



Fakultät für Maschinenwesen
Lehrstuhl für Angewandte Mechanik

Modellbasiertes Monitoring von Rotoren mit mehreren gleichzeitigen Fehlern

Dipl.-Ing. Univ. Markus Roßner

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. dr. ir. Daniel J. Rixen

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Heinz Ulbrich (i. R.)
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Hajek

Die Dissertation wurde am 16.12.2014 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 17.07.2015 angenommen.

Kurzfassung

Überwachungssysteme für Rotoren sind weit verbreitet, jedoch können nur wenige Systeme gleichzeitig auftretende Fehler trennen und quantitativ identifizieren. Diese Arbeit zeigt hierzu einen Lösungsansatz, der signal- und modellbasierte Methoden kombiniert. Der signalbasierte Teil übernimmt die Fehlervorauswahl, die weitere Trennung der Fehler wird modellbasiert durchgeführt. Das System wird anhand der Schäden Unwucht, Schlag, Achsversatz, Kupplungsversatz und Rundheitsfehler demonstriert.

Für den modellbasierten Teil müssen die Fehler eindeutig definiert und modelliert werden. Die Modellreduktion mit dem Ritz-Ansatz erlaubt recheneffiziente Modelle und damit eine schnelle Diagnose. Für die einzelnen Schäden werden geeignete Identifikationsalgorithmen entwickelt. Hierzu müssen die Fehlerindikatoren in mehreren Diagnoseschritten sinnvoll kombiniert werden. Die Kombination aus Weg- und Kraftmessung erweist sich für mehrere Monitoring-Probleme als vorteilhaft.

Das Monitoring-System wird durch Experimente an einem akademischen Rotorprüfstand validiert. Deren Interpretation erfordert viel Wissen über die Dynamik des Rotors. Vorteile des modellbasierten Ansatzes sind u. a. die Trennung von Fehlern mit gleichen Signalmustern und die Diagnose von Schlag und Rundheitsfehler bei Betriebsdrehzahl.

Abstract

Monitoring systems are applied to many rotors, but only few monitoring systems can separate coexisting errors and identify their quantity. This research project solves this problem using a combination of signal-based and model-based monitoring. The signal-based part performs a pre-selection of possible errors; these errors are further separated with model-based methods. This approach is demonstrated for the errors unbalance, bow, stator-fixed misalignment, rotor-fixed misalignment and roundness errors.

For the model-based part, unambiguous error definitions and models are set up. The Ritz approach reduces the model order and therefore speeds up the diagnosis. Identification algorithms are developed for the different rotor faults. Hereto, reliable damage indicators and proper sub steps of the diagnosis have to be defined. For several monitoring problems, measuring both deflection and bearing force is very useful.

The monitoring system is verified by experiments on an academic rotor test rig. The interpretation of the measurements requires much knowledge concerning the dynamics of the rotor. Due to the model-based approach, the system can separate errors with similar signal patterns and identify bow and roundness error online at operation speed.

Danksagung

Diese Arbeit entstand im Laufe meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik der Technischen Universität München. An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die zu dieser Arbeit beigetragen haben.

An vorderster Stelle möchte ich meinen Doktorvater Prof. Heinz Ulbrich nennen. Er hat sich sehr für das Zustandekommen dieses Forschungsvorhabens eingesetzt und mir die nötige Unterstützung und gleichzeitig auch ausreichend Freiraum zur Durchführung meiner Forschung gegeben. Bei Prof. Daniel Rixen möchte ich mich dafür bedanken, dass ich unter ihm als neuen Ordinarius des Lehrstuhls mein Forschungsthema fortsetzen konnte und dank seiner Ideen diese Arbeit an mehreren Stellen noch weiter abrunden konnte. Bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft bedanke ich mich für die finanzielle Unterstützung dieses Forschungsvorhabens.

Ein besonderer Dank geht an Dr.-Ing. habil. Thomas Thümmel für insgesamt acht Jahre Zusammenarbeit während Studium und Promotion und die vielen interessanten Diskussionen zu Fragestellungen aus der Schwingungsanalyse und Maschinendynamik.

Mit der Zeit am Lehrstuhl verbinde ich auch eine angenehme Zusammenarbeit mit den Kollegen und auch viele gemeinsame Freizeitaktivitäten jenseits der Arbeitszeit. Da möchte ich mich bei allen für die schöne Zeit bedanken. Ein besonderer Dank geht an Lucas Ginzinger, Benjamin Heckmann, Andreas Krinner und Christian Wagner, welche ebenfalls im Bereich der Rotordynamik forschen. An der Stelle möchte ich mich auch bei allen Studenten bedanken, welche mich bei dieser Arbeit unterstützt haben.

Zuletzt geht mein Dank an meine Eltern Theresia und Josef Roßner sowie meinen Bruder Reinhard. Ihr habt mich auf meinem gesamten Weg durch Schule, Studium und Promotion begleitet und die nötige Unterstützung gegeben, die es mir ermöglichte, diese Arbeit zu erstellen und abzuschließen.

Kaufering, 15. November 2015

Markus Roßner

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation und Zielsetzung	1
1.2	Allgemeiner Literaturüberblick	3
1.3	Aufbau der Arbeit	4
2	Einführung und Literaturüberblick zum Themengebiet Monitoring	7
2.1	Motivation für Monitoring	7
2.2	Monitoring einzelner Schadensarten	8
2.2.1	Unwucht	8
2.2.2	Schlag	10
2.2.3	Achsversatz	11
2.2.4	Kupplungsversatz	13
2.2.5	Rundheitsfehler	13
2.2.6	Querrisse im Rotor	16
2.2.7	Wälzlagerschäden	18
2.2.8	Gleitlagerschäden	22
2.2.9	Schäden in Magnetlagern und Fanglagern	23
2.2.10	Alterungseffekte	23
2.3	Monitoring-Systeme für mehrere Schäden	24
2.3.1	Signalbasierte Systeme	24
2.3.2	Modellbasierte Systeme	26
2.4	Schlussfolgerungen für entwickeltes Monitoring-System	27
3	Modelle und Bewegungsgleichungen des Rotors	29
3.1	Einführung anhand des Lavalrotors	29
3.1.1	Unwucht	29
3.1.2	Schlag	31
3.1.3	Schlag und Unwucht	32
3.1.4	Exzentrische Scheibe	33
3.2	Dynamik eines unbeschädigten Kontinuum-Rotors	34
3.2.1	Modellannahmen	34
3.2.2	Kinematik	35
3.2.3	Einführung von Ansatzfunktionen	38
3.2.4	Kinetik im mitrotierenden Koordinatensystem	39
3.2.5	Bewegungsgleichungen im Inertialsystem	41
3.2.6	Wahl der Ansatzfunktionen	43
3.2.7	Einführung in die komplexe Schreibweise	45

3.3 Fehlermodelle	47
3.3.1 Unwucht	47
3.3.2 Schlag	49
3.3.3 Achsversatz	54
3.3.4 Kupplungsversatz	57
3.3.5 Rundheitsfehler	58
3.4 Lösung der Bewegungsgleichungen im stationären Betrieb	60
4 Funktionsweise des Monitoring-Systems	61
4.1 Infrastruktur	61
4.2 Überwachung des Normalbetriebs	62
4.3 Signalbasierte Klassifizierung der Fehler	63
4.3.1 Aufbereitung der Wegsignale	63
4.3.2 Aufbereitung der Kraftsignale	66
4.3.3 Diagnose der Fehlergruppen	67
4.4 Modellbasierte Identifikation der Fehler	67
4.4.1 Schlag und Unwucht mit Wegmessung	68
4.4.2 Schlag, Unwucht und Kupplungsversatz mit Weg- und Kraftmessung . . .	72
4.4.3 Achsversatz	77
4.4.4 Rundheitsfehler	79
5 Beschreibung und Modellabgleich des Prüfstandes	81
5.1 Überblick über Prüfstand	81
5.2 Durchführung des Modellabgleichs	82
5.2.1 Messungen an Einzelteilen	83
5.2.2 Modal- und Betriebsschwingungsanalyse	84
5.2.3 Betrachtung der Dämpfung	86
5.3 Identifikation von Vorschäden	87
5.3.1 Messung der Schlagkurve	87
5.3.2 Modellabgleich mit stetigem Schlag und Restunwucht	88
5.3.3 Modellabgleich mit unstetigem Schlag und Restunwucht	89
5.3.4 Vergleich des stetigen und unstetigen Schlagmodells	90
5.3.5 Rundheitsfehler am Rotor	93
5.4 Integration einer Kraftmessung	94
5.4.1 Motivation	94
5.4.2 Realisierung	94
5.4.3 Wiederholung des Modellabgleichs	95
5.5 Einbau künstlicher Schäden	98
6 Beispiele zur Verifikation der Monitoring-Verfahren	101
6.1 Monitoring von Unwucht und stetigem Schlag	101
6.2 Monitoring von Rundheitsfehlern bei Resonanz höherer Erregerordnungen . . .	103
6.3 Monitoring von Rundheitsfehlern bei Magnetlageranregung	105
6.4 Monitoring von Unwucht, unstetigem Schlag und Rundheitsfehler	107
6.5 Monitoring von Schlag und Kupplungsversatz	110

6.6	Monitoring von Unwucht mit Kraftmessung	113
6.7	Monitoring von Unwucht mit Kraft- und Wegmessung	115
6.8	Monitoring von Achsversatz	117
6.9	Diskussion	120
7	Zusammenfassung	121
A	Orbits bei Überlagerung mehrerer Anteile	125
A.1	Orbit mit erster und höherer Erregerordnung	125
A.2	Orbit mit erster Erregerordnung und Rundheitsfehler	126
B	Besondere Aspekte bei magnetgelagerten Rotoren	129
B.1	Modellierung mit Ansatzfunktionen	129
B.2	Einfluss von Rundheitsfehlern	131
C	Singularitäten bei Aufbereitung der Wegmessung	133
D	Lagerkräfte verschiedener Fehler beim Lavalrotor	137
D.1	Lagerkraft bei Unwucht	138
D.2	Lagerkraft bei Schlag	138
D.3	Lagerkraft bei Kupplungsversatz	139

1 Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzung

Seit Jahrtausenden nutzen Menschen die Kraft von Wind und Wasser, um damit Arbeitsprozesse zu erleichtern. Im Zeitalter der Industrialisierung wurden diese natürlichen Energiequellen weitestgehend durch Wärmekraftmaschinen verdrängt. Der erste Entwicklungsschritt waren Dampfmaschinen. Deren Hubbewegung wurde mittels Mechanismen in Drehbewegungen übersetzt, was jedoch die maximale Drehzahl begrenzte. Höhere Drehzahlen waren erst mit der Entwicklung von Dampfturbinen möglich [121]. Diese waren die ersten Turbomaschinen, heutzutage umfasst dieser Begriff u. a. Gas-, Wasser- und Dampfturbinen, Generatoren, Pumpen, Verdichter und Zentrifugen. Diese Maschinen sind unverzichtbare Komponenten von Kraftwerken, Luft- und Raumfahrtantrieben oder in der chemischen Industrie.

Der Betrieb von Turbomaschinen ist nicht unproblematisch, was in jüngerer Vergangenheit z. B. der Triebwerksschaden an einer A380 der Airline Qantas zeigte¹. Deswegen sind Rotoren häufig mit Überwachungssystemen ausgestattet, die viele Schäden erkennen, bevor diese katastrophale Folgen haben. Außerdem kann durch Schadensfrüherkennung die Wartung effizienter gestaltet werden. Die dadurch erhöhte Produktivität gleicht die Kosten des Überwachungssystems oft aus [166].

Ein Überwachungssystem für den laufenden Betrieb ist umso nützlicher, je schneller und genauer dieses Schäden erkennt. Hier entstehen durch zunehmende Rechnerleistung immer mehr Möglichkeiten, die Diagnose zu verbessern. Derzeit weit verbreitet sind signalbasierte Monitoring-Systeme. Diese basieren darauf, dass viele Schäden typische Muster in den Signalen verursachen, die sich durch passende Signalaufbereitung erkennen lassen. Dadurch können diese Systeme die Art des Schadens eingrenzen. In praktischen Anwendungen sind sie Stand der Technik [97] [118]. Wesentliche Nachteile dieser Systeme sind die fehlenden Möglichkeiten zur Bestimmung des Schadensausmaßes und zur Trennung von Fehlern mit ähnlichen Signalmustern.

An diese Problematik setzen seit ca. 20 Jahren die modellbasierten Diagnoseverfahren an. Hier liegt ein Simulationsmodell der jeweiligen Maschine (hier: des Rotors) inklusive Schadensmodellen vor. Bei einem vermuteten Schaden werden die Schadensparameter so abgestimmt, dass Simulation und Messung gut übereinstimmen. Diese

¹ Am 4. November 2010 brach während des Fluges eine Ölleitung im Triebwerk aufgrund eines Fertigungsfehlers. Der resultierende Ölbrand reduzierte die Festigkeit der Mitteldruckturbine, wodurch diese brach. Die Bruchstücke durchschlugen Triebwerksgehäuse und Flügel, was eine Notlandung erforderlich machte [5].

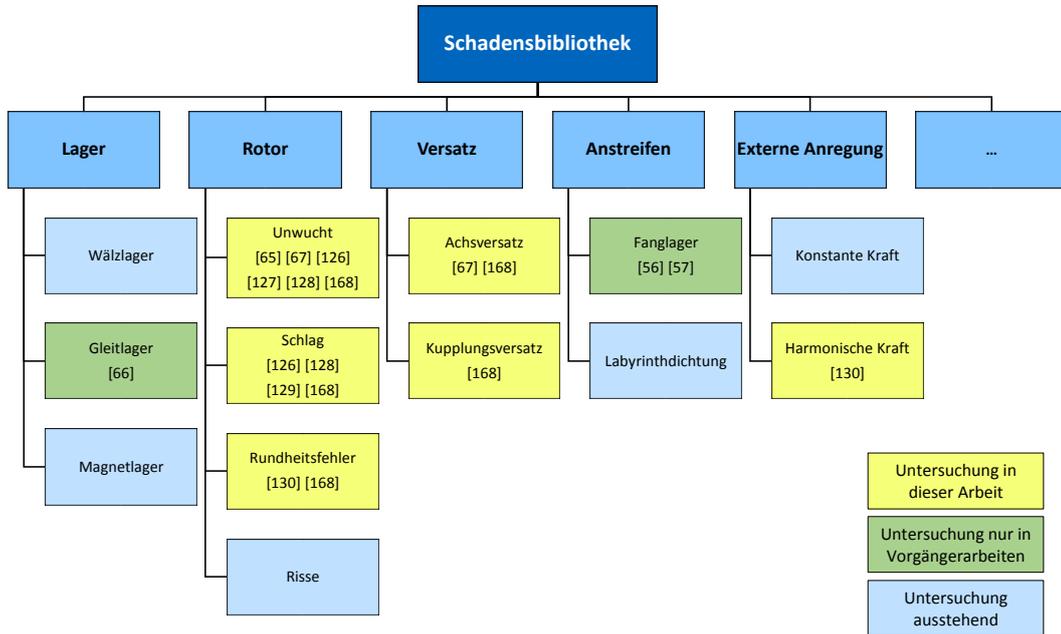


Bild 1.1: Schadensbibliothek und Veröffentlichungen des Lehrstuhls für Angewandte Mechanik

Parameterwerte beschreiben das vermutete Schadensausmaß. Mit diesen Informationen kann besser beurteilt werden, ob bzw. wie lange ein Weiterbetrieb trotz Fehler möglich ist.

Inzwischen existieren viele Veröffentlichungen zu modellbasierten Ansätzen. Wichtige Autoren auf dem Gebiet sind BACHSCHMID und PENNACCHI (Politecnico di Milano), LEES und FRISWELL (University of Swansea) und MARKERT, NORDMANN und RINDERKNECHT (Technische Universität Darmstadt). Deren Publikationen zeigen regelmäßig die Vorteile modellbasierter Verfahren. Jedoch betrachten nur wenige Veröffentlichungen zum modellbasierten Monitoring mehrere gleichzeitige Fehler am Rotor bzw. die Anzahl möglicher Fehlerkombinationen ist begrenzt. Für reale rotordynamische Anwendungen schränkt das die Anwendungsmöglichkeiten deutlich ein.

Deswegen wird in dieser Arbeit ein Konzept für modellbasiertes Monitoring bei mehreren Fehlern untersucht. Hierzu werden signal- und modellbasierte Verfahren miteinander kombiniert. Der signalbasierte Teil übernimmt die Betriebsüberwachung und bestimmt mögliche Schadensarten. Nur diese Fehler werden im modellbasierten Teil betrachtet, was die Anzahl offener Parameter deutlich reduziert. Dabei werden Fehlermodelle verwendet, die bei geringem Rechenaufwand das reale Verhalten sinnvoll wiedergeben. Am Beispiel eines akademischen Rotorprüfstands wird herausgearbeitet, welche Sensorik bzw. welche Betriebspunkte nötig sind, um die Fehler zu trennen. Für gute Ergebnisse im modellbasierten Teil ist des Weiteren ein guter Abgleich des

unbeschädigten Rotors nötig. Zudem soll die gesamte Fehlerdiagnose weitestgehend automatisiert ablaufen. Hierzu werden die Konzepte aus [56] und [65] weiterentwickelt. Zur Demonstration des Monitorings werden die im Bild 1.1 gelb markierten Fehler betrachtet. Diese bilden den Grundstein des Systems. Dieses System kann in weiteren Arbeiten erweitert werden, um auch die im Bild 1.1 in blau eingetragenen Schäden einzubeziehen.

1.2 Allgemeiner Literaturüberblick

Der Literaturüberblick in dieser Arbeit ist zweigeteilt, da zum Themengebiet Monitoring sehr viel Literatur existiert, sodass eine separate Betrachtung im Kapitel 2 sinnvoll ist. Im Unterschied dazu stellt dieser Abschnitt allgemeine Literatur zu Mechanik und Rotordynamik vor und nennt weitere Arbeiten am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik mit Bezug zu diesem Thema.

Für die Grundlagen der Rotordynamik existieren diverse Bücher. GASCH et al. [48], GENTA [50], CHILDS [28], EHRICH [39] und FRISWELL et al. [44] bieten in ihren Büchern einen breiten Überblick über Effekte an Rotorsystemen. In den genannten Werken bilden einfache Rotormodelle wie der Lavalrotor die Basis, um viele Effekte zu erläutern. Weitere Werke zur Rotordynamik sind z. B. das Buch von MUSZYNSKA [105], was eher praktische Erfahrungen thematisiert, oder von RAO [121] mit Schwerpunkt auf die historische Entwicklung der Rotordynamik und der verwendeten Rechenverfahren.

Ein wichtiger Teilaspekt dieser Arbeit ist die effiziente Simulation von elastischen Rotoren. Hier zeigen BREMER [18] [19] und ULBRICH [170], dass die Methode der sog. hybriden MKS² numerisch effizient ist. Gegenüber „klassischen“ MKS können bei hybriden MKS auch elastische Körper berücksichtigt werden, was bei Nutzung von Ritz-Ansatzfunktionen nur wenige zusätzliche Freiheitsgrade erfordert. ULBRICH nutzte die hybriden MKS, um die Regler eines elastischen Rotors mit aktiven Elementen auszulegen und damit den Rotor in instabilen Betriebspunkten zu stabilisieren [170].

FÜRST [46] entwickelte in seiner Promotion die Strategie zur Reglerauslegung weiter. ALTHAUS [3] und JÄGER [73] untersuchten die Anwendung hydraulischer statt elektromagnetischer Stellglieder.

DIRSCHMID [31] betrachtete die Modellierung und Simulation von Verbindungselementen am Rotor, z. B. Quetschdämpfer, Wälzlager oder Presssitze.

BAUER [12] befasste sich mit Fehlerdiagnose an Flugtriebwerken. Wegen der hohen Rechenzeit des Simulationsmodells bestimmte er offline ein Kennfeld von Indikatorgrößen in Abhängigkeit von Fehlerparametern. Damit interpolierte er das Fehlerausmaß für die gemessenen Indikatorgrößen, vgl. Abschnitt 2.3.2.

GINZINGER erforschte nach seiner Dissertation über aktive Fanglager [55] das modellbasierte Monitoring von Abstürzen magnetgelagerter Rotoren [56] [57]. Die Ex-

² MKS: Mehrkörpersysteme

perimente führte er an einem magnetgelagerten Rotor der University of Bath (UK) durch. Durch Auswertung des Rotororbits und Abgleich einer Simulation schätzte er die Kontaktkräfte, vgl. Abschnitt 2.2.9.

HECKMANN untersuchte Orbits des Wellenzapfens in Gleitlagern mit unterschiedlichem Lagerspiel [66] sowie das modellbasierte Monitoring von winkligem Achsversatz [67] und von plötzlich auftretender Unwucht [65]. Hierzu entwickelte er eine verschiebbliche Motorlagerung für den Rotorprüfstand des Lehrstuhls für Angewandte Mechanik und Programme zur Ansteuerung des Prüfstandes und für automatisiertes Monitoring. Damit leistete er wichtige Vorarbeiten für diese Arbeit.

Die Analyse von Schwingungen bildet einen wesentlichen Punkt dieser Arbeit. MAGNUS beschreibt in [98] ausführlich das Verhalten von Ein- und Mehrmassenschwingern, für Schwingungen von Strukturen wird auf GERADIN & RIXEN [52] verwiesen. EWINS [43] beschreibt die experimentelle Identifikation von Schwingungen, z. B. mittels experimenteller Modalanalyse. Wenn die Anregungskraft nicht messbar ist, bietet die Operational Modal Analysis eine gute Alternative. Eine der ersten Anwendungen für rotierende Maschinen ist die Veröffentlichung von JAMES et al. [74]. Für die Aufbereitung von Schwingungssignalen wird auf HARRIS & PIERSOL verwiesen [62].

In einigen Teilen dieser Arbeit werden magnetgelagerte Rotoren betrachtet. Theoretische Grundlagen finden sich bei SCHWEITZER et al. [147]. Als experimentelle Plattform hierzu wird der Prüfstand an der University of Bath betrachtet, dessen Aufbau und Modellierung beschreibt SCHLOTTER [143].

Im Rahmen dieses Forschungsprojekts entstanden auch mehrere studentische Arbeiten. LAUDAGE führte die Modalanalyse am Prüfstand durch [89]. ZWECK ermittelte die Schlagkurve sowie Lagersteifigkeiten am Rotorprüfstand [180] und identifizierte den Schlag am Prüfstand in Bath [181]. KUHN führte eine Literaturrecherche über Wälzlagerschäden durch [87]. ZAHN simulierte einfache Modelle eines angerissenen Rotors [177]. SCHEURER untersuchte das Monitoring der Axialposition einer Unwuchtmasse mittels Beschleunigungssensoren an den Lagern [141]. ULTSCH befasste sich mit der Identifikation des Magnetlagers am Prüfstand [172]. Mithilfe der nachgerüsteten Kraftmessung identifizierten WIMMER den Kupplungsversatz [176] und MAIERHOFER die Axialposition von Unwucht [99]. NUBER untersuchte numerisch das Monitoring von Unwucht bei überkritischem Betrieb und mit orthotropen Lagern [110].

1.3 Aufbau der Arbeit

Bevor der Aufbau der Arbeit betrachtet wird, soll zunächst das Gesamtkonzept des Monitoring-Systems im Bild 1.2 vorgestellt werden. Dieses Konzept basiert auf dem Entwurf von GINZINGER [56, Bild 4.1], wurde jedoch um die Installationsphase erweitert. Dieses Schema stellt die notwendigen Arbeitsschritte für das Monitoring dar, die in den verschiedenen Kapiteln behandelt werden.

Das Ziel der Phase A ist es, das System einzurichten. Dabei müssen für den jeweiligen

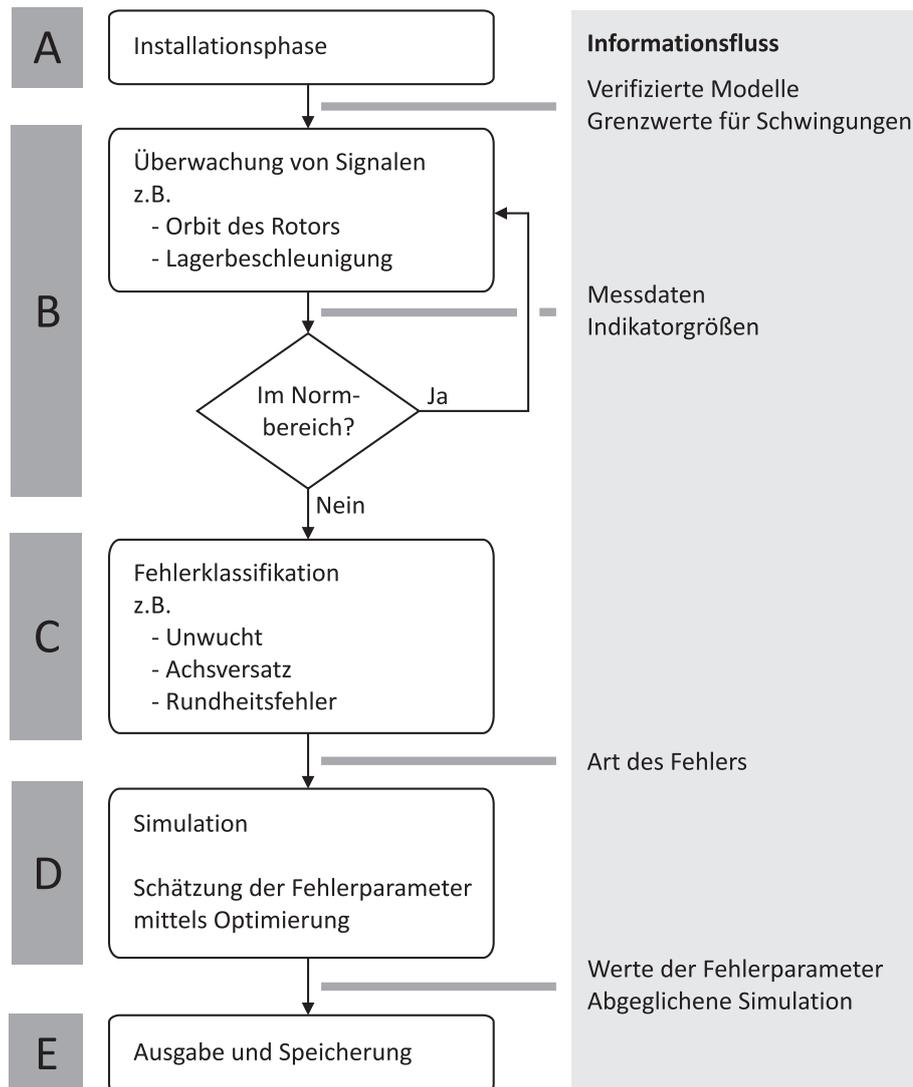


Bild 1.2: Konzept für Monitoring-System, basierend auf [56, Bild 4.1]

Rotor passende Simulationsmodelle erstellt und deren Parameter abgeglichen werden. Das beinhaltet einerseits die Dynamik des unbeschädigten Systems, zum anderen müssen auch die stets vorhandenen, aber tolerierbaren Schäden im „intakten“ Zustand identifiziert werden. Des Weiteren muss betrachtet werden, welche Fehler das Monitoring einbeziehen soll, dementsprechend müssen die Sensorik, Schadensindikatoren und Grenzwerte angepasst werden. Diese Schritte erfordern die Erfahrung eines Ingenieurs und können kaum automatisiert werden.

Im Unterschied dazu lassen sich für die weiteren Phasen Regeln aufstellen, nach denen diese automatisiert ablaufen. Phase B prüft kontinuierlich während des Betriebs, ob alle überwachten Kennwerte innerhalb des Normalbereichs sind. Wenn nicht, dann

wird die Fehlerdiagnose gestartet. Die Phase C beinhaltet ein signalbasiertes System. Dieses bereitet die Messdaten auf und überprüft typische Signalmuster wie Mittelwerte oder die Erregerordnungen. Anhand dieser Daten werden mögliche Schäden in Form von Fehlergruppen bestimmt. Die einzelnen Fehlergruppen werden in Phase D modellbasiert betrachtet. Hier werden die durch Phase C identifizierten Fehlerarten hinzugefügt und deren Ausmaß durch Abgleich von Messung und Simulation bestimmt. Dabei spielt eine passende Auswahl von Messdaten eine wichtige Rolle. Diese Ergebnisse werden in Phase E ausgegeben. Im Post Processing könnten z. B. Orbits für weitere Axialpositionen oder Drehzahlen berechnet werden, aber auch Lagerkräfte oder Spannungen in der Welle.

Die einzelnen Schritte des Monitorings werden in dieser Arbeit detailliert dargestellt. Zunächst gibt Kapitel 2 einen ausführlichen Literaturüberblick über das Thema Monitoring und ordnet diese Arbeit in den aktuellen Stand der Forschung ein. Anschließend betrachten Kapitel 3 und 4 die theoretischen Grundlagen. Kapitel 3 beschreibt die Modellierung des Rotors, was der Phase A entspricht. Nach einer kurzen Einführung am Lavalrotor wird ein Rotormodell mit kontinuierlicher Masseverteilung vorgestellt, anschließend werden die einzelnen Rotorfehler definiert und modelliert. Kapitel 4 betrachtet die Theorie zu den Phasen B bis D. Dies umfasst die Vorgehensweise zur Datenaufbereitung sowie bei der Identifikation und Trennung der einzelnen Fehler.

Kapitel 5 und 6 fassen die experimentellen Ergebnisse zusammen. Kapitel 5 beschreibt den Prüfstand und dessen Modellabgleich (Phase A). Kapitel 6 beinhaltet mehrere Beispiele zur Verifikation des Monitorings. Dabei werden Schäden mit bekanntem Ausmaß eingebaut, die das Monitoring anhand der Sensordaten identifizieren soll. Gleichzeitig werden hier die Phasen B bis E für konkrete Beispiele diskutiert.

Kapitel 7 schließt diese Arbeit mit einer Zusammenfassung ab. Im anschließenden Anhang finden sich ausführliche Herleitungen zu einigen Aspekten der Arbeit.

2 Einführung und Literaturüberblick zum Themengebiet Monitoring

Dieses Kapitel stellt eine Auswahl an Arbeiten zur Maschinenüberwachung und Schadensmodellierung vor. Da hierzu Tausende von Veröffentlichungen existieren¹, ist auch dies nur ein grober Literaturüberblick ohne Anspruch auf Vollständigkeit. Im Detail werden nach einer kurzen Motivation für mehrere typische Rotorfehler Monitoring-Verfahren angegeben. Anschließend werden Systeme zur Unterscheidung mehrerer Fehler diskutiert. Anhand dieser Informationen wird die Aufgabenstellung dieser Arbeit nochmal näher spezifiziert.

2.1 Motivation für Monitoring

Monitoring ist nötig, weil reale Maschinen nie perfekt sind. Gründe hierfür sind z. B. Fertigungstoleranzen, Alterungserscheinungen oder Folgen von Überlastbetrieb. Diese Abweichungen vom Idealzustand beeinflussen den Rotor in seinen Betriebseigenschaften wie Laufruhe, Effizienz und Sicherheit. Daher besteht für den Betreiber das Interesse, den realen Zustand² des Rotors zu kennen.

Der Kerngedanke der Zustandsüberwachung ist, dass jeder Fehler eine Störung des idealen Systems ist, die in der Regel Schwingungen verursacht. So kann im Umkehrschluss der Zustand des Rotors durch Schwingungsüberwachung geschätzt werden. Erfahrenes Personal kann die Überwachung teilweise auch mittels Gehör (ggf. verstärkt mit einem Stethoskop) oder Tastsinn durchführen [48, Abs. 31.1]. Diese Informationen können einen wertvollen Beitrag für das Monitoring liefern [21].

Für viele Rotorsysteme sind die menschlichen Sinne jedoch nicht fein genug, weswegen Sensorik nötig ist. Ein fest installiertes Monitoring ist sinnvoll, wenn ein Ausfall einer Maschine Menschen gefährdet, die Anschaffungskosten des Rotors hoch sind oder hohe Folgekosten durch Produktionsausfall entstehen [48, Abs. 31.1]. Typische Beispiele sind Turbinen in Kraftwerken oder Flugzeugen.

THOMAS zeigte im Jahr 1984, dass Monitoring sich auch aus wirtschaftlicher Sicht lohnt. Dazu untersuchte er 17 Kraftwerksturbinen mit einer Leistung der Größenordnung 500 MW. Die jährlichen Betriebskosten des Monitorings liegen bei 144 000 £ je Rotor. Demgegenüber veranschlagte er Mehrerlöse von 1,46 Mio. £ durch niedrigere

1 Bereits im Jahr 2004 existierten über 500 Artikel nur zum Thema Risse in Rotoren [134].

2 Zustand ist hier nicht im regelungstechnischen Sinn zu verstehen (englisch: “state”), sondern als Zusammenfassung aller Fehlerinformationen (englisch: “condition”).

Stillstandzeiten [166]. Mit heutiger Sensor- und Rechentechnik dürfte sich Monitoring inzwischen bei deutlich kleineren Anlagen rechnen³.

Generell ist zu bedenken, dass Rotorsysteme sich stark in Größe, Drehzahlen, Leistung und Einsatzbedingungen voneinander unterscheiden und damit die Bedeutung einzelner Fehler variiert. Deswegen ist die praktische Auslegung von Monitoring immer spezifisch für die jeweilige Anwendung zu betrachten.

2.2 Monitoring einzelner Schadensarten

In diesem Abschnitt werden typische Fehler und deren Monitoring vorgestellt. Die Fehlerbeschreibungen sind hier nur in dem Umfang ausgeführt, dass die Verfahren verständlich sind. Im Abschnitt 3.3 werden die für diese Arbeit relevanten Fehlerbeschreibungen nochmal präzisiert und mit Gleichungen untersetzt.

Der Überblick beschränkt sich auf Schäden, die bei stabilem Lauf des Rotors auftreten können. Im Unterschied dazu gibt es etliche Schadensmechanismen, die auf positive Realteile von Eigenwerten beruhen, z. B. Instabilität durch innere Dämpfung, unsymmetrische Massen- bzw. Steifigkeitsverteilung oder Spalterregung [48]. Diese Fehler müssen durch konstruktive Maßnahmen vermieden werden, da sie den Rotor binnen Sekunden zerstören können und damit für Diagnose kaum Zeit bleibt. Aus diesem Grund werden sie hier nicht betrachtet.

2.2.1 Unwucht

Unwucht ist für den gesamten Maschinenbau der wichtigste Rotorfehler. So wird laut SCHNEIDER „nahezu alles, was rotiert oder drehbar gelagert ist, [...] ausgewuchtet“ [145, Vorwort]. Für Motor- und Getriebewellen ist oft die Modellierung als starrer Rotor ausreichend, während viele klassische rotordynamische Systeme wie Turbinen und Pumpen elastische Rotoren besitzen.

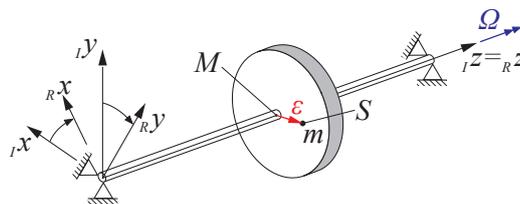


Bild 2.1: Rotor mit exzentrischem Schwerpunkt als Beispiel für Unwucht

Bei starren Rotoren ist jede Unwucht eine Überlagerung von statischer Unwucht (=Exzentrizität des Schwerpunktes, vgl. Bild 2.1) und Momentenunwucht (=Versatz

³ Im Jahr 2010 berechneten BESNARD et al. für eine 3 MW-Windenergieanlage eine Gesamteinsparung durch Zustandsüberwachung von 190 000 € nach 25 Betriebsjahren [15].

zwischen Drehachse und Hauptträgheitsachse) [171, Abs. 4.1.3]. Bei elastischen Rotoren wird gedanklich jedem Wellenquerschnitt eine Unwucht zugewiesen. Durch Multiplikation mit dem Eigenvektor ergeben sich modale Unwuchten [48, Abs. 10.3].

Bei Betrachtung von Veröffentlichungen zur Unwuchtdiagnose ist zu beachten, dass zur statischen Unwucht zwei Definitionen bestehen. Die erste Definition beschreibt Unwucht als Abstand des Schwerpunktes von der Lagerachse [48, Kap. 2] und wird v. a. in der Auswuchttechnik verwendet. Die Rotordynamik hingegen definiert die Unwucht über den Abstand ϵ des Flächenschwerpunktes zum Massenschwerpunkt [48, Kap. 3]. In dieser Arbeit ist die zweite Beschreibung sinnvoller, deswegen wird diese verwendet.

Die Auswuchttechnik befasst sich mit der Verringerung der Lagerkräfte durch Unwucht, hierzu muss die Unwucht bestimmt werden. Dazu werden die Rotoren in einer Auswuchtmaschine in Lagerstellen mit direkter oder indirekter Kraftmessung eingespannt [48, Kap. 2]. Bei starren Rotoren müssen statische Unwucht und Momentenunwucht ausgeglichen werden, deren Axialposition wird gleich der Schwerpunktposition gesetzt. Beim Auswuchten elastischer Rotoren muss zusätzlich die axiale Verteilung der Unwucht berücksichtigt werden. Folglich besitzt jede Mode eine modale Unwucht, entsprechend müssen beim Auswuchten alle betriebsrelevanten modalen Unwuchten durch Zusatzunwuchten korrigiert werden [145].

Klassischerweise benötigt das Auswuchten stationäre Drehzahlen. SEIDLER entwickelte zwei Unwuchtidentifikationsverfahren für instationäre Drehzahlen. Dies erlaubt eine schnellere Durchführung des Auswuchtens [149].

Zur Unwuchtdiagnose im Betrieb werden im einfachsten Fall die Geschwindigkeiten von Lagerschwingungen bewertet. Hierzu gibt DIN ISO 10816 maschinenübergreifende Grenzwerte an [48, Tab. 2.2], die Diagnose bleibt jedoch qualitativ. Zur Quantifizierung der Unwucht werden meist Rotororbits gemessen. Daraus können modale Unwuchten bestimmt werden, zur Identifikation von Axialposition und Betrag einer isolierten Unwuchtmasse müssen mindestens zwei modale Unwuchten bekannt sein. Dies erfordert ausreichend hohe Amplituden beider Moden. So verwendet BAUER Wasserfalldiagramme, die mehrere wellenkritische Drehzahlen zeigen [12]. PLATZ nutzt eine Drehzahl, die günstig zwischen erster und zweiter Eigenfrequenz liegt; die Unwuchtidentifikation erfolgt über ein Fehlerresiduum [116]. WANG & RINDERKNECHT verfolgen mit einem *unknown input observer* einen Ansatz aus der Regelungstechnik. Sie zeigen zudem, dass für mehrere Unwuchtmassen auch Wegmessungen an mehreren Axialpositionen nötig sind [174]. LEES & FRISWELL schlagen bei Modellunsicherheiten vor, zusätzlich auch eine bekannte Unwucht anzubringen [93].

Bei Laborzentrifugen und Waschmaschinen ist Unwucht mit Abstand der wichtigste Rotorfehler, da diese bei ungünstiger Beladung sehr hoch wird. Deswegen haben diese Maschinen häufig ein Monitoring-System, das nur Unwucht überwacht [42] [153]. Bei Waschmaschinen kann Unwucht mit dem Tachogenerator erkannt werden, denn bei starker Unwucht ergeben sich merkliche Drehgeschwindigkeitsschwankungen innerhalb einer Umdrehung durch das Heben und Senken des Schwerpunktes [69]. Ist

die Unwucht zu hoch, wird bei der Waschmaschine die Schleuderstrategie angepasst⁴ bzw. der Hochlauf der Laborzentrifuge gestoppt [42].

2.2.2 Schlag

Eine Welle mit Schlag ist nicht ideal gerade, sondern besitzt selbst ohne äußere angreifende Kräfte eine Auslenkung, siehe Bild 2.2. Für Schlag gibt es nach GASCH zwei Ursachen: Entweder der Rotor ist durch Fehler bei Fertigung, Transport und Montage plastisch verformt oder er verbiegt sich wegen ungleichmäßiger Temperaturverteilung und den daraus resultierenden thermischen Dehnungen [48, Abs. 3.3]. Wird jedoch die allgemeinere Definition gemäß der IFToMM-Terminologie [71] gewählt, beinhaltet Schlag auch fertigungsbedingte Konzentrizitätsfehler.

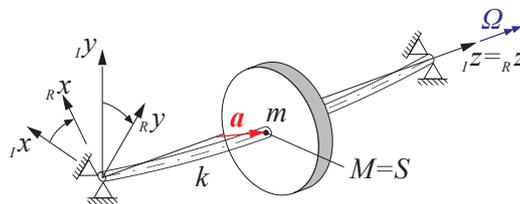


Bild 2.2: Plastisch deformierte Welle als Beispiel für Schlag

Da Schlag wie Unwucht die 1. EO (=Erregerordnung) des Rotors anregt, werden beide Effekte oft miteinander vermischt. EDWARDS et al. raten jedoch zur separaten Identifikation beider Fehler, da ein Auswuchten eines Rotors mit Schlag nur bedingt sinnvoll bzw. manchmal sogar kontraproduktiv ist [35]. Die Autoren weisen zudem darauf hin, dass die Spektren eines Rotors mit Schlag und Unwucht sich merklich von denjenigen eines Rotors nur mit Unwucht unterscheiden, vgl. Abschnitt 3.1.3.

Die Literatur betrachtet Schlag meist am Lavalrotor (=Punktmasse am masselosen Rotor), jedoch selten für kontinuierliche Rotoren (=Welle mit verteilter Masse). Ein Ansatz zur Modellierung kontinuierlicher Rotoren mit Schlag stammt von EDWARDS et al. Sie transformieren dazu die Bewegungsgleichungen in den Modalraum. Für jede Mode definieren sie eine Gleichgewichtslage $q_{i,GGW} \neq 0$, die Superposition der $q_{i,GGW}$ mit den EV ergibt die Schlagkurve [36]. Für diese numerischen Untersuchungen verwenden sie ein breites Drehzahlspektrum zur Identifikation. Experimentelle Ergebnisse veröffentlichten sie in [37].

DIDIER et al. erweitern das Schlagmodell des Lavalrotors auf ein FE-Modell, indem sie jedem Knotenfreiheitsgrad einen lokalen Schlag zuwiesen. Hierzu werten sie die globale sinusförmige Schlagkurve an der jeweiligen Knotenposition aus [30].

4 <http://www.vattenfall.de/de/infowelt-energie/glossar-waschmaschinen-unwuchtkontrolle.htm>, aufgerufen am 11.12.2014

PENNACCHI & VANIA verwenden ein vergleichsweise einfaches Modell basierend auf zwei entgegengesetzt wirkenden Momenten und testen dies an zwei Rotoren [111] [112]. Für Rotoren mit homogener Biegesteifigkeit EI entspricht diese Modellierung einer konstanten Krümmung w'' des Rotors.

Ein Effekt an Rotoren, der mit Schlag verbunden ist, ist das sog. „Spiralen“ beim sanften Anstreifen, vgl. [48, Kap. 26]. Der Rotor erwärmt sich an der Reibstelle, es entsteht ein thermischer Schlag. Beim Antragen des Orbits in rotorfesten Koordinaten über mehrere Minuten oder Stunden zeigen sich die namensgebenden Spiralen. Bei unterkritischem Betrieb kann der Effekt sich selbst verstärken.

2.2.3 Achsversatz

Nach Unwucht gilt Achsversatz als der zweitwichtigste Rotorfehler [105, Abs. 3.11]. PIOTROWSKI gibt sogar an, dass etwa die Hälfte aller Probleme von rotierenden Maschinen direkt oder indirekt mit Achsversatz zusammenhängen [115, Kap. 1]. Innerhalb dieser Arbeit bezeichnet Achsversatz alle Fluchtungsfehler, die statorfest und damit unabhängig vom Drehwinkel des Rotors sind. Rotorfeste Fluchtungsfehler werden in dieser Arbeit als Kupplungsversatz bezeichnet, worauf Abschnitt 2.2.4 eingeht⁵.

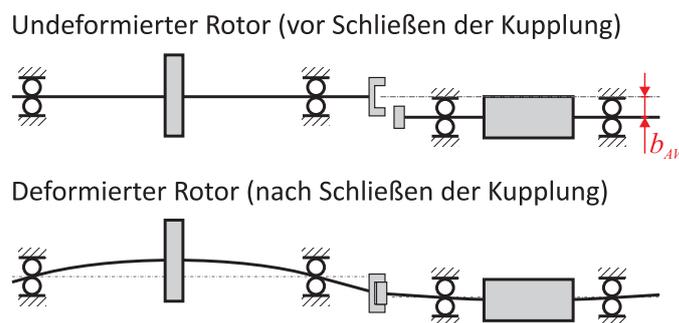


Bild 2.3: Beispiel eines Rotors mit parallelem Achsversatz (statorfester Betrachter)

Achsversatz ist möglich, wenn der Rotor mehr Lagerstellen besitzt als zum Erreichen der statischen Bestimmtheit nötig sind. Das trifft in der Praxis auf viele Rotoren zu. Im Falle des Rotorprüfstandes sind z. B. Rotorwelle und Motorwelle jeweils statisch bestimmt gelagert, bei Schließen der Kupplung ist die Gesamtwellen überbestimmt, vgl. auch Bild 2.3. Wenn die Lagerstellen nicht fluchten, entsteht ein kinematischer Zwang im System. Dieser Achsversatz verursacht eine feststehende Biegelinie, um die der Rotor dreht [48, Abs. 33.4]. Um die resultierenden Kräfte auf die Wellen bei vorhandenem Achsversatz zu verringern, werden die Wellen der einzelnen Komponenten häufig mit Metallbalgkupplungen verbunden.

⁵ Viele Literaturstellen trennen die beiden Begriffe nicht so streng. So bezeichnet „coupling misalignment“ oft einen statorfesten Versatz.

Bei zwei aneinander gekoppelten Rotoren wird klassischerweise zwischen parallelem und winkligem Achsversatz unterschieden. Achsversatz kann durch Ungenauigkeiten in der Fertigung und Montage entstehen, nach PIOTROWSKI liegen bei realen Rotoren die Ursachen jedoch eher in nachgiebigen Böden oder thermischen Dehnungen. Die korrekte Ausrichtung einer Maschine ist deswegen keine einmalige Aufgabe, sondern sollte in etwa jährlich überprüft und ggf. korrigiert werden [115].

Der Achsversatz wirkt sich auf verschiedene Weisen auf den Rotor aus. Als typisches Erkennungsmerkmal im signalbasierten Monitoring gilt das Auftreten der 2. EO. Für deren Entstehungsmechanismus gibt es mehrere Ansätze. GASCH führt Nichtlinearitäten des Ölfilmes von Gleitlagern auf [48, Abs. 33.4]. DIRSCHMID stellt ein Modell auf, wo er den Einfluss von Axialkräften durch Achsversatz berücksichtigt. Die Lösung dieser nichtlinearen Gleichung besitzt geringe Anteile mit 2. EO [31, Kap. 7]. MUSZYNSKA nutzt ebenfalls nichtlineare Steifigkeiten, jedoch ohne detaillierte Angaben zu deren Ursprung und Berechnung [105, Abs. 3.11]. LEES modelliert die Schrauben innerhalb einer starren Kupplung als elastisch. Dies führt letztlich auf eine DGL mit Parametererregung, deren Lösung die 2. EO enthält [91]. In dieser Arbeit weist er zudem darauf hin, dass es bislang kein allgemein anerkanntes Modell zur 2. EO bei Achsversatz gibt⁶ und auch diese Veröffentlichung nur einen Aspekt herausgreift, während an realen Prüfständen deutlich mehr Effekte auftreten. Die Entstehungsursachen der 2. EO bei Achsversatz sind also nicht vollständig erforscht, dieses Kriterium steht damit für modellbasiertes Monitoring nicht zur Verfügung.

SINHA et al. modellieren den Versatz als geometrischen Zwang und berechnen die statorfesten Kräfte auf die verbundenen Wellenenden aus der Kupplungssteifigkeit multipliziert mit dem Versatz. Die Parameter bestimmen sie aus einem Abgleich des Frequenzganges [154].

GIBBONS zeigt, dass bei winkligem Versatz innerhalb einer Kupplung aus dem Torsionsmoment an einer Kupplungsseite eine Kombination von Torsions- und Biegemoment an der anderen Seite entsteht [54]. Die statische Biegelinie des Rotors hängt in diesem Fall vom aktuell übertragenen Torsionsmoment ab.

LEE & LEE untersuchen die Wechselwirkung zwischen Achsversatz und Wälzlagern. Die nichtlineare Kennlinie der Hertz'schen Pressung im Wälzkontakt versteift die Lager in Richtung von hoher Last, d. h. in Richtung des winkligen Achsversatzes. Damit wird die Lagerung zunehmend orthotrop und damit die Rotororbits ellipsenförmig. Bei parallelem Achsversatz trat der Effekt kaum auf. Sie bestätigen die theoretischen Betrachtungen mit mehreren Messungen [90].

RYBCZYNSKI untersucht numerisch Achsversatz an einem Rotor mit mehreren Gleitlagern. Der Versatz bewirkt verschiedene Gleichgewichtslagen der Zapfen und damit unterschiedliche effektive Steifigkeiten der einzelnen Lager. Damit kann mit mehreren Orbitmessungen der Versatz einem bestimmten Lager zugeordnet werden [133].

⁶ Eine ähnliche Aussage trifft auch BAUER in [12, Abs. 3.8]

2.2.4 Kupplungsversatz

Neben statorfesten Fluchtungsfehlern existieren auch rotorfeste Fluchtungsfehler. Diese treten innerhalb von Kupplungen auf, also in den Verbindungselementen zwischen den einzelnen Wellen. Typische Kupplungen besitzen zwei Zentrierbohrungen, die mit den beiden Wellenenden der Rotoren verbunden werden. Wenn diese wie im Bild 2.4 nicht fluchten, liegt ein Kupplungsfehler vor. Dies äußert sich letztlich in einer Biegelinie des Rotors, die bereits im Stillstand besteht und im Betrieb mitrotiert. Damit besteht eine Ähnlichkeit zum Schlag. Die Biegung durch Kupplungsversatz ist elastisch, beim Schlag jedoch plastisch.

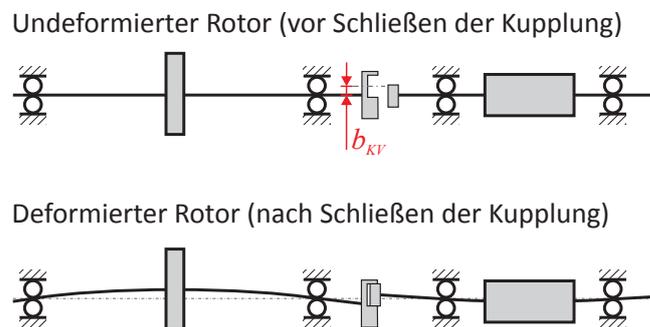


Bild 2.4: Beispiel eines Rotors mit parallelem Kupplungsversatz (rotorfester Betrachter)

BACHSCHMID et al. modellieren den Versatz einer starren Kupplung, indem sie die Steifigkeit der Enden mit dem Versatz multiplizieren und damit die äquivalenten Kräfte erhalten [9]. Die Co-Autoren betrachten ein weiteres Beispiel in [113].

Da Kupplungsversatz wie auch Achsversatz eine geometrische Zwangsbedingung ist, können einige Modelle mit geringen Anpassungen für beide Fälle verwendet werden. Gut eignet sich z. B. das Achsversatzmodell von SINHA et al. [154].

2.2.5 Rundheitsfehler

Die typischerweise zu Orbitmessungen verwendeten Laser- oder Wirbelstromsensoren messen den aktuellen Abstand zur Wellenoberfläche. Für ideal runde Wellen kann direkt auf die gesuchte Bewegung des Flächenschwerpunktes (=Mittelpunkt) zurückgeschlossen werden. In der Praxis besitzen Wellen Rundheitsfehler⁷, d. h. mikroskopische Dellen verfälschen die Messung, was auch Bild 2.5 zeigt. In dem Fall liefern die Messdaten zweier zueinander orthogonal angebrachter Sensoren einen *scheinbaren Orbit*, der vom *realen Orbit* (=Bewegung des Flächenschwerpunktes) abweicht.

⁷ Rundheitsfehler sind mikroskopische Effekte, die keinen direkten Einfluss auf die Dynamik haben. Die unrunde Welle ist hingegen ein makroskopischer Fehler und wirkt sich durch asymmetrische Steifigkeit und Trägheit auf die Dynamik aus, vgl. hierzu auch [48, Kap. 19+20].

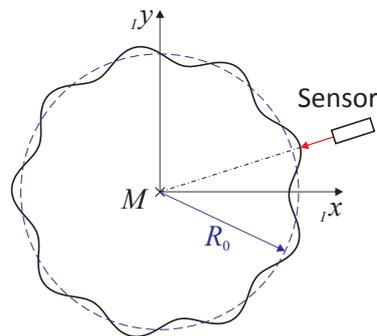


Bild 2.5: Wegmessung an einer Welle mit Rundheitsfehler

Die Rundheit eines kreisförmigen Querschnittes ist eine wichtige Eigenschaft in der Fertigungstechnik, deswegen ist sie Teil der Form- und Lagetoleranzen. Zur Bewertung der Rundheitstoleranz werden folgende Vergleichskreise verwendet [77, Abs. 2.3.3], die auch im Bild 2.6 dargestellt sind:

- Größter Innenkreis (MIC: maximum inscribed circle): Die Oberflächenkontur ist außerhalb des MIC oder berührt diesen. Der MIC gibt die größtmögliche Welle an, die in die Bohrung mit Rundheitsfehler passt.
- Kleinster Außenkreis (MCC: minimum circumscribed circle): Die Oberflächenkontur ist innerhalb des MCC oder berührt diesen. Der MCC-Radius gibt die kleinstmögliche Hülse an, die auf die Welle mit Rundheitsfehler passt.
- Kreise kleinster Ringzone (MZC: minimum zone circles): Die Oberflächenkontur liegt vollständig zwischen zwei konzentrischen Kreisen bzw. berührt deren Rand. Die Differenz der beiden Kreisradien ist so klein wie möglich und ist das allgemeine Maß der Rundheitsabweichung.
- Ausgleichskreis (LSC: least square circle): Der LSC ist der Kreis, der die Oberflächenkontur mit geringstem quadratischem Fehler beschreibt. Damit lässt sich mit hoher Robustheit der Mittelpunkt des Profils angeben.

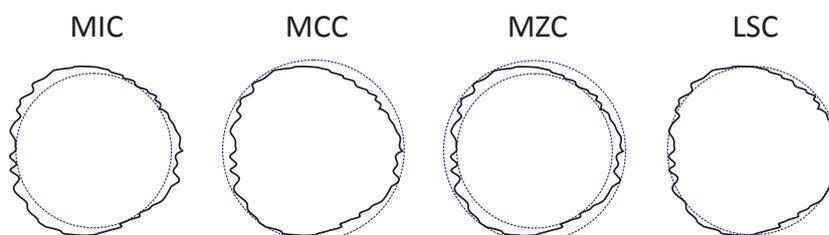


Bild 2.6: Die Vergleichskreise zur Beschreibung von Rundheitsfehlern

Eine Ursache von Rundheitsfehlern sind Schwingungen beim Drehen und Schleifen der Wellen [77, Abs. 1.4.2]. Neben dem Fertigungsprozess ist dafür auch die Einspannung in Dreibackenfuttern verantwortlich. Deren winkelabhängige Steifigkeit begünstigt nach RAHMAN & ITO einen Rundheitsfehler mit 3. EO [119]. Dies führt bei einer dominanten 1. EO (durch Schlag oder Unwucht) zu einem „viereckigen“ scheinbaren Orbit, vgl. Bild 4.2 links und theoretische Begründung im Anhang A.2.

Bei Wellen mit Kontakt entstehen Rundheitsfehler auch während des Betriebs. ECKSTEIN et al. zeigen, dass an Kalandern⁸ sich die dominante Erregerordnung k des Rundheitsfehlers so einstellt, dass das k -fache der Drehgeschwindigkeit Ω der Walze einer Eigenfrequenz entspricht. Zur Rundheitsüberwachung an Kalandern entwickelte KIVILUOMA ein Handmessgerät bestehend aus einem Beschleunigungssensor an einem Gleitschuh, der bei der Messung an die Walze gepresst wird. Diese mobile Lösung erlaubt die Kontrolle mehrerer Walzen über die gesamte Breite. Zudem ist der Einsatz fester Sensorik wegen hoher Temperatur und Feuchtigkeit schwierig [84].

Auch Räder an Schienenfahrzeugen besitzen Rundheitsfehler durch ungleichmäßigen Verschleiß. THÜMMEL et al. entwickelten einen präparierten Gleisabschnitt mit Beschleunigungssensor. Damit kann nach mehrmaligen Überfahren die Rundheit beurteilt werden. An den betrachteten Rädern sind die 8. bis 20. EO dominant [167].

In der Rotordynamik wird zur Kompensation von Rundheitsfehlern häufig eine „Runout“-Messung bei niedriger Drehzahl durchgeführt. Dieses Referenzsignal wird von allen anderen Orbitmessungen abgezogen [105, Abs. 6.1.5]. Der Rundlauf gibt an, wieviel sich der gemessene Abstand zur Rotoroberfläche innerhalb einer Umdrehung um eine Referenzachse ändert⁹. Der Rundlauf beinhaltet Rundheits- und Koaxialitätsfehler, was in der Fertigungstechnik sinnvoll ist [77, Abs. 2.7]. In der Rotordynamik ist diese Definition jedoch problematisch, da der Koaxialitätsfehler mit dem Schlag korrespondiert und damit zu einem drehgeschwindigkeitsabhängigen Orbit führt, während der Rundheitsfehler den Orbit immer gleich beeinflusst. Deswegen beinhaltet „runout“ nach der IFToMM-Terminologie keinen Schlaganteil [71]

Bei Betriebsdrehzahl bestehen die Messsignale aus dem realen Orbit und Rundheitsfehlern; diese Anteile müssen voneinander getrennt werden. JANSEN et al. bringen deswegen mehrere Abstandssensoren an eine Hochpräzisions-Drehbank an, um direkt die Rundheit der Bauteile zu bestimmen [75].

Bei magnetgelagerten Rotoren verursacht die Rückführung des Rundheitsfehlers zusätzliche Schwingungen, vgl. Anhang B.2. Deswegen besteht hier ein großes Interesse an Rundheitsidentifikation. KIM & LEE addieren hierzu zwei verschiedene künstliche Runout-Verläufe auf die Wegmessung. Aus der Änderung des gemessenen

8 Kalandern sind die Walzen einer Papiermaschine, welche die finale Dicke und Oberflächengüte des Papiers bestimmen.

9 Die alternative Definition über Hüllkörper lautet: Es werden zwei Zylinder definiert, deren Achsen mit der Referenzachse übereinstimmen. Jeder Punkt der Oberfläche muss innerhalb des einen, jedoch außerhalb des anderen Zylinders liegen. Die Differenz der Durchmesser gibt dann den Rundlauf an.

Orbits berechnen sie online den Rundheitsfehler [81]. SETIAWAN et al. nutzen eine Ljapunov-Funktion mit einem Rundheitsfehleranteil für die Identifikation [150].

2.2.6 Querrisse im Rotor

Die folgenden Seiten bis zum Ende des Abschnitts 2.2 betrachten Fehler, die nicht weiter in dieser Arbeit verfolgt werden. Diese Fehler werden hier aufgeführt, um einen besseren Gesamteindruck über aktuell verfügbare Monitoring-Verfahren zu vermitteln.

Grundlagen und Modellierung

Die im Bild 2.7 dargestellten Querrisse sind v. a. bei Kraftwerksrotoren ein regelmäßig auftretender Fehler¹⁰. Die Rissdiagnose im laufenden Betrieb ist schwierig, sodass diese oft erst ab einer Risttiefe $a \approx R$ eindeutig ist. Zu dem Zeitpunkt ist jedoch die Gefahr eines plötzlichen Bruches nahe, was katastrophale Folgen haben kann [8]. Deswegen gibt es viele Untersuchungen, wie die Diagnose verbessert werden kann. Hilfreiche Übersichten über den Stand der Technik bieten die Artikel von WAUER [175] oder SABNAVIS et al. [134] und das Buch von BACHSCHMID et al. [7].

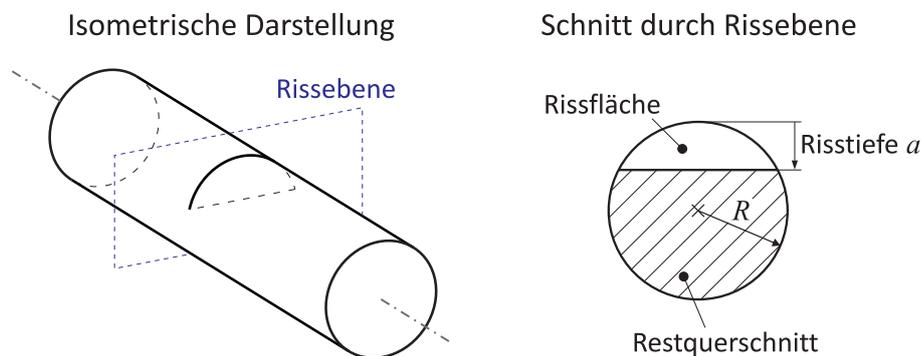


Bild 2.7: Der Sehnenriss als einfaches Modell eines Querrisses

Zum Verständnis der Dynamik gerissener Rotoren ist ein Gedankenexperiment hilfreich. Der Rotor wird hierbei durch zwei entgegengesetzte Momente belastet. Liegt der Riss in der Zugseite, öffnet sich der Riss. Der effektive Rotorquerschnitt nimmt ab, gleiches gilt für die Steifigkeit. Liegt der Riss jedoch in der Druckseite, werden die Rissflächen aufeinander gepresst. In dem Fall unterscheidet sich der gerissene Rotor nicht vom Rotor ohne Riss.

Die Hauptlast bei großen Kraftwerksrotoren ist die Schwerkraft. Der Riss durchläuft einmal je Umdrehung die Zug- und die Druckseite, der Riss öffnet und schließt sich

¹⁰ BACHSCHMID et al. nennen ca. 50 Vorfälle weltweit in den Jahren 1953 bis 1991 [7, Abs. 1.2].

entsprechend („Rissatmung“). GASCH veranschaulicht dies anhand seines Scharniermodells [48, Kap. 21]. Daraus resultiert bei konstanter Rotordrehzahl das weit verbreitete Rissmodell mit einer zeitabhängigen Steifigkeitsmatrix:

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}_0 - g(t) \cdot \Delta\mathbf{K} \quad (2.1)$$

Dabei ist \mathbf{K}_0 die Steifigkeit des Rotors ohne Riss und $\mathbf{K} - \Delta\mathbf{K}$ die Steifigkeit bei maximal geöffnetem Riss. Die Steuerfunktion $g(t) \in [0; 1]$ beschreibt den aktuellen Öffnungsgrad [165]. Wegen $\mathbf{K} = \mathbf{K}(t)$ entstehen parametererregte Schwingungen [98].

Zur Bestimmung der Steifigkeitsänderung $\Delta\mathbf{K}$ existieren mehrere Ansätze. Die ersten Modelle, z. B. von GRABOWSKI [59], schätzen heuristisch den effektiven Querschnitt des Rotors und wenden darauf die Balkentheorie an. Die zweite und nach [7, Abs. 5.4] meistverwendete Kategorie bilden bruchmechanische Modelle. Hierbei wird aus der bekannten Rissausbreitungsenergie von Scheibenelementen die Steifigkeitsmatrix des gerissenen Rotors geschätzt, vgl. THEIS [165] oder JUN et al. [78]. Eine weitere Klasse basiert auf 3D-FE-Modellen des Risses. Üblicherweise wird dieses Modell für dynamische Berechnungen durch statische Kondensation vereinfacht. Derartige Modelle nutzen z. B. SCHMALHORST [144], ROTHKEGEL [131] oder ANDRIEUX & VARÉ [4], wobei die letztgenannte Veröffentlichung nichtglatte Mechanik verwendet.

