

Technische Universität München  
Lehrstuhl für Raumfahrttechnik

# BEITRÄGE ZUM VERHALTEN VON RAKETENNUTZLASTKÖRPERN BEIM ATMOSPHERISCHEN WIEDEREINTRITT

Andreas Stamminger

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen  
der Technischen Universität München zur Erlangung  
des akademischen Grades eines  
**Doktor-Ingenieurs**  
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst Baier  
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Ulrich Walter  
2. apl. Prof. Dr.-Ing. habil. Robert H. Schmucker

Die Dissertation wurde am 13.10.2010 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 17.02.2011 angenommen.



# Danksagung

*“Ein Jegliches hat seine Zeit, und alles Vorhaben unter dem Himmel hat seine Stunde”*

**Bibel, Prediger 3.1**

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Mobilien Raketenbasis (MORABA) und des Instituts für Raumfahrtsysteme des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt DLR. Ich möchte mich daher bei Prof. Wittmann bedanken, der mir die Chance gegeben hat, beim DLR eine Dissertation zu beginnen. Mein Dank gilt ferner Peter Turner und den Kollegen der MORABA, die mich in den letzten Jahren bei der Erstellung der Dissertation mit ihrem Fachwissen und moralisch unterstützt haben. Ich will hier auch gerade Hansulrich Steimle nennen, der unbequem nachgebohrt hat, was denn nun der Stand der Promotion sei, gerade dann, wenn die tägliche Projektarbeit wieder einmal viel interessanter war.

Ich möchte mich außerdem ganz herzlich bei Prof. Ulrich Walter für die Betreuung und die Möglichkeit zur Promotion am Lehrstuhl für Raumfahrttechnik der TU München bedanken. Obwohl ich ein externer Doktorand war, so fühlte ich mich doch immer wie ein Teil dieses Lehrstuhls.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Robert Schmucker, der mich über den gesamten Zeitraum der Promotion fachlich betreute. Gemeinsame Gespräche gaben immer wieder wichtige Impulse, die mir für den Abschluss der Dissertation sehr geholfen haben.

Ich möchte mich unbedingt bei meiner Freundin Britta für die Unterstützung und das Verständnis während der Arbeit an der Dissertation bedanken. Sehr oft hatte ich keine Zeit für sie.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, auf deren Unterstützung ich mich immer verlassen konnte. Gerade auch für die Geduld, die sie haben mussten, wenn es nicht so schnell voranging.



## Zusammenfassung

Der atmosphärische Wiedereintritt von Forschungsraketen Nutzlasten ist eine wichtige Phase des ballistischen Fluges, vor allem wenn die Experimente und Messinstrumente für zukünftige Flüge oder für die Interpretation der Daten geborgen werden sollen. Das Verständnis für das dynamische Verhalten von zylindrischen oder konus-zylindrischen Nutzlasten während des Wiedereintritts ist eine Voraussetzung, um ein erfolgreiches Öffnen und Entfalten des Fallschirmbergungssystems zu garantieren. Dies beinhaltet nicht nur die Kenntnis über die Lage der Nutzlast und deren Drehraten, sondern auch eine Punktmassenbetrachtung der Nutzlast für Bremsbeschleunigung, Abstiegszeiten und Endgeschwindigkeiten kurz vor Beginn der Bergungssequenz. Dafür werden in dieser Arbeit erstmals auch genaue GPS-Daten ausgewertet. Diese Arbeit beschreibt die Analysen, die mit Daten geflogener TEXUS- und MAXUS-Nutzlasten durchgeführt wurden und deren Verhalten verglichen wurde. Einige Missionsberichte beschreiben die sogenannte Flat-Spin-Bewegung während des Wiedereintritts. Als Grund für diese Bewegung wird dabei immer wieder die Energiedissipation angegeben. Diese Arbeit wird zeigen, dass eine Flat-Spin-Bewegung während des Eintritts der Nutzlast in die dichteren Atmosphärenschichten, wie sie in einigen Missionsberichten dargestellt ist, nicht durch die Analyse der vorhandenen Flugdaten der TEXUS- und MAXUS-Missionen bestätigt werden kann. Es wird in dieser Arbeit vielmehr ein typisches Verhalten zylindrischer Nutzlasten beschrieben, das eine im Unterschall auftauchende Flat-Spin-Bewegung erklärt, ohne das Phänomen Energiedissipation zu benötigen. Weiter wird gezeigt werden, dass die Rotationsachse des Flat-Spins längs der Flugrichtung ausgerichtet ist, und die Nutzlast normalerweise während des Wiedereintritts quer angeströmt wird. Diese Arbeit verbessert die Genauigkeit der Flugbahnvorhersage für die Phase des Wiedereintritts und kann daher helfen, die Sicherheit bei der Bergung der Nutzlast zu erhöhen.

## Abstract

The atmospheric re-entry of sounding rocket payloads is an important phase of ballistic flights, especially when experiments and instruments shall be recovered for future flights or interpretation of data. Understanding the dynamic behaviour of cylindrical and cone-cylindrical payloads during re-entry is a prerequisite to ensuring successful deployment of parachute systems. This includes not only knowledge of the payload vehicles' attitude and rate data but also the deceleration, descent time and terminal recovery velocity. Analysis work has been conducted on flight data of several TEXUS and MAXUS payloads; the results of this work have been reviewed and compared. Some mission reports describe flat-spin as occurring during the re-entry. Energy dissipation is often attributed as the cause for this behaviour. Flat-spin motion during the entry in the dense atmosphere layers as it is described in several mission reports can not be confirmed by the analysis of the present TEXUS and MAXUS flight data. The typical behaviour of cylindrical payloads is described in this thesis and shows that the flat-spin motion that appears in the subsonic flight does not require energy dissipation as a contributing factor. Furthermore, it is shown that the rotational axis of the flat spin is approximately aligned with the flight direction and therefore, the payload longitudinal axis is orientated perpendicular to the direction of the incoming flow. Improving the accuracy of sounding rocket trajectory predictions in the re-entry phase can help to ensure the safe return of payloads in the future.



# Inhalt

<b>Danksagung .....</b>	<b>3</b>
<b>Abbildungsverzeichnis.....</b>	<b>9</b>
<b>Tabellenverzeichnis .....</b>	<b>17</b>
<b>Abkürzungen.....</b>	<b>19</b>
<b>Formelzeichen und Einheiten.....</b>	<b>22</b>
<b>1. Einleitung .....</b>	<b>37</b>
1.1 Zielsetzung der Arbeit .....	37
1.2 Gliederung der Arbeit .....	38
1.3 Historische Entwicklung der Forschungsraketen.....	40
1.4 Der Wiedereintritt der Forschungsraketen Nutzlasten .....	44
1.5 Methodik der Flugdatenanalyse .....	50
1.5.1 Bearbeitung der gemessenen Flugdaten .....	50
1.5.2 Modellierung der Gravitation .....	51
1.5.3 Modellierung der Atmosphäre .....	52
1.5.4 Berechnung des Widerstandskoeffizienten und der Strömungskennzahlen .....	52
1.5.5 Analyse der Fluglage der Nutzlast.....	52
<b>2. Untersuchte Flugkonfigurationen.....</b>	<b>53</b>
2.1 Startkonfigurationen .....	53
2.2 Missionsübersicht.....	56
2.3 Nutzlast-Konfigurationen während des Wiedereintritts.....	57
<b>3. Systeme zur Flugparameterbestimmung .....</b>	<b>64</b>
3.1 Lift-Off Zeitpunkt.....	64
3.2 RADAR.....	65
3.3 Slant-Range-Messung.....	65
3.4 Global Position System (GPS) .....	66
3.4.1 Geschichtlicher Hintergrund .....	66
3.4.2 Funktionsweise.....	67
3.4.3 GPS auf Forschungsraketen .....	68
3.5 Beschleunigungssensoren .....	71
3.6 Rate-Gyro Daten .....	71
3.7 Inertial Platform (Trägheitsnavigationssystem) .....	72
<b>4. Aerodynamischer Widerstand.....</b>	<b>73</b>
4.1 Definition des Luftwiderstandskoeffizienten .....	73

4.2	Aerodynamischen Widerstand beeinflussende Parameter.....	77
4.2.1	Viskosität.....	77
4.2.2	Reynoldszahl.....	78
4.2.3	Schallgeschwindigkeit und Machzahl.....	83
4.2.4	Knudsenzahl.....	85
4.2.5	Einfluss der Nutzlastlänge $L_{PL}$ .....	85
4.2.6	Oberflächenrauheit.....	86
4.2.7	Zusammenfassung.....	87
4.3	Berechnung der Aerodynamischen Koeffizienten.....	88
4.4	Verhältnis des Auftriebs zum Widerstand.....	89
<b>5.</b>	<b>Aufstiegsphase und ballistischer Flug in der Heterosphäre.....</b>	<b>91</b>
<b>6.</b>	<b>Atmosphärischer Wiedereintritt einer Raketennutzlast.....</b>	<b>97</b>
6.1	Spin-Up und Stabilisierung der Nutzlast durch aerodynamische Kräfte.....	97
6.2	Energy Sink Methode.....	104
6.3	Ausrichtung der Nutzlast während des Wiedereintritts.....	109
6.4	Flat-Spin der Nutzlast im Unterschallbereich.....	116
6.5	Geschwindigkeit der Nutzlast während des Wiedereintritts.....	121
6.6	Reynoldszahl und Machzahl während des Wiedereintritts.....	122
6.7	Knudsenzahl während des Wiedereintritts.....	125
6.8	Verhalten des Widerstandskoeffizienten während des Wiedereintritts.....	126
6.9	Ballistischer Koeffizient.....	132
6.10	Auftriebsbeiwert während des Wiedereintritts.....	134
6.11	Einfluss des Windes auf die Flugbahn im Landegebiet.....	134
6.12	Bergungsphase der Nutzlast.....	135
<b>7.</b>	<b>Anwendung der Ergebnisse.....</b>	<b>141</b>
7.1	Widerstandskoeffizienten der genormten Nutzlast über Flughöhe.....	141
7.2	Rekonstruktion der Cuma-2 Flugbahn während des Wiedereintritts.....	144
<b>8.</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick.....</b>	<b>149</b>
<b>9.</b>	<b>Referenzen.....</b>	<b>153</b>
<b>10.</b>	<b>Appendix A – Raumgeometrie und Koordinatensysteme.....</b>	<b>161</b>
10.1	Zeit.....	161
10.1.1	Ephemeridenzeit ET.....	161
10.1.2	Internationale Atomzeit TAI.....	162
10.1.3	Terrestrische Zeit TT und Geozentrische Koordinaten Zeit TCG.....	162
10.1.4	Greenwich Mean Sidereal Time GMST.....	163
10.1.5	Universale Zeit UT1.....	163
10.1.6	Coordinated Universal Time UTC.....	164

10.1.7	Baryzentrische Dyn. Zeit TDB und Baryzentrische Koordinaten Zeit TCB.....	164
10.1.8	Julianisches Datum JD.....	165
10.1.9	Umrechnung zwischen Modifiziertem Julianischem Datum und Kalender-Datum .....	166
10.1.10	Schaltsekunden in der Coordinated Universal Time UTC seit 1961 .....	168
10.2	Koordinatensysteme.....	169
10.2.1	Erd-Zentriertes Inertialsystem (ECI).....	169
10.2.2	Erd-Zentriertes, Erd-Festes Koordinatensystem (ECEF) .....	174
10.2.3	Lokales Tangentiales Koordinatensystem (LTC).....	176
10.2.4	Flugkörper-Gebundenes Vertikales System (VCVF).....	178
10.2.5	Aerodynamisches Referenzsystem (AF).....	180
10.2.6	Körperachsen-Gebundenes Referenzsystem (Body Frame) .....	181
10.3	Koordinatentransformationen .....	182
10.3.1	Allgemeine Koordinatentransformation .....	182
10.3.2	Transformation von Kartesischen ECI zu Kartesischen ECEF Koordinaten .....	187
10.3.3	Transformation von Kartesischen ECEF zu Kartesischen ECI Koordinaten .....	194
10.3.4	Transformation von Geodätischen ECEF zu Kartesischen ECEF Koordinaten .....	195
10.3.5	Transformation von Kartesischen ECEF zu Geodätischen ECEF Koordinaten .....	195
10.3.6	Transformation von Kartesischen ECEF Koordinaten in LTC Koordinaten.....	196
10.3.7	Transformation von LTC Koordinaten in Kartesische ECEF Koordinaten.....	197
10.3.8	Transformation von Kartesischen ECEF Koordinaten in VCVF Koordinaten .....	197
10.3.9	Transformation von VCVF Koordinaten in Kartesische ECEF Koordinaten.....	197
10.3.10	Transformation aus dem Aerodynamischen System AF in VCVF-Koordinaten .....	198
10.3.11	Transformation von VCVF Koordinaten in das Aerodynamische System AF.....	198
10.3.12	Transformation von BF Koordinaten in das VCVF-System .....	198
10.3.13	Transformation von VCVF Koordinaten in das BF-System .....	199
10.3.14	Transformation vom LF-System in das Körperachsen-Gebundene BF-System .....	199
10.3.15	Transformation vom Körperachsen-Gebundenen BF-System in das LF-System .....	201
<b>11.</b>	<b>Appendix B – Berechnung der Sonnen- und Mondpos. im ECI-System.....</b>	<b>203</b>
11.1	Position der Sonne im ECI-System .....	203
11.2	Position des Mondes im ECI-System .....	204
<b>12.</b>	<b>Appendix C – Gravitation.....</b>	<b>207</b>
12.1	Die Zwei-Körper Gleichung .....	208
12.2	Gravitationsmodelle.....	209
12.2.1	Das Joint Gravity Modell 3 (JGM-3) .....	211
12.2.2	Gravitationsmodell nach Torge .....	216
12.2.3	Gravitationsmodell nach Escobal .....	217
12.2.4	WGS84 Ellipsoid Gravitationsformel (Somigliana) .....	219
12.3	Gravitation durch Sonne und Mond.....	220
<b>13.</b>	<b>Appendix D – Atmosphäre der Erde .....</b>	<b>1</b>
13.1	U.S. Standard Atmosphäre 1976 .....	225
13.1.1	Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 11000$ m.....	227

13.1.2	11000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 20000$ m.....	228
13.1.3	20000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 32000$ m.....	228
13.1.4	32000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 47000$ m.....	228
13.1.5	47000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 51000$ m.....	228
13.1.6	51000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 71000$ m.....	229
13.1.7	71000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 84852$ m.....	229
13.2	Das COSPAR International Reference Atmosphere (CIRA86) Modell.....	229
13.3	Kourou 1997 .....	229
13.4	Harris-Priester Dichtemodell.....	235
<b>14.</b>	<b>Appendix E – Newton’scher Schubspannungsansatz.....</b>	<b>239</b>
<b>15.</b>	<b>Appendix F – Eigene Veröffentlichungen .....</b>	<b>241</b>

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1:	Gliederung der Arbeit: Die Kapitel 2-4 bilden den Analyse-Teil (blau), zum besseren Verständnis benötigtes Wissen über mathematische und physikalische Zusammenhänge befinden sich im Anhang ab Kapitel 10 (gelb), die Kapitel 5 und 6 bilden den Umsetzungs- und Verifikationsteil der Arbeit (rot), in Kapitel 7 werden die Ergebnisse angewendet (grün). ....	39
Abbildung 1-2:	Die „Regener Tonne“ – Erste Nutzlast der A4 zur Erforschung der Atmosphäre [Globig, [40], 2006].....	42
Abbildung 1-3:	Zweistufige Startkonfiguration des SHEFEX-Experimentes: Die erste Stufe besteht aus einem S30-Motor mit vier Fins. Die zweite Stufe besteht aus einem Improved Orion Motor mit konischer Düsenverkleidung mit vier Fins sowie dem Nutzlastkörper. Die Motoren mit dem Festtreibstoff sind in der Abbildung beige dargestellt. Die Nasenkappe, welche das SHEFEX-Experiment während des Aufstiegs schützt, ist transparent dargestellt. Darunter ist die asymmetrische und scharfkantige Form des SHEFEX-Experimentes zu erkennen. ....	46
Abbildung 1-4:	Wiedereintritt des SHEFEX Flugvehikels (Illustration DLR).....	47
Abbildung 1-5:	Thermische Belastung auf den SHEFEX Flugkörper in den unteren Atmosphären-Schichten während des Wiedereintritts .....	48
Abbildung 1-6:	Wiedereintritts-Konfiguration der CUMA-2 Nutzlast.....	49
Abbildung 1-7:	Schematische Darstellung der Berechnung des Widerstandskoeffizienten der Nutzlast und der Strömungskennzahlen .....	50
Abbildung 1-8:	Flugparameterbestimmung aus GPS-, RADAR- und Slant-Range-Daten .....	51
Abbildung 1-9:	Berechnung der Beschleunigung aus GPS-Daten.....	51
Abbildung 1-10:	Berechnung der Gravitationsbeschleunigung, die auf die Forschungs-raketennutzlast wirkt .....	51
Abbildung 1-11:	Berechnung der Atmosphärendaten .....	52
Abbildung 1-12:	Berechnung der Position der Anströmung, Anstellwinkel und Flat-Spin-Rate aus den Beschleunigungsdaten.....	52
Abbildung 2-1:	Aufbau der VSB-30 Rakete, die für TEXUS und CUMA eingesetzt wird [Jung, [57], 2006] .....	53
Abbildung 2-2:	Aufbau der TEXUS-43 Rakete [Jung, [57], 2006] .....	54
Abbildung 2-3:	MAXUS – Übersicht der Startkonfiguration [ESA, [32], 2005].....	55
Abbildung 2-4:	Typisches Flugprofil einer Forschungsrakete (MiniTEXUS) [ESA, [32], 2005] ....	56
Abbildung 2-5:	Nutzlast-Konfigurationen während des Wiedereintritts (TEXUS-39, 40, 42, 43, Cajuana und MAXUS-5). Bei Cajuana handelt es sich um eine Testnutzlast für den Jungfernflug der VSB-30 Motorenkombination [Stamminger, [117], 2007]...	58

Abbildung 2-6:	TEXUS-43 Wiedereintritts-Konfiguration mit Nasenkonus-Abwurf-Hülle [Stamminger, [114], 2007].....	59
Abbildung 2-7:	TEXUS-43 – Querschnitt der Nutzlast, Ansicht entgegen der Flugrichtung [Pfeuffer, [89], 2006]: Eingezeichnet sind die Positionen der Telemetrie- und Telekommando-Antennen.....	62
Abbildung 3-1:	MAXUS-5 GPS Antennen-Modul (mit Orion-HD Empfänger und zwei redundanten Dual-Patch Antennen-Subsystemen).....	69
Abbildung 3-2:	Schematischer Aufbau des GPS-Tracking-Systems für MAXUS-5, der die GPS-Empfänger, das Antennensystem und die TM/TC Schnittstellen beinhaltet [Markgraf, [73], 2003].....	70
Abbildung 4-1:	Umströmung eines Zylinders bei kleinen Viskositäten [Jirka, [53], 2001]: Die Grenzschicht wächst in der beschleunigenden Strömung langsam mit zunehmender Distanz $s$ vom Staupunkt bis zum Scheitelpunkt B. ....	73
Abbildung 4-2:	Schräg angeströmte Platte.....	74
Abbildung 4-3:	Definition der Strömungsgebiete in Abhängigkeit der Nutzlast-Geometrie $D_{PL}$ bei angenommener Queranströmung: Der Bereich von $Kn < 0.01$ ist als Kontinuumsströmung definiert, im Bereich $Kn > 10$ spricht man von freier Molekülströmung. Die rot gestrichelten Linien markieren den Durchmesser der TEXUS- bzw. MAXUS-Nutzlasten.....	75
Abbildung 4-4:	Darstellung des Molekül-Austausches an zwei aneinander vorbeigleitenden Molekülschichten [Wille, [130], 2005].....	77
Abbildung 4-5:	Angeströmtes Profil bei kleiner Reynoldszahl (links) und großer Reynoldszahl (rechts) bei gleicher Anströmung: Bei kleinerer Reynoldszahl bildet sich ein größerer wirbelbehafteter Bereich hinter dem angeströmten Körper.....	79
Abbildung 4-6:	Widerstandskoeffizient $c_{D,\square}$ eines glatten quer angeströmten Zylinders bezogen auf den Durchmesser $D_{PL}$ (2-dimensional) [Jirka, [53], 2001]: Die Bereiche mit dem relativ konstanten $c_{D,\square}$ -Verlauf im Bereich $300 < Re < 3 \cdot 10^5$ und der Bereich $Re > 3 \cdot 10^5$ sind für den Wiedereintritt der Nutzlasten entscheidend. ....	79
Abbildung 4-7:	Strömungsbilder bei Umströmung eines Zylinders bei steigender Reynoldszahl $Re$ [Wille [130], 2005]: Periodische Ablösung der Wirbel (Kármánsche Wirbelstrasse) bei steigender Reynoldszahl. ....	81
Abbildung 4-8:	Quer angeströmter Zylinder mit unterschiedlichem Seitenverhältnis [Wille [130], 2005]: Änderung des Totwasser-Gebietes und damit Änderung des Widerstandskoeffizienten in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses. Der Widerstandskoeffizient $c_{D,\square}$ ist für die rechte Konfiguration höher. ....	82
Abbildung 4-9:	Ablösung der laminaren Grenzschicht bei unterschiedlichen Reynoldszahlen [Wille [130], 2005] .....	83
Abbildung 4-10:	Widerstandskoeffizient $c_{D,\square}$ eines Zylinders als Funktion der Machzahl [McGarvey, [78], 1973]: Bei dem Wiedereintritt von zylindrischen Nutzlasten ist die Strömung superkritisch, daher findet ein deutlicher Abfall des	

Widerstandskoeffizienten im Machzahl Bereich $Ma < 0.4$ statt.....	85
Abbildung 4-11: Längsangeströmte Zylinder (gemessene Beiwerte $\zeta_D$ von Gustave Eiffel) [Wille, [130], 2005]: Der Widerstandsbeiwert sinkt mit der Länge des angeströmten Zylinders.....	86
Abbildung 4-12: Einfluss der relativen Rauheit $k_S/d$ auf die Widerstandszahl $\zeta_D$ des Kreiszylinders in Abhängigkeit der Reynoldszahl $Re$ [Jirka, [53], 2001].....	87
Abbildung 5-1: TEXUS-43 – Höhe $h_{LF}$ über der Groundrange $\sqrt{east_{LF}^2 + north_{LF}^2}$ (GPS-Daten) ..	91
Abbildung 5-2: TEXUS-43 – Längsbeschleunigung $a_{BF,z}$ (Accelerometer) und Winkelgeschwindigkeit $\dot{p}$ um die Roll-Achse $z_{BF}$ (Rate-Sensor): Während der Freiflugphase vor Zündung der zweiten Stufe erfährt der Flugkörper eine negative Beschleunigung durch den Luftwiderstand.....	93
Abbildung 5-3: TEXUS-43 – Widerstandskoeffizient $c_{D,\circ}$ (Referenzfläche $A_{ref} = \frac{\pi}{4} \cdot D_{PL}^2$ ), Machzahl $Ma$ (GPS-Daten, US Standard 1976) und Höhe $h_{ECEP}$ der 2ten Stufe in der Freiflugphase der Stufentrennung (Rot: GPS-Daten, Blau: Accelerometer in $z_{BF}$ -Achse, Atmosphärenmodell US Standard 76): Schnelle Beschleunigungsänderungen können mit GPS-Daten nicht so gut erfasst werden, da hierfür die Datenrate von 5 Hz zu niedrig ist. ....	94
Abbildung 5-4: MAXUS-6 – Separation des Motors bei $t = 85.7$ s und anschließende Annäherung des Motors an die Nutzlast.....	95
Abbildung 5-5: MAXUS-6 – Beschleunigung in der Längsachse $a_{BF,x_M}$ (Accelerometer), hervorgehoben der Bereich zwischen Brennschluss des Motors, Nasenkonus-Abwurf ( $t = 67.8$ s) und Separation der Nutzlast ( $t = 85.7$ s) .....	96
Abbildung 6-1: MAXUS-7 – Wichtige Ereignisse während des Wiedereintritts .....	98
Abbildung 6-2: MAXUS-6 – Beschleunigung $a_{BF,tot}$ (Accelerometer, rot) und Rollrate $\dot{p}$ (Rate-Sensor, blau) während des Wiedereintritts [Stamminger, [107], 2007]: Der Spin wird bereits vor Erreichen der maximalen Beschleunigung abgebaut. ....	99
Abbildung 6-3: MAXUS-4 – Anströmbedingung beim Zeitpunkt der größten Bremsbeschleunigung [Stamminger, [105], 2007] .....	100
Abbildung 6-4: Rollmomentbeiwerte a) Schwerpunktversatz b) Protuberanzen: Sowohl Schwerpunktversatz, als auch gerade Protuberanzen führen zu einem Moment um die Rollachse der Nutzlast. ....	102
Abbildung 6-5: Maximale Rotationsenergie $E_{Rot,max}$ über dem Dynamischen Druck $\frac{q}{q_{max}}$ .....	103
Abbildung 6-6: Winkelgeschwindigkeit $\dot{\omega}$ und Drehimpuls $h$ im körperfesten System [Wiesel, [131], 1989] .....	105
Abbildung 6-7: Direkte Präzession der Nutzlast [Kaplan, [58], 1976].....	105
Abbildung 6-8: Nutationswinkel $\theta$ , Drehimpuls ist auf die inertielle k-Achse ausgerichtet [Wiesel, [131], 1989] .....	106

Abbildung 6-9: Anfachung der Nutationsschwingung (Flat-Spin) durch Energiedissipation [Bryson, [11], 1994].....108

Abbildung 6-10: TEXUS-42 – Gesamtbeschleunigung der lateralen Achsen  $a_{BF,x}$  und  $a_{BF,y}$  (Accelerometer) und Gesamtbeschleunigung  $\ddot{r}_{VCVF,-g}$  (GPS-Daten) über Flugzeit  $t$  während des Wiedereintritts [Stamminger, [113], 2007]: Mit den Beschleunigungsdaten aus den Accelerometern ist auch die oszillierende Bewegung um die Nick-Achse zu erkennen. ....109

Abbildung 6-11: MAXUS-7 – Winkel  $\sigma$  während des Wiedereintritts bis zu dem Beginn des Flat-Spins [Stamminger, [117], 2007]: In diesem Beispiel stellt sich über einen Zeitraum von 20 s ein stabiler Anstellwinkel  $\sigma = -1^\circ$  .....110

Abbildung 6-12: TEXUS-43 – Winkel  $\sigma$  während des Wiedereintritts (Accelerometer-Daten) [Stamminger, [114], 2007]. Während der Phase mit fast orthogonaler Ausrichtung der Nutzlast gegenüber der Anströmung kommt es zu mehreren starken Nickbewegungen.....112

Abbildung 6-13: TEXUS-43 – Laterale Position der Anströmung  $Pos_{AeroFlow}$  an der Nutzlast während des Wiedereintritts [Stamminger, [117], 2007]: Nach dem Aufspinnen stabilisiert sich die Nutzlast nach weniger als einer Umdrehung an der lateralen Position  $Pos_{AeroFlow} \approx 322^\circ$  .....114

Abbildung 6-14: MAXUS-7 – a) Ablationsspuren (rot umrandet) der S-Band-Antennen am TV-Modul, Pfeil markiert Anströmungsposition  $Pos_{AeroFlow} \approx 318^\circ$  während maximaler Abbremsung.....115

Abbildung 6-15: Geschmolzene S-Band-Antenne bei  $Pos_{S\text{Band}Ant} = 330^\circ$  .....115

Abbildung 6-16: Asymmetrisches Strömungsfeld um einen Zylinder im kritischen Reynoldszahl Bereich [Tong, [121], 1992].....116

Abbildung 6-17: Schematische Beschreibung der Kräfte auf die Nutzlast .....117

Abbildung 6-18: MAXUS-7 – Flat-Spin-Rate, berechnet aus den Beschleunigungs- und GPS-Daten: Beide Kurven dürfen erst miteinander verglichen werden, sobald von einer konstanten Horizontalgeschwindigkeit der Nutzlast ausgegangen werden kann. Für das in dieser Abbildung gezeigte Beispiel ist dies bei  $t = 885$  s der Fall. ....118

Abbildung 6-19: TEXUS-43 – Flat-Spin-Rate  $\dot{\omega}_{FlatSpin}$ , Winkelgeschwindigkeit  $\dot{q}$  und  $\dot{r}$  (Rate-Sensor) ab  $t = 513$  s bis zu Beginn der Bergungssequenz [Stamminger, [114], 2007]: Im Bereich von  $t = 470$  s bis  $t = 510$  s findet nur eine geringe Rotationsbewegung um die Lateral-Achsen statt. Ab  $t = 510$  s baut sich eine Flat-Spin-Bewegung auf.....119

Abbildung 6-20: MAXUS-7 – a) Anströmung  $Pos_{AeroFlow} \approx 328^\circ$  bei  $t = 859.15$  s, b) Anströmung der Nutzlast an  $Pos_{AeroFlow} \approx 304^\circ$  bei  $t = 883.52$  s .....120

Abbildung 6-21: MAXUS-5 – Gesamtgeschwindigkeit  $v_{VCVF,tot}$  über Flugzeit  $t$  (GPS-Daten): Im Apogäum setzt sich die Gesamtgeschwindigkeit nur aus der Horizontalgeschwindigkeit zusammen. ....121

- Abbildung 6-22: TEXUS-41 – Höhe  $h_{ECEF}$  über Gesamtgeschwindigkeit  $v_{VCF}$  während des Wiedereintritts (GPS-Daten) .....122
- Abbildung 6-23: TEXUS-43 – Reynoldszahl  $Re$  und Machzahl  $Ma$  über Flugzeit  $t$  (GPS-Daten, Referenzlänge  $D_{PL} = 0.438$  m, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) [Stamminger, [114], 2007].....123
- Abbildung 6-24: MAXUS-6 – Reynolds- und Machzahl über Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS-Daten, Referenzlänge  $D_{PL} = 0.64$  m, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) .....123
- Abbildung 6-25: Machzahl  $Ma$  über der geodätischen Höhe  $h_{ECEF}$  für den Wiedereintritt der untersuchten Nutzlasten. Die Kurven für TEXUS-Nutzlasten bzw. MAXUS-Nutzlasten gleichen sich. Eine Ausnahme bildet Cajuana, da es durch die veränderte Atmosphären-Bedingung in Äquator-Nähe im Vergleich zu einem Start nördlich des Polarkreises zu einer früheren Abbremsung der Nutzlast in höherer Flughöhe kommt. ....124
- Abbildung 6-26: Reynoldszahl  $Re$  über der geodätischen Höhe  $h_{ECEF}$  für den Wiedereintritt der untersuchten Nutzlasten: Die Kurven für TEXUS-Nutzlasten bzw. MAXUS-Nutzlasten gleichen sich. Eine Ausnahme bildet Cajuana, da es durch die veränderte Atmosphären-Bedingung in Äquator-Nähe im Vergleich zu einem Start nördlich des Polarkreises zu einer früheren Abbremsung der Nutzlast in höherer Flughöhe kommt. ....125
- Abbildung 6-27: MAXUS-5 – Knudsenzahl  $Kn$  über geodätischer Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS-Daten, Referenzlänge  $D_{PL} = 0.64$  m, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) .....126
- Abbildung 6-28: TEXUS-43 – Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  über der Reynoldszahl: In den oberen Atmosphärenschichten, in dieser Abbildung der Bereich mit niedrigen Reynoldszahlen bis  $Re = 10^4$ , sind die Abbremsbeschleunigungen, die aus GPS-Daten berechnet werden, nur bedingt für die Berechnung des  $c_D$  Koeffizienten verwendbar. Für die Verwendung der lateralen Beschleunigungssensoren für die Berechnung des Luftwiderstandes muss von einer orthogonalen Ausrichtung der Nutzlast gegenüber der Anströmung ausgegangen werden. Beides trifft ab  $Re = 10^4$  zu. Bei der oszillierenden Nickbewegung, die bei der TEXUS-43 Nutzlast im Bereich um  $Re = 10^8$  auftrat, sind nur die Widerstandsdaten aus den GPS-Daten zu verwenden, da für eine Berechnung aus Beschleunigungsdaten der Anteil der Längsbeschleunigung fehlt. ....127
- Abbildung 6-29: Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  über der Reynoldszahl  $Re$  im superkritischen Strömungsbereich: Da die Reynoldszahl nach dem ersten Anstieg nach der Geschwindigkeitsabbremsung der Nutzlast erst wieder sinkt, bevor sie dann durch die Zunahme der Dichte wieder steigt, wird der  $c_D$  Koeffizient in dieser Abbildung in drei verschiedenen Bereichen über der Reynoldszahl aufgetragen. Da sich die Nutzlast beim Wiedereintritt im superkritischen Reynoldszahl Bereich befindet, kommt es bei sinkender Machzahl auch zu einer deutlichen Reduzierung des Widerstandskoeffizienten der Nutzlast.....129
- Abbildung 6-30: TEXUS-43 – Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = D_{PL} \cdot L_{PL}$ ) über

Machzahl  $Ma$  (Rot: GPS-Daten, Blau: laterale Accelerometer-Daten, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) [Stamminger, [114], 2007]: Den maximalen Widerstandskoeffizienten hat die Nutzlast beim Übergang aus dem Überschall- in den Unterschallbereich.....130

Abbildung 6-31: Cajuana – Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = D_{PL} \cdot L_{PL}$ ) und Winkel  $\sigma$  über Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS-Daten, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)): Verringerung des Widerstandskoeffizienten bei nicht orthogonaler Ausrichtung der Nutzlast gegenüber der Anströmung. ....132

Abbildung 6-32: TEXUS-43 – Ballistischer Koeffizient  $B_{PL}$  über Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS-Daten, Accelerometer) [Stamminger, [114], 2007]: Während der oszillierenden Nickbewegung der TEXUS-43 Nutzlast kann mit lateralen Beschleunigungsdaten kein Widerstandskoeffizient berechnet werden, und daher sind in diesem Höhenbereich nur die ballistischen Koeffizienten, berechnet aus GPS-Daten, zu verwenden.....133

Abbildung 6-33: TEXUS-43 – Auftriebsbeiwert  $c_{L,\square}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = D_{PL} \cdot L_{PL}$ ) und Winkel  $\sigma$  über Flugzeit  $t$  (GPS-Daten, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) [Stamminger, [114], 2007]: Der Auftriebsbeiwert schwankt bei orthogonaler Ausrichtung um 0. Nach der oszillierenden Nickbewegung der TEXUS-43 Nutzlast hat diese einen Anstellwinkel über  $5^\circ$  und erfährt zu diesem Zeitpunkt auch einen Auftrieb orthogonal zur Flugbahn. ....134

Abbildung 6-34: MAXUS-6 – Position in Nord- und Ost-Richtung bezogen auf den Launcher Frame (GPS): Vor Beginn der Fallschirm-Sequenz driftet die Nutzlast aus der ursprünglichen Flugrichtung ab.....135

Abbildung 6-35: TEXUS-43 – Bergungssequenz des zweistufigen Fallschirmsystems [Stamminger, [114], 2007].....136

Abbildung 6-36: MAXUS-6 – Gesamt-Geschwindigkeit  $v_{VCVF,tot}$  über Flugzeit  $t$  während der Bergungsphase (GPS-Daten) .....137

Abbildung 6-37: TEXUS-42 – Längsbeschleunigung  $a_{BF,z}$  (Rot: Accelerometer, Grün: Berechnete Auslegungswerte) [Stamminger, [113], 2007]: Es ist zu sehen, dass die Beschleunigungsdaten bei Entreffung sehr gut den Auslegungsdaten entsprechen. Die Beschleunigung bei Auslösung des Stabilisierungsschirms ( $t = 588$  s) ist negativ, da es durch das Absprengen des Hitzeschildes zu einer Beschleunigung in negativer Achsen-Richtung kommt, die bei der Auslegung nicht betrachtet ist. ....138

Abbildung 6-38: MAXUS-6 – Widerstandskoeffizient  $c_{D,\circ}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = \frac{\pi}{4} \cdot D_{PL}^2$ ), Höhe  $h_{ECEF}$  und Machzahl  $Ma$  über Flugzeit  $t$  während der Bergungssequenz (Rot: GPS-Daten, Blau: Längsbeschleunigung des Accelerometers, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) .....139

Abbildung 6-39: MAXUS-7 – Bergung der Nutzlast [Hörschgen, [47], 2006] .....140

Abbildung 7-1: Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF})$  über der geodätischen Höhe  $h_{ECEF}$  für die untersuchten Nutzlasten .....142

Abbildung 7-2:	TEXUS-42 – Vergleich der gemessen $h_{ECEF}$ mit den durch Wiedereintrittsbahnsimulation unter Verwendung des Widerstandskoeffizienten $c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF})$ berechneten Werte aufgetragen über der Flugzeit.....	142
Abbildung 7-3:	TEXUS-42 – Vergleich der realen Machzahl $Ma$ mit den durch Wiedereintrittsbahnsimulation unter Verwendung des Widerstandskoeffizienten $c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF})$ berechneten Werte .....	143
Abbildung 7-4:	$c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF})$ über der geodätischen Höhe $h_{ECEF}$ für die untersuchten Nutzlasten .....	143
Abbildung 7-5:	MAXUS-6 – Vergleich der realen Beschleunigungswerte $a_{BF}$ mit den durch Wiedereintrittsbahnsimulation unter Verwendung des Widerstandskoeffizienten $c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF})$ berechneten Werte .....	144
Abbildung 7-6:	CUMA-2 – Höhe $h_{LF}$ über Groundrange $\sqrt{east_{LF}^2 + north_{LF}^2}$ (GPS-Daten, Simulation) .....	145
Abbildung 7-7:	CUMA-2 – Gesamtbeschleunigung $a_{BF}$ über Flugzeit $t$ während des Wiedereintritts (Beschleunigungssensoren, Simulation).....	147
Abbildung 7-8:	CUMA-2 – Höhe $h_{ECEF}$ über der Gesamtgeschwindigkeit $v_{VCVF}$ (GPS-Daten rot, Simulation blau) .....	148
Abbildung 7-9:	CUMA-2 – Reynoldszahl $Re$ und Machzahl $Ma$ über Höhe $h_{ECEF}$ (GPS, Simulation, Referenzlänge, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (20 km)).....	148
Abbildung 10-1:	Ekliptik und Äquatorialebene.....	170
Abbildung 10-2:	Erd-Zentriertes Inertialsystem (ECI) [Vallado, [124], 1997]: Die $x_{ECI}$ zeigt in Richtung Frühlingspunkt, die $z_{ECI}$ -Achse zeigt in Richtung Nordpol der Erde....	171
Abbildung 10-3:	Polarkoordinaten im ECI-System .....	172
Abbildung 10-4:	ECEF Koordinatensystem [Betz, [1], 2006]: Die Position eines Objektes wird durch die Geozentrische Breite $\varphi_{gc}$ , die positiv gemessen wird im Norden des Äquators, dem Längengrad $\theta$ , positiv gemessen in Richtung Osten von Greenwich aus, und der Distanz $d$ vom Zentrum angegeben.....	174
Abbildung 10-5:	Geodätische und Geozentrische Breite [Betz, [1], 2006]: Die geozentrische Breite ist der Winkel zwischen der Äquatorebene und der Verbindung zwischen Ellipsoid-Mittelpunkt und Beobachtungsobjekt. Die geodätische Breite ist der Winkel zwischen Äquatorebene und der Normalen auf die Tangentialebene des Ellipsoids am Beobachtungsobjekt. ....	176
Abbildung 10-6:	Lokales Tangentiales Koordinatensystem LTC [Betz, [1], 2006]: Die E-Achse zeigt von dem Beobachtungsort nach Osten und ist nicht definiert für den Nord- und Südpol. Die N-Achse zeigt von dem Ort nach Norden und die H-Achse, also der Zenith, orthogonal zur idealisierten Oberfläche von dem Beobachtungsort weg.....	177

Abbildung 10-7: VCVF System: Die N-Achse zeigt in Richtung Norden und die E-Achse in Richtung Osten. Die Z-Achse bildet ein Rechtssystem und zeigt senkrecht auf die Horizontebene der Erde.....178

Abbildung 10-8: Flugbahnwinkel  $\gamma_{VCVF}$  und Flugbahnazimut  $\beta_{VCVF}$  im VCVF-System: Der Flugbahnwinkel ist der Winkel zwischen der Tangentialebene zum Erdellipsoid und der Flugrichtung bzw. Geschwindigkeitsrichtung des Flugkörpers. Der Flugbahnazimut wird durch die Projektion der Geschwindigkeitsrichtung in der Tangentialebene des Erdellipsoids und der Nord-Achse  $N_{VCVF}$  des VCVF-Koordinatensystems gebildet.....179

Abbildung 10-9: Aerodynamisches Referenzsystem [Koppenwallner, [63]]: Referenzsystem wird gebildet mit der  $x_{AF}$ -Achse in Richtung der resultierenden Fluggeschwindigkeit. Die  $z_{AF}$ -Achse liegt in der Ebene, welche durch den Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}_{VCVF}$  und der  $z_{VCVF}$ -Achse aufgespannt wird, und ist senkrecht auf die  $x_{AF}$ -Achse. Die positive Richtung zeigt dabei ebenfalls in positiver  $z_{VCVF}$ -Achse. Die  $y_{AF}$ -Achse komplimentiert das rechtwinkelige System.....180

Abbildung 10-10: Definition der körperfesten Achsen, Winkelgeschwindigkeiten und Momente [Betz, [1], 2006]: Nick-Achse  $x_{BF}$ -Achse, Gier-Achse  $y_{BF}$ -Achse, Roll-Achse  $z_{BF}$ -Achse.....182

Abbildung 10-11: Inertiales System der Kreiselplattform: Die körperfeste Roll-Achse  $z_{BF}$  ist ausgerichtet auf die Ebenennormale. Die Nick-Achse  $x_{BF}$  zeigt nach Westen, die Gier-Achse  $y_{BF}$  zeigt nach Süden.....200

Abbildung 13-1: Schichten der Homo- und Heterosphäre [Friedrich, [38], 2006].....222

Abbildung 13-2: Schichten der US Standard 1976 Atmosphäre, aufgezeichnet ist der Temperaturverlauf in den Höhenschichten der Atmosphäre.....225

Abbildung 14-1: Strömung mit Geschwindigkeitsquergradienten [Wille, [130], 2005].....239

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1:	Physikalische Eigenschaften TEXUS-43 Startkonfiguration [Jung, [57], 2006] ...	53
Tabelle 2-2:	Untersuchte Nutzlasten: Massen-, Geometrie- und Missionsdaten .....	60
Tabelle 2-3:	Laterale Position der Antennen und Protuberanzen an den untersuchten Nutzlasten .....	63
Tabelle 5-1:	TEXUS-43 – Flugereignisse (GPS-Daten, [Pfeuffer, [89], 2006]) .....	92
Tabelle 6-1:	Maximale Spinrate, Polares Massenträgheitsmoment, maximale Rotationsenergie, Höhe bei Beginn des Spin-Up Kommandos, Höhe bei maximalem dynamischen Druck, Höhe bei maximaler Bremsbeschleunigung und Höhe der lateralen Stabilisierung der untersuchten Nutzlasten .....	101
Tabelle 6-2:	Nickfrequenz und Trimmwinkel .....	113
Tabelle 6-3:	Maximale Flat-Spin-Frequenz der untersuchten Nutzlasten .....	120
Tabelle 6-4:	Stabiler Widerstandskoeffizient vor Reynoldszahl $Re = 300000$ .....	128
Tabelle 6-5:	Maximaler Widerstandskoeffizient während des Übergangs in den Unterschall	130
Tabelle 6-6:	Vergleich aus TEXUS-43 Flugdaten berechneter Widerstandskoeffizienten $c_{D,O}$ mit Normalkraftkoeffizienten $c_{N,O}$ für Queranströmung [Ploger, [92], 1973], [McAnally, [77], 1979].....	131
Tabelle 6-7:	Ballistischer Koeffizient $B_{PL}$ während des Übergangs in den Unterschall .....	133
Tabelle 7-1:	Flugereignisse Cuma-2 (GPS, Simulation) .....	146
Tabelle 10-1:	Schaltsekunden in UTC seit 1961 [IERS, [50], 2005] .....	168
Tabelle 10-2:	IAU 1980 Nutations-Theorie-Terme .....	191
Tabelle 12-1:	Gravitationskoeffizienten für das JGM-3 Modell [Montenbruck, [82], 2000].....	214
Tabelle 13-1:	Atmosphärische Daten der Messung in Kourou, Französisch-Guayana am 30. Oktober 1997 [Lübken, [69], 1997].....	230



## Abkürzungen

### A

A.C.	:	ante Christum natum (dt.: v. Chr., engl.: B.C.)
A.D.	:	Anno Domini Nostri Iesu Christi (dt: im Jahre d. Herrn Jesus Christus)
AF	:	Aerodynamic Frame
AIAA	:	American Institute of Aeronautics and Astronautics
APL	:	Applied Physics Laboratory

### B

BF	:	Body Frame
BIH	:	Bureau International d'Heure (dt.: Int. Institution zur Zeitbestimmung)

### C

CEP	:	Celestial Ephemeris Pole (dt.: Himmels-Ephemeriden-Pol)
CGPM	:	Conférence Générale des Poids et Mesures
CIRA86	:	COSPAR International Reference Atmosphere
CIS	:	Conventional Inertial System (dt.: vereinbartes Inertialsystem)
COESA	:	United States Committee on Extension of the Standard Atmosphere
COSPAR	:	Committee on Space Research
CTA	:	Commando-Geral de Tecnologia Aeroespacia
CTS	:	Conventional Terrestrial Systems
CNES	:	Centre Nationale d'Etudes Spatiales

### D

D.C.	:	District of Columbia
DMA	:	Defense Mapping Agency

### E

ECEF	:	Erd-Zentriertes Erd-Festes Koordinatensystem
ECI	:	Erd-Zentriertes Inertialsystem, engl.: Earth-Centered Inertial System
EGM96	:	Earth Gravitation Model 96
EME2000	:	Earth Mean Equator and Equinox of the J2000 Coordinate System
ERS-1	:	European Remote Sensing Satellite 1
ESA	:	European Space Agency
ESRANGE	:	European Space Range
ET	:	Ephemeridenzeit

### F

FK5	:	Fundamental-Katalog No.5
-----	---	--------------------------

**G**

GAST	:	Greenwich Apparent Sidereal Time
GFZ	:	Geo-Forschungs-Zentrum Potsdam
GMST	:	Greenwich Mean Sidereal Time
GMT	:	Greenwich Mean Time
GPS	:	Global Position System
GRGS	:	Groupe de Géodésie Spatiale
GRIM4	:	Er-Gravitationsmodell des GFZ und der GRGS
GSFC	:	NASA Goddard Space Flight Center

**H**

HARS	:	High Altitude Recovery System
HDMA	:	High Dynamics and Missile Applications

**I**

IAE	:	Instituto de Aeronautica e Espaço
IAU	:	International Astronomical Union
ICAO	:	International Civil Aviation Organization
ICRF	:	International Celestial Reference Frame
ICRS	:	International Celestial Reference System
IERS	:	International Earth Rotation Service
IIP	:	Instantaneous Impact Point
IPMS	:	International Polar Motion Service

**J**

JD	:	Julianisches Datum
JD <sub>UT1</sub>	:	Julianisches Standard Datum
JD <sub>50</sub>	:	Julianisches Datum in CNES Format
JGM	:	Joint Gravity Model

**L**

LEO	:	Low Earth Orbit (dt.: Niedrige Erdumlaufbahn)
LF	:	Launcher Frame
LTC	:	Lokales Tangentiales Koordinatensystem

**M**

MAPHEUS	:	Materialphysikalische Experimente Unter Schwerelosigkeit
---------	---	--

**N**

NASA	:	National Aeronautics and Astronautics Administration
NIMA	:	National Imagery and Mapping Agency

NOAA : National Oceanic & Atmospheric Administration

**O**

ORSA : Ogive Recovery System Assembly

OSU-91-A : Ohio States University Earth Gravitation Model

**P**

PL : Payload (dt.: Nutzlast)

**Q****R****S**

SHEFEX : Sharp Edge Flight EXperiment

SI : International System of Units

**T**

TAI : Internationale Atomzeit

TCB : Baryzentrische Koordinaten Zeit

TCG : Geozentrische Koordinaten Zeit

TDB : Baryzentrische Dynamische Zeit

TEG-2B : Texas Earth Gravity Model

TEXUS : Technologische Experimente Unter Schwerelosigkeit

TOPEX : TOPography Experiment for Ocean Circulation

TT : Terrestrische Zeit

**U**

US oder U.S. : United States

USA : United States of America

UT1 : Universal Time

UTC : Coordinated Universal Time

**V**

VCVF : Vehicle Carried Vertical Frame

**W**

WGS60 : World Geodetic System 1960

WGS66 : World Geodetic System 1966

WGS72 : World Geodetic System 1972

WGS84 : World Geodetic System 1984

## Formelzeichen und Einheiten

Alle Einheiten der aufgelisteten Formelzeichen sind in SI-Einheiten angegeben.

$a$	Hilfsvariable zur Berechnung des Kalender-Datums, Tag	
$a$	Schallgeschwindigkeit	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$a_{BF}$	Beschleunigung im BF-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$a_{BF,x}$	Beschleunigung in x-Richtung des BF-Systems	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$a_{BF,y}$	Beschleunigung in y-Richtung des BF-Systems	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$a_{BF,z}$	Beschleunigung in z-Richtung des BF-Systems	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$a_{Drag}$	Widerstandsbeschleunigung	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$a_{Lift}$	Auftriebsbeschleunigung	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$a_{Side}$	Beschleunigung durch Seitenkraft	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$a_{0,US76}$	Schallgeschwindigkeit auf Meereshöhe im US76 Modell	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$\vec{a}$	Beschleunigungsvektor	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$\vec{a}_{ECEF,aero}$	Beschleunigungsvektor durch aerodyn. Kräfte im ECEF System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$\vec{a}_{ECEF,grav}$	Beschleunigungsvektor durch Gravitation im ECEF System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$\vec{a}_{ECEF,thrust}$	Beschleunigungsvektor durch Schub im ECEF System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$\vec{a}_{VCFV,aero}$	Beschleunigungsvektor durch aerodyn. Kräfte im VCFV-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$\vec{a}_{VCFV,Drag}$	Widerstands-Beschleunigungsvektor im VCFV-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$\vec{a}_{VCFV,Lift}$	Auftriebs-Beschleunigungsvektor im VCFV-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$\vec{a}_{VCFV,Side}$	Quer-Beschleunigungsvektor im VCFV-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
$A$	Fläche	$\left[ \text{m}^2 \right]$
$A_{ref}$	Referenzfläche	$\left[ \text{m}^2 \right]$
$b$	Hilfsvariable zur Berechnung des Kalender-Datums, Tag	
$b_S$	Sutherland-Konstante für Luft $\left( 1.458 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{1/2}} \right)$ [NOAA, [85], 1976]	
$B$	Hilfsvariable für Berechnung MJD, zählt Schaltjahre	
$c$	Hilfsvariable zur Berechnung des Kalender-Datums, Tag	
$c_D$	Widerstandskoeffizient (engl.: Drag Coefficient)	

$c_{D,\circ}$	Widerstandskoeffizient bezogen auf $A_{ref} = \frac{\pi}{4} \cdot D_{PL}^2$	
$c_{D,\square}$	Widerstandskoeffizient bezogen auf $A_{ref} = D_{PL} \cdot L_{PL}$	
$c_L$	Auftriebsbeiwert (engl.: Lift Coefficient)	
$c_{L,\square}$	Auftriebsbeiwert bezogen auf $A_{ref} = D_{PL} \cdot L_{PL}$	
$c_{L,AF}$	Momenten-Beiwert um $x_{AF}$ -Achse	
$c_{L,BF}$	Momenten-Beiwert um $z_{BF}$ -Achse	
$c_{L\dot{p},BF}$	Roll-Dämpfungs-Koeffizient um die $z_{BF}$ -Achse	
$c_{M,AF}$	Momenten-Beiwert um $y_{AF}$ -Achse	
$c_{M,BF}$	Momenten-Beiwert um $x_{BF}$ -Achse	
$c_{M\dot{q},BF}$	Nick-Dämpfungs-Koeffizient um $x_{BF}$ -Achse	
$c_{N,AF}$	Momenten-Beiwert um $z_{AF}$ -Achse	
$c_{N\dot{r},BF}$	Gier-Dämpfungs-Koeffizient um $y_{BF}$ -Achse	
$c_{x,AF}$	Kraftbeiwert in $x_{AF}$ -Richtung des AF Systems	
$c_{y,AF}$	Kraftbeiwert in $y_{AF}$ -Richtung des AF Systems	
$c_{z,AF}$	Kraftbeiwert in $z_{AF}$ -Richtung des AF Systems	
$C_{n,m}$	Sphärischer harmonischer Koeffizient fürJGM-3	
$d$	Distanz vom Erdzentrum	[m]
$d$	Hilfsvariable zur Berechnung des Kalender-Datums, Jahr	
$d_{LTC}$	Slantrange (dt.: Schrägstrecke)	[m]
$d_{M,Air}$	Mittlerer Moleküldurchmesser der Luft ( $3.57 \cdot 10^{-10} \text{m}$ )	
$D$	Durchmesser	[m]
$D_{PL}$	Durchmesser der zylindrischen Nutzlast	[m]
$D_l$	Lokaler Durchmesser	[m]
$D$	Diff. zwischen den mittleren Längengr. der Sonne und des Mondes	[°]
$Day$	Tag des Kalender-Datums	
$e$	Hilfsvariable zur Berechnung des Kalender-Datums, Tag	
$e_{\oplus}$	Erdellipsoid-Exzentrizität	
$e_{\oplus,WGS84}$	Exzentrizität des Erdellipsoids (0.0818191908426) [DMA, [20], 1987]	
$east_{LTC,PL}$	Ost-Koordinate der PL im LTC	[m]
$\vec{e}_{r,bulge}$	Einheitsvektor der Position der Dichte-Wölbung in der Atmosphäre	

$\vec{e}_{r,PL}$	Einheitsvektor der Nutzlast Position	
$f$	Hilfsvariable zur Berechnung des Kalender-Datums, Tag, Monat	
$f_{\dot{p}}$	Frequenz des Spins um die Roll-Achse	[Hz]
$f_{FlatSpin}$	Flat-Spin-Frequenz	[Hz]
$f_{\oplus}$	Abflachung der Erde	
$f_{\oplus,WGS84}$	Abflachung der Erde im WGS84 ( $\frac{1}{298.257223563}$ ) [Montenbruck, [82]]	
$F_{Drag}$	Aerodynamischer Widerstand	[N]
$F_{Drag,Newton}$	Kraft auf eine Platte mit Newton-Strömung	[N]
$F_O$	Mittlere Distanz des Mondes vom aufsteigenden Knoten	[°]
$\vec{F}$	Kraftvektor	[N]
$\vec{F}_g$	Kraftvektor der Gravitation	[N]
$g$	Erdbeschleunigung	[m/s <sup>2</sup> ]
$g_{\oplus,WGS84}$	Gravitationsbeschleunigung normal zur Oberfläche des WGS84 Ellipsoid	[m/s <sup>2</sup> ]
$g_{\oplus,WGS84,E}$	Erdbeschleunigung am Äquator in WGS84 ( $9.7803267714 \frac{m}{s^2}$ ) [DMA, [20], 1987]	
$g_{\oplus,WGS84,P}$	Erdbeschleunigung am Pol in WGS84 ( $9.8321863685 \frac{m}{s^2}$ ) [DMA, [20], 1987]	
$g_{0,US76}$	Erdbeschleunigung für US Standard Atmosphäre ( $9.80665 \frac{m}{s^2}$ ) [NOAA, [85], 1976]	
$G$	Universelle Gravitationskonstante ( $6.67259 \pm 0.00085$ ) $\cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$	[Montenbruck, [82]]
$GAST$	Greenwich Apparent Sidereal Time	
$GMST$	Greenwich Mean Sidereal Time	
$h$	Spezifische Enthalpie	[ $\frac{J}{kg}$ ]
$h_s$	Hydrostatische Konstante ( $0.0341631947 \frac{K}{m}$ )	
$h_{ECEF}$	Geodätische Höhe	[m]
$h_{LTC,PL}$	Höhen-Koordinate der Nutzlast im LTC-System	[m]
$H_{gc}$	Geometrische Höhe	[m]
$H_{gp}$	Geopotentiale Höhe	[m]
$Hour$	Stunde im Kalender-Datum	
$I$	Impuls	[ $\frac{kg \cdot m}{s}$ ]
$J_2 \dots J_6$	Werte der zonalen Harmonien	
$JD$	Julianisches Datum	[d]

$JD_{UT1}$	Julianisches Standard Datum	[d]
$JD_{50}$	Julianisches Datum im CNES Format	[d]
$k_s$	Rauheit	[m]
$k_{\oplus, WGS84}$	Gravitationskonstante der Somigliana-Formel	
$Kn$	Knudsenzahl	
$l_O$	Mittlere Mond-Anomalie	[°]
$l_{\otimes}$	Mittlere Sonnen-Anomalie	[°]
$l_{ref}$	Referenzlänge	[m]
$L$	Charakteristische Länge	[m]
$L_{PL}$	Länge der zylindrischen Nutzlast	[m]
$L_{PL, ascent}$	Länge der Nutzlast während des Aufstiegs	[m]
$L_{AF}$	Aerodynamisches Rollmoment um $x_{AF}$ -Achse im AF-System	[N · m]
$L_{BF}$	Körperfestes Rollmoment um $z_{AF}$ -Achse im BF-System	[N · m]
$m$	Hilfsvariable für Berechnung des MJD, zählt den Monat	
$m$	Masse	[kg]
$m$	Ordnung des harmonischen Terms im JGM-3	
$m_{\oplus}$	Erdmasse ( $5.9742 \cdot 10^{24}$ kg) [Vallado, [124], 1997]	
$m_{PL}$	Masse der Nutzlast bzw. Flugkörper	[kg]
$m_{PL, ascent}$	Masse der Nutzlast während des Aufstiegs	[kg]
$m_{PL, Science}$	Experimenten-Massenanteil der Nutzlast	[kg]
$m_M$	Molekülmasse	[kg]
$M$	Molmasse	$\left[ \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$
$M_{Air, US76}$	Molare Masse der Luft in US Standard Atmosphäre ( $0.0289644 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ )	
$M_{AF}$	Aerodynamisches Nickmoment um $y_{AF}$ -Achse im AF-System	[N · m]
$M_{BF}$	Körperfestes Nickmoment um $x_{AF}$ -Achse im BF-System	[N · m]
$Min$	Minute im Kalender Datum	
$MJD$	Modifiziertes Julianisches Datum	[d]
$MJD_{TT}$	Modifiziertes Julianisches Datum (Terrestrische Zeit)	[d]
$MJD_{1, TT}$	Epoche zur Berechnung der Präzessionsmatrix (Terrestrische Zeit)	[d]
$MJD_{2, TT}$	Epoche zur Berechnung der Präzessionsmatrix (Terrestrische Zeit)	[d]

$MJD_{J2000,TT}$	Epoche des J2000 Systems (Terrestrische Zeit)	[d]
$MJD_{UT1}$	Modifiziertes Julianisches Datum im Bezug auf UT1	[d]
$MJD_{UTC}$	Modifiziertes Julianisches Datum im Bezug auf UTC	[d]
$MJD_0$	Größter ganzzahliger Wert von $MJD_{UT1}$	[d]
$Month$	Monat im Kalender-Datum	
$\bar{M}_{LF, mirrored}^{LF}$	Spiegel-Matrix	
$n$	Grad des harmonischen Terms für JGM-3	
$n$	Teilchendichte	$[\frac{1}{m^3}]$
$N$	Hilfsvariable zur Berechnung der Geodätischen ECEF Koordinaten	[m]
$N$	Anzahl Teilchen	
$N_A$	Avogadro-Konstante ( $6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$ )	
$N_{AF}$	Aerodynamisches Giermoment um $z_{AF}$ -Achse im AF-System	[N · m]
$N_{BF}$	Körperfestes Giermoment um $y_{AF}$ -Achse im BF-System	[N · m]
$\bar{N}$	Nutations-Matrix	
$north_{LTC, PL}$	Nord-Koordinate der PL im LTC	[m]
$p$	Druck	[Pa]
$p_{ACS}$	Druck des Kaltgas-Lageregelungssystems	[Pa]
$p_{Motor}$	Motordruck	[Pa]
$p_{mean}$	Mittlerer Druck	[Pa]
$p_{0, US76}$	Druck der US Standard Atmosphäre auf Meereshöhe (101325 Pa)	
$p_{l_0}$	Parameter für die mittlere Mond-Anomalie	
$p_{l_{\odot}}$	Parameter für die mittlere Sonnen-Anomalie	
$p_{F_0}$	Param. für die mittlere Distanz des Mondes vom aufsteigenden Knoten F	
$p_{D,i}$	Param. für die Diff. zwischen den mittl. Längengr. der Sonne und Mond	
$p_{\Omega_0,i}$	Param. für mittleren Längengr. des aufst. Knotens des Mond-Orbits	
$\dot{p}$	Winkelgeschwindigkeit um Roll-Achse $z_{BF}$	$[\frac{\circ}{s}]$
$\bar{P}$	Präzessionsmatrix	
$q_{\infty}$	Staudruck	[Pa]
$\dot{q}$	Winkelgeschwindigkeit um Nick-Achse $x_{BF}$	$[\frac{\circ}{s}]$
$r$	Geozentrische Distanz	[m]

$r_O$	Entfernung des Mondes von der Erde	[m]
$\dot{i}$	Winkelgeschwindigkeit um Gier-Achse $y_{BF}$	[ $\frac{^\circ}{s}$ ]
$\ddot{i}_{Drag}$	Beschleunigung durch aerodynamischen Widerstand	[ $\frac{m}{s^2}$ ]
$\ddot{i}_{VCF,-g}$	Beschleunigung im VCVF-System ohne Erdbeschleunigung	[ $\frac{m}{s^2}$ ]
$\vec{r}$	Positionsvektor	[m]
$\vec{r}_{ECEF}$	Positionsvektor im ECEF-System	[m]
$\vec{r}_{ECEF,PL}$	Positionsvektor der Nutzlast im ECEF-System	[m]
$\vec{r}_{ECI}$	Positionsvektor im ECI-System	[m]
$\vec{r}_{ECI,O}$	Positionsvektor des Mondes im ECI-System	[m]
$\vec{r}_{ECI,\odot}$	Positionsvektor der Sonne im ECI-System	[m]
$\dot{\vec{r}}_{ECI}$	Geschwindigkeitsvektor im ECI-System	[ $\frac{m}{s}$ ]
$\dot{\vec{r}}_{ECEF}$	Geschwindigkeitsvektor im ECEF-System	[ $\frac{m}{s}$ ]
$\ddot{\vec{r}}_{ECI}$	Beschleunigungsvektor im ECI-System	[ $\frac{m}{s^2}$ ]
$\ddot{\vec{r}}_{ECEF}$	Beschleunigungsvektor im ECEF-System	[ $\frac{m}{s^2}$ ]
$R$	Spezielle Gaskonstante	[ $\frac{J}{kg \cdot K}$ ]
$R_{Air}$	Spezielle Gaskonstante für Luft ( $288 \frac{J}{kg \cdot K}$ )	
$R_m$	Universelle Gaskonstante ( $8.314472 \frac{J}{mol \cdot K}$ )	
$R_\oplus$	Erd-Äquator-Radius 6378136.3 m [Vallado, [124], 1997]	
$R_{\oplus,WGS84}$	Erd-Äquator-Radius im WGS84 (6378137 m) [Montenbruck, [82]]	
$R_{\oplus,JGM-3}$	Große Halbachse des Referenzellipsoids im JGM-3 (6378136.3 m) [[82]]	
$R_{\oplus,WGS84,E}$	Große Hauptachse, Äquatorradius (6378137 m) [DMA [20], 1987]	
$R_{\oplus,WGS84,P}$	Kleine Hauptachse, Polarradius (6356752.3142 m) [DMA, [20], 1987]	
$R_{\oplus,Pole}$	Erd-Pol-Radius	[m]
$R_{\oplus,US76}$	Erdradius für US Standard Atmosphäre (6356766 m) [NOAA, [85], 1976]	
$\bar{R}$	Rotationsmatrix	
$\bar{R}_{VCF}^{AF}$	Rotationsmatrix aus AF-System in VCVF-System	
$\bar{R}_{AF}^{VCF}$	Rotationsmatrix aus VCVF-System in AF-System	
$\bar{R}_{LTC}^{ECEF}$	Rotationsmatrix aus ECEF-System in LTC-System	
$\bar{R}_{ECEF}^{LTC}$	Rotationsmatrix aus LTC-System in ECEF-System	

$\bar{R}_{VCF}^{ECEF}$	Rotationsmatrix aus ECEF-System in VCVF-System	
$\bar{R}_{ECEF}^{VCVF}$	Rotationsmatrix aus VCVF-System in ECEF-System	
$\dot{\bar{R}}$	Zeitliche Ableitung der Rotationsmatrix	
$\ddot{\bar{R}}$	Zweite zeitliche Ableitung der Rotationsmatrix	
$s$	Distanz vom Staupunkt S	[m]
$S_{n,m}$	Sphärische harmonische Koeffizienten	
$Sec$	Sekunde im Kalender-Datum	
$t$	Zeit	[s]
$T$	Temperatur	[K]
$T$	Julianische Jahrhunderte seit 1.5 Januar 2000 UT1 bis zur Zeit UT1	
$T_0$	Julianische Jahrhunderte seit 1.5 Januar 2000 UT1 bis zur Zeit 0 <sup>h</sup> UT1	
$T_{0,US76}$	Temperatur der US Standard 76 Atmos. auf Meereshöhe (288.15K) [NOAA, [85]]	
$T_{W,in}$	Innenwandtemperatur	[K]
$TAI$	Internationale Atomzeit	[s]
$TCG$	Geozentrische Koordinatenzeit	[s]
$TT$	Terrestrische Zeit	[s]
$u_\infty$	Anströmgeschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$u$	Bewegungsgeschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$u$	Spezifische Interne Energie	$\left[\frac{J}{kg}\right]$
$u_{x,mean}$	Mittlere Geschwindigkeit der Moleküle in x-Richtung	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$u_{y,mean}$	Mittlere Geschwindigkeit der Moleküle in y-Richtung	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$U$	Gravitationspotential	
$UT1$	Universal Time	[s]
$UTC$	Coordinated Universal Time	[s]
$\bar{U}_{ECEF}^{ECI}$	Transformationsmatrix von ECI in ECEF	
$\bar{U}_{ECI}^{ECEF}$	Transformationsmatrix von ECEF in ECI	
$\bar{U}_{BF}^{LF, mirrored}$	Transformationsmatrix vom gespiegelten LF-System in das BF-System	
$\bar{U}_{BF}^{LF}$	Transformationsmatrix von LF-System in das BF-System	
$\bar{U}_{LF}^{BF}$	Transformationsmatrix von BF-System in das LF-System	
$v_{PL}$	Nutzlast-Geschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$

$v_l$	Lokale Geschwindigkeit	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$v_{AF}$	Geschwindigkeit im AF-System (inkl. Wind-Anteil)	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$v_{GPSAnt}$	Umlaufgeschwindigkeit der GPS-Antennen um den Schwerpunkt	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$v_{rel}$	Relative Geschwindigkeit	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$v_{Wind}$	Wind-Geschwindigkeit	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$v_{VCVF, east}$	Geschwindigkeit in Ost-Richtung im VCVF-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$v_{VCVF, north}$	Geschwindigkeit in Nord-Richtung im VCVF-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$v_{VCVF, z}$	Geschwindigkeit in z-Richtung im VCVF-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$v_{VCVF, rel}$	Rel. Geschwindigkeit im VCVF-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$\vec{v}$	Geschwindigkeitsvektor	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$\vec{v}_{VCVF}$	Geschwindigkeitsvektor im VCVF-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$\vec{v}_{VCVF, rel}$	Rel. Geschwindigkeitsvektor (mit Windanteil) im VCVF-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$\vec{v}_{VCVF, wind}$	Wind-Geschwindigkeitsvektor im VCVF-System	$\left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
$V$	Volumen	$\left[ \text{m}^3 \right]$
$x_{ECEF}$	Kartesische Koordinate x im ECEF-System	$\left[ \text{m} \right]$
$x_{ECI}$	Kartesische Koordinate x im ECI-System	$\left[ \text{m} \right]$
$x_{AF}$	Koordinate x im aerodynamischen System	$\left[ \text{m} \right]$
$x_{BF}$	Koordinate x im BF System (Nick-Achse)	$\left[ \text{m} \right]$
$x_P$	Koordinate x des Punktes P	$\left[ \text{m} \right]$
$x_{Pole}$	Erd-Orientierungs-Parameter für die Rotation um die y-Achse	$\left[ ^\circ \right]$
$\Delta x_{BF, AccSens}$	$\Delta$ der x-Koord. im BF-Sys. zw. Beschl.-Sensor und Schwerpunkt	$\left[ \text{m} \right]$
$\Delta x_{BF, GPSAnt}$	$\Delta$ der x-Koord. im BF-Sys. zw. GPS-Antennen und Schwerpunkt	$\left[ \text{m} \right]$
$\vec{x}_{AF}$	Positionsvektor im AF-System	$\left[ \text{m} \right]$
$\vec{x}_{BF}$	Positionsvektor im BF-System	$\left[ \text{m} \right]$
$\vec{x}_{LF}$	Positionsvektor im Launcher-Frame	$\left[ \text{m} \right]$
$\vec{x}_{LTC, PI}$	Positionsvektor der Nutzlast, bzw. Rakete im LTC-System	$\left[ \text{m} \right]$
$\vec{x}_{ECEF}$	Positionsvektor im ECEF-System	$\left[ \text{m} \right]$
$\vec{x}_{ECEF, Obs}$	Positionsvektor des Beobachtungsortes im ECEF-System	$\left[ \text{m} \right]$

$\vec{x}_{ECEF,PL}$	Positionsvektor der Nutzlast, bzw. Rakete im ECEF-System	[m]
$\vec{x}_{VCF}$	Positionsvektor im VCVF-System	[m]
$\vec{x}_{VCF,Lift}$	Richtung des Auftriebs im VCVF-System	
$\vec{x}_{VCF,Side}$	Richtung der Querkraft im VCVF-System	
$\vec{x}_P$	Positionsvektor des Punktes P	[m]
$\dot{\vec{x}}_P$	Geschwindigkeitsvektor des Punktes P	$\left[\frac{m}{s}\right]$
$\ddot{\vec{x}}_P$	Beschleunigungsvektor des Punktes P	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
$X_{AF}$	Kraftkomponente in $x_{AF}$ -Richtung (negativer Widerstand)	[N]
$y_{ECEF}$	Kartesische Koordinate y im ECEF-System	[m]
$y_{ECI}$	Kartesische Koordinate y im ECI-System	[m]
$y$	Hilfsvariable für Berechnung des MDJ, zählt das Jahr	
$y_{AF}$	Koordinate y im aerodynamischen System	[m]
$y_{BF}$	Koordinate y im BF-System (Gier-Achse)	[m]
$y_P$	Koordinate y des Punktes P	[m]
$y_{Pole}$	Erd-Orientierungs-Parameter für Rotation um die x-Achse	
$Y_{AF}$	Kraftkomponente in $y_{AF}$ -Richtung	[N]
$Year$	Jahr im Kalender-Datum	
$z_{ECEF}$	Kartesische Koordinate z im ECEF-System	[m]
$z_{ECI}$	Kartesische Koordinate z im ECI-System	[m]
$z_{AF}$	Koordinate z im aerodynamischen System	[m]
$z_{BF, cg}$	Koordinate z des Schwerpunkts im BF-System	[m]
$z_{BF, cp}$	Koordinate z des Druckpunkts im BF-System	[m]
$z_{BF}$	Koordinate z im BF-System (Roll-Achse)	[m]
$z_P$	Koordinate z des Punktes P	[m]
$z_{VCF}$	Koordinate z im VCVF System	[m]
$Z_{AF}$	Kraftkomponente in $z_{AF}$ -Richtung (negativer Auftrieb)	[N]
$\alpha$	Anstellwinkel der schräg angeströmten Platte ( <i>Alpha</i> )	[°]
$\alpha_{ECI}$	Rektaszension ( <i>Alpha</i> )	[°]

$\alpha_{\odot}$	Rektaszension der Sonne ( <i>Alpha</i> )	[°]
$\beta_{LTC}$	Azimutwinkel ( <i>Beta</i> )	[°]
$\beta_{VCF}$	Flugbahnazimut ( <i>Beta</i> )	[°]
$\delta_{ECI}$	Deklination ( <i>Delta</i> )	[°]
$\delta_{\odot}$	Deklination der Sonne ( <i>Delta</i> )	[°]
$\varepsilon_{\oplus}$	Neigung der Ekliptik ( <i>Epsilon</i> ) (23.5°) [Vallado, [124]]	
$\varepsilon_{LTC}$	Elevation ( <i>Epsilon</i> )	[°]
$\phi$	Rollwinkel um $z_{BF}$ -Achse im BF-System ( <i>Phi</i> )	[°]
$\varphi_{an}$	Astronomische Breite ( <i>Phi</i> )	[°]
$\varphi_{gc}$	Geozentrische Breite ( <i>Phi</i> )	[°]
$\varphi_{gd}$	Geodätische Breite ( <i>Phi</i> )	[°]
$\varphi_{gd,PL}$	Geodätische Breite der Nutzlast ( <i>Phi</i> )	[°]
$\varphi_{gd,Obs}$	Geodätische Breite des Beobachtungsortes ( <i>Phi</i> )	[°]
$\varphi_{\zeta}$	Breitengrad des Mondes zur Ekliptik ( <i>Phi</i> )	[°]
$\gamma_{VCF}$	Flugbahnwinkel ( <i>Gamma</i> )	[°]
$\eta$	Dynamische Viskosität ( <i>Eta</i> )	$\left[ \frac{N \cdot s}{m^2} \right]$
$\mu_{\oplus}$	Gravitationskonstante der Erde ( <i>My</i> ) ( $3.986 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}$ ) [Maral/Bousquet, [72], 2002]	
$\mu_{\oplus,Escobal}$	Gravitationskonstante der Erde ( $3.9884521 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}$ ) in [Escobal, [33], 1976]	
$\mu_{\oplus,JGM-3}$	Gravitationskonstante der Erde ( $3.986004415 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}$ ) im JGM-3 ( <i>My</i> ) [[82]]	
$\kappa$	Isentropenexponent ( <i>Kappa</i> )	
$\lambda$	Mittlere Freie Weglänge ( <i>Lambda</i> )	[m]
$\lambda_{long} \approx 30^\circ$	Verzögerungswinkel bei dem Harris-Priester Modell	
$\nu$	Kinematische Viskosität ( <i>Ny</i> )	$\left[ \frac{m^2}{s} \right]$
$\bar{\Pi}$	Matrix der Polbewegung ( <i>Gr. Pi</i> )	
$\theta$	Längengrad ( <i>Theta</i> )	[°]
$\theta_{Obs}$	Längengrad des Beobachtungsortes ( <i>Theta</i> )	[°]
$\theta_{PL}$	Längengrad der Nutzlast ( <i>Theta</i> )	[°]
$\theta$	Gierwinkel um $y_{BF}$ -Achse im BF-System ( <i>Theta</i> )	[°]
$\theta_{\odot}$	Längengrad der Sonne in der Ekliptik ( <i>Theta</i> )	[°]

$\theta_{\zeta}$	Längengrad des Mondes in der Ekliptik ( <i>Theta</i> )	[°]
$\theta_{\zeta,mean}$	Mittlerer Längengrad des Mondes in der Ekliptik ( <i>Theta</i> )	[°]
$\bar{\theta}$	Erdrotationsmatrix ( <i>Theta</i> )	
$\rho$	Dichte ( <i>Rho</i> )	$\left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
$\rho_{mean}$	Mittlere Dichte ( <i>Rho</i> )	$\left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
$\rho_{0,US76}$	Dichte der US Standard 1976 Atmosphäre auf Meereshöhe ( $1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) [NOAA, [85]]	
$\zeta_D$	Widerstandszahl ( <i>Sigma</i> )	
$\tau$	Schubspannung ( <i>Tau</i> )	$\left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$
$\omega_{\odot}$	Argument des Perigäums der Sonne ( <i>Omega</i> )	[°]
$\dot{\omega}_{\oplus}$	Winkelgeschwindigkeit der Erde ( <i>Omega</i> ) ( $\approx 7.2921158553 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{s}}$ ) [Montenbruck, [82]]	
$\dot{\omega}$	Winkelgeschwindigkeitsvektor ( <i>Omega</i> )	$\left[ \frac{\circ}{\text{s}} \right]$
$\dot{\omega}_{FlatSpin}$	Flat-Spin-Rate ( <i>Omega</i> )	$\left[ \frac{\circ}{\text{s}} \right]$
$\ddot{\omega}$	Winkelbeschleunigungsvektor ( <i>Omega</i> )	$\left[ \frac{\circ}{\text{s}^2} \right]$
$\Omega$	Wirbelstärke (Gr. <i>Omega</i> )	
$\Omega_{\zeta}$	Mittlerer Längengrad des aufsteigenden Knotens des Mond-Orbits	[°]
$\Omega_{\odot}$	Rektaszension der Sonne (Gr. <i>Omega</i> )	[°]
$\dot{\Omega}$	Schief-Symmetrische Winkelgeschwindigkeitsmatrix ( <i>Gr. Omega</i> )	$\left[ \frac{\circ}{\text{s}} \right]$
$\ddot{\Omega}$	Schief-Symmetrische Winkelbeschleunigungsmatrix ( <i>Gr. Omega</i> )	$\left[ \frac{\circ}{\text{s}^2} \right]$
$\psi$	Nickwinkel um $x_{BF}$ -Achse im BF-System ( <i>Psi</i> )	[°]
$\psi$	Winkel zwischen PL und maximaler Dichte-Wölbung der Atmosphäre	[°]

## Chemische Symbole

NH <sub>3</sub>	Ammonium
<sup>133</sup> Cs	Caesium
<sup>12</sup> C	Kohlenstoff
<sup>1</sup> H	Wasserstoff
<sup>87</sup> Rb	Rubidium

## Einheiten

d	Tage (engl.: days)
h	Stunden (engl.: hours)
Hz	Hertz
J	Joule
K	Kelvin
m	Meter
N	Newton
s	Sekunde
°	Grad

## Größen

Gx	:	Giga-x ( $10^9$ )
Mx	:	Mega-x ( $10^6$ )
kx	:	Kilo-x ( $10^3$ )
mx	:	Milli-x ( $10^{-3}$ )



## 1. Einleitung

Der **atmosphärische Wiedereintritt** der Nutzlast ist eine wichtige Phase des ballistischen Fluges von Forschungsraketen<sup>1</sup>, vor allem wenn Instrumente und Experimente für zukünftige Missionen oder für eine Datenanalyse geborgen werden sollen. Ein gutes Verständnis des dynamischen Verhaltens der zylindrischen Nutzlasten, wie sie beispielsweise bei den **TEXUS**<sup>2</sup>- und **MAXUS**-Missionen für Forschung unter Mikrogravitationsbedingungen verwendet werden, ist während dieser Flugphase für die Gewährleistung einer erfolgreichen Auslösung des Fallschirmsystems notwendig [Tong, [121], 1992], [Krause, [64], 2007]. Dies beinhaltet nicht nur die Kenntnis der genauen Lage der Nutzlast im Raum und der Winkelgeschwindigkeiten um die Körperachsen, sondern auch die Betrachtung der wiedereintretenden Nutzlast als Gesamtsystem in Hinblick auf Abbremsung, Abstiegsflugzeiten und Endgeschwindigkeit. Gerade die Endgeschwindigkeit ist wichtig für die **Auslegung des Bergungssystems** [Guglieri, [41], 2003]. Um starke Fallschirmleinen und einen großen Stabschirm wegen der höheren Masse zu vermeiden, sind möglichst niedrige Sinkraten der Nutzlast bei Öffnung des Fallschirmsystems erwünscht.

### 1.1 Zielsetzung der Arbeit

Bis zum heutigen Tag sind zahlreiche Forschungsraketen geflogen und das Verhalten der Nutzlasten ist durch Studien [Tong, [121], 1992] gerade in den USA vermeintlich gut bekannt [Krause, [64], 2007]. Dennoch zeigen einige Missionen, bei denen die Bergung fehlschlug oder das Telemetriesignal während der Wiedereintrittsphase ausfiel, dass eine verbesserte Analyse des Verhaltens der Nutzlast in dieser Phase nötig ist. Als Beispiele sollen hier die SHEFEX-1 sowie die CUMA-2 Mission genannt werden. Auf beide Beispiele wird in Kapitel 1.4 genauer eingegangen. Auch Flugberichte von erfolgreich geborgenen Missionen, wie die MAXUS-2 Mission, heben die Notwendigkeit einer weiteren ingenieurwissenschaftlichen Betrachtung des Wiedereintritts hervor [Daimler-Benz Aerospace, [19], 1996]. Dieses Beispiel soll detaillierter ebenfalls in Kapitel 1.4 dargestellt werden.

In vielen Flugberichten der letzten beiden Jahrzehnte, beispielsweise im MAXUS-4 Untersuchungsbericht [Herfs, [45], 2007], wird davon ausgegangen, dass die Nutzlast während des Eintritts in die Atmosphäre in eine **Flat-Spin-Bewegung** übergeht. Ein Flat-Spin ist eine Bewegung, bei der sich die Nutzlast um die eigene Achse mit dem größten Massenträgheitsmoment dreht. Als Ursache für diese Bewegung wird fast immer die **Energiedissipation** genannt. Das bedeutet, dass die Rotationsenergie der vor dem Eintritt in die Atmosphäre um die Längsachse aufgespinten Nutzlast in einen Flat-Spin umgewandelt wird. Dieses Phänomen ist in der Raumfahrt durch den Explorer-I Flug bekannt, dessen Änderungen der Rotationsachse nach nur ein paar Orbits detaillierter in Kapitel 6.1 beschrieben wird. Weitere Beispiele von Flugberichten, die dieses Wiedereintrittsverhalten für Forschungsraketen Nutzlasten beschreiben, sind in Kapitel 1.4 aufgelistet. Jedoch zeigt sich bei einer genaueren Betrachtung von Flugdaten des Wiedereintritts, dass dieses Flugverhalten möglicherweise nicht bestätigt werden kann. Ein Abbau der Rotation um die Längsachse scheint sehr früh stattzufinden und die Flat-Spin-Bewegung tritt sehr spät während des Wiedereintritts im Unterschallflug in der dichten Atmosphäre auf.

---

<sup>1</sup> Allgemein wird der historisch entstandene Begriff Höhenforschungsrakete verwendet, da Feststoffraketen neben einer militärischen Anwendung zuerst für die Erforschung der höheren Atmosphärenschichten eingesetzt wurden. In dieser Arbeit wird von Forschungsraketen gesprochen, um das breite Spektrum an Anwendungsmöglichkeiten zu verdeutlichen.

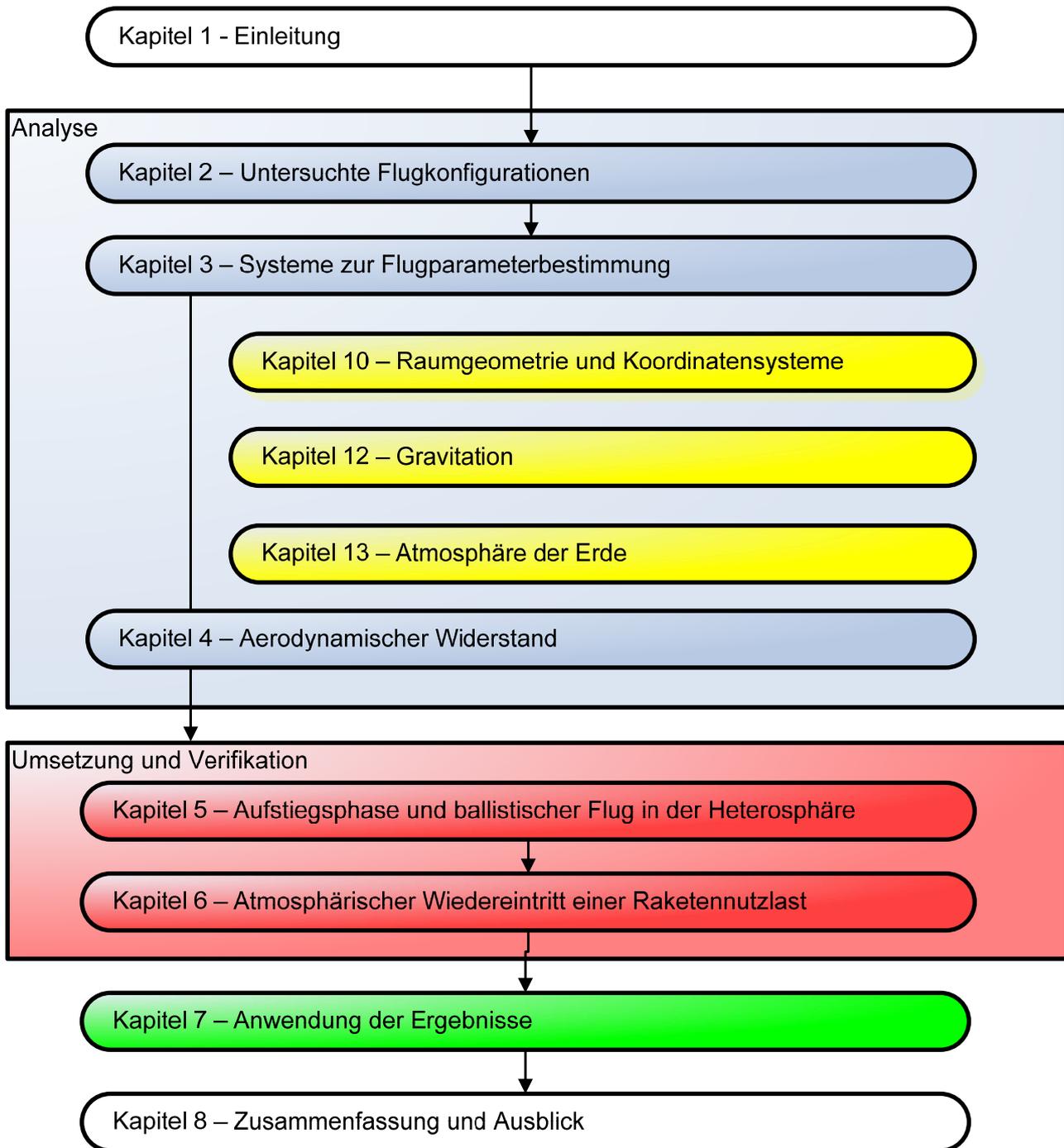
<sup>2</sup> Technologische EXperimente Unter Schwerelosigkeit

Es ergeben sich daher folgende Fragestellungen bzw. Ziele, die in dieser Arbeit beantwortet werden sollen:

- **Untersuchung des Flugverhaltens** von Forschungsraketen Nutzlasten beim **Wiedereintritt** durch die Analyse von Flugdaten inklusive **GPS-Daten**, die erst seit ein paar Jahren für zivile Raketenflüge zur Verfügung stehen. Kann dieses Verhalten für verschiedene Flüge **modell-theoretisch** beschrieben werden? Was ist der physikalische Grund für ein bestimmtes Nutzlastverhalten und was ist bei dem **Design der Nutzlast** zu beachten, damit diese eine für die Bergung vorteilhafte Flugbahn bzw. Sinkgeschwindigkeit erreicht?
- Kann die **Hypothese** bestätigt werden, dass eine **Energiedissipation** wie bei Explorer-I der Grund für die **Flat-Spin-Bewegung** der Nutzlast ist? Und für den Fall, dass diese Hypothese widerlegt wird, was ist dann der Grund für die Flat-Spin-Bewegung?
- Ist eine Bestimmung der **Lage** und der **Position der Anströmung** der Nutzlast aus Beschleunigungs-, Temperatur- und Videodaten möglich? Wie könnte eine Bestimmung der **Flat-Spin-Frequenz** aus Beschleunigungsdaten aussehen? Ist die Verifizierung dieser Daten auch aus GPS-Daten möglich?
- Ist es möglich unter Berücksichtigung neuester Flugdaten, inklusive genauer GPS-Daten, den **Widerstandskoeffizienten** der Nutzlast während des Wiedereintritts zu bestimmen? Welche **Gravitations- und Atmosphärenmodelle** müssen hierfür verwendet werden? Ab welcher Flughöhe sind Abbremsbeschleunigungen durch die Restatmosphäre verlässlich bei Forschungsraketenflügen messbar?
- Welches sind, abgesehen von der Ausrichtung, die den **Widerstand beeinflussenden Parameter** für eine Forschungsraketen Nutzlast? Stimmen die aus Flugdaten bestimmten Widerstandskoeffizienten mit Werten aus analytischen Methoden zur Abschätzung von Widerstandskoeffizienten für bestimmte Flugzustände und Strömungsbedingungen überein?
- Kann die Methode der Widerstandskoeffizientenberechnung auch auf **Freiflugphasen** während des **Aufstiegs** angewendet werden? Lassen sich die aus GPS-Daten gewonnenen Werte durch Berechnungen mit Beschleunigungssensordaten verifizieren? Sind die Daten von verschiedenen Missionen die zu verschiedenen Tages- und Jahreszeiten gestartet wurden und damit andere Atmosphärenbedingungen hatten vergleichbar?
- Können die Ergebnisse der Widerstandskoeffizientenberechnung in ein **empirisches Modell** implementiert werden, mit dem eine Verbesserung der **Flugbahnvorhersage** von zukünftigen Nutzlasten mit variabler Länge während des Wiedereintritts möglich ist? Können die durch das Modell ermittelten Daten durch gemessene Flugdaten verifiziert werden?
- Wie sieht eine **Anwendung eines empirischen Modells** für Widerstandskoeffizienten auf eine Mission wie CUMA-2 aus, bei der ein großer Teil der Flugdaten aus der Wiedereintrittsphase aufgrund von Telemetriesignalverlust fehlen?

## 1.2 Gliederung der Arbeit

Die Gliederung der Arbeit orientiert sich nach der in Abbildung 1-1 dargestellten Systematik. Die Analyse beginnt in Kapitel 2 mit einem Überblick über die untersuchten Flugkonfigurationen. In Kapitel 3 werden die Systeme zur Flugparameterbestimmung, wie RADAR, GPS und Beschleunigungssensoren, näher beschrieben.



**Abbildung 1-1: Gliederung der Arbeit: Die Kapitel 2-4 bilden den Analyse-Teil (blau), zum besseren Verständnis benötigtes Wissen über mathematische und physikalische Zusammenhänge befinden sich im Anhang ab Kapitel 10 (gelb), die Kapitel 5 und 6 bilden den Umsetzungs- und Verifikationsteil der Arbeit (rot), in Kapitel 7 werden die Ergebnisse angewendet (grün).**

In Kapitel 4 werden die Einflüsse verschiedener Parameter auf den Widerstandskoeffizienten eines Körpers beschrieben. Dies geschieht immer in Hinblick auf die hier betrachteten zylindrischen Nutzlasten und die vorhandenen Strömungsbedingungen beim Wiedereintritt. Aufbauend aufeinander werden die Abhängigkeiten und verschiedenen Kennzahlen wie Machzahl und Reynoldszahl erklärt und definiert.

Die Umsetzung und Verifikation der in den vorherigen Kapiteln beschriebenen Analyse und Hintergründe beginnt in Kapitel 5 mit der Beschreibung der Aufstiegsphase einer Forschungsrakete sowie der Beschreibung des ballistischen Fluges in der Heterosphäre, also in Höhen von über 120 km oberhalb der dichten Atmosphäre. Das Hauptkapitel dieser Arbeit ist das Kapitel 6. Hier wird der atmosphärische Wiedereintritt der Nutzlasten allgemein und anhand von Beispielen beschrieben. Die wichtigsten in Kapitel 1.1 aufgestellten Fragestellungen werden in diesem Kapitel beantwortet:

- Auswertung der vorhandenen Flugdaten, insbesondere GPS-Daten
- Interpretation der Flugdaten und Beschreibung des Flugverhaltens der Nutzlast
- Widerlegung der Hypothese, dass die Flat-Spin-Bewegung durch Energiedissipation verursacht wird
- Erklärung der Flat-Spin-Bewegung im Unterschallbereich
- Berechnung der aerodynamischen Kennzahlen während des Wiedereintritts
- Anwendung der Analysemethode nicht nur auf den ballistischen Wiedereintritt, sondern auch auf die Freiflugphase beim Aufstieg und die Fallschirmbergung

In Kapitel 7 wird zusätzlich noch aus den ermittelten und in Kapitel 6 dargestellten Daten der TEXUS- und MAXUS-Nutzlasten ein empirisches Modell für den Widerstandskoeffizienten dargestellt und als Beispiel werden die Flugdaten des CUMA-2 Fluges rekonstruiert.

Bei der Analyse der Flugdaten spielen Koordinatensysteme eine erhebliche Rolle und daher werden im Anhang in Kapitel 10 die verwendeten Systeme vorgestellt. In Kapitel 11 wird die Berechnung der Position des Mondes- bzw. der Sonne erläutert. Benötigt werden diese Positionen für die Gravitations- und Atmosphärenmodelle. Das Kapitel 12 des Anhangs behandelt die Gravitation und welche Modelle in dieser Arbeit zur Analyse des Wiedereintritts der Forschungsraketen Nutzlast eingesetzt werden. Die Modellierung der Erdatmosphäre wird im Anhang in Kapitel 13 dargestellt.

Doch zunächst soll in der Einleitung auf die historische Entwicklung von Forschungsraketen eingegangen werden. Das Unterkapitel 1.3 spannt einen Bogen von der Entwicklung einfacher Raketenwaffen in China bis zu dem heutigen Einsatz von Forschungsraketen für Atmosphären- und Mikrogravitationsforschung. Das Unterkapitel 1.4 befasst sich mit dem Wiedereintritt von Forschungsraketen Nutzlasten und erklärt, etwas ausführlicher als dies in Kapitel 1.1 möglich ist, anhand einiger Beispiele, warum es sich lohnt diese Phase eines Forschungsraketenfluges genauer zu betrachten. Danach wird in Unterkapitel 1.5 die Methodik der angewandten Flugdatenanalyse beschrieben. Es wird erklärt, wie aus den vorhandenen Flugparametern die für diese Arbeit relevanten Daten berechnet werden und welche Werkzeuge bzw. Modelle hierfür nötig sind.

### 1.3 Historische Entwicklung der Forschungsraketen

Die Erfindung des Schwarzpulvers durch die **Chinesen** im 13. Jahrhundert ermöglichte auch schon bald die Entwicklung von ersten einfachen Raketen. Dokumentiert ist der Einsatz der „Feuerlanzen“<sup>3</sup> im Jahre 1232 im Krieg gegen die Mongolen. Durch die Mongolen verbreitete sich die Kenntnis über den Bau dieser einfachen Raketen nach Indien, Persien und Mesopotamien bis in den arabischen Raum. Von hier aus gelangte das Wissen über den Einsatz der Raketen als Kriegswaffe und für die Veranstaltung von Feuerwerken nach Europa. Das französische Militär verwendete Raketen als Waffen in den Schlachten von **Orléans** im Jahre 1428 und **Audemer** im Jahre 1449 im Krieg gegen England. Der Begriff Rakete stammt ursprünglich von dem italienischen Wort *rocchetta* ab. Im mittelalterlichen Italien deckten die Soldaten in Turnieren die scharfen

---

<sup>3</sup> Oder auch „Pfeile des fliegenden Feuers“ [Schmucker, [99], 2003].

Spitzen ihrer Lanzen mit kleinen, runden Holzstückchen ab, die man *rocca*<sup>4</sup> nannte. Da die Form der neuen Feuerwaffe ähnlich war, entstand langsam das Wort *rocchetta*. Im Jahre 1781 wurden englische Truppen mit indischen Raketen angegriffen und erheblich geschwächt. Im 19. Jahrhundert folgten auch Einsätze von Raketen auf dem amerikanischen Kontinent während des Britisch-Amerikanischen Krieges im Jahr 1814. Ab dann waren einfache Raketen Bestandteil der meisten europäischen Truppen [Seibert, [102], 2007], [Schmucker, [99], 2003], [von Braun, Ordway [125], 1976].

Raketen waren bis in das 19. Jahrhundert nur als Waffen denkbar und wurden allenfalls für die Rettung von Seeleuten und bei Walfangflotten außerhalb des Militärs eingesetzt. Der Einsatz für die Erforschung der Atmosphäre und des Weltraums wurde nur von wenigen Visionären in Romanen angedacht, aber eine technisch-wissenschaftliche Betrachtung fand bis dahin nicht statt. In den ersten 500 Jahren kam es nur zu geringen technischen Verbesserungen der Raketen. Ein Durchbruch fand durch die Entwicklung einer Düse statt, die sich nach dem engsten Querschnitt wieder weitet, so dass das austretende Gas auf Überschallgeschwindigkeit beschleunigt wird. Diese Düsenform wird nach ihrem Erfinder **Carl Laval** (1845–1913) Laval-Düse genannt [Seibert, [102], 2007].

Eine enorme Entwicklung der theoretischen Grundlagen des Raketenfluges, aber auch die Durchführung von ersten Testreihen mit dem Ziel der technischen Verbesserung der Raketen, fand in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts in verschiedenen Ländern statt. Es soll hier nicht auf die zahlreichen Entwicklungen im Detail eingegangen werden, dennoch werden drei Pioniere in allen Veröffentlichungen genannt, die sich mit der Historie der Raketenentwicklung befassen. Zum einen **Herrmann Oberth** (1894-1989), der mit seinen theoretischen Abhandlungen<sup>5</sup> gezeigt hatte, dass Raketenflüge ins All möglich sind und die Anziehungskraft der Erde technisch überwunden werden kann. **Konstantin Ziolkowski** (1857-1935) entwickelte in Russland die Theorie für mehrstufige Raketenysteme und gebündelte Raketenmotoren<sup>6</sup>. Er arbeitete auch an der ersten Brennkammer für Flüssigtreibstoffe. **Robert Goddard** (1882-1945) führte erste Tests mit von Flüssigtreibstoffen angetriebenen und gestuften Raketen durch<sup>7</sup> [Seibert, [102], 2007]. Allerdings fand diese Entwicklung unter strenger Geheimhaltung statt, so dass die Ergebnisse die weltweite Entwicklung von Raketen nicht unmittelbar beeinflussen konnten [Schmucker, [99], 2003]. In [Messerschmid, [81], 2000] wird diese Zeit der Raumfahrtentwicklung von 1895 bis 1935 als Phase der „enthusiastischen Ingenieure“ bezeichnet.

Nicht zuletzt durch die Arbeiten der oben genannten Raketenpioniere wurde die Begeisterung von vielen jungen Wissenschaftlern, Ingenieuren und Technikern für die Raketenentwicklung und die Eroberung des Weltraums geweckt. In Europa, Russland und den USA entstanden Vereine zur Unterstützung dieser Entwicklung. Viele der Ideen konnten jedoch erst durch den allgemeinen technischen Fortschritt<sup>8</sup> umgesetzt werden. In Deutschland wurden die Arbeiten an Raketen durch Industrielle und ab 1932 durch das Militär finanziell und logistisch unterstützt [Dornberger, [22], 1944], [Schmucker, [99], 2003]. Die Raketenaktivitäten wurden unter der technischen Leitung von

---

<sup>4</sup> Dt.: Spule.

<sup>5</sup> Herrmann Oberth veröffentlichte seine Ergebnisse in Deutschland in den Jahren 1923-1929.

<sup>6</sup> Die Arbeiten von Konstantin Ziolkowski wurden in den Jahren 1920-1929 veröffentlicht.

<sup>7</sup> Robert Goddard führte seine Versuche in den Jahren 1926-1929 durch.

<sup>8</sup> Walter Dornberger (1895–1980) nennt unter anderem die billige Massenherstellung von Leichtmetall, Herstellung und Transport von flüssigem Sauerstoff, Bau hochwertiger elektrischer Geräte [Dornberger, [22], 1944].

**Wernher von Braun** (1912–1977) in Peenemünde gebündelt und im Jahre 1940 arbeiteten hier rund 6000 Experten und 13000 Arbeiter [Seibert, [102], 2007]. In der Zeit von 1936 bis zum Ende des Zweiten Weltkriegs<sup>9</sup> im Jahre 1945 wurden die Raketentypen A1 bis A4 entwickelt<sup>10</sup>. Der erste erfolgreiche Flug der **A4** fand am 3. Oktober 1942 statt [Schmucker, [99], 2003]. Sie ist als Waffe besser unter dem Namen V2 bekannt<sup>11</sup>. Mit einer Apogäumshöhe von 190 km, einer Reichweite von 330 km und mit einer Nutzlast- bzw. Sprengkopfmasse von einer Tonne ist die A4 die erste Weltraumrakete. Nach dem Zweiten Weltkrieg wurden die deutschen Experten hauptsächlich in die USA und in die Sowjetunion<sup>12</sup> gebracht [Seibert, [102], 2007].

