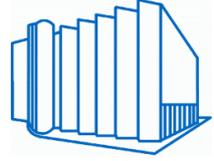




**PROFESSUR FÜR ELEKTRISCHE
ENERGIEVERSORGUNGSNETZE**

Extraordinarius: Prof. Dr.-Ing. R. Witzmann



Masterarbeit

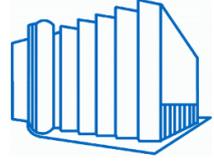
Wechselwirkungen von r_{ONT} und $Q(U)$ – eine nichtlineare Betrachtung

Thomas Würfl



**PROFESSUR FÜR ELEKTRISCHE
ENERGIEVERSORGUNGSNETZE**

Extraordinarius: Prof. Dr.-Ing. R. Witzmann

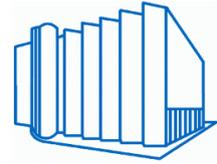


Masterarbeit

Wechselwirkungen von rONT und Q(U) – eine nichtlineare Betrachtung

Thomas Würfl

Betreuer:	Marco Lindner
Eingereicht am:	06.10.2017
Verfasser:	Thomas Würfl
Geburtsdatum, Geburtsort:	19.06.1993, Regensburg
Wohnort:	München
Matrikelnummer:	03673802



Aufgabenstellung

Durch die Zunahme an dezentralen Erzeugungsanlagen in Verteilnetzen, wie beispielsweise Photovoltaikanlagen, ändert sich der Lastfluss in elektrischen Energieversorgungsnetzen. Die frühere Betriebsweise der Netze, in dem elektrische Energie aus den überlagerten Spannungsebenen in die Niederspannungsebene transportiert wird, ist aufgrund der Einspeisung von dezentralen Erzeugern und der damit verbundenen Rückspeisung in höhere Spannungsebenen nicht mehr für alle Zeitpunkte gegeben. Daraus resultieren Spannungsprobleme in der Niederspannungsebene, welche die Stabilität der Netze und die Funktion der daran angeschlossenen Geräte gefährden können. Aus diesem Grund werden zunehmend spannungsregelnde Elemente wie zum Beispiel regelbare Ortsnetztransformatoren (rONT) und Blindleistungsregelungen in den Verteilnetzen installiert. Aufgrund der gleichen Zielgröße dieser Regeleinrichtungen, nämlich die Netzspannung, können Interaktionen zwischen den autark arbeitenden Geräten stattfinden. Die Möglichkeit dieser Wechselwirkungen und deren eventuelle Auswirkungen müssen untersucht werden.

Viele leistungselektronische Elemente in elektrischen Energieversorgungsnetzen haben einen nichtlinearen Charakter, der unter Berücksichtigung der Taktfrequenzen jedoch linearisiert betrachtet werden kann. Ein rONT hingegen schaltet hart nach seinen Regelgrenzen und bietet daher keine Option einer linearisierten Betrachtung.

Eine Methode zur Analyse der Wechselwirkungen von nichtlinearen Regelkreisen ist die harmonische Balance. Diese soll mit Blick auf mögliche Wechselwirkungen eines rONT mit unterlagerten Q(U)-Anlagen angewendet und bewertet werden. Für diese Arbeit können dabei folgende Punkte konkretisiert werden:

- Einarbeitung in die Harmonische Balance (Literaturrecherche)
- Erarbeitung und Prüfung der notwendigen Rahmenbedingungen einer validen Modellierung
- Beschreibung des nichtlinearen Verhaltens eines rONT im Rahmen der harmonischen Balance
- Erstellung eines allgemeinen Kriteriums für das Auftreten der harmonischen Balance bzw. einer möglichen Wechselwirkung eines Gerätes mit dem rONT
- Betrachtung und Bewertung der Wechselwirkungen eines rONT und zweier beispielhafter Q(U)-Regelungen in verschiedenen, realistischen Szenarien
- Formulierung von Handlungsempfehlungen für den zukünftigen Einsatz von rONT und Q(U) in Niederspannungsnetzen

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Stellen sind als solche kenntlich gemacht.

München, 06.10.2017

Thomas Würfl

Abstraktum

Durch die Zunahme dezentraler Energieerzeugungsanlagen in Verteilnetzen treten Spannungsprobleme bei Rückspeisung in die überlagerten Netzebenen auf. Aus diesem Grund werden vermehrt spannungsregelnde Elemente installiert. Deren Wechselwirkungen müssen analysiert werden, damit ungewollte Effekte vermieden und die Netzstabilität gewährleistet ist. Diese Arbeit untersucht das Auftreten von stabilen, selbsterhaltenden Schwingungen in einem elektrischen Netz mit einem regelbaren Ortsnetztransformator (rONT) und einer Q(U)-Regelung. Hierfür wird die Methode der harmonischen Balance verwendet und das nichtlineare Verhalten des rONT mittels einer Beschreibungsfunktion nachgebildet. Dabei wird der Einfluss mehrerer Stufen und der Zeitverzögerung bei Schalthandlungen genauer betrachtet. Darauf aufbauend werden Kriterien für Grenzschwingungen herausgearbeitet. Zudem werden die Q(U)-Regelung eines SMA- und eines KACO-Wechselrichters hinsichtlich möglicher stabiler Grenzschwingungen mit einem rONT untersucht.

Due to the increase in decentralised energy production in low voltage grids, the voltage stability is at risk if power is fed back into the high voltage levels. This leads to an increased usage of voltage control elements. The interaction between these control systems must be studied to avoid unwanted effects and thus, ensuring the system stability. This thesis analyses the occurrence of stable, self-preservative oscillations in an electrical grid with an regulated distribution transformer (RDT) and local voltage control systems. For this purpose, the harmonic balance method is applied and the nonlinear behavior of the RDT is modelled. The model includes the effects of multiple taps and the time delay during the tap change of the RDT. On this basis, two criteria on the occurrence of stable oscillations due to a RTD are defined. Furthermore, two local voltage control systems of a SMA- and a KACO-inverter are analysed in regard to possible oscillations with an RDT.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iii
Tabellenverzeichnis	vi
1 Einleitung	1
2 Harmonische Balance	4
2.1 Grundlagen der Harmonischen Balance	5
2.2 Stabilität von Grenzwahlungen	6
2.3 Erstellung der Beschreibungsfunktion $N(A)$	8
3 Allgemeine Modellbeschreibung	12
3.1 rONT-Aufbau	12
3.2 Q(U)-Regler-Aufbau	14
3.3 Aufbau des Netzmodells	15
4 rONT-Modellbeschreibung	18
4.1 rONT-Modell für Regelkreismodell in Parallelschaltung	18
4.2 rONT-Modell für Regelkreismodell in Reihenschaltung	20
4.2.1 rONT-Beschreibungsfunktion für $0.5 < u_V \leq 1$	23
4.2.2 rONT-Beschreibungsfunktion für $u_V > 1$	28
4.3 Validierung der Beschreibungsfunktion	31
4.3.1 Aufstellen einer frei gewählten linearen Übertragungsfunktion	31
4.3.2 Validierung der rONT-Beschreibungsfunktion	34
4.4 Beschreibungsfunktion für mehrstufigen rONT	41
4.5 Beschreibungsfunktion für rONT mit Schaltverzögerung	46
4.6 Kritische Bereiche	52
5 Q(U)-Modellbeschreibung	55
5.1 Allgemeines Q(U)-Modell	55
5.1.1 Q(U)-Regler in mehreren Strängen	57
5.1.2 Mehrere Q(U)-Regler in einem Strang	59

5.2	SMA-Wechselrichter	61
5.2.1	Übertragungsfunktion des SMA-Wechselrichtermodells	63
5.2.2	Mehrere SMA-Wechselrichter in mehreren Strängen	65
5.2.3	Mehrere SMA-Wechselrichter in einem Strang	66
5.3	KACO-Wechselrichter	67
5.3.1	Übertragungsfunktion des KACO-Wechselrichters	68
5.3.2	Mehrere KACO-Wechselrichter in mehreren Strängen	71
5.3.3	Mehrere KACO-Wechselrichter in einem Strang	71
6	Fazit	73
	Literaturverzeichnis	75

Abbildungsverzeichnis

1.1	Aufbau des elektrischen Energieversorgungsnetzes in Deutschland [1]	2
1.2	Zulässiges Spannungsband im Niederspannungsnetz [2]	3
2.1	Nichtlinearer Standardregelkreis der harmonischen Balance [3]	4
2.2	Verzerrung des Eingangssignals e durch die nichtlineare Kennlinienfunktion $f(e, \dot{e})$ [3]	5
2.3	Graphische Auswertung der Schnittpunkte der Schwingbedingung [4]	7
2.4	Dreipunktkennlinie mit Hysterese nach [4]	8
2.5	Verlauf von u und e im Zeitbereich nach [4]	10
3.1	Schematischer Aufbau eines rONT-Schalters [5]	12
3.2	Spannungsband im Niederspannungsnetz mit einem rONT [2]	13
3.3	Q(U)-Charakteristik (schwarz) nach [6] und vereinfachte Verstärkung K_C (orange) einer Q(U)-Regelung	14
3.4	Vereinfachtes Ersatzschaltbild des elektrischen Netzes	16
4.1	Ersatzschaltbild mit relevanten Maschengleichungen für das parallele Regelkreismodell	18
4.2	Regelkreis mit paralleler Verschaltung des rONT und der Q(U)-Regelung	19
4.3	Kennlinie für den parallelen Regelkreis	19
4.4	Ersatzschaltbild mit relevanten Maschengleichungen für das Regelkreismodell in Reihenschaltung	20
4.5	Regelkreis mit Reihenverschaltung des rONT und der Q(U)-Regelung	21
4.6	Kennlinie für den Reihen-Regelkreis mit $0.5 < u_V \leq 1$	21
4.7	Kennlinie für den Reihen-Regelkreis mit $u_V > 1$	22
4.8	Kennlinie eines rONT mit einer Stufe für $0.5 < u_V \leq 1$	23
4.9	Zeitlicher Verlauf einer Grenzschiwingung der harmonischen Balance für $0.5 < u_V \leq 1$	25
4.10	Inverse rONT-Beschreibungsfunktionen für verschiedene Schaltspannungen und Spannungsgrenzen	26
4.11	Inverse rONT-Beschreibungsfunktionen $N_I(A)$ für verschiedene $0.5 < u_V \leq 1$	28
4.12	Inverse rONT-Beschreibungsfunktionen für verschiedene u_V	28

4.13	Zeitlicher Verlauf einer Grenzschwingung der harmonischen Balance für $u_V > 1$	29
4.14	Inverse rONT-Beschreibungsfunktionen für verschiedene $u_V \geq 1$	31
4.15	Schematische Ortskurven für lineare Übertragungsfunktionen [4]	32
4.16	Ortskurven der Validierungsfunktion für verschiedene Verstärkungen K_p	33
4.17	Stabile Übertragungsfunktion G_{val,K_p}	34
4.18	Simulinkmodell für Validierung der rONT-Beschreibungsfunktion	35
4.19	Simulinkmodell mit Kennlinie der Parallelschaltung	35
4.20	Simulinkmodell mit Kennlinie der Reihenschaltung	35
4.21	Graphische Darstellung von $N_I(A)$ und $G_{val,0.04}$	36
4.22	Zeitverlauf für $u_{V1} = 0.6$ und $u_{V6} = 1.2$ und dazugehörige Grundwelle mit $K_p = 0.04$	38
4.23	Schnittpunkte von $N_I(A)$ und $G_{val,0.2}(j\omega)$ in der komplexen Ebene beim Auftreten von Oberwellen	39
4.24	Graphische Darstellung von $N_I(A)$ und $G_{val,0.2}$	40
4.25	Kennlinie für mehrstufigen rONT mit $n_{max} = 3$	41
4.26	Unbegrenzter Verlauf von $N_{I,(n)}$ für verschiedene u_V	43
4.27	$N_{I,(n)}$ und G_{val,K_p} für Werte in Tabelle 4.5	44
4.28	Zeitlicher Verlauf der Stufenstellung, der harmonischen Schwingung und e_M für $u_V = 1.2$ und $K_p = 0.08$	46
4.29	Kennlinie für einen rONT mit Zeitverzögerung	47
4.30	Verlauf von $N_I(A, \omega)$ für $t_v = 1$	49
4.31	Verlauf von $N_I(A, \omega)$ für $t_v \in \{1, 4\}$	50
4.32	Graphische Validierung von $N_I(A, \omega)$	51
4.33	Validierung des zeitlichen Verlaufs einer stabilen Grenzschwingung bei einem rONT mit Zeitverzögerung	52
4.34	Verlauf der kritischen inversen Beschreibungsfunktion	53
4.35	Kritischer Bereich für das 2. Kriterium	54
5.1	Geschlossener Regelkreis einer Q(U)-Regelung nach [6]	55
5.2	Vereinfachter Regelkreis einer Q(U)-Regelung	56
5.3	Vereinfachtes Ersatzschaltbild des elektrischen Netzes	56
5.4	Regelkreis auf Basis des Ersatzschaltbildes	57
5.5	Ersatzschaltbild für mehrere Stränge mit Q(U)-Reglern	57
5.6	Regelkreis für mehrere Stränge mit Q(U)-Reglern	58
5.7	Ersatzschaltbild für mehrere Q(U)-Regler in einem Strang	59
5.8	Regelkreis für einen einzelnen Q(U)-Regler in einem Strang mit mehreren Reglern	60
5.9	Regelkreis für mehrere Q(U)-Regler in einem Strang	60
5.10	Allgemeiner Regler $Q_{SMA}(U)$	61

5.11 Vereinfachter Regelkreis des SMA-Wechselrichters	63
5.12 Vereinfachter Regelkreis des SMA-Wechselrichters im Netz	63
5.13 Ortskurven von G_{SMA} für verschiedene Parametrierungen	64
5.14 Ortskurve eines SMA-Reglers direkt am Transformator	65
5.15 Ortskurven von SMA-Wechselrichtern in 1-4 Strängen mit der Standardpara- metrierung aus Tabelle 5.3	66
5.16 Ortskurven für mehrere SMA-Wechselrichter in einem Strang	67
5.17 Geschlossenes Regelkreismodell für den KACO-Regler	67
5.18 Vereinfachtes Regelkreismodell für den KACO-Regler	68
5.19 Ortskurven für verschieden Parametrierte KACO-Wechselrichter	69
5.20 Ortskurven für Spezialfälle der KACO-Regelung und kritischer Bereich (2. Kriterium)	70
5.21 Ortskurven für mehrere KACO-Regler in i Strängen	71
5.22 Ortskurven für i KACO-Regler in einem Strang	72

Tabellenverzeichnis

3.1	Verwendete Charakteristiken der Q(U)-Regelung	15
3.2	Basiswerte des p.u.-Systems	15
3.3	Verwendete Transformatorwerte [7]	16
3.4	Basiswerte für die verwendeten Netzelemente	17
4.1	Verwendete Spannungen und Spannungsverhältnisse für die Validierung . . .	36
4.2	Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse und deren Abweichungen für $K_p = 0.04$	37
4.3	Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse und deren Abweichungen für $K_p = 0.2$	39
4.4	Harmonische Anteile an der stabilen Grenzschwingung aus Simulationsergebnissen für $K_p = 0.2$	40
4.5	Verwendete Spannungsverhältnisse und Stufen	44
4.6	Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse, Anregung ΔU_0 und Abweichungen	45
4.7	Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse, Anregung ΔU_0 und Abweichungen	45
4.8	Verwendete Spannungen und Spannungsverhältnisse für die Validierung von $N_I(A, \omega)$	50
4.9	Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse und Abweichungen für $t_v = 1$	51
5.1	Maximale Winkelgeschwindigkeit für verschiedene m_{max} mit $A_{netz,max} = 0.25$, $X_{rONT} = 0.010855$, $Q_{max} = 4500$	62
5.2	Zulässige Parametrierungen des SMA-Wechselrichters	63
5.3	Referenzparametrierung des SMA-Wechselrichters für Abbildung 5.13	64
5.4	Parametrierung für i SMA-Regler in einem Strang	67
5.5	Parametrierungen des SMA-Wechselrichters für Abbildung 5.13	68
5.6	Referenzparametrierungen der KACO-Regelung	69
5.7	KACO-Reglerparameter für i Regler in einem Strang	72

1 Einleitung

Der Zubau von dezentralen Erzeugungsanlagen wie Photovoltaik in Verteilnetzen verändert die konventionelle Betriebsweise der elektrischen Energieversorgungsnetze. Abbildung 1.1 zeigt die Aufteilung des Netzes in das Höchstspannungsnetz mit 220/380 kV, das Hochspannungsnetz mit 60/110 kV, Mittelspannungsnetz mit 3-30 kV und das Niederspannungsnetz mit 230/400 V. Für den Fall, dass keine erneuerbaren Energieerzeugungsanlagen in das Netz einspeisen, wird die elektrische Energie durch Großkraftwerke oder mittlere Kraftwerke über die Hochspannungsnetze in die untergelagerten Netze transportiert. Das Höchst- bzw. Hochspannungsnetz werden daher als Transportnetze bezeichnet. Dieser Fall entspricht dem Netzbetrieb seit der Energiewende.

Über die Mittel- und Niederspannungsnetze wird die elektrische Energie anschließend an die Kleinkunden verteilt, woher sich die Bezeichnung Verteilnetz ergibt. Das bestehende elektrische Energieversorgungsnetz ist auf diese Betriebsweise ausgelegt, welche dazu führt, dass die Spannung mit der Entfernung zu den Umspannwerken abnimmt, wenn keine Einspeisung vorhanden ist. Wenn allerdings, wie in Abbildung 1.1 durch die dünnen Pfeile dargestellt, dezentrale Erzeugungsanlagen aus den Verteilnetzen in die überlagerten Netze elektrische Energie einspeisen, befindet sich das Netz in einem Betriebszustand, auf den es nicht ausgelegt ist. Bei hohen Einspeisungen können daher Überspannungen in den Verteilnetzen auftreten, wodurch die Spannungsstabilität und korrekte Funktion der Geräte von angeschlossenen Verbrauchern nicht mehr gewährleistet ist.

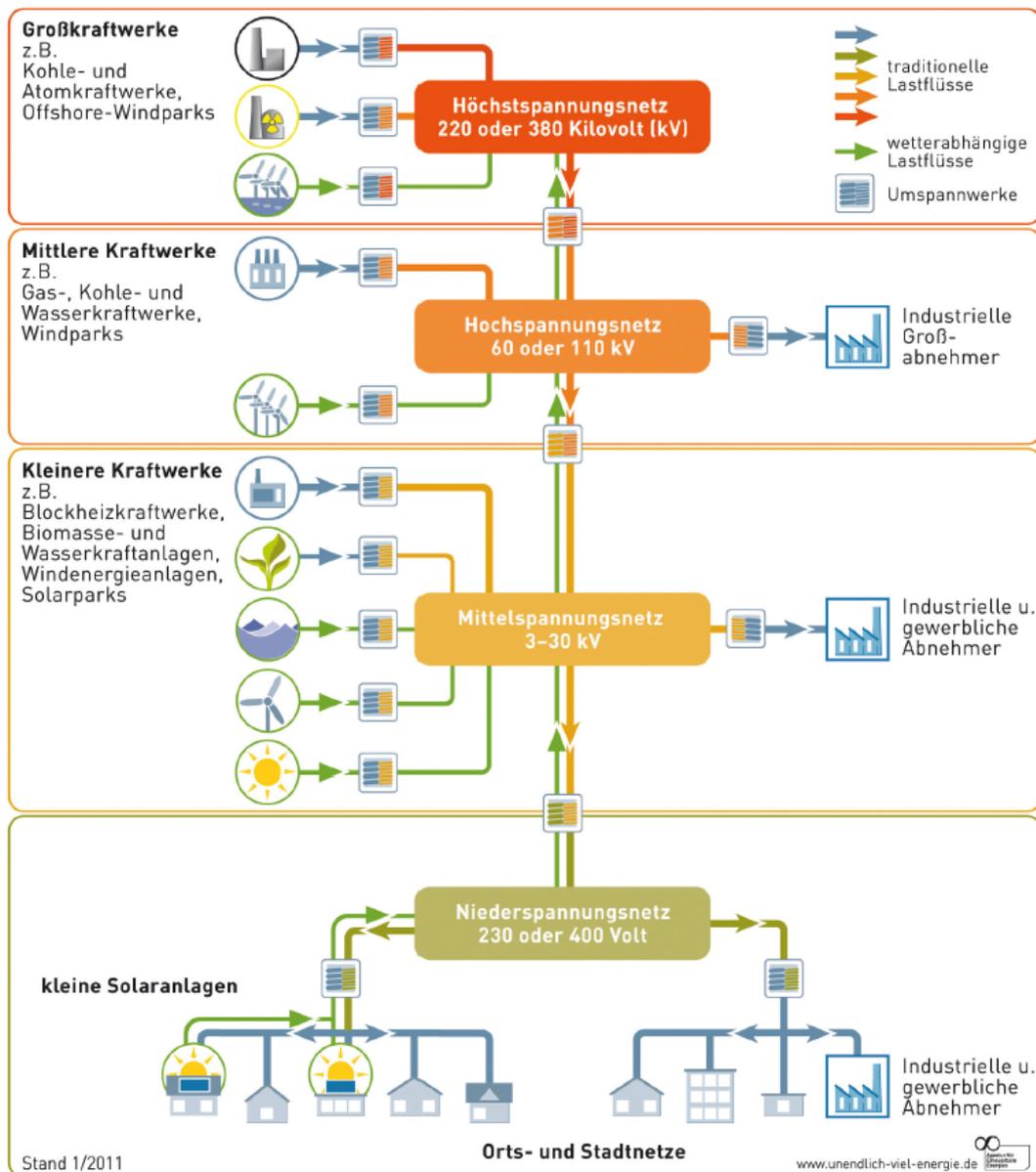


Abbildung 1.1 – Aufbau des elektrischen Energieversorgungsnetzes in Deutschland [1]

Das nach Norm DIN 50160 zulässige Spannungsband für Mittelspannungs- und Niederspannungsnetze ist in Abbildung 1.2 abgebildet. Nach AR-N-4105 darf eine Einspeisung auf der Verteilnetzebene nur zu einer Spannungsanhebung von 3 % führen. Bei einem hohen Grad an Einspeisungen in Verteilnetzen kann diese Grenze jedoch überschritten werden, wodurch spannungsregelnde Maßnahmen notwendig sind. Zwei Möglichkeiten hierfür sind der regelbare Ortsnetztransformator (rONT) und die Blindleistungsregelung (Q(U)-Regelung) von Wechselrichtern der Photovoltaikanlagen. Durch die Verwendung eines rONT kann das Spannungsverhältnis zwischen zwei Netzebenen an der Ortsnetzstation in diskreten Schrit-

ten variiert un im besten Falle voneinander entkoppelt werden. Die Q(U)-Regelung kann durch einen regelbaren, spannungsabhängigen Blindleistungsbedarf die Spannung an einem Netzpunkt beeinflussen.

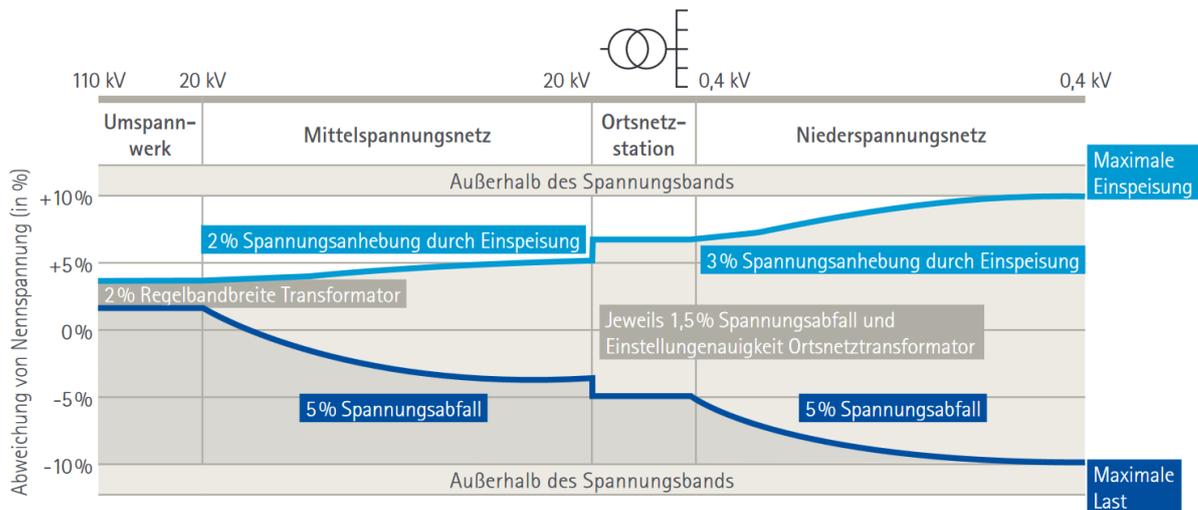


Abbildung 1.2 – Zulässiges Spannungsband im Niederspannungsnetz [2]

Da es sich hierbei um Regler und nicht um Steuerungen handelt, können ungewollte Wechselwirkungen auftreten, welche die Netzstabilität beeinträchtigen oder den rONT durch zusätzliche Schalthandlungen belasten. Daher ist eine Untersuchung des Zusammenspiels zwischen der Spannungsregelung durch einen rONT und eine Q(U)-Regelung notwendig. Dies ist aufgrund der nichtlinearen Eigenschaften der Regler allerdings nicht ohne größeren Aufwand möglich. In dieser Arbeit werden die Wechselwirkungen eines rONT und der Q(U)-Regelung anhand der harmonischen Balance analysiert, wodurch eine Aussage über das Auftreten von stabilen Grenschwingungen getroffen werden kann. Hierfür wird zuerst in Kapitel 2 das Verfahren der harmonischen Balance erläutert. Anschließend wird die Funktionsweise eines rONT und der Q(U)-Regelung in Kapitel 3 erklärt und die verwendeten Netzelemente und -eigenschaften festgelegt. Die Beschreibung der nichtlinearen Eigenschaften des rONT folgt in Kapitel 4 und werden anhand einer frei gewählten linearen Übertragungsfunktion und einem Vergleich zu einem bereits validierten, numerischen rONT-Modell (Simulink®) überprüft. Darauf aufbauend werden Kriterien aufgestellt, welche eine Aussage über das Auftreten von stabilen, selbsterhaltenden Schwingungen in einem Netz mit einer Q(U)-Regelung und einem rONT ermöglichen. Zuletzt werden in Kapitel 5 die Reglermodelle eines KACO- und eines SMA-Wechselrichters hinsichtlich der harmonischen Balance mit einem rONT analysiert.

2 Harmonische Balance

Nichtlineare Elemente in einem Regelkreis, wie in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt, können in Verbindung mit linearen Übertragungsfunktionen zu stabilen Grenzyklen führen. Mittels der harmonischen Balance kann die Amplitude und Frequenz einer Grenzschwingung einer nichtlinearen Kennlinie $u = f(e)$ und einer linearen Laplace-Übertragungsfunktion $G(s)$ mit $s = j\omega$ bestimmt werden. Dabei wird e als Regelabweichung, u als Stellgröße und y als Regelgröße bezeichnet. Eine Grenzschwingung ist stabil, wenn ohne eine von außen aufgebraachte Störung ein periodisches, gleichbleibendes Signal vorhanden ist. Abklingende Schwingungen zeigen dagegen einen gedämpften Verlauf, wogegen bei instabilen Schwingungen die Amplitude immer weiter zunimmt [3].

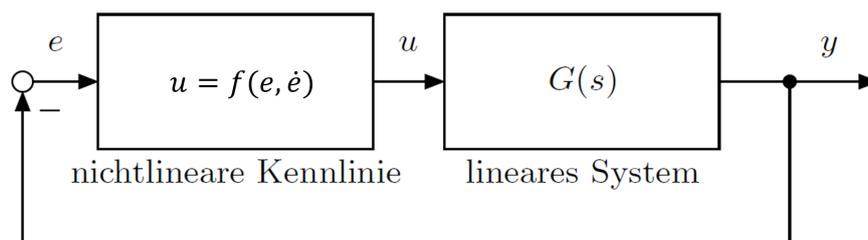


Abbildung 2.1 – Nichtlinearer Standardregelkreis der harmonischen Balance [3]

Damit die harmonische Balance angewendet werden kann, müssen folgende grundlegende Bedingungen erfüllt sein [4]:

- Punktsymmetrischer Verlauf der Kennlinie $f(e, \dot{e})$
- Hinreichende Tiefpasscharakteristik des linearen Teilsystems $G(s)$
→ Nennergrad N des Polynoms $G(s)$ um mindestens zwei größer sein als sein Zählergrad Z : $N \geq Z + 2$
- System im eingeschwungenen Zustand

2.1 Grundlagen der Harmonischen Balance

Eine stabile Grenzwertung kann mit einer Sinusfunktion mit der Gleichung (2.1) beschrieben werden. Dabei steht A für die Amplitude und ω für die Winkelgeschwindigkeit der Funktion. Damit die Schwingung selbsterhaltend ist, muss y einen bezüglich e um π -phasenverschobenen Verlauf aufzeigen. Dieses Gleichgewicht wird als harmonische Balance bezeichnet [3].

$$e(t) = A \sin(\omega t) \quad (2.1)$$

$$y(t) = A \sin(\omega t - \pi) = -A \sin(\omega t) = -e(t) \quad (2.2)$$

Das Eingangssignal des nichtlinearen Elements e wird, wie in Abbildung 2.2 beispielhaft gezeigt, durch eine Kennlinienfunktion $f(e, \dot{e})$ verzerrt. Das Ausgangssignal des nichtlinearen Elements u wird daher als Fourier-Reihe (2.3) dargestellt [3].

