub unverändert belassen. Die Arbeitslinien der Federn sind Anhang D zu entnehmen.

Das Bezugsniveau für die Schnittgrößen stellen die Bemessungstragfähigkeiten dar. Als Ergebnis resultieren die Ausnutzungsgrade η . Für BSP erfolgt die Berechnung durch Gegenüberstellung zu den Tragfähigkeiten entsprechend Gleichung (5.3) unter Berücksichtigung von $k_{mod} = 0,9$ und $\gamma_M = 1,3$. Eine Berücksichtigung der unterschiedlichen Zuschnitte der Brettspertholzsegmente im Hinblick auf die Tragfähigkeiten in Abhängigkeit vom Kraft-Faser-Winkel ist nicht erforderlich, da die vorliegenden Schnittgrößen direkt auf die lokalen Koordinatensysteme in Richtung der Deck- und Querlagen referenziert sind. Die Überlagerung wird in Anlehnung an die Vorgaben für Flächentragwerke aus zusammengeklebten Schichten [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] auf Basis der Bemessungstragfähigkeiten vollzogen. Die Gleichungen (8.2) bis (8.5) zeigen die betrachteten Überlagerungen für Längsspannungen. Die Überlagerungen für Schubbeanspruchungen und Verdrehung erfolgen gemäß den Gleichungen (8.6) und (8.7). Auf der sicheren Seite liegend und aufgrund der geringen vorliegenden Beanspruchung erfolgt die Überlagerung unter Berücksichtigung der geringeren Rollschubbeanspruchbarkeit für Plattenschub aus Querkraft im Querschnitt. Die Tragfähigkeiten für die Bemessung sind im Anhang D zusammengefasst.

$$\frac{n_{xx,t,d}}{n_{xx,t,Rd}} + \frac{m_{xx,d}}{m_{xx,Rd}} \leq 1,0 \quad (8.2)$$

$$\frac{n_{yy,t,d}}{n_{yy,t,Rd}} + \frac{m_{yy,d}}{m_{yy,Rd}} \leq 1,0 \quad (8.3)$$

$$\frac{n_{xx,c,d}}{n_{xx,c,Rd}} + \frac{m_{xx,d}}{m_{xx,Rd}} \leq 1,0 \quad (8.4)$$

$$\frac{n_{yy,c,d}}{n_{yy,c,Rd}} + \frac{m_{yy,d}}{m_{yy,Rd}} \leq 1,0 \quad (8.5)$$

$n_{xx,t,d}$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Bemessungswert der Zugkraft in lokaler x-Richtung
$n_{yy,t,d}$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Bemessungswert der Zugkraft in lokaler y-Richtung

$n_{xx,c,d}$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Bemessungswert der Druckkraft in lokaler x-Richtung
$n_{yy,c,d}$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Bemessungswert der Druckkraft in lokaler y-Richtung
$m_{xx,d}$	$\left[\frac{MNm}{m} \right]$	Bemessungswert des Biegemoments in lokaler x-Richtung
$m_{yy,d}$	$\left[\frac{MNm}{m} \right]$	Bemessungswert des Biegemoments in lokaler y-Richtung

$$\left(\frac{v_{xz,d}}{v_{xz,Rd}} \right)^2 + \left(\frac{m_{xy,d}}{m_{xy,Rd}} \right)^2 \leq 1,0 \quad (8.6)$$

$$\left(\frac{v_{yz,d}}{v_{yz,Rd}} \right)^2 + \left(\frac{m_{xy,d}}{m_{xy,Rd}} \right)^2 \leq 1,0 \quad (8.7)$$

$v_{xz,d}$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Bemessungswert der Plattenschubkraft in lokaler x-Richtung
$v_{yz,d}$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Bemessungswert der Plattenschubkraft in lokaler y-Richtung
$m_{xy,d}$	$\left[\frac{MNm}{m} \right]$	Bemessungswert des Drillmoments

Ergänzend zu den Nachweisen wird aufgrund der Beanspruchung der Segmente als Platte und Scheibe eine lineare Überlagerung aus Drillmoment und Scheibenschubbeanspruchung (Gleichung (8.8)) betrachtet.

$$\frac{n_{xy,d}}{n_{xy,Rd}} + \frac{m_{xy,d}}{m_{xy,Rd}} \leq 1,0 \quad (8.8)$$

$n_{xy,d}$	$\left[\frac{MN}{m} \right]$	Bemessungswert der Scheibenschubkraft
------------	-------------------------------	---------------------------------------

Die primäre Beanspruchung der Segmentschale stellen Membrankräfte dar. Zusammen mit einer kontinuierlichen Auflagerung auf einem Randträger mit einer Auflagerbreite von 500mm wird auf eine Überlagerung mit Beanspruchungen rechtwinklig zu den Segmenten verzichtet. Ein Nachweis der Klebeflächen der Brettlagen ist nicht erforderlich, da das verwendete Brettsperrholz an den Schmalseiten über eine Verklebung verfügt.

Die Auswertung für die Schnittgrößen erfolgt gesondert für die Bereiche I und II analog der Unterteilung des Abschnitts 5.3.1. Die Unterteilung soll den Einfluss der Randbedingungen aufgrund der Lagerung auf Randträgern mit nachgiebigem Verbund (Bereich II) verdeutlichen. Anhang D zeigt beispielhaft die Absolutwerte der Schnittgrößen in den Brettsperrholzsegmenten für LF 110 und LF 121 der gesamten Segmentschale. Die Ausnutzungsgrade η für BSP aufgrund der einzelnen maximalen Schnittgrößen sowie infolge der Überlagerungsvorschriften der Gleichungen (8.2) bis (8.8) für die Lastfälle LF 101, LF 110 bis LF 132 sind in *Abbildung 8.9* dargestellt.

■ LF 101 ■ LF 110 ■ LF 111 ■ LF 112 ■ LF 120 ■ LF 121 ■ LF 122 ■ LF 130 ■ LF 131 ■ LF 132

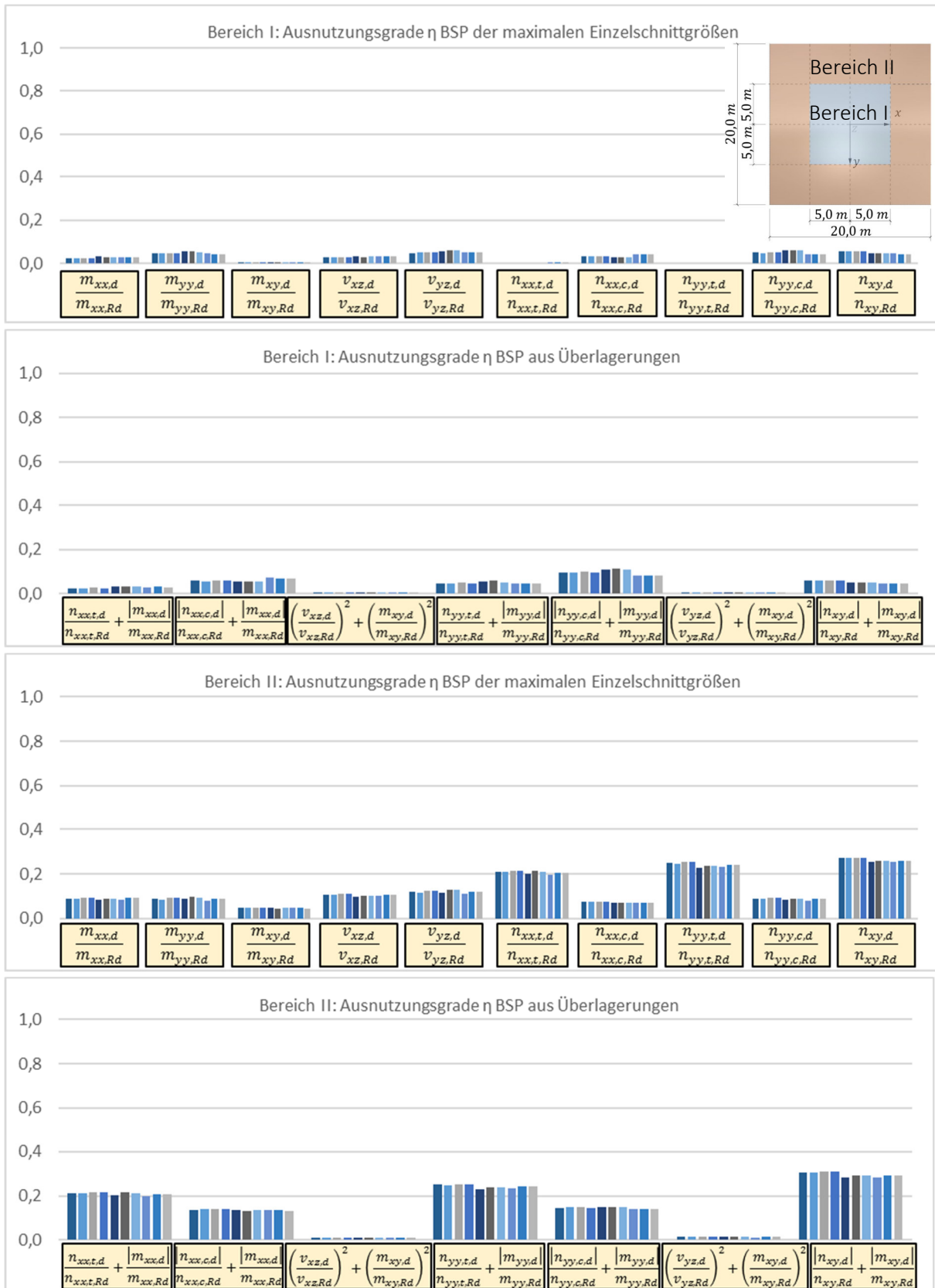


Abbildung 8.9: Maßgebende Ausnutzungsgrade BSP in Abhängigkeit vom LF in Bereich I und II

Abbildung 8.9 zeigt, dass alle Nachweise für die Brettsperrholzsegmente eingehalten sind. Im Bereich I liegt mit $\eta_{max} \approx 12\%$ eine sehr geringe Ausnutzung vor. Die maximale Ausnutzung resultiert aus Biegung und Druck in y-Richtung. Der Einfluss des Lastfalles sowie der Imperfektionen ist von untergeordneter Bedeutung für die maximalen Schnittgrößen (Abweichung von $\pm \sim 2\%$ zwischen den Lastfällen). Analog zu den Voruntersuchungen von Abschnitt 5.3.2 zeigt sich, dass die Segmentschale im Bereich I für jeden Lastfall nahezu komplett überdrückt ist. Die für asymmetrische Belastungen auftretenden Zugspannungen betragen $\eta_{max} < 1,0\%$. Aufgrund der Segmentierung mit Knickstellen zwischen den Platten treten Biegemomente und Querkräfte auf. Trotz Berücksichtigung der biegeweichen Verbindung sind aufgrund der gewählten Segmentierung und der Knickwinkel die Beanspruchungen klein: $\eta_{max} < 10\%$.

Im Bereich II liegen größere Beanspruchungen vor. Die maximale Ausnutzung ist dennoch gering, beträgt $\eta_{max} \approx 30\%$ und resultiert in den Ecken der Segmentschale primär aus Scheibenschub. Die maximalen Zugbeanspruchungen liegen im Bereich des Randträgers im Zugring bei $\eta_{max} \approx 20 - 25\%$. Bedingt durch die Randstörung, gilt für Momente und Querkräfte $\eta_{max} < 15\%$. Sowohl für Bereich I und Bereich II rufen die Schnittgrößen aus Plattenbeanspruchung nicht die maximalen Beanspruchungen der Segmentschale hervor. Zu erkennen ist außerdem, dass sich für das zweiachsige Tragwerk mit unterschiedlichen Steifigkeiten und Tragfähigkeiten in x- und y-Richtung eine relativ gleichmäßige Ausnutzung einstellt. Die Ursache liegt in den größeren Tragfähigkeiten in Richtung der größeren Steifigkeiten.

Die Tragfähigkeiten der Verbindungsmittel für Zug- und Druck- sowie Biege- und Plattenschubbeanspruchungen werden entsprechend den Versuchsergebnissen von Abschnitt 6.4 unter Berücksichtigung von $k_{mod} = 0,9$ und $\gamma_M = 1,3$ angesetzt. Bedingt durch die Beanspruchung der Vollgewindeschrauben auf Abscheren bei Scheibenschub, wird in Anlehnung an [DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08] für die metallischen Verbindungsmittel $\gamma_M = 1,1$ veranschlagt. Für beide Richtungen wird derselbe charakteristische Wert aus der gesamtstatistischen Auswertung veranschlagt. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden für Druck die Tragfähigkeiten der Längslagen des angrenzenden Brettsperrholzes ($n_{xx,c,VM,Rd}$ und $n_{yy,c,VM,Rd}$) angesetzt. Die der Auswertung zugrundeliegenden Bemessungstragfähigkeiten sind in Anhang D dargestellt. Der Nachweis für die Verbindungsbereiche erfolgt für die einzelnen maximalen Schnittgrößen. Für den Nachweis der Vollgewindeschrauben wird der Ansatz nach [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] für eine kombinierte Beanspruchung aus Abscheren und Zug um den Anteil aus Biegebeanspruchung der Verbindung erweitert. Die Ergänzung erfolgt durch lineare Überlagerung der axialen Beanspruchung der Schraube für Zug und Biegung (Gleichungen (8.9) und (8.10)).

$$\left(\frac{n_{xx,t,d}}{n_{VM,Rd}} + \frac{|m_{xx,d}|}{m_{VM,Rd}} \right)^2 + \left(\frac{n_{xy,d}}{n_{xy,VM,Rd}} \right)^2 \leq 1,0 \quad (8.9)$$

$$\left(\frac{n_{yy,t,d}}{n_{VM,Rd}} + \frac{|m_{yy,d}|}{m_{VM,Rd}} \right)^2 + \left(\frac{n_{xy,d}}{n_{xy,VM,Rd}} \right)^2 \leq 1,0 \quad (8.10)$$

Die Absolutwerte der Schnittgrößen in den Verbindungsmitteln sind beispielhaft für die Lastfälle LF 110 und LF 121 Anhang D zu entnehmen. Die Maximalwerte der betrachteten Lastfälle für die Einzelschnittgrößen und aufgrund von kombinierten Beanspruchungen gemäß den Gleichungen (8.9) und (8.10) stellt Abbildung 8.10

dar. Auf eine Auswertung der kombinierten Beanspruchung der Verbindungsmittel im Bereich I wird verzichtet, da $n_{xx,t,d} \rightarrow 0$ und $n_{yy,t,d} = 0$ und die Einwirkungen aus Scheibenschub und Biegung gering sind.

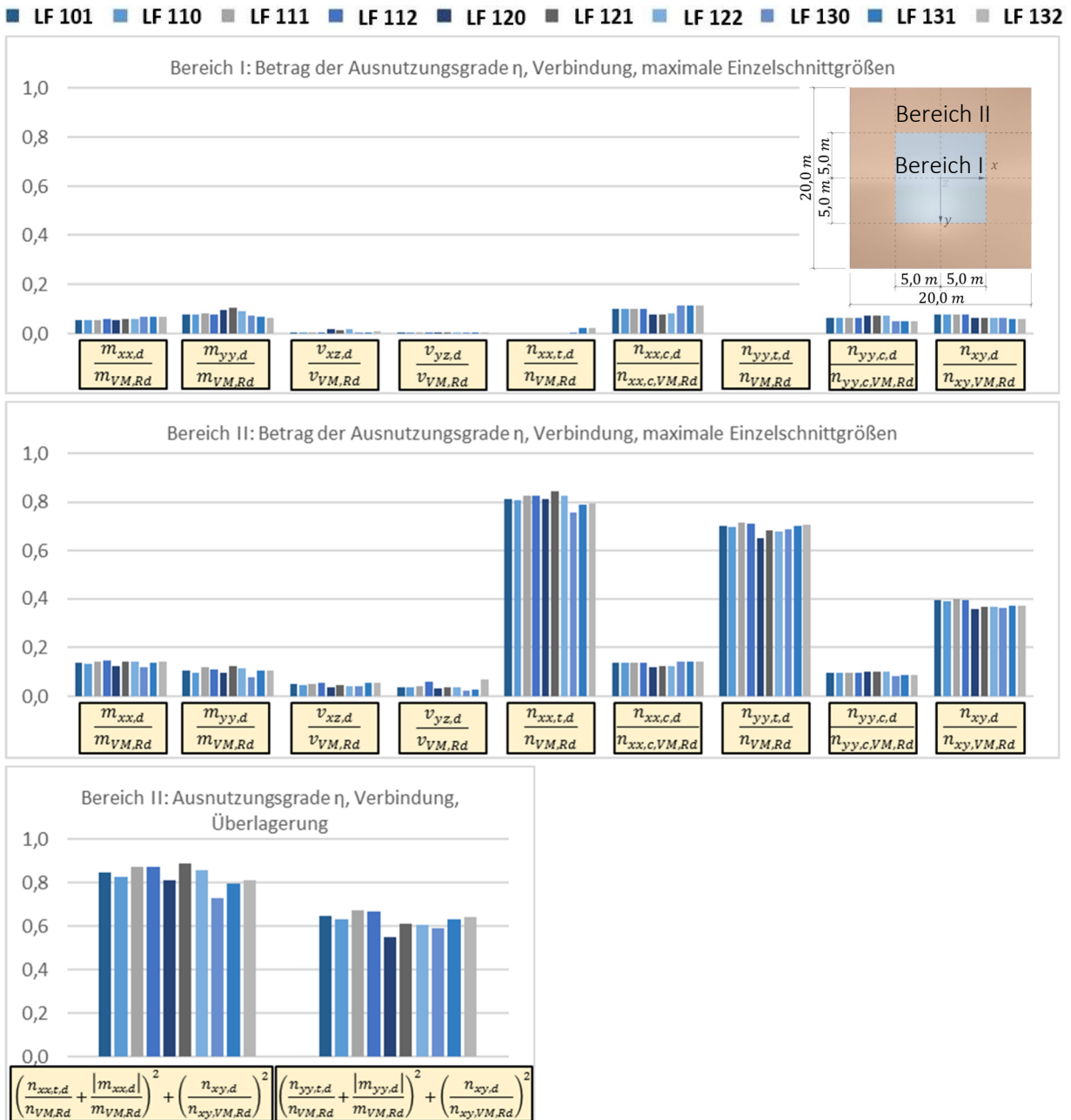


Abbildung 8.10: Maßgebende Ausnutzungsgrade der Verbindungen in Abhängigkeit vom Lastfall in Bereich I und II

Alle Nachweise für die Verbindungen sind eingehalten. Aufgrund der wesentlich geringeren Tragfähigkeiten der Verbindungen im Vergleich zum ungestörten BSP liegen höhere Ausnutzungen vor. Im Bereich I liegen diese nur geringfügig über BSP mit $\eta_{max} \approx 13\%$. Der Grund für die geringen Ausnutzungen liegt in der Biege-

weichheit der Verbindungen (Momente werden in die angrenzenden Segmente umgelagert), der nahezu ausschließlichen Druckbeanspruchung (nur geringe Zugkräfte für die LF 130, 131 und 132) des Bereichs I sowie der Mitwirkung der BSP-Segmente auf Pressung im GZT.

Die Ausnutzungen im Bereich II mit $\eta_{max} \approx 90\%$ sind deutlich höher und bemessungsmaßgebend für die Segmentschale. Als maßgebend stellt sich die kombinierte Beanspruchung aus Zug, Scheibenschub und Biegung heraus. Der primäre Anteil folgt aus Zugbeanspruchung im Bereich des Zugrings. Ursache hierfür ist die große Verbindungssteifigkeit der Schrauben im Anfangsbereich auf Ausziehen zwischen den Segmenten durch den nichtlinearen Ansatz. Die Steifigkeit liegt deutlich über der angenommenen Steifigkeit zum Randträger. Als maßgebend stellt sich die zweite Verbindungsreihe im Eckbereich der Segmentschale dar. Scheibenschub bedingt $\eta_{max} \approx 50\%$ und wird in den Verbindungen im Eckbereich maximal. Druckbeanspruchungen sind mit $\eta_{max} < 15\%$ aufgrund des Ansatzes über Kontaktpressung als Tragfähigkeitskriterium zwischen den Segmenten gering. Die tatsächliche Betrachtung der Schnittgrößen in der Verbindung (beispielhaft für die LF 110 und LF121 in Abbildung D.5 bis Abbildung D.7 im Anhang) verdeutlicht, dass für die betrachteten Lastfälle die Druckbeanspruchung noch im Bereich der Arbeitslinie für die Verbindungssteifigkeit, kurz vor dem Übergang zur Holzpressung, liegt. Aufgrund der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel werden diese auf Druckbeanspruchung nicht maßgebend, und der Ansatz der Tragfähigkeit über Holzpressung ist gerechtfertigt (siehe Auswertung von Abschnitt 7.2). Biegebeanspruchungen liegen bezüglich der maximalen Ausnutzung in der Größenordnung der Druckbeanspruchung. Die Ausnutzungen in Bereich II liegen etwas über Bereich I, da die Verbindungsstelle von Bereich II im Abklingbereich der Randstörung liegt. Querkräfte sind von untergeordneter Bedeutung.

In Abhängigkeit von der betrachteten Einwirkung werden unterschiedliche Lastfälle maßgebend. Die Abweichung der Maßgeblichkeit der Lastfälle im Verhältnis zur Bemessungstragfähigkeit ist im Vergleich zum BSP größer (Abweichung von $\pm \sim 8\%$ zwischen den Lastfällen). Lastfall LF 121 ruft die maximale Ausnutzung im Tragwerk hervor und bildet die Grundlage für die Betrachtung unterschiedlicher Ansätze für Verbindungssteifigkeiten von Abschnitt 8.3.2.

8.3.2 Tragfähigkeitsnachweise verschiedener Ansätze für Verbindungssteifigkeiten

Die maßgebenden Nachweise werden analog zu Abschnitt 8.3.1 für LF 121 und verschiedene Ansätze der Verbindungssteifigkeiten geführt. Die betrachteten Verbindungssteifigkeiten werden in Tabelle 8.5 erläutert und sind in Anhang D grafisch gezeigt. Die Grundlage bildet die Auswertung von Abbildung 6.79. Die Ansätze der Arbeitslinien für nichtlineare Federkennlinien (Nr. 1) bis 3) in Tabelle 8.5) erfolgen unter Berücksichtigung der Kontaktpressung zwischen den Segmenten entsprechend den Betrachtungen von Abschnitt 7.2. Hierbei wird je Arbeitslinie eine unterschiedliche Verformung bis zum Vorliegen von Kontaktpressung berücksichtigt. Die Ansätze 4) und 5) erfolgen linear für Scheibenschub, Biegung und Plattenschub sowie bilinear für Zug und Druck. Die bilineare Arbeitslinie für Zug und Druck für die unter 45° geneigten Schrauben setzt sich aus den Kennwerten der Zugversuche (axiale Beanspruchung) und für Druck (Beanspruchung auf Abscheren) auf Grundlage der Scheibenschubversuche zusammen. Kontaktpressung wird für die Steifigkeit im Rahmen des vereinfachten Ansatzes nicht berücksichtigt. Aufgrund der halbierten Abstände von den gekreuzten Schraubenpaaren im Vergleich zu den Versuchen werden analog zu den Erläuterungen die doppelten Steifigkeiten

für die Verbindungsmittel für Zug, Druck, Scheibenschub und Biegung angesetzt. Die Steifigkeiten für Beanspruchungen auf Plattenschub bleiben unverändert, ebenso für Druck auf Holzpressung, falls diese angesetzt wird.

Die Fälle 6) und 7) der Tabelle 8.5 stellen Verbindungssteifigkeiten auf Grundlage von Literaturangaben dar. Unter Beachtung der Anordnung der Schrauben je Holzbauteil sowie des Aufbaus des Anschlusses mit zwei gefügten Segmenten und unter Berücksichtigung der Halbierung des Verbindungsmittelabstandes im Vergleich zu den Versuchen des Abschnitts 6.4 folgt die Zugsteifigkeit des Gesamtanschlusses in Richtung der Belastung entsprechend den Berechnungen des Abschnitts 6.6.2 nach Gleichung (6.27) zu $k_{ser,t} = 24,2 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$. Für Scheibenschub und Druck wird eine Verbindungssteifigkeit des Gesamtanschlusses nach Gleichung (6.28) von $k_{ser,c/xy} = 53,5 \cdot 10^3 \frac{N}{mm \cdot m}$ veranschlagt. Die Arbeitslinien der Federn stellen für Zug und Druck bilineare, für die restlichen Steifigkeiten rein lineare Ansätze dar. Für Biegung und Plattenschub werden die linearisierten Ansätze der Versuchsergebnisse berücksichtigt. Die Randbedingungen bleiben unverändert.

Tabelle 8.5: Ansätze für Verbindungssteifigkeiten

Nr.	Bezeichnung	Erläuterung
1)	NL_ $mean_{ges,Pres}$	Nichtlinear: Polygonzug als Gesamtmittelwert auf Basis der Versuchsdaten unter Berücksichtigung von Holzpressung
2)	NL_ $mean_{ges,Pres} + s_i$	Nichtlinear: analog 1) zuzüglich Standardabweichung
3)	NL_ $mean_{ges,Pres} - s_i$	Nichtlinear: analog 1) abzüglich Standardabweichung
4)	L_ k_{ser}	Linear: Steifigkeit nach [DIN EN 26891:1991-07] auf Basis der Versuchsdaten, ohne Steifigkeitszunahme infolge Holzpressung
5)	L_ k_u/γ_M	Linear: Bemessungssteifigkeit nach [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] auf Basis der Versuchsdaten, ohne Steifigkeitszunahme infolge Holzpressung
6)	L_ $k_{ser,Lit}$	Linear: Steifigkeit nach Angabe in Literatur, ohne Steifigkeitszunahme infolge Holzpressung
7)	L_ $k_{u,Lit}/\gamma_M$	Linear: Bemessungssteifigkeit nach Angabe in Literatur, ohne Steifigkeitszunahme infolge Holzpressung

Die Auswertungen für die maßgebenden Schnittgrößen erfolgen analog den Erläuterungen zur Auswertung von Abschnitt 8.3.1. Die maßgebenden Ausnutzungsgrade für die maximalen Schnittgrößen sowie infolge kombinierter Beanspruchungen sind in Abbildung 8.11 dargestellt.

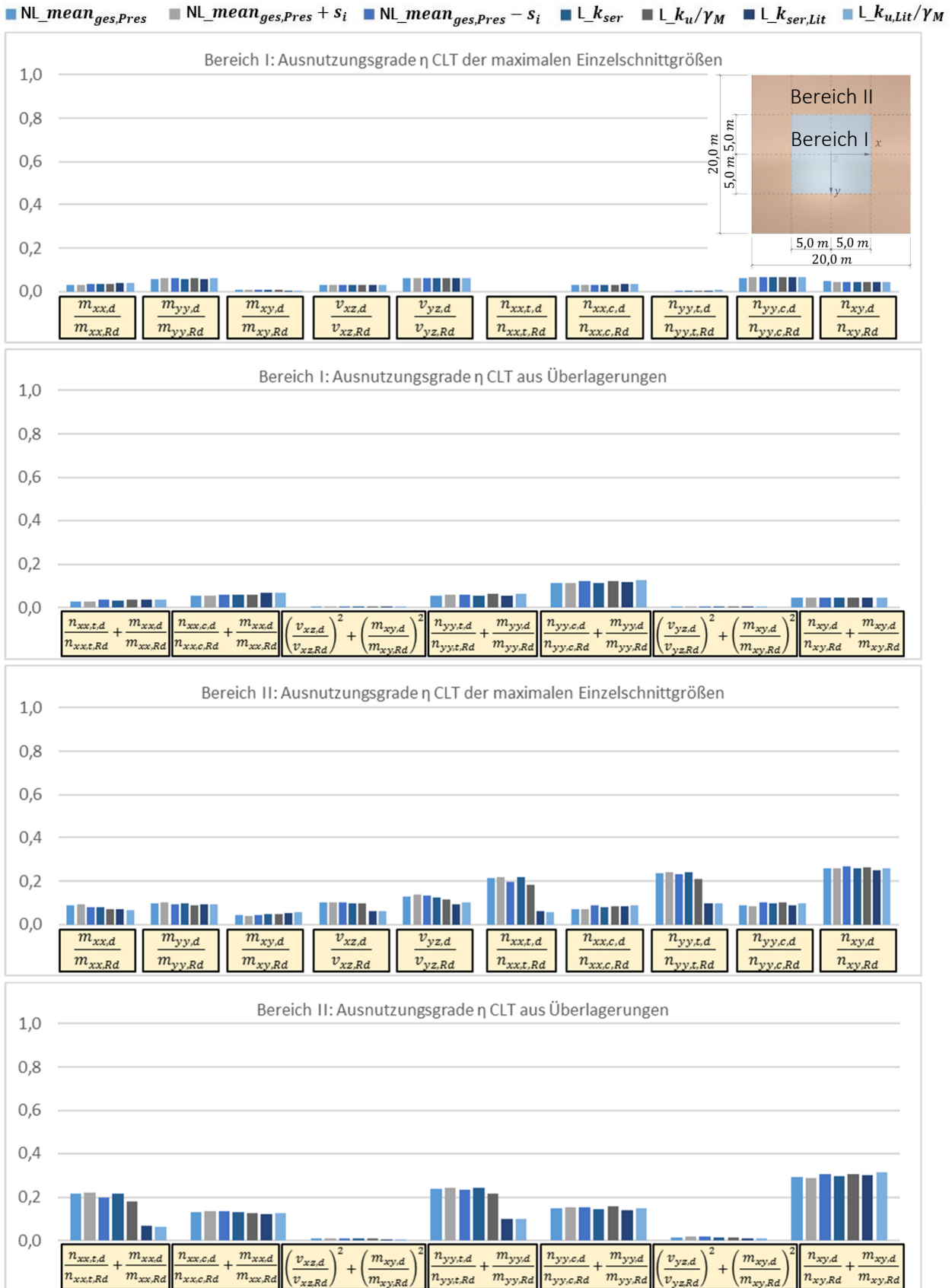


Abbildung 8.11: Maßgebende Ausnutzungsgrade BSP in Abhängigkeit von der Steifigkeit in Bereich I und II

Für die Brettsperrholzsegmente sind für die gesamte Segmentschale alle Nachweise für die verschiedenen Ansätze der Verbindungssteifigkeiten eingehalten. In Bereich I liegen geringe Ausnutzungsgrade bis $\eta_{max} < 15\%$ infolge der Kombination aus Druck und Biegung in y-Richtung vor. Generell zeigen in diesem Bereich die unterschiedlichen Verbindungssteifigkeiten einen untergeordneten Einfluss auf die maximalen Schnittgrößen. Zu erkennen ist, dass für die Ansätze geringerer Steifigkeiten ($NL_mean_{ges,Pres} + s_i \leftrightarrow NL_mean_{ges,Pres} - s_i$; $L_k_{ser} \leftrightarrow L_k_u/\gamma_M$; $L_k_{ser,Lit} \leftrightarrow L_k_{u,Lit}/\gamma_M$) die maßgebenden Schnittgrößen in den Segmenten etwas über den Verbindungsansätzen mit höheren Steifigkeiten liegen. Der Grund liegt in der Biegebeanspruchung. Infolge weicherer Verbindungen resultiert eine Umlagerung der Biegemomente von den Verbindungen in die BSP-Segmente.

Die maximalen Ausnutzungen in Bereich II belaufen sich auf $\eta_{max} \approx 30\%$ aus Scheibenschub und Drillung. Die Ansätze für die Verbindungssteifigkeiten zeigen einen geringen Einfluss auf die maximalen Ausnutzungen. Analog zu den Biegesteifigkeiten bewirken geringere Steifigkeiten der Verbindungen für Scheibenschub höhere Beanspruchungen in den BSP-Segmenten. Der gegensätzliche Zusammenhang ist für Zugbeanspruchungen erkennbar. Geringere Steifigkeiten resultieren in geringeren Beanspruchungen der Segmente. Die Ursache für diesen Zusammenhang folgt aus dem Ort der maximalen Beanspruchung. Die maßgebenden Stellen der maximalen Zugbeanspruchungen liegen am Rand der Segmentschale beim Übergang zum Randträger (siehe Schnittgrößenverläufe in Anhang D). Aufgrund geringerer Zugsteifigkeiten folgen Lastumlagerungen von der Segmentschale in den Randträger (siehe Abbildung 8.12). Die Folge sind geringe Zugbeanspruchungen in der Segmentschale. Besonders deutlich wird dieser Effekt anhand der Gegenüberstellung der Zugsteifigkeiten der Versuchsauswertung im Vergleich zu den Zugsteifigkeiten für axial beanspruchte Schrauben für den gängigen Ansatz entsprechend den Ausführungen von Abschnitt 6.6.2. Die Randträger sowie die Steifigkeit der Verbindung zur Segmentschale bleiben im Rahmen der Untersuchungen unverändert.

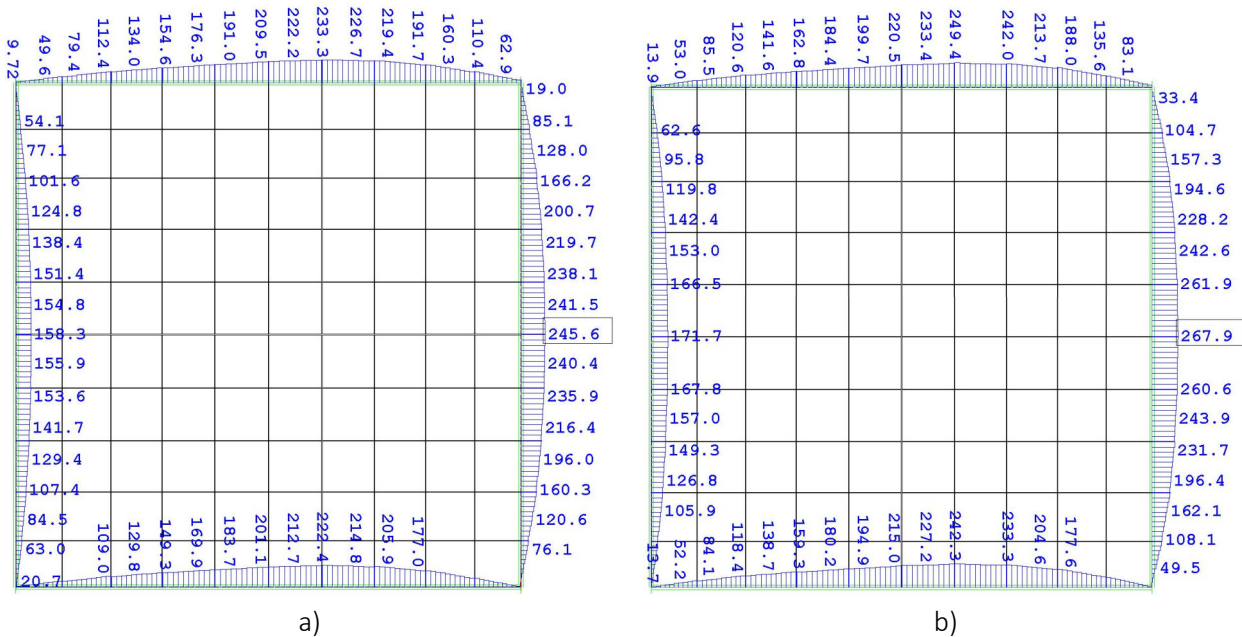


Abbildung 8.12: Vergleich der Zugkräfte im Randträger für a) $NL_mean_{ges,Pres}$ und b) $L_k_{u,Lit}/\gamma_M$

Die Berücksichtigung von nichtlinearen Verbindungseigenschaften zeigt für das Lastniveau einen untergeordneten Einfluss auf die maximalen Schnittgrößen im Brettsperrholz. Die maximalen Ausnutzungsgrade für die Verbindungen sind in Abbildung 8.13 dargestellt.

