

SEMESTERARBEIT

**Entwicklung eines Modells für die Erzeugung und den
Transport von Entropiewellen in einem drallstabilisierten
Brenner**

Autor:

Christian Maier

Matrikel-Nr:

3624111

Betreuer:

Dipl.-Ing. Thomas Steinbacher
Prof. Wolfgang Polifke, Ph. D.

31. März 2017

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst zu haben. Ich habe keine anderen Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen verwendet.

Ort, Datum

Christian Maier

Danksagung

Ich möchte mich zuerst bei meinem Betreuer Herrn Thomas Steinbacher bedanken, der mich zu jeder Zeit bestens bei der Entstehung dieser Arbeit unterstützt und betreut hat. Zudem möchte ich mich noch bei Herrn Professor Polifke für die Betreuung und die Ermöglichung dieser Arbeit bedanken. Weiterhin möchte ich mich noch bei Herrn Maximilian Meindl bedanken, der mir die Strömungsfelder des Brenners und eine Vorlage einer Comsol-Simulation bereit gestellt hat und darüber hinaus noch mich bei der Erstellung der Simulation beraten hat. Zuletzt möchte ich mich noch bei Eva Habberger bedanken, die mich in vielen nächtlichen Abendstunden beim Verfassen dieser Arbeit motiviert und unterstützt hat.

Kurzfassung

Die thermoakustischen Effekte von turbulenten Vormischflammen spielen eine immer größere Rolle, zum Beispiel bei Flugzeugtriebwerken zur Reduzierung der Schallemissionen. In dieser Arbeit wird deshalb zur Entwicklung der Grundlagen die Entstehung von indirekten Verbrennungslärm an einem Brenner mit turbulenter Vormischflamme und Drallstabilisation untersucht. Es wird dabei der Fokus auf die Entstehung und den Transport von Entropiewellen gesetzt.

Es wird ein bereits bestehendes Modell zur Beschreibung der Entropie-Transferfunktionen von Flammen erläutert und auf turbulente Vormischflammen übertragen. Dazu wird eine 3D-Finite-Elemente-Simulation des Modells im diskontinuierlichen Galerkin Verfahren an einem Brenner mit turbulenter Vormischflamme durchgeführt. Die dazu benötigten Strömungsfelder entstammen einer Large-Eddy-Simulation, deren Daten dieser Arbeit zur Verfügung gestellt wurden. Die Finite-Elemente-Simulation wird in COMSOL MULTIPHYSICS[®] durchgeführt.

Das Brennermodell wird im Zeit- und im Frequenzbereich analysiert und daraus die Sprungantwort, der Frequenzgang und die Impulsantwort in MATLAB[®] bestimmt. Es werden verschiedene Einflüsse auf die Entropie-Transferfunktion untersucht, unter anderem der Einfluss der Gittergröße und des Parameters β zur Bestimmung des Lax-Friedrichs-Flusses. Weiterhin werden Untersuchungen allein am Brennerrohr des Brenners durchgeführt. Es wird zudem der Einfluss des Diffusionskoeffizienten mit mehreren Modellen, unter anderem einem eigens entwickelten, turbulenten Modell zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten, untersucht. Zuletzt wird der Unterschied zwischen adiabaten oder diabaten Bedingungen analysiert.

Die Simulation zeigt plausible Ergebnisse, wobei geringe Abweichungen durch Ungenauigkeiten in der Simulation auftreten. Grundsätzlich lässt sich das Modell auf diesen Brenner mit turbulenter Vormischflamme anwenden. Die Transfer-Funktion wurde bestimmt und die Änderungen durch die Einflussparameter aufgezeigt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Lärmentwicklung in der Luftfahrt	1
1.2	Entstehung von Verbrennungslärm	1
1.3	Zielsetzung der Arbeit	3
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Grundlagen der Systemtheorie	5
2.1.1	Definition Transferfunktion	5
2.1.2	Impulsantwort und Sprungantwort	7
2.1.3	Methoden zur Bestimmung von Transferfunktionen	9
2.2	Modellierung der Entropie-Transferfunktion	11
2.2.1	Beschreibung der Entropie-Transferfunktionen	11
2.2.2	Modellierung der Konvektion	12
2.3	Modelle zur Berechnung des Diffusions-Koeffizienten	13
2.3.1	Berechnung des Diffusionskoeffizienten nach Chapman-Enskog	14
2.3.2	Berechnung des Diffusionskoeffizienten nach Fuller, Schettler und Giddings	15
2.3.3	Berechnung der Diffusion mit einem Viskositätsmodell	16
3	Beschreibung des Brenners und der Strömungsfelder	19
3.1	Der BRS-Brenner	19
3.2	Mean-Felder der Strömung	21
4	Aufbau der Simulation des Brenners in Comsol	24
4.1	Brennergeometrie und Generierung des Gitters	24
4.2	Diskontinuierliches Galerkin-Verfahren	27
4.3	Randbedingungen	29
4.4	Diffusionskoeffizientenmodelle	31
4.5	Lösung im Zeit- und Frequenzbereich	36
5	Analyse des Systemsverhalten	40
5.1	Gittereinfluss	40
5.2	Einfluss des Parameters Beta	46
5.3	Analyse ohne Brennkammer	49
5.4	Modelle des Diffusionskoeffizienten	54

INHALTSVERZEICHNIS

5.5 Vergleich Adiabat und Diabat	58
6 Zusammenfassung und Ausblick	62
Anlagen	63
A Angehängte Gitterdarstellungen	64
B Angehängte Diagramme	66
Literaturverzeichnis	69

1 Einleitung

1.1 Lärmentwicklung in der Luftfahrt

Die Reduzierung von Lärmemissionen nimmt seit einigen Jahrzehnten einen immer größeren Stellenwert in der Gesellschaft ein. Dabei ist auch der Fluglärm als gravierendes Umweltproblem zu nennen, der von der Bevölkerung zunehmend als störend empfunden wird. Es wurde außerdem von der IACO, der "International Civil Aviation Organization" vorhergesagt, dass sich der Flugverkehr in den nächsten Jahrzehnten verdoppeln wird [18]. Auch aus diesem Grund wurden zuletzt 2017 die Standards an Lärmemissionen für die Zulassung von Musterflugzeugen weiter verschärft [10]. Es ist deshalb ein Ziel in der Forschung die Entstehung des Lärms von Flugzeugen besser zu verstehen und zu reduzieren. In Abbildung 1.1 sind die hauptsächlichsten Lärmquellen eines Turbofan-Triebwerks mit einem Nebenstromverhältnis von fünf eines typischen Verkehrsflugzeugs beim Start und bei der Landung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Brennkammer mit einem Wert von über 80 EPNdB (Effective Perceived Noise level in decibels) zwar nicht den größten, aber immer noch einen signifikanten Anteil am erzeugten Lärm eines Triebwerks beiträgt.

Um also auch in Zukunft die geforderten Standards der Lärmemissionen einhalten zu können, ist weitere Forschung im Verbrennungsprozess notwendig. Von entscheidender Bedeutung ist das Verständnis des Verbrennungsprozesses bei vorgemischten Flammen und der dabei auftretenden thermoakustischen Effekte zu erhöhen. Diese werden vermehrt in Flugzeugtriebwerk eingesetzt, da dadurch die Stickoxidemissionen des Triebwerks reduziert werden können [4,37]. Jedoch können vorgemischte Flammen zu Oszillationen im Triebwerk führen, weswegen in dieser Arbeit ein Brenner mit vorgemischter Flamme untersucht wird, um Grundlageninformationen zur Thermoakustik zu erarbeiten.

1.2 Entstehung von Verbrennungslärm

Der Lärm der bei einer Verbrennung entsteht, besteht aus zwei Komponenten: dem direkten Verbrennungslärm, sowie dem indirekten Verbrennungslärm [28]. In [39] wurde gezeigt, dass eine Kombination aus Wirbelablösung, ungleichmäßiger Wärmefreisetzung und Akustik zu einer instationären Verbrennung mit Oszillationen führt. Diese instationären Wärmefreisetzungsraten führen zu einer ungleichmäßigen Expansion des Gases. Dies fungiert als akustischer Monopol, wobei dies als "direktes Verbrennungsgeräusch" bezeichnet wird [41]. Durch die ungleichmäßige Verbrennung werden zudem Temperaturinhomogenitäten erzeugt. Diese werden als "hot spots", oder Entropiewellen bezeichnet. Diese werden mit der lokalen Strö-

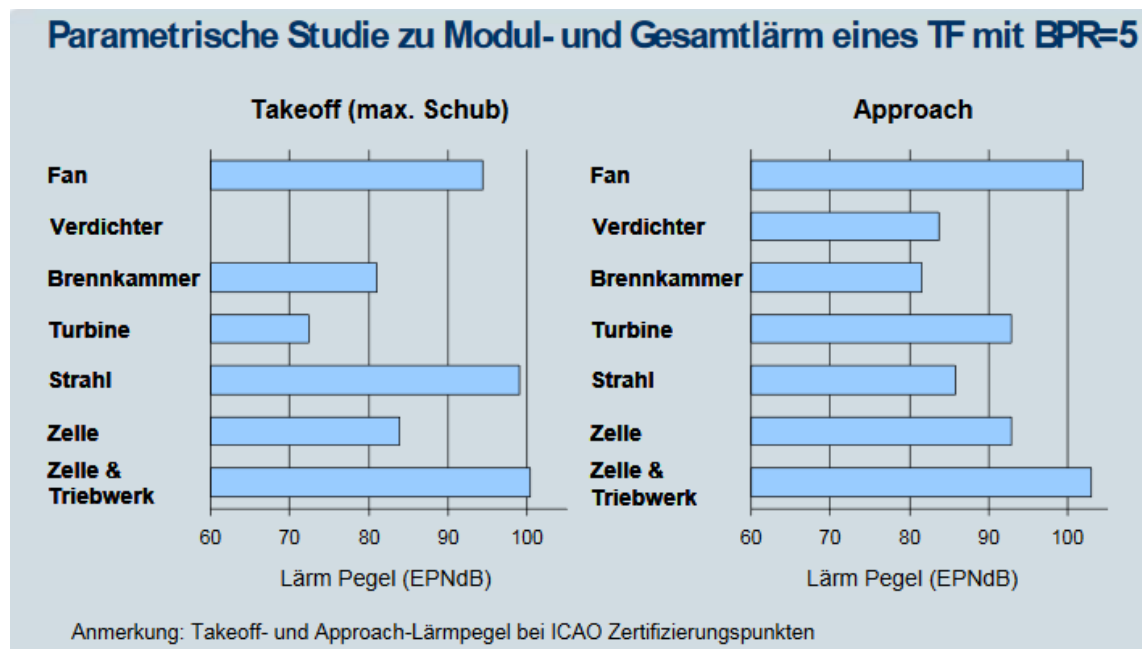


Abbildung 1.1: Lärmpegel eines Flugzeugtriebwerk beim Start, sowie bei der Landung [3].

mung transportiert und erzeugen selbst kein Geräusch. Doch wenn die Entropiewellen, beziehungsweise die vorhandenen Dichteunterschiede, in einer Düse beschleunigt werden, so können diese Schallwellen erzeugen, die als "indirektes Verbrennungsgeräusch" bezeichnet werden. Die Stärke der dabei entstehenden Schallwelle hängt dabei maßgeblich von der Stärke der Temperaturfluktuationen ab [20]. Weiterhin können auch Wirbel die in einer Düse beschleunigt werden zu Schallwellen führen, wobei diese ebenfalls als indirektes Verbrennungsgeräusch bezeichnet werden [22]. Für einen Verbrennungsprozess ist jedoch anzunehmen, dass die Lärmerzeugung durch Entropiewellen überwiegt, weshalb bei "indirektem Verbrennungsgeräusch" meist von diesen gesprochen wird. Die größere Erzeugung von Lärm durch Entropiewellen wird dadurch begründet, dass bei Verbrennungsvorgängen hohe Temperaturfluktuationen generiert werden. Weiterhin erhöht sich bei hohen Temperaturen die Viskosität, die die Wirbel schneller dissipiert [28].

Der Fokus dieser Arbeit liegt deshalb auf dem besseren Verständnis der Entstehung und den Transport der Entropiewellen. Diese können durch mehrere Mechanismen erzeugt werden, wobei in dieser Arbeit nur vorgemischte Flammen betrachtet werden. In [42] wurde ein verbreiteter Fehler in der Forschung theoretisch diskutiert, wobei dies in [43] numerisch bestätigt wurde. Der Fehler ist, dass die Entstehung von Entropieschwankungen einer Flamme nicht an die globale Wärmefreisetzung koppelt, sondern nur von der lokalen Wärmefreisetzung abhängt. Aus diesem Grund können nur lokale Änderungen in der Flammgeschwindigkeit, Dichte oder der Reaktionsenthalpie zu Entropieschwankungen führen. In [42] kommt man deshalb zu dem Ergebnis, dass Änderungen im Verbrennungsluftverhältnis den

größten Einfluss auf die Erzeugung der Entropiewellen haben. Nach [21] können diese Luftzahlenschwankungen durch die Rückwirkung von Schallwellen, die in der Düse erzeugt werden, entstehen. Eine der Schallwellen läuft durch den Brenner zurück und führt zu einer Massenstrommodulation. Wenn die Einspritzung auf diese Änderung nicht schnell genug reagiert, führt dies zu einer Änderung im Verbrennungsluftverhältnis. Ein weiterer Mechanismus wurde von [30] untersucht und dargelegt. Änderungen in der globalen Wärmefreisetzungsrates führen zu unterschiedlichen Drücken in der Brennkammer. Diese Druckschwankungen führen zu einer unterschiedlichen Zufuhr an Frischgas, wodurch das Luftzahlverhältnis ebenfalls verändert wird.

Für das Verständnis des indirekten Verbrennungsgeräusches, ist der Transport, auch Konvektion genannt, der Entropiewellen von entscheidender Bedeutung. Zur Konvektion und Dissipation von Entropiewellen wurden in [38] und [29] bereits Untersuchungen durchgeführt. Die Impulsantwort des Systems wurden in diesen Arbeiten durch eine Rechteckfunktion, beziehungsweise durch eine Gaußfunktion angenähert. Die Systemantwort hängt dabei von der Stärke der Diffusion, der Dispersion und der Transportlänge ab. Diese beeinflusst wiederum das akustische Signal, das später durch die Beschleunigung in der Düse entsteht [29]. Um jedoch die Effekte von Entropiewellen in Gasturbinen zu beschreiben, sind die bisherigen Modelle noch nicht ausreichend präzise. Besonders bei der Beschreibung der Auswirkung von Schwankungen im Verbrennungsluftverhältnis am Eingang, auf Temperaturschwankungen am Ausgang über eine Transferfunktion, besteht noch Bedarf nach detaillierten Modellen der Beschreibung.

1.3 Zielsetzung der Arbeit

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein Modell für die Entstehung und den Transport von Entropiewellen in einem drallstabilisierten Brenner zu entwickeln. Aus diesem Grund soll die Transfer-Funktion, die das Verhalten des vorgemischten Brenners auf verschiedene Eingangssignale beschreibt, gefunden werden. Dafür wird für den Brenner ein "multiple input multiple output" (MIMO) System angenommen, welches in Abbildung 1.2 dargestellt ist.

Bei diesem Modell werden alle Input und Output Schwankungen durch den Mittelwert normalisiert. Der Zusammenhang zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen wird durch drei Transferfunktionen beschrieben. Beispielsweise beschreibt die Transferfunktion F_{uQ} die lineare Antwort der Wärmefreisetzungsrates \dot{Q}' auf Änderungen in der Geschwindigkeit u' . Die anderen beiden Transferfunktionen sind auf die gleiche Weise definiert, wobei in dieser Arbeit nur auf die Transferfunktion $F_{\phi T}$ eingegangen wird. Die beiden Variablen x_1^* und x_2^* stellen den Ort dar, an dem die Eingangs- und Ausgangsgrößen gemessen werden. Anhand dieses Modells ist es möglich das Systemverhalten des Brenners zu beschreiben und die Antwort des Systems auf unterschiedliche Input- und Outputsignale vorherzusagen. Der Brenner kann damit in ein Netzwerk aus mehreren Systemen, zum Beispiel mit vorhergehender Brennstoffzufuhr und nachgeschalteter Düse integriert werden.

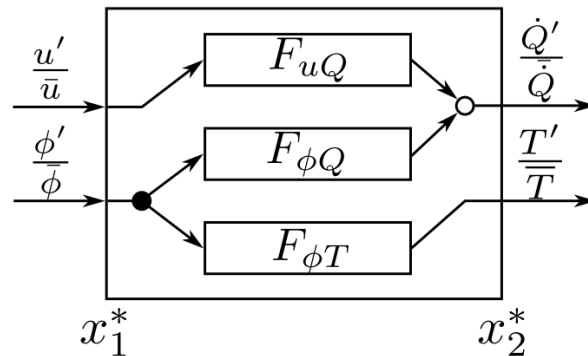


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung des MIMO-Systems, das für den Brenner angenommen wurde [8].

Um die Transferfunktion $F_{\phi T}$ zu bestimmen, wird der Brenner anhand des von [8] entwickelten Modells in drei Untertransferfunktionen zerlegt. Aufgrund dieser Annahme ist es möglich, ein Näherungsmodell für die Entstehung und den Transport der Entropiewellen aufzustellen. Mit diesem Modell wird dann eine 3D-Finite-Elemente-Simulation eines drallstabilisierten Brenners mit vorgemischter, turbulenter Flamme erzeugt. Aus den Werten der Simulation kann dann der Frequenzgang, sowie die Sprung- und Impulsantwort des Systems berechnet werden, wodurch dann die Transferfunktion des Brenners bestimmt werden kann.

In Abschnitt 2 werden die theoretischen Grundlagen und das Modell zur Beschreibung des Brenners dargelegt. Im darauffolgenden Abschnitt 3 wird der Aufbau des Brenners und der vorherrschenden Strömung erläutert. Die Implementierung der 3D-Finite-Elemente-Simulation des Brenners und der mathematischen Modellierung wird in Abschnitt 4 dargestellt. Im Kapitel 5 werden die aus der Simulation erhaltenen Daten ausgewertet, wobei die jeweilige Transferfunktion bestimmt wird. Es werden unterschiedliche Einflussparameter auf die Transferfunktion untersucht, wie zum Beispiel der Einfluss des Diffusionskoeffizientenmodells, oder der Gittergröße. Abschließend werden die Erkenntnisse dieser Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf weitere Forschungsarbeiten auf diesem Gebiet gegeben.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Grundlagen der Systemtheorie

2.1.1 Definition Transferfunktion

Eine Transferfunktion, auch Übertragungsfunktion genannt, beschreibt eine Funktion, die eine mathematische Beziehung zwischen dem Ein- und dem Ausgangssignal eines Systems herstellt. Sie wird in der Systemtheorie zur dynamischen Untersuchung eines Systems verwendet, wobei sich diese Arbeit auf die Betrachtung linearer zeitinvarianter Systeme beschränkt. Eine Transferfunktion kann im Laplace-Raum definiert und allgemein durch folgende Formel beschrieben werden [14]:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathcal{L}\{y(t)\}}{\mathcal{L}\{u(t)\}} \quad (2.1)$$

Dabei sind $Y(s)$ und $U(s)$ die jeweiligen Laplace-Transformierten des ursprünglichen Ausgangssignals $y(t)$, beziehungsweise des Eingangssignals $u(t)$. Sind die Funktionen $Y(s)$ und $U(s)$ bekannt, so lässt sich die Übertragungsfunktion durch einfache Quotientenbildung berechnen. Sie ist eine komplexwertige Funktion, wobei auch die Variable s eine komplexe Zahl darstellt. Ist die Transferfunktion eines Systems bekannt, so kann sowohl die Impulsantwort, als auch die Sprungantwort eines Systems berechnet werden. Dies wird in Abschnitt 2.1.2 genauer erläutert. Ersetzt man die Variable s durch $j\omega$ so erhält man den Frequenzgang (siehe Gleichung (2.2)) [36]:

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} \quad (2.2)$$

Dabei ist j die Imaginärzahl und ω die Kreisfrequenz. Der Frequenzgang beschreibt, wie ein dynamisches System, ein sinusförmiges Eingangssignal überträgt. Er ist eine komplexe Funktion der Frequenz, wobei nur das stationäre Verhalten betrachtet wird. Der Frequenzgang stellt einen Spezialfall der Transferfunktion dar. $|G(j\omega)|$ ist ein Maß für die Amplitudenveränderung bei der jeweiligen Frequenz und wird als Amplitudengang bezeichnet. Die Phasenverschiebung ϕ kann über das Argument von G berechnet werden, was in Formel (2.3) dargestellt ist [26].

$$\arg G(j\omega) = \phi(j\omega) = \phi_y - \phi_u \quad (2.3)$$

Die beiden Zusammenhänge können sehr übersichtlich im sogenannten Bode-Diagramm dargestellt werden. Dabei werden der Amplitudengang, sowie die Phasenverschiebung ge-

genüber der Frequenz, in zwei Diagrammen übereinander aufgezeichnet. Die Darstellung des Amplitudenganges erfolgt dabei doppelt logarithmisch, während im Diagramm der Phasenverschiebung nur die Frequenz logarithmiert wird [36]. Im Laufe dieser Arbeit hat sich jedoch gezeigt, dass die logarithmische Darstellung für die Transferfunktion des Brenners ungünstig ist. Dies liegt daran, dass die Transferfunktion des Brenners bei nur sehr niedrigen Frequenzen betrachtet wird. Es wird deswegen eine lineare Darstellung des Amplitudenganges, beziehungsweise der Phasenverschiebung verwendet. Abbildung 2.1 zeigt als einfaches Beispiel das Bode-Diagramm eines Tiefpassfilters in linearer Darstellung.

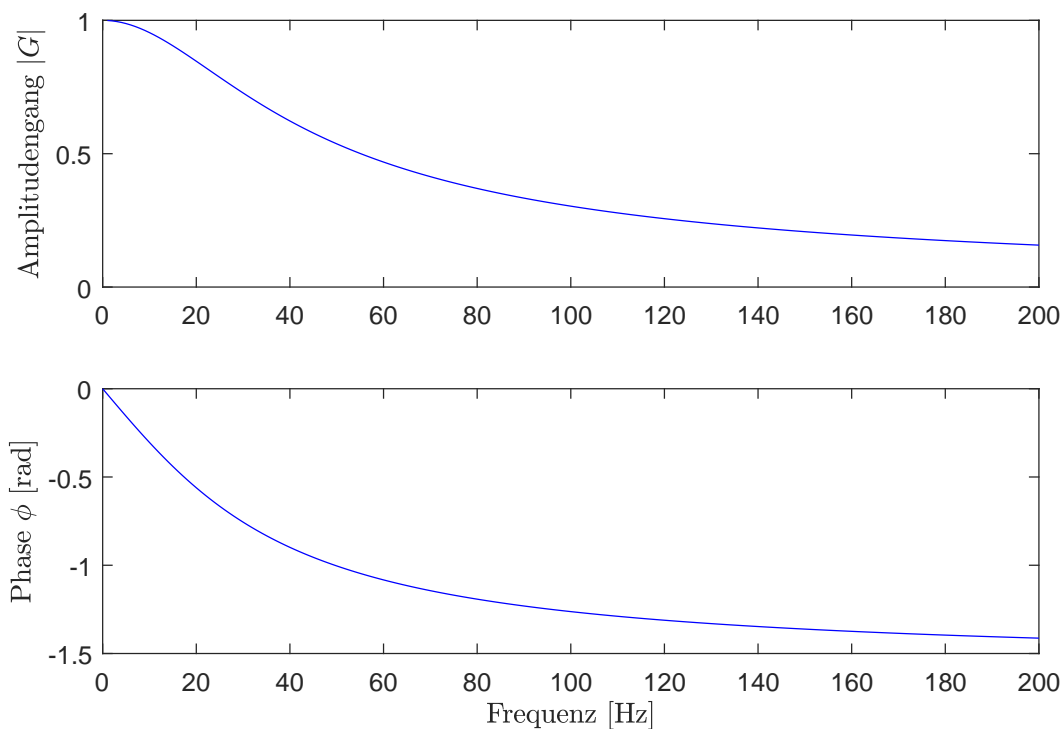


Abbildung 2.1: Bode-Diagramm eines einfachen Tiefpassfilters mit linearer Darstellung im Bereich von 0 bis 200 Hz.

Mithilfe dieses Diagramms ist es gut möglich das dynamische Verhalten eines Systems in einer leicht verständlichen Weise abzubilden. Es zeigt in sehr kompakter Darstellungsweise die wichtigsten Eigenschaften eines Systems in Bezug auf die Frequenzabhängigkeit. Aus diesem Grund wird es im Laufe dieser Arbeit häufiger verwendet, um die Systemantwort des Brenners aufzuzeigen.

2.1.2 Impulsantwort und Sprungantwort

Die Impulsantwort $g(t)$, auch Gewichtungsfunktion genannt, ist eine wichtige Größe zur Charakterisierung von linearen zeitinvarianten Systemen. Sie beschreibt das Ausgangssignal eines Systems, das durch einen Diracimpuls angeregt wurde. Dieser ist rechteckig und ist durch

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon} & \text{für } 0 \leq t \leq \epsilon \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

definiert, wobei $\epsilon \rightarrow 0$ gilt. Der Diracimpuls, oder auch Stoßfunktion, schließt immer eine Fläche der Größe eins ein. In der Praxis lässt sich eine ideale Stoßfunktion nicht realisieren, da dazu ein unendlich großes Signal mit unendlich kurzer Dauer erzeugt werden müsste. Allerdings lässt sich eine gute Näherung erreichen, wenn ϵ klein gegenüber der maßgebenden Zeitkonstanten gewählt wird [26]. Die Antwort des Systems auf diese impulsförmige Erregung ist die Impulsantwort $g(t)$ und lässt sich somit prinzipiell experimentell abschätzen. Wie der Diracimpuls schließt auch die Impulsantwort eine Fläche von eins ein. In Abbildung 2.2 ist als Beispiel die Impulsantwort eines chemischen Reaktors dargestellt, die durch die Zugabe eines Tracers bestimmt wurde. Der Tracer dient als Signalstoff, wobei es durch Messung der Konzentration des Tracers möglich ist, die dazugehörige Gewichtungsfunktion $g(t)$ als Ausgangssignal zu bestimmen. Weiterhin ist als Eingangssignal der dazugehörige Diracimpuls aufgezeichnet, der durch die Impulslänge Δt gekennzeichnet ist, die in diesem Fall ϵ aus der Definition entspricht.

Zwischen der Impulsantwort $g(t)$ und dem Frequenzgang $G(j\omega)$ besteht der in Gleichung (2.4) definierte Zusammenhang [15].

$$G(j\omega) = \mathcal{L}\{g(t)\} \quad (2.4)$$

Ist die Impulsantwort eines Systems bekannt, so kann der dazugehörige Frequenzgang des Systems durch Laplacetransformation bestimmt werden. Außerdem kann nach

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(j\omega)\} \quad (2.5)$$

durch eine inverse Laplacetransformation wiederum die Impulsantwort eines Systems berechnet werden. In Laufe dieser Arbeit wird dieser Zusammenhang dazu verwendet werden, aus der ermittelten Transferfunktion des Brenners die Impulsantwort zu generieren. Diese kann dann mit Messdaten aus der Simulation verglichen werden.

Ein weitere Größe die oft im Zusammenhang mit der Impulsantwort betrachtet wird, ist die Sprungantwort $h(t)$. Die Sprungantwort, auch Übergangsfunktion, ist das Ausgangssignal eines linearen, zeitinvarianten Systems auf eine Sprungfunktion. Die Sprungfunktion ist folgendermaßen definiert [26]:

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$

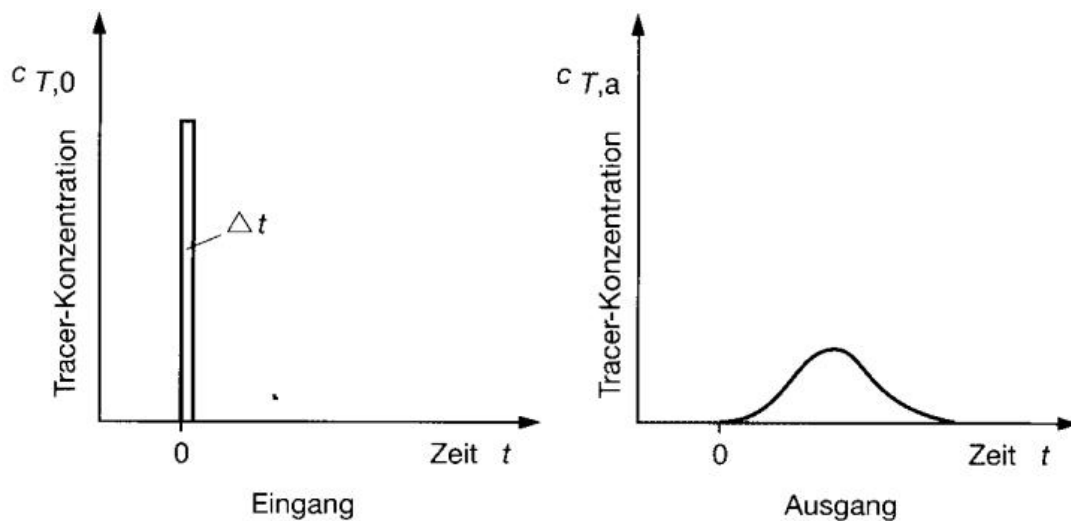


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Impulsantwort eines Reaktorkessels, bestimmt durch die Zugabe eines Tracers und der Messung der Konzentration. Weiterhin der dazugehörige Diracimpuls [17].

