



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
MÜNCHEN

# **GRACE - Analyse von Beschleunigungsmessungen**

U. Fackler

IAPG / FESG No. 20

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie  
Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie

München 2005

# GRACE - Analyse von Beschleunigungsmessungen

U. Fackler

**IAPG / FESG No. 20**

München 2005

ISSN 1437-8280

ISBN 3-934205-19-4

Adressen:

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie

Technische Universität München

Arcisstrasse 21

D-80290 München

Germany

Telefon: +49-89-289-23190

Telefax: +49-89-289-23178

<http://tau.fesg.tu-muenchen.de/~iapg/>

Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie

Technische Universität München

Arcisstrasse 21

D-80290 München

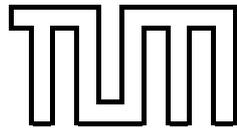
Germany

Telefon: +49-89-289-23191

Telefax: +49-89-289-23178

<http://tau.fesg.tu-muenchen.de/~fesg/>

Technische Universität München



Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie

**GRACE - Analyse von  
Beschleunigungsmessungen**

Diplomarbeit

Ulrich Fackler

Januar 2005

Unter <http://tau.fesg.tu-muenchen.de/~iapg/web/veroeffentlichung/schriftenreihe/schriftenreihe.php> kann eine farbige Version der Diplomarbeit heruntergeladen werden.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Überblick über die GRACE-Mission</b>	<b>7</b>
1.1	Messprinzipien und Missionsziele von GRACE . . . . .	7
1.2	Komponenten der GRACE-Satelliten . . . . .	8
1.2.1	Beschreibung eines GRACE-Satelliten . . . . .	8
1.2.2	K-Band-Ranging-System . . . . .	10
1.2.3	Beschleunigungsmesser . . . . .	10
1.2.4	Lageregelung und Lagekontrolle . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Themenstellung und Ziele der Diplomarbeit</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>Vorstellung und Beschreibung der GRACE-Daten</b>	<b>17</b>
3.1	Überblick über die Generierung der verschiedenen Daten-Levels . . . . .	17
3.2	Unterschiede zwischen Level 1a und Level 1b . . . . .	19
3.3	Überblick über die verschiedenen GRACE-Produkte . . . . .	23
3.3.1	K-Band-Ranging-Daten (KBR) . . . . .	23
3.3.2	Beschleunigungsmesserdaten (ACC) . . . . .	23
3.3.3	Quaternionen zur Rotation ins SRF (QSA, SCA) . . . . .	24
3.3.4	Housekeeping-Daten (HK) . . . . .	24
3.3.5	Zeit-Korrekturdaten (CLK, TIM) . . . . .	24
3.4	Transformationen im Zusammenhang mit GRACE . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Analyse der GRACE-Daten</b>	<b>27</b>
4.1	Analyse der GRACE-Filterung . . . . .	27
4.1.1	CRN-Filter . . . . .	27
4.1.2	Darstellung der Filter . . . . .	33
4.2	Genauigkeitsanalyse der ACC1A-Messungen . . . . .	37
4.2.1	Spezifikation des Beschleunigungsmessers . . . . .	37
4.2.2	Spektrum der L1a-Beschleunigungen . . . . .	37
4.2.3	Ursachen für scheinbar erhöhtes Rauschniveau . . . . .	38
4.3	Vergleich der ACC1A- mit den ACC1B-Daten . . . . .	46
4.3.1	Zeitbereich . . . . .	46
4.3.2	Spektralbereich . . . . .	47
4.4	Vergleich der SCA1A- mit den SCA1B-Daten . . . . .	50
4.5	Untersuchung der Relativbeschleunigungen . . . . .	52
4.5.1	Vergleich der Beschleunigungen mit Näherungsrotation . . . . .	53

---

4.5.2	Vergleich der Beschleunigungen mit exakter Rotation . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Prozessierung der GRACE-Daten</b>	<b>63</b>
5.1	Herstellung der GPS-Zeit (CLK1B) . . . . .	65
5.2	ACC1B-Prozessierung der Beschleunigungsdaten . . . . .	68
5.2.1	Überblick über ACC1B-Prozessierung . . . . .	68
5.2.2	Durchführung der ACC1B-Prozessierung . . . . .	69
5.3	SCA1B-Prozessierung der Sternsensordaten . . . . .	73
5.3.1	Überblick über SCA1B-Prozessierung . . . . .	73
5.3.2	Durchführung der SCA1B-Prozessierung . . . . .	73
5.4	[HK]1B-Prozessierung der Housekeeping-Daten . . . . .	84
<b>6</b>	<b>Vergleich der Prozessierungsstrategien</b>	<b>85</b>
6.1	Akzelerometer-Daten . . . . .	85
6.1.1	Differenz zwischen JPL-ACC1B und TUM-ACC1B . . . . .	85
6.1.2	Ursachen für das Auftreten der Residuen . . . . .	88
6.2	Sternsensordaten . . . . .	99
<b>7</b>	<b>Schlussbemerkungen</b>	<b>103</b>
7.1	Zusammenfassung . . . . .	103
7.2	Weiterführende Arbeiten . . . . .	106
<b>A</b>	<b>Zeitsysteme, Bezugssysteme und Transformationen bei GRACE</b>	<b>109</b>
A.1	Zeitsysteme im Zusammenhang mit GRACE . . . . .	109
A.1.1	GRACE On Board-Zeitsysteme . . . . .	109
A.1.2	Einordnung der GPS-Zeit . . . . .	110
A.2	Koordinatensysteme . . . . .	111
A.2.1	Inertiales Koordinatensystem . . . . .	111
A.2.2	Erdfestes Bezugssystem . . . . .	112
A.2.3	Bahnbegleitendes System . . . . .	112
A.2.4	Orientierungswinkel eines GRACE-Satelliten . . . . .	113
A.3	Koordinatentransformationen . . . . .	115
A.3.1	Transformation vom inertialen ins erdfeste Koordinatensystem . . . . .	115
A.3.2	Transformation mit Richtungskosinussen . . . . .	115
A.3.3	Transformationen mit Quaternionen . . . . .	116
<b>B</b>	<b>Interpolation</b>	<b>121</b>
B.1	Definition der Interpolation . . . . .	121
B.2	Interpolationsverfahren in der Diplomarbeit . . . . .	122
B.2.1	Newton-Interpolation . . . . .	122
B.2.2	Lagrange-Interpolation . . . . .	124
B.2.3	Kubische Spline-Interpolation . . . . .	124
B.3	Polynomfit mit Überbestimmung . . . . .	125

---

**INHALTSVERZEICHNIS**  
**INHALTSVERZEICHNIS**

---

<b>C</b>	<b>Praktische Frequenzanalyse</b>	<b>127</b>
C.1	Abtasttheorem . . . . .	127
C.2	Leakage-Effekt . . . . .	128
C.3	Schritte der praktischen Frequenzanalyse . . . . .	132
C.4	Filterung von Messreihen . . . . .	133
C.4.1	Definition von Filtern . . . . .	133
C.4.2	Unterscheidungsmerkmale von Bandpassfiltern . . . . .	133
C.4.3	CRN-Filter . . . . .	138
<b>D</b>	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>141</b>



# Kapitel 1

## Überblick über die GRACE-Mission

In diesem einleitenden Kapitel werden die Messprinzipien, Missionsziele und die wichtigsten Komponenten der GRACE-Mission vorgestellt.

### 1.1 Messprinzipien und Missionsziele von GRACE

Die GRACE-Mission (Gravity Recovery and Climate Experiment) ist ein gemeinsames Projekt der US-amerikanischen National Aeronautics and Space Administration (NASA) und des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR). Der Start erfolgte im Jahre 2002 mit einer ROCKOT Rakete vom Weltraumbahnhof Plesetsk in Russland ( $62.7^\circ$  N,  $40.3^\circ$  E). Die Mission besteht aus zwei hintereinander, tief fliegenden und gegenseitig orientierten identischen Satelliten des CHAMP-Typs, bezeichnet als GRACE A und GRACE B. Derzeit fliegt GRACE A dem GRACE B voraus, was sich im Laufe der Mission ändern kann. Sie fliegen in einem Abstand von etwa 200 bis 300 km, in einer Flughöhe von etwa 450 km. Da beide tief fliegende Satelliten sind und Abstandsmessungen zwischen beiden Satelliten durchgeführt werden, handelt es sich bei GRACE um eine Low-Low-Satellite to Satellite Tracking (SST)-Mission. Die charakteristische Bahn der Satelliten ist fast polar (Inklination  $i = 89.0^\circ$ ) und nur schwach elliptisch (Exzentrizität  $e < 0.005$ ). Die Missionsdauer ist auf 5 Jahre festgelegt. Ein Hauptziel bei GRACE ist die Messung des globalen Gravitationsfeldes, das sich aus der Relativbewegung der zwei frei um die Erde fallenden Testkörper (Satelliten) im Gravitationsfeld der Erde ableiten lässt.

Der freie Fall der Zwillingssatelliten im Gravitationsfeld der Erde wird durch verschiedene nicht-gravitative Oberflächenkräfte gestört, die auf das jeweilige Gehäuse einwirken und eine Störbeschleunigung auf die Satelliten als Folge haben. Diese Oberflächenstörungen, hauptsächlich bedingt durch Luftwiderstand und Strahlungsdruck der Sonne, werden in jedem der beiden Satelliten mit einem hochpräzisen Beschleunigungsmesser erfasst. Mit einem bordeigenen Lageregelungs- und -kontrollsystem werden die Satelliten in ihrer geplanten gegenseitigen Orientierung gehalten. Meldet das Kontrollsystem eine Überschreitung einer Schwelle in den Orientierungsparametern, wird das Regelungssystem zur Wiederherstellung der Orientierung der Satelliten aktiviert.

Die zur Bestimmung der Erdschwerefeldparameter wichtigste Messung sind Abstandsmessungen zwischen beiden Satelliten, die kombiniert werden mit Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsmessungen. Erwartet wird eine Auflösung des Gravitationsfeldes in Grad und Ordnung zwischen 150 und 180 (vgl. Torge [14]). Zur Erzielung einer hohen Schwerefeldauflösung sind eine Genauigkeit der Relativgeschwindigkeit von  $\pm 1$  bis  $10 \mu\text{ms}^{-1}$ , eine präzise Bahnbestimmung und präzise Beschleunigungsmessungen erforderlich.

Die Ortsbestimmung erfolgt über GPS, die Entfernung zwischen den beiden Satelliten wird mit zwei aktiven Einweg-Systemen (dual one-way systems) im Mikrowellenbereich (K-Band) gemessen ( $\mu\text{m}$ -Genauigkeit).

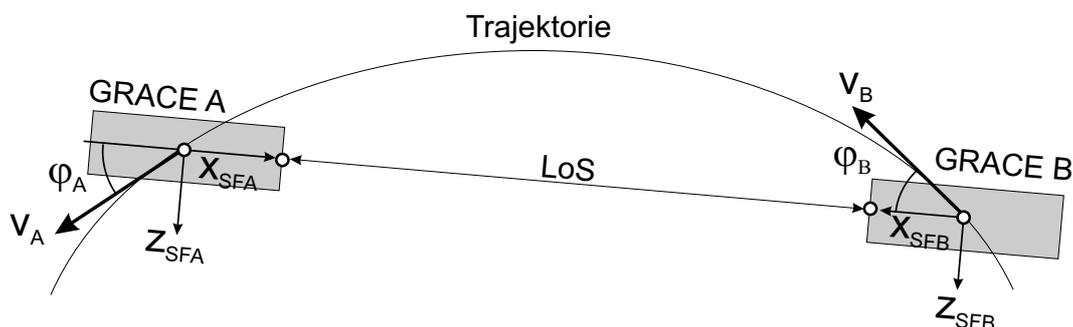


Abbildung 1.1: Bahngeometrie der GRACE-Mission. Ersichtlich ist die gegenseitige Ausrichtung der Satelliten, die über die Sichtlinie (LoS: Line of Sight) hergestellt wird. Folglich sind die jeweiligen x-Achsen  $x_{SFA}$  (SFA: Satellite Frame A) und  $x_{SFB}$  (SFB: Satellite Frame B) der beiden Satelliten entlang der LoS aufeinander ausgerichtet. GRACE A ist durchschnittlich um  $\varphi_A = 0.82^\circ$  nach oben (gegenüber der Bahntrajektorie) gekippt und GRACE B etwa um  $\varphi_B = 0.66^\circ$  nach unten (vgl. Gerlach et al. [5]).

## 1.2 Komponenten der GRACE-Satelliten

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Komponenten eines GRACE-Satelliten vorgestellt. Des Weiteren werden die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Instrumenten und ihr Zusammenwirken erklärt.

### 1.2.1 Beschreibung eines GRACE-Satelliten

Die zwei GRACE-Satelliten sind identisch mit Ausnahme ihrer S-Band Radio-Frequenzen, die zur Kommunikation mit den Bodenstationen verwendet werden, und ihrer K-Band-Frequenzen, die zur Messung der Range zwischen beiden Satelliten verwendet werden. Beide Satelliten sind fähig, sowohl in der vorderen als auch in der hinteren Position zu fliegen. Die Masse eines Satelliten beträgt ca. 425 kg. Die Form eines Satelliten entspricht einem prismatischen Körper, an dem die Seitenwände einen  $50^\circ$ -Winkel mit der Vorder- und Hinterwand einschließen. Das Material der Wände ist sehr temperaturstabil.

## 1. Überblick über die GRACE-Mission

### 1.2. Komponenten der GRACE-Satelliten

Abb. 1.2 zeigt das Innere eines GRACE-Satelliten und enthält die wichtigsten Instrumente an Bord eines GRACE-Satelliten. Direkt hinter der Vorderwand ist die Einheit zur Messung der Range zwischen den beiden GRACE-Satelliten (KBR ASSEMBLY) platziert. Die Ausrichtung der Satelliten erfolgt über das sog. K-Band-Horn, das in die Vorderwand eingebaut ist. Ein GRACE-Satellit ist in Richtung zum jeweils anderen GRACE-Satelliten ausgerichtet (vgl. Abb. 1.1). Die gegenseitige Ausrichtung hat zur Folge, dass ein Satellit in der Lage sein muss, auch rückwärts zu fliegen. Im Zentrum eines Satelliten befindet sich der Beschleunigungsmesser (ACC SU), möglichst im Schwerpunkt des Satelliten. Fest verbunden mit dem Akzelerometer ist der Sternsensor, der aus zwei Sternkameras besteht. Die Sternkameras nehmen den Sternenhimmel in ihren jeweiligen Richtungen auf (SCA -Y, SCA +Y). Des Weiteren ist die GPS-Navigationsantenne (GPS NAV ANTENNA) im Zentrum zu finden. Sie dient zur Ortsbestimmung des Satelliten. Außerdem abgebildet sind die beiden Tankbehälter (TANK -X, TANK +X). An der Rückwand ist der OBDH (On Board Data Handler) - Generator zu finden. Dieser wird dazu benötigt, um die Absolutzeit der Beschleunigungsdaten und der Housekeeping-Daten (= Zustandsdaten, z.B. Magnetometer/Magnetorquer, Thruster Aktivitäten, Tankmessungen, Satellitenmas sendaten, Akzelerometer-Housekeepingdaten, IPU (Instrument Processing Unit)-Housekeepingdaten) zu erfassen (vgl. *GFZ-Potsdam* [6]). Außer Betracht bleiben die Laserkreisel (GYRO), mit denen die Richtungsmessungen der Sternsensoren unterstützt werden.

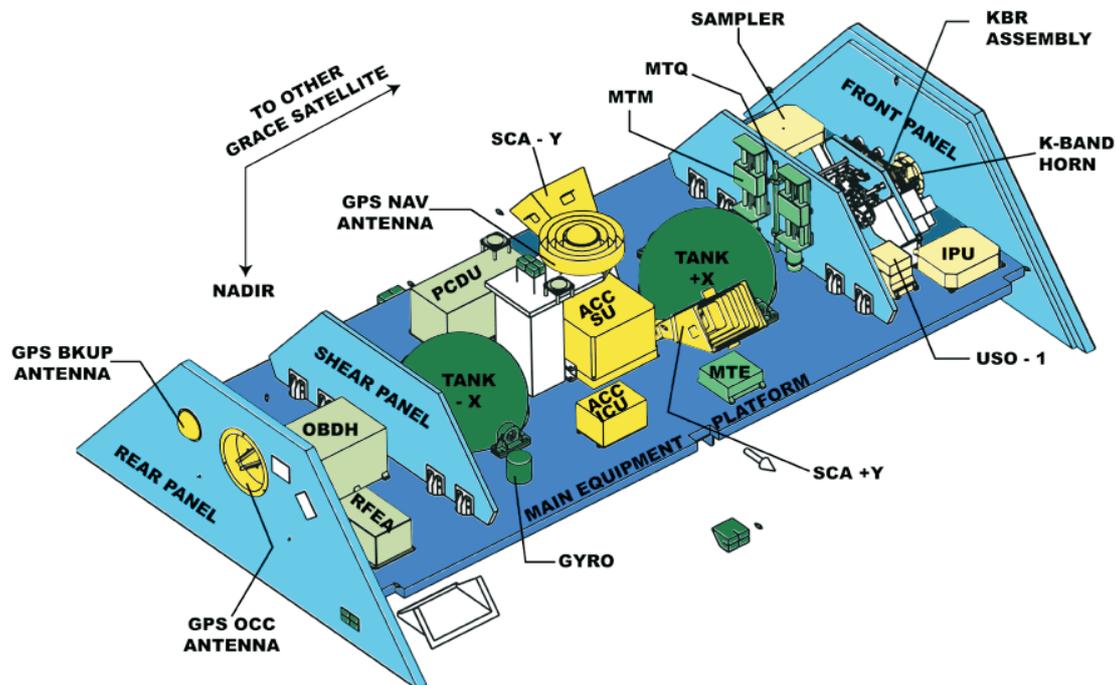


Abbildung 1.2: Blick in das Innere eines GRACE-Satelliten, wobei die Seitenwände und die Deckenwand wegzudenken sind (Quelle des Bildes: *GFZ-Potsdam* [6]).

## 1.2.2 K-Band-Ranging-System

Das K-Band-Ranging-System (KBR) ist das wichtigste Instrument bei GRACE. Es misst die Entfernungsänderung zwischen beiden Satelliten mit einer Genauigkeit von  $1 \mu\text{m/s}$  auf zwei verschiedenen Frequenzen. Die Hardware besteht aus:

- Horn-Antenne zum Aussenden und Empfang der Dual-Band-Mikrowellensignale (K-Band: 24 GHz bzw. Ka-Band: 32 GHz)
- IPU zum Sampling und zur Prozessierung eines digitalen Signals aus den K-Band-Trägerphasensignalen und den Daten des GPS-Empfängers, des Beschleunigungsmessers (ACC) und der Sternkamera (SCA).

Beide KBR sind komplett identisch außer den Frequenzen, die um 500 kHz phasenverschoben sind, um Interferenzen zwischen den gesendeten und empfangenen Signalen zu vermeiden. Jeder Satellit sendet Trägerphasen auf zwei Frequenzen aus, die eine ionosphärische Korrektur erlauben. Die Daten werden im 10 Hz-Rhythmus aufgezeichnet und einmal pro Umlauf zur Bodenstation gesendet. Die Frequenzgenerierung wird durchgeführt vom Ultra-Stable Oszillator (USO), welcher eine Langzeitstabilität von etwa  $1 \cdot 10^{-10}$  pro Tag aufweist (vgl. *GFZ-Potsdam* [6]).

## 1.2.3 Beschleunigungsmesser

An Bord beider GRACE-Satelliten befindet sich jeweils ein kapazitiver Beschleunigungsmesser (ONERA/CNES Frankreich), der in der Lage ist, Beschleunigungen in drei Achsen zu messen. Seine Aufgabe besteht darin, die Störkräfte, die auf den Satelliten wirken, zu bestimmen. Der Beschleunigungsmesser besteht aus zwei Teilen,

- dem Positionsdetektor (Sensor), der die Auslenkung der Testmasse aus der Ruhelage misst, und
- dem Servomechanismus, der die ausgelenkte Testmasse wieder in ihre Ruhelage versetzt.

Je nach Abweichung aus der Solllage einer Achse fließt unterschiedlich Strom. Von diesem Strom, der über eine Rückkopplung die Testmasse in ihrer Ruhelage hält, lässt sich auf Beschleunigung in einer Komponente schließen.

Das ungefilterte Messsignal des Beschleunigungsmessers ist stark verrauscht wegen des Positionsrauschens, das an sich sehr hochfrequent (bis 1000 Hz) ist. Nominell wird aber eine Abtastrate von 10 Hz angestrebt. Daher besteht die Gefahr von Aliasing, entstanden durch Rückfaltung der Signale mit höherer Frequenz auf Signale mit niedrigerer Frequenz. Zur Verhinderung von Aliasing-Effekten wird ein Filter zur Dämpfung von höheren Frequenzen implementiert. Dafür eignen sich sog. Tiefpassfilter, in der GRACE-Mission ist am Ausgang des Beschleunigungsmessers ein Butterworth-Filter vierter Ordnung implementiert mit Knickfrequenz von 3 Hz (gemäß *Frommknecht* [4]).

## 1. Überblick über die GRACE-Mission

### 1.2. Komponenten der GRACE-Satelliten

---

#### 1.2.4 Lageregelung und Lagekontrolle

Durch die Lageregelung (attitude and orbit control system: AOCS) werden die GRACE-Satelliten in ihrer geplanten Orientierung gehalten. Die aktuellen Lagewinkel werden durch den Sternsensor mit den beiden Sternkameras (vgl. schematische Darstellung Abb. 3.3) ermittelt. Die Abweichungen von der Solllage, verursacht durch nicht-gravitative Effekte wie Luftwiderstand, Strahlungsdruck, werden durch die Komponenten der Lageregelung (Düsen und drehmomenterzeugende Spulen) ausgeglichen.

##### Sternkamera

Die Sternkamera wird für die präzise Orientierung der Satellitenbahn und für die korrekte Verarbeitung der Messungen des Akzelerometers verwendet. Die Sternkamera besteht aus 2 simultan operierenden CCD-Sternsensoren. Die Sternkonstellationen können mit Hilfe von Sternkatalogen ausgewertet werden. Über Sternkataloge, die in den GRACE-Datenbanken enthalten sind, werden mit den Mitteln der digitalen Bildverarbeitung die Orientierungswinkel des Satelliten im ICRF ermittelt. Die nun bekannten Orientierungen in Form von Quaternionen (vgl. Kap. A.3.3) werden von der Lageregelung benötigt. Im Fall, dass die Sonne im Sichtfeld einer Kamera ist, wird für die Bestimmung der Orientierung die jeweilige andere Kamera verwendet.

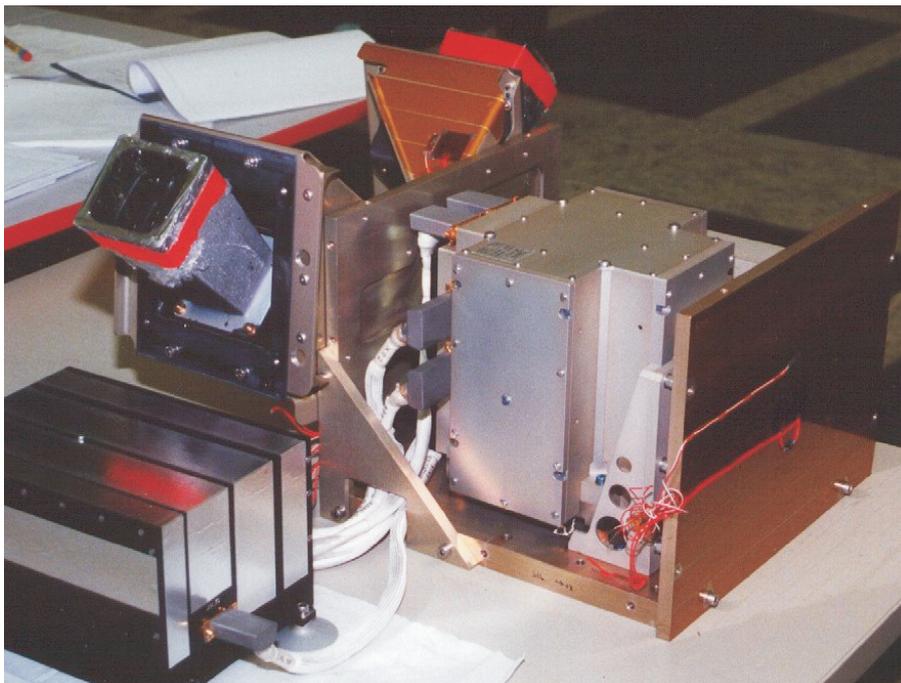


Abbildung 1.3: Der Sternsensor mit seinen beiden Sternkameras und das Akzelerometer während der Integrationsphase (Quelle: GFZ-Potsdam [6]).

### Attitude thrusters - Steerdüsen

Die Attitude thrusters sind ein wichtiger Bestandteil des Lageregelungssystems, die aktiviert werden, wenn das Lagekontrollsystem (Sternsensor) eine Nichteinhaltung der Orientierungsparameter feststellt. Dazu sind an Bord eines GRACE-Satelliten 14 Düsen angebracht (vgl. Abb. 1.4):

- 12 (6 Paare) zur Erzeugung von Winkelbeschleunigungen (mit einer konstanten Kraft von 10 mN), welche die Einhaltung der Lageparameter ermöglichen, und
- 2 zur Orbitkontrolle und zur Kontrolle des Abstands zwischen den beiden Satelliten

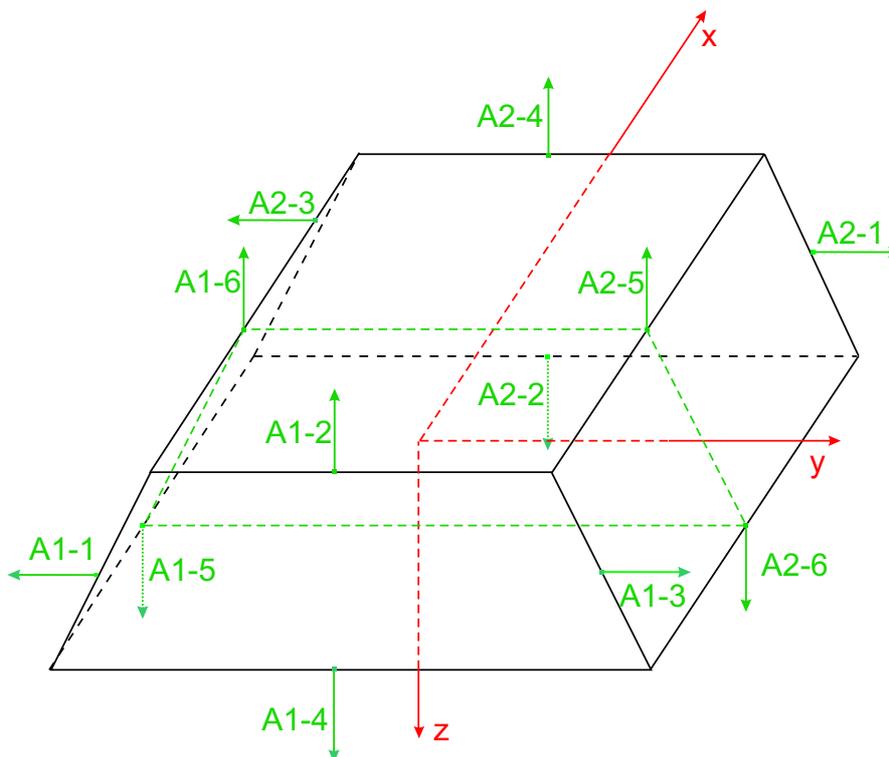


Abbildung 1.4: Lage und Wirkungsrichtung der Düsen, die, falls erforderlich, Winkelbeschleunigungen erzeugen, um die Orientierungsparameter des Satelliten einzuhalten. Zu sehen sind die sechs Düsenpaare, die dafür sorgen, die Lagewinkel des Satelliten zu korrigieren. I.d.R. werden die Düsenpaare synchron gefeuert. Zu erkennen sind Paare an ihrer Nummerierung: A1-1 und A1-2, A2-1 und A2-2, usw.

Die Düsen sind hochpräzise eingebaut und exakt koordiniert. Die Koordinaten und ihre zugehörige Feuerrichtung sind der Tab. 1.1 zu entnehmen. Sie feuern stets synchron. Bereits minimale Fehler beim Einbau, die unvermeidbar sind, führen zu einer Kopplung in die anderen Achsen, die sich auf andere Achsen überträgt.

Die Feuerstöße benötigen verhältnismäßig hohe Energien und werden daher nur angewendet, wenn sich die Lagewinkel des Satelliten außerhalb bestimmter Grenzen befinden. Die Düsen sind gepulst, so dass so wenig wie möglich Treibstoff verbraucht wird. Zusätzlich

## 1. Überblick über die GRACE-Mission

### 1.2. Komponenten der GRACE-Satelliten

Thruster	Rx (mm)	Ry (mm)	Rz (mm)	Drehung
A1-1	-1450	-719	0	negativ um Kurswinkel (-rz)
A1-2	-1450	0	-444	negativ um Nickwinkel (-ry)
A1-3	-1450	719	0	positiv um Kurswinkel (+rz)
A1-4	-1450	0	275	positiv um Nickwinkel (+ry)
A1-5	0	-970	300	positiv um Rollwinkel (+rx)
A1-6	0	-467	-300	negativ um Rollwinkel (-rx)
A2-1	1450	719	0	negativ um Kurswinkel (-rz)
A2-2	1450	0	275	negativ um Nickwinkel (-ry)
A2-3	1450	-719	0	positiv um Kurswinkel (+rz)
A2-4	1450	0	-444	positiv um Nickwinkel (+ry)
A2-5	0	467	-300	positiv um Rollwinkel (+rx)
A2-6	0	970	300	negativ um Rollwinkel (-rx)

Tabelle 1.1: Lage (wegen Baugleichheit gültig sowohl für GRACE A und GRACE B) und Wirkungsweise (Drehung) der Düsen

sind zwischen zwei Feuerstößen gewisse zeitliche Abstände einzuhalten. Täglich werden ca. 1000 Düsenkorrekturmanöver durchgeführt. Eine kontinuierliche Regelung findet durch die Magnetic Torquers statt.

Bei Aktivität eines Düsenpaares  $A_{i-1}$  und  $A_{i-2}$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) wird am Satelliten ein Drehmoment  $\underline{M}$  erzeugt, welches Winkelbeschleunigungen  $\underline{\alpha}$  um die Achsrichtungen des Satelliten verursacht. Die Orientierungswinkel eines Flugobjekts bzw. Satelliten nennt man:

- Rollwinkel (roll): Rotation um körperfeste x-Achse (vgl. Abb. A.3),
- Nickwinkel (pitch): Rotation um körperfeste y-Achse (vgl. Abb. A.2),
- Kurswinkel (yaw): Rotation um körperfeste z-Achse (vgl. Abb. A.4).

### Magnetic Torquers - drehmomenterzeugende Spulen

Die drehmomenterzeugenden Spulen bestehen aus einer nichtmagnetischen, zylindrischen Hülle und einer gewickelten Spule. Ein GRACE-Satellit besitzt drei Spulen, für jede Achsrichtung jeweils eine. Die Wirkungsweise einer Spule basiert auf Durchfließen von Strom durch die Spule. Wird eine Spule von elektrischem Strom durchflossen, entsteht nach *Frommknecht* [4] ein magnetisches Dipolmoment:

$$\underline{\mathbf{m}} = I \cdot \underline{\mathbf{A}}, \quad (1.1)$$

dessen Betrag von der Stromstärke  $I$  und der von der Spule umspannten Fläche  $\underline{\mathbf{A}}$  abhängt. Ist die Spule einem Magnetfeld  $\underline{\mathbf{B}}$  ausgesetzt, so erzeugt sie nach *Frommknecht* [4] das Drehmoment:

$$\underline{\mathbf{T}} = I \cdot \underline{\mathbf{A}} \times \underline{\mathbf{B}} = \underline{\mathbf{m}} \times \underline{\mathbf{B}}, \quad (1.2)$$

das senkrecht auf das äußere Magnetfeld und auf das durch die Spule erzeugte Magnetfeld wirkt,

wobei in Glch. (1.2) folgendes gilt:

- $\underline{\mathbf{T}}$  ... resultierendes Drehmoment,
- $I$  ... Stromstärke durch die Spule,
- $\underline{\mathbf{A}}$  ... von der Spule umspannte Fläche,
- $\underline{\mathbf{B}}$  ... umgebenes Magnetfeld (verursacht durch Magnetfeld der Erde),
- $\underline{\mathbf{m}}$  ... Dipolmoment der Spule.

Gemessen werden die magnetischen Kräfte, die das Erdmagnetfeld ausübt, von einem Magnetometer. Die Stromstärke in den Spulen kann analog (kontinuierlich) geregelt werden, aber nur in Abhängigkeit von der aktuellen Richtung der Magnetfeldlinien. Somit kann die Regelung nicht permanent erfolgen.

# Kapitel 2

## Themenstellung und Ziele der Diplomarbeit

Eine der zentralen Aufgaben der Diplomarbeit ist die Analyse des tatsächlichen Fehlerverhaltens der Beschleunigungsmessungen bei der GRACE-Mission. Im Speziellen sind folgende Teilziele zu erarbeiten:

- Die Sensordaten der GRACE-Mission (Beschleunigungsmesser, Sternsensor, Housekeeping, K-Band-Ranging) sollen aufbereitet und voranalysiert werden. Für die vorgegebenen Messdaten der GRACE-Mission sollen in der Programmiersprache C Einleseroutinen programmiert werden, die es in Zukunft erlauben sollen, die Daten automatisiert in ein eigenes File einzulesen. Dadurch soll die Weiterverarbeitung der Daten erleichtert werden.
- Die mit Rauschen und anderen Störeffekten behafteten Level 1a-Daten (Rohdaten) werden auf Level 1b (Gebrauchsdaten) downgesampelt. Dieses von der JPL durchgeführte Verfahren soll nachvollzogen werden. Eventuelle Unterschiede sollen sowohl im zeitlichen als auch im spektralen Bereich aufgezeigt und begründet werden. Eine automatisierte Level 1b-Prozessierung soll programmiert werden.
- Die Daten des Beschleunigungsmessers sollen auf ihr Fehlerverhalten analysiert werden. Dafür werden die Zeitreihen der Satelliten im Zeit- und Frequenzbereich analysiert. Die Strategie, die Genauigkeit eines GRACE-Beschleunigungsmessers zu ermitteln, besteht darin, aus den Rauschniveaus und SNRs (Signal-to-Noise-Ratio) die Genauigkeit eines Beschleunigungsmessers abzuleiten.
- Die relativen Beschleunigungen zwischen den Satelliten A und B sollen untersucht werden. Dabei ist darauf zu achten, dass die Beschleunigungsdifferenzen am selben Ort und im selben Referenzsystem verglichen werden. Dieser Vergleich beinhaltet eine Transformation von dem Referenzsystem eines Satelliten in das des anderen und eine zeitliche Verschiebung der Beschleunigungsdaten. Bei dieser Strategie lässt sich die Genauigkeit der Beschleunigungsmessungen zwar nicht exakt bestimmen, aber zumindest abschätzen.

Zur Erarbeitung der obigen Ziele stehen Daten der Tage 2003-04-25, 2003-04-26 und 2003-04-27 zur Verfügung. Theoretische Grundlagen der Diplomarbeit sind die theoretischen Konzepte der Spektralanalyse wie Aliasing, Leakage, Spektralanalyse, Filterung

im Spektral- und Zeitbereich (FIR). Des Weiteren werden mathematische Grundlagen wie z.B. die Funktionsweise verschiedener Interpolationsverfahren ohne und mit Überbestimmung vorausgesetzt.

# Kapitel 3

## Vorstellung und Beschreibung der GRACE-Daten

In diesem Kapitel werden sämtliche Daten, die bei der GRACE-Mission entstehen vorgestellt und näher erläutert. Zunächst werden die verschiedenen Daten-Levels beschrieben und ein Überblick über die Generierungsstufen gegeben. Darauf wird auf die Unterschiede der Prozessierungsstufen Level 1a und Level 1b eingegangen. Als Abschluss dieses Kapitels wird eine Übersicht gegeben über die verschiedenen Daten der einzelnen Sensoren und Instrumente, die sich an Bord der GRACE-Satelliten befinden.

### 3.1 Überblick über die Generierung der verschiedenen Daten-Levels

In Abb. 3.1 sind die verschiedenen Daten-Level, geordnet nach ihrem Ort der Prozessierung grafisch aufgelistet. Level 0, Level 1, Level 2. Abgebildet sind auch die verschiedenen Archive, in denen die Daten gesichert werden. Die Beschreibung der verschiedenen Levels im Einzelnen (gemäß *GFZ-Potsdam* [6]):

- Level 0: Die von den GRACE-Satelliten erzeugten Daten werden vom German Space Operations Center (GSOC) in Weilheim und Raw Data Center (RDC) des Mission Operation Systems (MOS) in Neustrelitz empfangen. Prozessiert werden die Daten am RDC. Zweimal pro Tag senden die GRACE-Satelliten Housekeeping-Daten und die Daten der verschiedenen Sensoren und Instrumente, die an Bord der Satelliten sind, in telemetrischem Format. Das SDS (GRACE Science Data System) ruft diese Files ab und prozessiert die Instrumenten- und Housekeeping-Daten weiter. Level 0-Produkte sind 24 Stunden nach Empfang der Daten verfügbar.
- Level 1: Die telemetrischen Daten aus der Level 0-Prozessierung vom RDC an der Bodenstation Neustrelitz werden von den Level 1-Prozessierungszentren am JPL und GFZ empfangen. JPL decodiert die instrumentellen und Housekeeping-Daten und kompiliert die Daten zu täglichen Files pro Instrument und Sensor zur weiteren Prozessierung durch das SDS. Es handelt sich im Einzelnen um Daten des K-Band-Rangings (KBR), des Beschleunigungsmessers (ACC), des Sternsensors (SCA) und

### 3. Vorstellung und Beschreibung der GRACE-Daten 3.1. Überblick über die Generierung der verschiedenen Daten-Level

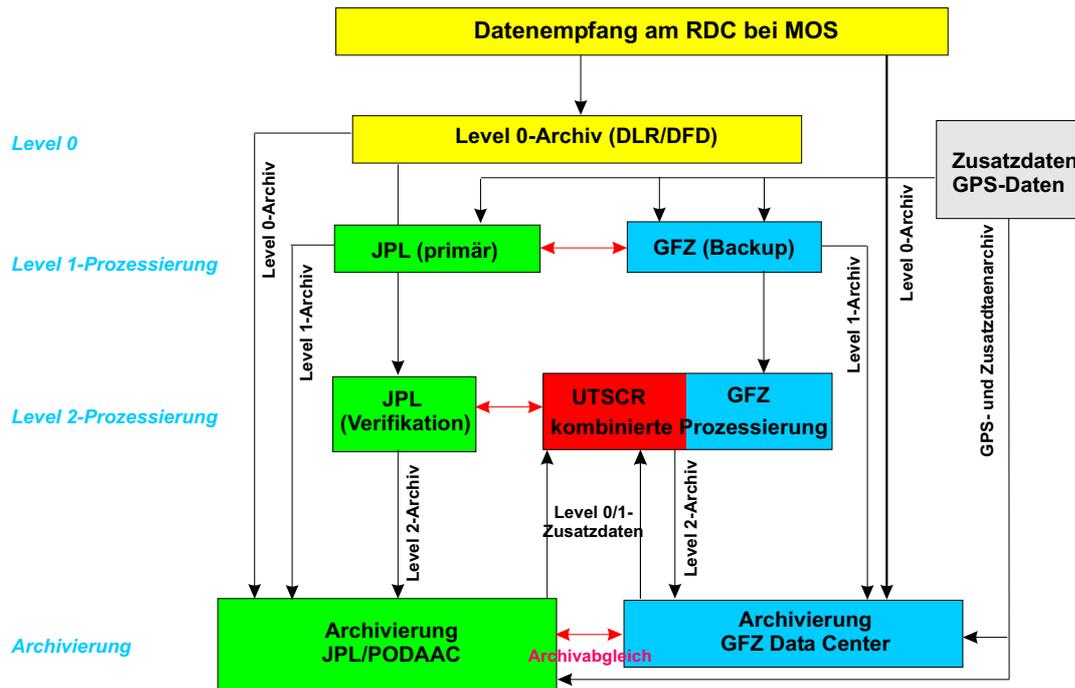


Abbildung 3.1: Datenflussdiagramm zur Herstellung der verschiedenen Datenlevel, erstellt gemäß *GFZ-Potsdam* [6].

der GPS-Daten (GPS) für beide Satelliten. Zusätzlich werden die vorläufigen Orbitdaten beider Satelliten generiert. Die Level 1-Prozessierungssoftware ist entwickelt vom Jet Propulsion Laboratory (JPL). Primär wird die Prozessierung am JPL durchgeführt. Ein identisches Prozessierungssystem ist beim GFZ eingerichtet, das als Backup-System fungiert, falls Hardware- oder Netzwerkprobleme eintreten sollten. Alle Level 1-Produkte sind am Physical Oceanography Distributed Active Data Center (PODAAC) der JPL und am Integrated System Data Center (ISDC) des GFZ archiviert. Beide Archive werden täglich abgeglichen. Verfügbar sind Level 1-Daten ca. 5 Tage nach Datenempfang.

- Level 2: Level 2-Daten beinhalten die kurzfristigen/monatlichen (30 Tage) und mittleren Schwerefelder (längere Zeiträume), die aus den kalibrierten und validierten Level 1-Daten abgeleitet werden. Weiterhin sind Nebenprodukte wie z.B. Temperatur- und Druckfelder, Ozeanoberflächendruck oder hydrologische Daten enthalten, die notwendig sind, um die Zeitvariationen in Schwerefeldlösungen zu eliminieren. Zusätzlich werden aus den vorläufigen Orbitdaten präzise Orbitdaten entwickelt. Alle Level 2-Produkte werden am PODAAC und am GFZ archiviert und sind 60 Tage nach Datenempfang verfügbar.

## 3.2 Unterschiede zwischen Level 1a und Level 1b

Level 1 wird in zwei Stufen prozessiert. Das Zwischenprodukt ist Level 1a (=L1a) und das Endprodukt Level 1b (=L1b). Die L1b-Daten werden für die Schwerefeldprozessierung verwendet. Die wichtigsten Unterschiede liegen v.a. in folgenden Aspekten:

- **Datenbeschaffenheit:** L1a ist das Resultat der Umwandlung bzw. der Umskalierung in physikalische Einheiten, was bedeutet, dass L1a-Daten vorprozessierte Rohdaten sind, i.d.R. mit Messfehlern behaftet. Bei der Prozessierung von L1b werden u.a. grobe Messfehler und Ausreißer eliminiert. Evtl. Datenlücken werden durch Interpolation aufgefüllt.
- **Referenzrahmen:** An den L1a-Daten werden instrumentelle und/oder zeitliche Korrekturen vorgenommen. Sämtliche L1a-Daten, die abhängig vom Messinstrument in verschiedenen Frames koordiniert sind, werden in ein einheitliches L1b-Koordinatensystem transformiert.
- **Zeitsystem:** Die L1a-Messungen der einzelnen Instrumente werden durch die Receiver-Zeit der jeweiligen Satelliten-Uhren zeitlich erfasst. Die L1a-Zeiten werden bei der L1b-Prozessierung auf die einheitlich von L1b verwendete GPS-Zeit ( $T_{GPS}$ ), gezählt in Sekunden bzgl. 01. Januar 2000, 12:00 Uhr, umgerechnet.
- **Abtastrate:** Die L1a-Messungen werden mit einer sehr hohen Rate abgetastet. Durch eine Filterung im Rahmen der L1b-Prozessierung wird die Abtastrate für L1b reduziert (vgl. Tab. 3.1).
- **Gleichabständigkeit der Daten:** Die L1a-Abtastraten sind nur fast gleichabständig, bei der L1b-Prozessierung werden sie gleichabständig gemacht.

Instrument	Level 1a	→	Level 1b
KBR	10.0 Hz $\hat{=}$ 0.1 s	→	5.0 Hz $\hat{=}$ 0.2 s
ACC	10.0 Hz $\hat{=}$ 0.1 s	→	1.0 Hz $\hat{=}$ 1.0 s
SCA	1.0 Hz $\hat{=}$ 1.0 s	→	0.2 Hz $\hat{=}$ 5.0 s
GPS	1.0 Hz $\hat{=}$ 1.0 s	→	0.2 Hz $\hat{=}$ 5.0 s

Tabelle 3.1: Darstellung der Änderung der Abtastrate vor und nach der L1b-Prozessierung. Durch die Filterung und die anschließende Abtastung ändern sich die Abtastraten der Messungen von L1a auf L1b.

### L1a- und L1b-Referenzrahmen

**L1b-Frame: Satellite Reference Frame.** Beide GRACE-Satelliten haben ein eigenes satellitenfestes Koordinatensystem, bezeichnet als Science Reference Frame (Abk.: SRF). Der Ursprung liegt im Massenzentrum (Center of Mass, CoM) des jeweiligen GRACE-Satelliten. Die Koordinatenachsen werden folgendermaßen definiert:

- $x_{\text{SRF}}$  (Rollachse) definiert durch die Verbindungslinie zwischen dem CoM und dem Phasenzentrum (Phase Center PC) des K-Band-Horns,
- $z_{\text{SRF}}$  (Kursachse) ist orthonormal zu  $x_{\text{SRF}}$  und zur Plattformfläche; die positive Richtung ist zum Radiator gerichtet.
- $y_{\text{SRF}}$  (Nickachse) vervollständigt ein Orthonormalsystem .

Beim SRF ist die z-Achse eines GRACE-Satelliten in Richtung Nadir gerichtet. Die beiden Satelliten sind gegenseitig aufeinander ausgerichtet, d.h., dass die x-Achsen aufeinander ausgerichtet sind. Die x-Achse von GRACE A ist entgegen der Flugrichtung und GRACE B ist in Flugrichtung ausgerichtet. Alle L1b-Produkte im SRF geliefert (vgl. Abb. 3.2).

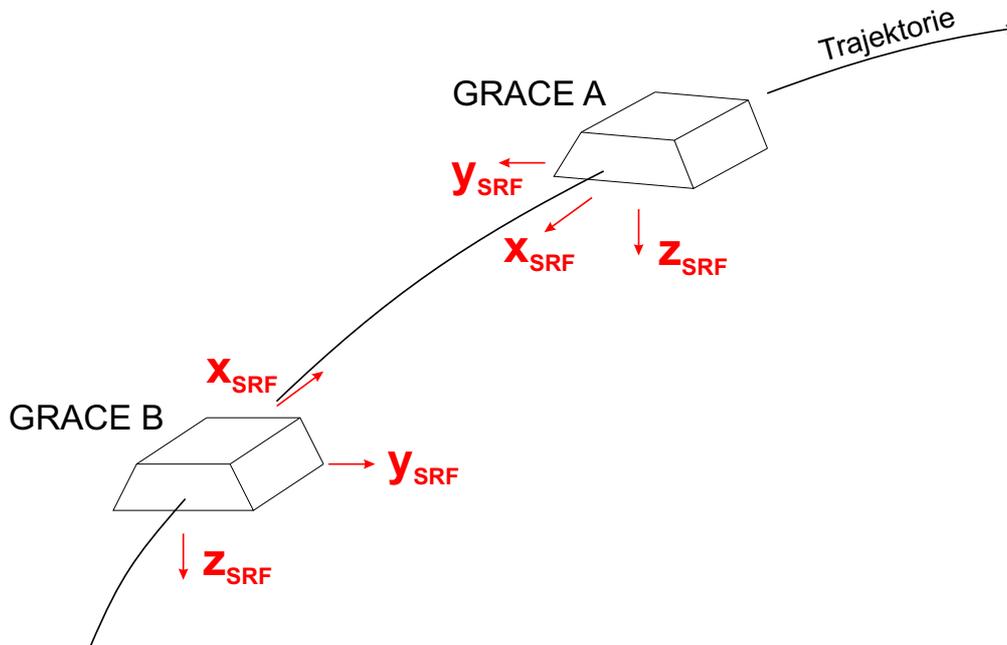


Abbildung 3.2: Achsen der GRACE-Satelliten im satellitenfesten System.  $x_{\text{SRF}}$  ist entgegen der Flugrichtung (GRACE A) bzw. in Flugrichtung (GRACE B),  $z_{\text{SRF}}$  zeigt radial nach unten und  $y_{\text{SRF}}$  ist orthogonal auf  $x_{\text{SRF}}$  und  $z_{\text{SRF}}$  und damit näherungsweise quer zur Flugrichtung.

### 3. Vorstellung und Beschreibung der GRACE-Daten

#### 3.2. Unterschiede zwischen Level 1a und Level 1b

**Instrumentenspezifische L1a-Frames.** Die Messungen der einzelnen Sensoren werden ursprünglich in instrumentenspezifische Koordinatensystemen aufgezeichnet, die im Folgenden einzeln aufgeführt werden:

- Accelerometer Frame (AF):

Die Definition erfolgt gemäß *Case, Kruizinga u. Wu* [2]. Ursprung: Massenzentrum der Testmasse

$$\begin{aligned}x_{AF} &= +y_{SRF} \\y_{AF} &= +z_{SRF} \\z_{AF} &= +x_{SRF}\end{aligned}\tag{3.1}$$

- K-Band-Frame (KF):

Das K-Band-Frame ist definiert durch die Richtung zwischen dem K-Band-Horn von GRACE A und dem von GRACE B. Das KF kann als eindimensionale Achse aufgefasst werden.

- Sternsensoren (SCF):

Abb. 3.3 zeigt schematisch den Aufbau eines Sternsensors im SRF (satellitenfesten Koordinatensystem). Die beiden CCD-Sternkameras fixieren jeweils eine feste Aufnahme­richtung und machen unabhängig voneinander Aufnahmen vom Sternhimmel, die im satellitenfesten System beschrieben sind.

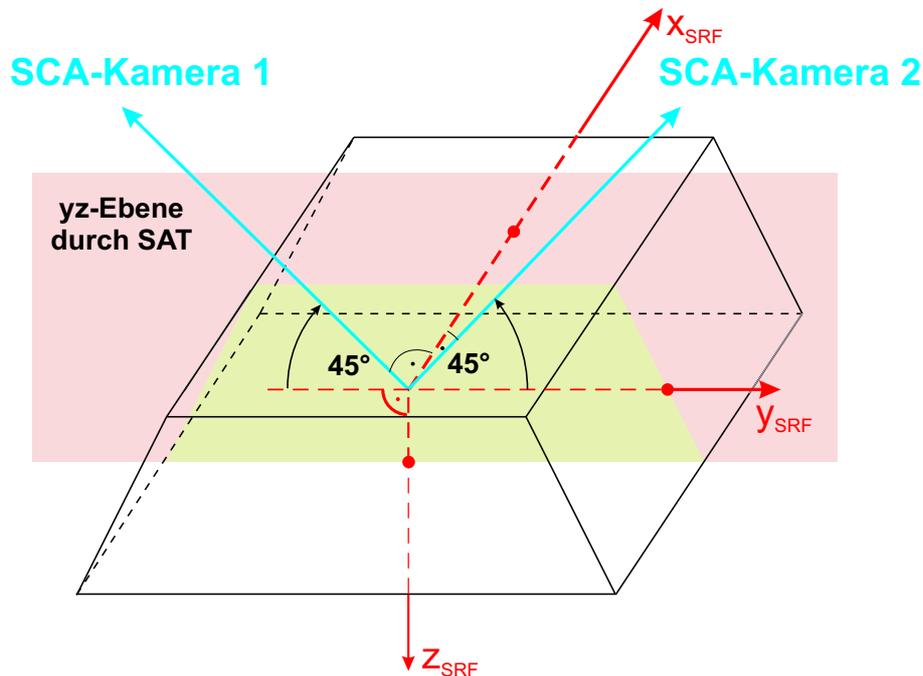


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der Richtungen der Sternkameras an Bord eines GRACE-Satelliten. Beide Kamera fixieren jeweils eine Richtung in der yz-Ebene. Die Blickrichtungen der Kameras stehen aufeinander senkrecht und schließen mit der x-Achse einen rechten Winkel ein, mit der y-Achse einen 45°-Winkel ein.

### 3. Vorstellung und Beschreibung der GRACE-Daten

#### 3.2. Unterschiede zwischen Level 1a und Level 1b

---

Beide Kameras liegen in der  $yz$ -Ebene des SRF und schließen einen Winkel von  $135^\circ$  (Kamera 1) bzw.  $-135^\circ$  Grad (Kamera 2) mit der  $z$ -Achse ein. Die Transformation vom SCF ins SRF ist daher eine Rotation um die  $x_{\text{SRF}}$ -Achse um  $135^\circ$  bzw.  $-135^\circ$ . Die Rotation vom SCF ins SRF lautet daher:

$$\begin{pmatrix} x_{\text{SRF}} \\ y_{\text{SRF}} \\ z_{\text{SRF}} \end{pmatrix} = \mathbf{R}_{\text{SCF}1/2, \text{SRF}} \cdot \begin{pmatrix} x_{\text{SCF} 1;2} \\ y_{\text{SCF} 1;2} \\ z_{\text{SCF} 1;2} \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

wobei für die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_{\text{SCF}1/2, \text{SRF}}$  gilt:

$$\mathbf{R}_{\text{SCF}1/2, \text{SRF}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{2} & \pm 1/\sqrt{2} \\ 0 & \mp 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

- Magnetometer-Frame (MAG):

Ein Magnetometer, das das Erdmagnetfeld misst, ist gegenüber dem SRF um  $25^\circ$  um die  $z$ -Achse verdreht.

$$\underline{\mathbf{M}}_{\text{SRF}} = \mathbf{A} \cdot \underline{\mathbf{M}}_{\text{meas}}, \quad (3.4)$$

wobei gilt:  $\underline{\mathbf{M}}_{\text{meas}}$  ... Magnetometer-Messungen im Referenzrahmen des Magnetometers  
 $\underline{\mathbf{M}}_{\text{SRF}}$  ... Magnetometer-Messung, transformiert ins SRF  
 $\mathbf{A}$  ... Rotationsmatrix

Die Rotationsmatrix  $\mathbf{A}$  ergibt sich gemäß *Wu u. Kruizinga* [17] aus:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & -\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

und dem Verdrehungswinkel  $\alpha = 25^\circ$  zwischen dem Referenzrahmen des Magnetometers und dem SRF.

### 3. Vorstellung und Beschreibung der GRACE-Daten

#### 3.3. Überblick über die verschiedenen GRACE-Produkte

## 3.3 Überblick über die verschiedenen GRACE-Produkte

Dieser Abschnitt gibt einen Überblick über die Vielzahl der verschiedenen Daten, die von der GRACE-Mission geliefert werden und die in dieser Diplomarbeit verwendet werden.

