



BACHELORARBEIT

**Numerische Stabilitätsuntersuchung der akustischen
Kopplung von Resonator und Flammenmodell**

Autor:

Michaela Maurer

Matrikel-No:

03673509

Betreuer:

Prof. Wolfgang Polifke, Ph. D.

Simon van Buren, M. Sc.

29. Oktober 2018

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst zu haben. Ich habe keine anderen Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen verwendet.

Ort, Datum

Michaela Maurer

Danksagung

Ich möchte mich bei meinem Betreuer Simon van Buren bedanken. Er ist mir stets bei allen Fragen und Problemen mit Rat und Antworten zur Seite gestanden.

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird eine Raketenbrennkammer mit einem eingebauten Viertel-Wellen Resonator betrachtet. Die Brennkammer und der Viertel-Wellen Resonator werden in dem CFD-Programm OpenFOAM aufgebaut. Zu der Brennkammer wird ein Flammenmodell, das mit ein Zustandsraummodell umgesetzt wird, dazugeschaltet. Es wird ein Flammenmodell mit einem skalaren Verstärkungskoeffizienten betrachtet. Der Verstärkungskoeffizient erhöht die Amplitude des Druckes und der Geschwindigkeit, während der Resonator die Amplituden dämpft. Mit verschiedenen Ansätzen wird versucht, einen stationären Endzustand zu erreichen. Es werden zwei verschiedene Gitterversionen untersucht. Bei einem Gitter wird eine Annäherung an den stationären Endzustand über die Phase des Reflexionskoeffizienten und beim anderem Gitter eine Annäherung über den Betrag des Reflexionskoeffizient betrachtet. Es ist festzustellen, dass es nicht leicht ist, einen Endzustand zu finden. Viele numerische Ungenauigkeiten, die zu einer Phasenverschiebung der f- und g-Welle oder zur Abweichung von der Eigenfrequenz führen, verursachen einen exponentiellen Anstieg der Amplituden. Dadurch kann mit den angenommenen Randbedingungen in dieser vorliegenden Arbeit kein stationärer Endzustand erreicht werden. Jedoch kann über einen iterativen Ansatz gezeigt werden, dass ein stationärer Endzustand für ein Gitter existiert.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	viii
1 Einleitung	1
2 Physikalische Grundlagen	3
2.1 Allgemeines zum Resonator	3
2.2 Akustische Wellengleichung	5
2.2.1 Erhaltungsgleichungen	5
2.2.2 Herleitung der Wellengleichung	6
2.2.3 Herleitung der f- und g-Wellengleichung	7
2.3 Akustische Größen	8
2.3.1 Impedanz und Reflexionskoeffizient	8
2.3.2 Schalldruckpegel	11
2.3.3 Eigenfrequenz	12
3 Grundlagen zum Flammenmodell	14
3.1 Zustandsraummodell	14
3.2 Flammenmodell und CBSBC	15
4 Numerische Umsetzung	16
4.1 Vorgehensweise	16
4.2 Gitterauswahl	18
4.2.1 Randbedingungen	18
4.2.2 Auswertung des Gitters mit hohen Temperaturen	20
4.2.3 Auswertung des Gitters mit niedrigen Temperaturen	32
5 Ergebnisauswertung	37
5.1 Vorgehensweise	37
5.2 Ergebnisse des zweiten Gitters mit niedrigen Temperaturen	40
5.2.1 Auswertung über die Frequenz	40
5.2.2 Auswertung über den Schalldruckpegel	43
5.3 Ergebnisse des ersten Gitters mit hohen Temperaturen	46
5.3.1 Auswertung über die Frequenz	46
5.3.2 Simulationen über den Schalldruckpegel	48
5.4 Einbau eines Flammenmodells	50
5.4.1 Allgemeines zum Flammenmodell	50

5.4.2	Flammenmodell beim zweiten Gitter mit niedrigen Temperaturen	52
5.4.3	Flammenmodell beim ersten Gitter mit hohen Temperaturen	58
6	Schluss und Ausblick	64
	Anlagen	65
A	Anhang1	66
A.1	Auswertung der Simulation aus OpenFOAM	66
A.2	Iterativer Ansatz für den stationären Endzustand	70
	Bibliography	72

Abkürzungsverzeichnis

Roman Symbols

\dot{x}	Ableitung des Zustandsvektors	[-]
Δl_{Bk}	Verlängerung der Brennkammer	[m]
Δx	Länge der Phasenverschiebung	[m]
c_0	Schallgeschwindigkeit	[m/s]
c_p	Spezifische Wärmekapazität	[J/(kg K)]
c_v	Spezifische Wärmekapazität	[J/(kg K)]
d_0	Durchmesser des Resonators	[m]
d_{Bk}	Durchmesser der Brennkammer	[m]
f_{eig}	Eigenfrequenz	[Hz]
l_0	Länge des Resonators	[m]
l_e	Effektive Länge	[m]
$l_{\text{Bk,ges}}$	Gesamte Länge der Brennkammer	[m]
$l_{\text{Bk,OF}}$	Länge der Brennkammer in OpenFOAM	[m]
$l_{\text{Bk,ss}}$	Länge der Brennkammer im Zustandsraummodell	[m]
l_{Bk}	Länge der Brennkammer	[m]
l_{ref}	Referenzlänge	[m]
p_{ref}	Referenzdruck	[Pa]
p_{rms}	Effektivwert des Druckes	[Pa]
R_m	Allgemeine Gaskonstante	[kJ/(kmol K)]

R_s	Spezifische Gaskonstante	[J/(kg K)]
R_{ss}	Reflexionskoeffizient im Zustandsraummodell	[-]
S_{ij}	Deformationstensor	[-]
A	Systemmatrix	[-]
B	Eingangsmatrix	[-]
C	Ausgangsmatrix	[-]
D	Durchgangsmatrix	[-]
u	Eingangsvektor	[-]
x	Zustandsvektor	[-]
y	Ausgangsvektor	[-]
A	Amplitude	[m]
c	Federkonstante	[N/m]
e	Innere Energie	[J]
f	f-Welle	[m/s]
F(t)	Externe Kraft	[N]
g	g-Welle	[m/s]
k	Wellenzahl	[1/m]
k	Wärmeleitfähigkeit	[W/(m K)]
M	Molmasse	[g/mol]
p	Druck	[Pa]
p'	Druckschwankungen	[Pa]
Pr	Prandtl-Zahl	[-]
R	Reflexionskoeffizient	[-]
T	Temperatur	[K]
t	Zeit	[s]
u	Geschwindigkeit	[m/s]

INHALTSVERZEICHNIS

u'	Geschwindigkeitsschwankungen	[m/s]
Z	Impedanz	[-]
z	Normalisiert Impedanz	[-]

Greek Symbols

α	Öffnungswinkel	[°]
δ_{ij}	Kronecker-Delta	[-]
γ	Adiabatexponent	[-]
λ	Wellenlänge	[m]
μ	Dynamische Viskosität	[Pa s]
ω	Kreisfrequenz	[Hz]
ρ	Dichte	[kg/m ³]

Acronyms

CBSBC	Characteristic Based State-space Boundary Condition	
CFD	Computational Fluid Dynamics	
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy	
QW	quarter-wave	
rms	root mean square	
SPL	Schalldruckpegel	[dB]
ss	state-space	

1 Einleitung

Akustische Resonatoren werden schon seit vielen Jahrhunderten eingesetzt. Sie wurden z.B. im 13. Jahrhundert in schwedischen und dänischen Kirchen sowie in griechischen Theatern für die Akustik eingesetzt [1]. Heutzutage werden die akustischen Resonatoren vielfach in der Luft- und Raumfahrttechnik angewendet [1].

Hier dienen sie zum einem als Schallabsorber zur Reduktion des an die Umwelt abgegebenen Lärms sowie als Stabilisatoren für Brennkammern [2]. Brennkammern, wie z.B. von einem Raketenantrieb, können thermoakustische Instabilitäten erfahren, welche durch Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen während einer Verbrennung entstehen können. Die Druckstörungen erzeugen akustische Schallwellen, die sich in der Brennkammer ausbreiten. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit wird als Schallgeschwindigkeit c_0 bezeichnet. An den Wänden der Brennkammer werden die Wellen reflektiert und beeinflussen rückwirkend die Verbrennung, wodurch die Amplituden der Schallwellen stark ansteigen können. Dieser Prozess kann sich so weit aufschaukeln, dass die Amplituden der Wellen zu hoch werden und dadurch die Brennkammer im schlimmsten Fall zerstören können. Um dies zu kontrollieren bzw. zu vermeiden, werden u.a. akustische Resonatoren in die Brennkammern eingebaut [2].

Es gibt drei grundsätzliche Arten der akustischen Resonatoren. Hier wäre der Helmholtz Resonator zu nennen. Benannt nach seinem Erfinder Hermann von Helmholtz war er der erste Resonator, der untersucht wurde [2]. Neben dem Helmholtz Resonator gibt es den Halbe-Wellen Resonator und den Viertel-Wellen Resonator. In der vorliegenden Abhandlung wird die Brennkammer einer Rakete betrachtet. Der Viertel-Wellen Resonator wird üblicherweise in einer Raketenbrennkammer eingesetzt, weshalb nur der Viertel-Wellen Resonator betrachtet wird. Darüber hinaus wird der lokale Resonator in Betracht bezogen. Bei einem lokalen Resonator wird vorausgesetzt, dass der Auftreffwinkel der akustischen Welle keine Rolle spielt [2]. Die nicht lokalen Resonatoren, bei denen der Auftreffwinkel nicht unabhängig ist [2], werden hier nicht berücksichtigt.

Die Verbrennung in der Brennkammer wird durch ein einfaches Flammenmodell nachgebildet. Das Flammenmodell bewirkt ähnlich wie bei einer Verbrennung einen Anstieg der Amplituden des Druckes und der Geschwindigkeit. In dieser Arbeit wird zum Umsetzen des Flammenmodells ein Zustandsraummodell verwendet, das durch einen linearen Verstärkungsfaktor die Amplituden erhöht. Ziel ist es einen Zustand zu erreichen, bei dem die Amplituden der Wellen konvergieren.

Zuerst wird der Resonator separat betrachtet. Das Verhalten des Resonators wird mit zwei Gittern, die in einem Simulationsprogramm aufgebaut sind, untersucht. Anschließend wird ein Flammenmodell dazu geschaltet. Hier wird untersucht, ob ein bei beiden Gittern stationärer Endzustand erreicht werden kann.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Allgemeines zum Resonator

In der Abbildung 2.1 sind drei Varianten der Resonatoren dargestellt. Der Helmholtz Resonator besteht aus einem Rohr mit einer zusätzlichen Kammer (siehe Abbildung 2.1 (a) rechts von der Brennkammer). Der Viertel-Wellen Resonator besitzt hingegen nur ein Rohr ohne eine zusätzliche Brennkammer. Das Rohr ist ebenfalls rechts von der Brennkammer in der Abbildung 2.1 (b) abgebildet. Der in der Abbildung 2.1 (c) abgebildete Halbe-Wellen Resonator unterscheidet sich hauptsächlich durch das durchgängige Rohr von der Brennkammer zu einer weiteren Kammer von dem Viertel-Wellen Resonator.

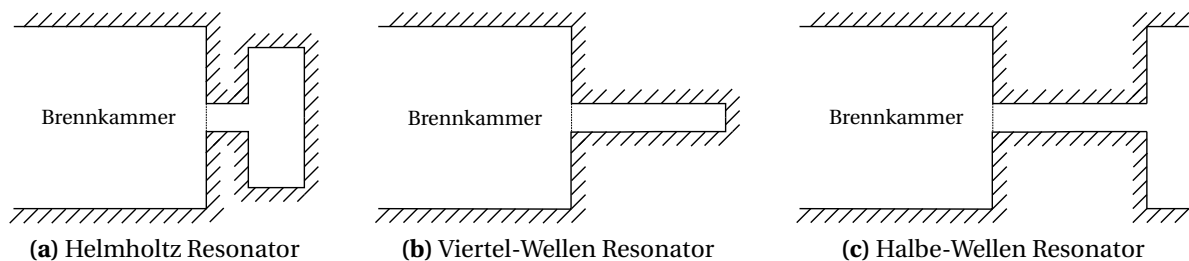


Abbildung 2.1: Veranschaulichung der drei Arten von akustischen Resonatoren: (a) Helmholtz Resonator, (b) Viertel-Wellen Resonator und (c) Halbe-Wellen Resonator.

Es gibt zwei Arten von Verlusten, die im Betrieb des Resonators auftreten können: die linearen Verluste und die nicht-linearen Verluste. Der Einfluss der linearen Verluste ist bei niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten deutlich messbar. Sie werden bei zunehmend größeren Strömungsgeschwindigkeiten von den nicht linearen Verlusten überlagert. Bei niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten kann die Strömung der Kantenkontur, die bei der Öffnung des Resonators zu der Brennkammer ist, folgen (siehe Abbildung 2.2 (a)). Aus diesem Grund hat die Reibung zwischen dem Fluid und der Wand des Resonators bei den linearen Verlusten einen Einfluss. Wird die Strömungsgeschwindigkeit erhöht, kann die Strömung nicht mehr der Kantenkontur folgen, wodurch Ablösungen in diesem Bereich entstehen (siehe Abbildung 2.2 (b)). Die Ablösungen führen zu Wirbeln, die Energie dissipieren und somit zu nicht linearen Verlusten führen.

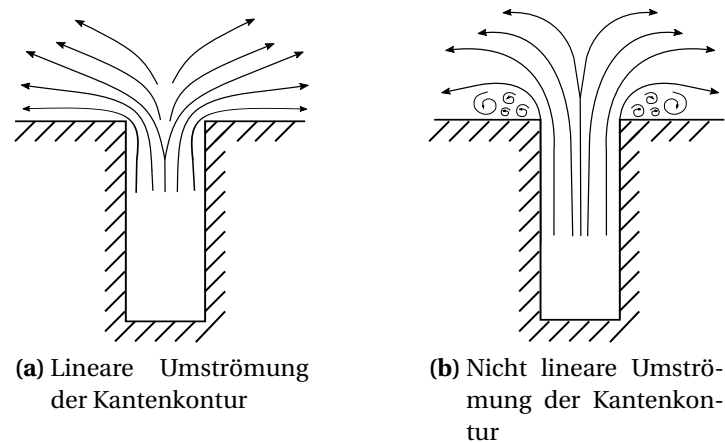


Abbildung 2.2: Veranschaulichung der Strömung um die Kanten der Öffnung eines Resonators im (a) linearen Strömungsgebiet und (b) im nicht linearen Strömungsgebiet.

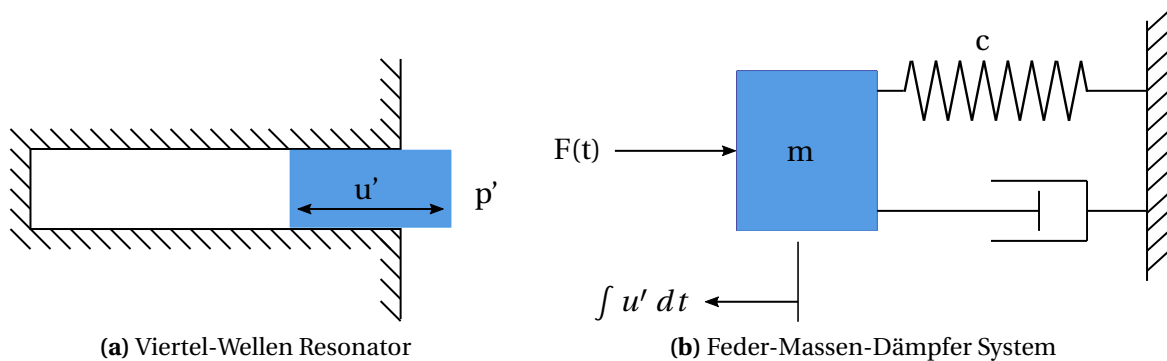


Abbildung 2.3: Veranschaulichung des Feder-Massen-Dämpfer Systems nach Rayleigh [3], (a) Vergleich zum Viertel-Wellen Resonator und (b) Feder-Massen-Dämpfer Modell.

Das Verhalten eines Resonators kann mit dem Vergleichsmodell eines Feder-Massen-Dämpfer Systems nach Rayleigh [3] veranschaulicht werden. In Abbildung 2.3 ist ein schematischer Aufbau des Modells mit Bezug auf den Resonator dargestellt [4]. Bei diesem Modell entspricht die Masse in der Öffnung des Resonators gleich der Masse m , die an der Feder befestigt ist. Die Masse ist jeweils beim Resonator als auch beim Feder-Massen-Dämpfer System durch einen blauen Block dargestellt. Die Geschwindigkeitsschwankungen bei den beiden Massen können ebenfalls verglichen werden. Des Weiteren korrespondiert die Kompressibilität des Fluids mit der Federkonstante c . Während die vorherrschenden Druckschwankungen p' der externen Kraft $F(t)$ auf die Feder entspricht, sind auch die Verluste im Resonator mit den Verlusten beim Dämpfen gleichzusetzen.

Durch die Reduktion des Resonators auf das Vergleichsmodell wird u.a eine Näherung angenommen. Beim Resonator schwingt in der Öffnung zu der Brennkammer mehr Masse als

am Ende des Resonators. In der Abbildung 2.3 (a) ist der Resonator mit der mitschwingenden Masse an der Öffnung dargestellt. Bei dem Vergleichsmodell wird jedoch angenommen, dass über die Zeit eine konstante Masse mitschwingt.

2.2 Akustische Wellengleichung

2.2.1 Erhaltungsgleichungen

Die in dieser Arbeit betrachteten Fluide können durch die Navier-Stokes Gleichungen beschrieben werden. Diese Gleichungen sind bei kompressiblen newtonschen Fluiden anwendbar und enthalten sowohl die Massen- als auch die Impuls- und Energieerhaltungsgleichung. Mithilfe der drei Gleichungen und einer Annahme, auf die später eingegangen wird, kann die Wellengleichung zur Beschreibung des Verhaltens der Fluide im System hergeleitet werden. Bei der Herleitung wird dem Ablauf wie in der Dissertation von Förner [2] gefolgt.

Im Folgenden sind die Massen-, Impuls- sowie die Energieerhaltungsgleichung in der Einstein Notation gegeben, wobei das Formelzeichen p für den Druck steht, μ für die Viskosität, T für die Temperatur, ρ für die Dichte und k für die Wärmeleitfähigkeit. Das Fluid hat die Geschwindigkeit u_i über die Zeit t und der Raumvariablen x_i . Die innere Energie wird durch e dargestellt. S_{ij} stellt den Deformationstensor dar und $d\cdot/dt$ steht für die Massenableitung. δ_{ij} ist das Kronecker-Delta.

$$0 = \frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad \text{Massenerhaltung} \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{du_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(2 \cdot \mu \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \cdot \delta_{ij} \right) \quad \text{Impulserhaltung} \quad (2.2)$$

$$\rho \frac{de}{dt} = -p \cdot \frac{du_i}{dx_i} + 2 \cdot \mu \cdot S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot S_{kk} \cdot S_{ii} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_T \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad \text{Energieerhaltung} \quad (2.3)$$

Die Massenableitung $d\cdot/dt$ sowie der Deformationstensor S_{ij} sind durch folgende Gleichungen definiert:

$$\frac{d\cdot}{dt} = \frac{\partial \cdot}{\partial t} + u_i \cdot \frac{\partial \cdot}{\partial x_i} \quad (2.4)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.5)$$

Für ideale Gase können zwei weitere Gleichungen zur Beschreibung des Verhaltens des Fluids herangezogen werden. Zum einem gilt das ideale Gasgesetz:

$$p = \rho \cdot R_s \cdot T \quad (2.6)$$

R_s ist die spezifische Gaskonstante und wird durch die allgemeine Gaskonstante R_m und der Molmasse M des Fluids definiert:

$$R_s = \frac{R_m}{M} \quad \text{mit } R_m = 8,3145 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \quad (2.7)$$

Zum anderem gibt es für die innere Energie die Gleichung (2.8). c_v und c_p sind jeweils die spezifischen Wärmekapazitäten bei konstantem Volumen sowie bei konstantem Druck.

$$e = \int c_v dT = \int c_p dT - \frac{p}{\rho} \quad (2.8)$$

Zwischen c_p , c_v und R_s besteht folgender Zusammenhang.

$$c_p - c_v = R_s \quad (2.9)$$

2.2.2 Herleitung der Wellengleichung

Die zuvor dargestellten Gleichungen stellen die Ausgangslage für die Herleitung der Wellengleichung dar. Nach Förner [2] wird nun eine Vereinfachung durch die Vernachlässigung der Viskosität vorgenommen. Dadurch kann aus der Impulserhaltungsgleichung (2.2) die Eulergleichung abgeleitet werden.

$$\rho \frac{du_i}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (2.10)$$

Wird nun berücksichtigt, dass sich akustische Wellen durch Druck- und Geschwindigkeitschwankungen fortsetzen, können der Druck und die Geschwindigkeit jeweils in einen konstanten Mittelwert p_0 bzw. u_0 und einen fluktuierenden Wert p' sowie u' aufgeteilt werden.

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p' \\ u &= u_0 + u' \end{aligned} \quad (2.11)$$

Nach Förner [2] werden nur isentrope Störungen und die erste Ordnung der Fluktuationen betrachtet.

Mithilfe der Gleichungen aus (2.11) kann nun für die isentrope Kompression die Beziehung für die Schallgeschwindigkeit c_0 beschrieben werden.

$$p' = c_0^2 \cdot \rho' \quad (2.12)$$

Diese Gleichung verdeutlicht, dass eine Druckfluktuation eine Geschwindigkeitsstörung und eine Dichtestörung zur Folge hat. Damit ist der Schall eine Druckstörung, die sich mit der Geschwindigkeit c_0 durch den Raum bewegt [5]. Aus diesem Grund wird auch c_0 als Schallgeschwindigkeit bezeichnet. Bei den idealen Gasen gilt folgende Beziehung für die Schallgeschwindigkeit, wobei γ für den Adiabatenexponenten steht.

$$c_0 = \sqrt{\gamma \cdot R_s \cdot T} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (2.13)$$

Die Aufteilung der Größen in einen fluktuierenden Anteil sowie einen konstanten Mittelwert aus Gleichung (2.11) kann auf die Massenerhaltungs- (2.1) sowie auf die Eulergleichung (2.10) angewendet werden. Es werden nur die fluktuierenden Anteile betrachtet werden. $d_0 \cdot /dt$ ist die Massenableitung mit dem konstanten Mittelwert $u_{0,i}$.

$$\frac{d_0 p'}{dt} + \rho_0 \cdot \frac{d u'_i}{d x_i} = 0 \quad (2.14)$$

$$\rho_0 \cdot \frac{d_0 u'_i}{dt} + \frac{\partial p'}{\partial x_i} = 0 \quad (2.15)$$

Die Gleichungen (2.12), (2.14) und (2.15) können nun nach Förner [2] zu der Wellengleichung umgeformt werden.

$$\frac{d^2 p'}{dt^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i \partial x_i} = 0 \quad (2.16)$$

2.2.3 Herleitung der f- und g-Wellengleichung

Die Wellengleichung (2.16) kann faktorisiert werden. Dazu wird vorausgesetzt, dass sich der Schall nur mit ebenen Wellen fortbewegt, wie es in der eindimensionalen Betrachtung der Fall ist.

$$\left(\frac{d_0}{dt} + c_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{d_0}{dt} - c_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot p' = 0 \quad (2.17)$$

Aus der Formel der faktorisierten Wellengleichung wird ersichtlich, dass es zwei Formen der Wellenströmungen gibt: zum einem die nach rechts strömende (vorwärts strömende) Welle f und zum anderem die nach links strömende (rückwärts strömende) Welle g.

$$f = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{p'}{\rho_0 \cdot c_0} + u' \right) \quad (2.18)$$

$$g = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{p'}{\rho_0 \cdot c_0} - u' \right) \quad (2.19)$$

Zwischen den beiden Wellen, dem Druck sowie der Geschwindigkeit, gilt folgender Zusammenhang:

$$u' = f - g \quad (2.20)$$

$$\frac{p'}{\rho_0 c_0} = f + g \quad (2.21)$$

Die oben beschriebenen Gleichungen sind im Zeitbereich. Durch eine Fouriertransformation können die Beziehungen in den Frequenzbereich transformiert werden [2]. Der Druck kann beispielhaft folgendermaßen in den Frequenzbereich umgewandelt werden, mit ω für die Kreisfrequenz.

$$\hat{p}(\omega) = \mathcal{F}\{p\}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) \cdot e^{i\omega t} dt \quad (2.22)$$

Größen im Frequenzbereich sind durch $\hat{\cdot}$ gekennzeichnet. Die dazugehörige Rücktransformation in den Zeitbereich lautet:

$$p(t) = \mathcal{F}^{-1}\{p\}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p} \cdot e^{i\omega t} d\omega \quad (2.23)$$

Mithilfe der Fouriertransformation (2.22) kann nun letztlich die Wellengleichung (2.16) in die Helmholtzgleichung umgewandelt werden, k steht für die Wellenzahl und wird durch $k = \omega/c_0$ definiert:

$$\frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x_i \partial x_i} + k^2 \cdot \hat{p} = 0 \quad (2.24)$$

2.3 Akustische Größen

2.3.1 Impedanz und Reflexionskoeffizient

Impedanz

Als nächstes gilt es, die Helmholtzgleichung (2.24) zu lösen. Dazu müssen zunächst die Randbedingungen festgelegt werden. Es existieren folgende Randbedingungen [2]:

1. Dirichlet Randbedingung: keine Druckfluktuationen an einer idealen Öffnung: $\hat{p} = 0$
2. Neumann Randbedingung: keine Geschwindigkeitsfluktuationen in Wand normalen Richtung n_i : $\hat{u} \cdot n_i = 0$
3. Robin Randbedingung: Kombination aus Dirichlet und Neumann Randbedingung

Bei der Robin Randbedingung werden folglich die Druck- und die Geschwindigkeitsfluktuationen kombiniert, wodurch eine neue Größe, die Impedanz, den Zusammenhang beschreibt:

$$Z(\omega) = \frac{\hat{p}(\omega)}{\hat{u}_i(\omega) \cdot n_i} = \Phi + i\Psi \quad (2.25)$$

Die Impedanz ist die Reaktion einer Druckfluktuation auf eine Geschwindigkeitsfluktuation normal zu der Wand und wird deswegen meist auch als eine Randbedingung verstanden [2]. An einer verlustfreien harten Wand gilt $|Z_{\text{Wand}}| = \infty$, da hier nach der Neumann Randbedingung keine Geschwindigkeitsfluktuationen stattfinden. An einer idealen Öffnung gilt $|Z_{\text{Öffnung}}| = 0$ wegen der fehlenden Druckfluktuationen, in der Dirichlet Randbedingung definiert werden.

Die Impedanz besteht aus einem Realteil $\Phi = \text{Re}(Z)$, genannt Resistanz, sowie einem Imaginärteil $\Psi = \text{Im}(Z)$, genannt Reaktanz, [4]. Der Realteil kann physikalisch interpretiert werden. So wird z.B. für $\text{Re}(Z) > 0$ der Schall absorbiert [2].