BACHSCHMID et al. entwickelten das FLEX-Modell. Dieses nutzt eine iterative Bestimmung des tatsächlichen tragenden Querschnittes. Für diesen wird das Flächenträgheitsmoment bestimmt, die Länge des so angepassten Risselements ergibt sich durch Abgleich mit einem 3D-FE-Modell [7, Kap. 5].

Außerhalb der Rotordynamik werden Risse häufig mit XFEM („extended finite element method“) modelliert. Hier wird die FEM um problemspezifische Ansatzfunktionen erweitert, was eine recheneffiziente Simulation des Risses erlaubt [161].

Überwachung und Diagnose

Für die Rissdiagnose gibt es viele Verfahren. Weit verbreitet ist die Überwachung der 1., 2. und 3. EO der Biegeschwingungen. Da auch andere Fehler diese EO anregen, wird häufig der Trend dieser EO überwacht, denn die Ausprägung der EO nimmt mit der Risttiefe zu [7] [48].

Ungleichmäßige Temperaturänderungen können bei der Rissdiagnose helfen. Die thermischen Dehnungen bewirken ein Öffnen bzw. ein Schließen des Risses, die risstypischen Effekte sind also stärker oder weniger stark ausgeprägt [7].

THEIS nutzt in seinen Untersuchungen, dass bei gerissenen Rotoren die Biege-, Torsions- und Längsschwingungen miteinander gekoppelt sind. Je tiefer der Riss, desto ausgeprägter ist der Effekt. Die Größenordnung dieser Schwingungen liegt in seinen Beispielen bei $100 \mu\text{m}$ in Längsrichtung bzw. 10^{-3} rad Torsion [165].

Eine zweite Gruppe der Identifikationsverfahren nutzt die modalen Parameter. So verringert der Riss die Steifigkeit des Rotors, was auch dessen EF (=Eigenfrequenzen)

und EV (=Eigenvektoren) ändert. Nach [134] konnten damit Risse bei mehreren Rotoren erkannt werden. Risserkennung mittels modaler Parameter ist auch in der Strukturmechanik [32] und im Bauingenieurwesen verbreitet [95] [96]. Dabei ist jedoch zu bedenken, dass die Änderungen der EF und EV gerade im Anfangsstadium niedrig sind, siehe z. B. PLATZ [116, Tab. 7.19] oder ZAHN [177]. Eine verlässliche Diagnose erfordert damit präzise Ergebnisse der Modalanalyse, was bei rotierenden Maschinen oft schwierig ist, vgl. Abschnitt 5.2.2.

Regelungstechnische Ansätze sind eine weitere Möglichkeit zur Rissdiagnose. SEIBOLD nutzte Kalman-Filter, um den Zustand des Rotors zu schätzen. Sie bestimmt durch Abgleich mit realen Messdaten die Parameter des Kalman-Filters und damit das Schadensausmaß [148]. MÜLLER et al. stellen einen Zustandsbeobachter für die Risskräfte auf. Damit ist eine Schätzung der Risstiefe möglich [104].

MANI et al. regen in numerischen Untersuchungen den angerissenen Rotor mit einem Magnetlager an. Durch das nichtlineare Verhalten des gerissenen Rotors entstehen Kombinationsresonanzen zwischen der Magnetlageranregung und den Erregerordnungen des Rotors. Die Frequenzen und Amplituden der Kombinationsresonanzen sind Indikatoren für die Risstiefe [100]. SAWICKI et al. verifizierten dieses Verfahren experimentell, jedoch äußern sie Bedenken bezüglich des Signal-Rausch-Verhältnisses sowie der Trennung von anderen Fehlern [137].

Eine Schwierigkeit bei vielen Untersuchungen ist die gleichzeitige Identifikation von Axialposition und Tiefe des Risses. HACHMANN schlägt hier vor, dass die Verhältnisse von zwei EO untersucht werden sollen, da dieses unabhängig von der Risstiefe ist [61]. BACHSCHMID et al. rechnen hier zunächst die äquivalente Kraft aus, die den Riss am besten beschreibt. Dadurch ist die Axiallage bekannt. Die Tiefe wird dann aus dem Verhältnis der äquivalenten Biegemomente zum statischen Moment (verursacht durch Gewicht und Achsversatz) berechnet, was nur von der Risstiefe abhängt [8].

Für genaue Rissidentifikation sind die Methoden der zerstörungsfreien Materialprüfung hilfreich. So werden Risse durch Tinte oder Magnetpulver sichtbar, da sich diese Medien bevorzugt an Rissen absetzen. Auch Ultraschall erlaubt eine gute Lokalisierung des Risses [7, Abs. 3.2]. Diese Verfahren können jedoch nur in längeren Wartungsphasen verwendet werden.

2.2.7 Wälzlagerschäden

Schadensmechanismen

Lager sind notwendige Elemente in Rotoren, jedoch auch potentielle Quellen für Ausfälle. Wälzlager sind aufgrund ihrer begrenzten Lebensdauer besonders betroffen und stehen deswegen im Zentrum der Forschung¹¹.

¹¹ Peter Kuhn hat mit seinem Literaturüberblick zu Wälzlagerschäden [87] wertvolle Vorarbeit geleistet, wofür ich mich bedanken möchte.

Da das Versagen von Wälzlagern statistischen Schwankungen unterliegt, werden sie meist auf nominelle Lebensdauer wie L_{10} ausgelegt. Deren Berechnung ist für Standardanwendungen in DIN ISO 281 genormt [109, Abs 14.5]. Bei Betrieb innerhalb der Lagerspezifikationen begrenzt die Ermüdung der Laufflächen die Lebensdauer [160, Abs. 3.1.2]. Durch die Lasten im Wälzkontakt bilden sich dort Risse, wodurch das Material in kleinen Grübchen ausbricht („Pitting“). Dieser Schaden breitet sich häufig keilförmig in Laufrichtung aus, vgl. Bild 2.8.

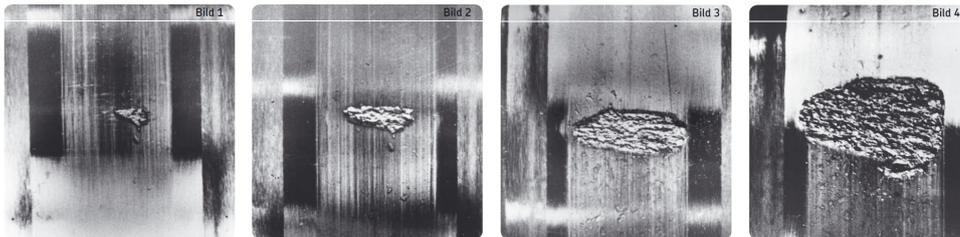


Bild 2.8: Ausbreitung eines Ermüdungsschadens im Wälzlager [155, S. 3]

Neben diesen „planbaren“ Ausfällen sind ca. 0,35% aller Lager vor Erreichen der Lebensdauer defekt. Etwa 80% davon werden durch Schmierungsprobleme verursacht, was zu Verschleiß und Korrosion im Lager führt [140] [155]. Meist sind mehrere Schadensmechanismen aktiv. So verstärken andere Schäden häufig die Ermüdung der Laufflächen [58, Abs. 5.1]. Deswegen fokussiert sich das Monitoring auf Ermüdung.

Signalbasierte Methoden

Die Ermüdung führt zu einer unebenen Laufbahn, vgl. Bild 2.9. Die resultierenden Stöße und Schwingungen werden zur Zustandsüberwachung genutzt. Ein einfaches Diagnoseverfahren ist das Abhören des Körperschalls (z. B. mit einem Schraubenzieher). Alternativ kann eine Münze auf das Lagergehäuse gelegt werden. Bei Schäden führen Stöße mit Beschleunigungsspitzen der Größenordnung 10 g zum Abheben der Münze [160, Abs. 6.4.2].

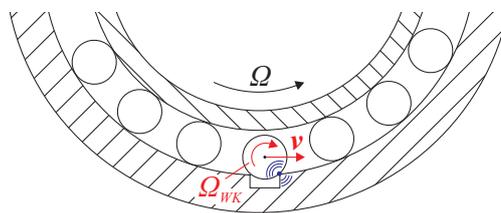


Bild 2.9: Schwingungsanregung beim Überrollen von Schäden, vgl. [23, Bild 1]

Die Überwachung mit Sensoren stellen z. B. die VDI-Richtlinie 3832 [173], die Firma BRÜEL&KJÆR [22] oder BECKER & BUDER [13] vor. Viele der Methoden überwachen

hochfrequente Schwingungen (ca. 1 bis 20 kHz). In diesem Frequenzbereich befinden sich viele interne Resonanzen des Lagers, die durch Schäden angeregt werden. Folgende Indikatoren werden zur Bewertung der Signale verwendet:

- *Überrollfrequenzen*: Entsprechend der Wälzlagerkinematik wird ein Schaden in regelmäßigen Zeitabständen überrollt. Ein Peak bei der entsprechenden Frequenz weist auf einen Außenring-, Innenring-, Wälzkörper- oder Käfigschaden hin.
- *Betragsmaximum*: Die Schäden bewirken eine impulsartige Anregung, die zu erhöhten Spitzenwerten $\max|x(t)|$ führt.
- *Effektivwert*: Die Signalspitzen erhöhen den Effektivwert bzw. RMS-Wert $x_{\text{eff}} = \left(\frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt\right)^{0.5}$ des Signals.
- *Crestfaktor*: Der Crestfaktor betrachtet den Quotienten aus Betragsmaximum und Effektivwert.
- *K(t)-Wert*: Hier wird das Produkt aus Betragsmaximum und Effektivwert von zwei Zeitpunkten verglichen.
- *Kurtosis*: Die Kurtosis (oder auch *Wölbung*) w einer zufallsverteilten Größe ist folgendermaßen definiert [123, Abs. 2.3]:

$$w = \frac{1}{N \cdot \sigma^4} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4 \quad \text{mit } \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.2)$$

\bar{x} ist der Mittelwert aller N Messwerte x_i und σ die Standardabweichung. Je höher die Kurtosis, desto mehr Signalspitzen treten auf. Die Gauß'sche Normalverteilung besitzt eine Kurtosis von 3, bei Wälzlagerschäden ist sie höher.

- *Cepstrum*: Das Cepstrum ist die Fouriertransformation eines logarithmierten Spektrums, was sich wiederholende Muster im Spektrum wie Seitenbänder hervorhebt. Bei Wälzlagerschäden treten Seitenbänder um die Überrollfrequenzen mit Abstand Ω auf.
- *Hüllkurven*: Nach Hochpassfilterung wird das restliche Signal gleichgerichtet und anschließend tiefpassgefiltert. Danach können Merkmale wie Überrollfrequenzen klarer auftreten als im Ursprungssignal.

Der Körperschall soll möglichst nah am Lager gemessen werden. Da es kaum allgemeingültige Grenzwerte für die Indikatoren gibt, wird deren Trend beurteilt. Die Diagnose wird im Regelfall in Intervallen von mehreren Wochen durchgeführt, eine Dauerüberwachung ist selten [173]. Bei niedrigen Drehzahlen wie in Papiermaschinen werden auch die Ableitungen des Beschleunigungssignals zur Berechnung der Indikatoren genutzt [159] [88]. Generell hilfreich ist eine Überwachung von mehreren der genannten Indikatoren. Diese Methoden werden auch mit geeigneten Bandpassfiltern kombiniert [27] [34].

Inzwischen gibt es komplette Systeme, die eine einfache und mobil einsetzbare Überwachung erlauben [159] [139]. Mit SKF Insight™ wird derzeit ein System entwickelt, bei dem Sensoren direkt im Lager integriert sind. Dies soll laut SKF Lagerschäden direkt bei Entstehung erkennen [60].

Weitere Techniken basieren auf AE (Acoustic Emission, auch: Ultraschallemission). Dies sind kurzzeitige Ultraschallschwingungen mit 20 kHz bis 2 MHz, die direkt bei Schädigung durch Deformation der Werkstoffkristalle entstehen. Zur Beurteilung der AE wird die Impulsrate des Signals bestimmt [160, Abs. 6.4.7] [102]. Nach KLEIN et al. sind Innenringschäden und Lager mit pendelnder Bewegung mit AE besser überwachbar als mit Körperschall [85]. KLOS et al. empfehlen MEMS-Sensoren (MEMS: Micro Electro Mechanical Systems) zur Messung von AE, da diese kompakt und günstig sind [86].

SMITH et al. [157] bestimmen signalbasiert die Größe einer scharfen Kerbe in der Lauffläche (vgl. Bild 2.9). Dazu nehmen sie an, dass der Eintritt der Kugel in die Mulde eine Sprungantwort im Beschleunigungssignal bewirkt und der Austritt eine Impulsantwort. Im Signal suchen sie die Startzeitpunkte beider Antworten, um aus der Zeitdifferenz die Schadensgröße zu schätzen.

Neben Schwingungen werden auch Temperaturen überwacht, da beschädigte Lager höhere Reibverluste besitzen. Beispielsweise werden sog. Hot Box Detectors zur Überwachung von Achslagern von Eisenbahnwaggons verwendet [40]. Bei ferrographischen Diagnoseverfahren werden Partikel im Schmiermittel untersucht, die Folge von Abrieb bzw. Grübchenbildung sind. Bei kritisch belasteten Lagern werden radioaktive Markierungen auf die Laufflächen aufgebracht, welche bei Schädigung im Schmiermittel detektierbar sind [160, Abs. 6.4].

Simulationsmodelle von Schäden

Zu modellbasiertem Monitoring von Wälzlagerschäden existiert nach Wissen des Autors keine Veröffentlichung. Jedoch wurden mehrere Schadensmodelle untersucht, die kurz vorgestellt werden.

SUNNERSJÖ betrachtet den Einfluss von Rundheitsfehlern am Innenring und ungleichmäßigen Wälzkörperdurchmessern, die durch Fertigungsfehler oder Verschleiß auftreten können. Diese Schäden werden mit Abrollbedingungen modelliert. Im Orbit des Wellenmittelpunktes treten dann die Überrollfrequenzen auf [162].

McFADDEN & SMITH modellieren den Schaden als Impulskamm, wobei jedes Überrollen einen Impuls bedeutet. Mit Modellen der Lagerlastverteilung und des Übertragungspfades stimmen Simulation und Messung gut überein [101]. Bei diesem Modell besteht jedoch kein direkter Zusammenhang zwischen Schadensausmaß in Realität (=Ausdehnung des Oberflächenschadens) und Simulation (=Höhe der Impulse).

SASSI et al. modellieren den Schaden wie im Bild 2.8 als eine Mulde. Daraus schätzen sie die Stoßkraft beim Verlassen der Mulde ab. Diese wird einem MKS-Lagermodell hinzugefügt, die Wälzkontakte werden mittels Elastohydrodynamik abgebildet [136]. Ähnliche Methoden verwenden DOGUER et al. [33] und TADINA & BOLTEŽAR [164].

2.2.8 Gleitlagerschäden

Gleitlagerschäden treten eher selten auf, da Gleitlager mit ausreichend dickem Schmierfilm verschleißfrei sind [109, Kap. 15]. Bei korrekter Auslegung tritt lediglich beim Anlauf hoher Verschleiß auf [48, Tab. 1.1].

In Pleuellagern von Kfz-Motoren treten nach GLÄSER u. a. folgende Schadensmechanismen auf: Verschleiß, Riefen durch Verschmutzung, Werkstoffschäden bei Überhitzung, Ermüdung, Korrosion und Kavitation. Die Schäden sind an der Gleitlagerbuchse sichtbar, da diese aus weichem Material gefertigt ist [58].

Klassische Überwachungsverfahren beruhen auf Schmiermittelanalyse und Lagertemperaturmessung [45]. Verbreitet ist auch die Messung des elektrischen Widerstandes zwischen Welle und Lager bzw. der Durchschlagsspannung, welche den Stromfluss ermöglicht. Diese Spannung sinkt auf 0 im Falle des Kontaktes. BURGER entwickelte dieses Verfahren weiter, indem er den Quotienten aus Minimal- und Maximalwert kontrolliert. Dieser ändert sich durch Verschleiß, da es dabei zu Materialaufwerfungen und Materialausbruch kommt [24, Kap. 4].

FRITZ et al. untersuchen Schallemissionen bei anstreifenden Gleitlagern. Sie stellen während den Anstreifvorgängen bei ca. 100 kHz erhöhte Amplituden fest, die unabhängig von Drehzahl, Lagermaterial und Schmieröltemperatur sind [45].

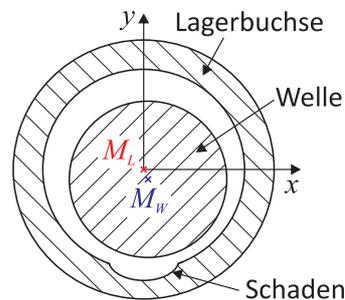


Bild 2.10: Beispiel für Gleitlagerschaden nach [53, Bild 1].

GERTZOS et al. untersuchen numerisch Gleitlager mit einer Mulde wie im Bild 2.10. Diese Mulde kann in der Praxis durch Verschleiß bei Anlauf aus der statischen Ruhelage entstehen. Dadurch ändern sich die statische Gleichgewichtslage, Reibmoment und seitlicher Leckagestrom des Gleitlagers [53].

CHASALEVRIS et al. simulieren ein Gleitlager, dessen Verschleißmulde von einem schiefstehenden Zapfen verursacht wurde und damit dessen Tiefe in Axialrichtung variiert. Der Schaden beeinflusst die Ausprägung der 0,5-ten, 1,5-ten und 2,5-ten EO [26], was die Experimente in [25] bestätigen.

2.2.9 Schäden in Magnetlagern und Fanglagern

Magnetlager arbeiten im Normalbetrieb berührungslos und damit verschleißfrei. Begrenzend für die mechanischen Komponenten sind Absturz- und Anstreifvorgänge [48, Tab. 1.1]. Für den sicheren Betrieb von Magnetlagern empfiehlt SCHWEITZER z. B. eine redundante Sensoranordnung, Plausibilitätskontrolle der Sensorsignale, robuste Reglerauslegung und Fanglager für den Fail-Safe-Betrieb [146].

SAHINKAYA et al. entwickelten Monitoring-Verfahren für Sensor- und Spulenschäden. Im Fall eines unerwarteten Messwertes der Rotorauslenkung kontrollieren sie das Verhältnis der Signalhöhe zur Standardabweichung, um auf Sensorfehler zu prüfen. Wenn die Sensoren in Ordnung sind, werden die Spulen zusätzlich zur Lageregelung mit einem rotorsynchronem Signal beaufschlagt. Aus dem Verhältnis Anregung zu Antwort bestimmen sie, ob ein Fehler in der Regelung bzw. in den Spulen oder doch ein mechanischer Fehler wie Unwucht vorliegt [135].

Ein Totalversagen der Regelung führt zu einem Rotorabsturz, zum Schutz der Spulen werden Fanglager eingebaut. Diese werden während eines Absturzes stark beansprucht, ohne Information über die Kräfte kann jedoch deren Lebensdauer schwer abgeschätzt werden. Deswegen nutzen GINZINGER et al. ein modellbasiertes Überwachungsverfahren. Hierzu werden aus dem gemessenen Orbit die Dauer der Kontaktzustände "swinging", "forward rub" und "backward rub" bestimmt. Die Verteilung der Kontaktzustände wird in der Simulation genutzt, um damit den unbekanntem Reibkoeffizienten zu optimieren. Mit der abgeglichenen Simulation werden im Post Processing die Kontaktkräfte geschätzt [57].

HELFERT überwacht Abstürze eines magnetgelagerten Rotors mit Hochgeschwindigkeitskameras. Daraus bestimmt sie mithilfe von Bildverarbeitung die Positionen der Wälzkörper im Fanglager, woraus sie die Lagerkraft schätzt [68].

2.2.10 Alterungseffekte

Die bisher betrachteten Schäden lassen sich alle lokalisieren. Im Unterschied dazu betreffen Alterungseffekte wie Korrosion, Kavitation, Erosion (z. B. aufgrund Schleifwirkung von Sandkörnern) und Ablagerungen alle Bauteiloberflächen der Maschine [56] [97]. Dies ist normalerweise ein langsamer Prozess. So ändert sich bei Schaufelerosion die 1. EO über einen Zeitraum von mehreren Monaten oder Jahren [48, Bild 33.2].

In Strömungsmaschinen führen diese Schäden zu zusätzlichen Verwirbelungen im Fluid und senken damit deren Leistungsfähigkeit. Dies nutzt LIPOWSKY in seiner Online-Diagnose von Flugtriebwerken. So schätzt er aus Drücken, Temperaturen, Drehzahlen und Brennstoffzufuhr die Änderung von Wirkungsgraden, Querschnitten und Kapazitäten¹² ab. Diese Größen verschlechtern sich langsam durch Alterung [97].

¹² Die Kapazität ist eine Kennzahl aus Strömungsgeschwindigkeit, Druck und Temperatur.

JUNG & KWON entwickelten ein Monitoring-Verfahren für Korrosion am Käfig einer Asynchronmaschine. Das korrodierte Material besitzt andere elektrische Eigenschaften, wodurch sich der Widerstand R und die Induktivität L ändern. Dies führt zu Seitenbändern im Spektrum der Statorströme [79].

2.3 Monitoring-Systeme für mehrere Schäden

Da Rotoren eine breite Palette an Schäden besitzen, benötigen praxistaugliche Systeme eine Schadensbibliothek. Beim signalbasierten Monitoring besteht diese aus einer Datenbank, die Merkmale in den Messsignalen und Rotorfehler miteinander verknüpft. Beim modellbasierten Monitoring besteht die Bibliothek aus einer Sammlung von Schadensmodellen, die bei Bedarf dem Rotormodell hinzugefügt werden können.

Der folgende Überblick beschränkt sich auf Rotorsysteme. Zur Überwachung existieren diverse Normen, eine Übersicht geben GELLERMANN & KOLERUS [49]. Eine allgemeine Darstellung der Thematik Überwachung und Fehlerdiagnose findet sich bei ISERMANN [72].

2.3.1 Signalbasierte Systeme

Signalbasierte Systeme sind dadurch gekennzeichnet, dass diese ihre Diagnose lediglich anhand von Messdaten erstellen. Das Spektrum reicht dabei von „Rote Lampe bei Grenzwertüberschreitung“ bis hin zu Systemen, die mittels Signalaufbereitung etliche Indikatoren bestimmen und daraus die Fehlerart erkennen. Letztere werden als Expertensysteme bezeichnet, da sie die Arbeitsschritte eines Überwachungsexperten in Form von Algorithmen abbilden.

Expertensysteme für Rotoren gibt es etwa seit dem Jahr 1985, wie die Übersicht von BAUER zeigt [12, Abs. 1.2]. Als große Schwierigkeit nennt BAUER die Übertragung von Expertenwissen in ein maschinell verarbeitbares System, denn viele Diagnosen resultieren aus einem „Gefühl“ heraus.

Signalbasierte Systeme können deterministisch oder stochastisch arbeiten. Bei deterministischen Systemen werden für die verschiedenen Indikatoren Grenzwerte gesetzt, ein Überschreiten eines bestimmten Grenzwertes steht für klar definierte Fehler. Im Unterschied dazu erhöht sich bei stochastischen Systemen bei zunehmender Abweichung vom Referenzsignal die ausgegebene Fehlerwahrscheinlichkeit, ohne dass eine scharfe Grenze zwischen „intakt“ und „beschädigt“ gezogen wird. Die stochastischen Verfahren haben sich z. B. in der Wälzlagerdiagnose bewährt [107] [159].

BACHSCHMID et al. stellen in [7, Abs. 8.2] ein System vor, das über Fuzzy-Logik 64 Indikatoren mit 12 Schadensklassen verknüpft. In einer Wissensdatenbank ist dazu in Form von Bewertungszahlen angegeben, ob ein Indikator auf eine Fehlerklasse hinweist oder diese ausschließt. Daraus kann eine Wahrscheinlichkeit für jede Fehlerklasse bestimmt werden.

In eine ähnliche Richtung geht das Monitoring-System von Siemens für Kraftwerksrotoren, das PLOTTS & DIATZIKIS vorstellen. So betreibt Siemens weltweit zwei Monitoring-Zentralen, an denen alle Unregelmäßigkeiten im Betrieb eingehen. Hier bewerten Experten die Daten, als Hilfestellung steht die Chronik des Problemrotors und ein Expertensystem zur Verfügung. Im Expertensystem sind Diagnosen von Hunderten von Rotoren über mehrere Jahre hinterlegt. Daraus werden für den aktuellen Problemfall Fehlerwahrscheinlichkeiten bestimmt [118].

In der Diagnose von Flugtriebwerken sind signalbasierte Systeme nach LIPOWSKY [97] immer noch Stand der Technik. Die sog. Gas-Pfad-Analyse nutzt aus, dass mechanische Schäden die Leistungsfähigkeit des Triebwerkes und damit dessen thermodynamische Größen beeinflussen. LIPOWSKY erstellt daraus ein System, welches plötzliche Verschlechterungen und Alterungseffekte (vgl. Abschnitt 2.2.10) erkennt.

Die Gruppe von SINHA forscht an der signalbasierten Erkennung und Unterscheidung von Anstreifen, Achsversatz und Rissen. Hierzu erstellen sie 2D-Karten, in denen sie das Verhältnis höherer EO zu 1. EO [41] oder die ersten beiden Singulärwerte einer Matrix an Messdaten [108] eintragen. In diesen Karten lassen sich die Fehler gut unterscheiden, jedoch variieren die Positionen der einzelnen Schadensfälle auf der 2D-Karte deutlich bei Drehzahländerung.

Die signalbasierte Diagnose besitzt den Vorteil, dass sie die gesamte Vielfalt an Korrelationen zwischen Indikatoren und Fehlern nutzen kann. Beispielsweise erkennen BRAUT et al. sanftes Rotoranstreifen anhand der momentanem Drehgeschwindigkeit¹³ [17]. SZCZEPANIK et al. überwachen Schäden am Mittellager des Jettriebwerks SO-3 mittels Tip-Timing¹⁴ [163]. Nach JONES geben Prozessgrößen wie Temperaturen und Volumenströme wertvolle Hinweise zur Interpretation von Weg- und Beschleunigungsdaten von Gaskompressoren [76]. Die wichtigsten Schäden an Elektromotoren (Isolierung und lose Wicklung) lassen sich im Spektrum des Motorstroms erkennen, da diese zu Peaks bei charakteristischen Frequenzen führen [106].

Des Weiteren existieren vielfältige Methoden zur Signalaufbereitung. Die Fourieranalyse ist bei stationären Signalen hilfreich. Bei instationären Signalen bieten sich Zeit-Frequenz-Analysen an [120]. Mittels Hilbert-Huang-Transformation kann die momentane Frequenz von instationären Signalen bestimmt werden [70].

Mehrere Autoren verwenden Support Vector Machines (SVM) zur Schadensklassifizierung. Dabei werden aus den Messdaten N Eigenschaften extrahiert, jede Messung bildet einen Punkt im Eigenschaftsraum \mathbb{R}^N , vgl. Bild 2.11. Anhand von Trainingsdaten mit bekannten Fehlern werden Hyperflächen erstellt, die den \mathbb{R}^N in Bereiche unterteilen, die jeweils bestimmten Fehlern zugeordnet sind. SVM können viele Arten von Signalen

¹³ Diese ist im Englischen als IAS (instantaneous angular speed) bekannt. Die IAS wird üblicherweise aus den Daten eines Winkelencoders gewonnen.

¹⁴ Das Tip-Timing erfasst Schaufelschwingungen in Umfangsrichtung. Hierzu wird am Stator ein Lasersensor angebracht, der den Zeitpunkt der Schaufelpassage erfasst. Eine schwingende Schaufel passiert den Lasersensor etwas früher oder später als erwartet. Moderne Tip-Timing-Systeme können in vielen Fällen Dehnmessstreifen auf den Schaufeln ersetzen [132].

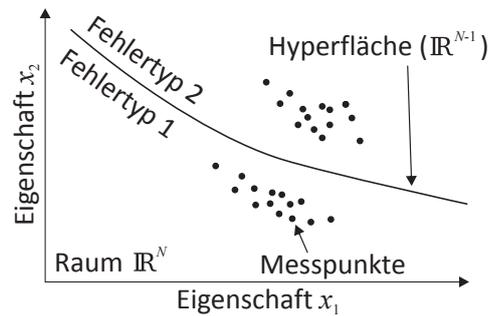


Bild 2.11: Funktionsprinzip einer Support Vector Machine mit $N = 2$ Signalmerkmalen

klassifizieren (das maschinelle Lesen von Handschrift ist eine der ersten Anwendungen einer SVM [29]), jedoch benötigen sie zwingend gute Trainingsdatensätze.

2.3.2 Modellbasierte Systeme

Der große Nachteil signalbasierter Systeme ist, dass diese nur eine qualitative Diagnose bieten. Deswegen werden seit den 90er Jahren modellbasierte Systeme entwickelt. Dabei reichen die hinterlegten Rotormodelle von Kennfeldern über Übertragungsverhalten bis hin zu vollständigen MKS- oder FE-Modellen. Einige Autoren bezeichnen auch Fuzzy-Logiken und neuronale Netze als modellbasierte Systeme [48, Abs. 34.3].

Das System von BAUER [12] ist ein Beispiel für ein Kennfeldmodell. Aus Simulationen für verschiedene Fehlerparameter entwickelte er Kennfelder für die Indikatoren. Im Fehlerfall wird über die Kennfelder auf die Ursache rückinterpoliert. Damit konnte er Ort und Ausmaß von Unwuchten sowie Spaltdicken im Quetschöldämpfer diagnostizieren. Besondere Schwierigkeiten dieser Arbeit liegen im nichtlinearen Systemverhalten und in der Diagnose nur aus Gehäuseschwingungen.

Einen guten Überblick über modellbasierte Ansätze, in denen weitestgehend physikalische Modelle verwendet werden, geben LEES et al. in [94]. LEES & FRISWELL zeigen in [93] den Stand ihres Monitoring-Systems (entwickelt an der University of Swansea). Das beinhaltet die Fehler Unwucht, Achsversatz und Änderung der Lagerparameter. Die Fehlerart wird nach dieser Veröffentlichung dadurch herausgefunden, dass die Fehler in der genannten Reihenfolge durchprobiert werden. Die Reihenfolge resultiert vermutlich aus der Häufigkeit der Fehler.

Weit entwickelt ist das Monitoring-System von BACHSCHMID und PENNACCHI von der Politecnico di Milano. In [9] demonstrieren sie ein System zum Monitoring von Unwucht, Schlag, Kupplungsversatz, Rissen und ovalen Gleitlagerzapfen. In ihrem System können sie zwei gleichzeitig auftretende Fehler betrachten, was ihrer Aussage nach ausreichend ist. Die sinnvolle Auswahl der Fehler wird mittels eines Fuzzylogik-Systems durchgeführt [10], vgl. auch Abschnitt 2.3.1. In letzter Zeit forscht die Gruppe auch an Wälzlagerschäden, jedoch mit signalbasierter Diagnose, vgl. z. B. [27].

An der TU Darmstadt werden ebenfalls Monitoring-Systeme erforscht. BACH et al. untersuchten die Diagnose von Anstreifen [6]. PLATZ befasste sich mit dem Monitoring von Unwucht und Rissen. Diese beiden Fehler konnten gut detektiert werden. Jedoch bestand das System nur aus diesen beiden Fehlern, eine Fehlervorauswahl wurde nicht implementiert [116] [117].

AENIS & NORDMANN (ebenfalls TU Darmstadt) befassten sich mit einem System zur Diagnose von Unwucht und Trockenlauf einer magnetgelagerten Pumpe. Zur Unterscheidung nutzen sie, dass Unwucht lediglich eine Kraftanregung ist, während Trockenlauf das gesamte System und damit auch die Eigenfrequenzen ändert. Letzteres kann über die Magnetlager gut diagnostiziert werden [2].

Nachfolgende Arbeiten entwickelten das System weiter. HASCH et al. nutzen FXLMS-Algorithmen, wodurch sie innerhalb weniger Sekunden eine plötzliche Unwucht erkennen können [63]. SCHAEDE et al. berechnen parallel zum Betrieb der magnetgelagerten Pumpe mehrere Rechenmodelle für verschiedene Fehlerfälle. Das System mit dem geringsten Residuum ist die wahrscheinlichste Diagnose. Jedoch geben die Autoren an, dass dieses System bei vielen Fehlern wegen der Rechenzeit problematisch wird [138]. Anhand des Literaturüberblicks in [14] arbeiten sie heraus, dass gleichzeitig auftretende Fehler generell wenig erforscht sind.

Zwischen modellbasierten und signalbasierten Systemen existieren auch einige Mischformen. Beispielsweise erkennen SAHINKAYA et al. den Ausfall eines Sensors im Magnetlager anhand von Signalmerkmalen, während sie Verstimmung der Magnetlager-Verstärkungsfaktoren modellbasiert bestimmen [135].

Fuzzy-Logiken und neuronale Netze werden von einigen Autoren zum Bereich der modellbasierten Systeme zugeordnet. Hier wird der Rotor mit Verhaltensmodellen anstelle von physikalischen Modellen abgebildet. Da in dieser Arbeit die physikalische Modellierung von Fehlern im Vordergrund steht, wird auf die verhaltensbasierten Systeme nicht näher eingegangen, sondern auf die Literaturübersichten z. B. bei [12] [35] [48] [72] oder [94] verwiesen. Auch diese Verfahren sind auf Trainingsdaten angewiesen.

2.4 Schlussfolgerungen für entwickeltes Monitoring-System

Der Überblick im Abschnitt 2.3 zeigt, dass es schon etliche Veröffentlichungen zu modellbasierten Systemen gibt. Dennoch sind in praktischen Anwendungen derzeit immer noch signalbasierte Systeme üblich [97] [118].

Ein Grund hierfür liegt darin, dass modellbasierte Systeme bisher nur eingeschränkt mit mehreren Fehlern umgehen können. So betrachten viele Veröffentlichungen zu modellbasierten Monitoring nur einzelne Fehler, vgl. Abschnitt 2.2. Die Systeme von PLATZ [116] oder AENIS & NORDMANN [2] betrachten nur zwei Fehler, LEES & FRISWELL

[93] betrachten Unwucht, Achsversatz und Lagerparameter. Das System von BACHSCHMID et al. bietet zwar eine größere Schadensbibliothek, kann jedoch höchstens zwei Fehler der Simulation hinzufügen [9]. Deswegen liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit im Monitoring mehrerer gleichzeitiger Fehler.

Ein wichtiger Punkt bei Behandlung mehrerer Fehler ist eine geeignete Fehlervorauswahl, um den Rechenaufwand im modellbasierten Teil gering zu halten. Hierzu bieten sich signalbasierte Verfahren an, denn diese können mit einfachen Mitteln die Fehlerart ermitteln oder zumindest eingrenzen. Ähnliches nutzen bereits BACHSCHMID et al. [10], allerdings erfordert deren Kopplung zum modellbasierten Teil manuelle Eingriffe. Dies ist ungünstig, da beide Teile für sich automatisiert funktionieren würden. Deswegen wird in dieser Arbeit ein System erforscht, welches die Schritte Überwachung, Fehlerklassifikation und modellbasiertes Monitoring autonom durchführt.

Einen hohen Stellenwert nimmt zudem die Physik der einzelnen Fehler ein. So sollen Definitionen erstellt werden, welche die Natur des Fehlers beschreiben und gleichzeitig die verschiedenen Fehler eindeutig voneinander abgrenzen. Diese Definitionen bilden die Grundlage für die Fehlermodelle. Für Fehler mit ähnlichen Signalmustern wie Schlag und Unwucht müssen Verfahren entwickelt werden, die eine Trennung solcher Fehler erlauben. Für ein praxistaugliches System ist zudem wichtig, dass die Fehlerdiagnose in sinnvoller Zeit erfolgt. Deswegen sind recheneffiziente Verfahren ebenfalls ein Aspekt dieser Arbeit. Eine echtzeitfähige Diagnose ist nicht Ziel dieser Arbeit, da die untersuchten Fehler selten sofortiges Handeln erfordern. Die verwendete Infrastruktur am Prüfstand würde jedoch prinzipiell die Möglichkeit bieten, dass Phase B bei übermäßigen Schwingungen automatisiert in die Steuerung eingreift.

3 Modelle und Bewegungsgleichungen des Rotors

Dieses Kapitel startet mit einer kurzen Betrachtung des Lavalrotors. An diesem Beispiel können einige Effekte gut erklärt werden, welche auch am deutlich komplexeren Prüfstandsrotor auftreten. Dessen detailliertes Modell bildet den Rotor als Kontinuum ab. Danach werden die einzelnen Fehler definiert und modelliert, zum Abschluss werden Lösungsverfahren der DGL im Stationärbetrieb vorgestellt.

3.1 Einführung anhand des Lavalrotors

Der Lavalrotor ist das einfachste Modell eines wellenelastischen Rotors. Das Modell besteht aus einer starren, massebehafteten Scheibe, die an einem elastischen, masselosen Rotor angebracht ist. Die Lager sind ideal starr. Die Welle rotiert um die ${}_I z$ -Achse, die Scheibe ist beweglich innerhalb einer zu ${}_I x, {}_I y$ parallelen Ebene. Die im Bild 3.1 eingezeichneten Freiheitsgrade r_x und r_y beschreiben die Position des Scheibenmittelpunktes M [48, Kap. 3].

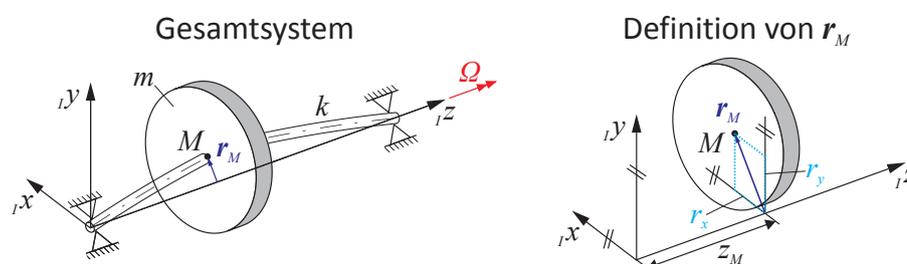


Bild 3.1: Skizze eines Lavalrotors mit Freiheitsgrad ${}_I \mathbf{r}_M = (r_x, r_y)^T$.

In den folgenden Abschnitten werden für einige Beispiele die stationäre Antworten angegeben, also die Rotorbiegung bei konstanter Drehgeschwindigkeit Ω und abgeklungener homogener Lösung. Die Herleitungen sind bewusst kurz gehalten, ausführlichere Erläuterungen finden sich in den Standardwerken der Rotordynamik.

3.1.1 Unwucht

Unwucht wird durch nicht-homogene Massenverteilung der Scheibe verursacht. In dem Fall liegt zwar der Mittelpunkt M im Stillstand auf der Lagerachse, der Schwerpunkt S

der Scheibe stimmt jedoch nicht mit M überein, vgl. Bild 3.2. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei der Drehwinkel $\gamma = 0$. Der Vektor von M zu S lautet dann:

$${}_I \mathbf{r}_{MS}(\gamma = 0) := \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

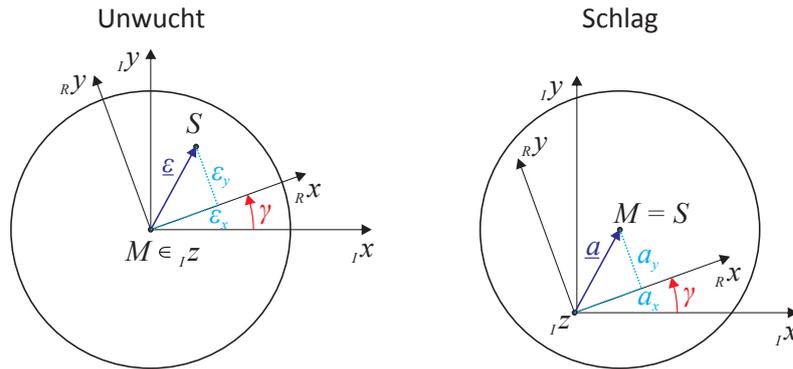


Bild 3.2: Lavalrotor mit Unwucht (links) und Schlag (rechts) für $\Omega \approx 0$

Die Vektoren werden mit der komplexen Schreibweise zusammengefasst: $\mathbf{r} = (r_x, r_y)^T \Leftrightarrow \underline{r} = r_x + jr_y$. Mit Berücksichtigung der Einheitsdrehung $e^{j\gamma} = e^{j\Omega t}$ für den im körperfesten System konstanten Vektor \mathbf{r}_{MS} lautet die Position des Schwerpunkts:

$${}_I \underline{r}_S = {}_I \underline{r}_M + \underline{\varepsilon} e^{j\Omega t} \quad (3.2)$$

$${}_I \ddot{\underline{r}}_S = {}_I \ddot{\underline{r}}_M - \underline{\varepsilon} \Omega^2 e^{j\Omega t} \quad (3.3)$$

Eingesetzt in den Impulssatz mit Berücksichtigung der Wellensteifigkeit k und äußeren Dämpfung mit viskoser Dämpfungskonstante d ergibt sich:

$$m {}_I \ddot{\underline{r}}_M + d {}_I \dot{\underline{r}}_M + k {}_I \underline{r}_M = \underbrace{m \underline{\varepsilon} \Omega^2 e^{j\Omega t}}_{= \underline{f}_{\text{-äq}}} \quad (3.4)$$

Für den Mittelpunkt M bedeutet die Unwucht eine Anregung mit der äquivalenten Fehlerkraft $\underline{f}_{\text{-äq}}(t) = \underline{\hat{f}}_{\text{-äq}} e^{j\Omega t}$. Die Auslenkung des Rotors ist ${}_I \underline{r}_{M,U}(t) = \underline{\hat{r}}_{M,U} e^{j\Omega t}$ mit:

$$\underline{\hat{r}}_{M,U} = \frac{m \underline{\varepsilon} \Omega^2}{k - m \Omega^2 + j \Omega d} = \frac{\underline{\varepsilon} \eta^2}{1 - \eta^2 + 2j \eta D} \quad \underline{\hat{r}}_{M,U} \in \mathbb{C} \quad (3.5)$$

Für die Umformung werden die ungedämpfte Eigenfrequenz $\omega^2 = \frac{k}{m}$, das Abstimmungsverhältnis $\eta = \frac{\Omega}{\omega}$ und das Lehr'sche Dämpfungsmaß $D = \frac{d}{2m\omega}$ verwendet.

3.1.2 Schlag

Der Schlag ist eine Auslenkung des Rotors ohne äußere Kräfte, z. B. durch plastische Deformation. Nach Bild 3.2 gilt dann im Stillstand:

$${}_I r_{-M}(\gamma = 0, \Omega = 0) = \underline{a} \quad (3.6)$$

Dies ist die neue Gleichgewichtslage des Rotors, diese ist im rotorfesten Koordinatensystem konstant. Die Rückstellkraft bei Deformation ${}_I f = k({}_I r_{-M} - \underline{a} e^{j\Omega t})$ ist proportional zur Relativverformung gegenüber der Gleichgewichtslage, was zu folgender DGL führt:

$$m {}_I \ddot{r}_{-M} + d {}_I \dot{r}_{-M} + k {}_I r_{-M} = k \underline{a} e^{j\Omega t} := \hat{f}_{-äq} e^{j\Omega t} \quad (3.7)$$

Die Schlagantwort besitzt folgende Amplitude:

$$\hat{r}_{-M,a} = \frac{k \underline{a}}{k - m\Omega^2 + j\Omega d} = \frac{\underline{a}}{1 - \eta^2 + 2j\eta D} \quad (3.8)$$

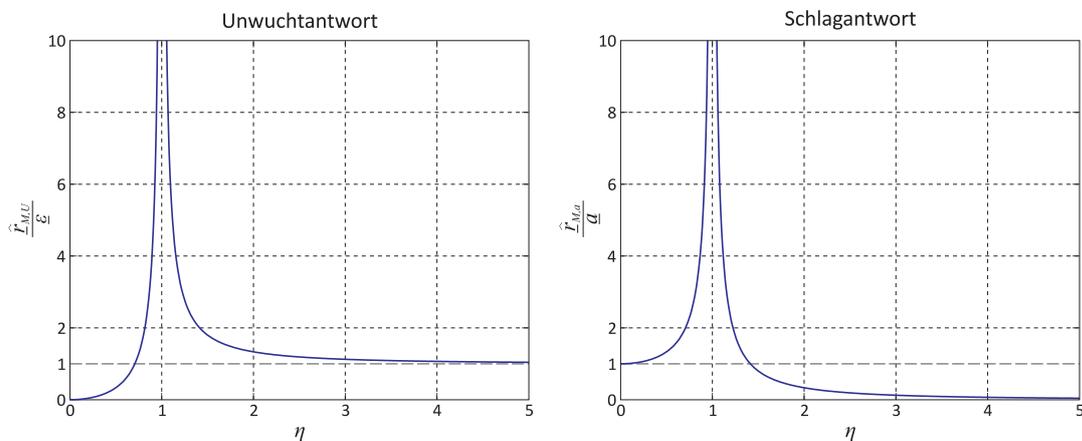


Bild 3.3: Vergleich der Spektren von ungedämpfter Unwucht- und Schlagantwort

Schlag und Unwucht regen beide die 1. EO im Gleichlauf an, was im körperfesten KOS einer konstanten Auslenkung entspricht. Die Antworten unterscheiden sich jedoch deutlich im Spektrum, was Bild 3.3 zeigt.

3.1.3 Schlag und Unwucht

Der Lavalrotor ist ein lineares Modell, sodass die Gesamtlösung beim gleichzeitigen Auftreten mehrerer Fehler durch Superposition bestimmt werden kann:

$$\begin{aligned}
 \hat{r}_{M,\Sigma} &= \frac{\underline{a}}{1 - \eta^2 + 2j\eta D} + \frac{\underline{\varepsilon}\eta^2}{1 - \eta^2 + 2j\eta D} \\
 &= \underline{a} + \frac{\underline{a}(\eta^2 - 2j\eta D) + \underline{\varepsilon}\eta^2}{1 - \eta^2 + 2j\eta D} \\
 &\approx \underline{a} + (\underline{a} + \underline{\varepsilon}) \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \quad \text{für } |\eta - 1| \gg 0 \text{ und } D \ll 1
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Die letzte Zeile wirkt zunächst sehr vereinfachend. Für viele wälzgelagerte Rotoren ist diese dennoch zutreffend, denn deren Lehr'sches Dämpfungsmaß liegt in der Größenordnung $D \approx 0,01$ [48, Kap. 10.4] und es erfolgt wegen der Resonanzüberhöhung kein Stationärbetrieb bei $\eta \approx 1$. Außerhalb der Resonanz gilt für die Antworten in der komplexen Ebene: Im unterkritischen Bereich liegen sie auf einer Geraden mit Startpunkt \underline{a} und Richtungsvektor $\underline{a} + \underline{\varepsilon}$. Im überkritischen Bereich hat die Gerade denselben Richtungsvektor und endet bei $-\underline{\varepsilon}$, vgl. Bild 3.4.

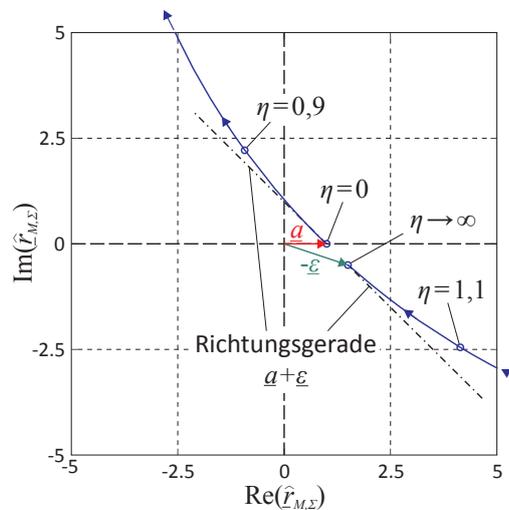


Bild 3.4: Nyquist-Kurve der Antwort für $\underline{a} = 1$, $\underline{\varepsilon} = -1,5 + 0,5j$ und $D = 0,01$ (Die Kurve für $\eta \approx 1$ liegt außerhalb des dargestellten Bereichs)

Des Weiteren ist im Bild 3.4 zu erkennen, dass sich durch die Überlagerung mehrere Eigenschaften gegenüber den Einzelspektren ändern: Die Amplitude ist nicht zwingend monoton steigend im unterkritischen Bereich bzw. monoton fallend im überkritischen, die Phasendifferenz von $\eta = 0$ bis zu $\eta \rightarrow \infty$ beträgt nicht -180° und die Phase kann sich auch bei Drehzahländerung weitab der Resonanz ändern [35].

3.1.4 Exzentrische Scheibe

Bei Unwucht und Schlag stimmen Mittelpunkt der Scheibe und Mittelpunkt der Welle an der Scheibenposition überein. Die exzentrische Scheibe weicht hiervon ab. Deswegen muss zwischen der Bewegung der Welle und der Scheibe unterschieden werden. Die Welle mit Mittelpunkt M_1 ist masselos, deswegen kann für die Lage des Schwerpunktes $S_1 = M_1$ angenommen werden. Die Scheibe für sich ist unwuchtfrei, d. h. $S_2 = M_2$. Für die Position des Scheibenschwerpunktes gilt dann:

$${}_I \underline{r}_{-S_2} = {}_I \underline{r}_{-M_1} + {}_I \underline{r}_{-M_1 M_2} + {}_I \underline{r}_{-M_2 S_2} = {}_I \underline{r}_{-M_1} + \underline{b}_E e^{j\Omega t} \quad (3.10)$$

$\underline{b}_E = {}_I \underline{r}_{-M_1 M_2}$ ($\gamma=0$) bezeichnet das Ausmaß der exzentrischen Montage, vgl. Bild 3.5. Die Biegung der Welle wird durch die Position ${}_I \underline{r}_{-M_1}$ beschrieben, die Gleichgewichtslage ist die Nulllage. Der Impulssatz (mit äußerer Dämpfung gegenüber der ${}_I \dot{\underline{r}}_{-M_1}$) lautet:

$$m {}_I \ddot{\underline{r}}_{-M_1} + d {}_I \dot{\underline{r}}_{-M_1} + k {}_I \underline{r}_{-M_1} = m \underline{b}_E \Omega^2 e^{j\Omega t} \quad (3.11)$$

Da (3.11) mit (3.4) übereinstimmt, wirkt die exzentrische Scheibe auf die Welle wie eine Unwucht, obwohl Welle und Scheibe für sich unwuchtfrei sind. Dies kann insofern begründet werden, dass der Schwerpunkt der Scheibe einen Abstand gegenüber dem Mittelpunkt der Welle aufweist, was der Definition einer Unwucht entspricht.

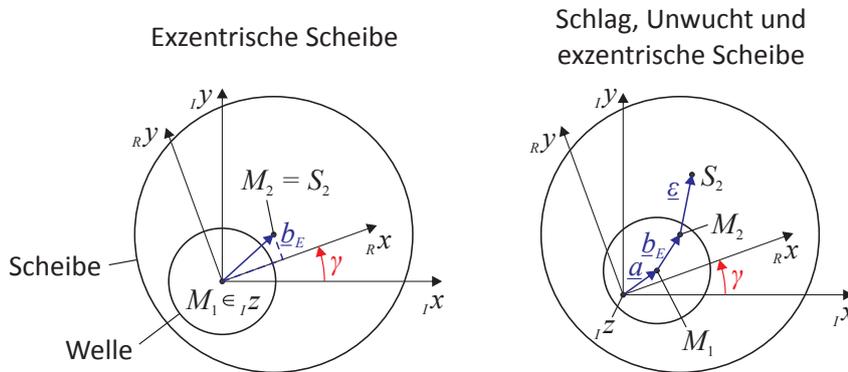


Bild 3.5: Lavalrotor mit exzentrischer Scheibe (links) bzw. Schlag, Unwucht und exzentrischer Scheibe (rechts) für $\Omega \approx 0$

Bei einer Messung an der Scheibe wird hingegen die Bewegung von ${}_I \underline{r}_{-M_2}$ erfasst. Diese kann aus (3.10) zusammen mit der Unwuchtantwort (3.5) berechnet werden:

$${}_I \underline{r}_{-M_2} = \frac{\underline{b}_E \eta^2}{1 - \eta^2 + 2j\eta D} e^{j\Omega t} + \underline{b}_E e^{j\Omega t} = \frac{\underline{b}_E (1 + 2j\eta D)}{1 - \eta^2 + 2j\eta D} e^{j\Omega t} \quad (3.12)$$

$${}_I \underline{r}_{-M_2} \approx \frac{\underline{b}_E}{1 - \eta^2 + 2j\eta D} e^{j\Omega t} \quad \text{für } D\eta \ll 1 \quad (3.13)$$

Die Messung an der Scheibe ist nach (3.13) identisch zur Schlagantwort (3.8)¹. So ist in der Gleichgewichtslage (d. h. $r_{M_1} = 0$) der Scheibenmittelpunkt um b_E versetzt, was der Definition von Schlag entspricht. In diesem Beispiel ist die Diagnose also davon abhängig, ob der Orbit an der Welle oder an der Scheibe gemessen wird.

Dieses Beispiel zeigt, dass eine sorgfältige Vorgehensweise beim Monitoring erforderlich ist. Um ähnliche Fehler sicher voneinander zu trennen, sind eindeutige Definitionen der einzelnen Fehler und hinreichend sensitive Indikatorfunktionen nötig. Ein geeigneter Satz von Indikatorfunktionen für die exzentrische Scheibe ist z. B. die gleichzeitige Messung von r_{M_1} und r_{M_2} .

Die hier gewählte Vorgehensweise ist konsistent zu den späteren Modellen: Im Zentrum der Herleitung steht die Biegung der Welle, diese wird durch (3.11) beschrieben. Aus deren Lösung für $r_{M_W}(t)$ kann die Auslenkung der Scheibe mit der kinematischen Beziehung (3.10) bestimmt werden. Da die folgende Arbeit die Orbits nur an der Welle misst, kann dieser Fehler als Teil der Unwucht betrachtet werden.

3.2 Dynamik eines unbeschädigten Kontinuum-Rotors

3.2.1 Modellannahmen

Eine wichtige Modellannahme beim Lavalrotor ist die masselose Welle. Beim betrachteten Prüfstand mit einer Wellenmasse von 2,4 kg bei einer Gesamtrrotormasse von 11,1 kg ist es jedoch nötig, die kontinuierliche Massenverteilung zu berücksichtigen. Hierzu bietet sich die Methode der elastischen MKS in Verbindung mit dem Ritz-Ansatz an, da dieses Verfahren wenig Freiheitsgrade benötigt. Die folgende Herleitung der Bewegungsgleichungen orientiert sich an den Veröffentlichungen von BREMER [18] [19], BREMER & PFEIFFER [20], ULBRICH [170] und ALTHAUS [3]. Die wesentlichen Modellannahmen für die Herleitung sind [3] [170]:

- Der Rotor ist ein kontinuierlicher, elastischer und massebelegter Balken.
- Die Elastizität beschränkt sich auf Biegung nach dem Euler-Bernoulli-Balkenmodell. Verformungen durch Schub und Torsion treten nicht auf.
- Die Querschnitte sind rotationssymmetrisch.
- Die Biegung kann über die Position der Mittellinie (=Verbindungsline der Flächenschwerpunkte) beschrieben werden.

1 Der Unterschied der exakten Lösung (3.12) zur Schlagantwort (3.8) resultiert daraus, dass in (3.12) die Dämpfungskraft proportional zu r_{M_1} ist, während sie in (3.8) proportional zu $r_{M_2} \hat{=} r_{M_1}$ ist. Für schwach gedämpfte Rotoren ist dieser Unterschied jedoch vernachlässigbar. Hier führt ein η , das einen merklichen Imaginärteil im Zähler von (3.12) verursachen würde, gleichzeitig zu einem so großen Nenner, dass r_{M_2} von 0 kaum zu unterscheiden ist.

- Die Rotorbiegung und die Exzentrizität des Schwerpunktes sind Größen 1. Ordnung, während die Drehung um die Rotorachse von 0. Ordnung ist.
- Das Werkstoffverhalten ist linear viskoelastisch gemäß dem Kelvin-Voigt-Modell.

Die unterschiedlichen Größenordnungen erlauben eine Unterteilung der Dynamik des Rotors in eine Führungsbewegung (Hauptrotation) und in eine Störbewegung (Biegeschwingungen). Die DGL der Hauptrotation wird durch den Winkel γ beschrieben und ist damit unabhängig von den Biegungen, d. h. der Rotor und die Lager können hier als starr betrachtet werden. Damit ergibt sich die DGL der Führungsbewegung aus dem Drallsatz um die inertialfeste ${}_I z$ -Achse (KOS nach Bild 3.6):

$$\Theta_{zz} \ddot{\gamma} = \sum L_z \quad (3.14)$$

Die momentane Drehgeschwindigkeit Ω des Rotors ist definiert als $\dot{\gamma} = \Omega$. Die Störbewegung hängt von der Lösung der Führungsbewegung ab [114, Abs. 2.1]. Deren DGL wird in den folgenden Abschnitten für einen wellenelastischen Rotor hergeleitet.

3.2.2 Kinematik

Zur Herleitung der DGL eines kontinuierlichen Körpers müssen die Bewegungsgleichungen an einem infinitesimalen Element hergeleitet werden. Für die Beschreibung der Bewegung ist die Definition von drei Koordinatensystemen sinnvoll (vgl. Bild 3.6):

- Das Inertialsystem (Index I) ist das Bezugskordinatensystem. Dessen ${}_I z$ -Achse verläuft durch die Mittelpunkte beider Lager, die Hauptdrehung γ ist um diese Achse definiert.
- Das Referenzsystem R ist gegenüber I um γ verdreht.
- Das körperfeste System K besitzt seinen Ursprung im Flächenschwerpunkt (=neutrale Faser der Biegung) des infinitesimalen Elements und ist durch die Biegung um α und β gegenüber R verdreht. Die ${}_K z$ -Achse ist tangential zur neutralen Faser.

Die Drehung zwischen I - und R -System wird durch die Geschwindigkeit ω_0 (Term 0. Ordnung) charakterisiert. Es gilt:

$${}_I \omega_0 = {}_R \omega_0 = (0, 0, \Omega)^T \quad \text{mit } \Omega = \dot{\gamma} : \text{Rotordrehgeschwindigkeit} \quad (3.15)$$

Die zugehörige Transformationsmatrix A_{IR} vom R - ins I -System lautet:

$$A_{IR} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

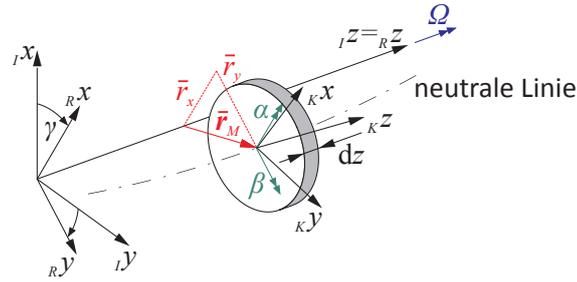


Bild 3.6: Infinitesimale Scheibe mit verwendeten Koordinatensystemen (nach [3, Bild 3.2])

Die Drehung zwischen dem R - und K -System wird als Kardandrehung ausgeführt. Die Drehwinkel α und β ergeben sich aus der Kinematik der Biegung. Da $\{\alpha, \beta\} \ll 1$ gilt, können diese zu einem Vektor φ zusammengefasst werden:

$${}_R\varphi = (\alpha, \beta, 0)^T \quad (3.17)$$

Wegen der kleinen Drehungen können folgende Drehmatrizen verwendet werden:

$$\begin{aligned} A_{RK} &= E_3 + {}_R\tilde{\varphi} \\ A_{KR} &= (E_3 + {}_R\tilde{\varphi})^T = E_3 - {}_R\tilde{\varphi} \end{aligned} \quad (3.18)$$

E_N bezeichnet eine $N \times N$ -Einheitsmatrix. Der Tilde-Operator $\tilde{\bullet}$ leitet sich aus dem Kreuzprodukt ab:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} := \tilde{\mathbf{a}} \mathbf{b} \quad \Rightarrow \quad \tilde{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{für } \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Für den Tilde-Operator gilt $\tilde{\mathbf{a}}^T = -\tilde{\mathbf{a}}$ und $\tilde{\mathbf{a}}\mathbf{b} = -\tilde{\mathbf{b}}\mathbf{a}$.

Zur Herleitung der DGL werden infinitesimale Scheibenelemente betrachtet. Ein derartiges Element hat folgenden Ortsvektor zum Schwerpunkt:

$${}_R\mathbf{r}_S = {}_R\mathbf{r}_z + {}_R\bar{\mathbf{r}}_M + (E_3 + {}_R\tilde{\varphi}) {}_K\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.20)$$

$\mathbf{r}_z = (0, 0, z)^T$ bezeichnet die axiale Position des betrachteten Querschnitts, $\bar{\mathbf{r}}_M = (\bar{r}_x, \bar{r}_y, 0)^T$ die Auslenkung des Flächenschwerpunktes M . Der Querstrich $\bar{\bullet}$ bezeichnet innerhalb des Abschnittes 3.2 die Störbewegung. ${}_K\boldsymbol{\varepsilon}$ ist der Abstand vom Flächenschwerpunkt zum Massenschwerpunkt und konstant im körperfesten KOS.

Die Geschwindigkeit ergibt sich durch zeitliche Ableitung. Dabei muss berücksichtigt werden, dass das R -System mit $\boldsymbol{\omega}_0$ rotiert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden

nicht mehr alle Indizes für die Koordinatensysteme angeschrieben.

$$\begin{aligned} {}_R\mathbf{v} &= \dot{\bar{\mathbf{r}}}_M + \tilde{\omega}_0 \bar{\mathbf{r}}_M - \tilde{\varepsilon} \dot{\varphi} - \tilde{\omega}_0 \tilde{\varepsilon} \varphi + \tilde{\omega}_0 \varepsilon \\ &\approx \underbrace{\dot{\bar{\mathbf{r}}}_M + \tilde{\omega}_0 \bar{\mathbf{r}}_M}_{\underbrace{{}_R\bar{\mathbf{v}}}} + \tilde{\omega}_0 \varepsilon \end{aligned} \quad (3.21)$$

Für die Näherung in der zweiten Zeile wurde verwendet, dass φ , $\dot{\varphi}$ und ε klein und damit deren Produkte zweiter Ordnung sind.

Im nächsten Schritt wird die Drehgeschwindigkeit des Querschnittes bestimmt. Die beiden Anteile (Hauptdrehung und Drehung durch Biegung) sind im R -System bekannt. Da der Trägheitstensor jedoch nur im körperfesten System zeitunabhängig ist, wird der Drehgeschwindigkeitsvektor ${}_K\boldsymbol{\omega} = {}_K\boldsymbol{\omega}_{IK}$ für das K -System bestimmt².

$$\begin{aligned} {}_K\boldsymbol{\omega} &= \mathbf{A}_{KR} ({}_R\boldsymbol{\omega}_0 + {}_R\dot{\varphi}) \\ &= \boldsymbol{\omega}_0 + \tilde{\omega}_0 \varphi - \tilde{\varphi} \dot{\varphi} + \dot{\varphi} \\ &\approx \boldsymbol{\omega}_0 + \underbrace{\tilde{\omega}_0 \varphi + \dot{\varphi}}_{{}_K\tilde{\boldsymbol{\omega}}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Die Drehungen α und β entstehen beim Euler-Bernoulli-Balken durch die Biegung. Für kleine Drehungen sind diese identisch zur räumlichen Ableitung der Biegelinie. Die Vorzeichen ergeben sich aus Bild 3.7.

$$\alpha = -\frac{\partial \bar{r}_y}{\partial z} := -\bar{r}'_y \quad \beta = \frac{\partial \bar{r}_x}{\partial z} := \bar{r}'_x \quad (3.23)$$

Hierbei bezeichnet $f'(z, t) = \frac{\partial f(z, t)}{\partial z}$ örtliche Ableitungen, während \dot{f} bei zeitlichen Ableitungen verwendet wird.