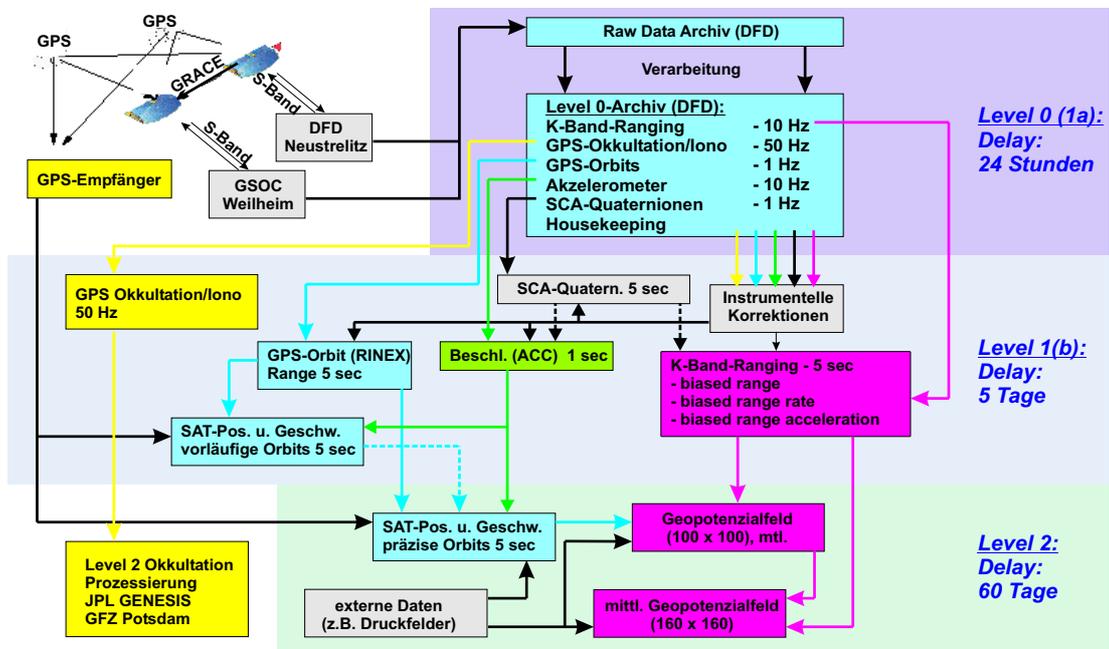


Abbildung 3.4: Übersicht über Herstellung der GRACE-Produkte (erstellt nach dem Schema des GFZ-Potsdam [6]).

Die wichtigsten GRACE-Daten und ihre Entstehung inkl. ihrer Abtastraten werden in Abb. 3.4 gezeigt.

### 3.3.1 K-Band-Ranging-Daten (KBR)

- KBR1A: K- und Ka-Band-Phasen (nominell 10 Hz-Rate)
- KBR1B: (0.2 Hz-Rate) Biased Range zwischen GRACE A und B, Range Rate, Range Acceleration, Ka-Band-Ionosphäre

### 3.3.2 Beschleunigungsmesserdaten (ACC)

- ACC1A: L1a-Beschleunigungsmesserdaten (AF):
  - 3 Komponenten der linearen Beschleunigung (nominell 10 Hz-Rate)
  - 3 Komponenten der Winkelbeschleunigung (nominell 1 Hz-Rate)
- ACC1B: Beschleunigungsmesserdaten in L1b (SRF):
  - 3 Komponenten der linearen Beschleunigung (1 Hz-Rate)
  - 3 Komponenten der Winkelbeschleunigung (1 Hz-Rate)

### **3.3.3 Quaternionen zur Rotation ins SRF (QSA, SCA)**

- QSA1B: Quaternionen zur Rotation vom Sternsensor-Rahmen SCF ins SRF (unregelmäßige Schätzungen)
- SCA1A: L1a-Sternkamera-Daten für beide Sternkameras:  
Quaternionen  $Q = (q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3)$  zur Rotation vom Inertialsystem ICRF in die Sternkamerasysteme SCF (nominell 1 Hz-Rate, evtl. 0.2 Hz-Rate für Sternsensor 2)
- SCA1B: L1b-Sternkamera-Daten: editierte Quaternionen zur Rotation vom ICRF ins SRF (0.2 Hz-Rate)  
Fall 1: Daten für erste Kamera, falls nur Kamera 1 vorhanden,  
Fall 2: Daten für zweite Kamera, falls nur Kamera 2 vorhanden,  
Fall 3: keine Output-Daten, falls keine Kamera vorhanden oder  
Fall 4: kombinierte Daten, falls beide Kameras vorhanden.

### **3.3.4 Housekeeping-Daten (HK)**

Die Housekeeping-Daten enthalten Instrumentenstatus- und Instrumentenkalibrationsdaten, die on Board gemessen werden und die zu Verbesserungen der Hauptmessungen (z.B. für ACC, KBR) herangezogen werden können:

- THR: Regelungsmanöver der Satelliten durch die Steuerdüsen, Zeitpunkte und Zeitdauer der Aktivitäten
- MAG: Aussagen über das Erdmagnetfeld durch Messungen der drehmomenterzeugenden Spulen und der Magnetometer
- TNK: Tanksensor und Übertragungsdaten
- MAS: Masse des Tankfüllung als eine Funktion der Zeit
- AHK: Housekeeping-Daten der Beschleunigungsmesser
- IHK: Housekeeping-Daten der IPU
- TIM: Mapping von OBDH-Zeit in Empfängerzeit

### **3.3.5 Zeit-Korrekturdaten (CLK, TIM)**

Zusätzlich wichtige Zeit-Korrekturdaten:

- CLK1B: GRACE-Satellitenuhr-Lösungen
- TIM1A: L1a-Zeit-Mapping von OBDH-Zeit in GPS-Zeit
- TIM1B: Konvertierung der Zeit: Mapping von OBDH-Zeit zu GPS-Zeit

Um die Empfängerzeit auf GPS-Zeit zu transformieren, sind die Satellitenuhr-Lösungen anzubringen.

### 3.4 Transformationen im Zusammenhang mit GRACE

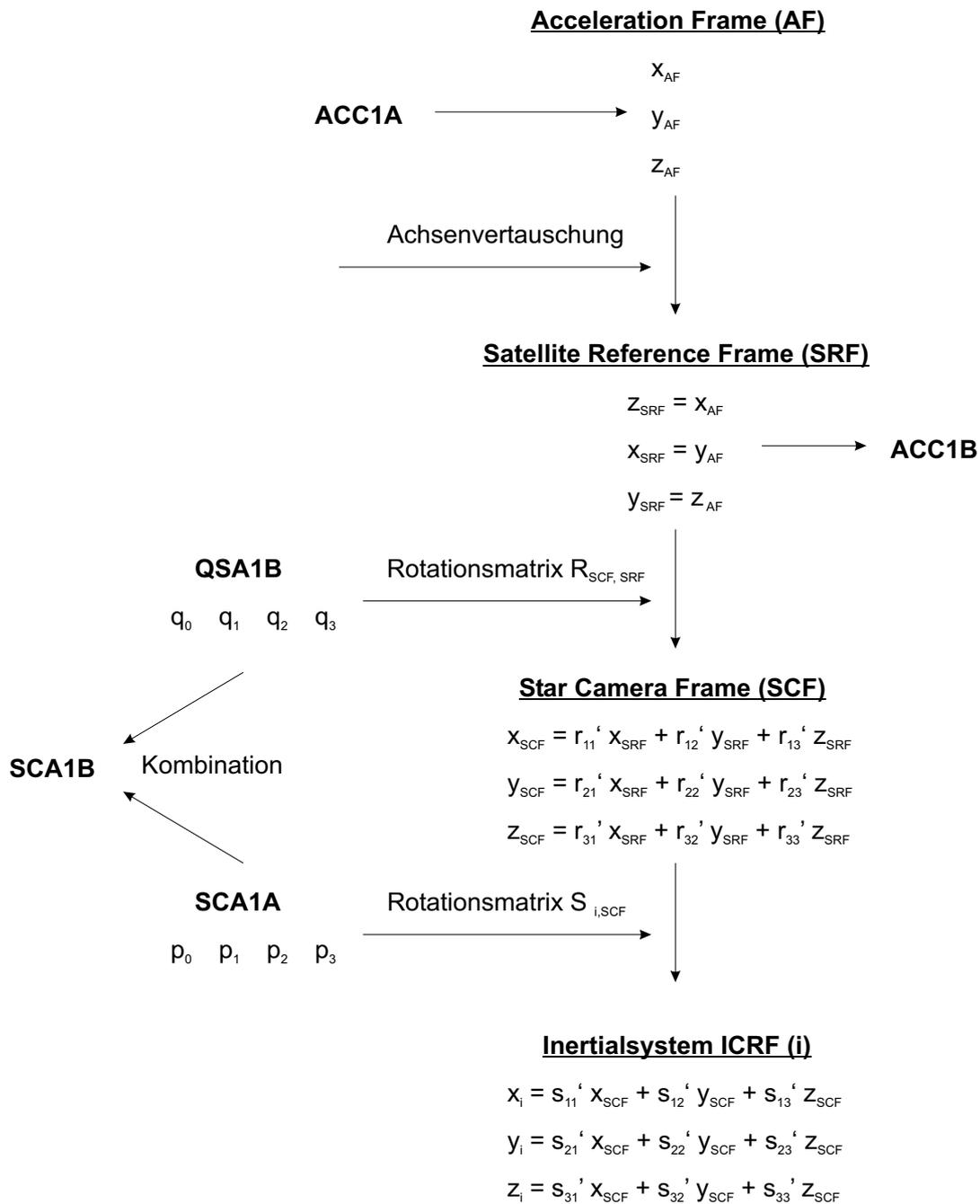


Abbildung 3.5: Überblick über die wichtigsten Transformationen in der GRACE-Mission. Skizziert sind die Zusammenhänge zwischen dem AF, dem SRF, dem SCF und dem ICRF.

**3. Vorstellung und Beschreibung der GRACE-Daten**  
**3.4. Transformationen im Zusammenhang mit GRACE**

---

# Kapitel 4

## Analyse der GRACE-Daten

### 4.1 Analyse der GRACE-Filterung

In diesem Abschnitt werden die Filter vorgestellt und analysiert, die verwendet werden, um die ACC-, SCA- oder KBR-Datenrate zu verringern. Dabei handelt es sich finite-impulse-response (FIR) Digitalfilter.

#### 4.1.1 CRN-Filter

Der CRN-Filter wird bestimmt durch die Parameter in Tab. C.2. Die Tabelle zeigt auch die numerische Wahl der Filterparameter. Die Implementierung wird in Kap. C.4.3 beschrieben.

Parameter [Einheit]		ACC	SCA	KBR
Datenrate der Messdaten [samples/s]	$f_s$	10	1	10
Grad der Faltung [ ]	$N_c$	7	7	7
Länge des Fit-Intervalls [sec]	$T_f$	140.7	70.7	70.7
Cut-Off des Tiefpass-Filters [Hz]	$B$	$\sim 0.035$	$\sim 0.1$	$\sim 0.1$
Dominante Signalfrequenz (J2) [Hz]	$f_0$	$0.37 \cdot 10^{-3}$	$0.37 \cdot 10^{-3}$	$0.37 \cdot 10^{-3}$
Wellenlängen im Fit-Intervall [ ]	$N_B$	$4.92 \rightarrow 5$	$7.07 \rightarrow 7$	$7.07 \rightarrow 7$
Messdaten im Fit-Intervall [ ]	$N_f$	1407	$70.7 \rightarrow 71$	707

Tabelle 4.1: Synoptische Gegenüberstellung der Filterparameter für die verschiedenen GRACE-Daten (ACC, SCA, KBR).

Im Folgenden wird anhand von Spektraluntersuchungen die Wahl der Filterparameter aus Tab. C.2 für die verschiedenen Tiefpass-Filter nachvollzogen.

#### Cut-Off-Frequenzen der KBR-/SCA-Tiefpassfilter

CRN-Filter weisen im Spektralbereich etwa eine rechteckige Frequenzantwort auf. Abgeschnitten wird das Rechteck ungefähr an der Tiefpass-Bandfrequenz  $B$ . Um Aliasing-Effekte durch Signale, die von außerhalb des Signalbandes in das Signalband hinein-

wirken, zu vermeiden, wird bei SCA-Filtern die Tiefpass-Bandweite ungefähr gleich der Nyquist-Frequenz gesetzt. Hat man eine Abtastfrequenz von  $f_A = 0.2 \text{ samples/sec} = 5.0 \text{ Hz}$ , so hat man eine Nyquist-Frequenz  $f_N$  von 0.1 Hz. Wählt man die Nyquist-Frequenz als Cut-Off-Frequenz, ist, was den digitalen Filter betrifft, eine Bestimmung von Schweregrad-Koeffizienten bis zu Grad = 200 (was einer Frequenz von 0.036 Hz entspricht, Abschätzung gemäß Glch. (4.9) eindeutig möglich. Möglich wäre gemäß dieser Abschätzung eine Koeffizienten-Auflösung bis zu Grad = 550.

### **Cut-Off-Frequenz des ACC-Tiefpassfilter**

Um die Wahl der Bandweite  $B = 0.035 \text{ Hz}$  bei der Tiefpass-Filterung zu begründen, werden zunächst die Genauigkeiten der K-Band-Messungen dargestellt. Daraus werden anhand eines Vergleichs mit den tatsächlichen PSDs Folgerungen für die Wahl der ACC-Filterparameter herausgearbeitet.

Die Fehler der reinen K-Band-Messung sind lt. *Gerlach* [5] abhängig vom

- Oszillator-Rauschen ( $\text{PSD}_{\text{KBR, USO}}$ ) und vom
- System-Rauschen des Empfängers ( $\text{PSD}_{\text{rcv}}$ ).

Die Gesamt-Genauigkeit der K-Band-Messung ( $\text{PSD}_{\text{error model, range}}$ ) lässt sich daher durch die Summe des Oszillator- und des System-Rauschens bestimmen:

$$\text{PSD}_{\text{error model, range}} = \text{PSD}_{\text{KBR, USO}} + \text{PSD}_{\text{rcv}} \quad (4.1)$$

Das Oszillator-Rauschen lässt lt. *Gerlach* [5] sich durch das Modell in Glch. (4.2) für die range berechnen:

$$\text{PSD}_{\text{KBR, USO}} = \frac{1}{2} \cdot (1 - e^{-2\pi\tau f})^2 \cdot (0.029 + \frac{77}{f^2} + \frac{5.3}{f^3} + \frac{0.0059}{f^4}) \mu\text{m}^2\text{Hz}^{-1/2}. \quad (4.2)$$

Darin bezeichnet  $\tau$  die Signallaufzeit zwischen beiden Satelliten (für  $\rho = 220 \text{ km}$  gilt  $\tau = 7 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ) und  $f$  die Frequenz. Das zusätzlich vorhandene Systemrauschen wird als weißes Rauschen in der Größe

$$\text{PSD}_{\text{rcv}} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{Hz}^{-1/2} \quad (4.3)$$

modelliert. Aus Abb. 4.1 lässt sich ableiten, dass bis zu einer Frequenz von ca. 0.26 mHz das Oszillator-Rauschen dominant ist und ab 0.26 mHz das System-Rauschen überwiegt. Zusätzlich bestätigt wird dies durch den Schnittpunkt des Oszillator- und des System-Rauschens.

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.1. Analyse der GRACE-Filterung

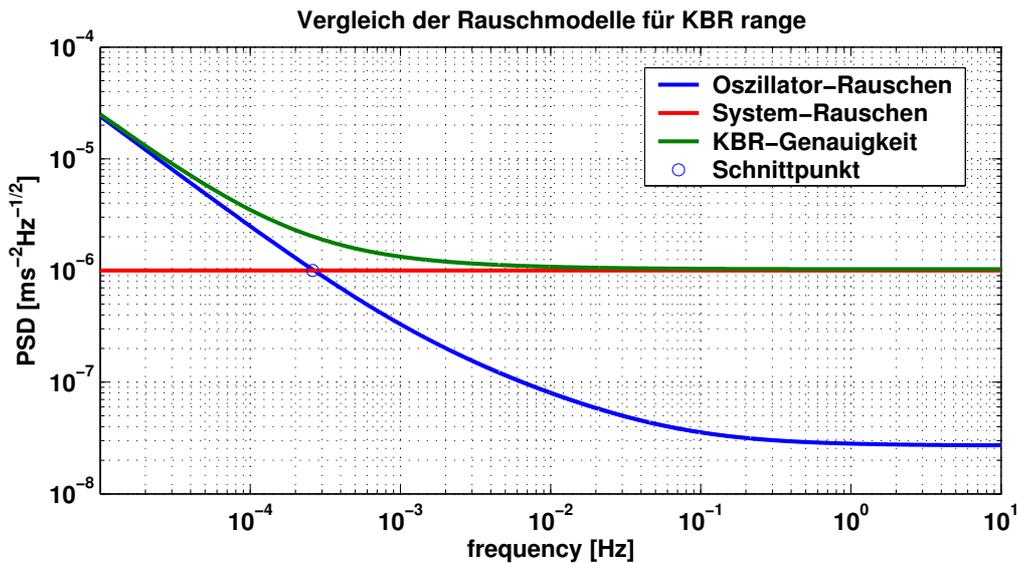


Abbildung 4.1: Darstellung des Oszillator-Rauschens, des System-Rauschens und des Gesamt-Rauschens. Weiterhin dargestellt wird der Schnittpunkt des Oszillator- und System-Rauschens bei ca. 0.26 mHz.

Die Spezifikation für die Range Rate und die Range Acceleration lassen sich aus der Spezifikation für die K-Band-Range ableiten:

$$\text{PSD}_{\text{error model, range rate}} = \text{PSD}_{\text{error model, range}} \cdot (2\pi f), \quad (4.4)$$

$$\text{PSD}_{\text{error model, range accel}} = \text{PSD}_{\text{error model, range}} \cdot (2\pi f)^2. \quad (4.5)$$

In Abb. 4.2 wird das PSD der tatsächlichen K-Band-Range Rate-Messung mit den Daten vom 2003-04-25 gezeigt. Als Vergleich wird das spezifizierte Range Rate-PSD hinzugeplottet.

- Die graue Kurve zeigt das Powerspektrum der K-Band-Range Rate-Messung, berechnet aus den Daten des Tages 2003-04-25. Entstanden ist das PSD im Anschluss an eine Fensterung mit dem Kaiser-Window.
- Die gestrichelte Kurve zeigt zum Vergleich das im Vorfeld der GRACE-Mission spezifizierte Fehlerspektrum für die Range Rate gemäß Glch. (4.4).
- Der Strich bei 25.0 mHz verdeutlicht, dass ab einer Frequenz von ca. 25.0 mHz das Verhältnis zwischen Signal (signal S) und Rauschen (noise N) 1 ist. Dies bedeutet, dass vom KBR-System Signalanteile ab einer Frequenz von ca. 25.0 mHz nicht mehr ermittelt werden können, weil das Rauschen der K-Band-Messung stärker ist als das Signal. Dies bedeutet, dass die nicht-gravitativen Störkräfte nur bis zu dieser Frequenz korrigiert werden müssen. Deswegen wählt man für die Beschleunigungsmessungen eine Cut-Off-Frequenz, die in dieser Größenordnung liegt, aber man wählt sie sicherheitshalber etwas höher (35.0 mHz).
- Die beiden Striche bei ca. 0.18 mHz und 0.37 mHz sind auf die Peaks des KBR-Signals gesetzt. Die Peaks auf der Umlauffrequenz von 0.18 mHz ( $\hat{=} 1.54$  h) bzw.

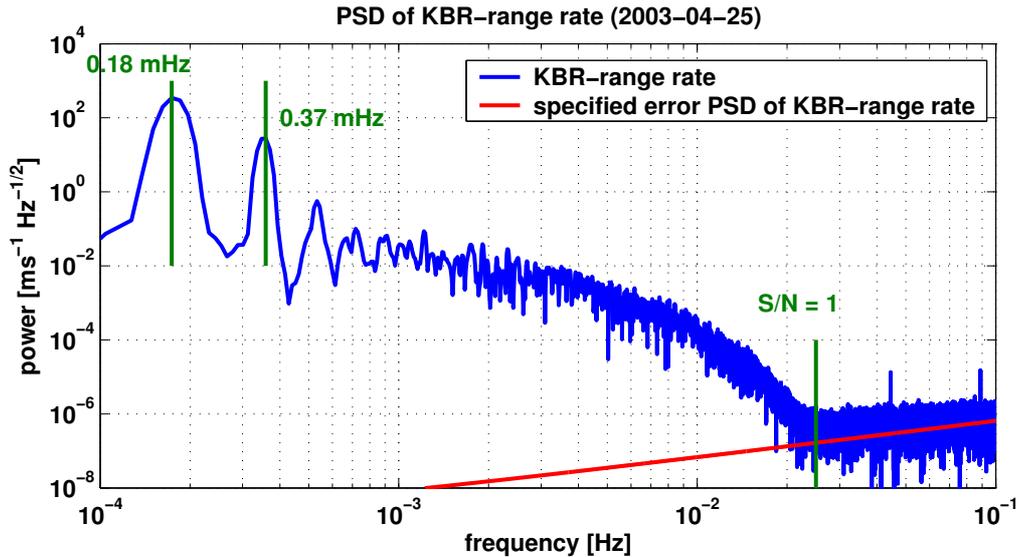


Abbildung 4.2: Darstellung des K-Band-Spektrums und des spezifizierten Fehlerspektrums des K-Bandes.

auf der doppelten Umlauffrequenz von 0.37 mHz ( $\hat{=} 0.75$  h) werden vom dominanten J2-Signal verursacht. Daher wird die  $f_0$ -Frequenz auf 0.37 mHz gesetzt.

### Bestimmung der Filterlängen für die CRN-Filter

Anhand der Untersuchung der Restfehler der digitalen Filter und des Vergleichs mit der Kaula-Fehler-Kurve wird geklärt, welche Filterlänge  $T_f$  für die KBR-/SCA- und ACC-Filter gewählt werden. Ausgangspunkt ist die Regel von Kaula, die die jeweiligen Signalkurven repräsentiert (gemäß *Thomas* [13]).

$$K_n = \frac{8000 \text{ cmG}}{n^{1.5}}. \quad (4.6)$$

Für die Filter-Spezifikation ergibt sich somit in Abhängigkeit von Grad  $n$ :

$$\epsilon < \frac{0.01 \text{ cmG}}{K_n}, \quad (4.7)$$

wobei  $\epsilon$  der maximal erlaubte Restfehler abhängig vom Grad  $n$  ist.

Die Berechnung des Restfehlers  $|\Delta H|$  des Filters erfolgt über

$$|\Delta H| = |1 - H|, \quad (4.8)$$

mit  $H$  ... PSD des CRN-Filters.

Um zu testen, bis zu welchem Schweregrad ein Filter inkl. seiner Parameter maximal geeignet sein kann, muss die Fehlerkurve  $H$  des Filters mit der Kaula-Fehlerkurve in

#### 4. Analyse der GRACE-Daten

##### 4.1. Analyse der GRACE-Filterung

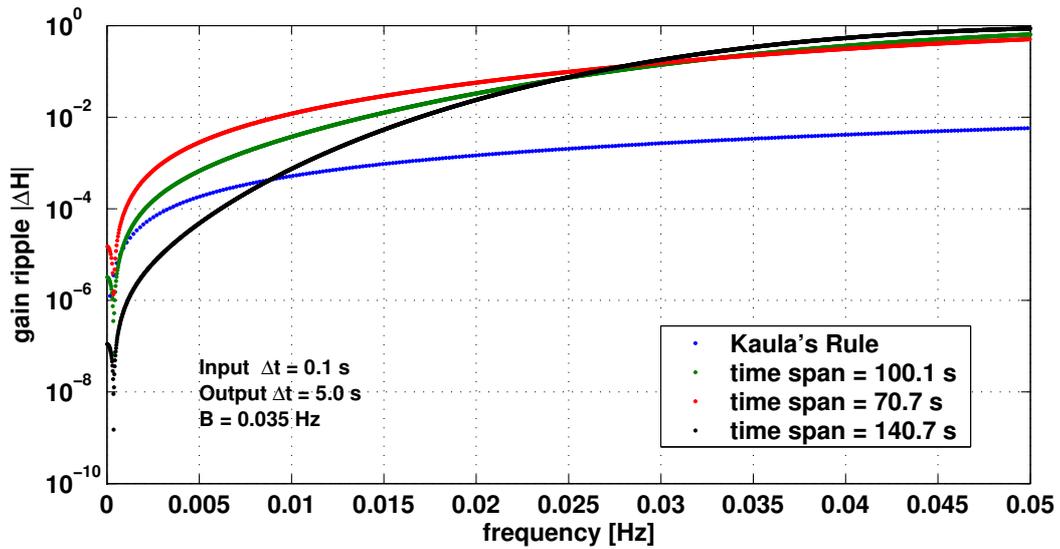


Abbildung 4.3: Darstellung des Fehlers der Filter in Abhängigkeit von der verwendeten Zeitspanne bei einer Bandbreite von 0.035 Hz (ACC-Filter). Auffällig ist in jeder Kurve das absolute Minimum, das bei etwa 0.37 mHz bei allen Filterlängen auftritt.

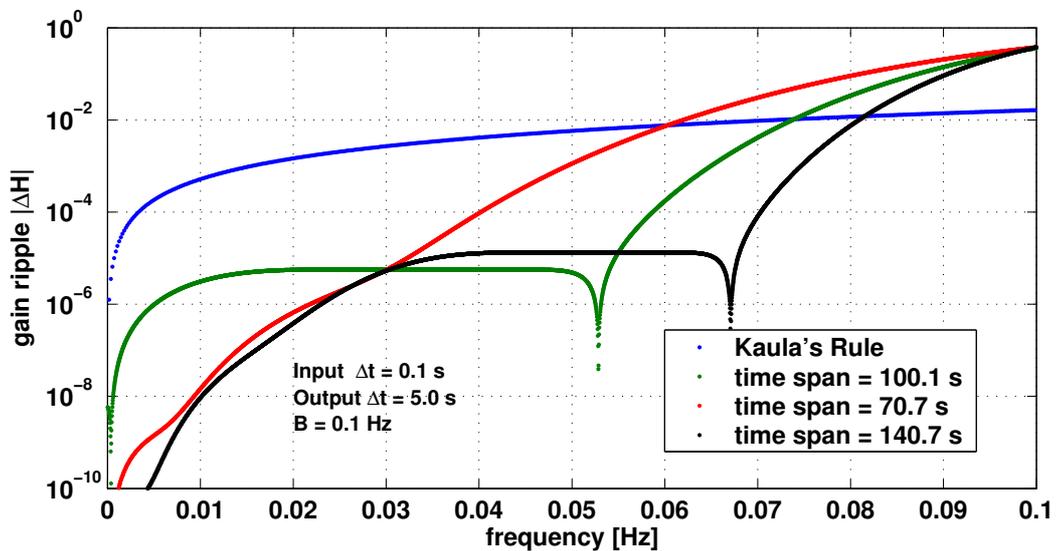


Abbildung 4.4: Darstellung des Fehlers der Filter in Abhängigkeit von der verwendeten Zeitspanne bei einer Bandbreite von 0.100 Hz (KBR- und SCA-Filter).

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.1. Analyse der GRACE-Filterung

Abhängigkeit von den Frequenzen miteinander verglichen werden. In den Frequenzbereichen, in denen  $H$  unterhalb der Kaula-Fehlerkurve liegt, gilt die Funktionsweise des untersuchten Filters als in Ordnung. Befindet sich aber  $H$  oberhalb der Kaula-Fehlerkurve, arbeitet der Filter schlechter als gefordert, d.h. in diesen Frequenzbereichen ist der Fehler des Filters so groß, dass die Schweregrad-Koeffizienten in diesen Frequenzen keine hinreichende Genauigkeit mehr aufweisen. Die Schweregrad-Koeffizienten  $n$  können gemäß

$$n = f \cdot \frac{50000 \text{ s}}{9}. \quad (4.9)$$

abgeschätzt werden. Abgeleitet ist Glch. (4.9) von *Thomas* [13], der mit dieser Gleichung entlang der Bahn die Koeffizienten-Auflösung grob abschätzt. Ausgehend vom größten Koeffizienten  $C_2$  der Abplattung, die der doppelten Bahnfrequenz von 0.37 mHz entspricht, wird aus den Vielfachen die Schweregrad-Auflösung abgeschätzt.

Der Schnittpunkt der beiden Fehlerkurven von  $H$  und von Kaula ist somit die ungefähre maximal mögliche Schweregrad-Auflösung. Die Frequenz  $f$  oder der äquivalente Schweregrad  $n$ , an der der Schnittpunkt liegt, kann als der begrenzende Faktor für den Filter aufgefasst werden.

Solche Vergleiche werden für die ACC- und SCA-/KBR-Filter mit verschiedenen Filterlängen  $T_f$  durchgeführt. Vgl. dazu Abb. 4.3 für ACC-Filter (Cut-Off-Frequenz  $B = 0.035 \text{ Hz}$ ) bzw. Abb. 4.4 für SCA-/KBR-Filter (Cut-Off-Frequenz  $B = 0.1 \text{ Hz}$ ).

Kaula'sche Fehlerkurve: Diese Signalkurve dient als Referenz und als Entscheidungskriterium für die maximal mögliche Schweregrad-Auflösung der getesteten Filter.

Filter mit der Filterlänge  $T_f = 100.1 \text{ sec}$ .

Filter mit der Filterlänge  $T_f = 70.7 \text{ sec}$ .

Filter mit der Filterlänge  $T_f = 140.7 \text{ sec}$ .

Die Schnittpunkte von Kaula und  $H$  sind der Tab. 4.2 zu entnehmen.

Daten	Bandweite $B$ [Hz]	Filterlänge $T_f$ [sec]	Schnittpunkt [Hz]	Schweregrad $n$ [ ]
ACC	0.035	70.7	$4.2 \cdot 10^{-4}$	2
		100.1	$8 \cdot 10^{-4}$	4
		140.7	$9 \cdot 10^{-3}$	50
SCA/KBR	0.100	70.7	0.0815	300
		100.1	0.0740	411
		140.7	0.0603	452

Tabelle 4.2: Darstellung der Schnittpunkte von Kaula und  $H$  und die nach Glch. (4.9) äquivalenten maximale auflösbare Schweregrade  $n$  abhängig von der Anwendung der verschiedenen Parameter auf den CRN-Filter.

Als Schlussfolgerung ergibt sich, dass für den ACC-Filter eine größere Filterlänge  $T_f$  notwendig ist, weil der Schnittpunkt bei einer ziemlich kleinen Signalfrequenz liegt. Da

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.1. Analyse der GRACE-Filterung

aber die ACC-Messungen nur für die Korrektur von niedrigfrequenten Signalanteilen herangezogen werden, weil ab einer gewissen Frequenz die KBR-Messung genauer ist, ist eine Auflösung bis Schweregrad = 50 bei einer Filterlänge  $T_f = 140.7$  sec ausreichend. Für den SCA-/KBR-Filter genügt eine kürzere Filterlänge  $T_f$ , weil aufgrund der KBR-Messgenauigkeit von vorn herein nur eine Schweregrad-Bestimmung bis zu Grad = 200 möglich ist. Daher ist eine Filterlänge  $T_f = 70.7$  sec ausreichend.

#### 4.1.2 Darstellung der Filter

In diesem Abschnitt wird der Filter im Zeitbereich bei verschiedenen Parametern untersucht. Zunächst wird der Filter bei unterschiedlicher Knickfrequenz von 0.1 Hz (KBR-Daten) und 0.035 Hz (ACC-Daten) verglichen. Außerdem wird die Länge des Fit-Intervalles variiert und schließlich werden die verschiedenen Ordnungen des Filters dargestellt.

#### Vergleich verschiedener Knickfrequenzen

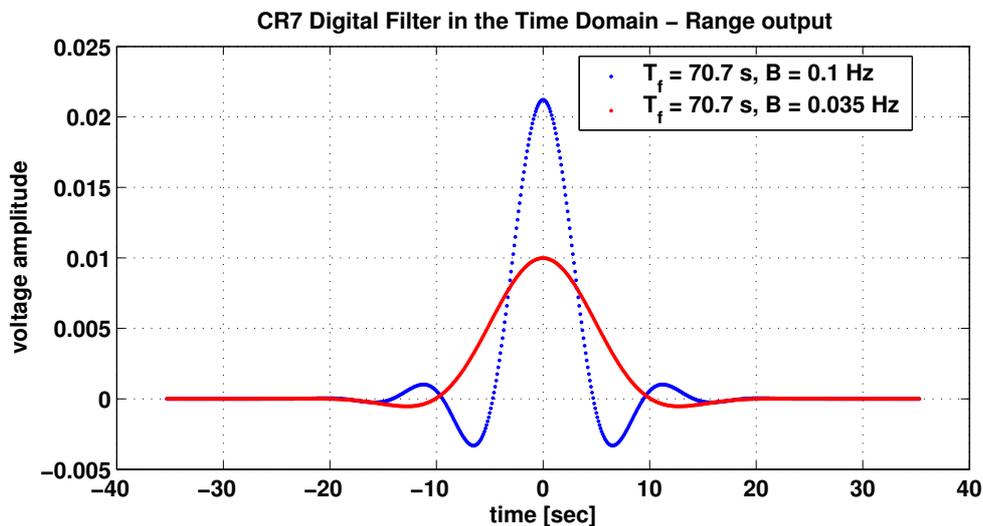


Abbildung 4.5: Vergleich des CRN-Filters bei verschiedenen Knickfrequenzen von 0.1 Hz und 0.035 Hz.

Unabhängig von der Knickfrequenz hat ein CRN-Filter, wie Abb. 4.5 zeigt, einen sinc-ähnlichen Verlauf. Bei der größeren Knickfrequenz von 0.1 Hz wird der momentane Wert als viel stärkeres Gewicht (0.0206) berücksichtigt als bei der kleineren Knickfrequenz (0.00782). Des Weiteren ist die stark unterschiedliche Steilheit um den gefilterten Zeitpunkt auffällig. Während bei einer Knickfrequenz von 0.035 Hz der Filter sich langsam seinem Maximum nähert, ist bei der Knickfrequenz von 0.1 Hz das Maximum nahezu ein Peak.

### Vergleich der Größe des Fit-Intervalles

Eindeutig zu sehen, aber auch nicht verwunderlich, ist die Länge der Zeitreihen der drei verschiedenen langen Filter (vgl. Abb. 4.6). Alle drei Filter weisen über den gesamten Zeitverlauf eine ähnliche Kurve auf. Am schnellsten schwächt die Kurve ab, die die geringste Länge besitzt. Das Maximum im Zentrum der Faltung bildet sich in allen drei Kurven ähnlich aus, wobei der kürzeste Filter größer ist als die längeren:

Filterlänge $T_f$	voltage amplitude
140.7 s	0.0078
100.1 s	0.0090
70.7 s	0.0100

Mit den verschiedenen Ausprägungen der Hauptmaxima gehen auch folgende Aspekte einher:

- Je größer die Länge des Fit-Intervalles ist, desto weiter auseinander liegen die Nebenextrema des Filters.
- Die Nebenextrema sind dafür stärker ausgeprägt, je länger das Fit-Intervall gewählt wird.

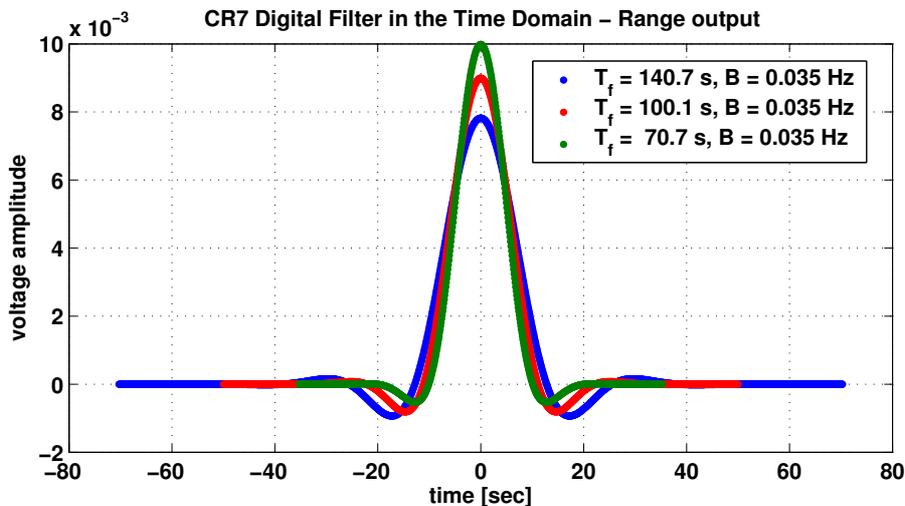


Abbildung 4.6: Vergleich des CR i-Filters bei verschiedenen Längen des Fit-Intervalles

### Vergleich der Ordnung

Bei unterschiedlicher Wahl der Ordnung des Filters (vgl. Abb. 4.7) kann man kaum Unterschiede erkennen. Sichtbar ist der gleichphasige Verlauf der Extrema bei unterschiedlichen Amplituden. Je höher die Ordnung, desto kleiner die Amplituden der Nebenmaxima. Das Hauptmaximum hingegen bleibt bei allen Ordnungen nahezu unverändert.

#### 4. Analyse der GRACE-Daten

##### 4.1. Analyse der GRACE-Filterung

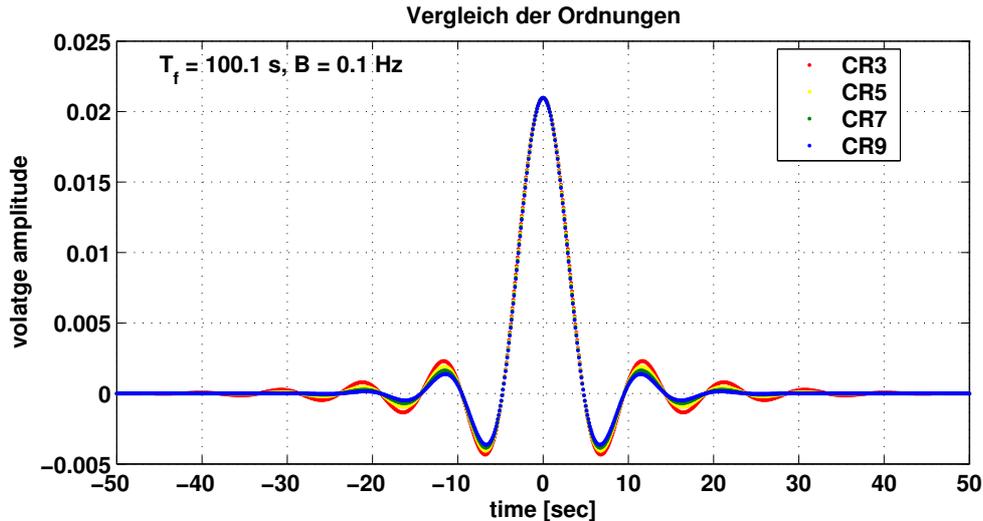


Abbildung 4.7: Vergleich des CRN-Filters unter dem Aspekt der unterschiedlichen Ordnung des Filters.

Betrachtet man hingegen die Übertragungsfunktion der einzelnen Filter, dann ist eindeutig zu erkennen, dass die CRN-Filter Tiefpassfilter sind, die überwiegend nur tiefe Frequenzen passieren lassen und hohe Frequenzen sperren. Das Entscheidende hierbei ist der Übergangsbereich, der abhängig von der Ordnung eine unterschiedliche Steilheit aufweist: Je größer die Ordnung, desto geringer ist die Steilheit. Der Übergangsbereich befindet sich um die gewählte Knickfrequenz (0.1 Hz in der Abb. 4.8).

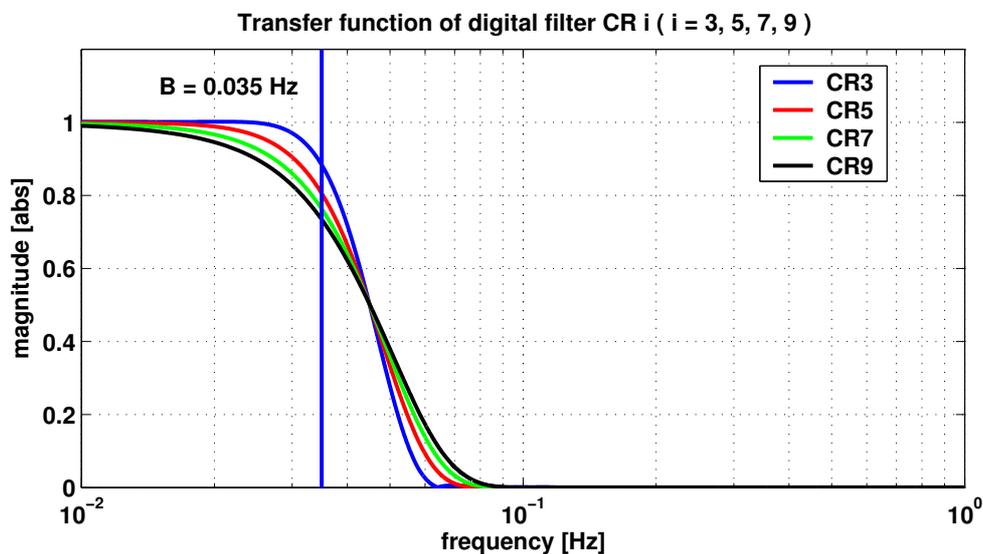


Abbildung 4.8: Übertragungsfunktion der verschiedenen CRN-Filter bei der Knickfrequenz  $B = 0.1 \text{ Hz}$ .

### Vergleich des KBR-/SCA-Filters mit dem ACC-Filter

Das Merkmal, dass der SCA- und ACC-Filter verschiedene Filterlängen aufweisen, wird bei der Darstellung der Filter im Zeitbereich (vgl. Abb. 4.9) sichtbar. Die unterschiedliche Bandweite wird durch Darstellung der Filter im Frequenzbereich in Abb. 4.10 verdeutlicht.

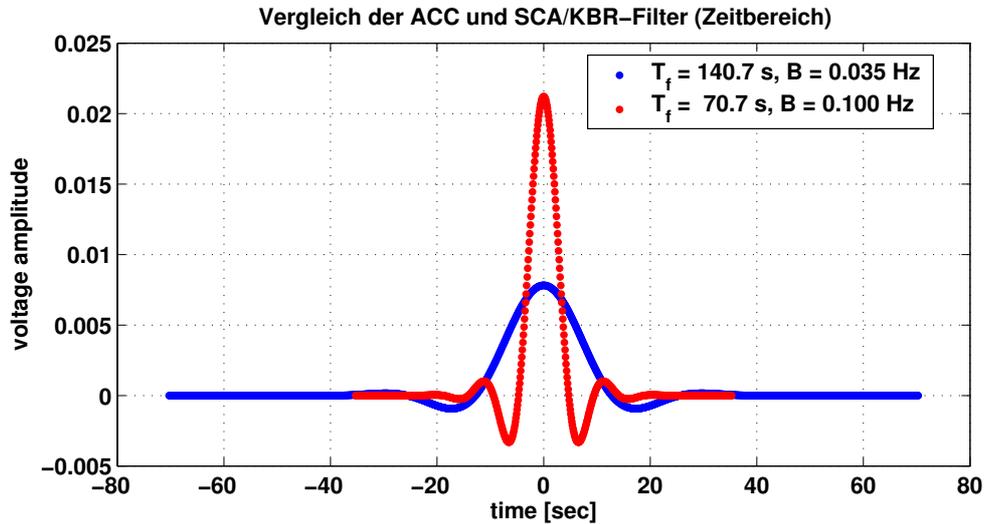


Abbildung 4.9: Vergleich des KBR-/SCA-Filters mit dem ACC-Filter im Zeitbereich.

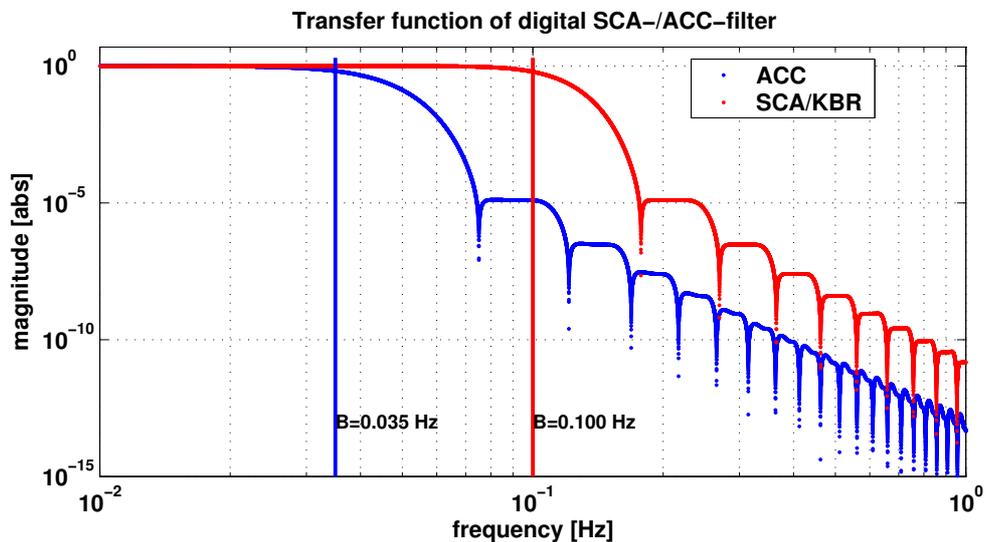


Abbildung 4.10: Vergleich des KBR-/SCA-Filters mit dem ACC-Filter im Frequenzbereich.

## 4.2 Genauigkeitsanalyse der ACC1A-Messungen

In diesem Abschnitt wird eine Genauigkeitsanalyse der Beschleunigungsmessungen durchgeführt. Nachdem erst die spezifizierte Genauigkeit eines Akzelerometers dargelegt wird, wird diese mit dem tatsächlichen Rauschniveau verglichen. Daraufhin werden die Ergebnisse kommentiert.

### 4.2.1 Spezifikation des Beschleunigungsmessers

Lt. dem Modell der *JPL* [9] lässt sich das spezifizierte Rauschniveau (PSD: Power Spectral Density) für die Beschleunigungsmessungen im Spektralbereich abhängig von der Komponente folgendermaßen berechnen:

$$\text{PSD}_{\text{ACC, along track}} = \sqrt{1 + \frac{0.005}{f}} \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2}\text{Hz}^{-1/2} \quad (4.10)$$

$$\text{PSD}_{\text{ACC, cross track}} = \sqrt{1 + \frac{0.1}{f}} \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-2}\text{Hz}^{-1/2} \quad (4.11)$$

$$\text{PSD}_{\text{ACC, radial}} = \sqrt{1 + \frac{0.005}{f}} \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2}\text{Hz}^{-1/2} \quad (4.12)$$

### 4.2.2 Spektrum der L1a-Beschleunigungen

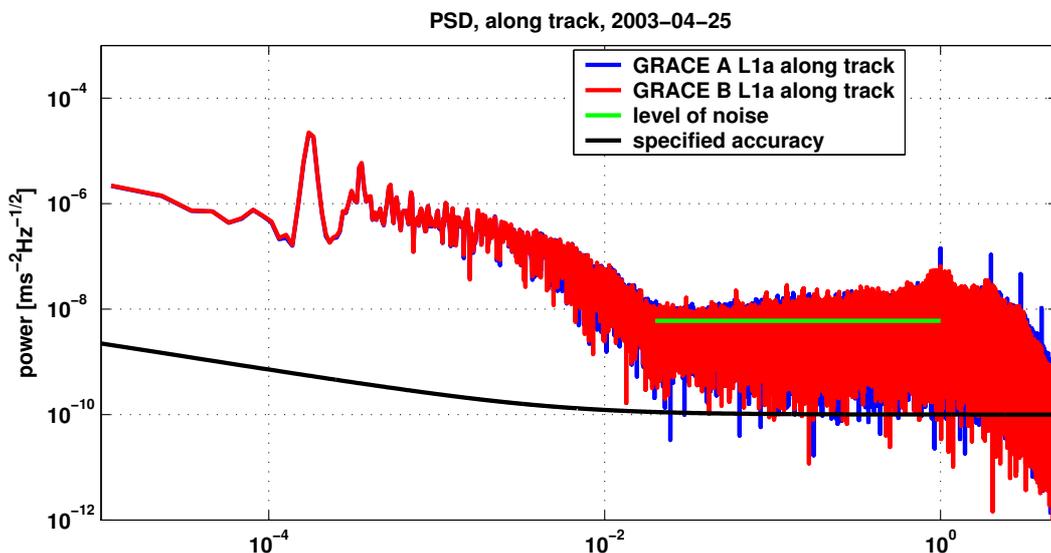


Abbildung 4.11: Darstellung des Spektrums von L1a-Daten des Tages 2003-04-25 der Beschleunigungsmessungen für die along track-Komponente des GRACE A, der spezifizierten Genauigkeit zum Vergleich und des Rauschniveaus für diese Komponente.

Die Abb. 4.11 zeigt das Spektrum der Beschleunigungsmessungen für GRACE A und GRACE B für die along track-Komponente im Vergleich zur spezifizierten Genauigkeit nach Glch. (4.10). Sichtbar ist, dass das scheinbare Rauschniveau der L1a-Beschleunigungsdaten um etwa eine Größenordnung über der Spezifikation liegt. Sowohl für die anderen Komponenten (cross track, radial) als auch für beide Satelliten liegt das scheinbare Rauschniveau über der Spezifikation. Die Größe der scheinbaren Rauschniveaus der Beschleunigungsmessungen für alle Komponenten und beide GRACE-Satelliten kann der Tab. 4.3 entnommen werden. Auffallend ist, dass die Radial-Komponente das höchste Rauschniveau von allen Komponenten aufweist. Um etwa eine Größenordnung besser ist die along track-Komponente. Die cross track-Komponente weist ähnliche Ergebnisse wie die Radial-Komponente auf. Nun liegt es nahe, zunächst die Ursache für die erhöhten Rauschniveaus bei den Akzelerometern zu suchen. Aber genauere Betrachtungen im folgenden Kap. 4.2.3 zeigen, dass die erhöhten Rauschniveaus durch andere Phänomene verursacht werden.

Komponente Einheit	along track (x) [ms <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup> ]	cross track (y) [ms <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup> ]	radial (z) [ms <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup> ]
GRACE A	$3.6 \cdot 10^{-9}$	$9.9 \cdot 10^{-9}$	$2.2 \cdot 10^{-8}$
GRACE B	$3.6 \cdot 10^{-9}$	$1.4 \cdot 10^{-8}$	$3.1 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 4.3: Überblick über die tatsächlichen Rauschniveaus der verschiedenen Komponenten. Berechnet wurden PSDs mit L1a-Akzelerometer-Daten vom 2003-04-25.

### 4.2.3 Ursachen für scheinbar erhöhtes Rauschniveau

Die Ursachen für die erhöhten Rauschniveaus liegen bei folgenden Phänomenen: Auftreten von Thruster Events, Twangs, kleinere regelmäßige Peaks und nur zu geringen Teilen vom Messrauschen.

#### Thruster Events

Die Düsen feuern in unregelmäßigen Abständen zur Aufrechterhaltung der Lageparameter des Satelliten. Dabei werden in erster Linie Winkelbeschleunigungen am Satelliten erzeugt. Da die Düsen nicht ideal eingebaut sind und der Beschleunigungsmesser auch nicht perfekt im Massenzentrum sitzt, treten lineare Beschleunigungen auf, welche vom Akzelerometer erfasst und gemessen werden. Abb. 4.13 zeigt einen Ausschnitt von Beschleunigungsmessungen in allen drei Komponenten, der Thruster Events enthält. Er-sichtlich ist auch, dass die Amplituden des Einflusses der Thruster Events in along track um den Faktor 4 kleiner sind als die der anderen beiden Komponenten. Größenordnungen:

along track:    ungefähr  $1.0 \cdot 10^{-6} \text{ ms}^{-2}$   
cross track:    zwischen  $1.0$  und  $4.0 \cdot 10^{-6} \text{ ms}^{-2}$   
radial:         zwischen  $1.0$  und  $4.0 \cdot 10^{-6} \text{ ms}^{-2}$

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.2. Genauigkeitsanalyse der ACC1A-Messungen

#### Twangs

Lt. Hudson [7] wird als Twang eine nicht erklärbare Auslenkung im Akzelerometer bezeichnet, welche einen plötzlichen Spike enthält, auf den ein oszillierendes Abklingen folgt (vgl. charakteristischen Aufbau eines Twangs in Abb. 4.12), vergleichbar mit einer gedämpften Schwingung. Die Dauer eines Twangs ist ca. 4 bis 5 Sekunden. Die Quelle der Twangs ist noch nicht abschließend bestimmt, aber es wird vermutet, dass sie verursacht wird durch eine Folie auf der Unterseite des GRACE-Satelliten. Es handelt sich um eine dünne Teflon-Folie mit einer Dicke von ca. 0.1 mm und einem Gewicht von ca.  $1\text{g}/\text{cm}^2$ . Sie ist in 10 cm-Abständen an die Unterseite des Satelliten angeheftet. Temperatureffekte auf die Folie können Vibrationen auslösen, die stark genug sind, um vom Akzelerometer detektiert zu werden.

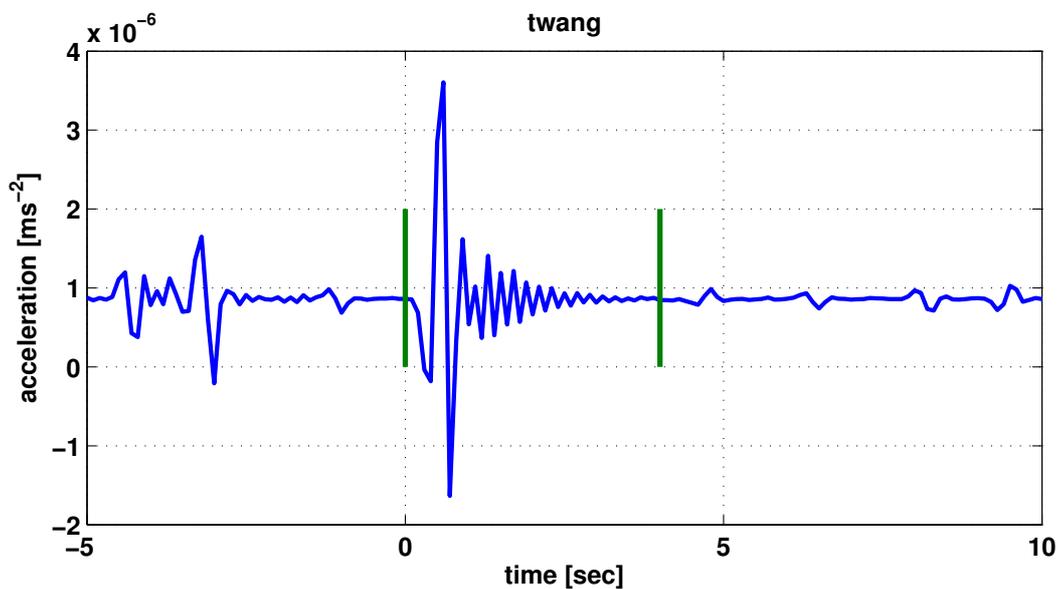


Abbildung 4.12: Charakteristischer Aufbau eines Twangs.