Darüber hinaus wird die Impedanz mit der spezifischen Impedanz eines Fluides $\rho_0 c_0$ normalisiert. Dadurch ergibt sich die normalisierte Impedanz, die mit dem Buchstaben z gekennzeichnet wird:

$$z = \frac{Z}{\rho_0 \cdot c_0} \quad (2.26)$$

Reflexionskoeffizient

Der Reflexionskoeffizient R ist eine weitere Größe zur Beschreibung des Verhaltens eines Resonators:

$$R(\omega) = \frac{\hat{g}(\omega)}{\hat{f}(\omega)} \quad (2.27)$$

Nach der Formel (2.27) ist der Reflexionskoeffizient das Verhältnis aus der in den Fourierbereich transformierten f -Welle und ebenfalls transformierten g -Welle. Zwischen der Impedanz und dem Reflexionskoeffizienten kann nach Förner [2] folgender Zusammenhang hergestellt werden:

$$\begin{aligned} R &= \frac{z-1}{z+1} = \frac{Z - \rho_0 c_0}{Z + \rho_0 c_0} \\ z &= \frac{Z}{\rho_0 c_0} = \frac{1+R}{1-R} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Folglich besteht der Reflexionskoeffizient ebenfalls aus einem Realteil $\text{Re}(R)$ und einem Imaginärteil $\text{Im}(R)$. Hier wird jedoch meistens der Betrag $|R|$ sowie die Phase $\angle(R)$ betrachtet. Der Betrag gibt das Absorptionsvermögen des Resonators wider. Die Phase vom Reflexionskoeffizient stellt die Phasenverschiebung zwischen der f - und g -Welle dar.

Mithilfe der Phase sowie dem Realteil der Impedanz $\text{Re}(Z)$ kann bestimmt werden, wie der Resonator gedämpft ist:

- normal gedämpft: $\text{Re}(Z) < 1$ sowie $\angle(R) = -\pi$
- stark gedämpft: $\text{Re}(Z) > 1$ sowie $\angle(R) = 0$

Die beiden zuvor beschriebenen Größen können das Verhalten des Resonators nur im Frequenzbereich sowie bei kleinen Amplituden der Wellen beschreiben. Dies setzt voraus, dass sich der Resonator im linearen Bereich befindet. Bei höheren Amplituden kommen die nicht-linearen Effekte, wie im Kapitel 2.1 beschrieben, zum Tragen, wodurch sich der Resonator nicht mehr im linearen Bereich befindet und somit die Impedanz sowie der Reflexionskoeffizient nicht mehr zur Beschreibung des Resonators ausreichen. Um dennoch das Verhalten des Resonators beschreiben zu können, muss eine andere Größe berücksichtigt werden, die im folgenden Kapitel 2.3.2 erklärt wird.

Verhalten der Impedanz und des Reflexionskoeffizienten über einen Frequenzbereich

Die Abbildung 2.4 zeigt, wie sich die Resistanz und Reaktanz sowie der Betrag des Reflexionskoeffizienten $|R|$ und dessen Phase $\angle(R)$ über einen Frequenzbereich qualitativ verhalten [2]. Alle vier Verläufe sind über die Formel (2.28) miteinander verbunden. In der Abbildung 2.4 sind die Verläufe für den normal gedämpften Fall blau (- -) abgebildet und für den stark gedämpften Fall grün (- -). Abhängig vom Dämpfungsverhalten können sich die Verläufe der Phase von R sowie der Resistanz ändern, während die Verläufe für den Betrag von R und der Reaktanz für beide Fälle der Dämpfung qualitativ gleich bleiben. Der Verlauf der Resistanz

steigt bis zu einer bestimmten Frequenz, die Eigenfrequenz genannt wird (in der Abbildung 2.4 rot eingekreist). Ab Frequenzen, die größer als die Eigenfrequenz sind, sinkt der Verlauf für die Resistanz. Ist der Resonator normal gedämpft, bleibt das Maximum der Resistanz bei Eigenfrequenz unter eins. Bei einem stark gedämpften Resonator überschreitet die Resistanz eins. Bei Eigenfrequenz hat der Resonator das beste Dämpfungsverhalten. Erkennbar wird dies dadurch, dass der Betrag des Reflexionskoeffizienten (siehe Abbildung 2.4 (c)) bei der Eigenfrequenz ein Minimum annimmt. Für Frequenzen, die fernab von der Eigenfrequenz liegen, nimmt der Betrag von R ab. Bei Frequenzen, bei denen der Betrag des Reflexionskoeffizienten nahe der eins liegt, wirkt der Resonator ähnlich wie eine harte Wand. Daraus folgt, dass ein Resonator am besten bei Eigenfrequenz arbeitet. Bei der Eigenfrequenz durchläuft die Reaktanz den Nullwert. Das ergibt sich aus der folgenden Herleitung (siehe Gleichung (2.29) bis (2.32)). Bei Eigenfrequenz wird das Minimum des Betrages von R erreicht. Im idealen Fall wird dies erreicht, wenn die Resistanz gleich eins ist. Dadurch ergibt sich der Zusammenhang der Gleichung (2.31). Um nun das Minimum von R zu erreichen, muss die Reaktanz null sein.

$$R = \frac{z-1}{z+1} \quad (2.29)$$

$$R \text{ minimal} \Rightarrow \operatorname{Re}(z) = 1 \quad (2.30)$$

$$R = \frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Im}(z)+2} \quad (2.31)$$

$$R \text{ minimal} \Rightarrow \operatorname{Im}(z) = 0 \quad (2.32)$$

Die Phase verhält sich unterschiedlich für die zwei Arten der Dämpfung (siehe Abbildung 2.4 (d)). Bei einem normal gedämpften Resonator sind die f - und g -Wellen bei Eigenfrequenz in Gegenphase ($\angle(R) = -\pi$), während sie bei einem stark gedämpften Resonator in Phase ($\angle(R) = 0$) sind.

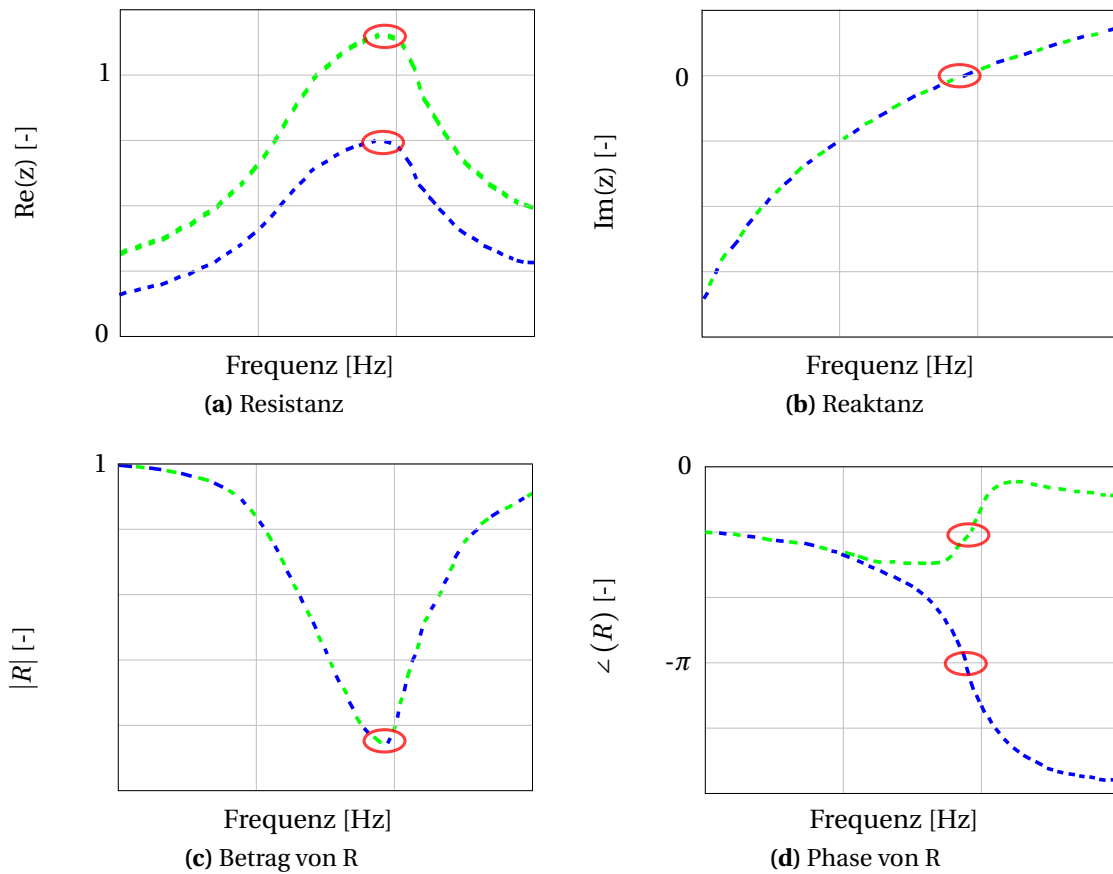


Abbildung 2.4: Veranschaulichung des Verhaltens der (a) Resistanz, (b) Reaktanz, (c) des Betrages des Reflexionskoeffizienten und (d) der Phase des Reflexionskoeffizienten über einen Frequenzbereich: normal gedämpft: (- -), stark gedämpft: (- -), Eigenfrequenz ist rot eingekreist. Die Graphiken sind Förner [2] nachempfunden.

2.3.2 Schalldruckpegel

Mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit kann die Strömung an der Resonatoröffnung nicht mehr der Kantenkontur folgen, wodurch es zur Strömungsablösung kommt. Dieses Verhalten kann durch den Schalldruckpegel SPL (engl. **s**ound **p**ressure **l**evel) beschrieben werden. Er ist als ein Maß für die Strenge eines akustischen Signals zu verstehen [2], wobei p_{rms} für den Effektivwert des Druckes (engl. **r**oot **m**ean **s**quare) steht und $p_{\text{ref}} = 20 \mu\text{Pa}$ für den Referenzdruck.

$$SPL = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{p_{\text{rms}}}{p_{\text{ref}}} \right) \quad (2.33)$$

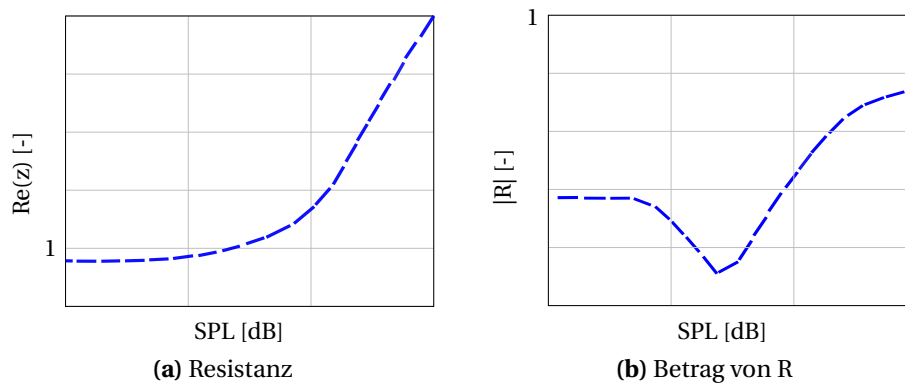


Abbildung 2.5: Veranschaulichung des Verhaltens (a) der Resistanz und (b) des Betrages des Reflexionskoeffizienten über einen Schalldruckpegelbereich bei Eigenfrequenz. Die Graphiken sind Förner [2] nachempfunden.

Verhalten der Impedanz und des Reflexionskoeffizienten über einen Schalldruckpegelbereich

Ein normal gedämpfter Resonator zeigt ein Verhalten für die Resistanz und dem Betrag von R über einen Schalldruckpegelbereich wie in Abbildung 2.5 bei Eigenfrequenz [6]. Sowohl für die Resistanz in Abbildung 2.5 (a) als auch den Betrag von R in Abbildung 2.5 (b) ist ein linearer Bereich zu erkennen. Dieser Bereich befindet sich jeweils zu Beginn der Graphen auf der linken Seite. Hier verlaufen die Graphen konstant, bis mit zunehmenden Schalldruckpegel nicht lineare Effekte (siehe Kapitel 2.1) auftreten. Ab diesem Schalldruckpegelbereich sind die Verläufe nicht mehr konstant. Die Resistanz wächst mit zunehmendem Schalldruckpegel und überschreitet bei einem Schalldruckpegel, bei dem gleichzeitig der Betrag von R sein Minimum hat, die eins. Bis zu diesem Schalldruckpegel sinkt der Betrag des Reflexionskoeffizienten. Der Resonator dämpft bei größer werdendem Schalldruckpegel. Dieser Verlauf nimmt jedoch nur so weit ab, bis die Resistanz eins überschritten hat. Ab diesem Schalldruckpegel nimmt wieder der Betrag von R zu, während die Resistanz weiter zunimmt (siehe Gleichung 2.34).

$$\begin{aligned}
 Re(z) < 1 &\Rightarrow |R| \searrow \\
 Re(z) = 1 &\Rightarrow |R| \text{ minimal} \\
 Re(z) > 1 &\Rightarrow |R| \nearrow
 \end{aligned}
 \tag{2.34}$$

Bei steigendem Schalldruckpegel verschiebt sich die Eigenfrequenz zu größeren Frequenz. Das wird nicht weiter berücksichtigt [7].

2.3.3 Eigenfrequenz

In Kapitel 2.3.1 wurde bereits auf die Bedeutung der Eigenfrequenz eingegangen. Die Eigenfrequenz kann somit ebenfalls zur Beschreibung des Resonators herangezogen werden. Die Bezeichnung des Viertel-Wellen Resonators (QW Resonator, engl. **q**uarter- **w**ave resonator)

gibt an, dass die Länge des Resonators ein Viertel der Wellenlänge beträgt. Nach Ingard [8] sollte bei der Bestimmung der Eigenfrequenz jedoch eine Längenkorrektur $\Delta l_{\text{korrr}} = (4d_0)/(3\pi)$ zu der realen Länge l_0 des Resonators hinzugefügt werden. d_0 ist der Durchmesser des Resonators (siehe Abbildung 2.6) ist. Die Längenkorrektur nimmt die kurz vor der Öffnung des Resonators mit zirkulierenden Masse auf (siehe Abbildung 2.6). Die Gleichung (2.35) gibt die Formel der Eigenfrequenz wider [5], c_0 stellt die Schallgeschwindigkeit dar und $l_e = l_0 + l_{\text{korrr}}$ wird die effektive Länge des Resonators genannt.

$$f_{\text{eig}}^{\text{QW}} = \frac{c_0}{4 \cdot l_e} \quad (2.35)$$

Die Formel (2.35) setzt voraus, dass auftretende Oberschwingungen nicht berücksichtigt werden, sondern nur die Grundschwingung der Welle betrachtet wird [5]. Die Schallgeschwindigkeit c_0 kann über die Gleichung (2.13) berechnet werden.

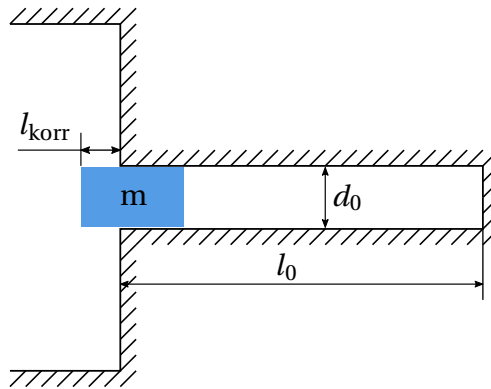


Abbildung 2.6: Veranschaulichung der Längenkorrektur bei einem Viertel-Wellen Resonator.

3 Grundlagen zum Flammenmodell

In einer Brennkammer findet eine Verbrennung statt. Diese Verbrennung kann mithilfe eines Flammenmodells dargestellt werden. Um das Flammenmodell zu formulieren, kann ein Zustandsraummodell herangezogen werden [9]. Im Folgenden werden zunächst die Grundlagen eines allgemeinen Zustandsraummodells erläutert, um anschließend mit dem Zustandsraummodell ein Flammenmodell zu beschreiben.

3.1 Zustandsraummodell

Ein Zustandsraummodell dient zur Darstellung eines linearen Systems, das im allgemeinen Fall durch folgende zwei Gleichungen (3.1) und (3.2) beschrieben werden kann, wobei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$ Zustandsmatrizen sind und $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ein Zustandsvektor mit der Ordnung n ist. Der Vektor $u \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ist eine Eingangsgröße und $y \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ ist eine Ausgangsgröße [10]. Das Zustandsraummodell wird im Zeitbereich formuliert.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3.1}$$

$$y = Cx + Du \tag{3.2}$$

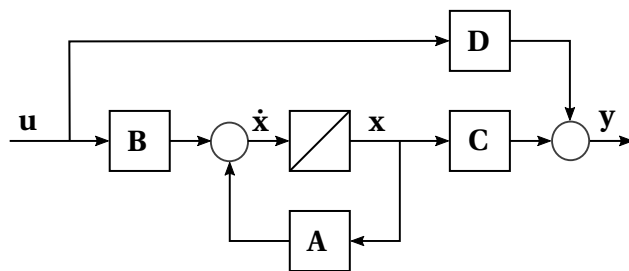


Abbildung 3.1: Blockschaltbild eines allgemeinen Zustandsraummodells.

Das Zustandsraummodell kann durch ein Blockschaltbild veranschaulicht werden (siehe Abbildung 3.1). Wie in den Gleichungen (3.1) und (3.2) geht der Vektor u als Eingangsgröße in das lineare System hinein und der Vektor y als Ausgangsgröße hinaus. Die Durchgangsmatrix D stellt einen Zusammenhang zwischen dem Eingang u und dem Ausgang y her. Der Zustandsvektor x wird mithilfe der Ausgangsmatrix C zu dem Ausgang y in Bezug gesetzt. Eine Verbindung zwischen dem Zustandsvektor x und dessen Ableitung \dot{x} gibt die Systemmatrix A wider. Der Einfluss des Eingangs u auf die Ableitung des Zustandsvektors x kann durch die Eingangsmatrix B hergestellt werden.

3.2 Flammenmodell und CBSBC

Das Zustandsraummodell kann für die Darstellung einer Flamme verwendet werden, da das Zustandsraummodell eine gute physikalische Interpretation bietet und darüber hinaus numerisch stabil ist [11]. Basierend auf dem Zustandsraummodell kann eine Randbedingung definiert werden. Diese Randbedingung wird mit CBSBC (engl: **C**haracteristic **B**ased **S**tate-space **B**oundary **C**ondition) abgekürzt und wird ebenfalls im Zeitbereich formuliert [11]. Nach Jaensch *et al.* [11] werden bei diesem spezifischen Zustandsraummodell für den Eingang \mathbf{u} zwei Eingangsgrößen verwendet:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} g \\ f_{ex} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

g ist die Amplitude der heraus strömenden Welle aus dem System. Das System wird durch das Zustandsraummodell definiert. Die externe Anregung wird mit f_{ex} bezeichnet [11] (siehe Abbildung 3.2). Der Ausgang \mathbf{y} ist die Amplitude der aus dem System heraus strömenden Welle. Dadurch kann das Zustandsraummodell in folgende Struktur umgeschrieben werden:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B} \underbrace{\begin{bmatrix} g \\ f_{ex} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D} \underbrace{\begin{bmatrix} g \\ f_{ex} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \quad (3.5)$$

Durch die Kopplung der Amplituden der Eingangswelle und der Ausgangswelle kann ein Flammenmodell erstellt werden.

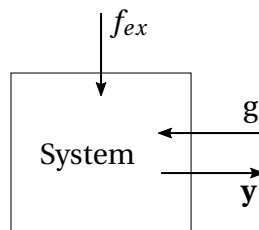


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung eines Systems im Zustandsraummodell mit dessen Ein- und Ausgangsgrößen.

4 Numerische Umsetzung

4.1 Vorgehensweise

Es wird das Verhalten eines Viertel-Wellen Resonators in Bezug auf ein einfaches Flammenmodell, das in einer Brennkammer eingebaut ist, untersucht. Hierbei wird beobachtet, ob ein stationärer Endzustand erreicht werden kann. Näheres wird im Kapitel 5 erläutert. Dafür werden CFD-Simulationen (Computational Fluid Dynamics) aufgesetzt. Der schematische Aufbau der Simulationen ist in der Abbildung 4.1 gegeben. Der blau gekennzeichnete Bereich umfasst einen Teil der Brennkammer und den Viertel-Wellen Resonator und wird im Folgenden durch ein Simulationsprogramm aufgesetzt. An das linke Ende des CFD-Gebietes grenzt das Zustandsraummodell (siehe grünen Bereich in der Abbildung 4.1). Dieses Zustandsraummodell wird nicht im Simulationsprogramm aufgebaut, sondern über eine .dat-Datei in die Simulation eingebunden. Es vervollständigt die Brennkammer aus der Simulation und stellt dabei auch das Flammenmodell dar. Das Zustandsraummodell entspricht dem Zustandsraummodell aus dem Kapitel 3.2. In dieser Arbeit werden Flammenmodelle mit einem linearen Verstärkungsfaktor betrachtet. Zusammen ergeben die beiden Bereiche eine vollständige Brennkammer mit einem Resonator.

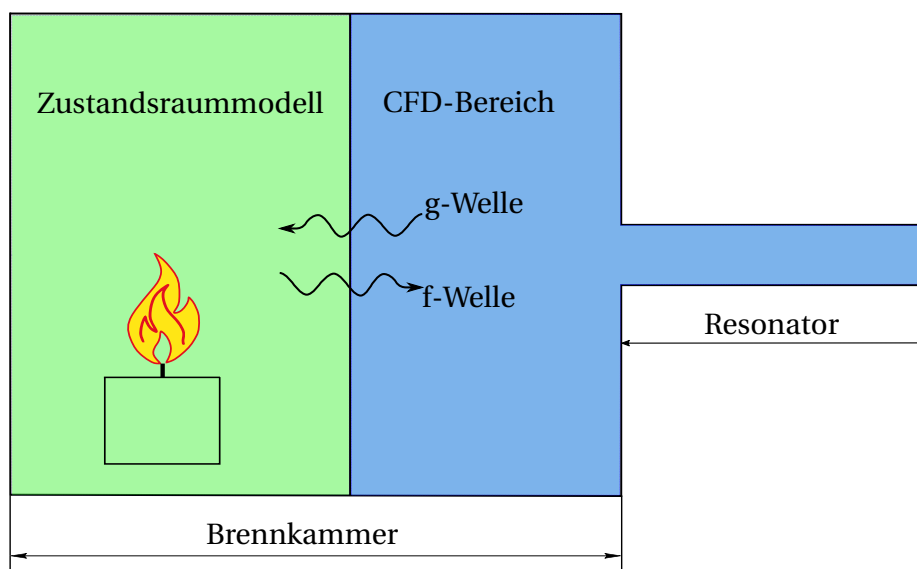


Abbildung 4.1: Schematische Aufteilung der Brennkammer in das Zustandsraummodell und den CFD-Bereich.

Das Zustandsraummodell aus Kapitel 3.2 definiert den Eingang durch die Amplitude der einströmenden Welle und der externen Anregung. In der Abbildung 4.1 ist zu erkennen, dass die f-Welle in den CFD-Bereich eingespeist wird und die g-Welle, die reflektierte Welle der f-Welle, diesen Bereich verlässt. Somit ist die Amplitude der g-Welle ein Eingang in das Zustandsraummodell. Der zweite Eingang stellt die externe Anregung, die hier die Amplitude der f-Welle ist, dar. Durch das Zustandsraummodell kann somit eine Kopplung zwischen der externen f-Welle und der g-Welle hergestellt werden. Durch das Einbauen eines Reflexionskoeffizienten im Gebiet des Zustandsraummodells kann das Flammenmodell dargestellt werden. Näheres zu dem Reflexionskoeffizienten bzw. des Flammenmodells wird in Kapitel 5.4 erläutert.

Es wird in zwei Schritten vorgegangen:

1. Ermittlung des Verhalten vom Betrag des Reflexionskoeffizienten, ohne einem Flammenmodell.
2. Untersuchung, ob bei einem eingebauten Flammenmodell ein stationärer Endzustand erreicht wird.

Erläuterungen zu dem ersten Schritt

Im ersten Schritt wird nur der Resonator betrachtet, ohne einem eingebautem Flammenmodell. Es wird jedoch ein Zustandsraummodell in die Simulation eingebunden, das kein Flammenmodell darstellt. Dazu werden die Zustandsmatrizen aus den Gleichungen (3.4) und (3.5) angepasst (siehe folgende Gleichung (4.1)):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \underbrace{\mathbf{A} \mathbf{x}}_{=0} + \underbrace{\mathbf{B} \mathbf{u}}_{=0} = 0 \\ g_d &= \underbrace{\mathbf{C} \mathbf{x}}_{=0} + \mathbf{D} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_{ex} \end{bmatrix} \quad \text{mit } \mathbf{D} = [0 \ 1], \mathbf{u} = \begin{bmatrix} g \\ f_{ex} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Die externe Anregung ist eine monofrequente f-Welle. Die Zustandsmatrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} und \mathbf{C} werden null gesetzt, während die Durchgangsmatrix \mathbf{D} auf $\mathbf{D} = [0 \ 1]$ gesetzt wird. Dadurch wird sichergestellt, dass beim Ausgang des Zustandsraummodells nur die externe Anregung ankommt, wodurch die Kopplung zwischen der externen f- und g-Welle unterbrochen wird, was zur Folge hat, dass in den CFD-Bereich nur die unveränderte f-Welle eingespeist wird. Das entspricht einer Simulation ohne einem Flammenmodell.

Mit diesem Zustandsraummodell kann der Verlauf des Betrages des Reflexionskoeffizienten über einen Schalldruckpegelbereich, der sowohl den linearen als auch den nicht linearen Bereich abdeckt, ermittelt werden. Um im nächsten Schritt ein stationären Endzustand zu erreichen, wird ein Verlauf benötigt, der qualitativ dem Verlauf aus dem Kapitel 2.3.2 (siehe Abbildung 2.5 (b)) entspricht. Näheres hierzu wird im Kapitel 5.4 erklärt.

Erläuterungen zu dem zweiten Schritt

Im zweiten Schritt können die Erkenntnisse über den Verlauf des Betrages vom Reflexionskoeffizienten genutzt werden, um zu untersuchen, ob ein stationärer Endzustand erreicht werden kann. Hierfür wird der Simulation ein Flammenmodell hinzugefügt. Das Flammenmodell bewirkt, dass die f-Welle bei jedem Durchlauf eine lineare Verstärkung erfährt und somit die Amplituden der f-Welle steigen, ähnlich wie bei einer Flamme. Hierbei ist gewünscht, dass die Amplituden der f-Welle in einen konstanten Bereich konvergieren, um den stationären Endzustand zu erreichen. Näheres zu diesem Vorgehen wird im Kapitel 5.4.1 erläutert. Für den weiteren Verlauf ist zunächst wichtig, dass im folgenden erst ein Gitter für die Auswertung aufgebaut werden soll.

OpenFOAM

Für die CFD-Simulationen wird das Programm OpenFOAM [12] mit der Version 2.3.1 verwendet. Die Simulationen werden kompressibel ausgeführt, weshalb der Pimple-Solver von OpenFOAM verwendet werden kann.

