

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

**Ein kohärentes Logikgatter für Lichtpulse
basierend auf atomarer Vierwellenmischung
in einem Bose-Einstein-Kondensat**

Christoph Vo

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Technischen
Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. W. Zwerger
Prüfer der Dissertation: 1. Hon.-Prof. Dr. G. Rempe
2. Univ.-Prof. Dr. A. Holleitner

Die Dissertation wurde am 15.11.2012 bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Physik am 13.12.2012 angenommen.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein kohärentes, klassisches Logikgatter für Lichtpulse experimentell demonstriert. Dabei werden zunächst zwei Eingangslichtpulse mittels eines Raman-Schemas in einem Bose-Einstein-Kondensat gespeichert. Daraufhin erzeugt Vierwellenmischung von Materiewellen eine neue Impulskomponente im Kondensat. Anschließend werden die atomaren Anregungen in einem Ausleseprozess wieder auf Lichtfelder übertragen. Dieses Auslesen erfolgt durch Raman-Verstärkung von Materiewellen. Die bei der Vierwellenmischung erzeugte, atomare Impulskomponente führt dabei zur Erzeugung einer neuen, optischen Komponente. Diese entsteht nur, wenn beide Eingangslichtpulse eine Anregung im Kondensat erzeugt haben. Somit wird ein logisches UND-Gatter für Lichtpulse realisiert.

Eine wichtige Eigenschaft des Gatters in Hinblick auf potentielle Anwendungen in der Quantenlogik ist die Phasenkohärenz. Um die Phasenkohärenz der beteiligten Prozesse zu untersuchen, wird das Schema erweitert. Im erweiterten Schema kann Licht in der neuen, optischen Komponente auf zwei Pfaden entstehen. Die Superposition dieser Pfade erzeugt ein Interferenzmuster als Funktion der Dauer der Vierwellenmischung. Durch experimentelle Beobachtung dieses Musters wird die Kohärenz aller beteiligter Prozesse nachgewiesen.

In einem weiteren Experiment wird die Dynamik von Vierwellenmischung von Materiewellen untersucht. Dies findet in einem Parameterregime statt, in welchem es erstmals möglich ist, kohärente Populationsdynamik über eine volle Oszillationsperiode zu beobachten.

Inhalt

1. Einleitung	2
1.1. Quanteninformationsverarbeitung	2
1.2. Quantenlogik-Gatter	3
1.3. Atomare Ensembles in der Quanteninformationsverarbeitung	4
1.4. Vierwellenmischung von Materiewellen	5
1.5. Raman Verstärkung von Materiewellen	5
1.6. Die vorliegende Arbeit	6
2. Versuchsaufbau	8
2.1. Erzeugung und Detektion von Bose-Einstein-Kondensaten	8
2.2. Phasenstabilisierte Diodenlaser	11
2.2.1. Phasenstabilisierung	11
2.2.2. Raman-Lasersystem	12
2.2.3. Frequenzkammstabilisierung	16
3. Optische Kontrolle einer magnetischen Feshbach-Resonanz	18
3.1. Feshbach-Resonanzen	18
3.2. Optische Kontrolle	19
4. Verschränkung zwischen einem einzelnen Atom und einem BEC	21
4.1. Ein Speicher für die Polarisation von Licht	21
4.2. Speichern von Verschränkung	24
5. Vierwellenmischung von Materiewellen	28
5.1. Theoretische Grundlagen	28
5.1.1. Qualitative Beschreibung	28
5.1.2. Gekoppelte Gross-Pitaevskii-Gleichungen	30
5.1.3. Verhalten bei kurzen Zeiten	32
5.1.4. Modell mit ebenen Wellen	33
5.1.5. Endliche räumliche Ausdehnung	36
5.2. Experimente in kollinearer Geometrie	38
5.3. Experimente in quadratischer Geometrie	43

6. Ein kohärentes Logikgatter für Lichtpulse	48
6.1. Logikgatter	48
6.1.1. Ausleseprozess	49
6.1.2. Wahrheitstabelle	50
6.2. Kohärenz des Gatters	52
6.3. Raman-Verstärkung von Materiewellen	54
6.3.1. Endliche räumliche Ausdehnung	54
6.3.2. Theoretische Berechnung des Kontrastes	57
7. Ausblick	63
A. Zustandspräparation	64
Eigene Publikationen	66
Literaturverzeichnis	68
Danksagung	79

1 Einleitung

1.1 Quanteninformationsverarbeitung

Es gibt Aufgaben, welche ein klassischer Computer zwar prinzipiell lösen kann, zu deren Lösung jedoch ein immenser Rechenaufwand benötigt wird. Ein Beispiel hierfür ist die Primfaktorzerlegung von ganzen Zahlen. Beim effizientesten bekannten klassischen Algorithmus für diese Aufgabe, nimmt die Anzahl der zur Lösung benötigten Rechenschritte exponentiell mit der Länge der zu zerlegenden Zahl zu. Ein heutiger Computer bräuchte für die Primfaktorzerlegung einer einige Kilobyte langen Zahl bereits länger als das Alter des Universums. Dieser Umstand findet praktische Anwendung in der Verschlüsselungstechnologie. Die Sicherheit der verbreiteten RSA-Methode [1] basiert darauf, dass der Empfänger einer verschlüsselten Nachricht entweder den verwendeten Schlüssel kennen muss, oder zur Entschlüsselung eine Aufgabe der Primfaktorzerlegung zu lösen hat.

1994 fand Peter Shor einen Algorithmus zur Primfaktorzerlegung [2], bei welchem die Anzahl benötigter Rechenschritte nur polynomial mit der Länge der zu zerlegenden Zahl anwächst. Dabei wird auf Eigenschaften der Quantenmechanik zurückgegriffen, von welchen klassische Computer keinen Gebrauch machen. Entsprechend kann der Algorithmus nicht auf einem klassischen Computer durchgeführt werden, sondern es bedarf eines Quantencomputers.

Motiviert durch die Erkenntnis, dass Algorithmen existieren, durch welche Quantencomputer klassischen überlegen sein können, ist die Forschungsaktivität auf diesem Gebiet seither stark gestiegen. Einzelne Quantenalgorithmen zur Lösung spezieller Probleme, darunter auch eine einfache Form des Shor-Algorithmus, wurden bereits experimentell demonstriert [3–10].

Information kann in einem Quantensystem in Form von Quantenbits (Qubits) repräsentiert werden. Ein klassisches Bit kann die Werte 0 oder 1 annehmen. Ein Qubit dagegen kann sich in einer beliebigen kohärenten Superposition von Quantenzuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ befinden. Zwei oder mehr Qubits können dabei auch miteinander verschränkt sein. Wichtig bei der Verwendung von Qubits ist, dass alle an ihrer Verarbeitung beteiligten Prozesse kohärent sind, die Entwicklung des Systems also unitär stattfindet.

Die Forschung an möglichen Realisierungen eines Quantencomputers gliedert sich in das Gebiet der Quanteninformationsverarbeitung [11] ein. Für verschiedene Anwendungen in diesem Gebiet ist es notwendig, Qubits über große Distanzen zu

transportieren (siehe z.B. Refs. [12, 13]). Hierzu bietet sich die Implementierung der Qubits in Form von Photonen an. Die Information kann dabei beispielsweise in der Polarisation des Lichts kodiert werden. Eine Schwierigkeit bei der Verwendung von Photonen liegt jedoch darin, dass diese in der Regel kaum oder gar nicht miteinander wechselwirken. Dadurch ist es schwer, Rechenoperationen mit ihnen durchzuführen.

Je nach Anwendung kann es notwendig sein, neben Photonen weitere, stationäre Qubits zur Verfügung zu haben, in denen der Qubit-Zustand zeitweise gespeichert werden kann [14]. Hierzu bedarf es einer Schnittstelle, welche die photonischen Qubits reversibel auf stationäre Realisierungen abbildet. Ist eine solche Schnittstelle verfügbar, so können Rechenoperationen auch auf den stationären Qubits erfolgen und das Ergebnis zurück auf photonische Qubits abgebildet werden. Auf diese Weise werden effektiv Rechenoperationen für photonische Qubits realisiert.

1.2 Quantenlogik-Gatter

Rechenoperationen für Qubits können analog zu Rechenoperationen mit klassischen Bits in Form von Zwei-Qubit-Gattern erfolgen. Es gibt Zwei-Qubit-Gatter, welche die Eigenschaft haben, dass bereits ein einzelnes solches Gatter zusammen mit beliebigen Ein-Qubit-Drehungen genügt, um beliebige n -Qubit-Gatter zu realisieren. Solche Zwei-Qubit-Gatter heißen universell.

Die erste Realisierung eines universellen Zwei-Qubit-Gatters erfolgte mit gefangenen Ionen [15–18]. Auch ein vollständiger Quantenalgorithmus wurde mit gespeicherten Ionen experimentell implementiert [7]. Weiterhin wurden Gatteroperationen an gefangenen Ionen eingesetzt, um Verschränkung zwischen den Qubits herzustellen [19–28].

In den vergangenen Jahren wurden große Fortschritte auf dem Gebiet der Festkörper-basierten Qubits gemacht. Universelle Zwei-Qubit-Gatter wurden dabei in supraleitenden Materialien [29], Quantenpunkten [30] und in Farbzentren von Diamanten bei Raumtemperatur [31] implementiert.

Quantengatter können auch für neutrale Atome verwirklicht werden. Die bisher einzige experimentelle Realisierung eines universellen Zwei-Qubit-Gatters für neutrale Atome [32] beruht auf der Dipol-Dipol-Wechselwirkung von Rydberg-Zuständen [33–35]. Daneben gibt es Vorschläge, welche auf der Kopplung eines einzelnen oder mehrerer Atome an einen optischen Resonator beruhen [36–38].

Eine weitere Herangehensweise ist der Einschluss einzelner, neutraler Atome in Mikrofallen. Es gibt Vorschläge, universelle Quantengatter zwischen den Atomen zu erzeugen durch optisch induzierte Dipol-Dipol-Wechselwirkung [39] oder durch elastische Stöße, welche kontrolliert durch räumliche Verschiebung der Mikrofallen herbeigeführt werden [40–42]. Experimentell wurde ein universelles Quantengatter mit dieser Methode noch nicht demonstriert. Kontrollierte Stöße zwischen Grundzustandsatomen in einem optischen Gitter wurden jedoch in Ref. [43] eingesetzt, um Vielteilchenverschränkung herzustellen.

Aufgrund der Bedeutung von Photonen für die Quanteninformationsverarbeitung ist es wünschenswert, auch Gatter für photonische Qubits zur Verfügung zu haben. Ein inhärent probabilistisches Zwei-Qubit-Gatter für Photonen kann unter Verwendung von linearer Optik implementiert werden [44, 45]. Hierbei wird jedoch nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit die gewünschte Gatteroperation durchgeführt, was in der Praxis die Skalierung auf viele Rechenoperationen deutlich erschwert.

Ein deterministisches Quantenlogikgatter für Photonen konnte noch nicht experimentell gezeigt werden, trotz verschiedener Vorschläge basierend auf wechselwirkenden Rydberg-Atomen [46], Atomen in optischen Resonatoren [47, 48] oder Stößen in Bose-Einstein-Kondensaten (BECs) [49]. Sowohl mit Rydberg-Atomen [50, 51], als auch mit Atomen in optischen Resonatoren [52] wurden in Hinblick auf die Realisierung von Zwei-Qubit-Gattern für Photonen bereits einige Fortschritte erzielt. Auch die Verstärkung der Wechselwirkung zwischen Photonen durch das Treiben von Raman-Übergängen in Atomen mithilfe weiterer Lichtfelder [53–55] wird verfolgt.

In Ref. [49] wird die Implementierung eines universellen Zwei-Qubit-Gatters für Photonen vorgeschlagen, welche mittels elektromagnetisch induzierter Transparenz [56] in einem BEC gespeichert wurden. Während einer Haltezeit erzeugen elastische Stöße der Atome eine Phasenverschiebung, die von den Qubit-Zuständen abhängt. Danach werden die Photonen wieder ausgelesen, wobei sich die akkumulierte Phase der atomaren Zustände auf die photonischen Qubits überträgt.

1.3 Atomare Ensembles in der Quanteninformationsverarbeitung

Neben den oben aufgeführten Systemen sind auch atomare Ensembles gut zum Einsatz in der Quanteninformationsverarbeitung geeignet. Beispielsweise können thermische Wolken als Speicher für Quantenzustände verwendet werden [57–59] oder als Quelle für Einzelphotonen dienen [50, 60–62]. Die Kohärenzzeit des Systems ist dabei oft durch thermische Bewegung der Atome limitiert. Durch Laserkühlung des Ensembles kann dieser Effekt reduziert werden.

Noch besser als bei lasergekühlten Atomen sind die Kohärenzeigenschaften von atomaren BECs. Ihre verschwindende thermische Bewegung ermöglicht lange Kohärenzzeiten und der interne Zustand des Systems kann sehr rein präpariert werden. Dies ermöglicht die Verwirklichung hoher Fidelities. Die hohe optische Dichte von BECs ermöglicht es weiterhin, photonische Qubits mit hoher Effizienz abzuspeichern [63, 64].

Elastische Stöße zwischen den Atomen eines BECs können eingesetzt werden, um Gatteroperationen auf gespeicherten Qubits zu implementieren. Eine Möglichkeit, dies zu verwirklichen, liegt in der oben beschriebenen Methode, eine zustandsabhängige Phasenverschiebung durch atomare Stöße in einem BEC zu erzeugen. Alternativ dazu können die atomaren Stöße in einem BEC verwendet werden, um durch Vierwellenmischung neue atomare Zustände zu besetzen, in welchen dann das

Ergebnis einer Rechenoperation kodiert sein kann.

1.4 Vierwellenmischung von Materiewellen

Vierwellenmischung (4WM) ist ein wohlbekannter Effekt der nichtlinearen Optik [65]. Werden drei Lichtfelder auf ein Medium mit geeigneter nichtlinearer Suszeptibilität eingestrahlt, so kann ein viertes Lichtfeld erzeugt werden. Analog dazu kann in der nichtlinearen Materiewellenoptik [66] eine vierte Materiewelle entstehen, wenn Atome in drei Materiewellen miteinander wechselwirken [67]. Atomare Stöße in einem BEC können dabei die Rolle übernehmen, welche die nichtlineare Suszeptibilität in der Optik wahrnimmt [68, 69].

4WM von Materiewellen wurde experimentell erstmals in Ref. [70] beobachtet. Es wurden aus einem anfänglich in Ruhe befindlichen BEC mittels Bragg-Reflexion an stehenden Lichtwellen zwei weitere Impulskomponenten hergestellt, welche zusammen mit der Wellenfunktion des ursprünglichen Kondensats die drei Materiewellen bildeten, aus denen durch atomare 4WM eine vierte entstand. Die erzeugte Welle unterschied sich von den zuvor existierenden in ihrem Impuls, der interne Zustand aller beteiligten Atome war identisch.

Die Phasenkohärenz einer durch atomare 4WM erzeugten Komponente wurde erstmals in Ref. [71] untersucht. Kohärente Entwicklung des Systems kann zu Oszillationen in der Bevölkerung der unterschiedlichen Komponenten führen. Bedingt durch die relativ geringe Wechselwirkungsstärke ist die Zeitskala, auf welcher Populationsdynamik durch 4WM stattfindet, jedoch verhältnismäßig lang. Alle bisherigen Experimente fanden in einem Parameterregime statt, in welchem nur die anfängliche Entwicklung der Populationen sichtbar war. Populationsdynamik über eine volle Oszillationsperiode konnte noch nicht beobachtet werden.

4WM von Materiewellen ist auch möglich, wenn sich die Atome der beteiligten Materiewellen in verschiedenen internen Zuständen befinden. Dies wurde in Refs. [72, 73] vorgeschlagen und in Ref. [74] experimentell beobachtet. Weiterhin sollte 4WM von Materiewellen nicht nur für Bosonen, sondern ebenfalls für Fermionen möglich sein [75, 76].

Atomare 4WM wird auch experimentell eingesetzt, um Korrelationen zwischen Teilchen herzustellen [77–82].

1.5 Raman Verstärkung von Materiewellen

Ist in einem System identischer Bosonen ein Zustand bereits mit n Teilchen besetzt, so wirkt diese Besetzung stimulierend auf Prozesse, in denen ein weiteres Teilchen denselben Zustand besetzt. Die quantenmechanische Amplitude für solche Prozesse steigt um einen Faktor $\sqrt{n+1}$. Von diesem Umstand wird beispielsweise beim Treiben optisch stimulierter Raman-Übergänge zwischen internen Zuständen neutraler Atome Gebrauch gemacht. Dabei werden zwei Lichtfelder eingestrahlt.

Photonen werden von einem der beiden Felder absorbiert und in das andere Feld stimuliert emittiert. Die Phase des stimulierenden Lichtfeldes bestimmt dabei die Phase des atomaren Endzustandes.

Die Stimulation kann alternativ durch eine Materiewelle erfolgen. Wird nur das Lichtfeld eingestrahlt, aus welchem Photonen absorbiert werden, so kann ein bereits vorbesetzter, atomarer Zustand die bosonische Stimulation übernehmen. Die Phase des beim Übergang emittierten Lichts ist dann durch die Phase der stimulierenden Atome bestimmt. Dieser Prozess heißt Raman-Verstärkung von Materiewellen (*amplification of matter waves, AMW*) [83, 84]. Bei den bisherigen experimentellen Arbeiten zu Raman AMW wurde gezeigt, dass die stimulierende Materiewelle kohärent verstärkt wird [83]. Allerdings wurden weder das bei diesem Vorgang emittierte Licht, noch dessen Kohärenzeigenschaften experimentell untersucht, trotz arbeiten auf den ähnlichen Gebieten der Rayleigh AMW [85, 86] und superradianter Lichtstreuung [87, 88].

1.6 Die vorliegende Arbeit

In der vorliegenden Arbeit wird ein kohärentes Logikgatter für zwei klassische Lichtpulse demonstriert, die in einem atomaren BEC gespeichert sind. Dabei wird 4WM von Materiewellen eingesetzt, um eine effektive Photon-Photon Wechselwirkung zu realisieren. Die bei der atomaren 4WM erzeugte Materiewelle führt durch anschließende Raman AMW zur Erzeugung eines neuen Lichtfeldes. Nur wenn durch beide Eingangslichtpulse eine Anregung erzeugt wurde, findet 4WM statt. Kodiert man zwei Logikbits im Vorhandensein der beiden zu speichernden Lichtpulse, so stellt der Prozess somit ein logisches UND-Gatter für Lichtpulse dar. Die Kohärenz der beteiligten Prozesse wird untersucht, indem das Schema erweitert wird.

Zusätzlich wird ein Experiment vorgestellt, in welchem kohärente Populationsdynamik bei 4WM von Materiewellen untersucht wird. Hierzu wird in einem Parameterr regime gearbeitet, welches lange Wechselwirkungszeiten ermöglicht.

Im Rahmen dieser Dissertation fanden zwei weitere Experimente statt. Zum einen wurde eine Methode entwickelt, um mit Licht eine magnetische Feshbach-Resonanz zu kontrollieren. Die Ergebnisse hierzu sind in einer vorherigen Dissertation [89] vorgestellt. Beim zweiten Versuch wurde in einem BEC ein Quantenspeicher für den Polarisationszustand von Licht realisiert. Dies wurde verwendet, um das BEC mit einem einzelnen Atom in einem optischen Resonator zu verschränken. Dieser Versuch ist ebenfalls Gegenstand einer vorherigen Dissertation [90].

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt: In Kap. 2 wird zunächst der verwendete Apparat zur Herstellung und Manipulation von BECs vorgestellt. In Kap. 3 ist kurz die Methode zur optischen Kontrolle einer magnetischen Feshbach-Resonanz beschrieben. Die zentralen Ergebnisse des Experiments zur Speicherung von Einzelphotonen und zur Verschränkung von einem einzelnen Atom mit einem BEC sind in Kap. 4 präsentiert. In Kap. 5 werden die Theorie und zwei praktische Realisierungen von atomarer 4WM vorgestellt. Dabei wird zuerst der Versuch zur Popula-

tionsdynamik präsentiert und anschließend auf die Konfiguration eingegangen, wie sie für das Logikgatter eingesetzt wird. In Kap. 6 wird dann die atomare Kohärenz nach der 4WM durch Raman AMW auf Lichtfelder abgebildet und das Logikgatter demonstriert. Es folgt der Nachweis der Kohärenz des Gatters. Ein Ausblick auf mögliche zukünftige Experimente findet sich in Kap. 7.

2 Versuchsaufbau

Die in dieser Arbeit vorgestellten Versuche wurden mit Bose-Einstein-Kondensaten aus ^{87}Rb durchgeführt. Die Apparatur zur Herstellung dieser Kondensate ist im Wesentlichen in ihrer jetzigen Form seit 1999 in Betrieb und in den Refs. [91, 92] ausführlich beschrieben. Sie wurde im Laufe der Zeit für jedes neue Experiment den Anforderungen entsprechend angepasst und erweitert. Die bisher vollzogenen Änderungen sind in Refs. [89, 90, 93, 94] dokumentiert.

Eine kurze Vorstellung der Apparatur in ihrem aktuellen Zustand findet sich in Abschnitt 2.1. Im darauffolgenden Abschnitt 2.2 ist ein im Rahmen dieser Promotion hinzugefügtes phasenstabilisiertes Diodenlasersystem beschrieben.

2.1 Erzeugung und Detektion von Bose-Einstein-Kondensaten

Wenn ein Gas bosonischer Teilchen so weit abgekühlt wird, dass die de-Broglie-Wellenlänge der Teilchen mit ihrem mittleren Abstand vergleichbar wird, hören die Teilchen auf, sich klassisch zu verhalten. Sie bevölkern dann bei weiter sinkender Temperatur zunehmend den Grundzustand. Dies nennt man Bose-Einstein-Kondensation. Sowohl ihre Phänomenologie als auch die theoretische Beschreibung werden ausführlich in Refs. [95, 96] behandelt.

Das Verhältnis aus dem mittlerem Abstand und der de-Broglie-Wellenlänge lässt sich durch die Phasenraumdicke $n\lambda_{dB}^3$ ausdrücken. Kondensation setzt ein, wenn diese den kritischen Wert

$$n\lambda_{dB}^3 = 2.612 \quad (2.1)$$

überschreitet. n bezeichnet hier die räumliche Dichte und $\lambda_{dB} = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$ ist die thermische de-Broglie-Wellenlänge, wobei h das plancksche Wirkungsquantum, m die Masse der Teilchen, k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur des Gases sind.

Im Experiment werden räumliche Dichten von $10^{12} - 10^{14}$ Atomen/cm³ verwendet. Um dabei die zur Bose-Einstein-Kondensation notwendige Phasenraumdicke zu erreichen, müssen die Atome auf Temperaturen von wenigen hundert Nanokelvin gekühlt werden. Hierzu werden die Teilchen zuerst in einer magnetooptischen Falle (MOT) gesammelt und ihre Temperatur auf wenige zehn Mikrokkelvin reduziert. Da-

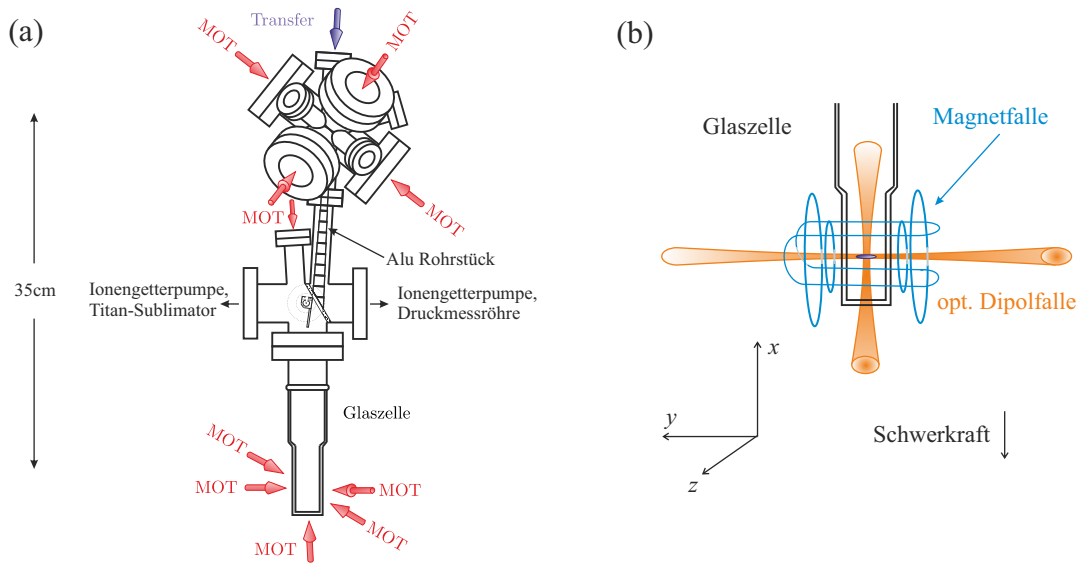


Abb. 2.1: (a) Vakuumkanmer. Der Bereich der oberen MOT dient als Rubidiumquelle und ist mit dem unteren Bereich des besseren Vakuums durch ein schmales Aluminium-Rohrstück verbunden. Dieses hält eine Druckdifferenz aufrecht. (b) Geometrie. MOT, Magnetfalle und optische Dipolfalle sind in der Glaszelle miteinander überlagert.

nach werden sie in eine konservative Falle geladen und durch Verdampfungskühlung bis zur Kondensation gebracht. Eine umfassende Beschreibung von Laserkühlung, Atomfallen und Verdampfungskühlung findet sich in Ref. [97].

Um niedrige Temperaturen erreichen und die Atome hinreichend lange in einer Falle speichern zu können, ist die Isolation der Teilchen von der Umgebung mittels Vakuums notwendig. Eine schematische Zeichnung der hierfür verwendeten Kammer ist in Abb. 2.1(a) dargestellt. Im oberen Teil herrscht ein Rubidiumdampfdruck von ca. 5×10^{-9} mbar, in der Glaszelle am unteren Ende beträgt der Druck etwa 1×10^{-11} mbar.

Die eingesetzte Strategie zum Sammeln von Atomen ist die Kombination von zwei MOTs in den beiden Regionen der Vakuumkanmer. Im oberen MOT-System werden 15 Ladezyklen wiederholt. In jedem Zyklus werden 5×10^9 Atome in 100 ms aus dem Rubidiumdampf gefangen und dabei auf etwa ein Millikelvin gekühlt. Daraufhin wird die so geladene Atomwolke in einer 10 ms langen Phase von Polarisationsgradientenkühlung auf einige hundert Mikrokkelvin weiter gekühlt und zum Transfer nach unten mit einem resonanten Laserstrahl in Richtung der anderen MOT beschleunigt. Diese MOT im unteren Bereich des besseren Vakuums wird während des Ladevorgangs kontinuierlich betrieben.

Ist das Laden der unteren MOT beendet, werden die Atome nach einer weiteren Phase von Polarisationsgradientenkühlung und optischem Umpumpen in eine Ioffe-Pritchard-Magnetfalle transferiert. Die Teilchenzahl zu diesem Zeitpunkt beträgt etwa 10^9 und die Atome können limitiert durch den Hintergrunddruck mit einer $1/e$ -

Zeit von rund 100 s gehalten werden. Nach einer adiabatischen Kompressionsphase wird die Temperatur der Wolke nun mittels Radiofrequenz-Verdampfungskühlung weiter gesenkt. Die Radiofrequenz wird über einen Zeitraum von 6 s reduziert, bis die Temperatur der verbliebenen Atome kurz oberhalb des kritischen Wertes zum Einsetzen der Bose-Einstein-Kondensation ist.

Nun wird die Wolke in eine optische Dipolfalle umgeladen. Die hierzu eingesetzten Laser sind mit einer Wellenlänge von 1064 nm gegenüber den atomaren Übergängen weit rotverstimmt, weshalb die Grundzustandsatome in Regionen hoher Laserintensität gespeichert werden können. Der Einschluss in vertikaler Richtung ist durch einen fokussierten Strahl realisiert, welcher entlang der Symmetrieachse der Magnetfalle verläuft (Abb. 2.1(b)). In der horizontalen Ebene werden die Atome durch einen fokussierten Strahl gehalten, welcher den anderen von unten kommend in der Mitte der Magnetfalle kreuzt. Das Umladen der Atome von der Magnetfalle in die optische Dipolfalle erfolgt adiabatisch.

Nach dem Umladen der Atome wird die Verdampfungskühlung durch Reduktion der Laserintensitäten fortgeführt, bis nach einer weiteren Sekunde ein quasi reines BEC von rund $1,5 \times 10^6$ Atomen im $|F = 1, m_F = -1\rangle$ -Zustand vorliegt. Hierbei sind F die Hyperfeinquantenzahl und m_F deren Projektion auf das anliegende, ≈ 1 Gauß starke magnetische Führungsfeld parallel zur y -Achse des Experiments. Die Fallenfrequenzen der optischen Dipolfalle betragen dann 70 Hz in vertikaler und jeweils 20 Hz in den beiden horizontalen Richtungen. Hieraus ergeben sich Thomas-Fermi-Radien [95, 96] in den drei Raumrichtungen von $(R_x, R_y, R_z) = (8, 27, 27)\mu\text{m}$. Insgesamt dauert ein vollständiger experimenteller Zyklus etwa 15 Sekunden.

Absorptionsabbildungen

Zur Diagnose der ultrakalten Atomwolken können Absorptionsabbildungen gemacht werden. Hierzu wird die optische Dipolfalle am Ende des Experiments abrupt ausgeschaltet, woraufhin die Atomwolke in freiem Fall expandiert. Nach einer einstellbaren Flugzeit werden die Teilchen durch einen Laserstrahl nah-resonant mit dem $F = 2 \leftrightarrow F' = 3$ -Übergang der D_2 -Linie beleuchtet. Die Atome absorbieren dabei einen Teil des Lichts. Der transmittierte Anteil wird auf einer CCD-Kamera abgebildet. Vergleich der resultierenden Intensitätsverteilung mit einem Referenzbild des Strahls ohne Atome ermöglicht dann das Errechnen der integrierten Teilchendichte entlang der Strahlrichtung.

Die räumliche Ausdehnung der Probe ist nach einigen Millisekunden Fallzeit deutlich größer als anfänglich innerhalb der Falle. Dadurch findet effektiv eine Impulsraumabbildung der Atome statt. Hierbei ist zu beachten, dass die Impulsverteilung, welche innerhalb der Falle herrschte, aufgrund der Wechselwirkung zwischen den Teilchen zu Beginn der Fallzeit noch verändert wird [98].

Aus den Absorptionsabbildungen können Anzahl und Temperatur der Teilchen bestimmt werden. Da der Abbildungsstrahl nur für Atome im oberen Hyperfein-groundzustand $F = 2$ nah-resonant ist, werden durch ihn auch nur diese abgebildet. Um zusätzlich auch die Atome im unteren der beiden Hyperfeinzustände zu detek-

tieren, kann während der Beleuchtung der Atome noch weiteres Licht resonant mit dem $F = 1 \leftrightarrow F' = 2$ -Übergang der D_2 -Linie eingestrahlt werden. Dieses pumpt die Atome vom unteren in den oberen Hyperfeinzustand, wodurch sie dann mit abgebildet werden. Weiterhin kann am Anfang der Fallzeit kurzzeitig ein Magnetfeldgradient angelegt werden, der es ermöglicht, aufgrund des Stern-Gerlach-Effektes die verschiedenen magnetischen Unterzustände räumlich getrennt abzubilden.

2.2 Phasenstabilisierte Diodenlaser

Bei einigen in dieser Arbeit vorgestellten Anwendungen ist es von Bedeutung, dass zwei Laser eine feste Phasenbeziehung zueinander haben. Ein Beispiel hierfür sind die stimulierten Raman-Übergänge, welche bei den Versuchen der Kapitel 5 und 6 getrieben werden. Um dabei hinreichend lange Kohärenzzeiten zu verwirklichen, können die Laser aufeinander phasenstabilisiert werden. Da hiermit auch ihre Differenzfrequenz fest gehalten wird, eignet sich die Technik auch dazu, die Absolutfrequenz eines Lasers auf eine optische Referenz zu stabilisieren.