In Abbildung 2.3 ist die Sprungfunktion und die Antwort eines Rührkessels auf diese Funktion abgebildet. Die Sprungantwort des Systems lässt sich somit ebenfalls experimentell durch die Zugabe eines Tracers und durch Messung der Konzentration des Signalstoffs am Ausgang bestimmen. Die Sprungantwort lässt sich experimentell deutlich leichter messen als die Impulsantwort, da hierfür kein unendlich hohes Signal erzeugt werden muss. Es genügt, wenn der Sprung in hinreichend kurzer Zeit stattfindet. Auch bei Problemen der numerischen Simulation ist die Sprungantwort deswegen meist leichter zu errechnen [15]. Bei der Betrachtung des Systems kann es sein, dass das System auf ein Eingangssignal erst mit einer Verzögerung antwortet. Diese Zeit bis zum Beginn der Antwort des Systems wird als Totzeit bezeichnet. Weiterhin wird der Zustand, auf den das betrachtete System bei der Sprungantwort für $t \rightarrow \infty$ entgegenstrebt, "Beharrungszustand" genannt [36]. Die Impulsantwort kann nach Gleichung (2.6) durch Ableitung der Sprungfunktion, beziehungsweise umgekehrt die Sprungantwort über die Integration der Impulsantwort berechnet werden [15].

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} \text{ bzw. } h(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau \quad (2.6)$$

Soll also der Frequenzgang eines Systems experimentell bestimmt werden, so ist folgendes Vorgehen möglich. Zuerst wird, aufgrund der leichteren experimentellen Durchführbarkeit, die Sprungantwort bestimmt. Anschließend kann nach Gleichung (2.6), durch zeitliche Ableitung der Sprungantwort, die Impulsantwort berechnet werden. Aus diesen Daten kann dann letztendlich durch Laplace-Transformation über Gleichung (2.4) der Frequenzgang des Systems gebildet werden.

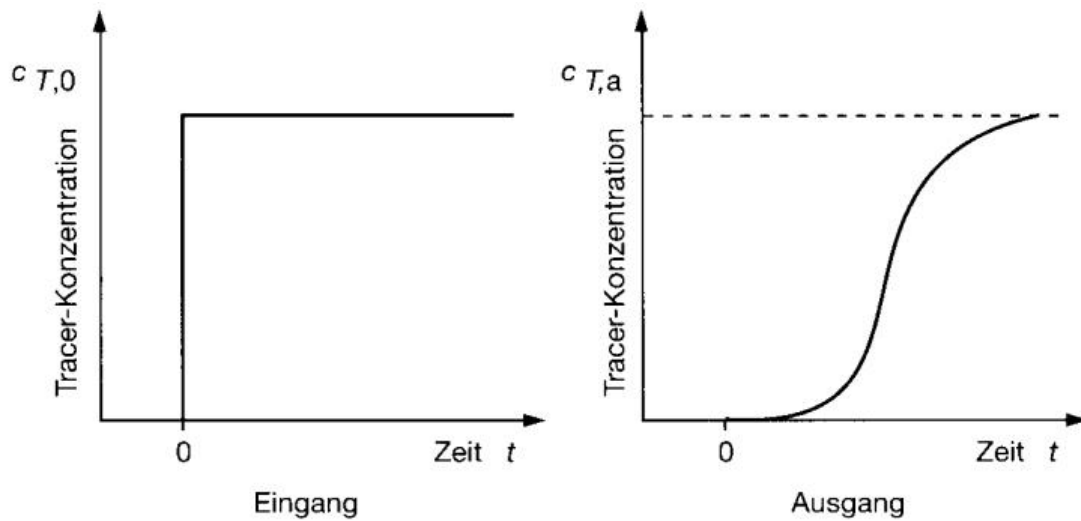


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Sprungantwort eines Reaktorkessels, bestimmt durch die Zugabe eines Tracers und der Messung der Konzentration am Ausgang [17].

2.1.3 Methoden zur Bestimmung von Transferfunktionen

Die Aufgabe dieser Arbeit ist die Bestimmung der Entropie-Transferfunktion für einen drallstabilisierten Brenner. Für die explizite Berechnung der Transfer-Funktion eines Systems gibt es nach [15] zwei Möglichkeiten.

1. Bildung der Quotienten aus $Y(s)$ und $U(s)$, falls das Eingangs- beziehungsweise das Ausgangssignal bekannt sind.
2. Analyse des Systems, wenn sein innerer Aufbau bekannt ist.

In diesem Fall besteht sehr wenig Wissen über die komplexen Vorgänge im Brenner im Bezug auf sein Systemverhalten. Es gestaltet sich deswegen äußerst schwierig, den Brenner durch die Entwicklung eines passenden Ersatzsystems über seinen inneren Aufbau zu beschreiben. Es wird deswegen darauf verzichtet die Transferfunktion durch eine Systemanalyse zu bestimmen und stattdessen die Methode der Quotientenbildung angewandt. Dazu wird im späteren Verlauf der Arbeit eine Finite-Elemente-Simulation des Brenners erstellt und die Systemantwort des Brenners auf das Eingangssignal bestimmt. Dazu werden mehrere Simulationen bei bestimmten Frequenzen durchgeführt. Aus diesen diskreten Daten soll dann eine Näherungslösung für die Transferfunktion des Brenners gefunden werden. Prinzipiell kann die Näherungslösung durch Anpassen eines Verhältnisses von zwei Polynomen an die Eingangs- und Ausgangsdaten nach Gleichung (2.7) berechnet werden [40].

$$G(s) \approx \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} \quad (2.7)$$

Nach [16] ist bei diesem Vorgehen die Ordnung der Polynome, aufgrund der schlechten Lösbarkeit des Gleichungssystems, jedoch beschränkt, wodurch die Genauigkeit der Lösung eingeschränkt ist. Es wird deswegen ein von [44] auf Verbrennungsprozesse angepasstes Modell zur Bestimmung der Transferfunktion verwendet. Mit diesem Modell ist es zudem relativ einfach möglich, die inverse Laplace-Transformation durchzuführen. Es kann dadurch auch die Impulsantwort $g(t)$ nach Gleichung (2.5) relativ einfach berechnet werden. Bei diesem Modell wird an die diskreten Daten des Frequenzganges $G(j\omega_i)$ eine Summe aus rationalen Funktionen angepasst. Die Summe stellt sich folgendermaßen dar [16]:

$$G(j\omega) \approx G'(j\omega) = \sum_{k=1}^{N_f} \frac{b_k}{j\omega - a_k} + d \quad (2.8)$$

N_f stellt die Gesamtanzahl an Nullstellen b_k und Polen a_k in der approximierten Funktion dar. Die Nullstellen b_k , Pole a_k und die Zeitverzögerung d werden mithilfe der Methode der kleinsten Quadrate angenähert. Dies wird in vorliegender Arbeit durch ein in MATLAB[®] geschriebenes Skript gelöst, das die standardmäßig implementierte Funktion `rationalFit` verwendet. Die Inverse der Laplace-Transformation kann durch die Gleichung,

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^{N_f} \frac{b_k}{j\omega - a_k} + d \right\} = \left(\sum_{k=1}^{N_f} b_k e^{-a_k t} \right) + d \cdot \delta(t) \approx g(t) \quad (2.9)$$

berechnet werden, wobei $\delta(t)$ die Dirac-Delta-Funktion darstellt [44]. Da die angepasste Funktion des Frequenzganges $G(t)$ per Definition BIBO (Bounded-Input-Bounded-Output) stabil ist, gilt $d = 0$ und $a_k > 0 \forall k$. Für das in MATLAB[®] implementierte Skript wurde für die Gesamtanzahl an Polen und Nullstellen N_f ein Wert von 30 angenommen, was sich für die Approximationen als ein guter Wert erwiesen hat. Weiterhin wird die Funktion durch eine Gesamtanzahl von 10 Iterationsschleifen approximiert. Mit den Daten aus der Simulation, die in Abschnitt 4 beschrieben wird, ist es nun möglich die Transferfunktion und damit die Impulsantworten zu bestimmen. Diese werden dann in Abschnitt 5 ausgewertet und verglichen.

2.2 Modellierung der Entropie-Transferfunktion

In dieser Arbeit wird für die Simulation der Entropiewellen das von [8] entwickelte Modell verwendet. In diesem Modell wird die Entstehung, sowie die Ausbreitung von Entropiewellen bei vorgemischten Flammen analysiert. Das Modell wurde an einem 2D-Modell eines Brenners entwickelt und getestet. Es verknüpft die Schwankungen im Äquivalenzverhältnis ϕ' am Eingang des Brenners, mit den Temperaturfluktuationen T'_b am Ausgang des Brenners. Dafür wird der Brenner in drei Transferfunktionen unterteilt, die dann einzeln modelliert werden können. Der Transport der Fluktuationen im Äquivalenzverhältnis und der Temperatur, wird bei diesem Modell durch eine Advektions-Diffusions-Gleichung beschrieben.

2.2.1 Beschreibung der Entropie-Transferfunktionen

In diesem Abschnitt werden die Grundzüge zur Darstellung der Eigenschaften des Brenners durch eine Transferfunktion dargelegt. Dafür wird die Entstehung und der Transport der Entropiewellen im Brenner betrachtet. Der Brenner soll über eine Funktion der Form

$$\frac{T'_b}{\overline{T}_b} = F_{\phi T} \cdot \frac{\phi'}{\overline{\phi}} \quad (2.10)$$

dargestellt werden. T'_b/\overline{T}_b steht für die, mithilfe des Mittelwerts, normalisierten Temperaturfluktuation im Bereich des verbrannten Gases. $\phi'/\overline{\phi}$ sind die normalisierten Schwankungen im Äquivalenzverhältnis zu Beginn des Brenners. Der Brenner wird in drei hintereinandergeschaltene Untertransferfunktionen, oder auch Subtransferfunktionen (S-TFs) unterteilt. Durch Multiplikation aller drei S-TFs entsteht wieder die ursprüngliche Transferfunktion $F_{\phi T}$. Die Unterteilung wird in Abbildung 2.4 genauer erläutert. Zusätzlich ist eine 2D-Ansicht eines Brenners mit einer laminaren Flamme abgebildet, um die Zusammenhänge besser zu verdeutlichen. Die Flamme kann in drei Bereiche unterteilt werden: Dem unverbrannten Bereich in der Vormischzone, gekennzeichnet durch den Index u , der dünnen Flammenfront mit Index f und dem verbrannten Bereich in der Brennkammer b .

Die erste Transferfunktion stellt eine Verbindung zwischen den Äquivalenzverhältnis am Eingang des Brenners, mit dem direkt an der Flamme her. Sie ist die Transferfunktion für den unverbrannten Teil des Brenners und wird F_u bezeichnet. Sie bestimmt vor allem den Transport der Fluktuationen. F_b koppelt die Temperaturschwankungen direkt nach Flamme mit denen, die am Ausgang des Brenners ankommen. Auch diese S-TF bestimmt vor allem den Transport von Schwankungen, wobei es sich hier um Temperaturfluktuationen handelt. Die dritte S-TF ist die Transferfunktion der Flamme F_f , die die Fluktuationen des Äquivalenzverhältnisses direkt vor der Flamme, mit den Temperaturfluktuationen direkt nach der Flamme verbindet. In dem Modell von [8] wurde über die Betrachtung der Enthalpie für die Transferfunktion der Flamme folgende Formel hergeleitet:

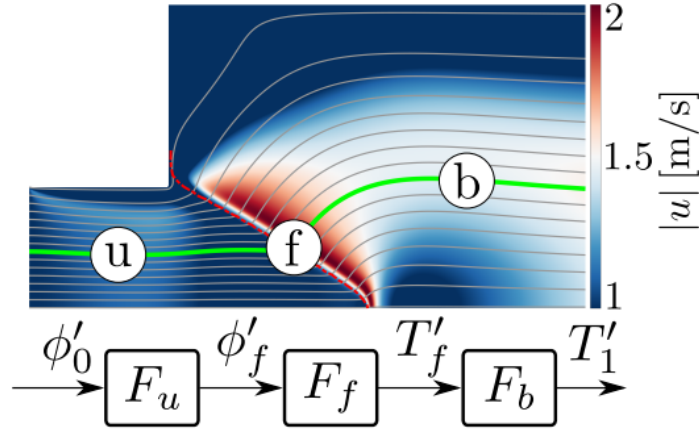


Abbildung 2.4: Kaskade an Transferfunktionen in die der Brenner unterteilt wird. Zur besseren Verdeutlichung ist zusätzlich eine 2D-Ansicht eines Brenners mit laminarer Flamme dargestellt [8].

$$F_f = \frac{1}{1 + \frac{\bar{\phi}}{l_{st}}} \left(1 - \frac{\bar{T}_u}{\bar{T}_b} \right) - \frac{\bar{\phi}}{\bar{c}_{p,b}} \frac{dc_{p,b}^{\text{fit}}}{d\phi} - C_{\text{corr}}(\bar{\phi}) \quad (2.11)$$

Hierbei stehen l_{st} für das stöchiometrische Luft-zu-Brennstoffverhältnis, \bar{T}_u für die mittlere Temperatur im unverbrannten Bereich, $c_{p,b}$ für die spezifische Wärmekapazität und C_{corr} für einen Korrekturterm. Zur Herleitung dieser Gleichung wurde die Umsetzung der chemisch gespeicherten Enthalpie in die fühlbare Wärme betrachtet und die resultierende Temperaturerhöhung in Abhängigkeit des Äquivalenzverhältnisses gesetzt. Es ist zu erkennen, dass die Transferfunktion nicht von der Dynamik der Fluktuation, sondern nur von den Mittelwerten der jeweiligen Größe abhängt. Die Transferfunktion vereinfacht sich somit zu einem konstanten Faktor bei dem als Variable nur das mittlere Äquivalenzverhältnis $\bar{\phi}$ auftritt. Dieser konstante Faktor lässt sich getrennt von den anderen Transferfunktionen behandeln. Es ist deswegen möglich, die Konvektion der Fluktuationen im unverbrannten, sowie im verbrannten Bereich des Gases in einem Modell zu betrachten. Da die Transferfunktion der Flamme F_f durch einfache Multiplikation der anderen beiden Transferfunktion mit dem konstanten Faktor berücksichtigt werden kann, wird diese in der späteren Analyse nicht genauer betrachtet. Es werden nur die Transferfunktionen F_u und F_b analysiert.

2.2.2 Modellierung der Konvektion

Um die Transferfunktion im unverbrannten, sowie im verbrannten Bereich zu bestimmen, muss das Ausgangssignal des Brenners in Abhängigkeit des Eingangssignal bekannt sein. Dafür muss der Transport der Schwankungen des Äquivalenzverhältnisses über den Brenner hinweg bestimmt werden können. Nach [8] kann der Transport und die Dissipation der Fluk-

2.3 Modelle zur Berechnung des Diffusions-Koeffizienten

tuationen über eine Advektions-Diffusionsgleichung beschrieben werden. Die Gleichung hat folgende Form und wird als "starke Formulierung" bezeichnet:

$$\rho \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho \bar{u}_i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho D_f \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) \quad (2.12)$$

Hierbei steht Φ für die normalisierte Schwankung $\Phi = \phi' / \bar{\phi}$ des Äquivalenzverhältnisses, ρ für die Dichte und x_i für die jeweilige Raumkoordinate. \bar{u}_i stellt die Geschwindigkeit der Strömung und D_f den Diffusionskoeffizienten dar. Die Annahmen die dabei getroffen wurden sind,

1. dass Thermophorese-Effekte, sowie Druck- und Reibungskräfte vernachlässigt werden können,
2. dass die Diffusionskoeffizienten aller beteiligten Komponenten durch binäre Diffusion beschrieben werden können und
3. dass die Lewis-Zahl aller Spezies mit $Le \approx 1$ angenähert werden kann.

Die Lewis-Zahl beschreibt das Verhältnis von der thermischen zur molekularen Diffusion und ist in Gleichung (2.13) definiert. Durch die Annahme $Le \approx 1$ ist es möglich die Ausbreitung der Temperatur- und Äquivalenzverhältnisfluktuationen durch einen Diffusionskoeffizienten zu beschreiben.

$$Le = \frac{a}{D} \quad (2.13)$$

Der Transport der Fluktuationen erhält dadurch sowohl im unverbrannten, als auch im verbrannten Bereich die gleiche Dynamik, wodurch es möglich wird die beiden Effekte in einer Gleichung zu erfassen. Mithilfe dieser Gleichung ist es nun möglich jedem Ort im Brenner ein bestimmtes Äquivalenzverhältnis zuzuweisen. Im unverbrannten Bereich entspricht dies dem tatsächlichen Verhältnis, währenddessen es im verbrannten Bereich nur einem hypothetischen Verhältnis entspricht. Über Gleichung (2.11) lassen sich die Schwankungen direkt in die resultierenden Temperaturschwankungen umrechnen. Um den Diffusionskoeffizienten D_f zu bestimmen, gibt es verschiedene Verfahren, die im Abschnitt 2.3 vorgestellt werden.

2.3 Modelle zur Berechnung des Diffusions-Koeffizienten

Für Lösung der Advektions-Diffusions-Gleichung (2.12) aus Abschnitt 2.2 ist die Bestimmung des Diffusionskoeffizienten D_f erforderlich. Es sollen in diesem Abschnitt zwei Modelle zur Berechnung des Diffusionskoeffizienten im Fall einer laminaren Strömung dargelegt werden. Weiterhin wird ein Modell entwickelt, das die Diffusionskoeffizienten über die Viskosität abschätzt und für den laminaren und turbulenten Fall anwendbar ist. Die Berechnung erfolgt für binäre Gasgemische, wobei in der vorliegenden Arbeit ein Gasgemisch aus Methan und Luft betrachtet wird.

2.3.1 Berechnung des Diffusionskoeffizienten nach Chapman-Enskog

Das erste hier betrachtete Modell zur Berechnung des Diffusionskoeffizienten D_f ist das Modell nach Chapman und Enskog. Dieses stellt ein aus der kinetischen Gastheorie begründetes Modell für ein Gemisch aus zwei unpolaren Gasen dar [27]. Mit der Vereinfachung für ideale Gase hat es die Form

$$D_f = 1,8583 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{T^{\frac{3}{2}} \sqrt{\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)}}{p \sigma_{12}^2 \Omega_{12}}, \quad (2.14)$$

wobei T für die Temperatur, \overline{M}_i für die molare Masse der jeweiligen Komponente und p für den Druck steht. Der Druck ist bei dieser Gleichung in [atm] einzusetzen. Das Kollisionsintegral Ω_{12} hängt von den zwei Lennard-Jones-Parametern σ_{12} , dem Stoßdurchmesser, und ϵ_{12} , der Wechselwirkungsenergie, ab. Diese sind folgendermaßen definiert [7, 27]:

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (2.15)$$

$$\epsilon_{12} = \sqrt{\epsilon_1 \cdot \epsilon_2} \quad (2.16)$$

Das Kollisionsintegral ergibt sich nach [7] aus dem Verhältnis $k_b T / \epsilon_{12} = T^*$, wobei k_b die Boltzmannkonstante darstellt. Die Lösung des Kollisionsintegrals ist oft in tabellierter oder in Diagrammform gegeben und kann beispielsweise durch Abbildung 2.5 bestimmt werden. Für die Lennard-Jones-Parameter finden sich für Methan, beziehungsweise für Luft, die in Tabelle 2.1 aufgelisteten Parameter.

Tabelle 2.1: Lennard-Jones-Parameter für Methan, sowie für Luft [7].

	σ [Å]	ϵ / k_b [K]
Methan	3.758	148,6
Luft	3.711	78,6

Die Auswertung des Kollisionsintegrals über ein Diagramm ist für die Berechnung in einem Computerprogramm problematisch. Aus diesem Grund wird das Kollisionsintegral über die von Neufeld in [32] entwickelte Gleichung berechnet. Die Gleichung enthält mehrere Parameter die durch die Methode der "kleinsten Quadrate" bestimmt worden sind. Diese sind in Tabelle 2.2 aufgelistet.

$$\Omega_{12} = \frac{A}{(T^*)^B} + \frac{C}{\exp(D \cdot T^*)} + \frac{E}{\exp(F \cdot T^*)} + \frac{G}{\exp(H \cdot T^*)} \quad (2.17)$$

2.3 Modelle zur Berechnung des Diffusions-Koeffizienten

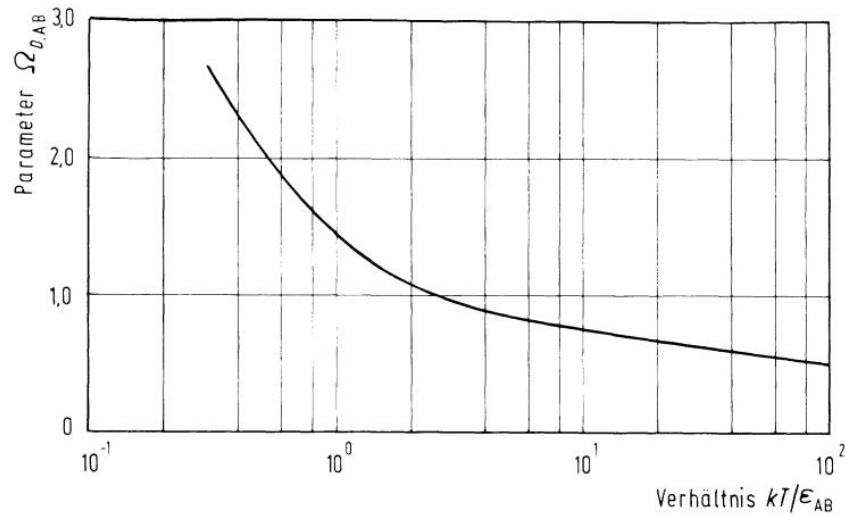


Abbildung 2.5: Kollisionsintegral Ω_{12} gegenüber dem Verhältnis $k_b T/\epsilon_{12}$ [27].

Tabelle 2.2: Neufeldparameter zur Berechnung des Kollisionsintegrals [32].

Neufeldparameter	Wert	Neufeldparameter	Wert
A	1,06036	E	1,03587
B	0,15610	F	1,52996
C	0,19300	G	1,76474
D	0,47635	H	3,89411

2.3.2 Berechnung des Diffusionskoeffizienten nach Fuller, Schettler und Giddings

Als Vergleichsmodell zum Chapman-Enskog-Modell wird nun das Modell nach Fuller, Schettler und Giddings vorgestellt. Es handelt sich um ein rein empirisches Modell, das an eine Vielzahl an Datensätzen aus Experimenten von verschiedenen Gasen angepasst wurde. Es benötigt dafür nicht die Lennard-Jones-Parameter und kann gut als Vergleich zur Berechnung nach Chapman-Enskog angesetzt werden. Das Modell nach Fuller, Schettler und Giddings kann dabei oftmals eine ähnlich hohe Genauigkeit erzielen, wie die Methode nach Chapman-Enskog [2]. Ein weiterer Vorteil liegt in der einfachen Anwendbarkeit der Methode. Die Berechnung des Diffusionskoeffizienten ist in Gleichung (2.18) dargelegt [13].

$$D_f = \frac{1,013 \cdot 10^{-7} \cdot T^{1,75} \sqrt{\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)}}{p \left[(\Sigma V_{i1})^{\frac{1}{3}} (\Sigma V_{i2})^{\frac{1}{3}} \right]^2} \quad (2.18)$$

Der Druck p muss bei dieser Gleichung in [bar] eingesetzt werden. Zur Anwendung des Modells müssen die dimensionslosen Diffusionsvolumina ΣV_{i1} der Komponente 1, sowie ΣV_{i2} der Komponente 2 bestimmt werden. Für Methan ergibt sich ein Diffusionsvolumen von $\Sigma V_{i1} = 24,42$ und für Luft ein Diffusionsvolumen von $\Sigma V_{i2} = 20,1$ [13]. In Abbildung 2.6 sind die berechneten Diffusionskoeffizienten nach dem Modell von Chapman und Enskog, sowie dem von Fuller, Schettler und Giddings gegenüber der Temperatur aufgetragen. Die beiden Modelle zeigen für einen weiten Temperaturbereich eine gute Übereinstimmung, wobei ab einer Temperatur von etwa 1200 K die beiden Kurven auseinanderdriften. Das Modell nach Fuller, Schettler und Giddings zeigt dabei etwas höhere Werte für den Diffusionskoeffizienten, was durch den bei diesem Modell größeren Exponenten der Temperatur zu erklären ist.

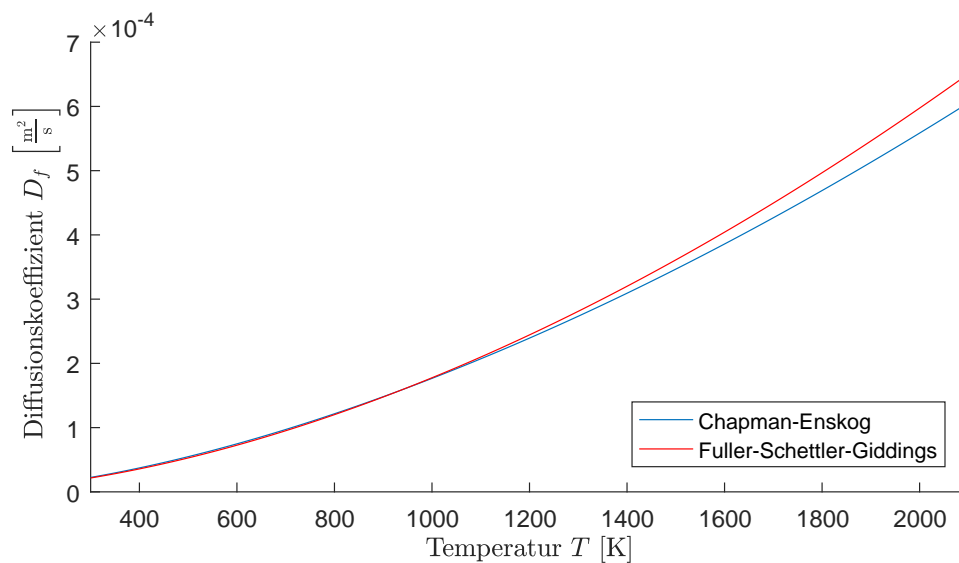


Abbildung 2.6: Berechnete Diffusionskoeffizienten nach den Methoden von Chapman-Enskog und Fuller-Schettler-Giddings gegenüber der Temperatur.

2.3.3 Berechnung der Diffusion mit einem Viskositätsmodell

Die beiden bisher vorgestellten Modelle haben Gültigkeit für den Fall einer laminaren Strömung. Im Falle einer turbulenten Strömung kann es, aufgrund der Wirbelbildung, zu einer zusätzlichen Vermischung kommen. Dieser Effekt wird oftmals als zusätzliche turbulente Diffusion modelliert. Es soll nun ein Modell zur Berücksichtigung dieses Effekts entwickelt werden, bei dem der Diffusionskoeffizient im Größenordnungsbereich abgeschätzt wird. Der turbulente Diffusionskoeffizient wird dazu mit der Viskosität des Gases in Relation gesetzt. Es wird weiterhin von einem binären Gasgemisch aus Methan und Luft ausgegangen. Als Grundlage dient die Schmidt-Zahl Sc , sowie die turbulente Schmidt-Zahl Sc_t , die die Verhältnisse vom diffusiven Impulstransport, zur molekularen Diffusion beschreiben. Die beiden Kennzahlen sind in den Gleichungen (2.19) und (2.20) definiert [24]:

2.3 Modelle zur Berechnung des Diffusions-Koeffizienten

$$Sc = \frac{\nu_{lam}}{D_{f,lam}} \quad (2.19)$$

$$Sc_t = \frac{\nu_{turb}}{D_{f,turb}} \quad (2.20)$$

Hierbei stellen ν_{lam} und ν_{turb} die kinematischen Viskositäten des Gases dar. Ist die Schmidt-Zahl der Gasmischung bekannt, so kann der Diffusionskoeffizient direkt aus der kinematischen Viskosität berechnet werden. Bei Untersuchungen der Verbrennung ist eine häufige Näherung zur Abschätzung der Größenordnung die Annahme, dass bei turbulenten Flammen $Sc \approx 1$ und $Sc_t \approx 1$ gilt [20, 35]. Dies führt zu den einfachen Beziehungen

$$\begin{aligned} \nu_{lam} &\approx D_{f,lam} \quad \text{und} \\ \nu_{turb} &\approx D_{f,turb} \quad , \end{aligned} \quad (2.21)$$

wodurch sich die Bestimmung des Diffusionskoeffizienten, auf die Bestimmung der Viskosität vereinfacht. Für die Bestimmung der Viskosität von Gasen im Falle turbulenter Strömungen wurden bereits zahlreiche Modelle entwickelt, wodurch sich die Problemstellung leichter lösen lässt. Für die Berechnung der Viskosität wird angenommen, dass sich diese als Summe der laminaren Viskosität ν_{lam} und der turbulenten Viskosität ν_{turb} berechnen lässt. Zusammen mit der Näherung für die Schmidt-Zahl ergibt sich nun:

$$\nu = \nu_{lam} + \nu_{turb} \approx D_{f,lam} + D_{f,turb} = D_f \quad (2.22)$$

Der Diffusionskoeffizient D_f kann also aus der Summe der laminaren und turbulenten Viskosität abgeschätzt werden. Zur Berechnung der laminaren Viskosität wird das Gesetz nach Sutherland verwendet. Dieses ist ein theoretisch begründetes Modell, bei dem die Viskosität anhand eines vereinfachten Wechselwirkungspotentials berücksichtigt wird. Es werden keine Van-der-Waals-Wechselwirkungen berücksichtigt, wobei zudem von einem idealen Gas ausgegangen wird. Es bestimmt die dynamische Viskosität η des Gases bei einer bestimmten Temperatur, anhand der Daten eines Referenzzustandes. Es stellt sich folgendermaßen dar [45]:

$$\eta = \eta_0 \cdot \frac{T_0 + S}{T + S} \cdot \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.23)$$

η_0 und T_0 sind die jeweiligen Daten am Referenzzustand und S ist die Sutherlandkonstante. Für Luft ergibt sich eine Sutherlandkonstante von $S = 111$ K [47]. Als Referenzzustand wird die Viskosität von trockener Luft bei 273,15 K angenommen, wobei dies $\eta_0 = 1,722 \cdot 10^{-5}$ Pa · s entspricht [1]. Um aus der dynamischen, die kinematische Viskosität zu berechnen, muss diese nach Gleichung (2.24) mithilfe der Dichte ρ des Gases umgerechnet werden.

$$\nu_{lam} = \frac{\eta}{\rho} \quad (2.24)$$

Für die Berechnung der turbulenten Viskosität ν_{turb} wird in dieser Arbeit das Smagorinsky-Modell verwendet, das zur Gruppe der Wirbelviskositätsmodelle gehört. Dieses Modell wurde als erstes Kleinskalenmodell 1963 entwickelt und wird sehr häufig eingesetzt. Zur Berechnung der Viskosität ergibt sich nach diesem Modell Gleichung (2.25) [12].

$$\nu_{turb} = (C_S \Delta)^2 \sqrt{2 \cdot \bar{S}_{ij} \cdot \bar{S}_{ji}} \quad (2.25)$$

Dabei ist C_S die Smagorinsky-Konstante, Δ das Filterlängenmaß und \bar{S}_{ij} die Deformationsrate des aufgelösten, großskaligen Feldes. Die Smagorinsky-Konstante hat einen Wert zwischen 0,1 und 0,2, wobei in dieser Arbeit ein Wert von 0,16 angenommen wird. Das Filterlängenmaß Δ wird durch die Größe des bei der Finite-Elemente-Methode verwendeten Gitters angenähert, was eine häufig angewendete Näherung ist. \bar{S}_{ij} ist folgendermaßen definiert [12, 33]:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.26)$$

Es sind nun alle benötigten Gleichungen vorhanden, um Diffusionskoeffizienten in einer turbulenten Strömung abzuschätzen. Es sei an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, dass es sich bei diesem Modell, durch die getroffenen Annahmen, nur um eine Abschätzung im Größenordnungsbereich handelt. Um eine höhere Genauigkeit zu erzielen, müsste die Schmidt-Zahl explizit bestimmt werden, was jedoch einen enormen theoretischen und rechnerischen Aufwand bedeuten würde. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit darauf verzichtet, da die geforderte Genauigkeit auch mit den getroffenen Annahmen erreicht werden kann.