Abb. 4.14 zeigt einen Ausschnitt aller drei Komponenten, der Twangs enthält. Am stärksten ausgeprägt sind die Twangs in der Radial-Komponente. Sie erreichen Amplituden der Größe  $2 \cdot 10^{-5} \text{ms}^{-2}$ . In den beiden anderen Komponenten sind die Amplituden deutlich kleiner, und zwar um zwei Größenordnungen.

along track:	$2 \cdot 10^{-7} \text{ms}^{-2}$
cross track:	$2 \cdot 10^{-7} \text{ms}^{-2}$
radial:	$2 \cdot 10^{-5} \text{ms}^{-2}$

Die Tatsache, dass Twangs in der Radial-Komponente eindeutig am stärksten sind, ist ein weiteres Indiz für die Folie als Ursache, die auf der Unterseite des Satelliten angebracht ist. Die großen Amplituden in der Radial-Komponente sind Mitverursacher des hohen Rauschniveaus in der Radial-Komponente.

### **Kleine regelmäßige Peaks**

In einer gewissen Regelmäßigkeit treten kleinere Peaks auf, deren Ursache noch nicht geklärt ist, aber evtl. gerätespezifisch bedingt sind. Untersuchungen mit Housekeeping-Daten führen zu keiner erfolgreichen Erklärung des Problems. Die Gemeinsamkeit aller Peaks besteht darin, dass ein Ausschlag in eine beliebige Richtung vom Mittel erfolgt. Auf den folgt ein Ausschlag mit etwa einem Drittel der Stärke des ersten Ausschlags in die Gegenrichtung. Die maximale Größe der Ausschläge beträgt in

$$\begin{array}{ll} \text{along track:} & \text{etwa } 1.2 \cdot 10^{-7} \text{ ms}^{-2}, \\ \text{cross track:} & \text{etwa } 6.0 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2} \text{ und} \\ \text{radial:} & \text{etwa } 4.0 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}. \end{array}$$

In Abb. 4.15 sind die Peaks in allen drei Komponenten des Beschleunigungsmessers dargestellt. Ersichtlich ist die Korrelation zwischen den verschiedenen Komponenten. Zusätzlich dargestellt ist für alle Komponenten das L1b-Produkt, das eine Glättung vornimmt am bestehenden L1a-Datensatz.

### **Messrauschen des Akzelerometers**

Phasen, die von jeglichen oben genannten Phänomenen frei sind, weisen ein Messrauschen auf. In Abb. 4.16 ist eine Periode gezeigt, die ausschließlich vom Rauschen des Akzelerometers beeinflusst ist. Erkennbar ist, dass das Rauschen in der weniger sensitiven Achse etwa doppelt so stark ist wie in den sensitiven Achsen. Stichproben liefern für das Rauschen etwa folgende Standardabweichungen:

$$\begin{array}{ll} \sigma_{\text{along track}}: & 8 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2}, \\ \sigma_{\text{cross track}}: & 2 \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-2} \text{ und} \\ \sigma_{\text{radial}}: & 8 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2}. \end{array}$$

### **Schlussfolgerungen**

Die Amplituden der einzelnen Effekte und ihr zeitlicher Anteil an den Daten sind in Tab. 4.4 für alle Komponenten zusammengefasst. Zwischen den Akzelerometern gibt es keine signifikanten Unterschiede, so dass alle Folgerungen sowohl für GRACE A als auch für GRACE B gelten.

Der größte Störeffekt wird durch die Twangs in der Radial-Komponente verursacht, die zudem noch einen hohen Anteil an den Daten besitzen (30 %). Die Twangs sind daher hauptsächlich für das scheinbar erhöhte Rauschniveau in der Radial-Komponente verantwortlich. Die Twangs in der along track- und cross track-Komponente sind um zwei Größenordnungen kleiner.

Den Hauptanteil für die hohen scheinbaren Rauschniveaus bei der along track- und cross track-Komponente stellen die Thruster Events dar. Ihre Größenordnung beläuft sich auf

#### 4. Analyse der GRACE-Daten

##### 4.2. Genauigkeitsanalyse der ACC1A-Messungen

---

einige  $10^{-6} \text{ ms}^{-2}$  und wirkt auf alle drei Komponente ungefähr gleich stark ein.

Die Peaks hingegen sind von der Größenordnung her kleiner als die Twangs und die Thruster Events, nehmen aber dafür einen hohen zeitlichen Anteil an den Beobachtungen ein. Da die Phänomene (Twangs, Thruster, Peaks) zusammen einen großen Anteil an der Beobachtung haben, ist es nicht möglich, aus langen Perioden PSDs zu rechnen, die frei sind von Peaks, Twangs und Thruster Events.

Daher ist es nur möglich, das Rauschniveau aus kurzen Stichproben zu berechnen. Aus den Stichproben lässt sich eine gute Qualität der Beschleunigungsmesser nachweisen, die allerdings noch etwas über der Spezifikation liegt. Allerdings ist nach derzeitigem Stand noch nicht klar, ob nicht noch weitere Störphänomene auf das Akzelerometer einwirken.

Effekt	along track $\text{ms}^{-2}\text{Hz}^{-1/2}$	Anteil %	cross track $\text{ms}^{-2}\text{Hz}^{-1/2}$	Anteil %	radial $\text{ms}^{-2}\text{Hz}^{-1/2}$	Anteil %
Thruster	$1 \cdot 10^{-6}$	<1	$4 \cdot 10^{-6}$	<1	$4 \cdot 10^{-6}$	<1
Twangs	$2 \cdot 10^{-7}$	1	$2 \cdot 10^{-7}$	3	$2 \cdot 10^{-5}$	30
Peaks	$1.2 \cdot 10^{-7}$	40	$6 \cdot 10^{-8}$	30	$4 \cdot 10^{-8}$	30
Rauschen $\sigma$	$8 \cdot 10^{-10}$	100	$2 \cdot 10^{-9}$	100	$8 \cdot 10^{-10}$	100
Spezifikation $\sigma$	$3 \cdot 10^{-10}$	100	$3 \cdot 10^{-9}$	100	$3 \cdot 10^{-10}$	100

Tabelle 4.4: Amplituden der Effekte und des (spezifizierten) Rauschens und ihr zeitlicher Anteil an den Daten (übernommen aus *Flury* [3]).

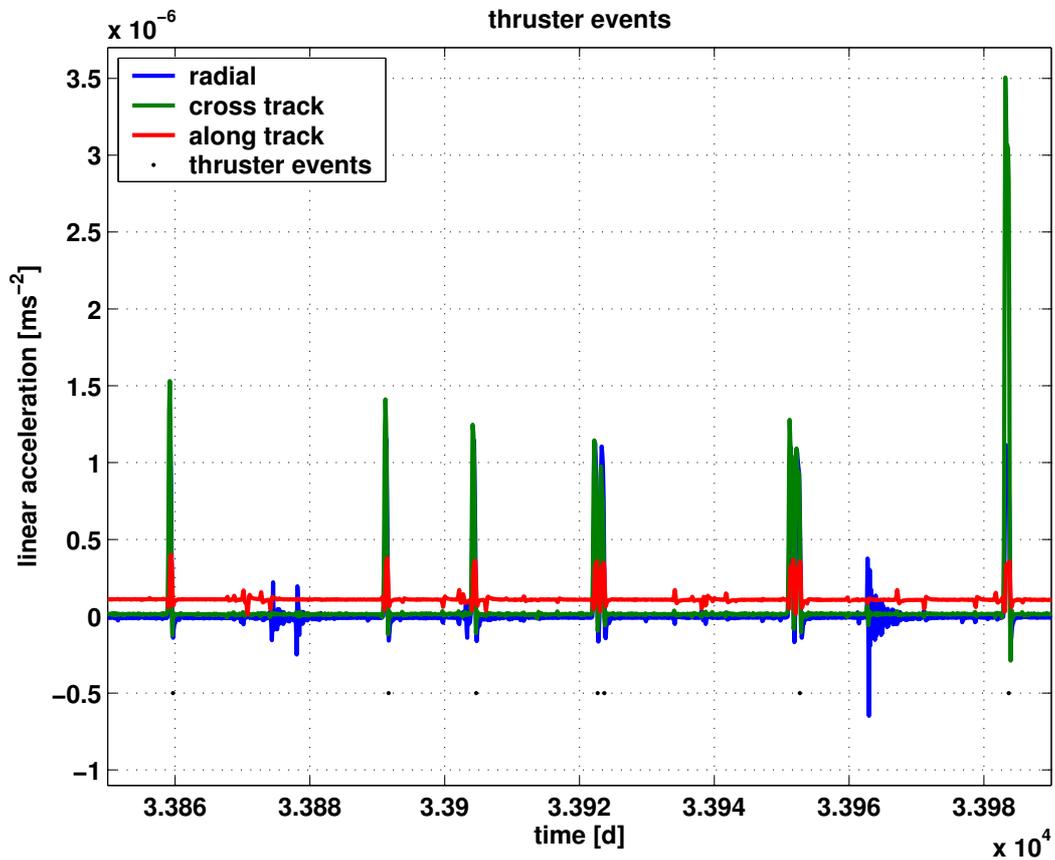


Abbildung 4.13: Darstellung der Thruster Events (Punkte) und der Auswirkungen auf die L1a-Messungen. Eindeutig sichtbar ist die Korrelation der Auswirkungen (Auslenkungen), die durch die Thruster Events verursacht werden. Wäre die Ausrichtung der Düsen ideal, würden keine linearen Beschleunigungen auf den Satelliten entstehen, die letztlich vom Akzelerometer erfasst werden. Zudem entstehen zusätzliche Fehlerkomponenten dadurch, dass sich der Beschleunigungsmesser nicht exakt im Massenzentrum des Satelliten befindet. Auffallend ist, dass die Auslenkungen in den linearen Beschleunigungen der cross track- und Radial-Komponente um den Faktor 4 größer ist als bei der along track-Komponente. Für die Bestimmung der Genauigkeit der Akzelerometer sind daher die Perioden, die Thruster Events enthalten, nicht geeignet und auszugliedern.

#### 4. Analyse der GRACE-Daten

##### 4.2. Genauigkeitsanalyse der ACC1A-Messungen

---

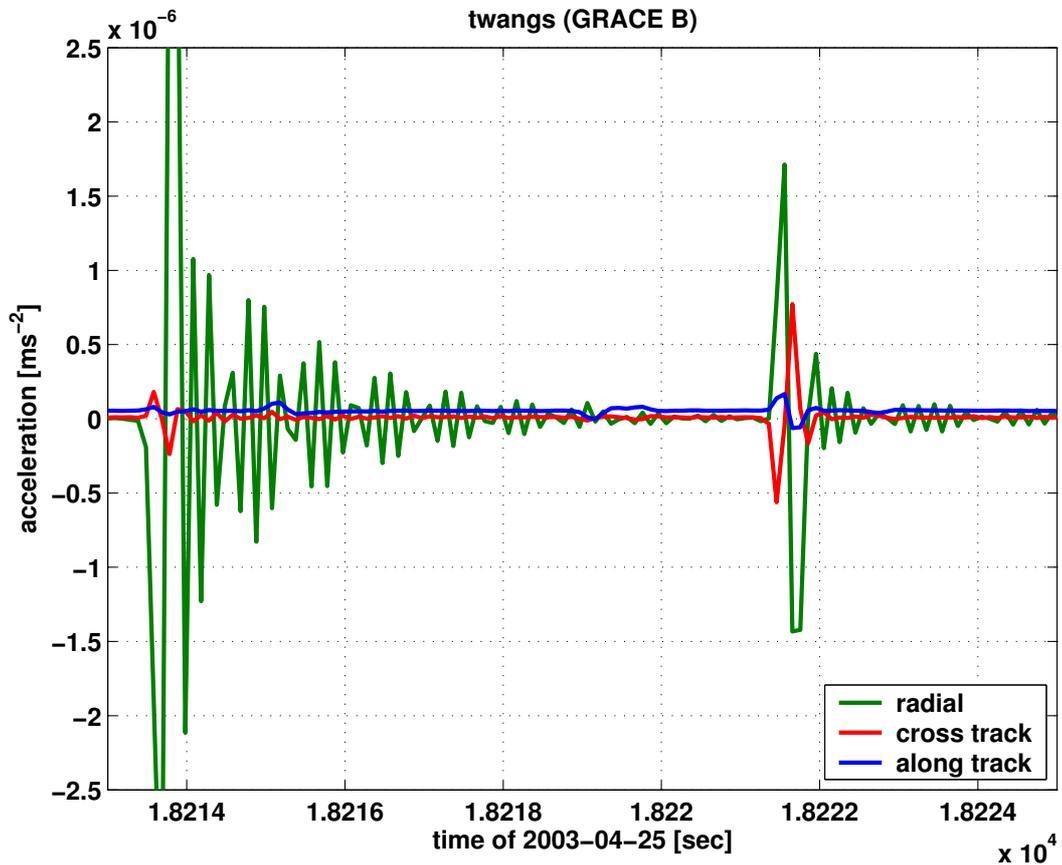


Abbildung 4.14: Darstellung der Twangs in allen drei Komponenten des Akzelerometers. Sichtbar ist, dass die Twangs in den verschiedenen Komponenten korreliert sind, wobei die Radial-Komponente am stärksten ausgeprägt ist gegenüber den beiden anderen Komponenten. Dass die Radial-Komponente von den Twangs am stärksten betroffen ist (etwa 2 Größenordnungen stärker als die anderen Komponenten), könnte darauf hindeuten, dass die Folie an der Unterseite des Satelliten die Ursache für die Twangs ist. Denn eine Folienausdehnung, bedingt durch Temperatureffekte, würde hauptsächlich Beschleunigungen in radialer Komponente hervorrufen und nur zu geringen Teilen in den anderen Komponenten, die schließlich allesamt vom Akzelerometer detektiert werden.

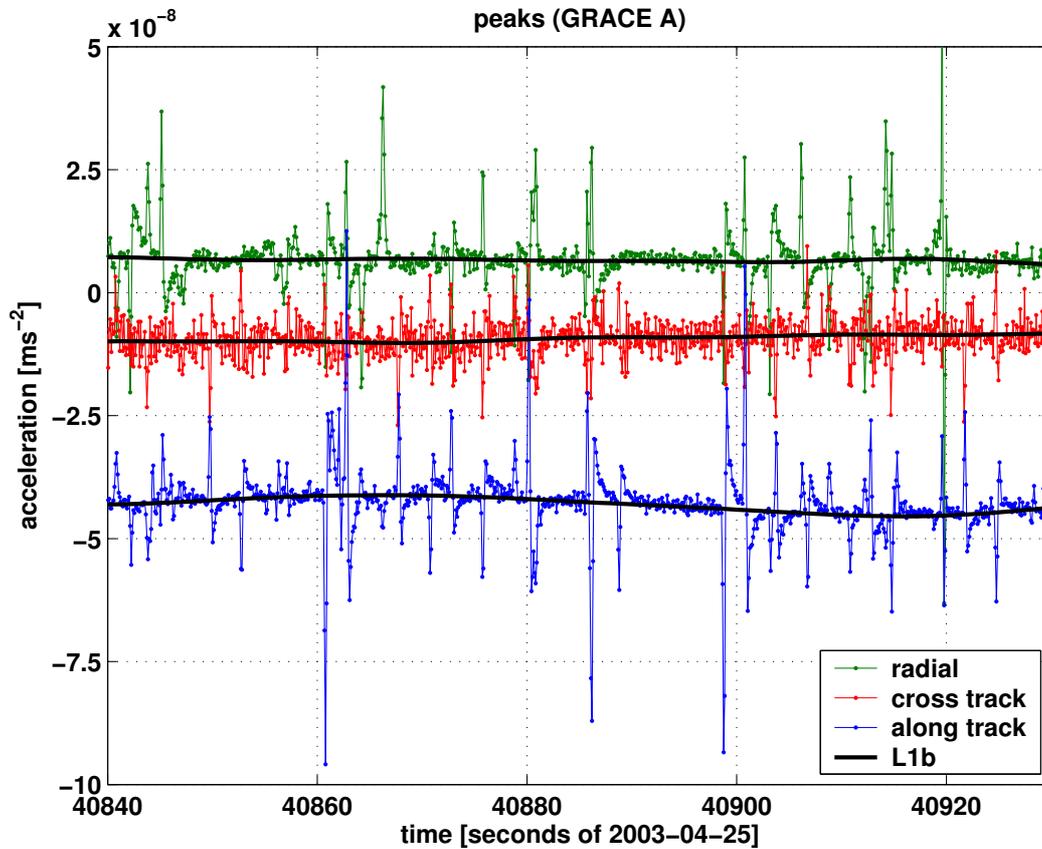


Abbildung 4.15: Darstellung der drei Komponenten des GRACE A-Akzelerometers am 2003-04-25, bei denen jeweils ihr Mittelwert abgezogen wurde, während einer 90 Sekunden langen Periode, die frei ist von Thruster Events und Twangs. Sichtbar sind die kleinen Peaks, die weitestgehend in den verschiedenen Komponenten korreliert sind. Von einer realen Störbeschleunigung ist nicht auszugehen, wenn ein Peak auftritt, da diese Peaks in gewisser Regelmäßigkeit und in einem gewissen Ablaufschema (Ausschlag in eine Richtung, gefolgt von einem Ausschlag in die Gegenrichtung) auftreten. Daher geht man eher davon aus, dass die Gründe für das Auftreten der kleineren Peaks gerätespezifische Ungereimtheiten sind. Des Weiteren sind für alle Komponenten die L1b-Daten hinzugeplottet. An den L1b-Daten wird zwar der Glättungseffekt sichtbar, aber es wird nicht klar, ob die Peaks durch die Filterung komplett eliminiert werden oder ob im Endeffekt doch noch kleinere Restkomponenten im L1b-Signal übrig bleiben. Die Größenordnung der Peaks ist um eine bis zwei kleiner als die Effekte der Thruster Events und Twangs, ist aber deutlich über der Spezifikation des Beschleunigungsmessers.

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.2. Genauigkeitsanalyse der ACC1A-Messungen

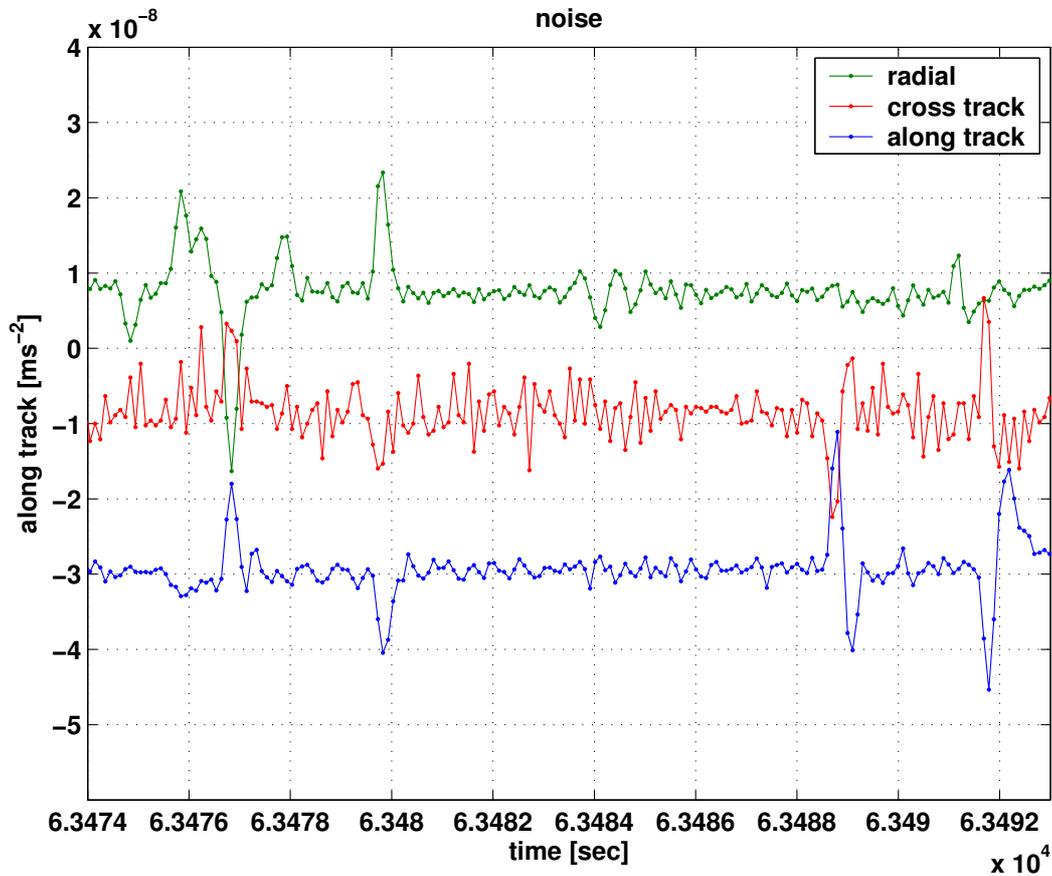


Abbildung 4.16: Darstellung von Perioden, die frei sind von speziellen Phänomenen und nur Rauschen des Akzelerometers aufweisen. Rauschen ist in 100 % der Beschleunigungsmessungen enthalten, aber während des Auftretens der störenden Effekte wie den Thruster Events, den Twangs oder den kleinen Peaks ist der Rauscheffekt nicht mehr sichtbar, weil die Größenordnung des Messrauschens um mehrere Größenordnungen kleiner ist. Daher sind Perioden zu suchen, die frei sind von den beschriebenen Phänomenen. In diesen störungsfreien Perioden zeigt sich die eigentliche Messgenauigkeit des Beschleunigungsmessers. Da diese Perioden i.d.R. nur von kurzer Dauer sind, können PSDs nur aus Stichproben gerechnet werden, die zudem noch manuell zu suchen sind. In diesen Perioden zeigt sich, dass die Spezifikation für die cross track-Komponente eingehalten wird und bei den sensitiven Komponenten um 2 bis 3 Größenordnungen übersteigt. Nach derzeitigem Stand ist aber ungeklärt, ob in den Perioden, die gemäß derzeitigem Stand nur Rauschen enthalten, nicht noch weitere Störphänomene enthalten sind.

## 4.3 Vergleich der ACC1A- mit den ACC1B-Daten

### 4.3.1 Zeitbereich

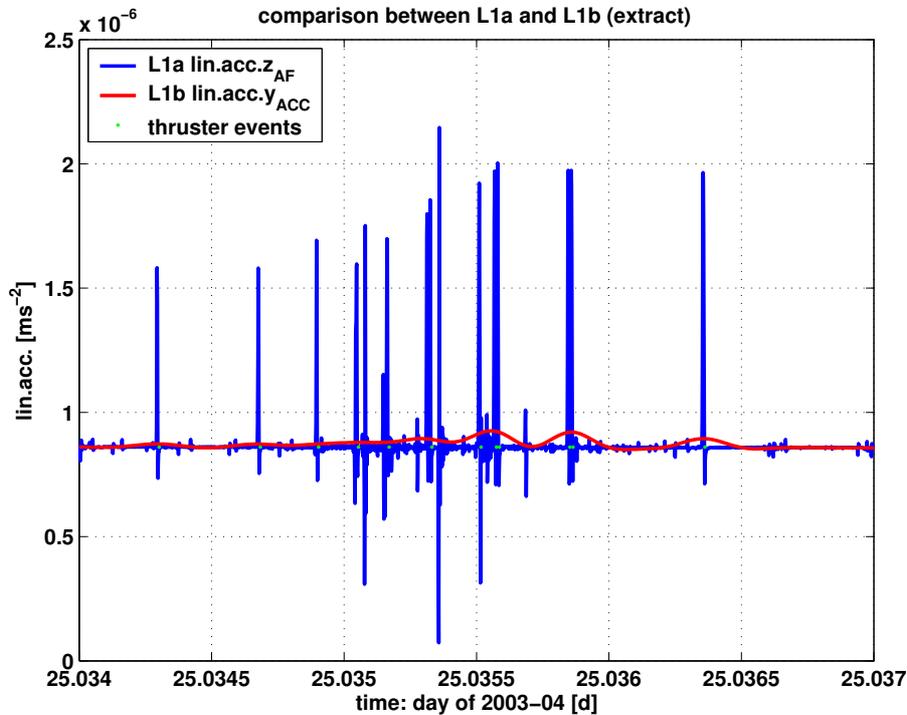


Abbildung 4.17: Vergleich zwischen L1a und L1b im Zeitbereich.

Abb. 4.17 zeigt die Beschleunigungen von GRACE A für einen zufällig ausgewählten Zeitabschnitt am 2003-04-25 sowohl in L1a (vor dem Downsampling) als auch in L1b (nach dem Downsampling). Des Weiteren werden die Aktivitätszeitpunkte der Düsen abgebildet. Es ist einerseits sichtbar, dass die in L1a auftretenden Ausreißer verursacht werden durch das Aktivwerden der Thruster. Andererseits wird auch der bei der L1b-Prozessierung auftretende Glättungseffekt verdeutlicht. Im Allgemeinen passen sich die gefilterten L1b-Beschleunigungen an das L1a-Niveau an (z.B. bei den Perioden  $25.0360 \text{ d} < t < 25.0363 \text{ d}$  oder  $t > 25.0365 \text{ d}$ ). Das Rauschen bzw. der unruhige Verlauf in der L1a-Zeitreihe werden eliminiert bzw. geglättet. Wenn aber Ausreißer, bedingt durch Thruster Events, in den L1a-Daten auftreten (z.B. bei  $25.035 \text{ d} < t < 25.036 \text{ d}$ ), sind in den L1b-Daten Abweichungen vom L1a-Niveau erkennbar. Der Grund für die Abweichungen vom L1a-Niveau bei Filterung von Ausreißern ist, dass die Werte um den gefilterten Punkt herum wesentlich stärker bei der Faltung gewichtet werden als Werte, die zeitlich weiter entfernt sind. An Zeitpunkten, an denen keine Ausreißer zu finden sind, lässt sich bei der Filterung das L1a-Niveau halten, weil die Ausreißer nur schwach gewichtet in den Filterungszeitpunkt eingehen.

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.3. Vergleich der ACC1A- mit den ACC1B-Daten

#### 4.3.2 Spektralbereich

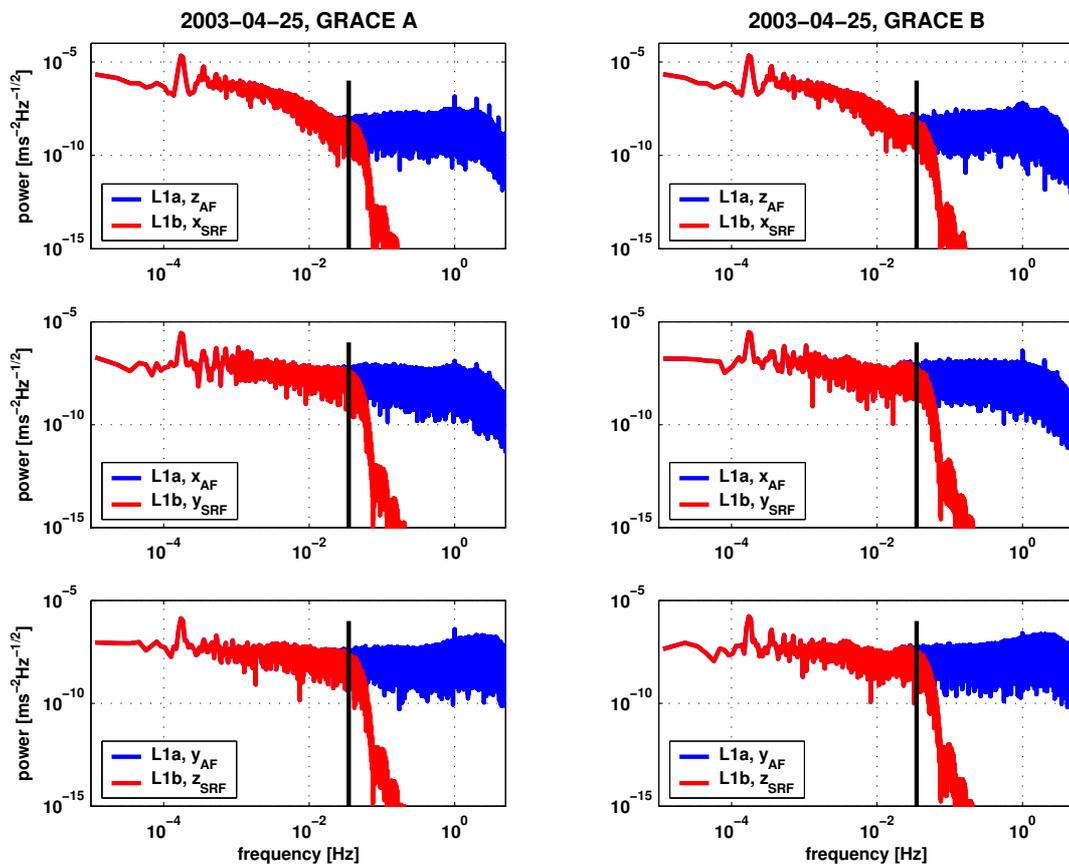


Abbildung 4.18: Vergleich zwischen L1a und L1b für alle Komponenten ( $x_{\text{SRF}}$ ,  $y_{\text{SRF}}$  und  $z_{\text{SRF}}$ ) und beide GRACE-Satelliten (GRACE A und B) im Spektralbereich vor der Abtastung der L1b-Beschleunigungsdaten.

In Abb. 4.18 wird der Vergleich zwischen L1a und L1b im Spektralbereich vorgenommen, indem die PSDs der L1a- und L1b-Daten vom Tag 2003-04-25 für alle Komponenten dargestellt werden.

- Im Frequenzbereich ist sowohl für GRACE A als auch für GRACE B der Filterungseffekt sichtbar, denn ab 35 mHz fallen die Amplituden auf Null ab. Bis 35 mHz bleiben die Amplituden beim Übergang von L1a auf L1b unverändert. In den Frequenzen, die größer als 35 mHz sind, steckt keine Information mehr, d.h. das L1b-Signal kann nur noch tiefe Frequenzen auflösen. Es existiert kein Signalanteil, der eine höhere Frequenz als 0.035 mHz besitzt.
- Es fällt auf, dass sich bei der GRACE-Umlauffrequenz ( $1.8 \cdot 10^{-4}$  Hz) und bei den ganzzahligen Vielfachen ein Peak befindet. Daher wiederholt sich das Beschleunigungssignal alle 1.5 Stunden immer wieder am stärksten. Dies wird gestützt durch die Analyse des Zeitbereichs, weil die 1.5-stündige Periode das stärkste Signal darstellt.

- Die zahlreichen Thruster Events, die im Zeitbereich als Peaks in Erscheinung treten, verursachen ein hohes PSD in den hohen Frequenzen. Die Thruster Events erschweren somit eindeutig die Bestimmung des Rauschniveaus, weil die Amplituden im Power-Spektrum der hohen Frequenzen verfälscht werden.
- Des Weiteren ist ein Effekt auffällig, der sich exakt jede Sekunde wiederholt, erkennbar an den Peaks bei den Frequenzen 1.0 Hz und bei den ganzzahligen Vielfachen von 1.0 Hz im PSD der L1a-Daten. Die Peaks an den ganzzahligen vielfachen von 1.0 Hz kann als Folgeprodukt betrachtet werden. Die Ursache für das sekundlich auftretende Signal liegt im Unklaren. Eine Störbeschleunigung, die sekundlich auftritt, erscheint unwahrscheinlich, eine gerätespezifische Fehlfunktion erscheint dagegen wahrscheinlicher.

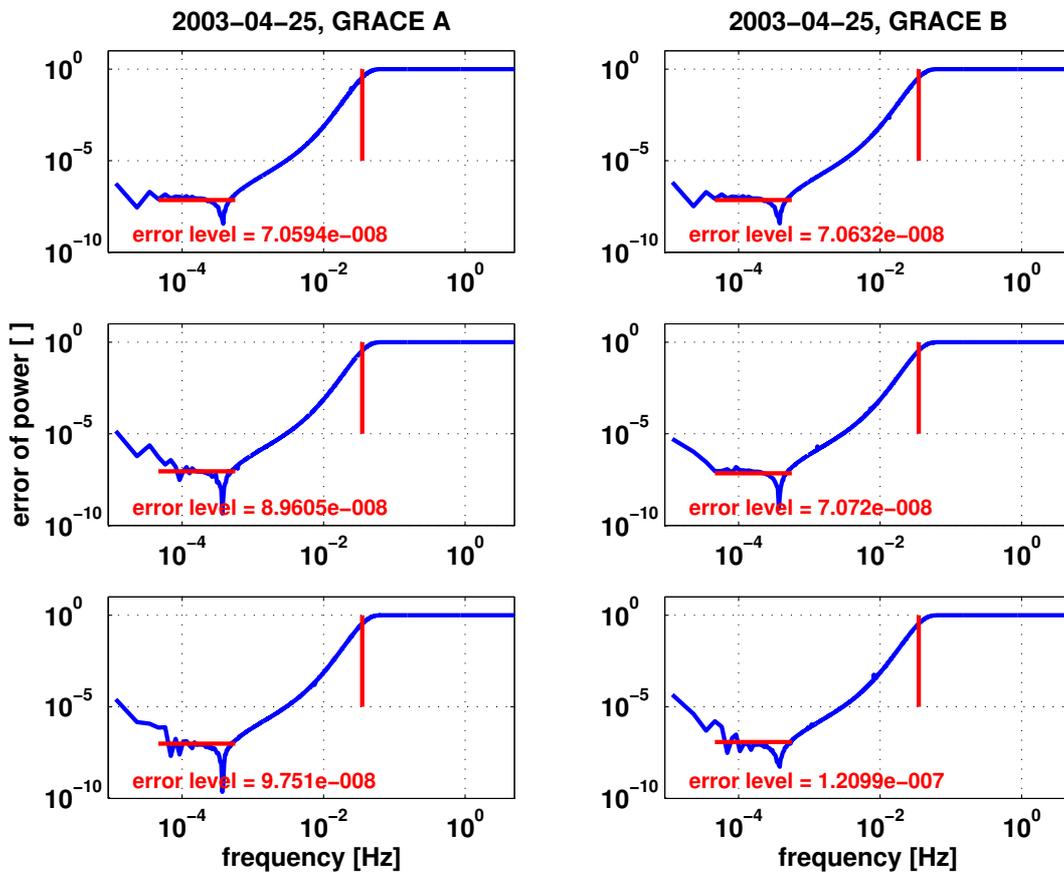


Abbildung 4.19: Darstellung der Fehler im Spektralbereich für alle Komponenten und beide Satelliten am 2003-04-25. Überblick über Abb. 4.19: linke Spalte: GRACE A, x-, y-, z-Komponente, rechte Spalte: GRACE B, x-, y-, z-Komponente. Zusätzlich mit eingetragen sind die Fehler-Niveaus im niedrigfrequenten Bereich. Auffällig ist das lokale Minimum, das etwa bei 0.37 mHz auftritt. Dies stimmt mit dem Minimum aus Abb. 4.3, in der das Fehlerverhalten des verwendeten Filters dargestellt ist, überein.

Anhand des Vergleichs der Relation der Spektralkoeffizienten vor und nach der L1b-Prozessierung lässt sich eine weitere Analysemöglichkeit durchführen. Die Relation  $|\Delta H|$

#### 4. Analyse der GRACE-Daten

##### 4.3. Vergleich der ACC1A- mit den ACC1B-Daten

---

zwischen L1a- und L1b-Daten berechnet sich gemäß

$$|\Delta H| = \left| 1 - \frac{H_{L1b}}{H_{L1a}} \right|, \quad (4.13)$$

mit  $H_{L1a}$  ... PSD von L1a-ACC-Daten und  
 $H_{L1b}$  ... PSD von L1b-ACC-Daten.

Bis zur Cut-Off-Frequenz von 0.035 Hz soll der Fehler möglichst Null (minimal) sein, weil bis zur Cut-Off-Frequenz die Amplituden erhalten bleiben sollen. Für die Frequenzen, die größer als die Cut-Off-Frequenz sind, soll der "Fehler" bei 1 (maximal) liegen, da die Amplituden ab der Cut-Off-Frequenz komplett gedämpft werden sollen.

Aus der Abb. 4.19 wird die Relation zwischen dem PSD vor und nach dem Downsampling dargestellt. Daraus kann der Fehler ersehen werden, der im Vergleich zwischen L1a und L1b in den Spektralkoeffizienten auftritt. In den niedrigen Frequenzen weichen die Spektralkoeffizienten von L1a und L1b um Faktoren mit Beträgen von ca.  $10^{-8}$  im Bereich von Null ab. Spezielle Werte für die Fehler-Levels können aus Tab. 4.5 abgelesen werden. Auffällig ist auch der Aspekt, dass bei allen Achsen und beiden Satelliten auf der gleichen Frequenz von ca.  $0.37 \cdot 10^{-3}$  Hz der Fehler minimal ist. Dies ist kein Zufall und der Grund dafür ist, dass bei der CR7-Filterung eine Normierung auf die dominante Signalfrequenz (Abplattung: J2) vorgenommen wurde. Werte für die minimalen Fehler sind der Spalte 4 von Tab. 4.5 zu entnehmen.

GRACE	Achse	Fehler-Niveau [ ]	Minimaler Fehler [ ]
A	x	$7.0594 \cdot 10^{-8}$	$3.7434 \cdot 10^{-9}$
	y	$8.9605 \cdot 10^{-8}$	$8.3673 \cdot 10^{-10}$
	z	$9.7510 \cdot 10^{-8}$	$5.3113 \cdot 10^{-9}$
B	x	$7.0632 \cdot 10^{-8}$	$3.7434 \cdot 10^{-9}$
	y	$7.0720 \cdot 10^{-8}$	$8.3673 \cdot 10^{-10}$
	z	$1.2099 \cdot 10^{-7}$	$5.3113 \cdot 10^{-9}$

Tabelle 4.5: Darstellender L1a-L1b-Vergleich des Frequenzspektrums: Niveau und Minimum des Fehlers, abhängig von Achse und Satellit am 2003-04-25.

In Abb. 4.19 ist auch zu erkennen, dass ab der Cut-Off-Frequenz 0.035 Hz das Verhältnis zwischen den gefilterten und ungefilterten Beschleunigungen bei 1 liegt, was ein weiterer Beweis für den starken Filterungseffekt ist, der ab 0.035 Hz einsetzt. Zu erkennen ist auch ein Übergangsbereich, der wie bei jedem realen Filter unvermeidbar ist. Im Intervall zwischen 0.035 Hz und ca. 0.05 Hz findet keine optimale Dämpfung der Amplituden statt. Im Intervall kurz vor der Cut-Off-Frequenz (ca. 0.02 Hz bis 0.035 Hz) ist der Übergang zwischen Durchlassen und Sperren ebenfalls nicht optimal. Zusammenfassend kann der Übergangsbereich ungefähr auf das Intervall 0.02 bis 0.05 Hz festgelegt werden. Der Sperrbereich gilt für alle Frequenzen, die kleiner sind als 0.02 Hz.

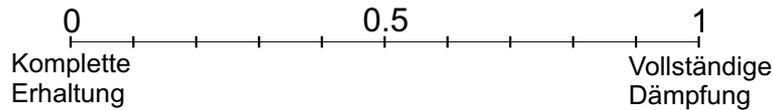


Abbildung 4.20: Skala für das Maß der Stärke der Filterung. Das Spektrum reicht von 0 (komplette Erhaltung der Amplituden) bis 1 (vollständige Dämpfung). Werte dazwischen haben immer einen Anteil an Dämpfung und einen Anteil an Erhaltung.

## 4.4 Vergleich der SCA1A- mit den SCA1B-Daten

In diesem Abschnitt werden die Unterschiede der SCA1A- und SCA1B-Daten anhand der Darstellung der verschiedenen Levels im Zeit- und im Frequenzbereich durchgeführt.

Abb. 4.21 stellt den Vergleich zwischen SCA1B des JPL und SCA1A dar. Gezeigt werden die L1a-Kurven der beiden Sternkameras und den kombinierten L1b-Datensatz am Beispiel des Quaternionen-Elements  $q_0$ . Ersichtlich ist, dass im Zeitbereich die L1b-Daten einen etwas glatteren Verlauf aufweisen und eine ziemliche Glättung der Kurve der Sternkamera 1 (SCA1) darstellt. Die L1a-Daten der SCA1-Kamera liegen im 1-Sekunden-Takt vor, die der SCA2-Kamera hingegen nur im 5-Sekunden-Takt. Daher erscheint es, dass die SCA2-Kamera-Daten einen glatteren Verlauf als die SCA1-Kamera-Daten aufweisen. Allerdings scheint es auch, dass die L1b-Daten nur eine Glättung über die SCA1-Kamera-Daten erfahren haben und dass die Kombination mit SCA2-Kamera-Daten evtl. nicht stattgefunden hat.

Der glattere Verlauf der L1b-Daten bestätigt sich in Abb. 4.21, die PSDs zeigen, die allesamt aus  $q_0$ -Daten von GRACE A vom Tag 2003-04-25 entstanden sind: PSD von L1a SCA1, PSD von L1a SCA2 und PSD von JPL-L1b. Daraus ist die Bandbreite der L1b-Daten ableitbar, die gemäß Kap. 4.1.1 0.1 Hz entspricht. Ab der Frequenz  $f = 0.1$  Hz sind in den L1b-Daten keine Amplituden mehr zu finden. Einerseits liegt dies daran, dass eine 5-sekündliche Abtastung vorliegt und dass der SCA-Filter eine Bandweite  $B = 0.1$  Hz aufweist. Die Amplituden, die größer als 0.1 Hz sind, werden durch den SCA-Filter eliminiert. Des Weiteren ersichtlich sind die Rauschniveaus sämtlicher Daten. Die helle Linie zeigt das Rauschen für die  $q_0$ -Signale, die bei allen Kurven etwa ein gleiches Rausch-Niveau von  $8 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}^{-1/2}$  aufweisen. Ein SNR (Signal-to-Noise-Ratio; Signal-zu-Rausch-Verhältnis) von 1 gilt ab einer Frequenz von etwa 0.03 Hz.

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.4. Vergleich der SCA1A- mit den SCA1B-Daten

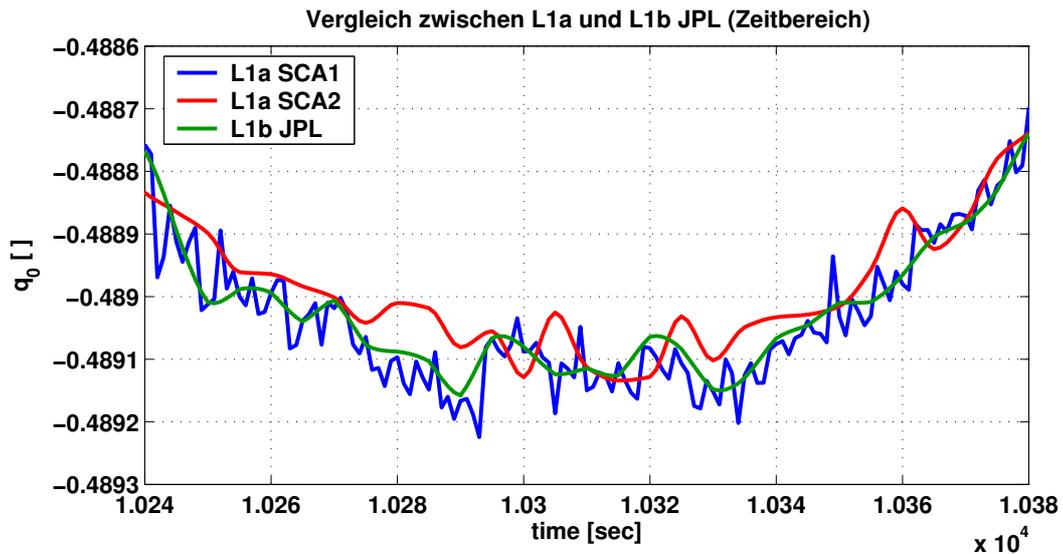


Abbildung 4.21: Vergleich von SCA1A und JPL-SCA1B im Zeitbereich für einen ausgewählten Ausschnitt für das Quaternionen-Element  $q_0$  (gilt analog für alle Zeiträume, beide Satelliten und andere Elemente der Quaternionen). Dargestellt sind die SCA1A-Kamera-Daten für Kamera 1 und für Kamera 2 und die von der JPL prozessierten SCA1B-Kamera-Daten. Die unterschiedliche Glätte der SCA1- und SCA2-Kurve ist darauf zurückzuführen, dass die Daten der SCA2-Kamera nur im 0.2 Hz-Rhythmus vorliegen.

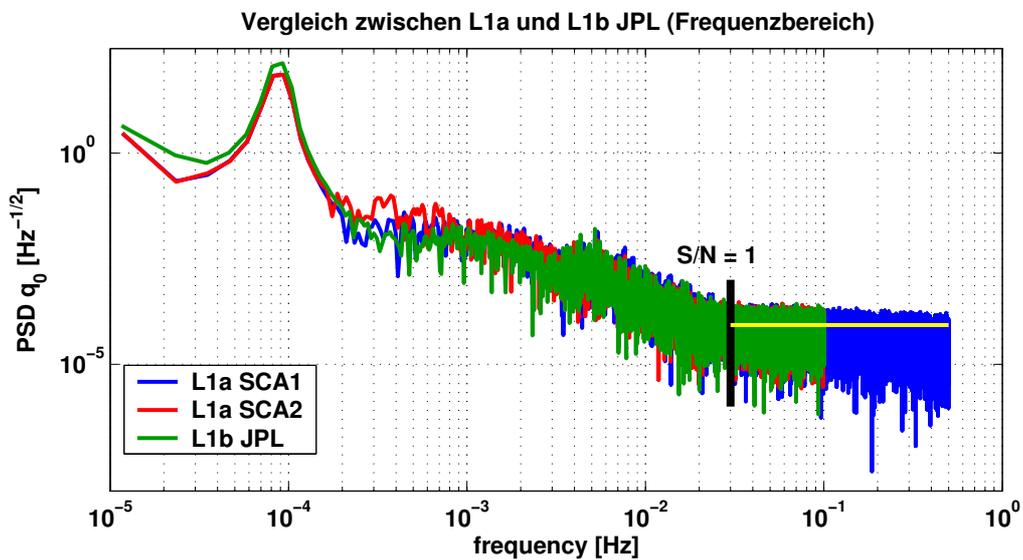


Abbildung 4.22: Vergleich von SCA1A und JPL-SCA1B im Frequenzbereich mit den  $q_0$ -Daten vom 2003-04-25, GRACE A. Dargestellt sind die Spektren von L1a für beide Kameras und das Spektrum für L1b gemäß JPL.

## 4.5 Untersuchung der Relativbeschleunigungen

Zur Berechnung der relativen Beschleunigungen zwischen beiden GRACE-Satelliten ist es notwendig die beiden Beschleunigungsmessungen beider Satelliten in ein einheitliches Bezugssystem zu transformieren. Mögliche einheitliche Systeme sind:

- SRF von GRACE A (SFA),
- SRF von GRACE B (SFB) oder
- Inertialsystem (ICRF).

Da sich beide Satelliten näherungsweise auf der selben Trajektorie befinden und aufeinander ausgerichtet sind, sind auch die x-Achsen der Koordinatensysteme SFA und SFB aufeinander ausgerichtet (vgl. Abb. 1.1). Ein genäherter Vergleich ist dadurch möglich, indem die Achsrichtung eines der beiden Satellitensysteme vertauscht wird. Die Messungen der beiden Satelliten sollten im Wesentlichen identisch sein mit der Ausnahme von möglichen Impulsen durch das Lagekontrollsystem.

### Abschätzung des Zeitversatzes

Es gilt:

mittlerer Abstand  $d$  zwischen GRACE A und B ...  $d \approx 200$  km  
mittlere Flughöhe  $h$  über Erdoberfläche ...  $h \approx 450$  km  
mittlere Winkelgeschwindigkeit ...  $\omega \approx 0.001134$  rad s<sup>-1</sup>.

Daraus folgt für die absolute Fluggeschwindigkeit  $v$  eines Satelliten:

$$v \approx 0.001134 \text{ rad s}^{-1} \cdot (6370 \text{ km} + 450 \text{ km}) \approx 7.7 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}.$$

Mit der absoluten Fluggeschwindigkeit lässt sich der zeitliche Versatz  $\Delta\tau$  zwischen den beiden GRACE-Satelliten ableiten:

$$\Delta\tau = \frac{d}{v} \approx 26 \text{ s.} \quad (4.14)$$

### Bestimmung des Zeitversatzes

**Korrelation von Zeitreihen.** Eine Möglichkeit, den Zeitversatz zwischen zwei Zeitreihen zu bestimmen, ist die Korrelation. Bei einer Korrelation werden zwei Funktionen im Zeitbereich bildlich stückweise gegeneinander verschoben, zu jedem Zeitpunkt miteinander multipliziert und über alle Zeitpunkte aufsummiert (vgl. Glch. (4.15)). Zur Bestimmung des Zeitversatzes zieht man die jeweils sensitivsten Signale heran: die Beschleunigung in x-Richtung  $\underline{a}_{x, \text{SFA}}(t)$  von GRACE A und die um  $\Delta\tau$  zeitversetzte Beschleunigung  $\underline{a}_{x, \text{SFB}}(t + \Delta\tau)$  in x-Richtung im gleichen Koordinatensystem.

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.5. Untersuchung der Relativbeschleunigungen

---

$$\begin{aligned}R_x(\Delta\tau) &= \int \underline{a}_{xA, SFA}(t) \cdot \underline{a}_{xB, SFA}^*(t + \Delta\tau) dt. \\R_y(\Delta\tau) &= \int \underline{a}_{yA, SFA}(t) \cdot \underline{a}_{yB, SFA}^*(t + \Delta\tau) dt. \\R_z(\Delta\tau) &= \int \underline{a}_{zA, SFA}(t) \cdot \underline{a}_{zB, SFA}^*(t + \Delta\tau) dt.\end{aligned}\tag{4.15}$$

An der Stelle, an der der Wert  $R(\Delta\tau)$  maximal wird, sind sich die beiden Funktionen am ähnlichsten. Der Wert  $\Delta\tau$  entspricht dem zeitlichen Versatz zwischen den Funktionen. Das bedeutet, dass Satellit B dem Satellit A um einen Zeitversatz von  $\Delta\tau$  folgt.

**Bestimmung aus den Orbitdaten.** Eine genauere Methode besteht darin, den Zeitversatz  $\Delta\tau$  aus den CIS-Orbitdaten zu ermitteln. Dazu wird zunächst aus den CIS-Files der räumliche Abstand ( $\Delta x$ ) zwischen GRACE A und B bestimmt. Anschließend wird mit der Geschwindigkeit des folgenden Satelliten ( $v_2$ ) der Zeitversatz  $\Delta\tau$  berechnet:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta x}{v_2}.\tag{4.16}$$

#### 4.5.1 Vergleich der Beschleunigungen mit Näherungsrotation

Weil die Satellitensysteme SFA und SFB im Raum nahezu gleich sind, aber entgegengesetzt orientiert sind, ist die Rotation vom SFA ins SFB in erster Näherung eine Rotation um die z-Achse mit einem Winkel von  $180^\circ$  bzw. folgende Achsenvertauschung.

$$\begin{aligned}\underline{a}_{xB, SFA} &\approx -\underline{a}_{xB, SFB} \\ \underline{a}_{yB, SFA} &\approx -\underline{a}_{yB, SFB} \\ \underline{a}_{zB, SFA} &\approx +\underline{a}_{zB, SFB}\end{aligned}\tag{4.17}$$

Möglich wird die Achsenvertauschung dadurch, dass GRACE A und GRACE B nahezu identische Bahnen besitzen mit einem Zeitversatz  $\Delta\tau = 26.0$  sec, ermittelt gemäß Glch. (4.16).

Abb. 4.23 zeigt einen Ausschnitt der L1b-along track-Beschleunigungen von GRACE A und GRACE B, wobei GRACE B mit der Näherungstransformation aus Glch. (4.17) vom SFB ins SFA rotiert wurde. Die Beschleunigungen in allen Komponenten sind um ihren Tages-Mittelwert reduziert. Dargestellt ist auch die Korrelation der Beschleunigungen mit den Thruster Events. Sichtbar ist einerseits, dass die Trends der beiden Kurven übereinstimmen bis auf die Thruster Events, andererseits, dass zwischen beiden Beschleunigungskurven ein Offset vorliegt. Für die Bildung von Residuen zwischen beiden Kurven, müsste der Offset beseitigt werden, da die Residuen sonst nicht aussagekräftig wären.

#### 4. Analyse der GRACE-Daten

##### 4.5. Untersuchung der Relativbeschleunigungen

Während der Aktivität der Düsen können keine aussagekräftige Residuen berechnet werden. Daher werden ab sofort die Residuen ausschließlich während Perioden gebildet, die frei sind von Thruster Events. In diesen kürzeren Perioden lässt sich der Offset zwischen beiden Kurven besser eliminieren als über einen Zeitraum von einem Tag, weil über deutlich kürzere Perioden Mittelwerte gebildet werden können.

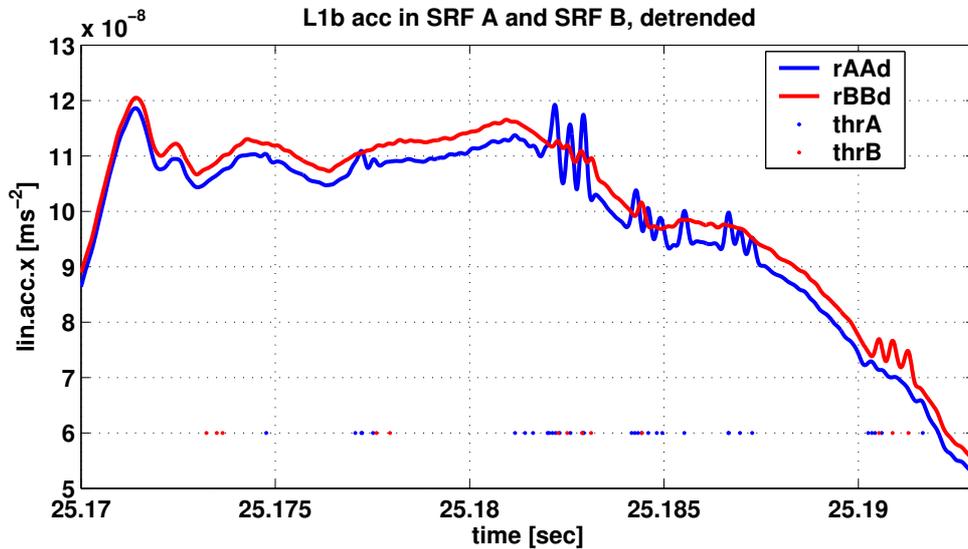


Abbildung 4.23: Vergleich zwischen den L1b-GRACE A-Beschleunigungen mit den L1b-GRACE B-Beschleunigungen in ihrem jeweils eigenen System für einen kurzen Abschnitt des 2003-04-25. Eliminiert ist der Zeitversatz von 26 sec zwischen den beiden Zeitreihen. Dargestellt wird die along track-Achse. Zu beachten ist, dass beide Zeitreihen um ihren Tages-Mittelwert reduziert sind.

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.5. Untersuchung der Relativbeschleunigungen

#### 4.5.2 Vergleich der Beschleunigungen mit exakter Rotation

Geht man über auf eine exakte Rotation der Beschleunigungen, können genauere Vergleiche durchgeführt werden.