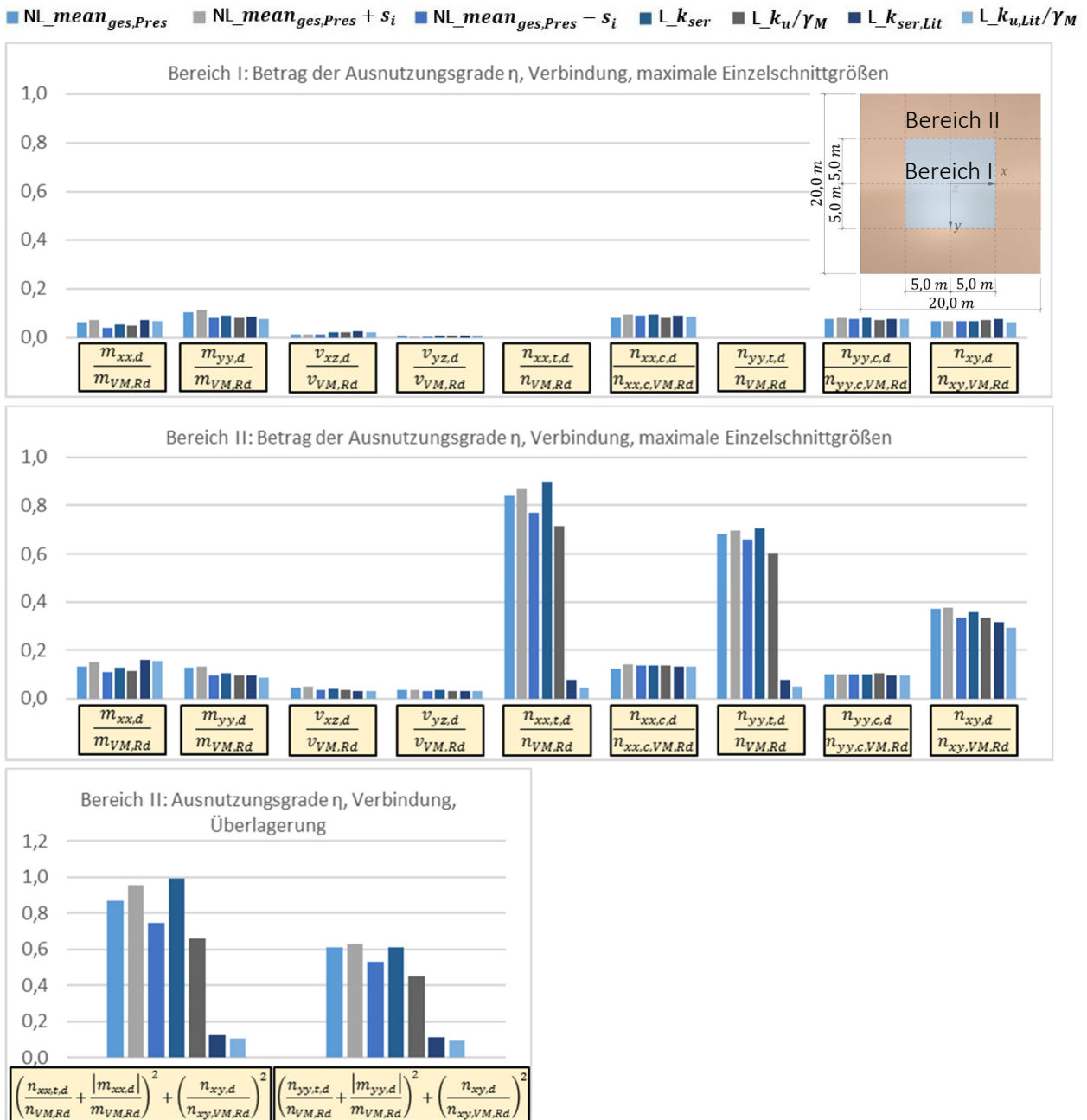


Abbildung 8.13: Maßgebende Ausnutzungsgrade Verbindung 2 in Abhängigkeit vom Ansatz der Steifigkeit in Bereich I und II

Für die betrachteten Ansätze der Verbindungssteifigkeiten sind alle Nachweise eingehalten. In Bereich I zeigen die verschiedenen Ansätze einen geringen Einfluss auf die unterschiedlichen maßgebenden Schnittgrößen.

Der größte Einfluss der Verbindungssteifigkeiten zeigt sich für Biegung. Größere Biegesteifigkeiten der Anschlüsse bedingen größere Biegebeanspruchungen der Verbindungen ($\Delta\eta_{max} \approx 4\%$). Auf eine Interaktion in Bereich I wird aufgrund der geringen Beanspruchung verzichtet.

Die Hauptbeanspruchungen resultieren in Bereich II besonders deutlich aus Membrankräften. Die maßgebende Einzeleinwirkung folgt aus Zugkräften im Bereich des Randträgers $\eta_{max} \approx 90\%$. Maßgebend für die Bemessung ist die Kombination aus Biegung, Scheibenschub und Zug $\eta_{max} \leq 100\%$ in Abhängigkeit von der Verbindungssteifigkeit. Für die maximalen Scheibenschubkräfte folgt $\eta_{max} < 50\%$. Die Ausnutzungsgrade für Druck und Biegung liegen bei $\eta_{max} < 16\%$. Beanspruchungen auf Plattenschub sind gering. Für Druck und Plattenschub zeigen die unterschiedlichen Steifigkeiten einen geringen Einfluss auf die maximalen Schnittgrößen. Für Biegung, Zug und Scheibenschub ist eine Abhängigkeit von der Steifigkeit erkennbar.

Besonders deutlich wird dies bei Betrachtung der Zugkräfte (siehe auch Erläuterungen oben). Die im Vergleich zu den Versuchen deutlich geringeren Steifigkeiten auf Basis der Ermittlung nach einem in der Praxis gängigen Ansatz (siehe Abschnitt 6.6.2) für in Achsrichtung beanspruchte Vollgewindeschrauben bedingen deutlich geringere Beanspruchungen der Verbindungsmittel. Die Ermittlung der Ausnutzungsgrade in Abbildung 8.13 erfolgt einheitlich anhand der mittels Kleinversuchen bestimmten Tragfähigkeiten. Die in Abschnitt 6.6.2 durchgeführte Gegenüberstellung der Tragfähigkeiten aus den Versuchen zu Angaben aus der Literatur zeigt in etwa 50% geringere Beanspruchbarkeiten aufgrund der Angaben der Literatur. Eine Berücksichtigung der geringeren Tragfähigkeiten bedingt in etwa eine Verdopplung der Ausnutzungsgrade. Selbst unter dieser Berücksichtigung liegt eine deutlich geringere Ausnutzung im Vergleich zu den versuchstechnisch ermittelten Ausnutzungen vor.

Der Vergleich zwischen linearen und nichtlinearen Steifigkeiten ($NL_mean_{ges,Pres} + s_i \leftrightarrow L-k_{ser}$) zeigt, dass sich aufgrund der hohen Zugkräfte plastische Verformungen in der Verbindung einstellen. Die Folge ist, dass die maximalen Schnittgrößen durch Lastumlagerung entlang der Verbindungskante abnehmen. Dieser Reissverschluss-Effekt zeigt den Vorteil von linienförmigen Verbindungsmitteln mit plastischer Arbeitslinie für hohe Beanspruchungen. Die vorliegende schräge Verschraubung zeigt diesen Effekt nur gering, birgt jedoch für Systeme ohne Randträger, bei beispielweise geringeren Spannweiten, größere Steifigkeiten. Im Gegensatz hierzu zeigt eine Beanspruchung auf Scherung, wie beispielsweise durch senkrecht eingedrehte Schrauben oder Eichennägeln von Verbindung 1, dass der Effekt von Lastumlagerungen verstärkt vorliegt. Die Lastumlagerung funktioniert unabhängig von der Verwendung eines Randträgers. Aufgrund großer Zugkräfte sowie aus Gründen der Stabilität ist die Verwendung eines Randträgers für Systeme mit großer Spannweite jedoch meist erforderlich. Infolge eines geringeren Lastniveaus liegen für Einzelschnittgrößen aus Biege- und Scheibenschub aufgrund der höheren nichtlinearen Anfangssteifigkeit höhere Beanspruchungen im Vergleich zum linearen Sekantenmodul vor. Die maßgebenden Ausnutzungsgrade liegen für die in Decklagenrichtung (x-Richtung) orientierten Verbindungen vor. Im Vergleich zu den BSP-Segmenten werden für beide Richtungen dieselben Tragfähigkeiten für die Verbindungen angesetzt. Aufgrund der höheren Steifigkeit der Segmente in x-Richtung (Decklagenrichtung) resultieren größere Beanspruchungen.

8.3.3 Betrachtung der Verformung

Für die Lastfälle LF 200 bis LF 203 erfolgt die Auswertung der maximalen vertikalen Verformungen u_z im globalen Koordinatensystem. Die Verformungen werden unter Anwendung der mittleren Steifigkeiten der Brettsperrholzsegmente (Steifigkeitsmatrix von Tabelle 5.1) ermittelt. Für die Verbindungen werden die nichtlinearen Steifigkeiten 1) bis 3) sowie die beiden linearisierten Ansätze 4) und 6) nach Tabelle 8.5 mit k_{ser} betrachtet. Abbildung 8.14 zeigt beispielhaft die Verformungsfiguren für die Verbindungssteifigkeiten $NL_mean_{ges,Pres}$.

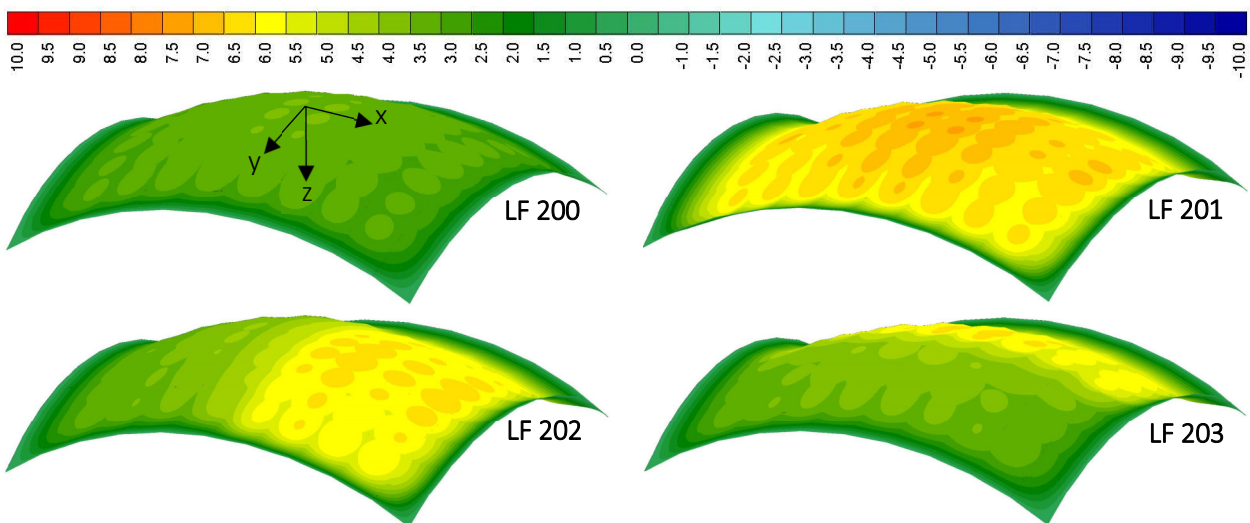


Abbildung 8.14: Beispielhafte 200-fach überhöhte Verformungsfiguren für $NL_mean_{ges,Pres}$

Die maximalen Verformungen je Ansatz der Verbindungssteifigkeiten sind in Abbildung 8.15 dargestellt. Die maximalen Verformungen stellen sich für alle betrachteten Fälle als Folge der vollen Belastung (LF 201) ein. Die Verformungen der Segmentschale in vertikaler Richtung sind mit $u_{z,inst,max} = \sim 12 \text{ mm}$ klein. Die Verformungen resultieren aus dem Ansatz $L_k_{ser,Lit}$ für die Verbindung mit der geringsten Steifigkeit. Dies entspricht bei der vorliegenden Spannweite $L_x = L_y = 20 \text{ m}$ einem Wert von $\sim \frac{L_x=L_y}{1650}$. Die nichtlinearen Ansätze bedingen kleinere Verformungen. Aufgrund des Lastniveaus liegt die Beanspruchung im Bereich der höheren Anfangssteifigkeiten im Vergleich zu den linearisierten Sekantensteifigkeiten. Die geringsten Steifigkeiten von $L_k_{ser,Lit}$ führen zu einer Erhöhung der maximalen Verformung von $\sim 80\%$. Die maximale Endverformung für die quasi ständige Kombination ergibt sich unter Berücksichtigung von $k_{def} = 0,8$ für NKL 1 nach [DIN EN 1995-1-1 Draft of CLT 2018] zu $u_{z,fin,max} = \sim 17 \text{ mm}$ ($\cong \sim \frac{L_x=L_y}{1150}$). Aufgrund der Lastabtragung primär über Membrankräfte liegen für jeden betrachteten Verbindungsansatz geringe Verformungen vor, und die Nachweise im GZG stellen nicht den bemessungsmaßgebenden Fall dar.

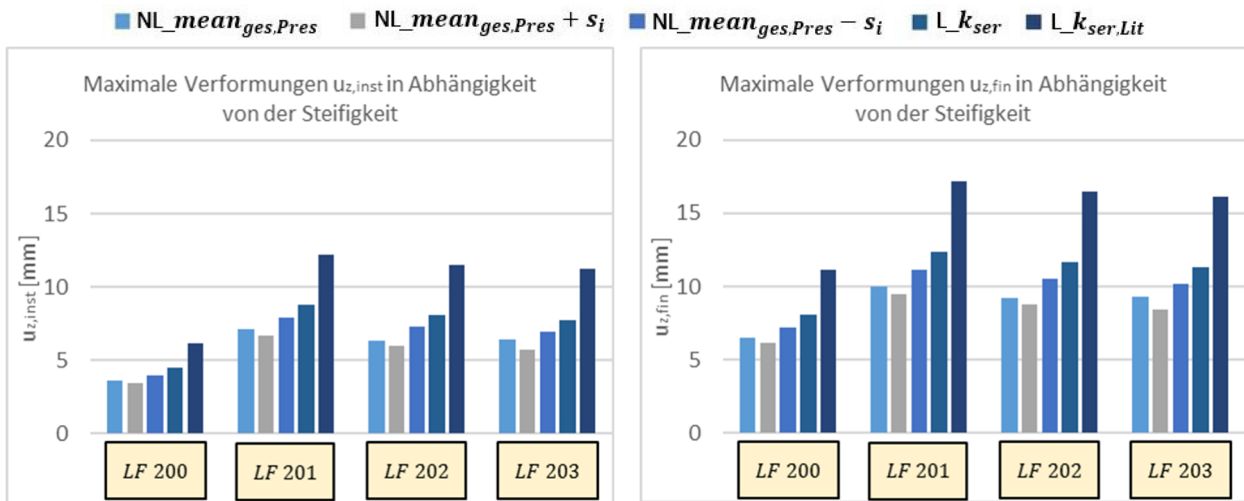


Abbildung 8.15: Maximale Verformungen $u_{z,inst}$ und $u_{z,fin}$ in Abhängigkeit vom Ansatz der Verbindungssteifigkeit für Verbindung 2

8.4 Fall 2: Segmentschale unter Anwendung von Verbindung 1

8.4.1 Tragfähigkeitsnachweise verschiedener Ansätze für Verbindungssteifigkeiten

Die Segmentschale 2 wird mit Ausnahme der Verbindung zwischen den Segmenten analog der Segmentschale 1 ausgeführt. Als Verbindung zwischen den Segmenten wird Verbindung 1 (Eichennägel mit Fremdfeder) mit im Vergleich zu den Versuchen halbierten Verbindungsmittelabständen verwendet. Die allgemeine Beschreibung zum Systemaufbau findet sich in Abschnitt 8.1.

Aufgrund der geringen Ausnutzung der BSP-Segmente der beispielhaften Segmentschale 1 (Abschnitt 8.3.1 und 8.3.2) erfolgt für die beispielhafte Segmentschale 2 nur die Betrachtung der Verbindungen. Die Untersuchungen werden ausschließlich für LF 121 angestellt. Die Arbeitslinien der verschiedenen berücksichtigten Ansätze für die Verbindungseigenschaften sowie die exemplarischen Schnittgrößen mit den Verbindungssteifigkeiten $NL_mean_{ges,Pres}$ und L_k_u/γ_M sind in Anhang D dargestellt. Nachfolgende Abbildung 8.16 zeigt die maßgebenden Ausnutzungsgrade der Verbindung infolge der Einzelschnittgrößen. Die Überlagerungen werden auf Grundlage der resultierenden Kräfte aus Zug und Scheibenschub in den Verbindungen durchgeführt. Die Ermittlung der charakteristischen Tragfähigkeit basiert auf einer statistischen Auswertung aller Versuchsergebnisse der Abschnitte 6.3.2 und 6.3.3 für Zug und Scheibenschub für Verbindung 1. Die Ergebnisse der statistischen Auswertung sind in Abbildung D.22 in Anhang D dargestellt. Bedingt durch die zueinander orthogonale Anordnung der Federn für Zug- und Scheibenschubbeanspruchung im Modell folgt die resultierende Beanspruchung direkt nach Pythagoras. Beanspruchungen aus Biegung werden auf der sicheren Seite linear in den Interaktionsgleichungen (8.11) und (8.12) für die Verbindungen am x- und y-Schnittufer berücksichtigt. Der Bemessungswert der Tragfähigkeiten für Biege- und Plattenschubbeanspruchung wird entsprechend den Ergebnissen der Kleinversuche (Abschnitt 6.3) angesetzt. Kombinations- und Teilsicherheitsbeiwert werden aufgrund der Verwendung von Holzverbindungsmitteln für alle Beanspruchungsarten zu $k_{mod} = 0,9$ und $\gamma_M = 1,3$ angesetzt. Die Ermittlung der Bemessungstragfähigkeiten ist in Anhang D dargestellt. Aufgrund fehlender normativer Regelung zu den verwendeten Eichennägeln und der verhältnismäßig geringen Abweichungen zu Literaturangaben (Abschnitt 6.6.2) erfolgt ausschließlich eine Berechnung mit im Rahmen der Versuche ermittelten Steifigkeits- und Tragfähigkeitswerten.

$$\frac{\sqrt{n_{xx,t,d}^2 + n_{xy,d}^2}}{n_{ges,VM,Rd}} + \frac{|m_{xx,d}|}{m_{VM,Rd}} \leq 1,0 \quad (8.11)$$

$$\frac{\sqrt{n_{yy,t,d}^2 + n_{yx,d}^2}}{n_{ges,VM,Rd}} + \frac{|m_{yy,d}|}{m_{VM,Rd}} \leq 1,0 \quad (8.12)$$

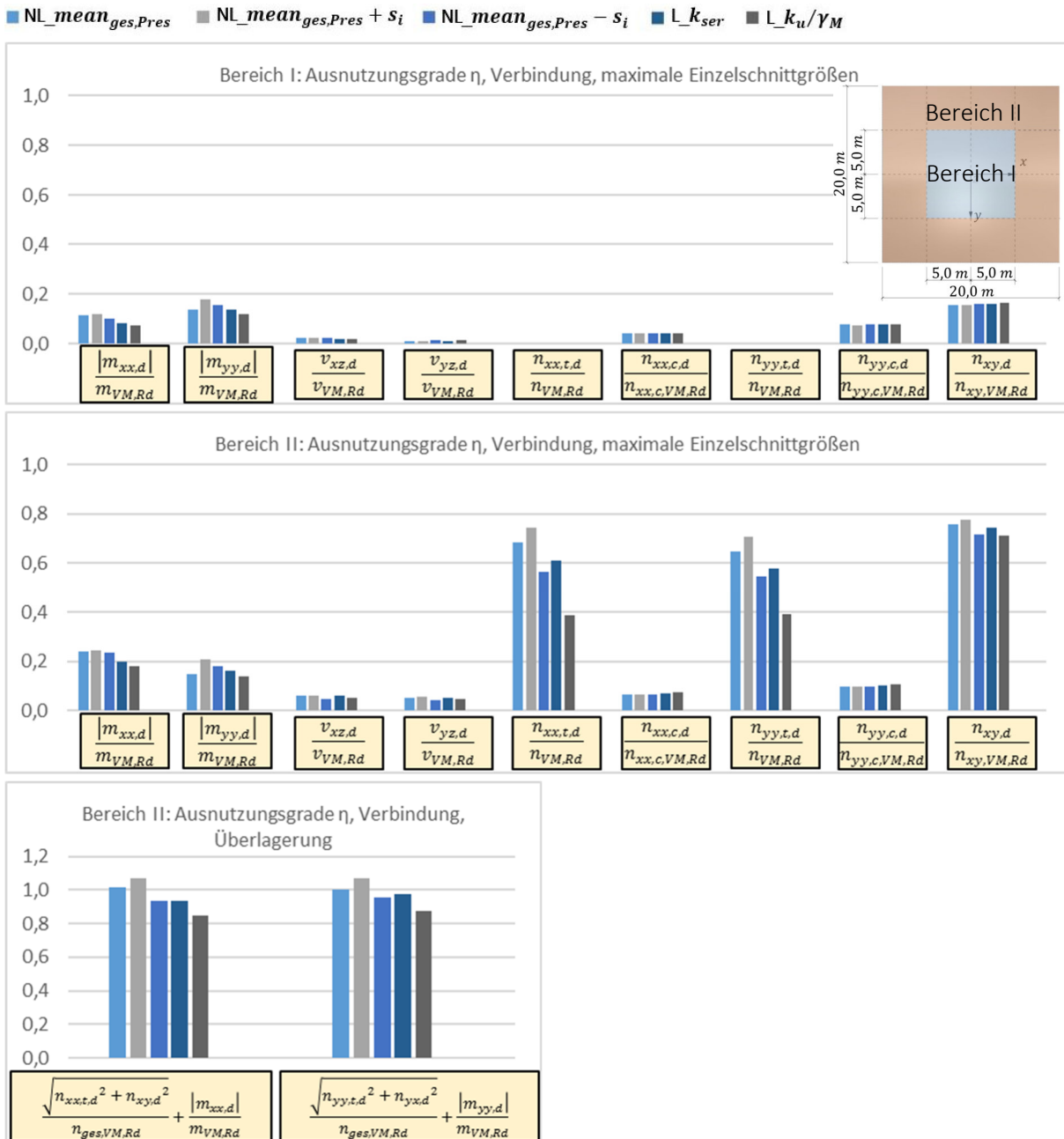


Abbildung 8.16: Maßgebende Ausnutzungsgrade Verbindung 1 in Abhängigkeit vom Steifigkeitsansatz in Bereich I und II

Alle Nachweise der Einzelschnittgrößen sind eingehalten. Für Überlagerungen der Schnittgrößen treten Überschreitungen der Bemessungstragfähigkeiten für 1) $NL_mean_{ges,Pres}$ um weniger 2% und 2) $NL_mean_{ges,Pres} + s_i$ um etwa 7% auf. Die Ursache liegt in der durch die höhere Steifigkeit beeinflussten höheren Beanspruchung der Verbindungsmittel. Ansätze höherer Verbindungssteifigkeiten liegen für die betrachteten Fälle für die maßgebenden Nachweise der Verbindungsmittel im Grenzzustand der Tragfähigkeit auf der sicheren Seite.

Ein Vergleich der beispielhaften Segmentschalen 1 und 2 zeigt, dass trotz der wesentlich geringeren Tragfähigkeiten von Verbindung 1 die Nachweise mit Ausnahme der um die Standardabweichung erhöhten Steifigkeit eingehalten sind. Möglich wird dies primär durch die deutlich geringeren Zugsteifigkeiten von Verbindung 1, infolge deren eine Reduzierung der maßgebenden Zugkräfte um 50 bis 60% im Randbereich aufgrund Lastumlagerungen in den Randträger erfolgt (vergleiche Zugkräfte von Verbindung 1 und 2 in Anhang D).

8.4.2 Betrachtung der Verformung

Die Verformungsermittlungen erfolgen analog Abschnitt 8.3.3. Abbildung 8.17 illustriert die maximalen Verformungen in globaler z-Richtung. Die maximalen Verformungen in vertikaler Richtung der Segmentschale mit Verbindung 1 betragen $u_{z,inst,max} = \sim 10 \text{ mm}$. Die Verformungen resultieren aus dem Ansatz $L_{k_{ser}}$ für die Verbindung mit der geringsten Steifigkeit im Anfangsbereich. Dies entspricht bei der vorliegenden Spannweite $L_x = L_y = 20 \text{ m}$ einem Wert von $\sim L_x = L_y/2000$. Unter Berücksichtigung von $k_{def} = 0,8$ für NKL 1 folgt $u_{z,fin,max} = \sim 14 \text{ mm}$ ($\triangleq \sim L_x = L_y/1430$). Bedingt durch die Geometrie resultieren geringe Verformungen der Gesamtstruktur auch für große Spannweiten.

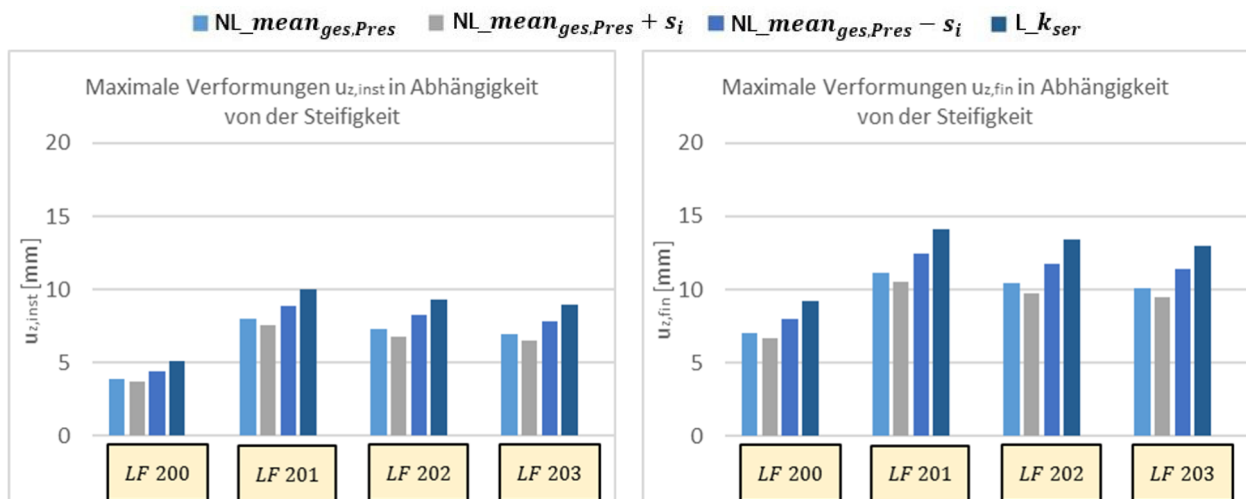


Abbildung 8.17: Maximale Verformungen $u_{z,inst}$ und $u_{z,fin}$ in Abhängigkeit des Ansatzes der Verbindungssteifigkeit für Verbindung 1

8.5 Traglastiteration und Stabilität

Unter Anwendung der Methodik des Abschnitts 4.8.3 erfolgen Stabilitätsbetrachtungen für die Segmentschale 1 und 2. Repräsentativ werden die Berechnungen auf Basis der Lastfallkombination LF 121 mit asymmetrischer Schneelastverteilung durchgeführt. Betrachtet werden die linearen Ansätze der Verbindungssteifigkeiten 4) $L_{k_{ser}}$ und 5) L_{k_u}/γ_M nach Tabelle 8.5. Die Betrachtungen erfolgen am imperfekten System. Das imperfekte System wird mit der asymmetrischen Vorverformung in x-Richtung entsprechend der Lastfallkombination LF 121 (siehe Abbildung 8.8b) angesetzt. Vergleichend wird eine Stabilitätsbetrachtung für die Verbindungsstei-

figkeiten 5) L_{k_u}/γ_M nach Tabelle 8.5 mit Imperfektionen aus der 1. Beulform $I_{imp,Beul.}$ angestellt. Die Verformungen der 1. Beulform sind lokal und werden in der Arbeit unter Verwendung der Imperfektionsvorgaben von Abbildung 4.33 und der Annahme der Ausdehnung über zwei Segmente zu $u_{imp,Beul.} = 10 \text{ mm}$ als Maximalwert berücksichtigt. Abbildung 8.18a und Abbildung 8.19a zeigen die 1. Beulformen für Verbindung 2 und Verbindung 1 für die Ansätze 5) L_{k_u}/γ_M der Verbindungssteifigkeiten. Die Beulformen resultieren entsprechend der Orientierung der maximalen Hauptdruckspannung. Die zugehörigen Hauptnormalkräfte sind in Abbildung 8.18b und Abbildung 8.19b gezeigt.

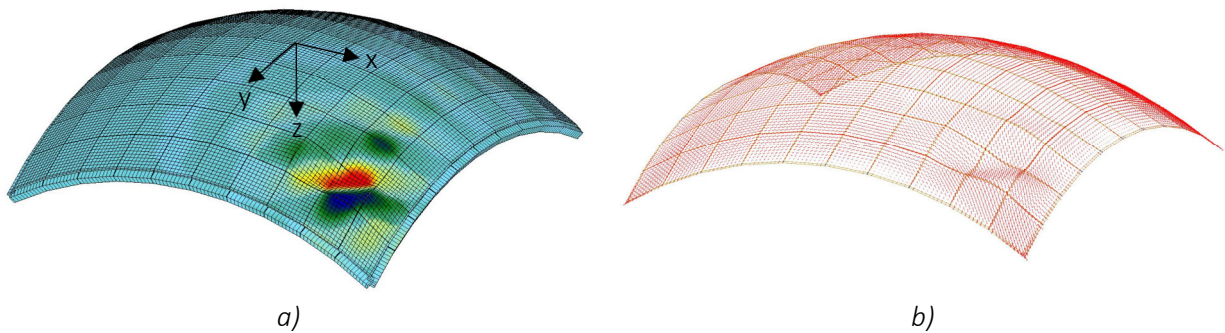


Abbildung 8.18: a) 1. Beulform und b) Hauptnormalkräfte Segmentschale 1 mit Verbindung 2 für L_{k_u}/γ_M

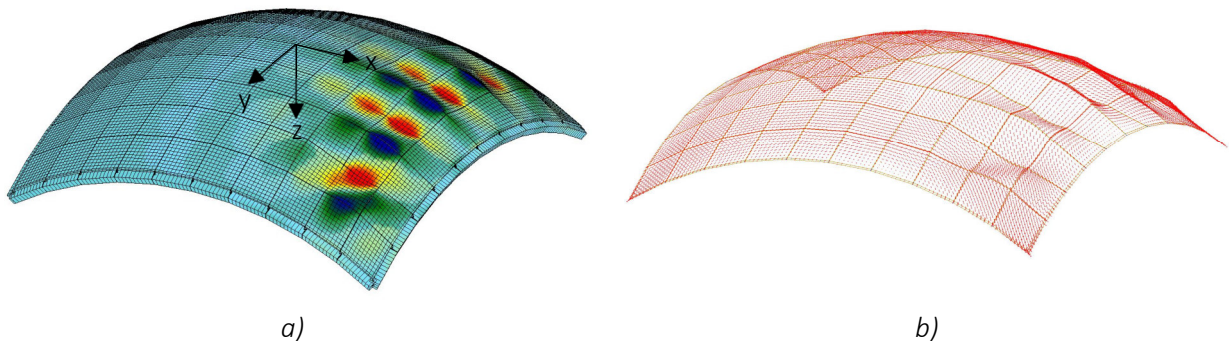


Abbildung 8.19: a) 1. Beulform und b) Hauptnormalkräfte Segmentschale 2 mit Verbindung 1 für L_{k_u}/γ_M

Die Steifigkeitsunterschiede bedingen unterschiedliche Beulformen. Durch die geringeren Verbindungssteifigkeiten von Verbindung 1 resultieren zusätzlich zu den Beulen in den Eckbereichen (Orientierung in Meridianrichtung) Beulen in Ringrichtung. Die maximalen Formänderungen in Ringrichtung stellen sich hierbei an den Verbindungsstellen (Knickpunkten) zwischen den Segmenten ein.

Abbildung 8.20 stellt die Ergebnisse der Traglastiteration für verschiedene Ansätze der Verbindungssteifigkeiten sowie der Imperfektionen dar. Für die betrachteten Fälle sind alle Nachweise der Stabilität eingehalten. Der geringste Lastfaktor beträgt $\sim 4,6$. Alle Grafen zeigen aufgrund der geometrisch nichtlinearen Berechnung das für Stabilitätsuntersuchungen typische Verhalten. Mit steigender Belastung stellt sich eine überproportionale Zunahme der Verformung ein. Das stabilitätsbedingte Versagen kann anhand der großen Verschiebungen erkannt werden. Eine geringfügig höhere Last liefert kein konvergentes Ergebnis der Traglastiteration der FEM. Eine Steigerung des Lastfaktors im Nachbeulbereich konnte anhand der angestellten Modellierung nicht

beobachtet werden. Die Ansätze geringerer Steifigkeiten in der Form L_{k_u}/γ_M resultieren in geringeren Lastfaktoren. Die globale Imperfektion $I_{asym,x}$ zeigt in etwa dieselben bis geringfügig höhere Lastfaktoren als lokale Imperfektionen entsprechend der 1. Beulform.

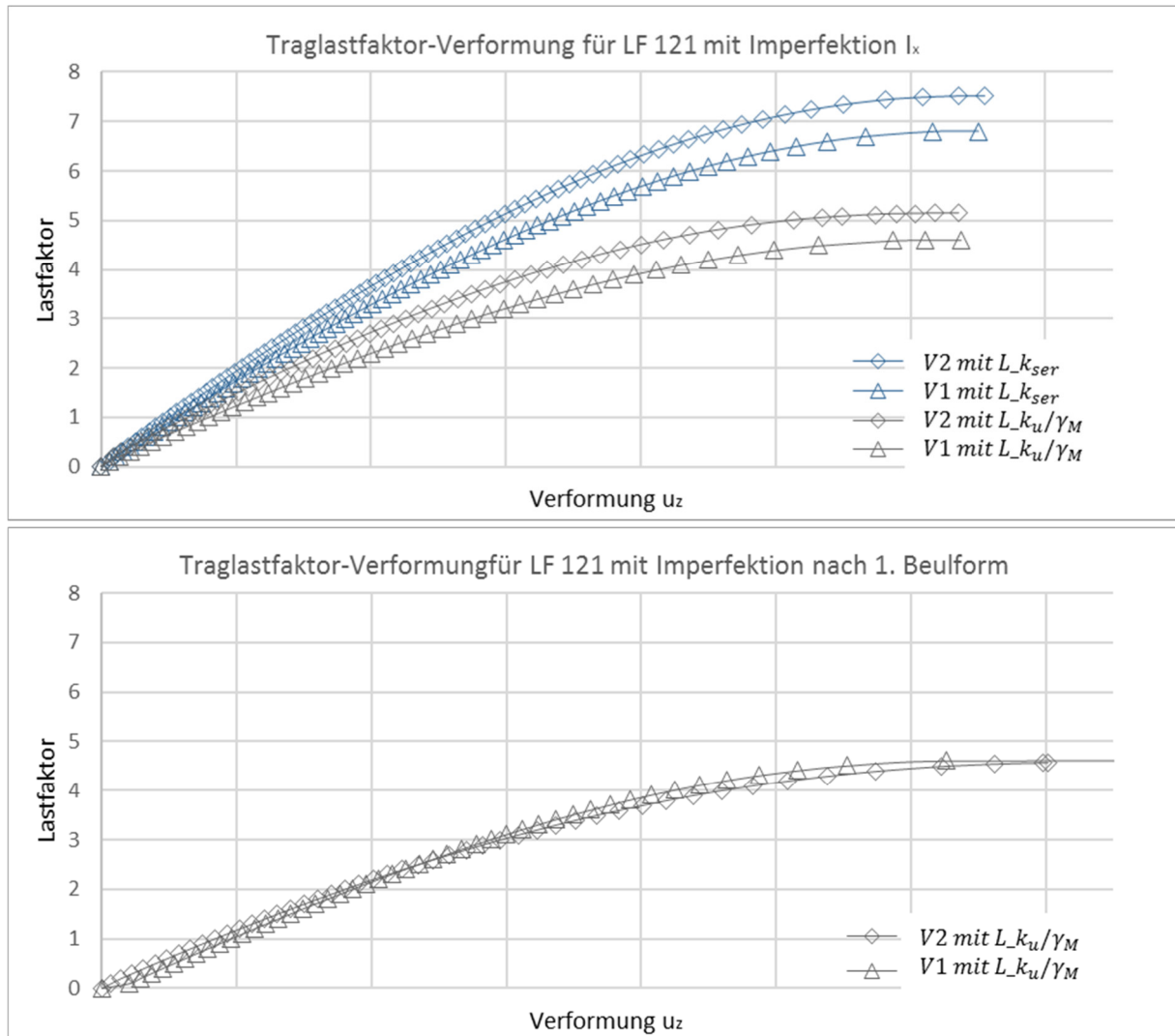


Abbildung 8.20: Lastfaktor-Verformungs-Kurven der geometrisch nichtlinearen Berechnungen

Die Stabilitätsbetrachtungen werden nur für die ausgewählten Konstellationen durchgeführt. Es zeigt sich auch für eine Berechnung am imperfekten System, dass eine deutliche Tragreserve für den betrachteten LF 121 vorliegt. Trotzdem sind weitere Berechnungen für andere Lastfälle und Imperfektionen anzustellen und hinsichtlich der Stabilitätssicherheit der Segmentschale zu bewerten, da unterschiedliche Ansätze für Imperfektionen sowie abweichende Lastfallkombinationen das Stabilitätsverhalten beeinflussen.

