

VaR - ein Maß für das extreme Risiko

Susanne Emmer*

Claudia Klüppelberg

Matthias Trüstedt

Zusammenfassung

Dieser Artikel setzt die Reihe *Value at Risk (VaR)* fort, die in **Solutions 1**, Heft 1 und 2 begonnen wurde. Wir präsentieren eine weitere Methode zur Schätzung des VaR. Unsere Methode basiert auf einer stochastischen Modellierung der größten bzw. kleinsten Beobachtungen einer Stichprobe. Vergangene extreme Risiken liegen der Einschätzung zukünftiger Risiken zugrunde.

This article is a further contribution to the series on *Value at Risk (VaR)* which started in the first and second issue of **Solutions 1**. We present an alternative estimation method for VaR. This method is based on a probabilistic modelling of the largest or smallest past observations. The estimated possible future risks are based on a probabilistic model for the past observed extreme risks.

1 Einführung

Der Value at Risk hat als Risikomaß eine, wenn nicht *die* Führungsrolle übernommen. Er ist definiert durch das 5%-Quantil der Profit-Loss Verteilung eines Portfolios. Im einfachsten Fall nimmt man an, daß die einzige Risikoquelle der Portfoliopreis selbst ist, d.h. das Risiko wird durch die Preisänderung modelliert, und der betrachtete Zeithorizont ist $\Delta t = 1$, d.h. 1 Tag. Wenn wir von Tagespreisen ausgehen, müssen wir das p -Quantil für $p = 0.05$ der Verteilung der Tagespreisänderungen schätzen. Das ergibt eine Schätzung für das Downside Risk Capital (DRC), der zugehörige VaR ist DRC, korrigiert um den Erwartungswert. In unserem Beitrag stellen wir eine alternative Schätzmethode für DRC und VaR vor.

Die Schätzung eines kleinen Quantils ist i.a. ein schwieriges Unterfangen, will man doch Aussagen über das extreme Verhalten des Portfolios machen, in einem Bereich der Stichprobe also, in dem nur wenige Daten vorliegen. Insbesondere, und das ist ein wichtiger Punkt, will man manchmal sogar über die Daten hinaus extrapolieren, d.h. Aussagen über einen Bereich machen, für den gar keine Daten vorliegen.

Unter dem Schlagwort *let the tails speak for themselves* wurden Methoden entwickelt, die ausschließlich die Beobachtungen zur Schätzung heranziehen, die für extremes Verhalten verantwortlich sind, also die kleinsten bzw. größten Werte der Stichprobe. Das klingt beim ersten Lesen vielleicht wie eine alternative Betrachtung der empirischen Methode, doch das ist es nicht. Unsere Methode ist nicht verteilungsfrei, sondern wir schlagen eine Klasse von semiparametrischen Verteilungen vor, die als plausibel angesehen werden kann, beruht sie doch auf probabilistischen Überlegungen für das Verhalten von genau den größten und kleinsten Werten einer Stichprobe.

Im folgenden möchten wir die Hintergründe dieser Schätzmethode beleuchten. Wir tun das für den einfachsten Fall, nämlich für unabhängig identisch verteilte Daten. Ein großer Vorteil der vorgestellten Methode ist, daß sie sich auf allgemeinere Modelle erweitern läßt und somit

*Zentrum Mathematik, Technische Universität München, 80290 München; email: {emmer, cklu, mt}@mathematik.tu-muenchen.de; Internet: <http://www-m4.mathematik.tu-muenchen.de/m4>

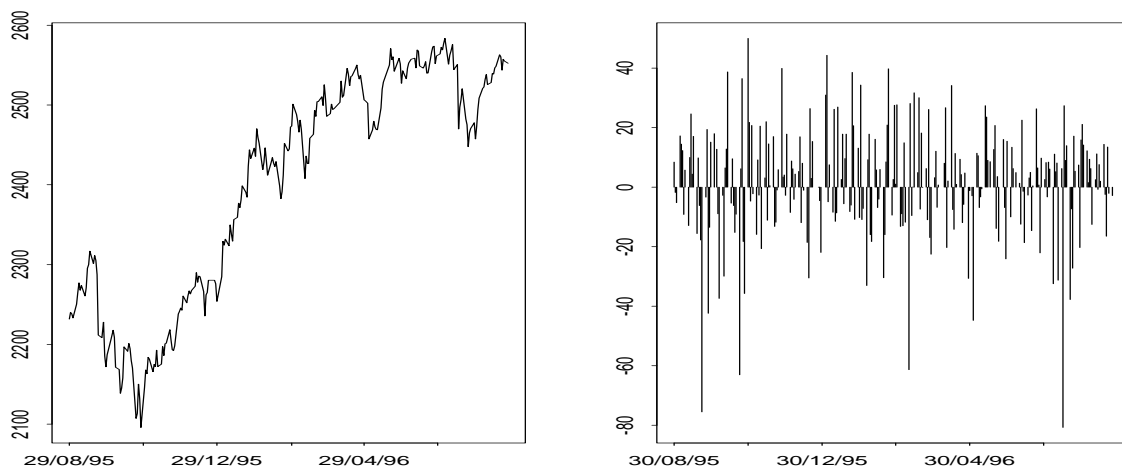


Abbildung 1: DAX Schlußkurse vom 29.08.95-26.08.96 (insgesamt 250 Datenpunkte). Daneben die zugehörigen Differenzen der DAX Schlußkurse.

auch für Finanzdaten geeignet ist, die ja häufig nicht unabhängig und identisch verteilt sind, sondern im Gegenteil eine sehr komplexe Abhängigkeitsstruktur besitzen.