##### Vorgehensweise bei der exakten Berechnung der relativen Beschleunigung

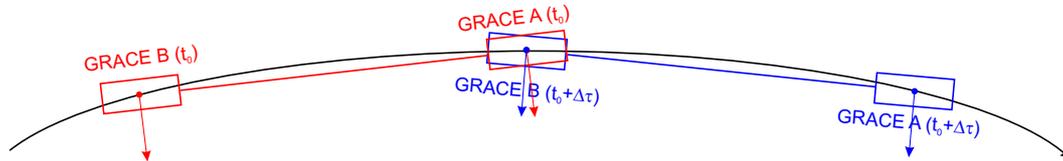


Abbildung 4.24: Darstellung der Konstellationen der GRACE-Satelliten, um die Beschleunigungen ein gemeinsames System zu transformieren.

In Abb. 4.24 sind die Konstellationen der Satelliten aufgezeigt, die die GRACE-Satelliten einnehmen. Dargestellt ist die Konstellation zur Epoche  $t_0$ . Nach dem Zeitversatz  $\Delta\tau$  zwischen beiden Satelliten wird die Epoche  $t_1 = t_0 + \Delta\tau$  gezeigt. Will man GRACE A und GRACE B im gleichen Bezugssystem am gleichen Ort vergleichen, so ist

- (1) "GRACE A ( $t_0$ )" mit "GRACE B ( $t_1$ )" im SFA ( $t_0$ ) oder
- (2) "GRACE A ( $t_0$ )" mit "GRACE B ( $t_1$ )" im SFB ( $t_1$ ) oder
- (3) "GRACE A ( $t_0$ )" im ICRF ( $t_0$ ) mit "GRACE B ( $t_1$ )" im ICRF ( $t_1$ )

zu vergleichen. Für die Ausführung von Fall (1) sind im Folgenden die einzelnen Schritte aufgelistet. Für die Fälle (2) und (3) ist analog zu verfahren.

- Um die Beschleunigungsmessungen am ungefähr selben Ort zu vergleichen, ist der Offset  $\Delta\tau$  zwischen GRACE A und GRACE B gemäß Glch. (4.16) ist zu bestimmen.
- Die Beschleunigungsdaten von GRACE B im SFB zur Epoche  $t_1$  [ $\underline{a}_{B(t_1)}^{\text{SFB}(t_1)}$ ] werden in das Zwischensystem ICRF mit den Quaternionen zur Epoche  $t_1$  [ $\rightarrow Q_{\text{SFB}}^{\text{ICRF}}(t_1)$ ] transformiert. Das Zwischenergebnis lautet:  $\underline{a}_{B(t_1)}^{\text{ICRF}(t_1)}$ .
- Die Beschleunigungen des GRACE B müssen vom Zwischensystem ICRF ins SFA zur Epoche  $t_0$  transformiert werden. Dies geschieht über die Quaternionen zur Epoche  $t_0$  [ $\rightarrow Q_{\text{ICRF}}^{\text{SFA}}(t_0)$ ]. Als Ergebnis erhält man die Beschleunigungen im SFA:  $\underline{a}_{B(t_1)}^{\text{SFA}(t_0)}$ .
- Nun lassen sich  $\underline{a}_{B(t_1)}^{\text{SFA}(t_0)}$  mit  $\underline{a}_{A(t_0)}^{\text{SFA}(t_0)}$  im selben Bezugssystem und näherungsweise am selben Ort vergleichen.

### Vergleich von gefilterten L1b-Daten in thrusterfreien Perioden

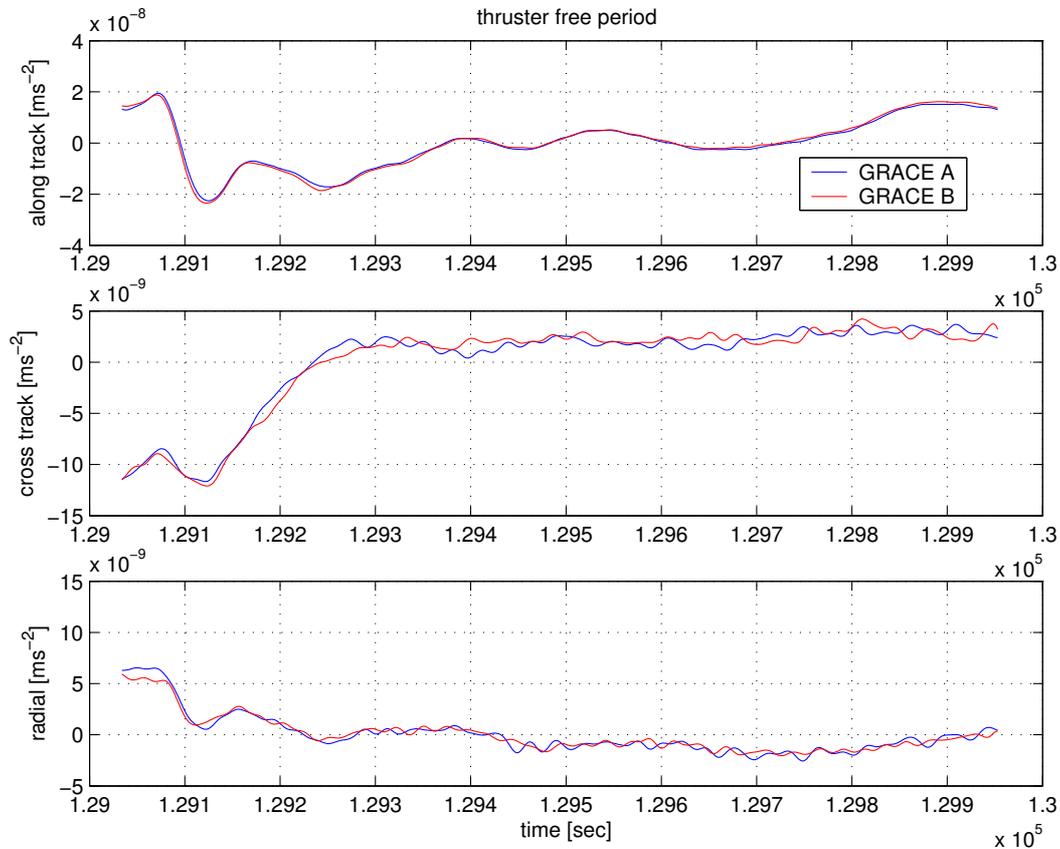


Abbildung 4.25: Darstellung des Vergleichs zwischen GRACE A- und GRACE B-Beschleunigungen während einer ausgewählten Periode, die frei ist von Thruster Events (Dauer: 919.0 sec). Es ist erkennbar, dass beide Kurven einen ziemlich ähnlichen Verlauf aufweisen ohne einen signifikanten Offset, so dass die Beschleunigungen vergleichbar sind.

In Abb. 4.25 werden für eine ausgewählte thrusterfreie Periode für alle drei Komponenten die Beschleunigungen für GRACE A und B im SFB dargestellt. Bei diesen Kurven sind die Offsets zwischen den GRACE A- und B-Beschleunigungen eliminiert. Sämtliche Kurven in Abb. 4.25 sind reduziert um ihren jeweiligen Mittelwert, der aus der jeweiligen Periode gebildet wurde. Aus der Differenz der Beschleunigungen wird die Relativbeschleunigung zwischen GRACE A und B bestimmt. Dabei ist zu beachten: Störbeschleunigungen können sich

- (A) ändern und
- (B) werden nicht an der exakt gleichen Stelle gemessen.

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.5. Untersuchung der Relativbeschleunigungen

Anschließend werden aus den Relativbeschleunigungen PSDs gerechnet. In den Abb. 4.26 bis 4.28 werden jeweils zahlreiche PSDs dargestellt, die aus den Differenzen zwischen den GRACE A- und GRACE B-Beschleunigungen während der drei untersuchten Tage 2003-04-25, 2003-04-26 und 2003-04-27 gerechnet wurden. Verwendet wurden ausschließlich thrusterfreie Perioden, die mindestens eine Dauer von 600 sec aufweisen. Aus den PSDs lässt sich unter Beachtung von (A) und (B) die Genauigkeit der Akzelerometer näherungsweise ableiten. Aus den Abb. wird der Filterungseffekt deutlich, denn ab der ACC-Cut-Off-Frequenz von 0.035 Hz enthält das Relativbeschleunigungssignal keine Amplituden mehr. In den Bereichen  $f < 0.035$  Hz, deren ACC-Amplituden (vgl. Abb. 4.18) vom Filter nicht verändert werden, lässt sich näherungsweise das Rauschniveau der Relativbeschleunigungen ableiten. Erkennbar ist, dass in der cross track-Komponente die Spezifikation eingehalten wird, während in der along track- und in der Radial-Komponente die Spezifikation jeweils um ein Zehnfaches überschritten wird. Der Grund dafür liegt wohl darin, dass die nur in L1a sichtbaren störenden Effekte (Twangs, Peaks) durch die Filterung nicht komplett eliminiert werden und somit in die L1b-Daten hinein wirken. Weswegen für die cross track-Komponente die Spezifikation eingehalten wird, liegt daran, dass die Spezifikation der cross track-Komponente von vornherein großzügiger ist. Sichtbar ist auch, dass alle Komponenten etwa die gleichen Genauigkeitseigenschaften aufweisen. Daher kann nur die cross track-Komponente die spezifizierte Genauigkeit einhalten.

Für die nun folgende Untersuchung der ungefilterten L1a-Relativbeschleunigung werden ausschließlich solche Perioden herangezogen, die komplett frei sind von Störeffekten wie Twangs, Peaks und Thruster Events.

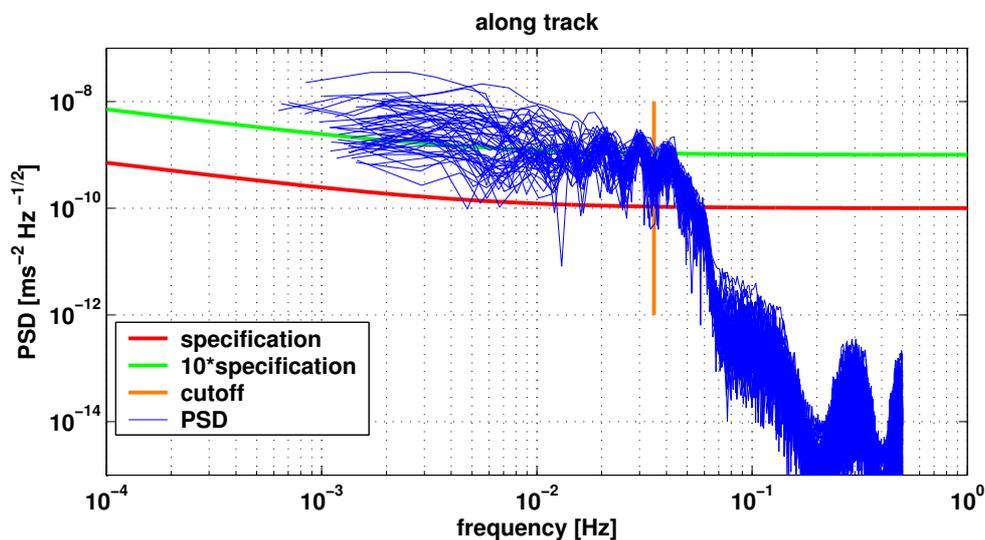


Abbildung 4.26: Darstellung des PSDs der along track-L1b-Relativbeschleunigungen von zahlreichen Perioden mit mind. 600 sec Dauer und der spezifizierten ACC-along track-Genauigkeit. Sichtbar wird der Filterungseffekt, der bei 0.035 Hz einsetzt, und dass das L1b-Rauschniveau der Relativbeschleunigungen 10 mal über der Spezifikation liegt.

4. Analyse der GRACE-Daten  
4.5. Untersuchung der Relativbeschleunigungen

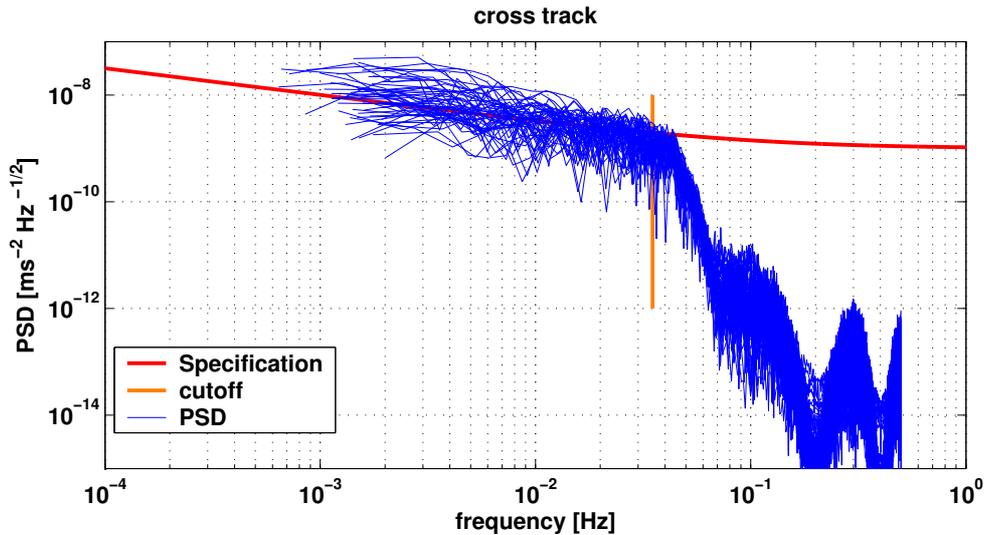


Abbildung 4.27: Darstellung der PSDs der cross track-L1b-Relativbeschleunigungen (Dauer ebenfalls mind. 600 sec) und der spezifizierten ACC-cross track-Genauigkeit. Neben dem bei der Cut-Off-Frequenz von 0.035 Hz einsetzenden Filterungseffekt ist sichtbar, dass das L1b-Rauschniveau der Relativbeschleunigungen innerhalb der ACC-cross track-Spezifikation liegt.

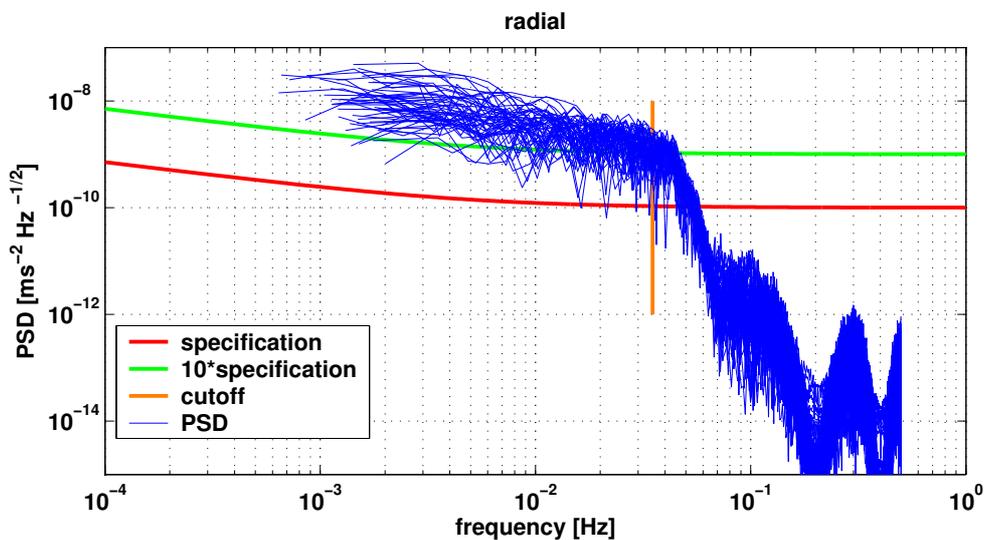


Abbildung 4.28: Darstellung der PSDs der Radial-L1b-Relativbeschleunigungen von zahlreichen Perioden mit mind. 600 sec Dauer und der spezifizierten ACC-Radial-Genauigkeit. Sichtbar wird der einsetzende Filterungseffekt bei 0.035 Hz und das über der Spezifikation liegende L1b-Rauschniveau der Relativbeschleunigungen.

## 4. Analyse der GRACE-Daten

### 4.5. Untersuchung der Relativbeschleunigungen

#### Vergleich von ungefilterten L1a-Beschleunigungen

In Abb. 4.29 werden PSDs gezeigt, die aus der L1a-Relativbeschleunigung zwischen GRACE A und GRACE B im SFB während thrusterfreier Perioden berechnet wurden. Zu sehen ist, dass die Relativbeschleunigung über das gesamte Spektrum über der 10-fachen Spezifikation liegt. Des Weiteren ist auffällig, dass in höheren Frequenzen ein Anstieg der Amplituden zu verzeichnen ist. Die Ursache liegt in dem zahlreichen Auftreten der Twangs und Peaks während dieser Perioden. Da der Anteil der Peaks an den Gesamtdaten bei 30 bis 40 % liegt (vgl. Tab. 4.4), werden ab sofort nur noch die Relativbeschleunigungen während der kurzen Perioden untersucht, die von jeglichen genannten Störeffekten frei sind.

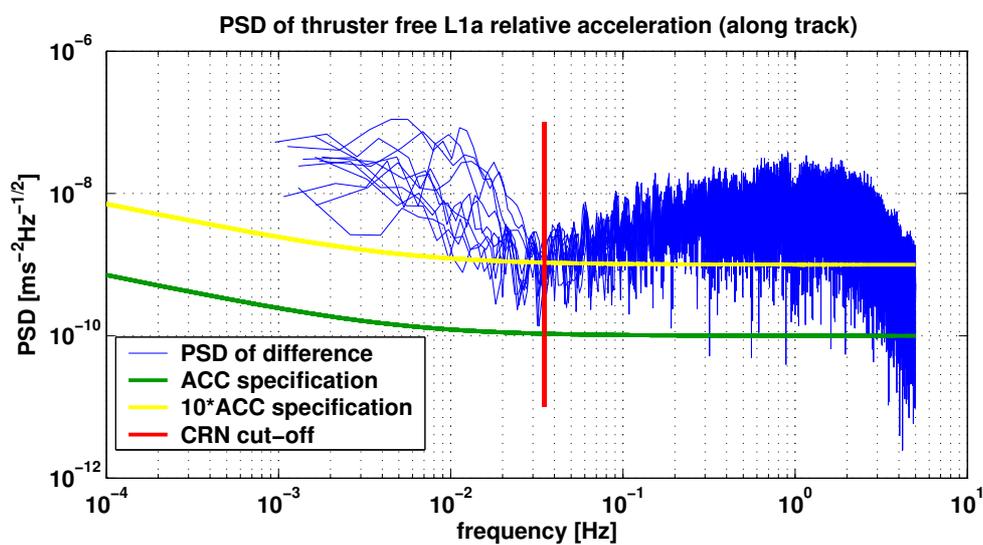


Abbildung 4.29: Darstellung eines PSDs der L1a-Relativbeschleunigungen während einer thrusterfreien Periode, die frei ist von Thruster Events, aber noch Twangs und Peaks enthalten.

Da für die Detektion störeffektfreier Perioden ein nicht-trivialer Such-Algorithmus notwendig wäre, werden Stichproben nur manuell herausgegriffen. Setzt man die einzelnen störeffektfreien Stichproben im Zeitbereich aneinander, lassen sich PSDs berechnen, die Aussagen über den niedrigfrequenten Bereich ermöglichen. In den Abb. 4.30 bis 4.32 werden solche PSDs von den L1a-Relativbeschleunigungen dargestellt, die aus GRACE A-Stichproben während des Tages 2003-04-25 entstanden sind. Sichtbar ist, dass die ungefilterten L1a-Daten kleinere Amplituden aufweisen als die gefilterten L1b-Daten. Die ausgewählten Stichproben-Messungen der cross track-Komponente erweisen sich besser als spezifiziert ( $y$ :  $7.3 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ), während die Messungen in der along track- ( $x$ :  $3.0 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ) und cross track-Komponente ( $z$ :  $2.1 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ) über der Spezifikation liegen (vgl. Tab. 4.6). Die Betrachtung der Standardabweichungen während dieser Stichproben bestätigt obige Rauschniveaus in den einzelnen Komponenten. Während sich die Standardabweichung der  $y$ -Komponente ( $1.7 \cdot$

**4. Analyse der GRACE-Daten**  
**4.5. Untersuchung der Relativbeschleunigungen**

$10^{-9} \text{ ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ) innerhalb der Spezifikation bewegt, sind die Standardabweichungen 2.5 mal ( $6.9 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ) bzw. 2.0 mal ( $6.0 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ) so groß als die Spezifikation.

Insgesamt betrachtet, bestätigt der Vergleich der Relativbeschleunigung am selben Ort im selben System die Schlussfolgerung aus Kap. 4.2.3, dass die Akzelerometer im Grunde eine gute Qualität besitzen. Berücksichtigt man zudem, dass

- die Sternsensordaten, mit denen die Transformationen durchgeführt werden, an sich ein Fehlerpotenzial mit sich bringen und dass
- dieser Vergleich vom Messrauschen zweier Akzelerometer beeinflusst wird,

ist die Genauigkeit der Akzelerometer eher als noch besser wie dargestellt einzustufen. Aus diesen Überlegungen lässt sich folgern, dass die Genauigkeitsabschätzung dieses Vergleichs eher pessimistisch ist.

Achse	Rauschniveau [ $\text{ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ]	Standardabw. $\sigma$ [ $\text{ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ]	Spezifikation
along track	$3.0 \cdot 10^{-10}$	$6.9 \cdot 10^{-10}$	ca. 2.5 mal
cross track	$7.3 \cdot 10^{-10}$	$1.7 \cdot 10^{-9}$	ca. 0.6 mal
radial	$2.1 \cdot 10^{-10}$	$6.0 \cdot 10^{-10}$	ca. 2.0 mal

Tabelle 4.6: Die Tabelle enthält die verschiedenen Rauschniveaus des Beschleunigungsmessers in den verschiedenen Achsen.

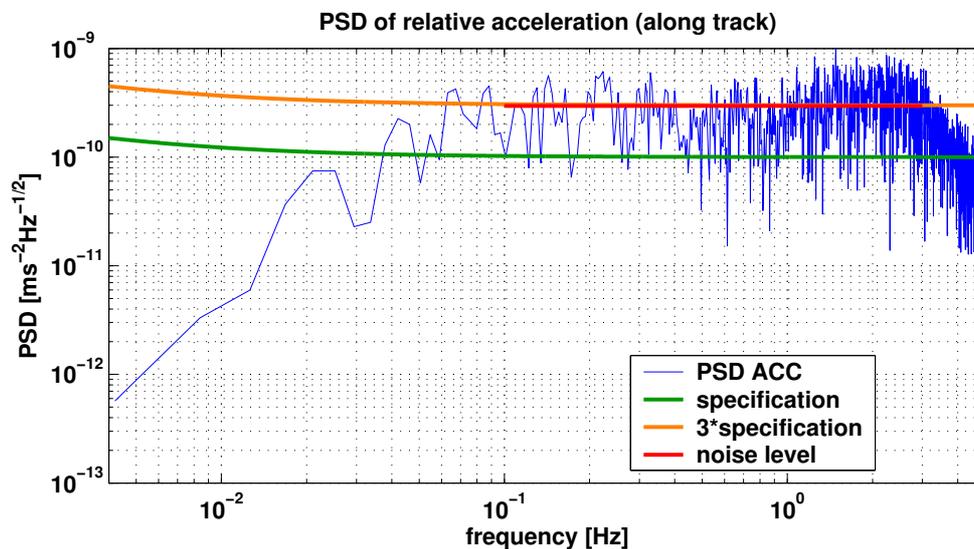


Abbildung 4.30: Darstellung des Rausch-PSDs der L1a-Relativbeschleunigung (along track) während störeffektfreier Perioden (Stichproben). Des Weiteren abgebildet sind die Spezifikation und das tatsächliche Rauschniveau (3fache Spezifikation).

#### 4. Analyse der GRACE-Daten

##### 4.5. Untersuchung der Relativbeschleunigungen

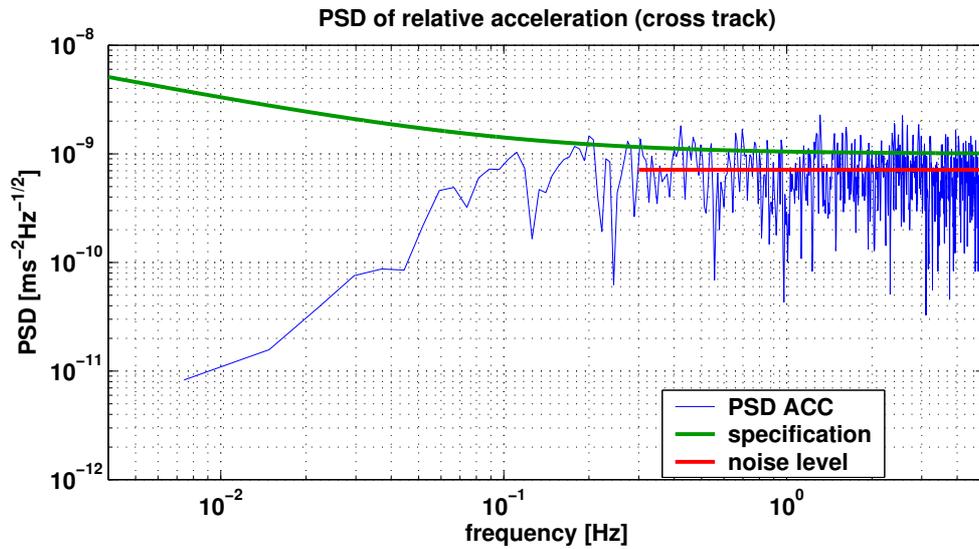


Abbildung 4.31: Darstellung des Rausch-PSDs der L1a-Relativbeschleunigung (cross track) während störeffektfreier Perioden (Stichproben). Des Weiteren abgebildet sind die Spezifikation, die in dieser Komponente eingehalten wird.

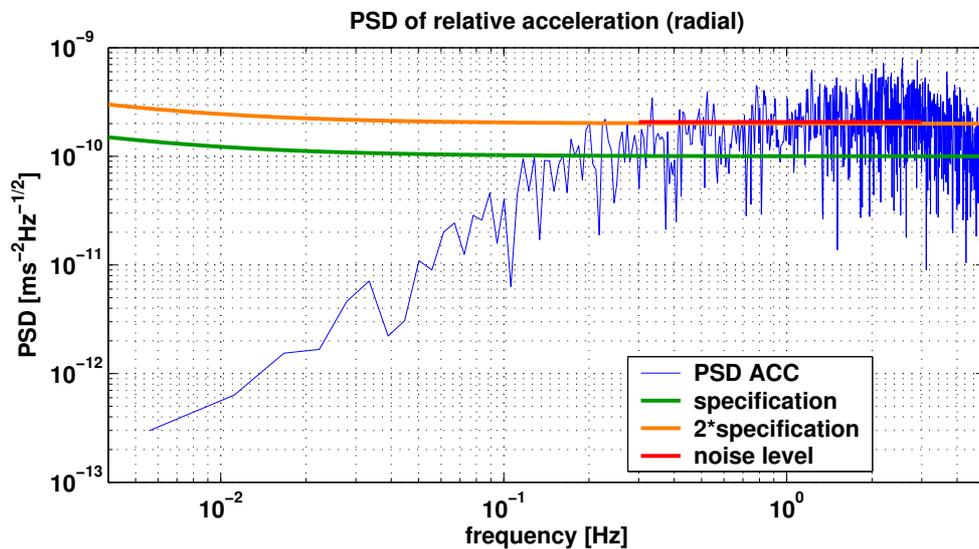


Abbildung 4.32: Darstellung des Rausch-PSDs der L1a-Relativbeschleunigung (radial) während störeffektfreier Perioden (Stichproben). Des Weiteren abgebildet sind die Spezifikation und das tatsächliche Rauschniveau (2fache Spezifikation).



# Kapitel 5

## Prozessierung der GRACE-Daten

In diesem Kapitel wird die L1a-zu-L1b-Prozessierung des JPL für die ACC1A-, SCA1A- und HK1A-Daten nachvollzogen. Bei der Prozessierung zu L1b von GRACE-Daten steht man vor einer Problemstellung gemäß Abb. 5.1. Die Zielsetzung der L1b-Prozessierung wird in Abb. 5.2 verdeutlicht.

Bei der Prozessierung von L1a-Daten (SCA1A, ACC1A, [HK]1A) zu L1b-Daten (SCA1B, ACC1B, [HK]1B) sind folgende wichtige Schritte unumgänglich (vgl. Abb. 5.1 und Abb. 5.2):

- Elimination von Fehlmessungen, Ausreißern
- Herstellung einer einheitlichen Zeitskala (GPS-Zeit)
- Sampling auf gleichabständige Zeitintervalle (inkl. Auffüllen von Datenlücken)
- Verringerung der Abtastrate
- Filterung und Abtastung

Inhaltlich wird in diesem Kapitel die Prozessierung der GRACE-Daten behandelt. Zunächst wird die optimierte Herstellung der GPS-Zeit herausgearbeitet. Diese wird für sämtliche GRACE-Daten auf gleiche Weise erfolgen. Anschließend werden die Filter, die zur Elimination der hochfrequenten Einflüsse verwendet werden, vorgestellt und verglichen. Außerdem wird die Wahl der Parameter diskutiert. Im Anschluss daran wird der Reihe nach die L1b-Prozessierung der ACC1A-, der SCA1A- und der [HK]1A-Daten erläutert.

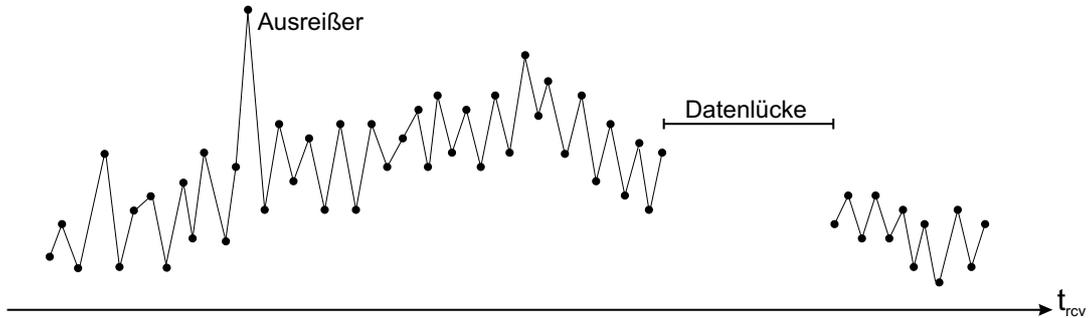


Abbildung 5.1: Darstellung der Problemstellung: Die Messwerte von GRACE enthalten Messfehler, Datenlücken, sind in Receiver-Zeit ( $t_{rcv}$ ) gegeben, sind nicht gleichabständig und unterliegen Messrauschen.

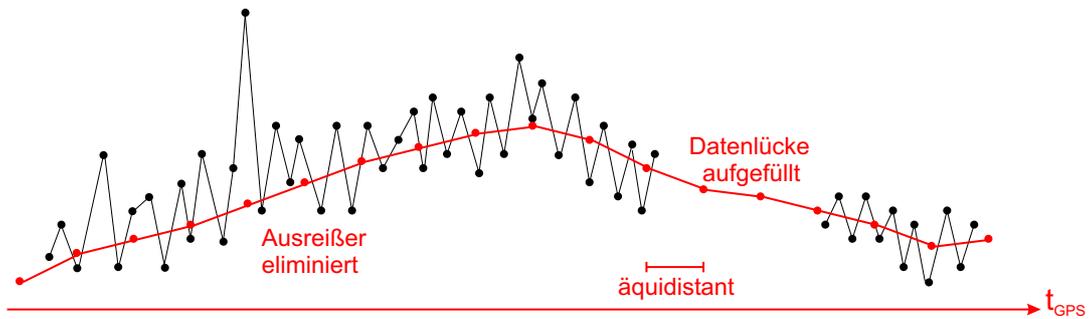


Abbildung 5.2: Darstellung des Ziels: Elimination der Messfehler/Ausreißer in der Zeitreihe, Auffüllung von Datenlücken, Umrechnung der Zeitskala in GPS-Zeit  $t_{GPS}$ , Herstellung von Gleichabständigkeit in den Daten, Verringerung der Abtastrate Herausfilterung des Messrauschens.

## 5.1 Herstellung der GPS-Zeit (CLK1B)

Die Herstellung der GPS-Zeit verläuft für alle GRACE-Datentypen nach dem gleichen Schema. Die L1a-Daten sind in einer instrumenteneigenen Zeit (Receiver-Zeit  $t_{rcv}$ ) gegeben und weichen von der GPS-Referenzzeit ( $t_{GPS}$ ) ab. Die Beträge der Abweichung zwischen GPS-Zeit und der Receiver-Zeit werden als "Satellite Clock Offset" bezeichnet. Der Satellite Clock Offset wird von den CLK1B-Files im 300-Sekunden-Rhythmus geliefert. Gemäß der *GRACE-Formatbeschreibung* [8] errechnet sich die GPS-Zeit folgendermaßen:

$$t_{GPS} = t_{rcv} + \Delta t_{clk} \quad (5.1)$$

Die Arbeitsschritte zur Herstellung der GPS-Zeit  $t_{GPS}$  werden in Abb. 5.3 illustriert.

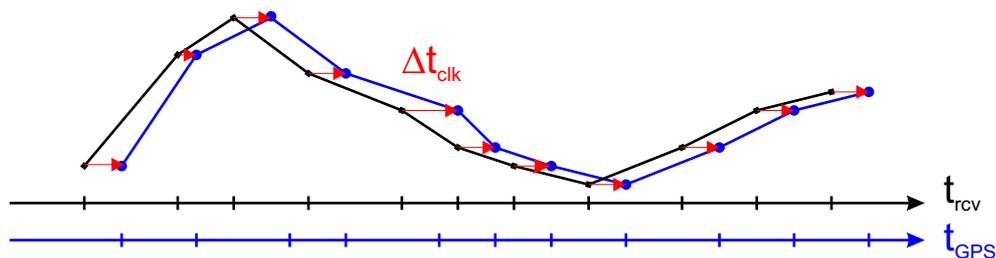


Abbildung 5.3: Darstellung der Arbeitsschritte zur Herstellung der GPS-Zeit  $t_{GPS}$ . An die L1a-GRACE-Daten, die in Receiver-Zeit  $t_{rcv}$  gegeben sind, wird der Satellite Clock Offset  $\Delta t_{clk}$  addiert gemäß Glch. (5.1). Das Ergebnis sind die L1a-GRACE-Daten in GPS-Zeit  $t_{GPS}$ .

Der Verlauf der Abweichung während der drei Tage vom 2003-04-25 bis 2003-04-27 wird in Abb. 5.4 gezeigt. Die L1a-Zeitreihen liegen in höherer Auflösung (ACC: 0.1 sec, SCA: 1.0 sec, KBR: 0.1 sec etc.) vor. Daher müssen die CLK-Offsets interpoliert werden. Das Verfahren, das feststellt, welches der gängigen Interpolationsverfahren (linear, kubisch, Spline) aus Kap. B am besten geeignet ist, wird im Folgenden getestet.

Der Test besteht darin, dass zunächst aus dem CLK1B-Datensatz gegebene Werte herausgenommen werden. Daraufhin werden diese herausgenommenen Werte auf verschiedene Arten interpoliert. Mit den gelöschten Werten als Referenz werden die interpolierten Offsets verglichen. Auf diese Weise wird jede Interpolationsart getestet. Die Interpolationsmethode, bei der sich die geringsten Residuen ergeben, wird für die GPS-Zeit-Herstellung von GRACE-L1a-Daten verwendet.

Durchgeführt wird der Test an verschiedenen langen Datenlücken des Tages 2002-05-06. Die Residuen, die sich bei den verschiedenen langen Datenlücken ergeben, sind in Abb. 5.5 in halblogarithmischer Skalierung grafisch dargestellt. Daraus ist der eindeutige Trend ersichtlich, dass die kubische und die kubische Spline Interpolationsart gegenüber der linearen um eine bis teilweise zwei Größenordnungen besser sind. Insgesamt betrachtet, schneiden alle getesteten Interpolationsarten gut ab, weil die Residuen im Vergleich zur Größe des CLK-Offsets um 6 Größenordnungen kleiner sind. Das bedeutet, dass alle Interpolationsverfahren die tatsächlichen Werte gut interpolieren können.

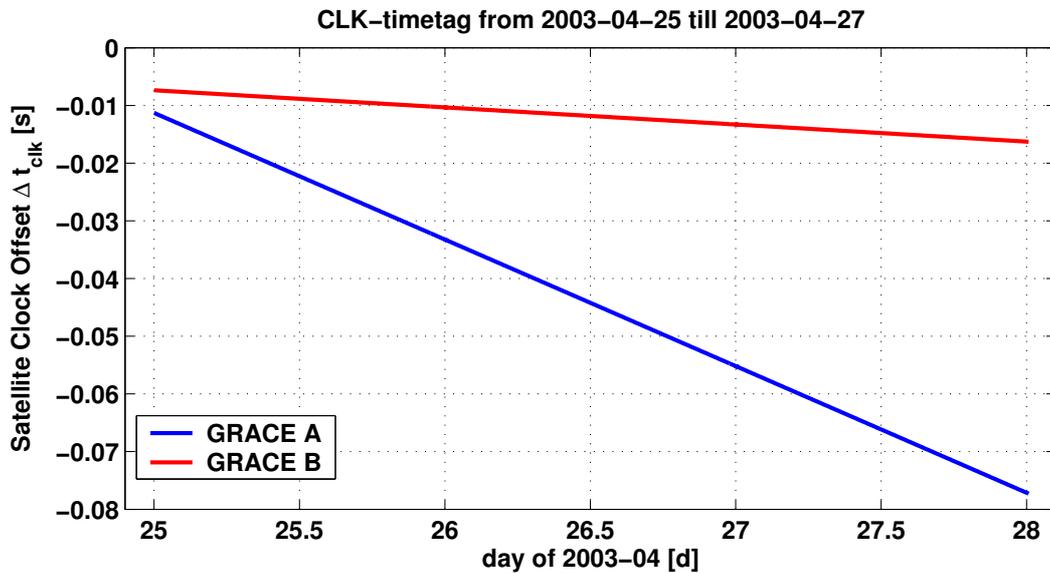


Abbildung 5.4: Darstellung der Abweichung zwischen Receiver-Zeit und GPS-Zeit (Satellite Clock Offset) vom 2003-04-25 bis zum 2003-04-27 mit den Daten der CLK1B-Files. Größenordnung zwischen 0 und 0.1 sec.

**Schlussfolgerung:** Für die L1b-Prozessierung wird eine kubische Interpolation angewendet werden. Die JPL hingegen wendet eine lineare Interpolation an, was aber ebenfalls unproblematisch ist, weil das Verhältnis zwischen den Residuen und den Satellite Clock Offsets 6 Größenordnungen bei sehr großen Datenlücken (31200 Sekunden) ausmacht (vgl. Abb. 5.5).

5. Prozessierung der GRACE-Daten  
 5.1. Herstellung der GPS-Zeit (CLK1B)

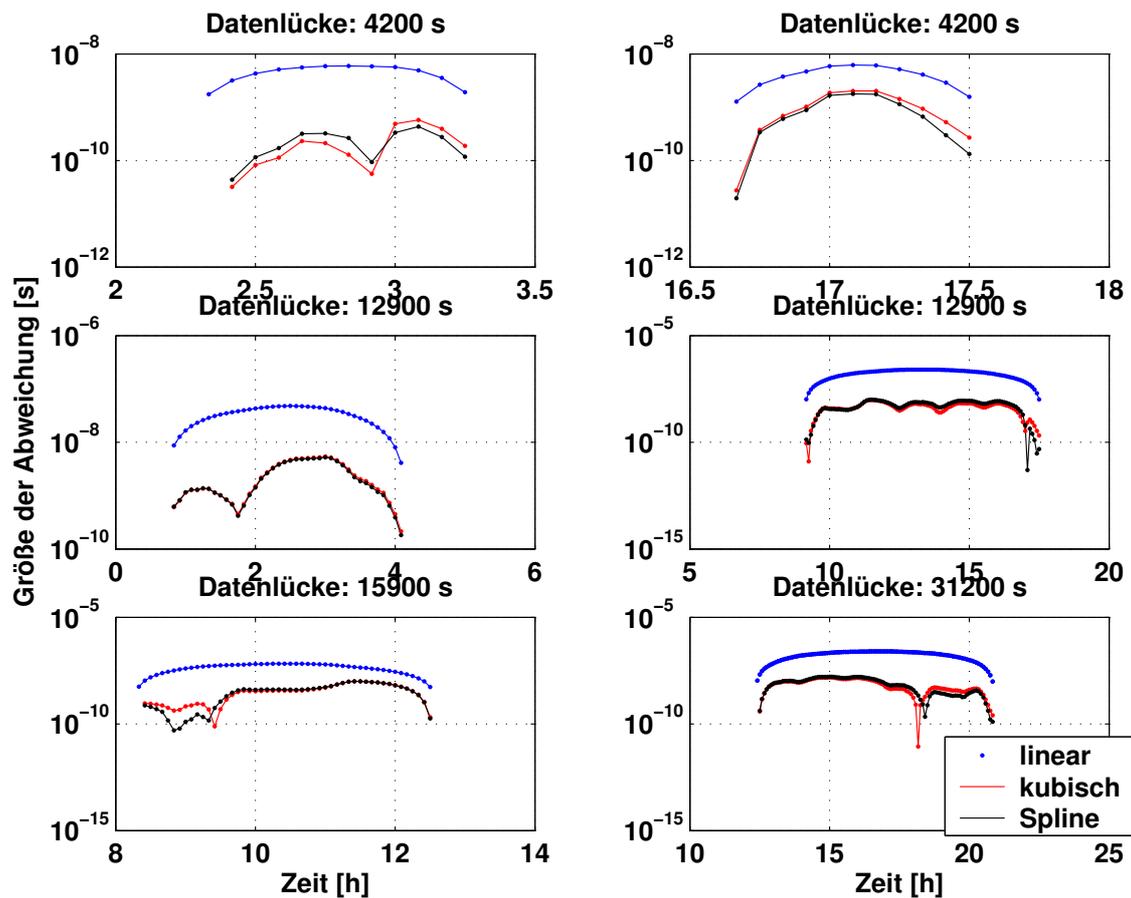


Abbildung 5.5: Vergleich der Interpolationsverfahren für Datenlücken im Bestand von den CLK-Daten. Darstellung der Soll-Ist-Abweichungen in halblogarithmischer Skalierung bei Datenlücken von 4200 s (2x), 12900s (2x) und längeren Lücken von 15900 s und 31200 s zu zufällig herausgegriffenen Zeitpunkten. Der Abfall bei 18 Stunden im Plot rechts unten ist damit zu erklären, dass an dieser Stelle ein Vorzeichenwechsel vorliegt.

## 5.2 ACC1B-Prozessierung der Beschleunigungsdaten

In diesem Abschnitt wird die L1a-zu-L1b-Prozessierung der Beschleunigungsmessungen vorgestellt.

### 5.2.1 Überblick über ACC1B-Prozessierung

Abb. 5.6 zeigt die einzelnen Schritte zur Herstellung von ACC1B:

- 1 Datenaufbereitung und Datenvoranalyse
- 2 Herstellung der GPS-Zeit
- 3 Herstellung von Gleichabständigkeit
- 4a low-pass Filterung dadurch Elimination der hochfrequenten Störeinflüsse
- 4b Abtastung: Downsampling der Messreihen von 0.1 sec-Messrate auf eine gleichabständige 1.0 sec-Abtastrate
- 5 Transformation der Koordinaten vom instrumenteneigenen System ins SRF

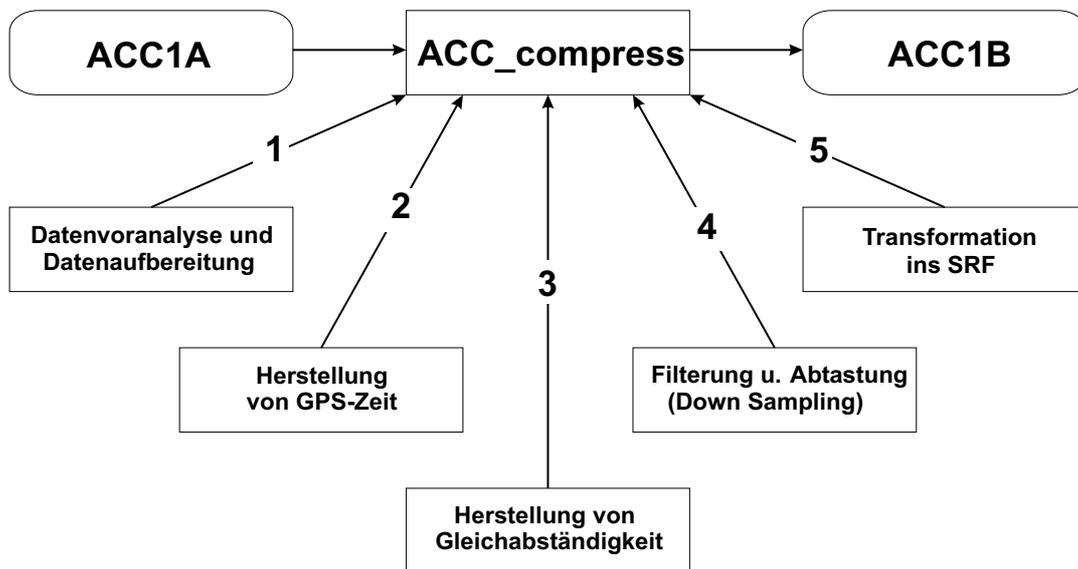


Abbildung 5.6: Schema zur Herstellung von ACC1B.

## 5. Prozessierung der GRACE-Daten

### 5.2. ACC1B-Prozessierung der Beschleunigungsdaten

#### 5.2.2 Durchführung der ACC1B-Prozessierung

##### Input- und Output-Files

Abb. 5.7 verdeutlicht den Datenfluss und die Software-Prozessierungsmodule, die bei der Prozessierung von L1b der L1b-Beschleunigungen verwendet werden.

- Aus dem Input-File CLK1A wird über das Softwaremodul tdp2clock1b (time dependent parameters → clock1b) CLK1B erzeugt.
- Die zeitabhängigen Parameter werden im Rahmen der GPS-Daten-Auswertung mitgeschätzt. Das Modul tim1a2tim1b erzeugt aus dem Input-File TIM1A das Output-File TIM1B.
- Schließlich wird aus den L1a-Beschleunigungen ACC1A mit Hilfe des Moduls ACC\_compress das fertige Endprodukt ACC1B produziert. ACC\_compress benötigt die Output-Files CLK1B und TIM1B als zusätzliche Information, um die notwendigen Zeitkorrekturen anzubringen.

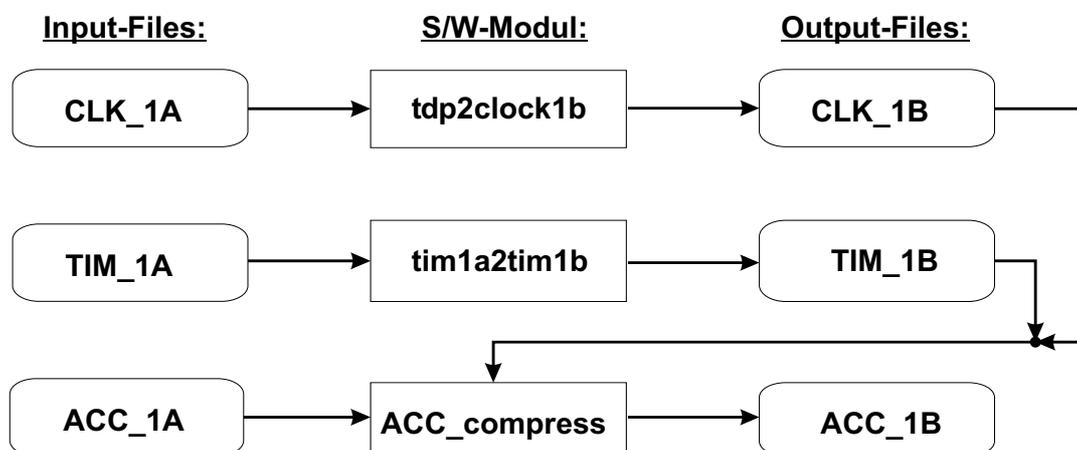


Abbildung 5.7: Eingangs- und Ausgangsgrößen bei der L1b-Prozessierung (vgl. Wu u. Kruizinga [17]).

Zusammenfassung der Input-Files:

- ACC1A:  
lineare Beschleunigung lin.acc.x, lin.acc.y, lin.acc.z (nominell 10-Hz-Datenrate)  
Winkelbeschleunigungen ang.acc.x, ang.acc.y und ang.acc.z (nominell 1-Hz-Datenrate), koordiniert im Acceleration Frame (AF)
- CLK1B:  
GRACE-Satellite Clock Offsets zur Berichtigung der Receiver-Zeit und Herstellung der GPS-Zeit
- TIM1B: (optional)  
Daten zur Konvertierung von der OBDH-Zeit in die Receiver-Zeit des GRACE-Satelliten

Output-File:

- ACC1B:  
editierte Komponenten der linearen (lin.acc.x, lin.acc.y, lin.acc.z) und der Winkelbeschleunigung (ang.acc.x, ang.acc.y., ang.acc.z) im Science Reference Frame (SRF)

### Datenaufbereitung und Datenvoranalyse

- Zunächst werden alle fehlerhaften Messungen des Beschleunigungsmessers gelöscht. Fehlerhafte Messungen werden am quality flag erkannt, der mögliche Fehlfunktionen des Akzelerometers kennzeichnet. Kennzeichnung sind die Flags "no pulse sync" (bedeutet keine Synchronisation der OBDH-Uhr mit der IPU-Uhr) oder "invalid timetag" (bedeutet beschädigte Zeitkorrektur).
- Datenlücken im ACC1A-File, die länger 0.2 sec lang sind, werden um zusätzliche 1-Sekunden-Blöcke ausgeweitet, so dass man mit Sicherheit keine fehlerhaften Beschleunigungsdaten mehr hat.
- Die Zeit, die vom OBDH-Generator vorgegeben wird (OBDH-Zeit), wird in die Receiver-Zeit konvertiert. Anschließend erfolgt ein Resampling der linearen und der Winkelbeschleunigung auf ganzzahlige Vielfache von 0.1 s in der korrigierten Zeit mit linearer Interpolation (Begründung der Entscheidung für die lineare Interpolation vgl. Abb. 5.8).

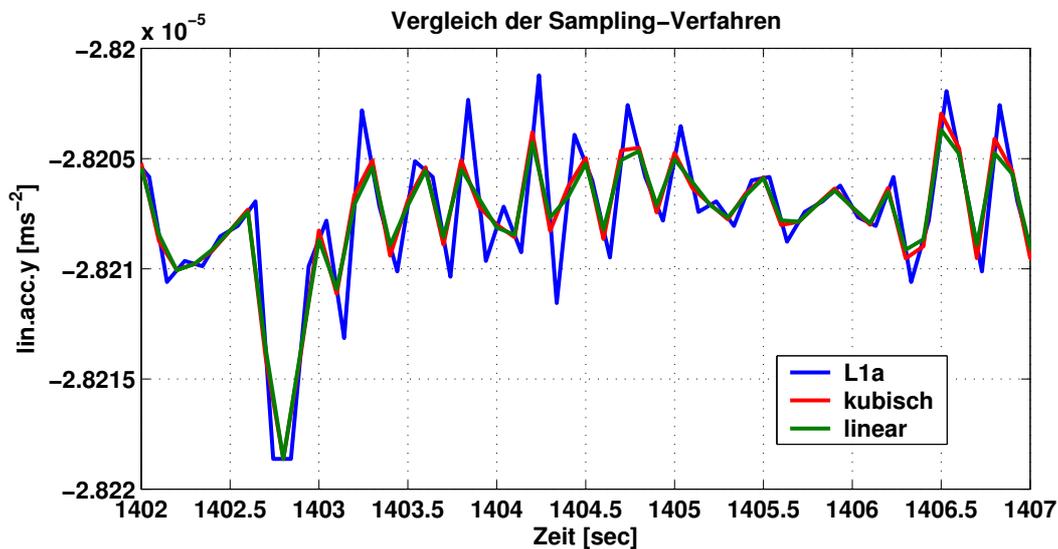


Abbildung 5.8: Darstellung eines Ausschnitts des Vergleichs zwischen dem linearen und kubischen Sampling-Verfahren. Dieser Ausschnitt illustriert, dass beide Verfahren ähnliche Ergebnisse liefern. Da die lineare Interpolation eine kürzere Rechenzeit benötigt, fällt die Entscheidung auf das lineare Sampling.

## 5. Prozessierung der GRACE-Daten

### 5.2. ACC1B-Prozessierung der Beschleunigungsdaten

- Datenlücken, die kürzer als 100 Sekunden sind, werden durch einen kubischen Polynomfit (vgl. Kap. B.3) unter Einbeziehung von jeweils 200 Datenpunkten auf beiden Seiten der Lücke gefüllt. Ein simuliertes Beispiel wird in Abb. 5.9 gezeigt. Der Polynomfit nähert die Datenlücke am besten von den getesteten Verfahren an.

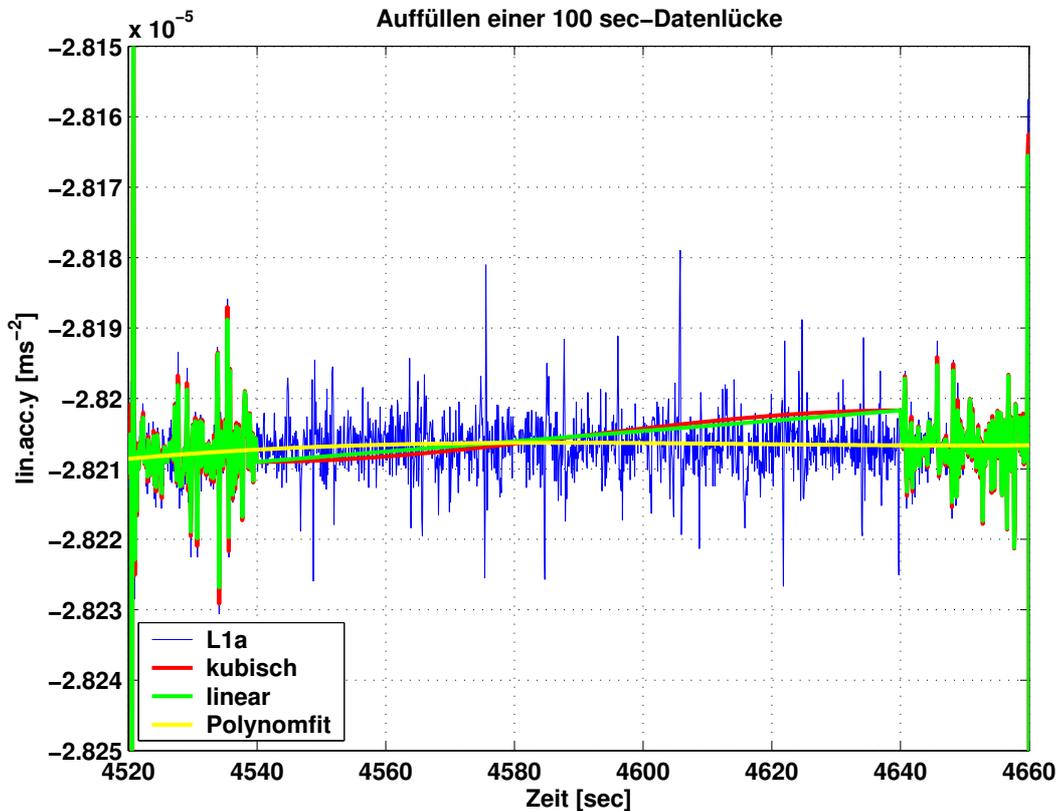


Abbildung 5.9: Darstellung der Auffüllung einer simulierten Datenlücke bei den ACC1A-Daten. Sichtbar ist, dass die gängigen Interpolationsarten wie kubisch oder linear versagen, aber ein Polynomfit nähert die Daten in einer Lücke gut an.