8.6 Fazit

Die konkreten Auswertungen an einer beispielhaften Segmentschale auf quadratischem Grundriss mit einer Spannweite von $L_x = L_y = 20m$ zeigen, dass für Verbindung 2 (mit Vollgewindeschrauben) alle Nachweise eingehalten sind. Für Verbindung 1 (mit Eichennägeln) sind lediglich die Nachweise für nichtlineare Verbindungseigenschaften mit den Gesamtmittelwerten der Steifigkeiten $NL_mean_{ges,Pres}$ sowie mit der um die Standardabweichung erhöhten Steifigkeit $NL_mean_{ges,Pres} + s_i$ geringfügig überschritten. Für die Berücksichtigung der linearen Verbindungseigenschaften gemäß [DIN EN 26891:1991-07] und [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] sind alle Nachweise erfüllt.

Die Nachweise der BSP-Segmente zeigen geringe Ausnutzungsgrade. Maßgebend für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Verbindungsmittel. Aufgrund der geringen Biegesteifigkeiten resultieren Biegebeanspruchungen in den Verbindungsmitteln mit Ausnutzungsgraden von $\eta < \sim 25\%$. Im Bereich I ohne Randstörung verringert sich die Beanspruchung auf $\eta < \sim 20\%$ für Verbindung 1 und auf $\eta < \sim 10\%$ für Verbindung 2 aufgrund deren höherer Tragfähigkeit. Die Beanspruchungen aus Plattenschub sind von untergeordneter Bedeutung. Bemessungsmaßgebend sind die Beanspruchungen aus Zug und Scheibenschub in den Eckbereichen der Schale. Letztere können aufgrund der Wahl baupraktisch realistischer Steifigkeiten nur untergeordnet beeinflusst werden. Für die Zugbeanspruchungen in den Verbindungen hingegen zeigt sich ein deutliches Potenzial durch die Wahl der Steifigkeiten. Durch die Verwendung eines Randträgers, wie er meistens für dünne Schalen mit großer Spannweite erforderlich ist, ergibt sich die Möglichkeit der Entlastung der Verbindungen. Hierfür sollten die Segmente kontinuierlich mit dem Randträger verbunden werden und die Steifigkeit der Verbindung mindestens der Steifigkeit zwischen den Segmenten entsprechen. Höhere Steifigkeiten führen zu weiteren Entlastungen der Segmentverbindungen. Für die betrachteten Fälle wird die Verbindung zum Randträger unverändert belassen. Eine Einhaltung aller Nachweise für Verbindung 1 kann daher durch eine Erhöhung der Steifigkeit der Verbindung zum Randträger erreicht werden. Verbindung 2 kann bei unveränderten Eigenschaften des Randträgers durch eine Adaption der Verbindung entlastet werden. Beispielhaft resultiert aus einer Ausführung der Vollgewindeschrauben ohne Neigung eine Beanspruchung der Verbindungsmittel auf Scherung (vergleiche Eigenschaften auf Scheibenschub). Die geringere Steifigkeit der Verbindung führt zu einer Entlastung. Gleichzeitig liegt ein deutlich nichtlineares Tragverhalten mit Lastumlagerungen vor.

Der Vergleich der unterschiedlichen Steifigkeitsansätze für die Verbindungen (linear und nichtlinear) zeigt primär Einfluss auf die Zugbeanspruchungen. Die nichtlinearen Ansätze bedingen, aufgrund der größeren Anfangssteifigkeit, meist höhere Beanspruchungen in den Verbindungsmitteln als der Ansatz L_k_u/γ_M . Lastumlagerungen von Verbindungen infolge einer Abnahme der Steifigkeiten bei höherer Beanspruchung können, aufgrund des Erreichens der Bemessungstragfähigkeit, für die betrachteten Verbindungen nur bedingt berücksichtigt werden. Der Effekt liegt dennoch vor und führt, beispielsweise für Eichennägel oder für auf Abscheren beanspruchte Vollgewindeschrauben, vor dem Erreichen der Bruchlast zu deutlichen Steifigkeitsveränderungen mit Lastumlagerungsmöglichkeiten entlang von linienförmigen Verbindungen. Damit einher gehen deutliche Verformungszunahmen. Ein plötzliches Versagen von Verbindungsmitteln durch Bruch entlang einer Kante ohne Vorankündigung ist daher unwahrscheinlich. Aus diesem Grund erscheint eine Bemessung mit

linearen Steifigkeiten k_v für Verbindungen mit deutlich nichtlinearem Verhalten sinnvoll. Die Möglichkeit der Lastumlagerung aufgrund abgeminderter Steifigkeiten wird indirekt berücksichtigt.

Aufgrund der Geometrie und der Lastabtragung mit geringen Biegebeanspruchungen zeigen die beispielhaften Schalen für beide Verbindungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit geringe vertikale Verformungen mit $u_z < L/1000$. Die durchgeführten Stabilitätsbetrachtungen für lineare Verbindungseigenschaften im GZT unter Berücksichtigung von Imperfektionen ergeben die geringsten Traglastfaktoren für die unteren Grenzwerte der Steifigkeiten. Die Traglastfaktoren der betrachteten Fälle folgen zu $> 4,5$.

9 Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung der Erkenntnisse

Die Umsetzbarkeit von aus ebenen, möglichst großformatigen Brettspertholzplatten segmentierten Schalen wird in vorliegender Arbeit am Beispiel von durch ebene Viereckplatten angenäherten, zweifach positiv gekrümmten Translationsschalen aus Leitlinie und Erzeugenden konstanter Krümmung nachgewiesen. Durch die Anordnung der ebenen Segmente im Raum entlang der Idealform einer Schale werden Biegebeanspruchungen verringert und ein primär über Membrankräfte wirkendes Tragwerk erzeugt. Durch die Lastabtragung werden die Verformungen der Gesamtstruktur reduziert. Der häufig aufgrund der geringen materiellen Steifigkeit relevante Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für Holztragwerke mit großer Spannweite wird nicht bemessungsrelevant. Für die beispielhafte Segmentschale mit einer Spannweite von $L_x = L_y = 20m$ und einer Dicke von $t = 100mm$ bei $R/t \approx 180$ resultieren maximale Verformungen von $u_z < (L_x; L_y)/1000$. Die Segmente werden aus gängigem Brettspertholz hergestellt. In der vorliegenden Arbeit wird fünfplagiges BSP mit Schmalseitenverklebung und dem Aufbau $5x20mm$ verwendet.

Das Tragverhalten von Segmentschalen wird neben der Lagerung wesentlich von der Segmentierung (Anordnung und Größe der ebenen Platten) und den Verbindungen zwischen den Segmenten beeinflusst. Aufgrund von Überlegungen bezüglich einer möglichst einfachen Herstellung auf der einen Seite und einem dennoch günstigen Tragverhalten auf der anderen Seite wird eine Parameterstudie zum Tragverhalten für unterschiedliche Segmentierungen angestellt. Die Überlegungen erfolgen für einfach herstellbare Vierecksegmente, die zur Reduzierung der Verbindungen möglichst großformatig vorliegen sollen. Anhand der beispielhaften Translationsschale wird gezeigt, dass bereits grobe Segmentierungen mit einem Verhältnis von Segmentlänge zu Spannweite $|\vec{a}_{ji}|/L_x = |\vec{a}_{ji}|/L_y = 0,10$ bis $|\vec{a}_{ji}|/L_x = |\vec{a}_{ji}|/L_y = 0,15$ und Knickwinkeln zwischen den Segmenten von $\beta \approx 8,0^\circ$ ein günstiges Tragverhalten ermöglichen. Aufgrund der Nachgiebigkeiten der Verbindungen wirkt sich eine zu feine Segmentierung nachteilig für den Lastabtrag und die Stabilität des Systems aus.

Durch die Wahl geeigneter Steifigkeiten für die Verbindungen kann das Tragverhalten günstig beeinflusst werden. Aufgrund der inneren statischen Unbestimmtheit kann die Lastabtragung durch alternative Lastpfade erfolgen. Für die Biegesteifigkeiten der Verbindungen sind sowohl gelenkige Ausführungen als auch theoretisch starre Anschlüsse möglich. Bei gelenkigen Ausführungen liegt aufgrund der geometrischen Anordnung der Segmente im Raum kein kinematisches System vor. Entsprechend der Biegesteifigkeit der Segmente und der Verbindung erfolgt die Aufteilung der lokalen Biegemomente zwischen Segment und Verbindungsstelle. Die Zugsteifigkeiten sollten in Abhängigkeit vom System gewählt werden. Für Systeme mit Randträger können die Zugkräfte in den Verbindungen zwischen den Segmenten reduziert werden. Durch die Wahl einer möglichst steifen Verbindung von Segmentschale zum Randträger erfolgt eine Entlastung der Verbindungen zwischen den Segmenten. Gleichmaßen muss beachtet werden, dass der Ansatz von zu geringen Steifigkeiten für die Verbindungen zu einer Unterschätzung der Verbindungsbeanspruchungen führt.

Für die Verbindung zwischen den Segmenten werden drei Verbindungsmöglichkeiten mittels Kleinversuchen betrachtet und für statische Berechnungen aufbereitet. Die Konzeption erfolgt als Verbindungen, mit kontinuierlich entlang der Kanten angeordneten, stiftförmigen Verbindungen mit Fremdfedern oder Laschen aus Holz. Aufgrund der linienförmigen Anordnung wird eine Lastweiterleitung an den gesamten Verbindungskanten des zweiachsig lastabtragenden Tragwerks ermöglicht. Von den drei betrachteten Verbindungen werden zwei als reine Holzverbindungen (Eichennägel und pneumatisch eingetriebene Buchennägel) und eine mittels Vollgewindeschrauben ausgeführt. Für jede Verbindung erfolgt die Untersuchung der Eigenschaften für Zug, Scheiben- und Plattenschub sowie Biegung. Die Ergebnisse stellen die Steifigkeiten und die charakteristischen Tragfähigkeiten dar. Die Auswertung der Steifigkeiten erfolgt linear und mittels Polygonzügen, die das nichtlineare Tragverhalten näherungsweise abbilden. Die Verbindung unter Verwendung der pneumatisch eingetriebenen Buchennägel wird aufgrund der Abhängigkeiten der Last-Verformungs-Beziehungen sowie der Tragfähigkeit von Holzfeuchteänderungen in der vorliegenden Arbeit nicht weiter betrachtet. Vorschläge für eine Adaption zur Vermeidung der Problematik werden aufgezeigt.

Für die Verbindung mit Eichennägeln und Vollgewindeschrauben kann für Beanspruchungen aus Zug und Scheibenschub keine direkte Abhängigkeit der Eigenschaften von der Ausrichtung des angrenzenden Brettsperrholzes festgestellt werden. Die Biegesteifigkeiten sind im Allgemeinen gering und in Abhängigkeit von der Orientierung des Brettsperrholzes unterschiedlich. Für die Grenzwerte der Steifigkeiten der Verbindungen zeigt sich, dass statistische Auswertungen unter Berücksichtigung der Standardabweichungen die einzelnen Versuchsergebnisse gut erfassen. Anhand von Versuchen an Ausschnitten der Segmentschale wird die Gesamttragwirkung der Verbindungen betrachtet. Für Druckbeanspruchungen der händisch hergestellten Prüfkörper wird ersichtlich, dass ab einer Verformung in Richtung der Druckbeanspruchung von $< 1\text{mm}$ volle Holzpressung zwischen den angrenzenden Brettsperrholzsegmenten vorliegt.

Die Verbindungseigenschaften zeichnen sich alle durch ein mehr oder weniger stark ausgeprägtes nichtlineares Verhalten aus. Entsprechend dem Kraftfluss in der Segmentschale bedingen daher alle Verbindungen aufgrund der linienförmigen Ausführung die Möglichkeit der Lastumlagerung entlang der Kanten. Die Nichtlinearität ist für Eichennägel und Vollgewindeschrauben auf Abscheren besonders stark ausgeprägt. Dementsprechend hoch ist das Potenzial der Lastumlagerung. Für die konkrete beispielhafte Bemessung zeigt sich, dass die Nichtlinearitäten bis zur Bemessungstragfähigkeit nur bedingt genutzt werden können. Aufgrund der höheren Anfangssteifigkeit der tatsächlichen Last-Verformungs-Kurven weist der lineare Ansatz L_{k_u}/γ_M entsprechend [DIN EN 26891:1991-07] und [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010] geringere Ausnutzungen der Verbindungsmittel auf. Die deutlich nichtlinearen Eigenschaften vor dem Erreichen der Bruchlast bewirken im realen Tragwerk Lastumlagerungen mit großen Verformungen. Aufgrund der Lastumlagerungen wird eine gewisse Robustheit im Tragwerk erreicht. Dieses nichtlineare Verhalten kann anhand des gültigen Sicherheitskonzeptes für Segmentschalen derzeit am besten über den Ansatz L_{k_u}/γ_M berücksichtigt werden. Auf der sicheren Seite liegend empfiehlt sich, für die Bemessung der Verbindungsmittel zwischen den Segmenten deren Steifigkeiten ohne Berücksichtigung von γ_M mit L_{k_u} zu veranschlagen. Für die Berechnung und Bemessung von Segmentschalen ist die Kenntnis der Verbindungseigenschaften von zentraler Bedeutung.

Im Rahmen der statischen Berechnung der beispielhaften Segmentschalen zeigt sich, dass die Verbindungen bemessungsmaßgebend sind. Entscheidend für die betrachteten Segmentschalen sind die Beanspruchungen der Verbindungen auf Zug und Scheibenschub. Die Ausnutzungsgrade im Brettspertholz sind gering. Von den betrachteten Verbindungen stellt die Verbindung mit Eichennägeln die weichste mit der geringsten Tragfähigkeit dar. Dennoch kann gezeigt werden, dass diese Verbindung trotz der geringeren Tragfähigkeiten aufgrund der geringeren Steifigkeiten die Standsicherheitsnachweise erfüllt. Zu beachten ist, dass mit abnehmender Steifigkeit die Gefahr eines stabilitätsbedingten Versagens zunimmt. Als besonders geeignet erweisen sich daher Verbindungen mit deutlich nichtlinearem Verhalten und hohen Beanspruchbarkeiten. Gleichzeitig ist die Verwendung eines Randträgers für freie Ränder mit möglichst steifer Verbindung zur Segmentschale anzuraten.

9.2 Ausblick und weiterer Forschungsbedarf

Den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit stellt das Tragverhalten von Segmentschalen unter Beachtung der Verbindungseigenschaften dar. Für eine konkrete Umsetzung ist die Montage ein zentraler Bestandteil. Zur Vermeidung von aufwändigen Lehrgerüsten stellt König [2018] in seiner Master Thesis erste Überlegungen zur Montage von Segmentschalen mittels Einzelstützen an. Die Untersuchungen ergeben, dass im Hinblick auf die Tragfähigkeit eine Montage der Segmentschale auf Randträgern ohne Montagestützen erfolgen könnte. Für die Montagefähigkeit ist eine Begrenzung der Verformung notwendig, wodurch einzelne Stützen erforderlich werden. Deren Position ist für die Montage entscheidend. König [2018] führt beispielhafte Berechnungen durch, anhand derer er Montagereihenfolgen angibt und die Erstellung eines Montageplans für die Positionierung der Einzelstützen vorschlägt. Aufbauend auf Überlegungen von König [2018] sind weiterführende Untersuchungen erforderlich.

Segmentschalen im Holzbau bieten aufgrund der neuartigen Bauweise ein breites Gebiet der Anwendung und Forschung. In der vorliegenden Arbeit werden auf positiv gekrümmten Translationsflächen basierende Segmentschalen mit Segmenten gleicher Kantenlänge betrachtet. Die Segmentierung birgt das Potenzial der Anwendung für verschiedene Geometrien und Segmentierungen, aber auch für Optimierungen. Ein Beispiel kann die in Abbildung 4.29 gezeigte Implementierung von größeren Segmenten im Bereich der Randstörungen darstellen. Eine weitere mögliche Modifikation stellt die Einbringung von Öffnungen in die Schale dar. Die Bauweise eignet sich, ohne verstärkende Zugrippen, primär für auf Druck beanspruchte Strukturen.

Die Eigenschaften der Verbindungen können, unter Beachtung der angegebenen geometrischen Grenzwerte bezüglich des Knickwinkels, für die Erzeugung und Berechnung von Segmentschalen mit beliebigen Geometrien und Segmentierungen verwendet werden. Ebenso eignet sich deren Anwendung für die Berechnung von in einer Ebene gestoßenen Platten und Scheiben.

Anhand der Arbeit wird eine Annäherung für die Berechnung der nichtlinearen Verbindungseigenschaften gezeigt. Aufbauende Untersuchungen sollten das Potenzial von Lastumlagerungen entlang von Verbindungskanten aufgrund von Nichtlinearitäten betrachten. Erste Ergebnisse hierzu werden laut der zum Zeitpunkt der Fertigstellung der Dissertation bekannten Planung im dritten oder vierten Quartal 2020 im „Bauingenieur“ zu finden sein. Anhand von weiterführenden empirischen Betrachtungen mit variierenden Parametern könnten

Berechnungsgleichungen gegebenenfalls auch in Form von vereinfachten Annahmen, wie beispielsweise bilinearen Last-Verformungs-Beziehungen oder über den Ansatz einer mitwirkenden Verbindungsbreite, bestimmt werden. Mit Blick auf die Drehsteifigkeiten der Verbindungen wären Vereinfachungen der Berechnungen denkbar. Aufgrund der geringen Größe der Drehsteifigkeit bietet sich die Möglichkeit der Vernachlässigung der Steifigkeit und folglich einer Berechnung mit gelenkigen Verbindungen. Für nicht überdrückte Verbindungen wären Überlegungen zur Beanspruchung der Verbindung in Abhängigkeit von der Drehsteifigkeit besonders in Bereichen mit Randstörung erforderlich. Des Weiteren bergen an Abschnitt 7.2 anknüpfende Überlegungen zur Drehsteifigkeit von überdrückten Verbindungen und deren Einfluss auf das Tragverhalten Potenzial der Optimierung.

Die Verbindungen werden in der vorliegenden Arbeit gleichmäßig entlang der Verbindungskanten angeordnet. Optimierungen könnten eine gestaffelte Anordnung entsprechend dem Kraftfluss berücksichtigen. Der Kraftfluss in Abhängigkeit von den variierenden Verbindungssteifigkeiten wird hierbei für die Bemessung eine entscheidende Rolle spielen. Mit Blick auf die Robustheit wären Überlegungen unter Berücksichtigung des Versagens von Verbindungsmitteln an unterschiedlichen Verbindungsstellen sinnvoll. Untersuchungen zum Last-Verformungs-Verhalten der Verbindung zwischen Randträger und Segmentschale ermöglichen eine realistischere Modellierung und Berechnung der Verbindungsbeanspruchungen zwischen den Segmenten im Bereich der Randträger.

In der Nachweisführung für Brettspertholz wird in der vorliegenden Arbeit eine lineare Interaktion von Verdrehung und Scheibenschub berücksichtigt. Untersuchungen zum tatsächlichen Interaktionsverhalten der Schnittgrößen kann Gegenstand von weiterer Forschungsarbeit für Brettspertholz sein.

Literaturverzeichnis

Veröffentlichungen

- ALTENBACH, H., ALTENBACH, J., UND NAUMENKO, K. 2016. *Ebene Flächentragwerke. Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- AONDIO, P. 2014. *Berechnung von Zylinderschalen aus Holz und Holzwerkstoffen unter Berücksichtigung der Spannungsrelaxation*. Dissertation, Technische Universität München.
- AONDIO, P., GLASER, P., UND KREUZINGER, H. 2020a. FE-Berechnung von geklebtem Brettspertholz - Teil 1: Theorie. *Bauingenieur*, 01, 22–25.
- AONDIO, P., GLASER, P., UND KREUZINGER, H. 2020b. FE-Berechnung von geklebtem Brettspertholz - Teil 2: Beispiele. *Bauingenieur*, 02, 73–76.
- BAUEN MIT HOLZ. 2019. *TU Kaiserslautern: Pavillon mit zwölf Metern Spannweite wird feierlich eingeweiht*. <https://www.bauenmitholz.de/tu-kaiserslautern-pavillon-mit-zwoelf-metern-spannweite-wird-feierlich-ingeweiht/150/70774/>. Accessed 21 January 2020.
- BENTLEY, D., POTTMAN, H., UND KASIZ-HITZ, E., Eds. 2007. *Architectural geometry*. Bentley Inst. Press, Exton, Pa.
- BLAß, H.J. 2007. *Tragfähigkeit von stiftförmigen Verbindungsmitteln in Brettspertholz*. Karlsruher Berichte zum Ingenieurholzbau Bd. 8. Technische Informationsbibliothek u. Universitätsbibliothek; Univ.-Verl. Karlsruhe, Hannover, Karlsruhe.
- BLAß, H.J., ERNST, H., UND WERNER, H. 1999. Untersuchung über die Tragfähigkeit von Verbindungen mit Holzstiften. *Bauen mit Holz 101*, 45–52.
- BLAß, H.J., UND SANDHAAS, C. 2016. *Ingenieurholzbau. Grundlagen der Bemessung*. KIT Scientific Publishing, Karlsruhe.
- BLOCK, P., UND RIPPMANN, M. 2013. Das katalanische Gewölbe – Ein Konstruktionsprinzip mit Geschichte und Zukunft. *DETAIL Einfach und Komplex*, 5, 528–536.
- BOGUSCH, W. 2014. Futuristisch: Entwurf und Ausführung eines Schalentragwerks in Holz. *CH.Holzbau 2*, 10, 26–29.
- BORN, J. 1954. *Faltwerke. Ihre Theorie und Berechnung*. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- BÜREN, C.V. 1985. *Funktion & Form. Gestaltungsvielfalt im Ingenieur-Holzbau*. Birkhäuser, Basel.
- COLLING, F. 2016. *Holzbau. Grundlagen und Bemessung nach EC 5*. Lehrbuch. Springer Vieweg, Wiesbaden.

- EHLBECK, J., UND EHRHARDT, W. 1995. Screwed joints. *Timber engineering STEP 1*.
- FLÜGGE, W. 1962. *Statik und Dynamik der Schalen*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- GIRKMANN, K. 1986. *Flächentragwerke. Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Falterwerke*. Springer, Wien.
- GRASSER, E., UND THIELEN, G. 1991. *Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken. Nach DIN 1045, Ausg. Juli 1988*. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton 240. Beuth, Berlin.
- GRUTTMANN, F., UND WAGNER, W. 2001. Shear correction factors in Timoshenko's beam theory for arbitrary shaped cross-sections. *Computational Mechanics*, 27, 199–207.
- HALÁSZ, R.V., UND SCHEER, C., Eds. 1974. *Holzbau-Taschenbuch. Mit 135 Tabellen*. Ernst & Sohn, Berlin.
- HALÁSZ, R.V., UND SCHEER, C. 1996. *Grundlagen, Entwurf, Bemessung und Konstruktionen*. Holzbau-Taschenbuch ; 1. Ernst, Berlin.
- HARTMANN, F., UND KATZ, C. 2019. *Statik mit finiten Elementen*, Berlin.
- HEINLE, E., UND SCHLAICH, J. 1996. *Kuppeln aller Zeiten - aller Kulturen*. Dt. Verl.-Anst, Stuttgart.
- HERZOG, T., NATTERER, J., SCHWEITZER, R., VOLZ, M., UND WINTER, W. 2003. *Holzbau Atlas*. Inst. für Internationale Architektur-Dokumentation, Birkhäuser - Verlag für Architektur, Basel, München.
- HOEFT, M. 1992. Ausstellungspavillon in Brettstapelbauweise. Holzbau: Architektur, Konstruktion. *Fachbeilage zum "Schweizer Baublatt"*, 02.
- HOLZER, S.M. 2015. *Statische Beurteilung historischer Tragwerke. Band 2*. BiP - Bauingenieur-Praxis. Ernst & Sohn a Wiley brand, Berlin.
- IHLER, T. 2018. *Untersuchung von Verbindungen zur Fügung flächenförmiger ebener Holzplatten für die Gerierung diskretisierter zweifach gekrümmter Holzschalen*. Master's Thesis, Technische Universität München.
- JACOB-FREITAG, S. 2014. Projekt 3: Elefantenhaus in Zürich. Das Tragwerk des neuen Elefantenhauses im Zoo Zürich setzt konstruktiv und tragwerksplanerisch neue Maßstäbe. *Mikado*, 4, 26–36.
- JESKA, S., SALEH PASCHA, K., UND HASCHER, R., Eds. 2015. *Neue Holzbautechnologien. Materialien, Konstruktionen, Bautechnik, Projekte*. Birkhäuser, Basel.
- KNIPPERS, J. 2019. <https://www.janknippers.com/de/archives/portfolio-type/holzpavillon-bundesgartenschau-heilbronn-2019>. Accessed 21 January 2019.

- KNIPPERS, J., MENGES, A., GABLER, M., LA MAGNA, R., REICHERT, S., SCHWINN, T., UND WAIMER, F. 2012. Von den Seeigeln lernen. *Bauen mit Holz*, 6, 24–27.
- KÖNIG, E. 2018. *Montage von diskreten Translationsschalen aus ebenen Holzwerkstoffplatten mit Einzelstützen*. Master's Thesis, Technische Universität München.
- KRAUS, F. 1969. *Hyperbolisch paraboloiden Schalen aus Holz*. Karl Krämer Verlag, Stuttgart.
- KREUZINGER, H. 1999. *Platten, Scheiben und Schalen. Ein Berechnungsmodell für gängige Statikprogramme 1/99*, 34–39.
- KREUZINGER, H., UND SCHOLZ, A. 2003. *Flächentragwerke - Berechnung und Konstruktion*. Forschungsvorhaben - Schlussbericht, Technische Universität München.
- KRIEG, O.D., SCHWINN, T., UND MENGES, A. 2015. Neue Holztechnologien: Robotisch gefertigter Leichtbau. Forstpavillon auf der Landesgartenschau Schwäbisch Gmünd 2014. *Holztechnologie* 56, 2, 20–26.
- KÜBLER, W. 2014. Das neue Elefantenhaus im Zoo Zürich. *Bautechnik*, 1, 51–57.
- LEITNER, K. 2004. *Tragkonstruktionen aus plattenförmigen Holzwerkstoffen mit der Textilen Fuge*. Technische Hochschule Aachen, Dissertation. Mainz, Aachen.
- LUSCH, G., UND TRUCKENBRODT, E. 1964. *Erläuterungen zum Normblatt DIN 1055, Blatt 4 - Windlasten. Berichte aus der Bauforschung*. Wilh. Ernst & Sohn, Berlin.
- MARTI, P. 2014. *Baustatik. Grundlagen, Stabtragwerke, Flächentragwerke*. Ernst & Sohn, Berlin.
- MENGES, A., KNIPPERS, J., WAGNER, H.J., UND SONNTAG, D. 2019. BUGA Holzpavillon - Freiformfläche aus robotisch gefertigten Nulltoleranz-Segmenten. *FORUM HOLZBAU*, 25. Internationales Holzbau-Forum IHF, 2, 129–138, Innsbruck.
- MITTELMANN, G. 1958. *Beitrag zur Berechnung von Translationsschalen*. Dissertation, Fakultät für Bauwesen, Technischen Hochschule Hannover. Springer, Berlin, Heidelberg.
- MÖNCK, W. 1995. *Holzbau. Grundlagen für Bemessung und Konstruktion; mit 28 Tabellen*. Verl. für Bauwesen, Berlin.
- MPA BAU. 1970. *Modellversuch - Holzschalendach Dortmund*, Technische Universität München.
- MÜLLER, A., VOGEL, M., LANG, S., UND SAUSER, F. 2016. *Historische Holzverbindungen. Untersuchung des Trag- und Lastverformungsverhaltens von historischen Holzverbindungen und Erstellung eines Leitfadens für die Baupraxis*. Forschungsbericht, Berner Fachhochschule.

- NATTERER, J., BURGER, N., MÜLLER, A., UND NATTERER, J. 2000. Holzrippendächer in Brettstapelbauweise - Raumerlebnis durch filigrane Bauwerke. *Bautechnik*, 783–793.
- NEUHAUS, H. 2017. *Ingenieurholzbau. Grundlagen - Bemessung - Nachweise - Beispiele*. Lehrbuch. Springer Vieweg, Wiesbaden.
- NIEMZ, P., UND SONDEREGGER, W.U. 2017. *Holzphysik. Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe*. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München.
- PETERSEN, C. 1992. *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen. Elasto- und plasto-statische Berechnungsverfahren druckbeanspruchter Tragwerke ; Nachweisformen gegen Knicken, Kippen, Beulen*. Vieweg, Braunschweig.
- PFLÜGER, A. 1967. *Elementare Schalenstatik*. Springer, Berlin, Heidelberg.
- PFLÜGER, A. 1975. *Stabilitätsprobleme der Elastostatik*. Springer, Berlin, Heidelberg.
- PIRAZZI, C. 2005. *Zur Berechnung von Holzschalen in Brettrippenbauweise mit elastischem Verbundquerschnitt*. Dissertation, École polytechnique fédérale.
- ROBELLER, C. 2015. *Integral Mechanical Attachment for Timber Folded Plate Structures*. Dissertation, École polytechnique fédérale.
- ROBELLER, C., UND VIEZENS, V., Eds. 2018. *Timberdome: Konstruktionsystem für Brettsper Holz-Segmentschalen ohne Schrauben*.
- ROBELLER, C., UND WEINAND, Y. 2016. Integrale Verbindungen für Faltwerke aus Holzwerkstoffplatten. *DETAIL*, 1/2, 68–74.
- ROBELLER, C., UND WEINAND, Y. 2017. Doppeltes Faltwerk. Standfest gefügt. *TEC21*, 22.
- SCHEDLBAUER, P. 2018. *Tragverhalten von diskretisierten Holzwerkstoffschalen unter Berücksichtigung der Verbindungseigenschaften*. Master's Thesis, Technische Universität München.
- SCHÖBER, H. 1994. Die Masche mit der Glaskuppel. Netztragwerke mit ebenen Maschen. *Deutsche Bauzeitung*, 128, 152–163.
- SCHÖBER, H. 2016. *Transparent shells. Form, topology, structure*. Ernst & Sohn, Berlin.
- SCHOLZ, A. 2003. *Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz*. Dissertation, Technische Universität München.
- SPEICHER, M. 2017. *Entwurf von Verbindungen zur Fügung ebener Holzplatten für die Generierung diskretisierter, doppelt gekrümmter Holzschalen*. Master's Thesis, Technische Universität München.

- TIMOSHENKO, S., UND GOODIER, J.N. 1951. *Theory of elasticity*. McGraw-Hill, New York.
- TORROJA, E. 1961. *Logik der Form*. Verlag Georg D. W. Callwey, München.
- VOGEL, F. 2019. *Betrachtung der Verbindungseigenschaften einer reinen Holzverbindung in Abhängigkeit von Holzfeuchteänderungen*. Bachelor's Thesis, Technische Universität München.
- WESTERMEIER, M. 2017. *Modellierung und Betrachtung von mit ebenen Holzwerkstoffplatten diskretisierten Translationsschalen*. Master's Thesis, Technische Universität München.
- WINTER, K., UND RUG, W. 1992. Innovationen im Holzbau - Die Zollinger-Bauweise. *Bautechnik* 69, 4, 190–197.
- WINTER, S., KREUZINGER, H., UND MESTEK, P. 2008. *Holzbau der Zukunft. Teilprojekt 15. Flächen aus Brettstapeln, Brettspertholz und Verbundkonstruktionen*, Technische Universität München.
- ZERNA, W. 1953. Berechnung von Translationsschalen. *Österr. Ing.-Arch* 7, 181.
- ŻURAŃSKI, J.A., UND CZARNOTA-BOJARSKI, R.E. 1981. *Windeinflüsse auf Baukonstruktionen. Jerzy Antoni Żurański ; Aus d. Poln. übers. von Roman E. Czarnota-Bojarski*. R. Müller, Köln-Braunsfeld.
- ZWEILING, K. 1952. *Biharmonische Polynome*. Verlag Technik, Berlin.

Normen / Regelwerke

- DIN EN 1991-1-3:2010-12. *Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen, Schneelasten; Deutsche Fassung EN 1991-1-3:2003 + AC:2009*. Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- DIN EN 1991-1-4:2005-07. *Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-4: allgemeine Einwirkungen, Windlasten; Deutsche Fassung EN 1991-1-4:2005*. Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- DIN EN 1995-1-1:2010-12. 2010. *Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau*. Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08. *Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines - Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau*. Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- DIN EN 1995-1-1 DRAFT OF CLT. 2018. *Working draft of design of cross laminated timber in a revised Eurocode 5-1-1*.