Wir erläutern die Methode anhand einer kleinen empirischen Studie. Dazu werden wir die gleichen Daten verwenden wie Zagst in seinen Artikeln [9, 10], nämlich die Zeitreihe der täglichen DAX-Schlußkurse vom 29.08.95 bis zum 26.08.96.

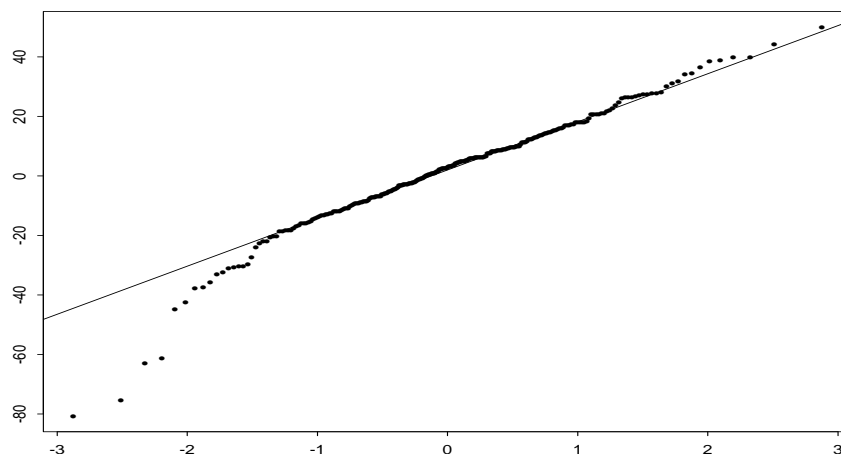


Abbildung 2: QQ-Plot der Differenzen der DAX Schlußkurse.

Untersuchungen der Autokorrelationen der Differenzen sowie ihrer Absolutbeträge und Quadrate ergaben keine Hinweise auf Abhängigkeit. Bis auf weiteres gehen wir also davon aus (wie das auch in anderen Analysen gemacht wurde), daß die Daten unabhängig und identisch verteilt sind.

Das wird auch in [9, 10] vorausgesetzt, dessen Ergebnisse wir mit unseren vergleichen wollen. Bild 7b in [10] spricht allerdings eindeutig gegen einen normalen Fit für den linken Tail, worauf

Zagst auch ausdrücklich hinweist. Da der VaR ein extrem kleines Quantil beschreibt, ist aber der Fit im linken Tail genau das entscheidende Qualitätskriterium für ein Risikomaß.

Für die Wahl des Modells gibt es eine Reihe von explorativen Verfahren, die die Tails einer genaueren Untersuchung unterziehen; wir verweisen auf Embrechts, Klüppelberg und Mikosch [3], Section 6.2. Hier seien nur zwei erwähnt, die sich als sehr nützlich erwiesen haben.

Der *QQ-Plot* trägt die empirischen Quantile gegen die theoretischen Quantile einer vorgegebenen Verteilung auf. Falls das gewählte Modell korrekt ist, liegen die Datenpunkte (bei hinreichend großer Stichprobe) ziemlich genau auf der Winkelhalbierenden. Stimmt die Wahl der Verteilung bis auf Lage- und Skalenparameter, liegen die Punkte immer noch auf einer Geraden, wenn auch nicht mehr auf der Winkelhalbierenden. Lage- und Skalenparameter lassen sich durch Achsenabschnitt und Steigung der Geraden grob schätzen und geben häufig brauchbare Anfangswerte für ein klassisches Schätzverfahren. Abbildung 2 zeigt einen normalen QQ-Plot der DAX-Daten. Das linke Ende des Plots zeigt deutlich, daß der linke Tail der Verteilung sehr viel fetter ist als der linke Tail einer Normalverteilung.