### Herstellung von GPS-Zeit

Die Satellite Clock Offsets  $\Delta t_{\text{clock}}$ , die vom CLK1B-File geliefert werden, werden für jeden Zeitpunkt durch kubische Interpolation (Begründung: Kap. 5.1) ermittelt. Damit lassen sich gemäß Glch. (5.1) die Receiver-Zeiten in GPS-Zeit umrechnen. Zusätzlich ist beim Akzelerometer noch der Butterworth-Filter-Delay zu addieren. (nominell  $\Delta t_{\text{Butter}} = -0.14 \text{ sec}$ ).

$$\begin{aligned} t_{\text{rcv, ACC, corrected}} &= t_{\text{rcv}} + \Delta t_{\text{clock}} - \Delta t_{\text{Butter}} \\ &= t_{\text{rcv}} + \Delta t_{\text{clock}} - 0.14 \text{ sec.} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Falls im CLK1B-File eine Datenlücke vorliegt und deswegen keine gültige  $\Delta t_{\text{clock}}$ , werden die Zeitkorrekturen extrapoliert, um Kontinuität in den ACC1B-Daten zu gewährleisten. Ist dies der Fall, wird ein quality flag gesetzt.

### **Herstellung von Gleichabständigkeit (Sampling)**

Die Beschleunigungsdaten, die nun in GPS-Zeit vorliegen, sind noch nicht gleichabständig. Durch eine quadratische Lagrange-Interpolation mit den drei nächsten Datenpunkten werden die Akzelerometer-Daten auf ganzzahlige Vielfache von 0.1 sec interpoliert.

Ergebnis dieses Schrittes sind lückenlose Akzelerometer-Daten zu ganzzahligen Vielfachen von 0.1 sec: jeweils eine lineare (linacc\_uncompressed) und eine Winkelbeschleunigung. Durch die Gleichabständigkeit und die Lückenlosigkeit der Beschleunigungen wird im folgenden Schritt die Filterung möglich.

### **Low-pass-Filterung**

Die Winkelbeschleunigungen (ang.acc.) werden auf ganzzahlige Vielfache von 1.0 sec gesampelt. Die linearen Beschleunigungen (lin.acc.) werden mit einem digitalen CRN-Filter (vgl. Kap. 4.1.1) vom Grad 7 mit  $\sim 35$  mHz Bandweite über eine Datenspanne von 140.7 sec um den gesampelten Zeitpunkt herum komprimiert. Als Ergebnis erhält man 0.1-sekündlich die komprimierten linearen Beschleunigungen (linacc\_compressed).

### **Abtastung an den ganzzahligen Sekunden**

Das gefilterte Signal wird an den ganzzahligen Sekunden abgetastet. Dies ist erlaubt, da das Nyquist-Theorem (vgl. Kap. C.1) eingehalten wird. Im Signal sind alle Frequenzen heraus gefiltert, die größer sind als 0.035 Hz, bzw. es gibt keine Wellenlängen mehr, die kleiner sind als 28.3 sec. Das Nyquist-Theorem fordert die Einhaltung der maximalen Abtastrate von 14.2 sec. Mit einer Abtastung von 1.0 sec liegt man deutlich darunter. Bei Nichteinhaltung des Abtasttheorems wäre die Folge, dass durch Aliasing das Signal nicht mehr (eindeutig) rekonstruierbar wäre.

$$f_A > 2 \cdot B = \frac{2}{0.035 \text{ mHz}} = 57.14 \text{ sec} \Rightarrow B < \frac{f_A}{2} = 14.3 \text{ sec} \approx 15 \text{ sec} \quad (5.3)$$

wobei  $f_A$  ... Abtastfrequenz  
 $B$  ... Bandweite

Anschließend erfolgt ein Vergleich zwischen den komprimierten und den nicht komprimierten Daten an den ganzzahligen Sekunden, indem sog. "fit residuals" gebildet werden. Die "fit residuals" werden aus der Differenz zwischen den komprimierten linearen Beschleunigungen und den nicht komprimierten linearen Beschleunigungen berechnet. Besonders hohe Residuen (und damit große Änderungen durch die Filterung) werden durch einen quality flag gekennzeichnet. Ist die Abweichung  $> 1.0 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ , wird ein quality flag gesetzt.

## 5. Prozessierung der GRACE-Daten

### 5.3. SCA1B-Prozessierung der Sternsensordaten

---

#### Transformation ins SRF

Die linearen und Winkelbeschleunigungen werden vom Acceleration Frame (AF) mit Glch. (3.1) ins Science Reference Frame (SRF) transformiert.

#### Output der Daten und Flags

- Header
- 6 Komponenten der komprimierten Beschleunigungsdaten (3 lineare lin.acc., 3 Winkelbeschleunigungen ang.acc.)
- "fit residuals"
- quality flags für aufgefüllte Daten
- quality flags, die Daten mit extrapolierter Zeitkorrektur anzeigen
- quality flags, die Daten mit großen Abweichungen anzeigen

## 5.3 SCA1B-Prozessierung der Sternsensordaten

In diesem Abschnitt wird die L1a-zu-L1b-Prozessierung der Sternsensordaten vorgestellt.

### 5.3.1 Überblick über SCA1B-Prozessierung

Abb. 5.10 zeigt die einzelnen Schritte der L1b-Prozessierung der Sternsensordaten:

- 1 Voranalysen:
  - 1a Detektion und Elimination fehlerhafter Messungen
  - 1b Ändern der Vorzeichen der Quaternionen, falls nötig, zur Aufrechterhaltung der Kontinuität der Quaternionen
- 2 Detektion und Elimination von Ausreißern
- 3 Herstellung von GPS-Zeit
- 4 Herstellung von Gleichabständigkeit (Sampling)
- 5 Kombination der Sternkameras 1 und 2
- 6 Filterung, Abtastung

### 5.3.2 Durchführung der SCA1B-Prozessierung

#### Input- und Output-Files

Input Files:

- SCA1A:  
Rohdaten, Quaternionen zur Rotation vom Inertialsystem (ICRF) ins Sternkamerasystem (SCF)  
nominell: 1-Sekunden-Daten-Intervall (Primärkamera), 5-Sekunden-Daten-Intervall (Sekundärkamera)
- QSA1B:  
Quaternionen zur Rotation vom Sternkamerasystem (SCF) ins SRF

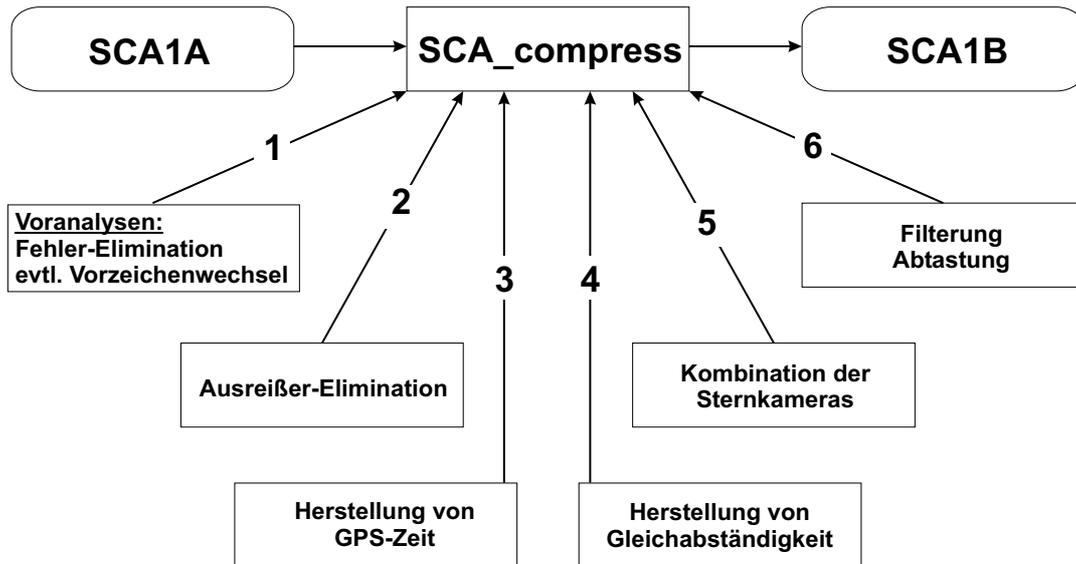


Abbildung 5.10: Schritte zur L1b-Prozessierung der Sternsensordaten

- CLK1B:  
CLK-GRACE-Uhrenkorrekturen
- Orbitdaten:  
CIS1A/ECI1A Orbit files (Earth Centered Inertial orbit file)

Output File:

- SCA1B:  
editierte Quaternionen zur Rotation vom Inertialsystem ins SRF (5-sekündig)  
mit Daten von der Primär- oder Sekundärkamera zu den Zeitpunkten, an denen nur  
eine Kamera liefert  
mit kombinierten Daten zu Zeiten, wenn beide Kameras Daten liefern  
keine Output-Daten, wenn keine Kamera (sinnvolle) Daten liefert

### Vorbereitung der CIS-Daten

Da die CIS-Daten (vom GFZ bereitgestellt) in 0.2 Hz-Rate vorliegen, zur späteren Prozessierung aber im 1.0 Hz-Takt vorliegen sollen, ist ein Up-Sampling der CIS-Daten notwendig. Getestete Verfahren sind die lineare, kubische und kubische Spline-Interpolation. Über eine Simulation von Datenlücken, die durch die verschiedenen Verfahren aufgefüllt werden, wird die beste Interpolationsart bestimmt. Das Ergebnis zeigt Abb. 5.11. Demnach ist für die Auffüllung der CIS-Daten die kubische Interpolation die günstigste Methode. Es wird aber auch deutlich, dass man sich beim Auffüllen durch kubische Interpolation auf kleine Lücken beschränken muss.

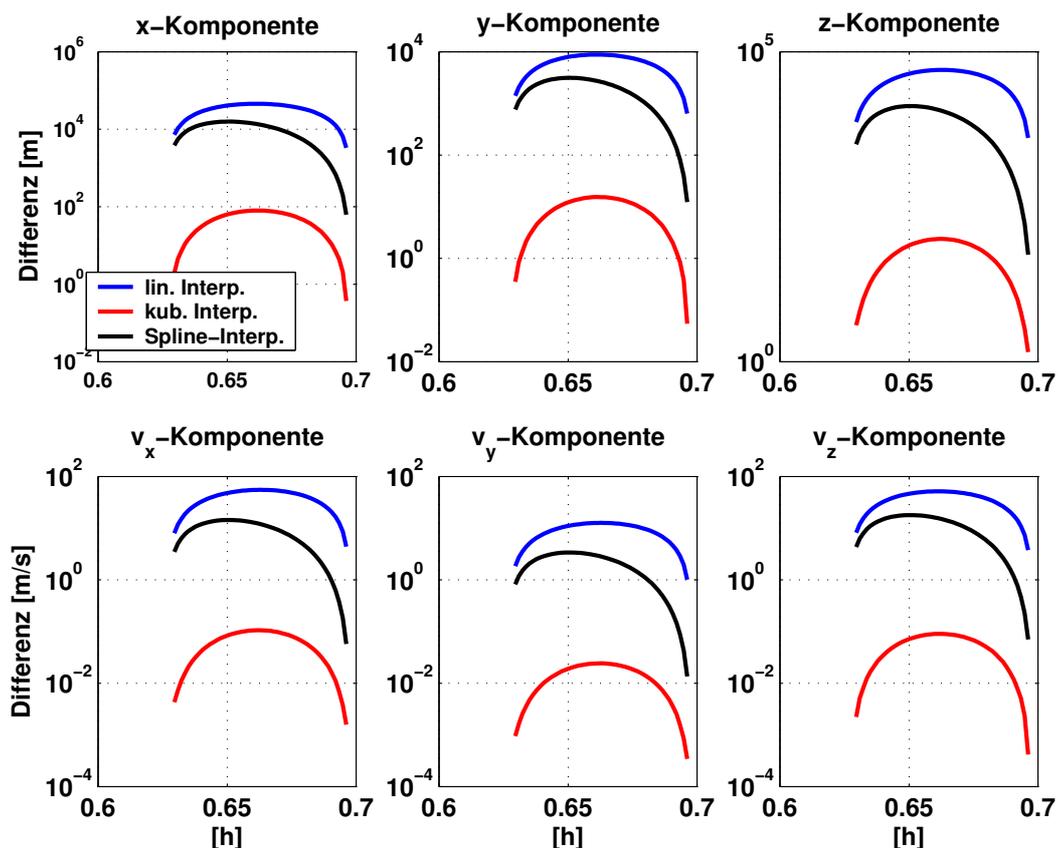


Abbildung 5.11: Vergleich der verschiedenen Interpolationsverfahren (linear, kubisch, Spline) für das Auffüllen bzw. Up-Sampling von CIS-Daten. Bei einer relativ großen Datenlücke von 250 s werden die verschiedenen Koordinaten und Geschwindigkeiten auf die drei Arten interpoliert. Als die sinnvollste Methode stellt sich aufgrund dieses Tests die kubische Interpolation heraus. Es wird aber auch deutlich, dass man sich beim Auffüllen auf kleine Lücken beschränken muss.

## Voranalyse

- Detektion und Elimination von Fehlmessungen.  
Es werden diejenigen Daten gelöscht, die vom Messinstrument auf dem Satelliten als Messfehler gekennzeichnet werden (Flag "invalid"). Des Weiteren werden die Sternkatalogresiduen geprüft, die an Bord von der Sternkamera-Software berechnet werden. Sind sie negativ oder zu groß ( $>7$ ), werden die Daten zu diesem Zeitpunkt als Messfehler betrachtet und eliminiert.
- Ändern der Vorzeichen zur Aufrechterhaltung der Kontinuität der Quaternionen.  
Wenn die Quaternionen alle Vorzeichen wechseln, dann ergibt sich keine Änderung an der Rotationsmatrix (vgl. Glch. (A.29). Um aber evtl. Interpolationen zu ermöglichen, sind abrupte Vorzeichenwechsel nicht erlaubt, weil dadurch die interpolierten Daten verfälscht würden. Auch für eine Filterung der Quaternionen hätten Vorzeichenwechsel eine Verwischung/Verfälschung der gefilterten Daten zur Folge. Das Zwischenergebnis ist in Abb. 5.14 und 5.15 dargestellt. Die L1a-Daten enthalten sowohl für Sternkamera 1 als auch für Sternkamera 2 eine Vielzahl an Ausreißern bzw. fehlerhafter Messungen. Des Weiteren treten in den Original-Daten häufige Vorzeichenwechsel auf, die nach der Bereinigung eliminiert sind.

## Detektion und Elimination von Ausreißern

Um Ausreißer in den Daten zu detektieren, wird folgendes Suchschema angewendet: Man bildet die tatsächlichen Quaternionen und vergleicht sie mit Referenz-Quaternionen. Die Referenz-Quaternionen werden aus den Orbit-Daten berechnet.

- Berechnung der tatsächlichen Quaternionen ( $R_{I,S}$ ).  
Die Quaternionen, die Transformation vom ICRF ins SRF ( $R_{I,S}$ ) zulassen, ergeben sich aus der Multiplikation der Input-Quaternionen [ $ICRF \rightarrow SCF_{1/2} (P_{I,C})$ ] und den QSA-Quaternionen [ $SCF_{1/2} \rightarrow SRF (Q_{C,S})$ ].

$$R_{I,S} = P_{I,C} \cdot Q_{C,S} \quad (5.4)$$

- Berechnung von Referenz-Quaternionen ( $E_{I,S}$ ).  
Die nominellen Quaternionen stellen die Transformation vom ICRF ins bahnbegleitende System auf. Dazu wird zunächst aus den Orbitdaten gemäß Glch. (A.14) die Transformationsmatrix  $T_{ir}$  vom ICRF ins bahnbegleitende System aufgestellt. Anschließend werden aus  $T_{ir}$  gemäß Glch. (A.37) bis (A.40) die nominellen Quaternionen abgeleitet.
- Differenz ( $D_{I,S}$ ) zwischen den tatsächlichen und den Referenz-Quaternionen.  
Die Abweichung der tatsächlichen von den Referenz-Quaternionen ergibt sich gemäß Glch. (A.23) aus der Multiplikation der Inversen von  $E_{I,S}$  mit  $R_{I,S}$ , koordiniert im Bezugssystem des SRF:

$$D_{I,S} = (E_{I,S})^{-1} \cdot R_{I,S} \quad (5.5)$$

Zur weiteren Abschätzung von Ausreißern werden die Differenz-Quaternionen  $D_{I,S}$  in die Orientierungswinkel des Satelliten: Rollwinkel  $\Delta\varphi$  (gemäß Glch. (A.31)),

## 5. Prozessierung der GRACE-Daten

### 5.3. SCA1B-Prozessierung der Sternsensordaten

---

Nickwinkel  $\Delta\theta$  (gemäß Glch. (A.32) und Kurswinkel  $\Delta\psi$  (gemäß Glch. (A.33)) konvertiert.

- Globaltest auf Ausreißer über einen kompletten Tag.

Die Residuen  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\theta$  und  $\Delta\psi$  in den Flugwinkeln des Satelliten werden einem globalen N - sigma Test (N = 33) unterzogen. Dabei werden die Daten eines ganzen Tages herangezogen, aus denen die Standardabweichung berechnet wird. Die Standardabweichung lässt sich folgendermaßen bestimmen:

$$\begin{aligned}\sigma_{\Delta\varphi} &= \sqrt{(\Delta\varphi - \Delta\varphi_M)^2} \\ \sigma_{\Delta\theta} &= \sqrt{(\Delta\theta - \Delta\theta_M)^2} \\ \sigma_{\Delta\psi} &= \sqrt{(\Delta\psi - \Delta\psi_M)^2},\end{aligned}\tag{5.6}$$

mit  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\psi$  ... Residuen

$\Delta\varphi_M$ ,  $\Delta\theta_M$ ,  $\Delta\psi_M$  ... Mittelwerte über einen ganzen Tag

$\sigma_{\Delta\varphi}$ ,  $\sigma_{\Delta\theta}$ ,  $\sigma_{\Delta\psi}$  ... Standardabweichung über einen Tag

- Lokaler Test über Zeitspannen von 300 Sekunden.

In diesem Schritt werden die Residuen lokal auf Ausreißer geprüft. Ausreißer werden durch Vergleich mit der Umgebung des Ausreißers detektiert. Vorgehensweise: Abhängig von der Anzahl der Datenpunkte  $N_p$  über eine Periode von  $\pm 150$  sec wird um die zentrale Auswertungsstelle gemäß Kap. B.3 (kleinste Quadratausgleichung) herum ein Polynomfit vorgenommen.

Bei  $N_p > 20$  wird ein Polynom dritten Grades gefittet.

Bei  $5 < N_p \leq 20$  wird ein Polynom zweiten Grades gefittet.

Bei  $N_p \leq 5$  wird kein Polynomfit vorgenommen.

Der jeweilige Polynomfit wird für jede einzelne Auswertungsstelle wiederholt. Als Auswertungskriterium werden die Residuen herangezogen: Ist das Residuum größer als die Schranke  $3.0 \sigma$ , wird die Messung gelöscht.

Getestet wurden zwei weitere Parameter: Zum einen wurde der Grad des Polynoms auf 5 erhöht (vgl. Abb. 5.12), zum anderen wurde eine höhere Schranke untersucht ( $3.3 \sigma$ ). Durch eine Erhöhung des Polynomgrades werden die Kurven der Orientierungswinkel des Satelliten besser nachgebildet. Eine höhere Standardabweichung detektiert weniger Ausreißer. An diesem untersuchten Tag (2003-04-25) dürfte ein geeigneter Wert  $3.3 \sigma$  sein (vgl. Tab. 5.1).

Abb. 5.13 zeigt die Residuen aufgeteilt in einem Histogramm und klassifiziert in 5 verschiedene Klassen, abhängig von den Standardabweichungen. Die Klassen 1 bis 3, die allesamt kleiner als die Schranke  $3.0 \sigma$  sind, sind am stärksten vertreten und bleiben erhalten für die weitere Prozessierung. Vom JPL werden die Daten, bei denen die Residuen größer als  $3.0 \sigma$  sind, gelöscht. Detaillierte Untersuchungen haben ergeben, dass  $3.0 \sigma$  eine enge Schranke sein kann für die Beurteilung

von Ausreißern. Belegt wird diese Behauptung durch Tab. 5.1. Mit  $3.3 \sigma$  wird nur die Hälfte der Daten gelöscht wie bei  $3.0 \sigma$ . Der Unterschied zwischen TUM- und JPL-Ausreißertests besteht in der Wahl der Standardabweichung und in der Wahl der Ordnung.

Nr.	Methode	$\psi$	$\theta$	$\varphi$
1	kubisches Polynom ( $3.0 \sigma$ )	0.734 %	0.257 %	0.207 %
2	kubisches Polynom ( $3.3 \sigma$ )	0.323 %	0.151 %	0.102 %
3	Polynom 5. Grades ( $3.0 \sigma$ )	0.861 %	0.880 %	0.492 %
4	Polynom 5. Grades ( $3.3 \sigma$ )	0.471 %	0.501 %	0.267 %

Tabelle 5.1: Überblick über den Anteil der gelöschten Daten.

Abb. 5.14 und 5.15 zeigen das Zwischenergebnis der L1b-Prozessierung nach der Detektion und Elimination der Fehlmessungen und Ausreißer und der Beseitigung der Vorzeichenwechsel in den Quaternionen. Eine große Anzahl an Ausreißern ist v.a. in Kamerasystem Nr. 2 zu entdecken. Sichtbar wird anhand der Abb. die Kontinuität in den Datensätzen, v.a. in Kamerasystem Nr. 1. In Kamerasystem Nr. 2 bleiben längere Datenlücken noch übrig.

5. Prozessierung der GRACE-Daten  
 5.3. SCA1B-Prozessierung der Sternsensordaten

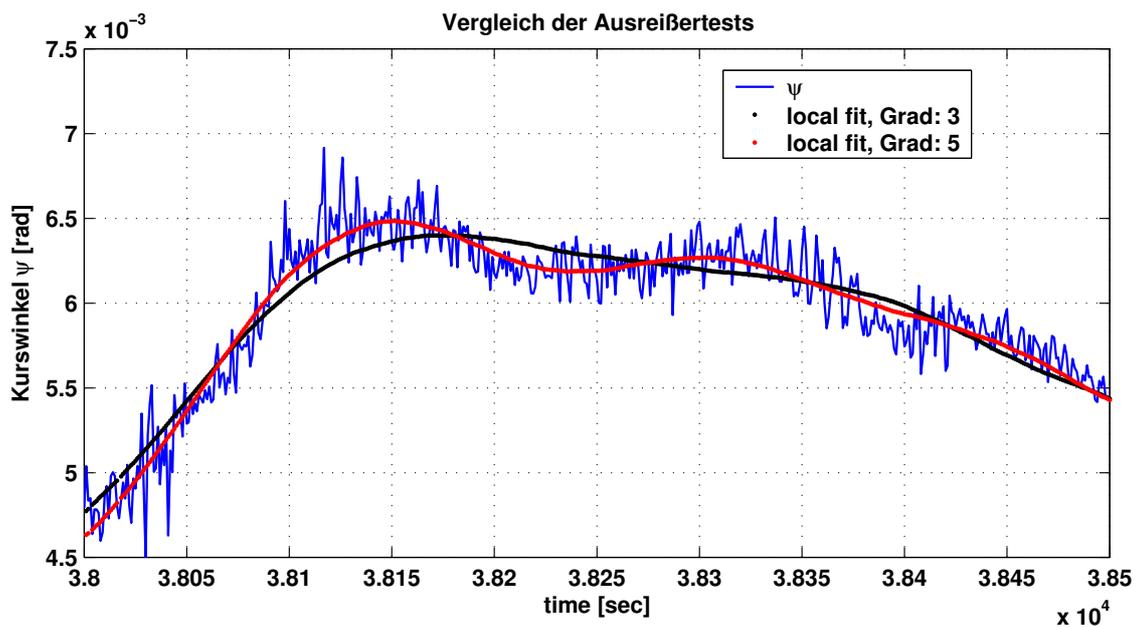


Abbildung 5.12: Darstellender Vergleich der verschiedenen Fit-Möglichkeiten: einfache Mittelwertbildung ( $\Delta t = 300.0$  sec), kubisches Polynom ( $\Delta t = 300.0$  sec), kubisches Polynom ( $\Delta t = 1.0$  sec), Polynom mit Grad 5 ( $\Delta t = 1.0$  sec).

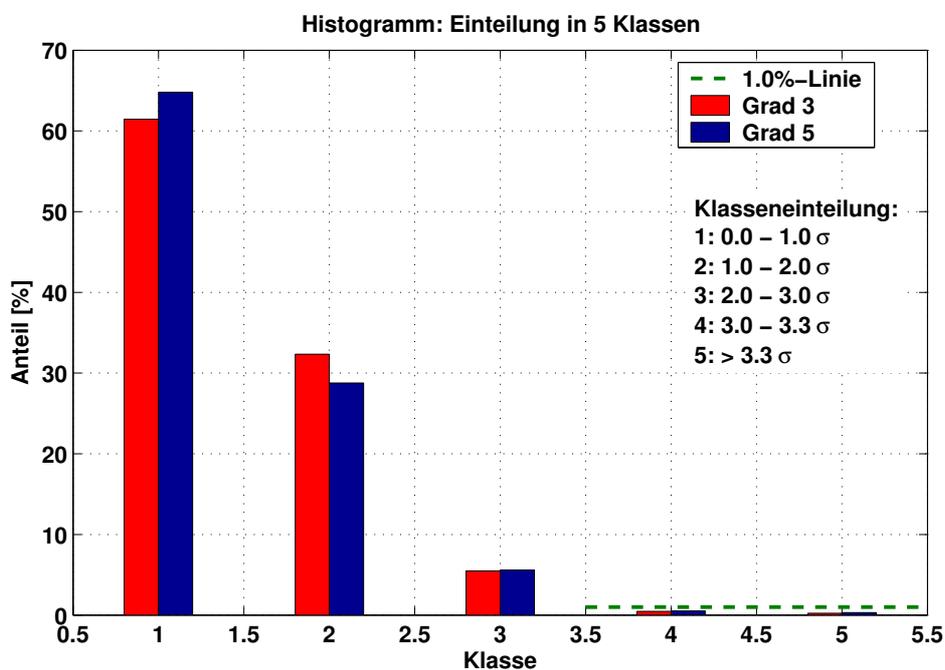


Abbildung 5.13: Einteilung der Residuen der gefitteten Polynome für Grad 3 und Grad 5 in fünf verschiedene Klassen.

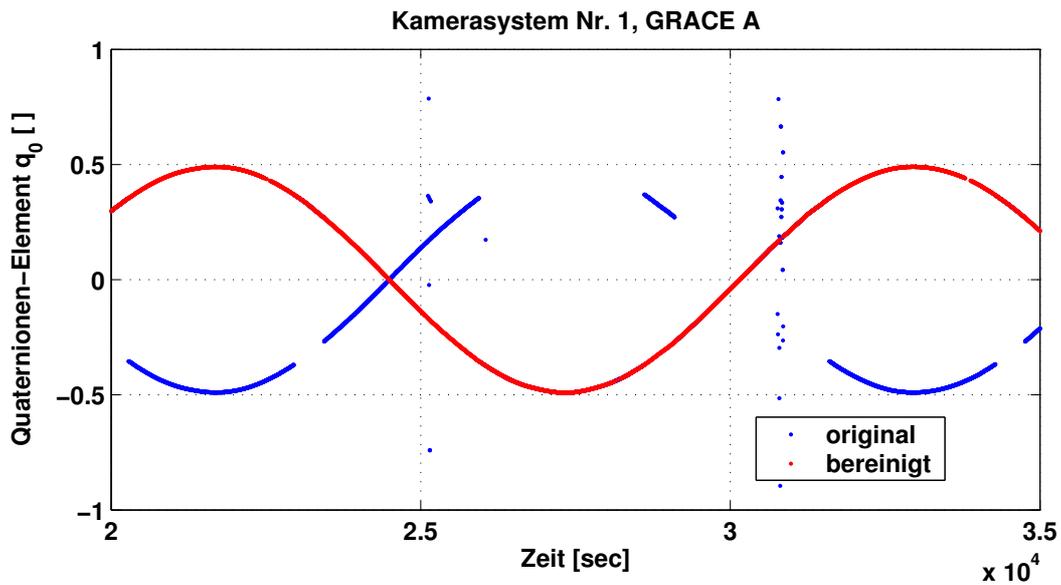


Abbildung 5.14: Darstellung des Zwischenergebnisses für Kamerasystem 1 nach der Voranalyse (inkl. Vorzeichenwechsel, Elimination der Fehlmessungen und Ausreißern) anhand des Quaternionenelements  $q_0$  vor und nach der Voranalyse. Zu sehen sind ein paar Vorzeichenwechsel, ein paar Ausreißer und/oder Fehlmessungen.

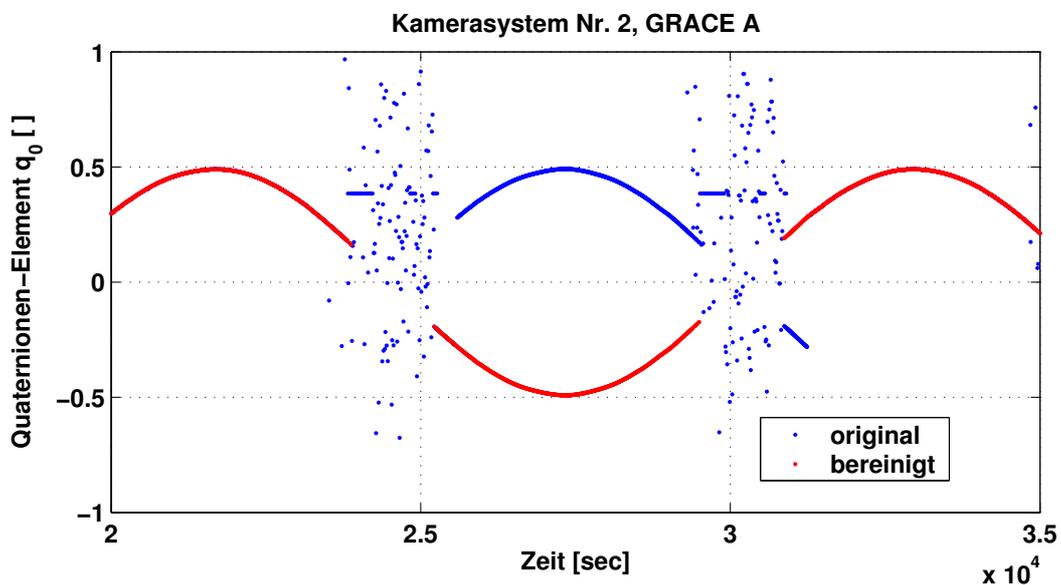


Abbildung 5.15: Darstellung des Zwischenergebnisses für Kamerasystem 2 nach der Voranalyse (inkl. Vorzeichenwechsel, Elimination der Fehlmessungen und Ausreißern) anhand des Quaternionenelements  $q_0$  vor und nach der Voranalyse. Zu sehen sind ein paar Vorzeichenwechsel, eine große Anzahl an Ausreißern und/oder Fehlmessungen.

## 5. Prozessierung der GRACE-Daten

### 5.3. SCA1B-Prozessierung der Sternsensordaten

#### Herstellung von GPS-Zeit

Die Satellite Clock Offsets  $\Delta t_{\text{clock}}$ , die vom CLK1B-File geliefert werden, werden für jeden Zeitpunkt durch kubische Interpolation ermittelt (vgl. Kap. 5.1). Damit lassen sich gemäß Glch. (5.1) die Receiver-Zeiten in GPS-Zeit umrechnen.

Falls im CLK1B-File eine Datenlücke vorliegt und deswegen keine gültige  $\Delta t_{\text{clock}}$ , werden die Zeitkorrekturen extrapoliert, damit Kontinuität in den ACC1B-Daten zu gewährleisten. Ist dies der Fall, wird ein quality flag gesetzt.

#### Herstellung von Gleichabständigkeit: Resampling der Sternsensordaten an den ganzzahligen Sekunden für beide Kameras.

Herangezogen werden Daten innerhalb  $\pm 2.5$  sec um den gesampelten Zeitpunkt herum. Das Intervall kann bis zu  $\pm 5.0$  sec aufgeweitet werden, bis 3 Datenpunkte verfügbar sind. Die Interpolation ist abhängig von der Anzahl der Zeitpunkte im Intervall:

- quadratisches Polynom, wenn  $N \geq 3$
- linear, wenn  $N = 2$
- nächste Nachbarschaft, wenn  $N = 1$

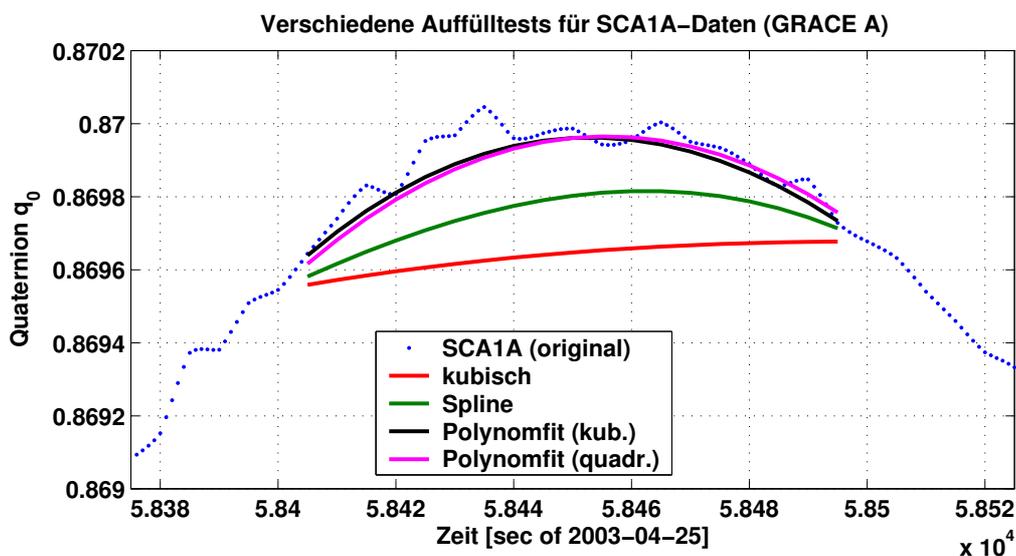


Abbildung 5.16: Darstellung verschiedener Verfahren zum Auffüllen einer SCA1A-Datenlücke: kubische und Spline-Interpolation sowie Polynomfits 2. und 3. Ordnung.

Abb. 5.16 zeigt verschiedene Verfahren zum Auffüllen einer SCA1A-Datenlücke: kubische Interpolation, die Spline-Interpolation sowie Polynomfits zweiter und dritter Ordnung mit Überbestimmung. Eindeutig nicht verwendbar sind die kubische oder die Spline-Interpolation. Daher wird ein Polynomfit mit Überbestimmung angewendet. Dabei ist ersichtlich, dass der überbestimmte Polynomfit bei zu großen Datenlücken ebenfalls nicht

allzu gute Ergebnisse liefert, weil die Quaternionen einen sehr unruhigen Verlauf haben. Somit dürfen nicht zu lange Quaternionen-Datenlücken aufgefüllt werden. Als Maximum für das Auffüllen von Datenlücken werden gemäß JPL maximal 10-sekündige Datenlücken verwendet. Als Interpolationsmethode wird gemäß JPL ein quadratischer Polynomfit verwendet.

### Kombination der Sternkameras

Die interpolierten Daten beider Sternkameras werden zu den Zeitpunkten, an denen Daten beider Kameras vorliegen, folgendermaßen kombiniert (vgl. Herleitung von *Romans (JPL)* [11]):

Im Folgenden sei gegeben:

$Q_{a,s}$  = Quaternion vom Kamerasystem 1 (SCF1) ins SRF (aus QSA1A)

$Q_{b,s}$  = Quaternion vom Kamerasystem 2 (SCF2) ins SRF (aus QSA1A)

$Q_{I,a}$  = Quaternion vom Inertialsystem ins Kamerasystem 1 (aus SCA1B)

$Q_{I,b}$  = Quaternion vom Inertialsystem ins Kamerasystem 2 (aus SCA1B)

1. Rotation der gemessenen Quaternionen für beide Sternkameras (Inertialsystem  $\rightarrow$  SRF)

$$Q_{I,SRF}^{(a)} = Q_{I,a} \cdot Q_{a,SRF} \quad (5.7)$$

$$Q_{I,SRF}^{(b)} = Q_{I,b} \cdot Q_{b,SRF} \quad (5.8)$$

2. Differenz zwischen beiden obigen Quaternionen

$$D = (Q_{I,SRF}^{(a)})^{-1} \cdot Q_{I,SRF}^{(b)} = (1, \Delta_{ab}), \quad (5.9)$$

wobei  $\Delta_{ab}$  = Vektorteil des Quaternionen D mit allen Elementen  $\ll 1$

3. Das optimal kombinierte Quaternion ergibt sich aus

$$Q_{I,SRF}^{opt} = Q_{I,SRF}^{(a)} \cdot (1, M\Delta_{ab}) \quad (5.10)$$

mit der Rotationsmatrix

$$M_2 = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\lambda \\ 0 & -\lambda & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.11)$$

mit  $\lambda = \frac{\kappa^2 - 1}{\kappa^2 + 1}$  und dem Skalierungsfaktor  $\kappa = 8$ , der die Unsicherheit der z-Achse beschreibt.

An Zeitpunkten, an denen Daten nur von einer Kamera existieren, werden diese Quaternionen übernommen und an Zeitpunkten, an denen von keiner Kamera Daten vorliegen, gibt es keine Output-Daten. Das Zwischenergebnis dieses Schrittes wird in Abb. 5.17 dargestellt. Die Kombination der Quaternionen stellt eine Art Mittelbildung der beiden Kameras dar. Eine wesentliche Eigenschaft ist, dass die kombinierten Daten wesentlich glatter verlaufen als zuvor die Quaternionen aus Kamera 1 und Kamera 2.

## 5. Prozessierung der GRACE-Daten

### 5.3. SCA1B-Prozessierung der Sternsensordaten

---

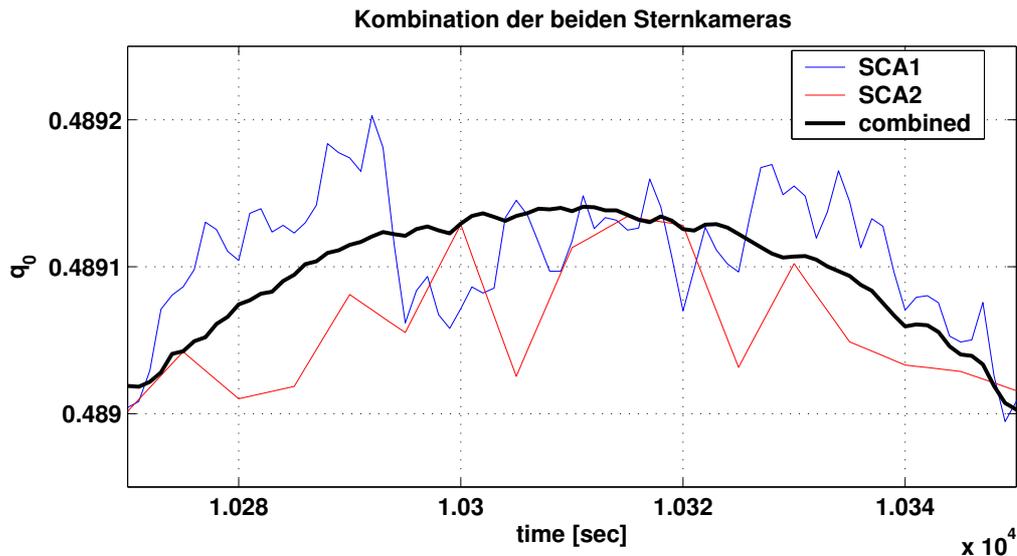


Abbildung 5.17: Kombination der beiden Sternkameras: Sternkamera 1, Sternkamera 2, Kombination der beiden Sternkameras.

#### Filterung und Abtastung

Die Quaternionen-Daten werden mit einem digitalen CR 7-Filter, der Bandweite 100 mHz und der Datenspanne von 70.7 sec um den gesampelten Zeitpunkt herum komprimiert.

#### Output

- Header
- komprimierte Sternsensordaten (4 Komponenten der komprimierten/kombinierten Quaternionen)
- quality flags für evtl. extrapolierte CLK1B-Uhrkorrekturen
- quality flags, die Daten mit einer niedrigen Input-Datenrate (5 Sekunden) dokumentieren
- Flag, der anzeigt, wie die Output-Quaternionen entstanden sind
  - 1: Quaternionen von ausschließlich Sternkamera Nr. 1
  - 2: Quaternionen von ausschließlich Sternkamera Nr. 2
  - 4: Kombination der Quaternionen zweier Sternkameras

## 5.4 [HK]1B-Prozessierung der Housekeeping-Daten

Die L1b-Prozessierung der Housekeeping-Daten läuft nach dem Schema gemäß Abb. 5.18 ab. Bei den Housekeeping-Daten handelt es sich um: AHK1A, IHK1A, MAG1A, MAS1A, THR1A, TNK1A.

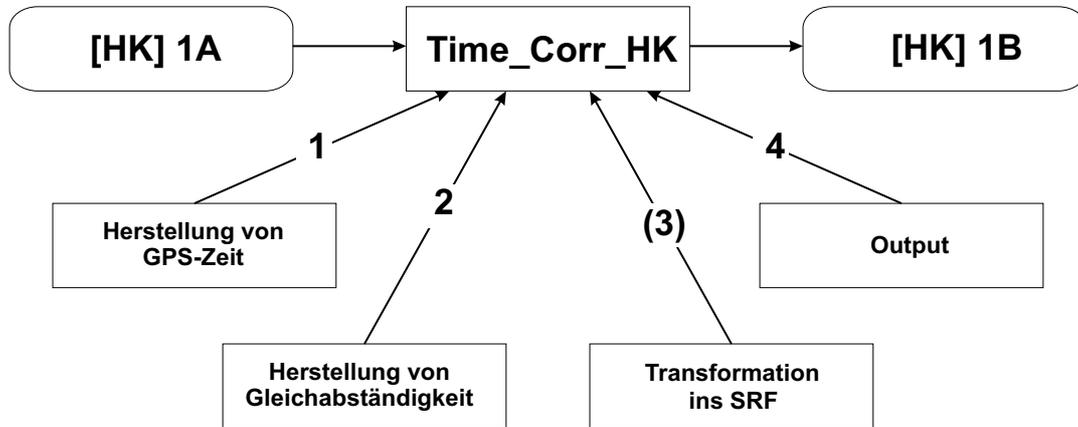


Abbildung 5.18: L1b-Prozessierungsschema für die GRACE-Housekeeping-Daten (AHK1A, IHK1A, MAG1A, MAS1A, THR1A, TNK1A)

### Herstellung von GPS-Zeit

Durch lineare Interpolation der timetags aus dem CLK1B-File und additives Anbringen des timetags an die Empfängerzeit gemäß Glch. (5.1) wird für die Housekeeping-Daten die GPS-Zeit hergestellt. Zeitspannen, in denen keine gültigen Zeitkorrekturen vorliegen, werden extrapoliert, um die Kontinuität in den Housekeeping-Daten zu gewährleisten.

### Herstellung von Gleichabständigkeit durch Interpolation

Durch lineare Interpolation werden die Housekeeping-Daten auf ganzzahlige Vielfache von 0.1 sec, 1.0 sec etc. interpoliert.

### Transformation ins SRF

Eine Rotation ins SRF ist lediglich für MAG1A-Daten notwendig. Für die anderen Housekeeping-Daten entfällt dieser Schritt. Die MAG1A-Dateien enthalten die Magnetfeldkomponenten in  $x_{\text{meas}}$ ,  $y_{\text{meas}}$  und  $z_{\text{meas}}$  (Einheit:  $\mu\text{T}$ ), und sind in L1a im Magnetometer-Referenzrahmen koordiniert. Daher wird eine Transformation ins SRF notwendig, die über Glch. (3.4) erfolgt.

### Output

Das Output-File enthält die aktualisierten Housekeeping-Daten und die quality flags.

# Kapitel 6

## Vergleich der Prozessierungsstrategien

In diesem Kapitel wird ein Vergleich zwischen den L1b-Lösungen des JPL und der in dieser Diplomarbeit erstellten Lösung (ab sofort TUM-Lösung) durchgeführt.

### 6.1 Akzelerometer-Daten

#### 6.1.1 Differenz zwischen JPL-ACC1B und TUM-ACC1B

##### Zeithereich

Abb. 6.1 zeigt die Differenz zwischen der L1b-Lösung des JPL und der TUM für die Radial-Komponente von GRACE B. Die Effekte und Erkenntnisse, die aus dieser Abb. herauszulesen sind, gelten analog für beide Satelliten, für alle Komponente und für den gesamten Zeitraum (2003-04-25 bis 2003-04-27), der untersucht worden ist. Zur Verdeutlichung wird eine kurze Periode (25.9 d bis 26.0 d) in Abb. 6.2 näher betrachtet.

Folgerung aus Abb. 6.1 und 6.2:

- Die meiste Zeit sind die Differenzen beinahe Null (Residuen liegen ungefähr im Bereich  $10^{-14} \text{ ms}^{-2}$ ). Diese kleinen Residuen können als numerische Ungenauigkeiten interpretiert werden, weil die Größenordnung der Differenzen eindeutig kleiner sind als die erwartete Genauigkeit eines GRACE-Akzelerometers. Es kann gesagt werden, dass während dieser Epochen die L1b-Prozessierungsverfahren von JPL und TUM übereinstimmen.
- Aber die Phasen, in denen die Residuen fast Null sind, werden unterbrochen von einer großen Anzahl an Peaks und Spikes, deren Größenordnung etwa bei  $10^{-9} \text{ ms}^{-2}$  liegt, manchmal sogar bis  $10^{-8} \text{ ms}^{-2}$  ansteigt.
- Des Weiteren scheint es, dass die Peaks periodisch auftreten und dass ihr Auftreten unabhängig ist von den beobachteten Achsen ( $x_{\text{SRF}}$ ,  $y_{\text{SRF}}$ ,  $z_{\text{SRF}}$ ) und den Satelliten (GRACE A, B). Dieses Verhalten zeigt sich während der kompletten untersuchten Zeitspanne.

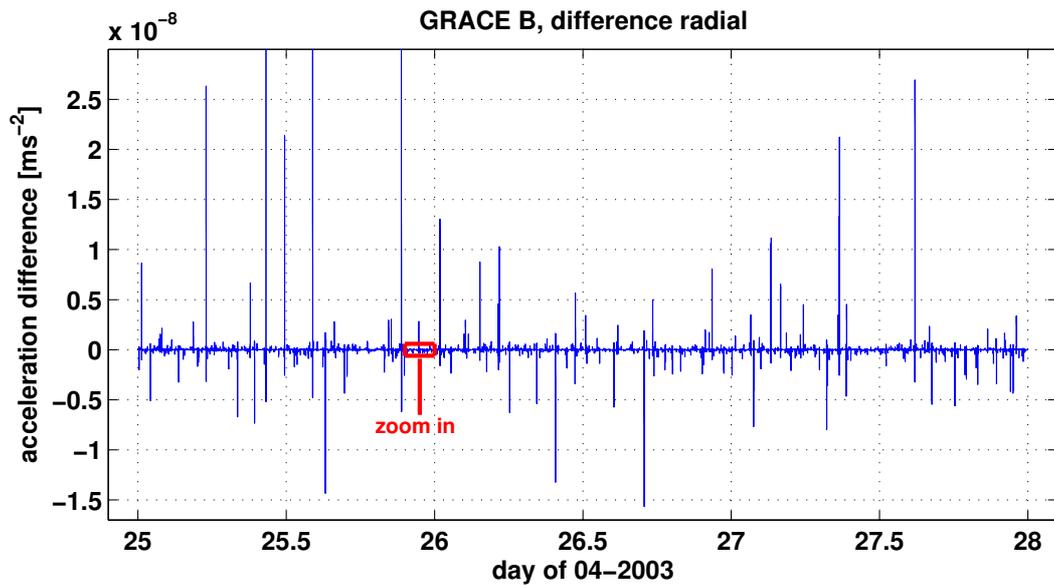


Abbildung 6.1: Absolutdifferenz zwischen dem L1b-Produkt von JPL und der TUM-Lösung, dargestellt für die komplette Periode vom 2003-04-25 bis 2003-04-27 für GRACE B, z-Komponente ("radial").

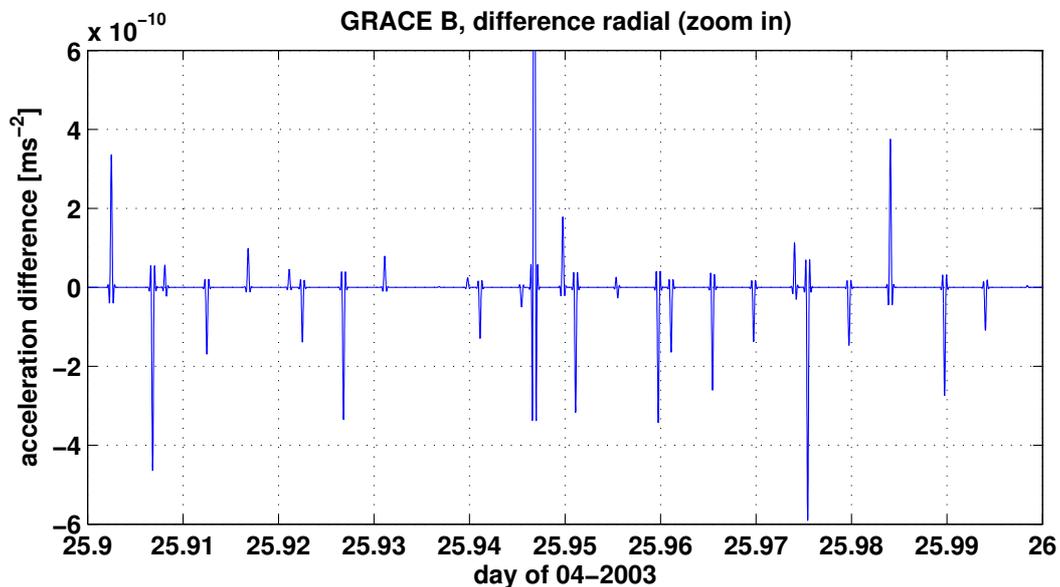


Abbildung 6.2: Darstellung eines Ausschnitts ( $t = 25.9$  d bis  $26.0$  d) und Illustration des Auftretens der Spikes. Spikes werden eindeutig sichtbar und zwischen den Spikes bewegen sich die Residuen nahe bei Null.

## 6. Vergleich der Prozessierungsstrategien

### 6.1. Akzelerometer-Daten

#### Frequenzbereich

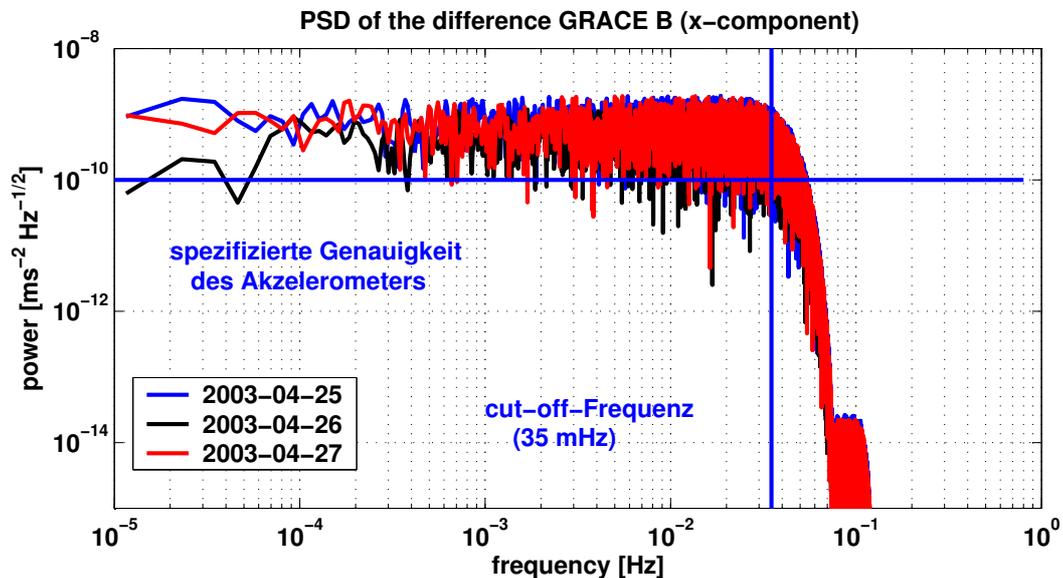


Abbildung 6.3: PSD der Differenz von GRACE A (x-Komponente)

Um die Differenzen im Frequenzbereich zu analysieren, wird das PSD der Differenzen aus dem Zeitbereich berechnet. Abb. 6.3 zeigt das PSD der Differenzen für die drei untersuchten Tage, auch stellvertretend für alle Komponenten und beide Satelliten. Das Verhalten im Frequenzbereich erweist sich als weißes Rauschen in allen Frequenzen bis 0.035 Hz (= Tiefpass-Bandweite für die Beschleunigungsdaten). Für Frequenzen, die größer als 0.035 Hz sind, fällt die Energie ab, weil ab 0.035 Hz der Tiefpass-Filtereffekt des CR7-Filters eintritt. Bei den Signalanteilen für Frequenzen unter 0.035 Hz ist eine unklare Diskrepanz zu finden. Das Rauschniveau ist in Tabelle 6.1 aufgelistet, an der folgende Aspekte aufgezeigt werden:

- Das Rauschniveau der Differenzen befindet sich in der Größenordnung um  $10^{-9}$  bis  $10^{-10} \text{ ms}^{-2}\text{Hz}^{-1/2}$ . Die Energie der Rausch-Levels ist, verglichen mit der spezifizierten Genauigkeit eines Beschleunigungsmessers, eine Größenordnung größer, zumindest für die sensitiven Achsen (along track, radial).
- Im Allgemeinen ist das Rauschniveau der x-Achse (along track) für beide Satelliten um einen Faktor von etwa 10 kleiner als das für die anderen Komponenten.
- Gemäß Tab. 6.1 sind die Filterungsstrategien von JPL und TUM bei GRACE A ähnlicher als bei GRACE B, weil das Rauschniveau von Satellit A während der gesamten drei Tage um einen Faktor zwischen 2 und 3 kleiner ist als das von Satellit B.