Für die in dieser Arbeit betrachteten Höhenforschungsraketen ist vor allem der erste Einsatz der A4 für Atmosphären- und Ionosphärenforschung interessant<sup>13</sup>. Ab März 1944 wurde auf einer A4 mehrmals die „**Regener Tonne**“ geflogen, benannt nach **Erich Regener** (1881–1955). Diese Nutzlast des Stratosphären-Instituts in Friedrichshafen nahm Messungen bezüglich Dichte, Druck, Temperatur und Zusammensetzung der Atmosphäre in verschiedenen Höhen vor. Die Nutzlast wurde während des Flugs ausgeworfen und landete an einem Fallschirm [Seibert, [102], 2007], [Globig, [40], 2006]. Die Abbildung 1-2 zeigt ein Photo der „Regener Tonne“.



**Abbildung 1-2: Die „Regener Tonne“ – Erste Nutzlast der A4 zur Erforschung der Atmosphäre [Globig, [40], 2006]**

---

<sup>9</sup> Der Zweite Weltkrieg dauerte in Europa von 1939 bis 1945.

<sup>10</sup> Der Buchstabe A steht für Aggregate.

<sup>11</sup> Der Buchstabe V steht für Vergeltungswaffe.

<sup>12</sup> Die Union sozialistischer Sowjetrepubliken wurde 1922 ausgerufen und zerfiel im Jahre 1991. Rechtlicher Nachfolger ist die Russische Föderation.

<sup>13</sup> Obwohl die Erforschung der Atmosphäre eine Verbesserung der Flugbahnvorhersage und damit Erhöhung der Treffergenauigkeit zum Ziel hatte, soll hier von einer ersten wissenschaftlichen Anwendung gesprochen werden.

Ab Mai 1946 starteten die deutschen und amerikanischen Experten in **White Sands** in New Mexico über hundert in Deutschland erbeutete A4 Raketen, davon viele als Höhenforschungsraketen für Atmosphärenforschung. Einzelne A4 Raketen wurden um eine zweite Stufe erweitert. Die nächste Stufe der Erweiterung der A4 war die Redstone Rakete, welche im Jahr 1953 eine dreimal höhere Nutzlast-Kapazität als die A4 bei etwa gleicher Reichweite hatte. Diese Rakete wurde für das Militär und als Höhenforschungsrakete verwendet. Das White Sands V2 Atmosphären Komitee, dem auch James Van Allen (1914-2006) angehörte, hatte einen großen Bedarf an kostengünstigen Höhenforschungsraketen, vor allem da die letzten Teile der deutschen V2 Raketen aufgebraucht waren [Seibert, [102], 2007].

Im Jahr 1956 erzielte die dreistufige Jupiter C Rakete eine Höhe von 1000 km bei einer Reichweite von 5000 km. Der daraus abgeleitete vierstufige Satellitenträger brachte im Januar 1958 den ersten US-Satelliten in einen Orbit. Auf sowjetischer Seite wurde ebenfalls versucht das Wissen der deutschen Ingenieure und Techniker zu nutzen, um das eigene Raketenprogramm voranzubringen. Allerdings hatten die amerikanischen Truppen bereits alle fertigen V2 Waffen aus der Produktionsstätte in Nordhausen, das nach dem Zweiten Weltkrieg unter sowjetischer Besatzung stand, vor dem Eintreffen der Sowjetarmee abtransportiert. Die nicht geflüchteten deutschen Experten mussten die Produktionsanlagen wieder in Betrieb nehmen und wurden dann mit den Anlagen in die Sowjetunion gebracht. Im Jahr 1947 startete die erste V2 in Kasachstan. In der folgenden Entwicklung wurden auch in der Sowjetunion immer größere Raketen gebaut und das Land hatte zwischenzeitlich einen Vorsprung bei Raketen- und Raumfahrttechnologie vor den USA. Deutlich wurde dies am 4. Oktober 1957 durch den Start des Sputnik Satelliten [Seibert, [102], 2007]. Es soll hier nicht näher auf die folgenden Jahre des Wettlaufs zum Mond zwischen der USA und der Sowjetunion eingegangen werden, sondern die Entwicklung von Höhenforschungsraketen weiterverfolgt werden. Die Zeit von 1935 bis 1957 wird für die Raumfahrtentwicklung in [Messerschmid, [81], 2000] als „Phase der vorsichtigen Akzeptanz“ bezeichnet.

Etwas später als in den USA begannen auch in Europa Entwicklungen von Höhenforschungsraketen. Frankreich arbeitete an der **Veronique** Rakete bereits im Jahr 1949 und der erste Start dieser Rakete mit 60 kg Nutzlast bis in eine Höhe von 70 km fand 1952 in Algerien statt. Im Jahr 1954 wurde eine stärkere Version mit 210 kg entwickelt und konnte während des Internationalen Geophysikalischen Jahres<sup>14</sup> eingesetzt werden. Das internationale Geophysikalische Jahr war der Durchbruch für die Nutzung von Raketen für die zivile Forschung. In diesem Zeitraum wurden weltweit etwa 200 Höhenforschungsraketen mit Nutzlasten zwischen 4 kg bis 200 kg geflogen. In den 1960er Jahren stieg die jährliche Anzahl an Starts auf etwa 400 an [Seibert, [102], 2007].

Zunächst war die Nutzung der Höhenforschungsraketen<sup>15</sup> auf die **Erforschung der oberen Atmosphäre** begrenzt. Ziel der Messungen waren Wind, Temperatur und chemische Zusammensetzung der Atmosphäre. In der Ionosphäre ist die Elektronen/Protonen-Dichte interessant. Auch wenn die Anzahl der Flüge von Höhenforschungsraketen mit dem Ziel der Atmosphärenforschung seit den 1960ern abgenommen haben, so spielen sie immer noch gerade für in-situ-Messungen, also Messungen vor Ort, eine entscheidende Rolle [Gumbel, [43], 2007].

Später kam das Feld der **Astronomie** auf Forschungsraketen hinzu, da oberhalb der Atmosphäre die Röntgenstrahlen sowie das Ultraviolett-, das Infrarot und das sichtbare Licht der Sonne und der anderen Sterne besser beobachtet werden kann [Seibert, [102], 2007].

---

<sup>14</sup> 67 Staaten beteiligten sich am Internationalen Geophysikalischen Jahr (engl.: International Geophysical Year IGY) zwischen dem 1. Juli 1957 und dem 31. Dezember 1958.

<sup>15</sup> Der englische Ausdruck „Sounding Rocket“ stammt von dem Seefahrerausdruck „to take a sounding“, also eine Messung vornehmen, ab [Schütte, [100], 2007].

Das nächste große Gebiet für den Einsatz von Forschungsraketen ist die **Mikrogravitationsforschung** für physikalische und biologische Untersuchungen. Die Spinrate der ungesteuerten Raketen wird durch ein Jojo-System abgebaut und die restliche Drehrate um die drei Körperachsen der Nutzlast auf ein Minimum reduziert, so dass in der ballistischen Freiflugphase oberhalb der dichten Atmosphäre je nach Apogäumshöhe 6 bis 12 Minuten Mikrogravitationszeit erreicht werden können. In Europa wird diese Forschung auf dem TEXUS-, MASER-, MiniTEXUS-, MAPHEUS-<sup>16</sup> und MAXUS-Programm betrieben. In dieser Arbeit wurden für die Untersuchung des Wiedereintritts typischer Höhenforschungsraketennutzlasten vor allem TEXUS<sup>17</sup>- und MAXUS<sup>18</sup>-Flüge untersucht.

Als viertes Forschungsgebiet für Raketen kommt die **Hyperschallforschung** hinzu. Bei Atmosphärenforschung erfolgen die Messungen normalerweise beim Aufstieg und für Mikrogravitationsforschung liegt die Experimentierzeit in der ballistischen Freiflugphase. Bei der Hyperschallforschung werden die hohen Geschwindigkeiten und Machzahlen während des Wiedereintritts genutzt, um Untersuchungen von Formen, Material oder Scramjet-Triebwerken vorzunehmen. Beispiel hierfür sind die HyShot-Flüge [Cain, [13], 2004; Owen, [88], 2004] und das SHEFEX<sup>19</sup>-Experiment auf das noch näher eingegangen wird. Es ist anzunehmen, dass die Hyperschallforschung auf Forschungsraketen in Zukunft zunehmen wird.

## 1.4 Der Wiedereintritt der Forschungsraketenutzlasten

Die Bedeutung von Wiedereintritts-Analysen nicht nur von ballistischen Flugkörpern, sondern auch von Objekten die aus einem Erdorbit zur Erde zurückkehren, hat gerade auch wegen der Abschätzung des Risikos für die Bevölkerung in den letzten Jahren enorm zugenommen. Raumflugbehörden und Forschungsinstitute haben eine Vielzahl an Werkzeugen entwickelt, um Trajektorien und den Zerstörungsablauf von Raumfahrzeugen und Raketenbauteilen während des Wiedereintritts zu untersuchen [Lips, [67], 2005]. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Raumfahrzeuge in einer Höhe zwischen 85 und 75 km zerbrechen und der Auftreffpunkt der einzelnen Trümmer bestimmt werden kann, da die Bedingungen wie Position, Höhe und Geschwindigkeitsvektor während des Auseinanderbrechens bekannt sind. Ähnlich wie in dieser Arbeit muss der ballistische Faktor der Trümmer bekannt sein [Lips, [67], 2005]. Es können daher nur einzelne Teile des Raumfahrzeugs simuliert werden, wie zum Beispiel ein Modul der MIR Raumstation. Es ist damit nicht möglich den Wiedereintritt des kompletten Raumfahrzeuges mit kompletter Dynamik und der Aufheizung aller Teile zu modellieren. Es wird in dieser Arbeit bei der Untersuchung der Forschungsraketenutzlasten ein einfacherer Ansatz gewählt, der ohne aerothermodynamische Berechnungen auskommt. Diese vereinfachte Methode wird aber auch in der **Flugsicherheit von Satellitenträgern** zur Abschätzung von worst-case-Szenarien verwendet. Dabei wird die Flugbahntrajektorie einer Raketenstufe berechnet, die bei einem notwendigen Abbruch eines Fluges längs ausgerichtet, also stabil, in die dichten Atmosphärenschichten eintritt. Es tritt eine starke Hitzeentwicklung an der Stirnseite oder auch der Düsenseite der Stufe auf und durch die kleine Widerstandsfläche ist die Fluggeschwindigkeit sehr groß. Der andere Extremfall ist ein angenommener Wiedereintritt mit einer Raketenstufe, die orthogonal gegenüber der Luftanströmung ausgerichtet ist. Durch den höheren Widerstand wird die Nutzlast schneller abgebremst, die Wärmeverteilung erfolgt über eine größere Fläche, es treten aber auch größere Biegemomente als bei der

---

<sup>16</sup> Materialphysikalische Experimente unter Schwerelosigkeit.

<sup>17</sup> 47 Starts zwischen 1977 und 2010.

<sup>18</sup> 9 Starts zwischen 1992 und 2010.

<sup>19</sup> Sharped Edged Flight Experiment.

Längsanströmung an dem Flugkörper auf [Sentenai, [103], 2005]. Dieser angenommene Flugzustand kann durchaus mit dem Verhalten der in dieser Arbeit betrachteten Forschungsraketen-nutzlasten verglichen werden.

Für die Gefährdung der Bevölkerung spielt der Wiedereintritt von ballistischen Forschungsraketen eine kleinere Rolle, da hauptsächlich die Aufstiegsphase Einfluss auf die Einschlagsdispersion hat, und das Zielgebiet unbewohnt und gut eingrenzbar ist. Dies gilt nicht für gezielt stabil eintretende Flugkörper oder Flugkörper mit Auftrieb, wie beispielsweise während der SHEFEX Mission. Die Bedeutung des Wiedereintritts bei Forschungsraketen-nutzlasten ergibt sich vielmehr durch die bereits in Kapitel 1.1 genannten Gründe. Das Ziel ist eine sichere Bergung der Nutzlast an einem Fallschirm-system nach der Wiedereintrittsphase. Diese Bedeutung soll nun durch ein paar Beispiele von Missionen, einige mit Problemen während Abstiegs der Nutzlast, verdeutlicht werden. Ebenfalls zeigen diese Beispiele, dass die auftauchende Flat-Spin-Bewegung während des Wiedereintritts immer wieder mit Energiedissipation begründet wird.

Dass der Wiedereintritt der Nutzlasten auch bei dem erfolgreichen MAXUS-Programm eine beachtenswerte Rolle spielt, demonstriert folgendes Zitat in dem **MAXUS-2 Bericht**: „Future Payload configurations must be restricted to boundary conditions with respect to a ballistic factor similar to MAXUS-1B. However, some more engineering effort has to be put into the re-entry analysis in order to guarantee a safe payload re-entry...This deceleration process is achieved by tumbling motion of the payload around the CG and a re-entry cone which is installed at the bottom of the payload.“<sup>20</sup> [Daimler-Benz Aerospace, [19], 1996].

Während des **MAXUS-4 Fluges** kam es zu einem Fehler während der Bergungsphase. Nach dem Absturz der MAXUS-4 Nutzlast wurde durch die **ESA** eine **Untersuchungskommission** aufgestellt [Herfs, [45], 2007]. In dem Flugbericht wird davon gesprochen, dass die Roll-Energie in einen perfekten Flat-Spin transferiert wurde: „After successful completion of scientific mission the payload was spun up to 0.89 Hz = 321°/s. The payload transfers in a perfect flat spin mode killing the roll rate during hard re-entry approx. 2 s prior to maximum deceleration.“<sup>21</sup> [Astrium, [4], 2001]. In dem Fehlerbericht [Schmitt, [98], 2001] wird auch das Flat-Spin-Verhalten der MAXUS-4 beschrieben und illustriert als propellergleiche Bewegung, bei der sich die Nutzlast wie ein Rad in Flugrichtung um die Achse mit dem größten Massenträgheitsmoment dreht. Die Rotationsachse wäre dann senkrecht zur Flugbahnebene ausgerichtet. Dies entspricht nicht dem Verhalten von Nutzlasten während des Wiedereintritts, wie es in dieser Arbeit nach Analyse vieler Flugdaten beschrieben wird. Auch im Bericht zu **MAXUS-6** wird davon gesprochen, dass die Nutzlast durch einen Übergang in einen Flat-Spin auf Unterschallgeschwindigkeit abgebremst wird: „A stable re-entry condition of the payload is avoided by the conical shape of the so called re-entry cone and the recovery system, which forces the payload during re-entry into flat spin (absorption of the re-entry energy), in order to reduce the velocity to less than 1 Mach for the operation of the parachutes.“<sup>22</sup> [EADS Space Transportation, [24], 2005].

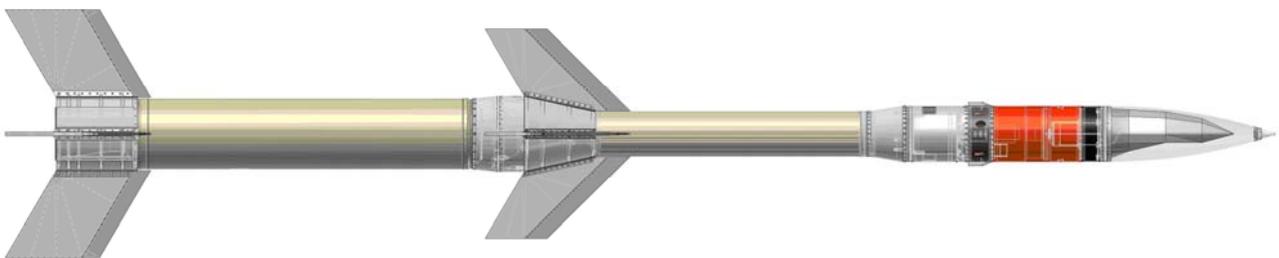
<sup>20</sup> Dt.: Zukünftige Nutzlastkonfigurationen müssen die gleichen Randbedingungen hinsichtlich eines ähnlichen ballistischen Faktors wie bei MAXUS-1B einhalten. Allerdings muss noch mehr ingenieurstechnische Anstrengung in die Wiedereintrittsanalyse hineingesteckt werden, um einen sicheren Wiedereintritt der Nutzlast zu garantieren...Dieser Abbremsvorgang wird durch eine Taumelbewegung der Nutzlast um den Schwerpunkt und einen Re-Entry-Konus, der am hinteren Ende der Nutzlast eingebaut ist, erreicht.

<sup>21</sup> Dt.: Nach erfolgreicher Beendigung der wissenschaftlichen Mission wurde die Nutzlast auf 0.89 Hz = 321 °/s aufgespint. Die Nutzlast geht in eine perfekte Flat-Spin-Bewegung über und beendet die Drehung um die Roll-Achse während des „Hard Re-entry“ ungefähr 2 Sekunden bevor die maximale Abbremsung erreicht wird.

<sup>22</sup> Dt.: Eine stabile Wiedereintrittsbedingung der Nutzlast wird durch die konische Form des so genannten

Weiter sollen folgende ausführlichere Beispiele, bei denen jeweils die Bergung fehlschlug, verdeutlichen, wie wichtig die Untersuchung des Wiedereintritts bei Forschungsraketen Nutzlasten ist.

Am 27. Oktober 2005 startet das **SHarped Edged Flight EXperiment SHEFEX** auf einer zweistufigen Rakete von Andøya, einer Insel im Norden Norwegens [Turner, [123], 2006]. Mit diesem Experiment betreten die beteiligten Wissenschaftler und Ingenieure das relativ neue Gebiet der Hyperschallforschung auf Forschungsraketen. Bei Forschungsraketen erfolgen die Messungen meist beim Aufstieg, z. B. Atmosphärenforschung oder während der Freiflugphase für Forschung unter Mikrogravitationsbedingungen. Bei SHEFEX liegt die Experimentierzeit in der Phase des Wiedereintritts im Bereich zwischen 90 km und 20 km. Während dieser Zeit bleibt der ausgebrannte Motor der zweiten Stufe mit der Nutzlast verbunden, um einen stabilen Flug zu ermöglichen.



**Abbildung 1-3: Zweistufige Startkonfiguration des SHEFEX-Experimentes: Die erste Stufe besteht aus einem S30-Motor mit vier Fins. Die zweite Stufe besteht aus einem Improved Orion Motor mit konischer Düsenverkleidung mit vier Fins sowie dem Nutzlastkörper. Die Motoren mit dem Festtreibstoff sind in der Abbildung beige dargestellt. Die Nasenkappe, welche das SHEFEX-Experiment während des Aufstiegs schützt, ist transparent dargestellt. Darunter ist die asymmetrische und scharfkantige Form des SHEFEX-Experimentes zu erkennen.**

Nach dem Aufstieg der Rakete und Verlassen der atmosphärischen Einflusszone werden Schwierigkeiten bei dem automatischen Spinabbau festgestellt und eine manuelle Kontrolle der unerwarteten hohen Drehrate des SHEFEX Flugkörpers ist notwendig. Die Lageregelungstriebwerke konnten in den nächsten 70 Sekunden jegliche Rollbewegung herausnehmen, doch die manuelle Steuerung und die hohe Anfangsdrehrate verbrauchen eine erhebliche Menge der Kaltgas-Reserven<sup>23</sup>. Während des Fluges erreicht die Rakete eine Apogäumshöhe von 211 km. SHEFEX soll vor dem Eintreten in die Atmosphäre mit der Experimentsspitze in Flugrichtung ausgerichtet sein. Doch durch den Mangel an Kaltgas und durch die immer wieder auftretenden Telemetrie-Unterbrechungen bleibt immer noch eine langsame Taumelbewegung, als sich der Flugkörper der höheren Atmosphäre nähert. Etwas unterhalb einer Höhe von 120 km wird bereits der stabilisierende Effekt der Finen<sup>24</sup> bemerkbar, obwohl in dieser Höhe die Atmosphäre sehr dünn ist. Der SHEFEX Flugkörper richtet sich in einer langsam um sich selbst rotierenden Schraubbewegung in Flugrichtung aus.

---

Re-Entry-Konus und Bergungssysteme verhindert. Die Nutzlast wird während des Wiedereintritts in eine Flat-Spin-Bewegung (Absorption der Wiedereintrittsenergie) gezwungen um die Geschwindigkeit auf weniger als Mach 1 für die Auslösung der Fallschirme zu reduzieren.

<sup>23</sup> Als Kaltgas für die Lageregelungstriebwerke wurde Stickstoff N<sub>2</sub> verwendet.

<sup>24</sup> Flügelähnliche Stabilisierungsflächen ohne gewölbtes Profil und damit ohne Auftrieb.



**Abbildung 1-4: Wiedereintritt des SHEFEX Flugvehikels (Illustration DLR)**

Während des atmosphärischen Abstiegs, illustriert in Abbildung 1-4, wird eine maximale Geschwindigkeit von 1.8 km/s in einer Höhe von etwa 28 km gemessen und die maximal erreichte Machzahl beträgt etwa 6.5. Die dabei auftretenden mechanischen und thermalen Belastungen werden nicht nur mit den Temperatur-, Druck- und Beschleunigungssensoren gemessen, sondern können auch von der Bord-Kamera aufgezeichnet werden. Die in Echtzeit übertragenen Videoaufnahmen zeigen deutlich die Verformung und das Glühen der Fin-Kanten, während SHEFEX die dichteren Atmosphärenschichten durchfliegt (Abbildung 1-5).

Um die hohen Geschwindigkeiten für eine Bergung der Nutzlast zu verringern, wird durch ein Luftdruck-Messsystem<sup>25</sup> in einer Höhe von etwa 14 km die Trennung des ausgebrannten Motors von dem vorderen Nutzlastkörper ausgelöst. Zum Zeitpunkt der Trennung hat der Flugkörper noch eine Geschwindigkeit von etwa 1.68 km/s [Betz, [7], 2006]. Der Nutzlast-Vorkörper geht sofort in die erwartete **instabile Taumelbewegung** über und enorme Verzögerungsbeschleunigungen wirken in den nächsten 3 s auf die Nutzlast. Aus vor dem Flug durchgeführten Berechnungen wurden zwar sehr große Beschleunigungen erwartet, jedoch wurde das Erreichen einer akzeptablen Endgeschwindigkeit vor Auslösen der Bergungssequenz als noch kritischer bewertet. Die auftretenden **Beschleunigungen** sind höher als in den ersten Studien angenommen und übersteigen für wenige Sekunden die maximale messbare Größe der Sensoren von 50 g [Betz, [7], 2006]. Aus der Auswertung der gemessenen Daten und einer Analyse auf Basis der in dieser Arbeit erstellten Untersuchung kann von Verzögerungsbeschleunigungen von über 70 g ausgegangen werden, mit denen der SHEFEX Vorkörper für kurze Zeit abgebremst wird.

---

<sup>25</sup> Das Baroswitch-System wird aktiviert, wenn ein Luftdruck gemessen wird, der einer Höhe von 50 kft entspricht.



**Abbildung 1-5: Thermische Belastung auf den SHEFEX Flugkörper in den unteren Atmosphären-Schichten während des Wiedereintritts**

Durch die hohen Beschleunigungen kommt es zu einem Anstieg des Luftdrucks in dem Luftdruck-Messsystem. Der Aktivierungswert für das Bergungssystem von  $550 \text{ mbar}^{26}$  wird überschritten, so dass die Auslösung der Bergungssequenz zu früh und bei deutlich zu hohen Geschwindigkeiten auftritt<sup>27</sup>. Das Fallschirmsystem ist für hohe Geschwindigkeiten bei Auslösung ausgelegt worden, jedoch nie für Überschallgeschwindigkeiten und kann daher den auftretenden Kräften nicht standhalten. Schnell stabilisiert sich die Nutzlast in einer Lage quer zur Flugrichtung und wird auf eine Endgeschwindigkeit von etwa  $90 \text{ m/s}$  abgebremst, bevor durch die Krümmung der Erde in etwa  $2 \text{ km}$  Flughöhe keine Telemetriedaten mehr empfangen werden können. Da mit dem Fallschirm auch der Schwimmkörper verloren ist, versinkt die Nutzlast schnell in der nordnorwegischen See. Nach kurzer Suche muss das Bergungsschiff die Suche abbrechen.

Zusammengefasst lässt sich sagen, dass trotz des Verlustes der Nutzlast die wissenschaftlichen Ziele der Mission erreicht wurden, da die kompletten Messdaten des Experimentes während des Fluges mit den Telemetriestationen empfangen wurden. Für die beteiligten Ingenieure stellt sich die Frage, wie dennoch die Bergung zukünftiger Nutzlasten gewährleistet werden kann. Als kritisch haben sich bei der späten Trennung des Motors von der Nutzlast und des damit verbundenen Übergangs von stabiler in instabile Lage der Nutzlast die auftretenden Beschleunigungen jedoch nicht die Sinkgeschwindigkeit in der ursprünglich für den Beginn der Fallschirmsequenz vorgesehenen Flughöhe von etwa  $4 \text{ km}$  erwiesen.

---

<sup>26</sup> Entspricht  $0.55 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  .

<sup>27</sup> Dieses Problem wird bei dem Wiedereintritt einer MAXUS-Nutzlast umgangen. Die Bergungssequenz des nominalen Abstiegs einer MAXUS-Nutzlast beginnt mit der Aktivierung des Druckschalters bei  $h_{ECEP} = 54 \text{ kft}$  ( $16.46 \text{ km}$ ), der eine  $32 \text{ s}$  andauernde Verzögerung der Scharfschaltung des Stromkreises zum Hitzeschild-Abwurf auslöst [Kayser-Threde, [59], 2001].

Ein weiteres Beispiel für die Wichtigkeit einer guten Kenntnis des Wiedereintritts auch von „konventionellen“ Nutzlasten ist die Fehleranalyse des **Cuma-2** Fluges. Am 19. Juli 2007 wurde Cuma-2 auf einer VSB-30 Rakete in Alcântara in Nord-Brasilien gestartet. Die Bodenstation hat Probleme die **Nutzlast** zu **tracken** und verliert die Nutzlast endgültig nach Erreichen des Apogäums. Eine zweite Station in dem 1000 km entfernten Natal empfängt die Telemetriedaten und damit auch GPS-Positionsdaten noch bis 464 Sekunden nach Start [Stamminger, [118], 2007], [Ettl, [35], 2008]. Doch wegen der Krümmung der Erde können die Daten nicht aus einer niedrigeren Höhe als etwa 57 km empfangen werden. Das Signal bricht ab. Die Wiedereintrittskonfiguration der Cuma-2 Nutzlast ist in Abbildung 1-6 dargestellt.



**Abbildung 1-6: Wiedereintrittskonfiguration der CUMA-2 Nutzlast**

Die Station in Alcântara empfängt erst ab  $T = 505$  s wieder Daten. Doch der GPS-Empfänger liefert keine Positionslösungen mehr. Die Flughöhe der Nutzlast lässt sich auch durch die Slanrange-Messung<sup>28</sup> der Telemetrie-Antenne nur ungenau bestimmen, da die Empfangsantenne bereits auf minimaler Elevation steht. Die Videobilder zeigen, dass die Nutzlast horizontal ausgerichtet ist, also in Flugrichtung quer angeströmt wird. Die Wolken sind deutlich über dem Meer zu erkennen, doch eine Abschätzung über die Flughöhe des CUMA-2 Wiedereintrittskörpers ist hiermit auch nur ungefähr möglich. Dann bricht, ab dem Zeitpunkt bei dem die Nutzlast hinter dem Horizont aus Sicht der Station in Alcântara verschwindet, die Verbindung endgültig ab. Eine **Bergrung der Nutzlast** muss auch hier abgebrochen werden. Es fehlen für eine Fehleranalyse gerade die wichtigsten 40 Sekunden, in der die Nutzlast in dem sogenannten „Hard Re-entry“ von Überschallgeschwindigkeit in den Unterschall abgebremst wird. Es bleiben Fragen: Warum konnte der GPS-Empfänger keine Positionsdaten mehr errechnen, als das Telemetriesignal wieder da war. Auch ist wichtig, in welcher Höhe sich die Nutzlast während der vorhandenen Videobilder befindet und ob in dieser Höhe eine Auslösung des Fallschirmsystems bereits hätte stattfinden sollen. Zusätzlich ist es wichtig, die Beschleunigungen während des „Hard Re-entry“ zu kennen, um auszuschließen, dass diese zu einer vorzeitigen Auslösung des Bergungssystems geführt haben könnten. Um diese Fragen zu beantworten, wurden die Ergebnisse der Untersuchung des Wiedereintritts der bisher geflogenen Nutzlasten für eine Rekonstruktion der fehlenden Flugbahn der CUMA-2 Nutzlast verwendet. Dabei ergibt sich, dass das Signal von CUMA-2 wieder bei einer Höhe von 16 km empfangen wird und endgültig in 6 km Höhe verloren geht, also noch über der nominalen Höhe für eine Auslösung des Bergungssystems. Damit wird klar, dass auf den vorhandenen Videobildern noch keine Fallschirmöffnung erwartet werden kann und sich daher aus dem Fehlen dieser Bergungssequenz nicht direkt auf einen Fehler im Fallschirmsystem schließen lässt.

Es wird also deutlich, dass gerade bei der Analyse von geflogenen Nutzlasten, bei deren Wiedereintritt Probleme auftraten, eine gute Kenntnis des dynamischen Verhaltens der Nutzlasten beim Eintritt in die Atmosphäre erforderlich ist.

<sup>28</sup> Aus den Azimut- und Elevationswinkeln der Empfangsantenne und der Phasenverschiebung des empfangenen Signals wird die Position der Rakete bestimmt.

## 1.5 Methodik der Flugdatenanalyse

Dieses Unterkapitel beschreibt die Vorgehensweise, wie in dieser Arbeit aus den gemessenen Flugdaten eine Analyse des Verhaltens der Forschungsraketenutzlasten während des Wiedereintritts vorgenommen wird. Die schematische Berechnung des Widerstandskoeffizienten und der Reynolds- bzw. Machzahl ist in Abbildung 1-7 dargestellt. In Kapitel 3 wird dargestellt, welche Systeme zur Flugparameter der Nutzlast verwendet werden können.

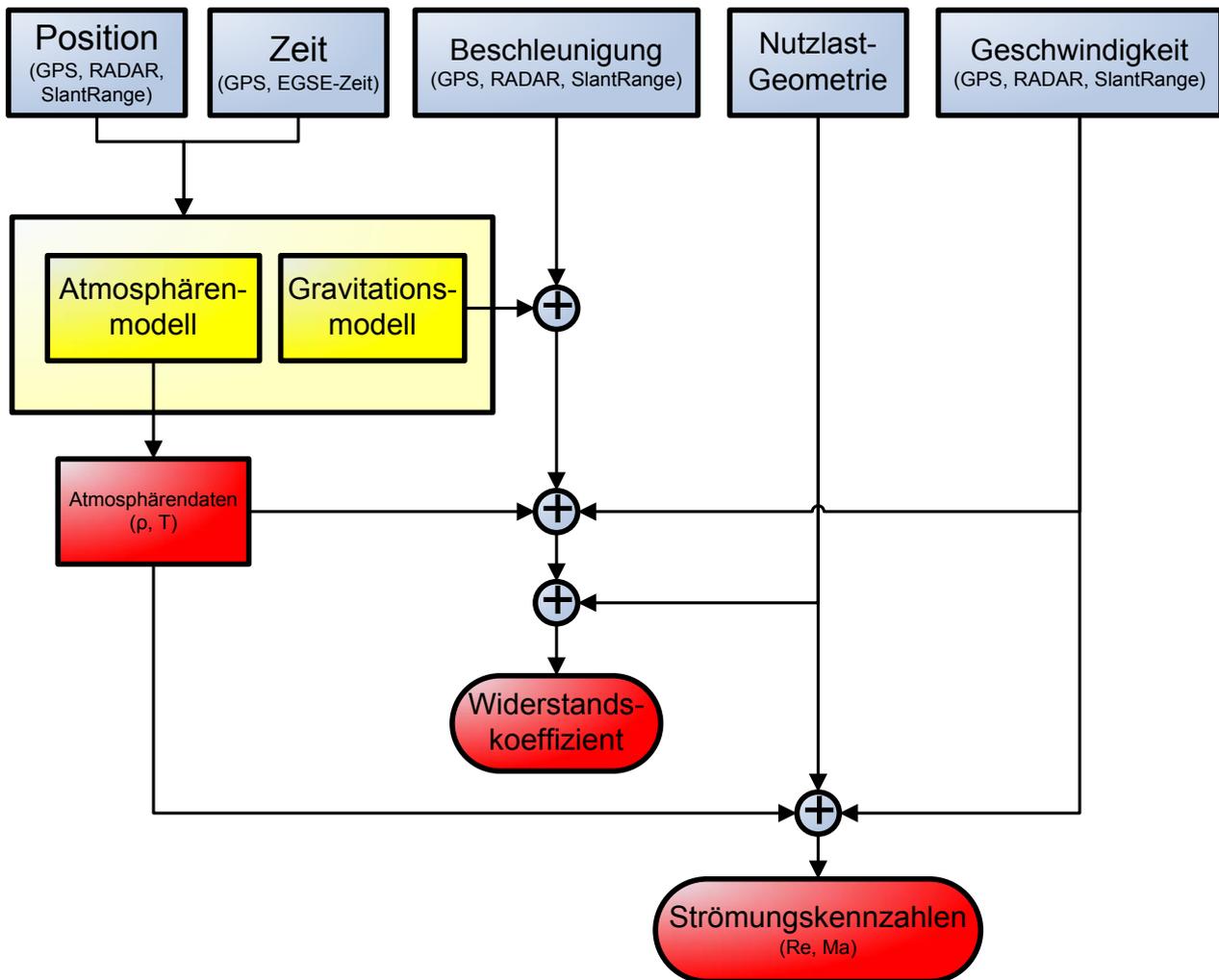
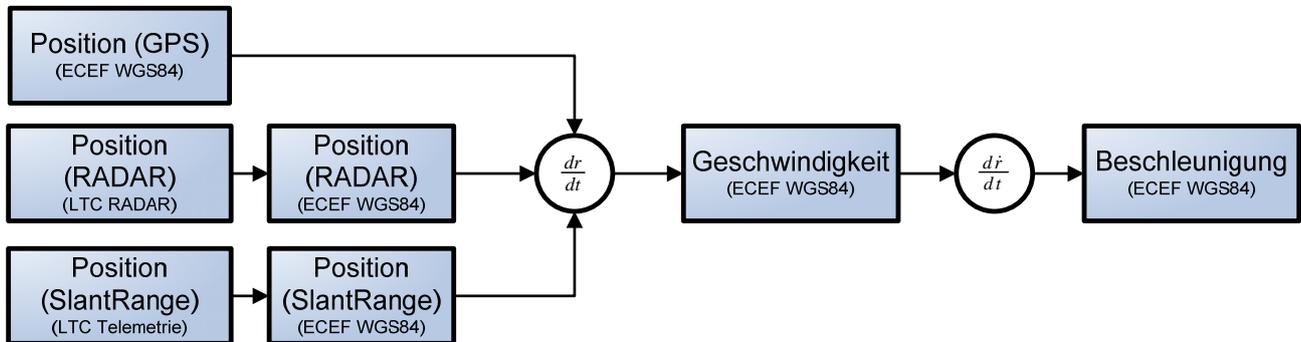


Abbildung 1-7: Schematische Darstellung der Berechnung des Widerstandskoeffizienten der Nutzlast und der Strömungskennzahlen

### 1.5.1 Bearbeitung der gemessenen Flugdaten

Der **Flugparameter Position**  $\vec{r}$  der Nutzlast wird vorzugsweise aus GPS-Daten gelesen. Sollten keine GPS-Daten zur Verfügung stehen, dann wird die Position aus RADAR-Daten oder Slant-Range-Daten bestimmt. Die **Geschwindigkeit**  $\dot{\vec{r}}$  und **Beschleunigung**  $\ddot{\vec{r}}$  der Nutzlast relativ zur Erde erhält man durch zeitliches **Differenzieren der Positionsdaten**. In Flugphasen mit hoher Dynamik wie beispielsweise der „Hard Re-entry“ während des atmosphärischen Wiedereintritts sind die GPS-Daten den RADAR- und Slant-Range-Daten in der Genauigkeit überlegen. Allerdings sollte man die Position der GPS Antennen gut kennen, um nicht durch die Lagebewegung der Nutzlast, wie beispielsweise beim Flat-Spin, falsche Schlussfolgerungen bezüglich der Positionsbewegung der Nutzlast im Raum zu ziehen.

In Abbildung 1-8 ist schematisch dargestellt, wie die Flugparameter aus der Position der Nutzlast bestimmt werden. In Klammern sind die Koordinatensysteme beschrieben, in der die Flugparameter üblicherweise gemessen werden. Eine Erklärung der Koordinatensysteme sowie der Transformation zwischen den Systemen ist im Anhang in Kapitel 10 zu finden.



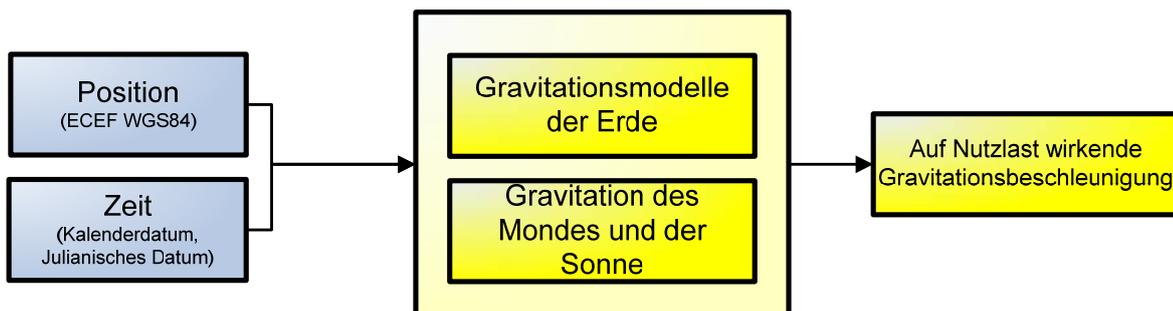
**Abbildung 1-8: Flugparameterbestimmung aus GPS-, RADAR- und Slant-Range-Daten**

Die GPS-Daten liefern die Geschwindigkeit der Nutzlast auch direkt im VCVF-Koordinatensystem, so dass diese nur noch für die Beschleunigungsdaten differenziert werden müssen.



**Abbildung 1-9: Berechnung der Beschleunigung aus GPS-Daten**

### 1.5.2 Modellierung der Gravitation



**Abbildung 1-10: Berechnung der Gravitationsbeschleunigung, die auf die Forschungs-raketennutzlast wirkt**

Um während des Wiedereintritts den Anteil des Luftwiderstands auf die beobachtete Bewegung der Nutzlast zu berechnen, wird die **Gravitationsbeschleunigung der Erde** benötigt. In dieser Arbeit wurden ebenfalls Gravitation der Sonne und des Mondes beachtet. Die verschiedenen verwendeten **Gravitationsmodelle** sind im Anhang in Kapitel 12 beschrieben. Für die Berechnung der Gravitation wird von den Gravitationsmodellen die Position der Nutzlast im Erd-Zentrierten, Erd-Fixierten Koordinatensystem ECEF benötigt. Für das Joint Gravity Modell 3 ist die Umrechnung in der Position in das Erd-Zentrierte Inertialsystem ECI nötig, für das ebenfalls die Zeit benötigt wird. Zeit und Koordinatensysteme werden in Kapitel 10 erklärt.

### 1.5.3 Modellierung der Atmosphäre

Die verwendeten **Atmosphärenmodelle** benötigen als Input die Position der Nutzlast relativ zur Erde. Die verwendeten Modelle CIRA86 und das Harris-Priester-Modell sind zudem auch zeitabhängig. Bei CIRA86 wird der Einfluss der Jahreszeit bzw. des Monats auf das Modell beachtet. Bei dem Harris-Priester Modell wird die Position der Sonne gegenüber der Erde während des Fluges benötigt, siehe Anhang Kapitel 11. Die verschiedenen benötigten Darstellungen und Begriffe der Zeit werden in Kapitel 10 beschrieben. Für die in dieser Arbeit vorgenommene Analyse des Flugverhaltens der Nutzlast werden nur die **Dichte** und die **Temperatur** der Atmosphäre benötigt. Das Kapitel 13 im Anhang befasst sich mit der Atmosphäre der Erde sowie mit den verwendeten Atmosphärenmodellen.

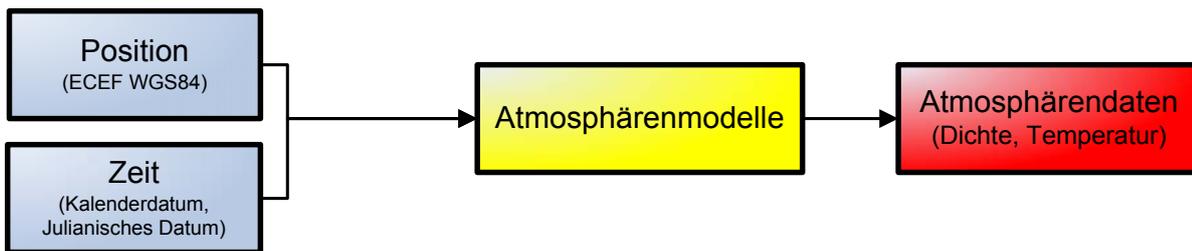


Abbildung 1-11: Berechnung der Atmosphärendaten

### 1.5.4 Berechnung des Widerstandskoeffizienten und der Strömungskennzahlen

Wie in der Abbildung 1-7 dargestellt, kann mit den zuvor gemessenen und ermittelten Daten der **Widerstandskoeffizient** berechnet werden. Die Definition des aerodynamischen Widerstands und die Berechnung des Widerstandskoeffizienten sowie der Mach- und Reynoldszahl ist in Kapitel 4 beschrieben.

### 1.5.5 Analyse der Fluglage der Nutzlast

Um die Lage der Nutzlast zu analysieren, werden in dieser Arbeit auch Beschleunigungsdaten von Beschleunigungssensoren verwendet. In der folgenden Abbildung ist die schematische Berechnung der **Anströmungsposition**, des **Anstellwinkels** und der **Flat-Spin-Rate** dargestellt.

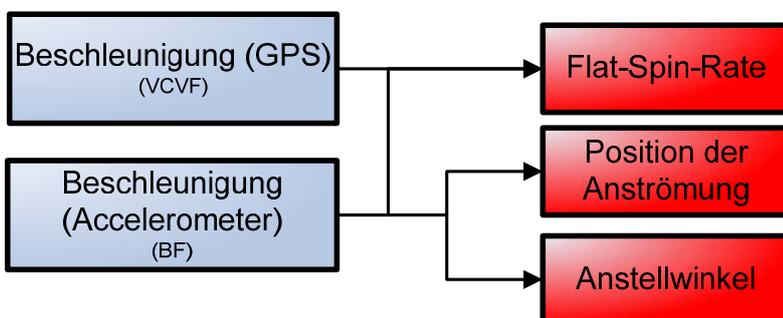


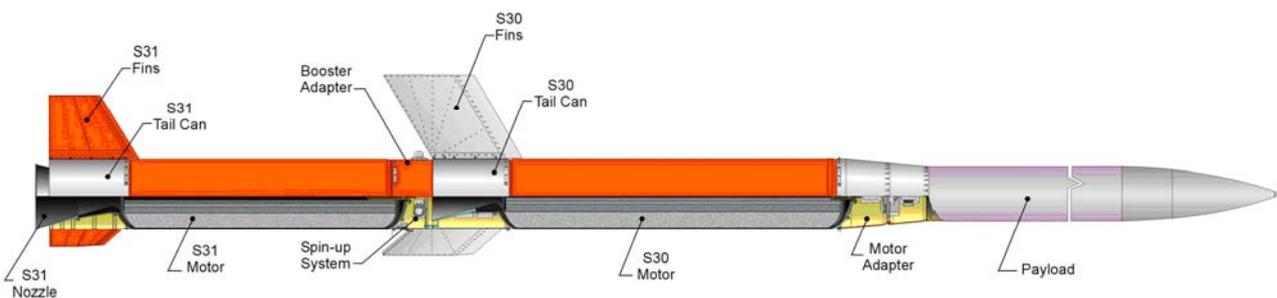
Abbildung 1-12: Berechnung der Position der Anströmung, Anstellwinkel und Flat-Spin-Rate aus den Beschleunigungsdaten

In Kapitel 6 werden die hier vorgestellten Berechnungen detailliert erklärt.

## 2. Untersuchte Flugkonfigurationen

### 2.1 Startkonfigurationen

Bevor die Nutzlastkonfigurationen während des Wiedereintritts betrachtet werden, soll in diesem Unterkapitel kurz auf die Startkonfigurationen der TEXUS- und MAXUS-Raketen eingegangen werden. Seit TEXUS-42 wird die brasilianische Rakete **VSB-30** verwendet. Bei der ebenfalls betrachteten Mission Cajuana handelt es sich um den Testflug dieses Raketentyps. Er wird auch für die MASER- und die CUMA-Missionen eingesetzt. Die nächste Abbildung zeigt den Aufbau der VSB-30 Rakete.



**Abbildung 2-1: Aufbau der VSB-30 Rakete, die für TEXUS und CUMA eingesetzt wird [Jung, [57], 2006]**

Die VSB-30 ist eine zweistufige, ungelenkte, an einem Launcher mit Schiene startende Forschungsrakete. Sie besteht aus einem Festtreibstoff-Raketenbooster S31, einem Booster-Adapter, einem Feststoffmotor als zweite Stufe, der wissenschaftlichen Nutzlast, einem Service System, einem Bergungssystem und dem Nasenkonus. Der Motor und die Nutzlastsektion werden durch eine Schellen-Verbindung<sup>29</sup> zusammengehalten und durch pneumatische Kolben getrennt. Jeder Motor hat drei Finnen<sup>30</sup>, die so geneigt sind, dass sie eine Drehrate um die Längsachse einleiten. Der Spin der Rakete verringert die Dispersion bei der Landung und erhöht die Aufstiegsstabilität.

**Tabelle 2-1: Physikalische Eigenschaften TEXUS-43 Startkonfiguration [Jung, [57], 2006]**

	Masse [kg]	Länge [m]
Subsystem Erste Stufe	1006.79	3.309
Subsystem Zweite Stufe	1242.83	4.094
Nutzlast (in Startkonfiguration)	405.40	5.341
<b>Gesamt</b>	<b>2657.02</b>	<b>12.744</b>

<sup>29</sup> Ab jetzt wird nur noch der übliche englische Begriff „Manacle Joint“ verwendet.

<sup>30</sup> Ab jetzt wird nur noch der übliche englische Begriff „Fins“ verwendet.

Die Neigung der Fins wird für den S31 Booster auf  $0^{\circ}18'$  eingestellt, beziehungsweise für den S30 Motor auf  $0^{\circ}24'$ . Die Roll-Drehrate beträgt bei Ausbrand der zweiten Stufe etwa 3.3 Hz. Der Durchmesser der beiden Motorenstufen beträgt  $557 \text{ mm}^{31}$ . Die Gesamtlänge der Rakete ist von der Nutzlast abhängig, beträgt aber für TEXUS-43 beispielsweise 12.7 m.

Die Abbildung 2-2 zeigt die Startkonfiguration der TEXUS-43 Rakete.



---

**Nutzlast**

ORSA **Bergungssystem** inklusive GPS

TEXUS **Service Module** (TSM)

TEXUS 43 **Experimente**

---

**Zweite Stufe**

**Nutzlast Adapter**

**Separationsring** bestehend aus einem Manacle Joint, der durch zwei Eager Packs aktiviert wird, und einem Yo-Yo De-Spin-System

**Konische Module** (2); Zündsystem der zweiten Stufe

**S30 Festtreibstoff Motor**

Zweite Stufe **Fin-Zusammenbau**; bestehend aus seiner Düsenverkleidung und drei Fins

---

**Erste Stufe**

**Boosteradapter**; bestehend aus drei Spin-Up -Motoren

**S31 Festtreibstoff-Motor**

Erste Stufe **Fin-Zusammenbau**; Düsenverkleidung mit drei Fins

**Abbildung 2-2: Aufbau der TEXUS-43 Rakete [Jung, [57], 2006]**

---

<sup>31</sup> 22 inch.

Die MAXUS-Rakete ist die größte in Europa gestartete Forschungsrakete.

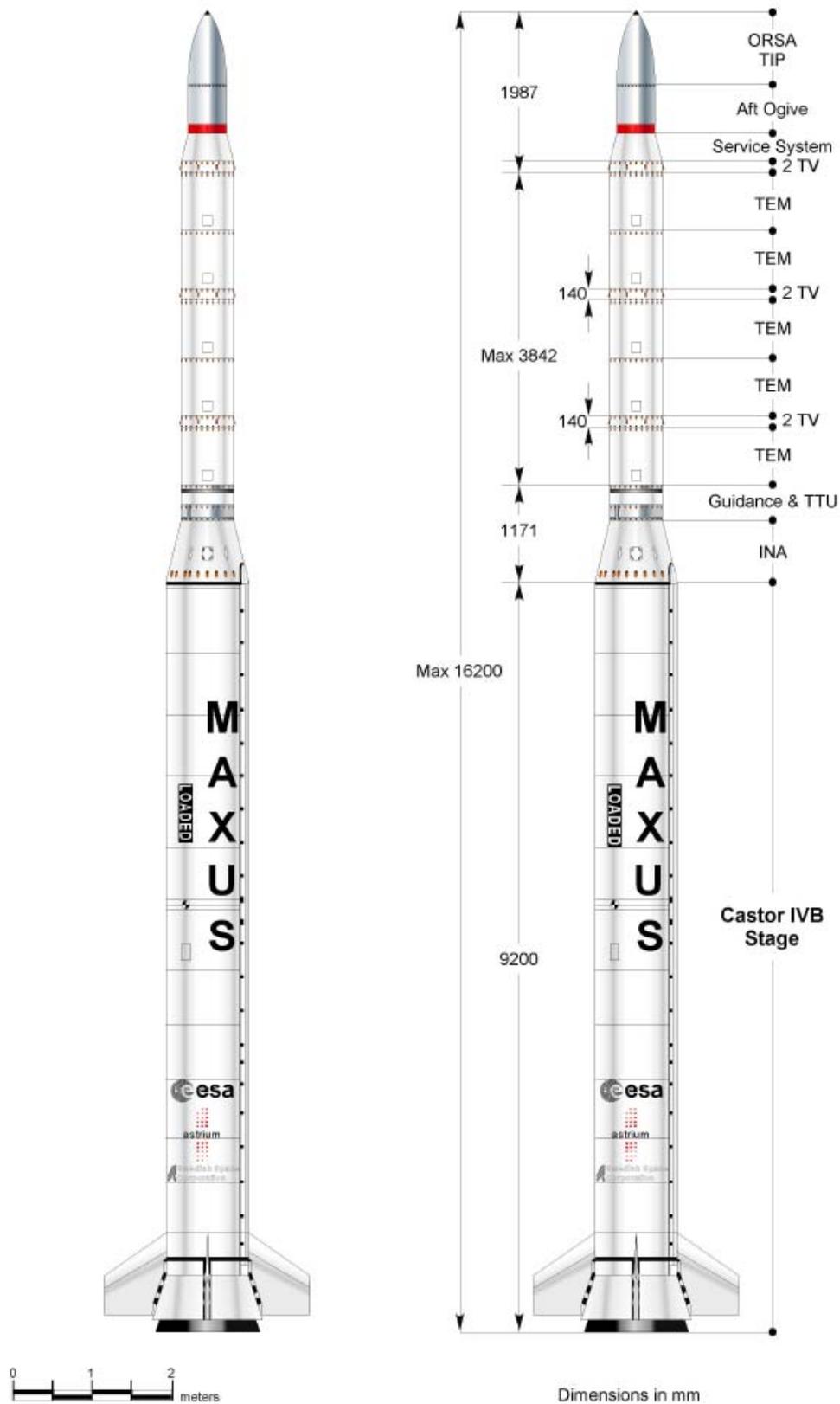


Abbildung 2-3: MAXUS – Übersicht der Startkonfiguration [ESA, [32], 2005]

## 2.2 Missionsübersicht

In Kapitel 1 wurde bereits erwähnt, dass es sich bei TEXUS und MAXUS um Missionen mit **Mikro-gravitationsforschung** handelt. Das bedeutet, die Experimentierphase findet während der ballistischen Flugphase oberhalb der dichten Atmosphäre statt.

Da in Kapitel 5 und 6 ausführlich die einzelnen Events während des Fluges einer Forschungsrakete beschrieben werden, soll dieses Kapitel nur eine Übersicht geben. Grundsätzlich kann der Flug einer Forschungsrakete in **vier Phasen** unterteilt werden: **Aufstiegsphase**, **ballistischer Flug** in der Thermo- und Exosphäre, **Wiedereintritt** in die Atmosphäre und **Bergung**. In der nächsten Abbildung ist ein typisches Flugprofil einer einstufigen MiniTEXUS-Rakete<sup>32</sup> zu sehen.

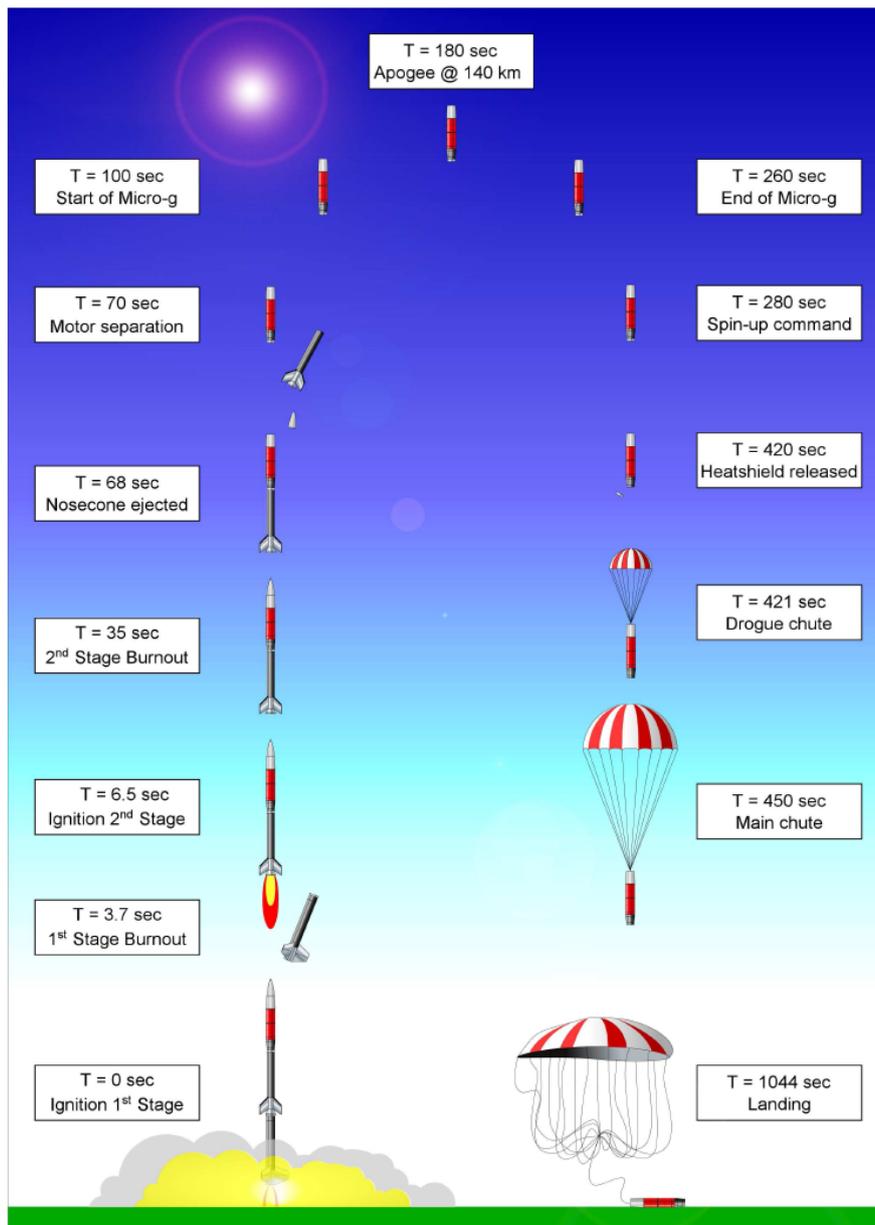


Abbildung 2-4: Typisches Flugprofil einer Forschungsrakete (MiniTEXUS) [ESA, [32], 2005]

<sup>32</sup> Das Flugprofil der MiniTEXUS-Rakete entspricht dem eines MAPHEUS-Fluges.

Bei  $T = 0$  s wird die MiniTEXUS-Rakete gestartet. Bereits nach 3.7 Sekunden ist die erste Stufe, ein Nike-Feststoffmotor, ausgebrannt. Bei  $T = 6.5$  s zündet die zweite Stufe, ein Improved Orion Motor. Der Ausbrand der zweiten Stufe ist bei  $T = 35$  s. In der Freiflugphase wird der Nasenkonus separiert und die Nutzlast vom Motor getrennt. Das Apogäum von etwa 140 km wird nach 180 s erreicht. Bei  $T = 280$  s tritt die Nutzlast in die dichteren Atmosphärenschichten ein. Nach der atmosphärischen Abbremsung wird erst das Hitzeschild abgesprengt und der Stabilisierungsschirm geöffnet. Danach öffnet sich der Hauptschirm und die Nutzlast landet sicher mit einer Sinkgeschwindigkeit von etwa 8 m/s.

Das Flugprofil einer TEXUS- oder MAXUS-Rakete verhält sich prinzipiell ähnlich, nur dass eine weitaus höhere Apogäumshöhe erreicht wird. Um Mikrogravitationsforschung durchzuführen, muss die dichte Atmosphäre verlassen werden. Erst ab einer Flughöhe von 100 km sind die Störungen durch den Luftwiderstand so gering, dass gute Mikrogravitationsbedingungen erreicht werden können. Zusätzlich muss die Restdrehung der Nutzlast durch ein Kaltgassystem auf unter  $30^\circ$  pro Minute um alle Achsen kontrolliert werden.

Eine TEXUS-Nutzlast erreicht eine Apogäumshöhe von ungefähr 250 km und die damit erreichte Mikrogravitationszeit, die den Experimenten zur Verfügung stehen, beträgt etwa 6 Minuten. Eine MAXUS-Nutzlast erreicht ein Apogäum von etwa 700 km und die Mikrogravitationszeit beträgt etwa 12 Minuten.

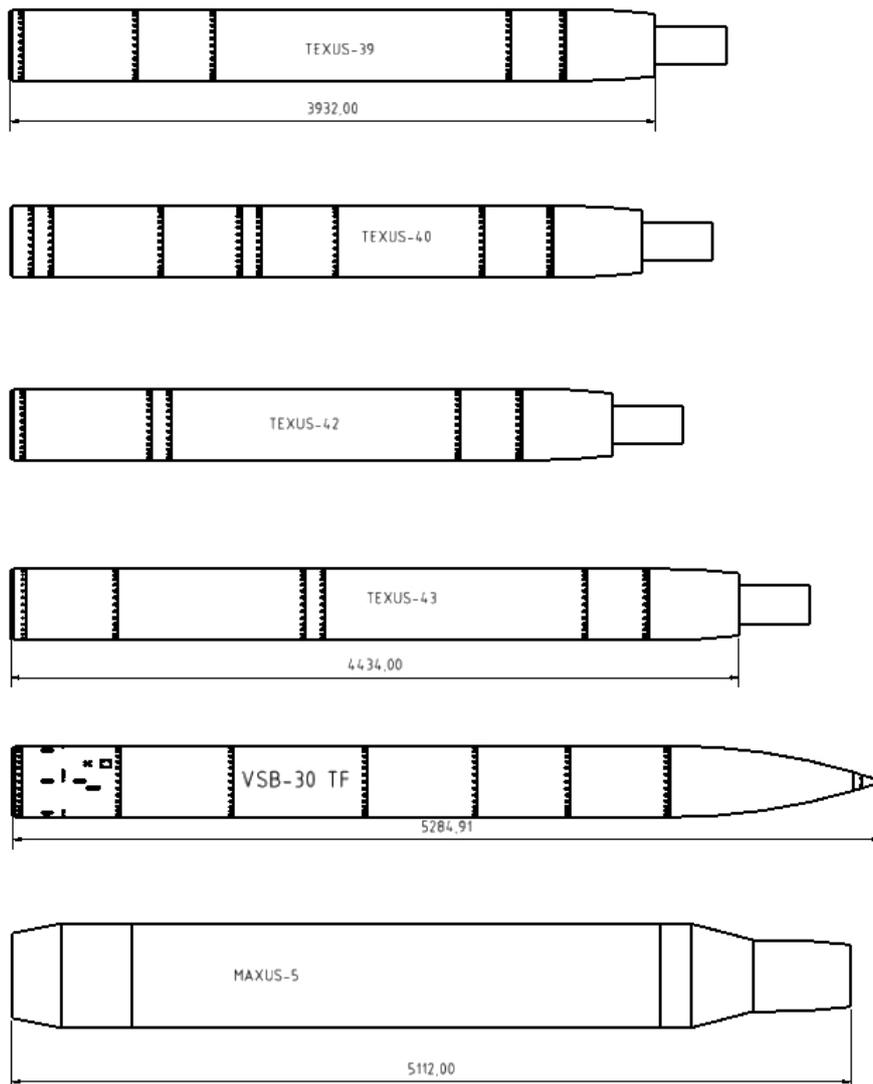
## 2.3 Nutzlast-Konfigurationen während des Wiedereintritts

Forschungsraketennutzlasten sind normalerweise von zylindrischer oder konus-zylindrischer Form und beinhalten Module mit Experimenten, den nötigen Systemen für Service, Telemetrie und Bergung. Der Nasenkonus wird im Normalfall nach Brennschluss der letzten Stufe von der Nutzlast getrennt, so dass die Nutzlast während des Wiedereintritts eine längliche zylindrische Form besitzt. Die in dieser Arbeit analysierten Nutzlasten unterscheiden sich in ihrem Durchmesser  $D_{PL}$ , 0.438 m für TEXUS- und 0.64 m für MAXUS-Nutzlasten, dennoch ist das **Verhältnis von Länge  $L_{PL}$  zu Durchmesser  $D_{PL}$**  vergleichbar. Abbildung 2-5 zeigt einige der analysierten Nutzlasten.

Das Verhältnis der Nutzlast unterscheidet sich von  $L_{PL}/D_{PL} = 7.88$  (MAXUS-7 [Stamminger, [108], 2007]) bis zu  $L_{PL}/D_{PL} = 10.12$  (TEXUS-43 [Stamminger, [114], 2007]). Die TEXUS-Nutzlasten in der Abbildung 2-5 sind mit der Nasenkonus-Abwurf-Hülle<sup>33</sup> abgebildet. Diese ist an dem Hitzeschild des Bergungssystems befestigt und reißt bei zunehmenden aerodynamischen Lasten während des Wiedereintritts ab.

Die Massen der betrachteten TEXUS-Nutzlasten liegen zwischen  $m_{PL} = 361$  kg (TEXUS-42 [Jung, [56], 2005]) und  $m_{PL} = 397$  kg (TEXUS-43 [Jung, [57], 2006]), bei den MAXUS-Nutzlasten liegen die Massen zwischen  $m_{PL} = 704$  kg und  $m_{PL} = 729$  kg (MAXUS-4 [Astrium, [4], 2001]).

<sup>33</sup> Engl.: Nose Cone Ejection Can.

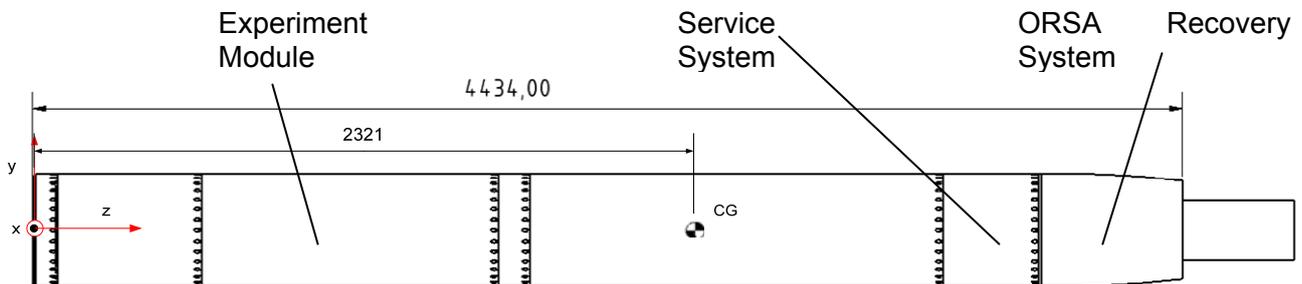


**Abbildung 2-5: Nutzlast-Konfigurationen während des Wiedereintritts (TEXUS-39, 40, 42, 43, Cajuana und MAXUS-5). Bei Cajuana handelt es sich um eine Testnutzlast für den Jungfernflug der VSB-30 Motorenkombination [Stamminger, [117], 2007]**

Um eine stabile Längsausrichtung der Nutzlast während des Wiedereintritts zu vermeiden und um die Widerstandsfläche zu erhöhen, ist bei Forschungsraketen die zu bergende Nutzlast so entworfen, dass der **Schwerpunkt**  $Z_{BF, cg}$  möglichst mit dem **aerodynamischen Druckpunkt**  $Z_{BF, cp}$  der zylindrischen Nutzlast während der angenommenen Queranströmung zusammenfällt. Unbedingt zu vermeiden ist eine Ausrichtung der Nutzlast, so dass der Fallschirm in Flugrichtung geöffnet wird und damit die Gefahr des Umwickelns der Nutzlast durch den Fallschirm besteht. Von so einem „base-down“ **Wiedereintritt** wird in [Tong, [121], 1992] ab einem Winkel von  $108^\circ$  zwischen Anströmvektor bzw. in erster Näherung der  $Z_{VCVF}$ -Achse des VCVF-Systems und der negativen  $Z_{BF}$ -Achse des in dieser Arbeit verwendeten körperfesten Koordinatensystems gesprochen. Voraussetzung für diese Definition ist dementsprechend auch, dass das Bergungssystem im so definierten hinteren Teil der Nutzlast sitzt<sup>34</sup>, so wie es bei den MAXUS- und TEXUS-Nutzlasten der

<sup>34</sup> Das Bergungssystem sitzt dann unter der Nasenspitze.

Fall ist. Als Beispiel ist in der folgenden Abbildung die TEXUS-43 Nutzlast abgebildet.



**Abbildung 2-6: TEXUS-43 Wiedereintritts-Konfiguration mit Nasenkonus-Abwurf-Hülle [Stamminger, [114], 2007]**

Ausgehend von der Trennebene zwischen Motor und Nutzlast liegt der Schwerpunkt der TEXUS-43 bei  $\frac{z_{BF,CG}}{L_{PL}} = 52.34 \%$  bezogen auf die Nutzlastlänge bei Wiedereintritt. Der Abstand zwischen dem Schwerpunkt  $z_{BF,CG}$  und dem aerodynamischen Zentrum bei angenommener Queranströmung  $z_{BF,cp}$  beträgt auf die Nutzlastlänge bezogen  $2.03 \%$  [Stamminger, [114], 2007]. Dieser Abstand war bei TEXUS-43 größer als bei vorangegangenen untersuchten Nutzlasten.

Eine Übersicht über die Geometrie-Daten und Massen der untersuchten Nutzlasten ist in der nächsten Tabelle vorhanden.

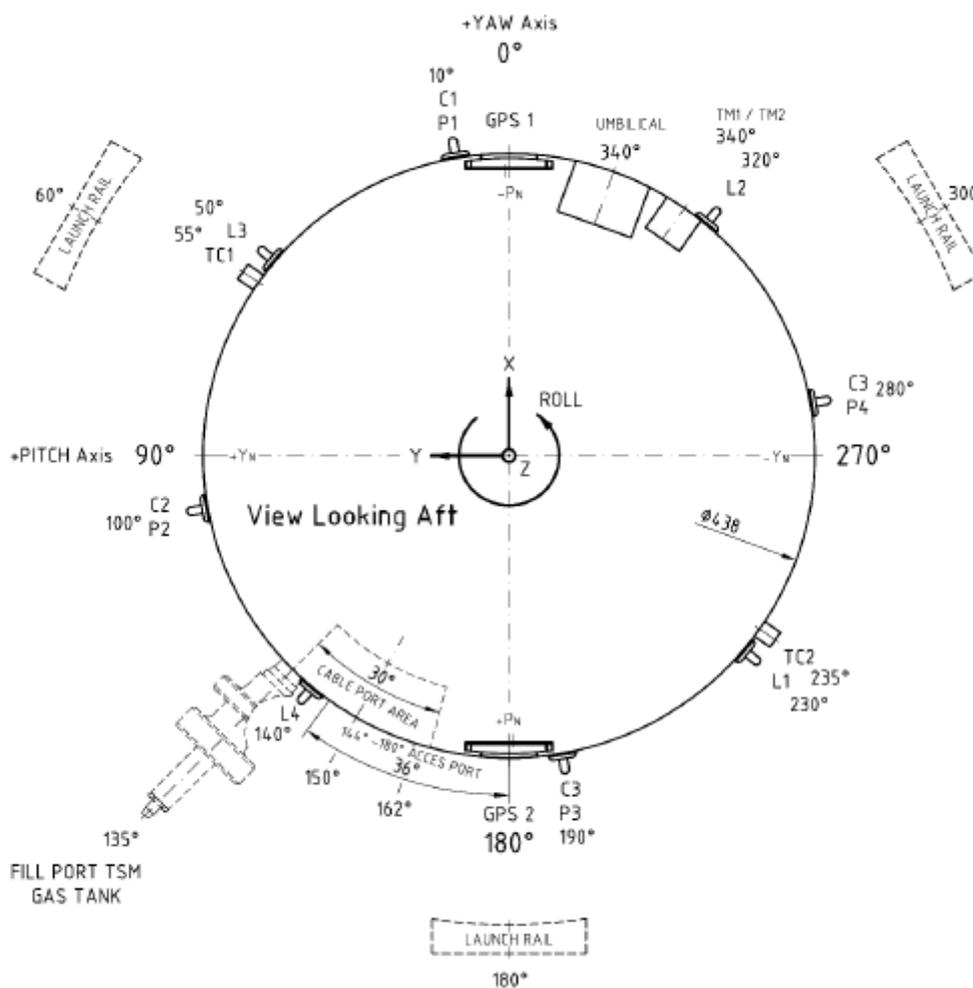
**Tabelle 2-2: Untersuchte Nutzlasten: Massen-, Geometrie- und Missionsdaten**

<i>Mission Startort Startdatum Startzeit Temperatur Druck</i>	<i>Nutzlastmasse <math>m_{PL}</math> bei Wie- dereintritt</i>	<i>Nutzlastlänge bei Wiederein- tritt</i>	<i>Länge zu Durch- messer Verhältnis</i>	<i>Schwer- punkts- lage</i>	<i>Abstand aerodynami- sches Zent- rum von Schwerpunkt</i>
<b>TEXUS-38</b> <i>Esrange</i> 2000-04-02 9:34 LT - -	-	3.807 m [KT, [60]]	8.69 [Stamminger, [109]]	51.49 %	-1.1 %
<b>TEXUS-39</b> <i>Esrange</i> 2001-05-08 9:55 UTC - -	351.3 kg [Jung, [54]]	3.932 m [Jung, [54]]	8.98 [Stamminger, [110]]	52.16 %	-1.81 %
<b>TEXUS-40</b> <i>Esrange</i> 2003-04-08 10:20 UTC - -	351.3 kg [Jung, [55]]	3.849 m [Jung, [55]]	8.79 [Stamminger, [111]]	51.23 %	-0.88 %
<b>TEXUS-41</b> <i>Esrange</i> 2004-12-02 10:30 UTC - -	390.9 kg	4.279 m	9.77 [Stamminger, [112]]	51.67 %	-1.36 %
<b>TEXUS-42</b> <i>Esrange</i> 2005-12-01 9:04:00.2 UTC $T = 258.65 \text{ K}$ $p = 95500 \text{ Pa}$	361.4 kg [Jung, [56]]	3.671 m	8.32 [Stamminger, [113]]	50.15 %	0.22 %
<b>TEXUS-43</b> <i>Esrange</i> 2006-06-11 08:12:01.7 UTC $T = 6^\circ\text{C}$ [89] -	396.8 kg [Jung, [57]]	4.434 m [Jung, [57]]	10.12 [Stamminger, [114]]	52.34 %	-2.03 %
<b>Cajuana</b>	392 kg	5.285 m	10.00	-	-

Alcântara 2004-10-23 16:51:00 UTC - -		(4.378 m)	[Stamminger, [116]]		
<b>Cuma-2</b> Alcântara 2007-07-19 15:13:00.145 UTC - -	340.1kg [Stam., [118]]	4.445 m	10.15 [Stamminger, [118]]	50.32 %	3.33 %
<b>MAXUS-2</b> Esrange 1995-11-02 9:42UTC T = -30°C p = 1006.5 mbar	718.2 kg	5.051 m	7.89 [Stamminger, [104]]	51.61 %	-8.26 %
<b>MAXUS-4</b> Esrange 2001-04-29 13:28 LT T = 5°C -	728.9 kg [Astrium,[4]]	5.138 m [Astrium,[4]]	8.08 [Stamminger, [105]]	49.92 %	-6.38 %
<b>MAXUS-5</b> Esrange 2003-04-01 06:00 UTC T = -14°C p = 965 mbar	721.0 kg [EADS, [23]]	5.112 m [EADS, [23]]	7.99 [Stamminger, [106]]	49.33 %	-6.67 %
<b>MAXUS-6</b> Esrange 2004-11-22 08:35:00 UTC T = -25°C -	721.4 kg [EADS, [24]]	5.240 m [EADS, [24]]	8.19 [Stamminger, [107]]	48.55 %	-6.32 %
<b>MAXUS-7</b> Esrange 2006-05-02 06:16:00 UTC T = 10°C p = 979 mbar	704.7 kg [EADS, [25]]	5.042 m [EADS, [25]]	7.88 [Stamminger, [108]]	49.15 %	-5.63 %

Die Entfernung des Druckpunktes von dem Schwerpunkt der Nutzlast hat einen Einfluss auf die Ausrichtung der Nutzlast während des Wiedereintritts und damit auch auf die Abbremsbeschleunigung<sup>35</sup>.

Für die Analyse der Lage der Nutzlast während des Wiedereintritts ist es erforderlich die **laterale Anordnung** der Antennen oder anderen **Protuberanzen** zu kennen. Die folgende Ansicht zeigt die TEXUS-43 Nutzlast als Schnitt, entgegen der Flugrichtung vor Start. Die  $x_{BF}$ -Achse (Gier-Achse) bildet die Position  $POS_x = 0^\circ$  und die  $y_{BF}$ -Achse (Nick-Achse) die Position  $POS_y = 90^\circ$ . Die Umbilicals befinden sich auf der Position  $POS_{Umbilical} = 340^\circ$ . Die GPS-Patch-Antennen befinden sich auf Position  $POS_{GPSAnt,1} = 0^\circ$  und gegenüberliegend auf Position  $POS_{GPSAnt,2} = 180^\circ$ . Die acht Hakenantennen befinden sich bei  $POS_{SBandAnt} = 10^\circ, 50^\circ, 100^\circ, 140^\circ, 190^\circ, 230^\circ, 280^\circ$  und  $320^\circ$ . Die Telekommando-Antennen liegen bei den Positionen  $POS_{TCant} = 55^\circ$  und gegenüberliegend bei  $235^\circ$ .



**Abbildung 2-7: TEXUS-43 – Querschnitt der Nutzlast, Ansicht entgegen der Flugrichtung [Pfeuffer, [89], 2006]: Eingezeichnet sind die Positionen der Telemetrie- und Telekommando-Antennen.**

<sup>35</sup> Ein Beispiel hierfür ist der Wiedereintritt der MAXUS-2 Nutzlast, bei der aufgrund eines großen Nickwinkels die Nutzlast weniger Widerstandsfläche bietet und dadurch in der hohen Atmosphäre kaum Geschwindigkeit abbauen kann. Mit zunehmendem dynamischen Druck wird die Nutzlast dann mit 54.8 g abgebrems [Stamminger, [104], 2007].

In der folgenden Tabelle sind die **lateralen Positionen der Antennen** und wichtiger Protuberanzen für die analysierten Nutzlasten angegeben.

**Tabelle 2-3: Laterale Position der Antennen und Protuberanzen an den untersuchten Nutzlasten**

<i>Mission</i>	<i>Yaw Axis</i>	<i>Pitch Axis</i>	<i>Pos TC1</i>	<i>Pos TC2</i>	<i>C1</i>	<i>L3</i>	<i>C2</i>	<i>L4</i>	<i>C3</i>	<i>L1</i>	<i>C4</i>	<i>L2</i>	<i>Pos Umb</i>
<b>TEXUS-39 [54]</b>	0° (x)	90° (y)	43°	223°	10°	50°	100°	140°	190°	230°	280°	320°	340°
<b>TEXUS-40</b>	0° (x)	90° (y)	43°	223°	10°	50°	100°	140°	190°	230°	280°	320°	340°
<b>TEXUS-41</b>	0° (x)	90° (y)	43°	223°	10°	50°	100°	140°	190°	230°	280°	320°	340°
<b>TEXUS-42 [89]</b>	0° (x)	90° (y)	55°	235°	10°	50°	100°	140°	190°	230°	280°	320°	340°
<b>TEXUS-43 [89]</b>	0° (x)	90° (y)	55°	235°	10°	50°	100°	140°	190°	230°	280°	320°	340°
<b>MAXUS-2 [104]</b>	0° (y)	90° (z)	45°	225°	0°	45°	90	135°	180°	225°	270°	315°	249°
<b>MAXUS-4</b>	0° (y)	90° (z)	45°	225°	0°	45°	90	135°	180°	225°	270°	315°	249°
<b>MAXUS-5</b>	0° (y)	90° (z)	45°	225°	0°	45°	90	135°	180°	225°	270°	315°	249°
<b>MAXUS-6 [108]</b>	0° (y)	90° (z)	45°	225°	45°	180°	135°	270°	225°	0°	315°	90°	249°
<b>MAXUS-7 [108]</b>	0° (y)	90° (z)	45°	225°	45°	180°	135°	270°	225°	0°	315°	90°	249°
<b>Cajuana</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Die Positionen der Antennen und Protuberanzen spielen während des Wiedereintritts eine besondere Rolle, da sie für eine laterale Stabilisierung der Nutzlast sorgen. Dies gilt insbesondere für die relativ großen **Telekommando-Antennen**  $POS_{TCant}$ .

### 3. Systeme zur Flugparameterbestimmung

In diesem Kapitel werden die Systeme vorgestellt, die auf einer Forschungsrakete für die Bestimmung der Flugparameter verwendet werden. Es wird auch der Lift-Off-Zeitpunkt als der Zeitpunkt  $T = 0$  definiert. Dies ist wichtig um einen Vergleich der Daten aus den verschiedenen Systemen zu ermöglichen. Da für diese Arbeit hauptsächlich Systeme zur Positionsbestimmung des Flugkörpers wichtig sind, erfolgt zunächst eine kurze geschichtliche Betrachtung der Positionsbestimmung.

Der Zweite Weltkrieg förderte die Ausbreitung zweier militärischer Technologien – zum einen, wie in Kapitel 1 bereits erläutert, die Raketentechnologie, die zu der Entwicklung von Trägersystemen und Höhenforschungsraketen führte und zum anderen die Nutzung von **Mikrowellen** [Maral, [71]]. Es war wichtig global einsetzbare Positionierungsverfahren zu optimieren, um so Flugzeuge sicher im Luftraum Europas und des Pazifiks zu bewegen. Erstmals wurden so **Radiowellen zur Ortsbestimmung** herangezogen [Gerlach, [39], 2002].

Im Oktober 1940 schlägt der National Defense Research Council in Washington D.C., USA ein neues Navigationssystem vor, das Radiosignale mit der neuen Technologie der genauen Zeitintervall-Messung kombiniert. Daraus entwickelt das Strahlungs-Labor des Massachusetts Institute of Technology (MIT), USA das erste All-Wetter Navigationssystem, genannt **LORAN**. Erste Betriebsorte wurden entlang des Nord-Atlantiks aufgestellt, um während des Zweiten Weltkrieges alliierte Geleitzüge zu navigieren. Nach dem Krieg wurde das Omega System entwickelt. Durch die Nutzung niedrigerer Frequenzen deckt Omega einen größeren Teil der Erde mit weniger Standorten ab, was aber auf Kosten der Genauigkeit geht [Redsword, [94], 2003].

Man setzt zunächst für die Positionsbestimmung nur auf **Radarsysteme**. Ein Mikrowellenradarsender strahlt ein in bestimmten Frequenzbändern moduliertes Signal in Richtung des Flugobjektes, welches dieses Signal an die Bodenstation reflektiert. Die aus den Laufzeitunterschieden resultierende Phasenänderung wird zur Positionierung genutzt. Genauigkeiten lagen bei 3 bis 10 Metern [Gerlach, [39], 2002].

Das Weltraum-Zeitalter begann mit dem ersten künstlichen Satelliten **Sputnik**, welcher am 4. Oktober 1957 von der Sowjetunion auf einer R-7 ins All geschossen wurde. Das Applied Physics Laboratory<sup>36</sup> der John Hopkins Universität, USA zeigte, dass die Bahn-Parameter von Sputnik einzig durch Messungen der Doppler-Verschiebung des On-Board Radio Transmitters bestimmt werden können.

In diesem Kapitel werden die einzelnen Systeme aufgelistet, mit denen während des Fluges der Forschungsraketen, deren Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung ermittelt werden können. Die Position kann durch Slant-Range Messungen und RADAR-Daten ermittelt werden. Doch Positionsdaten mit denen sich durch Differentiation auch Geschwindigkeits- und Beschleunigungswerte ermitteln lassen, sind nur durch GPS-Empfänger möglich. Drei-Achsen Beschleunigungssensoren messen die körperfesten Beschleunigungen während des Fluges der Nutzlast. Wichtig für einen Vergleich der Daten aus verschiedenen Messsystemen ist auch die Definition des Lift-Off Zeitpunktes.

#### 3.1 Lift-Off Zeitpunkt

Um Daten, die mit verschiedenen Messsystemen ermittelt wurden, zu vergleichen, wird eine ge-

---

<sup>36</sup> Dt.: Labor der Angewandten Physik

naue Definition des **Lift-Off Zeitpunkt**  $T_0$  benötigt. Dieses Problem erscheint auf den ersten Blick trivial, da das Signal zur Zündung des Motors zu einer vollen Sekunde und normalerweise auch vollen Minute gesendet wird. Um On-Board für die Datenerfassung ein eindeutiges Lift-Off-Signal zu haben, wird allerdings für die Telemetrie die Flugzeit bei **Abziehen des Umbilical-Steckers** auf  $T_0$  gesetzt. Der Stecker wird durch die Bewegung der Rakete am Launcher abgezogen, allerdings können hier bereits 0.3 s seit dem Zündungssignal für den Motor vergangen sein. Der Zeitunterschied ist also nicht vernachlässigbar klein. Bei der Korrelation der RADAR-Daten mit OnBoard Beschleunigungs- und Druckdaten während der SHEFEX Flugdatenauswertung wird dies besonders deutlich, denn 0.3 s bedeuten bei einer Geschwindigkeit von  $1800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  einen Höhenunterschied von 600 m.

Per Definition ist damit der Lift-Off Zeitpunkt der Moment, in dem der Umbilical-Stecker abgezogen wird, und nicht etwa der Zeitpunkt des Zündungssignals oder der Moment, in dem das erste Mal Beschleunigungswerte beobachtet werden können. Durch die genaue Uhrzeit des GPS-Systems kann die genaue UTC-Zeit des Lift-Off Zeitpunktes bestimmt werden und die Slant-Range- und RADAR-Daten entsprechend angepasst werden.

## 3.2 RADAR

Das klassische **Zwei-Wege Radar-Ranging** beinhaltet ein Ranging-Signal, das von der Bodenstation zum Flugkörper ausgestrahlt wird. Ein Transponder wird benötigt, um das Signal zu empfangen und kohärent zu der Bodenstation zurückzusenden. Die Bodenstation empfängt das wiedergegebene Ranging-Signal von dem Satelliten und bestimmt die Signal-Laufzeit  $\tau$ . Dies kann in einer äquivalenten Distanz ausgedrückt werden, die dem Durchschnitt der Uplink und Downlink Distanz entspricht.

$$d = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \tau \quad \text{Gl. 3-1}$$

RADAR liefert folgende Daten:

- Entfernung der Nutzlast  $d_{\text{LTC,RADAR}}$  vom RADAR
- Azimut-Winkel  $\beta_{\text{LTC,RADAR}}$  des RADARS
- Elevations-Winkel  $\varepsilon_{\text{LTC,RADAR}}$  des RADARS

Mit bekannter geodätischer Position des RADARS lässt sich damit die Position der Nutzlast in allen verwendeten Koordinatensystemen berechnen. Eine Berechnung der WGS84 Positionsdaten der Rakete bzw. Nutzlast findet normalerweise auch bereits im RADAR-System statt.

Eine Verwendung der Änderungsgeschwindigkeit der Entfernung, Azimut- und Elevations-Winkel ist möglich, wenn die Werte gefiltert werden. Dies war zum Beispiel bei der Analyse der SHEFEX-Flugdaten notwendig, da nicht über die volle Flugzeit GPS-Daten vorhanden waren.

## 3.3 Slant-Range-Messung

**Slant-Range** bedeutet wörtlich übersetzt die **Schrägstrecke**, allerdings wird der Begriff zusammen mit Messung auch als Begriff für die Positionsbestimmung eines Flugkörpers mit Hilfe der Telemetrieanlage verwendet. Gemessen wird nach dem Prinzip der Phasenmessung im Mikrowellenfrequenzbereich. Messungen im Mikrowellenbereich liefern Streckenmessgenauigkeiten weniger Meter. Durch geeignete Auswerteverfahren lassen sich wesentliche Fehlerursachen elimi-

nieren, so dass die Genauigkeit noch verbessert werden kann.

Bei den Forschungsraketen ist die Messung der Distanz und Radial-Geschwindigkeit mit Hilfe des Telemtriesignals keine Zwei-Wege-Messungen, da dann die Bodenstation wie beim RADAR als Sender und Empfänger dienen müsste. Für die Slant-Range-Messung ist die Nutzlast mit einer hochpräzisen Uhr und **Frequenzoszillator** ausgestattet und bis zum Lift-Off der Rakete wird die Uhr mit der Uhr am Boden synchronisiert. Bewegt sich die Rakete nach dem Start davon, so kann nun ein **Ein-Wege-Ranging** oder eine Ein-Weg-Doppler-Messung durchgeführt werden.

Über die Elevation und den Azimutwinkel der Telemetrie-Antenne lässt sich somit die Position der Nutzlast bestimmen. Solange andere Daten zur Verfügung stehen, sollte allerdings mit diesen gearbeitet werden. Dies gilt insbesondere bei längeren Flügen, da die Uhr in der Nutzlast einer **Drift** unterliegt und dies die Ergebnisse verfälschen wird.

Slant-Range liefert folgende Daten:

- Entfernung<sup>37</sup> der Nutzlast  $d_{LTC, TM_{Antenna}}$  von der Telemetrie-Antenne
- Azimutwinkel  $\beta_{LTC, TM_{Antenna}}$  der Telemetrie-Antenne
- Elevationswinkel  $\varepsilon_{LTC, TM_{Antenna}}$  der Telemetrie-Antenne

Mit bekannter geodätischer Position der Telemetrie-Antenne lässt sich damit die Position der Nutzlast in allen verwendeten Koordinatensystemen berechnen. Eine Ermittlung der Geschwindigkeit und der Beschleunigungen durch Differentiation ist möglich, aber nicht empfehlenswert, da die Bewegung der Antenne hierfür nicht so genau ist.

## 3.4 Global Position System (GPS)

### 3.4.1 Geschichtlicher Hintergrund

Im Jahr 1959 wurde der allererste Navigationssatellit Transit 1A gestartet, verfehlte aber seinen Orbit. Der Start des **Transit 1B** im folgenden Jahr war dagegen erfolgreich. Das TRANSIT System wurde in erster Linie entworfen um die Positionsgenauigkeit der Unterseeboot- und Schiffs-Flotte der US Navy zu verbessern und damit ihre Wirksamkeit zu erhöhen. 1961 wurde der Transit 4A Satellit gestartet. Es war der erste Satellit, der eine nukleare Energieversorgung an Bord hatte. Mit dem Start von Transit 5A1 im Jahr 1962 wurde das System betriebsbereit erklärt. Das TRANSIT System bestand aus sechs Satelliten mit **polarem Orbit** mit einer Höhe von ca. 1100 km und einer Umlaufdauer von etwa 107 Minuten. Die Satelliten wurden von der US Naval Astronomical Group von vier Stationen innerhalb der USA verfolgt. Zweimal am Tag wurden die Dopplermessungen mit den Ephemeriden der Satellitenbahnen verrechnet und an die Satelliten zurückgesendet. Diese gaben die Daten dann an die mobilen Empfänger weiter. Der Vergleich mit der geeichten Oszillatorfrequenz der Geländeempfänger konnte bei ausreichender Messdauer eine bis auf 1 m genaue Position liefern. Die Leistungsfähigkeit des Systems hatte jedoch in folgenden Punkten seine Grenzen [Bauer, [1], 1994], [Gerlach [39], 2002]:

- Eine ständige Ortung war nicht möglich.
- In Bewegung befindliche Nutzer erreichen nur bescheidene Genauigkeiten.
- Dreidimensionale Ortung konnten nur stationäre Nutzer durchführen.
- Exakte Messungen nur möglich bei relativ langer Messdauer.

---

<sup>37</sup> Auch Schrägstrecke (Slant-Range) genannt.

- Schlechte globale Abdeckung. Im Durchschnitt konnte innerhalb der USA nur alle 90 Minuten eine günstige Satellitenposition für TRANSIT abgegriffen werden. Für alle anderen Zwischenräume musste die Position interpoliert werden.

1964 wurde der Navigations- und Positionierungssatellit SECOR 1 für die US Armee gestartet. **SECOR** steht für Sequential Collation of Ranges [Bauer, [1], 1994]. In den darauffolgenden zwei Jahren kamen sieben weitere Satelliten des SECOR Systems hinzu. Die Sowjetunion platzierte ihren ersten Navigationssatelliten Tsyklon (Cosmos 192) im Jahr 1967 in einem niedrigen Erd-Orbit. Die Fähigkeit mit Mittel- und Langstreckenwaffen Ziele genau zu treffen hängt im hohen Maße von der Genauigkeit der eigenen Standortbestimmung ab, weshalb die Marine der USA an einem noch genaueren Ortungssystem als TRANSIT interessiert war. Deshalb wurde das Projekt TIMATION begonnen, mit dem eine Verbesserung der zweidimensionalen Ortung durch verbesserte Oszillatoren und Verbesserung der Zeitübertragung erreicht werden sollte. 1967 wurde TIMATION-I gestartet. Der zweite Satellit flog im Jahr 1969. Die amerikanische Luftwaffe arbeitete gleichzeitig an einem anderen Konzept, dem System 621, dessen wesentliches Merkmal die dreidimensionale Ortung war [Bauer, [1]]. Das US Navy Timation System und das US Air Force 621B 3-d Navigationssystem wurden 1973 zusammengelegt um ein Defense Navigation Satellite System, abgekürzt als DNSS, zu entwickeln. Nachdem dieses System den Defense System Acquisition and Review Council passiert hatte, beinhaltete es die besten Elemente aller existierenden Radio-Navigations-Technologien. Dieses System wurde später in **NAVSTAR-GPS**, die Abkürzung für Navigation Satellite Timing And Ranging – Global Positioning System, umbenannt. Die Forderung an das NAVSTAR System war, dass einem GPS-Nutzer in Ruhe oder in Bewegung extrem genaue Informationen über seine dreidimensionale Position, seine Geschwindigkeit sowie die Zeit überall auf oder nahe der Erde zur Verfügung gestellt werden. Diese Informationen sollte das System unabhängig von den Wetterbedingungen konstant liefern [Bauer, [1], 1994].

1974 wurde der Navigation Technology Satellite 1, abgekürzt als NTS-1, ins All gestartet. An Bord waren auch die ersten Atomuhren, zwei Rubidium Oszillatoren. Die US Air Force übernahm das Programm-Management für die Umsetzung des GPS-Konzepts. 1977 wurde der erste zum NAVSTAR Programm gehörige Satellit gestartet, der NTS-2. Von 1978 bis 1985 wurden 11 NAVSTAR Satelliten gestartet. Damit waren die Block 1 Satelliten im All, deren durchschnittliche Lebensdauer sieben Jahre beträgt. 1982 wurde **GLONASS 1** von der Sowjetunion gestartet. Bis 1994 sind weitere 58 Satelliten dazugekommen. Der Auftrag für die NAVSTAR Block IIR Satelliten ging 1989 an GE Astropace. Im Jahr 2003 sind 34 operationelle GPS-Satelliten in einem Erd-Orbit. Neben einem für rein militärische Zwecke reservierten Präzisionssignal, dem P-Code, wurde ein weiteres ungenaueres Signal, der C/A-Code, für zivile Zwecke geschaltet.

1992 wurde auch der TOPEX/Poseidon Ozean-Beobachtungssatellit ins All gebracht. Er trägt auch ein GPS-System an Bord, um eine Referenz zwischen Satellit und dem Zentrum der Erde zu erhalten. 1994 erklärt die FAA, dass GPS in das Luftverkehrkontrollsystem der USA integriert wird. 1995 wurde TSIKADA gestartet. Die Regierung der Russischen Föderation gibt Glonass für zivile Nutzer frei.

### 3.4.2 Funktionsweise

Das GPS-System ist so konzipiert, dass eine Punktbestimmung überall auf der Erde möglich ist. An den Polen ist die Abdeckung mit Satelliten etwas schwächer. Die Position wird aus der Messung von Laufzeiten der unterschiedlich codierten Signale des Satelliten zum GPS-Empfänger abgeleitet. Es wird also die Distanz zwischen GPS-Empfänger und Satelliten gemessen.

Stellt man sich die Positionen der Satelliten zu einem bestimmten Zeitpunkt als eingefroren vor, kann ihre exakte stellare Position bestimmt werden. Wenn die von ihnen ausgesandten Signale vom GPS-Empfänger aufgenommen werden, haben diese eine unterschiedlich lange Laufzeit hinter sich, aus denen die Distanz zu den jeweiligen Satelliten abgeleitet werden kann. Parallel

dazu erzeugt der Empfänger selber ein Signal gleicher Kennung und synchronisiert dieses mit den empfangenen Informationen. Voraussetzung ist die zeitliche Gleichschaltung der Satelliten und des Empfängers. Die abgeleitete Phasenverschiebung führt zu einer weiteren zeitlichen Korrekturkomponente, welche in die Berechnungen der Laufzeiten einfließen.

Betrachtet man nur einen einzelnen Satelliten, so zeichnet das ausgesendete Signal eine Kugelsphäre um den Satelliten herum, auf deren Oberfläche das Signal gleichzeitig empfangen werden kann. Ist bekannt, dass sich der GPS-Empfänger auf der Erdoberfläche befindet, so erhält man eine kreisförmige Standlinie, auf der sich ein Signal mit einer definierten Laufzeit empfangen lässt.

Wird nun das Signal eines weiteren Satelliten empfangen, kommt eine zweite Standlinie hinzu, welche die mögliche Position des Empfängers theoretisch auf zwei gemeinsame Schnittpunkte mit der ersten Standlinie einschränkt.

Die theoretisch endgültige Positionsbestimmung kommt nun über die Einbindung einer dritten Standlinie mit definierter Zeitkennung zustande. Grundvoraussetzung ist die absolute Zeitsynchronisation der Satellitenuhren, ihrer Signale und die der GPS-Empfängeruhr. Das ausgesandte Signal trägt neben der Orbitinformation des Satelliten immer einen Zeitmarker, der es dem Empfänger ermöglicht, seine Laufzeit mit anderen Signalen identischer Zeitmarkierung aber unterschiedlichen Ursprungs zu vergleichen und die Phasenverschiebung zu errechnen. Weiterhin werden die Signale mit der internen Zeitmessung des GPS-Systems verglichen und auf Verschiebungen analysiert. Hierfür sind die Satelliten mit genauen Atomuhren ausgestattet, während die GPS-Empfänger mit herkömmlichen Quarzuhren auskommen müssen. Daher ergeben sich Genauigkeitsfehler bzgl. der Zeitmessung, welche ihrerseits zu Schwankungen in der Positionsrechnung führen.

Der Zeitversatz zwischen Sendersignal und GPS-Empfänger wird auch als Offset oder Bias bezeichnet. Der Offset eines jeden GPS-Empfängers ist durch dessen Uhr bestimmt und verursacht eine leichte positive oder negative, aber in jedem Fall fehlerhafte Verschiebung in der Distanzmessung. Letztere kann nur durch die simultane Messung eines vierten Satelliten korrigiert werden, da seine Pseudodistanz bzw. Pseudorange eine Korrektur des Offsets im GPS zulässt. Zusätzlich erzeugt jeder GPS-Empfänger einen eigenen Signalcode, der mit den Satellitendaten synchronisiert wird und so weitere Informationen über den vorliegenden Offset liefert.

Die Positionsbestimmung mit Hilfe des GPS-Systems erfolgt also über die exakte Bestimmung der Laufzeiten von Signalen zum Empfänger, der daraus abgeleiteten Distanz zu den jeweiligen Satelliten und einer zeitlichen Synchronisation von Empfänger- und Sendersignal. Je mehr Signalquellen simultan gemessen werden können, desto genauer ist das Ergebnis der Positionierung des Empfängers. Theoretisch sind mindestens drei, praktisch jedoch **vier Satelliten** zur Berechnung der Koordinaten notwendig. Bei der momentanen Anzahl an GPS-Satelliten ist diese Mindestkonstellation jederzeit global verfügbar. Ausnahmen bilden topographisch sehr ungünstige Gegebenheiten wie zum Beispiel Abschattung im Gebirge und Häuserschluchten. Bei den untersuchten Flügen, hauptsächlich in Nord-Skandinavien, waren meist acht Satelliten sichtbar. Die statistische Genauigkeit der Positionierung liegt nach Abschaltung der Selective Availability im zivilen Sektor (C/A-Signal) bei etwa 10 Metern für den normalen Betrieb bzw. im Zentimeterbereich bei Differentiellem GPS-Betrieb. Beim militärischen P-Code liegt die Genauigkeit bei unter 50 cm allein im GPS-Betrieb [Gerlach, [39], 2002].

### 3.4.3 GPS auf Forschungsraketen

Bei MAXUS-5 wurden zum ersten Mal GPS-Daten im operationellen Betrieb neben den Positions- und Geschwindigkeitsdaten des RADAR und des internen Navigationssystems verwendet. Bei MAXUS-5 wurde mit zwei voneinander unabhängig arbeitenden GPS Empfängern ein redundantes System verwendet (Ashtech G12 HDMA und Orion-HD). Ein drei-stufiges Antennensystem sorgt

für ein ununterbrochenes Tracking vom Start bis zur Landung am Fallschirm. Eine **Helix-Antenne** ist in der Spitze der Nasenogive montiert, eine einzelne Patch-Antenne an der Fallschirm-Can und ein **Multi-Patch Antennen-System** ist in dem GPS-Modul angebracht [Markgraf, [73], 2003]. Während des Aufstiegs empfangen beide Receiver das Signal mit der Tip-Antenne, da diese keine Probleme mit der Sichtbarkeit der GPS-Konstellation in dieser Phase des Fluges hat und unempfindlich gegen den Spin um die Längsachse ist. Die Patch-Antenne auf dem Fallschirm-Can empfängt die Signale nach Separation der Nasenspitze bis zum Ende der Mikrogravitationsphase. Solange die Rakete mit ihrer Spitze (nach der hier verwendeten Definition positive  $z_{BF}$ -Achse) in zenithnaher Richtung ausgerichtet ist, werden mit dieser Antenne gute Tracking-Ergebnisse erzielt. Die Antenne geht mit dem Verlust der Fallschirm-Can während des Wiedereintritts verloren [Markgraf, [73], 2003].

Um GPS-Daten auch während des gesamten Wiedereintritts und der Bergungsphase zu ermöglichen, wird seit MAXUS-5 ein Multi-Patch Antennen-System in einem eigenen GPS-Modul geflogen, welches die Patch-Antenne an dem Fallschirm-Can ersetzt. Das System beinhaltet vier Patch-Antennen, welche fluchtend in dem Modul montiert sind. Die vier Antennen teilen sich in zwei voneinander unabhängige Systeme mit jeweils zwei sich gegenüberliegenden Antennen. Ein Dual-Patch Antennensystem liefert das GPS-Signal an den Orion-HD Empfänger, das andere an den Ashtech G12 Empfänger, welcher in dem Service System Modul direkt unterhalb des GPS-Moduls angebracht ist. Die nächste Abbildung zeigt das MAXUS-5 GPS-Modul.