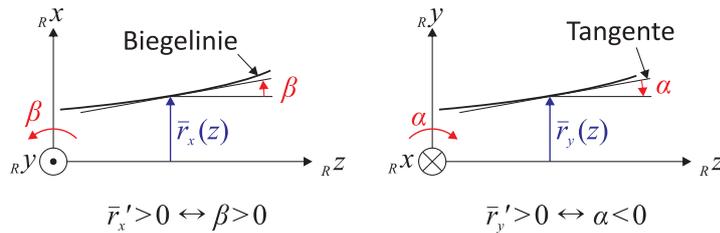


Bild 3.7: Zusammenhang zwischen Biegelinie und Winkel

² Eine Alternative zur Herleitung (3.22) ist die Formel ${}_K\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{IK} = \mathbf{A}_{KI}\dot{\mathbf{A}}_{IK}$ [19, Gl. (2.21)].

3.2.3 Einführung von Ansatzfunktionen

Würde man die Herleitung der DGL direkt durchführen, ergibt sich letztlich eine partielle DGL mit Anfangs- und Randwerten. Deren Lösung enthält zwar die vollständige Dynamik des Kontinuums, ist jedoch praktisch schwer zu bestimmen. Deswegen wird ein Näherung verwendet, die auch als Ritz-Ansatz³ bekannt ist. Dieser Ansatz verwendet den Separationsansatz von BERNOULLI, nähert jedoch den ortsabhängigen Teil durch Ansatzfunktionen an:

$$\bar{\mathbf{r}}_M(z, t) \approx \mathbf{u}^T(z) \cdot \mathbf{q}(t) \quad (3.24)$$

Mit $\mathbf{u}(z)$ wird ein Funktionenraum generiert, wobei jedes einzelne $u_i(z)$ für eine angenommene Biegekurve des Rotors steht. Die Amplituden q_i der einzelnen Biegekurven ändern sich über der Zeit, die gesamte Biegelinie ist also eine Superposition der angenommenen Biegekurven. Dieser Ansatz wird zunächst rein formal eingeführt, auf die Auswahl der Ansatzfunktionen geht Abschnitt 3.2.6 noch näher ein.

Aus Gründen der Flexibilität werden unterschiedliche Ansatzfunktionen in x - und y -Richtung verwendet. Damit können beispielsweise auch stark orthotrope Rotoren sinnvoll betrachtet werden. Der Ritz-Ansatz lautet dann:

$$\begin{aligned} \bar{r}_x(z, t) &= \mathbf{u}_x^T(z) \cdot \mathbf{q}_x(t) \\ \bar{r}_y(z, t) &= \mathbf{u}_y^T(z) \cdot \mathbf{q}_y(t) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Damit gilt für die Auslenkung des infinitesimalen Rotorelements:

$${}_R\bar{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_x^T & 0 \\ 0 & \mathbf{u}_y^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_x \\ \mathbf{q}_y \end{pmatrix} := \mathbf{J}_T(z) \cdot \mathbf{q}(t) \quad (3.26)$$

\mathbf{J}_T ist dabei die Jacobi-Matrix der Translation. Diese Definition wird offensichtlich, wenn (3.26) in ${}_R\bar{\mathbf{v}}$ aus (3.21) einsetzt wird:

$${}_R\bar{\mathbf{v}} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_x^T \dot{\mathbf{q}}_x \\ \mathbf{u}_y^T \dot{\mathbf{q}}_y \\ 0 \end{pmatrix} + \tilde{\omega}_0 \begin{pmatrix} \mathbf{u}_x^T \mathbf{q}_x \\ \mathbf{u}_y^T \mathbf{q}_y \\ 0 \end{pmatrix} := \mathbf{J}_T \cdot \dot{\mathbf{q}} + \tilde{\omega}_0 \mathbf{J}_T \cdot \mathbf{q} \quad (3.27)$$

Allgemein lautet die Definition der translatorischen Jacobi-Matrix: $\mathbf{J}_T = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$. Wird ${}_R\bar{\mathbf{v}}$ in (3.27) nach $\dot{\mathbf{q}}$ abgeleitet, bleibt \mathbf{J}_T übrig, somit wurde \mathbf{J}_T vorab richtig definiert. Analog

3 Das Verfahren wurde vom Mathematiker und Physiker WALTER RITZ (1878-1909) entwickelt.

dazu werden für die Drehgeschwindigkeiten (3.22), (3.23) und (3.25) verwendet:

$$\varphi = \begin{pmatrix} -\bar{r}'_y \\ \bar{r}'_x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{u}'_y \\ \mathbf{u}'_x & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q} := \mathbf{J}_R \cdot \mathbf{q} \quad (3.28)$$

$${}_K \bar{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}_R \cdot \dot{\mathbf{q}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \mathbf{J}_R \cdot \mathbf{q} \quad (3.29)$$

Das die in (3.28) eingeführte Jacobi-Matrix der Rotation \mathbf{J}_R zulässig ist, kann durch Anwenden der allgemeinen Definition $\mathbf{J}_R = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \mathbf{q}}$ auf (3.29) verifiziert werden.

3.2.4 Kinetik im mitrotierenden Koordinatensystem

Die Herleitung erfolgt über das Newton-Euler-Verfahren, also mittels Projektion von Impuls- und Drallsatz in den Raum der Minimalkoordinaten \mathbf{q} .

Nach [20, Kap. 6] sind für die Störbewegung die 0. Ordnung der Jacobi-Matrizen und die 1. Ordnung von Impuls- und Drallsatz zu berücksichtigen (gekennzeichnet durch entsprechende Indizes). Die Gleichung lautet für N (elastische) Körper K_i in einem mit $\boldsymbol{\omega}_0$ rotierenden Koordinatensystem (hier: R -System):

$$\sum_{i=1}^N \int_{K_i} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix}_0^T \left[\begin{array}{l} d\mathbf{p} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 d\mathbf{p} - d\mathbf{f}^e \\ d\mathbf{L} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 d\mathbf{L} - d\mathbf{l}^e \end{array} \right]_1 + \left(\frac{\partial V_W}{\partial \mathbf{q}} \right)^T + \left(\frac{\partial R}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \right\}_i = 0 \quad (3.30)$$

Das Materialverhalten ist hierbei in Form der potentiellen Energie der Wellenverformung V_W sowie der Rayleigh-Funktion R für den Dämpfungsanteil berücksichtigt [3]. In den folgenden Schritten werden getrennt die Anteile Impulsänderung, Dralländerung, eingeprägte Kräfte und Materialverhalten bestimmt und zum Schluss zur DGL zusammengefügt.

Impulsänderung

Der Impuls der infinitesimalen Scheibe lautet ${}_R \{d\mathbf{p}\} = dm {}_R \mathbf{v}$. Mit der Dichte ρ , der Querschnittsfläche A und der infinitesimalen Dicke dz ergibt sich $dm = \rho A dz$. Zusammen mit (3.21) und (3.27) lautet die Impulsänderung:

$$\begin{aligned} {}_R \{d\mathbf{p} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 d\mathbf{p}\}_1 &= \rho A (\mathbf{J}_T \cdot \dot{\mathbf{q}} + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \mathbf{J}_T \cdot \dot{\mathbf{q}} + (\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0) \mathbf{J}_T \cdot \mathbf{q}) dz \\ &\quad + \rho A (\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0) \boldsymbol{\varepsilon} dz \end{aligned} \quad (3.31)$$

Bei einem kreisrunden Rotorquerschnitt gilt: $A = \pi R^2$.

Dralländerung

Das Flächenträgheitsmoment Θ^* einer infinitesimalen Scheibe im K -System ist folgendermaßen definiert:

$$\Theta^* := \frac{\partial_K \Theta}{\partial z} dz = \rho \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_p \end{bmatrix} dz \quad (3.32)$$

I_x und I_y sind die Flächenträgheitsmomente, welche aus der Biegelehre bekannt sind. I_p ist das polare Flächenträgheitsmoment. Für den kreisrunden Querschnitt gilt: $I_x = I_y = \frac{\pi}{4}R^4$ und $I_p = \frac{\pi}{2}R^4$.

Beim Drall ist es sinnvoll, zunächst den Gesamtdrall aufzustellen (Index 0/1) und anschließend gemäß [20, Gl. (6.3)] die Drallterme 1. Ordnung für die DGL der Störbewegung zu berücksichtigen. Mit dem Drall ${}_K\{d\mathbf{L}\} = {}_K\{\Theta^*(\boldsymbol{\omega}_0 + \bar{\boldsymbol{\omega}})\}$ und der Drehung des K -Systems nach (3.22) ergibt sich⁴:

$$\begin{aligned} {}_K\{d\dot{\mathbf{L}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}} d\mathbf{L}\}_{0/1} &= \Theta^* \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 + \Theta^* \dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} + \underbrace{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \Theta^* \boldsymbol{\omega}_0}_{=0: \boldsymbol{\omega}_0 \parallel \Theta^* \boldsymbol{\omega}_0} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \Theta^* \bar{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{\bar{\boldsymbol{\omega}}} \Theta^* \boldsymbol{\omega}_0 + \underbrace{\tilde{\bar{\boldsymbol{\omega}}} \Theta^* \bar{\boldsymbol{\omega}}}_{\approx 0} \\ &= \underbrace{\Theta^* \dot{\boldsymbol{\omega}}_0}_{\mathbf{g}_1} + \underbrace{\Theta^* \dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \Theta^* \bar{\boldsymbol{\omega}} - \Theta^* \boldsymbol{\omega}_0 \cdot \bar{\boldsymbol{\omega}}}_{\mathbf{g}_2} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Da \mathbf{J}_R im R -System definiert ist, muss die Dralländerung ins R -System transformiert werden. Hierbei wird verwendet, dass \mathbf{g}_1 von 0. Ordnung und \mathbf{g}_2 von 1. Ordnung ist.

$$\begin{aligned} {}_R\{d\dot{\mathbf{L}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 d\mathbf{L}\}_{0/1} &= (\mathbf{E}_3 + {}_R\tilde{\boldsymbol{\varphi}})(\mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_2) \\ &= \underbrace{\mathbf{g}_1}_{0. \text{ Ordnung}} + \underbrace{\mathbf{g}_2 - \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_1 \cdot {}_R\boldsymbol{\varphi}}_{1. \text{ Ordnung}} + \underbrace{{}_R\tilde{\boldsymbol{\varphi}} \mathbf{g}_2}_{2. \text{ Ordnung}} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Für die Störbewegung ist der Term 1. Ordnung erforderlich, vgl. (3.30). Dieser Term lautet nach Einsetzen von (3.29) in (3.34):

$$\begin{aligned} {}_R\{d\dot{\mathbf{L}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 d\mathbf{L}\}_1 &= \Theta^* \mathbf{J}_R \cdot \ddot{\mathbf{q}} + (\Theta^* \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \Theta^* - \Theta^* \boldsymbol{\omega}_0) \mathbf{J}_R \cdot \dot{\mathbf{q}} \\ &\quad + (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \Theta^* \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 - \Theta^* \boldsymbol{\omega}_0 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 + \Theta^* \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_0 - \Theta^* \dot{\boldsymbol{\omega}}_0) \mathbf{J}_R \cdot \mathbf{q} \end{aligned} \quad (3.35)$$

4 $\widetilde{\Theta^* \boldsymbol{\omega}_0}$ bedeutet die Anwendung des Tilde-Operators auf den Drallvektor. Damit nimmt der Summand am Ende die gewünschte Form „Matrix multipliziert mit (Ableitung von) \mathbf{q} “ an.

Materialverhalten

Beim torsionsstarrten Euler-Bernoulli-Balken ist die Biegeenergie von der Balkenkrümmung $\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\varphi}'$ abhängig, vgl. [20, Gl. (2.39)]:

$$V_W = \frac{1}{2} \int_0^L \underbrace{\boldsymbol{\varphi}'^T \begin{bmatrix} EI_x & 0 & 0 \\ 0 & EI_y & 0 \\ 0 & 0 & GI_T \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}'}_H dz \quad (3.36)$$

E ist der Elastizitätsmodul, G der Schubmodul und I_T das Flächenträgheitsmoment bei Torsion. Der Anteil GI_T fällt jedoch beim Ausmultiplizieren wegen nicht vorhandener Torsion weg. Zusammen mit ${}_R\boldsymbol{\varphi}$ nach (3.28) ergibt sich:

$$V_W = \frac{1}{2} \int_0^L \mathbf{q}^T \mathbf{J}_R'^T \mathbf{H} \mathbf{J}_R' \mathbf{q} dz \quad (3.37)$$

Für (3.30) muss V_W nach \mathbf{q} abgeleitet werden:

$${}_R \left(\frac{\partial V_W}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \int_0^L \mathbf{J}_R'^T \mathbf{H} \mathbf{J}_R' dz \cdot \mathbf{q} = \int_0^L \begin{bmatrix} EI_y \mathbf{u}_x'' \mathbf{u}_x''^T & 0 \\ 0 & EI_x \mathbf{u}_y'' \mathbf{u}_y''^T \end{bmatrix} dz \cdot \mathbf{q} := \mathbf{K}_W \cdot \mathbf{q} \quad (3.38)$$

Die Steifigkeitsmatrix der Welle \mathbf{K}_W gegenüber Biegung charakterisiert den elastischen Teil des Materialmodells nach Kelvin-Voigt. Dieses Modell beinhaltet zudem viskoses Dämpfungsverhalten bei Dehnung der Materialfasern. Diese innere Dämpfung wirkt dämpfend zur Änderung der Auslenkung ${}_R \dot{\mathbf{r}}_M$ im mitrotierenden R -Systems [48, Abs. 4.3]. Gemäß dem Rayleigh-Ansatz wird die Dämpfungsmatrix proportional zur Steifigkeitsmatrix mit der Proportionalitätskonstante d_R gesetzt.

$${}_R \left(\frac{\partial R}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right)^T = d_R \int_0^L \mathbf{J}_R'^T \mathbf{H} \mathbf{J}_R' dz \cdot \dot{\mathbf{q}} = d_R \mathbf{K}_W \dot{\mathbf{q}} \quad (3.39)$$

3.2.5 Bewegungsgleichungen im Inertialsystem

Für spätere Betrachtungen ist es sinnvoll, die Bewegungsgleichungen im inertialfesten System zu formulieren, d. h. es wird eine Transformation nötig. Die Ansatzfunktionen ${}_I \mathbf{J}_{T/R}$ mit zugehörigen Amplituden ${}_I \mathbf{q}$ werden nun im I -System aufgestellt. Mit ${}_R \bar{\mathbf{r}}_M = {}_R \mathbf{J}_{T/R} \mathbf{q}$ und ${}_I \bar{\mathbf{r}}_M = {}_I \mathbf{J}_{T/I} \mathbf{q}$ können folgende Gleichungen bestimmt werden:

$${}_R \mathbf{J}_{T/R} \mathbf{q} = \mathbf{A}_{RI} {}_I \mathbf{J}_{T/I} \mathbf{q} \quad (3.40)$$

$${}^R J_{TR} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}_{RI} J_{TI} \dot{\mathbf{q}} - \tilde{\omega}_0 \mathbf{A}_{RI} J_{TI} \mathbf{q} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} {}^R J_{TR} \ddot{\mathbf{q}} &= \mathbf{A}_{RI} J_{TI} \ddot{\mathbf{q}} - 2\tilde{\omega}_0 \mathbf{A}_{RI} J_{TI} \dot{\mathbf{q}} + \tilde{\omega}_0 \tilde{\omega}_0 \mathbf{A}_{RI} J_{TI} \mathbf{q} \\ &\quad - \tilde{\omega}_0 \mathbf{A}_{RI} J_{TI} \mathbf{q} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Analoges kann für ${}^R \bar{\omega} = {}^R J_{RR} \mathbf{q}$ durchgeführt werden. Des Weiteren müssen auch die Projektionen $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$ und $\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial \dot{\mathbf{q}}}$ aus (3.30) an die neu gewählten Freiheitsgrade angepasst werden. Da Impuls- und Drallsatz im R -System aufgestellt wurden, müssen im Zähler ${}^R \mathbf{v}$ nach (3.21) bzw. ${}^R \boldsymbol{\omega}$ nach (3.22) betrachtet werden. Mit (3.41) ergibt sich:

$$\left(\frac{\partial {}^R \mathbf{v}}{\partial {}_I \dot{\mathbf{q}}} \right)^T = (\mathbf{A}_{RI} J_{TI})^T = {}_I J_{TI}^T \mathbf{A}_{IR} \quad (3.43)$$

$$\left(\frac{\partial {}^R \boldsymbol{\omega}}{\partial {}_I \dot{\mathbf{q}}} \right)^T = (\mathbf{A}_{RI} J_{RI})^T = {}_I J_{RI}^T \mathbf{A}_{IR} \quad (3.44)$$

Als letzter Baustein wird die elastische Rotorlagerung durch N inertialfeste Feder-Dämpfer-Elemente mit der Steifigkeit k und der Dämpfung d an der Axialposition z_i berücksichtigt. Die Indizes T und R bezeichnen ein translatorisches bzw. rotatorisches Feder-Dämpfer-Element, die Indizes x und y die entsprechende Wirkrichtung im inertialfesten System. Die resultierenden eingepprägten Kräfte ${}_I \mathbf{f}_{FD}^e$ bzw. Momente ${}_I \mathbf{l}_{FD}^e$ lauten:

$${}_I \mathbf{f}_{FD}^e = \sum_i^N \begin{bmatrix} -k_{T,x,i} & 0 \\ 0 & -k_{T,y,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} {}_I J_T(z_i) {}_I \mathbf{q} + \begin{bmatrix} -d_{T,x,i} & 0 \\ 0 & -d_{T,y,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} {}_I J_T(z_i) {}_I \dot{\mathbf{q}} \quad (3.45)$$

$${}_I \mathbf{l}_{FD}^e = \sum_i^N \begin{bmatrix} -k_{R,x,i} & 0 \\ 0 & -k_{R,y,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} {}_I J_R(z_i) {}_I \mathbf{q} + \begin{bmatrix} -d_{R,x,i} & 0 \\ 0 & -d_{R,y,i} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} {}_I J_R(z_i) {}_I \dot{\mathbf{q}} \quad (3.46)$$

Dabei wird angenommen, dass $\mathbf{q} = \mathbf{0}$ die Gleichgewichtslage aller Steifigkeiten ist.

Damit sind alle nötigen Bestandteile zur Bestimmung der DGL im inertialfesten System bekannt. Die Basisgleichung ist (3.30). Die einzelnen Komponenten sind (3.43), (3.44), (3.31), (3.35), (3.45), (3.46), (3.38) und (3.39). Die Transformation von ${}^R \mathbf{q}$ auf ${}_I \mathbf{q}$ erfolgt nach (3.40) bis (3.42). Zur Bestimmung der Systemmatrizen aus den obigen Formeln wird das Computeralgebrasystem MAPLE verwendet. Das Ergebnis lautet im Inertialsystem (der Index I wird weggelassen):

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{D}_D + \mathbf{D}_R + \mathbf{G}) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_W + \mathbf{K}_F + \mathbf{N}_R + \mathbf{N}_{\dot{\Omega}}) \mathbf{q} = \mathbf{h} \quad (3.47)$$

Die Matrizen lauten:

$$\mathbf{M} = \int \rho A \begin{bmatrix} \mathbf{u}_x \mathbf{u}_x^T & 0 \\ 0 & \mathbf{u}_y \mathbf{u}_y^T \end{bmatrix} + \rho I_x \begin{bmatrix} \mathbf{u}'_x \mathbf{u}'_x{}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{u}'_y \mathbf{u}'_y{}^T \end{bmatrix} dz \quad (3.48)$$

$$\mathbf{G} = \int \rho I_p \Omega \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{u}'_x \mathbf{u}'_y{}^T \\ -\mathbf{u}'_y \mathbf{u}'_x{}^T & 0 \end{bmatrix} dz \quad (3.49)$$

$$\mathbf{D}_D = \sum_i^N \left[\begin{array}{cc} d_{T,x,i} \mathbf{u}_x \mathbf{u}_x^T + d_{R,x,i} \mathbf{u}'_x \mathbf{u}'_x{}^T & 0 \\ 0 & d_{T,y,i} \mathbf{u}_y \mathbf{u}_y^T + d_{R,y,i} \mathbf{u}'_y \mathbf{u}'_y{}^T \end{array} \right] \Big|_{z_i} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{D}_R = \int d_R EI_x \begin{bmatrix} \mathbf{u}''_x \mathbf{u}''_x{}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{u}''_y \mathbf{u}''_y{}^T \end{bmatrix} dz \quad (3.51)$$

$$\mathbf{K}_W = \int EI_x \begin{bmatrix} \mathbf{u}''_x \mathbf{u}''_x{}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{u}''_y \mathbf{u}''_y{}^T \end{bmatrix} dz \quad (3.52)$$

$$\mathbf{K}_F = \sum_i^N \left[\begin{array}{cc} k_{T,x,i} \mathbf{u}_x \mathbf{u}_x^T + k_{R,x,i} \mathbf{u}'_x \mathbf{u}'_x{}^T & 0 \\ 0 & k_{T,y,i} \mathbf{u}_y \mathbf{u}_y^T + k_{R,y,i} \mathbf{u}'_y \mathbf{u}'_y{}^T \end{array} \right] \Big|_{z_i} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{N}_R = \int d_R EI_x \Omega \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{u}''_x \mathbf{u}''_y{}^T \\ -\mathbf{u}''_y \mathbf{u}''_x{}^T & 0 \end{bmatrix} dz \quad (3.54)$$

$$\mathbf{N}_{\dot{\Omega}} = \int \rho I_p \dot{\Omega} \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{u}'_x \mathbf{u}'_y{}^T \\ -\mathbf{u}'_y \mathbf{u}'_x{}^T & 0 \end{bmatrix} dz \quad (3.55)$$

$$\mathbf{h}_{f/l} = \sum_i^N \left(\begin{array}{c} \mathbf{u}_x f_{x,i} - \mathbf{u}'_y l_{y,i} \\ \mathbf{u}_y f_{y,i} + \mathbf{u}'_x l_{x,i} \end{array} \right) \Big|_{z=z_i} \quad (3.56)$$

$$\mathbf{h}_U = \int \rho A |\boldsymbol{\varepsilon}| \left(\begin{array}{c} \mathbf{u}_x \left[\Omega^2 \cos(\gamma + \Psi_U) + \dot{\Omega} \sin(\gamma + \Psi_U) \right] \\ \mathbf{u}_y \left[\Omega^2 \sin(\gamma + \Psi_U) - \dot{\Omega} \cos(\gamma + \Psi_U) \right] \end{array} \right) dz \quad (3.57)$$

Der Unwuchtvektor wurde hier in Polarschreibweise dargestellt: $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, 0)^T = (|\boldsymbol{\varepsilon}| \cos \Psi_U, |\boldsymbol{\varepsilon}| \sin \Psi_U, 0)^T$. Für $\mathbf{u}_x = \mathbf{u}_y$ stimmen die Ergebnisse mit denen bei [3, Tab. 3.1] bzw. [19, Tab. 12 (S. 192)] überein⁵. Bei Zusammenfassung der Matrixsummen bleibt folgende Darstellung:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{D} + \mathbf{G}) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + \mathbf{N}) \mathbf{q} = \mathbf{h} \quad (3.58)$$

\mathbf{M} , \mathbf{D} und \mathbf{K} sind symmetrische Matrizen, \mathbf{G} und \mathbf{N} sind schiefssymmetrisch. Anhang B.1 stellt vor, wie Magnetlager in den obigen Gleichungen berücksichtigt werden können.

3.2.6 Wahl der Ansatzfunktionen

Die Gleichung (3.47) mit den Matrizen (3.48) bis (3.57) definiert die Bewegungsgleichungen in Abhängigkeit der Ansatzfunktionen \mathbf{u} . Nun soll die bisher offene Frage betrachtet werden, was gut geeignete Ansatzfunktionen sind.

Eine wichtige Forderung ist, dass die Näherungslösung des Ritz-Ansatzes gegen

⁵ Diese Quellen verwenden ein mit Ω_B rotierendes Bezugssystem B . Für $\Omega_B = 0$ entspricht dieses dem hier verwendeten I -System.

die exakte Lösung konvergiert. Dies ist sichergestellt, wenn die Ansatzfunktionen als Ganzes die geometrischen Randbedingungen erfüllen, ein vollständiges Funktionensystem bilden und nicht zueinander linear abhängig sind [20, Abs. 3.5]. Wegen der Steifigkeitsmatrix (3.52) müssen die Ansatzfunktionen zweifach differenzierbar sein.

Die Erfüllung der geometrischen Randbedingungen kann für das verwendete Rotormodell (vgl. Abschnitt 5.2) einfach sichergestellt werden. So gilt wegen der elastischen gelenkigen Lager für die Verschiebung $\bar{\mathbf{r}}(z_{Li}) \neq 0$ und für die Drehung $\bar{\mathbf{r}}'(z_{Li}) \neq 0$, wobei z_{Li} die Position des i -ten Lagers ist. Sobald eine einzige Ansatzfunktion diese Bedingung erfüllt, erfüllt also auch die Menge der Ansatzfunktionen als Ganzes die geometrischen Randbedingungen. Deswegen kann ein Teil der Ansatzfunktionen auch die Werte $u_k(z_{Li}) = 0$ oder $u'_k(z_{Li}) = 0$ annehmen.

Die Anforderung eines vollständigen Funktionensystems (d. h. Abbildung jeder möglicher Biegelinie) erfordert unendlich viele Ansatzfunktionen. Da die Anzahl der Ansatzfunktion dem Freiheitsgrad der Simulation entspricht, ist das nicht realisierbar. In der Praxis bietet jedoch eine endliche Menge an Ansatzfunktionen eine hinreichend genaue Lösung. Dabei gilt als Regel: Je genauer die Ansatzfunktionen der tatsächlichen Biegelinie entsprechen, desto besser ist die Approximation. Für einfache Balkensysteme können beispielsweise global definierte Polynome [52, Abs. 5.2] oder Exponentialfunktionen [20, Abs. 4.5.4.3] verwendet werden. Letztere schließen über komplexe Exponenten auch Sinus und Cosinus ein.

Günstige Ansatzfunktionen in der Rotordynamik sind die Biegemoden des ungedämpften, stillstehenden Rotors [170, Abs. 2.2.1]. Für die Schwingformen der Biegemoden ist sichergestellt, dass diese die geometrischen Randbedingungen erfüllen und nicht linear abhängig sind. Die exakte Lösung kann in der Praxis mit N Moden hinreichend genau beschrieben werden, wenn die N -te Eigenfrequenz größer ist als die maximale Erregerfrequenz ist [170, Abs. 2.2.1 und 4.2.1]. Weil hierzu oft sehr kleine N ausreichend sind, ist ein derartiges Rotormodell recheneffizient.

Bei realen Rotoren mit Schwungscheiben oder Querschnittssprüngen werden die Biegemoden vorab numerisch bestimmt. Hierbei bietet sich die Modellierung des Rotors über lokale Ansatzfunktionen an, deren Integrale sich leicht berechnen lassen. Beispiele sind Splines oder die Hermite'schen Polynome der Finite Elemente Methode [20, Abs. 4.5.4]. Damit können die Systemmatrizen recht genau bestimmt werden, die Anzahl der Freiheitsgrade ist jedoch recht hoch. Mit diesem Modell werden die Biegemoden des stillstehenden Rotors mit folgendem Eigenwertproblem berechnet:

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{x}_i \cdot e^{\lambda_i t} = 0 \quad (3.59)$$

Hierbei ist λ_i ein Eigenwert und \mathbf{x}_i der zugehörige EV (Eigenvektor). Für die Modellreduktion werden die Moden mit den niedrigsten Eigenfrequenzen, also die λ_i mit betragsmäßig niedrigsten Imaginärteilen gewählt. Die zugehörigen EV bilden die Modalmatrix \mathbf{X} . Da \mathbf{M} und \mathbf{K} eine Blockstruktur haben, wodurch die Auslenkungen in x und y unabhängig sind, sind auch die EV in x und y unabhängig. Deswegen kann \mathbf{X}

folgendermaßen angegeben werden:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}_y \end{pmatrix} \quad \text{mit } \mathbf{X}_{x/y} = [\mathbf{x}_{x/y,1}, \dots, \mathbf{x}_{x/y,N}] \quad (3.60)$$

Mit der Transformation $\mathbf{q} = \mathbf{X}\check{\mathbf{q}}$ wird (3.58) zu:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{M} \mathbf{X} \check{\mathbf{q}} + \mathbf{X}^T (\mathbf{D} + \mathbf{G}) \mathbf{X} \dot{\check{\mathbf{q}}} + \mathbf{X}^T (\mathbf{K} + \mathbf{N}) \mathbf{X} \check{\mathbf{q}} = \mathbf{X}^T \mathbf{h} \quad (3.61)$$

Da \mathbf{X} durch die Auswahl der ersten N Moden mehr Zeilen als Spalten hat, beinhaltet $\check{\mathbf{q}}$ weniger Freiheitsgrade als \mathbf{q} , das Modell wird also reduziert. Für das stillstehende System entspricht (3.61) exakt der Modaltransformation. Beim rotierenden System besitzt das transformierte System jedoch keine Diagonalgestalt, da als Vereinfachung die EV \mathbf{X} aus dem stillstehenden System (3.59) verwendet wurden. Wenn die \mathbf{D} -, \mathbf{G} - und \mathbf{N} -Matrix klein im Vergleich zu \mathbf{K} und \mathbf{M} sind, dann unterscheiden sich die EV des realen Systems kaum von denen aus (3.59). Diese können damit als hinreichend genaue Ritz-Ansatzfunktion verwendet werden, (3.61) bietet also eine gute Näherung des realen Verhaltens.

Diese Wahl von Ansatzfunktionen garantiert des Weiteren die Diagonalgestalt von $\check{\mathbf{M}} = \mathbf{X}^T \mathbf{M} \mathbf{X}$. Bei massennormierten EV ist $\check{\mathbf{M}}$ eine Einheitsmatrix [52, Abs. 2.3].

Basierend auf den Formeln der letzten Seiten wurde das Rotor-Simulationsmodell in MATLAB implementiert. Damit nutzen der signal- und modellbasierte Teil die gleiche Programmiersprache. Für den signalbasierten Teil ist MATLAB wegen der Nutzung eines dSPACE-Systems sinnvoll, vgl. Abschnitt 4.1.

3.2.7 Einführung in die komplexe Schreibweise

Für die Berechnung der Ritz-Ansatzfunktionen in (3.59) kann ein FE-Modell verwendet werden. Dieses diskretisierte System ist auch gut zur Herleitung von Fehlermodellen geeignet, welche die Form einer *äquivalenten Fehlerkraft* \mathbf{h} annehmen [9].

Da der betrachtete Rotor sich hinreichend genau mit symmetrischer Welle und symmetrischer Lagerung beschreiben lässt, lassen sich mit der komplexen Schreibweise die Gleichungen deutlich kompakter darstellen. Hierzu werden die komplexe Auslenkung und Rotation folgendermaßen gewählt [50, Abs. 3.1] :

$$\underline{r} = r_x + j r_y \quad (3.62)$$

$$\underline{\varphi} = \varphi_y - j \varphi_x = \beta - j \alpha \quad (3.63)$$

Analog zu (3.62) gilt für die Kraft $f = f_x + j f_y$, das komplexe Moment definiert sich nach (3.63) zu $\underline{l} = l_y - j l_x$. Die komplexen Systemmatrizen können anhand des Rotors in Bild 3.8 bestimmt werden. An dessen linken Ende sind alle Lateralbewegungen gesperrt, am rechten Ende besitzt er die Freiheitsgrade $\mathbf{q} = (x, \beta, y, \alpha)^T$. Bei Modellierung mit

einem Euler-Bernoulli-Balkenelement besitzen die Matrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} und \mathbf{K} die Struktur von \mathbf{A} , während \mathbf{G} und \mathbf{N} wie \mathbf{B} aufgebaut sind. Es gilt: $\{a_i, b_i\} \in \mathbb{R}$.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 & 0 \\ a_2 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & -a_2 \\ 0 & 0 & -a_2 & a_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_1 & b_2 \\ 0 & 0 & -b_2 & -b_3 \\ -b_1 & b_2 & 0 & 0 \\ -b_2 & b_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

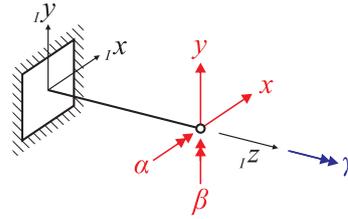


Bild 3.8: Beispiel für Rotorelement mit Euler-Bernoulli-Diskretisierung (blau: Führungsbewegung, rot: Freiheitsgrade der Störbewegung)

Um die komplexe Schreibweise zu erhalten, wird von der reellen DGL die 3. Zeile multipliziert mit j zur 1. Zeile addiert und die 4. Zeile multipliziert mit $-j$ zur 2. Zeile. Damit folgt $\underline{\mathbf{q}} = (\underline{r}, \underline{\varphi})^T$. Die komplexen Systemmatrizen ergeben sich folgendermaßen:

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{B}} = -j \cdot \begin{bmatrix} b_1 & -b_2 \\ -b_2 & b_3 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Bei mehreren Knoten lassen sich die Systemmatrizen in 2×2 -Blöcke zerlegen, die jeweils gemäß (3.65) ersetzt werden. Dies wird noch in Abschnitt 3.3.3 anhand der Kupplungssteifigkeit demonstriert. Für N Knoten werden die Freiheitsgrade bzw. Anregungen der einzelnen Knoten in den Vektoren $\underline{\mathbf{q}}$ und $\underline{\mathbf{h}}$ folgendermaßen aneinandergereiht:

$$\underline{\mathbf{q}} = (\underline{r}_1, \underline{\varphi}_1, \underline{r}_2, \underline{\varphi}_2, \dots, \underline{r}_N, \underline{\varphi}_N)^T \in \mathbb{C}^{2N} \quad (3.66)$$

$$\underline{\mathbf{h}} = (\underline{f}_1, \underline{l}_1, \underline{f}_2, \underline{l}_2, \dots, \underline{f}_N, \underline{l}_N)^T \in \mathbb{C}^{2N} \quad (3.67)$$

Durch die Diskretisierung greifen die Kräfte und Momente punktförmig an Knoten an, diese können mit (3.56) im Ritz-Ansatz berücksichtigt werden.

Die komplexe Schreibweise besitzt mehrere Vorteile. Die Vorzeichenstruktur von (3.64) erschwert Herleitungen deutlich, dies entfällt in (3.65). In vielen Fällen reicht eine Strukturskizze der xz -Ebene mit den Freiheitsgraden x und β aus, die Beziehungen können oft direkt auf \underline{r} und $\underline{\varphi}$ erweitern werden. Die komplexe Einheitsdrehung $e^{j\gamma}$ ersetzt viele Sinus- und Cosinus-Terme. Damit werden alle Gleichungen übersichtlicher.

3.3 Fehlermodelle

Dieser Abschnitt stellt die Modelle einiger Basisfehler vor. Diese sind bei geringer Ausprägung linear und lassen sich mit Ausnahme des Rundheitsfehlers durch eine äquivalente Fehlerkraft beschreiben⁶. Diese Kraft wird der DGL des unbeschädigten Rotors hinzugefügt. Für eine sinnvolle Modellierung sind eindeutige Fehlerdefinitionen zwingend erforderlich.

Hierzu werden vorab noch einige weitere Begriffe definiert. Die *Lagerachse* ist die Verbindungslinie zwischen den beiden Rotorlagern. Der geometrische Mittelpunkt M jedes Rotorquerschnitts ist der *Flächenschwerpunkt*, bei kreisrundem Querschnitt ist dies der Kreismittelpunkt. Die neutrale Faser der Biegung verbindet alle Flächenschwerpunkte. Die Freiheitsgrade \mathbf{q} der DGL (3.47) beschreiben die Deformation der Biegelinie. Der *Massenschwerpunkt* S eines Querschnittes ist der gedachte Angriffspunkt der Gewichtskraft. Dieser stimmt nur bei ideal homogener oder bzw. ideal symmetrischer Massenverteilung mit dem Flächenschwerpunkt überein.

3.3.1 Unwucht

Statische Unwucht

Die statische Unwucht wurde bereits im kontinuierlichen Modell im Abschnitt 3.2 berücksichtigt. Der Vektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ in (3.20) verbindet den Flächenschwerpunkt mit dem Massenschwerpunkt. Für die DGL mit den Flächenschwerpunktspositionen als Freiheitsgrad erscheint die Unwucht in der *äquivalenten Kraft* (3.57). Der Vollständigkeit halber wird die Unwucht wie auch alle anderen Fehler im diskretisierten Modell angegeben.

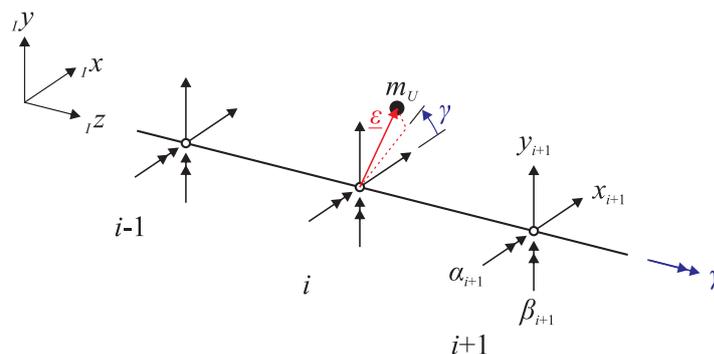


Bild 3.9: Die Unwucht im diskretisierten System.

Hierzu wird wie im Bild 3.9 dargestellt eine diskrete Unwuchtmasse m_U mit der

⁶ Der Rundheitsfehler überlagert die Orbitmessung mit einem winkelabhängigen Signal und wird bereits in der Signalaufbereitung berücksichtigt.

Exzentrizität $\underline{\varepsilon}$ am i -ten Knoten betrachtet. Aus deren Fliehkraft gegenüber der Knotenposition (=Position der neutralen Achse) resultiert folgende komplexe äquivalente Fehlerkraft:

$$\underline{h}_U = (0 \cdots 0, \underbrace{m_U \underline{\varepsilon} (\Omega^2 - j\dot{\Omega}) e^{j\gamma}}_{(f_{-i}, L_i)^T = (h_{2i-1}, h_{2i})^T}, 0, 0 \cdots 0)^T \quad (3.68)$$

Momentenunwucht

Bisher wurde angenommen, dass das K -System ein Hauptachsensystem ist. Bei Momentenunwucht ist das Hauptachsensystem (Index H) um ${}_K\boldsymbol{\vartheta} = (-|\boldsymbol{\vartheta}| \sin \Psi_\vartheta, |\boldsymbol{\vartheta}| \cos \Psi_\vartheta, 0)^T$ verkippt, vgl. Bild 3.10. Der Betrag $|\boldsymbol{\vartheta}|$ der Momentenunwucht ist der Elevationswinkel (=Neigung der Scheibe), die Phase bzw. der Azimutwinkel Ψ_ϑ beschreibt die Orientierung der Elevation⁷. ${}_K\boldsymbol{\vartheta}$ wird als Term erster Ordnung angenommen.

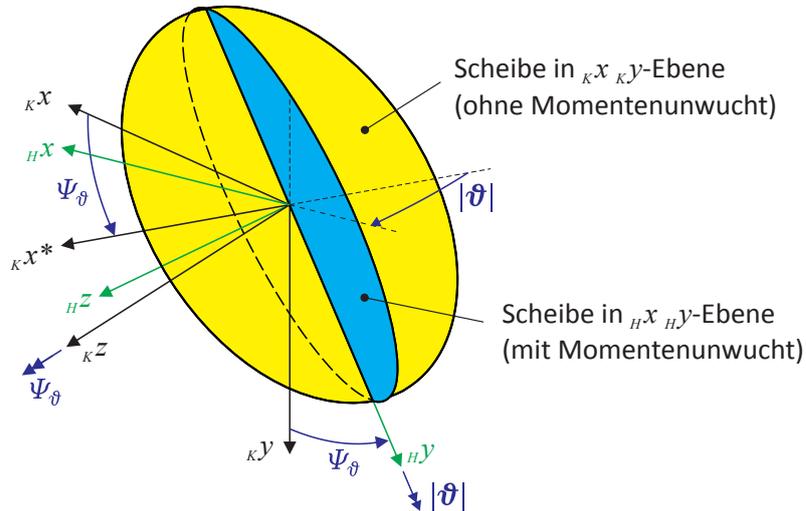


Bild 3.10: Definition der Momentenunwucht (für $|{}_K\boldsymbol{\vartheta}| \ll 1$ gilt: $H^Z \approx K^Z$)

Die Kinematik für ${}_K\boldsymbol{\omega}$ nach (3.22) bleibt unverändert, allerdings muss die Dralländerung im Hauptachsensystem H aufgestellt werden. Für $\boldsymbol{\omega}$ folgt mit (3.22):

$${}_H\boldsymbol{\omega} = (\mathbf{E}_3 - {}_K\tilde{\boldsymbol{\vartheta}})(\boldsymbol{\omega}_0 + \bar{\boldsymbol{\omega}}) = \boldsymbol{\omega}_0 + \bar{\boldsymbol{\omega}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0\boldsymbol{\vartheta} \quad (3.69)$$

Mit Momentenunwucht (Index ϑ) ergibt sich anstelle (3.33) folgender Term:

$${}_H\{d\dot{\mathbf{L}}_\vartheta + \tilde{\boldsymbol{\omega}} d\mathbf{L}_\vartheta\}_{0/1} = \mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_2 + (\boldsymbol{\Theta}^* \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \boldsymbol{\Theta}^* \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 - \widetilde{\boldsymbol{\Theta}^* \boldsymbol{\omega}_0 \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0})\boldsymbol{\vartheta} \quad (3.70)$$

⁷ Da in der komplexen Schreibweise nach (3.63) die Drehung um y dem Realteil entspricht, wird die Elevation um die ${}_H y$ -Achse definiert.

Nach Rücktransformation ins R -System lautet die 1. Ordnung der Dralländerung:

$${}_R \{d\dot{\mathbf{L}}_\vartheta + \tilde{\boldsymbol{\omega}} d\mathbf{L}_\vartheta\}_1 = {}_R \{d\dot{\mathbf{L}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}} d\mathbf{L}\}_1 + \underbrace{(\boldsymbol{\Theta}^* \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 \boldsymbol{\Theta}^* \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 - \widetilde{\boldsymbol{\Theta}^* \boldsymbol{\omega}_0} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0 - \widetilde{\boldsymbol{\Theta}^* \dot{\boldsymbol{\omega}}_0})}_{-{}_R d\mathbf{l}_\vartheta} \boldsymbol{\vartheta} \quad (3.71)$$

Die zusätzlichen Terme gegenüber (3.35) geben das äquivalente Moment ${}_R d\mathbf{l}_\vartheta$ durch die Momentenunwucht der infinitesimalen Scheibe an. Für einen elastischen Körper mit $\boldsymbol{\Theta}^*$ nach (3.32) resultiert daraus analog zu (3.57) folgende generalisierte Kraft:

$${}_I \mathbf{h}_\vartheta = \int \rho(I_x - I_p) |\boldsymbol{\vartheta}| \begin{pmatrix} -\mathbf{u}'_y \left[-\Omega^2 \sin(\gamma + \Psi_\vartheta) + \dot{\Omega} \cos(\gamma + \Psi_\vartheta) \right] \\ \mathbf{u}'_x \left[\Omega^2 \cos(\gamma + \Psi_\vartheta) + \dot{\Omega} \sin(\gamma + \Psi_\vartheta) \right] \end{pmatrix} dz \quad (3.72)$$

Für das diskretisierte System mit komplexer Schreibweise ergibt sich bei einer einzelnen schief angebrachten Schwungscheibe am i -ten Knoten und mit $\Theta_{xx} = \Theta_{yy}$ (vgl. [50, Gl. (3.24)] für $\dot{\Omega} = 0$):

$${}_I \mathbf{h}_\vartheta = (0 \cdots 0, 0, \underbrace{(\Theta_{xx} - \Theta_{zz}) \boldsymbol{\vartheta} (\Omega^2 - j\dot{\Omega}) e^{j\gamma}}_{(\underline{h}_{2i-1}, \underline{h}_{2i})^T})^T \quad (3.73)$$

Da am betrachteten Prüfstand die Biegung v. a. aus der ersten Mode besteht, kann aus der Orbitmessung nur die erste modale Unwucht bestimmt werden. Diese erlaubt keine Trennung der Unwuchtanregung in die Anteile (3.68) und (3.73). Da an realen Rotoren meist die statische Unwucht gegenüber der Momentenunwucht dominiert [116, Abs. 4.1.2], fokussieren sich die folgenden Untersuchungen auf diese. Erst mit der Kraftmessung wird die Momentenunwucht mit betrachtet, vgl. Abschnitt 6.7.

3.3.2 Schlag

Wenn ein Rotor einen Schlag besitzt, so ist dieser auch dann nicht ideal gerade, wenn keinerlei Kräfte auf ihn wirken. Dies führt dazu, dass die Flächenschwerpunkte nicht auf der Lagerachse liegen [71]. Aus Sicht der Fertigungstechnik handelt es sich dabei um Fehler in der Koaxialität der Welle, wie Bild 3.11 zeigt: Die Mittelpunkte der (kreisförmigen) Querschnitte sind gegenüber der Gerade A-B um $\underline{a}(z)$ verschoben. Da der Schlag ein rotorfester Fehler ist, muss $\underline{a}(z)$ im R -System oder im I -System für $\gamma=0$ bestimmt werden.

Die Querschnittsmittelpunkte sind Flächenschwerpunkte und entsprechen damit der neutralen Faser. Folglich ist der Schlag eine Auslenkung von $\underline{r}_M(z)$ ohne äußere Kräfte (z. B. durch plastische Biegung oder Fertigungsfehler), diese Auslenkung beschreibt gleichzeitig auch die Gleichgewichtslage des Rotors. Beim diskretisierten Rotor wird die Auslenkung durch mehrere Knoten beschrieben. Zu jedem Knoten kann der jeweilige Schlag $\underline{a}_i := \underline{a}(z_i)$ angegeben werden, vgl. Bild 3.12. Die einzelnen \underline{a}_i werden zum Schlagvektor \underline{a} zusammengefasst. Die elastische Rückstellkraft wirkt gegenüber

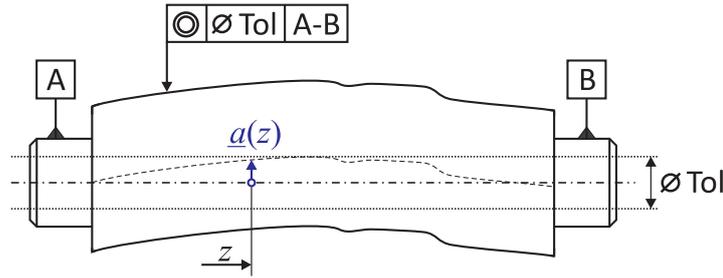


Bild 3.11: Der Schlag am Rotor als Koaxialitätsfehler

Auslenkungen relativ zum Schlagvektor (=Gleichgewichtslage). Für den stillstehenden Rotor mit $\gamma = 0$ und in komplexer Schreibweise wird (3.58) zu⁸:

$$\underline{M}\ddot{\underline{q}} + \underline{D}\dot{\underline{q}} + \underline{K}(\underline{q} - \underline{a}) = \underline{h} \quad \text{für } \gamma(t) = 0 \quad (3.74)$$

Da der Schlag rotorfest ist, ergibt sich folgende DGL für den drehenden Rotor [30]:

$$\underline{M}\ddot{\underline{q}} + (\underline{D} + \underline{G})\dot{\underline{q}} + (\underline{K} + \underline{N})\underline{q} = \underline{h} + \underbrace{\underline{K}\underline{a}}_{\underline{h}_a} \cdot e^{j\gamma} \quad (3.75)$$

\underline{h}_a ist die äquivalente Schlagkraft. Diese Definition ist die konsistente Erweiterung des Schlagmodells (3.7) des Lavalrotors auf einen Mehrfreiheitsgrad-Rotor bzw. diskretisierten Kontinuumsrotor. Bei Euler-Bernoulli-Balkenelementen enthält \underline{q} auch Rotationsfreiheitsgrade. In dem Fall ist der Schlagvektor folgendermaßen aufgebaut:

$$\underline{a} = (\dots, \underline{a}(z_i), \underline{a}'(z_i), \dots)^T \quad \text{mit } \underline{a}'(z_i) = \left. \frac{\partial \underline{a}(z)}{\partial z} \right|_{z_i} \quad (3.76)$$

Die Verdrehung der Gleichgewichtslage $\underline{a}'(z_i)$ kann direkt durch Ableiten der komplexen Biegelinie bestimmt werden, vgl. dazu (3.23), (3.62) und (3.63).

Im Folgenden wird angenommen, dass an den Lagerstellen gilt: $\underline{a}(z_{Li}) = 0$. Bei statisch bestimmter Lagerung ist dies wegen dem Prinzip des geringsten Zwangs exakt erfüllt. Eine statisch bestimmte Lagerung liegt am Rotorprüfstand vor, wenn die Steifigkeit der Metallbalgkupplung vernachlässigt wird, vgl. Abschnitt 5.2.

Für eine überbestimmte Lagerung (z. B. durch Ankoppeln einer Kupplung) darf nur die Wellensteifigkeit \underline{K}_W zur Berechnung von \underline{h}_a verwendet werden. In diesem Fall besitzt der Rotor die Auslenkung $\underline{q} = \underline{K}^{-1}\underline{K}_W\underline{a} e^{j\gamma}$ im Stillstand.

8 Bei $\Omega = 0$ und $\dot{\Omega} = 0$ gilt $\underline{G} = \mathbf{0}$ und $\underline{N} = \mathbf{0}$.

Stetiger Schlag

Beim stetigen Schlag können alle \underline{a}_i aus einer stetigen Funktion $\underline{a}(z)$ berechnet werden. Da der Schlagvektor \underline{a} bei Verwendung von Euler-Bernoulli-Balkenelementen auch Verdrehungen der Knoten beinhaltet, muss auch die Ableitung $\underline{a}'(z)$ stetig sein.

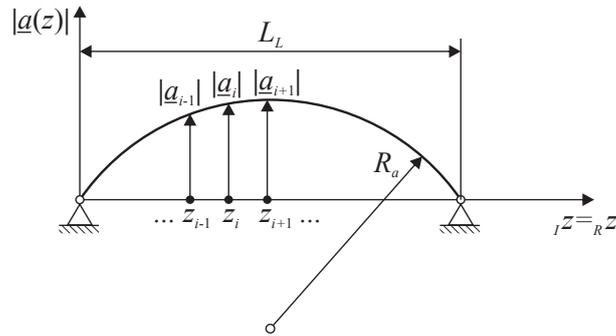


Bild 3.12: Bestimmung der \underline{a}_i am Beispiel eines kreisförmigen stetigen Schlags.

In den folgenden Gleichungen wird der Spezialfall eines kreisbogenförmigen Schlags betrachtet. Hier liegen alle Flächenschwerpunkte in einer Ebene, d. h. der Phasenwinkel $\angle \underline{a}_i = \Psi_a = \text{const.}$ In dieser Ebene beschreibt der Rotor eine Biegelinie konstanter Krümmung, also einen Kreisbogen. Die Schlagkurve lautet also [128]:

$$\underline{a}(z_i) = \left[\sqrt{R_a^2 - \left(z_i - \frac{L_L}{2}\right)^2} - \sqrt{R_a^2 - \left(\frac{L_L}{2}\right)^2} \right] \cdot e^{j\Psi_a} \quad (3.77)$$

$$\underline{a}'(z_i) = \left[-\left(z_i - \frac{L_L}{2}\right) \cdot \left(\sqrt{R_a^2 - \left(z_i - \frac{L_L}{2}\right)^2}\right)^{-1} \right] \cdot e^{j\Psi_a} \quad (3.78)$$

Der Krümmungsradius R_a beschreibt die Amplitude des Schlags, L_L ist der Lagerabstand. Zur Bestimmung des Schlagvektors \underline{a} werden diese Funktionen an den Knoten z_i ausgewertet.

Dieses Schlagmodell bildet die Messergebnisse an den geschliffenen Rotorabschnitten gut ab, vgl. Abschnitt 5.3.2. Für kleine Deformationen, wie sie meist vorliegen, kann anstelle des Kreises eine Parabel verwendet werden. ZWECK nutzt diese Variante zur Beschreibung des Schlags am Rotorprüfstand in Bath [181]. Im Sonderfall des homogenen Balkens mit $EI_x = \text{const.}$ resultiert daraus eine Schlagkraft \underline{h}_a mit einem gegengerichteten Momentenpaar. Das entspricht dem Modell von PENNACCHI & VANIA [111].

Unstetiger Schlag

Für die vollständige Beschreibung des experimentell untersuchten Rotors reicht das stetige Modell nicht aus. So können die einzelnen Segmente zwar mit einer Funktion

abgebildet werden, jedoch kommt es an den Übergängen zwischen den gedrehten und geschliffenen Bereichen zu Unstetigkeiten, vgl. Abschnitt 5.3.

Das eingangs aufgestellte Schlagmodell mit der äquivalenten Schlagkraft (3.75) kann jedoch auch diesen Fall abdecken. Der Schlagvektor \underline{a} ist nach Definition die Zusammenfassung aller Gleichgewichtslagen für die diskreten Knoten. Die einzelnen Einträge \underline{a}_i können unabhängig voneinander gewählt werden und müssen deswegen nicht stetig sein. Deswegen können abschnittsweise definierte Funktionen verwendet werden, um den realen Schlag sinnvoll durch den Schlagvektor \underline{a} abzubilden. Hierzu hat sich folgendes Schlagmodell bewährt⁹:

$$\underline{a}_i(z_i) = \begin{cases} (p_2 z_i^2 + p_1 z_i + p_0) \cdot e^{j\psi_{a1}} & \text{für } z_i \text{ in gedrehten Abschnitten} \\ p(z_i - z_{L1})(z_i - z_{L2}) \cdot e^{j\psi_{a2}} & \text{für } z_i \text{ in geschliffenen Abschnitten} \end{cases} \quad (3.79)$$

Hierin bezeichnen z_{L1} und z_{L2} die Positionen der Lager. In diesem Modell beschreiben sechs freie Parameter die Schlagkurve.

Diese Modellierung verursacht allerdings hohe Einträge in \underline{h}_a an den Übergängen zwischen den Segmenten. Bei hohen lokalen Kräften sind jedoch die Eigenmoden als Ansatzfunktionen wenig geeignet [178, Abs. 3.3]. Dies resultiert aus der Anforderung, dass die Ansatzfunktionen ein vollständiges Funktionensystem bilden müssen, vgl. Abschnitt 3.2.6. Dies ist nicht erfüllt, wenn ein unstetiger Verlauf mit stetigen Funktionen abgebildet wird.

Jedoch dürfen beliebige weitere Ritz-Ansatzfunktionen ergänzt werden, solange diese linear unabhängig sind (vgl. Abschnitt 3.2.6). Um die Unstetigkeiten sinnvoll abzubilden, sind deswegen problemspezifische Ansatzfunktionen sinnvoll, die ebenfalls Unstetigkeiten aufweisen¹⁰. In der Simulation bedeutet dies eine Erweiterung von \mathbf{X}_x bzw. \mathbf{X}_y in (3.60) um weitere Vektoren $\mathbf{x}_{x/y,i}$. Um die Schlagverläufe nach (3.79) sinnvoll abzubilden, werden die einzelnen Summanden der Amplitudenfunktion als Ansatzfunktion verwendet. Diese sind im Bild 3.13 dargestellt. Da diese problemspezifischen Kurven die realen Verläufe mit wenigen zusätzlichen Ansatzfunktionen abbilden, sind gute Simulationsergebnisse bei niedriger Rechenzeit möglich.

Als Nachweis wurde die Rechendauer eines stationären Betriebspunktes verglichen. Beim vollen Finite-Elemente-Modell mit 332 Freiheitsgraden beträgt die Rechendauer 157 ms. Mit den problemspezifischen Ansatzfunktionen kann diese auf 76 ms (bei je 5 Eigenmoden und 4 problemspezifischen Ansatzfunktionen in \mathbf{X}_x und \mathbf{X}_y) reduziert werden, ohne dass sich die Genauigkeit merklich verschlechtert. Im Vergleich dazu

9 Da der Schlag durch die Diskretisierung mit Euler-Bernoulli-Elementen letztlich zwischen \underline{a}_i und \underline{a}_{i+1} interpoliert wird, ist das Modell aus streng mathematischer Sicht stetig. Praktisch ist es jedoch wegen der starken Änderung der Charakteristik an den Abschnittsgrenzen zulässig, von einem unstetigen Schlag zu sprechen.

10 Eine Anreicherung des Ritz-Ansatzes mit problemspezifischen Ansatzfunktionen nutzen z. B. BAUER bei der Koppelung von Substrukturen [11] oder SHERIF et al. zur Simulation elastischer Walzen in Walzstraßen [151] [152].

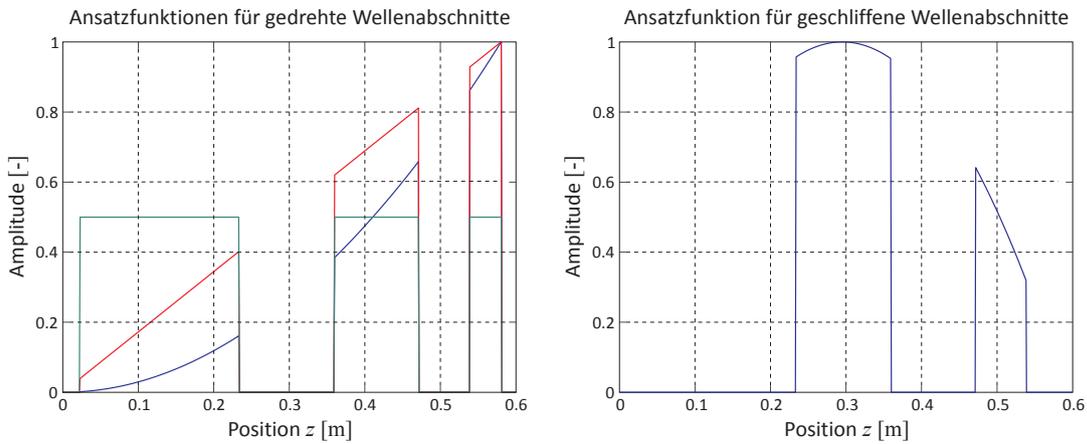


Bild 3.13: Die problemspezifischen Ansatzfunktionen bei unstetigem Schlag

liegt die Rechenzeit beim stetigen Schlag und Verwendung von fünf Eigenmoden jeweils in X_x und X_y bei 50 ms, die Lösung ist jedoch unbrauchbar. Die Variante mit problemspezifischen Ansatzfunktionen ist also die sinnvollste.

Die bisher verwendeten erweiterten Ansatzfunktionen sind nicht orthogonal zueinander, damit besitzt $X^T M X$ keine Diagonalgestalt. Dies kann bei Bedarf durch Anwendung der Gram-Schmid-Orthogonalisierung erreicht werden.

Schlag am starren Rotor in elastischen Lagern

Bei hoher Lagernachgiebigkeit (z. B. bei magnetgelagerten Rotoren, vgl. [181]) kann es ausreichen, den Rotor als Starrkörper zu modellieren. In dem Fall beinhaltet die Gesamtsteifigkeitsmatrix \underline{K} keine Information zur Wellensteifigkeit, welche für das Modell nach (3.75) zwingend erforderlich ist. Beim starren Rotor muss der Schlag als kinematischer Zwang betrachtet werden, was ausführlich in [125] dargestellt ist.

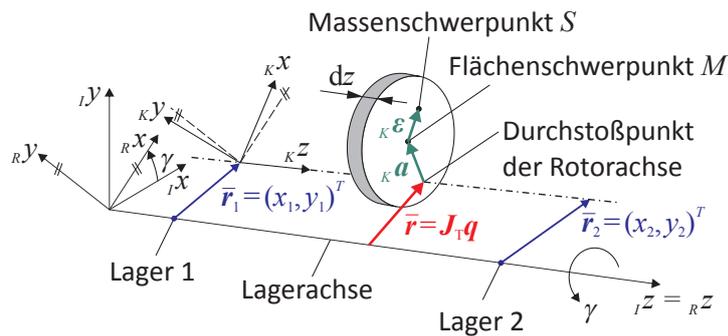


Bild 3.14: Kinematik des starren Rotors mit Schlag

Die Freiheitsgrade des starren Rotors sind die Drehung γ und die Auslenkungen in den Lagerstellen \bar{r}_1 und \bar{r}_2 , vgl. Bild 3.14. Diese beiden Freiheitsgrade definieren

die Position der (ideal geraden) Rotorachse. Für eine beliebige z -Position ergibt sich die Position des Durchstoßpunktes der Rotorachse zu $\bar{\mathbf{r}}(z, t) = \mathbf{J}_T(z) \mathbf{q}(t)$ mit $\mathbf{q} = (x_1, x_2, y_1, y_2)^T$. Beim Rotor mit Schlag weicht der Flächenschwerpunkt von dem Durchstoßpunkt der Rotorachse um $\mathbf{a}(z)$ ab. Anstelle (3.20) lautet dann die Position des Massenschwerpunktes:

$$\begin{aligned} {}_R \mathbf{r}_S &= {}_R \mathbf{r}_z + \bar{\mathbf{r}} + (\mathbf{E}_3 + {}_R \tilde{\varphi}) ({}_K \mathbf{a} + {}_K \boldsymbol{\varepsilon}) \\ &\approx \underbrace{{}_R \mathbf{r}_z + \mathbf{J}_T \mathbf{q} + {}_K \mathbf{a}}_{= {}_R \mathbf{r}_M} + {}_K \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \quad (3.80)$$

Hier treten Schlag \mathbf{a} und Unwucht $\boldsymbol{\varepsilon}$ nebeneinander als Summanden auf. Daraus resultiert, dass beide Terme in der DGL zu \mathbf{q} dieselbe äquivalente Kraft bewirken. Betrachtet man jedoch eine Messstelle am Rotor, so muss für die Auslenkung ${}_R \mathbf{r}_M$ des Mittelpunktes der Schlag berücksichtigt werden, die Unwucht jedoch nicht. Durch die Addition von $\mathbf{J}_T \mathbf{q}$ und \mathbf{a} entsteht letztlich die typische Schlagantwort analog zu (3.8).

3.3.3 Achsversatz

Der Achsversatz (AV) ist definiert als Abweichung der Lagermittelpunkte von der Rotorachse, vgl. auch Bild 2.3. Die wichtigsten Auswirkungen sind die Umlenkung des Torsionsmomentes und Verspannungen durch den kinematischen Zwang, vgl. Bild 3.15. Ersteres spielt am betrachteten Prüfstand keine Rolle, da das Torsionsmoment T im Stationärbetrieb lediglich Reibverluste ausgleicht. Da dessen Haftreibungmoment ca. 0,3 Nm beträgt und die Reibung im Betrieb in derselben Größenordnung liegen dürfte, sind hier die resultierenden Biegemomente l_T vernachlässigbar klein.