3 Beschreibung des Brenners und der Strömungsfelder

3.1 Der BRS-Brenner

Die in dieser Arbeit in Abschnitt 4 erstellte Simulation basiert auf einem realen Brennerexperiment, das in Abbildung 3.1 skizziert ist. Die Daten des Experiments sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Der Aufbau trägt den Namen "BRS-Brenner" und war bereits in einigen Arbeiten die numerische oder experimentelle Grundlage. Beispiele hierfür sind [23, 31, 46]. Der Aufbau besteht aus einem zylindrischen Plenum (P), einem Brennerrohr (B), das als Ringspalt ausgeführt ist und einer quadratischen Brennkammer (BK). Das Plenum besitzt den inneren Durchmesser $\varnothing D_P$ und die Länge L_P . Für Thermoakustische Experimente befindet sich zudem eine Sinterplatte im Plenum, deren axiale Position verschiebbar ist. Die Sinterplatte besteht aus einem porösen Material, das einerseits den Zustrom des Verbrennungsgemischs erlaubt, andererseits für Schallwellen aber eine harte Wand darstellt. Die Sinterplatte und das Plenum sind nicht Gegenstand dieser Arbeit und sind damit von geringerem Interesse.

Angeschlossen an das Plenum ist das Brennerrohr, das einen Ringspalt mit dem inneren Durchmesser $D_{B,i}$ und dem äußeren Durchmesser $D_{B,o}$ bildet. An dem inneren Rohr ist ein Drallerzeuger mit der Länge L_S befestigt, der auch häufig mit dem englischen Begriff "Swirler" bezeichnet wird. Zu experimentellen Zwecken lässt sich die axiale Position des Swirlers zwischen zwei Positionen variieren. Diese sind eine vordere Position, gekennzeichnet mit "V" und dem Abstand L_V zur Brennkammer, sowie eine hintere Position, bezeichnet als "H" und dem Abstand L_H . An dieser Stelle sei angemerkt, dass bei den in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen, sich der Swirler stets in der vorderen Position befindet und die hintere Position damit nicht betrachtet wird. Die vordere Position befindet sich 30 mm vor der Brennkammer. Der Drallerzeuger besitzt acht Umlenkschaufeln, die die Strömung um etwa 45° umlenken, sodass der Swirler eine Drallzahl von ungefähr 0,74 besitzt. Die Umlenkschaufeln sind im Ringspalt gleichmäßig, im 45° Winkel zueinander angeordnet.

Die Brennkammer hat einen quadratischen Querschnitt mit einer Breite und Höhe von D_{BK} , wobei die Länge L_{BK} prinzipiell variabel ist. Für diese Arbeit jedoch, wurde die Länge fest auf $L_{BK} = 300$ mm eingestellt. Zu experimentellen Zwecken befindet sich außerdem ein Mikrofon, abgekürzt mit "Mik", am Ende der Brennkammer, das in dieser Arbeit jedoch nicht verwendet wird. Die Flamme des Brenners befindet sich an der Position L_F . Der Brenner wird mit einem Methan-Luft-Gemisch mit einem mittleren Äquivalenzverhältnis von $\bar{\phi} = 0,77$ be-

Tabelle 3.1: Daten des BRS-Brenners.

Parameter	Einheit	Daten			
Längen	m	$L_P = 0,17$	$L_S = 0,03$	$L_B = 0,18$	$L_F = 0,045$
		$L_H = 0,13$	$L_V = 0,03$	$L_{BK} = L_{Mik} = 0,3$	
		$D_P = 0,2$	$D_{B,i} = 0,016$	$D_{B,o} = 0,04$	$D_{BK} = 0,09$
Mittl. Geschwindigkeit im Brennerrohr	$\frac{m}{s}$	Leistung		30 kW	$\bar{u}_b = 11,3$
				50 kW	$\bar{u}_b = 18,8$
				70 kW	$\bar{u}_b = 26,4$
Querschnittfläche	m^2	$A_P = \frac{\pi}{4} D_P^2$ $A_B = \frac{\pi}{4} (D_{B,o}^2 - D_{B,i}^2)$ $A_{BK} = D_{BK}^2$			

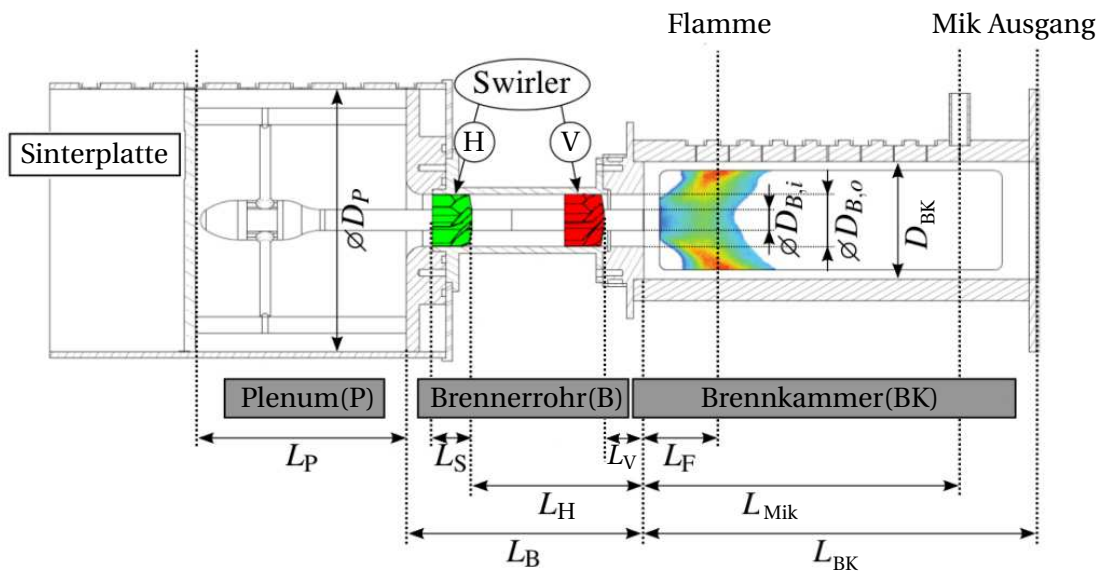


Abbildung 3.1: Skizze des Aufbaus des BRS-Brenners.

trieben, wobei die Leistungsstufen 30 kW, 50 kW und 70 kW möglich sind. Dabei ergeben sich im Brenner jeweils die mittleren Geschwindigkeiten von $\bar{u}_b = 11,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $18,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, bzw. $26,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Für die Erstellung der Simulation werden nur die Daten aus dem Betrieb bei 30 kW verwendet, wodurch die mittlere Geschwindigkeit im Brenner bei $\bar{u}_b = 11,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ liegt.

3.2 Mean-Felder der Strömung

Wie bereits in Abschnitt 3.1 dargelegt, war der "BRS-Brenner" bereits Gegenstand einiger Untersuchungen. Unter anderem wurde eine Large-Eddy-Simulation (LES) der Strömung des Brenneraufbaus von Alp Albayrak durchgeführt. Bei dieser Simulation wurde angenommen, dass der Swirler sich in der vorderen Position befindet und der Brenner sich in einem Betrieb bei 30 kW befindet. Die Simulation wurde mithilfe der freien Computersoftware OPENFOAM, das ein Softwarepaket zur Lösung von kontinuumsmechanischen Problemen darstellt, durchgeführt. Für die Berechnung der Wirbel die kleiner als das Gitter sind, wurde das Smagorinsky-Modell mit den Konstanten $c_e = 1,05$ und $c_k = 0,07$ verwendet. Für die Chemie der Flamme wurde das von [19] entwickelte Zwei-Schritte-Modell verwendet. Mit der LES sind die mittleren Geschwindigkeitsfelder und das Temperaturfeld, die sogenannten "Mean"-Felder, der Strömung im Brenner aus einer 0,4 s langen, instationären Simulation bestimmt worden.

Mit den Geschwindigkeitsfeldern ist es nun möglich die Bewegung des Gasteilchen im Brenner zu analysieren. Für eine direkte Weiterverarbeitung der Datenfelder, bei einem akzeptablen rechnerischen Aufwand, sind diese allerdings zu umfangreich, weswegen die Größe der Datenmenge verringert werden muss. Dies wurde in diesem Fall durch Interpolation der Felder im Open-Source-Programm PARAVIEW durchgeführt. PARAVIEW ist eine Software zur Visualisierung und Bearbeitung von wissenschaftlichen Datensätzen, mit der vor allem große Datenmengen verarbeitet werden können. Durch die Bearbeitung der Datenfelder konnte die Größe der Mean-Felder auf etwa 50 MB verringert werden, was für eine Weiterverarbeitung ausreichend ist. Die Mean-Felder wurden von Herrn Maximilian Meindl zur Verfügung gestellt.

In Abbildung 3.2 sind die verkleinerten Strömungsfelder des Brennerexperiments als Stromlinien dargestellt. Die Daten wurden in COMSOL MULTIPHYSICS[®] (eine Erläuterung zu dem Programm erfolgt in Abschnitt 4) importiert um sie dort in einer Grafik zu visualisieren. Die Geschwindigkeit des Gases am jeweiligen Ort wird über die Farbgebung charakterisiert. In der Mitte der Brennkammer bildet sich aufgrund des Dralles ein Wirbel. Der Wirbel stabilisiert die Flamme und erhält die Zündung aufrecht. Die Geschwindigkeit im Wirbel ist mit ungefähr $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ allerdings sehr gering.

Die Strömung tritt auf der linken Seite des Brennerrohrs ein und durchströmt das Rohr propfenförmig bei einer Geschwindigkeit von $\bar{u}_b = 11,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bis sie den Drallerzeuger erreicht. Im Swirler wird die Strömung durch die Leitbleche umgelenkt, wobei sich ebenfalls die Strömungsgeschwindigkeit erhöht. Durch die Geschwindigkeitserhöhung strömt das Gasgemisch mit einer Geschwindigkeit von $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ am Wirbel vorbei. Am Ende der Brennkammer verlang-

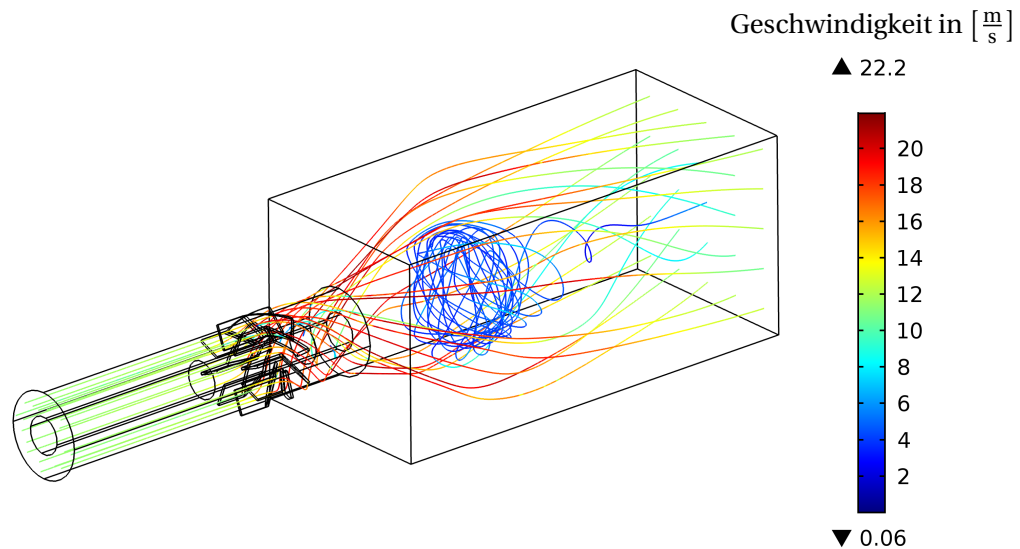


Abbildung 3.2: Darstellung der Strömungslinien der importierten Mean-Felder in COMSOL MULTIPHYSICS® mit farbiger Darstellung der Geschwindigkeit.

samt sich die Strömung wieder, wobei eine Geschwindigkeit von etwa $12 \frac{m}{s}$ erreicht wird, bevor sie über die hintere Fläche der Brennkammer austritt.

Weiterhin ist in Abbildung 3.3 das Temperaturfeld des Brenners dargestellt. Es sind ebenfalls wieder die Strömungslinien mit eingezeichnet, wobei die Farbe diesmal die jeweilige Temperatur repräsentiert. In der LES wurde angenommen, dass das Gas mit einer Temperatur von 293 K einströmt, weswegen die Strömung im Rohr ebenfalls diese Temperatur annimmt. Es findet keine Erwärmung des Gases statt, solange bis das Gas die Brennkammer erreicht. Nach dem Eintritt in die Brennkammer befindet sich die Flamme des Brenners, was durch einen Anstieg in der Temperatur zu erkennen ist. Durch die Turbulenz und dem sich in der Brennkammer gebildeten Wirbel, findet eine gute Durchmischung des Gases statt. Es ergibt sich dadurch schon ab der Mitte der Brennkammer eine homogene Temperaturverteilung. Es wird eine maximale Temperatur von 1960 K erreicht.

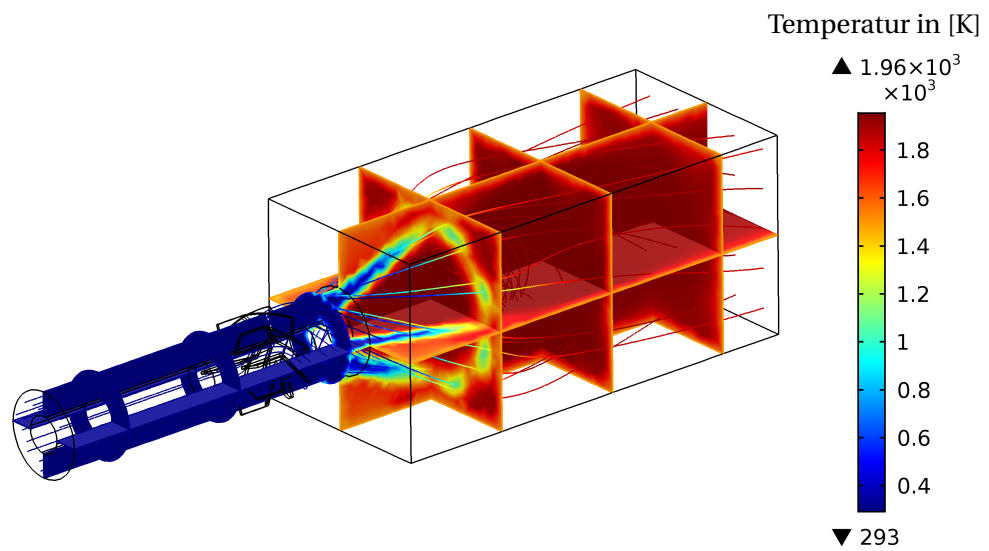


Abbildung 3.3: Darstellung des Temperaturfeldes in COMSOL MULTIPHYSICS®.

4 Aufbau der Simulation des Brenners in Comsol

Es soll nun eine 3D Finite-Elemente-Simulation des in Abschnitt 2.2 vorgestellten Modells für den Brenner durchgeführt werden. Die Simulation wird in COMSOL MULTIPHYSICS[®] nach dem diskontinuierlichen Galerkin Verfahren durchgeführt. COMSOL MULTIPHYSICS[®], im Folgenden abgekürzt mit Comsol, ist ein Programm zur Simulation physikalischer Vorgänge, die mithilfe von Differentialgleichungen beschrieben werden können. Die Berechnungen werden in Comsol mithilfe der Finiten-Elemente-Methode (FEM) durchgeführt, wobei auch mehrere verschiedene physikalische Vorgänge miteinander gekoppelt werden können. Für die Berechnungen der Simulation wird die Version Comsol 4.4.0.248 und für die Darstellung der Diagramme und Gitter die Version Comsol 5.2.1.262 verwendet. Die Software bietet für viele physikalische Probleme, wie zum Beispiel für laminare oder turbulente Strömungsvorgänge, fertige Module, mit denen bereits viele Probleme beschrieben werden können.

Es hat sich jedoch gezeigt, dass das Modul zur Beschreibung von Advektions-Diffusions-Problemen aufgrund von Stabilitätsproblemen nicht ausreichend ist, um den Brenner adäquat beschreiben zu können. Es wurde deshalb mithilfe der mathematischen Module von Comsol, eine schwache Formulierung der Advektions-Diffusions-Gleichung (siehe Gleichung (2.12)) nach dem diskontinuierlichen Galerkin Verfahren implementiert. Das Verfahren vereint Elemente der Finiten-Volumen-Methode (FVM) und der Finiten-Elemente-Methode und kann physikalische Diskontinuitäten beschreiben, ohne dabei instabile Oszillationen zu erzeugen [6]. Es bietet einige Methoden zur Stabilisierung und ist damit gut zur Beschreibung des Brennermodells geeignet, wobei das Vorgehen in Abschnitt 4.3 näher erläutert wird. Weiterhin kann mit diesem Verfahren der Brenner sowohl im Zeitbereich, als auch im Frequenzbereich analysiert werden.

4.1 Brennergeometrie und Generierung des Gitters

Zur Erstellung der Simulation muss der in Abschnitt 3.1 dargestellte Brenner in Comsol implementiert werden. Für die Simulation ist es ausreichend nur den Ringspalt des Brennerrohres mit dem Drallerzeuger und die Brennkammer zu berücksichtigen, weswegen das Plenum nicht mit betrachtet wird. Weiterhin wird zur Einsparung an benötigter Rechenleistung der hintere Teil der Brennkammer nicht modelliert, weswegen die Länge der Brennkammer auf $L_{BK} = 0,2$ m verkürzt wird. Außerdem wird der Einlauf des Brenners ebenfalls nicht berücksichtigt, weswegen sich die Länge des Brennerrohrs auf $L_B = 0,161$ m verkürzt. Es ergibt sich die in Abbildung 4.1 dargestellte Brennergeometrie. Um einen Einblick in das Innere

4.1 Brennergeometrie und Generierung des Gitters

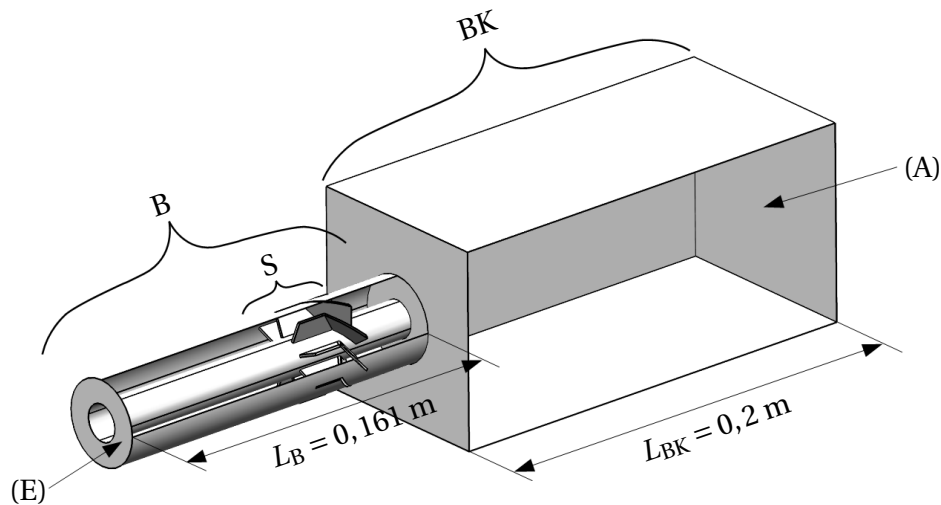


Abbildung 4.1: Darstellung der in Cmsol erzeugten Brennergeometrie mit Schnitten zur Innenansicht.

des Brenners zu gewähren, sind einige Wände ausgeblendet. Die gegenüber des realen Brenners geänderten Abmessungen sind zusätzlich angegeben. Außerdem sind die Eintritts- und Austrittsflächen der Strömung mit (E), beziehungsweise mit (A) gekennzeichnet. Der Brenner wurde mithilfe der in Cmsol implementierten Verfahren zur Geometrieerzeugung händisch modelliert. Das Modell wurde von Herrn Maximilian Meindl für die Simulationen zur Verfügung gestellt.

Für die FEM muss die Brennergeometrie in viele kleine Elemente unterteilt werden, was Gittergenerierung genannt wird. In Cmsol stehen automatisierte Prozesse zur Erzeugung des Gitters zur Verfügung, wobei einige Parameter manuell festgelegt wurden, um einen präziseren Einfluss auf das Gitter zu haben. Die Anzahl der Elemente für die jeweilige Geometrie hängt von der gewählten Gittergröße ab. Durch die Umlenkleche im Drallerzeuger und die damit komplizierteren Strömungsverhältnisse wird dort eine höhere Auflösung als in der Brennkammer benötigt. Die Gittererzeugung wird aus diesem Grund in insgesamt drei Bereiche, der Brennkammer (BK), dem Brennerrohr (B) und dem Swirler (S) unterteilt. Für den Swirler wird dabei die kleinste Gittergröße gewählt.

Weiterhin soll der Einfluss der Gittergröße auf das Ergebnis der Simulation analysiert werden. Es wurden deswegen drei verschiedene Gittergrößen zur Analyse definiert, mit denen die Simulationen durchgeführt wurden. Die Unterteilung ist "Grob", "Normal" und "Fein", wobei immer die maximale Größe der Elemente variiert wurde. Für alle Gitter wurden tetraedrische Elemente zur Erzeugung verwendet. Die jeweiligen Einstellungen zu den Gittern sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Um einen visuellen Eindruck von der Gittergröße im Vergleich zur Geometrie zu geben, ist in Abbildung 4.2 das in Cmsol erzeugte Gitter der Größe "Normal"

Tabelle 4.1: Einstellungsparameter zur Erzeugung der Gitterelemente.

Parameter		Brennkammer (BK)	Brennerrohr (B)	Swirler (S)
Maximale Elementgröße	Grob	0.01 m	0.007 m	0.007 m
	Normal	0.007 m	0.004 m	0.004 m
	Fein	0.005 m	0.003 m	0.003 m
Minimale Elementgröße		10^{-5} m	10^{-5} m	10^{-5} m
Maximale Elementwachstumsrate		1.25	1.4	1.3
Krümmungsfaktor		0.6	0.6	0.6
Auflösung in schmalen Regionen		0.5	0.5	0.5

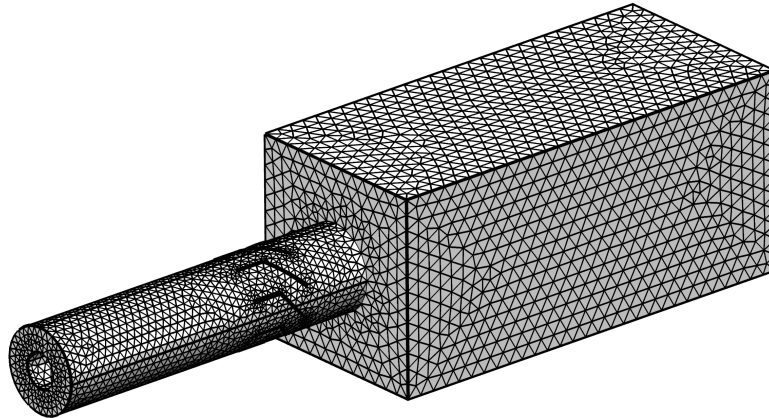


Abbildung 4.2: Darstellung des in Comsol erzeugten Gitters der Gittergröße "Normal".

dargestellt. Eine Darstellung der anderen beiden definierten Gittergrößen ist im Anhang zu finden. In Abbildung 4.2 ist die Verfeinerung des Gitters im Bereich der Umlenkleche und die dadurch deutlich größere Anzahl an Elementen zu erkennen. Für diese Gittergröße ergibt sich eine Gesamtzahl an 122626 Elementen. Für die Gittergröße "Grob" ergeben sich 48820 Elemente und für "Fein" werden 312183 Elemente benötigt. Zu Test- und Vergleichszwecken, werden zudem Simulationen durchgeführt, die sich auf das Brennerrohr und den Swirler beschränken. Die Brennkammer wird bei diesen Rechnungen nicht mit berücksichtigt, wodurch sich die Anzahl der Elemente und die Berechnungszeit verringert. Die Einstellungsparameter zur Erzeugung der Gitterelemente bleiben die Gleichen, wie zur Erzeugung des Gitters des gesamten Brenners.

4.2 Diskontinuierliches Galerkin-Verfahren

Die Advektions-Diffusions-Gleichung zeigt bei numerischen Lösungsverfahren ein instabiles Verhalten. Dies tritt vor allem dann auf, wenn die Strömung von der Advektion und nicht von der Diffusion dominiert wird [11]. Es ist deshalb notwendig die Stabilität der Lösung zu gewährleisten. Nach [9] kann das Stabilitätsverhalten der Konvektionsdiffusionsgleichung in Finiten-Elementen-Verfahren durch die Péclet-Zahl beschrieben werden. Die Péclet-Zahl für die Zelle eines Gitters ist in Gleichung (4.1) definiert. u ist die Konvektionsgeschwindigkeit der Strömung und h ist die Größe des Elements.

$$Pe = \frac{\|u\|h}{2D_f} \quad (4.1)$$

Die Lösung der Differentialgleichung ist stabil, solange $Pe < 1$ gilt [9]. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so können numerische Instabilitäten auftreten. Abbildung 4.3 zeigt als Beispiel die Instabilität der Lösung einer 1D-Advektions-Diffusions-Gleichung bei einer $Pe = 50$. In diesem Fall muss das Verhältnis von Diffusion zu Advektion angepasst werden, oder es muss die Größe des Gitters der Finiten-Elementen-Rechnung verfeinert werden. Dies kann jedoch zu einem enormen rechnerischen Aufwand führen [11].

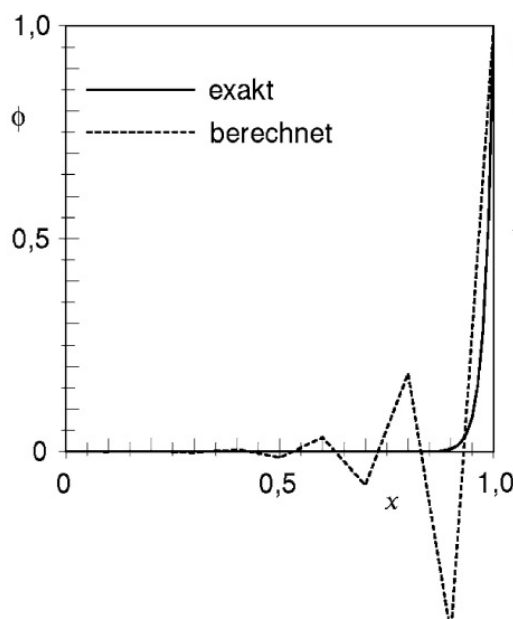


Abbildung 4.3: Instabilität der Lösung einer 1D-Advektions-Diffusionsgleichung bei $Pe = 50$ [12].

Im Laufe der Arbeit hat sich gezeigt, dass das in Comsol vorinstallierte Modul zur Lösung der Advektions-Diffusions-Gleichung nicht ausreichend stabil ist, um das Problem zu lösen.

Deswegen wird die Advektions-Diffusions-Gleichung nach Gleichung (2.12) mithilfe der diskontinuierlichen Galerkin Methode in Comsol implementiert. Diese Methode ist in der Lage Diskontinuitäten, die in der Lösung auftauchen, zu approximieren, ohne dabei instabile Oszillationen zu erzeugen. Sie verwendet die Ideen der Numerischen Flüsse und der "Flux Limiter" aus der FVM und bindet diese in das Grundgerüst der FEM ein. Sie erreicht damit eine hohe Genauigkeit, solange die Ordnung der Approximationspolynome korrekt gewählt wird [6]. Sie besitzt gegenüber anderen Methoden Stabilitätsvorteile, da Unregelmäßigkeiten in der Lösung ausgeglichen werden können [25]. Weiterhin ist es möglich Upwinding einzusetzen um die Stabilität der Lösung zu erhöhen [34]. Das Verfahren kann somit als sehr robust eingestuft werden und wird oft verwendet um Strömung mit Konvektion zu analysieren [6].