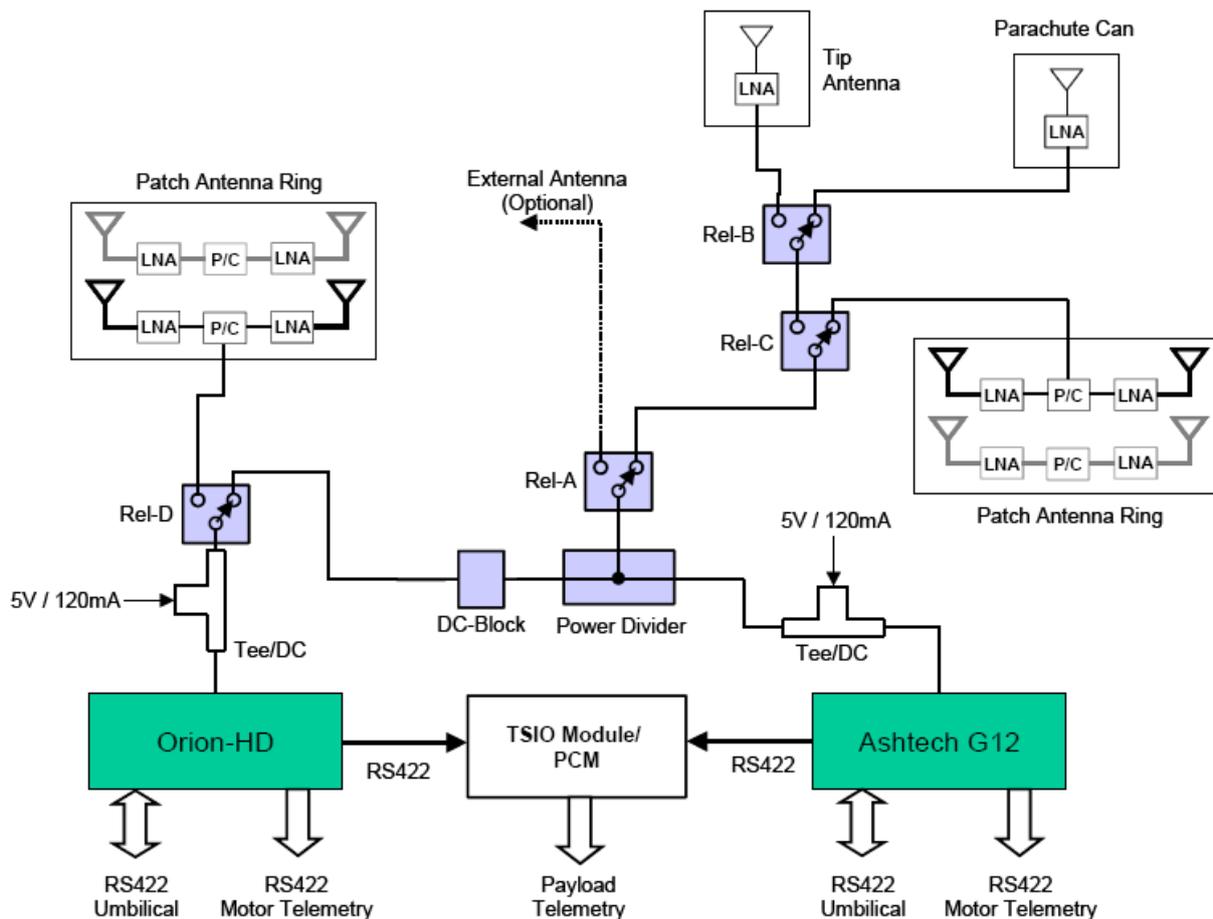
**Abbildung 3-1: MAXUS-5 GPS Antennen-Modul (mit Orion-HD Empfänger und zwei redundanten Dual-Patch Antennen-Subsystemen)**

Der Orion-HD GPS-Empfänger verwendet eine Hardware-Plattform, die von Mitel als Prototyp eines Low-Cost Empfängers für kommerzielle Anwendungen entwickelt wurde. Eine genauere Beschreibung des Empfängers kann in [Markgraf, [73], 2003] gefunden werden. Der Empfänger empfängt das Lift-Off Signal und es ist daher eine genaue Bestimmung des Startzeitpunktes möglich.

Die Basis-Software eines GPS-Empfängers ist nur auf terrestrische Anwendungen ausgelegt und wurde für hoch dynamische Anwendungen modifiziert und erweitert um bei schnell variierenden Signalbedingungen eine genaue Navigationslösung zu gewährleisten. Der Empfänger verwendet

Daten der vor dem Start berechneten Referenz-Flugbahn, um die Signal-Erfassung zu unterstützen. Teil der erweiterten Software ist auch ein Algorithmus zur Vorhersage des Auftreff-Punktes<sup>38</sup> des Flugkörpers bei angenommener sofortiger Abschaltung des Schubes [Markgraf, [73], 2003].

Der Ashtech G12 HDMA<sup>39</sup> wurde für terrestrische und fliegende Systeme entwickelt. Weitere Informationen finden sich in [Markgraf, [73], 2003]. Die GPS-Datenrate ist 2 Hz und wurde erst für MAXUS-7 und TEXUS-43 auf 5 Hz umgestellt. Die Abbildung 3-2 zeigt den schematischen Aufbau des GPS-Tracking-Systems.



**Abbildung 3-2: Schematischer Aufbau des GPS-Tracking-Systems für MAXUS-5, der die GPS-Empfänger, das Antennensystem und die TM/TC Schnittstellen beinhaltet [Markgraf, [73], 2003]**

Auch bei der TEXUS-42 Nutzlast arbeitet der GPS-Empfänger mit zwei verschiedenen Antennensystemen. Die erste Antenne ist die Tip-Antenne in der Spitze des Nasenkonus und das zweite Antennensystem besteht aus zwei Patch-Antennen, die sich in der gleichen Nutzlast-Ebene auf dem Service-Modul befinden. Die Patch-Antennen werden nach dem Abwurf des Nasenkonus bis zur Landung der Nutzlast verwendet [Ettl, [34], 2006].

<sup>38</sup> Engl.: Instantaneous Impact Point (IIP).

<sup>39</sup> High Dynamics and Missile Applications.

Für die Analyse des Wiedereintritts der Forschungsraketen Nutzlasten sind die GPS-Daten am aussagekräftigsten. Der GPS-Empfänger liefert direkt:

- Position der Nutzlast im ECEF-Koordinatensystem  $\vec{x}_{ECEF,PL}$  und in WGS84-System
- On-Board errechnete Geschwindigkeit der Nutzlast im VCVF-System  $\vec{v}_{VCVF}$

Durch Differenzieren erhält man:

- Beschleunigung der Nutzlast im VCVF-System  $\vec{a}_{VCVF}$

Es gilt zu beachten, dass auch die Bewegung der Empfangsantennen um den Schwerpunkt gemessen wird. Dies zeigt sich besonders deutlich, wenn die Nutzlast in den Flat-Spin übergeht. Das GPS-System misst dann nicht nur die Geschwindigkeit der Nutzlast-Punktmasse relativ zur Erde, sondern auch die Rotation der Nutzlast um die laterale Achse. Die gemessenen Daten können verwendet werden, um die Flat-Spin Frequenz zu ermitteln (siehe Kapitel 6.4). Allerdings kann es passieren, dass der GPS-Empfänger bei zu großem Abstand der Antennen von dem Schwerpunkt und zu großer Flat-Spin-Rate Probleme mit der Positionsbestimmung bekommt und ausfällt. Daher sollten in Zukunft möglichst die GPS-Antennen in der Nähe des Schwerpunktes der Nutzlast angebracht werden.

### 3.5 Beschleunigungssensoren

Die 3-Achsen-**Beschleunigungssensoren** liefern Beschleunigungswerte in alle körperfesten Achsen der Nutzlast.

Nach der Achsdefinition in Kapitel 10.2.6 sind die gemessenen Beschleunigungen:

- In Nick-Achsenrichtung  $a_{BF,x}$
- In Gier-Achsenrichtung  $a_{BF,y}$
- In Roll-Achsenrichtung  $a_{BF,z}$

### 3.6 Rate-Gyro Daten

Für die Bestimmung der Drehraten der Nutzlast um die körperfesten Achsen werden **Rate-Gyros** verwendet.

Nach der Achsdefinition in Kapitel 10.2.6 sind die gemessenen Beschleunigungen:

- In Nickrate<sup>40</sup>  $\dot{q}$  in  $x_{BF}$ -Achsenrichtung
- In Gierrate<sup>41</sup>  $\dot{r}$  in  $y_{BF}$ -Achsenrichtung
- In Rollrate  $\dot{p}$  in  $z_{BF}$ -Achsenrichtung

<sup>40</sup> Engl.: Pitch-Rate.

<sup>41</sup> Engl.: Yaw-Rate.

### 3.7 Inertial Platform (Trägheitsnavigationssystem)

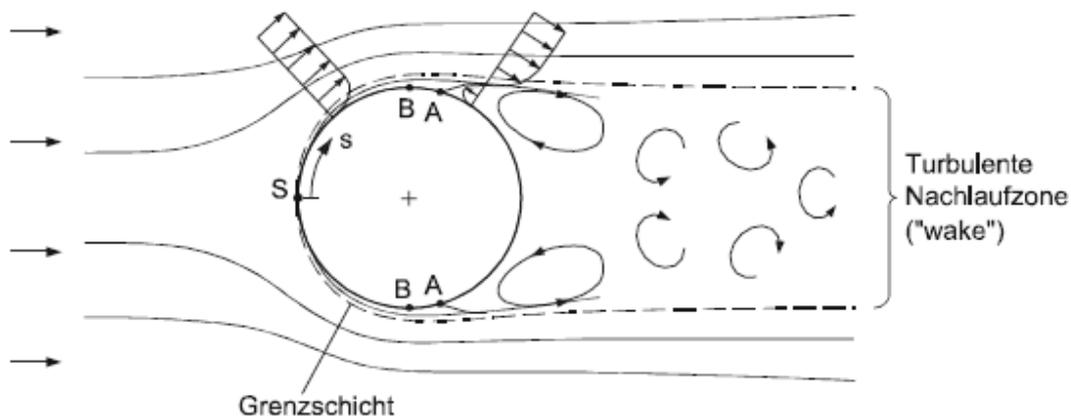
Das Trägheitsnavigationssystem wird in dieser Arbeit als System der Flugparameterbestimmung nur kurz erwähnt. Inertial-Platform-Daten standen nur für den SHEFEX Flug zur Verfügung. Wie im Anhang in Kapitel 10.2.6 beschrieben, kann mit den Eulerwinkeln und der richtigen Rotationsfolge die Lage der Nutzlast bestimmt werden.

## 4. Aerodynamischer Widerstand

Die primäre Kraft während des atmosphärischen Wiedereintritts ist der aerodynamische Luftwiderstand. Er wirkt bei Vernachlässigung der Windeinflüsse entgegen der Fluggeschwindigkeit  $v_{VCVF}$  der Nutzlast und bremst diese dadurch ab. Für Höhenforschungsraketennutzlasten mit symmetrischer zylindrischer Form und einem ballistischen Eintritt in die Atmosphäre mit großem Flugbahnwinkel  $\gamma_{VCVF}$  ist der Auftrieb, also die aerodynamische Kraft orthogonal zur Flugrichtung, um einen Faktor 10 kleiner als der Luftwiderstand und beeinflusst daher die Flugbahn nur gering.

### 4.1 Definition des Luftwiderstandskoeffizienten

In der Potentialtheorie erfährt ein umströmter Körper keinen Widerstand. Dieses Ergebnis steht im Widerspruch zur beobachtbaren Realität. Für einen umströmten Zylinder ist dies als D'Alembertsches Paradox<sup>42</sup> bekannt [Jirka, [53], 2001]. Besitzt das Fluid auch nur eine kleine Viskosität, so weicht das reale Strömungsbild radikal von dem der idealen Strömung ab. Wie bedeutend die viskosen Effekte sind, zeigten schon früh experimentelle Studien der Umströmung von unterschiedlich angestellten Flugkörpern durch **R. P. Harrington** [Allen, [2], 1951]. Wie in folgender Abbildung 4-1 dargestellt, entwickelt sich an der Vorderseite des Zylinders eine dünne Grenzschicht, in der die Geschwindigkeit der Außenströmung gegen Null an der Körpergrenze abnimmt. Die Grenzschicht wächst in der beschleunigenden Strömung langsam mit zunehmender Distanz  $s$  vom Staupunkt bis zum Scheitelpunkt B an.



**Abbildung 4-1: Umströmung eines Zylinders bei kleinen Viskositäten [Jirka, [53], 2001]: Die Grenzschicht wächst in der beschleunigenden Strömung langsam mit zunehmender Distanz  $s$  vom Staupunkt bis zum Scheitelpunkt B.**

Da die Geschwindigkeit in der Grenzschicht aber schon sehr gering ist, bewirkt der Druckgradient, dass sich die Geschwindigkeit ab einem gewissen Punkt innerhalb der Grenzschicht umkehrt. Es entsteht also eine Rückströmung an der Nachlaufseite des Zylinders und die Grenzschicht löst sich vom Körper (Punkt A in Abbildung 4-1) ab. Infolge der Rückströmung bilden sich Wirbel hinter dem

<sup>42</sup> Benannt nach dem französischen Mathematiker **Jean Baptiste le Rond d'Alembert** (1717-1783).

Zylinder, die in eine turbulente Strömung übergehen können. Dieses Gebiet wird Nachlaufzone<sup>43</sup> genannt [Jirka, [53], 2001].

Erste Überlegungen über die Gesetzmäßigkeiten beim Strömungswiderstand stammen von Isaac Newton. Für ihn bestand das Fluid aus Teilchen mit Masse  $m$ , zwischen denen keine Wechselwirkung besteht. Bei einer senkrecht zur Strömungsrichtung gestellten Platte mit der Fläche  $A$  ist der Teilchenstrom

$$\frac{dN}{dt} = n \cdot A \cdot u_\infty \quad \text{Gl. 4-1}$$

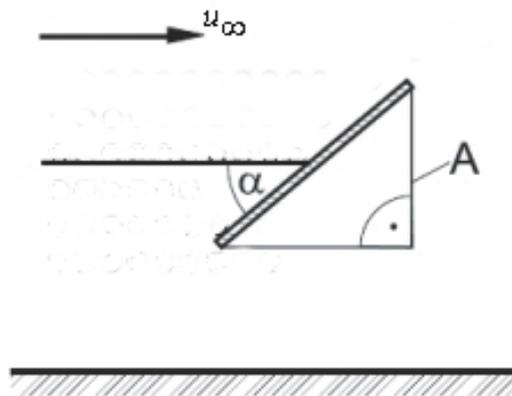
wobei  $n$  die Anzahl der Teilchen pro Volumeneinheit und somit die Teilchendichte ist. Da jedes Teilchen den Impuls  $I = m \cdot u_\infty$  besitzt, ist unter der Voraussetzung eines unelastischen Aufpralls auf die Platte die Kraft auf die Platte gleich dem Impulsstrom der aufprallenden Teilchen.

$$F_{\text{Drag,Newton}} = \frac{dI}{dt} = n \cdot A \cdot u_\infty \cdot m \cdot u_\infty = \rho \cdot A \cdot u_\infty^2 \quad \text{Gl. 4-2} \quad [\text{Wille, [130]]}$$

Hierbei ist  $\rho$  die lokale Dichte des Fluids an der Position der Platte. Für die mit dem Winkel  $\alpha$  schräg zur Anströmungsrichtung stehende Platte folgt aus Newtons Vorstellung für den Widerstand:

$$F_{\text{Drag,Newton}} = \rho \cdot A \cdot u_\infty^2 \cdot \sin^2 \alpha \quad \text{Gl. 4-3} \quad [\text{Wille, [130]]}$$

Wenn  $A$  die Projektion der Plattenfläche senkrecht zur Strömungsrichtung ist, so gilt die nächste Abbildung.



**Abbildung 4-2: Schräg angeströmte Platte**

Newtons Theorie lieferte die richtige Erkenntnis, dass der Widerstand infolge der Trägheit eines Fluids zur Dichte  $\rho$ , proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit und der Projektionsfläche ist. Falsch ist der Schluss, dass der Proportionalitätsfaktor allein von der Größe und Gestaltung der Stirnfläche des umströmten Körpers abhängt.

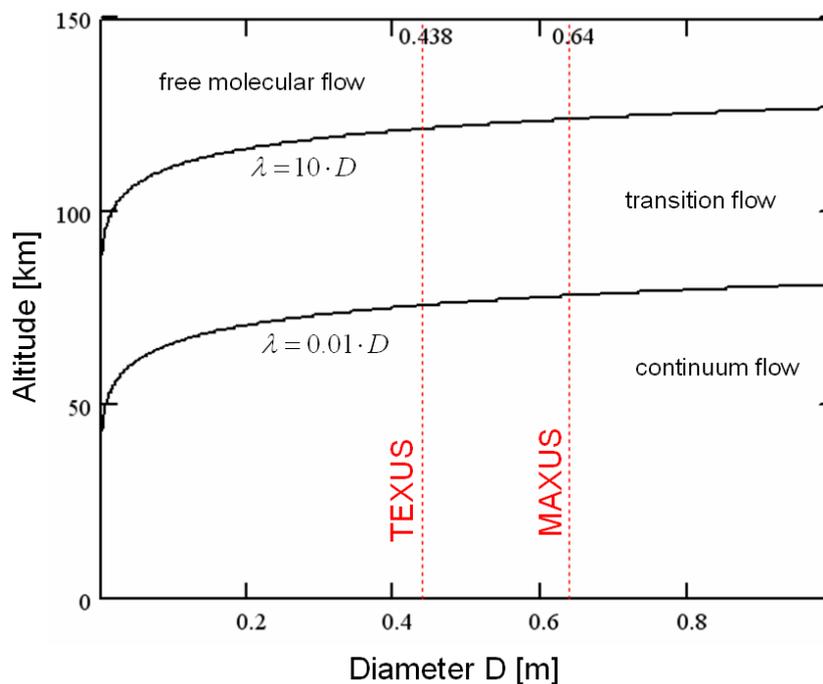
<sup>43</sup> Engl.: wake.

Allerdings ist die Voraussetzung für Newtons Theorie eines aus sich gegenseitig nicht beeinflussenden Teilchen bestehenden Fluids immer dann erfüllt, wenn die intermolekularen Kräfte klein gegenüber den Trägheitskräften der Moleküle sind – beispielsweise wenn der Abstand der Moleküle relativ groß ist, so wie man es bei der **freien Molekular-Strömung** um die Raketennutzlast in großen Höhen annehmen kann [Wille, [130], 2005]. In [Meisinger, [79], 2002] werden die aerodynamischen Beiwerte für eine Rettungskapsel der Internationalen Raumstation sogar komplett mit der Newton-Theorie berechnet. Ein Maß für den Abstand der Moleküle in einer Strömung ist die Knudsenzahl, benannt nach dem dänischen Physiker **Martin Knudsen** (1871–1949).

$$Kn = \frac{\lambda}{L}$$

Gl. 4-4

Dabei ist  $\lambda$  die **mittlere freie Weglänge** eines Moleküls zwischen Zwischenstößen mit anderen Molekülen und  $L$  eine charakteristische Körperabmessung<sup>44</sup>.



**Abbildung 4-3: Definition der Strömungsgebiete in Abhängigkeit der Nutzlast-Geometrie  $D_{PL}$  bei angenommener Queranströmung: Der Bereich von  $Kn < 0.01$  ist als Kontinuumsströmung definiert, im Bereich  $Kn > 10$  spricht man von freier Molekülströmung. Die rot gestrichelten Linien markieren den Durchmesser der TEXUS- bzw. MAXUS-Nutzlasten.**

Mit abnehmender Höhe werden die freie Weglänge und damit die Knudsenzahl  $Kn$  kleiner. Ist die Knudsenzahl im Bereich  $Kn < 0.01$ , so spricht man von Kontinuumsströmung. Im Strömungsfeld, das den Körper umgibt, finden gegenseitige Molekülzusammenstöße in ausreichendem Maße statt. Für  $Kn > 10$  spricht man von der freien Molekül-Strömung<sup>45</sup> [Messerschmid, [81], 2000]. Die

<sup>44</sup> Für die in dieser Arbeit durchgeführte Analyse ist, je nach Lage der Nutzlast zur Strömung, die Länge  $L_{PL}$  oder der Durchmesser  $D_{PL}$  der Nutzlast als charakteristische Körperabmessung naheliegend.

<sup>45</sup> Bei [ESA, [31], 2000] beginnt die Freie Molekülströmung bereits bei  $Kn > 3$ .

Moleküle aus der Anströmung treffen direkt auf den Körper, ohne dass sie von reflektierten Molekülen gestört werden. Der Übergangsbereich dazwischen kann noch weiter in die gestörte Molekül-Strömung und das Gleitströmungsgebiet unterteilt werden [Koppenwallner, [63], 2005].

Für die in dieser Arbeit hauptsächlich betrachteten Nutzlasten lässt sich anhand von Abbildung 4-3 zeigen, dass für den Wiedereintritt ab 120 km nicht mehr von freier Molekularströmung ausgegangen werden darf. Dies gilt auch für den Fall, dass von Beginn an eine Queranströmung des Zylinders angenommen, d.h. der Durchmesser  $D_{PL}$  der Nutzlast als charakteristische Länge verwendet wird.

Auch bei Hyperschallströmungen stimmt die Newton'sche Theorie zur Berechnung des Widerstandes infolge der Trägheit der Gasumströmung gut, weil die Trägheitskräfte wegen der großen Geschwindigkeit groß gegenüber den intermolekularen Kräften sind.

Bei einer angenommenen Kontinuumsströmung ist die Newton'sche Betrachtung des aerodynamischen Widerstands, wie schon erwähnt, nicht ausreichend. Wissenschaftliche Grundlagenversuche von **Ludwig Prandtl** (1875-1953) in Göttingen, Deutschland und **Gustave Eiffel** (1832-1923) in Paris, Frankreich bewiesen, dass die Gesamtform des Körpers den Strömungswiderstand bestimmt. Die Fluide müssen als kontinuierlich verbreitete Medien betrachtet werden. Die Newton'sche Gleichung wurde weiterhin benutzt, es wurde aber zur Beschreibung des Einflusses der Körperform die dimensionslose **Widerstandszahl**  $\zeta_D$  eingefügt. Der Faktor  $\frac{1}{2}$  dient dazu, eine kontinuierliche Notation in der Aerodynamik aufrecht zu erhalten [Montenbruck, [82], 2000]. Mit dem dynamischen Druck und dem größten Querschnitt  $A$  zur Anströmrichtung ergibt sich:

$$F_{Drag} = \zeta_D \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_\infty^2 \cdot A \quad \text{Gl. 4-5}$$

Die sich daraus ergebende Bremsbeschleunigung auf die Nutzlast mit Masse  $m_{PL}$  ist:

$$\ddot{r}_{Drag} = -\frac{1}{2} \cdot \zeta_D \cdot \frac{A}{m_{PL}} \cdot \rho \cdot u_\infty^2 \quad \text{Gl. 4-6} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die Widerstandszahl  $\zeta_D$  bezieht sich also immer auf die Projektionsfläche  $A$ , wohingegen der **Widerstandskoeffizient**  $c_D$  immer auf eine bestimmte Fläche  $A_{ref}$  referenziert ist, welche nicht zwingend mit der Projektionsfläche  $A$  übereinstimmen muss. Auch der Widerstandskoeffizient  $c_D$  ist eine dimensionslose Größe und beschreibt den Einfluss der Geometrie und der Oberfläche des Objektes auf den aerodynamischen Widerstand. Eine Aussage über den aerodynamischen Widerstand mit Hilfe dieses Koeffizienten ist nur bei Kenntnis der Referenzfläche möglich. Widerstandszahl  $\zeta_D$  und Widerstandskoeffizient  $c_D$  sind nur dann identisch, wenn die Referenzfläche  $A_{ref}$  mit der Projektionsfläche  $A$  übereinstimmt. Die in dieser Arbeit betrachteten Referenzflächen sind der Nutzlast-Querschnitt  $A_\circ = \frac{\pi}{4} \cdot D_{PL}^2$  und der Nutzlast-Längsschnitt  $A_\square = D_{PL} \cdot L_{PL}$ . Die sich darauf beziehenden Widerstandskoeffizienten sind dementsprechend  $c_{D,\circ}$  beziehungsweise  $c_{D,\square}$ . Der auf den größten Querschnitt bezogene Widerstandskoeffizient wird normalerweise für Raketen während des Aufstiegs verwendet. Es ist dadurch auch ein Vergleich verschiedener Raketentypen möglich<sup>46</sup>.

Diese Festlegung auf eine Referenzlänge ist auch bei Satellitenträgern üblich. Bei Soyuz beispiels-

<sup>46</sup> Siehe Vergleich R-17 mit A4 in [Schmucker, [99], 2003].

weise wird als Referenzfläche die Querschnittsfläche der Hauptstufe verwendet, auch für den Widerstandskoeffizienten der Booster oder bei der Analyse des Wiedereintritts dieser Stufen für die Flugsicherheit [Sentenai, [103], 2005].

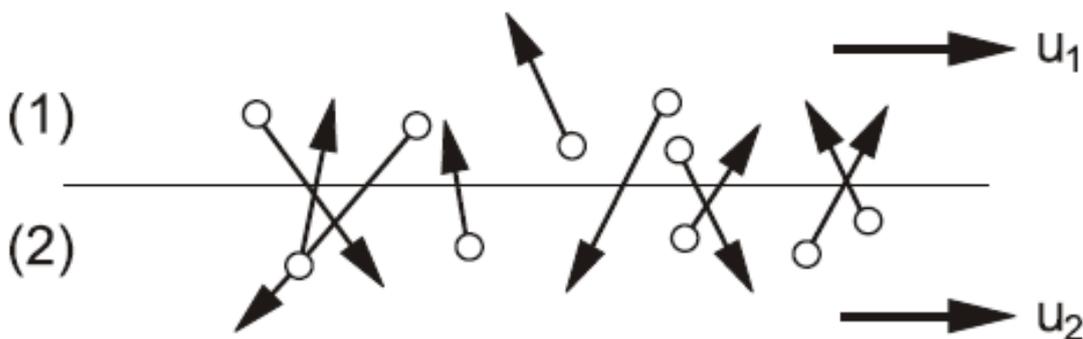
## 4.2 Aerodynamischen Widerstand beeinflussende Parameter

Flüssigkeiten und Gase werden Fluide genannt, da sie unter Einwirkung von Schubspannungen im Gegensatz zu Festkörpern die Eigenschaft haben, sich kontinuierlich zu verformen. Diese Eigenschaft wird Fluidität oder Fließbarkeit genannt [Jirka, [53], 2001]. Flüssigkeiten sind wenig kompressibel, Gase dagegen stark kompressibel. Sie zeigen schon bei kleinen Druckdifferenzen große Volumenänderungen. Um die intensiven<sup>47</sup> Eigenschaften der Gase beschreiben zu können, ist es notwendig, thermodynamische Beziehungen zwischen Dichte, Druck und Temperatur zu berücksichtigen [Jirka, [53], 2001]. Diese Eigenschaften sind unabhängig von der Gesamtmasse und können lokal definiert werden.

Die Kontinuumsströmungsmechanik kennt zwei wichtige Ähnlichkeitskennzahlen, die Reynolds- und die Machzahl. Aerodynamische Beiwerte eines bestimmten Körpers sind eine Funktion dieser Kennzahlen [Koppenwallner, [63], [62], 2005]. Für die Definition dieser Kennzahlen werden im Folgenden die Begriffe Viskosität und Schall-Geschwindigkeit kurz erläutert.

### 4.2.1 Viskosität

Bei Luft handelt sich um ein Newton'sches Fluid. Die Zähigkeit beschreibt hierbei, dass dieses Fluid scherenden Verformungen einen Widerstand entgegensetzt. Dieser Widerstand macht sich durch Schubspannungen an dem Körper bemerkbar. Diese Eigenschaft lässt sich nicht erklären, wenn man von einem schichtartig übereinandergleitenden Kontinuum ausgeht. Mikroskopisch betrachtet baut sich jegliche Materie aus Molekülen auf. Diese diskreten Einheiten sind bei einem Fluid, im Gegensatz zum Festkörper, gegeneinander beweglich und sind in ständiger ungeordneter Bewegung [Wille, [134], 2005]. Betrachtet man zwei mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aneinander vorbeigleitende Fluidschichten, so findet an der Trennfläche als Folge der Eigenbewegung der Moleküle ein Molekül-Austausch statt.



**Abbildung 4-4: Darstellung des Molekül-Austausches an zwei aneinander vorbeigleitenden Molekülschichten [Wille, [130], 2005]**

<sup>47</sup> lokale.

Die Moleküle besitzen in beiden Schichten die gleiche, ihnen eigene Geschwindigkeitsverteilung, der jeweils die Bewegungsgeschwindigkeiten  $u_1$  und  $u_2$  überlagert sind. Sie verfügen damit über einen bestimmten mittleren Impuls in Strömungsrichtung, den sie bei jedem Ortswechsel mit sich führen und durch Stöße mit anderen benachbarten Molekülen der Umgebung weitergeben. Durch diesen Mechanismus findet im Mittel ein Impulstransport von der schnelleren auf die langsamere Schicht statt, der sich als Kraftübertragung auswirkt. Dieser Impulstransport wird als molekulare Diffusion bezeichnet. Sie führt zu einer Vergleichmäßigung der ursprünglich unterschiedlichen mittleren Impulsgrößen in den Schichten 1 und 2. Dabei wird ein Teil der makroskopischen mechanischen Energie umgewandelt in kinetische Energie der ungeordneten Molekülbewegungen, d.h. in Wärme. Dieser Vorgang wird Dissipation genannt [Wille, [130], 2005].

Es wird für die Definition der Reynoldszahl der Begriff der Dynamischen Zähigkeit benötigt. Diese wird mit Hilfe einer Verknüpfung von Schubspannung  $\tau$  und dem Geschwindigkeitsgradienten der beiden Schichten, dem Newton'schen Schubspannungsansatz, in [Wille, [130], 2005] und in etwas abgewandelter Form im Anhang in Kapitel 14 erläutert. Die Proportionalitätsgröße  $\eta$  zwischen der Schubspannung  $\tau$  und dem Geschwindigkeitsgradienten ist die **Dynamische Viskosität**<sup>48</sup>  $\eta$  [Jirka, [53], 2001].

Die dynamische Viskosität  $\eta$  eines Gases steigt mit wachsender Temperatur  $T$  an, da der ausgetauschte Massenstrom zunimmt [Wille, [130], 2005], [Jirka, [53], 2001]. Neben der dynamischen Viskosität  $\eta$  wird häufig auch die kinematische Viskosität  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  verwendet.

#### 4.2.2 Reynoldszahl

Die maßgebende Zahl für die Grenzschichtdicke ist die Reynoldszahl. Die Grenzschichtdicke ist die Dicke der wirbelbehafteten Schicht. Außerhalb der Grenzschicht geht die Wirbelstärke  $\Omega$  gegen Null. Dort herrscht Potentialströmung. Infolge der von der Wirbelstärke induzierten Geschwindigkeit sinkt die Geschwindigkeit  $u(x, y)$  innerhalb der Grenzschicht stetig von  $u_\infty$  auf den Wert Null an der Wand ab. Je größer die Viskosität des Fluids, desto stärker ist die Wirbeldiffusion und damit die Grenzschichtdicke. Gleichzeitig wird die Grenzschicht umso dünner, je größer die Außenströmung  $u_\infty$  ist. Dieser Vorgang wird durch die Reynoldszahl  $Re$  beschrieben<sup>49</sup>:

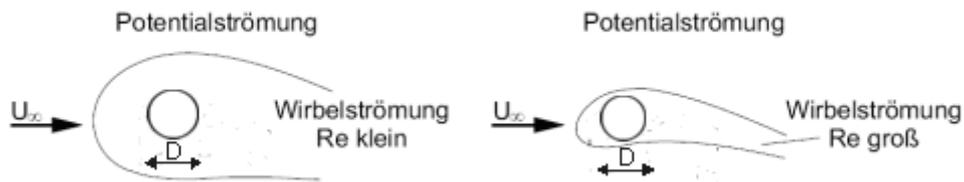
$$Re = \frac{u_\infty \cdot L}{\nu} = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot L}{\eta} \quad \text{Gl. 4-7}$$

Hierbei ist  $L$  eine charakteristische Länge des Problems. Das nächste Beispiel eines in einer Parallelströmung angeströmten Profils zeigt den Einfluss der Reynoldszahl.

---

<sup>48</sup> Der Begriff Viskosität leitet sich von dem lateinischen Wort viscum (dt. Mistel) ab. Aus Misteln wurde ein zäher Leim hergestellt.

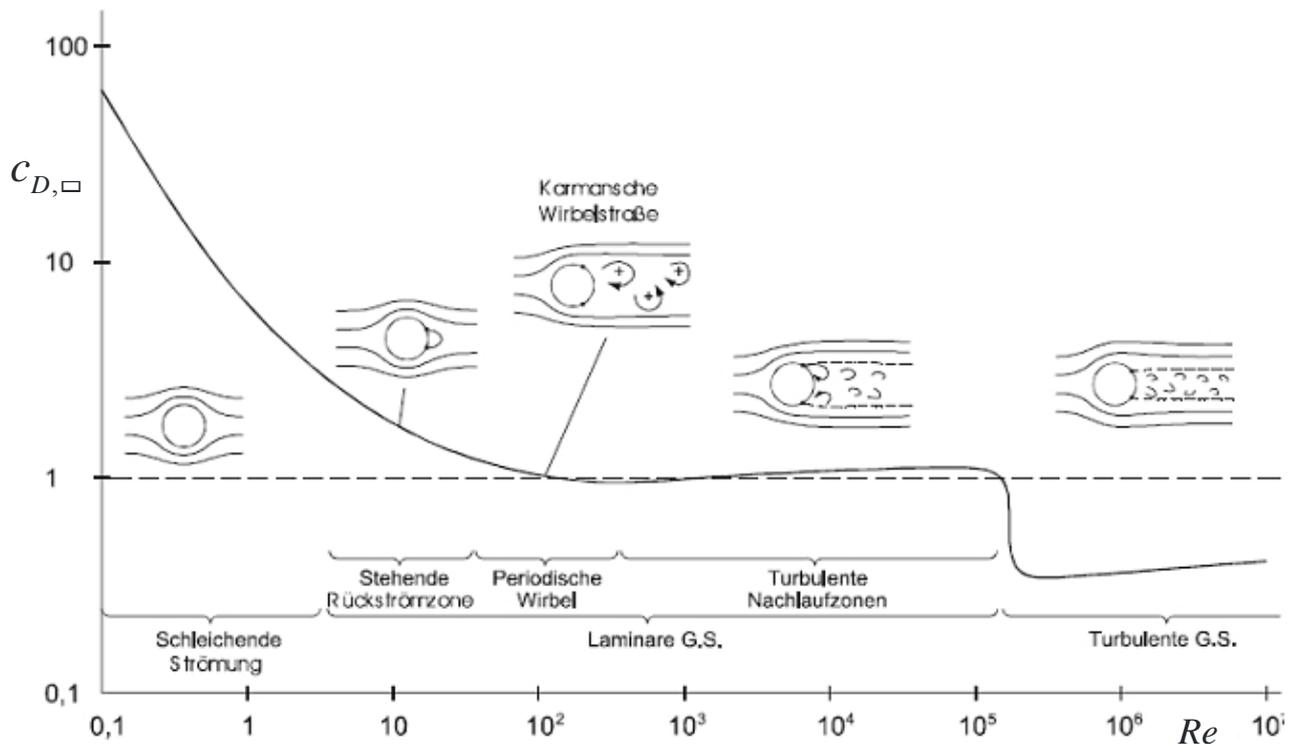
<sup>49</sup> Benannt nach dem englischen Physiker **Osborne Reynolds** (1842–1912).



**Abbildung 4-5: Angeströmtes Profil bei kleiner Reynoldszahl (links) und großer Reynoldszahl (rechts) bei gleicher Anströmung: Bei kleinerer Reynoldszahl bildet sich ein größerer wirbelbehafteter Bereich hinter dem angeströmten Körper.**

Bei kleinen Reynoldszahlen ist der von Wirbelstärke erfüllte Bereich groß. Im Extremfall geht die Reynoldszahl  $Re$  gegen Null, ein Zustand der schleichende Strömung genannt wird. Dann ist der gesamte Raum wirbelbehaftet.

In der Abbildung 4-6 sind die Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square}$  eines unendlich langen Zylinders bezogen auf den Durchmesser  $D_{PL}$  als Funktion der Reynoldszahl  $Re$  dargestellt.



**Abbildung 4-6: Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  eines glatten quer angeströmten Zylinders<sup>50</sup> bezogen auf den Durchmesser  $D_{PL}$  (2-dimensional) [Jirka, [53], 2001]: Die Bereiche mit dem relativ konstanten  $c_{D,\square}$ -Verlauf im Bereich  $300 < Re < 3 \cdot 10^5$  und der Bereich  $Re > 3 \cdot 10^5$  sind für den Wiedereintritt der Nutzlasten entscheidend.**

<sup>50</sup> Seitenverhältnis  $L_{PL} / D_{PL} = \infty$ .

Für den quer angeströmten Kreiszyylinder in Abbildung 4-6 fallen zwei Gebiete durch den relativ konstanten Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square}$  auf. Das erste zwischen  $300 < Re < 3 \cdot 10^5$  und das Gebiet  $Re > 3 \cdot 10^5$ . Im Folgenden werden die einzelnen Reynoldsbereiche und die Höhen, in denen sie bei dem Wiedereintritt einer Höhenforschungsraketennutzlast auftreten, genauer betrachtet.

#### 4.2.2.a Reynoldszahl Bereich $Re \leq 4$

Im Bereich kleiner Reynoldszahlen fällt die Kurve bei steigender Reynoldszahl stark ab. Die Trägheit ist in dem Bereich der schleichenden Strömung nicht von entscheidendem Einfluss auf den Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square}$ . Für einen zylindrischen Körper gibt es eine analytische Lösung nach **Sir Horace Lamb** (1849–1934) [Lamb, [65], 1932], [Jirka, [53], 2001], [Wille, [130], 2005]:

$$c_D = \frac{8 \cdot \pi}{Re \cdot (2.00 - \ln Re)} \quad \text{Gl. 4-8} \quad [\text{Lamb}, [65]]$$

Während des Wiedereintritts von Höhenforschungsraketennutzlasten tritt dieser Bereich höchstens in Höhen<sup>51</sup> über  $h_{ECEF} = 110$  km auf.

#### 4.2.2.b Reynoldszahl Bereich $4 \leq Re \leq 40$

Das Trägheitsverhalten wird in diesem Reynoldsbereich stärker. Auf der Rückseite der zylindrischen Nutzlast bilden sich Ablösungszonen mit einem stehenden Wirbelsystem. Dieses Gebiet tritt während des Wiedereintritts im Höhenbereich<sup>52</sup>  $h_{ECEF} = 110$  km bis  $h_{ECEF} = 100$  km auf.

#### 4.2.2.c Reynoldszahl Bereich $40 \leq Re \leq 300$

Dieser Reynoldsbereich wird für die wiedereintretenden zylindrischen Nutzlasten nur im Bereich  $h_{ECEF} = 100$  km bis  $h_{ECEF} = 85$  km Höhe<sup>53</sup> durchflogen. Die Nutzlast ist in diesem Bereich meistens noch nicht quer zur Flugrichtung ausgebildet und es findet noch keine gleichmäßige Queranströmung statt.

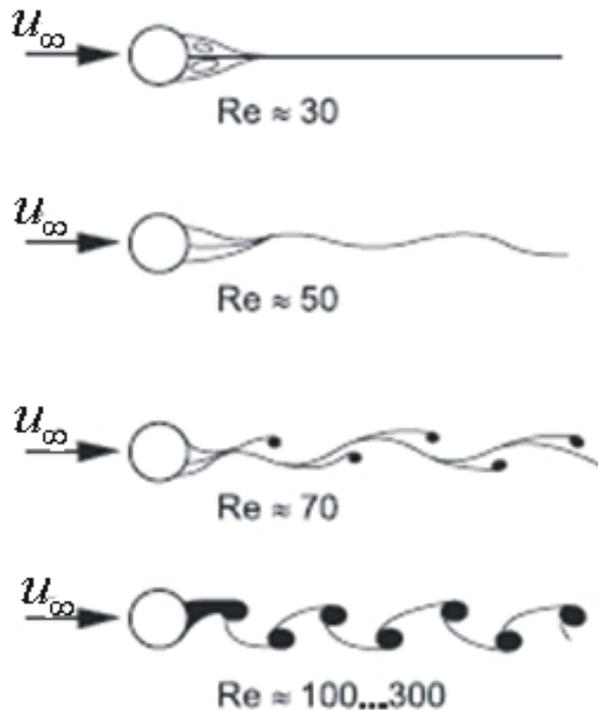
In diesem Reynoldsbereich gibt es eine ausgeprägte laminare Grenzschicht, die hinter dem Scheitelpunkt des Zylinders ablöst. Es tritt eine periodische Wechselwirkung zwischen den abgelösten Wirbeln auf, so dass sich im Nachlauf ein System von periodischen Wirbeln ausbildet [Jirka, [53], 2001]. Bei den Umströmungen eines Zylinders mit wachsender Reynoldszahl  $Re$  ergeben sich folgende Strömungsbilder in Abbildung 4-7.

---

<sup>51</sup> Gilt für TEXUS-Nutzlasten. Für MAXUS-Nutzlasten tritt dieses Reynoldszahl-Gebiet nur über einer Höhe von  $h_{ECEF} = 115$  km auf.

<sup>52</sup> Gilt für TEXUS-Nutzlasten. Für MAXUS-Nutzlasten liegt dieser Bereich etwa zwischen  $h_{ECEF} = 115$  km und  $h_{ECEF} = 105$  km.

<sup>53</sup> Gilt für TEXUS-Nutzlasten. Für MAXUS-Nutzlasten liegt dieser Bereich zwischen  $h_{ECEF} = 105$  km bis  $h_{ECEF} = 95$  km.



**Abbildung 4-7: Strömungsbilder bei Umströmung eines Zylinders bei steigender Reynoldszahl  $Re$  [Wille [130], 2005]: Periodische Ablösung der Wirbel (Kármánsche Wirbelstrasse) bei steigender Reynoldszahl.**

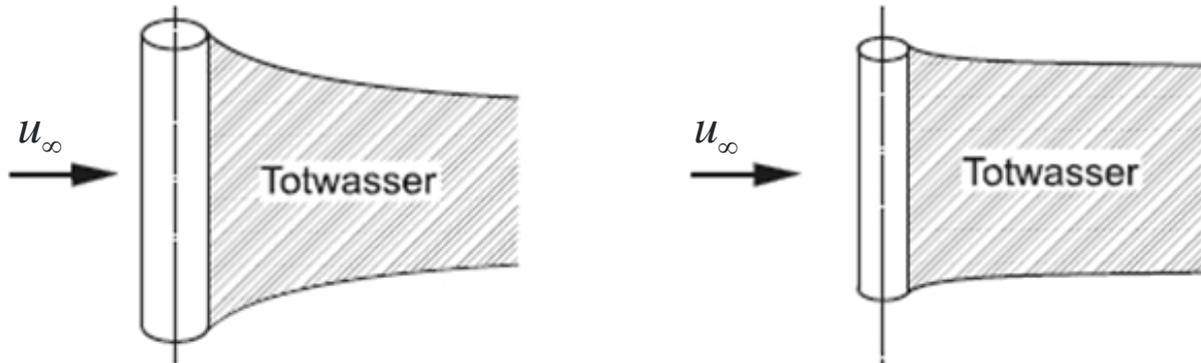
Die regelmäßige Wirbelanordnung wurde von **Theodore von Kármán** (1881-1963) für reibungsfreie Fluide analytisch beschrieben. Sie wird daher Kármánsche Wirbelstraße genannt [Wille, [130], 2005]. Durch die periodische Ablösung der Wirbel erfährt der Zylinder einen zusätzlichen periodischen Auftrieb und Widerstand. Die periodischen Ablösungen mit der Frequenz  $f$  sind durch die Strouhalzahl  $St$ , benannt nach dem tschechischen Physiker **Vincent Strouhal** (1850 – 1922), dimensionslos dargestellt. Für den Bereich von  $4 \leq Re \leq 300$  nimmt die Strouhalzahl kontinuierlich von  $St=0.16$  auf  $St=0.21$  zu [Jirka, [53], 2001]. Diese periodischen Ablösungen treten bis  $Re \approx 300$  auf und finden dann erst wieder bei einer turbulenten Grenzschicht in einem Bereich  $Re > 10^7$  statt. Aber sie sind auch im Zwischenbereich möglich, falls der Zylinder frei schwingen kann [Wille, [130], 2005].

#### 4.2.2.d Reynoldszahl Bereich $300 \leq Re \leq 300000$

In diesem Bereich löst sich die Grenzschicht nahe den Zylinderscheitelpunkten ab. Die Wirbel, die sich in der Nachlaufzone bilden, sind aber nicht länger stabil und geordnet, sondern zerfallen in eine turbulente Nachlaufströmung, die in etwa dem Zylinderdurchmesser  $D_{PL}$  entspricht. Der Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  in diesem Reynoldszahl Bereich wird meist mit  $c_{D,\square} \approx 1.2$  angegeben [Jirka, [53], 2001], [Allen, [2], 1951]. Dieser Reynoldszahl Bereich tritt während des Wiedereintritts in Höhen<sup>54</sup> zwischen  $h_{ECEf} = 85$  km und  $h_{ECEf} = 37$  km auf.

<sup>54</sup> Der angegebene Höhenbereich gilt für TEXUS-Nutzlasten. Für MAXUS-Nutzlasten liegt dieser

Eine weitere Beeinflussung des aerodynamischen Widerstands in diesem Reynoldsbereich erfolgt durch die seitliche Auffüllung des Unterdruckgebietes bei einem quer angeströmten Kreiszyylinder. Dies führt zur Verringerung des Widerstands, allerdings ist dieser Einfluss bei  $Re > 2 \cdot 10^5$  nicht mehr messbar.



**Abbildung 4-8: Quer angeströmter Zylinder mit unterschiedlichem Seitenverhältnis [Wille [130], 2005]: Änderung des Totwasser-Gebietes und damit Änderung des Widerstandskoeffizienten in Abhängigkeit des Seitenverhältnisses. Der Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  ist für die rechte Konfiguration höher.**

In [Wille, [130], 2005] sind der Widerstandskoeffizient in Abhängigkeit der Reynoldszahl für einen angeströmten Zylinder mit einem Seitenverhältnis  $L_{pL} / D_{pL} = 5/1$ , eine Kreisscheibe, eine Kugel, die Näherungsgleichung für eine Kugel nach **Carl Wilhelm Oseen** (1879–1944), die Näherungsgleichung für einen Zylinder nach Lamb und die Näherungslösung für eine Kugel nach **George Gabriel Stokes** (1819–1903) angegeben.

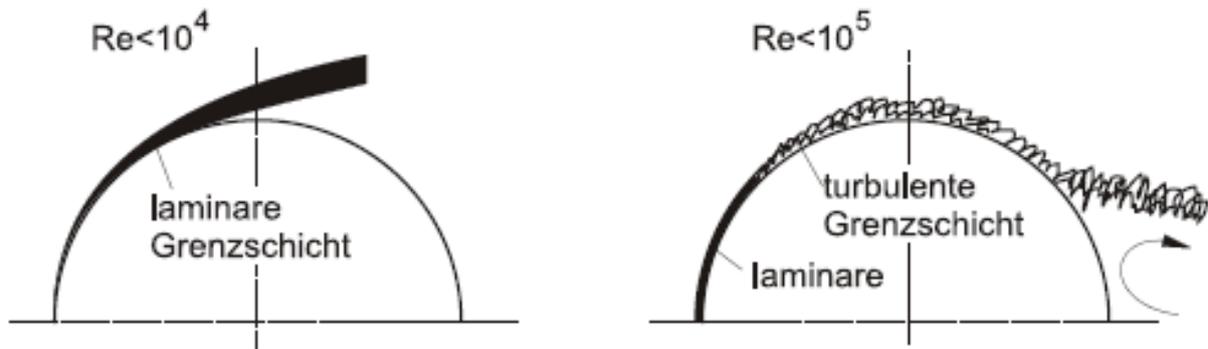
#### 4.2.2.e Reynoldszahl Bereich $Re \geq 300000$

Bei Reynoldszahlen  $Re \approx 300000$  sinkt der aerodynamische Widerstand des Zylinders bis um einen Faktor 3 ab<sup>55</sup> und steigt dann bei höheren Reynoldszahlen langsam wieder an [Jirka, [53], 2001]. Der auffallende Abfall des Luftwiderstandes des querangeströmten Zylinders wurde erstmals von Eiffel beobachtet. Die Prandtl'sche Grenzschichttheorie und Experimente im ersten Göttinger Windkanal brachten die physikalische Erklärung. Die Strömung in unmittelbarer Nachbarschaft einer festen Wand, die Grenzschichtströmung, kann laminar oder turbulent sein. Bei hohen Reynoldszahlen wird sie turbulent. Die Fluidteilchen vollziehen dann zusätzlich starke Querbewegungen und es findet ein Austausch von Impuls zwischen der schnellen Außenströmung und der langsamen Bewegung in der Grenzschicht statt. Die auf diese Weise von außen angetriebene Grenzschicht kann der Körperkontur über den Querschnitt hinaus folgen, worauf sich der aus der Gesamtumströmung resultierende Druckverlauf so ändert, dass der Widerstand geringer wird [Wille, [130], 2005].

---

Reynoldsbereich etwa zwischen  $h_{ECEF} = 42$  km und  $h_{ECEF} = 95$  km.

<sup>55</sup> Die Größe der Abnahme des Widerstands variiert in verschiedenen Literaturquellen. Bei [Wille, [130], 2005] fällt der Widerstandskoeffizient auf die Hälfte, also um einen Faktor 2, bei [Allen, [2], 1951] sogar von  $c_D \approx 1.2$  auf  $c_D \approx 0.3$ , also um einen Faktor 4 im kritischen Reynoldsbereich. Bei [Allen, [2], 1951] wird zusätzlich angegeben, dass dies für Machzahlen unter  $Ma = 0.4$  gilt.



**Abbildung 4-9: Ablösung der laminaren Grenzschicht bei unterschiedlichen Reynoldszahlen [Wille [130], 2005]**

Die laminare Grenzschicht löst sich für  $Re < 10^5$  kurz vor dem größten Querschnitt ab und hinterlässt ein breites von Wirbeln erfülltes Nachlaufgebiet, das den Druckaufbau auf der Abströmseite verringert. Die turbulente Grenzschicht ( $Re > 3 \cdot 10^5$ ) löst sich erst später ab und ermöglicht einen stärkeren Druckanstieg auf der Rückseite des Körpers. Für lange, schlanke Körper kann dieses Phänomen auch bedeuten, dass der Widerstand ansteigt, da für solche Körper die Reibung eine größere Rolle spielt.

Dieser Reynolds-Bereich wird für die betrachteten Höhenforschungsraketennutzlasten in einer Höhe von  $h_{ECEP} = 42$  km bis  $h_{ECEP} = 37$  km erreicht. Die Reynoldszahl steigt bis zu einem Wert von  $Re = 4 \cdot 10^6$  an.

### 4.2.3 Schallgeschwindigkeit und Machzahl

Die Schallgeschwindigkeit  $a$  ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Druckstörung, welche durch eine Schallquelle hervorgerufen wird. Eine Herleitung folgender Gleichung kann in [Wille, [130], 2005] und in [Jirka, [53], 2001] gefunden werden:

$$a = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p_{mean}}{\rho_{mean}}} = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} = \sqrt{\kappa \cdot \frac{R_m}{M} \cdot T} \quad \text{Gl. 4-9} \quad [\text{Wille, [130]}]$$

Die Schallgeschwindigkeit  $a$  hängt also für ein bestimmtes Gas von dem Quotienten des mittleren Drucks  $p_{mean}$  und der mittleren Dichte  $\rho_{mean}$  ab<sup>56</sup>. Für thermisch ideales Gas erhält man die Gleichung 4-10, wobei die Schallgeschwindigkeit  $a$  nur von der Temperatur  $T$  abhängig ist, wenn man davon ausgeht, dass der Isentropenexponent  $\kappa$  konstant bleibt<sup>57</sup>.

Die Machzahl  $Ma$ , benannt nach dem österreichischen Philosophen und Physiker **Ernst Mach** (1836-1916), ist eine dimensionslose Kennzahl, welche mit der örtlichen Schallgeschwindigkeit  $a$  die Strömungsgeschwindigkeit  $u$  beschreibt.

<sup>56</sup> Allgemein wird die Schallgeschwindigkeit  $a$  bestimmt durch Molekülmasse, Temperatur und Molekülaufbau (ein- oder mehratomiges Gas) [Koppenwallner, [63], 2005].

<sup>57</sup> Der Isentropenexponent  $\kappa$  für Luft in Bodennähe ist 1.4 und die Molmasse  $M$  der Moleküle des Luft-Gasgemisches ist mit  $M_{Air} = 29 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$  angegeben [Wille, [130], 2005].

$$Ma = \frac{u}{a}$$

Gl. 4-11 [Wille, [130]]

Der Strömungscharakter ändert sich völlig, wenn die Machzahl der Strömung den Wert  $Ma=1$  erreicht oder überschreitet. Störungen breiten sich dann nur noch innerhalb des Mach'schen Kegels aus. Die Kegelmantellinien bezeichnet man auch als Mach'sche Linien.

Der in dieser Arbeit betrachtete Fall ist ein Körper, der sich mit der Machzahl  $Ma$  durch ein im Vergleich zur Vehikelgeschwindigkeit  $v_{VCF}$  annähernd ruhendes Medium bewegt. Also ist für den Wiedereintritt der Nutzlast die Machzahl:

$$Ma = \frac{v_{VCF}}{a}$$

Gl. 4-12 [Wille, [130]]

Eine physikalische Bedeutung hat die Machzahl  $Ma$ , da reibungsfreie Strömungen kompressibler Medien dynamisch ähnlich verlaufen, wenn die Machzahl  $Ma$  und der Isentropenexponent  $\kappa$  übereinstimmen. Für den während des Wiedereintritt der Forschungsraketen Nutzlasten wichtigen Bereich der Kontinuumsströmung lässt sich diese in Abhängigkeit der Machzahl genauer charakterisieren [ESA, [31], 2000]:

- $Ma \leq 0.3$  : Inkompressible Strömung
- $0.3 < Ma < 1.0$  : Kompressible Strömung
- $0.8 < Ma < 1.2$  : Transsonische Strömung
- $Ma > 1.0$  : Supersonische Strömung<sup>58</sup>
- $Ma > 5.0$  : Hypersonische Strömung<sup>59</sup>

Der Widerstandskoeffizient ändert sich am schnellsten im Bereich um Mach  $Ma \approx 1$ . Die Messung des Widerstandskoeffizienten ist im Labor für den Übergang vom supersonischen in den subsonischen Bereich nur mit großen Unsicherheiten möglich [Lübken, [69], 1997]. Bei [Allen, [2], 1951] wird der Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  über einen Bereich von  $Ma=0$  bis  $Ma=2.2$  (siehe Abbildung 4-10) angegeben.

Der maximale Widerstandskoeffizient von  $c_{D,\square} \approx 1.8$  tritt bei den darin vorgestellten Messergebnissen bei etwa  $Ma=0.85$  auf. Im Bereich  $Ma < 0.4$ <sup>60</sup> kommt es zu einem auffälligen Abfallen des Widerstandskoeffizienten auf  $c_{D,\square} \approx 0.3$ , dies allerdings nur, wenn die Reynoldszahl der Strömung im kritischen Bereich<sup>61</sup>  $Re > 3 \cdot 10^5$  ist. Die Beschreibung des auffälligen Rückgangs des Widerstands findet sich auch in [Bureau of Naval Weapons, [12], 1961]. Die empirische Kurve hat hier das Maximum von  $c_{D,\square} \approx 2.1$  bei einer Machzahl  $Ma \approx 0.95$ .

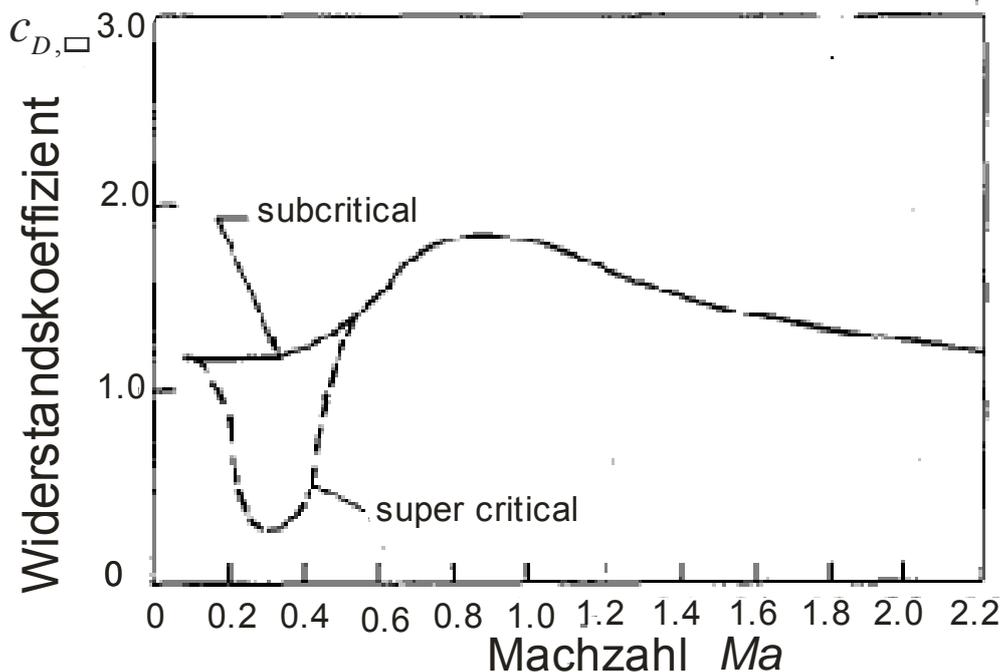
---

<sup>58</sup> Überschall-Strömung.

<sup>59</sup> Hyperschall-Strömung.

<sup>60</sup> Bei [McGarvey, [78], 1973] wird der Machzahl Bereich mit  $Ma < 0.5$  angegeben.

<sup>61</sup> Bei [McGarvey, [78], 1973] wird der kritische Reynoldszahl Bereich für  $Re > 2 \cdot 10^5$  angegeben.



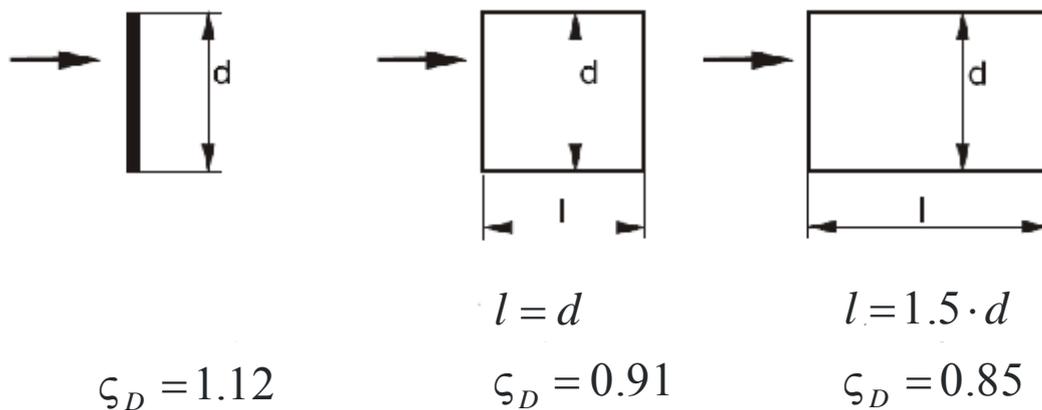
**Abbildung 4-10: Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  eines Zylinders als Funktion der Machzahl [McGarvey, [78], 1973]: Bei dem Wiedereintritt von zylindrischen Nutzlasten ist die Strömung superkritisch, daher findet ein deutlicher Abfall des Widerstandskoeffizienten im Machzahl Bereich  $Ma < 0.4$  statt.**

#### 4.2.4 Knudsenzahl

Wie bereits erwähnt, hängt der Widerstandskoeffizient  $c_D$  von der Wechselwirkung der Bestandteile der Atmosphäre mit der Nutzlastoberfläche zusammen. Eine Forschungsraketenutzlast in Höhen über  $h_{ECEF} = 120$  km befindet sich in der Region der Freien Molekular Strömung (siehe Abbildung 4-3). Das heißt die Moleküle, welche auf die Rakete treffen, interagieren nicht mit den anderen Molekülen der Atmosphäre. Die Knudsenzahl, ein Maß für den Abstand der Moleküle, ist in diesem Bereich  $Kn \geq 10$ . Für Satelliten in freier Molekular Strömung liegt der Widerstandskoeffizient bei  $c_D = 2$  für einen sphärischen Körper und für andere Körper im Bereich von 2.0 bis 2.3 [Montenbruck, [82], 2000]. In [Chobotov, [15], 1991] wird für sphärische Körper ein Widerstandskoeffizient  $c_D = 2.2$  und für zylindrische Körper  $c_D = 3$  angenommen. In [Wilde, [133], 2008] ist der von  $c_D \approx 2.1$  auf  $c_D \approx 2.4$  ansteigenden Widerstandskoeffizientenverlauf für sphärische Satelliten in einer Höhe zwischen  $h_{ECEF} = 100$  km und  $h_{ECEF} = 400$  km dargestellt. Die Erforschung der oberen Atmosphäre und den für Satelliten auftretenden Widerstandskoeffizienten wird durch zukünftige Satellitenmissionen, wie die DANDE Mission, fortgeführt [Wilde, [133], 2008].

#### 4.2.5 Einfluss der Nutzlastlänge $L_{PL}$

Deutlicher wird der Einfluss der Nutzlastlänge, wenn zunächst von einer Längsanströmung ausgegangen wird. Für unseren Fall von zylindrischen Nutzlasten sind die von Eiffel zusammengestellten Widerstandszahlen für folgende Zylinder mit gleichem Kreisquerschnitt aber unterschiedlicher Länge für Reynoldszahlen  $Re > 1000$  relevant.

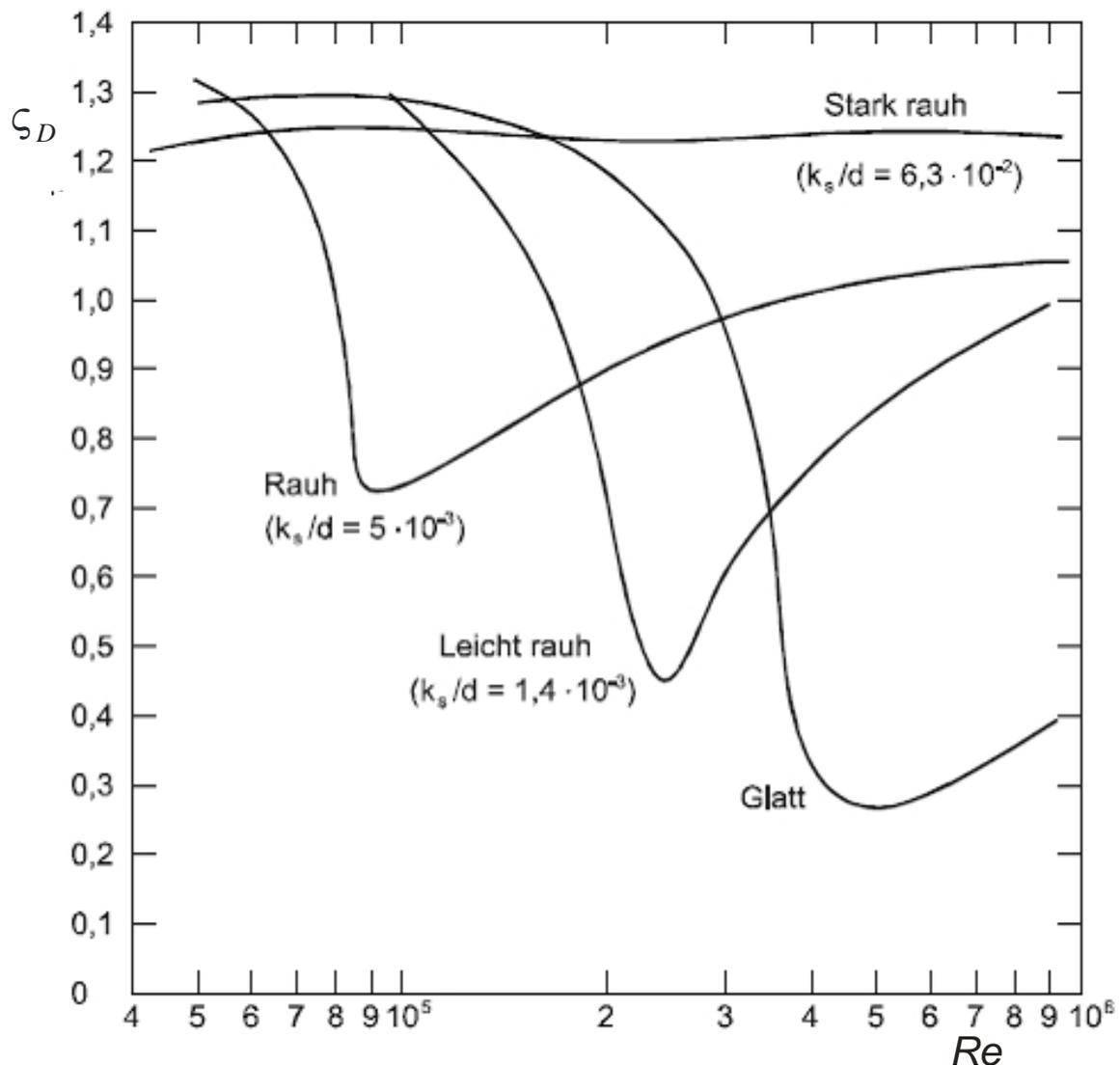


**Abbildung 4-11: Längsangeströmte Zylinder (gemessene Beiwerte  $\zeta_D$  von Gustave Eiffel) [Wille, [130], 2005]: Der Widerstandsbeiwert sinkt mit der Länge des angeströmten Zylinders.**

Obwohl die Stirnfläche die gleiche Form und Größe hat, ändert sich der Widerstand. Weitere Werte können in [Jirka, [53], 2001] gefunden werden. Wie schon in der Definition des Widerstandskoeffizienten erklärt wurde, sind alle von Gustave Eiffel gemessenen Widerstandszahlen  $\zeta_D$  kleiner als der nach dem Newton'schen Widerstand ergebende Wert  $\zeta_D = 2.0$ . Die intermolekularen Kräfte führen also zu einer Verringerung des Druckwiderstandes, weil das Fluid schon weit vor dem Körper beginnt auszuweichen. Andererseits bewirkt die intermolekulare Betrachtung Reibungskräfte tangential zur Oberfläche. Bei den längsangeströmten Zylindern kommen sie nur an der Mantelfläche zur Wirkung [Wille, [130], 2005]. Der Gesamtwiderstand setzt sich also aus Druckwiderstand und Reibungswiderstand zusammen. Bei den längsangeströmten Zylindern fällt der Druckwiderstand bei längeren Zylindern stark ab und gleicht den Anstieg des Reibungswiderstandes mehr als aus. Erst bei sehr kleinem Durchmesser- zu Längen-Verhältnis überwiegt der Reibungswiderstand [Wille, [130], 2005]. In [Cigada, [16], 2006] wird auch darauf hingewiesen, dass der Widerstandskoeffizient zwischen  $0 \leq L_{PL} / D_{PL} \leq 0.6$  ansteigt um erst dann wie in Abbildung 4-11 gezeigt mit steigenden Längen- zu Durchmesser-Verhältnis kleiner zu werden.

#### 4.2.6 Oberflächenrauheit

Der Rauheitseffekt wird durch die relative Rauheit  $\frac{k_S}{D_{PL}}$  gemessen. Die Rauheit  $k_S$  des jeweiligen Materials muss hierfür bekannt sein. In [Jirka, [53], 2001] sind einige Werte für verschiedene Materialien angegeben. Im Reynoldsbereich von  $40000 \leq Re \leq 10^6$  erzeugt erhöhte Rauheit einen schnelleren Übergang zur turbulenten Grenzschicht und damit eine Verringerung der Widerstandszahl  $\zeta_D$ . Diese Verringerung des Widerstands wird zum Teil durch den erhöhten Oberflächenreibungswiderstand kompensiert. In Abbildung 4-12 ist dieser Einfluss dargestellt.



**Abbildung 4-12: Einfluss der relativen Rauheit  $k_s/d$  auf die Widerstandszahl  $\zeta_D$  des Kreiszyinders in Abhängigkeit der Reynoldszahl  $Re$  [Jirka, [53], 2001]**

#### 4.2.7 Zusammenfassung

Der Strömungswiderstand eines quer angeströmten Zylinders, von dem beim Wiedereintritt einer Höhenforschungsraketennutzlast in guter Näherung ausgegangen werden kann, wird also vorwiegend durch die Druckverteilung bestimmt, die sich durch die Grenzschicht-Ablösung ergibt. In der in dieser Arbeit verwendeten Definition wird zwischen der Widerstandszahl  $\zeta_D$  und dem Widerstandskoeffizienten  $c_D$  unterschieden. Ersteres bezieht sich immer auf das Profil der angeströmten Fläche  $A_p$ , letzteres auf eine bestimmte Referenzfläche  $A_{ref}$ . In den vorangegangenen Unterkapiteln wurde dargestellt, dass der Widerstandskoeffizient  $c_D$  von der Körperform, der Rauheit, der Reynoldszahl  $Re$ , der Machzahl  $Ma$  und bei Bezug auf eine bestimmte Referenzfläche von der Lage der Nutzlast zur Anströmrichtung abhängt.

### 4.3 Berechnung der Aerodynamischen Koeffizienten

Für die Berechnung des Widerstandskoeffizienten wird aus den gemessenen Beschleunigungswerten der aerodynamische Anteil benötigt.

$$\vec{a}_{ECEF,aero} = \ddot{\vec{r}}_{ECEF} - \vec{a}_{ECEF,thrust} - \vec{a}_{ECEF,grav} \quad \text{Gl. 4-13}$$

Da nur die ballistische Wiedereintrittsphase betrachtet wird, wird der Schubanteil nicht berücksichtigt. Die Anströmrichtung und Geschwindigkeit ergibt sich durch die Geschwindigkeit, mit der sich die Nutzlast durch die Atmosphäre bewegt, und aus den Luftströmungen bzw. Winden in den Luftschichten.

$$\vec{v}_{VCFV,rel} = \vec{v}_{VCFV} - \vec{v}_{VCFV,wind} \quad \text{Gl. 4-14}$$

Die Widerstandsbeschleunigung  $a_{drag}$  in negativer Richtung des Geschwindigkeitsvektors wird mit folgender Formel berechnet.

$$a_{drag} = \left( \frac{\vec{v}_{VCFV,rel}}{v_{VCFV,rel}} \right) \cdot \vec{a}_{VCFV,aero} \quad \text{Gl. 4-15}$$

Der Beschleunigungsvektor  $\vec{a}_{VCFV,Drag}$  ist dann

$$\vec{a}_{VCFV,drag} = a_{drag} \cdot \left( \frac{\vec{v}_{VCFV,rel}}{v_{VCFV,rel}} \right) \quad \text{Gl. 4-16}$$

Der **Widerstandskoeffizient** berechnet sich dann aus Gleichung 4-17. Das negative Vorzeichen ist nötig, da bei einer Abbremsung der Beschleunigungswert  $a_{Drag}$  bereits negativ ist, der Widerstandsbeiwert  $c_D$  aber positiv definiert ist.

$$c_D = -2 \cdot a_{drag} \cdot \frac{m_{PL}}{A_{ref} \cdot \rho \cdot v_{rel}^2} \quad \text{Gl. 4-17}$$

Dies ist vom Prinzip der umgekehrte Weg, welcher zur Messung der Dichte der oberen Atmosphäre bei [Lübken, [69], 1997] beschrieben ist.

Für die Berechnung der Querkraft muss erst die Ebene, in welcher der Auftrieb liegt, definiert werden. In dieser Berechnung ist dies die Ebene, die durch den Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}_{VCFV,rel}$  und den Richtungsvektor zum Erdmittelpunkt  $\vec{x}_{VCFV,Earth}$  aufgespannt wird. Der Ortsvektor des Erdmittelpunktes im VCFV-System wird wie folgt errechnet.

$$\vec{x}_{VCFV,Earth} = \vec{R}_{VCFV}^{ECEF} \cdot ((-1) \cdot \vec{r}_{ECEF,PL}) \quad \text{Gl. 4-18}$$

Die Richtung der Querkraft ist:

$$\vec{x}_{VCFV,Side} = \frac{1}{|\vec{v}_{VCFV,rel} \times \vec{x}_{VCFV,Earth}|} (\vec{v}_{VCFV,rel} \times \vec{x}_{VCFV,Earth}) \quad \text{Gl. 4-19}$$

Die Querschleunigung ist:

$$a_{Side} = \frac{\vec{x}_{VCVF,Side}}{x_{VCVF,Side}} \cdot \vec{a}_{VCVF,aero} \quad \text{Gl. 4-20}$$

Und der Querschleunigungsvektor ist:

$$\vec{a}_{VCVF,Side} = a_{Side} \cdot \vec{x}_{VCVF,Side} \quad \text{Gl. 4-21}$$

Der Auftrieb ist orthogonal auf die von dem Geschwindigkeitsvektor und Querkraftvektor aufgespannten Ebene.

$$\vec{x}_{VCVF,Lift} = \frac{1}{|\vec{v}_{VCVF,rel} \times \vec{a}_{VCVF,Side}|} \cdot (\vec{v}_{VCVF,rel} \times \vec{a}_{VCVF,Side}) \quad \text{Gl. 4-22}$$

Die Auftriebsbeschleunigung ist:

$$a_{Lift} = \frac{\vec{x}_{VCVF,Lift}}{x_{VCVF,Lift}} \cdot \vec{a}_{VCVF,aero} \quad \text{Gl. 4-23}$$

Der Vektor des Auftriebs ist dann:

$$\vec{a}_{VCVF,Lift} = a_{Lift} \cdot \vec{x}_{VCVF,Lift} \quad \text{Gl. 4-24}$$

Der **Auftriebskoeffizient** berechnet sich mit folgender Gleichung:

$$c_L = 2 \cdot a_{Lift} \cdot \frac{m_{PL}}{A_{ref} \cdot \rho \cdot v_{rel}^2} \quad \text{Gl. 4-25}$$

#### 4.4 Verhältnis des Auftriebs zum Widerstand

Das Verhältnis von Auftrieb zum Widerstand wird vor allem in der Luftfahrt verwendet. Es lässt sich auch einfach auf das Flugverhalten der zylindrischen Nutzlasten während des Wiedereintritts berechnen.

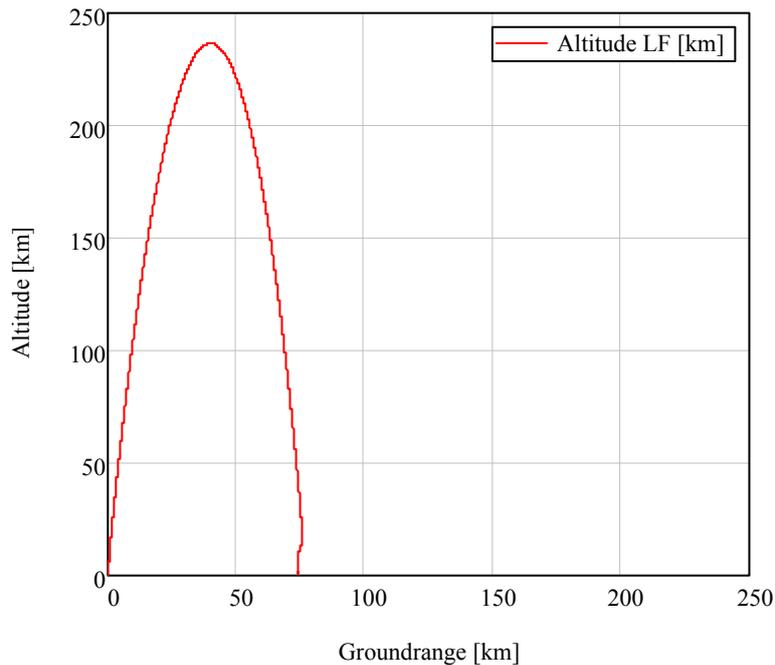
$$\frac{L}{D} = \frac{c_L}{c_D} \quad \text{Gl. 4-26}$$

Der Auftrieb bei den Nutzlasten ist allerdings gering. Flugzeuge haben ein **Auftrieb-Widerstands-Verhältnis** von bis zu 20, der Entwurf einer Raumkapsel hat nur 0.32 [Meisinger, [79], 2002]. Dies entspricht ziemlich genau dem Verhältnis des Auftriebs zum Widerstand, welches für das SHEFEX-Wiedereintrittsvehikel mit den Flugdaten ermittelt werden konnte.



## 5. Aufstiegsphase und ballistischer Flug in der Heterosphäre

Die Flugzeit einer TEXUS-Nutzlast von Start bis Landung an einem Fallschirm beträgt unter 800 s. Für TEXUS-43 beträgt die Zeit bis zum Verlust des Telemetriesignals<sup>62</sup> in einer Höhe  $h_{ECEP} = 1.75 \text{ km}$  ab Lift-Off  $t = 709.6 \text{ s}$ . Zu diesem Zeitpunkt ist die Nutzlast 74 km von dem Startpunkt im Launcher-Frame-System entfernt. Die nächste Abbildung zeigt die Höhe  $h_{LF}$  über der Groundrange im tangentialen Launcher-Frame.



**Abbildung 5-1: TEXUS-43 – Höhe  $h_{LF}$  über der Groundrange  $\sqrt{east_{LF}^2 + north_{LF}^2}$  (GPS-Daten)**

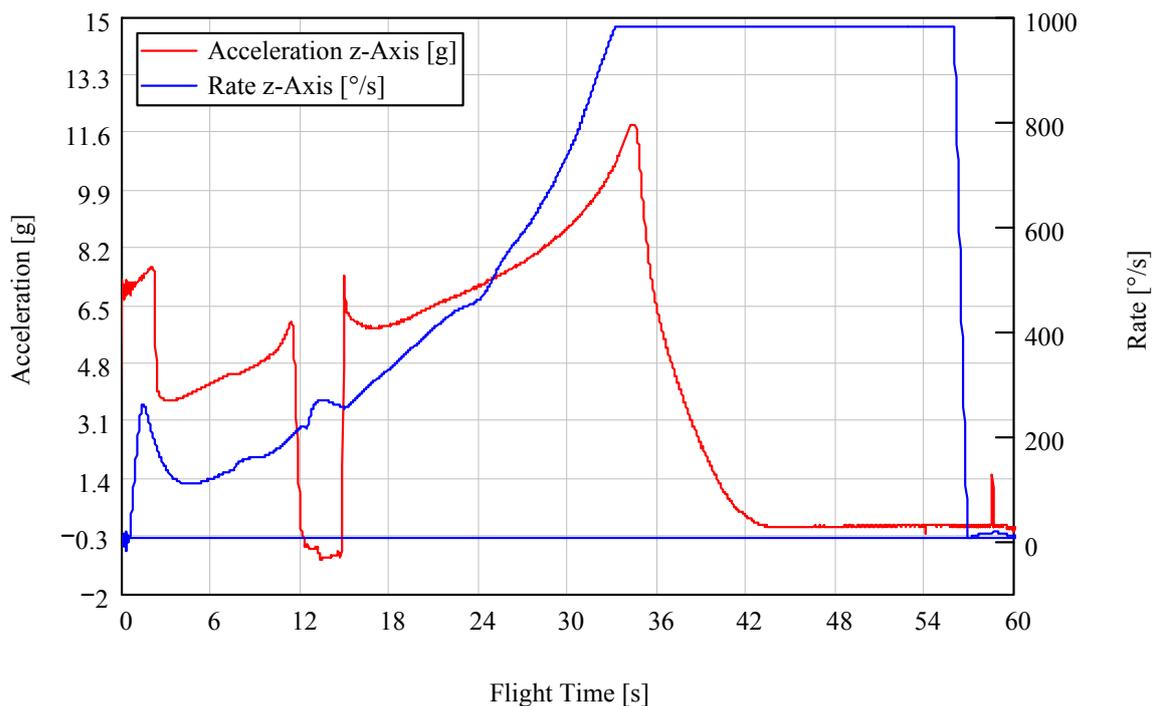
Die wichtigsten Flugereignisse des TEXUS-43 Fluges bis zum Aufspinnen während des Wiedereintritts sind in folgender Tabelle als Beispiel für den Flug einer Höhenforschungsrakete zusammengefasst.

<sup>62</sup> Die Nutzlast verschwindet für die Empfangsstation auf Esrange hinter dem Horizont.

Tabelle 5-1: TEXUS-43 – Flugereignisse (GPS-Daten, [Pfeuffer, [89], 2006])

Event	Höhe $h_{ECEF}$ [km]	Flugzeit $t$ [s]
<b>Lift-Off</b>	0.3	0.0
<b>Zündung der Spin-Up Motoren</b>	0.4	1.0
<b>Max. Beschleunigung</b> $a_{BF} = 7.6 \text{ g}$	0.6	2.5
<b>Tail-Off 1. Stufe</b>	3.7	12.1
<b>Booster Separation</b>	-	-
<b>Zündung 2. Stufe</b>	5.1	15.0
<b>Max. Beschleunigung</b> $a_{BF} = 11.8 \text{ g}$	25.4	35.0
<b>Max. Velocity</b> $v_{VCF} = 1938 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	37.5	41.5
<b>Brennschluss 2. Stufe</b>	40.6	43.0
<b>Nasenkonus Abwurf</b>	62.1	54.5
<b>Jo-Jo De-spin</b>	64.6	56.0
<b>RCS Aktivierung</b>	70.0	59.0
<b>Motor Separation</b>	70.0	59.0
<b>Beginn der Mikrogravitationsphase</b>	93.9	73.0
<b>Apogäum</b>	237.0	249.6
<b>Ende der Mikrogravitationsphase</b>	103.1	420.0
<b>Max. Machzahl Wiedereintritt</b> $Ma = 6.72$	89.9	428.2
<b>Beginn des Spin-Up</b>	59.6	445.5

Bei TEXUS-43 hat die erste Stufe ihren Tail-Off bei  $t = 11.5 \text{ s}$  und die Trennung von der zweiten Stufe erfolgt sofort bei Abnahme des Schubs des S31 Motors. Die Rakete erfährt eine maximale Beschleunigung  $a_{BF} = 7.6 \text{ g}$  und wird auf eine Geschwindigkeit  $v_{VCF} = 490.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  beschleunigt. Bei  $t = 14.9 \text{ s}$  erfolgt die Zündung der zweiten Stufe, welche das Vehikel auf eine maximale Geschwindigkeit  $v_{VCF} = 1945 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  beschleunigt. Der Spin überschreitet den maximalen Bereich der Rate-Sensoren von  $\dot{p} = 1000 \frac{\circ}{\text{s}}$ . Die nächste Abbildung zeigt die Beschleunigung  $a_{BF,z}$  und die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{p}$  um die Längsachse  $z_{BF}$ .



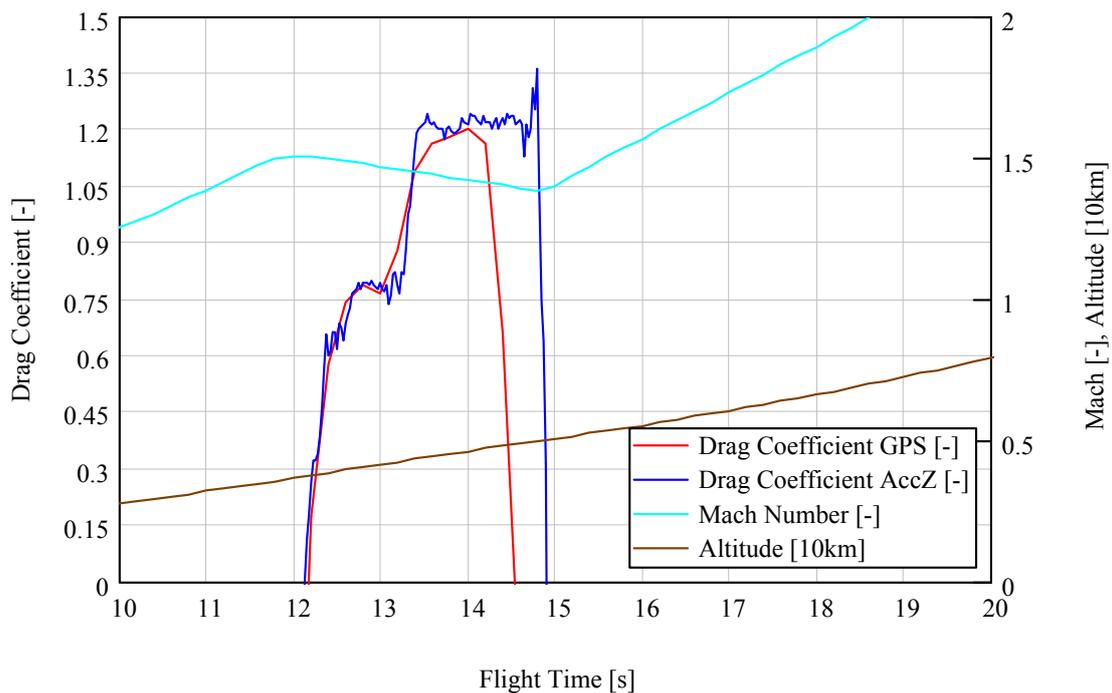
**Abbildung 5-2: TEXUS-43 – Längsbeschleunigung  $a_{BF,z}$  (Accelerometer) und Winkelgeschwindigkeit  $\dot{p}$  um die Roll-Achse  $z_{BF}$  (Rate-Sensor): Während der Freiflugphase vor Zündung der zweiten Stufe erfährt der Flugkörper eine negative Beschleunigung durch den Luftwiderstand.**

Die Trennung der beiden Stufen erfolgt in der Freiflugphase<sup>63</sup> der Rakete. Erkennbar wird dies in der Zunahme der Bremsbeschleunigung durch den Sog, der nach der Trennung der ersten Stufe auf die noch nicht gezündete zweite Stufe wirkt (Bereich zwischen  $T = 12$  s und 15 s). Nach der Separation kommt es zu einem kurzzeitigen Anstieg der Rollrate  $\dot{p}$ .

Während der Freiflugphase der zweiten Stufe kann deren Widerstandskoeffizient  $c_{D,O}$  mit der in Kapitel 4.3 vorgestellten Methode berechnet werden. Die GPS-Datenrate ist bei TEXUS  $f_{GPS} = 5$  Hz, und daher ist der Vergleich der aus GPS-Daten berechneten Widerstandskoeffizienten  $c_{D,O}$  mit den aus der Längsbeschleunigung  $a_{BF,z}$  berechneten Werten gut möglich. In der nächsten Abbildung ist der Widerstandskoeffizient  $c_{D,O}$  über der Flugzeit  $t$  dargestellt. Aus GPS-Daten berechnete Koeffizienten sind rot aufgetragen, die in blau aufgetragenen Koeffizienten sind mit der Längsbeschleunigung des Accelerometers berechnet und damit in einer Frequenz  $f_{Acc} = 40$  Hz vorhanden. Die zweite Stufe hat einen maximalen Widerstandskoeffizienten  $c_{D,O} = 1.21$ <sup>64</sup>.

<sup>63</sup> Engl.: coast phase.

<sup>64</sup> Dies entspricht auch den bei TEXUS-42 gemessenen Werten für den Widerstandskoeffizienten  $c_{D,O}$ .



**Abbildung 5-3: TEXUS-43 – Widerstandskoeffizient  $c_{D,\circ}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = \frac{\pi}{4} \cdot D_{PL}^2$ ), Machzahl  $Ma$  (GPS-Daten, US Standard 1976) und Höhe  $h_{ECEF}$  der 2. Stufe in der Freiflugphase der Stufentrennung (Rot: GPS-Daten, Blau: Accelerometer in  $z_{BF}$ -Achse, Atmosphärenmodell US Standard 76): Schnelle Beschleunigungsänderungen können mit GPS-Daten nicht so gut erfasst werden, da hierfür die Datenrate von 5 Hz zu niedrig ist.**

Die MAXUS-Rakete ist einstufig und wird mit dem Castor-4B Motor angetrieben. In der Brennphase erreicht die MAXUS-6 Rakete eine maximale Beschleunigung von  $a_{BF,tot} = 12.97 \text{ g}$  bei  $t = 60 \text{ s}$ . Die maximale Aufstiegsgeschwindigkeit  $v_{VCVF,tot} = 3287 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  wird kurz vor Brennschluss bei  $t = 64.5 \text{ s}$  gemessen. Bei  $t = 85.7 \text{ s}$  wird die MAXUS-6 Nutzlast vom Motor separiert. Obwohl zu diesem Zeitpunkt der Motordruck  $p_{Motor}$  auf 0 bar zurückgegangen und nicht mehr messbar ist und die Rakete bereits eine Höhe von  $h_{ECEF} = 148.4 \text{ km}$  erreicht hat, nähert sich der Motor nach 25 s wieder der Nutzlast an und passiert diese relativ nahe<sup>65</sup>. Die folgende Abbildung 5-4 zeigt vier Aufnahmen der sich an dem unteren Ende der Nutzlast befindenden Kamera.

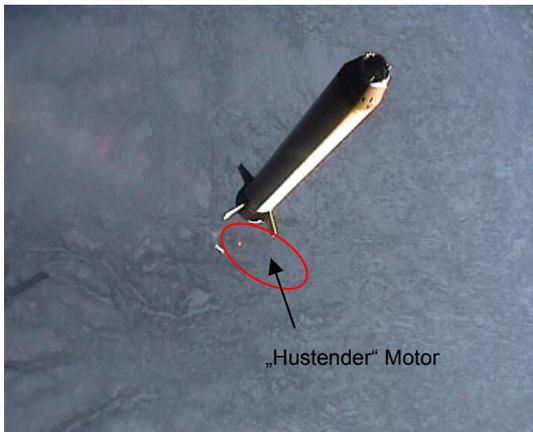
<sup>65</sup> Dieses Phänomen kann auch bei MAXUS-Nutzlasten vor MAXUS-6 und auch bei MAXUS-7 beobachtet werden.



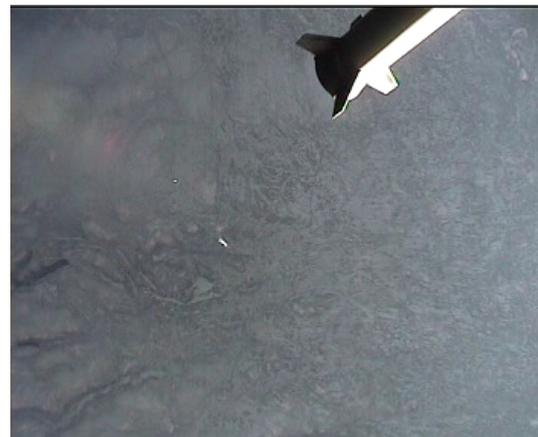
$t = 86.34 \text{ s}$  (kurz nach Separation)



$t = 96.54 \text{ s}$  (Nutzlast Spin abgebaut, maximale Entfernung)  
Rauch vom Startplatz



$t = 104.62 \text{ s}$  (Auswurf von Treibstoff-Brocken des Motors)  
„Hustender“ Motor



$t = 11.78 \text{ s}$  (Annäherung des Motors an die Nutzlast)

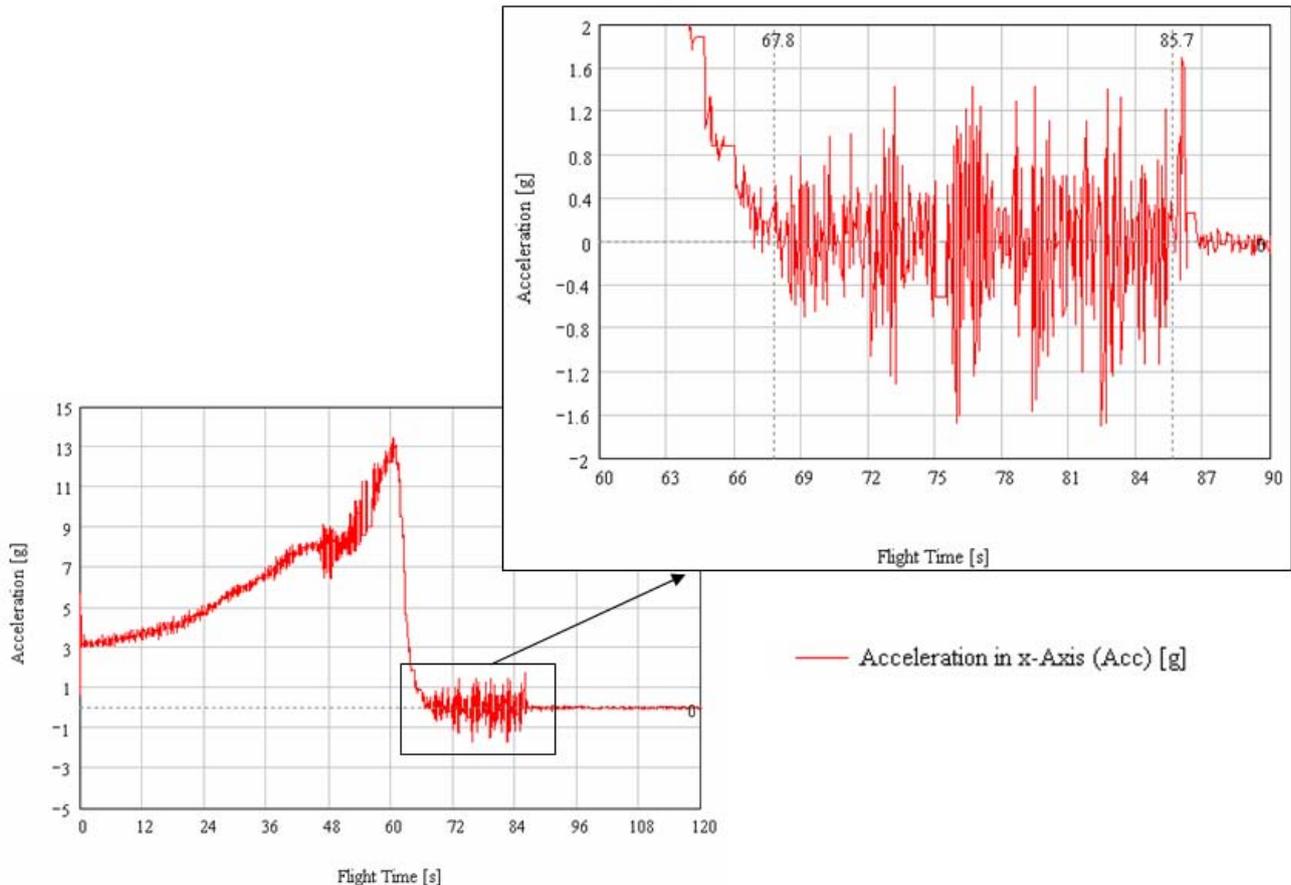
**Abbildung 5-4: MAXUS-6 – Separation des Motors bei  $t = 85.7 \text{ s}$  und anschließende Annäherung des Motors an die Nutzlast**

Das erste Bild zeigt den Motoradapter etwa 0.6 s nach der Separation. Sowohl Nutzlast als auch Motor haben zu diesem Zeitpunkt noch eine Spin-Rate von etwa  $\dot{p} = 107 \frac{\circ}{\text{s}}$ . Das Lageregelungssystem der Nutzlast baut diese jedoch bis  $t = 96.54 \text{ s}$  ab, so dass die Mikrogravitationsbedingung für die Experimente erfüllt ist. Dieser Zeitpunkt ist im zweiten Bild zu sehen. Der Motor hat hier die maximale Entfernung und nähert sich anschließend langsam wieder der Nutzlast. Deutlich ist auch der weiße Rauch am Startplatz ESRANGE zu sehen. Abbildung 5-4-c zeigt den Auswurf von Treibstoff-Brocken<sup>66</sup> des Motors und Abbildung 5-4-d, wie nahe sich der Motor ungefähr 25 Sekunden nach Separation wieder der Nutzlast genähert hat.

Die Ursache dieses Überholens des Motors kann mit den Daten der Längsbeschleunigung  $a_{BF,x}$  erklärt werden. Trotz eigentlichem Brennschluss des Motors wird durch den Auswurf von Treib-

<sup>66</sup> Auch "Aushusten" des Motors genannt.

stoff-Brocken, der Motor immer wieder impulsartig beschleunigt. In folgender Abbildung sieht man die Beschleunigung  $a_{BF,x_M}$  in Längsrichtung der Nutzlast während des Aufstiegs. Vor Separation des Motors treten Beschleunigungen  $a_{BF,x_M}$  durch das „Aushusten“ des Motors auf. Nach Separation treten in der Nutzlast keine Beschleunigungen  $a_{BF,x_M}$  mehr auf, was auch bedeutet, dass die Nutzlast nicht etwa merklich durch Restatmosphäre abgebremst wird. Die Restimpulsstöße beschleunigen den separierten Motor noch deutlicher, da die Masse des ausgebrannten Motors nur noch etwa 2/3 der Masse der gesamten Rakete kurz vor Separation beträgt.



**Abbildung 5-5: MAXUS-6 – Beschleunigung in der Längsachse  $a_{BF,x_M}$  (Accelerometer), hervorgehoben der Bereich zwischen Brennschluss des Motors, Nasenkonus-Abwurf ( $t = 67.8$  s) und Separation der Nutzlast ( $t = 85.7$  s)**

Das Apogäum einer MAXUS-Nutzlast liegt über 700 km. Eine TEXUS-Nutzlast erreicht eine Apogäumshöhe von bis zu 250 km. Beispielsweise wurde das Apogäum von  $h_{ECEP} = 237$  km der TEXUS-43 Nutzlast nach  $t = 249.6$  s erreicht.

Per in dieser Arbeit verwendeten Definition beginnt der Wiedereintritt mit  $h_{ECEP} = 120$  km<sup>67</sup>.

<sup>67</sup> Bei TEXUS-43 wird diese Höhe nach  $t = 409$  s während des Abstiegs erreicht.

## 6. Atmosphärischer Wiedereintritt einer Raketennutzlast

Wie bereits in der Einführung erläutert wurde, ist der Wiedereintritt der Raketennutzlasten eine bedeutende Phase des ballistischen Fluges, gerade dann, wenn die Nutzlast wieder geborgen werden soll.

Um zu verhindern, dass sich die aerodynamische Aufheizung auf eine Fläche der Nutzlast konzentriert, wird die Nutzlast vor dem Eintritt in die Atmosphäre um ihre Längsachse aufgespint. Außerdem wird darauf geachtet, dass der Schwerpunkt mit dem aerodynamischen Druckpunkt auf der Längsachse der Nutzlast übereinstimmt, um die Bedingungen für einen Flat-Spin zu gewährleisten. Für den Wiedereintritt sind die Nutzlasten also instabil ausgelegt. Die Flugdaten zeigen allerdings, dass die Rotation um die Längsachse stoppt, sobald der dynamische Druck mit dem Flug in tiefere Atmosphärenschichten zunimmt. Dieses Verhalten wird auch in [Tong, [121], 1992] beschrieben. Die Rotation stoppt vor dem Zeitpunkt der größten Abbremsung. Dieses Verhalten muss dem Nutzlastingenieur bekannt sein, um die Nutzlast für die thermalen Lasten eines Wiedereintritts aus großen Höhen auszulegen [McAnally, [77], 1979].

Auch stabil ausgelegte Wiedereintrittsflugkörper, wie z. B. Waffensprengköpfe, werden aufgespint, allerdings um den Effekt des Auftriebs auszugleichen. Der Einfluss auf die exoatmosphärischen Ausrichtung und "Coning"-Bedingung des Wiedereintrittskörpers auf die Rotationsbewegung während des Fluges durch die dichteren Atmosphären-Schichten ist in [Platus, [91], 1982] erläutert.

Normalerweise oszilliert die Nutzlast um den Trimmwinkel  $\alpha_{Trim}$ , welcher zwischen  $40^\circ < \alpha_{Trim} < 140^\circ$  liegt. Dadurch folgt ein hoher Widerstandskoeffizient  $c_{D,O}$  und eine erfolgreiche Bergung mit dem Fallschirmsystem. Der Trimmwinkel der Nutzlast mit bestimmter Geometrie hängt von der Mach- und Reynoldszahl sowie der Schwerpunktsposition ab [McGarvey, [78], 1973].

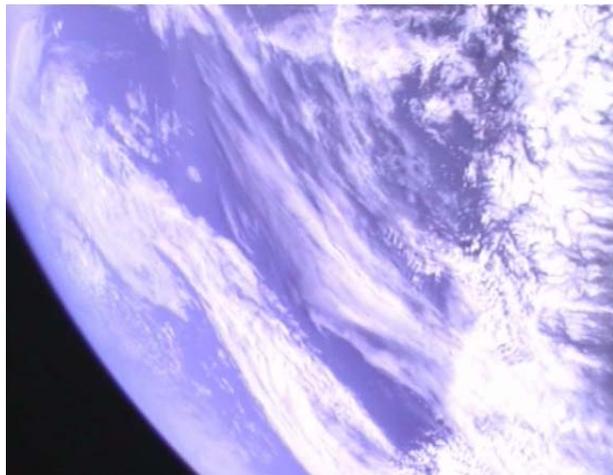
Im diesem Kapitel wird das typische Verhalten einer Nutzlast während des Wiedereintritts beschrieben.

### 6.1 Spin-Up und Stabilisierung der Nutzlast durch aerodynamische Kräfte

Die Nutzlast wird vor dem Eintritt in die Atmosphäre gewollt aufgespint um während des Wiedereintritts die aerothermodynamische Erwärmung zu verteilen. Das Aufspinn-Signal kann über Telekommando gesendet werden, wird aber üblicherweise ausgelöst, wenn das Rate-Control-System die Drehraten, die durch aerodynamische Störungen auf die Nutzlast wirken, nicht mehr ausgleichen kann. Dann werden die Ventile der Kaltgasdüsen geöffnet, so dass ein Rollmoment die Nutzlast aufspint. Ein weiterer Effekt für die Gewährleistung eines sicheren Wiedereintritts ist die Entleerung des Kaltgases aus dem Hochdruckbehälter.