4.2 Gitterauswahl

4.2.1 Randbedingungen

Zur Erstellung des Gitters wird die BlockMesh-Funktion von OpenFOAM verwendet. Für das Gitter wird im Folgenden der schematische Aufbau und die Randbedingungen festgelegt. Wie in der Einleitung darauf hingewiesen wird, liegt der Betrachtung ein Resonator aus einer Raketenbrennkammer zu Grunde. Dadurch ist die Brennkammer und der Resonator in der Realität ein Zylinder. Für die Simulation wird ein zweidimensionales Profil mit dem Öffnungswinkel α mithilfe der wedge-Funktion, die im folgenden näher erklärt wird, aufgebaut (siehe Abbildung 4.2). Alle Randbedingungen außer dem Eingang sind adiabat [4].

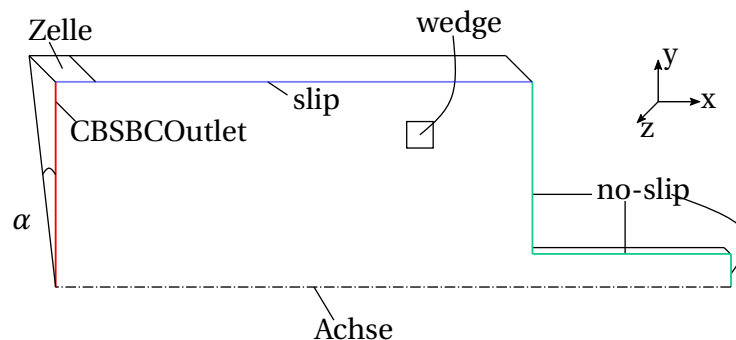


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung der Brennkammer und des Resonators mit den Randbedingungen: (–) slip Randbedingung, (–) no-slip Randbedingung und (–) CBSBCOutlet Randbedingung.

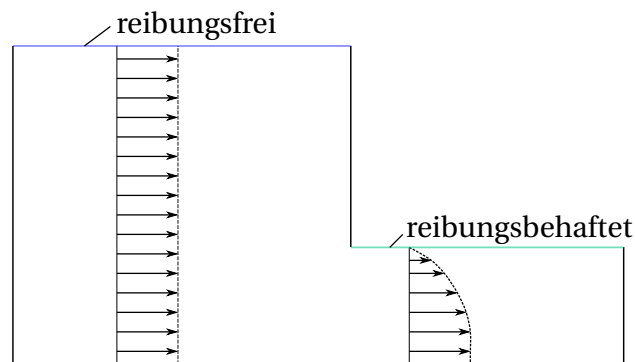


Abbildung 4.3: Verdeutlichung des Strömungsprofil in der Brennkammer und im Resonator: reibungsfreie Wand (–) und reibungsbehaftete Wand (–).

In der Brennkammer wird eine slip-Randbedingung angewendet. Es wird ein newtonsches Fluid verwendet, wodurch Reibungseffekte zwischen dem Fluid und der Brennkammerwand auftreten. Die Wand der Brennkammer, die in OpenFOAM aufgebaut ist, ist jedoch keine wirkliche harte Wand. In der Realität werden die Resonatoren in einem Kreis um die Brennkammer positioniert [13]. Aus diesem Grund ist die dargestellte Brennkammer in der Abbildung 4.2 nur ein Ausschnitt aus einer kompletten Brennkammer. Um zu gewährleisten, dass die Brennkammer ein Ausschnitt ist, sollen an der Wand der Brennkammer keine Reibungseffekte auftreten sollen. Die slip-Bedingung realisiert diese Anforderung im Wandbereich (siehe blaue Linie in Abbildung 4.2). Dadurch ergibt sich im Bereich der Brennkammer ein Blockprofil (siehe Abbildung 4.3).

Die Wand im Resonator ist eine harte Wand, weswegen hier die Reibungseffekte zwischen dem Fluid und der Wand berücksichtigt werden muss. Aus diesem Grund wird bei dieser Wand die no-slip (zu deutsch: Haftbedingung) Randbedingung angewendet (siehe grüne Linie in Abbildung 4.3). Hier bleibt die Strömung an der Wand haften, wodurch direkt an der Wand die Strömungsgeschwindigkeit null ist und somit eine Grenzschicht wie in der Abbildung 4.3 gebildet wird. Neben der Wand im Resonator gibt es noch zwei weitere harte Wände (siehe grüne Linien in Abbildung 4.2). Hier wird ebenfalls die no-slip Randbedingung angewendet.

Die vordere und hintere Seite des Gitters wird durch die wedge-Randbedingung definiert, die bei Keilausschnitten wie in diesem Fall anwendbar ist. Hierbei muss beachtet werden, dass nur eine Zelle in Richtung der Dicke, wie es z.B. in der Abbildung 4.2 in z-Richtung verwendet wird und der Öffnungswinkel $\alpha < 5^\circ$ ist (siehe Abbildung 4.2). Durch die wedge-Funktion wird das Problem zweidimensional [14].

Am Eingang wird die CBSBC-Randbedingung aufgetragen. Diese Randbedingung beinhaltet für den Eingang die CBSBCInlet (jeweils für den Druck p , die Geschwindigkeit u und die Temperatur T : CBSBCInletPressure, CBSBCInletVelocity, CBSBCInletTemperature) und für den Ausgang die CBSBCOutlet (CBSBCOutletPressure, CBSBCOutletVelocity, CBSBCOutletTemperature). Beim CBSBCInlet wird die Geschwindigkeit festgelegt und beim CBSBCOutlet wird der Druck jeweils für alle drei Größen festgelegt. Eine Problemstellung, die sich bei der Randbe-

dingung CBSBCInlet ergibt, ist, dass durch die anfängliche Geschwindigkeitsdefinition der mittlere Druck ansteigen könnte. Damit werden die Fluktuationen des Druckes um einen falschen Druckwert bezogen (siehe Abbildung 4.4). Um dieses Problem zu umgehen wird für die Simulation die Randbedingung CBSBCOutlet gewählt. Die Achse des Systems kann durch die Randbedingung axis definiert werden.

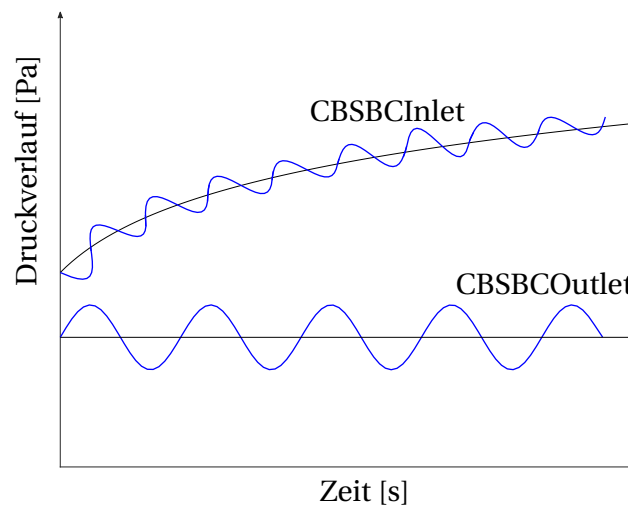


Abbildung 4.4: Verhalten der Druckschwingungen bei CBSBCInlet und bei CBSBCOutlet über die Zeit.

Am Eingang wird eine monofrequente f -Welle in den CFD-Bereich eingespeist. Diese wird über ein Python Programm für bestimmte Zeitschritte erstellt. Die f -Welle hat einen Schalldruckpegel, der jedoch vom echten Schalldruckpegel des Systems bestehend aus Brennkammer und Resonator abweicht, da die g -Welle nicht berücksichtigt wurde. Die monofrequente f -Welle ist für das Zustandsraummodell die externe Anregung.

4.2.2 Auswertung des Gitters mit hohen Temperaturen

Das erste Gitter der Brennkammer und des Resonators ist vorgegeben und entspricht dem Gitter zu dem Viertel-Wellen Resonator von van Buren *et al.* [4]. In der Abbildung 4.5 ist der schematische Aufbau der Brennkammer und des Resonators gegeben, die Tabelle 4.1 zeigt die Maße des Resonators bzw. der Brennkammer und die Stoffwerte. Da eine Raketenbrennkammer betrachtet wird, werden hohe Temperaturen in Betracht gezogen. Die Randbedingungen werden wie in Kapitel 4.2.1 beschrieben aufgetragen.

Die Druck- und die Geschwindigkeitsfluktuationen werden an der Stelle l_{ref} gemessen (siehe Abbildung 4.5). Dieses Vorgehen ist darin begründet, dass an dieser Stelle die Störungen, die durch evtl. Strömungsablösungen an der Resonatoröffnung zustande kommen, nicht bei der Auswertung mit aufgenommen werden, sondern nur das komplette ausgebildete Strömungsbild erfasst wird. Aus diesen Werten können anschließend mit Matlab [15] die f - und g -Wellen berechnet werden. Diese werden zur Ermittlung der Impedanz und des Reflexionskoeffizienten benötigt.

Resonatormaße			
d_0	6.8	[mm]	Durchmesser des Resonators
l_0	40.75	[mm]	Länge des Resonators
d_{Bk}	68	[mm]	Durchmesser der Brennkammer
l_{Bk}	100	[mm]	Länge der Brennkammer
α	4	[°]	Öffnungswinkel
l_{ref}	90	[mm]	Referenzlänge
Stoffwerte			
M	13.7	[g/mol]	Molmasse
c_p	1500	[J/(kg K)]	Spezifische Wärmekapazität
μ	$5.5 \cdot 10^{-5}$	[Pa s]	Dynamische Viskosität
Pr	0.71	[-]	Prandtlzahl
T	647	[K]	Initialtemperatur
p	$1 \cdot 10^7$	[Pa]	Initialdruck
u	0	[m/s]	Initialgeschwindigkeit

Tabelle 4.1: Verwendete Einstellungen für die CFD-Simulation.

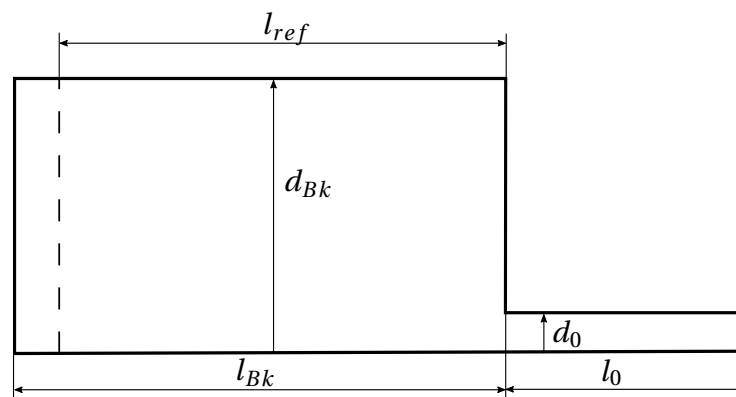


Abbildung 4.5: Schematische Abbildung des ersten Gitters mit der Bemaßung des Resonators und der Brennkammer.

Auswertung des Gitters bei einem SPL = 70 dB

Veränderung der Gitterauflösung

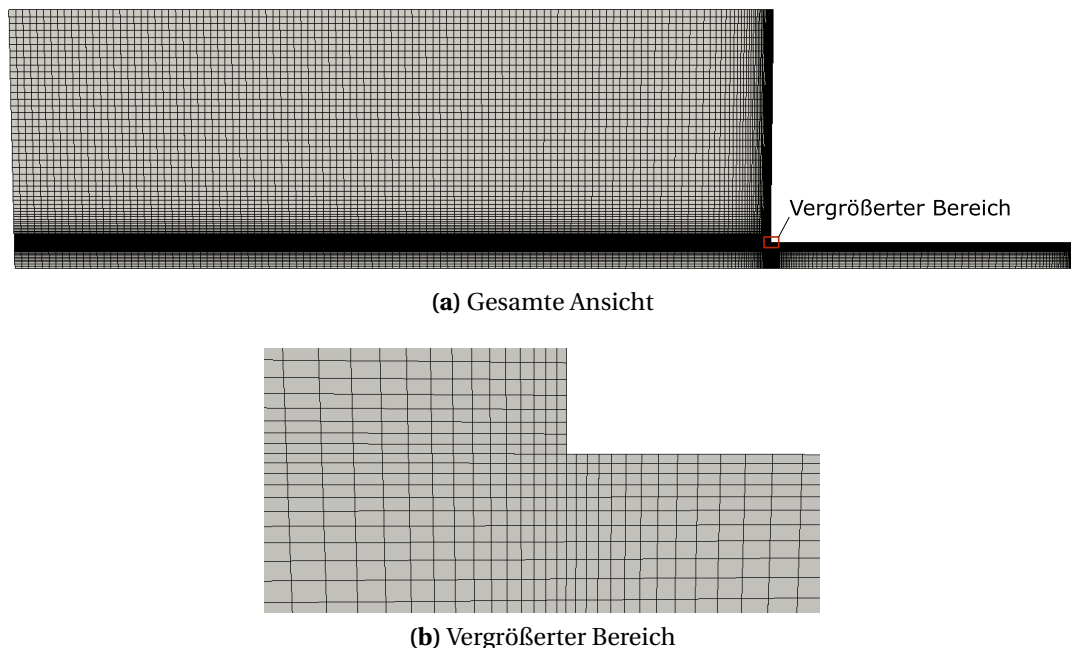


Abbildung 4.6: Darstellung (a) des originalen Gitters mit einer Vergrößerung zur (b) Veranschaulichung der kleinsten Zelle.

Das vorgegebene Gitter hat eine sehr genaue Auflösung (siehe Abbildung 4.6). Die Zellen sind an den harten Wänden, wie in der Abbildung 4.2 definiert, sowie an der Öffnung des Resonators sehr klein gewählt. Grundlage dafür ist, dass an den Wänden die Grenzschicht aufgelöst und an der Öffnung des Resonators mögliche Effekte wie Strömungsablösung aufgelöst werden sollen. In der Abbildung 4.6 ist die Kante des Resonators vergrößert dargestellt. Diese Auflösung des Gitters führt zu einem entsprechend hohen Rechenaufwand. Um in der vorliegenden Abhandlung den Rechenaufwand zu verringern und zur weiteren Betrachtung die genaue Auflösung des Gitters nicht erforderlich ist, wird die vorgegebene Zellenanzahl zweimal verkleinert. Das Vorgehen ist in der folgenden Auflistung definiert:

- Gittervariation 1: zwei Zellen werden zu einer Zelle zusammengefasst (siehe Abbildung 4.7 (a))
- Gittervariation 2: drei Zellen werden zu einer Zelle zusammengefasst (siehe Abbildung 4.7 (b))

Die Änderung der Zellenanzahl führt zur Anpassung des Gratings. In der Abbildung 4.8 (a) ist beispielhaft für die Gittervariation 2 das Grading vom originalen Gitter mit einer Vergrößerung bei der Resonatoröffnung abgebildet. Es ist z.B. an den rot markierten Zellen zu erkennen, dass im Bereich der Resonatoröffnung lange und dünne Zellen entstehen. Dies kann zu

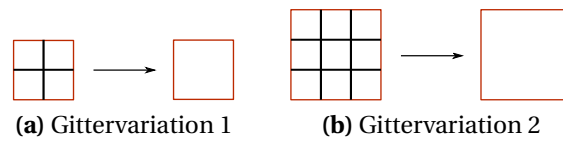


Abbildung 4.7: Veranschaulichung der zwei Versionen der Zellenänderung.

numerischen Instabilitäten führen sowie zu ungenauen Ergebnissen bei der Auswertung. In der Abbildung 4.8 (b) ist beispielhaft dargestellt, wie das Grading an die vorhandene Zellenanzahl angepasst worden ist. Beim Vergleich der rot markierten Zellen ist deutlich zu erkennen, dass die Zellen in der Abbildung 4.8 (b) weniger dünn und lang gestreckt sind. Beim Ändern des Gradings sollte beachtet werden, dass die Zellen zu den Wänden hin kleiner werden, um die Grenzschicht auflösen zu können. Im Bereich der Kante der Öffnung vom Resonator sollten die Zellen nahezu quadratisch sein (siehe Abbildung 4.6).

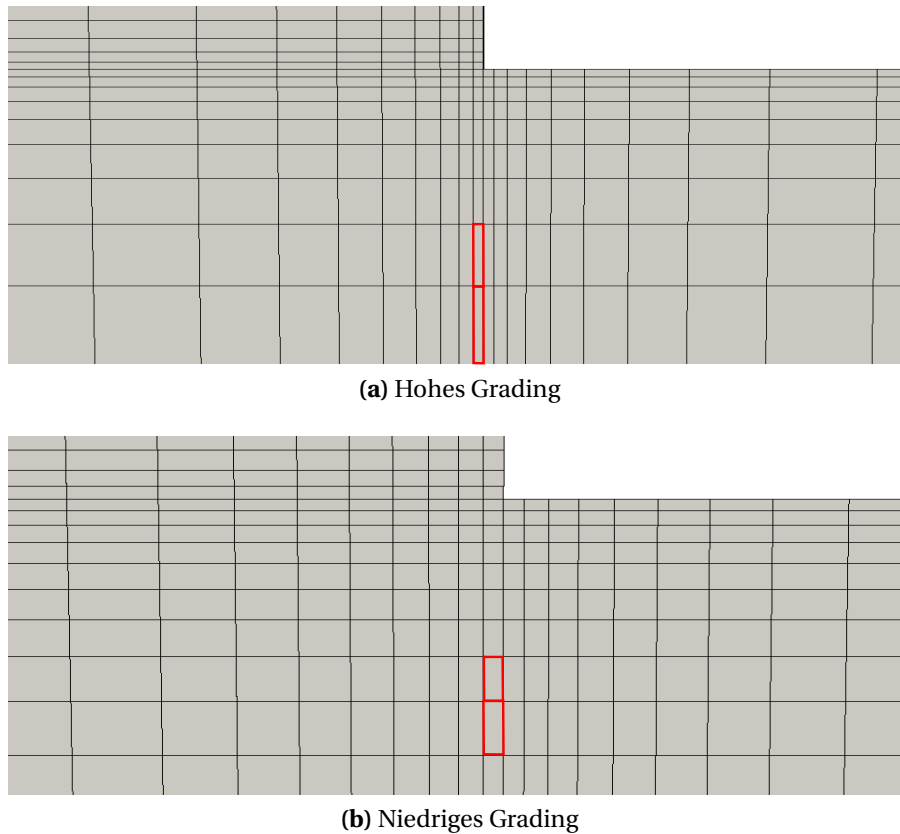


Abbildung 4.8: Veranschaulichung der zwei Versionen der Zellenänderung.

	Originales Gitter	Gittervariation 1	Gittervariation 2
Zellenanzahl	21.485	5.515	2.446

Tabelle 4.2: Zellenanzahl jeweils für die drei Varianten: Originalgitter, Gittervariation 1 und Gittervariation 2.

Vorgehen bei der Simulation und die verwendeten Einstellungen

In Tabelle 4.2 sind jeweils die Zellenanzahlen für das originale Gitter und den zwei Gittervariationen aufgelistet. Die beiden Gittervariationen haben im Vergleich zu dem originalen Gitter deutlich weniger Zellen. Dies wirft die Frage auf, wie die Ergebnisse aus den beiden Gittervariationen von den Ergebnissen des originalen Gitters abweichen und welches der beiden Gittervariationen für weitere Simulationen verwendet werden soll. Deshalb sind für die beiden Gittervariationen die Werte für die Impedanz sowie den Reflexionskoeffizienten ausgewertet (siehe Tabelle 4.3) und anschließend wird der Betrag des Reflexionskoeffizienten mit dem Wert des originalen Gitters verglichen (siehe Tabelle 4.4). Daraus kann ermittelt werden, wie die Werte von den zwei Gittervariationen von dem originalen Werten abweichen und welches Gitter für spätere Simulationen geeignet ist.

Beim originalen Fall ist ein Zeitschritt von $\Delta t = 5.0 \cdot 10^{-8} s$ eingestellt. Bei der folgenden Änderung der Zellenanzahl wird auch der Zeitschritt aufgrund der CFL-Zahl (Courant-Friedrichs-Lewy-Zahl) angepasst. Die CFL-Zahl gibt an, wie schnell sich eine betrachtete Größe in einem Zeitschritt fortbewegt, also wie viele Zellen die Größe pro Zeitschritt überquert. Bei der Simulation wird eine CFL-Zahl kleiner als eins angestrebt, da sich die betrachtete Größe pro Zeitschritt weniger als eine Zelle fortbewegt. Bei CFL-Zahlen größer eins kann die Simulation abbrechen. Um herauszufinden, welcher Zeitschritt für das jeweilige Gitter angemessen ist, werden für beide Gitter jeweils Simulationen mit den Zeitschritten $\Delta t = 5.0 \cdot 10^{-6} s$ und $\Delta t = 5.0 \cdot 10^{-7} s$ durchgeführt und ausgewertet. Der Zeitschritt $\Delta t = 5.0 \cdot 10^{-8} s$ wird nicht betrachtet, da dies für die vergleichsweise geringe Zellenanzahl ein zu kleiner Zeitschritt ist.

Nach van Buren *et al.* [4] wird eine Einschwingzeit der Wellen von $t = 0.02 s$ benötigt. Aus diesem Grund wird die Simulationsdauer von $t = 0.05 s$ gewählt. Damit wird sicher gestellt, dass sich die Wellen einlaufen können, um gegen einen stationären Endzustand laufen zu können. Die Simulationen werden bei der Frequenz $f = 4700$ Hz ausgeführt. Diese Frequenz ist die Eigenfrequenz beim originalen Gitter [4]. Die Simulationen werden bei einem Schalldruckpegel von 70 dB ausgeführt.

Auswertung der Simulationen

In Tabelle 4.3 sind die Ergebnisse für $\text{Re}(z)$, $\text{Im}(z)$, $|R|$ und $\angle(R)$ der beiden Gitterversionen jeweils für die gewählten Zeitschritte dargestellt. Dazu ist jeweils der nach der Formel (2.33) berechnete Schalldruckpegel SPL mit aufgenommen. Durch Berücksichtigung der g-Welle in der Auswertung ist zu erkennen, dass sich der SPL von dem SPL der Eingangswelle unterscheidet (siehe Kapitel 4.2.1).

Werden jeweils die einzelnen Gitter separat und somit nur der Unterschied der Zeitschritten

Gittervariation 1					
Δt	$\text{Re}(z)$	$\text{Im}(z)$	$ R $	$\angle(R)$	SPL
$5 \cdot 10^{-6} s$	0.4899	1.7722	0.7965	0.9793	73.9134
$5 \cdot 10^{-7} s$	0.1666	0.2646	0.7310	2.6111	66.6493
Gittervariation 2					
$5 \cdot 10^{-6} s$	0.4070	1.8793	0.8394	0.9483	74.6107
$5 \cdot 10^{-7} s$	0.1184	0.3183	0.8060	2.5178	67.0615

Tabelle 4.3: Auswertung der Impedanz, des Reflexionskoeffizienten und des Schalldruckpegels SPL für zwei verschiedene Zeitschritte $5 \cdot 10^{-6} s$ und $5 \cdot 10^{-7} s$, jeweils zu der Gittervariation 1 und Gittervariation 2 bei einem Schalldruckpegel von 70 dB und bei der Frequenz $f = 4700$ Hz.

	Δt	$ R $	Abweichung
Originales Gitter		0.58	–
Gittervariation 1	$5 \cdot 10^{-6} s$	0.7965	37.3 %
	$5 \cdot 10^{-7} s$	0.7310	26.0 %
Gittervariation 2	$5 \cdot 10^{-6} s$	0.8394	44.7 %
	$5 \cdot 10^{-7} s$	0.8060	37.0 %

Tabelle 4.4: Vergleich des Betrages des Reflexionskoeffizienten aus den zwei Gittervarianten mit dem Betrag des Reflexionskoeffizienten aus dem originalen Gitter.

	Gittervariation 1		Gittervariation 2	
	$5 \cdot 10^{-6} s$	$5 \cdot 10^{-7} s$	$5 \cdot 10^{-6} s$	$5 \cdot 10^{-7} s$
CFL-Zahl	$3.6161 \cdot 10^{-8} s$	$2.8461 \cdot 10^{-9} s$	$2.4650 \cdot 10^{-8} s$	$2.1391 \cdot 10^{-9} s$

Tabelle 4.5: CFL-Zahl zu den Zeitschritten $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6} s$ und $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7} s$ bei der Gittervariation 1 und Gittervariation 2.

betrachtet, fällt auf, dass sich die Werte bei der Impedanz deutlich unterscheiden sowie Änderungen bei der Phase des Reflexionskoeffizienten und der Resistanz zu erkennen sind. Der Reflexionskoeffizient weist kaum Veränderungen auf. Dies lässt erkennen, dass der Zeitschritt einen deutlichen Einfluss auf die Ergebnisse hat. Für den kleineren Zeitschritt $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ strebt der Reflexionskoeffizient tendenziell näher an den originalen Wert heran. In Tabelle 4.4 sind die Reflexionskoeffizienten jeweils mit den Abweichungen vom originalen Wert separat betrachtet. Bei beiden Gittern ist jeweils beim Zeitschritt $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ die Abweichung größer als beim Zeitschritt $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ (siehe Tabelle 4.4). Daraus lässt sich ableiten, dass der Zeitschritt $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ zu ungenauen Ergebnissen führt. In Tabelle 4.5 sind die CFL-Zahlen für alle Simulationen aufgelistet. Alle vier CFL-Zahlen sind deutlich kleiner eins, womit diese Bedingung erfüllt ist.

Werden die beiden Gittervariationen gegenüber gestellt, so stellt man fest, dass die Gittervariation 1 in Bezug auf den Reflexionskoeffizienten genauere Werte liefert (siehe Tabelle 4.4). Die Abweichungen sind beim Gitter 2 für beide Zeitschritte größer als beim Gitter 1. Dadurch wird offensichtlich, dass die Gittervariation 2 eine ungenaue Gitterauflösung aufweist und deswegen Ergebnisse liefert, die deutlich vom originalen Wert abweichen. Das Gitter 1 ist ebenfalls zu ungenau, da es für beide Zeitschritte die Abweichung über 20 % beträgt. Dies bestätigt sich auch beim Vergleich der Gitter jeweils für einen Zeitschritt. Hier weichen die Werte für z.B. $\text{Re}(z)$ nicht viel voneinander ab, weshalb Gitter 1 ähnlich ungenau wie Gitter 1 ist (siehe Tabelle 4.3). Um genauere Ergebnisse zu bekommen sollten weiter feinere Gittervariationen untersucht werden. Die fortführenden Untersuchungen stellen die Grundlage für folgende Abhandlungen dar.

In der Abbildung 4.9 sind die f- und g-Wellen zu der Simulation bei der Gittervariation 1 mit dem Zeitschritt $5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ gegeben. Die f-Welle hat aufgrund der Definition als monofrequente Welle über die Zeit eine konstante Amplitude. Die g-Welle hingegen hat eine Einschwingzeit, bis die Amplitude gegen einem konstanten Wert konvergiert ist. Der eingeschwingene Bereich ist durch die grüne Linie begrenzt. Das Ende der Einschwingzeit ist durch die rote Linie gekennzeichnet. Hier stimmt der Einlaufbereich mit der Einschwingzeit aus dem Artikel von van Buren *et al.* [4] überein, der ebenfalls bei $t = 0.02 \text{ s}$ lag.