Bei der diskontinuierlichen Galerkin Methode wird die zu lösende Differentialgleichung mit einer Gewichtungsfunktion l , oder auch Testfunktion genannt, multipliziert. Anschließend wird die entstandene Gleichung partiell integriert. Für die Advektions-Diffusions-Gleichung (2.12) ergibt sich folgende schwache Formulierung,

$$\int_{\partial\Omega} l \cdot \underbrace{\left[\rho u_i \Phi - \rho D_f \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right]}_{\text{Num. Fluss } \bar{f}_i} \cdot n_i \, dA + \int_{\Omega} \left\{ l \cdot \left[\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} \right] - \frac{\partial l}{\partial x_i} \left[\rho u_i \Phi - \rho D_f \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right] \right\} \, dV = 0 \quad (4.2)$$

wobei Ω das integrierte Volumen darstellt. Dies entspricht bei der FEM dem Volumen der jeweiligen finiten Zelle. $\partial\Omega$ entspricht dem jeweiligen Rand der Zelle. Es muss nun noch festgelegt werden, wie die numerischen Flüsse berechnet werden sollen, da diese an zwei benachbarten Zellen unterschiedlich sein können [25]. Es kann damit zu Diskontinuitäten kommen. In dieser Arbeit wird für die Approximation des Flusses der Lax-Friedrichs-Fluss verwendet [5]:

$$h_i(\Phi^L, \Phi^R, n_i) = \frac{1}{2} \left(\bar{f}_i(\Phi^L) + \bar{f}_i(\Phi^R) \right) - \frac{1}{2} \alpha (\Phi^R - \Phi^L) \quad (4.3)$$

Dabei dient der Index bei Φ^j zur Identifikation der jeweiligen benachbarten Zellen, am jeweiligen Rand des Elements. Für den Parameter α gilt dabei folgende Bedingung [5]:

$$\alpha \geq \max \left| \bar{f}'_i(\Phi) \right| \quad (4.4)$$

Weiterhin wird angenommen, dass die Advektion stets der Diffusion überwiegt. Damit kann die Diffusion in der Ableitung $\bar{f}'_i(\Phi)$ vernachlässigt werden. Da sich der Diffusionsanteil mit der Zeit ändert, stellt diese Annahme eine deutliche Erleichterung der Problembeschreibung dar. Es ergibt sich für die Ableitung $\bar{f}'_i(\Phi) = \rho u_i$ und damit für den Parameter α :

$$\alpha \geq \max |\rho u_i| \quad (4.5)$$

Aufgrund der Vernachlässigung der Diffusion, kann in manchen Bereichen der Strömung das Kriterium für α unterschritten werden. Um dies auszugleichen wird auf den Betrag der

Geschwindigkeit ein konstanter Faktor β aufaddiert. Der Einfluss des Faktors β auf die Lösung wird in Abschnitt 5.2 untersucht, wobei standardmäßig $\beta = 0,2$ angenommen wird. Die Berechnung des Parameters α stellt sich nach einigen Umstellungen nun folgendermaßen dar:

$$\alpha = \rho (|u_i| + \beta) \quad (4.6)$$

4.3 Randbedingungen

In diesem Abschnitt sollen die verwendeten Randbedingungen für die Erstellung der Simulation diskutiert werden. Es werden drei unterschiedliche Fälle für das Brennermodell untersucht, wobei der Betrieb bei komplett adiabaten, komplett diabaten und einer Mischung aus beiden Bedingungen betrachtet wird. Der Fall des diabaten Systems stellt den realen Brenner dar, bei dem über alle Systemgrenzen Wärmeübergänge auftreten können. Dies führt dazu, dass bei einem diabaten System die resultierende Antwort des Ausgangssignals auf ein Eingangssignal schwächer ausfällt. Dies liegt daran, dass auf dem Weg zum Ausgang des Brenners ein Teil des Signals durch den Wärmeübergang mit der Umgebung verloren gehen kann. Zur Untersuchung einzelner Einflussfaktoren wird deshalb in dieser Arbeit, aufgrund des stärkeren Signals, meist ein adiabates System angenommen.

Einerseits besitzt dieses System den Vorteil des stärkeren Ausgangssignals, wodurch das System leichter analysiert werden kann. Andererseits lässt sich damit leichter überprüfen, ob das gewählte Modell physikalisch sinnvolle Ergebnisse liefert. Der Grund hierfür ist, dass beim adiabaten Fall keine Verluste auftreten können und deshalb die Sprungantwort des Systems für $t \rightarrow \infty$ auf die gleiche Stärke wie das Eingangssignal ansteigen muss. Es können somit Fehler in den Mean-Feldern, der Lösung, oder den Randbedingungen erkannt werden.

Bei der Betrachtung des Falles mit gemischten Bedingungen wird davon ausgegangen, dass die Wärmeverluste im Brennerrohr und im Swirler vernachlässigbar klein sind. Dies lässt sich dadurch begründen, dass das Gasgemisch in diesem Bereich nahezu die Umgebungstemperatur von 293 K besitzt (siehe Abbildung 3.3) und damit die Temperaturgradienten gering ausfallen. In diesem Bereich sollte deswegen nur eine sehr geringe Abschwächung des Signals erfolgen, weswegen hier adiabate Bedingungen angenommen werden. In der Brennkammer herrschen jedoch hohe Temperaturen bis zu 1960 K, weshalb auch hohe Temperaturgradienten und damit Wärmeübergänge entstehen. Die umliegenden Wände der Brennkammer werden deswegen als diabat angenommen.

Für alle Simulationen wird als Startwert für die Lösung Φ ein Wert von $\Phi = 0$ und für die Ableitung ein Wert von $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$ angenommen. Weiterhin werden für den adiabaten Fall und für den diabaten Fall, für die Eintrittsfläche (E) und für die Austrittsfläche (A) (siehe Abbildung 4.1) jeweils die gleichen Randbedingungen verwendet. Für die Eintrittsfläche wird eine Dirichlet-Randbedingung mit einem Wert von $\Phi = 1$ festgesetzt. Im Gegensatz dazu wird für die Austrittsfläche eine Neumann-Randbedingung gesetzt, wobei für die Ableitung ein

Wert von $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$ festgelegt wird. Diese Randbedingung wird oftmals auch als "Zero-Flux"-Randbedingung bezeichnet. Für die Zeitlösung entspricht dieses Vorgehen zusammen mit den Startwerten exakt einer Sprungfunktion, wodurch die Sprungantwort des Brenners direkt durch Probenentnahme an der Ausgangsfläche bestimmt werden kann. Die Frequenzlösung des Systems entspricht dem Frequenzgang des Systems.

Im Fall adiabater Bedingungen ist der Wärmestrom über die geometrischen Flächen des Brenners gleich null. Aus diesem Grund ist es sinnvoll an diesen Flächen eine "Zero-Flux"-Randbedingung zu wählen. Diese Randbedingung wird somit im adiabaten Fall für alle geometrischen Flächen des Brenners verwendet, mit Ausnahme der Eintrittsfläche. Im realen diabaten Fall gestaltet sich die Findung der Randbedingung schwieriger, da die genauen Zusammenhänge des Wärmeübergangs nicht bekannt sind. Es wird deswegen die Annahme getroffen, dass die Temperatur an den Brennerwänden konstant und überall gleich ist. Gerade für den Fall komplett diabater Bedingungen stellt dies eine signifikante Einschränkung dar. Dies liegt daran, dass die Temperaturen im Brennerrohr (B) und in der Brennkammer (BK) (siehe Abbildung 3.3) und damit auch an den Wänden, weit auseinander liegen. Es kann in diesem Fall von einer zu hohen Abschwächung des Signals ausgegangen werden.

Aus der getroffenen Annahme der konstanten Temperaturen ergibt sich für diabate Wände eine Dirichlet-Randbedingung, wobei diese mit dem Wert $\Phi = 0$ gesetzt wird. Im Fall komplett diabater Bedingungen wird diese Randbedingungen für alle Wände, mit Ausnahme der Eintrittsfläche (E) und der Austrittsfläche (A), angewendet. Im Falle gemischter Bedingungen gilt die Randbedingung nur für die Wände, die die Brennkammer umgeben, ausgenommen der Austrittsfläche (A). Für die Wände des Brennerrohrs und des Swirlers wird von adiabaten Bedingungen ausgegangen, weswegen hier wieder die "Zero-Flux"-Randbedingung gewählt wird. Es ist anzunehmen, dass der Fall gemischter Randbedingungen den realen Brenner in der Simulation am besten beschreibt, da für den komplett diabaten Fall mit den gewählten Randbedingungen zu hohe Verluste entstehen.

4.4 Diffusionskoeffizientenmodelle

In dieser Arbeit wird der Einfluss des Diffusionskoeffizienten auf die Transfer-Funktion mit insgesamt vier Modellen untersucht. Die vier Modelle sind:

1. Modell nach Chapman und Enskog (siehe Abschnitt 2.3.1), abgekürzt mit "Chapman"
2. Modell nach Fuller, Schettler und Giddings (siehe Abschnitt 2.3.2), abgekürzt mit "Fuller"
3. Viskositätsmodell nur mit laminaren, ohne turbulenten Anteil (siehe Abschnitt 2.3.3), abgekürzt mit "Visk.-Lam."
4. Viskositätsmodell mit laminaren und turbulenten Anteil (siehe Abschnitt 2.3.3), abgekürzt mit "Visk.-Turb."

Die Berechnungsmethoden für die einzelnen Modelle wurden in Abschnitt 2.3 vorgestellt. In dieser Arbeit werden an manchen Stellen Abkürzungen für die Modelle verwendet, die in der Aufzählung angegeben sind. Das Viskositätsmodell aus Abschnitt 2.3.3 wird in zwei Formen implementiert. Einmal wird nur der laminare Anteil aus der Sutherland-Gleichung und einmal werden beide Anteile, der laminare und der turbulente aus dem Smagorinsky-Modell, berücksichtigt. Somit kann auch der Einfluss des turbulenten Anteils analysiert werden.

Zur Integration der Modelle in Comsol wird jeweils eine Funktion erstellt. Weiterhin wird eine Funktion für die Berechnung des Kollisionsintegrals nach der Methode nach Neufeld implementiert. Die Berechnung läuft hierbei nach Gleichung (2.17) ab. Die benötigten Konstanten für die jeweiligen Modelle, die in Abschnitt 2.3 ebenfalls angegeben sind, werden als Variablen in Comsol gespeichert. Bei dem Modell nach Smagorinsky, zur Berechnung der turbulenten Viskosität, entstanden Probleme bei der gleichzeitigen Berechnung der Viskosität und der Zeitlösung des Brenners. Aus diesem Grund musste die Berechnung des turbulenten Diffusionskoeffizienten von der Gesamtlösung des Systems getrennt werden. Deshalb wurde das Smagorinsky-Modell in ein eigenes Physikmodell in einer schwachen Formulierung ausgelagert. Die Lösung dieses Modells kann getrennt von der eigentlichen Differentialgleichung berechnet und abgespeichert werden. Soll nun das gesamte Brennermodell im Zeit- oder Frequenzbereich berechnet werden, so greift der Solver auf diese abgespeicherten Daten zu.

Da keine Experimentaldaten für den Diffusionskoeffizienten des "BRS-Brenners" vorliegen, wird der Diffusionskoeffizient, der nach dem Modell von Chapman und Enskog berechnet wurde, als Referenz definiert. Bei den Untersuchungen der anderen Einflussfaktoren wird deswegen standardmäßig immer dieses Modell verwendet. Der Einfluss auf die Transferfunktion der anderen Modelle des Diffusionskoeffizienten werden in Relation zu dem nach Chapman und Enskog diskutiert. Dazu werden in diesem Kapitel die Verläufe der Modelle im Brenner dargelegt und untereinander verglichen. Weiterhin befinden sich im Anhang zu den Modellen "Fuller", "Visk.-Lam." und "Visk.-Turb." eine Darstellung der relativen Abweichung des

Diffusionskoeffizienten im Vergleich zum Modell von "Chapman". Die relative Abweichung $\Delta D_{f,i,rel}$ der jeweiligen Methode wird nach Gleichung (4.7) berechnet.

$$\Delta D_{f,i,rel} = \frac{D_{f,i} - D_{f,Chapman}}{D_{f,Chapman}} \quad (4.7)$$

Der Verlauf des Modells nach Chapman im Brenner ist in Abbildung 4.4 gezeigt. Zu erkennen ist ein relativ gleichmäßiger Wert des Diffusionskoeffizienten im gesamten Bereich des Brennerrohrs. Erst beim Eintritt in die Brennkammer ist ein Anstieg des Koeffizienten zu sehen, was den Bereich der Flamme darstellt. Dies lässt sich dadurch begründen, dass der Diffusionskoeffizient bei diesem Modell maßgeblich von der Temperatur abhängt, und deswegen zusammen mit der Temperatur ansteigt (siehe Abbildung 3.3). Nach der Flamme wird in der Brennkammer ein gleichmäßig hoher Wert von etwa $5,4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ erreicht, wobei er an den Rändern der Brennkammer etwas absinkt. Dagegen wird im Brennerrohr der minimale Wert des Diffusionskoeffizienten von etwa $2,16 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ erreicht.

In Abbildung 4.5 ist der Verlauf des Diffusionskoeffizienten nach dem Modell von Fuller, Schettler und Giddings im Brenner gezeigt. Es ergibt sich ein nahezu identischer Verlauf, wie bei dem Modell von Chapman und Enskog. Dies liegt daran, dass auch dieses Modell maßgeblich von der Temperatur abhängig ist und die Temperaturabhängigkeit ähnlich hoch ist, wie bei Chapman und Enskog. Im Brennerrohr (B) ist der von Fuller berechnete Diffusionskoeffizient etwas geringer als der von Chapman, mit einer relativen Abweichung von maximal $-4,2 \%$. In der Brennkammer ist er allerdings etwas größer mit einer maximalen relativen Abweichung von $+6,4 \%$. Die maximale Abweichung bleibt damit in einem Rahmen von $\pm 7 \%$, weswegen davon ausgegangen werden kann, dass die Modelle von Chapman und Fuller Ergebnisse in einem ähnlichen Rahmen liefern. Nach Fuller wird für den Diffusionskoeffizienten in der Brennkammer ein maximaler Wert von $5,74 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ und im Brennerrohr ein minimaler Wert von $2,07 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ erreicht.

In Abschnitt 2.3.3 wurde ein einfaches Modell entwickelt, mit dem der turbulente Diffusionskoeffizient über die Viskosität des Gases abgeschätzt werden kann. In Abbildung 4.6 ist der Verlauf des Diffusionskoeffizienten, der aus dem rein laminaren Anteil nach dem Gesetz von Sutherland berechnet wurde, dargestellt. Auch bei diesem Modell ist die Temperaturabhängigkeit des Diffusionskoeffizienten zu erkennen, weswegen dieser erst ab der Brennkammer im Bereich der Flamme ansteigt. Im Brennerrohr ergibt sich nahezu im gesamten Bereich ein Wert von $1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, was einer relativen Abweichung von etwa $-17,9 \%$ entspricht. Die Ergebnisse im Bereich des Brennerrohrs liegen damit sehr nahe an denen von Chapman und Fuller. Im Bereich der Brennkammer wird jedoch nur ein Wert von maximal $6,08 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, was deutlich niedriger ist, als bei den anderen beiden Modellen. Die relative Abweichung beträgt in diesem Bereich bis zu $-88,7 \%$ zum Modell von Chapman und Enskog. Allgemein lässt sich feststellen, dass dieses Modell ohne den turbulenten Anteil den Diffusionskoeffizienten niedriger einschätzt als das Referenzmodell.

4.4 Diffusionskoeffizientenmodelle

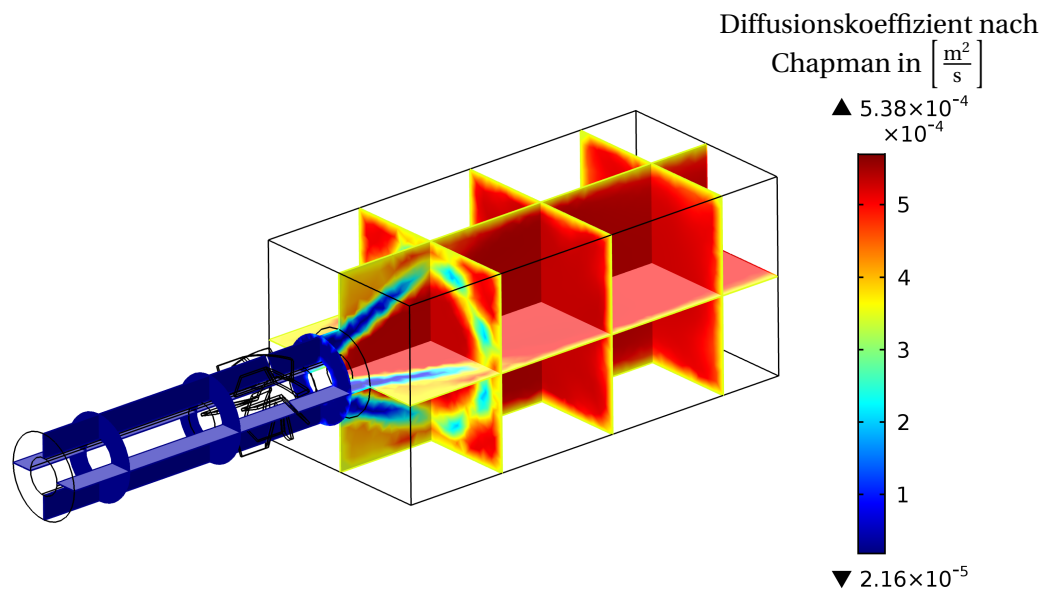


Abbildung 4.4: Darstellung des Diffusionskoeffizienten im Brenner nach dem Modell von Chapman und Enskog.

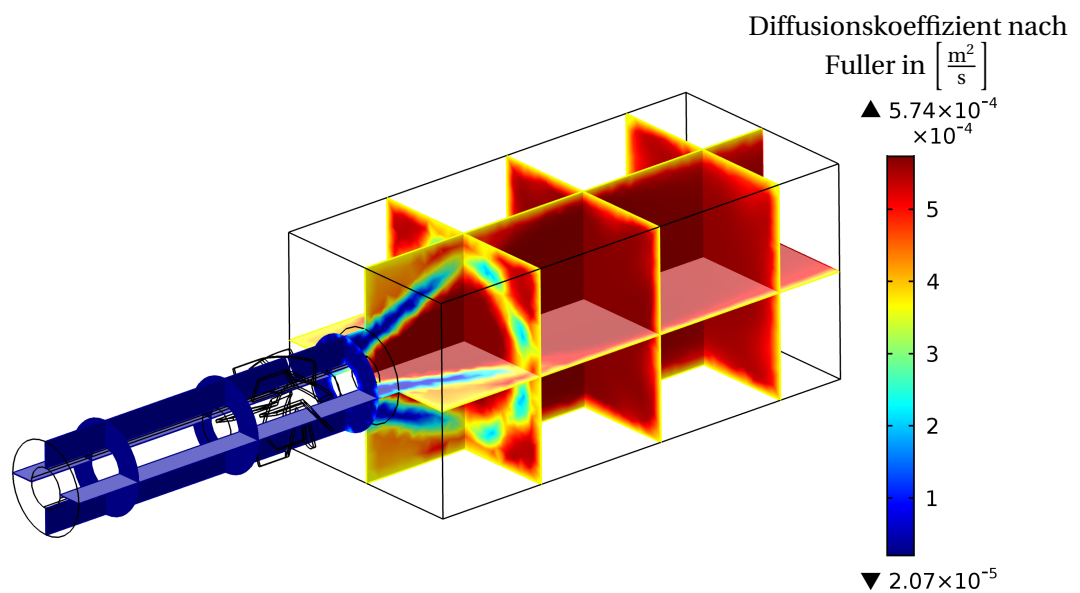


Abbildung 4.5: Darstellung des Diffusionskoeffizienten im Brenner nach dem Modell von Fuller, Schettler und Giddings.

Abbildung 4.7 zeigt den Verlauf des Viskositätsmodells mit dem turbulenten Anteil. Es ist im gesamten Bereich des Brennerrohres ein deutlicher Anstieg des Diffusionskoeffizienten zu erkennen. Die größten Werte werden im Brennerrohr und kurz nach dem Eintritt in die Brennkammer, wo sich die Flamme befindet, erreicht. Das Maximum ist ein Wert von $0,064 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ und das Minimum ein Wert von $1,806 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. Die relativen Abweichung zum Referenzmodell sind damit sehr hoch, wobei in manchen Bereichen Werte von über $2 \cdot 10^5 \%$ auftreten.

Dies ist dadurch zu begründen, dass das Smagorinsky-Modell im Gegensatz zu den anderen Modellen, nicht von der Temperatur, sondern von dem Gradienten des Geschwindigkeitsfelds abhängt. Im Brennerrohr und kurz nach dem Eintritt in die Brennkammer entstehen Turbulenzen, die hohe Geschwindigkeitsgradienten erzeugen. Dadurch wird der berechnete Diffusionskoeffizient sehr groß. Weiterhin ist die Temperatur in diesen Bereichen noch relativ niedrig, weswegen ebenfalls der Diffusionskoeffizient nach Chapman niedrig ist. Aus diesen beiden Gründen ist die Abweichung im Brennerrohr und kurz nach dem Eintritt in die Brennkammer besonders hoch. Die minimale Abweichung beträgt $-88,7 \%$ und ist damit gleich groß wie im Modell nach "Visk.-Lam.". Das Minimum befindet sich ungefähr in der Mitte der Brennkammer, weswegen in diesem Bereich die Geschwindigkeitsgradienten nahezu null sein müssen. Dies liegt daran, dass sich der Diffusionskoeffizient additiv aus dem laminaren und dem turbulenten Anteil zusammensetzt und der turbulente Anteil damit sehr klein sein muss.

4.4 Diffusionskoeffizientenmodelle

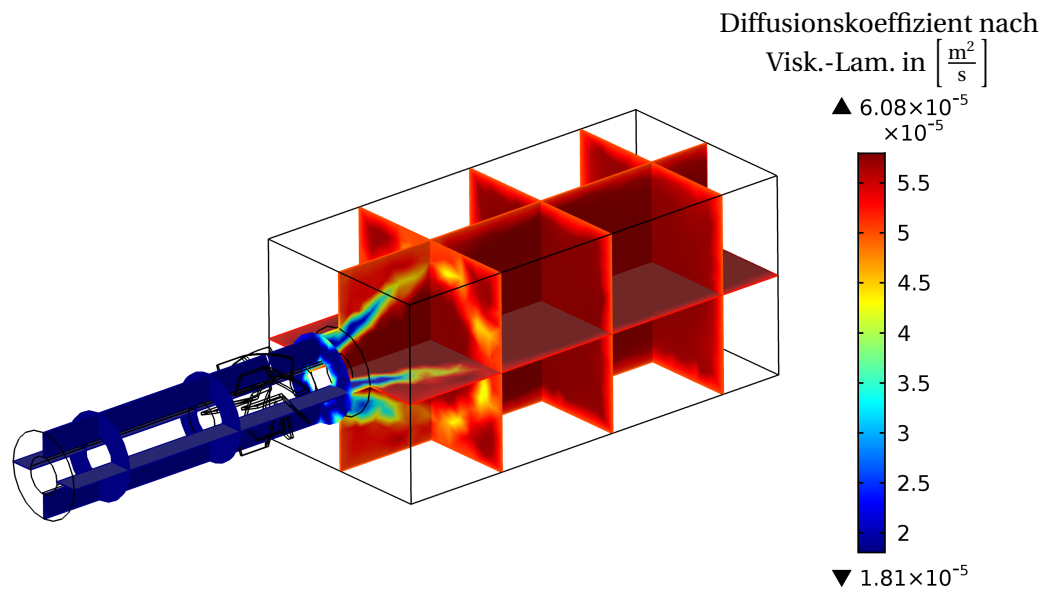


Abbildung 4.6: Darstellung des Diffusionskoeffizienten im Brenner nach dem Viskositätsmodell ohne turbulenten Anteil.

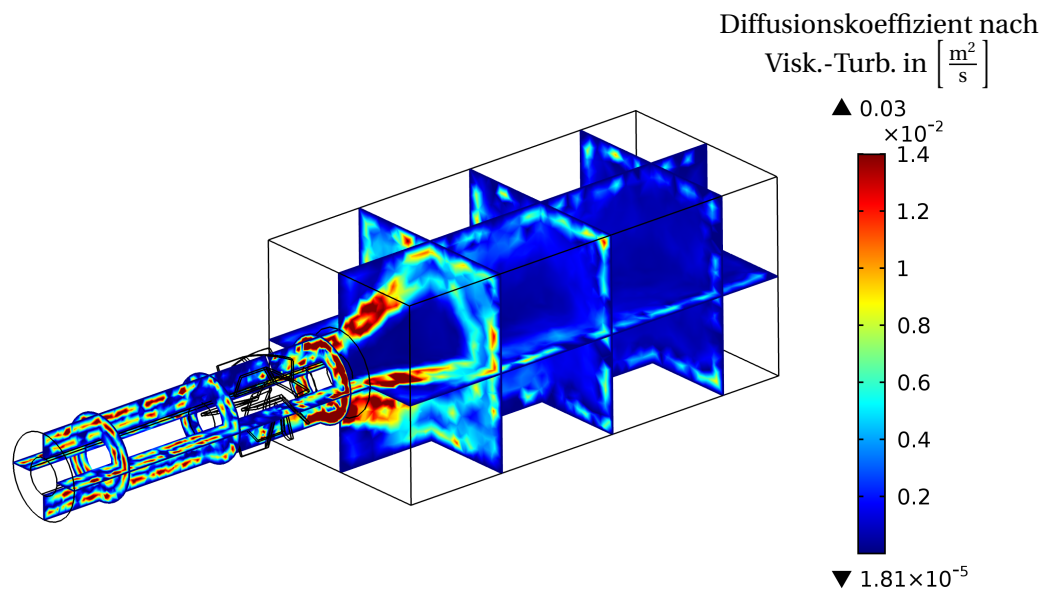


Abbildung 4.7: Darstellung des Diffusionskoeffizienten im Brenner nach dem Viskositätsmodell mit turbulenten Anteil.

4.5 Lösung im Zeit- und Frequenzbereich

Das Brennermodell aus Abschnitt 2.2 soll im Zeitbereich und Frequenzbereich untersucht werden. Dazu wird jeweils eine sogenannte "Studie" in Comsol erzeugt, die die Zeitlösung, beziehungsweise die Frequenzlösung berechnet. In jeder Studie ist ein Löser, auch mit dem englischen Begriff "Solver" bezeichnet, implementiert der das Differentialgleichungssystem des Modells löst. Bei der Berechnung wird bei jedem angegebenen Zeitschritt, beziehungsweise jeder angegebenen Frequenz, am Ende der Brennkammer eine Probe entnommen und abgespeichert. Die Probe repräsentiert den gemittelten Wert der Lösung der Differentialgleichung am Ausgang der Brennkammer, wobei mit der Geschwindigkeit gewichtet wird. Die Probenentnahme verläuft sowohl für die Zeit-, als auch für die Frequenzlösung nach dem gleichen Vorgehen ab und ist in Gleichung (4.8) dargelegt.

$$\bar{\Phi} = \frac{\int_S u_z \Phi dS}{S \bar{u}_z} \quad (4.8)$$

Die Probenentnahme erfolgt immer an der Austrittsfläche (A) des Brenners, beziehungsweise bei den Untersuchungen des Brennerrohrs, am Ausgang des Brennerrohrs. Die Geschwindigkeit u_z ist die Geschwindigkeit senkrecht auf die Austrittsfläche, wobei \bar{u}_z den Mittelwert der Geschwindigkeit über die Austrittsfläche darstellt. S ist die Fläche der jeweiligen Austrittsfläche über die gemittelt wird. Mit den aus dieser Probe entnommenen Daten wird die Transferfunktion des Brenners bestimmt, was in Abschnitt 5 durchgeführt wird.

Um die Sprungantwort des Brenners zu bestimmen, müsste der Brenner in einem unendlich langen Zeitbereich untersucht werden. Dies ist aufgrund des rechnerischen Aufwandes jedoch nicht praktikabel. Deshalb beschränkt sich die Studie, die den Brenner im Zeitbereich untersucht, auf einen Zeitraum von 0,1 s ab dem Start des Eingangssignals. Dies ist ausreichend Zeit für das Signal den Brenner zu durchlaufen und sich auf einen nahezu konstanten Wert einzupendeln. Dies stellt deshalb einen guten Kompromiss aus rechnerischem Aufwand und Genauigkeit des Ergebnisses dar. Der Zeitraum wird zur Probenentnahme in Zeitschritte der Größe 0,001 s unterteilt, wodurch im betrachteten Zeitraum 101-mal eine Probe entnommen wird. Zur Lösung des Problems wird der in Comsol implementierte zeitabhängige "MUMPS"-Solver verwendet. Als maximale Toleranz wurde ein Wert von 0,001 eingestellt. Für die Zeitschrittberechnung wird die Methode "verallgemeinertes Alpha" verwendet. Als maximale Schrittweite wurde hier ein Wert von 0,001 s vorgegeben. Als Verstärkungsfaktor für hohe Frequenzen wurde 0,65 eingestellt. Die restlichen Einstellungen wurden bei den Standardeinstellungen von Comsol belassen.