Diese durch das Aufspinnen erzeugte Rollrate fällt aber auf  $\dot{p} = 0 \frac{^\circ}{s}$ , sobald der dynamische Druck  $q_\infty$  ansteigt. Sowohl der Schwerpunktversatz, als auch die Protuberanzen wie S-Band und Telekommandoantennen tragen dazu bei, dass der Spin gestoppt wird bevor die maximale Abbremsung erreicht ist [Tong, [121], 1992].

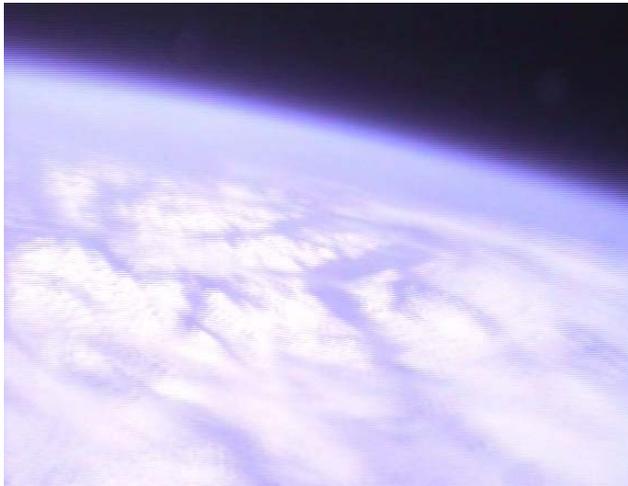
Die Bilderfolge in Abbildung 6-1 ist durch die Videobilder der MAXUS-7 On-Board-Kamera entstanden und illustriert die oben beschriebenen Ereignisse des Spin Auf- und Abbaus und den Zeitpunkt der größten Beschleunigung. Durch die auftretende Wärme und die hohen mechanischen Lasten kommt es zu einer Rissbildung in dem Schutzglas vor der Kameralinse.



$t = 452.8 \text{ s}$  (Apogäum,  $h_{ECEF} = 702.61 \text{ km}$ )



$t = 842.36 \text{ s}$  (Aufspinnen der Nutzlast,  $h_{ECEF} = 81.26 \text{ km}$ )



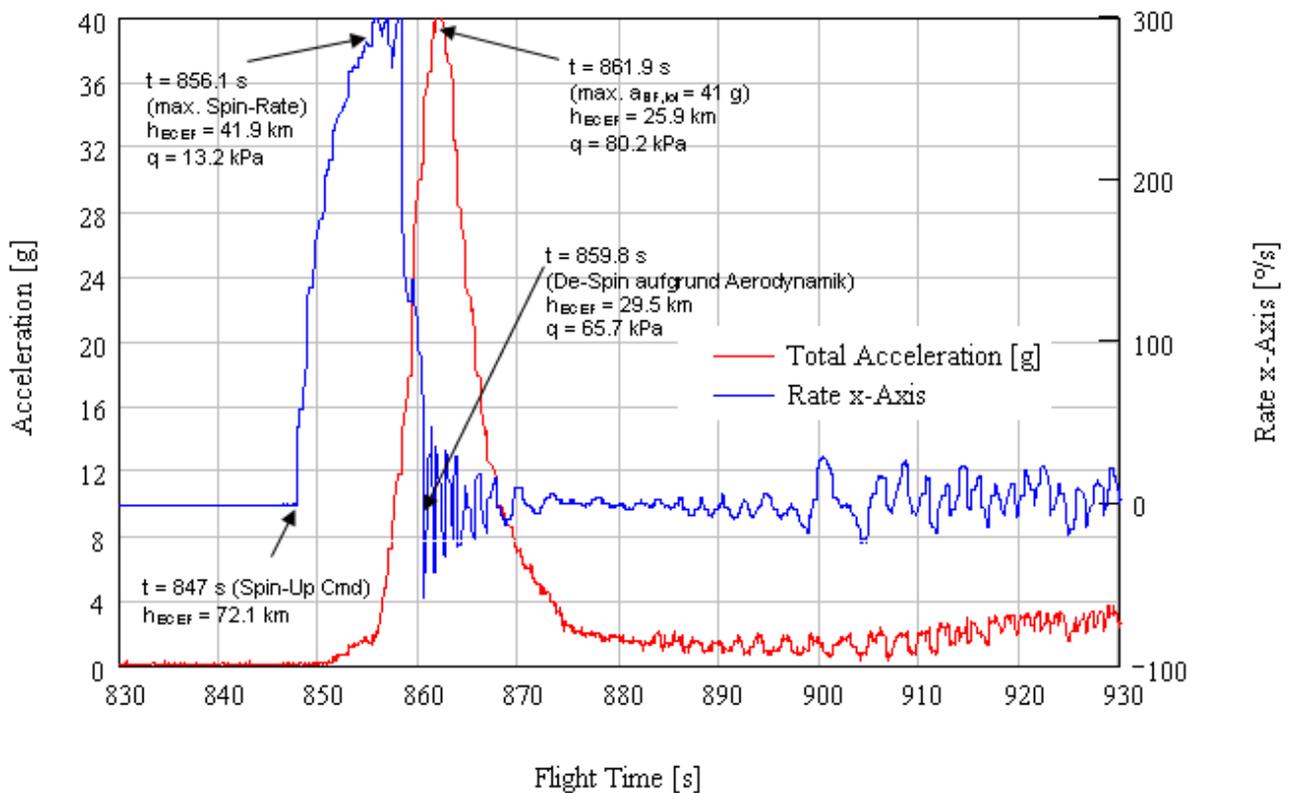
$t = 856.95 \text{ s}$  (Spin abgebaut,  $h_{ECEF} = 36.87 \text{ km}$ )



$t = 859.48 \text{ s}$  (Rissbildung während der größten Beschleunigung,  $h_{ECEF} = 26.3 \text{ km}$ )

**Abbildung 6-1: MAXUS-7 – Wichtige Ereignisse während des Wiedereintritts**

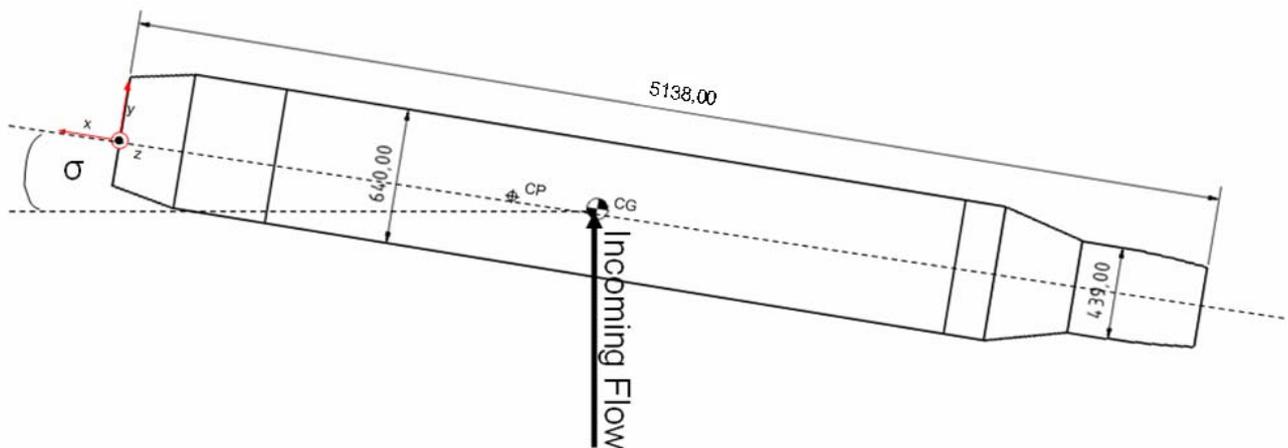
Abbildung 6-2 zeigt die auf die MAXUS-6 Nutzlast wirkende Gesamtbeschleunigung  $\alpha_{BF}$  und die Drehrate  $\dot{p}$  um die Längsachse. Kurz vor dem Erreichen der maximalen Bremsbeschleunigung wird der Spin durch die aerodynamischen Kräfte wieder abgebaut.



**Abbildung 6-2: MAXUS-6 – Beschleunigung  $a_{BF,tot}$  (Accelerometer, rot) und Rollrate  $\dot{p}$  (Rate-Sensor, blau) während des Wiedereintritts [Stamminger, [107], 2007]: Der Spin wird bereits vor Erreichen der maximalen Beschleunigung abgebaut.**

Die TEXUS-43 Nutzlast wurde in niedriger Höhe  $h_{ECEP} \approx 60$  km aufgespint und erreicht eine maximale Rollrate von  $\dot{p} \approx 82 \frac{\circ}{s}$ . Aber die Rollbewegung stoppt in einer Höhe von 38 km nach fast 12 s, noch bevor die Nutzlast sich einmal komplett um die eigene Längsachse gedreht hat. Zu diesem Zeitpunkt hat die Nutzlast rund ein Drittel der maximalen Abbremsbeschleunigung  $a_{BF} \approx 13$  g erreicht.<sup>68</sup> [Stamminger, [117], 2007]. Bei MAXUS-2 wurde sogar eine maximale Beschleunigung von 54.8 g gemessen. Der Grund hierfür liegt in der zu großen Entfernung des Druckpunktes von dem Schwerpunkt, wodurch es nach Aufspinnen der Nutzlast nicht zu einer Ausrichtung in Queranströmung kommt. Zwar neigt sich die Nutzlast von dem ursprünglichen Nick-Winkel  $\psi \approx -40^\circ$  zu einem Nick-Winkel von  $\psi \approx -50^\circ \dots -60^\circ$  bei Eintritt in die dichtere Atmosphäre, doch bei einer Flugrichtung in nahezu Nadir-Richtung fliegt die Nutzlast dabei nicht komplett quer zur Anströmrichtung. Sie bietet weniger Widerstandsfläche, fliegt daher schneller und wird im Vergleich mit späteren MAXUS Flügen später, aber auch stärker abgebremst [Stamminger, [104], 2007]. Die normale Ausrichtung einer Nutzlast während des „Hard Re-entry“ ist in der folgenden Abbildung zu sehen.

<sup>68</sup> Unter der Annahme eines konstanten Widerstandskoeffizienten und eines konstanten Flugbahnwinkels lässt sich die maximale Abbremsbeschleunigung nur in Abhängigkeit von Flugbahnwinkel, Anfangsgeschwindigkeit und Anfangshöhe beschreiben [Wiesel, [131], 1989].



**Abbildung 6-3: MAXUS-4 – Anströmbedingung beim Zeitpunkt der größten Bremsbeschleunigung [Stamminger, [105], 2007]**

In Tabelle 6-1 sind für die untersuchten Nutzlasten die maximale Rollrate, das polare Massenträgheitsmoment, die maximale Rotationsenergie, die Höhe bei Beginn des Spin-Up Kommandos, die Höhe bei maximalen dynamischen Drucks, die Höhe bei maximaler Beschleunigung<sup>69</sup> und die Höhe, in der sich die Nutzlast in einer lateralen Position stabilisiert hat, dargestellt.

<sup>69</sup> Für Waffengefechtshäupter liegt die Höhe der größten Abbremsbeschleunigung zwischen 20 km und 30 km [Schmucker, [99], 2003].

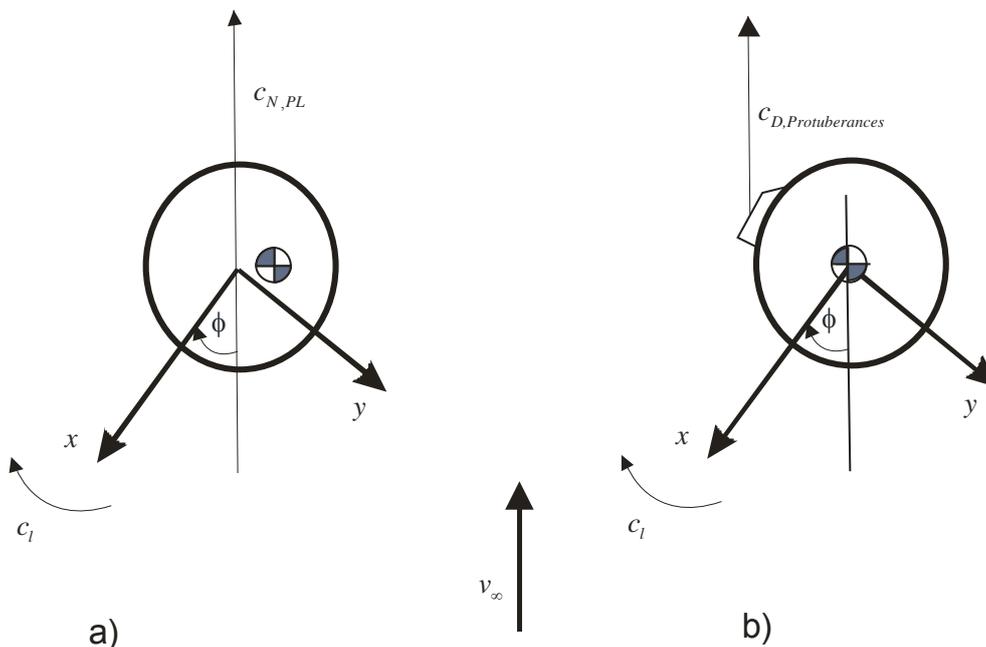
**Tabelle 6-1: Maximale Spinrate, Polares Massenträgheitsmoment, maximale Rotationsenergie, Höhe bei Beginn des Spin-Up Kommandos, Höhe bei maximalem dynamischem Druck, Höhe bei maximaler Bremsbeschleunigung und Höhe der lateralen Stabilisierung der untersuchten Nutzlasten**

<i>Mission</i>	<i>Roll-Rate</i> $\dot{p}$ [°/s]	<i>Polares Massenträgheitsmoment</i> [kg · m <sup>2</sup> ]	<i>Max. Rotationsenergie</i> [J]	<i>Höhe bei Aufspin-Beginn</i> [km]	<i>Höhe bei max. dynamischem Druck</i> [km]	<i>Höhe bei max. Beschleunigung</i> [km]	<i>Höhe der Stabilisierung</i> [km]
<b>TEXUS-38</b>	-	8.1	-	-	-	-	-
<b>TEXUS-39</b>	-	-	-	-	-	(18 g)	-
<b>TEXUS-40</b>	-	8.7	-	-	-	-	-
<b>TEXUS-41</b>	-	8.9	-	-	24 km (41691 Pa)	21.6 km (16.1 g)	-
<b>TEXUS-42</b>	57.6	8.0	4.0	57.7	25.8 km (41732 Pa)	24.4 km (19.8 g)	40.1
<b>TEXUS-43</b>	81.7	9.1	9.3	59.6	21.9 km (46208 Pa)	20.4 km (13.9 g)	38.3
<b>Cajuana</b>	0.0	-	-	-	27.0 km (22065 Pa)	27.5 km (14.2 g)	-
<b>Cuma-2</b>		9.63	-	-	-	-	-
<b>MAXUS-2</b>	623.0	35.5	2098.6	-	-	-	3s vor max a (54.8 g)
<b>MAXUS-4</b>	320.4	37.3	583.2	-	-	(38.5 g)	-
<b>MAXUS-5</b>	288.0	36.7	463.6	80.1	27.5 km (72115 Pa)	26.5 km (35.7 g)	31.3 (857 s)
<b>MAXUS-6</b>	290.0	34.9	447.0	72.1	27 km (81624 Pa)	24.8 km (40.8 g)	29.5
<b>MAXUS-7</b>	327.0	-	-	80.1	26.9 km (75166 Pa)	26.3 km (36.1 g)	30.3

Es gibt bei einer Queranströmung zwei wesentliche Faktoren für ein Rollmoment. Dominierend ist ein radialer Versatz des Schwerpunktes, wobei der Druckpunkt im Zentrum der Nutzlast angenommen werden kann. Weiter können Oberflächenausstülpungen<sup>70</sup> ein Rollmoment verursachen. Folgende Gleichung beschreibt den totalen Rollmomenten-Beiwert als eine Funktion des Anstellwinkels  $\alpha$  :

$$c_{L,BF} = (c_{L,cg,offset} + c_{L,protuberance}) \cdot \sin^2 \alpha \quad \text{Gl. 6-1}$$

Der Beiwert  $c_{L,cg,offset}$  wird geometrisch errechnet durch den Normalenbeiwert. Der Momenten-Beiwert durch die Oberflächenstörungen  $c_{L,protuberance}$  ist eine Funktion des Rollwinkels  $\phi$  .

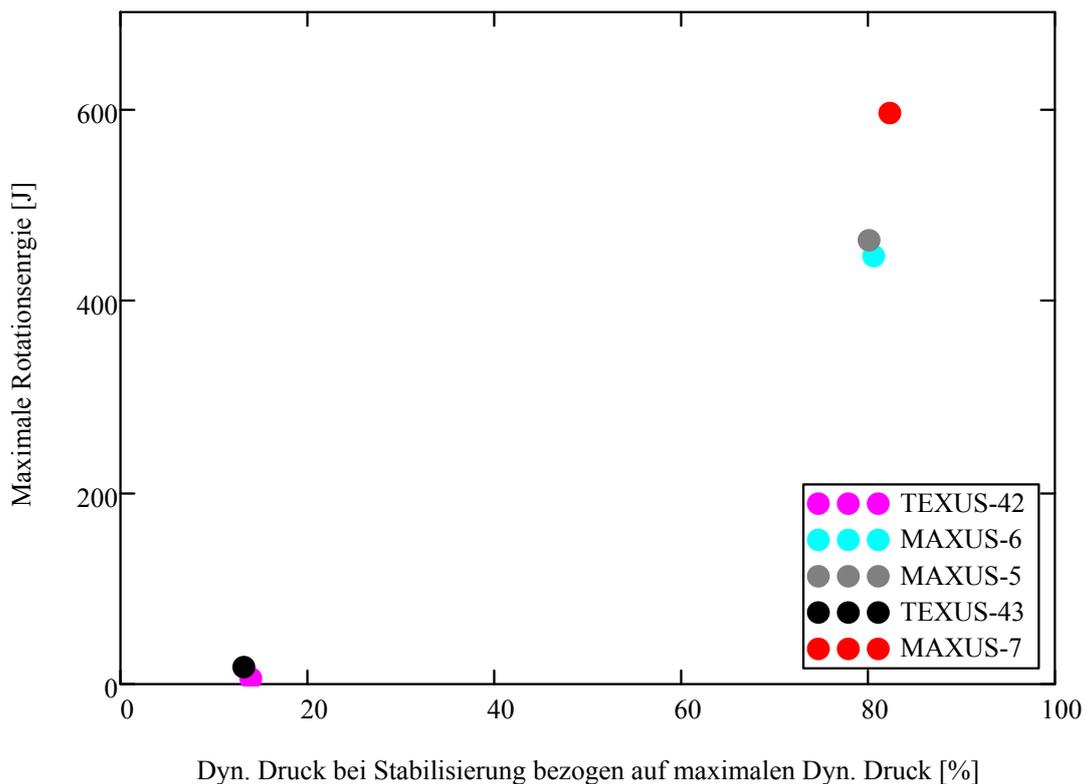


**Abbildung 6-4: Rollmomentbeiwerte a) Schwerpunktversatz b) Protuberanzen: Sowohl Schwerpunktversatz, als auch gerade Protuberanzen führen zu einem Moment um die Rollachse der Nutzlast.**

Der Schwerpunktversatz hat den Effekt, dass die Nutzlast in ihrer Rollbewegung stabilisiert wird, so dass der Druckpunkt dem Schwerpunkt folgt. Die Oberflächenstörungen, bei den geflogenen Nutzlasten in erster Linie die Antennen, haben den gleichen Effekt und stabilisieren die Nutzlast in der Strömung [Tong, [121], 1992]. Der Roll-Dämpfungsbeiwert wird bei [Tong, [121], 1992] auf  $c_{L\dot{\phi},BF} = -10$  geschätzt.

Es gibt eine minimale Rollrate, um die Spinnbewegung solange wie möglich aufrecht zu erhalten. In der Simulation von [Tong, [121], 1992] liegt dies bei 90 °/s. Für die untersuchten TEXUS- und MAXUS-Nutzlasten ist in der folgenden Abbildung der dynamische Druck  $q$  zu dem Zeitpunkt der Stabilisierung aufgetragen. Der dynamische Druck ist dabei bezogen auf den maximalen dynamischen Druck  $q_{max}$ , der während des Wiedereintritts auf die Nutzlast wirkt. In der vertikalen Achse ist die maximale Rotationsenergie  $E_{Rot,max}$  dargestellt, welche die Nutzlast nach dem Aufspinnen hat.

<sup>70</sup> Protuberanzen.



**Abbildung 6-5: Maximale Rotationsenergie  $E_{Rot,max}$  über dem Dynamischen Druck  $\frac{q}{q_{max}}$**

Die Rollrate der Nutzlasten wird also durch die Protuberanzen an der Nutzlast abgebaut<sup>71</sup> und sie stabilisiert sich, wie später noch gezeigt wird, zwischen den Telekommando-Antennen. Es findet keine Energie Dissipation im Sinne der Energy Sink Methode (siehe Unterkapitel 6.2) statt, bei der die Rollrate um die Längsachse durch Nutation in eine Flat-Spin-Bewegung um die Achse mit dem größten Massenträgheitsmoment übergeht. Wie bereits in der Einführung beschrieben, wird der Wiedereintritt der Forschungsraketenutzlasten in vielen in dieser Arbeit verwendeten Veröffentlichungen und Flugberichte mit diesem Phänomen erklärt, das durch den Flug des Explorer-1 Satelliten bekannt wurde. Der Satellit war ein längliches, achsensymmetrisches Objekt und in der Aufstiegsphase spinstabilisiert. Im Orbit wurden vier Whip-Antennen ausgefahren und innerhalb weniger Umläufe dissipierte Rotations-Energie. Die Bewegung des Satelliten ging in eine stabile Rotation um die Achse des größten Massenträgheitsmoments über [Wiesel, [131], 1989], [Wertz, [129], 1995], [Schaub, [97], 2003]. Die Erklärung für das Explorer-1 Phänomen wurde als erstes von Ronald N. Bracewell und Owen K. Garriott veröffentlicht [Bracewell, [10], 1958]. Garriott wurde später Wissenschaftsastronaut auf der Skylab-Mission, während der er ein kleines Experiment mitnahm, um diesen Effekt zu veranschaulichen [Kaplan, [58], 1976].

Bevor das Verhalten der Nutzlast nach dem Abbau des Spins weiter beschrieben werden kann, behandelt das nächste Unterkapitel die sogenannte Energy Sink Methode, also den beschriebenen Effekt der Energie Dissipation bei Explorer-1.

<sup>71</sup> Mit speziellen aerodynamischen Anbauten an der Nutzlast kann die Rollbewegung auch noch weit in den Bereich des maximalen dynamischen Drucks verlängert werden [Tong, [121], 1992].

## 6.2 Energy Sink Methode

Sind der Drehimpulsvektor  $\vec{h}$  und die Summe aller am Körper angreifenden Momente  $\vec{M}$  bekannt, so lässt sich die Drehbewegung mit der Euler-Gleichung

$$\frac{d\vec{h}}{dt} = \vec{M} \quad \text{Gl. 6-2}$$

beschreiben [Wiesel, [131], 1989].

Die zeitliche Ableitung in Gl. 6-2 bezieht sich auf das inertielle Referenzsystem. In Bezug auf das körperfeste Referenzsystem, das mit der Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\vec{\omega}}$  rotiert, ist die Euler-Gleichung somit:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{h}}{dt} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{h} \quad \text{Gl. 6-3} \quad [\text{Chobotov, [15]}]$$

Der Drehimpuls lässt sich mit den Trägheitstensor  $\vec{I}$  berechnen.

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 6-4} \quad [\text{Ratajczak, [93]}]$$

In dem Trägheitstensor stellen  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  und  $I_{zz}$  die Trägheitsmomente und die anderen Elemente die Deviationsmomente<sup>72</sup> dar. Die Deviationsmomente sind gleich Null, wenn die Trägheitsmomente in Richtung der Hauptträgheitsachsen zeigen [Ratajczak, [93], 2001].

Also ergibt sich ausgeschrieben:

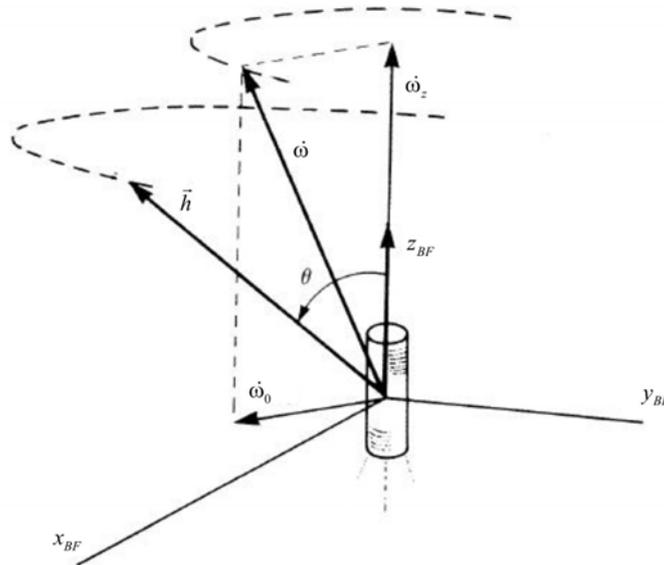
$$\begin{aligned} I_{xx} \cdot \ddot{\omega}_x - (I_{yy} - I_{zz}) \cdot \dot{\omega}_y \cdot \dot{\omega}_z &= \vec{M}_x \\ I_{yy} \cdot \ddot{\omega}_y - (I_{zz} - I_{xx}) \cdot \dot{\omega}_z \cdot \dot{\omega}_x &= \vec{M}_y \\ I_{zz} \cdot \ddot{\omega}_z - (I_{xx} - I_{yy}) \cdot \dot{\omega}_x \cdot \dot{\omega}_y &= \vec{M}_z \end{aligned} \quad \text{Gl. 6-5} \quad [\text{Wiesel, [131]}]$$

Es wird nun für die Nutzlast Momentenfreiheit  $\vec{M} = 0$  und eine Rotationssymmetrie um die  $z_{BF}$ -Achse angenommen. Das bedeutet, dass das Massenträgheitsmoment  $I_{xx} = I_{yy}$  ist. Daher folgt aus Gleichung 6-5, dass die Winkelbeschleunigung  $\ddot{\omega}_z$  konstant ist. Mit diesen Bedingungen gilt:

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_x + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{xx}} \cdot \dot{\omega}_z \cdot \dot{\omega}_y &= \ddot{\omega}_x + \lambda \cdot \dot{\omega}_y = 0 \\ \ddot{\omega}_y - \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{xx}} \cdot \dot{\omega}_z \cdot \dot{\omega}_x &= \ddot{\omega}_y - \lambda \cdot \dot{\omega}_x = 0 \end{aligned} \quad \text{Gl. 6-6} \quad [\text{Ratajczak, [93]}]$$

<sup>72</sup> Häufig auch als Zentrifugalmoment oder Nebenträgheitsmoment bezeichnet.

Hierbei ist  $\lambda = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{xx}} \cdot \dot{\omega}_z$  die Nutationsfrequenz.



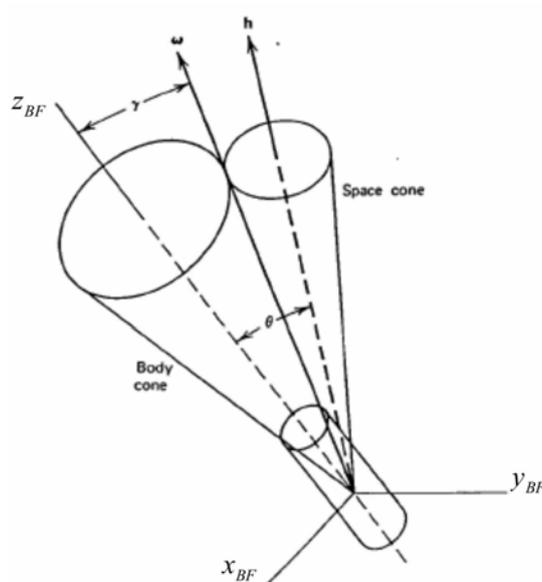
**Abbildung 6-6: Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\omega}$  und Drehimpuls  $h$  im körperfesten System [Wiesel, [131], 1989]**

Für die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\omega}_x$  und  $\dot{\omega}_y$  lässt sich folgende Beziehung aufstellen:

$$\dot{\omega}_0^2 = \dot{\omega}_x^2 + \dot{\omega}_y^2 \quad \text{Gl. 6-7}$$

Das gesamte Drehmoment ist:

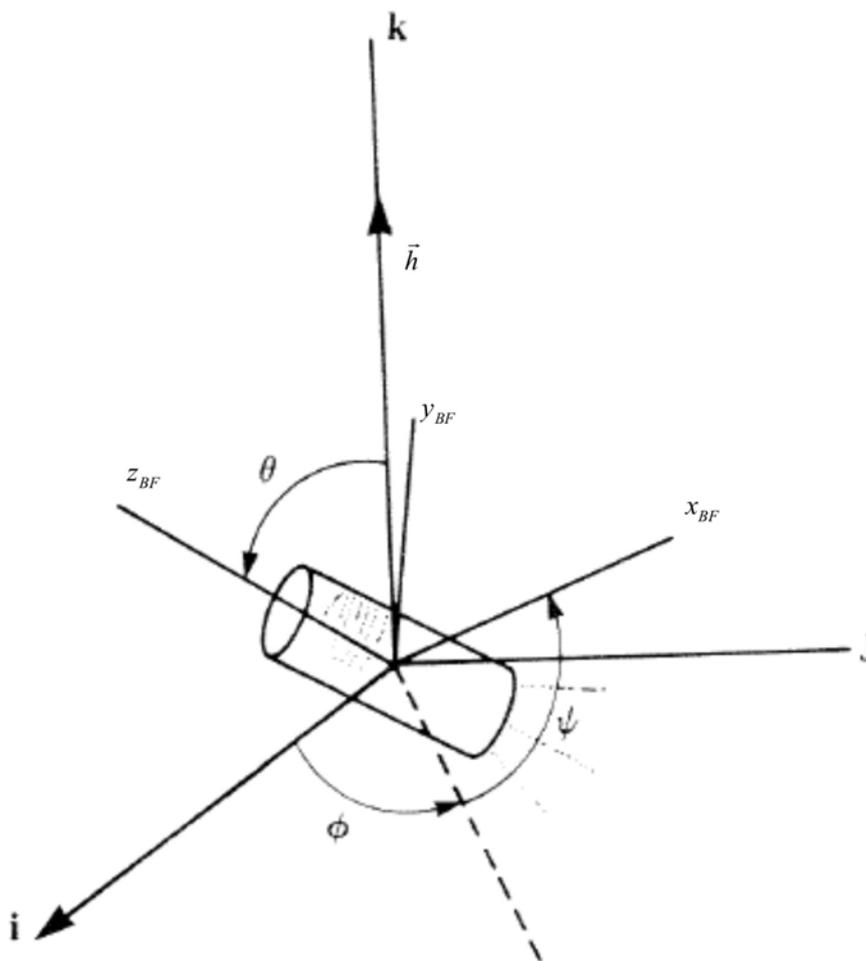
$$h^2 = I_{xx}^2 \cdot \omega_0^2 + I_{zz}^2 \cdot \omega_z^2 \quad \text{Gl. 6-8}$$



**Abbildung 6-7: Direkte Präzession der Nutzlast [Kaplan, [58], 1976]**

Der Drehimpuls  $\vec{h}$ , die Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  und die z-Achse liegen in einer Ebene. Außerdem ist der Drehimpuls  $\vec{h}$  inertial fest, so dass sich die beschriebene Ebene um den Drehimpuls  $\vec{h}$  dreht, wenn die Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  nicht parallel zum Drehimpulsvektor ist, was allgemein der Fall ist. Das bedeutet, dass die Bewegung von der Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  durch zwei Kegel beschrieben wird: dem Körperkegel<sup>73</sup> und dem Raumkegel<sup>74</sup>. Die Berührungslinie der Kegel stellt die momentane Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  dar. Die Symmetrieachse des Körperkegels ist die Hauptträgheitsachse  $I_{zz}$  der Nutzlast und der Raumkegel steht inertial fest [Ratajczak, [93], 2001], [Wertz, [129], 1995].

Die Figurenachse und die augenblickliche Drehachse rotieren um die inertial feststehende Drehimpulsachse. Diese Bewegung nennt man Präzession. Weiterhin rotiert die Figurenachse mit einer Winkelgeschwindigkeit um die Achse senkrecht zur Drehimpulsachse. Diese Bewegung heißt Nutation [Ratajczak, [93], 2001].



**Abbildung 6-8: Nutationswinkel  $\theta$ , Drehimpuls ist auf die inertielle k-Achse ausgerichtet [Wiesel, [131], 1989]**

Der Nutationswinkel  $\theta$  lässt sich aus Gl. 6-4 herleiten und ist konstant [Chobotov, [15], 1991].

<sup>73</sup> Engl.: body cone.

<sup>74</sup> Engl.: space cone.

$$\tan \theta = \frac{h_0}{h_z} = \frac{I_{xx} \cdot \dot{\omega}_0}{I_{zz} \cdot \dot{\omega}_z} \quad \text{Gl. 6-9} \quad [\text{Ratajczak, [93]}]$$

Die Präzessionsgeschwindigkeit wird aus den Euler-Gleichungen gebildet und ist gleich einer Euler-Winkelgeschwindigkeit. Zu beachten ist die Reihenfolge der Rotationen [Chobotov, [15], 1991].

$$\dot{\phi} = \frac{I_{zz} \cdot \dot{\psi}}{(I_{xx} - I_{zz}) \cdot \cos \theta} \quad \text{Gl. 6-10} \quad [\text{Wiesel, [131]}]$$

Wenn  $I_{xx} > I_{zz}$  ist, was bei den untersuchten Nutzlasten zutrifft, so treten  $\dot{\phi}$  und  $\dot{\psi}$  in der gleichen Richtung auf. Man spricht dann von direkter Präzession<sup>75</sup>.

Die rotationssymmetrischen Nutzlasten sind bei auftretenden Störungen in ihrer Bewegung um die Achsen des maximalen und des minimalen Trägheitsmoments stabil [Ratajczak, [93], 2001], [Wiesel, [131], 1989].

In Wirklichkeit ist keine Nutzlast ein perfekt starrer Körper. Interne Bewegungen durch Fluide oder flexible Bauteile wandeln durch Energie Dissipation die kinetische Rotationsenergie in Wärme um. Dies trifft für die hier betrachteten Nutzlasten allerdings eher nicht zu, da sie als semistarre Körper angesehen werden können. Das bedeutet, dass die Energie Dissipationsrate klein ist und die Änderung von Massenträgheitsmomenten vernachlässigt werden können. Die semistarre Nutzlast behält also das Drehmoment, verliert aber langsam Energie durch auftretende Präzession, die das System in seiner Schwingung anregt. Es wird dabei Energie verbraucht, da die Schwingung dissipativ ist [Wiesel, [131], 1989].

Die Nutzlast wird wieder als symmetrischer Körper mit  $I_{xx} = I_{yy}$  betrachtet, welche eine momentenfreie Rotation ausführt.

Die Rotationsenergie ist<sup>76</sup>:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot (I_{xx} \cdot (\omega_x^2 + \omega_y^2) + I_{zz} \cdot \omega_z^2) \quad \text{Gl. 6-11}$$

Mit Gl. 6-11 und der Beziehung

$$\cos \theta = \frac{I_{zz} \cdot \dot{\omega}_z}{\sqrt{I_{xx}^2 \cdot \dot{\omega}_0^2 + I_{zz}^2 \cdot \dot{\omega}_z^2}} \quad \text{Gl. 6-12} \quad [\text{Wiesel, [131]}]$$

lässt sich die Rotationsenergie umschreiben in

$$E_{rot} = \frac{h^2}{2 \cdot I_{xx}} \cdot \left( 1 - \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{zz}} \cdot \cos^2 \theta \right) \quad \text{Gl. 6-13} \quad [\text{Ratajczak, [93]}]$$

<sup>75</sup> Engl.: prograde precession.

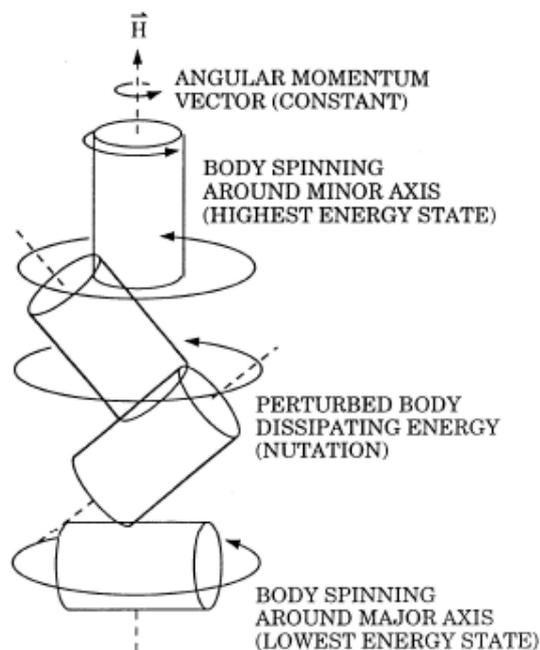
<sup>76</sup> Allgemein:  $2 \cdot E_{rot} = \dot{\omega}_x^2 \cdot I_{xx} + \dot{\omega}_y^2 \cdot I_{yy} + \dot{\omega}_z^2 \cdot I_{zz} - 2 \cdot \dot{\omega}_x \cdot \dot{\omega}_z \cdot I_{xz} - 2 \cdot \dot{\omega}_y \cdot \dot{\omega}_z \cdot I_{yz} - 2 \cdot \dot{\omega}_x \cdot \dot{\omega}_y \cdot I_{xy}$  [Kaplan, [58], 1976].

Dabei ist  $\vec{h}$  konstant, da keine äußeren Momente wirken. Das System ist dissipativ, d. h. es gibt eine Energieänderung  $\dot{E}_{rot}$ .

$$\dot{E}_{rot} = \frac{h^2}{I_{zz}} \cdot \left( \frac{I_{zz}}{I_{xx}} - 1 \right) \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \dot{\theta} \quad \text{Gl. 6-14} \quad [\text{Chobotov, [15]}]$$

Das System geht in den Zustand minimaler Energie über, also muss  $\dot{E}_{rot} < 0$  sein. Die Änderung des Nutationswinkels hängt daher von dem Verhältnis der Massenträgheitsmomente  $\frac{I_{zz}}{I_{xx}}$  ab. Dieses Verhältnis liegt für die betrachteten Nutzlasten ungefähr bei  $\frac{I_{zz}}{I_{xx}} \approx \frac{1}{75}$ , also deutlich kleiner als 1. Das bedeutet der Nutationswinkel  $\theta$  nimmt zu und die Rotationsenergie erreicht ihr Minimum, wenn der Nutationswinkel  $\theta = 90^\circ$  ist [Ratajczak, [93], 2001], [Chobotov, [15], 1991], [Kaplan, [58], 1976].

Über lange Zeit gesehen ist also der Spin um die Symmetrieachse nur stabil, wenn die Symmetrieachse die Haupt-Massenträgheitsachse ist. Daraus folgt, dass das Aufspinnen der Nutzlast um die Achse mit dem kleinsten Massenträgheitsmoment zu einer Anfachung der Nutationsschwingung führt. Die Nutzlast geht nach einem bestimmten Zeitraum in einen Flat-Spin über [Ratajczak, [93], 2001].



**Abbildung 6-9: Anfachung der Nutationsschwingung (Flat-Spin) durch Energiedissipation [Bryson, [11], 1994]**

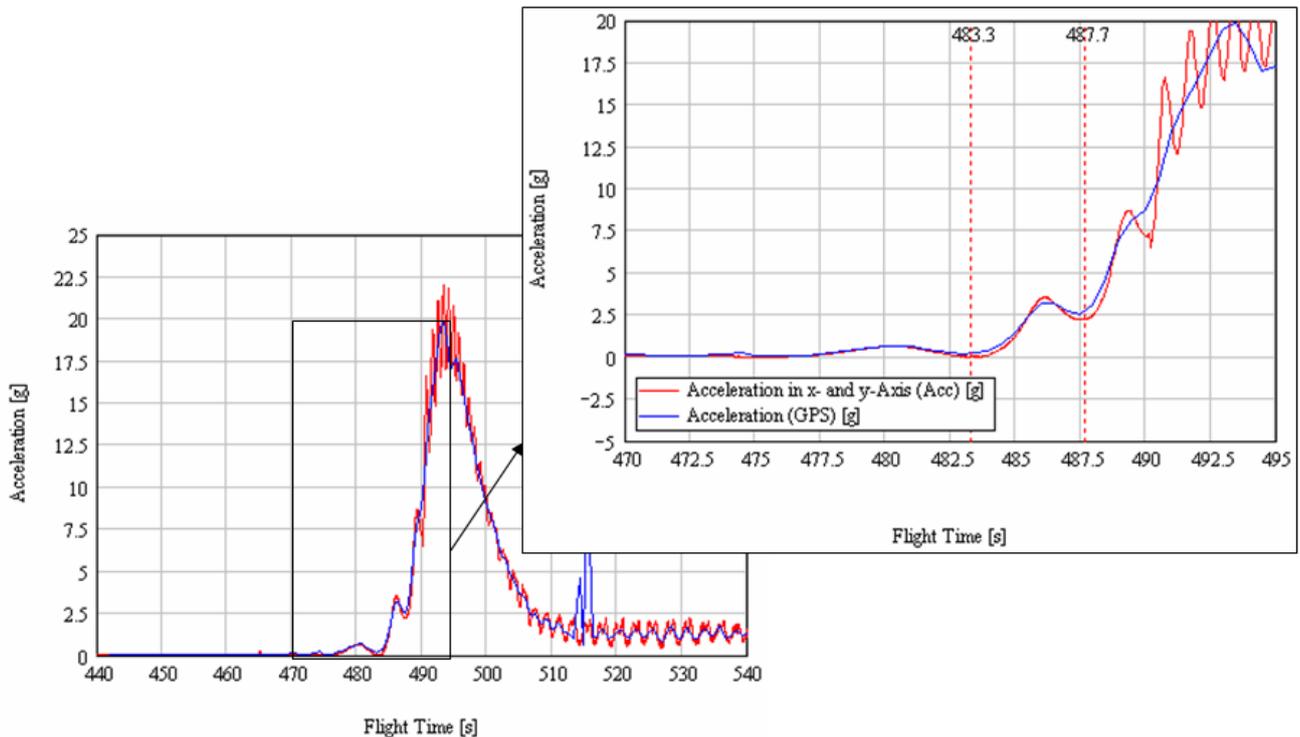
Diese Störmomente, die in der hohen Atmosphäre auf die Nutzlast wirken, sind [Ratajczak, [93], 2001]:

- Gravitationsmoment
- Aerodynamisches Moment (wenige Rest-Moleküle)
- Magnetisches Moment
- Strahlungsmoment
- Moment durch Meteoriten
- Leck im Ventil der Düsen

Die Nutzlast der Forschungsrakete wird in der hohen Atmosphäre aufgespint und eine Anfachung der Nutationschwingung würde bei genügender Zeit auch auftreten. In der Realität werden die aerodynamischen Kräfte auf die Nutzlast allerdings schon kurz nach dem Aufspinnen so dominant, dass die Rollrate komplett abgebaut wird und die Nutzlast sich auf einer lateralen Position stabilisiert. Die Nutzlast wird, wie im nächsten Unterkapitel beschrieben wird, zwar auch senkrecht zur Anströmrichtung ausgerichtet, ein Übergang der Rotationsenergie in einen Flat-Spin findet aber nicht statt. In Kapitel 6.4 wird gezeigt, warum die Nutzlast im Unterschallbereich dann doch noch eine Flat-Spin-Bewegung beginnt.

### 6.3 Ausrichtung der Nutzlast während des Wiedereintritts

Vergleicht man die Beschleunigungsdaten aus GPS und den lateralen Beschleunigungssensoren<sup>77</sup>, sind Schlussfolgerungen auf die Ausrichtung der Nutzlast möglich. Falls beide Datenkurven übereinstimmen, hat die Nutzlast eine nahezu senkrechte Lage zur Flugrichtung bzw. Anströmrichtung. Dies trifft für den Wiedereintritt der TEXUS-42 Nutzlast zu (Abbildung 6-10). Weiter kann man deutlich auch die Nickbewegung erkennen, da sich die Beschleunigung in die Lateralachsen mit dem oszillierenden Nickwinkel verändert.



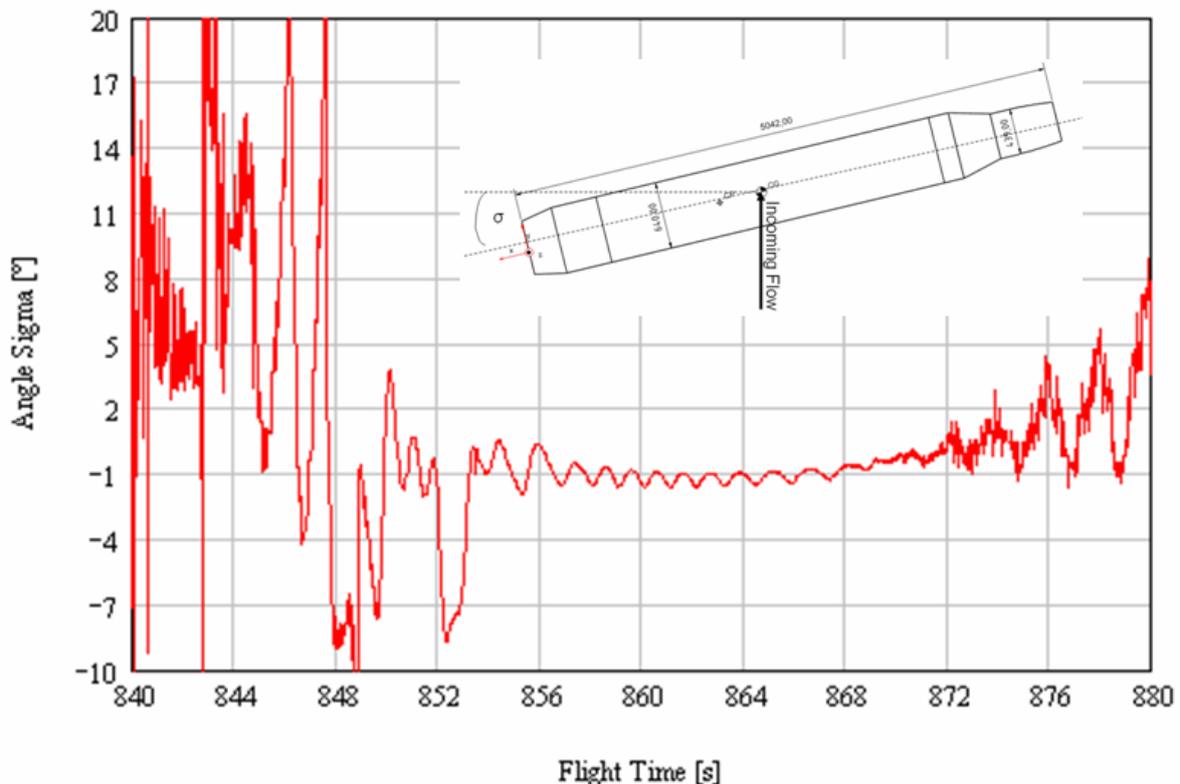
**Abbildung 6-10: TEXUS-42 – Gesamtbeschleunigung der lateralen Achsen  $a_{BF,x}$  und  $a_{BF,y}$  (Accelerometer) und Gesamtbeschleunigung  $\ddot{r}_{VCF,-g}$  (GPS-Daten) über Flugzeit  $t$  während des Wiedereintritts [Stamminger, [113], 2007]: Mit den Beschleunigungsdaten aus den Accelerometern ist auch die oszillierende Bewegung um die Nick-Achse zu erkennen.**

<sup>77</sup> Die Erdbeschleunigung muss aus den GPS-Daten rausgerechnet werden, um einen Vergleich mit den Beschleunigungssensoren zu ermöglichen.

Falls die körperfesten Beschleunigungsdaten nicht durch die Rotation um die Längsachse oder Flat-Spin-Bewegung gestört werden, so ist es möglich, einen Quasi-Anstellwinkel  $\sigma$  zu berechnen

$$\sigma = \arctan\left(\frac{a_{BF,z}}{\sqrt{a_{BF,x}^2 + a_{BF,y}^2}}\right) \quad \text{Gl. 6-15}$$

Positiv ist der Winkel, wenn die Nutzlast mit dem Aft-Ogive voraus in die Anströmrichtung fliegt. Für einen Zeitraum mit einem stabilen Quasi-Anstellwinkel<sup>78</sup>  $\sigma = -1^\circ$  ist dies für die MAXUS-7 Nutzlast in Abbildung 6-11 dargestellt.



**Abbildung 6-11: MAXUS-7 – Winkel  $\sigma$  während des Wiedereintritts bis zu dem Beginn des Flat-Spins [Stamminger, [117], 2007]: In diesem Beispiel stellt sich über einen Zeitraum von 20 s ein stabiler Anstellwinkel  $\sigma = -1^\circ$ .**

Die Beschleunigungsdaten deuten also darauf hin, dass die MAXUS-7 Nutzlast zuerst bis zum Aufspinnen mit dem Aft-Ogive, also dem Bergungssystem voraus eingetreten und dann relativ stabil zur Flugrichtung ausgerichtet ist. Es wurde bereits erwähnt, dass ein Eintreten in die Atmosphäre mit dem Bergungssystem in Flugrichtung möglichst zu vermeiden ist<sup>79</sup>.

Wie in der Abbildung 6-11 zu sehen ist, oszilliert die Nutzlast um den Trimmwinkel. Es soll hier nun

<sup>78</sup> Gemessen von einer idealen Querausrichtung zur Flugrichtung und nicht zu einer Längsausrichtung.

<sup>79</sup> TEXUS-38 ist mit dem Bergungssystem voraus in die Atmosphäre eingetreten und es gab einen Fehler im Bergungssystem, der zum Verlust der Nutzlast führte. Ob beide Ereignisse kausal miteinander zusammenhängen, ist offen [Stamminger, [109], 2007].

kurz die Nick-Momenten-Modellierung aus [Tong, [121], 1992] vorgestellt werden. Die lokalen Kräfte variieren mit der lokalen Geschwindigkeit  $v_l$  entlang der Nutzlast, die wiederum abhängig von der Nick-Rate  $\dot{q}$  ist. Das Moment  $M_{BF}$  ist dann bei einer Queranströmung:

$$M_{BF} = \int \left[ c_D \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_l^2 \right) \cdot D_l \cdot \left( z_{BF,cg} - z_{BF} \right) \right] dz_{BF} \quad \text{Gl. 6-16 [Tong, [121]]}$$

Der lokale Durchmesser  $D_l$  ist abhängig von der Koordinate  $z_{BF}$ . Der Momenten-Beiwert  $c_{M,BF}$  ist dementsprechend:

$$c_{M,BF} = \int \frac{\left[ c_D \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_l^2 \right) \cdot D_l \cdot \left( z_{BF,cg} - z_{BF} \right) \right] dz_{BF}}{A_{ref} \cdot D \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{VCVF,rel}^2} \quad \text{Gl. 6-17 [Tong, [121]]}$$

Die lokale Geschwindigkeit  $v_l$  wird mit folgender Gleichung berechnet:

$$v_l = v_{VCVF,rel} - \dot{q} \cdot \left( z_{BF,cg} - z_{BF} \right) \quad \text{Gl. 6-18 [Tong, [121]]}$$

Und näherungsweise ist das Quadrat der lokalen Geschwindigkeit:

$$v_l^2 \approx v_{VCVF,rel}^2 - 2 \cdot v_{VCVF,rel} \cdot \dot{q} \cdot \left( z_{BF,cg} - z_{BF} \right) \quad \text{Gl. 6-19 [Tong, [121]]}$$

Damit ist der Momenten-Beiwert  $c_{M,BF}$ :

$$c_{M,BF} \approx \int \frac{\left[ c_D \cdot D_l \cdot \left( z_{BF,cg} - z_{BF} \right) \right] dz_{BF}}{A_{ref} \cdot D_{PL}} - 2 \int \frac{\left[ c_D \cdot \dot{q} \cdot \left( z_{BF,cg} - z_{BF} \right)^2 \cdot D_l \right] dz_{BF}}{A_{ref} \cdot D_{PL} \cdot v_{VCVF,rel}} \quad \text{Gl. 6-20 [Tong, [121]]}$$

Der erste Term der Gleichung 10-20 ist das Moment durch die statische Kraft und der zweite Term als Funktion der Nick-Rate  $\dot{q}$  ist die dynamische Dämpfung. Durch Differenzieren nach der Nick-Rate  $\dot{q}$  dieses Terms und durch Division mit  $\left( \frac{D_{PL}}{2 \cdot v_{VCVF,rel}} \right)$  erhält man den dimensionslosen Dämpfungskoeffizienten  $c_{M\dot{q},BF}$ :

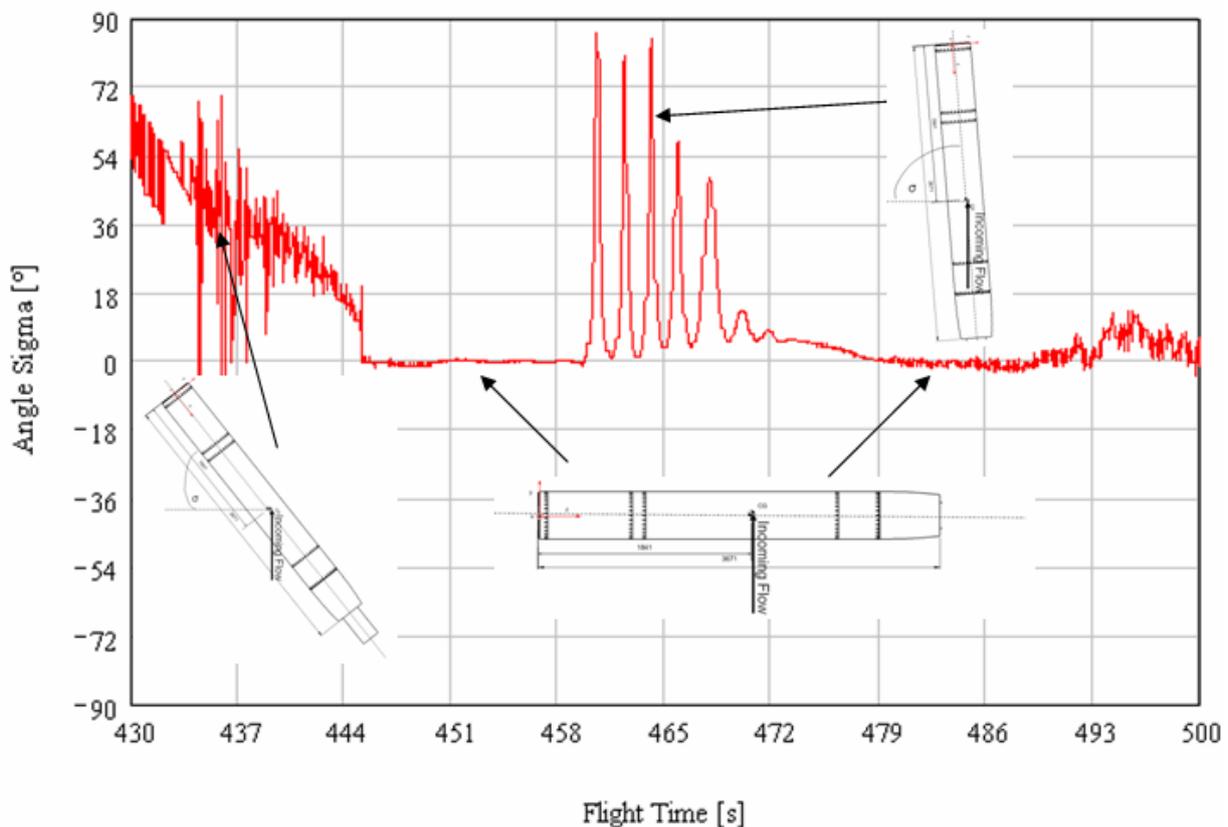
$$c_{M\dot{q},BF} \approx \frac{\partial c_{M,BF}}{\partial \left( \frac{\dot{q} \cdot D_{PL}}{2 \cdot v_{VCVF,rel}} \right)} \quad \text{Gl. 6-21 [Tong, [121]]}$$

$$c_{M\dot{q},BF} \approx -4 \int \frac{\left[ c_D \cdot \left( z_{BF,cg} - z_{BF} \right)^2 \cdot D_l \right] dz_{BF}}{A_{ref} \cdot D_{PL}^2} \quad \text{Gl. 6-22 [Tong, [121]]}$$

Der Dämpfungskoeffizient  $c_{M\dot{q},BF}$  wird in [Tong, [121], 1992] für Längsanströmung abgeschätzt. Im subsonischen Bereich geschieht dies mit der schlanken Körper-Theorie und im supersonischen Bereich mit der Newton-Theorie.

Wie in der Gesamtbeschleunigung von TEXUS-43 zu sehen ist, führt eine starke Nickbewegung durch die Änderung der angeströmten Widerstandsfläche zu einer oszillierenden Abnahme der Beschleunigungswerte während des „Hard Re-entries“. In der folgenden Abbildung 6-12 soll nun die

Lage der Nutzlast mit Hilfe des Quasi-Anstellwinkels  $\sigma$  dargestellt werden. So hat die TEXUS-43 Nutzlast in einer Höhe  $h_{ECEP} = 103$  km einen positiven Winkel  $\sigma \approx 90^\circ$ , hat also eine Lage, in der sie nahezu parallel angeströmt wird. Bis zu Beginn des Spin-Up richtet sich die Nutzlast auf eine Queranströmung aus und hat bei  $t = 445.5$  s einen positiven Winkel  $\sigma \approx 10^\circ$ . Nach dem Spin-Up der Nutzlast nimmt diese eine Lage quer zur Anströmung mit  $\sigma \approx 0^\circ$  an. Die durch den Spin um die Roll-Achse hervorgerufenen Lateral-Beschleunigungen verringern bei der Berechnung des Winkels  $\sigma$  dessen Größe, da der Nenner in Gleichung Gl. 10-15 ansteigt. Nach Spin-Abbau kippt die Nutzlast in der Phase der größten Beschleunigung sieben Mal kurz in paralleler Ausrichtung mit der Anströmung, das erste Mal auf einen Winkel  $\sigma \approx 80^\circ$ , beim fünften Mal immerhin noch auf  $\sigma \approx 48.5^\circ$  und beim letzten Mal noch auf einen Winkel  $\sigma \approx 8.2^\circ$ . Nach der letzten Nickbewegung<sup>80</sup> nimmt die Nutzlast einen Winkel  $\sigma \approx 5^\circ$  ein und bis  $t = 479.2$  s, also zu Beginn des Unterschallbereichs, sinkt dieser auf  $\sigma \approx 0^\circ$ . Ein Grund für diese Nickbewegung ist das Abreißen bei  $t = 460$  s, bzw. einer Höhe von 35 km<sup>81</sup> der Can-Struktur oberhalb des Hitzschildes des Bergungssystems.



**Abbildung 6-12: TEXUS-43 – Winkel  $\sigma$  während des Wiedereintritts (Accelerometer-Daten) [Stamminger, [114], 2007]. Während der Phase mit fast orthogonaler Ausrichtung der Nutzlast gegenüber der Anströmung kommt es zu mehreren starken Nickbewegungen.**

Ab  $t = 494$  s beginnt die Nutzlast mit ca.  $\pm 3^\circ$  um einen Winkel  $\sigma \approx 2.2^\circ$  zu nicken. Die Nick-Frequenz ist  $f_{Pitch} = 0.77$  Hz.

<sup>80</sup> Die Nickbewegung mit zwischenzeitlich horizontaler Ausrichtung kann auch durch Videobilder nachvollzogen werden [Stamminger, [114], 2007].

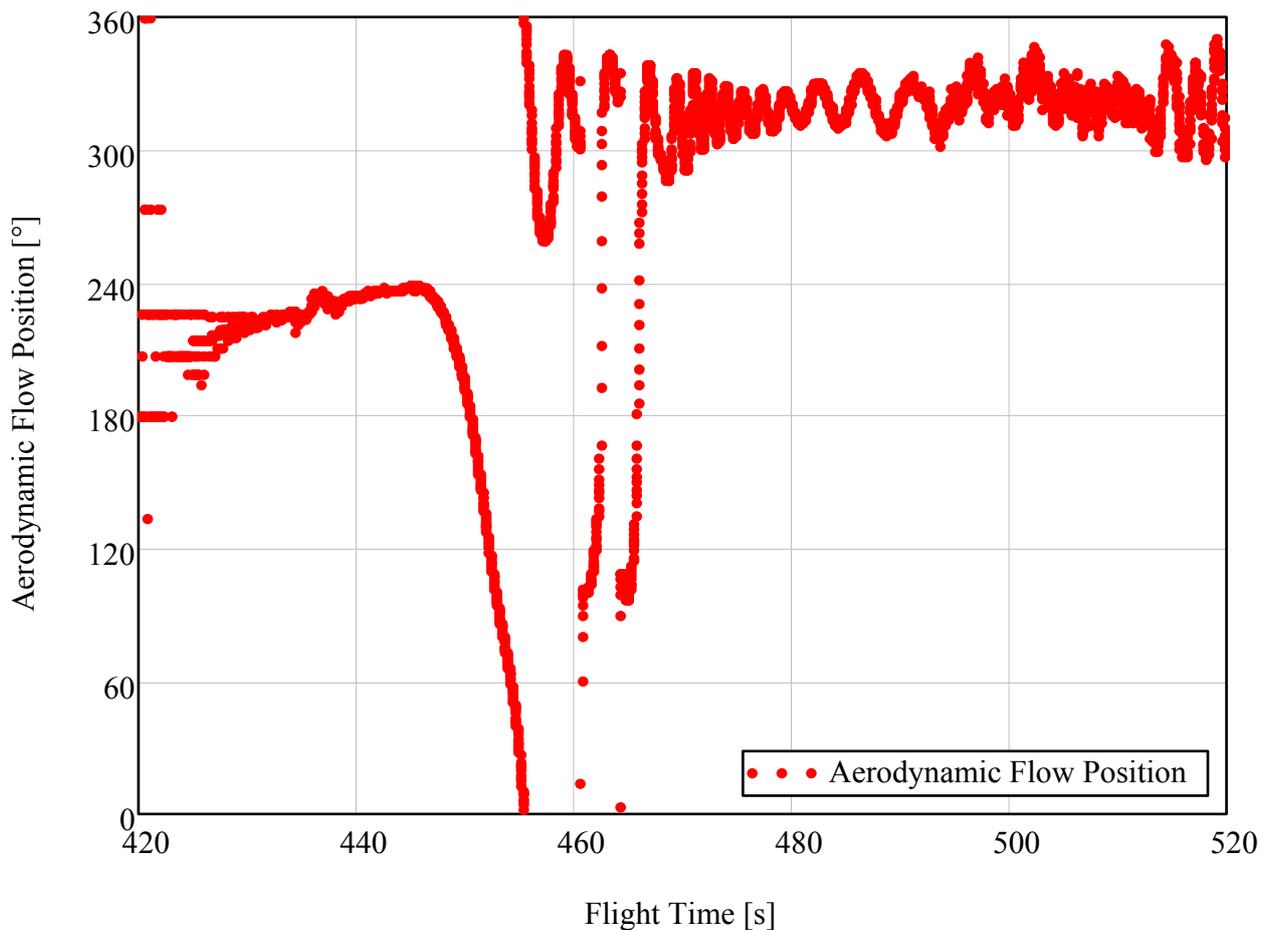
<sup>81</sup> Bei TEXUS-39 reißt die Can-Struktur bereits in einer Höhe von 40 km ab [Stamminger, [109], 2007].

**Tabelle 6-2: Nickfrequenz und Trimmwinkel**

<i>Mission</i>	<i>Nickfrequenz</i> $f_{Pitch}$	<i>Trimmwinkel <math>\sigma</math> -</i>
<b>TEXUS-38</b>	-	-
<b>TEXUS-39</b>	-	-
<b>TEXUS-40</b>	-	-
<b>TEXUS-41</b>	-	-
<b>TEXUS-42</b>	0.6 Hz	3°
<b>TEXUS-43</b>	0.77 Hz	2.2°
<b>Cajuana</b>	0.76 Hz	0.8°
<b>MAXUS-2</b>	-	-
<b>MAXUS-4</b>	-	-
<b>MAXUS-5</b>	-	-
<b>MAXUS-6</b>	-	-3.4°
<b>MAXUS-7</b>	1 Hz – 0.7 Hz	-1.2°

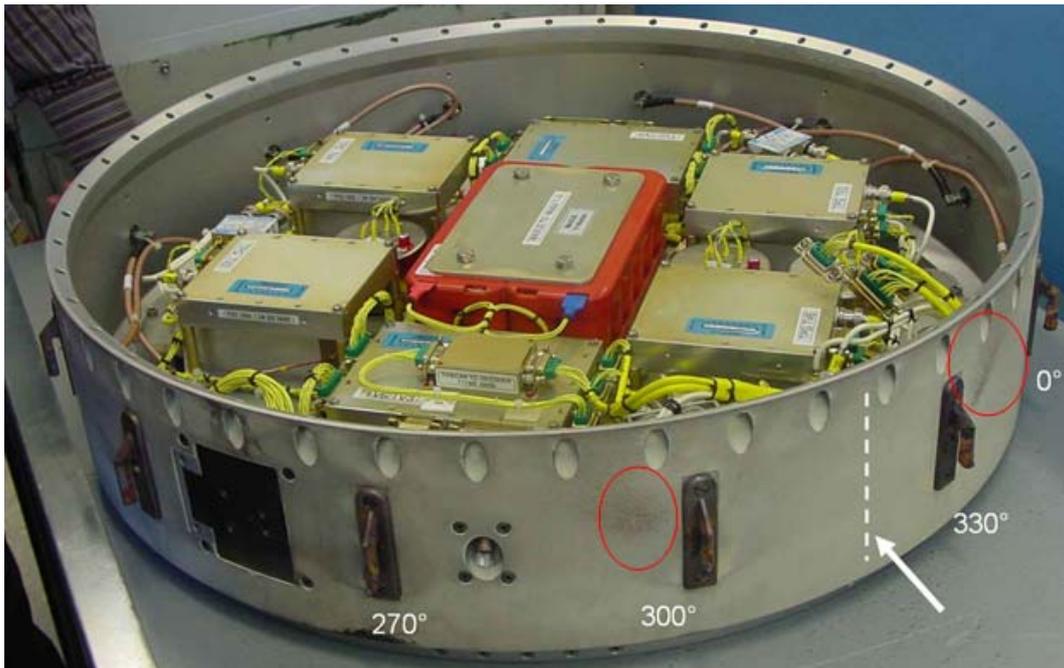
Wie bereits in den vorigen Kapiteln dargestellt, stoppt die Rollbewegung der Nutzlast mit Zunahme der aerodynamischen Kräfte und stabilisiert sich zwischen den Telekommando-Antennen<sup>82</sup>. Abbildung 6-13 zeigt die laterale Position  $Pos_{AeroFlow}$  der Anströmung an der TEXUS-43 Nutzlast vor und nach der Rollbewegung durch das Aufspinnen. Sie nimmt eine Lage um Position  $Pos_{AeroFlow} \approx 322^\circ$  ein, bezogen auf die Querschnittsdarstellung der TEXUS-43 Nutzlast in Abbildung 2-7.

<sup>82</sup> Bei dem Testflug der VSB-30 Rakete sind keine Telekommando-Antennen mit dem Service-System der Nutzlast geflogen worden. Die Nutzlast stabilisiert sich während des Wiedereintritts an zwei verschiedenen Positionen zwischen den Hakenantennen [Stamminger, [116], 2007]. Dies gilt ebenfalls für die Cuma-2 Nutzlast [Stamminger, [118], 2007].



**Abbildung 6-13: TEXUS-43 – Laterale Position der Anströmung  $POS_{AeroFlow}$  an der Nutzlast während des Wiedereintritts [Stamminger, [117], 2007]:** Nach dem Aufspinnen stabilisiert sich die Nutzlast nach weniger als einer Umdrehung an der lateralen Position  $POS_{AeroFlow} \approx 322^\circ$ .

Zusätzlich wird die laterale Ausrichtung durch die aufgezeichneten Werte der Temperatursensoren an der Nutzlaststruktur indiziert. Die Sensoren an den Positionen  $Pos = 0^\circ$  und  $Pos = 270^\circ$  messen eine Temperatur  $T_{W,in} \approx 150^\circ\text{C}$ , bzw.  $T_{W,in} \approx 180^\circ\text{C}$ . Die Temperatursensoren auf den Positionen  $Pos = 90^\circ$  und  $Pos = 180^\circ$  sehen nur eine Temperatur  $T_{W,in} \approx 130^\circ\text{C}$  [Pfeuffer, [89], 2006]. Die Stabilisierung der Nutzlast auf einer lateralen Position wird auch durch Videobilder verifiziert [Stamminger, [114], 2007]. Bei der MAXUS-2 Nutzlast konnten Temperaturen bis  $T_{W,in} = 300^\circ\text{C}$  gemessen werden und das aerodynamische Biegemoment in Verbindung mit den hohen Temperaturen der Nutzlast-Oberfläche verursachte permanente Deformationen in wichtigen Gebieten der Radax-Verbindungen [Daimler-Benz Aerospace, [19], 1996]. Auch die MAXUS-7 Nutzlast wird zwischen den Telekommando-Antennen stabilisiert und Ablationsspuren konnten auf der geborgenen Nutzlaststruktur an der durch die Beschleunigungssensoren während des Wiedereintritts angezeigten lateralen Position gefunden werden [Stamminger, [108], 2007].



**Abbildung 6-14: MAXUS-7 – a) Ablationsspuren (rot umrandet) der S-Band-Antennen am TV-Modul, Pfeil markiert Anströmungsposition  $Pos_{AeroFlow} \approx 318^\circ$  während maximaler Abbremsung.**

In Abbildung 6-14 wird anhand der Richtung der Ablationsspuren sichtbar, dass die Anströmung während des Schmelzens der S-Band-Antennen auf einer Position zwischen  $Pos_{AeroFlow} = 300^\circ$  und  $330^\circ$  erfolgte. Bei der S-Band-Antenne an Position  $Pos_{SBandAnt} = 300^\circ$  zeigen die Ablationsspuren in negative  $y_{BF,M}$ -Richtung und bei  $Pos_{SBandAnt} = 330^\circ$  deutlich in positive  $y_{BF,M}$ -Richtung<sup>83</sup>.

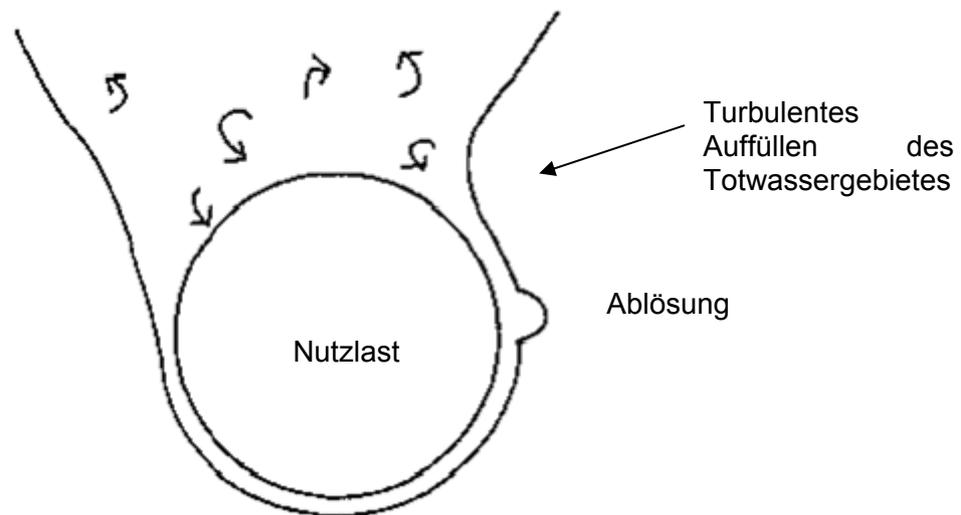


**Abbildung 6-15: Geschmolzene S-Band-Antenne bei  $Pos_{SBandAnt} = 330^\circ$**

<sup>83</sup> Diese Anströmung kann durch die Flugdaten von MAXUS-7 nachvollzogen werden [Stamminger, [108], 2007].

## 6.4 Flat-Spin der Nutzlast im Unterschallbereich

Bei einem Anstellwinkel<sup>84</sup> im Bereich von 25° bis 70° und einer Queranströmung im Unterschall entwickeln sich asymmetrische Wirbel und lösen sich entlang der zylindrischen Nutzlast ab. Daher kann es zur Entwicklung von asymmetrischen Seitenkräften und damit auch Giermomenten  $N_{BF}$  kommen. Bei einem Anstellwinkel von 90°, also einer Queranströmung, schwächt sich dieser Effekt ab und wird von einem anderen Seitenkraft Phänomen verdrängt, verursacht durch die unterschiedliche Grenzschicht-Ablösung auf beiden Seiten der Nutzlast. Beim Durchschreiten des kritischen Reynoldszahlbereichs<sup>85</sup> verursachen winzige Asymmetrien wie Oberflächenungenauigkeit, Antennen und andere Protuberanzen ein turbulentes Auffüllen des Totwassergebietes nach einer Ablösung der laminaren Strömung auf nur einer Seite des Nutzlastkörpers. Diese Strömungsbedingung ist nicht stabil und eine Vorhersage, wann und auf welcher Seite der Nutzlast es zu Entstehung einer solchen Ablösungsblase kommt, ist nur schwierig möglich. Das resultierende Giermoment zwingt die Nutzlast in eine Rotationsbewegung um die Achse mit dem größten Massenträgheitsmoment [Tong, [121], 1992]. Diese Bewegung wird Flat-Spin genannt. Die Rotationsachse des Flat-Spins ist dabei so gut wie parallel zur Anströmrichtung bzw. Flugrichtung<sup>86</sup>. Die Flat-Spin-Rate der MAXUS-7 Nutzlast ist in Abbildung 6-18 aufgetragen.



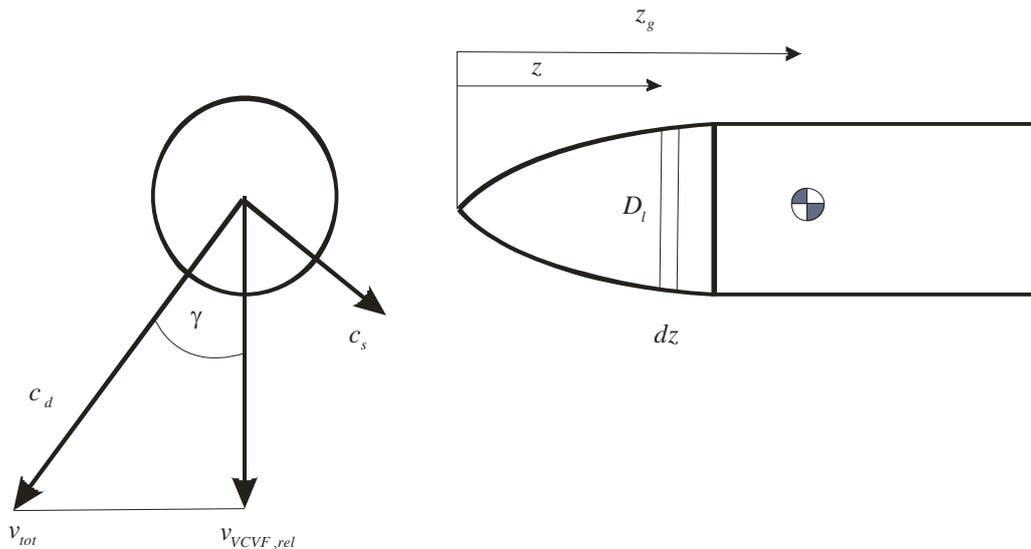
**Abbildung 6-16: Asymmetrisches Strömungsfeld um einen Zylinder im kritischen Reynoldszahl Bereich [Tong, [121], 1992]**

Die nächste Abbildung zeigt die Kräfte, welche durch die asymmetrische Umströmung der Nutzlast wirken.

<sup>84</sup> In diesem Fall bedeutet ein Anstellwinkel von 0°, dass die Nutzlast längs entlang der Roll-Achse angeströmt wird.

<sup>85</sup> Übergang von laminarer in turbulente Strömung.

<sup>86</sup> In dem MAXUS-4 Fehlerbericht [Schmitt, [98], 2001] wird die Flat-Spin-Bewegung so beschrieben, dass die Rotationsachse des Flat-Spins senkrecht zur Flugbahn steht. Allerdings kann aus den Beschleunigungsdaten und auch den Temperaturdaten auf eine stabile laterale Ausrichtung an  $Pos_{AeroFlow} = 213^\circ$  geschlossen werden [Stamminger, [105], 2001].



**Abbildung 6-17: Schematische Beschreibung der Kräfte auf die Nutzlast**

Das Phänomen kann als kontinuierlich auf einer Seite wirkend angesehen werden und eine Methode für eine Abschätzung des worst-case Giermoments ist in [Tong, [121], 1992] für eine nahezu vertikale Anströmung ( $\alpha \approx 90^\circ$ ) angegeben. Der Giermomenten-Beiwert berechnet sich also:

$$c_{N,BF} = \left[ (c_s \cdot \cos \gamma - c_d \cdot \sin \gamma) \cdot |z_{BF} - z_{BF,cg}| \frac{D_l}{A \cdot D_{PL}} \right] dz_{BF} \cdot \sin \alpha \quad \text{Gl. 6-23}$$

Hierbei ist:

$$\tan \gamma = \left| z_{BF} - z_{BF,cg} \right| \cdot \frac{\dot{r}}{v_{VCVF,rel}} \quad \text{Gl. 6-24}$$

Die Werte für den zwei-dimensionalen Seitenkraftkoeffizienten  $c_s$  und den zwei-dimensionalen Widerstandsbeiwert  $c_d$  müssen hierfür aus Experimenten bekannt<sup>87</sup> sein. Der Gier-Dämpfungsbeiwert ist dabei mit  $c_{Nf,BF} \approx 0$  angenommen. In [Tong, [121], 1992] wird dennoch betont, dass eine Vorhersage der Flat-Spin-Rate einer großen Unsicherheit unterworfen ist.

Eine Berechnung der Flat-Spin-Rate ist aus der gemessenen Zentrifugalbeschleunigung in Längsrichtung<sup>88</sup> der Nutzlast möglich.

Falls die Horizontalgeschwindigkeit der Nutzlast fast konstant bleibt<sup>89</sup> und eine Lage quer zur Flugrichtung angenommen wird, so ist es möglich, die Flat-Spin-Winkelgeschwindigkeit auch aus GPS-Beschleunigungsdaten zu ermitteln, da die relativ hohen Geschwindigkeiten der GPS-Antennen gegenüber dem Nutzlast-Schwerpunkt die horizontale Geschwindigkeit überlagert. Bei Annahme, dass sich die Längsachse der Nutzlast während des Flat-Spins in dem Schwerpunkt der

<sup>87</sup> Sie sind dabei Funktionen der lokalen Reynoldszahl  $Re$  [Tong, [121], 1992].

<sup>88</sup> Roll-Achse.

<sup>89</sup> Für den Unterschallgeschwindigkeitsbereich während des Wiedereintritts trifft dies in guter Näherung zu.

Nutzlast gedachten lokalen horizontalen Ebene bewegt, und die horizontale Gesamtgeschwindigkeit  $\sqrt{v_{VCVF, east}^2 + v_{VCVF, north}^2}$  weitgehend konstant bleibt, so ist die Berechnung der Flat-Spin-Rate  $\dot{\omega}_{FlatSpin}$  mit

$$\dot{\omega}_{FlatSpin} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{a_{VCVF, east}^2 + a_{VCVF, north}^2}{\Delta z_{BF, GPSAnt}}} \quad \text{Gl. 6-25}$$

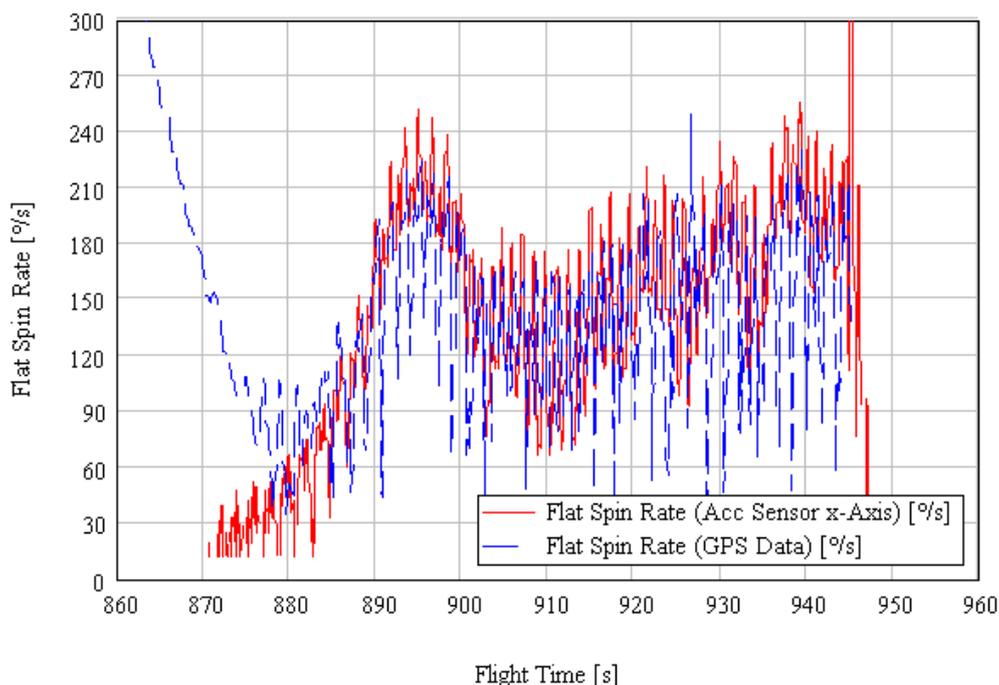
bei bekanntem Abstand der GPS Antennen vom Schwerpunkt der Nutzlast  $\Delta z_{BF, GPSAnt}$  möglich.

Etwas bessere Ergebnisse der Flat-Spin-Rate  $\dot{\omega}_{FlatSpin}$  werden allerdings mit den Daten der Beschleunigungssensoren erreicht. Unter der Annahme einer Queranströmung wird mit dem körperfesten Beschleunigungssensor in  $z_{BF}$ -Richtung die Zentrifugalbeschleunigung gemessen. Mit der Beziehung

$$\dot{\omega}_{FlatSpin} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{a_{BF, z}}{\Delta z_{BF, AccSens}}} \quad \text{Gl. 6-26}$$

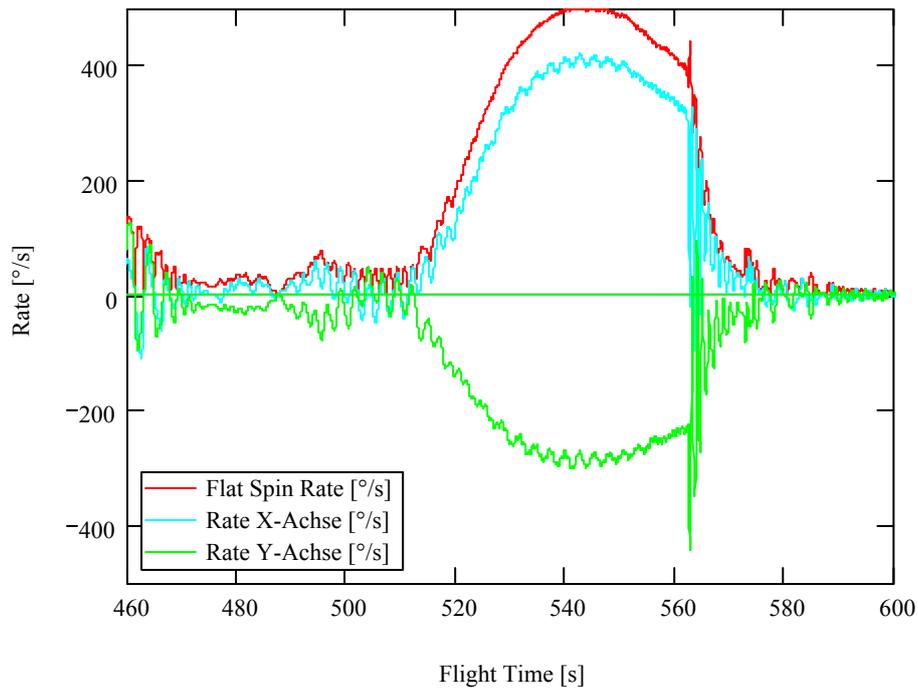
lässt sich somit die Flat-Spin-Rate  $\dot{\omega}_{FlatSpin}$  bei bekanntem Abstand zwischen Beschleunigungssensor und Schwerpunkt  $\Delta z_{BF, AccSens}$  der Nutzlast berechnen.

Der Vergleich zwischen aus GPS-Daten und Beschleunigungsdaten gewonnener Flat-Spin-Rate ist in Abbildung 6-18 zu sehen.



**Abbildung 6-18: MAXUS-7 – Flat-Spin-Rate, berechnet aus den Beschleunigungs- und GPS-Daten: Beide Kurven dürfen erst miteinander verglichen werden, sobald von einer konstanten Horizontalgeschwindigkeit der Nutzlast ausgegangen werden kann. Für das in dieser Abbildung gezeigte Beispiel ist dies bei  $t = 885$  s der Fall.**

Es ist ebenfalls möglich aus den Daten der Rate-Sensoren die Winkelgeschwindigkeit des Flat-Spins  $\dot{\omega}_{FlatSpin}$  zu berechnen. Für TEXUS-43 ist in Abbildung 6-19 der Betrag des resultierenden Vektors der Winkelgeschwindigkeit um die  $x_{BF}$ - und  $y_{BF}$ -Achse aufgetragen. Das Maximum der Flat-Spin-Rate von  $\dot{\omega}_{FlatSpin} = 502.4 \frac{^\circ}{s}$  wird bei  $t = 543.3 s$  erreicht. Dies entspricht einer Flat-Spin-Frequenz  $f_{FlatSpin} = 1.4 \text{ Hz}$ <sup>90</sup>. Bei TEXUS-42 lässt sich die Flat-Spin-Rate auch mit der Frequenz verifizieren, mit der die über dem Horizont stehende Sonne auf den Videobildern erscheint [Stamminger, [113], 2007].



**Abbildung 6-19: TEXUS-43 – Flat-Spin-Rate  $\dot{\omega}_{FlatSpin}$ , Winkelgeschwindigkeit  $\dot{q}$  und  $\dot{r}$  (Rate-Sensor) ab  $t = 513 s$  bis zu Beginn der Bergungssequenz [Stamminger, [114], 2007]: Im Bereich von  $t = 470 s$  bis  $t = 510 s$  findet nur eine geringe Rotationsbewegung um die Lateral-Achsen statt. Ab  $t = 510 s$  baut sich eine Flat-Spin-Bewegung auf.**

In der folgenden Tabelle ist die maximale Flat-Spin-Frequenz für die geflogenen Nutzlasten angegeben.

<sup>90</sup> Durch die hohe Flat-Spin-Rate  $\dot{\omega}_{FlatSpin}$  kann bei TEXUS-43 keine Navigationslösung mehr bis zu Beginn der Bergungssequenz berechnet werden.

**Tabelle 6-3: Maximale Flat-Spin-Frequenz der untersuchten Nutzlasten**

Mission	Polares Massenträgheitsmoment [kg·m <sup>2</sup> ]	Maximales Massenträgheitsmoment [kg·m <sup>2</sup> ]	Flat-Spin Frequenz
TEXUS-38	8.1	-	-
TEXUS-39	-	-	-
TEXUS-40	8.7	-	-
TEXUS-41	8.9	594.5 (I <sub>yy</sub> )	0.21 Hz
TEXUS-42	8.0	416.0 (I <sub>xx</sub> )	1.29 Hz
TEXUS-43	9.1	688.5 (I <sub>yy</sub> )	1.40 Hz
Cajuana	-	-	-
Cuma-2	9.6	625.0 (I <sub>yy</sub> )	0.44 Hz
MAXUS-2	35.5	1329.0 (I <sub>yy</sub> )	-
MAXUS-4	37.3	1546.3 (I <sub>yy</sub> )	-
MAXUS-5	36.7	1526.4 (I <sub>zz</sub> )	-
MAXUS-6	34.9	1584.4 (I <sub>yy</sub> )	0.64 Hz
MAXUS-7	-	-	0.54 Hz

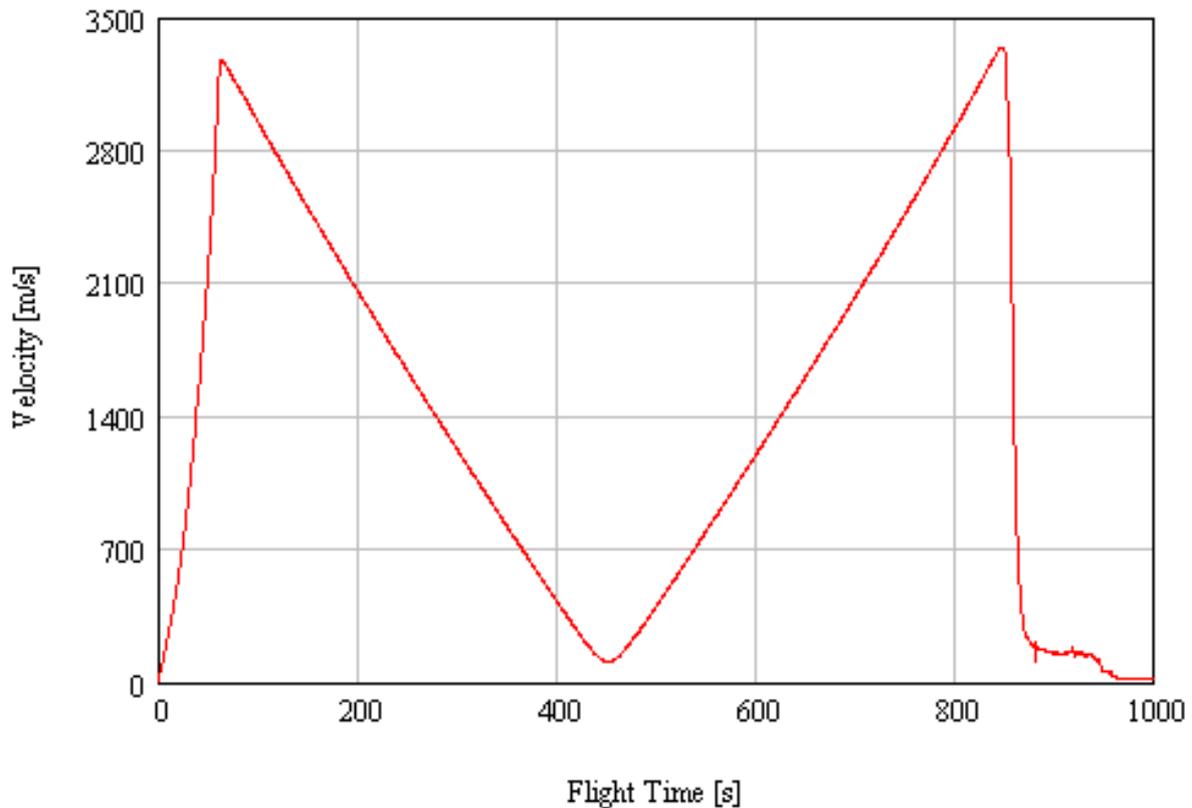
Die Nutzlast ändert bei dem Übergang in den Flat-Spin die stabile laterale Anströmung um wenige Grad. Diese Messung in den Flugdaten kann auch durch Videobilder bestätigt werden. Die folgende Abbildung zeigt die laterale Ausrichtung der MAXUS-7 Nutzlast vor und während des Flat-Spins.



**Abbildung 6-20: MAXUS-7 – a) Anströmung  $Pos_{AeroFlow} \approx 328^\circ$  bei  $t = 859.15$  s, b) Anströmung der Nutzlast an  $Pos_{AeroFlow} \approx 304^\circ$  bei  $t = 883.52$  s**

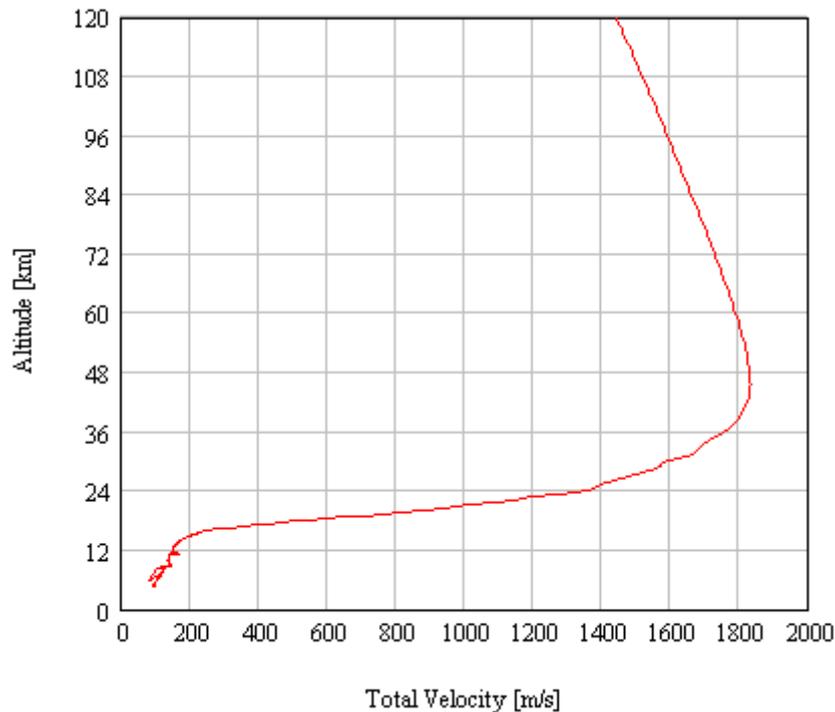
## 6.5 Geschwindigkeit der Nutzlast während des Wiedereintritts

Die Geschwindigkeit der Nutzlast ist abhängig von der Apogäumshöhe. Die maximale Geschwindigkeit einer MAXUS-Nutzlast beträgt sowohl während des Aufstiegs bei Motorausbrand als auch während des Wiedereintritts  $v_{VCVF,tot} > 3300 \frac{m}{s}$ . Die Abbildung 6-21 zeigt das Geschwindigkeitsprofil über der Flugzeit für MAXUS-5.



**Abbildung 6-21: MAXUS-5 – Gesamtgeschwindigkeit  $v_{VCVF,tot}$  über Flugzeit  $t$  (GPS-Daten): Im Apogäum setzt sich die Gesamtgeschwindigkeit nur aus der Horizontalgeschwindigkeit zusammen.**

Für die untersuchten Nutzlasten kann ein Profil der Höhe über der Geschwindigkeit erstellt werden. Die maximale Geschwindigkeit einer TEXUS-Nutzlast liegt bei etwa  $v_{VCVF} = 1850 \frac{m}{s}$ . Die nächste Abbildung zeigt die Geschwindigkeit der TEXUS-41 Nutzlast.



**Abbildung 6-22: TEXUS-41 – Höhe  $h_{ECEF}$  über Gesamtgeschwindigkeit  $v_{VCVF}$  während des Wiedereintritts (GPS-Daten)**

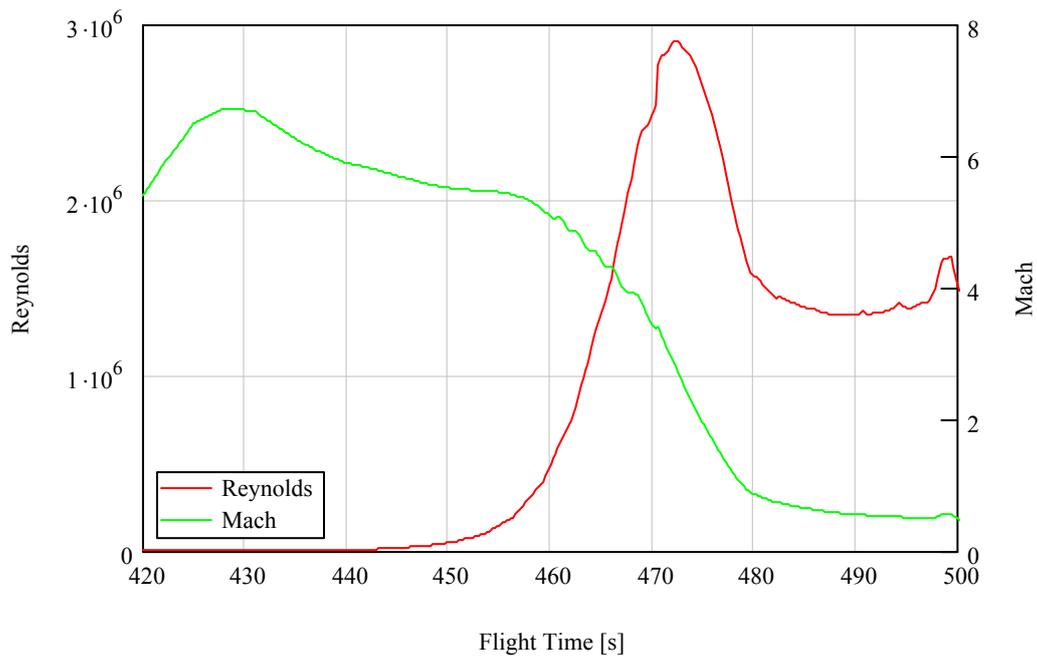
## 6.6 Reynoldszahl und Machzahl während des Wiedereintritts

Bei der Berechnung der Reynoldszahl während des Wiedereintritts wird für den größten Teil der Flugbahn eine Queranströmung angenommen. Daher wird als Referenzlänge der Durchmesser  $D_{PL}$  der Nutzlast verwendet.

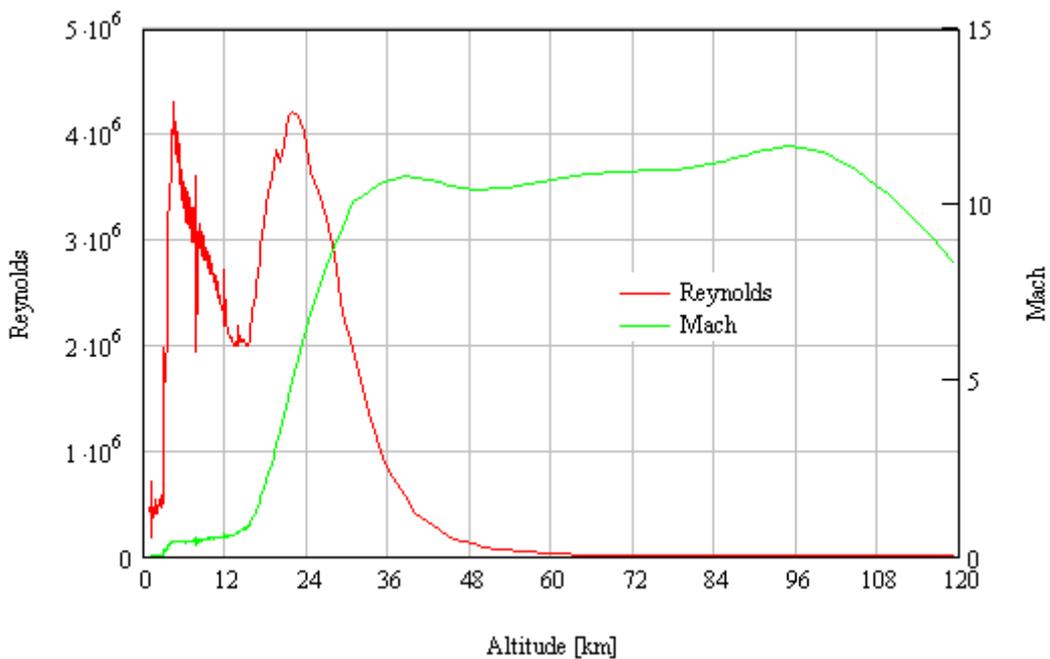
In der Abbildung 6-23 ist der typische Anstieg der Reynoldszahl für eine TEXUS-Nutzlast über die Flugzeit dargestellt. Die Reynoldszahl  $Re$  steigt während des Wiedereintritts nach  $t = 472.6$  auf das erste Maximum  $Re = 2.9 \cdot 10^6$ . Dieses Maximum tritt in der Höhe  $h_{ECEF} = 18.4$  km auf. Danach fällt die Reynoldszahl  $Re$  aufgrund des schnellen Geschwindigkeitsverlustes auf einen Wert  $Re = 1.34 \cdot 10^6$  bei  $t = 489.2$  s ab. Anschließend steigt die Reynoldszahl durch die zunehmende Dichte  $\rho$  bis zum Verlust des GPS-Signals auf  $Re = 1.72 \cdot 10^6$  an. Referenzlänge für die Berechnung ist der Nutzlast-Durchmesser  $D_{PL} = 0.438$ . Zur Berechnung der Dichte  $\rho$  wurde von  $h_{ECEF} = 120$  km bis 20 km das CIRA86 Atmosphärenmodell und anschließend die US Standard 1976 Atmosphäre verwendet.