Datum	GRACE	x-Komponente [ms <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup> ]	y-Komponente [ms <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup> ]	z-Komponente [ms <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup> ]
2003-04-25	A	$4.2 \cdot 10^{-10}$	$7.8 \cdot 10^{-10}$	$1.4 \cdot 10^{-9}$
2003-04-25	B	$8.2 \cdot 10^{-10}$	$5.7 \cdot 10^{-9}$	$5.6 \cdot 10^{-9}$
2003-04-26	A	$3.2 \cdot 10^{-10}$	$8.2 \cdot 10^{-10}$	$8.6 \cdot 10^{-10}$
2003-04-26	B	$4.5 \cdot 10^{-10}$	$1.4 \cdot 10^{-9}$	$1.8 \cdot 10^{-9}$
2003-04-27	A	$4.0 \cdot 10^{-10}$	$2.2 \cdot 10^{-9}$	$1.3 \cdot 10^{-9}$
2003-04-27	B	$6.8 \cdot 10^{-10}$	$5.3 \cdot 10^{-9}$	$2.8 \cdot 10^{-9}$
Gesamtzeit	A	$3.8 \cdot 10^{-10}$	$1.3 \cdot 10^{-9}$	$1.2 \cdot 10^{-9}$
Gesamtzeit	B	$6.5 \cdot 10^{-10}$	$4.2 \cdot 10^{-9}$	$3.4 \cdot 10^{-9}$

Tabelle 6.1: Auflistung der Rauschniveaus von den Differenzen zwischen JPL und TUM an den verschiedenen Tagen für beide Satelliten und für alle drei SRF-Achsen (along track, cross track, radial)

### 6.1.2 Ursachen für das Auftreten der Residuen

In diesem Abschnitt werden sämtliche quality flags im untersuchten Zeitraum (2003-04-25 bis 2003-04-27) untersucht.

#### Korrelation der L1b quality flags mit den Residuen

In diesem Abschnitt wird eine starke Korrelation zwischen den Differenzen und den L1b-quality flags des JPL aufgedeckt. In der Abb. 6.4 werden die Residuen zwischen den L1b-Lösungen der JPL und der TUM und die L1b-quality flags des JPL überlagert an einem zufällig ausgewählten Zeitintervall. Diese Abb. ist repräsentativ für alle Komponenten und beide Satelliten. Eindeutig abgebildet ist eine starke Korrelation zwischen der Präsenz der JPL-L1b-quality flags und den Differenzen:

- Die Differenzen sind immer genau dann ungefähr Null ( $10^{-14}$ ), wenn die L1b-quality flags der JPL-Daten gleich "00000000" (ab sofort: "ungeflägt") sind. Die JPL- und TUM-Prozessierungsstrategie stimmen somit immer dann überein, wenn die JPL-L1b-Daten ungeflägt sind. Die meiste Zeit sind die JPL-L1b-quality flags gleich "00000000".
- Die Residuen zwischen JPL und TUM steigen auf Werte an, die bis zu zwei Größenordnungen größer sind als die spezifizierte Genauigkeit (ein paar  $10^{-8}$  ms<sup>-2</sup>), wenn das JPL die quality flags ungleich "00000000" (ab sofort: "geflägt") setzt.

Dies wird zusätzlich belegt durch Tab. 6.2. Ungeflägte JPL-L1b-Daten weisen nicht signifikante Abweichungen auf. Die Abweichungen der geflägten Daten sind um 5 Größenordnungen größer und können deutlich größere Residuen annehmen als die spezifizierte Genauigkeit von Akzelerometern. Dies zeigt auch Abb. 6.5, das das Komplettdifferenzspektrum auf zwei Spektren aufteilt, und zwar in ein Spektrum von geflägten JPL-L1b-Daten und in ein Spektrum von ungeflägten JPL-L1b-Daten. Die geflägten Daten sind praktisch identisch mit dem Niveau der Komplettdaten. Die ungeflägten Daten sind im Bereich numerischer Ungenauigkeit.

6. Vergleich der Prozessierungsstrategien  
 6.1. Akzelerometer-Daten

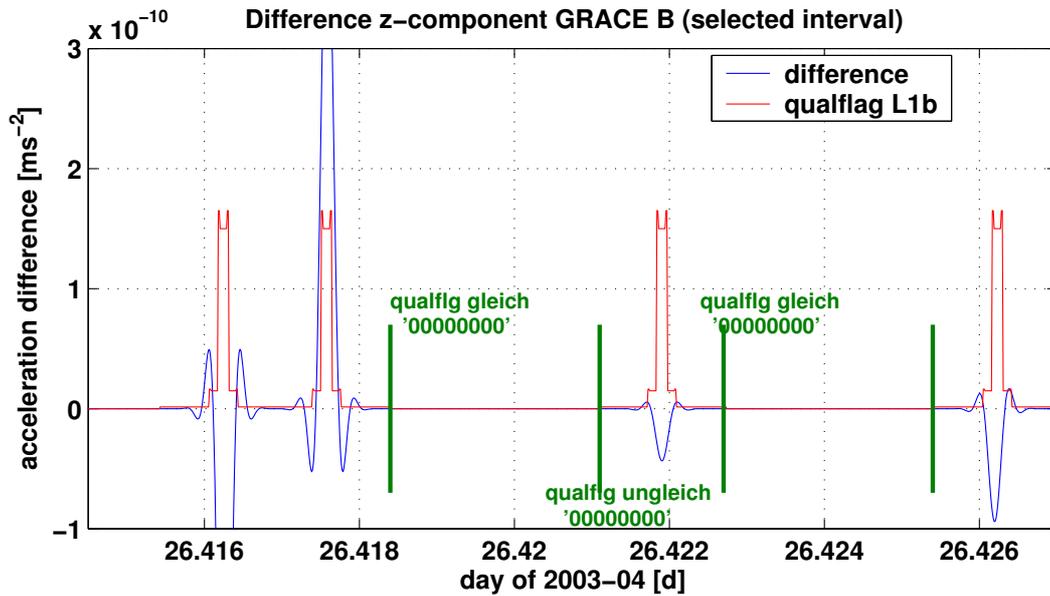


Abbildung 6.4: Darstellung der Korrelation an der z-Komponente (SRF), GRACE B.

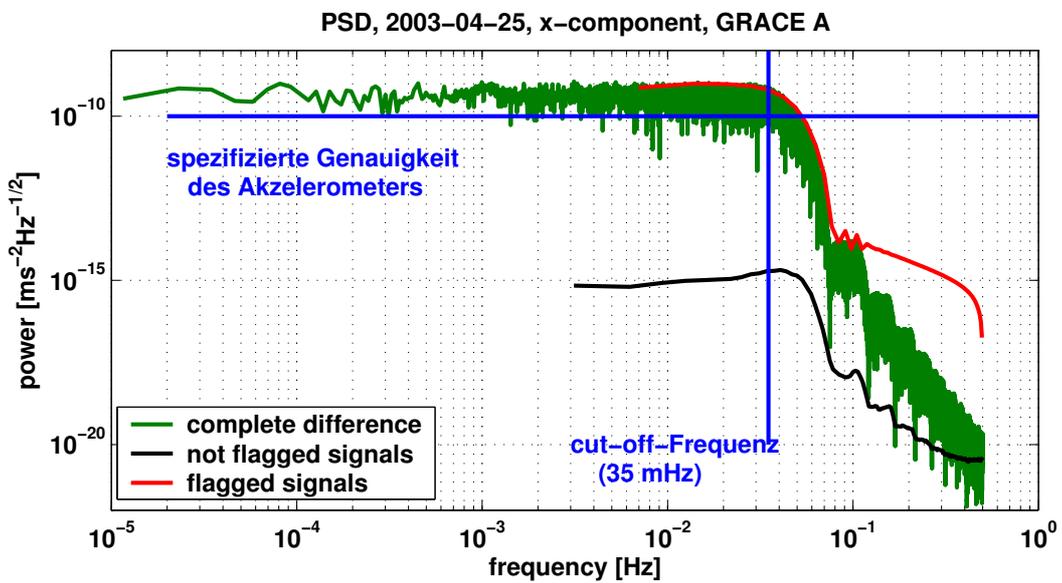


Abbildung 6.5: PSD-Vergleich für GRACE A (x-Komponente) am 2003-04-25.

## 6. Vergleich der Prozessierungsstrategien

### 6.1. Akzelerometer-Daten

2003-04-25	JPL-L1b-qualflg	lin.acc.x [ $\text{ms}^{-2}$ ]	lin.acc.y [ $\text{ms}^{-2}$ ]	lin.acc.z [ $\text{ms}^{-2}$ ]
GRACE A	00000000	$3.1589 \cdot 10^{-16}$	$1.0295 \cdot 10^{-15}$	$1.5827 \cdot 10^{-15}$
	$\neq$ 00000000	$5.1294 \cdot 10^{-11}$	$6.3192 \cdot 10^{-11}$	$1.0056 \cdot 10^{-10}$
GRACE B	00000000	$8.4129 \cdot 10^{-17}$	$2.8054 \cdot 10^{-16}$	$9.5192 \cdot 10^{-16}$
	$\neq$ 00000000	$4.1760 \cdot 10^{-11}$	$1.1902 \cdot 10^{-10}$	$1.3982 \cdot 10^{-10}$

Tabelle 6.2: Mittlerer Betrag der Residuen zwischen JPL und TUM-ACC-Daten am 2003-04-25 (von JPL-L1b-quality flags abhängige Untersuchung). Analog für die anderen Tage.

Weil Residuen immer dann auftreten, wenn die JPL-ACC1B-Daten gefläggt sind, ist es sinnvoll, herauszufinden, welche Bedeutung die L1b-quality flags des JPL haben. Unter der Berücksichtigung, dass ausschließlich die Bits Nr. 5, 6 oder 7 aktiv werden, und der Tab. 6.3, der die Bedeutung der Flags entnommen werden, **zeigt sich, dass gefläggt JPL-Daten durch Interpolation aufgefüllt wurden**. Wenn eine Interpolation vorgenommen wird, so müssen in den Originaldaten (L1a-Daten) Datenlücken oder Messfehler vorliegen. Daher wird später eine Untersuchung der L1a-Daten und L1a-quality flags vorgenommen.

- bit 0: nicht definiert
- bit 1: nicht definiert
- bit 2: extrapolierte Uhrkorrektur  $> 15$  s vom Fit-Zentrum
- bit 3: extrapolierte Uhrkorrektur  $> 5$  s vom Fit-Zentrum
- bit 4: extrapolierte Uhrkorrektur  $< 5$  s vom Fit-Zentrum
- bit 5: gefüllte Daten  $> 15$  s vom Fit-Zentrum
- bit 6: gefüllte Daten  $> 5$  s vom Fit-Zentrum
- bit 7: gefüllte Daten  $< 5$  s vom Fit-Zentrum

Tabelle 6.3: Beschreibung der Definition des quality flags (8 bit) der ACC1B-Daten. Die Bits werden von rechts nach links gelesen.

## 6. Vergleich der Prozessierungsstrategien

### 6.1. Akzelerometer-Daten

#### Untersuchung der Dauer der JPL-L1b-quality flags

Die nächste Frage, die geklärt wird, ist, wie lange dauern die Phasen an, in denen die JPL-Daten gefläggt oder ungeflägggt sind. Zur Beantwortung dieser Frage dienen die Abb. 6.7 und 6.8, die Folgendes darlegen (vgl. Zusammenfassung Tab. 6.4):

- GRACE A: Die Phasen, bei denen die JPL-L1b-Daten ungeflägggt sind, halten stets für 292 oder 321 Sekunden an. Unterbrochen werden diese Phasen für entweder 144 oder 173 Sekunden, während denen die JPL-L1b-Daten geflägggt sind.
- GRACE B: Dies gilt analog für GRACE B, die Zeitintervalle sind jedoch unterschiedlich: Ungefläggte Perioden dauern entweder 117, 232 oder 347 Sekunden und gefläggte Perioden halten für 144 oder 259 Sekunden an.

	qualflg = "00000000"	qualflg $\neq$ "00000000"
GRACE A	292, 321 sec	144, 173 sec
GRACE B	117, 232, 347 sec	144, 259 sec

Tabelle 6.4: Statistik über die verschiedenen Zeitdauern von Beschleunigungsdaten, die geflägggt und/oder ungeflägggt sind.

Anhand von Abb. 6.6 soll das Prinzip der Entwicklung des quality flags klar werden:

- Periode I (während der der quality flag gleich "00000000" ist und demnach auch kein Residuum vorliegt) dauert 292 oder 321 sec.
- Abgelöst wird Periode I durch Periode II, die 144/173 sec dauert. Während Periode II ist der quality flag ungleich "00000000" und es liegen Residuen vor.
- Nach Beendigung der flagged folgt eine unflagged-Phase (Periode III) mit einer Dauer von 292 oder 321 sec.
- Periode IV, die geflägggt ist, löst wiederum die ungefläggte Periode III ab, usw.

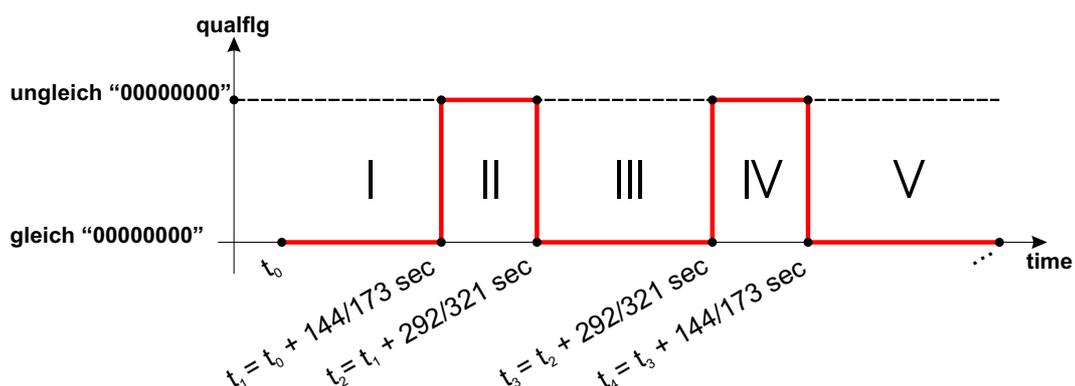


Abbildung 6.6: Prinzipielle Darstellung der systematischen Entwicklung der JPL-L1b-quality flags anhand von GRACE A. Dieses Schema gilt analog für GRACE B, jedoch mit anderen Zeitintervallen.

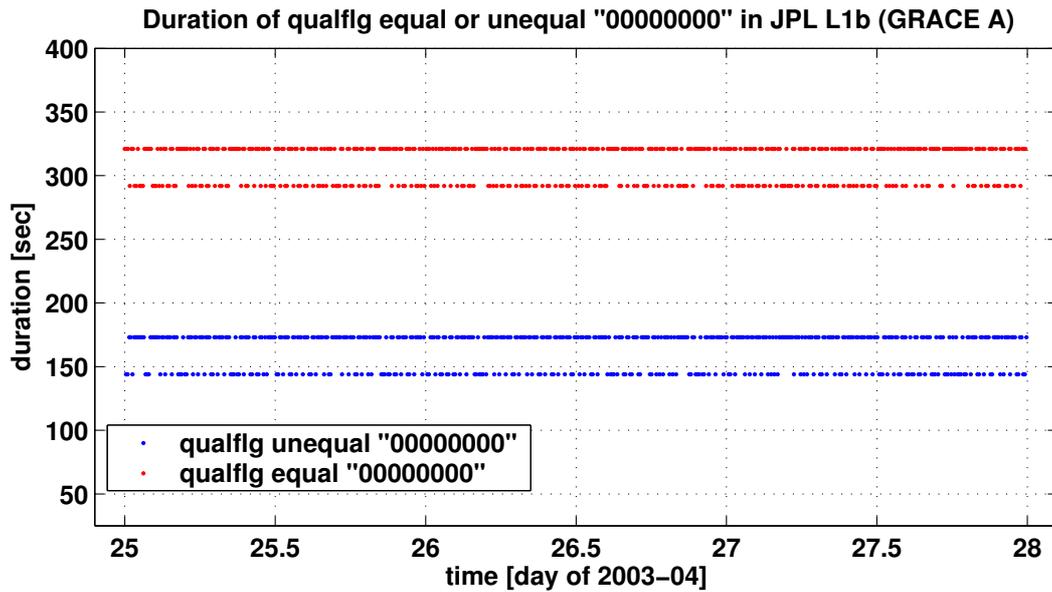


Abbildung 6.7: Darstellung, wie lange die Phasen andauern, bis der JPL-L1b-quality flag wechselt von ungleich "00000000" auf gleich "00000000" oder umgekehrt für GRACE A.

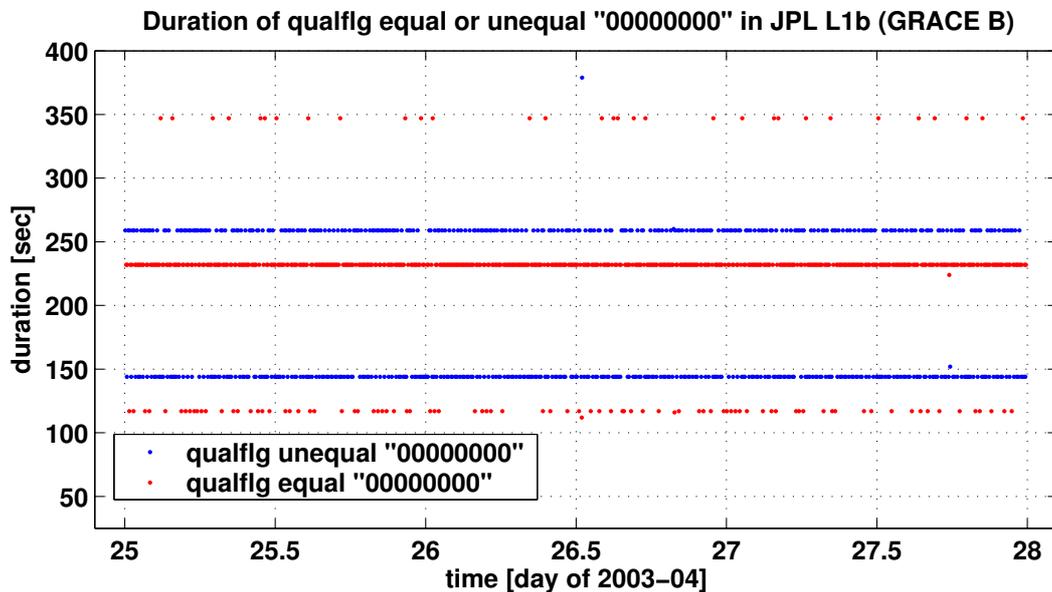


Abbildung 6.8: Darstellung, wie lange die Phasen andauern, bis der JPL-L1b-quality flag wechselt von ungleich "00000000" auf gleich "00000000" oder umgekehrt für GRACE B.

## 6. Vergleich der Prozessierungsstrategien

### 6.1. Akzelerometer-Daten

---

#### Untersuchung der L1a-Daten auf evtl. Datenlücken

Evtl. gibt es im Bestand der L1a-Daten Datenlücken, die durch Interpolation aufgefüllt werden. Ziel dieses Schrittes ist, in den L1a-Daten Lücken zu finden, die durch die JPL-Prozessierung durch Interpolation gefüllt werden. Zu diesem Zweck wird über den gesamten Zeitraum und für beide Satelliten die minimale und maximale Differenz zweier aufeinander folgender Zeitpunkte gebildet. Das Ergebnis dieser Differenzbildung ist in Tab. 6.5 zu finden.

Datum	GRACE	minimale Diff. zweier Zeitpunkte	maximale Diff. zweier Zeitpunkte
2003-04-25	A	0.099654 sec	0.099662 sec
	B	0.099654 sec	0.099662 sec
2003-04-26	A	0.099654 sec	0.099662 sec
	B(*)	0.096217 sec	0.099662 sec
2003-04-27	A	0.099654 sec	0.099662 sec
	B(*)	0.099654 sec	0.099662 sec

Tabelle 6.5: Minimale und maximale Differenz zweier aufeinander folgender Zeitpunkte in den L1a-Akzelerometer-Messungen. Mit der maximalen Differenz von 0.09962 sec wird die nominale L1a-Abtaste von 0.1 sec aufrecht erhalten. (\*) Zu beachten ist, dass bei GRACE B am 2003-04-26 und am 2003-04-27 jeweils ein einziges Mal eine Ausnahme vorliegt: am 2003-04-26 gibt es einmal eine Datenlücke von 1.099656 sec, am 2003-04-27 dauert sie 4.099656 sec. Diese Datenlücken werden gemäß Algorithmus-Beschreibung von Wu u. Kruizinga [17] durch kubische Interpolation aufgefüllt.

Aus Tab. 6.5 lässt sich folgern, dass es abgesehen von den hingewiesenen Ausnahmen im untersuchten Zeitraum keine Datenlücken gibt. Aber evtl. sind bei der L1b-Prozessierung des JPL dadurch Datenlücken entstanden, weil die L1a-ACC-quality flags auf Messfehler oder Störungen am Messgerät hinweisen. Daher werden im Folgenden die L1a-quality flags genauer untersucht. Die Bedeutung der einzelnen Bits ist in Tab. 6.6 aufgelistet.

- bit 0: 0 → GPS-Empfängerzeit  
1 → Space Craft Elapsed Time (SCET)
- bit 1: 0 → Pulssynchronisation  
1 → keine Pulssynchronisation
- bit 2: ICU-Board (0 → nominal, 1 → redundant)
- bit 3: ACC-Zeitmessung nicht möglich
- bit 4: ACC-Mode (0 → nrm (Normal Range Mode), 1 → lrm (Low Range Mode))
- bit 5: nicht definiert
- bit 6: Mapping von OBDH-Zeit in Empfängerzeit unmöglich
- bit 7: keine Uhrkorrektur verfügbar

Tabelle 6.6: Beschreibung der Definition des quality flags (8 bit) der ACC1A-Daten.

Abb. 6.9 zeigt die Konstanz des L1a-quality flags von GRACE A und GRACE B über alle drei untersuchten Tage, abgesehen von der einzigen kurzen Ausnahme.

- Während der kompletten untersuchten Zeitspanne sind GRACE A-Akzelerometer-Daten mit "00000100" geflägt, was gem. Tab. 6.6 bedeutet, dass das Akzelerometer von GRACE A von einem redundanten ICU gesteuert wird, das korrekt ist und zu keinen Maßnahmen veranlasst.
- GRACE B ist die ganze Zeit ungeflägt ("00000000") und liefert kein Indiz für eine mögliche Fehlfunktion des Akzelerometers ist.

Die Folgerung ist, dass es keinen Grund gibt, Daten zu löschen und durch eine anschließende Interpolation zu ersetzen, was lt. JPL-L1b-quality flags aber angezeigt wird. Zudem dauern die Perioden, die interpoliert werden, länger als 100 sec. Dies steht im Widerspruch zur Algorithmus-Beschreibung von Wu u. Kruizinga [17], gemäß dem keine Datenperioden interpoliert werden, die länger als 100 sec andauern.

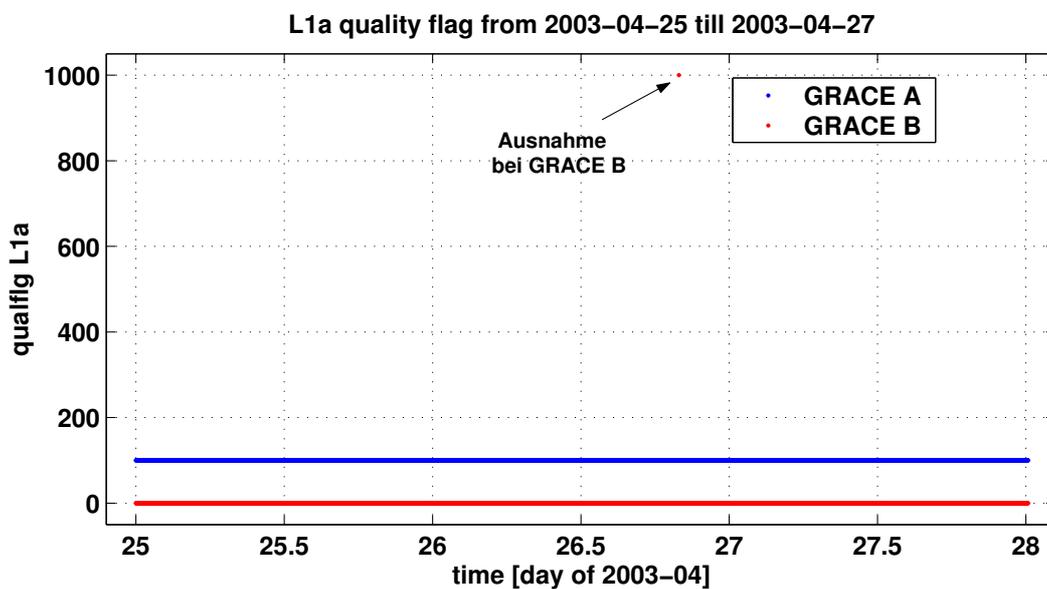


Abbildung 6.9: Darstellung des L1a-quality flags während der gesamten untersuchten Periode für beide GRACE-Satelliten. GRACE A weist die komplette Zeit "00000100" auf und GRACE B "00000000" mit einer einzigen Ausnahme zum Zeitpunkt  $t = 26.83$  d (Datum: 2003-04-26) für 1.0 sec lang.

## 6. Vergleich der Prozessierungsstrategien

### 6.1. Akzelerometer-Daten

---

#### Untersuchung der L1a-Daten auf Thruster-Events und Twangs

Bislang wurde festgestellt, dass, wenn man nüchtern die quality flag-Liste betrachtet, die geflügten Daten zuerst gelöscht und anschließend durch Interpolation aufgefüllt werden. Ein möglicher Grund dafür, dass die Daten gelöscht und interpoliert werden, könnte instrumenteller Art sein.

Ein anderer möglicher Grund wäre, dass das JPL in seinen L1b-Prozessierungsalgorithmus die Aktivität der Steuerröten und/oder das Auftreten von Twangs einbezieht. In diesem Kapitel wird versucht eine Beziehung zwischen Twangs und/oder Thruster Events und den JPL-ACC1B-quality flags herzustellen. Dazu werden im Folgenden vier verschiedene Fälle vorgestellt, aus denen sich vielleicht eine Korrelation oder ein Zusammenhang finden lässt. Ziel ist es in diesem Abschnitt, festzustellen, ob eine evtl. Interpolation der Daten durch das Auftreten von Thruster Events oder Twangs verursacht wird, oder ob Daten nur dann gelöscht und anschließend interpoliert werden, wenn Twangs auftreten.

- Fall 1 (vgl. Abb. 6.10): Während der ausgewählten Periode wird keine Steuerröte aktiv. Die Periode ist so gewählt, dass ein paar Twangs auftreten, die allesamt geflügt werden. Flagging bedeutet, dass die Daten verändert, gelöscht und interpoliert sind. Gemäß dem L1b-Prozessierungsalgorithmus (vgl. *Wu u. Kruizinga* [17]) wäre dies aber nicht notwendig, weil keine Datenlücke oder kein L1a-quality flag vorliegt, der schlechte Qualität der Daten anzeigt.
- Fall 2 (vgl. Abb. 6.11): Ein paar Twangs und ein paar Thruster Events ereignen sich in der vorliegenden Periode. Weil die quality flags von der JPL ungleich "00000000" gesetzt werden, sind die Daten in diesem Fall verändert für die anschließende CR 7 - Filterung. In diesem Fall kann man die Vermutung äußern, dass die Editierung der Daten evtl. durch das Auftreten der Twangs und Thruster Events statt findet.
- Fall 3 (vgl. Abb. 6.12): In diesem Zeitintervall treten sowohl Twangs als auch Thruster Events auf, die aber nicht geflügt sind. Dies bedeutet, dass die Residuen zwischen JPL- und TUM-Lösung im numerischen Bereich liegen. Würde der Algorithmus auf Twangs ansprechen, dann müsste in dieser Phase eine Editierung der Daten stattfinden, was aber nicht geschieht.
- Fall 4 (vgl. Abb. 6.13): Auch in diesem Fall ereignen sich Twangs, die nicht geflügt werden. Folgerung ist, dass in diesem Fall die L1b-Prozessierung von JPL und TUM bis auf numerische Abweichungen identische Ergebnisse liefern.

Fall	1	2	3	4
Twangs	ja	ja	ja	ja
Thruster Event	nein	ja	ja	nein
quality flag	≠ "00000000"	≠ "00000000"	= "00000000"	= "00000000"

Tabelle 6.7: Tabellarische Zusammenfassung der Abb. 6.10 bis 6.13 und Belegung der inkonsistenten Behandlung der Thruster Events und Twangs.

## 6. Vergleich der Prozessierungsstrategien

### 6.1. Akzelerometer-Daten

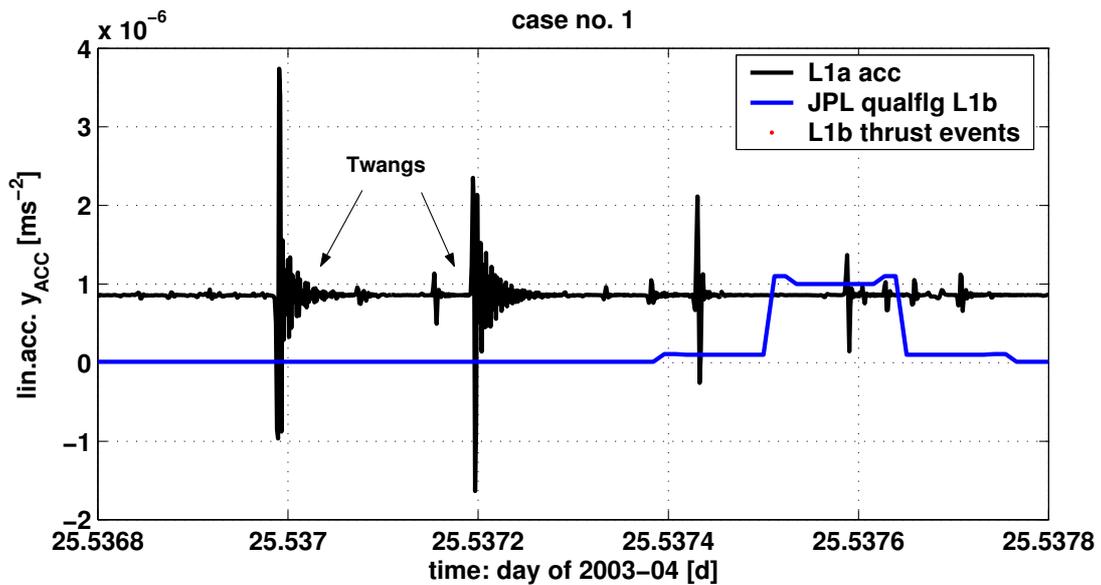


Abbildung 6.10: Fall 1: L1a-Beschleunigung in Radial-Komponente ( $y_{ACC} = z_{SRF}$ ), JPL-L1b-quality flags, Thruster Events (nicht vorhanden). Fall 1 belegt, dass sich Twangs ereignen und diese auch von den JPL-L1b-quality flags geflägt werden. Gem. dieser Abbildung würde sich eine Korrelation zwischen den Twangs und den L1b-Flags ergeben.

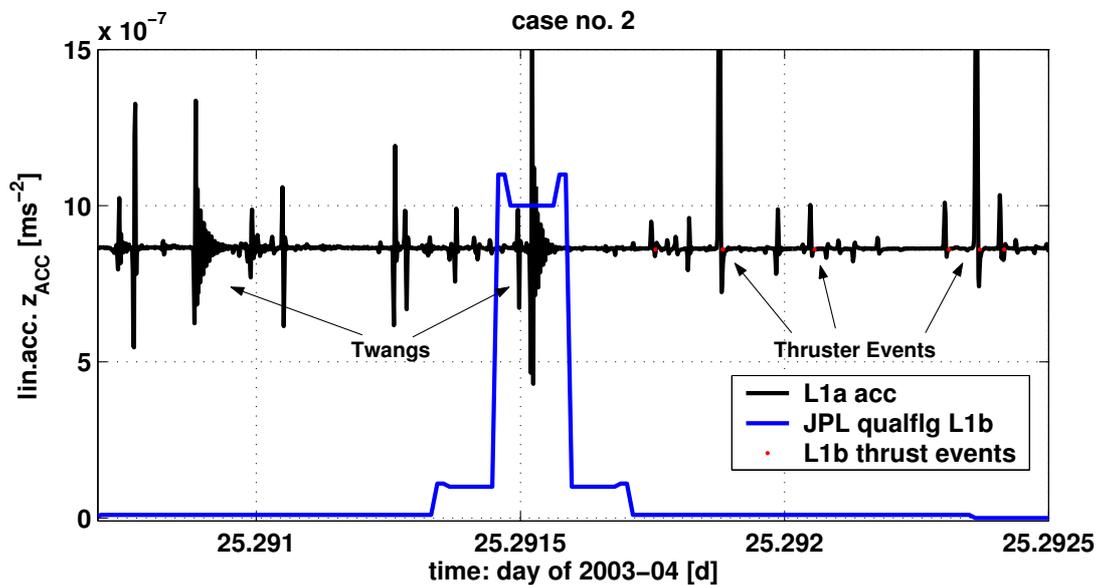


Abbildung 6.11: Fall 2: L1a-Beschleunigung in Radial-Komponente, die Twangs und Thruster Events enthält, JPL-L1b-quality flags, Thruster Events. Sichtbar ist, dass sämtliche Twangs und Thruster Events von der JPL geflägt werden, d.h. Fall 2 deutet ebenfalls auf eine Korrelation zwischen den Twangs bzw. den Thruster Events und den JPL-L1b-quality flags hin.

## 6. Vergleich der Prozessierungsstrategien

### 6.1. Akzelerometer-Daten

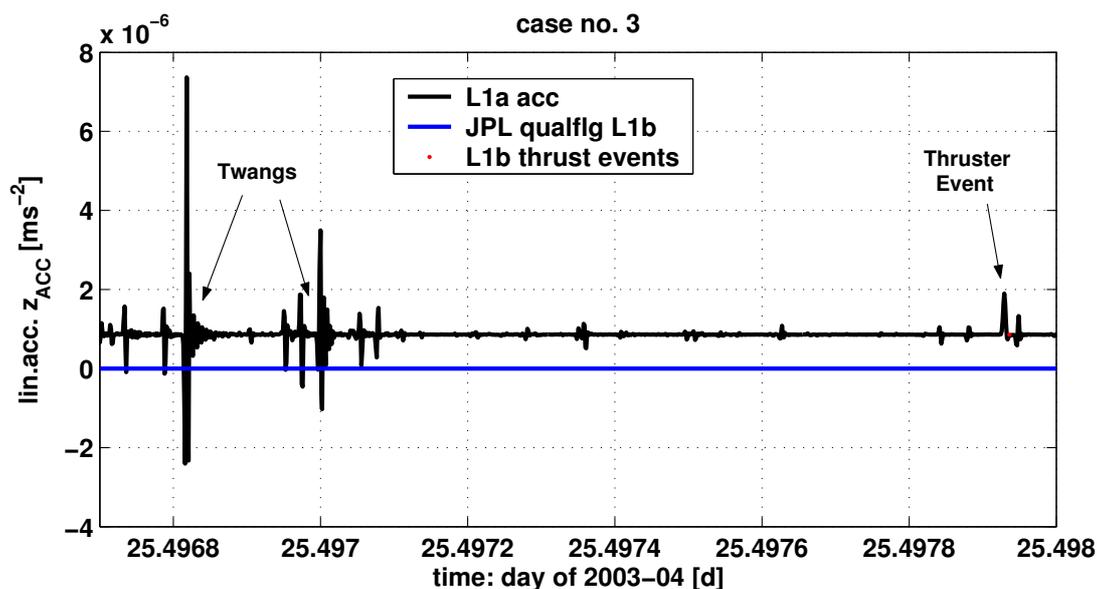


Abbildung 6.12: Fall 3: L1a-Beschleunigung in Radial-Komponente, die Twangs und Thruster Events enthält, JPL-L1b-quality flags, Thruster Event. Die JPL-L1b-Daten sind über den kompletten gezeigten Zeitraum ungeflägt, obwohl Twangs und Thruster Events auftreten. Die Abb. (Fall 3) beweist im Gegensatz zu Fall 1 und 2, dass keine Korrelation zwischen den Ereignissen in den L1a-Daten mit den L1b-quality flags besteht.

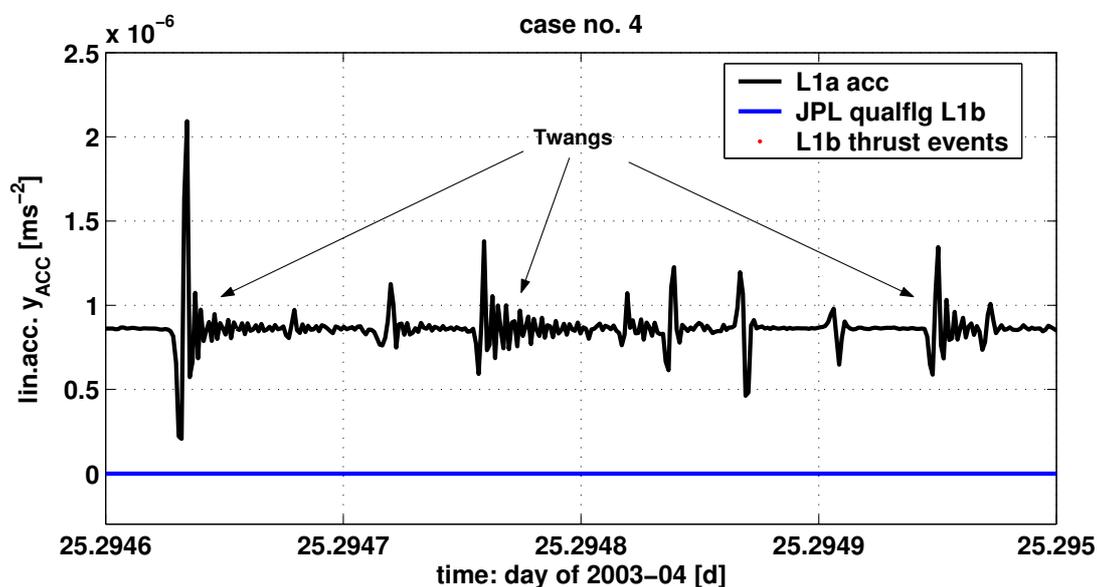


Abbildung 6.13: Fall 4: L1a-Beschleunigung in Radial-Komponente, die Twangs enthält, JPL-L1b-quality flags, Thruster Events (nicht vorhanden). Fall 4 bestätigt Fall 3 und zeigt ebenfalls, dass zwischen Twangs und Thruster Events keine Korrelation besteht.

Die vier Fälle beweisen eine Widersprüchlichkeit, wann vom JPL die quality flags gesetzt werden und wann nicht. Die Abb. 6.10 bis 6.13 sind der Beweis dafür, dass Thruster Events und Twangs nicht regelmäßig vorkommen. Demnach scheiterte das Vorhaben, eine Systematik bzgl. Thruster Events und Twangs herzustellen.

In jedem Zeitintervall der verschiedenen Fälle sind Twangs zu finden, aber sie sind nicht einheitlich gefläggt. Somit werden vom JPL die Twangs in ihrem Algorithmus nicht konsistent behandelt:

- Manchmal werden die Twangs nicht als Twangs erkannt, weswegen sie nicht gelöscht und anschließend interpoliert werden (vgl. Fälle 3, 4).
- In anderen Fällen werden sie erkannt und gefläggt (vgl. Fälle 1, 2).

Ähnlich werden die verschiedenen Thruster Events behandelt:

- In manchen Fällen werden Düsenstöße herausgenommen und durch Interpolation ersetzt.
- In anderen Fällen bleiben sie für die L1b-Prozessierung unverändert.

Diese Beobachtungen gelten analog für den gesamten, untersuchten Zeitraum, für beide Satelliten und jede Akzelerometer-Achse. Für einen L1b-Algorithmus kann es sich durchaus als sinnvoll erweisen, wenn Daten, die von Twangs oder Thruster Events beeinflusst werden, gelöscht werden und durch interpolierte Daten zu ersetzen. Aber dann wird eine konsistente Behandlung notwendig.

### Schlussfolgerungen

Insgesamt können folgende Aussagen getroffen werden:

- Der Vergleich zwischen JPL- und TUM-Lösung stimmt auf einem Level im Sub-Numerik-Bereich von  $10^{-14} \text{ ms}^{-2}$  überein.
- Jedoch gibt es Diskrepanzen an bestimmten Intervallen (vgl. Statistik Tab. 6.4).
- Exakt während dieser Intervalle sind die Datenmessungen gefläggt. Die Bedeutung der Flags ist, dass die Originaldaten ersetzt werden von interpolierten Daten.
- Während dieser Intervalle sind die L1a-Daten nicht gefläggt, was auf eine korrekte Funktion des Akzelerometers hindeutet.
- Während dieser gefläggten Intervalle erreichen die JPL-TUM-Differenzen mehrere  $10^{-8} \text{ ms}^{-2}$ .

Die Ursache für die Diskrepanzen, die in diesem Abschnitt vorgestellt wurden, liegt nicht in einer möglichen Korrelation von Twangs und/oder Thruster Events mit den JPL-L1b-quality flags. Vielmehr hat sich in der inzwischen herausgestellt, dass bei der JPL-Prozessierung ein Software-Fehler vorlag. Die Twangs und Thruster Events erhalten keine gesonderte Behandlung bei der L1b-Prozessierung.

## 6.2 Sternsensordaten

In diesem Abschnitt werden die JPL-SCA1B-Daten mit den TUM-SCA1B-Daten verglichen. Die TUM-SCA1B-Daten-Prozessierung ist gemäß der Anleitung in Kap. 5.3 durchgeführt, die aus *Wu u. Kruizinga* [17] entnommen wurde. Daher sollte zwischen beiden Prozessierungslösungen keine allzu großen Differenzen zu erwarten sein. Abb. 4.21 zeigt am Beispiel des Quaternionenelements  $q_0$  das Ergebnis der SCA1B-Prozessierung von der TUM und von der JPL. Erkennbar ist, dass die beiden Lösungen sehr unterschiedlich sind. Die Prozessierung der TUM liefert ein glatteres L1b-Produkt als die des JPL. Die JPL-Lösung ist stark von L1a der SCA1-Kamera geprägt und es scheint, dass die JPL-L1b-Lösung kaum Anteile an den L1a-SCA2-Kamera besitzt. Die L1b-TUM-Lösung besteht etwa aus dem Mittel beider L1a-SCA-Kamera-Daten und verläuft daher auch glatter.

Dies bestätigt sich, wenn man auf die Untersuchung des Spektralbereichs übergeht. Die PSDs des Quaternionenelements  $q_0$  beider Lösungen (JPL-L1b, TUM-L1b) vom Tag 2003-04-25 werden in Abb. 6.15 dargestellt. Des Weiteren abgebildet ist das L1a-SCA1-PSD, das mit dem L1b-JPL-PSD im Frequenzbereich eine hohe Ähnlichkeit aufweist. In den beiden PSDs (L1a-PSD und JPL-L1b-PSD) gilt ab einer Frequenz von etwa  $2.0 \cdot 10^{-2}$  Hz das Verhältnis  $\text{SNR} = 1$  (vgl. Kap. 4.4). Eine Verbesserung des SNRs ergibt sich, wenn die Kombination der L1a-SCA1- und L1a-SCA2-Daten durchgeführt wird. Aus den kombinierten Daten entsteht das TUM-L1b-PSD durch eine Filterung mit einer Bandweite von 0.1 Hz, so dass das L1b-TUM-PSD und das PSD der kombinierten Daten bis 0.1 Hz nahezu identisch ist. Aus den unterschiedlichen PSDs der beiden L1b-Lösungen lässt sich schließen, dass JPL und TUM die Kombination der Quaternionen auf verschiedene Arten durchführen oder dass beim JPL sogar die Kombination entfällt.

Daher wird als nächster Schritt die TUM-Kombination variiert, um daraus evtl. Rückschlüsse auf das JPL-Kombinationsverfahren zu ziehen. Die Variation besteht in der Änderung des Skalierungsfaktors  $\kappa$ , die in Abb. 6.16 ( $\kappa = 1, 4, 8$ ) dargestellt wird. Die L1b-JPL-Lösung zeigt die größte Übereinstimmung mit der TUM-Lösung, bei der für den Parameter  $\kappa = 1$  verwendet wird. Eine Erhöhung von  $\kappa$  auf 4 oder, wie vom JPL vorgeschlagen, auf 8 ergibt jeweils eine größere Abweichung. Auffällig ist weiterhin, dass sich kaum Unterschiede zeigen, ob  $\kappa = 4$  oder  $\kappa = 8$  gewählt wird. Dies bedeutet, dass eine Variation von  $\kappa$  in den Amplituden der PSDs keine wesentlichen Auswirkungen aufweist.

Schlussfolgerung: Aufgrund obiger Untersuchungen kann das SCA1B-Prozessierungsverfahren des JPL nicht eingehend nachvollzogen werden. Ein möglicher wesentlicher Unterschied zwischen beiden Prozessierungsstrategien liegt bei der Kombination der beiden Sternkameras. Die glatteren Quaternionen der TUM entstehen v.a. wegen der Kombination, die bei der TUM-Prozessierung wie eine Glättung beider Sternkameradaten wirkt. Beim JPL hingegen entsprechen die L1b-JPL-Daten ungefähr einer Glättung der L1a-Daten von Sternkamera 1. Ein Versuch, JPL-L1b-Daten zu berechnen, indem die L1a-SCA1-Kamera-Daten mit dem SCA-Filter gefiltert werden, scheiterte. Letztlich kann nicht gesagt werden, welche der beiden Prozessierungsstrategien besser bzw. genauer ist.

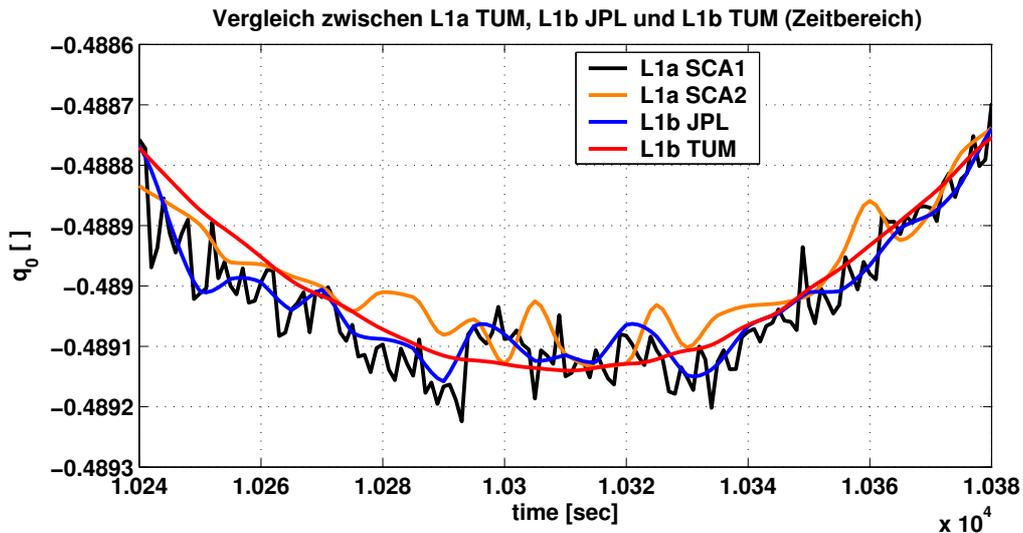


Abbildung 6.14: Darstellung des SCA1B-Verlaufs anhand des Quaternionen-Elements  $q_0$  im Zeitbereich für den gleichen Ausschnitt wie in Abb. 4.21. Gezeigt werden folgende 4 Datensätze: (1) die L1a-SCA1-Kamera-Daten, (2) die L1a-SCA2-Kamera-Daten, (3) die JPL-L1b-Daten und (4) die TUM-L1b-Daten.

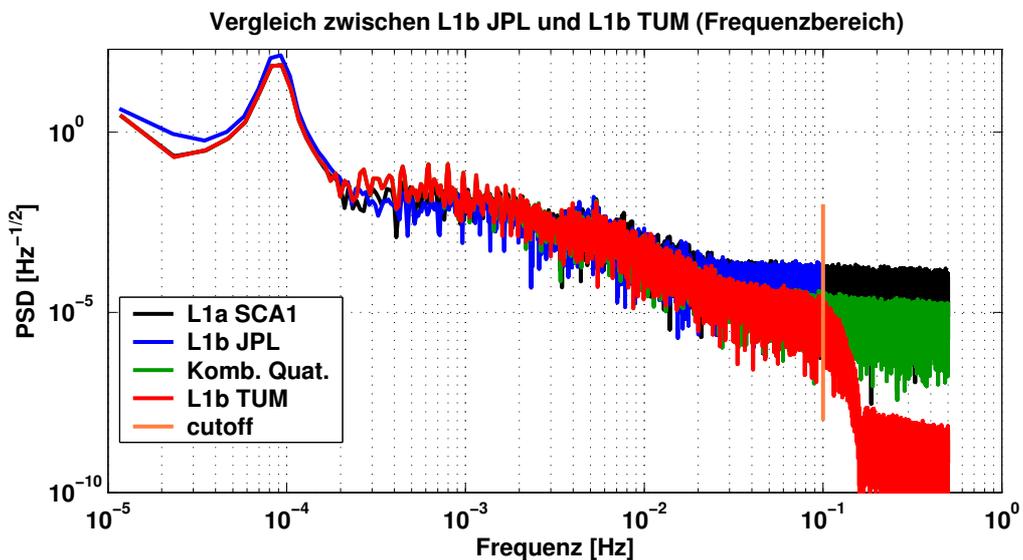


Abbildung 6.15: Darstellung der Sternkameradaten-Spektren. Gezeigt werden vier verschiedene PSDs: (1) L1a SCA1, (2) L1b JPL, (3) Quaternionen nach der Kombination und (4) L1b TUM.

## 6. Vergleich der Prozessierungsstrategien

### 6.2. Sternsensordaten

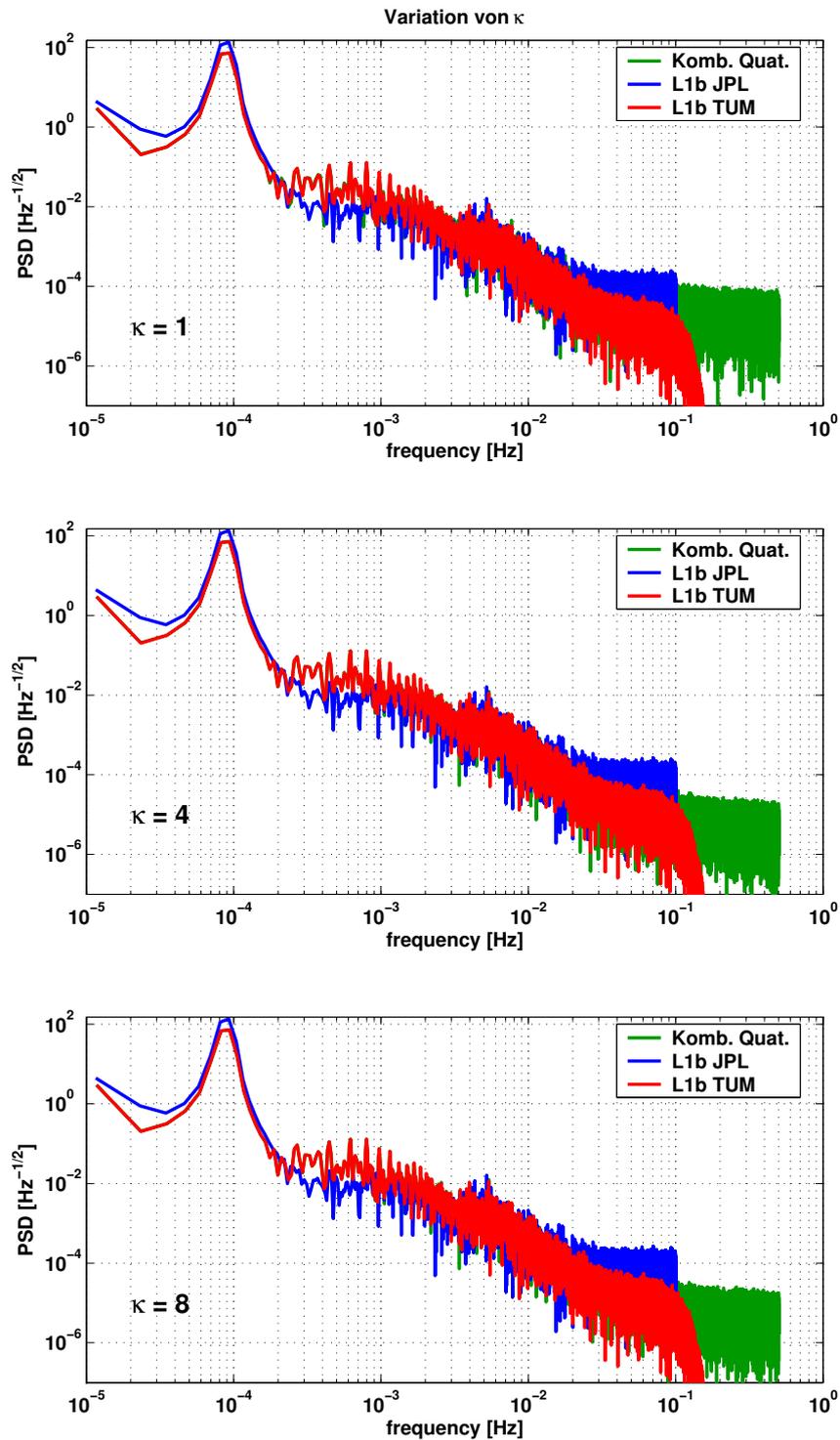


Abbildung 6.16: Darstellung der Kombination im Spektralbereich unter Verwendung verschiedener  $\kappa$ . Mit der Variation des Parameters  $\kappa$  wird die Ungenauigkeit der  $z_{\text{SRF}}$ -Achse veranschaulicht. Im Einzelnen sind folgende PSDs dargestellt: (1) kombinierte Quaternionen, (2) L1b JPL und (3) L1b TUM.



# Kapitel 7

## Schlussbemerkungen

Eine der zentralen Fragen der Arbeit war die Klärung des tatsächlichen Fehlerverhaltens der GRACE-Beschleunigungsmesser im Vergleich mit dem vom Hersteller (ONERA) vorhergesagten. Insgesamt kann auf eine gute Qualität der Beschleunigungsmesser verwiesen werden, aber die spezifizierten Genauigkeiten konnten bislang noch nicht erreicht werden. Die Arbeiten, die im Rahmen der Diplomarbeit erledigt wurden, werden in diesem Kapitel, zusammengefasst. Außerdem werden noch mögliche weiterführende Arbeiten vorgestellt.