Im Rahmen dieser Dissertation wurden Laser für unterschiedliche Anwendungen phasenstabilisiert, wobei das Konzept in allen Fällen ähnlich war. Je nach Anforderung kamen jedoch unterschiedliche Implementierungen zum Einsatz. In den folgenden Unterabschnitten wird zuerst die generelle Methode beschrieben, danach das phasenstabilisierte Diodenlasersystem zum Treiben von Raman-Übergängen vorgestellt, und zuletzt kurz auf die verwendeten Frequenzkämme als optische Referenz eingegangen.

2.2.1 Phasenstabilisierung

Bei der Phasenstabilisierung wird ein so genannter Slave-Laser auf eine optische Referenz, genannt Master-Laser, stabilisiert. Ziel hierbei ist, dass das emittierte Licht des Slave-Lasers bezüglich des Master-Lasers eine fixe relative Phase bei einem einstellbaren Frequenzabstand haben soll. Im phasenstabilisierten Zustand haben dann beide Laser in etwa die Linienbreite des Master-Lasers, ihr relatives Phasenrauschen ist jedoch stark reduziert.

Um ein Fehlersignal für die stabilisierende Regelschleife zu erstellen, werden zunächst Teilstrahlen beider Laser auf einem Strahlteiler überlagert und deren Schwebung mit einer Photodiode detektiert. Das Schwebungssignal oszilliert mit der Differenzfrequenz der beiden Laser und hat deren relative Phase. Die Aufgabe der Stabilisierung besteht nun darin, diese relative Phase konstant zu halten. Hierzu wird die Phasendifferenz zwischen dem Schwebungssignal und einem stabilen Referenzoszillator detektiert und daraus das Fehlersignal gebildet. Der Referenzoszillator im Radiofrequenzbereich wird hier als Lokaloszillator bezeichnet.

Als Phasendetektoren können verschiedene Systeme verwendet werden. Im Experiment kommen zwei Typen zum Einsatz. Zum einen werden elektrische Mischer verwendet. Als analoge Detektoren geben sie das Produkt der beiden Eingangs-

signale aus, welches sich nach Tiefpassfilterung auf den Sinus der Phasendifferenz reduziert. So können Phasen im Bereich von $-\pi$ bis $+\pi$ detektiert werden.

Die andere Art Phasendetektoren, die zum Einsatz kommt, ist digital und wurde in der Arbeitsgruppe von T. Hänsch entwickelt. Hierbei werden Schwebungssignal und Lokaloszillator zuerst in Logikpulse umgewandelt. Der Zeitabstand der Pulse des einen und des anderen Logiksignals ist dabei proportional zur relativen Phase. Diese wird mittels einer Schaltung aus flankengesteuerten Flipflops, gefolgt von einem Tiefpassfilter, in eine elektrische Spannung umgewandelt. Der Arbeitsbereich hierdurch alleine wäre auf 0 bis 2π begrenzt. Es ist jedoch zusätzlich noch ein Zähler eingebaut, der mitzählt, wie oft ein zweiter Puls des einen Signals eintrifft, bevor ein Puls des anderen Signals beginnt. Für jeden dieser so genannten *cycle slips* werden zusätzliche 2π zum Ausgangssignal addiert oder subtrahiert. Die Zähltiefe kann im Bereich 4 bis 12 bit eingestellt werden, wobei eine größere Zähltiefe einen größeren Frequenzeinfangbereich der Regelschleife ermöglicht.

Die Verwendung des Zählers ist für die hier vorgestellten Anwendungen nicht zwingend erforderlich, sondern hat praktische Gründe. Durch den erhöhten Einfangbereich kann die Differenzfrequenz der Laser in größeren Schritten geändert werden und Frequenzrampen lassen sich mit höherer Rate durchfahren. Da die maximale Ausgangsspannung am Detektor jedoch fest ist, ist die Verstärkung bei hoher Zähltiefe geringer und somit das Signal-zu-Rausch-Verhältnis schlechter.

Ist das Fehlersignal generiert, so wird es mit einem Proportional-Integral-Differential(PID)-Regler in ein Signal umgewandelt, welches dem Laser zugeführt wird. Wegen des relativ geringen Frequenzeinfangbereiches der Regelung ist es hierbei im Gegensatz zu vielen anderen Regelkreisen so, dass zuerst die Rückkopplung für hochfrequente Signalkomponenten funktionieren muss, bevor es möglich ist, die langsame Rückkopplung zu optimieren.

2.2.2 Raman-Lasersystem

Bei den hier vorgestellten Experimenten werden stimulierte Raman-Übergänge zwischen den beiden Hyperfeingrundzuständen von ^{87}Rb getrieben. Das Licht dazu liefern zwei in Littrow-Anordnung gitterstabilisierte Diodenlaser (*Toptica, DL-100*). Ohne weitere elektronische Stabilisierung beträgt ihre Linienbreite jeweils etwa 1 MHz, wodurch die Kohärenzzeit für Zweiphotonenübergänge auf rund $1 \mu\text{s}$ limitiert wäre. Um dies zu verlängern, wird die Phase des einen Lasers auf die des anderen stabilisiert.

Der Abstand der Hyperfeingrundzustände beträgt 6,835 GHz. Dies bestimmt den Frequenzunterschied der beiden Laser, um resonante Zweiphotonenprozesse treiben zu können. Zur Erzeugung des Fehlersignals wird die Schwebung bei dieser Frequenz von einem verstärkten Photodetektor (*New Focus, 1554-B*) gemessen.

Aufgrund der Höhe der Frequenz ist es schwer, die Phase des Schwebungssignals direkt mit der Phase eines Lokaloszillators zu vergleichen. Deshalb wird das Schwebungssignal erst mit einem rauscharmen Mikrowellenoszillator (*Meuro Corp,*

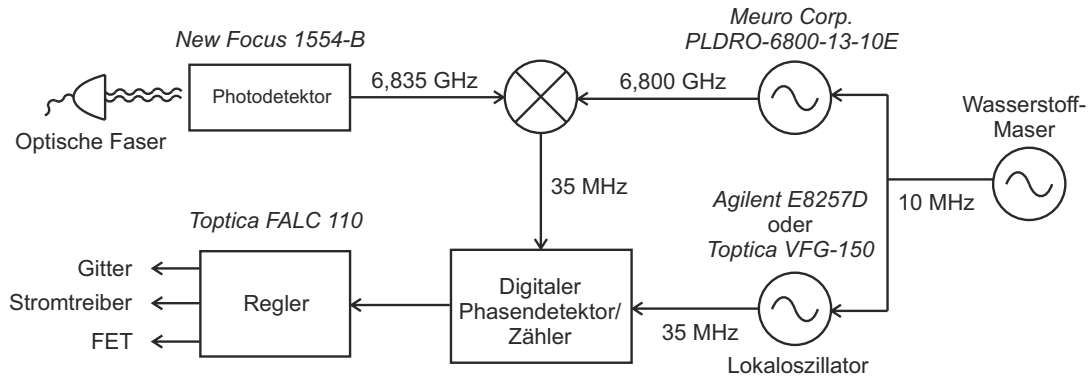


Abb. 2.2: Aufbau der Stabilisierungselektronik. Das Schwebungssignal der Laser wird detektiert und mit dem Signal eines Mikrowellenoszillators herunter gemischt. Das Zwischenfrequenzsignal des Mischers wird zur Erzeugung des Fehlersignales mit dem Lokaloszillator verglichen. Die Rückkopplung erfolgt durch einen kommerziell verfügbaren Regler, welcher auf verschiedene Komponenten des Lasers wirkt. Der Mikrowellenoszillator und der Lokaloszillator sind auf das 10-MHz-Signal eines Wasserstoff-Masers stabilisiert.

PLDRO-6800-13-10E) herunter gemischt und der niederfrequente Mischerausgang mit dem Lokaloszillator verglichen (s. Abb. 2.2). Der Mikrowellenoszillator ist phasenstabilisiert auf das 10-MHz-Signal eines hochstabilen Wasserstoff-Masers. Bei diesem Lasersystem ist ein digitaler Phasendetektor mit einer Zähltiefe von 8 bit im Einsatz.

Der schnelle Ausgang des PID-Reglers (*Topptica, FALC 110*) moduliert mittels eines Feldeffekttransistors (FET) im Kopf der Slave-Lasereinheit den Strom durch die Laserdiode. Die Bandbreite dieses Pfades ist maximal 10 MHz. Frequenzkomponenten des Regelsignals bis 16 kHz werden an den Stromtreiber der Laserelektronik geführt. Komponenten bis zu 1 kHz wirken mittels eines Piezoaktuators auf das Gitter im Laserkopf. Jeder der Signalpfade hat eine unabhängig einstellbare Verstärkung.

Die absolute Frequenz der beiden Raman-Laser wird durch Stabilisierung des Master-Lasers eingestellt. Je nach Anwendung ist dieser entweder mittels eines Software-PID-Reglers auf ein kalibriertes Wellenlängenmessgerät (*HighFinesse, WSU-30*) oder auf einen Frequenzkamm stabilisiert (s. Abschnitt 2.2.3). Das Wellenlängenmessgerät hat eine spezifizierte absolute Genauigkeit von 30 MHz. Vergleich mit einem Frequenzkamm hat jedoch gezeigt, dass bei stündlicher Nachkalibrierung auf einen optischen Rubidiumstandard eine Genauigkeit von besser als 10 MHz erreicht wird. Dies ist hinreichend für Anwendungen, bei denen die Laser weit-verstimmt von Einphotonenresonanzen verwendet werden. Bei nah-resonantem Einsatz oder, wenn die Phase relativ zu einem weiteren Laser relevant ist, wird der Master-Laser auf einen Frequenzkamm stabilisiert.

Die beiden Laser des Raman-Systems liefern jeweils 100 mW Licht bei einer Wel-

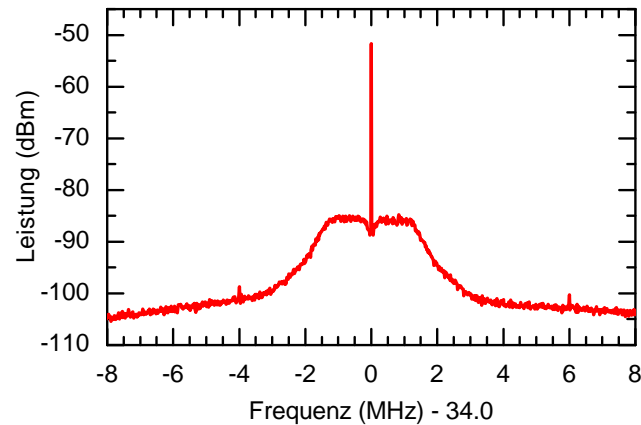


Abb. 2.3: Heruntergemischtes Schwebungssignal zwischen den Raman-Lasern. Die Auflösungsbandbreite beträgt 10 kHz. Das Rauschen ist bis zur Grenze der Regelbandbreite von ca. 1 MHz stark unterdrückt. Das dargestellte Signal wurde über 100 Einzelmessungen gemittelt.

lenlänge von 795 nm. Von beiden Strahlengängen werden je $700 \mu\text{W}$ zur Phasenstabilisierung abgezweigt. Um die transversalen Moden optimal anzupassen, erfolgt die Überlagerung in einem Faserstrahlteiler.

Das Licht, welches vom Master-Laser auf die Atome einstrahlt, wird mit einem akusto-optischen Modulator (AOM) ein- und ausgeschaltet. Der Slave-Laser wird zweigeteilt und beide Strahlen ebenfalls mittels AOMs geschaltet. Die treibende Radiofrequenz für alle drei Modulatoren wird aus derselben Frequenzquelle bezogen. Dadurch ist auch die Phase, welche die AOMs den Strahlen aufprägen, abgesehen von einem zeitlich konstanten Offset, gleich. Durch Amplitudenmodulation der Radiofrequenz können beliebige Pulsformen der Lichtintensität generiert werden. Das Auslöschungsverhältnis zwischen ein- und ausgeschaltetem Zustand der AOMs ist auf 10^6 optimiert. Zuletzt wird das Licht dem Experiment durch 15 m lange, polarisationserhaltende optische Fasern zugeführt.

Charakterisierung der Regelung

Zu Diagnosezwecken wird direkt vor dem Phasendetektor ein Bruchteil des Signals mithilfe eines Richtkopplers abgezweigt und mit einem Spektrumanalysator betrachtet. In Abb. 2.3 ist das Signal dargestellt. Die inhärente Breite des zentralen Peaks ist hier nicht erkennbar, da sie unterhalb der Auflösung des Spektrumanalysators liegt. Innerhalb der Regelbandbreite von ca. 1 MHz ist das Rauschen gegenüber dem freilaufenden Laser stark unterdrückt. Die Höhe der Regelbandbreite ist durch die Laufzeit des Signals begrenzt.

Bei einer Charakterisierung der Regelung, wobei wie in Abb. 2.3 innerhalb der Regelschleife gemessen wird, sind viele Fehler nicht sichtbar. Beispielsweise wird Rauschen in der Elektronik unter Umständen direkt auf den Laser übertragen, oh-

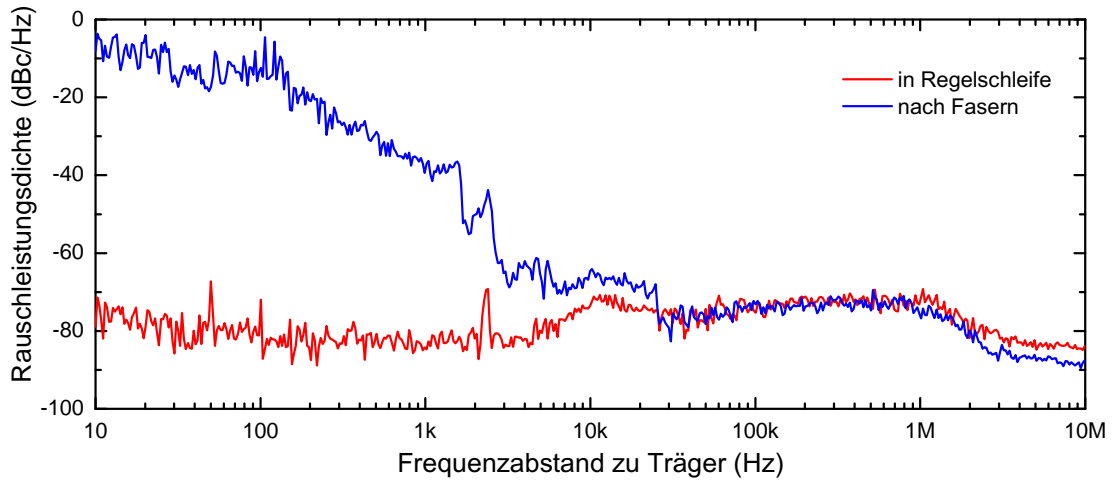


Abb. 2.4: Spektrale Rauschleistungsdichte, gemessen an verschiedenen Orten. Die Trägerfrequenz beträgt 34 MHz. Die rote Kurve zeigt das innerhalb der Regelschleife gemessene Signal. Die blaue Kurve stellt das Signal bei Messung nach den optischen Fasern dar. Man erkennt, dass das tatsächliche Phasenrauschen am Ort der Atome durch die Messung innerhalb der Regelschleife stark unterschätzt wird.

ne hier erkennbar zu sein. Hinzu kommt, dass die Strahlen der beiden Laser auf unterschiedlichen optischen Pfaden zu den Atomen geführt werden. Somit nehmen sie auch auf dem Weg noch weiteres Phasenrauschen auf. Beispielsweise die 15 m langen optischen Fasern können hierzu einen beträchtlichen Beitrag leisten.

Um ein realistisches Bild des Phasenrauschens am Ort der Atome zu bekommen, wurde am Ende der Fasern eine weitere Schwebung gebildet und detektiert. Dieses Signal wurde ebenfalls herunter gemischt und untersucht. Zum Einsatz kamen baugleiche Komponenten wie bei der Erzeugung des Fehlersignales innerhalb der Regelschleife.

In Abb. 2.4 ist die spektrale Rauschleistungsdichte des Signals beider Messmethoden aufgetragen. Es ist zu beachten, dass das rote Signal in dieser und der vorherigen Abbildung den gleichen Sachverhalt darstellt, jedoch unterschiedlich gemessen wurde. In Abb. 2.3 wurde mit einer festen Auflösungsbandbreite von 10 kHz gemessen. In Abb. 2.4 wurde je nach Messbereich eine passende Auflösungsbandbreite verwendet und das Signal zur Vergleichbarkeit der Datenpunkte auf dBc/Hz normiert¹. Es ist klar zu erkennen, dass im niedrigen Frequenzbereich bis etwa 30

¹ Die Einheit dBc/Hz bezeichnet den relativen Rauschleistungspegel innerhalb eines Frequenzbandes von 1 Hz bezogen auf die Trägerleistung. Beispielsweise ist die Rauschleistung in Abb. 2.3 bei 1 MHz Abstand vom Träger -85 dBm, die Trägerleistung ist -53 dBm. Um mit dem entsprechenden Punkt in Abb. 2.4 vergleichen zu können, muss die 10 kHz Auflösungsbandbreite mitbedacht werden, welche die gemessene Leistung bei 1 MHz Abstand um $10 \cdot \log_{10} \frac{10 \text{ kHz}}{1 \text{ Hz}} = 40$ dB gegenüber einer Messung unter Verwendung von 1 Hz Auflösungsbandbreite erhöht. Beim Träger ist fast die gesamte Leistung innerhalb eines Fensters, das schmäler ist als 1 Hz, entsprechend ist die dort gemessene Leistung unabhängig von

kHz das tatsächliche Rauschen deutlich größer ist, als die Messung innerhalb der Regelschleife suggeriert. Bei den durchgeführten Experimenten war jedoch auch dieses höhere Rauschen noch nicht limitierend. Sollte es sich bei zukünftigen Experimenten als zu hoch erweisen, so könnte wie in Ref. [99] eine zusätzliche Regelschleife hinzugefügt werden.

2.2.3 Frequenzkammstabilisierung

Bei den hier vorgestellten Experimenten kamen zwei verschiedene optische Frequenzkämme zum Einsatz. Ein optischer Frequenzkamm wird mit einem gepulsten Laser erzeugt. Das Spektrum besteht aus diskreten Kammlinien, deren Abstand durch die Repetitionsrate des Lasers gegeben ist. Aufgrund der so genannten Carrier-Envelope-Phase (CEP) [100], ist das gesamte Spektrum um einen Offset verschoben. Durch Stabilisierung der CEP wird dieser Offset festgehalten. Weiterhin wird die Repetitionsrate stabilisiert und somit das gesamte Spektrum fixiert. Auch die relative Phase zwischen den einzelnen Kammzinken ist dann fest. Somit kann ein Frequenzkamm sowohl als Frequenz- als auch als Phasenreferenz für andere Laser verwendet werden.

Bei den in Kapitel 3 beschriebenen Versuchen zur optischen Kontrolle von Feshbach-Resonanzen wurde ein Frequenzkamm der Gruppe von T. Hänsch verwendet. Er basiert auf einem gepulsten Erbium-Faserlaser mit einer Repetitionsrate von 100 MHz. Das Licht wird vor dem Einsatz in unserem Labor frequenzverdoppelt. Nach der Verdoppelung ist der Offset durch die CEP +20 MHz. Der Frequenzkamm hat eine absolute Genauigkeit von 10^{-13} [101] und seine Linienbreite beträgt 275 kHz. Primärstandard ist auch hier der Wasserstoff-Maser. Zur Stabilisierung eines Diodenlasers (*Toptica, DL 100*) auf diesen Frequenzkamm ist ein digitaler Phasendetektor mit 4 bit Zähltiefe eingesetzt. Schnelle Rückkopplung wird durch proportional abgeschwächtes Weiterleiten des Fehlersignales auf den Diodenstrom mittels eines Bias-T realisiert. Die Regelbandbreite beträgt etwa 700 kHz. Zur Korrektur von Langzeitdrifts wird ein im Hause entwickelter Proportional-Integral-Regler verwendet, welcher mittels Piezoaktuator auf das Gitter im Laserkopf wirkt.

Bei allen weiteren Experimenten ist ein kommerziell erhältlicher Frequenzkamm (*Menlo Systems, FC 1500-250*) als Referenz im Einsatz. Auch hierbei handelt es sich um ein faserbasiertes System und Primärstandard ist erneut der Wasserstoff-Maser. Die Repetitionsrate beträgt 250 MHz und der Offset ist -40 MHz. Dieser Kamm hat auf langen Zeitskalen eine absolute Genauigkeit von 10^{-14} , seine Linienbreite beträgt 200 kHz.

Der Master-Laser des Raman-Systems wird bei Bedarf auf diesen Kamm stabilisiert. Dabei sind der Phasendetektor und der PID-Regler direkt in einem Gehäuse verbaut. Ziel ist, durch kurze Signalwege die Verzögerung in der Regelschleife gering zu halten. Dies ermöglicht es, eine hohe Regelbandbreite zu realisieren. Das Fehler-

der Auflösungsbandbreite. Die Rauschleistungsdichte in dBc/Hz bei 1 MHz Abstand ist somit $(-85 - 40) - (-53)$ dBc/Hz = -72 dBc/Hz.

signal wird durch einen analogen Mischer generiert. Bei dem Gerät handelt es sich um einen Prototyp eines mittlerweile in modifizierter Form kommerziell erhältlichen Reglers (*Toptica, Mixing FALC 110*). Die Rückkopplung erfolgt wie bei der Stabilisierung des Slave-Lasers über einen FET im Laserkopf, den Stromtreiber und einen Piezoaktuator am Gitter. Die Bandbreite dieser Regelschleife beträgt 1,3 MHz und die Schwebungsfrequenz kann bis zu 120 MHz betragen. Dies ist dadurch limitiert, dass bei 125 MHz, also der halben Repetitionsrate des Kammes, nicht mehr zwischen den Schwebungen mit zwei benachbarten Kammzinken unterschieden werden kann.

Bei dem in Kapitel 4 vorgestellten Verschränkungsexperiment werden Photonen zunächst mithilfe eines Lasers erzeugt und anschließend unter Verwendung eines anderen Lasers abgespeichert. Die relative Phase zwischen den beiden Lasern muss dabei zeitlich konstant sein. Um dies zu gewährleisten, werden beide Laser auf den Frequenzkamm als gemeinsame Referenz phasenstabilisiert.

Ein weiterer Laser wurde auf den Frequenzkamm stabilisiert, um, wie in Kapitel 5 beschrieben, mit nah-resonanten Lichtpulsen gezielt bestimmte Zustände zu entvölkern. Licht desselben Lasers wird in Kapitel 6 eingestrahlt, um atomare Kohärenzen durch Raman AMW auf Lichtfelder zu übertragen. In diesem Fall ist als Phasendetektor und Regler ein Serienmodell des oben beschriebenen Prototypen im Einsatz. Aufbau und Eigenschaften der Regelschleife sind ähnlich denen des Master-Lasers des Raman-Systems.

3 Optische Kontrolle einer magnetischen Feshbach-Resonanz

Ein Aspekt, welcher zur Reichhaltigkeit der Physik von ultrakalten Quantengasen bedeutend beiträgt, ist die Wechselwirkung zwischen den Teilchen. Um sie gezielt einsetzen zu können, ist es wünschenswert, Kontrolle über ihre Stärke zu erlangen. Dies wird durch die Verwendung von magnetischen Feshbach-Resonanzen [102–104] ermöglicht. Zur Kontrolle der Wechselwirkung werden dabei Magnetfelder angelegt. In vielen Experimenten ist dies nur mit begrenzter räumlicher Auflösung realisierbar. Es gibt jedoch zukünftige Anwendungen, bei denen es notwendig ist, die Wechselwirkungsstärke mit hoher räumlicher Auflösung zu ändern. Hierzu gehören beispielsweise die Simulation von Schwarzen Löchern in BECs [105, 106], die kontrollierte Erzeugung von Solitonen [107], der Kollaps eines BECs in ungewöhnlichem Regime [108], die Realisierung von Hamilton-Operatoren, bei welchen die Streulänge an unterschiedlichen Plätzen eines optischen Gitters verschieden ist [109, 110] oder Effekte ähnlich der Andreev-Reflektion [111]. Solche Experimente sind mit den bisher entwickelten Techniken nur schwer durchführbar.

Während der Arbeit an dieser Dissertation ist es gelungen, die Möglichkeiten einer magnetischen Feshbach-Resonanz mit der guten räumlichen Auflösung, wie sie Lichtfelder bieten, zu kombinieren. Abschnitt 3.1 führt in die Physik von Feshbach-Resonanzen ein. Die neu entwickelte Methode wird in Abschnitt 3.2 vorgestellt. Sie ist das zentrale Thema einer vorhergehenden Dissertation [89]. Die Ergebnisse sind in den Referenzen [112, 113] veröffentlicht.

3.1 Feshbach-Resonanzen

In ultrakalten Quantengasen dominieren Zweikörperstöße im s -Wellenlimit. Die Wechselwirkung lässt sich deshalb durch eine einzige Größe, die s -Wellenstreulänge a , charakterisieren [114]. Diese Streulänge bestimmt die Stärke des nichtlinearen Wechselwirkungsterms in der Gross-Pitaevskii-Gleichung (5.1).

Wir betrachten den Stoßprozess zweier Atome in einem Eingangszustand $|a\rangle$ (s. Abb. 3.1). Besteht eine Kopplung an einen gebundenen Zustand $|g\rangle$ in einem anderen Potential, so wird die Streulänge modifiziert. Wenn $|a\rangle$ und $|g\rangle$ die gleiche Energie haben, ist der Effekt resonant überhöht. Dies nennt man Feshbach-Resonanz. Führt

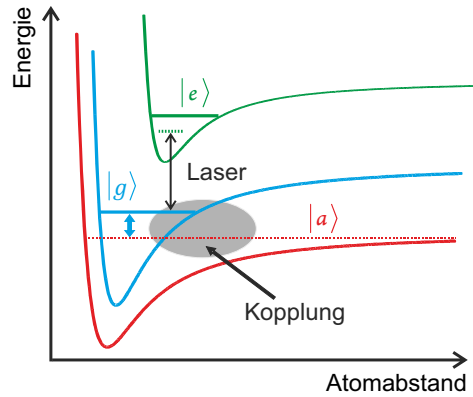


Abb. 3.1: Born-Oppenheimer-Potentiale der beteiligten Zustände. Der Eingangszustand $|a\rangle$ ist an den gebundenen Zustand $|g\rangle$ gekoppelt. Beim Anlegen eines externen Magnetfeldes verschieben sich die beiden Zustände relativ zueinander. Sind sie entartet, so tritt eine Feshbach-Resonanz auf und die Streulänge divergiert. Zur optischen Kontrolle wird ein Lichtfeld eingestrahlt, welches $|g\rangle$ zusätzlich an den elektronisch angeregten, gebundenen Zustand $|e\rangle$ koppelt. Der dynamische Stark-Effekt verschiebt dabei den Zustand $|g\rangle$ und somit den Magnetfeldwert, bei dem die Feshbach-Resonanz auftritt.

man diese Situation durch Anlegen eines externen Magnetfeldes herbei, so gilt für die Streulänge [102, 104]

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta B}{B - B_{res}} \right), \quad (3.1)$$

wobei B die Stärke des Magnetfeldes, a_{bg} die Hintergrundstreulänge und ΔB die Resonanzbreite sind. B_{res} bezeichnet die Magnetfeldstärke, bei welcher die Zustände entartet sind.

Alternativ ist es möglich, ein Lichtfeld einzustrahlen, welches den Eingangszustand resonant an einen elektronisch angeregten, gebundenen Zustand koppelt. Auf diese Art kann ebenfalls die Streulänge verändert werden und man spricht von einer optischen Feshbach-Resonanz [115–119]. Aufgrund der Kurzlebigkeit des elektronisch angeregten Zustands, sind optische Feshbach-Resonanzen jedoch oft mit hohen Teilchenverlusten verbunden. Bei Erdalkaliatomen lassen sich die Verluste durch Verwendung von Interkombinationsübergängen moderat halten [118, 119]. Dies ist bei Alkalimetallen nicht möglich. Beispielsweise ist der Wert für den Zweikörperverlustkoeffizienten K_2 in Refs. [116, 117] ca. $10^{-10} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$. Bei typischen Dichten von 10^{14} cm^{-3} betragen die resultierenden Lebensdauern der Wolken etwa $100 \mu\text{s}$.

3.2 Optische Kontrolle

Es ist möglich, eine magnetische Feshbach-Resonanz mithilfe eines Lichtfeldes zu verschieben. Wir erweitern hierzu das Schema in Abb. 3.1 durch Einstrahlung eines

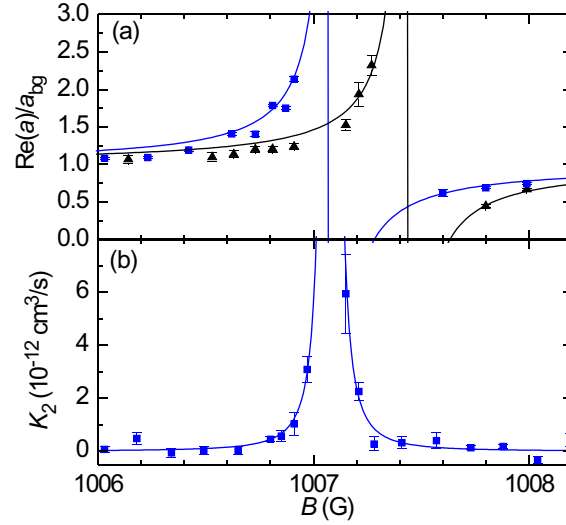


Abb. 3.2: (a) Realteil der Streulänge als Funktion des Magnetfeldes ohne (schwarz) und mit (blau) dynamischer Stark-Verschiebung. Die Feshbach-Resonanz ist durch Einstrahlen des Lichtfeldes um mehr als eine Resonanzbreite verschoben. (b) Der Zweikörperverlustkoeffizient K_2 in Anwesenheit des Lichtfeldes ist klein. Die magnetische Feshbach-Resonanz alleine hat keine Zweikörperverluste.

Lasers, welcher den Zustand $|g\rangle$ mit einem elektronisch angeregten, gebundenen Zustand $|e\rangle$ koppelt. Ist dieses Licht vom Übergang verstimmt, so bewirkt es eine dynamische Stark-Verschiebung des Zustands $|g\rangle$. Hierdurch verschiebt sich auch die Feshbach-Resonanz.

Um den Einfluss des Lichts auf die magnetische Feshbach-Resonanz zu demonstrieren, wurde die Streulänge mittels Anregungsspektroskopie in einem optischen Gitter bestimmt [113]. Der Realteil der Streulänge ist in Abb. 3.2(a) über der Stärke des angelegten Magnetfeldes aufgetragen. Die schwarze Kurve zeigt die Streulänge ohne zusätzlich angelegtes Lichtfeld. Bei der blauen Kurve wurde der Laser zur Kopplung der Zustände $|g\rangle$ und $|e\rangle$ eingestrahlt. Die Feshbach-Resonanz ist dadurch um etwas mehr als eine Resonanzbreite verschoben.

Der Koeffizient K_2 für die resultierenden Zweikörperverluste ist in Abb. 3.2(b) aufgetragen. Die Werte sind um etwa zwei Größenordnungen niedriger als im Falle von optischen Feshbach-Resonanzen [116, 117].

Um nun das Licht zur Kontrolle der Streulänge zu verwenden, könnte beispielsweise das Magnetfeld so eingestellt werden, dass die Streulänge im Falle der unverschobenen Feshbach-Resonanz verschwindet. Wird dann das Licht eingestrahlt, so nimmt die Streulänge an Orten hoher Intensität wieder einen Wert nahe der Hintergrundstreulänge an. Mittels des Lichts wird somit die Stärke des Wechselwirkungsterms in der Gross-Pitaevskii-Gleichung (5.1) moduliert.

4 Verschränkung zwischen einem einzelnen Atom und einem Bose-Einstein-Kondensat

Verschränkung ist eine wichtige Ressource für die Quanteninformationsverarbeitung. Will man einen Speicher für Quantenzustände für Anwendungen bereitstellen, so ist es notwendig, dass dieser auch in der Lage ist, eventuell bestehende Verschränkung zu erhalten [14]. Eine mögliche Anwendung für einen Quantenspeicher ist das Quantum-Repeater-Protokoll [120]. Ziel hierbei ist es, Verschränkung, welche lokal erzeugt wurde, auf zwei entfernte Systeme mittels eines Netzwerkes zu übertragen. Die Knoten eines solchen Netzwerkes müssen dabei in der Lage sein, Quantenzustände zu speichern und hierbei die Verschränkung aufrecht zu erhalten.