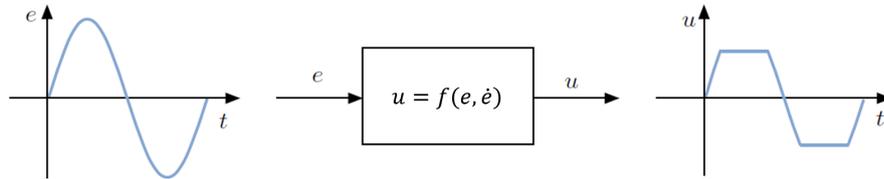


Abbildung 2.2 – Verzerrung des Eingangssignals e durch die nichtlineare Kennlinienfunktion $f(e, \dot{e})$ [3]

$$u(t) = c_0(A) + \sum_{i=1}^{\infty} c_i(A) \sin(i\omega t + \varphi_i(A)) \quad (2.3)$$

Aufgrund der geforderten Punktsymmetrie der Kennlinie ist der Gleichanteil $c_0(A)$ der Fourier-Reihe gleich null. Zudem kann durch den Tiefpasscharakter der Übertragungsfunktion angenommen werden, dass die Amplitude der Grundwelle c_1 viel größer ist als die Amplituden der Harmonischen c_i [3].

$$\begin{aligned} c_0(A) &= 0 & c_1 &\gg c_i, \quad i = 2, 3, \dots \\ u(t) &= c_1(A) \sin(\omega t + \varphi_1(A)) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Mit der Bedingung aus Gleichung (2.2), dass die Regelgröße y der negativen Regelabweichung e entspricht, kann mit

$$e(t) = -A \sin(\omega t) = -c_1(A) \sin(\omega t + \varphi_1(A)) G(j\omega) = -y(t) \quad (2.5)$$

und nach [3]

$$N(A) = \frac{c_1(A)}{A} e^{j\varphi_1(A)} \quad (2.6)$$

die Schwingbedingung der harmonischen Balance (2.7) aufgestellt werden [3].

$$\begin{aligned} N(A) \cdot G(j\omega) &= -1 \\ G(j\omega) &= -\frac{1}{N(A)} = N_I(A) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Die sogenannte Beschreibungsfunktion $N(A)$ und deren inverse $N_I(A)$ sind nur von der Amplitude A der Regelabweichung e und nicht von der Frequenz abhängig [4].

2.2 Stabilität von Grenzschwingungen

Aus der Schwingbedingung (2.7) können durch das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{N_I(A)\} &= \operatorname{Re}\{G(j\omega)\} \\ \operatorname{Im}\{N_I(A)\} &= \operatorname{Im}\{G(j\omega)\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

die zwei Unbekannten A und ω als Amplitude und Winkelgeschwindigkeit der stabilen Grenzschwingung ermittelt werden [4].

Für komplizierte Übertragungs- und Beschreibungsfunktionen ist eine analytische Lösung des Gleichungssystems nicht trivial. Daher bietet sich die graphische Auswertung der Schwingbedingung an. Hierfür wird die Ortskurve von $G(j\omega)$ und der Verlauf der inversen Beschreibungsfunktion in der komplexen Ebene dargestellt. Die Schnittpunkte beider Kurven ergeben dann die möglichen Arbeitspunkte der harmonischen Balance. Die Stabilität der Arbeitspunkte kann mittels des Nyquist-Kriteriums der zweiten Form [4] überprüft werden.

Abbildung 2.3 zeigt dies beispielhaft für die Arbeitspunkte A_{p1} und A_{p2} , an denen eine stabile Grenzschwingung nach Gleichung (2.7) zu erwarten ist. Weicht die Amplitude nun von A_{p1} um ΔA ab, wird der neue Arbeitspunkt $1'$ nicht von der Ortskurve von $G(j\omega)$ umschlungen, wodurch nach dem Nyquist-Kriterium die Amplitude anschließend wieder abklingt. Dies führt zu einer Rückführung auf A_{p1} . Für den Fall, dass eine Abweichung von $-\Delta A$ von A_{p1} auftritt, wird der neue Arbeitspunkt $1''$ von der Ortskurve eingeschlossen. Dies führt zu einem erneuten Anwachsen der Amplitude auf A_{p1} , da dieser Arbeitspunkt nach dem Nyquist-Kriterium instabil ist [4].

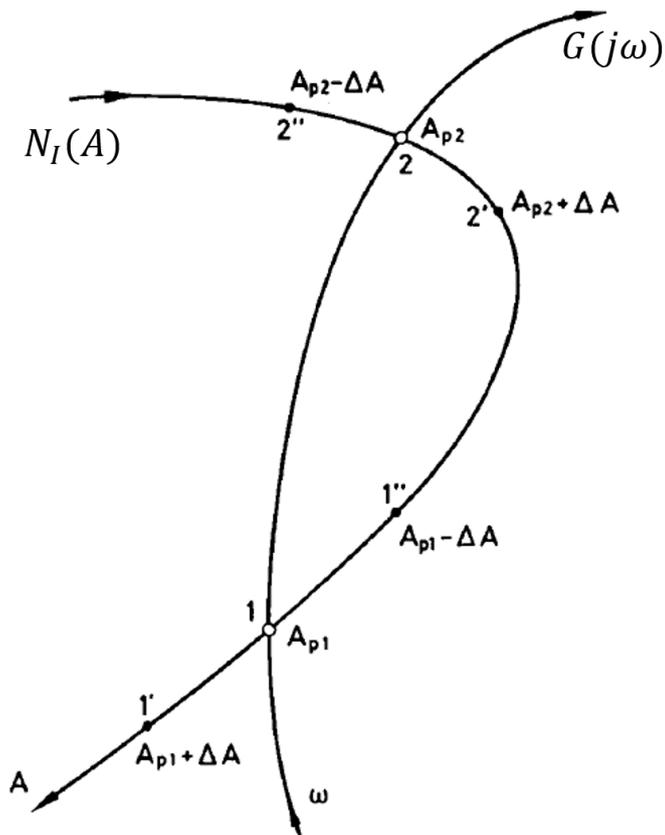


Abbildung 2.3 – Graphische Auswertung der Schnittpunkte der Schwingbedingung [4]

Für den Arbeitspunkt A_{p2} ist ein entgegengesetztes Verhalten zu beobachten. Für eine Abweichung ΔA wird der neue Arbeitspunkt $2'$ umschlungen und führt somit zu einer weiteren Zunahme der Abweichung. Dem entsprechend führt eine Abweichung um $-\Delta A$ zu dem nicht von der Ortskurve eingeschlossenen Arbeitspunkt $2''$, wodurch die Amplitude weiter abnimmt. Daraus lässt sich die allgemeine Bedingung formulieren, dass für einen stabilen Arbeitspunkt die Kurve von $N_I(A)$ aus deren Sicht von links kommend durch die Ortskurve der linearen Übertragungsfunktion geschnitten werden muss [4].

2.3 Erstellung der Beschreibungsfunktion $N(A)$

Die in Gleichung (2.6) definierte Beschreibungsfunktion $N(A)$ kann für eine bestimmte Kennlinie über (2.9) - (2.11) bestimmt werden, wobei $F(A \sin(v), \omega A \cos(v))$ der Grundwelle der Fourier-Reihe der nichtlinearen Kennlinie entspricht [4].

$$N(A) = \operatorname{Re}\{N(A)\} + j\operatorname{Im}\{N(A)\} \quad (2.9)$$

$$v = \omega t, \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

$$\operatorname{Re}\{A\} = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} F(A \sin(v), \omega A \cos(v)) \sin(v) dv \quad (2.10)$$

$$\operatorname{Im}\{A\} = \frac{1}{\pi A} \int_0^{2\pi} F(A \sin(v), \omega A \cos(v)) \cos(v) dv \quad (2.11)$$

Am Beispiel der Dreipunktkenlinie mit Hysterese in Abbildung 2.4, wird nun das genaue Verfahren erläutert. Dabei lässt sich der Verlauf durch die Gleichungen (2.12) - (2.14) mathematisch beschreiben. Aufgrund der Punktsymmetrie der Kennlinie zum Ursprung ist diese Betrachtung ausreichend [4].

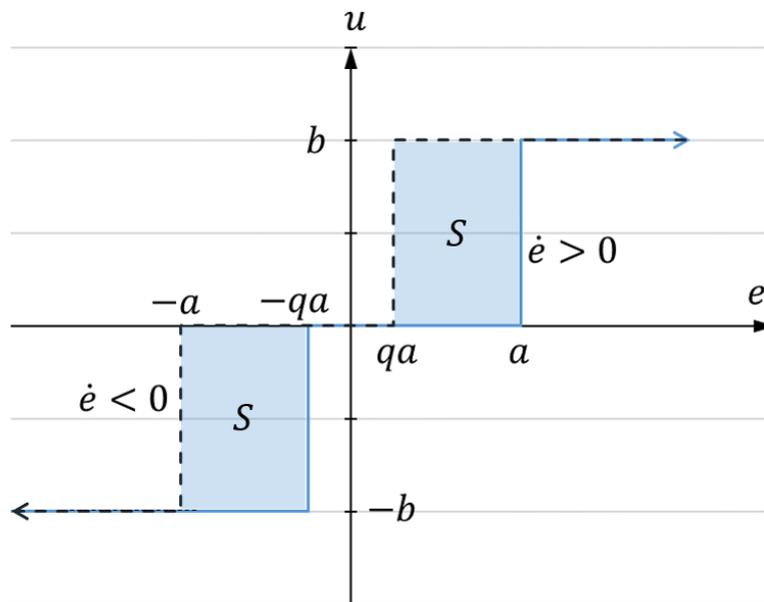


Abbildung 2.4 – Dreipunktkenlinie mit Hysterese nach [4]; durchgezogen: $F_+(e)$ für $\dot{e} > 0$, gestrichelt: $F_-(e)$ für $\dot{e} < 0$

$$\text{für } \dot{e} > 0 : \begin{cases} u = 0 \text{ für } 0 \leq e < a \\ u = b \text{ für } e \geq a \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\text{für } \dot{e} < 0 \text{ mit } q =: \begin{cases} u = 0 \text{ für } 0 \leq e < qa \\ u = b \text{ für } e \geq qa \end{cases} \quad (2.13)$$

$$u = F(e, \dot{e}) = \begin{cases} F_+(e) \text{ für } \dot{e} > 0 \\ F_-(e) \text{ für } \dot{e} < 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Die in Gleichung 2.14 beschriebenen Funktionen für $F(e)$ entsprechen dem Kennlinienverläufen. Dabei ist $F_+(e)$ der Verlauf der Kennlinie für $\dot{e} > 0$ und $F_-(e)$ der Verlauf der Kennlinie für $\dot{e} < 0$. Im Zeitbereich kann der Verlauf der Ausgangsgröße u für ein Eingangssignal $e = A \sin(v)$ mit $A \geq a$ mit dem Diagramm in Abbildung 2.5 dargestellt werden. Die Schaltzeitpunkte v_a und v_{qa} sind über die Gleichungen (2.15) - (2.17) definiert. Dabei entsprechen a und qa den Werten der Grundwelle von e zu den Schaltzeitpunkten [4].

$$A \sin(v_{a,qa}) = \begin{cases} a \text{ für } \dot{e} > 0 \\ qa \text{ für } \dot{e} < 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\sin(v_a) = \frac{a}{A} \text{ mit } 0 \leq v_a \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.16)$$

$$\sin(v_{qa}) = \frac{qa}{A} \text{ mit } \frac{\pi}{2} \leq v_{qa} < \pi \quad (2.17)$$

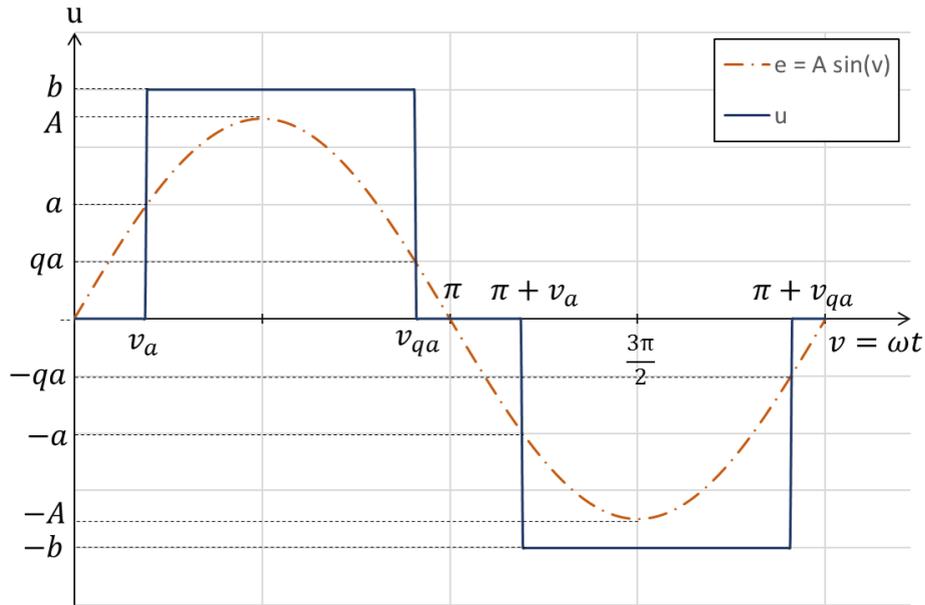


Abbildung 2.5 – Verlauf von u und e im Zeitbereich nach [4]

Aufgrund der Periodizität und der Symmetrie des zeitlichen Verlaufs ergibt sich für den Realteil [4]

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}\{N(A)\} &= \frac{2}{\pi A} \int_0^{\pi} u \sin(v) \, dv \\
 &= \frac{2}{\pi A} \int_{v_a}^{v_{qa}} b \sin(v) \, dv = \frac{2b}{\pi A} (\cos(v_a) - \cos(v_{qa})) \quad (2.18) \\
 &= \frac{2b}{\pi A} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{qa}{A}\right)^2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{mit } \begin{cases} \cos(v_a) = \sqrt{1 - \sin^2(v_a)} = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} \\ \cos(v_{qa}) = -\sqrt{1 - \left(\frac{qa}{A}\right)^2} \end{cases} \quad (2.19)$$

Analog kann der Imaginärteil auf diese Weise berechnet werden. Allerdings kann dieser auch allgemein über die von $F_+(e)$ und $F_-(e)$ in der Kennlinie aus Abbildung 2.4 eingeschlossene und gegen den Uhrzeigersinn umlaufene Fläche S betrachtet werden. Bei entgegengesetzter Umlaufrichtung muss das Vorzeichen entsprechend umgedreht werden [4].

$$\operatorname{Im}\{N(A)\} = -\frac{S_{ges}}{\pi A^2} \quad (2.20)$$

$$\operatorname{Im}\{N(A)\} = -\frac{4ab}{\pi A^2} \quad (2.21)$$

Mit (2.9) ergibt sich für die Beschreibungsfunktion einer Dreipunktkenlinie mit Hysterese

$$N(A) = \frac{2b}{\pi A} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{qa}{A}\right)^2} - j \frac{2a}{A} \right) \quad (2.22)$$

Neben der Berechnung über den Zeitbereich kann der Realteil von $N(A)$ auch über eine allgemeine Formel bestimmt werden. Diese hat keine geometrische Bedeutung und kann für eine punktsymmetrische Kennlinie mit (2.23) bestimmt werden, in dem abschnittsweise über die Kennlinienfunktionen integriert wird [4]. Die Verwendung der allgemeinen Formel ist für die meisten Kennlinien ausreichend. Für zeitabhängige Kennlinien ist die Herleitung im Zeitbereich hingegen von Vorteil.

$$\operatorname{Re}\{N(A)\} = \frac{2}{\pi A^2} \int_0^A [F_+(e) + F_-(e)] \frac{e}{\sqrt{A^2 - e^2}} de \quad (2.23)$$

3 Allgemeine Modellbeschreibung

In diesem Kapitel werden der Aufbau und die Funktionsweise der spannungsregelnden Elemente rONT und Q(U)-Regelung erläutert. Anschließend werden Referenzwerte für die folgenden Analysen festgelegt. Sämtliche Betrachtungen werden anhand der RMS-Werte für 50 Hz durchgeführt.

3.1 rONT-Aufbau

Regelbare Ortsnetztransformatoren schalten unter Last zwischen verschiedenen, diskreten Windungsverhältnissen der Primärspule zur Sekundärspule. Dies erfolgt, wie Abbildung 3.1 zeigt, in der Regel über einen mechanischen Schalter, welcher in fünf Schritten zwischen zwei Stufen schaltet.

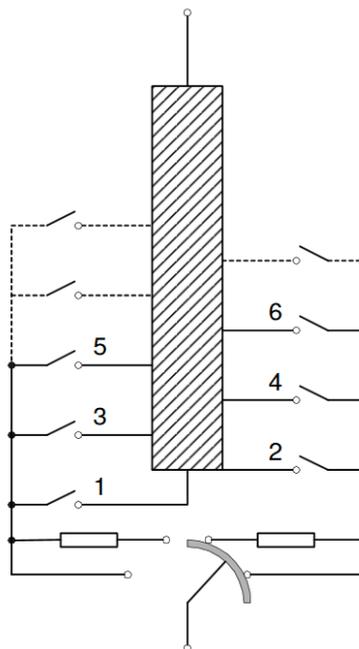


Abbildung 3.1 – Schematischer Aufbau eines rONT-Schalters [5]

Zuerst wird die gewünschte Verbindung im stromlosen Zweig über einen Vorwähler geschaltet. Anschließend wird der Überschaltwiderstand im stromführenden Zweig aktiviert und eine Verbindung zwischen beiden Zweigen mit Überschaltwiderständen hergestellt. Diese beiden Widerstände begrenzen den dabei auftretenden Kurzschlussstrom. Im nächsten Schritt wird die Verbindung zum vorher stromführenden Zweig unterbrochen, indem der Schalter nur noch mit einem Zweig verbunden ist. Im letzten Schritt wird der Überschaltwiderstand des nun stromführenden Zweiges deaktiviert [5].

Für einen beispielhaften rONT mit einem Schrittmotor dauert dieser Vorgang pro Stufenschaltung weniger als 1 Sekunde, wobei zwischen den Stufen ein zeitlicher Abstand von etwa 3 Sekunden bestehen muss. Die gesamte Zeitverzögerung setzt sich aus der Schaltzeit und der Totzeit zusammen. Der Schaltbereich umfasst dabei 5, 7 oder 9 Stufen mit bis zu 3% Stufenbreite und einem maximalen Regelbereich von 24%. Eine unsymmetrische Konfiguration der Stufen um den neutralen Schaltzustand ist ebenso möglich. Das zugehörige zulässige Spannungsband muss so definiert sein, dass eine Stufenbreite geringer als die Spannungsbandbreite ist, da dies sonst zu ungewollten Schalthandlungen führt. Dadurch sind zusätzliche Spannungsanhebungen durch Einspeisungen im Niederspannungsnetz zu den gemäß AR-N-4105 zulässigen 3% möglich, wie das Spannungsband in Abbildung 3.2 zeigt [2].

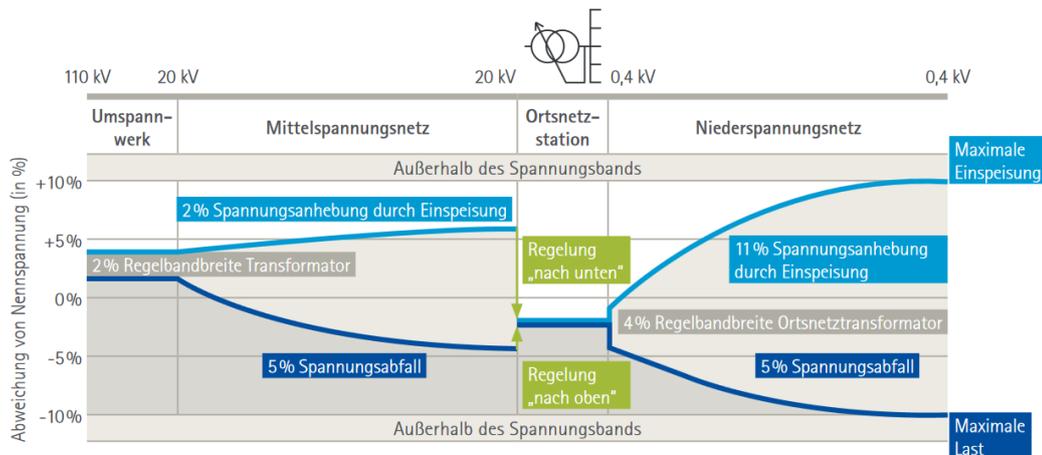


Abbildung 3.2 – Spannungsband im Niederspannungsnetz mit einem rONT [2]

Regelbare Ortsnetztransformatoren können in vielen verschiedenen Ausfertigungen vorliegen. Dies führt zu einer Vielzahl an möglichen Parametrierungen, welche für eine allgemeine Analyse auf bestimmte Grundparameter für die Stufenbreite ΔU_S , die Breite des Spannungsbandes und die möglichen Stufenstellungen reduziert werden müssen. Des Weiteren können Schnelldrückschaltswellen verwendet werden, welche beim Überschreiten einer Spannungsgrenze außerhalb des Spannungsbandes den Schaltvorgang beschleunigen.

Für die folgende Modellbeschreibung eines rONT mittels der harmonischen Balance werden folgende Randbedingungen festgelegt:

- Konstante Stufenbreite ΔU_S
- Symmetrischer Aufbau des Spannungsbandes $\Delta U_{max} = \Delta U_{min}$
- Symmetrischer Aufbau der verfügbaren Stufen um den Neutralzustand mit $\pm n_{max}$ Stufen
- Keine Zeitverzögerung bei den Schalthandlungen $t_v = 0$
- Keine Schnellrückschaltschwelle

3.2 Q(U)-Regler-Aufbau

Eine Methode zur Spannungsregelung ist die Nutzung einer Q(U)-Regelung in Wechselrichtern, welche beispielsweise für Photovoltaik-Anlagen verwendet werden. Dabei wird in Abhängigkeit von der Spannung Blindleistung in das Netz eingespeist, um Über- bzw. Unterspannungen entgegenzuwirken. Die eingespeiste Blindleistung ist durch eine der in Abbildung 3.3 gezeigten Charakteristiken festgelegt. Diese hat eine Totzone um 1 p.u. und steigt bzw. sinkt anschließend mit einer linearen Steigung auf die maximale bzw. minimale Blindleistungsabgabe.

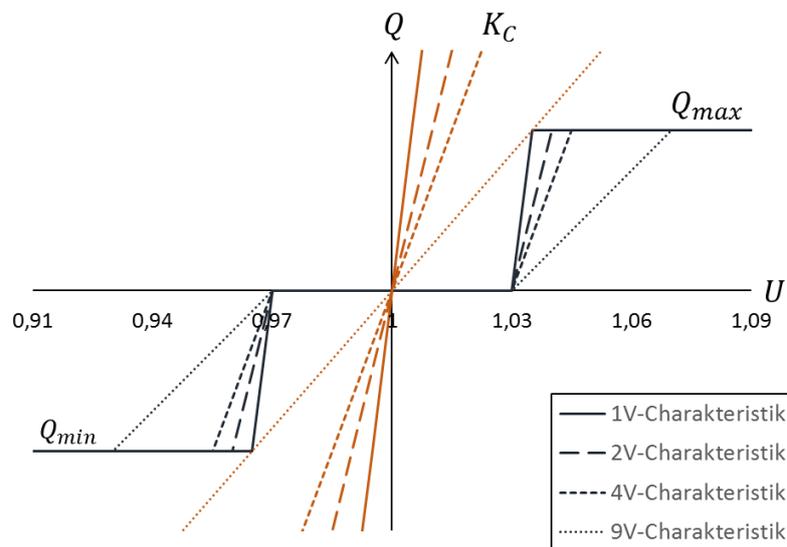


Abbildung 3.3 – Q(U)-Charakteristik (schwarz) nach [6] und vereinfachte Verstärkung K_C (orange) einer Q(U)-Regelung

Im Folgenden werden vier verschiedene Charakteristiken betrachtet. Diese sind mit den zugehörigen Begrenzungen Q_{min} und Q_{max} in Tabelle 3.1 aufgelistet und in Abbildung 3.3 links dargestellt.

Charakteristik	Q_{min} [p.u.]	Totzone in [p.u.]	Q_{max} [p.u.]	Steigung K_C
1V-Charakteristik	0.965	0.97 - 1.03	1.035	$\frac{Q_{max}}{0.005}$
2V-Charakteristik	0.96	0.97 - 1.03	1.04	$\frac{Q_{max}}{0.01}$
4V-Charakteristik	0.955	0.97 - 1.03	1.045	$\frac{Q_{max}}{0.015}$
9V-Charakteristik	0.93	0.97 - 1.03	1.07	$\frac{Q_{max}}{0.04}$

Tabelle 3.1 – Verwendete Charakteristiken der Q(U)-Regelung

Da in dieser Arbeit der Schwerpunkt der Analyse der Nichtlinearität auf dem rONT liegt, wird die Kennlinie durch eine lineare Verstärkung K_C ersetzt, welche der Steigung der Charakteristik in Abbildung 3.3 entspricht. Die Totzone und die Begrenzungen werden dabei vernachlässigt. Die Q(U)-Regelung reagiert dadurch auf jede Abweichung von der Nennspannung. Zudem ist die maximale Blindleistungseinspeisung unbegrenzt. Da dies die maximale Amplitude A einer Grenzwinkelung nicht begrenzt, ist anzunehmen, dass eine Q(U)-Regelung mit der tatsächlichen Charakteristik unkritischer ist.

3.3 Aufbau des Netzmodells

Das verwendete elektrische Netz mit einem rONT und einer Q(U)-Regelung in Abbildung 3.4 ist ein symmetrisches dreiphasiges Netz. Desweiteren wird das per-unit-System verwendet. Die hierfür geltenden Basiswerte sind in Tabelle 3.2 aufgelistet. U_n ist dadurch auf 1 p.u. festgelegt.

U_{base}	$U_n = 230 \text{ V}$
S_{base}	100 kVAR
$Z_{base} = \frac{U_{base}^2}{S_{base}}$	0.529 Ω

Tabelle 3.2 – Basiswerte des p.u.-Systems

ΔU_0 entspricht der Spannungsdifferenz zur Nennspannung am Transformator und ΔU_S der durch die rONT-Regelung eingprägten Spannungsdifferenz. Für den Fall, dass keine rONT-Regelung vorliegt bedeutet dies, dass ΔU_r gleich $\Delta U_r'$ ist. ΔU_{rONT} entspricht dem Spannungsverlust durch die Transformatorimpedanz Z_{rONT} und ΔU_L dem Spannungsabfall an der Leitung mit der Impedanz Z_L . $\Delta U_r'$ ist die Spannungsdifferenz zur Nennspannung am

rONT ohne die durch den rONT eingepreiste Spannung ΔU_S , welche in ΔU_r enthalten ist. ΔU_Q entspricht der Spannung am Q(U)-Regler, auf deren Basis die eingespeiste Blindleistung geregelt wird. Da für die Spannungsregelung der Blindanteil des Stromes ausschlaggebend ist, werden sämtliche Impedanzen auf die zugehörige Reaktanzen reduziert.

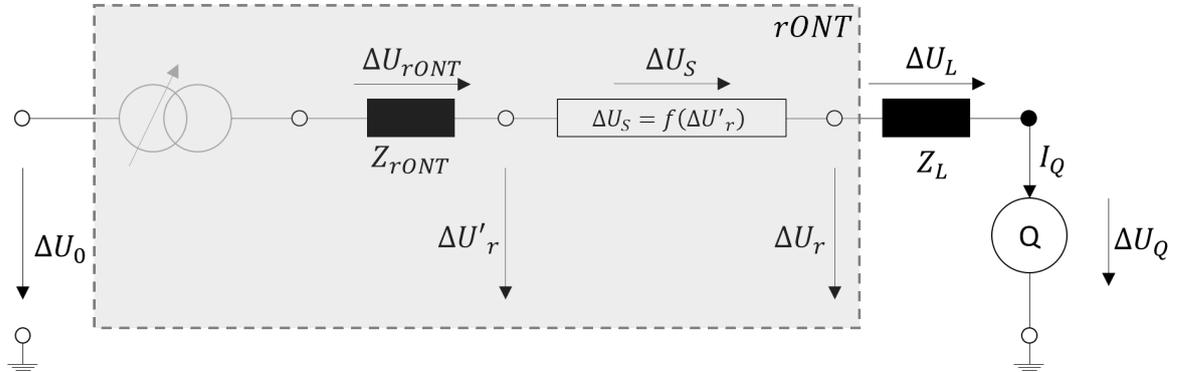


Abbildung 3.4 – Vereinfachtes Ersatzschaltbild des elektrischen Netzes

Als Transformator wird ein Öltransformator mit der in Tabelle 3.3 angegebenen Nennspannung U_n , Nennscheinleistung S_n , Kurzschlussverlustleistung P_k und der Kurzschlussspannung u_k verwendet. Daraus kann mit (3.1) die Reaktanz des Transformators X_{rONT} berechnet werden [7].

$$\begin{aligned} Z_{rONT} &= \frac{u_k U_n^2}{S_n} = 10.159 \text{ m}\Omega \\ R_{rONT} &= \frac{P_k U_n^2}{S_n^2} = 2.620 \text{ m}\Omega \\ X_{rONT} &= \sqrt{Z_{rONT}^2 - R_{rONT}^2} = 9.815 \text{ m}\Omega \end{aligned} \quad (3.1)$$

U_n	400 V
S_n	630 kVA
P_k	6 500 kW
u_k	4 %
X_{rONT}	9.815 m Ω = 0.01855 p.u.

Tabelle 3.3 – Verwendete Transformatorwerte [7]

Als Leitung wird eine 5.5 km lange NAYY 4x150 mm² Kabelleitung verwendet, woraus sich die Leitungsreaktanz $X_{L,ref}$ aus (3.2) ergibt. Sämtliche Widerstände und Kapazitäten werden vernachlässigt, da für das Spannungsverhalten der Blindanteil des Stromes ausschlaggebend ist und dieser vor allem die Reaktanz beeinflusst.

$$X_{L,ref} = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1.7354 \text{ mH} = 0.5452 \text{ m}\Omega = 1.031 \text{ p.u.} \quad (3.2)$$

Zusammengefasst werden die in Tabelle 3.4 aufgelisteten Werte als Grundlage für die Analyse verwendet.

U_n	230 V = 1 p.u.
$X_{rONT,ref}$	0.01855 p.u.
$X_{L,ref}$	1.031 p.u.

Tabelle 3.4 – Basiswerte für die verwendeten Netzelemente

Zudem werden folgende Annahmen für die Analyse mittels der harmonischen Balance getroffen:

- Spannungsanregung am rONT auf ΔU_0 für eine Sekunde
- Vernachlässigung der nichtlinearen Elemente der Q(U)-Regelung, bzw. Linearisierung der Kennlinie der Q(U)-Regelung im Punkt der höchsten Verstärkung

4 rONT-Modellbeschreibung

Auf der Basis der rONT-Beschreibung in Kapitel 3.1 werden zuerst zwei verschiedene Möglichkeiten zur Darstellung der Kennlinie eines rONT analysiert und der Einfluss des Verhältnisses der oberen Schaltgrenze ΔU_{max} zur Schaltspannung ΔU_S anhand eines rONT mit ± 1 Stufe betrachtet. Das Modell wird mittels einer frei gewählten linearen Übertragungsfunktion hinsichtlich der harmonischen Balance validiert. Das Modell wird anschließend für zusätzliche Schaltstufen und für eine Schaltverzögerung t_v erweitert und analysiert. Zuletzt wird ein Sicherheitskriterium mittels eines kritischen Bereiches für die Vermeidung von stabilen Grenzwahlungen aufgrund der harmonischen Balance zwischen einem rONT und Q(U)-Regelungen aufgestellt. Dieser kritische Bereich basiert auf den Verläufen der betrachteten Beschreibungsfunktionen in der komplexen Ebene.