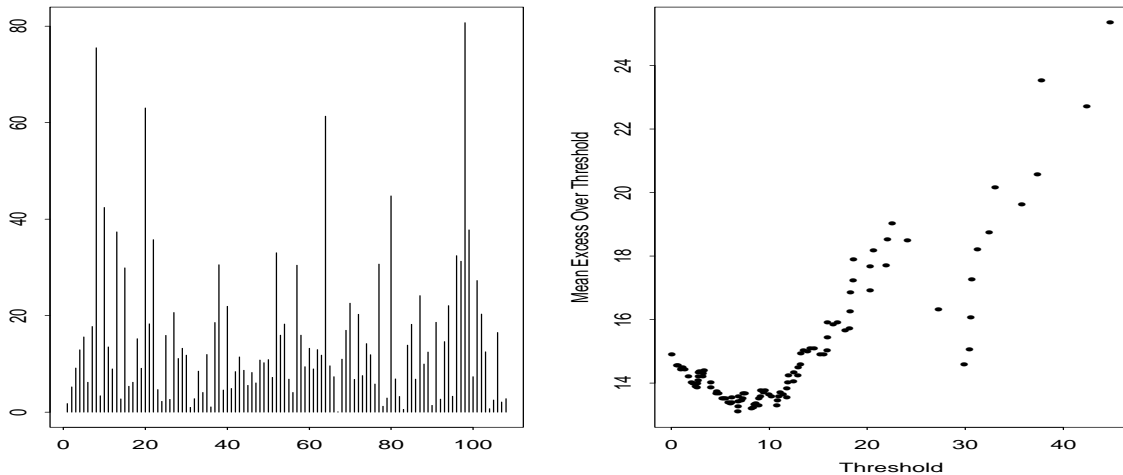


Abbildung 3: Links die absoluten negativen Returns, rechts die zugehörige empirische Exzeßfunktion.

Eine exzellente explorative Methode, gerade die Tails zu unterscheiden, ist die *Exzeßfunktion*, die für positive Daten entwickelt wurde. Um sie auf den linken Tail der Verteilung der Preisänderung der DAX-Daten anwenden zu können, betrachten wir die Stichprobe der negativen Werte unserer Gesamtstichprobe und nehmen deren Absolutbetrag. Das ist eine Stichprobe vom Umfang $n = 108$, und diese liegt der VaR-Schätzung zugrunde. Sei X_1, \dots, X_n diese Stichprobe. Mit $z^+ = \max(z, 0)$ bezeichnen wir wie üblich den Positivteil von z , für die endliche Menge A ist $\#A$ die Anzahl der Elemente in A . Die empirische Funktion

$$(1.1) \quad e_n(u) = \frac{1}{\#\{i : X_i > u, i = 1, \dots, n\}} \sum_{i=1}^n (X_i - u)^+, \quad u \geq 0,$$

schätzt die *Exzeßfunktion*

$$(1.2) \quad e(u) = E(X - u | X > u), \quad u \geq 0.$$

Man rechnet leicht nach, daß die Exzeßfunktion der Exponentialverteilung eine Konstante ist, nämlich gerade ihr Parameter. Die Exzeßfunktion von Verteilungen, deren Tail leichter ist als

der Tail der Exponentialverteilung, fällt gegen 0; bei Verteilungen mit fetterem Tail strebt die Exzeßfunktion gegen unendlich.

Abbildung 3 zeigt die empirische Exzeßfunktion der DAX-Daten. Die Funktion fällt zuerst, strebt dann allerdings aufwärts. Das zeigt, daß die Daten in einem Bereich nahe 0 sich möglicherweise durch eine Normalverteilung modellieren lassen, aber sicherlich nicht in den Tails; dort hat die Verteilung einen Tail, der eindeutig fetter ist als ein exponentieller Tail.

2 Die POT-Methode

Die *POT-Methode* (POT steht für “Peaks Over Threshold”) ist eine Schätzmethode für einen Tail oder ein Quantil, basierend auf extremen Beobachtungen. Die Methode setzt sich aus drei Komponenten zusammen. Jede basiert auf einem probabilistischen Prinzip, das wir jeweils im folgenden erklären wollen. Zur Verdeutlichung soll Abbildung 4 dienen.

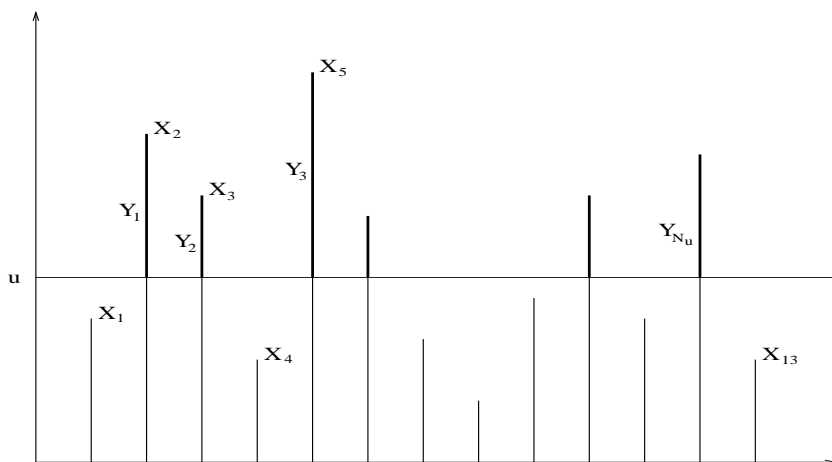


Abbildung 4: Daten X_1, \dots, X_{13} mit zugehörigen Exzessen Y_1, \dots, Y_{N_u} .