Fazit

Die Simulationen zeigen, dass beide Gittervariationen zu ungenauen Ergebnissen führen. Dies ist jedoch keine Problematik für zukünftige Simulationen, da nur der annähernde Verlauf von $|R|$ gesucht ist. Um dennoch Ergebnisse für $|R|$ zu erhalten, die näher an den Ergebnissen des originalen Gitters liegen, wird die Gittervariation 1 mit dem Zeitschritt $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ verwendet.

Festzustellen ist, dass die Simulationszeit von $t = 0.05 \text{ s}$ zu lang bemessen ist. Bei zukünftigen Simulationen sollte eine Simulationsdauer, die kürzer als $t = 0.05 \text{ s}$ aber länger als $t = 0.02 \text{ s}$ ist, gewählt werden. Es wird eine Simulationsdauer ungefähr von $t = 0.03 \text{ s}$ empfohlen, da somit noch genügend Wellen im eingeschwingenen Bereich zur Auswertung zur Verfügung stehen.

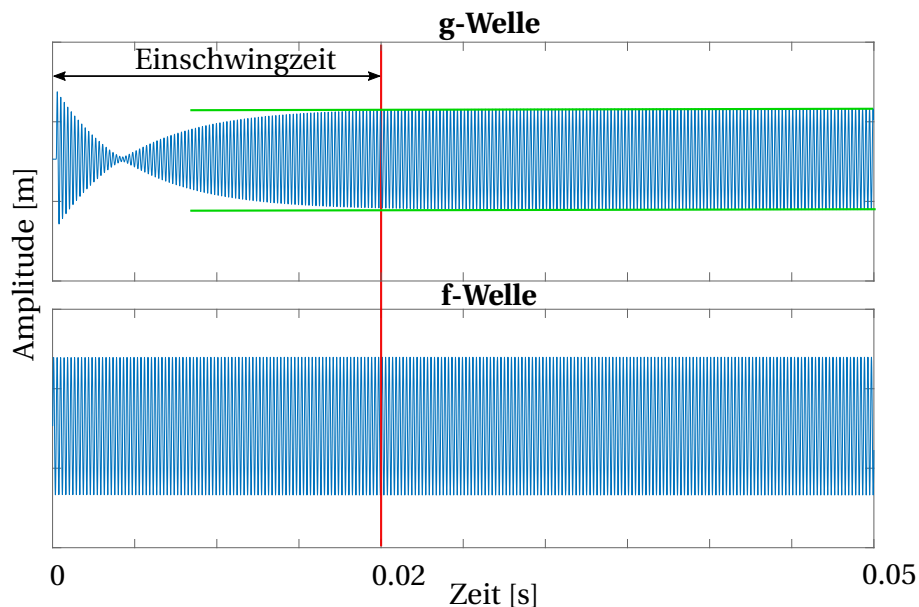


Abbildung 4.9: Veranschaulichung des Einlaufbereiches der f- und g-Wellen bei der Gittervariation 1 mit dem Zeitschritt $5 \cdot 10^{-7}$ s.

	70 dB	...	120 dB	130 dB	140 dB	150 dB	160 dB
$1 \cdot 10^7 Pa$	✓	...	✓	✗	✗	✗	✗
$1 \cdot 10^6 Pa$	✓	...	✓	✓	✓	✗	✗
$1 \cdot 10^5 Pa$	✓	...	✓	✓	✓	✗	✗

Tabelle 4.6: Auflistung des Abbruchverhaltens bei verschiedenen Schalldruckpegel mit der Frequenz $f = 4700 Hz$, kein Abbruch: ✓, Abbruch: ✗.

Auswertung des Gitters bei Schalldruckpegel größer als 70 dB

Die weiteren Betrachtungen wird der Verlauf des Betrags vom Reflexionskoeffizienten bestimmt. Dazu werden zu der Gittervariation 1 mit der Frequenz $f = 4700 Hz$ und dem Zeitschritt $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7} s$ Simulationen bei einem Schalldruckpegel höher als 70 dB aufgesetzt. Das Verhalten von $|R|$ wird im Folgenden bei einem Schalldruckpegelbereich von 70 dB bis 160 dB untersucht. Hierzu werden zuerst die Ergebnisse aus Simulationen mit hohen Schalldruckpegel, z.B. SPL = 160 dB oder SPL = 150 dB, ausgewertet. Anhand dieser Ergebnisse kann systematisch bei der weiteren Wahl des Schalldruckpegels vorgegangen werden.

Bei der Auswertung der Versuchsreihe mit dem Schalldruckpegel SPL = 160 dB ist festzustellen, dass die Simulation bei $t = 0.00591 s$ abbricht (siehe Tabelle 4.6). Ein Grund dafür könnte sein, dass der Schalldruckpegel schon zu hohe Amplituden erzeugt, die zu einem Abbruch führen können. Die Simulationsreihe wird um Durchläufe mit jeweils 10 dB verringertem Schalldruckpegel fortgesetzt, um den Schalldruckpegel zu ermitteln an dem eine vollständiger Simulationsverlauf durchgeführt werden kann. Ab SPL = 120 dB bricht die Simulation

nicht mehr ab (siehe Tabelle 4.6). Die Auswertung des Betrages des Reflexionskoeffizienten für die Simulationen mit den Schalldruckpegel von 70 dB und 120 dB ergibt, dass sich die Werte von $|R|$ kaum ändern. Der Resonator befindet sich somit noch im linearen Bereich. Dies deckt jedoch nicht den gewünschten Betriebsbereich des Resonators ab, da der abnehmende Verlauf von $|R|$ im nicht linearen Bereich gesucht ist (siehe Kapitel 4.1). Aus diesem Grund werden Ergebnisse aus Simulationen mit Schalldruckpegel höher als 120 dB benötigt, um den Verlauf von $|R|$ vollständig bestimmen zu können. Um diese Problematik zu lösen werden Simulationen mit SPL größer als 130 dB nochmal betrachtet und mögliche Gründe des Simulationsabbruchs ermittelt. Im folgenden wird exemplarisch das Abbruchverhalten für die Simulation mit dem SPL = 130 dB diskutiert.

Fehlersuche bei der CFL-Zahl

Ein Grund für den Abbruch bei der Simulation mit dem Schalldruckpegel von 130 dB könnte der falsche Zeitschritt sein. Auskunft darüber gibt die CFL-Zahl. Sie hat kurz vorm Abbruch einen Wert von CFL-Zahl = 0.00001213. Dieser Wert liegt deutlich unter eins, weshalb die Simulation aufgrund eines zu großen Zeitschrittes nicht abbricht.

Fehlersuche bei dem Wellenverläufen am Eingang der Brennkammer sowie an der Öffnung des Resonators

Die f- und g-Wellen werden am Eingang des Resonators bzw. am Eingang der Brennkammer auf Unregelmäßigkeiten, wie z.B. Ausschläge der Amplitude kurz vorm Abbruch, untersucht. Es werden die Wellen für die Druck- und Geschwindigkeitsfluktuationen sowie die f- und g-Welle untersucht (siehe Abbildung 4.10 und Abbildung 4.11). Die Öffnung des Resonators wird genauer untersucht, denn in diesem Bereich treten die größten Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen auf, wodurch hier große Amplituden auftreten können, die wiederum zum Abbruch führen könnten. Die Öffnung der Brennkammer wird darüber hinaus untersucht.

Es ist das Verhalten des Druckes, der Geschwindigkeit, der f- und g-Wellen am Eingang der Brennkammer bzw. der Öffnung des Resonators dargestellt. Bei der Betrachtung der Wellendarstellung fallen keine Sprünge oder sonstige Unregelmäßigkeiten auf. Am Eingang der Brennkammer konvergieren die Wellen gegen einen konstanten Endzustand. Beim Eingang in den Resonator steigen die vier Wellen zunächst an. Kurz vorm Abbruch scheinen die Wellen jedoch auch gegen einen konstanten Endzustand zu konvergieren. Keine Welle zeigt ein eindeutig abweichendes Verhalten, womit auch mit der Analyse des Wellenverhaltens die Frage für den Grund des Abbruchs nicht geklärt werden kann.

Fehlersuche bei den Amplituden \Rightarrow Veränderung des Initialdruckes

Eine weitere Überlegung ist, dass die Amplituden der f- und g-Welle grundsätzlich zu hoch sein könnten und deshalb die Berechnung abbricht. Der Initialdruck von $p = 1 \cdot 10^7$ Pa hat einen Einfluss auf die Höhe der Amplitude, weshalb der Druck verändert wird. In mehreren Schritten wird der Druck von $p = 1 \cdot 10^7$ Pa auf $p = 1 \cdot 10^6$ Pa sowie $p = 1 \cdot 10^5$ Pa verringert. Dadurch werden auch die Amplituden der f- und g-Welle verringert. Bei den Drücken $p = 1 \cdot 10^6$ Pa und $p = 1 \cdot 10^5$ Pa wird festgestellt, dass Simulationen bis zu dem Schalldruckpegel von 140

dB (siehe Tabelle 4.6) durchlaufen. Dies scheint zu bestätigen, dass die Höhe der Amplitude bei $p = 1 \cdot 10^7$ Pa einen Einfluss auf den Abbruch hat. Die genauere Untersuchung wird für zukünftige Abhandlungen empfohlen.

Fazit aus den Untersuchungen

Die Höhe der Amplitude hat anscheinend einen Einfluss auf den Abbruch der Simulationen. Der genaue Zusammenhang zwischen Abbruch, der Höhe der Amplitude und der Größe des Initialdruckes könnte ebenfalls Grundlage für zukünftige Untersuchungen bilden. Das Gitter liefert jedoch nicht die gewünschten Ergebnisse für $|R|$ aufgrund der Abbruchtendenz bei größer werdenden Schalldruckpegel, weshalb ein neuer Resonator aufgesetzt wird (siehe Kapitel 4.2.3).

Grund für den Abbruch der Simulationen bei SPL größer 120 dB

Im weiteren Verlauf der Arbeit ist der Grund für den Abbruch bei höheren Schalldruckpegel gefunden worden. Die Amplitude der f-Welle war durch einen falschen Wert der spezifischen Impedanz höher eingestellt. Die spezifische Impedanz wurde angepasst, wodurch die Amplitude der f-Welle gesunken ist. Diese Verringerung bei der Amplitude hat wiederum bewirkt, dass die Simulationen auch bei Schalldruckpegel größer als 120 dB und dem Druck $p = 1 \cdot 10^7$ Pa laufen und nicht abbrechen. Näheres zu den Ergebnissen über einen Schalldruckpegelbereich wird in Kapitel 5.3.2 erklärt.

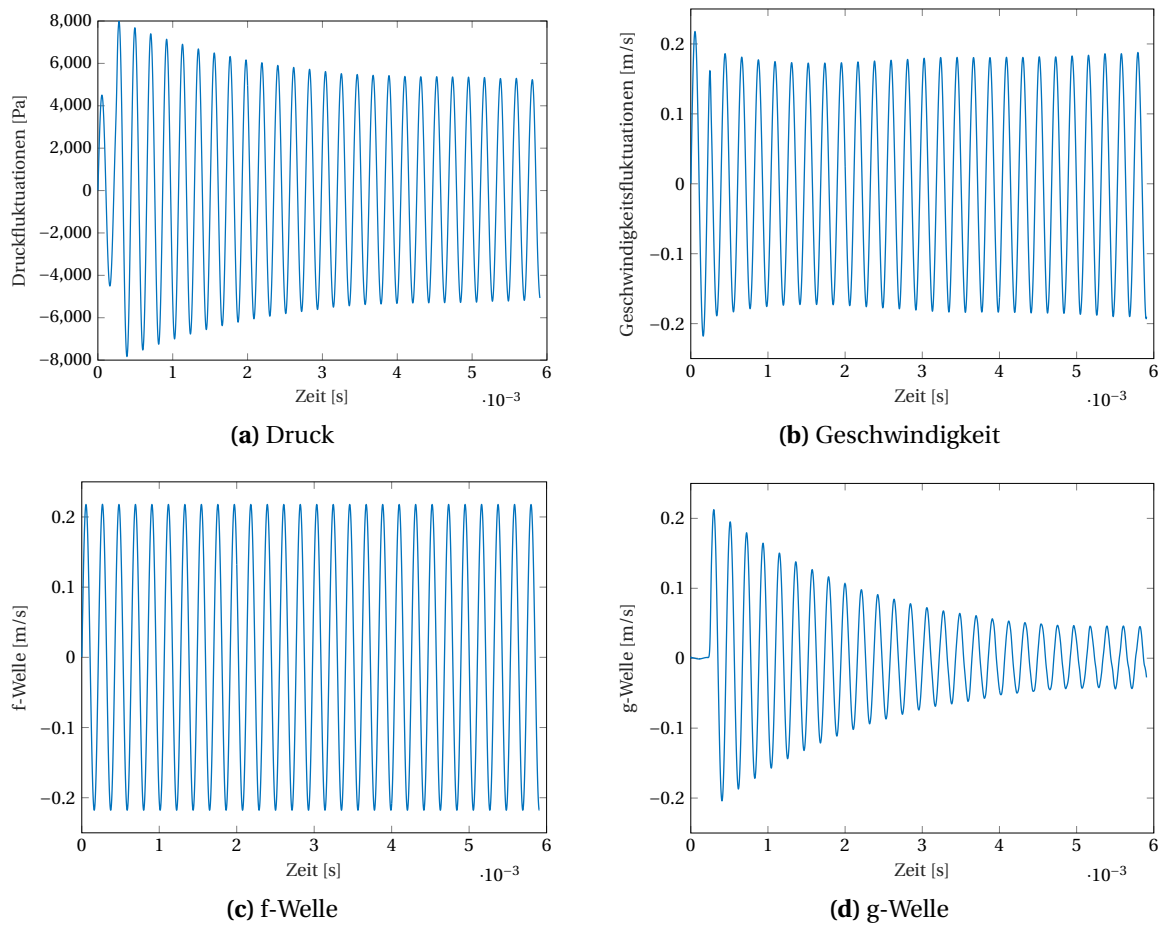


Abbildung 4.10: Verlauf für den (a) Druck, (b) Geschwindigkeit, (c) f-Welle und (d) g-Welle am Eingang der Brennkammer.

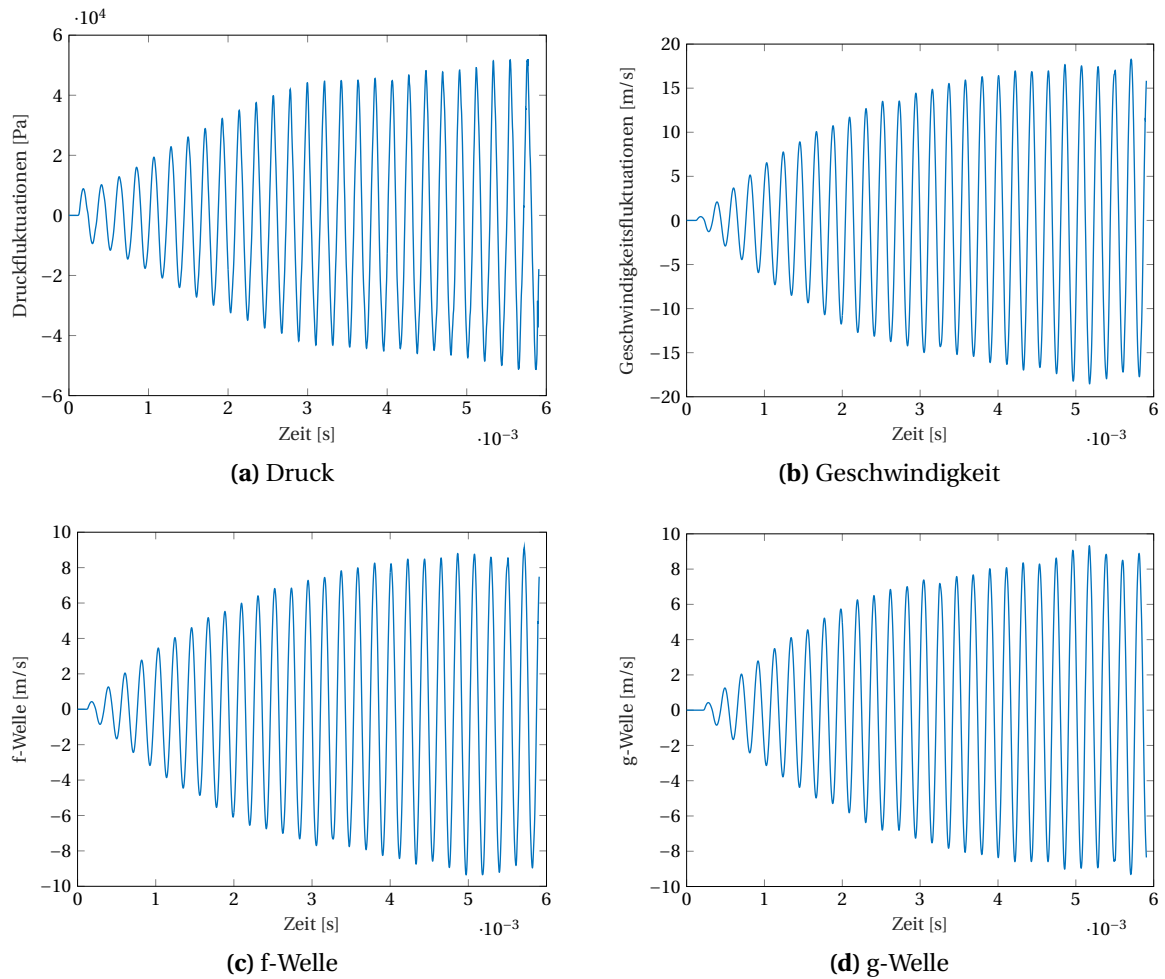


Abbildung 4.11: Verlauf für den (a) Druck, (b) Geschwindigkeit, (c) f-Welle und (d) g-Welle am Eingang des Resonators.

4.2.3 Auswertung des Gitters mit niedrigen Temperaturen

Nachdem das Gitter aus Kapitel 4.2.2 nicht die gewünschten Ergebnisse erbringt, wird das Gitter bzw. das Grundgerüst des Resonators geändert. Dazu werden die Maße des Resonators an die Werte, die in der Bachelorarbeit von Lian [16] für einen Viertel-Wellen Resonator verwendet werden, angepasst. Dieses Gitter wird gewählt, da es zum einem bei den hier betrachteten SPL-Bereich Ergebnisse liefert und zum anderem das Gitter den gewünschten Verlauf des Reflexionskoeffizienten zeigt (siehe Kapitel 4.1). Die Simulationen werden jedoch in der Abhandlung von Lian [16] inkompressibel ausgeführt. In dieser Arbeit ist die Überlegung, dass im kompressiblen Fall ebenfalls ein solches Verhalten des Reflexionskoeffizienten beobachtet werden könnte. Aus diesem Grund wird dasselbe Fluid aus der Bachelorarbeit von Lian [16] mit denselben Initialwerten für den Druck, die Geschwindigkeit und der Temperatur, übernommen. In Tabelle 4.7 sind die Längenmaße des Resonators und der Brennkammer sowie die verwendeten Stoffwerte definiert. In der Abbildung 4.12 ist ein schematischer Aufbau der Brennkammer und des Resonators abgebildet. Der größte Unterschied zu den im Kapitel 4.2.2 dargestellten Resonator, ist, dass eine größere Länge des Resonators gewählt wird. Diese Änderung hat zur Folge, dass die Versuchsläufe deutlich zeitintensiver werden, was im folgenden bei der Verfeinerung des Gitteraufbaus berücksichtigt wird. Die Temperatur wird heruntergesetzt.

Die Simulationen werden bei einer Eigenfrequenz von $f_{eig} = 395$ Hz, die nach der Formel (2.35) bestimmt, ausgeführt. Es wird bei den folgenden Simulationen stets ein Zeitschritt von $\Delta t = 5 \cdot 10^{-6}$ s gewählt.

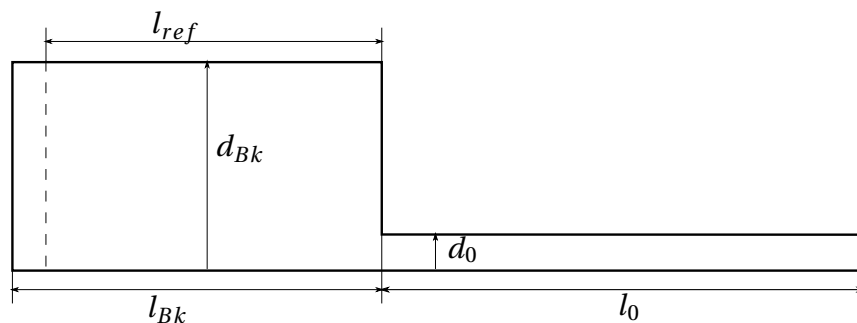


Abbildung 4.12: Schematische Abbildung des ersten Gitters mit der Bemaßung des Resonators und der Brennkammer.

Aufbau der Gittergenauigkeit

Bei diesem Gitter wird wieder versucht eine passende Gittergenauigkeit mit einer geeigneten Zellenanzahl zu finden. Das Grading wird hierbei erneut so angepasst, dass die Zellen nicht zu lang gestreckt werden, um numerische Instabilitäten zu vermeiden. Die Gittergenauigkeit wird schrittweise aufgebaut. Zunächst wird ein Gitter ohne Grading und sehr wenigen Zellen aufgesetzt. Dies dient zur Abschätzung des Verhaltens des Resonators (siehe Kapitel 5.2.2). Im folgenden wird schrittweise die Zellenanzahl erhöht. Dazu wird auch das Grading an die

Resonatormasse			
d_0	6.35	[mm]	Durchmesser des Resonators
l_0	214.52	[mm]	Länge des Resonators
d_{Bk}	68	[mm]	Durchmesser der Brennkammer
l_{Bk}	100	[mm]	Länge der Brennkammer
α	3	[°]	Öffnungswinkel
l_{ref}	90	[mm]	Referenzlänge
Stoffwerte			
M	28.9644	[g/mol]	Molmasse
c_p	1004.703	[J/(kg K)]	Spezifische Wärmekapazität
μ	$1.71 \cdot 10^{-5}$	[Pa s]	Dynamische Viskosität
Pr	0.72	[-]	Prandtlzahl
T	293.15	[K]	Initialtemperatur
p	$1 \cdot 10^5$	[Pa]	Initialdruck
u	0	[m/s]	Initialgeschwindigkeit

Tabelle 4.7: Verwendete Einstellungen für die CFD-Simulation.

Zellenanzahl angepasst. Beim Verändern der Zellen wird jeweils beobachtet, wie sich die Geschwindigkeitsfluktuation an der Resonatorwand verhalten (siehe Abbildung 4.13), also mit wie vielen Zellen die Grenzschicht aufgelöst ist. Diese Grenzschicht soll folglich durch das Gitter möglichst genau aufgelöst werden, damit die Ergebnisse physikalisch richtige Werte annehmen können. Die Tabelle 4.8 enthält jeweils die Zellenanzahl zu den sechs verschiedenen Gittern. Bei der Namensvergabe für die Gitter wird folgendermaßen vorgegangen:

- Gitterversion 1: 8 Zellen im Resonator, ohne Grading
- Gitterversion 2: 10 Zellen im Resonator, mit Grading
- Gitterversion 3: 15 Zellen im Resonator, mit Grading
- Gitterversion 4: 20 Zellen im Resonator, mit Grading
- Gitterversion 5: 25 Zellen im Resonator, mit Grading
- Gitterversion 6: 30 Zellen im Resonator, mit Grading

	Gittervers. 1	Gittervers. 2	Gittervers. 3	Gittervers. 4
Zellenanzahl	16502	17100	32100	34700
	Gittervers. 5	Gittervers. 6		
	55100	51900		

Tabelle 4.8: Zellenanzahl für die sechs Gitterversionen.

Auswertung der sechs Gitterverfeinerungen

Auflösung der Grenzschicht

In der Abbildung 4.13 wird die Zellauflösung an der Resonatorwand für die sechs Gitterversionen dargestellt. Für die Gitterversion 1 ist sehr deutlich zu erkennen, dass 8 Zellen den Geschwindigkeitsverlauf in der Grenzschicht sehr ungenau auflösen bzw. die Grenzschicht nicht auflösen. Bei der Gitterversion 2 mit 10 Zellen ist jedoch auch die Zellenanzahl in der Grenzschicht zu gering, da hier eine Zelle den Wandbereich abdeckt. Dadurch erfolgt der Übergang zwischen der Grenzschicht und dem ausgebildeten Strömungsprofil sprunghaft, was zu verfälschten Ergebnissen führt. Gitterversion 3 zeigt das gleiche Verhalten wie die Gitterversion 2. Aus diesem Grund wird die Zellenanzahl weiterhin erhöht. Mit zunehmender Zellenanzahl steigt auch die Simulationsberechnungszeit. Die Gitterversion 4 zeigt ein unverändertes Ergebnis. Bei der Gitterversion 5 mit 25 Zellen wird der blaue Bereich durch eine Zelle mehr aufgelöst (siehe Abbildung 4.13 (e)). Die Zellenanzahl wird folglich weiter erhöht, um die Grenzschicht durch mehr als zwei Zellen aufzulösen. Der Versuchsaufbau mit 30 Zellen zeigt eine deutlich genauere Auflösung des blauen Bereichs (siehe Abbildung 4.13 (f)). Da dieser Bereich durch ungefähr 10 Zellen aufgelöst wird, ergibt sich ein nahezu kontinuierlicher Verlauf über die Zellen. In der Abbildung 4.13 (f) zu der Gitterversion 6 wird ersichtlich, dass durch das Grading die Zellen im Vergleich zu der Gitterversion 5 sehr lang gestreckt sind. Diese Streckung hat auf den weiteren Versuchsverlauf nur wenig Einfluss. Es zeichnet sich ab, dass bei der Gitterversion 6 trotz einer höheren Zellenanzahl im Resonator als bei der Gitterversion 5, in der Summe weniger Zellen bei der Gitterversion 6 vorhanden sind als bei dem Gitter 5. Dies kann durch ein Grading erreicht werden. In allen Abbildungen zu den Gitterversionen ist erkenntlich, dass durch die no-slip Randbedingung die Geschwindigkeit an der Wand null ist.

