# **TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN**

Institut für Maschinen- und Fahrzeugtechnik – Lehrstuhl für Maschinenelemente

# Systematik hoch übersetzender koaxialer Getriebe

**Florian Mulzer** 

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akamdemischen Grades eines

#### **Doktor-Ingenieurs**

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. U. Lindemann Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. B.-R. Höhn 2. Prof. Dr.-Ing. K. Arnaudow, Univ. Sofia/Bulgarien

Die Dissertation wurde am 26.05.2009 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 13.04.2010 angenommen.

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Maschinenelemente, der Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (FZG), der Technischen Universität München.

Sie wurde im Rahmen eines Kooperationsprojektes zwischen dem Lehrstuhl für Maschinenelemente der TU München und der Bosch GmbH in Bühl erstellt.

Mein Dank gilt allen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben:

Herrn Prof. Dr.-Ing. B.-R. Höhn, meinem Doktorvater, der meine Arbeit mit großem persönlichen Interesse begleitet hat. Ich bedanke mich für die zahlreichen fachlichen Diskussionen, kritischen Anmerkungen und die angenehme Arbeitsatmosphäre an der FZG.

Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Arnaudow für die Durchsicht der Arbeit und die Übernahme des Koreferats.

Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Lindemann für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Herrn Dr.-Ing. Michael Otto, meinem Forschungsgruppenleiter, für die Unterstützung, die Anregungen, die Hilfestellungen und die vielen interessanten Diskussionen.

Herrn Dr.-Ing. Karl Steingröver, ebenfalls Forschungsgruppenleiter, für die Unterstützung und die Möglichkeit der Bearbeitung der unterschiedlichsten Aufgaben und Projekte.

Den Partnern des Projektes für die gute und erfolgreiche Zusammenarbeit. Namentlich erwähnt seien Herr Dr.-Ing. J. Moench (Bosch) und Herr Dipl.-Ing. D. Cettier (Bosch).

Herrn Dipl.-Ing. M. Bulla für die Unterstützung beim Auf-/Umbau des Prüfstandes.

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Forschungsstelle für die gute Zusammenarbeit und und das gute Arbeitsklima.

Herrn Dr.-Ing. Christian Weisel, meinem Bürokollegen vom ersten bis zum letzten Tag an der FZG, für viele Gespräche und Anregungen für meine Arbeit.

Meinen Freunden.

Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir meine Ausbildung und damit meinen beruflichen Werdegang ermöglicht haben.