(1) Punktprozeß der Exzedenten

Wir wollen nun einen Grenzprozeß für den Punktprozeß der Überschreitungen von hohen Schwellen herleiten. Für eine hohe Schwelle u_n markieren wir die Beobachtungen der Stichprobe X_1, \dots, X_n , die größer als u_n sind. (In Abbildung 4 sind das die Beobachtungen Nummer 2, 3, 5, 6, 10, 12.) Für eine Grenzwertaussage soll der Umfang n der Stichprobe gegen unendlich streben und gleichzeitig die Schwelle u_n immer höher werden, und das im richtigen Verhältnis.

Für unabhängig identisch verteilte Daten hat jeder einzelne Datenpunkt die gleiche Chance, die Schwelle u_n zu überschreiten, nämlich $P(X_i > u_n)$ für $i = 1, \dots, n$. Dann ist die Anzahl der Beobachtungen, die diese Schwelle überschreiten,

$$\#\{i : X_i > u_n, i = 1, \dots, n\} = \sum_{i=1}^n I(X_i > u_n)$$

binomialverteilt mit Parametern n und $P(X_i > u_n)$. Dabei ist $I(X_i > u_n) = 1$ bzw. 0, falls $X_i > u_n$ bzw. $\leq u_n$. Wenn nun für $\tau > 0$

$$(2.3) \quad nP(X_i > u_n) \rightarrow \tau, \quad n \rightarrow \infty,$$

dann konvergiert nach dem klassischen Satz von Poisson die Verteilung von $\#\{i : X_i > u_n, i = 1, \dots, n\}$ gegen eine Poissonverteilung mit Parameter τ . Falls $X_i, i = 1, \dots, n$, aus einer absolut

stetigen Verteilung stammen, ist (2.3) eine sehr schwache Bedingung: Für alle bekannten absolut stetigen Verteilungen und jedes $\tau > 0$ kann man eine geeignete Folge (u_n) finden (siehe z.B. Embrechts, Klüppelberg und Mikosch [3], Chapter 3). Markiert man in dem Intervall $[0, n]$ die Punkte $\{i : X_i > u_n, i = 1, \dots, n\}$, so wird das Intervall immer größer, die markierten Punkte werden immer seltener (da die Schwelle u_n mit n steigt). Eine bessere Darstellung erhält man, wenn man die Punkte nicht im Intervall $[0, n]$ aufträgt, sondern im Intervall $[0, 1]$. Ein Exzedent X_i von u_n wird dann also nicht bei i aufgetragen, sondern bei i/n . Bezeichnet man für $n \in \mathbb{N}$

$$N_n((a, b]) = \#\{i/n \in (a, b] : X_i > u_n, i = 1, \dots, n\},$$

für alle Intervalle $(a, b] \subset [0, 1]$, so definiert N_n einen Punktprozeß auf dem Intervall $[0, 1]$. Er heißt der *zeitnormierte Punktprozeß der Exzedenten*. Wenn u_n so gewählt wird, daß (2.3) gilt, dann konvergiert die Folge N_n von Punktprozessen für $n \rightarrow \infty$ in Verteilung gegen einen Poissonprozeß N mit Parameter τ .

(2) Die Verallgemeinerte Paretoverteilung

Bei den Exzedenten einer hohen Schwelle interessiert uns nicht nur, wann sie auftreten oder wie oft das passiert, sondern auch, wie groß jeweils der Exzeß $X - u | X > u$ ist. (In Abbildung 4 sind die Exzesse mit Y_1, \dots, Y_{N_u} bezeichnet, dort ist $N_u = 6$ die Anzahl der Exzedenten.) Unter Bedingung (2.3) kann man zeigen, daß für eine meßbare positive Funktion a gilt

$$(2.4) \quad \lim_{u \rightarrow \infty} P\left(\frac{X - u}{a(u)} > y \mid X > u\right) = (1 + \xi y)^{-1/\xi},$$

falls die linke Seite überhaupt konvergiert. Falls $\xi = 0$ ist, wird die rechte Seite als e^{-y} interpretiert. Für alle $\xi \in \mathbb{R}$ ist die rechte Seite der Tail einer Verteilungsfunktion, der sogenannten *verallgemeinerten Paretoverteilung*. Für $\xi \geq 0$ ist $[0, \infty)$ der Träger der Verteilung, für $\xi < 0$ ist der Träger ein kompaktes Intervall.

(3) Unabhängigkeit

Zuletzt läßt sich zeigen, daß N , also der Punktprozeß der Überschreitungen, und die Exzesse, also die Höhe der Überschreitungen, im Limes unabhängig sind.