Vergleich der Ergebnisse für die Impedanz und des Reflexionskoeffizienten

In der Tabelle 4.9 sind die Ergebnisse für die Impedanz sowie des Reflexionskoeffizienten bei der Frequenz $f = 395$ Hz und dem SPL = 70 dB aufgelistet. Der Vergleich der Ergebnisse zeigt, welchen Einfluss die Zellenanzahl des Gitters hat. Zwischen der Resistanz von Gitter 1 und zu Gitter 6 gibt es eine Abweichung von ungefähr 63 %. Diese Abweichung ist beim Vergleich von Gitter 4 zum Gitter 6 mit ca. 10 % festzustellen. Die Abweichungstendenz ist bei den Ergebnissen für die Reaktanz und dem Betrag und Phase von R ebenfalls zu beobachten. Zwischen den Ergebnissen aus dem Gitter 5 und 6 ändern sich die Werte nicht mehr stark. Dennoch

	Re(z)	Im(z)	R	$\angle(R)$
Gitterversion 1	0.9129	-0.1255	0.0797	-2.1122
Gitterversion 2	1.1314	-0.7665	0.3434	-1.0558
Gitterversion 3	1.2597	-1.0239	0.4258	-0.8969
Gitterversion 4	1.3414	-1.1468	0.4589	-0.8260
Gitterversion 5	1.4043	-1.2350	0.4808	-0.7799
Gitterversion 6	1.4875	-1.3471	0.5064	-0.7273

Tabelle 4.9: Auswertung der Impedanz und des Reflexionskoeffizienten bei der Frequenz $f = 395$ Hz und SPL = 70 dB jeweils für die Gitterversionen 1 bis 6.

kann nicht mit Sicherheit festgestellt werden, ob die Ergebnisse der Untersuchung des Gitters der geforderten Genauigkeit entspricht. Für das Gitter ist die Gitterunabhängigkeit nicht bewiesen.

Fazit

Die Auflösung der Grenzschicht durch die Zellen wirkt sich stark auf die Ergebnisse der Simulation aus. Eine ungenaue Auflösung der Grenzschicht bewirkt verfälschte Ergebnisse. Aus diesem Grund wird empfohlen eine Zellenanzahl für das Gitter aufzusetzen, bei der die Grenzschicht mit möglichst ausreichenden Zellen aufgelöst wird. Dennoch soll die Zellenanzahl nicht zu hoch gewählt werden, da ansonsten der Rechenaufwand stark ansteigt. Für weitere Betrachtungen bei diesem Gitter wird die Gitterversion 6 verwendet.

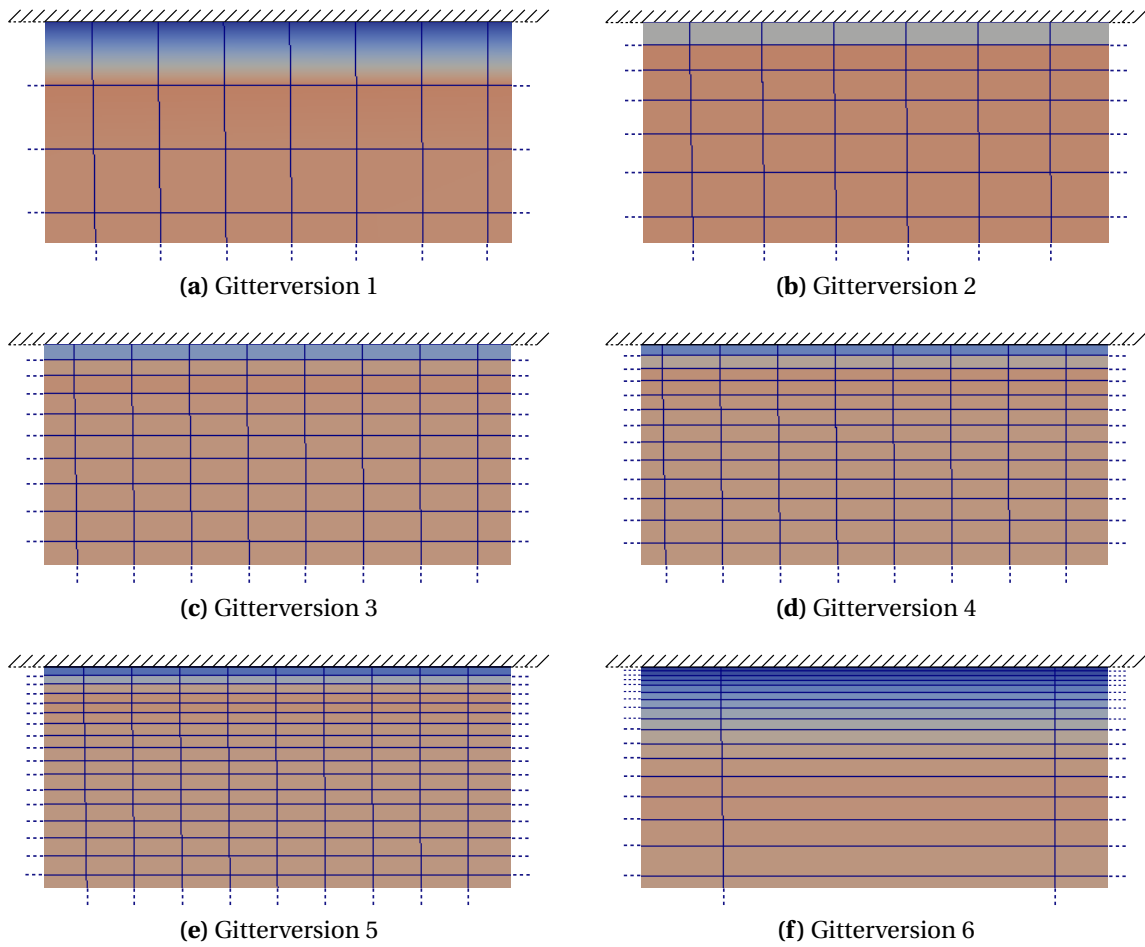


Abbildung 4.13: Darstellung der Auflösung der Grenzschicht an der Resonatorwand jeweils für die sechs Gitterversionen.

5 Ergebnisauswertung

5.1 Vorgehensweise

Bei der Ergebnisauswertung wird versucht, einen stationären Endzustand der Amplituden der f- und g-Welle bei einem eingebautem Flammenmodell mit einem linearen Verstärkungsfaktor zu erreichen. Dazu wird der Verlauf des Betrags vom Reflexionskoeffizienten über einen Schalldruckpegelbereich ausgewertet. Die Simulationen sollen bei der Eigenfrequenz ausgeführt werden. Hierzu wird die Eigenfrequenz bestimmt. Der Resonator dämpft am Optimalsten bei der Eigenfrequenz (siehe Abbildung 5.2 (c)), weshalb bei der Frequenz der Resonator der Störung vom Flammenmodell am Effektivsten entgegen wirkt. Die Eigenfrequenz kann durch die Auswertung von Simulationen über Frequenzen, die nahe der berechneten Eigenfrequenz (siehe Gleichung (2.33)) liegen, bestimmt werden. Zusammenfassend wird in drei Schritten vorgegangen:

1. Auswertung der Verläufe für die Resistanz, Reaktanz, Betrag und Phase von R über die Frequenz \Rightarrow Bestimmung der Eigenfrequenz
2. Auswertung der Verläufe für die Resistanz, Reaktanz, Betrag und Phase von R über den Schalldruckpegel \Rightarrow Bestimmung des Verlaufs von $|R|$ bei Eigenfrequenz
3. Einbau eines einfachen Flammenmodells \Rightarrow Versuch einen stationären Endzustand zu erreichen

Bei dem ersten und zweitem Schritt ist kein Flammenmodell eingebaut.

Zuerst werden die drei Schritte auf das zweite Gitter zu den niedrigen Temperaturen mit der Gitterversion 6 angewendet (siehe Kapitel 4.2.3), nachdem das erste Gitter mit den hohen Temperaturen zu Beginn ein fehlerhaftes Verhalten zeigte. Da im Laufe der Arbeit der Grund für den Abbruch der Simulationen bei dem ersten Gitter gefunden wurde (siehe Kapitel 4.2.2), können die oben genannten Schritte auch auf dieses Gitter angewendet werden. Um den stationären Endzustand zu erreichen, werden mehrere Methoden angewendet, welche im Kapitel 5.4 erklärt werden.

Die gewünschten Verläufe zu $\text{Re}(z)$, $\text{Im}(z)$, $|R|$ und $\angle(R)$ über Frequenzen und den Schalldruckpegel

Um einen stationären Endzustand bei einem eingebauten Flammenmodell zu erreichen, soll der Resonator normal gedämpft sein. Aus diesem Grund wird ein qualitativ gleicher Verlauf für den Betrag von R wie bei einem normal gedämpften Resonator benötigt, denn in diesem

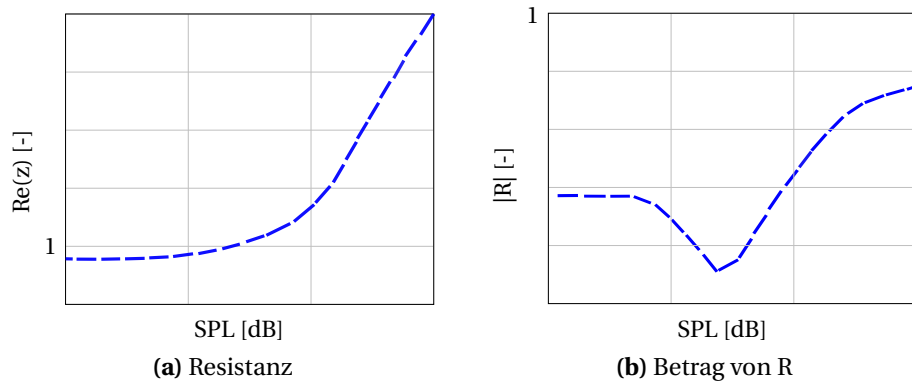


Abbildung 5.1: Veranschaulichung des Verhaltens (a) der Resistanz und (b) des Betrages des Reflexionskoeffizienten über einen Schalldruckpegelbereich bei Eigenfrequenz.

Fall nimmt der Betrag von R für größer werdende Schalldruckpegel ab. Das hat zur Folge, dass der Resonator im nicht linearen Bereich besser dämpft und er somit den Anregungen der f - und g -Welle durch das Flammenmodell entgegen wirken kann. Bei einem bestimmten Zustand hebt sich die Anregung durch die Flamme mit dem Dämpfungsverhalten des Resonators auf, wodurch ein stationärer Endzustand erreicht wird. Das Dämpfungsverhalten wirkt sich auf die Verläufe der Resistanz und der Phase des Reflexionskoeffizienten über die Frequenzen aus. In der Abbildung 5.2 sind die gewünschten Verläufe für die Resistanz, Reaktanz, $|R|$ und $\angle(R)$ über die Frequenz abgebildet. In der Abbildung 5.1 sind die Verläufe für den Betrag von $|R|$ und der Resistanz dargestellt. Bei der folgenden Auswertung werden die Ergebnisse mit den gewünschten Verläufe verglichen und mögliche Abweichungen herausgestellt.

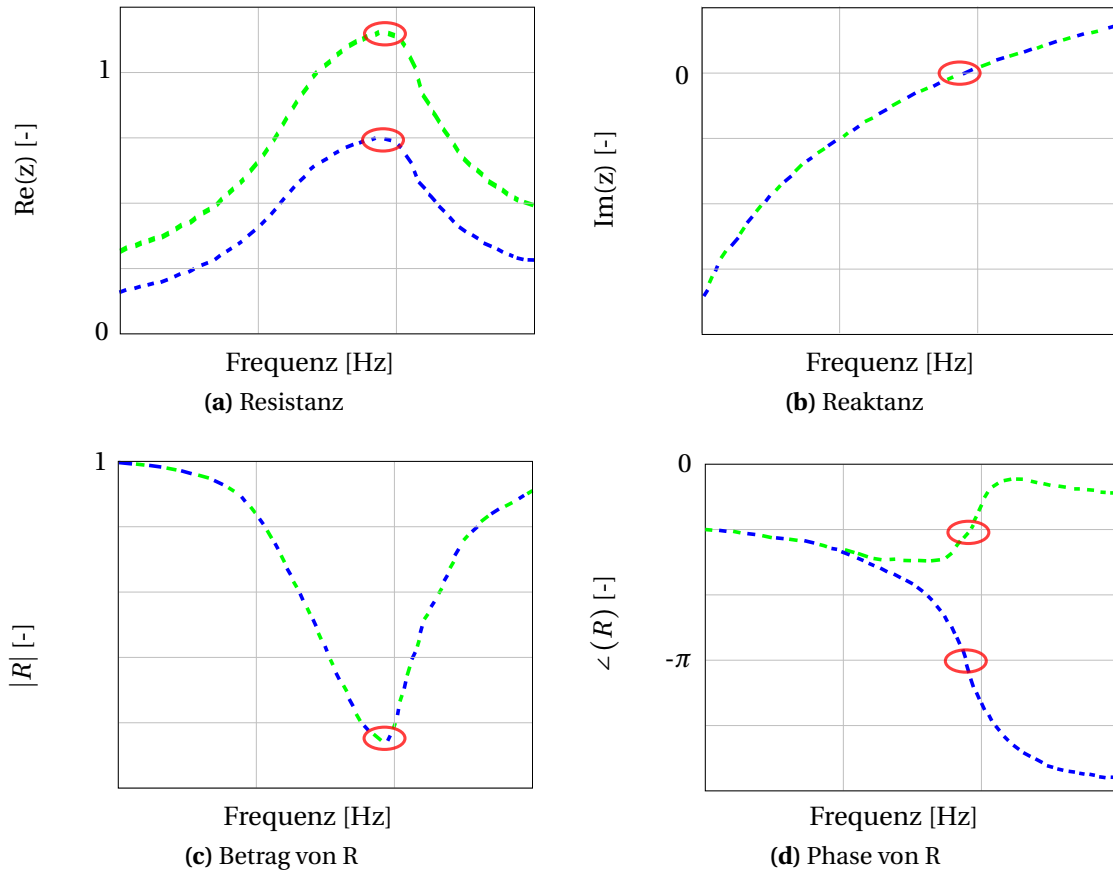


Abbildung 5.2: Veranschaulichung des Verhaltens der (a) Resistanz, (b) Reaktanz, (c) des Betrages des Reflexionskoeffizienten und (d) der Phase des Reflexionskoeffizienten über einen Frequenzbereich: normal gedämpft (- -), stark gedämpft: (- -), Eigenfrequenz ist rot eingekreist.

5.2 Ergebnisse des zweiten Gitters mit niedrigen Temperaturen

5.2.1 Auswertung über die Frequenz

Für die Auswertung der Ergebnisse wird die Gitterversion 6 aus Kapitel 4.2.3 verwendet. Die berechnete Eigenfrequenz liegt bei $f = 395$ Hz, weshalb ein Frequenzbereich von 300 Hz bis 500 Hz für die Auswertung gewählt wird. Die Simulationen werden alle bei dem SPL = 70 dB ausgeführt.

Diskussion der Ergebnisse

In der Abbildung 5.3 sind die Ergebnisse für die Verläufe der Resistanz, Reaktanz, Betrag und Phase des Reflexionskoeffizienten dargestellt. Die Graphen für die Resistanz und den Betrag von R entsprechen den idealen Verläufen von Abbildung 5.2 (a) und (c). Der Imaginärteil der Impedanz zeigt ein deutlich abweichendes Verhalten von dem gewünschten Verlauf (siehe Abbildung 5.2 (b)). Die Phase gleicht dem Verlauf eines stark gedämpften Resonators in der Abbildung 5.2 (d).

Werden die einzelnen Graphen genauer betrachtet, fällt bei der Resistanz auf, dass die Resistanz zum einem ihr Maximum bei der Frequenz $f = 395$ Hz hat und zum anderen, das sie bei dieser Frequenz eins überschreitet. Somit wird der Resonator wahrscheinlich nicht optimal gedämpft sein. Darauf deutet ebenfalls der Verlauf von $\angle(R)$ hin. Zudem scheint die Eigenfrequenz bei $f = 395$ Hz zu liegen.

Der Betrag des Reflexionskoeffizienten hat sein Minimum bei der Frequenz $f = 390$ Hz, wonach diese Frequenz die Eigenfrequenz sein könnte. Das widerspricht sich jedoch mit der Erkenntnis aus dem Graphen der Resistanz, bei dem auf die Eigenfrequenz $f = 395$ Hz angedeutet wird. Daraus folgt, dass keine der beiden Frequenzen die genaue Eigenfrequenzen ist, sondern die Eigenfrequenz zwischen $f = 390$ Hz und $f = 395$ Hz liegt. Für eine genauere Bestimmung der Eigenfrequenz werden weitere Ergebnisse aus Simulationen mit Frequenzen zwischen $f = 390$ Hz und $f = 395$ Hz benötigt, was Bestandteil zukünftiger Arbeiten sein kann. Es wird entschieden, dass die Frequenz $f = 395$ Hz die Eigenfrequenz für weitere Simulationen ist, da sie der berechneten Eigenfrequenz entspricht (siehe Gleichung (2.33)).

Die Reaktanz verläuft nicht wie der ideale Verlauf aus der Abbildung 5.2 (b). Diese Abweichung kann auf die verwendete Gitterauflösung der Gitterversion 6 bezogen werden. Es ist nicht bewiesen, dass das Gitter genaue Ergebnisse liefert, weshalb dadurch die Abweichung zustande kommen kann. Eine weitere Möglichkeit für die Abweichung könnte mit dem Verlauf der Phase von R zusammenhängen. Die Phase des Reflexionskoeffizienten zeigt den Verlauf eines stark gedämpften Resonators, verläuft jedoch nicht in der Nähe der Eigenfrequenz $f = 395$ Hz durch Null. Der gesamte Verlauf ist ungefähr um die Phase $|\angle(R)| \approx 1 \approx \pi/3$ in negative y -Richtung verschoben. Die Verschiebung könnte sich auf die Reaktanz auswirken und somit das abweichende Verhalten hervorrufen. Die Untersuchung des Zusammenhangs wird für weitere Abhandlungen empfohlen. Wird der Verlauf von $\angle(R)$ um $\pi/3$ in positive y -Richtung verschoben, ist der Nulldurchgang zwischen der Frequenz $f = 390$ Hz und $f = 395$

Hz. Das bestätigt wieder, dass die Eigenfrequenz zwischen den beiden Frequenzen liegt. Die Abweichung von der Nulllage deutet wieder auf ein verfälschtes Ergebnis durch die Gitterauflösung hin.

Fazit

Die Verläufe für die Impedanz und den Reflexionskoeffizienten zeigen Unstimmigkeiten zu dem gewünschten Verlauf aus der Abbildung 5.2. Einen Einfluss auf die Ergebnisse hat die Gitterauflösung. Die Gitterauflösung führt zu ungenauen Ergebnissen. Die Eigenfrequenz ist nicht eindeutig bestimmt worden, weshalb eine Annäherung getroffen wird, welche für die Zwecke dieser Arbeit ausreichend ist. Für zukünftige Auswertungen über die Frequenz ist es sinnvoll einen kleineren Bereich, um die berechnete Eigenfrequenz zu betrachten. Dadurch kann genauer die Eigenfrequenz bestimmt werden. Der Resonator ist stark gedämpft. Das wird durch den Verlauf von $\angle(R)$ und der Resistanz ersichtlich.

Anmerkung der Simulationsdauer

Für die Simulationsdauer sollte beachtet werden, dass bei Frequenzen, die nicht der Eigenfrequenz entsprechen, die Einschwingzeit verhältnismäßig geringer ist als die Einschwingzeit bei der Eigenfrequenz. Das liegt daran, dass der Resonator bei Eigenfrequenz am Effizientesten funktioniert. Wird das System aus Brennkammer und Resonator bei Frequenzen, die von der Eigenfrequenz abweichen, angeregt, wirkt der Resonator ähnlich wie eine harte Wand (siehe Kapitel 2.3.1). Dadurch werden die Wellen mit geringer Dissipation reflektiert. Der Einschwingbereich wird verringert. Je mehr die Frequenz von der Eigenfrequenz abweicht, desto kürzer wird die Einschwingzeit. Das kann für die Länge der Simulationsdauer berücksichtigt werden.

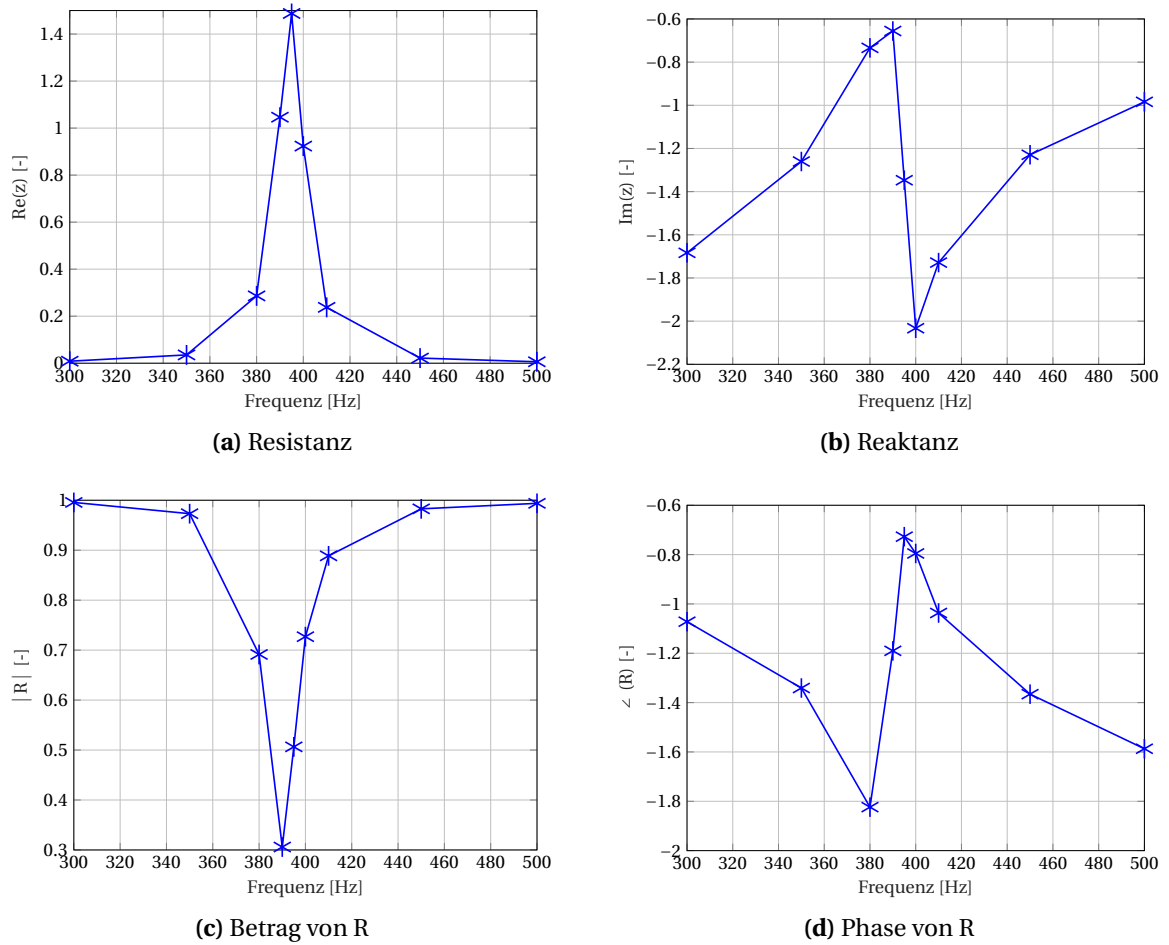


Abbildung 5.3: Ergebnisse für die (a) Resistanz, (b) Reaktanz, (c) Betrag und (d) Phase von R für die Gitterversion 6 bei $\text{SPL} = 70$ dB.

5.2.2 Auswertung über den Schalldruckpegel

Nachdem im ersten Schritt eine Annäherung für die Eigenfrequenz getroffen wurde, kann bei dieser Eigenfrequenz im zweiten Schritt der gesuchte Verlauf des Betrages des Reflexionskoeffizienten über die Schalldruckpegel bestimmt werden.

Diskussion der Ergebnisse

Die Simulationen werden jeweils bei drei verschiedenen Frequenzen ausgewertet. Die verwendete Eigenfrequenz ist nicht die exakte Eigenfrequenz. Aus diesem Grund werden ebenfalls die nächstliegenden Frequenzen $f = 390$ Hz und $f = 400$ Hz untersucht. Darüber hinaus werden auch Simulationen zu den jeweiligen drei Frequenzen $f = 390$ Hz, $f = 395$ Hz und $f = 400$ Hz zu der Gitterversion 1 und der Gitterversion 6 (siehe Kapitel 4.2.3) ausgeführt. Es werden zwei Gitter betrachtet, um den Einfluss der Gitterauflösung nochmal genauer zu betrachten. In der Abbildung 5.3 ist die Resistanz, Reaktanz, $|R|$ und $\angle(R)$ jeweils für die Frequenzen $f = 390$ Hz, $f = 395$ Hz sowie $f = 400$ Hz bezogen auf die Gitterversion 1 und Gitterversion 6 dargestellt.

Vergleich der Ergebnisse der Gitterversion 1 mit der Gitterversion 6

Im Kapitel 4.2.3 wurde bereits darauf eingegangen, dass die Werte vom Gitter 1 deutlich von den Werten des Gitters 6 abweichen. Das spiegelt sich durch die Abweichungen der Graphen in der Abbildung 5.3 wider. Das abweichende Verhalten bleibt bei größer werdende Schalldruckpegel erhalten. Näheres zu der Abweichung wird im Folgenden erläutert.

Vergleich der Ergebnisse beider Gitter mit dem idealen Verlauf

Die Ergebnisse werden darauf untersucht, wie sie mit dem gewünschten Verlauf übereinstimmen. In Kapitel 5.2.1 ist bereits festgestellt worden, dass der Resonator stark gedämpft ist und somit der Verlauf von $|R|$ wahrscheinlich nicht dem gewünschten Verlauf entspricht. Für beide Gitterversionen zeichnet sich das stark gedämpfte Verhalten für alle drei untersuchten Frequenzen beim Verlauf von $|R|$ ab.

Die Phase vom Reflexionskoeffizienten ist für alle Frequenzen negativ und bleibt bei jeder Frequenz im linearen Bereich konstant. Ab dem Schalldruckpegel, bei dem die nicht linearen Effekte wirken, ändert sich die Phase. Bei der Gitterversion 6 ist die relative Phasenverschiebung größer als bei der Gitterversion 1. Die Abweichung resultiert aus der unterschiedlichen Gitterverfeinerung.

Bei der Resistanz wird erwartet, dass sie für alle Frequenzen größer eins ist, da der Resonator stark gedämpft ist. Aus dem Verlauf der Resistanz über Frequenzen (siehe Abbildung 5.2 (a)) ist ersichtlich, dass bei dem stark gedämpften Fall die Resistanz größer eins ist. Das ist jedoch nicht bei jeder Frequenz zu beobachten. Während bei einer Frequenz, beispielhaft $f = 400$ Hz bei der ungenauen Gitterversion 1 die Resistanz größer eins ist, ist sie bei der genaueren Gitterversion 6 kleiner eins. Das Verhalten ist bei allen drei Frequenzen zu erkennen (siehe Abbildung 5.4 (a)). Das deutet wieder auf verfälschte Ergebnisse hin. Die Bedeutung ei-

nes genauen Gitters wird hierdurch besonders deutlich. Je nachdem wie die Gitterauflösung gewählt ist, kann der Resonator normal oder stark gedämpft sein. Aus diesem Grund sollte für die Auswertung ein Gitter mit Unabhängig gewählt werden.