Floring Malan

Kempten, im Mai 2010

#### Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Aufgabenstellung	2
2	Stand der Technik	3
2.1	Allgemeine Grundlagen und Begriffe	3
2.1.	Übersetzung und Standübersetzung	3
2.1.2	2 Summenwelle und Differenzwellen	4
2.1.3	3 Wirkungsgrad und Standwirkungsgrad	5
2.2	Einfache Umlaufgetriebe	6
2.2.	I Bezeichnungen	6
2.2.2	2 Bauarten	6
2.3	Darstellung von Umlaufgetrieben	9
2.3.	Wolf Symbolik	9
2.3.2	2 Schematische Darstellung	9
2.3.3	3 3D-CAD-Modell	11
2.4	Zusammengesetze Umlaufgetriebe	11
2.4.	Bezeichnungen	11
2.4.2	2 Bauarten	13
2.5	Untersuchungen zu Umlauf-/Übersetzungsgetrieben	14
3	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben	16
<b>3</b> 3.1	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben	<b>16</b> 16
<b>3</b> 3.1 3.1. <sup>-</sup>	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen	<b>16</b> 16 17
<b>3</b> 3.1 3.1. <sup>-</sup> 3.2	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan	<b>16</b> 16 17 18
<b>3</b> 3.1 3.1. 3.2 3.3	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse	<b>16</b> 16 17 18 19
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen I Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad	<b>16</b> 16 17 18 19 20
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.4.	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse	<ul> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> </ul>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.4. 3.5	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P	<ul> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> </ul>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> </ul>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe	<ol> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> </ol>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>27</li> </ul>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.8.	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe Einbaukriterien Zähnezahlbedingung	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>27</li> <li>27</li> </ul>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.8.7 3.8.7	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe Einbaukriterien Zähnezahlbedingung Raumbedarf	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>27</li> <li>27</li> <li>28</li> </ul>
<ul> <li>3.1</li> <li>3.1.</li> <li>3.2</li> <li>3.3</li> <li>3.4</li> <li>3.4.</li> <li>3.5</li> <li>3.6</li> <li>3.7</li> <li>3.8</li> <li>3.8.7</li> <li>3.8.7</li> <li>3.8.7</li> <li>4</li> </ul>	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe Einbaukriterien Zähnezahlbedingung Raumbedarf Getriebesystematik	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>27</li> <li>27</li> <li>28</li> <li>30</li> </ul>
<ul> <li>3.1</li> <li>3.1.</li> <li>3.2</li> <li>3.3</li> <li>3.4</li> <li>3.5</li> <li>3.6</li> <li>3.7</li> <li>3.8</li> <li>3.8.7</li> <li>3.8.7</li> <li>3.8.7</li> <li>4.1</li> </ul>	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe Einbaukriterien Zähnezahlbedingung Raumbedarf Ausgangsvariante	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>27</li> <li>27</li> <li>28</li> <li>30</li> <li>30</li> </ul>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.8. 3.8. <b>4</b> 4.1 4.2	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe Einbaukriterien Zähnezahlbedingung Raumbedarf Getriebesystematik Ausgangsvariante Grundvarianten	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>27</li> <li>27</li> <li>28</li> <li>30</li> <li>30</li> <li>30</li> </ul>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.8.7 3.8 <b>4</b> 4.1 4.2 4.3	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe Einbaukriterien Zähnezahlbedingung Raumbedarf Getriebesystematik Ausgangsvariante Grundvarianten Abgeleitete Varianten (Vereinfachungsmöglichkeiten)	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>27</li> <li>28</li> <li>20</li> <li>30</li> <li>30</li> <li>30</li> <li>33</li> </ul>
<b>3</b> 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.8 3.8.2 <b>4</b> 4.1 4.2 4.3 4.3.1	Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben Übersetzungen und Drehzahlen Relativdrehzahl der Planeten Kutzbachplan Momente und Momentenverhältnisse Leistung und Umlaufwirkungsgrad Innere Leistungsflüsse Vorzeichen von n, M und P Elementare Koppelgetriebe Reduzierte Planetengetriebe Einbaukriterien Zähnezahlbedingung Raumbedarf Getriebesystematik Ausgangsvariante Grundvarianten Abgeleitete Varianten (Vereinfachungsmöglichkeiten) Vereinigung von zwei Zentralräder	<ul> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>22</li> <li>24</li> <li>25</li> <li>26</li> <li>27</li> <li>27</li> <li>28</li> <li>30</li> <li>30</li> <li>30</li> <li>33</li> <li>33</li> </ul>

I

4.3.2.1 Einfache Umlaufgetriebe mit Stufenplanet	35
4.3.2.2 reduzierte Koppelgetriebe	36
4.3.3 Vereinigung des Stufenplaneten	37
4.3.4 Entfernen eines Zentralrades	38
4.3.5 Vertauschen von Gliedern	39
4.3.6 Vertauschen der Exzentrizität	40
4.4 Verzahnungsanordnung und Verzahnungsart	40
4.5 Koppelungsprinzipien Exzentergetriebe	41
5 Bewertung, Auswahl und Optimierung	44
5.1 Bewertungskriterien	44
5.1.1 Kosten	44
5.1.2 Anzahl Wellen	45
5.1.3 Anzahl Zahnräder	45
5.1.4 Anzahl Lager	45
5.1.5 Komplexität	46
5.1.6 Übersetzung/Übersetzungsbereich	46
5.1.7 Wirkungsgrad	47
5.1.8 Drehzahlen im Getriebe	48
5.1.9 Bauraum	50
5.1.10 Tragfähigkeit	50
5.1.10.1 Zahnfußtragfähigkeit	50
5.1.10.2 Grübchentragfähigkeit	52
5.1.11 Lagerbelastung	53
5.1.12 Breiten-Modul-Verhältnis	54
5.1.13 Bauraum axial	55
5.2 Einfache Bewertung und Auswahl	55
6 Methode zur Optimierung und Bewertung	59
6.1 Anforderungen und Eingangsgrößen	59
6.2 Ermitteln der Zähnezahlen	61
6.2.1 Elementare Koppelgetriebe	61
6.2.2 Reduzierte Koppelgetriebe	63
6.2.3 Einfache (Planeten-)Getriebe	64
6.2.4 Exzentergetriebe	65
6.3 Ermitteln des Wirkungsgrads	66
6.4 Ermitteln des Moduls	66
6.5 Ermitteln der Belastungen und Drehzahlen	67
6.6 Tragfähigkeit	67
6.6.1 U-Faktor (Zahnfußtragfähigkeit)	67
6.6.2 K-Faktor (Grübchentragfähigkeit)	68