Für den Transport von Information zwischen den Knoten des Netzwerkes ist Licht ein vielversprechender Träger. Ein Qubit kann hierbei im Polarisationsfreiheitsgrad eines Photons kodiert werden. Die Aufgabe eines Quantenspeichers besteht dann darin, den Polarisationszustand von einem Photon umkehrbar auf ein stationäres Qubit zu übertragen.

Bei dem Experiment, welches in diesem Kapitel vorgestellt wird, ist ein Quantenspeicher für den Polarisationszustand von Licht realisiert worden. Es wurde gezeigt, dass Verschränkung beim Speichern erhalten bleibt. Die Ergebnisse hierzu sind in den Referenzen [63, 64] veröffentlicht. Sie sind Gegenstand der Dissertation [90].

Abschnitt 4.1 stellt die Implementierung eines Speichers für die Polarisation von Licht vor. Danach werden in Abschnitt 4.2 die Ergebnisse zur Verschränkung eines einzelnen Atoms mit dem BEC präsentiert.

4.1 Ein Speicher für die Polarisation von Licht

Da verschiedene Polarisierungen von Licht Übergänge zwischen unterschiedlichen atomaren Zuständen koppeln, lässt sich für das Polarisationsqubit eines Photons ein Speicher in Form interner atomarer Zustände realisieren. In unserem Experiment wird der Polarisationszustand eines Lichtpulses auf den Zeeman-Zustand einer Spinwelle in einem BEC abgebildet.

Ein BEC hat als Speichermedium gegenüber einer thermischen Wolke einige Vor-

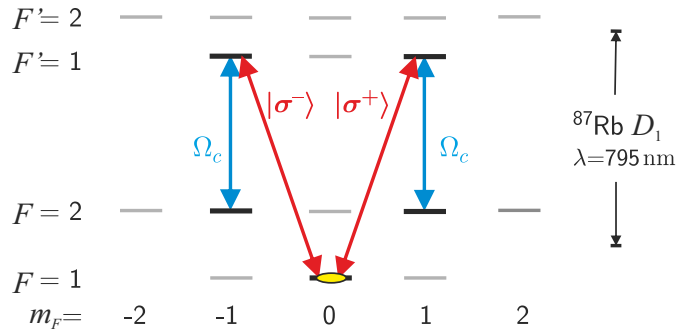


Abb. 4.1: Niveauschema zur polarisationserhaltenden Speicherung von Licht. Das BEC ist anfangs im Zustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ präpariert. Das Signallicht (rot) befindet sich in einer beliebigen Superposition aus rechts- ($|\sigma^+\rangle$) und links-zirkularer ($|\sigma^-\rangle$) Polarisation. Das Kontrolllicht (blau) mit Rabi-Frequenz Ω_c ist linear polarisiert. Die beiden Lichtfelder erfüllen die Bedingung der Zweiphotonenresonanz. Sie überführen Population in die Zustände $|2, 1\rangle$ bzw. $|2, -1\rangle$. Das Polarisationsqubit wird dadurch in dem Qubitraum gespeichert, welcher von diesen Zuständen aufgespannt wird.

teile. Aufgrund der verschwindenden thermischen Bewegung sind lange Speicherzeiten möglich und durch die hohe optische Dichte können hohe Speichereffizienzen realisiert werden. Weiterhin kann ein BEC in einem sehr reinen Ausgangszustand präpariert werden, wodurch Polarisationszustände von Licht mit hoher Fidelity auf interne Zustände der Atome abgebildet werden können.

Zur Speicherung des Lichts werden Raman-Übergänge in einem Schema getrieben, welches auf elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT) [56, 58, 59] basiert. Hierbei werden die Atome von zwei Lichtfeldern beleuchtet. Wird das zu speichernde Licht, genannt Signallicht, auf die Atome eingestrahlt und ist dabei so genanntes Kontrolllicht eingeschaltet, so wird die Gruppengeschwindigkeit v_{gr} des Signallichts drastisch gegenüber der Lichtgeschwindigkeit in Vakuum reduziert. Je geringer die Intensität des Kontrolllichtes ist, desto kleiner ist dabei v_{gr} . Aufgrund der niedrigen Gruppengeschwindigkeit wird der Signalpuls im Ortsraum stark komprimiert und befindet sich zu einem Zeitpunkt fast komplett innerhalb des BECs. Durch adiabatisches Herunterrampen der Kontrollintensität zu null wird das Licht dann vollständig gestoppt und die Anregung in eine kollektive Spinanregung konvertiert. Wird zu einem späteren Zeitpunkt das Kontrolllicht erneut eingestrahlt, so wird der interne Zustand der Atome zurück auf ein Lichtfeld abgebildet und der Speicher somit ausgelesen.

Um Licht polarisationserhaltend abzuspeichern, ist das in Abb. 4.1 dargestellte Niveauschema implementiert. Zur Charakterisierung und Optimierung des Speichers wurden zunächst einige Experimente mit klassischen Signalpulsen durchgeführt. Das Licht hierzu stammt von einem Diodenlaser, welcher auf den Kontrolllaser phasenstabilisiert ist.

Eine wichtige Charakteristik ist die Speichereffizienz η , definiert als das Verhältnis der Energien des ausgelesenen und des eingelaufenen Pulses. η hängt von der Rabi-

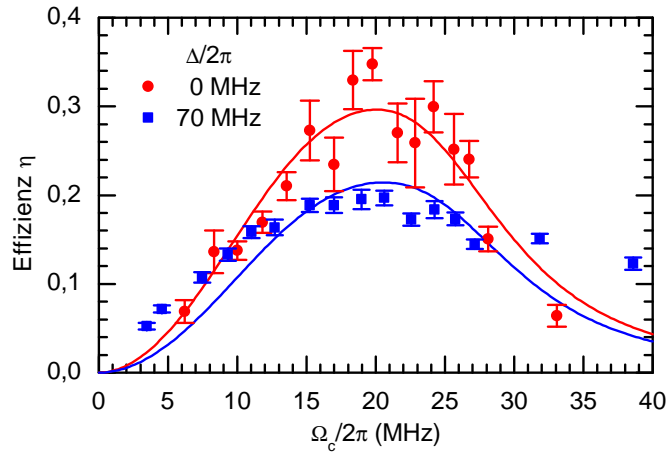


Abb. 4.2: Speichereffizienz als Funktion der Kontroll-Rabi-Frequenz bei einer Speicherzeit von $1 \mu\text{s}$. Die rote Kurve zeigt die Effizienz mit den Lasern auf Einphotonenresonanz. Bei einer Verstimmung von 70 MHz ist die maximale Speichereffizienz reduziert (blau). Die Linien sind Anpassungen des Modells aus Ref. [64].

Frequenz Ω_c des Kontrolllasers ab. Ein theoretisches Modell für diese Abhängigkeit findet sich in Ref. [64]. Zwei Effekte sind für den Verlauf der Kurve $\eta(\Omega_c)$ verantwortlich. Bei niedrigen Kontroll-Rabi-Frequenzen ist das zur Speicherung nutzbare Frequenzfenster zu klein für die Frequenzbreite des Signalpulses. Mit steigendem Ω_c nimmt die Breite des nutzbaren Frequenzfensters, und damit die Speichereffizienz, zu. Wird Ω_c jedoch zu groß, so reicht aufgrund der Zunahme von v_{gr} die Kompression des Signalpulses nicht mehr aus, um ihn vollständig im Medium zu speichern. Dies führt zum Abfall von η bei großen Werten der Kontroll-Rabi-Frequenz.

In Abb. 4.2 ist η als Funktion von Ω_c für zwei verschiedene Einphotonenverstimmungen Δ aufgetragen. Resonant mit dem Einphotonenübergang (rot), kann ein Signalpuls mit einer maximalen Effizienz von 35% gespeichert werden.

Bei dem Verschränkungsexperiment, welches im folgenden Abschnitt vorgestellt wird, konnte jedoch aus technischen Gründen nicht auf der Einphotonenresonanz gearbeitet werden. Stattdessen mussten Einzelphotonen gespeichert werden, die 70 MHz verstimmt waren. Das nutzbare Frequenzfenster ist bei Verstimmung schmaler, als auf Resonanz [64]. Der Gesamteffekt zusammen mit der geringen Kompression bei großen Ω_c führt zu einer Reduktion der maximalen Speichereffizienz (blau).

Bei den Messungen in Abb. 4.2 war das System an das Verschränkungsexperiment angepasst. Bei Optimierung aller Parameter zur Erreichung maximaler Speichereffizienz wurde ein Wert von $\eta = (53 \pm 5)\%$ gemessen [64].

In Hinblick auf das Abspeichern von photonischen Polarisationsqubits ist eine weitere wichtige Charakteristik, wie gut die Polarisation beim gesamten Speicher- und Auslesevorgang erhalten bleibt. Bei dem gewählten Niveauschema wird sowohl rechts- als auch links-zirkular polarisiertes Licht mit gleicher Effizienz abgespeichert. Es liegt ein magnetisches Führungsfeld an, um während der Speicherzeit Transfer von Population zwischen den Zeeman-Zuständen durch Magnetfeldrauschen zu ver-

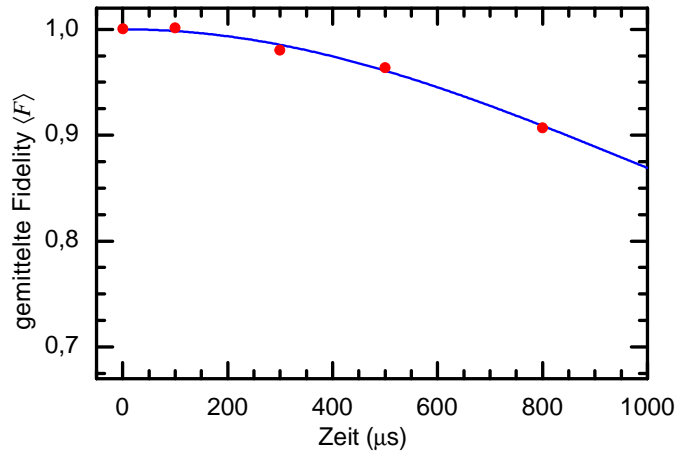


Abb. 4.3: Gemittelte Fidelity $\langle F \rangle$ des Speicherprozesses. Die angepasste Gauß-förmige Kurve fällt mit einer $1/e^2$ -Zeit von $(1,0 \pm 0,1)$ ms auf den klassischen Grenzwert $2/3$ ab. Um das Magnetfeldrauschen zu minimieren, wird der experimentelle Zyklus mit der 50-Hz-Netzphase synchronisiert.

meiden. Durch dieses Führungsfeld findet eine Faraday-Drehung der Polarisation des Lichts statt, welche durch Wellenplatten kompensiert wird. Aufgrund des zeitlichen Rauschens des Führungsfeldes unterliegt jedoch der Drehwinkel der Lichtpolarisation einem Rauschen. Somit ist auch die zur Polarisationserhaltung notwendige Kompensation von Schuss zu Schuss unterschiedlich.

Wie gut die Polarisation im Experiment erhalten bleibt, lässt sich durch die Fidelity $F = \text{Tr}(\rho_{in}\rho_{out})$ des ausgelesenen Zustands ρ_{out} bezüglich des Eingangszustands ρ_{in} ausdrücken. $\rho_{in/out}$ sind hierbei die Dichtematrizen der Zustände, Tr ist die Spur. Mittelung über alle möglichen Eingangszustände ergibt die gemittelte Fidelity $\langle F \rangle$ des Speicherprozesses [121]. In Abb. 4.3 ist $\langle F \rangle$ als Funktion der Speicherzeit dargestellt. Zu ihrer Bestimmung wurde Licht mit verschiedenen Eingangspolarisationen gespeichert und jeweils die Polarisation des ausgelesenen Lichts gemessen. Daraus kann wie in Ref. [64] beschrieben die gemittelte Fidelity errechnet werden. Nach $1 \mu\text{s}$ Speicherzeit findet sich $\langle F \rangle = 1,000 \pm 0,004$.

Bei langen Speicherzeiten führt das Magnetfeldrauschen zu einer größeren Streuung der Faraday-Drehwinkel, als bei kurzer Speicherung. Entsprechend nimmt der Wert von $\langle F \rangle$ mit wachsender Speicherzeit ab. Die Linie zeigt eine an die Daten angepasste Gauß-förmige Kurve. Als $1/e^2$ -Zeit findet sich $(1,0 \pm 0,1)$ ms.

4.2 Speichern von Verschränkung

Nach der Charakterisierung des Speichers wenden wir uns nun dem Verschränkungsexperiment zu. Der Ablauf des Versuches ist folgender (Abb. 4.4): Zuerst wird mit einem Einzelatom in einem optischen Resonator ein Einzelphoton erzeugt, dessen Polarisation mit dem internen Zustand des Atoms verschränkt ist. Die hierzu ver-

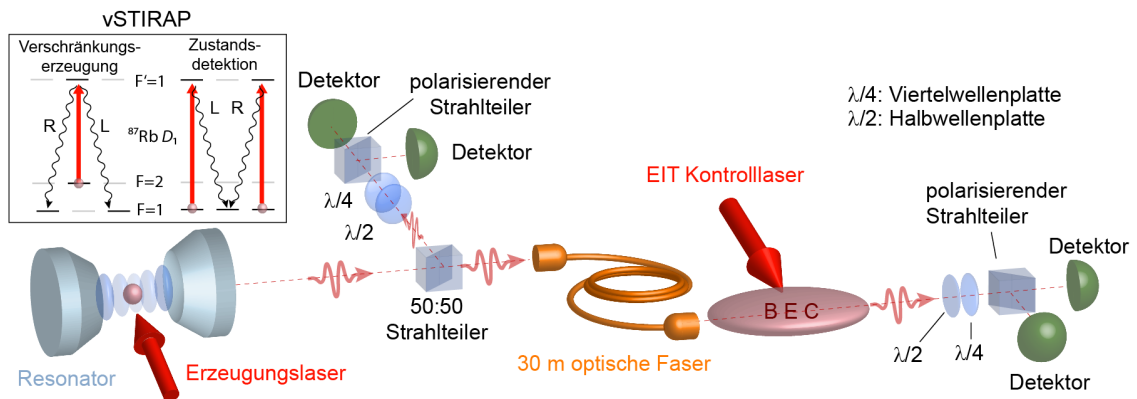


Abb. 4.4: Aufbau und Ablauf des Verschränkungsexperiments. Zuerst wird ein Einzelphoton hergestellt, welches mit dem Atom im optischen Resonator verschränkt ist (s. Text). Das Photon wird durch eine optische Faser zum BEC geleitet und dort abgespeichert. Dadurch wird das BEC mit dem Einzelatom verschränkt. Zu einem späteren Zeitpunkt wird das Photon wieder aus dem BEC ausgelesen und der Zustand des Einzelatoms auf ein weiteres Photon abgebildet. Die beiden dabei erzeugten, miteinander verschränkten, Photonen werden in den jeweiligen Laboren detektiert und die Verschränkung nachgewiesen. Jeder Detektionsaufbau besteht aus zwei Wellenplatten zur Auswahl der Detektionsbasis und einem polarisierenden Strahlteiler, an dessen beiden Ausgängen sich Einzelphotonenzähler befinden. Der 50:50-Strahlteiler ist nicht polarisierend. Inset: Niveauschema der vSTIRAP-Prozesse.

wendete Methode ist ähnlich der in Refs. [122, 123] beschriebenen. Das Atom wird anfangs im Zustand $|F = 2, m_F = 0\rangle$ präpariert. Der Resonator ist resonant mit dem $F = 1 \leftrightarrow F' = 1$ -Übergang. Durch einen Erzeugungslaser und die Vakuummode im Resonator wird eine vakuum-stimulierte Raman adiabatische Passage (vSTIRAP) [124] getrieben (s. Inset). Hierbei kann das Atom in den Zustand $|1, -1\rangle$ oder $|1, 1\rangle$ übergehen, wobei ein Photon mit entsprechend rechts- oder links-zirkularer Polarisation in der Resonatormode erzeugt wird. Sein Polarisationszustand ist dabei mit dem Zeeman-Zustand des Atoms verschränkt.

Zur Detektion des atomaren Zustandes kann dieser später in einem erneuten vSTIRAP-Prozess auf ein zweites Photon abgebildet werden. Hierzu wird Licht eines weiteren Erzeugungslasers eingestrahlt, welches zusammen mit der Vakuummode des Resonators das Atom in den Zustand $|1, 0\rangle$ überführt. In diesem erneuten vSTIRAP-Prozess wird das zweite Photon erzeugt und der Zeeman-Zustand des Atoms auf seine Polarisation abgebildet.

Das erste Photon wird nach Erzeugung aus dem Resonator ausgekoppelt und in ein Nachbarlabor geführt, wo es im BEC gespeichert wird. Dadurch wird das BEC mit dem einzelnen Atom verschränkt. Diese Verschränkung wird für eine variable Speicherzeit aufrecht erhalten. Danach wird das Einzelphoton aus dem BEC wieder ausgelesen und der interne Zustand des Einzelatoms im zweiten vSTIRAP-Prozess auf das zweite Photon übertragen. Die beiden hierbei erzeugten Photonen sind dann ebenfalls verschränkt. Letztere Verschränkung wird durch Koinzidenzmessungen in

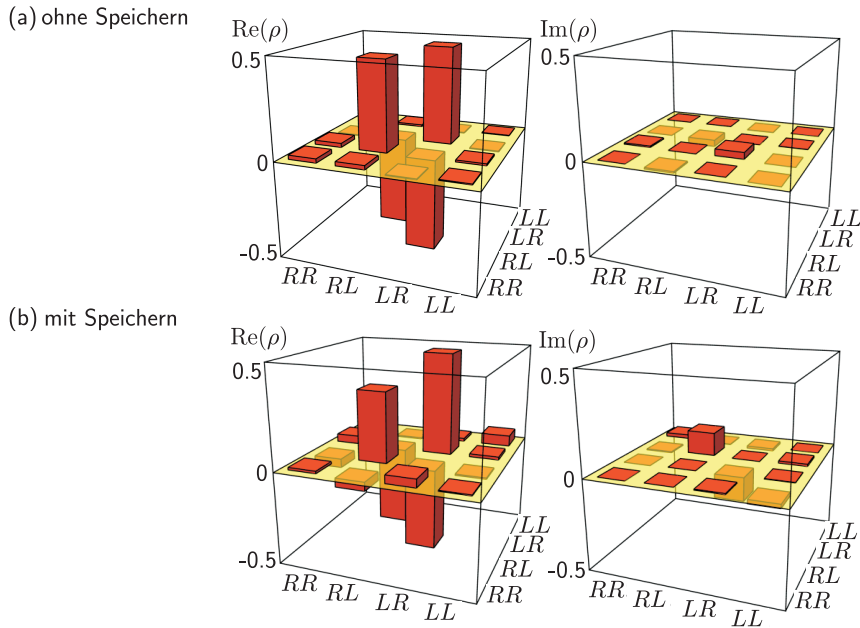


Abb. 4.5: Real- und Imaginärteil der rekonstruierten Dichtematrix des erzeugten Zustands. (a) Der im Atom-Resonator-System ohne Speicherung erzeugte Zustand ist nah am maximal verschränkten Singulett-Bell-Zustand $|\Psi^-\rangle$. (b) Der Zustand nach $1 \mu\text{s}$ Speicherung ist dem ursprünglichen sehr ähnlich, die Verschränkung bleibt erhalten.

zwei polarisationssensitiven Detektionsaufbauten nachgewiesen.

Bei der Kopplung des Aufbaus zur Erzeugung der Einzelphotonen und des BEC-Apparates mussten einige experimentelle Schwierigkeiten überwunden werden, die für die einzelnen Apparate alleine nicht zum Tragen kommen. So hat die Photonenquelle beispielsweise ihre höchste Produktionseffizienz bei einer Einphotonenverstimmung, welche zu groß ist, um noch effizient im BEC speichern zu können. Als Kompromiss wird bei der oben bereits erwähnten Verstimmung von 70 MHz gearbeitet.

Um hinreichend hohe Zählraten zu realisieren, müssen viele Schüsse an einem BEC durchgeführt werden, bevor ein weiterer Präparationszyklus für ein neues Kondensat gestartet wird. Das BEC verliert aber mit jedem Schuss Teilchen durch gestreutes Kontrolllicht. Hierdurch reduziert sich die optische Dichte und somit auch die Speichereffizienz. Im Mittel betrug die Effizienz mit Einzelphotonen bei $1 \mu\text{s}$ Speicherzeit $(16 \pm 1)\%$.

Der Nachweis der Verschränkung kann auf verschiedene Arten geschehen. Eine Möglichkeit ist die Rekonstruktion der Dichtematrix des erzeugten Zweiphotonenzustands mittels Quantenzustandstomographie [11]. Die Dichtematrix kann dann mathematisch auf das Vorhandensein von Verschränkung überprüft werden.

Zwei rekonstruierte Dichtematrizen sind in Abb. 4.5 dargestellt. Die obere Matrix stellt den durch das Einzelatom allein erzeugten Zustand ohne Speicherung dar.

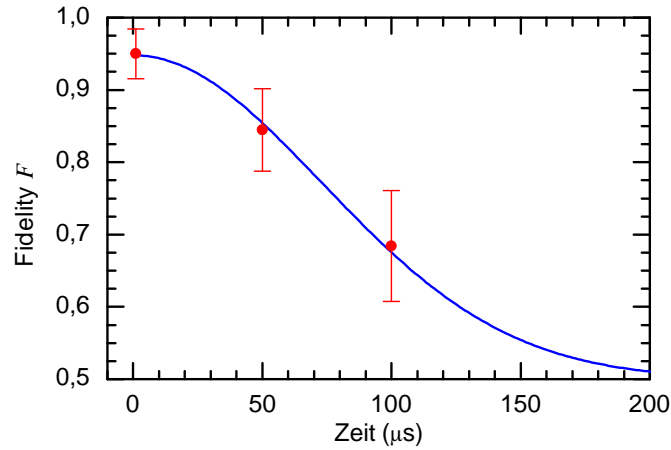


Abb. 4.6: Zeitliche Entwicklung der Fidelity. Verschränkung zwischen dem Einzelatom und dem BEC ist auch nach 100 μs noch vorhanden. Die Halbwertszeit für den Abfall der Fidelity auf den klassischen Wert beträgt $86 \pm 18 \mu\text{s}$.

Die untere Matrix wurde nach 1 μs Speicherzeit gemessen. Man sieht, dass sich beide sehr ähnlich sind, was die hohe gemittelte Fidelity $\langle F \rangle$ des Speicherprozesses widerspiegelt.

Zur vollständigen Rekonstruktion der Dichtematrix muss in 9 verschiedenen Basen gemessen werden. Aufgrund der niedrigen Zählrate im Experiment benötigt ein solches Vorgehen viel Messzeit. Eine mit weniger Messaufwand verbundene Möglichkeit um Verschränkung nachzuweisen, ist die Messung des Erwartungswertes eines Verschränkungszeugen [125]. Hierzu muss in nur 3 Basen gemessen werden. Aus dem Erwartungswert kann die Fidelity $F = \text{Tr}(|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-|\rho_{out})$ des erzeugten Zustands ρ_{out} bezüglich des erwarteten, maximal verschränkten Singulett-Bell-Zustands $|\Psi^-\rangle$ errechnet werden. Bei Werten $F > 1/2$ ist der erzeugte Zustand verschränkt [125, 126].

Um zu untersuchen, wie gut die Verschränkung bei längerem Speichern erhalten bleibt, wurde die Fidelity mithilfe des Verschränkungszeugen nach verschiedenen Zeiten bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.6 dargestellt. Der Wert von $F = (95,0 \pm 3,4)\%$ nach 1 μs Speicherzeit stimmt gut mit dem Ergebnis aus der rekonstruierten Dichtematrix überein. Selbst nach 100 μs ist die Fidelity noch merklich oberhalb der klassischen Grenze von $1/2$. Die durchgezogene Linie stellt die Anpassung einer Gauß-Funktion an die Daten dar. Die Fidelity fällt mit einer Halbwertszeit von $86 \pm 18 \mu\text{s}$ auf den klassischen Wert. Eine Charakterisierung der Einzelsysteme hat gezeigt, dass diese Zeit durch das Atom-Resonator-System limitiert ist [63]. Mit dem BEC als Quantenspeicher alleine, ist die Kohärenzzeit entsprechend Abb. 4.3. Auch der Maximalwert der Fidelity unterhalb 100% ist durch den im Atom-Resonator-System erzeugten Zustand limitiert und nicht durch das BEC als Quantenspeicher.

5 Vierwellenmischung von Materiewellen

Das in dieser Arbeit vorgestellte Logikgatter basiert auf 4WM von Materiewellen. Bevor im nächsten Kapitel das eigentliche Gatter präsentiert wird, werden hier zunächst die Theorie der 4WM von Materiewellen und experimentelle Ergebnisse dazu vorgestellt.

In Abschnitt 5.1 wird 4WM anhand zwei intuitiver Bilder qualitativ erklärt und danach eine quantitative Beschreibung unter Verwendung gekoppelter Gross-Pitaevskii-Gleichungen vorgestellt. Abschnitt 5.2 stellt experimentelle Ergebnisse zur Untersuchung der Dynamik bei 4WM in kollinearere Geometrie unter Verwendung kleiner Relativimpulse zwischen den Wellenpaketen vor. Abschnitt 5.3 befasst sich mit experimentellen Ergebnissen zur 4WM in einer quadratischen Geometrie, welche in Kap. 6 für die Gatteroperation verwendet werden wird.

5.1 Theoretische Grundlagen

5.1.1 Qualitative Beschreibung

Zur Erklärung der 4WM von Materiewellen ist es instruktiv, den Vorgang sowohl im Impulsraum als auch im Ortsraum zu betrachten. In Abb. 5.1(a) ist ein typisches Vierwellenmischexperiment im Impulsraum dargestellt. Anfangs besteht das System aus drei Materiewellen identischer Bosonen mit Impulsen \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 und $\mathbf{k}_2 + \mathbf{q}$. Die gestrichelt dargestellte Materiewelle mit Impuls $\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}$ ist zunächst nicht besetzt. Eine solche Ausgangssituation wurde beispielsweise in Ref. [70] durch Bragg-Reflexion eines BECs an stehenden Lichtwellen erzeugt.

Kurz nach der Präparation des Ausgangszustands überlappen die Wellenpakete im Ortsraum noch vollständig und die Atome verschiedener Wellenpakete stoßen miteinander. Kollidiert dabei ein Atom mit Impuls \mathbf{k}_1 mit einem, welches Impuls $\mathbf{k}_2 + \mathbf{q}$ hat, so könnten beide Atome im Prinzip in ein Kontinuum von Endzuständen gestreut werden. Da der Zustand mit Impuls \mathbf{k}_2 jedoch schon vorbesetzt ist, erfahren Streuprozesse, bei denen eines der beiden Atome in diesen Endzustand übergeht, eine bosonische Verstärkung. Ist der stimulierende Zustand anfangs mit N_2 Teilchen besetzt, so wird die Amplitude für Streuprozesse mit Besetzung dieses Endzustands

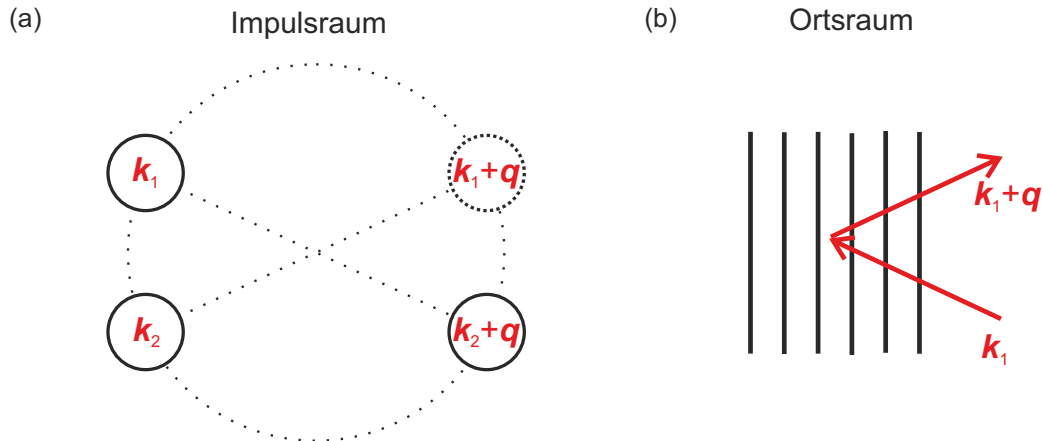


Abb. 5.1: Interpretationen der 4WM von Materiewellen. (a) Impulsraumbild. Atome mit Impulsen \mathbf{k}_1 und $\mathbf{k}_2 + \mathbf{q}$ stoßen. Da der Zustand mit Impuls \mathbf{k}_2 vorbesetzt ist, erfahren Stoßprozesse, bei denen ein Atom in diesen Zustand übergeht, eine bosonische Verstärkung. Aufgrund von Impulserhaltung geht das andere Atom dabei in den Zustand mit Impuls $\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}$ über. Der Prozess ist genau dann resonant, wenn die vier beteiligten Impulse ein Rechteck bilden. (b) Ortsraumbild. Die Impulskomponenten \mathbf{k}_2 und $\mathbf{k}_2 + \mathbf{q}$ interferieren zu einem Dichtegitter mit Wellenvektor \mathbf{q} , an welchem Atome mit Impuls \mathbf{k}_1 in erster Ordnung gebeugt werden und in den Impulszustand $\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}$ übergehen. Ist die Bragg-Bedingung erfüllt, so findet der Prozess resonant statt.

um einen Faktor $\sqrt{N_2 + 1}$ erhöht. Wegen Impulserhaltung ist der Impuls des anderen Atoms nach dem Stoß $\mathbf{k}_1 + (\mathbf{k}_2 + \mathbf{q}) - \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{q}$.

4WM ist ein resonanter Prozess, wenn die Summe der kinetischen Energien dabei erhalten bleibt. Für die kinetischen Energien muss dann $\mathbf{k}_1^2 + (\mathbf{k}_2 + \mathbf{q})^2 = \mathbf{k}_2^2 + (\mathbf{k}_1 + \mathbf{q})^2$ gelten. Setzt man die Bedingung für Impulserhaltung ein, so ergibt sich nach Umformung $(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{q} = 0$. Erhaltung der Summe der kinetischen Energien ist also genau dann gegeben, wenn die vier Impulse ein Rechteck bilden. Dies ist äquivalent zu der Bedingung, dass sie auf der Oberfläche derselben s -Wellenstreuksugel liegen, wobei sich \mathbf{k}_1 und $\mathbf{k}_2 + \mathbf{q}$ bzw. \mathbf{k}_2 und $\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}$ diametral gegenüberliegen. Die Rolle der Erhaltung der Summe der kinetischen Energien bei 4WM von Materiewellen ist ähnlich derer der Phasenanpassung in der nichtlinearen Optik.

Betrachtet man den Vorgang im Ortsraum, so kann 4WM von Materiewellen auch als Beugung von Atomen an einem Dichtegitter interpretiert werden (s. Abb. 5.1(b)). Zwei interferierende Impulskomponenten bilden eine Dichtemodulation, an welcher die Atome der dritten Impulskomponente in erster Ordnung gebeugt werden. Impulserhaltung bestimmt wieder den Impuls der neuen Komponente. Bei Erfüllung der Bragg-Bedingung ist auch die Summe der kinetischen Energien erhalten.

5.1.2 Gekoppelte Gross-Pitaevskii-Gleichungen

Ein quantitatives Verständnis von 4WM kann durch Lösung der gekoppelten Gross-Pitaevskii-Gleichungen, welche die Dynamik der beteiligten Wellenpakete beschreiben, erlangt werden. Zur allgemeinen theoretischen Behandlung von BECs sei auf Refs. [95, 96] verwiesen. Ausführliche theoretische Beschreibungen von 4WM mit Materiewellen unter Verwendung gekoppelter Gross-Pitaevskii-Gleichungen finden sich in Refs. [69, 73]¹.