Für die Berechnung der Machzahl  $Ma$  werden dieselben Atmosphärenmodelle verwendet. Bei MAXUS-6 steigt die Machzahl  $Ma$  in der Höhe  $h_{ECEF} = 95.2$  km auf ein Maximum  $Ma = 11.7$  an. Das zweite Maximum  $Ma = 10.87$  wird in einer Höhe  $h_{ECEF} = 38.63$  km erreicht. Ab einer Höhe von  $h_{ECEF} = 16$  km hat die Nutzlast durch die starke Abbremsung Unterschallgeschwindigkeit erreicht.

Die Abbildung 6-24 zeigt beide Kennwerte  $Ma$  und  $Re$  aufgetragen über der geodätischen Höhe  $h_{ECEF}$  für MAXUS-6.

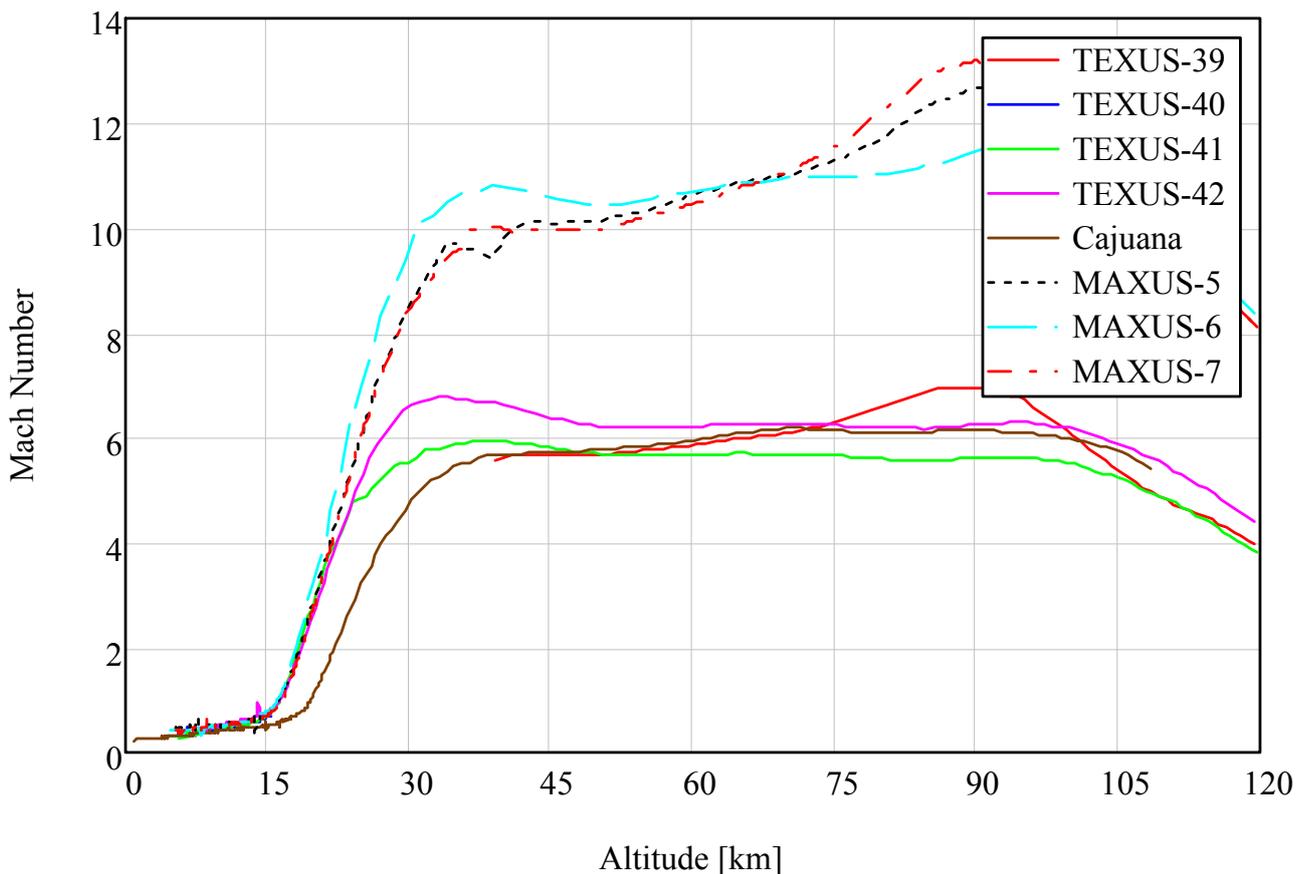


**Abbildung 6-23: TEXUS-43 – Reynoldszahl  $Re$  und Machzahl  $Ma$  über Flugzeit  $t$  (GPS-Daten, Referenzlänge  $D_{PL} = 0.438$  m, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) [Stamminger, [114], 2007]**



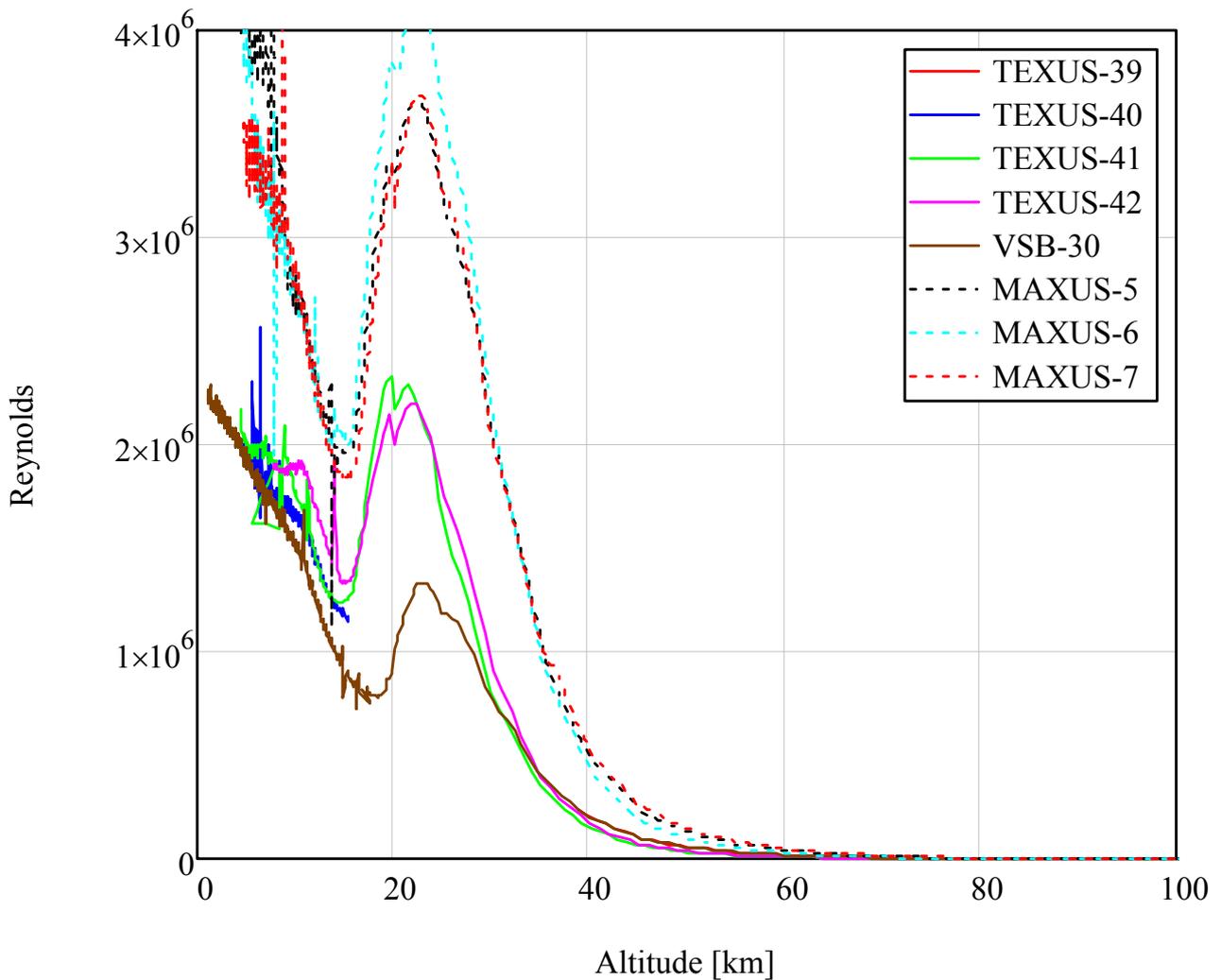
**Abbildung 6-24: MAXUS-6 – Reynolds- und Machzahl über Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS-Daten, Referenzlänge  $D_{PL} = 0.64$  m, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km))**

Trägt man die Machzahlen der untersuchten Nutzlasten auf ein Machzahl über Flughöhe Profil auf, so fällt auf, dass die TEXUS- und MAXUS-Nutzlasten jeweils einen ähnlichen Verlauf der Machzahl während des Wiedereintritts haben. Im Unterschallbereich haben beide verschiedenen Nutzlasttypen einen fast identischen Verlauf der Machzahl in Abhängigkeit der Höhe. Auffallend ist die Abweichung der Cajuana-Nutzlast, obwohl der Raketentyp und die Nutzlast-Geometrie im wesentlichen TEXUS-42 und TEXUS-43 gleichen. Eine Abbremsung der Nutzlast beginnt bereits in größerer Höhe, da die Atmosphäre an dem fast äquatorial gelegenen Startort der Cajuana-Rakete eine höhere Dichte in höherer Flughöhe aufweist.



**Abbildung 6-25: Machzahl  $Ma$  über der geodätischen Höhe  $h_{ECEP}$  für den Wiedereintritt der untersuchten Nutzlasten. Die Kurven für TEXUS-Nutzlasten bzw. MAXUS-Nutzlasten gleichen sich. Eine Ausnahme bildet Cajuana, da es durch die veränderte Atmosphären-Bedingung in Äquator-Nähe im Vergleich zu einem Start nördlich des Polarkreises zu einer früheren Abbremsung der Nutzlast in höherer Flughöhe kommt.**

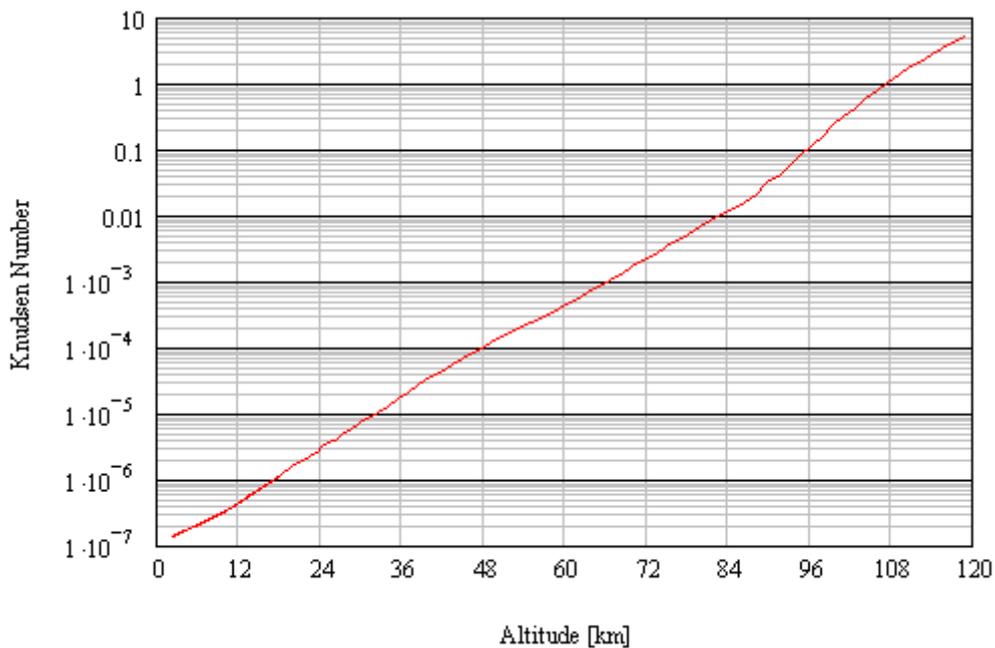
Die folgende Abbildung zeigt die Reynoldszahl der untersuchten Nutzlasten über der Flughöhe. Hier ist ebenfalls die Abweichung der Cajuana-Nutzlast von den TEXUS-Nutzlasten deutlich.



**Abbildung 6-26:** Reynoldszahl  $Re$  über der geodätischen Höhe  $h_{ECEF}$  für den Wiedereintritt der untersuchten Nutzlasten: Die Kurven für TEXUS-Nutzlasten bzw. MAXUS-Nutzlasten gleichen sich. Eine Ausnahme bildet Cajuna, da es durch die veränderte Atmosphären-Bedingung in Äquator-Nähe im Vergleich zu einem Start nördlich des Polarkreises zu einer früheren Abbremsung der Nutzlast in höherer Flughöhe kommt.

## 6.7 Knudsenzahl während des Wiedereintritts

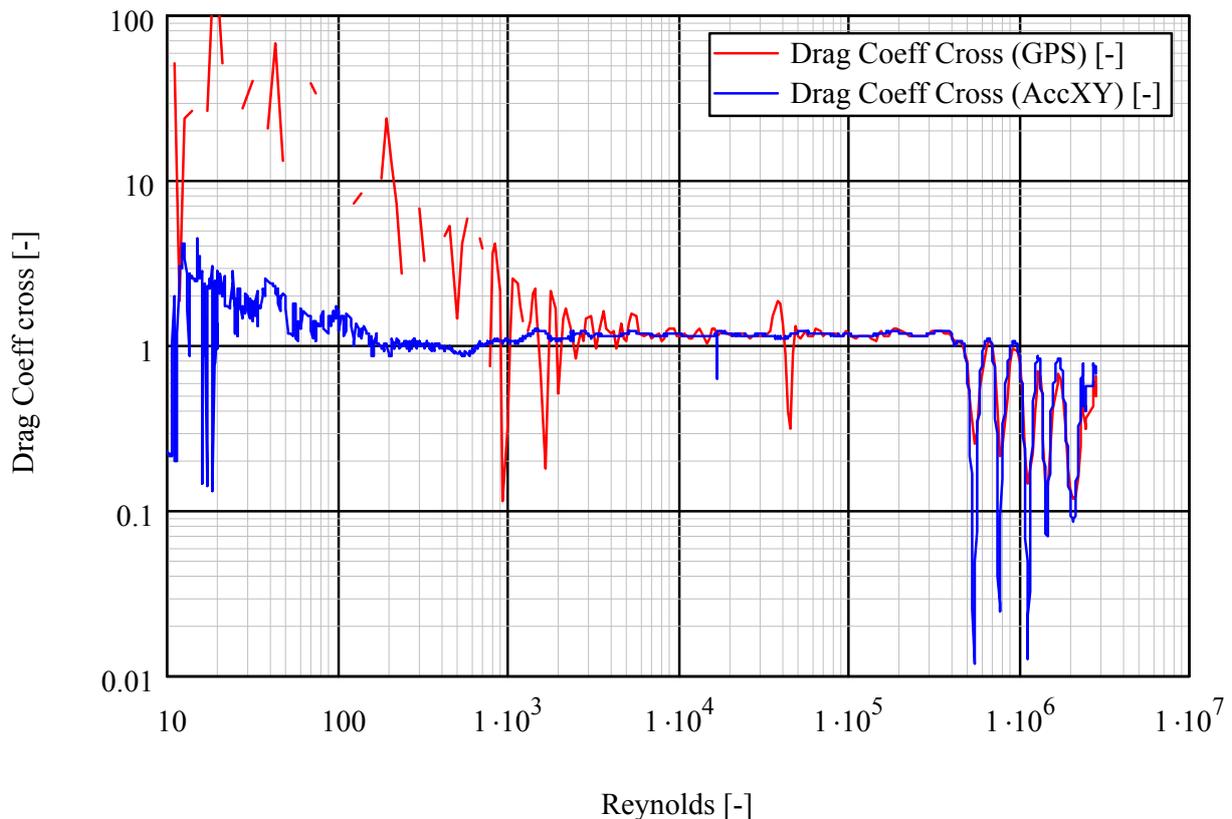
Die Knudsenzahl  $Kn$  nimmt während des Abstiegs mit abnehmender Höhe ab, da die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  immer kleiner wird. In Abbildung 6-27 ist die Knudsenzahl  $Kn$  in Abhängigkeit der geodätischen Höhe für eine Forschungsraketenutzlast abgebildet. Als Referenzlänge wird aufgrund angenommener Queranströmung der Durchmesser der Nutzlast verwendet.



**Abbildung 6-27: MAXUS-5 – Knudsenzahl  $Kn$  über geodätischer Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS-Daten, Referenzlänge  $D_{PL} = 0.64$  m, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km))**

### 6.8 Verhalten des Widerstandskoeffizienten während des Wiedereintritts

Mit der in Kapitel 4.3 beschriebenen Methode ist es möglich für den Wiedereintritt der Nutzlast den Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square}$  über die Flugbahn zu bestimmen. Es wurde in Kapitel 4.2.2 bereits über die Abhängigkeit des Widerstandskoeffizienten von der Reynoldszahl gesprochen. In Abbildung 6-28 zeigt sich, dass die Nutzlast dem erwarteten Verhalten eines querangeströmten Zylinders gut entspricht – vom niedrigen Reynoldsbereich bis zu  $Re = 300000$  bzw. bis zu einer Höhe von etwa 37 km während des Abstiegs der Nutzlast. Mit noch steigender Reynoldszahl fällt zwar der Widerstandskoeffizient wie erwartet stark ab, allerdings werden die Daten durch eine Kippbewegung der Nutzlast während des „Hard Re-entry“ stark gestört. Für die Berechnung des Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square}$  wurden sowohl die GPS-Daten verwendet, als auch die lateralen Beschleunigungsdaten der Beschleunigungssensoren, was bei einer angenommenen Queranströmung zulässig ist. Wie in Abbildung 6-28 zu sehen ist, trifft diese Annahme ab etwa  $Re = 2300$  bzw. unterhalb einer Höhe von  $h_{ECEF} \approx 77$  km für die TEXUS-43 Nutzlast in guter Näherung zu.



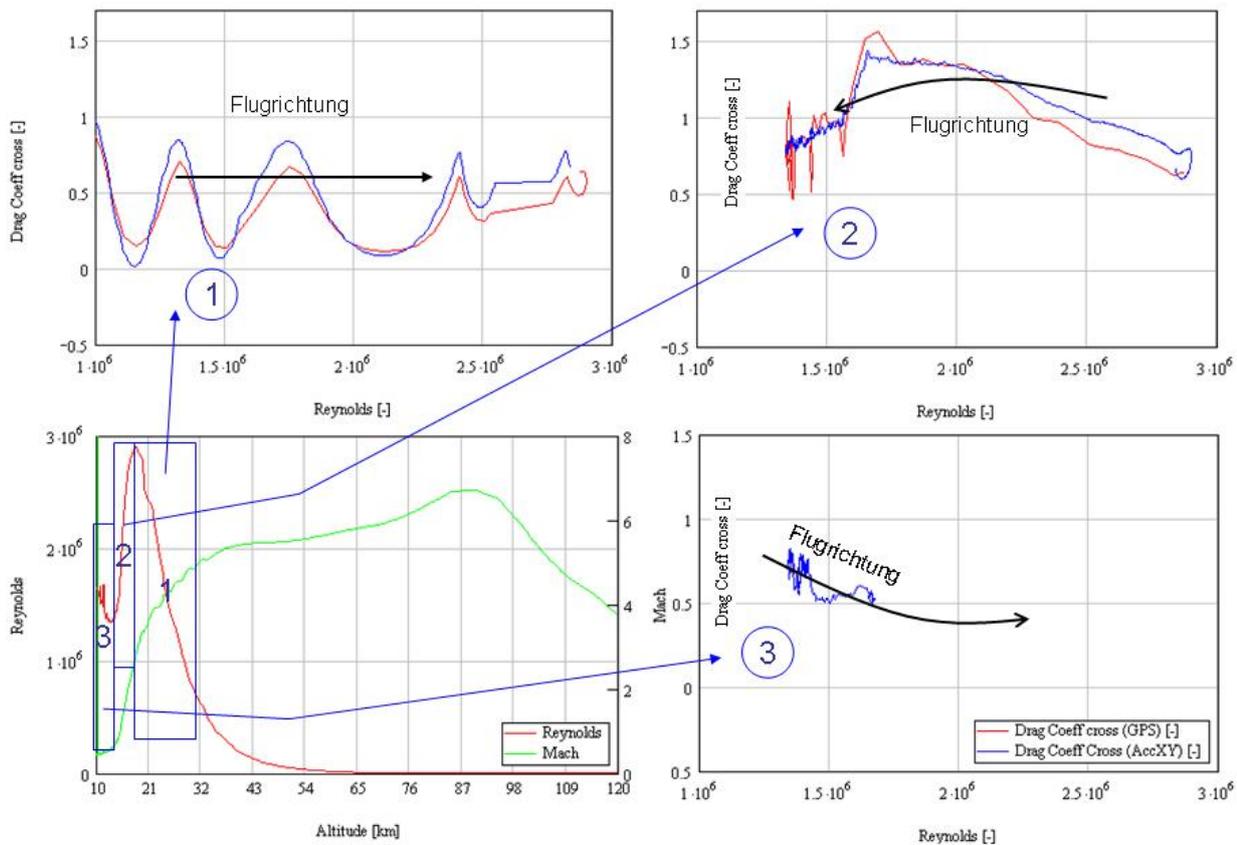
**Abbildung 6-28: TEXUS-43 – Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  über der Reynoldszahl:** In den oberen Atmosphärenschichten, in dieser Abbildung der Bereich mit niedrigen Reynoldszahlen bis  $Re = 10^4$ , sind die Abbremsbeschleunigungen, die aus GPS-Daten berechnet werden, nur bedingt für die Berechnung des  $c_D$  Koeffizienten verwendbar. Für die Verwendung der lateralen Beschleunigungssensoren für die Berechnung des Luftwiderstandes muss von einer orthogonalen Ausrichtung der Nutzlast gegenüber der Anströmung ausgegangen werden. Beides trifft ab  $Re = 10^4$  zu. Bei der oszillierenden Nickbewegung, die bei der TEXUS-43 Nutzlast im Bereich um  $Re = 10^8$  auftrat, sind nur die Widerstandsdaten aus den GPS-Daten zu verwenden, da für eine Berechnung aus Beschleunigungsdaten der Anteil der Längsbeschleunigung fehlt.

Für den stabilen Bereich ab einer Höhe von 77 km bis 37 km kann für TEXUS-43 ein Widerstandskoeffizient von  $c_{D,\square} \approx 1.16$  gemessen werden. In der folgenden Tabelle sind für die untersuchten Nutzlasten der stabile Widerstandskoeffizient in dem Reynoldsbereich vor  $Re = 300000$ .

**Tabelle 6-4: Stabiler Widerstandskoeffizient vor Reynoldszahl  $Re = 300000$**

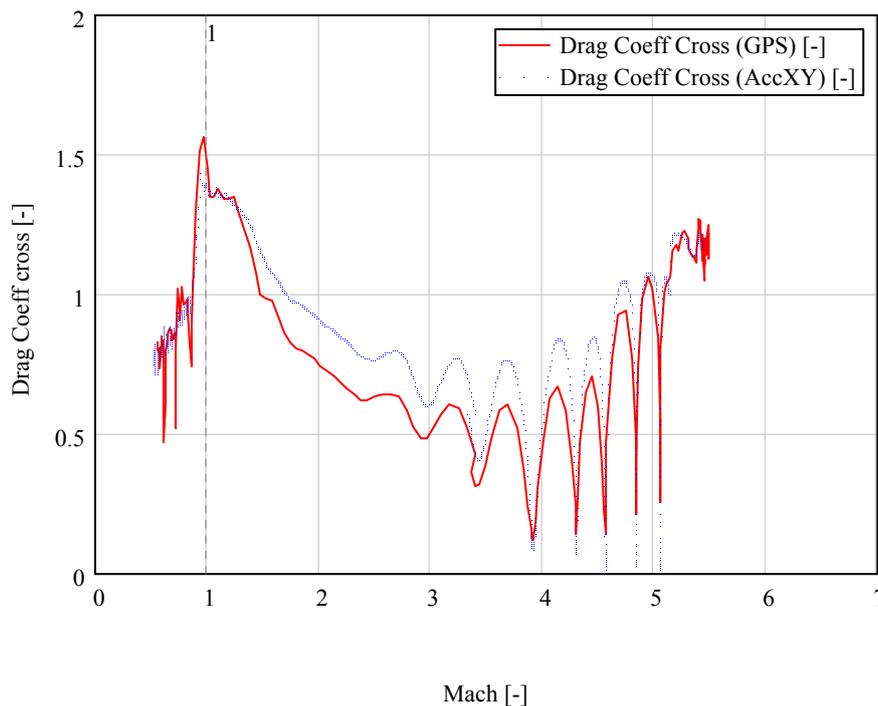
<i>Mission</i>	<i>Widerstands- koeffizient</i>	<i>Bemerkungen</i>
<b>TEXUS-38</b>	-	
<b>TEXUS-39</b>	1.09	
<b>TEXUS-40</b>	-	
<b>TEXUS-41</b>	1.04	
<b>TEXUS-42</b>	-	
<b>TEXUS-43</b>	1.16	
<b>Cajuana</b>	1.10	
<b>MAXUS-2</b>	-	
<b>MAXUS-4</b>	-	
<b>MAXUS-5</b>	0.85	
<b>MAXUS-6</b>	-	Nicht stabil genug ausgerichtet [Stamminger, [107], 2007]
<b>MAXUS-7</b>	1.00	

Die Nutzlast durchfliegt den superkritischen Reynoldszahl Bereich während des Wiedereintritts zweimal. Die Abnahme des Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square}$ , die in Abbildung 4-6 dargestellt ist, tritt nachdem die Nutzlast die Machzahl  $Ma = 1$  unterschritten hat nur im Unterschallgebiet auf.



**Abbildung 6-29: Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  über der Reynoldszahl  $Re$  im superkritischen Strömungsbereich:** Da die Reynoldszahl nach dem ersten Anstieg nach der Geschwindigkeitsabbremmung der Nutzlast erst wieder sinkt, bevor sie dann durch die Zunahme der Dichte wieder steigt, wird der  $c_D$  Koeffizient in dieser Abbildung in drei verschiedenen Bereichen über der Reynoldszahl aufgetragen. Da sich die Nutzlast beim Wiedereintritt im superkritischen Reynoldszahl Bereich befindet, kommt es bei sinkender Machzahl auch zu einer deutlichen Reduzierung des Widerstandskoeffizienten der Nutzlast.

Es lässt sich auch das Verhalten des Widerstandskoeffizienten in Abhängigkeit der Machzahl darstellen. Ein Problem bei der Messung dieser Abhängigkeit ist die Messdatenrate, da die Abbremsung der Nutzlast in sehr kurzer Zeit eine starke Verringerung der Machzahl bedeutet. Für TEXUS-43 ist die Abhängigkeit in Abbildung 6-30 aufgetragen. Bei Durchgang der Schallgeschwindigkeit erreicht der Widerstandskoeffizient den Maximalwert von  $c_{D,\square} \approx 1.4$  und fällt danach bei sinkender Unterschallgeschwindigkeit auf bis  $c_{D,\square} \approx 0.73$  bei Verlust des GPS-Signals ab. Die berechneten Widerstandskoeffizienten aus GPS-Daten sind rot dargestellt, die aus den Lateralbeschleunigungen errechneten Widerstandskoeffizienten sind blau aufgetragen



**Abbildung 6-30: TEXUS-43 – Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = D_{PL} \cdot L_{PL}$ ) über Machzahl  $Ma$  (Rot: GPS-Daten, Blau: laterale Accelerometer-Daten, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) [Stamminger, [114], 2007]: Den maximalen Widerstandskoeffizienten hat die Nutzlast beim Übergang aus dem Überschall- in den Unterschallbereich.**

In der folgenden Tabelle ist der maximale Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  während des Übergangs von Über- in den Unterschall für die verschiedenen Nutzlasten aufgelistet.

**Tabelle 6-5: Maximaler Widerstandskoeffizient während des Übergangs in den Unterschall**

Mission	Widerstandskoeffizient	Bemerkungen
<b>TEXUS-38</b>	-	
<b>TEXUS-39</b>	-	
<b>TEXUS-40</b>	-	
<b>TEXUS-41</b>	1.35	
<b>TEXUS-42</b>	1.30	
<b>TEXUS-43</b>	1.40	
<b>Cajuana</b>	1.80	Nutzlast unterscheidet sich in der Form und Startplatz war Alcântara, Brasilien
<b>MAXUS-2</b>	-	
<b>MAXUS-4</b>	-	
<b>MAXUS-5</b>	1.25	
<b>MAXUS-6</b>	1.29	
<b>MAXUS-7</b>	1.30	

Im Folgenden wird der Widerstandskoeffizient  $c_{D,O}$  berechnet, der sich auf die Kreisfläche der Nutzlast  $A_{ref} = \frac{\pi}{4} \cdot D_{PL}^2$  bezieht. Der Widerstandskoeffizient  $c_{D,O}$  steigt bei der TEXUS-43 Nutzlast auf einen maximalen Wert  $c_{D,O} = 17.8$  während des Übergangs in den Unterschall bei  $t = 479.2$  s. Mit den in [McAnally, [77], 1979] vorgestellten Kurven zur Ermittlung des Widerstandskoeffizienten bei angenommener Queranströmung kann, bei dem Seitenverhältnis  $\frac{L_{PL}}{D_{PL}} = 10.12$  der TEXUS-43 Nutzlast, dieser nur grob abgeschätzt werden, da nur Nutzlasten bis zu einem Seitenverhältnis  $\frac{L_{PL}}{D_{PL}} = 7$  untersucht wurden. Allerdings kann mit den Normalkoeffizienten  $c_{N,O}$ , welche in [Ploger, [92], 1973] für Nutzlasten mit gleichem Durchmesser bei einen Anstellwinkel von  $\alpha = 90^\circ$  abgeschätzt werden, und der Steigerung, die sich für die Normalkoeffizienten aus [McAnally, [77], 1979] ergeben, ein Widerstandskoeffizient errechnet werden und mit den Ergebnissen aus den Flugdaten für verschiedene Machzahlen verglichen werden.

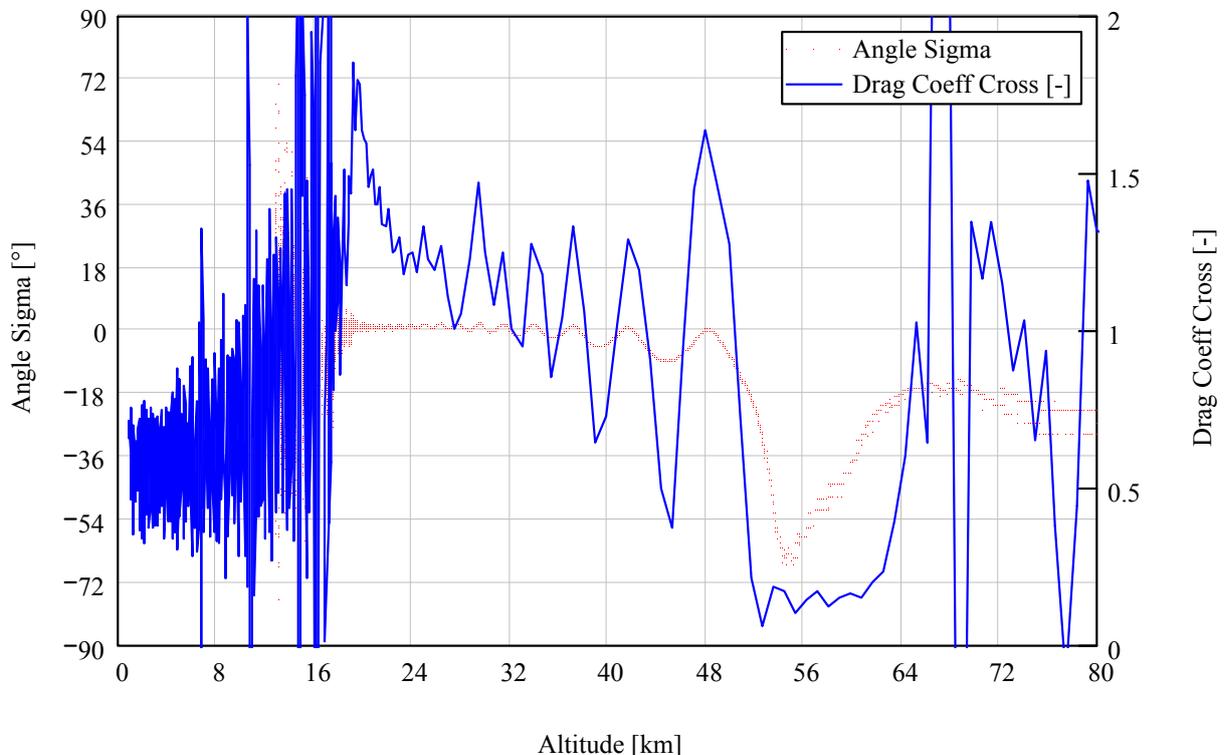
**Tabelle 6-6: Vergleich aus TEXUS-43 Flugdaten berechneter Widerstandskoeffizienten  $c_{D,O}$  mit Normalkraftkoeffizienten  $c_{N,O}$  für Queranströmung [Ploger, [92], 1973], [McAnally, [77],1979]**

<i>Machzahl <math>Ma</math> (GPS-Daten, US Standard 76)</i>	<i>Normalkraftkoeffizient <math>c_{N,O}</math> für Queranströmung [Ploger, [92], 1973] bezogen auf ein Seitenverhältnis <math>\frac{L_{PL}}{D_{PL}} = 10.12</math> [McAnally, [77], 1979]</i>	<i>Normalkraftkoeffizient <math>c_{N,O}</math> für Queranströmung mit Oberflächenreibung [Ploger, [92], 1973] bezogen auf ein Seitenverhältnis <math>\frac{L_{PL}}{D_{PL}} = 10.12</math> [McAnally, [77], 1979]</i>	<i>Widerstandskoeffizient <math>c_{D,O}</math> aus Flugdaten</i>
<b>2.36</b>	16.66	16.77 (16.66+0.11)	10.00
<b>1.50</b>	17.33	17.46 (17.33+0.13)	14.79
<b>1.20</b>	17.67	17.84 (17.67+0.17)	17.07
<b>0.90</b>	14.84	15.01 (14.84+0.17)	15.62
<b>0.35</b>	8.34	8.54 (8.34+0.20)	8.58

Für den Übergang von Überschall zu Unterschall bietet die Methode zur Abschätzung des Widerstandskoeffizienten in [McAnally, [77], 1979] Werte, die unter 20 % von den gemessenen Werten abweichen<sup>91</sup>.

<sup>91</sup> Diese gute Übereinstimmung findet sich auch bei TEXUS-41 [Stamminger, [112], 2007], TEXUS-42 [Stamminger, [113], 2007], MAXUS-5 [Stamminger, [106], 2007], MAXUS-6 [Stamminger, [107], 2007].

Die Auswirkung der Lage der Nutzlast auf den Widerstandskoeffizienten wird in Abbildung 6-31 deutlich. Aufgetragen ist der Quasi-Anstellwinkel und der Widerstandskoeffizient der Cajuna Nutzlast über die Flughöhe. Sobald die Nutzlast eine andere Lage als die Queranströmung einnimmt, verringert sich der Widerstandskoeffizient deutlich.



**Abbildung 6-31: Cajuna – Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = D_{PL} \cdot L_{PL}$ ) und Winkel  $\sigma$  über Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS-Daten, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)): Verringerung des Widerstandskoeffizienten bei nicht orthogonaler Ausrichtung der Nutzlast gegenüber der Anströmung.**

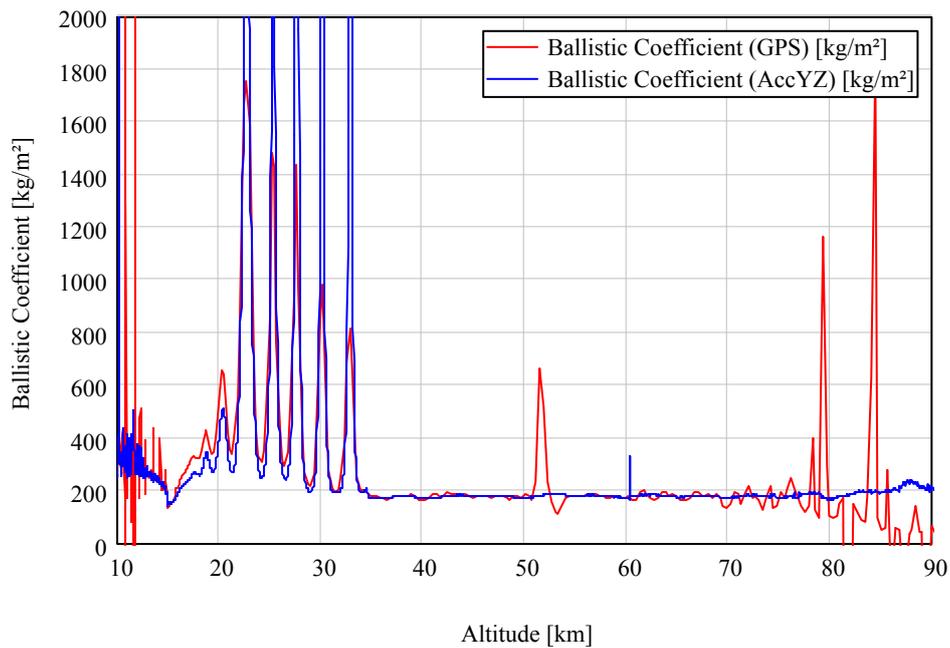
## 6.9 Ballistischer Koeffizient

Für eine Auswertung der Flugdaten der Nutzlasten ist die Berechnung des ballistischen Koeffizienten interessant. Es wird folgende Definition verwendet<sup>92</sup>:

$$B_{PL} = \frac{m_{PL}}{c_D \cdot A_{ref}} \quad \text{Gl. 6-27}$$

So hat die TEXUS-43 Nutzlast im Bereich von  $h_{ECEF} \approx 80$  km bis  $h_{ECEF} \approx 35$  km einen Wert von  $B_{PL} \approx 178 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ , sinkt dann aber beim Übergang in den Unterschall auf seinen einen lokalen Minimalwert von  $B_{PL} = 130 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ .

<sup>92</sup> Diese Definition des ballistischen Koeffizienten entspricht dem Kehrwert der Definition in [Wiesel, [131], 1989].



**Abbildung 6-32: TEXUS-43 – Ballistischer Koeffizient  $B_{PL}$  über Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS-Daten, Accelerometer) [Stamminger, [114], 2007]: Während der oszillierenden Nickbewegung der TEXUS-43 Nutzlast kann mit lateralen Beschleunigungsdaten kein Widerstandskoeffizient berechnet werden, und daher sind in diesem Höhenbereich nur die ballistischen Koeffizienten, berechnet aus GPS-Daten, zu verwenden.**

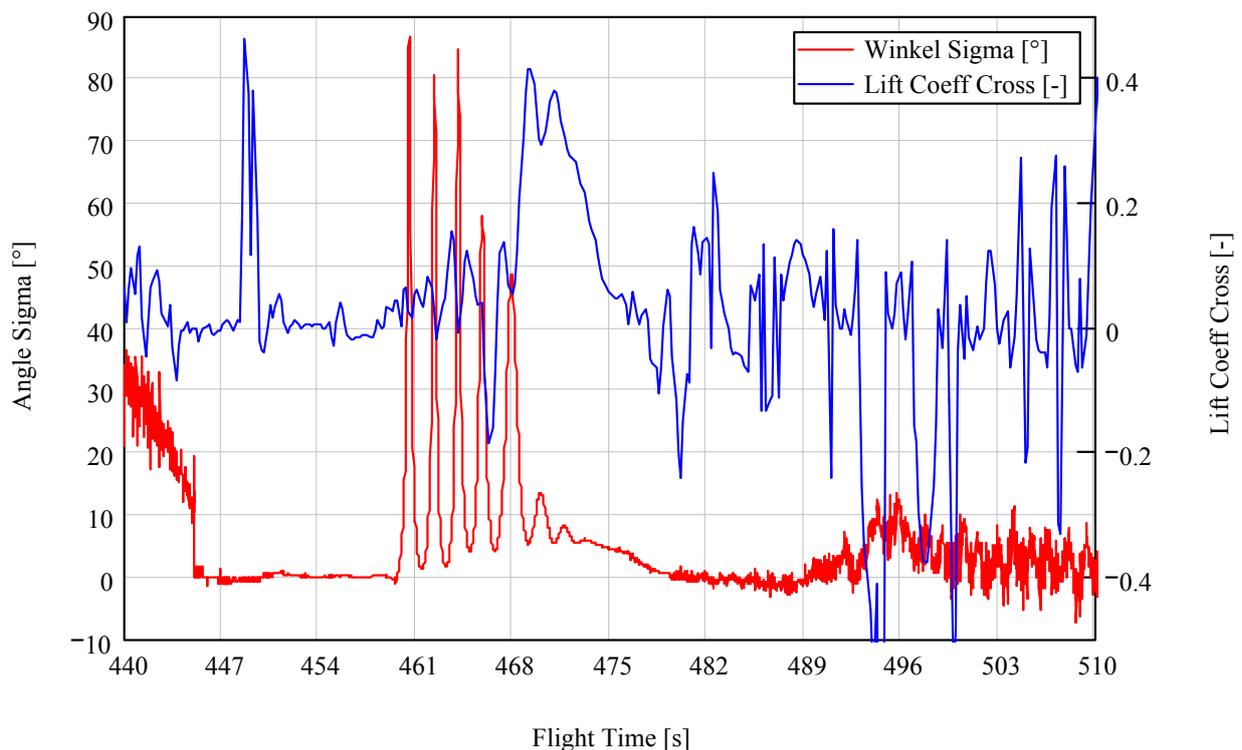
In der folgenden Tabelle ist der minimale ballistische Koeffizient für die untersuchten Nutzlasten während des Übergangs in den Unterschall aufgelistet.

**Tabelle 6-7: Ballistischer Koeffizient  $B_{PL}$  während des Übergangs in den Unterschall**

<i>Mission</i>	<i>Ballistischer Koeffizient</i>	<i>Bemerkungen</i>
<b>TEXUS-38</b>	-	
<b>TEXUS-39</b>	215	
<b>TEXUS-40</b>	-	
<b>TEXUS-41</b>	170	
<b>TEXUS-42</b>	Min. 180	
<b>TEXUS-43</b>	178	
<b>Cajuana</b>	103	Nasenkonus wurde für Wiedereintritt nicht separiert; Startort war Alcântara, Brasilien
<b>MAXUS-2</b>	-	
<b>MAXUS-4</b>	-	
<b>MAXUS-5</b>	-	
<b>MAXUS-6</b>	Min 170	
<b>MAXUS-7</b>	Min 160	

## 6.10 Auftriebsbeiwert während des Wiedereintritts

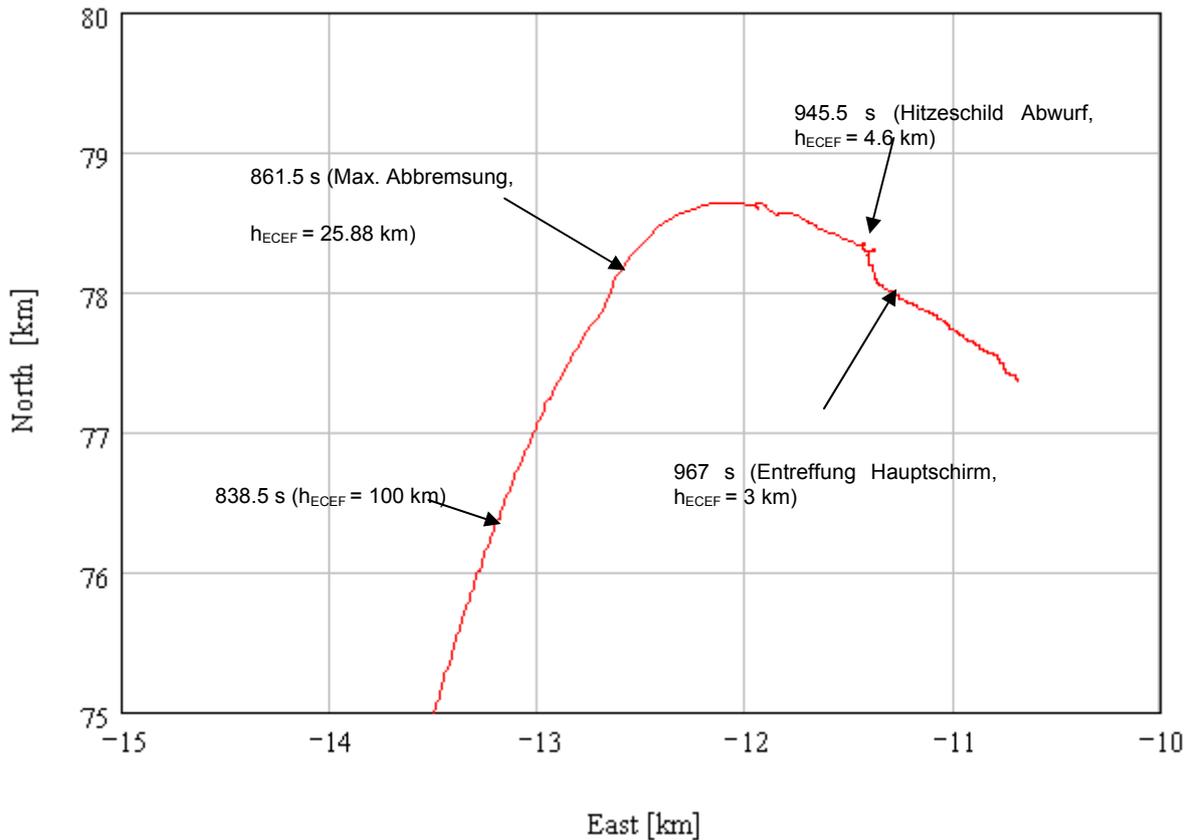
Bei der Berechnung des Auftriebsbeiwertes  $c_{L,\square}$  wird deutlich, dass dieser für die Untersuchung der zylindrischen Forschungsraketennutzlasten vernachlässigt werden kann. Der Auftriebsbeiwert  $c_{L,\square}$ , bezogen auf die Rechteckfläche ist relativ zu dem Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square}$  sehr gering im Bereich der Queranströmung. In der nächsten Abbildung ist für den Wiedereintritt der TEXUS-43 Nutzlast zu erkennen, dass in der Phase nach der auffälligen Nickbewegung der Auftriebswert einen maximalen Wert  $c_{L,\square} \approx 0.34$  annimmt. Damit ist zu diesem Zeitpunkt das Auftrieb-zu-Widerstand Verhältnis bei  $\frac{c_L}{c_D} = 0.9$ .



**Abbildung 6-33: TEXUS-43 – Auftriebsbeiwert  $c_{L,\square}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = D_{PL} \cdot L_{PL}$ ) und Winkel  $\sigma$  über Flugzeit  $t$  (GPS-Daten, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km)) [Stamminger, [114], 2007]: Der Auftriebsbeiwert schwankt bei orthogonaler Ausrichtung um 0. Nach der oszillierenden Nickbewegung der TEXUS-43 Nutzlast hat diese einen Anstellwinkel über  $5^\circ$  und erfährt zu diesem Zeitpunkt auch einen Auftrieb orthogonal zur Flugbahn.**

## 6.11 Einfluss des Windes auf die Flugbahn im Landegebiet

Der Einfluss des Windes auf die Flugbahn im Landegebiet der MAXUS-6 Nutzlast ist in Abbildung 6-34 sehr gut zu erkennen. Die Position der Nutzlast ist für die Abstiegsphase durch die Atmosphäre auf die tangentielle Ebene im Startort projiziert. Wichtige Ereignisse, beispielsweise maximale Abbremsung oder Öffnen des Stabsschirms, sind dabei an der jeweiligen Position markiert.



**Abbildung 6-34: MAXUS-6 – Position in Nord- und Ost-Richtung bezogen auf den Launcher Frame (GPS): Vor Beginn der Fallschirm-Sequenz driftet die Nutzlast aus der ursprünglichen Flugrichtung ab.**

## 6.12 Bergungsphase der Nutzlast

Das Bergungssystem besteht aus einem zweistufigen Fallschirmsystem. Ein Druckschalter misst während des Sinkfluges den Umgebungsdruck und löst bei überschreiten eines bestimmten Luftdrucks die Bergungssequenz aus. Das Hitzeschild wird abgesprengt und die Nutzlast durch den Stabschirm entlang der Roll-Achse  $z_{BF}$  stabilisiert. Die Abfolge der Entreffung des Stabschirms, Auslösen des Hauptschirms und dessen Entreffung ist abhängig von den Timereinstellungen. Die Abbildung 6-35 zeigt die Bergungssequenz des zweistufigen Fallschirmsystems der TEXUS-43 Nutzlast.



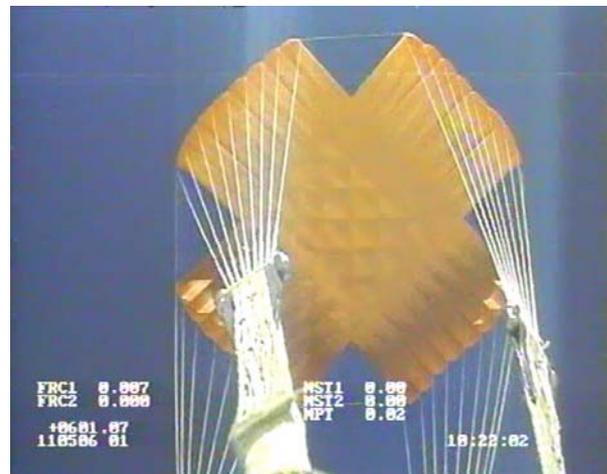
$t = 572.31$  s (Gereffter Stabschirm)



$t = 576.27$  s (Entreffter Stabschirm)



$t = 593.15$  s (Gereffter Hauptschirm)

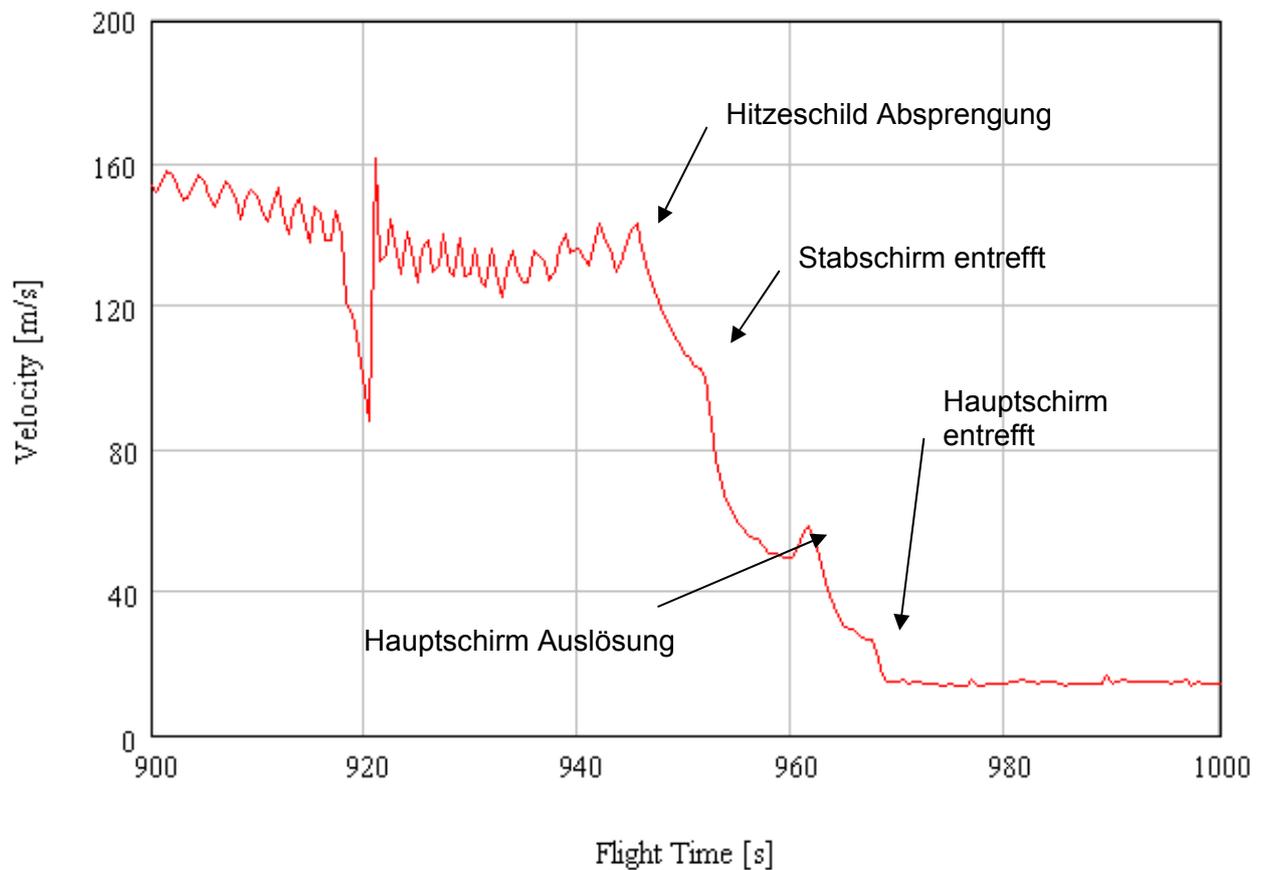


$t = 601.07$  s (Entreffter Hauptschirm)

**Abbildung 6-35: TEXUS-43 – Bergungssequenz des zweistufigen Fallschirmsystems [Stamminger, [114], 2007]**

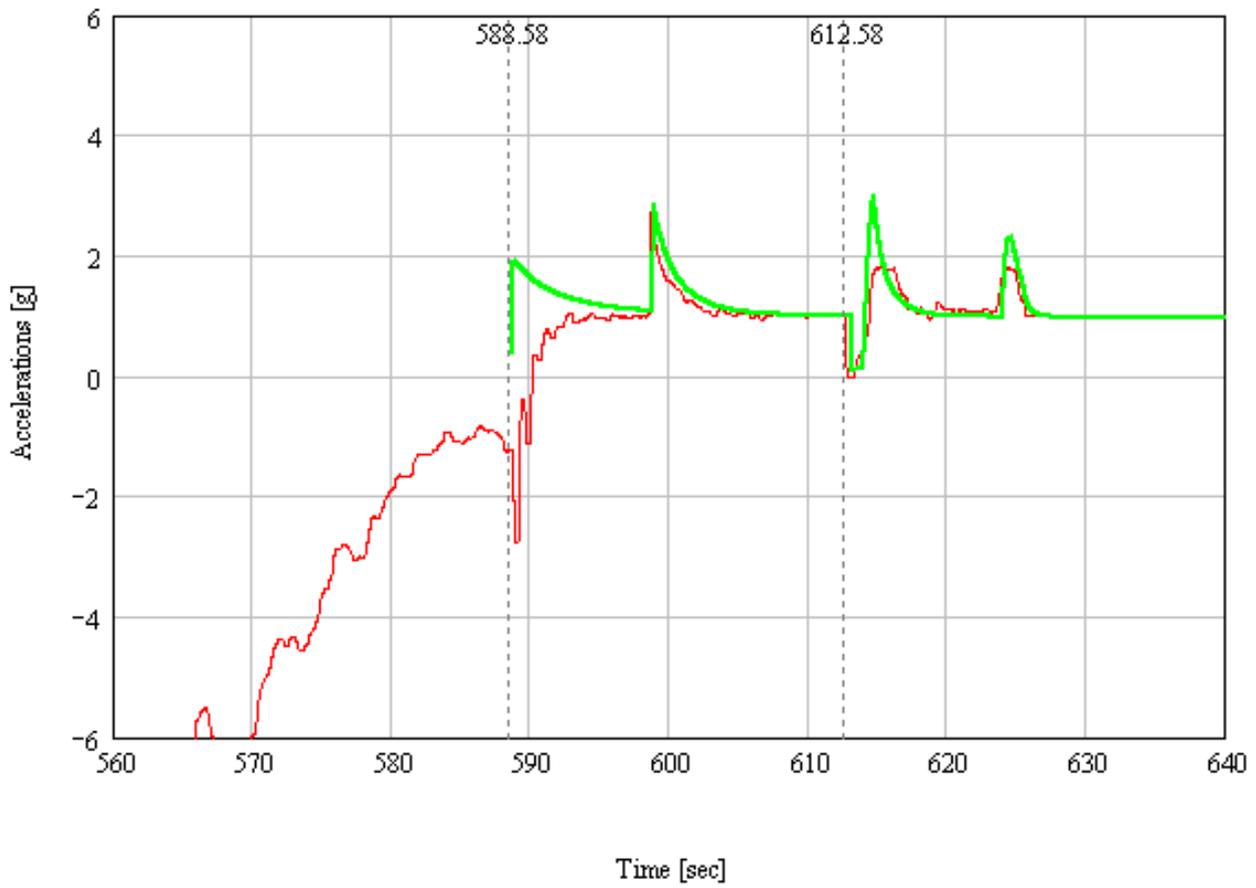
Die Bergungssequenz kann mit den GPS-Geschwindigkeitsdaten dargestellt werden. Die Nutzlast wird bis zur Auslösung des Fallschirmsystems in einer Höhe von etwa  $h_{ECEF} = 4.5$  km auf eine Geschwindigkeit  $v_{VCVF} < 100 \frac{m}{s}$ <sup>93</sup> abgebremst. Der entreffte Hauptschirm bremst die Nutzlast auf eine endgültige Sinkgeschwindigkeit von  $v_{VCVF,Z} < 10 \frac{m}{s}$ . Die nächste Abbildung zeigt die Geschwindigkeit  $v_{VCVF}$  der MAXUS-6 Nutzlast während der Bergungsphase.

<sup>93</sup> Für MAXUS-Nutzlasten bis zu  $v_{VCVF} < 130 \frac{m}{s}$ .



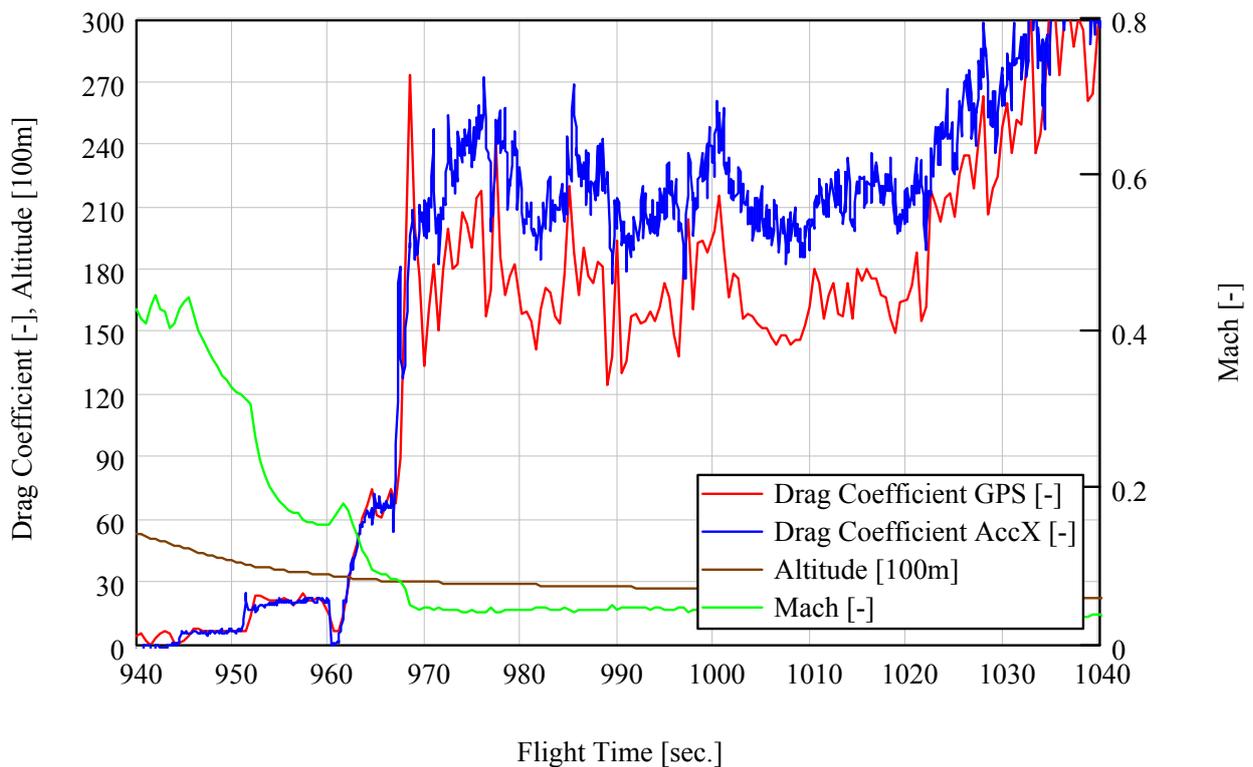
**Abbildung 6-36: MAXUS-6 – Gesamt-Geschwindigkeit  $v_{VCF,tot}$  über Flugzeit  $t$  während der Bergungsphase (GPS-Daten)**

Die nächste Abbildung zeigt die ausgelegte und gemessene Beschleunigung in der Längsrichtung  $a_{BF,z}$  der TEXUS-42 Nutzlast. Die Beschleunigung  $a_{BF,z}$  ist anfangs noch negativ, da die Nutzlast zu diesem Zeitpunkt noch im Flat-Spin rotiert und daher der Beschleunigungssensor die Zentrifugalbeschleunigung misst. Bei Entreffung des Stabschirms ist die Nutzlast bereits parallel zur Anströmung und daher lässt sich die berechnete Beschleunigung  $a_{BF,z} = 2.8 \text{ g}$  messen. Nach Entreffung des Hauptschirms lässt sich mit der Änderung des Umgebungsdrucks eine Sinkgeschwindigkeit  $v_{VCF,z} < 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ermitteln [Hörschgen, [48], 2006].



**Abbildung 6-37: TEXUS-42 – Längsbeschleunigung  $a_{BF,z}$  (Rot: Accelerometer, Grün: Berechnete Auslegungswerte) [Stamminger, [113], 2007]:** Es ist zu sehen, dass die Beschleunigungsdaten bei Entreffung sehr gut den Auslegungsdaten entsprechen. Die Beschleunigung bei Auslösung des Stabilisierungsschirms ( $t = 588$  s) ist negativ, da es durch das Absprengen des Hitzschildes zu einer Beschleunigung in negativer Achsen-Richtung kommt, die bei der Auslegung nicht betrachtet ist.

Mit der körperfesten Längsbeschleunigung bzw. den GPS-Daten lässt sich auch der auf die Kreisfläche der Nutzlast bezogene Widerstandskoeffizient  $c_{D,O}$  berechnen. Die nächste Abbildung zeigt den berechneten Widerstandskoeffizienten über der Flugzeit für die MAXUS-6 Nutzlast.



**Abbildung 6-38: MAXUS-6 – Widerstandskoeffizient  $c_{D,0}$  (Referenzfläche  $A_{ref} = \frac{\pi}{4} \cdot D_{PL}^2$ ), Höhe  $h_{ECEF}$  und Machzahl  $Ma$  über Flugzeit  $t$  während der Bergungssequenz (Rot: GPS-Daten, Blau: Längsbeschleunigung des Accelerometers, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (<20 km))**

Die gemessenen Werte stimmen gut mit den Auslegungswerten des MAXUS-4 Fallschirmsystems überein. Mit Ausnahme des entretften Hauptschirms liegen die Widerstandsbeiwerte  $c_{D,0}$  des MAXUS-6 Fluges zwischen 13 % und 21 % unter den Auslegungswerten für MAXUS-4 [Stamminger, [105], 2007]<sup>94</sup>.

Die nächste Abbildung zeigt die MAXUS-7 Nutzlast nach der Landung. Der Re-entry-Cone ist durch den Aufschlag eingedrückt und der Hauptschirm durch den Wind gefüllt.

<sup>94</sup> Mit den aus Flugdaten gewonnenen Widerstandskoeffizienten kann auch der letzte Abschnitt der Flugbahn der Nutzlasten simuliert werden. Es kann auch hier die am Fallschirm hängende Nutzlast als Punktmasse betrachtet werden. Das Widerstandsprofil richtet sich nach den geplanten Zeitpunkten der Reffingstufen [Guglieri, [41], 2003].



**Abbildung 6-39: MAXUS-7 – Bergung der Nutzlast [Hörschgen, [47], 2006]**

## 7. Anwendung der Ergebnisse

Für die Simulation der Flugbahn der Nutzlast während des Wiedereintritts gibt es zwei Möglichkeiten. Der erste Ansatz ist, das dynamische Verhalten der Nutzlast von Beginn des Wiedereintritts bei 120 km<sup>95</sup> bis zur Auslösung der Bergungssequenz unter der Annahme der aerodynamischen Kräfte und Momente und der dynamischen Dämpfungsmomente zu berechnen [Tong, [121], 1992].

Die Berechnung der Bewegung der Nutzlast unterliegt allerdings großen Unsicherheiten. Aus der Lage der Nutzlast muss für die Flugbahnberechnung ein Widerstandskoeffizient abgeschätzt werden. Wie in den vorangegangenen Kapiteln beschrieben wurde, ist der Widerstandskoeffizient nicht nur von der Lage der Nutzlast, sondern auch von der Strömungsbedingung bzw. der Reynoldszahl und Machzahl abhängig.

In dieser Arbeit wird ein einfacher, abweichender Ansatz gewählt. Im vorangegangenen Kapitel wurde das für eine zylindrische Nutzlast typische Verhalten während des Wiedereintritts dargestellt. Wird dieses Verhalten während des Wiedereintritts für die Simulation der Abstiegsbahn vorausgesetzt, so lässt sich durch normieren der Nutzlasten ein mittlerer Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square}(h_{ECEF})$  in Abhängigkeit der Höhe darstellen. Aufgrund der großen Geschwindigkeitsunterschiede zwischen TEXUS und MAXUS während des Wiedereintritts sind für die beiden Missionstypen unterschiedliche Kurven nötig.

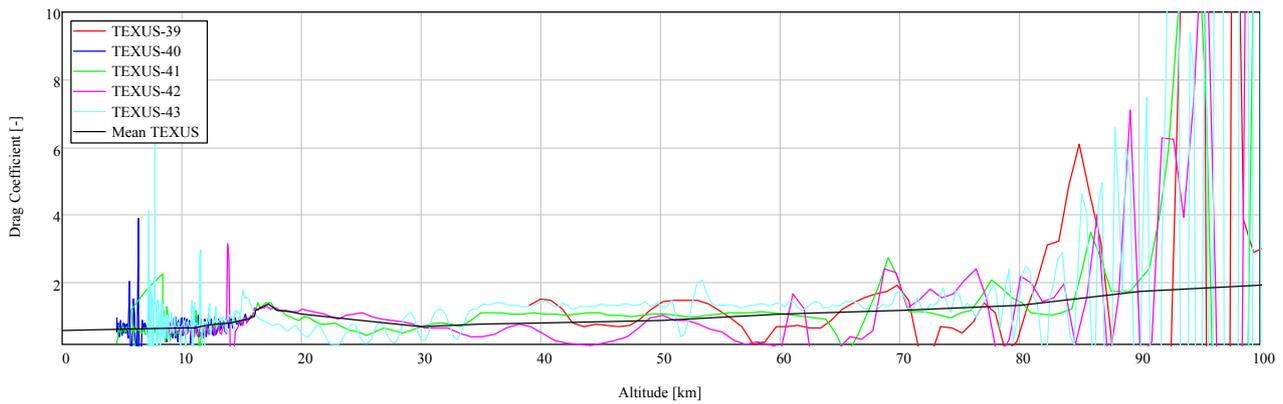
### 7.1 Widerstandskoeffizienten der genormten Nutzlast über Flughöhe

Um eine Flugbahn simulieren zu können, wird aus den Flugdaten der untersuchten TEXUS-Nutzlasten ein von der Flughöhe abhängiger Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF})$  erstellt.

$$c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF}) = \frac{c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF}) \cdot \pi \cdot D_{PL}^2}{4 \cdot L_{PL} \cdot D_{PL}} = \frac{c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF}) \cdot \pi \cdot D_{PL}}{4 \cdot L_{PL}} \quad \text{Gl. 7-1}$$

Für die untersuchten TEXUS-Nutzlasten ergibt sich folgendes Diagramm. Die schwarze Linie stellt den herausgearbeiteten Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF})$  in Abhängigkeit von der Flughöhe dar.

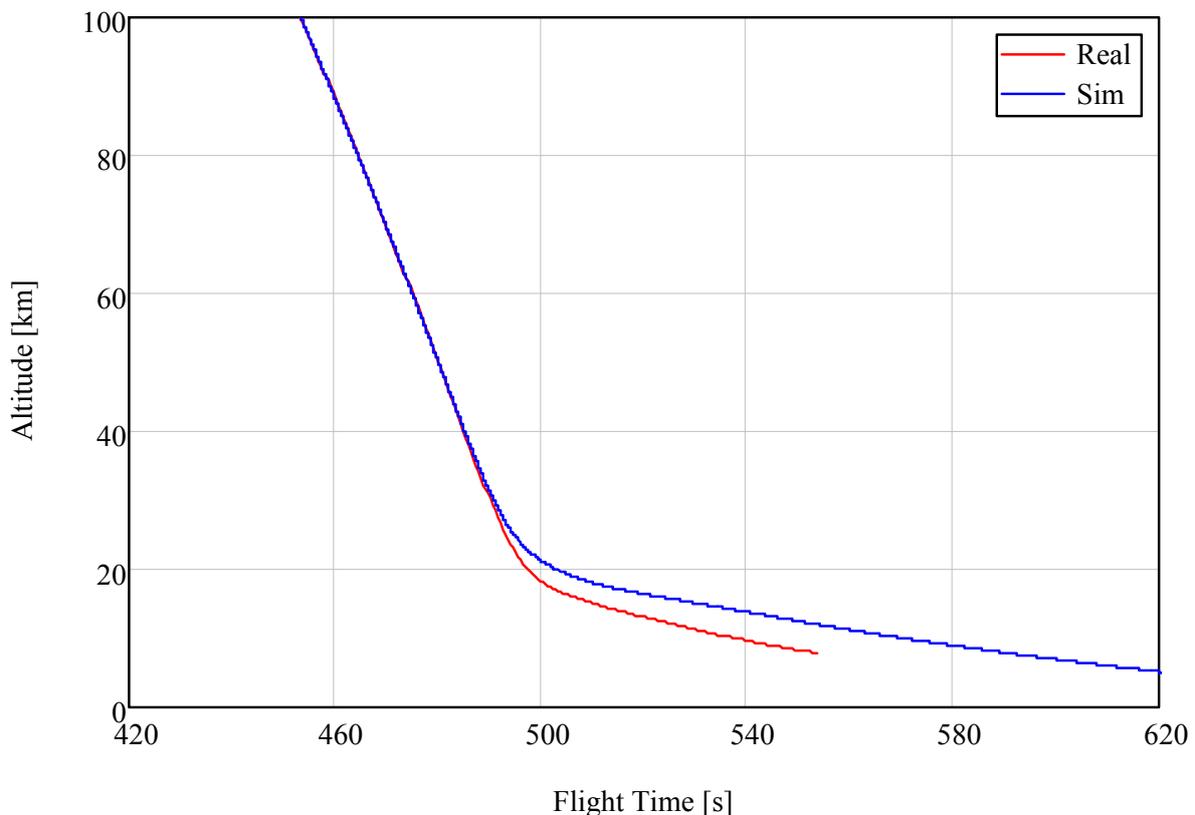
<sup>95</sup> Auch andere Simulationen beginnen mit einer Ausgangssituation bei 120 km. Beispielsweise das Simulationsprogramm ISS für Wiedereintrittsbahnen der Rettungskapsel der internationalen Raumstation [Meisinger, [79], 2002].



**Abbildung 7-1: Widerstandskoeffizient  $c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF})$  über der geodätischen Höhe  $h_{ECEF}$  für die untersuchten Nutzlasten**

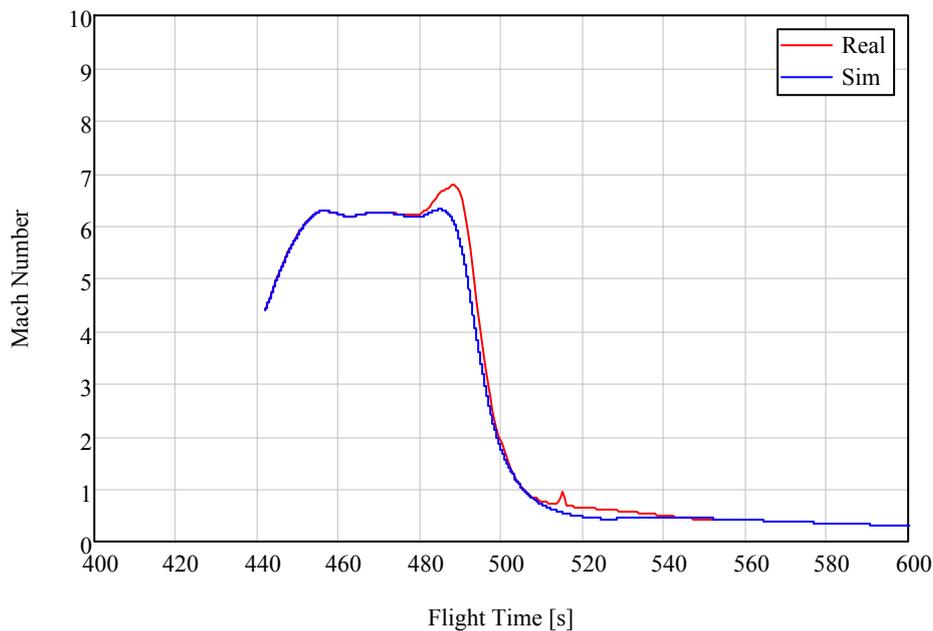
Um die Ergebnisse, die mit dem Koeffizienten erzielt werden, bewerten zu können, werden untersuchte Nutzlasten ab einer Höhe von 120 km während des Abstiegs simuliert und die Daten mit den echten Messwerten verglichen.

Die folgende Abbildung zeigt die Höhe der Nutzlast über der Flugzeit für TEXUS-42 mit gemessenen und berechneten Werten.



**Abbildung 7-2: TEXUS-42 – Vergleich der gemessenen  $h_{ECEF}$  mit den durch Wiedereintrittsbahnsimulation unter Verwendung des Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF})$  berechneten Werte aufgetragen über der Flugzeit**

Die folgende Abbildung zeigt den Machzahl Verlauf der realen TEXUS-42 Daten im Vergleich mit den Daten, die durch die Simulation der Bahn ab einer Höhe von 120 km berechnet werden.

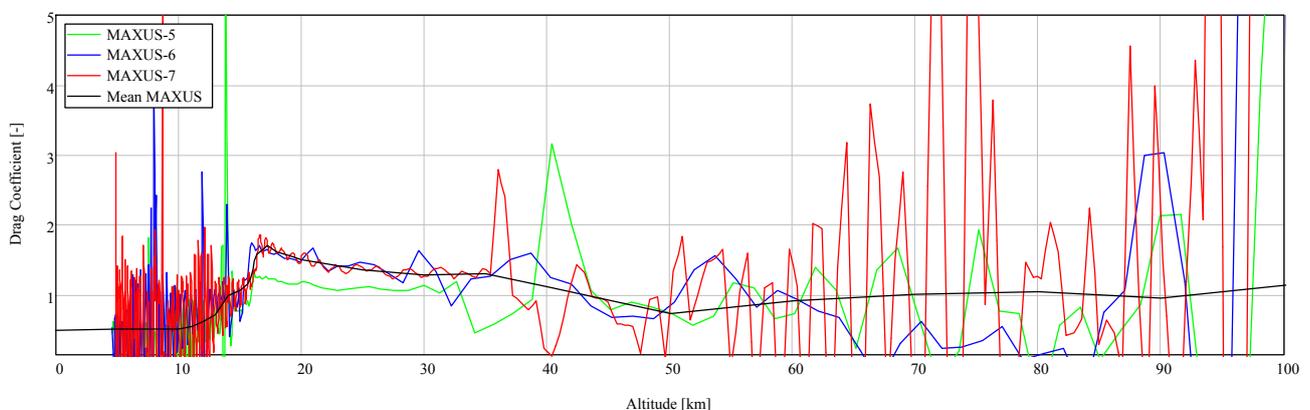


**Abbildung 7-3: TEXUS-42 – Vergleich der realen Machzahl  $Ma$  mit den durch Wiedereintrittsbahnsimulation unter Verwendung des Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square,TEXUS}(h_{ECEF})$  berechneten Werte**

Für die Berechnung der MAXUS-Nutzlasten kann folgender Koeffizient verwendet werden.

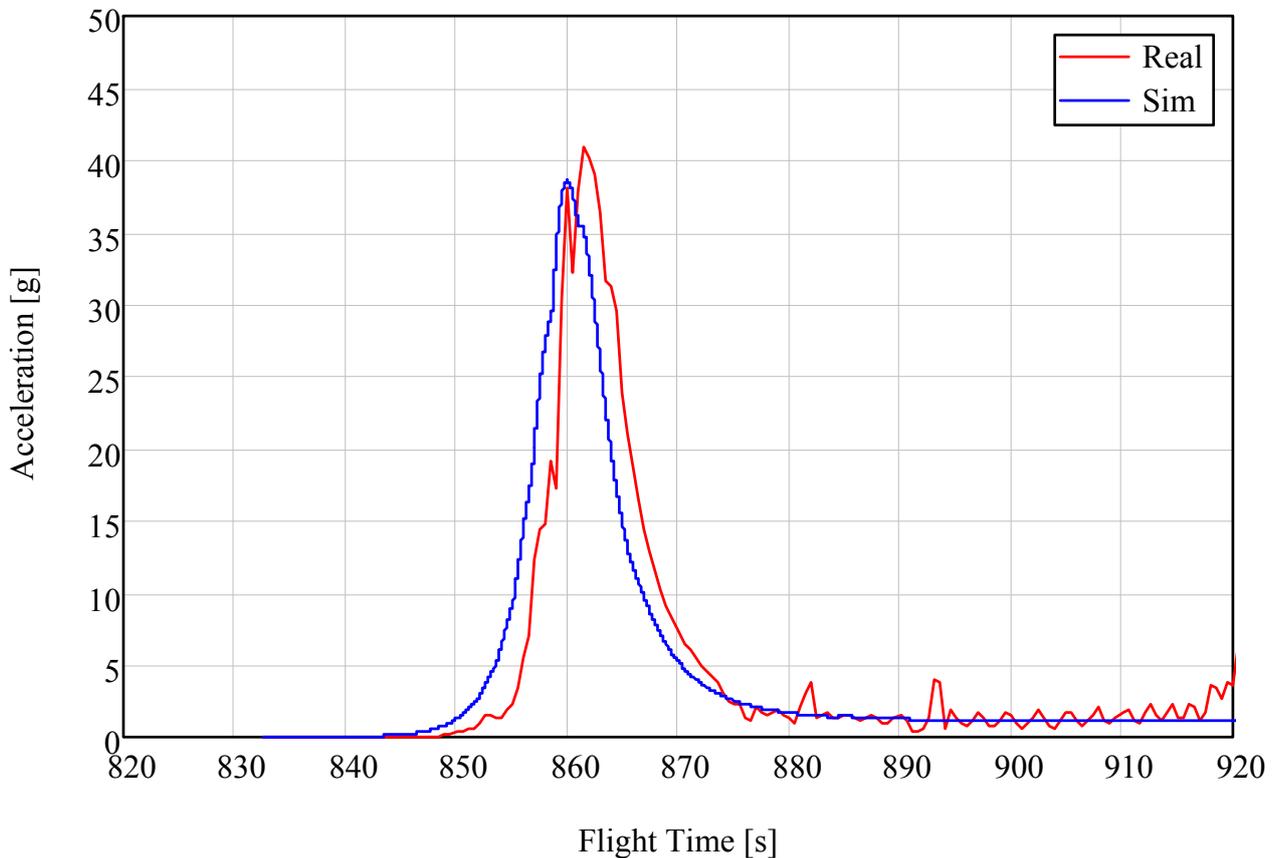
$$c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF}) = \frac{c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF}) \cdot \pi \cdot D_{PL}^2}{4 \cdot L_{PL} \cdot D_{PL}} = \frac{c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF}) \cdot \pi \cdot D_{PL}}{4 \cdot L_{PL}} \quad \text{Gl. 7-2}$$

Für die untersuchten Nutzlasten ergibt sich folgendes Diagramm. Die schwarze Linie stellt den herausgearbeiteten Koeffizienten  $c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF})$  dar mit dem eine Wiedereintrittsbahnsimulation der MAXUS-Nutzlasten durchgeführt werden kann.



**Abbildung 7-4:  $c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF})$  über der geodätischen Höhe  $h_{ECEF}$  für die untersuchten Nutzlasten**

Um die berechneten Werte zu verifizieren, werden die Flugbahnen der untersuchten Nutzlasten ab einer Höhe von 120 km simuliert und mit den echten Werten verglichen. In der folgenden Abbildung ist der Vergleich zwischen realen Beschleunigungsdaten der MAXUS-6 Nutzlast und den mit der Simulation unter Verwendung des Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF})$  berechneten Werten dargestellt.

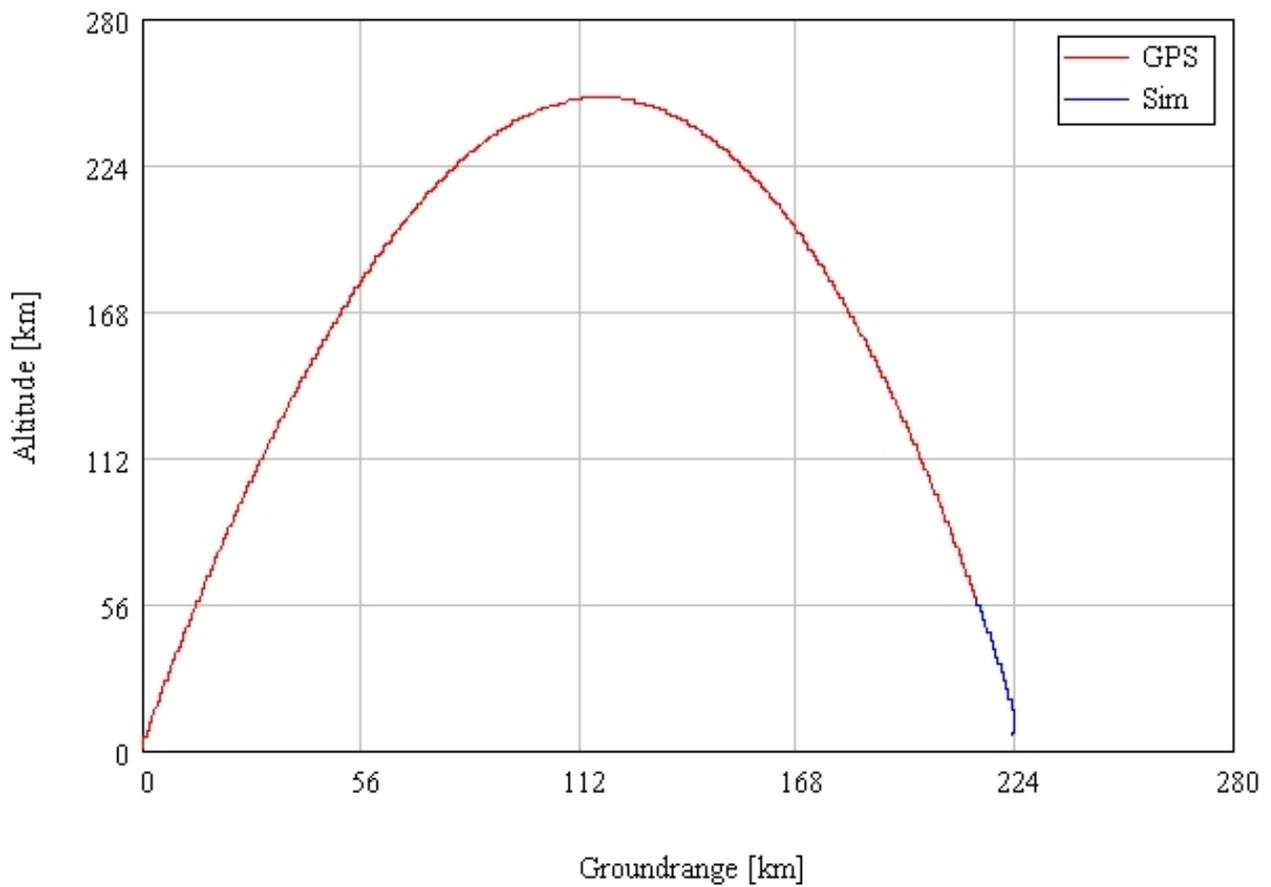


**Abbildung 7-5: MAXUS-6 – Vergleich der realen Beschleunigungswerte  $a_{BF}$  mit den durch Wiedereintrittsbahnsimulation unter Verwendung des Widerstandskoeffizienten  $c_{D,\square,MAXUS}(h_{ECEF})$  berechneten Werte**

## 7.2 Rekonstruktion der Cuma-2 Flugbahn während des Wiedereintritts

Diese Methode der Simulation der Flugbahn kann auch für die Rekonstruktion von fehlenden Flugdaten verwendet werden. Im Kapitel 1.4 wurde bereits auf den Telemetriesignal-Ausfall der Cuma-2 Nutzlast eingegangen. Etwa 40 Sekunden später ist das Signal wieder da, doch der GPS-Empfänger kann keine Navigationslösung mehr berechnen und damit ist nicht bekannt, in welcher Flughöhe die Nutzlast sich bei Empfang der Daten befindet. In diesem Unterkapitel sind die Ergebnisse der Rekonstruktion der Cuma-2 Flugdaten dargestellt.

Die GPS-Daten der Cuma-2 Nutzlast stehen nur bis zur Flugzeit  $t = 464.6$  s zur Verfügung. Zu diesem Zeitpunkt hat die Nutzlast eine Flughöhe  $h_{ECEF} = 56.9$  km und die Groundrange zum Startplatz ist 214.5 km. Die weiteren Flugdaten mussten rekonstruiert werden. Die nächste Abbildung zeigt die Höhe  $h_{LF}$  über der Groundrange im Launcher-Frame.



**Abbildung 7-6: CUMA-2 – Höhe  $h_{LF}$  über Groundrange  $\sqrt{east_{LF}^2 + north_{LF}^2}$  (GPS-Daten, Simulation)**

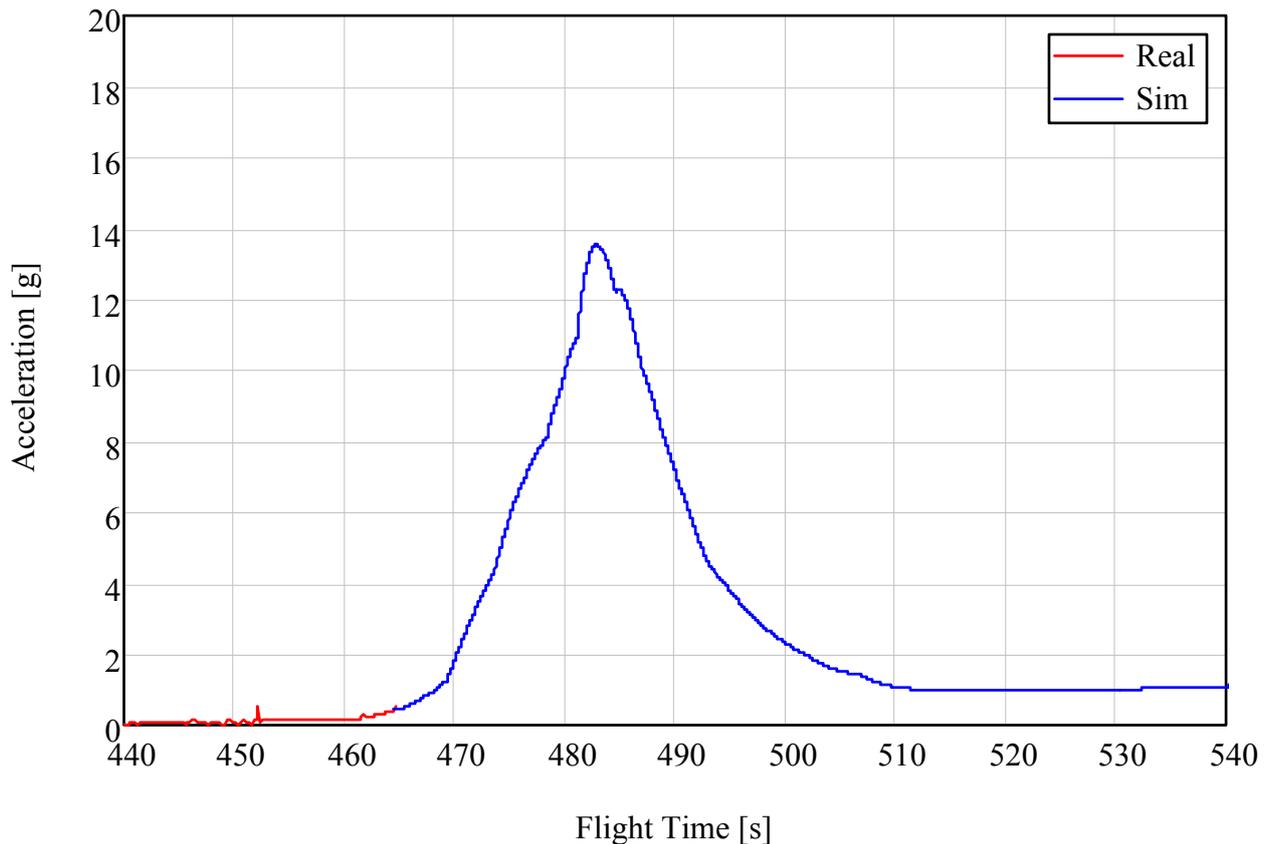
Die wichtigsten Flugereignisse sind in folgender Tabelle aufgelistet.

Tabelle 7-1: Flugereignisse Cuma-2 (GPS, Simulation)

<b>Ereignis</b>	<b>Höhe <math>h_{ECEF}</math> [km]</b>	<b>Flugzeit <math>t</math> [s]</b>
<b>Lift-Off</b>	0.1	0.0
<b>Zündung der Spin-Up Motoren</b>	0.1	0.4
<b>Max. Beschleunigung <math>a_{BF} = 7.8 \text{ g}</math></b>	0.2	2.4
<b>Ausbrand 1. Stufe</b>	3.0	11.2
<b>Booster Trennung</b>	-	-
<b>Zündung 2. Stufe</b>	4.9	15.2
<b>Max. Beschleunigung <math>a_{BF} = 11.7 \text{ g}</math></b>	24.6	35.0
<b>Max. Geschw. <math>v_{VCVF} = 2045.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math></b>	36.4	41.2
<b>Ausbrand 2. Stufe</b>	41.6	43.7
<b>Nasenkonus Trennung</b>	61.8	54.4
<b>Jojo De-spin</b>	65.1	56.1
<b>Motor Trennung</b>	70.6	59.1
<b>RCS Aktivierung</b>	75.7	62.0
<b>Beginn der Mikrogravitation (&gt;100 km)</b>	100.0	76.0
<b>Apogäum</b>	249.5	257.8
<b>Ende der Mikrogravitation (&lt;100 km)</b>	100.0	440.2
<b>Max. Machzahl bei Wiedereintritt <math>Ma = 6.49</math></b>	74.8	454.8
<b>Letzte GPS Position</b>	56.9	464.6
<b>Beginn des Spin-Ups</b>	(Sim) 56.1	465.0
<b>Max. Dynamischer Druck (<math>q_{\max} = 27.7 \text{ kPa}</math>)</b>	(Sim) 26.6	(Sim) 482.3
<b>Max. Abbremsung (<math>a_{BF} = 13.5 \text{ g}</math> (Sim))</b>	(Sim) 25.8	(Sim) 483.0
<b>1. Max Reynoldszahl (<math>Re = 1.82 \cdot 10^6</math>)</b>	(Sim) 21.9	(Sim) 486.8
<b>20 km beim Abstieg</b>	20.0	(Sim) 489.9
<b>Mach 1</b>	(Sim) 17.5	(Sim) 496.3
<b>Beginn der Telemetriedaten von Alcântara</b>	(Sim) 15.6	505.0
<b>Verlust der Telemetriedaten von Alcântara</b>	(Sim) 5.9	584.0
<b>Hitzeschild (Sinkgeschw. <math>v_{VCVF} = 82 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math> (Sim))</b>	(Sim) 4.6	(Sim) 598.3
<b>Stabschirm Entreffung</b>	(Sim) 4.1	(Sim) 607.5
<b>Hauptschirm</b>	(Sim) 3.5	(Sim) 620.9
<b>Hauptschirm Entreffung</b>	(Sim) 3.2	(Sim) 634.0
<b>Landung</b>	(Sim) 0.1	~1000.0

Das Apogäum von  $h_{ECEF} = 249.5$  km wird bei  $t = 257.8$  s erreicht und der Wiedereintritt beginnt per Definition bei  $h_{ECEF} = 120$  km zum Zeitpunkt  $t = 427.8$  s.

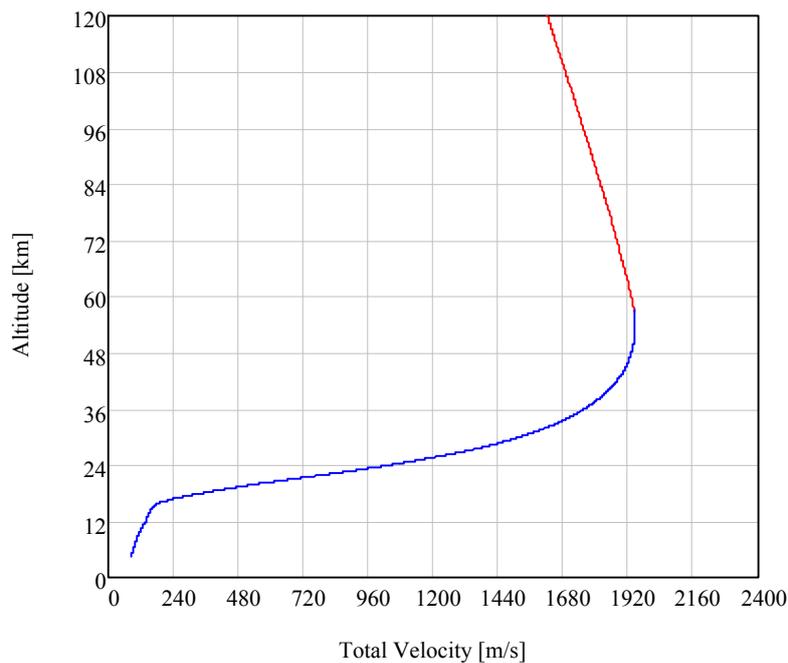
Die rekonstruierte maximale Abbremsbeschleunigung beträgt  $a_{BF} = 13.5$  g und tritt bei Flugzeit  $t = 483.0$  s in einer Höhe  $h_{ECEF} = 25.8$  km auf<sup>96</sup>. Die nächste Abbildung zeigt die Gesamtbeschleunigung  $a_{BF}$ .



**Abbildung 7-7: CUMA-2 – Gesamtbeschleunigung  $a_{BF}$  über Flugzeit  $t$  während des Wiedereintritts (Beschleunigungssensoren, Simulation)**

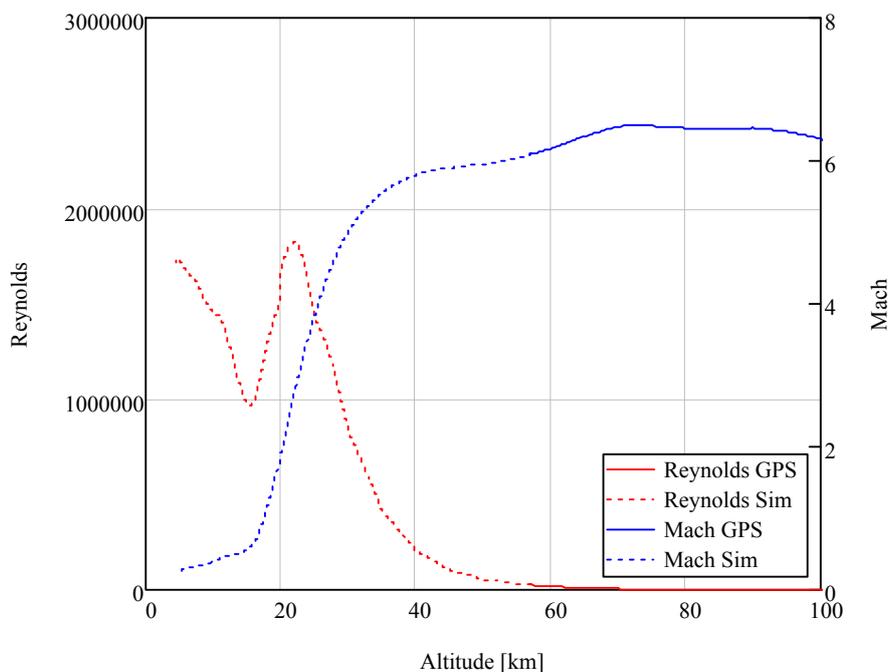
Die nächste Abbildung zeigt das Höhenprofil in Abhängigkeit der Geschwindigkeit der CUMA-2 Nutzlast.

<sup>96</sup> Der Vergleich mit den Flugdaten der Cajuna-Nutzlast zeigt, dass die Beschleunigungswerte in der jeweiligen Flughöhe realistisch sind.



**Abbildung 7-8: CUMA-2 – Höhe  $h_{ECEF}$  über der Gesamtgeschwindigkeit  $v_{VCVF}$  (GPS-Daten rot, Simulation blau)**

Die maximale Machzahl  $Ma = 6.5$  tritt in einer Höhe  $h_{ECEF} = 74.8$  km auf. Aufgrund der Verzögerung der Nutzlast sinkt die Machzahl sehr schnell und der Übergang in den Unterschallbereich tritt in einer Höhe  $h_{ECEF} = 17.5$  km auf. Die folgende Abbildung zeigt die Kennzahlen  $Ma$  und  $Re$  über der geodätischen Höhe  $h_{ECEF}$  für die CUMA-2 Nutzlast.



**Abbildung 7-9: CUMA-2 – Reynoldszahl  $Re$  und Machzahl  $Ma$  über Höhe  $h_{ECEF}$  (GPS, Simulation, Referenzlänge, Atmosphärenmodell CIRA86 (>20 km), US Standard 76 (20 km))**

## 8. Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der Arbeit war eine umfassende Untersuchung des Wiedereintritts zylindrischer Forschungsraketennutzlasten. Die Arbeit gliederte sich in die beiden Hauptbereiche Analyse und Umsetzung.

### Analyse

Die Analyse begann in Kapitel 2 mit der Darstellung der untersuchten Flugkonfigurationen, hauptsächlich TEXUS- und MAXUS-Nutzlasten. Dabei wurde die Startkonfiguration der Forschungsraketen beschrieben und ein typisches Missionsprofil dargestellt. Im letzten Teil dieses Kapitels wurden die Geometrie und die Konfigurationen der Nutzlastkörper während des Wiedereintritts vorgestellt.

In Kapitel 3 wurden die auf Forschungsraketen eingesetzten Systeme zur Bestimmung der Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung erklärt. Es wurde dabei auch dargestellt, in welchem Koordinatensystem die Daten durch die Sensoren im Normalfall zur Verfügung stehen.

Im darauffolgenden Kapitel 4 wurden die Einflüsse der Nutzlastgeometrie sowie Strömungsbedingungen auf den Luftwiderstand bzw. Widerstandskoeffizienten der Nutzlast beschrieben.

Dieser Teil der Arbeit beantwortete folgende Fragestellungen aus der Einleitung:

- Die Nutzlastkörper werden so entworfen, dass sowohl Schwerpunkt als auch der aerodynamische Druckpunkt möglichst nah zusammen bei etwa 50 % der Nutzlastlänge liegen. Dies verhindert eine stabile Ausrichtung der Roll-Achse, also Nutzlastlängsachse, mit der Flugrichtung. Die Nutzlast richtet sich mit der Roll-Achse orthogonal zur Anströmung aus und bietet dadurch mehr Luftwiderstand, was die Sinkgeschwindigkeit verringert.
- Mit Hilfe vorhandener Literatur wurden in Kapitel 4 die den Luftwiderstand einer Forschungsraketennutzlast beeinflussenden Parameter ermittelt. Abgesehen von der Ausrichtung der Nutzlast, beeinflussen das Verhältnis von Nutzlastlänge zu Nutzlastdurchmesser und die Oberflächenrauheit der Nutzlast den Luftwiderstand. Entscheidend sind aber vor allem auch die Strömungsbedingungen, also Reynolds-, Mach- und Knudsenzahl. Es wurde in diesem Kapitel gezeigt, welchen Einfluss sie auf den Luftwiderstand haben und welche Bereiche in welcher Flughöhe bei einem Wiedereintritt einer TEXUS- oder MAXUS-Nutzlast auftreten.