- DIN EN 14358:2016-11. 2016. *Holzbauwerke - Berechnung und Kontrolle charakteristischer Werte*. Beuth Verlag GmbH, Berlin 79.040; 91.080.20.
- DIN EN 14374:2005-02. *Holzbauwerke - Furnierschichtholz für tragende Zwecke - Anforderungen; Deutsche Fassung EN 14374:2004*. Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- DIN EN 26891:1991-07. *Holzbauwerke. Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln. Allgemeine Grundsätze für die Ermittlung der Tragfähigkeiten und des Verformungsverhaltens*. Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- DIN EN 338:2016-07. *Bauholz für tragende Zwecke - Festigkeitsklassen*; Beuth Verlag GmbH, Berlin.
- ETA-11/0452. 2016. *Selbstbohrende Schrauben als Holzverbindungsmittel*. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.
- ETA-14/0349. 2014. *Europäische Technische Bewertung. CLT - Cross Laminated Timber.*, Wien, 14/0349.
- LIGNOLOC. 20.04. *Merkblatt*.
- LIGNOLOC. 2017. *Mechanische Eigenschaften des Holznagels Beck*. Versuchsanstalt für Holz- und Trockenbau, Darmstadt.
- Z-9.1-842. 2017. *Verwendung von Furnierschichtholz "SteicoLVL R", "SteicoLVLS", "SteicoLVL RL" und "SteicoLVL X"*. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1: a) feine Segmentierung und b) grobe Segmentierung bei konstanter Krümmung, c) Segmentgrößen in Abhängigkeit von der Krümmung für konstante Knickwinkel β , nach [Speicher 2017]	2
Abbildung 2.1: a) katalanisches Gewölbe aus Mauerwerk [Block und Rippmann 2013], b) Stahlgitterschale aus geraden Einzelstäben [Schober 2016] und c) Schale aus flächigem Brettsperrholz [Jeska et al. 2015] 3
Abbildung 2.2: a) Zollbauweise [Mönck 1995], b) Knoten der Brettrippenbauweise [Natterer et al. 2000] und c) Beispiele gekrümmter und tordierter Trägersegmente für den Abbund [Jeska et al. 2015] 4
Abbildung 2.3: a) einfach gekrümmte Rippenplatte mit einfacher und zweifacher Beplankung [Mönck 1995] und b) Fertigung von Zylinderschalen [Halász und Scheer 1974] 5
Abbildung 2.4: Hängeschale Dortmund a) [Holzbau Medienserver mediaTUM], b) Montage [Büren 1985] 5
Abbildung 2.5: a) Axonometrie des Tragwerks und b) Ausschnitt des Brettrippentragwerks des Polydômes in Lausanne (beide [Hoeft 1992]) 6
Abbildung 2.6: a) Expodach Hannover und b) Sattelschalen je Schirm des Expodachs [Herzog et al. 2003] 7
Abbildung 2.7: a) Elefantenhaus Zürich [Jacob-Freitag 2014] und b) Dach mit Hauptkraftrichtungen [Jeska et al. 2015] 8
Abbildung 2.8: a) Aufbau Schalentragwerk, b) Montage über Lehrgerüst und Spanten (beide [Jeska et al. 2015]) und c) Stoß an den Schmalseiten der Decklagen 8
Abbildung 2.9: a) Experimentalbau [Knippers et al. 2012], b) Forstpavillon [Krieg et al. 2015] und c) BUGA Holzpavillon [Knippers 2019] 9
Abbildung 2.10: a) Segmente mit Fingerzinken [Bogusch 2014], b) Fingerzinken mit schräger Verschraubung und c) Montage auf Lehrgerüst (beide [Krieg et al. 2015]) 9
Abbildung 2.11: a) Aufbau Segmente und b) Montage im freien Vorbau (beide [Knippers 2019]) 10
Abbildung 2.12: a) Falwerk als Zylindergewölbe und b) mit zusätzlicher Längskrümmung (beide [Robeller und Weinand 2016]) 10
Abbildung 2.13: a) Fügung Schwalbenschanzzinken [Robeller 2015], b) und c) Verbindung bei zweischaligem Aufbau [Robeller und Weinand 2017] 11
Abbildung 2.14: a) Théâtre de Vidy nach Fertigstellung und b) im Bau (beide [Robeller und Weinand 2017])	11

Abbildung 2.15: a) Verbindung mit formschlüssigem Buchensperrholz, b) Pavillon als segmentierte Struktur (beide [Bauen mit Holz 2019])	12
Abbildung 2.16: Gruppierung von Holzwerkstoffen [Niemz und Sonderegger 2017]	13
Abbildung 2.17: a) fünfflagiges geklebtes Brettsperrholz, b) Brettstapelholz	13
Abbildung 3.1: Allgemeine gestoßene Vierecksegmente mit geometrischen Festlegungen	17
Abbildung 3.2: Netzgenerierung von Translationsflächen mittels Leitlinie und Erzeugender.....	19
Abbildung 3.3: Translationsflächen mit a) einfacher Krümmung, b) doppelter Krümmung und c) aus beliebigen Formkurven.....	19
Abbildung 3.4: Annäherung einer zweifach gekrümmten Translationsfläche mit ebenen Segmenten	20
Abbildung 3.5: Festlegung der Parameter der Translationsfläche in a) Perspektive und b) Draufsicht mit Rastereinteilung	22
Abbildung 3.6: Beispielhafte Translationsfläche mit Segmentierung in a) Perspektive und b) Draufsicht.....	23
Abbildung 4.1: Verformung eines geklebten Brettsperrholzes infolge Schub [Winter et al. 2008]	26
Abbildung 4.2: Elastizitäts- und Schubmodule am a) Volumenelement und b) Brett [Aondio et al. 2020a]....	26
Abbildung 4.3: Definition der a) Steifigkeiten und b) Schnittgrößen in Anlehnung an [Aondio et al. 2020a] ..	27
Abbildung 4.4: Geometrische Verhältnisse der Brettlagen am räumlichen Modell a), y -Schnittufer b) und x -Schnittufer c) [Aondio et al. 2020a]	28
Abbildung 4.5: beispielhafter Einfeldträger	33
Abbildung 4.6: Schnittgrößenverläufe und Verformung des Einfeldträgers	33
Abbildung 4.7: Veränderung der Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von l und h	34
Abbildung 4.8: beispielhaftes Tragwerk eines einfach geknickten Systems mit Firstgelenk	35
Abbildung 4.9: Schnittgrößen- und Verformungsverläufe eines einfach geknickten Systems	36
Abbildung 4.10: Veränderung der Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von f/l	36
Abbildung 4.11: beispielhaftes linienförmiges Tragwerk mit parametrischer Segmentierung	37
Abbildung 4.12: Schnittgrößen- und Verformungsverläufe in Abhängigkeit von der Segmentierung k	38

Abbildung 4.13: Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von k für a) $f/l = 0,15$ und b) $f/l = 0,30$	38
Abbildung 4.14: Abweichung der Stützlinien von den Kreissegmentbögen für a) $f/l = 0,15$ und b) $f/l = 0,30$	39
Abbildung 4.15: a) Schnittgrößen und b) Spannungen bei Scheiben (in Anlehnung an [Altenbach et al. 2016])	40
Abbildung 4.16: beispielhafte Scheibe mit parametrischer Höhe.....	42
Abbildung 4.17: Längsspannungen σ_{xx} [N/mm^2] in Feldmitte in Abhängigkeit von h/l beim Einfeldträger ..	42
Abbildung 4.18: Platte mit Definition von ihrer geometrischen Parameter.....	43
Abbildung 4.19: a) Schnittgrößen und b) Spannungen der Platte (in Anlehnung an [Girkmann 1986])	44
Abbildung 4.20: Beispiel einer vierseitig gelenkig gelagerten orthotropen Platte.....	46
Abbildung 4.21: a) Biegemomente und b) Verformung für beispielhafte orthotrope Platte.....	47
Abbildung 4.22: a) zweiseitig gelagerte Platte mit Auflagerfedern und b) Ansicht.....	48
Abbildung 4.23: Beispiel einer zweiseitig gelagerten orthotropen Platte mit Drehfedern	49
Abbildung 4.24: a) bezogene Biegemomente und b) Verformungen in Abhängigkeit von der Drehfedersteifigkeit	49
Abbildung 4.25: a) Zick-Zack- und b) Tonnen-Faltung (in Anlehnung an [Marti 2014])	50
Abbildung 4.26: a) einfach $\kappa = 0$, b) zweifach positiv $\kappa > 0$ und c) zweifach negativ $\kappa < 0$ gekrümmte Fläche	51
Abbildung 4.27: a) Rotationsschale und b) differenzielles Schalenelement in Anlehnung an [Pflüger 1967]..	52
Abbildung 4.28: Biegemomentenverlauf in Meridianrichtung mit Randstörung für a) gelenkige Lagerung und b) elastische Einspannung [Girkmann 1986].....	53
Abbildung 4.29: Segmentschale mit größeren Segmenten im Bereich von Randstörungen.....	54
Abbildung 4.30: Last-Verformungs-Kurven für unterschiedliche Tragwerkstypen [Petersen 1992].....	55
Abbildung 4.31: Materialverbrauch in Abhängigkeit von f/L für a) Tonne und b) Kuppel nach [Schober 2016]	56

Abbildung 4.32: a) beispielhaftes System für ein Durchschlagproblem und b) zugehörige Last-Verformungs-Kurve [Pflüger 1975]	57
Abbildung 4.33: Beispiele für geometrische Imperfektionen. a) unverformte Systeme, b) symmetrisch vorverformt und c) unsymmetrisch vorverformt [DIN EN 1995-1-1:2010-12 2010].....	58
Abbildung 5.1: Methodik des Vorgehens bei den Voruntersuchungen	61
Abbildung 5.2:a) Halbkugel- und Translationsschale und b) Ausschnitt im Bereich der Translationsschale....	63
Abbildung 5.3: FEM-Modell der a) Halbkugel und b) Translationsfläche	63
Abbildung 5.4: Draufsicht Schalen mit Rastereinteilung im betrachteten Schalenviertel.....	64
Abbildung 5.5: Gegenüberstellung FEM Kugelschale mit Kesselformel für a) Meridian- und b) Ringkräfte	65
Abbildung 5.6: Gegenüberstellung FEM Translationsschale mit Kesselformel für a) Meridian- und b) Ringkräfte	66
Abbildung 5.7: Gegenüberstellung FEM orthotrop/isotrop für a) Meridian- und b) Ringkräfte	67
Abbildung 5.8: Translationsfläche als Referenzgeometrie für die Sensitivitätsanalyse.....	70
Abbildung 5.9: Auswertungsbereich I ohne Randstörung und II mit Randstörung	70
Abbildung 5.10: Lastfälle: a) symmetrische Belastung, asymmetrisch in b) x-Richtung und c) y-Richtung.....	71
Abbildung 5.11: Veränderung der bezogenen vertikalen Verformung u_z in Abhängigkeit vom Knickwinkel ..	72
Abbildung 5.12: Spannungsverteilung in x-Richtung unter a) Biegung, b) Normalkraft und c) Plattenschub..	73
Abbildung 5.13: Spannungsverteilung in y-Richtung unter a) Biegung, b) Normalkraft und c) Plattenschub..	73
Abbildung 5.14: Spannungsverteilung in x- und y-Richtung infolge von a) Verdrillung und b) Scheibenschub	74
Abbildung 5.15: Bezogene Schnittgrößen in Abhängigkeit vom Knickwinkel für den Bereich I	75
Abbildung 5.16: Bezogene Schnittgrößen in Abhängigkeit vom Knickwinkel für den Bereich II	76
Abbildung 5.17: Verformungsfiguren und innere Beanspruchungen in Abhängigkeit von der Segmentierung für a) symmetrische Belastung und asymmetrische Belastung in b) x-Richtung und c) y-Richtung	78
Abbildung 5.18: Schnitte durch die Segmentschalen mit qualitativen Momentenverläufen in x-Richtung für a) symmetrische Belastung und asymmetrische Belastung in b) x-Richtung und c) y-Richtung	79
Abbildung 5.19: gelenkige Kopplung von vier Segmenten [Speicher 2017].....	81

Abbildung 5.20: Beispielhafte Momentenverläufe m_{xx} einer Segmentschale mit gelenkigen Verbindungen .	81
Abbildung 6.1: Auszug von vier BSP-Platten aus der Segmentschale mit den lokalen Koordinatensystemen und den zugehörigen Verbindungsbereichen am x-Schnittufer (blau) und y-Schnittufer (rot) und Überschneidungsbereich (grün).....	85
Abbildung 6.2: Definition der Schnittgrößen an den Plattenrändern der Verbindung	86
Abbildung 6.3: Allgemeiner Aufbau Verbindung 1 [Ihler 2018]	87
Abbildung 6.4: Allgemeiner Aufbau Verbindung 2 [Ihler 2018]	87
Abbildung 6.5: Allgemeiner Aufbau Verbindung 3 [Ihler 2018]	88
Abbildung 6.6: Aufbau fünflagiges Brettspertholz, Probenwürfel nach Darmmethode	89
Abbildung 6.7: Rohdichte der BSP-Proben.....	90
Abbildung 6.8: Holzfeuchte der BSP-Proben.....	90
Abbildung 6.9: ebene und geknickte Fremdfeder für Verbindung 1.....	90
Abbildung 6.10: ebene und geknickte Fremdfeder für Verbindung 2.....	90
Abbildung 6.11: a) Buchenspertholzsteifen für Zugversuche, b) Rohdichteverteilung der zehn Prüfstreifen .	91
Abbildung 6.12: Spannungs-Dehnungs-Diagramme der Zugversuche an Buchenspertholzstreifen.....	91
Abbildung 6.13: Last-Verformungs-Kurve eines Zugversuches mit Annäherungen der Steifigkeit	94
Abbildung 6.14: Veränderung der Steifigkeit mit Möglichkeiten der Annäherung	94
Abbildung 6.15: a) Prinzipieller Aufbau der Zugkleinversuche für b) x-Richtung und c) y-Richtung	97
Abbildung 6.16: a) Prinzipieller Aufbau der Scheibenschubkleinversuche für b) x- und c) y-Schnittufer	97
Abbildung 6.17: Prinzipieller Aufbau der Biegekleinversuche für b) x-Richtung und c) y-Richtung	98
Abbildung 6.18: Statisches System (überhöht) der Biegeversuche mit Messpunkten (analog für y-Richtung)	99
Abbildung 6.19: Überprüfung der Starrkörperrotation durch Gegenüberstellung der verschiedenen Rotationen an den Messpunkten innerhalb eines Prüfkörpers	99
Abbildung 6.20: Verformungsfiguren infolge Starrkörperrotation, Polynom- und Sinusansatz.....	100

Abbildung 6.21: Parameterbezeichnung am linken Teilsystem für die Verformungsbetrachtung der Biegeversuche.....	101
Abbildung 6.22: a) Prinzipieller Aufbau der Plattenschubkleinversuche, durchgeführt nur für b) x-Richtung	102
Abbildung 6.23: a) statisches Ersatzsystem und b) Parameter und Schnittgrößenverläufe der Berechnung	103
Abbildung 6.24: Aufbau Verbindung 1 für Stöße am x- und y-Schnittufer [Ihler 2018]	105
Abbildung 6.25: Verbindungsmittelbereich Verbindung 1 für Zugversuche am a) x-, b) y-Schnittufer.....	105
Abbildung 6.26: Last-Verformungs-Kurven von den Prüfkörpern der Zugversuche der Verbindung 1.....	106
Abbildung 6.27: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven	106
Abbildung 6.28: typische Bruchbilder der Eichennägel in Verbindung 1, a) x- und b) y-Schnittufer.....	107
Abbildung 6.29: Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Zug Verbindung 1 je Meter	107
Abbildung 6.30: Verbindungsmittelbereich Verbindung 1 für die Scheibenbeanspruchung am a) x- und b) y-Schnittufer	108
Abbildung 6.31: Last-Verformungs-Kurven für Scheibenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 1)	108
Abbildung 6.32: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven	109
Abbildung 6.33: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Schub in der Ebene, b) Bruchbild....	109
Abbildung 6.34: Verbindungsmittelbereich Verbindung 1 für die Biegeversuche am a) x- und b) y-Schnittufer	110
Abbildung 6.35: Last-Verformungs-Kurven für Biegung der Prüfkörper (Verbindung 1)	110
Abbildung 6.36: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven	111
Abbildung 6.37: a) Bruchmomente und charakteristische Tragfähigkeiten Biegung, b) Bruchbild.....	111
Abbildung 6.38: Verbindungsmittelbereich Verbindung 1 für die Plattenschubversuche	112
Abbildung 6.39: Last-Verformungs-Kurven für Plattenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 1)	112
Abbildung 6.40: Idealisierte Last-Verformungs-Kurve	113
Abbildung 6.41: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeit Plattenschub, b) Bruchbild	113

Abbildung 6.42: Aufbau Verbindung 2 für Stöße am x- und y-Schnittufer [Ihler 2018]	114
Abbildung 6.43: Verbindungsmittelbereich Verbindung 2 für die Zugversuche am a) x- und b) y-Schnittufer	115
Abbildung 6.44: Last-Verformungs-Kurven für Zugbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 2)	115
Abbildung 6.45: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven	116
Abbildung 6.46: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Zug, b) Versagensbild	116
Abbildung 6.47: Verbindungsmittelbereich Verbindung 2 für die Scheibenbeanspruchung am a) x- und b) y-Schnittufer	117
Abbildung 6.48: Last-Verformungs-Kurven für Scheibenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 2)	117
Abbildung 6.49: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven	118
Abbildung 6.50: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Schub in der Ebene, b) Versagensbild	118
Abbildung 6.51: Verbindungsmittelbereich Verbindung 2 für die Biegeversuche am a) x- und b) y-Schnittufer	119
Abbildung 6.52: Last-Verformungs-Kurven für Biegung der Prüfkörper (Verbindung 2)	119
Abbildung 6.53: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven	120
Abbildung 6.54: a) Bruchmomente und charakteristische Tragfähigkeiten Biegung, b) Versagensbild	120
Abbildung 6.55: Verbindungsmittelbereich Verbindung 2 für Plattenschubversuche	121
Abbildung 6.56: Last-Verformungs-Kurven für Plattenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 2)	121
Abbildung 6.57: Idealisierte Last-Verformungs-Kurven	122
Abbildung 6.58: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeit Plattenschub, b) Bruchbild	122
Abbildung 6.59: Aufbau Verbindung 3 für Stöße am x- und y-Schnittufer, in Anlehnung an [Ihler 2018]	123
Abbildung 6.60: Verbindungsmittelbereich Verbindung 3 für die Zugversuche am a) x- und b) y-Schnittufer	124
Abbildung 6.61: Last-Verformungs-Kurven für Zugbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 3)	124

Abbildung 6.62: Idealierte Last-Verformungs-Kurven	125
Abbildung 6.63: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten Zug, b) Versagensbild	125
Abbildung 6.64: Verbindungsmittelbereich Verbindung 3 für die Scheibenbeanspruchung am a) x- und b) y-Schnittufer	126
Abbildung 6.65: Last-Verformungs-Kurven für Scheibenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 3)	126
Abbildung 6.66: Idealierte Last-Verformungs-Kurven	127
Abbildung 6.67: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten bei Scheibenschub, b) Bruchbilder..	127
Abbildung 6.68: Verbindungsmittelbereich Verbindung 3 für die Biegeversuche am a) x- und b) y-Schnittufer	128
Abbildung 6.69: Last-Verformungs-Kurven für Biegung der Prüfkörper (Verbindung 3)	128
Abbildung 6.70: Idealierte Last-Verformungs-Kurven	129
Abbildung 6.71: a) Bruchmomente und charakteristische Tragfähigkeiten Biegung, b) Versagensbild	129
Abbildung 6.72: Verbindungsmittelbereich Verbindung 3 für Plattenschubversuche	130
Abbildung 6.73: Last-Verformungs-Kurven für Plattenschubbeanspruchung der Prüfkörper (Verbindung 3)	130
Abbildung 6.74: Idealierte Last-Verformungs-Kurven	131
Abbildung 6.75: a) Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeit Plattenschub, b) Bruchbild	131
Abbildung 6.76: Ansicht der Verbindung 3 mit reduzierter Holzfeuchte am a) x- und b) y-Schnittufer	132
Abbildung 6.77: Gegenüberstellung Last-Verformungs-Kurven für Zugbeanspruchung (Verbindung 3)	133
Abbildung 6.78: Verbindung 1 – Last-Verformungs-Kurven für a) Zug, b) Scheibenschub, c) Biegung und d) Plattenschub je Meter	135
Abbildung 6.79: Verbindung 2 – Last-Verformungs-Kurven für a) Zug, b) Scheibenschub, c) Biegung und d) Plattenschub je Meter	136
Abbildung 6.80: Ausschnitt Verbindungsstelle mit Vollgewindeschrauben	140
Abbildung 7.1: Nichtlineare Arbeitslinien der Federn für Verbindung 1 für die Berechnung mit FEM	147

Abbildung 7.2: Nichtlineare Arbeitslinien der Federn für Verbindung 2 für die Berechnung mit FEM	148
Abbildung 7.3: Modelle zu a) Zug-, b) Scheibenschub, c) Biege- und d) Plattenschub-Kleinversuchen	149
Abbildung 7.4: Gegenüberstellung der gemittelten Last-Verformungs-Kurven der Kleinversuche von Verbindung 1 mit der FEM für a) Zug-, b) Scheibenschub-, c) Biege- und d) Plattenschubbeanspruchung	150
Abbildung 7.5: Gegenüberstellung der gemittelten Last-Verformungs-Kurven der Kleinversuche von Verbindung 2 mit der FEM für a) Zug-, b) Scheibenschub-, c) Biege- und d) Plattenschubbeanspruchung	151
Abbildung 7.6: Ausschnitt der Segmentschale für Versuch	153
Abbildung 7.7: Prüfkörper für a) Verbindung 1 und b) Verbindung 2 nach der Herstellung.....	153
Abbildung 7.8: Prüfkörper Schalensegmentversuche im Portal.....	154
Abbildung 7.9: Abmessungen und Messpunkte für Schalensegmentversuche.....	154
Abbildung 7.10: Modell FEM vom Schalensegmentversuch mit a) Vernetzung und b) Belastung.....	155
Abbildung 7.11: Arbeitslinien Federn für Zug und Druck mit Kontaktpressung für a) Verbindung 1 und b) Verbindung 2	156
Abbildung 7.12: Last-Verformungs-Verhalten Versuch / FEM für Schalensegmente - Verbindung 1.....	157
Abbildung 7.13: Last-Verformungs-Verhalten Versuch / FEM für Schalensegmente - Verbindung 2.....	158
Abbildung 7.14: Arbeitslinien Federn für Druck mit Verbindungsmittelsteifigkeit und Kontaktpressung für a) Verbindung 1 und b) Verbindung 2.....	159
Abbildung 8.1: a) gekrümmte Translationsfläche und b) segmentierte Fläche der beispielhaften Berechnung	161
Abbildung 8.2: a) einteiliger und b) zweiteiliger Randträger.....	162
Abbildung 8.3: Beispielhafter Dachaufbau mit Eigengewichtsermittlung.....	165
Abbildung 8.4: Grundrisse mit Schneelastverteilungen a) gleichmäßig und b), c) verweht.....	165
Abbildung 8.5: Windlastverteilung auf gekrümmten Dächern [Halász und Scheer 1996] nach [Lusch und Truckenbrodt 1964]	166
Abbildung 8.6: Außendruckbeiwerte für gekrümmte Dächer [DIN EN 1991-1-4:2005-07]	166

Abbildung 8.7: Schnitt durch die Segmentschale mit Windlastverteilung für Wind in x- oder y-Richtung	167
Abbildung 8.8: Implementierte Vorverformung u_{imp} [mm] des Systems mit a) symmetrisch I_{sym} , b) asymmetrisch in x-Richtung $I_{asym,x}$, c) asymmetrisch in y-Richtung $I_{asym,y}$	167
Abbildung 8.9: Maßgebende Ausnutzungsgrade BSP in Abhängigkeit vom LF in Bereich I und II.....	171
Abbildung 8.10: Maßgebende Ausnutzungsgrade der Verbindungen in Abhängigkeit vom Lastfall in Bereich I und II	173
Abbildung 8.11: Maßgebende Ausnutzungsgrade BSP in Abhängigkeit von der Steifigkeit in Bereich I und II	176
Abbildung 8.12: Vergleich der Zugkräfte im Randträger für a) $NL_meanges, Pres$ und b) $L_k_{u,Lit}/\gamma_M$	177
Abbildung 8.13: Maßgebende Ausnutzungsgrade Verbindung 2 in Abhängigkeit vom Ansatz der Steifigkeit in Bereich I und II	178
Abbildung 8.14: Beispielhafte 200-fach überhöhte Verformungsfiguren für $NL_meanges, Pres$	180
Abbildung 8.15: Maximale Verformungen $u_{z,inst}$ und $u_{z,fin}$ in Abhängigkeit vom Ansatz der Verbindungssteifigkeit für Verbindung 2	181
Abbildung 8.16: Maßgebende Ausnutzungsgrade Verbindung 1 in Abhängigkeit vom Steifigkeitsansatz in Bereich I und II	183
Abbildung 8.17: Maximale Verformungen $u_{z,inst}$ und $u_{z,fin}$ in Abhängigkeit des Ansatzes der Verbindungssteifigkeit für Verbindung 1	184
Abbildung 8.18: a) 1. Beulform und b) Hauptnormalkräfte Segmentschale 1 mit Verbindung 2 für L_k_u/γ_M	185
Abbildung 8.19: a) 1. Beulform und b) Hauptnormalkräfte Segmentschale 2 mit Verbindung 1 für L_k_u/γ_M	185
Abbildung 8.20: Lastfaktor-Verformungs-Kurven der geometrisch nichtlinearen Berechnungen	186

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1: Möglichkeiten der Verbindung von Brettspertholzelementen.....	15
Tabelle 3.1: Koordinaten der Eckpunkte für die beispielhafte Translationsfläche mit Segmentierung	24
Tabelle 4.1: Berechnungstheorien von Platten nach [Altenbach et al. 2016]	43
Tabelle 5.1: Steifigkeitsmatrix aus Sofistik für Brettspertholz 5x20m	62
Tabelle 5.2: Koordinaten der Rastereinteilung für Kugelausschnitt und Translationsschale	64
Tabelle 5.3: Segmentierungsgrade und geometrische Größen für Sensitivitätsanalyse	71
Tabelle 6.1: Zusammenstellung der durchgeführten Versuche	89
Tabelle 6.2: Erläuterungen zu den Verbindungsmitteln von Verbindung 1 bis 3	92
Tabelle 6.3: Zugsteifigkeiten in k_j-k_i	106
Tabelle 6.4: charakteristische Tragfähigkeiten.....	107
Tabelle 6.5: Schubsteifigkeiten in Scheibenrichtung für die Bereiche k_j-k_i	109
Tabelle 6.6: charakteristische Tragfähigkeiten.....	109
Tabelle 6.7: Drehsteifigkeiten in k_j-k_i	111
Tabelle 6.8: charakteristische Tragfähigkeiten.....	111
Tabelle 6.9: Schubsteifigkeiten für Plattenbeanspruchung in den Bereichen k_j-k_i	113
Tabelle 6.10: charakteristische Tragfähigkeiten.....	113
Tabelle 6.11: Zugsteifigkeiten in k_j-k_i	116
Tabelle 6.12: charakteristische Tragfähigkeiten.....	116
Tabelle 6.13: Schubsteifigkeiten in Scheiben-richtung für die Bereiche k_j-k_i	118
Tabelle 6.14: charakteristische Tragfähigkeiten.....	118
Tabelle 6.15: Drehsteifigkeiten in k_j-k_i	120
Tabelle 6.16: charakteristische Tragfähigkeiten.....	120

Tabelle 6.17: Schubsteifigkeiten für Plattenbeanspruchung in den Bereichen k_j - k_i	122
Tabelle 6.18: charakteristische Tragfähigkeiten.....	122
Tabelle 6.19: Zugsteifigkeiten in k_j - k_i	125
Tabelle 6.20: charakteristische Tragfähigkeiten.....	125
Tabelle 6.21: Schubsteifigkeiten in Scheiben-richtung für die Bereiche k_j - k_i	127
Tabelle 6.22: charakteristische Tragfähigkeiten.....	127
Tabelle 6.23: Drehsteifigkeiten in k_j - k_i	129
Tabelle 6.24: charakteristische Tragfähigkeiten.....	129
Tabelle 6.25: Schubsteifigkeiten für Plattenbeanspruchung in den Bereichen k_j - k_i	131
Tabelle 6.26: charakteristische Tragfähigkeiten.....	131
Tabelle 8.1: Steifigkeitsmatrix in Sofistik im Bemessungsfall für Brettsperrholz $5x20m$	162
Tabelle 8.2: Zusammenfassung Modelldaten beispielhafte Segmentschale.....	164
Tabelle 8.3: Außendruckbeiwerte für Translationsschale mit $h/L = 0,25$ und $f/L = 0,15$	167
Tabelle 8.4: Definition Lastfälle und Lastfallkombinationen	168
Tabelle 8.5: Ansätze für Verbindungssteifigkeiten.....	175

Anhang A Ermittlung der Parameter der Steifigkeitsmatrix für das fünfplagige BSP

Für Brettspertholz mit Schmalseitenverklebung und dem Aufbau $5 \times 20 \text{ mm} = 100 \text{ mm}$ mit Orientierung der Decklagen in x-Richtung ergeben sich die Steifigkeitswerte zu:

$$B_{xx} = \left(2 \cdot 11000 \cdot 20 \cdot 40^2 + 2 \cdot 370 \cdot 20 \cdot 20^2 + 3 \cdot 11000 \cdot \frac{20^3}{12} + 2 \cdot 370 \cdot \frac{20^3}{12} \right) \cdot 10^{-9} = 0,732 \frac{\text{MNm}^2}{\text{m}}$$

$$B_{yy} = \left(2 \cdot 370 \cdot 20 \cdot 40^2 + 2 \cdot 11000 \cdot 20 \cdot 20^2 + 3 \cdot 370 \cdot \frac{20^3}{12} + 2 \cdot 11000 \cdot \frac{20^3}{12} \right) \cdot 10^{-9} = 0,215 \frac{\text{MNm}^2}{\text{m}}$$

$$B_{xy} = \left(2 \cdot 2 \cdot 690 \cdot 20 \cdot (40^2 + 20^2) + 5 \cdot 690 \cdot \frac{20^3}{6} \right) \cdot 10^{-9} = 0,115 \frac{\text{MNm}^2}{\text{m}}$$

$$S_{xz} = \frac{1}{\frac{1}{80^2} \cdot \left(2 \cdot \frac{20}{2 \cdot 690} + 2 \cdot \frac{20}{69} + \frac{20}{690} \right) \cdot 10^3} = 10,04 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$S_{yz} = \frac{1}{\frac{1}{40^2} \cdot \left(2 \cdot \frac{20}{2 \cdot 69} + \frac{20}{690} \right) \cdot 10^3} = 5,02 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

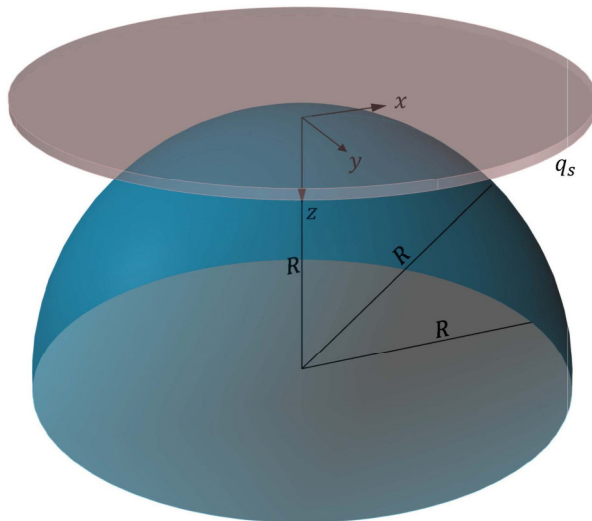
$$D_{xx} = (3 \cdot 11000 \cdot 20 + 2 \cdot 370 \cdot 20) \cdot 10^{-3} = 674,8 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$D_{yy} = (3 \cdot 370 \cdot 20 + 2 \cdot 11000 \cdot 20) \cdot 10^{-3} = 462,2 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$D_{xy} = (5 \cdot 690 \cdot 20) \cdot 10^{-3} = 69,0 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

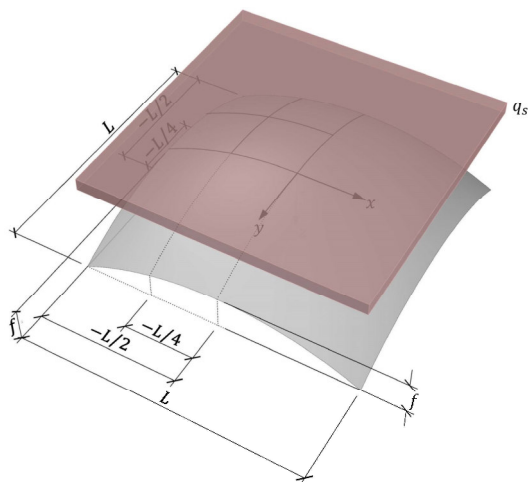
Anhang B Voruntersuchungen zu Segmentschalen

Die dargestellten Ergebnisse basieren auf Berechnungen an folgenden Geometrien:



$R = 18,1\overline{66} \text{ m}$	Radius
$q_s = 2,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	Last in globaler z-Richtung
$t = 100 \text{ mm}$	Schalendicke

Abbildung B.1: Geometrie und Belastung der Halbkugelschale



$L = 20,0 \text{ m}$	Spannweite
$f = 3,0 \text{ m}$	Stich
$q_s = 2,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	Last in globaler z-Richtung
$t = 100 \text{ mm}$	Schalendicke

Abbildung B.2: Geometrie und Belastung der Translationsfläche

Aus obigen Abmessungen folgt nach Gleichung (3.8) bzw. (3.9) ein Radius der Kreissegmente von:

$$R_x = R_y = R = \frac{4 \cdot f^2 + L^2}{8 \cdot f} = \frac{4 \cdot 3^2 + 20^2}{8 \cdot 3} = 18,1\overline{66} \text{ m}$$

Der Radius der Kreissegmente der Translationsfläche ist identisch mit dem Radius der Kreisbögen der Halbkugelschale.

Isotrope Halbkugelschale (Rotationsschale)

Unter Anwendung der doppelten Kesselformel (Gleichung (4.59) und (4.60)) aus Abschnitt 4.7 folgen die Hauptmembrankräfte in den Punkten P_1 bis P_9 . Für den Punkt P1 (-10|-10|6,76) resultiert beispielhaft demnach:

$$n_{\varphi, P1} = -\frac{q_s \cdot R}{2} = -\frac{2,0 \cdot 10^{-3} \cdot 18,1\overline{66}}{2} = -18,2 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{\vartheta, P1} = -\frac{q_s \cdot R}{2} \cdot \cos 2\varphi = -\frac{2,0 \cdot 10^{-3} \cdot 18,1\overline{66}}{2} \cdot \cos \left(2 \cdot \sin^{-1} \frac{\sqrt{2 \cdot 10^2}}{18,1\overline{66}} \right) = 3,85 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

Die Meridian- und Ringkräfte für alle Punkte des festgelegten Rasters eines Schalenviertels (siehe Abbildung B.3) sind in Tabelle B.1 dargestellt.

Tabelle B.1: Meridiankräfte und Ringkräfte für die Kugelschale an den diskreten Punkten der Rastereinteilung

	n_{φ}	n_{ϑ}
	$10^{-3} MN/m$	$10^{-3} MN/m$
P1	-18,2	3,85
P2	-18,2	-4,41
P3	-18,2	-7,16
P4	-18,2	-4,41
P5	-18,2	-12,7
P6	-18,2	-15,4
P7	-18,2	-7,16
P8	-18,2	-15,4
P9	-18,2	-18,2

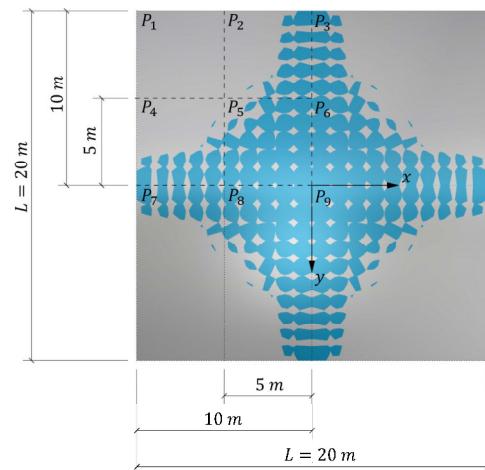
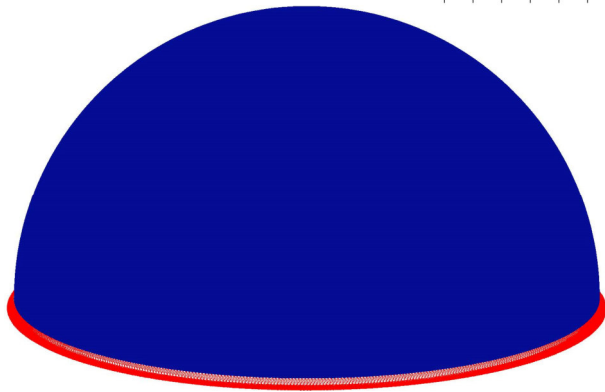
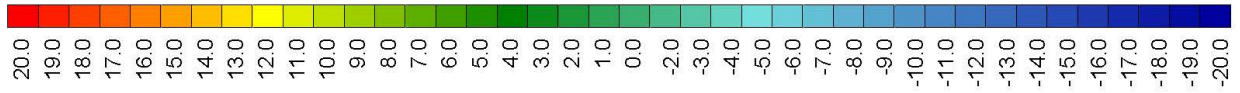
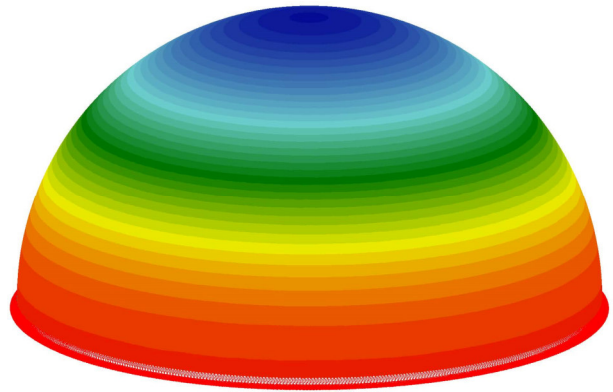


Abbildung B.3: Punkte der Schnittgrößen

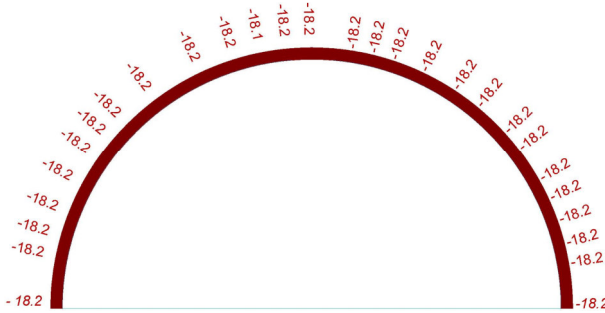
Die Meridian- und Ringkräfte (Hauptmembrankräfte) mit deren Orientierung aus der FEM-Berechnung der Halbkugelschale sind Abbildung B.4 zu entnehmen. Die Hauptmomente und Hauptquerkraft der isotropen Halbkugelschale können Abbildung B.5 entnommen werden.