### 7.1 Zusammenfassung

Nach einem allgemeinen Überblick über die GRACE-Mission, der Beschreibung der wichtigsten GRACE-Komponenten, deren Zusammenwirken (Kap. 1) und der Darlegung der Aufgabenstellung der Diplomarbeit (Kap. 2) wurde auf die Vorstellung der zahlreichen GRACE-Daten (Kap. 3) übergegangen. Dabei wurde ein Überblick über die Entstehung, Prozessierung und Archivierung der Sensoren- und Instrumentenmessungen gegeben (Kap. 3.1). Anschließend wurde in Kap. 3.2 das Augenmerk auf Level 1 gelegt. Da Level 1 in 2 Stufen prozessiert wird, wurden die Unterschiede zwischen dem Zwischenprodukt Level 1a und dem Endprodukt Level 1b aufgezeigt. Die wesentlichen Unterschiede zwischen L1a und L1b sind deren Referenzrahmen, deren Zeitsysteme und Abtastraten. Die wichtigsten Level 1-Instrumenten-Files werden in Kap. 3.3 vorgestellt:

- KBR (K-Band-Ranging),
- ACC (Akzelerometer),
- SCA (Sternsensor),
- CLK (Zeitkorrekturen),
- HK (Housekeeping).

Für diese Files, die jeweils standardisierte Datenformate aufweisen, wurden im Rahmen der Diplomarbeit Einleseroutinen in der Programmiersprache C erstellt. Sie erlauben mit Kommandozeilen-Eingaben das automatisierte Einlesen sämtlicher GRACE-Datensätze. Des Weiteren sind die für die Diplomarbeit relevanten GRACE-Transformationen (3.4) dargestellt:

- Acceleration Frame (AF)  $\leftrightarrow$  Satellite Reference Frame (SRF)
- Satellite Reference Frame (SRF)  $\leftrightarrow$  Satellite Camera Frame (SCF)
- Satellite Camera Frame (SCF)  $\leftrightarrow$  Inertialsystem (ICRF)

Der Hauptteil der Diplomarbeit gliedert sich in die drei folgenden Teile:

- (A) Analyse der GRACE-Messungen und GRACE-Prozessierung (Kap. 4)
- (B) Nachvollziehen der Prozessierung der GRACE-Daten (Kap. 5)
- (C) Vergleich der Prozessierungsstrategien von JPL und TUM (Kap. 6)

Zu: (A) Analyse der GRACE-Messungen und GRACE-Prozessierung (Kap. 4)

Die Analyse beinhaltet zunächst eine Untersuchung der verwendeten GRACE-Filter und deren Parameterwahl (vgl. Kap. 4.1 und Implementierung Kap. C.4).

Daraufhin folgte eine Genauigkeitsanalyse der Akzelerometer-Daten (vgl. Kap. 4.2). Dabei decken die Spektren der Beschleunigungsmessungen ein sehr hohes Rauschniveau auf. Daher kann die erste voreilige Schlussfolgerung zustande kommen, dass die Beschleunigungsmesser ihre spezifizierte Genauigkeiten nicht einhalten. Aber bei genauerer Betrachtung lässt sich das hohe Rauschniveau durch das Auftreten folgender Störeffekte erklären:

- Thruster Events: Sie stoßen unregelmäßig zur Einhaltung der Lageparameter der GRACE-Satelliten Feuerimpulse ab.
- Twangs: Die mögliche Ursache von Twangs ist eine Folie auf der Unterseite der Satelliten, die aufgrund von Temperatureffekten unregelmäßig Vibrationen am Satelliten auslöst, die konsequenterweise vom Akzelerometer erfasst werden.
- Kleine regelmäßige Peaks: Die Peaks sind in der Größenordnung deutlich kleiner als Twangs oder Thruster Events, aber immer noch deutlich größer als die Spezifikation. Zudem treten sie mit einer gewissen Regelmäßigkeit und wesentlich häufiger als die anderen Effekte auf. Die Ursache für die Peaks ist unklar, aber durch ihr regelmäßiges Auftreten sind instrumentelle Ungereimtheiten als Ursache wahrscheinlich.

Diese Störeffekte äußern sich in den Beschleunigungsmessungen als Auslenkungen und lassen daher das Spektrum höher als spezifiziert erscheinen. Um das exakte Rauschniveau bestimmen zu können, kann das Messrauschen, das die wahre Genauigkeit der Akzelerometer widerspiegelt, nur aus Stichproben bestimmt werden. Die Stichproben zeigen, dass die Rauschniveaus mit einem Faktor von ca. 2 bis 3 mal über der Spezifikation liegen. Das Rauschniveau deutet auf eine gute Qualität der Instrumente hin. Allerdings wird es aber durch die starken Störeffekte überdeckt, deren Ursachen noch unklar sind.

Der nächste Teil der Analyse ist der Vergleich der ACC1A- mit den ACC1B-Daten (vgl. Kap. 4.3). Dabei wird gezeigt, dass die Amplituden, die höher als 0.035 Hz sind, komplett (Fehler-Niveau im numerischen Bereich, vgl. Tab. 4.5) herausgefiltert werden. Bei den Thruster Events zeigt sich die energieerhaltende Wirkung des Filters. Ungeklärt ist noch, ob die beiden anderen vorgestellten Störeffekte (Twangs, Peaks) komplett herausgefiltert werden oder ob noch Störkomponenten in den Daten übrig bleiben.

## 7. Schlussbemerkungen

### 7.1. Zusammenfassung

---

Beim anschließenden Vergleich der SCA1A- mit den SCA1B-Daten (vgl. Kap. 4.4) zeigt sich, dass im Frequenzbereich über 0.1 Hz keine Amplituden mehr zu finden sind, weil sie durch die Filterung und Abtastung eliminiert wurden.

Im letzten Punkt der Analyse werden die relativen Beschleunigungen zwischen den Satelliten A und B untersucht (vgl. Kap. 4.5). Aus der Relativbeschleunigung lässt sich die Genauigkeit eines Akzelerometers halbwegs abschätzen, wenn man davon ausgeht, dass sich die nicht-gravitativen Störkräfte während der Zwischenzeit, in der der zweite Satellit die Stelle des ersten Satelliten erreicht, nicht allzu sehr ändern, und dass die Messörter beider Satelliten nicht sehr stark voneinander abweichen. Dazu werden die Beschleunigungsdifferenzen **am selben Ort** und **im selben System** verglichen, was durch Korrelation und Transformation vom SFA ins SFB (bzw. vom SFB ins SFA) ermöglicht wird. Aber es ergab sich, dass keine Auswertung über längere Zeiträume möglich ist, weil die L1b-Relativbeschleunigungen immer dann keine aussagekräftigen Ergebnisse liefern, wenn die Impulse der Lageregelung gefeuert werden. Daher ging man auf Perioden über, die von Thruster Events frei sind. In L1b zeigte sich aber, dass die Fehlerniveaus der PSDs der Relativbeschleunigungen mit einem Faktor 10 über der ACC-Spezifikation liegen. Grund für diese hohen Fehler-Niveaus liegt u.a. daran, dass die störenden Effekte wie Peaks und Twangs in den L1b-Daten nicht komplett heraus gefiltert wurden. Daher ging man über auf die Untersuchung von L1a-Datenperioden, die frei sind von jeglichen Störeffekten und nur noch Rauschen enthalten. Rechnet man aus diesen Perioden PSDs und Standardabweichungen, ergeben sich ähnliche Ergebnisse wie bei der Genauigkeitsanalyse der ACC1A-Beschleunigungsdaten (vgl. Kap. 4.2).

Zu: (B) Nachvollziehen der Prozessierung der GRACE-Daten (Kap. 5)

Der zweite Hauptteil der Diplomarbeit beinhaltet die Prozessierung von L1a-Daten zu L1b-Daten. Dabei sollte die JPL-Prozessierung nachvollzogen werden. Die TUM-Prozessierung wurde gemäß der Algorithmus-Beschreibung von *Wu u. Kruizinga* [17] für die ACC- und SCA-Daten durchgeführt.

Zunächst wurde ein optimales, für alle Datentypen einheitliches Verfahren für die Zeitkorrektur ermittelt (vgl. Kap. 5.1). Dieses Verfahren, das auf der kubischen Interpolation (Beschreibung der gängigen Interpolationsverfahren vgl. Kap. B) der Zeitkorrekturen basiert, wird für alle GRACE-Instrumentendaten eingesetzt.

Bei der Prozessierung von ACC1B (vgl. Kap. 5.2) wurden Fehlmessungen eliminiert, Datenlücken gefüllt, die Zeit in GPS-Zeit transformiert, eine äquidistante Zeitskala hergestellt, eine Low-Pass-Filterung (Cut-Off-Frequenz: 0.035 Hz) durchgeführt, abgetastet und eine Transformation ins SRF vorgenommen.

Bei der Prozessierung von SCA1B (vgl. Kap. 5.3) wurden Fehlmessungen eliminiert, Ausreißer detektiert/eliminiert, die Vorzeichen - falls nötig - zur Aufrechterhaltung der Kontinuität der Quaternionen gewechselt, die Zeit in GPS-Zeit transformiert, eine äquidistante Zeitskala hergestellt, Sternkamera 1 und 2 kombiniert und schließlich eine Low-Pass-Filterung (Cut-Off-Frequenz: 0.1 Hz) durchgeführt und abgetastet.

Zu: (C) Vergleich der Prozessierungsstrategien von JPL und TUM (Kap. 6)

Vergleich man die L1b-Daten vom JPL mit denen in dieser Arbeit entstandenen (vgl. Kap. 6.1), stößt man auf eine gute Übereinstimmung. Die Differenzen bewegen sich größtenteils auf einem signifikanten Niveau von  $10^{-14} \text{ ms}^{-2}$ , also auf numerischen Rechner-Genauigkeiten basierende Größenordnungen. Es gibt aber auch etliche regelmäßig auftretende Perioden, bei denen die Prozessierungsergebnisse auf einem Niveau von einigen  $10^{-8} \text{ ms}^{-2}$  voneinander abweichen. Die Ursache dieser sogar regelmäßigen Abweichungen liegt, wie sich im Laufe des Verfassens der Diplomarbeit herausstellte, an einem Software-Fehler bei der Prozessierung des JPL.

Der JPL-TUM-Vergleich der SCA1B-Daten (vgl. Kap. 6.2) fällt deutlicher aus: Die JPL-SCA1B-Kurve verläuft im Zeitbereich wesentlich unruhiger als die TUM-SCA1B-Kurve. Zudem ist die JPL-L1b-Kurve für GRACE A der L1a-Kurve der SCA1-Kamera sehr ähnlich, während die TUM-L1a-Kurve etwa dem mittleren Verlauf der beiden SCA1- und SCA2-Kameras folgen. Untersucht man die Spektren der verschiedenen Kurven, so erhält man als Ergebnis, dass die Kombination der beiden SCA-Kameras beim JPL auf andere Art und Weise statt findet als bei der TUM. Eine Untersuchung, aus der hervorgeht, welche Schritte letztlich beim JPL vorgenommen wurden, ist nicht gefunden worden.

Diese Arbeit stellt eine Grundlage dar für die Prozessierung und Analyse von GRACE-Sensordaten. Jetzt ist es möglich eine eigene L1b-Prozessierung für ACC-, SCA- und HK-Daten durchzuführen. Des Weiteren können spezifischere Aussagen über die Qualität der Beschleunigungsmesser gemacht werden.

## 7.2 Weiterführende Arbeiten

Abschließend werden mögliche weiterführende Arbeiten vorgestellt.

- **Programmierung einer Alternative zur Faltung im Zeitbereich:** Die Filterung, die bislang als Faltung im Zeitbereich durchgeführt wurde, kann auf eine einfache Multiplikation im Frequenzbereich umgesetzt werden. Die aufwändige Faltung, bei der eine große Menge an Rechenschritten vorzunehmen ist, würde durch eine einzige Multiplikation im Frequenzbereich ersetzt (vgl. Schema in Abb. 7.1).

Faltet man im Zeitbereich die originale Funktion  $x_1(t)$  mit einer sinc-ähnlichen Funktion  $x_2(t)$  wie z.B. dem CRN-Filter, entsteht direkt  $y(t)$ . Im alternativen Weg bildet man die Fourier-Transformierte (FT) von  $x_2(t)$ , so dass man im Frequenzbereich einen rechteckähnlichen Verlauf  $X_2(\omega)$  erhält. Mit der Fourier-Transformierten des originalen Signals ( $X_1(\omega)$ ) gefaltet, ergibt sich das gefilterte Signal  $Y(\omega)$  im Frequenzbereich. Durch eine inverse Fourier-Transformation (IFT) erhält man auf dem alternativen Weg das gefilterte Signal  $y(t)$ . Standardmethode:

$$y(t) = x_1(t) * x_2(t) \tag{7.1}$$

## 7. Schlussbemerkungen

### 7.2. Weiterführende Arbeiten

---

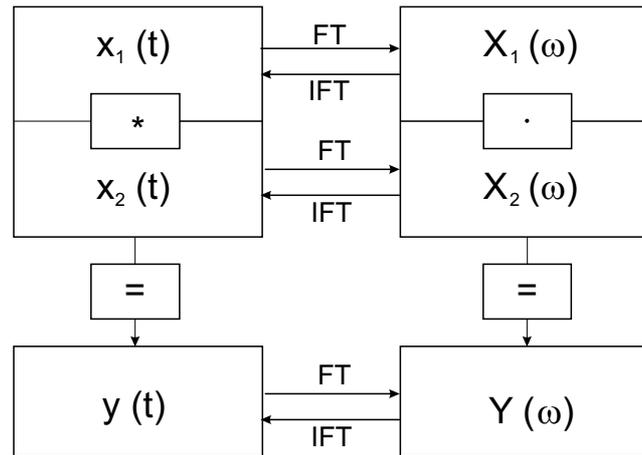


Abbildung 7.1: Darstellung des Schemas zur alternativen Berechnung der gefilterten Funktion  $y(t)$ . Faltung im Zeitbereich entspricht einer Multiplikation im Frequenzbereich.

Alternative Methode:

$$\begin{aligned} y(t) &= \text{IFT}(\text{FT}(x_1(t)) \cdot \text{FT}(x_2(t))) \\ &= \text{IFT}(X_1(\omega) \cdot X_2(\omega)) \\ &= \text{IFT}(Y(\omega)) \end{aligned} \quad (7.2)$$

Der Vorteil der alternativen Methode besteht darin, dass dadurch die Rechenzeit erheblich verringert werden könnte.

- **Untersuchung der Beschleunigungszeitreihen auf Ursache Twangs und/oder kleine regelmäßige Peaks:** Zum einen könnte deren endgültige Ursache geklärt werden, so dass man für spätere Satelliten-Missionen Lehren ziehen kann. Interessant könnte die vollautomatische Erkennung von Twangs und/oder regelmäßigen kleinen Peaks sein. Man könnte auch Erklärungen suchen, welche Auswirkungen die Twangs auf die Schwerefeldprozessierung haben und wie man sie im L1b-Prozessierungsalgorithmus eliminiert.
- **Ausweitung der L1b-Prozessierung auf KBR-Daten:** Die Prozessierung, die sich in dieser Diplomarbeit weitestgehend auf ACC- und SCA-Daten beschränkt, könnte auf KBR1B-Prozessierung ausgeweitet werden. Die notwendigen Zeitkorrekturen müssten angebracht werden, die Umwandlung der K- und Ka-Phasen in Range, Range Rate, Range Acceleration und die Komprimierung der KBR-Daten (Filterung) müsste vorgenommen werden. Der Filter für die KBR1B-Prozessierung wurde in dieser Diplomarbeit bereits vorgestellt und analysiert.
- **Automatisierung der L1b-Prozessierung und Ableitung eigener Schwerefeldkoeffizienten:** Man könnte eine eigene L1b-Prozessierung programmieren und diese über Unix-Rechner automatisieren. Damit könnte mit L1a-Daten - falls verfügbar - eigene L1b-Daten über längere (Monate etc.) Zeiträume berechnet werden. Aus den L1b-Daten könnte man eigene TUM-Schwerefelder (monatliche, mittlere) ableiten, die von den JPL-Schwerefeldern wegen ihrer eigenen Vorprozessierung abweichen und die für die Zukunft parallel zu denen der JPL existieren könnten.



# Anhang A

## Zeitsysteme, Bezugssysteme und Transformationen bei GRACE

In diesem Kapitel werden die Definitionen der GRACE-Zeitsysteme, GRACE-Koordinatensysteme und GRACE-Transformationen, die in dieser Diplomarbeit verwendet werden, beschrieben.

### A.1 Zeitsysteme im Zusammenhang mit GRACE

Das maßgebliche Zeitsystem in der GRACE-Mission ist die GPS-Zeit  $T_{GPS}$ . Bei allen Level 1b-Produkten wird die GPS-Zeit als Zeitsystem verwendet. Die GRACE-Satelliten A und B haben hingegen jeweils ein eigenes Zeitsystem, ihre eigene Receiver- (bzw. Empfänger-) Zeit.

#### A.1.1 GRACE On Board-Zeitsysteme

Die Einteilung der GRACE On Board-Zeitsysteme erfolgt nach *Wu u. Kruizinga* [17].

##### **OBDH-Zeit**

Die OBDH-Zeit wird abgeleitet vom On Board Data Handler (OBDH) Generator, der einen Puls pro Sekunde (1PPS) erzeugt und zur Synchronisation der Receiver-Zeit verwendet wird. Der OBDH-Generator wird verwendet für die Absolutzeiterfassung der ACC- und der HK-Daten. Die OBDH-Zeit ist i.d.R. synchronisiert mit der IPU-Empfängerzeit (Instrument Processing Unit), wenn der 1PPS-Generator in Betrieb ist, was auch i.d.R. der Fall ist.

##### **Receiver-Zeit**

Jeder GRACE-Satellit hat ein bordeigenes Zeitsystem, die sog. Receiver-Zeit. Sie wird vom IPU 1PPS Generator abgeleitet, welcher mit der GPS-Zeit-Realisierung während der IPU-Reboot-Zeit synchronisiert ist. Nach der IPU-Reboot-Zeit kann der 1PPS-Generator

bis zum nächsten Reboot driften. Dieses Zeitsystem wird für die Aufzeichnung der KBR-, SCA- und GPS-Daten verwendet.

### GPS-Zeit

Die GPS-Zeit ist die korrigierte Empfängerzeit, die in allen Level 1b-Daten verwendet ist. Diese entsteht aus der Receiver-Zeit unter Anbringung der Korrekturen aus den CLK1B-Files.

#### A.1.2 Einordnung der GPS-Zeit

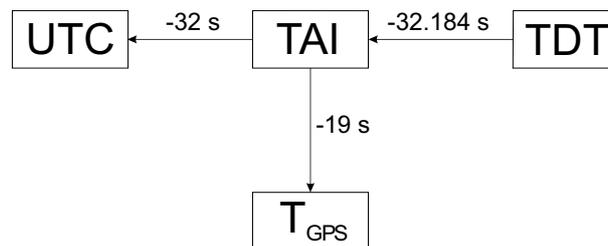


Abbildung A.1: Überblick über die Zeitsysteme für die Berechnung der GPS-Zeit, übernommen aus *Vorlesungsskript Rummel* [12]. Die Einordnung der GPS-Zeit wird ausschließlich aus dem Grunde notwendig, weil die CIS-Orbitdaten vom GFZ im TDT-Zeitsystem bereitgestellt wurden.

#### TAI (Temps Atomique International)

Ein gleichförmiges Zeitmaß hoher Genauigkeit wird durch die "Internationale Atomzeit" (Temps Atomique International) TAI realisiert. Die Atomzeitsekunde entspricht der Definition der SI-Sekunde, deren Länge bestmöglichst der Sekundenlänge der früher benutzten Ephemeridenzeit angepasst wurde. Der TAI-Tag enthält 86400 s und das Julianische Jahrhundert 36525 TAI-Tage.

Realisiert wird TAI von mehr als 200 Atomuhren, die in rund 60 global verteilten Laboratorien betrieben werden. Überwiegend zur Verwendung kommen Caesium-Frequenznormale, die eine Langzeitstabilität sicherstellen. Die Kurzzeitgenauigkeit wird durch Wasserstoffmaser erreicht (vgl. Torge [14]).

#### TDT (Temps Dynamique Terrestre)

Eine streng gleichförmige Zeitskala (Inertialzeit) ist erforderlich, um die Bewegungen von Himmelskörpern und künstlichen Satelliten zu beschreiben. Dies wird durch eine aus den Bewegungen von Körpern im Sonnensystem abgeleiteten dynamischen Zeit erreicht. Dynamische Zeitskalen beziehen sich entweder auf den Schwerpunkt des Sonnensystems

## A. Zeitsysteme, Bezugssysteme und Transformationen bei GRACE

### A.2. Koordinatensysteme

---

(Temps Dynamique Barycentrique) TDB oder auf den Erdschwerpunkt (Temps Dynamique Terrestre) TDT. Als Einheit der TDT-Skala wurde die SI-Sekunde eingeführt. Wegen der Definition der TAI-Epoche besteht eine konstante Differenz zwischen TDT und TAI (vgl. Torge [14]):

$$\text{TDT} = \text{TAI} + 32.184 \text{ s.} \quad (\text{A.1})$$

#### GPS-Zeit und UTC

Die GPS-Zeit  $T_{\text{GPS}}$  (Einheit SI-Sekunde) wird durch die Caesium-Uhren der Kontrollsegment-Stationen des GPS definiert. Am 6. Januar 1980, dem Tag ihrer Einführung, stimmte sie mit UTC überein und unterscheidet sich inzwischen näherungsweise um eine ganze Anzahl von (Schalt-)Sekunden. UTC ist die konventionelle Weltzeit in Greenwich. Die Differenz zwischen GPS-Zeit und UTC wird dadurch verursacht, dass in die gleichförmige GPS-Zeit keine Schaltsekunden eingefügt werden. Bei Einführung der GPS-Zeit bestand zwischen TAI und UTC ein konstanter Versatz von 19.0 s. Daraus folgt also:

$$T_{\text{GPS}} = \text{TAI} + 19.0 \text{ s.} \quad (\text{A.2})$$

Die Inertialkoordinaten der GRACE-Satelliten sind im dynamischen Zeitsystem gegeben. Aus den Glch. (A.1) und (A.2) lässt sich für die Berechnung der offiziellen GPS-Zeit ableiten:

$$T_{\text{GPS}} = \text{TDT}[\text{s}] - 32.184\text{s} - 19.0\text{s} \quad (\text{A.3})$$

Bei der GRACE-Mission weicht die GPS-Zeit-Bezugsepoche von der eigentlichen Definition (6. Januar 1980 00:00 Uhr) ab: Sie ist statt dessen definiert als Bezugsepoche seit 1. Januar 2000, 12:00 Uhr (vgl. Torge [14]).

## A.2 Koordinatensysteme

### A.2.1 Inertiales Koordinatensystem

#### Inertialsystem

Der Ursprung des Inertialsystems liegt im Massenzentrum der Erde. Die  $x_i$ -Achse zeigt in Richtung des Frühlingspunktes  $\Upsilon$ , die  $z_i$ -Achse ist näherungsweise die Rotationsachse der Erde und die  $y_i$ -Achse vervollständigt ein Rechtssystem. Punkte werden mit den Sternkoordinaten Rektaszension  $\alpha$  und Deklination  $\delta$  bezeichnet. Ein Inertialsystem wird benötigt, um die Bewegungen der Erde und anderer Himmelskörper einschließlich künstlicher Erdsatelliten im Raum zu beschreiben. Ein raumfestes System (Celestial Reference System) stellt eine Annäherung an ein Inertialsystem dar, es wird durch geeignete Konventionen definiert: konventionelles Inertialsystem (Conventional Inertial System CIS). Im raumfesten System gelten die Newtonschen Gesetze.

#### Internationales Zälestisches Bezugssystem

Das Internationale Zälestische Bezugssystem ICRS (International Celestial Reference System) basiert auf der allgemeinen Relativitätstheorie, wobei die Zeit-Koordinate durch

die Internationale Atomzeit  $T_{\text{GPS}}$  definiert ist. Das ICRS stellt eine Approximation an ein raumfestes konventionelles Inertialsystem (CIS) mit Ursprung im Baryzentrum des Sonnensystems dar. Dabei wird unterstellt, dass das System keine globale Rotation ausführt. Die zur Realisierung (ICRF) des Systems benutzten Radioquellen weisen keine Eigenbewegung auf. Die Koordinatenachsen werden durch den zälestischen Referenzpol und den Frühlingspunkt definiert. Realisiert wird das Zälestische Bezugssystem durch den HIPPARCOS-Katalog, der aus einer Vielzahl an Sternen (bis zur scheinbaren Helligkeit 9) aufgebaut ist.

### A.2.2 Erdfestes Bezugssystem

Der Ursprung des erdfesten Bezugssystem liegt im Massenzentrum der Erde. Die  $\underline{x}_e$ - und  $\underline{y}_e$ -Achse spannen gemeinsam die Äquatorialebene auf, die Richtung der  $\underline{x}_e$ -Achse geht durch den Greenwich-Meridian. Die  $\underline{z}_e$ -Achse ist die Rotationsachse der Erde und die  $\underline{y}_e$ -Achse vervollständigt ein Rechtssystem. Die Koordinaten eines Punktes P werden in geografische Länge  $\lambda$  und geografische Breite  $\varphi$  angegeben.

### A.2.3 Bahnbegleitendes System

Der Ursprung des bahnbegleitenden Systems liegt im Massenzentrum des Satelliten. Es gibt verschiedene Arten von bahnbegleitenden Koordinatensystemen:

1. radial orientiert
2. geschwindigkeitsorientiert

Abhängig von der Art der Wahl des Systems legt man die Richtung der Achsen fest.

1. Bei einem radial orientierten bahnbegleitenden Koordinatensystem wird die  $\underline{z}_r$ -Achse radial in Richtung Massenzentrum der Erde ausgerichtet. Die  $\underline{y}_r$ -Achse ist die Normale auf die Bahnebene und die  $\underline{x}_r$ -Achse vervollständigt ein Rechtssystem, so dass bei exzentrischen Bahnen  $\underline{x}_r$  nur näherungsweise die Richtung des Geschwindigkeitsvektors besitzt.

$$\underline{z}_r = -\underline{r} \tag{A.4}$$

$$\underline{y}_r = \underline{z}_r \times \dot{\underline{r}} \tag{A.5}$$

$$\underline{x}_r = \underline{y}_r \times \underline{z}_r \tag{A.6}$$

## A. Zeitsysteme, Bezugssysteme und Transformationen bei GRACE

### A.2. Koordinatensysteme

---

2. Bei einem geschwindigkeitsorientierten bahnbegleitenden Koordinatensystem wird die  $\underline{x}_r$ -Achse durch den Geschwindigkeitsvektor festgelegt. In Flugrichtung zeigt die  $\underline{x}_r$ -Achse, die Normale der Bahnebene ergibt die  $\underline{y}_r$ -Achse. Die  $\underline{z}_r$ -Achse entspricht approximiert dem negativen Ortsvektor.

$$\underline{x}_r = \dot{\underline{r}} \quad (\text{A.7})$$

$$\underline{z}_r = -\underline{r} \quad (\text{A.8})$$

$$\underline{y}_r = \underline{x}_r \times \underline{z}_r \quad (\text{A.9})$$

#### A.2.4 Orientierungswinkel eines GRACE-Satelliten

Fliegende Objekte besitzen folgende drei Arten von Orientierungswinkel:

- Der Nickwinkel  $\theta$  (vgl. Abb. A.2) ist ein Maß für das Ansteigen oder Abfallen eines fliegenden Objektes (Rotation um satellitenfeste y-Achse).
- Der Rollwinkel  $\varphi$  (vgl. Abb. A.3) gibt seine seitliche Verkippung gegenüber der Horizontalebene an (Rotation um satellitenfeste x-Achse).
- Der Kurswinkel  $\psi$  (vgl. Abb. A.4) orientiert die Flugrichtung des Objekts in einem Koordinatensystem (Rotation um satellitenfeste z-Achse).

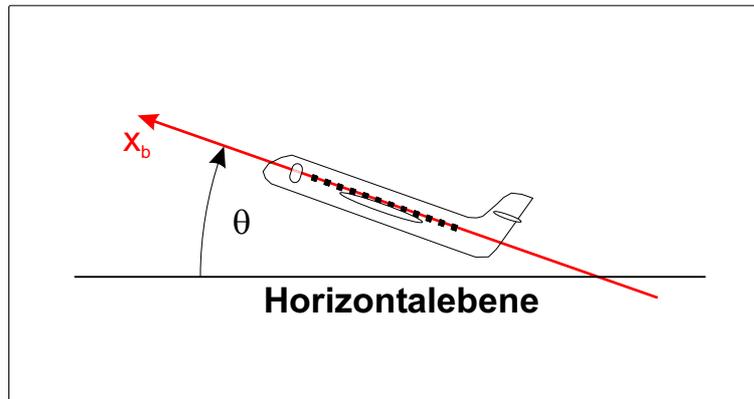


Abbildung A.2: Definition des Nickwinkels  $\theta$  (Quelle: *Bäumker* [1]).

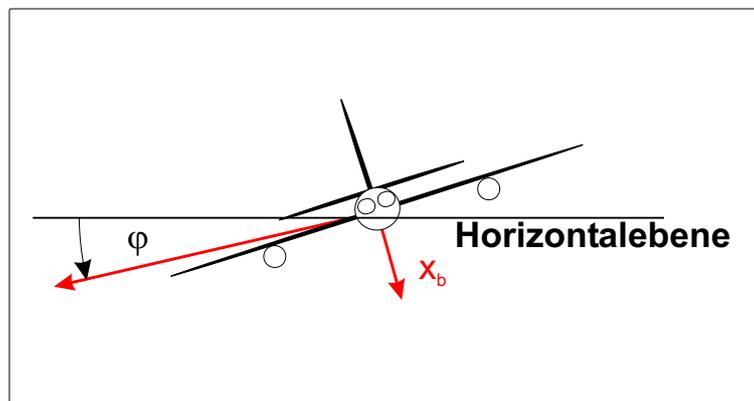


Abbildung A.3: Definition des Rollwinkels  $\phi$  (Quelle: *Bäumker* [1]).

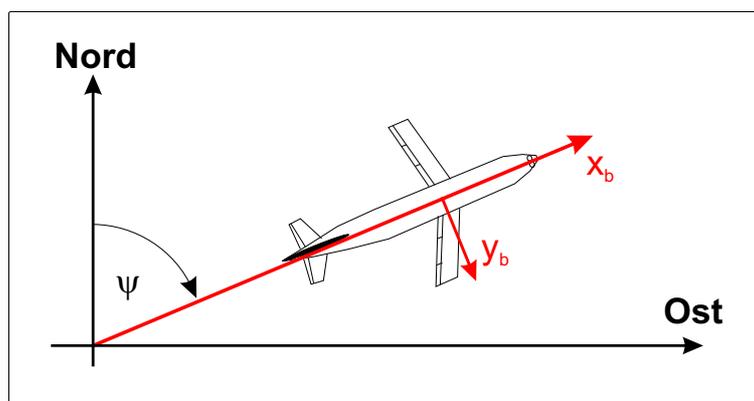


Abbildung A.4: Definition des Kurswinkels  $\psi$  (Quelle: *Bäumker* [1]).

## A.3 Koordinatentransformationen

### A.3.1 Transformation vom inertialen ins erdfeste Koordinatensystem

Im einfachsten Fall ist dies eine Rotation um die z-Achse um den Drehwinkel der Greenwich Apparent Sidereal Time (GAST) gemäß der Glch. (A.10) für den Positionsvektor:

$$\underline{r}_{\text{erdfest}} = \mathbf{R}_3(\omega t) \cdot \underline{r}_{\text{inertial}}, \quad (\text{A.10})$$

Möchte man dagegen Geschwindigkeiten vom raumfesten ins erdfeste System transformieren, ist Glch. (A.11) anzuwenden:

$$\dot{\underline{r}}_{\text{erdfest}}(t) = \dot{\mathbf{R}}_3(t) \cdot \underline{r}_{\text{inertial}}(t) + \mathbf{R}_3(t) \cdot \dot{\underline{r}}_{\text{inertial}}(t) \quad (\text{A.11})$$

wobei für die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}_3$  gilt:

$$\mathbf{R}_3 = \begin{pmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t & 0 \\ \sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \omega_{\text{Erde}}$  lässt sich folgendermaßen herleiten:

$$\omega = \frac{2\pi}{86164 \text{ s}} = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \quad (\text{A.13})$$

### A.3.2 Transformation mit Richtungskosinussen

Im folgenden wird die Transformation vom inertialen (i) ins bahnbegleitende (r) System über Richtungskosinusse beschrieben. Bei GRACE kann die Matrix der Richtungskosinusse in zwei Weisen bestimmt werden. Gemäß *Wu u. Kruizinga* [17] verwendet man entweder

1. Positions- ( $\underline{r}_i$ ) und Geschwindigkeitsvektor (GRACE A:  $-\dot{\underline{r}}_i$  (Gegenflugrichtung), GRACE B:  $\dot{\underline{r}}_i$  (Flugrichtung)) im inertialen System von einem GRACE-Satelliten oder
2. Positionsvektor von GRACE I (I = A, B) und Relativpositionsvektor ( $\underline{r}^{\text{II}} = \underline{r}_i^{\text{J}} - \underline{r}_i^{\text{I}}$ ) zwischen GRACE I und J (J = B, A). In diesem Fall wird statt eines Geschwindigkeitsvektors der Relativpositionsvektor zwischen GRACE I und J verwendet.

Daraus werden die Einheitsvektoren der Achsen des bahnbegleitenden radial orientierten Systems im Inertialsystem bestimmt anhand der Glch. (A.4), (A.9) und (A.6):

Die Einheitsvektoren  $\underline{x}_i$ ,  $\underline{y}_i$  und  $\underline{z}_i$  im SRF stellen die Rotationsmatrix  $\mathbf{T}_{ir}$  vom Inertialsystem (i) ins bahnbegleitende (r) System auf:

$$\mathbf{T}_{ir} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.14})$$

Die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_{ir}$  ist orthonormal. Deswegen entspricht die Inverse der Transponierten. Die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_{ri}$  vom bahnbegleitenden System ins Inertialsystem lautet:

$$\mathbf{T}_{ri} = (\mathbf{T}_{ir})^{-1} = \mathbf{T}_{ir}^T \quad (\text{A.15})$$

### A.3.3 Transformationen mit Quaternionen

Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, Rotationen bzw. Transformationen zwischen Koordinatensystemen unterschiedlicher Orientierung darzustellen. In der Luft- und Raumfahrt werden meist Quaternionen benutzt, da sie frei von Singularitäten sind und damit numerisch stabil sind.

Die Idee von Quaternionen liegt darin, dass die Parameter den Drehwinkel und die Richtung der Drehachse im Raum angeben. Vier Parameter repräsentieren sogenannte Quaternionen. Die Quaternionen-Methode basiert auf einer Transformation von einem Koordinatensystem (a) in ein anderes (b) über eine einzige Rotation über einen Vektor  $\underline{\mu}$ . Der Quaternionen-Vektor enthält vier Elemente, die die Größe der Rotation und die drei Komponenten dieses Winkelvektors darstellen.

Die Quaternionen haben folgende Darstellung (vgl. Wertz [16]):

$$Q = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Phi/2) \\ (\Phi_x/\Phi) \cdot \sin(\Phi/2) \\ (\Phi_y/\Phi) \cdot \sin(\Phi/2) \\ (\Phi_z/\Phi) \cdot \sin(\Phi/2) \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

mit  $\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z \dots$  Richtung der Drehachse  $\underline{\Phi}$  und  
 $\Phi \dots$  Drehwinkel von  $\underline{\Phi}$ .

Eine alternative komplexe Darstellung lautet:

$$Q = q_0 + \mathbf{i}q_1 + \mathbf{j}q_2 + \mathbf{k}q_3 \quad (\text{A.17})$$

Dies ist eine Erweiterung der gewöhnlichen komplexen Zahl auf einen Ausdruck mit einem Realteil  $q_0$  und drei Imaginärteilen  $q_1, q_2, q_3$ .

#### Länge eines Quaternion

Die Länge eines Quaternion beträgt 1.

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (\text{A.18})$$

#### Rotation eines Vektors mit Quaternionen

Rotation des Vektors  $\underline{r}_b$  vom System b ins System n

$$\underline{r}_n = Q_{b,n} \cdot \underline{r}_b = (2 \cdot q_0^2 - 1) \cdot \underline{r}_b + 2 \cdot (\underline{q} \cdot \underline{r}_b) \cdot \underline{q} - 2 \cdot q_0 \cdot (\underline{q} \times \underline{r}_b) \quad (\text{A.19})$$

mit  $\underline{q} = (q_1 \quad q_2 \quad q_3)$

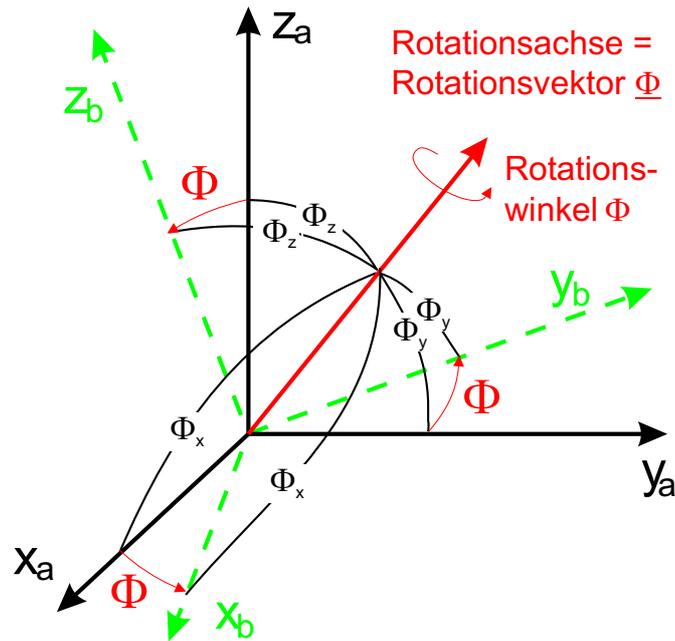


Abbildung A.5: Grafische Veranschaulichung der Quaternionen: Rotationsachse ( $\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z$ ) und Rotationswinkel  $\Phi$  vom System a ins System b. Skizze vgl. Wu u. Kruizinga [17]

### Inverse eines Quaternionen

$$Q^{-1} = (q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3)^{-1} = (q_0 \ -q_1 \ -q_2 \ -q_3) \quad (\text{A.20})$$

$$= (-q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3)$$

Die Inverse eines Quaternionen ergibt sich aus dem gleichen Drehvektor, aber negativem Drehwinkel bzw. umgedrehter Drehvektor mit gleichem Drehwinkel.

### Produkt zweier Quaternionen

Sei  $Q_{A,B}$  das Quaternion vom System A ins System B und  $P_{B,C}$  das Quaternion vom System B ins System C. Desweiteren ist der Vektor  $\underline{r}$  im System A gegeben. Dieser Vektor  $\underline{r}$  ist vom System A ins System C über das Zwischensystem B zu transformieren:

$$P_{B,C} \cdot (Q_{A,B} \cdot \underline{r}) = (Q_{A,B} \cdot P_{B,C}) \cdot \underline{r} = S_{A,C} \cdot \underline{r} \quad (\text{A.21})$$

Die Elemente des Produkts  $S_{A,C} = Q_{A,B} \cdot P_{B,C}$  werden gemäß Glch. (A.22) berechnet:

$$\begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_0 & -p_1 & -p_2 & -p_3 \\ p_1 & p_0 & -p_3 & p_2 \\ p_2 & p_3 & p_0 & -p_1 \\ p_3 & -p_2 & p_1 & p_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Beim Produkt zweier Quaternionen ist zu beachten, dass deren Verkettung nicht analog der zu Verkettung zweier Transformationsmatrizen ist. Die Reihenfolge der Antragung der Matrizen ist unterschiedlich.

### Differenz zweier Quaternionen

Seien  $Q_{A,B}$  und  $P_{A,B}$  Quaternionen, die einen Vektor vom System A ins System B transformieren. Dann ergibt sich für die Differenz zwischen  $P_{A,B}$  und  $Q_{A,B}$  im System B:

$$\Delta_{A,B} = Q_{A,B}^{-1} \cdot P_{A,B} \quad (\text{A.23})$$

### Rotationsmatrix aus Quaternionen

Transformationsformel eines Vektors  $\underline{r}_b$  vom Quellsystem (b) ins Zielsystem (n)  $\underline{r}_n$  über Quaternionen mit Hilfe des Konjugiert-komplexen  $q^* = (a - ib - jc - kd)$  von  $q$  erfolgt über:

$$\underline{r}_n = Q \cdot \underline{r}_b \cdot Q^* \quad (\text{A.24})$$

Speziell gilt:

$$\underline{r}_n = (q_0 + iq_1 + jq_2 + kq_3) \cdot (0 + iq_1 + jq_2 + kq_3) \cdot (q_0 - iq_1 - jq_2 - kq_3) \quad (\text{A.25})$$

Ausmultiplizieren ergibt:

$$\begin{aligned} \underline{r}_n = & 0 + \\ & + (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_0^2) \cdot x + 2(q_1q_2 + q_3q_0) \cdot y + 2(q_1q_3 - q_2q_0) \cdot z \} \mathbf{i} \\ & + 2(q_1q_2 - q_3q_0) \cdot x + (-q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_0^2) \cdot y + 2(q_2q_3 + q_1q_0) \cdot z \} \mathbf{j} \\ & + 2(q_1q_3 + q_2q_0) \cdot x + 2(q_2q_3 - q_1q_0) \cdot y + (-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_0^2) \cdot z \} \mathbf{k}. \end{aligned}$$

#### Bedeutung:

Durch das Ausmultiplizieren verschwindet der Realteil und somit wird der Winkel zu Null. Die drei anderen Komponenten ergeben den Ortsvektor im Zielsystem.

Alternativ kann die Transformation als eine Matrixmultiplikation ausgedrückt werden:

$$\underline{r}_n = R \cdot \underline{r}_b \quad (\text{A.26})$$

mit der Transformationsmatrix

$$R = \begin{pmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_0) & 2(q_1q_3 - q_2q_0) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_0) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_0) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_0) & 2(q_2q_3 - q_1q_0) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_0^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.27})$$

Durch Inversion bzw. der Transponierten der Matrix R lässt sich eine Rücktransformation durchführen:

$$\underline{r}_b = R^{-1} \cdot \underline{r}_n = R^T \cdot \underline{r}_n \quad (\text{A.28})$$

### Negatives eines Quaternionen

Ändert sich bei allen Elementen  $q_0, q_1, q_2$  und  $q_3$  eines Quaternionen  $Q$  das Vorzeichen,

ergibt sich wieder die gleiche Rotationsmatrix. Beweis:

$$\begin{aligned}
 -Q &= \begin{pmatrix} -q_0 \\ -q_1 \\ -q_2 \\ -q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(-\Phi/2) \\ (-\Phi_x/\Phi) \cdot \sin(-\Phi/2) \\ (-\Phi_y/\Phi) \cdot \sin(-\Phi/2) \\ (-\Phi_z/\Phi) \cdot \sin(-\Phi/2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Phi/2) \\ (-\Phi_x/\Phi) \cdot (-\sin(\Phi/2)) \\ (-\Phi_y/\Phi) \cdot (-\sin(\Phi/2)) \\ (-\Phi_z/\Phi) \cdot (-\sin(\Phi/2)) \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \cos(\Phi/2) \\ (\Phi_x/\Phi) \cdot \sin(\Phi/2) \\ (\Phi_y/\Phi) \cdot \sin(\Phi/2) \\ (\Phi_z/\Phi) \cdot \sin(\Phi/2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = Q
 \end{aligned} \tag{A.29}$$

Aus dem Beweis in Glch. (A.29) lässt sich unmittelbar folgern:

$$Q = -Q \tag{A.30}$$

### **Euler-/Rotationswinkel aus Quaternionen**

Man unterscheidet zwei prinzipielle Typen von Eulerwinkeln:

- Rotationen um jede der drei Koordinatenachsen. Dabei gibt es sechs verschiedene Drehreihenfolgen: 1-2-3, 1-3-2, 2-1-3, 2-3-1, 3-1-2 und 3-2-1.
- erste und dritte Rotation erfolgt um dieselbe Achse, die zweite Rotation erfolgt um eine der beiden anderen Achsen. Auch hier sind sechs verschiedene Drehreihenfolgen möglich: 1-2-1, 1-3-1, 2-1-2, 2-3-2, 3-1-3, 3-2-3.

Im Folgenden werden die Eulerwinkel vorgestellt, die auf der Reihenfolge 3-2-1 (z-Achse → y'-Achse → x''-Achse) basieren (Definitionen sind zu finden in Abb. A.2, A.3 und A.4):

Kurswinkel  $\psi$  (z-Achse):

$$\psi = \arctan \frac{2 \cdot (q_1 q_2 + q_0 q_3)}{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \tag{A.31}$$

Nickwinkel  $\theta$  (y'-Achse):

$$\theta = \arcsin [2 \cdot (q_0 q_2 - q_1 q_3)] \tag{A.32}$$

Rollwinkel  $\varphi$  (x''-Achse):

$$\varphi = \arctan \frac{2(q_0 q_1 + q_2 q_3)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \tag{A.33}$$

Gleich. (A.31), (A.32) und (A.33) sind äquivalent zu folgenden Gleich. (A.34), (A.35) und (A.36), die die Eulerwinkel aus der Transformationsmatrix  $R$  berechnen:

$$\psi = \arctan\left(\frac{r_{12}}{r_{11}}\right) \quad (\text{A.34})$$

$$\theta = \arcsin(-r_{13}) \quad (\text{A.35})$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{r_{23}}{r_{33}}\right) \quad (\text{A.36})$$

### **Ableitung von Quaternionen aus einer Rotationsmatrix**

Aus der Rotationsmatrix  $R$  können die Quaternionen abgeleitet werden:

$$q_0 = \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + r_{11} + r_{22} + r_{33}} \quad (\text{A.37})$$

$$q_1 = \frac{r_{23} - r_{32}}{4q_0} \quad (\text{A.38})$$

$$q_2 = \frac{r_{31} - r_{13}}{4q_0} \quad (\text{A.39})$$

$$q_3 = \frac{r_{12} - r_{21}}{4q_0} \quad (\text{A.40})$$

# Anhang B

## Interpolation

Interpolationen spielen in dieser Diplomarbeit eine große Rolle, z.B.

- zum Auffüllen von Datenlücken,
- zur Rekonstruktion des ursprünglichen Signals,
- zur Änderung des Abtastrasters (sampling rate conversion, Resampling), d.h. Äquidistanzierung.

Zu folgenden Verfahren ist eine vorhergehende Interpolation aus mindestens einem der oben genannten unumgänglich:

- zur Berechnung von Spektren, die als Input eine äquidistante und lückenlose Zeitreihe brauchen,
- zur Durchführung von Korrelationen zweier Messreihen,
- zur Filterung von Messreihen, d.h. Manipulation von Datensätzen.

Damit die obigen Verfahren durchgeführt werden können, ist es stets notwendig, vorab die Datenreihen durch Interpolationen aufzufüllen. Daher wird in diesem Kapitel die Theorie von ein paar gängigen Interpolationsverfahren gemäß *Wähling* [15] vorgestellt.

### B.1 Definition der Interpolation

Bei einer Interpolation gilt folgende Problemstellung: Zu einer Wertetabelle von  $(n+1)$  Paaren  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n) \in \mathbb{R}$  sind Funktionen  $f$  zu finden, so dass die Punkte  $(x_i, y_i)$  auf dem Graphen von  $f$  liegen:  $f(x_i) = y_i$  für  $i = 0, 1, \dots, n$ . Dabei ist eine Funktionenklasse vorgegeben, aus der  $f$  stammen soll (z.B. trigonometrische Funktionen, Polynome, Splinefunktionen, ...). Dabei verwendet man normalerweise Ansatzfunktionen  $f$  mit  $(n+1)$  Parametern  $c = (c_0, c_1, \dots, c_n)$ , die aus den  $(n+1)$  Gleichungen zu bestimmen sind. Man arbeitet i.d.R. mit linearen Ansätzen  $f(x) = \sum c_i \cdot \Phi_i(x)$ . Die Parameter  $c_i$  sind dann aus einem linearen Gleichungssystem zu bestimmen und dienen als Koeffizienten. Die Funktionen  $\Phi_i(x)$  bestimmen die Funktionenklasse und dienen als Ansatzfunktionen. Zur Polynominterpolation zählen u.a. die Lagrangesche Interpolation oder die Newtonsche Interpolation (linear, kubisch).

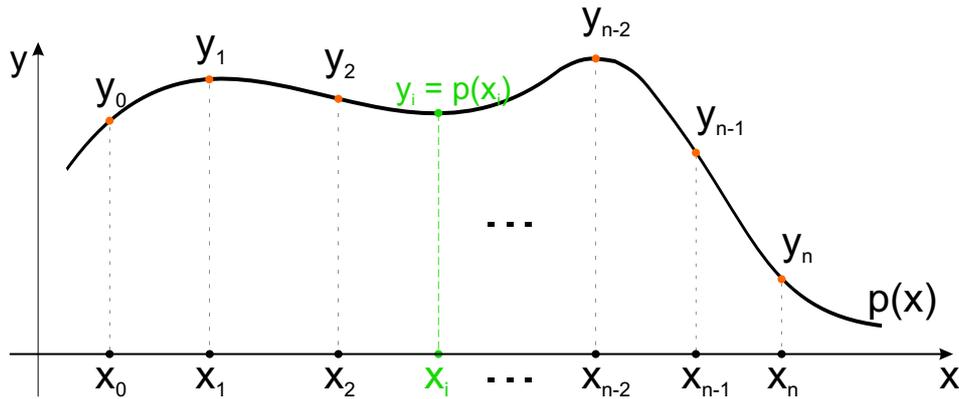


Abbildung B.1: Visualisierung des Prinzips einer Interpolation. Durch die Punkte  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n) \in \mathbb{R}$  wird ein Polynom  $p(x)$  berechnet. An der Interpolationsstelle  $x_i$  wird der Interpolationswert  $y_i = p(x_i)$  ausgewertet.

## B.2 Interpolationsverfahren in der Diplomarbeit

### B.2.1 Newton-Interpolation

Das zu den Stützpunkten  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  mit verschiedenen Stützstellen  $x_i$  gehörende Interpolationspolynom  $p$  hat die Darstellung:

$$p(x) = y_{[x_0]} + y_{[x_0, x_1]} \cdot (x - x_0) + y_{[x_0, x_1, x_2]} \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) + \dots + y_{[x_0, x_1, \dots, x_n]} \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot \dots \cdot (x - x_{n-1}), \quad (\text{B.1})$$

wobei die  $y_{[x_0, x_1, \dots, x_i]}$  Koeffizienten sind.

$y_{[x_0]}$  z.B. ist der Abszissenwert an der Stelle  $x_0$ ,  $y_{[x_0, x_1]}$  ist der Koeffizient des linearen Gliedes usw.

Zur Berechnung des Interpolationspolynoms werden mit dem Start

$$y_{[x_i]} := y_i \quad (i = 0, \dots, n)$$

rekursiv die sog. k-ten dividierten Differenzen ermittelt:

$$y_{[x_m, x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_{m+k}]} = \frac{y_{[x_{m+1}, \dots, x_{m+k}]} - y_{[x_m, \dots, x_{m+k-1}]}}{x_{m+k} - x_m}.$$

Ein Steigungsspiegel veranschaulicht das Schema:

## B. Interpolation

### B.2. Interpolationsverfahren in der Diplomarbeit

3	2	1	0	0	1	2	3
			$x_0$	$y_{[x_0]}$			
		$x_1 - x_0$			$y_{[x_0, x_1]}$		
	$x_2 - x_0$		$x_1$	$y_{[x_1]}$		$y_{[x_0, x_1, x_2]}$	
$x_3 - x_0$		$x_2 - x_1$			$y_{[x_1, x_2]}$		$y_{[x_0, x_1, x_2, x_3]}$
	$x_3 - x_1$		$x_2$	$y_{[x_2]}$		$y_{[x_1, x_2, x_3]}$	
		$x_3 - x_2$			$y_{[x_2, x_3]}$		
			$x_3$	$y_{[x_3]}$			
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Speziell folgt daraus:

- $y_{[x_i]} = y_i$  (mit  $i = 0, 1, \dots, n - 1$ )
- $y_{[x_i, x_{i+1}]} = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}$  (mit  $i = 0, 1, \dots, n - 2$ )
- $y_{[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}]} = \frac{y_{[x_{i+1}, x_{i+2}]} - y_{[x_i, x_{i+1}]}}{x_{i+2} - x_i}$  (mit  $i = 0, 1, \dots, n - 3$ )
- $y_{[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}]} = \frac{y_{[x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}]} - y_{[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}]}}{x_{i+3} - x_i}$  (mit  $i = 0, 1, \dots, n - 4$ )
- ...

#### Lineare Newton-Interpolation

Die lineare Interpolation ist die nach dem 2. Glied abgebrochene Newton-Interpolation gemäß der Formel:

$$p(x) = y_{[x_0]} + y_{[x_0, x_1]} \cdot (x - x_0). \quad (\text{B.2})$$

Daraus ist auch ersichtlich, dass zur linearen Interpolation nur zwei Stützpunkte herangezogen werden können.

#### Kubische Newton-Interpolation

Die kubische Interpolation ist die nach dem 4. Glied abgebrochene Newton-Interpolation gemäß der Formel:

$$p_3(x) = y_{[x_0]} + y_{[x_0, x_1]} \cdot (x - x_0) + y_{[x_0, x_1, x_2]} \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) + \dots + y_{[x_0, x_1, x_2, x_3]} \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \quad (\text{B.3})$$

mit den vier Stützpunkten  $(x_0, y_0)$ ,  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  und  $(x_3, y_3)$ .

## B.2.2 Lagrange-Interpolation

Das eindeutig bestimmte Polynom  $p_i(x)$  vom Grad  $\leq n$  lautet:

$$p_i(x) = \sum_{j=0}^n y_j \cdot L_j(x). \quad (\text{B.4})$$

Die Definition der Lagrange-Polynome ist

$$L_j(x) := \prod_{i=0 \wedge i \neq j}^n \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \quad (j = 0, 1, \dots, n) \quad (\text{B.5})$$

und haben die Eigenschaft

$$L_j(x_k) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } k = j \\ 0, & \text{wenn } k \neq j \end{cases}. \quad (\text{B.6})$$

Das Lagrange-Polynom ist eine gewichtete Linearkombination aus den Lagrange-Polynomen  $L_i$  mit den Stützwerten  $y_i$  als Gewichte. Die Lagrange-Polynome sind von maximal  $n$ -ten Grad.

## B.2.3 Kubische Spline-Interpolation

Definition von Spline-Funktionen:

Es sei für  $p_k$  für  $k \in \mathbb{N}$  die Menge aller reellen Polynome mit einem Grad  $n \leq k$ . Gegeben sind die Stützstellen  $x_0 < x_1 < \dots < x_n$  aus  $\mathbb{R}$ . Es ist genau dann eine Spline-Funktion definiert, wenn

- a) für jedes  $i = 0, 1, \dots, n - 1$  explizit ein Polynom  $p_i \in p_k$  existiert und
- b) an allen "Nahtstellen" (innere Stützpunkte) gilt:

$$p_{i-1}(x_i) = p_i(x_i), p'_{i-1}(x_i) = p'_i(x_i), \dots, p^{(k-1)}_{i-1}(x_i) = p^{(k-1)}_i(x_i).$$

Jedes  $p_i$  ist durch seine  $(k + 1)$  Koeffizienten gegeben ( $\Rightarrow n \cdot (k + 1)$ ). An allen  $(n - 1)$  Nahtstellen existieren  $k$  Bedingungen ( $\Rightarrow k \cdot (n - 1)$ ). Für einen Spline  $S$  stehen also  $n \cdot (k + 1) - k \cdot (n - 1) = (n + k)$  freie Parameter zur Verfügung. Deshalb wird ein Spline durch  $(n + k)$  freie, unabhängige Bedingungen festgelegt.