4.1 rONT-Modell für Regelkreismodell in Parallelschaltung

Aus den orange markierten Maschengleichungen in Abbildung 4.1 ergeben sich für die rONT-Regelung die Gleichungen (4.1).

$$\begin{aligned}\Delta U_r &= \Delta U_0 - \Delta U_S - \Delta U_{rONT} \approx \Delta U_0 - \Delta U_S - \frac{X_{rONT}}{3U_N} Q \\ \Delta U_Q &\approx \Delta U_r - \frac{X_L}{3U_N} Q\end{aligned}\quad (4.1)$$

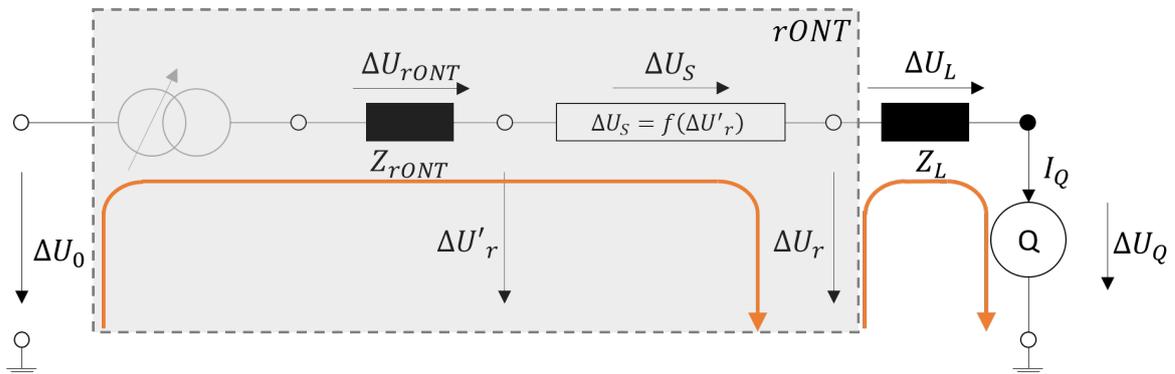


Abbildung 4.1 – Ersatzschaltbild mit relevanten Maschengleichungen für das parallele Regelkreismodell

Der daraus ableitbare Regelkreis ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Dabei handelt es sich um eine Parallelschaltung des rONT zur $Q(U)$ -Regelung. Die geforderte Gleichgewichtsbedingung der harmonischen Balance $G(j\omega) = N_I(A)$ ist nicht gegeben, da diese eine Reihenschaltung der Nichtlinearität und des linearen Reglers erfordert.

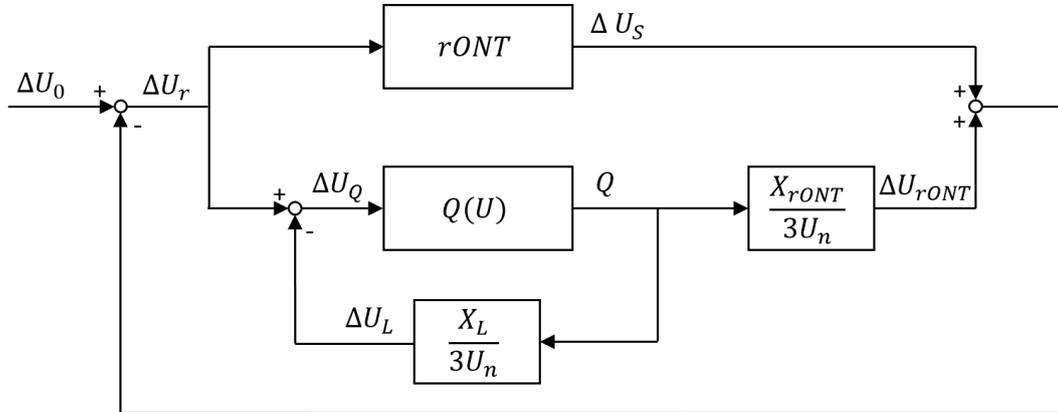


Abbildung 4.2 – Regelkreis mit paralleler Verschaltung des rONT und der $Q(U)$ -Regelung

Die Kennlinie des rONT für die parallele Verschaltung ist in Abbildung 4.3 für einen rONT mit zwei Schaltstufen mit einer Stufenbreite ΔU_S , einer oberen Schaltgrenze ΔU_{max} und einer unteren Schaltgrenze ΔU_{min} abgebildet. Der rONT wird dabei auf ΔU_r geregelt und gibt ΔU_S als Ausgangsgröße aus. Die durchgezogene Linie zeigt den Verlauf für $\Delta \dot{U}_r > 0$, während die gestrichelte Linie den Verlauf für $\Delta \dot{U}_r < 0$ darstellt.

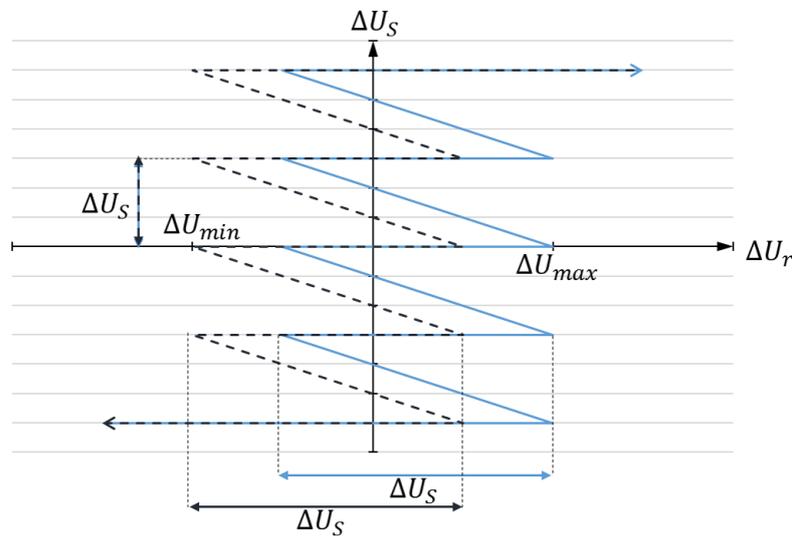


Abbildung 4.3 – Kennlinie für den parallelen Regelkreis; gestrichelt: $\Delta \dot{U}_r < 0$, durchgezogen: $\Delta \dot{U}_r > 0$

Aufgrund des Verlaufs der Kennlinie ist es allerdings nicht möglich, die Beschreibungsfunktion anhand der beschriebenen Verfahren aufzustellen. Aus diesem Grund wird in Kapitel 4.2 ein angepasster Regelkreis erstellt, der aus einer Reihenschaltung des rONT und der Q(U)-Regelung besteht. Da jedoch die meisten Simulationsmodelle auf einer rONT-Regelung mit der hier gezeigten Charakteristik basieren, wird ein auf diesem Modell basierender rONT-Regler zur Validierung der Ergebnisse verwendet.

4.2 rONT-Modell für Regelkreismodell in Reihenschaltung

Für die Reihenverschaltung des rONT und der Q(U)-Regelung im Regelkreismodell sind die Maschengleichung (4.2) - (4.4) aus Abbildung 4.4 relevant.

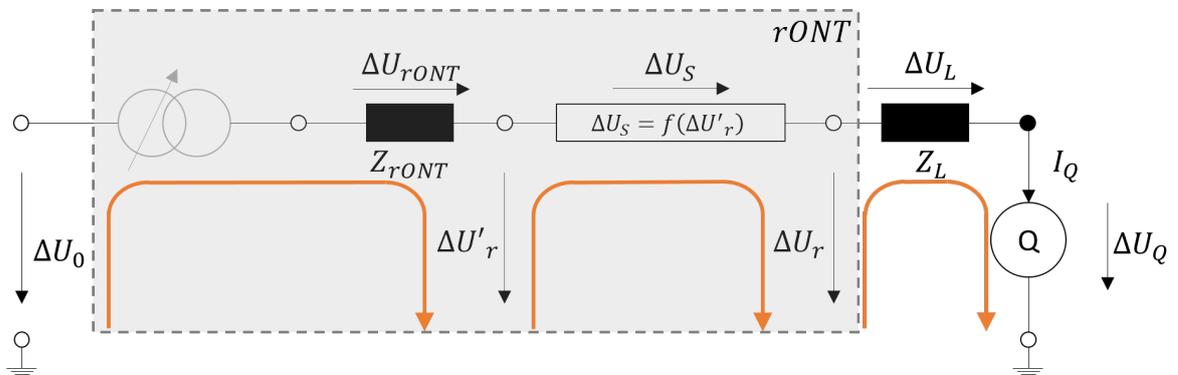


Abbildung 4.4 – Ersatzschaltbild mit relevanten Maschengleichungen für das Regelkreismodell in Reihenschaltung

$$\Delta U'_r = \Delta U_0 - \Delta U_{rONT} \approx \Delta U_0 - \frac{X_{rONT}}{3U_N} Q \quad (4.2)$$

$$\Delta U_r = \Delta U'_r - \Delta U_S \quad (4.3)$$

$$\Delta U_Q = \Delta U_r - \Delta U_L \approx \Delta U_r - \frac{X_L}{3U_N} Q \quad (4.4)$$

Daraus lässt sich das Modell in Abbildung 4.5 nachbilden, welches die notwendige Bedingung einer Reihenschaltung aus dem nichtlinearen rONT-Element und einer linearen Übertragungsfunktion erfüllt.

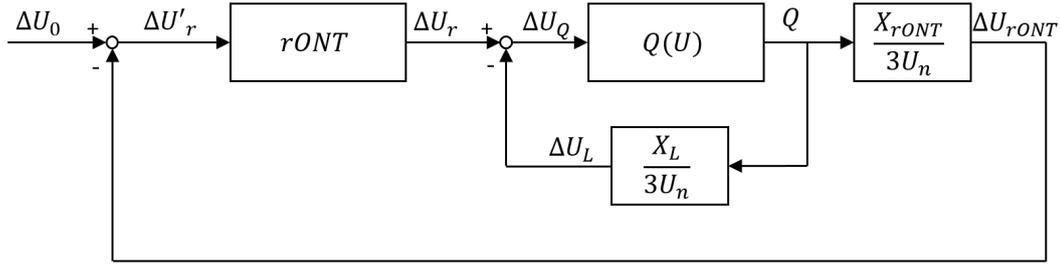


Abbildung 4.5 – Regelkreis mit Reihenverschaltung des rONT und der $Q(U)$ -Regelung

Hier hat die rONT-Kennlinie anstatt der Spannungsdifferenz ΔU_S die Spannungsdifferenz ΔU_r als Ausgang, welche zusammen mit der Rückführung des $Q(U)$ -Reglers zur benötigten Spannungsdifferenz ΔU_Q als Eingang für die $Q(U)$ -Regelung führt. Der schematische Verlauf der rONT-Kennlinie wird durch das Spannungsverhältnis u_V zwischen der Spannungsobergrenze ΔU_{max} und der Schaltspannung ΔU_S nach Gleichung 4.5 festgelegt.

$$u_V = \frac{\Delta U_{max}}{\Delta U_S} \quad (4.5)$$

Für den Fall $0 < u_V \leq 0.5$ springt der rONT von einem kritischen Bereich in den entgegengesetzten kritischen Bereich, also von einer Unterspannung in eine Überspannung und umgekehrt. Diese Parametrierung ist nicht zulässig und kann somit ausgeschlossen werden. Für $0.5 < u_V \leq 1$ ergibt sich der Kennlinienverlauf in Abbildung 4.6 mit der Steigung $m = 1$ für alle stetigen Abschnitte. Dabei zeigt die durchgezogene Linie den Verlauf für $\Delta \dot{U}'_r > 0$ während die gestrichelte Linie den Verlauf für $\Delta \dot{U}'_r < 0$ darstellt. Diese Kennlinie zeigt einen rONT mit je drei Stufen in beide Richtungen mit einer Stufenbreite ΔU_S . Die Spannungsdifferenz ΔU_r wird in Abhängigkeit von $\Delta U'_r$ ausgegeben und springt beim Über- bzw. Unterschreiten der Grenzwerte ΔU_{max} und ΔU_{min} .

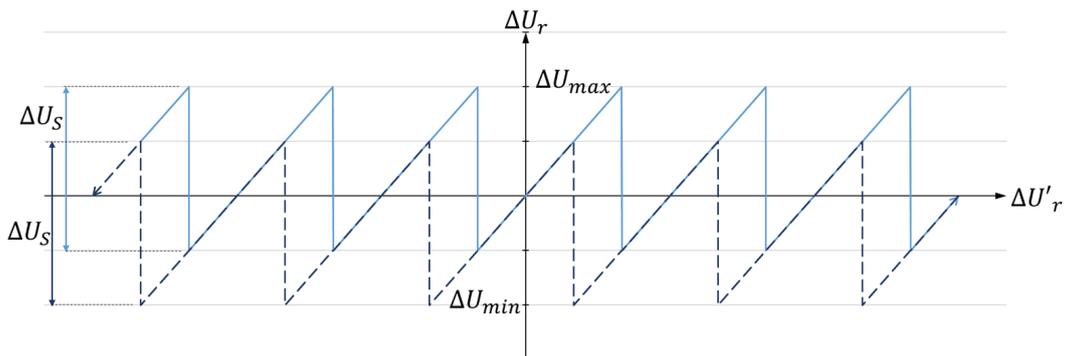


Abbildung 4.6 – Kennlinie für den Reihen-Regelkreis mit $0.5 < u_V \leq 1$; gestrichelt: $\Delta \dot{U}'_r < 0$, durchgezogen $\Delta \dot{U}'_r > 0$

Ab $u_V > 1$ wandelt sich der schematische Verlauf zu der in Abbildung 4.7 dargestellten Kennlinie. Dabei verläuft die Kennlinie für einen ganz ins positive und anschließend ins Negative geregelten rONT entlang der blauen bzw. der dunkelblau gestrichelten Linie. Wenn die Spannungsgrenze für eine Stufe nicht verletzt wird, wird der Verlauf zwischen den beiden Kennlinien durch die grau gepunktete Linie dargestellt. Für die harmonische Balance über sämtliche Stufen ist beispielsweise für die drei dargestellten Stufen nur der blaue Verlauf relevant. Da sich diese Kennlinie stark von der Kennlinie in Abbildung 4.6 unterscheidet, werden mögliche Unterschiede der Beschreibungsfunktionen der beiden Kennlinien genauer betrachtet.

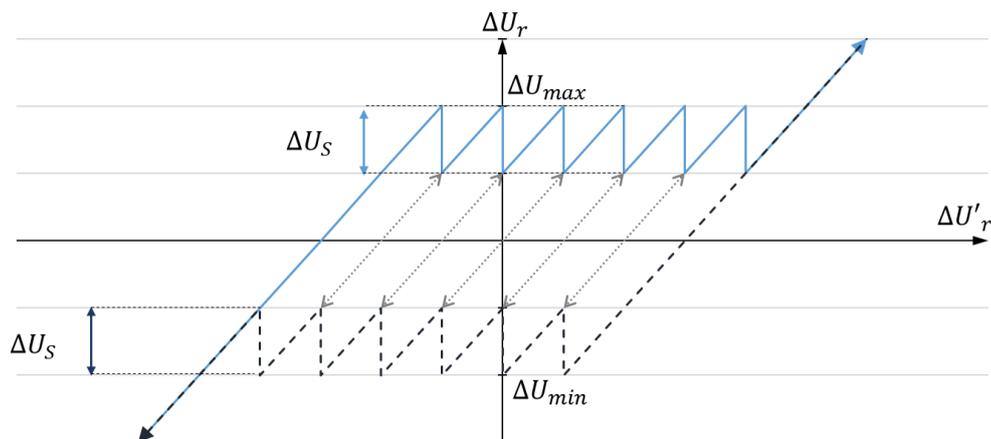


Abbildung 4.7 – Kennlinie für den Reihen-Regelkreis mit $u_V > 1$; gestrichelt: $\Delta \dot{U}'_r < 0$, durchgezogen: $\Delta \dot{U}'_r > 0$

Für beide relevanten Fälle des Spannungsverhältnisses u_V kann mittels des Regelkreismodells in Reihenschaltung die in Kapitel 2 definierte Grenzwinkelbedingung für die harmonische Balance angewendet werden. Zudem ist das Aufstellen der zugehörigen Beschreibungsfunktionen möglich, weshalb die Darstellungsmethode des Regelkreises in Reihenschaltung gewählt wird. Im ersten Schritt werden die rONT-Beschreibungsfunktionen für einen rONT mit einer Stufe für unterschiedliche Schaltspannungen und Spannungsgrenzen, sowie für beide relevanten Fälle des Spannungsverhältnisses aufgestellt und graphisch in der komplexen Ebene, sowie im Zeitbereich dargestellt. Anschließend werden diese Beschreibungsfunktionen mittels einer frei gewählten linearen Übertragungsfunktion validiert. Auf dieser Basis folgt die weiterführende Untersuchung eines mehrstufigen rONT und die Analyse des Einflusses der Zeitverzögerung durch die Schalthandlung des rONT.

4.2.1 rONT-Beschreibungsfunktion für $0.5 < u_V \leq 1$

In Abbildung 4.8 ist die Kennlinie für einen rONT mit je einer Stufe in beide Richtungen abgebildet. Die von den Kennlinienfunktionen $F_+(\Delta U'_r)$ und $F_-(\Delta U'_r)$ eingeschlossene Hysteresefläche ist mit S gekennzeichnet. Die Kennlinienfunktionen sind in den Gleichungen 4.6 und 4.7 für $\Delta U'_r > 0$ angegeben.

$$F_+(\Delta U'_r) = \begin{cases} \Delta U'_r & \text{für } 0 < \Delta U'_r < \Delta U_{max} \\ \Delta U'_r - \Delta U_S & \text{für } \Delta U'_r \geq \Delta U_{max} \end{cases} \quad (4.6)$$

$$F_-(\Delta U'_r) = \begin{cases} \Delta U'_r & \text{für } 0 < \Delta U'_r < (\Delta U_S - \Delta U_{max}) \\ \Delta U'_r - \Delta U_S & \text{für } \Delta U'_r \geq (\Delta U_S - \Delta U_{max}) \end{cases} \quad (4.7)$$

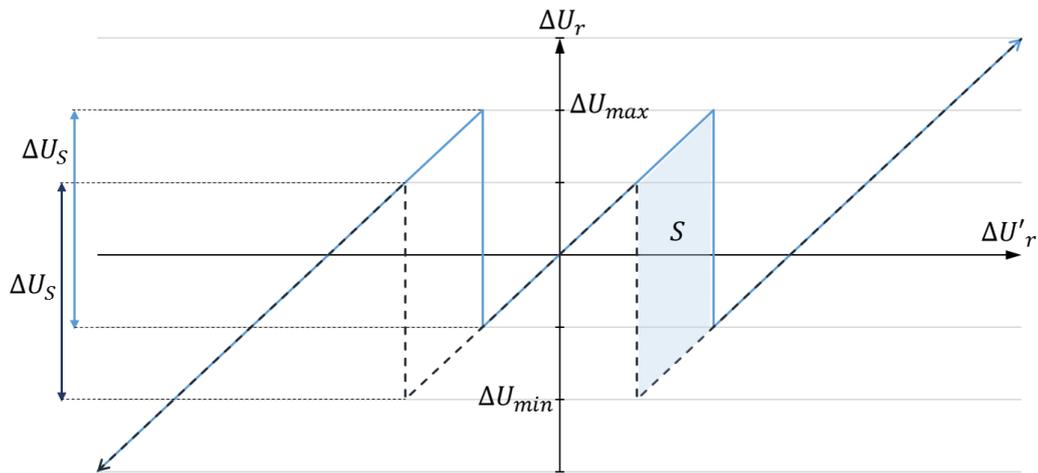


Abbildung 4.8 – Kennlinie eines rONT mit einer Stufe für $0.5 < u_V \leq 1$; gestrichelt: $\Delta \dot{U}'_r < 0$, durchgezogen: $\Delta \dot{U}'_r > 0$

Die Kennlinienfunktionen können nun abschnittsweise integriert werden und ergeben nach Gleichung (2.23) den Realteil von $N(A)$ mit der Gleichung (4.8).

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}\{N(A)\} &= \frac{2}{\pi A^2} \left[\int_0^{\Delta U_{max}} \Delta U'_r \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \right. \\
 &+ \int_{\Delta U_{max}}^A (\Delta U'_r - \Delta U_S) \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \\
 &+ \int_0^{\Delta U_S - \Delta U_{max}} \Delta U'_r \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \\
 &\left. + \int_{\Delta U_S - \Delta U_{max}}^A (\Delta U'_r - \Delta U_S) \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \right] \\
 &= -\frac{2\Delta U_S \left(\sqrt{A^2 - \Delta U_{max}^2} + \sqrt{A^2 - (\Delta U_S - \Delta U_{max})^2} \right) - \pi A^2}{\pi A^2} = \frac{a}{\pi A^2}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Der Imaginärteil (4.9) ergibt sich nach (2.20) aus der Hystereseffläche $S_{ges} = 2S$ und der Umlaufrichtung im Uhrzeigersinn.

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Im}\{N(A)\} &= \frac{S_{ges}}{\pi A^2} = \frac{2\Delta U_S(\Delta U_{max} - (\Delta U_S - \Delta U_{max}))}{\pi A^2} \\
 &= \frac{2\Delta U_S(2\Delta U_{max} - \Delta U_S)}{\pi A^2} = \frac{b}{\pi A^2}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Aus dem Imaginärteil (4.9) und dem Realteil (4.8) ergibt sich die Gleichung für die Beschreibungsfunktion $N(A)$ (4.10) und deren Inverse $N_I(A)$ (4.11). Zudem zeigen (4.9) und (4.11), dass für $\Delta U_S \leq 2\Delta U_{max}$ bzw. $u_V \geq 0.5$ der Imaginärteil $\operatorname{Im}\{N_I(A)\} \geq 0$ für alle $\Delta U_S, \Delta U_{max}$ ist. Daraus lässt sich schließen, dass die Kurve der Beschreibungsfunktion immer in der positiven imaginären Halbebene liegt.

$$N(A) = \operatorname{Re}\{N(A)\} + j\operatorname{Im}\{N(A)\} = \frac{a + jb}{\pi A^2} \tag{4.10}$$

$$N_I(A) = -\frac{1}{N(A)} = \frac{\pi A^2(-a + jb)}{a^2 + b^2} \tag{4.11}$$

$$\rightarrow \operatorname{Im}\{N(A)\} \geq 0 \text{ für } u_V > 0.5 \tag{4.12}$$

Abbildung 4.9 zeigt den zeitlichen Verlauf einer Grenzschiwingung und die zugehörige Grundwelle mit einer Amplitude A_{max} in einer Periode. Da für die harmonische Balance aufgrund der Punktsymmetrie der Kennlinie nur die Betrachtung einer halben Periode relevant ist,

werden hier nur die Schaltzeitpunkte v_1 , an dem auf die Stufe +1 geschaltet wird, und der Schaltzeitpunkt v_2 , an dem zurück in den neutralen Zustand geschaltet wird, markiert. Eine Berechnung mittels der Gleichungen (4.13) - (4.15) führt ebenfalls zu der hergeleiteten Beschreibungsfunktion nach (4.10).

$$\text{mit } v_1 = \arcsin\left(\frac{\Delta U_{max}}{A}\right), \quad v_2 = \frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{\Delta U_S - \Delta U_{max}}{A}\right) \quad (4.13)$$

$$\text{Re}\{N(A)\} = \frac{2}{\pi A} \left[\int_0^{v_1} A \sin(v) dv + \int_{v_1}^{v_2} (A \sin(v) - \Delta U_S) dv + \int_{v_2}^{\pi} A \sin(v) dv \right] \quad (4.14)$$

$$\text{Im}\{N(A)\} = \frac{2}{\pi A} \left[\int_0^{v_1} A \cos(v) dv + \int_{v_1}^{v_2} (A \cos(v) - \Delta U_S) dv + \int_{v_2}^{\pi} A \cos(v) dv \right] \quad (4.15)$$

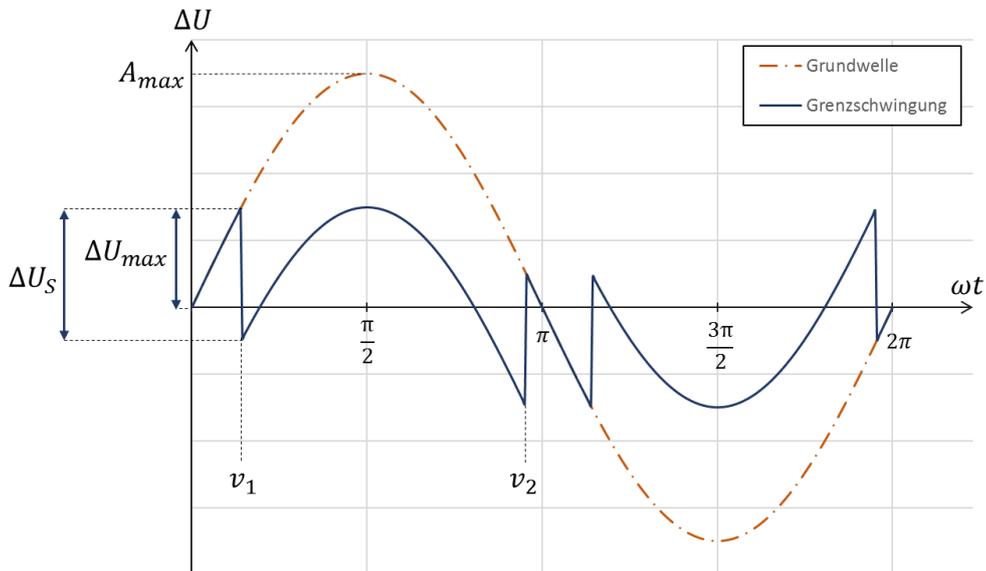


Abbildung 4.9 – Zeitlicher Verlauf einer Grenzschwingung der harmonischen Balance für $0.5 < u_V \leq 1$

Die inverse Beschreibungsfunktion kann als Funktion von $N_I(\Delta U_{max} \geq A \rightarrow \infty)$ in der komplexen Ebene geplottet werden. Die sich daraus für bestimmte ΔU_S und ΔU_{max} ergebenden Verläufe sind in Abbildung 4.10 dargestellt. Für jedes Diagramm sind jeweils die Schaltspannungen fest und die Spannungsobergrenzen werden variiert. Der mit einem Stern markierte Punkt entspricht dem Startpunkt $N_I(A = \Delta U_{max})$. Dabei zeigt sich, dass für das Spannungsverhältnis $u_V = 1$ der Verlauf der Kurve identisch in allen Darstellungen ist. Die Vermutung ist daher, dass das Spannungsverhältnis ausschlaggebend für den Verlauf der inversen rONT-Beschreibungsfunktion ist. Für kleinere Verhältnisse $u_V \rightarrow 0.5$ nimmt die

Größe der Kurve stark zu. Ebenso lässt sich beobachten, dass sämtliche Kurven von der Kurve für $u_V = 1$ entspringen.