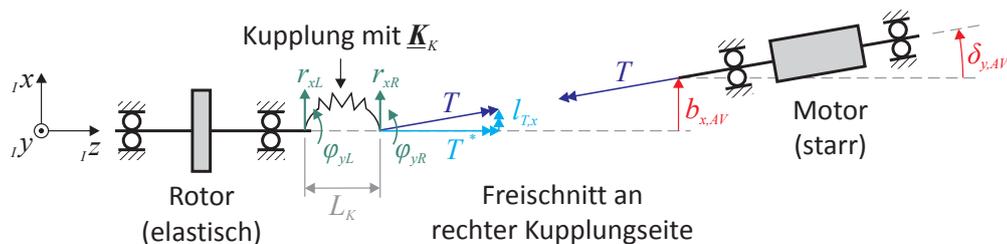


Bild 3.15: Skizze eines Achsversatzes in der xz -Ebene

Kupplungsmodell

Für die Verspannungskräfte \underline{h}_{AV} bildet das Modell von SINHA et al. [154] den Startpunkt der Herleitung:

$$\underline{h}_{AV} = \underline{K}_K \underline{q}_{AV} \quad (3.81)$$

Dabei ist \underline{K}_K die Steifigkeit der Kupplung und \underline{q}_{AV} der Versatzvektor. Dieses Modell wird auf den konkreten untersuchten Fall angepasst. Für \underline{K}_K wird wegen unzureichender Informationen vom Hersteller ein eigenes Modell erstellt, wozu die Überlegungen von HACHMANN [61, Abs. 3.1.2] verwendet werden. Startpunkt ist das im Bild 3.16 dargestellte diskrete Balkenelement der Länge L_K , dessen beide Enden jeweils alle sechs möglichen Freiheitsgrade besitzen. Zwischen den äußeren Lasten \mathbf{h} und den Freiheitsgraden \mathbf{q} gilt in reeller Schreibweise:

$$\mathbf{K}_{K,Ges} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{h} \quad \text{mit } \mathbf{K}_{K,Ges} \in \mathbb{R}^{12 \times 12} \quad (3.82)$$

Die 144 Koeffizienten von $\mathbf{K}_{K,Ges}$ lassen sich auf 21 reduzieren, da folgende Bedingungen erfüllt sein müssen:

- Die Lasten \mathbf{h} stehen im statischen Gleichgewicht.
- Starrkörperauslenkungen sind ohne äußere Lasten möglich, also für $\mathbf{h} = \mathbf{0}$.

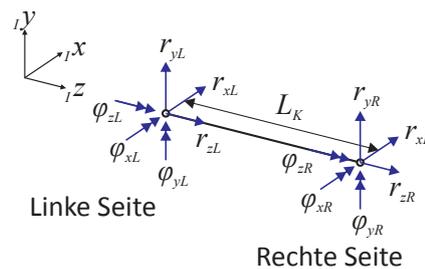


Bild 3.16: Die Freiheitsgrade eines Steifigkeitselements im allgemeinen Ansatz, vgl. [61, Bild 3.8]

Die genannten Eigenschaften erfüllt jedes beliebige Balkenelement. Für die Metallbalgkupplung kann dieses allgemeine Modell von HACHMANN [61] durch folgende Annahmen weiter angepasst und vereinfacht werden:

- Die Biegung ist unabhängig von der Längsdehnung und Torsion.
- Die Biegung der xz -Ebene ist unabhängig von der yz -Ebene.
- Die Steifigkeit der Kupplung ist rotationssymmetrisch.
- Die Steifigkeit der linken und rechten Seite gegenüber Verdrehungen durch angreifende Biegemomente sind gleich, d. h. $k_{K,22} = k_{K,44}$ in (3.83).

Daraus resultiert folgende Steifigkeitsmatrix für die Biegung:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} A & \frac{A \cdot L_K}{2} & -A & \frac{A \cdot L_K}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & C & \frac{-A L_K}{2} & \frac{A \cdot L_K^2}{2} - C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & A & \frac{-A \cdot L_K}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & A & \frac{-A \cdot L_K}{2} & -A & \frac{-A \cdot L_K}{2} \\ & & & & & C & \frac{A \cdot L_K}{2} & \frac{A \cdot L_K^2}{2} - C \\ & & & & & & A & \frac{A \cdot L_K}{2} \\ & & & & & & & C \end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_K} \begin{pmatrix} r_{xL} \\ \varphi_{yL} \\ r_{xR} \\ \varphi_{yR} \\ r_{yL} \\ \varphi_{xL} \\ r_{yR} \\ \varphi_{xR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{xL} \\ l_{yL} \\ f_{yR} \\ l_{xR} \\ f_{yL} \\ l_{xL} \\ f_{yR} \\ l_{xR} \end{pmatrix} \quad (3.83)$$

\mathbf{K}_K wird also durch die Steifigkeiten A und C und die Kupplungslänge L_K parametrisiert¹¹. Für die folgenden Fehlermodelle wird \mathbf{K}_K in 2×2 -Blöcke zerlegt:

$$\mathbf{K}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_2^T & \mathbf{K}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \check{\mathbf{K}}_1 & \check{\mathbf{K}}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \check{\mathbf{K}}_2^T & \check{\mathbf{K}}_3 \end{bmatrix} \quad \text{mit } \{\mathbf{K}_i, \check{\mathbf{K}}_i\} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (3.84)$$

Mit der komplexen Schreibweise nach (3.65) gilt $\underline{\mathbf{K}}_i = \mathbf{K}_i$, die Unterscheidung zwischen \mathbf{K}_i und $\check{\mathbf{K}}_i$ entfällt. Es gilt folgender Zusammenhang zwischen den generalisierten Koordinaten und Kräften:

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{K}}_1 & \underline{\mathbf{K}}_2 \\ \underline{\mathbf{K}}_2^T & \underline{\mathbf{K}}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{r}_L \\ \underline{\varphi}_L \\ \underline{r}_R \\ \underline{\varphi}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{f}_L \\ \underline{l}_L \\ \underline{f}_R \\ \underline{l}_R \end{pmatrix} \quad (3.85)$$

Äquivalente Fehlerkraft

Die linken Freiheitsgrade stimmen mit der Auslenkung des Rotorendes überein, die rechten mit der Motorwelle. Da die gesamte Motoreinheit als starr angenommen wird, sind die rechten Freiheitsgrade Verschiebungsrandbedingungen und damit bekannt. Deswegen kann (3.85) auf die Zeilen mit unbekannter Verschiebung reduziert werden. Die bekannten Verschiebungen werden auf die rechte Seite gebracht [16, Abs. 3.1]:

$$\underline{\mathbf{K}}_1 \begin{pmatrix} \underline{r}_L \\ \underline{\varphi}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{f}_L \\ \underline{l}_L \end{pmatrix} - \underline{\mathbf{K}}_2 \begin{pmatrix} \underline{r}_R \\ \underline{\varphi}_R \end{pmatrix} \quad (3.86)$$

¹¹ Der Sonderfall $A = \frac{12EI}{L_K^3}$ und $C = \frac{L_K^2}{3} \cdot A = \frac{4EI}{L_K}$ ergibt das Euler-Bernoulli-Balkenelement.

Das Kupplungsmodell wird über die Schnittreaktionen $\underline{f}_{\underline{L}}$ und $\underline{l}_{\underline{L}}$ mit dem Rotormodell (3.58) verbunden. Die Auslenkungen der linken Kupplungsseite stimmen mit denen des Rotors an der Koppelstelle überein, \underline{K}_1 wird dadurch zu einem Teil der gesamten Rotorsteifigkeit \underline{K} . Auf der rechten Seite der DGL bleibt folgende äquivalente Fehlerkraft:

$$\underline{h}_{AV} = -\underline{K}_2 \begin{pmatrix} r_R \\ \varphi_R \end{pmatrix} = -\underline{K}_2 \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} b_{AV} \\ \delta_{AV} \end{pmatrix}}_{:= \underline{q}_{AV}} \quad (3.87)$$

Diese Gleichung entspricht dem Modell (3.81) nach SINHA et al., wobei (3.87) an die Gegebenheiten des Rotorprüfstandes des Lehrstuhls für Angewandte Mechanik angepasst wurde. Die äquivalente Fehlerkraft \underline{h}_{AV} ist im Inertialsystem zeitunabhängig. Für den Fall $\underline{q}_{AV} = \mathbf{0}$ ist das System ideal ausgerichtet, es treten keine Kräfte auf. Für $b_{AV} \neq 0$ tritt paralleler Achsversatz auf, bei $\delta_{AV} \neq 0$ winkliger Achsversatz. Der allgemeine Versatz kombiniert parallelen und winkligen Versatz. Da in der Realität immer ein gewisser Versatz besteht, ist der Einbau weicher Kupplungen sinnvoll, um die Verspannungskräfte \underline{h}_{AV} gering zu halten.

3.3.4 Kupplungsversatz

Kupplungen verbinden zwei Wellensegmente. Dazu besitzt die Kupplung beiderseits Anschlussbohrungen. Wenn deren Achsen wie z. B. im Bild 2.4 nicht zueinander fluchten, besteht Kupplungsversatz. Die experimentelle Realisierung erfolgt mit dem im Bild 3.17 gezeigten Zwischenring. Dieser verursacht einen kinematischen Zwang auf den Rotor.

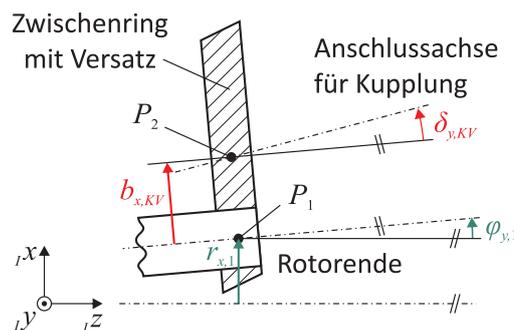


Bild 3.17: Modellierungsskizze für Kupplungsversatz in der xz -Ebene für $\gamma = 0$

Bild 3.17 zeigt die xz -Ebene, durch die komplexe Schreibweise kann die yz -Ebene ohne Zusatzaufwand mit berücksichtigt werden. Die Deformation am Punkt P_1 des Rotorendes wird mit den Freiheitsgraden \underline{r}_1 und $\underline{\varphi}_1$ beschrieben. Der Punkt P_2 besitzt durch den Zwischenring die Auslenkungen $\underline{r}_2 = \underline{r}_1 + \underline{b}_{KV} \cdot e^{j\gamma}$ und $\underline{\varphi}_2 = \underline{\varphi}_1 + \underline{\delta}_{KV} \cdot e^{j\gamma}$.

Der Anteil $e^{j\gamma}$ transformiert die rotorfesten Größen \underline{b}_{KV} und $\underline{\delta}_{KV}$ auf die Freiheitsgrade im Inertialsystem. Für die Drehungen $\underline{\varphi}_i$ gilt: $|\underline{\varphi}_i| \ll 1$.

Die linke Kupplungsseite besitzt die Auslenkung des Punktes P_2 . Die rechte Kupplungsseite ist am Motor angeschlossen, hier ist die Verschiebung gleich 0. Mit dieser Verschiebungsrandbedingung und der Kinematik von P_2 folgt für (3.85):

$$\underline{K}_1 \begin{pmatrix} \underline{r}_1 \\ \underline{\varphi}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{f}_L \\ \underline{l}_L \end{pmatrix} - \underline{K}_1 \begin{pmatrix} \underline{b}_{KV} \\ \underline{\delta}_{KV} \end{pmatrix} \cdot e^{j\gamma} \quad (3.88)$$

Nach Ankoppelung an den Rotor über die Schnittreaktionen wird \underline{K}_1 Teil von \underline{K} , auf der rechten Seite der DGL bleibt folgende äquivalente Kraft:

$$\underline{h}_{KV} = -\underline{K}_1 \begin{pmatrix} \underline{b}_{KV} \\ \underline{\delta}_{KV} \end{pmatrix} \cdot e^{j\gamma} \quad (3.89)$$

Der Kupplungsfehler ist also eine weitere Quelle für Schwingungen in 1. EO. Ähnlich wie bei Schlag ist die Kraftamplitude drehzahlunabhängig.

Wenn die Kupplung zwei elastische Wellen verbindet, führt der Versatz zu einer Unstetigkeit in der Biegelinie, vgl. Bild 2.4. Dies kann effizient mit problemspezifischen Ansatzfunktionen modelliert werden, vgl. Abschnitt 3.3.2.

3.3.5 Rundheitsfehler

Der reale Querschnitt des Rotors weicht vom ideal runden Kreis ab. In technischen Zeichnungen wird der Rundheitsfehler als Abstand zweier Hüllkreise definiert, vgl. MZC im Bild 2.6. Da beim Monitoring jedoch die Beeinflussung der Orbitmessung im Vordergrund steht, ist eine andere Definition zweckmäßiger. So wird vom Flächenschwerpunkt M aus der Abstand R jedes Punktes der Wellenoberfläche bestimmt. Beim idealen Kreis entspricht dies dem Kreisradius R_0 , durch die Rundheitsfehler ist der Abstand vom Winkel Ψ_R abhängig, wie Bild 3.18 zeigt. $R(\Psi_R)$ ist also der lokale Radius bei einem Rundheitsfehler.

Aus der Definition geht direkt hervor, dass $R(\Psi_R)$ 2π -periodisch gegenüber Ψ_R ist. Deswegen wird das Profil über die komplexe Fourier-Reihe entwickelt:

$$R(\Psi_R) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{R}_k \cdot e^{jk\Psi_R} \quad (3.90)$$

Das Glied für $k = 0$ gibt den mittleren Radius R_0 an. Dieser spielt für die Wirbelstrommessung keine Rolle, deswegen ist es sinnvoller, $\Delta R(\Psi_R) = R(\Psi_R) - R_0$ zu betrachten. Wegen $R \in \mathbb{R}$ müssen die Koeffizienten \hat{R}_k und \hat{R}_{-k} konjugiert komplex zueinander sein. Da $R(\Psi_R)$ um M definiert ist, soll die Lage von M nicht vom Rundheitsfehler beeinflusst werden. Dies ist erfüllt, wenn die Verschiebung des Flächenschwerpunktes Δr_{-M} durch

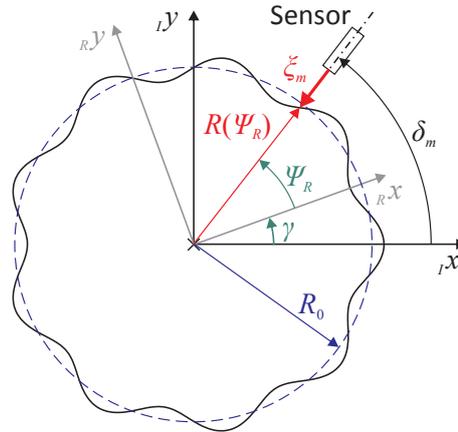


Bild 3.18: Definition der Größen zur Beschreibung des Rundheitsfehlers

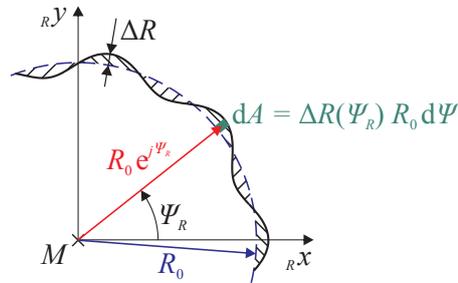


Bild 3.19: Berechnung der Änderung des Flächenschwerpunktes Δr_{-M} durch $\Delta R(\Psi_R)$

ΔR null ist. Mit $\Delta R \ll R_0$ ergibt sich nach Bild 3.19:

$$\Delta r_{-M} = \frac{R_0^2}{A} \int_0^{2\pi} e^{j\Psi_R} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{R}_{-k} e^{jk\Psi_R} d\Psi_R \stackrel{!}{=} 0 \quad (3.91)$$

Für die Summanden mit $k \neq -1$ ist dies erfüllt. Für $k = -1$ wird jedoch das Produkt beider Exponentialfunktionen zu $e^0 = 1$. Deswegen muss gefordert werden: $\hat{R}_{-1} = 0$, was gleichzeitig $\hat{R}_1 = 0$ bedeutet¹². Damit folgt für den Rundheitsfehler:

$$\Delta R(\Psi_R) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \hat{R}_{-k} e^{jk\Psi_R} \quad |k| \geq 2 \quad (3.92)$$

Von hoher Bedeutung sind Rundheitsfehler bei magnetgelagerten Rotoren, vgl. An-

¹² Eine Formabweichung erster Ordnung verursacht eine Verschiebung des Flächenschwerpunktes und gehört damit zum Fehler „Schlag“, vgl. [71].

hang B.2. Deswegen sind hier Verfahren zur Rundheitsidentifikation besonders verbreitet, vgl. Abschnitt 2.2.5.

3.4 Lösung der Bewegungsgleichungen im stationären Betrieb

In der Simulation des beschädigten Rotors werden die einzelnen äquivalenten Fehlerkräfte auf der rechten Seite der DGL (3.58) eingefügt. Wegen der linearen DGL gilt das Superpositionsprinzip: Wenn für die Gesamtkraft $\mathbf{h}(t) = \sum_i \mathbf{h}_i(t)$ gilt, kann zu jedem \mathbf{h}_i getrennt ein \mathbf{q}_i berechnet werden, die Gesamtlösung ist dann $\mathbf{q}(t) = \sum_i \mathbf{q}_i(t)$. Sinnvollerweise wird \mathbf{h} nach den auftretenden Zeitabhängigkeiten getrennt.

Im Fall $\mathbf{h}_i(t) = \text{const.}$ folgt $\mathbf{q}_i(t) = \text{const.}$ nach dem Ansatz vom Typ der rechten Seite. Beispiele hierfür sind statorfester Versatz oder die Biegelinie durch Gravitation. Wegen $\dot{\mathbf{q}}_i(t)=0$ und $\ddot{\mathbf{q}}_i(t)=0$ wird die DGL zu folgendem LGS:

$$(\mathbf{K} + \mathbf{N})\mathbf{q}_i = \mathbf{h}_i \quad (3.93)$$

Die zweite wichtige Gruppe von Kräften regen die k -te EO an (z. B. $k = 1$ bei Schlag oder Unwucht für $\Omega = \text{const.}$). In komplexer Schreibweise gilt:

$$\underline{\mathbf{h}}_i(t) = \underline{\hat{\mathbf{h}}}_i \cdot e^{jk\Omega t} \quad (3.94)$$

Im eingeschwungenen Zustand folgt daraus $\underline{\mathbf{q}}_i = \underline{\hat{\mathbf{q}}}_i \cdot e^{jk\Omega t}$. Mit den entsprechenden Ableitungen ergibt sich folgendes komplexes LGS, vgl. [9] oder [116, Abs. 2.3]:

$$\left[-k^2\Omega^2 \underline{\mathbf{M}} + jk\Omega (\underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{G}}) + \underline{\mathbf{K}} + \underline{\mathbf{N}} \right] \cdot \underline{\hat{\mathbf{q}}}_i = \underline{\hat{\mathbf{h}}}_i \quad (3.95)$$

Diese Bestimmung der Lösung über ein LGS reduziert den Rechenaufwand deutlich gegenüber einer numerischen Integration. Dies ist jedoch nur bei stationärem Betrieb möglich. Des Weiteren kann bei linearen Systemen direkt aus den EO der gemessenen Orbits bestimmt werden, welche EO in $\mathbf{h}(t)$ auftreten. Anhand der erforderlichen EO in $\mathbf{h}(t)$ können Aussagen getroffen werden, welche Fehler in der Simulation berücksichtigt werden müssen.

4 Funktionsweise des Monitoring-Systems

Die im letzten Kapitel vorstellten Fehlermodelle sind die Basis des modellbasierten Monitorings. In diesem Kapitel wird das Gesamtsystem und die Theorie zu den Phasen B bis D (vgl. Bild 1.2) vorgestellt. Mit dieser Vorgehensweise ist eine automatisierte modellbasierte Diagnose möglich.

4.1 Infrastruktur

Bild 4.1 zeigt die wichtigsten Komponenten und Datenströme des Monitoring-Systems. Diese Infrastruktur wurde im Wesentlichen von HECKMANN et al. [65] entwickelt, jedoch wurde sie an einigen Punkten angepasst.

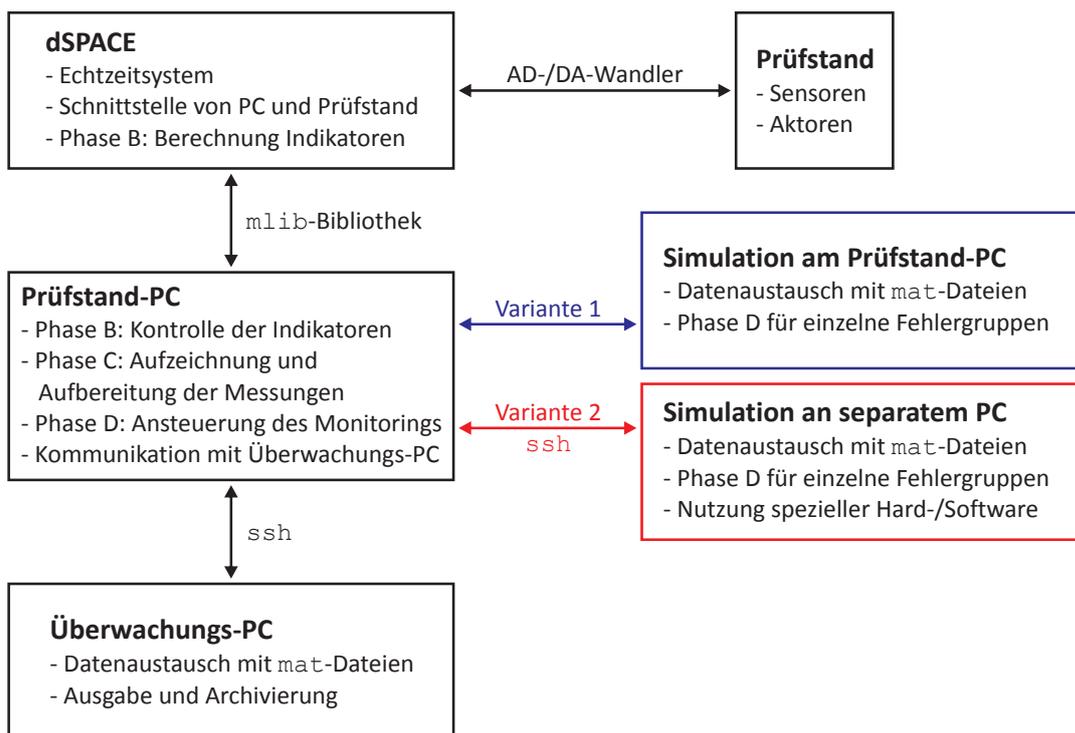


Bild 4.1: Infrastruktur des Monitoring-Systems, vgl. [65, Bild 5]

Im Zentrum steht der Prüfstand-PC, dort läuft in MATLAB das Hauptprogramm des Monitorings. Die Ansteuerung des Prüfstandes und die Messdatenaufzeichnung

übernimmt ein dSPACE-System. Durch die mitgelieferte `mLib`-Funktion kann das Hauptprogramm auf die Prüfstandsdaten zugreifen. In Phase B werden die Daten im dSPACE aufbereitet und einfache Kontrollgrößen wie Orbitradius überwacht. In Phase C werden dann die gesamten Rohdaten an den Prüfstand-PC übertragen. Dieser speichert die aufbereitete Messung, die Ergebnisse des signalbasierten Monitorings und weitere Kontrollgrößen in `mat`-Dateien. Anhand der Ergebnisse werden passende Fehler in Phase D gewählt. Anschließend wird eine Optimierung durchgeführt, sodass Messung und Simulation übereinstimmen. Die Fehlerparameter der Simulation geben die bestmögliche Schätzung des Schadensausmaßes an.

Der finale Stand des Monitorings verwendet Variante 1 in Phase D, für viele vorangegangene Experimente war Variante 2 im Einsatz. Gründe für die Auslagerung des modellbasierten Teils auf einen separaten PC sind z. B. die Nutzung spezieller Software wie MBSIM¹ [65] oder leistungsfähigerer Hardware für umfangreichere Simulationen [128]². Für die nötige Datenübertragung wird das SSH-Protokoll verwendet.

In praktischen Anwendungen müssen die gewonnenen Daten zum Arbeitsplatz eines Überwachungsexperten übertragen werden [118]. Dies erfolgt ebenfalls über SSH.

4.2 Überwachung des Normalbetriebs

Die Phase B verwendet einige in Echtzeit berechenbare Kontrollgrößen, um eine Abweichung vom Normalbetrieb zu erkennen. Die Berechnung erfolgt im dSPACE-System, die Auswertung wird nur bei konstanter Drehzahl über 300 min^{-1} durchgeführt. Für erhöhte Robustheit gegenüber einmaligen Überschreitungen werden die Indikatoren fünf Mal im Abstand von 0,2 s abgerufen und gemittelt.

Der Literaturüberblick im Kapitel 2 zeigt, dass zur Überwachung viele Größen genutzt werden können, z. B. Lagerbeschleunigungen, Druck und Temperatur im transportierten Fluid oder im Lager oder Motorströme. In dieser Arbeit nutzen die Phasen B und C lediglich Orbit, Drehwinkel und Drehgeschwindigkeit zur Diagnose, in der Phase D werden für einige Identifikationsverfahren noch zusätzlich die Lagerkräfte ausgewertet.

Die statische Biegelinie wird überwacht, indem für die Drehwinkel $\gamma_k = k \cdot 45^\circ$ die Auslenkung der Welle in ${}_I x$ und ${}_I y$ gemessen und über eine Umdrehung gemittelt wird. Gleichzeitig werden Betrag und Phase der Auslenkung ermittelt. Der Betrag ist der Orbitradius und damit ein Kriterium für Fehler mit Anregung 1. EO. Die Differenz zwischen der Phase der Auslenkung und dem aktuellem Drehwinkel beschreibt den Phasenwinkel der 1. EO, dessen Änderung ebenfalls ein Fehlerkriterium ist.

Idealerweise wäre der Orbitradius 0, was praktisch wegen Fertigungsfehlern nicht auftritt. Deswegen können tolerierbare Fehler wie Restunwucht dem Monitoring-System

1 MBSIM ist eine quelloffene Software zur Simulation von Mehrkörpersystemen, siehe auch <https://code.google.com/p/mbsim-env/> oder [142].

2 Dies war in dieser Arbeit bis zur Aufrüstung des Prüfstand-PCs im September 2013 sinnvoll.

mitgeteilt werden. Dieses berechnet daraus den erwarteten Orbit und vergleicht, ob der aktuelle Orbit davon abweicht.

Für einige Fehler müssen höhere EO betrachtet werden. Zur Echtzeit-Überwachung der k -ten EO im Signal ξ_m des m -ten Sensors bietet sich folgender Indikator g an:

$$g(m, k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{jk\gamma(t_i)} \cdot \xi_m(t_i) \quad (4.1)$$

Dabei ist N die Anzahl an Messpunkten je Umdrehung. Für diesen Indikator wird angenommen, dass die Signale periodisch zu 2π sind und sich als Fourier-Reihe entwickeln lassen. Die Multiplikation mit $e^{jk\gamma}$ nutzt die Orthogonalitätseigenschaft der Fourier-Reihe aus. Folglich kann nur die k -te EO in ξ_m einen Wert $g(m, k) \neq 0$ verursachen.

Am Prüfstand wurde exemplarisch die 3. EO implementiert. Eine überhöhte 3. EO tritt beispielsweise bei Rundheitsfehlern (Bild 4.2 links), Betrieb mit Resonanzdrehzahl $\Omega = \frac{\omega_i}{3}$ (vgl. Bild 4.2 rechts) oder Magnetlageranregung (Abschnitt 6.3) auf.

4.3 Signalbasierte Klassifizierung der Fehler

Unter Klassifizierung wird die Erkennung möglicher Fehlerarten verstanden. Diese Phase wird bei Verlassen des Normalbetriebs gestartet. Da die Ergebnisse lediglich „online“ erwartet werden, können aufwändigere Signalaufbereitungsmethoden verwendet werden³. Aus den enthaltenen Mustern bestimmt das System mögliche Fehler bzw. Fehlergruppen, die später im modellbasierten Teil betrachtet werden.

4.3.1 Aufbereitung der Wegsignale

Die Analyse der Orbits bzw. der enthaltenen EO ist ein wichtiger Schritt beim Monitoring [48, Kap. 32 und 33]. Laut Definition ist der (reale) Orbit die Bewegung ${}_I r_M$ des Flächenmittelpunktes [71], jedoch erfassen Wirbelstromsensoren den Abstand zur Wellenoberfläche. Die resultierenden Probleme veranschaulicht Bild 4.2: Im linken Bild besteht der reale Orbit v. a. aus der 1. EO und wäre nahezu kreisrund. Durch den Rundheitsfehler $\Delta R(\Psi_R)$ mit dominanter 3. EO ergeben die Sensorsignale ξ_1 in ${}_I x$ -Richtung und ξ_2 in ${}_I y$ -Richtung jedoch einen „viereckigen“ *scheinbaren Orbit*. In Unterschied dazu besteht der im Bild 4.2 rechts der reale Orbit aus 1. und 3. EO. Wegen geringem Rundheitsfehler entspricht hier der scheinbare Orbit nahezu dem realen

³ „Online“ heißt hier „während der Laufzeit des Rotors“. Die Ergebnisse müssen also nicht in Echtzeit, jedoch innerhalb einer sinnvollen Zeitdauer vorliegen. Die Unterscheidung zwischen echtzeitfähiger Überwachung und detaillierter Fehlerdiagnose spiegelt sich auch in getrennten Normen und Richtlinien wider, vgl. [49]. Beim vorgestellten System liegt der Zeitbedarf für das Monitoring in der Größenordnung von 10 s je stationärem Betriebspunkt.

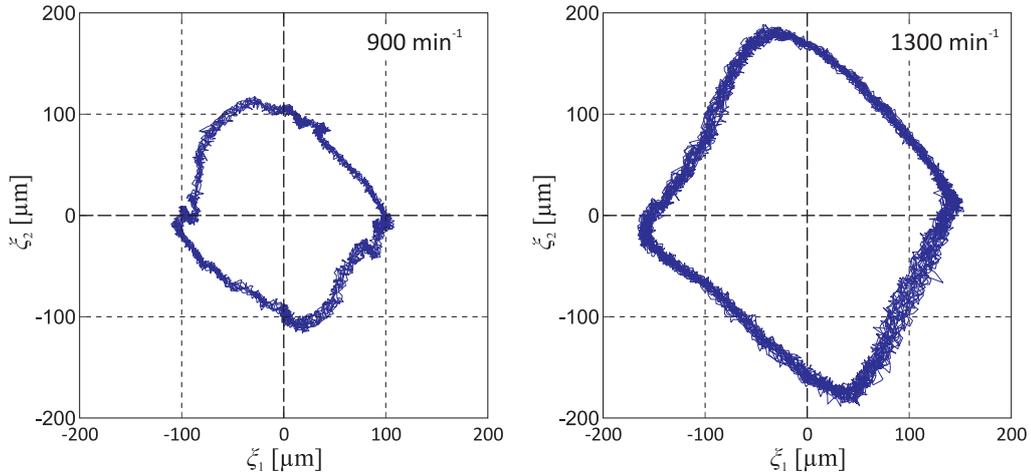


Bild 4.2: Trotz unterschiedlicher Ursachen besitzen beide scheinbare Orbits eine ähnliche Form. Links: 1. EO in I_{LM} und 3. EO in $\Delta R(\Psi_R)$. Rechts: 1. und 3. EO in I_{LM} bei $\Delta R(\Psi_R) \approx 0$.

Orbit. Trotz der unterschiedlichen Ursachen sehen die scheinbaren Orbits von der Form her ähnlich aus, damit ist also keine eindeutige Fehlerdiagnose möglich.

Deswegen wird ein Trennverfahren für Orbit und Rundheitsfehler entwickelt, was in ähnlicher Form von JANSEN et al. für fertigungstechnische Anwendungen vorgestellt wurde [75]. Damit können aus einer Messung bei Betriebsdrehzahl Orbit und Rundheit bestimmt werden, d. h. die Rundheitsidentifikation findet online statt.

Für den Rotororbit im Stationärbetrieb wird angenommen, dass sich dieser als Fourier-Reihe darstellen lässt⁴:

$$\begin{pmatrix} I_{XM} \\ I_{YM} \end{pmatrix} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{y}_k \end{pmatrix} \cdot e^{jk\Omega t} \quad \hat{x}_k, \hat{y}_k \in \mathbb{C} \quad (4.2)$$

Für den Sensorwinkel δ_m , den Drehwinkel γ und den rotorfesten Winkel Ψ_R gilt nach Bild 3.18 folgende Gleichung:

$$\delta_m = \gamma + \Psi_R = \Omega t + \Psi_R \quad (4.3)$$

Der gemessene Abstand $\xi_m(t)$ setzt sich aus der Projektion des Orbits (4.2) in die Sensorebene und dem Rundheitsfehler (3.92) zusammen. Da beide Anteile deutlich kleiner als R_0 sind, können deren Beiträge zu ξ_m getrennt voneinander bestimmt und anschließend superponiert werden:

$$\xi_m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} -\cos \delta_m \hat{x}_k e^{jk\Omega t} - \sin \delta_m \hat{y}_k e^{jk\Omega t} - \Delta \hat{R}_k e^{jk(\delta_m - \Omega t)} \quad (4.4)$$

4 Hier wird $k \in \mathbb{Z}$ betrachtet. Da Rundheitsfehler keine Anteile mit $k \notin \mathbb{Z}$ verursachen (z. B. Subharmonische wie 0,5-te EO), können diese direkt dem Orbit zugeordnet werden.

Die Anteile \hat{x}_k , \hat{y}_k und $\Delta\hat{R}_{-k}$ werden mit $e^{jk\Omega t}$ multipliziert. Wegen $R(\Psi_R) \in \mathbb{R}$ gilt $\Delta\hat{R}_{-k} = \Delta\hat{R}_k^*$, damit folgt:

$$\xi_m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underbrace{(-\cos \delta_m \hat{x}_k - \sin \delta_m \hat{y}_k - e^{-jk\delta_m} \Delta\hat{R}_k^*)}_{:= \hat{\xi}_{mk}} \cdot e^{jk\Omega t} \quad (4.5)$$

Die $\hat{\xi}_{mk}$ werden durch Curve Fitting des Messsignals mit einer Fourier-Reihe bestimmt. Zur Trennung der verschiedenen Komponenten werden mindestens drei Sensoren benötigt. Für $m = \{1, 2, 3\}$ resultiert folgendes LGS:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -\cos \delta_1 & -\sin \delta_1 & -e^{-jk\delta_1} \\ -\cos \delta_2 & -\sin \delta_2 & -e^{-jk\delta_2} \\ -\cos \delta_3 & -\sin \delta_3 & -e^{-jk\delta_3} \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_k} \begin{pmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{y}_k \\ \Delta\hat{R}_k^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\xi}_{mk} \\ \hat{\xi}_{mk} \\ \hat{\xi}_{mk} \end{pmatrix} \quad \text{für } |k| \geq 2 \quad (4.6)$$

Um Orbit und Rundheitsfehler zu trennen, darf die Matrix \mathbf{A}_k nicht singulär sein. Werden $\delta_1 = 0^\circ$ und $\delta_2 = 90^\circ$ wie in üblichen Sensoranordnungen gewählt, folgt für die Determinante:

$$\det(\mathbf{A}_k) = \cos \delta_3 + \sin \delta_3 \cdot e^{-\frac{jk\pi}{2}} - e^{-jk\delta_3} \neq 0 \quad (4.7)$$

Die Untersuchung im Anhang C zeigt, dass bis zur Ordnung $|k| \leq 4n_2 - 2$ keine Singularität auftritt, wenn der dritte Sensor bei $\delta_3 = \frac{n_1}{n_2} \cdot 90^\circ$ montiert wird. Hierbei sind n_1 und n_2 teilerfremde natürliche Zahlen. Die Ausnahmen von dieser Regel sind nicht praxisrelevant.

Einige Beispiele für Winkel δ_3 und die erreichbaren Ordnungen sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Am Prüfstand wurde $\delta_3 = 162^\circ$ realisiert, was eine Identifikation bis zur 18. EO ermöglicht. Im MATLAB-internen Curve Fitting ist die Ordnung der Fourier-Reihe auf 8 begrenzt, was jedoch innerhalb dieser Arbeit meistens ausreichend ist.

Tabelle 4.1: Betragsmäßig höchste Ordnung mit $\det(\mathbf{A}_k) \neq 0$ für einige Sensoranordnungen

Ordnung $ k $	Nenner n_2	Beispiele für Winkel δ_3 [°]
2	1	180 270
6	2	45 135 225 315
10	3	30 60 120 150 210 240 300 330
14	4	22,5 77,5 112,5 157,5 ...
18	5	18 36 54 72 108 126 144 162 ...

Aus den Koeffizienten wird mit (3.92) die Rundheitsabweichung $\Delta R(\Psi_R)$ berechnet. Wenn $\max |\Delta R|$ den Toleranzwert überschreitet, dann klassifiziert Phase C einen Rund-

heitsfehler. Dieses Verfahren ist wegen der verwendeten Modelle (4.2) und (3.92) nicht rein signalbasiert. Da diese Aufbereitung jedoch zur eindeutigen Fehlerklassifizierung notwendig ist, wird es der Phase C zugeordnet.

4.3.2 Aufbereitung der Kraftsignale

Einige Messreihen nutzen eine Kraftmessung in den Lagern. Die Aufbereitung verwendet die Normalkräfte in den Streben des Lagerbocks, vgl. Bild 4.3 und Bild 5.15. Da der Ladungsverstärker bei Druckbelastung eine positive Spannung ausgibt, werden die Kräfte als positiv in Druckrichtung definiert. Die Lagerkräfte zeigen auf der Lagerseite in positive Koordinatenrichtungen, am Rotor wirken sie gemäß des 3. Newton'schen Gesetzes in negative Richtung.

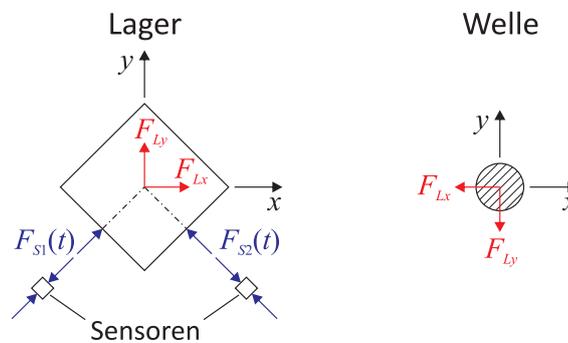


Bild 4.3: Freischnittskizze mit Definition der Richtungen der Lagerkräfte

Aus dem Kräftegleichgewicht ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen den gemessenen Sensorkräften und gesuchten Lagerkräften:

$$F_{Lx}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} [-F_{S1}(t) + F_{S2}(t)] \quad F_{Ly}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} [-F_{S1}(t) - F_{S2}(t)] \quad (4.8)$$

Nach dieser Addition der Sensorsignale werden F_{Lx} und F_{Ly} getrennt voneinander als Fourier-Reihe entwickelt (mit $\{F_{Li,0}, \hat{F}_{Li,an}, \hat{F}_{Li,bn}\} \in \mathbb{R}$):

$$F_{Li}(t) = F_{Li,0} + \sum_{n=1}^{\infty} \hat{F}_{Li,an} \cos(n\Omega t) + \hat{F}_{Li,bn} \sin(n\Omega t) \quad (4.9)$$

Die reelle Schreibweise ($n \in \mathbb{N}$) wird in komplexe Schreibweise mit den Ordnungen $\hat{F}_{-L,k}$ und $k \in \mathbb{Z}$ übertragen. Dabei sind die Anteile für $k > 0$ die Gleichlaufanteile und für $k < 0$ die Gegenlaufanteile. Es gilt:

$$\hat{F}_{-L,n} = \frac{1}{2} (\hat{F}_{Lx,an} + \hat{F}_{Ly,bn} + j\hat{F}_{Ly,an} - j\hat{F}_{Lx,bn}) \quad (4.10)$$

$$\hat{F}_{L,-n} = \frac{1}{2} (\hat{F}_{Lx,an} - \hat{F}_{Ly,bn} + j\hat{F}_{Ly,an} + j\hat{F}_{Lx,bn}) \quad (4.11)$$

In der derzeitigen Schadensbibliothek werden der Konstantanteil und die 1. EO im Gleichlauf für das modellbasierte Monitoring verwendet. Trägt man $F_{Ly}(t)$ über $F_{Lx}(t)$ an, so ergeben sich viele Parallelen zum Orbit bei Wegmessung. Deswegen wird diese Darstellung im Folgenden auch *Kraftorbit* genannt.

4.3.3 Diagnose der Fehlergruppen

Anhand der nach Abschnitt 4.3.1 aufbereiteten Orbits werden signalbasiert Fehlerklassen zugeordnet. Im aktuellen Entwicklungsstand umfasst die erste Fehlergruppe diejenigen, welche die 1. EO anregen. Dies sind Schlag, Unwucht und Kupplungsversatz. Eine Identifikation dieser Fehler wird gestartet, sobald die 1. EO vom Referenzwert um mehr als $5 \mu\text{m}$ im Betrag bzw. 5° in der Phase abweicht. Da diese Fehler im Signalmuster recht ähnlich sind, ist eine weitere Trennung ohne zusätzliche Information in Form eines Modells schwierig.

Die zweite Fehlergruppe betrachtet eine Änderung der statischen Biegelinie, was in der Praxis eine Verschiebung des Orbitmittelpunktes bedeutet. Dieses Signalmerkmal ist typisch für Achsversatz [67]. Hier liegt der Grenzwert bei einer betragsmäßigen Abweichung des Mittelpunktes um $7,5 \mu\text{m}$.

Die dritte Fehlergruppe bilden Rundheitsfehler. Hierzu wird $\Delta R(\Psi_R)$ mit den Ergebnissen aus Abschnitt 4.3.1 berechnet. Eine Warnung für Rundheitsfehler wird dann angezeigt, wenn für den identifizierten Rundheitsfehler gilt: $\max |\Delta R(\Psi_R)| > 5 \mu\text{m}$.

Die Überprüfung der einzelnen Fehlergruppen und daraus resultierend die Simulation einzelner Fehlergruppen erfolgt autonom. Die Erfahrung aus vielen Experimenten am betrachteten Prüfstand (vgl. Kapitel 5) zeigen, dass die genannten Grenzwerte hinreichend empfindlich für Fehler sind, aber dennoch wenig Fehldiagnosen auftreten. Die Kraftsensoren wurden bisher nicht zur Erkennung der Fehlergruppen verwendet.

Die Diagnose der Fehlergruppen im derzeitigen Umfang ist ein Demonstrationsmuster, was die wesentliche Vorgehensweise zeigt. Je mehr Schäden berücksichtigt werden, umso schwieriger wird diese Klassifizierung der Fehler. Falls bei einer Erweiterung des Monitoring-Systems in künftigen Arbeiten die bisher implementierte Schwarz-Weiß-Logik nicht mehr funktionieren sollte, wären Fuzzy-Logiken [7, Kap. 8], Hidden Markov Models oder Support Vector Machines mögliche Alternativen für die Phase C.

4.4 Modellbasierte Identifikation der Fehler

Im modellbasierten Teil (Phase D im Bild 1.2) wird für jede Fehlergruppe die quantitative Diagnose durchgeführt. Hierzu werden die zu bestimmenden Fehlerparameter wie Amplitude und Winkel der Fehler zum Parametervektor \mathbf{p} zusammengefasst. Mithilfe

des Simulationsmodells wird ein Satz von Indikatorfunktionen $\mathbf{g}_{sim}(\mathbf{p})$ ausgewertet. Bei den Indikatorfunktionen handelt es sich um Kenngrößen, welche von den Parametern abhängen, z. B. ist die Amplitude der 1. EO des Orbits ein Indikator für Unwucht. Die Gütefunktion f vergleicht die Indikatoren aus Messung und Simulation, Ziel ist die Minimierung des quadratischen Fehlers:

$$f(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^N [g_{Sim,i}(\mathbf{p}) - g_{Mess,i}(\check{\mathbf{p}})]^2 \rightarrow \min \quad (4.12)$$

Mit $\check{\mathbf{p}}$ wird der hypothetische Parametersatz des realen Systems bezeichnet⁵. Das Optimierungsproblem ist dann sinnvoll gestellt, wenn gilt:

$$f(\mathbf{p}) \rightarrow \min \quad \iff \quad \mathbf{p} \rightarrow \check{\mathbf{p}} \quad (4.13)$$

Die Optimierung wird mit dem Implicit Filtering-Algorithmus von KELLEY in Matlab durchgeführt. Dieses Verfahren beruht auf Auswertung des Differenzenquotienten, \mathbf{p} kann nur innerhalb eines endlichen Gebiets optimiert werden [80].

Die Optimierung liefert nur bedingt sinnvolle Größen, wenn viele Parameter gleichzeitig innerhalb eines großen Wertebereichs optimiert werden müssen. Deswegen wird die Phase D häufig in die Subschritte D1, D2 etc. unterteilt. Diese beinhalten vereinfachte Teilaufgaben, die durch Nutzung von analytischen Näherungsmodellen oder durch Auswahl bestimmter Betriebspunkte eine sichere Schätzung einzelner Parameter erlauben. Somit kann Schritt für Schritt ein guter Startwert \mathbf{p}_0 generiert werden, der für die Optimierung aller Parameter im letzten Schritt verwendet wird.

4.4.1 Schlag und Unwucht mit Wegmessung

Nach den Modellen im Abschnitt 3.3 wird ein Orbit mit 1. EO im Gleichlauf erwartet, deswegen verwendet die Optimierung deren Amplitude $\hat{r}_1 := \hat{r}$ als Indikatorfunktion. Für die Identifikation von Schlag (Krümmungsradius R_a und Phase Ψ_a) und Unwucht (Betrag $|\underline{U}|$, Phase Ψ_U) hat sich ein mehrstufiges Optimierungsverfahren bewährt [128].

Im ersten Schritt der Phase D (kurz D1) wird der Rotor als ungedämpfter Lavalrotor angenommen, dessen EF mit der ersten EF des Rotors übereinstimmt. Da der betrachtete Rotor ausschließlich unterkritisch betrieben wird, ist dies eine zulässige Näherung. Für

5 Da jede Parametrisierung eine Vereinfachung des realen Systems ist, gibt es keinen Parametervektor \mathbf{p} , der den Prüfstand in allen Details beschreibt. $\check{\mathbf{p}}$ bezeichnet deswegen einen Parametersatz, der den Prüfstand sinnvoll abbildet. Die Parameter des unbeschädigten Prüfstandes (wie Masse und Steifigkeit) sind nicht in \mathbf{p} enthalten und müssen vorab abgeglichen werden, vgl. Kapitel 5.

mehrere Drehzahlen (d. h. mehrere η_i) nimmt (3.9) die Struktur eines LGS an:

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ \hat{r}(\eta_i) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \frac{1}{1-\eta_i^2} & \frac{\eta_i^2}{1-\eta_i^2} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{a} \\ \underline{\varepsilon} \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Wird für mindestens zwei η_i gemessen, können $\underline{a} := \underline{a}_{D1}$ und $\underline{\varepsilon} := \underline{\varepsilon}_{D1}$ aus dem LGS (4.14) bestimmt werden. Der bestimmte Schlag gibt den Schlag an der Messstelle z_{Mess} wieder. Zur Bestimmung des Krümmungsradius R_a des Kontinuumsmodells kann wahlweise (3.77) entsprechend aufgelöst werden oder alternativ die Schätzung nach Bild 4.4 verwendet werden. Hierbei wird eine Sekante h_1 durch $(z_{Mess}, |a_{D1}|)$ und $(z_L, 0)$ gezogen, wobei z_L die Axialposition des näheren Lagers ist. Zu h_1 wird die Mittelsenkrechte h_2 gebildet, deren Wert für $z = \frac{L_L}{2}$ entspricht betragsmäßig in etwa dem Radius. Daraus können folgende Formeln abgeleitet werden:

$$R_a \approx \begin{cases} \left| \frac{|a_{D1}|}{2} - \frac{L_L - z_{Mess}}{|a_{D1}|} \cdot \left(\frac{L_L}{2} - \frac{L_L - z_{Mess}}{2} \right) \right| & \text{für } z_{Mess} > \frac{L_L}{2} \\ \left| \frac{|a_{D1}|}{2} - \frac{z_{Mess}}{|a_{D1}|} \cdot \left(\frac{L_L}{2} - \frac{z_{Mess}}{2} \right) \right| & \text{für } z_{Mess} < \frac{L_L}{2} \end{cases} \quad (4.15)$$

Dabei bezeichnet L_L den Lagerabstand. In diesem Modell wird die Biegung der isolierten Rotorwelle als bogenförmig angenommen. Am betrachteten Rotor wird jedoch die Welle teilweise durch den Magnetlagerläufer (vgl. Bild 5.2) versteift, weswegen das geschätzte R_a einen zu niedrigen Schlag in der Simulation ergibt, vgl. Kurve D1 im Bild 4.5. Da \underline{a}_{D1} gut geschätzt wird, wird in der Phase D2 der Krümmungsradius $R_a = \mathbf{p}_{D2}$ mit folgender Zielfunktion optimiert:

$$f_{D2}(\mathbf{p}_{D2}) = |\hat{r}_{Sim}(\mathbf{p}_{D2}, \Omega=0) - \underline{a}_{D1}|^2 \quad (4.16)$$

Die Kurve D2 im Bild 4.5 bildet nun die niedrigen Drehzahlen gut ab. Schritt D3 untersucht die statische Unwucht \underline{U} , um den Abgleich für höhere Drehzahlen zu verbessern. Um \underline{U} aus $\underline{\varepsilon}_{D1}$ zu bestimmen, wird die Unwuchtantwort \underline{r}_U am Kontinuumsrotor mit einer isolierten Unwucht bei z_U betrachtet, vgl. [48, Gl. (10.46) ff.]:

$$\underline{r}_U(z_{Mess}, t) = \sum_{m=1}^N \frac{\Omega^2}{\omega_m^2 - \Omega^2} \cdot \frac{x_m(z_{Mess})x_m(z_U)\underline{U}}{m_m} \cdot e^{j\Omega t} \quad (4.17)$$

Dabei ist ω_m die m -te EF mit Eigenvektor $x_m(z)$ und modaler Masse m_m , z_{Mess} und z_U sind die Axialpositionen von Messstelle und Unwucht. Bricht man nach einem Mode ab und vergleicht mit (4.14), so ergibt sich \underline{U} mit $\frac{\eta_i^2}{1-\eta_i^2} = \frac{\Omega_i^2}{\omega_1^2 - \Omega_i^2}$ folgendermaßen:

$$\underline{U} = \frac{m_1 \underline{\varepsilon}_{D1}}{x_1(z_{Mess})x_1(z_U)} \quad (4.18)$$

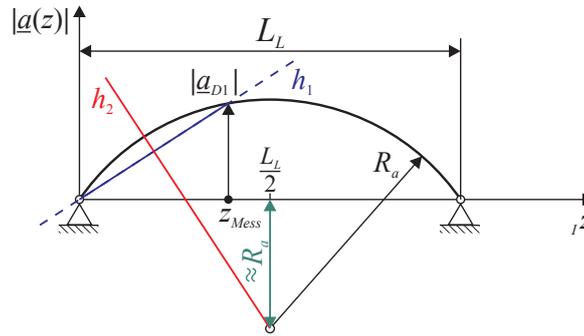


Bild 4.4: Näherungslösung zur Bestimmung von R_a für $\max \underline{a}(z) \ll L$

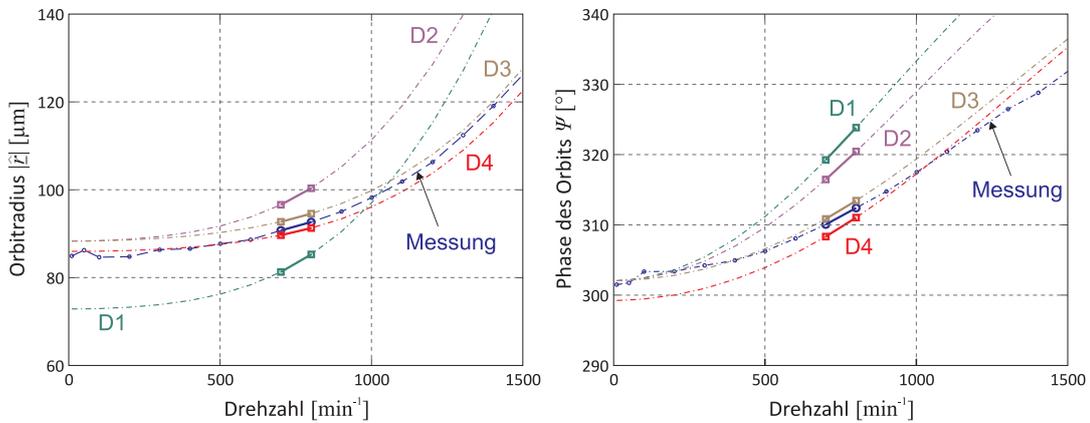


Bild 4.5: Vergleich der Messung mit Simulation nach Schritten D1 bis D4

Der Betrag dieses Schätzwertes wird durch Optimierung mit $\mathbf{p}_{D3} = |\underline{U}|$ näher bestimmt. Hierzu wird folgende Zielfunktion verwendet:

$$f_{D3}(\mathbf{p}_{D3}) = \sum_i |\hat{r}_{Sim}(\mathbf{p}_{D3}, \Omega_i) - \hat{r}_{Mess}(\Omega_i)|^2 \quad (4.19)$$

Damit sind die Parameter genau genug bestimmt, um in D4 alle Parameter $\mathbf{p}_{D4} = (R_a, \Psi_a, |\underline{U}|, \Psi_U)$ zu optimieren. Die Zielfunktion ist identisch zu (4.19). Die Zwischenschritte D-2 und D-3 sind nötig, weil eine direkte Ausführung von D-4 nach dem Schätzer die Konvergenz $\mathbf{p} \rightarrow \check{\mathbf{p}}$ nicht sicherstellte. Bild 4.5 zeigt, dass die Messung Schritt für Schritt besser abgebildet wird.

Die Optimierung des un stetigen Schlags entspricht weitestgehend dem vorgestellten Verfahren. Der einzige Unterschied ist, dass beim stetigen Schlag aus einer Messstelle direkt auf den einzigen Parameter R_a der globalen Schlagkurve geschlossen werden kann, während beim un stetigen Schlag aus (4.14) mehrere $\underline{a}(z_i)$ bestimmt werden, woraus durch Curve Fitting der Startparametersatz \mathbf{p}_{D1} generiert werden muss. Dies wird im Offline-Verfahren im Abschnitt 5.3.3 verwendet. Das Online-Verfahren im

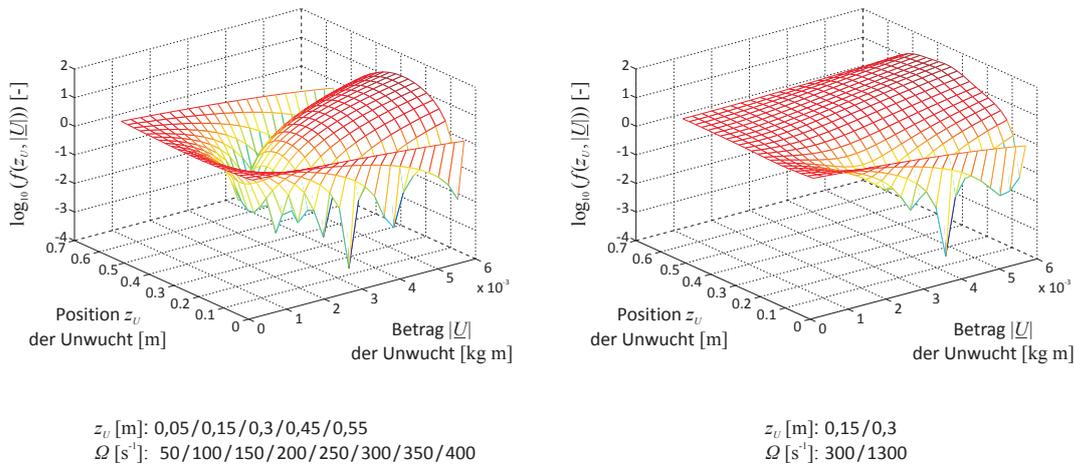


Bild 4.6: Zielfunktion nach Gl. (4.19)

Abschnitt 6.4 betrachtet zur Verringerung des Messaufwandes nur eine Messstelle und folglich auch nur einen Amplitudenparameter, was jedoch zur Demonstration der Methodik ausreichend ist.

Die Bestimmung der Axialposition der Unwucht aus Orbits ist bei ausschließlich unterkritischem Betrieb schwierig. So wird nach (4.17) jeder Mode mit der modalen Unwucht $\underline{U}_m = x_m(z_U) \underline{U}$ angeregt. Im unterkritischen Betrieb besteht \hat{r}_U in (4.17) jedoch fast vollständig aus der Antwort der ersten Mode, damit kann nur \underline{U}_1 mit guter Genauigkeit bestimmt werden.

Zur weiteren Untersuchung dieses Problems wird die Zielfunktion mit $\mathbf{p} = (z_U, |\underline{U}|)$ betrachtet, wobei die Messung durch künstlich verrauschte Simulationen ersetzt wird. Die Zielfunktion im Bild 4.6 links besitzt viele Kombinationen von z_U und $|\underline{U}|$ mit niedrigen Werten von $f(\mathbf{p})$, diese Gestalt der Zielfunktion ist typisch für ausschließlich unterkritische Drehzahlen. Bei mehreren Messstellen und signifikanter Anregung der zweiten Biegemode wie in der rechten Zielfunktion kann hingegen \mathbf{p} eindeutig bestimmt werden. Praktische Beispiele zum Monitoring mit überkritischen Drehzahlen finden sich z. B. in [12] [116]. Ähnlich gute Zielfunktionen ergeben sich auch bei Hinzufügen einer Kraftmessung.

Da die Kräfte mit Beschleunigungen der Lagerböcke korrespondieren, untersuchten HECKMANN et al. [65] und SCHEURER [141], ob die Axialposition z_U einer Zusatzunwucht mit Piezo-Beschleunigungssensoren bestimmt werden kann. Sie nutzten dazu den Quotient der 1. EO der Beschleunigungsamplituden. Dieser war in [141, Tab. 4.3] noch deutlich von der Phasenlage der Zusatzunwucht abhängig. Die Winkelabhängigkeit kann durch Subtrahieren der Referenzamplitude der 1. EO (ohne Zusatzunwucht) verringert werden. Für einige Experimente konnte bestätigt werden, dass dieses Verfahren funktioniert. Im Dauerbetrieb erwies sich das Verfahren für z_U als unzuverlässig, weil sich die Werte des Quotienten merklich im Laufe der Zeit änderten.

4.4.2 Schlag, Unwucht und Kupplungsversatz mit Weg- und Kraftmessung

Die Lagerkraftmessung (vgl. Abschnitt 5.4) besitzt für das Monitoring einige Vorteile. So ist die Trennung von z_U und $|\underline{U}|$ auch im unterkritischen Betrieb möglich, was z. B. in Auswuchtmaschinen genutzt wird [145, Kap. 10]. Auch für die Unterscheidung der Fehlerkombination Schlag, Unwucht und Kupplungsversatz bieten die Lagerkräfte gute Indikatorfunktionen. Hierzu fasst folgende Tabelle die Betrachtungen am Lavalrotor im Abschnitt 3.1 und Anhang D zusammen (mit $k_K \ll k_W$):

Tabelle 4.2: Übertragungsfunktionen am Lavalrotor

	Unwucht	Schlag	Kupplungsversatz
1. EO des Orbits: \hat{r}	$\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \cdot \underline{\varepsilon}$	$\frac{1}{1-\eta^2} \cdot \underline{a}$	$\frac{k_K}{k_W(1-\eta^2)} \cdot \underline{b}_{KV}$
1. EO der Kraft: \hat{F}_Σ	$\frac{k_W \eta^2}{1-\eta^2} \cdot \underline{\varepsilon}$	$\frac{k_W \eta^2}{1-\eta^2} \cdot \underline{a}$	$\frac{k_K}{1-\eta^2} \cdot \underline{b}_{KV}$

Das detaillierte Simulationsmodell berücksichtigt die Lager als Federn mit Steifigkeit k_L , vgl. Bild 4.7. Der erste Biegemode in diesem Modell besteht v. a. aus Rotorbiegung, da $k_L \gg k_W$ (mit k_W : Wellensteifigkeit der ersten Mode) gilt. Deswegen geben die Erkenntnisse aus Tabelle 4.2 auch die Charakteristik des detaillierten Modells wieder.

Die Lagerkraft ergibt sich aus $\underline{F}_{Li} = k_{Li} \cdot \underline{r}(z_{Li})$. In numerischen Untersuchungen zeigt sich \underline{F}_{Li} unabhängig von k_{Li} , solange beide k_{Li} deutlich höher als die Biegesteifigkeit der Kupplung sind, vgl. Bild 5.17. Die Formel für die Lagerkräfte lässt eine alternative Interpretation zu: Die Kraftmessung ist eine Wegmessung an einer Stelle, wo höhere Moden merklich zur Gesamtlösung beitragen. Diese Wege sind zu klein, um sie sinnvoll mit Abstandssensoren zu messen, für Kraftsensoren jedoch ausreichend groß⁶.

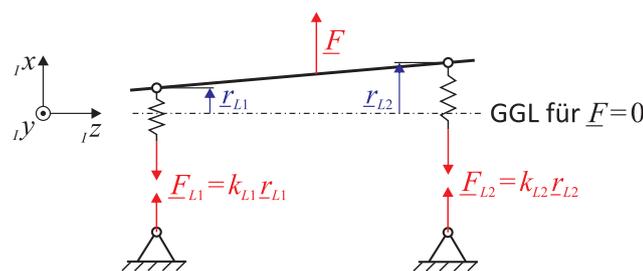


Bild 4.7: Berechnung und Vorzeichenkonvention der Lagerkräfte

Die Schwierigkeit dieser Fehlergruppe liegt darin, dass insgesamt neun Parameter optimiert werden müssen: Für stetigen Schlag, Unwucht, parallelen und winkligen

⁶ Kraftsensoren nach Piezo- oder DMS-Prinzip messen die Deformation von Bauteilen im Sensorinneren. Deswegen können diese Sensoren als spezielle Art von Wegsensoren angesehen werden.

Achsversatz sind diese jeweils Betrag und Phase, bei Unwucht kommt noch zusätzlich die Axialposition hinzu. Wegen der hohen Parameterzahl nutzt die Identifikation mehrere Teilschritte. Im Laufe der Forschungsarbeit sind zwei Varianten des Identifikationsverfahrens entstanden. Da beide für bestimmte Untersuchungen verwendet wurden, werden beide vorgestellt.