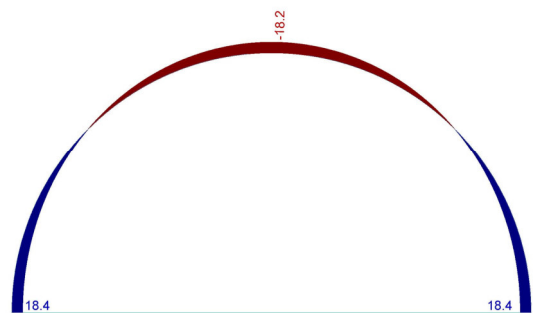
Meridiankräfte (Hauptnormalkräfte I) [10^{-3} MN/m]



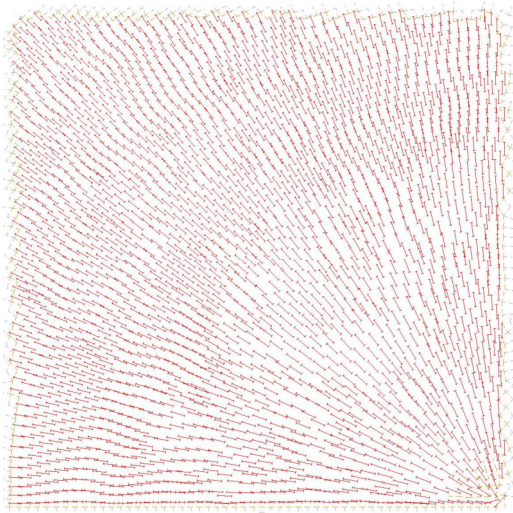
Ringkraft (Hauptnormalkräfte II) [10^{-3} MN/m]



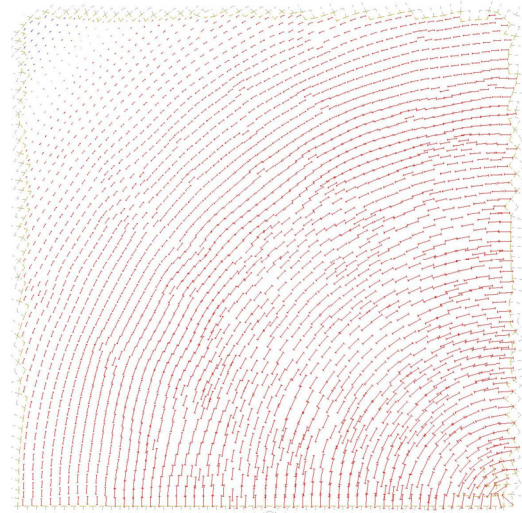
Meridiankraft im Schnitt [10^{-3} MN/m]



Ringkraft im Schnitt [10^{-3} MN/m]

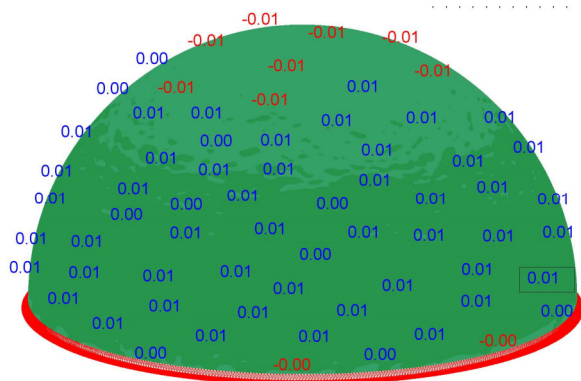


Orientierung Meridiankräfte (Hauptnormalkräfte I)

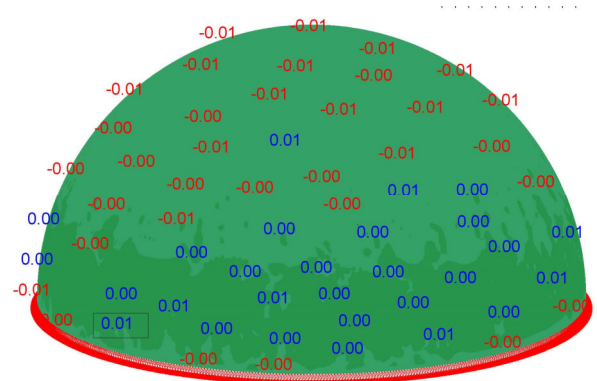


Orientierung Ringkräfte (Hauptnormalkräfte II)

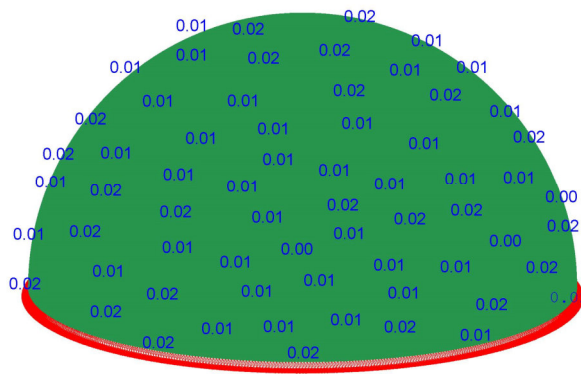
Abbildung B.4: Hauptnormalkräfte aus der FEM für die Halbkugelschale



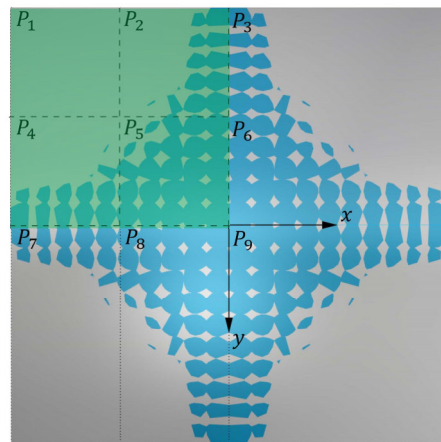
Hauptmomente I [$10^{-3} MNm/m$]



Hauptmomente II [$10^{-3} MNm/m$]



Hauptquerkräfte [$10^{-3} MN/m$]



betrachtetes Schalenviertel

Abbildung B.5: Hauptmomente und Hauptquerkraft aus der FEM für die Halbkugelschale

Isotrope Translationsschale aus Kreissegmenten

Die Hauptmembrankräfte der isotropen Translationsschale sowie deren Richtungen sind Abbildung B.6 zu entnehmen. Abbildung B.7 zeigt die Hauptmomente und Hauptquerkraft. Dargestellt ist ein Viertel der doppel-symmetrischen Gesamtschale entsprechend der Markierung in Abbildung 5.4.

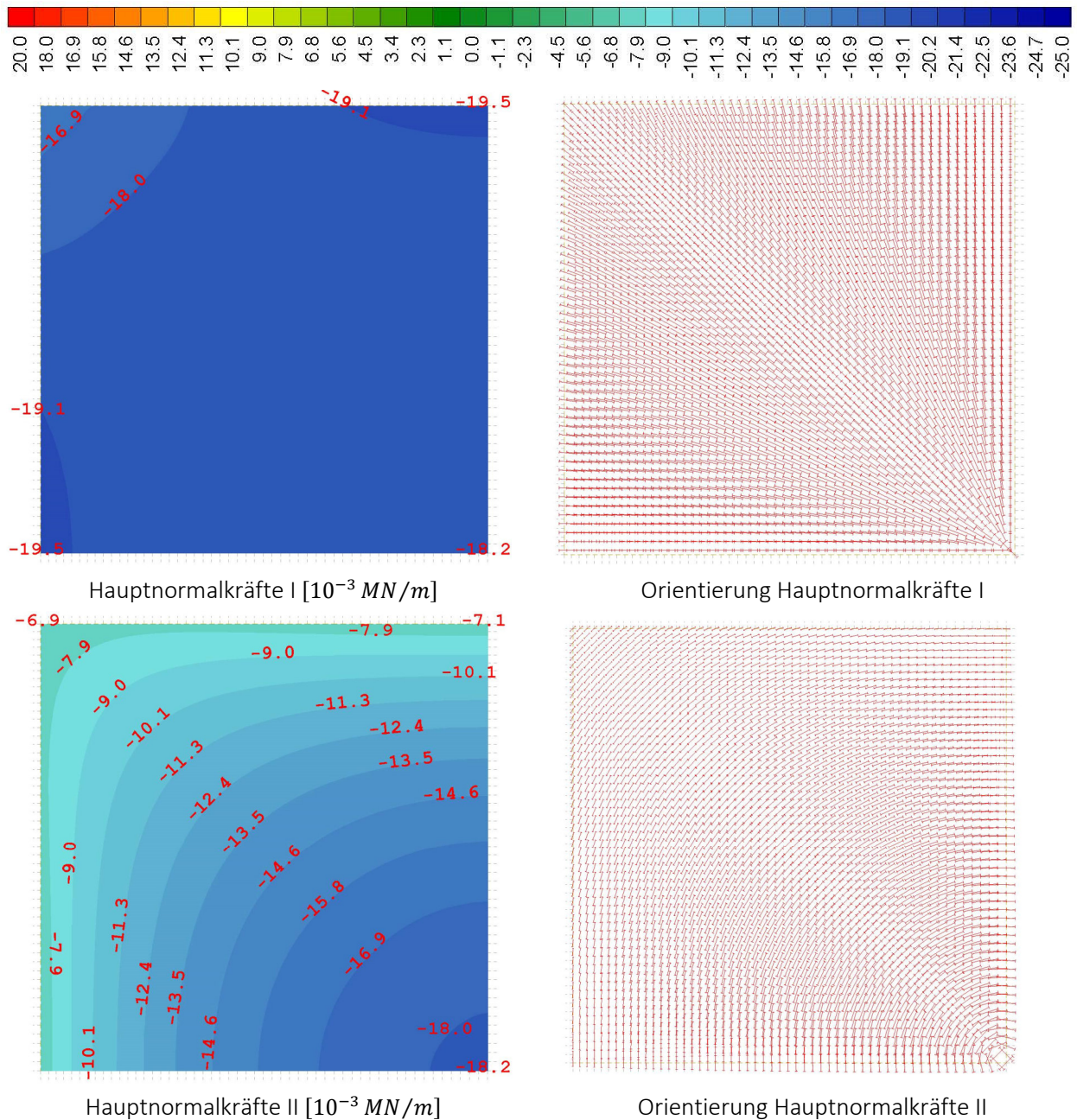


Abbildung B.6: Hauptmembrankräfte der FEM für die isotrope Translationsschale

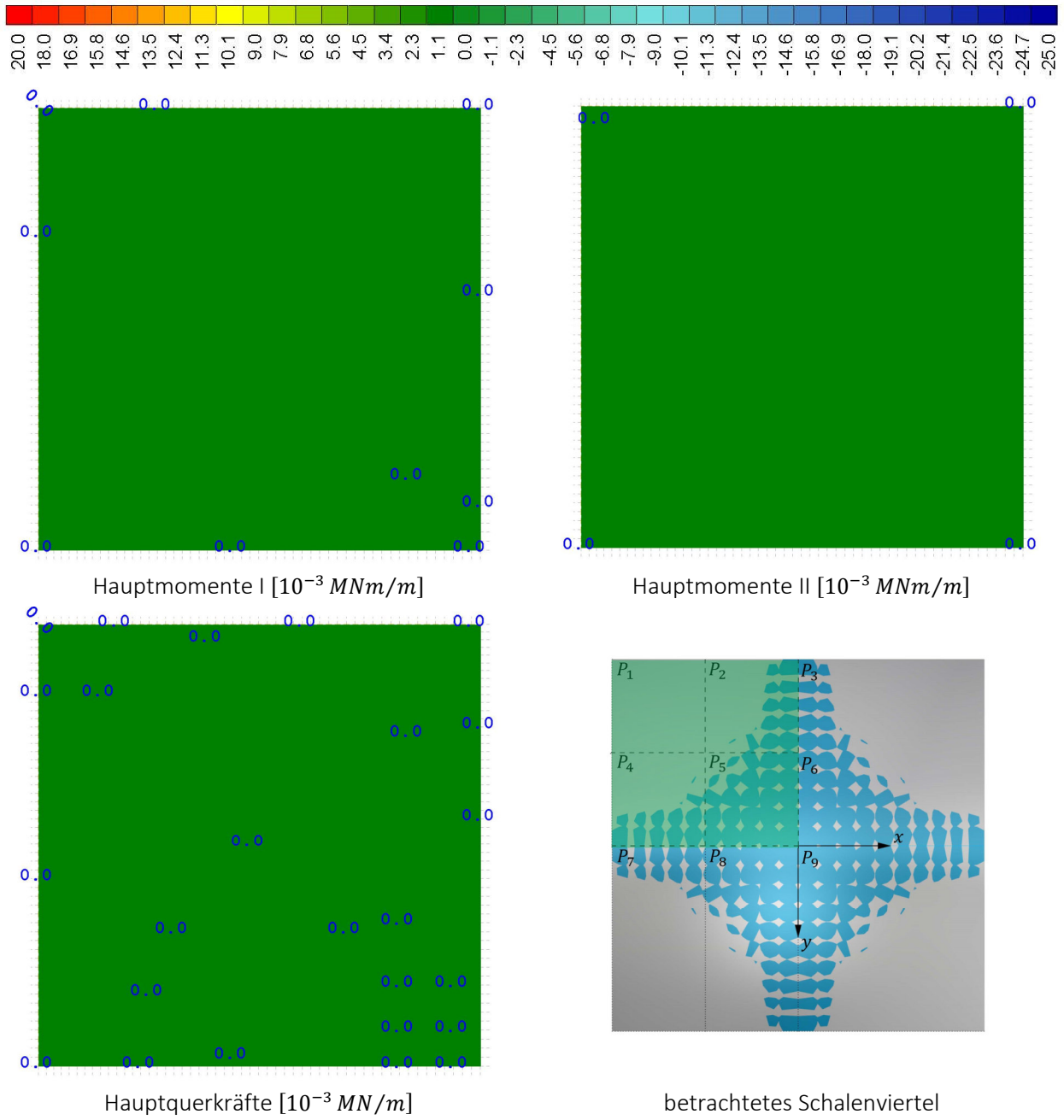


Abbildung B.7: Hauptmomente und Hauptquerkraft der FEM für die isotrope Translationsschale

Orthotrope Translationsschale aus Kreissegmenten

Die Hauptmembrankräfte der orthotropen Translationsschale sowie deren Richtungen sind Abbildung B.8 zu entnehmen. Abbildung B.9 zeigt die Hauptmomente und Hauptquerkraft. Dargestellt ist ein Viertel der doppelsymmetrischen Gesamtschale entsprechend der Markierung in Abbildung 5.4.

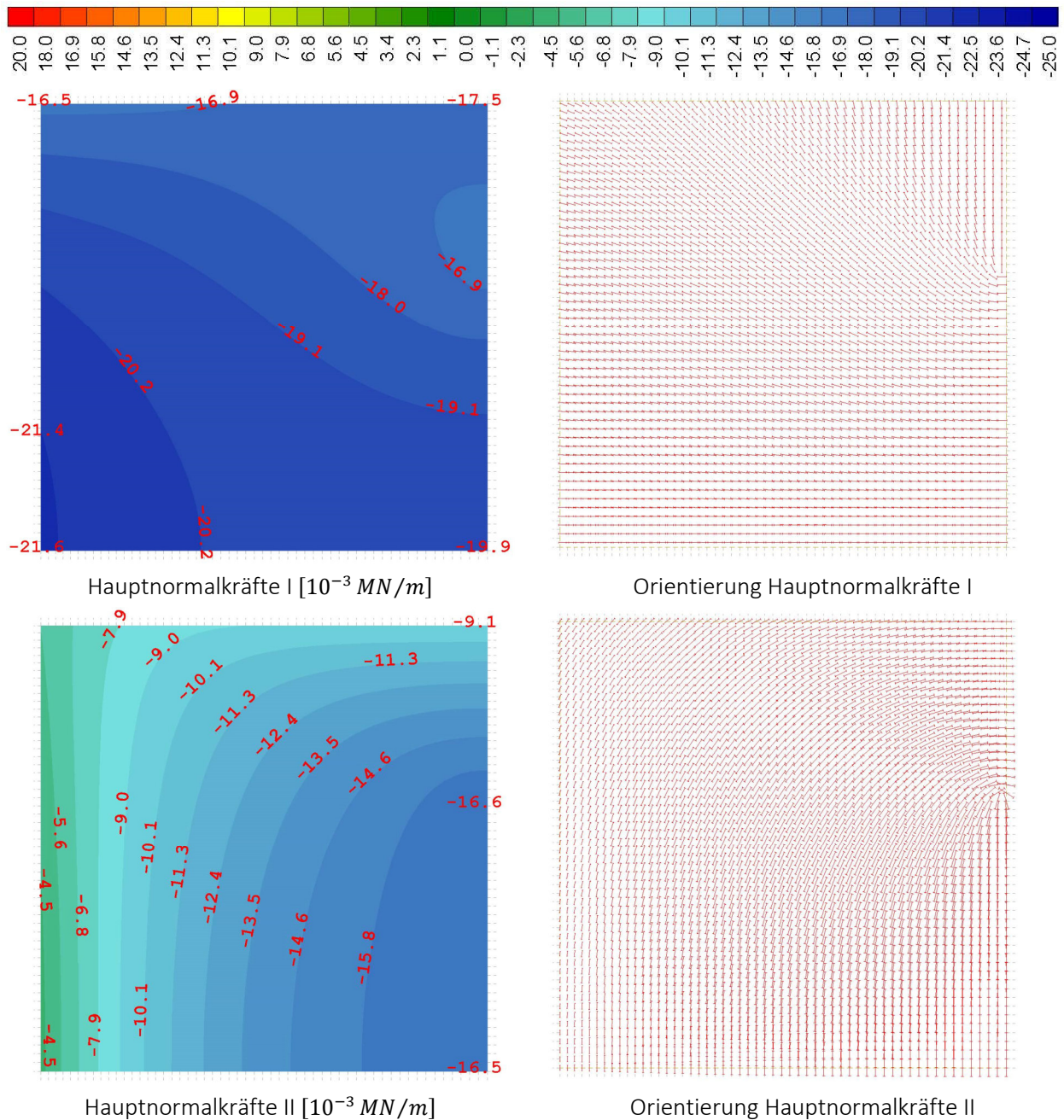


Abbildung B.8: Hauptmembrankräfte der FEM für die orthotrope Translationsschale

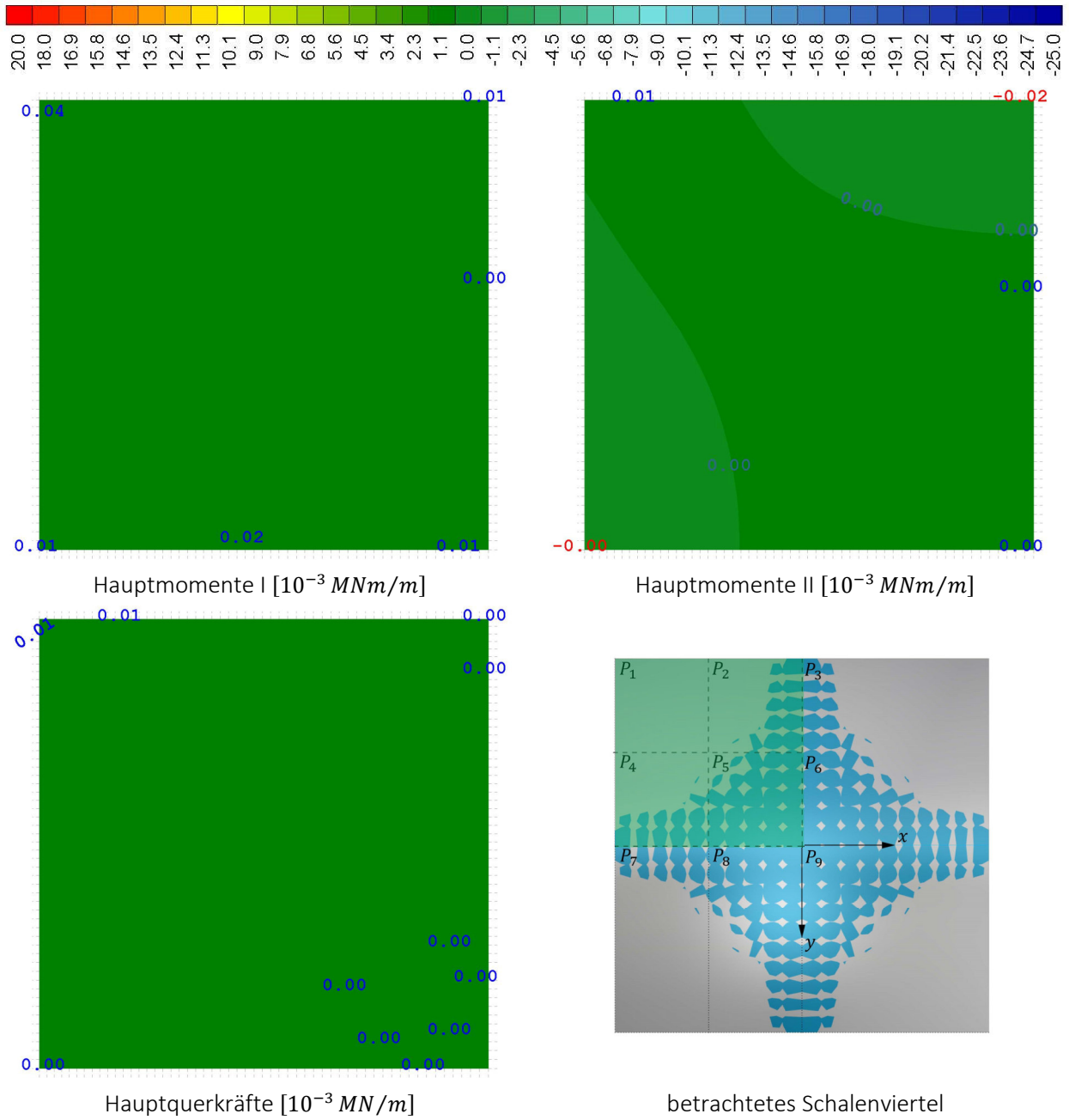


Abbildung B.9: Hauptmomente und Hauptquerkraft der FEM für die orthotrope Translationsschale

Charakteristische Tragfähigkeiten der maßgebenden Lagen im BSP

Auf Grundlage der Gleichungen (4.12) bis (4.21) unter Ansatz der charakteristischen Festigkeit folgen die charakteristischen Tragfähigkeiten für die maßgebenden Orte im Querschnitt gemäß Abbildung 5.12, Abbildung 5.13 und Abbildung 5.14 für das gewählte fünflagige Brettsperholz zu:

$$m_{xx,Rk} = \frac{f_{m,k} \cdot B_{xx}}{z \cdot E_{xx,i}} = \frac{24 \cdot 0,732}{50 \cdot 10^{-3} \cdot 11000} = 31,9 \cdot 10^{-3} \frac{MNm}{m}$$

$$m_{yy,Rk} = \frac{f_{m,k} \cdot B_{yy}}{z \cdot E_{yy,i}} = \frac{24 \cdot 0,215}{30 \cdot 10^{-3} \cdot 11000} = 15,6 \cdot 10^{-3} \frac{MNm}{m}$$

$$m_{xy,Rk} = \frac{f_{v,k} \cdot B_{xy}}{z \cdot G_{xy,i}} = \frac{3,5 \cdot 0,732}{50 \cdot 10^{-3} \cdot 690} = 11,7 \cdot 10^{-3} \frac{MNm}{m}$$

$$v_{xz,Rk} = \frac{f_{v,R,k} \cdot B_{xx}}{\sum_{j=1}^i E_{xx,j} \cdot d_j \cdot z_j} = \frac{1,0 \cdot 0,732}{(11000 \cdot 20 \cdot 40 + 370 \cdot 20 \cdot 20) \cdot 10^{-6}} = 81,8 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$v_{yz,Rk} = \frac{f_{v,R,k} \cdot B_{yy}}{\sum_{j=1}^i E_{yy,j} \cdot d_j \cdot z_j} = \frac{1,0 \cdot 0,215}{(370 \cdot 20 \cdot 40 + 11000 \cdot 20 \cdot 20 + 370 \cdot 10 \cdot 5) \cdot 10^{-6}} = 45,6 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{xx,t,Rk} = \frac{f_{t,0,k} \cdot D_{xx}}{E_{xx,i}} = \frac{14,5 \cdot 674,2}{11000} = 890 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{xx,c,Rk} = \frac{f_{c,0,k} \cdot D_{xx}}{E_{xx,i}} = \frac{21 \cdot 674,2}{11000} = 1287 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{yy,t,Rk} = \frac{f_{t,0,k} \cdot D_{yy}}{E_{yy,i}} = \frac{14,5 \cdot 674,2}{11000} = 609 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{yy,c,Rk} = \frac{f_{c,0,k} \cdot D_{yy}}{E_{yy,i}} = \frac{21 \cdot 674,2}{11000} = 882 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{xy,Rk} = \frac{f_{v,k} \cdot D_{xy}}{G_{xy,i}} = \frac{3,5 \cdot 69}{690} = 350 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

Die Hauptmembrankräfte der orthotropen Segmentschale mit unterschiedlichen Segmentierungsgraden sowie deren Richtungen sind Abbildung B.10 zu entnehmen. *Abbildung B.11* zeigt die Hauptmomente und Hauptquerkraft. Dargestellt ist ein Viertel der doppelsymmetrischen Gesamtschale entsprechend der Markierung in Abbildung 5.4.

Orthotrope Segmentschalen

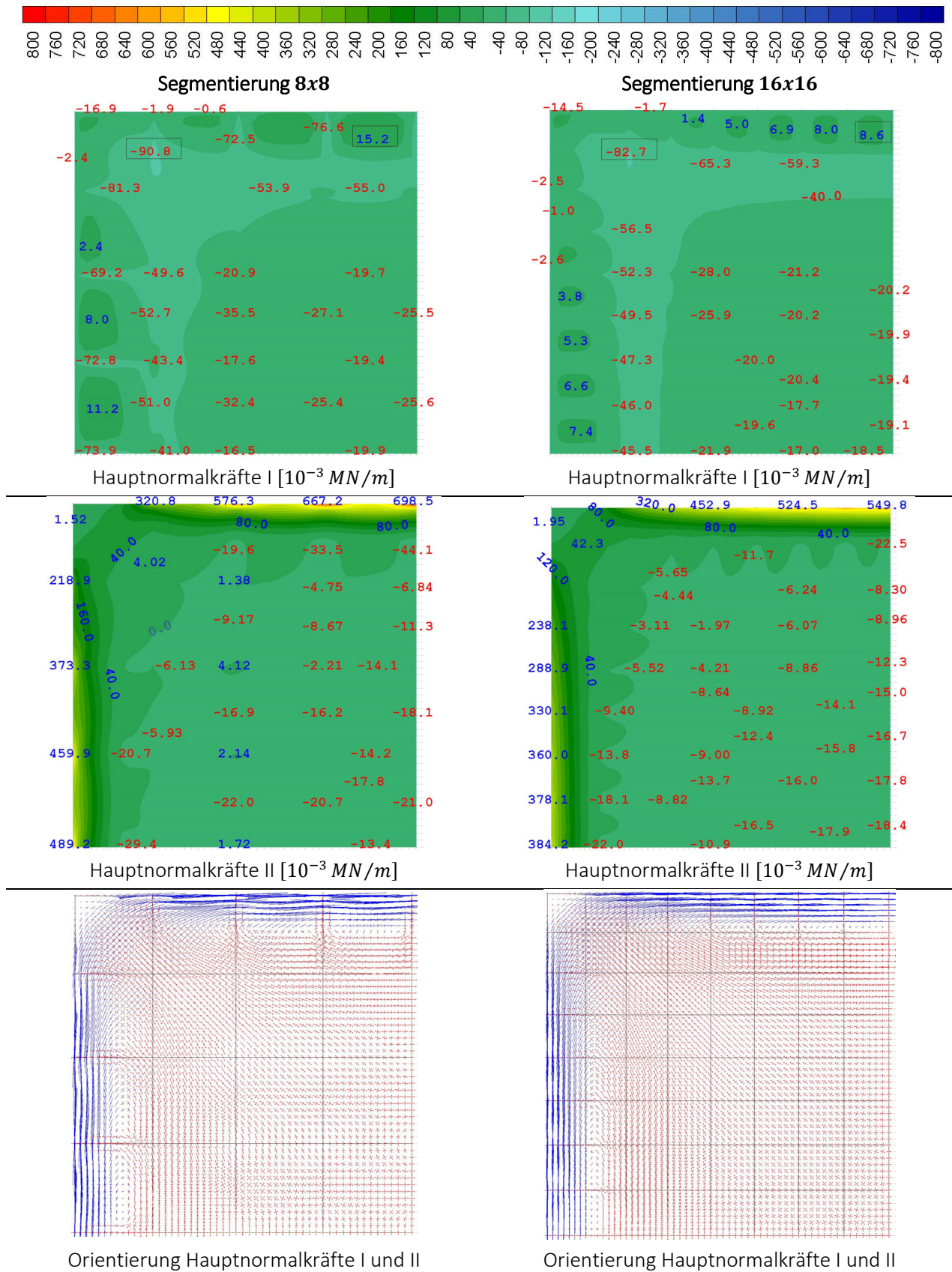


Abbildung B.10: Hauptmembrankräfte der FEM für die orthotrope Translationsschale

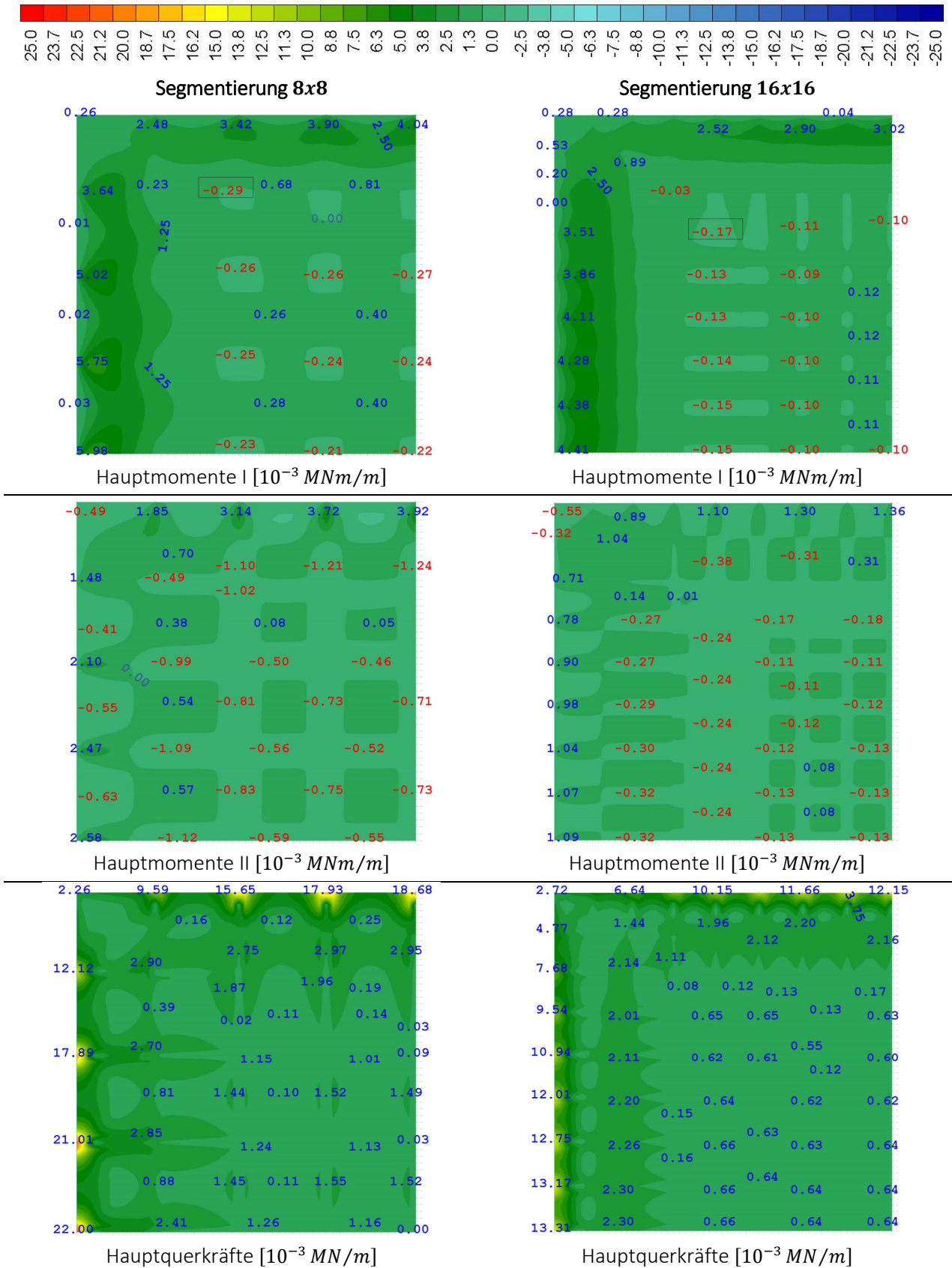


Abbildung B.11: Hauptmembrankräfte der FEM für die orthotrope Translationschale

Anhang C Last-Verformungs-Kurven und deren Annäherung durch Polygonzüge

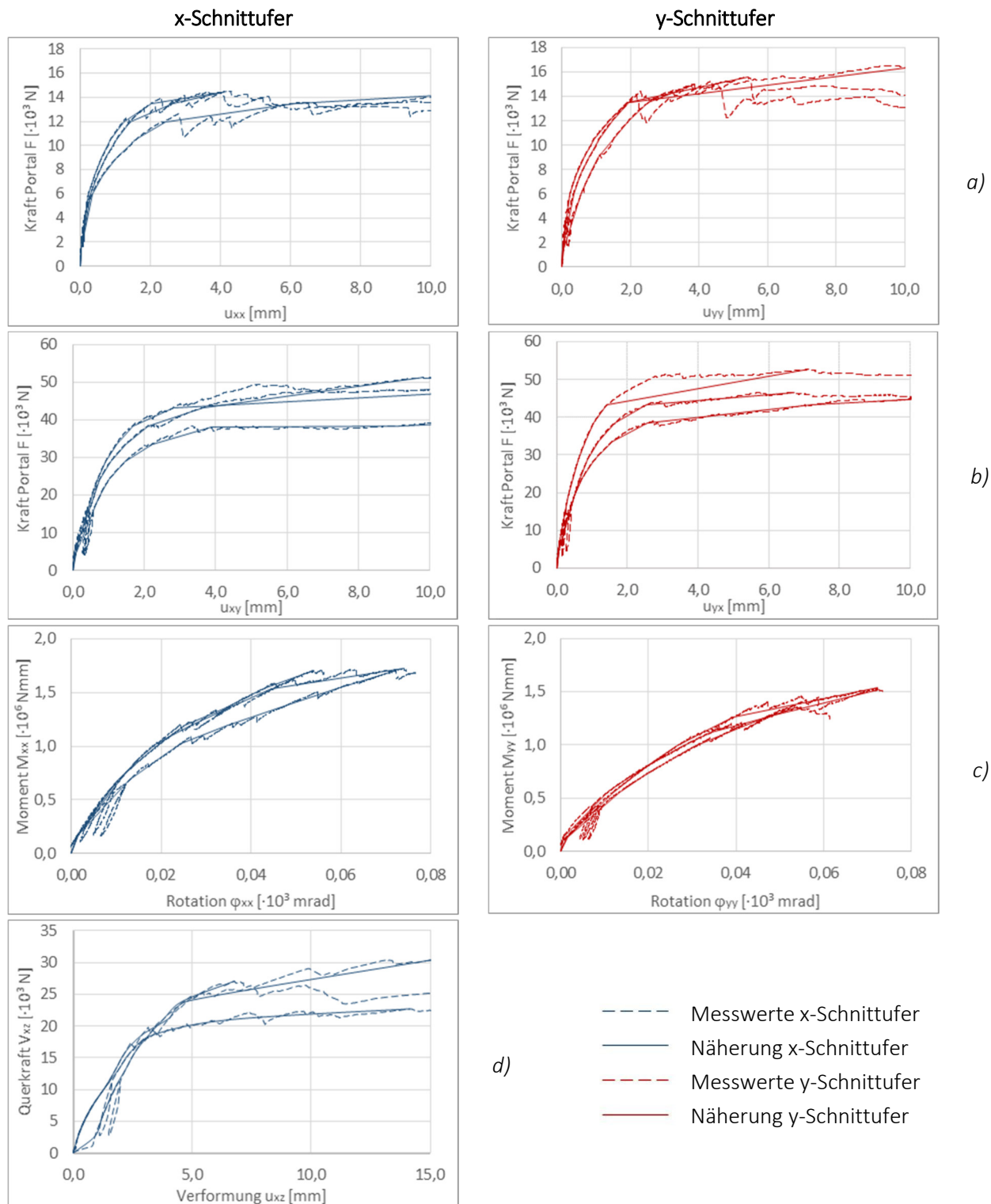


Abbildung C.1: Annäherung Last-Verformungs-Kurven der Verbindung 1 für a) Zug, b) Scheibenschub, c) Biegung und d) Plattenschub