Die Reaktanz verläuft ähnlich wie die Phase des Reflexionskoeffizienten. Bis auf eine Ausnahme ist der Verlauf der Reaktanz im linearen Bereich konstant und nimmt für große Schalldruckpegel zu. Bei der Frequenz $f = 395$ Hz ist beispielhaft für die Gitterversion 6 eine Phasenverschiebung von null erwartet, was daraus resultiert, dass bei einem stark gedämpften Resonator die Phasenverschiebung bei der Eigenfrequenz null ist. Die gezeigte Phasenverschiebung ist deutlich ungleich null. Ein Grund hierfür kann die falsche Gitterauflösung sein. Ein weiterer Grund ist, dass die Frequenz $f = 395$ Hz nicht die exakte Eigenfrequenz ist, wodurch eine Phasenverschiebung von null nicht erreicht werden kann. Hier wird der Einfluss einer Annäherung bei der Eigenfrequenz deutlich. Die Änderung der Reaktanz deutet ebenfalls wieder auf eine falsche Gitterauflösung hin.

Fazit

Die Gitterauflösung hat einen Einfluss auf die Richtigkeit der Werte. Durch eine falsche Gitterauflösung können die Ergebnisse sehr verfälscht werden. Deshalb ist eine genaue Untersuchung des Gitters auf Unabhängigkeit essentiell für die Ergebnisauswertung. Der Resonator ist stark gedämpft. Das wird durch die Zunahme des Betrages vom Reflexionskoeffizienten ersichtlich

5.2 Ergebnisse des zweiten Gitters mit niedrigen Temperaturen

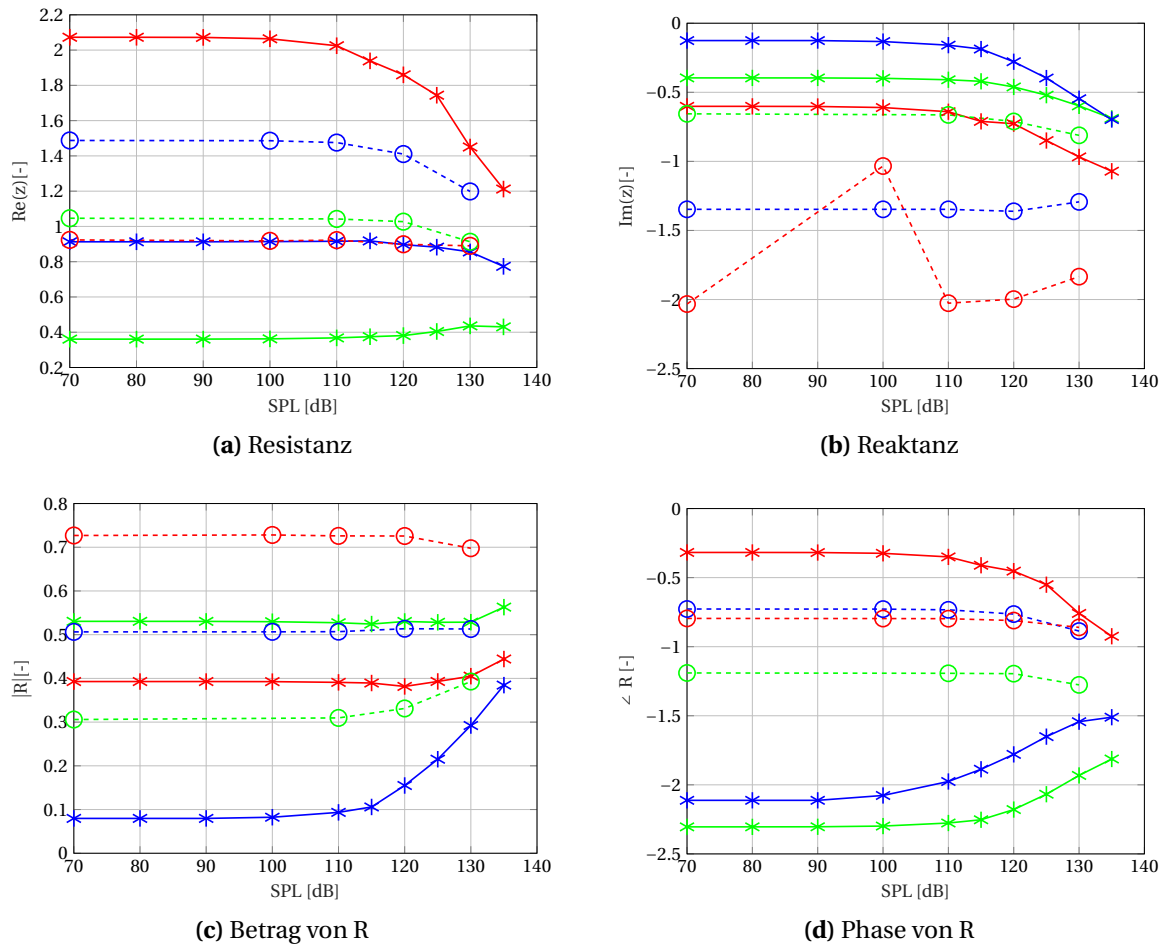


Abbildung 5.4: Ergebnisse für die (a) Resistanz, (b) Reaktanz, (c) Betrag und (d) Phase von R : $f = 390$ Hz (—), $f = 395$ Hz (—), $f = 400$ Hz (—), Gitterversion 1 (-*-) und Gitterversion 6 (-o-).

5.3 Ergebnisse des ersten Gitters mit hohen Temperaturen

5.3.1 Auswertung über die Frequenz

Bei dem ersten Gitter wird ein Frequenzbereich um die Frequenz $f = 4700$ Hz betrachtet, die beim originalen Gitter die Eigenfrequenz ist [4]. In Kapitel 4.2.2 ist bereits gezeigt worden, dass bei der verwendeten Gitterauflösung die Ergebnisse von den Ergebnissen aus dem originalen Gitter abweichen. Das ist auf die ungenaue Gitterauflösung zurückzuführen. Die ungenaue Gitterauflösung hat einen Einfluss auf die Auflösung der Grenzschicht. Die Grenzschicht ist wahrscheinlich nicht ausreichend fein aufgelöst, was zu verfälschten Ergebnissen führen kann. Durch eine ungenaue Gitterauflösung kann sich die Eigenfrequenz verschieben, weshalb nicht mehr sicher gestellt ist, dass die Frequenz $f = 4700$ Hz die Eigenfrequenz ist. Aus diesem Grund wird die Eigenfrequenz durch eine Betrachtung des Resonators im Frequenzbereich bestimmt. Es wird ein relativ kleiner Bereich um die Frequenz $f = 4700$ Hz gewählt. Dies folgt der Erkenntnis aus dem zweiten Gitter, der Frequenzbereich um die Eigenfrequenz sollte enger gewählt werden. Der Schalldruckpegel wird auf 70 dB gewählt.

Diskussion der Ergebnisse

Die Abbildung 5.5 zeigt die Resistanz, Reaktanz, den Betrag von R und die Phase von R . Der Verlauf von R zeigt bei den Frequenzen $f = 4600$ Hz und $f = 4800$ Hz eine Annäherung an eins. Das liegt daran, dass der Resonator bei Eigenfrequenz am besten dämpft und bei Frequenzen weiter entfernt von der Eigenfrequenz ähnlich wie eine Wand wirkt. Der Verlauf hat sein Minimum bei $f = 4694$ Hz. Dieser minimale Wert weicht jedoch kaum von dem Dämpfungskoeffizienten bei $f = 4700$ Hz ab. Somit wird für diese vorliegende Arbeit die Frequenz $f = 4700$ Hz als Eigenfrequenz angenommen. Genauer betrachtet sollte davon ausgegangen werden, dass die Eigenfrequenz zwischen der Frequenz $f = 4688$ Hz und $f = 4694$ Hz liegt. Das folgt aus dem Phasenverlauf des Reflexionskoeffizienten. Der Verlauf deutet auf einen normal gedämpften Resonator hin. Somit ist bei der Eigenfrequenz die Phasenverschiebung $-\pi$. Der Graph läuft durch $-\pi$ zwischen der Frequenz $f = 4688$ Hz und $f = 4694$ Hz. Dies bestätigt die Annahme. Die Frequenz $f = 4700$ Hz wird im Folgenden als Eigenfrequenz betrachtet.

In der Nähe der Frequenz $f = 4694$ Hz durchläuft die Reaktanz den Nulldurchgang, das wieder für eine Eigenfrequenz bei $f = 4694$ Hz spricht. Die Reaktanz stimmt qualitativ bis auf eine Ausnahme bei $f = 4750$ Hz mit dem idealen Verlauf überein (siehe Abbildung 5.2 (b)). Der Ausschlag bei $f = 4750$ Hz kann auf die ungenaue Gitterauflösung zurückgeführt werden.

Die Resistanz zeichnet ein komplett anderes Bild ab als der ideale Verlauf (siehe Abbildung 5.2 (a)). Nach dem idealen Verlauf sollte die Resistanz in der Nähe der Frequenzen $f = 4688$ Hz, $f = 4694$ Hz und $f = 4700$ Hz ein Maximum haben. Das Maximum sollte zudem unter eins liegen, weil der Resonator normal gedämpft ist. Jedoch weicht der Verlauf davon deutlich ab, er nimmt konstant zu. Ein Grund hierfür ist die ungenaue Gitterauflösung des verwendeten Gitters.

5.3 Ergebnisse des ersten Gitters mit hohen Temperaturen

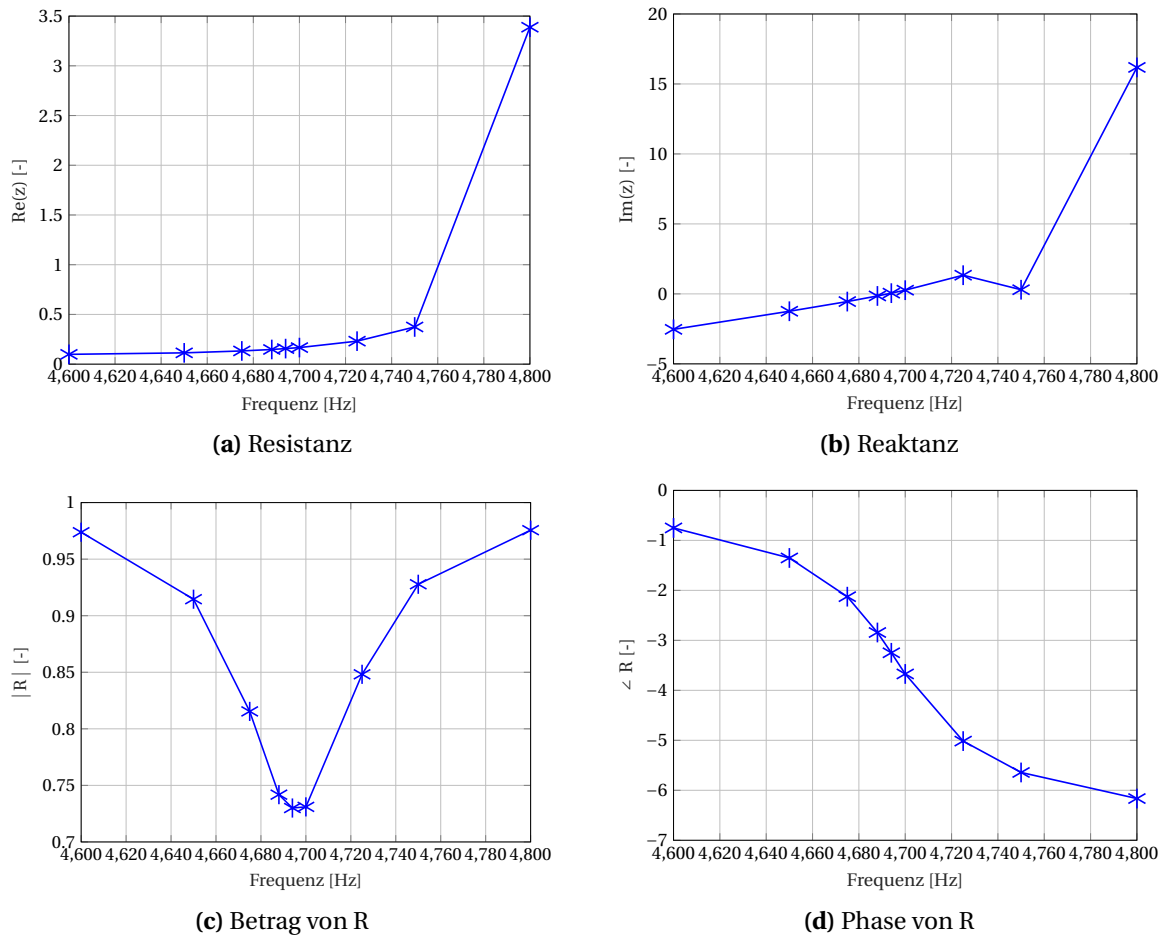


Abbildung 5.5: Ergebnisse für die (a) Resistanz, (b) Reaktanz, (c) Betrag und (d) Phase von R für das erste Gitter bei SPL = 70 dB.

Fazit

Die Auswertung hat gezeigt, dass es schwer ist die genaue Eigenfrequenz zu ermitteln. Der Bereich der Eigenfrequenz ist ein sehr kleiner Wertebereich. Die Untersuchung des gewählten Wertebereichs um $f = 4700$ Hz hat in dieser Arbeit nicht zur eindeutigen Ermittlung der Eigenfrequenz geführt. Um dennoch die Eigenfrequenz zu finden, sollten weitere Frequenzen, die zwischen $f = 4688$ Hz und $f = 4694$ Hz liegen, ausgewertet werden. Da für diese Arbeit nicht der genaue Wert entscheiden ist, wird wieder eine Annäherung für die Eigenfrequenz getroffen. Der Resonator ist normal gedämpft. Die ungenaue Gitterauflösung hat einen Einfluss auf die Ergebnisse, wie beim Verlauf der Resistanz ersichtlich wird.

5.3.2 Simulationen über den Schalldruckpegel

Die Simulationen werden bei der Frequenz $f = 4700$ Hz über einen Schalldruckpegel ausgeführt. Die Ergebnisse sind in der Abbildung 5.6 dargestellt.

Diskussion der Ergebnisse

Im Kapitel 5.3.1 ist bereits bei der Auswertung für die Frequenzen vermutet worden, dass der Resonator normal gedämpft ist. Das bestätigt sich durch den Verlauf des Betrags von R , da der Resonator bei größer werdenden Frequenzen sein Dämpfungsverhalten verbessert (siehe Abbildung 5.6 (c)). Für die Schalldruckpegeln $\text{SPL} = 70$ dB bis ungefähr $\text{SPL} = 110$ dB bleibt der Betrag konstant. Aus diesem Grund würde es auch genügen, die Simulationen zu den Schalldruckpegeln $\text{SPL} = 70$ dB, $\text{SPL} = 90$ dB und $\text{SPL} = 110$ dB zu untersuchen, anstatt von 70 dB aufwärts im Zehnerschritt vorzugehen. Ab ungefähr dem Schalldruckpegel $\text{SPL} = 110$ dB haben die nicht linearen Effekte einen Einfluss. Der Betrag von R nimmt von $\text{SPL} = 110$ dB bis zu dem $\text{SPL} = 155$ dB ab. Nach diesem Schalldruckpegel ist zu erwarten, dass der Betrag von R wieder zunimmt. Der Graph entspricht dem gewünschten Verlauf (siehe 5.1).

Die Phase des Reflexionskoeffizienten bleibt nahezu konstant, bis auf einen Ausschlag bei $\text{SPL} = 135$ dB und bei dem $\text{SPL} = 155$ dB. Da die Frequenz $f = 4700$ Hz nicht die genaue Eigenfrequenz ist, weicht der konstante Wert von $-\pi$ ab, der bei der genauen Eigenfrequenz zu erwarten ist (siehe Abbildung 5.1 (d), die Phase $\angle(R)$ ist um 2π verschoben). Der relativ große Ausschlag bei $\text{SPL} = 155$ dB deutet daraufhin, dass die Ergebnisse bei $\text{SPL} = 155$ dB wahrscheinlich einer Unregelmäßigkeit unterliegen, weswegen sie für spätere Auswertungen ausgeklammert werden. Der Ausschlag bei $\text{SPL} = 135$ dB ist verhältnismäßig gering.

Dennoch wirkt sich dieser Ausschlag auf die Reaktanz aus, da die Reaktanz bei dem Schalldruckpegel $\text{SPL} = 135$ dB einen Ausschlag hat. Die Reaktanz ist für die Schalldruckpegel von $\text{SPL} = 70$ dB bis $\text{SPL} = 120$ dB konstant und hat danach einen Ausschlag nach oben. Die relative starke Abweichung des Wertes für die Reaktanz bei $\text{SPL} = 155$ dB spricht wieder dafür, dass der Wert nicht betrachtet werden soll. Das resultiert wahrscheinlich daraus, dass die Simulation kurz nach dem $\text{SPL} = 155$ dB abbricht und somit schon bei dem Schalldruckpegel $\text{SPL} = 155$ dB Unregelmäßigkeiten bei den f - und g -Wellen auftreten. Die Reaktanz weicht von der Null ab, da die Frequenz $f = 4700$ Hz nicht die exakte Eigenfrequenz ist.

Die Resistanz entspricht dem idealen Verlauf aus der Abbildung 5.1 (a). Während der Betrag von R konstant ist, ist auch die Resistanz konstant. Für kleiner werdende Werte von $|R|$, also für größer werdende Schalldruckpegel, nimmt die Resistanz zu und läuft in Richtung eins. Für Schalldruckpegel, die größer als $\text{SPL} = 155$ dB sind, ist zu erwarten, dass die Resistanz eins überschreitet, da ab diesem Schalldruckpegel der Betrag des Reflexionskoeffizienten wieder zunimmt.

5.3 Ergebnisse des ersten Gitters mit hohen Temperaturen

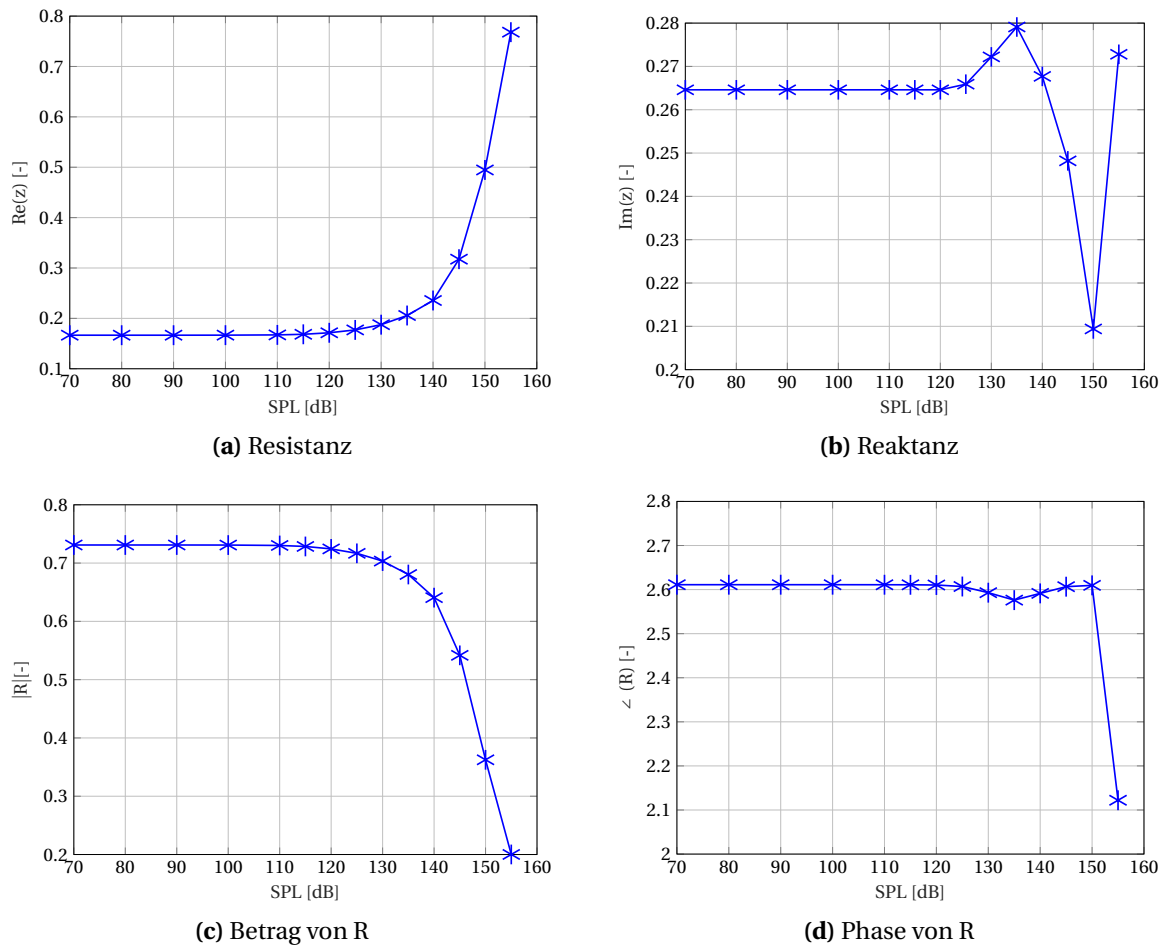


Abbildung 5.6: Ergebnisse für die (a) Resistanz, (b) Reaktanz, (c) Betrag und (d) Phase von R für das erste Gitter mit den hohen Temperaturen bei $f = 4700$ Hz.

Fazit

Der Resonator ist normal gedämpft, was durch die Abnahme von $|R|$ bei höheren Schalldruckpegel bestätigt wird. Die Werte für den SPL = 155 dB werden durch ihr stark abweichendes Verhalten nicht weiter berücksichtigt. Der Einfluss der Näherung bei der Eigenfrequenz wird z.B. bei dem Verlauf der Reaktanz deutlich, da diese bei der Eigenfrequenz nicht durch Null verläuft.

5.4 Einbau eines Flammenmodells

5.4.1 Allgemeines zum Flammenmodell

Im dritten Schritt wird eine einfache Flamme mit einem skalaren Verstärkungsfaktor über ein Zustandsraummodell eingebunden. Das Zustandsraummodell wird mithilfe von Simulink [17], taX [18] und Matlab erstellt. In der Abbildung 5.7 ist eine Prinzipskizze zur Anbindung des Zustandsraummodells mit der Bemaßung der Brennkammer im Zustandsraummodell und in OpenFOAM abgebildet.

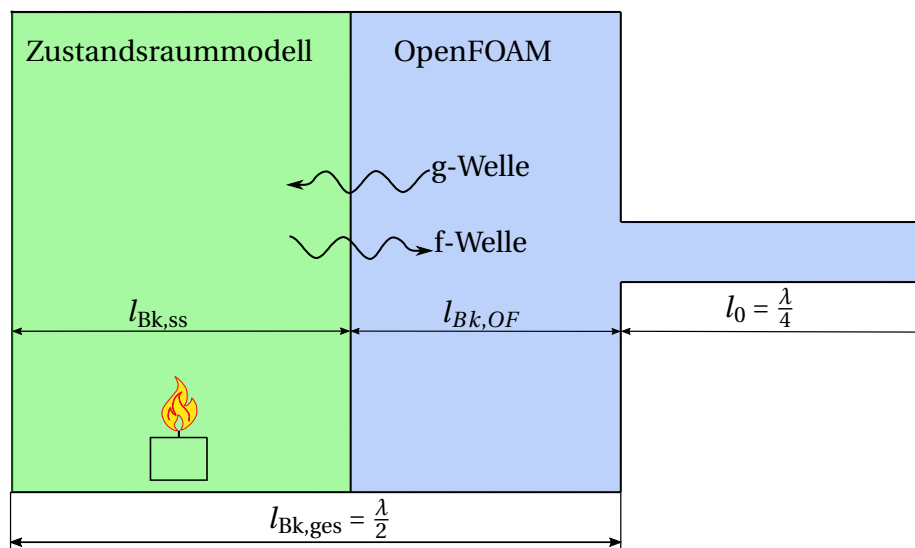


Abbildung 5.7: Systematischer Aufbau der Anbindung des Zustandsraummodells.

Die Brennkammer aus OpenFOAM, in der Abbildung 5.7 blau eingefärbt, wird um ein Zustandsraummodell ergänzt, sodass die gesamte Länge der Brennkammer die Hälfte einer Wellenlänge ist. Somit ist die Länge der Brennkammer im Zustandsraummodells $l_{Bk,ss}$ (engl. **state-space**) die Differenz aus der Länge der Brennkammer in OpenFOAM $l_{Bk,OF}$ und der gesamten Länge der Brennkammer $l_{Bk,ges} = \lambda/2$.

$$\Delta l = \lambda/2 - l_{Bk,OF} \quad (5.1)$$

Bei der Einbindung des Zustandsraummodells ist zu beachten, dass das Modell über eine .dat-Datei in das Modell aus OpenFOAM eingebunden wird. Die .dat-Datei enthält die Matrizen aus den Gleichungen (3.4) und (3.5). Die Länge der Brennkammer in OpenFOAM bleibt unverändert.

Stationärer Endzustand über |R|

Ziel ist es, einen stationären Endzustand zu erreichen. Die Amplituden der f- und g-Wellen sollen trotz der zusätzlichen Anregung durch das Flammenmodell gegen einen Endwert konvergieren. Gestartet wird die Simulation mit einer f-Welle, die eine kleine Amplitude (z.B. SPL

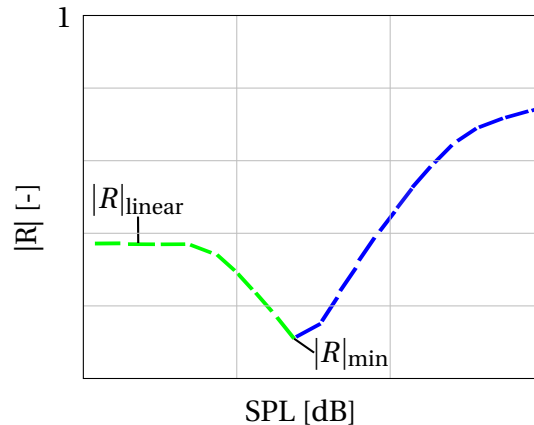


Abbildung 5.8: Veranschaulichung des Wählbereichs vom Reflexionskoeffizienten R_{ss} .