Variante 1

Die Variante 1 ist der erste Lösungsansatz zur Trennung der drei Fehler. Im ersten Schritt trennt die Phase D1 die gemessene 1. EO gemäß Tabelle 4.2 in den Anteil A mit Zähler 1 und Anteil B mit Zähler η^2 . Im unterkritischen Betrieb lauten die Formeln:

$$\hat{r}_{Mess} = \frac{1}{1-\eta^2} \cdot \hat{r}_A + \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \cdot \hat{r}_B \quad (4.20)$$

$$\hat{F}_{Li,Mess} = \frac{1}{1-\eta^2} \cdot \hat{F}_{Li,A} + \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \cdot \hat{F}_{Li,B} \quad (4.21)$$

Für mehrere gemessene Drehzahlen können die Anteile A und B bestimmt werden. Die Anteile \hat{r}_A und $\hat{F}_{Li,A}$ sind gleich der Antwort für $\eta = 0$. Dieser Betriebspunkt wird näher analysiert, da hier die Unwucht keine Rolle spielt. Mit dem Simulationsmodell werden zunächst für einen Referenzfehler die Antworten bestimmt, daraus kann die Übertragungsfunktion \underline{H}_{ik} zwischen i -ter Amplitude und k -tem Fehler berechnet werden. Daraus können die Messdaten durch folgendes LGS ausgewertet werden:

$$\begin{bmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} & \underline{H}_{13} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} & \underline{H}_{23} \\ \underline{H}_{31} & \underline{H}_{32} & \underline{H}_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{R_a} \cdot e^{j\psi_a} \\ \underline{b}_{KV} \\ \underline{\delta}_{KV} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{r}_A \\ \hat{F}_{L1,A} \\ \hat{F}_{L2,A} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Die Parameter können recht genau abgeschätzt werden. Die Verwendung der Übertragungsfunktion zur Schätzung von R_a zeigt bessere Ergebnisse als das Verfahren im Abschnitt 4.4.1. Die Ergebnisse bilden den Vektor \mathbf{p}_{D1} .

In Phase D2 werden die mit \mathbf{p}_{D1} erwarteten Lagerkräfte $\hat{F}_{Li,D1}(\Omega, \mathbf{p}_{D1})$ bei Betriebsdrehzahl berechnet. Die Differenz zum Messwert wird der Unwucht zugeordnet:

$$\hat{F}_{Li,U}(\Omega) = \hat{F}_{Li,Mess}(\Omega) - \hat{F}_{Li,D1}(\Omega, \mathbf{p}_{D1}) \quad (4.23)$$

Ähnliches gilt für den Orbit. Im nächsten Schritt wird aus den Lagerkräften durch Unwucht die Axialposition bestimmt, wobei als Näherung wie am Starrkörper das Hebelgesetz verwendet wird:

$$z_U = \frac{|\hat{F}_{L2,U}|}{|\hat{F}_{L1,U} + \hat{F}_{L2,U}|} \cdot L_L := c_F \cdot L_L \quad (4.24)$$

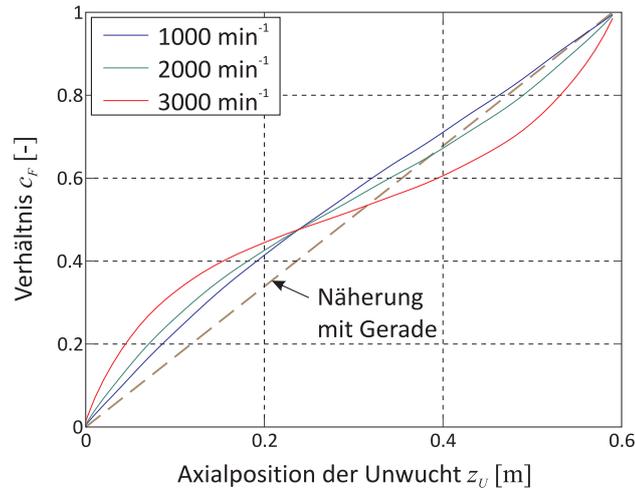


Bild 4.8: Der Koeffizient c_F nach (4.24) in Abhängigkeit von z_U und Ω

Beim elastischen Rotor skaliert c_F aufgrund der modalen Eigenschaften nichtlinear mit z_U , dennoch bietet der lineare Zusammenhang nach Bild 4.8 eine gute Näherung. Mit diesem z_U wird \underline{U} mit den Übertragungsfunktionen $H_{U,ik}$ bestimmt:

$$\begin{bmatrix} \underline{H}_{U,11} \\ \underline{H}_{U,21} \\ \underline{H}_{U,31} \end{bmatrix} \underline{U} = \begin{pmatrix} \hat{\underline{r}}_U \\ \hat{\underline{F}}_{L1,U} \\ \hat{\underline{F}}_{L2,U} \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Diese Unwuchtschätzung ist mit einem merklichen Fehler versehen, weswegen in D3 mit $\mathbf{p}_3 = (z_U, \underline{U})$ die Unwucht genauer bestimmt wird. Hierzu wird eine Optimierung durchgeführt. Schlag und Kupplungsversatz werden unverändert aus D1 übernommen. Für die gemessenen Ω_i wird die Zielfunktion $f(\mathbf{p}_{D3}) = \sum_i f_i(\mathbf{p}_{D3})$ gebildet:

$$f_i(\mathbf{p}_{D3}) = \left(\frac{|\hat{\underline{F}}_{L1,Sim} - \hat{\underline{F}}_{L1,Mess}|}{|\hat{\underline{F}}_{L1,Mess}|} \right)_i^2 + \left(\frac{|\hat{\underline{F}}_{L2,Sim} - \hat{\underline{F}}_{L2,Mess}|}{|\hat{\underline{F}}_{L2,Mess}|} \right)_i^2 + \left(\frac{|\hat{\underline{r}}_{Sim} - \hat{\underline{r}}_{Mess}|}{|\hat{\underline{r}}_{Mess}|^2} \right)_i^2 \quad (4.26)$$

In dieser Form vergleicht die Zielfunktion für jedes Ω_i die relativen Fehler der einzelnen Größen. Die identifizierten Parameter \mathbf{p}_{D1} und \mathbf{p}_{D3} bieten eine gute Fehlerschätzung. Damit kann abschließend in D4 eine Optimierung aller Parameter durchgeführt werden. Die Zielfunktion von D4 ist analog zu (4.26).

Um die Konvergenzgüte dieses Optimierungsverfahrens zu testen, wurden 200 zufällige Referenzdatensätze vorgegeben, die Zeilen Min und Max in Tabelle 4.3 geben den Wertebereich der Zufallszahlen ab. Der Schlag nutzt das kreisbogenförmige Modell, \underline{a} wird bei $z_{Mess} = 300$ mm ausgewertet. Die Kupplung wird als Euler-Bernoulli-Balken mit $A = 330\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ [122] und $L_K = 67,5$ mm (aus Abgleich der Biegung bei Achsversatz)

parametrisiert, vgl. Abschnitt 3.3.3. Zu den simulierten Messergebnissen Ω , \hat{r}_{Mess} bzw. $\hat{F}_{Li,Mess}$ wird ein künstliches Rauschen mit einem Zufallswert im Bereich $\pm 0,5 \mu\text{m}$, $\pm 1 \text{ N}$ und $\pm 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ addiert⁷.

Tabelle 4.3: Wertebereich der Referenzparameter und Standardabweichungen σ der Ergebnisse bei Test des Optimierungsverfahrens

	z_U [mm]	$ U $ [gmm]	$\angle U$ [°]	$ a $ [μm]	$\angle a$ [°]	$ b_{KV} $ [μm]	$\angle b_{KV}$ [°]	$ \delta_{KV} $ [°]	$\angle \delta_{KV}$ [°]
Min	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Max	590	5000	360	200	360	500	360	3	360
σ	30	200	15	1	2	100	25	0,15	15

Die Zeile σ in Tabelle 4.3 gibt die Standardabweichungen der Optimierungsergebnisse an. Schlag und Unwucht lassen sich recht gut identifizieren, der Kupplungsversatz besitzt jedoch eine hohe Streubreite. So besitzen paralleler und winkliger Kupplungsversatz unterschiedliche Verhältnisse von Kraft und Moment in der äquivalenten Fehlerkraft (3.89). Der Unterschied ist jedoch nicht allzu groß. Damit sind die entsprechenden Zeilen in (4.22) nahezu linear abhängig, was die Konditionszahl von $2 \cdot 10^4$ bestätigt. Die Trennung von winkligem und parallelem Versatz ist damit störanfällig.

Variante 2

Die Ergebnisse von WIMMER [176] (vgl. Abschnitt 6.5) zeigen, dass die Identifikation der Unwucht mit Variante 1 schwierig ist. MAIERHOFER konnte durch einige Änderungen bessere Ergebnisse erreichen [99]. Die Erfahrungen aus beiden Arbeiten werden in der Variante 2 berücksichtigt.

Der Schritt D1 bleibt nahezu unverändert. Jedoch wird nur winkliger oder nur paralleler Versatz identifiziert, da ansonsten die schlechte Kondition von \mathbf{H} in Verbindung mit realen Messwerten zu nicht sinnvollen Werten führt.

Die weitere Aufbereitung der Unwucht arbeitet nicht mit den gemessenen Kräften $\hat{F}_{Li,Mess}$, sondern mit dem daraus identifizierten quadratisch skalierenden Anteil $\hat{F}_{Li,B}$. Die Unwuchtanteile der Lagerkräfte werden mit den geschätzten Schlagwerten $\mathbf{p}_{D1,a} = (R_a, \Psi_a)^T$ folgendermaßen bestimmt:

$$\hat{F}_{Li,B,U} = \hat{F}_{Li,B} - \hat{F}_{Li,B,a}(\mathbf{p}_{D1,a}) \quad (4.27)$$

Für die weitere Schätzung der Unwucht existieren zwei Varianten. Die Restunwucht wird als statische Unwucht \underline{U}_S und Momentenunwucht \underline{U}_M am Schwerpunkt modelliert.

⁷ Da das Rauschen auf die bereits aufbereiteten Amplituden der 1. EO angewendet wird, kann damit auch der Einfluss systematischer Messabweichungen abgeschätzt werden.

Durch Simulation mit Referenzwerten wird eine Übertragungsmatrix \underline{H}_U generiert, die Schätzung nutzt anschließend folgendes LGS:

$$\begin{bmatrix} \underline{H}_{U,11} & \underline{H}_{U,12} \\ \underline{H}_{U,21} & \underline{H}_{U,22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_S \\ \underline{U}_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\underline{F}}_{L1,B,U} \\ \hat{\underline{F}}_{L2,B,U} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Für Zusatzunwucht wurde bisher nur statische Unwucht betrachtet. Hier wird zunächst der bekannte Anteil der Restunwucht von $\hat{\underline{F}}_{Li,B,U}$ abgezogen. Aus der Zusatzkraft wird mit dem Koeffizienten c_F aus (4.24) die Axialposition bestimmt. Anschließend wird wie in (4.28) die Übertragungsmatrix \underline{H}_U berechnet (mit $\underline{U}_M = 0$) und damit die Unwucht geschätzt.

Im letzten Schritt werden alle Fehlerparameter optimiert. Hierzu wird sowohl für Restunwucht als auch für Zusatzunwucht folgende Zielfunktion verwendet:

$$f(\mathbf{p}_{D4}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{|\hat{r}_{Mess} - \hat{r}_{Sim}|}{1 \mu\text{m}} \right)_i^2 + \left(\frac{|\hat{\underline{F}}_{L1,Mess} - \hat{\underline{F}}_{L1,Sim}|}{1 \text{ N}} \right)_i^2 + \left(\frac{|\hat{\underline{F}}_{L2,Mess} - \hat{\underline{F}}_{L2,Sim}|}{1 \text{ N}} \right)_i^2 \quad (4.29)$$

Dabei werden für \hat{r}_{Mess} nicht die direkten Messwerte verwendet, stattdessen werden diese aus \hat{r}_A und \hat{r}_B mit der aktuellen Drehzahl und der Gleichung (4.20) geschätzt. Ähnliches gilt für die Kräfte mit Gleichung (4.21). Diese Vorgehensweise glättet die gemessenen Werte bei mehreren Drehzahlen, damit wird das Verfahren robuster gegenüber Fehlern. Die Nenner $1 \mu\text{m}$ und 1 N sind Skalierungswerte und wurden so gewählt, dass beide Werte etwa dem Unsicherheitsbereich der jeweiligen Messung entsprechen. Damit werden in f die Anteile stärker gewichtet, die geringe Messunsicherheit besitzen. Insgesamt schätzt Variante 2 die Unwucht besser ab als Variante 1.

Vergleich zwischen Auswuchten und Unwuchtidentifikation mit Kraftmessung

Die vorgestellten Verfahren nutzen u. a. Kraftsensoren zur Unwuchtidentifikation, was auch typisch für Auswuchtmaschinen ist. Dennoch bestehen einige Unterschiede zwischen beiden Aufgaben.

Bei der Unwuchtidentifikation ist das Ziel, die Unwucht (statische Unwucht und Momentenunwucht) mit den Parametern Axialposition, Betrag und Phase zu bestimmen. Nach DIN ISO 1940 ist hingegen die Aufgabe des Auswuchtens, die Lagerkräfte durch Unwucht zu verringern [145]. Bei starren Rotoren werden dabei üblicherweise alle Unwuchten auf den Schwerpunkt gesetzt. Beim Anbringen der Auswuchtmassen sind deren Ebenen bekannt, d. h. die Bestimmung der Axialposition ist in diesen Fällen nicht notwendig. Erst beim Auswuchten elastischer Rotoren und dem Verwenden mehrerer Wuchtebenen spielt die axiale Verteilung eine Rolle.

Durch die Kraftmessung kann die Wuchtmaschine nicht zwischen Schlag und Unwucht unterscheiden, vgl. Tabelle 4.2. Die so identifizierte „Unwucht“ eines Rotors mit Schlag ist oft sehr hoch [39, Abs. 3.3.3]. Durch Wuchtgewichte können die Lagerkräfte

eines Rotors mit Schlag zu 0 reduziert werden (am Lavalrotor bei $\underline{\varepsilon} = -\underline{a}$), dabei verbleibt eine Restschwingung im Orbit \underline{r}_M . Beim Monitoring sollen Schlag und Unwucht voneinander getrennt werden. Dies ist z. B. mit zusätzlichen Wegsensoren möglich.

Dieser Unterschied korreliert auch mit den unterschiedlichen Definitionen der Größe „Unwucht“. Die Auswuchttechnik verweist normalerweise auf DIN ISO 1925. Hier ist die Exzentrizität $\underline{\varepsilon}$ definiert als „Abstand des Schwerpunktes der Unwuchtmasse von der Schaftachse“ [145, Kap. 3]. In der Rotordynamik (und auch in dieser Arbeit) wird jedoch von Unwucht gesprochen, wenn „die Massenmittellinie eines Rotors nicht mit dessen geometrischer Mittellinie zusammenfällt“ [71, Definition 8.98]. Deswegen muss hier zwischen Schlag und Unwucht unterschieden werden, was mit der Definition nach der Auswuchttechnik nicht nötig ist.

Beim Auswuchten werden die Rotoren häufig über Riementriebe angetrieben. Dies beseitigt den Fehler Kupplungsversatz, d. h. die Kraft kann direkt der Unwucht bzw. der Summe aus Schlag und Unwucht zugeordnet werden [168].

4.4.3 Achsversatz

Im Monitoring des Achsversatzes werden die statischen Anteile der Orbits bzw. Kraftorbits für die Identifikation verwendet⁸. Die Unterscheidung zwischen parallelem und winkligem Achsversatz (kurz: PAV und WAV) ist schwierig, wenn nur an der Rotorwelle gemessen wird. So werden im Bild 4.9 ein PAV mit $|\underline{b}_{AV}| = 1 \text{ mm}$ und ein WAV mit $|\underline{\delta}_{AV}| = 1,6^\circ$ verglichen. Die Werte wurden so gewählt, dass die Auslenkung \underline{r}_M an der Stelle $z = 295 \text{ mm}$ identisch ist, d. h. $\frac{\underline{r}_M(\text{PAV})}{\underline{r}_M(\text{WAV})} = 1$. Nur nahe der Lager und am Kupplungsende weicht dieser Quotient deutlich vom Wert 1 ab, hier bestehen also signifikante Unterschiede beider Kurven. In Absolutwerten beträgt der Unterschied an den Lagern ca. $1 \mu\text{m}$ und an der Kupplung $6 \mu\text{m}$. Da selbst an den Stellen mit höchster Sensitivität die absoluten Unterschiede gering sind und dort schwer Wegsensoren montiert werden können, wird die Erkennung der Art des Achsversatzes aus der Biegelinie nicht weiter verfolgt. Stattdessen werden die Lagerkräfte mit einbezogen. Diese unterscheiden sich deutlich, was später die Tabelle 5.1 (S. 96) zeigen wird.

Zur Identifizierung hat sich ein vierstufiges Verfahren bewährt. Der Schritt D1 nutzt gespeicherte Biegelinien für einen Referenzversatz, um mit der Wegmessung eine erste Schätzung durchzuführen. Dabei werden Schätzwerte für winkligen und parallelen Versatz bestimmt:

$$\underline{b}_{AV,D1} = \frac{\underline{b}_{AV,Ref}}{\underline{r}_{Ref}(z_{Mess})} \cdot \underline{r}_{Mess}(z_{Mess}) \quad (4.30)$$

$$\underline{\delta}_{AV,D1} = \frac{\underline{\delta}_{AV,Ref}}{\underline{r}_{Ref}(z_{Mess})} \cdot \underline{r}_{Mess}(z_{Mess}) \quad (4.31)$$

⁸ Um die Notation kompakter zu halten, bezeichnen in diesem Abschnitt die Größen \underline{r} , \underline{F} etc. den statischen Anteil der zugehörigen Signale, d. h. die 0. Ordnung der Fourier-Reihe.

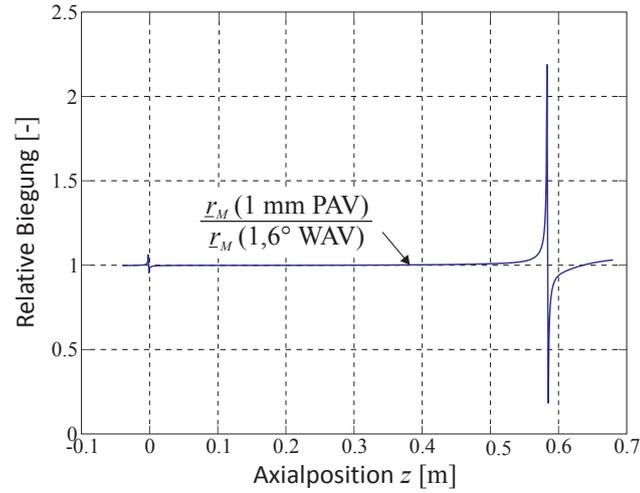


Bild 4.9: Vergleich der Biegelinien bei parallelem und winkligem Versatz

Die Art des Versatzes kann in den theoretischen Modellen durch Betrachtung des Lagerkraftverhältnisses $\frac{F_{L1}}{F_{L2}}$ bestimmt werden. Praktisch sind jedoch beide Lagerkräfte in Querrichtung gestört. Um diese Störung zu kompensieren, wird im Schritt D2 zunächst die Winkellage des Versatzes bestimmt. Dazu wird der Schätzwert $\Psi_{AV,D1} = \angle r_{Mess}$ mit folgender Zielfunktion optimiert:

$$f(\Psi_{AV}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\text{Im}(r_{Mess,i} \cdot e^{-j\Psi_{AV}})}{|r_{Mess,i}|} \right)^2 + \left(\frac{\text{Im}(F_{L2,Mess,i} \cdot e^{-j\Psi_{AV}})}{|F_{L2,Mess,i}|} \right)^2 \rightarrow \min \quad (4.32)$$

Hierbei werden für alle N gemessenen Betriebspunkte die statischen Anteile der Biegung und des motornahen Lagers $L2$ ausgewertet, da deren Phase gut mit Ψ_{AV} übereinstimmt.

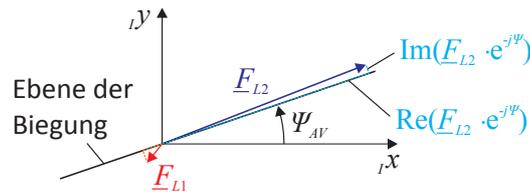


Bild 4.10: Definition der Biegeebene und Projektion der Kräfte auf Biegeebene

Im Schritt D3 werden die Lagerkräfte in L1 und L2 auf die durch Ψ_{AV} definierte Biegeebene projiziert und das Verhältnis der projizierten Lagerkräfte gebildet:

$$c_{AV} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\text{Re}(F_{L1,i} \cdot e^{-j\Psi_{AV}})}{\text{Re}(F_{L2,i} \cdot e^{-j\Psi_{AV}})} \quad (4.33)$$

Durch die Projektion der Kräfte auf die Biegeebene werden die Anteile senkrecht zur Biegeebene entfernt. Damit wird der Faktor c_{AV} robuster gegenüber diesem Fehler. Bild 4.11 zeigt, dass c_{AV} eine sichere Unterscheidung zwischen parallelem und winkligem Versatz erlaubt. Mit dem später abgeglichenen Modell würde man $c_{PAV} = -0,147$ und $c_{WAV} = -0,063$ erwarten, das arithmetische Mittel beider Werte liegt bei $-0,105$. Der Grenzwert wird jedoch zu $-0,12$ gesetzt, da das Modell die Lagerkräfte mit gewissem Fehler abbildet.

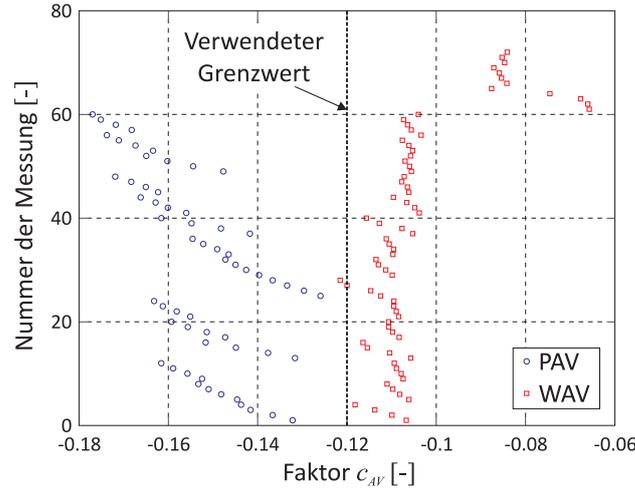


Bild 4.11: Unterscheidung von PAV und WAV mittels Kraftverhältnis c_{AV}

Im Schritt D4 wird abhängig vom Wert c_{AV} entweder ein WAV oder PAV optimiert. Die Optimierung nutzt den zugehörigen Schätzwert aus D1 und folgende Zielfunktion:

$$f(\underline{x}_{AV}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{|r_{Mess} - r_{Sim}|}{1 \mu\text{m}} \right)_i^2 + \left(\frac{|F_{L1,Mess} - F_{L1,Sim}|}{1 \text{ N}} \right)_i^2 + \left(\frac{|F_{L2,Mess} - F_{L2,Sim}|}{1 \text{ N}} \right)_i^2 \quad (4.34)$$

Hierbei steht \underline{x}_{AV} entweder für \underline{b}_{AV} oder $\underline{\delta}_{AV}$, alle Größen mit Index *Sim* sind von den Optimierungsparametern \underline{x}_{AV} abhängig. Die Anteile werden mit dem Unsicherheitsbereich der jeweiligen Messung gewichtet.

4.4.4 Rundheitsfehler

Beim Rundheitsfehler wurde mit der Bestimmung von ΔR ein Großteil der Identifikation bereits im Abschnitt 4.3.1 durchgeführt. In der Fertigungstechnik wird der Rundheitsfehler meist nicht über ΔR , sondern mit Vergleichskreisen bewertet, vgl. Abschnitt 2.2.5. Die Bestimmung der Parameter der Vergleichskreise führt auf ein Optimierungsproblem zurück und wird deswegen der Phase D zugeordnet.

Die Bestimmung des LSC ist ein bekanntes Problem in der Mathematik. Hierzu wird die Methode von GANDER et al. [47] in Form der Matlab-Funktion `fitcircle.m` von

BROWN⁹ verwendet. Die reale Kontur wird durch N Punkte auf der Oberfläche mit den Positionen $\underline{r}_i = R(\Psi_{R,i}) \cdot e^{j\Psi_{R,i}}$ beschrieben (für Definition von R und $\Psi_{R,i}$ siehe Bild 3.18), der LSC durch einen Kreis mit Radius R_{LSC} und Mittelpunkt $\underline{r}_{M,LSC} = x_{M,LSC} + jy_{M,LSC}$. Die Parameter des LSC werden durch Optimierung folgender Zielfunktion bestimmt:

$$f_{LSC}(R_{LSC}, \underline{r}_{M,LSC}) = \sum_{i=1}^N (|\underline{r}_i - \underline{r}_{M,LSC}| - R_{LSC})^2 \rightarrow \min \quad (4.35)$$

Dabei bezeichnet $|\underline{r}_i - \underline{r}_{M,LSC}|$ den Abstand des i -ten Oberflächenpunktes vom Mittelpunkt. Für MIC, MCC und MZC muss lediglich der Mittelpunkt optimiert werden, die Radien ergeben sich aus der Definition. Die Zielfunktionen lauten [124]¹⁰:

$$f_{MIC}(\underline{r}_{M,MIC}) = \min_i |\underline{r}_i - \underline{r}_{M,MIC}| \rightarrow \max \quad (4.36)$$

$$f_{MCC}(\underline{r}_{M,MCC}) = \max_i |\underline{r}_i - \underline{r}_{M,MCC}| \rightarrow \min \quad (4.37)$$

$$f_{MZC}(\underline{r}_{M,MZC}) = \max_i |\underline{r}_i - \underline{r}_{M,MZC}| - \min_i |\underline{r}_i - \underline{r}_{M,MZC}| \rightarrow \min \quad (4.38)$$

Die Mittelpunkte der verschiedenen Vergleichskreise müssen nicht übereinstimmen [77, Abs. 2.3.3]. Diese drei Optimierungen werden mit dem Implicit Filtering-Algorithmus durchgeführt. Wegen der schlechten Konvergenz wird die Optimierung für 20 zufällige Startpunkte mit $\{|x_{M,0}|, |y_{M,0}|\} \leq 0,2 \cdot \max(\Delta R(\Psi_R))$ gestartet und von allen Lösungen diejenige mit der günstigsten Zielfunktion nach Optimierung ausgewählt. Bei 360 Stützpunkten von $\Psi_{R,i}$ bleibt die Rechenzeit mit ca. 10s ausreichend niedrig.

Zur Bewertung der Rundheit gemäß der Lage- und Formtoleranzen ist das MZC-Kriterium geeignet [77, Abs. 2.3.3]. Das Ausmaß des Rundheitsfehlers beträgt:

$$f = \max_i |\underline{r}_{R,i} - \underline{r}_{M,MZC}| - \min_i |\underline{r}_{R,i} - \underline{r}_{M,MZC}| \quad (4.39)$$

Falls die Rundheit mit einem der anderen Kriterien beurteilt wird, kann Ausmaß durch Ersetzen von $\underline{r}_{M,MZC}$ in (4.39) mit $\underline{r}_{M,MIC}$ etc. bestimmt werde.

⁹ <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/15060-fitcircle-m>

¹⁰ In der Veröffentlichung [124] ist nur die Formel zu f_{MZC} direkt angegeben. Daraus lassen sich jedoch f_{MIC} und f_{MCC} ohne großen Aufwand herleiten.

5 Beschreibung und Modellabgleich des Prüfstandes

In diesem Kapitel wird zunächst der verwendete Prüfstand vorgestellt. Für das Monitoring muss dessen unbeschädigter Zustand abgeglichen werden, wozu die Modalanalyse hilfreich ist. Anschließend werden die bereits in der Ausgangsposition vorhandenen Schäden analysiert, weil diese Daten später für das Monitoring wichtig sind. Da die theoretischen Untersuchungen im Kapitel 4 die Vorteile einer Kraftmessung zeigten, wird diese am Prüfstand nachgerüstet, was ebenfalls im folgenden Kapitel dargestellt wird. Zum Abschluss werden alle künstlich einbaubaren Schäden vorgestellt.

5.1 Überblick über Prüfstand

Als Demonstrationsobjekt für das modellbasierte Monitoring wird der im Bild 5.1 gezeigte Rotorprüfstand des Lehrstuhls für Angewandte Mechanik verwendet. Dabei handelt es sich um einen typischen akademischen Rotor, der aus einer länglichen Welle mit zusätzlichen Schwungscheiben besteht. Bild 5.2 zeigt die wesentlichen Abmessungen der Rotorwelle (a), der Koordinatenursprung liegt in der Mitte des linken Lagers. Der Abstand L_L der Lagerpunkte beträgt 590 mm.

Die Mittelpunkte der beiden Schwungscheiben (b) liegen bei 76 mm und 203 mm. Der Magnetlagerläufer (bei (c), verdeckt) erstreckt sich von 360 mm bis 450 mm. Eine ausführliche Beschreibung des Magnetlagers befindet sich in der Arbeit von ULTSCH [172]. Für das Monitoring wird das Magnetlager ausschließlich als Aktuator verwendet, denn der Rotor besitzt bereits ein Gleitlager (d) als Loslager und ein Kugellager (e) als Festlager. In den Formeln wird das Gleitlager als L1 bezeichnet, das Wälzlager als L2.

Der Rotor wird vom Gleichstrom-Servomotor (f) angetrieben. Mit der Maximaldrehzahl von 3000 min^{-1} (= 50 Hz Drehfrequenz) und der ersten Eigenfrequenz bei ca. 70 Hz (vgl. Abschnitt 5.2.2) ist nur unterkritischer Betrieb möglich. Rotor und Motor sind mit einer Metallbalgkupplung (g) verbunden.

Zur Überwachung besitzt der Prüfstand mehrere Sensoren. Am Motor erfassen ein Tachogenerator und ein Inkrementalgeber die Drehzahl und den Drehwinkel. Die Messung der Wellenauslenkung erfolgt über die Wirbelstromsensoren (h), die mit einem Schlitten entlang der Welle verschoben werden können. An den Lagerböcken sind Piezo-Beschleunigungssensoren angebracht, diese sind mit Tiefpass-Filtern am AD-Wandler angeschlossen. Zur Signalaufzeichnung und Prüfstandsteuerung wird ein dSPACE-System verwendet.

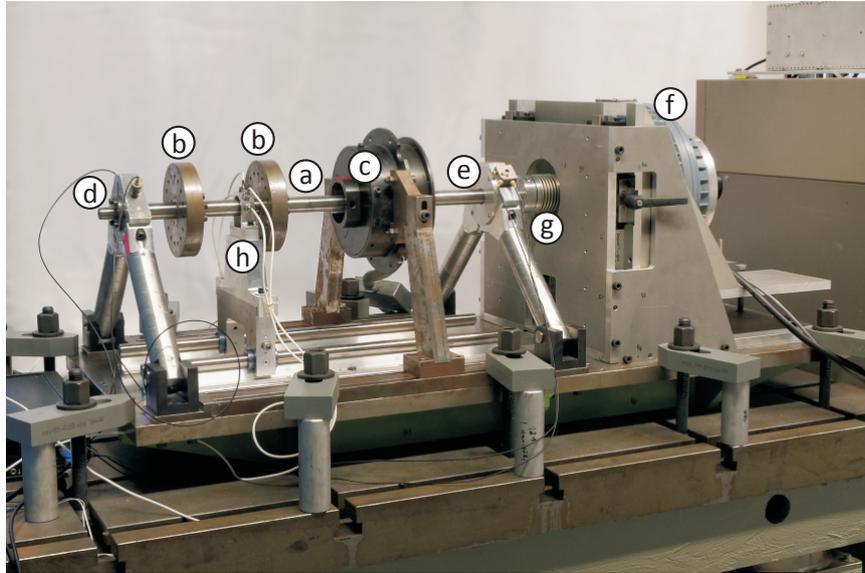


Bild 5.1: Bild des Rotorprüfstandes (Stand: Februar 2014)

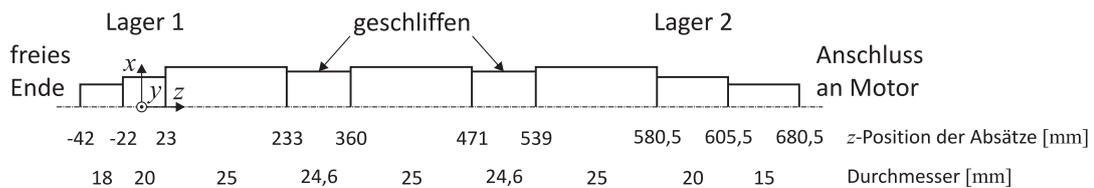


Bild 5.2: Abmessungen der Rotorwelle (Skizze nicht maßstäblich)

5.2 Durchführung des Modellabgleichs

Für das modellbasierte Monitoring ist ein guter Modellabgleich des Ausgangszustandes des Rotors (=Phase A in Bild 1.2) wichtig. Modellierungsfehler verschlechtern die Qualität der Identifikationsergebnisse, weil die Schadensidentifikation auf einen Abgleich von Messung und Simulation beruht [112]. Deswegen ist der Modellabgleich ein Schwerpunkt dieser Arbeit, vgl. auch [126] [127]. Auch bei realen Rotoren ist nach LEES ein Modellabgleich anhand von Messdaten sinnvoll, da der Einfluss von Fertigungstoleranzen, Fundament und weiteren Umgebungseinflüssen schwer vorab abgeschätzt werden kann [92].

Im Zentrum des Modellabgleichs steht die linke Seite der DGL (3.58). Hierzu müssen Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsverteilung sinnvoll abgebildet werden. Diese Matrizen sind bei den hier betrachteten linearen Fehlern unabhängig von Schäden. Letztere wirken sich lediglich auf den Kraftvektor \mathbf{h} aus, der in der Phase D des Monitorings mit Berücksichtigung der Vorschäden (Abschnitt 5.3) abgeglichen wird.

Da sich Rotorsysteme durch die vielfältigen Anwendungen stark voneinander unter-

scheiden, kann keine allgemeine Prozedur für den Modellabgleich angegeben werden. Die hier gezeigten Schritte beziehen sich auf einen unterkritisch betriebenen Rotor. Dämpfung und Gyroskopie sind zweitrangige Effekte, detaillierte Lagermodelle und Fluid-Struktur-Interaktionen werden nicht behandelt.

Im Laufe der Arbeit sind zwei Modelle für den unbeschädigten Rotor entstanden. Das Erste nimmt die Metallbalgkupplung als ideal nachgiebig (Kupplungssteifigkeit $K_K = 0$) an. Bild 5.3 skizziert das erste Modell: Der Rotor ist elastisch und besitzt eine kontinuierliche Massenverteilung. Die beiden Schwungscheiben beeinflussen lediglich die Trägheit, während der Magnetlagerläufer als walzenförmiger Körper die Gesamtsteifigkeit erhöht. Die Lager und Lagerböcke werden zu Federelementen zusammengefasst.

Das zweite Rotormodell beinhaltet ein Modell für K_K , was zur Untersuchung von Fluchtungsfehlern notwendig ist. Dieses Modell wird im Abschnitt 5.4.3 u. a. mithilfe der Kraftmessung abgeglichen.

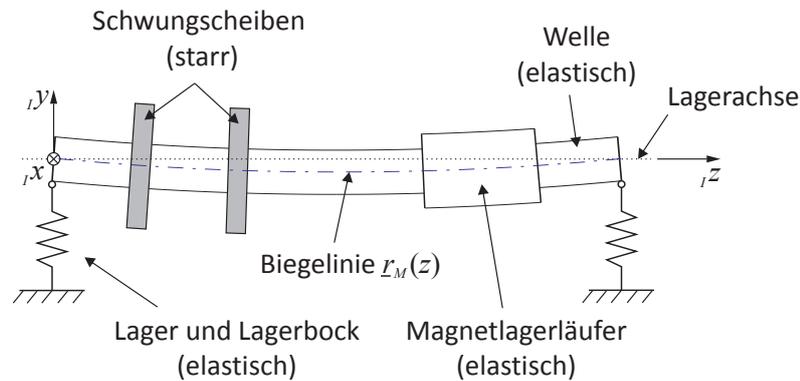


Bild 5.3: Skizze des Rotormodells

5.2.1 Messungen an Einzelteilen

Der Abgleich einer Maschine in einem Schritt ist eher schwierig. Deswegen ist es oft hilfreich, einzelne Details der Maschine zu isolieren und aus diesen Informationen das Modell der Gesamtmaschine aufzubauen [169].

So können die Massen der Bauteile gut durch Wiegen bestimmt werden. Die Welle wiegt 2,43 kg, die Schwungscheiben je 2,97 kg und der Magnetlagerläufer 2,74 kg. Die Masse der Scheiben und des Läufers beinhaltet die Spannsätze. Zusammen mit der bekannten Geometrie der Rotorwelle (vgl. Bild 5.2) und der Dichte des Werkstoffes wird die kontinuierliche Massenverteilung abgebildet. Die Gesamtmasse in der Simulation stimmt mit 11,12 kg gut mit den gemessenen 11,11 kg überein.

Ein detaillierter Abgleich des Trägheitsmomentes ist für den betrachteten Rotor zweitrangig: Der Einfluss von ρI_X auf die Massenmatrix \mathbf{M} beträgt bei den ersten beiden

Moden ca. 5%. Die Kreiselwirkung durch \mathbf{G} (3.49) verschiebt die niedrigsten EF bei maximaler Betriebsdrehzahl um 1%. Die Matrix $N_{\dot{\Omega}}$ (3.55) ist bei stationärem Betrieb nicht relevant. Deswegen ist eine Schätzung des Trägheitsmoments mit vereinfachter Geometrie ausreichend genau.

Für die Steifigkeit der Rotorwelle wird die bekannte Geometrie und der E -Modul verwendet. Da die Schwungscheiben sehr kurz sind, wird angenommen, dass sie den Rotor nicht versteifen. Der walzenförmige Magnetlagerrotor wird hingegen als zusätzliche Steifigkeit berücksichtigt. Eine direkte Messung wird nicht durchgeführt, denn einerseits ist der Ein-/Ausbau des Magnetlagerläufers aufwändig, andererseits erhöht sich die Steifigkeit gegenüber statischen Lasten selbst im oberen Grenzfall „Magnetlagerläufer versteift mit vollem Querschnitt“ um lediglich 6%. Deswegen wird dessen effektive Steifigkeit über die modalen Parameter abgeglichen.

Für den Rotorprüfstand und für viele reale Rotoren ist die Steifigkeit von Lagerböcken und Fundament ein wichtiger Faktor für den Modellabgleich. In der Praxis ist dies keine triviale Aufgabe. EHEHALT et al. identifizieren die Gehäuseeigenschaften in einer eigenen Messung bei ausgebautem Rotor und mit Shakeranregung [38]. EDWARDS et al. messen den Auslauf einer Maschine, um neben Schlag und Unwucht auch die Lagerbocksteifigkeit zu identifizieren [37]. Bei Fundamenten mit signifikanter Eigendynamik sind komplexere Lagermodelle nötig. Für die vergleichsweise steifen Lagerböcke des hier betrachteten Rotors ist ein Federmodell ausreichend.

Die Federsteifigkeit bestimmte ZWECK durch statische Belastung der Lagerböcke und Messung der resultierenden Deformation. Die Ergebnisse liegen im Bereich $4,6 \cdot 10^7$ bis $1,25 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ [180]. Für die Simulation wird vereinfachend für beide Lager eine isotrope Steifigkeit von $5 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ verwendet, was für eine Wellensteifigkeit im ersten Mode von $k_W \approx \frac{48EI_x}{L_L^3} = 9,4 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ausreichend genau ist. Die gewählte Lagersteifigkeit bildet die Auslenkungen der Eigenschwingformen an den Lagern gut ab, was später im Bild 5.5 dargestellt wird.

Die Lager selber werden als ideal starr angenommen. Dies ist beim Wälzlager wegen der hohen Steifigkeit zulässig. Beim Gleitlager weicht dies von den Standardmodellen wie in [48, Kap. 12-14] ab. Jedoch zeigen die späteren Untersuchungen, dass die betrachteten Effekte trotz dieser Vereinfachung gut abgebildet werden können.

5.2.2 Modal- und Betriebsschwingungsanalyse

Bei linearen Systemen ist der Abgleich von Eigenfrequenzen (EF) und Eigenschwingformen (ESF) ein wichtiges Kriterium für den Modellabgleich. Wenn die simulierten EF und ESF mit den gemessenen übereinstimmen, ist die reale Dynamik gut abgebildet. Da die ESF gleichzeitig die Ritz-Ansatzfunktionen sind, sind gut abgeglichene ESF auch für die Konvergenz des reduzierten Simulationsmodells wichtig.

Die folgenden Messungen führte LAUDAGE [89] durch. In der experimentellen Modalanalyse (EMA) regte er den stillstehenden Prüfstand mit einem Impulshammer an. Hier

identifizierte er den ersten Biegemode bei 71,4 und 74,0 Hz und den zweiten Mode bei 273 und 283 Hz. Die ESF sind in Bild 5.5 dargestellt. Da sich einige nichtlineare Effekte zeigten, wäre eine Wiederholung der EMA im Betrieb sinnvoll. Jedoch ist es schwierig, die drehende Welle per Hammer anzuregen.

Für die Modalanalyse im Betrieb nutzte LAUDAGE stattdessen die Operational Modal Analysis (OMA). Bei der OMA wird angenommen, dass die Struktur durch weißes Rauschen angeregt wird. Durch Vergleich der Korrelationen zwischen den Messpunkten können EF, ESF und modale Dämpfungen identifiziert werden. Im Bauingenieurwesen wird die OMA seit den 90er Jahren verwendet [179]. Eine der ersten Anwendungen der OMA auf rotierende Maschinen sind die Untersuchungen von JAMES et al. an Windenergieanlagen [74]¹.

Bei Rotoren ist zu bedenken, dass hier die Anregung kein weißes Rauschen ist. Zwar existiert eine Breitbandanregung z. B. durch Wälzlagereffekte oder Umgebungsrauschen, dominant sind jedoch die Harmonischen. MOHANTY & RIXEN zeigen, dass die Harmonischen virtuelle nicht-gedämpfte Moden verursachen, solange sie ausreichenden Abstand von Eigenfrequenzen besitzen [103]. In dem Fall lassen sich die Harmonischen gut vom Eigenverhalten trennen.

Deswegen wählte LAUDAGE die Drehzahl so, dass deren Harmonischen nicht die erste EF treffen. Das Magnetlager wurde genutzt, um den Rotor mit zusätzlichem Rauschen anzuregen. Mit der OMA ergeben sich die EF zu 69,4 und 70,5 Hz im Stillstand bzw. 67,1 und 70,1 Hz im Betrieb. Diese Werte stimmen gut mit den Peaks bei 67,5 und 70,8 Hz im Wasserfalldiagramm (Bild 5.4) überein. Die zweite Mode konnte mit der OMA nicht identifiziert werden, da diese wegen begrenzter Motordrehzahl bzw. Magnetlagerleistung nicht stark genug angeregt werden konnte.

Bild 5.5 vergleicht die Eigenschwingformen, die LAUDAGE mit EMA bestimmt hat, mit der Simulation. Die Simulation nutzt die Ergebnisse aus Abschnitt 5.2.1, zur Steifigkeitsberechnung wird der Magnetlagerläufer als Vollzylinder mit realem Außenradius eingefügt. Die simulierten EF zum ersten Mode sind niedriger als in der EMA, jedoch geben die 69,1 Hz die Ergebnisse aus OMA und Wasserfalldiagramm gut wieder. Beim zweiten Mode stimmen die EF von EMA und Simulation gut überein. Die ESF passen auch gut zusammen.

Im Modell wird keine Orthotropie beachtet, da hier kein insgesamt passendes Modell gefunden wurde. So wurden testweise die Lagersteifigkeiten auf $10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ abgesenkt. Die zugehörige EF des ersten Modes liegt dann bei 66,7 Hz, was den gemessenen Frequenzunterschied gut abbildet. Jedoch sinkt die EF des zweiten Modes auf 241 Hz, was die gemessene Orthotropie deutlich überschätzt.

Insgesamt ist es schwierig, ein Modell zu finden, was alle Messergebnisse abbildet. Mit dem gezeigten Modell werden jedoch die meisten Eigenschaften hinreichend genau abgebildet, weswegen es für das modellbasierte Monitoring verwendet wird.

¹ Die Autoren verwenden den Begriff "Natural Excitation Technique" (NExT) anstelle OMA.

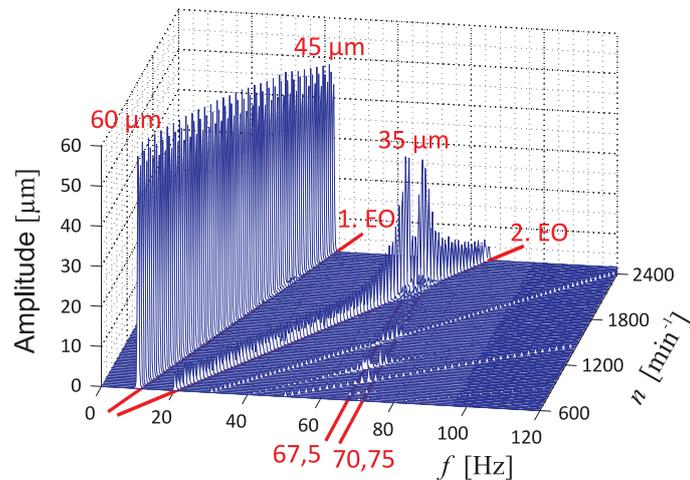


Bild 5.4: Wasserfalldiagramm bei $z_{Mess} = 0,295$ mm in y -Richtung [89, Bild 6.3]

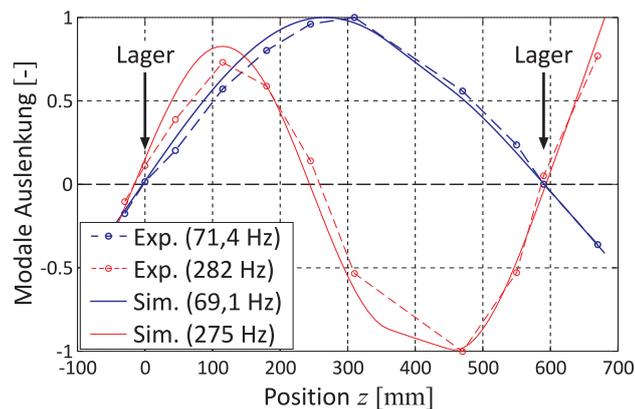


Bild 5.5: Vergleich der Moden aus EMA und Simulation

5.2.3 Betrachtung der Dämpfung

In dieser Arbeit ist die Dämpfung sekundär, da ausschließlich stationäre Betriebspunkte deutlich unterhalb der ersten Eigenfrequenz betrachtet werden. Deswegen ist eine Modellierung per Rayleigh-Ansatz ausreichend:

$$D = \alpha M + \beta K \quad (5.1)$$

Bisher wurde mit (3.51) ein Anteil eingeführt, der proportional zur Rotorsteifigkeit ist. Mit (5.1) kommen weitere Anteile proportional zur Lagersteifigkeit (3.53) und Rotormasse (3.48) hinzu. Bei letzterem handelt es sich um eine innere Dämpfung an einem rotierenden Teil, weswegen diese analog zu (3.54) auch in N berücksichtigt werden muss. Für die Koeffizienten α und β gelten folgende Formeln [158, Abs. II.2.5]:

$$\beta = \frac{2(\omega_i D_i - \omega_j D_j)}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \quad \alpha = \omega_i(2\vartheta_i - \beta\omega_i) \quad (5.2)$$

Hier werden ω_i und ω_j gleich den EF der ersten beiden Biegemoden gesetzt. Die zugehörigen Lehr'schen Dämpfungsmaße $D_{i/j}$ liegen laut EMA bei 0,02 [89, Tab. 5.2].

5.3 Identifikation von Vorschäden

Das Wasserfalldiagramm in Bild 5.4 zeigt das Schwingungsverhalten ohne künstlich eingebaute Fehler. Hier zeigt die 1. EO hohe Amplituden bei niedrigen Drehzahlen, was auf einen Schlag an der Messstelle hindeutet. Die abnehmende Amplitude bei zunehmender Drehzahl ist ein Zeichen für eine gegenphasige Unwucht, vgl. Abschnitt 3.1. Da sich die zusätzlich eingebauten Fehler mit diesem Referenzorbit überlagern, ist es sinnvoll, zunächst den Referenzzustand zu identifizieren.

5.3.1 Messung der Schlagkurve

Um den Schlag grundlegend zu untersuchen, wurde im Messaufbau im Bild 5.6 die isolierte Welle (a) in einer Drehbank (b) eingespannt. Mit den Wirbelstromsensoren (c) auf dem Werkzeugschlitten (d) erfasste ZWECK die Geometrie der Welle. Die Kontrollmessungen mit einer Messuhr zeigen vergleichbare Ergebnisse [180].

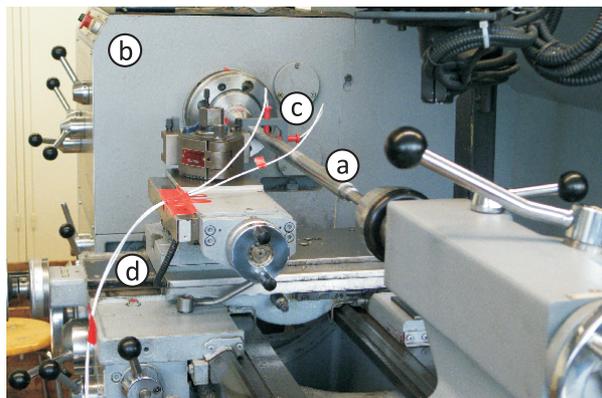


Bild 5.6: Messung des Schlags der isolierten Welle in einer Drehbank

Die aufbereiteten Ergebnisse der Messung an der Drehbank sind im Bild 5.7 in lila eingetragen. Die Schlagmessung wurde von ZWECK nach erneutem Einbau in den Prüfstand bei sehr langsamer Drehzahl wiederholt, was in blau eingezeichnet

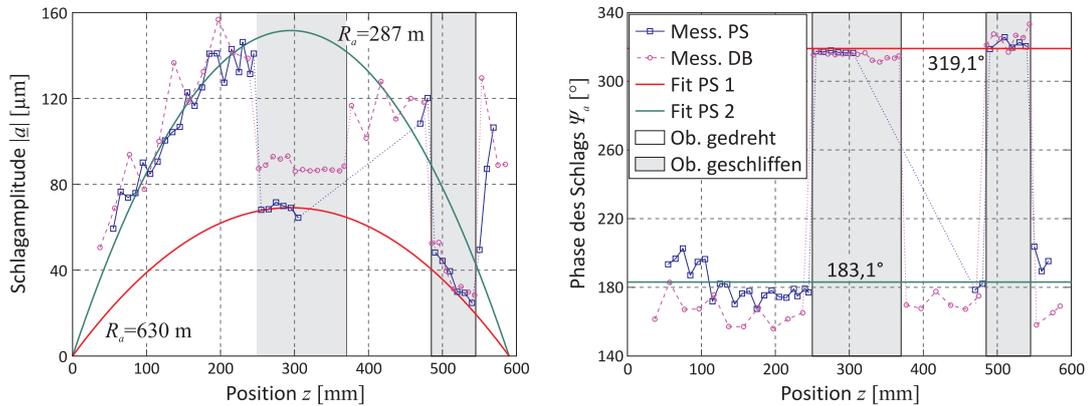


Bild 5.7: Der Schlag am Prüfstand (PS) und an der Drehbank (DB) unterscheidet sich zwischen gedrehten und geschliffenen Oberflächen (vgl. Bild 5.2 für Lage der geschliffenen Bereiche).

ist. Bei diesen Kurven besteht um $z \approx 400 \text{ mm}$ eine größere Lücke, da hier durch das Magnetlager keine Messung möglich ist.

Diese Messungen zeigen deutlich, dass der Rotor schlagbehaftet ist. Die Amplitude von ca. $70 \mu\text{m}$ bei $z = 295 \text{ mm}$ stimmt gut mit der 1. EO in Bild 5.4 überein. Des Weiteren ändert sich die Schlagcharakteristik sprunghaft am Übergang von den gedrehten zu den geschliffenen Oberflächen. Dies liegt vermutlich daran, dass die Welle beim Schleifen anders eingespannt war als beim Drehen.

Für die Schlagmodellierung werden zwei Ansätze betrachtet. Das stetige Schlagmodell vereinfacht die Unstetigkeiten, während das unstetige Modell die gesamte Welle abbildet. Beide Modelle werden anschließend miteinander verglichen.

5.3.2 Modellabgleich mit stetigem Schlag und Restunwucht

Bild 5.7 zeigt, dass die gedrehten und geschliffenen Abschnitte jeweils in erster Näherung durch einen Kreisbogen mit konstanter Phase beschrieben werden können. Die folgenden Messungen beschränken sich auf den geschliffenen Bereich, d. h. dem Gesamtmodell wird die Information der Unstetigkeit vorenthalten [128]. Hieraus resultiert das Modell (3.77). Durch Abgleich der Spektren werden die Parameter des Schlags und der Restunwucht \underline{U}_0 abgeglichen. Die Axialposition der Unwucht wird zu $z = 0,295 \text{ m}$ angenommen, also mittig zwischen beiden Lagern. Zum Abgleich wird wie beim Monitoring die Zielfunktion (4.19) verwendet. Im Unterschied zum Monitoring wird hier die Optimierung manuell und mit deutlich mehr Messpunkten durchgeführt.

Bild 5.8 zeigt, dass der geschliffene Bereich gut durch dieses einfache Modell abgebildet werden kann. Die identifizierten Parameter sind:

$$|\underline{U}_0| = 795 \text{ g mm} \quad \psi_{U_0} = 177,6^\circ \quad R_a = 505,8 \text{ m} \quad \psi_a = 317,2^\circ \quad (5.3)$$

Die Phasenwinkel ψ_{U_0} und ψ_a erklären den Verlauf der 1. EO in Bild 5.4.

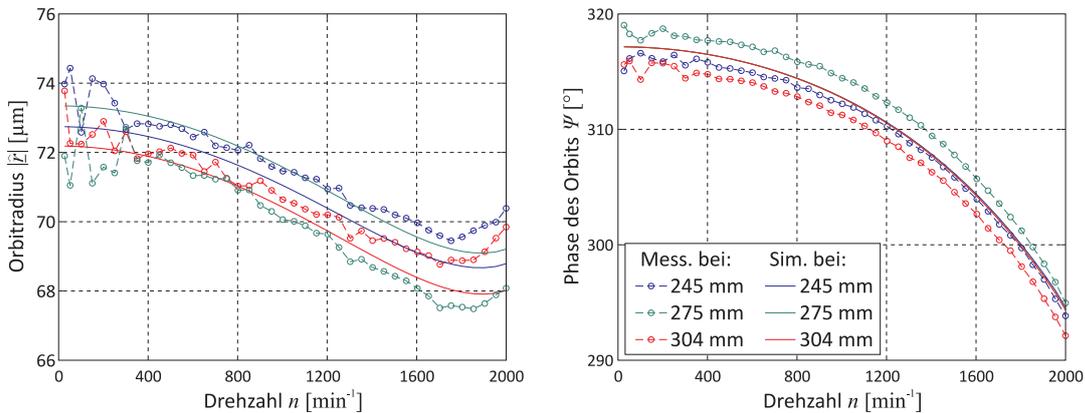


Bild 5.8: Abgleich von Messung und Simulation zur Bestimmung der Referenzparameter

5.3.3 Modellabgleich mit unzeitigem Schlag und Restunwucht

Die Beschränkung nur auf die geschliffenen Wellenabschnitte ist unbefriedigend. Um den Rotor als Ganzes abzubilden, werden die Unstetigkeiten in diesem Modell mit berücksichtigt [129]. Dieses nutzt das Modell (3.79). Dieses Modell zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der quasi-statischen Messung, vgl. Bild 5.9. Das Parabelmodell der geschliffenen Bereiche ist bei kleinen Deformationen äquivalent zum Kreisbogenmodell. Die drehend bearbeiteten Bereiche zeigen einen hohen Schlag nahe der Lager, weswegen hier das Polynommodell sinnvoller ist. Geometrisch können die Parameter als Versatz (p_0) bzw. Verdrehung (p_1) des Rotorkörpers gegenüber den Lagerzapfen interpretiert werden. Beiden Verläufen wird jeweils eine Phase zugeordnet.

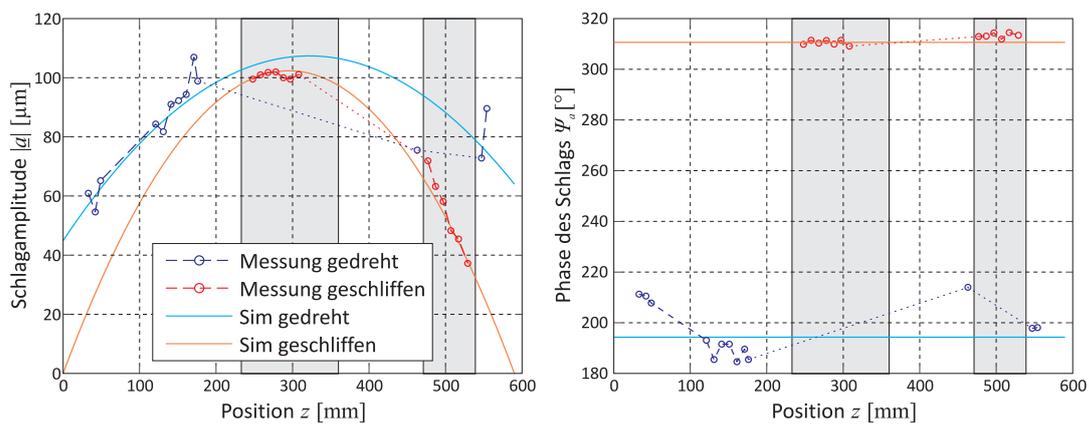


Bild 5.9: Vergleich von Messung und Simulation mit unzeitigem Schlagmodell

Der Schlagverlauf besitzt im Modell (3.79) vier Amplitudenparameter und zwei Phasenparameter. Zusammen mit der Restunwucht sind insgesamt 8 Parameter abzubilden. Wie beim Abgleich des stetigen Schlags werden die Spektren verglichen, wobei

hier 26 Messstellen entlang des Rotors betrachtet werden. Als Parametersatz für die Beschreibung ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 p_2 &= -6,487 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{m}} & p_1 &= 4,018 \cdot 10^{-4} & p_0 &= 4,279 \cdot 10^{-5} \text{ m} \\
 \Psi_{a1} &= 192,9^\circ & p &= -1,133 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}} & \Psi_{a2} &= 312,2^\circ \\
 |\underline{U}_0| &= 331,5 \text{ g mm} & \Psi_{U_0} &= 273,6^\circ & &
 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Bild 5.10 vergleicht Messung und Simulation für einige Hochläufe. Insgesamt gibt das Modell das Verhalten des Rotors mit unzeitigem Schlag gut wieder. Im Vergleich zum stetigen Modell können die einzelnen Kurven nicht mehr ganz so gut abgebildet werden, da gerade in gedrehten Bereichen einzelne Messwerte stark von der geglätteten Kurve abweichen, vgl. Bild 5.9. Die Parameter in (5.4) sind hinsichtlich des quadratischen Fehlers optimiert, sodass das Gesamtverhalten bestmöglich abgebildet wird.

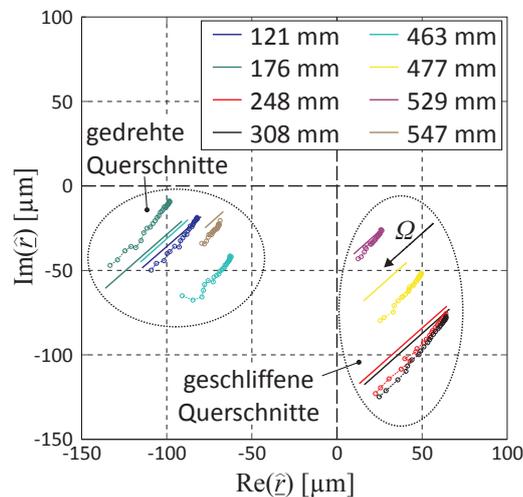


Bild 5.10: Vergleich der 1. EO \hat{r} durch Schlag und Restunwucht für verschiedene Messstellen

5.3.4 Vergleich des stetigen und unzeitigen Schlagmodells

Voruntersuchung am akademischen Beispiel

Da zwei Modelle für ein System aufgestellt wurden, sollen die Unterschiede beider Varianten nochmal näher betrachtet werden. Zur Veranschaulichung der prinzipiellen Zusammenhänge wird zunächst ein theoretisches Beispiel betrachtet. Im Fall A besitzt der Rotor die Schlagkurve $\underline{a}_A = (\dots \underline{a}_i \dots)^T$ und ist unwuchtfrei ($\underline{\epsilon}_A = \mathbf{0}$), vgl. Bild 5.11. Dementsprechend lautet die äquivalente Kraft im Stationärbetrieb:

$$\underline{h}_A = \underline{K} \underline{a}_A \cdot e^{j\Omega t} \quad (5.5)$$

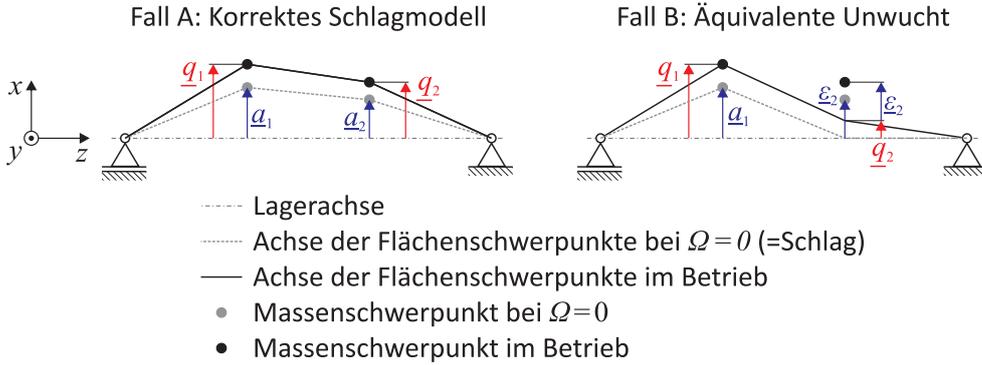


Bild 5.11: Vergleich zweier Schlagmodellierungen am Zwei-Freiheitsgrad-Rotor

Im Fall B wird derselbe Schlag mit einem fehlerhaftem Modell abgebildet. So wird nur ein isolierter Schlag an der Messstelle am n -ten Knoten angenommen. Damit lautet der Schlagvektor: $\underline{a}_B = (0 \dots 0, \underline{a}_n, 0 \dots 0)^T$. Die Verschiebung der Massenschwerpunkte aller anderen Knoten für $\Omega = 0$, die sich im Fall A durch Schlag ergibt, wird durch eine Exzentrizität $\underline{\varepsilon}_B = (\underline{a}_1 \dots \underline{a}_{n-1}, 0, \underline{a}_{n+1} \dots \underline{a}_N)^T$ abgebildet. Die äquivalente Kraft lautet mit dem Unwuchtmodell nach [48, Gl. (10.13)]:

$$\underline{h}_B = (\underline{K}\underline{a}_B + \underline{M}\underline{\varepsilon}_B\Omega^2) \cdot e^{j\Omega t} \quad (5.6)$$

Aus diesen Beziehungen kann folgendermaßen der Unterschied in den Lösungen bestimmt werden:

$$[-\Omega^2 \underline{M} + j\Omega(\underline{D} + \underline{G}) + (\underline{K} + \underline{N})](\hat{\underline{q}}_A - \hat{\underline{q}}_B) = \hat{\underline{h}}_A - \hat{\underline{h}}_B \quad (5.7)$$

Bei Vernachlässigung von Dämpfung und gyroskopischen Effekten sowie mit (5.5), (5.6) und $\underline{a}_A = \underline{a}_B + \underline{\varepsilon}_B$ resultiert daraus:

$$\begin{aligned} [-\Omega^2 \underline{M} + \underline{K}](\hat{\underline{q}}_A - \hat{\underline{q}}_B) &\approx [\underline{K} - \underline{M}\Omega^2]\underline{\varepsilon}_B \\ (\hat{\underline{q}}_A - \hat{\underline{q}}_B) &\approx \underline{\varepsilon}_B \end{aligned} \quad (5.8)$$

Für den n -ten Knoten folgt daraus, dass die Antwort in beiden Fällen identisch ist. Eine fehlerhafte Abbildung des Schlages der anderen Knoten kann durch eine entsprechende Unwucht kompensiert werden, letztlich muss nur deren Massenschwerpunkt für $\Omega = 0$ richtig abgebildet werden. Daraus wird auch für $\Omega \neq 0$ die Lage aller Schwerpunkte richtig berechnet: Im Fall A ist deren komplexe Amplitude $\hat{\underline{q}}_A$, bei Fall B liegen diese bei $\hat{\underline{q}}_B + \underline{\varepsilon}_B$, diese beiden Terme sind gemäß (5.8) identisch. Damit sind bei der fehlerhaften Abbildung des Schlages lediglich die geometrischen Mittelpunkte um $\underline{\varepsilon}_B$ versetzt.