### Umsetzung und Verifikation

Die Aufstiegsbahn und die ballistische Flugphase in der Heterosphäre wurden in Kapitel 5 untersucht. Dabei wurde auch durch Vergleich mit Daten von Beschleunigungssensoren und analytischen Methoden verifiziert, ob die erstmalige Verwendung der GPS-Daten bei der Berechnung des Widerstandskoeffizienten zulässig war.

Das Hauptthema dieser Arbeit, der Wiedereintritt von Forschungsraketennutzlasten in die Atmosphäre, fand sich in Kapitel 6. Unter Einbeziehung von Daten verschiedener Sensoren wurde das Verhalten der Nutzlast detailliert dargestellt. Dieses Kapitel behandelte explizit den Spin-Up der Nutzlast und die anschließende Stabilisierung durch aerodynamische Kräfte, die Energy Sink Methode, also das in der Einleitung beschriebene Verhalten von Explorer-I, die Ausrichtung der Nutzlast während des Wiedereintritts, den Flat-Spin der Nutzlast im Unterschallbereich, die Geschwindigkeit der Nutzlast, die Mach-, Reynolds- und Knudsenzahl während Wiedereintritts, das Verhalten des Widerstandskoeffizienten, den ballistischen Koeffizienten, den Auftriebsbeiwert während des Wiedereintritts, den Einfluss des Windes auf die Flugbahn im Landegebiet und die

Bergungsphase der Nutzlast.

Folgende in der Einleitung aufgeworfenen Fragen wurden in diesem Teil der Arbeit beantwortet:

- In Kapitel 6 wurde gezeigt, dass ein allgemein gültiges Verhalten der Nutzlasten während des Wiedereintritts beschrieben werden kann. Es wurde erklärt, welches die physikalischen Gründe für dieses Verhalten sind. Durch die Möglichkeit ein allgemein gültiges Verhalten zu beschreiben, war es zulässig für verschiedene Flüge eine ähnliche Ausrichtung der Nutzlasten anzunehmen. Damit war es möglich für den Widerstandskoeffizienten während der Wiedereintrittsphase ein Modell zu erstellen.
- Die Hypothese, nach der Energiedissipation, ähnlich wie bei Explorer-I, die Ursache für den Übergang der Nutzlast in eine Flat-Spin-Bewegung sein soll, wurde in Kapitel 6 widerlegt. Es wurde gezeigt, dass tatsächlich die aerodynamischen Kräfte dominieren. Die während des Spin-Ups aufgebaute Rotationsenergie wird durch Protuberanzen, wie beispielsweise Antennen, bereits früh abgebaut und die Nutzlast beginnt erst nach Übergang in den Unterschall mit einer Flat-Spin-Bewegung um die Achse mit dem größten Massenträgheitsmoment. Diese Flat-Spin-Bewegung kann durch Druckunterschiede am Nutzlastkörper erklärt werden.
- Eine Bestimmung der Lage und der Position der Anströmung war aus Beschleunigungs-, Temperatur- und Videodaten möglich. Eine Berechnung der Flat-Spin-Frequenz war unter Berücksichtigung bestimmter Voraussetzungen aus den Beschleunigungsdaten möglich und konnte mit Videodaten verifiziert werden. Die Berechnung von übereinstimmenden Werten für die Flat-Spin-Frequenz war ebenfalls aus GPS-Daten sehr gut möglich, sofern die GPS-Antennen nicht in der Nähe des Schwerpunkts der Nutzlast montiert sind und die Flat-Spin-Frequenz noch nicht so groß ist, dass der GPS-Empfänger gestört wird. Auch dies wurde in Kapitel 6 gezeigt.
- Weiterhin wurde in diesem Kapitel gezeigt, dass der Widerstandskoeffizient der Nutzlasten während des Wiedereintritts berechnet werden kann. Dies war in dieser Genauigkeit nur durch die Verwendung von GPS-Daten möglich, die während der Erstellung dieser Arbeit zur Verfügung standen. Die Abbremsbeschleunigungen waren dabei ab einer Flughöhe von 120 km feststellbar und ließen sich ab einer Flughöhe von 100 km sehr gut für die Bestimmung des Widerstandskoeffizienten verwenden. Die aus den Flugdaten berechneten Werte wurden mit analytisch bestimmten Koeffizienten, die für stationäre Strömungsbedingungen gelten, verglichen und eine gute Übereinstimmung konnte festgestellt werden. Die Genauigkeit der Berechnung hing von der Verwendung des Gravitationsmodells und insbesondere des Atmosphärenmodells ab. Zur Erstellung dieser Arbeit wurde vor allem mit dem US Standard 1976, dem CIRA86 und dem Harris-Priester Atmosphärenmodell gearbeitet. Diese Modelle sind ausführlich im Anhang beschrieben.
- Die Methode der Widerstandskoeffizientenberechnung aus GPS-Daten konnte sehr gut während der Freiflugphase des Aufstiegs, also nach Ausbrand der ersten Stufe und vor Zünden der zweiten Stufe bei den für die TEXUS-Missionen verwendeten Raketen, angewendet werden. In Kapitel 5 wurde auch gezeigt, dass diese Luftwiderstandsdaten durch die Widerstandskoeffizienten, die aus in hoher Genauigkeit und hoher Datenrate zur Verfügung stehenden Beschleunigungssensordaten berechnet wurden, verifiziert werden können. Beide aus Daten berechneten Werte für den Widerstandskoeffizienten stimmten mit aus analytischen Methoden ermittelten Werten überein. Dies galt insbesondere dann, wenn für das Atmosphärenmodell Druck- und Temperaturdaten des Starttags verwendet wurden. Die Ergebnisse der Berechnungen von Missionen an verschiedenen Starttagen waren, wie zu erwarten war, vergleichbar. Dies zeigte ebenfalls, dass die angewandte Methode zur Bestimmung des Widerstandskoeffizienten gültig ist.

## Ausblick

Die Ergebnisse der Analyse des Wiedereintrittsverhalten und vor allem die Berechnung des Widerstandskoeffizienten ermöglichten auch eine Verbesserung der Bahnvorhersage für den Wiedereintritt – insbesondere wenn der zeitliche Verlauf der Flugbahn für den Anwender wichtig war. Dieser Teil der Arbeit beantwortete folgende Fragen aus der Einleitung:

- Es war möglich ein empirisches Modell zur Berechnung des Widerstandskoeffizienten von Nutzlasten mit variabler Länge zu erstellen. Wie so ein empirisches Modell für die Berechnung der Wiedereintrittsbahn aussehen kann, wurde in Kapitel 7 vorgestellt. Eine Verifizierung der damit gewonnenen Ergebnisse fand ebenfalls in diesem Kapitel statt. Die mit dem Modell ermittelten Daten wurden mit echten Flugdaten verglichen.
- Das empirische Modell wurde in Kapitel 7 auf die CUMA-2 Mission angewendet, die mit ihren Telemetrieproblemen und Problemen bei der Bergung bereits in der Einleitung vorgestellt wurde.

Interessant wäre es zukünftige TEXUS- und MAXUS-Flüge zu analysieren, um die Genauigkeit des empirischen Modells für die Berechnung des Widerstandskoeffizienten noch weiter zu erhöhen. Denkbar ist auch die Einbeziehung von kleineren Nutzlastkörpern, wie sie bei den REXUS- und MAPHEUS-Missionen verwendet werden. Nach einer erfolgreichen Implementierung des Modells bei der Vorhersageberechnung der Wiedereintrittsbahn ist auch eine Echtzeitanwendung denkbar, beispielsweise bei der Auftreffpunktberechnung der Flugsicherheit unter zusätzlicher Verwendung der aktuellen Winddaten.



## 9. Referenzen

- [1] **Alamt, Rakan E.:** *Results of Failure Investigation & Recommended Corrective Actions ORSA TEXUS-38 Parachute Recovery System* (Paranetics P/N 2034-100 S/N 21964)
- [2] **Allen, H. Julian / Perkins, Edward W.:** *Characteristics of Flow over Inclined Bodies of Revolution* (National Advisory Committee For Aeronautics, NACA RM A50L07, 1951)
- [3] **Allen, H. Julian / Eggers, A. J.:** *A Study of the Motion and Aerodynamic Heating of Ballistic Missiles Entering the Earth's Atmosphere at High Supersonic Speeds* (Report 1381, Ames Aeronautical Laboratory, 1959)
- [4] **Astrium: MAXUS-4 Flight Preparation and Mission Performance Report** (Astrium GmbH, Bremen, 2001)
- [5] **British Atmosphere Data Centre:** *The COSPAR International Reference Atmosphere* (BADC, <http://badc.nerc.ac.uk>, 2007)
- [6] **Bauer, Manfred:** *Vermessung und Ortung mit Satelliten* (Herbert Wichmann Verlag GmbH, Heidelberg, 1994)
- [7] **Betz, Matthias:** *SHEFEX – Analyse kritischer Flugereignisse* (TU München, LRT, RT-DA 2006/06, 2006)
- [8] **Biezad, Daniel J.:** *Stability and Control of Aerospace Vehicles* (California Polytechnic State University, Lecture Material, 2000)
- [9] **Bockemüller, Ernst August:** *Beiträge zur Mechanik des Wiedereintritts von Raumflugkörpern in die Atmosphäre* (Dissertation, Technische Universität Carolo-Wilhelmina Braunschweig, 1970)
- [10] **Bracewell, Ronald N. / Garriott, Owen K.:** *Rotation of Artificial Earth Satellites* (Nature, Vol. 182, Seite 760-762, 20. September 1958)
- [11] **Bryson, Arthur E.:** *Control of Spacecraft and Aircraft* (Princeton university Press, Princeton, 1994)
- [12] **Bureau of Naval Weapons:** *Handbook of Supersonic Aerodynamics, Volume 3, Section 8, "Bodies of Revolution"* (Bureau of Naval Weapons, US NAVY, NAVWEPS Report 1488, Oktober 1961)
- [13] **Cain, Terrence / Owen, Rachel / Walton, C.:** *HYSHOT-2 Aerodynamics* (ESA, 5<sup>th</sup> Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, 2004)
- [14] **Carmichael, Ralph L.:** *The Hydrostatic Equations* (2003)
- [15] **Chobotov, Vladimir A.:** *Spacecraft Attitude Dynamics and Control* (Krieger Publishing Company, 1991)
- [16] **Cigada, A. / Malavasi, S. / Vanali, M.:** *Effects of an asymmetrical confined flow on a rectangular cylinder* (Journal of Fluids and Structures 22, p. 213 -227, 2006)
- [17] **Clarke, Arthur C.:** *Extra-Terrestrial Relays – Can Rocket Stations Give Worldwide Cover-*

- age (Wireless World, 1945)
- [18] **Corral van Damme, Carlos:** *Development of a Software Tool for Satellite Tracking and Space Mission Analysis* (École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 2000)
- [19] **Daimler-Benz Aerospace :** *MAXUS 2 – Flight Preparation and Mission Performance Report* (Daimler-Benz Aerospace – Space Infrastructure, März 1996)
- [20] **Defense Mapping Agency :** *Department of Defense World Geodetic System 1984 – Its Definition and Relationships With Local Geodetic Systems* (DAM TR 8350.2, 1987)
- [21] **DLR-RB-MR:** *Fallschirmbergungssystem für die Nutzlast MAXUS4* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, RB-MR, 2000)
- [22] **Dornberger, Walter:** *Die Eigenentwicklung des Heeres-Waffenamtes auf dem Raketengebiet in den Jahren 1930–1943* (Denkschrift, 1944)
- [23] **EADS Space Transportation GmbH:** *MAXUS 5 – Flight Preparation and Mission Performance Report* (EADS Space Transportation GmbH, März 2004)
- [24] **EADS Space Transportation GmbH:** *MAXUS 6 – Flight Preparation and Mission Performance Report* (EADS Space Transportation GmbH, April 2005)
- [25] **EADS Space Transportation GmbH:** *MAXUS 7 – Konfigurationsbeschreibung* (EADS Space Transportation GmbH, Februar 2006)
- [26] **Eggers, Th. / Longo, J. M. A. / Hörschgen, M. / Stamminger, A.:** *The Hypersonic Flight Experiment SHEFEX* (AIAA 13<sup>th</sup> International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Capua, 2005)
- [27] **Eggers, Th. / Longo, J. M. A. / Turner, J. / Jung, W. / Hörschgen, M. / Stamminger, A. / Gülhan, A. / Siebe, F. / Requart G. / Laux, T. / Reimer, T. Weihs, H.:** *The SHEFEX Flight Experiment – Pathfinder Experiment for a Sky Based Test Facility* (AIAA 14<sup>th</sup> Spaceplane System and Technologies Conference, Canberra, 2006)
- [28] **Eggers, Th. / Stamminger, A. / Hörschgen, M. / Jung, W. / Turner, J.:** *The Hypersonic Experiment SHEFEX – Aerothermodynamic Layout, Vehicle Development and First Flight Results* (ESA 6<sup>th</sup> International Symposium on Launcher Technologies, München, 2005)
- [29] **Eggers, Th. / Barth, Tarik:** *Aerodynamic Analysis of the DLR Flight Experiment SHEFEX* (AIAA 14<sup>th</sup> Spaceplane System and Technologies Conference, Canberra, 2006)
- [30] **ESA:** *ECSS – Space Engineering – Space Environment* (ESA, 2000)
- [31] **ESA:** *ECSS – The neutral Earth atmosphere* (ESA, 2000)
- [32] **ESA:** *European Users Guide to Low-Gravity Platforms* (ESA, 2005, UIC-ESA-UM-0001, Issue 2 Revision 0)
- [33] **Escobal, Pedro Ramon:** *Methods of Orbit Determination* (Krieger Publishing Company, 1976)
- [34] **Ettl, Josef:** *Post Flight Report TEXUS-42* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt DLR-RB-MR, DLR-MR-TEXUS 42-0002, 2006)

- [35] **Ettl, Josef:** *Cuma-2 Technical Report* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt DLR-RB-MR, DLR-MR-Cuma 2-0001, 2008-05-29)
- [36] **EUROCONTROL / IfEN:** *WGS84 Implementation Manual* (European Organization for the Safety of the Air Navigation EUROCONTROL; Institute of Geodesy and Navigation IfEN, University FAF München, 1998)
- [37] **EuroLaunch:** *REXUS – Rocket Experiments for University Students – Technical Overview* (EuroLaunch, 2009)
- [38] **Friedrich, Rainer / Stemmer, Christian:** *Wiedereintrittsaerodynamik* (Skript zur Vorlesung, TU München, 2006)
- [39] **Gerlach, Phillip / Buntz, Stefan.:** *MWS-Formelsammlung* (Universität Ulm, 2002)
- [40] **Globig, Michael:** *Mit der Tonne in die Atmosphäre* (Max-Planck-Forschung 4/2006)
- [41] **Guglieri, Giorgio / Quagliotti, Fulvia:** *Validation of Simulation Model for a Planetary Entry Capsule* (Journal Of Aircraft, Vol. 40m, No. 1, 2003)
- [42] **Gülhan, A. / Siebe, F. / Requardt, G. / Weihs, H. / Laux, Th. / Longo, J. / Eggers, Th. / Turner, J. / Stamminger, A. / Hörschgen, M.:** *The Sharp Edge Flight Experiment SHEFEX I – A Mission Overview* (RWTH Aachen, DFG Summer-School, 2006)
- [43] **Gumbel, Jörg:** *Atmospheric Science With Sounding Rockets – Present Status and Future Perspectives* (18<sup>th</sup> Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Visby, Schweden, 3-7 Juni 2007)
- [44] **Hase, Frank:** *Inversion von Spurengasprofilen aus hochaufgelösten bodengebundenen FTIR-Messungen in Absorption* (Forschungszentrum Karlsruhe, 2000)
- [45] **Herfs, Wolfgang:** *25 Years of Sounding Rockets for Microgravity Research – A Personal Retrospective* (18<sup>th</sup> Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Visby, Schweden, 3-7 Juni 2007)
- [46] **Hoak, D. E.:** *USAF Stability and Control DATCOM* (Global Engineering Documents, 1978)
- [47] **Hörschgen, Marcus:** *MAXUS-7 – Recovery Sequence Analysis* (Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, MX7\_RSA\_1.1, 2006)
- [48] **Hörschgen, Marcus:** *TEXUS-EML 1 (TX42) – Parachute Trajectory Reconstruction* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, RB-MR, TX-EML-TN-100, 2006)
- [49] **Hübner, Frank:** *Temperaturen der mittleren polaren Atmosphäre (15–80 km): Beobachtungen mit dem ALOMAR Rayleigh/Mie/Raman-Lidar 1995 und 1996 und Vergleiche* (Dissertation, Institut für Atmosphärenphysik, Universität Rostock, 1998)
- [50] **International Earth Rotation Service (IERS):** *TAI-UTC since 1961* ([www.iers.org](http://www.iers.org))
- [51] **International Earth Rotation Service (IERS):** *Bulletin B 213* ([www.iers.org](http://www.iers.org), 2005)
- [52] **International Earth Rotation Service (IERS):** *Bulletin C 30* ([www.iers.org](http://www.iers.org), 2005)
- [53] **Jirka, Prof. Gerhard H.:** *Hydromechanik* (Institut für Hydromechanik, Universität Karlsruhe, 2001)

- [54] **Jung, Wolfgang:** *TEXUS 39 Campaign Handbook* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2001)
- [55] **Jung, Wolfgang:** *TEXUS 40 Campaign Handbook* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2003)
- [56] **Jung, Wolfgang:** *TEXUS EML-1 Pre-Launch Report* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2005-11-29)
- [57] **Jung, Wolfgang / de Magalhães Gomes, Raul:** *TEXUS-43 – Pre-Flight Report* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, Doc. No.: TX43\_PFR\_1.2, 2006)
- [58] **Kaplan, Marshall H.:** *Modern Spacecraft Dynamics & Control* (John Wiley & Sons, New York, 1976)
- [59] **Kayser-Threde GmbH / DLR-RB-MR:** *MAXUS-4 Subsonic, 2-stage Parachute System Failure Description* (Kayser-Threde GmbH Report, Mai 2001)
- [60] **Kayser-Threde GmbH:** *Parachute Failure Report TEXUS-38* (Kayser-Threde GmbH, KT-T38-RP-E-01, 2000)
- [61] **Koop, Thomas:** *Einführung in die Chemie und Physik der Atmosphäre* (Universität Bielefeld, 2002)
- [62] **Koppenwallner, Georg:** *Aerodynamik / Aerothermodynamik des Wiedereintritts* (Hyperschall Technologie Göttingen, 2005)
- [63] **Koppenwallner, Georg:** *Einführung in die Satellitenaerodynamik* (Hyperschall Technologie Göttingen, 2005)
- [64] **Krause, David:** *NSROC, Recovery Systems and Mesquito Vehicle Development* (18<sup>th</sup> Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Visby, Schweden, 3-7 Juni 2007)
- [65] **Lamb, Horace:** *Hydrodynamics* (Cambridge University press, 1932)
- [66] **Laudadio, John F.:** *Prediction of Pressure Fluctuation in Sounding Rockets and Manifolded Recovery Systems* (AIAA 3<sup>rd</sup> Sounding Rocket Technology Conference, Albuquerque, New Mexico, 1973)
- [67] **Lips, Tobias / Fritsche, Bent:** *A comparison of commonly used re-entry analysis tools* (HTG - Hypersonic Technology Göttingen, 2005)
- [68] **Long, José M. A. / Püttmann, Norbert:** *The DLR Sharp Edge Flight Experiment SHEFEX* (DGLR Jahrestagung Dresden, 2004)
- [69] **Lübken, Franz-Josef:** *Report on the Meteorological Rocket Flights from Kourou in Conjunction with the Ariane-502 Launch on October 30, 1997* (Physikalisches Institut der Universität Bonn, 1997)
- [70] **Lyaskin, Anton:** *Changes implemented in REST* (Samara Center of Expertise of the YES2 Project, 2003)
- [71] **Maral, Gérard:** *Systèmes de Télécommunications par Satellite* (Techniques d'Ingénieur)

- [72] **Maral, Gérard / Bousquet, Michel:** *Satellite Communications Systems* (John Wiley & Sons, Fourth Edition, 2002)
- [73] **Markgraf, Markus:** *MAXUS-5 GPS Tracking System – Flight Report* (MAX5-DLR-RB-0001, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., 2003-05-27)
- [74] **Markgraf, Markus:** *VSB-30 – Phoenix GPS Tracking System* (VSB30-DLR-RP-0001, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., 2004-11-21)
- [75] **Markgraf, Markus:** *MAXUS-6 GPS Tracking System – Post Mission Summary* (MAX6-DLR-RP-0001, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., 2004-12-14)
- [76] **Markgraf, Markus / Montenbruck, Oliver:** *Phoenix-HD – A Miniature GPS Tracking System for Scientific and Commercial Rocket Launches* (ESA 6<sup>th</sup> International Symposium on Launcher Technologies, München, 2005)
- [77] **McAnally, J. V. / Engel, C. D.:** *Reentry Aerodynamic Heating Methods for Sounding Rocket Payloads* (5<sup>th</sup> Sounding Rocket Technology Conference, Houston, A79-25751 09-12 New York, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1979, p. 144-150.F19628-77-C-0022, 1979)
- [78] **McGarvey, James F.:** *Recovery of Sounding Rocket Payloads By Center-Of-Gravity Position Control* (American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA 3<sup>rd</sup> Sounding Rocket Technology Conference, Albuquerque, New Mexico, 1973)
- [79] **Meisinger, Reinhold / Karaca, Timur / Taufer, Markus:** *Simulation der Wiedereintrittsbahn der ISS-Rettungskapsel* (ISSN 1616-0762 Sonderdruck der Georg-Simon-Fachhochschule Nürnberg Nr. 12, Nürnberg, 2002)
- [80] **Messerschmid, Ernst / Bertrand, Reinhold / Pohlemann, Frank:** *Raumstationen* (Springer Verlag, ISBN 3-540-60992-X, 1997)
- [81] **Messerschmid, Ernst / Fasoulas, S.:** *Raumfahrtssysteme* (Springer Verlag, ISBN 3-540-66803-9, 2000)
- [82] **Montenbruck, Oliver / Gill, Eberhard:** *Satellite Orbits* (Springer Verlag, 2000)
- [83] **Montenbruck, Oliver / Markgraf, Markus:** *MAXUS-4 Orion GPS Tracking System – Flight Report* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, MAX4-DLR-RP-0001, 2001)
- [84] **Montenbruck, Oliver / Markgraf, Markus:** *TEXUS-39 Orion GPS Tracking System – Flight Report* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, TEX39-DLR-RP-0001, 2001)
- [85] **National Oceanic And Atmospheric Administration / National Aeronautics And Space Administration / United States Air Force:** *U.S. Standard Atmosphere, 1976* (U.S. Government Printing Office, Washington D.C., 1976)
- [86] **Nelson, Robert A.:** *The International System of Units* (Via Satellite, 2000)
- [87] **Nerem, R.M.:** *Terrestrial and Planetary Gravity Fields* (Reviews of Geophysics Vol.33, 1995)
- [88] **Owen, Rachel / Cain, T.:** *Reconstruction of The HYSHOT2 Flight From Onboard Sensors* (ESA, 5<sup>th</sup> Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, 2004)

- [89] **Pfeuffer, Horst:** *TEXUS-43 Post-flight Review* (Kayser-Threde GmbH, 2006)
- [90] **Pfister, Charlotte:** *Gravitative Einflüsse anderer Himmelskörper auf Satellitenbahnen mit Umsetzung in eine MATLAB-Funktion* (Universität Stuttgart, Geodätisches Institut, Studienarbeit, 1999)
- [91] **Platus, D. H.:** *Ballistic Re-entry Vehicle Flight Dynamics* (Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 5, No.1 (4-16), American Institute of Aeronautics and Astronautics AIAA, Inc., 1982)
- [92] **Ploger, G.:** *Black Brant VC, 21.020 G.T. Estimation of the Aerodynamic Coefficients of the Payload with Cut-Off Ogive through 90° Angle of Attack* (Fairchild % Electronics Division, WHD/305/468, 1973-02-05)
- [93] **Ratajczak, Thomas:** *MATLAB®/Simulink®-Programmierung des dynamischen Verhaltens einer rotierenden Raketennutzlast / Entwurf und Simulation eines aktiven Kaltgas-Regelungssystems* (Universität der Bundeswehr München, Institut für Raumfahrttechnik, 2001)
- [94] **Redsword Cooperation:** *Introduction to GPS Application* (Webpage, 2003)
- [95] **Regan, Frank J.:** *Re-Entry Vehicle Dynamics* (American Institute of Aeronautics and Astronautics AIAA, Inc., 1984)
- [96] **Regan, Frank J. / Anandkrishnan, Satya M.:** *Dynamics of Atmospheric Re-Entry* (American Institute of Aeronautics and Astronautics AIAA, Inc., 1993)
- [97] **Schaub, Hanspeter / Junkins, John L.:** *Analytical Mechanics of Space Systems* (American Institute of Aeronautics and Astronautics AIAA, Inc., 2003)
- [98] **Schmitt, Günter:** *MAXUS-4 Failure Inquiry Board Meeting Report* (Kayser-Threde GmbH, 28. Juni 2001)
- [99] **Schmucker, Robert H.:** *Fernwaffen in Entwicklungsländern* (Skriptum zur Vorlesung, TU München, 2003)
- [100] **Schütte, Andreas:** *Sounding Rocket Program Developments for the Future* (18<sup>th</sup> Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Visby, Schweden, 3-7 Juni 2007)
- [101] **Seeber, Gunter:** *Satellitengeodäsie – Grundlagen, Methoden und Anwendungen* (Walter de Gruyter, 1989)
- [102] **Seibert, Günther:** *The History of Sounding Rockets and their Contribution to European Space Research* (18<sup>th</sup> Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Visby, Schweden, 3-7 Juni 2007)
- [103] **Sentenai, Alina:** *Aerodynamic and Thermal Analysis of the Soyuz Launcher in Kourou, French Guiana* (TU München, Diplomarbeit RT-DA 05/03, 2005-12-06)
- [104] **Stamminger, Andreas:** *MAXUS-2 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-10)
- [105] **Stamminger, Andreas:** *MAXUS-4 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-18)

- [106] **Stamminger, Andreas:** *MAXUS-5 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-18)
- [107] **Stamminger, Andreas:** *MAXUS-6 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-18)
- [108] **Stamminger, Andreas:** *MAXUS-7 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-18)
- [109] **Stamminger, Andreas:** *TEXUS-38 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-05)
- [110] **Stamminger, Andreas:** *TEXUS-39 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-05)
- [111] **Stamminger, Andreas:** *TEXUS-40 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-10)
- [112] **Stamminger, Andreas:** *TEXUS-41 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-10)
- [113] **Stamminger, Andreas:** *TEXUS-42 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-12)
- [114] **Stamminger, Andreas:** *TEXUS-43 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-12)
- [115] **Stamminger, Andreas:** *VSB-30 – Drag Coefficient Verification of 2nd Stage* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-05)
- [116] **Stamminger, Andreas:** *VSB-30 TF Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-04-20)
- [117] **Stamminger, Andreas:** *Atmospheric Re-Entry Analysis of Sounding Rocket Payloads* (18<sup>th</sup> Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Visby, Schweden, 3.-7. Juni 2007)
- [118] **Stamminger, Andreas:** *Cuma-2 Reentry Analysis* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., RB-MR, 2007-08-04)
- [119] **Steiner, W. / Schagerl, M:** *Raumflugmechanik* (Springer Verlag, ISBN 3-540-20761-9, 2004)
- [120] **Stevens, Brian L. / Lewis, Frank L.:** *Aircraft Control and Simulation* (Wiley, 2003, 2<sup>nd</sup> Edition)
- [121] **Tong, Donald:** *Payload Vehicle Aerodynamics Re-Entry Analysis* (Journal Of Spacecraft And Rockets, Vol. 29, No.5, September-October 1992)
- [122] **Turner, John / Hörschgen, Marcus / Turner, Peter / Ettl, Josef / Jung, Wolfgang / Stamminger, Andreas:** *SHEFEX - The Vehicle and Sub-Systems for a Hypersonic Re-Entry Flight Experiment* (17<sup>th</sup> ESA Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Sandefjord, Norway, 2005)
- [123] **Turner, J. / Hörschgen, M. / Jung, W. / Stamminger, A. / Turner, P.:** *SHEFEX – Hyper-*

- sonic Re-Entry Flight Experiment – Vehicle and Subsystem Design, Flight Performance and Prospects* (AIAA 14<sup>th</sup> Spaceplane Systems and Technologies Conference, Canberra, 2006)
- [124] **Vallado, David A.:** *Fundamentals of Astrodynamics and Applications* (McGraw-Hill Companies, Inc, 1997)
- [125] **von Braun, Wernher / Ordway, Frederick J.:** *Raketen* (Udo Pfriemer Verlag, 1979, ISBN 3-7906-0083-0)
- [126] **Wagner, Prof. Otto:** *Vorlesungsunterlagen „Raummechanik I“* (TU München, Lehrstuhl für Flugmechanik, 2000)
- [127] **Walter, Prof. Ulrich:** *Astronautics* (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2008)
- [128] **Weih, H. / Longo, J. M. / Gülhan, A.:** *The Sharp Edge Flight Experiment SHEFEX* (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. DLR, 2003)
- [129] **Wertz, James R.:** *Spacecraft Attitude Determination and Control* (Reidel Publishing Company, 1995)
- [130] **Wertz, James R. / Larson, Wiley J.:** *Space Mission Analysis And Design* (Microcosm Inc., Second Edition, 1996)
- [131] **Wiesel, William E.:** *Spaceflight Dynamics* (McGraw-Hill, Inc., 1989)
- [132] **Wilczyńska, B. / Góra, D / Homola, P. / Keilhauer, B. / Klages, H. / Pękala, J. / Wilczyński, H.:** *Importance of Atmospheric Model in Shower Reconstruction* (28<sup>th</sup> International Cosmic Ray Conference, 2003)
- [133] **Wilde, Markus:** *Mission Operations and Simulation for the DANDE spacecraft* (TU München, Diplomarbeit RT-DA 2007/09, 2008-04-09)
- [134] **Wille, Rudolf:** *Strömungslehre* (Skript zur Vorlesung, 8. Auflage, TU Berlin, 2005)

## 10. Appendix A – Raumgeometrie und Koordinatensysteme

Dieser Anhang wird einige in dieser Arbeit benötigte Begriffe und Definitionen der Zeit erklären und die für Raketenbahnen verwendeten Koordinatensysteme beschreiben. Zeit- und fundamentale Referenzsysteme basieren traditionell auf der Rotations- und Translationsbewegung der Erde. Später kamen durch Atomuhren gestützte Zeitmessungen und nicht-rotierende quasi-starre Sternen-Referenzsysteme hinzu.

### 10.1 Zeit

Der Hauptzweck der Zeit ist es, mit Präzision den Moment eines Phänomens zu definieren. Dieser Moment wird **Datum** eines Ereignisses genannt.

Um das Datum eines Ereignisses zu bestimmen, wird die Idee eines präzisen Zeitintervalls benötigt. Historisch wurde die **Sekunde**, die Einheit der Zeit, abhängig von der Dauer der Rotation der Erde um ihre Achse als  $1/86.400$  eines mittleren Sonnentages definiert. Der Name Sekunde bedeutet „Zweite Minute“ und wurde als erstes im 17. Jahrhundert zur Zeitmessung angewendet, als Pendeluhren erfunden wurden, die Zeit in solcher Präzision darstellen konnten. Die Länge eines Sonnentages wird bestimmt durch die aufeinanderfolgenden Meridian-Durchgänge der Sonne. Durch die Bewegung der Erde um die Sonne ändert sich die Rektaszension ungefähr um ein Grad pro Tag und so ist der Sonnentag um circa 4 Minuten länger als die Dauer einer Umdrehung der Erde. Eine Umdrehung, oder auch Siderischer Tag, dauert 23 h 56 min 4.1 sec und entspricht der Zeit zwischen zwei Meridian-Durchgängen des Frühlingspunktes [Montenbruck, [82], 2000], [Nelson, [86], 2000].

In Hinblick auf die Exzentrizität der Umlaufbahn der Erde und die daher auftretenden jahreszeitlichen Veränderungen der scheinbaren Sonnenbewegung war die Sonne für zeitbestimmende Anwendungen nicht gut geeignet. Daher musste es durch das Konzept der mittleren Sonne ersetzt werden, deren Rektaszension gleichmäßig mit einer Rate wandert, die durch Beobachtungen und analytische Ephemeriden bestimmt wurde<sup>97</sup>. Damit wurde 1925 die **Greenwich Mean Time GMT** oder **Universale Zeit UT1** als internationale Zeitskala für astronomische und zivile Anwendung eingeführt [Montenbruck, [82], 2000], [Nelson, [86], 2000].

Weitere für das Verständnis der verwendeten Koordinatensysteme wichtige Zeitskalen, Begriffe und die Umrechnungen zwischen den einzelnen Zeitskalen werden in den folgenden Unterkapiteln erläutert.

#### 10.1.1 Ephemeridenzeit ET

Im zwanzigsten Jahrhundert erkannten Astronomen, dass die Rotation der Erde nicht konstant ist. Durch die Gezeitenkräfte des Mondes auf die Meere verlängert sich die Dauer eines Tages jedes Jahrhundert um 1.4 Millisekunden. Auch wenn diese Zahl winzig erscheint, ist sie doch kumulativ. In den letzten 2000 Jahren hat die Erde als Uhr über drei Stunden verloren. Der Effekt kann durch Vergleich von unter der Annahme gleichförmiger Rotation, berechneten Regionen früherer Sonnenfinsternisse mit Aufzeichnungen der tatsächlichen Beobachtungsorte auf der Erde gemessen werden. Als Konsequenz wurde 1956 die Sekunde auf die Dauer eines Umlaufs der Erde um die

<sup>97</sup> Die dazu verwendeten Tabellen der Sonnendaten wurden durch den Astronomen **Simon Newcomb** (1835–1909) am U.S. Naval Observatory in Washington, D.C. berechnet.

Sonne für die Epoche 1900 umdefiniert. Die operationelle Bedeutung dieser Definition war es, den linearen Koeffizienten in Newcombs Formeln für den mittleren Längengrad der Sonne zu übernehmen, um die Einheit der Zeit zu bestimmen. Die Sekunde wurde als  $\frac{1}{31556925,9747}$  Teil des tropischen Jahrs 1900 definiert. 1960 wurde eine neue Zeitskala beschlossen, die ausschließlich auf den Orbit-Bewegungen der Körper des Sonnensystems basiert. Diese Zeitskala, bekannt als **Ephemeridenzeit ET**, definiert Zeit als unabhängiges Argument der Planeten- und Mond-Ephemeriden. Basierend auf dieser Definition konnte ET durch Vergleich der beobachteten Position der Sonne, der Planeten oder des Erdmondes mit durch analytische oder numerische Bewegungstheorien vorhergesagten Datentabellen bestimmt werden. Ephemeridenzeit ET ist daher der Prototyp der dynamischen Zeitskala, die Zeit als eine kontinuierliche und gleichmäßig vergehende physikalische Größe in der dynamischen Bewegungstheorie betrachtet [Montenbruck, [82], 2000], [Nelson, [86], 2000].

### 10.1.2 Internationale Atomzeit TAI

Die schnelle Entwicklung der Atomuhren erlaubte bald eine andere Definition der Zeit. Die erste Atomuhr wurde am National Bureau of Standards 1949 gebaut und verwendete eine Ammonium ( $\text{NH}_3$ )<sup>98</sup> Absorptionslinie um die Frequenzerzeugung zu kontrollieren.

Die 13te Conférence Générale des Poids et Mesures<sup>99</sup>, abgekürzt als CGPM, definierte im Jahre 1967 die Sekunde als die Dauer von 9.192.631.770 Perioden der Strahlung, welche dem Übergang zwischen den beiden Grundzuständen des Caesium-133 Atoms ( $^{133}\text{Cs}$ ) entspricht. 1972 wurde die **Internationale Atomzeit TAI** definiert. Ihr waren Beobachtungen des Mondes zu Grunde gelegt worden, dessen Ephemeride indirekt mit der scheinbaren Bewegung der Sonne verbunden ist, und sie war in den Grenzen der experimentellen Unsicherheit übereinstimmend mit der vorherigen Definition [Nelson, [86], 2000]. Diese Zeitskala konnte in jedem Labor gemessen werden und ist unabhängig von dynamischen Modellen. Eine genauere Beschreibung der Atomzeit kann in [Montenbruck, [82], 2000] gefunden werden.

Die Internationale Atomzeit TAI stimmt mit der Terrestrischen Zeit TT bis auf einen konstanten Abstand von 32.184 s überein [Montenbruck, [82], 2000]. Damit stimmt die TAI mit der Universalen Zeit am 1. Januar 1958 fast genau überein.

### 10.1.3 Terrestrische Zeit TT und Geozentrische Koordinaten Zeit TCG

Die **Terrestrische Zeit TT** ist eine konzeptionelle einheitliche Zeitskala, die von einer idealen Uhr auf der Oberfläche des Erdgeoids gemessen werden würde. Gemessen wird in Tagen von 86400 Sekunden Länge.

$$TT = TAI + 32.184 \text{ s}$$

Gl. 10-1 [Montenbruck, [82]]

Die Terrestrische Zeit verhält sich im Sinne der Newton'schen Mechanik und ist nicht abhängig von der Position und Bewegung der Uhr.

Betrachtet man die relativistische Zeitkoordinate in der Raumzeit, so erhält man die **Geozentrische Koordinaten Zeit TCG**. Für die vier-dimensionale Raumzeit-Transformation benötigt man Kenntnisse über die Raumzeit-Metrik, die von dem Ort und der Bewegung der Gravitationsmassen

<sup>98</sup> Spätere Atomuhren verwenden Caesium ( $^{133}\text{Cs}$ ), Wasserstoff ( $^1\text{H}$ ) oder Rubidium ( $^{87}\text{Rb}$ ).

<sup>99</sup> Deutsch: Allgemeine Konferenz über Gewichte und Messungen.

abhängt. Im Sonnensystem ist eine Post-Newton'sche Näherung der 1ten Ordnung ausreichend für die Betrachtung der relativistischen Effekte. Diese ergibt sich aus der Terrestrischen Zeit  $TT$  mit folgender Gleichung.

$$TCG = TT + 6.9692903 \cdot 10^{-10} \cdot (JD - 2443144.5 \text{ d}) \cdot 86400 \frac{\text{s}}{\text{d}} \quad \text{Gl. 10-2} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$TCG$  stimmt mit  $TT$  am 1.0 Januar 1977 überein. Um die Epoche J2000 beträgt der Unterschied zwischen  $TCG$  und  $TT$  bereits etwa 0.5 s.

#### 10.1.4 Greenwich Mean Sidereal Time GMST

Die **Greenwich Mean Sidereal Time GMST** ist der Greenwich Stundenwinkel zwischen dem Frühlingspunkt<sup>100</sup> und dem Greenwich Meridian. Es ist eine direkte Messung der Erdrotation und kann in Winkleinheiten ( $360^\circ$  oder  $2\pi$ ) oder in Zeiteinheiten (24 h) ausgedrückt werden. Mit SI Sekunden ist die Länge eines siderischen Tages 23 h 56 min 4.091 s – also etwa vier Minuten kürzer als ein Sonnentag. Durch die Variation der Tageslänge in der Höhe einiger Millisekunden, kann die siderische Zeit nicht aus anderen Zeitskalen mit genügender Präzision berechnet werden und muss daher aus astronomischen Beobachtungen hergeleitet werden.

#### 10.1.5 Universale Zeit UT1

Die **Universale Zeit UT1** ist die heutige Umsetzung der mittleren Sonnenzeit mit dem Zweck eine konstante Tageslänge von 24 h zu erreichen. Die Länge einer Sekunde der Universal Zeit ist nicht konstant, da sie abhängig von der Erdrotation und der anscheinenden Bewegung der Sonne ist. Auch hier ist es nicht möglich, die Universal Zeit direkt aus der Atomzeit zu errechnen, da die Erdrotation nicht genau genug vorhergesagt werden kann. Jede Änderung in der Erdrotation verändert die Länge eines Tages und muss deshalb in  $UT1$  beachtet werden. Die Universale Zeit  $UT1$  ist daher definiert als eine Funktion der siderischen Zeit, die direkt die Rotation der Erde widerspiegelt. Für jeden Tag kann für die Zeit  $UT1$  die Greenwich Mean Sidereal Time mit folgender Gleichung ermittelt werden:

$$GMST(UT1) = 24110.54841 \text{ s} + (8640184.812866 \text{ s}) \cdot T_0 + 1.002737909350795 \cdot UT1 \\ + (0.093104 \text{ s}) \cdot T^2 - (0.0000062 \text{ s}) \cdot T^3$$

Gl. 10-3 [Montenbruck, [82]]

Dabei bedeutet das Zeitargument  $T_0$  die Anzahl der Julianischen Jahrhunderte in Universal Zeit, die seit dem 1.5 Januar 2000 UT1 bis zum Anfang des Tages ( $0^h$  UT1) verstrichen sind.

$$T_0 = \frac{JD(0^h UT1) - 2451545 \text{ d}}{36525 \text{ d}} \quad \text{Gl. 10-4} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Dabei bedeutet  $JD$ , dass die Zeit in Julianischen Tagen<sup>101</sup> angegeben wird.

<sup>100</sup> Siehe Definition des Frühlingspunkts in Kapitel 10.2.1.

<sup>101</sup> Siehe auch Definition Julianisches Datum in Kapitel 10.1.8.

Das Zeitargument  $T$  ist dementsprechend die Anzahl der Julianischen Jahrhunderte in Universal Zeit, die seit dem 1.5 Januar 2000 UT1 bis zu der Zeit  $UT1$  verstrichen sind.

$$T = \frac{JD(UT1) - 2451545 \text{ d}}{36525 \text{ d}} \quad \text{Gl. 10-5} \quad [\text{Montenbruck, [82]]}$$

Der Unterschied zwischen Universal Zeit  $UT1$  und Terrestrischer Zeit  $TT$  oder Atomzeit  $TAI$  kann nur durch kontinuierliche Messungen bestimmt werden. Am 1. Oktober 2005 beträgt die Differenz schon etwa 64.79 s und wächst jedes Jahr um 0.5 bis 1 s [IERS, [51], 2005].

$$TT \approx UT1 + 64.79 \text{ s} + 0.5 \cdot 1 \text{ s} \cdot (\text{year} - 2005) \quad \text{Gl. 10-6} \quad [\text{Montenbruck, [82]]}$$

Zusätzlich zur längerfristigen Variation, die durch die Reibungskräfte der Gezeiten im Erd-Mond-System verursacht werden, ist  $UT1$  auch noch periodischen Schwankungen in der Größe von etwa 1 ms unterworfen, die durch Gezeitenstörungen des polaren Trägheitsmoment hervorgerufen werden. Werte für den Unterschied zwischen  $UT1$  und  $TAI$  werden monatlich in der Bekanntmachung B (Bulletin B) des **International Earth Rotation Service IERS**<sup>102</sup> veröffentlicht [IERS, [51], 2005].

### 10.1.6 Coordinated Universal Time UTC

Die **Coordinated Universal Time UTC** ist die Uhrzeit, die in unserem Alltag verwendet wird. Seit 1972 wird sie bestimmt durch Atomuhren, die im selben Takt mit der International Atomic Time TAI und der Terrestrischen Zeit TT laufen. Durch die Verwendung von Schaltsekunden, welche im Juni oder Dezember eingefügt werden, wird gewährleistet, dass die UTC nie mehr als 0.9 s von der Universal Zeit UT1 abweicht. Zwischen 1972 und 1999 wurden insgesamt 23 Schaltsekunden eingefügt, so dass sich UTC zu TAI seit dem 1. Januar 2006 wie folgt verhält [IERS, [52], 2005]:

$$TAI = UTC + 33 \text{ s} \quad \text{Gl. 10-7} \quad [\text{IERS, [52]]}$$

Neue Schaltsekunden werden in der Benachrichtigung C (Bulletin C) des IERS etwa ein halbes Jahr vor ihrer Einführung bekanntgegeben. Eine Tabelle mit den Schaltsekunden seit 1961 befindet sich im Unterkapitel 10.1.10 [IERS, [50], 2005].

### 10.1.7 Baryzentrische Dyn. Zeit TDB und Baryzentrische Koordinaten Zeit TCB

Die **Baryzentrische Dynamische Zeit TDB** ist definiert als die unabhängige Variable der Bewegungsgleichung im Bezug auf das Baryzentrum des Sonnensystems. Solare und siderische Zeit fluktuieren durch die kombinierten Effekte der Sonne, des Mondes und der Planeten. Viele der astronomischen Bewegungsgleichungen beziehen sich heute auf das Baryzentrum des Sonnensystems. Das TDB-System wurde 1976 übernommen [Vallado, [124], 1997]. Werden relativistische Effekte beachtet, so spricht man von der **Baryzentrischen Koordinaten Zeit TCB**. Diese stimmt mit der Baryzentrischen Dynamischen Zeit TDB am 1. Januar 1977 überein und wird mit folgender Gleichung berechnet:

$$TCB = TDB + 1.5505197487 \cdot 10^{-8} \cdot (JD_{UT1} - 2443144.5 \text{ d}) \cdot 86400 \frac{\text{s}}{\text{d}} \quad \text{Gl. 10-8} \quad [\text{Montenbruck, [82]]}$$

---

<sup>102</sup> Das IERS begann seine Arbeit im Jahr 1988 und ersetzte den International Polar Motion Service (IPMS) und die Erdrotationsabteilung des Bureau International d'Heure (BIH).

Der Unterschied zwischen TCB und TT beträgt um die Epoche J2000 bereits etwa 11 s. Damit die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit nicht verletzt wird, sind die Längen im TCB und TDB System verschieden.

### 10.1.8 Julianisches Datum JD

Ein weiteres wichtiges Konzept in der Astrodynamik ist das **Julianische Datum**. Das Julianische Datum, abgekürzt als JD, ist die kontinuierliche Anhäufung der Zeit in Tagen seit der Epoche 1ter Januar, 4713 A.C. 12:00 Uhr<sup>103</sup>. Es gibt empirische Formeln, welche das Julianische Datum aus einem bekannten Datum und Zeit liefern, aber ihre Benutzung ist beschränkt, da das Julianische Datum kontinuierlich ist, während der Kalender periodische Schritte durch die Hinzufügung von Schaltjahren und Sekunden enthält. Das Julianische Standard Datum ist  $JD_{UT1}$  [Vallado, [124], 1997]. Aus historischen Gründen wird mit dem Zählen der Tage um 12 Uhr mittags begonnen, da man ein Wechsel des Datums in der Mitte einer Beobachtung vermeiden wollte [Montenbruck, [82], 2000].

Da die Werte der Julianischen Daten üblicherweise sehr groß sind, gibt es Anpassungen, welche die Größe des Datums reduzieren und den Beginn des Zählens um Mitternacht ermöglichen. Zum Beispiel das CNES Julianische Datum, das mit  $JD_{50} = JD_{UT1} - 2433282.5$  d berechnet wird.

Für die während der Flugdatenanalyse der Höhenforschungsnutzlasten durchgeführten Berechnungen wurde das Modifizierte Julianische Datum MJD verwendet.

$$MJD = JD_{UT1} - 2400000.5 \text{ d} \quad \text{Gl. 10-9} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Für die Umrechnung für das weltweit dominierende und im Alltag der meisten Menschen gebräuchliche Datum und seine Zeit können numerische Algorithmen verwendet werden. Die Methode, die in [Montenbruck, [82], 2000] beschrieben wird, basiert auf **J. Meeus** und beachtet folgende Punkte [Montenbruck, [82], 2000]:

- Die zivile Zeit wird in Jahr (Year), Monat (Month) und Tag (Day) ausgedrückt. Sowohl der Tag der zivilen Zeit als auch der Julianische Tag kann Anteile eines angebrochenen Tages enthalten.
- Die Jahre vor Jesus Christus (A.C.) werden in allen Formeln astronomisch gezählt. Das vor dem Jahr 1 A.D. liegende Jahr entspricht daher dem Jahr (Year) = 0 und 10 A.C. entspricht dem Jahr (Year) = -9.
- Der Julianische Tag beginnt, wie bereits erwähnt, um 12 Uhr mittags.
- Der Julianische Kalender wurde bis zum 4. Oktober 1582 verwendet, welches dem Julianischen Tagen  $JD_{UT1} < 2229160.5$  d entspricht. Die durchschnittliche Länge des Jahres wurde im Julianischen Kalender als 365.25 Tage angenommen, was einen zusätzlichen Tag alle vier Jahre nötig werden ließ. Die echte Länge des mittleren Sonnenjahres ist allerdings um etwa 11 Minuten geringer. Im Jahr 1582 A.D. hatte sich der Fehler des Julianischen Kalenders, der

<sup>103</sup> Die eigentliche Bestimmung wurde durch **Joseph Justus Scaliger** (1540-1609) im Jahre 1582 gemacht. Er kombinierte den Sonnenzyklus (28 Jahre), den Metonischen Zyklus (benannt nach **Meton von Athen** (ca. 440 A.C.), 19 Jahre) und die Römische Indikation (15 Jahre) um eine Julianische Periode, bestehend aus 7980 Julianischen Jahren, jedes mit 365.25 Tagen, einzuführen. Da die drei Zyklen bereits etabliert waren, war der einzige gemeinsame Punkt der Zyklen das Jahr 4713 A.C..

im Jahr 45 A.C. eingeführt wurde, auf bereits 10 Tage akkumuliert. Dies führte zur Kalenderreform unter Papst Gregor XIII (1502–1585).

- Der Gregorianische Kalender wird seit dem 15. Oktober 1582 verwendet, gilt also für das Julianische Datum  $JD_{UT1} \geq 2299160.5$  d. Die durchschnittliche Länge eines Jahres in diesem Kalender ist 365.2425 Tage, was etwas weniger als eine halbe Minute von dem mittleren Sonnenjahr von 365.2422 Tagen abweicht. In der Praxis wird dies durch das Einsetzen eines zusätzlichen Tages in jedem vierten Jahr ausgeglichen. Allerdings wird dies drei Mal in 400 Jahren ausgesetzt. Als Regel gilt, jedes Jahr, das durch vier teilbar ist, ist ein Schaltjahr, es sei denn es ist durch 100 teilbar. Allerdings sind die Jahre, die durch 400 teilbar sind, doch wieder Schaltjahre. In den Schaltjahren wird der 29. Februar im Kalender eingefügt.

Die Umrechnungsalgorithmen sind in Unterkapitel 10.1.9 ausführlich beschrieben.

### 10.1.9 Umrechnung zwischen Modifiziertem Julianischem Datum und Kalender-Datum

In diesem Anhang wird die Umrechnung eines Zeitpunktes im Modifizierten Julianischen Datum in ein Kalender-Datum und umgekehrt nach der Methode in [Montenbruck, [82], 2000] beschrieben.

#### 10.1.9.a Berechnung eines Mod. Julianischen Datums aus einem Kalender-Datum

Die Behandlung von Schaltjahren in der Berechnung des Modifizierten Julianischen Datums wird erleichtert, indem das Jahr in den Algorithmen vom 1. März bis Ende Februar durchlaufen gelassen wird. Es gelten folgende Formeln:

$$y = \begin{cases} Year - 1 & \text{if } Month \leq 2 \\ Year & \text{else} \end{cases} \quad \text{Gl. 10-10 [Montenbruck, [82]]}$$

Und

$$m = \begin{cases} Month + 12 & \text{if } Month \leq 2 \\ Month & \text{else} \end{cases} \quad \text{Gl. 10-11 [Montenbruck, [82]]}$$

Schaltjahre im Julianischen und Gregorianischen Kalender werden durch die zusätzliche Größe B einbezogen:

$$B = \begin{cases} -2 + \left(\frac{Year + 4716}{4}\right) - 1179 & \text{until } 4.Oct.1582 \\ + \left(\frac{Year}{400}\right) - \left(\frac{Year}{100}\right) + \left(\frac{Year}{4}\right) & \text{from } 10.Oct.1582 \end{cases} \quad \text{Gl. 10-12 [Montenbruck, [82]]}$$

Das Modifizierte Julianische Datum mit Anteilen eines Tages ist gegeben durch

$$MDJ = 365 \cdot y - 679004 + B + \lceil 30.6001 \cdot (m + 1) \rceil + Day \quad \text{Gl. 10-13 [Montenbruck, [82]]}$$

Hierbei bedeuten die eckigen Klammern, dass nur der ganzzahlige Anteil zählt. Die Variable *MJD* hat die Einheit d.

### 10.1.9.b Berechnung eines Kalender-Datums aus einem Modifizierten Julianischen Datum

Die Berechnung eines Kalender-Datums aus einem Modifizierten Julianischen Datum benötigt einige Zwischenschritte. Als erstes wird der ganzzahlige Julianische Tag bestimmt:

$$a = [MJD] + 2400001 \quad \text{Gl. 10-14} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

wobei die eckigen Klammern bedeuten, dass nur der ganzzahlige Anteil zählt. Außerdem wird *MJD* ohne Einheiten verwendet.

Die zusätzlichen Größen *b* und *c* werden definiert durch folgende Gleichungen, abhängig davon ob sich das MJD im Julianischen Kalender ( $a < 2299161$ ) oder im Gregorianischen Kalender befindet:

$$b = \begin{cases} 0 & \text{if } a < 2299161 \\ \left[ \frac{a - 1867216.25}{36524.25} \right] & \text{else} \end{cases} \quad \text{Gl. 10-15} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$c = \begin{cases} a + 1524 & \text{if } a < 2299161 \\ a + b - \frac{b}{4} + 1525 & \text{else} \end{cases} \quad \text{Gl. 10-16} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Im nächsten Schritt werden die zusätzlichen Größen *d*, *e* und *f* berechnet:

$$d = \left[ \frac{(c - 122.1)}{365.25} \right] \quad \text{Gl. 10-17} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$e = 365 \cdot d + \frac{d}{4} \quad \text{Gl. 10-18} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$f = \left[ \frac{c - e}{30.6001} \right] \quad \text{Gl. 10-19} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Anschließend erhält man das Kalender-Datum durch folgende Schritte. Der Tag des Monats ist

$$\text{Day} = c - e - [30.6001 \cdot f] \quad \text{Gl. 10-20} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

der Monat des Jahres ist

$$\text{Month} = f - 1 - 12 \cdot \left[ \frac{f}{14} \right] \quad \text{Gl. 10-21} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

und das Jahr ist in astronomischer Zählweise bestimmt durch

$$\text{Year} = d - 4715 - \left[ \frac{(7 + \text{Month})}{10} \right] \quad \text{Gl. 10-22} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die Stunden berechnen sich mit folgender Gleichung, wobei *MJD* ohne Einheiten verwendet wird:

$$Hour = \left[ 24 \cdot (MDJ - [MDJ]) \right] \quad \text{Gl. 10-23}$$

Die Minuten folgen aus der nächsten Gleichung, wobei *MJD* ohne Einheit verwendet wird:

$$Min = \left[ \left( 24 \cdot (MDJ - [MDJ]) - Hour \right) \cdot 60 \right] \quad \text{Gl. 10-24}$$

Die Sekunden berechnen sich mit

$$Sec = \left( \left( 24 \cdot (MDJ - [MDJ]) - Hour \right) \cdot 60 - Min \right) \cdot 60 \quad \text{Gl. 10-25}$$

Auch hier wird *MJD* ohne Einheit verwendet.

### 10.1.10 Schaltsekunden in der Coordinated Universal Time UTC seit 1961

Die folgende Tabelle enthält die Schaltsekunden seit 1961 die benötigt werden, um die Coordinated Universal Time UTC aus der Internation Atomic Time TAI zu berechnen (siehe Unterkapitel 10.1.6.).

**Tabelle 10-1: Schaltsekunden in UTC seit 1961 [IERS, [50], 2005]**

<b>Zeitpunkt</b>	<b>UTC-TAI</b>
<b>1961-Jan-01</b>	$-1.4228180 \text{ s} - (MJD - 37300 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1961-Aug-01</b>	$-1.3728180 \text{ s} - (MJD - 37300 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1962-Jan-01</b>	$-1.8458580 \text{ s} - (MJD - 37665 \text{ d}) \cdot 0.0011232 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1963-Nov-01</b>	$-1.9458580 \text{ s} - (MJD - 37665 \text{ d}) \cdot 0.0011232 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1964-Jan-01</b>	$-3.2401300 \text{ s} - (MJD - 38761 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1964-Apr-01</b>	$-3.3401300 \text{ s} - (MJD - 38761 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1964-Sep-01</b>	$-3.4401300 \text{ s} - (MJD - 38761 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1965-Jan-01</b>	$-3.5401300 \text{ s} - (MJD - 38761 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1965-Mar-01</b>	$-3.6401300 \text{ s} - (MJD - 38761 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1965-Jul-01</b>	$-3.7401300 \text{ s} - (MJD - 38761 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1965-Sep-01</b>	$-3.8401300 \text{ s} - (MJD - 38761 \text{ d}) \cdot 0.001296 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1966-Jan-01</b>	$-4.3131700 \text{ s} - (MJD - 39126 \text{ d}) \cdot 0.002592 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1968-Feb-01</b>	$-4.2131700 \text{ s} - (MJD - 39126 \text{ d}) \cdot 0.002592 \frac{\text{s}}{\text{d}}$
<b>1972-Jan-01</b>	-10 s
<b>1972-Jul-01</b>	-11 s
<b>1973-Jan-01</b>	-12 s
<b>1974-Jan-01</b>	-13 s
<b>1975-Jan-01</b>	-14 s
<b>1976-Jan-01</b>	-15 s
<b>1977-Jan-01</b>	-16 s
<b>1978-Jan-01</b>	-17 s
<b>1979-Jan-01</b>	-18 s

<b>1980-Jan-01</b>	-19 s
<b>1981-Jul-01</b>	-20 s
<b>1982-Jul-01</b>	-21 s
<b>1983-Jul-01</b>	-22 s
<b>1985-Jul-01</b>	-23 s
<b>1988-Jan-01</b>	-24 s
<b>1990-Jan-01</b>	-25 s
<b>1991-Jan-01</b>	-26 s
<b>1992-Jul-01</b>	-27 s
<b>1993-Jul-01</b>	-28 s
<b>1994-Jul-01</b>	-29 s
<b>1996-Jan-01</b>	-30 s
<b>1997-Jul-01</b>	-31 s
<b>1999-Jan-01</b>	-32 s
<b>2006-Jan-01</b>	-33 s

## 10.2 Koordinatensysteme

Dieses Unterkapitel beschäftigt sich mit den Koordinatensystemen, welche für die Bahnrechnungen des Flugkörpers wichtig sind. Daher wird etwas genauer auf die Geodäsie<sup>104</sup> eingegangen.

Als Gründer der Geodäsie wird oft **Eratosthenes** (276–195 A.C.) genannt, der eine kugelförmige Erde annehmend, den Erdradius mit einer Unsicherheit von 2 % berechnete. Durch Messungen der Schattenlänge eines Stabes in Alexandria und in Syene, dem heutigen Assuan, und unter der Annahme, dass die Sonnenstrahlen parallel auf die Erde treffen, gelang es ihm den Erdumfang in Abhängigkeit der Entfernung zwischen den beiden Städten zu berechnen. Seine Berechnungen ergaben, dass die Strecke etwa 50-mal in den Erdumfang hineinpasst. Die Messung der Entfernung zwischen Alexandria und Syene ergab 5000 Stadien. Ein Stadion entspricht 157.5 m. Für den Erdumfang ergaben sich damit etwa 39375 km.

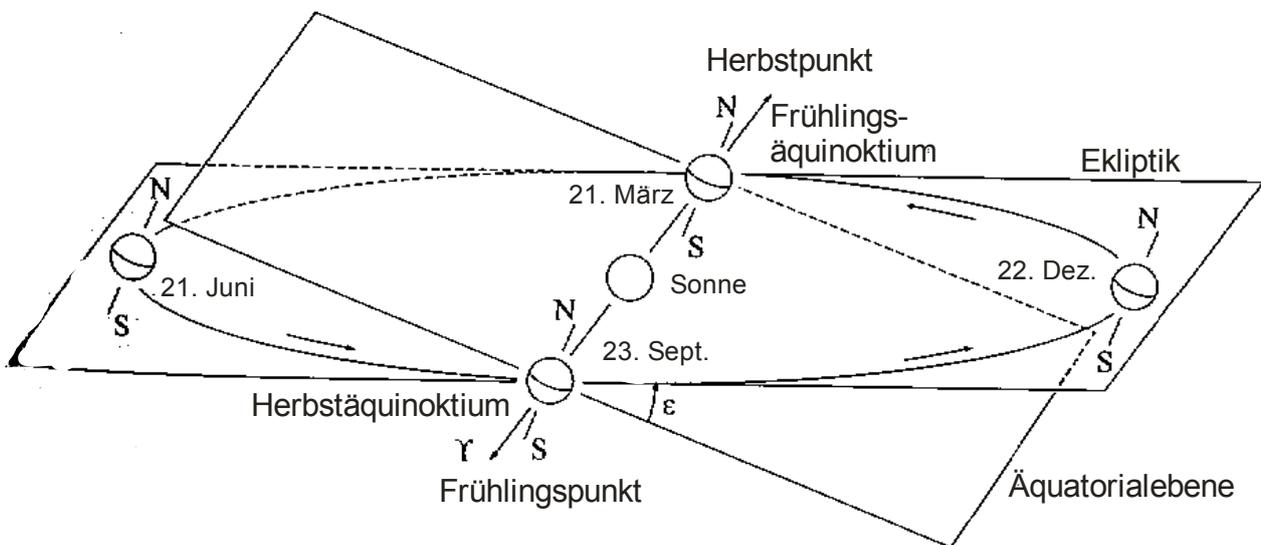
### 10.2.1 Erd-Zentriertes Inertialsystem (ECI)

Dieses System hat, wie der Name schon impliziert, seinen Ursprung in dem Zentrum der Erde und wird üblicherweise mit den Buchstaben  $x_{\text{ECI}}$ ,  $y_{\text{ECI}}$  und  $z_{\text{ECI}}$  bezeichnet. Die grundlegende Ebene ist der Erdäquator. Die  $x_{\text{ECI}}$ -Achse zeigt in Richtung des Frühlingspunktes. Die  $z_{\text{ECI}}$ -Achse wird durch den Nord-Pol verlängert. Die  $y_{\text{ECI}}$ -Achse ist 90° nach Osten in der Äquatorialen Ebene gedreht und bilden damit ein Rechtssystem (siehe Abbildung 10-2).

Bevor eine Definition des Frühlingspunktes gegeben werden kann, müssen einige Ausdrücke der Erdbewegung um die Sonne geklärt werden. Die **Eklptik** ist definiert als die mittlere Ebene des Erdborbits um die Sonne. Der Name rührt von der Tatsache her, dass Mondeklipsen nur dann auftreten, wenn der Mond dieser Ebene nahe genug ist und sich zwischen der Erde und der Sonne befindet. Wenn die Sonne von der Erde beobachtet wird, erscheint es, als bewege sie sich entlang der Eklptik. Sie bewegt sich nicht exakt in der Eklptikebene, da dieser Weg als die mittlere Ebene des Erdborbits definiert ist. Die Erd-Äquatorial Ebene dehnt den Äquator über die Erde hinaus aus.

<sup>104</sup> Der Begriff stammt aus dem Griechischen und wurde als erstes von **Aristoteles** (384–322 A.C.) erwähnt. *Geodaisia* setzt sich zusammen aus *geo*, dt. Erde und *daiein*, dt. teilen. Die klassische Definition von **Friedrich Robert Helmert** (1843–1917) lautet: *Die Geodäsie ist die Wissenschaft von Ausmessung und Abbildung der Erde.*

Der Winkel zwischen dem mittleren Erd-Äquator und der Ekliptik wird Neigung der Ekliptik  $\varepsilon_{\oplus}$  genannt. Dieser Winkel ist etwa  $23.5^{\circ}$ , obgleich er durch Störungen über die Zeit leicht variiert. Die Schnittlinie der beiden Ebenen wird Knotenlinie genannt. Die Sonne nimmt von der Erde aus gesehen zweimal im Jahr eine Position entlang dieser Schnittlinie ein. Diese Zeitpunkte werden **Äquinoktium**<sup>105</sup> genannt. Die Fixposition am Sternenhimmel, in der sich die Sonne von der Erde gesehen während des Frühlingsäquinoktiums<sup>106</sup> befindet, wird **Frühlingspunkt**<sup>107</sup> genannt. Die Erde befindet sich dabei auf der Umlaufbahn um die Sonne auf dem absteigenden Knoten der Schnittlinie zwischen Ekliptik und Äquatorialebene<sup>108</sup>. Der Herbstpunkt<sup>109</sup> ist dementsprechend definiert, wenn die Erde sich auf aufsteigenden Knoten befindet<sup>110</sup>. Die verwendeten Jahreszeiten beziehen sich auf die nördliche Hemisphäre. Wenn sich die Sonne an einem Äquinoktium befindet, bedeutet dies für die Erde einen Tag und eine Nacht von gleicher Dauer, da die Deklination der Sonne gleich Null ist. Die Richtung des Frühlingspunktes wird durch das Zeichen des Widder  $\Upsilon$  bestimmt und oft als erster Punkt des Aries<sup>111</sup> bezeichnet [Vallado, [124], 1997].



**Abbildung 10-1: Ekliptik und Äquatorialebene**

<sup>105</sup> Äquinoktium stammt von dem Lateinischen Wort *aequinoctium*, was gleicher Tag und gleiche Nacht bedeutet. Daher der deutsche Name Tagundnachtgleiche.

<sup>106</sup> Engl.: Vernal Equinox.

<sup>107</sup> Engl.: Vernal Point, oft auch als Vernal Equinox übersetzt, was mit der deutschen Bezeichnung Frühlingspunkt zu Missverständnissen führen kann. Der Frühlingspunkt ist in dieser Arbeit als örtlicher Punkt zu verstehen. Wird Vernal Equinox als zeitlicher Punkt der Tagundnachtgleiche verstanden, so wird in dieser Arbeit der deutsche Begriff Frühlingsäquinoktium verwendet.

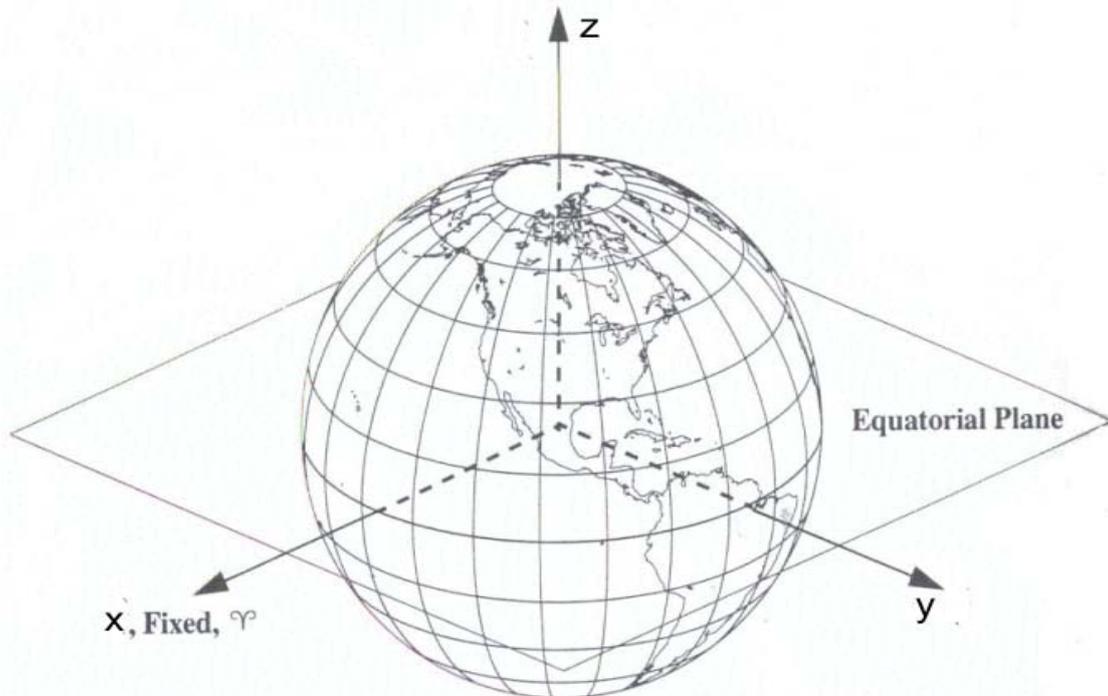
<sup>108</sup> Im Frühling um den 21. März.

<sup>109</sup> Engl.: Autumnal Point. Herbstpunkt ist in Deutsch als örtlicher Punkt zu verstehen.

<sup>110</sup> Im Herbst um den 23. September.

<sup>111</sup> Dt.: Widder. Der Grund hierfür ist, dass die Richtung des Frühlingspunktes während der Zeit von **Jesus von Nazaret** (~ 4 A.C. – 30) in Richtung des Sternbildes des Widder zeigte. Heutzutage zeigt der Frühlingspunkt, verursacht durch Präzession, in Richtung des Sternbildes Fische.

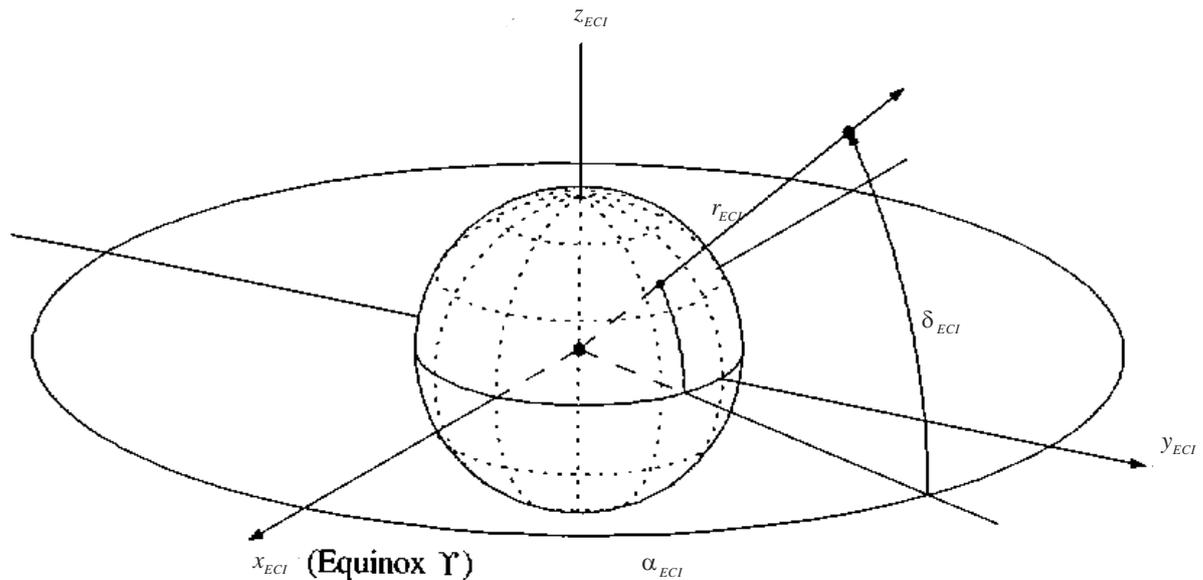
Dieses Koordinatensystem rotiert nicht. Es ist als im Raum fixiert angenommen und eines der üblichsten Systeme in der Astrodynamik. Dieses System wird gelegentlich auch Conventional Inertial System<sup>112</sup> genannt und daher sind die Koordinaten mit dem Index CIS versehen [Seber, [101], 1989].



**Abbildung 10-2: Erd-Zentriertes Inertialsystem (ECI) [Vallado, [124], 1997]: Die  $x_{ECI}$  zeigt in Richtung Frühlingspunkt, die  $z_{ECI}$ -Achse zeigt in Richtung Nordpol der Erde.**

Ein Punkt kann in dem ECI-System entweder durch Kartesische Koordinaten  $(x_{ECI}, y_{ECI}, z_{ECI})$ , siehe Abbildung 10-2, oder Polar-Koordinaten (Rektaszension  $\alpha_{ECI}$ , Deklination  $\delta_{ECI}$ , geozentrische Distanz  $r_{ECI}$ ) dargestellt werden [Montenbruck, [82], 2000]. Kartesische Koordinaten sind nach dem Philosophen **René Descartes** (1596–1650) benannt.

<sup>112</sup> Dt.: Vereinbartes Inertialsystem.



**Abbildung 10-3: Polarkoordinaten im ECI-System**

Die Umformung zwischen den Koordinaten erfolgt mit folgenden Beziehungen:

$$\vec{r}_{ECI} = \begin{pmatrix} x_{ECI} \\ y_{ECI} \\ z_{ECI} \end{pmatrix} = r_{ECI} \cdot \begin{pmatrix} \cos \delta_{ECI} \cdot \cos \alpha_{ECI} \\ \cos \delta_{ECI} \cdot \sin \alpha_{ECI} \\ \sin \delta_{ECI} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-26} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$\alpha_{ECI} = \arctan \frac{y_{ECI}}{x_{ECI}} \quad \text{Gl. 10-27} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$\delta_{ECI} = \arctan \frac{z_{ECI}}{\sqrt{x_{ECI}^2 + y_{ECI}^2}} \quad \text{Gl. 10-28} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$r_{ECI} = \sqrt{x_{ECI}^2 + y_{ECI}^2 + z_{ECI}^2} \quad \text{Gl. 10-29} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Das ECI-System ist nicht wirklich fixiert, sondern bewegt sich über die Zeit. Der Äquator und die Frühlingspunkt-Richtung sind zeitabhängige Parameter, und so ist auch das ECI-System zeitabhängig. Verschiedene Kräfte verhindern, dass die Äquatorebene der Erde und die Ekliptik relativ zu den Sternen feststehen. Als erstes beeinflusst die Anziehungskraft der Planeten den Erdborbit durch **Planetare Präzession**, welche zu sehr langsamen Änderungen in der Orientierung der Ekliptik führt. Eine Periode dauert um die 26000 Jahre. Dies zwingt den Frühlingspunkt seine Position relativ zu den Sternen mit einer Geschwindigkeit von  $0.014^\circ$  pro Jahr in Richtung Westen zu ändern. Da außerdem die Erde nicht kugelförmig ist, verursachen die Sonnen- und Mondgravitationsfelder ein sehr kleines Moment auf die Erde, was zur **Mond-Sonnen-Präzession** führt. Dieses Moment zeigt sich in einem ruhigen Wackeln oder einer Präzessionsbewegung mit langer Periode. Der Mond ist auch hauptverantwortlich für ein zusätzliches Moment auf die äquatorialen Ausbuchtungen der Erde, das kleine periodische Schwingungen der Erd-Rotationsachse, genannt

**Nutation**<sup>113</sup>, hervorruft [Corral van Damme, [18], 2000].

Da sich mit dem heliozentrischen Koordinatensystem der Frühlingspunkt und die Ebene des Äquators sehr langsam über die Zeit hinweg bewegt, ist es unmöglich, ein wirklich inertiales Referenzsystem für die Erde zu realisieren. Ein inertiales Koordinatensystem kann beinahe erreicht werden, falls es auf eine bestimmte **Epoche**<sup>114</sup> bezogen wird und angegeben ist, wie man Vektoren in oder aus dieser Zeit transformiert.

Berechnungen, welche die Vektoren in oder aus dieser Epoche transformieren, werden üblicherweise **Reduktionsformeln** genannt. Die Bewegung der Ekliptikebene durch planetare Präzession bringt den Frühlingspunkt dazu den Äquator entlangzulaufen, und daher wird seine Orientierung mit einem idealen inertialen Bezugssystem an einem bestimmten Datum, der Ekliptik des Datums, verbunden. Auch präzessiert die Erd-Rotationsachse um den Äquator und verursacht dabei ein Wackeln des Äquators um die Ekliptik. Dieser Effekt wird durch einen mittleren Äquator des Datums modelliert und dadurch die großen Amplitudenbewegungen der Erd-Rotationsachse gemessen. Die Schnittlinie dieser beiden Ebenen an einem gegebenen Datum definiert den mittleren Frühlingspunkt des Datums. Durch Einschließen der Nutationseffekte der Mond-Sonnen-Störungen auf den Äquator, erhält man den wahren Äquator des Datums.

Einige der üblichen ECI Bezugssysteme sind:

- **J2000.0**: Die momentan verwendete Standard-Epoche ist J2000.0, welche seit 1984 verwendet wird. Hierbei zeigt  $X_{\text{ECI}}$  in Richtung des mittleren Frühlingspunktes und  $Z_{\text{ECI}}$  zeigt entlang der mittleren Rotationsachse der Erde am 1. Januar 2000 um 12:00:00.00 TDB, was dem Julianischen Datum JD 2451545.0 TDB<sup>115</sup> bzw. 11:58:55.816 h UTC entspricht. Das J zeigt an, dass es sich um eine Julianische Epoche handelt.
- **B1950.0**: Das B steht für Bessel-Epochen, benannt nach dem Astronom und Mathematiker **Friedrich Bessel** (1784–1846). Diese waren von etwa 1800 bis 1984 gebräuchlich.  $X_{\text{ECI}}$  zeigt in Richtung des mittleren Frühlingspunktes und  $Z_{\text{ECI}}$  zeigt entlang der mittleren Rotationsachse der Erde am Beginn des Besselschen Jahres 1950, welches dann ist, wenn der Längengrad der mittleren Sonne vom mittleren Frühlingspunkt aus gemessen  $280,0^\circ$  beträgt. Dies entspricht dem 31. Dezember 1949 um 22:09:07.2 Uhr oder JD 2433282.423.

Zugang zu dem Mittleren Erd-Äquator und Frühlingspunkt des J2000 Systems<sup>116</sup> wird durch den FK5 Sternenkatalog möglich, der präzise Positionsangaben und die genaue Bewegung von etwa 1500 Sternen für die Epoche J2000 enthält [Montenbruck, [82], 2000].

Im Jahr 1991 beschloss die International Astronomical Union IAU ab 1998 ein neues International Celestial Reference System (ICRS) zu verwenden. Der Ursprung des ICRS ist das Baryzentrum des Sonnensystems in einem relativistischen Bezugssystem und seine Achsen fixiert auf außer-galaktische Radio-Objekte, welche scheinbar still stehen. Um einen gleichmäßigen Übergang auf das neue System zu garantieren sind die ICRS Achsen so gewählt, dass sie mit den vorherigen FK5 Achsen in sehr großer Genauigkeit übereinstimmen. Die Hauptebene des ICRS fluchtet fast mit dem mittleren Erd-Äquator in J2000 und der Ursprung des aufsteigenden Knotens ist definiert durch den sich ergebenden aufsteigenden Knoten des Quasar 3C273 [Montenbruck, [82], 2000].

<sup>113</sup> Aus dem Lateinischen: Nicken.

<sup>114</sup> Aus dem Griechischen: Haltepunkt

<sup>115</sup> Für Informationen über TDB und JD siehe Kapitel 10.1.7 und 10.1.8.

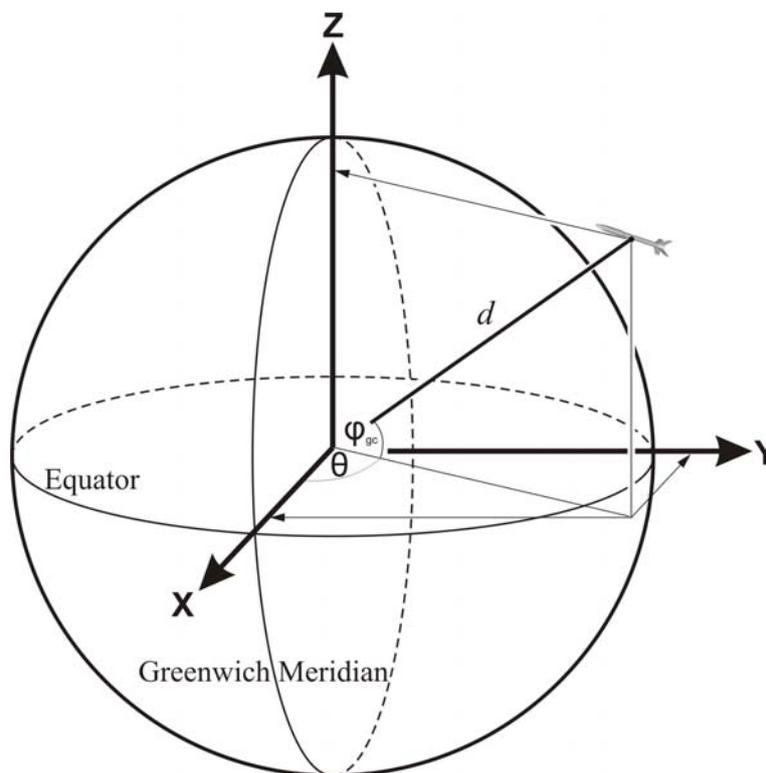
<sup>116</sup> EME2000: Earth mean equator and equinox of the J2000 coordinate system.

Die praktische Verwirklichung des ICRS erfolgte in dem International Celestial Reference Frame (ICRF) und wird von der IERS und der IAU Arbeitsgruppe für Referenzsysteme aktualisiert.

### 10.2.2 Erd-Zentriertes, Erd-Festes Koordinatensystem (ECEF)

Falls das geozentrische Koordinatensystem mit der Erde rotiert, wird es **Erd-Zentriertes, Erd-Festes Koordinatensystem** (ECEF<sup>117</sup>) genannt. Der Hauptunterschied bei diesem System ist, dass die Hauptachse immer auf einen bestimmten Meridian ausgerichtet ist. Dieses System ist vor allem für die Beobachtung der Rakete von einem Ort nützlich. Die Hauptrichtung ist üblicherweise der Greenwich-Meridian, da die Meridian-Konferenz im Jahre 1884 die Bedeutung des Royal Observatory<sup>118</sup>, das im Jahre 1675 in Greenwich, England errichtet wurde, für den Erhalt genauer Beobachtungsdaten anerkennen wollte, und daher den Greenwich-Meridian als den 0° Längengrad festlegte. In diesem Fall handelt es sich um das **Erd-Feste Greenwich System**. Da das Koordinatensystem rotiert, muss eine Epoche angegeben werden [Vallado, [124], 1997].

Die Position eines Objektes wird angegeben durch die **Geozentrische Breite**  $\varphi_{gc}$ , die positiv gemessen wird im Norden des Äquators, den **Längengrad**  $\theta$ , der ausgehend von der Stadt Greenwich positiv in Richtung Osten gemessen wird, und der Distanz  $d$  vom Zentrum (Abbildung 10-4).



**Abbildung 10-4: ECEF Koordinatensystem [Betz, [1], 2006]: Die Position eines Objektes wird durch die Geozentrische Breite  $\varphi_{gc}$ , die positiv gemessen wird im Norden des Äquators, dem Längengrad  $\theta$ , positiv gemessen in Richtung Osten von Greenwich aus, und der Distanz  $d$  vom Zentrum angegeben.**

<sup>117</sup> Da es ein terrestrisches Koordinatensystem ist, werden seine Koordinaten manchmal auch mit dem Kürzel CTS für Conventional Terrestrial System versehen [Bauer, [1]].

<sup>118</sup> Dt.: Königliches Observatorium.

Für die meisten praktischen Anwendungen werden Koordinatensysteme bevorzugt, die sich der Erdfigur bestmöglich anpassen und zugleich eine Unterscheidung in Lage und Höhe ermöglichen. In der Regel wird hierfür ein Rotationsellipsoid gewählt, das an den Polen abgeplattet ist und durch Drehung der Meridianellipse um die kleine Achse entsteht. Zu Ende des 17. Jahrhunderts zeigte **Isaac Newton** (1642–1727), dass das Konzept einer perfekt kugelförmigen Erde unzureichend für die Erklärung des Gleichgewichts der Meeresoberfläche war. Da die Erde ein rotierender Planet ist, zwingt die Zentrifugalkraft jede Flüssigkeit auf der Oberfläche in Richtung Äquator. Newton zeigte mit Hilfe eines einfachen theoretischen Modells, dass das hydrostatische Gleichgewicht erhalten bleibt, wenn die äquatorialen Achsen der Erde länger als die Polar-Achsen sind. Diese Aussage ist äquivalent zu der Aussage, dass die Erde an den Polen abgeplattet ist [EUROCONTROL, [36], 1998]. Das heutzutage übliche globale System eines Rotationsellipsoids ist das **World Geodetic System 1984** (WGS84).

Das WGS84-Koordinatensystem wurde durch das United States Department of Defense<sup>119</sup> und die National Imagery and Mapping Agency (NIMA) für die Verwendung des TRANSIT und GPS Satelliten-Navigations-Systems eingeführt. Die kontinuierliche Entwicklung basierend auf zunehmenden Satellitendaten resultierte in dem World Geodetic System 1960 (WGS60), in WGS66, WGS72 und letztlich in WGS84. WGS84 basierte in seiner anfänglichen Entstehung auf Referenz-Bodenstationskoordinaten, die durch TRANSIT Doppler-Messungen mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 Metern bestimmt werden konnten.

Das Referenzellipsoid ist rotationssymmetrisch und jede Ebene durch die Symmetrie-Achse schneidet das Ellipsoid in eine Ellipse mit der Abflachung  $f_{\oplus}$ , die durch die relative Differenz des Äquators und des Polradius definiert ist.

$$f_{\oplus} = \frac{R_{\oplus} - R_{\oplus, Pole}}{R_{\oplus}} \quad \text{Gl. 10-30} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

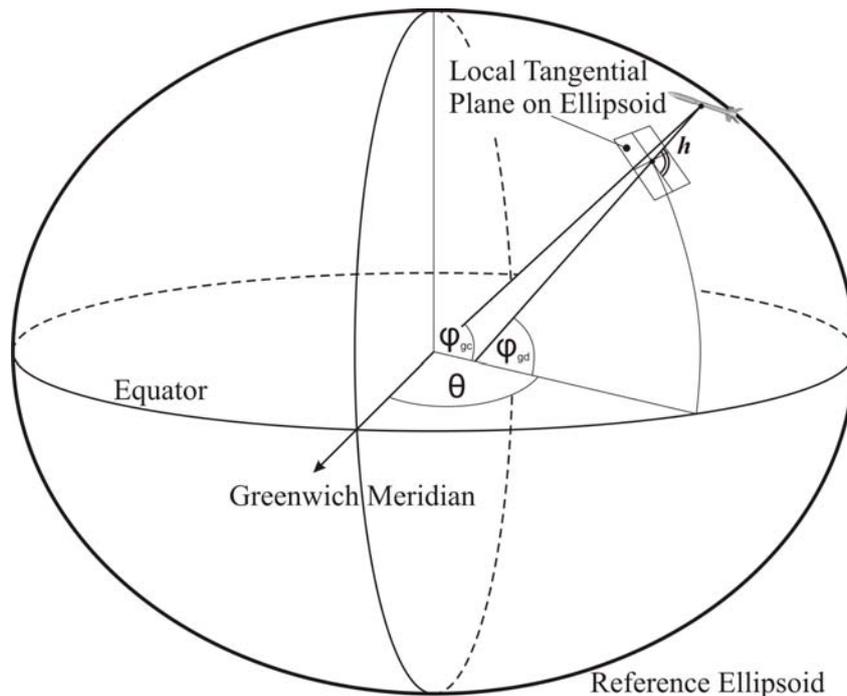
Der WGS84 Ellipsoid hat eine **Abflachung**  $f_{\oplus, WGS84} = 1/298.257223563$  und der Äquatorradius  $R_{\oplus, WGS84}$  beträgt 6378137 m [Montenbruck, [82]]. Die **Erd-Exzentrizität**  $e_{\oplus}$  kann mit folgender Gleichung berechnet werden.

$$e_{\oplus} = \sqrt{1 - (1 - f_{\oplus})^2} \quad \text{Gl. 10-31} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die Positionen von Objekten in der Nähe der Oberfläche eines Rotationsellipsoids werden üblicherweise in geodätischen Koordinaten relativ zu dem gewählten Referenzellipsoid angegeben. Die geodätische Länge  $\theta$  entspricht der geozentrischen Länge. Anders als die geozentrische Breite  $\varphi_{gc}$ , die die Inklination des Positionsvektors zur Äquatorebene beschreibt, gibt die **Geodätische Breite**  $\varphi_{gd}$  den Winkel zwischen Äquatorebene und der Normalen auf den Referenzellipsoid an. Sie ist in nördlicher Richtung positiv und in südlicher Richtung negativ definiert.

Den Unterschied von geodätischer und geozentrischer Breite verdeutlicht Abbildung 10-5.

<sup>119</sup> Dt.: US Verteidigungsministerium.



**Abbildung 10-5: Geodätische und Geozentrische Breite [Betz, [1], 2006]: Die geozentrische Breite ist der Winkel zwischen der Äquatorebene und der Verbindung zwischen Ellipsoid-Mittelpunkt und Beobachtungsobjekt. Die geodätische Breite ist der Winkel zwischen Äquatorebene und der Normalen auf die Tangentialebene des Ellipsoids am Beobachtungsobjekt.**

Da die Differenz zwischen Erdradius am Äquator und am Pol weniger als 22 km beträgt, ist die Abflachung der Erde sehr klein und die Differenz zwischen geodätischer und geozentrischer Breite beträgt höchstens zwölf Bogenminuten [Montenbruck, [82], 2000].

Als erste Näherung kann die geodätische Breite  $\varphi_{gd}$  mit folgender Näherung berechnet werden:

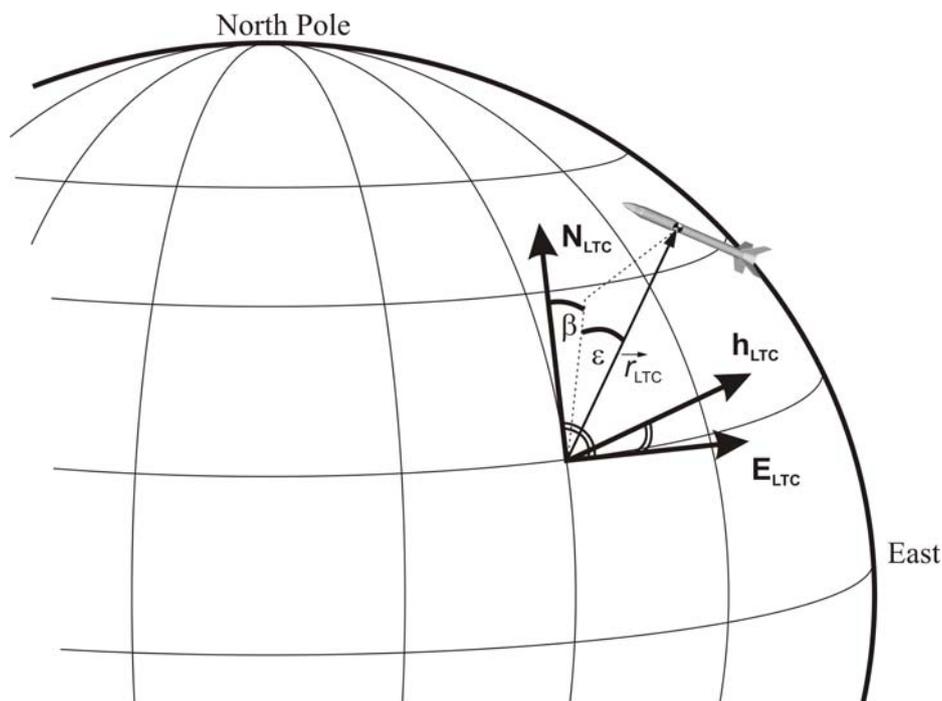
$$\varphi_{gd} = \varphi_{gc} + f_{\oplus} \cdot \sin(2 \cdot \varphi_{gc}) \quad \text{Gl. 10-32} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Weiterhin gibt es auch noch die **Astronomische Breite**  $\varphi_{an}$ , welches der Winkel zwischen lokalen Gravitationsvektor und der Äquatorebene ist. Da diese Breite eine Funktion des lokalen Gravitationsfeldes ist, wird sie durch die Anwesenheit von Anomalien wie Berge und Dichteunterschieden beeinflusst.

### 10.2.3 Lokales Tangentiales Koordinatensystem (LTC)

Dieses System dient vor allem der Beobachtung von Raketen von einem bestimmten Ort aus. Meist ist dies der Launcher, die Tracking- oder Radar-Station. Das wichtigste LTC-System ist der Launcher Frame. Der Beobachtungspunkt bzw. Ursprung des Koordinatensystems liegt dabei in dem Startort der Rakete. In dieser Arbeit wird für dieses System der Index LF verwendet.

Das LTC-System rotiert mit dem Ort und ist in der nächsten Abbildung dargestellt. Der lokale Horizont formt die Grundebene. Die E-Achse zeigt von dem Ort nach Osten und ist nicht definiert für den Nord- und Südpol. Die N-Achse zeigt von dem Ort nach Norden. Und schließlich zeigt die H-Achse, also der Zenith, orthogonal zur idealisierten Oberfläche von dem Ort weg (Abbildung 10-6). Der Ort wird definiert durch die geodätische Breite  $\varphi_{gd}$  und die geodätische Länge  $\theta$ .



**Abbildung 10-6: Lokales Tangentiales Koordinatensystem LTC [Betz, [1], 2006]: Die E-Achse zeigt von dem Beobachtungsort nach Osten und ist nicht definiert für den Nord- und Südpol. Die N-Achse zeigt von dem Ort nach Norden und die H-Achse, also der Zenith, orthogonal zur idealisierten Oberfläche von dem Beobachtungsort weg.**

In dem LTC-System, werden immer Sichtwinkel definiert, mit denen man die Rakete von der Bodenstation sieht. Der **Azimutwinkel**  $\beta_{LTC}$  wird im Uhrzeigersinn um das Objekt von Norden gemessen. Der Wert variiert zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$  und kann mit folgender Gleichung berechnet werden.

$$\beta_{LTC} = \arctan\left(\frac{east_{LTC,PL}}{north_{LTC,PL}}\right) \quad \text{Gl. 10-33} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die **Elevation**  $\varepsilon_{LTC}$  wird vom lokalen Horizont positiv bis zu dem Objekt gemessen. Sie nimmt Werte von  $-90^\circ$  bis  $90^\circ$  und wird mit folgender Gleichung berechnet.

$$\varepsilon_{LTC} = \arctan\left(\frac{h_{LTC,PL}}{\sqrt{east_{LTC,PL}^2 + north_{LTC,PL}^2}}\right) \quad \text{Gl. 10-34} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die **Zenith Distanz** ist definiert als der Komplementärwinkel,  $90^\circ - \varepsilon_{LTC}$  [Vallado, [124], 1997].

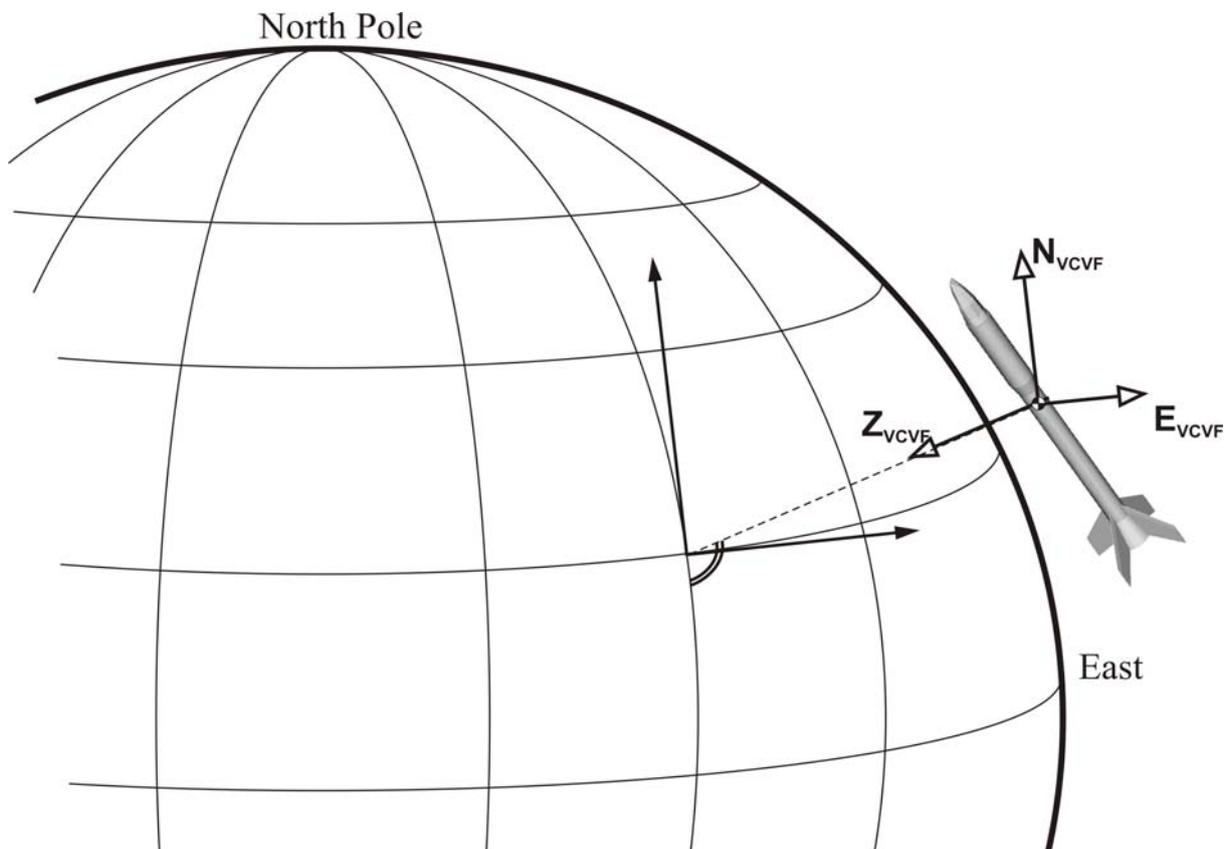
Die Umformung zwischen Azimut und Elevation zu LTC-Koordinaten wird durch folgende Gleichung erreicht:

$$\begin{pmatrix} east_{LTC,PL} \\ north_{LTC,PL} \\ h_{LTC,PL} \end{pmatrix} = d_{LTC} \cdot \begin{pmatrix} \sin \beta_{LTC} \cdot \cos \varepsilon_{LTC} \\ \cos \beta_{LTC} \cdot \cos \varepsilon_{LTC} \\ \sin \varepsilon_{LTC} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-35} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

wobei  $d_{LTC}$  die Distanz oder Schrägstrecke (Slant-Range) zwischen der Rakete und dem Beobachtungsort ist.

### 10.2.4 Flugkörper-Gebundenes Vertikales System (VCVF)

Das **Flugkörper-Gebundene Vertikale System**<sup>120</sup> wird auf Studien der relativen Bewegung angewendet. Das System bewegt sich mit der Rakete und der Ursprung ist das Massenzentrum. Das Massenzentrum der Rakete kann sich über die Zeit ändern, doch dies soll in dieser Arbeit vernachlässigt werden. Die N-Achse zeigt in Richtung Norden und die E-Achse in Richtung Osten. Die Z-Achse bildet ein Rechtssystem und zeigt senkrecht auf die Horizontebene der Erde. Nur bei einem kugelförmigen Erdmodell zeigt der Vektor dabei immer in Richtung des Erdzentrums.