= 30 dB) hat. Die f-Welle wird wie im ersten und zweiten Schritt am Eingang der Brennkammer in OpenFOAM eingespeist und durchläuft anschließend, bezogen auf die Abbildung 5.7, nach rechts bis zum Ende des Resonators bzw. bis zu den vertikalen harten Wänden der Brennkammer. Hier wird sie reflektiert und kommt als g-Welle wieder zurück zum Eingang der Brennkammer in OpenFOAM. Im das Zustandsraummodell durchläuft die g-Welle die restliche Brennkammer mit der Länge $l_{Bk,ss}$ und erfährt einen Stoß durch das Flammenmodell. Der Stoß wird durch einen skalaren Reflexionskoeffizienten R_{ss} realisiert. Der Reflexionskoeffizient wird nach dem Reflexionskoeffizienten des Resonators $|R|$ ausgerichtet und ist dessen Kehrwert:

$$R_{ss} = \frac{1}{|R|} \quad (5.2)$$

Schwingen beispielhaft die f- und g-Wellen im eingeschwungenen Zustand mit dem Schalldruckpegel 30 dB durch die Brennkammer und wird im Zustandsraummodell der Reflexionskoeffizient $R_{ss} = 1/|R|_{30 \text{ dB}}$ ($|R|_{30 \text{ dB}}$ ist $|R|$ bei SPL = 30 dB) gewählt, wird im Zustandsraummodell die Amplitude der Wellen so weit erhöht wie der Resonator in OpenFOAM dämpfen kann. In diesem Fall bleiben die Wellen im eingeschwungenen Zustand. Die Amplituden bleiben konstant. Wird jedoch der Reflexionskoeffizient R_{ss} größer gewählt, erfahren die Wellen einen größeren Impuls im Zustandsraummodell, der vom Resonator nicht mehr vollständig gedämpft werden kann. Dadurch steigt die Amplitude der Wellen exponentiell an. Durch den Anstieg der Amplitude nimmt der Schalldruckpegel zu. Um einen stationären Endzustand zu erreichen, soll der Resonator trotz der steigenden Amplituden einen Zustand finden, in dem er die gleiche Dämpfungswirkung hat wie das Zustandsraummodell als Anregungswirkung hat. Andererseits steigen die Amplituden der Wellen weiterhin an, was in der Realität zu einer Zerstörung der Brennkammer führen kann. Aus diesem Grund ist ein abnehmender Verlauf des Betrages vom Reflexionskoeffizienten bei höheren Amplituden gewünscht, da trotz steigender Amplituden der Resonator besser dämpfen kann. Der Reflexionskoeffizient R_{ss} wird deshalb zwischen $1/|R|_{\text{linear}}$ und $1/|R|_{\text{min}}$ gewählt, also zwischen dem Bereich, bei dem Betrag von R konstant ist ($|R|_{\text{linear}}$) und bis zu seinem Minimum ($|R|_{\text{min}}$), bei dem der Resonator das größte Dämpfungsvermögen erreicht (siehe Abbildung 5.8 grüne Linie).

Des Weiteren wird nach jeder Periode eine neue f-Welle in OpenFOAM generiert, die in das CFD-Modell eingespeist wird. Dadurch erfährt die f-Welle eine zusätzliche lineare Anregung. Dies wird bei der Wahl der Anregungsamplitude berücksichtigt. Wird die Anregungsamplitude zu hoch gewählt, können die Wellen schon zu Beginn zu stark angeregt werden, wodurch kein Endzustand erreicht werden kann. Eine Voraussetzung hierfür ist, dass die f- und g-Wellen in Phase sind.

5.4.2 Flammenmodell beim zweiten Gitter mit niedrigen Temperaturen

Stationärer Endzustand über $|R|$

Das erklärte Vorgehen im Kapitel 5.4 setzt voraus, dass der Betrag des Reflexionskoeffizienten über die Schalldruckpegel abnimmt. Beim zweiten Gitter ist jedoch keine eindeutige Abnahme beim Verlauf von $|R|$ beobachtbar (siehe Abbildung 5.3 (c)). Das erschwert das Finden eines stationären Endzustandes. Bei der Gitterversion 1 kann bei der Frequenz $f = 400$ Hz eine schwache Abnahme im Verlauf vom Betrag des Reflexionskoeffizienten beobachtet werden. Der Verlauf ist in der Abbildung 5.9 vergrößert dargestellt. Darin ist zu erkennen, dass die Abschwächung sehr gering ist, wodurch es schwer ist, über die Abnahme von $|R|$ einen stationären Endzustand zu erreichen.

In der Tabelle 5.1 sind die Längen der Brennkammer gegeben sowie der Betrag von R bei 70 dB, also vom linearen Bereich und bei 120 dB, bei dem $|R|$ sein Minimum annimmt. Zu diesen beiden Werten ist jeweils der Reflexionskoeffizient R_{ss} berechnet.

Zunächst wird mit dem Schalldruckpegel $SPL = 70$ dB und $R_{ss,1} = 2.600$ angeregt. Bei dieser Konfiguration bricht die Simulation ab. Das bedeutet, dass die f- und g-Wellen zu hohe Amplituden bekommen und sie nicht gedämpft werden. Ein Grund hierfür könnte sein, dass durch den Schalldruckpegel $SPL = 70$ dB zu hohe Anregungsamplituden erzeugt werden. Ein weiterer Grund für den Abbruch könnte sein, dass der Reflexionskoeffizient $R_{ss,1}$ zu hoch gewählt ist. Daraus resultiert, dass entweder der Reflexionskoeffizient oder die Anregungsamplitude niedriger gesetzt werden sollte. Es wird zuerst die Anregungsamplitude mit $SPL = 30$ dB herabgesetzt. Bei einem Schalldruckpegel von 30 dB bricht die Simulation wieder ab aufgrund eines starkem Anstieg der Amplituden der f- und g-Wellen (siehe Tabelle 5.2).

Als nächster Schritt wird der Reflexionskoeffizient auf $R_{ss,2} = 2.5458$ gesetzt. Der Schalldruckpegel liegt bei 70 dB. Das ist der Reflexionskoeffizient im Zustandsraummodell bei dem der Kehrwert der Betrag von $|R|$ bei 70 dB ist (siehe Tabelle 5.1). Hier ist zu erwarten, dass die Amplituden der f- und g-Welle nicht ansteigt. Jedoch wird kein stationärer Endzustand erreicht, da die Amplituden exponentiell ohne Dämpfung anwachsen. Der Wachstum der Wellen kann auf numerische Fehler zurück geführt werden. Der Schalldruckpegel wird im Anschluss bei gleichem R_{ss} auf $SPL = 30$ dB gesetzt und es wird erneut kein stationärer Endzustand erreicht. Für den Fall mit $SPL = 30$ dB und $R_{ss,2} = 2.5458$ ist in der Abbildung 5.10 der Verlauf der f-Welle über die Zeit gegeben. Die Amplitude wächst über die Zeit exponentiell an und wird nicht gedämpft. Die f-Welle überschreitet ungefähr bei $t = 0.04$ s die Amplitude der f-Welle aus dem Zustand ohne Flammenmodell. Die Amplitude beträgt bei dem Fall ohne Flammenmodell

λ	868.86	[m]		
$l_{\text{Bk,ges}}$	434.43	[mm]		
$l_{\text{Bk,OF}}$	100	[mm]		
$l_{\text{Bk,ss}}$	329.04	[mm]		
$ R _{70 \text{ dB}}$	0.3928	[-]	$R_{\text{ss},70 \text{ dB}}$	2.5458
$ R _{120 \text{ dB}}$	0.3816	[-]	$R_{\text{ss},120 \text{ dB}}$	2.6205

Tabelle 5.1: Auflistung der Wellenlänge, der Länge der Brennkammer und der Reflexionskoeffizienten

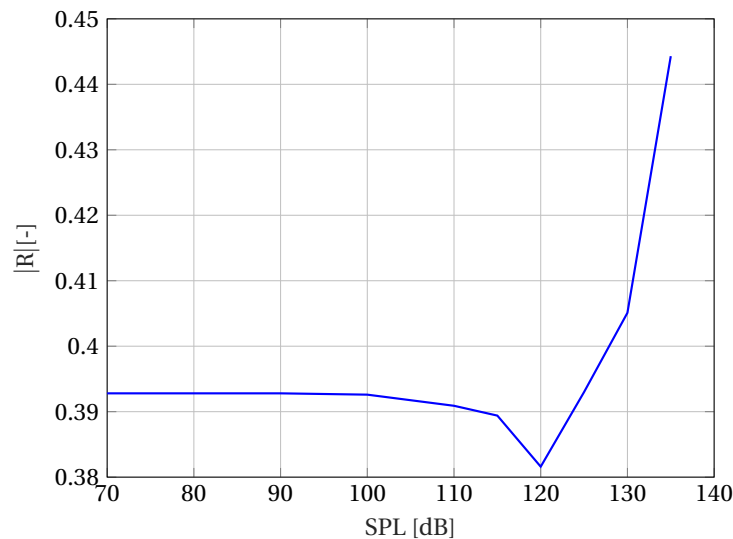


Abbildung 5.9: Veranschaulichung der geringen Abschwächung von $|R|$ für die Gitterversion 1 bei der Frequenz $f = 400 \text{ Hz}$.

ungefähr $A = 0.07 \text{ m}$. Ab dem Zeitpunkt, an dem die f -Welle in der Abbildung 5.10 diese Amplitude überschreitet, kann kein stationärer Endzustand mehr erwartet werden.

Nachdem die beiden Konfigurationen nicht funktioniert haben, wird ein Reflexionskoeffizient mit $R_{\text{ss},3} = 2.500$ gewählt. $R_{\text{ss},3}$ ist kleiner als $R_{\text{ss},2}$, wodurch die Amplituden der Wellen über die Zeit gedämpft werden sollen. Doch auch bei dieser Einstellung wird sowohl bei dem $\text{SPL} = 70 \text{ dB}$ als auch bei $\text{SPL} = 30 \text{ dB}$ kein stationärer Endzustand erreicht (siehe Tabelle 5.2).

Fazit

Wie anfangs vermutet, zeigt sich eine erhöhte Problemstellung, über die geringe Abschwächung im Verlauf von $|R|$ aus der Abbildung 5.9 einen stationären Endzustand zu erreichen. Der Schalldruckpegel $\text{SPL} = 30 \text{ dB}$ könnte bei allen drei Konfigurationen zu hoch für eine Anregung sein. Für die Durchführung weiterführender Arbeiten wird vorgeschlagen einen nied-

	$R_{ss,1} = 2.6000$	$R_{ss,2} = 2.5458$	$R_{ss,3} = 2.5000$
70 dB	✗	✗	✗
30 dB	✗	✗	✗

Tabelle 5.2: Auflistung des Abbruchverhalten bei verschiedenen Reflexionskoeffizienten mit zwei Anregungsamplituden SPL = 70 dB und SPL = 30 dB, Abbruch: ✗

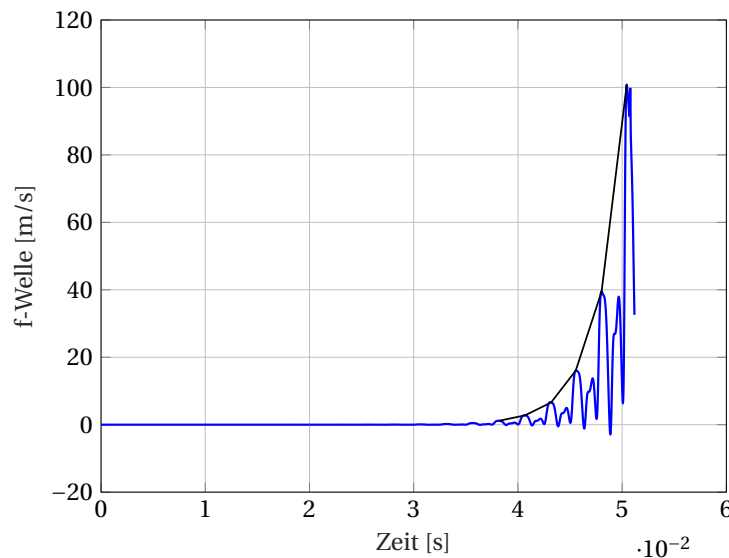


Abbildung 5.10: Verlauf der f-Welle am Eingang der Brennkammer mit $R_{ss} = 2.5458$ und SPL = 30 dB.

rigeren Schalldruckpegel anzulegen. Dies ist nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit, in der im Weiteren der Einfluss der Phasenverschiebung betrachtet wird. Die Phasenverschiebung zwischen der f- und g-Welle ist bis zu diesem Zeitpunkt nicht berücksichtigt worden. Diese beträgt im linearen Bereich bei der Frequenz $f = 400 \text{ Hz}$ $\angle(R) = -0.3178$. Dies bedeutet, dass die f- und g-Welle nicht in Phase sind, was jedoch vorausgesetzt wird. Die Phasenverschiebung kann durch eine Veränderung der Brennkammerlänge beeinflusst werden.

Stationärer Endzustand über $\angle(R)$

Allgemeines zu der Phasenverschiebung

Für den stationären Endzustand sollen die f- und g-Wellen in Phase sein. In der Abbildung 5.12 (a) ist eine f- und g-Welle ohne Phasenverschiebung in der Brennkammer abgebildet. Wird die f-Welle an der Wand reflektiert, sind die f- und g-Wellen in Phase. Eine Phasenverschiebung bewirkt, dass die g-Welle verschoben wird. Bei einer negativen Phasenverschiebung wird die g-Welle in positive x-Richtung verschoben (siehe Abbildung 5.12 (b)). Die Brennkammer muss um die Hälfte der Länge der Phasenverschiebung Δx verlängert werden, damit

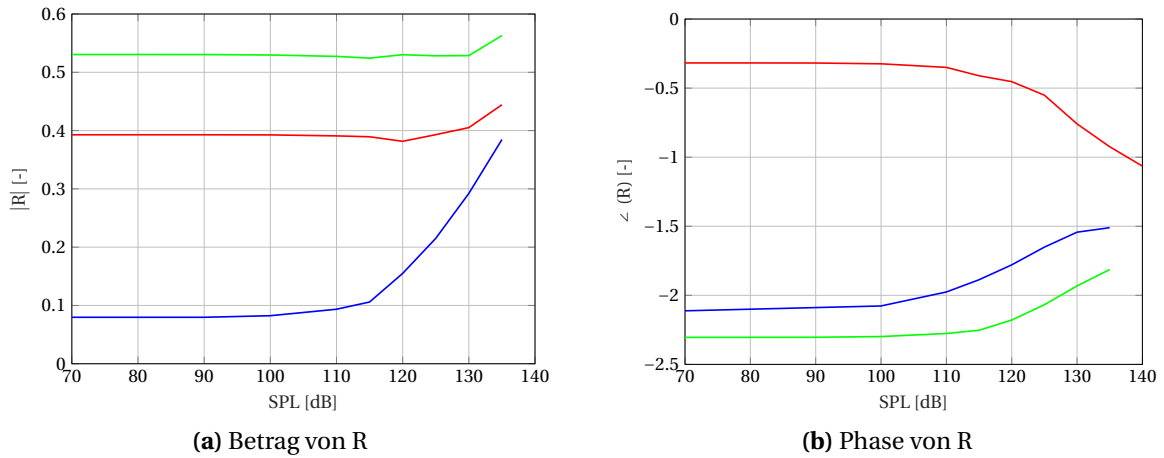


Abbildung 5.11: Betrag und Phase des Reflexionskoeffizienten bei der Gitterversion 1: $f = 390$ Hz (—), $f = 395$ Hz (—) und $f = 400$ Hz (—).

die f- und g-Welle wieder in Phase sind (siehe Abbildung 5.12 (b)). Δx ist die Strecke, um die die g-Welle nach in positive x-Richtung verschoben ist. Die Verschiebung der Brennkammerlänge Δl_{Bk} ist somit die Hälfte von Δx . Eine positive Phasenverschiebung kann entsprechend über eine Verschiebung um 2π wie eine negative Phasenverschiebung behandelt werden.

$$\Delta x = \frac{\frac{\lambda}{2} \cdot |\angle(R)|}{\pi} \Rightarrow \Delta l_{\text{Bk}} = \frac{\Delta x}{2} = \frac{\lambda \cdot |\angle(R)|}{4 \cdot \pi} \quad (5.3)$$

$$l_{\text{Bk, neu}} = l_{\text{Bk}} + \Delta l_{\text{Bk}} \quad (5.4)$$

Idee

In der Abbildung 5.11 ist der Betrag und die Phase des Reflexionskoeffizienten dargestellt. Es fällt auf, dass für Frequenzen wie $f = 400$ Hz die Phasenverschiebung negativ und nicht konstant ist. Daraus ist anzunehmen, dass für größere Schalldruckpegel sich die Frequenz $f = 400$ Hz durch die Phasenverschiebung in Richtung der Eigenfrequenz $f = 395$ Hz bewegt und somit eine Abnahme des Dämpfungskoeffizienten erreicht wird. Der Betrag des Reflexionskoeffizienten nimmt ab, wodurch ein stationärer Endzustand erreicht werden kann. Analog kann die Überlegung auf die Frequenz $f = 390$ Hz übertragen werden.

Anwendung der Phasenverschiebung auf die Gitterversion 1 mit $f = 400$ Hz

Bei der Gitterversion 1 mit der Frequenz $f = 400$ Hz ist die Phasenverschiebung im linearen Bereich $\angle(R) = -0.4171$. Das bedeutet, dass die Brennkammer um die Strecke Δl_{Bk} verlängert werden muss.

Die Phasenverschiebung bei $f = 400$ Hz bleibt nimmt ab dem Schalldruckpegel $\text{SPL} = 120$ dB ab. Aus diesem Grund sollte die Länge der Brennkammer wieder ungefähr ab dem Schalldruckpegel von 120 dB angepasst werden, was jedoch während der Simulation nicht möglich ist. Die relative Änderung der Phase ist negativ. Die g-Welle verschiebt sich weiter in positive x-Richtung. Um dennoch die Phasenverschiebung zwischen der f- und g-Welle aufzu-

heben, wird die g-Welle gestaucht. Das Stauchen bewirkt eine kürzere Wellenlänge, wodurch die Frequenz ansteigt und sich somit von der Eigenfrequenz $f = 395$ Hz entfernt. Dadurch wird sich der Betrag vom Reflexionskoeffizienten ebenfalls verschlechtern, womit der Resonator eine schlechteres Dämpfungsverhalten bekommt. Das entspricht nicht der gehofften Abnahme, wodurch kein stationärer Endzustand erreicht werden kann (siehe Gleichung (5.5)).

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda \searrow \rightarrow f \nearrow \rightarrow |R| \nearrow \quad (5.5)$$

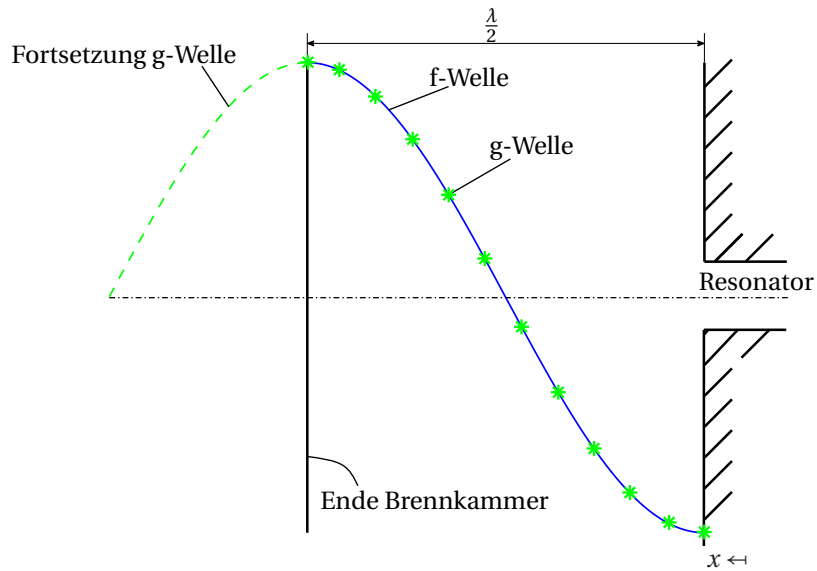
Anwendung der Phasenverschiebung auf die Gitterversion 1 mit $f = 390$ Hz

Nachdem bei der Frequenz $f = 400$ Hz durch die negative relative Änderung der Phase das Dämpfungsverhalten des Resonators abnimmt, wird eine Annäherung von der Frequenz $f = 390$ Hz betrachtet. Die Phasenverschiebung bei $f = 390$ Hz ist ebenfalls negativ, weshalb wieder die Länge der Brennkammer vergrößert wird. Die Phasenverschiebung nimmt zu, wodurch die relative Änderung positiv ist. Das hat zur Folge, dass sich die g-Welle in negative x-Richtung bewegt. Um den erneuten Phasenversatz auszugleichen, wird die g-Welle gestreckt. Dadurch nimmt die Wellenlänge zu, weshalb die Frequenz abnimmt. Das bewirkt wieder ein Entfernen von der Eigenfrequenz $f = 395$ Hz. Der Betrag des Reflexionskoeffizienten nimmt zu (siehe Tabelle 5.6). Auch hier kann somit kein stationärer Endzustand erreicht werden.

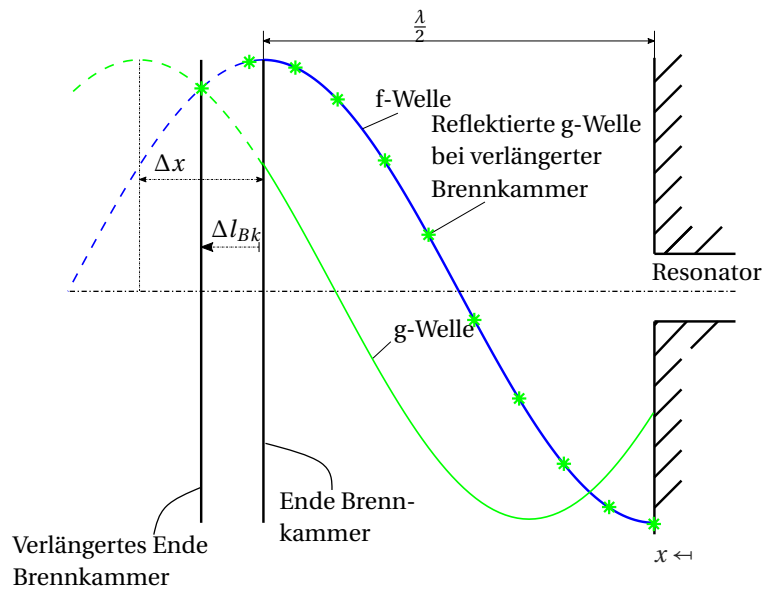
$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda \nearrow \rightarrow f \searrow \rightarrow |R| \nearrow \quad (5.6)$$

Fazit

Die Phasenverschiebung bei den Frequenzen $f = 400$ Hz und $f = 390$ Hz bleibt über die Schalldruckpegel nicht konstant. Die relative Änderung der Phasenverschiebung kann durch Strecken oder Stauchen der Welle ausgeglichen werden. Dennoch verschiebt sich dadurch die Frequenz in beiden Fällen von der Eigenfrequenz weg, wodurch sich das Dämpfungsverhalten im nicht linearen Bereich verschlechtert. Dadurch kann kein stationärer Endzustand gefunden werden. Bei der Suche nach einem Endzustand ist die Phasenverschiebung sehr wichtig.



(a) Ideale f- und g-Wellen in der Brennkammer



(b) Negative Phasenverschiebung

Abbildung 5.12: Darstellung der Phasenverschiebung der f- und g-Welle in der Brennkammer: (a) f- und g-Welle sind in Phase, (b) g-Welle ist negativ verschoben.

λ	174.554	[mm]			
$l_{\text{Bk, ges}}$	87.277	[mm]	Länge der Brennkammer ohne Phasenverschiebung		
$l_{\text{Bk, OF}}$	100	[mm]			
$l_{\text{Bk, ges, Phase}}$	51.007	[mm]	Länge der Brennkammer mit Phasenverschiebung		
$\angle(R)$	2.6111	[-]			
$\Delta l_{\text{Bk, ss}}$	36.27	[mm]			
$ R _{70 \text{ dB}}$	0.7310	[-]	\Rightarrow	$ R _{\text{ss}, 70 \text{ dB}}$	1.368 [-]
$ R _{150 \text{ dB}}$	0.3625	[-]	\Rightarrow	$ R _{\text{ss}, 70 \text{ dB}}$	2.759 [-]

Tabelle 5.3: Auflistung der Wellenlänge, der Längen der Brennkammer mit und ohne Phasenverschiebung und der Reflexionskoeffizienten.

5.4.3 Flammenmodell beim ersten Gitter mit hohen Temperaturen

Beim ersten Gitter kann über den Betrag des Reflexionskoeffizienten der stationäre Endzustand erreicht werden. Der Verlauf des Betrages vom Reflexionskoeffizienten nimmt im Gegensatz zum zweiten Gitter über größer werdenden Schalldruckpegel ab (siehe Abbildung 5.6 (c)). Dadurch kann die Methode über den Betrag des Reflexionskoeffizienten, wie in Kapitel 5.4.1 erklärt, angewendet werden. Die Phasenverschiebung des Reflexionskoeffizienten ist positiv (siehe Abbildung 5.6 (d)), weshalb die Länge der Brennkammer verkleinert werden muss, um den Phasenversatz zwischen der f- und g-Welle auszugleichen. Die Phasenverschiebung ist bei Schalldruckpegeln größer als 120 dB nahezu konstant, weshalb eine Verschiebung der Frequenz durch eine Änderung der Phase bei den hohen Schalldruckpegel nicht berücksichtigt werden muss. In der Tabelle 5.3 sind die Maße der Brennkammer mit dem Phasenversatz aufgelistet. Der Betrag des Reflexionskoeffizienten bei 70 dB und bei 150 dB mit den daraus abgeleiteten Reflexionskoeffizienten für das Zustandsraummodell sind ebenfalls in der Tabelle 5.3 enthalten.

Auffällig ist, dass gesamte Länge der Brennkammer mit Berücksichtigung der Phasenverschiebung $l_{\text{Bk, ges, Phase}}$ kleiner als die Länge der Brennkammer in OpenFOAM $l_{\text{Bk, OF}}$ ist. Aus diesem Grund wird kein neues Zustandsraummodell generiert, sondern das vorhandene Zustandsraummodell (siehe Gleichung (4.1)) angepasst. Die Länge der Brennkammer in OpenFOAM wird auf $l_{\text{Bk, ges, Phase}}$ verkürzt.

$$l_{\text{Bk, ges, Phase}} < l_{\text{Bk, OF}} \Rightarrow \mathbf{D} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{R_{\text{ss}}} \quad \text{mit } \mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{C} = 0 \quad (5.7)$$

In der Gleichung (5.7) bleiben die Zustandsmatrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} und \mathbf{C} unberührt. Bei der Übertragungsmatrix \mathbf{D} wird die Null durch den Reflexionskoeffizienten R_{ss} ersetzt. Dadurch wird die Amplitude der g-Welle exponentiell mit dem Faktor R_{ss} angeregt.

	$R_{ss,1} = 1.6$	$R_{ss,2} = 1.5$	$R_{ss,3} = 1.6$
10 dB	✗	✗	✗
20 dB	✗		
30 dB		✗	✗

Tabelle 5.4: Darstellung des Abbruchverhalten bei Anregungsamplituden mit SPL = 10 dB, SPL = 20 dB und SPL = 30 dB. Die Reflexionskoeffizienten variieren. Abbruch: ✗.