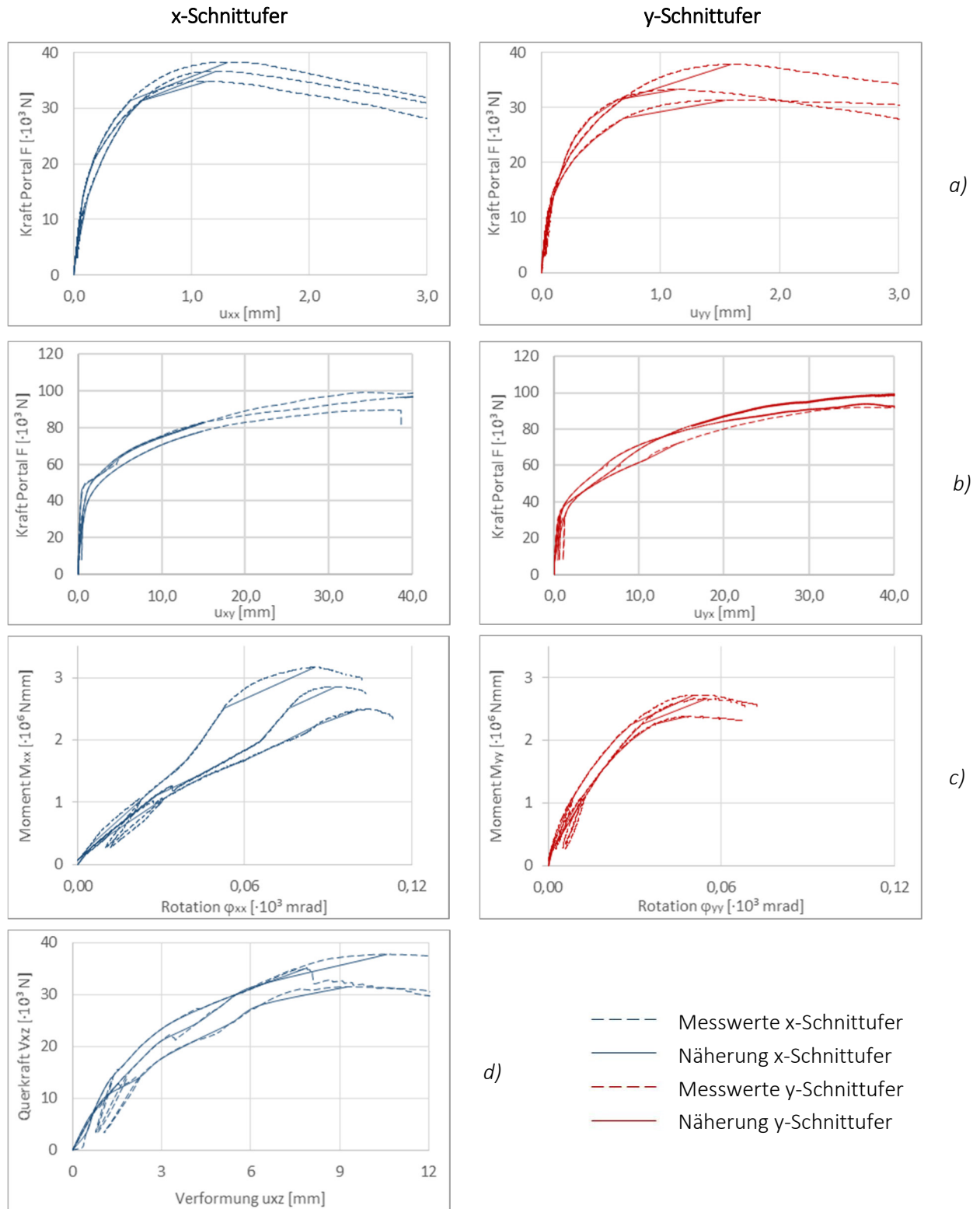


Abbildung C.2: Annäherung Last-Verformungs-Kurven der Verbindung 2 für a) Zug, b) Scheibenschub, c) Biegung und d) Plattenschub

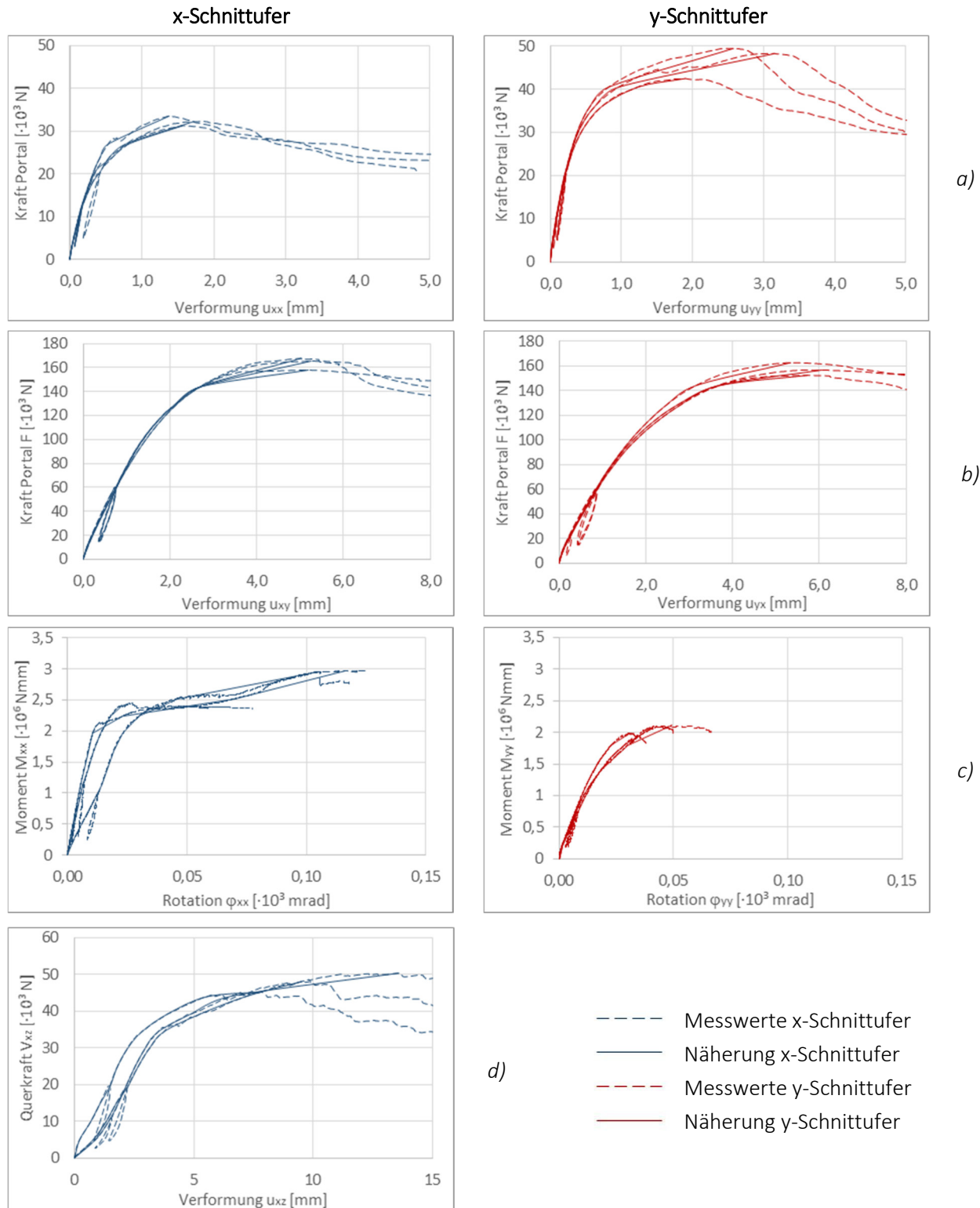
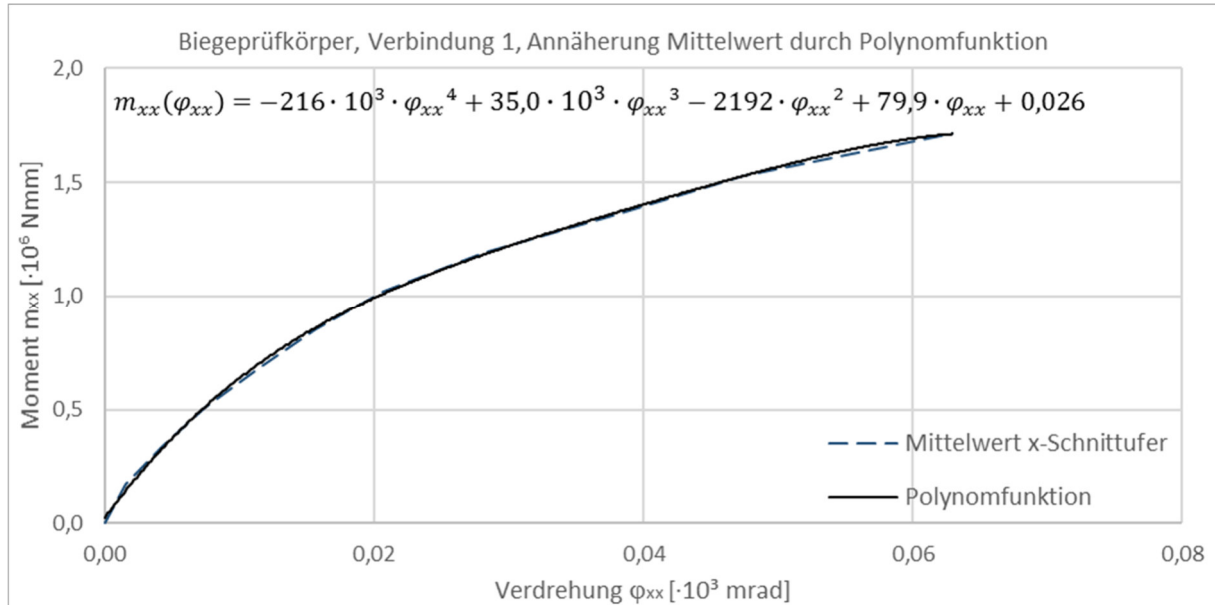


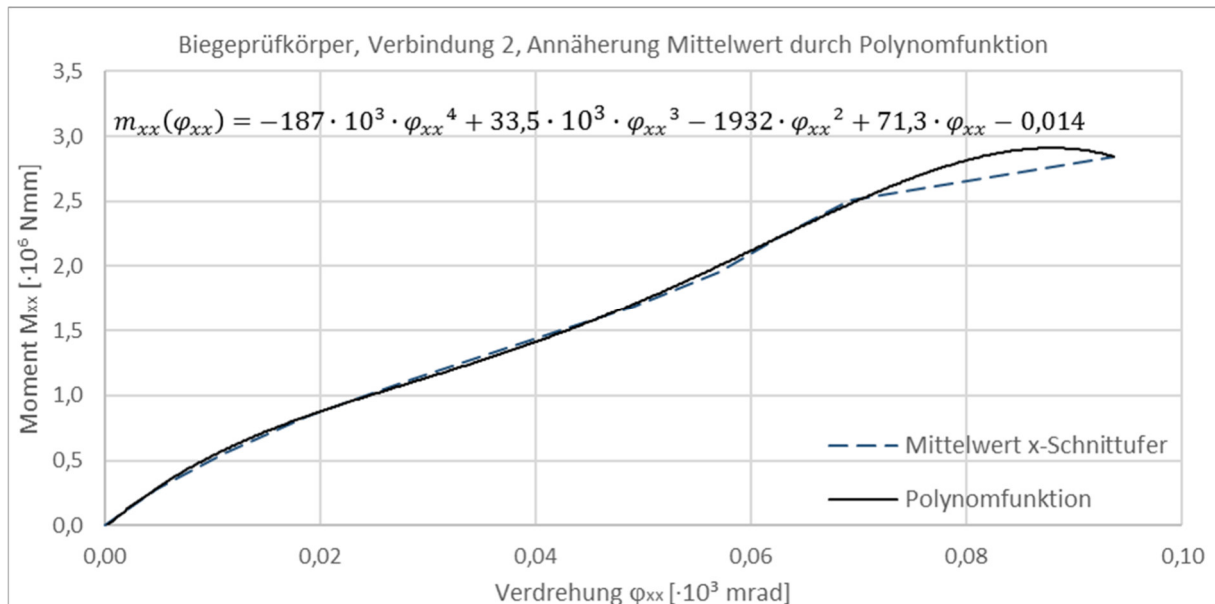
Abbildung C.3: Annäherung Last-Verformungs-Kurven der Verbindung 3 für a) Zug, b) Scheibenschub, c) Biegung und d) Plattenschub

Mathematische Annäherung der Momenten-Verdrehungs-Beziehungen durch Polynomfunktionen


 Abbildung C.4: Polynomfunktion der $M - \varphi$ -Beziehung für Prüfkörper der Verbindung 1

Aus der Polynomfunktion der Momenten-Verdrehungs-Beziehung folgt der Mittelwert der Drehsteifigkeit in Abhängigkeit der Verdrehung für die $0,5m$ breiten Prüfkörper für Verbindung 1 zu:

$$M_{xx,Verb.1}(\varphi_{xx})' = k_{\varphi}(\varphi_{xx}) = -864 \cdot 10^3 \cdot \varphi_{xx}^3 + 105 \cdot 10^3 \cdot \varphi_{xx}^2 - 4384 \cdot \varphi_{xx} + 79,9 \quad (C.1)$$


 Abbildung C.5: Polynomfunktion der $M - \varphi$ -Beziehung für Prüfkörper der Verbindung 2

Die Drehsteifigkeit folgt in Abhängigkeit von der Verdrehung für Verbindung 2 je $0,5m$ breitem Prüfkörper zu:

$$M_{xx,Verb.2}(\varphi_{xx})' = k_{\varphi}(\varphi_{xx}) = -748 \cdot 10^3 \cdot \varphi_{xx}^3 + 100,5 \cdot 10^3 \cdot \varphi_{xx}^2 - 3864 \cdot \varphi_{xx} + 71,3 \quad (C.2)$$

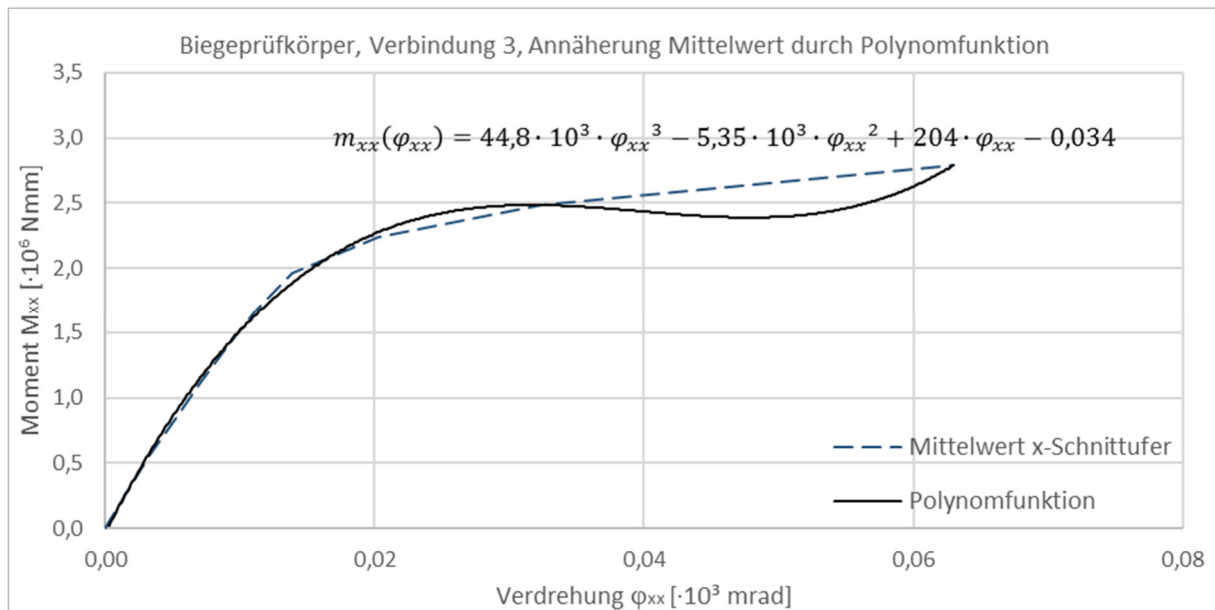


Abbildung C.6: Polynomfunktion der $M - \varphi$ -Beziehung für Prüfkörper der Verbindung 3

Hieraus folgt die Drehsteifigkeit in Abhängigkeit von der Verdrehung für Verbindung 3 je $0,5m$ breitem Prüfkörper zu:

$$M_{xx,verb.3}(\varphi_{xx})' = k_{\varphi}(\varphi_{xx}) = 134 \cdot 10^3 \cdot \varphi_{xx}^2 - 10,7 \cdot 10^3 \cdot \varphi_{xx} + 204 \quad (C.3)$$

Anhang D Erläuterungen und Ergebnisse der beispielhaften Berechnungen von Segmentschalen

Die definierten Arbeitslinien aus Sofistik für die Ansätze der nichtlinearen Verbindungssteifigkeiten für die Gesamtmittelwerte unter Berücksichtigung der Holzpressung zeigt Abbildung D.1.

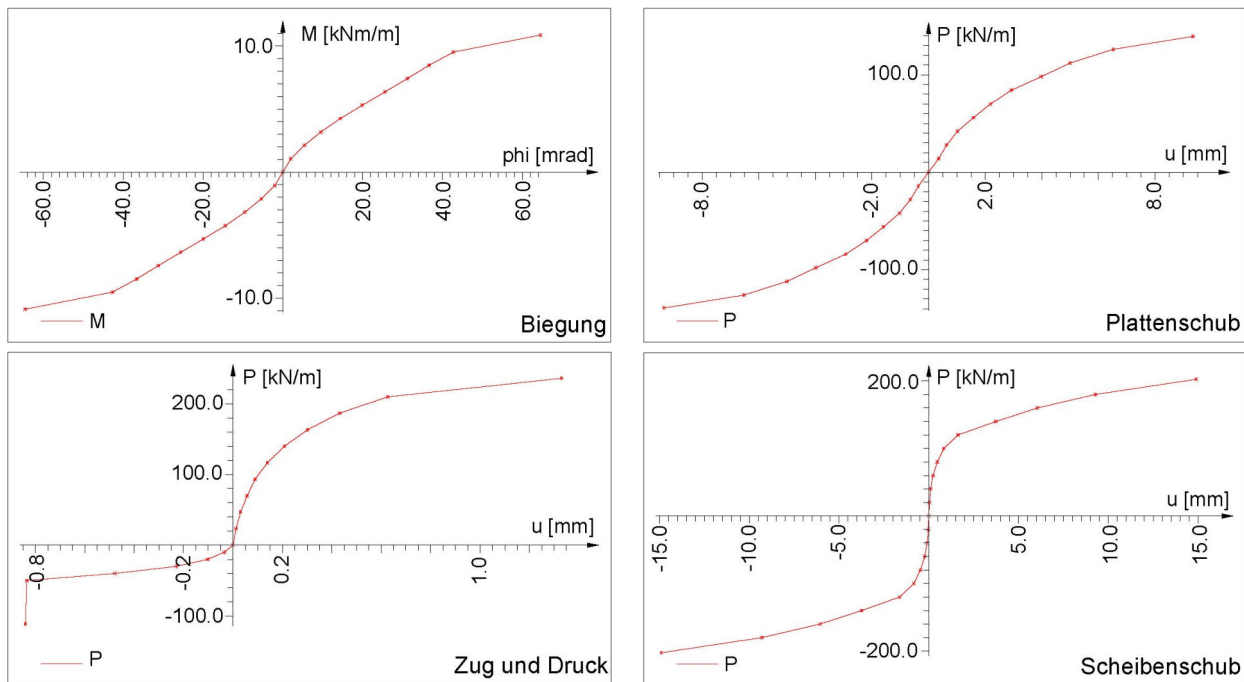


Abbildung D.1: Arbeitslinien Verbindung 2 für 1) $NL_mean_{ges,Pres}$

Die Matrix (D.1) stellt die Bemessungsbeanspruchbarkeiten der in Matrix (5.3) ermittelten charakteristischen Beanspruchbarkeiten von für $BSP\ 5\ x\ 20\ mm = 100mm$ dar.

$\begin{bmatrix} m_{xx,Rd} \\ m_{yy,Rd} \\ m_{xy,Rd} \\ v_{xz,Rd} \\ v_{yz,Rd} \\ n_{xx,t,Rd} \\ n_{xx,c,Rd} \\ n_{yy,t,Rd} \\ n_{yy,c,Rd} \\ n_{xy,Rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,022 \\ 0,011 \\ 0,008 \\ 0,057 \\ 0,032 \\ 0,616 \\ 0,891 \\ 0,422 \\ 0,611 \\ 0,242 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} MNm/m \\ MNm/m \\ MNm/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \\ MN/m \end{bmatrix}$	<p>Bemessungswert Biegetragfähigkeit Längslagen in x-Richtung</p> <p>Bemessungswert Biegetragfähigkeit Längslagen in y-Richtung</p> <p>Bemessungswert Drilltragfähigkeit</p> <p>Bemessungswert Rollschubtragfähigkeit am x-Schnittufer</p> <p>Bemessungswert Rollschubtragfähigkeit am y-Schnittufer</p> <p>Bemessungswert Zugtragfähigkeit Längslagen in x-Richtung</p> <p>Bemessungswert Drucktragfähigkeit Längslagen in x-Richtung</p> <p>Bemessungswert Zugtragfähigkeit Längslagen in y-Richtung</p> <p>Bemessungswert Drucktragfähigkeit Längslagen in y-Richtung</p> <p>Bemessungswert Scheibenschubtragfähigkeit</p>	<p>(D.1)</p>
---	---	---	--------------

Abbildung D.2 bis Abbildung D.4 zeigt die Schnittgrößen der gesamten Segmentschale bezogen auf die lokalen Koordinatensysteme der Einzelsegmente beispielhaft für die Lastfallkombination LF 110 und LF 121 unter Verwendung von $NL_mean_{ges,Pres}$ sowie den Mittelwerten der Steifigkeiten für BSP entsprechend Tabelle 5.1.

Schnittgrößen Segmentchale 1 mit Verbindung 2 (Vollgewindeschrauben)

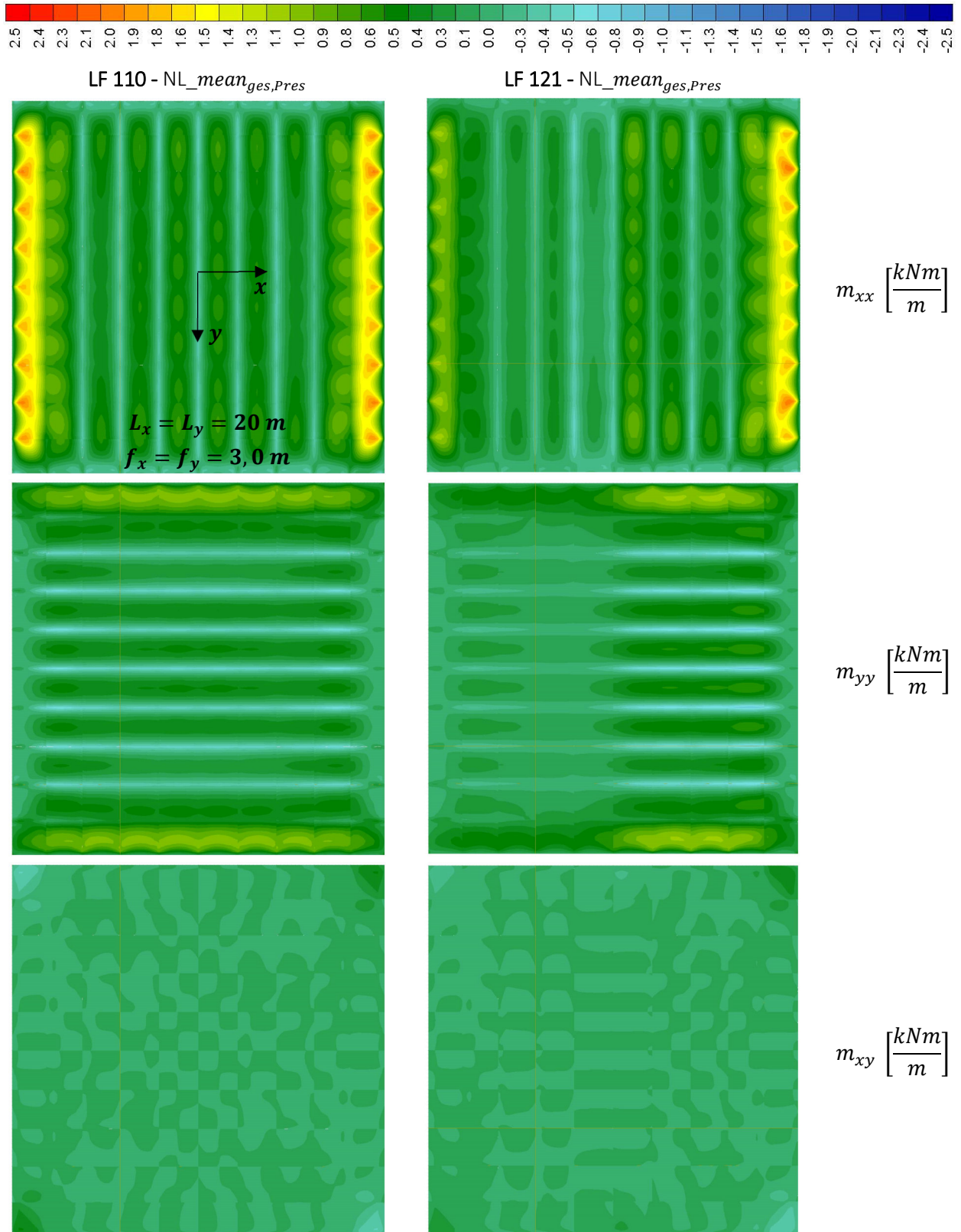


Abbildung D.2: Momentenverteilung für LF 110 und LF 121 in der Segmentchale

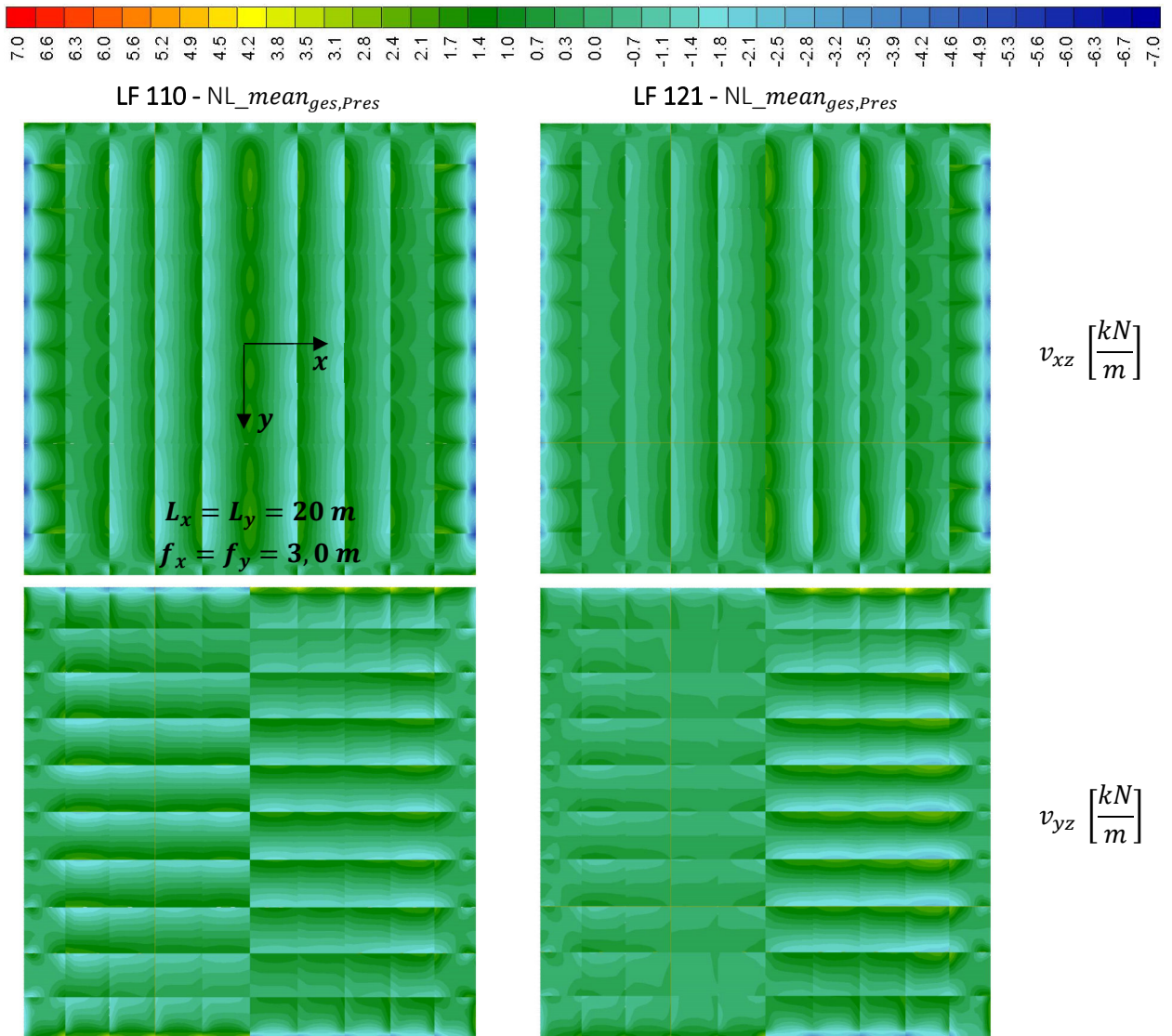


Abbildung D.3: Plattenschubverteilung für LF 110 und LF 121 in der Segmentschale

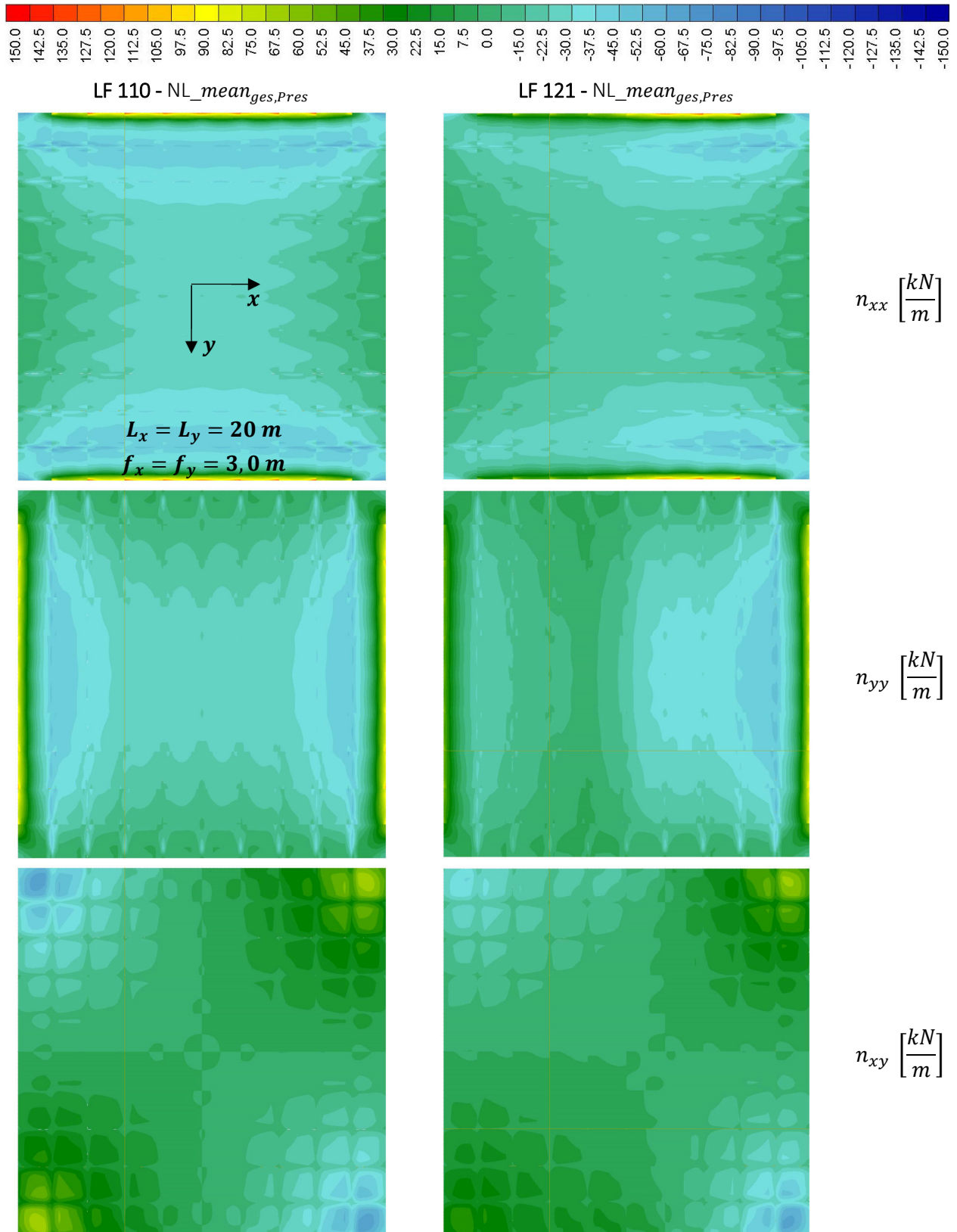


Abbildung D.4: Membrankraftverteilung für LF 110 und LF 121 in der Segmentschale

Bemessungsbeanspruchbarkeiten der Verbindung 1 für die beispielhafte Schale

Die Bemessungstragfähigkeiten für Biegung, Zug und Scheibenschub folgen für den Ansatz der gesamtstatistischen Auswertung der Versuchsergebnisse (Abschnitt 6.4) und unter Berücksichtigung der Halbierung der Abstände zwischen den gekreuzten Schraubenpaaren zu:

$$m_{VM,Rd} = n \cdot \frac{m_{VM,Rk} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = 2 \cdot \frac{4,28 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 5,93 \cdot 10^{-3} \frac{MNm}{m}$$

$$n_{VM,Rd} = n \cdot \frac{n_{VM,Rk} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = 2 \cdot \frac{98,1 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 136 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{xy,VM,Rd} = n \cdot \frac{n_{xy,VM,Rk} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = 2 \cdot \frac{88,1 \cdot 0,9}{1,1} \cdot 10^{-3} = 144 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

Die Tragfähigkeit auf Plattenschub wird aufgrund der Formschlüssigkeit durch die Verdopplung der Verbindungsmittelanzahl nicht erhöht.

$$v_{VM,Rd} = \frac{v_{VM,Rk} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = \frac{52,1 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 36,1 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

Für Druckbeanspruchung im GZT liegt Holzpressung vor. Die volle Druckbeanspruchung wird aufgrund der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel dem BSP-Querschnitt zugewiesen. Für die Tragfähigkeit werden nur die Anteile der Längslagen herangezogen, die nicht im Bereich der Aussparungen für die Fremdfedern liegt. Der Ansatz resultiert aus dem Verbindungsaufbau, in welchem die Fremdfedern nicht passgenau eingefügt sind (siehe Abbildung 6.51). Die Bemessungstragfähigkeit folgt zu:

$$n_{xx,c,Rd} = \frac{d_i \cdot f_{c,0,k} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = \frac{20 \cdot 21 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 291 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{yy,c,Rd} = \frac{d_i \cdot f_{c,0,k} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = \frac{(40 - 2 \cdot 5) \cdot 21 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 436 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

Die Schnittgrößen in den Verbindungen für LF 110 und LF 121 entsprechend Tabelle 8.4 sind in Abbildung D.5 bis Abbildung D.7 gezeigt. Die Drillsteifigkeit wird zu null angenommen.