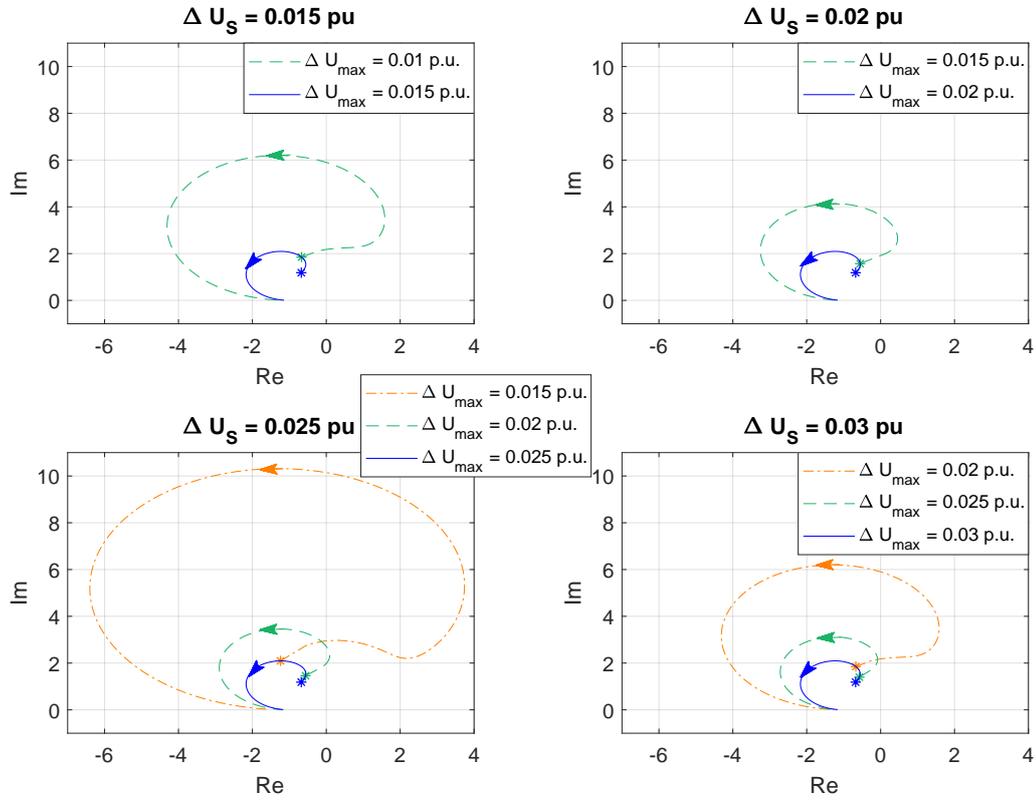


Abbildung 4.10 – Inverse rONT-Beschreibungsfunktionen für verschiedene Schaltspannungen und Spannungsgrenzen

Des Weiteren zeigen alle Kurven für $A \rightarrow \infty$ einen Verlauf zu $N_I(A \rightarrow \infty) = -1$. Dies lässt sich mathematisch für alle rONT-Beschreibungsfunktionen durch die Gleichungen (4.16) - (4.18) zeigen.

$$\begin{aligned}
 \lim_{A \rightarrow \infty} \operatorname{Re} \{N_I(A)\} &= \lim_{A \rightarrow \infty} -\frac{\pi A^2(4\Delta U_S A - \pi A^2)}{(4\Delta U_S A - \pi A^2)^2 + (2\Delta U_S(\Delta U_S - 2\Delta U_{max}))^2} \\
 &= \lim_{A \rightarrow \infty} -\frac{\pi A^4 - 4\pi \Delta U_S A^3}{\pi A^4 - 8\pi \Delta U_S A^3 + 16\Delta U_S A^2 + (2\Delta U_S(\Delta U_S - 2\Delta U_{max}))^2} \\
 &= \lim_{A \rightarrow \infty} -\frac{\pi - \frac{1}{A}(4\pi \Delta U_S)}{\pi - \frac{1}{A}(8\pi \Delta U_S) + \frac{1}{A^2}(16\Delta U_S) + \frac{1}{A^4}(2\Delta U_S(\Delta U_S - 2\Delta U_{max}))^2} \\
 &= -\frac{\pi}{\pi} = -1
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned} \lim_{A \rightarrow \infty} \operatorname{Im}\{N_I(A)\} &= \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{A^2} \pi (2\Delta U_S (\Delta U_S - 2\Delta U_{max}))^2}{\pi - \frac{1}{A} (8\pi \Delta U_S) + \frac{1}{A^2} (16\Delta U_S) + \frac{1}{A^4} (2\Delta U_S (\Delta U_S - 2\Delta U_{max}))^2} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\lim_{A \rightarrow \infty} N_I(A) = -1 \quad (4.18)$$

Anhand der Gleichungen (4.19) - (4.21) mit den zusammengefassten Variablen a aus Gleichung (4.8) und b aus Gleichung (4.9) kann gezeigt werden, dass der Verlauf der inversen Beschreibungsfunktion in der komplexen Ebene identisch ist, wenn für gleiche Spannungsverhältnisse u_V die Amplitude A und Sprungspannung ΔU_S um den Faktor k angepasst wird. Für betragsmäßig größere ΔU_S wird dabei der Endpunkt $N_I(A \rightarrow \infty) = -1$ langsamer erreicht. Daraus kann geschlossen werden, dass die Form von $N_I(A)$ in der komplexen Ebene ausschließlich von u_V abhängt.

$$\begin{aligned} a' &= -2k\Delta U_S \left(\sqrt{(kA)^2 - (k\Delta U_{max})^2} + \sqrt{(kA)^2 - (k\Delta U_S - k\Delta U_{max})^2} \right) \\ &= -2k^2\Delta U_S \left(\sqrt{(A)^2 - (\Delta U_{max})^2} + \sqrt{(A)^2 - (\Delta U_S - \Delta U_{max})^2} \right) \\ &= k^2 a \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} b' &= 2k\Delta U_S (2k\Delta U_{max} - k\Delta U_S) \\ &= 2k^2\Delta U_S (2k\Delta U_{max} - k\Delta U_S) \\ &= k^2 b \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$N'(kA, u_V, k\Delta U_S) = \frac{a' + jb'}{\pi(kA)^2} = \frac{k^2 a + jk^2 b}{\pi k^2 A^2} = \frac{a + jb}{\pi A^2} = N(A, u_V, \Delta U_S) \quad (4.21)$$

In Abbildung 4.11 sind die Verläufe für unterschiedliche u_V dargestellt. Dabei entspricht der Verlauf für $u_V = 0.5$ dem Grenzfall, an dem der rONT von einer Spannungsgrenze zur entgegengesetzten Spannungsgrenze springt. Für größere u_V schrumpft die Kurve bis auf den Verlauf für $u_V = 1$, wobei alle Kurven von dieser entspringen. Für die Erstellung eines kritischen Bereiches, in dem es zu stabilen Grenzschwingungen kommen kann, ist somit eine Betrachtung des Verlaufs von $N_I(A)$ in Abhängigkeit von u_V ausreichend, um eine Aussage über mögliche Schnittpunkte mit einer linearen Übertragungsfunktion zu treffen.

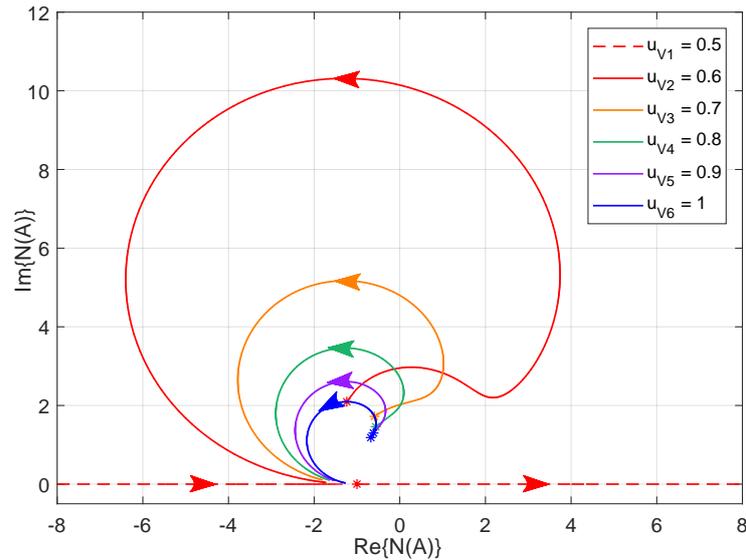


Abbildung 4.11 – Inverse rONT-Beschreibungsfunktionen $N_I(A)$ für verschiedene $0.5 < u_V \leq 1$

4.2.2 rONT-Beschreibungsfunktion für $u_V > 1$

Für Spannungsverhältnisse $u_V > 1$ verändert sich die rONT-Kennlinie. Dieser Verlauf ist für eine Stufe in Abbildung 4.12 dargestellt. Dabei verläuft die Spannung ΔU_r bei der harmonischen Balance im eingeschwungenen Zustand entlang der blauen Linien. Die in einer Periode eingeschlossene Fläche ist mit S gekennzeichnet.

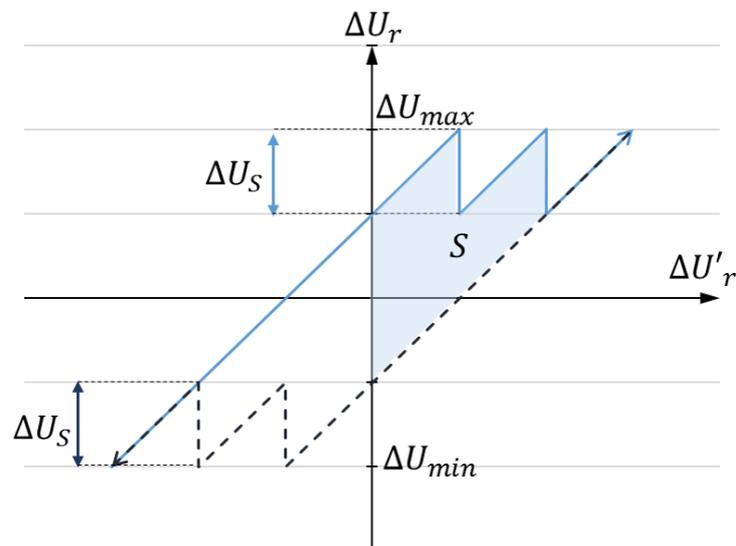


Abbildung 4.12 – Kennlinie eines rONT mit einer Stufe für $u_V > 1$; gestrichelt: $\Delta \dot{U}_r < 0$, durchgezogen: $\Delta \dot{U}_r > 0$

Für den zeitlichen Ablauf einer Periode ergibt sich dadurch die in Abbildung 4.13 dargestellte Kurve mit der zugehörigen Grundwelle. Die zugehörige Beschreibungsfunktion $N(A, u_V > 1)$ kann wiederum über den Zeitbereich durch die Gleichungen (4.22) - (4.26) bestimmt werden.

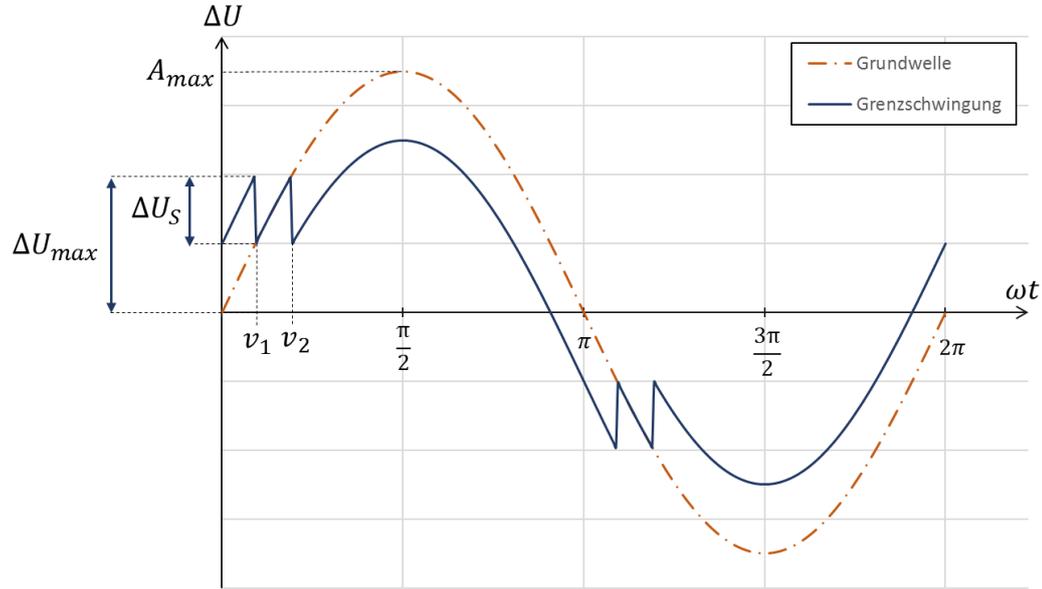


Abbildung 4.13 – Zeitlicher Verlauf einer Grenzschwingung der harmonischen Balance für $u_V > 1$

$$v_1 = \arcsin\left(\frac{\Delta U_{max}}{A}\right) \quad (4.22)$$

$$v_2 = \arcsin\left(\frac{\Delta U_{max} - \Delta U_S}{A}\right) \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{N(A, u_V > 1)\} &= \\ \frac{2}{\pi A} &\left[\int_0^{v_1} (A \sin(v) + \Delta U_S) dv + \int_{v_1}^{v_2} A \sin(v) dv + \int_{v_2}^{\pi} (A \sin(v) - \Delta U_S) dv \right] \\ &= - \frac{(2\Delta U_S (\sqrt{A^2 - \Delta U_{max}^2} + \sqrt{A^2 - (\Delta U_S - \Delta U_{max})^2}) - \pi A^2)}{\pi A^2} \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Im}\{N(A, u_V > 1)\} &= \\
&= \frac{2}{\pi A} \left[\int_0^{v_1} (A \cos(v) + \Delta U_S) dv + \int_{v_1}^{v_2} A \cos(v) dv + \int_{v_2}^{\pi} (A \cos(v) - \Delta U_S) dv \right] \\
&= \frac{2\Delta U_S(\Delta U_{max} - (\Delta U_S - \Delta U_{max}))}{\pi A^2}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

$$\rightarrow N(A, u_V > 1) = N(A, 0.5 < u_V \leq 1) \tag{4.26}$$

Genauso kann diese Äquivalenz durch die Berechnung mittels der allgemeinen Formel (2.23) gezeigt werden. Dabei sind die durch die Kennlinie eingeschlossenen Flächen S identisch und die Berechnung des Realteils ergibt ebenfalls das selbe Ergebnis. Auf dieser Basis werden alle folgenden Berechnungen für die harmonische Balance mittels der allgemeinen Formel durchgeführt.

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\{N(A, u_V > 1)\} &= \frac{2}{\pi A^2} \left[\int_0^{\Delta U_{max} - \Delta U_S} (\Delta U'_r + \Delta U_S) \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \right. \\
&\quad + \int_{\Delta U_{max} - \Delta U_S}^{\Delta U_{max}} \Delta U'_r \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \\
&\quad + \int_{\Delta U_{max}}^A (\Delta U'_r - \Delta U_S) \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \\
&\quad \left. + \int_0^A (\Delta U'_r - \Delta U_S) \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \right] \\
&= \operatorname{Re}\{N(A, 0.5 < u_V \leq 1)\}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
\operatorname{Im}\{N(A, u_V > 1)\} &= \frac{2(2\Delta U_S(\Delta U_{max} - \Delta U_S) + \Delta U_S \Delta U_S)}{\pi A^2} \\
&= \frac{2\Delta U_S(2\Delta U_{max} - \Delta U_S)}{\pi A^2} \\
&= \operatorname{Im}\{N(A, 0.5 < u_V \leq 1)\}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Der sich für $u_V > 1$ ergebende Verlauf ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Dabei wandern die blau markierten Startpunkte $N_I(A = \Delta U_{max})$ für größere Verhältnisse gegen -1 und der Verlauf der Kurve verkleinert sich zunehmend, wie u_{v7} und u_{v8} beispielhaft zeigen.

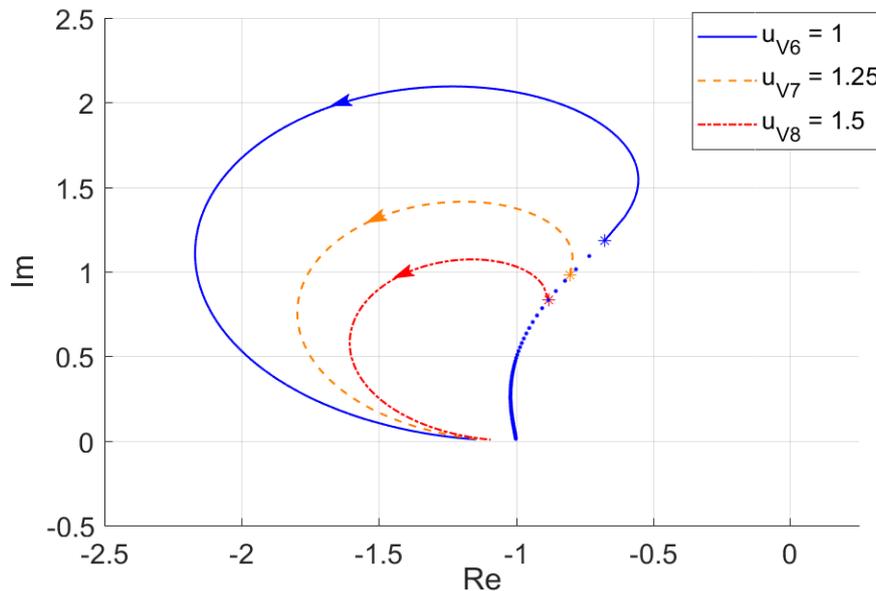


Abbildung 4.14 – Inverse rONT-Beschreibungsfunktionen für verschiedene $u_V \geq 1$

4.3 Validierung der Beschreibungsfunktion

In diesem Kapitel werden beispielhafte rONT-Beschreibungsfunktionen validiert. Hierfür wird zuerst eine frei gewählte lineare Übertragungsfunktion aufgestellt, welche die Kriterien der harmonischen Balance erfüllt. Anschließend erfolgt eine mathematische sowie simulationsbasierte Validierung der bisher aufgestellten Beschreibungsfunktion.

4.3.1 Aufstellen einer frei gewählten linearen Übertragungsfunktion

Die frei gewählte lineare Übertragungsfunktion muss nach [3] entsprechend einen hinreichenden Tiefpasscharakter aufweisen. Der Nennergrad muss demnach mindestens um zwei größer sein als der Zählergrad. Zu den Bedingungen der harmonischen Balance, muss $G(s)$ mit $s = j\omega$ den zweiten Quadranten durchlaufen und mindestens einen stabilen Schnittpunkt mit $N_I(A)$ aufweisen, an dem die Übertragungsfunktion aus Sicht der Beschreibungsfunktion diese von links kommend schneidet, da sonst keine Validierung von $N_I(A)$ möglich ist. Anhand des in Abbildung 4.15 schematisch dargestellten Verhaltens für Übertragungsfunktionen der Form (4.29) mit der Verstärkung K_p und den Faktoren a_n können Funktionen mit $n = 2$, deren

Verlauf als PT2-Verhalten bezeichnet wird, ausgeschlossen werden, da diese ausschließlich in der negativen imaginären Halbebene verlaufen und somit keinen Schnittpunkt mit der rONT-Beschreibungsfunktion aufweisen können.

$$G(s) = \frac{K_p}{a_0 + a_1s + \dots + a_n s^n} \quad (4.29)$$

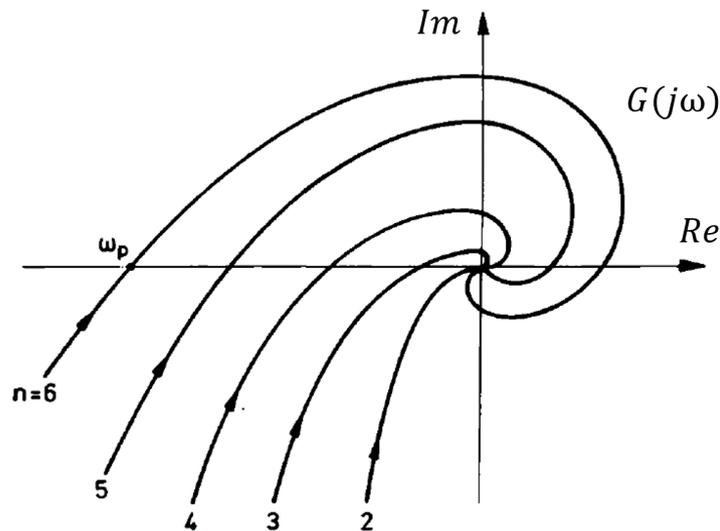


Abbildung 4.15 – Schematische Ortskurven für lineare Übertragungsfunktionen [4]

Aufgrund ihres Verlaufs wird daher die Übertragungsfunktion (4.30) gewählt, welche einen Tiefpasscharakter aufweist und Polstellen mit negativem Realteil besitzt.

$$G_{val}(s, K_p) = \frac{K_p}{0.2s^4 + 0.4s^3 + s^2 + s + 1} \quad (4.30)$$

→ Polstellen im offenen Regelkreis :

$$p_{1,2} = -0.1391 \pm j1.6040 \quad p_{3,4} = -0.8609 \pm j1.0898 \quad (4.31)$$

Die zugehörige Ortskurve ist in Abbildung 4.16 für verschiedene Verstärkungen K_p in der komplexen Ebene dargestellt. Im Startpunkt nimmt sie den Wert $G(0) = K_p$ an. Die betragsmäßige Größe der Kurve kann über den Faktor K_p angepasst werden, um einen Schnittpunkt mit der Beschreibungsfunktion zu gewährleisten. Im Folgenden werden diese Validierungsfunktionen als $G_{K_p}(s)$ bezeichnet, wobei K_p durch den jeweils verwendeten Wert ersetzt wird.

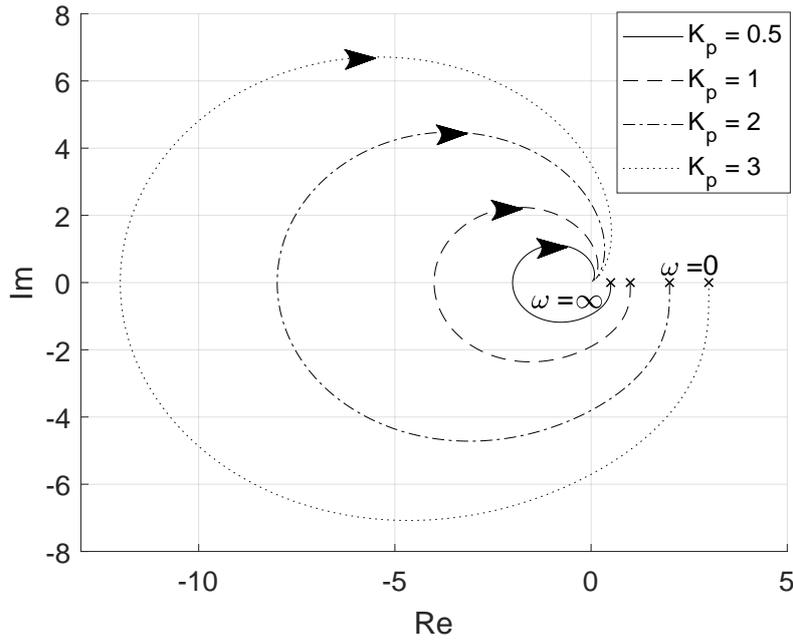


Abbildung 4.16 – Ortskurven der Validierungsfunktion für verschiedene Verstärkungen K_p

$$G_{val,geschlossen}(s, K_p) = \frac{G_{val}(s, K_p)}{1 + G_{val}(s, K_p)} \quad (4.32)$$

→ Polstellen im geschlossenen Regelkreis für $K_p = 2$:

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= 0.4853 \pm j1.7247 & p_{3,4} &= -1.4853 \pm j1.5707 \\ p_{5,6} &= -0.1391 \pm j1.6040 & p_{7,8} &= -0.8609 \pm j1.0898 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Da jedoch der Punkt $(-1|0)$ eingeschlossen wird, sind die Übertragungsfunktionen im geschlossenen Regelkreis nach Gleichung (4.32) instabil. Dies kann durch eine Polstellenanalyse gezeigt werden, da die Polstellen p_1, p_2 in (4.33) einen positiven Realteil aufweisen. Dies führt dazu, dass für größere $K_p > 1$ das System trotz vorhandenem Schnittpunkt für die harmonische Balance instabil wird. Deshalb wird eine Funktion gewählt, welche den kritischen Punkt nicht einschließt. Die hierfür frei erstellte Funktion (4.34) erfüllt alle zuvor genannten Bedingungen und weist keine Polstellen mit positiven Realteil sowohl für den offenen als auch für den geschlossenen Regelkreis für $K_p < 0.2$ auf. Der Ortskurvenverlauf der stabilen Übertragungsfunktion ist für verschiedene K_p in Abbildung 4.17 dargestellt. Im Folgenden wird diese Funktion zur Validierung der Beschreibungsfunktionen verwendet.

$$G_{val,K_p}(s, K_p) = \frac{K_p(1s^3 + 30s^2 - 10s + 1)}{(0.5s + 1)^6 + 2} \quad (4.34)$$

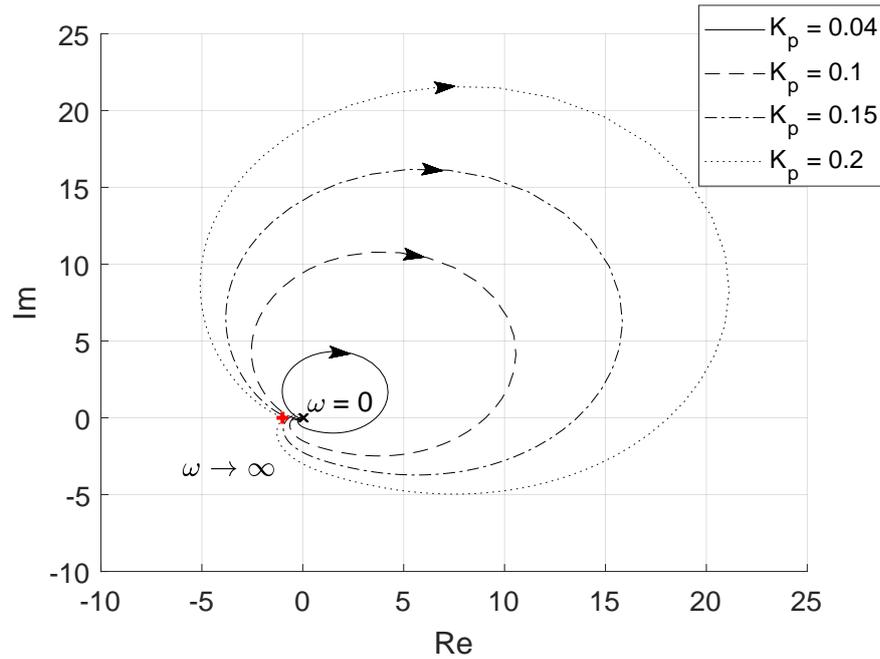


Abbildung 4.17 – Stabile Übertragungsfunktion G_{val, K_p}

4.3.2 Validierung der rONT-Beschreibungsfunktion

Aufgrund der Komplexität der Formeln ist eine einfache analytische Lösung der Schwingbedingung nicht möglich. Daher wird der theoretische Schnittpunkt graphisch ermittelt. Das zugehörige Wertepaar aus Amplitude und Winkelgeschwindigkeit wird im Folgenden mit A_{graph} und ω_{graph} bezeichnet. Zur Validierung wird ein MATLAB Simulink[®] Modell verwendet. Hierfür können einerseits die in den Kapiteln 4.1 und 4.2 beschriebenen Kennlinien und Regelkreismodelle in den Abbildungen 4.19 und 4.20 verwendet werden, welche identische Ergebnisse liefern. Dabei gilt $y_R = y'_P = y'_M$, welche ΔU_{rONT} entsprechen, und $u_R = e_P = e_M$, welche ΔU_r entsprechen. Die Simulationen erfolgen mit einem bereits validierten rONT-Modell. Das zugehörige Modell mit ist in Abbildung 4.18 dargestellt. Um das System zum Schwingen zu bringen, ist die links in der Abbildung markierte Anregung notwendig. Für die Validierung wurde hier eine Sprunganregung von 0.1 p.u. über 1 Sekunde gewählt.

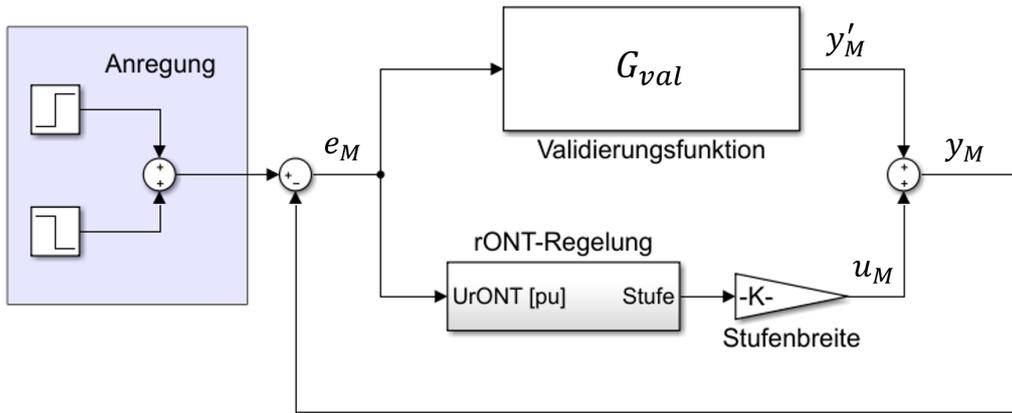


Abbildung 4.18 – Simulinkmodell für Validierung der rONT-Beschreibungsfunktion

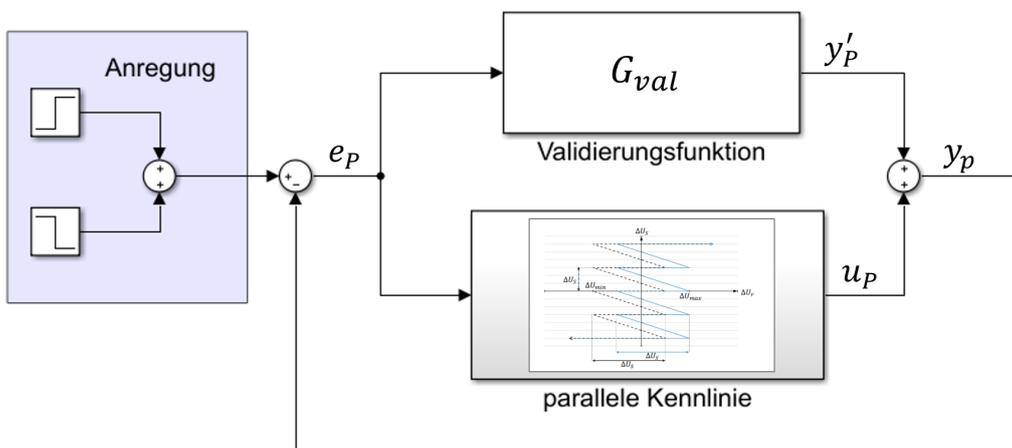


Abbildung 4.19 – Simulinkmodell mit Kennlinie der Parallelschaltung

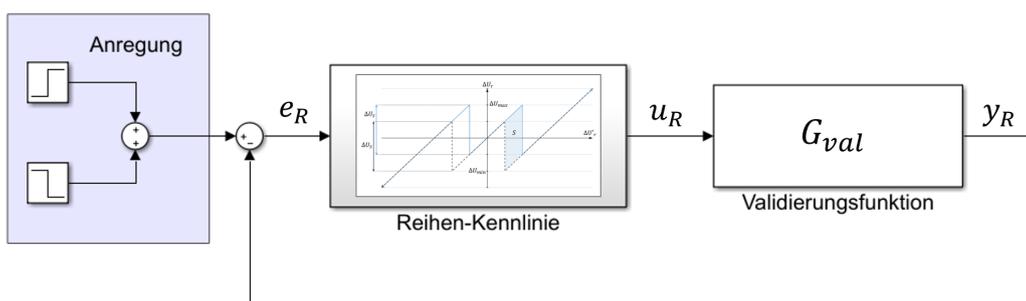


Abbildung 4.20 – Simulinkmodell mit Kennlinie der Reihenschaltung

Die verwendeten Spannungsverhältnisse und deren dazugehörige Spannungen sind in Tabelle 4.2 aufgelistet.

u_{Vi}	ΔU_S in [p.u.]	ΔU_{max} in [p.u.]	u_V
u_{V1}	0.025	0.015	0.6
u_{V2}	0.025	0.0175	0.7
u_{V3}	0.025	0.02	0.8
u_{V4}	0.025	0.025	1.0
u_{V5}	0.025	0.0275	1.1
u_{V6}	0.025	0.03	1.2

Tabelle 4.1 – Verwendete Spannungen und Spannungsverhältnisse für die Validierung

Abbildung 4.21 zeigt den Verlauf der linearen Übertragungsfunktion $G_{val,0.04}(s)$ mit $K_p = 0.04$ und den inversen Beschreibungsfunktionen $N_I(A)$ für verschiedene Spannungsverhältnisse. Dabei weisen alle Spannungsverhältnisse außer u_{V1} genau einen stabilen Schnittpunkt mit der linearen Übertragungsfunktion auf, für den aus Sicht von $N_I(A)$ die Übertragungsfunktion von links kommend schneidet. $N_I(A, u_{V1})$ hingegen hat einen stabilen und einen instabilen Schnittpunkt.