Wie kann man diese Grenzwertsätze nutzen, um Tails und Quantile zu schätzen?

Der folgende Abschnitt beschreibt die POT-Methode für eine Stichprobe X_1, \dots, X_n . Für eine hohe Schwelle u sei

$$N_u = \#\{i : X_i > u, i = 1, \dots, n\}.$$

Mit Y_1, \dots, Y_{N_u} bezeichnen wir die Exzesse von X_1, \dots, X_n , wie auch in Abbildung 4 dargestellt. Mit $\bar{F} = 1 - F$ bezeichnen wir den Tail von F . Weiter sei $\bar{F}_u(y) = P(Y_1 > y | X > u)$, dann gilt

$$\bar{F}_u(y) = P(X - u > y | X > u) = \frac{\bar{F}(u + y)}{\bar{F}(u)}, \quad y \geq 0.$$

Folglich gilt

$$(2.5) \quad \bar{F}(u + y) = \bar{F}(u)\bar{F}_u(y), \quad y \geq 0.$$

Eine Beobachtung größer als $u + y$ erhält man nur dann, wenn erst einmal eine Beobachtung größer als u ist; das heißt, man braucht einen Exzedenten. Eine solche Beobachtung muß dann aber auch noch einen Exzeß über u hinaus haben, der größer ist als y . Einen Schätzer für den

Tail (für Werte größer als u) erhält man, indem man beide Tails auf der rechten Seite von (2.5) schätzt.

Dazu verwendet man (1)–(3).

Man schätzt $\overline{F}(u)$ durch sein empirisches Gegenstück

$$\widehat{\overline{F}(u)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(X_i > u) = \frac{N_u}{n}.$$

Man approximiert $\overline{F}_u(y)$ durch die Verallgemeinerte Paretoverteilung, wobei man die Skalenfunktion $a(u)$ berücksichtigen muß. Sie wird als Parameter in die Grenzverteilung integriert.

$$(2.6) \quad \overline{F}_u(y) \approx \left(1 + \xi \frac{y}{\beta}\right)^{-1/\xi},$$

wobei ξ und β (durch $\hat{\xi}$ und $\hat{\beta}$) geschätzt werden müssen. (Beachte, daß $\beta = \beta(u)$ eine Funktion von u ist.)

Man erhält dann einen Tailschätzer der Form

$$(2.7) \quad \widehat{\overline{F}(u+y)} = \frac{N_u}{n} \left(1 + \hat{\xi} \frac{y}{\hat{\beta}}\right)^{-1/\hat{\xi}}, \quad y \geq 0.$$

Für gegebenes $q \in (0, 1)$ erhält man durch Inversion einen Schätzer für das q -Quantil von der Form

$$(2.8) \quad \hat{x}_q = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} (1-q) \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right).$$

3 Schätzung von DRC und VaR

Eine gängige Methode, die Parameter ξ und β zu bestimmen, ist die Maximum Likelihood Schätzung. Diese beruht auf der numerischen Maximierung der Likelihood-Funktion zu den betrachteten Datenpunkten, hier also den Y_1, \dots, Y_{N_u} . Allerdings ist dabei zu beachten, daß die Schätzungen oft nur auf wenigen Daten basieren, da lediglich die Exzesse in den Schätzprozeß einfließen. Aus diesem Grund kann man sich nicht immer auf die asymptotischen Optimalitätseigenschaften der ML-Schätzer verlassen und sollte eventuell noch eine weitere Schätzmethode verwenden. So könnte man neben der Maximum Likelihood Methode noch den klassischen *Hill-Schätzer* als Vergleich heranziehen. Für eine Herleitung und Darstellung des Hill-Schätzers, sowie einen Vergleich mit anderen Tail-Schätzern verweisen wir auf Embrechts, Klüppelberg und Mikosch [3], Chapter 6.

Wie im letzten Absatz zu sehen, liegen der ML-Schätzung die Daten Y_1, \dots, Y_{N_u} zugrunde, dh. es muß ein Schwellenparameter u gewählt werden. Als geeigneter Anhaltspunkt hierfür erweist sich der Plot der empirischen Exzessfunktion aus Abbildung 3. Wir erinnern uns, daß die Exzessfunktion aus (1.1) für fette Tails gegen unendlich strebt. Zusätzlich läßt sich zeigen, daß (1.2) im Falle einer verallgemeinerten Paretoverteilung monoton linear steigt. Eine mögliche Wahl von u ist damit *der Wert*, ab dem die empirische Exzessfunktion linear nach oben strebt. Dies ist in Abbildung 3 in etwa für $u = 10$ der Fall, mit korrespondierendem $N_u = 56$. Das zeigt, daß die verallgemeinerte Paretoverteilung nicht nur für die extremen Tagesdifferenzen ein gutes Modell ist, sondern bereits für etwa die Hälfte der Stichprobe. Als ML-Schätzer erhält man

$$(3.9) \quad \hat{\xi} = 0.186 \quad \hat{\beta} = 11.120,$$

woraus sich mit (2.8) das untere 5%-Quantil der Verteilung der Dax-Tagesdifferenzen, also das Downside Risk Capital, als das geschätzte 95%-Quantil aus (2.8) ergibt:

$$(3.10) \quad \text{DRC}(5\%, 1 \text{ Tag}) = \hat{x}_{0,95} = -42.86 \text{ DM}$$