Beispielhafte Schnittgrößen in Verbindung 2 für LF 110 und LF 121

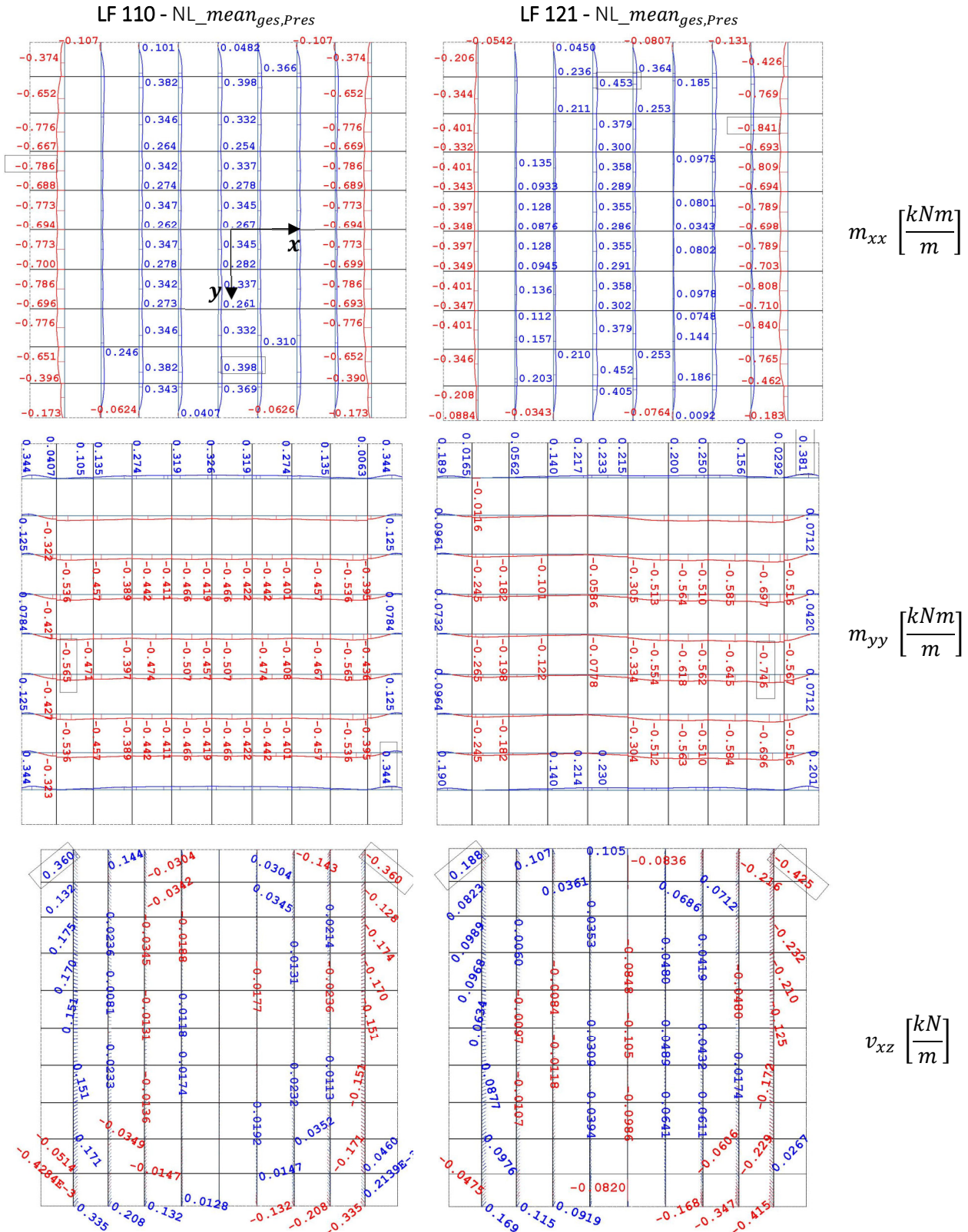


Abbildung D.5: Schnittgrößen für LF 110 und LF 121 in Verbindung 2 der Segmentschale – Teil 1

LF 110 - NL_mean_{ges,Pres}

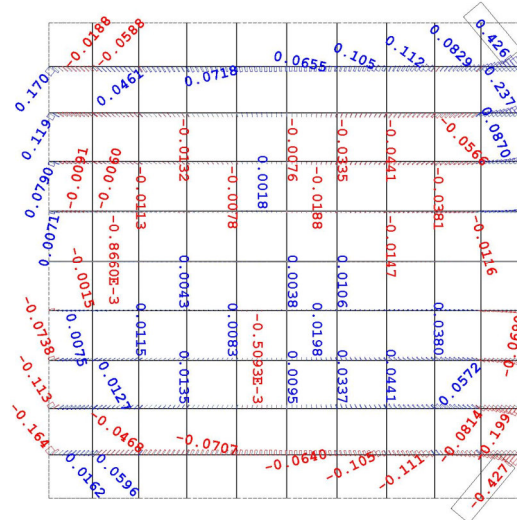
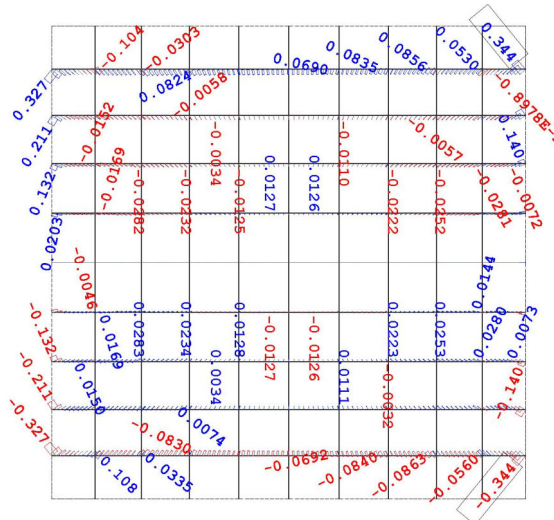
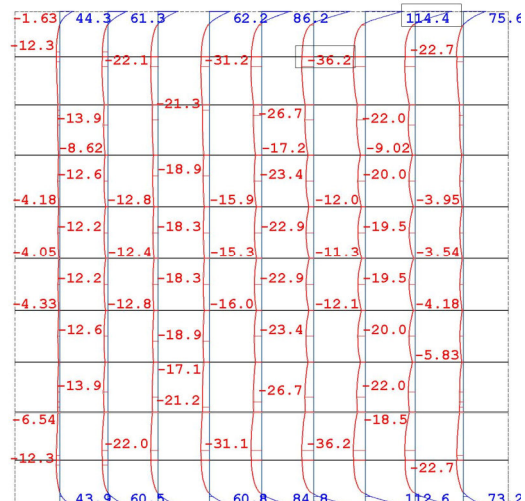
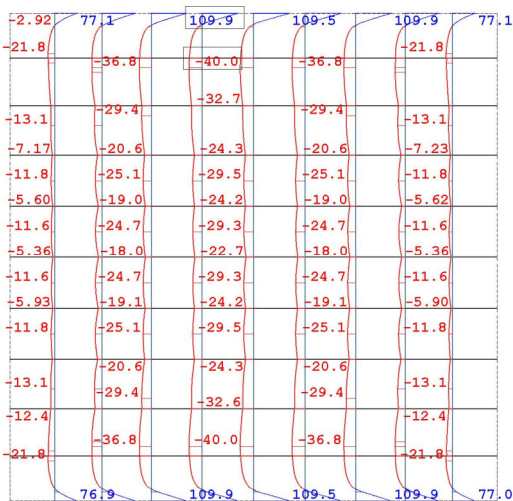
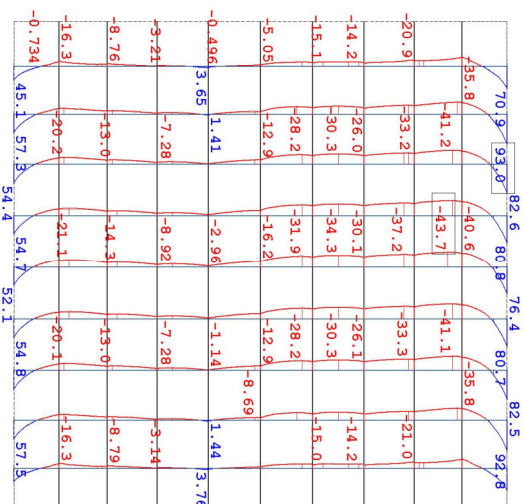
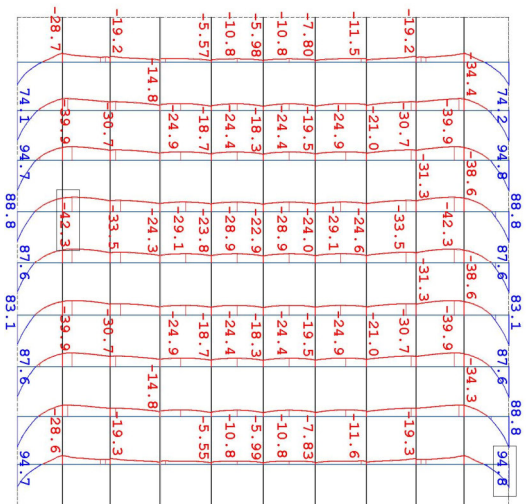
 LF 121 - NL_mean_{ges,Pres}

 $v_{yz} \left[\frac{kN}{m} \right]$

 $n_{xx} \left[\frac{kN}{m} \right]$

 $n_{yy} \left[\frac{kN}{m} \right]$

Abbildung D.6: Schnittgrößen für LF 110 und LF 121 in Verbindung 2 der Segmentschale – Teil 2

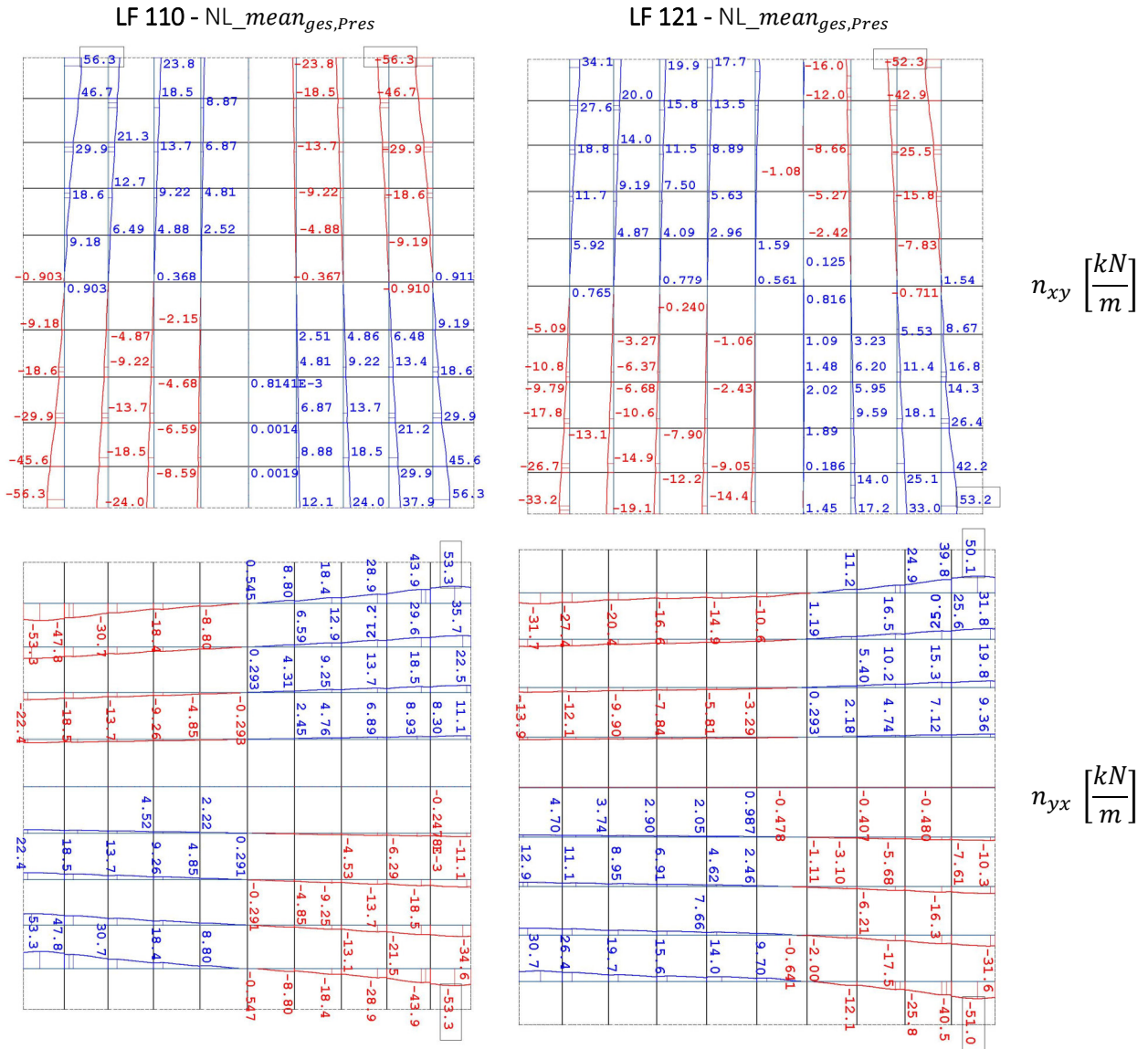


Abbildung D.7: Schnittgrößen für LF 110 und LF 121 in Verbindung 2 der Segmentschale – Teil 3

Verbindung 2: Arbeitslinien für die Berechnung mit FEM

Abbildung D.8 bis Abbildung D.13 stellen die unterschiedlichen Arbeitslinien der Federn für die Modellierung der Verbindungseigenschaften von Verbindung 2 für die Berechnung mit FEM dar.

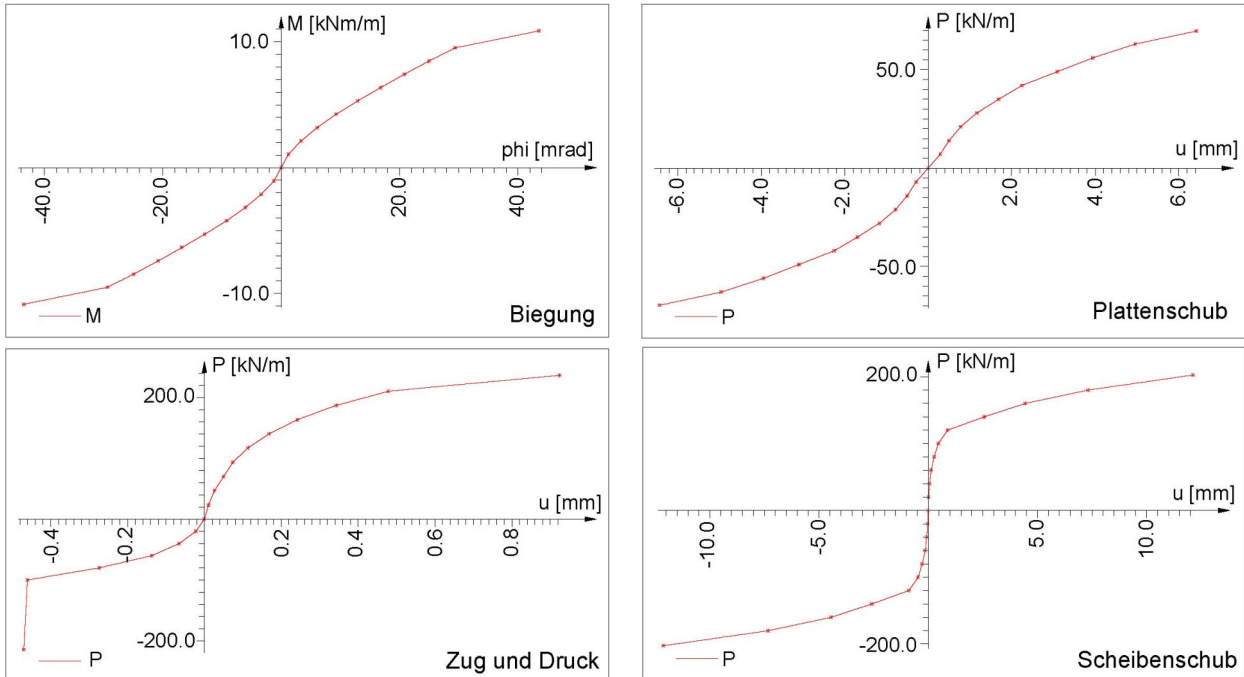


Abbildung D.8: Arbeitslinien Verbindung 2 für 2) $NL_mean_{ges,pres} + S_i$

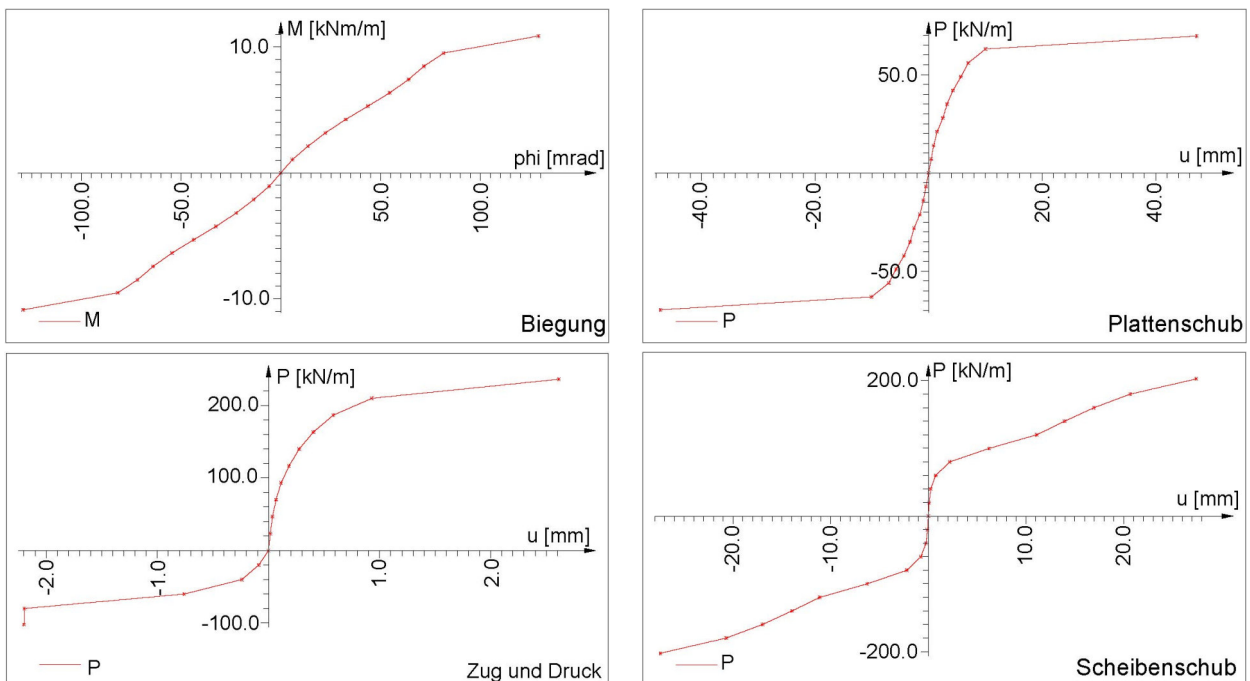


Abbildung D.9: Arbeitslinien Verbindung 2 für 3) $NL_mean_{ges,pres} - S_i$

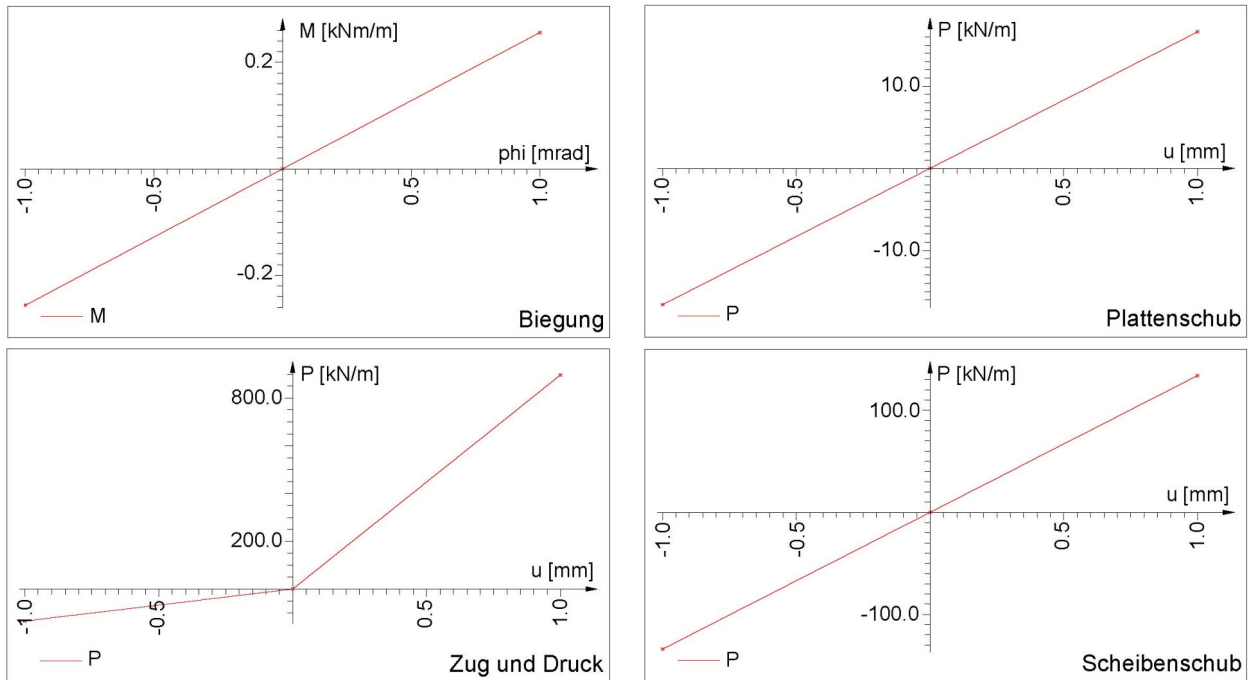


Abbildung D.10: Arbeitslinien Verbindung 2 für 4) $L-k_{ser}$

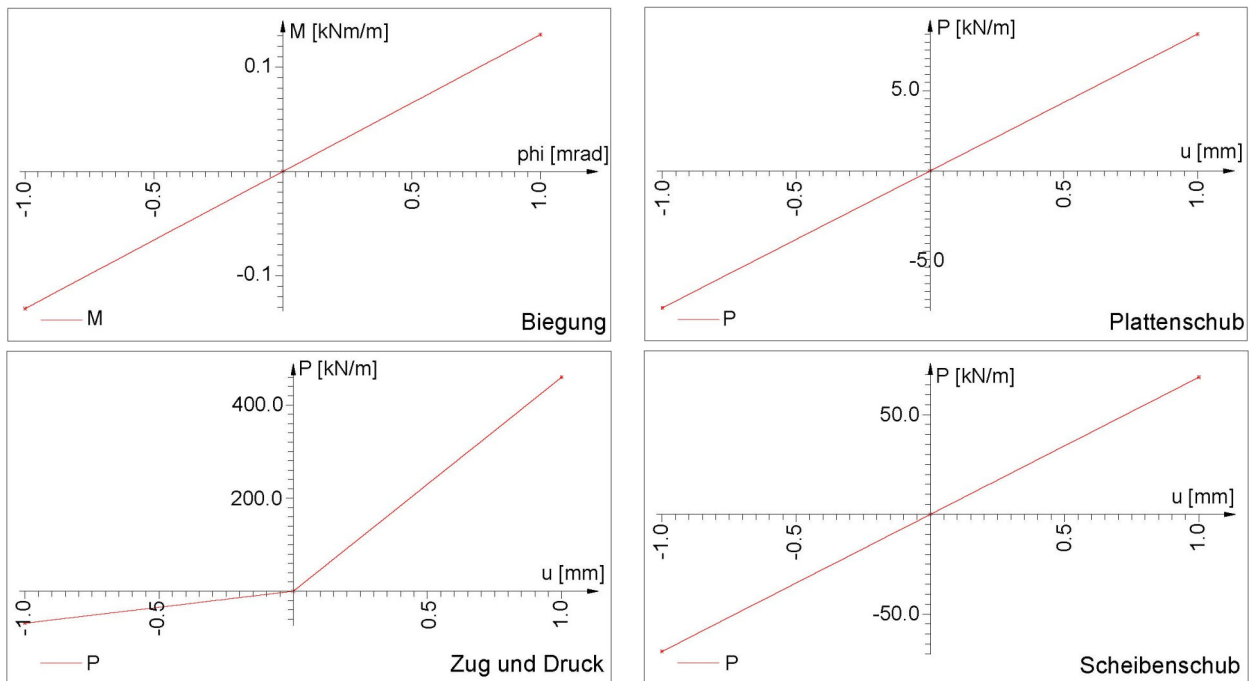
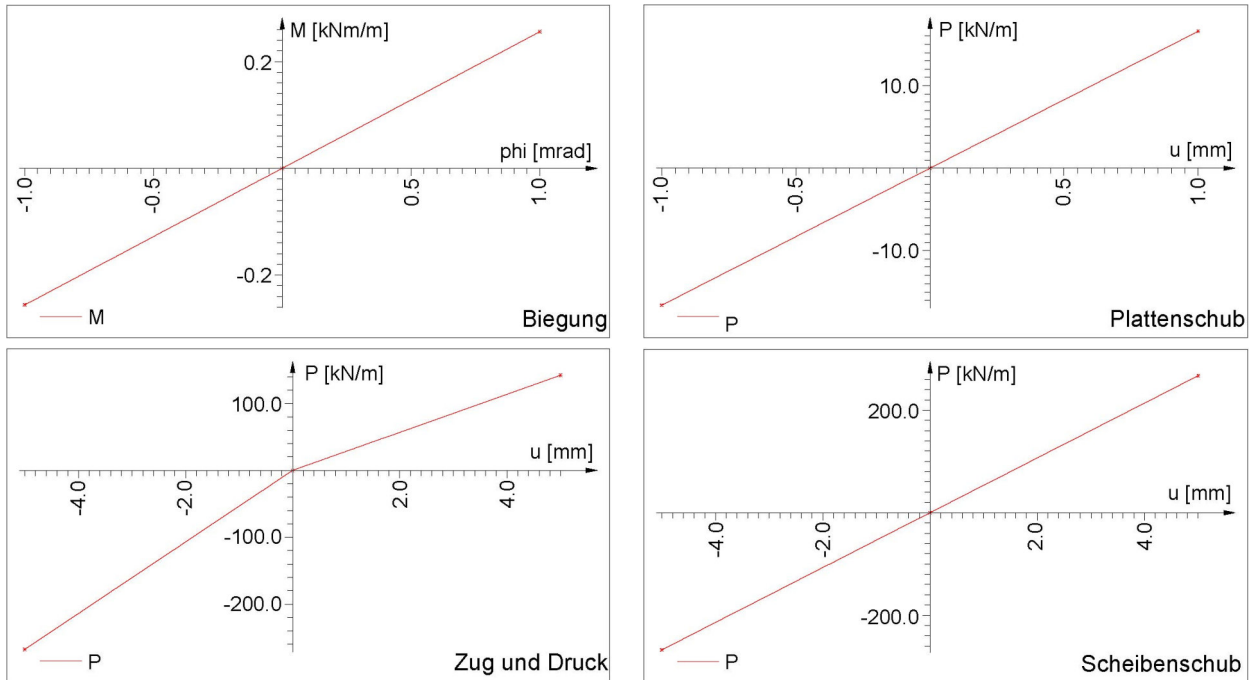
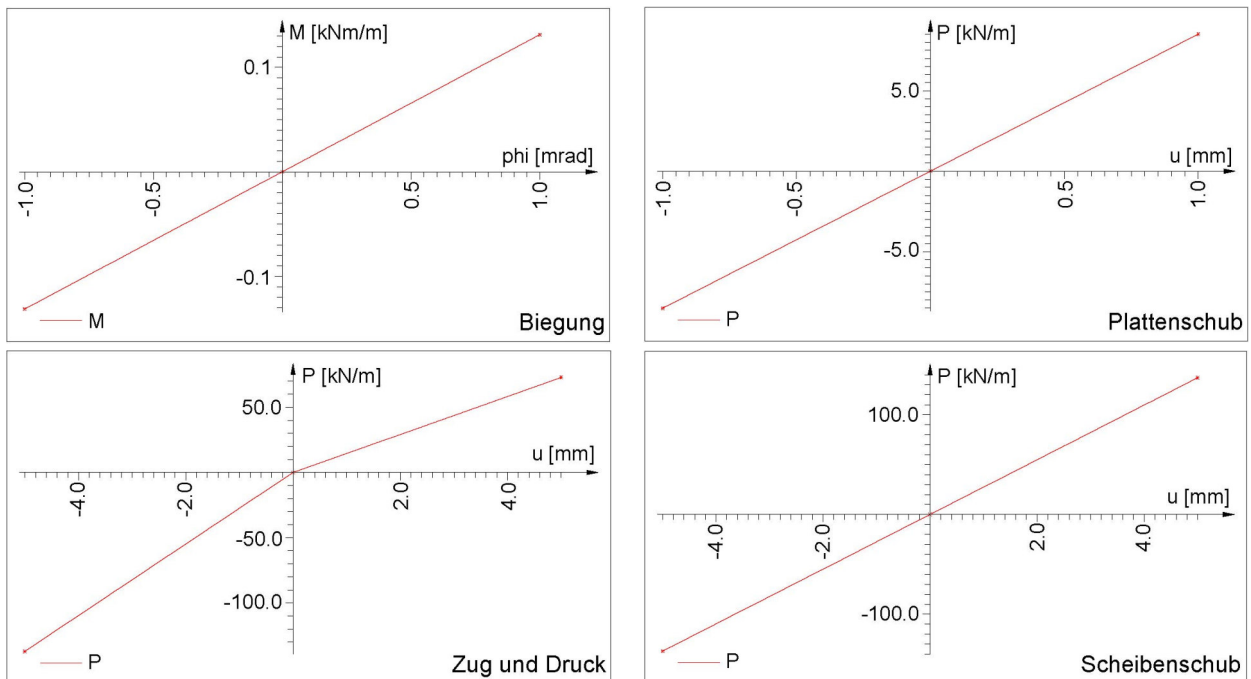


Abbildung D.11: Arbeitslinien Verbindung 2 für 5) $L-k_u/\gamma_M$


 Abbildung D.12: Arbeitslinien Verbindung 2 für 6) $L-k_{ser,Lit}$

 Abbildung D.13: Arbeitslinien Verbindung 2 für 7) $L-k_{u,Lit.}/\gamma_M$

Verbindung 1: Arbeitslinien für die Berechnung mit FEM

Die definierten Arbeitslinien aus Sofistik für die Ansätze der Verbindungssteifigkeiten sind in den Abbildung D.14 bis Abbildung D.18 dargestellt.

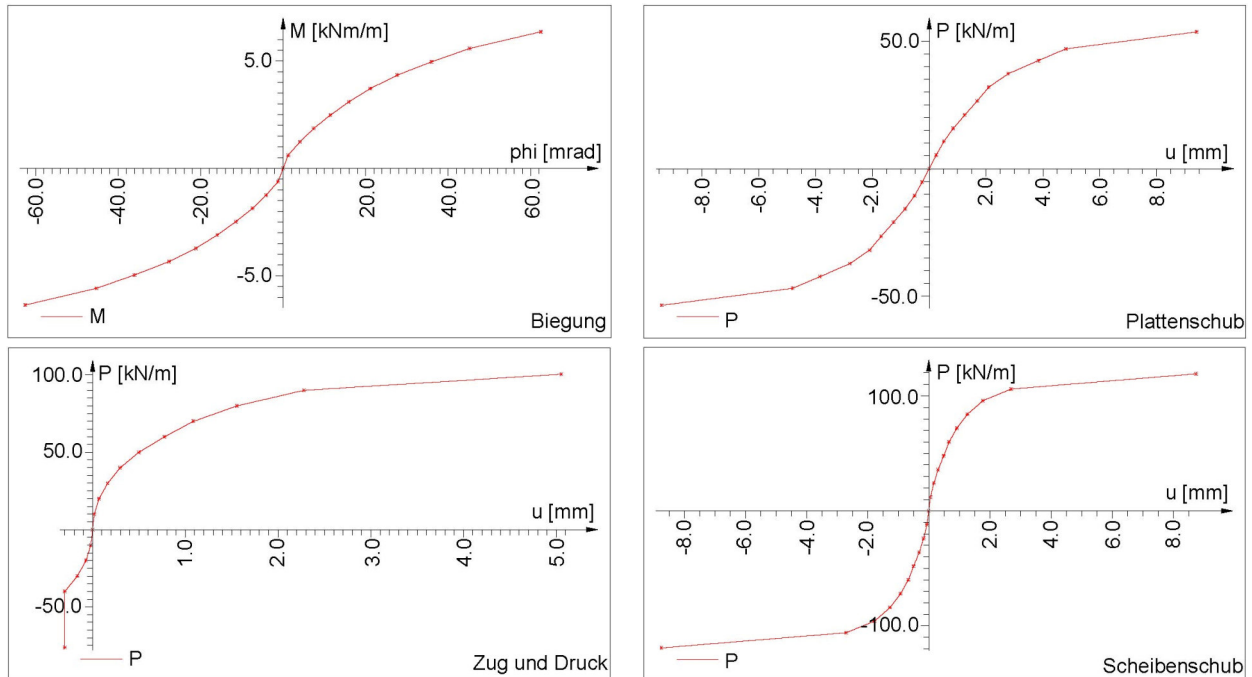


Abbildung D.14: Arbeitslinien Verbindung 1 für 1) $NL_{mean_{ges,Pres}}$

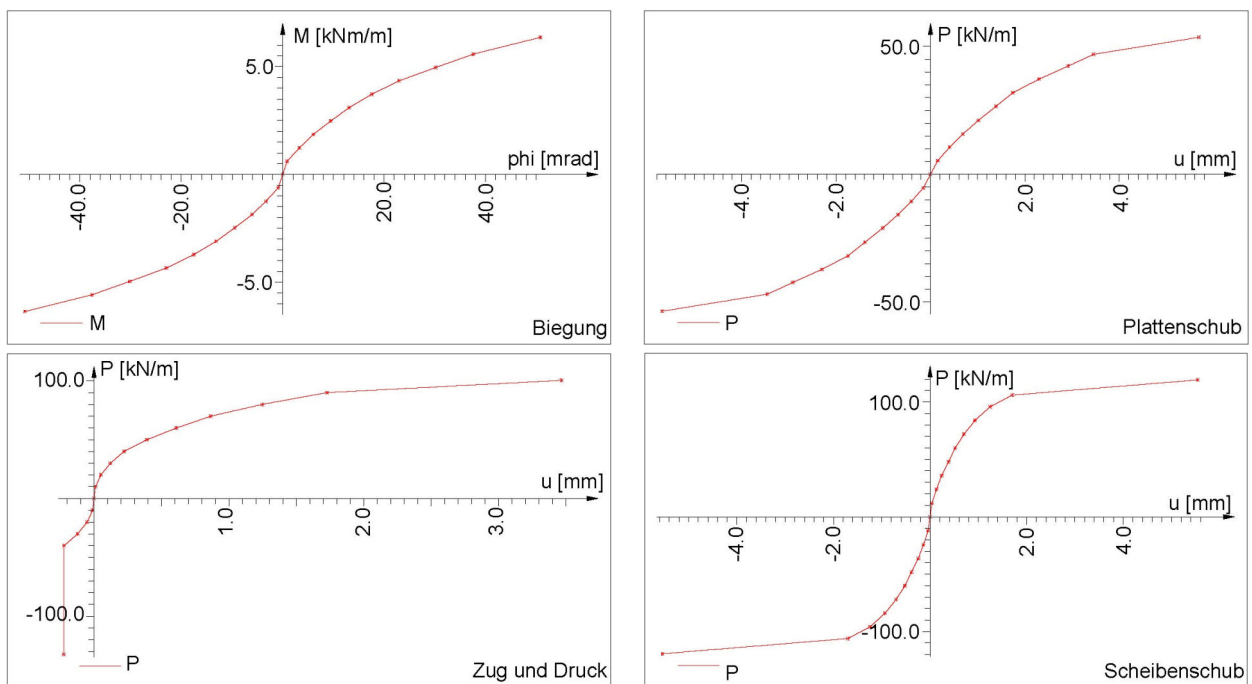
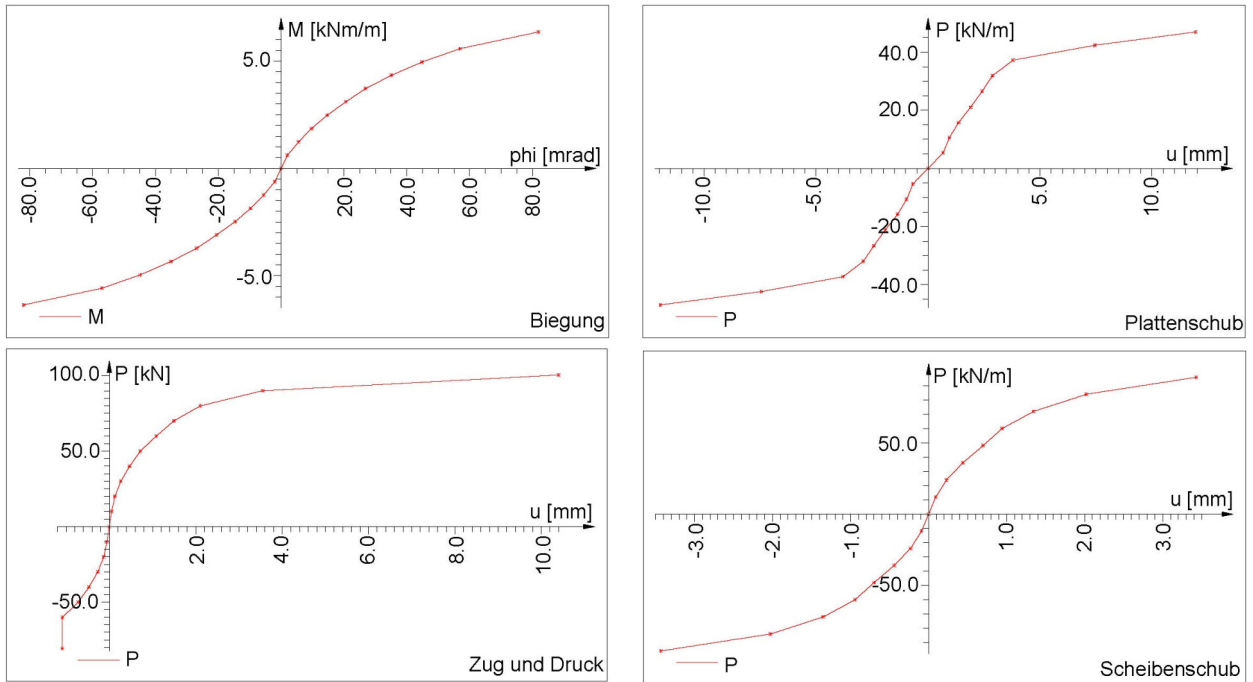
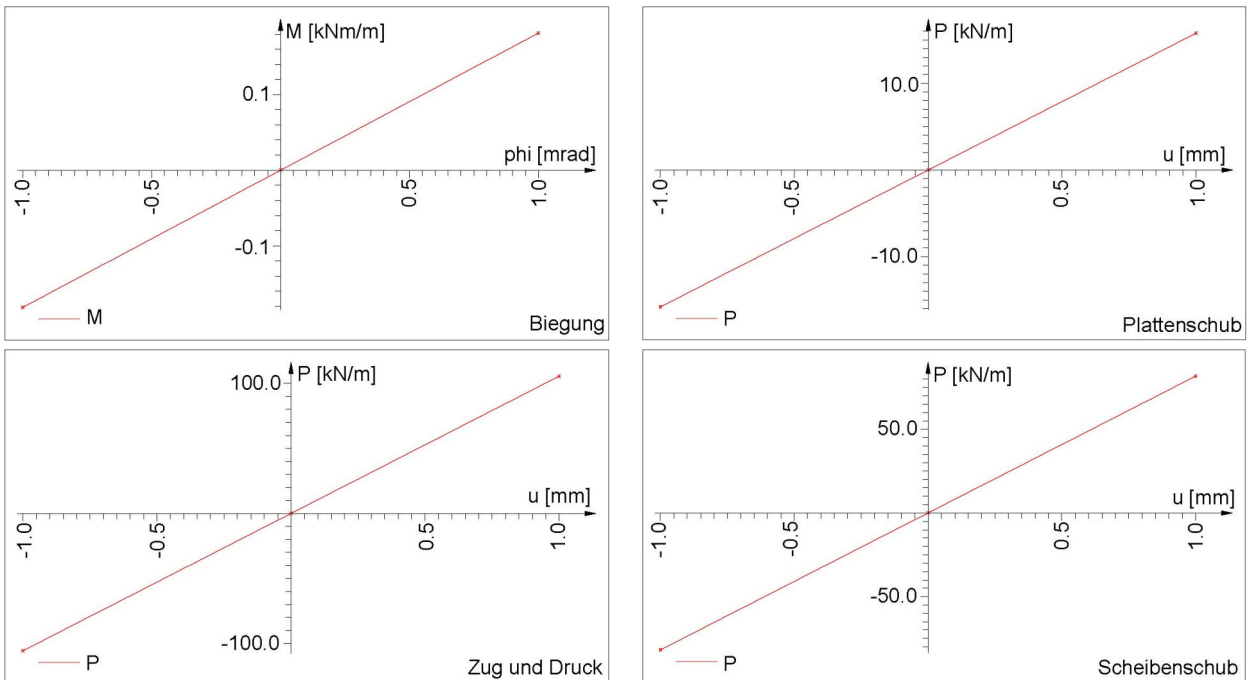