In Abbildung 4.8 ist, um einen Eindruck des Verhaltens des Brenners auf das Eingangssignal zu gewähren, der Standarduntersuchungsfall des Brenners zum Zeitpunkt 0,028 s abgebildet. Der Standardfall beinhaltet eine "normale" Gittergröße, das Diffusionskoeffizientenmodell nach Chapman, ein $\beta = 0,2$ und die adiabaten Randbedingungen. Es ist zu erkennen, dass das Signal bereits fast den kompletten Brenner durchlaufen hat. Zu Beginn ist das Signal gleichmäßig im Brennerrohr verteilt, solange bis es den Drallerzeuger erreicht. Durch die

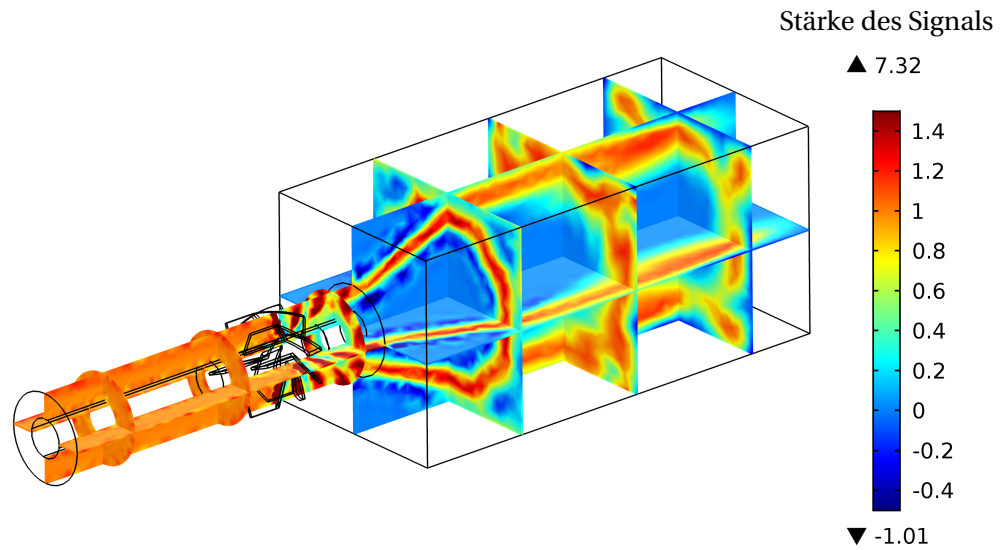


Abbildung 4.8: Darstellung der Stärke des Signals des Standardfalls zum Zeitpunkt 0,028 s.

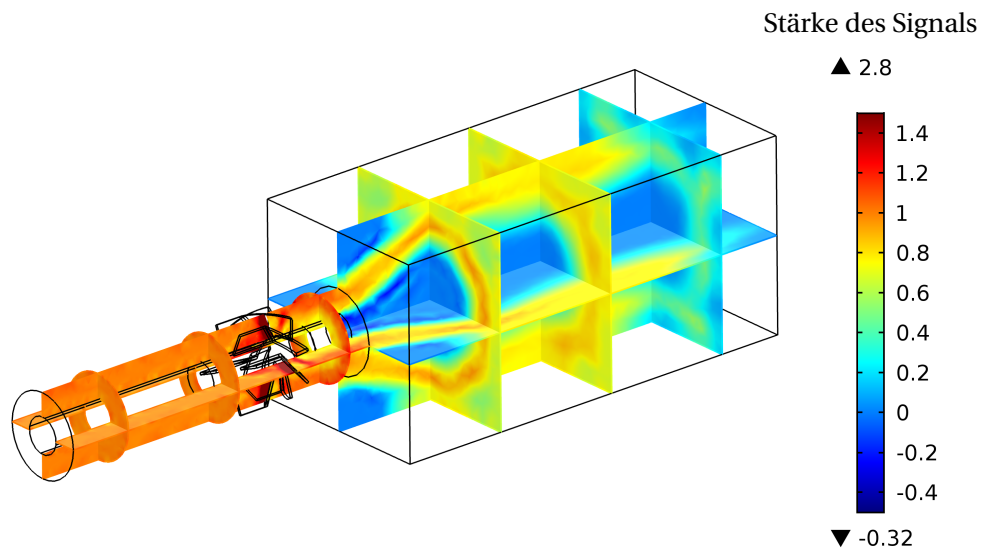


Abbildung 4.9: Darstellung der Stärke des Signals mit dem turbulenten Viskositätsmodell zum Zeitpunkt 0,028 s.

Umlenkleche wird das Signal in engere Strömungswege gedrängt, wodurch es sich in diesen Bereichen verstärkt. Es werden hier maximal Werte von 7,32 für das Signal erreicht. Auch nach dem Eintritt in die Brennkammer bleibt das Signal in einem relativ engen Bereich, wobei es der Strömung folgt. Auch am Ende der Brennkammer besteht eine eher geringe Durchmischung, wobei das Zentrum der Brennkammer vom Signal beinahe unberührt bleibt.

Als Vergleich zum Standardfall ist in Abbildung 4.9 der Verlauf des Signals des turbulenten Viskositätsmodells mit ansonsten standardmäßigen Einstellungen gezeigt. Es wird der gleiche Zeitpunkt von 0,028 s wie beim Standardfall abgebildet. Bei diesem Modell ist, wie in Abschnitt 4.4 dargelegt, der berechnete Diffusionskoeffizient deutlich höher, wodurch eine höhere Verteilung des Signals als beim Standardfall zu erwarten ist. Dies wird besonders deutlich, wenn man die Bereiche direkt nach dem Drallerzeuger untereinander vergleicht. Beim turbulenten Modell wird das Signal flächiger verteilt, wodurch auch die maximalen Werte geringer ausfallen. Es ergibt sich deshalb ein Maximum mit einem Wert von nur 2,8. Ebenfalls ist beim Eintritt in die Brennkammer zu sehen, dass sich das Signal über einen größeren Bereich ausbreitet. Durch die gesamtheitlich größere Durchmischung ist das Signal zu diesem Zeitpunkt noch nicht so weit fortgeschritten, wie im Standardfall. Es ist deswegen zu erwarten, dass sich die Impulsantwort des Systems bei diesem Diffusionsmodell verzögert (siehe Abschnitt 5.4). Ansonsten zeigen die Verläufe der Signale bei allen Einflussparametern ein ähnliches Verhalten wie im Standardfall, weswegen diese nicht weiter diskutiert werden. Es wird sich auf die Auswertung der Transferfunktion beschränkt, was in Abschnitt 5 durchgeführt wird.

Außer den Untersuchungen der Zeitantwort des Systems, werden außerdem noch Analysen im Frequenzbereich durchgeführt. Damit wird der Frequenzgang des Systems bestimmt. Aufgrund des rechnerischen Aufwandes werden die Untersuchungen wiederum beschränkt, wobei ein Frequenzbereich von 0 bis 200 Hz untersucht wird. Der Frequenzbereich wird Abständen von 10 Hz unterteilt, wodurch sich pro Simulation 21 Messpunkte ergeben. Erfahrungsgemäß sind bei thermoakustischen Untersuchungen vor allem tiefe Frequenzen relevant, weswegen der betrachtete Bereich ausreichend ist. Zur Lösung des Differentialgleichungssystems wird in diesem Fall ein stationärer Solver verwendet. Es wird wieder der "MUMPS"-Solver verwendet bei dem eine relative Genauigkeit von 0,001 eingestellt wurde. Ansonsten wurden die Standardeinstellung von Comsol für diesen Solver verwendet.

Abbildung 4.10 zeigt als Beispiel für die Frequenzanalyse den Standardfall bei 100 Hz. Zu erkennen sind über die Längsachse des Brenners verteilt drei Maxima und drei Minima. Es ist deswegen davon auszugehen, dass die Phasenverschiebung $\phi > 5\pi$ ist. Im Zentrum der Brennkammer ist das Signal in einem weiten Bereich gleich null. Das Signal strömt um den Bereich des Zentrums herum, weswegen dort keine Beeinflussung stattfindet. Dies bestätigt die Analyse des Zeitbereichs, in dem ebenfalls zu sehen ist, dass das Zentrum vom Signal unberührt bleibt. Für Bestimmung der Transferfunktion des Brenners ist diese Form grafischen Darstellung nicht geeignet. Aus diesem Grund wird sich im Folgenden auf die Bestimmung des Frequenzganges und der grafischen Darstellung dessen beschränkt.

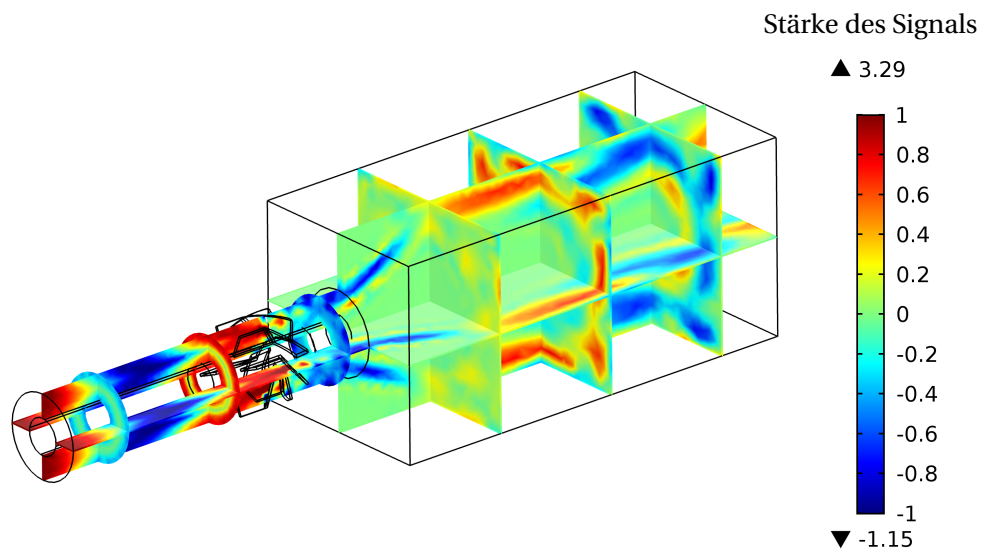


Abbildung 4.10: Darstellung der Stärke des Signals bei der Frequenzanalyse im Standardfall bei 100 Hz.

5 Analyse des Systemverhalten

Aus den Daten der Simulationen, die in Kapitel 4 durchgeführt wurden, soll nun die Transferfunktion des Brenners bestimmt werden. Dazu wird der Datensatz verwendet, der durch die Probenentnahme an der Austrittsfläche des Brenners, beziehungsweise der des Brennerrohrs gewonnen wurde. Es werden der Einfluss der Gittergröße, des Parameters β im Lax-Friedrich-Fluss, des Diffusionskoeffizienten und der adiabaten, oder diabaten Bedingungen untersucht. Weiterhin wird ein Vergleich des Signals zwischen dem Brennerrohr allein und dem gesamten Brenner durchgeführt. Zu jedem Einflussparameter werden die Änderungen in der Sprungantwort aufgezeigt. Zudem wird aus den ermittelten Frequenzgängen jeweils ein Bode-Diagramm erstellt und diskutiert. Weiterhin wird nach den in Abschnitt 2.1 dargelegten Methoden, mithilfe eines MATLAB[®]-Programms, aus dem Frequenzgang und der Sprungantwort jeweils eine Impulsantwort des Systems berechnet. Diese werden untereinander verglichen und diskutiert. Die Erzeugung der Diagramme wird ebenfalls MATLAB[®] durchgeführt, wobei für alle Berechnungen und Darstellungen die Version R2016b (9.1.0.441655) für 64Bit-Systeme verwendet wird. Um die Unterschiede durch die Einflussparameter besser verstehen zu können, werden die Daten immer zum Standardfall verglichen. Der Standardfall ist die Simulation mit einer Gittergröße "Normal", mit dem Diffusionskoeffizientenmodell nach Chapman, mit $\beta = 0,2$ und adiabaten Randbedingungen.

Eine wichtige Größe zur Überprüfung der physikalischen Plausibilität der Simulation ist der Nullfrequenzgang, beziehungsweise der Beharrungszustand der Sprungantwort, der für $t \rightarrow \infty$ erreicht wird. Diese beiden Größen sind für ein System, falls es mit der gleichen Signalstärke angeregt wird, identisch. Für adiabate Bedingungen, wie es für ein Großteil der Simulationen der Fall ist, sollte keine Abschwächung des Signals auftreten, wodurch der Nullfrequenzgang des System die Amplitude des Eingangssignals besitzen sollte. Die Amplitude des Eingangssignals beträgt für alle durchgeführten Simulationen eins, wodurch auch der Nullfrequenzgang, beziehungsweise der Beharrungszustand eins sein sollte. Diese Eigenschaft ist damit eine einfache und gut anwendbare Methode zur Kontrolle bei adiabaten Bedingungen.

5.1 Gittereinfluss

Ein wichtiger Parameter für die Qualität der Simulation und den rechnerischen Aufwand ist die Gittergröße. Es werden insgesamt drei Gittergrößen "Grob", "Normal" und "Fein" untersucht, die in Abschnitt 4.1 definiert wurden. Die Größe "Normal" stellt den Standardfall dar. Die Sprungantwort $h(t)$ des Systems bei unterschiedlichen Gittergrößen ist in Abbildung 5.1

5.1 Gittereinfluss

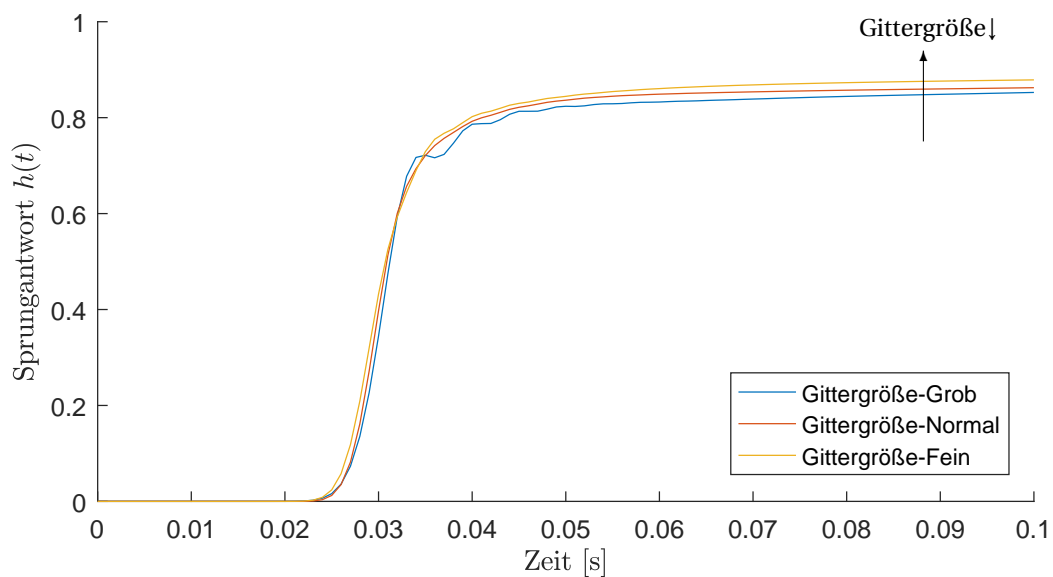


Abbildung 5.1: Sprungantwort der Gittergrößenuntersuchungen.

abgebildet. Dabei wird das Verhalten des System auf ein Eingangssignal ermittelt, das sprunghaft auf den Wert eins ansteigt (siehe Abschnitt 2.1.2). Alle drei Kurven liegen zu Beginn bei null und bleiben für 0,021 s auf diesem Wert, was der Totzeit des Brenners entspricht. Die Totzeit ist für alle drei Gitter nahezu gleich groß. Anschließend beginnt die Antwort des Systems auf das Eingangssignal, wodurch die Kurven zu steigen beginnen. Es ist eine Verzögerung im Signal zu erkennen, da das Signal nicht dem unendlich schnellen Sprung des Eingangssignals folgt. Der Anstieg beginnt für alle Kurven nahezu zum gleichen Zeitpunkt, wobei die Kurve des feinen Gitters einen geringfügig schnelleren Anstieg zeigt. In dem Zeitraum von 0,026 bis 0,03 s wird die größte Steigung bei allen drei Kurven erreicht. Danach flachen die Kurven ab und streben einem Maximalwert, dem Beharrungszustand entgegen. Der Kurvenverläufe ähneln denen eines PT2-Gliedes, ein Übertragungsglied mit proportionalen Übertragungsverhalten und einer Verzögerung, das zusätzlich eine Totzeit beinhaltet. Bei 0,03 s schneidet die Kurve des groben Signals die anderen beiden Kurven, da das Signal zu oszillieren beginnt. Die Oszillation schwingt sich nicht auf, sondern wird gedämpft, wodurch sich die Kurve zu späteren Zeiten wieder dem Beharrungszustand annähert. Die Oszillation ähnelt dem Verhalten eines PT2-Gliedes, das bei bestimmten Dämpfungen ebenfalls ein Überschwingen des Signals aufzeigen kann. Allerdings war es nicht möglich ein physikalisches Modell zur Beschreibung des Brenners als PT2-Glied mit Totzeit zu entwickeln. Aus diesem Grund kann die Vermutung, dass der Brenner ein Verhalten dieses Übertragungsgliedes aufweist, nicht bestätigt werden. Es liegt damit kein physikalisch begründetes Modell zur Erklärung der Schwingungen des Systems vor.

Gegen Ende des betrachteten Zeitraums sind nur noch minimale Änderungen in den Kurven zu erkennen. Es ist also davon auszugehen, dass die Kurven alle beinahe ihren tatsäch-

lichen Endwert, den Beharrungszustand, erreicht haben, wobei dieser theoretisch nur für $t \rightarrow \infty$ erreicht werden kann. Die Endwerte, die am Ende des betrachteten Zeitraums $t = 0,1$ s erzielt werden, sind 0,8526 für das grobe, 0,8624 für das normale, 0,8787 für das feine Gitter. Diese Werte entsprechen nicht der Amplitude des Eingangssignals von eins. Dies kann zum einen dadurch erklärt werden, dass die Sprungantworten durch den kurzen betrachteten Zeitraum zwar nahezu, aber noch nicht exakt auf ihren Beharrungswert eingeschwungen sind. Zum anderen ist für die Endwerte der Sprungantworten ein Anstieg der Kurven bei feineren Gittern zu sehen. Dies ist ein Anzeichen dafür, dass die Abweichungen im Signal auch durch Diskretisierungsfehler verursacht werden, die durch eine Verfeinerung des Gitters verringert werden. Es ist also festzuhalten, dass das Gitter so fein wie möglich gewählt werden sollte, um die Beeinflussung der Lösung zu verringern. Nachteilig ist, dass dies auch zu einer Erhöhung der Rechenzeit führt. Eine weitere Fehlerquelle stellen die verwendeten Interpolationsfelder der LES dar. Durch die Interpolation treten zwangsweise Ungenauigkeiten auf, die das Ergebnis verfälschen können. Dies kann zu einem numerischen Massenverlust im Signal führen, wodurch für den Beharrungszustand nicht der physikalisch sinnvolle Wert von eins erreicht werden kann.

In Abbildung 5.2 ist das Bode-Diagramm für die drei Gittergrößen dargestellt. Die Amplitudengänge beginnen bei Werten knapp unter eins und nehmen dann mit zunehmender Frequenz ab. Die Abnahme in der Frequenz hängt vor allem von der Verzögerung im Signalanstieg und damit auch von der Steigung der Sprungantwort ab. Eine kurze Zeit zum Einstellen des Beharrungszustandes führt zu einem geringeren Abfallen des Amplitudenganges [26]. Zu Beginn liegen die Kurven der drei betrachteten Gittergrößen eng beieinander, wobei der Nullfrequenzgang des normalen Gitters etwas höher ist. Weiterhin ist in der Kurve des normalen Gitters bei 10 Hz ein leichter Knick zu sehen, was darauf hindeutet, dass der Nullfrequenzgang durch Berechnungsungenauigkeiten etwas höher liegt, als bei den anderen Kurven. Die berechneten Werte für die Nullfrequenzgänge der jeweiligen Gittergrößen sind 0,8584 für das grobe, 0,9337 für das normale und 0,8592 für das feine Gitter. Die Nullfrequenzgänge können nun mit den Endwerten der Sprungantworten verglichen werden. Die relativen Abweichungen zueinander bezogen auf den Nullfrequenzgang sind -0,68 % für das grobe, -7,63 % für das normale und 2,28 % für das feine Gitter. Damit ergibt sich für das normale Gitter die größte Abweichung zwischen dem Nullfrequenzgang und dem Endwert, was wiederum darauf hindeutet, dass der berechnete Wert einen Ausreißer darstellt. Die berechneten Nullfrequenzgänge sind damit generell niedriger als der erwartete Wert von eins, was ebenfalls auf die Ungenauigkeiten der Interpolationsfelder zurückzuführen ist.

Mit zunehmender Frequenz nehmen die Amplitudengänge der Kurven ab und driften auseinander. Es ist dabei zu erkennen, dass eine feinere Gittergröße zu einer größeren Abnahme im Amplitudengang führt. Dadurch liegt der Amplitudengang des feinen Gitters in einem Bereich von 40 bis 160 Hz unter den anderen beiden Kurven. Allerdings ist der Einfluss der Gittergröße auf den Frequenzgang relativ gering, weswegen dies auch durch Ungenauigkeiten in der Lösung hervorgerufen werden kann. Die Phasenverschiebungen sind für alle drei Gitter nahezu identisch. Es ergibt sich ein linearer Verlauf gegenüber der Frequenz, wobei ein

5.1 Gittereinfluss

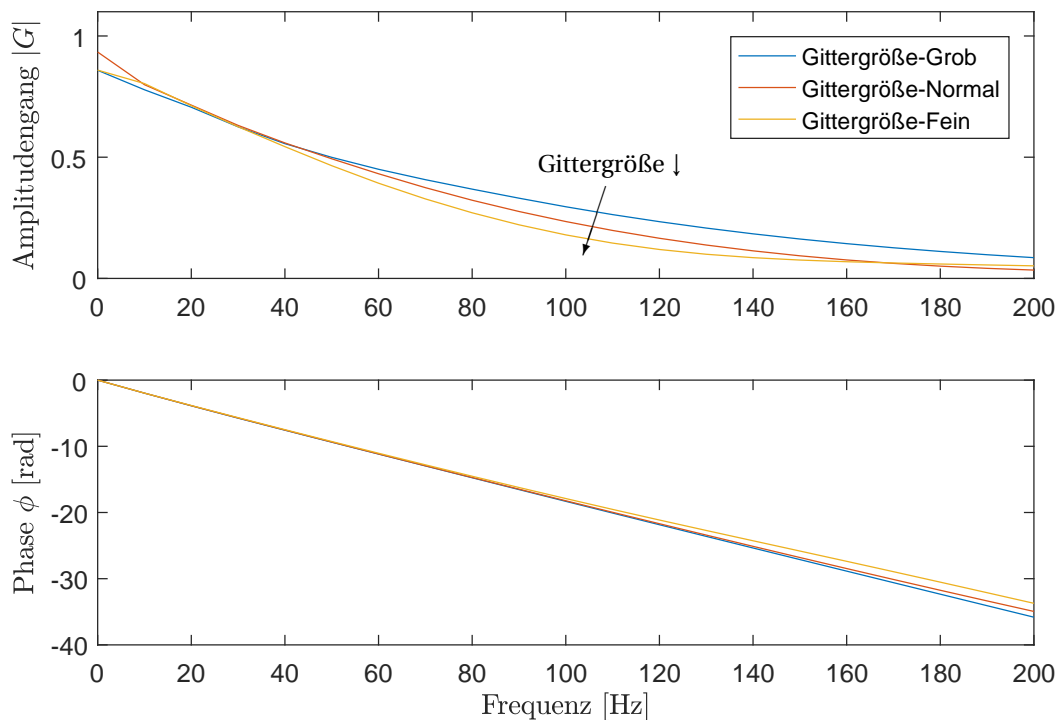


Abbildung 5.2: Bode-Diagramm der Gittergrößenuntersuchungen zwischen 0 und 200 Hz.

stetiger Abfall erkennbar ist. Dies lässt sich durch die Totzeit des Brenners erklären, die bereits in der Sprungantwort der Simulation bestimmt wurde. Eine Totzeit führt im Phasengang zu einer nacheilenden, linearen Phasenverschiebung, die bei zunehmender Frequenz bis ins Unendliche ansteigt [36]. Dies entspricht in sehr guter Näherung dem im Bode-Diagramm zu sehenden Verhalten. Die Gittergröße hat auf die Totzeit nur sehr wenig Auswirkung, wodurch die Verläufe des Phasengangs nahezu identisch sind.

Aus dem Frequenzgang, beziehungsweise aus der Sprungantwort, wird nun jeweils eine Impulsantwort berechnet. Die Impulsantwort, die aus dem Frequenzgang berechnet wurde, wird als $g_F(t)$ bezeichnet. Diese wird durch Anfitzen einer Summe aus rationalen Funktionen mit anschließender inverser Laplace-Transformation gewonnen. Diese approximierte Funktion entspricht der Transferfunktion des Brenners. Durch Ableiten der Sprungantwort kann die Impulsantwort $g_S(t)$ berechnet werden. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.3 dargestellt. Generell zeigen alle berechneten Impulsantworten einen ähnlichen Verlauf. Die Oszillationen zu Beginn und am Ende der Impulsantworten aus dem Frequenzgang, sind durch Probleme bei der Approximation des Frequenzganges durch die rationalen Funktionen zu erklären. Aus der Sprungantwort ist bereits bekannt, dass der Brenner eine Totzeit besitzt, die sich nur durch eine hohe Polynomordnung berücksichtigen lässt. Aufgrund der geringen Größe des Messdatensatzes von nur 21 Messdaten, ist die Polynomordnung jedoch nach oben hin begrenzt.

Dadurch oszilliert die approximierte Lösung des Frequenzganges um die exakte Lösung, wodurch auch die berechnete Impulsantwort schwankt. Die Oszillationen sind also prinzipbedingt, treten in jeder der darauffolgenden Analysen auf und werden deshalb nicht weiter diskutiert. Um die Oszillationen zu verringern müsste der Messdatenersatz erhöht werden, oder eine andere Approximationsmethode gewählt werden.

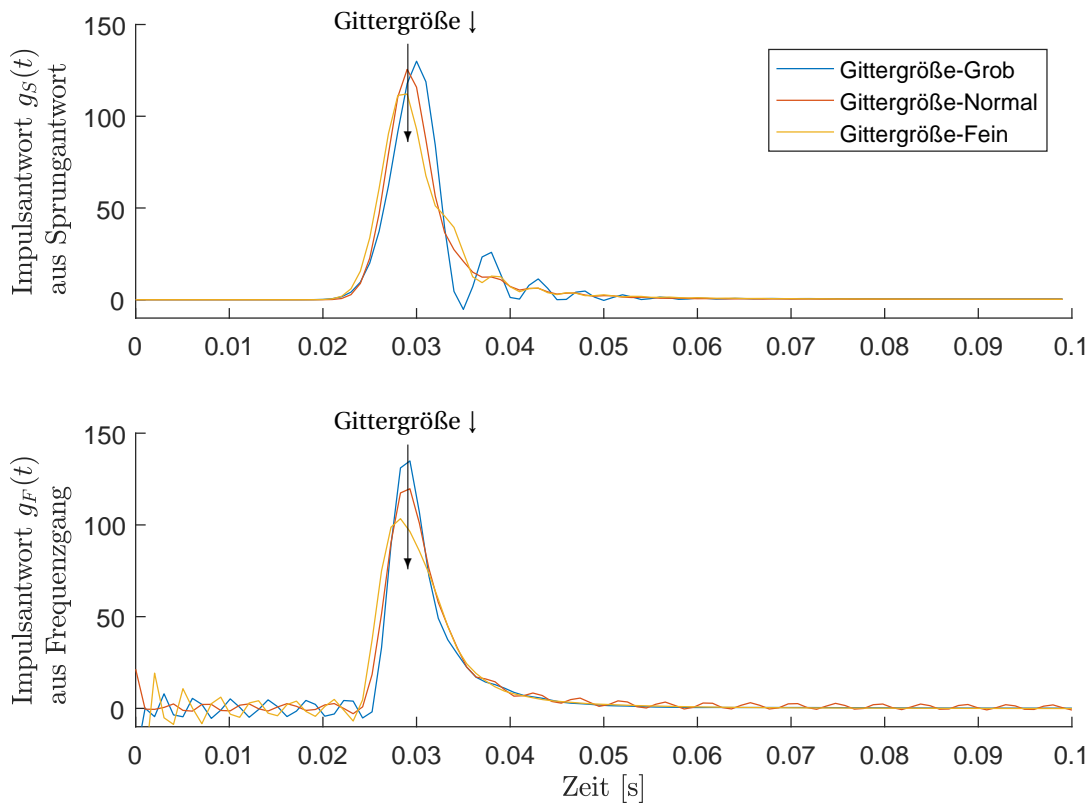


Abbildung 5.3: Impulsantworten berechnet aus der Sprungantwort (oben), beziehungsweise dem Frequenzgang (unten) über einen Zeitraum von 0,1 s.

Zu Beginn der Verläufe der Impulsantworten $g_S(t)$ ist wieder die Totzeit des Brenners von 0,021 s zu erkennen, weshalb die Impulsantworten in diesem Bereich null sind. Danach beginnt ein Anstieg in allen drei Kurven, wobei die Kurve für das feine Gitter anfangs am schnellsten ansteigt. Die Kurven erreichen im Bereich von circa 0,03 s ihr Maximum, wobei mit feinerem Gitter das Maximum tendenziell früher erreicht wird. Das Maximum stellt die Zeit dar, den der größte Anteil des Signales braucht, um den Brenner zu durchströmen. Aus der Geschwindigkeit des Gases und der Länge des Brenners kann ein Schätzwert für die Durchlaufzeit t_D des Gases berechnet werden. Dieser Schätzwert kann mit der Zeit bis zum Erreichen des Maximums verglichen werden, um die Plausibilität zu überprüfen. Mit der modellierten Brennröhlänge $L_B = 0,161$ m, der modellierten Brennkammerlänge $L_{BK} =$

5.1 Gittereinfluss

0,2 m und der mittleren Geschwindigkeit im Brennerrohr $\bar{u}_b = 11,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ergibt sich $t_D = (L_B + L_{BK})/\bar{u}_b = 0,032$ s. Dies stellt eine gute Übereinstimmung mit den simulierten Daten dar, wodurch die simulierten Impulsantworten grundsätzlich als plausibel einzustufen sind.