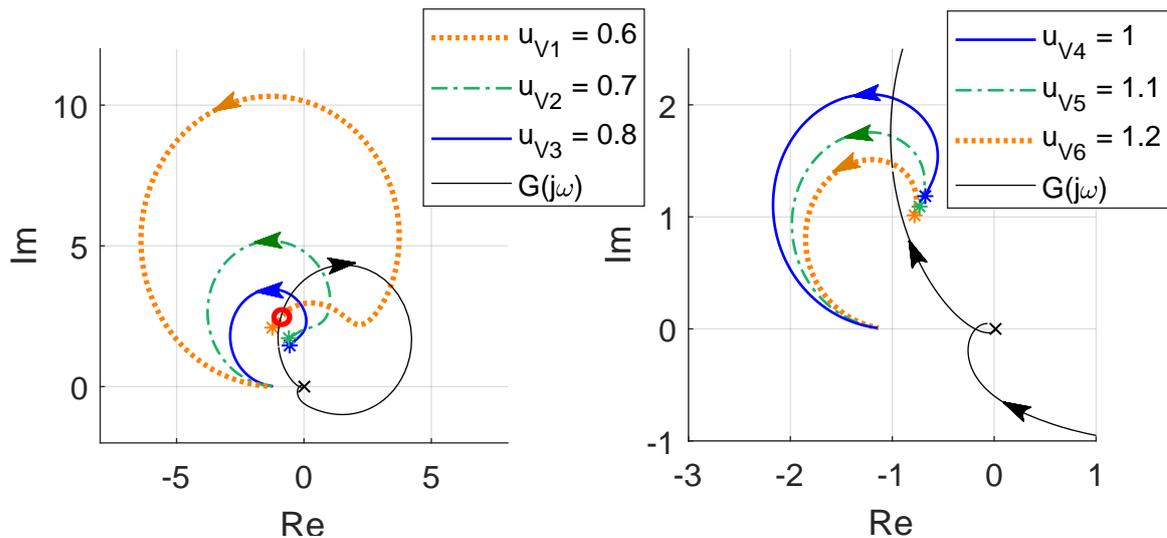


Abbildung 4.21 – Graphische Darstellung von $N_I(A)$ und $G_{val,0.04}$; instabiler Schnittpunkt rot markiert

Die graphisch bestimmten Werte für A und ω sowie die anhand des Simulink-Modells simulierten Werte sind in Tabelle 4.2 aufgeführt. Die Abweichung zwischen beiden Ergebnissen ist durch die Gleichung (4.35) bestimmt. Für $u_V = 0.6$ ergibt sich erwartungsgemäß eine Schwingung, welche dem stabilen Arbeitspunkt entspricht. Zu den Ergebnissen ist anzumerken, dass für $u_V = 1.1$ und $u_V = 1.2$ die Anregung auf 0.15 erhöht wurde, da sonst keine stabile

Grenzschwingung auftritt. Der genaue Zusammenhang zwischen der Höhe der Anregung und der stabilen Grenzschwingung wird im Folgenden nicht näher betrachtet, da in dieser Arbeit vor allem die grundlegenden Rahmenbedingungen für stabile Grenzschwingungen untersucht werden. Die Ergebnisse validieren die allgemeine Formel zur Berechnung von $N_I(A)$ für $0.5 < u_V \leq 1$ und $u_V > 1$ und zeigen zudem, dass die verschiedenen Regelkreismodelle identisch sind, da die graphische Bestimmung mittels des Reihen-Regelkreismodells aus Kapitel 4.2 und die Validierung mittels des validierten rONT-Reglers in Parallelschaltung nach Kapitel 4.1 erfolgt.

$$\epsilon_X = \frac{X_{sim} - X_{graph}}{X_{graph}} \quad (4.35)$$

u_V	A_{graph} [p.u.]	ω_{graph} [$\frac{rad}{s}$]	A_{sim} [p.u.]	ω_{sim} [$\frac{rad}{s}$]	ϵ_A	ϵ_ω
0.6	0.0151	1.048	instabiler AP	instabiler AP	-	-
	0.0233	1.126	0.0232	1.131	-0.4 %	0.4 %
0.7	0.0260	1.093	0.0259	1.095	-0.4 %	0.2 %
0.8	0.0282	1.068	0.0282	1.069	0 %	0.1 %
1.0	0.0318	1.031	0.0319	1.030	0.3 %	0.1 %
1.1	0.0333	1.016	0.0333	1.015	0 %	-0.1 %
1.2	0.0347	1.002	0.0345	1.002	-0.6 %	-0.1 %

Tabelle 4.2 – Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse und deren Abweichungen für $K_p = 0.04$

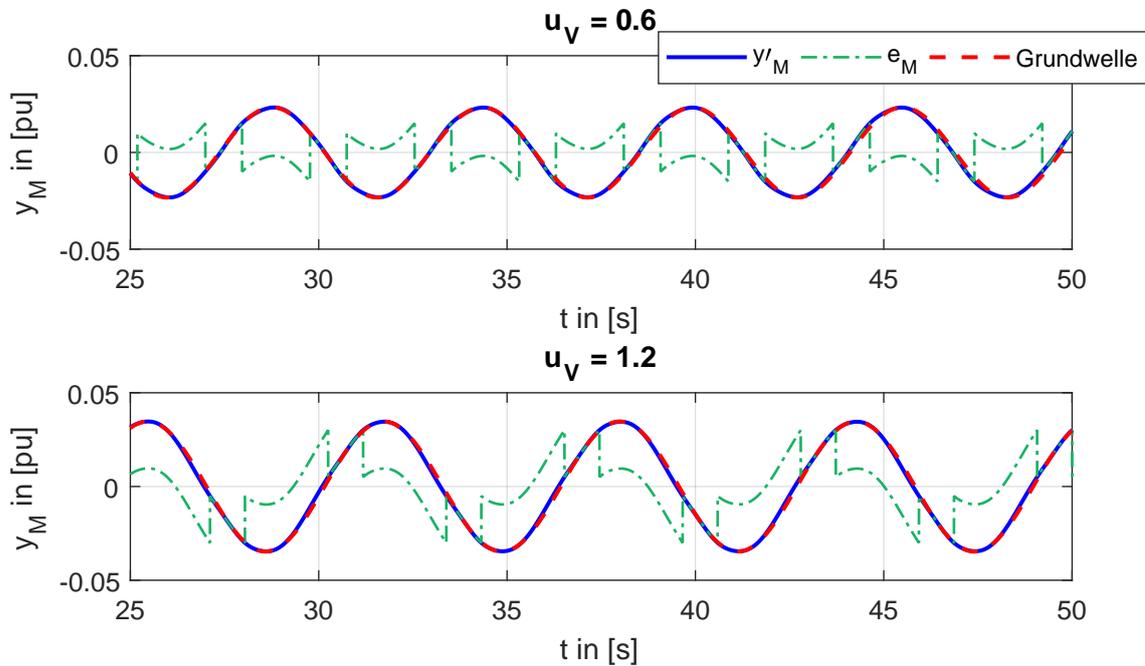


Abbildung 4.22 – Zeitverlauf für $u_{V1} = 0.6$ und $u_{V6} = 1.2$ und dazugehörige Grundwelle mit $K_p = 0.04$

Der zeitliche Verlauf von y'_M und somit von y_R , von e_M bzw. u_R und der zugehörigen Grundwelle sind für $u_{V1} = 0.6$ und $u_{V6} = 1.2$ im eingeschwungenen Zustand in Abbildung 4.22 dargestellt. Dabei entspricht e_M dem aus der Reihenkenlinie abgeleiteten zeitlichen Verlauf. Die Grundwelle ist nahezu deckungsgleich mit dem Verlauf von y'_M .

Eine Validierung mit einer Verstärkung $K_p = 0.2$ zeigt, dass A und ω aus den Schnittpunkten in Abbildung 4.23 stark von den Simulationsergebnissen in Tabelle 4.3 abweichen. Die rot markierten Punkte sind dabei die Winkelgeschwindigkeit ω_{sim} auf der Ortskurve der linearen Übertragungsfunktion. Hier sind die eigentlichen Schnittpunkte zwischen $N_I(A)$ und $G_{val,0.2}$ zu erwarten.

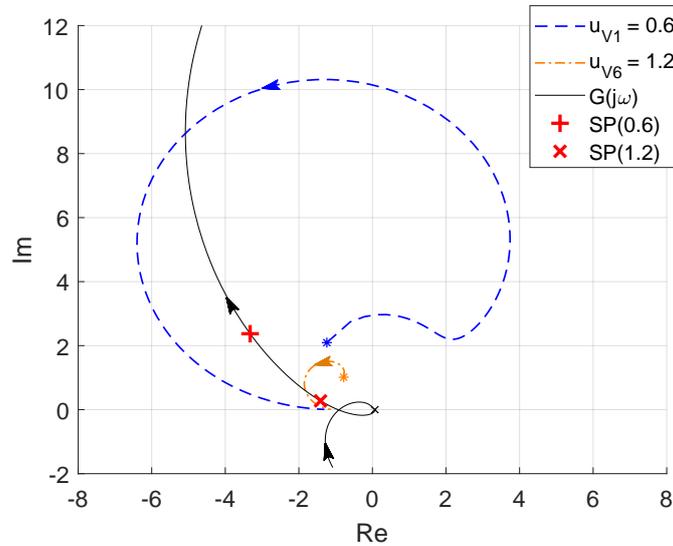


Abbildung 4.23 – Schnittpunkte von $N_I(A)$ und $G_{val,0.2}(j\omega)$ in der komplexen Ebene beim Auftreten von Oberwellen

u_V	A_{graph} [p.u.]	ω_{graph} [$\frac{rad}{s}$]	A_{sim} [p.u.]	ω_{sim} [$\frac{rad}{s}$]	ϵ_A	ϵ_ω
0.6	0.0304	1.016	0.0438	0.898	44.1 %	-11.6 %
1.2	0.0589	0.733	0.1009	0.675	71.3 %	-7.9 %

Tabelle 4.3 – Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse und deren Abweichungen für $K_p = 0.2$

Eine Auswertung des in Abbildung 4.24 dargestellten zeitlichen Verlaufs von y'_M mittels einer schnellen Fourier-Transformation zeigt, dass neben der Grundwelle ebenso die in Tabelle 4.4 aufgelisteten Amplituden $A(u_{Vi})$ von harmonischen Schwingungen vorhanden sind. Für stabile Grenzwinkelgeschwindigkeiten, deren Amplitude laut der graphischen Auswertung viel größer als die Spannungsobergrenze ΔU_{max} ist, ist die Kurve von $N_I(A)$ nicht zutreffend. Eine allgemeine Aussage, ab welcher Grenzwinkelgeschwindigkeitsamplitude dies zutrifft, kann jedoch nicht getroffen

werden, da dies stark von der Tiefpasscharakteristik der linearen Übertragungsfunktion abhängt. Eine genauere Analyse der Oberschwingungen ist mit der harmonischen Balance nicht möglich.

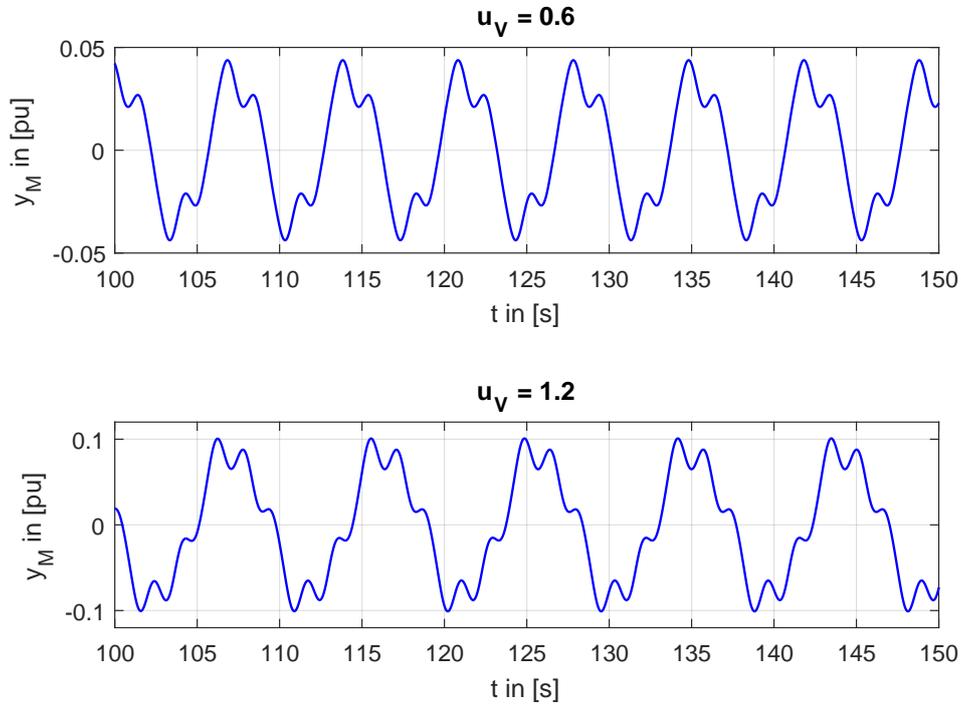


Abbildung 4.24 – Graphische Darstellung von $N_I(A)$ und $G_{val,0.2}$

	$A(u_{V1})$	$\frac{A_{Grundwelle}}{A_{n-Harmonische}}$ von u_{v1}	$A(u_{V6})$	$\frac{A_{n-Harmonische}}{A_{Grundwelle}}$ von u_{v6}
Grundwelle	0.0374	-	0.0871	-
3. Harmonische	0.0109	28.8 %	0.0099	11.3 %
5. Harmonische	0.0027	7.3 %	0.0197	22.6 %
7. Harmonische	0	0 %	0.0029	3.4 %

Tabelle 4.4 – Harmonische Anteile an der stabilen Grenzwegung aus Simulationsergebnissen für $K_p = 0.2$

Die durch ω_{sim} festgelegten Schnittpunkte für harmonische Überlagerungen in Abbildung 4.23 zusammen mit der höheren Amplitude A_{sim} deuten darauf hin, dass die harmonischen Schwingungen den Verlauf von $N_I(A \rightarrow \infty) = -1$ beschleunigen. Zudem ist ein Übertreten der Realteilachse und somit $Im\{N_I(A)\}$ nicht möglich, da dieser durch die von der Kennlinie eingeschlossene Fläche bestimmt ist und für alle A immer Werte größer 0 annimmt. Schlussendlich gilt es, stabile Grenzwegungen zwischen einem rONT und einer Q(U)-Regelung

zu vermeiden, weshalb der Einfluss der Harmonischen nicht relevant ist, da bereits davor andere Parametrierungen des rONT zu stabilen Grenzschwingungen führen können.

4.4 Beschreibungsfunktion für mehrstufigen rONT

Für regelbare Ortsnetztransformatoren mit n_{max} Stufen, ergibt sich die in Abbildung 4.25 dargestellte Kennlinie. Diese gibt wiederum ΔU_r in Abhängigkeit von $\Delta U'_r$ aus und springt bei Über- bzw. Unterschreitung der Spannungsgrenzwerte um $\pm\Delta U_S$. Die von der Kennlinie eingeschlossene Fläche setzt sich aus mehreren gleichgroßen Flächen S_i zusammen.

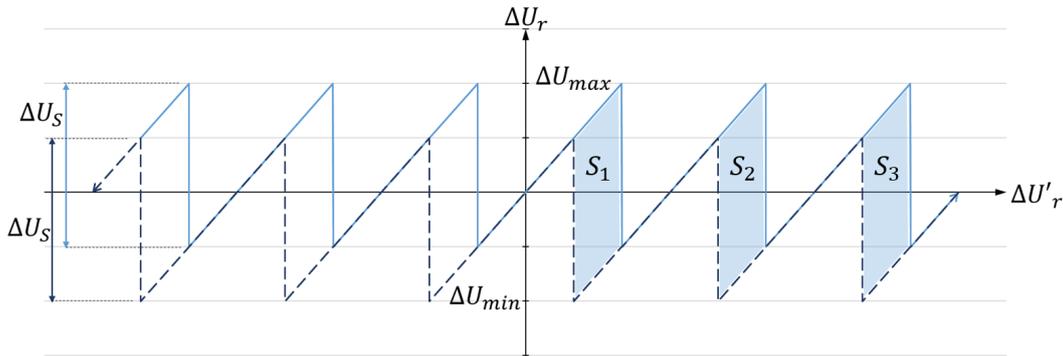


Abbildung 4.25 – Kennlinie für mehrstufigen rONT mit $n_{max} = 3$

Die Beschreibungsfunktion $N_{(n)}(A)$ und die inverse Beschreibungsfunktion $N_{I,(n)}(A)$ sind abschnittsweise definiert:

$$\begin{aligned}
 &\text{für } \Delta U_{max} \leq A < \Delta U_{max} + \Delta U_S && \rightarrow N_{I,(1)} \\
 &\text{für } \Delta U_{max} + \Delta U_S \leq A < \Delta U_{max} + 2\Delta U_S && \rightarrow N_{I,(2)} \\
 & && \vdots \\
 &\text{für } \Delta U_{max} + (n-1)\Delta U_S \leq A < \Delta U_{max} + n\Delta U_S && \rightarrow N_{I,(n)} \\
 & && \vdots \\
 &\text{für } \Delta U_{max} + (n_{max}-1)\Delta U_S \leq A \rightarrow \infty\Delta U_S && \rightarrow N_{I,(n_{max})}
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

Der Realteil der Beschreibungsfunktion $N_{(n_{max})}(A)$ kann allgemein für $n_{max} > 1$ mit der Formel (4.37) auf Basis von (2.23) berechnet werden.

$$\operatorname{Re} \left\{ N_{(n_{max})}(A) \right\} = \frac{2}{\pi A^2} \int_0^A \left[F_{+, (n_{max})}(\Delta U'_r) + F_{-, (n_{max})}(\Delta U'_r) \right] d\Delta U'_r \tag{4.37}$$

$$f(\Delta U'_r) = \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U'_r{}^2}} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} F_{+, (n_{max})}^{int} &= \int_0^{\Delta U_{max}} \Delta U'_r f(\Delta U'_r) d\Delta U'_r \\ &+ \sum_{n=1}^{n_{max}-1} \left[\int_{\Delta U_{max} + (n-1)\Delta U_S}^{\Delta U_{max} + n\Delta U_S} (\Delta U'_r - n\Delta U_S) f(\Delta U'_r) d\Delta U'_r \right] \\ &+ \int_{\Delta U_{max} + (n_{max}-1)\Delta U_S}^A (\Delta U'_r - n_{max}\Delta U_S) f(\Delta U'_r) d\Delta U'_r \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} F_{-, (n_{max})}^{int} &= \int_0^{\Delta U_S - \Delta U_{max}} \Delta U'_r f(\Delta U'_r) d\Delta U'_r \\ &+ \sum_{n=1}^{n_{max}-1} \left[\int_{n\Delta U_S - \Delta U_{max}}^{(n+1)\Delta U_S - \Delta U_{max}} (\Delta U'_r - n\Delta U_S) f(\Delta U'_r) d\Delta U'_r \right] \\ &+ \int_{n_{max}\Delta U_S - \Delta U_{max}}^A (\Delta U'_r - n_{max}\Delta U_S) f(\Delta U'_r) d\Delta U'_r \end{aligned} \quad (4.40)$$

Der Imaginärteil in (4.42) kann analog zur Formel (2.20) über die durch die Kennlinie eingeschlossen Fläche S_{ges} aus (4.41) berechnet werden.

$$S_{ges} = n_{max} S_1 \quad (4.41)$$

$$Im \{ N_{(n_{max})}(A) \} = \frac{S_{ges}}{\pi A^2} = n_{max} \frac{2\Delta U_S (2\Delta U_{max} - \Delta U_S)}{\pi A^2} \quad (4.42)$$

Zusammen ergibt sich daraus wiederum die inverse Beschreibungsfunktion $N_{I, (n_{max})}$ in (4.43).

$$N_{I, (n_{max})} = - \frac{1}{Re \{ N_{(n_{max})}(A) \} + j Im \{ N_{(n_{max})}(A) \}} \quad (4.43)$$

Abbildung 4.26 zeigt $N_{I,(n)}$ für verschiedene Spannungsverhältnisse mit $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Die mit einem Stern markierten Punkte entsprechen den jeweiligen Startpunkten $N_{I,(n)} = \Delta U_{max} + (n - 1)\Delta U_S$.

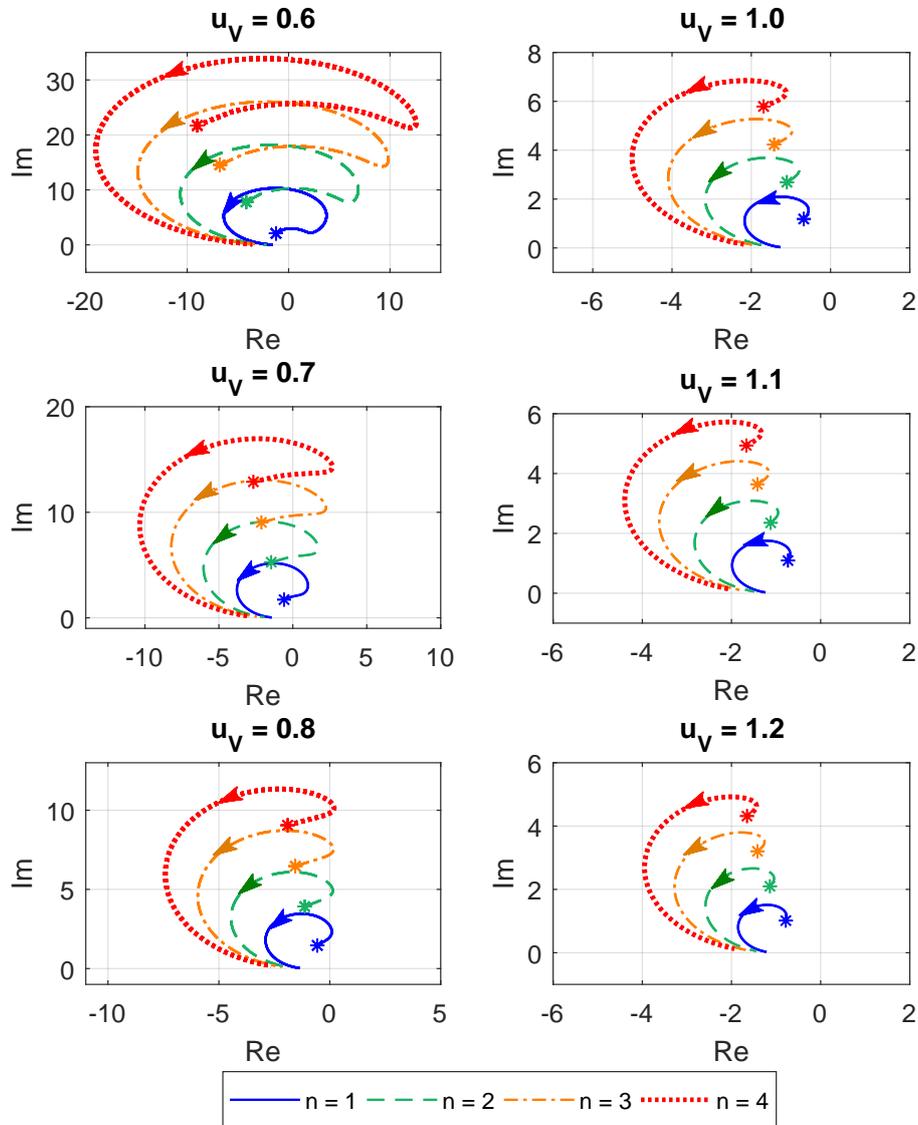


Abbildung 4.26 – Unbegrenzter Verlauf von $N_{I,(n)}$ für verschiedene u_V

Die Kurven der rONT-Beschreibungsfunktionen zeigen, dass für höhere Stufen der Imaginärteil sowie der Realteil steigt. Weiter gilt für alle $N_{I,(n)}(A \rightarrow \infty) \rightarrow -1$. Da für $n = 1$ die Kurven die betragsmäßig geringsten Werte aufweisen, sind diese ausschlaggebend für eine untere Begrenzung des kritischen Bereiches.

Für die Validierung von $N_{I,(n)}$ werden die in Tabelle 4.5 aufgelisteten Spannungsverhältnisse verwendet und die zugehörigen Verläufe von $N_{I,(n)}(A)$ in Abbildung 4.27 dargestellt. Dabei entspricht A_{min} der unteren Gültigkeitsgrenze, welche im Diagramm mit einem Stern markiert sind, und A_{max} der oberen Gültigkeitsgrenze, welche mit einem Punkt markiert sind, für die die jeweilige $N_{I,(n)}$ definiert ist.

u_V	ΔU_S [p.u.]	ΔU_{max} [p.u.]	K_p	Stufe	A_{min} [p.u.]	A_{max} [p.u.]
0.6	0.025	0.015	0.08	1	0.015	0.04
				2	0.04	0.065
				3	0.065	∞
1.2	0.025	0.03	0.2	1	0.03	0.055
				2	0.055	0.08
				3	0.08	∞

Tabelle 4.5 – Verwendete Spannungsverhältnisse und Stufen

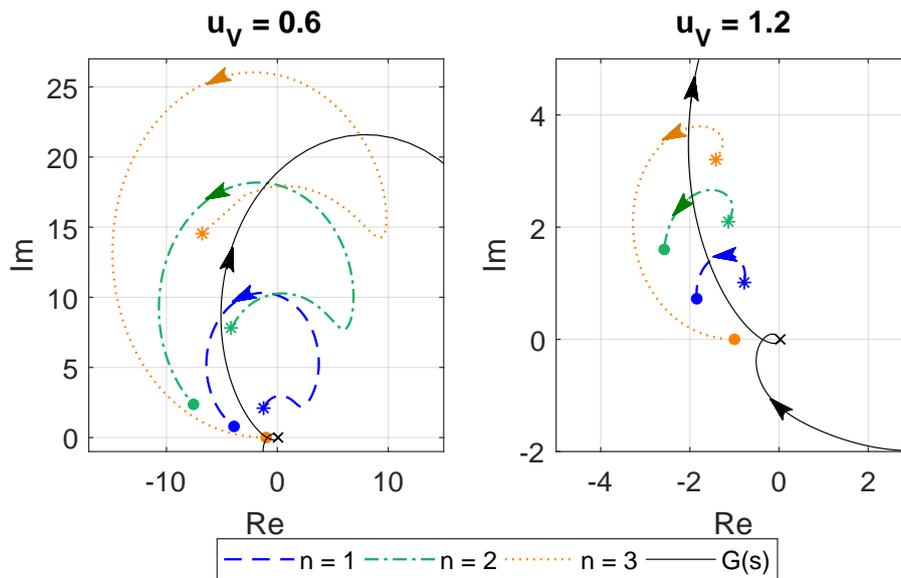


Abbildung 4.27 – $N_{I,(n)}$ und G_{val,K_p} für Werte in Tabelle 4.5

Die graphisch ermittelten Schnittpunkte und Simulationsergebnisse für die Validierung von $N_{I,(n)}$ sind mit den zugehörigen Abweichungen nach (4.35) in Tabelle 4.6 aufgeführt. Die in Tabelle 4.7 aufgelisteten benötigten Anregungen ΔU_0 weichen dabei von den zuvor definierten Grenzbereichen ab. Für manche Beschreibungsfunktionen ist es zudem nicht möglich, eine stabile Grenzschwingung in der Simulation zu erreichen, was darauf zurückgeführt werden kann, dass das Einschwingverhalten ausschlaggebend für das Eintreten einer Grenzschwingung ist. Da dies von der linearen Übertragungsfunktion abhängt, kann keine allgemeine

Aussage über den Einfluss der Anregung getroffen werden. Des Weiteren treten bei den Schalthandlungen des rONT im betrachteten Modell keine Zeitverzögerungen auf, weshalb bei größeren Anregungen sofort mehrere Stufen geschaltet werden und somit das Einschwingverhalten stark beeinflussen. Eine genauere Betrachtung des Einflusses der Zeitverzögerung bei Schalthandlungen folgt in Kapitel 4.5.

u_V	Stufe	A_{graph} [p.u.]	ω_{graph} [$\frac{rad}{s}$]	A_{sim} [p.u.]	ω_{sim} [$\frac{rad}{s}$]	ϵ_A	ϵ_ω
	1	0.0304	1.016	-	-	-	-
0.6	2	0.0538	1.077	0.0539	1.079	0.2 %	0.2 %
	3	0.0759	1.104	0.0763	1.101	0.5 %	-0.3 %
1.2	1	0.0420	0.923	0.0508	0.911	21.0 %	-1.3 %
	2	0.0671	0.989	0.0721	0.981	7.4 %	-0.8 %
	3	0.0901	1,023	0.0935	1.020	3.8 %	-0.3 %

Tabelle 4.6 – Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse, Anregung ΔU_0 und Abweichungen

u_V	Stufe	ΔU_0 [p.u.]
	1	-
0.6	2	0.04
	3	0.14
1.2	1	0.12
	2	0.16
	3	0.2

Tabelle 4.7 – Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse, Anregung ΔU_0 und Abweichungen

Der zeitliche Verlauf der harmonischen Schwingung y'_M für $u_V = 1.2$, sowie die Stufenstellung u_M und e_M sind in Abbildung 4.28 dargestellt. Nach einem kurzen Einschwingvorgang nach der Anregung tritt in allen Diagrammen eine stabile Grenzschiwingung auf. Dabei zeigt sich für $n = 1$, dass y'_M nahezu die Form eines Dreiecksignals aufweist und somit Oberschwingungsanteile vorhanden sind. Dies erklärt die Abweichungen zur graphisch bestimmten Amplitude und Winkelgeschwindigkeit der Grenzschiwingung. Für $n = 2$ und $n = 3$ ist der Verlauf von y'_M nahezu sinusförmig mit geringer Abweichung von A_{graph} und ω_{graph} . Die grün gestrichelten Verläufe von e_M stimmen mit dem erwarteten schematischen Verlauf aus der Kennlinie überein. Zudem sind die jeweiligen Stufenstellungen durch die orange gepunkteten Stellgrößen u_M aufgetragen.