Für die Schlagidentifikation folgt daraus, dass der Schlag immer nur lokal an der Messstelle n identifiziert werden kann. Der Schlag an den anderen Stellen kann nicht

bestimmt werden, eventuelle Fehler bei der Extrapolation der Schlagkurve verursachen eine zusätzliche Unwucht. Dies bestätigen auch die folgenden Experimente.

Wird innerhalb der „Runout“-Korrektur auch der Schlag vom Messsignal abgezogen, dann kann der Schlag sogar vollständig durch Unwucht modelliert werden. Bei einer solchen Herangehensweise geht jedoch die Information über die tatsächliche Position von $\underline{r}_M(z)$ völlig verloren. Dies kann Probleme verursachen, wenn andere Effekte in der Simulation die tatsächliche Position von $\underline{r}_M(z)$ benötigen (z. B. Simulation von Dichtspalten).

Ergebnisse am Prüfstand

Am Prüfstand wird nun das unstetige Schlagmodell mit den Parametern nach (5.4) bei $z_{Mess} = 297$ mm betrachtet. Dessen simulierter Verlauf kann mit folgenden Parametern des stetigen Modells gut beschrieben werden, wie Bild 5.12 zeigt:

$$R_a = 359,4 \text{ m} \quad \Psi_a = 312,2^\circ \quad |U_0| = 997 \text{ g mm} \quad \Psi_{U_0} = 182,9^\circ \quad (5.9)$$

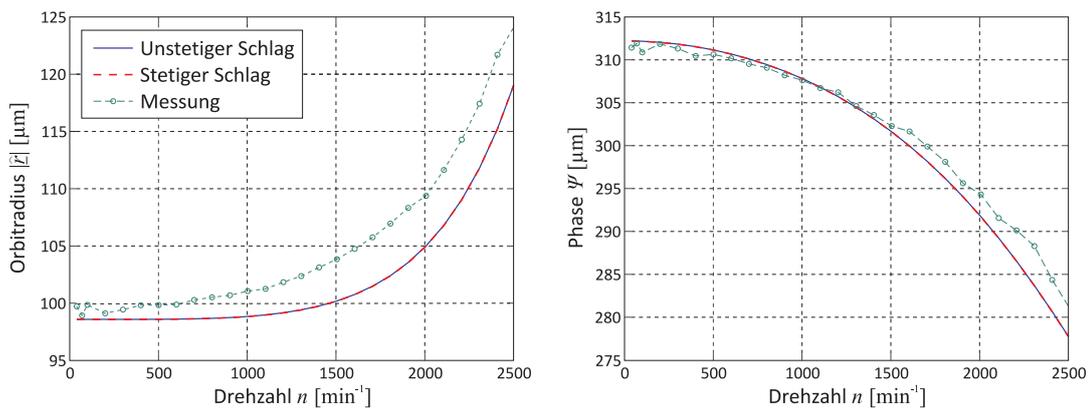


Bild 5.12: Vergleich der Spektren bei stetiger und unstetiger Schlagmodellierung mit gemessener Kurve als Referenz

Bei Abbildung des unstetigen Schlags mit dem stetigen Schlag wird für den Rotor eine Lage aller Flächenschwerpunkte angenommen. Die tatsächliche Lage des Flächenschwerpunktes wird jedoch nur an der Messstelle erfasst und damit korrekt abgeglichen. Der geschliffene Bereich ist unproblematisch, da hier das stetige Schlagmodell die Realität gut beschreibt. In den gedrehten Wellenabschnitten besteht jedoch ein Versatz zwischen angenommener und tatsächlicher Lage, was nach dem Beispiel im Bild 5.11 eine Unwucht verursacht. Mit der Geometrie nach Bild 5.13 und dem Wissen über den tatsächlichen Schlag wird die modale Unwucht für die erste Eigenmode (mit ESF x_1)

durch den Modellierungsfehler folgendermaßen abgeschätzt:

$$\underline{U}_1 = \int x_1 \rho A (\underline{a}_{Real} - \underline{a}_{Sim}) dz \quad (5.10)$$

Hierbei beschreibt \underline{a}_{Real} die reale Position, also das unstetige Modell, während \underline{a}_{Sim} für die Vereinfachung im stetigen Modell steht. Löst man dieses Integral und berücksichtigt noch zusätzlich die Restunwucht, so würde man folgende Unwucht \underline{U}_{Sim} bei $z = 295 \text{ mm}$ im stetigen Modell erwarten:

$$|\underline{U}_{Sim}| = 1074 \text{ g mm} \quad \Psi_{U_{Sim}} = 178,3^\circ \quad (5.11)$$

Dieser Wert stimmt gut mit der identifizierten Unwucht \underline{U}_0 in (5.9) überein. Dies verifiziert (5.8) mit realen Prüfstandsdaten. Eine exakte Übereinstimmung wird nicht erreicht, da an der Antwort auch höhere Moden geringfügig beteiligt sind.

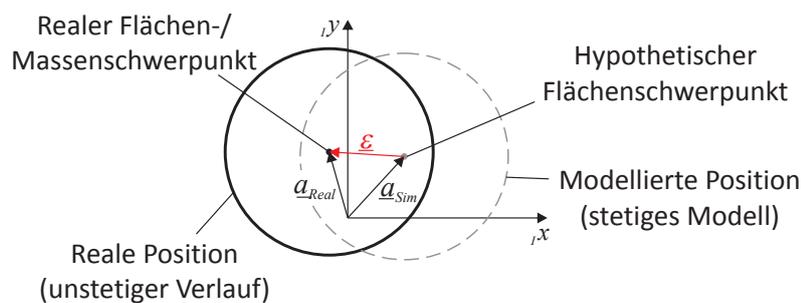


Bild 5.13: „Unwucht“ bei Näherung des unstetigen Schlags mit stetigem Modell

Dieses Beispiel zeigt, dass die Unwucht nur dann eindeutig identifiziert werden kann, wenn auch der Schlag hinreichend genau bekannt ist. Eine Besonderheit des unstetigen Schlags ist, dass die Phase des Orbits drehen kann, wenn nur Schlag als Rotorfehler vorliegt. Durch die Unstetigkeit ist die effektive Unwucht durch den Schlag bezüglich der Messstelle nicht zwingend gleichphasig zum lokalen Schlag, woraus die Phasendrehung entsteht, vgl. auch Bild 3.4 zu Schlag und Unwucht am Lavalrotor.

5.3.5 Rundheitsfehler am Rotor

Am Rotor wurden die Abschnitte $z \in [233 \text{ mm}, 360 \text{ mm}]$ sowie $[471 \text{ mm}, 539 \text{ mm}]$ nachträglich geschliffen. Dies wurde durchgeführt, weil die Orbits in [67] merklich durch Rundheitsfehler verfälscht wurden, was die Beispiele in den Abschnitten 6.3 und 6.4 an den noch ungeschliffenen Wellenabsätzen zeigen. Durch das Schleifen konnte der Rundheitsfehler nahezu beseitigt werden, vgl. Abschnitt 6.2. Damit können dort auch ohne Rundheitsfehlerkompensation gute Orbits gemessen werden.

5.4 Integration einer Kraftmessung

5.4.1 Motivation

In Abschnitt 4.4 wurde für folgende drei Fehler angedeutet, dass diese mit zusätzlicher Kraftmessung genauer identifiziert werden können:

- Bei einer zusätzlich angebrachten Unwuchtmasse erlaubt die Kraftmessung eine Identifikation von Betrag und Axialposition der Unwucht.
- Schlag und Kupplungsversatz verursachen beide eine Biegelinie im Stillstand. Der Schlag ist plastisch und verursacht keine Lagerkräfte bei $\Omega = 0$, die elastische Verformung bei Kupplungsversatz hingegen schon.
- Paralleler und winkliger Achsversatz besitzen relativ ähnliche Biegelinien, jedoch deutlich unterschiedliche Lagerkräfte.

In diesen Fällen besitzt die Wegmessung nicht genügend Sensitivität, um die Fehlerparameter bzw. Fehlerarten eindeutig zuzuordnen. Die Kraftmessung hingegen liefert in simulativen Untersuchungen die benötigten Informationen für eindeutige Identifikation. Diese Ergebnisse sollen auch in Experimenten bestätigt werden, weswegen der Prüfstand mit Kraftsensoren nachgerüstet wird.

In der Literatur wird die Überwachung im laufenden Betrieb per Kraftsensor kaum betrachtet, weil die Integration der Sensoren in das Lagergehäuse meist schwierig ist. In eigenen Aufbauten wie Auswuchtmaschinen [145] oder dem Teststand zur Qualitätskontrolle von Wälzlagern nach SLAVIČ et al. [156] werden sie hingegen verwendet. Da Wälzlagerhersteller jedoch an Lagern mit integrierter Kraftmessung forschen [1] [60], könnte Monitoring mit Kraftsensoren in Zukunft häufiger angewendet werden.

5.4.2 Realisierung

Um die Vergleichbarkeit mit früheren Ergebnissen sicherzustellen, wurden die Kraftsensoren mit möglichst wenigen Änderungen am Gesamtprüfstand eingebaut, vgl. Bild 5.14. Aus dem gleichen Grund sollte auch die hohe Lagersteifigkeit erhalten werden. Dies können DMS-basierte Sensoren mit ausreichender Empfindlichkeit nicht gewährleisten, weswegen schließlich Dreiachs-Piezosenoren vom Typ Kistler 9327C verwendet werden. Diese Sensoren eignen sich gut für dynamische Messungen, z. B. Unwuchtkräfte. Statische Kräfte können nur bedingt gemessen werden, weil das ausgegebene Messsignal mit ca. $0,008 \frac{\text{N}}{\text{s}}$ driftet [82] [83]. Da die Kräfte bei Achsversatz in der Größenordnung 10^1 N liegen, werden diese nach einigen Minuten merklich durch Drift verfälscht, sodass Monitoring nicht mehr möglich ist.

Bild 5.15 zeigt die detaillierte Aufnahme einer Abstützung. Die Sensoren (a) sind beiderseits in den Streben (b) eingebaut. Um Verspannungskräfte zu vermeiden, ist

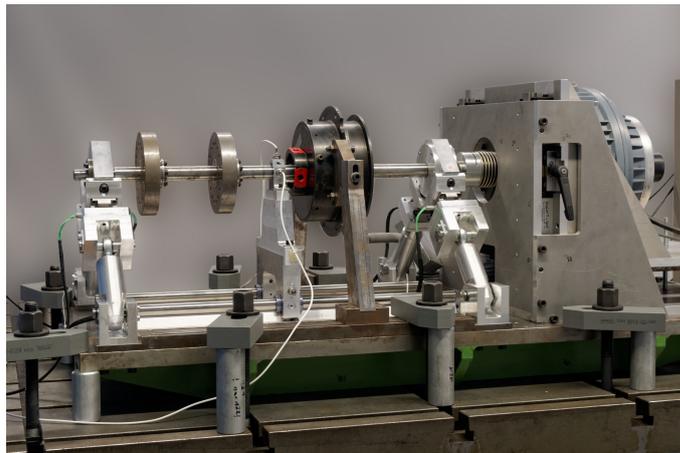
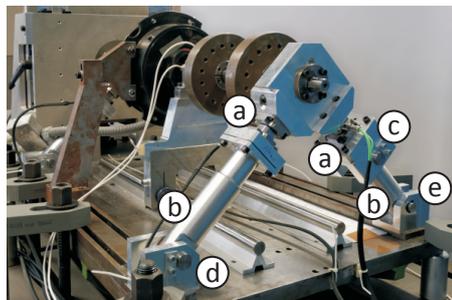
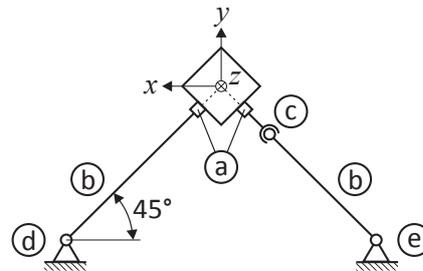


Bild 5.14: Der Prüfstand mit eingebauter Kraftmessung



Prüfstand



Skizze

Bild 5.15: Foto und Skizze der Lagerabstützung mit Kraftmessung

die Abstützung statisch bestimmt konstruiert. Der Gelenkkopf (bei c, verdeckt) gleicht Drehungen aus. Von den beiden Fußlagern ist jeweils eines axial bestimmt (d) und das andere axial verschieblich (e) konstruiert.

Die Achsen der Streben schneiden sich in der Lagerachse. Bei Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen am skizzierten Ersatzmodell zeigt sich, dass die Lagerkräfte idealerweise nur als Normalkraft übertragen werden. WIMMER bestätigte dies anhand von Messungen: Die Querkräfte sind kleiner als 2% der Normalkräfte [176, Abs. 4.2], wobei laut Hersteller die Achsen des Kraftsensors ca. 1% Queransprechen besitzen [82]. Deswegen ist die Messung der Normalkräfte ausreichend.

5.4.3 Wiederholung des Modellabgleichs

Der Umbau des Prüfstandes erfordert einen erneuten Modellabgleich, dieser wurde in Zusammenarbeit mit WIMMER [176] durchgeführt. Da die Abstützungen komplett ausgetauscht wurden, müssen die Lagersteifigkeiten k_{Li} neu bestimmt werden. Um Ver-

satz zu identifizieren, muss die bisher vernachlässigte Kupplung ebenfalls abgeglichen werden. Hierzu bieten die Kraftsensoren zusätzliche Indikatorgrößen. Da das Flächenträgheitsmoment $I_{x,ML}$ des Magnetlagerläufers lediglich anhand der EF bestimmt wurde, wird dieses ebenfalls neu abgeglichen.

Aus Datenblättern, Vorwissen vom alten Aufbau und einfachen Abschätzungen (vgl. [176, Abs. 5.3]) können Richtwerte für die Parameter abgeleitet werden. Die Kupplungsparameter werden anschließend hinsichtlich des quadratischen Fehlers von Kräften und Durchbiegung bei Achsversatz optimiert, die Zielfunktion ist analog zu (4.34). Die abgeglichenen Parameter lauten: $A = 5,38 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $L_K = 0,0822 \text{ m}$, $C = 1010 \text{ Nm}$ und $k_L = 1,5 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ (für beide Lager, isotrop). Für $I_{x,ML}$ wird das Flächenträgheitsmoment der Rotorwelle verwendet, d. h. der Magnetlagerläufer versteift den Rotor nicht.

Diese Parameter bilden die Messungen insgesamt gut ab. Da deutlich mehr Indikatorgrößen betrachtet werden, kann nicht jede einzelne vollständig abgeglichen werden, vgl. Tabelle 5.1. Die Kupplungssteifigkeit A ist im Verhältnis zum Herstellerwert $3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ [122] recht hoch. Ein genauere Abgleich der Kupplungsparameter würde einen Komponentenprüfstand erfordern, der aus Zeitmangel nicht realisiert werden konnte. Die modalen Parameter stimmen nach Bild 5.16 bzw. Tabelle 5.2 gut überein. Der Fokus liegt dabei auf den ersten beiden Moden, der dritte Mode wird zumindest qualitativ sinnvoll wiedergegeben. Die EF im Betrieb sind etwas niedriger als in der EMA, was Tabelle 5.3 zeigt. Durch Lagerorthotropie gibt es zum ersten Mode zwei leicht unterschiedliche Eigenfrequenzen (Wert A und Wert B).

Tabelle 5.1: Mittelwerte der konstanten Signalanteile bei Heben des Motors um $100 \mu\text{m}$ (PAV) bzw. Schwenken des Motors um 1° (WAV)

	$\underline{r}(z_{Mess} = 0,3 \text{ m}) [\mu\text{m}]$	$\underline{F}_{L1} [\text{N}]$	$\underline{F}_{L2} [\text{N}]$
Simulation (PAV)	-18,0j	-5,79j	40,0j
Messung (PAV)	0,82 - 15,2j	-0,09 - 6,71j	0,16 + 41,5j
Simulation (WAV)	5,28	1,98	-30,7
Messung (WAV)	9,56 - 0,98j	3,39 + 2,18j	-30,8 + 1,66j

Tabelle 5.2: Vergleich der EF

	1. EF [Hz]	2. EF [Hz]	3. EF [Hz]
Simulation	64,2	215	454
Exp. Modalanalyse	68,3 / 71,0	223 / 245	347 / 405

Die Lagersteifigkeiten k_{Li} werden zur Bestimmung der Lagerkräfte in der Simulation benötigt. Bild 5.17 zeigt für einen statisch belasteten Rotor, wie die k_{Li} die Lagerkräfte beeinflussen. Für $k_{Li} > 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ sind die Kräfte nahezu unabhängig von k_{Li} . In dem Bereich werden alle wirkenden Kräfte über die Lager aufgenommen. Für niedrigere

Tabelle 5.3: Bestimmung der 1. EF des umgebauten Prüfstandes aus Wasserfalldiagramm mit Werten A und B durch Lagerorthotropie

	2. EO	3. EO	4. EO	5. EO	6. EO	7. EO	8. EO
1. EF, Wert A [Hz]	63,0	65,7	66,0	66,0	66,6	67,2	–
1. EF, Wert B [Hz]	65,8	67,5	68,4	69,0	68,4	69,3	69,6

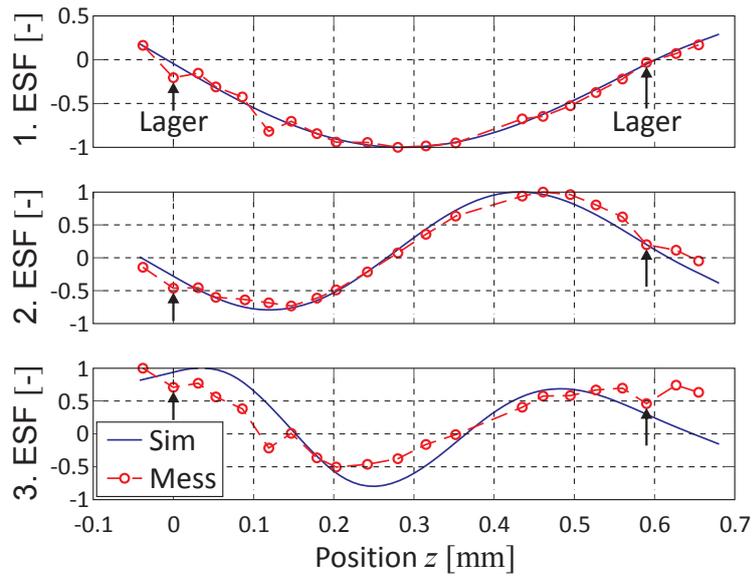


Bild 5.16: Die ESF zu den ersten drei Biegemoden des Prüfstandes

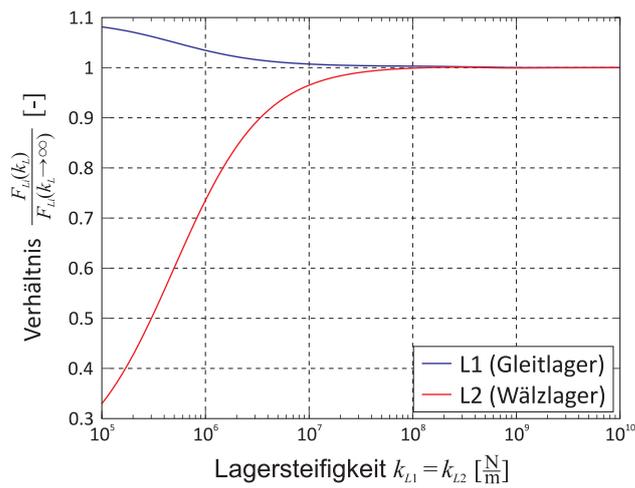


Bild 5.17: Die Lagerkräfte in Abhängigkeit der Lagersteifigkeit

Lagersteifigkeiten beeinflusst die Kraft in der Kupplung jedoch merklich das Kräftegleichgewicht. Hier wäre ein deutlich genauerer Abgleich der Steifigkeiten erforderlich, um die Lagerkräfte zu bestimmen.

Eine zusätzliche Modellverifikation liefert MAIERHOFER mit der Identifikation von Unwucht aus Wegmessung. Dabei wird die Methodik aus [128] verwendet (vgl. Abschnitt 4.4.1 und Abschnitt 6.1), jedoch nun mit dem neuen Rotormodell. Insgesamt konnten die angebrachten Unwuchtmassen mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden [99], das Modell beschreibt damit das Rotorverhalten sinnvoll.

5.5 Einbau künstlicher Schäden

Der Prüfstand erlaubt mehrere Modifikationen, die Rotorschäden abbilden können. Zur Variation der Unwucht können zusätzliche Massen an den Schwungscheiben angeschraubt werden. Für das Gleitlager liegen mehrere Ausführungen mit unterschiedlichem Spiel vor, diese Arbeit nutzt lediglich die Variante mit normalem Spiel.

Zur Untersuchung von statorfestem Achsversatz konstruierte HECKMANN eine Motoreinheit, die für PAV (=paralleler Achsversatz) in ${}_I y$ -Richtung verschieblich ist und für WAV (=winkliger Achsversatz) um die ${}_I y$ -Achse (vgl. Bild 5.18) drehbar ist [67]. Der Drehpunkt ist in der Kupplungsmittte. Da jedoch das Modell (3.87) die Auslenkung der rechten Seite als Eingangsgröße besitzt, bewirkt $\underline{\delta}_{WAV}$ auch einen gewissen PAV. Es ergibt sich folgende äquivalente Kraft bei Schwenken des Motors:

$$\underline{h}_{WAV} = -\underline{K}_2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} L_{Kup} \\ 1 \end{pmatrix} \underline{\delta}_{WAV} \quad (5.12)$$

Dabei ist L_{Kup} der Abstand der Mittelpunkte beider Kupplungsflansche. Für die verwendete Kupplung gilt $L_{Kup} = 0,075$ m.

Der Kupplungsversatz wird mit im Bild 5.19 gezeigten Baugruppe realisiert. Auf das Rotorende (a) wird mittels dem Ringspannsatz (b) der Zwischenring (d) befestigt, der Ringspannsatz wird durch die Wellenmutter (c) gespannt. Der Kupplungsflansch (e) sitzt am Außendurchmesser des Zwischenringes und wird per Klemmnabe befestigt. Der Versatz wird durch eine schiefe oder exzentrische Bohrung der Zwischenhülse eingestellt, vgl. Bild 5.20.

Das Magnetlager kann den Rotor mit qualitativen Kraftverläufen anregen. In dieser Arbeit wird im Abschnitt 6.3 eine Anregung mit 3. EO im Gegenlauf verwendet. ULTSCH untersuchte die Entwicklung einer quantitativen Anregung, d. h. mit bekannter Kraftamplitude. Hierzu sollten lediglich die bereits vorhandenen Weg- und Winkelsensoren (vgl. Bild 5.1) verwendet werden. Dies ist jedoch am Prüfstand nicht realisierbar wegen Parameterunsicherheiten und gestörter Messgrößen [172]. Die Einbeziehung zusätzlicher Sensoren für diese Ansteuerung (z. B. die nachgerüstete Lagerkraftmessung) wurde aus zeitlichen Gründen nicht weiter untersucht.

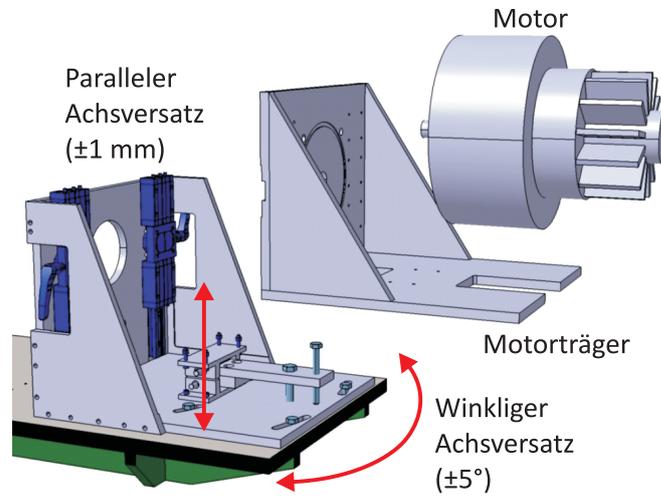


Bild 5.18: Vorrichtung zur Untersuchung von Achsversatz nach HECKMANN [64]

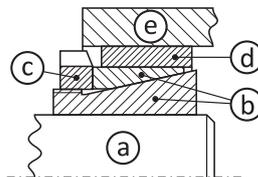


Bild 5.19: Baugruppe zur Untersuchung von Kupplungsversatz (nicht maßstäblich)

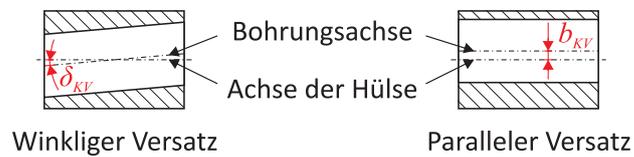


Bild 5.20: Skizze der Zwischenhülsen für winkligen und parallelen Kupplungsversatz

6 Beispiele zur Verifikation der Monitoring-Verfahren

Kapitel 4 stellte die verwendeten Identifikationsverfahren für das Monitoring vor. Diese sollen anhand des im Kapitel 5 vorgestellten Prüfstandes mit realen Messungen verifiziert werden. Dazu werden Fehler mit bekanntem Ausmaß eingebaut. Bei Unwucht und Versatz lässt sich das Ausmaß durch künstlich eingebaute Fehler einstellen (vgl. Abschnitt 5.5), bei Schlag und Rundheitsfehler bilden detaillierte Messungen mit klassischen Messverfahren bei langsamen Drehzahlen die Referenz (vgl. Abschnitt 5.3). Das Monitoring ist dann erfolgreich, wenn diese bekannten Schäden im laufenden Betrieb mit den vorhandenen Sensoren (hier: Weg-, Kraft-, Winkel- und Drehgeschwindigkeits-sensoren) erkannt und richtig quantifiziert werden.

6.1 Monitoring von Unwucht und stetigem Schlag

Das erste Beispiel betrachtet die Trennung von Schlag und Unwucht und wurde in [128] veröffentlicht. Hierbei soll der Schlag nicht wie sonst üblich bei langsamen Drehzahlen, sondern bei normaler Betriebsdrehzahl identifiziert werden. Dazu wird die im Abschnitt 4.4.1 vorgestellte Identifikationsmethode verwendet. Dieses Beispiel nutzt lediglich Messstellen in den geschliffenen Wellenabschnitten, wodurch die Unstetigkeiten im Schlagverlauf nicht direkt beobachtbar sind. Deswegen ist hier das stetige Schlagmodell ausreichend.

Im hier betrachteten Beispiel ist der Wegsensor bei $z_{Mess} = 304 \text{ mm}$ montiert, der Prüfstand läuft mit 800 min^{-1} . Die Restunwucht ist bekannt, dafür soll die bekannte zusätzlich angebrachte Unwucht erkannt werden. Deren Axialposition z_U an der rechten Schwungscheibe wird dem Monitoring vorgegeben, da diese wie im Abschnitt 4.4.1 erläutert nicht anhand des Wegsensors erkannt werden kann. Damit sollen in diesem Beispiel folgende vier Parameter identifiziert werden:

$$|\underline{U}| = 3000 \text{ g mm} \quad \Psi_U = 90^\circ \quad R_a = 505,8 \text{ m} \quad \Psi_a = 317,2^\circ \quad (6.1)$$

Phase A nutzt das Rotormodell und die bekannte Restunwucht, um die erwartete Amplitude \hat{r} der 1. EO im Gleichlauf zu berechnen. Die Phase B des Monitorings bestimmt mit einem echtzeitfähigen Verfahren die aktuelle Amplitude \hat{r} des Orbits. Sobald deren Betrag über $5 \mu\text{m}$ bzw. deren Phase über 5° von der Referenz abweicht, wird die Fehlersuche gestartet. Im Beispiel verursachen Schlag und zusätzliche Unwucht

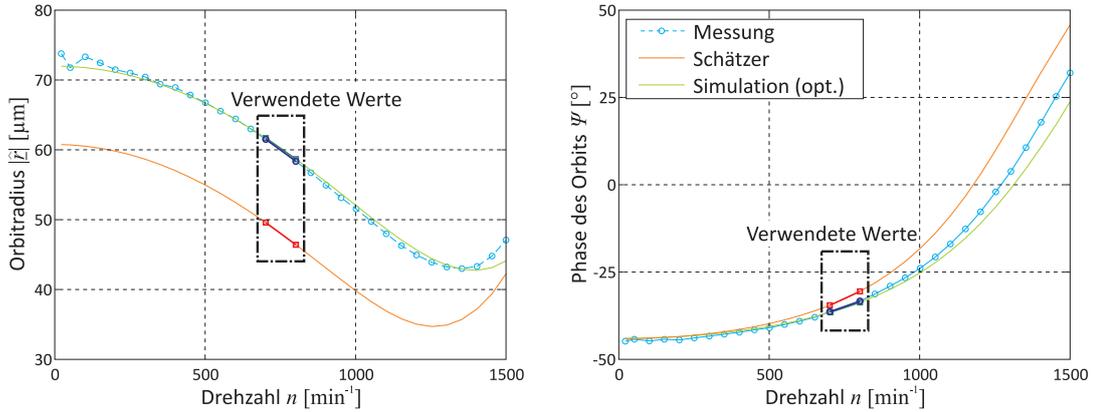


Bild 6.1: Messung im Vergleich mit Simulation nach Schätzer und Optimierung

diese Abweichung von der Referenz, deswegen wird eine Messung aufgezeichnet¹.

In der Phase C wird der Orbit in seine EO zerlegt. In der detaillierten Signalanalyse bestätigt sich die Abweichung der 1. EO. Deswegen wird die Fehlergruppe Schlag und Unwucht im Signal identifiziert². Anhand dieser Information initiiert das System eine zweite Messung bei 700 min^{-1} , da die Trennung von Schlag und Unwucht Messungen bei zwei Drehzahlen erfordert, vgl. (4.14) am Lavalrotor.

Phase D beginnt mit dem Schätzalgorithmus D1, vgl. Abschnitt 4.4.1. Dessen Diagnose lautet:

$$|\underline{U}| = 3214 \text{ g mm} \quad \Psi_U = 90,3^\circ \quad |\underline{a}(z_{Mess})| = 72,4 \mu\text{m} \quad \Psi_a = 315,9^\circ \quad (6.2)$$

Aus $\underline{a}(z_{Mess})$ wird $R_a = 601 \text{ m}$ geschätzt. Dieser Wert ist etwas zu groß, da der Schätzer die Versteifung durch den Magnetlagerläufer nicht berücksichtigt, vgl. Abschnitt 4.4.1. Die anderen Parameter stimmen gut mit den Zielgrößen (6.1) überein. Die Optimierungsschritte D2 bis D4 korrigieren die Schätzung auf die endgültige Diagnose:

$$|\underline{U}| = 3131 \text{ g mm} \quad \Psi_U = 89,1^\circ \quad R_a = 507,3 \text{ m} \quad \Psi_a = 316,0^\circ \quad (6.3)$$

Diese Ergebnisse stimmen mit den bekannten Parametern überein, Schlag und Unwucht wurden richtig voneinander getrennt. Die Spektren im Bild 6.1 wurden für die beiden umrahmten Drehzahlen optimiert. In Phase E werden die optimierten Fehlerparameter genutzt, um den Orbit für andere Drehzahlen vorherzusagen, was nach Bild 6.1 gut funktioniert. Derartige Prognosen sind neben der Schlagidentifikation bei Betriebsdrehzahl ein weiterer Vorteil des modellbasierten Monitorings.

1 In weiteren Untersuchungen wurde auch der Schlag als bekannt vorgegeben. Dann wurde der Rotor ohne Zusatzunwucht bis zur maximalen Motordrehzahl als fehlerfrei angesehen. Mit Zusatzunwucht wurde korrekterweise eine Abweichung vom Normalbetrieb erkannt.

2 Da für diese Messung lediglich die Wegsensorik vorhanden war, sind Schlag und Kupplungsversatz nicht unterscheidbar.

Um den Einfluss der gewählten Drehzahlen zu untersuchen, wurde $n_1 = 800 \text{ min}^{-1}$ konstant gelassen, während n_2 zwischen 600 und 790 min^{-1} variiert wurde. Aus jeweils 10 Monitoring-Durchgängen werden die Mittelwerte μ und Standardabweichungen σ berechnet.

Tabelle 6.1 zeigt, dass für $n_2 \leq 700 \text{ min}^{-1}$ die Standardabweichung recht niedrig ist, sodass ein Durchgang ausreicht. Für geringere Drehzahldifferenz nimmt die Unsicherheit zu, die Wahl $n_2 = 790 \text{ min}^{-1}$ ist nicht zu empfehlen. Bei 775 min^{-1} liefern die Mittelwerte eine brauchbare Schätzung, was angesichts der geringen Unterschiede der 1. EO gegenüber 800 min^{-1} (Radius: $0,8 \mu\text{m}$, Phase: $0,8^\circ$) ein gutes Ergebnis ist.

Tabelle 6.1: Mittelwert und Standardabweichung beim Monitoring in Abhängigkeit von n_2

n_2	$\mu(U)$	$\sigma(U)$	$\mu(\Psi_U)$	$\sigma(\Psi_U)$	$\mu(R_a)$	$\sigma(R_a)$	$\mu(\Psi_a)$	$\sigma(\Psi_a)$
600	3335	268	86,3	6,2	503,8	10,9	314,9	1,3
700	3428	348	90,8	7,0	495,4	13,5	315,5	1,7
750	3503	763	84,5	18,5	505,8	41,1	314,6	3,5
775	3979	1613	75,0	19,8	512	69,2	312,1	4,77
790	5321	2961	72,3	55,1	506,5	165,0	307,4	17,1

6.2 Monitoring von Rundheitsfehlern bei Resonanz höherer Erregerordnungen

Dieses Beispiel ist der erste Test des Aufbereitungsverfahrens der Wegsignale im Abschnitt 4.3.1 und wurde in [130] veröffentlicht. Dieses Verfahren trennt die Messdaten in realen Orbit und Rundheitsfehler. Die hier dargestellten Testmessungen wurden manuell durchgeführt, Beispiele zu automatisiertem Monitoring von Rundheitsfehlern finden sich in den Abschnitten 6.3 und 6.4.

Um die Anteile der Erregerordnungen im realen Orbit zu variieren, wurde der Rotor gezielt bei Drehzahlen betrieben, bei denen eine Resonanz höherer EO besteht. Die erste EF des Simulationsmodells liegt bei $69,1 \text{ Hz}$, die zugehörige biegekritische Drehzahl ist 4146 min^{-1} . Demnach zeigt Bild 6.2 bei 1000 min^{-1} eine Resonanz der 4. EO und bei 1230 min^{-1} eine Resonanz der 3. EO. Die Resonanz der k -ten EO zeigt sich durch $k + 1$ „Ecken“, vgl. Anhang A.1. Als Vergleich wird zudem bei 750 min^{-1} (ohne Resonanz) gemessen. Die blau gezeichneten Rohdaten werden zunächst per Fourier-Reihe (rot) aufbereitet, hierdurch wird gleichzeitig das Messrauschen geglättet.

Auf alle drei Kurven wird das Online-Identifikationsverfahren aus Abschnitt 4.3.1 angewendet. Bild 6.3 zeigt, dass der identifizierte Rundheitsfehler in allen drei Fällen gut übereinstimmt. Der Betrag des Rundheitsfehlers ist mit $\max(|\Delta R|) \approx 5 \mu\text{m}$ recht gering. Zusätzlich sind als Referenz die Rohdaten einer klassischen Rundheitsmessung

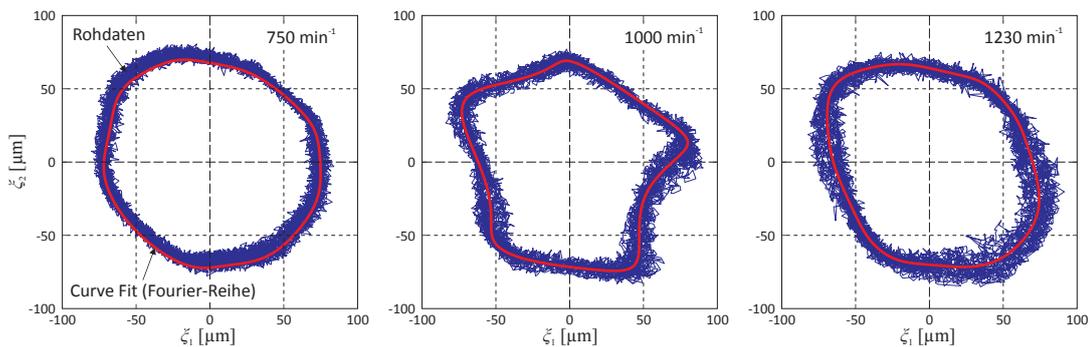


Bild 6.2: Scheinbare Orbits an einer Messstelle für verschiedene Drehzahlen

bei langsamer Drehzahl und deren Aufbereitung als Fourier-Reihe darstellt. Bei langsamer Drehzahl kann das Signal dem Rundlauf gleichgesetzt werden, nach Entfernen der 0. EO (=Sensorabstand) und 1. EO (=Schlaganteil) ergibt sich der Rundheitsfehler, vgl. Abschnitte 2.2.5 und 3.3.5.

Beide Verfahren zeigen die gleiche Charakteristik der Lösung, die absolute Abweichung beträgt selten mehr als $2\ \mu\text{m}$. Dieser Test zeigt, dass das Online-Verfahren funktioniert. Die vorhandenen Fehler sind im Hinblick auf die Rahmenbedingungen gering: So zeigen die Rohdaten im Bild 6.2 Abweichungen bis zu $10\ \mu\text{m}$ von der geglätteten Kurve. Des Weiteren sind die Sensoren für Abstände $\xi_i \in [0,2\ \text{mm}, 1,2\ \text{mm}]$ kalibriert, dafür lösen sie den wenige Mikrometer großen Rundheitsfehler im geschliffenen Bereich gut auf. Diese Messung zeigt auch, dass das Ziel des Schleifens erreicht wurde: Der Rundheitsfehler ist relativ gering im Vergleich zum Orbitradius, sodass an den geschliffenen Stellen der scheinbare Orbit gleich dem realen Orbit gleichgesetzt werden kann, d. h. es ist keine Rundheitsfehlerkompensation nötig.

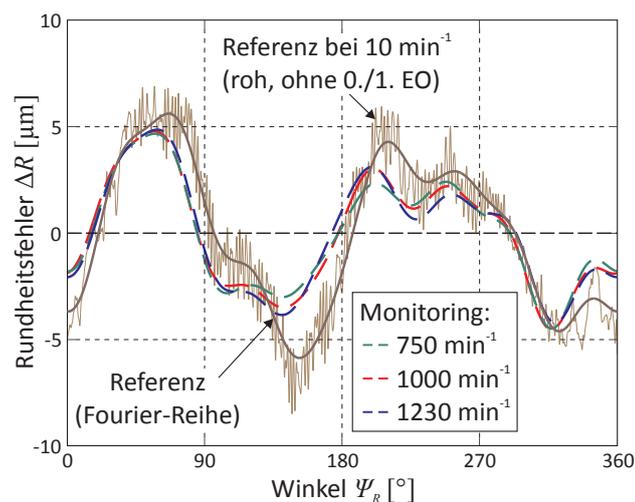


Bild 6.3: Rundheitsfehler aus Online-Monitoring im Vergleich mit klassischen Verfahren

6.3 Monitoring von Rundheitsfehlern bei Magnetlageranregung

Die Ergebnisse aus Abschnitt 6.2 werden in [130] durch ein zweites Beispiel unteretzt. Hier sind die Wegsensoren an einem gedrehten Querschnitt mit der Messstelle $z_{Mess} = 170$ mm angeordnet. Dieser besitzt einen ausgeprägten Rundheitsfehler von 3. EO. Um das Trennverfahren aus Abschnitt 4.3.1 zu testen, wird der Rotor über das Magnetlager ebenfalls mit der 3. EO angeregt. Idealerweise sollte der identifizierte Rundheitsfehler unabhängig von der zusätzlichen Anregung sein.

Für dieses Beispiel wurde zunächst untersucht, ob sich mit dem Magnetlager durch Regelung der Stromstärke $I(t)$ definierte Kraftamplituden anregen lassen. Dies stellte sich mit der damals vorhandenen Sensorik als schwierig heraus [172]. Die vereinfachte Ansteuerung bestromt die vier Spulen des Lagers mit einer Rechteckschwingung:

$$I_{\pm x} = \frac{\hat{I}_k}{2} [1 \pm \text{sgn}(\cos(k\gamma + \Psi_k))] \quad I_{\pm y} = \frac{\hat{I}_k}{2} [1 \pm \text{sgn}(-\sin(k\gamma + \Psi_k))] \quad (6.4)$$

Hier ist γ der Rotordrehwinkel und k die EO mit Amplitude \hat{I}_k und Phasenverschiebung Ψ_k . Die folgenden Untersuchungen verwenden mit $k = -3$ eine Gegenlaufenanregung mit 3. EO. Für die Anziehungskraft einer Spule gilt nach [147, Abs. 3.4]:

$$F(t) = k_M \frac{I(t)^2}{s(t)^2} \quad (6.5)$$

Der Faktor k_M ist eine Magnetlagerkonstante und s ist der momentane Luftspalt. Bei einem hypothetischen konstanten Luftspalt skaliert die Kraft quadratisch mit \hat{I}_k . Um die Abstufungen der Kraft linear zu halten, werden die Amplituden \hat{I}_k der Stromstärke wurzelförmig skaliert. In der Realität ändert sich jedoch der Luftspalt beispielsweise durch den Schlag des Magnetlagerläufers [172], sodass die Erregerkraft nicht direkt aus dem Spulenstrom bestimmt werden kann. Für die folgenden Untersuchungen bedeutet dies jedoch keine großen Einschränkungen.

Bild 6.4 zeigt zwei scheinbare Orbits bei 910 min^{-1} . Der Wert $\hat{I}_{-3} = 0,83 \text{ A}$ ist der maximale Anregungsstrom der Messreihe, die Phase Ψ_{-3} beträgt 215° . Im scheinbaren Orbit ist diese Anregung kaum zu erkennen, da sich die Figur lediglich etwas dreht, sodass die Schlussfolgerung entstehen könnte, dass beide Kurven einen ähnlichen Betriebszustand aufzeichnen.

Mit dem vorgestellten Monitoring-Verfahren lässt sich das Signal weiter analysieren. Der Indikator (4.1) in Phase B erkennt eine übermäßig hohe 3. EO, die sowohl mit als auch ohne Magnetlageranregung vorhanden ist. Deswegen zeichnet Phase C eine Messung auf und analysiert diese mit dem Trennverfahren aus Abschnitt 4.3.1. Die Ergebnisse zeigt Bild 6.5, wobei hier die Koeffizienten bis zur 18. EO (theoretisches Maximum für $\delta_3 = 162^\circ$, vgl. Tabelle 4.1) bestimmt wurden.

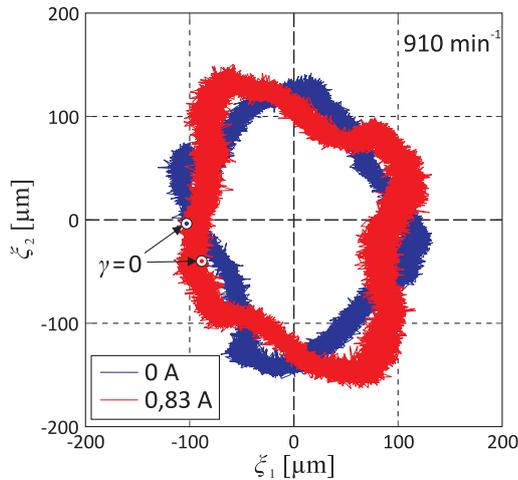


Bild 6.4: Scheinbare Orbits mit und ohne Magnetlageranregung

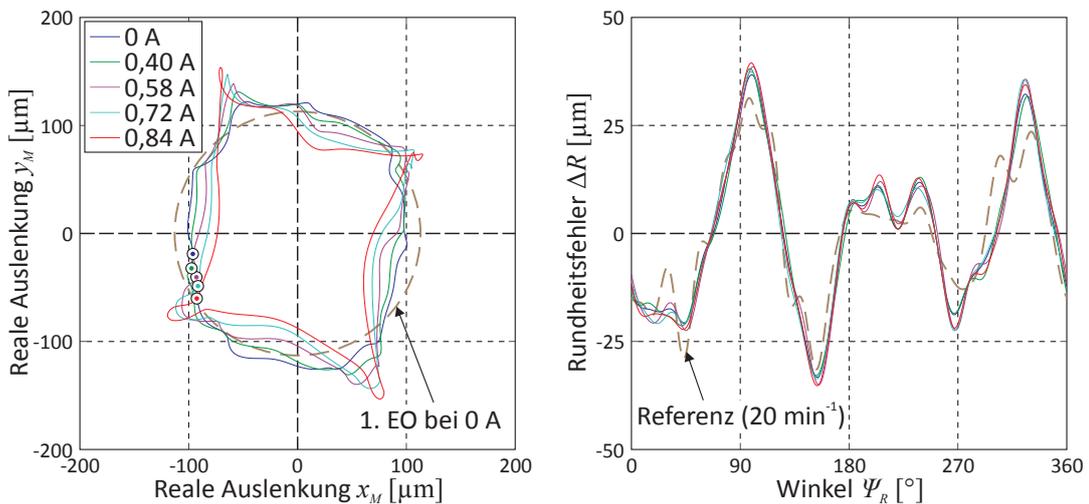


Bild 6.5: Die tatsächlichen Rotororbits (links) und die identifizierte Rundheit (rechts).

Das linke Diagramm zeigt die realen Orbits r_{-M} nach Abtrennen des Rundheitsfehlers $\Delta R(\Psi_R)$. Diese Darstellung zeigt deutlich, dass eine starke Magnetlageranregung vorliegt, die den Orbit zu einem Viereck verzerrt. Obwohl die zugehörige Amplitude $|\hat{r}_{-3}| = 36,6 \mu\text{m}$ bei $\hat{I}_{-3} = 0,83 \text{ A}$ hoch ist, ist sie im Bild 6.4 kaum zu erkennen. Deswegen ist es für das Monitoring wichtig, den Rundheitsfehler abzutrennen. Der reale Orbit im Bild 6.5 ist auch ohne Magnetlageranregung nicht kreisrund, sondern besitzt ebenfalls Anteile höherer EO. Die einzelnen Summanden sind jedoch mit Amplituden kleiner $3,5 \mu\text{m}$ eher gering.

Durch die Magnetlageranregung nimmt v. a. die 3. EO des Gegenlaufes zu, die höheren Harmonischen der Rechteckanregung (wie 6. oder 9. EO) treten kaum auf. Des

Weiteren nimmt der Gleichlaufanteil der 3. EO zu, bei $\hat{I}_{-3} = 0,83 \text{ A}$ beträgt $|\hat{r}_{-3}| = 7,2 \mu\text{m}$. Eine mögliche Ursache sind Unsymmetrien in Spulen und Rotor. Der Einfluss des Schlags des Magnetlagerläufers auf die 1. EO im Gleichlauf ist eher gering, da der Radius lediglich um $2,5 \mu\text{m}$ zunimmt. Insgesamt zeigt sich, dass auch die Rechteckansteuerung relativ gezielt eine bestimmte Erregerordnung anregen kann.

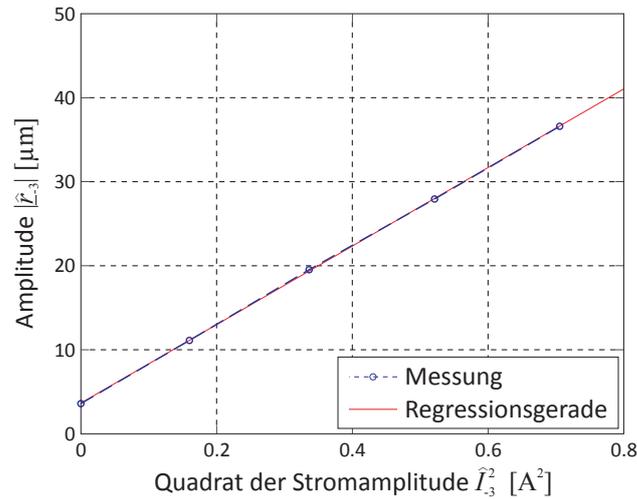


Bild 6.6: Die Amplitude der 3. EO des Gegenlaufs über in Abhängigkeit der Anregung

Bild 6.6 zeigt $|\hat{r}_{-3}|$ für verschiedene Stromamplituden. Die Amplitude skaliert quadratisch mit \hat{I}_{-3} , was mit der Formel (6.5) für $s(t) \approx \text{const.}$ bestätigt werden kann. Durch die Abweichung der aktuellen Amplitude vom Referenzwert kann also die Kraft der Magnetlager-Anregung geschätzt werden.

Bild 6.5 rechts zeigt die identifizierten Rundheitsfehler. Die Kurven des Online-Verfahrens stimmen alle gut überein, auch die klassische Rundheitsmessung wird gut wiedergegeben. Damit bestätigt dieses Beispiel, dass das Trennverfahren erfolgreich arbeitet. Die weitere Aufbereitung des Rundheitsfehlers in Phase D wird im Abschnitt 6.4 für einen ähnlichen Verlauf von $\Delta R(\Psi_R)$ gezeigt.

6.4 Monitoring von Unwucht, unstetigem Schlag und Rundheitsfehler

Dieses Beispiel aus [129] kombiniert die Methoden aus den vorherigen Abschnitten. Gegenüber Abschnitt 6.1 wird der unstetige Schlagverlauf (3.79) und der Rundheitsfehler (3.92) mit berücksichtigt, was eine Erweiterung des Monitorings von den geschliffenen Wellenabschnitten auf beliebige Sensorpositionen erlaubt.

Das Beispiel nutzt eine Orbitmessung bei $z_{Mess} = 130 \text{ mm}$ im gedrehten Bereich, d. h. mit ausgeprägtem Rundheitsfehler. Damit kann nur ein $\underline{a}(z_{Mess})$ bestimmt werden, die

vollständige Identifikation von (3.92) würde vier Messpositionen benötigen. Da diese vollständige Diagnose online zu aufwändig ist, wird als Demonstration lediglich ein Schlagparameter identifiziert. Die dahinterstehende Methodik kann jedoch problemlos auf die vollständige Schlagidentifikation erweitert werden, was im Abschnitt 5.3.3 anhand der Offline-Identifikation gezeigt wurde. Die Restunwucht des Rotors wird vorgegeben, dafür soll eine Zusatzunwucht mit vorgegebener Axialposition bestimmt werden. Die zu identifizierenden Fehlerparameter sind (vgl. auch (5.4)):

$$|\underline{U}| = 3000 \text{ g mm} \quad \Psi_U = 45^\circ \quad p_2 = -6,487 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \quad \Psi_{a1} = 192,9^\circ \quad (6.6)$$

Als Drehzahlen werden 1300 min^{-1} und 1700 min^{-1} gewählt, hier treten auch höhere Ordnungen auf. Bild 6.7 zeigt die scheinbaren Orbits. Durch die Gegenphasigkeit von lokalem Schlag und Zusatzunwucht nimmt der Orbitradius mit der Drehzahl ab.

Aus den bekannten Schadensparametern berechnet Phase A die erwartete 1. EO. Phase B stellt fest, dass die tatsächliche 1. EO davon abweicht und zudem eine 3. EO vorhanden ist, deswegen werden Messungen bei beiden Drehzahlen aufgezeichnet. Phase C trennt die scheinbaren Orbits in realen Orbit und Rundheitsfehler, vgl. Bild 6.8. Der Rundheitsfehler überschreitet den Grenzwert und wird weiterverfolgt, anhand der 1. EO wird die Fehlergruppe Schlag und Unwucht zugeordnet.

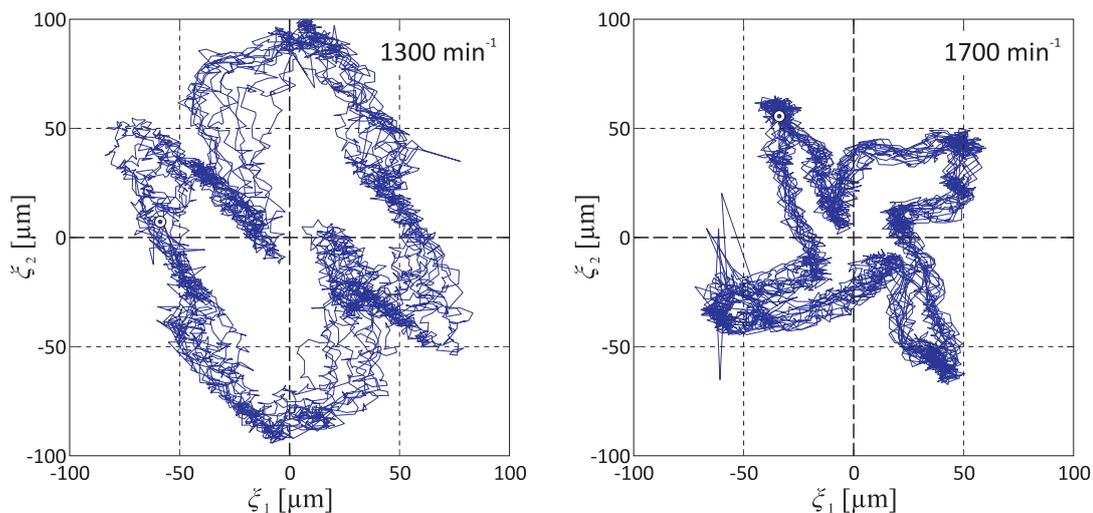


Bild 6.7: Die verwendeten scheinbaren Orbits

Phase D startet die Identifikation der Fehlergruppe Schlag und Unwucht mit einem Schätzer, vgl. Abschnitt 4.4.1. Dieser bestimmt folgende Werte:

$$|\underline{U}| = 3435 \text{ g mm} \quad \Psi_U = 41,2^\circ \quad |\underline{a}(z_{Mess})| = 84,5 \mu\text{m} \quad \Psi_{a1} = 190,2^\circ \quad (6.7)$$

Aus $|\underline{a}(z_{Mess})|$ wird $p_2 = -6,465 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$ mithilfe der bekannten Werte von p_1 und p_0 geschätzt. Diese Schätzung von $|\underline{a}(z_{Mess})|$ auf die Parameter p_i müsste bei vollständiger

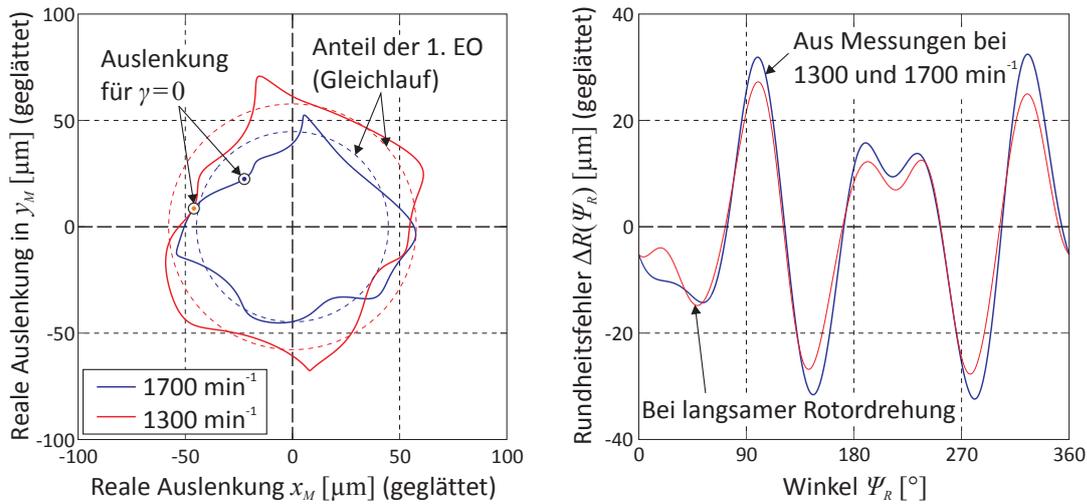


Bild 6.8: Rundheitsfehler und realer Orbit nach Aufbereitung

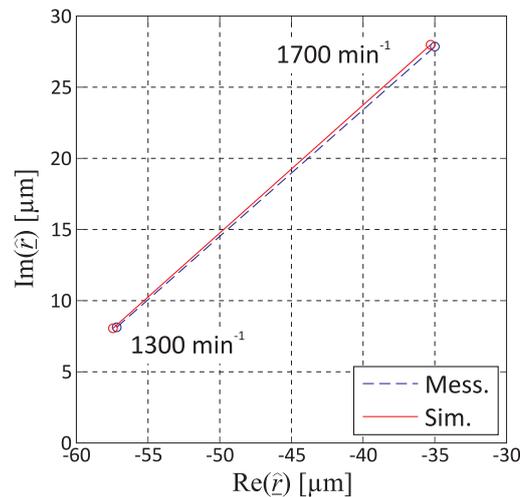


Bild 6.9: Komplexe Amplitude der 1. EO in Messung und optimierter Simulation

Schlagdiagnose durch Curve Fitting erweitert werden. Die anschließende Optimierung übernimmt die Feinabstimmung, sodass die 1. EO in Messung und Simulation übereinstimmen, vgl. Bild 6.9. Die identifizierten Parameter sind:

$$|\underline{U}| = 3525 \text{ g mm} \quad \Psi_U = 42,8^\circ \quad p_2 = -6,022 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \quad \Psi_{a1} = 190,6^\circ \quad (6.8)$$

Diese Werte stimmen annähernd mit (6.6) überein, das Monitoring ist also erfolgreich. Gegenüber dem Schätzer werden beide Phasen besser abgebildet. Der Parameter p_2 hat sich von der Referenz etwas entfernt, wodurch sich in der Simulation $|\underline{a}(z_{mess})| = 85,2 \mu\text{m}$ ergibt. Die tatsächliche Änderung des lokalen Schlages durch die Optimierung

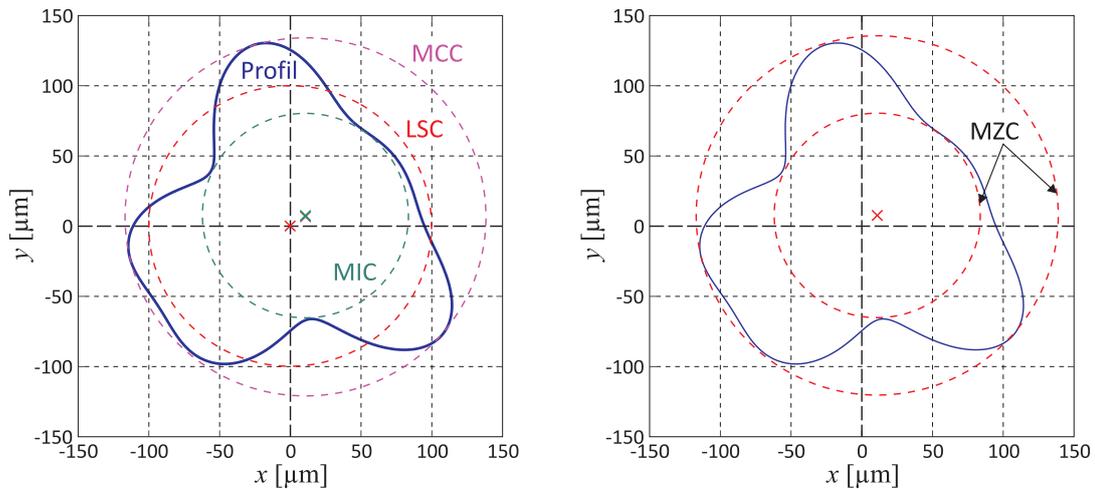


Bild 6.10: Profil des Rotors (gezeichnet über $R_0 = 100\mu\text{m}$) und die Vergleichskreise

ist im Vergleich zum Schätzwert $|\underline{a}| = 84,5\mu\text{m}$ recht gering. Zudem liegt optimierte lokale Schlag näher am gemessenen Wert von $85,0\mu\text{m}$ als der Schätzwert.

Davon getrennt wird die Rundheit ausgewertet, Bild 6.8 rechts zeigt den Verlauf $\Delta R(\Psi)$. Dieses Rundheitsprofil wird mit den Methoden aus Abschnitt 4.4.4 weiter aufbereitet. Bild 6.10 zeigt die optimierten Vergleichskreise und das „Dreikantprofil“ des Rotorquerschnittes in der überhöhten Darstellung. Bei Analyse der Rundheit gemäß der Lage- und Formtoleranzen wird (4.39) auf die Kreise kleinster Ringzone (MZC) angewendet. Demnach beträgt die Rundheitsabweichung $55\mu\text{m}$.

Die Fehler Schlag, Unwucht und Rundheitsfehler wurden erfolgreich identifiziert. Dieses Beispiel beweist, dass das modellbasierte Monitoring auch mit (scheinbaren) Orbits arbeiten kann, die deutlich von der Kreisform abweichen. Während die klassische Identifikation von Schlag und Rundheitsfehler eine Referenzmessung bei niedrigen Drehzahlen erfordert („slow speed runout“), kann mit den vorgestellten Methoden das Monitoring online bei Betriebsdrehzahl durchgeführt werden.

6.5 Monitoring von Schlag und Kupplungsversatz

Die Wegmessung kann Schlag und Kupplungsversatz nicht trennen. Im Abschnitt 4.4.2 wurde deswegen ein Identifikationsverfahren mit zusätzlicher Kraftmessung entworfen und numerisch getestet. WIMMER führte die experimentelle Überprüfung der Variante 1 durch, der folgende Abschnitt fasst seine Arbeit [176] zusammen. Da das Einbauen des Kupplungsversatzes relativ aufwändig ist, wird das Monitoring nicht mit live gemessenen Daten, sondern mit gespeicherten Messungen getestet. Daraus wird gemäß der Modelle (3.68), (3.75) und (3.89) die 1. EO im Gleichlauf für die Diagnose verwendet.

Bereits im numerischen Beispiel im Abschnitt 4.4.2 war die Trennung von winkligem

und parallelem Kupplungsversatz (WKV / PKV) fehleranfällig, mit Messdaten sind die Fehler zu groß. Für eine Beispielmessung identifizierte das Verfahren mit $\underline{b}_{KV} = 16,3 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 57,7^\circ}$ und $\underline{\delta}_{AV} = 22,7^\circ \cdot e^{j \cdot 248,7^\circ}$ recht hohe Versatzwerte. Deren Auswirkungen heben sich jedoch wegen $\angle \underline{\delta}_{KV} \approx \angle \underline{b}_{KV} + 180^\circ$ nahezu auf. Dies resultiert aus der schlecht konditionierten \underline{H} -Matrix in (4.22), deswegen identifizieren die folgenden Beispiele entweder nur PKV oder nur WKV.