Für den zugehörigen VaR erhält man

$$(3.11) \quad \text{VaR}(5\%, 1 \text{ Tag}) = 1.29 \text{ DM} - (-42.86 \text{ DM}) = 44.15 \text{ DM}.$$

Tabelle 1 zeigt einen Vergleich der verschiedenen DRC- bzw. VaR-Schätzungen, einmal unter Verwendung der empirischen Methode (“Empirisch”), dann mit der Portfolio-Normal-Methode (“Normal”) und schließlich mit der Extremwertmethode (“POT”).

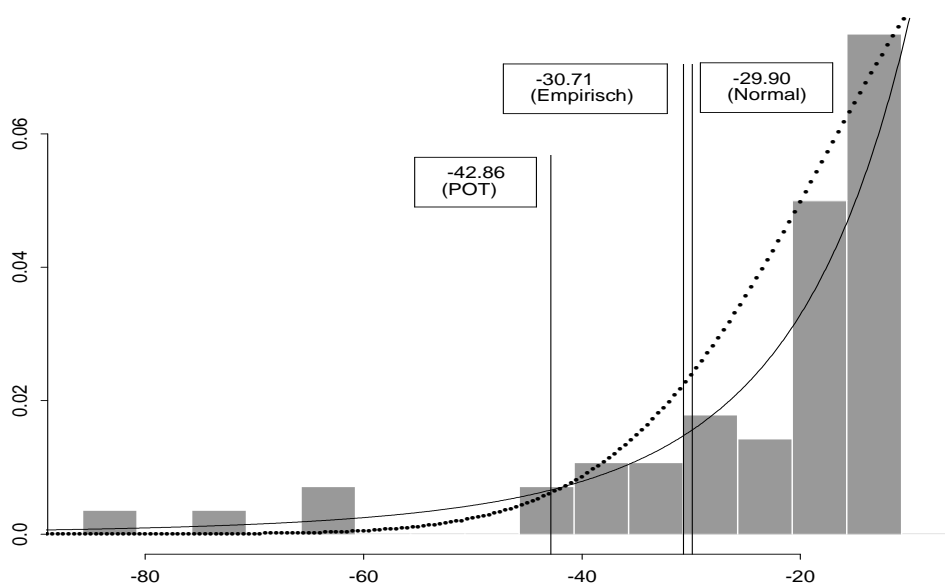


Abbildung 5: Vergleich der Quantilschätzer, mit normaler Dichte (gepunktet) sowie verallgemeinerter Pareto Dichte (durchgezogen).

	Empirisch	Normal	POT
VaR	32.00 DM	31.19 DM	44.15 DM
DRC	-30.71 DM	-29.90 DM	-42.86 DM

Tabelle 1: VaR- und DRC-Schätzungen im Vergleich.

Wie Abbildung 5 zeigt und Tabelle 1 quantifiziert, führt eine Quantilschätzung mit Hilfe der Extremwerttheorie zu einer sehr viel höheren Risikoschätzung als die empirische und die normale Methode. Die Verallgemeinerte Paretoverteilung wird nur für die kleinsten $N_u = 56$ Werte angepaßt, sie ist auch nur für diesen Bereich eingezeichnet.

Vergleicht man das Histogramm in Zagst [10], Bild 7b, mit Abbildung 5, so erkennt man ein paar Unterschiede (der kleinste Wert -80.74 ist bei Zagst z.B. gar nicht mehr sichtbar), das qualitative Verhalten ist jedoch dasselbe.

Abbildung 6 zeigt den zur ML-Schätzung gehörenden Tail-Fit. Man erkennt, daß sich dieser sehr gut an die gegebenen Daten anschmiegt, selbst im äußersten Bereich der Stichprobe, und somit unsere anfangs getroffene Verteilungsannahme den “heavy tails” der Dax-Daten angemessen Rechnung zu tragen scheint. Die angegebenen Schätzwerte für das 5%-Quantil bzw. das DRC und den VaR erscheinen in diesem Zusammenhang deutlich vertrauenswürdiger als die auf einer Normalverteilungsannahme basierenden Werte.