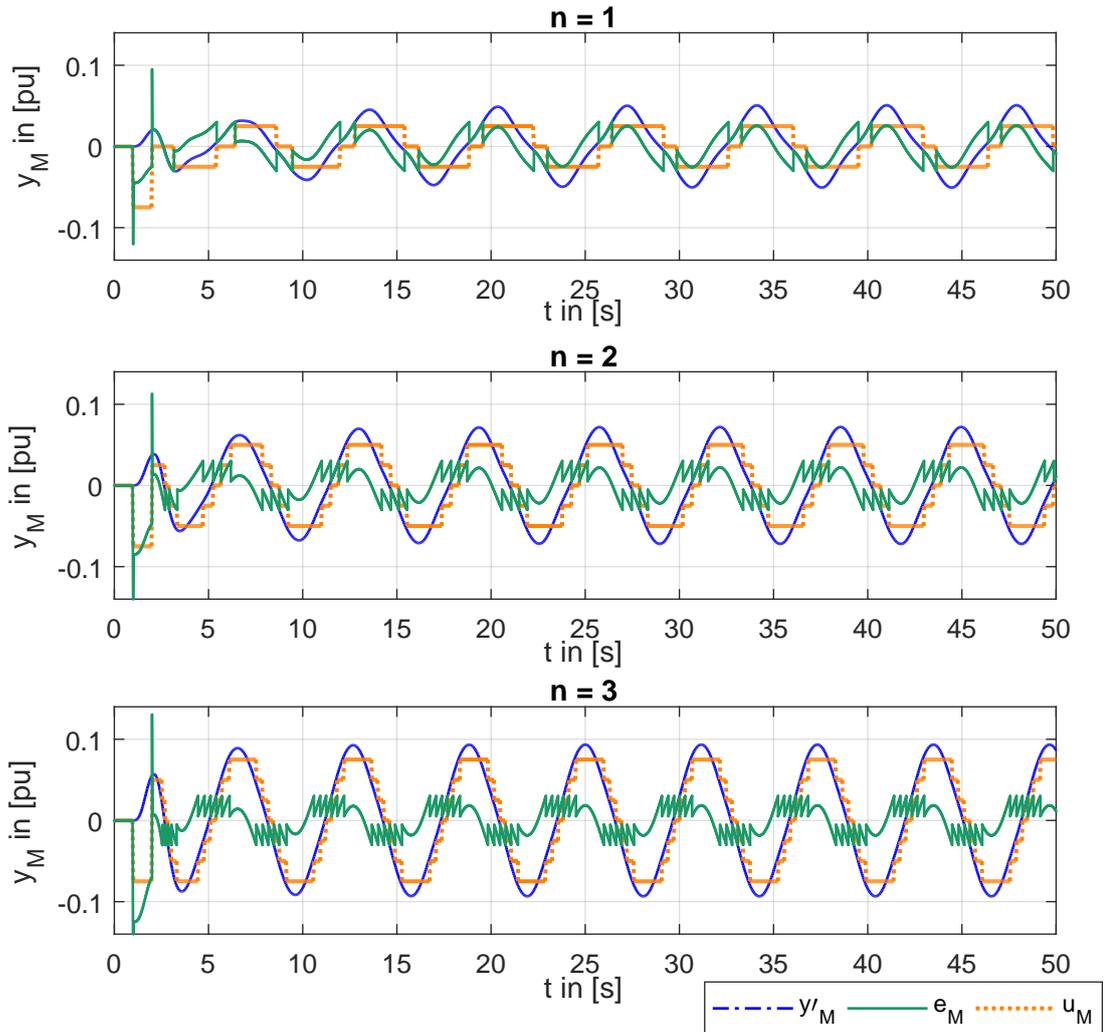


Abbildung 4.28 – Zeitlicher Verlauf der Stufenstellung, der harmonischen Schwingung und e_M für $u_V = 1.2$ und $K_p = 0.08$

4.5 Beschreibungsfunktion für rONT mit Schaltverzögerung

Eine Zeitverzögerung t_v in der rONT-Regelung verschiebt den eigentlichen Schaltzeitpunkt v_1 bei Überschreitung von ΔU_{max} auf den Schaltzeitpunkt v'_1 an dem die Spannung $\Delta U_{max,t}$ vorliegt. Dies ist beispielhaft in Abbildung 4.29 für $\Delta U'_r > 0$ dargestellt. Eine Betrachtung $\Delta U'_r < 0$ ist aufgrund der Punktsymmetrie der Kennlinie nicht notwendig. Es wird im Folgenden angenommen, dass ein Überschreiten der Spannungsobergrenze in jedem Fall zu einer Schalthandlung führt. Das integrale Verhalten mit einem Abbruchkriterium des rONT

wird somit vernachlässigt. Zur Bestimmung von $\Delta U_{max,t}$ und $\Delta U_{min,t}$ bietet sich aufgrund der Zeitabhängigkeit der Kennlinie die Verwendung von

$$\begin{aligned} v'_1 &= v_1 + \omega t_v \\ v'_2 &= v_2 + \omega t_v \end{aligned} \quad (4.44)$$

an. Darauf aufbauend können die zeitabhängigen Spannungsgrenzen für die Verwendung der allgemeinen Formel zur Bestimmung von $N(A, \omega)$ ermittelt werden.

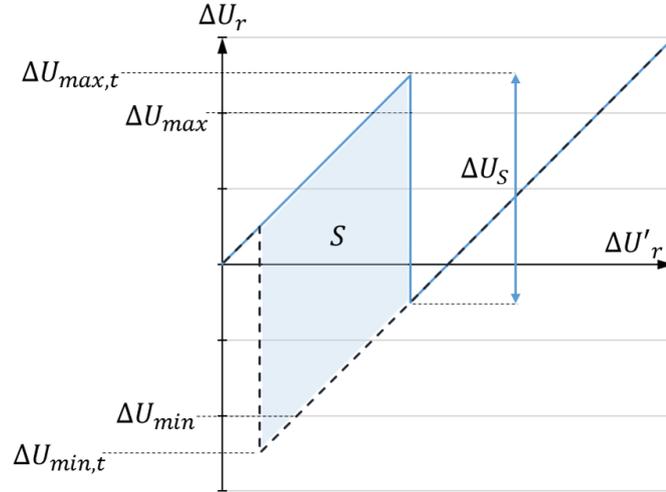


Abbildung 4.29 – Kennlinie für einen rONT mit Zeitverzögerung

Basierend auf 4.22 führt t_v zur neuen Schaltspannung $\Delta U_{max,t}$

$$\begin{aligned} \Delta U_{max,t} &= A \sin(v'_1) = A \sin(v_1 + \omega t_v) \\ &= A \sin\left(\arcsin\left(\frac{\Delta U_{max}}{A}\right) + \omega t_v\right) \end{aligned} \quad (4.45)$$

Analog ergibt sich für die Rückschaltung auf die neutrale Stufe die Rückschaltspannung $\Delta U_{min,t}$ zum Zeitpunkt v'_2

$$\begin{aligned} \Delta U_{min,t} &= \Delta U_S - A \sin(v'_2) = \Delta U_S - A \sin(v_2 + \omega t_v) \\ &= \Delta U_S - A \sin\left(\frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{\Delta U_S - \Delta U_{max}}{A}\right) + \omega t_v\right) \end{aligned} \quad (4.46)$$

Daraus ergibt sich der Realteil der Beschreibungsfunktion

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}\{N(A, \omega)\} = & \frac{2}{\pi A^2} \left[\int_0^{\Delta U_{max,t}} \Delta U'_r \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \right. \\
 & + \int_{\Delta U_{max,t}}^A (\Delta U'_r - \Delta U_S) \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \\
 & + \int_0^{\Delta U_S - \Delta U_{min,t}} \Delta U'_r \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \\
 & \left. + \int_{\Delta U_S - \Delta U_{min,t}}^A (\Delta U'_r - \Delta U_S) \frac{\Delta U'_r}{\sqrt{A^2 - \Delta U_r'^2}} d\Delta U'_r \right]
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Für den Imaginärteil der Beschreibungsfunktion ergibt sich die eingeschlossene Fläche S aus geometrischen Überlegungen anhand der Kennlinie in Abbildung 4.29.

$$S = \Delta U_S (\Delta U_{max,t} - (\Delta U_S - \Delta U_{min,t})) \tag{4.48}$$

$$\operatorname{Im}\{N(A, \omega)\} = \frac{2\Delta U_S (\Delta U_{max,t} - (\Delta U_S - \Delta U_{min,t}))}{\pi A^2} \tag{4.49}$$

Die Beschreibungsfunktion ist somit eine von ω und A abhängige Funktion $N(A, \omega)$. Da die Periodendauer einer Grenzschiwingung um die Stufen ± 1 vier Schaltheftlungen mit t_v beinhalten muss, darf eine maximale Periodendauer t_{max} nicht überschritten werden. Die tatsächliche maximale Winkelgeschwindigkeit liegt unterhalb ω_{max} , da die Zeit, in der die Spannungsgrenzen verletzt werden, größer sein muss, als die Totzeit der rONT-Regelung. Dies ist abhängig von der Amplitude und wird im Folgenden vereinfacht. Die gewählte Grenze für ω_{max} beschreibt einen größeren Intervall für zulässige Winkelgeschwindigkeiten, wodurch zusätzliche Beschreibungsfunktionen betrachtet werden und somit ein größerer, kritischer Bereich in der komplexen Ebene abgedeckt wird.

$$t_{max} \leq 4t_v / \omega_{max} \leq \frac{\pi}{2t_v} \tag{4.50}$$

Die inverse Beschreibungsfunktion $N_I(A, \omega)$ kann als 3D-Diagramm dargestellt werden, indem die Winkelgeschwindigkeit auf die z-Achse geplottet wird. Der daraus resultierende Verlauf ist für $u_V \in \{0.6, 1.0, 1.2\}$ und $t_v = 1$ in Abbildung 4.30 dargestellt. Die Diagramme rechts zeigen jeweils die Projektion von $N_I(A, \omega)$ links für alle $\omega \in [0, \omega_{max}]$ in die komplexe Ebene. Der Verlauf für $\omega = 0$ entspricht den Ergebnissen aus den vorherigen Kapiteln.

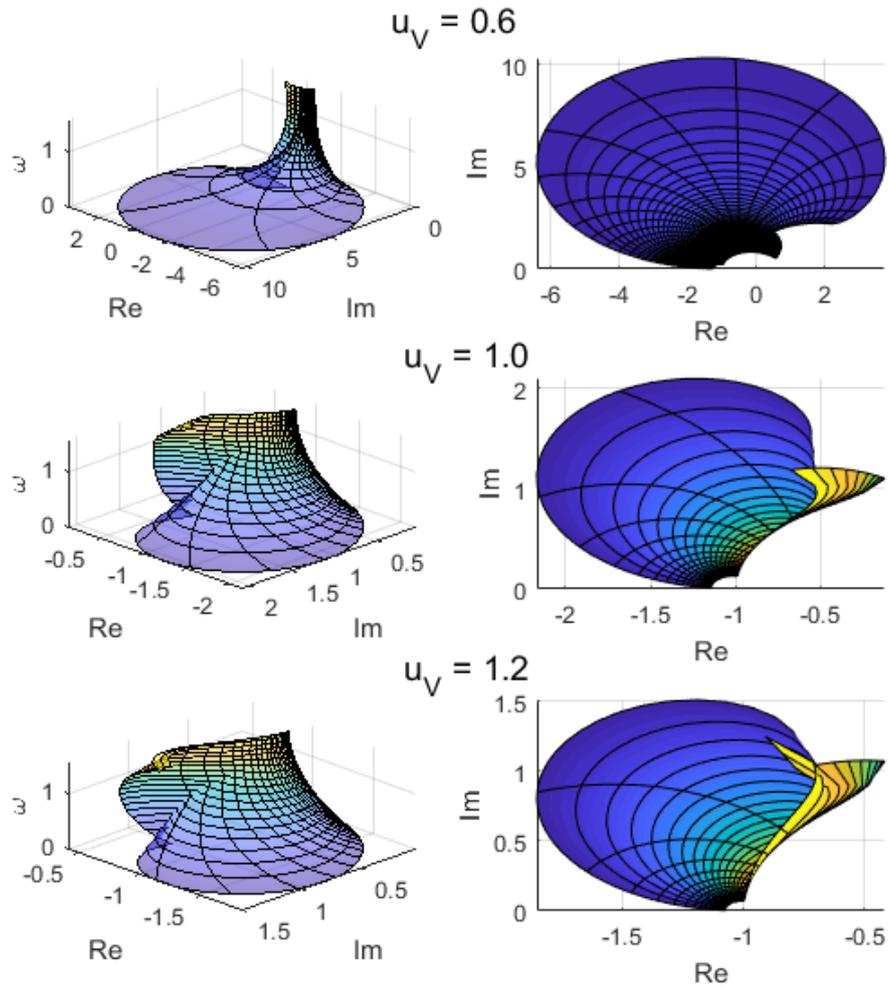


Abbildung 4.30 – Verlauf von $N_I(A, \omega)$ für $t_v = 1$ (links) und Projektion auf die komplexe Ebene (rechts)

Verschiedene t_v führen zu keinen grundlegenden Veränderungen des Verlaufs der einzelnen Kurven von $N_I(A, \omega)$. Dies zeigt Abbildung 4.31 anhand der Verläufe für $u_V = 0.6$ und $t_v \in \{1, 4\}$, da sich nur die Skalierung entlang der ω -Achse verändert. Die Projektion auf die komplexe Ebene ist für beide t_v identisch, der Verlauf ist für größere t_v demnach entlang der ω -Achse gestaucht und für kleinere t_v entlang der ω -Achse gestreckt.

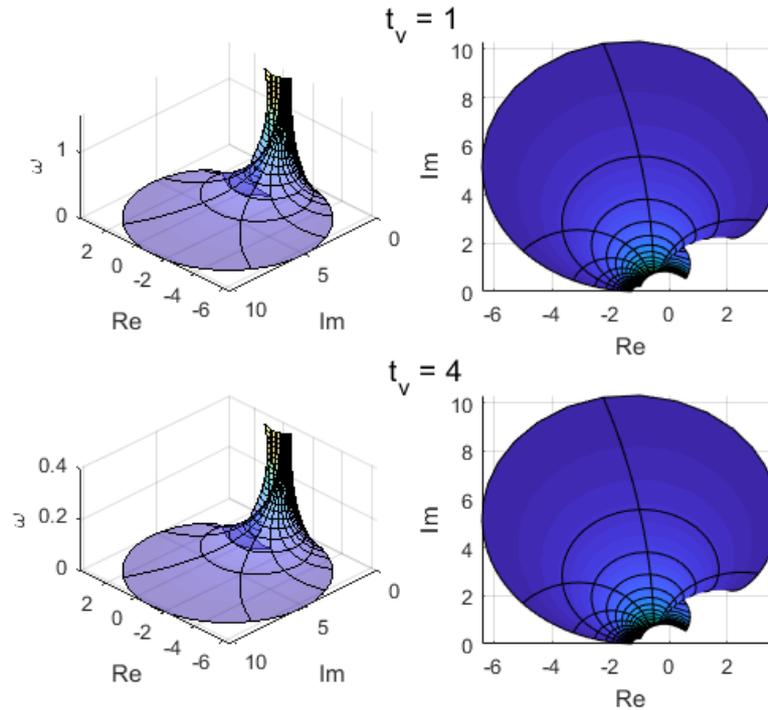


Abbildung 4.31 – Verlauf von $N_I(A, \omega)$ für $t_v \in \{1, 4\}$ (links) und Projektion auf die komplexe Ebene (rechts)

u_{Vi}	ΔU_S in [p.u.]	ΔU_{max} in [p.u.]	u_V
u_{V1}	0.025	0.015	0.6
u_{V4}	0.025	0.025	1.0
u_{V6}	0.025	0.03	1.2

Tabelle 4.8 – Verwendete Spannungen und Spannungsverhältnisse für die Validierung von $N_I(A, \omega)$

Um den Schnittpunkt mit der linearen Übertragungsfunktion zu bestimmen, kann diese ebenfalls in das 3D-Diagramm eingetragen werden. Dabei ergeben sich für die Parametrierungen in Tabelle 4.8 die Schnittpunkte aus Abbildung 4.32 und Simulationsergebnisse für die lineare Übertragungsfunktion $G_{val,0.04}$ in Tabelle 4.9. Die Abweichungen wurden anhand der Gleichung (4.35) bestimmt, wobei aufgrund der Ablesungenauigkeit zusätzliche Ungenauigkeiten entstehen.

u_V	A_{graph} [p.u.]	ω_{graph} [$\frac{rad}{s}$]	A_{sim} [p.u.]	ω_{sim} [$\frac{rad}{s}$]	ϵ_A	ϵ_ω
0.6	0.0430	0.943	0.0412	0.927	-4.2 %	-1.7 %
1.0	0.0441	0.923	0.0410	0.906	-6.6 %	-1.8 %
1.2	0.0445	0.917	0.0402	0.896	-9.7 %	-2.3 %

Tabelle 4.9 – Graphische Schnittpunkte, Simulationsergebnisse und Abweichungen für $t_v = 1$

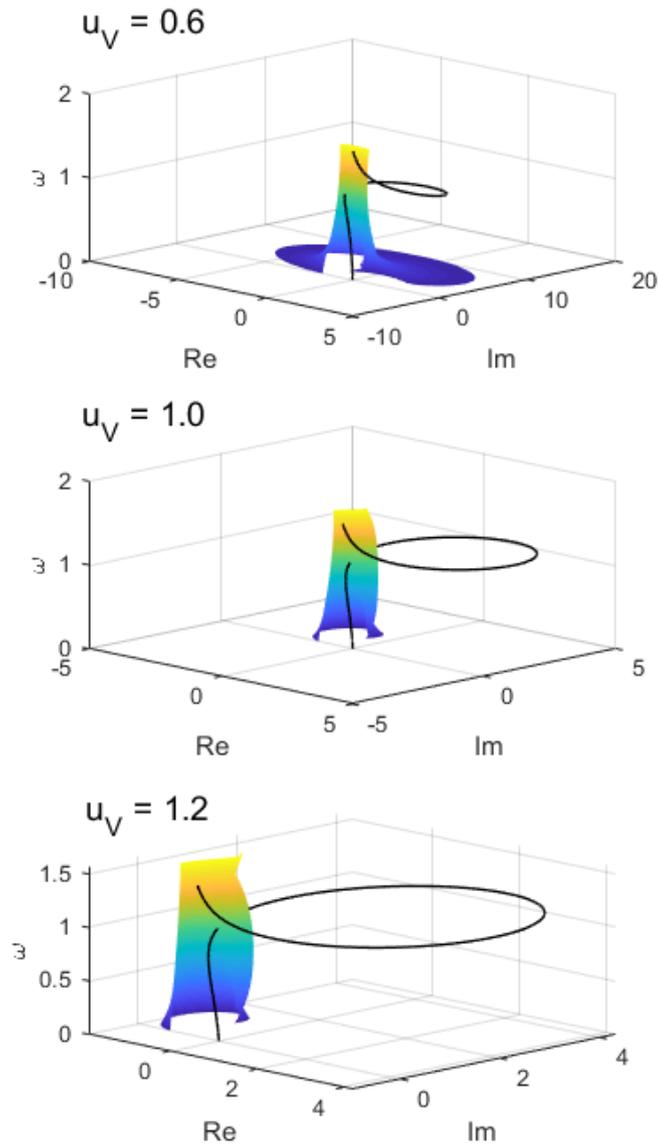


Abbildung 4.32 – Graphische Validierung von $N_I(A, \omega)$

Insgesamt entsprechen die Simulationsergebnisse näherungsweise den graphischen Erwartungswerten. Der zeitliche Verlauf von e_M in Abbildung 4.33 zeigt die Verzögerung der Schalthandlung u_M nach dem Überschreiten der Grenzwerte. Der Verlauf unterscheidet sich deutlich zu den Verläufen aus den vorherigen Kapiteln, zeigt aber, dass auch bei einer rONT-Regelung mit Zeitverzögerung eine stabile Grenzschiwingung auftreten kann.

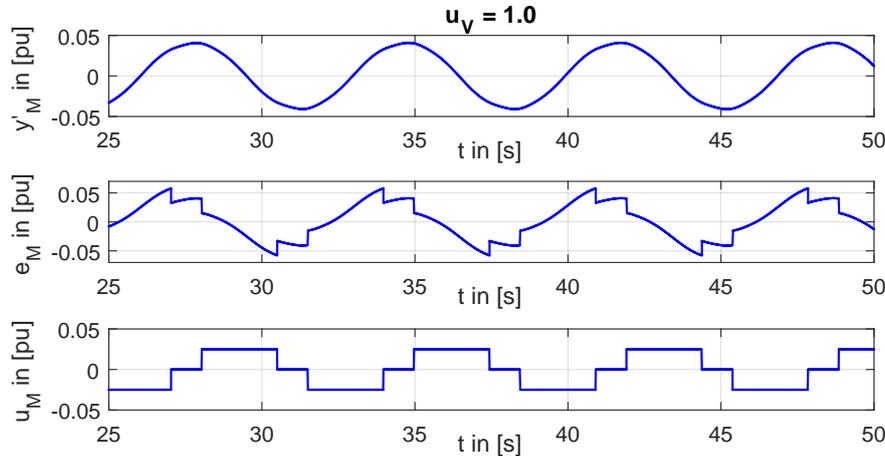


Abbildung 4.33 – Validierung des zeitlichen Verlaufs einer stabilen Grenzschiwingung bei einem rONT mit Zeitverzögerung

4.6 Kritische Bereiche

Der Verlauf der beschriebenen, inversen Beschreibungsfunktionen $N_I(A)$ ist ausschließlich auf die positive imaginäre Halbebene begrenzt. Daraus folgt, dass für lineare Übertragungsfunktionen, deren Ortskurve in der negativen imaginären Halbebene verläuft, keine stabile Grenzschiwingung aufgrund der harmonischen Balance entstehen können. Daraus lässt sich das erste allgemeine Kriterium für mögliche Grenzschiwingungen aufstellen.

→ **1. Kriterium:** Wenn $Im\{G(s)\} \leq 0$ für alle $s \in [0, \infty[$, dann sind stabile Grenzschiwingungen nach der harmonischen Balance ausgeschlossen

Dieses Kriterium kann erweitert werden, da nicht sämtliche Bereiche in der positiven imaginären Halbebene von $N_I(A)$ durchlaufen werden. Die hierfür ausschlaggebende inverse Beschreibungsfunktion ergibt sich für

$$\begin{aligned} u_V &\rightarrow 0.5 \\ \omega &= \frac{\pi}{2t_v} \end{aligned} \tag{4.51}$$

und ist in Abbildung 4.34 dargestellt. Der sichere Bereich in der positiven imaginären Halbebene wird dabei von der Kurve und der Realteil-Achse eingeschlossen. Es handelt sich dabei um die kritischste Einstellung, welche zwar in gängigen rONT nicht verwendet wird, aber sämtliche anderen möglichen Parametrierungen abdeckt. Der Kurvenverlauf kann näherungsweise durch einen Halbkreis mit Radius $r = 0.8$ und dem Mittelpunkt $(-0.2|0)$ beschrieben werden.

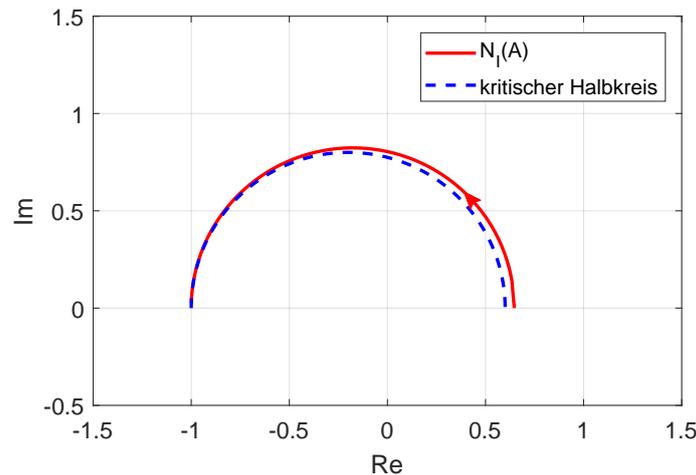


Abbildung 4.34 – Verlauf der kritischen inversen Beschreibungsfunktion

Allgemein gilt, dass nicht zwangswise eine stabile Grenzschiwingung auftreten muss, falls eine Ortskurve in den kritischen Bereich eintritt. Dies ist abhängig von der tatsächlichen Parametrierung des rONT und der Winkelgeschwindigkeit der Ortskurve im kritischen Bereich. Die Bereiche für

$$\text{Im} > 0 \wedge \text{Re} < -1 \text{ bzw. } \text{Im} > 0 \wedge \text{Re} > 0.6 \quad (4.52)$$

sind kritische Bereiche, da für $\text{Re} < -1$ die Verläufe der Kurven von $N_I(A \rightarrow \infty)$ aus dieser Richtung gegen $(-1|0)$ verlaufen und für $\text{Re} > 0.6$ die Kurven für $u_V > 0.5$ in dem Bereich verlaufen. Die Kurven für $N_I(A, \omega = 0, u_V \rightarrow 0.5)$ sind nicht relevant, da jede Schalthandlung eines rONT immer mit einer Zeitverzögerung t_v erfolgt.

Das zweite Kriterium für die Vermeidung von stabilen Grenzschiwingungen aufgrund der harmonischen Balance ist somit:

- **2. Kriterium:** Für lineare Übertragungsfunktionen, deren Ortskurve nicht durch den kritischen Bereich in Abbildung 4.35 verlaufen, treten keine stabilen Grenzschiwingungen nach der harmonischen Balance auf.

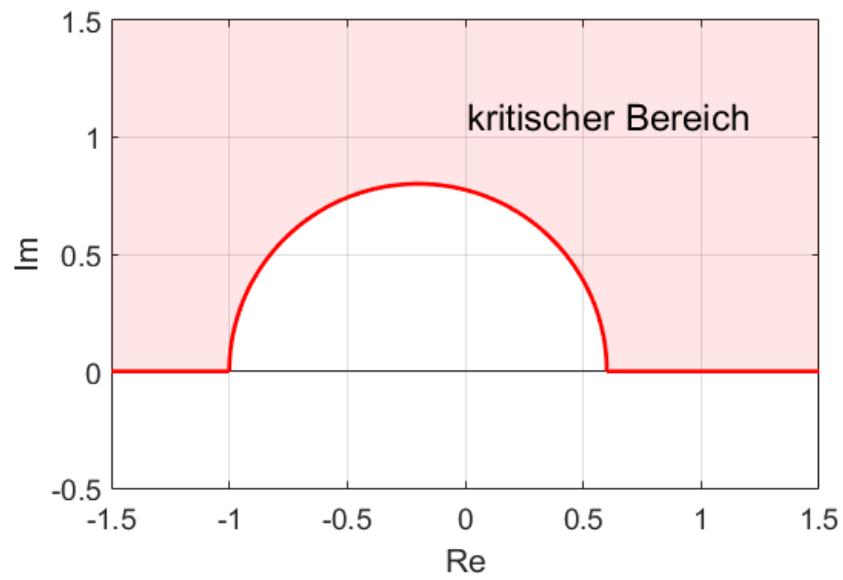


Abbildung 4.35 – Kritischer Bereich für das 2. Kriterium

5 Q(U)-Modellbeschreibung

Die Regelkreismodelle werden in den folgenden Kapiteln zuerst allgemein mit den in Kapitel 3.2 getroffenen Annahmen für einen alleinstehenden Q(U)-Regler, sowie für mehrere Q(U)-Regler in verschiedenen Netzsträngen und für mehrere Q(U)-Regler in einem Strang aufgestellt. Anschließend werden die Q(U)-Regler für des SMA- und des KACO-Wechselrichters analysiert.

5.1 Allgemeines Q(U)-Modell

Der Regelkreis einer Q(U)-Regelung kann mit dem Blockschaltbild in Abbildung 5.1 dargestellt werden. Dabei ist U_n die Nennspannung des Netzes, RI_a bzw. U_a die Spannungsabweichung von der Nennspannung, U_{Netz} die momentane Spannung im Netz, $U_{Netz,mess}$ die von der Q(U)-Regelung gemessene Spannung und ΔU_Q der Eingang der Q(U)-Regelung. Über die Netzreaktanz X_{Netz} wird die von der Regelung ausgegebene Blindleistung Q auf die Eingangsspannung als $\Delta U_{Netz} = X_{Netz}I_Q$ rückgeführt. Für die Rückführung wird dabei folgende Vereinfachung getroffen [6] :

$$U_{Netz} = U_n + U_a - \Delta U_{Netz} \tag{5.1}$$

$$\frac{\Delta U_{Netz}}{Q} = \frac{X_{Netz}}{3U_{Netz}} \approx \frac{X_{Netz}}{3U_n}$$

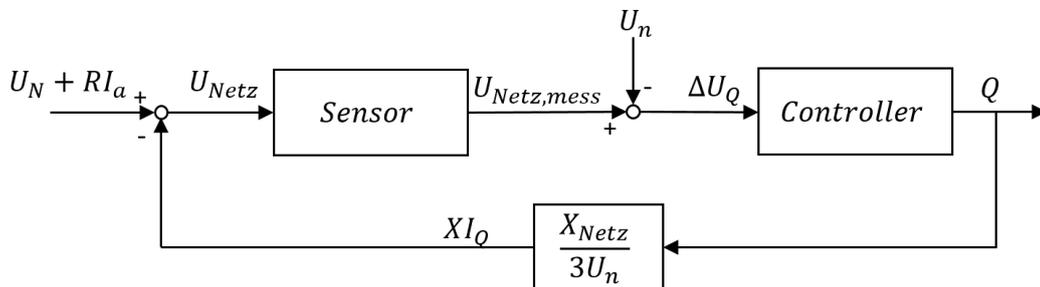


Abbildung 5.1 – Geschlossener Regelkreis einer Q(U)-Regelung nach [6]

Das Modell wird im Folgenden weiter vereinfacht, indem alle verwendeten Spannungsgrößen als Abweichung ΔU_x von der Nennspannung betrachtet werden. Der Regelkreis wird auf den in Abbildung 5.2 abgebildeten Regelkreis vereinfacht, wodurch der Sensor und der Controller zusammengefasst werden. Der Q(U)-Block kann durch den jeweils verwendeten Regler ersetzt werden. Die Spannung ΔU_0 entspricht dabei der Abweichung der Netzspannung von U_n .

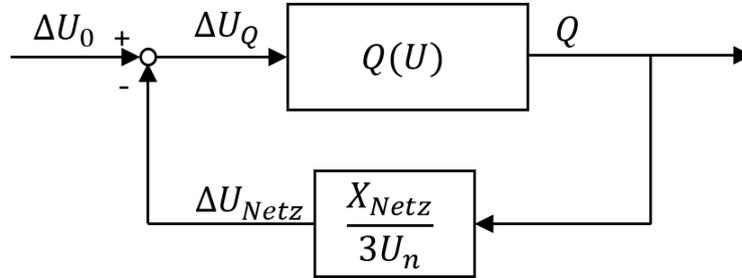


Abbildung 5.2 – Vereinfachter Regelkreis einer Q(U)-Regelung

Ein Netz mit einem rONT und einer Q(U)-Regelung kann mittels des vereinfachten Ersatzschaltbildes in Abbildung 5.3 dargestellt werden.