**Abbildung 10-7: VCVF System: Die N-Achse zeigt in Richtung Norden und die E-Achse in Richtung Osten. Die Z-Achse bildet ein Rechtssystem und zeigt senkrecht auf die Horizontebene der Erde.**

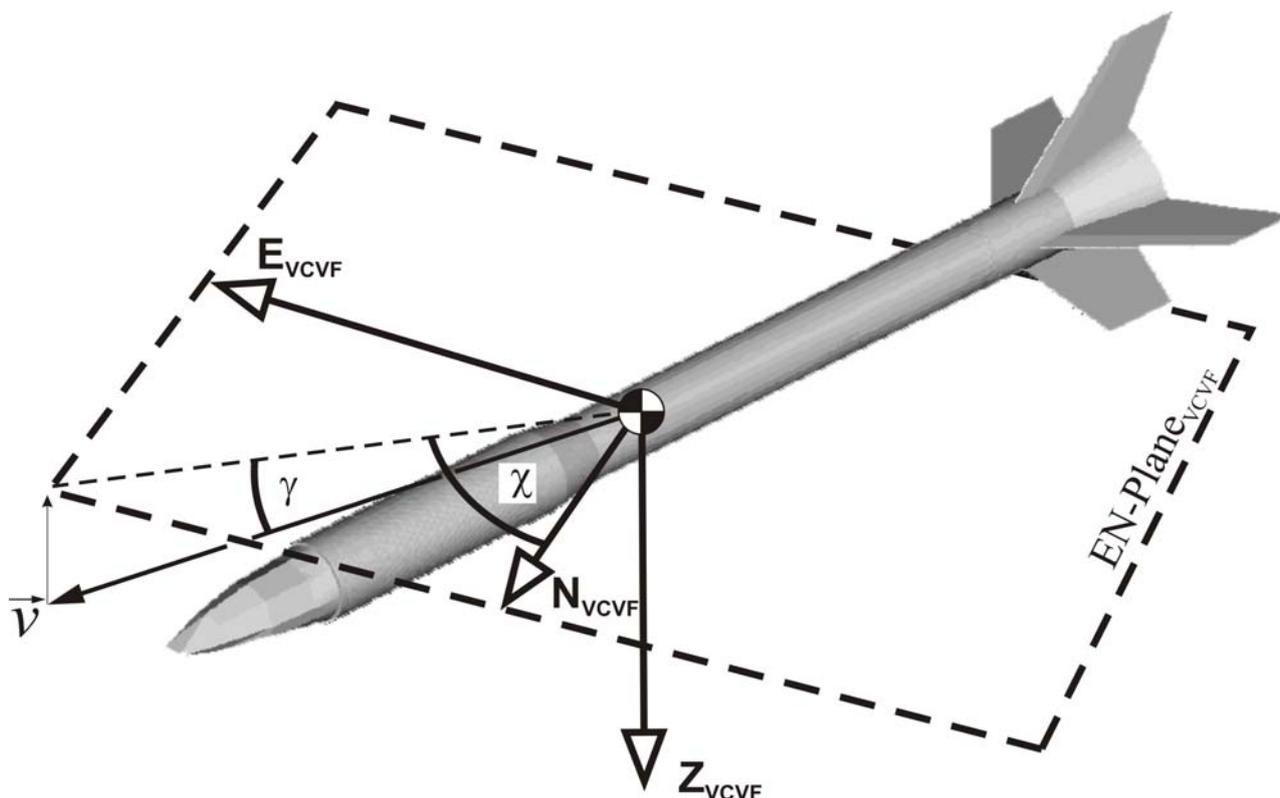
Entscheidend ist die Darstellung der Geschwindigkeit in diesem Referenzsystem, da man direkt den **Flugbahnwinkel**  $\gamma_{VCVF}$  und den **Flugbahnazimut**  $\beta_{VCVF}$  mit folgenden Gleichungen und der Geschwindigkeit  $\vec{v}_{VCVF}$  berechnen kann:

<sup>120</sup> Engl.: Vehicle-Carried Vertical Frame.

$$\gamma_{VCVF} = \arctan \left( \frac{v_{VCVF,z}}{\sqrt{v_{VCVF,north}^2 + v_{VCVF,east}^2}} \right) \quad \text{Gl. 10-36}$$

$$\beta_{VCVF} = \arctan \left( \frac{v_{VCVF,east}}{v_{VCVF,north}} \right) \quad \text{Gl. 10-37}$$

In folgender Abbildung sind die Winkel dargestellt:



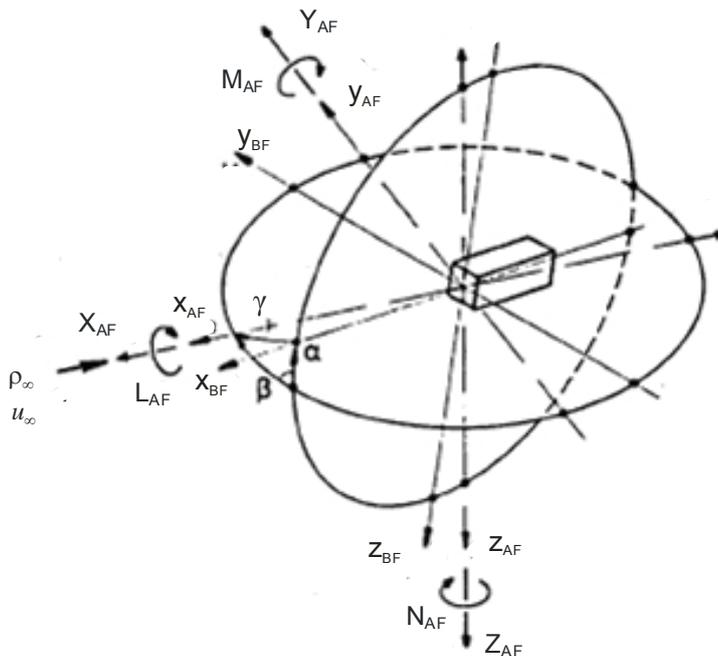
**Abbildung 10-8: Flugbahnwinkel  $\gamma_{VCVF}$  und Flugbahnazimut  $\beta_{VCVF}$  im VCVF-System: Der Flugbahnwinkel ist der Winkel zwischen der Tangentialebene zum Erdoberflächenpunkt und der Flugrichtung bzw. Geschwindigkeitsrichtung des Flugkörpers. Der Flugbahnazimut wird durch die Projektion der Geschwindigkeitsrichtung in der Tangentialebene des Erdoberflächenpunkts und der Nord-Achse  $N_{VCVF}$  des VCVF-Koordinatensystems gebildet.**

Das bedeutet, dass bei positiver Geschwindigkeitskomponente  $v_{VCVF,z}$ , also Richtung Nadir, der Flugbahnwinkel  $\gamma_{VCVF}$  positiv definiert ist (siehe Abbildung 10-8).

In diesem System können ebenfalls die Eulerwinkel gebildet werden, welche die Lage der Rakete im Raum beschreiben. Der Querneigungswinkel  $\phi_{VCVF}$  beschreibt den Rollwinkel um die körperfeste Roll-Achse  $z_{BF}$ . Der Elevationswinkel  $\theta_{VCVF}$  beschreibt die Neigung der Längsachse  $z_{BF}$  zum lokalen Horizont. Der Azimutwinkel  $\psi_{VCVF}$  beschreibt die Lage der Längsachse  $z_{BF}$  von Nord nach Ost.

### 10.2.5 Aerodynamisches Referenzsystem (AF)

Das aerodynamische<sup>121</sup> Referenzsystem wird gebildet mit der  $x_{AF}$ -Achse in Richtung der resultierenden Fluggeschwindigkeit gegenüber der Atmosphäre. Die  $z_{AF}$ -Achse liegt in der Ebene, welche durch den Geschwindigkeits-Vektor  $\vec{v}_{VCVF}$  und die  $z_{VCVF}$ -Achse aufgespannt wird, und ist senkrecht auf der  $x_{AF}$ -Achse. Die positive Richtung zeigt dabei ebenfalls in positiver  $z_{VCVF}$ -Achse. Die  $y_{AF}$ -Achse komplimentiert das rechtwinkelige System. Die  $y_{AF}$ -Achse komplimentiert das rechtwinkelige System.



**Abbildung 10-9: Aerodynamisches Referenzsystem [Koppenwallner, [63]]:** Referenzsystem wird gebildet mit der  $x_{AF}$ -Achse in Richtung der resultierenden Fluggeschwindigkeit. Die  $z_{AF}$ -Achse liegt in der Ebene, welche durch den Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}_{VCVF}$  und der  $z_{VCVF}$ -Achse aufgespannt wird, und ist senkrecht auf die  $x_{AF}$ -Achse. Die positive Richtung zeigt dabei ebenfalls in positiver  $z_{VCVF}$ -Achse. Die  $y_{AF}$ -Achse komplimentiert das rechtwinkelige System.

Weiter sind in Abbildung 10-9 folgende Parameter dargestellt:

- $X_{AF}$  : Kraftkomponente in  $x_{AF}$ -Richtung (negativer Widerstand) (N)
- $Y_{AF}$  : Seitenkraft in  $y_{AF}$ -Richtung (N)
- $Z_{AF}$  : Kraftkomponente in  $z_{AF}$ -Richtung (negativer Auftrieb) (N)
- $L_{AF}$  : Aerodynamisches Rollmoment (N·m)
- $M_{AF}$  : Aerodynamisches Nickmoment (N·m)
- $N_{AF}$  : Aerodynamisches Giermoment (N·m)

In diesem System ist der Widerstand in Strömungs-, also  $-x_{AF}$ -Richtung und der Auftrieb in  $-z_{AF}$ -

<sup>121</sup> Auch flugwindorientierte [Koppenwallner, [63]].

Richtung. Die Kraftbeiwerte in diesem System ergeben sich also mit folgenden Gleichungen, wobei  $q_\infty = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{AF}^2$  der Staudruck ist. Benötigt wird hierfür die Dichte  $\rho$  der Atmosphäre und die Geschwindigkeit  $\vec{v}_{AF}$ .

$$C_{x,AF} = \frac{X_{AF}}{q_\infty \cdot A_{ref}} = -C_D \quad \text{Gl. 10-38} \quad [\text{Koppenwallner, [63]}]$$

$$C_{y,AF} = \frac{Y_{AF}}{q_\infty \cdot A_{ref}} \quad \text{Gl. 10-39} \quad [\text{Koppenwallner, [63]}]$$

$$C_{z,AF} = \frac{Z_{AF}}{q_\infty \cdot A_{ref}} = -C_L \quad \text{Gl. 10-40} \quad [\text{Koppenwallner, [63]}]$$

Die Momenten-Beiwerte lassen sich mit folgenden Gleichungen berechnen. Als Referenzlänge  $l_{ref}$  wird in dieser Arbeit der für die Referenzfläche  $A_{ref}$  verwendete Durchmesser  $D$  der Nutzlast verwendet.

$$C_{L,AF} = \frac{L_{AF}}{q_\infty \cdot A_{ref} \cdot l_{ref}} \quad \text{Gl. 10-41} \quad [\text{Koppenwallner, [63]}]$$

$$C_{M,AF} = \frac{M_{AF}}{q_\infty \cdot A_{ref} \cdot l_{ref}} \quad \text{Gl. 10-42} \quad [\text{Koppenwallner, [63]}]$$

$$C_{N,AF} = \frac{N_{AF}}{q_\infty \cdot A_{ref} \cdot l_{ref}} \quad \text{Gl. 10-43} \quad [\text{Koppenwallner, [63]}]$$

## 10.2.6 Körperachsen-Gebundenes Referenzsystem (Body Frame)

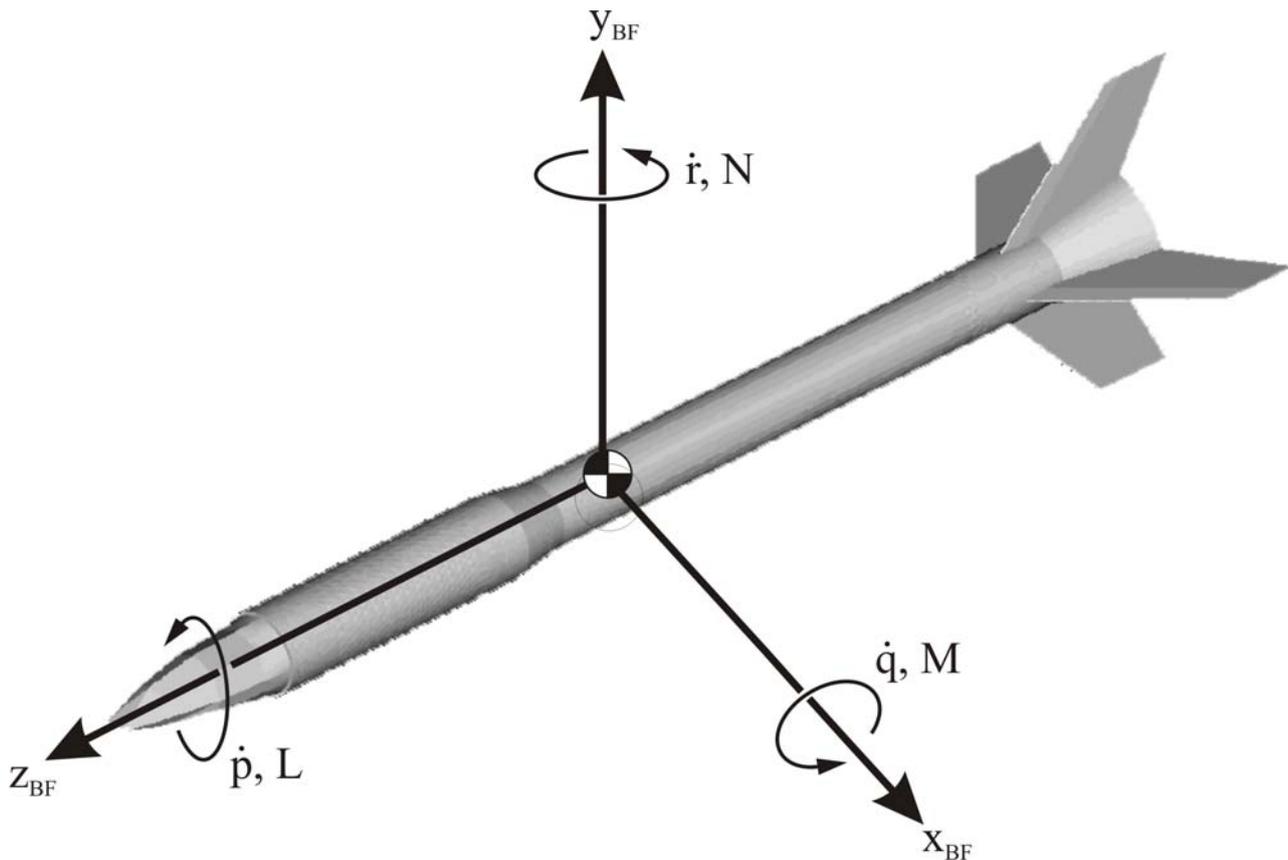
Dieses Koordinatensystem ist besonders wichtig, um die Kräfte in Längsachse bzw. **Roll-Achse**<sup>122</sup>  $z_{BF}$  der Rakete und der darauf senkrecht stehenden **Nick-Achse**<sup>123</sup>  $x_{BF}$  und **Gier-Achse**<sup>124</sup>  $y_{BF}$  zu berechnen. Es gibt auch bei diesem System keine einheitliche Regelung und oft sind  $x_{BF}$ - und  $z_{BF}$ -Achse vertauscht. Wichtig hierfür ist, in welcher Reihenfolge die Eulerrotation<sup>125</sup> erfolgt, um einen Vektor im körperfesten Koordinatensystem zu berechnen. In dieser Arbeit wird das körperfeste System verwendet, wie es für den SHEFEX-Wiedereintrittskörper definiert wurde. Aus dem inertialen Launcher Frame LF erfolgt eine Rotation um die Nick-Achse  $x_{BF}$ -Achse mit dem Nickwinkel  $\psi$ , dann ein Rotation um die neue Gier-Achse  $y_{BF}$ -Achse mit dem Gierwinkel  $\theta$  und anschließend wird mit dem Rollwinkel  $\phi$  um die neue Roll-Achse  $z_{BF}$ -Achse gedreht.

<sup>122</sup> Engl.: Roll-Axis.

<sup>123</sup> Engl.: Pitch-Axis.

<sup>124</sup> Engl.: Yaw-Axis.

<sup>125</sup> Benannt nach **Leonhard Euler** (1707–1783).



**Abbildung 10-10:** Definition der körperfesten Achsen, Winkelgeschwindigkeiten und Momente [Betz, [1], 2006]: Nick-Achse  $x_{BF}$ -Achse, Gier-Achse  $y_{BF}$ -Achse, Roll-Achse  $z_{BF}$ -Achse.

In Abbildung 10-10 sind ebenfalls die Winkelgeschwindigkeiten  $\dot{q}$ ,  $\dot{i}$  und  $\dot{p}$  und das Nickmoment  $M_{BF}$ , Giermoment  $N_{BF}$  und Rollmoment  $L_{BF}$  dargestellt.

### 10.3 Koordinatentransformationen

Das Aufstellen von genauen Transformationsbeziehungen zwischen den Koordinatensystemen ist wichtig für eine genaue Modellierung der Kräfte, Geschwindigkeiten und Positionen der Rakete bzw. Nutzlast. Dieses Unterkapitel enthält die Transformation zwischen den in den vorangegangenen Unterkapiteln beschriebenen Koordinatensystemen. Zunächst wird kurz auf die allgemeine Transformation von einem Kartesischen in ein anderes Kartesisches Koordinatensystem eingegangen.

#### 10.3.1 Allgemeine Koordinatentransformation

##### 10.3.1.a Eulerwinkel

Die Position eines Punktes P in einem Kartesischen Koordinatensystem mit den Achsen x, y, z wird durch den Positionsvektor

$$\vec{x}_p = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-44}$$

beschrieben.

Beim Übergang in ein zweites Kartesisches Koordinatensystem mit demselben Ursprung und den Achsen  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ , das aus dem ersten System durch Drehung um die z-Achse um den Winkel  $\gamma$  hervorgeht, gilt die Matrixoperation

$$\vec{x}'_p = \bar{R}_3(\gamma) \cdot \vec{x}_p \quad \text{Gl. 10-45}$$

mit der Rotationsmatrix

$$\bar{R}_3(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 10-46}$$

Entsprechend werden Drehungen um die x-Achse und um die y-Achse eingeführt.

$$\bar{R}_1(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 10-47}$$

$$\bar{R}_2(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 10-48}$$

Die Darstellung gilt für eine rechtshändiges Koordinatensystem, wobei bei einer Blickrichtung von außen auf den Koordinatenursprung eine Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn positiv ist. Durch Hintereinanderschalten von Transformationen können beliebige Übergänge gestaltet werden. Der vollständige Übergang wird durch folgende Gleichung beschrieben.

$$\vec{x}'''_p = \bar{R}_1(\alpha) \cdot \bar{R}_2(\beta) \cdot \bar{R}_3(\gamma) \cdot \vec{x}_p \quad \text{Gl. 10-49}$$

Die wichtigsten mathematischen Eigenschaften der Drehmatrizen sind hier aufgelistet:

- Die Länge eines Vektors wird durch Rotation nicht verändert,
- Die Matrizenmultiplikation ist nicht kommutativ:

$$\bar{R}_i(\mu) \cdot \bar{R}_j(\nu) \neq \bar{R}_j(\nu) \cdot \bar{R}_i(\mu) \quad \text{Gl. 10-50}$$

- Die Matrizenmultiplikation ist assoziativ:

$$\bar{R}_i \cdot (\bar{R}_j \cdot \bar{R}_k) = (\bar{R}_i \cdot \bar{R}_j) \cdot \bar{R}_k \quad \text{Gl. 10-51}$$

- Rotationen um dieselbe Achse sind additiv:

$$\bar{R}_i(\mu) \cdot \bar{R}_i(\nu) = \bar{R}_i(\mu + \nu) \quad \text{Gl. 10-52}$$

- Für Rotationen ist die inverse Matrix gleich der transponierten Matrix [Schaub, [97], 2003]:

$$\bar{R}_i^{-1}(\mu) = \bar{R}_i^T(\mu) \quad \text{Gl. 10-53}$$

- Weiterhin gilt:

$$(\bar{R}_i \cdot \bar{R}_j)^{-1} = \bar{R}_j^{-1} \cdot \bar{R}_i^{-1} \quad \text{Gl. 10-54}$$

Für die 3-2-1 Gesamtdrehung um die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  ergibt sich die Rotationsmatrix:

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cdot \cos \gamma & \cos \beta \cdot \sin \gamma & -\sin \beta \\ \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma - \cos \alpha \cdot \sin \gamma & \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \cos \gamma & \sin \alpha \cdot \cos \beta \\ \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma + \sin \alpha \cdot \sin \gamma & \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma - \sin \alpha \cdot \cos \gamma & \cos \alpha \cdot \cos \beta \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 10-55}$$

Der Zusammenhang zwischen den Ortsvektoren in zwei beliebig zueinander gedrehten Systemen ist dann:

$$\vec{x}_p''' = \bar{R} \cdot \vec{x}_p \quad \text{und} \quad \vec{x}_p = \bar{R}^T \cdot \vec{x}_p''' \quad \text{Gl. 10-56}$$

Bei der Transformation der Geschwindigkeit aus dem ersten inertialen System in das zweite kartesische Koordinatensystem, muss beachtet werden, ob das zweite Koordinatensystem sich zeitlich zum ersten System ändert, also rotiert.

Somit ist die Geschwindigkeit  $\dot{\vec{x}}_p'''$  im neuen Koordinatensystem:

$$\dot{\vec{x}}_p''' = \bar{R} \cdot \dot{\vec{x}}_p + \frac{d\bar{R}}{dt} \cdot \vec{x}_p \quad \text{Gl. 10-57} \quad [\text{Escobal, [33]}]$$

Die Elemente der Rotationsmatrix  $\bar{R}$  werden wie folgt gesetzt:

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 10-58}$$

Die zeitliche Ableitung der Rotationsmatrix  $\dot{\bar{R}}$  ist:

$$\dot{\bar{R}} = \frac{d\bar{R}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{C}_{11} & \dot{C}_{12} & \dot{C}_{13} \\ \dot{C}_{21} & \dot{C}_{22} & \dot{C}_{23} \\ \dot{C}_{31} & \dot{C}_{32} & \dot{C}_{33} \end{bmatrix} = \bar{R} \cdot \dot{\bar{\Omega}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\omega}_3 & \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 & 0 & -\dot{\omega}_1 \\ -\dot{\omega}_2 & \dot{\omega}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 10-59} \quad [\text{Regan, [96]}]$$

wobei  $\dot{\bar{\Omega}}$  die schief-symmetrische Form des Euler-Winkelgeschwindigkeitsvektors  $\dot{\bar{\omega}}$ <sup>126</sup> ist. Die Winkelgeschwindigkeiten im rotierenden System ergeben sich aus den Winkelgeschwindigkeiten im Inertialsystem mit:

$$\dot{\bar{\omega}} = \begin{pmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \bar{R}_1(\alpha) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{pmatrix} + \bar{R}_2(\beta) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-60 [Stevens, [120]]}$$

Dies ergibt:

$$\dot{\bar{\omega}} = \begin{pmatrix} \dot{\alpha} - \dot{\gamma} \cdot \sin \beta \\ \dot{\beta} \cdot \cos \alpha + \dot{\gamma} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta \\ -\dot{\beta} \cdot \sin \alpha + \dot{\gamma} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \cdot \cos \beta \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \cdot \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-61}$$

Es wird hier nur die 3-2-1 Sequenz an Rotationen betrachtet. Eine klassische Euler-Sequenz an Rotationen ist die 3-1-3 Gesamtdrehung, mit der sich auch andere Euler-Winkelgeschwindigkeiten ergeben. Es wird vor allem auf [Chobotov, [15], 1991] verwiesen.

Dann ist die zeitliche Ableitung der Rotationsmatrix  $\dot{\bar{R}}$ :

$$\dot{\bar{R}} = \frac{d\bar{R}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{C}_{11} & \dot{C}_{12} & \dot{C}_{13} \\ \dot{C}_{21} & \dot{C}_{22} & \dot{C}_{23} \\ \dot{C}_{31} & \dot{C}_{32} & \dot{C}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{12} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{13} \cdot \dot{\omega}_2 & C_{13} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{11} \cdot \dot{\omega}_3 & C_{11} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{12} \cdot \dot{\omega}_1 \\ C_{22} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{23} \cdot \dot{\omega}_2 & C_{23} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{21} \cdot \dot{\omega}_3 & C_{21} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{22} \cdot \dot{\omega}_1 \\ C_{32} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{33} \cdot \dot{\omega}_2 & C_{33} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{31} \cdot \dot{\omega}_3 & C_{31} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{32} \cdot \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 10-62 [Regan/Anandakrishnan, [96]]}$$

Somit ist der Geschwindigkeitsvektor im rotierenden System:

$$\dot{\bar{x}}_p = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \cdot \dot{\bar{x}}_p + \begin{bmatrix} C_{12} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{13} \cdot \dot{\omega}_2 & C_{13} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{11} \cdot \dot{\omega}_3 & C_{11} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{12} \cdot \dot{\omega}_1 \\ C_{22} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{23} \cdot \dot{\omega}_2 & C_{23} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{21} \cdot \dot{\omega}_3 & C_{21} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{22} \cdot \dot{\omega}_1 \\ C_{32} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{33} \cdot \dot{\omega}_2 & C_{33} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{31} \cdot \dot{\omega}_3 & C_{31} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{32} \cdot \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} \cdot \bar{x}_p \quad \text{Gl. 10-63}$$

Bei der Transformation der Beschleunigung aus dem inertialen System in das rotierende System treten folgende Terme auf:

$$\ddot{\bar{x}}_p = \bar{R} \cdot \ddot{x}_p + 2 \cdot \dot{\bar{R}} \cdot \dot{x}_p + \ddot{\bar{R}} \cdot \bar{x}_p = \bar{R} \cdot \ddot{x}_p + 2 \cdot \dot{\bar{R}} \cdot \dot{x}_p + \dot{\bar{R}} \cdot \dot{\bar{\Omega}} \cdot \bar{x}_p + \bar{R} \cdot \ddot{\bar{\Omega}} \cdot \bar{x}_p \quad \text{Gl. 10-64}$$

Zusammengefasst ergibt dies folgende Gleichung:

<sup>126</sup> In dieser Arbeit sind sämtliche ersten zeitlichen Ableitungen mit einem Punkt gekennzeichnet, so dass die Notation für den Winkelgeschwindigkeitvektor  $\dot{\bar{\omega}}$  möglicherweise etwas ungewöhnlich erscheint. Die Winkelbeschleunigung ist dementsprechend  $\ddot{\bar{\omega}}$ . Ausnahmen sind die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  und Beschleunigung  $\vec{a}$ .

$$\ddot{\vec{x}}_p = \bar{R} \cdot \left( \ddot{\vec{x}}_p + 2 \cdot \dot{\bar{\Omega}} \cdot \dot{\vec{x}}_p + \dot{\bar{\Omega}} \cdot \dot{\bar{\Omega}} \cdot \vec{x}_p + \ddot{\bar{\Omega}} \cdot \vec{x}_p \right) \quad \text{Gl. 10-65} \quad [\text{Regan, [95]}]$$

Die vier Terme in den Klammern sind die Beschleunigung im inertialen System, die **Coriolis-Beschleunigung**<sup>127</sup>, die Zentrifugal-Beschleunigung und die tangentielle Beschleunigung<sup>128</sup> [Regan, [95], 1984], [Kaplan, [58], 1976]. Dieser kinematische Effekt führt dazu, dass sich eine ballistische Kurve über der Erde nach Osten oder Westen bewegt. Ein bekanntes Beispiel für die Coriolis-Kraft ist die Zirkulation der Winde um ein Tiefdruckgebiet. Die Kraft, die die Luftmoleküle in Richtung Tiefdruckgebiet bewegt, ist radial entlang des Druckgradienten in dessen Mitte gerichtet. In der Nördlichen Hemisphäre bewirkt die Coriolis-Kraft, dass der Wind spiralförmig im Uhrzeigersinn um ein Tiefdruckgebiet ausgerichtet ist [Stevens, [120], 2003], [Koop, [61], 2002].

Die Winkelbeschleunigung  $\ddot{\vec{\omega}}$  ist:

$$\ddot{\vec{\omega}} = \begin{pmatrix} \ddot{\alpha} - \dot{\beta} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \beta - \ddot{\gamma} \cdot \sin \beta \\ -\dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \sin \alpha + \ddot{\beta} \cdot \cos \alpha + \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta - \dot{\beta} \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + \ddot{\gamma} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta \\ -\dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \alpha - \ddot{\beta} \cdot \sin \alpha - \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta - \dot{\beta} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta + \ddot{\gamma} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-66}$$

Die zweite zeitliche Ableitung der Rotationsmatrix ist also:

$$\ddot{\bar{R}} = \begin{bmatrix} (C_{13} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{11} \cdot \dot{\omega}_3) \cdot \dot{\omega}_3 - (C_{11} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{12} \cdot \dot{\omega}_1) \cdot \dot{\omega}_2 & -(C_{12} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{13} \cdot \dot{\omega}_2) \cdot \dot{\omega}_3 + (C_{11} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{12} \cdot \dot{\omega}_1) \cdot \dot{\omega}_1 & (C_{12} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{13} \cdot \dot{\omega}_2) \cdot \dot{\omega}_2 - (C_{13} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{11} \cdot \dot{\omega}_3) \cdot \dot{\omega}_1 \\ (C_{23} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{21} \cdot \dot{\omega}_3) \cdot \dot{\omega}_3 - (C_{21} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{22} \cdot \dot{\omega}_1) \cdot \dot{\omega}_2 & -(C_{22} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{23} \cdot \dot{\omega}_2) \cdot \dot{\omega}_3 + (C_{21} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{22} \cdot \dot{\omega}_1) \cdot \dot{\omega}_1 & (C_{22} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{23} \cdot \dot{\omega}_2) \cdot \dot{\omega}_2 - (C_{23} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{21} \cdot \dot{\omega}_3) \cdot \dot{\omega}_1 \\ (C_{33} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{31} \cdot \dot{\omega}_3) \cdot \dot{\omega}_3 - (C_{31} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{32} \cdot \dot{\omega}_1) \cdot \dot{\omega}_2 & -(C_{32} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{33} \cdot \dot{\omega}_2) \cdot \dot{\omega}_3 + (C_{31} \cdot \dot{\omega}_2 - C_{32} \cdot \dot{\omega}_1) \cdot \dot{\omega}_1 & (C_{32} \cdot \dot{\omega}_3 - C_{33} \cdot \dot{\omega}_2) \cdot \dot{\omega}_2 - (C_{33} \cdot \dot{\omega}_1 - C_{31} \cdot \dot{\omega}_3) \cdot \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\omega}_3 & \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 & 0 & -\dot{\omega}_1 \\ -\dot{\omega}_2 & \dot{\omega}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Gl. 10-67

Ausmultipliziert ergibt sich:

$$\ddot{\bar{R}} = \begin{bmatrix} C_{13} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_3 - C_{11} \cdot \dot{\omega}_3^2 - C_{11} \cdot \dot{\omega}_2^2 + C_{12} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_2 & -C_{12} \cdot \dot{\omega}_3^2 + C_{13} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_3 + C_{11} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_1 - C_{12} \cdot \dot{\omega}_1^2 & C_{12} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_2 - C_{13} \cdot \dot{\omega}_2^2 - C_{13} \cdot \dot{\omega}_1^2 + C_{11} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_1 \\ C_{23} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_3 - C_{21} \cdot \dot{\omega}_3^2 - C_{21} \cdot \dot{\omega}_2^2 + C_{22} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_2 & -C_{22} \cdot \dot{\omega}_3^2 + C_{23} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_3 + C_{21} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_1 - C_{22} \cdot \dot{\omega}_1^2 & C_{22} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_2 - C_{23} \cdot \dot{\omega}_2^2 - C_{23} \cdot \dot{\omega}_1^2 + C_{11} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_1 \\ C_{33} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_3 - C_{31} \cdot \dot{\omega}_3^2 - C_{31} \cdot \dot{\omega}_2^2 + C_{32} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_2 & -C_{32} \cdot \dot{\omega}_3^2 + C_{33} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_3 + C_{31} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_1 - C_{32} \cdot \dot{\omega}_1^2 & C_{32} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_2 - C_{33} \cdot \dot{\omega}_2^2 - C_{33} \cdot \dot{\omega}_1^2 + C_{11} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\omega}_3 & \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 & 0 & -\dot{\omega}_1 \\ -\dot{\omega}_2 & \dot{\omega}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Gl. 10-68

Fasst man die quadratischen Terme zusammen, ergibt sich:

<sup>127</sup> Die Coriolis-Beschleunigung wird das erste Mal 1835 in der Arbeit *Sur les équations du mouvement relatif des systèmes corps* des französischen Mathematikers **Gaspard Gustave de Coriolis** (1792–1843) erwähnt.

<sup>128</sup> Die tangentielle Beschleunigung tritt nur auf, wenn sich die Rotationsgeschwindigkeit des Koordinatensystems zeitlich ändert.

$$\ddot{\vec{R}} = \begin{bmatrix} C_{13} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_3 - C_{11} \cdot (\dot{\omega}_3^2 + \dot{\omega}_2^2) + C_{12} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_2 & -C_{12} \cdot (\dot{\omega}_3^2 + \dot{\omega}_1^2) + C_{13} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_3 + C_{11} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_1 & C_{12} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_2 - C_{13} \cdot (\dot{\omega}_2^2 + \dot{\omega}_1^2) + C_{11} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_1 \\ C_{23} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_3 - C_{21} \cdot (\dot{\omega}_3^2 + \dot{\omega}_2^2) + C_{22} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_2 & -C_{22} \cdot (\dot{\omega}_3^2 + \dot{\omega}_1^2) + C_{23} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_3 + C_{21} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_1 & C_{22} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_2 - C_{23} \cdot (\dot{\omega}_2^2 + \dot{\omega}_1^2) + C_{11} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_1 \\ C_{33} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_3 - C_{31} \cdot (\dot{\omega}_3^2 + \dot{\omega}_2^2) + C_{32} \cdot \dot{\omega}_1 \cdot \dot{\omega}_2 & -C_{32} \cdot (\dot{\omega}_3^2 + \dot{\omega}_1^2) + C_{33} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_3 + C_{31} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \dot{\omega}_1 & C_{32} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_2 - C_{33} \cdot (\dot{\omega}_2^2 + \dot{\omega}_1^2) + C_{11} \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\ddot{\omega}_3 & \ddot{\omega}_2 \\ \ddot{\omega}_3 & 0 & -\ddot{\omega}_1 \\ -\ddot{\omega}_2 & \ddot{\omega}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Gl. 10-69

### 10.3.2 Transformation von Kartesischen ECI zu Kartesischen ECEF Koordinaten

Die Transformation vom inertialen ECI-System zum erdfesten ECEF-System ist eine Folge von Rotationen, die Präzession, Nutation, Erdrotation und Polbewegung beinhalten. Wie in Kapitel 10.2.1 schon erklärt wurde, sind der Äquator und der Frühlingspunkt zeitabhängige Parameter.

Für die Transformation  $\vec{U}_{ECEF}^{ECI}$ <sup>129</sup> in das ECEF-System werden die einzelnen Transformationsmatrizen für Präzession  $\vec{P}$ , Nutation  $\vec{N}$ , Erdrotation  $\vec{\theta}$  und Polbewegung  $\vec{\Pi}$  benötigt. Die gesamte Transformationsmatrix ergibt sich dann aus Multiplikation:

$$\vec{U}_{ECEF}^{ECI} = \vec{\Pi} \cdot \vec{\theta} \cdot \vec{N} \cdot \vec{P} \quad \text{Gl. 10-70 [Montenbruck, [82]]}$$

Wie die einzelnen Matrizen gebildet werden, ist den Unterkapiteln dieses Kapitels beschrieben. Jetzt kann die Position der Rakete von ECI- in ECEF-Koordinaten umgerechnet werden:

$$\vec{r}_{ECEF} = \vec{U}_{ECEF}^{ECI} \cdot \vec{r}_{ECI} \quad \text{Gl. 10-71}$$

$$\begin{pmatrix} x_{ECEF} \\ y_{ECEF} \\ z_{ECEF} \end{pmatrix} = \vec{U}_{ECEF}^{ECI} \cdot \begin{pmatrix} x_{ECEF} \\ y_{ECEF} \\ z_{ECEF} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-72}$$

Um eine Geschwindigkeit aus dem ECI-System in ECEF-Koordinaten zu transformieren, benötigt man analog zu Kapitel 10.3.1.a die zeitliche Ableitung  $\frac{d\vec{U}_{ECEF}^{ECI}}{dt}$  der Transformationsmatrix  $\vec{U}_{ECEF}^{ECI}$ . Hierfür wird nur die Rotation der Erde um ihre Achse betrachtet, da alle anderen Positionsänderungen sehr langsam verlaufen und als konstant angesehen werden können. Benötigt wird also die zeitliche Ableitung der Erd-Rotationsmatrix. Diese ist:

$$\frac{d\vec{\theta}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\omega}_{\oplus} & 0 \\ -\dot{\omega}_{\oplus} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{\theta} \quad \text{Gl. 10-73 [Montenbruck, [82]]}$$

<sup>129</sup> In dieser Arbeit bedeutet eine Transformationsmatrix  $\vec{U}_{ECEF}^{ECI}$ , dass die Transformation vom ECI-System in das ECEF-System erfolgt. Diese Schreibweise ist konform mit [Montenbruck, [82], 2000] und genau umgekehrt zu [Regan/Anandakrishnan, [96], 1993], [Stevens, [120], 2003] und [Biezd, [8], 2000]. Keine spezielle Schreibweise weist hingegen [Vallado, [124], 1997] auf.

Hierbei ist die Winkelgeschwindigkeit der Erde  $\dot{\omega}_{\oplus}$  aktuell gegeben durch die zeitliche Ableitung der Greenwich Apparent Sidereal Time GAST.

$$\dot{\omega}_{\oplus} = \frac{d(GAST)}{dt} \approx 7.2921158553 \cdot 10^{-5} \frac{1}{s} \quad \text{Gl. 10-74 [Montenbruck, [82]]}$$

Nun ist die zeitliche Ableitung der Transformationsmatrix:

$$\frac{d\bar{U}_{ECEF}^{ECI}}{dt} = \bar{\Pi} \cdot \frac{d\bar{\theta}}{dt} \cdot \bar{N} \cdot \bar{P} \quad \text{Gl. 10-75 [Montenbruck, [82]]}$$

Nun kann die Geschwindigkeit von ECI- in ECEF-Koordinaten transformiert werden:

$$\dot{\vec{r}}_{ECEF} = \bar{U}_{ECEF}^{ECI} \cdot \dot{\vec{r}}_{ECI} + \frac{d\bar{U}_{ECEF}^{ECI}}{dt} \cdot \vec{r}_{ECI} \quad \text{Gl. 10-76 [Montenbruck, [82]]}$$

Die Transformation der Beschleunigung aus dem inertialen System in das bewegte System erfolgt analog zu Kapitel 10.3.1.a. Die auftretende tangentielle Beschleunigung durch eine Änderung der Winkelgeschwindigkeit der Erde wird vernachlässigt. Für die Zentrifugalbeschleunigung ist die zweite Ableitung der Erdrotationsmatrix nötig.

$$\frac{d^2\bar{\theta}}{dt^2} = -\omega_{\oplus} \cdot \bar{\theta} \quad \text{Gl. 10-77}$$

Dann ist entsprechend Gleichung 10-76 die zweite zeitliche Ableitung der Transformationsmatrix:

$$\frac{d^2\bar{U}_{ECEF}^{ECI}}{dt^2} = \bar{\Pi} \cdot \frac{d^2\bar{\theta}}{dt^2} \cdot \bar{N} \cdot \bar{P} \quad \text{Gl. 10-78}$$

Eine Beschleunigung im inertialen System ECI kann nun mit folgender Gleichung in das bewegte System ECEF transformiert werden:

$$\ddot{\vec{r}}_{ECEF} = \bar{U}_{ECEF}^{ECI} \cdot \ddot{\vec{r}}_{ECI} + \frac{d\bar{U}_{ECEF}^{ECI}}{dt} \cdot \dot{\vec{r}}_{ECI} + \frac{d^2\bar{U}_{ECEF}^{ECI}}{dt^2} \cdot \vec{r}_{ECI} \quad \text{Gl. 10-79}$$

Wie bereits in Kapitel 10.3.1.a erwähnt, ist dabei der zweite Term die Coriolis-Beschleunigung und der dritte Term die Zentrifugal-Beschleunigung.

### 10.3.2.a Präzessionsmatrix

Für die Präzession wird die in [Montenbruck, [82], 2000] vorgestellte IAU 1976 Theorie angewendet. Hierfür wird die Zeit im Modifizierten Julianischen Datum im Bezug auf die Terrestrische Zeit TT benötigt. Ausgehend davon, dass die UTC Zeit bekannt ist, erfolgt die Umrechnung mit folgender Gleichung:

$$TT - UTC = (TT - TAI) - (UTC - TAI) \quad \text{Gl. 10-80}$$

$TT - TAI$  wird in Kapitel 10.1.3 vorgestellt,  $UTC - TAI$  ist in Kapitel 10.1.6 erklärt. Zum 1. Januar 2006 beträgt  $TT - UTC = 65.184$  s. Damit ergibt sich:

$$MJD_{TT} = MJD_{UTC} + \frac{TT - UTC}{86400s} \quad \text{Gl. 10-81 [Montenbruck, [82]]}$$

Die Orientierung des Mittleren Äquators und Frühlingspunktes der Epoche  $MJD_{1,TT}$  im Bezug zum Äquator und Frühlingspunkt des J2000 Systems wird durch die drei Präzessionswinkel  $\zeta$ ,  $z$  und  $\vartheta$  beschrieben.

$$\begin{aligned} \zeta(T, \Delta T) = & \left(2306.2181'' + 1.39656'' \cdot T - 0.000139'' \cdot T^2\right) \cdot \Delta T + \left(0.30188'' - 0.000344'' \cdot T\right) \cdot \Delta T^2 \\ & + 0.017998'' \cdot \Delta T^3 \end{aligned} \quad \text{Gl. 10-82 [Montenbruck, [82]]}$$

$$\begin{aligned} z(T, \Delta T) = & \left(2306.2181'' + 1.39656'' \cdot T - 0.000139'' \cdot T^2\right) \cdot \Delta T + \left(1.09468'' + 0.000066'' \cdot T\right) \cdot \Delta T^2 \\ & + 0.018203'' \cdot \Delta T^3 \end{aligned} \quad \text{Gl. 10-83 [Montenbruck, [82]]}$$

$$\begin{aligned} \vartheta(T, \Delta T) = & \left(2004.3109'' - 0.85330'' \cdot T - 0.000217'' \cdot T^2\right) \cdot \Delta T + \left(-0.42665'' - 0.000217'' \cdot T\right) \cdot \Delta T^2 \\ & - 0.041833'' \cdot \Delta T^3 \end{aligned} \quad \text{Gl. 10-84 [Montenbruck, [82]]}$$

Dabei wird  $T$  aus der Differenz der Epoche  $MJD_{1,TT}$ , in der die ECI-Koordinaten angegeben sind, und der Epoche des J2000 Systems  $MJD_{J2000,TT}$  gebildet. Sind die ECI-Koordinaten im J2000 System, so ergibt sich  $T = 0$ . Je weiter die verwendete Epoche von  $MJD_{J2000,TT}$  entfernt liegt, desto größer werden die Fehler in der Berechnung der Winkel.  $T$  ist also:

$$T = \frac{(MJD_{1,TT} - MJD_{J2000,TT})}{36525d} \quad \text{Gl. 10-85 [Montenbruck, [82]]}$$

Wobei  $MJD_{J2000,TT} = 51533.5$  d beträgt [Montenbruck, [82], 2000].

$\Delta T$  berechnet sich aus der Differenz der Epoche, in die präzessiert werden soll, und der verwendeten Epoche für das inertielle Koordinatensystem.

$$\Delta T = \frac{(MJD_{2,TT} - MJD_{1,TT})}{36525d} \quad \text{Gl. 10-86 [Montenbruck, [82]]}$$

Die Präzessionsmatrix ergibt sich durch eine 3-2-3 Rotation. Erst erfolgt eine Drehung mit  $-\zeta$  um die  $z$ -Achse, dann eine Drehung mit  $\vartheta$  um die neue  $y$ -Achse und schließlich eine Drehung mit  $-z$  um die finale  $z$ -Achse.

$$\bar{P} = \bar{R}_z(-z) \cdot \bar{R}_y(\vartheta) \cdot \bar{R}_z(-\zeta) \quad \text{Gl. 10-87 [Montenbruck, [82]]}$$

### 10.3.2.b Nutationsmatrix

Wie bereits in Kapitel 10.2.1 erwähnt, wird die Erdrotation auch durch periodische Störungen beeinflusst, die als Nutation bekannt sind. Hier wird die IAU 1980 Theorie vorgestellt, welche für die Berechnungen der Nutationsmatrix verwendet wurde.

Die mittlere Neigung der Ekliptik  $\varepsilon_{\oplus}$  zur Epoche  $MJD_{2,TT}$  wird mit folgender Gleichung berechnet:

$$\varepsilon_{\oplus} = 23.43929111^{\circ} - \left(46.815^{\circ} + (0.00059^{\circ} - 0.001813^{\circ} \cdot \Delta T) \cdot \Delta T\right) \cdot \frac{\Delta T}{3600}$$

Gl. 10-88 [Montenbruck, [82]]

Hierbei gilt:

$$\Delta T = \frac{(MJD_{2,TT} - MJD_{J2000,TT})}{36525d}$$

Gl. 10-89 [Montenbruck, [82]]

Wobei  $MJD_{J2000,TT} = 51533.5$  d beträgt [Montenbruck, [82], 2000].

Die IAU Theorie berechnet die Nutationswinkel mit 106 Termen, welche in Tabelle 10-2 aufgeführt werden.

$$\Delta \psi = \sum_{i=1}^{106} (\Delta \psi)_i \cdot \sin(\phi_i)$$

Gl. 10-90 [Montenbruck, [82]]

$$\Delta \varepsilon = \sum_{i=1}^{106} (\Delta \varepsilon)_i \cdot \cos(\phi_i)$$

Gl. C-91 [Montenbruck, [82]]

Jeder Term beschreibt eine periodische Funktion des mittleren Elements des Orbits des Mondes und der Sonne mit dem Argument

$$\phi_i = p_{l_{\zeta,i}} \cdot l_{\zeta} + p_{l_{\odot,i}} \cdot l_{\odot} + p_{F_{\zeta,i}} \cdot F_{\zeta} + p_{D,i} \cdot D + p_{\Omega_{\zeta,i}} \cdot \Omega_{\zeta}$$

Gl. 10-92 [Montenbruck, [82]]

und den ganzzahligen Koeffizienten  $p_{l_{\zeta,i}}$ ,  $p_{l_{\odot,i}}$ ,  $p_{F_{\zeta,i}}$ ,  $p_{D,i}$ , und  $p_{\Omega_{\zeta,i}}$ . Die Parameter sind die mittlere Mond-Anomalie  $l_{\zeta}$ , die mittlere Sonnen-Anomalie  $l_{\odot}$ , die mittlere Distanz des Mondes vom aufsteigenden Knoten  $F_{\zeta}$ , die Differenz zwischen den mittleren Längengraden der Sonne und des Mondes  $D$ , und der mittlere Längengrad des aufsteigenden Knotens des Mond-Orbits  $\Omega_{\zeta}$ .

$$l_{\zeta} = 485866.533'' + 1717915922.633'' \cdot \Delta T + 31.31'' \cdot \Delta T^2 + 0.064'' \cdot \Delta T^3$$

Gl. 10-93

$$l_{\odot} = 1287099.804'' + 129596581.224'' \cdot \Delta T - 0.577'' \cdot \Delta T^2 - 0.012'' \cdot \Delta T^3$$

Gl. 10-94

$$F_{\zeta} = 335778.877'' + 1739527263.137'' \cdot \Delta T - 13.257'' \cdot \Delta T^2 + 0.011'' \cdot \Delta T^3$$

Gl. 10-95

$$D = 1072261.307'' + 1602961601.328'' \cdot \Delta T - 6.891'' \cdot \Delta T^2 + 0.019'' \cdot \Delta T^3$$

Gl. 10-96

$$\Omega_{\zeta} = 450160.28'' - 6962890.539'' \cdot \Delta T + 7.455'' \cdot \Delta T^2 + 0.008'' \cdot \Delta T^3$$

Gl. 10-97

Mit den errechneten Winkeln kann nun die Transformation aus den mittleren Datum Koordinaten<sup>130</sup>

---

<sup>130</sup> Bezugnehmend auf den mittleren Äquator und Frühlingspunkt.

in wahren Datum Koordinaten<sup>131</sup> durchgeführt werden [Montenbruck, [82], 2000]. Die Nutationsmatrix ist:

$$\bar{N} = \bar{R}_x(-\varepsilon_{\oplus} - \Delta\varepsilon) \cdot \bar{R}_z(-\Delta\psi) \cdot R_x(\varepsilon_{\oplus}) \quad \text{Gl. 10-98 [Montenbruck, [82]]}$$

Die Fehler der IAU 1980 Theorie der Nutation liegen im Bereich von einigen Milli-Bogensekunden.

**Tabelle 10-2: IAU 1980 Nutations-Theorie-Terme**

<i>i</i>	<i>p<sub>I</sub></i>	<i>p<sub>II</sub></i>	<i>p<sub>F</sub></i>	<i>p<sub>D</sub></i>	<i>p<sub>O</sub></i>	$\Delta\Psi [0.0001'']$		$\Delta\varepsilon [0.0001'']$	
1	0	0	0	0	1	-171996	-174.2·ΔT	+92025	+8.9·ΔT
2	0	0	0	0	2	2062	+0.2·ΔT	-895	+0.5·ΔT
3	-2	0	2	0	1	46		-24	
4	2	0	-2	0	0	11		0	
5	-2	0	2	0	2	-3		1	
6	1	-1	0	-1	0	-3		0	
7	0	-2	2	-2	1	-2		1	
8	2	0	-2	0	1	1		0	
9	0	0	2	-2	2	-13187	-1.6·ΔT	5736	-3.1·ΔT
10	0	1	0	0	0	1426	-3.4·ΔT	54	-0.1·ΔT
11	0	1	2	-2	2	-517	+1.2·ΔT	224	-0.6·ΔT
12	0	-1	2	-2	2	217	-0.5·ΔT	-95	+0.3·ΔT
13	0	0	2	-2	1	129	+0.1·ΔT	-70	
14	2	0	0	-2	0	48		1	
15	0	0	2	-2	0	-22		0	
16	0	2	0	0	0	17	-0.1·ΔT	0	
17	0	1	0	0	1	-15		9	
18	0	2	2	-2	2	-16	+0.1·ΔT	7	
19	0	-1	0	0	1	-12		6	
20	-2	0	0	2	1	-6		3	
21	0	-1	2	-2	1	-5		3	
22	2	0	0	-2	1	4		-2	
23	0	1	2	-2	1	4		-2	
24	1	0	0	-1	0	-4		0	
25	2	1	0	-2	0	1		0	
26	0	0	-2	2	1	1		0	
27	0	1	-2	2	0	-1		0	
28	0	1	0	0	2	1		0	
29	-1	0	0	1	1	1		0	
30	0	1	2	-2	0	-1		0	
31	0	0	2	0	2	-2274	-0.2·ΔT	977	-0.5·ΔT
32	1	0	0	0	0	712	+0.1·ΔT	-7	
33	0	0	2	0	1	-386	-0.4·ΔT	200	
34	1	0	2	0	2	-301		129	-0.1·ΔT
35	1	0	0	-2	0	-158		-1	
36	-1	0	2	0	2	123		-53	

<sup>131</sup> Bezugnehmend auf den wahren Äquator und Frühlingspunkt.

37	0	0	0	2	0	63		-2
38	1	0	0	0	1	63	+0.1·ΔT	-33
39	-1	0	0	0	1	-58	-0.1·ΔT	32
40	-1	0	2	2	2	-59		26
41	1	0	2	0	1	-51		27
42	0	0	2	2	2	-38		16
43	2	0	0	0	0	29		-1
44	1	0	2	-2	2	29		-12
45	2	0	2	0	2	-31		13
46	0	0	2	0	0	26		-1
47	-1	0	2	0	1	21		-10
48	-1	0	0	2	1	16		-8
49	1	0	0	-2	1	-13		7
50	-1	0	2	2	1	-10		5
51	1	1	0	-2	0	-7		0
52	0	1	2	0	2	7		-3
53	0	-1	2	0	2	-7		3
54	1	0	2	2	2	-8		-3
55	1	0	0	0	0	6		0
56	2	0	2	-2	2	6		-3
57	0	0	0	2	1	-6		3
58	0	0	2	2	1	-7		3
59	1	0	2	-2	1	6		-3
60	0	0	0	-2	1	-5		3
61	1	-1	0	0	0	5		0
62	2	0	2	0	1	-5		3
63	0	1	0	-2	0	-4		0
64	1	0	-2	0	0	4		0
65	0	0	0	1	0	-4		0
66	1	1	0	0	0	-3		0
67	1	0	2	0	0	3		0
68	1	-1	2	0	2	-3		1
69	-1	-1	2	2	2	-3		1
70	-2	0	0	0	1	-2		1
71	3	0	2	0	2	-3		1
72	0	-1	2	2	2	-3		1
73	1	1	2	0	2	2		-1
74	-1	0	2	-2	1	-2		1
75	2	0	0	0	1	2		-1
76	1	0	0	0	2	-2		1
77	3	0	0	0	0	2		0
78	0	0	2	1	2	2		-1
79	-1	0	0	0	2	1		-1
80	1	0	0	-4	0	-1		0
81	-2	0	2	2	2	1		-1
82	-1	0	2	4	2	-2		1
83	2	0	0	-4	0	-1		0
84	1	1	2	-2	2	1		-1
85	1	0	2	2	1	-1		1
86	-2	0	2	4	2	-1		1
87	-1	0	4	0	2	1		0

<b>88</b>	1	-1	0	-2	0	1	0
<b>89</b>	2	0	2	-2	1	1	-1
<b>90</b>	2	0	2	2	2	-1	0
<b>91</b>	1	0	0	2	1	-1	0
<b>92</b>	0	0	4	-2	2	1	0
<b>93</b>	3	0	2	-2	2	1	0
<b>94</b>	1	0	2	-2	0	-1	0
<b>95</b>	0	1	2	0	1	1	0
<b>96</b>	-1	-1	0	2	1	1	0
<b>97</b>	0	0	-2	0	1	-1	0
<b>98</b>	0	0	2	-1	2	-1	0
<b>99</b>	0	1	0	2	0	-1	0
<b>100</b>	1	0	-2	-2	0	-1	0
<b>101</b>	0	-1	2	0	1	-1	0
<b>102</b>	1	1	0	-2	1	-1	0
<b>103</b>	1	0	-2	2	0	-1	0
<b>104</b>	2	0	0	2	0	1	0
<b>105</b>	0	0	2	4	2	-1	0
<b>106</b>	0	1	0	1	0	1	0

### 10.3.2.c Erdrotationsmatrix

Für die Berechnung der Erdrotationsmatrix wird die Zeit im Modifizierten Julianischen Datum in Bezug auf Universale Zeit UT1 benötigt. Ausgehend davon, dass die Universal Coordinated Time bekannt ist, wird der Unterschied<sup>132</sup> dieser beiden Zeitsysteme in Bulletin B des IERS [IERS, [51], 2005] immer aktuell angegeben. Daher ist:

$$MJD_{UT1} = MJD_{UTC} + \frac{UT1 - UTC}{86400s} \quad \text{Gl. 10-99 [Montenbruck, [82]]}$$

Die IAU Präzession und Nutation Theorie ergibt die aktuelle Orientierung der Erdrotationsachse, oder genau genommen die Orientierung des Himmels-Ephemeriden-Pols CEP<sup>133</sup> im Bezug zum International Celestial Reference System ICRS.

Die Rotation um die Rotationsachse wird beschrieben durch Greenwich Mean Sidereal Time GMST, welche den Winkel zwischen dem mittleren Frühlingspunkt und dem Greenwich Meridian misst. Ähnlich zu GMST misst die Greenwich Apparent Sidereal Time GAST den Stundenwinkel zum wahren Frühlingspunkt.

Die Rotationsmatrix ist also:

$$\bar{\theta} = \bar{R}_z(GAST) \quad \text{Gl. 10-100 [Montenbruck, [82]]}$$

Der Zusammenhang zwischen *GAST* und *GMST* ist durch die so genannte Gleichung der Frühlingspunkte gegeben.

<sup>132</sup> Zum 1. Oktober 2005 beträgt dieser Unterschied  $UT1 - UTC = -0.608963s$ .

<sup>133</sup> Engl.: Celestial Ephemeris Pole.

$$GAST - GMST = \Delta\psi \cdot \cos \varepsilon_{\oplus} \quad \text{Gl. 10-101} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Für die Berechnung von  $GMST$  wird der größte ganzzahlige Wert des  $MJD_{UT1}$  benötigt.

$$MJD_0 = \text{Floor}(MJD_{UT1}) \quad \text{Gl. 10-102} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Entsprechend der Gleichung 10-3 in Kapitel 10.1.5 wird nun  $GMST$  berechnet, wobei  $T_0$  mit  $MJD_0$  und  $T$  mit  $MJD_{UT1}$  gebildet wird.

Der rechte Term der Gleichung der Frühlingspunkte berechnet mit der Neigung der Ekliptik  $\varepsilon_{\oplus}$  mit Gleichung C-45, wobei  $\Delta T$  nicht mit der Terrestrischen Zeit  $TT$ , sondern mit  $MJD_{UT1}$  gebildet wird.

Der Nutationswinkel für den Breitengrad  $\Delta\psi$  wird wie bei der Nutationsmatrix berechnet, wobei auch hier gilt, dass  $\Delta T$  nicht mit der Terrestrischen Zeit  $TT$ , sondern mit  $MJD_{UT1}$  gebildet wird.

#### 10.3.2.d Polmatrix

Um die Polmatrix zu berechnen, müssen die für die gewählte Epoche geltenden Erd-Orientierungs-Parameter<sup>134</sup> der Benachrichtigung B (Bulletin B) des International Earth Rotation Service entnommen werden [IERS, [51], 2005].

Die Polmatrix ist dann:

$$\bar{\Pi} = \bar{R}_y(-x_{Pole}) \cdot \bar{R}(-y_{Pole}) \quad \text{Gl. 10-103} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

#### 10.3.3 Transformation von Kartesischen ECEF zu Kartesischen ECI Koordinaten

Die Umrechnung von dem bewegten zu dem inertialen System erfolgt analog zu Kapitel 10.3.2. Die Transformationsmatrix ist die transponierte Matrix für die Rotation von dem inertialen zu dem bewegten System<sup>135</sup>:

$$\bar{U}_{ECI}^{ECEF} = (\bar{U}_{ECEF}^{ECI})^T = (\bar{U}_{ECEF}^{ECI})^{-1} \quad \text{Gl. 10-104}$$

Jetzt kann die Position der Rakete von ECEF- in ECI-Koordinaten umgerechnet werden:

$$\vec{r}_{ECI} = \bar{U}_{ECI}^{ECEF} \cdot \vec{r}_{ECEF} \quad \text{Gl. 10-105}$$

---

<sup>134</sup> Für den 1. Oktober 2005 betrug der Winkel für die Rotation um die x-Achse  $y_{Pole} = 0.41691''$  und der Winkel für die Rotation um die y-Achse  $x_{Pole} = 0.05882''$  [IERS, [51], 2005].

<sup>135</sup> Für Rotationsmatrizen gilt auch, dass sie gleich der inversen Matrix sind.

$$\begin{pmatrix} x_{ECI} \\ y_{ECI} \\ z_{ECI} \end{pmatrix} = \bar{U}_{ECI}^{ECEF} \cdot \begin{pmatrix} x_{ECEF} \\ y_{ECEF} \\ z_{ECEF} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-106}$$

Die Geschwindigkeit von ECEF- in ECI-Koordinaten transformiert ist analog:

$$\dot{\vec{r}}_{ECI} = \bar{U}_{ECI}^{ECEF} \cdot \dot{\vec{r}}_{ECEF} + \frac{d\bar{U}_{ECI}^{ECEF}}{dt} \cdot \vec{r}_{ECEF} \quad \text{Gl. 10-107}$$

Eine Beschleunigung im bewegten System ECEF kann nun mit folgender Gleichung in das inertielle System ECI transformiert werden:

$$\ddot{\vec{r}}_{ECI} = \bar{U}_{ECI}^{ECEF} \cdot \ddot{\vec{r}}_{ECEF} + \frac{d\bar{U}_{ECI}^{ECEF}}{dt} \cdot \dot{\vec{r}}_{ECEF} + \frac{d^2\bar{U}_{ECI}^{ECEF}}{dt^2} \cdot \vec{r}_{ECEF} \quad \text{Gl. 10-108}$$

### 10.3.4 Transformation von Geodätischen ECEF zu Kartesischen ECEF Koordinaten

Mit folgender Gleichung können die Kartesischen ECEF Koordinaten errechnet werden.

$$\begin{pmatrix} x_{ECEF} \\ y_{ECEF} \\ z_{ECEF} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N + h_{ECEF}) \cdot \cos \varphi_{gd} \cdot \cos \theta \\ (N + h_{ECEF}) \cdot \cos \varphi_{gd} \cdot \sin \theta \\ \left( (1 - f_{\oplus})^2 \cdot N + h_{ECEF} \right) \cdot \sin \varphi_{gd} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-109 [Montenbruck, [82]]}$$

Wobei

$$N = \frac{R_{\oplus}}{\sqrt{1 - f_{\oplus} \cdot (2 - f_{\oplus}) \cdot \sin^2 \varphi_{gd}}} \quad \text{Gl. 10-110 [Montenbruck, [82]]}$$

und  $h_{ECEF}$  die Höhe über dem Referenzellipsoid ist.

### 10.3.5 Transformation von Kartesischen ECEF zu Geodätischen ECEF Koordinaten

Für die Berechnung der Geodätischen Koordinaten aus gegebenen Kartesischen Koordinaten wird eine iterative Methode verwendet, welche schnell konvergiert [Montenbruck, [82], 2000].

Der Längengrad  $\theta$  wird mit folgender Gleichung berechnet, und nimmt Werte zwischen  $-180^\circ$  und  $+180^\circ$  an.

$$\theta = \arctan\left(\frac{y_{ECEF}}{x_{ECEF}}\right) \quad \text{Gl. 10-111 [Montenbruck, [82]]}$$

Die Höhe  $h_{ECEF}$  und die Breite  $\varphi_{gd}$  werden iterativ berechnet.

Als erstes muss die die Exzentrizität  $e_{\oplus}$  des Referenzellipsoids berechnet werden.

$$e_{\oplus} = \sqrt{1 - (1 - f_{\oplus})^2} \quad \text{Gl. 10-112 [Montenbruck, [82]]}$$

Als Anfangswert wird  $\Delta z_{ECEF}$  gleich  $e_{\oplus}^2 \cdot z_{ECEF}$  gesetzt und folgender Iterationsprozess durchgeführt:

$$\sin \varphi_{gd} = \frac{z_{ECEF} + \Delta z_{ECEF}}{\sqrt{x_{ECEF}^2 + y_{ECEF}^2 + (z_{ECEF} + \Delta z_{ECEF})^2}} \quad \text{Gl. 10-113 [Montenbruck, [82]]}$$

$$N = \frac{R_{\oplus}}{\sqrt{1 - e_{\oplus}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{gd}}} \quad \text{Gl. 10-114 [Montenbruck, [82]]}$$

$$\Delta z_{ECEF} = N \cdot e_{\oplus}^2 \cdot \sin \varphi_{gd} \quad \text{Gl. 10-115 [Montenbruck, [82]]}$$

bis der Wert konvergiert. Das Abbruchkriterium für den Iterationsprozess liegt dabei normalerweise bei  $10^{-5}$  für die Differenz zwischen neu berechneten und vorangegangenen  $\Delta z_{ECEF}$ .

Jetzt kann die geodätische Breite  $\varphi_{gd}$  und Höhe  $h_{ECEF}$  berechnet werden.

$$\varphi_{gd} = \arctan \left( \frac{z_{ECEF} + \Delta z_{ECEF}}{\sqrt{x_{ECEF}^2 + y_{ECEF}^2}} \right) \quad \text{Gl. 10-116 [Montenbruck, [82]]}$$

$$h_{ECEF} = \sqrt{x_{ECEF}^2 + y_{ECEF}^2 + (z_{ECEF} + \Delta z_{ECEF})^2} - N \quad \text{Gl. 10-117 [Montenbruck, [82]]}$$

### 10.3.6 Transformation von Kartesischen ECEF Koordinaten in LTC Koordinaten

Um die Koordinaten des Flugkörpers  $\vec{x}_{LTC,PL}$  im Lokalen Tangentialen Koordinaten System LTC des Beobachters aus kartesischen Greenwich-Koordinaten ECEF zu erhalten, wird folgende Rotationsmatrix verwendet. Es ist notwendig die geodätischen Koordinaten  $\varphi_{gd,Obs}$  und  $\theta_{Obs}$  des Beobachtungsortes zu kennen.

$$\vec{x}_{LTC,PL} = \bar{R}_{LTC}^{ECEF} \cdot (\vec{x}_{ECEF,PL} - \vec{x}_{ECEF,Obs}) \quad \text{Gl. 10-118}$$

$$\begin{pmatrix} east_{LTC,PL} \\ north_{LTC,PL} \\ h_{LTC,PL} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_{Obs} & +\cos \theta_{Obs} & 0 \\ -\sin \varphi_{gd,Obs} \cdot \cos \theta_{Obs} & -\sin \varphi_{gd,Obs} \cdot \sin \theta_{Obs} & +\cos \varphi_{gd,Obs} \\ +\cos \varphi_{gd,Obs} \cdot \cos \theta_{Obs} & +\cos \varphi_{gd,Obs} \cdot \sin \theta_{Obs} & +\sin \varphi_{gd,Obs} \end{pmatrix} \cdot \left( \begin{pmatrix} x_{ECEF,PL} \\ y_{ECEF,PL} \\ z_{ECEF,PL} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{ECEF,Obs} \\ y_{ECEF,Obs} \\ z_{ECEF,Obs} \end{pmatrix} \right)$$

$$\text{Gl. 10-119 [Montenbruck, [82]]}$$

### 10.3.7 Transformation von LTC Koordinaten in Kartesische ECEF Koordinaten

Um die Kartesischen ECEF Koordinaten aus den Lokalen Tangentialen Koordinaten LTC zu berechnen, wird folgende Gleichung verwendet. Benötigt werden auch die geodätischen Koordinaten des Beobachtungsortes.

$$\vec{x}_{ECEF,PL} = \bar{R}_{ECEF}^{LTC} \cdot \vec{x}_{LTC,PL} + \vec{x}_{ECEF,Obs} \quad \text{Gl. 10-120}$$

$$\begin{pmatrix} x_{ECEF,PL} \\ y_{ECEF,PL} \\ z_{ECEF,PL} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_{Obs} & -\sin \varphi_{gd,Obs} \cdot \cos \theta_{Obs} & \cos \varphi_{gd,Obs} \cdot \cos \theta_{Obs} \\ \cos \theta_{Obs} & -\sin \varphi_{gd,Obs} \cdot \sin \theta_{Obs} & \cos \varphi_{gd,Obs} \cdot \sin \theta_{Obs} \\ 0 & \cos \varphi_{gd,Obs} & \sin \varphi_{gd,Obs} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} east_{LTC,PL} \\ north_{LTC,PL} \\ h_{LTC,PL} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{ECEF,Obs} \\ y_{ECEF,Obs} \\ z_{ECEF,Obs} \end{pmatrix}$$

$$\text{Gl. 10-121}$$

### 10.3.8 Transformation von Kartesischen ECEF Koordinaten in VCVF Koordinaten

Um die Koordinaten des VCVF-Systems aus Kartesischen ECEF-Koordinaten zu berechnen, wird folgende Gleichung angewandt, wozu die geodätischen Koordinaten des Flugkörpers benötigt werden.

$$\vec{x}_{VCVF} = \bar{R}_{VCVF}^{ECEF} \cdot \vec{x}_{ECEF} \quad \text{Gl. 10-122}$$

$$\begin{pmatrix} north_{VCVF} \\ east_{VCVF} \\ z_{VCVF} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi_{gd,PL} \cdot \cos \theta_{PL} & -\sin \varphi_{gd,PL} \cdot \sin \theta_{PL} & +\cos \varphi_{gd,PL} \\ -\sin \theta_{PL} & +\cos \theta_{PL} & 0 \\ -\cos \varphi_{gd,PL} \cdot \cos \theta_{PL} & -\cos \varphi_{gd,PL} \cdot \sin \theta_{PL} & -\sin \varphi_{gd,PL} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{ECEF} \\ y_{ECEF} \\ z_{ECEF} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-123}$$

Meist wird diese Koordinatentransformation verwendet um Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu transformieren.

### 10.3.9 Transformation von VCVF Koordinaten in Kartesische ECEF Koordinaten

Um die Kartesischen ECEF-Koordinaten aus den VCVF-Koordinaten zu berechnen wird folgende Gleichung verwendet. Benötigt werden auch die geodätischen Koordinaten des Flugkörpers.

$$\vec{x}_{ECEF} = \bar{R}_{ECEF}^{VCVF} \cdot \vec{x}_{VCVF} \quad \text{Gl. 10-124}$$

$$\begin{pmatrix} x_{ECEF} \\ y_{ECEF} \\ z_{ECEF} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi_{gd,PL} \cdot \cos \theta_{PL} & -\sin \theta_{PL} & -\cos \varphi_{gd,PL} \cdot \cos \theta_{PL} \\ -\sin \varphi_{gd,PL} \cdot \sin \theta_{PL} & +\cos \theta_{PL} & -\cos \varphi_{gd,PL} \cdot \sin \theta_{PL} \\ +\cos \varphi_{gd,PL} & 0 & -\sin \varphi_{gd,PL} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} north_{VCVF} \\ east_{VCVF} \\ z_{VCVF} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 10-125}$$

Meist wird diese Transformation eher auf Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, als auf Positionen relativ zu dem Flugkörper angewendet werden.

### 10.3.10 Transformation aus dem Aerodynamischen System AF in VCVF-Koordinaten

Um Positionen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen aus dem Flugkörper-Gebundenen Aerodynamischen System AF in das Flugkörper-Gebundene Vertikale System VCVF zu transformieren, wird folgende Gleichung verwendet. Benötigt werden der Flugbahnazimut  $\beta_{VCVF}$ , der Flugbahnwinkel  $\gamma_{VCVF}$  und der Flugwindhängewinkel  $\phi$ .

$$\vec{x}_{VCVF} = \vec{R}_{VCVF}^{AF} \cdot \vec{x}_{AF} \quad \text{Gl. 10-126}$$

$$\begin{pmatrix} north_{VCVF} \\ east_{VCVF} \\ z_{VCVF} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_{VCVF}) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) & \sin(\phi) \cdot \sin(\gamma_{VCVF}) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) - \cos(\phi) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) & \cos(\phi) \cdot \sin(\gamma_{VCVF}) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) + \sin(\phi) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) \\ \cos(\gamma_{VCVF}) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) & \sin(\phi) \cdot \sin(\gamma_{VCVF}) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) + \cos(\phi) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) & \cos(\phi) \cdot \sin(\gamma_{VCVF}) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) - \sin(\phi) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) \\ -\sin(\gamma_{VCVF}) & \sin(\phi) \cdot \cos(\gamma_{VCVF}) & \cos(\phi) \cdot \cos(\gamma_{VCVF}) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{AF} \\ y_{AF} \\ z_{AF} \end{pmatrix}$$

$$\text{Gl. 10-127}$$

Diese Transformation wird bei den für diese Arbeit durchgeführten Untersuchungen zur Umrechnung von aerodynamischen Kräften in das Flugkörper-Gebundene Vertikale System verwendet.

### 10.3.11 Transformation von VCVF Koordinaten in das Aerodynamische System AF

Um Koordinaten aus dem Flugkörper-Gebundenen Vertikalen System in das Flugkörperachsen-Gebundene Aerodynamische System zu transformieren wird folgende Gleichung verwendet. Benötigt werden der Flugbahnazimut  $\beta_{VCVF}$ , der Flugbahnwinkel  $\gamma_{VCVF}$  und der Flugwindhängewinkel  $\phi$ .

$$\vec{x}_{AF} = \vec{R}_{AF}^{VCVF} \cdot \vec{x}_{VCVF} \quad \text{Gl. 10-128}$$

$$\begin{pmatrix} x_{AF} \\ y_{AF} \\ z_{AF} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_{VCVF}) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) & \cos(\gamma_{VCVF}) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) & -\sin(\gamma_{VCVF}) \\ \sin(\phi) \cdot \sin(\gamma_{VCVF}) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) - \cos(\phi) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) & \sin(\phi) \cdot \sin(\gamma_{VCVF}) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) + \cos(\phi) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) & \sin(\phi) \cdot \cos(\gamma_{VCVF}) \\ \cos(\phi) \cdot \sin(\gamma_{VCVF}) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) + \sin(\phi) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) & \cos(\phi) \cdot \sin(\gamma_{VCVF}) \cdot \sin(\beta_{VCVF}) - \sin(\phi) \cdot \cos(\beta_{VCVF}) & \cos(\phi) \cdot \cos(\gamma_{VCVF}) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} north_{VCVF} \\ east_{VCVF} \\ z_{VCVF} \end{pmatrix}$$

$$\text{Gl. 10-129}$$

Meist wird diese Transformation auf aerodynamische Kräfte am Flugkörper angewendet.

### 10.3.12 Transformation von BF Koordinaten in das VCVF-System

Um die Lage des Vehikels im Raum zu bestimmen, wird mit den Eulerwinkeln Querneigung  $\phi_{VCVF}$ , Elevation  $\theta_{VCVF}$  und Azimut  $\psi_{VCVF}$  folgende Rotation verwendet.

$$\begin{pmatrix} north_{VCVF} \\ east_{VCVF} \\ z_{VCVF} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{VCVF} \cdot \cos \psi_{VCVF} & \sin \phi_{VCVF} \cdot \sin \theta_{VCVF} \cdot \cos \psi_{VCVF} - \cos \phi_{VCVF} \cdot \sin \psi_{VCVF} & \cos \phi_{VCVF} \cdot \sin \theta_{VCVF} \cdot \cos \psi_{VCVF} + \sin \phi_{VCVF} \cdot \sin \psi_{VCVF} \\ \cos \theta_{VCVF} \cdot \sin \psi_{VCVF} & \sin \phi_{VCVF} \cdot \sin \theta_{VCVF} \cdot \sin \psi_{VCVF} + \cos \phi_{VCVF} \cdot \cos \psi_{VCVF} & \cos \phi_{VCVF} \cdot \sin \theta_{VCVF} \cdot \sin \psi_{VCVF} - \sin \phi_{VCVF} \cdot \cos \psi_{VCVF} \\ -\sin \theta_{VCVF} & \sin \phi_{VCVF} \cdot \cos \theta_{VCVF} & \cos \phi_{VCVF} \cdot \cos \theta_{VCVF} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_{BF} \\ x_{BF} \\ y_{BF} \end{pmatrix}$$

$$\text{Gl. 10-130}$$

In dieser Schreibweise ist die Reihenfolge der körperfesten Achsen des BF-Systems zu beachten. Vor der Rotation zeigt die Roll-Achse  $z_{BF}$  durch  $North_{VCVF}$ , die Nick-Achse  $x_{BF}$  zeigt durch  $East_{VCVF}$ .

und die Gier-Achse  $y_{BF}$  zeigt in Richtung Nadir. Die Lage der Nutzlast erhält man durch Gieren um die  $z_{BF}$ -Achse mit  $\psi_{VCVF}$ , anschließend nickt die Nutzlast um die neue  $x_{BF}$ -Achse mit  $\theta_{VCVF}$  und rollt danach mit Winkel  $\phi_{VCVF}$  um die neue  $z_{BF}$ -Achse. Eine Beispiel für diese Anwendung findet sich bei der Analyse des HYSHOT-2 Fluges [Cain, [13], 2004].

### 10.3.13 Transformation von VCVF Koordinaten in das BF-System

Um einen Vektor  $\vec{x}_{VCVF}$  in das Körperachsen-Gebundene System BF zu transformieren, wird folgende 3-2-1 Rotation verwendet [Schaub, [97], 2003]. Hierbei sind die Eulerwinkel die Querneigung  $\phi_{VCVF}$ , Elevation  $\theta_{VCVF}$  und Azimut  $\psi_{VCVF}$ .

$$\begin{pmatrix} z_{BF} \\ x_{BF} \\ y_{BF} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{VCVF} \cdot \cos\psi_{VCVF} & \cos\theta_{VCVF} \cdot \sin\psi_{VCVF} & -\sin\theta_{VCVF} \\ \sin\phi_{VCVF} \cdot \sin\theta_{VCVF} \cdot \cos\psi_{VCVF} - \cos\phi_{VCVF} \cdot \sin\psi_{VCVF} & \sin\phi_{VCVF} \cdot \sin\theta_{VCVF} \cdot \sin\psi_{VCVF} + \cos\phi_{VCVF} \cdot \cos\psi_{VCVF} & \sin\phi_{VCVF} \cdot \cos\theta_{VCVF} \\ \cos\phi_{VCVF} \cdot \sin\theta_{VCVF} \cdot \cos\psi_{VCVF} + \sin\phi_{VCVF} \cdot \sin\psi_{VCVF} & \cos\phi_{VCVF} \cdot \sin\theta_{VCVF} \cdot \sin\psi_{VCVF} - \sin\phi_{VCVF} \cdot \cos\psi_{VCVF} & \cos\phi_{VCVF} \cdot \cos\theta_{VCVF} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} north_{VCVF} \\ east_{VCVF} \\ z_{VCVF} \end{pmatrix}$$

Gl.  
10-131

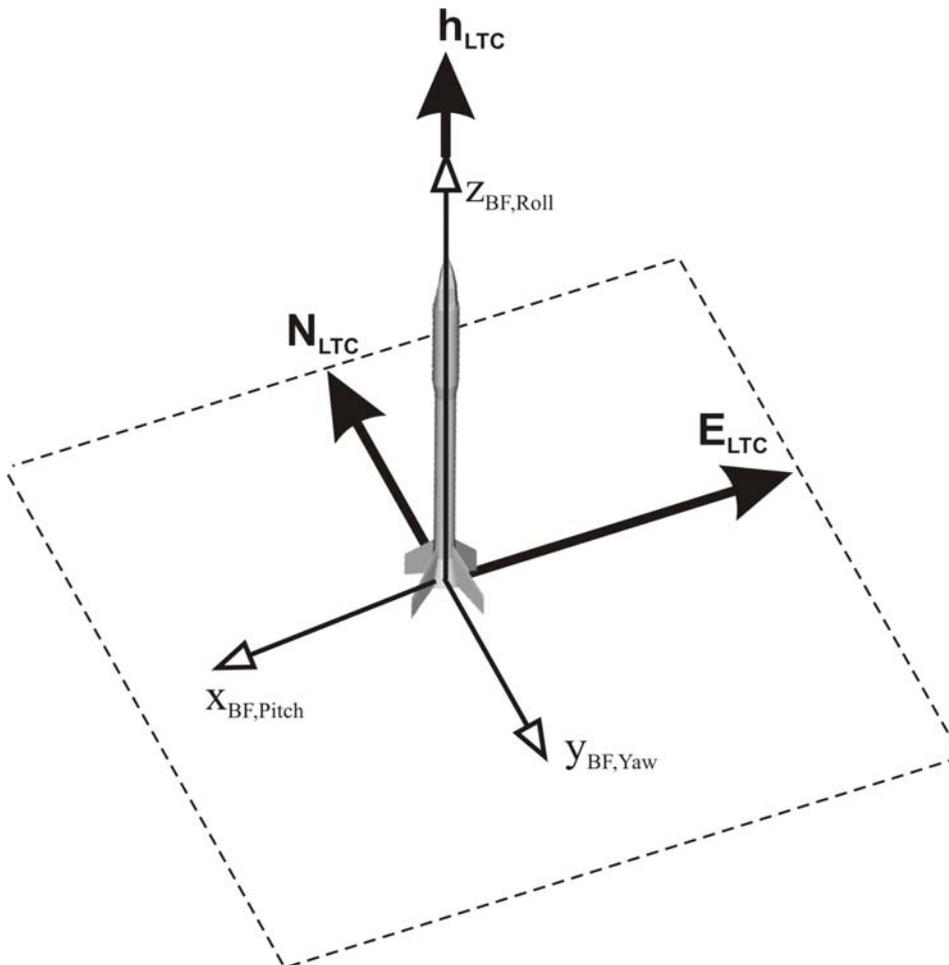
Die Reihenfolge der der BF-Koordinaten ist dabei zu beachten.

### 10.3.14 Transformation vom LF-System in das Körperachsen-Gebundene BF-System

Die hier erläuterte Transformation folgt der Rotation, wie sie für die Kreisel-Plattform der SHEFEX Mission definiert wurde. Sie wird hier erläutert, da in der Einleitung auf den SHEFEX Flug eingegangen wurde. Aufgrund einiger zur Lageregelung während der Flugphase des Vehikels in der Heterosphäre notwendiger Änderungen an der Software der Kreisel-Plattform, ist eine weitere Rotationsmatrix erforderlich, um einen Vektor zwischen den beiden Systemen zu transformieren. Da es sich um einen ganz speziellen Fall während dieses Fluges handelt, wird dies hier nicht näher behandelt. Näher wird darauf eingegangen in [Betz, [1], 2006].

Als erstes wird der zu transformierende Vektor an der Nord-Zenith Ebene gespiegelt. Die dazu gehörende Matrix ist:

$$\bar{M}_{LF, mirrored}^{LF} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Gl. 10-132}$$



**Abbildung 10-11: Inertiales System der Kreiselplattform: Die körperfeste Roll-Achse  $z_{BF}$  ist ausgerichtet auf die Ebenennormale. Die Nick-Achse  $x_{BF}$  zeigt nach Westen, die Gier-Achse  $y_{BF}$  zeigt nach Süden.**

Anschließend wird mit einer 1-2-3 Rotation der Vektor in das Körperachsen-Gebundene System BF transformiert. Die Matrix ist:

$$\bar{U}_{BF}^{LF, mirrored} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) \cdot \cos(\theta) & \cos(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) + \sin(\phi) \cdot \cos(\psi) & \cos(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi) \\ -\sin(\phi) \cdot \cos(\theta) & -\sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) + \cos(\phi) \cdot \cos(\psi) & \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \cos(\phi) \cdot \sin(\psi) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \cdot \sin(\psi) & \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \end{bmatrix}$$

Gl.  
10-133

Hierbei sind die Winkel:

- $\psi$  : Nickwinkel (°)
- $\theta$  : Gierwinkel (°)
- $\phi$  : Rollwinkel (°)

Damit ist also:

$$\bar{x}_{BF} = \bar{U}_{BF}^{LF, mirrored} \cdot \bar{M}_{LF, mirrored}^{LF} \cdot \bar{x}_{LF}$$

Gl. 10-134

Ausmultipliziert ergeben die Matrizen:

$$\bar{U}_{BF}^{LF} = \begin{bmatrix} -\cos(\phi) \cdot \cos(\theta) & -\cos(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) - \sin(\phi) \cdot \cos(\psi) & \cos(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi) \\ \sin(\phi) \cdot \cos(\theta) & \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) - \cos(\phi) \cdot \cos(\psi) & \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \cos(\phi) \cdot \sin(\psi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) & \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \end{bmatrix}$$

Gl. 10-135

Somit kann Gleichung 10-134 mit der neuen Transformationsmatrix geschrieben werden:

$$\vec{x}_{BF} = \bar{U}_{BF}^{LF} \cdot \vec{x}_{LF}$$

Gl. 10-136

Damit kann beispielsweise der Geschwindigkeitsvektor aus dem Launcher Frame in den Body Frame transformiert werden.

### 10.3.15 Transformation vom Körperachsen-Gebundenen BF-System in das LF-System

Mit dieser Transformation ist es möglich die Beschleunigungen der körperfesten Sensoren in das LTC-System zu transformieren, was notwendig ist, um durch Integration eine Navigationslösung, d. h. Geschwindigkeit und Position aus den Beschleunigungsdaten zu berechnen.

Die Transformationsmatrix wird berechnet, indem die Transponierte der Matrix  $\bar{U}_{BF}^{LF}$  gebildet wird:

$$\bar{U}_{LF}^{BF} = (\bar{U}_{BF}^{LF})^T = \begin{bmatrix} -\cos(\phi) \cdot \cos(\theta) & \sin(\phi) \cdot \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ -\cos(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) - \sin(\phi) \cdot \cos(\psi) & \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) - \cos(\phi) \cdot \cos(\psi) & \cos(\theta) \cdot \sin(\psi) \\ \cos(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi) & \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \cos(\phi) \cdot \sin(\psi) & \cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \end{bmatrix}$$

Gl.

10-137

Ein Vektor kann somit mit folgender Gleichung transformiert werden:

$$\vec{x}_{LF} = \bar{U}_{LF}^{BF} \cdot \vec{x}_{BF}$$

Gl. 10-138

Durch Transformation der Einheitsvektoren in den Achsen-Richtungen des Körperfesten-Gebundenen Systems lässt sich auch die Lage der Rakete bzw. vor Start die Launchereinstellungen berechnen. Dies ist hier als Beispiel für die Roll-Achse durchgeführt, womit sich dann auch Azimut und Elevation des Launchers berechnen lassen.



## 11. Appendix B – Berechnung der Sonnen- und Mondpos. im ECI-System

Für die Berechnung der Gravitationsbeschleunigung, welche durch die Sonne bzw. den Mond auf die Raketennutzlast wirkt, ist die Kenntnis der Position des Himmelskörpers im ECI-System notwendig. Auch im Harris-Priester-Atmosphärenmodell spielt bei der Berechnung der Dichte  $\rho$  die Position der Sonne eine Rolle. In diesem Anhang sind die Algorithmen zur Berechnung der Sonnen- und Mondposition im ECI-System nach der Methode in [Montenbruck, [82], 2000] beschrieben.

### 11.1 Position der Sonne im ECI-System

Die Koordinaten der Sonne im Erd-Zentrierten inertialen Koordinatensystem werden berechnet mit Annahme einer ungestörten Bewegung der Erde um die Sonne. In den Dekaden um das Jahr 2000 können für die Sonne in guter Näherung folgende Gleichungen für Längengrad  $\theta_{\odot}$  in der Ekliptik und die Entfernung von der Erde verwendet werden. Der Breitengrad der Sonne in der Ekliptik ist innerhalb der Genauigkeit von 1' vernachlässigbar, da die Bahn der Sonne nur in diesem Bereich von der Ekliptikebene abweicht.

$$\theta_{\odot} = \Omega_{\odot} + \omega_{\odot} + l_{\odot} + 6892'' \cdot \sin(l_{\odot}) + 72'' \cdot \sin(2 \cdot l_{\odot}) \quad \text{Gl. 11-1} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$\theta_{\odot}$  : Längengrad der Sonne in der Ekliptik (°)

$\Omega_{\odot} + \omega_{\odot} = 282^{\circ}.9400$  : Rektaszension und Argument des Perigäums der Sonne [Monten., [82]]

$l_{\odot}$  : Mittlere Anomalie der Sonne (°)

Die mittlere Anomalie  $l_{\odot}$  berechnet in Abhängigkeit der Julianischen Jahrhunderte  $T$  seit dem 1.5 Januar 2000, der Epoche für das J2000 System.

$$l_{\odot} = 357^{\circ}.5256 + 35999^{\circ}.049 \cdot T \quad \text{Gl. 11-2} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die Jahrhunderte können mit folgender Gleichung berechnet werden, wobei  $JD$  das Julianische Datum ist.

$$T = (JD - 2451545.0d) / 36525.0d \quad \text{Gl. 11-3} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Durch eine Rotation um die  $x_{\text{ECI}}$ -Achse um die Neigung der Ekliptik  $\varepsilon_{\oplus}$  erhält man die Kartesischen Koordinaten im Bezug auf den Äquator.

$$\vec{r}_{\text{ECI},\odot} = \bar{R}_x(-\varepsilon_{\oplus}) \cdot \begin{pmatrix} r_{\odot} \cdot \cos \theta_{\odot} \\ r_{\odot} \cdot \sin \theta_{\odot} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{\odot} \cdot \cos \theta_{\odot} \\ r_{\odot} \cdot \sin \theta_{\odot} \cdot \cos \varepsilon_{\oplus} \\ r_{\odot} \cdot \sin \theta_{\odot} \cdot \sin \varepsilon_{\oplus} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 11-4} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

## 11.2 Position des Mondes im ECI-System

Für die Berechnung der Mond-Position sind etwas mehr Terme nötig als für die Sonnen-Bewegung. Die folgenden Gleichungen erlauben die Berechnung des Längengrades und Breitengrades bezogen auf die Ekliptik in der Genauigkeit von mehreren Bogenminuten und um die 500 km in der Mondentfernung.

Die Berechnung der Störung basiert auf fünf fundamentalen Argumenten. Der mittlere Längengrad  $\theta_{\zeta,mean}$  des Mondes,

$$\theta_{\zeta,mean} = 218^\circ.31617 + 481267^\circ.88088 \cdot T - 1^\circ.3972 \cdot T \quad \text{Gl. 11-5} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

die mittlere Anomalie  $l_{\zeta}$  des Mondes,

$$l_{\zeta} = 134^\circ.96292 + 477198^\circ.86753 \cdot T \quad \text{Gl. 11-6} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

die mittlere Anomalie  $l_{\odot}$  der Sonne,

$$l_{\odot} = 357^\circ.52543 + 35999^\circ.04944 \cdot T \quad \text{Gl. 11-7} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

der mittlere Winkelabstand des Mondes von dem aufsteigenden Knoten  $F_{\zeta}$

$$F_{\zeta} = 93^\circ.27283 + 483202^\circ.01873 \cdot T \quad \text{Gl. 11-8} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

und der Differenz zwischen den mittleren Längengraden der Sonne und des Mondes  $D$ .

$$D = 297^\circ.85027 + 445267^\circ.11135 \cdot T \quad \text{Gl. 11-9} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die Julianischen Jahrhunderte  $T$  werden mit der Gleichung E-3 berechnet. Der Längengrad des aufsteigenden Knotens ergibt sich aus  $\Omega_{\zeta} = \theta_{\zeta,mean} - F_{\zeta}$ .

Verwendet man diese Werte, so ergibt sich der Längengrad  $\theta_{\zeta}$  in Bezug auf den Frühlingspunkt und die Ekliptik des Jahres 2000 mit folgender Gleichung, wobei die ersten beiden Terme die Bewegung in einer Ellipse mit Exzentrizität  $e = 0.055$  beschreibt und die restlichen Terme die verschiedenen Störungen beachten.

$$\begin{aligned} \theta_{\zeta} = & \theta_{\zeta,mean} + 22640'' \cdot \sin(l_{\zeta}) + 769'' \cdot \sin(2 \cdot l_{\zeta}) - 4586'' \cdot \sin(l_{\zeta} - 2 \cdot D) + 2370'' \cdot \sin(2 \cdot D) \\ & - 668'' \cdot \sin(l_{\odot}) - 412'' \cdot \sin(2 \cdot F_{\zeta}) - 212'' \cdot \sin(2 \cdot l_{\zeta} - 2 \cdot D) - 206'' \cdot \sin(l_{\zeta} + l_{\odot} - 2 \cdot D) \\ & + 192'' \cdot \sin(l_{\zeta} + 2 \cdot D) - 165'' \cdot \sin(l_{\odot} - 2 \cdot D) + 148'' \cdot \sin(l_{\zeta} - l_{\odot}) - 125'' \cdot \sin(D) \\ & - 110'' \cdot \sin(l_{\zeta} + l_{\odot}) - 55'' \cdot \sin(2 \cdot F_{\zeta} - 2 \cdot D) \end{aligned}$$

$$\text{Gl. 11-10} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Der Breitengrad des Mondes wird beschrieben durch folgende Terme:

$$\varphi_{\zeta} = 18520'' \cdot \sin(F_{\zeta} + \theta_{\zeta} - \theta_{\zeta,mean} + 412'' \cdot \sin(2 \cdot F_{\zeta}) + 541'' \cdot \sin(l_{\odot})) - 526'' \cdot \sin(F_{\zeta} - 2D)$$

$$\begin{aligned}
 &+44'' \cdot \sin(l_{\zeta} + F_{\zeta} - 2 \cdot D) - 31'' \cdot \sin(-l_{\zeta} + F_{\zeta} - 2 \cdot D) - 25'' \cdot \sin(-2 \cdot l_{\zeta} + F_{\zeta}) \\
 &-23'' \cdot \sin(l_{\odot} + F_{\zeta} - 2 \cdot D) + 21'' \cdot \sin(-l_{\zeta} + F_{\zeta}) + 11'' \cdot \sin(-l_{\odot} + F_{\zeta} - 2 \cdot D)
 \end{aligned}$$

Gl. 11-11 [Montenbruck, [82]]

Bei der Berechnung des Breitengrades ist die Inklination des Mond-Orbits gegenüber der Ekliptik, circa  $5.1^{\circ}$ , dominierend.

Die Entfernung des Mondes  $r_{\zeta}$  von dem Erdzentrum wird mit folgender Gleichung berechnet:

$$\begin{aligned}
 r_{\zeta} = &385000000m - 20905000m \cdot \cos(l_{\zeta}) - 3699000m \cdot \cos(2 \cdot D - l_{\zeta}) - 2956000m \cdot \cos(2 \cdot D) \\
 &-570000m \cdot \cos(2 \cdot l_{\zeta}) + 246000m \cdot \cos(2 \cdot l_{\zeta} - 2 \cdot D) - 205000m \cdot \cos(l_{\odot} - 2 \cdot D) \\
 &-171000m \cdot \cos(l_{\zeta} + 2 \cdot D) - 152000m \cdot \cos(l_{\zeta} + l_{\odot} - 2 \cdot D)
 \end{aligned}$$

Gl. 11-12 [Montenbruck, [82]]

In dieser Gleichung wurden Terme mit Schwankungen in einer Größenordnung unter 150 km nicht beachtet.

Diese sphärischen ekliptischen Koordinaten werden mit folgender Gleichung in kartesische ECI-Koordinaten transformiert:

$$\vec{r}_{ECI,\zeta} = \bar{R}_x(-\varepsilon_{\oplus}) \cdot \begin{pmatrix} r_{\zeta} \cdot \cos \theta_{\zeta} \cdot \cos \varphi_{\zeta} \\ r_{\zeta} \cdot \sin \theta_{\zeta} \cdot \cos \varphi_{\zeta} \\ r_{\zeta} \cdot \sin \varphi_{\zeta} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 11-13 [Montenbruck, [82]]}$$



## 12. Appendix C – Gravitation

Dieses Kapitel liefert eine Einführung in die Himmelsmechanik und Gravitation inklusive eines kurzen Überblicks über den historischen Hintergrund sowie die Entdeckung der Kepler'schen Gesetze und der Newton'schen Gleichungen. Diese Einführung dient dem Verständnis der für die Analyse des Wiedereintritts verwendeten Gravitationsmodelle und Berechnungen.

Der Rückblick beginnt mit **Mikolaj Koppernigk (Nikolaus Kopernikus)** (1473–1543) dessen Arbeit eine lange Zeit der Inaktivität in Europa auf dem Gebiet der Astrodynamik beendete. Mit den Verbesserungen der Instrumente wurde klar, dass das alte System mit den Ptolemäischen Tafeln, benannt nach **Claudius Ptolemäus** (ca. 150), zu viele Fehler produzierte. Es war Zeit für eine historische Änderung. Kopernikus, der 31 Jahre mit dem Lösen der fundamentalen Gleichungen der Bewegung des Sonnensystems verbracht hatte, schlug in seiner Arbeit *De Revolutionibus Orbium Coelestium*<sup>136</sup> ein sonnenzentriertes System vor. Die Kopernikanische Theorie unterschied sich von der Ptolemäischen in drei wesentlichen Punkten: im heliozentrischen Weltbild, in neuen Zahlen und Daten und in Details der Planetenbewegung. Aber seine Theorie beinhaltete auch kleine Epizyklen und geringe Modifikationen, da er zirkuläre Orbits verwendete, um die Bewegung der Planeten um die Sonne zu erklären, was nicht ganz richtig war [Vallado, [124], 1997].

**Galileo Galilei** (1564–1642) benutzte verbesserte Teleskope für seine wissenschaftlichen Forschungen. In seiner Veröffentlichung des Werkes *Dialog über die zwei hauptsächlichsten Weltbilder, dem Ptolemäischen und Kopernikanischen*, verteidigte er die Arbeit von Kopernikus [Vallado, [124], 1997].

Wichtige wissenschaftliche Änderungen kamen auf, als **Johannes Kepler** (1571–1630) in Praha<sup>137</sup> mit der Arbeit an den sehr präzisen Beobachtungsdaten des **Tycho Brahe** (1546–1601) begann. Er war interessiert an der relativ großen Exzentrizität der Marsumlaufbahn. Er veröffentlichte seine Arbeit *Astromia Nova*<sup>138</sup> im Jahre 1609. Sie enthielt die ersten beiden der berühmten Kepler'schen Gesetze. Das dritte Gesetz wird in *Harmonices Mundi Libri V*<sup>139</sup> beschrieben, welches im Jahre 1619 gedruckt wurde [Vallado, [124], 1997], [Messerschmid, [81], 2000]. Die **drei Gesetze** lauten:

1. Die Planeten bewegen sich in einer Ebene. Die Planeten bewegen sich auf **Ellipsen**, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.
2. Die Verbindungsgerade zwischen der Sonne und dem Planeten überstreicht in **gleichen Zeiten gleiche Flächen**.
3. Die **Quadrate der Umlaufzeiten** zweier Planeten des gleichen Sterns verhalten sich wie die **Kuben der großen Halb-Achsen** ihrer Umlaufbahnen.

Die Kinematik der Planetenbewegung wurde durch Kepler erklärt, aber die Dynamik der Bewegung durch **Isaac Newton** (1642–1727) gelöst. Während seiner Studienzeit beschäftigte er sich mit dem Problem der Bewegung und damit welche Kraft beispielsweise das Herunterfallen eines Apfels von einem Baum verursacht. Seine Gedanken auf den Mond ausdehnend dachte er über die Reichweite einer solchen Kraft nach. Ungefähre Werte für die Gravitation waren durch Galileos Experi-

<sup>136</sup> Dt.: Über die Kreisbewegungen der Himmelskörper.

<sup>137</sup> Dt.: Prag, Tschechien.

<sup>138</sup> Dt.: Neue Astronomie.

<sup>139</sup> Dt.: Harmonie der Welt.

mente bekannt, aber Newtons überschlagene Ergebnisse für den Mond lagen um 15 % daneben. Frustriert ließ er das Problem liegen und beschäftigte sich mit anderen Fragestellungen. **Edmond Halley** (1656–1742) ermutigte Newton seine Arbeit über die Planetenbewegung zu vollenden. Er bezahlte sogar den Druck des Manuskripts, das 1687 als *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*<sup>140</sup> erschien. Darin wurden die drei Gesetze der Bewegung vorgestellt [Vallado, [124], 1997]:

1. Jeder Körper bleibt in Ruhe oder gleichförmiger Bewegung auf einer geraden Linie, es sei denn er wird durch Kräfte, welche auf ihn einwirken, gezwungen seinen Zustand zu ändern.
2. Die Änderung der Bewegung ist proportional zu der wirkenden Kraft und erfolgt in Richtung einer geraden Linie, in welche die Kraft wirkt.
3. Jeder Aktion ist auch jedes Mal eine gleichgroße Reaktion entgegengesetzt oder die gegenseitigen Aktionen zweier Körper aufeinander sind immer gleich und entgegengesetzt gerichtet.

Sein erstes Gesetz über die Bewegung von Körpern erscheint heutzutage trivial, zur Zeit Newtons legten die meisten Wissenschaftler ihren Werken die Philosophie des Aristoteles zugrunde. **Aristoteles** (384–322 A.C.) glaubte, dass der natürliche Zustand eines Objektes der Zustand der Ruhe ist.

Das zweite Gesetz besagt, dass die zeitliche Änderung des linearen Impulses proportional zu der wirkenden Kraft  $\vec{F}$  ist. Die Summe aller auf den Körper wirkenden Kräfte ist gleich der Masse  $m$  multipliziert mit der Beschleunigung  $\vec{a}$  des Körpers. Dabei wird angenommen, dass die Masse  $m$  zeitlich konstant ist.

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = m \cdot \vec{a} \quad \text{Gl. 12-1 [Vallado, [124]]}$$

Das dritte Gesetz wird deutlich, wenn man daran denkt, dass beim Drücken eines Gegenstands mit der Hand, dieser eine ebenso große Kraft auf die eigene Hand ausübt [Schaub, [97], 2003].

## 12.1 Die Zwei-Körper Gleichung

Für die Herleitung wird ein starres ideales Inertialsystem angenommen. Für dieses System werden nur zwei Körper berücksichtigt. In unserem Fall sind dies die Masse der Erde<sup>141</sup>  $m_{\oplus}$  und des Flugkörpers, bzw. der Nutzlast  $m_{PL}$ . Newtons **Gesetz der Gravitation** für die Gravitationskräfte ist in der nächsten Gleichung beschrieben, wobei die Teilung von  $\vec{r}$  durch  $r$  nötig ist um einen Einheitsvektor zu erhalten.

$$\vec{F}_g = -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot m_{PL}}{r^2} \cdot \left( \frac{\vec{r}}{r} \right) \quad \text{Gl. 12-2 [Vallado, [124]]}$$

Durch die Messung der gegenseitigen Anziehung zweier Körper mit bekannten Massen kann die **Universelle Gravitationskonstante**<sup>142</sup>  $G$  direkt aus Torsionswaage-Experimenten bestimmt wer-

<sup>140</sup> Dt.: Mathematische Prinzipien der Naturphilosophien.

<sup>141</sup> Erdmasse  $m_{\oplus} = 5.9742 \cdot 10^{24}$  kg [Vallado, [124], 1997].

<sup>142</sup> Universelle Gravitationskonstante  $G = (6.67259 \pm 0.00085) \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$  [Montenbruck, [82], 2000].

den [Montenbruck, [82], 2000].