Im kondensierten Zustand besetzen alle Atome dieselbe Einteilchenwellenfunktion. Besteht das System aus Komponenten mit zwei internen Zuständen $F = 1$ und $F = 2$, so wird jede dieser Komponenten durch eine makroskopische Wellenfunktion $\Psi_F(\mathbf{r}, t)$ beschrieben, welche proportional zur jeweiligen Einteilchenwellenfunktion ist. Die Anzahl Teilchen in den einzelnen Komponenten ist $N_F(t) = \int d^3r |\Psi_F(\mathbf{r}, t)|^2$. Für die Gesamtteilchenzahl gilt $N = \sum_F N_F(t) = \text{const.}$

Die Wechselwirkung zwischen den Atomen des BECs kann in einer Molekularfeldnäherung beschrieben werden. Die Dynamik wird dann durch gekoppelte Gross-Pitaevskii-Gleichungen [95]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_F(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \sum_{F'} g_{F,F'} |\Psi_{F'}(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \Psi_F(\mathbf{r}, t) \quad (5.1)$$

beschrieben. m ist die Masse eines ^{87}Rb -Atomes, $V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ das externe Fallenpotential. Letzteres ist im vorliegenden Experiment zeitunabhängig und wirkt identisch auf alle beteiligten atomaren Zustände. Die Stärke der Molekularfeldwechselwirkung ist durch $g_{F,F'}$ für Atome in den internen Zuständen F und F' charakterisiert und proportional zur lokalen Teilchendichte. Bei ^{87}Rb sind die s -Wellenstreu­längen [114] aller beteiligten internen Zustände ähnlich und die Stärke der Molekularfeldwechselwirkung kann durch

$$g_{F,F'} \approx g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \quad (5.2)$$

mit der s -Wellenstreu­länge $a = 98.4$ Bohr Radien [127] genähert werden.

Da beim Wechselwirkungsterm in Gl. (5.1) erst das Betragsquadrat von $\Psi_{F'}$ gebildet wird, bevor der Term auf Ψ_F wirkt, hat die relative Phase zwischen verschiedenen F -Komponenten keine Auswirkung. Das bedeutet, dass eine mögliche De­phasierung einer kohärenten Superposition zweier F -Komponenten, beispielsweise durch Magnetfeldrauschen, sich nicht auf die durch Gl. (5.1) beschriebene Dynamik auswirken kann.

Bei hinreichend großer Atomzahl im kondensierten Zustand ist die kinetische Energie der Atome klein gegenüber der Wechselwirkungsenergie und kann vernachlässigt werden. Dies ist die so genannte Thomas-Fermi-Näherung [95, 96]. Für zeitunabhängige Probleme kann die Wellenfunktion des BECs in dieser Näherung

¹Wie bereits in Ref. [73] vermerkt, fehlt ein Faktor 2 im letzten Term der Gln. (9) und (12)-(15) in Ref. [69].

leicht bestimmt werden. Sie stellt sich so ein, dass der Wechselwirkungsterm exakt das Fallenpotential aufhebt. Bei der verwendeten harmonischen Falle hat die Einteilchenwellenfunktion daher die Form

$$u(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{V}} \sqrt{1 - \sum_i \frac{r_i^2}{R_i^2}} & \text{sofern } \sqrt{\cdot} \text{ real} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (5.3)$$

bei welcher die Dichte eine invertierte Parabel ist. Die Summe erstreckt sich dabei über die drei Raumkoordinaten $i = (x, y, z)$ und R_i sind die Thomas-Fermi-Radien [95, 96] in den drei Raumrichtungen. Die Normierungsbedingung $\int d^3r |u(\mathbf{r})|^2 = 1$ für die Einteilchenwellenfunktion ergibt

$$V = \frac{8\pi}{15} \prod_i R_i. \quad (5.4)$$

V ist das Inverse der maximalen Einteilchendichte und hat die Dimension eines Volumens.

Bei den hier betrachteten Experimenten besteht die Kondensatswellenfunktion Ψ_F jedes internen Zustands F aus Wellenpaketen unterschiedlicher Impulse $\mathbf{k}_F + j\mathbf{q}$, wobei j eine ganze Zahl ist. Die Zustände der Wellenpakete nennen wir im Folgenden $|F, \mathbf{p}\rangle$, wobei \mathbf{p} den Impuls bezeichnet. Wir betrachten nun den Fall, dass anfangs drei Zustände $|1, \mathbf{k}_1\rangle$, $|2, \mathbf{k}_2\rangle$ und $|2, \mathbf{k}_2 + \mathbf{q}\rangle$ besetzt sind. Dabei gehen wir davon aus, dass sie alle aus demselben ursprünglichen Kondensat hergestellt wurden und anfangs durch die gleiche räumliche Einteilchenwellenfunktion beschrieben werden. Stöße zwischen Atomen in $|1, \mathbf{k}_1\rangle$ und Atomen in $|2, \mathbf{k}_2 + \mathbf{q}\rangle$ können dann zum Aufbau von Population in $|1, \mathbf{k}_1 + \mathbf{q}\rangle$ führen. Wir gehen weiterhin davon aus, dass die Zustände im Impulsraum wohlgetrennt sind. Dies erlaubt es, analog zum Vorgehen in Refs. [69, 73] eine *slowly varying envelope approximation* durchzuführen und die Wellenfunktion jeder Komponente in eine sich räumlich und zeitlich langsam verändernde Einhüllende und schnell oszillierende Phasen zu separieren

$$\Psi_F(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_{F,j}(\mathbf{r}, t) \exp(i((\mathbf{k}_F + j\mathbf{q}) \cdot \mathbf{r} - \omega_{F,j}t)). \quad (5.5)$$

Dabei ist $\hbar\omega_{F,j} = \hbar^2|\mathbf{k}_F + j\mathbf{q}|^2/2m$ die jeweilige kinetische Energie der Zustände. Die Einhüllenden $\psi_{F,j}$ sind makroskopische Wellenfunktionen mit der Normierung

$$\int d^3r |\psi_{F,j}(\mathbf{r}, t)|^2 = N_{F,j}(t), \quad \sum_j N_{F,j}(t) = N_F. \quad (5.6)$$

Für die langsam veränderliche Einhüllende der zu Beginn unbesetzten Kompo-

nente $\psi_{1,1}(\mathbf{r}, t)$ gilt [73]

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial t} + \overbrace{(\hbar(\mathbf{k}_1 + \mathbf{q})/m) \cdot \nabla}^{\text{Drift}} + \frac{i}{\hbar} \overbrace{\left(\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) \right)}^{\text{Dispersion}} \right] \psi_{1,1} = \\ & -i \frac{g}{\hbar} \underbrace{(|\psi_{1,1}|^2 + 2|\psi_{1,0}|^2 + |\psi_{2,0}|^2 + |\psi_{2,1}|^2)}_{\text{Molekularfeldenergie}} \psi_{1,1} - i \underbrace{\frac{g}{\hbar} \psi_{1,0} \psi_{2,0}^* \psi_{2,1}}_{\text{4WM}}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Analoge Gleichungen gelten für die anderen Wellenpakete $\psi_{1,0}$, $\psi_{2,0}$ und $\psi_{2,1}$. Besetzung von Wellenpaketen mit $j \notin \{0, 1\}$ wird dabei vernachlässigt. Dies ist beispielsweise gerechtfertigt, wenn der hier betrachtete Term der 4WM resonant ist, wohingegen der Aufbau von Population in anderen Zuständen stark nicht-resonant ist. Der zweite Term auf der linken Seite der Gleichung führt zu einer Drift, der dritte Term ist für die Dispersion des Wellenpaketes verantwortlich. Auf der rechten Seite beschreibt der erste Term die Molekularfeldenergie². Der zweite Term ist der Quellterm für 4WM.

5.1.3 Verhalten bei kurzen Zeiten

Da die Komponente $\psi_{1,1}$ anfangs unbesetzt ist, verschwinden in Gl. (5.7) für kurze Zeiten fast alle Terme, sodass folgt

$$\psi_{1,1}(\mathbf{r}, t) = \frac{g}{i\hbar} \psi_{1,0}(\mathbf{r}, 0) \psi_{2,0}^*(\mathbf{r}, 0) \psi_{2,1}(\mathbf{r}, 0) t + O(t^2). \quad (5.8)$$

Anfänglich haben alle Komponenten die Form der Thomas-Fermi-Parabel (5.3) des ursprünglichen BECs. Für sie gilt

$$\psi_{F,j}(\mathbf{r}, 0) = \sqrt{N_{F,j}(0)} u(\mathbf{r}) \quad (5.9)$$

und wir finden

$$\psi_{1,1}(\mathbf{r}, t) = \frac{g}{i\hbar} \sqrt{N_{1,0}(0) N_{2,0}(0) N_{2,1}(0)} |u(\mathbf{r})|^2 u(\mathbf{r}) \cdot t. \quad (5.10)$$

Für die Teilchenzahl in der neuen Komponente $\psi_{1,1}$ gilt unter Verwendung von $\int d^3r |u(\mathbf{r})|^6 = \frac{8}{21V^2}$ also

$$N_{1,1}(t) = \int d^3r |\psi_{1,1}(\mathbf{r}, t)|^2 = \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \quad (5.11)$$

mit

$$\tau = \frac{\hbar V}{g} \sqrt{\frac{21}{8N_{1,0}(0) N_{2,0}(0) N_{2,1}(0)}}. \quad (5.12)$$

²In einer Analogie zur nichtlinearen Optik entspricht dieser Term dem Phasenmodulationsterm.

τ bestimmt für kleine Werte von t die Zeitskala, auf welcher $N_{1,1}$ durch 4WM anwächst. Der quadratische Anstieg (5.11) der Teilchenzahl in Komponente $\psi_{1,1}$ hält so lange an, wie sich Teilchenzahl, Form und räumlicher Überlapp der anfänglich besetzten Wellenpakete nicht wesentlich ändern.

5.1.4 Modell mit ebenen Wellen

Durch den Aufbau von Bevölkerung in der Komponente $|1, \mathbf{k}_1 + \mathbf{q}\rangle$ durch 4WM ändert sich die Bevölkerung der anderen beteiligten Wellenpakete. Dadurch geht der quadratische Anstieg (5.11) mit der Zeit in eine Oszillation der Population aller beteiligten Wellenpakete über. Die exakte Berechnung des Populationsverlaufs unter Berücksichtigung endlicher Ausdehnung der Thomas-Fermi Wellenfunktionen und harmonischer Oszillation der Wellenpakete in der Falle ist aufwändig.

Um in einem einfachen Modell Vorhersagen für den Populationsverlauf der verschiedenen Komponenten machen zu können, nähern wir die makroskopischen Wellenpakete der internen Zustände F als Superpositionen ebener Wellen mit Impulsen $\mathbf{k}_F + j\mathbf{q}$

$$\Psi_F(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sqrt{n_{\text{tot}}} a_{F,j}(t) \exp(i(\mathbf{k}_F + j\mathbf{q}) \cdot \mathbf{r}). \quad (5.13)$$

Wir haben also in Gl. (5.5) $\psi_{F,j}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_{F,j}t) = \sqrt{n_{\text{tot}}} a_{F,j}(t)$ gesetzt. n_{tot} ist die mittlere Gesamteilchendichte und die $a_{F,j}$ sind Amplituden mit $\sum_{F,j} |a_{F,j}|^2 = 1$. Die Teilchenzahl in der Komponente $|F, j\rangle$ ist

$$N_{F,j}(t) = N |a_{F,j}(t)|^2. \quad (5.14)$$

Einsetzen von Gl. (5.13) in Gl. (5.1) ergibt die Bewegungsgleichungen für die Amplituden

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} a_{F,j} = \frac{\hbar^2}{2m} (\mathbf{k}_F + j\mathbf{q})^2 a_{F,j} + \sum_{F', j', j''} g n_{\text{tot}} a_{F', j'}^* a_{F', j''} a_{F, j+j'-j''}, \quad (5.15)$$

wobei genutzt wurde, dass ebene Wellen unterschiedlicher Impulse linear unabhängig voneinander sind. Der erste Term auf der rechten Seite ist die kinetische Energie, der zweite beschreibt den Stoß eines Teilchens in Zustand $|F, \mathbf{k}_F + (j + j' - j'')\mathbf{q}\rangle$ mit einem in $|F', \mathbf{k}_{F'} + j''\mathbf{q}\rangle$. Die beiden Teilchen gehen dabei in $|F, \mathbf{k}_F + j\mathbf{q}\rangle$ und $|F', \mathbf{k}_{F'} + j'\mathbf{q}\rangle$ über.

Bei der Näherung der Wellenfunktionen als Superpositionen ebener Wellen haben wir die Ortsabhängigkeit der Dichte ignoriert und eine homogen verteilte Dichte n_{tot} eingesetzt. Diese Größe bestimmt die Zeitskala, auf welcher 4WM stattfindet. Um dieses Modell auf das Experiment mit BECs mit endlichem Radius anwenden zu können, müssen wir einen geeigneten Wert für n_{tot} bestimmen. Hierzu betrachten wir wieder den Fall, in dem nur die Zustände $|1, \mathbf{k}_1\rangle$, $|2, \mathbf{k}_2\rangle$ und $|2, \mathbf{k}_2 + \mathbf{q}\rangle$ anfangs besetzt sind und durch 4WM Population in $|1, \mathbf{k}_1 + \mathbf{q}\rangle$ erzeugt wird. Wir wählen

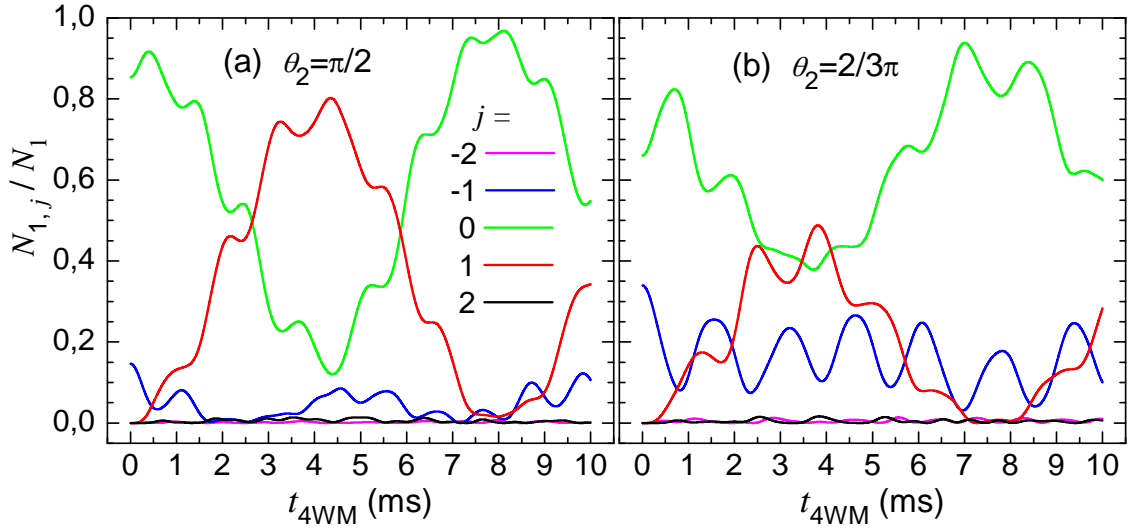


Abb. 5.2: Numerisch bestimmte Entwicklung der Teilchenzahlen in Zustand $F = 1$ mit Anfangsbedingungen (5.17). Die Pulsfläche des Mikrowellenpulses ist $\theta_1 = \pi/4$. Die Pulsfläche des Raman-Pulses beträgt $\theta_2 = \pi/2$ in (a) und $\theta_2 = 2/3\pi$ in (b). Prozesse, bei denen Zustände mit $|j| > 1$ bevölkert werden, sind aufgrund der beteiligten kinetischen Energien verstimmt und finden nur mit kleiner Amplitude statt.

n_{tot} so, dass dieses Modell das Ergebnis (5.11) reproduziert. Es folgt

$$n_{\text{tot}} = \frac{N}{V} \sqrt{\frac{8}{21}}. \quad (5.16)$$

In Abschnitt 5.2 wird zur Untersuchung der Populationsdynamik experimentell ein Anfangszustand hergestellt, bei dem vier Wellenpakete besetzt sind. Hierbei wird zunächst ein BEC in Zustand $|1, \mathbf{k}_1 = 0\rangle$ erzeugt und durch einen Mikrowellenpuls mit Pulsfläche θ_1 in eine Superposition der Zustände $F = 1$ und $F = 2$ gebracht. Durch den Mikrowellenpuls wird nur vernachlässigbar wenig Impuls übertragen, es gilt $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 = 0$. Daraufhin wird mittels eines Raman-Pulses mit Pulsfläche θ_2 der Impuls \mathbf{q} übertragen. Wie in Appendix A ausgeführt, wird auf diese Weise folgender Anfangszustand hergestellt

$$\begin{aligned} a_{1,0}(0) &= \cos(\theta_1/2) \cos(\theta_2/2) \\ a_{2,0}(0) &= \sin(\theta_1/2) \cos(\theta_2/2) \\ a_{1,-1}(0) &= -\sin(\theta_1/2) \sin(\theta_2/2) \\ a_{2,1}(0) &= \cos(\theta_1/2) \sin(\theta_2/2) \end{aligned} \quad (5.17)$$

und alle anderen $a_{F,j}(0) = 0$.

Abb. 5.2 zeigt für den internen Zustand $F = 1$ den Verlauf der Teilchenzahlen

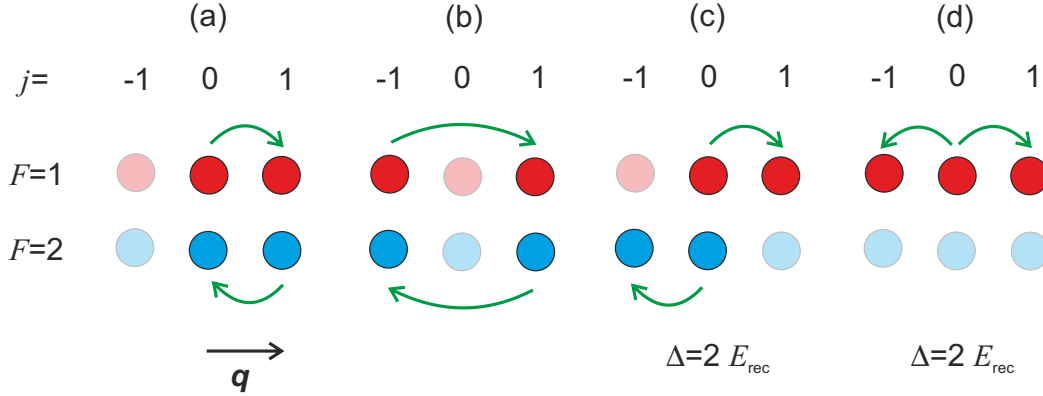


Abb. 5.3: Mögliche Vierwellenmischprozesse mit Bevölkerungstransfer nach $|1, \mathbf{q}\rangle$. Die internen Zustände sind zur Übersichtlichkeit vertikal versetzt dargestellt. (a) Beim Stoß zweier Atome in den Zuständen $|1, 0\rangle$ und $|2, \mathbf{q}\rangle$ führt 4WM zur Besetzung von $|2, 0\rangle$ und $|1, \mathbf{q}\rangle$. (b) Zwei Atome in $|1, -\mathbf{q}\rangle$ und $|2, \mathbf{q}\rangle$ stoßen und gehen dabei in $|1, \mathbf{q}\rangle$ und $|2, -\mathbf{q}\rangle$ über. (c) Atome in $|1, 0\rangle$ und $|2, 0\rangle$ stoßen und gehen in $|1, \mathbf{q}\rangle$ bzw. $|2, -\mathbf{q}\rangle$ über. (d) Zwei Atome im selben Zustand $|1, 0\rangle$ stoßen und gehen dabei in $|1, -\mathbf{q}\rangle$ und $|1, \mathbf{q}\rangle$ über. Die Prozesse in (c) und (d) sind jeweils um $\Delta = 2E_{\text{rec}}$ verstimmt.

$N_{1,j}(t)/N_1$, der sich durch numerische Lösung von Gl. (5.15) ergibt. Die Parameter sind diejenigen des Experimentes in Abschnitt 5.2, nämlich $gn_{\text{tot}} = 2\pi\hbar \times 750$ Hz und $E_{\text{rec}} = \hbar^2 q^2 / 2m = 2\pi\hbar \times 280$ Hz. E_{rec} ist dabei die kinetische Energie eines Atoms mit Impuls \mathbf{q} . Die Pulsfläche des Mikrowellenpulses ist $\theta_1 = \pi/4$, die des Raman-Pulses beträgt $\theta_2 = \pi/2$ in (a) und $\theta_2 = 2/3\pi$ in (b).

Prozesse, bei denen Zustände mit $|j| > 1$ bevölkert werden, sind aufgrund der kinetischen Energie verstimmt. Bei den vorliegenden Parametern ist diese Verstimmung groß genug, dass Vorgänge, an welchen Impulse mit $|j| > 2$ beteiligt sind, vernachlässigt werden können. Die Summen über Impulse in Gl. (5.15) wurden deshalb nur bis $|j| = 2$ ausgeführt.

Die in Abb. 5.2 zu sehenden Populationsoszillationen sind anharmonisch. Der Grund dafür liegt in der Vielzahl möglicher Prozesse, welche zeitgleich stattfinden. Um zu illustrieren, was für Vorgänge zur Dynamik beitragen, sind in Abb. 5.3 exemplarisch diejenigen Vierwellenmischprozesse dargestellt, welche Population in den Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ transferieren. Wir beschränken uns dabei auf die Fälle, bei denen Komponenten mit $|j| \leq 1$ beteiligt sind. Abb. 5.3(a) zeigt den bereits zuvor betrachteten Fall, bei dem Atome in den Zuständen $|1, 0\rangle$ und $|2, \mathbf{q}\rangle$ miteinander stoßen und dabei in $|1, \mathbf{q}\rangle$ und $|2, 0\rangle$ übergehen³. Dieser Vorgang findet resonant statt und führt zum Aufbau von Population in $|1, \mathbf{q}\rangle$. Nach einiger Zeit sind auch die Zustände $|1, \mathbf{q}\rangle$ und $|2, -\mathbf{q}\rangle$ besetzt. Dann können sie stimulierend beim Stoß zweier Atome in $|1, -\mathbf{q}\rangle$ und $|2, \mathbf{q}\rangle$ wirken und werden weiter bevölkert (s. Abb. 5.3(b)).

³ Da die Teilchen ununterscheidbar sind, kann nicht bestimmt werden, welches Teilchen in welchen Endzustand transferiert wird. Hierdurch entstehende Vorfaktoren für die Übergangsamplituden sind bereits in der Kopplungskonstante g berücksichtigt.

Sowohl dieser, als auch der in Abb. 5.3(a) betrachtete Prozess finden resonant statt.

Bei den vorliegenden Parametern ist die kinetische Energie E_{rec} kleiner als die Molekularfeldenergie gn_{tot} , weshalb die Verstimmung von Prozessen aufgrund kinetischer Energien diese Prozesse nicht vollständig unterdrückt. Wie oben beschrieben baut sich zwar vernachlässigbar wenig Population in Zuständen mit $|j| > 2$ auf, verstimmte Vorgänge bei denen Wellenpakete mit $|j| \leq 1$ beteiligt sind, tragen jedoch merklich zur Populationsdynamik bei. Abb. 5.3(c) zeigt einen solchen Prozess. Atome in $|1, 0\rangle$ und $|2, 0\rangle$ stoßen und gehen in die Endzustände $|1, \mathbf{q}\rangle$ und $|2, -\mathbf{q}\rangle$ über. Die Verstimmung dieses Prozesses beträgt $2E_{\text{rec}}$. Ein ähnlicher Vorgang ist der in Abb. 5.3(d) illustrierte. Hierbei stoßen zwei Atome, welche beide im selben Zustand $|1, 0\rangle$ sind. Sie gehen dabei in $|1, -\mathbf{q}\rangle$ und $|1, \mathbf{q}\rangle$ über. Auch in diesem Fall ist die Verstimmung $2E_{\text{rec}}$.

5.1.5 Endliche räumliche Ausdehnung

Sind die Impulsunterschiede der Wellenpakete groß, dann wird die 4WM dadurch beendet, dass der räumliche Überlapp der Thomas-Fermi-Wellenpakete nach einiger Zeit verschwindet. Ist diese Zeit deutlich kürzer als die Zeitskala für Populationsoszillationen, so sättigt die Teilchenzahl $N_{1,1}(t)$ bei 4WM der Zustände $|1, \mathbf{k}_1\rangle$, $|2, \mathbf{k}_2\rangle$ und $|2, \mathbf{k}_2 + \mathbf{q}\rangle$ nach anfänglichem Anstieg auf einen konstanten Wert. Für diesen Fall wird im Folgenden ein analytisches Modell entwickelt, welches den zeitlichen Verlauf der Teilchenzahl in der neuen Komponente $|1, \mathbf{k}_1 + \mathbf{q}\rangle$ unter Einbeziehung des räumlichen Überlapps beschreibt.

Wir werden zwei grobe Näherungen vornehmen. Die erste besteht darin, dass wir in Gl. (5.7) den Dispersionsterm, die Molekularfeldenergie und den Term für das externe Potential vernachlässigen. Die Gleichung reduziert sich dadurch auf

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\hbar(\mathbf{k}_1 + \mathbf{q})/m) \cdot \nabla \right] \psi_{1,1}(\mathbf{r}, t) = \frac{g}{i\hbar} \psi_{1,0}(\mathbf{r}, t) \psi_{2,0}^*(\mathbf{r}, t) \psi_{2,1}(\mathbf{r}, t). \quad (5.18)$$

Die Vernachlässigung des externen Potentials ist unproblematisch, solange Zeiten betrachtet werden, welche kurz gegenüber einer Fallenperiode sind. Das Streichen des Dispersionsterms und der Molekularfeldenergie sind für kurze Zeiten unkritisch, gewinnen jedoch mit fortschreitender Entwicklung des Systems an Relevanz, wodurch die hier gemachte Näherung für längere Zeiten zunehmend schlecht wird.

Wir davon aus, dass die drei anfänglich bevölkerten Thomas-Fermi-Wellenpakete sich zeitlich weder in ihrer Form, noch in ihrer Ausdehnung oder Teilchenzahl ändern und

$$\psi_{F,j}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{N_{F,j}(0)} u \left(\mathbf{r} - \frac{\hbar(\mathbf{k}_F + j\mathbf{q})}{m} t \right) \quad (5.19)$$

gilt. Mit $g = 0$ wäre auch für die Komponente $|1, \mathbf{k}_1 + \mathbf{q}\rangle$ die Lösung von Gl. (5.18) eine klassische Drift des anfänglichen Wellenpaketes

$$\psi_{1,1}(\mathbf{r}, t) = \psi_{1,1}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t, 0) \quad (5.20)$$

mit $\mathbf{v} = \frac{\hbar(\mathbf{k}_1 + \mathbf{q})}{m}$.

Da jedoch $g \neq 0$ ist, sammelt jede Trajektorie

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(0) + \mathbf{v}t \quad (5.21)$$

durch 4WM Amplitude auf. In diesem Modell sind wegen des Vernachlässigens des Dispersionsterms die Trajektorien unabhängig voneinander. Zu Beginn ist die Komponente $|1, \mathbf{k}_1 + \mathbf{q}\rangle$ nicht besetzt, die Anfangsbedingung lautet also

$$\psi_{1,1}(\mathbf{r}, 0) = 0. \quad (5.22)$$

Statt zur Bestimmung der Teilchenzahl $N_{1,1}(t)$ nun für alle Anfangspunkte $\mathbf{r}(0)$ den Verlauf der Amplitude zu berechnen und danach über den Raum zu integrieren, nehmen wir an dieser Stelle die zweite grobe Näherung vor. Sie besteht darin, dass wir davon ausgehen, dass die Trajektorie, welche im Ursprung startet, repräsentativ für alle anderen ist und somit

$$N_{1,1}(t) \propto |\psi_{1,1}(\mathbf{v}t, t)|^2 \quad (5.23)$$

gilt. Wir werden jetzt den zeitlichen Verlauf von $\psi_{1,1}(\mathbf{v}t, t)$ berechnen und danach den Proportionalitätsfaktor durch Vergleich mit dem zuvor gefundenen Ergebnis für kurze Zeiten bestimmen.

Für die Trajektorie, welche im Ursprung startet, liefert Gl. (5.18)

$$\psi_{1,1}(\mathbf{v}t, t) = \frac{g}{i\hbar} \int_0^t dt' \psi_{1,0}(\mathbf{v}t', t') \psi_{2,0}^*(\mathbf{v}t', t') \psi_{2,1}(\mathbf{v}t', t'). \quad (5.24)$$

Wir betrachten den in Abschnitt 5.3 experimentell untersuchten Spezialfall, dass die Impulse in Abb. 5.1(a) ein Quadrat bilden und wählen

$$\mathbf{k}_1 = 0, \quad \mathbf{k}_2 = k_s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q} = k_s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.25)$$

k_s ist dabei eine Wellenzahl, welche den Betrag der beteiligten Impulse bestimmt.

Einsetzen der Wellenfunktionen (5.19) in Gl. (5.24) ergibt dann

$$\psi_{1,1}(\mathbf{v}t, t) = \frac{1}{i\tau} \sqrt{\frac{21}{8V}} \int_0^{\tilde{i}(t)} dt' \left(1 - \frac{t'^2}{\tau_1^2}\right) \sqrt{1 - \frac{t'^2}{\tau_0^2}} \quad (5.26)$$

mit

$$\tau_0 = \frac{mR_y}{2\hbar k} \quad (5.27)$$

und

$$\tau_1 = \frac{2\tau_0}{\sqrt{1 + \epsilon^2}}. \quad (5.28)$$

$\epsilon = R_y/R_x$ ist das Aspektverhältnis des BECs. Die Zeiten τ_0 und τ_1 drücken aus, wann der Überlapp der Thomas-Fermi-Wellenfunktionen in die verschiedenen Richtungen verschwindet und die 4WM somit endet. Die Obergrenze \tilde{t} des Integrals ist durch sie limitiert

$$\tilde{t}(t) = \min(t, \tau_0, \tau_1). \quad (5.29)$$

Das Integral hat die analytische Lösung

$$\psi_{1,1}(\mathbf{v}t, t) = \frac{\tau_0}{i\tau} \sqrt{\frac{21}{8V}} f\left(\frac{\tilde{t}(t)}{\tau_0}\right) \quad (5.30)$$

mit

$$f(x) = \frac{1}{32} \left(x\sqrt{1-x^2}[17 + \epsilon^2 - 2x^2(1 + \epsilon^2)] + (15 - \epsilon^2) \arcsin x \right). \quad (5.31)$$

Den Proportionalitätsfaktor in Gl. (5.23) bestimmen wir durch Vergleich mit Gl. (5.11) für kurze Zeiten. Dabei gilt $\tilde{t}(t) = t$ und $f(t/\tau_0) \approx t/\tau_0$ und wir finden

$$N_{1,1}(t) = \frac{\tau_0^2}{\tau^2} \left| f\left(\frac{\tilde{t}(t)}{\tau_0}\right) \right|^2 + N_{\text{off}}, \quad (5.32)$$

wobei wir zur Anpassung der Kurve an experimentelle Daten noch einen Offset N_{off} hinzu addiert haben.

5.2 Experimente in kollinearer Geometrie

Wir wenden uns jetzt einem Experiment zur 4WM von Materiewellen zu. Dabei werden wir die Dynamik der 4WM untersuchen. Die gekoppelten Gross-Pitaevskii-Gleichungen beschreiben kohärente Prozesse. Dementsprechend können bei 4WM die Amplituden der Wellenpakete, wie in Abschnitt 5.1.4 berechnet, zeitlich oszillieren. Alle bisherigen Experimente fanden in einem Regime statt, in welchem die Oszillationsperiode jedoch länger war als die Zeitskala, auf welcher der Überlapp der Wellenpakete durch Bewegung verloren ging. Deshalb konnte bisher nur der anfängliche Anstieg der Population der neuen Materiewelle beobachtet werden.