Abbildung D.15: Arbeitslinien Verbindung 1 für 2) $NL_{mean_{ges,Pres}} + s_i$


 Abbildung D.16: Arbeitslinien Verbindung 1 für 3) $NL_mean_{ges,Pres} - S_i$

 Abbildung D.17: Arbeitslinien Verbindung 1 für 4) $L-k_{ser}$

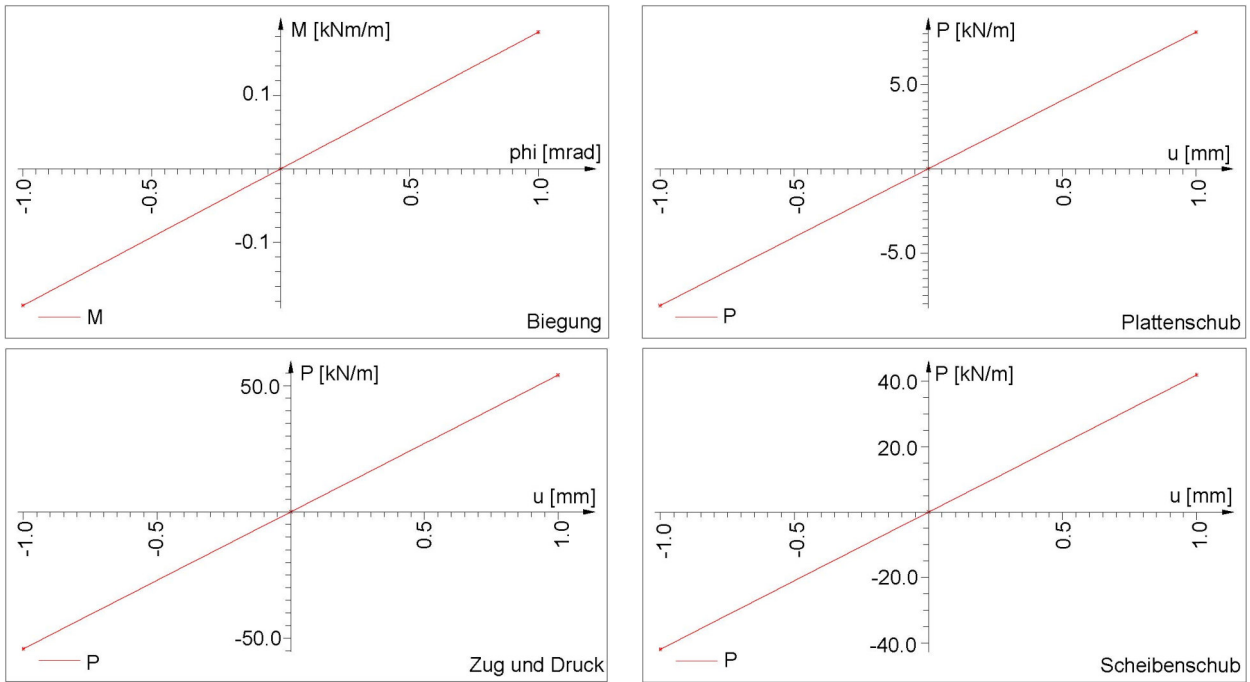


Abbildung D.18: Arbeitslinien Verbindung 1 für 5) $L \cdot k_u / \gamma_M$

Abbildung D.19 bis Abbildung D.21 zeigen die Schnittgrößen im BSP der Segmentschale für Verbindung 1.

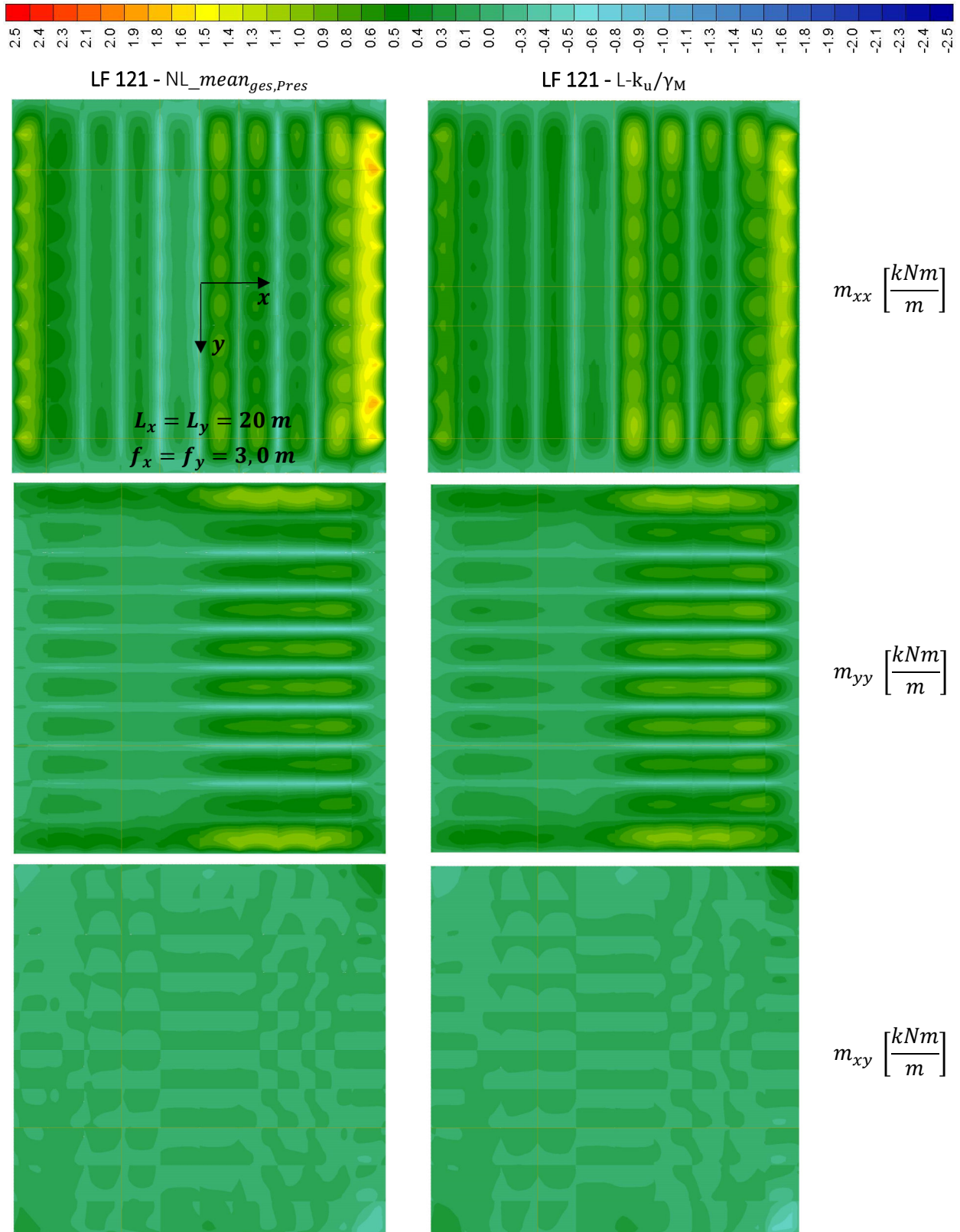


Abbildung D.19: Momentenverteilung für LF 121 in der Segmentschale

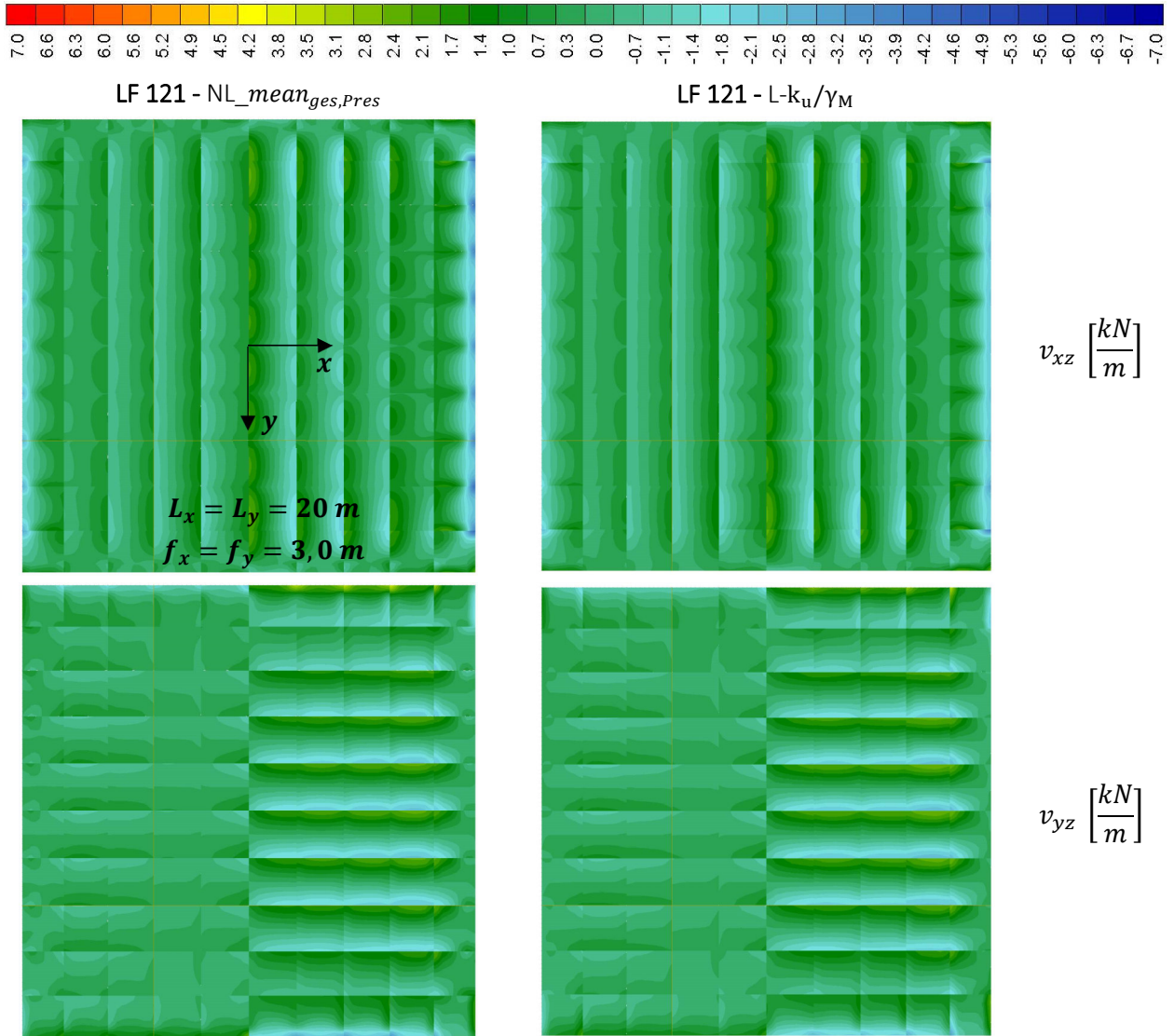


Abbildung D.20: Plattenschubverteilung für LF 121 in der Segmentschale

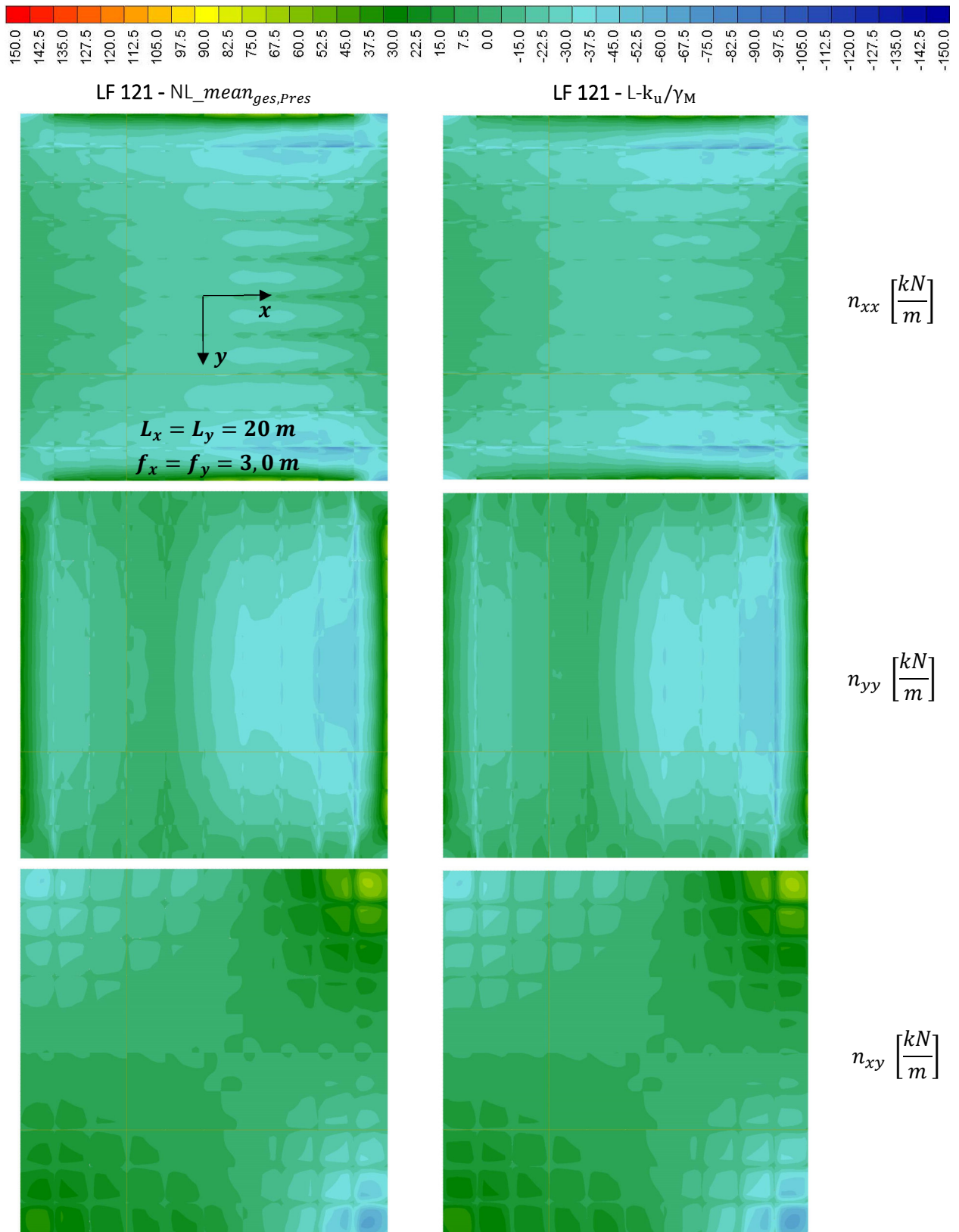
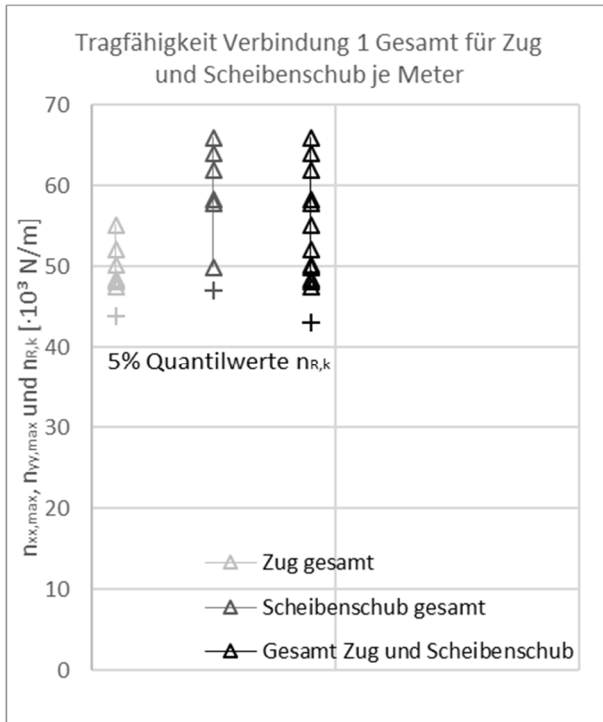


Abbildung D.21: Membrankraftverteilung für LF 121 in der Segmentschale

Tragfähigkeiten Verbindung 1 (Eichennägel) für beispielhafte Segmentschale 2

Die charakteristische Tragfähigkeit auf Abscheren für Verbindung 1 auf Grundlage der Versuche bei Zug und Scheibenschubbeanspruchung sind in Abbildung D.22 zusammengefasst.



	$n_{VM,Rk}$ $n_{xy,VM,Rk}$ $n_{ges,VM,Rk}$ [N/m]	$N_{VM,Rk}$ $N_{xy,VM,Rk}$ $N_{ges,VM,Rk}$ [N]
Zug	43836	4384
Scheibenschub	47020	4702
Gesamt	42994	4299
	je Meter	je Nagel

Abbildung D.22: Bruchlasten und charakteristische Tragfähigkeiten aus Zug und Schub in der Ebene

Die Bemessungstragfähigkeiten für Biegung, Zug und Scheibenschub folgen für den Ansatz der gesamtstatistischen Auswertung der Versuchsergebnisse (Abbildung 6.37 und Abbildung D.22) und unter Berücksichtigung der Halbierung der Abstände zwischen den Eichennägeln zu:

$$m_{VM,Rd} = n \cdot \frac{m_{VM,Rk} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = 2 \cdot \frac{2,53 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 3,50 \cdot 10^{-3} \frac{MNm}{m}$$

$$n_{ges,VM,Rd} = n \cdot \frac{n_{ges,VM,Rk} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = 2 \cdot \frac{42,99 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 59,5 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

Die Tragfähigkeit auf Plattenschub wird aufgrund der Formschlüssigkeit durch die Verdopplung der Verbindungsmittelanzahl nicht erhöht.

$$v_{VM,Rd} = \frac{v_{VM,Rk} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = \frac{33,2 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 23,0 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

Für Druckbeanspruchbarkeit im GZT folgt unter Berücksichtigung der Längslagen außerhalb der Fremdfedern für Holzpressung eine Bemessungstragfähigkeit von:

$$n_{xx,c,Rd} = \frac{d_i \cdot f_{c,0,k} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = \frac{40 \cdot 21 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 582 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

$$n_{yy,c,Rd} = \frac{d_i \cdot f_{c,0,k} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = \frac{(40 - 2 \cdot 5) \cdot 21 \cdot 0,9}{1,3} \cdot 10^{-3} = 436 \cdot 10^{-3} \frac{MN}{m}$$

Beispielhafte Schnittgrößen in Verbindung 1 (siehe Abbildung D.23 bis Abbildung D.25)

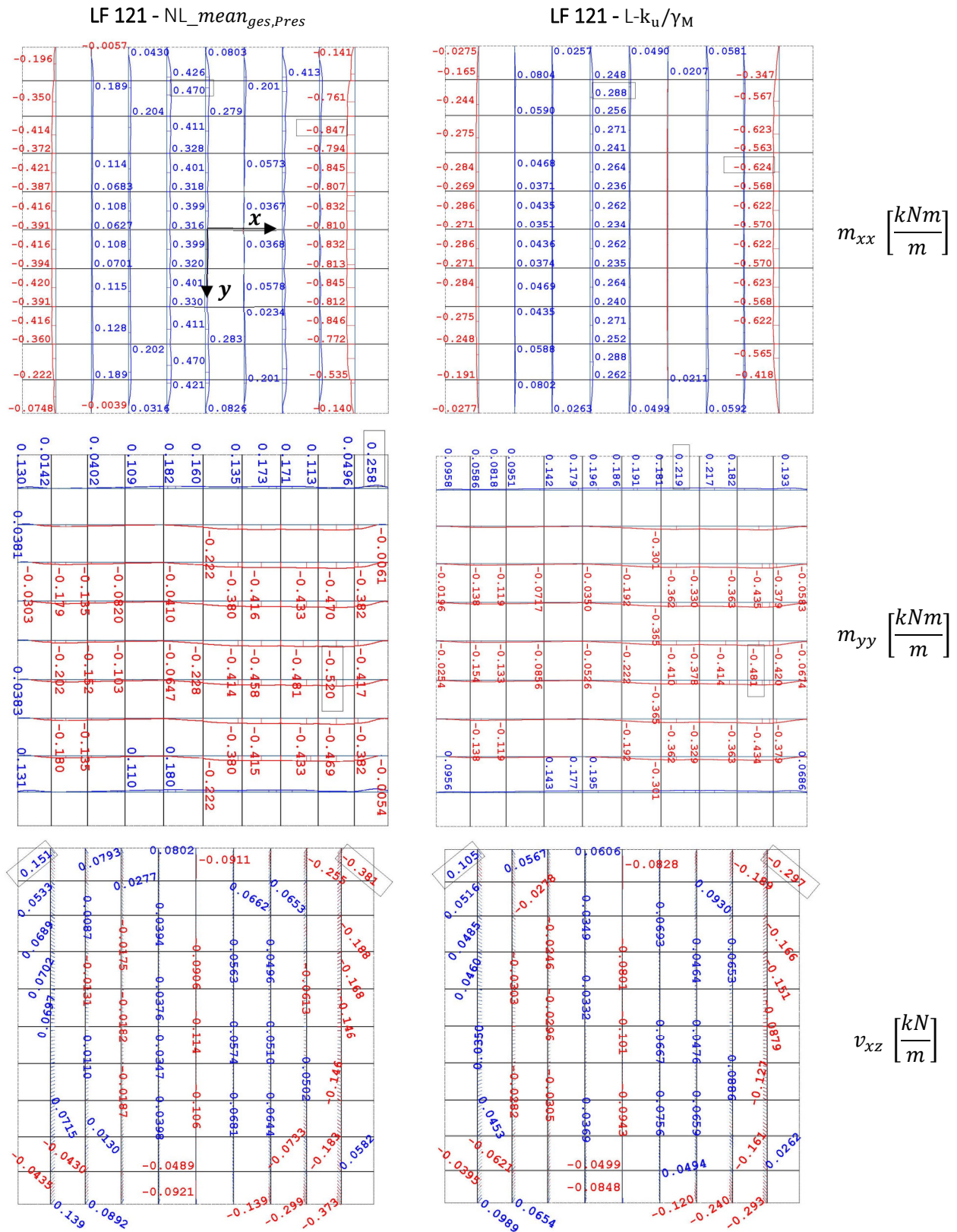


Abbildung D.23: Schnittgrößen für LF 121 in Verbindung 1 der Segmentschale – Teil 1

LF 121 - NL_{mean}_{ges,Pres}

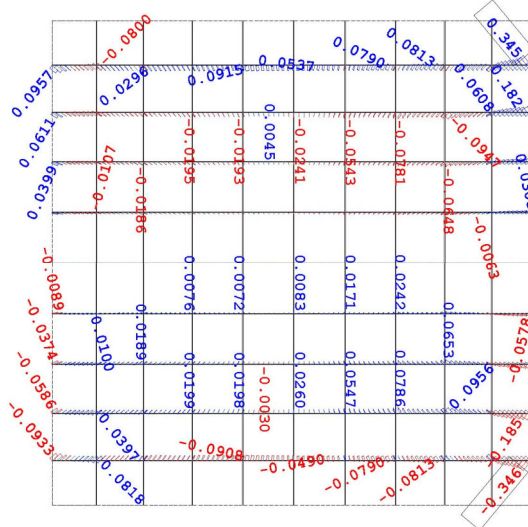
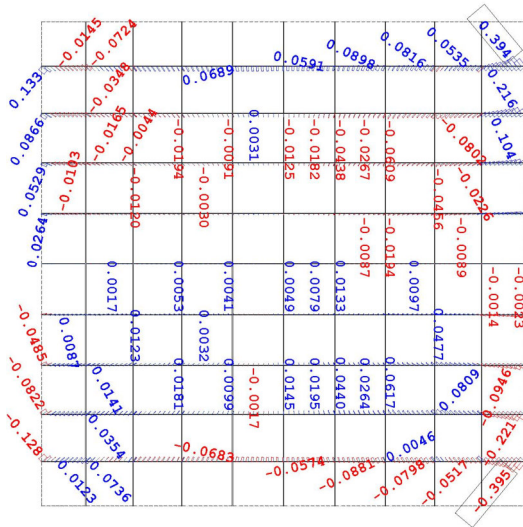
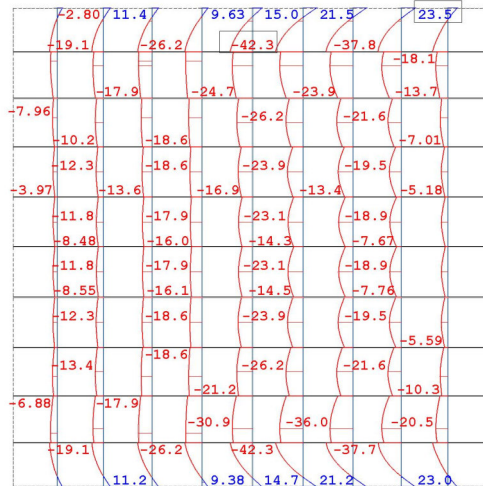
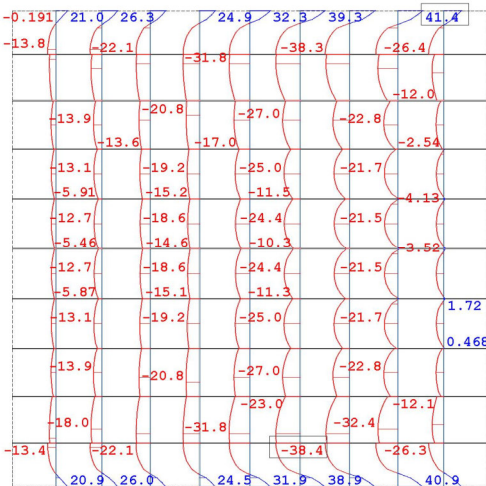
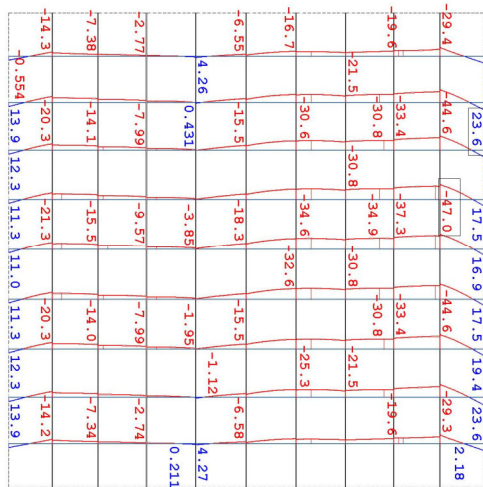
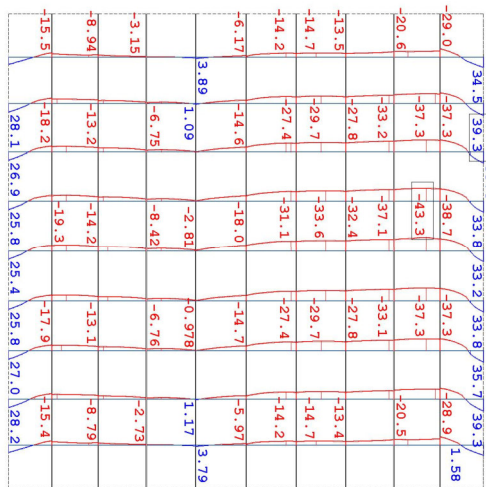
 LF 121 - L-k_u/γ_M

 $v_{yz} \left[\frac{kN}{m} \right]$

 $n_{xx} \left[\frac{kN}{m} \right]$

 $n_{yy} \left[\frac{kN}{m} \right]$

Abbildung D.24: Schnittgrößen für LF 121 in Verbindung 1 der Segmentschale – Teil 2

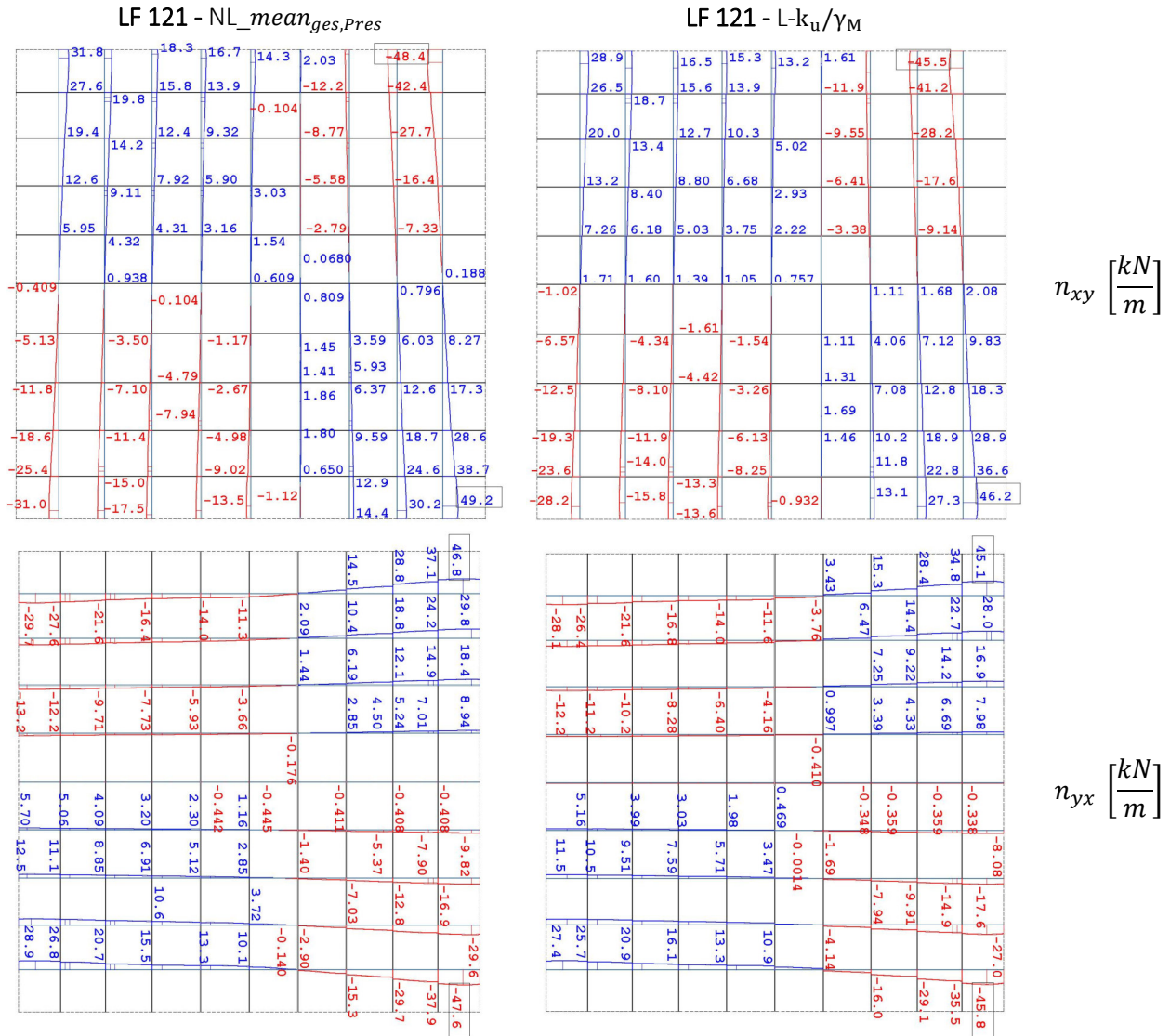


Abbildung D.25: Schnittgrößen für LF 121 in Verbindung 1 der Segmentschale – Teil 3