Stationärer Endzustand bei verkürzter Brennkammer

Als Reflexionskoeffizient wird $R_{ss,1} = 1.6$ gewählt, der Schalldruckpegel der Anregungswelle wird SPL = 30 dB gesetzt. Bei dieser Einstellung wird kein stationärer Endzustand erreicht, da die Amplituden der f- und g-Wellen zu hoch angestiegen sind. Die Simulation bricht folglich ab (siehe Tabelle 5.4). Daraus lässt sich schließen, dass die Anregung der Wellen wahrscheinlich zu hoch gewählt worden ist. Das könnte zum einem an dem Reflexionskoeffizienten $R_{ss,1}$ oder zum anderen an dem Schalldruckpegel SPL = 30 dB liegen. Darüber hinaus kann die Kombination aus beiden Werten zu dem Abbruch führen. Hier wird zuerst der Reflexionskoeffizient von $R_{ss,1} = 1.6$ auf $R_{ss,2} = 1.5$ gesetzt. Nachdem bei dieser Kombination ebenfalls die Simulation abbricht, wird der Schalldruckpegel auf SPL = 20 dB herabgesetzt. Gleichzeitig wird der Reflexionskoeffizient auf $R_{ss,3} = 1.4$ verkleinert, um eine möglichst kleine Anregung zu haben. Dennoch bricht auch hier die Simulation ab (siehe Tabelle 5.4). Bei weiteren Untersuchungen ist zu dem Schalldruckpegel SPL = 10 dB das Verhalten der f-Wellen bei den Reflexionskoeffizienten $R_{ss,3} = 1.4$, $R_{ss,2} = 1.5$ und $R_{ss,1} = 1.6$ untersucht worden. Bei jeder Variation ist kein Endzustand erreicht worden (siehe Tabelle 5.4).

Fortführend wird eine andere Methode verfolgt. Die Länge der verkürzten Brennkammer ist relativ gering. Dadurch besteht die Gefahr, dass eventuelle Strömungsablösungen, die bei der Öffnung des Resonators entstehen, einen Einfluss haben könnten. Für eine genaue Auswertung des Einflusses der Länge der Brennkammer und der Strömungsablösung werden weitere Simulationen benötigt, worauf hier nicht eingegangen wird. Um dennoch sicher zu stellen, dass die Strömungsablösung nicht die Ergebnisse beeinflusst, wird die Brennkammer um $\lambda/2$ erweitert. Dadurch sind weiterhin die f- und g-Welle in Phase.

Stationärer Endzustand bei verlängerter Brennkammer

Die Brennkammer wird somit um $\lambda/2=87.277$ mm erweitert. Dieses Mal wird schon zu Beginn mit kleinen Schalldruckpegel SPL = 10 dB und SPL = 5 dB angeregt. Der Reflexionskoeffizient wird auf $R_{ss} = 1.4$ gesetzt, um eine kleine Anregung der Wellen zu erzielen. Die Simulation bricht sowohl für SPL = 10 dB als auch für SPL = 5 dB ab. Der Grund für den Abbruch können zu hohe Anregungen durch R_{ss} oder dem Schalldruckpegel sein.

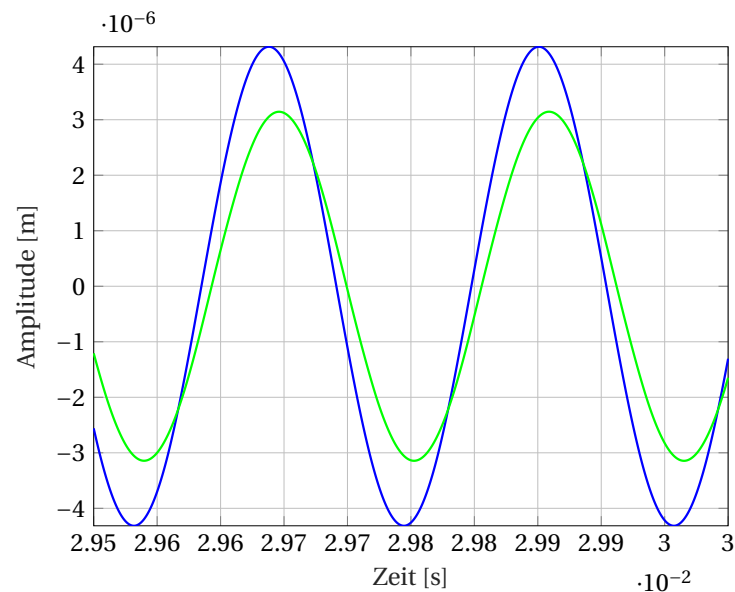


Abbildung 5.13: Veranschaulichung der Phasenverschiebung zwischen der f-Welle (–) und g-Welle (–).

Stationärer Endzustand bei verlängerter Brennkammer im eingeschwungenen Zustand

Nachdem die Amplitude bei dem SPL = 5 dB schon relativ gering ist, wird ein weiterer Einfluss für den Absturz in Betracht gezogen. Zu Beginn der Simulationen hat die g-Welle einen Einlaufbereich. Bei dem Einlaufbereich können die Amplituden größer werden als im eingeschwungenen Zustand. Dieser Einlaufbereich ist bisher nicht berücksichtigt worden. Um den Einlaufbereich zu berücksichtigen, wird im Folgendem an eine bereits eingelaufene Simulation das Flammenmodell gestaltet. Eine Voraussetzung hierfür ist, dass die f- und g-Wellen in Phase sind. In der Abbildung 5.13 sind die f- und g-Welle dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die beiden Wellen leicht phasenverschoben sind. Das kann bei weiteren Simulationen zu Instabilitäten führen.

Auf die Simulation im eingeschwungenen Zustand wird die externe Anregung null gesetzt. Als Verstärkungskoeffizient wird exemplarisch $R_{ss} = 1.39$ verwendet. Die Wellen werden exponentiell angeregt. Im idealen Zustand führt die Verstärkung zu einem Konvergenzverhalten. Die Ergebnisse der Simulation zeigen jedoch wieder ein Abbruchverhalten. In der Abbildung 5.14 ist der Anfang der f-Welle dargestellt. Es ist zu erkennen, dass zu Beginn der Welle ein unphysikalischer Verlauf bei $t = 3.08$ s enthalten ist. Der Verlauf ist auf die Abweichung durch die Phasenverschiebung zurückzuführen. Dadurch erfährt die f-Welle schon zu Beginn eine Störung, die sich im weiteren Verlauf fortsetzt. Ein stationärer Endzustand kann nicht erreicht werden.

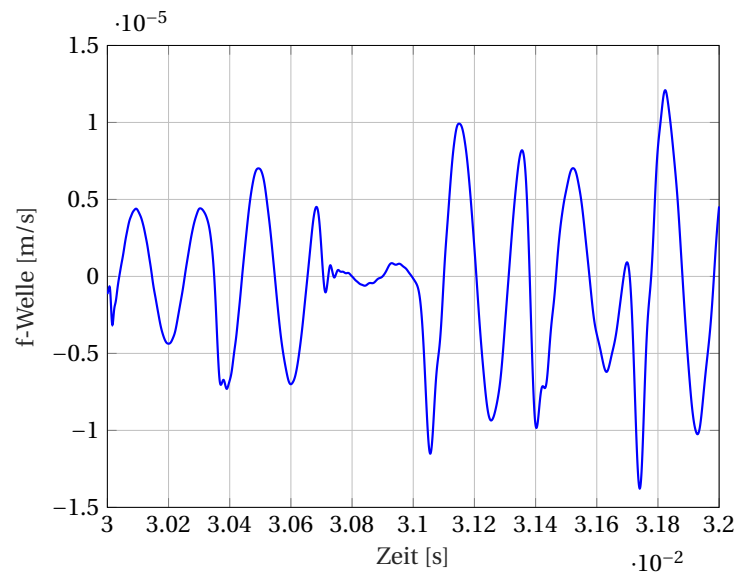


Abbildung 5.14: Darstellung der Störung im Anfangsbereich der f-Welle.

Stationärer Endzustand durch iterative Annäherung

Bei dem iterativem Ansatz wird der stationäre Endzustand über die vorhandenen Daten aus OpenFOAM errechnet, die Beträge des Reflexionskoeffizienten mit den dazugehörigen Schalldruckpegel werden verwendet. Unbekannte Beträge des Reflexionskoeffizienten werden mit einer lineare Interpolation aus den vorhandenen Beträge ermittelt. Es wird der Abfolge aus der Abbildung 5.15 gefolgt.

Eine Anfangsanregung mit einem Schalldruckpegel, z.B. 70 dB (siehe Abbildung 5.15), regt die f- und g-Welle an. Im Flammenmodell wird ein skalarer Verstärkungskoeffizient eingestellt, z.B. $R_{ss} = 2$. Über die Amplituden der f- und g-Wellen bei dem Anfangsschalldruckpegel kann die Druckamplitude bestimmt werden. Die Druckamplitude wird mit dem gesamten Verstärkungsfaktor, der das Produkt aus dem Verstärkungsfaktor der Flamme und dem Betrag des Reflexionskoeffizienten bei dem vorhandenen Schalldruckpegel ist, multipliziert. Dadurch wächst schrittweise die Amplitude an, wodurch ebenfalls der Schalldruckpegel ansteigt. Dieses Verhalten wiederholt sich so oft, bis ein gesamter Verstärkungsfaktor von eins erreicht wird. Bei diesem Faktor werden die Welle weder verstärkt noch gedämpft, wodurch ein Endzustand erreicht ist.

In der Abbildung 5.16 sind die Ergebnisse eines stationären Endzustandes für verschiedene Verstärkungsfaktoren R_{ss} dargestellt. Es ist zu erkennen, dass bei zu hohen Verstärkungsfaktoren die Schalldruckpegel stark ansteigen (in der Abbildung 5.16 pink). Für zu geringe Verstärkungsfaktoren wird der Prozess nicht angefacht, sondern schon zu Beginn gedämpft (siehe Abbildung 5.16 schwarz). Verstärkungsfaktoren, die genau dem Inversen des Betrags von R bei dem Initialschalldruckpegel entsprechen, bleiben die Amplituden somit auch der Schalldruckpegel konstant. Das ist in der Abbildung 5.16 blau dargestellt. Wird der Verstärkungs-

SPL	R	R_{ss}	R x R_{ss}
70 dB	0.75	2	1.5
80 dB	0.75	2	1.5
90 dB	0.70	2	1.4
95 dB	0.45	2	0.9
94 dB	0.5	2	1.0
94 dB			

Abbildung 5.15: Schematische Darstellung der Abfolge beim iterativen Ansatz.

faktor ein wenig größer gewählt, wächst der Schalldruckpegel linear über die Iterationen an, bis er sich gegen einen stationären Endzustand bewegt (siehe Abbildung 5.16 grüne und rote Linie). Das Ziel der Simulationen einen stationären Endzustand zu finden, ist erreicht. Der Schalldruckpegel nähert sich dem Schalldruckpegel an, bei dem der Betrag von R genau die Inverse von R_{ss} ist.

Fazit

Obwohl der Betrag des Reflexionskoeffizienten für größer werdende Schalldruckpegel abnimmt, ist es nicht leicht einen stationären Endzustand zu erreichen. Zuerst ist versucht worden, in einer Simulation den Endzustand zu erreichen. Hier ist die Brennkammer verlängert worden, um den Einfluss von Strömungsablösungen zu vermeiden. Es wurde auch das Einschwingverhalten durch die Verwendung einer bereits eingeschwingenen Simulation umgangen. Bei jeder Methode ist kein stationärer Endzustand erreicht worden. Kleine Abweichungen bei der Phasenverschiebung, zu der exakten Eigenfrequenz oder Gitterungenauigkeit haben dazu geführt, dass die Wellen exponentiell ansteigen. Störungen, die sich durch die Abweichungen ergeben, setzen sich im Laufe der Simulation fort. Die Störungen wachsen mit der Zeit an und können eventuell zum Abbruch der Simulation führen. Bei einem zweiten Ansatz wurde der stationäre Endzustand iterativ, also nicht in einem Schwung, errechnet. Hier hat sich bestätigt, dass der Endzustand erreicht werden kann.

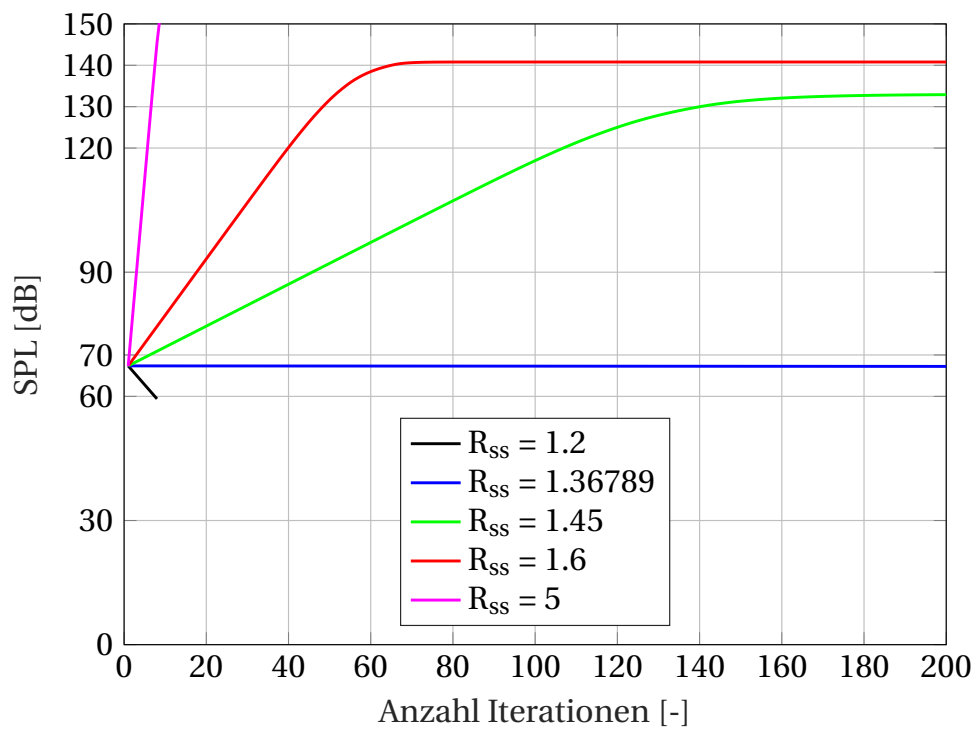


Abbildung 5.16: Veranschaulichung der Ergebnisse aus dem iterativen Ansatz.

6 Schluss und Ausblick

Ziel dieser Arbeit ist gewesen, zu untersuchen, ob ein stationärer Endzustand bei der Kopplung aus Flammenmodell und Viertel-Wellen Resonator erreicht werden kann. Die Untersuchungen sind auf zwei verschiedenen Gittern ausgeführt worden. Vorliegend wurde bei beiden Gittern festgestellt, dass die Gitterauflösung einen essentiellen Einfluss auf die Ergebnisse hat. Hier ist zu empfehlen, weitere Gitterverfeinerungen zu untersuchen, um genauere Ergebnisse zu erhalten. Der stationäre Endzustand kann nicht einfach bestimmt werden. Für Simulationen, bei denen der Endzustand untersucht wird, wird vorausgesetzt, dass numerische Ungenauigkeit vermieden wird. Für zukünftige Abhandlungen, die ebenfalls eine Kopplung aus Flammenmodell und Resonator untersuchen, wird deshalb empfohlen, Gitterunabhängigkeit anzustreben. Darüber hinaus sollten für die Untersuchungen die genaue Eigenfrequenz des Viertel-Wellen Resonators verwendet werden. Mit diesen Einstellungen sollten die Störungen, die zu einer Abweichung vom stationären Endzustand geführt haben, minimiert werden.

Anlagen

A Anhang I

A.1 Auswertung der Simulation aus OpenFOAM

```
1 %%Hauptprogramm
  *****
2
3 %close all hidden
4 close all
5 clear all
6 clc
7
8
9 addpath(genpath('\Users\shopp\Documents\git\TFDtools')) %Pfad
  zu den extra Funktionen
10
11 evalProperties = evaluateProperties();
12 caseList = {'T_300_1498_slightrelax_long_outlet_2point'};
13
14 for caseCounter = 1:length(caseList)
15     %close all hidden
16     display(['Current Case: ' caseList{caseCounter}])
17     caseData = caseDef(caseList{caseCounter});
18
19     caseData.pathToMatFile = ['\Users\shopp\Documents\70
  dB_freq4700Hz\' caseData.name '.mat'];
20
21     if evalProperties.saveData || ~exist(caseData.
  pathToMatFile, 'file')
22
23         caseData.RVec= zeros(size(caseData.paraVec));
24         caseData.AfVec = zeros(size(caseData.paraVec));
25         caseData.ratioHigherHamonicsVec = zeros(length(
  caseData.paraVec), evalProperties.
  numberOfHigherModesRatio);
26
27         for ii = 1:length(caseData.paraVec)
```

```
28
29     if strcmp(caseData.varVecMeaning, 'freq')
30         caseData.currentFreqTarget = caseData.paraVec(
31             ii);
32     end
33
34     if iscell(caseData.paraVec)
35         caseData.currentName = [caseData.CaseName1
36             num2str(caseData.paraVec{ii}) caseData.
37             CaseName2];
38     else
39         caseData.currentName = [caseData.CaseName1
40             num2str(caseData.paraVec(ii)) caseData.
41             CaseName2];
42     end
43
44     try
45         display(['Current Sub-Case: ' caseData.
46             currentName])
47         [caseData.RVec(ii), ~, caseData.AfVec(ii),
48             caseData.ratioHigherHamonicsVec(ii, :)] =
49             identifyMonofreqR(caseData, evalProperties)
50         ;
51     catch ME
52         warning(['It did not work for case '
53             caseData.currentName])
54         caseData.RVec(ii) = 0;
55         caseData.AfVec(ii) = 0;
56         caseData.ratioHigherHamonicsVec(ii, :) = 0;
57     end
58 end
59 clear ii
60
61 indies = find(caseData.RVec ~= 0);
62 caseData.RVec=caseData.RVec(indies);
63 caseData.AfVec=caseData.AfVec(indies);
64 caseData.ratioHigherHamonicsVec=caseData.
65     ratioHigherHamonicsVec(indies, :);
66 caseData.paraVec = caseData.paraVec(indies);
67 clear indies
68
69 caseData.ZVec = (caseData.RVec +1) ./ (1 - caseData.
70     RVec);
```

```
59     caseData.AuVec = caseData.AfVec .* abs(1 - caseData.  
60         RVec);  
61     if strcmp(caseData.varVecMeaning, 'freq')  
62         caseData.Zidfrd = idfrd(caseData.ZVec, caseData.  
63             paraVec, 'FrequencyUnit', 'Hz');  
64         caseData.Ridfrd = idfrd(caseData.RVec, caseData.  
65             paraVec, 'FrequencyUnit', 'Hz');  
66     end  
67     if iscell(caseData.paraVec)  
68         varVecMat = zeros(size(caseData.paraVec));  
69         for jj = 1:length(caseData.paraVec)  
70             varVecMat(jj) = str2double(caseData.paraVec{jj  
71                 });  
72         end  
73         caseData.paraVec = varVecMat;  
74     end  
75     if evalProperties.saveData  
76         if strcmp(caseData.varVecMeaning, 'freq' )  
77             caseData.freqVec = caseData.paraVec;  
78         elseif strcmpplotZresultsmpl(caseData.varVecMeaning, 'amp' )  
79             || strcmp(caseData.varVecMeaning, 'SPL' )  
80                 caseData.freqVec = freqTarget;  
81         else  
82             warning('this type is not implemented')  
83         end  
84         save(caseData.pathToMatFile, 'caseData'); %'AuVec  
85             ', 'ZVec', 'AfVec', 'ratioHigherHamonicsVec', '  
86             freqVec', 'paraVec', 'RVec')  
87     end  
88     else  
89         display(['Use Stored Data for Case' caseData.name]);  
90         load(caseData.pathToMatFile);  
91         if strcmp(caseData.varVecMeaning, 'amp' )  
92             caseData.paraVec = AfVec;  
93         elseif strcmp(caseData.varVecMeaning, 'freq')  
94             caseData.paraVec = caseData.freqVec;  
95         end  
96     end  
97     [~] = plotZresults(caseData, evalProperties);
```

```
95
96 format short
97
98 %Ausgabe der Werte fuer die Impedanz und Reflexionskoeffizient
99 ReZ=real(caseData.ZVec)
100 ImZ=imag(caseData.ZVec)
101 absR=abs(caseData.RVec)
102 phaseR=phase(caseData.RVec)
103
104 end
105 clear caseCounter
```

```
1 function [caseData] = caseDef(caseCurrent)
2
3
4 %% DEFAULT SETTINGS
5 varVecMeaning = 'freq';
6 position = '-0.09';
7 refPos = 0;
8 pMean = 1e5; % [kg / (m s^2)]
9 T = 293; % [K]
10 R = 8314.4598; % [J / (kmol K)]
11 cp = 1007; % [J / (kg K)]
12 M = 28.9; % [kg / kmol]
13 preLength = -0.1; % [m]
14
15
16
17 %% SPECIFIC CASES
18
19 if strcmp(caseCurrent, '
20 T_300_1498_slightrelax_long_outlet_2point')
21 eigenFreq = 4700;
22 path = 'C:\Users\shopp\Documents\';
23 paraVec = 4700;
24 CaseName1= '70dB2_freq';
25 CaseName2 = 'Hz';
26 pMean = 10e6; %[Pa]
27 T = 647; %[K]
28 M = 13.7; %[kg/kmol]
29 cp = 1500; %[J/(kg*K)]
30 else
```

```
31     error('this cases does not exist')
32 end
33
34 caseData.name = caseCurrent;
35 caseData.path = path;
36 caseData.CaseName1= CaseName1;
37 caseData.CaseName2 = CaseName2;
38 caseData.paraVec = paraVec;
39 caseData.varVecMeaning = varVecMeaning;
40 caseData.eigenFreq = eigenFreq;
41 caseData.position = position;
42 caseData.refPos = refPos;
43 caseData.pMean = pMean;
44 caseData.T = T;
45 caseData.R = R;
46 caseData.cp = cp;
47 caseData.M = M;
48 caseData.preLength = preLength;
49
50 end
```

A.2 Iterativer Ansatz für den stationären Endzustand

```
1 % Berechnung des Limit-Cycles
2 clc
3 clear all
4 close all
5
6
7 %Initialwerte
8 noI=200; %Anzahl der Iterationen
9 pi=1; %gesamter Verstaerkungsfaktor, pi=absR*R_ss
10 F_ss=[1.2 1.36789 1.45 1.6 5];%Verstaerkungsfaktor im
    Zustandsraummodell (state-space)
11 SPL=zeros(4,noI);
12
13 %Daten aus OpenFOAM
14 pA=0.04668; %Amplitude des Druckes bei 70 dB
15 absR_of=[0.7310 0.7310 0.7310 0.7310 0.7309 0.7302 0.7285
    0.7243 0.7167 ...
```



```
16     0.7034 0.6804 0.6407 0.5417 0.3625]; %|R|-Daten aus
      OpenFOAM
17 SPL_of=[60 70 80 90 100 110 115 120 125 130 135 140 145 150];
      %Schalldruckpegel zu |R| aus OpenFOAM
18
19 %Berechnen des Limit-Cycles
20 for j=1:length(F_ss) %for-Schleife ueber alle
      Verstaerkungsfaktoren aus State-Space
21     pA=0.04668;
22     pi=1;
23     for i=1:noI %for-Schleife ueber alle Iterationsschritte
24         prms=rms(pA);
25         SPL(j,i) = 20 * log10(prms / 2e-5); %Berechnung des
              vorhandenen Schalldruckpegels
26         absR=interp1(SPL_of, absR_of, SPL(j,i)); %Linear
              Interpolieren zwischen den Daten aus OpenFOAM
27
28         if isnan(absR) %Abbruch, wenn SPL gueltigen Bereich
              ueberschreitet
29             break
30         end
31
32         pi=F_ss(1,j)*absR; %Berechnung des
              Verstaerkungsfaktors
33         pA=pi*pA; %Verstaerkerung der Amplitude mit dem gesamten
              Verstaerkungsfaktors
34
35
36     end
37 end
38
39
40 %Plotten
41 figure(1)
42 plot(1:noI, SPL(3,:))
43 xlabel('Anzahl Iterationen [-]')
44 ylabel('SPL [dB]')
45 grid on
```

Literaturverzeichnis

- [1] A. S. Hersh, B. E. Walker, and J. W. Celano. Helmholtz Resonator Impedanz Model, Part 1: Nonlinear Behavior. *American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) Journal*, 41(5):795–808, 2003. URL <https://doi.org/10.2514/2.2041>.
- [2] K. H. Förner. *Nonlinear Aeroacoustic Characterization of Resonators*. Phd thesis, TU München, 2017. URL <https://mediatum.ub.tum.de/doc/1360567/1360567.pdf>.
- [3] L. Rayleigh. *The Theory of Sound*. Macmillan, London, 1896. ISBN 0-486-60292-3.
- [4] S. van Buren, K. Förner, and W. Polifke. Analytical and Numerical Investigation of the Damping Behavior of a Quarter-Wave Resonator with Temperature Inhomogeneity. *Sonderforschungsbereich/Transregio 40*, 2016.
- [5] A. C. Miranda. *Influence of Enhanced Heat Transfer in Pulsating Flow on the Damping Characteristics of Resonator Rings*. Phd thesis, TU München, 2014. URL https://www.tfd.mw.tum.de/fileadmin/w00bsb/www/Forschung/Dissertationen/Cardenas_2014_Influence_of_Enhanced_Heat_Transfer_in_Pulsating_Flow_on_the_Damping_Characteristics_of_Resonator_Rings.pdf.
- [6] K. Förner, J. Tournadre, P. Martínez-Lera, and W. Polifke. Scattering to Higher Harmonics for Quarter Wave and Helmholtz Resonators. *AIAA J.*, 2016. URL <https://doi.org/10.2514/1.J055295>.
- [7] E. Laudien, R. Pongratz, R. Pierro, and D. Prelik. Experimental Procedures Aiding the Design of Acoustic Cavities. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, pages 378–399, 1994. URL <https://doi.org/10.2514/5.9781600866371.0377.0399>.
- [8] U. Ingard. On the Theory and Design of Acoustic Resonators. *J. Acoust. Soc. Am.*, 25(6): 1037–1061, 1953. URL <https://doi.org/10.1121/1.1907235>.
- [9] M. R. Bothien, J. P. Moeck, A. Lacarelle, and C. O. Paschereit. Time domain modelling and stability analysis of complex thermoacoustic systems. *Journal of Power and Energy*, 221: 657–668, 2007. URL <https://doi.org/10.1243%2F09576509JPE384>. Part A.
- [10] S. Jaensch. *On the efficient numerical modeling of nonlinear self-excited thermoacoustic oscillations*. Phd thesis, TU München, 2017. URL <https://mediatum.ub.tum.de/doc/1335646/1335646.pdf>.

- [11] S. Jaensch, C. Sovardi, and W. Polifke. On the robust, flexible and consistent implementation of time domain impedance boundary conditions for compressible flow simulations. *Journal of Computational Physics*, 2016. URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.03.010>.
- [12] OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation). URL <https://www.openfoam.com>.
- [13] K. Förner, A. C. Miranda, and W. Polifke. Mapping the Influence of Acoustic Resonators on Rocket Engine Combustion Stability. *J. Propuls. Power*, 31(4):1159–1166, 2015. URL <https://doi.org/10.2514/1.B35660>.
- [14] OpenFOAM User Guide. URL <https://www.openfoam.com/documentation/user-guide/boundaries.php>.
- [15] Matlab. URL <https://de.mathworks.com/products/simulink.html>.
- [16] Y. Lian. Analytical and Numerical Investigation of the Damping Behavior of a Quarter Wave Resonator using an Incompressible Approach. 2018.
- [17] Simulink. URL <https://de.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [18] taX. URL <https://www.tfd.mw.tum.de/index.php?id=33&L=0>.