Dieser Abschnitt stellt ein Experiment vor, bei dem erstmals eine volle Oszillationsperiode der Populationen sichtbar wird. Um in dieses Regime zu gelangen, wurde eine kollineare Geometrie ($\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2$) mit geringem Impuls \mathbf{q} gewählt. Die kollineare Geometrie ist der Spezialfall, wenn in Abb. 5.1 eine der Seitenlängen des Rechtecks verschwindet. Dadurch haben je zwei Zustände in der Abbildung denselben Impuls. Um sie trotzdem unterscheiden zu können, werden verschiedene interne Zustände $F = 1$ und $F = 2$ verwendet. Um lange Wechselwirkungszeiten zu ermöglichen, wird der Impuls \mathbf{q} so gewählt, dass die Wellenpakete trotz guter Separation im Impulsraum nur langsam im Ortsraum auseinander fliegen. Zusätzlich bleiben die Atome die gesamte Zeit in einer optischen Dipolfalle gefangen, um eine Abnahme

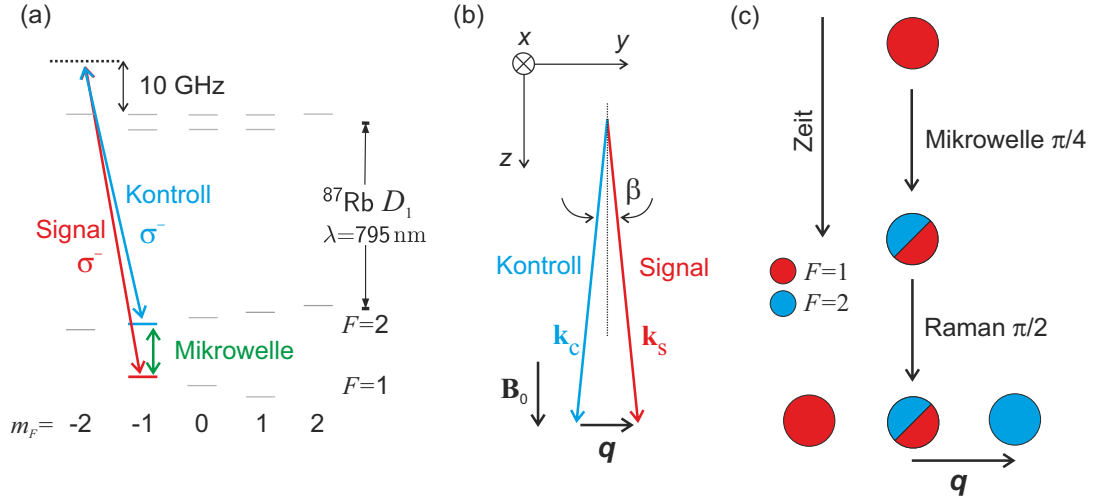


Abb. 5.4: Zustandspräparation. (a) Niveauschema. Die verwendeten internen Grundzustände haben die Quantenzahlen $F = 1$ und $m_F = -1$ bzw. $F = 2$ und $m_F = -1$. Sie werden entweder über ein eingestrahktes Mikrowellenfeld oder durch die Raman-Laser gekoppelt. Beide Laser sind σ^- -polarisiert und 10 GHz blauverstimmt vom oberen angeregten Hyperfeinzustand der D_1 -Linie. Beim Raman-Transfer von $F = 1$ nach $F = 2$ wird ein Photon aus dem Signalstrahl absorbiert und eines in den Kontrollstrahl emittiert. (b) Geometrie. Der Signallaser mit Wellenvektor \mathbf{k}_s und der Kontrolllaser mit Wellenvektor \mathbf{k}_c liegen symmetrisch um die z -Achse in der (y, z) -Ebene und schließen einen Winkel von $\beta = 16^\circ$ ein. Der beim Raman-Übergang auf die Atome übertragene Impuls $\mathbf{q} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_c$ ist parallel zur y -Achse. Das magnetische Führungsfeld \mathbf{B}_0 zeigt entlang der z -Achse. (c) Zusammenfassung der Präparation. Das BEC ist anfangs in Zustand $|1, 0\rangle$ und wird durch einen Mikrowellenpuls in einen Superpositionszustand aus $|1, 0\rangle$ und $|2, 0\rangle$ gebracht. Danach transferiert ein Raman-Puls die Hälfte der Atome aus $|1, 0\rangle$ kohärent nach $|2, \mathbf{q}\rangle$ und aus $|2, 0\rangle$ nach $|1, -\mathbf{q}\rangle$.

der Dichte und damit eine Verlangsamung der 4WM zu verhindern.

Zur Zustandspräparation wird zunächst in der gekreuzten optischen Dipolfalle ein ruhendes BEC mit $N = 1,5 \times 10^6$ Teilchen im Zustand $F = 1$ hergestellt. Mit den Fallenfrequenzen $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)/2\pi = (70, 20, 20)$ Hz sind die Thomas-Fermi-Radien der Wellenpakete $(R_x, R_y, R_z) = (8, 27, 27)$ μm . Das magnetische Führungsfeld wird nach Herstellung des BECs adiabatisch in Richtung der z -Achse gedreht, die Stärke des Führungsfeldes bleibt dabei ≈ 1 Gauß. Die magnetische Quantenzahl beider im Experiment verwendeten internen Zustände ist $m_F = -1$. Anfangs haben die Atome Impuls $\mathbf{k}_1 = 0$, der Zustand ist also zunächst $|1, 0\rangle$.

Durch einen Mikrowellenpuls mit Dauer $1,45$ μs und Pulsfläche $\theta_1 = \pi/4$ wird ein Teil der Atome kohärent in den Zustand $|2, \mathbf{k}_2\rangle$ transferiert. Der durch die Mikrowelle übertragene Impuls $\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ ist verschwindend gering, es gilt also $\mathbf{k}_2 = 0$. Ein Niveauschema der am Experiment beteiligten internen Zustände ist in Abb. 5.4(a) dargestellt. Die Polarisation des eingestrahkten Mikrowellenfeldes ist so, dass alle Übergänge mit $|\Delta m_F| \leq 1$ getrieben werden können, wobei Δm_F die Änderung der

magnetischen Quantenzahl ist. Im angelegten Führungsfeld erfahren die verschiedenen magnetischen Unterzustände jedoch unterschiedliche Zeeman-Verschiebungen. Durch Wahl der Mikrowellenfrequenz wird der gewünschte Übergang mit $\Delta m_F = 0$ selektiert.

Nach dem Mikrowellenpuls überführt ein Raman-Puls mit Dauer $6,9 \mu\text{s}$ und Pulsfläche $\theta_2 \approx \pi/2$ Atome kohärent in die Zustände $|1, -\mathbf{q}\rangle$ und $|2, \mathbf{q}\rangle$. Die hierzu verwendete Geometrie der Raman-Strahlen ist in Abb. 5.4(b) dargestellt. \mathbf{q} zeigt entlang der y -Achse und hat den Betrag $\hbar q/m = 1,6 \text{ mm/s}$. Der Signallaser ist auf den Kontrolllaser phasenstabilisiert, wobei die Differenzfrequenz so gewählt ist, dass die Zweiphotonenresonanzbedingung erfüllt ist.

Der zeitliche Ablauf der Präparation ist in Abb. 5.4(c) zusammengefasst. Am Ende der Präparationsphase beträgt die Teilchenzahl $N = 1,4 \times 10^6$. Bei dieser Teilchenzahl und mit obigen Thomas-Fermi-Radien beträgt der Parameter $gn_{\text{tot}} = 2\pi\hbar \times 750 \text{ Hz}$. Die kinetische Energie eines Atoms mit Impuls \mathbf{q} ist $E_{\text{rec}} = \hbar^2 q^2 / 2m = 2\pi\hbar \times 280 \text{ Hz}$. Nach Abschluss der Präparation werden die Atome zunächst weiterhin in der optischen Dipolfalle gehalten. In dieser Zeit kann die in Abschnitt 5.1.4 besprochene Populationsdynamik stattfinden. Die Situation ist ähnlich derer in Ref. [74]. Unterschiede bestehen darin, dass hier kleinere Impulse \mathbf{q} übertragen werden und eine andere anfängliche Verteilung der Populationen herrscht. Weiterhin ist bei der vorliegenden Arbeit die Gesamtteilchenzahl fast eine Größenordnung höher.

Um im Experiment den zeitlichen Verlauf der Populationen zu bestimmen, wird nach Ende der Präparation die Zeit $t_{4\text{WM}}$ zur 4WM zur Verfügung gestellt. Anschließend wird die 4WM durch Entfernen der $F = 2$ -Atome gezielt beendet. Hierzu wird $50 \mu\text{s}$ lang ein Laser resonant mit dem $F = 2 \leftrightarrow F' = 3$ -Übergang der D_2 -Linie eingestrahlt. Atome in $F = 2$ streuen viele Photonen⁴ von diesem Laser und werden durch die damit verbundenen Rückstöße aus der Probe entfernt.

Zeitgleich mit dem Einstrahlen des Lasers wird die gekreuzte optische Dipolfalle ausgeschaltet und nach einer freien Expansionszeit eine Absorptionaufnahme der Atome in $F = 1$ gemacht. Wäre die Molekularfeldwechselwirkung während der Expansionszeit vernachlässigbar, so würde die Absorptionaufnahme in guter Näherung den Impulsraum abbilden und die verschiedenen Impulskomponenten könnten durch Messung der Teilchenzahl in entsprechenden Bildbereichen bestimmt werden. Die Molekularfeldwechselwirkung ist jedoch nicht vernachlässigbar und führt zu einer getriebenen Expansion der Wolke. Dabei wird die Molekularfeldenergie in kinetische Energie umgewandelt. Dies führt zu einer Verbreiterung der Wolke in der Absorptionsabbildung, wodurch die verschiedenen Komponenten überlappen.

Um trotzdem in der Lage zu sein, die geringen Impulsunterschiede der verschiedenen Komponenten entlang der y -Achse aufzulösen, wird die optische Dipolfalle in zwei Schritten ausgeschaltet. Zuerst wird nur der Strahl ausgeschaltet, welcher den Einschluss in x -Richtung bewirkt. Dadurch wird die Expansion der Wolke zunächst

⁴Für die Atome im internen Zustand $F = 2$, $m_F = -1$ gibt es zwar keinen geschlossenen Übergang, nach Anregung in $F' = 3$ können die Atome jedoch aufgrund der Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge nur erneut in $F = 2$ übergehen, von wo sie weitere Photonen streuen.

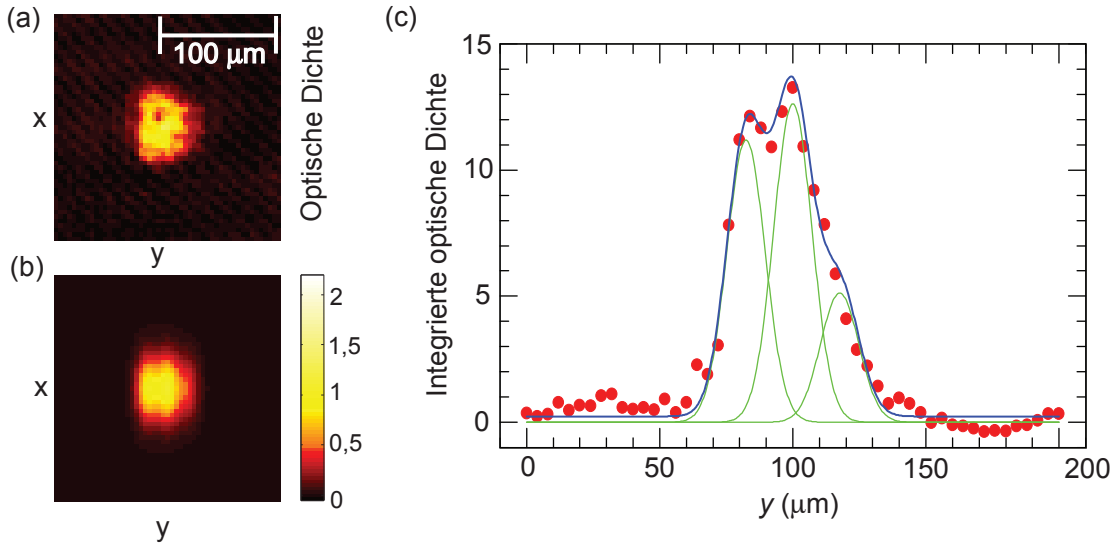


Abb. 5.5: Absorptionsabbildung der Atome mit $F = 1$ nach $t_{4\text{WM}} = 6,0$ ms. (a) Experimentelle Daten. Expansion fand die ersten 4 ms nur in x -Richtung statt, danach für weitere 11 ms frei in alle Raumrichtungen. (b) An die Daten angepasste zweidimensionale Verteilung. Bedingt durch die Fallenfrequenzen und die anfängliche Expansion nur in x -Richtung, haben die drei Wellenpakete der Zustände $|1, j\mathbf{q}\rangle$ ein großes Aspektverhältnis. Die größere Breite haben sie dabei in x -Richtung. Sie liegen etwa $17,6 \mu\text{m}$ in y -Richtung nebeneinander. (c) Entlang der x -Achse integrierte optische Dichte. Die roten Punkte sind die experimentellen Daten, die blaue Kurve zeigt das Integral über die angepasste zweidimensionale Verteilung. Die grünen Kurven sind die einzelnen Komponenten der angepassten Funktion.

in dieser Richtung getrieben. 4 ms später wird auch der zweite Strahl ausgeschaltet, welcher für den Einschluss in der (y, z) -Ebene verantwortlich ist. Bis dahin hat die Dichte der Wolke bereits stark abgenommen und es wird nur noch wenig Molekularfeldenergie in kinetische Energie in y - und z -Richtung umgewandelt. Das minimiert die Verbreiterung in diese Richtungen. Die Absorptionsabbildung findet 11 ms nach dem Ausschalten des zweiten Strahls statt.

Abb. 5.5(a) zeigt eine Absorptionaufnahme nach $t_{4\text{WM}} = 6,0$ ms. Um die Populationen in den verschiedenen Impulskomponenten zu bestimmen, wird die Summe aus drei überlappenden Kurven und einem Offset an die Daten angepasst. Der Einfachheit halber werden zweidimensionale Gauß-Funktionen für die einzelnen Komponenten verwendet. Sie sind um einen festen Abstand Δy in y -Richtung voneinander versetzt. Der Wert $\Delta y = 17,6 \mu\text{m}$ ist dabei durch die freie Fallzeit und den Betrag des Impulses \mathbf{q} gegeben. Die Breite in x - bzw. y -Richtung wird für alle drei Kurven als gleich angenommen. Dies rechtfertigt sich darin, dass die verschiedenen Komponenten während des getriebenen Teils der Expansion quasi vollständig räumlich überlagert sind und somit dieselbe Verbreiterung erfahren. In Abb. 5.5(b) ist die angepasste Funktion abgebildet. Zum Vergleich der Übereinstimmung der angepas-

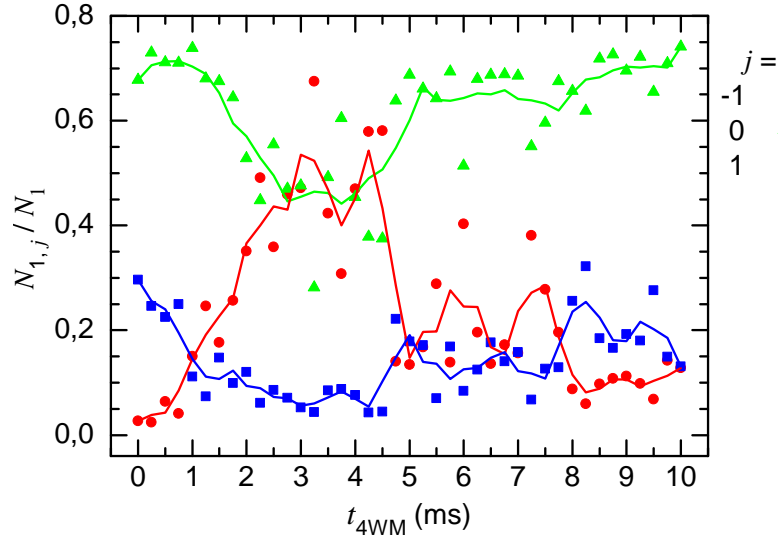


Abb. 5.6: Gemessene Population der verschiedenen Impulskomponenten in $F = 1$. Die Teilchenzahlen wurden aus Anpassungen wie in Abb. 5.5 bestimmt. Die durchgezogenen Linien sind fließende Mittel über 3 benachbarte Datenpunkte. Die Daten zeigen eine volle Oszillationsperiode, wobei die beobachtete Frequenz und der qualitative Verlauf ähnlich Abb. 5.2 sind.

ten Kurve mit den experimentellen Daten sind diese in Abb. 5.5(c) zusammen mit der angepassten Kurve jeweils nach Integration entlang der x -Achse dargestellt.

Der zeitliche Verlauf der experimentell gemessenen Populationen in $F = 1$ ist in Abb. 5.6 dargestellt. Man erkennt bis ca. $t_{4WM} = 6$ ms eine Oszillationsperiode der Populationen. Dabei ist nicht nur der Anstieg in der neuen Komponente $j = 1$ (rot) zu erkennen, sondern auch die spätere Abnahme nach dem Maximum knapp oberhalb $t_{4WM} = 3$ ms. Auch in der Komponente $j = 0$ (grün) ist eine Umkehr der Populationsentwicklung durch die kohärente Dynamik klar zu erkennen.

Betrachtet man die Anfangspopulationen zur Zeit $t_{4WM} = 0$, so sieht man eine Abweichung von den Werten $(N_{1,0}(0), N_{1,-1}(0)) = N_1(85\%, 15\%)$, welche aufgrund der angestrebten Pulsflächen $(\theta_1, \theta_2) = (\pi/4, \pi/2)$ zu erwarteten sind. Die Pulsfläche des Mikrowellenpulses unterliegt im Experiment nur geringen Schwankungen und zeigt ohne manuelle Nachjustage auch keine nennenswerte Drift über den Zeitraum einiger Wochen. Bezüglich der Pulsfläche des Raman-Pulses ist dies nicht der Fall. Sie ändert sich für eine gegebene Pulsdauer aufgrund von Drifts über den Verlauf einiger Stunden. Möglicherweise wich die Pulsfläche θ_2 bei den in Abb. 5.6 dargestellten Messungen vom angestrebten Wert $\pi/2$ ab. Mit den Pulsflächen $(\theta_1, \theta_2) = (\pi/4, 2/3\pi)$ gilt beispielsweise $(N_{1,0}(0), N_{1,-1}(0)) = N_1(66\%, 34\%)$, in ungefährender Übereinstimmung mit den Daten. Der numerisch berechnete Verlauf der Populationen für diese Pulsflächen ist in Abb. 5.2(b) dargestellt.

Bei Zeiten $t_{4WM} > 6$ ms scheint die kohärente Entwicklung aufzuhören. Eine zunächst vorstellbare Ursache hierfür könnte zeitlich abfallender räumlicher Überlapp der Wellenpakete sein. Aufgrund des kleinen Impulses \mathbf{q} sind die Auslenkungen

in der Falle jedoch nur gering. Bei der vorliegenden Fallenfrequenz von 20 Hz in y -Richtung entsprechen 6 ms etwa $1/8$ Fallenperiode. Ein Wellenpaket mit $|j| = 1$ hat zu dem Zeitpunkt eine Auslenkung von etwa $9 \mu\text{m}$ von der Fallenmitte. Da der Thomas-Fermi-Radius in y -Richtung $27 \mu\text{m}$ beträgt, ist der Überlapp der Wellenpakete zu dieser Zeit noch groß genug, dass 4WM weiterhin stattfinden sollte. Die maximale Auslenkung in der Falle beträgt $13 \mu\text{m}$, eine vollständige Trennung der Wellenpakete würde also auch bei längeren Zeiten nicht stattfinden.

Atome im internen Zustand $F = 2$, $m_F = -1$ können durch Spinor-Dynamik in Paare von Atomen mit Quantenzahlen $F = 2$ und $m_F = 0$ bzw. -2 übergehen [128, 129]. Eine Messung der Atomzahl eines BECs im Zustand $F = 2$, $m_F = -1$ bei Parametern vergleichbar mit denen von Abb. 5.6 hat ergeben, dass Spinor-Dynamik erst auf einer Zeitskala von rund 100 ms zum tragen kommt. Diese Zeitskala ist zu lang, um das Ende der beobachteten Populationsdynamik bei 4WM durch Spinor-Dynamik zu erklären.

Entsprechend Gl. (5.1) sollte auch Magnetfeldrauschen, welches eine Dephasierung der kohärenten Superposition von $F = 1$ und $F = 2$ bewirkt, nicht zu einer Beendigung der 4WM führen. Worin tatsächlich die Ursache für das Ende der kohärenten Populationsdynamik liegt, ist unklar.

5.3 Experimente in quadratischer Geometrie

Wir wenden uns nun der in Abb. 5.7(a) dargestellten Geometrie zu, wie wir sie auch für das Logikgatter in Kap. 6 einsetzen werden. Dabei wählen wir die Impulse so, dass das Rechteck in Abb. 5.1(a) ein Quadrat wird. Ausgangssituation vor der Präparation ist wieder ein BEC in Ruhe, bestehend aus $N = 1,5 \times 10^6$ Atomen in Zustand $|1, \mathbf{k}_1 = 0\rangle$ nach adiabatischer Drehung des Führungsfeldes in die z -Richtung. Es wird mit zwei aufeinander folgenden Raman-Pulsen Licht im BEC gespeichert. Dabei werden jeweils Photonen vom Signalstrahl absorbiert und kohärent in einer Spinwelle gespeichert. Die Signalstrahlen mit Wellenvektor \mathbf{k}_s propagieren bei beiden Raman-Pulsen in der Abbildung von links nach rechts. Der Wellenvektor $\mathbf{k}_{c,1}$ des ersten Kontrollstrahls zeigt aufwärts. Der Impuls des Wellenpakets, welches bei Speicherung des ersten Signalstrahls erzeugt wird, ist $\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{c,1} = \mathbf{k}$, der entsprechende Zustand $|2, \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}\rangle$. Die Pulsfläche des Raman-Pulses ist so gewählt, dass etwa $1/3$ der Atome transferiert wird.

Das Niveauschema für die Raman-Übergänge ist in Abb. 5.7(b) gezeigt. Es werden dieselben internen Zustände verwendet wie im vorherigen Abschnitt. Damit beide Kontrollstrahlen trotz ihrer zueinander orthogonalen Wellenvektoren denselben Übergang treiben, ist die Polarisation linear entlang der z -Richtung gewählt. Die beiden möglichen Übergangspfade mit den angeregten Zuständen $F' = 1$ bzw. $F' = 2$ interferieren. Um in dieser Konfiguration das beste Verhältnis von Zweiphotonen-Rabi-Frequenz zu spontaner Photonenstreurrate zu erreichen, wird die Einphotonenverstimmung mittig zwischen die Resonanzen mit $F' = 1$ und $F' = 2$ eingestellt. Der Signallaser ist auf den Kontrolllaser phasenstabilisiert, der Kon-

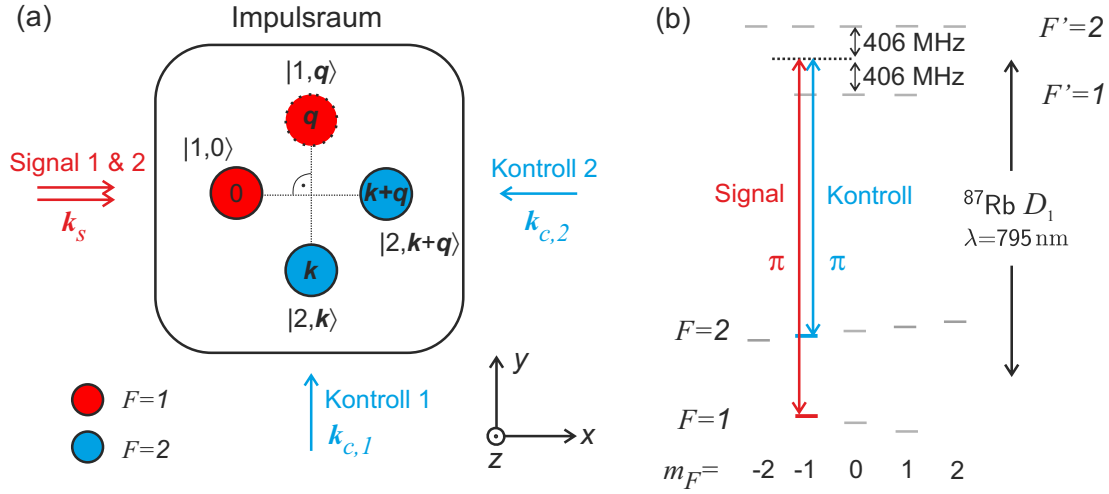


Abb. 5.7: (a) 4WM in quadratischer Geometrie. Das BEC befindet sich anfangs in Zustand $|1, 0\rangle$. Signallicht wird mittels zweier aufeinander folgender Raman-Pulse abgespeichert. Speicherung erfolgt beim ersten Raman-Puls in Zustand $|2, \mathbf{k}\rangle$, beim zweiten in $|2, \mathbf{k} + \mathbf{q}\rangle$. Durch 4WM wird anschließend der Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ bevölkert. (b) Niveauschema. Alle beteiligten Laserstrahlen sind π -polarisiert. Der Signallaser adressiert Atome mit $F = 1$, der Kontrolllaser Atome mit $F = 2$. Die Laserfrequenzen sind mittig zwischen die Resonanzen mit den angeregten Zuständen $F' = 1$ und $F' = 2$ der D_1 -Linie eingestellt. Für die Beträge der Wellenvektoren gilt $k_s \approx k_{c,1} = k_{c,2} = 2\pi/(795 \text{ nm})$.

trolllaser ist auf einen Frequenzkamm phasenstabilisiert.

Der Kontrollstrahl des zweiten Raman-Pulses hat den Wellenvektor $\mathbf{k}_{c,2}$ und propagiert in der Abbildung von rechts nach links, also den Signalstrahlen entgegen. Das Signallicht des zweiten Raman-Pulses wird im Zustand $|2, \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{c,2} = \mathbf{k} + \mathbf{q}\rangle$ gespeichert.

Bei diesem zweiten Raman-Puls könnten auch Atome von $|2, \mathbf{k}\rangle$ nach $|1, -\mathbf{q}\rangle$ transferiert werden. Die Zweiphotonenresonanzfrequenz für diesen Übergang ist jedoch eine andere, als für den gewünschten Übergang, da die beteiligten Wellenpakete andere kinetische Energien haben. Durch Wahl einer hinreichend langen Dauer für den zweiten Raman-Puls ist es möglich, diesen Unterschied aufzulösen und bevorzugt den gewünschten Übergang zu treiben. Bei der gewählten Pulsdauer von $\approx 100 \mu\text{s}$ ist das der Fall. Die Intensitäten beim zweiten Raman-Puls sind so eingestellt, dass die Pulsfläche $\approx \pi/2$ beträgt⁵

⁵ Bei Wahl der Intensität des zweiten Raman-Pulses ist noch ein weiterer Aspekt zu bedenken. Bei Streuung von Photonen des zweiten Signallasers können Atome in Zustand $|1, 0\rangle$ auch erneut in $|2, \mathbf{k}\rangle$ übergehen, da diese bereits besetzte Komponente bosonisch stimuliert. Dieser Vorgang ist Raman-Verstärkung von Materiewellen (s. Abschnitt 6.1.1). Die Intensität des zweiten Kontrolllasers muss groß genug gewählt sein, dass die Stimulation durch den Laser gegenüber der Stimulation durch die Atome in $|2, \mathbf{k}\rangle$ dominiert. Prinzipiell könnte auch die Intensität des Signallasers reduziert werden, um den zweiten Raman-Übergang nur langsam zu

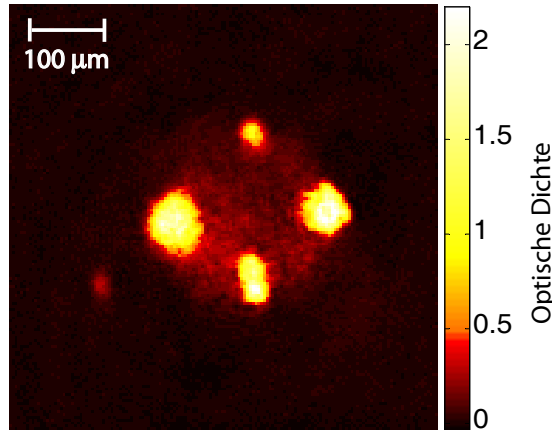


Abb. 5.8: Absorptionsbild nach 1,8 ms 4WM und anschließender freier Expansion. Die Orientierung des Bildes ist wie in Abb. 5.7(a). Nebst den drei durch die Präparation besetzten Komponenten ist auch die durch 4WM in Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ erzeugte Komponente (oben) klar erkennbar.

Die im Experiment verwendeten Leistungen sind $5 \mu\text{W}$ bzw. $75 \mu\text{W}$ für den ersten bzw. zweiten Kontrolllaser. Die $1/e^2$ -Radien der Intensität beider Strahlen sind $0,32 \text{ mm}$ bzw. $1,8 \text{ mm}$. Die Signallaser haben bei beiden Pulsen eine Leistung von $1 \mu\text{W}$ und einen $1/e^2$ -Radius der Intensität von $0,17 \text{ mm}$.

Am Ende der Präparationssequenz beträgt die Gesamtteilchenzahl $N = 1,2 \times 10^6$ und die Zustände $|1, 0\rangle$, $|2, \mathbf{k}\rangle$ und $|2, \mathbf{k} + \mathbf{q}\rangle$ sind jeweils mit etwa $1/3$ der Atome besetzt⁶. Nun führt 4WM der drei Wellenpakete zur Erzeugung eines neuen Wellenpakets im Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$.

Abb. 5.8 zeigt die Absorptionsaufnahme einer Wolke. Nach Zustandspräparation wurden die Atome für weitere $1,8 \text{ ms}$ in der optischen Dipolfalle gehalten. Während dieser Zeit fand 4WM statt. Daraufhin wurde die optische Dipolfalle ausgeschaltet und nach 17 ms freier Expansionszeit die Absorptionsaufnahme gemacht. Es findet wie im vorherigen Abschnitt anfänglich durch die Molekularfeldenergie eine getriebene Expansion statt, welche die Impulsverteilung verbreitert. Weil die Impulse \mathbf{k} und \mathbf{q} in diesem Experiment jedoch groß sind, sind die Zustände in der Abbildung klar getrennt. Die verschiedenen Teilchenzahlen können somit einfach bestimmt werden, indem zweidimensionale Gauß-Funktionen in den jeweiligen Bildbereichen an die optische Dichte angepasst werden. Die kleine Wolke unten links in der Abbildung besteht aus Atomen, welche beim zweiten Raman-Puls in

treiben. Dann kann die Intensität des Kontrolllasers beim zweiten Puls hoch sein. In diesem Fall findet jedoch unter Umständen zu viele Prozesse statt, bei dem Atome von $|2, \mathbf{k}\rangle$ ein Photon vom zweiten Kontrolllaser absorbieren und stimuliert durch die Atome in Zustand $|1, 0\rangle$ dorthin übergehen.

⁶ Der Verlust an Teilchenzahl gegenüber dem anfänglichen Wert $N = 1,5 \times 10^6$ ist durch unerwünschte Konkurrenzprozesse bedingt. So findet beispielsweise während der Raman-Pulse aufgrund der verhältnismäßig geringen Einphotonenverstimmung spontane Photonenstreuung statt.

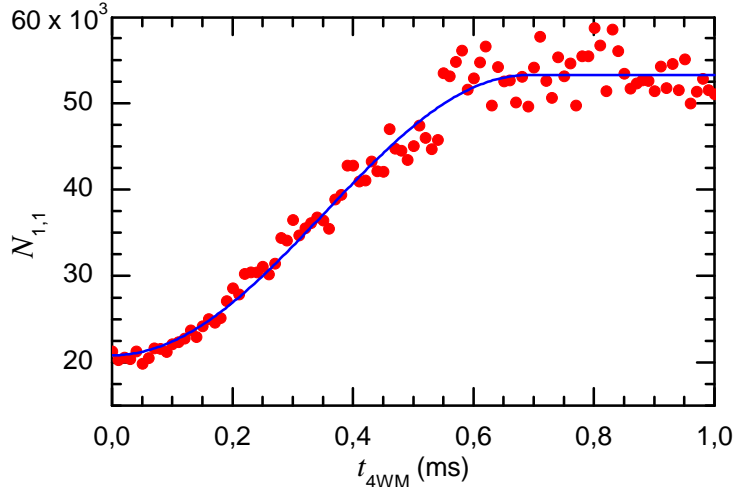


Abb. 5.9: Atomare 4WM in quadratischer Geometrie. Die 4WM wurde nach der Zeit t_{4WM} gezielt beendet und die Atomzahl $N_{1,1}(t)$ in Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ aus Absorptionsabbildungen bestimmt. Sättigung der Teilchenzahl tritt ein, weil der räumliche Überlapp der Wellenpakete verloren geht. Die durchgezogene Linie ist eine Anpassung der Funktion (5.32) an die Daten.