Neben den Stützstellen  $x_0 < x_1 < \dots < x_n$  sind zusätzlich noch Stützwerte  $y_0, y_1, \dots, y_n$  gegeben. Somit können  $(n+1)$  weitere Bedingungen aufgestellt werden. Damit existieren nur noch  $(n + k) - (n + 1) = k - 1$  unabhängige Bedingungen.

Man spricht von linearen ( $k = 1$ ), quadratischen ( $k = 2$ ) bzw. kubischen ( $k = 3$ ) Splines. Der für die Praxis wichtigste Fall ist die kubische ( $k = 3$ ) Spline-Interpolation. Für den Fall  $k = 3$  müssen weitere geeignete Forderungen gestellt werden, um die Interpolierende  $S \subset S_3(x_0, x_1, \dots, x_n)$  eindeutig festzulegen. Dies kann durch Randbedingungen erreicht werden, so dass die Interpolationsaufgabe genau eine Lösung besitzt:

## B. Interpolation

### B.3. Polynomfit mit Überbestimmung

---

- natürliche Randbedingungen:  $S''(x_0) = 0 = S''(x_n)$ ; an den beiden Stützpunkten am Rand wird die Krümmung (2. Ableitung) des interpolierten Splines als Null definiert.
- vollständige Randbedingungen:  $S'(x_0) = r \in \mathbb{R}$  und  $S'(x_n) = s \in \mathbb{R}$ ; an den Randstellen ist die 1. Ableitung bekannt. Sie kann z.B. dadurch berechnet werden, dass man die Steigungen zu den nächsten Punkten, die aber nicht mehr zur Interpolation herangezogen werden, berechnet.
- periodische Randbedingungen:  $S'(x_0) = S'(x_n)$ ,  $S''(x_0) = S''(x_n)$ ; kann am besten angewendet werden, wenn sich ein periodischer Trend im Datensatz abzeichnet.

Anschließend erfolgt die Berechnung der Splines mit folgendem Ansatz:

$$S(x) = p_i(x) = a_i + b_i \cdot (x - x_i) + c_i \cdot (x - x_i)^2 + d_i \cdot (x - x_i)^3. \quad (\text{B.7})$$

Die Koeffizienten lassen sich mit den Glch. (B.8) bis (B.11) als Ansätze für ein Gleichungssystem berechnen. Die Lösung des Gleichungssystems liefert die Koeffizienten:

$$a_i = y_i \quad (\text{B.8})$$

$$b_i = \frac{\Delta y_i}{h_i} - \frac{h_i}{6} \cdot (M_{i+1} + 2M_i) \quad (\text{B.9})$$

$$c_i = \frac{1}{2} \cdot M_i \quad (\text{B.10})$$

$$d_i = \frac{1}{6h_i} \cdot (M_{i+1} - M_i) \quad (\text{B.11})$$

wobei

$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i \dots$  Ordinatendifferenz zweier benachbarter Stützwerte,

$h_i = x_{i+1} - x_i \dots$  Abszissendifferenz zweier benachbarter Stützstellen und

$M_i = S''(x_i) \dots$  sog. Momente (2. Ableitung an den Stützstellen  $i$ ).

## B.3 Polynomfit mit Überbestimmung

Das beiden vorherigen Kapitel B.1 und B.2 zeigen, dass ein Polynom

- zweiten Grades drei Stützpunkte benötigt,
- dritten Grades vier Stützpunkte benötigt,
- usw.

Will man ein Polynom N-ten Grades in einen bestehenden Datensatz möglichst gut anpassen, so wird eine kleinste-Quadrate-Ausgleichung notwendig. In diesem Kapitel wird die Polynom-Koeffizienten-Bestimmung am Beispiel für ein Polynom dritten Grades vorgestellt.

Dabei steht man vor folgender Problemstellung:

Gegeben sind zu  $N$  verschiedenen Zeitpunkten  $t$  (dim:  $N \times 1$ ) dazugehörige Funktionswerte  $y$  (dim:  $N \times 1$ ). In die  $N$  Punkte  $(t_i | y_i)$  ( $i = 1, \dots, N$ ) ist ein kubisches bzw. quadratisches Polynom bestmöglich einzuschließen. Zur Lösung dieses Problems wird eine

kleinste-Quadrate-Ausgleichung angewendet. Die Zeitpunkte  $t$  gelten als fehlerfrei.

Der Ansatz zur Bestimmung des kubischen Polynoms lautet (Einführung einer Referen-  
zepeche  $t_0$ , um numerische Probleme zu umgehen):

$$f(\hat{x}) = a \cdot (t - t_0)^3 + b \cdot (t - t_0)^2 + c \cdot (t - t_0) + d, \quad (\text{B.12})$$

Im Rahmen der Ausgleichung werden die Koeffizienten  $\hat{x}$  des Polynoms geschätzt, beim  
kubischen Polynom:

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}. \quad (\text{B.13})$$

Die Jacobi-Matrix  $A$  entsteht aus den partiellen Ableitungen nach den zu schätzenden  
Parametern

$$\begin{aligned} A = \partial f(\hat{x}) / \partial \hat{x} &= \begin{bmatrix} \partial f(\hat{x}) / \partial a & \partial f(\hat{x}) / \partial b & \partial f(\hat{x}) / \partial c & \partial f(\hat{x}) / \partial d \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (x - x_0)^3 & (x - x_0)^2 & (x - x_0) & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Alle Beobachtungen sind gleich stark gewichtet, deswegen ist die Gewichtungsmatrix  $P$   
eine Einheitsmatrix:

$$P = I \quad (\text{B.15})$$

Berechnung der Unbekannten:

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P y \quad (\text{B.16})$$

Berechnung der Standardabweichung:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{v^T v}{N - u}} \quad (\text{B.17})$$

mit  $N \dots$  Anzahl der Beobachtungen  
 $u \dots$  Anzahl der Unbekannten

# Anhang C

## Praktische Frequenzanalyse

Um Signale fehlerfrei erfassen zu können, sind einige Aspekte zu berücksichtigen. Zum fehlerfreien Messen eines Signals ist das Abtasttheorem zu beachten (vgl. Kap. C.1). Zur Verhinderung des Leakage-Effekts bei der Berechnung von Spektren ist eine vorangehende Fensterung notwendig (vgl. Kap. C.2). Des Weiteren wird der Ablauf der Durchführung der praktischen Frequenzanalyse erläutert (vgl. Kap. C.3). Wie die Filterung, also die Veränderung von Signalen abläuft, wird in Kap. C.4 erläutert.

### C.1 Abtasttheorem

Bedingung des Abtasttheorems:

Ein kontinuierliches Tiefpass-Signal muss mit einer Frequenz abgetastet werden, die mehr als doppelt so groß ist wie die höchste im Signal vorkommende Frequenz.

Die Folge daraus ist, dass vor der Abtastung ein Signal mit einem Tiefpass-Filter, dem Anti-Aliasing-Filter, in seiner Bandbreite beschränkt werden muss. Ein Tiefpass-gefiltertes Signal hat ein Spektrum mit tiefen Frequenzen und irgend einer oberen Grenze. Die höchste Frequenz entspricht der Bandbreite.

Bedingung des Nyquist-Theorems:

Ein kontinuierliches Signal der Bandbreite  $B$  kann aus seiner abgetasteten Version (Abtastfrequenz  $f_A$ ) nur dann fehlerfrei rekonstruiert werden, wenn  $f_A > 2B$  ist.

Abb. C.1 zeigt eine Abtastung, bei der das Nyquist-Theorem verletzt ist.

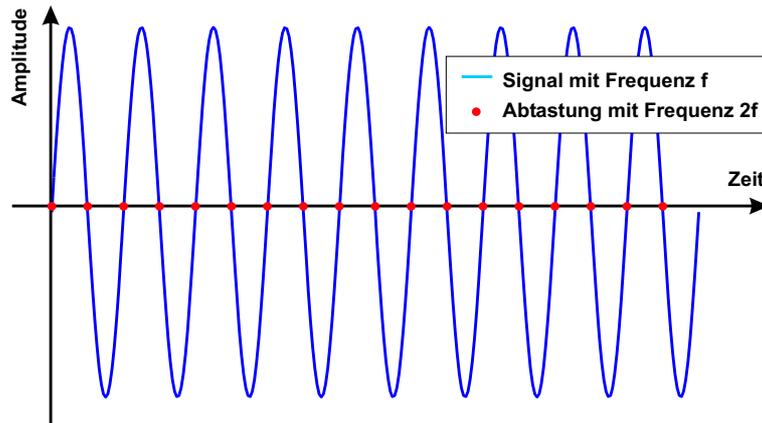


Abbildung C.1: Darstellung eines verletzten Nyquist-Theorems. In dieser Grafik sind ein Signal, das als bekannt vorausgesetzt wird, und eine nicht ausreichende Abtastung des Signals abgebildet. Das Signal (hier z.B. 3.0 Hz) wird mit exakt seiner doppelten Frequenz (6.0 Hz) abgetastet. In einer Wellenlänge wird exakt zwei mal abgetastet. In dieser Grafik sind dies exakt die Nullstellen des Signals, welche eine (eindeutige) Rekonstruktion komplett unmöglich machen. Diese Grafik zeigt anschaulich, warum die Abtastfrequenz größer als die doppelte Signalfrequenz sein muss.

## C.2 Leakage-Effekt

Da bei jeder Messreihe nur ein zeitlicher Ausschnitt vom Signal bestimmt werden kann, handelt es sich nicht um periodische, sondern um quasiperiodische Signale. Die diskrete Fourier-Transformation geht aber von einer periodischen Fortsetzung des zu transformierenden Signals aus. Quasiperiodische Signale lassen sich nicht ohne Sprungstelle periodisch fortsetzen. Grund: Wenn der erste Abtastwert nicht kontinuierlich in den letzten übergeht, entstehen durch die periodische Fortsetzung Unstetigkeitsstellen an den Rändern der Messreihe. Eine Unstetigkeitsstelle tritt immer auf, wenn das Zeitsignal nicht stetig fortsetzbar ist. Als Folge entstehen an den beiden Rändern Sprungstellen, die das Spektrum verschlechtern. Im Spektrum treten dann Amplituden auf Frequenzen auf, die im ursprünglichen Signal nicht vorhanden sind (vgl. Abb. C.2).

Der Leakage-Effekt lässt sich lt. Meyer [10] vermindern, wenn die Abtastwerte vor der FFT (Fast Fourier Transformation) mit einer Fensterfunktion gewichtet werden. Die Idee der Fensterung besteht darin, den ersten und letzten Wert verschwinden zu lassen. Des Weiteren sollen die dazwischen liegenden Abtastwerte "sanfter" behandelt werden. Mit der Fensterung erzwingt man eine periodische Fortsetzung ohne Sprungstelle.

Abb. C.2 veranschaulicht den Leakage-Effekt, Abb. C.3 zeigt die Verminderung des Leakage-Effekts durch eine Fensterung mit einem Hanning-Window. Getestet wird ein Zeitfenster, das einen reinen Sinus mit 5 kompletten Perioden enthält, dessen Spektrum nur bei  $f = 50.0$  Hz einen Peak aufweist. In der Praxis aber ist der Regelfall, dass ein Zeitabschnitt keine ganzzahlige Anzahl an Perioden enthält. Dieser Fall wird in Abb. C.2,

## C. Praktische Frequenzanalyse

### C.2. Leakage-Effekt

---

linkes unteres Bild, simuliert. In diesem Bild wird dasselbe Signal verwendet, aber das Zeitfenster wird vergrößert. Das vorliegende Signal besteht nunmehr aus mehr als 5 Perioden, das Spektrum verschlechtert sich. Die dominante Linie wird abgeschwächt und eine weitere dominierende Linie kommt hinzu. Das Auftreten von weiteren dominanten Linien nennt man Leakage-Effekt.

Die FFT ist eine periodische Fortsetzung des Eingangssignals, d.h. die Sprungstelle muss durch andere Frequenzen zusätzlich ausgeglichen werden. Durch eine Gewichtungsfunktion wird die Sprungstelle abgeschwächt. Das Ergebnis im Zeitbereich ist in Abb. C.3, linkes unteres Bild, zu sehen. Das Spektrum verbessert sich, der Peak hat fast den Wert wie das Spektrum des Sinus mit genau 5 Perioden. (vgl. Abb. C.2, rechtes oberes Bild).

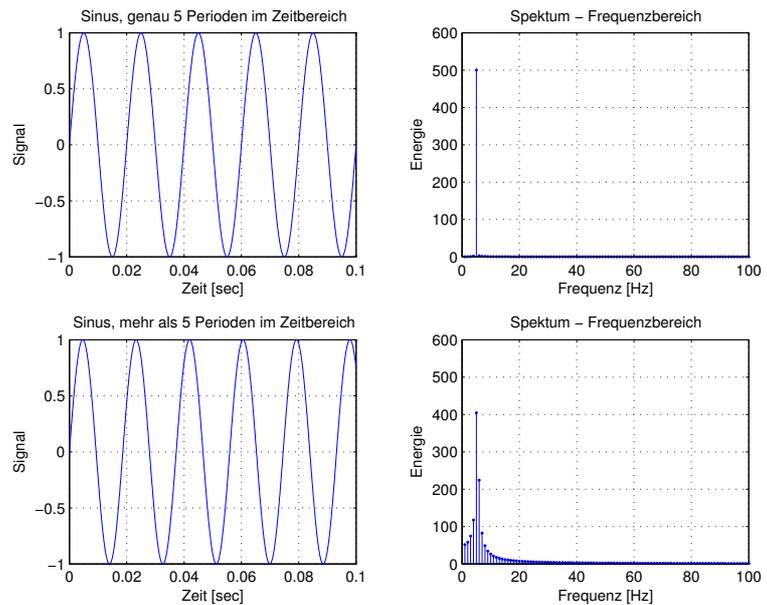


Abbildung C.2: Darstellung des Leakage-Effekts (Skizze vgl. Meyer [10]). Weil in der linken unteren Grafik mehr als Sinus-Perioden in dem gleichen Zeitfenster dargestellt sind, treten Amplituden auf Frequenzen auf, die im ursprünglichen Signal nicht vorhanden sind.

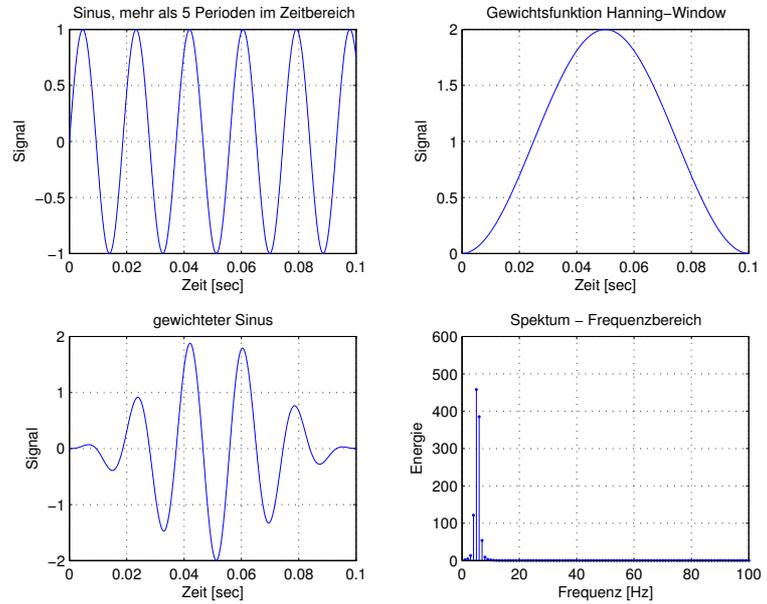


Abbildung C.3: Verminderung des Leakage-Effekts (Skizze vgl. Meyer [10]) durch Fensterung der Zeitreihe.

## C. Praktische Frequenzanalyse

### C.2. Leakage-Effekt

Für die Spektralanalyse gibt es zahlreiche Varianten von Fenstern, deren Gleichungen der Tabelle C.1 zu entnehmen sind und deren Verlauf in Abb. C.4 ersichtlich ist.

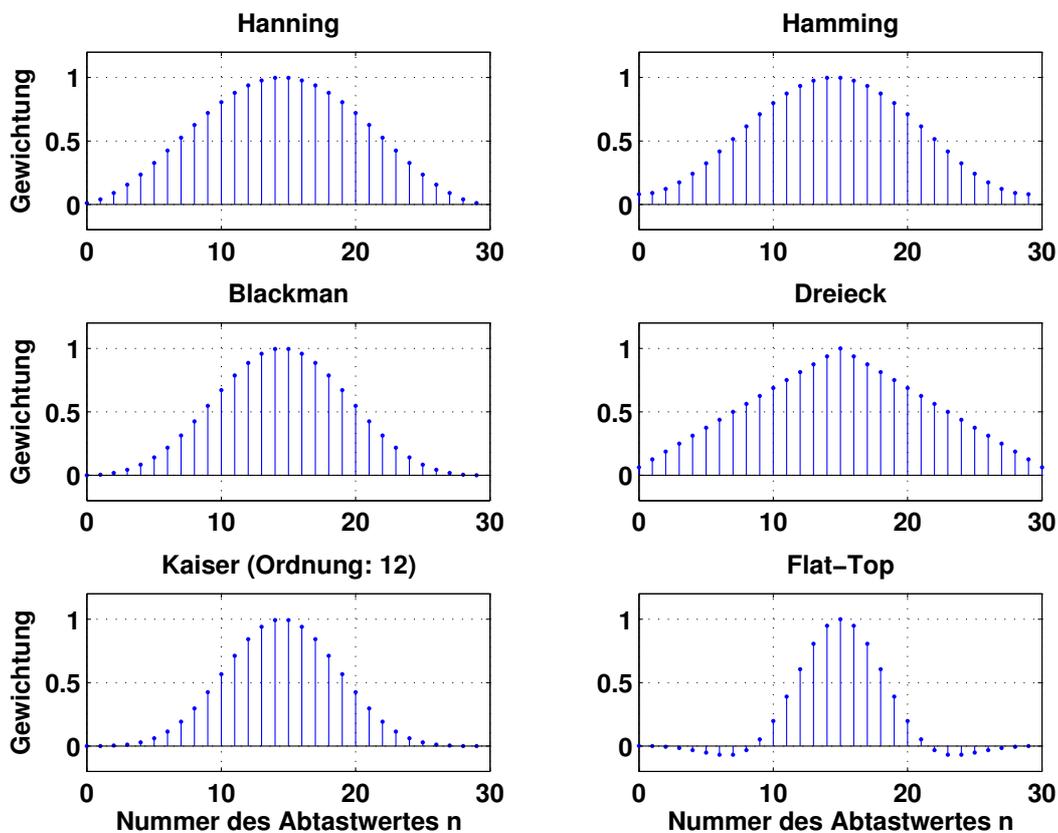


Abbildung C.4: Verschiedene FFT-Windows im Zeitbereich.

Window	Funktion ( $n = 0, \dots, N-1$ )
Rechteck	$w[n] = 1$
Hanning	$w[n] = 0.5 - 0.5 \cdot \cos(2\pi n/N)$
Hamming	$w[n] = 0.54 - 0.46 \cdot \cos(2\pi n/N)$
Blackman	$w[n] = 0.42 - 0.5 \cdot \cos(2\pi n/N) + 0.08 \cdot \cos(4\pi n/N)$
Bartlett (Dreieck)	$w[n] = \begin{cases} 2n/N, & 0 \leq n \leq N/2 \\ 2 - n/N, & N/2 < n < N \end{cases}$
Kaiser-Bessel	$w[n] = 0.4021 - 0.4986 \cdot \cos(2\pi n/N) + 0.0981 \cdot \cos(4\pi n/N) - 0.0012 \cdot \cos(6\pi n/N)$

Tabelle C.1: Gleichungen der FFT-Windows nach Meyer [10].

## C.3 Schritte der praktischen Frequenzanalyse

- Zunächst wird die interessierende Bandbreite  $B$  des zu untersuchenden Signals festgelegt. Entsprechend dieser Vorgaben wird ein Anti-Aliasing-Filter mit der Bandbreite  $B$  und Abtastfrequenz  $f_A$  bzw. Abtastintervall  $T$  bestimmt.

$$f_A = \frac{1}{T} > 2 \cdot B \quad (\text{C.1})$$

- Als nächster Schritt ist die gewünschte Frequenzauflösung  $\Delta f$  des Spektrums festzulegen. Dazu wird die Blocklänge  $N$  bestimmt:

$$\Delta f = \frac{1}{N \cdot T} = \frac{f_A}{N} \rightarrow N = \frac{f_A}{\Delta f} \quad (\text{C.2})$$



Abbildung C.5: Struktur eines digitalen Systems zur Verarbeitung analoger Signale.

Zusammenfassend ergibt sich bei der Frequenzanalyse eines Messsignals gemäß Abb. C.5 folgender Ablauf:

- Messung eines Signals mit Anti-Aliasing-Filter (AAF), um die erwünschten Frequenzen ermitteln zu können und um unerwünschte Signale zu eliminieren
- Analog-Digital-Wandlung (ADC): Abtastung des Signals mit genügend großer Anzahl an Abtastungen
- Windowing: Fensterung (z.B. mit Hanning) von v.a. periodischen Signalen, so dass keine Leakage-Effekte auftreten
- Fast-Fourier-Transformation (FFT): Bestimmung der Fourierkoeffizienten
- Skalierung auf Anzahl der Input-Messwerte
- Anzeige des Spektrums in doppeltlogarithmischer Darstellung

## C.4 Filterung von Messreihen

### C.4.1 Definition von Filtern

Jedes System, das ein Eingangssignal in irgendeiner Weise manipuliert, kann als Filter interpretiert werden. Filter werden eingesetzt, um gewünschte Signalanteile von unerwünschten Signalanteilen zu trennen. Mit hochfrequenten Störungen überlagerte Signale können durch Anwendung von Filtern so manipuliert werden, dass die hochfrequenten Störanteile entfernt werden.



Abbildung C.6: Darstellung der Wirkungsweise eines Filters als Blackbox-System. Dem Anwender bleibt meist die Wirkungsweise des Filters verborgen.

Im Folgenden sei  $x_1(t)$  das erwünschte und  $x_2(t)$  das unerwünschte Signal. Im Ausgangssignal soll idealerweise  $y_2(t)$  verschwinden, während  $y_1(t) = k \cdot x_1(t - \tau)$  das verzerrungs-frei übertragene Nutzsignal ist. Diese Aufgabe ist dann einfach zu lösen, wenn sich die Spektren  $X_1(\omega)$  und  $X_2(\omega)$  nicht überlappen oder noch besser einen genügenden Abstand haben. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, sind die Verhältnisse schwierig und es geht nur noch darum, im Ausgangssignal  $y_2(t)$  gegenüber  $y_1(t)$  möglichst gering zu halten.

### C.4.2 Unterscheidungsmerkmale von Bandpassfiltern

Bandpassfilter sind (meistens) lineare frequenzabhängige Systeme, die bestimmte Frequenzbereiche des Eingangssignals passieren lassen, andere Frequenzbereiche hingegen sperren. Man spricht gemäß Abb. C.7 vom:

- Durchlassbereich: Die Signalanteile mit den Frequenzen im tieffrequenten Durchlassbereich sollen erhalten bleiben.
- Sperrbereich: Die Signalanteile mit den Frequenzen im hochfrequenten Sperrbereich sollen eliminiert werden.
- Übergangsbereich: Der Übergangsbereich stellt die Überleitung vom Durchlass- in den Sperrbereich dar. Die Signalanteile im Frequenzintervall des Übergangsbereich werden verändert gewichtet durchgelassen. Je steiler der Übergangsbereich ist, desto besser ist die Separation der hochfrequenten Signalanteile. Wird der Übergangsbereich zu schmal, dann muss man eine Verschlechterung des Durchlass- und/oder des Sperrbereichs in Kauf nehmen.

Des Weiteren zeigt Abb. C.7 wichtige Kenngrößen eines Tiefpassfilters:

- Grenzfrequenz
- Sperrdämpfung
- Restwelligkeit
- Flankensteilheit

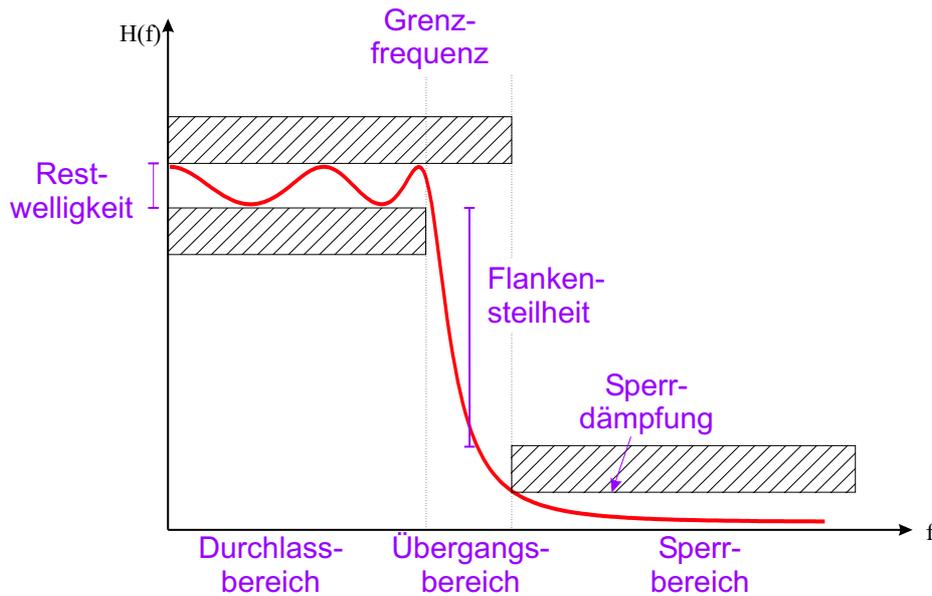


Abbildung C.7: Spezifikation realer Filter - charakteristischer Verlauf eines Tiefpassfilters im Frequenzbereich. Markiert sind wichtige Kenngrößen eines Filters: Grenzfrequenz, Sperrdämpfung, Restwelligkeit, Flankensteilheit. Ein Bandpassfilter kann in drei verschiedene Bereiche eingeteilt werden: Durchlassbereich, Übergangsbereich Sperrbereich.

Filter können aufgrund von verschiedenen Kriterien in Klassen unterteilt werden.

### Unterteilung aufgrund des Frequenzverhaltens

- Tiefpass (vgl. Abb. C.8): Zulassen von nur niedrigen Frequenzen und Abschneiden aller hohen Frequenzen. Im Zeitbereich handelt es sich um eine Faltung mit einer sinc-Funktion. Mit diesem Filter werden hochfrequente Signalanteile eliminiert und niedrigfrequente unverändert gelassen. Bei der GRACE-Mission wird zur Filterung ein Tiefpass angewendet, um die hochfrequenten unerwünschten Signalanteile wie z.B. Rauschen zu eliminieren.
- Hochpass (vgl. Abb. C.9): Zulassen von nur hohen Frequenzen und Abschneiden aller niedrigen Frequenzen. Im Zeitbereich wird mit einer negativen sinc-Funktion gefaltet. Mit einem Hochpass werden kurzweilige Signalanteile hervorgehoben. Dadurch können hochfrequente Signalanteile detektiert werden.
- Bandpass (vgl. Abb. C.10): Zulassen von einem gewissen Band an Frequenzen und Sperren der restlichen Frequenzen. Der Bandpass entsteht aus der Kombination zweier Tiefpässe:  $BP = TP_1 - TP_2$ .
- Bandsperre (vgl. Abb. C.11): Sperren eines Bandes und Zulassen des kompletten restlichen Frequenzspektrums. Die Bandsperre entsteht aus der Kombination eines Tiefpasses mit einem Hochpass:  $BS = TP_1 + HP_2 = TP_1 + (1 - TP_2)$ .

C. Praktische Frequenzanalyse  
C.4. Filterung von Messreihen

---

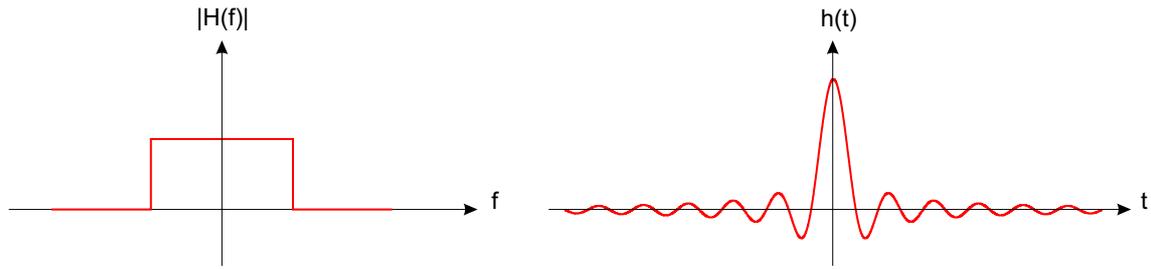


Abbildung C.8: Tiefpass.

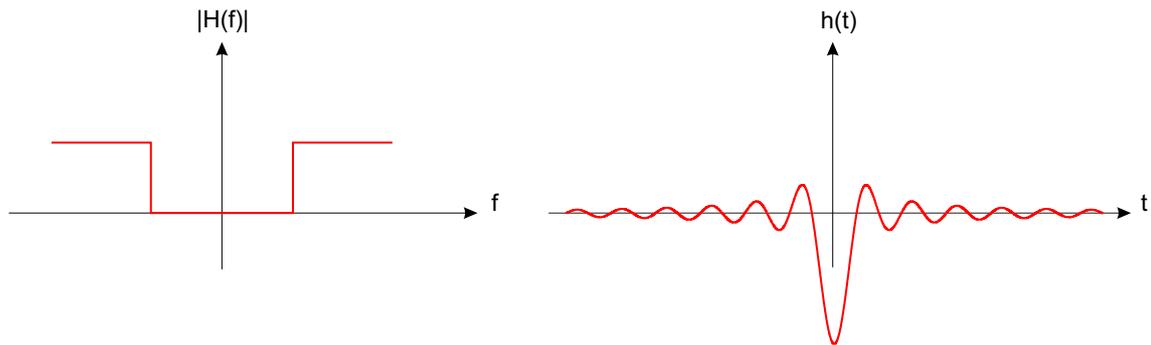


Abbildung C.9: Hochpass.

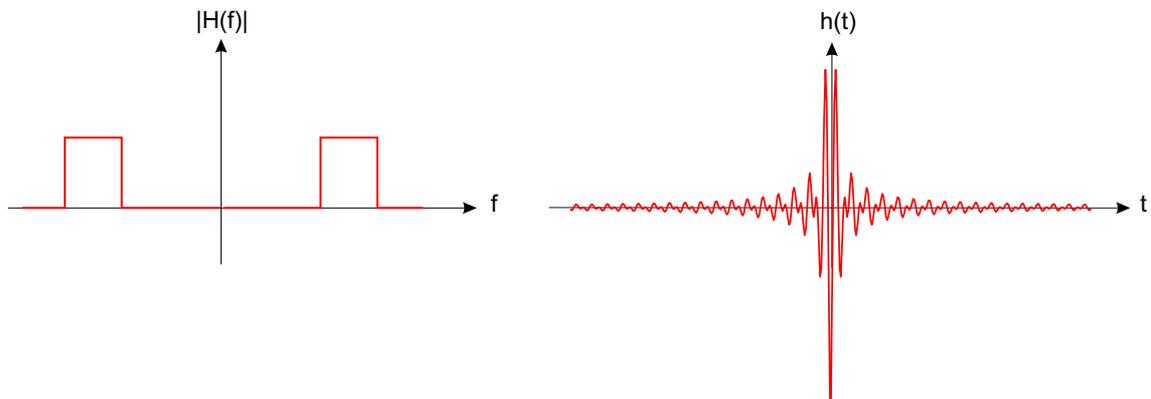


Abbildung C.10: Bandpass.

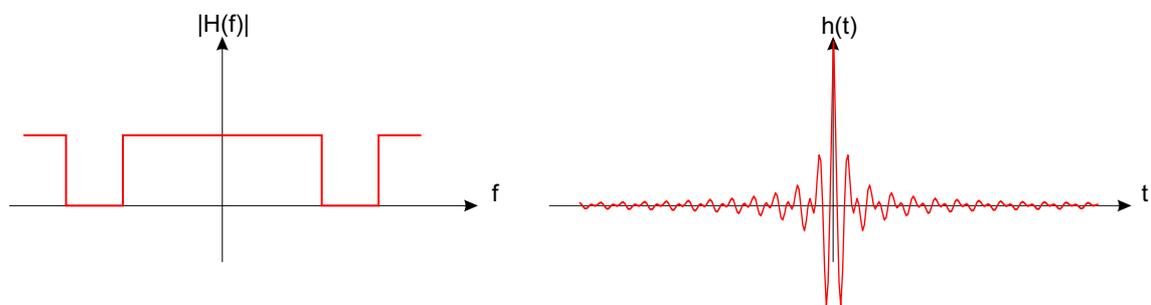


Abbildung C.11: Bandsperre.

### Unterteilung aufgrund der Approximation

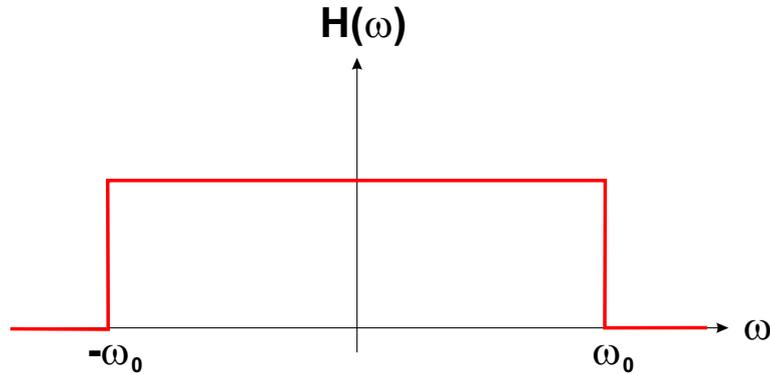


Abbildung C.12: Frequenzgang eines idealen Tiefpasses mit der Grenzfrequenz  $\omega_0$

Das elementare Filter ist das ideale Tiefpassfilter. Dieses hat einen rechteckigen Frequenzgang (vgl. Abb. C.12). Für einen idealen Tiefpass gilt (bei Normierung der Frequenz  $\omega$  auf die Grenzfrequenz  $\omega_0$  des Tiefpasses):

$$|H(\omega)|^2 = \begin{cases} 1, & \text{für } |\omega| \leq 1 \\ 0, & \text{für } |\omega| > 1. \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

Die Stoßantwort im Zeitbereich ist die inverse Fouriertransformation (IFT) des Rechtecks, eine sinc-Funktion. Eine sinc-Funktion ist folgendermaßen definiert:

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}. \quad (\text{C.4})$$

Der ideale Tiefpass ist in der Praxis nicht realisierbar, weil digitale und somit keine kontinuierlichen Zeitreihen bearbeitet werden. Daher werden Tiefpassfilter durch Approximationen angenähert. Die Approximationen können aufgrund verschiedener Kriterien erfolgen, nämlich nach:

- Butterworth: Der Amplitudengang im Durchlassbereich soll möglichst flach sein.
- Tschebyscheff-I: Im Durchlassbereich wird eine definierte Welligkeit in Kauf genommen, dafür ist der Übergang vom Durchlassbereich in den Sperrbereich steiler als bei der Butterworth-Approximation.
- Tschebyscheff-II: Hier wird eine definierte Welligkeit im Sperrbereich zugelassen.
- Cauer (elliptische Filter): Sowohl Durchlassbereich als auch Sperrbereich weisen eine separat definierbare Welligkeit auf. Man erhält dafür den steilsten Übergangsbereich.
- Bessel (auch Thomson-Filter): Der Phasengang im Durchlassbereich soll möglichst linear verlaufen, d.h. die Gruppenlaufzeit soll konstant sein.
- Filter kritischer Dämpfung: Die Stoßantwort und die Sprungantwort oszillieren nicht, d.h. sie enthalten keine Überschwinger.

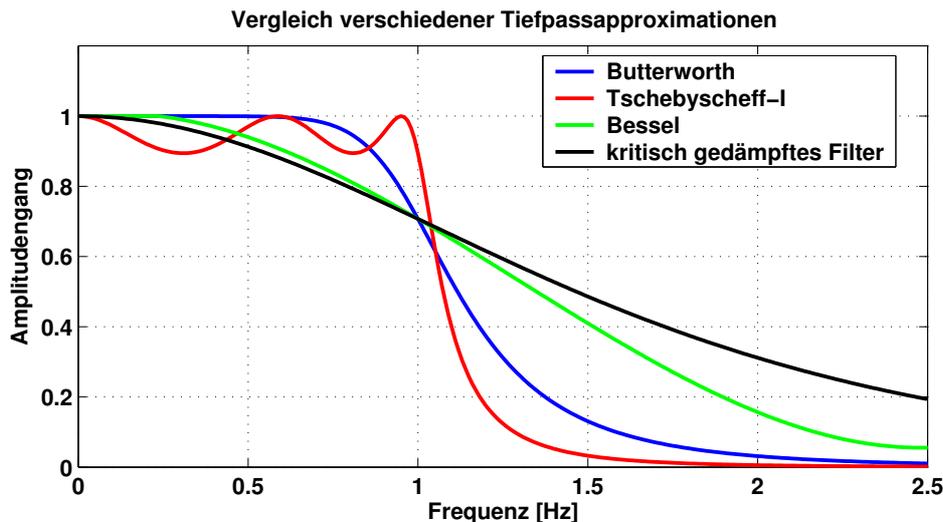


Abbildung C.13: Vergleich und Zusammenfassung der Amplitudengänge verschiedener Tiefpassfilter-Approximationen.

### Unterteilung aufgrund des Grades

Je höher der Grad, desto steiler der Übergangsbereich, desto größer aber auch der Realisierungsaufwand. Wenig steile Übergangsbereiche können durch höhere Ordnungen kompensiert (und mit Aufwand bezahlt) werden. Abb. C.14 zeigt drei Tschebyscheff-I-Filter mit unterschiedlichen Graden. Den steilsten Übergangsbereich weist der Filter mit dem höchsten Grad auf. Die Kehrseite hingegen zeigt sich im Durchlassbereich, da bei einem höheren Grad die definierte Welligkeit stark zunimmt.

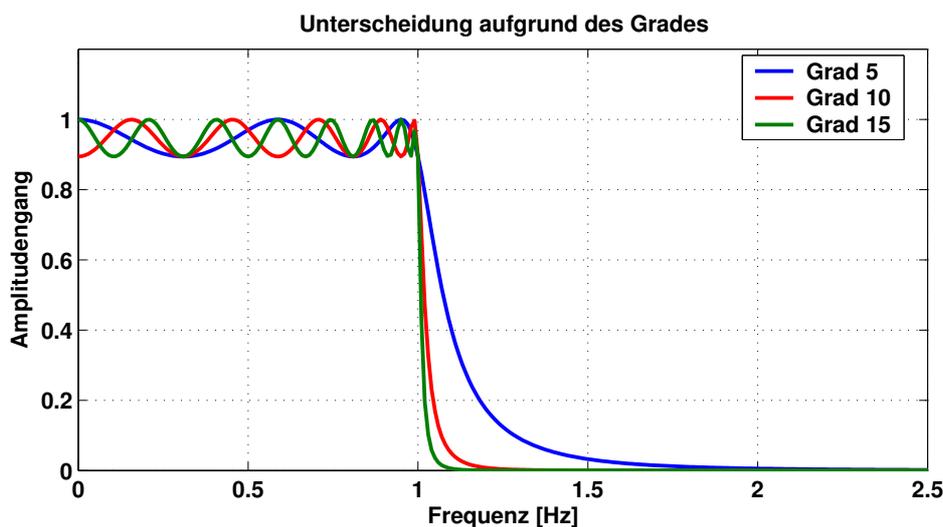


Abbildung C.14: Unterscheidung aufgrund des Grades am Beispiel des Tschebyscheff-I-Filters.

### C.4.3 CRN-Filter

Im Folgenden werden gemäß *Wu u. Kruizinga* [17] der Algorithmus und die Parameter beschrieben, die notwendig sind, um einen CRN-Filter (englische Bedeutung: N self-convolutions of a rectangular time-domain window function) zu generieren, wie er bei GRACE zur L1b-Prozessierung angewendet wird. Die Parameter, die einen CRN-Filter definieren, sind in Tab. C.2 aufgelistet.

Parameter	Variable	Einheit
Datenrate der Messdaten	$f_s$	samples/s
Grad der Faltung	$N_c$	—
Länge des Fit-Intervalls	$T_f$	sec
Cut-Off des Tiefpass-Filters	$B$	Hz
Dominierende Signalfrequenz	$f_0$	Hz
Anzahl der Wellenlängen im Fit-Intervall	$N_B = B \cdot T_f$	—
Anzahl der Messdaten im Fit-Intervall	$N_f = f_s \cdot T_f$	—

Tabelle C.2: Filterparameter für CRN-Filter.

Im Zeitbereich wird der Filter folgendermaßen angewendet (inkl. seiner ersten und zweiten Ableitung):

$$R_i = \sum_{n=-N_h}^{+N_h} F_n \cdot R'_{i-n}, \quad (C.5)$$

$$\dot{R}_i = \sum_{n=-N_h}^{+N_h} \dot{F}_n \cdot R'_{i-n}, \quad (C.6)$$

$$\ddot{R}_i = \sum_{n=-N_h}^{+N_h} \ddot{F}_n \cdot R'_{i-n}, \quad (C.7)$$

wobei gilt:  $N_h = 1/2 \cdot (N_f - 1)$ .

Dabei stellen die  $R'_{i-n}$  die originalen Messwerte dar, die mit den Gewichtungskoeffizienten  $F_n$  aufsummiert werden. In der Mathematik kommt Glch. (C.5) einer Faltung im Zeitbereich gleich und ist äquivalent zu einer Multiplikation im Frequenzbereich (vgl. Abb. 7.1). Die Gewichtungskoeffizienten  $F_n$  ergeben sich aus:

$$F_n = \frac{1}{F^{\text{Norm}}} \sum_{k=-N_h}^{+N_h} H_k \cos \frac{2\pi kn}{N_f} \quad (\text{für } |n| \leq N_h) \quad (C.8)$$

## C. Praktische Frequenzanalyse

### C.4. Filterung von Messreihen

---

Erklärungen:

- Frequenzantwort  $H_k$ :

$$H_k = \sum_{m=-N_B}^{+N_B} \left( \frac{\sin [\pi(k-m)/N_c]}{\sin [\pi(k-m)/N_f]} \right)^{N_c}, \quad (C.9)$$

wobei die Faltungssumme über  $m$  mit den Punkten innerhalb des Bandpasses  $B$  ( $\pm N_B/T_f \approx \pm B$ ) ausgeführt wird. Die Koeffizienten  $H_k$  sind die Frequenzantwort an den Frequenzen  $k/T_f$ ,  $|k| \leq N_h$ . Die  $(\sin x / \sin y)^N$ -Funktion in Glch. (C.9) ist die DFT des CRN-Window-Funktion im Zeitbereich, welche entstanden ist aus einer  $N_c$ -feldigen Selbst-Faltung einer Rechteckfunktion der Weite  $N_R = N_f/N_c$ .

Ist die Frequenzantwort einmal generiert, kann das unnormalisierte digitale Filter im Zeitbereich für die Range mit einer abschließenden DFT generiert werden.

- Normalisierungsfaktor  $F_{\text{Norm}}$ :

$$F_{\text{Norm}} = \sum_{n=-N_h}^{+N_h} \left[ \cos \left( \frac{2\pi f_0 n}{f_s} \right) \sum_{k=-N_h}^{N_h} H_k \cos \left( \frac{2\pi kn}{N_f} \right) \right]. \quad (C.10)$$

Bei der Berechnung der Frequenzantwort  $H_k$  ist der Sonderfall zu beachten, bei dem  $k$  und  $m$  gleich sind. In diesem Fall sind sowohl der Zähler als auch der Nenner Null und damit ist das Summenglied nicht definiert. Deswegen wird der Grenzwert für  $k \rightarrow m$  berechnet. Für diesen gilt:

$$\lim_{k \rightarrow m} H_k = \left( \frac{N_f}{N_c} \right)^{N_c}, \quad (C.11)$$

Beweis: Mit der Substitution von  $x := k - m$  ergibt sich die Vereinfachung:

$$\lim_{k \rightarrow m} H_k = \lim_{k \rightarrow m} \left( \frac{\sin [\pi(k-m)/N_c]}{\sin [\pi(k-m)/N_f]} \right)^{N_c} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin [\pi x/N_c]}{\sin [\pi x/N_f]} \right)^{N_c}, \quad (C.12)$$

mit der sich unter Hilfe des Satzes von l'Hospital der endgültige Grenzwert ermitteln lässt:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{\pi}{N_c} \cos [\pi x/N_c]}{\frac{\pi}{N_f} \cos [\pi x/N_f]} \right)^{N_c} = \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{N_c} \cos [\pi x/N_c]}{\frac{\pi}{N_f} \cos [\pi x/N_f]} \right)^{N_c} = \left( \frac{\pi}{N_c} \right)^{N_c} = \left( \frac{N_f}{N_c} \right)^{N_c}. \quad (C.13)$$



# Anhang D

## Abkürzungsverzeichnis

AAF	Anti Aliasing Filter
ACC	Accelerometer (Daten-File)
ADC	Analog-Digital-Wandlung
AF	Acceleration Frame
AHK	Akzelerometer-Housekeeping-Daten-File
AOCS	Attitude and orbit control system
BP	Bandpass
BS	Bandsperre
CHAMP	Challenger Mini-Satellite Payload for Geophysical Research and Application
CCD	Charged Coupled Device
CIS	Conventional Inertial System
CLK	Clock correction data file
CNES	Centre National d'Etudes Spatiales (French Space Agency)
CoM	Center of Mass
CRN	N self-convolutions of a rectangular time-domain window function
DFD	Deutsches Fernerkundungsdatenzentrum
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
ECI	Earth Centered Inertial orbit file
FFT	Fast Fourier Transformation
FIR	Finite Impulse Response
FT	Fourier-Transformation
GAST	Greenwich Apparent Sidereal Time
GFZ	Geo-Forschungszentrum Potsdam
GPS	Global Positioning System (Daten-File)
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GSOC	German Space Operations Center in Weilheim
HK	Housekeeping-Daten
HP	Hochpass
ICRF	Inertial Celestial Reference Frame
IFT	Inverse Fourier-Transformation
IHK	IPU-Housekeeping-Daten-File
IPU	Instrument Processing Unit

ISDC	Integrated System Data Center
JPL	Jet Propulsion Laboratory
KBR	K- (und Ka-) Band Range (Daten-File)
LoS	Line of Sight
MAG	Magnetometer- und Magnetorquer-Daten-File
MAS	File über die Masse des Satelliten
MOS	Mission Operation Systems in Neustrelitz
NASA	National Aeronautics and Space Administration
OBDH	On Board Data Handler
ONERA	Office National d'Etudes et de Recherches Aéronautiques (France)
PC	Phase Center
PODAAC	Physical Oceanography Distributed Active Data Center
PPS	Pulse per Second
PSD	Power Spectral Density
QSA	Quaternion rotating [from Star camera frame to SRF]
RDC	Raw Data Center
SCA	Star Camera (Quaternionen-Daten-File)
SCF	Star Camera Frame
SDS	GRACE Science System Data
SI	Système International d'Unités
SNR	Signal-to-Noise-Ratio
SRF	Satellite Reference Frame
SST	Satellite-to-satellite-tracking
TAI	Temps Atomique International
tdp	time dependent parameters
TDB	Temps Dynamique Barycentrique
TDT	Temps Dynamique Terrestre
THR	Thruster-Daten-File
TIM	Daten-File zum Mapping von OBDH-Zeit in Empfängerzeit
TNK	Tank-Daten-File
TP	Tiefpass
TUM	Technische Universität München
USO	Ultra-Stable Oszillator
UTC	Universal Time Coordinated, koordinierte Weltzeit
UTCSR	University of Texas Center for Space Research

# Literaturverzeichnis

- [1] Bäumker Manfred; *Inertial- und Sensortechnik*; Artikel aus der Zeitschrift für Satellitengestützte Positionierung, Navigation und Kommunikation (SPN), Herbert Wichmann-Verlag, Karlsruhe, Heft 4/1995, S. 147
  
- [2] Case Kelley, Kruizinga Gerhard, Wu Sien-Chong;  
*GRACE Level 1B Data Product, User Handbook - Draft*;  
JPL D-22027, 07. November 2002.
  
- [3] Flury Jakob;  
*Beiträge zur Signalanalyse der GRACE Level 1A Akzelerometerdaten*;  
TU München, 13. August 2004
  
- [4] Frommknecht Björn;  
*Simulation des Sensorverhaltens bei der GRACE-Mission*;  
Diplomarbeit TU München, August 2001.
  
- [5] Gerlach Christian, Flury Jakob, Frommknecht Björn, Peters Thomas;  
*Vergleich der Beschleunigungsmessungen von GRACE A und GRACE B*;  
TU München, August 2004.
  
- [6] GFZ Potsdam;  
*GRACE Payload*;  
<http://op.gfz-potsdam.de/grace/>.
  
- [7] Hudson Danya Gail;  
*In-Flight Characterization and Calibration of the SuperSTAR Accelerometer*;  
Master of Science in Engineering;  
The University of Texas at Austin, Dezember 2003.
  
- [8] Jet Propulsion Laboratory (JPL);  
*GRACE-Formatbeschreibung*;  
[http://gipsy.jpl.nasa.gov/grace\\_level1/GRACE\\_FORMATS](http://gipsy.jpl.nasa.gov/grace_level1/GRACE_FORMATS).
  
- [9] Jet Propulsion Laboratory (JPL);  
*Science and Mission Requirements Document for GRACE*;  
JPL, University of Texas, GFZ, 15.07.1998.

- [10] Meyer Martin;  
*Signalverarbeitung*;  
Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden 2000.
- [11] Romans L. J. (JPL);  
*Optimal Combination of Quaternions from Multiple Star Cameras*;  
JPL Interoffice, Mai 2003.
- [12] Rummel Reiner;  
*Erdmessung, Teil 1 - Vorlesung Erdmessung und Satellitengeodäsie*;  
IAPG TU München, München 2001.
- [13] Thomas J. B.;  
*An Analysis of Gravity-Filed Estimation Based on Intersatellite Dual 1-Way Biased Ranging*;  
JPL Publication 98-15, Pasadena Mai 1999.
- [14] Torge Wolfgang;  
*Geodäsie*;  
de Gruyter, Berlin/New York 2003.
- [15] Wähling Heinz;  
*Vorlesungsskript Numerik für Vermessungsingenieure*;  
München, Wintersemester 2000/2001.
- [16] Wertz James R.;  
*Spacecraft Attitude Determination and Control*;  
Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London 1991.
- [17] Wu Sien-Chong, Kruizinga Gerhard;  
*Algorithm Theoretical Basis Document for GRACE Level-1B Data Processing V1.0 - Draft*;  
Jet Propulsion Laboratory (California Institute of Technology), Pasadena Januar 2004.

**Veröffentlichungen in der Schriftenreihe IAPG / FESG (ISSN 1437-8280):**  
**Reports in the series IAPG / FESG (ISSN 1437-8280):**

**No. 3:** Tsoulis D. (1999). *Spherical harmonic computations with topographic/isostatic coefficients*. ISBN 3-934205-02-X.

**No. 4:** Dorobantu R. (1999). *Gravitationsdrehwaage*. ISBN 3-934205-03-8.

**No. 5:** Schmidt R. (1999). *Numerische Integration gestörter Satellitenbahnen mit MATLAB*. ISBN 3-934205-04-6.

**No. 6:** Dorobantu R. (1999). *Simulation des Verhaltens einer low-cost Strapdown-IMU unter Laborbedingungen*. ISBN 3-934205-05-4.

**No. 7:** Bauch A., Rothacher M., Rummel R. (2000). *Bezugssysteme in Lage und Höhe. Tutorial zum Kursus INGENIEURVERMESSUNG 2000*. ISBN 3-934205-06-2.

**No. 8:** Rothacher M., Zebhauser B. (2000). *Einführung in GPS. Tutorial zum 3. SAPOS-Symposium 2000 in München*. ISBN 3-934205-07-0.

**No. 9:** Ulrich M. (2000). *Vorhersage der Erdrotationsparameter mit Hilfe Neuronaler Netze*. ISBN 3-934205-08-9.

**No. 10:** Seitz F. (2000). *Charakterisierung eines bistatischen Rayleigh- und Raman-Lidars zur Bestimmung von höhen aufgelösten Wasserdampfprofilen*. ISBN 3-934205-09-7.

**No. 11:** Meyer F. (2000). *Messung von höhen aufgelösten Wasserdampfprofilen unter Verwendung eines bistatischen Raman-Lidars*. ISBN 3-934205-10-0.

**No. 12:** Peters T. (2001). *Zeitliche Variationen des Gravitationsfeldes der Erde*. ISBN 3-934205-11-9.

**No. 13:** Egger D. (2001). *Astronomie und Java – Objekte der Astronomie*. ISBN 3-934205-12-7.

**No. 14:** Steigenberger P. (2002). *MATLAB-Toolbox zur TOPEX/POSEIDON Altimeterdatenverarbeitung*. ISBN 3-934205-13-5.

**No. 15:** Schneider M. (2002). *Zur Methodik der Gravitationsfeldbestimmung mit Erdsatelliten*. ISBN 3-934205-14-3.

**No. 16:** Dorobantu R., Gerlach C. (2004). *Investigation of a Navigation-Grade RLG SIMU type iNAV-RQH*. ISBN 3-934205-15-1.

**No. 17:** Schneider M. (2004). *Beiträge zur Bahnbestimmung und Gravitationsfeldbestimmung mit Erdsatelliten sowie zur Orientierung von Rotationssensoren*. ISBN 3-934205-16-X.

**No. 18:** Egger D. (2004). *Astro-Toolbox, Theorie*. ISBN 3-934205-17-8.

**No. 19:** Egger D. (2004). *Astro-Toolbox, Praxis*. ISBN 3-934205-18-6.

**No. 20:** Fackler U. (2005). *GRACE - Analyse von Beschleunigungsmessungen*. ISBN 3-934205-19-4.

**Weitere Exemplare können bezogen werden unter:**

**Copies are available from:**

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie

Technische Universität München

Arcisstrasse 21

D-80290 München

Germany

Telefon: +49-89-289-23190

Telefax: +49-89-289-23178

Email: gerlach@bv.tum.de

**Oder im Internet:**

**Or via Internet:**

<http://tau.fesg.tu-muenchen.de/~iapg/web/veroeffentlichung/schriftenreihe/schriftenreihe.php>