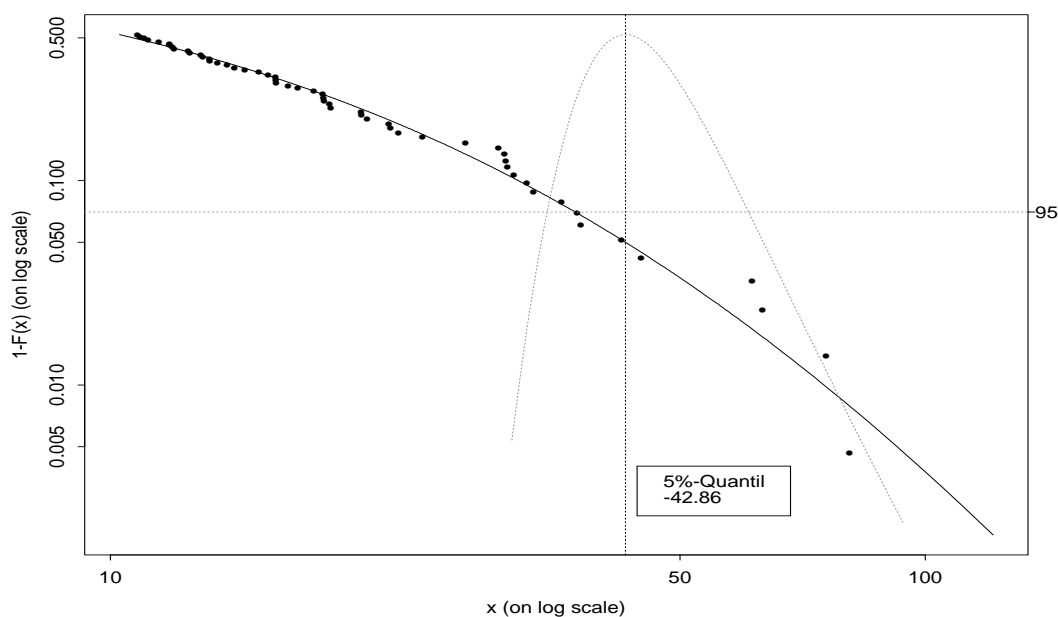


Abbildung 6: Tail-Fit der Dax-Preisänderungen: Die Punkte sind die 56 größten absoluten Dax-Preisänderungen, die durchgezogene Kurve ist der geschätzte Tail, basierend auf diesen Daten. Die vertikale Linie zeigt das 95%-Quantil an, die darübergelegte Kurve ist der zum Quantil gehörige Profile-Likelihood.

Die vertikale Linie ist beim geschätzten 95%-Quantil der verallgemeinerten Paretoverteilung gezogen. Konfidenzintervalle können mit Hilfe des eingezeichneten Profile-Likelihood leicht gefunden werden. Das 95%-Konfidenzintervall kann bei der horizontalen Linie abgelesen werden. Es ist das Intervall $[34.37, 60.51]$, d.h. das 95%-Quantil liegt mit Wahrscheinlichkeit 0.95 im Intervall $[34.37, 60.51]$. Für die Definition und mathematische Eigenschaften des Profile-Likelihood verweisen wir auf Barndorff-Nielsen und Cox [1].

Wir schliessen unseren Beitrag mit einer letzten Plausibilitätsbetrachtung zum Unterschied zwischen normaler und Extremwertmethode. Die beiden größten Beobachtungen unserer Stichprobe sind 80.74 und 75.53. Wir beantworten die folgende Frage: Angenommen, wir kennen nur den Wert 75.53 als zweitgrößten Beobachtungswert und wissen, daß es noch einen größeren gibt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der größte Wert dann mindestens 80.74? Bezeichnet man mit $X_{1,n}$ den größten und mit $X_{2,n}$ den zweitgrößten Beobachtungswert, dann kann man für eine absolut stetige Verteilungsfunktion F zeigen, daß

$$P(X_{1,n} \geq y \mid X_{2,n} = 75.53) = \frac{\bar{F}(y)}{\bar{F}(75.53)}, \quad y > 75.53.$$

Dieser bedingte Tail fällt in y . Für die Normalverteilung fällt er extrem schnell, der nächste Wert liegt innerhalb dieses Modells mit hoher Wahrscheinlichkeit sehr nahe an 75.53. Für die Verallgemeinerte Paretoverteilung fällt der bedingte Tail sehr viel langsamer, der nächste Wert liegt mit großer Wahrscheinlichkeit weiter entfernt. Man berechnet

$$P(X_{1,n} \geq 80.74 \mid X_{2,n} = 75.53) = \begin{cases} 0.324, & \text{F ist Normalverteilung,} \\ 0.803, & \text{F ist Verallgemeinerte Paretoverteilung.} \end{cases}$$

Die Zahlen zeigen deutlich, daß ein Wert von mindestens 80.74, der relativ weit entfernt ist von 75.53, für die Verallgemeinerte Paretoverteilung mit sehr viel höherer Wahrscheinlichkeit angenommen wird als für die Normalverteilung.

4 Abschliessende Bemerkungen

Wir hoffen, daß in unserem Artikel klargeworden ist, daß der hier dargestellte Ansatz zur Bewertung des Risikos auf einer völlig anderen Einschätzung beruht als der empirische oder normale Ansatz. Der empirische Ansatz benutzt einzig und allein die (zufällige) Realisierung der Stichprobe: man glaubt, daß diese Stichprobe auch das zukünftige Risiko vollständig beschreibt.