Zustand $|1, -\mathbf{q}\rangle$ transferiert wurden. Der kreisförmige Untergrund in der Mitte des Bildes entsteht durch unerwünschte Konkurrenzprozesse. Beiträge hierzu leisten beispielsweise spontane Photonenstreuung während der Zustandspräparation und s -Wellenstreuung während der Vierwellenmischzeit.

Um die zeitliche Entwicklung der Teilchenzahl $N_{1,1}(t)$ zu messen, wird wieder die 4WM nach einer variablen Zeit t_{4WM} gezielt beendet. Hierzu wird $8 \mu\text{s}$ lang ein Laser 65 MHz blauverstimmt vom $F = 2 \leftrightarrow F' = 1$ -Übergang der D_1 -Linie eingestrahlt. Der Strahl verläuft in Abb. 5.7 von oben nach unten. Da dieser Laser keinen geschlossenen Übergang treibt, streuen die Atome mit $F = 2$ im Mittel nur wenige Photonen. Sie werden dadurch zwar räumlich nicht von den Kondensatswellenpaketen getrennt, die 4WM wird jedoch trotzdem beendet. Der Grund hierfür ist, dass bei der spontanen Photonenstreuung die Kohärenz verloren geht. Die Notwendigkeit von Kohärenz für die 4WM kann anhand des Ortsraumbildes in Abb. 5.1(b) gut erkannt werden. Nur wenn die Wellenfunktion der Atome eine kohärente Superposition aus den verschiedenen Impulskomponenten ist, bildet sich durch Interferenz ein Dichtegitter, an dem andere Atome gebeugt werden. Bereits spontane Streuung eines einzigen Photons pro Atom reicht also aus, um die 4WM zu beenden. Aufgrund der Verstimmung des Lasers vom Übergang, sind auch die bei der Streuung spontan emittierten Photonen von allen atomaren Übergängen verstimmt. Dies stellt sicher, dass keine durch Streuung erzeugten Photonen resonant Übergänge der Atome in $F = 1$ treiben und diese dabei aus dem Kondensat entfernen.

Abb. 5.9 zeigt die aus Absorptionsabbildungen bestimmte Teilchenzahl $N_{1,1}(t)$ als Funktion der Vierwellenmischzeit t_{4WM} . Die durchgezogene Linie ist eine An-

passung der Kurve (5.32) an die Daten. Das Aspektverhältnis ist bei den verwendeten Fallenfrequenzen $\epsilon = 3,5$ und wurde bei der Anpassung fest gehalten. Für die verbleibenden Parameter liefert die Anpassung $\tau = 2,5 \mu\text{s}$, $\tau_0 = 1,3 \text{ ms}$ und $N_{\text{off}} = 21 \times 10^3$. Die Zeitkonstante für den anfänglichen Anstieg τ stimmt relativ gut mit dem theoretisch vorhergesagten Wert von $\tau = 2,1 \mu\text{s}$ überein. Für die Zeitkonstante τ_0 , welche ausdrückt, wann der Überlapp der Wellenpakete verschwindet, ist die Abweichung vom theoretisch erwarteten Wert $\tau_0 = 2,3 \text{ ms}$ größer. Der Grund hierfür liegt vermutlich darin, dass die zur Herleitung von Gl. (5.32) gemachten groben Näherungen für kurze Zeiten weniger zum Tragen kommen, für größere Werte von $t_{4\text{WM}}$ jedoch zunehmend relevant werden.

6 Ein kohärentes Logikgatter für Lichtpulse

Wie in der Einleitung ausgeführt, ist ein wichtiges Ziel aktueller Forschung die Realisierung eines Quantenlogikgatters für photonische Qubits. Photonen wechselwirken in der Regel jedoch kaum oder gar nicht miteinander. Eine Möglichkeit, trotzdem ein Gatter für sie zu realisieren, könnte darin bestehen, die Qubits auf ein anderes System zu übertragen. Dort kann dann die Rechenoperation durchgeführt werden, um das Ergebnis anschließend zurück auf Photonen zu übertragen. Damit das Gatter in der Quanteninformationsverarbeitung genutzt werden kann, ist dabei wichtig, dass alle beteiligten Schritte phasenkohärent stattfinden.

In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass es möglich ist, photonische Qubits mit hoher Effizienz und hoher Fidelity in atomaren BECs abzuspeichern und wieder auszulernen. Weiterhin wurde in Kapitel 5 demonstriert, dass 4WM von Materiewellen ein phasenkohärenter Wechselwirkungsprozess ist. In diesem Kapitel wird nun gezeigt, wie atomare 4WM zusammen mit Abspeichern und Auslesen von Lichtpulsen genutzt werden kann, um ein kohärentes Logikgatter für Lichtpulse zu realisieren. Die Demonstration erfolgt unter Verwendung klassischer Lichtpulse.

Abschnitt 6.1 stellt die praktische Realisierung des Gatters vor. Die Phasenkohärenz wird in Abschnitt 6.2 nachgewiesen. Details und theoretische Berechnungen zum Ausleseprozess finden sich in Abschnitt 6.3.

6.1 Logikgatter

In Abschnitt 5.3 werden zwei Lichtpulse in unterschiedlichen Impulskomponenten eines BECs gespeichert, nämlich das Signallicht der beiden Raman-Pulse zur Zustandspräparation. Bei der verwendeten quadratischen Geometrie führt 4WM danach zum Aufbau von Population im Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ (s. Abb. 5.7). Dies kann jedoch nur stattfinden, wenn bei der Präparation beide Signallichtpulse abgespeichert wurden. Andernfalls sind die zur 4WM notwendigen Zustände $|2, \mathbf{k}\rangle$ und $|2, \mathbf{k} + \mathbf{q}\rangle$ nicht beide besetzt. Um darauf basierend das Logikgatter für Lichtpulse zu verwirklichen, werden die atomaren Impulse nach der 4WM wieder auf Lichtfelder abgebildet. Die Besetzung der neuen atomaren Komponente $|1, \mathbf{q}\rangle$ führt dabei zur Erzeugung einer neuen optischen Impulskomponente. Somit wird ein logisches UND-Gatter für

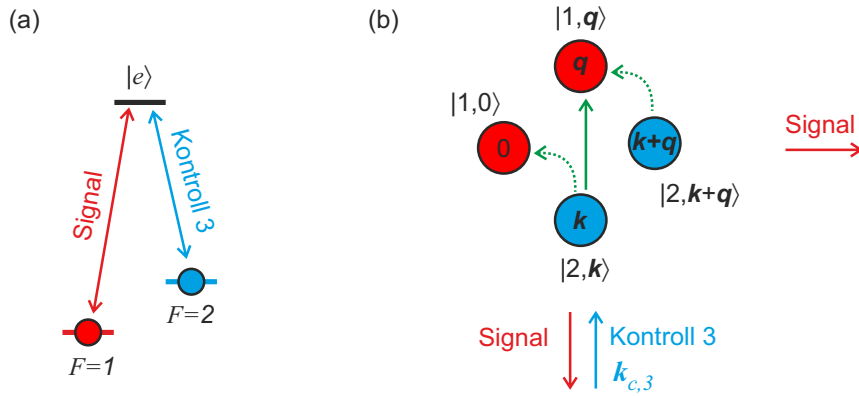


Abb. 6.1: Niveauschema und mögliche Ausleseprozesse. (a) Niveauschema. Der Kontrolllaser koppelt Atome mit $F = 2$ an den angeregten Zustand $|e\rangle$, das Signallicht entsteht durch Übergang nach $F = 1$. (b) Impulsraumbild. Zum Auslesen wird Kontrolllicht von unten eingestrahlt. Atome in Zuständen $|2, \mathbf{k} + j\mathbf{q}\rangle$ können unter Emission von Signallicht entweder in Zustände $|1, j\mathbf{q}\rangle$ (gestrichelte Pfeile) oder $|1, (j + 1)\mathbf{q}\rangle$ (durchgezogener Pfeil) übergehen. Signallicht wird dabei nach rechts ($j \rightarrow j$) oder nach unten ($j \rightarrow j + 1$) emittiert. Nach unten emittiertes Signallicht kann nur entstehen, wenn durch 4WM der Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ besetzt wurde. Dadurch wird ein logisches UND-Gatter realisiert.

Lichtpulse implementiert.

6.1.1 Ausleseprozess

Das Abbilden der atomaren Impulse auf Lichtfelder findet durch Raman AMW statt. Dabei wird ein dritter Kontrolllaser mit Wellenvektor $\mathbf{k}_{c,3}$ eingestrahlt, welcher die Zustände $|2, \mathbf{k} + j\mathbf{q}\rangle$ an den angeregten Zustand $|e\rangle$ koppelt (s. Abb. 6.1). Ein Atom in $F = 2$ kann ein Photon von diesem Lichtfeld absorbieren und unter Emission eines Signalphotons in $F = 1$ übergehen. Da auch Bevölkerung in Zuständen $|1, j'\mathbf{q}\rangle$ vorhanden ist, erfahren Lichtstreuprozesse, bei denen das Atom in einen dieser Endzustände übergeht, eine bosonische Verstärkung. Impulserhaltung bestimmt dabei den Wellenvektor des emittierten Signalphotons

$$\mathbf{k}_{\text{out}} = \mathbf{k}_{c,3} + (\mathbf{k} + j\mathbf{q}) - j'\mathbf{q}. \quad (6.1)$$

Der Prozess ist ähnlich der zur Speicherung verwendeten optisch stimulierten Raman-Übergänge. Der Unterschied liegt darin, dass in diesem Fall nur ein Lichtfeld eingestrahlt wird. Die Stimulation geschieht durch die vorbesetzten atomaren Endzustände. Da bei dem Vorgang eine vorhandene Materiewelle verstärkt wird, nennt man ihn Raman-Verstärkung von Materiewellen. Ebenso, wie optisch stimulierte Raman-Übergänge kohärent stattfinden, ist auch Raman AMW ein kohärenter Prozess. Weitere Details zu Raman AMW finden sich in Kap. 6.3.

In Abb. 6.1(b) sind die vier Zustände dargestellt, welche nach 4WM in orthogona-

ler Geometrie besetzt sind. Der Wellenvektor $\mathbf{k}_{c,3}$ des Kontrolllasers zum Auslesen zeigt nach oben und der Laser koppelt denselben Übergang wie die beiden Kontrolllaser zur Speicherung. Es gibt also zwei Emissionsrichtungen, in welche ein Photon durch Raman AMW unter Änderung des internen Zustands gestreut werden kann. Diese sind nach rechts bei einem Übergang $j \rightarrow j$ und nach unten bei einem Übergang $j \rightarrow j + 1$. Emission nach unten findet nur auf dem Pfad $|2, \mathbf{k}\rangle \rightarrow |1, \mathbf{q}\rangle$ (durchgezogener Pfeil) statt. Signallight in dieser Mode wird beim Auslesen also nur dann erzeugt, wenn zuvor 4WM stattfand. Diese Mode ermöglicht deshalb die Realisierung eines logischen UND-Gatters.

Emission nach rechts kann auf zwei unterschiedlichen Pfaden geschehen (gestrichelte Pfeile). Auslesen entlang eines dieser Pfade ($|2, \mathbf{k}\rangle \rightarrow |1, 0\rangle$) findet ohne Beteiligung des Zustandes $|1, \mathbf{q}\rangle$ statt, welcher durch 4WM erzeugt wird. Zur Verwendung für das logische UND-Gatter ist Licht, welches nach rechts emittiert wird, deshalb ungeeignet. Wir werden uns im Folgenden auf Licht konzentrieren, welches nach unten emittiert wird.

6.1.2 Wahrheitstabelle

Um das Gatter in der Praxis zu realisieren, wird zunächst ähnlich vorgegangen, wie bei 4WM in orthogonaler Geometrie entsprechend Abschnitt 5.3¹. Die zwei Signallichtpulse werden abgespeichert und 4WM führt zum Aufbau von Population in Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$. Nach einer Wartezeit t_{4WM} wird dann der Kontrolllaser zum Auslesen eingestrahlt.

Dieser Laser ist 300 MHz rotverstimmt vom $F = 2 \leftrightarrow F' = 2$ -Übergang der D_1 -Linie auf einen Frequenzkamm stabilisiert. Die optimale Verstimmung wurde empirisch ermittelt, indem gemessen wurde, bei welcher Laserfrequenz die maximale Photonenzahl nach unten emittiert wird. Die Polarisation des Lasers ist linear. Der Strahl dieses Kontrolllasers zum Auslesen und der Strahl des Kontrolllasers für den ersten Raman-Puls sind mithilfe eines Faserstrahlteilers überlagert. Der Laser hat ein Gauß-förmiges Intensitätsprofil mit einem $1/e^2$ Radius von $320 \mu\text{m}$ und zum Auslesen wird eine Leistung von $180 \mu\text{W}$ verwendet. Der Laser wird $5 \mu\text{s}$ lang eingestrahlt, wobei annähernd das gesamte ausgelesene Licht innerhalb der ersten Mikrosekunde die Wolke verlässt. Nahezu alle Atome in $F = 2$ werden dabei nach $F = 1$ transferiert. Die optische Dipolfalle bleibt bis zum Ende des Experimentes eingeschaltet.

Das nach unten emittierte Signallight wird mit der Abbildungskamera (*Andor, Ixon DV887*) im so genannten *electron-multiplying charge-coupled device* (EMCCD)-Modus detektiert. Die hohe Verstärkung des Signals in diesem Modus ermöglicht es, auch geringe Photonenzahlen zu detektieren. Für Licht, das nach unten emittiert wird, gilt $\mathbf{k}_{\text{out}} = -\mathbf{k}_{c,3}$. Der Kontrollstrahl zum Auslesen muss also in den

¹Um das zuvor für Absorptionenaufnahmen verwendete Abbildungssystem nun zur Detektion des nach unten emittierten Signallights einsetzen zu können, ist die Geometrie -90° um die x -Achse gedreht. Die beteiligten Impulse liegen daraufhin in der (x, z) -Ebene, das magnetische Führungsfeld und die Lichtpolarisation sind parallel zur y -Achse.

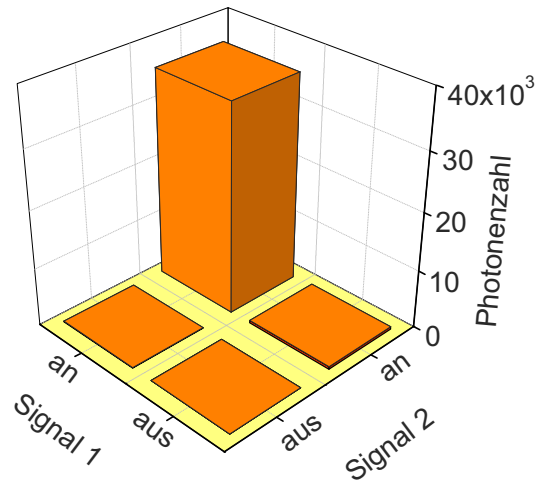


Abb. 6.2: Wahrheitstabelle des Logikgatters für Lichtpulse. Dargestellt ist die beim Auslesen nach unten emittierte Anzahl Photonen. Um die Wahrheitstabelle zu bestimmen, wurden die Signalstrahlen beim ersten bzw. zweiten Raman-Puls ein- oder ausgeschaltet. Die Vierwellenmischzeit betrug $400 \mu\text{s}$. Nur wenn beide Signalstrahlen an sind, findet 4WM statt. Und nur dann ist die Komponente $|1, \mathbf{q}\rangle$ besetzt, welche beim Auslesen die Emission von Licht nach unten stimuliert. Die Wahrheitstabelle demonstriert ein logisches UND-Gatter für die beiden Signallichtpulse.

Abbildungsstrahlengang eingeführt werden. Dies geschieht über einen Strahlteiler in Form einer dünnen Polymerfolie (*Thorlabs, BP208*). Bei der verwendeten Polarisation und dem gewählten Einbauwinkel beträgt die Transmission für das ausgelesene Signal 92%. Um Detektion von Rückreflexen des Kontrolllichts zu vermeiden, wird dieses unter einem kleinen Winkel gegenüber der Normalen aller Oberflächen von optischen Elementen eingestrahlt. Rückreflexe sind dadurch in einigem Abstand zu den Oberflächen räumlich vom ausgelesenen Signal versetzt. Sie werden mit einer Irisblende in einem Zwischenfokus des Abbildungssystems ausgeblendet.

Zur Messung der Wahrheitstabelle des Gatters wird das Experiment für die verschiedenen möglichen Eingangszustände wiederholt und jeweils nach einer festen Vierwellenmischzeit ausgelesen. Die Kontrolllaser werden dabei für jeden Puls eingeschaltet, die Signallaser bleiben jedoch je nach Eingangszustand ausgeschaltet.

Abb. 6.2 zeigt die experimentell gemessene Wahrheitstabelle des Gatters nach $t_{4\text{WM}} = 400 \mu\text{s}$. Die Daten zeigen klar ein UND-Gatter für zwei klassische Lichtpulse. Wenn beide Signallaser bei Speicherung an sind, werden beim Auslesen viele Photonen nach unten emittiert. Ist mindestens ein Signallaser bei Speicherung ausgeschaltet, so ist die Emission nach unten verschwindend gering. Die gemessenen Photonenzahlen sind über die gesamte Auslesedauer integriert.

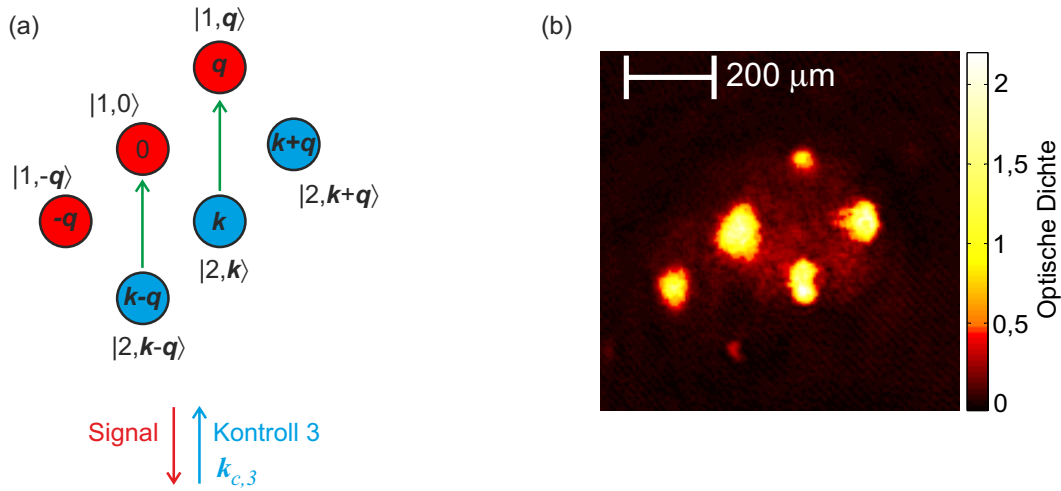


Abb. 6.3: Erweitertes Schema. (a) Der zweite Raman-Puls ist deutlich kürzer gewählt als im einfachen Schema von Abb. 6.1. Wegen Wechselwirkungszeitverbreiterung wird auch die Komponente $|1, -\mathbf{q}\rangle$ (ganz links) bevölkert. 4WM führt daraufhin auch zur Bevölkung von $|2, \mathbf{k} - \mathbf{q}\rangle$. Beim Einstrahlen des Kontrolllasers zum Auslesen kann nach unten emittiertes Licht dann auf zwei verschiedenen Pfaden (grüne Pfeile) entstehen. (b) Absorptionsabbildung der Wellenpakete im erweiterten Schema. Um alle Wellenpakete abbilden zu können, wurde der Kontrolllaser zum Auslesen nicht eingestrahlt. Man erkennt, dass alle sechs Komponenten besetzt sind.

6.2 Kohärenz des Gatters

Nachdem die Funktion des Gatters durch Messung der Wahrheitstabelle nachgewiesen ist, gilt es nun, die in Hinblick auf potentielle Anwendungen in der Quanteninformationsverarbeitung wichtige Eigenschaft der Phasenkohärenz zu untersuchen. Dazu wird das Schema erweitert.

Im erweiterten Schema sind zwei zusätzliche Wellenpakete beteiligt. Dabei handelt es sich um die in Abb. 6.3(a) dargestellten Zustände $|1, -\mathbf{q}\rangle$ und $|2, \mathbf{k} - \mathbf{q}\rangle$. Um sie zu bevölkern, wird die Pulsdauer des zweiten Raman-Pulses zur Speicherung des Signallichts auf $\approx 35 \mu\text{s}$ reduziert. Die Pulsfläche wird dabei durch Erhöhung der Leistung des Kontrolllasers gleich gehalten. Wegen Wechselwirkungszeitverbreiterung wird nun nebst dem Übergang $|1, 0\rangle \leftrightarrow |2, \mathbf{k} + \mathbf{q}\rangle$ auch der Übergang $|2, \mathbf{k}\rangle \leftrightarrow |1, -\mathbf{q}\rangle$ getrieben. Anschließend baut sich Bevölkung im Zustand $|2, \mathbf{k} - \mathbf{q}\rangle$ durch 4WM der Wellenpakete $|1, 0\rangle$, $|1, -\mathbf{q}\rangle$ und $|2, \mathbf{k}\rangle$ auf. Ein Absorptionbild der Atome im erweiterten Schema ist in Abb. 6.3(b) dargestellt. Nach Präparation wurde die Wolke 2,0 ms zur 4WM in der optischen Dipolfalle gehalten. Danach wurde die Falle ausgeschaltet und nach 17 ms freier Expansion das Absorptionbild aufgenommen.

Im erweiterten Schema gibt es zwei Pfade, auf denen beim Auslesen Licht nach unten emittiert werden kann. Die Phase des Lichts, welches auf den beiden mögli-

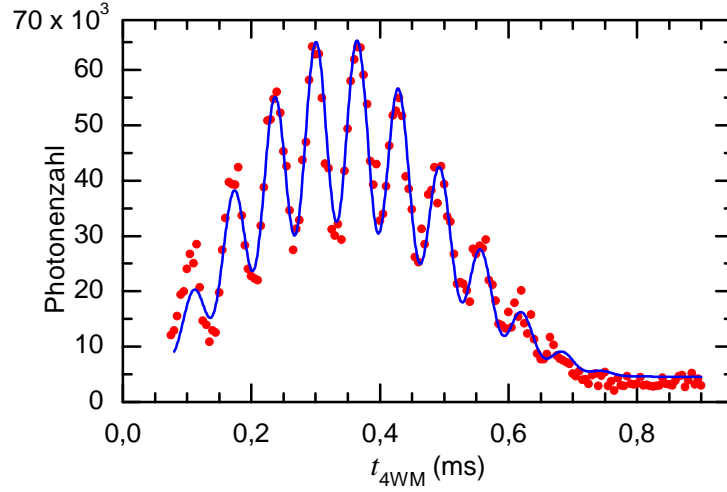


Abb. 6.4: Phasenkohärenz. Die Anzahl nach unten emittierter Photonen zeigt im erweiterten Schema eine sinusförmige Oszillation als Funktion von t_{4WM} . Ursache für diese Oszillation ist Interferenz zwischen den beiden Pfaden, welche während der 4WM eine unterschiedliche Phasenentwicklung erfahren. Die durchgezogene Linie ist eine Anpassung der Funktion (6.16) an die Daten. Die dabei gefundene Frequenz der Oszillation beträgt $\omega/2\pi = 15,4$ kHz.

chen Pfaden erzeugt wird, ist durch die Phasen der jeweils beteiligten Wellenpakete bestimmt. Am ersten Pfad sind die Zustände $|2, \mathbf{k}\rangle$ und $|1, \mathbf{q}\rangle$ beteiligt. Ihre kinetische Energie unterscheidet sich um $\Delta E_1 = \hbar^2(k^2 - q^2)/2m$. Am zweiten Pfad sind die Zustände $|2, \mathbf{k} - \mathbf{q}\rangle$ und $|1, 0\rangle$ beteiligt. Ihre kinetische Energie unterscheidet sich um $\Delta E_2 = \hbar^2(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2/2m$. Während t_{4WM} akkumulieren die beiden Paare unterschiedliche relative Phasen. Beim Auslesen werden diese Phasendifferenzen auf das Licht abgebildet, welches auf den jeweiligen Pfaden emittiert wird. Bei Detektion des Lichts interferieren die Amplituden beider Pfade und führen zu einer Oszillation der Photonenzahl als Funktion von t_{4WM} . Eine unabhängige Messung der Strahlgeometrie ergibt $\mathbf{k} \cdot \mathbf{q} = -0,037k_s^2$ und $q^2 = 2,08k_s^2$. Mit $2\pi/k_s = 794,979$ nm errechnet sich als Frequenz der Oszillation $\omega = (\Delta E_2 - \Delta E_1)/\hbar = 2\pi \times 15,4$ kHz. Wäre die Geometrie exakt orthogonal, so wäre die Oszillationsfrequenz durch $\omega = 4E_{rec}/\hbar$ gegeben, wobei $E_{rec} = \hbar^2k_s^2/2m$ die Rückstoßenergie eines Photons ist.

Abb. 6.4 zeigt die gemessene Anzahl nach unten emittierter Photonen als Funktion der Vierwellenmischzeit im erweiterten Schema. Die Oszillation der Photonenzahl ist in der Abbildung klar zu erkennen. Ihr Vorhandensein weist die Phasenkohärenz der am Logikgatter beteiligten Prozesse nach. Eine solche Oszillation zeigt sich nicht in der Anzahl durch 4WM in quadratischer Geometrie transferierter Atome² (s. Abb. 5.9). Der Kontrast und die Frequenz der Oszillation werden durch

²Diese Oszillation ist nicht zu verwechseln mit der deutlich langsameren Populationsoszillation in kollinearer Geometrie unter Verwendung kleiner Relativimpulse (s. Abb. 5.6). Die hier beobachtete Oszillation wird erst beim Auslesen sichtbar und entsteht aufgrund unterschiedlicher Phasenentwicklungen in den beiden Pfaden, nicht aufgrund atomarer Populationen.

Anpassung der Funktion (6.16) aus Abschnitt 6.3.2 bestimmt.

Die Frequenz der Oszillation in Abb. 6.4 ist $\omega/2\pi = 15,4 \pm 0,1$ kHz, in hervorragender Übereinstimmung mit dem erwarteten Wert. Dies lässt darauf schließen, dass der Mechanismus, welcher zur beobachteten Oszillation führt, gut verstanden ist.

Der Kontrast beträgt $C = 0,38 \pm 0,01$. In Hinblick auf die Anwendung des Schemas als Quantenlogikgatter ist zu überlegen, ob ein Wert $C < 1$ bedeutet, dass auch die erreichbare Fidelity eines Quantenlogikgatters limitiert wäre.

Dass dies nicht der Fall ist, lässt sich anhand qualitativer Überlegungen erkennen. Um ein Interferenzmuster mit vollem Kontrast bilden zu können, müssen zwei Felder denselben Betrag haben. Das ist im vorliegenden Experiment jedoch nicht der Fall. Während des Auslesens ändern sich nämlich die verschiedenen Populationen. Nach Integration des ausgelesenen Signals über die gesamte Dauer des Auslesens ist deshalb auch bei vollkommen kohärenter Entwicklung des Systems kein vollständiger Kontrast zu erwarten. Eine numerische Abschätzung des zu erwartenden Kontrastes findet sich in Abschnitt 6.3.2.

6.3 Raman-Verstärkung von Materiewellen

Nach Demonstration des Logikgatters und dessen Phasenkohärenz beschäftigen wir uns in diesem Abschnitt mit dem Auslesevorgang durch Raman AMW. In Abschnitt 6.3.1 wird zuerst den Verlauf der Anzahl nach unten emittierter Photonen als Funktion von t_{4WM} untersucht. In Abschnitt 6.3.2 wird dann die Dynamik während des Auslesens numerisch berechnet.

6.3.1 Endliche räumliche Ausdehnung

Zunächst untersuchen wir die Anzahl nach unten emittierter Photonen als Funktion von t_{4WM} im einfachen Schema von Abb. 6.1. Wir verwenden dazu dieselben Parameter wie zur Messung der Logiktablette (s. Abb. 6.2). Abb. 6.5 zeigt die gemessenen Photonenzahlen. Man erkennt, wie die Photonenzahl anfangs zunimmt, da sich mit zunehmender Dauer der 4WM Population in Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ aufbaut. Nach einiger Zeit nimmt die Anzahl nach unten emittierter Photonen wieder ab. Der Grund hierfür liegt im räumlichen Überlapp der Wellenpakete, analog zu Abschnitt 5.3, in welchem aus demselben Grund die 4WM endet. Im Folgenden soll ein einfaches analytisches Modell entwickelt werden, das dem zeitlichen Abfallen des Überlapps Rechnung trägt.

Emission nach unten erfolgt durch Übergang von Atomen von $|2, \mathbf{k}\rangle$ nach $|1, \mathbf{q}\rangle$. Um die Anzahl dabei erzeugter Photonen zu berechnen, gehen wir davon aus, dass keine Konkurrenzprozesse stattfinden. Wir nehmen an, dass jedes Atom in $|2, \mathbf{k}\rangle$, welches sich in einem bestimmten Volumenelement befindet, ein Photon nach unten emittiert, sofern sich auch Atome in Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ im selben Volumenelement befinden.

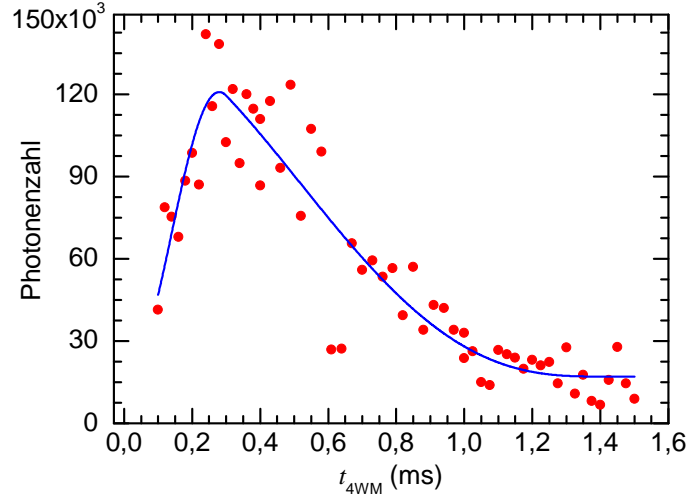


Abb. 6.5: Auslesen im einfachen Schema von Abb. 6.1. Aufgetragen ist die Anzahl nach unten emittierter Photonen als Funktion der Dauer der 4WM. Anfangs steigt die Photonenzahl durch Aufbau von Population in $|1, \mathbf{q}\rangle$ an. Später nimmt sie wegen sinkendem räumlichen Überlapp ab. Die durchgezogene Linie ist eine Anpassung der Funktion (6.6) an die Daten.