Es ist nun möglich diese Vektorgleichung abzuleiten ohne die Ableitungen der Koordinatensystem-Achsen zu berücksichtigen. Die zweite Ableitung ergibt die Beschleunigung des Flugkörpers relativ zum Zentrum der Erde. Mit Newtons zweitem Gesetz und seinem Gravitationsgesetz ist es möglich die Inertialkräfte auf die Erde und den Flugkörper aufzustellen.

$$\vec{F}_{g,PL} = m_{PL} \cdot \ddot{\vec{r}}_{PL} = -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot m_{PL}}{r^2} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \quad \text{Gl. 12-3 [Vallado, [124]]}$$

$$\vec{F}_{g_{\oplus}} = m_{\oplus} \cdot \ddot{\vec{r}}_{\oplus} = \frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot m_{PL}}{r^2} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \quad \text{Gl. 12-4 [Vallado, [124]]}$$

Die Kraft, welche auf die Erde wirkt, ist entgegengesetzt der Richtung der Kraft auf den Flugkörper. Nun werden diese Gleichungen zur **Relativen Beschleunigung**  $\ddot{\vec{r}}_{rel}$  kombiniert.

$$\ddot{\vec{r}}_{rel} = -\frac{G \cdot (m_{\oplus} + m_{PL})}{r^2} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \quad \text{Gl. 12-5 [Vallado, [124]]}$$

Vier Annahmen sind nötig um die Zwei-Körper Gleichung zu entwickeln. Als Erstes ist die Masse des Flugkörpers im Vergleich zu der des anziehenden Körpers vernachlässigbar. Für die Erde und künstliche Satelliten ist dies ohne Probleme möglich. Zweitens ist das gewählte Koordinatensystem inertial. Die dritte Annahme betrachtet die Körper des Flugkörpers und des anziehenden Körpers als Kugeln mit gleichmäßiger Massenverteilung, was es erlaubt beide als Punktmassen zu behandeln. Die letzte Annahme ist, dass keine andere Kraft außer den Gravitationskräften auf das System wirkt.

Wegen der ersten Annahme kann man die Flugkörpermasse in der vorherigen Gleichung vernachlässigen und dadurch  $G \cdot m_{\oplus}$  durch die Gravitationskonstante der Erde<sup>143</sup>  $\mu_{\oplus}$  ersetzen. Dies führt zur relativen Form der **Zwei-Körper Gleichung**.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu_{\oplus}}{r^2} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \quad \text{Gl. 12-6}$$

## 12.2 Gravitationsmodelle

In Kapitel 10.2 wurde bereits festgestellt, dass die Erde keine perfekte Kugel und auch nicht isoliert im All ist. Der französische Mathematiker **Pierre-Simon Laplace** (1749-1827), **Carl Friedrich Gauss** (1777–1855), Friedrich Bessel und andere bemerkten, dass die Annahme eines ellipsoidförmigen Erd-Modells nicht haltbar war, wenn es mit genauen Messungen verglichen wurde. Es war nicht möglich, die Ablenkung der physikalischen Lotlinie, auf die sich Messungen beziehen, von der Normalen auf die Ellipsoid Oberfläche zu ignorieren. Allerdings bilden die Oberflächen der Ozeane unter bestimmten Voraussetzungen eine Fläche, auf der ein konstantes Schwerepotential herrscht. Sie ist dann die Niveaulfläche des Erdschwerefeldes. Denkt man sich diese Figur unter

<sup>143</sup> Gravitationskonstante der Erde  $\mu_{\oplus} = 3.986 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}$  [Maral/Bousquet, [72], 2002].

den Erdkontinenten fortgesetzt, so erhält man eine mathematische Erdfigur<sup>144</sup>, welche sich von einem Ellipsoid unterscheidet [EUROCONTROL, [36], 1998].

Das bedeutet, dass der Flugkörper, auch bei Vernachlässigung der Atmosphäre, von einer idealen elliptische Flugbahn um das Erdmassenzentrum abweicht. Für genauere Berechnungen wird daher ein komplexeres Model des Schwerfeldes der Erde benötigt. Für vorläufige Analysen gibt es einfache Ausdrücke, die die dominanten Störungen auf den Flugkörper durch die Gravitationsanomalien beschreiben. Diese Beziehungen leiten sich aus den sphärischen Harmonien als Darstellung des Erdschwerfeldes ab, aber nehmen an, dass die Erde symmetrisch um ihre polare Achse ist und betrachten nur die dominanten Terme in der harmonischen Erweiterung [ESA, [30], 2000].

Die Entwicklung von Gravitationsmodellen und Bewertung der geopotentialen Koeffizienten ist ein kontinuierlich fortlaufender Vorgang. Sie basieren auf Satelliten Beobachtungen durch photographische, Doppler- oder Laser- und bodengebundene Messungen der Gravitationsbeschleunigung sowie Höhenmesser von Satelliten [ESA, [30], 2000]. Die ersten von dem Applied Physics Laboratory (APL) der John Hopkins University, Baltimore, USA und dem Smithsonian Astrophysical Observatory, Cambridge, USA veröffentlichten Gravitationsmodelle basierten auf Doppler-Tracking-Daten des Transit-Satelliten und Beobachtungen der Baker-Nunn-Kamera<sup>145</sup> [ESA, [30], 2000].

Weitere Modelle wurden entwickelt und werden nebeneinander von verschiedenen Einrichtungen verwendet. Zu dem WGS84 System, welches bereits in Kapitel 10.2.2 erläutert wurde, gehört ein eigenes Gravitationsmodell mit Harmonien bis zu Grad und Ordnung 180. Weiter gibt es das Texas Earth Gravity Model (TEG-2B), entwickelt von der University of Texas, Austin, USA und das OSU-91A, entwickelt von der Ohio State University, USA. Das GRIM4 Modell ist ein globales Erd-Gravitationsmodell, das in Kooperation zwischen dem Geo-Forschungs-Zentrum Potsdam (GFZ), Deutschland und der Groupe de Geodesie Spatiale (GRGS), Frankreich entwickelt wurde. Das JGM-2 Modell wurde von der NASA, der University of Texas, der CNES und der Ohio State University entwickelt. Auf das Nachfolger-Modell JGM-3 wird in Kapitel 12.2.1 genauer eingegangen.

Das EGM96, das gemeinsam vom NASA Goddard Space Flight Center (GSFC), USA, der National Imagery and Mapping Agency (NIMA), USA und der Ohio State University, USA entwickelt wurde, bietet eine genauere Oberfläche für Topographie, verbessert Modelle der Zirkulation der Ozeane, sowie die Bestimmung für niedrig fliegende Satelliten und unterstützt globale und regionale Untersuchungen der Tektonik und Geodynamik. Das sphärische Harmonienmodell ist bis zum 360° vollständig, was einer globalen Auflösung von etwa 55 km entspricht. EGM96 beinhaltet neueste veröffentlichte Oberflächen-Gravitationsdaten von dem gesamten Globus, drei Jahrzehnte präziser Satelliten-Tracking-Daten und Höhenmessungen der Ozeanoberfläche durch TOPEX/POSEIDON, ERS-1 und GEOSAT [ESA, [30], 2000].

In den weiteren Unterkapiteln befinden sich die detaillierten Beschreibungen des **Joint Gravity Modells 3**, des Gravitationsmodells nach **Wolfgang Torge** sowie nach **Pedro Ramon Escobal** und die Näherungsformel für die Erdbeschleunigung im WGS-84 System. Ein weiteres Gravitationsmodell ist in [Schaub, [97], 2003] dargestellt.

Diese zuletzt beschriebenen Gravitationsmodelle wurden für die Analyse der Flugdaten von Forschungsraketen betrachtet und in die Analyse-Software implementiert. Die im Weiteren dargestellten Ergebnisse beruhen auf Daten mit dem Joint Gravity Modell 3, da dies die genauesten

---

<sup>144</sup> **Johann Benedict Listing** (1808–1882) gab dieser Niveaufläche 1872 den Namen *Geoid*.

<sup>145</sup> Benannt ist diese Kamera nach den Konstrukteuren **James G. Baker** und **Joseph Nunn**.

Werte liefert.

### 12.2.1 Das Joint Gravity Modell 3 (JGM-3)

Die Entwicklung von immer schnelleren Rechnern und ergänzenden Orbitmodellen ließ eine komplette Reproduzierbarkeit von verfügbaren Tracking-Daten und Schwerefeld-Daten der Oberfläche zu. Dies mündete in dem Joint Gravity Model 1 (JGM-1) [Nerem, [87], 1995], einem 70 mal 70 Modell. Das JGM-2 Modell wurde von der NASA, der University of Texas, der CNES und der Ohio State University bis zu einem Grad und Ordnung 70 entwickelt.

Da die Erde keine perfekte Kugel ist, ist es nötig das Geopotential-Feld als Zentralkraft darzustellen, erweitert durch eine Serie von sphärischen Harmonien, welche die Laplace-Gleichung

$$\nabla^2 U = 0 \quad \text{Gl. 12-7} \quad [\text{ESA, [30], 2000}]$$

im leeren Raum erfüllen. Das Geopotential kann mit folgender Gleichung ausgedrückt werden, wobei beachtet werden muss, dass  $R_{\oplus}$  der Großen Halbachse des Referenzellipsoids entspricht.

$$U(r, \varphi_{gc}, \theta) = \frac{G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3}}{r} \cdot \left( 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r} \right)^n P_{n,m}(\sin \varphi_{gc}) \cdot [C_{n,m} \cdot \cos(m \cdot \theta) + S_{n,m} \cdot \sin(m \cdot \theta)] \right)$$

$$\text{Gl. 12-8} \quad [\text{ESA, [30], 2000}]$$

Hierbei sind:

$$\mu_{\oplus, JGM-3} = G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3} = 3.986004415 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \quad : \quad \text{Gravitationskonstante der Erde (My)}$$

[[82]]

$r$  : Radiale Entfernung von dem Erd-Massenzentrum (m)

$R_{\oplus, JGM-3} = 6378136.3$  m : Große Halbachse des Referenzellipsoids, also Äquatorradius

[[82]]

$n$  : Grad des harmonischen Terms

$m$  : Ordnung des harmonischen Terms

$\varphi_{gc}$  : Geozentrische Breite (°)

$\theta$  : Geozentrische Länge (°)

$C_{n,m}, S_{n,m}$  : Sphärische harmonische Koeffizienten

$P_{nm}(\sin \varphi_{gc})$  sind verbundene Legendre-Funktionen der ersten Ordnung, wobei für die Legendre-Polynome, benannt nach dem französischen Mathematiker **Adrien-Marie Legendre** (1752–1833), gilt:

$$P_{n,m}(\sin \varphi_{gc}) = \frac{(\cos \varphi_{gc})^m}{2^n n!} \cdot \frac{d^{n+m}(\sin^2 \varphi_{gc} - 1)^n}{d^{n+m}(\sin \varphi_{gc})} \quad \text{Gl. 12-9} \quad [\text{ESA, [30], 2000}]$$

Abhängig von dem Grad  $n$  und der Ordnung  $m$  wird die Legendre-Funktion bezeichnet als:

- Eine **zonale Harmonie** für  $m = 0$ , je nach Definition wird auch  $J_n = -C_{n0}$  angewendet [Montenbruck, [82], 2000]
- Eine **sektorale Harmonie** für  $m = n$
- Eine **tesserale Harmonie** für  $m \neq n$

Eine zonale Harmonie korrespondiert geometrisch mit einer bestimmten Form der geopotentialen Oberfläche. Der Haupteffekt der Erdadflachung, ein Schnitt von Nord nach Süd durch die Erde erscheint elliptisch, wird durch die zweite zonale Harmonie ( $m = 0, n = 2$ ) ausgedrückt. Die dritte zonale Harmonie ( $m = 0, n = 3$ ) liefert ein Profil mit der Tendenz zu einem Dreieck, die vierte Harmonie ein Quadrat, die fünfte ein Pentagon usw. [ESA, [30], 2000].

Eine ähnliche Darstellung kann für die Längen-Änderungen gefunden werden. Bei fester Breite  $\varphi_{gc}$  ist die Variation der Geoidhöhe mit der Breite  $\theta$  eine Sinusschwingung mit der Wellenlänge  $\frac{2\pi}{m}$ . Das heißt zum Beispiel, jede Harmonie der Ordnung 15 erzeugt Aufwölbungen alle 24 Längengrade [ESA, [30], 2000].

Eine Änderung der Erdkonstanten ergibt eine Änderung der Geopotentialkoeffizienten  $C_{nm}$  und  $S_{nm}$ . Daher muss bei der Berechnung der Beschleunigung des Flugkörpers darauf geachtet werden, dass die zu dem Gravitationsmodell passenden Konstanten verwendet werden [Montenbruck, [82], 2000].

Die Beschleunigung durch Gravitation, abhängig von erdfesten Koordinaten, wird mit folgender Gleichung ausgedrückt:

$$\ddot{r} = \nabla U = \nabla \frac{G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3}}{r} \cdot \left( 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r} \right)^n P_{n,m}(\sin \varphi_{gc}) \cdot [C_{n,m} \cdot \cos(m \cdot \theta) + S_{n,m} \cdot \sin(m \cdot \theta)] \right)$$

Gl. 12-10 [Montenbruck, [82]]

Definiert man

$$V_{n,m} = \left( \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r} \right)^{n+1} \cdot P_{n,m}(\sin \varphi_{gc}) \cdot \cos(m \cdot \theta)$$

Gl. 12-11 [Montenbruck, [82]]

$$W_{n,m} = \left( \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r} \right)^{n+1} \cdot P_{n,m}(\sin \varphi_{gc}) \cdot \sin(m \cdot \theta)$$

Gl. 12-12 [Montenbruck, [82]]

so kann das Gravitationspotential geschrieben werden als:

$$U = \frac{G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3}}{R_{\oplus, JGM-3}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (C_{n,m} \cdot V_{n,m} + S_{n,m} \cdot W_{n,m})$$

Gl. 12-13 [Montenbruck, [82]]

Die zonalen Terme berechnen sich folgendermaßen:

$$V_{0,0} = \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r}$$

$$W_{0,0} = 0$$

Gl. 12-14 [Montenbruck, [82]]

$$V_{1,0} = \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r^2} \cdot z_{ECEF} \cdot V_{0,0}$$

$$W_{1,0} = 0$$

Die weiteren zonalen Terme berechnen sich für  $n = 2$  bis 21 mit

$$V_{n,0} = \frac{1}{n} \cdot \left( (2 \cdot n - 1) \cdot \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r^2} \cdot z_{ECEF} \cdot V_{n-1,0} - (n-1) \cdot \frac{R_{\oplus, JGM-3}^2}{r^2} \cdot V_{n-2,0} \right) \quad \text{Gl. 12-15} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$W_{n,0} = 0$$

Die tesseralen und sektoralen Terme berechnen sich mit

$$V_{m,m} = (2 \cdot m - 1) \cdot \left( \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r^2} \cdot x_{ECEF} \cdot V_{m-1,m-1} - \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r^2} \cdot y_{ECEF} \cdot W_{m-1,m-1} \right)$$

$$W_{m,m} = (2 \cdot m - 1) \cdot \left( \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r^2} \cdot x_{ECEF} \cdot W_{m-1,m-1} - \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r^2} \cdot y_{ECEF} \cdot V_{m-1,m-1} \right)$$

Gl. 12-16 [Montenbruck, [82]]

und

$$V_{n,m} = \left( \frac{2 \cdot n - 1}{n - m} \right) \cdot \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r^2} \cdot z_{ECEF} \cdot V_{n-1,m} - \left( \frac{n + m - 1}{n - m} \right) \cdot \frac{R_{\oplus, JGM-3}^2}{r^2} \cdot V_{n-2,m}$$

$$W_{n,m} = \left( \frac{2 \cdot n - 1}{n - m} \right) \cdot \frac{R_{\oplus, JGM-3}}{r^2} \cdot z_{ECEF} \cdot W_{n-1,m} - \left( \frac{n + m - 1}{n - m} \right) \cdot \frac{R_{\oplus, JGM-3}^2}{r^2} \cdot W_{n-2,m}$$

Gl. 12-17 [Montenbruck, [82]]

Nun kann also die Beschleunigung  $\ddot{\vec{r}}$  im erdfesten, mitdrehenden Koordinatensystem berechnet werden. Die einzelnen Komponenten sind:

$$\ddot{x} = \sum_{n,m} \ddot{x}_{n,m}$$

$$\ddot{y} = \sum_{n,m} \ddot{y}_{n,m} \quad \text{Gl. 12-18} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$\ddot{z} = \sum_{n,m} \ddot{z}_{n,m}$$

Gebildet werden die einzelnen Komponenten aus den partiellen Beschleunigungen mit den Gravitationskoeffizienten in Tabelle 12-1

$$\ddot{x}_{n,0} = \frac{G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3}}{R_{\oplus, JGM-3}^2} \cdot \left\{ -C_{n,0} \cdot V_{n+1,1} \right\} \quad \text{für } m = 0 \quad \text{Gl. 12-19} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$\ddot{x}_{n,m} = \frac{G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3}}{R_{\oplus, JGM-3}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ (-C_{n,m} \cdot V_{n+1,m+1} - S_{n,m} \cdot W_{n+1,m+1}) + \frac{(n-m+2)!}{(n-m)!} \cdot (C_{n,m} \cdot V_{n+1,m-1} + S_{n,m} \cdot W_{n+1,m-1}) \right\}$$

$$\ddot{y}_{n,0} = \frac{G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3}}{R_{\oplus, JGM-3}^2} \cdot \{-C_{n,0} \cdot W_{n+1,1}\} \quad \text{für } m = 0 \quad \text{Gl. 12-20} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$\ddot{y}_{n,m} = \frac{G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3}}{R_{\oplus, JGM-3}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ (-C_{n,m} \cdot W_{n+1,m+1} + S_{n,m} \cdot V_{n+1,m+1}) + \frac{(n-m+2)!}{(n-m)!} \cdot (-C_{n,m} \cdot W_{n+1,m-1} + S_{n,m} \cdot V_{n+1,m-1}) \right\}$$

$$\ddot{z}_{n,m} = \frac{G_{JGM-3} \cdot m_{\oplus, JGM-3}}{R_{\oplus, JGM-3}^2} \cdot \left\{ (n-m+1) \cdot (-C_{n,m} \cdot V_{n+1,m} - S_{n,m} \cdot W_{n+1,m}) \right\} \quad \text{Gl. 12-21} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die berechnete Beschleunigung wird nun in das inertielle System rotiert<sup>146</sup>.

$$\ddot{r}_{ECI} = \bar{U}_{ECI}^{ECEF} \cdot \ddot{r} \quad \text{Gl. 12-22}$$

Folgende Tabelle beinhaltet die Gravitationskoeffizienten zur Berechnung der Erdbeschleunigung im JGM-3 Modell.

**Tabelle 12-1: Gravitationskoeffizienten für das JGM-3 Modell [Montenbruck, [82], 2000]**

<i>n</i>	<i>m</i>	<i>C<sub>n,m</sub></i>	<i>S<sub>n,m</sub></i>
0	0	1.0	
1	0	0.0	
1	1	0.0	0.0
2	0	-0.001082627	
2	1	-0.000000002414	0.0000000015431
2	2	0.000001574536	-0.0000009038681
3	0	0.000002532435	
3	1	0.000002192799	0.0000002680119
3	2	0.000000309016	-0.0000002114024
3	3	0.0000001005589	0.0000001972013
4	0	0.000001619331	
4	1	-0.0000005087253	-0.0000004494599
4	2	0.00000007841223	0.0000001481555
4	3	0.00000005921574	-0.00000001201129
4	4	-0.000000003982396	0.000000006525606
5	0	0.0000002277161	
5	1	-0.00000005371651	-0.00000008066346
5	2	0.0000001055905	-0.00000005232672
5	3	-0.00000001492615	-0.000000007100877
5	4	-0.000000002297912	0.0000000003873005
5	5	0.0000000004304768	-0.000000001648204

<sup>146</sup> Der berechnete Beschleunigungsvektor wird nur vom ECEF ins ECI System rotiert und es müssen keine Coriolis-Beschleunigungen etc. beachtet werden. Deswegen ist der berechnete Beschleunigungsvektor auch nicht mit  $\ddot{r}_{ECEF}$  gleichzusetzen.

6	0	-0.0000005396485	
6	1	-0.00000005987798	0.00000002116466
6	2	0.000000006012099	-0.00000004650395
6	3	0.000000001182266	0.0000000001843134
6	4	-0.0000000003264139	-0.000000001784491
6	5	-0.0000000002155771	-0.0000000004329182
6	6	0.000000000002213693	-0.00000000005527712
7	0	0.0000003513684	
7	1	0.0000002051487	0.00000006936989
7	2	0.0000000328449	0.000000009282314
7	3	0.000000003528541	-0.00000000306115
7	4	-0.0000000005851195	-0.0000000002636182
7	5	0.000000000005818486	0.00000000006397253
7	6	-0.00000000002490718	0.0000000001053488
7	7	0.00000000000002559078	0.000000000004475983
8	0	0.0000002025187	
8	1	0.00000001603459	0.00000004019978
8	2	0.000000006576542	0.000000005381316
8	3	-0.0000000001946358	-0.000000000872352
8	4	-0.0000000003189358	0.00000000009117736
8	5	-0.00000000004615173	0.0000000001612521
8	6	-0.00000000001839364	0.00000000008627743
8	7	0.0000000000003429762	0.000000000003814766
8	8	-0.0000000000001580332	0.0000000000001535338
9	0	0.0000001193687	
9	1	0.00000009241927	0.00000001423657
9	2	0.000000001566874	-0.000000002228679
9	3	-0.000000001217275	-0.0000000005633921
9	4	-0.00000000007018561	0.0000000001717309
9	5	-0.00000000001669737	-0.00000000005550919
9	6	0.000000000008296725	0.00000000002940313
9	7	-0.0000000000002251973	-0.0000000000001846792
9	8	0.00000000000006144394	-0.000000000000009856184
9	9	-0.000000000000003676763	0.000000000000007441039
10	0	0.0000002480569	
10	1	0.00000005175579	-0.00000008128915
10	2	-0.000000005562846	-0.000000005562846
10	3	-0.0000000004195999	-0.0000000008989333
10	4	-0.0000000004967025	-0.0000000004622483
10	5	-0.00000000003074283	-0.00000000003122269
10	6	-0.000000000002597232	-0.000000000005515591
10	7	0.00000000000006909154	-0.00000000000002650681
10	8	0.00000000000004635314	-0.0000000000001052843
10	9	0.00000000000002330148	-0.000000000000007011948
10	10	0.000000000000004170802	-9.89261E-17
11	0	-0.0000002405652	
11	1	0.000000009508428	-0.00000001646546
11	2	0.000000000954203	-0.00000000509736

### 12.2.2 Gravitationsmodell nach Torge

Um die Auswirkung des anomalen Schwerfeldes auf Flugkörper abzuschätzen, genügt es oft, die Beschleunigungen aufgrund der ersten zonalen Koeffizienten zu berechnen. Hierzu kann die Potentialentwicklung vereinfacht werden. Wie bereits erwähnt wurde, wird in der Satellitengeodäsie oft die Bezeichnung  $C_{n0} = -J_n$  verwendet [Seeber, [101], 1989].

Aus Gleichung 3-8 folgt dann für die ersten sechs zonalen Harmonien folgende Gleichung, wobei  $R_{\oplus}$  wieder die Große Halbachse des Erdellipsoids ist.

$$\begin{aligned}
 U(r, \varphi_{gc}) = & \frac{G \cdot m_{\oplus}}{r} \left( 1 - \frac{J_2}{2} \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \cdot (3 \cdot \sin^2 \varphi_{gc} - 1) + \frac{J_3}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^3 \cdot (5 \cdot \sin^3 \varphi_{gc} - 3 \cdot \sin \varphi_{gc}) \right) \\
 & + \frac{G \cdot m_{\oplus}}{r} \left( -\frac{J_4}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^4 \cdot (35 \cdot \sin^4 \varphi_{gc} - 30 \sin^2 \varphi_{gc} + 3) \right) \\
 & + \frac{G \cdot m_{\oplus}}{r} \left( \frac{J_5}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^5 \cdot (63 \cdot \sin^5 \varphi_{gc} - 70 \cdot \sin^3 \varphi_{gc} + 15 \cdot \sin \varphi_{gc}) \right) \\
 & + \frac{G \cdot m_{\oplus}}{r} \left( -\frac{J_6}{16} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^6 \cdot (231 \cdot \sin^6 \varphi_{gc} - 315 \cdot \sin^4 \varphi_{gc} + 105 \cdot \sin^2 \varphi_{gc} - 5) \right)
 \end{aligned}$$

Gl. 12-23 [Seeber, [101]]

Die Werte für die zonalen Harmonien sind in [Seeber, [101], 1989] angegeben mit:

$$J_2 = 1082.63 \cdot 10^{-6}$$

$$J_3 = -2.54 \cdot 10^{-6}$$

$$J_4 = -1.62 \cdot 10^{-6}$$

$$J_5 = -0.23 \cdot 10^{-6}$$

$$J_6 = -0.55 \cdot 10^{-6}$$

Als Werte für die Universal- und Erd-Konstanten werden die WGS84 Werte verwendet.

Für die Beschleunigungskomponenten am Flugkörper mit den ECEF-Koordinaten  $x_{ECEF}$ ,  $y_{ECEF}$ ,  $z_{ECEF}$  ergibt sich dann durch  $\ddot{r} = \nabla U$ :

$$\ddot{x} = \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot x_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( 1 - J_2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \cdot \left( 5 \cdot \frac{z_{ECEF}^2}{r^2} - 1 \right) + J_3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^3 \cdot \left( 3 \cdot \frac{z_{ECEF}}{r} - 7 \cdot \frac{z_{ECEF}^3}{r^3} \right) \right)$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot x_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_4 \cdot \frac{5}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^4 \cdot \left( 3 - 42 \cdot \frac{z_{ECEF}^2}{r^2} + 63 \cdot \frac{z_{ECEF}^4}{r^4} \right) \right) \\
 & -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot x_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_5 \cdot \frac{3}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^5 \cdot \left( 35 \cdot \frac{z_{ECEF}}{r} - 210 \cdot \frac{z_{ECEF}^3}{r^3} + 231 \cdot \frac{z_{ECEF}^5}{r^5} \right) \right) \\
 & -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot x_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( J_6 \cdot \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^6 \cdot \left( 35 - 945 \cdot \frac{z_{ECEF}^2}{r^2} + 3465 \cdot \frac{z_{ECEF}^4}{r^4} - 3003 \cdot \frac{z_{ECEF}^6}{r^6} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Gl. 12-24 [Seeber, [101]]

$$\ddot{y} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{y_{ECEF}}{x_{ECEF}} \cdot \ddot{x}$$

Gl. 12-25 [Seeber, [101]]

$$\begin{aligned}
 \ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} = & -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot z_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( 1 + J_2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \cdot \left( 3 - 5 \cdot \frac{z_{ECEF}^2}{r^2} \right) + J_3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^3 \cdot \left( 10 \cdot \frac{z_{ECEF}}{r} - \frac{35}{3} \cdot \frac{z_{ECEF}^3}{r^3} - \frac{r}{z_{ECEF}} \right) \right) \\
 & -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot z_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_4 \cdot \frac{5}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^4 \cdot \left( 15 - 70 \cdot \frac{z_{ECEF}^2}{r^2} + 63 \cdot \frac{z_{ECEF}^4}{r^4} \right) \right) \\
 & -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot z_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_5 \cdot \frac{1}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^5 \cdot \left( 315 \cdot \frac{z_{ECEF}}{r} - 945 \cdot \frac{z_{ECEF}^3}{r^3} + 693 \cdot \frac{z_{ECEF}^5}{r^5} - 15 \cdot \frac{r}{z_{ECEF}} \right) \right) \\
 & -\frac{G \cdot m_{\oplus} \cdot z_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_6 \cdot \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^6 \cdot \left( 315 - 2205 \cdot \frac{z_{ECEF}^2}{r^2} + 4851 \cdot \frac{z_{ECEF}^4}{r^4} - 3003 \cdot \frac{z_{ECEF}^6}{r^6} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Gl. 12-26 [Seeber, [101]]

Die berechnete Beschleunigung wird nun in das inertielle System ECI rotiert.

$$\ddot{\vec{r}}_{ECI} = \vec{U}_{ECI}^{ECEF} \cdot \ddot{\vec{r}}$$

Gl. 12-27

### 12.2.3 Gravitationsmodell nach Escobal

In [Escobal, [33], 1976] findet sich eine ähnliche Darstellung des Erdgravitationspotentials. Es gilt dabei für die Gravitationskonstante der Erde:

$$\mu_{\oplus, Escobal} = G_{Escobal} \cdot m_{\oplus, Escobal} = 3.9884521 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \quad [\text{Escobal, [33], 1976}]$$

Das Erdgravitationspotential in Abhängigkeit der geozentrischen Breite ist dann:

$$U(r, \varphi_{gc}) = \frac{\mu_{\oplus, Escobal}}{r} \left( 1 + \frac{J_2}{2} \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \cdot (1 - 3 \cdot \sin^2 \varphi_{gc}) + \frac{J_3}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^3 \cdot (3 \cdot \sin \varphi_{gc} - 5 \cdot \sin^3 \varphi_{gc}) \right)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\mu_{\oplus, Escobal}}{r} \left( -\frac{J_4}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^4 \cdot (3 - 30 \sin^2 \varphi_{gc} + 35 \cdot \sin^4 \varphi_{gc}) \right) \\
 & + \frac{\mu_{\oplus, Escobal}}{r} \left( -\frac{J_5}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^5 \cdot (15 \cdot \sin \varphi_{gc} - 70 \cdot \sin^3 \varphi_{gc} + 63 \cdot \sin^5 \varphi_{gc}) \right) \\
 & + \frac{\mu_{\oplus, Escobal}}{r} \left( +\frac{J_6}{16} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^6 \cdot (5 - 105 \cdot \sin^2 \varphi_{gc} + 315 \cdot \sin^4 \varphi_{gc} - 231 \cdot \sin^6 \varphi_{gc}) \right)
 \end{aligned}$$

Gl. 12-28

Die Werte für die zonalen Harmonien sind in [Escobal, [33], 1976] angegeben mit:

$$J_2 = 1082.28 \cdot 10^{-6}$$

$$J_3 = -2.3 \cdot 10^{-6}$$

$$J_4 = -2.12 \cdot 10^{-6}$$

$$J_5 = -0.2 \cdot 10^{-6}$$

$$J_6 = +1 \cdot 10^{-6}$$

Durch direkte Differentiation ergeben sich für die Beschleunigung in x, y und z folgende Terme:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} = \frac{\partial U}{\partial x} = & -\frac{\mu_{\oplus, Escobal} \cdot x_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( 1 + J_2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \cdot (1 - 5 \cdot \sin^2 \varphi_{gc}) + J_3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^3 \cdot (3 \cdot \sin \varphi_{gc} - 7 \cdot \sin^3 \varphi_{gc}) \right) \\
 & - \frac{\mu_{\oplus, Escobal} \cdot x_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_4 \cdot \frac{5}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^4 \cdot (3 - 42 \cdot \sin^2 \varphi_{gc} + 63 \cdot \sin^4 \varphi_{gc}) \right) \\
 & - \frac{\mu_{\oplus, Escobal} \cdot x_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_5 \cdot \frac{3}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^5 \cdot (35 \cdot \sin \varphi_{gc} - 210 \cdot \sin^3 \varphi_{gc} + 231 \cdot \sin^5 \varphi_{gc}) \right) \\
 & - \frac{\mu_{\oplus, Escobal} \cdot x_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( J_6 \cdot \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^6 \cdot (35 - 945 \cdot \sin^2 \varphi_{gc} + 3465 \cdot \sin^4 \varphi_{gc} - 3003 \cdot \sin^6 \varphi_{gc}) \right)
 \end{aligned}$$

Gl. 12-29 [Escobal, [33], 1976]

$$\ddot{y} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{y_{ECEF}}{x_{ECEF}} \cdot \ddot{x}$$

Gl. 12-30 [Escobal, [33], 1976]

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\mu_{\oplus, Escobal} \cdot z_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( 1 + J_2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^2 \cdot (3 - 5 \cdot \sin^2 \varphi_{gc}) + J_3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^3 \cdot (6 \cdot \sin \varphi_{gc} - 7 \cdot \sin^3 \varphi_{gc}) \right)$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\mu_{\oplus, Escobal} \cdot z_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_4 \cdot \frac{5}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^4 \cdot (15 - 70 \cdot \sin^2 \varphi_{gc} + 63 \cdot \sin^4 \varphi_{gc}) \right) \\
 & - \frac{\mu_{\oplus, Escobal} \cdot z_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( -J_5 \cdot \frac{3}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^5 \cdot (105 \cdot \sin \varphi_{gc} - 315 \cdot \sin^3 \varphi_{gc} + 231 \cdot \sin^5 \varphi_{gc}) \right) \\
 & - \frac{\mu_{\oplus, Escobal} \cdot z_{ECEF}}{r^3} \cdot \left( +J_6 \cdot \frac{1}{16} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^6 \cdot (245 - 2205 \cdot \sin^2 \varphi_{gc} + 4851 \cdot \sin^4 \varphi_{gc} - 3003 \cdot \sin^6 \varphi_{gc}) \right) \\
 & + \frac{\mu_{\oplus, Escobal}}{r^2} \cdot \left( J_3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^3 - J_5 \cdot \frac{15}{8} \cdot \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^5 \right)
 \end{aligned}$$

Gl. 12-31 [Escobal, [33], 1976]

Die berechnete Beschleunigung wird nun in das inertielle System ECI rotiert.

$$\ddot{\vec{r}}_{ECI} = \vec{U}_{ECI}^{ECEF} \cdot \ddot{\vec{r}}$$

Gl. 12-32 [Escobal, [33], 1976]

#### 12.2.4 WGS84 Ellipsoid Gravitationsformel (Somigliana)

Zu dem Rotationsellipsoid des WGS84 Erdmodells gehört auch ein vereinfachtes Gravitationsmodell. Der Betrag der theoretischen Gravitationsbeschleunigung normal zur Ellipsoid-Oberfläche wird mit folgender Gleichung berechnet, die in [EUROCONTROL, [36], 1998] als Somigliana-Formel<sup>147</sup> angegeben ist:

$$g_{\oplus, WGS84} = g_{\oplus, WGS84, E} \cdot \frac{1 + k_{\oplus, WGS84} \cdot \sin^2 \varphi_{gd}}{\sqrt{1 - e_{\oplus, WGS84}^2 \cdot \sin^2 \varphi_{gd}}}$$

Gl. 12-33 [DMA, [20], 1987]

wobei  $k_{\oplus, WGS84}$  die normale Gravitationskonstante ist. Berechnet wird sie mit folgender Gleichung:

$$k_{\oplus, WGS84} = \frac{R_{\oplus, WGS84, P} \cdot g_{\oplus, WGS84, P}}{R_{\oplus, WGS84, E} \cdot g_{\oplus, WGS84, E}} - 1$$

Gl. 12-34 [DMA, [20], 1987]

Hierbei ist:

$g_{\oplus, WGS84, E} = 9.7803267714 \frac{m}{s^2}$	:	Erdbeschleunigung am Äquator [DMA, [20], 1987]
$g_{\oplus, WGS84, P} = 9.8321863685 \frac{m}{s^2}$	:	Erdbeschleunigung am Pol [DMA, [20], 1987]
$R_{\oplus, WGS84, E} = 6378137 \text{ m}$	:	Große Hauptachse, Äquatorradius [DMA [20], 1987]
$R_{\oplus, WGS84, P} = 6356752.3142 \text{ m}$	:	Kleine Hauptachse, Polarradius [DMA, [20], 1987]
$e_{\oplus, WGS84} = 0.0818191908426$	:	Exzentrizität des Erdellipsoids [DMA, [20], 1987]

<sup>147</sup> Benannt nach **Carlo Somigliana** (1860–1955).

Die Beschleunigung im ECEF-System ist dann:

$$\ddot{\vec{r}}_{ECEF} = g_{\oplus, WGS84} \cdot \frac{(R_E^2 \cdot \cos^2 \varphi_{gc} + R_P^2 \cdot \sin^2 \theta)}{r_{ECEF}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{ECEF}}{r_{ECEF}} \quad \text{Gl. 12-35}$$

### 12.3 Gravitation durch Sonne und Mond

Wie bereits in Kapitel 12.1 beschrieben, werden die Gravitationskräfte nach den Newton'schen Gesetzen berechnet. Die Beschleunigung im Erd-Zentrierten inertialen System durch die **Sonne** wird mit folgender Gleichung berechnet.

$$\ddot{\vec{r}}_{ECI} = - \frac{G \cdot (m_{\odot} + m_{PL})}{\left( \left| \vec{r}_{ECI, PL} - \vec{r}_{ECI, \odot} \right| \right)^2} \cdot \begin{pmatrix} \vec{r}_{ECI, PL} - \vec{r}_{ECI, \odot} \\ \left| \vec{r}_{ECI, PL} - \vec{r}_{ECI, \odot} \right| \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 12-36}$$

Analog wird die Gravitationsbeschleunigung berechnet, welche durch den **Mond** verursacht wird. Für die Berechnung müssen daher die Positionen der Himmelskörper in ECI-System bekannt sein. Eine Beschreibung der Berechnung der Sonnen- bzw. der Mondposition befindet sich im Anhang in Kapitel 11.

Die Einflüsse beider Himmelskörper werden in dieser Arbeit für einen ballistischen Raketenflug vernachlässigt. Gerade bei der Berechnung des Widerstandskoeffizienten sind aerodynamische Kräfte dominierend. Auf einen Satelliten in 400 km Höhe übt der Mond die größte zusätzliche Beschleunigung im Bereich von  $\ddot{r}_{ECI} = 7 \cdot 10^{-7} \frac{m}{s^2}$  aus. Die Sonne trägt etwa  $\ddot{r}_{ECI} = 3 \cdot 10^{-7} \frac{m}{s^2}$  zur Beschleunigung des Satelliten durch Gravitation bei [Pfister, [90], 1999].

### 13. Appendix D – Atmosphäre der Erde

Die in dieser Arbeit verwendeten Atmosphärenmodelle werden in diesem Anhang kurz erklärt. Dabei wird zunächst auf den Aufbau der Atmosphäre der Erde und die Definition der verschiedenen Schichten eingegangen.

Das Wort **Atmosphäre** beschreibt die Gashölle um einen Planeten und setzt sich zusammen aus den griechischen Wörtern  $\alpha\tau\mu\acute{o}\varsigma$ <sup>148</sup> und  $\sigma\phi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha$ <sup>149</sup>. Für den Wiedereintritt der Höhenforschungsraketennutzlasten ist in dieser Arbeit der Bereich bis zu einer Höhe von  $h_{ECEF} = 120$  km von Bedeutung, da nur unterhalb dieser Höhe eine eindeutige Berechnung des Widerstandsbeiwertes  $c_D$  aus Messwerten möglich ist. Unterhalb dieser Höhe ist auch die **mittlere Molmasse** der Luft als konstant<sup>150</sup> anzusehen. In [Koppenwallner, [62], 2005] wird allerdings darauf hingewiesen, dass die Kenntnis der Atmosphäre bis in den Höhenbereich von etwa  $h_{ECEF} = 200$  km für die Betrachtung des Wiedereintritts notwendig ist<sup>151</sup>. Für Satellitenbahnen wird die Obergrenze der Atmosphäre so definiert, dass der Strahlungsdruck die atmosphärischen Kräfte als wesentlichen Störeinfluss ablöst. Dies kann für die Erde bei etwa 1000 km angenommen werden [Messerschmid, [80], 1997].

Die Atmosphäre wird in drei Schichten aufgeteilt:

- **Homosphäre** ( $h_{ECEF} < 100$  km<sup>152</sup>): Die Atmosphärenzusammensetzung und die Molmasse sind konstant, da vertikale Durchmischung zu einer homogenen Zusammensetzung (78.1 % N<sub>2</sub>, 20.9 % O<sub>2</sub>, 0.9 % Ar, 0.1 % CO<sub>2</sub>) führt. Neben Kohlendioxid CO<sub>2</sub> gibt noch weitere Spurengase wie Wasserdampf, Methan, Ozon etc., welche in sehr kleinen Konzentrationen auftreten und dennoch einen großen Einfluss auf die atmosphärischen Zustandsgrößen haben. Die **Homopause**<sup>153</sup> markiert die obere Schicht der Homosphäre [Koppenwallner, [63], 2005], [Hase, [44], 2000].
- **Heterosphäre** ( $100$  km  $< h_{ECEF} < 1000$  km): Die Atmosphärenzusammensetzung ändert sich und die Molmasse des Gasgemischs nimmt mit der Höhe ab. In diesem Atmosphärenbereich ist Diffusion der wichtigste vertikale Transportmechanismus, und es kommt wegen der Abhängigkeit der mittleren Teilchengeschwindigkeit von der Molekülmasse zur massenspezifischen Entmischung der Atmosphäre. In einer Höhe  $h_{ECEF} < 200$  km dominiert Stickstoff N<sub>2</sub>, zwischen  $200$  km  $< h_{ECEF} < 600$  km dominiert radikaler Sauerstoff O und darüber

<sup>148</sup> Atmós, dt.: Luft, Druck oder Dampf.

<sup>149</sup> Sfära, dt.: Kugel.

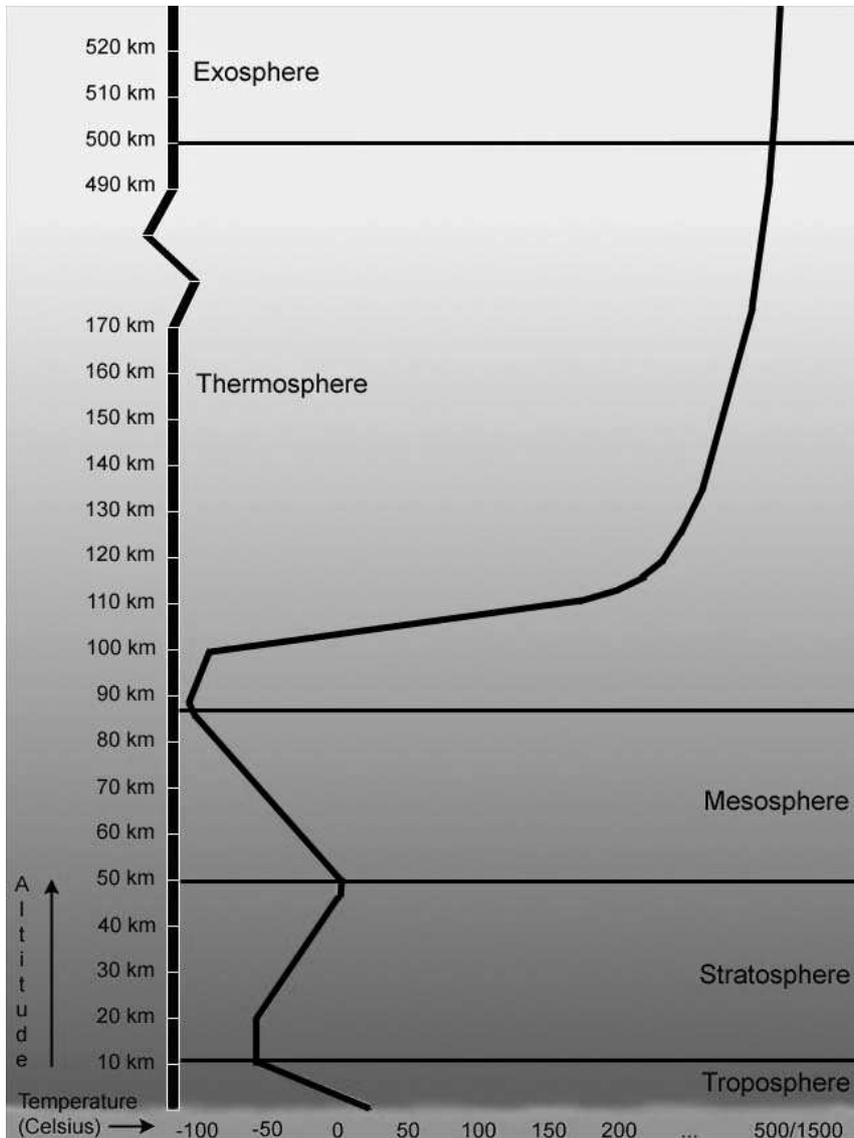
<sup>150</sup> In [Carmichael, [14], 2003] und [Hase, [44], 2000] wird die mittlere Molmasse des Luftgasgemischs bis zu einer Höhe  $h_{ECEF} = 86$  km mit  $M_{Air} = 28.9644 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$  angegeben.

<sup>151</sup> Der aerodynamische Druck ist gegenüber dem Strahlungsdruck erst über 500 km vernachlässigbar [Ratajczak, [93], 2001].

<sup>152</sup> In [ESA, [31], 2000] ist die Grenze mit  $h_{ECEF} < 105$  km angegeben. In [Walter, [127], 2008] ist die Grenze mit  $h_{ECEF} < 120$  km angegeben.

<sup>153</sup> Auch Turbopause [ESA, [31], 2000].

Helium He. Der Atmo-sphärenzustand wird auch mit zunehmender Höhe immer stärker durch den Sonnenfleckenzyklus, die Tages- bzw. Jahreszeiten und das Erdmagnetfeld beeinflusst [Koppenwallner, [63], 2005], [Hase, [44], 2000]. Die Heterosphäre wird in die **Thermosphäre** ( $100 \text{ km} < h_{ECEP} < 500 \text{ km}$ )<sup>154</sup> und die **Exosphäre** ( $500 \text{ km} < h_{ECEP} < 1000 \text{ km}$ ) unterteilt [Walter, [127], 2008]. In der Exosphäre können Wasserstoff und Helium-Atome in den interstellaren Raum entweichen [Koppenwallner, [63], 2005].



**Abbildung 13-1: Schichten der Homo- und Heterosphäre [Friedrich, [38], 2006]**

Die untere Atmosphäre, die Homosphäre, ist in drei Schichten aufgebaut. Von der Erdoberfläche bis in eine Höhe  $h_{ECEP} < 12 \text{ km}$ <sup>155</sup> erstreckt sich die **Troposphäre**. Die Temperatur nimmt in diesem Bereich mit etwa  $6.5 \frac{\text{K}}{\text{km}}$  in der Höhe ab. Das Temperaturprofil der Troposphäre ist bestimmt durch

<sup>154</sup> In [Messerschmid, [80], 1997] wird die Thermosphäre mit den Grenzen  $105 \text{ km} < h_{ECEP} < 750 \text{ km}$  angegeben.

<sup>155</sup> Abhängig vom Breitengrad, etwa 17 km am Äquator bzw. 8 km an den Polen [Hase, [44], 2000].

kon-vektiven Aufwärtstransport der durch Strahlung vom Erdboden aufgenommenen Wärme [Hase, [44], 2000]. Der Höhenbereich  $12 \text{ km} < h_{ECEP} < 50 \text{ km}$  wird **Stratosphäre** genannt. Die Temperatur bleibt in mittleren Breiten anfangs annähernd konstant und steigt dann bis in einer Höhe von  $h_{ECEP} = 50 \text{ km}$  an. Die Temperaturschichtung ist in diesem Bereich das Ergebnis von Strahlungsheizung. Über der Stratopause befindet sich zwischen  $50 \text{ km} < h_{ECEP} < 90 \text{ km}$  die **Mesosphäre** [ESA, [31], 2000]. In diesem Bereich nimmt die Temperatur aufgrund schwindender Strahlungsheizung durch das Ozon ab. In der Mesosphäre sind sowohl konvektiver Transport als auch Strahlungsprozesse von Bedeutung [Hase, [44], 2000]. Über der Mesopause beginnt die Thermosphäre, welche sich bis zur Exosphäre erstreckt [ESA, [31], 2000], [Koppenwallner, [63], 2005]. In der Thermosphäre nimmt die Temperatur infolge der Absorption kurzwelliger Strahlung durch molekularen Sauerstoff und Stickstoff erneut auf Werte  $T > 1000 \text{ K}$  zu [Hase, [44], 2000]. Die thermische Beanspruchung von Systemen, die Atmosphärenschichten mit diesen Temperaturen durchfliegen, ist nicht abhängig von der Umgebungstemperatur, sondern von der in das System eingebrachten Wärmeenergie. Diese Wärmeübertragung ist jedoch wegen der äußerst geringen Dichte der Atmosphäre vernachlässigbar und spielt für den Wärmehaushalt der Raketennutzlast keine Rolle [Steiner, [119], 2004].

Die wichtigen Atmosphärendaten für die Berechnung des aerodynamischen Widerstands der während des atmosphärischen Wiedereintritts abgebremsten Nutzlast sind die Dichte  $\rho$ , Temperatur  $T$ , Molmasse  $M$ , Dynamische Viskosität  $\eta$  und mittlere freie Weglänge  $\lambda$ .

Die **Dichte**  $\rho$  eines Gases ist definiert als Quotient der Masse  $m$  der Moleküle pro betrachtetes Volumen  $V$ :

$$\rho = \frac{m}{V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad \text{Gl. 13-1} \quad [\text{Jirka, [53]}]$$

Die **Temperatur**  $T$  wird in Kelvin gemessen. Der **Druck**  $p$  ist folgendermaßen definiert, als Quotient der Kraft  $F$  die auf eine Fläche  $A$  wirkt:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad \text{Gl. 13-2}$$

Mit guter Genauigkeit kann durch die Zustandsgleichung für thermisch ideale Gase das Verhalten realer Gase beschrieben werden. Die Zustandsgleichung verknüpft die thermischen Zustandsgrößen Druck  $p$ , Dichte  $\rho$  und Temperatur  $T$  miteinander.

$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T = \frac{R_m}{M} \cdot T \quad \text{Gl. 13-3} \quad [\text{Wille, [130]}]$$

Hierbei ist  $R_m = 8.314472 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$  die **universelle Gaskonstante** und  $M$  in  $\frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  die Molmasse des Gases. Bildet man den Quotienten aus der universelle Gaskonstante und der Molmasse des Fluids, so erhält man die spezielle Gaskonstante  $R$ <sup>156</sup>.

Die Zustandsgleichung besagt also, dass gleich große Volumina gefüllt mit verschiedenen Gasen, bei identischem Druck und identischer Temperatur jeweils die gleiche Anzahl an Molekülen ent-

<sup>156</sup> Für Luft ist die spezielle Gaskonstante  $R_{Air} = 288 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ .

halten [Koppenwallner, [63], 2005].

Die Dichte der höheren Atmosphäre ist abhängig von verschiedensten Parametern. Deutlich nimmt die Dichte mit zunehmender Höhe ab und diese Abhängigkeit kann vereinfacht mit folgender Gleichung ausgedrückt werden:

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{h}{H_0}} \quad \text{Gl. 13-4} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Wobei  $\rho_0$  die atmosphärische Dichte in einer bestimmten Referenzhöhe ist und  $H_0$  die Dichten-Skalenhöhe, welche 7.9 km für die mittlere Meereshöhe beträgt und mit geodätischer Höhe zunimmt. Die geringe Dichte in der höheren Atmosphäre bedingt zwar sehr geringe aerodynamische Kräfte im Vergleich zur Flugzeugaerodynamik. Dennoch führen diese bei Satelliten, welche unter 500 km Höhe fliegen, nach wenigen Jahren zum Absturz auf die Erde [Koppenwallner, [63], 2006].

In dieser Arbeit wurden verschiedene Atmosphärenmodelle verwendet, um einen Einfluss auf die Berechnung der Widerstandskoeffizienten zu untersuchen. In den nächsten Unterkapiteln befindet sich eine Beschreibung der in dieser Arbeit verwendeten **Atmosphärenmodelle**:

- US Standard Atmosphäre 1976 [NOAA, [85], 1976]
- COSPAR International Reference Atmosphere (CIRA86) [BADC, [5], 2007]
- Kourou 1997 [Lübken, [69], 1997]
- Harris-Priester Dichtemodell [Montenbruck, [82], 2000]

Beim Vergleich der aus den verschiedenen Modellen erzielten Ergebnisse stellt sich heraus, dass die Berechnungen des **CIRA86 Modells** am Besten für den sehr im Norden gelegenen Startplatz Esrange passen. Die meisten untersuchten Flüge fanden von diesem Startplatz aus statt. Die auch verwendete US Standard Atmosphäre ist für die nördliche Hemisphäre in den USA erstellt worden und zeigt beim Vergleich mit realen Messwerten eine zum Teil große Abweichung bei den Dichtewerten [Wilczyńska, [132], 2003]. Aber auch die Werte des CIRA86 können stark von den realen Werten abweichen, obwohl das Modell abhängig vom Breitengrad und dem Monat ist. Ein Vergleich von Lidarbeobachtungen<sup>157</sup> der ALOMAR<sup>158</sup>-Station bei Andenes, Norwegen mit dem CIRA86 Atmosphärenmodell zeigt, dass die Temperaturen dort besonders im Dezember-, Januar- und Februarmittel erheblich abweichen. Zwischen  $30 \text{ km} < h_{\text{ECEF}} < 55 \text{ km}$  sind die Abweichungen in der Regel geringer als 2 K, in 30 km misst das Lidar allerdings 5 K geringere und in 55 km 6 K wärmere Temperaturen als in der CIRA86 Atmosphäre angegeben [Hübner, [49], 1998].

Da unterhalb von 20 km keine CIRA86 Modelldaten zur Verfügung stehen, wird für die Berechnung der Widerstandskoeffizienten in diesem Bereich die **US-Standard Atmosphäre** verwendet. Oberhalb von 120 km wird das **Harris-Priester Dichtemodell** verwendet. Die Atmosphäre wird für die Analyse der Raketenflüge mit folgenden Atmosphärenmodellen dargestellt:

- $h_{\text{ECEF}} \leq 20 \text{ km}$  : US Standard Atmosphere 1976
- $20 \text{ km} < h_{\text{ECEF}} < 120 \text{ km}$  : CIRA86
- $120 \text{ km} < h_{\text{ECEF}}$  : Harris-Priester Density Model

Die folgenden Unterkapitel beschreiben die verwendeten Atmosphärenmodelle.

---

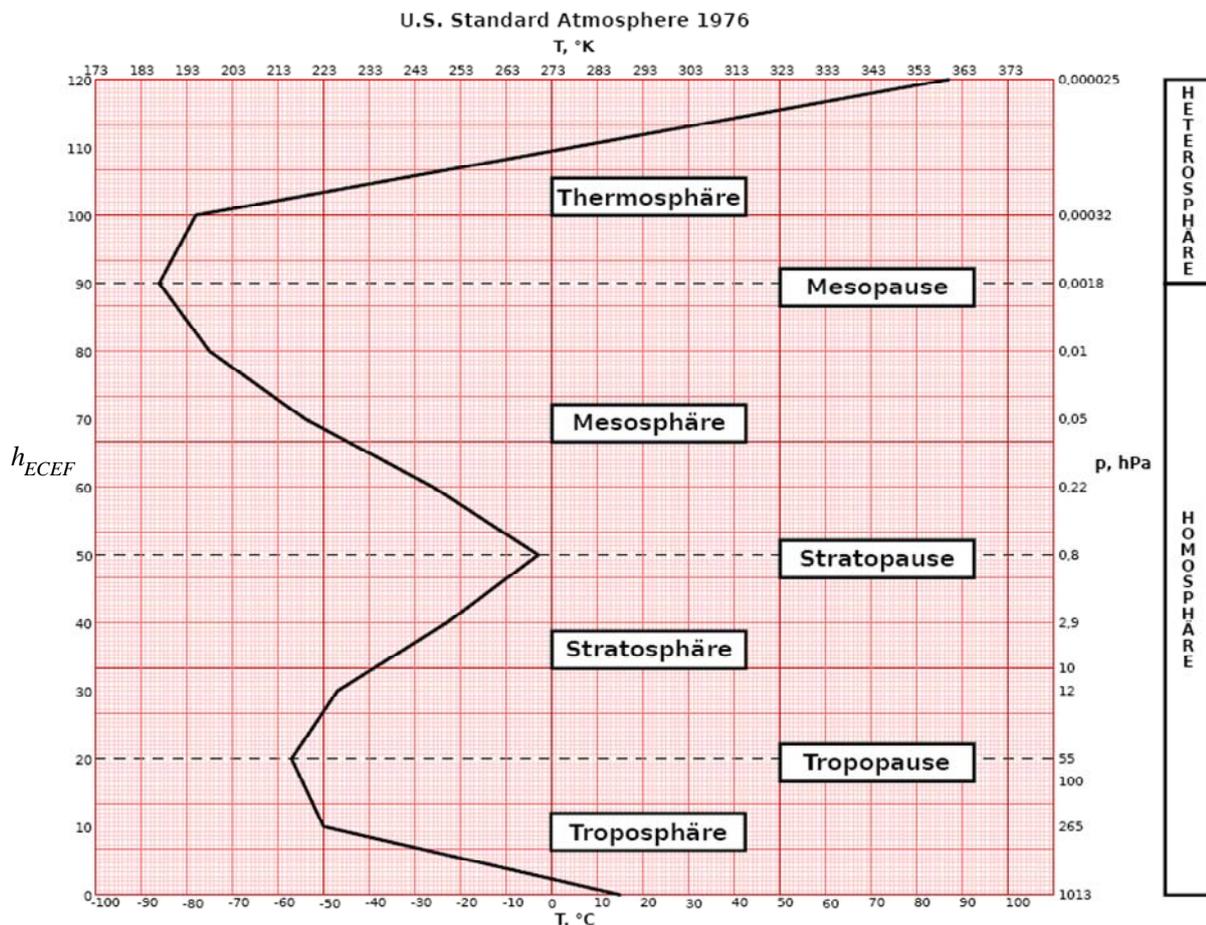
<sup>157</sup> LIDAR ist die Abkürzung für light detection and ranging.

<sup>158</sup> Artic Lidar and Radar Observatory for Middle Atmospheric Research.

### 13.1 U.S. Standard Atmosphäre 1976

Die U.S. Standard Atmosphäre 1976 ist eine idealisierte Darstellung der Erdatmosphäre von der Oberfläche bis  $h_{ECEF} = 84852\text{m}$  während mittlerer Sonnenaktivität. Sie wurde am 15. Oktober 1976 durch das United States Committee on Extension of the Standard Atmosphere<sup>159</sup> angenommen. Für die Höhen zwischen der Oberfläche und 51 geopotentialen Kilometern sind die Tabellen übereinstimmend mit der U.S. Standard Atmosphäre 1962. Für größere Höhen sind die Tabellen bezogen auf durchschnittliche, bei Herausgabe des Atmosphärenmodells gemessene Daten. Unterhalb der 32 km war die Atmosphäre identisch mit der Standard Atmosphäre der International Civil Aviation Organization ICAO. Aufgelistete Parameter sind Temperatur  $T$ , Druck  $p$ , Dichte  $\rho$ , Beschleunigung durch Gravitation  $g_{\oplus}$ , Druck Skalenhöhe, Teilchenanzahl  $n$ , mittlere Kollisionsfrequenz, mittlere freie Weglänge  $\lambda$ , Schallgeschwindigkeit  $a$  und dynamische Viskosität  $\eta$  [NOAA, [85], 1976].

Die US Standard Atmosphäre ist geeignet um die durchschnittliche Atmosphäre der nördlichen Hemisphäre zu beschreiben. In südlichen Breitengraden weichen Temperatur und Druck von den realen Werten deutlicher ab [Wilczyńska, [132], 2003].



**Abbildung 13-2: Schichten der US Standard 1976 Atmosphäre, aufgezeichnet ist der Temperaturverlauf in den Höhenschichten der Atmosphäre**

<sup>159</sup> COESA, das Komitee vertrat 29 U.S. Wissenschafts- und Ingenieursorganisationen.

Die Standard-Atmosphäre verwendet geopotentielle Höhen, nachdem die Erdbeschleunigung als höhenunabhängig angenommen wird. In niedrigen Höhen stimmen diese mit den geometrischen Höhen sehr gut überein, aber für höhere Genauigkeit in größeren Höhen muss man anstelle der geometrischen Höhe die einem gedachten homogenen Gravitationsfeld mit  $g(H_{gp}) = g_{0,US76} = 9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  entsprechende geopotentielle Höhe  $H_{gp}$  einsetzen. Die geopotentielle Höhe wird berechnet mit der geometrischen Höhe  $H_{gc}$  und dem zum Atmosphärenmodell gehörenden Erdradius  $R_{\oplus,US76} = 6356766 \text{ m}$  [NOAA, [85], 1976], [Carmichael, [14], 2003].

$$H_{gp} = \frac{H_{gc}}{1 + \frac{H_{gc}}{R_{\oplus,US76}}} \quad \text{Gl. 13-5} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

Das Modell besteht aus sieben Schichten, für welche die Temperatur und das Druckverhältnis mit den jeweils gültigen Gleichungen berechnet werden. Diese Schichten sind in den folgenden Unterkapiteln erläutert.

Mit dem angegebenen Druckverhältnis  $\frac{p}{p_{0,US76}}$  ist es möglich den statischen Druck an der Position der Nutzlast zu berechnen.

$$p = \frac{p}{p_{0,US76}} \cdot p_{0,US76} \quad \text{Gl. 13-6} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

Der Standardwert für den Druck auf Meereshöhe ist in diesem Atmosphärenmodell  $p_{0,US76} = 101325 \text{ Pa}$ .

Die dynamische Viskosität  $\eta$  wird mit der Sutherland<sup>160</sup>-Formel<sup>161</sup> berechnet, wobei für Luft gilt  $b_s = 1.458 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{msK}^{1/2}}$  [NOAA, [85], 1976].

$$\eta = \frac{b_s \cdot T^{3/2}}{T + 110.4 \text{ K}} \quad \text{Gl. 13-7} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

Das Dichte-Verhältnis berechnet sich mit

$$\frac{\rho}{\rho_{0,US76}} = \frac{p}{p_{0,US76}} \cdot \frac{288.15 \text{ K}}{T} \quad \text{Gl. 13-8} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

Die Dichte berechnet sich mit dem Standardwert des Drucks in Meereshöhe  $\rho_{0,US76} = 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

$$\rho = \frac{\rho}{\rho_{0,US76}} \cdot \rho_{0,US76} \quad \text{Gl. 13-9} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

---

<sup>160</sup> Benannt nach dem australischen Physiker **William Sutherland** (1859–1911).

<sup>161</sup> Die Sutherland-Gleichung kann bis  $h_{ECEP} = 72 \dots 92 \text{ km}$  verwendet werden [Lyaskin, [70], 2003].

Das Temperaturverhältnis bezieht sich auf die angenommene Temperatur in Meereshöhe  $T_{0,US76} = 288.15\text{K}$ .

Die Schallgeschwindigkeit wird dann mit der Schallgeschwindigkeit am Boden und dem Temperaturverhältnis berechnet.

$$a = a_{0,US76} \cdot \sqrt{\frac{T}{T_{0,US76}}} \quad \text{Gl. 13-10} \quad [\text{NOAA, [85]]}$$

Die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  ist

$$\lambda = \frac{R_m \cdot T}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d_{M,Air}^2 \cdot N_A \cdot p} \quad \text{Gl. 13-11} \quad [\text{NOAA, [85]]}$$

Wobei  $\pi \cdot d_{M,Air}^2$  die effektive Kollisionsfläche<sup>162</sup> beschreibt, mit dem mittleren Moleküldurchmesser<sup>163</sup>  $d_{M,Air} = 3.57 \cdot 10^{-10}\text{m}$ . Die Avogadro-Konstante  $N_A$  wird im nächsten Unterkapitel beschrieben.

Die Beziehung zwischen dynamischer Viskosität  $\eta$ , Dichte  $\rho$  und freier Weglänge  $\lambda$  wird durch folgende Gleichung beschrieben. Sie wird jedoch in weiteren Berechnungen nicht verwendet.

$$\lambda = \frac{R_m \cdot T}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d_{M,Air}^2 \cdot N_A \cdot p} \quad \text{Gl. 13-12} \quad [\text{Koppenwallner, [85]]}$$

### 13.1.1 Geopotentielle Höhe $H_{gp} \leq 11000\text{m}$

$$T = 288.15\text{K} - 0.0065 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot H_{gp} \quad \text{Gl. 13-13} \quad [\text{NOAA, [85]]}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left( \frac{288.15\text{K}}{T} \right)^{\frac{80.1\text{US76} \cdot M_{Air,US76}}{0.0065 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot R_m}} \quad \text{Gl. 13-14} \quad [\text{NOAA, [85]]}$$

Bis zu 86 km wird bei diesem Atmosphärenmodell die Molare Masse der Luft  $M_{Air,US76} = 0.0289644 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  als konstant gesehen. Die Molare Masse wird berechnet aus dem Quotienten der Masse des Gases durch die betrachtete Stoffmenge. Als Stoffmenge wird ein mol verwendet, welches der Teilchenanzahl entspricht, die in 0.012 kg des Kohlenstoff-Isotops <sup>12</sup>C enthalten ist. Diese Teilchenzahl beträgt  $6.022 \cdot 10^{23}$ . Dies ist auch der Zahlenwert der Avogadro-Konstanten<sup>164</sup>  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$ <sup>165</sup>. Die Molare Masse ist dann

<sup>162</sup> Wird auch Stoßquerschnitt genannt [Koppenwallner, [63]].

<sup>163</sup> In [Lyaskin, [70], 2003] wird der Kollisionsdurchmesser mit  $d_{M,Air} = 3.65 \cdot 10^{-10}\text{m}$  angegeben.

<sup>164</sup> Benannt nach dem italienischen Physiker **Lorenzo Romano Avogadro** (1776 -1856).

<sup>165</sup> Konstante ist auch bekannt als Loschmidt'sche Konstante, benannt nach dem böhmischen Physiker **Johann Josef Loschmidt** (1821 – 1895).

$$M = N_A \cdot m_M \quad \text{Gl. 13-15} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

Dabei ist  $m_M$  die Molekülmasse. Für das U.S. Standard Atmosphären Modell wird auch eine konstante durchschnittliche Molekülmasse angenommen.

Die konstanten Werte in dem Exponenten in Gleichung 13-14 werden auch als hydrostatische Konstante  $h_s$  zusammengefasst.

$$h_s = \frac{g_{0,US76} \cdot M_{Air,US76}}{R_m} = 0.0341631947 \frac{\text{K}}{\text{m}} \quad \text{Gl. 13-16} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

### 13.1.2 11000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 20000$ m

$$T = 216.65\text{K} \quad \text{Gl. 13-17} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

$$\frac{P}{P_0} = 0.22336 \cdot e^{-\frac{g_{0,US76} \cdot M_{Air,US76}}{R_m} \cdot \frac{(H_{gp} - 11000\text{m})}{216.65\text{K}}} \quad \text{Gl. 13-18} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

### 13.1.3 20000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 32000$ m

$$T = 216.65\text{K} + 0.001 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot (H_{gp} - 20000\text{m}) \quad \text{Gl. 13-19} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

$$\frac{P}{P_0} = 0.054032 \cdot \left( \frac{216.65\text{K}}{T} \right)^{\frac{g_{0,US76} \cdot M_{Air,US76}}{0.001 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot R_m}} \quad \text{Gl. 13-20} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

### 13.1.4 32000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 47000$ m

$$T = 228.65\text{K} + 0.0028 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot (H_{gp} - 32000\text{m}) \quad \text{Gl. 13-21} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

$$\frac{P}{P_0} = 0.0085666 \cdot \left( \frac{228.65\text{K}}{T} \right)^{\frac{g_{0,US76} \cdot M_{Air,US76}}{0.0028 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot R_m}} \quad \text{Gl. 13-22} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

### 13.1.5 47000 m < Geopotentiale Höhe $H_{gp} \leq 51000$ m

$$T = 270.65\text{K} \quad \text{Gl. 13-23} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

$$\frac{P}{P_0} = 0.0010945 \cdot e^{-\frac{g_{0,US76} \cdot M_{Air,US76}}{R_m} \cdot \frac{(H_{gp} - 47000\text{m})}{270.65\text{K}}} \quad \text{Gl. 13-24} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

**13.1.6 51000 m < Geopotentiale Höhe  $H_{gp}$  ≤ 71000 m**

$$T = 270.65\text{K} - 0.0028 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot (H_{gp} - 51000\text{m}) \quad \text{Gl. 13-25} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

$$\frac{P}{p_0} = 0.00066063 \cdot \left( \frac{270.65\text{K}}{T} \right)^{\frac{g_{0,US76} \cdot M_{Air,US76}}{0.0028 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot R_m}} \quad \text{Gl. 13-26} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

**13.1.7 71000 m < Geopotentiale Höhe  $H_{gp}$  ≤ 84852 m**

$$T = 214.65\text{K} - 0.002 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot (H_{gp} - 71000\text{m}) \quad \text{Gl. 13-27} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

$$\frac{P}{p_0} = 0.000039046 \cdot \left( \frac{214.65\text{K}}{T} \right)^{\frac{g_{0,US76} \cdot M_{Air,US76}}{0.002 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot R_m}} \quad \text{Gl. 13-28} \quad [\text{NOAA}, [85]]$$

**13.2 Das COSPAR International Reference Atmosphere (CIRA86) Modell**

Dieses Atmosphärenmodell besteht aus empirischen Atmosphären­daten und wurde vom Committee on Space Research<sup>166</sup> vorgeschlagen. Seit Anfang der 1960iger Jahre wurden einige CIRA-Atmosphärenmodelle veröffentlicht. In der Thermosphäre über 100 km ist das CIRA86 Modell identisch mit dem MSIS-Modell<sup>167</sup>. Für die Höhen von 0 bis 120 km besteht das Modell aus Tabellen mit den monatlichen mittleren Werten der Temperatur  $T$ , Druck  $p$  und den Windgeschwindigkeiten  $v_{VCVF, Wind}$  in Abhängigkeit der geodätischen Breite  $\varphi_{gd}$ . Die Druckdaten stehen nur ab einer Höhe von  $h_{ECEF} > 20$  km zur Verfügung [BADC, [5], 2007]. Daher wird in dieser Arbeit das Modell nur zwischen  $20 \text{ km} < h_{ECEF} < 120 \text{ km}$  verwendet.

Die Berechnung der Dynamischen Viskosität  $\eta$ , der Mittleren Freien Weglänge  $\lambda$  und der Schallgeschwindigkeit  $a$  erfolgt wie bei dem US Standard 1976 Atmosphärenmodell. Für die Berechnung der Dichte  $\rho$  wird die thermische Zustandsgleichung idealer Gase Gl. 13-3 verwendet.

**13.3 Kourou 1997**

Für den Start der Ariane 5 Rakete in Kourou am 30. Oktober 1997 wurden einige meteorologische Raketen gestartet. Die Super Loki wirft sogenannte fallende Kugeln aus, deren Bewegung durch ein RADAR verfolgt wird. Dadurch lassen sich die Dichte und die horizontalen Winde der oberen Atmosphäre bestimmen [Lübken, [69], 1997].

Für die Berechnung der Dichte wird allerdings der Widerstandskoeffizient der aufgeblasenen Kugel benötigt, welche von der Machzahl  $Ma$  bzw. der Temperatur  $T$  abhängt. Temperatur und Dichte

<sup>166</sup> COSPAR, dt.: Kommission für Weltraumforschung.

<sup>167</sup> Mass-Spectrometer-Incoherent-Scatter.

werden unter der Annahme eines hydrostatischen Gleichgewichts in einem iterativen Prozess errechnet. Anfangswerte werden aus dem CIRA86 Atmosphärenmodell entnommen. Der Widerstandskoeffizient  $c_D$  wurde in Abhängigkeit von Machzahl und Reynoldszahl mit runterskalierten Modellen im Windkanal bestimmt. Daten sind etwa bis zu einer Höhe  $h_{ECEF} \approx 30$  km vorhanden, da in dieser Höhe die Kugel zusammenfällt [Lübken, [69], 1997].

Aus dem Flug der Super Loki SL4 stammen die Daten für die gemessene Dichte. Die Super Loki wurde am 30. Oktober 1997 um 17:00:00 UT gestartet. Das Apogäum war 101 km. Die gemessene Dichte  $\rho$  liegt mit 5 % bis 10 % Abweichung über den Werten des CIRA86 Modells [Lübken, [69], 1997].

**Tabelle 13-1: Atmosphärische Daten der Messung in Kourou, Französisch-Guayana am 30. Oktober 1997 [Lübken, [69], 1997]**

Höhe $h_{ECEF}$ [km]	Temperatur $T$ [K]	Druck $p$ [mbar]	Dichte $\rho$ [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ]
87.8	196.0	2.75E-03	5.05E-06
87.6	196.2	2.84E-03	5.22E-06
87.4	196.4	2.95E-03	5.39E-06
87.2	196.6	3.05E-03	5.57E-06
87.0	196.7	3.16E-03	5.76E-06
86.8	196.9	3.27E-03	5.95E-06
86.6	197.0	3.39E-03	6.15E-06
86.4	197.2	3.51E-03	6.35E-06
86.2	197.4	3.63E-03	6.56E-06
86.0	197.5	3.76E-03	6.78E-06
85.8	197.7	3.89E-03	7.01E-06
85.6	197.9	4.03E-03	7.24E-06
85.4	198.1	4.17E-03	7.48E-06
85.2	198.4	4.32E-03	7.72E-06
85.0	198.6	4.47E-03	7.97E-06
84.8	198.9	4.62E-03	8.23E-06
84.6	199.3	4.78E-03	8.50E-06
84.4	199.6	4.95E-03	8.77E-06
84.2	200.0	5.12E-03	9.05E-06
84.0	200.4	5.29E-03	9.33E-06
83.8	200.9	5.47E-03	9.63E-06
83.6	201.4	5.66E-03	9.93E-06
83.4	201.8	5.85E-03	1.02E-05
83.2	202.3	6.04E-03	1.06E-05
83.0	202.8	6.25E-03	1.09E-05
82.8	203.3	6.46E-03	1.12E-05
82.6	203.8	6.67E-03	1.16E-05
82.4	204.3	6.89E-03	1.19E-05
82.2	204.7	7.12E-03	1.23E-05
82.0	205.2	7.36E-03	1.27E-05
81.8	205.6	7.60E-03	1.30E-05
81.6	206.1	7.85E-03	1.34E-05
81.4	206.5	8.11E-03	1.38E-05
81.2	207.0	8.37E-03	1.43E-05
81.0	207.5	8.64E-03	1.47E-05

80.8	208.0	8.93E-03	1.51E-05
80.6	208.6	9.22E-03	1.56E-05
80.4	209.3	9.52E-03	1.60E-05
80.2	210.0	9.82E-03	1.65E-05
80.0	210.8	1.01E-02	1.70E-05
79.8	211.6	1.05E-02	1.74E-05
79.6	212.5	1.08E-02	1.79E-05
79.4	213.3	1.11E-02	1.84E-05
79.2	214.0	1.15E-02	1.89E-05
79.0	214.6	1.19E-02	1.95E-05
78.8	215.1	1.22E-02	2.00E-05
78.6	215.4	1.26E-02	2.06E-05
78.4	215.6	1.30E-02	2.13E-05
78.2	215.7	1.34E-02	2.19E-05
78.0	215.7	1.39E-02	2.26E-05
77.8	215.5	1.43E-02	2.33E-05
77.6	215.3	1.47E-02	2.41E-05
77.4	215.0	1.52E-02	2.49E-05
77.2	214.7	1.57E-02	2.57E-05
77.0	214.2	1.62E-02	2.66E-05
76.8	213.7	1.67E-02	2.75E-05
76.6	213.2	1.72E-02	2.84E-05
76.4	212.6	1.78E-02	2.94E-05
76.2	212.1	1.84E-02	3.04E-05
76.0	211.4	1.89E-02	3.15E-05
75.8	210.8	1.96E-02	3.26E-05
75.6	210.1	2.02E-02	3.37E-05
75.4	209.5	2.08E-02	3.49E-05
75.2	208.8	2.15E-02	3.62E-05
75.0	208.1	2.22E-02	3.75E-05
74.8	207.3	2.29E-02	3.88E-05
74.6	206.6	2.37E-02	4.03E-05
74.4	205.8	2.45E-02	4.17E-05
74.2	205.0	2.53E-02	4.33E-05
74.0	204.1	2.61E-02	4.49E-05
73.8	203.2	2.70E-02	4.66E-05
73.6	202.3	2.79E-02	4.84E-05
73.4	201.4	2.88E-02	5.02E-05
73.2	200.5	2.98E-02	5.21E-05
73.0	199.7	3.08E-02	5.41E-05
72.8	198.8	3.18E-02	5.62E-05
72.6	198.1	3.29E-02	5.83E-05
72.4	197.4	3.41E-02	6.06E-05
72.2	196.8	3.52E-02	6.28E-05
72.0	196.3	3.65E-02	6.52E-05
71.8	195.9	3.77E-02	6.76E-05
71.6	195.6	3.91E-02	7.00E-05
71.4	195.5	4.04E-02	7.25E-05
71.2	195.5	4.18E-02	7.50E-05
71.0	195.6	4.33E-02	7.75E-05
70.8	195.8	4.48E-02	8.01E-05

70.6	196.1	4.63E-02	8.28E-05
70.4	196.6	4.78E-02	8.54E-05
70.2	197.1	4.95E-02	8.81E-05
70.0	197.8	5.11E-02	9.08E-05
69.8	198.6	5.29E-02	9.36E-05
69.6	199.4	5.47E-02	9.64E-05
69.4	200.4	5.66E-02	9.91E-05
69.2	201.5	5.86E-02	1.02E-04
69.0	202.6	6.07E-02	1.05E-04
68.8	203.9	6.28E-02	1.08E-04
68.6	205.2	6.50E-02	1.10E-04
68.4	206.7	6.71E-02	1.13E-04
68.2	208.2	6.93E-02	1.16E-04
68.0	209.8	7.15E-02	1.19E-04
67.8	211.5	7.38E-02	1.22E-04
67.6	213.4	7.61E-02	1.25E-04
67.4	215.3	7.85E-02	1.27E-04
67.2	217.2	8.10E-02	1.30E-04
67.0	219.2	8.35E-02	1.33E-04
66.8	221.2	8.61E-02	1.36E-04
66.6	223.2	8.87E-02	1.39E-04
66.4	225.0	9.14E-02	1.42E-04
66.2	226.8	9.42E-02	1.45E-04
66.0	228.3	9.70E-02	1.48E-04
65.8	229.7	9.98E-02	1.52E-04
65.6	230.9	1.03E-01	1.55E-04
65.4	231.8	1.06E-01	1.59E-04
65.2	232.4	1.09E-01	1.64E-04
65.0	232.8	1.12E-01	1.68E-04
64.8	233.0	1.15E-01	1.73E-04
64.6	233.1	1.19E-01	1.78E-04
64.4	233.1	1.22E-01	1.83E-04
64.2	233.2	1.26E-01	1.88E-04
64.0	233.2	1.29E-01	1.94E-04
63.8	233.4	1.33E-01	1.99E-04
63.6	233.6	1.37E-01	2.05E-04
63.4	234.1	1.41E-01	2.10E-04
63.2	234.7	1.45E-01	2.16E-04
63.0	235.6	1.49E-01	2.21E-04
62.8	236.6	1.53E-01	2.26E-04
62.6	237.7	1.58E-01	2.32E-04
62.4	238.9	1.62E-01	2.37E-04
62.2	240.0	1.67E-01	2.43E-04
62.0	241.2	1.71E-01	2.48E-04
61.8	242.3	1.76E-01	2.54E-04
61.6	243.3	1.81E-01	2.60E-04
61.4	244.2	1.86E-01	2.66E-04
61.2	244.9	1.91E-01	2.73E-04
61.0	245.4	1.97E-01	2.80E-04
60.8	245.7	2.02E-01	2.87E-04
60.6	246.0	2.08E-01	2.95E-04

60.4	246.2	2.13E-01	3.03E-04
60.2	246.4	2.19E-01	3.11E-04
60.0	246.7	2.25E-01	3.19E-04
59.8	247.1	2.32E-01	3.27E-04
59.6	247.7	2.38E-01	3.35E-04
59.4	248.4	2.45E-01	3.44E-04
59.2	249.4	2.52E-01	3.51E-04
59.0	250.8	2.58E-01	3.59E-04
58.8	252.3	2.65E-01	3.67E-04
58.6	253.9	2.72E-01	3.74E-04
58.4	255.5	2.80E-01	3.81E-04
58.2	257.0	2.87E-01	3.89E-04
58.0	258.3	2.95E-01	3.98E-04
57.8	259.1	3.02E-01	4.07E-04
57.6	259.5	3.10E-01	4.17E-04
57.4	259.3	3.18E-01	4.28E-04
57.2	258.7	3.27E-01	4.40E-04
57.0	257.8	3.35E-01	4.53E-04
56.8	256.8	3.44E-01	4.67E-04
56.6	255.9	3.53E-01	4.81E-04
56.4	255.2	3.63E-01	4.95E-04
56.2	254.8	3.72E-01	5.09E-04
56.0	254.7	3.82E-01	5.23E-04
55.8	254.7	3.92E-01	5.37E-04
55.6	255.0	4.03E-01	5.51E-04
55.4	255.4	4.14E-01	5.64E-04
55.2	256.0	4.25E-01	5.78E-04
55.0	256.6	4.36E-01	5.92E-04
54.8	257.4	4.47E-01	6.05E-04
54.6	258.3	4.59E-01	6.19E-04
54.4	259.2	4.71E-01	6.33E-04
54.2	260.1	4.83E-01	6.48E-04
54.0	261.0	4.96E-01	6.62E-04
53.8	261.9	5.08E-01	6.77E-04
53.6	262.8	5.22E-01	6.92E-04
53.4	263.7	5.36E-01	7.08E-04
53.2	264.4	5.50E-01	7.24E-04
53.0	265.1	5.64E-01	7.40E-04
52.8	265.7	5.78E-01	7.58E-04
52.6	266.2	5.93E-01	7.76E-04
52.4	266.5	6.08E-01	7.94E-04
52.2	266.7	6.23E-01	8.14E-04
52.0	266.7	6.39E-01	8.35E-04
51.8	266.6	6.55E-01	8.56E-04
51.6	266.4	6.72E-01	8.79E-04
51.4	266.1	6.89E-01	9.02E-04
51.2	266.0	7.06E-01	9.26E-04
51.0	265.9	7.25E-01	9.50E-04
50.8	266.0	7.43E-01	9.74E-04
50.6	266.3	7.62E-01	9.97E-04
50.4	266.8	7.82E-01	1.02E-03

50.2	267.4	8.02E-01	1.04E-03
50.0	268.1	8.22E-01	1.07E-03
49.8	268.8	8.43E-01	1.09E-03
49.6	269.6	8.64E-01	1.12E-03
49.4	270.3	8.86E-01	1.14E-03
49.2	270.9	9.08E-01	1.17E-03
49.0	271.5	9.31E-01	1.19E-03
48.8	271.9	9.54E-01	1.22E-03
48.6	272.2	9.78E-01	1.25E-03
48.4	272.4	1.00E+00	1.28E-03
48.2	272.5	1.03E+00	1.31E-03
48.0	272.5	1.05E+00	1.35E-03
47.8	272.4	1.08E+00	1.38E-03
47.6	272.3	1.11E+00	1.42E-03
47.4	272.0	1.13E+00	1.45E-03
47.2	271.8	1.16E+00	1.49E-03
47.0	271.4	1.19E+00	1.53E-03
46.8	271.0	1.22E+00	1.57E-03
46.6	270.6	1.25E+00	1.61E-03
46.4	270.1	1.28E+00	1.66E-03
46.2	269.6	1.32E+00	1.70E-03
46.0	269.1	1.35E+00	1.75E-03
45.8	268.6	1.38E+00	1.79E-03
45.6	268.0	1.42E+00	1.84E-03
45.4	267.5	1.45E+00	1.89E-03
45.2	266.9	1.49E+00	1.95E-03
45.0	266.4	1.53E+00	2.00E-03
44.8	265.9	1.57E+00	2.05E-03
44.6	265.4	1.61E+00	2.11E-03
44.4	264.9	1.65E+00	2.17E-03
44.2	264.5	1.69E+00	2.23E-03
44.0	264.0	1.74E+00	2.29E-03
43.8	263.7	1.78E+00	2.35E-03
43.6	263.3	1.83E+00	2.42E-03
43.4	263.1	1.87E+00	2.48E-03
43.2	262.8	1.92E+00	2.55E-03
43.0	262.6	1.97E+00	2.62E-03
42.8	262.5	2.02E+00	2.68E-03
42.6	262.5	2.07E+00	2.75E-03
42.4	262.5	2.13E+00	2.83E-03
42.2	262.6	2.19E+00	2.90E-03
42.0	262.7	2.24E+00	2.97E-03
41.8	262.7	2.30E+00	3.05E-03
41.6	262.5	2.36E+00	3.13E-03
41.4	262.1	2.42E+00	3.22E-03
41.2	261.2	2.48E+00	3.31E-03
41.0	260.0	2.55E+00	3.41E-03
40.8	258.3	2.62E+00	3.53E-03
40.6	256.0	2.69E+00	3.65E-03
40.4	253.4	2.76E+00	3.79E-03
40.2	250.8	2.83E+00	3.93E-03

40.0	248.7	2.91E+00	4.07E-03
39.8	247.2	2.99E+00	4.21E-03
39.6	246.4	3.07E+00	4.34E-03
39.4	246.0	3.16E+00	4.47E-03
39.2	246.0	3.24E+00	4.59E-03
39.0	246.2	3.34E+00	4.72E-03
38.8	246.7	3.43E+00	4.84E-03
38.6	247.1	3.52E+00	4.96E-03
38.4	247.5	3.62E+00	5.09E-03
38.2	247.8	3.72E+00	5.23E-03
38.0	247.8	3.82E+00	5.37E-03
37.8	247.5	3.92E+00	5.53E-03
37.6	246.9	4.03E+00	5.69E-03
37.4	246.2	4.15E+00	5.87E-03
37.2	245.3	4.26E+00	6.05E-03
37.0	244.3	4.38E+00	6.25E-03
36.8	243.3	4.51E+00	6.45E-03
36.6	242.2	4.63E+00	6.66E-03
36.4	241.2	4.76E+00	6.87E-03
36.2	240.3	4.89E+00	7.10E-03
36.0	239.4	5.03E+00	7.32E-03
35.8	238.8	5.18E+00	7.55E-03
35.6	238.3	5.33E+00	7.79E-03
35.4	238.1	5.48E+00	8.02E-03
35.2	238.1	5.64E+00	8.25E-03
35.0	238.4	5.80E+00	8.47E-03
34.8	238.9	5.96E+00	8.70E-03
34.6	239.5	6.14E+00	8.92E-03
34.4	240.1	6.32E+00	9.15E-03
34.2	240.8	6.49E+00	9.39E-03
34.0	241.4	6.67E+00	9.63E-03
33.8	241.9	6.86E+00	9.88E-03
33.6	242.3	7.06E+00	1.01E-02
33.4	242.4	7.25E+00	1.04E-02

### 13.4 Harris-Priester Dichtemodell

Ein einfaches Modell für die Dichte in großen Höhen ist das Harris-Priester Modell (1962), benannt nach **Isadore Harris** und **Wolfgang Priester**. Das Harris-Priester Modell basiert auf Eigenschaften der höheren Atmosphäre, die durch die Lösungen der Wärme-Leitungsgleichungen und quasi-hydrostatischen Bedingungen bestimmt werden. Es vernachlässigt jahreszeitabhängige Breitengradschwankungen, wurde aber um tageszeitabhängige Dichte-Wölbungen erweitert. Die atmosphärische Aufwärmung durch die Sonneneinstrahlung führt zu einem allmählichen Anstieg der Atmosphären-Dichte. Der Höhepunkt dieser Aufwölbung wandert mit etwa 2 Stunden Verspätung dem sub-solaren Punkt hinterher. Dies entspricht dem Ort 30° im Osten des sub-solaren Punktes. Die minimale Dichte im Tiefpunkt<sup>168</sup>  $\rho_{\min}(h_{ECF})$  und die maximale Dichte im Höhepunkt<sup>169</sup>

<sup>168</sup> Antapex.

$\rho_{\max}(h_{ECEF})$  bei einer bestimmten Höhe  $h_{ECEF}$  wird durch exponentiale Interpolation zwischen in Tabellen aufgelisteten minimalen und maximalen Dichte-Werten  $\rho_{\min}(h_{ECEF,i})$  und  $\rho_{\max}(h_{ECEF,i})$  mit folgenden Gleichungen bestimmt:

$$\rho_{\min}(h_{ECEF}) = \rho_{\min}(h_{ECEF,i}) \cdot e^{\left(\frac{h_{ECEF,i} - h_{ECEF}}{H_{\min}}\right)} \quad \text{Gl. 13-29} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$\rho_{\max}(h_{ECEF}) = \rho_{\max}(h_{ECEF,i}) \cdot e^{\left(\frac{h_{ECEF,i} - h_{ECEF}}{H_{\max}}\right)} \quad \text{Gl. 13-30} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

wobei gilt  $h_{ECEF,i} \leq h_{ECEF} \leq h_{ECEF,i+1}$  und  $h_{ECEF}$  die geodätische Höhe über dem Referenzellipsoid ist. Die korrespondierende Skalenhöhe berechnet sich mit:

$$H_{\min}(h_{ECEF}) = \frac{h_{ECEF,i} - h_{ECEF,i+1}}{\ln\left(\frac{\rho_{\min}(h_{ECEF,i+1})}{\rho_{\min}(h_{ECEF,i})}\right)} \quad \text{Gl. 13-31} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

$$H_{\max}(h_{ECEF}) = \frac{h_{ECEF,i} - h_{ECEF,i+1}}{\ln\left(\frac{\rho_{\max}(h_{ECEF,i+1})}{\rho_{\max}(h_{ECEF,i})}\right)} \quad \text{Gl. 13-32} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Die tägliche, durch Sonnenstrahlung verursachte Dichte-Variation vom Dichtemaximum zum Dichteminimum wird durch folgende Gleichung beschrieben

$$\rho(h_{ECEF}) = \rho_{\min}(h_{ECEF}) + (\rho_{\max}(h_{ECEF}) - \rho_{\min}(h_{ECEF})) \cdot \cos^n\left(\frac{\psi}{2}\right) \quad \text{Gl. 13-33} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

wobei  $\psi$  der Winkel zwischen der Position der Nutzlast und der maximalen Dichte-Wölbung ist. Die Breitengradabhängigen Dichte-Variationen sind weitgehend durch den deklinationsabhängigen Winkel  $\psi$  und den Exponent  $n$ , der den numerischen Wert 2 für Flüge in der Äquator-Ebene und den Wert 6 für Flüge über die Pole annimmt, bestimmt. Durch trigonometrische Umrechnung und die Definition des Winkels  $\psi$  erhält man:

$$\cos^n\left(\frac{\psi}{2}\right) = \left(\frac{1 + \cos\psi}{2}\right)^{\frac{n}{2}} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\vec{e}_{r,PL} \cdot \vec{e}_{r,bulge}}{2}\right)^{\frac{n}{2}} \quad \text{Gl. 13-34} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

Dabei ist  $\vec{e}_{r,PL}$  der Einheitsvektor der Nutzlastposition. Der Einheitsvektor der Position der Wölbung errechnet sich mit folgender Gleichung:

$$\vec{e}_{r,bulge} = \begin{pmatrix} \cos \delta_{\odot} \cdot \cos(\alpha_{\odot} + \lambda_{long}) \\ \cos \delta_{\odot} \sin(\alpha_{\odot} + \lambda_{long}) \\ \sin \delta_{\odot} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 13-35} \quad [\text{Montenbruck, [82]}]$$

mit der Rektaszension der Sonne  $\alpha_{\odot}$ , der Deklination der Sonne  $\delta_{\odot}$  und dem oben erwähnten Verzögerungswinkel für den Längengrad  $\lambda_{long} \approx 30^{\circ}$  [Montenbruck, [82], 2000].



## 14. Appendix E – Newton'scher Schubspannungsansatz

Die Dynamische Viskosität lässt sich mit Hilfe des Newton'schen Schubspannungsansatzes erklären. Hierfür wird der Impulsaustausch durch Molekülquerbewegung an einer Strömung mit Geschwindigkeitsquergradienten betrachtet.

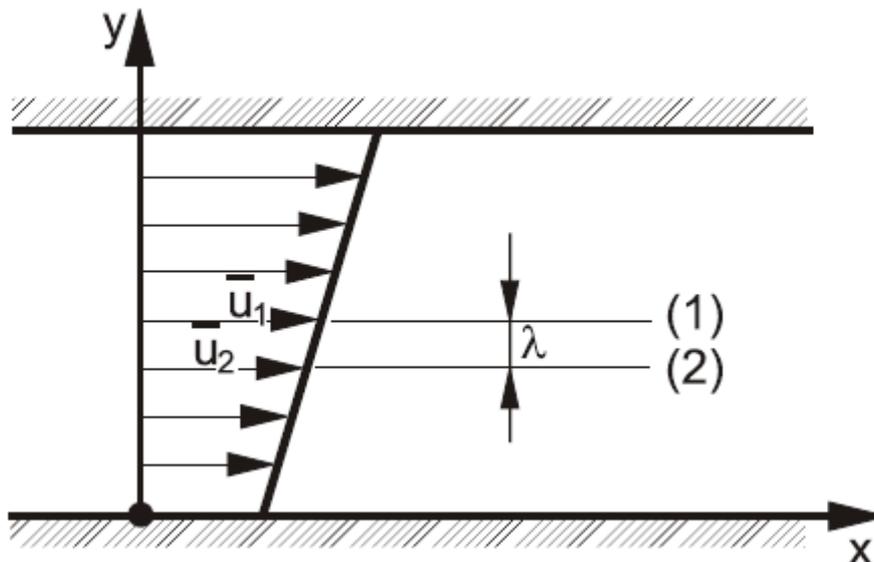


Abbildung 14-1: Strömung mit Geschwindigkeitsquergradienten [Wille, [130], 2005]

Die Schichten 1 und 2 bewegen sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten in der Strömung. Der mittlere Impuls in Strömungsrichtung x eines Moleküls in der Schicht 1 ist

$$I_1 = m \cdot u_{x,mean,1} \quad \text{Gl. 14-1}$$

und in der Schicht 2

$$I_2 = m \cdot u_{x,mean,2} \quad \text{Gl. 14-2}$$

Die Anzahl der Teilchen, die pro Zeiteinheit von 1 nach 2 überwechseln und umgekehrt, ist  $\frac{1}{3} \cdot n \cdot u_{y,mean} \cdot A$ , wobei  $n$  die Anzahl pro Volumeneinheit,  $u_{y,mean}$  die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle in y-Richtung und  $A$  die Kontaktfläche ist. Im Mittel haben nur  $\frac{1}{3}$  der Moleküle die Geschwindigkeit  $u_{y,mean}$ . Der in der Zeiteinheit von 1 über die Kontaktfläche  $A$  transportierte Impuls ist  $\frac{1}{3} \cdot (n \cdot u_{y,mean} \cdot A) \cdot (m \cdot u_{x,mean,1})$ . In umgekehrter Richtung ist es  $\frac{1}{3} \cdot (n \cdot u_{y,mean} \cdot A) \cdot (m \cdot u_{x,mean,2})$ . Die Differenz beider Impulsströme ist

$$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m \cdot u_{y,mean} \cdot A \cdot (u_{x,mean,1} - u_{x,mean,2}) = \frac{1}{3} \cdot n \cdot m \cdot u_{y,mean} \cdot A \cdot \lambda \cdot \frac{du_{x,mean}}{dy} \quad \text{Gl. 14-3} \quad [\text{Wille, [130]}]$$

Wobei  $\lambda$  die Mittlere Freie Weglänge eines Moleküls zwischen zwei Kollisionen ist.  $\frac{dI}{dt}$  hat die Dimension einer Kraft.

Mit der Dichte

$$\rho = n \cdot m \quad \text{Gl. 14-4}$$

und der Beziehung

$$\tau = \frac{dI}{dt} \cdot \frac{1}{A} \quad \text{Gl. 14-5}$$

erhält man für die Schubspannung

$$\tau = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot u_{y,mean} \cdot \lambda \cdot \frac{du_{x,mean}}{dy} = \eta \cdot \frac{du_{x,mean}}{dy} \quad \text{Gl. 14-6}$$

Diese Verknüpfung von Schubspannung  $\tau$  und dem Geschwindigkeitsgradienten nennt man Newton'scher Schubspannungsansatz [Wille, [130], 2005]. Die Proportionalitätsgröße  $\eta$  ist die Dynamische Viskosität [Jirka, [53], 2001].

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \cdot u_{y,mean} \cdot \lambda \quad \text{Gl. 14-7}$$

$\eta$  : Dynamische Viskosität (Eta) ( $\frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}$ )

## 15. Appendix F – Eigene Veröffentlichungen

- Eckart, P.; Canales, M.; Dorion, C.; Kesselmann, M.; Ofer, C.; Pauly, K.; Peuler, T.; Schlerka, F.; Stamminger, A. (2000): *The Propulsion System Module of the LunarSat Microspacecraft* (4th International Conference on Exploration and Utilisation of the Moon (ICEUM4, 10–15. Juli 2000, ESTEC, Noordwijk, Niederlande)
- Stamminger, Andreas; Turner, John; Hörschgen, Marcus; Jung, Wolfgang (2004): *Sounding Rockets as a Real Flight Platform for Aerothermodynamic CFD Validation of Hypersonic Experiments* (Proceedings of the 5th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, Seiten 431–438. ESA Publications Division. 5th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles, 2004-11-08 – 2004-11-11, Köln (Deutschland). ISBN 92-9092-874-3)
- Turner, J.; Hörschgen, M.; Turner, P.; Ettl, J.; Jung, W.; Stamminger, A. (2005): *SHEFEX – The Vehicle and Sub-Systems for a Hypersonic Re-entry Flight Experiment* (17th ESA Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Sandefjord, Norway, 31.Mai – 4.Juni 2005)
- Eggers, T.; Longo, J. M.; Hörschgen, M.; Stamminger, A. (2005): *The Hypersonic Flight Experiment SHEFEX* (AIAA 13th Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Capua, Italy, 16–20 May 2005 )
- Eggers, Thino; Stamminger, Andreas; Hörschgen, Marcus; Jung, Wolfgang; Turner, John (2005): *The Hypersonic Experiment SHEFEX – Aerothermodynamic Layout, Vehicle Development and First Flight Results* (Proceedings 6th International Launcher Symposium on Launcher Technologies. 6th International Symposium on Launcher Technologies, 2005-11-08 – 2005-11-11, München, Deutschland)
- Eggers, Th.; Longo, J.M.A.; Gülhan, A.; Hörschgen, M.; Stamminger, A.; Turner, J. (2006): *Preliminary Post-Flight Data Analysis of the SHEFEX Experiment* (1st International ARA Days, „Atmospheric Reentry Systems, Missions and Vehicles“, 2006-07-03 – 2006-07-05 , Arcachon)
- Longo, José Maria; Eggers, Thino; Turner, John; Jung, W.; Hörschgen, Marcus; Stamminger, A.; Gülhan, Ali; Siebe, F.; Requardt, G.; Laux, Torsten; Reimer, T.; Weihs, Hendrik (2006): *The Shefex Flight Experiment – Pathfinder Experiment for a Sky Based Test Facility* (DGLR Jahrbuch 2006, I & II. ISSN 0700-4083)
- Turner, John; Hörschgen, Marcus; Jung, Wolfgang; Stamminger, Andreas; Turner, Peter (2006): *SHEFEX – Hypersonic Re-entry Flight Experiment - Vehicle and Subsystem Design, Flight Performance and Prospects* (Proceedings AIAA 14th Spaceplane Systems and Technologies Conference. 14th Spaceplane Systems and Technologies Conference, 2006-11-08, Canberra, Australia)
- Eggers, Thino; Longo, José M.; Turner, John; Jung, Wolfgang; Hörschgen, Marcus; Stamminger, Andreas; Gülhan, Ali; Siebe, Frank; Requardt, G.; Laux, Thorsten; Reimer, T.; Weihs, Hendrik (2006): *The SHEFEX Flight Experiment – Pathfinder Experiment for a Sky Based Test Facility* (Proceedings AIAA 14th Spaceplane Systems and Technologies Conference. 14th Spaceplane Systems and Technologies Conference, 2006-11-08, Canberra, Australia)
- Stamminger, Andreas (2007) *Atmospheric Re-Entry Analysis of Sounding Rocket Payloads* (18th ESA Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, Seiten 193–198. ESA Publications Division. 18th ESA Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, 2007-06-03 – 2007-06-07, Visby, Schweden, ISBN 92-9291-211-7. ISSN 0379-6566)
- Widell, Ola; Norberg, Olle; Kemi, Stig; Poromaa, Lennart; Persson, Olle; Stamminger, Andreas; Turner, Peter (2008): *REXUS BEXUS – A Swedish-German co-operation for uni-*

- versity student experiments on rockets and balloons* (2008 IAC Glasgow (IAC-08-E1.1.4). IAC 2008, 2008-09-29 – 2008-10-03, Glasgow, United Kingdom)
- Stamminger, A.; Ettl, J.; Blochberger, G.; Drescher, J.; Griesche, A.; Meyer, A.; Neumann, C.; Ratke, L.; Plescher, E.; Willnecker, R. (2009): *MAPHEUS-1: Vehicle, Subsystem Design, Flight Performance and Experiments* (19. Symposium on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research, 07. – 11. Juni 2009, Bad Reichenhall, Deutschland)
  - Stamminger, Andreas; Czech, Manuel; Griebel, Hannes; Hörschgen, Marcus; Persson, Olle; Pinzer, Markus; Riesselmann, Jens (2009): *REXUS-4 – Vehicle and Experiments, Outlook on the REXUS/BEXUS Student Programme* (IAC Proceedings 2009. 60th International Astronautical Congress, 12. – 16. Okt. 2009, Daejeon, Republik Korea. ISSN 1995-6258)
  - Stamminger, Andreas; Ettl, Josef; Blochberger, Guido; Drescher, Jörg; Griesche, Axel; Hassenpflug, Frank; Hoepfner, Sandra; Hörschgen, Marcus; Meyer, Andreas; Neumann, Christian; Ratke, Lorenz; Plescher, Engelbert; Willnecker, Rainer (2009): *MAPHEUS - The Maiden Flight of a New Vehicle for Microgravity Experiments* (IAC Proceedings 2009. 60th International Astronautical Congress, 12. – 16. Okt. 2009, Daejeon, Republik Korea. ISSN 1995-6258)