Die Impulsantwort $g_S(t)$ des groben Gitters erreicht ein Maximum von 130,0, die des normalen ein Maximum von 125,6 und die des feinen ein Maximum von 112,2. Daraus lässt sich feststellen, dass die Höhe des Maximums mit einem feineren Gitter geringer wird. Nach dem Maximum nehmen die Kurven erst sehr schnell, dann langsamer ab, bis ab circa 0,06 s alle Kurven nahezu bei null sind. Die Linien zeigen bis zum Ende des betrachteten Zeitraums keine Ausschläge mehr und bleiben bei nahezu null. Die beim groben Gitter bereits in der Sprungantwort aufgefallenen Oszillationen sind auch hier wieder zu erkennen und treten nach dem Maximum in der abfallenden Kurve auf. Auch in den anderen beiden Kurven lassen sich leichte Oszillationen erkennen, die in der Amplitude jedoch geringer ausfallen. Die geringsten Oszillationen zeigt die Kurve des normalen Gitters, wodurch dieses als sehr stabil einzustufen ist. Das normale Gitter stellt damit einen guten Kompromiss aus Stabilität, Exaktheit des Ergebnisses und dem Rechenaufwand dar.

Die Impulsantworten $g_F(t)$ aus dem Frequenzgang sind ebenfalls in Abbildung 5.3 dargestellt, wobei die bereits diskutierten Oszillationen aufgrund der Approximationsprobleme zu sehen sind. Vergleicht man die Kurven mit den Impulsantworten $g_S(t)$ ist generell ein ähnlicher Verlauf erkennbar. Die beiden Impulsantworten sind damit konsistent zueinander. Es ist wieder eine verzögerte Antwort des Systems zu erkennen, mit einem Anstieg auf ein Maximum bei etwa 0,03 s und einem anschließenden Abfall der Kurven zurück auf null. Bei der Funktion $g_S(t)$ konnte ein etwas früherer Zeitpunkt zum Erreichen des Maximums bei einer kleineren Gittergröße beobachtet werden. Dies ist hier zwischen der groben und normalen nicht, und zwischen der normalen und feinen Kurve nur sehr geringfügig erkennbar. Da für den Zusammenhang ebenfalls kein passendes Erklärungsmodell vorliegt, kann der Zusammenhang nicht bestätigt werden. Wie in der Impulsantwort $g_S(t)$ ist eine Verringerung der Maxima bei Verkleinerung der Gittergröße erkennbar. Die jeweiligen Maxima sind 134,9 für das grobe, 119,7 für das normale und 103,4 für das feine Gitter. Die relativen Abweichungen zwischen den Impulsantworten $g_S(t)$ und $g_F(t)$ beim Maximum sind -3,62 %, 4,88 % und 8,45 % bezogen auf die Impulsantwort aus dem Frequenzgang. Dies stellt eine akzeptable Übereinstimmung zwischen den beiden Kurven dar. Allerdings ist die Abweichung bei einem feinen Gitter relativ hoch, was durch die bereits diskutierten Diskretisierungsfehler und Interpolationsfehler erklärt werden kann. Auffallend ist, dass nach dem Abflachen der Impulsantwort die Oszillationen durch das verwendete Approximationsmodell für das grobe und das feine Gitter nahezu verschwinden. Für das normale Gitter jedoch sind in diesem Bereich noch deutliche Oszillationen erkennbar.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die gewählte Gittergröße einen signifikanten Einfluss auf die Transferfunktion hat. Eine Verfeinerung des Gitters führt zu einer Erniedrigung des Amplitudenganges, während der Einfluss auf die Phasenverschiebung gering ist. Die Phasenverschiebung lässt sich durch die Totzeit des Brenners erklären. Weiterhin fällt bei der Im-

pulsantwort das Maximum im Signal bei einer Verfeinerung des Gitters niedriger aus, wobei die beiden berechneten Impulsantworten konsistent zueinander sind. Die Abweichungen beim Maximum der Impulsantworten berechnet aus der Sprungantwort, beziehungsweise des Frequenzganges liegen innerhalb von 10 %. Die Verfeinerung des Gitters führt zu einem plausibleren und damit besseren Ergebnis für den Endwert der Sprungantwort. Bei der Sprungantwort und der daraus berechneten Impulsantwort sind in allen Kurven Oszillationen zu erkennen, für die bisher kein Erklärungsmodell vorliegt. Für das normale Gitter fallen die Oszillationen am geringsten aus, wobei dieses den besten Kompromiss für die Simulation darstellt. Weiterhin sind auch bei der Impulsantwort, die aus dem Frequenzgang berechnet wurde Schwingungen zu erkennen, die aus der ungenauen Approximation des Polynoms an den Frequenzgang resultieren. Das an den Frequenzgang approximierte Polynom stellt die Entropie-Transferfunktion des Brenners dar. Die Oszillationen rühren daher, dass das gewählte Approximationsmodell die Totzeit des Brenners nur ungenügend abbilden kann. Zur Verringerung der Oszillationen müsste der Messdatensatz erhöht werden, oder das Approximationsmodell angepasst werden.

5.2 Einfluss des Parameters Beta

Bei der Berechnung des Parameters α im Lax-Friedrichs-Fluss wurde zur leichteren Lösbarkeit eine Vereinfachung getroffen. Dabei wird die Diffusion vernachlässigt und stattdessen ein konstanter Parameter β als Ausgleich eingeführt (siehe Gleichung (4.6)). Es soll nun der Einfluss dieses Parameters β auf die Lösung untersucht werden, wobei drei Simulationen mit den Werten $\beta = 0,0$, $\beta = 0,1$ und $\beta = 0,2$ diskutiert werden. Es soll damit abgeprüft werden, inwiefern die Vereinfachung, die bei der Berechnung getroffen wurde zulässig ist. Der Wert der standardmäßig bei den anderen Untersuchungen verwendet wurde ist $\beta = 0,2$.

In Abbildung 5.4 ist das Diagramm der Sprungantworten für die Untersuchungen des Parameters β dargestellt. Es ergibt sich eine hohe Übereinstimmung der Kurven für die drei Werte von β . Die Differenzen sind so gering, dass sich die Kurven in der gewählten Darstellung nur schwer unterscheiden lassen. Es lassen sich keine signifikanten Änderungen in der Totzeit oder beim Anstiegsverhalten erkennen. Allerdings zeigt die Kurve für $\beta = 0$ an manchen Stellen sehr geringe Abweichungen, was auf Änderungen in der Impulsantwort schließen lässt. Die jeweiligen Endwerte am Ende des betrachteten Zeitbereichs sind 0,8634 für $\beta = 0,0$, sowie 0,8627 für $\beta = 0,1$ und 0,8624 für $\beta = 0,2$.

Der Einfluss von β auf die Sprungantwort ist somit als minimal einzustufen. Dies deutet darauf hin, dass die Vernachlässigung der Diffusion bei der Berechnung des Parameters α nur einen sehr geringen Effekt auf die Lösung hat. Dies lässt sich dadurch begründen, dass der Betrag der Geschwindigkeit in einem Großteil des Brenners den Diffusionsanteil überwiegt. Im Anhang (siehe Abbildung B.4) befindet sich eine grafische Darstellung eines Beispielfalls, um den Geschwindigkeitsanteil gegenüber Diffusionsanteil zu vergleichen. Nur

5.2 Einfluss des Parameters Beta

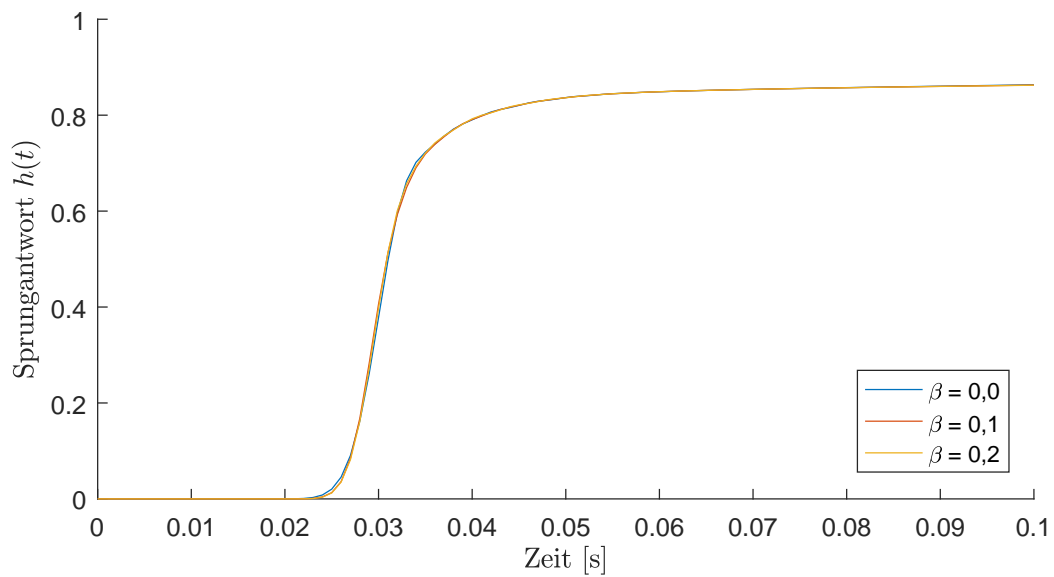


Abbildung 5.4: Sprungantwort der Untersuchungen des Parameters β .

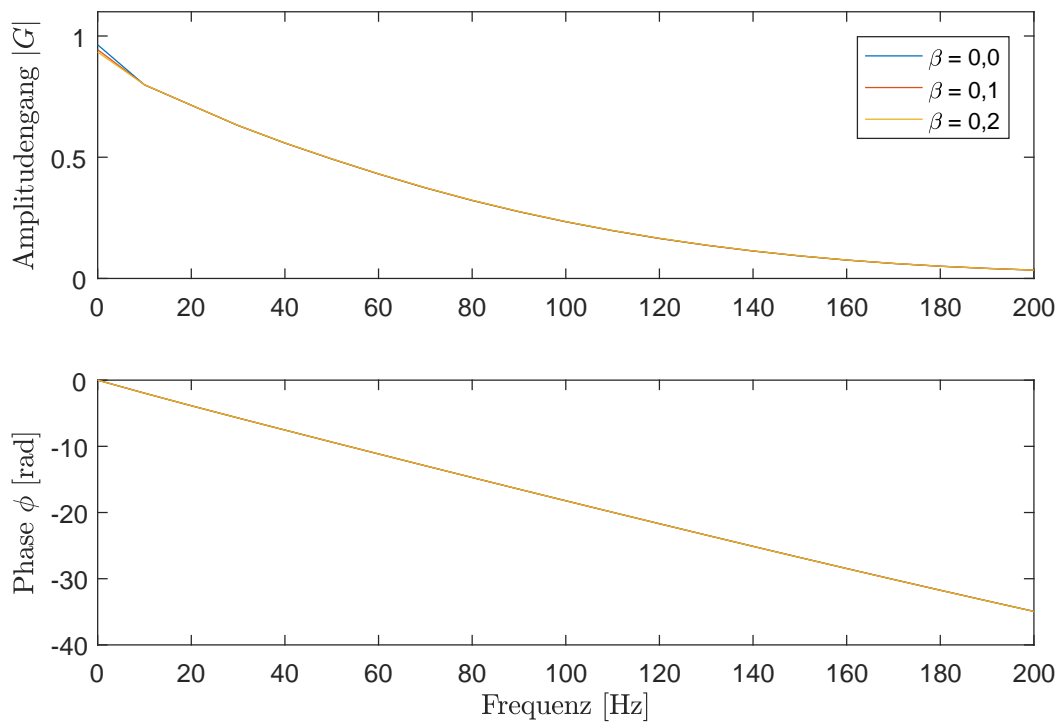


Abbildung 5.5: Bode-Diagramm der Untersuchungen des Parameters β zwischen 0 und 200 Hz.

in Bereichen sehr niedriger Geschwindigkeit, vor allem an den Rändern, überwiegt der Anteil der Diffusion. Diese Bereiche sind jedoch sehr klein und haben deswegen kaum einen Einfluss auf das Signalverhalten. Aus diesem Grund kann man sagen, dass die Vereinfachungen, die zur Berechnung des Parameters α getroffen wurden gerechtfertigt sind und das Ergebnis der Simulation kaum beeinflussen.

Dies bestätigt auch das Bode-Diagramm, dass in Abbildung 5.5 gezeigt ist. Alle drei Kurven der Parameteruntersuchungen zeigen einen nahezu identischen Verlauf, sowohl für den Amplitudengang, als auch für die Phasenverschiebung. Die Nullfrequenzgänge der drei Simulationen sind 0,9638 für $\beta = 0,0$, sowie 0,9435 für $\beta = 0,1$ und 0,9337 für $\beta = 0,2$. Es lässt sich somit eine leichte Abwärtstendenz für den Nullfrequenzgang bei steigendem β erkennen. Allerdings ist diese sehr gering, wodurch sie auch durch Ungenauigkeiten in der Simulation hervorgerufen werden könnten. Die relativen Abweichungen zum Endwert der Sprungantwort sind damit -10,42 %, -8,57 % und -7,63 % bezogen auf den Nullfrequenzgang. Diese sind stets >7 % was als relativ hoch einzustufen ist. In der Untersuchung der Gitteranalyse wurde festgestellt, dass der Nullfrequenzgang des normalen Gitters einen Ausreißer nach oben darstellt. Dies führt auch bei dieser Analyse zu den erhöhten relativen Abweichungen des Nullfrequenzganges und dem Endwert der Sprungantwort.

Weiterhin zeigt Abbildung 5.6 die berechneten Impulsantworten aus der Sprungantwort und dem Frequenzgang. Auch hier ist wieder eine hohe Übereinstimmung aller ausgewerteten Daten zu erkennen. Besonders für die Impulsantworten die aus dem Frequenzgang berechnet wurden sind die Abweichungen untereinander nur minimal. Dies liegt daran, dass die Daten des Frequenzganges schon eine hohe Übereinstimmung gezeigt haben, wodurch die daraus berechneten Impulsantworten ebenfalls sehr ähnlich sein müssen. Dadurch sind selbst die Oszillationen, die durch die Approximation des Polynoms entstehen, nahezu identisch. Bei der Impulsantwort $g_s(t)$, die aus der Sprungantwort berechnet wurde, zeigt die Kurve für $\beta = 0,0$ eine Abweichung zu den anderen Kurven. Das Maximum im Signal wird dadurch etwas später erreicht. Die Änderungen sind jedoch nur minimal, die durch Ungenauigkeiten während der Simulation zurückgeführt werden können. Dafür könnte zum Beispiel eine unterschiedliche Zeitdiskretisierung verantwortlich sein. Die relativen Abweichung der Maxima zwischen den beiden Impulsantworten bezogen auf die Impulsantworten des Frequenzganges betragen -0,61 % für $\beta = 0,0$, sowie 3,22 % für $\beta = 0,1$ und 4,88 % für $\beta = 0,2$. Sie sind damit <5 % was eine gute Übereinstimmung bedeutet. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass β kaum einen Einfluss auf die Lösung hat, wodurch die gewählten Vereinfachungen zur Berechnung von α als gerechtfertigt gelten können.

5.3 Analyse ohne Brennkammer

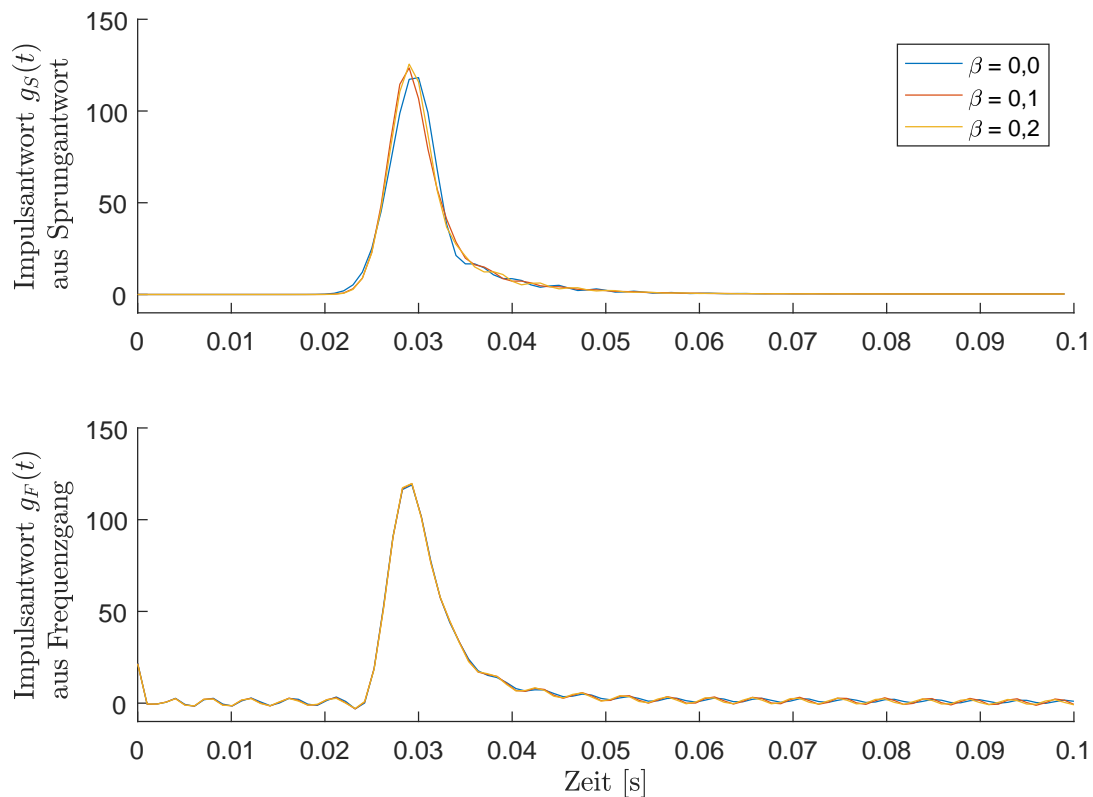


Abbildung 5.6: Impulsantworten der Untersuchungen des Parameters β berechnet aus der Sprungantwort (oben), beziehungsweise dem Frequenzgang (unten) über einen Zeitraum von 0,1 s.

5.3 Analyse ohne Brennkammer

Zu Testzwecken und als Vergleich wurde die Simulation an dem Brennerrohr alleine durchgeführt. Dadurch dass bei dieser Simulation der Einfluss der Brennkammer ausgeschlossen wird, ist eine bessere Aussage der Qualität des physikalischen Modells möglich. Weiterhin können durch den Vergleich der Daten des Brennerrohrs und denen des gesamten Brenners Rückschlüsse auf die Beeinflussung durch die Brennkammer gezogen werden. Es wurden insgesamt zwei Simulationen am Brennerrohr durchgeführt, einmal mit einer normalen Gittergröße und einmal mit einer feinen Gittergröße. Diese werden zu der Simulation am gesamten Brenner mit einer normalen Gittergröße verglichen.

In Abbildung 5.7 sind die Sprungantworten der beiden Brennerrohr-Simulationen und der des gesamten Brenners abgebildet. Zu Beginn tritt für alle drei Simulationen eine Totzeit auf, wodurch sie auf einem Wert von null verbleiben. Die Totzeit der beiden Brennerrohrkurven ist jedoch kürzer bei nur etwa 0,01 s, worauf ein steiler Anstieg im Signal erfolgt. Die Verkürzung der Totzeit ist darauf zurückzuführen, dass das Brennerrohr deutlich kürzer als der ge-

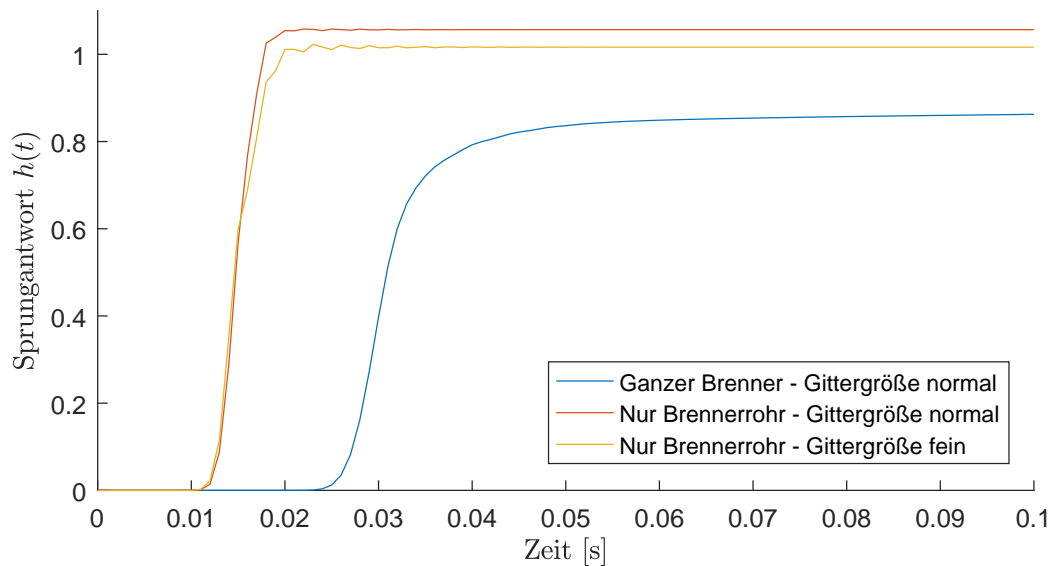


Abbildung 5.7: Sprungantwort der Untersuchungen am Brennerrohr und am gesamten Brenner.

samte Brenner ist. Das Signal benötigt deswegen auch eine kürzere Zeit um das Brennerrohr komplett zu durchlaufen. Nach dem schnellen Anstieg der Sprungantwort, schwingen sich die beiden Signale sehr schnell auf einen Endwert ein. Der Beharrungszustand scheint sich damit bei den Brennerrohr-Simulationen deutlich früher nach nur circa 0,04 s einzustellen. Daraus folgt, dass die Verzögerung im Signalanstieg geringer ist, wodurch im Bode-Diagramm eine geringere Abnahme des Amplitudenganges bei zunehmender Frequenz zu erwarten ist.

Die beiden Brennerrohr-Simulationen zeigen einen sehr ähnlichen Signalanstieg, allerdings schwingt sich die Kurve des normalen Gitters auf einen höheren Beharrungszustand ein, als die des feinen Gitters. Die jeweiligen Endwerte am Ende des betrachteten Zeitraums sind 1,0565 für das Brennerrohr mit normalem Gitter, 1,0164 für das Brennerrohr mit feinem Gitter und 0,8624 für den gesamten Brenner. Die Abweichungen der Endwerte vom theoretischen Zielwert von eins sind für das Brennerrohr geringer, als für den gesamten Brenner. Die Abweichungen vom theoretischen Zielwert werden also vor allem durch die Brennkammer verursacht. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Berechnungen der Interpolationsfelder und die der Lösung, in der Brennkammer mit einer größeren Gittergröße durchgeführt werden. Dadurch entstehen größere Abweichungen in der Lösung, die zu einem größeren numerischen Massenverlust führen und damit das Ergebnis verfälschen. Die geringen Abweichungen vom theoretischen Zielwert bei den Kurven der Brennerrohre zeigen, dass die Simulationemethode grundsätzlich jedoch funktioniert.

Weiterhin ist bei den Brennerrohren eine Annäherung des Signals an den theoretischen Zielwert durch die Verfeinerung des Gitters zu erkennen. Dies stärkt die bereits bei der Gitter-

analyse angesprochene Vermutung, dass Diskretisierungsfehler die berechnete Lösung beeinflussen. Die Qualität des Ergebnisses kann durch die Verfeinerung des Gitters verbessert werden. Allerdings ist durch das feinere Gitter ebenfalls eine Verstärkung der Oszillationen beim Einschwingen des Signals auf den Beharrungszustand zu sehen. Die kleinere Gittergröße kann damit zu seiner Verschlechterung der Dämpfung führen, wodurch die Lösung an Stabilität einbüßt.

Zu sehen ist in Abbildung 5.8 das Bode-Diagramm für die beiden Simulationen am Brennerrohr und am gesamten Brenner. Zu erkennen ist, dass die Kurven des Amplitudenganges des Brennerrohrs über der des gesamten Brenners liegen. Wie bereits in der Diskussion der Sprungantwort vermutet, führt die geringere Verzögerung im Signalanstieg zu einer geringeren Dämpfung bei größeren Frequenzen. Dadurch fällt der Amplitudengang des gesamten Brenners schnell ab und bleibt unter denen des Brennerrohrs. Die Kurven des Brennerrohrs zeigen dabei einen etwas anderen Verlauf, als die des gesamten Brenners, da sie bei niedrigen Frequenzen nahe an dem Wert des Nullfrequenzganges bleiben. Erst ab circa 30 Hz ist ein stärkerer Abfall im Amplitudengang erkennbar, wobei zum Ende des betrachteten Frequenzbereiches ein Abflachen der Kurven zu sehen ist. Über einen großen Bereich bis 180 Hz liegt die Kurve des normalen Gitters über der des feinen Gitters, wobei die Abweichungen zueinander größer ausfallen, als bei der Gitteranalyse des gesamten Brenners. Es lässt sich damit wieder die Tendenz erkennen, dass die Verfeinerung des Gitters bei niedrigeren Frequenzen zu einer stärkeren Dämpfung führt. Die Nullfrequenzgänge der jeweiligen Simulation sind 1,0510 für das Brennerrohr mit normalem Gitter, 1,0146 für das Brennerrohr mit feinem Gitter und 0,9337 für den gesamten Brenner. Die relativen Abweichung zum Endwert der Sprungantwort bezogen auf den Nullfrequenzgang sind damit 0,5237 %, 0,1803 % und -7,6327 %. Für das Brennerrohr sind die Abweichung nur sehr gering, wodurch sich bestätigt, dass sich die Sprungantworten sehr schnell auf den Beharrungszustand einschwingen.

Für die Phasenverschiebung zeigt sich wieder eine lineare Abhängigkeit in negativer Richtung bei zunehmender Frequenz. Allerdings ist die Steigung der Brennerrohrkurven betragsmäßig geringer, als bei der des gesamten Brenners. Die lineare Abhängigkeit von der Frequenz lässt sich durch die Totzeiten der Systeme erklären. Die Totzeit der Brennerrohre ist geringer, wodurch auch Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung niedriger ist und die Kurven weniger stark fallen. Die Totzeit wird durch die Gittergröße kaum beeinflusst, weshalb die beiden Kurven der Brennerrohre nahe zusammen liegen.

Abbildung 5.9 zeigt die berechneten Impulsantworten des Brennerrohrs und des gesamten Brenners. Es ist zu sehen, dass das Signal der Impulsantwort der Brennerrohre früher ansteigt, als beim gesamten Brenner. Es tritt eine Totzeit von 0,01 s auf, worauf ein Signalanstieg bis zu einem Maximum bei circa 0,14 s erfolgt, woraufhin das Signal sich abschwächt und bei circa 0,04 s wieder auf null abgeklungen ist. Wie schon bei der Gitteranalyse, lässt sich wieder ein Schätzwert für die Durchlaufzeit t_D aus der Brennerrohrlänge und der Geschwindigkeit der Strömung berechnen. Der Schätzwert wird zur Überprüfung der Plausibilität mit der Zeit bis zum Auftreten des Maximums in der Impulsantwort verglichen. Mit der modellierten

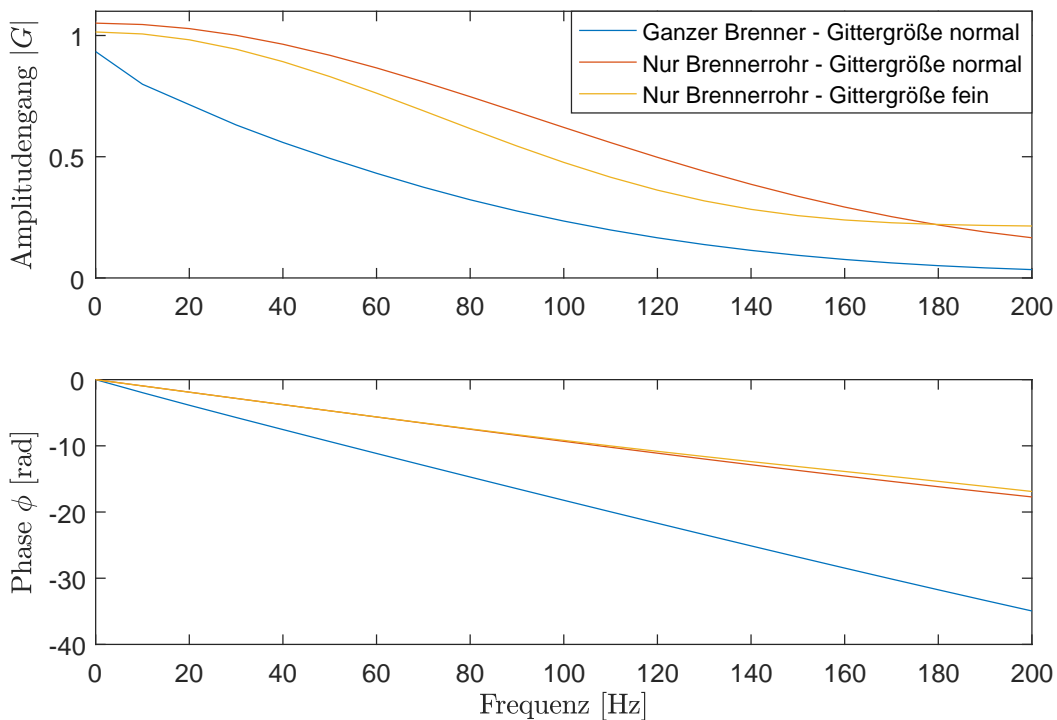


Abbildung 5.8: Bode-Diagramm der Untersuchungen des Brennerrohrs und am gesamten Brenner zwischen 0 und 200 Hz.