Die Anzahl solcher Atome $N_{2,0}^{\text{emit}}$ errechnet sich durch räumliche Integration über die Dichte von Atomen in $|2, \mathbf{k}\rangle$, wobei die Integrationsgrenzen so zu wählen sind, dass nur Volumenelemente beitragen, in welchen die Dichte an Atomen in $|1, \mathbf{q}\rangle$ nicht verschwindet. Wir gehen davon aus, dass beide Wellenpakete durch Thomas-Fermi-Wellenfunktionen mit gleichen Radien beschrieben werden. Wir wählen den Ortsnullpunkt für diese Rechnung mittig zwischen den beiden Wellenpaketen, welche in y -Richtung auseinander fliegen. Die sich bewegende Schwerpunktkoordinate der jeweiligen Wellenpakete bezeichnen wir mit $\pm y_0$. Aus Gl. (5.3) ergibt sich für die Dichte

$$n(\mathbf{r}) = \max \left\{ \frac{N_{2,0}}{V} \left(1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{(y + y_0)^2}{R_y^2} - \frac{z^2}{R_z^2} \right), 0 \right\}. \quad (6.2)$$

Überlapp besteht nur, solange $y_0 < R_y$ gilt. Sofern dies der Fall ist, ist die y -Integrationsgrenze auf der positiven Seite durch $R_y - y_0$, auf der negativen Seite durch $y_0 - R_y$ gegeben. Für die Integration in der (x, z) -Ebene führen wir skalierte ebene Polarkoordinaten ρ und φ ein, wobei $x = R_x \rho \cos \varphi$, $z = R_z \rho \sin \varphi$. Nach Ausführen der φ -Integration ist das zu lösende Integral dann

$$\begin{aligned} \frac{N_{2,0}^{\text{emit}}}{2\pi R_x R_z N_{2,0}} &= \int_0^{R_y - y_0} dy \int_0^{\sqrt{1 - (y + y_0)^2 / R_y^2}} d\rho \rho n(\mathbf{r}) \\ &+ \int_{-(R_y - y_0)}^0 dy \int_0^{\sqrt{1 - (y - y_0)^2 / R_y^2}} d\rho \rho n(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (6.3)$$

Mit dem Abstand $2y_0 = 2\hbar k_s t_{4\text{WM}}/m$ zwischen den Wellenpaketen und unter Ver-

wendung von Gl. (5.27) ist die Lösung des Integrals

$$\frac{N_{2,0}^{\text{emit}}}{N_{2,0}} = h\left(\frac{y_0}{R_y}\right) = h\left(\frac{t_{4\text{WM}}}{2\tau_0}\right), \quad (6.4)$$

wobei

$$h(x) = \begin{cases} (1 - |x|)^3(1 + 3|x| + |x|^2), & 0 \leq |x| \leq 1 \\ 0, & 1 < |x| \end{cases} \quad (6.5)$$

ausdrückt, welcher Bruchteil der Gesamtzahl Atome in $|2, \mathbf{k}\rangle$ beim Auslesen Überlapp mit Atomen in $|1, \mathbf{q}\rangle$ hat und Licht nach unten emittiert. Dasselbe Ergebnis findet sich für jeden anderen Pfad, bei welchem Atome von Zuständen $|2, \mathbf{k} + j\mathbf{q}\rangle$ unter Emission nach unten in $|1, (j + 1)\mathbf{q}\rangle$ übergehen.

Um dem Umstand Rechnung zu tragen, dass beim Auslesen gerichtete Emission nach unten nur stattfinden kann, wenn durch 4WM Population in Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$ aufgebaut wurde, multiplizieren wir das Ergebnis (6.4) mit Gl. (5.32) und erhalten

$$N_d(t) = A \left| f\left(\frac{\tilde{t}(t)}{\tau_0}\right) \right|^2 h\left(\frac{t}{2\tau'_0}\right) + N_{\text{bg}}, \quad (6.6)$$

wobei A eine Amplitude und N_{bg} ein Offset sind. Die Zeitkonstanten τ_0 und τ'_0 für den anfänglichen Anstieg und den späteren Abfall sollten gleich sein.

Die durchgezogene Linie in Abb. 6.5 zeigt die an die Daten angepasste Funktion (6.6). Für die Zeitkonstanten findet sich $\tau_0 = 0,55 \pm 0,04$ ms und $\tau'_0 = 0,70 \pm 0,05$ ms. Entsprechend der Erwartung sind beide Werte ähnlich. Ihre Abweichung vom theoretisch berechneten Wert $\tau_0 = 2,3$ ms ist jedoch verhältnismäßig groß. Der Grund für diese starke Abweichung liegt vermutlich darin, dass die gemachten Näherungen um die analytische Funktion (6.6) herleiten zu können, sehr grob sind. Dies gilt insbesondere für das Vernachlässigen von Konkurrenzprozessen trotz der geringen Population im Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$.

In Abb. 6.5 sind ebenso wie in Abb. 6.4 nur Datenpunkte für $t_{4\text{WM}} \geq 100 \mu\text{s}$ dargestellt. Bei kürzeren Zeiten ist die Messung der Photonenzahl verfälscht. Die Ursache hierfür ist, dass während der Speicherung des zweiten Signalpulses bereits Raman AMW durch das Einstrahlen des zweiten Kontrolllasers stattfindet. Atome in Zustand $|2, \mathbf{k}\rangle$ absorbieren dabei das Kontrolllicht, welches für diesen Puls von rechts eingestrahlt wird (s. Abb. 5.7) und gehen stimuliert in $|1, 0\rangle$ über. Dies geschieht unter Emission von Signallicht nach unten. Somit trifft bereits vor dem Auslesen Licht in der relevanten Mode auf die Kamera. Das Entfernen des dadurch auf dem CCD-Chip erzeugten Signals dauert knapp $100 \mu\text{s}$, entsprechend können nur Messdaten für $t_{4\text{WM}} \gtrsim 100 \mu\text{s}$ sinnvoll ausgewertet werden.

6.3.2 Theoretische Berechnung des Kontrastes

Als nächstes berechnen wir den bei der Kohärenzmessung im erweiterten Schema zu erwartenden Kontrast. Im Experiment wird das Kontrolllicht zum Auslesen hinreichend lange eingestrahlt, dass alle Atome in Zuständen mit $F = 2$ nach $F = 1$ transferiert werden. Somit ändern sich während des Auslesens die Atomzahlen in den Zuständen $|1, j\mathbf{q}\rangle$ teilweise beträchtlich. Dies resultiert in einer zeitlichen Änderung der bosonischen Verstärkung, welche zum Auslesen auf den verschiedenen Pfaden führt. Weiterhin kann Reabsorption von emittiertem Signallicht dazu führen, dass während des Auslesens neue Zustände bevölkert werden. Die vollständige Dynamik während des Auslesens zu berechnen ist aufwändig. Als Vereinfachung nähern wir sowohl die Lichtfelder, als auch die Kondensatswellenfunktionen durch ebene Wellen und verwenden das in Ref. [84] entwickelte theoretische Model zur Beschreibung von Raman AMW.

Das System wird durch den Hamilton-Operator in Gl. (7) aus Ref. [84] beschrieben. Angepasst auf die für das Gatter verwendete Geometrie lautet er

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{F=1}^2 \sum_{j=-\infty}^{\infty} \hbar\omega_{F,j} \hat{a}_{F,j}^\dagger \hat{a}_{F,j} - \hbar \left(\delta_d \hat{b}_d^\dagger \hat{b}_d + \delta_r \hat{b}_r^\dagger \hat{b}_r \right) \\
 & + \sum_{j=-\infty}^{\infty} \left[i\hbar\Omega \left(\hat{b}_d^\dagger \hat{a}_{1,j+1}^\dagger \hat{a}_{2,j} + \hat{b}_r^\dagger \hat{a}_{1,j}^\dagger \hat{a}_{2,j} \right) + \text{H.c.} \right], \quad (6.7)
 \end{aligned}$$

wobei die $\hat{a}_{F,j}^\dagger$ bosonische Erzeuger für Atome in Zuständen $|F, \mathbf{k}_F + j\mathbf{q}\rangle$ sind. $\hbar\omega_{F,j}$ ist die kinetische Energie des jeweiligen Zustands. In der vorliegenden Geometrie gilt $\omega_{2,j} = 2(j^2 + 1)\omega_{\text{rec}}$ und $\omega_{1,j} = 2j^2\omega_{\text{rec}}$ mit $\omega_{\text{rec}} = E_{\text{rec}}/\hbar$. Die Energien der internen Zustände für Atome in Ruhe sind in einem Wechselwirkungsbild berücksichtigt.

Die Operatoren \hat{b}_d^\dagger und \hat{b}_r^\dagger erzeugen Signalphotonen. Der Index d steht für Photonen, welche in Abb. 6.3(a) nach unten emittiert werden. Der Index r steht für Photonen, welche nach rechts emittiert werden. δ_d und δ_r sind die Zweiphotonenverstimmungen der Raman-Übergänge. Die Terme mit δ_d und δ_r sind die Photonenenergien im Wechselwirkungsbild.

Die Terme $\hat{b}_d^\dagger \hat{a}_{1,j+1}^\dagger \hat{a}_{2,j}$ und $\hat{b}_r^\dagger \hat{a}_{1,j}^\dagger \hat{a}_{2,j}$ beschreiben den Übergang von Atomen zwischen den verschiedenen Zuständen unter Emission eines Signalphotons. Emission nach unten findet statt, wenn ein Atom von Zustand $|2, \mathbf{k} + j\mathbf{q}\rangle$ in $|1, (j+1)\mathbf{q}\rangle$ übergeht, Emission nach rechts bei einem Übergang von $|2, \mathbf{k} + j\mathbf{q}\rangle$ nach $|1, j\mathbf{q}\rangle$. Der *H.c.*-Term beschreibt Reabsorption der Signalphotonen. Die Kopplungskonstante Ω ist im Experiment einstellbar, da sie proportional zur Rabi-Frequenz des zum Auslesen verwendeten Kontrolllasers ist. Da die Phasen von \hat{b}_d und \hat{b}_r frei gewählt werden können, genügt es Ω als reell anzunehmen.

Wir betrachten nun die Dynamik im Rahmen einer Molekularfeldnäherung. Hierzu bestimmen wir die Heisenberg-Bewegungsgleichungen für die Operatoren \hat{b}_d , \hat{b}_r , und $\hat{a}_{F,j}$. Durch Bildung der Erwartungswerte dieser Gleichungen erhalten wir Be-

wegungsgleichungen für die Molekularfelder

$$\tilde{b}_d = \langle \hat{b}_d \rangle, \quad \tilde{b}_r = \langle \hat{b}_r \rangle, \quad \tilde{a}_{F,j} = \langle \hat{a}_{F,j} \rangle \quad (6.8)$$

Wir nehmen an, dass die Erwartungswerte von Produkten von Operatoren in das Produkt der einzelnen Erwartungswerte faktorisieren, also $\langle \hat{a}_{F,j}^\dagger \hat{a}_{F',j'} \rangle = \langle \hat{a}_{F,j}^\dagger \rangle \langle \hat{a}_{F',j'} \rangle$ gilt. Zuletzt gehen wir in ein Wechselwirkungsbild über, indem wir

$$\begin{aligned} \tilde{b}_d &= \sqrt{N} b_d \exp(i\delta_d t), \\ \tilde{b}_r &= \sqrt{N} b_r \exp(i\delta_r t), \\ \tilde{a}_{F,j} &= \sqrt{N} a_{F,j} \exp(-i\omega_{F,j} t) \end{aligned} \quad (6.9)$$

setzen. N bezeichnet wieder die Gesamtzahl der Atome. Die Bewegungsgleichungen in diesem Wechselwirkungsbild sind

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} b_d &= \Omega_N \sum_j a_{1,j+1}^* a_{2,j} \exp(-i\Delta_{d,j} t), \\ \frac{\partial}{\partial t} b_r &= \Omega_N \sum_j a_{1,j}^* a_{2,j} \exp(-i\Delta_{r,j} t), \\ \frac{\partial}{\partial t} a_{2,j} &= -\Omega_N (b_d a_{1,j+1} \exp(i\Delta_{d,j} t) + b_r a_{1,j} \exp(i\Delta_{r,j} t)), \\ \frac{\partial}{\partial t} a_{1,j} &= \Omega_N (b_d^* a_{2,j-1} \exp(-i\Delta_{d,j-1} t) + b_r^* a_{2,j} \exp(-i\Delta_{r,j} t)), \end{aligned} \quad (6.10)$$

wobei wir die Abkürzungen $\Omega_N = \Omega\sqrt{N}$, $\Delta_{d,j} = \delta_d + \omega_{2,j} - \omega_{1,j+1} = \delta_d - 4j\omega_{\text{rec}}$ und $\Delta_{r,j} = \delta_r + \omega_{2,j} - \omega_{1,j} = \delta_r + 2\omega_{\text{rec}}$ verwendet haben.

Im Experiment ist die Rabi-Frequenz des Kontrolllasers für das Auslesen groß genug, dass $\Omega_N \gg \omega_{\text{rec}}$. Die Zeit, in welcher das gesamte Licht ausgelesen wird, ist also deutlich kürzer als $1/\omega_{\text{rec}}$. Folglich gilt $\omega_{\text{rec}} t \ll 1$. Aufgrund der endlichen räumlichen Ausdehnung des Kondensats finden nur wenige Reabsorptionsprozesse statt. Deshalb werden beim Auslesen nur Zustände mit kleinen Werten von $|j|$ zusätzlich zu den anfangs besetzten populiert. Da auch $|\delta_d t| \ll 1$ und $|\delta_r t| \ll 1$ gilt, sind $|\Delta_{d,j} t|$ und $|\Delta_{r,j} t|$ vernachlässigbar und die Phasenfaktoren in den Bewegungsgleichungen (6.10) können zu eins gesetzt werden.

An dieser Stelle ist gut ersichtlich, wie Interferenz zu einer Oszillation der Anzahl nach unten emittierter Photonen als Funktion von $t_{4\text{WM}}$ führt. Wir betrachten den fiktiven Fall eines sehr kurzen Zeitfensters, in welchem ausgelesen wird. Die atomaren Populationen seien dabei noch annähernd unverändert, insbesondere sei noch keine Population in Zuständen mit $|j| > 1$ aufgebaut. Bei anfänglicher Besetzung aller sechs Komponenten des erweiterten Schemas (s. Abb. 6.3) ist der Aufbau der Amplitude b_d dann durch

$$\frac{\partial}{\partial t} b_d = \Omega_N (a_{1,0}^* a_{2,-1} + a_{1,1}^* a_{2,0}) \quad (6.11)$$

gegeben. Die beiden Pfade $a_{2,j} \rightarrow a_{1,j+1}$ interferieren also. Welche relative Phase sie zueinander haben, hängt dabei von der Phasenentwicklung der $a_{F,j}$ während der Zeit $t_{4\text{WM}}$ zwischen Zustandspräparation und Beginn des Auslesens ab.

Irreversibilität

Die atomaren Wellenpakete haben eine endliche räumliche Ausdehnung. Dies hat zur Folge, dass erzeugtes Signallicht die Wolke irreversibel verlassen kann. Diesen Effekt exakt einzubeziehen wäre aufwändig. Stattdessen soll die Irreversibilität näherungsweise dadurch modelliert werden, dass zu den Bewegungsgleichungen Dämpfungskoeffizienten γ_d und γ_r hinzugefügt werden

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} b_d &= -\frac{1}{2}\gamma_d b_d + \Omega_N \sum_j a_{1,j+1}^* a_{2,j}, \\ \frac{\partial}{\partial t} b_r &= -\frac{1}{2}\gamma_r b_r + \Omega_N \sum_j a_{1,j}^* a_{2,j}, \\ \frac{\partial}{\partial t} a_{2,j} &= -\Omega_N (b_d a_{1,j+1} + b_r a_{1,j}), \\ \frac{\partial}{\partial t} a_{1,j} &= -\Omega_N (b_d^* a_{2,j-1} + b_r^* a_{2,j}).\end{aligned}\tag{6.12a}$$

Die Anzahl Photonen $N_d(t)$ und $N_r(t)$, welche das System im Zeitintervall 0 bis t irreversibel in die beiden Richtungen verlassen, errechnen sich gemäß

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} N_d &= N\gamma_d |b_d|^2, \\ \frac{\partial}{\partial t} N_r &= N\gamma_r |b_r|^2.\end{aligned}\tag{6.12b}$$

Die Zeit, welche ein Photon benötigt, um die Wolke in eine Richtung zu verlassen ist proportional zum Thomas-Fermi-Radius in dieser Richtung. Das Verhältnis der Dämpfungskoeffizienten ist deshalb durch das inverse Verhältnis der Thomas-Fermi-Radien in die entsprechenden Richtungen gegeben

$$\frac{\gamma_r}{\gamma_d} = \frac{R_z}{R_x} = \epsilon = 3,5.\tag{6.13}$$

Die Nichtlinearität der Gleichungen (6.12) kann zu komplizierten, anharmonischen Schwingungen führen. Bei den vorliegenden experimentellen Parametern ist die Situation jedoch vereinfacht, da die Oszillationen stark überdämpft sind. Dies ist aus folgender Abschätzung ersichtlich.

Bei der verwendeten Leistung des Kontrolllasers zum Auslesen gilt für die Kopplungskonstante $\Omega = 2\pi \times 0,6 \text{ MHz}^3$. Mit $N \approx 10^6$ gilt $\Omega_N = 2\pi \times 0,6 \text{ GHz}$.

³ Die effektive Zweiphotonen-Rabi-Frequenz für den Auslesevorgang errechnet sich aus der Ver-

Wir schätzen den Dämpfungskoeffizienten für Emission nach unten durch $\gamma_d = c/R_y \approx 10^{13} \text{ s}^{-1}$ ab. c ist dabei die Lichtgeschwindigkeit in Vakuum⁴. Es gilt somit $\gamma_d/\Omega_N \gg 1$. Oszillationen der Anregungen zwischen dem Lichtfeld und den Atomen während des Auslesens sind also stark überdämpft. Nach adiabatischer Elimination von b_d und b_r aus den Bewegungsgleichungen findet sich als Zeitskala, auf welcher nach unten emittiertes Licht die Wolke verlässt $\gamma_d/\Omega_N^2 \approx 0,7 \text{ } \mu\text{s}$. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit der experimentell beobachteten Tatsache, dass fast das gesamte ausgelesene Licht die Wolke innerhalb der ersten Mikrosekunde verlässt. In diesem Regime bestimmt der Wert von γ_d/Ω_N nur die Zeitskala, auf welcher Licht die Wolke verlässt, hat sonst jedoch keinen Einfluss auf die Dynamik während des Auslesens. Sofern $\gamma_d/\Omega_N \gg 1$ bleibt, hat die Propagationsgeschwindigkeit des Lichts in der Wolke deshalb innerhalb dieses Modells keinen Einfluss auf den vorhergesagten Kontrast des Interferenzmusters.

Im Experiment wird der Anfangszustand für das Auslesen im erweiterten Schema dadurch präpariert, dass das ursprüngliche BEC im Zustand $|1, 0\rangle$ zuerst durch zwei Raman-Pulse mit Pulsflächen θ_1 und θ_2 in vier Wellenpakete mit Zuständen $|1, 0\rangle$, $|2, \mathbf{k}\rangle$, $|2, \mathbf{k} + \mathbf{q}\rangle$ und $|1, -\mathbf{q}\rangle$ aufgeteilt wird. Die Dauer der Raman-Pulse wird dabei hinreichend kurz gewählt, dass die kinetischen Energien während der Pulse vernachlässigt werden können. Die Situation nach den Raman-Pulsen ist also ähnlich der durch Gl. (5.17) beschriebenen. Daraufhin führt 4WM zur Population von $|1, \mathbf{q}\rangle$ und $|2, \mathbf{k} - \mathbf{q}\rangle$. Die Anfangsbedingungen vor dem Auslesen lauten somit

$$\begin{aligned}
a_{1,0} &= \cos(\theta_1/2) \cos(\theta_2/2) \\
a_{2,0} &= \sin(\theta_1/2) \cos(\theta_2/2) \exp(i\chi) \\
a_{1,-1} &= -\sin(\theta_1/2) \sin(\theta_2/2) \exp(i\chi) \\
a_{2,1} &= \cos(\theta_1/2) \sin(\theta_2/2) \exp(2i\chi) \\
a_{1,1} &= -i\beta a_{2,0}^* a_{2,1} a_{1,0} \\
a_{2,-1} &= -i\beta a_{1,0}^* a_{1,-1} a_{2,0}
\end{aligned} \tag{6.14}$$

und $a_{F,j} = 0$, falls $|j| > 1$. Anfangs sind die optischen Moden nicht besetzt, es gilt zu Beginn $b_d = b_r = 0$.

stimmung, den Dipolmatrixelementen der beteiligten Übergänge und der Amplitude der elektrischen Felder. Die Amplitude \mathcal{E} des elektrischen Feldes eines Signalphotons berechnet sich dabei gemäß $\mathcal{E} = \sqrt{\hbar\omega_s/2\epsilon_0 V_q}$, wobei ϵ_0 die Permittivität des Vakuums und $\hbar\omega_s$ die Energie eines Signalphotons ist. Wir verknüpfen das homogene Modell mit Quantisierungsvolumen V_q mit einer Thomas-Fermi-Parabel durch Näherung des Quantisierungsvolumens durch das Volumen aus Gl. (5.4). Der Grund hierfür ist, dass die relevante physikalische Größe die typische atomare Dichte ist, welche in der Thomas-Fermi-Parabel durch N/V , im homogenen Modell durch N/V_q gegeben ist.

⁴Aufgrund der Ähnlichkeit des Auslesens mit elektromagnetisch induzierter Transparenz stellt sich die Frage, ob auch die mit letzterer oft verbundene Reduzierung der Gruppengeschwindigkeit des erzeugten Signallichts hier eintritt. Eine starke Reduktion der Gruppengeschwindigkeit findet allerdings nur statt, wenn die Population in Zuständen mit $F = 2$ gering ist [56]. Dies ist jedoch während der meisten Zeit des Ausleseprozesses nicht der Fall.

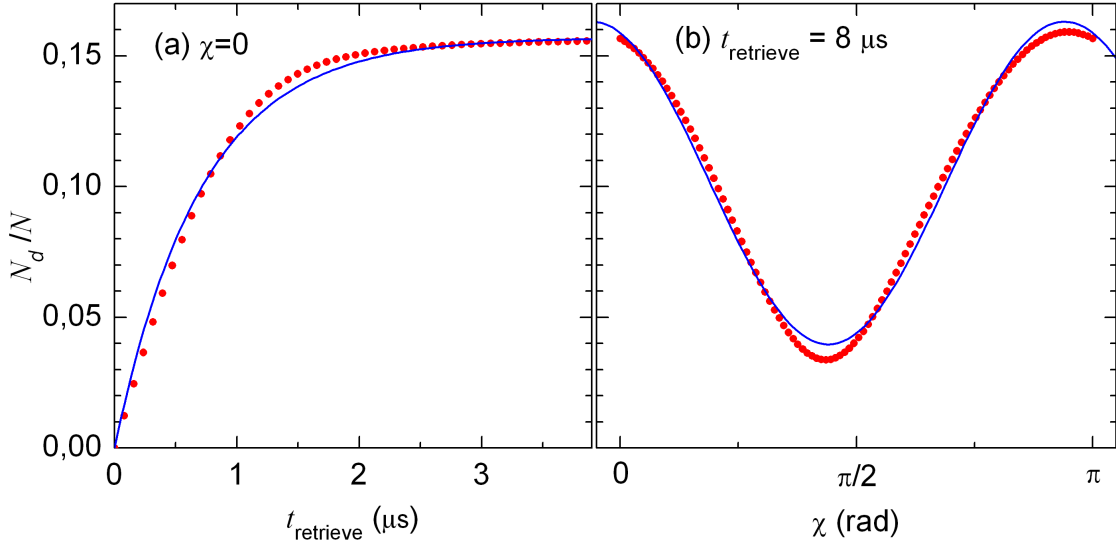


Abb. 6.6: Numerische Berechnung der Anzahl nach unten emittierter Photonen. (a) N_d als Funktion der Auslesedauer t_{retrieve} bei $\chi = 0$. Die durchgezogene Linie ist eine Anpassung von Gl. (6.15) an die numerischen Daten. (b) Interferenzmuster. Die Anzahl nach unten emittierter Photonen bei langem Auslesen zeigt in guter Näherung eine sinusförmige Abhängigkeit von der Phase χ , welche die atomaren Zustände während $t_{4\text{WM}}$ akkumulieren. Die durchgezogene Linie ist eine angepasste Sinusfunktion.

Der Parameter $\chi = -2\omega_{\text{rec}}t_{4\text{WM}}$ drückt aus, welche Phase die verschiedenen Zustände aufgrund ihrer kinetischen Energie während der Vierwellenmischzeit akkumuliert haben⁵. Der dimensionslose Parameter β beschreibt, wie weit die 4WM fortgeschritten ist. Für kurze Vierwellenmischzeiten ergibt sich aus Gl. (5.11) $\beta = \sqrt{8/21}gN/\hbar Vt_{4\text{WM}}$. Wir haben angenommen, dass die Populationen in den vor der 4WM besetzten Zuständen durch die 4WM nicht verändert werden, was dadurch gerechtfertigt ist, dass im Experiment $|a_{1,1}|^2 \ll 1$ und $|a_{2,-1}|^2 \ll 1$ gilt.

Wir lösen nun numerisch die Gleichungen (6.12) für die Anfangsbedingungen (6.14). Dabei setzen wir die Amplitude aller Zustände mit $|j| > 6$ gleich null. Wir wählen $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ und $\beta = \sqrt{2}$. Damit befinden sich zu Beginn des Auslesens $|a_{1,1}(0)|^2 = 1/32 \approx 3\%$ der Atome in Zustand $|1, \mathbf{q}\rangle$, was realistisch ist. Die numerische Lösung zeigt, dass die Population in Zuständen mit $|j| > 2$ klein ist.

Abb. 6.6(a) stellt die Anzahl nach unten emittierter Photonen N_d als Funktion der Auslesedauer t_{retrieve} für $\chi = 0$ dar. Der zeitliche Verlauf der Photonenzahl wird in guter Näherung durch die gesättigte Exponentialfunktion

$$N_d(t) = N_{\text{sat}} (1 - \exp(-t/\tau_{\text{retrieve}})) \quad (6.15)$$

beschrieben. Eine Anpassung an die numerischen Daten liefert als Sättigungswert $N_{\text{sat}}/N = 16\%$ und für die Zeitkonstante $\tau_{\text{retrieve}} = 0,7 \mu\text{s}$. Letzterer Wert ist in

⁵Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass exakt die quadratische Geometrie realisiert ist.

gutem Einklang mit der zuvor gemachten Abschätzung, dass das Licht die Wolke auf einer typischen Zeitskala von $\gamma_d/\Omega_N^2 \approx 0,7 \mu\text{s}$ verlässt.

Im Experiment wird der Kontrolllaser zum Auslesen hinreichend lange eingestrahlt, dass N_d den Sättigungswert N_{sat} erreicht. Um eine Vorhersage für den Kontrast des Interferenzmusters zu machen, wird numerisch der Wert von N_d nach einer Auslesedauer $t_{\text{retrieve}} = 8 \mu\text{s}$ für unterschiedliche Werte von χ bestimmt. Das Ergebnis ist in Abb. 6.6(b) dargestellt. Das Interferenzmuster zeigt in guter Näherung eine harmonische Oszillation. Anpassung einer Sinusfunktion (durchgezogene Linie) liefert den Kontrast $C = 0,61$.

Der Kontrast hängt sensitiv von den Parametern der Zustandspräparation ab. Reduktion von β auf den Wert $0,3\sqrt{2}$ liefert $C = 0,36$. Dasselbe Ergebnis findet sich für $\theta_1 = 0,35\pi$ und $\theta_2 = 0,65\pi$ mit $\beta = \sqrt{2}$.

Um im Experiment den Kontrast der Oszillation zu bestimmen, multiplizieren wir zu der zuvor hergeleiteten Einhüllenden (6.6) einen sinusförmigen Oszillationsterm mit Kontrast C und Frequenz ω hinzu

$$N_d(t) = A \left| f \left(\frac{\tilde{t}(t)}{\tau_0} \right) \right|^2 h \left(\frac{t}{2\tau'_0} \right) (1 + C \cos \omega(t - t_{\text{off}})) + N_{\text{bg}}. \quad (6.16)$$

Dabei ist t_{off} ein Offset, welcher die Anfangsphase der Oszillation beschreibt.

Eine Anpassung der Funktion (6.16) an die experimentellen Daten in Abb. 6.4 liefert den Kontrast $C = 0,38 \pm 0,01$ und die Oszillationsfrequenz $\omega/2\pi = 15,4 \pm 0,1$ kHz. Der Wert von ω stimmt wie bereits in Abschnitt 6.2 diskutiert hervorragend mit der theoretischen Erwartung überein. Auch der gemessene Kontrast ist ähnlich den oben numerisch bestimmten Werten für vergleichbare Parameter. Dies unterstützt die in Abschnitt 6.2 auf qualitativer Ebene gemachte Argumentation, dass der gemessene Kontrast $C < 1$ nicht darauf schließen lässt, dass im Experiment Dekohärenzmechanismen wirken, welche die Fidelity bei Anwendung des Schemas als Quantenlogikgatter limitieren würden.

Für die Zeitkonstanten der Einhüllenden findet sich $\tau_0 = 0,97$ und $\tau'_0 = 0,42$. Der Grund für die Abweichung vom erwarteten Wert $\tau_0 = \tau'_0 = 2,3$ ms ist vermutlich wie im einfachen Schema (s. Abb. 6.5) der Umstand, dass die zur Herleitung von Gl. (6.6) gemachten Näherungen sehr grob sind.

7 Ausblick

Im Folgenden soll diskutiert werden, inwieweit die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit Perspektiven für ein Quantenlogikgatter eröffnen. Zunächst werden einige Aspekte angesprochen, welche bei Anwendung der hier vorgestellten Methode auf Einzelphotonen zu Problemen führen können. Anschließend werden mögliche Modifikationen diskutiert, um ein universelles Zwei-Qubit-Gatter für Photonen zu implementieren.

Ersetzt man die klassischen Lichtpulse durch Einzelphotonen, so muss mit möglichen Schwierigkeiten gerechnet werden. Ein Aspekt dabei ist, dass durch die Reduktion der Photonenzahl die 4WM deutlich langsamer wird. Aufgrund der unterschiedlichen Impulse der beteiligten Materiewellen, nimmt jedoch ihr räumlicher Überlapp während der 4WM ab, wodurch diese unter Umständen bereits endet, bevor genügend Amplitude in der zu erzeugenden Materiewelle aufgebaut wurde. Ein weiterer Aspekt ist, dass die bosonische Verstärkung, auf der die 4WM beruht, bei der Speicherung einzelner Anregungen gering ist. Dies kann zur Folge haben, dass mögliche Konkurrenzprozesse wie etwa isotrope s -Wellenstreuung [69, 130, 131] relevant werden. Der Auslesevorgang basiert ebenfalls auf bosonischer Verstärkung. Als möglicher Konkurrenzprozess ist hier beispielsweise spontane Photonenstreuung zu nennen.

Von einem entfernten Standpunkt aus betrachtet, demonstriert die vorliegende Arbeit ein Logikgatter für Lichtpulse, das auf der Nichtlinearität der Gross-Pitaevskii-Gleichung beruht. Wählt man in diesem Schema eine kopropagierende Geometrie der Lichtstrahlen, dann erzeugt der Wechselwirkungsterm der Gross-Pitaevskii-Gleichung eine Phasenverschiebung anstelle von 4WM. Ein detaillierter Vorschlag, wie sich damit ein universelles Zwei-Qubit-Gatter für Einzelphotonen realisieren lässt, findet sich in Ref. [49]. Die erwartete Dauer der dort diskutierten Rechenoperation ist mit etwa 1 s jedoch sehr lang. Dies stellt nicht nur große Anforderungen an die Kohärenzzeit des Systems, sondern ist auch in Hinblick auf Skalierbarkeit problematisch.

Eine geringere Dauer der Gatteroperation könnte durch die Nutzung stärkerer Wechselwirkungsmechanismen erreicht werden. Wie in Ref. [46] vorgeschlagen, kommt hierfür die langreichweitige Dipol-Dipol-Wechselwirkung von Atomen in Rydberg-Zuständen in Betracht. Dieser Mechanismus wurde kürzlich in Refs. [50, 51] genutzt, um auf dem Niveau einzelner Anregungen starke Nichtlinearitäten für Photonen zu beobachten.

A Zustandspräparation

Die Zustandspräparation in den Kapiteln 5 und 6 findet durch Mikrowellen- bzw. Raman-Pulse statt. Wir werden nun den Zustand nach Präparation durch diese Pulse berechnen. Dabei werden wir auch die relativen Phasen zwischen den Komponenten bestimmen, welche sich auf die spätere dynamische Entwicklung des Systems auswirken.