Der normale Ansatz impliziert, daß mehr oder weniger alle Werte der Stichprobe im 3σ -Bereich liegen. Alle Werte außerhalb sind Ausreisser (nicht durch das Modell erklärte Ausnahmen) und solche Werte treten mit hoher Wahrscheinlichkeit auch nicht wieder auf.

Unser Ansatz, basierend auf Extremwerttheorie, bezieht insbesondere extreme Werte in das Modell ein. Die Tails der Verteilung stehen im Mittelpunkt der Betrachtungsweise. Er ist der einzige der Ansätze, der Werte außerhalb der Stichprobe innerhalb eines probabilistischen Modells erklärt. Die Wirklichkeit scheint diesen Ansatz zu unterstützen, kommen doch immer wieder größere Risiken vor.

Wir hoffen sehr, daß unser Beitrag zu weiteren Diskussionen über das wichtige Thema Risikomanagement anregt.

Danksagung

Wir bedanken uns herzlich bei Alexander McNeil von der ETH-Zürich für die Erlaubnis, seine S-Plus-Routinen zur Extremwertstatistik benutzen zu dürfen.

Literatur

- [1] Barndorff-Nielsen, O.E. and Cox, D.R. (1994) *Inference and Asymptotics*. Chapman and Hall, London.
- [2] Borkovec, M. and Klüppelberg, C. (1998) Extremal behaviour of diffusion models in finance. *Extremes*, **1**, 47-80.
- [3] Embrechts, P., Klüppelberg, C. and Mikosch, T. (1997) *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer, Berlin.

- [4] Embrechts, P., Resnick, S.I. and Samorodnitsky, G. (1998) Living on the edge. *RISK* **11**, 96-100.
- [5] Haan, L. de, Resnick, S.I., Rootzén, H. and Vries, C. de (1989) Extremal behavior of solutions to a stochastic difference equation with applications to ARCH processes. *Stoch. Proc. Appl.* **32**, 213-224.
- [6] Jorion, P. (1997) *Value at Risk: the New Benchmark for Controlling Market Risk*. Irwin, Chicago.
- [7] McNeil, A.J. (1997) History Repeating. *RISK* **11**, 99.
- [8] McNeil, A.J. (1997) Extreme value theory applied to financial data: analyses of block maxima. Preprint, ETH-Zürich.
- [9] Zagst, R. (1997) Value at Risk (VaR) – Viele Wege führen ans Ziel. Teil 1: Methoden mit vollständiger Bewertung. *Solutions* **1.1**, 11-16.
- [10] Zagst, R. (1997) Value at Risk (VaR) – Viele Wege führen ans Ziel. Teil 2: Methoden mit approximativer Bewertung. *Solutions* **1.2**, 13-21.

Die Autoren

Susanne Emmer studierte an der Ludwig-Maximilians-Universität München Mathematik. Während ihrer Diplomarbeit im Bereich der Martingalthorie beschäftigte sie sich im Rahmen eines Praktikums bei der Boston Consulting Group mit der empirischen Überprüfung von investitionstheoretischen Bewertungsmodellen für Banken. Seit August 1997 ist sie Doktorandin am Lehrstuhl von Prof. C. Klüppelberg. Ihr Forschungsschwerpunkt liegt innerhalb der stochastischen Kontrolltheorie.

Prof. Dr. Claudia Klüppelberg ist Inhaberin des Lehrstuhls für Mathematische Statistik am Zentrum Mathematik der Technischen Universität München. Nach ihrem Studium zur Diplom-Mathematikerin und der Promotion zum Dr. sc. math. an der Universität Mannheim hatte sie fünf Jahre lang eine Oberassistentenstelle an der ETH-Zürich inne, wo sie sich habilitierte. Von 1995-1997 war sie Professorin für Angewandte Statistik am Fachbereich Mathematik der Universität Mainz. Zum SS 1997 folgte Prof. Claudia Klüppelberg einem Ruf an die TU München, wo sie an der Einführung des Studiengangs Finanz- und Wirtschaftsmathematik zum WS 1997/98 maßgeblich beteiligt war. Ihre Forschungsinteressen liegen innerhalb der Finanzmathematik in der Analyse von Finanzdaten, insbesondere im Hinblick auf das Risikomanagement.

Matthias Trüstedt ist Diplomand und studentische Hilfskraft am Lehrstuhl von Prof. C. Klüppelberg. Er ist Stipendiat der Stiftung Maximilianeum und erwarb während eines Studienaufenthaltes in Oxford von 1994-1995 den "Master of Science in Applied Statistics". In seiner Diplomarbeit beschäftigt er sich mit Value-at-Risk Berechnungen unter Einsatz multivariater Extremwertverteilungen.