Brennerrohlänge $L_B = 0,161$ m und der mittleren Geschwindigkeit im Brennerrohr $\bar{u}_b = 11,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ergibt sich $t_D = L_B / \bar{u}_b = 0,014$ s. Bei der betrachteten Genauigkeit ergibt sich der identische Wert, weswegen das Ergebnis als plausibel einzustufen ist.

Es ist zu erkennen, dass das Signal der Impulsantwort beim Brennerrohr auf einen deutlich höheren Wert ansteigt, als beim gesamten Brenner. Durch die kürzeren Weg durch das Brennerrohr kommt es zu einer geringeren Verteilung des Signals, weswegen der Anstieg in der Sprungantwort steiler und damit das Maximum in der Impulsantwort höher ausfällt. Die Maxima der Impulsantworten $g_S(t)$ aus den Sprungantworten sind 280,6 für das Brennerrohr mit normalem Gitter, 248,8 für das Brennerrohr mit feinem Gitter und 125,6 für den gesamten Brenner. Für die Impulsantworten $g_F(t)$ aus dem Frequenzgang ergeben sich die Maxima 251,3, sowie 230,5 und 119,7. Die relativen Abweichungen der Impulsantworten untereinander bezogen auf die Impulsantwort des Frequenzganges sind damit 11,66 %, 7,95 % und 4,88 %. Die Abweichung zwischen den Impulsantworten des normalen Gitters ist >10 % und damit relativ hoch. Betrachtet man aber den Verlauf der Kurven untereinander, dann sieht man eine gute Übereinstimmung, weswegen die Daten als konsistent eingestuft werden können.

5.3 Analyse ohne Brennkammer

Aus der Analyse des Brennerrohrs können einige wichtige Aussagen getroffen werden. Die Simulationemethode bringt am Brennerrohr die erwarteten Ergebnisse, weswegen die Methode grundsätzlich funktioniert. Die Qualität des Ergebnisses lässt sich durch eine Verfeinerung des Gitters verbessern. Bei dem untersuchten System führt die Verfeinerung des Gitters jedoch auch zu einem höheren Überschwingen, mit einer anschließend abklingenden Oszillation. Die Stabilität des Verfahrens wird also auch vom gewählten Gitter beeinflusst. Die hohe Abweichung vom theoretischen Zielwert des Nullfrequenzganges des gesamten Brenners wird vor allem in der Brennkammer verursacht.

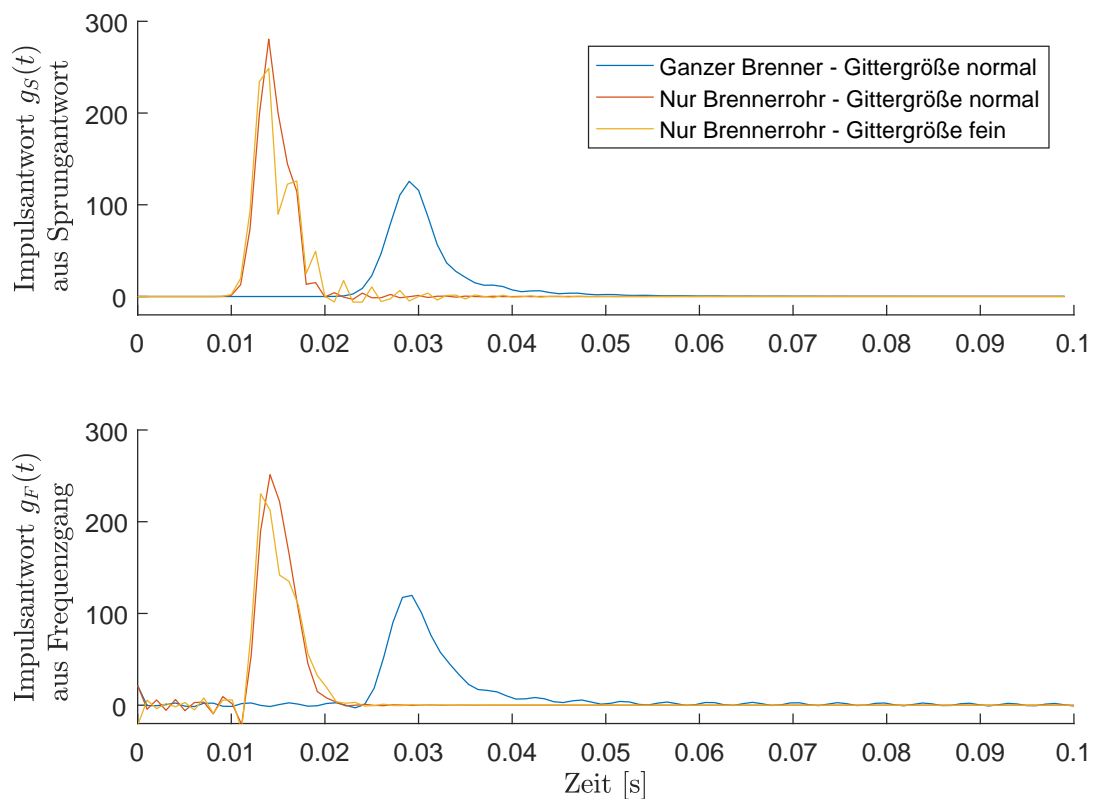


Abbildung 5.9: Impulsantworten der Untersuchungen am Brennerrohr und gesamten Brenner berechnet aus der Sprungantwort (oben), beziehungsweise dem Frequenzgang (unten) über einen Zeitraum von 0,1 s.

5.4 Modelle des Diffusionskoeffizienten

In diesem Abschnitt wird der Einfluss des verwendeten Diffusionskoeffizientenmodells auf die Transfer-Funktion untersucht. Es werden die vier vorgestellten Modelle nach Chapman und Enskog, nach Fuller-Schettler-Giddings und die Viskositätsmodelle mit und ohne turbulenten Anteil untersucht (siehe Abschnitt 4.4). Das Modell nach Chapman und Enskog stellt den Standardfall dar. Abbildung 5.10 zeigt den Einfluss der Diffusionskoeffizienten auf die Sprungantwort des Brenners. Es tritt wieder eine Totzeit auf, worauf ein Anstieg des Signals erfolgt und sie einem Maximum entgegen streben. Die Totzeit ist bei allen Diffusionskoeffizienten gleich und beträgt 0,021 s. Bei der Zeit bis zum Erreichen des Beharrungszustandes ist jedoch eine Abhängigkeit vom Diffusionskoeffizienten zu sehen, die nun erläutert werden soll.

Der Diffusionsanteil in der Advektions-Diffusions-Gleichung (Siehe Gleichung (2.12)) hängt von der Dichte des Gases, vom Diffusionskoeffizienten und von dem Gradienten des Signals ab. Im Bereich großer Signalgradienten haben Änderungen im Diffusionskoeffizienten betragsmäßig den größten Einfluss auf die Diffusion. Dies tritt bei dem in dieser Arbeit betrachteten Brenner im Bereich direkt nach dem Drallerzeuger und beim Eintritt in die Brennkammer auf (siehe Abbildung 4.8). In diesen Bereichen hat der Diffusionskoeffizient damit den größten Einfluss auf die Signalantwort des Systems. An diesen Stellen liefert das "Visk.-Lam." den geringsten Wert für den Diffusionskoeffizienten, gefolgt von den Modellen von "Fuller" und darauffolgend "Chapman". Das "Visk.-Turb." liefert in diesem Bereich den größten Diffusionskoeffizienten. Diese Abstufung ist auch in der Sprungantwort zu erkennen und zwar in der Zeit, die das Signal bis zum Erreichen des Maximums benötigt. Die größere Diffusion führt zu einer größeren Verteilung des Signals vor allem nach dem Drallerzeuger und in der Brennkammer. An diesen Stellen diffundieren Teile des Signals in Bereiche mit niedrigerer Geschwindigkeit, was bei diesen Anteilen zu einer langsameren Durchströmung des Brenners führt.

Dies macht sich vor allem durch einen schwächeren Anstieg der Sprungantwort zum Ende hin bemerkbar, was besonders gut am Signal des turbulenten Viskositätsmodells zu sehen ist. Die starke Verteilung des Signals (siehe Abbildung 4.9) führt dazu, dass der Schwerpunkt des Anstiegs in der Sprungantwort beim "Visk.-Turb." nach hinten verschoben wird. Insgesamt führt die Diffusion zur einer Verzögerung des Anstiegs, wodurch eine höhere Dämpfung im Amplitudengang des Bode-Diagramms zu erwarten ist. Die Anstiege der anderen Signale liegen alle in einem engen Bereich, wobei das Modell nach Chapman geringfügig früher ansteigt. Die jeweiligen Endwerte für die Kurven sind 0,8624 für Chapman, 0,8554 für Fuller, 0,8645 für das "Visk.-Lam." und 0,8548 für das "Visk.-Turb.". Da die Endwerte sehr nahe zusammen liegen, lässt sich dort kein Einfluss des Diffusionskoeffizienten erkennen.

Das Bode-Diagramm des Frequenzganges ist in Abbildung 5.11 gezeigt. Alle Kurven des Amplitudenganges $|G|$ zeigen einen ähnlichen Verlauf, wobei die Kurve des turbulenten Viskositätsmodells etwas niedriger liegt als die anderen. Der verzögerte Anstieg in der Sprungantwort, aufgrund der größeren Verteilung durch den höheren Diffusionskoeffizienten, führt

5.4 Modelle des Diffusionskoeffizienten

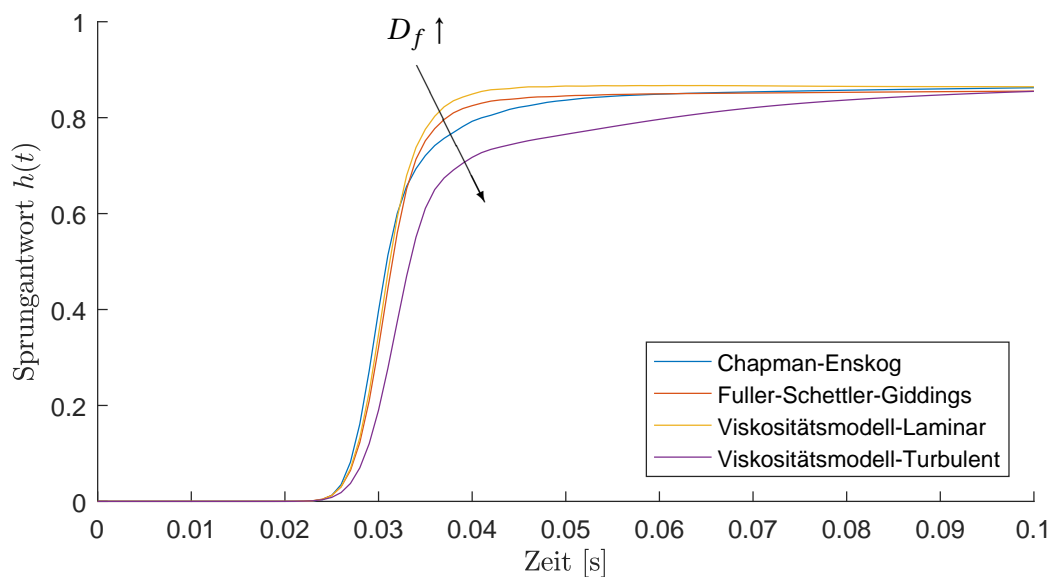


Abbildung 5.10: Sprungantworten der Untersuchungen des Diffusionskoeffizienten.

wie erwartet zu einem geringeren Amplitudengang. Für niedrige Frequenzen bis 70 Hz ist diese Abstufung für den Diffusionskoeffizienten auch für die anderen Kurven zu erkennen. Bei größeren Frequenzen liegt jedoch das Chapman-Enskog-Modell über den anderen Kurven, was gegen die dargelegte Theorie spricht. Allerdings liegen die Kurven in diesen Bereichen sehr eng zusammen, wodurch auch kleinere Ungenauigkeiten in der Lösung dafür verantwortlich sein könnten. Es lässt sich sagen, dass das gewählte Diffusionskoeffizientenmodell zwar einen Einfluss auf die Lösung hat, dieser allerdings nicht sehr groß ist. Auch die Berücksichtigung der Turbulenz durch das "Visk-Turb." führt nur zu einer geringen Verschiebung des Kurvenverlaufs nach unten.

Die Nullfrequenzgänge der jeweiligen Modelle sind 0,9337 für "Chapman", 0,8575 für "Fuller", 0,8572 für "Visk.-Lam." und 0,8723 für "Visk.-Turb.". Die relativen Abweichung zum Endwert der Sprungantwort bezogen auf den Nullfrequenzgang sind damit -7,63 %, -0,26 %, 0,84 % und -2,00 %. Das Modell nach Chapman zeigt bei 10 Hz einen leichten Knick, weswegen davon ausgegangen werden kann, dass der Nullfrequenzgang durch Ungenauigkeiten zu hoch berechnet wurde. Dies führt zu einer höheren relativen Abweichung der beiden Größen. Das turbulente Viskositätsmodell zeigt einen ähnlichen Knick bei 10 Hz wie das Modell Chapman und hat ebenfalls eine höhere Abweichung als die Modelle Fuller und "Visk.-Lam.". Es ist deswegen zu erwarten, dass auch dieser Nullfrequenzgang etwas zu hoch berechnet wurde. Die anderen beiden Modelle zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen Endwert der Sprungantwort und dem Nullfrequenzgang.

Weiterhin ist in Abbildung 4.4 die Phasenverschiebungen der jeweiligen Modelle gegenüber der Frequenz aufgetragen. Es lässt sich wieder eine lineare Phasenverschiebung erkennen, die auf die Totzeit des Systems zurückzuführen ist. Zu größeren Frequenzen hin zeigt die

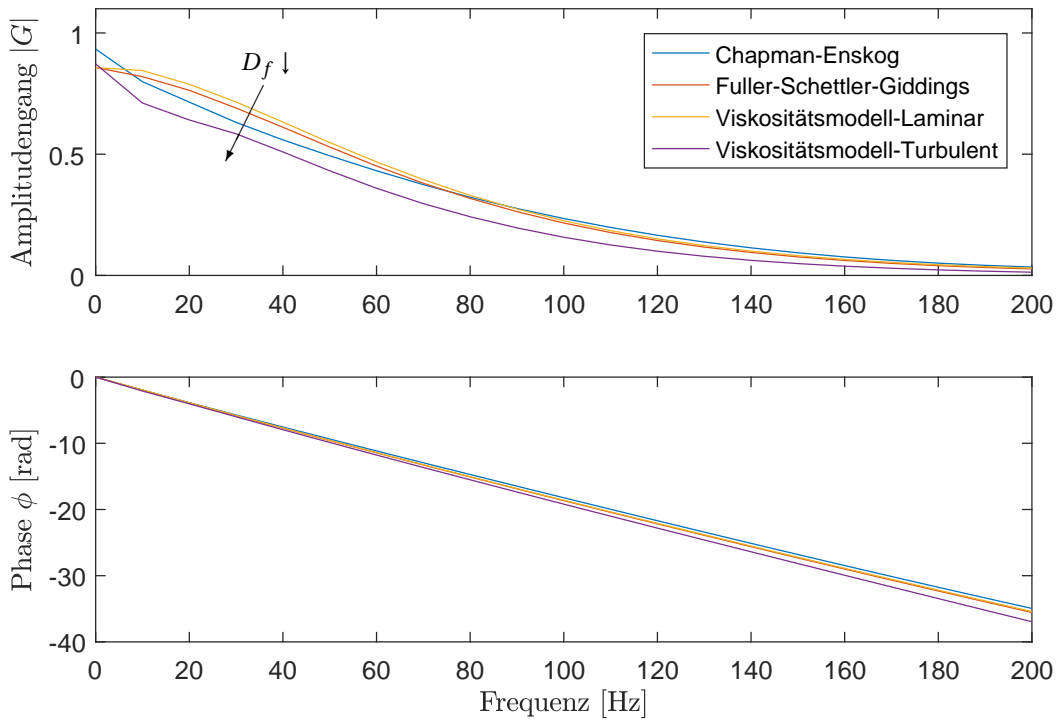


Abbildung 5.11: Bode-Diagramm der Diffusionskoeffizientuntersuchungen zwischen 0 und 200 Hz.

Kurve des turbulenten Viskositätsmodells eine etwas größere Phasenverschiebung. Dies lässt sich durch die größere Verzögerung erklären, wobei der Einfluss jedoch sehr gering ist.

Die Impulsantworten aus der Sprungantwort, beziehungsweise dem Frequenzgang sind in Abbildung 5.12 dargestellt. Die Totzeit von 0,021 s ist in beiden Diagrammen zu erkennen, wobei sie für alle Kurven ungefähr gleich groß ist. Das Maximum tritt wieder bei ungefähr 0,03 s auf, wobei das Maximum beim turbulenten Viskositätsmodell etwas nach hinten auf circa 0,031 s verschoben wird. Die Verschiebung des Maximums ist wieder durch die größere Verteilung des Signals im Brenner und der Diffusion des Signals in Bereiche mit geringerer Geschwindigkeit zu erklären. Dadurch verschiebt sich der Schwerpunkt des Signals nach hinten. Die größere Verteilung führt auch zu der Abschwächung des Maximums des Signals. Da die Diffusionskoeffizienten der anderen Modelle im Vergleich zum "Visk.-Turb." relativ nahe zusammenliegen, ist dieser Effekt bei diesen Modellen nicht zu sehen. Die Maxima der Impulsantworten $g_S(t)$ sind 125,6 für das Modell Chapman, 123,1 für das Modell Fuller, 128,5 für das "Visk.-Lam." und 97,0 für das "Visk.-Turb.". Dagegen sind die Maxima der Impulsantworten $g_F(t)$ aus dem Frequenzgang 119,7, sowie 119,0, sowie 123,4 und 97,6. Die relativen Abweichung bezogen auf die Impulsantwort des Frequenzganges ergeben sich damit zu 4,88 % für das Modell Chapman, 3,47 % für Fuller, 4,07 % für das "Visk.-Lam." und -0,55 % für das "Visk.-

5.4 Modelle des Diffusionskoeffizienten

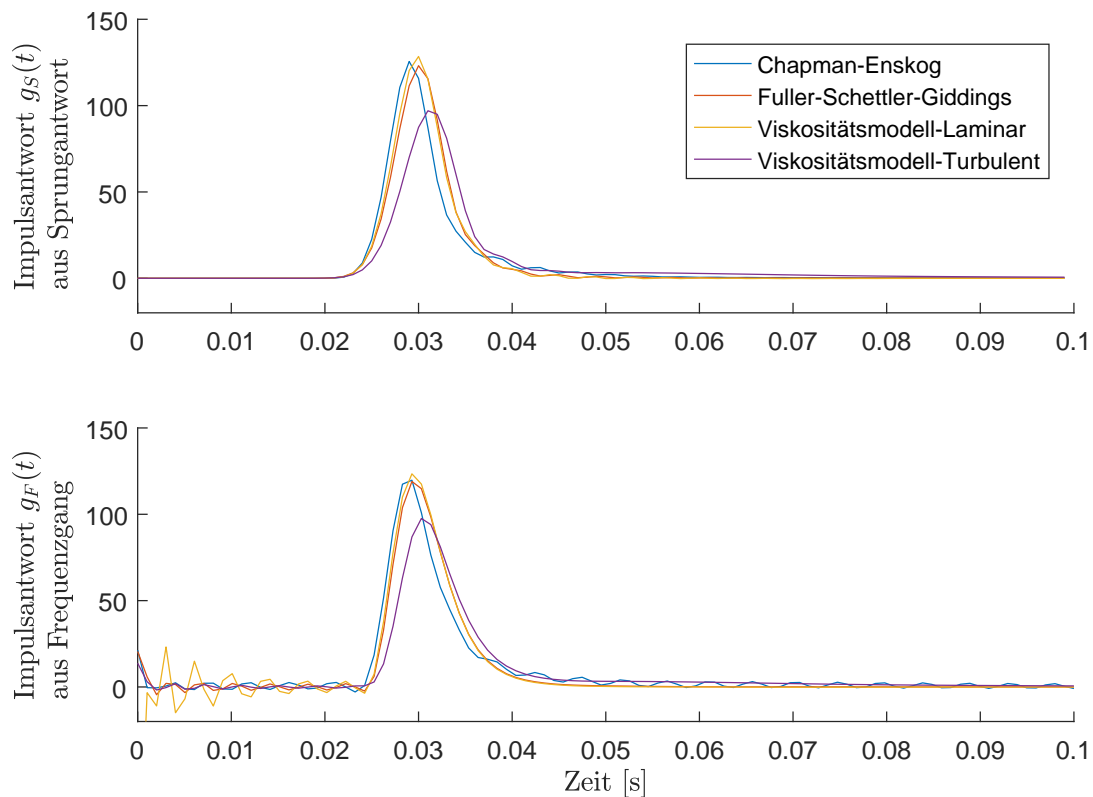


Abbildung 5.12: Impulsantworten der Untersuchungen des Diffusionskoeffizienten berechnet aus der Sprungantwort (oben), beziehungsweise dem Frequenzgang (unten) über einen Zeitraum von 0,1 s.

Turb.". Die Ergebnisse aus beiden Diagrammen zeigen eine gute Übereinstimmung, wodurch die Daten als konsistent gewertet werden können.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Modelle Chapman, Fuller und "Visk.-Lam." nahezu die gleichen Ergebnisse liefern. Die Berücksichtigung der Turbulenz hat einen Einfluss auf die Lösung, wobei dies zu keiner Änderung im grundsätzlichen Verlauf der Kurven führt. Die Änderungen führen zu einem späteren Maximum in der Impulsantwort und zu einer größeren Dämpfung im Amplitudengang.

5.5 Vergleich Adiabat und Diabat

Zuletzt soll nun noch der Einfluss der Randbedingungen auf die Transferfunktion untersucht werden, die in Abschnitt 4.3 dargelegt wurden. Es werden komplett adiabate, diabate und teilweise adiabat/diabate Bedingungen analysiert. Bei den teilweise adiabat/diabat Randbedingungen wird das Brennerrohr (B) als komplett adiabat und die Brennkammer als komplett diabat angenommen. Der Standardfall entspricht den adiabaten Bedingungen.

Abbildung 5.13 zeigt die Sprungantworten der jeweiligen Randbedingungen. Es ist für alle drei Kurven wieder die gleiche Totzeit von 0,021 s zu sehen, was bedeutet, dass die Randbedingung keinen Einfluss auf die Totzeit hat. Dies lässt sich dadurch begründen, dass die Randbedingung keinen Einfluss auf den Zustand der Strömung hat, wodurch die Durchlaufzeit ungefähr gleich bleibt. Danach erfolgt für alle Kurven nahezu der gleiche Anstieg. Allerdings ist zu sehen, dass die Kurve der komplett diabaten Bedingungen seinen Anstieg früher beendet und sich auf einen tieferen Beharrungszustand einschwingt. Der Beharrungszustand stellt sich dadurch auch nach kürzerer Zeit ein, wodurch sich auch die Verzögerung im Anstieg des Signals verringert. Es ist deswegen von einer geringeren Frequenzabhängigkeit des Amplitudenganges im Bode-Diagramm auszugehen.

Die anderen Sprungantworten zeigen einen höheren Anstieg des Signals, wobei die Kurve der adiabat/diabat Bedingungen sich ebenfalls auf einen niedrigeren Beharrungszustand einstellt, als die adiabate Kurve. Der niedrigere Beharrungszustand bei diabat Bedingungen lässt sich dadurch erklären, dass Teile des Signals über die diabaten Wände verloren gehen. Auf das eingeführte Modell übertragen, entspricht das Signal einer Enthalpie und der Verlust des Signals einem Wärmestrom über die Wände, wodurch die Enthalpie im Brenner verringert wird. Durch den Wärmeverlust und der Enthalpieverringerung kommt am Ende des Brenners eine geringere Temperatur an, was einem niedrigeren Signal entspricht. Bei komplett diabat Randbedingungen entsteht ein höherer Wärmeverlust, da insgesamt mehr Wandfläche zum Wärmeaustausch zur Verfügung steht. Dadurch fällt das Signal weniger stark als bei adiabat/diabat Bedingungen aus. Die Endwerte, die am Ende der Sprungantwort des betrachteten Zeitraums erreicht werden, sind 0,8624 für adiabate, 0,7210 für adiabat/diabat und 0,3287 für diabate Bedingungen. Für die diabat Randbedingungen sind wieder ähnliche Oszillationen kurz nach dem Anstieg erkennbar, die auch zum Beispiel bei der Analyse des Brennerrohrs gefunden wurden. Es ist also davon auszugehen, dass auch die Randbedingungen einen Einfluss auf die Dämpfung und damit auf die Stabilität haben.

Das Bode-Diagramm der Randbedingungenuntersuchungen ist in Abbildung 5.14 zu sehen. Bei den Nullfrequenzgängen im Amplitudengang zeigt sich die bereits bei den Endwerten der Sprungantwort gesehene Abstufung. Den höchsten Nullfrequenzgang zeigen die adiabaten Bedingungen mit 0,9337, gefolgt von den adiabat/diabat mit 0,7232 und zuletzt die diabat mit 0,3340. Die relativen Abweichungen zum Endwert der Sprungantwort bezogen auf den Nullfrequenzgang sind damit -7,63 %, sowie -0,30 % und -1,60 %. Bis auf die Abweichung bei adiabaten Bedingungen, die auf den zu hohen Nullfrequenzgang beim Standardfall zurückzuführen ist, ist die Übereinstimmung also relativ hoch.

5.5 Vergleich Adiabat und Diabat

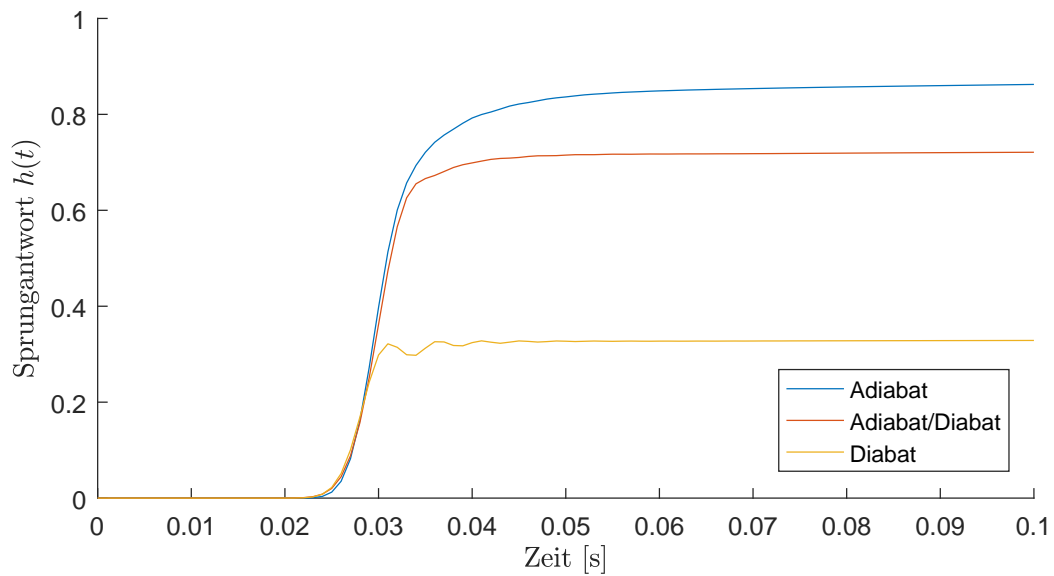


Abbildung 5.13: Sprungantwort der Untersuchungen adiabat und diabat Randbedingungen.

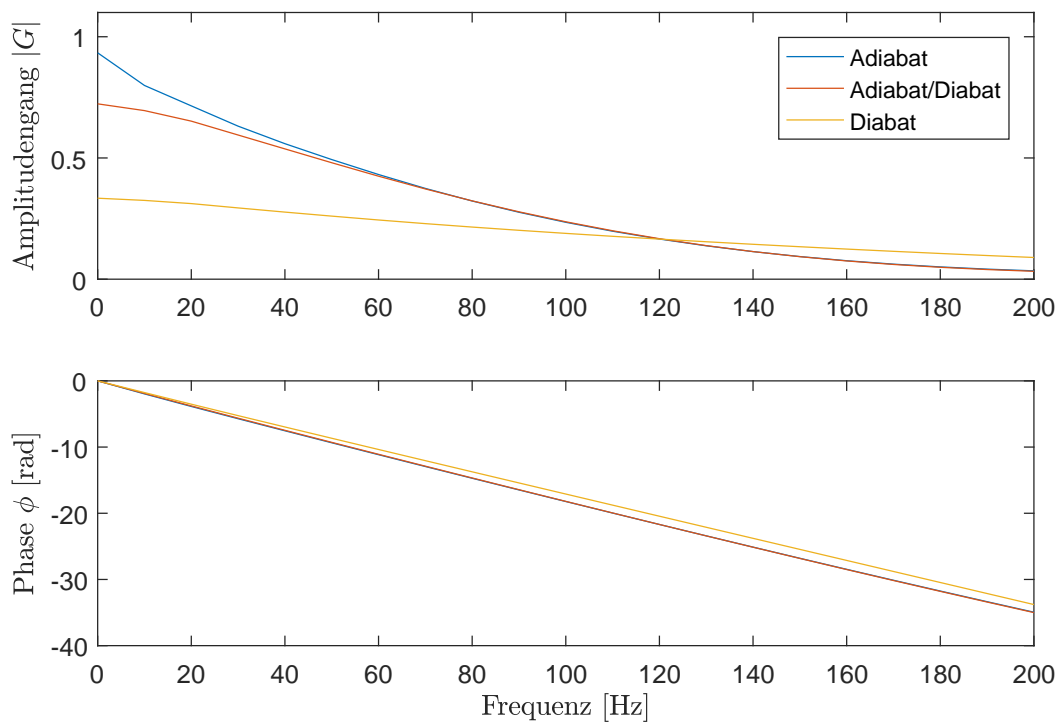


Abbildung 5.14: Bode-Diagramm der Untersuchungen der adiabat und diabat Randbedingungen zwischen 0 und 200 Hz.