Die erste Untersuchung betrachtet einen PKV. Aus den Messdaten der Referenzhülse ohne Versatz wird der Referenzwert $\underline{b}_{KV,Ref} = 0,126 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 89,8^\circ}$ identifiziert. Die folgenden Optimierungen untersuchen die Änderung $\Delta \underline{b}_{KV}$ gegenüber der Referenz, die mit dem künstlich eingebauten Versatz durch die Hülse übereinstimmen sollte. Bild 6.11 und Bild 6.12 zeigen Ergebnisse für verschiedene Konfigurationen³. Für den Schlag wird hier das stetige Modell verwendet, Tabelle 6.2 gibt hierzu einige Identifikationsergebnisse an, die Referenzdaten finden sich im Abschnitt 5.3.2. Da die identifizierten Werte von Schlag und PKV relativ gut mit den bekannten Werten zusammenpassen, ist die Trennung der beiden Fehler erfolgreich.

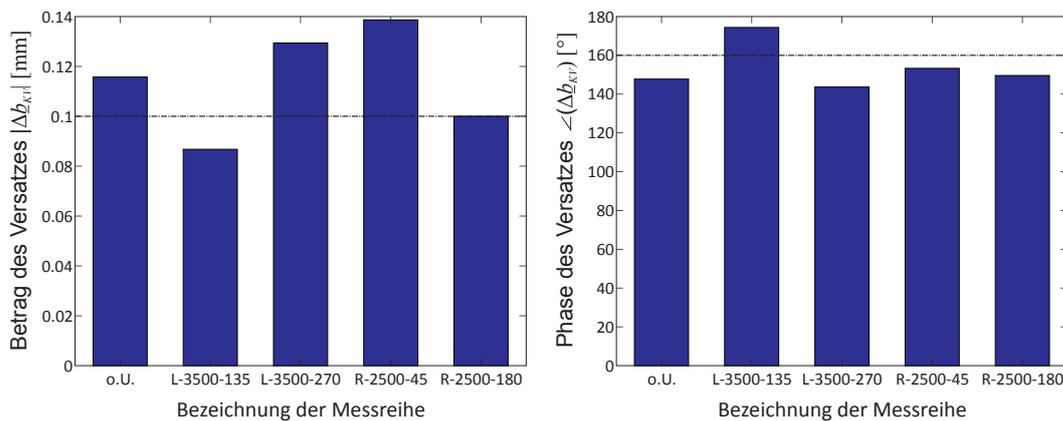


Bild 6.11: Identifikation des Kupplungsversatzes $\Delta \underline{b}_{KV} = 0,1 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 160^\circ}$ [176, Bild 6.10 f.]

Tabelle 6.2: Identifizierter Schlag bei Kupplungsversatz $\Delta \underline{b}_{KV} = 0,1 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 160^\circ}$

Konfiguration	R_a [m]	$ \underline{a}(z = 0,3 \text{ m}) $ [μm]	Ψ_a [°]
o.U.	452,2	96,1	309,1
L-3500-135	413,7	105,2	303,6
L-3500-270	433,9	100,3	308,1
R-2500-45	444,94	97,8	311,7
R-2500-180	467,4	93,1	307,0

³ „o.U.“ steht für „ohne zusätzliche Unwucht“. Bei den Messungen mit Zusatzunwucht steht L für die Axialposition $z_U = 95 \text{ mm}$ (linke Scheibe) und R für $z_U = 222 \text{ mm}$ (rechte Scheibe). Die beiden folgenden Zahlen geben Betrag der Zusatzunwucht in gmm deren Phase in Grad an.

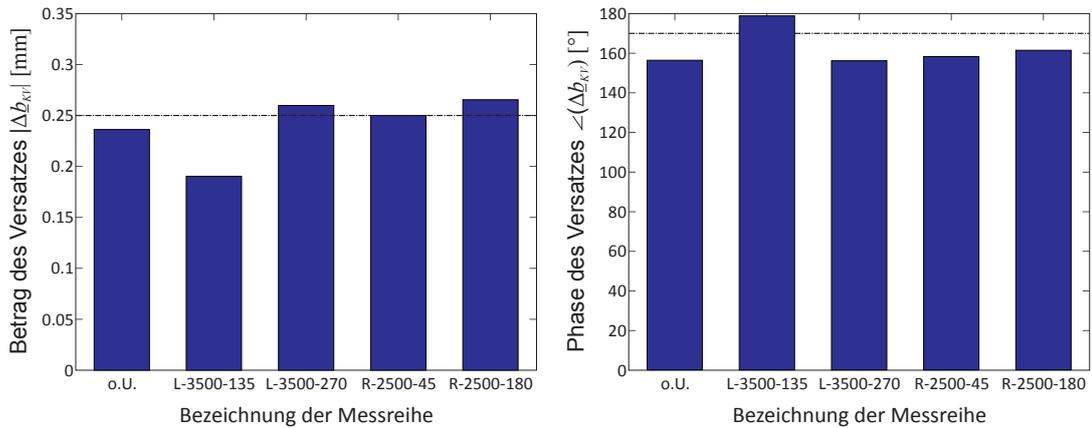


Bild 6.12: Identifikation des Kupplungsversatzes $\Delta b_{AV} = 0,25 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 170^\circ}$ [176, Bild 6.12 f.]

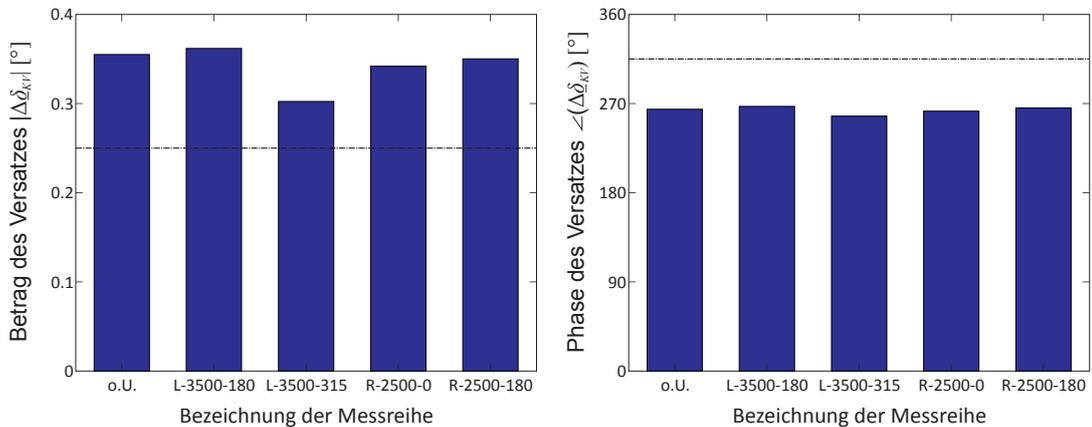


Bild 6.13: Identifikation des Kupplungsversatzes $\Delta \delta_{KV} = 0,25^\circ \cdot e^{j \cdot 315^\circ}$ [176, Bild 6.16 f.]

In der zweiten Untersuchung wird der Fehler WKV vorgegeben. Hier beträgt die Referenz $\delta_{KV,Ref} = 0,17^\circ \cdot e^{j \cdot 29^\circ}$. Bild 6.13 zeigt, dass der zusätzliche Versatz von $0,25^\circ$ richtig identifiziert wird.

Für den betrachteten Prüfstand ist es nicht sinnvoll, Hülsen mit Versatz $\geq 0,8 \text{ mm}$ bzw. $\geq 0,5^\circ$ zu verwenden. Die Zwangskräfte verursachen dann sichtbare Schwingungen im kupplungsnahen Rotorlager, was die Identifikationsergebnisse verfälscht.

Zusätzlich wurde die Unwuchtdiagnose mit der Variante 1 im Abschnitt 4.4.2 getestet, die Ergebnisse waren jedoch nicht zufriedenstellend. Hierfür ist die Gleichung (4.23) verantwortlich. Die geschätzten Werte $\hat{F}_{Li,D1}$ und \hat{r}_{D1} weichen etwas von den tatsächlichen Anteilen durch Schlag und Kupplungsversatz ab. Durch (4.23) werden diese Differenzen vollständig dem Unwuchtanteil zugeschlagen, was die Unwuchtidentifikation erschwert. Wie Abschnitt 6.7 noch zeigt, bietet die Variante 2 eine bessere Unwuchtidentifikation.

6.6 Monitoring von Unwucht mit Kraftmessung

Der Literaturüberblick im Abschnitt 2.2.1 zeigt, dass in der Praxis sowohl Kraftmessung als auch Wegmessung zur Unwuchtidentifikation verwendet werden. MAIERHOFER [99] vergleicht anhand des Rotorprüfstandes, welche Unterschiede sich bei Monitoring über Kraftsensoren, über Wegsensoren sowie gleichzeitiger Nutzung von Kraft- und Wegsensoren ergeben. Das betrachtete Beispiel fasst seine Ergebnisse aus [99, Kap. 5] zur Nutzung von Kraftsensoren zusammen. Die Variante mit Wegmessung ist analog zum Abschnitt 6.1 und wird nicht näher dargestellt. Die Kombination von Kraft- und Wegmessung wird anschließend im Abschnitt 6.7 betrachtet.

Zur Identifikation wird bei mehreren stationären Drehzahlen bis ca. 2000 min^{-1} (ohne Zusatzunwucht) bzw. 1000 min^{-1} (mit Zusatzunwucht) gemessen. Wie in (4.21) wird die 1. EO der Kräfte in Anteil A (Zähler 1) und Anteil B (Zähler η^2) zerlegt:

$$\hat{\underline{F}}_{Li, Mess} = \frac{1}{1 - \eta^2} \cdot \hat{\underline{F}}_{Li, A} + \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \cdot \hat{\underline{F}}_{Li, B} \quad (6.9)$$

Im Schätzalgorithmus muss aus $\hat{\underline{F}}_{Li, B}$ eine äquivalente Unwucht $\underline{U} = \underline{U}_{eq}$ (beinhaltet auch Schlag) bestimmt werden. Hierbei wird für bessere Vergleichbarkeit mit früheren Ergebnissen die Restunwucht ausschließlich als statische Unwucht modelliert. Zwar kann ein Modell mit Momentenunwucht die Messkurven besser abbilden, jedoch erwies sich auch das Modell mit ausschließlich statischer Unwucht als ausreichend genau. Für deren Schätzung wird folgender Zusammenhang am Lavalrotor verwendet:

$$\hat{\underline{F}}_{-\Sigma} = k \cdot \frac{\underline{U} \Omega^2}{k - m \Omega^2} = \frac{\underline{U} \cdot \omega_0^2 \eta^2}{1 - \eta^2} \quad (6.10)$$

Berücksichtigt man die Lagerkräfte aus beiden Lagern, so kann aus Vergleich von (6.9) und (6.10) folgende Näherung verwendet werden:

$$|\underline{U}| = \frac{|\hat{\underline{F}}_{L1, B} + \hat{\underline{F}}_{L2, B}|}{\omega_0^2} \quad (6.11)$$

$$\angle(\underline{U}) = \frac{1}{2} [\angle(\hat{\underline{F}}_{L1, B}) + \angle(\hat{\underline{F}}_{L2, B})] \quad (6.12)$$

Die Axialposition z_U wird mit (4.24) geschätzt. Die Schätzwerte bilden den Startpunkt für eine Optimierung der Parameter $\mathbf{x} = (\text{Re}(\underline{U}), \text{Im}(\underline{U}), z_U)$ mit folgender Zielfunktion:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \left(\left| \hat{\underline{F}}_{L1, Sim}(\mathbf{x}, \Omega_i) - \frac{\eta_i^2}{1 - \eta_i^2} \hat{\underline{F}}_{L1, B} \right| + \left| \hat{\underline{F}}_{L2, Sim}(\mathbf{x}, \Omega_i) - \frac{\eta_i^2}{1 - \eta_i^2} \hat{\underline{F}}_{L2, B} \right| \right)^2 \quad (6.13)$$

Mit diesem Verfahren ergibt sich aus den Messungen ohne Zusatzunwucht eine Restunwucht mit einem Betrag von 444 gmm, der Phase 344° und der Axialposition 40 mm.

In den folgenden Messungen ist die Restunwucht bekannt. Hier soll eine zusätzlich angebrachte Unwuchtmasse identifiziert werden. Die Vorgehensweise ist analog zur Restunwucht, nur wird von $\hat{F}_{Li,B}$ der bereits bekannte Anteil durch die Restunwucht abgezogen. Die Ergebnisse im Bild 6.14 zeigen, dass mithilfe der Kraftmessung die Unwucht problemlos mit Axialposition und Betrag bestimmt werden kann, was in den Beispielen mit Wegmessung nicht möglich war. Für die Konfiguration L-3500-90 zeigt Tabelle 6.3 die konkreten Zahlenwerte.

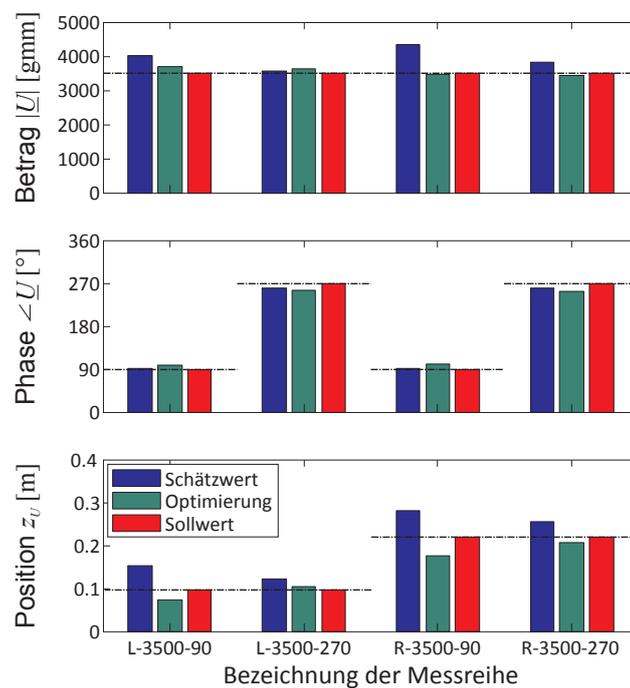


Bild 6.14: Ergebnisse der Unwuchtidentifikation mittels Kraftsensoren [99, Bild 5.12]

Tabelle 6.3: Optimierung der Unwucht für die Konfiguration L-3500-90 [99, Tab. 5.1]

Beschreibung	z_U [mm]	$ U $ [gmm]	$\angle(U)$ [°]
Prüfstand	95	3500	90
Schätzung	152	4017	92
Optimierung	72	3684	98,4

Eine wichtige Rolle innerhalb dieses Verfahrens nimmt die Restunwucht ein. Diese muss die Referenzkräfte hinreichend genau beschreiben. Da die hier vorgestellte Identifikation wie das Auswuchten nur auf Lagerkräften beruht, ist die Restunwucht \underline{U}

wie in DIN ISO 1925 als Abweichung zwischen Lagerachse und Schwerpunkt definiert und nicht wie sonst über $\underline{\varepsilon}$, vgl. Abschnitt 4.4.2. Problematisch wird dies bei einer Schlagänderung, diese würde hier als Zusatzunwucht interpretiert werden.

Da die Unwuchtidentifikation mit Wegmessung den Schlag \underline{a} von der Exzentrizität $\underline{\varepsilon}$ (Unwucht) trennt, identifizieren beide Verfahren eine unterschiedliche Restunwucht für denselben Rotor. Bei der Wegmessung hängt die Restunwucht auch wesentlich vom verwendeten Schlagmodell ab, vgl. Abschnitt 5.3.4. Deswegen ist die Bestimmung einer Restunwucht nur dann reproduzierbar, wenn auch das zugehörige Verfahren und die getroffenen Annahmen dokumentiert sind.

6.7 Monitoring von Unwucht mit Kraft- und Wegmessung

Das Verfahren im Abschnitt 6.6 fasst eine Schlagänderung als Unwucht auf. Deswegen ist naheliegend, den Schlag durch eine zusätzliche Wegmessung zu bestimmen, damit der Schlaganteil von der Lagerkraft abgezogen werden kann. Dieses Problem führt letztlich auf die Trennung von Schlag, Unwucht und Kupplungsversatz zurück. Hierzu wird Verfahren 2 aus Abschnitt 4.4.2 verwendet. Der Schlag wird wiederum als stetiger Schlag vereinfacht.

Zunächst wird als Referenz die Messung ohne Zusatzwucht betrachtet. Die Identifikationsergebnisse für Schlag und Kupplungsversatz sind in Tabelle 6.4 in der Zeile „o. U.“ dargestellt. Die Größenordnung des Kupplungsversatzes ist plausibel. Der Betrag des Schlags ist als Krümmungsradius und als lokaler Schlag $\underline{a}(z_{Mess} = 0,3 \text{ m})$ angegeben. Betragsmäßig stimmt der Schlag gut mit den bisherigen Ergebnissen überein, die Phase hat sich aus bisher nicht bekannten Gründen etwas geändert. Die Restunwucht wird an der Axialposition des Schwerpunkts $z_S = 0,2053 \text{ m}$ platziert. Die statische Unwucht beträgt dann $\underline{U}_S = 1131 \text{ g mm} \cdot e^{j \cdot 162,4^\circ}$, die Momentenunwucht ist $\underline{U}_M = 157,9 \text{ kg mm}^2 \cdot e^{j \cdot 0,0^\circ}$.

Zur Interpretation dieser Werte werden wie am Starrkörperrotor die Exzentrizität \underline{e} und der Verdrehungswinkel $\underline{\vartheta}$ bestimmt. Hier gilt nach [145, Gl. (3.13) und (3.18)]:

$$\underline{e} = \frac{\underline{U}_S}{m} \quad \underline{\vartheta} = \frac{\underline{U}_M}{\Theta_{xx} - \Theta_{zz}} \quad (6.14)$$

Mit der bekannten Masse $m = 11,1 \text{ kg}$ ergibt sich $|\underline{e}| = 102 \mu\text{m}$. Die Exzentrizität \underline{e} stimmt hinsichtlich Amplitude und Winkel gut mit dem Schlagverlauf in den nicht geschliffenen Bereichen überein, d. h. diese ist eine Folge des vereinfachten Schlagmodells, vgl. Abschnitt 5.3.4. Das Massenträgheitsmoment des Rotors wird analytisch mit $\Theta_{xx} = 0,307 \text{ kg m}^2$ und $\Theta_{zz} = 0,017 \text{ kg m}^2$ abgeschätzt. Damit ergibt sich $|\underline{\vartheta}| = 0,031^\circ$. Durch die Momentenunwucht liegt der Versatz zwischen realer Drehachse und Hauptträgheitsachse an den Lagerstellen in der Größenordnung $100 \mu\text{m}$, was plausibel erscheint.

Tabelle 6.4: Identifikation bei Kombination aus Kraft- und Wegmessung (Unwuchtparameter beziehen sich auf Zusatzunwucht)

	z_U [mm]	$ U $ [g mm]	$\angle(U)$ [°]	R_a [m]	$ a $ [μm]	$\angle(a)$ [°]	$ b_{KV} $ [μm]	$\angle(b_{KV})$ [°]
o. U.	–	–	–	635	68,5	21	145	288
L-1500-225	0,175	1254	239	587	74,2	23	144	289
L-3000-315	0,111	2965	325	647	67,3	25	141	287
R-2000-180	0,298	1694	195	608	71,5	20	140	287
R-3000-45	0,187	2063	31	721	60,3	15	141	287

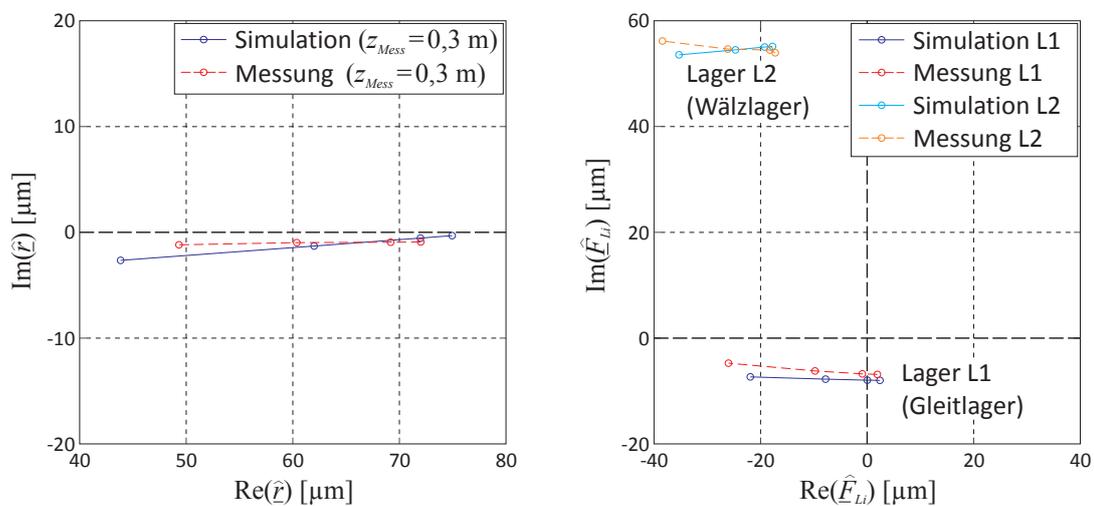


Bild 6.15: Vergleich von Messung und Simulation für die Konfiguration R-2000-180

Zur Verifikation werden mehrere Konfigurationen mit Zusatzunwucht am Rotor untersucht, die Axialpositionen sind 95 mm (L) bzw. 222 mm (R). Die Ergebnisse in Tabelle 6.4 zeigen, dass sich der Schlag a und der Kupplungsversatz b_{KV} kaum ändern, d. h. die geänderten Messwerte werden korrekt der Unwucht zugeordnet. Die identifizierten Werte schätzen gut die Größenordnung und Position der Unwucht ab, damit kann auch dieser Schaden sinnvoll diagnostiziert werden. Bild 6.15 vergleicht die Indikatorgrößen für ein Beispiel, diese sind die 1. EO der Auslenkung \hat{r} und der Lagerkräfte \hat{F}_{Li} . Durch den Abgleich von insgesamt drei Indikatorgrößen müssen hier einige Kompromisse eingegangen werden. Deswegen bestehen Abweichungen bei den einzelnen Messpunkten, das Gesamtverhalten wird insgesamt gut wiedergegeben.

Im Vergleich zur Unwuchtidentifikation im Abschnitt 6.1 und Abschnitt 6.6 sind die Ergebnisse ungenauer. Ein Grund ist, dass bei dem vorgestellten Verfahren die Unwucht als letzter Fehler identifiziert wird, was auch Bild 6.16 gut zeigt. So wird als Erstes der Kupplungsversatz bestimmt, der nach Tabelle 6.6 relativ konstant ist. Bei Identifizierung des Schlags besteht bereits eine gewisse Streubreite, diese Unsicherheit wird an

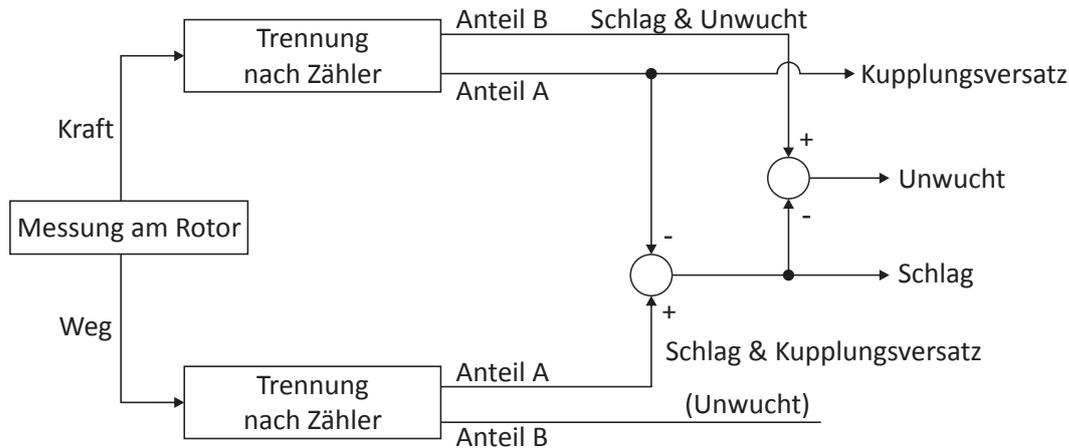


Bild 6.16: Ablauf der Identifikation mit Kraft- und Wegmessung (vgl. [99, Bild 7.2])

die Unwuchtschätzung weitergegeben. Trotz Abweichungen sind die identifizierten Werte genau genug, um die Größe und Position des Schadens sinnvoll einzugrenzen. Angesichts der Komplexität dieses Problems liefert das Monitoring gute Ergebnisse.

6.8 Monitoring von Achsversatz

Das letzte Beispiel betrachtet mit dem Achsversatz einen statorfesten Effekt. Dieser wirkt sich nach dem Modell (3.87) ausschließlich auf den statischen Anteil des Orbits aus, d. h. der Orbit verschiebt sich als Ganzes, während dessen Gestalt gleich bleibt. Als Kriterium für den Achsversatz lässt sich demnach der Orbitmittelpunkt verwenden.

Im Abschnitt 3.4 wird eine Kombination von Achsversatz und einem rotorfesten Fehler wie Schlag oder Unwucht in zwei unabhängige Identifikationsprobleme unterteilt. Bild 6.17 zeigt diese Unabhängigkeit anhand der 1. EO von r_M ($z_{Mess} = 300 \text{ mm}$) und F_{L2} : Diese Größen variieren deutlich mit der Unwuchtkonfiguration, jedoch kaum durch den Versatz. Dies bestätigt die Annahme, dass sich die Fehler linear überlagern. Das Monitoring der Unwucht ändert sich damit nicht gegenüber den vorherigen Beispielen und wird deswegen nicht näher dargestellt. Die Diagnose des Achsversatzes verwendet das Verfahren aus Abschnitt 4.4.3.

Das erste Beispiel untersucht einen parallelen Achsversatz von $200 \mu\text{m}$ in $+y$ -Richtung, vgl. Bild 5.18. Im Bild 6.18 sind die Orbits bei 800 min^{-1} dargestellt. Die Orbitmittelpunkte sind hier als Quadrat eingezeichnet, diese verschieben sich durch den Achsversatz entlang der y -Achse. Phase B erkennt diese Verschiebung in der Auslenkung, Phase C bestimmt die Verschiebung des Orbitmittelpunktes $\Delta \bar{y}_M = -33,4 \mu\text{m}$ (entspricht 0. EO der Fourier-Reihe) und diagnostiziert daraus Achsversatz. Die ersten acht Gleich- und Gegenläuferreihen unterscheiden sich betragsmäßig um weniger als $1 \mu\text{m}$ bzw. 1 N zwischen Referenz und Messung mit Versatz, d. h. die Gestalt

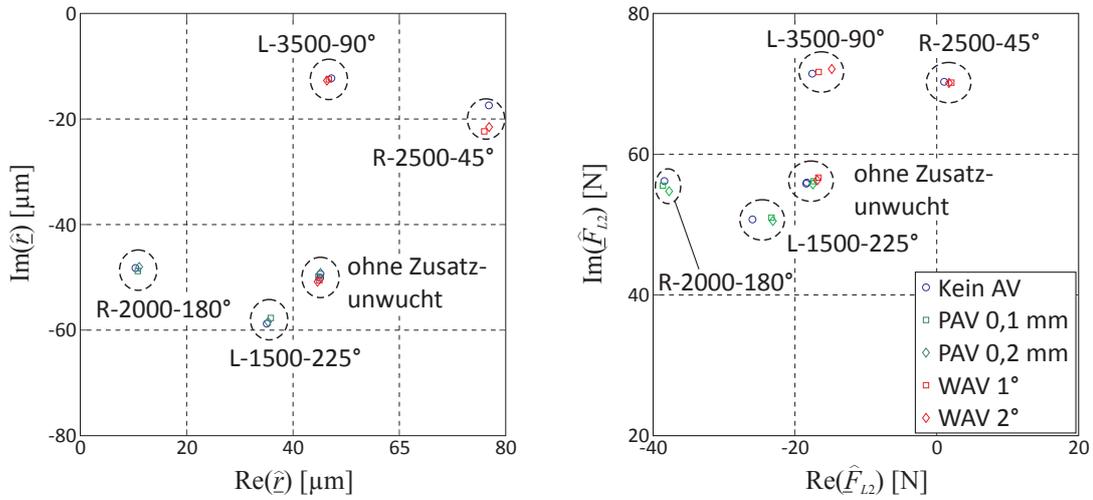


Bild 6.17: Die erste EO von Auslenkung und Lagerkraft verändert sich mit der Unwuchtkonfiguration, jedoch kaum bei Achsversatzvariation.

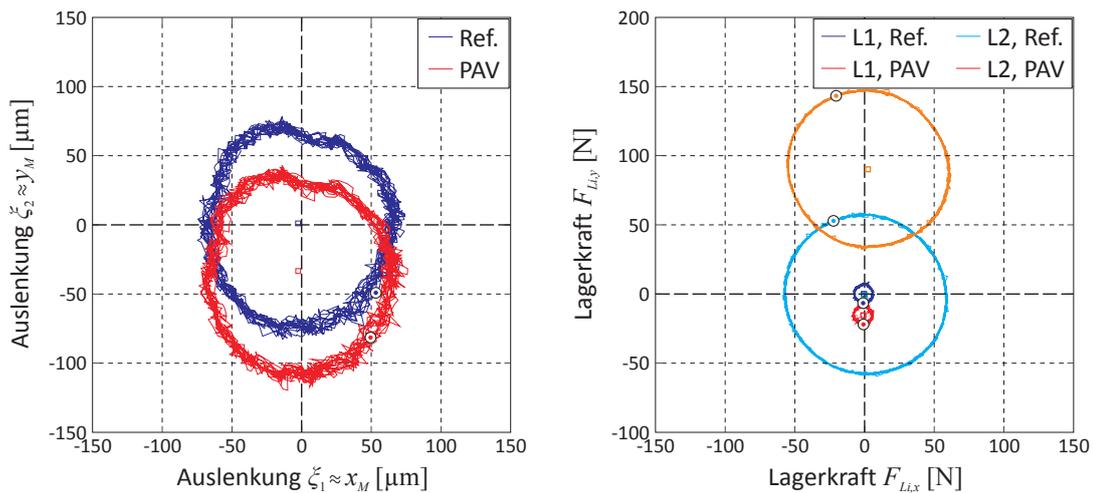


Bild 6.18: Messdaten ohne Achsversatz (Ref) und mit 200µm parallelen Achsversatz (PAV) in +y-Richtung, ohne Zusatzunwucht

der Orbits bleibt gleich. Die im Abschnitt 2.2.3 vorgestellte Änderung der 2. EO ist hier nicht signifikant und damit kein geeigneter Indikator.

Der modellbasierte Teil schätzt in D1 beide Versatzmöglichkeiten ab, die Ergebnisse sind $0,242 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 85,8^\circ}$ PAV bzw. $6,80^\circ \cdot e^{j \cdot 265,8^\circ}$ WAV⁴. Die Phase D2 bestimmt aus den Phasenwinkeln die Lage der Biegeebene, damit wird in D3 der Faktor c_{AV} zu $-0,171$

4 Entsprechend der komplexen Schreibweise $\underline{\varphi} = \beta - j\alpha$ bedeutet die Phase 0° einen WAV mit der +y-Achse als Drehachse. Bei einem Phasenwinkel von $265,8^\circ$ liegt die Drehachse des WAV etwa auf der +x-Achse.

ermittelt. Bei diesem Wert setzt das Monitoring mit der Identifikation von PAV fort. Die Optimierung liefert das Ergebnis $0,219 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 88,4^\circ}$, was mit dem eingebauten Versatz $0,2 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 90^\circ}$ gut übereinstimmt.

Im zweiten Beispiel wird ein WAV durch Schwenken des Motors um 1° um die $-y$ -Achse eingebaut, wodurch eine Orbitverschiebung entlang der x -Achse erwartet wird. Bild 6.19 zeigt die Orbits bei 1200 min^{-1} . Diese Drehzahl ist relativ nahe an der Resonanz der 3. EO, was insbesondere bei den Kräften zu einer „viereckigen“ Form des Orbits führt, vgl. Anhang A.1.

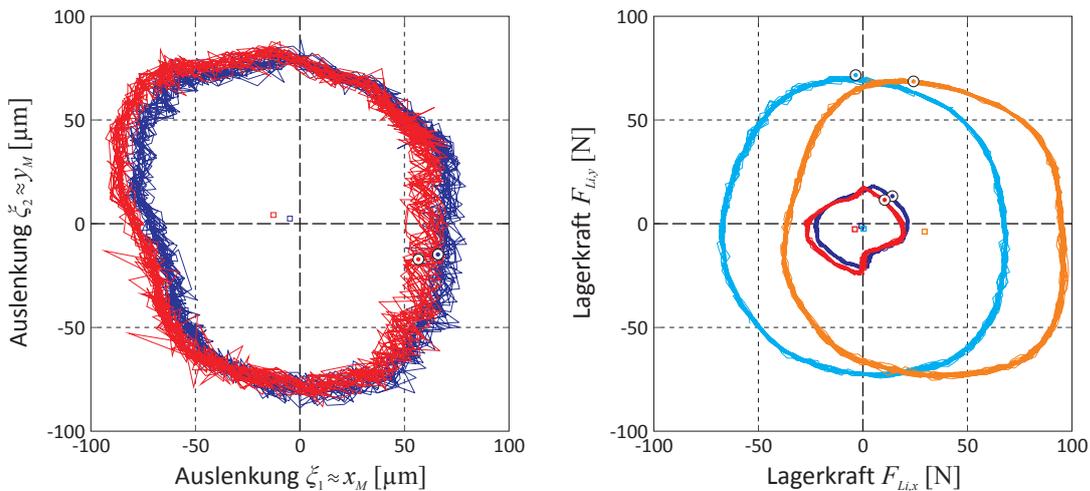


Bild 6.19: Messdaten ohne Achsversatz (Ref) und bei Schwenken des Motors um 1° (WAV), mit 2500 g mm Zusatzunwucht bei 45° an rechter Schwungscheibe (für Legende vgl. Bild 6.18)

Die Verschiebung $\Delta \bar{x}_M = -12,7 \mu\text{m}$ überschreitet betragsmäßig den Grenzwert $7,5 \mu\text{m}$ für Achsversatz in der Phase C. Phase D ermittelt im ersten Schätzverfahren die Werte $0,096 \text{ mm} \cdot e^{j \cdot 341,6^\circ}$ und $2,7^\circ \cdot e^{j \cdot 161,5^\circ}$. Der Wert $c_{AV} = -0,117$ zeigt einen winkligen Versatz an. Dieser wird in D4 zu $1,01^\circ \cdot e^{j \cdot 173,8^\circ}$ optimiert, was gut dem vorgegebenen Versatz entspricht. Der große Unterschied zwischen Schätzung und Optimierung resultiert daraus, dass die Schätzung (4.31) nur die Daten der Wegsensoren nutzt, während in die Optimierung (4.34) auch Kraftsignale einfließen.

Die beiden Beispiele zeigen, dass mit der Kraftsensorik WAV und PAV getrennt werden können. Zudem zeigt das motornahe Lager L2 den Achsversatz sehr deutlich an. Bei den verwendeten Piezo-Kraftsensoren ist zu beachten, dass diese keine statischen Kräfte über längere Zeit messen können, vgl. Abschnitt 5.4.2. Deswegen wurden die Messung mit und ohne Achsversatz mit wenigen Minuten Abstand aufgezeichnet. Dieser „schlagartige Achsversatz“ ist ein Beispiel zur Verifikation der Methodik. Wenn auch langsam entstehender Achsversatz erkannt werden soll, sind DMS-basierte Kraftsensoren nötig, da diese statische Lasten auch über längere Zeit messen können.

6.9 Diskussion

Die Beispiele zeigen, dass sich die Fehler durch geeignete Sensorik und Aufbereitungsverfahren voneinander trennen lassen. Die identifizierten Parameter geben die eingebauten Fehler zwar nicht exakt, aber dennoch hinreichend genau wieder. Die wichtigsten Quellen für Abweichungen sollen hier kurz aufgeführt werden.

Die erste Ursache ist der Modellabgleich. Die Diskussion im Kapitel 5 zeigt, dass das Modell des unbeschädigten Rotors die Realität nicht vollständig abbildet. Gleiches gilt für die Identifikation des Ausgangszustandes mit seinen bereits vorhandenen Fehlern. Derartige Modellungenauigkeiten lassen sich jedoch nie vollständig vermeiden.

Der zweite Grund liegt in den Messungen selber. Die Rotorbiegung liegt typischerweise in der Größenordnung von $100\ \mu\text{m}$, die Lagerkräfte bei $100\ \text{N}$. Die zu identifizierenden Fehler tragen nur einen Teil dazu bei, deswegen sind ausreichend empfindliche Sensoren nötig. Bei den verwendeten Sensoren kann die Messunsicherheit etwa mit $1\ \mu\text{m}$ bzw. $1\ \text{N}$ angegeben werden, die signifikanten Effekte liegen also lediglich im Bereich des Zehn- bis Hundertfachen davon. Deswegen besitzen die Orbits auch deutliches Messrauschen. Des Weiteren treten auch höhere Erregerordnungen und weitere Störschwingungen auf. All dies erschwert die Auswertung der Messung.

Alle aufgeführten Beispiele betrachten Betriebszustände mit mehreren Fehlern bzw. Signalanteilen. Die zugehörigen Identifikationsverfahren benötigen mehrere Schritte, um die Signale zu trennen und die Fehler zu identifizieren, folglich wirken sich Unsicherheiten aller Vorgängerschritte auf den aktuell betrachteten Fehler aus. Bild 6.16 zeigt diese Abhängigkeiten gut für die Fehlerkombination Unwucht, Schlag und Kuppelungsversatz. Wegen dieser Wechselwirkungen wird das Monitoring umso schwieriger und in der Regel auch ungenauer, je mehr Fehler voneinander getrennt werden müssen.

Aus den genannten Gründen werden also immer Abweichungen zwischen eingebauten und identifizierten Fehlern bestehen. Mit diesem Wissen sind die vorgestellten Ergebnisse insgesamt als gut zu bewerten, da die identifizierten Werte recht nahe an den eingebauten Fehlern liegen. Dies zeigt jedoch auch, dass bei Übertragung des Systems auf einen industriell genutzten Rotor bei Planung des gesamten Monitorings (Art und Position der Sensoren, betrachtete Betriebspunkte) und beim Modellabgleich eine gründliche Vorgehensweise nötig ist, ansonsten würden auch bei modellbasiertem Monitoring die tatsächlichen Rotorfehler verborgen bleiben.

7 Zusammenfassung

Bereits heutzutage sind viele Rotoren mit einem Überwachungssystem ausgestattet, um Fehler frühzeitig zu erkennen. Die Vorteile durch höhere Sicherheit und geringere Ausfallzeiten überwiegen meist die laufenden Kosten. Um den Zustand des Rotors möglichst genau zu bestimmen, wird seit einigen Jahren an modellbasierten Systemen geforscht. Diese Systeme nutzen eine Simulation des beschädigten Rotors, um die Fehlerparameter durch Abgleich von Messung und Simulation zu bestimmen. Jedoch erreichen viele Systeme ihre Grenzen, wenn mehrere Fehler gleichzeitig auftreten. Deswegen wird in dieser Arbeit untersucht, wie auch gleichzeitig auftretende Fehler modellbasiert diagnostiziert werden können.

Diese Zielstellung wird anhand des umfangreichen Literaturüberblicks im Kapitel 2 weiter untersetzt. Demnach gibt es in der Rotordynamik und auch in anderen Ingenieursdisziplinen weit entwickelte Diagnoseverfahren. Die derzeitigen signalbasierten Systeme können gut mehrere Schadensarten unterscheiden, jedoch nicht quantifizieren. Dies können modellbasierte Systeme, jedoch sind hier die möglichen Fehlerkombinationen begrenzt. Deswegen werden zur Umsetzung der Zielstellung signal- und modellbasierte Methoden miteinander kombiniert. Bei Auftreten eines Fehlers wird zunächst mit signalbasierten Methoden eine Vorauswahl getroffen, welche Schäden in Frage kommen. Die Simulation lädt die zugehörigen Schadensmodelle aus der Schadensbibliothek und identifiziert diese modellbasiert. Die Kombination der Verfahren reduziert die Anzahl an Unbekannten in der Simulation und erlaubt die Trennung von Schäden mit gleicher Signalcharakteristik (z. B. Schlag und Unwucht). Zur Diagnose nutzt diese Arbeit Weg-, Drehzahl- und Winkelsignale, für ausgewählte Beispiele werden auch Kraftsensoren verwendet.

Für den modellbasierten Teil stellt Kapitel 3 die nötigen Modelle vor, diese unterteilen sich in Systemmatrizen des unbeschädigten Rotors und Fehlermodelle in Form von äquivalenten Kräften. Gerade bei Mehrfehler-Problemen müssen die einzelnen Fehler klar abgegrenzt werden. Deswegen werden in dieser Arbeit die Fehler eindeutig definiert und parametrisiert, die vorgestellten Modelle sind konsistent mit der IFToMM-Terminologie [71]. Anhand dieser Definitionen werden physikalisch fundierte Fehlermodelle für Unwucht, stetigen und unstetigen Schlag, Achsversatz, Kupplungsversatz und Rundheitsfehler hergeleitet. Durch die einheitliche Methodik lassen sich diese Schäden beliebig miteinander kombinieren lassen. Um die Rechenzeit zu verringern, werden die Modelle mit Ritz-Ansatzfunktionen reduziert. Bei Schlag und Kupplungsversatz werden problemspezifische Ansatzfunktionen ergänzt, um deren Unstetigkeiten numerisch effizient abzubilden. Bei linearem Verhalten und Stationärbetrieb erlaubt

der harmonische Ansatz eine einfache Bestimmung der Rotorauslenkung. Insgesamt kann dadurch die Rechenzeit gegenüber den Vorgängerarbeiten deutlich reduziert werden.

Kapitel 4 stellt die Funktionsweise des Monitoring-Systems vor. Hier liefern die Simulationsmodelle wertvolle Hinweise, auf welche Größen sich die Schäden auswirken. Diese Indikatorgrößen sind wichtig für mehrere Teilaufgaben des Monitoringsystems: Die Phase B (vgl. Bild 1.2) erkennt anhand der Indikatoren eine Abweichung vom Normalbetrieb, Phase C bestimmt damit die möglichen Fehlergruppen und Phase D nutzt die Indikatoren für die Fehlerdiagnose durch Modellabgleich. Die Wahl der Indikatoren ist eine der wichtigsten Aufgaben innerhalb des Monitorings. Hierzu ist detailliertes Wissen über den Rotor und dessen Betriebseigenschaften nötig, aber auch über Sensorik und Signalaufbereitung.

Ein weiterer wichtiger Aspekt im Kapitel 4 sind die Algorithmen für das modellbasierte Monitoring. Gegenüber den Vorgängerarbeiten bestehen die neu entwickelten Identifikationsverfahren aus mehreren Schritten. So nutzen die ersten Teilschritte analytische Näherungsmodelle oder Übertragungsverhaltensmodelle, um schnell eine erste Fehlerschätzung zu erstellen. Diese erste Prognose bietet einen guten Startwert, wodurch die anschließende Optimierung gut konvergiert. Somit wird die Lösung sicherer und schneller gefunden als bei gleichzeitiger Identifikation aller Parameter in einem Schritt. Gerade bei Mehrfehler-Problemen ist ein schrittweises Vorgehen sinnvoll.

Als Testobjekt für das Monitoring wird in dieser Arbeit ein akademischer Rotorprüfstand verwendet, der im Kapitel 5 vorgestellt wird. Da beim modellbasierten Monitoring die Fehler durch Modellabgleich erkannt werden, muss dessen Ausgangszustand hinreichend genau bekannt sein. Die Systemmatrizen werden durch umfangreiche Messungen an Einzelteilen und durch Modal- und Betriebsschwingungsanalyse abgeglichen. Der Schlag des Rotors wird detailliert untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass das Schlagmodell einen erheblichen Einfluss auf die identifizierte Restunwucht hat, beide Punkte dürfen also nicht getrennt voneinander betrachtet werden.

Kapitel 6 untersetzt das Monitoring mit einigen Beispielen am realen Prüfstand. Hierbei werden bekannte Fehler eingebaut, die nur anhand der Sensordaten erkannt werden sollen. Die Experimente zeigen, dass das Monitoring-System die Fehler richtig zuordnet und auch deren Ausmaß korrekt identifiziert. Die vorgestellten Methoden können die klassische Runout-Messung bei niedrigen Drehzahlen vollständig ersetzen. Der Schlaganteil des Runouts lässt sich durch Messung bei zwei unterschiedlichen Drehzahlen direkt im Betrieb messen. Gleiches gilt für den Rundheitsfehler, wenn die Orbitmessung durch einen geeignet platzierten dritten Wegsensor ergänzt wird. Die Trennung der Wegsignale in Rundheitsfehler und tatsächlichen Orbit ist wichtig, um vorhandene Fehler sinnvoll zu erkennen.

Einen weiteren Schwerpunkt dieser Arbeit bildet die Nutzung der Kraftmessung. Die Diagnosemethoden im Kapitel 4 zeigen, dass Wegsensoren im unterkritischen Betrieb nur begrenzte Informationen über den Zustand des Rotors liefern, sodass sich viele Fehler nicht trennen lassen. Deswegen wird wie im Kapitel 5 dargestellt der Prüfstand

mit einer Kraftmessung nachgerüstet. Die Beispiele im Kapitel 6 zeigen die Vorteile der Kraftmessung bei der Trennung von Schlag und Kupplungsversatz, bei der Bestimmung der Axialposition einer Zusatzzunwucht und bei der Unterscheidung von winkligem und parallelem Achsversatz.

Die Beispiele demonstrieren, dass durch die vorgestellten Methoden auch mehrere gleichzeitig auftretende Fehler getrennt und in Betrag, Phase und Position bestimmt werden können. Damit wurde die gesetzte Zielstellung erreicht. Die Verfahren erweisen sich als robust gegenüber Störungen, die sich am realen System nie vollständig vermeiden lassen, z. B. durch Messrauschen, Modellierungsunsicherheiten oder sonstigen Störschwingungen. Das Programm läuft über weite Teile automatisiert ab, sodass nur an wenigen Stellen Nutzereingriffe nötig sind. Bei den Beispielen im Abschnitt 6.1 und Abschnitt 6.4 konnten die Phasen B, C und D vollständig automatisiert werden.

Damit wurde eine solide Basis geschaffen, die einen Startpunkt für weitere Untersuchungen bietet. So könnte das System auf weitere Fehler wie Lagerschäden, Verschleiß, Risse oder lose Teile erweitert werden. Die Kraftmessung wird momentan nur im modellbasierten Teil genutzt, sie könnte jedoch auch beim signalbasierten Monitoring hilfreich sein. Eine weiterer Arbeitspunkt ist die Übertragung der dargestellten Methoden auf technisch genutzte Rotoren. Je nach Rotor können dabei Effekte von überkritischen bzw. instationären Drehzahlen, Dämpfung, Gyroskopie, Gleitlagerdynamik, Fluid-Struktur-Wechselwirkungen oder Schaufelschwingungen hinzukommen.

Die Herausforderung bei der Entwicklung eines guten Monitoring-Systems liegt an den vielfältigen Aspekten, die zu beachten sind. Dazu gehören z. B. Statistiken über Fehlerhäufigkeiten, theoretische Schadensmodelle, Sensorauswahl, Signalanalyseverfahren, Identifikationsalgorithmen, Fehlerausbreitungsmodelle und die Wartungsplanung des Rotors. Da die Thematik des Monitorings so umfangreich und wichtig für den effizienten Betrieb von Rotoren ist, wird die Schadensdiagnose von Rotoren vermutlich auch in Zukunft ein wichtiges Forschungsthema bleiben.

Anhang A

Orbits bei Überlagerung mehrerer Anteile

A.1 Orbit mit erster und höherer Erregerordnung

Am Rotorprüfstand dominiert die erste Erregerordnung den Rotororbit, denn viele rotorfeste Fehler wie Schlag, Unwucht oder Kupplungsversatz regen diese im Gleichlauf an. Die Messungen am Prüfstand zeigen eher geringe Gegenlaufanteile der 1. EO, weswegen diese nicht näher betrachtet werden.

Die Ausprägung höherer Erregerordnungen wird am betrachteten Prüfstand erst dann signifikant, wenn die höhere EO der Ordnung k ($k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$) mit der ersten Eigenfrequenz des Rotors übereinstimmt, d.h. $k\Omega \approx \omega_1$. Mit Berücksichtigung von Gleichlauf- und Gegenlaufanteil der k -ten EO lautet der komplexe Orbit im Stationärbetrieb (mit $\underline{\hat{r}}_i = \hat{r}_i e^{j\Psi_i}$, $\hat{r}_i \in \mathbb{R}$):

$${}_I\underline{r}_M(t) = \hat{r}_1 \cdot e^{j(\Omega t + \Psi_1)} + \hat{r}_k \cdot e^{j(k\Omega t + \Psi_k)} + \hat{r}_{-k} \cdot e^{j(-k\Omega t + \Psi_{-k})} \quad (\text{A.1})$$

Aus praktischen Erfahrungen ist bekannt, dass $\hat{r}_{\pm k} \ll \hat{r}_1$ ist. Mit dieser Annahme wird ${}_I\underline{r}_M$ in Betrag und Phase unterteilt. Für den Betrag gilt:

$$\begin{aligned} |{}_I\underline{r}_M(t)|^2 \approx & \hat{r}_1^2 + 2\hat{r}_1\hat{r}_k \cos((k-1)\Omega t - \Psi_1 + \Psi_k) \\ & + 2\hat{r}_1\hat{r}_{-k} \cos((k+1)\Omega t + \Psi_1 - \Psi_{-k}) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Für den Phasenwinkel $\varphi = \angle {}_I\underline{r}_M$ gilt:

$$\tan \varphi \approx \frac{\hat{r}_1 \sin(\Omega t + \Psi_1)}{\hat{r}_1 \cos(\Omega t + \Psi_1)} = \tan(\Omega t + \Psi_1) \quad (\text{A.3})$$

Der Orbit wird also mit nahezu konstanter Kreisfrequenz, jedoch mit veränderlichem Radius durchlaufen. Der mittlere Radius beträgt etwa \hat{r}_1 und wird von der $k-1$ -ten und $k+1$ -ten EO überlagert. Dies begründet, warum die Orbits im Bild 6.2 bei Resonanz der k -ten EO $k+1$ „Ecken“ besitzen.

A.2 Orbit mit erster Erregerordnung und Rundheitsfehler

Hier wird betrachtet, dass der reale Orbit nur aus der 1. EO im Gleichlauf besteht. Dieser lautet in der hier zweckmäßigeren reellen Schreibweise ($\hat{r}_1 \in \mathbb{R}$):

$$\begin{pmatrix} {}_I X_M \\ {}_I Y_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{r}_1 \cos(\Omega t + \Psi_1) \\ \hat{r}_1 \sin(\Omega t + \Psi_1) \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Im Beispiel wird ein Rundheitsfehler k -ter EO angenommen, vgl. (3.92). In reeller Schreibweise lautet dessen Modell:

$$\Delta R(\Psi_R) = \Delta \hat{R}_k \cos(k\Psi_R + \Psi_{R,k}) \quad \text{für } k \geq 2, \hat{R}_k \in \mathbb{R} \quad (\text{A.5})$$

Eine orthogonale Sensoranordnung ($\delta_1 = 0^\circ$, $\delta_2 = 90^\circ$) erfasst mit $\Psi_R = \delta_m - \Omega t$ folgenden scheinbaren Orbit, vgl. Abschnitt 4.3.1:

$${}_I \mathbf{r}_{Mess} = \begin{pmatrix} -\xi_1 \\ -\xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{r}_1 \cos(\Omega t + \Psi_1) + \Delta \hat{R}_k \cos(-k\Omega t + \Psi_{R,k}) \\ \hat{r}_1 \sin(\Omega t + \Psi_1) + \Delta \hat{R}_k \cos(k \cdot 90^\circ - k\Omega t + \Psi_{R,k}) \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Die Phase lässt sich bei Annahme kleiner Rundheitsfehler ($\Delta \hat{R}_k \ll \hat{r}_1$) analog zu (A.3) mit $\varphi = \Omega t + \Psi_1$ angeben. Der Radius des scheinbaren Orbits lautet allgemein:

$$\begin{aligned} \|{}_I \mathbf{r}_{Mess}(t)\|^2 &\approx \hat{r}_1^2 + 2\hat{r}_1 \hat{r}_{R,k} \cos(\Omega t + \Psi_1) \cos(k\Omega t - \Psi_{R,k}) \\ &\quad + 2\hat{r}_1 \Delta \hat{R}_k \sin(\Omega t + \Psi_1) \cos(-k \cdot 90^\circ) \cos(k\Omega t - \Psi_{R,k}) \\ &\quad - 2\hat{r}_1 \Delta \hat{R}_k \sin(\Omega t + \Psi_1) \sin(-k \cdot 90^\circ) \sin(k\Omega t - \Psi_{R,k}) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Um die Ordnungen des Betrags zu bestimmen, ist eine Fallunterscheidung nötig. Die unterschiedlichen Fälle resultieren aus dem Term $k \cdot 90^\circ$, dementsprechend sind vier Fälle nötig. Nach mehreren Umformungen mit trigonometrischen Beziehungen bleiben folgende Ausdrücke:

- $k = 4n - 2$ für $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} \|{}_I \mathbf{r}_{Mess}(t)\|^2 &= \hat{r}_1^2 + \sqrt{2}\hat{r}_1 \Delta \hat{R}_k \cos((k-1)\Omega t - \Psi_1 - \Psi_{R,k} - 45^\circ) \\ &\quad + \sqrt{2}\hat{r}_1 \Delta \hat{R}_k \cos((k+1)\Omega t + \Psi_1 - \Psi_{R,k} + 45^\circ) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

- $k = 4n - 1$ für $n \in \mathbb{N}$

$$\|{}_I \mathbf{r}_{Mess}(t)\|^2 = \hat{r}_1^2 + 2\hat{r}_1 \Delta \hat{R}_k \cos((k+1)\Omega t + \Psi_1 - \Psi_{R,k}) \quad (\text{A.9})$$

- $k = 4n$ für $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{r}_{Mess}(t)\|^2 = & \hat{r}_1^2 + \sqrt{2}\hat{r}_1\Delta\hat{R}_k \cos((k-1)\Omega t - \Psi_1 - \Psi_{R,k} + 45^\circ) \\ & + \sqrt{2}\hat{r}_1\Delta\hat{R}_k \cos((k+1)\Omega t + \Psi_1 - \Psi_{R,k} - 45^\circ) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

- $k = 4n + 1$ für $n \in \mathbb{N}$

$$\|\mathbf{r}_{Mess}(t)\|^2 = \hat{r}_1^2 + 2\hat{r}_1\Delta\hat{R}_k \cos((k-1)\Omega t - \alpha_1 - \Psi_{R,k}) \quad (\text{A.11})$$

Für den Rotorprüfstand ist insbesondere die 3. EO und damit (A.9) wichtig. Für diesen Fall durchläuft die Radiusänderung vier Perioden je Umdrehung. Daraus resultiert die viereckige Gestalt der Orbits, welche z. B. im Bild 6.4 oder auch in [67] zu sehen ist.

Anhang B

Besondere Aspekte bei magnetgelagerten Rotoren

B.1 Modellierung mit Ansatzfunktionen

In diesem Abschnitt soll dargestellt werden, wie Magnetlager in (3.58) berücksichtigt werden können. Startpunkt ist die Betrachtung eines Polschuhs. Dieser bewirkt folgende Kraft auf den Rotor [147, Abs. 3.4]:

$$f = k_M \frac{I^2}{s^2} \quad (\text{B.1})$$

Dabei ist $k_M > 0$ die Magnetlagerkonstante, die nur von konstruktiven Größen abhängt, I der Strom und s der Luftspalt. Da ein Magnet nur anziehende Kräfte bewirken kann, werden üblicherweise zwei um 180° versetzte Polschuhe mit Differenzansteuerung verwendet. Nach Linearisierung der Gleichungen ergibt sich folgende Kraft in x -Richtung:

$$f_x = k_S \cdot \bar{r}_x + k_I \cdot I_x \quad (\text{B.2})$$

Hierin sind $k_S > 0$ und $k_I > 0$ Konstanten für den gewählten Betriebspunkt des Magnetlagers, \bar{r}_x die Auslenkung des Magnetlagerläufers gegenüber der Gleichgewichtslage (=Störbewegung 1. Ordnung) und I_x der Steuerstrom der Differenzansteuerung in x -Richtung. Ein analoger Zusammenhang existiert in y -Richtung. Nach (3.56) ergibt sich folgende eingepreßte Kraft:

$${}_I \mathbf{h}_{ML} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_x(z_{ML}) [k_S \cdot \bar{r}_x(z_{ML}) + k_I \cdot I_x] \\ \mathbf{u}_y(z_{ML}) [k_S \cdot \bar{r}_y(z_{ML}) + k_I \cdot I_y] \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Die Auslenkungen \bar{r}_x und \bar{r}_y im Magnetlager ergeben sich beim Ritz-Ansatz nach (3.26)¹. Der Steuerstrom wird häufig durch Rückführung der Rotorauslenkung an der

¹ In (3.26) sind \mathbf{J}_T und \mathbf{q} im rotierenden System angegeben. Definiert man beide Größen im Inertialsystem, so ergibt sich derselbe Ansatz.

Position z_{Mess} in Verbindung mit einem PD-Regler ermittelt [147, Kap. 2]:

$$I_x = -k_p \cdot \bar{r}_x(z_{Mess}) - k_D \cdot \dot{\bar{r}}_x(z_{Mess}) \quad (B.4)$$

Die Reglerkonstanten k_p und k_D sind positiv. Im Allgemeinen wird die Auslenkung außerhalb des Magnetlagers gemessen, also $z_{ML} \neq z_{Mess}$, was als Nicht-Kollokation bzw. *non-collocation* bezeichnet wird. In diesem Fall ergibt sich folgende Magnetlagerkraft:

$${}_I \mathbf{h}_{ML} = -\mathbf{K}_S \cdot \mathbf{q} - \mathbf{K}_I \cdot \mathbf{q} - \mathbf{D}_I \cdot \dot{\mathbf{q}} \quad (B.5)$$

Die darin enthaltenen Matrizen sind:

$$\mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} -k_S \mathbf{u}_x(z_{ML}) \mathbf{u}_x^T(z_{ML}) & 0 \\ 0 & -k_S \mathbf{u}_y(z_{ML}) \mathbf{u}_y^T(z_{ML}) \end{bmatrix} \quad (B.6)$$

$$\mathbf{K}_P = \begin{bmatrix} k_I k_p \mathbf{u}_x(z_{ML}) \mathbf{u}_x^T(z_{Mess}) & 0 \\ 0 & k_I k_p \mathbf{u}_y(z_{ML}) \mathbf{u}_y^T(z_{Mess}) \end{bmatrix} \quad (B.7)$$

$$\mathbf{D}_D = \begin{bmatrix} k_I k_D \mathbf{u}_x(z_{ML}) \mathbf{u}_x^T(z_{Mess}) & 0 \\ 0 & k_I k_D \mathbf{u}_y(z_{ML}) \mathbf{u}_y^T(z_{Mess}) \end{bmatrix} \quad (B.8)$$

Die Magnetlagerkraft kann in dem Fall aus zeitinvarianten Matrizen und dem Zustand des Systems berechnet werden. \mathbf{K}_S ist die Steifigkeit des unregulierten Rotors. Wegen der negativen Eigenwerte wirkt \mathbf{K}_S destabilisierend. Aus dem P-Anteil des Steuerstromes ergibt sich die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_P , der D-Anteil führt zu einer Dämpfung \mathbf{D}_D . Für hinreichend große k_p wird der Rotor stabil.

Eine Besonderheit bei Magnetlagern sind die dyadischen Produkte $\mathbf{u}(z_{ML}) \mathbf{u}^T(z_{Mess})$. Eine Symmetrie dieses Produktes und damit von \mathbf{K}_I und \mathbf{D}_I ist nur für $z_{ML} = z_{Mess}$ sichergestellt. Bei Nicht-Kollokation entstehen letztlich schiefsymmetrische Matrizen [51] [143, Abs. 2.3.5]. Dies beeinflusst die Eigenfrequenzen deutlich, wie die folgende Tabelle für den Rotorprüfstand in Bath zeigt²:

Tabelle B.1: Die Eigenfrequenzen des Prüfstandes in Bath

	1. EF [Hz]	2. EF [Hz]	3. EF [Hz]	4. EF [Hz]	5. EF [Hz]
Kollokation	17,58	20,41	26,37	68,16	156,9
Nicht-Kollokation	12,72	18,05	29,80	69,56	153,7
Werte in [143, Bild 2.11]	12,76	18,84	29,08	69,58	158,5

2 Der Parametersatz ist bei SCHLOTTER [143, Abs. 2.1] gegeben. Dem Lehrstuhl für Angewandte Mechanik liegt auch ein geringfügig modifizierter Parametersatz vor. Die Zeilen Kollokation und Nicht-Kollokation in Tabelle B.1 verwenden die modifizierten Werte, da damit eine bessere Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen in [143, Bild 2.11] erreicht wurde.