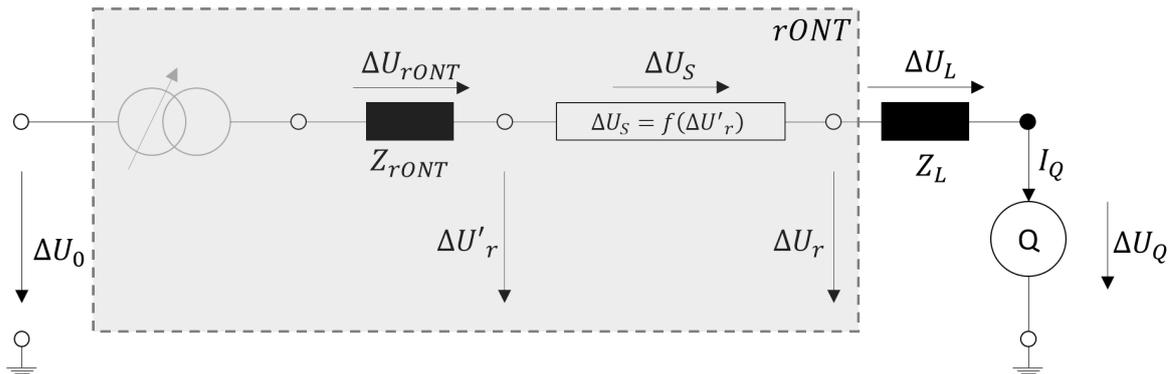


Abbildung 5.3 – Vereinfachtes Ersatzschaltbild des elektrischen Netzes

Für diese Verschaltung ergibt sich aus den Maschengleichungen (5.2) der in Abbildung 5.4 dargestellte Regelkreis mit den zuvor definierten Regelgrößen. Es handelt sich dabei um einen Teilregelkreis des gesamten Modells, der den Aufbau der Q(U)-Regelung veranschaulicht. Die Ausgangsgröße ΔU_{rONT} ist anschließend für den vollständigen Regelkreis mit dem rONT notwendig, um im vollständigen die Auswirkungen der Q(U)-Regelungen auf ΔU_r einzuprägen.

$$\Delta U_Q = \Delta U_r - \Delta U_L = \Delta U_r - I_Q Z_L \approx \Delta U_r - Q \frac{X_L}{3U_n} \quad (5.2)$$

$$\Delta U_{rONT} = I_Q Z_{rONT} \approx Q \frac{X_{rONT}}{3U_n}$$

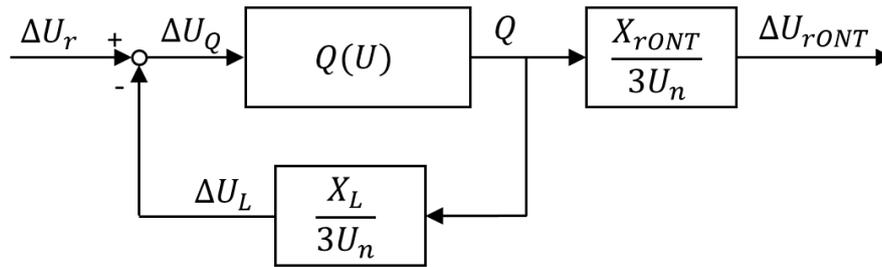


Abbildung 5.4 – Regelkreis auf Basis des Ersatzschaltbildes

Daraus ergibt sich die Übertragungsfunktion G_Q :

$$G_Q = \frac{X_{rONT}}{3U_n} \frac{Q(U)}{1 + \frac{X_L}{3U_n} Q(U)} \quad (5.3)$$

5.1.1 Q(U)-Regler in mehreren Strängen

Sind mehrere Q(U)-Regler in einem Netz vorhanden, welche in verschiedenen Strängen des Netzes installiert sind, kann dies mit dem Ersatzschaltbild in Abbildung 5.5 beschrieben werden. Dabei sind ΔU_{Qi} , ΔU_{Li} und I_{Qi} die jeweiligen Größen im Strang i . I_{ges} ergibt sich vereinfacht aus der Summe aller Strangströme. Die genauen Phasenverschiebungen und Spannungen werden nicht betrachtet.

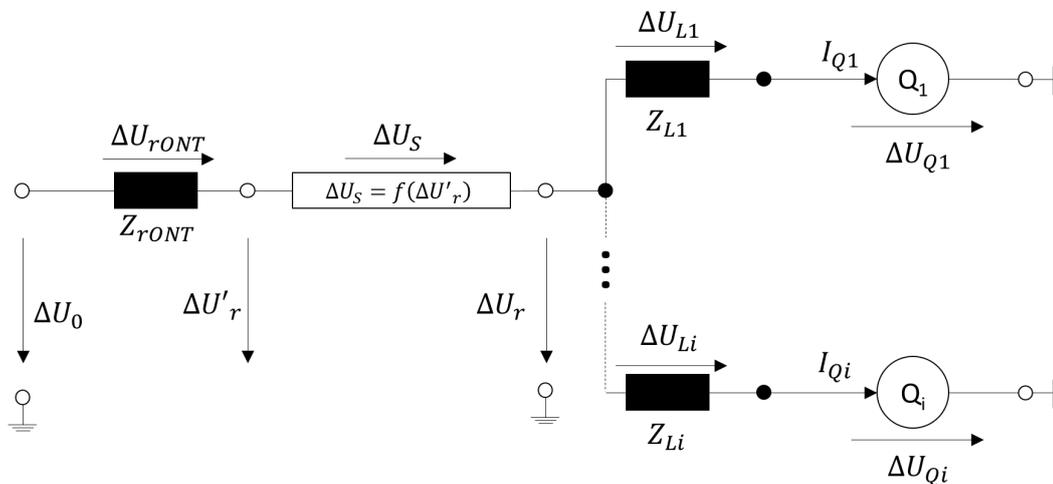


Abbildung 5.5 – Ersatzschaltbild für mehrere Stränge mit Q(U)-Reglern

$$\begin{aligned}
 I_{ges} &\approx \sum_{i=1}^{i_{max}} I_{Q_i} \\
 \rightarrow Q_{ges} &\approx \sum_{i=1}^{i_{max}} Q_i
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Mittels der Gleichungen (5.5) kann die zugehörige Regelkreisstruktur in Abbildung 5.6 hergeleitet werden. Alle Q(U)-Regler $Q_i(U)$ haben ΔU_{Q_i} als Eingang, welcher über eine Rückkopplung von ΔU_{L_i} auf ΔU_r berechnet wird. Der Ausgang Q_i der einzelnen Regler wird aufsummiert und ergibt zusammen mit der Transformatorreaktanz die Spannung ΔU_r .

$$\Delta U_{Q_i} = \Delta U_r - \Delta U_{L_i} = \Delta U_r - I_{Q_i} Z_{L_i} \approx \Delta U_r - Q_i \frac{X_{L_i}}{3U_n} \tag{5.5}$$

$$\Delta U_{rONT} = I_{ges} Z_{rONT} \approx Q_{ges} \frac{X_{rONT}}{3U_n}$$

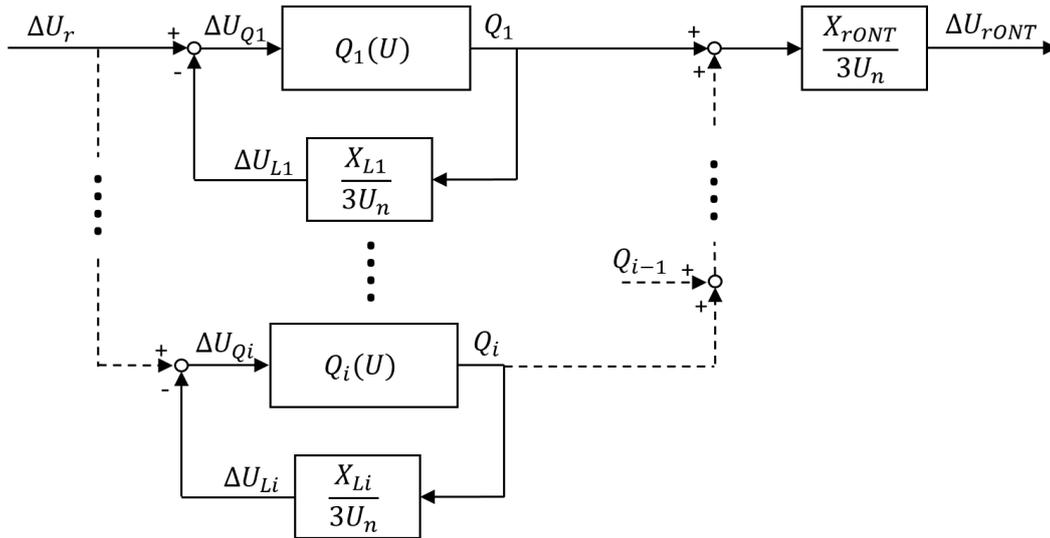


Abbildung 5.6 – Regelkreis für mehrere Stränge mit Q(U)-Reglern

Dieser Regelkreis kann zu einem Regelblock mit der Übertragungsfunktion $G_{Q,ges}$ zusammengefasst werden.

$$G_{Q,ges} = \frac{X_{rONT}}{3U_n} \sum_{i=1}^{i_{max}} \frac{Q_i(U)}{1 + \frac{X_{L_i}}{3U_n} Q_i(U)} \tag{5.6}$$

Wenn dabei alle Q(U)-Regler identisch parametrisiert sind und über eine identische Leitung mit dem Transformator verbunden sind, kann dies weiter zu der in (5.7) angegebenen Übertragungsfunktion zusammengefasst werden. Jede weitere zugeschaltete Q(U)-Regelung wirkt somit lediglich als Verstärkung.

$$G_{Q,ges}Q = i_{max} \frac{X_{rONT}}{3U_n} \frac{Q_i(U)}{1 + \frac{X_{Li}}{3U_n} Q_i(U)} = i_{max} G_Q \quad (5.7)$$

5.1.2 Mehrere Q(U)-Regler in einem Strang

Für den Fall, dass mehrere Q(U)-Regler in einem Strang installiert sind, kann dies mit dem Ersatzschaltbild in Abbildung 5.7 dargestellt werden. Dabei setzt sich I_{ges} wieder aus der Summe aller einzelnen Ströme I_{Qi} zusammen. Der durch die Leitung i fließende Strom I_{Li} ist jeweils die Summe aller nachgelagerten Q(U)-Regler. Aufgrund der getroffenen Vereinfachungen kann daraus ebenfalls auf die durch die Leitung fließende Blindleistung \tilde{Q}_i geschlossen werden

$$I_{Li} \approx \sum_{k=i}^{i_{max}} I_{Qk} \quad (5.8)$$

$$\rightarrow \tilde{Q}_i \approx \sum_{k=i}^{i_{max}} Q_k$$

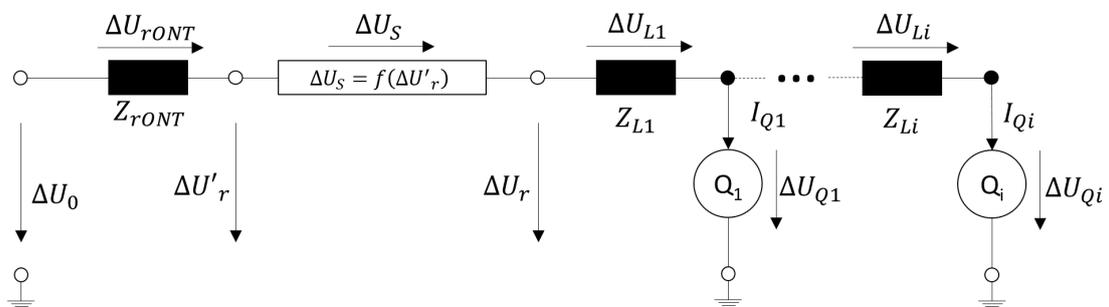


Abbildung 5.7 – Ersatzschaltbild für mehrere Q(U)-Regler in einem Strang

Die Gleichungen (5.9) liefern die Grundlage für den in Abbildung 5.9 skizzierten Regelkreis. Der Eingang ΔU_{Qi} der einzelnen Regler $Q_i(U)$ ergibt sich aus der Spannung $\Delta U_{Q(i-1)}$ des vorgelagerten Q(U)-Regler mit der Rückkopplung. Die Rückkopplung besteht aus der Summe \tilde{Q}_i aller nachgelagerten Einspeisungen und der eigenen eingespeisten Blindleistung Q_i . Ein

einzelner Regelblock eines Q(U)-Reglers in einem Strang zwischen anderen Q(U)-Reglern ist zur Veranschaulichung in Abbildung 5.8 dargestellt.

$$\Delta U_{Q_i} = \Delta U_{Q_{(i-1)}} - \Delta U_{L_i} = \Delta U_r - I_{L_i} Z_{L_i} \approx \Delta U_r - Q_i \frac{X_{L_i}}{3U_n} \tag{5.9}$$

$$\Delta U_{rONT} = I_{ges} Z_{rONT} \approx Q_{ges} \frac{X_{rONT}}{3U_n}$$

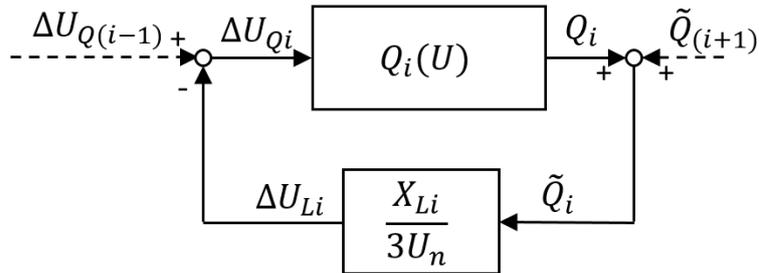


Abbildung 5.8 – Regelkreis für einen einzelnen Q(U)-Regler in einem Strang mit mehreren Reglern

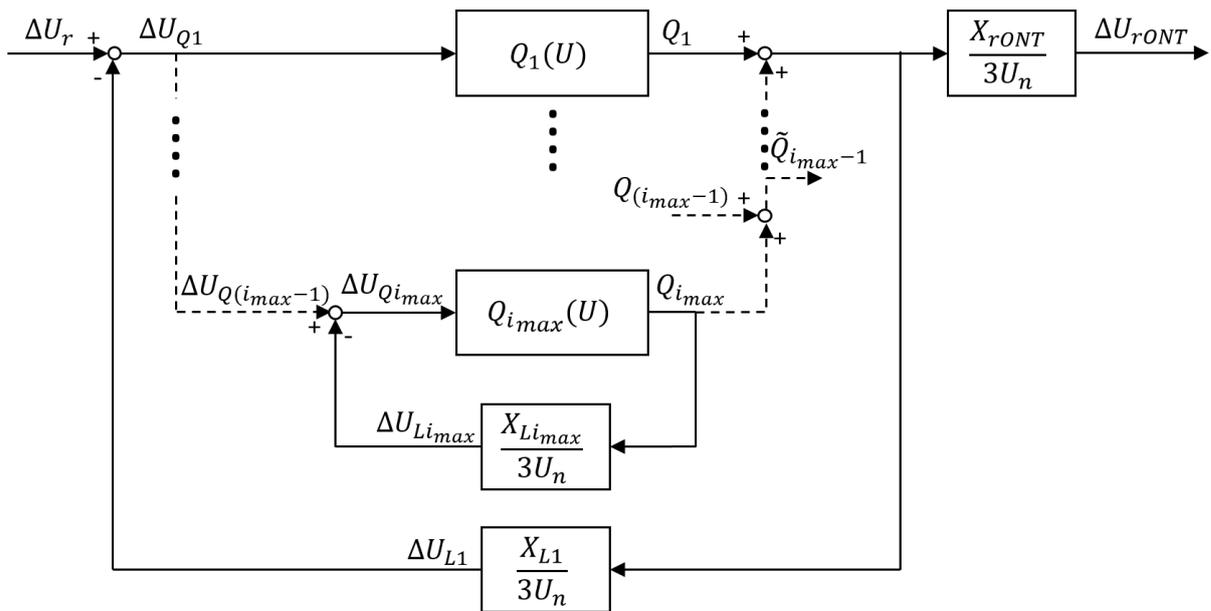


Abbildung 5.9 – Regelkreis für mehrere Q(U)-Regler in einem Strang

Der zusammengefasste Regelblock kann durch die Übertragungsfunktion G_Q mit der Formel (5.10) ausgedrückt werden. Der Term G_i ist dabei jeweils die Übertragungsfunktion für alle nachgelagerten Q(U)-Regler.

$$\begin{aligned}
 i = i_{max} : \quad G_{i_{max}} &= \frac{Q_{i_{max}}(U)}{1 + \frac{X_{Li_{max}}}{3U_n} Q_{i_{max}}(U)} \\
 1 \leq i < i_{max} : \quad G_i &= \frac{Q_i(U) + G_{i+1}}{1 + \frac{X_{Li}}{3U_n} (Q_i(U) + G_{i+1})} \\
 gesamt : \quad G_Q &= \frac{X_{rQNT}}{3U_n} G_1
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

5.2 SMA-Wechselrichter

Der Regler $Q_{SMA}(U)$ des SMA-Wechselrichters ist in Abbildung 5.10 dargestellt. Er besteht aus einem RMS-Messelement, einem PT1-Glied, der Charakteristik und einer Gradientenbegrenzung. Die Charakteristik wird, wie zuvor beschrieben, durch einen linearen Verstärkungsfaktor K_C ersetzt. Bei der Gradientenbegrenzung handelt es sich ebenfalls um ein nichtlineares Element. Um eine Analyse mittels der harmonischen Balance durchzuführen, bei der die Q(U)-Regelung durch eine lineare Übertragungsfunktion dargestellt werden kann, muss dieses Element vereinfacht werden.

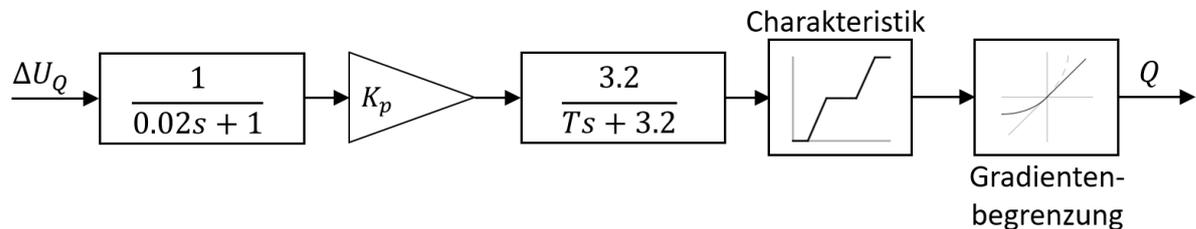


Abbildung 5.10 – Allgemeiner Regler $Q_{SMA}(U)$

Eine Gradientenbegrenzung hat keinen Einfluss auf das Verhalten des Reglers, solange der maximale Gradient m_{max} unterhalb der Begrenzung liegt. Hieraus folgt der Ansatz, dass für eine stabile Grenzschiwingung $x(t)$ für eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit ω eine Amplitude A_{max} nicht überschritten werden kann. Bei einer Sinusfunktion findet sich der

Punkt der maximalen Steigung im Nulldurchgang, deren allgemeiner Wert durch (5.11) definiert ist.

$$\begin{aligned} x(t) &= A \sin(\omega t) \\ \dot{x}_{max} &= m_{max} = A\omega \\ \rightarrow A_{max}(\omega) &= \frac{m_{max}}{\omega} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Für den SMA ist m_{max} auf $p \in [1, 10000]\%$ der Leistung pro Minute beschränkt. Da die Regler mit RMS-Werten arbeiten, kann die stabile Grenzschiwingung nur Winkelgeschwindigkeiten bis zur Netzfrequenz aufweisen. Daher ist es ausreichend $\omega = 2\pi 50 \text{ Hz} = 314.15 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ zu betrachten. Des Weiteren kann die maximal zu betrachtende Amplitude der Grenzschiwingung auf $A_{netz,max} = 0.25p.u.$ begrenzt werden, da für zu große Amplituden die Stabilität des elektrischen Netzes nicht mehr gewährleistet ist. Die Tabelle 5.1 zeigt die für die maximal angenommene Amplitude die zugehörige Winkelgeschwindigkeit für verschiedene m_{max} . Dabei muss beachtet werden, dass die Gradientenbegrenzung für Q_i gilt und somit die Verstärkung, welche die Blindleistung in ΔU_{rONT} umwandelt, herausgerechnet werden muss. Die Ergebnisse zeigen, dass für eine Gradientenbegrenzung von 10 000 % erst ab einer vergleichsweise hohen Winkelgeschwindigkeit eine Begrenzung auftritt. Für kleinere p kann die Gradientenbegrenzung einen Einfluss auf den Verlauf der stabilen Grenzschiwingung haben, falls die Winkelgeschwindigkeit ω_{max} überschritten wird.

$$\begin{aligned} \omega(A_{max}) &= \frac{m_{max}}{A_{netz,max}} \frac{3U_n}{X_{rONT}} \\ m_{max} &= \frac{p}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}} 100\%} \frac{Q_{max}}{S_{base}} \end{aligned} \quad (5.12)$$

p	ω_{max}
1 %	0.0083
10 %	0.0829
100 %	0.8291
1 000 %	8.2911
10 000 %	82.911

Tabelle 5.1 – Maximale Winkelgeschwindigkeit für verschiedene m_{max} mit $A_{netz,max} = 0.25$, $X_{rONT} = 0.010855$, $Q_{max} = 4500$

Mittels dieser Vereinfachung kann das Modell des SMA-Wechselrichters mit dem Regelkreis in Abbildung 5.11 dargestellt werden. Daraus ergibt sich mit (5.15) die lineare Übertragungsfunktion $Q_{SMA}(s)$.

$$Q_{SMA}(s) = \frac{3.2K_C K_p}{(0.02s + 1)(Ts + 3.2)} \quad (5.13)$$

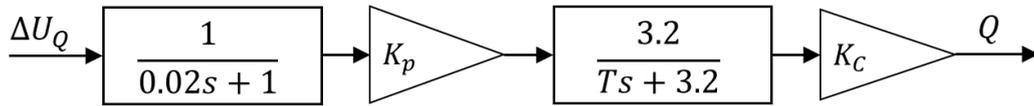


Abbildung 5.11 – Vereinfachter Regelkreis des SMA-Wechselrichters

Die zulässigen Parametrierungen sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Die Werte für K_C ergeben sich aus 3.1. Im Folgenden wird der Verlauf der Ortskurve des SMA-Wechselrichters für verschiedene Verschaltungen mit unterschiedlichen Parametrierungen untersucht.

Q_{max}	4 500 VA _r = 0.045 p.u.
K	1
K_C	{1V, 2V, 4V, 9V} = {9, 4.5, 3, 1.125}
T	[0, 1000]

Tabelle 5.2 – Zulässige Parametrierungen des SMA-Wechselrichters

5.2.1 Übertragungsfunktion des SMA-Wechselrichtermodells

Für ein Netz mit einem SMA-Q(U)-Regler ergibt sich der in Abbildung 5.12 dargestellte Regelkreis und die zugehörige Übertragungsfunktion (5.15) mit $U_n = 1$.

$$G_{SMA}(s) = \frac{K_C K X_{rONT}}{0.01875T s^2 + (0.06 + 0.9375T)s + K_C K X_L + 3} \quad (5.14)$$

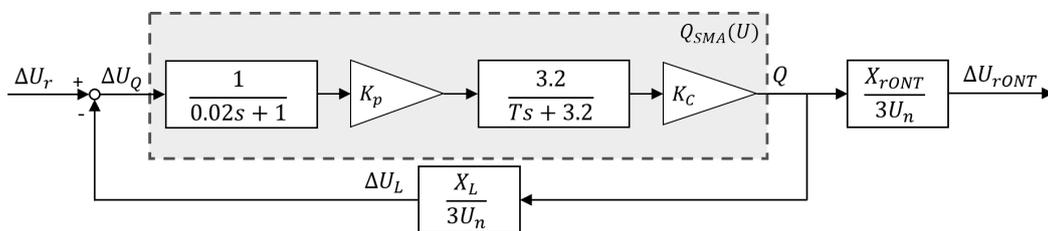


Abbildung 5.12 – Vereinfachter Regelkreis des SMA-Wechselrichters im Netz

Der Charakter von $G_{SMA}(s)$ ist der eines PT2-Gliedes, weshalb der Verlauf der Ortskurve, wie in Kapitel 4.3 erläutert, für alle s in der negativen imaginären Halbebene liegt. Dies ist in Abbildung 5.13 für Variationen der Werte in Tabelle 5.3 dargestellt. Die schwarze durchgängige Ortskurve ist für in allen vier Diagrammen identisch und basiert auf den in der Tabelle aufgelisteten Werten. Die Referenzwerte für die Netzelemente sind der Tabelle 3.4 zu entnehmen.

K_C	T	X_L	X_{rONT}
1V	1	$X_{L,ref}$	$X_{rONT,ref}$

Tabelle 5.3 – Referenzparametrierung des SMA-Wechselrichters für Abbildung 5.13

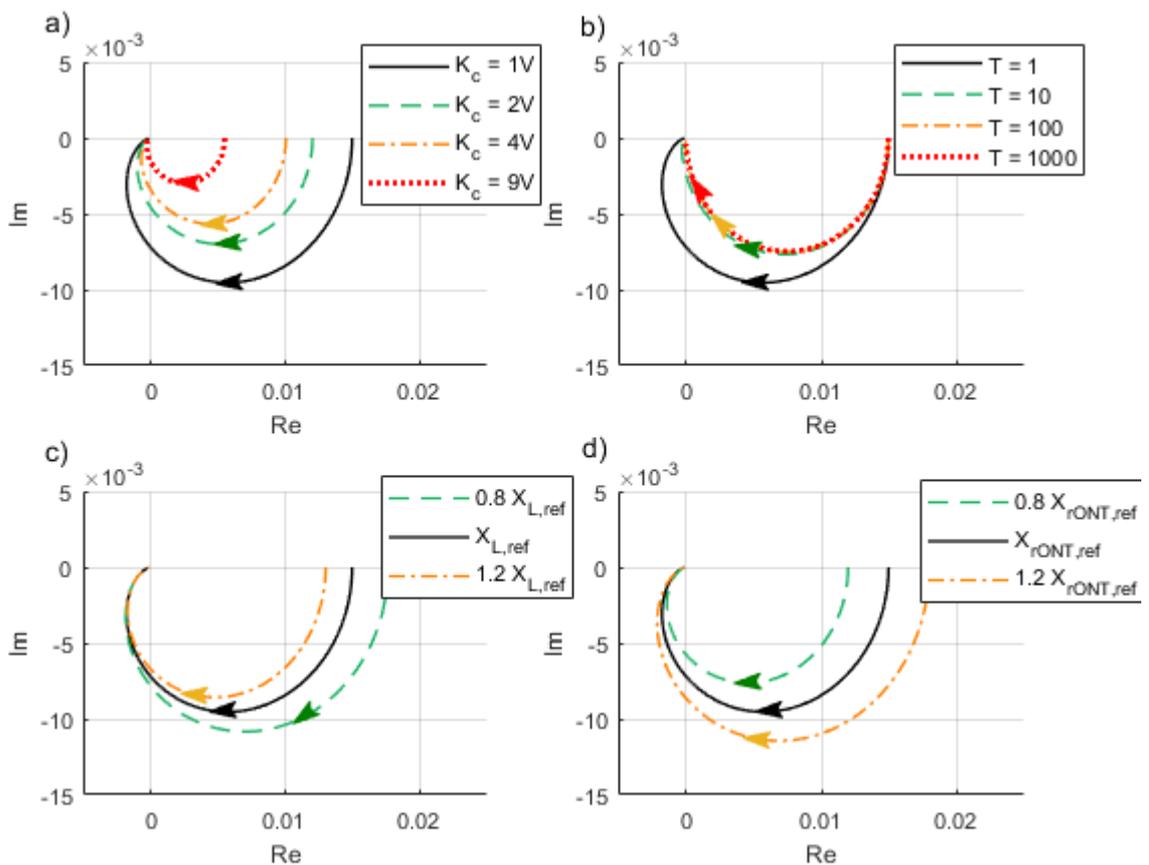


Abbildung 5.13 – Ortskurven von G_{SMA} für verschiedene Parametrierungen

Die Ortskurven verlaufen von $G_{SMA}(\omega = 0)$ nach $G_{SMA}(\omega \rightarrow \infty) = 0$. Die Diagramme a) und d) zeigen, dass K_C und X_{rONT} Verstärkungen sind, und demnach höhere Werte zu einem kritischeren Verlauf führen. Daraus lässt sich ebenfalls über den Zusammenhang zwischen K_C und Q_{max} darauf schließen, dass größere Q_{max} ebenfalls einen verstärkenden

Charakter haben. Für X_L gilt dem Verlauf der Kurven in Diagramm c) zufolge der umgekehrte Zusammenhang. Eine längere Leitung oder eine Leitung mit einer höheren Reaktanz wirkt demnach dämpfend. Diagramm b) veranschaulicht, dass größere Werte für T vor allem den Verlauf von $G_{SMA}(\omega \rightarrow \infty)$ beschleunigen. Insgesamt lässt sich daraus schließen, dass für einen SMA-Regler mit einer 1V-Charakteristik direkt am Transformator, also mit $X_L = 0$, die ausgedehnteste Ortskurve zu erwarten ist. Diese ist in Abbildung 5.14 zusammen mit der Ortskurve eines SMA-Reglers mit der Referenzparametrierung abgebildet. Allgemein ist für alle in diesem Kapitel dargestellten Ortskurven das 1. Kriterium aus Kapitel 4.6 erfüllt, da alle Kurven in der negativen imaginären Halbebene verlaufen. Eine stabile Grenzschiwingung mit einem rONT aufgrund der harmonischen Balance ist somit in verschiedenen Szenarien mit der Q(U)-Regelung von SMA-Wechselrichtern nicht möglich.