Wir betrachten den Fall, dass wie in Abschnitt 5.3 zwei Raman-Pulse nacheinander angewandt werden. Handelt es sich stattdessen bei einem der Pulse um einen Mikrowellenpuls, so führt analoges Vorgehen zum selben Ergebnis. Bei jedem Präparationspuls werden Übergänge in einem geschlossenen Zwei-Niveau-System, bestehend aus Zuständen $|1, \mathbf{k}_1 + j\mathbf{q}\rangle$ und $|2, \mathbf{k}_2 + j'\mathbf{q}\rangle$, getrieben. Für den ersten Puls gilt $j' = j$, für den zweiten $j' = j + 1$. Beide Pulse treiben die Übergänge resonant für $j = 0$. Wir bezeichnen die Zweiphotonen-Rabi-Frequenzen als Ω_l und die Pulsdauern als t_l . $l = 1$ bzw. $l = 2$ bezeichnet dabei den ersten bzw. zweiten Puls. Es gilt $\hbar|\Omega_l| \gg E_{\text{rec}}$ und der Hamilton-Operator während Puls l kann in einer Matrixdarstellung bzgl. der Zustände $|1, \mathbf{k}_1 + j\mathbf{q}\rangle$ und $|2, \mathbf{k}_2 + j'\mathbf{q}\rangle$ genähert werden als

$$H_l = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Omega_l \\ \Omega_l^* & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

wobei wir ein Wechselwirkungsbild und die Drehwellennäherung verwendet haben. Außerdem haben wir den Energienullpunkt mittig zwischen den beiden Zuständen gewählt. Der Zeitentwicklungsoperator $U(t) = \exp(-\frac{i}{\hbar}Ht)$ ist für Puls l

$$U_l = \begin{pmatrix} C_l & -ie^{i\alpha_l}S_l \\ -ie^{-i\alpha_l}S_l & C_l \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Hierbei ist $S_l = \sin \theta_l/2$ und $C_l = \cos \theta_l/2$. $\theta_l = |\Omega_l|t_l$ ist die Pulsfläche. $\alpha_l = \arg(\Omega_l)$ ist die Phasendifferenz der beiden Laser, welche den l -ten Raman-Übergang treiben.

Vor dem ersten Puls ist das BEC im Zustand $|1, 0\rangle$, es gilt $|a_{1,0}| = 1$ und $a_{F,j} = 0$ für alle anderen (F, j) . Freie Wahl der Phase des internen Zustandes $F = 1$ erlaubt es, $a_{1,0}$ zu Beginn als reell zu wählen. Der Zustand nach dem ersten Puls ist

$$\begin{pmatrix} a_{1,0} \\ a_{2,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & -ie^{i\alpha_1}S_1 \\ -ie^{-i\alpha_1}S_1 & C_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ -ie^{-i\alpha_1}S_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

und $a_{F,j} = 0$, falls $j \neq 0$.

Beim zweiten Puls wird ein Impuls \mathbf{q} auf die Atome übertragen. Er koppelt Zustände $a_{1,j}$ mit $a_{2,j+1}$. Nach diesem Puls gilt

$$\begin{pmatrix} a_{1,0} \\ a_{2,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_2 & -ie^{i\alpha_2}S_2 \\ -ie^{-i\alpha_2}S_2 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1C_2 \\ -ie^{-i\alpha_2}C_1S_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{pmatrix} a_{1,-1} \\ a_{2,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_2 & -ie^{i\alpha_2}S_2 \\ -ie^{-i\alpha_2}S_2 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -ie^{-i\alpha_1}S_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-i(\alpha_1-\alpha_2)}S_1S_2 \\ -ie^{-i\alpha_1}S_1C_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

und $a_{F,j} = 0$ für alle anderen (F, j) .

Es besteht noch Freiheit in der Wahl der relativen Phase φ zwischen den internen Zuständen und in der Wahl des Ortsnullpunktes \mathbf{r}_0 . Gemäß Gl. (5.13) kann sich eine Verschiebung von \mathbf{r}_0 auf die Phasen der $a_{F,j}$ auswirken. Da bei den beiden Präparationspulsen unterschiedliche Impulse übertragen werden, wirkt sich eine Verschiebung von \mathbf{r}_0 auf α_1 anders aus, als auf α_2 . Wir wählen die Kombination aus \mathbf{r}_0 und φ so, dass $e^{-i\alpha_1} = e^{-i\alpha_2} = i$ gilt. Die Amplituden aller anfangs besetzten Zustände werden dadurch reell.

Eigene Publikationen

Veröffentlichungen im Rahmen dieser Dissertation

- **Coherent logic gate for light pulses based on storage in a Bose-Einstein condensate.**
C. Vo, S. Riedl, S. Baur, G. Rempe, and S. Dürr.
Submitted, 2012.
- **Bose-Einstein condensate as a quantum memory for a photonic polarization qubit.**
S. Riedl, M. Lettner, C. Vo, S. Baur, G. Rempe, and S. Dürr.
Phys. Rev. A, 85:022318, 2012
- **Remote entanglement between a single atom and a Bose-Einstein condensate.**
M. Lettner, M. Mücke, S. Riedl, C. Vo, C. Hahn, S. Baur, J. Bochmann, S. Ritter, S. Dürr, and G. Rempe.
Phys. Rev. Lett., 106:210503, 2011.
- **Combination of a magnetic Feshbach resonance and an optical bound-to-bound transition.**
D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, and S. Dürr.
Phys. Rev. A, 79:062713, 2009.
- **Control of a magnetic Feshbach resonance with laser light.**
D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, and S. Dürr.
Nat. Phys. 5:339,2009.

Weitere Veröffentlichungen

- **Extended-cavity diode lasers with tracked resonances.**
S-w. Chiow, Q. Long, C. Vo, H. Müller, and S. Chu.
Appl. Opt. 46:7997, 2007.

- **A new photon recoil experiment: towards a determination of the fine structure constant.**
H. Müller, S-w. Chiow, Q. Long, C. Vo, and S. Chu.
Appl. Phys. B 84:633, 2006.
- **Active sub-Rayleigh alignment of parallel or antiparallel laser beams.**
H. Müller, S-w. Chiow, Q. Long, C. Vo, and S. Chu.
Opt. Lett. 30:3323, 2005.

Literaturverzeichnis

- [1] R. L. Rivest, A. Shamir, and L. Adleman. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems. *Communications of the ACM*, 21:120, 1978.
- [2] P. W. Shor. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM J.Sci.Statist.Comput.*, 26:1484, 1997.
- [3] I. L. Chuang, L. M. K. Vandersypen, X. Zhou, D. W. Leung, and S. Lloyd. Experimental realization of a quantum algorithm. *Nature*, 393:143, 1998.
- [4] J. A. Jones and M. Mosca. Implementation of a quantum algorithm on a nuclear magnetic resonance quantum computer. *J. Chem. Phys.*, 109:1648, 1998.
- [5] D. Deutsch. Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer. *Proc. R. Soc. London A*, 400:97, 1985.
- [6] D. Deutsch and R. Jozsa. Rapid solution of problems by quantum computation. *Proc. R. Soc. London A*, 439:553, 1992.
- [7] S. Gulde, M. Riebe, G. P. T. Lancaster, C. Becher, J. Eschner, H. Häffner, F. Schmidt-Kaler, I. L. Chuang, and R. Blatt. Implementation of the Deutsch–Jozsa algorithm on an ion-trap quantum computer. *Nature*, 421:48, 2003.
- [8] L. M. K. Vandersypen, M. Steffen, G. Breyta, C. S. Yannoni, M. H. Sherwood, and I. L. Chuang. Experimental realization of Shor’s quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance. *Nature*, 414:883, 2001.
- [9] C.-Y. Lu, D. E. Browne, T. Yang, and J.-W. Pan. Demonstration of a compiled version of Shor’s quantum factoring algorithm using photonic qubits. *Phys. Rev. Lett.*, 99:250504, 2007.
- [10] B. P. Lanyon, T. J. Weinhold, N. K. Langford, M. Barbieri, D. F. V. James, A. Gilchrist, and A. G. White. Experimental demonstration of a compiled version of Shor’s algorithm with quantum entanglement. *Phys. Rev. Lett.*, 99:250505, 2007.

-
- [11] M. A. Nielsen and I. L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. University Press, Cambridge, 2000.
- [12] H. J. Kimble. The quantum internet. *Nature*, 453:1023, 2008.
- [13] N. Lütkenhaus and A. J. Shields. Focus on quantum cryptography: Theory and practice. *New. J. Phys.*, 11:045005, 2009.
- [14] A. I. Lvovsky, B. C. Sanders, and W. Tittel. Optical quantum memory. *Nat. Photon.*, 3:706, 2009.
- [15] J. I. Cirac and P. Zoller. Quantum computations with cold trapped ions. *Phys. Rev. Lett.*, 74:4091, 1995.
- [16] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Demonstration of a fundamental quantum logic gate. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4714, 1995.
- [17] F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, M. Riebe, S. Gulde, G. P. T. Lancaster, T. Deuschle, C. Becher, C. F. Roos, J. Eschner, and R. Blatt. Realization of the Cirac–Zoller controlled-NOT quantum gate. *Nature*, 422:408, 2003.
- [18] D. Leibfried, B. DeMarco, V. Meyer, D. Lucas, M. Barrett, J. Britton, W. M. Itano, B. Jelenković, C. Langer, T. Rosenband, and D. J. Wineland. Experimental demonstration of a robust, high-fidelity geometric two ion-qubit phase gate. *Nature*, 422:412, 2003.
- [19] A. Sørensen and K. Mølmer. Quantum computation with ions in thermal motion. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1971, 1999.
- [20] K. Mølmer and A. Sørensen. Multiparticle entanglement of hot trapped ions. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1835, 1999.
- [21] A. Sørensen and K. Mølmer. Entanglement and quantum computation with ions in thermal motion. *Phys. Rev. A*, 62:022311, 2000.
- [22] C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q. A. Turchette, W. M. Itano, D. J. Wineland, and C. Monroe. Experimental entanglement of four particles. *Nature*, 404:256, 2000.
- [23] H. Häffner, W. Hänsel, C. F. Roos, J. Benhelm, D. Chek-al kar, M. Chwalla, T. Körber, U. D. Rapol, M. Riebe, P. O. Schmidt, C. Becher, O. Gühne, W. Dür, and R. Blatt. Scalable multiparticle entanglement of trapped ions. *Nature*, 438:643, 2005.
- [24] D. Leibfried, E. Knill, S. Seidelin, J. Britton, R. B. Blakestad, J. Chiaverini, D. B. Hume, W. M. Itano, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, R. Reichle, and D. J. Wineland. Creation of a six-atom ‘Schrödinger cat’ state. *Nature*, 438:639, 2005.

- [25] J. Benhelm, G. Kirchmair, C. F. Roos, and R. Blatt. Towards fault-tolerant quantum computing with trapped ions. *Nature Physics*, 4:463, 2008.
- [26] J. T. Barreiro, P. Schindler, O. Gühne, T. Monz, M. Chwalla, C. F. Roos, M. Hennrich, and R. Blatt. Experimental multiparticle entanglement dynamics induced by decoherence. *Nature Physics*, 6:943, 2010.
- [27] C. Ospelkaus, U. Warring, Y. Colombe, K. R. Brown, J. M. Amini, D. Leibfried, and D. J. Wineland. Microwave quantum logic gates for trapped ions. *Nature*, 476:181, 2011.
- [28] T. Monz, P. Schindler, J. T. Barreiro, M. Chwalla, D. Nigg, W. A. Coish, M. Harlander, W. Hänsel, M. Hennrich, and R. Blatt. 14-qubit entanglement: Creation and coherence. *Phys. Rev. Lett.*, 106:130506, 2011.
- [29] J. H. Plantenberg, P. C. de Groot, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij. Demonstration of controlled-NOT quantum gates on a pair of superconducting quantum bits. *Nature*, 447:836, 2007.
- [30] X. Li, Y. Wu, D. Steel, D. Gammon, T. H. Stievater, D. S. Katzer, D. Park, C. Piermarocchi, and L. J. Sham. An all-optical quantum gate in a semiconductor quantum dot. *Science*, 301:809, 2003.
- [31] T. van der Sar, Z. H. Wang, M. S. Blok, H. Bernien, T. H. Taminiau, D. M. Toyli, D. A. Lidar, D. D. Awschalom, R. Hanson, and V. V. Dobrovitski. Decoherence-protected quantum gates for a hybrid solid-state spin register. *Nature*, 484:82, 2012.
- [32] L. Isenhower, E. Urban, X. L. Zhang, A. T. Gill, T. Henage, T. A. Johnson, T. G. Walker, and M. Saffman. Demonstration of a neutral atom controlled-NOT quantum gate. *Phys. Rev. Lett.*, 104:010503, 2010.
- [33] M. Saffman, T. G. Walker, and K. Mølmer. Quantum information with Rydberg atoms. *Rev. of Mod. Phys.*, 82:2313, 2010.
- [34] M. D. Lukin, M. Fleischhauer, R. Cote, L. M. Duan, D. Jaksch, J. I. Cirac, and P. Zoller. Dipole blockade and quantum information processing in mesoscopic atomic ensembles. *Phys. Rev. Lett.*, 87:037901, 2001.
- [35] M. Müller, I. Lesanovsky, H. Weimer, H. P. Büchler, and P. Zoller. Mesoscopic Rydberg gate based on electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 102:170502, 2009.
- [36] T. Pellizzari, S. A. Gardiner, J. I. Cirac, and P. Zoller. Decoherence, continuous observation, and quantum computing: A cavity QED model. *Phys. Rev. Lett.*, 75:3788, 1995.

-
- [37] P. Domokos, J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche. Simple cavity-QED two-bit universal quantum logic gate: The principle and expected performances. *Phys. Rev. A*, 52:3554, 1995.
- [38] S. J. van Enk, J. I. Cirac, and P. Zoller. Purifying two-bit quantum gates and joint measurements in cavity QED. *Phys. Rev. Lett.*, 79:5178, 1997.
- [39] G. K. Brennen, C. M. Caves, P. S. Jessen, and I. H. Deutsch. Quantum logic gates in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1060, 1999.
- [40] D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller. Entanglement of atoms via cold controlled collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1975, 1999.
- [41] T. Calarco, E. A. Hinds, D. Jaksch, J. Schmiedmayer, J. I. Cirac, and P. Zoller. Quantum gates with neutral atoms: Controlling collisional interactions in time-dependent traps. *Phys. Rev. A*, 61:022304, 2000.
- [42] D. Vager, B. Segev, and Y. B. Band. Engineering entanglement: The fast-approach phase gate. *Phys. Rev. A*, 72:022325, 2005.
- [43] O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, T. W. Hänsch, and I. Bloch. Controlled collisions for multi-particle entanglement of optically trapped atoms. *Nature*, 425:937, 2003.
- [44] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature*, 409:46, 2001.
- [45] J. L. O'Brien, G. J. Pryde, A. G. White, T. C. Ralph, and D. Branning. Demonstration of an all-optical quantum controlled-NOT gate. *Nature*, 426:264, 2003.
- [46] A. V. Gorshkov, J. Otterbach, M. Fleischhauer, T. Pohl, and M. D. Lukin. Photon-photon interactions via Rydberg blockade. *Phys. Rev. Lett.*, 107:133602, 2011.
- [47] Q. A. Turchette, C. J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi, and H. J. Kimble. Measurement of conditional phase shifts for quantum logic. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4710, 1995.
- [48] L.-M. Duan and H. J. Kimble. Scalable photonic quantum computation through cavity-assisted interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 92:127902, 2004.
- [49] A. Rispe, B. He, and C. Simon. Photon-photon gates in Bose-Einstein Condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 107:043601, 2011.
- [50] Y. O. Dudin and A. Kuzmich. Strongly interacting Rydberg excitations of a cold atomic gas. *Science*, 336:887, 2012.

- [51] T. Peyronel, O. Firstenberg, Q.-Y. Liang, S. Hofferberth, A. V. Gorshkov, T. Pohl, M. D. Lukin, and V. Vuletić. Quantum nonlinear optics with single photons enabled by strongly interacting atoms. *Nature*, 488:57, 2012.
- [52] S. Ritter, C. Nölleke, C. Hahn, A. Reiserer, A. Neuzner, M. Uphoff, M. Mücke, E. Figueroa, J. Bochmann, and G. Rempe. An elementary quantum network of single atoms in optical cavities. *Nature*, 484:195, 2012.
- [53] A. Imamoglu, H. Schmidt, G. Woods, and M. Deutsch. Strongly interacting photons in a nonlinear cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 79:1467, 1997.
- [54] M. D. Lukin and A. Imamoglu. Controlling photons using electromagnetically induced transparency. *Nature*, 413:273, 2001.
- [55] M. Bajcsy, S. Hofferberth, V. Balic, T. Peyronel, M. Hafezi, A. S. Zibrov, V. Vuletic, and M. D. Lukin. Efficient all-optical switching using slow light within a hollow fiber. *Phys. Rev. Lett.*, 102:203902, 2009.
- [56] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos. Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media. *Rev. Mod. Phys.*, 77:633, 2005.
- [57] K. Hammerer, A. S. Sørensen, and E. S. Polzik. Quantum interface between light and atomic ensembles. *Rev. Mod. Phys.*, 82:1041, 2010.
- [58] M. D. Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin. Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses. *Nature*, 438:837, 2005.
- [59] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy, and A. Kuzmich. Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories. *Nature*, 438:833, 2005.
- [60] L.-M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac, and P. Zoller. Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics. *Nature*, 414:413, 2001.
- [61] A. Kuzmich, W. P. Bowen, A. D. Boozer, A. Boca, C. W. Chou, L.-M. Duan, and H. J. Kimble. Generation of nonclassical photon pairs for scalable quantum communication with atomic ensembles. *Nature*, 423:731, 2003.
- [62] C. H. van der Wal, M. D. Eisaman, A. André, R. L. Walsworth, D. F. Phillips, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin. Atomic memory for correlated photon states. *Science*, 301:196, 2003.
- [63] M. Lettner, M. Mücke, S. Riedl, C. Vo, C. Hahn, S. Baur, J. Bochmann, S. Ritter, S. Dürr, and G. Rempe. Remote entanglement between a single atom and a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 106:210503, 2011.

-
- [64] S. Riedl, M. Lettner, C. Vo, S. Baur, G. Rempe, and S. Dürr. Bose-Einstein condensate as a quantum memory for a photonic polarization qubit. *Phys. Rev. A*, 85:022318, 2012.
- [65] R.W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, Burlington, 2008.
- [66] G. Lenz, P. Meystre, and E. M. Wright. Nonlinear atom optics. *Phys. Rev. Lett.*, 71:3271, 1993.
- [67] E. Goldstein, K. Plattner, and P. Meystre. Atomic phase conjugation. *Quantum and Semiclass. Opt.*, 7:743, 1995.
- [68] M. Trippenbach, Y. Band, and P. Julienne. Four wave mixing in the scattering of Bose-Einstein condensates. *Opt. Express*, 3:530, 1998.
- [69] M. Trippenbach, Y. B. Band, and P. S. Julienne. Theory of four-wave mixing of matter waves from a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 62:023608, 2000.
- [70] L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. S. Julienne, J. E. Simsarian, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips. Four-wave mixing with matter waves. *Nature*, 398:218, 1999.
- [71] J. M. Vogels, J. K. Chin, and W. Ketterle. Coherent collisions between Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 90:030403, 2003.
- [72] E. V. Goldstein and P. Meystre. Phase conjugation of multicomponent Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 59:1509, 1999.
- [73] J. P. Burke, P. S. Julienne, C. J. Williams, Y. B. Band, and M. Trippenbach. Four-wave mixing in Bose-Einstein condensate systems with multiple spin states. *Phys. Rev. A*, 70:033606, 2004.
- [74] D. Pertot, B. Gadway, and D. Schneble. Collinear four-wave mixing of two-component matter waves. *Phys. Rev. Lett.*, 104:200402, 2010.
- [75] M. G. Moore and P. Meystre. Atomic four-wave mixing: Fermions versus bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 86:4199, 2001.
- [76] W. Ketterle and S. Inouye. Does matter wave amplification work for fermions? *Phys. Rev. Lett.*, 86:4203, 2001.
- [77] J. M. Vogels, K. Xu, and W. Ketterle. Generation of macroscopic pair-correlated atomic beams by four-wave mixing in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 89:020401, 2002.

- [78] A. Perrin, H. Chang, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook. Observation of atom pairs in spontaneous four-wave mixing of two colliding Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 99:150405, 2007.
- [79] V. Krachmalnicoff, J.-C. Jaskula, M. Bonneau, V. Leung, G. B. Partridge, D. Boiron, C. I. Westbrook, P. Deuar, P. Ziń, M. Trippenbach, and K. V. Kheruntsyan. Spontaneous four-wave mixing of de broglie waves: Beyond optics. *Phys. Rev. Lett.*, 104:150402, 2010.
- [80] J.-C. Jaskula, M. Bonneau, G. B. Partridge, V. Krachmalnicoff, P. Deuar, K. V. Kheruntsyan, A. Aspect, D. Boiron, and C. I. Westbrook. Sub-Poissonian number differences in four-wave mixing of matter waves. *Phys. Rev. Lett.*, 105:190402, 2010.
- [81] R. G. Dall, L. J. Byron, A. G. Truscott, G. R. Dennis, M. T. Johnsson, and J. J. Hope. Paired-atom laser beams created via four-wave mixing. *Phys. Rev. A*, 79:011601, 2009.
- [82] W. RuGway, S. S. Hodgman, R. G. Dall, M. T. Johnsson, and A. G. Truscott. Correlations in amplified four-wave mixing of matter waves. *Phys. Rev. Lett.*, 107:075301, 2011.
- [83] D. Schneble, G. K. Campbell, E. W. Streed, M. Boyd, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Raman amplification of matter waves. *Phys. Rev. A*, 69:041601, 2004.
- [84] M. M. Cola and N. Piovella. Theory of collective Raman scattering from a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 70:045601, 2004.
- [85] M. Kozuma, Y. Suzuki, Y. Torii, T. Sugiura, T. Kuga, E. W. Hagley, and L. Deng. Phase-coherent amplification of matter waves. *Science*, 286:2309, 1999.
- [86] S. Inouye, T. Pfau, S. Gupta, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Phase-coherent amplification of atomic matter waves. *Nature*, 402:641, 1999.
- [87] S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Superradiant Rayleigh scattering from a Bose-Einstein condensate. *Science*, 285:571, 1999.
- [88] S. Inouye, R. F. Löw, S. Gupta, T. Pfau, A. Görlitz, T. L. Gustavson, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Amplification of light and atoms in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 85:4225, 2000.

-
- [89] D. M. Bauer. *Optical Control of a Magnetic Feshbach Resonance*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München, 2009.
- [90] M. Lettner. *Ein Bose-Einstein-Kondensat als Quantenspeicher für Zwei-Teilchen-Verschränkung*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München, 2011.
- [91] J. Schuster. *Stoßlawinen in einem Bose-Einstein-Kondensat*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching, and Universität Konstanz, 2002.
- [92] A. Marte. *Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching, and Technische Universität München, 2003.
- [93] T. Volz. *Ultracold Rubidium Molecules*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching, and Technische Universität München, 2007.
- [94] N. Syassen. *Interacting Feshbach Molecules*. PhD thesis, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching und Technische Universität München, 2008.
- [95] C. J. Pethick and H. Smith. *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. University Press, Cambridge, 2002.
- [96] L. Pitaevskii and S. Stringari. *Bose-Einstein Condensation*. Clarendon, Oxford, 2003.
- [97] H. J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, New York, 1999.
- [98] U. Ernst, J. Schuster, F. Schreck, A. Marte, A. Kuhn, and G. Rempe. Free expansion of a Bose-Einstein condensate from an Ioffe-Pritchard magnetic trap. *Appl. Phys. B*, 67:719, 1998.
- [99] H. Müller., S.-w. Chiow, Q. Long, and S. Chu. Phase-locked, low-noise, frequency agile titanium:sapphire lasers for simultaneous atom interferometers. *Opt. Lett.*, 31:202, 2006.
- [100] S. T. Cundiff and J. Ye. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs. *Rev. Mod. Phys.*, 75:325, 2003.
- [101] B. Bernhardt, T. W. Hänsch, and R. Holzwarth. Implementation and characterization of a stable optical frequency distribution system. *Opt. Express*, 17:16849, Sep 2009.
- [102] A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, and A. Axelsson. Resonances in ultracold collisions of ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$ and ${}^{23}\text{Na}$. *Phys. Rev. A*, 51:4852–4861, 1995.

- [103] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 392:151, 1998.
- [104] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, and E. Tiesinga. Feshbach resonances in ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.*, 82:1225, 2010.
- [105] L. J. Garay, J. R. Anglin, J. I. Cirac, and P. Zoller. Sonic analog of gravitational black holes in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 85:4643, 2000.
- [106] I. Carusotto, S. Fagnocchi, A. Recati, R. Balbinot, and A. Fabbri. Numerical observation of Hawking radiation from acoustic black holes in atomic Bose-Einstein condensates. *New J. Phys.*, 10:103001, 2008.
- [107] M. I. Rodas-Verde, H. Michinel, and V. M. Pérez-García. Controllable soliton emission from a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 95:153903, 2005.
- [108] G. Dong, B. Hu, and W. Lu. Ground-state properties of a Bose-Einstein condensate tuned by a far-off-resonant optical field. *Phys. Rev. A*, 74:063601, 2006.
- [109] F. Kh. Abdullaev, A. Gammal, M. Salerno, and Lauro Tomio. Localized modes of binary mixtures of Bose-Einstein condensates in nonlinear optical lattices. *Phys. Rev. A*, 77:023615, 2008.
- [110] X.-L. Deng, D. Porras, and J. I. Cirac. Quantum phases of interacting phonons in ion traps. *Phys. Rev. A*, 77:033403, 2008.
- [111] A. J. Daley, P. Zoller, and B. Trauzettel. Andreev-like reflections with cold atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 100:110404, 2008.
- [112] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, and S. Dürr. Control of a magnetic Feshbach resonance with laser light. *Nat. Phys.*, 5:339, 2009.
- [113] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, and S. Dürr. Combination of a magnetic Feshbach resonance and an optical bound-to-bound transition. *Phys. Rev. A*, 79:062713, 2009.
- [114] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Quantenmechanik*. Akademie Verlag, Berlin, 1979.
- [115] P. O. Fedichev, Yu. Kagan, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven. Influence of nearly resonant light on the scattering length in low-temperature atomic gases. *Phys. Rev. Lett.*, 77:2913, 1996.
- [116] M. Theis, G. Thalhammer, K. Winkler, M. Hellwig, G. Ruff, R. Grimm, and J. Hecker Denschlag. Tuning the scattering length with an optically induced Feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 93:123001, 2004.

-
- [117] G. Thalhammer, M. Theis, K. Winkler, R. Grimm, and J. Hecker Denschlag. Inducing an optical Feshbach resonance via stimulated Raman coupling. *Phys. Rev. A*, 71:033403, 2005.
- [118] R. Ciuryło, E. Tiesinga, and P. S. Julienne. Optical tuning of the scattering length of cold alkaline-earth-metal atoms. *Phys. Rev. A*, 71:030701, 2005.
- [119] K. Enomoto, K. Kasa, M. Kitagawa, and Y. Takahashi. Optical Feshbach resonance using the intercombination transition. *Phys. Rev. Lett.*, 101:203201, 2008.
- [120] H.-J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac, and P. Zoller. Quantum repeaters: The role of imperfect local operations in quantum communication. *Phys. Rev. Lett.*, 81:5932–5935, 1998.
- [121] M. D. Bowdrey, D. K. L. Oi, A. J. Short, K. Banaszek, and J. A. Jones. Fidelity of single qubit maps. *Phys. Lett. A*, 294:258, 2002.
- [122] T. Wilk, S. C. Webster, A. Kuhn, and G. Rempe. Single-atom single-photon quantum interface. *Science*, 317:488, 2007.
- [123] B. Weber, H. P. Specht, T. Müller, J. Bochmann, M. Mücke, D. L. Moehring, and G. Rempe. Photon-photon entanglement with a single trapped atom. *Phys. Rev. Lett.*, 102:030501, 2009.
- [124] A. Kuhn, M. Hennrich, and G. Rempe. Deterministic single-photon source for distributed quantum networking. *Phys. Rev. Lett.*, 89:067901, 2002.
- [125] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, and K. Horodecki. Quantum entanglement. *Rev. Mod. Phys.*, 81:865, 2009.
- [126] A. Peres. Separability criterion for density matrices. *Phys. Rev. Lett.*, 77:1413, 1996.
- [127] S. Kokkelmans. *Persönliche Mitteilung*.
- [128] H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, L. Cacciapuoti, J. J. Arlt, K. Bongs, and K. Sengstock. Dynamics of F=2 spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 92:040402, 2004.
- [129] M.-S. Chang, C. D. Hamley, M. D. Barrett, J. A. Sauer, K. M. Fortier, W. Zhang, L. You, and M. S. Chapman. Observation of spinor dynamics in optically trapped ^{87}Rb Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 92:140403, 2004.
- [130] Y. B. Band, M. Trippenbach, J. P. Burke, and P. S. Julienne. Elastic scattering loss of atoms from colliding Bose-Einstein condensate wave packets. *Phys. Rev. Lett.*, 84:5462, 2000.

- [131] J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach, and K. Rzazewski. Elastic scattering losses in the four-wave mixing of Bose-Einstein condensates. *J. Phys. B*, 37:L391, 2004.

Danksagung

Ein großes Dankeschön geht an meinen Doktorvater Gerhard Rempe. Das gilt nicht nur dafür, dass er mich als Doktoranden in seiner Arbeitsgruppe aufgenommen hat. Gerhard sorgt kontinuierlich durch offenen und fairen Umgang mit seinen Mitarbeitern für ein angenehmes Klima in der Gruppe. Der Umstand, dass er jedem seiner Mitarbeiter vom ersten Tag an volles Gehör schenkt und jede Anmerkung oder Frage ernst nimmt, ermutigt seine Doktoranden von Beginn an selbständig zu handeln und aufkommende Ideen auch zu verfolgen.

Ebenfalls viel Dank verdient hat Stephan Dürr als Postdoc am BEC-Experiment für seine stets guten Vorschläge und kritischen Hinweise zu sämtlichen neuen Ideen oder Messdaten. Er bringt neben Erfahrung und hervorragendem Verständnis für Physik auch seine Gabe zur didaktisch wertvollen Aufbereitung von Erkenntnissen regelmäßig mit ein. Als unmittelbarer Kontakt für jegliche physikalische Fragestellungen war er zu allen Zeiten ansprechbar. Weiterhin gebührt Stephan Dank für sein aufwändiges Korrekturlesen dieser Arbeit.

Von der Zeit im Labor habe ich einen großen Teil mit meinem Vorgänger als Doktoranden Matthias Lettner und im ersten Jahr auch mit Dominik Bauer verbracht. Besonders die Arbeit mit Matthias war nicht nur wegen seiner kreativen Ideen physikalischer und nicht-physikalischer Natur, sondern auch wegen seiner angenehmen persönlichen Art stets eine Freude. Später kamen als Laborkollegen auch Stefan Riedl, Simon Baur und Dominik Fauser hinzu. Besonders Stefan hat zu den Vierwellenmischexperimenten in dieser Arbeit wertvolle Beiträge geleistet und dabei nicht nur als guter Experimentator gegläntzt, sondern auch stets das Vorwärtkommen des gesamten Projektes kräftig mit angetrieben.

Vielen Dank auch an unsere Techniker Franz Denk, Helmuth Stehbeck, Tom Wiesmeier, Sepp Bayerl und Tobias Urban. Sie tragen durch ihr Know-How und die stets schnelle und verlässliche Lösung jeglicher mechanischer, elektrischer oder sonstiger technischer Probleme viel zur Qualität der Apparaturen und somit zu den wissenschaftlichen Ergebnissen der gesamten Arbeitsgruppe bei.

Mein Dank gebührt ebenfalls den anderen Doktoranden, Postdocs und Diplomanden der gesamten Gruppe für die angenehme Zusammenarbeit. Besonders hervorzuheben sind dabei die „Pistoleros“ Martin Mücke, Carolin Hahn, Jörg Bochmann und Stephan Ritter, mit welchen zusammen das Kopplungsexperiment so ein großer Erfolg war.

Weiterhin möchte ich Andreas Hartmann, Odette Gori und Christina Becker für

ihre administrative Arbeit danken.

Abseits vom MPQ hat in den vergangenen Monaten meine Freundin Agi viel Geduld mit mir haben müssen. Danke für Dein Verständnis!

Mein allergrößter Dank gilt zum Schluss meinen Eltern Ingrid Ahrend-Vo und Minh-Duc Vo dafür, dass sie mir stets von klein auf bei all meinen Unternehmungen sämtliche Freiheiten gelassen haben und nebst meinen sportlichen Aktivitäten auch mein Interesse an Computern und Informationsverarbeitung immer unterstützt haben.