B.2 Einfluss von Rundheitsfehlern

Anhand des einfachen Beispiels im Bild B.1 soll gezeigt werden, wie Rundheitsfehler die Dynamik eines Rotors in aktiven Magnetlagern beeinflussen können. Die Lager sind symmetrisch zum Schwerpunkt des Starrkörperrotors. Die Bewegung des Schwerpunktes in der xz -Ebene wird mit der Translation r_x und der Rotation φ_y und den zugehörigen Trägheiten m und Θ_{yy} beschrieben. Dämpfung, gyroskopische Effekte und Nichtkollimation der Sensoren werden zur Vereinfachung vernachlässigt. Am Lager ML1 tritt ein Rundheitsfehler $\Delta R(\Psi_R)$ auf. Es gilt: $\Omega = \text{const.}$

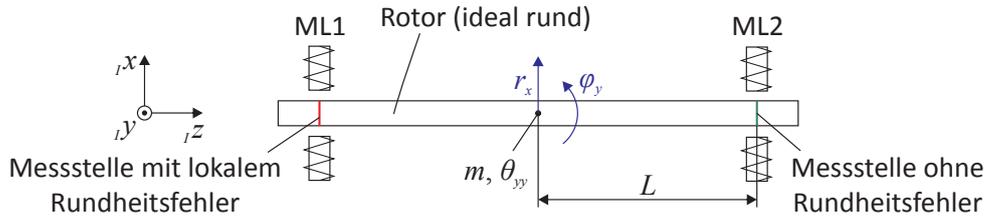


Bild B.1: Einfaches Beispiel eines magnetgelagerten Rotors mit Rundheitsfehlern

Zwischen den Freiheitsgraden, den Positionen des Wellenmittelpunktes $r_{x,MLi}$ und den gemessenen Auslenkungen ξ_{MLi} besteht dann folgender Zusammenhang:

$$r_{x,ML1} = r_x - L\varphi_y \quad \rightarrow \quad \xi_{ML1} = r_x - L\varphi_y + \Delta R(\Psi_R) \quad (\text{B.9})$$

$$r_{x,ML2} = r_x + L\varphi_y = \xi_{ML2} \quad (\text{B.10})$$

Bei einem P-Regler ergeben sich folgende Magnetlagerkräfte, vgl. (B.2) und (B.4):

$$f_{MLi} = k_S r_{x,MLi} - k_I k_P \xi_{MLi} \quad (\text{B.11})$$

Hierbei wird von einem lokalen Rundheitsfehler ausgegangen, der nur direkt an der linken Messstelle auftritt. Dann lautet die DGL:

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & \Theta_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{r}_x \\ \ddot{\varphi}_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2(k_I k_P - k_S) & 0 \\ 0 & 2(k_I k_P - k_S)L^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_x \\ \varphi_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k_I k_P \\ k_I k_P L \end{pmatrix} \Delta R \quad (\text{B.12})$$

Für $\Delta R(t) = \Delta \hat{R}_k \cdot e^{jk\Omega t}$ lauten die Frequenzgangfunktionen:

$$G_1 := \frac{\hat{r}_{x,ML1}}{\Delta \hat{R}_k} = \frac{k_I k_P [k^2 \Omega^2 (\Theta_{yy} + mL^2) - 4L^2 (k_I k_P - k_S)]}{[2(k_I k_P - k_S) - k^2 \Omega^2 m][2(k_I k_P - k_S)L^2 - k^2 \Omega^2 \Theta_{yy}]} \quad (\text{B.13})$$

$$G_2 := \frac{\hat{r}_{x,ML2}}{\Delta \hat{R}_k} = \frac{k_I k_P \cdot k^2 \Omega^2 (\Theta_{yy} - mL^2)}{[2(k_I k_P - k_S) - k^2 \Omega^2 m][2(k_I k_P - k_S)L^2 - k^2 \Omega^2 \Theta_{yy}]} \quad (\text{B.14})$$

Dieses Modell besitzt reellwertige Frequenzgänge. Als konkretes Beispiel wird der

Prüfstand in Bath betrachtet. Die Parameter lauten: $m = 100,8 \text{ kg}$, $\Theta_{yy} = 70,00 \text{ kg m}^2$, $L = 0,5800 \text{ m}$, $k_I k_p = 3,018 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ und $k_S = 2,018 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ [143]. Die Eigenfrequenzen im Starrkörpermodell liegen bei $f_1 = 15,60 \text{ Hz}$ (Rotation) und $f_2 = 22,43 \text{ Hz}$ (Translation) und damit etwas höher als bei den Modellen mit elastischer Welle in Tabelle B.1.

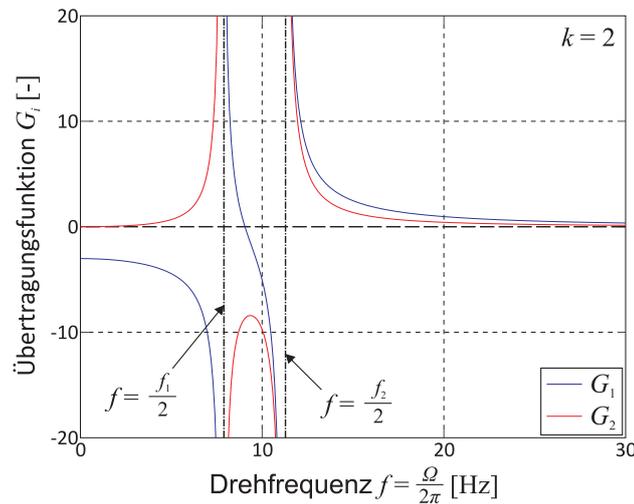


Bild B.2: Die Übertragungsfunktionen eines Rundheitsfehlers der Ordnung $k = 2$

Bild B.2 zeigt die Übertragungsfunktionen des Rundheitsfehlers. Recht deutlich sind die Resonanzen zu sehen, wenn $k \cdot \Omega$ eine Eigenfrequenz trifft. Eine weitere wichtige Eigenschaft ist der Startwert für G_1 . So gilt:

$$G_1(\Omega = 0) = -\frac{k_I k_p}{k_I k_p - k_S} \quad (\text{B.15})$$

Die Faktoren k_I , k_p und k_S sind alle positiv, des Weiteren gilt für stabilen Betrieb $k_I k_p > k_S$, vgl. (B.12). Daraus folgt $|G_1(0)| > 1$. Die Regelstrecke verstärkt also den Rundheitsfehler zu Schwingungen des Wellenmittelpunktes, im Beispiel ist $|G_1(0)| = 3,02$. Deswegen ist bei magnetgelagerten Rotoren eine Kompensation der Rundheitsfehler wichtig. Wenn sich die Rundheitsfehler über die gesamte Magnetlagerlänge erstrecken, beeinflussen diese auch den Summanden $k_S r_{x,MLi}$ in (B.11), denn damit wird die Änderung des Luftspaltes abgebildet. Mangels Zeit wurde dies nicht weiter untersucht.

Anhang C

Singularitäten bei Aufbereitung der Wegmessung

Für die Untersuchung der Nullstellen der Determinante (4.7) müssen insgesamt vier Fälle unterschieden werden. Dazu gibt es noch 3 Ausnahmen, die zu Beginn behandelt werden.

- Ausnahme 1: $\delta_3 = 0$

$$\det(\underline{A}_k) = \cos 0 - e^0 = 0 \quad \text{für alle } k \quad (\text{C.1})$$

Hier liegen wegen $\delta_1 = \delta_3$ zwei Sensoren übereinander, damit stehen effektiv nur zwei Sensoren zur Verfügung. Folglich sind Orbit und Rundheitsfehler nicht trennbar.

- Ausnahme 2: $\delta_3 = \frac{\pi}{2}$

$$\det(\underline{A}_k) = \sin \frac{\pi}{2} \cdot e^{-\frac{jk\pi}{2}} - e^{-jk\frac{\pi}{2}} = 0 \quad \text{für alle } k \quad (\text{C.2})$$

Hier gilt $\delta_2 = \delta_3$, damit ist dieser Fall analog zu Ausnahme 1.

- Ausnahme 3: $k = \pm 1$

Der dritte Summand wird hier mit der Euler'schen Formel umgeformt:

$$\det(\underline{A}_{\pm 1}) = \cos \delta_3 + \sin \delta_3 \cdot (\mp j) - (\cos \delta_3 \mp j \sin \delta_3) = 0 \quad \text{für alle } \delta_3 \quad (\text{C.3})$$

Die oberen Vorzeichen treten bei $k = +1$ auf, die unteren für $k = -1$. Dieser Sonderfall ist jedoch wegen der Definition $|k| \geq 2$ ausgeschlossen. Die erste EO wird vollständig Fehlern wie Schlag oder Unwucht zugeordnet.

- Fall 1: $k = 4z_1 - 3$ für $z_1 \in \mathbb{Z} \setminus 1$

Im Fall 1 gilt $e^{-\frac{jk\pi}{2}} = e^{-j \cdot 2\pi z_1 + j \frac{3\pi}{2}} = -j$. Eine Determinante von 0 wird unter folgender Bedingung erreicht:

$$\begin{aligned} \cos \delta_3 - j \sin \delta_3 - e^{-jk\delta_3} &= 0 \\ \Rightarrow e^{-j\delta_3} &= e^{-jk\delta_3} \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Die offensichtliche Lösung ist, wenn beide Argumente gleich sind:

$$\delta_3 = k\delta_3 \quad (\text{C.5})$$

Da $e^{j\varphi}$ periodisch zu 2π ist, ist (C.4) auch dann erfüllt, wenn ein Winkel in (C.5) um 2π verschoben wird. Die Bedingung für Singularität von A_k lautet schließlich ($z_2 \in \mathbb{Z}$):

$$\begin{aligned} \delta_3 + z_2 \cdot 2\pi &= k\delta_3 \\ \Rightarrow \delta_3 &= \frac{2\pi z_2}{k-1} = \frac{z_2}{z_1-1} \cdot \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Im letzten Schritt wird für k die eingangs getroffene Wahl für Fall 1 eingesetzt. Die Lösung lässt sich am besten in Tabellenform veranschaulichen:

Tabelle C.1: Zahlenwerte mit $\det(\underline{A}_k) = 0$ nach (C.6)

z_1	2	3	4	0	-1
k	5	9	13	-3	-7
$n_2 = z_1 - 1 $	1	2	3	1	2

Die Definition $n_2 = |z_1 - 1|$ ist insofern zulässig, da z_2 eine beliebige ganze Zahl ist. Im Fall $z_1 - 1 < 0$ bietet es sich an, $z_2 < 0$ zu wählen, um letztlich den Bruch $\frac{n_1}{n_2}$ zweier natürlicher Zahlen zu erhalten.

- Fall 2: $k = 4z_1 - 2$ für $z_1 \in \mathbb{Z}$

Hier folgt $e^{-\frac{jk\pi}{2}} = -1$. Mit Anwendung der Euler'schen Formel ergibt sich folgende Bedingung für $\det(\underline{A}) = 0$:

$$\cos \delta_3 - \sin \delta_3 = \cos(k\delta_3) - j \sin(k\delta_3) \quad (\text{C.7})$$

Da nur ein Summand mit Imaginärteil auftritt, muss dieser null sein. Dies ist nur möglich für $k\delta_3 = z_2\pi$ mit $z_2 \in \mathbb{Z}$. Im Unterfall a) sei z_2 ungerade. Hier lautet die Bedingung für den Realteil:

$$\cos \delta_3 - \sin \delta_3 = -1 \quad \iff \quad \cos\left(\delta_3 + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.8})$$

(C.8) ist für $\delta_3 = \frac{\pi}{2}$ und π erfüllt. Die Lösung $\frac{\pi}{2}$ entspricht Ausnahme 2 und muss damit nicht näher betrachtet werden. Der Winkel $\delta_3 = \pi$ erfüllt zwar (C.8), aus der Voraussetzung $k\delta_3 = z_2\pi$ wird dann jedoch $k = z_2$. Da z_2 ungerade ist, widerspricht dies der Definition des Falles 2, die gerade k vorsieht.

Im Unterfall b) ist z_2 gerade. Hier ist die Determinante 0 für:

$$\cos \delta_3 - \sin \delta_3 = 1 \iff \cos\left(\delta_3 + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.9})$$

Die Lösungen von (C.8) sind 0 und $\frac{3\pi}{2}$. Der Winkel 0 entspricht der Ausnahme 1, der Winkel $\frac{3\pi}{2}$ führt zu $z_2 = \frac{3}{2}k$ und verletzt damit die Annahme eines geraden Wertes z_2 im Unterfall b).

Letztlich ergeben sich für den Fall 2 nur Determinanten zu 0 für $\delta_3 = 0$ und $\delta_3 = \frac{\pi}{2}$, was den Ausnahmen 1 und 2 entspricht.

- Fall 3: $k = 4z_1 - 1$ für $z_1 \in \mathbb{Z} \setminus 0$

Hier gilt $e^{-\frac{jk\pi}{2}} = j$. Die Bedingung für Singularität lautet dann:

$$\cos \delta_3 + j \sin \delta_3 - e^{-jk\delta_3} = 0 \quad (\text{C.10})$$

Die folgenden Schritte sind ähnlich zu Fall 1. Es ergibt sich:

$$\delta_3 = \frac{2\pi z_2}{-k-1} = \frac{z_2}{-z_1} \cdot \frac{\pi}{2} \quad (\text{C.11})$$

Die Tabelle mit einigen Beispielwerten lautet hierzu:

Tabelle C.2: Zahlenwerte mit $\det(\underline{A}_k) = 0$ nach (C.11)

z_1	1	2	3	-1	-2
k	3	7	11	-5	-9
$n_2 = -z_1 $	1	2	3	1	2

Diese Tabelle besitzt die gleichen Zuordnungen zwischen n_2 und dem betragsmäßig kleinstem k wie Tabelle C.1. Letztlich bestätigt diese die Aussagen bezüglich dessen, bis zu welcher EO das Trennverfahren bei einer Sensorkonfiguration funktioniert.

- Fall 4: $k = 4z_1$ für $z_1 \in \mathbb{Z} \setminus 0$ Hier ergibt sich mit $e^{-\frac{jk\pi}{2}} = 1$ ähnlich zu Fall 2 folgende Bedingung:

$$\cos \delta_3 + \sin \delta_3 = \cos(k\delta_3) - j \sin(k\delta_3) \quad (\text{C.12})$$

Mit der Bedingung $k\delta_3 = z_2\pi$ für ungerade z_2 ergibt sich:

$$\cos \delta_3 + \sin \delta_3 = -1 \iff \cos\left(\delta_3 - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.13})$$

Die beiden Winkel π und $\frac{3\pi}{2}$ erfüllen (C.13). Beide Lösungen führen jedoch wegen $k = 4z_1$ zu einem geraden Vielfachen von π auf der linken Seite der Gleichung $k\delta_3 = z_2\pi$, was im Widerspruch zur Annahme ungerader z_2 steht.

Für die Annahme z_2 gerade ergibt sich:

$$\cos \delta_3 + \sin \delta_3 = 1 \iff \cos\left(\delta_3 - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.14})$$

Die beiden Lösungen 0 und $\frac{\pi}{2}$ führen wieder auf die Ausnahmen 1 und 2. Abseits dieser beiden Ausnahmen ist die Determinante im Fall 4 immer ungleich 0 .

Als Zusammenfassung über alle sieben Punkte der Aufzählung ergeben sich schließlich die Einschränkungen für k und δ_3 , welche im Abschnitt 4.3.1 genannt wurden. So sind die Fälle mit geradzahlgiger EO unkritisch für das Trennverfahren. Die Bedingungen für δ_3 zur erfolgreichen Durchführung des Trennverfahrens folgen aus Tabelle C.1 und Tabelle C.2, welche die Bedingungen für die niedrigste Ordnung k mit Singularität angeben.

Anhang D

Lagerkräfte verschiedener Fehler beim Lavalrotor

In diesem Abschnitt werden die Lagerkräfte eines Lavalrotors bei Unwucht, Schlag und Kupplungsversatz anhand des im Bild D.1 (links) skizzierten Lavalrotors bestimmt. Gegenüber dem Lavalrotor im Abschnitt 3.1 besitzt dieser zusätzlich eine Kupplung, über die eine weitere Welle (z. B. Motor) verbunden ist. Die angekoppelte Welle sei ideal starr. Die Montage der Kupplung an der Scheibe dient zur Vereinfachung der Gleichungen. Eine abweichende Angriffsstelle könnte mithilfe der Modaltheorie berücksichtigt werden, was jedoch die Grundcharakteristik der Lösung nicht ändert.

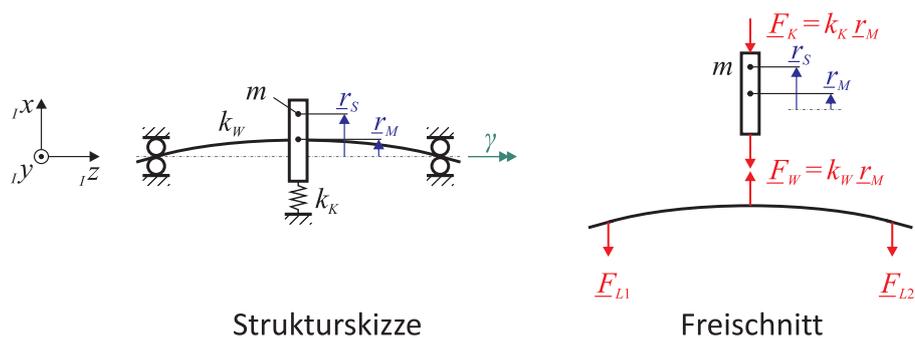


Bild D.1: Strukturskizze (links) und Freischnitt (rechts) für einen Lavalrotor mit Kupplung

Im Bild D.1 rechts sind die Kräfte durch die Kupplungssteifigkeit k_K und Wellensteifigkeit k_W eingetragen. Im fehlerfreien Fall hängen diese ausschließlich von der Position des Flächenschwerpunktes M ab. Im Regelfall gilt: $k_W \gg k_K$. Der Impulssatz liefert folgendes Ergebnis:

$$m \ddot{\underline{r}}_S(t) = \sum_i \underline{F}_i = -\underline{F}_W - \underline{F}_K = -\underline{F}_\Sigma - \underline{F}_K \quad (\text{D.1})$$

$\ddot{\underline{r}}_S$ ist die Schwerpunktbeschleunigung. Die Summe der Lagerkräfte $\underline{F}_{L1} + \underline{F}_{L2} = \underline{F}_\Sigma$ entspricht der Rückstellkraft \underline{F}_W , die Aufteilung auf die Einzelkräfte erfolgt gemäß Hebelgesetz. Für die Hauptdrehung gilt: $\gamma(t=0)=0$ und $\Omega = \text{const.}$, die Eigenkreisfrequenz lautet $\omega = \sqrt{\frac{k_K + k_W}{m}}$. Die Dämpfung wird hier vernachlässigt. Rotorfehler wurden noch nicht berücksichtigt, diese werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

D.1 Lagerkraft bei Unwucht

Analog zu Abschnitt 3.1.1 ergibt sich folgende Auslenkung des geometrischen Mittelpunktes durch die Unwucht $\underline{\varepsilon}$:

$$\underline{r}_{M,U}(t) = \frac{m\underline{\varepsilon}\Omega^2}{k_W + k_K - m\Omega^2} \cdot e^{j\Omega t} = \frac{\underline{\varepsilon}\eta^2}{1 - \eta^2} \cdot e^{j\Omega t} \quad (\text{D.2})$$

Für die Lagerkraft gilt mit $\underline{F}_\Sigma = k_W \underline{r}_M$:

$$\underline{F}_{\Sigma,U}(t) = \frac{k_W \underline{\varepsilon} \eta^2}{1 - \eta^2} \cdot e^{j\Omega t} \quad (\text{D.3})$$

Damit lautet die Frequenzgangfunktion der Kraft:

$$\frac{\hat{\underline{F}}_{\Sigma,U}}{\underline{\varepsilon}} = \frac{k_W \eta^2}{1 - \eta^2} \quad (\text{D.4})$$

Der Zähler skaliert quadratisch mit der Drehgeschwindigkeit, was der Zentrifugalkraft durch die Unwucht entspricht.

D.2 Lagerkraft bei Schlag

Bei unwuchtfreiem Schlag stimmen Wellenmittelpunkt und Schwerpunkt überein. Der Wellenmittelpunkt ist ohne äußere Kräfte bereits ausgelenkt. Da auch die Kupplung letztlich eine äußere Kraft \underline{F}_K bewirkt, sollte diese bei der Schlagmessung demontiert werden. Die rückstellende Kraft der Welle lautet dann:

$$\underline{F}_{W,a}(t) = k_W (\underline{r}_M(t) - \underline{a} e^{j\Omega t}) \quad (\text{D.5})$$

Damit folgt für die Lösung der DGL:

$$\underline{r}_{M,a}(t) = \frac{k_W \underline{a}}{(k_W + k_K)(1 - \eta^2)} \cdot e^{j\Omega t} \quad (\text{D.6})$$

$$\approx \frac{\underline{a}}{1 - \eta^2} \cdot e^{j\Omega t} \quad \text{für } k_K \ll k_W \quad (\text{D.7})$$

Bei einer weichen Kupplung kann die Schlagmessung also auch näherungsweise im eingebauten Zustand durchgeführt werden. Für die Lagerkraft wird (D.6) wieder in

(D.5) eingesetzt:

$$\frac{\hat{F}_{\Sigma,a}}{\underline{a}} = k_W \left(\frac{\frac{k_W}{k_W+k_K}}{1-\eta^2} - 1 \right) = k_W \frac{1 - \frac{k_K}{k_W+k_K} - 1 + \eta^2}{1-\eta^2} \quad (\text{D.8})$$

$$\approx \frac{k_W \eta^2 - k_K}{1-\eta^2} \quad \text{für } k_K \ll k_W \quad (\text{D.9})$$

$$\approx \frac{k_W \eta^2}{1-\eta^2} \quad \text{für } k_K \ll k_W \eta^2 \quad (\text{D.10})$$

Für die Lagerkräfte stimmt die Übertragungsfunktion (D.10) des Schlags mit (D.4) bei Unwucht überein. Dies mag auf den ersten Blick verwundern, denn die Auslenkungen (D.2) und (D.6) sind unterschiedlich. Die identischen Kraftverläufe resultieren daraus, dass die Kraftmessung eine Messung der Schwerpunktsbewegung ist. Sowohl bei Schlag als auch bei Unwucht liegt der Schwerpunkt nicht auf der Lagerachse, sondern um \underline{a} bzw. um $\underline{\varepsilon}$ versetzt. Diese Zusammenhänge korrelieren auch mit den Erkenntnissen aus Modellierung mit stetigem und unstetigem Schlagmodell, vgl. Abschnitt 5.3.4. Des Weiteren erscheint ein Lavalrotor mit $\underline{a} = -\underline{\varepsilon}$ in einer Auswuchtmaschine als unwuchtfrei, die Scheibe wird jedoch mit der Amplitude \underline{a} schwingen.

Der Wert $\underline{F}_{\Sigma}(\Omega = 0) = 0$ ist konsistent mit der Definition, dass der Schlag eine Auslenkung ist, die ohne äußere Kräfte vorliegt. Mit Kupplung ist jedoch dieser Wert nach (D.9) nicht exakt 0. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Schlag ohne Kupplung definiert wurde. Die Gleichgewichtslage des Rotors allein liegt bei $\underline{r}_M = \underline{a} e^{j\Omega t}$, die der Kupplung allein jedoch bei $\underline{r}_M = 0$. Die Montage der Kupplung führt also zu Verspannungskräften, was eben zu den Anteil $\frac{k_K}{1-\eta^2}$ in (D.9) führt. Bei einem Rotor mit $\underline{a} = -\underline{\varepsilon}$ kann dieser Term bewirken, dass in der Auswuchtmaschine und demontierter Kupplung die Lagerkraft 0 ist, jedoch im eingebauten Zustand eine Lagerkraft existiert.

D.3 Lagerkraft bei Kupplungsversatz

Bild D.2 zeigt den Lavalrotor mit Kupplungsversatz. Der motorseitige Anschluss der Kupplung besitzt deswegen den Orbit $\underline{b}_{KV} e^{j\Omega t}$, damit ergibt sich die Kupplungskraft zu:

$$\underline{F}_K(t) = k_K (\underline{r}_M(t) - \underline{b}_{KV} e^{j\Omega t}) \quad (\text{D.11})$$

Bei Kupplungsversatz gilt $\underline{r}_S = \underline{r}_M$. Deswegen kann folgende DGL hergeleitet werden:

$$m \ddot{\underline{r}}_M + (k_W + k_K) \underline{r}_M = k_K \underline{b}_{KV} \cdot e^{j\Omega t} \quad (\text{D.12})$$

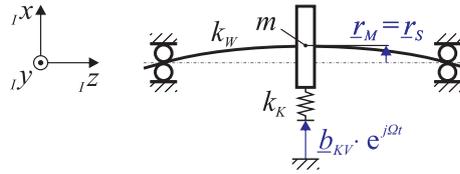


Bild D.2: Skizze eines Lavalrotors mit Kupplungsversatz

Daraus ergibt sich:

$$\underline{r}_{M,KV}(t) = \frac{k_K \underline{b}_{KV}}{(k_W + k_K)(1 - \eta^2)} \cdot e^{j\Omega t} \quad (\text{D.13})$$

$$\approx \frac{k_K \underline{b}_{KV}}{k_W(1 - \eta^2)} \cdot e^{j\Omega t} \quad \text{für } k_K \ll k_W \quad (\text{D.14})$$

Die Auslenkung (D.13) des Wellenmittelpunktes M skaliert mit der Drehzahl wie (D.6), was die Unterscheidung beider Fehler ausschließlich anhand von Wegmessungen erschwert. Die Lagerkraft lautet:

$$\frac{\hat{F}_{\Sigma,KV}}{\underline{b}_{KV}} = \frac{k_K k_W}{(k_W + k_K)(1 - \eta^2)} \quad (\text{D.15})$$

$$\approx \frac{k_K}{1 - \eta^2} \quad \text{für } k_K \ll k_W \quad (\text{D.16})$$

Für den Kupplungsversatz besitzen sowohl Auslenkung als auch Lagerkraft einen konstanten Zähler. Insgesamt zeigt sich, dass Lagerkräfte und Auslenkungen bei jedem Fehler auf eine andere Weise skalieren, was zur Unterscheidung genutzt werden kann.

Literatur

- [1] ADLER, D. ; HEYNEN, C. ; KRAUS, M. ; LÖFFEL, C ; POLSTER, R.: *Als Wälzlager ausgebildetes Kraftmeßlager*. Patent DE10250340A1. 2002. – Angemeldet durch INA-Schaeffler KG, <http://www.google.com/patents/DE10250340A1?cl=de>
- [2] AENIS, M. ; NORDMANN, R.: Fault Diagnosis in a Centrifugal Pump using Active Magnetic Bearings. In: *9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (ISROMAC)*, Honolulu, USA, 2002
- [3] ALTHAUS, J.: *Eine aktive hydraulische Lagerung für Rotorsysteme*. Dissertation, TU München. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 154, 1991
- [4] ANDRIEUX, S. ; VARÉ, C.: A 3D cracked beam model with unilateral contact. Application to rotors. In: *European Journal of Mechanics - A/Solids* 21 (2002), Nr. 5, S. 793 – 810
- [5] AUSTRALIAN TRANSPORT SAFETY BUREAU (Hrsg.): *In-flight uncontained engine failure Overhead Batam Island, Indonesia, 4 November 2010, VH-0QA, Airbus A380-842*. Iterim-factual. Canberra: Australian Transport Safety Bureau, 2011. – http://www.atsb.gov.au/media/3426790/ao2010089_interim.pdf
- [6] BACH, H. ; HILLER, R. ; MARKERT, R.: Representation of Rotor-Stator-Rub in terms of Equivalent Forces for Model Based Diagnostics. In: *Proceedings of the Third International Conference on Acoustical and Vibratory Surveillance Methods and Diagnostic Techniques*, Senlis, Frankreich, 1998
- [7] BACHSCHMID, N. ; PENNACCHI, P ; TANZI, E.: *Cracked Rotors: A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling and Diagnosis*. Berlin : Springer Verlag, 2010
- [8] BACHSCHMID, N. ; PENNACCHI, P ; TANZI, E. ; VANIA, A.: Identification of Transverse Crack Position and Depth in Rotor Systems. In: *Meccanica* 35 (2000), Nr. 6, S. 563–582
- [9] BACHSCHMID, N. ; PENNACCHI, P ; VANIA, A.: Identification of Multiple Faults in Rotor Systems. In: *Journal of Sound and Vibration* 254 (2002), Nr. 2, S. 327–366

- [10] BACHSCHMID, N. ; VANIA, A. ; TANZI, E. ; PENNACCHI, P.: Identification and Simulation of Faults in Rotor Systems: Experimental Results. In: *Eurodiname – International Symposium on Dynamic Problems in Mechanics and Mechatronics*, Ulm, Deutschland, 1999
- [11] BAUER, S.: *Kopplung von Subsystemen und Wahl der Subsystem-Ansatzfunktionen beim Ritzschen Verfahren*. Diplomarbeit. Lehrstuhl B für Mechanik, TU München, 1991
- [12] BAUER, S.: *Fehlerdiagnose bei Luftfahrttriebwerken*. Dissertation, TU München. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 250, 1997
- [13] BECKER, E. ; BUDER, F.: Wälzlager defekt? – Den Schädigungsgrad von Wälzlagerungen mit Level 3 Analysen feststellen. In: *VDI-Berichte 1942: Gleit- und Wälzlagerungen: Gestaltung Berechnung Einsatz*, Wiesloch, Deutschland, 2006
- [14] BECKERLE, P ; SCHAEDE, H. ; RINDERKNECHT, S.: Fault Diagnosis and State Detection in Centrifugal Pumps – A Review of Applications. In: *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Mailand, Italien, 2014
- [15] BESNARD, F ; NILSSON, J. ; BERTLING, L.: On the Economic Benefits of using Condition Monitoring Systems for Maintenance Management of Wind Power Systems. In: *IEEE – 11th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*, Singapur, 2010
- [16] BETTEN, J.: *Finite Elemente für Ingenieure 1*. Berlin : Springer Verlag, 1997
- [17] BRAUT, S. ; ŽIGULIĆ, R. ; ŠTIMAC, G. ; SKOBLAR, A.: Light Rotor-Stator Partial Rub Characterization Using Instantaneous Angular Speed Measurement. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery (VETOMAC)*, Manchester, UK, 2014
- [18] BREMER, H.: *Kinetik starr-elastischer Mehrkörpersysteme*. Habilitation, TU München. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 53, 1983
- [19] BREMER, H.: *Dynamik und Regelung mechanischer Systeme*. Stuttgart : Teubner Studienbücher, 1988
- [20] BREMER, H. ; PFEIFFER, F.: *Elastische Mehrkörpersysteme*. Stuttgart : Teubner Studienbücher, 1992
- [21] BRÜEL & KJÆR (Hrsg.): *Maschinenzustandsüberwachung*. Informationsmaterial. Nærum: Brüel & Kjær, 1991

- [22] BRÜEL & KJÆR VIBRO A/S (Hrsg.): *Anwendungsbeispiel: Ermittlung fehlerhafter Wälzlager*. Informationsmaterial. Nærum: Brüel & Kjær Vibro A/S, 2011
- [23] BRÜEL & KJÆR VIBRO A/S (Hrsg.): *Anwendungsbeispiel: Hüllkurvenanalyse zur effektiven Ermittlung von Wälzlagerfehlern – Wirklichkeit oder Fiktion?* Informationsmaterial. Nærum: Brüel & Kjær Vibro A/S, 2011
- [24] BURGER, W.: *Beiträge zur Meßtechnik an geschmierten Gleit- und Wälzkontakten*. Dissertation, Universität Karlsruhe. Karlsruhe : Universität Karlsruhe, 2003
- [25] CHASALEVRIS, A. ; DOHNAL, F.: An experimental study of the additional harmonics due to worn journal bearings. In: *10. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Berlin, Deutschland, 2013
- [26] CHASALEVRIS, A. ; NIKOLAKOPOULOS, P ; PAPADOPOULOS, C.: Aligned and Misaligned Wear Pattern in Fluid Film Bearings and Influence on the Rotor Response. In: *9. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Darmstadt, Deutschland, 2011
- [27] CHATTERTON, S. ; BORGHESEANI, P ; PENNACCHI, P ; VANIA, A.: Monitoring of the Damage In Rolling Element Bearings. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery (VETOMAC)*, Manchester, UK, 2014
- [28] CHILDS, D.: *Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis*. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1993
- [29] CORTES, C. ; VAPNIK, V.: Support-vector networks. In: *Machine Learning 20* (1995), Nr. 3, S. 273–297
- [30] DIDIER, J. ; SINOUE, J.-J. ; FAVERJON, B.: Study of the non-linear dynamic response of a rotor system with faults and uncertainties. In: *Journal of Sound and Vibration* 331 (2012), Nr. 3, S. 671–703
- [31] DIRSCHMID, F.: *Nichtlineare Dynamik von Kopplungen in Rotorsystemen*. Dissertation, TU München. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 216, 1995
- [32] DOEBLING, S.W. ; FARRAR, C.R. ; PRIME, M.B: A Summary Review of Vibration-based Damage Identification Methods. In: *Shock and Vibration Digest* 30 (1998), Nr. 2, S. 91–105
- [33] DOGUER, T. ; STRACKELJAN, J. ; TKACHUK, P.: Using a dynamic roller bearing model under varying fault parameters. In: *The Sixth International Conference on Condition Monitoring and Machinery Failure Prevention Technologies*, Dublin, Irland, 2009

- [34] DOLENC, B. ; BOŠKOSKI, P. ; PFAJFAR, J. ; JURIČIĆ, Đ.: Vibration Based Diagnosis of Distributed Bearing Faults. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery (VETOMAC)*, Manchester, UK, 2014
- [35] EDWARDS, S. ; LEES, A.W. ; FRISWELL, M.I.: Fault Diagnosis of Rotating Machinery. In: *Shock and Vibration Digest* 30 (1998), Nr. 1, S. 4–13
- [36] EDWARDS, S. ; LEES, A.W. ; FRISWELL, M.I.: The Identification of a Rotor Bend from Vibration Measurements. In: *SEM – 16th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, Santa Barbara, USA, 1998
- [37] EDWARDS, S. ; LEES, A.W. ; FRISWELL, M.I.: Experimental Identification of Excitation and Support Parameters of a Flexible Rotor-Bearings-Foundation System from a Single Run-Down. In: *Journal of Sound and Vibration* 232 (2000), Nr. 5, S. 963–992
- [38] EHEHALT, U. ; DIEFENTHAL, M. ; LACOMBE, B. ; LÜNEBURG, B.: Determination of Dynamic Pedestal Properties Using Lateral Shaker Measurements. In: *9. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Darmstadt, Deutschland, 2011
- [39] EHRICH, F.: *Handbook of Rotordynamics*. New York : McGraw-Hill, Inc., 1992
- [40] EISENBRAND, E.: Hot box detection in European railway networks. In: *Rail Technology Review Special 2011* (2011), S. 2–11
- [41] ELBHBAH, K. ; SINHA, J.K.: Vibration-based condition monitoring of rotating machines using a machine composite spectrum. In: *Journal of Sound and Vibration* 332 (2013), Nr. 11, S. 2831–2845
- [42] EPPENDORF AG (Hrsg.): *Centrifuge 5430/5430 R*. Betriebsanleitung. Hamburg: Eppendorf AG, 2008
- [43] EWINS, D.J.: *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. 2. Auflage. Baldock : Research Studies Press Ltd., 2000
- [44] FRISWELL, M.I. ; PENNY, J.E.T. ; GARVEY, S.D. ; LEES, A.W.: *Dynamics of Rotating Machines*. Cambridge : Cambridge University Press, 2010
- [45] FRITZ, M. ; BURGER, W. ; ALBERS, A.: Schadensfrüherkennung an geschmierten Gleitkontakten mittels Schallemissionsanalyse. In: *Tribologie Fachtagung 2001: Reibung, Schmierung und Verschleiß*, Göttingen, Deutschland, 2001

- [46] FÜRST, S.: *Aktive Lagerabstützung zur Dämpfung elastischer Rotoren*. Dissertation, TU München. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 132, 1990
- [47] GANDER, W. ; GOLUB, G. H. ; STREBEL, R.: Fitting of Circles and Ellipses. In: *BIT Numerical Mathematics* 34 (1994), Nr. 4, S. 558–578
- [48] GASCH, R. ; NORDMANN, R. ; PFÜTZNER, H.: *Rotordynamik*. 2. Auflage. Berlin : Springer-Verlag, 2002
- [49] GELLERMANN, T. ; KOLERUS, J.: Schwingungsbeurteilung und Diagnostik von Windenergieanlagen im Spiel von Normen und Richtlinien. In: *VDI-Berichte 2220: Schwingungen von Windenergieanlagen 2014*, Bremen, Deutschland, 2014
- [50] GENTA, G.: *Dynamics of Rotating Systems*. New York : Springer Science+Business Media, 2005
- [51] GENTA, G. ; CARABELLI, S.: Noncolocation Effects on the Rigid Body Rotordynamics of Rotors on AMB. In: *Proceedings of the Seventh International Symposium on Magnetic Bearings (ISMB)*, Zürich, Schweiz, 2000
- [52] GERADIN, M. ; RIXEN, D.: *Mechanical Vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics*. 2. Auflage. New York : John Wiley & Sons Ltd., 1997
- [53] GERTZOS, K.P. ; NIKOLAKOPOULOS, P.G. ; CHASALEVRIS, A.C. ; PAPADOPOULOS, C.A.: Wear identification in rotor-bearing systems by measurements of dynamic bearing characteristics. In: *Computers & Structures* 89 (2011), Nr. 1–2, S. 55–66
- [54] GIBBONS, C.B.: Coupling Misalignment Forces. In: *Proceedings of the Fifth Turbomachinery Symposium*, College Station, USA, 1976
- [55] GINZINGER, L.: *Control of a Rubbing Rotor using an Active Auxiliary Bearing*. Dissertation, TU München. München : Verlag Dr.-Hut, 2010
- [56] GINZINGER, L.: *Model-Based Condition Monitoring of an Auxiliary Bearing following Contact Events*. Forschungsbericht. Department of Mechanical Engineering, University of Bath, UK, 2010
- [57] GINZINGER, L. ; SAHINKAYA, M.N. ; HECKMANN, B. ; KEOGH, P. ; ULBRICH, H.: On the optimization problem of model-based monitoring. In: *Science China Technological Sciences* 54 (2011), Nr. 5, S. 1095–1106
- [58] GLÄSER, H.: *Schäden an Gleit- und Wälzlagerungen*. Berlin : Verlag Technik GmbH, 1990

- [59] GRABOWSKI, B.: Das Schwingungsverhalten eines angerissenen Turbinenläufers. In: *VDI-Berichte 320: Schwingungen von Maschinen und Bauwerken*, Karlsruhe, Deutschland, 1978
- [60] GREINER, J.: Internet of Things – Die Zukunft von Condition Monitoring in Wind Turbinen. In: *VDI-Berichte 2220: Schwingungen von Windenergieanlagen 2014*, Bremen, Deutschland, 2014
- [61] HACHMANN, I.: *Modellgestützte Detektion von Rissen in Turborotoren*. Dissertation, Universität Hannover. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 320, 2001
- [62] HARRIS, C.M. ; PIERSOL, A.G.: *Harris' Shock and Vibration Handbook*. 5. Auflage. New York : McGraw-Hill Companies, Inc., 2002
- [63] HASCH, B. ; LINDENBORN, O. ; NORDMANN, R.: Model-Based Fault Detection on a Rotor in an Actively Supported Bearing Using Piezoelectric Actuators and the FXLMS-Algorithm. In: *9th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC)*, München, Deutschland, 2008
- [64] HECKMANN, B.: *Ausrichtungsfehler bei Rotorsystemen*. Wissenschaftsbesprechung Oktober 2009. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2009. – Unveröffentlichtes Manuskript
- [65] HECKMANN, B. ; GINZINGER, L. ; THÜMMEL, T. ; ULBRICH, H.: Modellbasiertes Monitoring für Rotorsysteme. In: *9. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Darmstadt, Deutschland, 2011
- [66] HECKMANN, B. ; GINZINGER, L. ; ULBRICH, H.: Experiment und Simulation eines spielbehafteten Gleitlagers an einem Rotorprüfstand. In: *8. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Wien, Österreich, 2009
- [67] HECKMANN, B. ; GINZINGER, L. ; ULBRICH, H.: Model-based Identification of Unbalance and Angular Misalignment in a Rotor System. In: *13th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (ISROMAC)*, Honolulu, USA, 2010
- [68] HELFERT, M.: *Rotorabstürze in Wälzlagern*. Dissertation, TU Darmstadt. Saarbrücken : Südwestdeutscher Verlag für Hochschulschriften, 2009
- [69] HENNEMANN, M.: *Verfahren zur Unwuchtmessung*. Patent DE4038178A1. 1990. – Angemeldet durch: Telefunken electronic GmbH, <http://www.patent-de.com/19920604/DE4038178A1.html>

- [70] HUANG, N.E. ; SHEN, Z. ; LONG, S.R. ; WU, M.C. ; SHIH, H.H. ; ZHENG, Q. ; YEN, N.-C. ; TUNG, C.C. ; LIU, H.H.: The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. In: *Proceedings of The Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 454 (1998), Nr. 1971, S. 903–995
- [71] IFToMM Permanent Commission (A) for Standardization of Terminology: *IFTToMM Dictionary, Chapter 8: Rotor dynamics and measurement (German - English)*. Version 3.0. 2012. – http://www.iftomm.3me.tudelft.nl/1031_2057/08.html
- [72] ISERMANN, R.: Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods — An introduction. In: *Control Engineering Practice* 5 (1997), Nr. 5, S. 639–652
- [73] JÄGER, T.: *Hydraulische Ansteuerung und Regelung von Rotorstellgliedern*. Dissertation, TU München. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 209, 1993
- [74] JAMES, G.H. ; CARNE, T.G. ; LAUFFER, J.P.: *The Natural Excitation Technique (NExT) for Modal Parameter Extraction From Operating Wind Turbines*. Albuquerque : Sandia National Laboratories, 1992. – Sandia Report, SAND92-1666
- [75] JANSEN, M.J. ; SCHELLEKENS, P.H.J. ; DE VEER, B.: Advanced spindle runout-roundness separation method. In: *Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology V*, Lissabon, Portugal, 2000
- [76] JONES, G.: Three Case Studies from the UKCS Gas Compressors: Combining Rotor Dynamic and Process Data as an Aid to Diagnosis. In: *Proceedings of the 9th IFTToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Mailand, Italien, 2014
- [77] JORDEN, W.: *Form- und Lagetoleranzen: Handbuch für Studium und Praxis*. 3. Auflage. München : Carl Hanser Verlag, 2004
- [78] JUN, O.S. ; EUN, H.J. ; EARMME, Y.Y. ; LEE, C.-W.: Modelling and Vibration Analysis of a Simple Rotor with a Breathing Crack. In: *Journal of Sound and Vibration* 155 (1992), Nr. 2, S. 273–290
- [79] JUNG, J.-H. ; KWON, B.-H.: Corrosion Model of a Rotor-Bar-Under-Fault Progress in Induction Motors. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 53 (2006), Nr. 6, S. 1829–1841
- [80] KELLEY, C.T.: *Users' Guide for imfil Version 1.0*. North Carolina State University, 2011. – <http://www4.ncsu.edu/~ctk/imfil.html>
- [81] KIM, C.-S. ; LEE, C.-W.: In Situ Runout Identification in Active Magnetic Bearing System by Extended Influence Coefficient Method. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 2 (1997), Nr. 1, S. 51–57

- [82] KISTLER GROUP (Hrsg.): *3-Component Quartz Force Link, Type 9327C*. Datenblatt. Winterthur: Kistler Group, 2010
- [83] KISTLER INSTRUMENTE AG (Hrsg.): *Betriebsanleitung für Labor-Ladungsverstärker Typ 5011B*. Winterthur: Kistler Instrumente AG, 1997
- [84] KIVILUOMA, P.: *Method and Device for in situ Runout Measurement of Calender Thermo Rolls*. Dissertation, Helsinki University of Technology. Helsinki : Helsinki University of Technology, TKK Dissertations 206, 2009
- [85] KLEIN, C. ; EMMERICH, C. ; NIENHAUS, K.: Acoustic Emission und Körperschall in der Wälzlagerdiagnose als Konkurrenten und Partner. In: *VDI-Berichte 2191: 3. VDI-Fachtagung Schwingungsanalyse & Identifikation 2013*, Leonberg, Deutschland, 2013
- [86] KLOS, H.-H. ; MÜLLER, K.-D. ; SCHEIBNER, D. ; WEIGEL, R.: MEMS Acoustic Emission Lagerüberwachung. In: *VDI-Berichte 2151: 6. VDI-Fachtagung Schwingungsüberwachung*, Leonberg, Deutschland, 2011
- [87] KUHN, P.: *Monitoring von Wälzlagerschäden an Rotoren*. Abschlussbericht. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2011
- [88] LAHDELMA, S. ; JUUSO, E. ; STRACKELJAN, J.: Neue Entwicklungen auf dem Gebiet der Wälzlagerüberwachung. In: *6. Aachener Kolloquium für Instandhaltung, Diagnose und Anlagenüberwachung (AKIDA)*, Aachen, Deutschland, 2006
- [89] LAUDAGE, U.: *Experimentelle Modal- und Betriebsschwingungsanalyse eines Rotorprüfstandes*. Diplomarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2011
- [90] LEE, Y.-S. ; LEE, C.-W.: Modelling and Vibration Analysis of Misaligned Rotor-Ball Bearing Systems. In: *Journal of Sound and Vibration* 224 (1999), Nr. 1, S. 17–32
- [91] LEES, A.W.: Misalignment in rigidly coupled rotors. In: *Journal of Sound and Vibration* 305 (2007), Nr. 1–2, S. 261–271
- [92] LEES, A.W.: Recent Advances and Prospects in Condition Monitoring. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery (VETOMAC)*, Manchester, UK, 2014
- [93] LEES, A.W. ; FRISWELL, M.I.: Where Next for Condition Monitoring of Rotating Machinery? In: *Advances in Vibration Engineering* 5 (2006), Nr. 4, S. 263–277
- [94] LEES, A.W. ; SINHA, J.K. ; FRISWELL, M.I.: Model-based identification of rotating machines. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 23 (2009), Nr. 6, S. 1884–1893

- [95] LENZEN, A. ; EBERT, C.: Schadensidentifikation auf Basis gemessener Übertragungsfunktionen - Sensitivitäten der Markov-Parameter. In: *VDI-Berichte 2191: 3. VDI-Fachtagung Schwingungsanalyse & Identifikation*, Leonberg, Deutschland, 2013
- [96] LINK, M. ; WEILAND, M.: Verfahren zur Identifikation struktureller Schäden. In: *VDI-Berichte 2191: 3. VDI-Fachtagung Schwingungsanalyse & Identifikation*, Leonberg, Deutschland, 2013
- [97] LIPOWSKY, H.: *Zustandsüberwachung von Gasturbinen: Entwicklung und Demonstration eines integrierten Systems zur Zustandsüberwachung von Gasturbinen*. Dissertation, Universität Stuttgart. Saarbrücken : Südwestdeutscher Verlag für Hochschulschriften, 2010
- [98] MAGNUS, K.: *Schwingungen*. 3. Auflage. Stuttgart : Teubner Studienbücher, 1976
- [99] MAIERHOFER, J.: *Detaillierte Identifizierung von Unwucht mithilfe einer Kraftmessung*. Bachelorarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2014
- [100] MANI, G. ; QUINN, D.D. ; KASARDA, M.: Active health monitoring in a rotating cracked shaft using active magnetic bearings as force actuators. In: *Journal of Sound and Vibration* 294 (2006), Nr. 3, S. 454–465
- [101] MCFADDEN, P.D. ; SMITH, J.D.: Model for the Vibration Produced by a Single Point Defect in a Rolling Bearing Element. In: *Journal of Sound and Vibration* 96 (1984), Nr. 1, S. 69–82
- [102] MIETTINEN, J.: *Condition Monitoring of Grease Lubricated Rolling Bearings by Acoustic Emission Measurement*. Dissertation. Tampere : Laboratory of Machine Dynamics, Tampere University of Technology, 2000
- [103] MOHANTY, P. ; RIXEN, D.J.: Operational modal analysis in presence of harmonic excitation. In: *Journal of Sound and Vibration* 270 (2004), Nr. 1–2, S. 93–109
- [104] MÜLLER, P.C. ; BAJKOWSKI, J. ; SÖFFKER, D.: Chaotic Motions and Fault Detection in a Cracked Rotor. In: *Nonlinear Dynamics* 5 (1994), Nr. 2, S. 233–254
- [105] MUSZYNSKA, A.: *Rotordynamics*. Boca Raton : Taylor & Francis, 2005
- [106] NANDI, S. ; TOLIYAT, H.A. ; LI, X.: Condition Monitoring and Fault Diagnosis of Electric Motors – A Review. In: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 20 (2005), Nr. 4, S. 719–729

- [107] NATARAJ, C. ; KAPPAGANTHU, K.: Vibration-based diagnostics of rolling element bearings: state of the art and challenges. In: *IFTToMM – 13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, Guanajuato, Mexico, 2011
- [108] NEMBHARD, A.D. ; SINHA, J.K. ; PINKERTON, A.J. ; ELBHBAH, K.: Combined vibration and thermal analysis for the condition monitoring of rotating machinery. In: *Structural Health Monitoring* 13 (2014), Nr. 3, S. 281–295
- [109] NIEMANN, G. ; WINTER, H. ; HÖHN, B.-R.: *Maschinenelemente - Band 1: Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen*. 4. Auflage. Berlin : Springer-Verlag, 2005
- [110] NUBER, D.: *Numerische Beispiele zum Monitoring von Rotoren*. Bachelorarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2014
- [111] PENNACCHI, P ; VANIA, A.: Accuracy in the identification of a generator thermal bow. In: *Journal of Sound and Vibration* 274 (2004), Nr. 1–2, S. 273–295
- [112] PENNACCHI, P ; VANIA, A.: Identification of a Generator Fault by Model-Based Diagnostic Techniques. In: *International Journal of Rotating Machinery* 10 (2004), Nr. 4, S. 293–300
- [113] PENNACCHI, P ; VANIA, A.: Diagnosis and model based identification of a coupling misalignment. In: *Shock and Vibration* 12 (2005), Nr. 4, S. 293–308
- [114] PFEIFFER, F.: *Einführung in die Dynamik*. 2. Auflage. Stuttgart : Teubner Studienbücher, 1992
- [115] PIOTROWSKI, J.: *Shaft Alignment Handbook*. 2. Auflage. New York : Marcel Dekker, Inc., 1995
- [116] PLATZ, R.: *Untersuchungen zur modellgestützten Diagnose von Unwuchten und Wellenrissen in Rotorsystemen*. Dissertation, TU Darmstadt. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 325, 2004
- [117] PLATZ, R. ; MARKERT, R. ; HANSELKA, H.: Modellgestützte Diagnose von Unwuchten und Wellenrissen in Rotorsystemen. In: *VDI-Berichte 1982: Schwingungsüberwachung und Diagnose von Maschinen*, Würzburg, Deutschland, 2007
- [118] PLOTTS, K. ; DIATZIKIS, E.: A Survey of New Technologies Used by Siemens Energy for the Monitoring and Diagnosis of a Global Fleet of Power Generation Systems. In: *Proceedings of the ASME TurboExpo 2009*, Orlando, USA, 2009
- [119] RAHMAN, M. ; ITO, Y.: Stability Analysis of Chatter Vibration in Turning Process. In: *Journal of Sound and Vibration* 102 (1985), Nr. 4, S. 515–525

- [120] RANDALL, R.B.: *Vibration-based Condition Monitoring*. West Sussex : John Wiley & Sons, Ltd, 2011
- [121] RAO, J.S.: *History of Rotating Machinery Dynamics*. Springer Science & Business Media, 2011
- [122] RINGFEDER POWER TRANSMISSION GMBH (Hrsg.): *Spielfreie Metallbalgkupplung, Baureihe AKD*. Datenblatt. Krefeld: Ringfeder Power Transmission GmbH, 2010
- [123] RINNE, H.: *Taschenbuch der Statistik*. 2. Auflage. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 1997
- [124] ROSSI, A. ; ANTONETTI, M. ; BARLOSCIO, M. ; LANZETTA, M.: Fast genetic algorithm for roundness evaluation by the minimum zone tolerance (MZT) method. In: *Measurement* 44 (2011), Nr. 7, S. 1243–1252
- [125] ROSSNER, M.: *Proposal for a model of a rigid rotor with static bow*. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2012. – Unveröffentlichtes Manuskript
- [126] ROSSNER, M. ; HECKMANN, B. ; THÜMMEL, T. ; RIXEN, D. ; ULBRICH, H.: Modellbasiertes Monitoring von Rotoren am Beispiel Schlag und Unwucht. In: *VDI-Berichte 2191: 3. VDI-Fachtagung Schwingungsanalyse und Identifikation 2013*, Leonberg, Deutschland, 2013
- [127] ROSSNER, M. ; HECKMANN, B. ; THÜMMEL, T. ; ULBRICH, H.: Model-Based Monitoring of Rotor Systems — Identification of Undamaged Rotor and Different Failures. In: *14th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (ISROMAC)*, Honolulu, USA, 2012
- [128] ROSSNER, M. ; HECKMANN, B. ; THÜMMEL, T. ; ULBRICH, H.: Modellbasiertes Monitoring von Schlag und Unwucht am Rotor. In: *10. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Berlin, Deutschland, 2013
- [129] ROSSNER, M. ; THÜMMEL, T. ; ULBRICH, H.: Inclusion of Unsteady Bow in a Model-Based Monitoring System for Rotors. In: *Proceedings of the 9th IFTOMM International Conference on Rotor Dynamics*, Mailand, Italien, 2014
- [130] ROSSNER, M. ; THÜMMEL, T. ; ULBRICH, H.: Online roundness error identification and model-based monitoring for rotors. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery (VETOMAC)*, Manchester, UK, 2014
- [131] ROTHKEGEL, W.: *Rißerkennung bei Rotoren durch Schwingungsüberwachung*. Dissertation, Universität Hannover. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 180, 1993

- [132] RUSSHARD, P.: The Rise and Fall of the Rotor Blade Strain Gauge. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Vibration Engineering and Technology of Machinery (VETOMAC)*, Manchester, UK, 2014
- [133] RYBCZYNSKI, J.: Vibrational Effects of Bearing Misalignment Defects expressed in the Form of Bearing Displacement Maps. In: *12th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (ISROMAC)*, Honolulu, USA, 2008
- [134] SABNAVIS, G. ; KIRK, R.G. ; KASARDA, M. ; QUINN, D.: Cracked Shaft Detection and Diagnostics: A Literature Review. In: *Shock and Vibration Digest* 36 (2004), Nr. 4, S. 287–296
- [135] SAHINKAYA, M.N. ; COLE, M.O.T. ; BURROWS, C.R.: Fault detection and tolerance in synchronous vibration control of rotor-magnetic bearing systems. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 215 (2001), Nr. 12, S. 1401–1416
- [136] SASSI, S. ; BADRI, B. ; THOMAS, M.: A Numerical Model to Predict Damaged Bearing Vibrations. In: *Journal of Vibration and Control* 13 (2007), Nr. 11, S. 1603–1628
- [137] SAWICKI, J.T. ; FRISWELL, M.I. ; KULESZA, Z. ; WROBLEWSKI, A. ; LEKKI, J.D.: Detecting cracked rotors using auxiliary harmonic excitation. In: *Journal of Sound and Vibration* 330 (2011), Nr. 7, S. 1365–1381
- [138] SCHAEDE, H. ; SCHLEIFFER, J.-E. ; BECKERLE, P. ; RINDERKNECHT, S.: Modellbasierte Fehlererkennung und -diagnose an einer magnetgelagerten Kreiselpumpe. In: *9. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Darmstadt, Deutschland, 2011
- [139] SCHAEFFLER TECHNOLOGIES AG & Co. KG (Hrsg.): *FAG Smart-Check: Maschinenüberwachung an jedem Aggregat*. Broschüre. Schweinfurt: Schaeffler Technologies AG & Co. KG, März 2012. – http://www.schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/library/schaeffler_2/tpi/downloads_8/tpi_214_de_de.pdf
- [140] SCHAEFFLER TECHNOLOGIES AG & Co. KG (Hrsg.): *Wälzlagerschäden: Schadenserkennung und Begutachtung gelaufener Wälzlager*. Informationsmaterial. Schweinfurt: Schaeffler Technologies AG & Co. KG, 2013 (Technische Informationen: Stand 2000). – Publ.-Nr. WL 82 102/2 DA – http://www.schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/08_media_library/01_publications/schaeffler_2/publication/downloads_18/wl_82102_2_de_de.pdf

- [141] SCHEURER, M.: *Signalbasierte Unwuchtidentifikation am Rotorprüfstand*. Bachelorarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2012
- [142] SCHINDLER, T. ; FÖRG, M. ; FRIEDRICH, M. ; SCHNEIDER, M. ; ESEFELD, B. ; HUBER, R. ; ZANDER, R. ; ULBRICH, H.: *Analysing Dynamical Phenomenons: Introduction to MBSim*. In: *1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics*, Lappeenranta, Finland, 2010
- [143] SCHLOTTER, M.: *Robust Control and Contact Recovery of Rotor/Magnetic Bearing Systems*. PhD thesis, University of Bath. Bath : Department of Mechanical Engineering, University of Bath, 2007
- [144] SCHMALHORST, B.: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Schwingungsverhalten angerissener Rotoren*. Dissertation, Universität Hannover. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 177, 1989
- [145] SCHNEIDER, H.: *Auswuchttechnik*. 6. Auflage. Berlin : Springer-Verlag, 2003
- [146] SCHWEITZER, G.: *Safety and Reliability Aspects for Active Magnetic Bearing Applications - A Survey*. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering* 219 (2005), Nr. 6, S. 383–392
- [147] SCHWEITZER, G. ; TRAXLER, A. ; BLEULER, H.: *Magnetlager: Grundlagen, Eigenschaften und Anwendungen berührungsfreier, elektromagnetischer Lager*. Berlin : Springer-Verlag, 1993
- [148] SEIBOLD, S.: *Ein Beitrag zur modellgestützten Schadendiagnose bei rotierenden Maschinen*. Dissertation, Universität Kaiserslautern. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 219, 1995
- [149] SEIDLER, M.: *Instationäres Auswuchten elastischer Rotoren*. Dissertation, TU Darmstadt. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 314, 2002
- [150] SETIAWAN, J.D. ; MUKHERJEE, R. ; MASLEN, E.H. ; SONG, G.: *Adaptive Compensation of Sensor Runout and Mass Unbalance in Magnetic Bearing Systems*. In: *Proceedings of the 1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Atlanta, USA, 1999
- [151] SHERIF, K. ; WITTEVEEN, W. ; HOLL, H. ; IRSCHIK, H. ; MAYRHOFER, K.: *Effiziente Berechnung von Kontaktproblemen mit lokalen Ritz-Ansatzvektoren*. In: *9. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Darmstadt, Deutschland, 2011
- [152] SHERIF, K. ; WITTEVEEN, W. ; HOLL, H. ; IRSCHIK, H. ; MAYRHOFER, K.: *Effiziente Simulation von Arbeitswalze und Stützwalze mit Berücksichtigung lokaler*

- Effekte. In: *12. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Berlin, Deutschland, 2013
- [153] SIEMENS ELEKTROGERÄTE GMBH (Hrsg.): *Gebrauchs- und Aufstellanleitung*. Waschmaschine WXT1050 und WXT1250. München: Siemens Elektrogeräte GmbH, 2000. – https://portal.bsh-partner.com/TCcustomBSH/controller/download_file?PDFOBID=pmjjfhcdco0pdmdb---P3j&UMOBID=pmjjgacdcso0pdmdb---P3j
- [154] SINHA, J.K. ; LEES, A.W. ; FRISWELL, M.I.: Estimating unbalance and misalignment of a flexible rotating machine from a single run-down. In: *Journal of Sound and Vibration* 272 (2004), Nr. 3–5, S. 967–989
- [155] SKF GMBH (Hrsg.): *Wälzlagerschäden und ihre Ursachen*. Informationsmaterial. Schweinfurt: SKF GmbH, 2008
- [156] SLAVIČ, J. ; BRKOVIĆ, A. ; BOLTEŽAR, M.: Typical Bearing-Fault Rating Using Force Measurement: Application to Real Data. In: *Journal of Sound and Vibration* 17 (2011), Nr. 14, S. 2164–2174
- [157] SMITH, W.A. ; HU, C. ; RANDALL, R.B. ; PENG, Z.: Vibration-based spall size tracking in rolling element bearings. In: *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Mailand, Italien, 2014
- [158] STELZMANN, U. ; GROTH, C. ; MÜLLER, G.: *FEM für Praktiker – Band 2:Strukturodynamik*. 3. Auflage. Renningen : expert-Verlag, 2008
- [159] STRACKELJAN, J.: *Wälzlagerdiagnose mit einem Handgerät*. Clausthal : Technische Universität Clausthal, 1999. – <http://fuzzy.cs.uni-magdeburg.de/publications/afn/AFNBer99Strackeljan.pdf>
- [160] STURM, A. ; FÖRSTER, R. ; HIPPMANN, N. ; DIETER, K.: *Wälzlagerdiagnosen an Maschinen und Anlagen*. Köln : Verlag TÜV Rheinland, 1986
- [161] SUKUMAR, N. ; CHOPP, D.L. ; BÉCHET, E. ; MOËS, N.: Three-Dimensional Non-Planar Crack Growth by a Coupled Extended Finite Element and Fast Marching Method. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 76 (2007), Nr. 5, S. 727–748
- [162] SUNNERSJÖ, C.S.: Rolling Bearing Vibrations – The Effects of Geometrical Imperfections and Wear. In: *Journal of Sound and Vibration* 98 (1985), Nr. 4, S. 455–474
- [163] SZCZEPANIK, R. ; ROKICKI, E. ; SPYCHAŁA, J. ; KOWALSKI, M. ; RZĄDKOWSKI, R. ; DREWZYŃSKI, M.: Analysis Of Middle Bearing Failure In So-3 Jet Engine

- Using Tip-Timing. In: *IFTToMM – 13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, Guanajuato, Mexico, 2011
- [164] TADINA, M. ; BOLTEŽAR, M.: Improved model of a ball bearing for the simulation of vibration signals due to faults during run-up. In: *Journal of Sound and Vibration* 330 (2011), Nr. 17, S. 4287–4301
- [165] THEIS, W.: *Längs- und Torsionsschwingungen bei quer angerissenen Rotoren: Untersuchungen auf der Grundlage eines Rißmodells mit 6 Balkenfreiheitsgraden*. Dissertation, TU Berlin. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 131, 1990
- [166] THOMAS, D.L.: Vibration Monitoring Strategy for Large Turbogenerators. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Third International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (VIRM)*, York, UK, 1984
- [167] THÜMMEL, T. ; MAYR, G. ; WAUBKE, H. ; BREINDL, C.: Detektion unrunder Räder an Straßenbahnen mit einer Gleismeßstelle. In: *VDI-Berichte 1568: Dynamik von Fahrzeug und Fahrweg*, Kassel, Deutschland, 2000
- [168] THÜMMEL, T. ; ROSSNER, M. ; ULBRICH, H. ; RIXEN, D.: Unterscheidung verschiedener Fehlerarten beim modellbasierten Monitoring. In: *11. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Magdeburg, Deutschland, 2015
- [169] THÜMMEL, T. ; ROSSNER, M.: Introduction to Modelling and Parameter Identification Methodology of Linkages by Measurements and Simulation. In: *IFTToMM – 13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, Guanajuato, Mexico, 2011
- [170] ULBRICH, H.: *Dynamik und Regelung von Rotorsystemen*. Habilitation, TU München. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 11, Nr. 86, 1986
- [171] ULBRICH, H.: *Maschinendynamik*. Stuttgart : Teubner-Studienbücher, 1996
- [172] ULTSCH, J.: *Anregung eines Rotors mit Magnetlager und Identifikation der Kräfte*. Bachelorarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2013
- [173] VDI 3832: *Körperschallmessungen zur Zustandsbeurteilung von Wälzlagern in Maschinen und Anlagen*. VDI-Richtlinien. Düsseldorf, Jan. 2007
- [174] WANG, Z. ; RINDERKNECHT, S.: Fehlererkennung, -diagnose und Unwuchtmonitoring in einem Rotorsystem. In: *10. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen (SIRM)*, Berlin, Deutschland, 2013

- [175] WAUER, J.: On the dynamics of cracked rotors. In: *Applied Mechanics Reviews* 43 (1990), Nr. 1, S. 13–17
- [176] WIMMER, F.: *Identifizierung von Kupplungsversatz mithilfe einer Kraftmessung*. Semesterarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2014
- [177] ZAHN, M.: *Numerische Simulation eines angerissenen Rotors*. Bachelorarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2012
- [178] ZANDER, R.: *Flexible Multi-Body Systems with Set-Valued Force Laws*. Dissertation, TU München. Düsseldorf : VDI-Verlag, Fortschrittsberichte Reihe 20, Nr. 420, 2009
- [179] ZHANG, L. ; BRINCKER, R. ; ANDERSEN, P.: An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues. In: *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC)*, Kopenhagen, Dänemark, 2005
- [180] ZWECK, J.: *Messung der Lagersteifigkeiten und des Wellenschlages am Rotorprüfstand*. Bachelorarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2012
- [181] ZWECK, J.: *Modelling and Simulation of a Bowed Rotor in Magnetic Bearings*. Semesterarbeit. Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, TU München, 2013