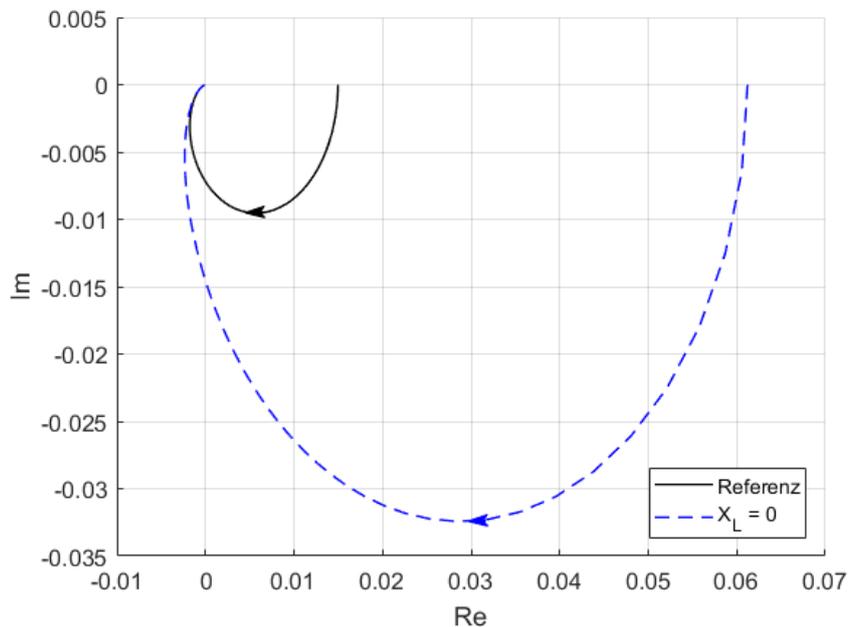


Abbildung 5.14 – Ortskurve eines SMA-Reglers direkt am Transformator

5.2.2 Mehrere SMA-Wechselrichter in mehreren Strängen

Da zusätzliche Q(U)-Regler in anderen Strängen einer Verstärkung entsprechen und somit die grundlegende Struktur der Übertragungsfunktion und Verlauf der Ortskurve nicht verändern, wird dies nur kurz gezeigt. Die zugehörigen Übertragungsfunktionen der in Abbildung 5.15 dargestellten Ortskurven können mit (5.6) berechnet werden. Verschieden parametrisierte Q(U)-Regelungen in verschiedenen Strängen führen ebenfalls zu einem PT2-Verhalten. Daher ist das 1. Kriterium aus Kapitel 4.6 weiterhin erfüllt und es können keine stabilen Grenzschiwingungen mit einem rONT auftreten.

$$G_{SMA}(s) = i \frac{K_C K X_{rONT}}{0.01875T s^2 + (0.06 + 0.9375T)s + K_C K X_L + 3} \quad (5.15)$$

mit $i \in 1, 2, 3, 4$

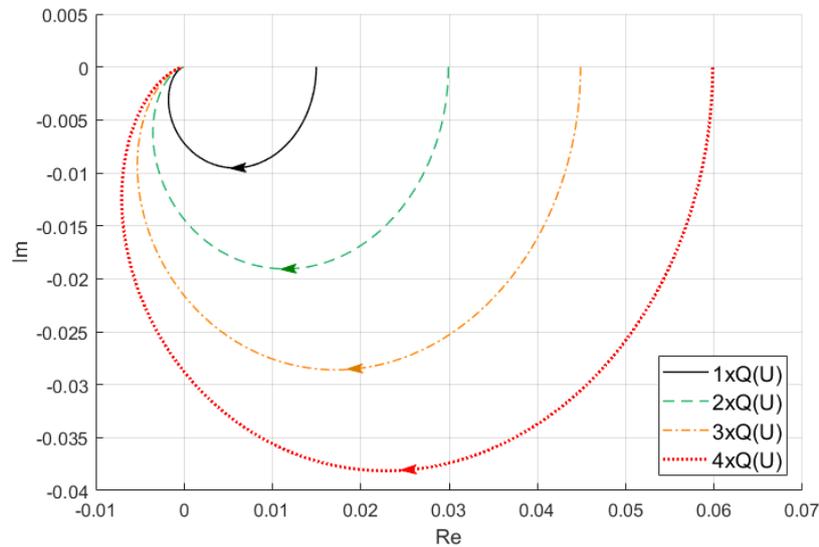


Abbildung 5.15 – Ortskurven von SMA-Wechselrichtern in 1-4 Strängen mit der Standardparametrierung aus Tabelle 5.3

5.2.3 Mehrere SMA-Wechselrichter in einem Strang

Für den Fall, dass in einem Strang mehrere Q(U)-Regler installiert sind, kann die jeweilige Übertragungsfunktion mit (5.10) aufgestellt werden. Für $i \in 2, 3, 4$ Reglern mit identischer Parametrierung in gleichmäßigem Abstand in einem Strang ergibt sich mit den Werten aus Tabelle 5.4 der Verlauf der Ortskurven in Diagramm a) in Abbildung 5.16. Dabei ergibt sich für eine zunehmende Anzahl an Regelungen im Strang wieder ein verstärkender Charakter. Das PT2-Verhalten bleibt jedoch weiterhin bestehen. In Diagramm b) sind die Ortskurven der Übertragungsfunktionen für einen Strang mit vier SMA-Reglern abgebildet. Die Kurve für Strang A hat dieselbe Parametrierung wie die entsprechende Kurve in Diagramm a). Für die Kurve von Strang B wurde die Charakteristik des SMA-Reglers am Ende des Strangs und für die Kurve von Strang C des SMA-Reglers am Anfang des Strangs auf die 9V-Charakteristik abgeändert. Daraus lässt sich erkennen, dass der Regler am Anfang des Strangs den stärksten Einfluss auf den Verlauf der Ortskurve hat. Insgesamt lässt sich für mehrere SMA-Wechselrichter in einem Strang feststellen, dass das 1. Kriterium aus Kapitel

4.6 erfüllt ist, wodurch keine stabilen Grenzwahlungen mit einem rONT aufgrund der harmonischen Balance auftreten können.

K_C	T	X_{Li}	X_{rONT}
1V	1	$\frac{1}{i}X_{L,ref}$	$X_{rONT,ref}$

Tabelle 5.4 – Parametrierung für i SMA-Regler in einem Strang

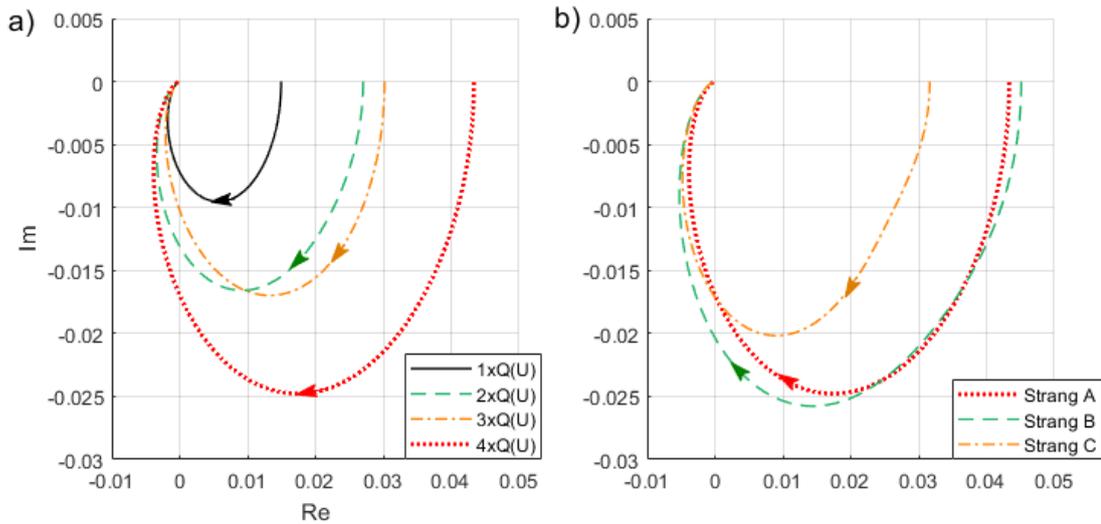


Abbildung 5.16 – Ortskurven für mehrere SMA-Wechselrichter in einem Strang

5.3 KACO-Wechselrichter

Das in Abbildung 5.17 dargestellte Regelkreismodell der KACO-Q(U)-Regelung besteht aus mehreren linearen Elementen, sowie der nichtlinearen Charakteristik und Sättigung. Analog zur SMA-Regelung wird auch hier die Charakteristik durch eine Verstärkung K_C ersetzt. Diese ist kritischer, da keine Totzone und Begrenzung vorliegt und somit die Reaktion der Regelung auf Abweichungen sofort und ohne Limit erfolgt. Mit der selben Begründung wird auch die Sättigung vernachlässigt.

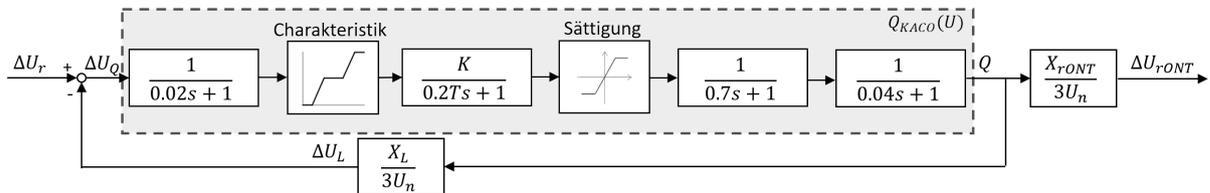


Abbildung 5.17 – Geschlossenes Regelkreismodell für den KACO-Regler

Somit kann das Verhalten der vereinfachten Regelung $Q_{KACO}(U)$ in Abbildung 5.18 mittels K_C , K und T angepasst werden und mit der linearen Übertragungsfunktion $Q_{KACO}(s)$ dargestellt werden. Die hierfür zulässigen Werte sind in Tabelle 5.5 aufgelistet.

$$Q_{KACO}(s) = \frac{KK_C}{(0.7s + 1)(0.04s + 1)(0.02s + 1)(0.2Ts + 1)} \quad (5.16)$$

K_C	K	T
{1V, 2V, 4V, 9V}	[1, 50]	[1, 10]s
{9, 4.5, 3, 1.125}		

Tabelle 5.5 – Parametrierungen des SMA-Wechselrichters für Abbildung 5.13

5.3.1 Übertragungsfunktion des KACO-Wechselrichters

Für den geschlossenen Regelkreis erfolgt eine Rückführung in Abhängigkeit von der Leitungsreaktanz X_L und eine Rückführung zum rONT über die Transformatorreaktanz X_{rONT} . Daraus ergibt sich die lineare Übertragungsfunktion $G_{KACO}(s)$

$$G_{KACO}(s) = \frac{X_{rONT}}{3U_n} \frac{Q_{KACO}(s)}{1 + \frac{X_L}{3U_n} Q_{KACO}(s)} \quad (5.17)$$

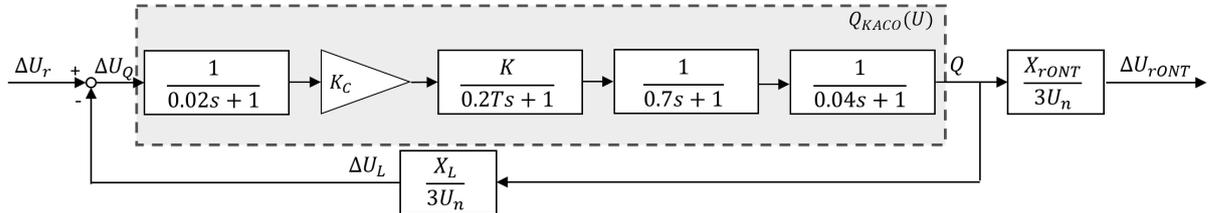


Abbildung 5.18 – Vereinfachtes Regelkreismodell für den KACO-Regler

Als Standardparametrierung werden im Folgenden die in Tabelle 5.6 aufgelisteten Werte verwendet. Die Untersuchung der Auswirkungen der Verstärkungen K und K_C können für die folgenden Auswertungen gemeinsam durchgeführt werden, da diese, wie die Gleichung (5.16) zeigt, als immer als Produkt voneinander in die Übertragungsfunktion eingehen. Aus diesem Grund wird lediglich K variiert und die 4V-Charakteristik für K_C gewählt, da diese eine mittlere Verstärkung darstellt.

K_C	K	T	X_{Li}	X_{rONT}
4V	10	5	$X_{L,ref}$	$X_{rONT,ref}$

Tabelle 5.6 – Referenzparametrierungen der KACO-Regelung

Die schwarzen Ortskurven in den Diagrammen in Abbildung 5.19 entsprechen jeweils der Referenzparametrierung. Der Verlauf der Ortskurven ist jeweils von $\omega = 0$ nach $\omega \rightarrow \infty$. Diagramm a) zeigt, dass eine Erhöhung der Verstärkung zu einer größeren Ortskurve führt. Zudem führt eine Verstärkung von $K = 50$ zu einem instabilen Verhalten, da die Ortskurve den kritischen Punkt $(-1|0)$ umschlingt und entsprechend dem Nyquist-Kriterium daher instabil ist.

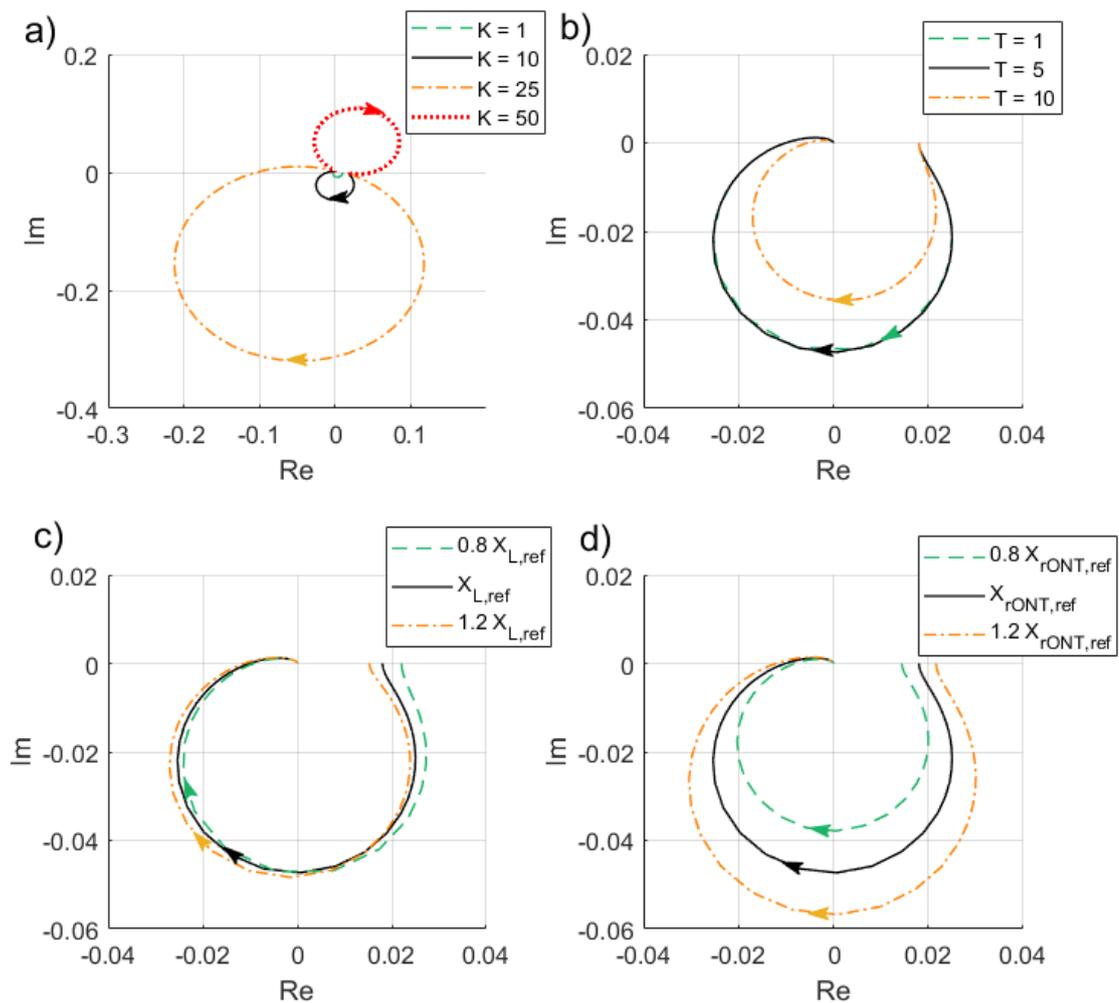


Abbildung 5.19 – Ortskurven für verschiedene Parametrierte KACO-Wechselrichter

Eine Erhöhung von T führt, wie das Diagramm b) zeigt, zu einem kleineren Verlauf der Ortskurve. Für kleinere T zeigt sich außer dem langsameren Verlauf der Ortskurve gegen $\omega \rightarrow \infty$ kein veränderter Verlauf für diese Parametrierung. Ein kleineres X_L führt nach Diagramm c) zu einem vergrößerten Ortskurvenverlauf und für größere X_L zu einer leicht verkleinerten Kurve. Dabei führt ein kleineres X_L zu einem nach rechts verschobenen Startpunkt und ein größeres X_L zu einem nach links verschobenen Startpunkt. Die Leitungsreaktanz wirkt somit dämpfend. Ein entgegengesetztes Verhalten ist in Diagramm d) für eine Veränderung von X_{rONT} zu beobachten. Alle Parametrierungen weisen jedoch darauf hin, dass die Form des Ortskurvenverlaufs im stabilen Bereich nicht beeinflusst wird.

Die Auswirkungen einer hohen Verstärkung $K = 29$ bei einer 4V-Charakteristik und den restlichen Referenzparametern sind in Abbildung 5.20 abgebildet. Die Ortskurve schließt für den Fall $X_L = X_{L,ref}$ den rot markierten kritischen Punkt nicht ein und ist somit stabil. Der Verlauf ist nahezu kreisförmig. Für $X_L = 0$, also einer KACO-Regelung direkt am Transformator, zeigt sich jedoch, dass der Verlauf bei ansonsten gleicher Parametrierung eher dem eines PT2-Gliedes ähnelt. Die Erhöhung von $X_{rONT} = 80X_{rONT,ref}$ ist ebenfalls noch stabil. Für alle Ortskurven ist jedoch deutlich zu erkennen, dass sie nicht in den kritischen Bereich eintreten und somit dem 2. Kriterium aus Kapitel 4.6 entsprechend keine stabilen Grenzwinkel mit einem rONT auftreten können.

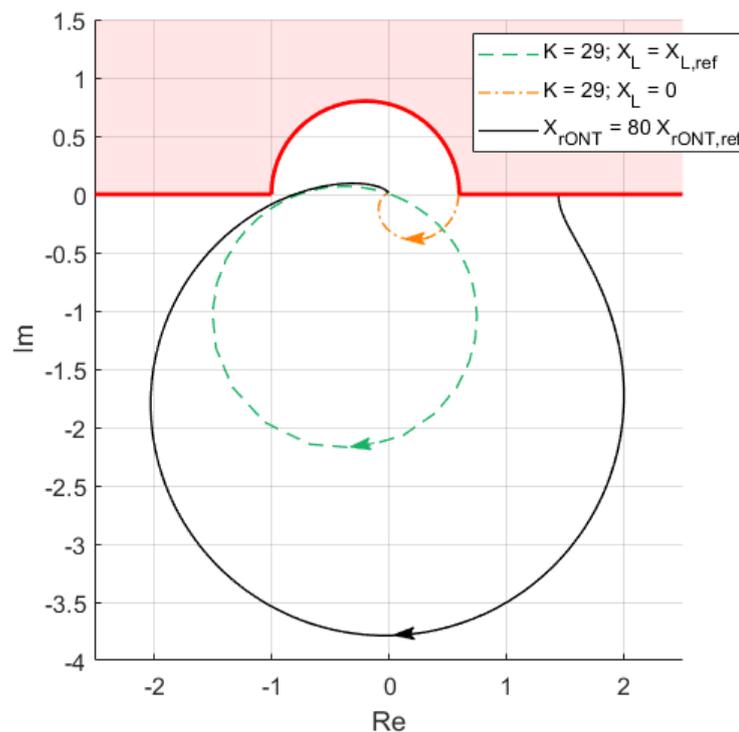


Abbildung 5.20 – Ortskurven für Spezialfälle der KACO-Regelung und kritischer Bereich (2. Kriterium)

5.3.2 Mehrere KACO-Wechselrichter in mehreren Strängen

Für zusätzliche KACO-Regler in verschiedenen Strängen kann die zugehörige Übertragungsfunktion anhand der Gleichung (5.6) bestimmt werden. Der Verlauf der Ortskurven für $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ parallele Wechselrichter entspricht wieder einer einfachen Verstärkung und keiner grundlegenden Veränderung des Verlaufs, wie Abbildung 5.21 zeigt. Demnach ist eine vertiefte Betrachtung nicht notwendig, da etwaige Verläufe auch durch eine Anpassung der Verstärkung erreicht werden können. Analog zu den Ergebnissen für KACO-Regler mit hohen Verstärkungen können daher keine stabilen Grenzwahlungen aufgrund der harmonischen Balance mit einem rONT auftreten.

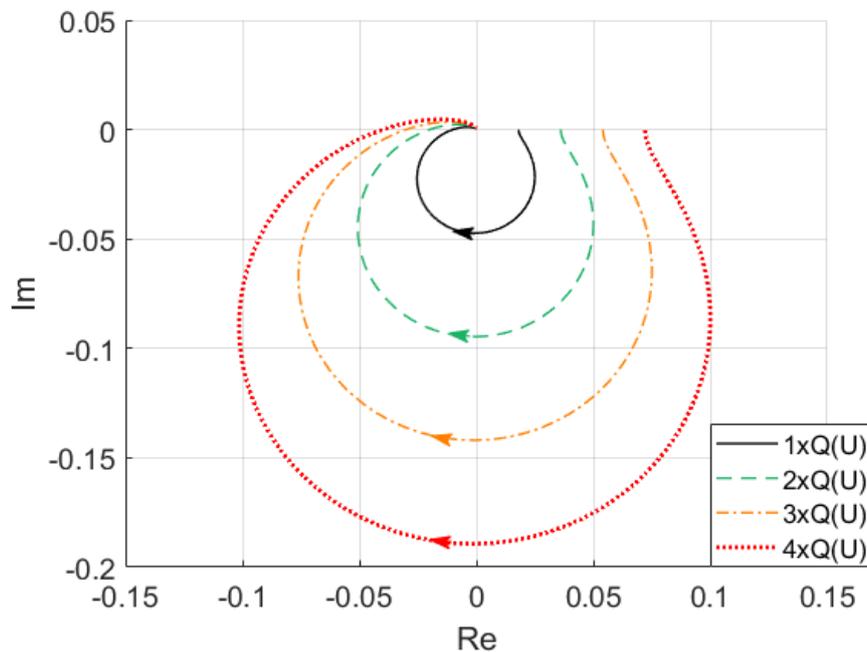


Abbildung 5.21 – Ortskurven für mehrere KACO-Regler in i Strängen

5.3.3 Mehrere KACO-Wechselrichter in einem Strang

Für den Fall, dass $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ mit der Parametrierung in Tabelle 5.7 in einem Strang vorhanden sind, ergeben sich für die nach Kapitel 5.1.2 beschriebenen Regler die in Abbildung 5.22 dargestellten Ortskurven. Die Verstärkung wurde hierfür so gewählt, dass der kritische Punkt $(-1|0)$ bei vier Reglern in einem Strang nicht überschritten wird. Aus den Kurven ist zu erkennen, dass jeder zusätzliche Regler die Ortskurve stark verstärkt. Der Grund hierfür ist das abnehmende dämpfende Verhalten durch X_L . Der Verlauf der Ortskurven ist jedoch

weiterhin hinsichtlich des 2. Kriteriums unkritisch, weshalb keine stabilen Grenzwinkel durch Wechselwirkungen mit einem rONT auftreten können.

K_C	K	T	X_{Li}	X_{rONT}
4V	13.8	5	$\frac{1}{i} X_{L,ref}$	$X_{rONT,ref}$

Tabelle 5.7 – KACO-Reglerparameter für i Regler in einem Strang

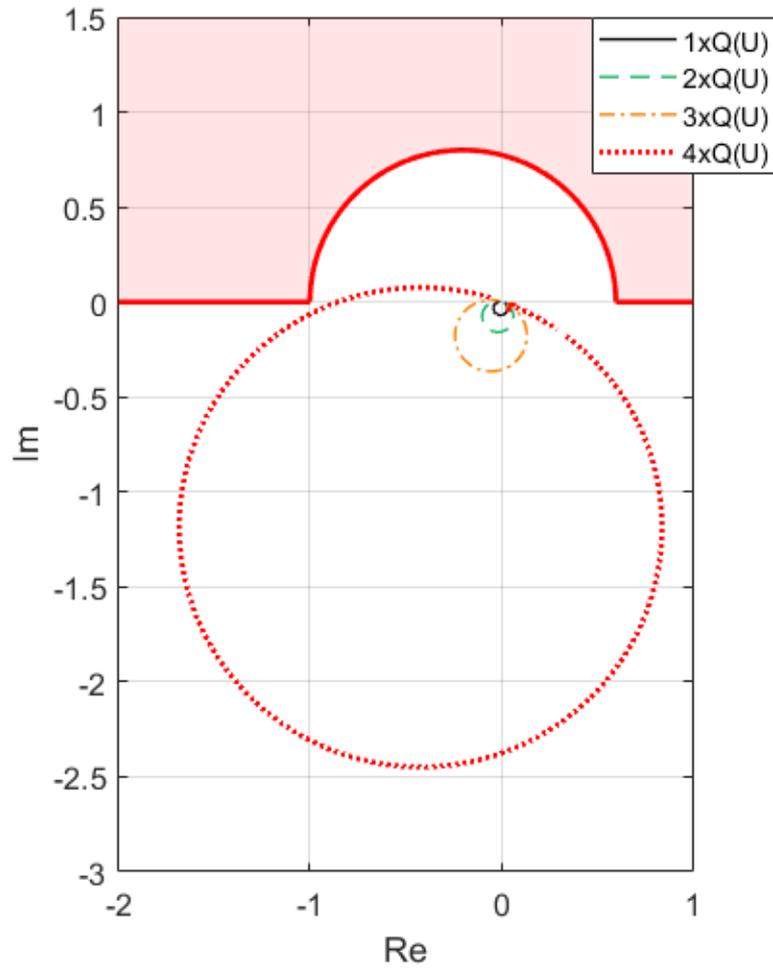


Abbildung 5.22 – Ortskurven für i KACO-Regler in einem Strang

6 Fazit

Wechselwirkungen zwischen einem rONT und Q(U)-Regelungen, welche in einem elektrischen Energieversorgungsnetz eine stabile, selbsterhaltende Schwingung der Spannung hervorrufen, sind anhand der Methode der harmonischen Balance beschreibbar. Das nichtlineare Verhalten des rONT kann mittels einer Beschreibungsfunktion nachgebildet werden. Die Eigenschaften der Grenzschiwingung werden mittels der Schnittpunkte der Ortskurve der linearisierten Q(U)-Regelungen und der Beschreibungsfunktion des rONT ausgewertet. Um eine allgemeine Aussage daruber treffen zu konnen, ob fur einen bestimmten Q(U)-Regler Schwiwungen in einem Netz mit einem rONT auftreten konnen, kann ein kritischer Bereich definiert werden, in dem mogliche Beschreibungsfunktionen des rONT verlaufen. Hierfur ergeben sich kurz zusammengefasst zwei Kriterien:

- 1) Ortskurven, die nur in der negativen imaginaren Halbebene verlaufen sind unkritisch.
- 2) Ortskurven, die nur in der negativen imaginaren Halbebene bzw. die in der positiven imaginaren Halbebene nur in dem von einem Halbkreis mit dem Radius 0.8 um den Mittelpunkt $(-0.2|0)$ eingeschlossenen Bereich verlaufen, sind unkritisch.

Falls eine Ortskurve in den kritischen Bereich eintritt, fuhrt dies nicht zwangslaufig zu einer stabilen Grenzschiwingung. Dies kann in Abhangigkeit der rONT-Parametrierung genauer untersucht werden. Fur einen SMA- und einen KACO-Q(U)-Regler konnen stabile Grenzschiwingungen ausgeschlossen werden, da beide das 1. bzw. 2. Kriterium erfullen.

Die in dieser Arbeit herausgearbeiteten kritischen Bereiche und die damit verbundenen Kriterien decken samtliche theoretisch zulassigen rONT-Parametrierungen ab. Durch Vereinfachungen des Schaltverhaltens hinsichtlich der Totzeit ist der kritische Bereich zusatzlich vergroebert. Eine Untersuchung der Beschreibungsfunktionen des rONT, welche anhand tatsachlicher rONT-Parametrierungen und unter der Beachtung des genauen Schaltverhaltens schraenkt den kritischen Bereich weiter ein. Hierfur sind weitere Untersuchungen notwendig.

Desweiteren ergibt sich durch die Linearisierung der Q(U)-Regelungen ein theoretisch instabileres Verhalten. Es ist zu erwarten, dass der Einfluss der nichtlinearen Charakteristik der Q(U)-Regelungen einen zusatzlich stabilisierenden Einfluss gegen das Eintreten von stabilen Grenzschiwingungen aufweist. Zudem bietet es sich an, eine allgemeine Einordnung

von Übertragungsfunktionen aufzustellen, deren Ortskurven durch den kritischen Bereich verlaufen.

Zuletzt ist darauf hinzuweisen, dass mittels der harmonischen Balance nur das Auftreten stabiler, selbsterhaltender Schwingungen untersucht werden kann. Eine Aussage, ob das untersuchte System absolut stabil ist, kann damit nicht getroffen werden. Dies muss anhand einer dafür geeigneten Methode durchgeführt werden. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die harmonische Balance eine geeignete Methode zur Untersuchung von Grenzschwingungen aufgrund von Wechselwirkungen zwischen einem rONT und einer Q(U)-Regelung darstellt. Aufbauend auf den Methoden und Ergebnissen dieser Arbeit bietet sich die Möglichkeit, die Kriterien für das Auftreten von Grenzschwingungen exakter zu definieren.

Literaturverzeichnis

- [1] V. Böckers u.a. M. Bräuninger, P. Brodehser. *Stromtransport in Deutschland*. Unternehmer Positionen Nord, 2014.
- [2] Maschinenfabrik Reinhausen GmbH. *GRIDCONTM;TAPTM. Die Systemlösung für regelbare Ortsnetztransformatoren*. Maschinenfabrik Reinhausen GmbH, Regensburg, GER, 2012.
- [3] J. Adamy. *Nichtlineare Regelungen*. Springer, Heidelberg, GER, 2009.
- [4] O. Föllinger. *Nichtlineare Regelungen II*. R. Oldenbourg, München, GER, 1993.
- [5] M. Bendrat. *Analyse der Spannungsqualität in Verteilnetzen auf der Niederspannungsebene sowie Realisierung geeigneter Kompensationsmaßnahmen*. Fakultät für Mathematik und Informatik der Fern-Universität in Hagen, München, GER, 2010.
- [6] M. Lindner. *A Dynamic RMS-Model of the Local Voltage Control System $Q(V)$ Applied in Photovoltaic Inverters*. Professur für Elektrische Energieversorgungsnetze, München, Juni 2015.
- [7] K.-H. Kny. *Berechnen des Kurzschlussstroms nach neuer VDE 0102*. Elektropraktiker, Berlin, 2002.