Bei steigender Frequenz zeigen alle Amplitudengänge einen Abfall der Kurve. Dabei ist wie erwartet, die Frequenzabhängigkeit des Amplitudenganges des diabaten Falles geringer, als die der anderen Kurven. Dies ist durch die geringere Verzögerung im Anstiegsverhalten begründet, wodurch die Kurve der diabaten Bedingungen ab circa 120 Hz über die anderen Kurven steigt. Der adiabate und der adiabate/diabate Fall zeigen zu Beginn noch eine hohe Differenz, nähern sich dann aber einander an und liegen ab ungefähr 60 Hz nahezu aufeinander. Bei niedrigen Frequenzen durchläuft das Frequenzsignal nahezu den kompletten Brenner, wodurch beim adiabate/diabaten Fall Verluste über die Brennkammerwände entstehen. Dadurch fällt das Signal am Ende des Brenners niedriger aus, als bei adiabaten Bedingungen. Bei größeren Frequenzen jedoch, wird das Signal durch die Verzögerungen abgeschwächt, weswegen es in der Brennkammer nur noch eine geringe Amplitude aufweist. Der Verlust durch die Wärmeströme über die Wände der Brennkammer wird dadurch verringert. Je größer die Frequenzen werden, desto besser stimmen damit die Daten des adiabaten und des adiabate/diabaten Falls überein.

Wie bei den anderen Untersuchungen auch, zeigt die Phasenverschiebung eine lineare Abhängigkeit in negativer Richtung von der Frequenz. Die Kurven liegen eng beisammen, wobei die Kurve der diabaten Bedingungen eine etwas geringere Phasenverschiebung aufweist. Dies lässt sich durch die geringere Verzögerung im Anstiegsverhalten erklären, die zu einer schnelleren Antwort des Systems und damit geringeren Nachteilen führt.

Die Impulsantworten aus den Sprungantworten $g_S(t)$, beziehungsweise dem Frequenzgang $g_F(t)$ sind in Abbildung 5.15 dargestellt. Es ist bei allen Kurven die gleiche Totzeit von 0,021 s zu erkennen, woraufhin ein nahezu gleichförmiger Anstieg erfolgt. Bei den diabaten Bedingungen endet der Anstieg jedoch früher, wodurch auch früher das Maximum bei circa 0,028 s erreicht wird. Die anderen Kurven zeigen einen längeren Anstieg bis zum Maximum, wobei das Maximum im adiabate/diabaten Fall niedriger liegt. Es lässt sich also ein Abfall im Maximum bei höherer diabater Wandfläche feststellen. Zwischen adiabate und adiabate/diabaten Bedingungen lassen sich nur sehr geringe Abweichungen zum Zeitpunkt des Maximums ausmachen. Die Maxima der Impulsantworten aus der Sprungantwort sind 125,6 für den adiabaten, 111,7 für den adiabate/diabaten und 73,3 für den diabaten Fall. Für die Impulsantworten aus dem Frequenzgang ergeben sich die Maxima 119,7, sowie 113,4 und 80,9. Die relativen Abweichungen bezogen auf den Frequenzgang sind damit 4,88 %, sowie -1,52 % und -9,43 %. Für den diabaten Fall ist die Abweichung fast 10 % und damit relativ hoch. Nach dem Maximum erfolgt ein Abfallen der Kurve zurück auf null, wobei sich für eine größere diabate Wandfläche die Kurven schneller zurück auf den Nullwert einpendeln. In den Impulsantworten aus den Sprungantworten sind wieder die bereits diskutierten Oszillationen zu sehen. Der Anteil an diabaten Randbedingungen an der Wandfläche hat einen Einfluss auf die Dämpfung und die Stabilität der Lösung.

Die wichtigsten Aussagen aus der Analyse der Randbedingungen ist, dass diabate Randbedingungen zu einem schwächeren Signal am Ausgang des Brenners führen. Dies lässt sich

5.5 Vergleich Adiabat und Diabat

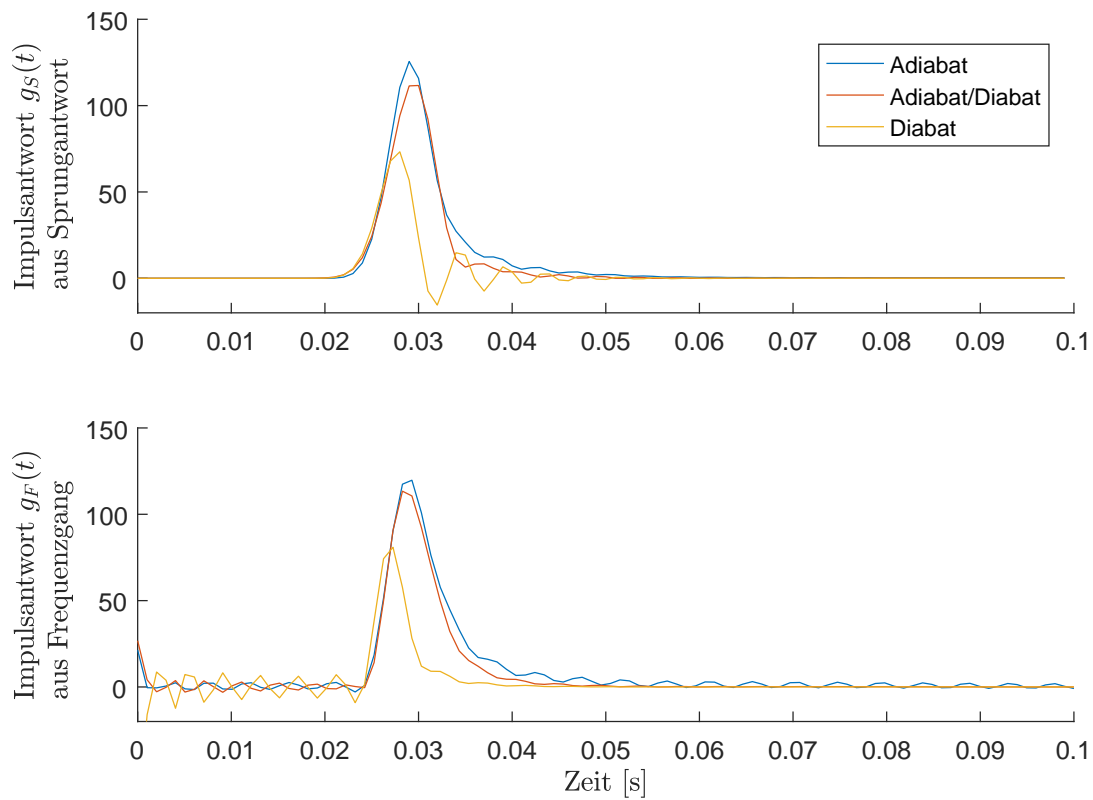


Abbildung 5.15: Impulsantworten der Untersuchungen adiabaten und diabaten Randbedingungen berechnet aus der Sprungantwort (oben), beziehungsweise dem Frequenzgang (unten) über einen Zeitraum von 0,1 s.

durch die Wärmeverluste über die Wände und damit Verluste im Signal erklären. Wird nur die Brennkammer als diabat angenommen, so führt dies nur zu einer geringen Abschwächung des Signals. Im Amplitudengang nähert sich dieser Fall bei höheren Frequenzen dem Fall der adiabaten Randbedingungen an. Weiterhin haben auch die diabaten Randbedingungen einen Einfluss auf die Stabilität der Zeitlösung und damit auf die Sprungantworten.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel der Arbeit ein Modell zur Entstehung und des Transports von Entropiewellen in einem drallstabilisierten Brenner zu entwickeln konnte erreicht werden. Die Entropie-Transferfunktion des drallstabilisierten Brenners konnte bestimmt werden.

Es wurden Methoden zur Bestimmung und Beschreibung von Transferfunktionen aufgezeigt. Weiterhin wurde das Modell zur Beschreibung des Brenners über eine Entropie-Transferfunktion dargelegt und erläutert. Zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten wurden die Modelle nach Chapman-Enskog und Fuller-Schettler-Giddings vorgestellt. Es wurde zudem ein Modell zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten über die Viskosität entwickelt, das eine Abschätzung im laminaren, sowie im turbulenten Fall liefert.

Aus den Daten des Brenners und den bereits bestehenden Daten einer LES, wurde eine 3D-Finite-Elemente-Simulation im diskontinuierlichen Galerkin Verfahren durchgeführt. Die Simulation wurde im Zeit- und Frequenzbereich durchgeführt. Aus den gewonnenen Daten wurden die Sprungantwort, der Frequenzgang und die Impulsantwort des Brenners bestimmt. Die Ergebnisse sind mit geringen Abweichungen plausibel. An den Frequenzgang wurde ein Polynom aus rationalen Funktionen approximiert, das die Entropie-Transferfunktion des Brenners darstellt. Die approximierte Lösung des Polynoms weist aufgrund der Totzeit des Brenners und eines geringen Messdatensatzes Oszillationen auf.

Es wurde der Einfluss des verwendeten Gitters auf die Simulation anhand von drei Gittergrößen untersucht. Die Verfeinerung des Gitters führt zu einer Erniedrigung des Amplitudenganges. Weiterhin wurde der Einfluss des Parameters β zur Bestimmung des Lax-Friedrichs-Flusses bestimmt, der jedoch nahezu keinen Einfluss zeigt. Außerdem wurde die Simulation allein am Brennerrohr des Brenners durchgeführt, wodurch gezeigt werden konnte, dass das Modell prinzipiell plausible Ergebnisse liefern kann. Die Qualität des Ergebnisses wird durch die Gittergröße beeinflusst. Abweichungen im Ergebnis werden hauptsächlich in der Brennkammer erzeugt. Zudem wurde der Einfluss des Diffusionskoeffizienten auf die Transferfunktion untersucht, wobei drei der vier Modelle ähnliche Ergebnisse zeigen. Nur das turbulente Modell zeigt signifikante Änderungen, die allerdings geringer ausfallen als erwartet. Zuletzt wurde der Einfluss von adiabaten und diabaten Randbedingungen untersucht. Die Vergrößerung der diabaten Wandfläche führt zu einer Abschwächung des Signals am Ausgang des Brenners.

Arbeiten für die Zukunft sind die Verbesserung am Approximationsmodell zur Verringerung der Schwingungen. Weiterhin entstehen bei Berechnung der Zeitlösung Oszillationen, deren Entstehung untersucht werden könnte. Des Weiteren können weitere Simulationen erstellt werden, deren Ergebnisse mit denen aus dieser Arbeit verglichen werden können.

Anlagen

A Angehängte Gitterdarstellungen

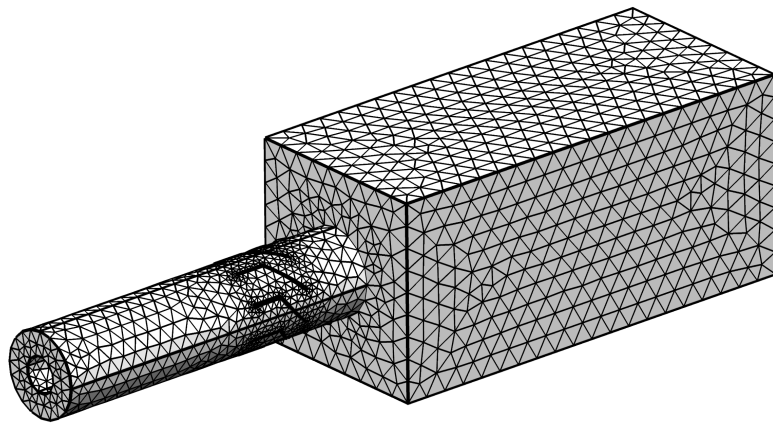


Abbildung A.1: Darstellung des in Comsol erzeugten Gitters der Gittergröße "Grob".

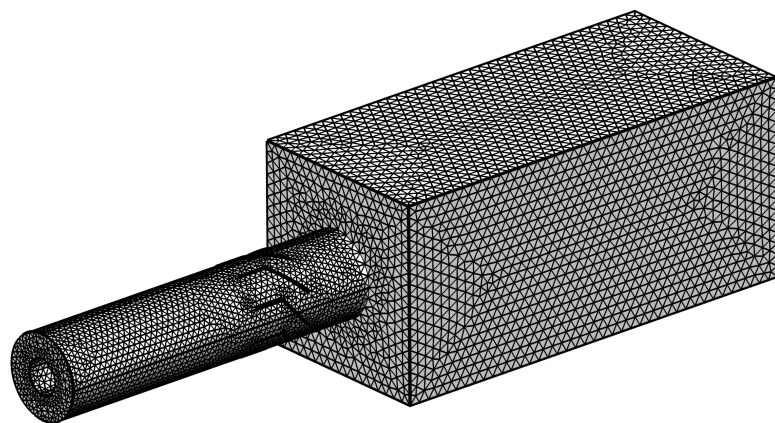


Abbildung A.2: Darstellung des in Comsol erzeugten Gitters der Gittergröße "Fein".

B Angehängte Diagramme

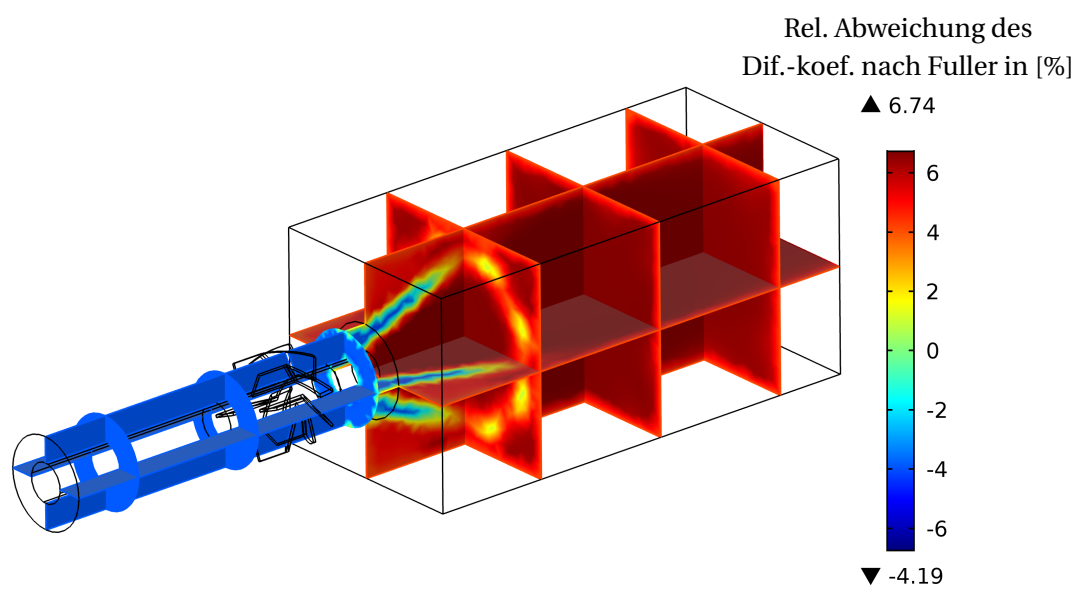


Abbildung B.1: Darstellung der relativen Abweichung des Diffusionskoeffizienten des Modells von Fuller, Schettler und Giddings.

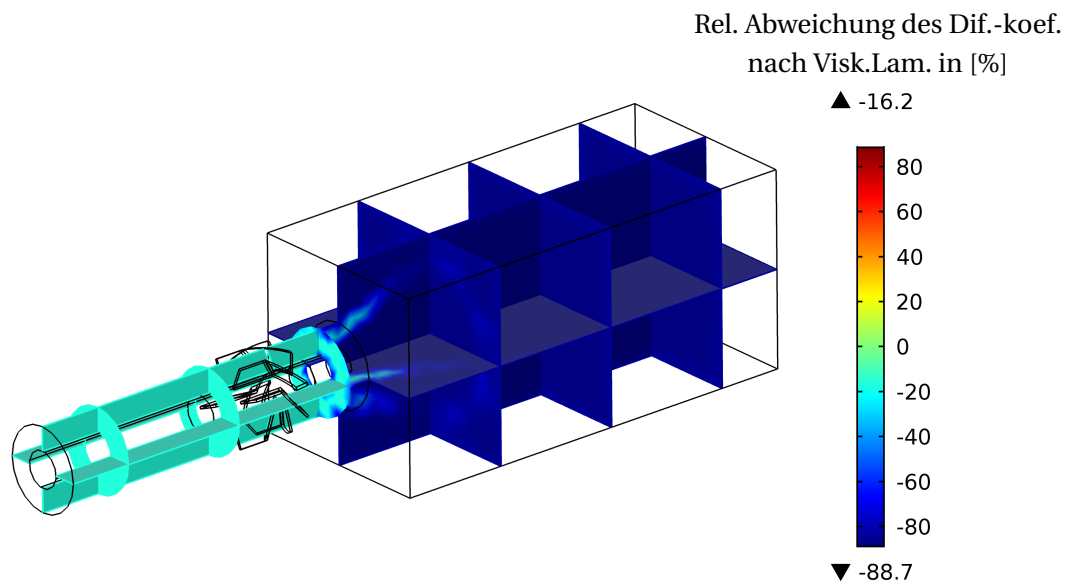


Abbildung B.2: Darstellung der relativen Abweichung des Diffusionskoeffizienten nach dem Viskositätsmodell ohne turbulenten Anteil.

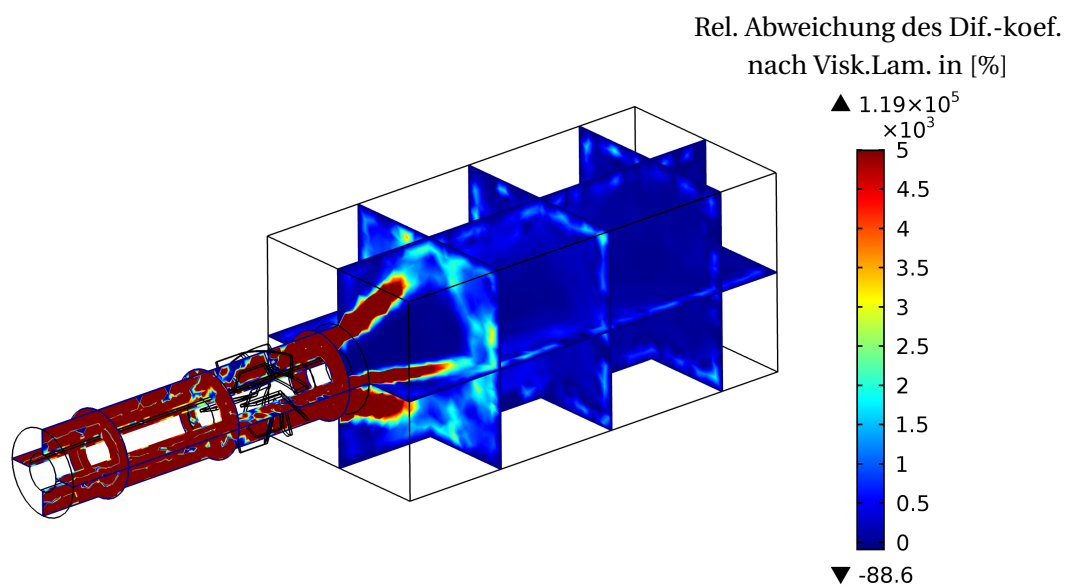


Abbildung B.3: Darstellung der relativen Abweichung des Diffusionskoeffizienten nach dem Viskositätsmodell mit turbulenten Anteil.

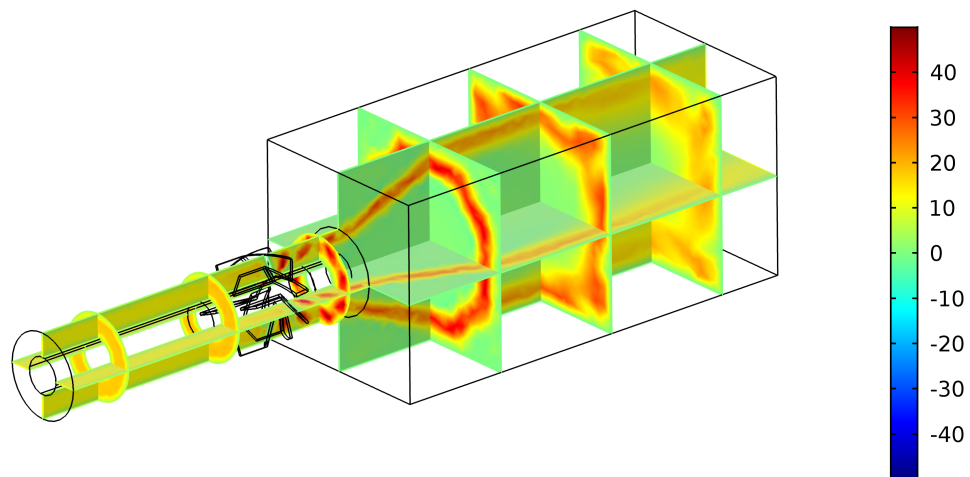


Abbildung B.4: Darstellung $\rho \left(|u_i \Phi| - \left| D_f \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right| \right)$ zum Vergleich des Anteils des Geschwindigkeitsanteils gegenüber des Diffusionsanteils im numerischen Fluss. In positiven Bereichen überwiegt der Geschwindigkeitsanteil und in negativen der Diffusionsanteil.

Literaturverzeichnis

- [1] VDI-Wärmeatlas: Mit 320 Tabellen. VDI-Buch. Springer Vieweg, Berlin, 11., bearb. und erw. aufl. edition, 2013.
- [2] XX Congresso Brasileiro de Engenharia Química, Outubro 19-22, 2014.
- [3] Henning Arps, Andreas Hermann, and Zimmer, Wiebke, Krebs, Walter. Verschärfung der lärmgrenzwerte von zivilen strahlflugzeugen unter besonderer berücksichtigung des zusammenhangs zwischen den lärm- und schadstoffemissionen von strahltriebwerken.
- [4] Willy J. G. Bräunling. *Flugzeugtriebwerke: Grundlagen, Aero-Thermodynamik, ideale und reale Kreisprozesse, thermische Turbomaschinen, Komponenten, Emissionen und Systeme*. VDI-Buch. Springer Vieweg, Berlin, 4. aufl. edition, 2015.
- [5] Carolus Petrus Adrianus Blom. *Blom Discontinuous Galerkin Method on tetrahedral elements for aeroacoustics*. Doktorarbeit, University of Twente, Enschede, 04.09.2003.
- [6] Bernardo Cockburn, George E. Karniadakis, and Chi-Wang Shu, editors. *Discontinuous Galerkin Methods: Theory, Computation and Applications*, volume 11 of *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. Springer, Berlin and Heidelberg, 2000.
- [7] Edward L. Cussler. *Diffusion: Mass transfer in fluid systems*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 3. ed., 4. printing edition, 2011.
- [8] Dipl.-Ing. Thomas Steinbacher. Konvektions-diffusionsmodell für die entstehung und den transport von entropiewellen: Persönliche korrespondenz, 02.03.2017.
- [9] Jean Donea and Antonio Huerta. *Finite Element Methods for Flow Problems*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, 2003.
- [10] Dr. Neil Dickson. Aircraft noise technology and international noise standards.
- [11] Fabrice Schlegel. Understanding stabilization methods, 2014.
- [12] Joel H. Ferziger and Milovan Perić. *Numerische Strömungsmechanik*. Springer, Berlin, 2008.

- [13] Edward N. Fuller, Paul D. Schettler, and J. Calvin. Giddings. New method for prediction of binary gas-phase diffusion coefficients. *Industrial & Engineering Chemistry*, 58(5):18–27, 1966.
- [14] Hans Peter Geering. *Regelungstechnik: Mathematische Grundlagen, Entwurfsmethoden, Beispiele*. Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin and Heidelberg, sechste, neu bearbeitete und ergänzte auflage edition, 2004.
- [15] Bernd Girod, Rudolf Rabenstein, and Alexander Stenger. *Einführung in die Systemtheorie: Signale und Systeme in der Elektrotechnik und Informationstechnik*. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden and s.l., 2., korrigierte und aktualisierte auflage edition, 2003.
- [16] B. Gustavsen and A. Semlyen. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 14(3):1052–1061, 1999.
- [17] Jens Hagen. *Chemiereaktoren*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, FRG, 2004.
- [18] ICAO. Growth in air traffic projected to continue to 2025: News release, 18.09.2007.
- [19] J. Bibrzycki. Reduced chemical kinetic mechanisms for methane combustion in O_2/N_2 and O_2/CO_2 atmosphere, 2010.
- [20] Franz Joos. *Technische Verbrennung: Verbrennungstechnik, Verbrennungsmodellierung, Emissionen: mit 65 Tabellen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2006.
- [21] J. J. Keller, W. Egli, and J. Hellat. Thermally induced low-frequency oscillations. *Z. angew. Math. Phys. (ZAMP Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik)*, 36(2):250–274, 1985.
- [22] Nancy Kings and Friedrich Bake. Indirect combustion noise: Noise generation by accelerated vorticity in a nozzle flow. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, 2(3):253–266, 2010.
- [23] Thomas Komarek and Wolfgang Polifke. Impact of swirl fluctuations on the flame response of a perfectly premixed swirl burner. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 132(6):061503, 2010.
- [24] Josef Kuneš. *Dimensionless physical quantities in science and engineering*. Elsevier insights. Elsevier, London, 1st ed. edition, 2012.
- [25] Eckart Laurien and Herbert Oertel jr. *Numerische Strömungsmechanik: Grundgleichungen und Modelle - Lösungsmethoden - Qualität und Genauigkeit*. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden and s.l., 5., überarb. u. erw. aufl. 2013 edition, 2013.
- [26] Jan Lunze. *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin, 6., neu bearbeitete aufl. edition, 2007.

- [27] Alfons Mersmann. *Stoffübertragung*. Wärme- und Stoffübertragung. Springer, Berlin and Heidelberg, 1986.
- [28] Aimee S. Morgans and Ignacio Duran. Entropy noise: A review of theory, progress and challenges. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics*, 8(4):285–298, 2016.
- [29] Aimee S. Morgans, Chee Su Goh, and Jeremy A. Dahan. The dissipation and shear dispersion of entropy waves in combustor thermoacoustics. *Journal of Fluid Mechanics*, 733, 2013.
- [30] Emmanuel Motheau, Franck Nicoud, and Thierry Poinso. Mixed acoustic–entropy combustion instabilities in gas turbines. *Journal of Fluid Mechanics*, 749:542–576, 2014.
- [31] Vineeth Nair and R. I. Sujith. Multifractality in combustion noise: Predicting an impending combustion instability. *Journal of Fluid Mechanics*, 747:635–655, 2014.
- [32] Philip D. Neufeld, A. R. Janzen, and R. A. Aziz. Empirical equations to calculate 16 of the transport collision integrals $\omega(l, s)^*$ for the Lennard–Jones (12–6) potential. *The Journal of Chemical Physics*, 57(3):1100–1102, 1972.
- [33] Herbert Oertel, Martin Böhle, and Thomas Reviol. *Strömungsmechanik: Grundlagen - Grundgleichungen - Lösungsmethoden - Softwarebeispiele*. Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH Wiesbaden, Wiesbaden, 6., überarbeitete und erweiterte auflage edition, 2011.
- [34] Prof. Dr.-Ing. Rainer Helmig. Vorlesungsfolien - anwendungen zu numerische methoden der fluidmechanik - upwinding.
- [35] Prof. Dr. N. Peters. Technische verbrennung, 2006.
- [36] Manfred Reuter and Serge Zacher. *Regelungstechnik für Ingenieure: Analyse, Simulation und Entwurf von Regelkreisen ; mit 77 Beispielen und 34 Aufgaben*. Viewegs Fachbücher der Technik. Vieweg, Wiesbaden, 11., korrigierte aufl. edition, 2004.
- [37] Hans Rick. *Gasturbinen und Flugantriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten und Simulation*. VDI-Buch. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg and s.l., 2013.
- [38] Thomas Sattelmayer. Influence of the combustor aerodynamics on combustion instabilities from equivalence ratio fluctuations. In *ASME Turbo Expo 2000: Power for Land, Sea, and Air*, page V002T02A003, Monday 8 May 2000.
- [39] Akshay Seshadri, Vineeth Nair, and R. I. Sujith. A reduced-order deterministic model describing an intermittency route to combustion instability. *Combustion Theory and Modelling*, 20(3):441–456, 2016.

- [40] A. O. Soysal and A. Semlyen. Practical transfer function estimation and its application to wide frequency range representation of transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 8(3):1627–1637, 1993.
- [41] W. STRAHLE. Some results in combustion generated noise.
- [42] Lin Strobio Chen, Sebastian Bomberg, and Wolfgang Polifke. Propagation and generation of acoustic and entropy waves across a moving flame front. *Combustion and Flame*, 166:170–180, 2016.
- [43] Lin Strobio Chen, Thomas Steinbacher, Camilo Silva, and Wolfgang Polifke. On generation of entropy waves by a premixed flame. In *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, page V04AT04A049, Monday 13 June 2016.
- [44] Priya Subramanian, Ralf S. Blumenthal, Wolfgang Polifke, and R. I. Sujith. Distributed time lag response functions for the modelling of combustion dynamics. *Combustion Theory and Modelling*, 19(2):223–237, 2015.
- [45] William Sutherland. Lii. the viscosity of gases and molecular force. *Philosophical Magazine Series 5*, 36(223):507–531, 1893.
- [46] Luis Tay-Wo-Chong, Sebastian Bomberg, Ahtsham Ulhaq, Thomas Komarek, and Wolfgang Polifke. Comparative validation study on identification of premixed flame transfer function. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134(2):021502, 2012.
- [47] Frank M. White. *Viscous fluid flow*. McGraw-Hill series in mechanical engineering. McGraw-Hill Higher Education, New York, NY, indian edition, third edition edition, 2011.