6.7	L-Faktor (Lagerbelastung)	69
6.8		69
6.9	Auswahl der optimalen Zähnezahl	69
6.10	Rechnergestützte Bewertung	70
6.11	Diskussion der Optimierungsergebnisse	72
7	Versuchsgetriebe	78
7.1	Anforderungen	78
7.2		80
7.3	Bestimmung der Zahnezahlen	81
7.4 7.5	Verzannungsausiegung, Werkstoffwahl und Fertigung	82
7.5	Konstruktion	83
8	Wirkungsgraduntersuchungen	85
8.1	Prüfstand	85
8.2		87
8.3		87
8.4		88
8.5		89
8.6		90
8./	Grundlagen zur Wirkungsgradberechnung	97
0.7. 0.7		97
0.7.		99
0.7. 9.7	Lastabilarigige Lagervenuste	99 100
0.7. 9.7	5 Dichtungsvorlusto	100
8.7	6 Sonstige Verluste	100
8.8	Wirkungsgradberechnungen	100
8.8	1 Wirkungsgradbereenhangen	101
8.8	2 Wirkungsgrad des Wolfromgetriebes ohne Steg	106
8	8.8.2.1 Kräfte am Planeten	106
8	3.8.2.2 Leistungsfluss	108
		100
3	8.8.2.3 Berechnungsergebnisse	109
8.9	Interpretation der Untersuchungsergebnisse	115
9	Zusammenfassung und Ausblick	118
10	Zeichen und Einheiten	121
Litera	turverzeichnis	127
Anhar	na	131
	······ ۳	

Α	Getriebesystematik	132
A.1	Grundvarianten	132
A.2	Abgeleitete Varianten (Vereinfachungsmöglichkeiten)	138
В	Tabellen und Arbeitsblätter nach Müller	158

# 1 Einleitung

Die Elektronik im Kraftfahrzeug nimmt einen immer größeren Anteil ein. Inzwischen liegt die Größenordnung der Wertschöpfung bei 30% und darüber. Gründe hierfür sind:

- Energieeinsparung: Viele Hilfsaggregate (Pumpen, Lüfter, Ventile), die bisher mechanisch vom Verbrennungsmotor angetrieben werden arbeiten dadurch nicht bedarfsgerecht und werden durch elektrische Motoren, Magnetventile usw. ersetzt. Diese lassen sich unabhängig vom Verbrennungsmotor bedarfsgerecht betreiben.
- Komfort: Betätigungen von Hand werden ersetzt durch elektrische Antriebe. Beispiele hierfür sind Fensterheber, Sitzverstellungen, Servolenkung und Bremsen.

Bei vielen Anwendungen benötigt man neben der elektrischen Antriebseinheit ein Getriebe zur Untersetzung, um die geforderten Drehmomente und Kräfte bereitzustellen. Für die heute als Stellantriebe in Kraftfahrzeugen in der Serie eingesetzten Gleichstrommotoren mit mechanischer Kommutierung hat sich die Kombination mit Schnecken- bzw. Schraubradgetrieben als besonders geeignet erwiesen. Diese sind bei Verwendung von Spritzguss-Zahnrädern kostengünstig herstellbar, einfach montierbar, laufen im Betrieb geräuscharm und können je nach Einsatz selbsthemmend eingestellt oder mit einem guten Wirkungsgrad betrieben werden. Die 90°-Umlenkung des Kraftflusses vermindert zudem die in Abtriebsachsenrichtung oft kritische Baulänge, die damit durch den Durchmesser des Gleichstrommotors begrenzt wird.

Zukünftige Stellantriebe werden wegen steigender Anforderungen an Variabilität, Steuer- und Regelbarkeit bzgl. geänderter Bordspannungen sowie der Vernetzung mit dem Fahrzeug-Bussystem zunehmend als elektronisch kommutierte Motoren mit integrierter Steuer- und Regelungselektronik ausgeführt werden. Durch den Wegfall der mechanischen Kommutierung wird die Baulänge der Motoren abnehmen und die heute z.B. für Fensterheber erforderliche 90° Anordnung von Drehachse des Abtriebs zu Drehachse des heute üblichen "langen" Motors überflüssig. Hochübersetzende koaxiale Getriebe innerhalb des Rotors der neuen Elektromaschinen übernehmen die Übersetzungsanpassung die heute von Schneckengetrieben erzeugt werden. Der Bauraum wird somit nicht mehr durch den Durchmesser des Motors, sondern durch dessen Baulänge begrenzt. Koaxiale Getriebe können sowohl in die Hohlwelle eines Innenläufers integriert oder axial angeordnet werden und sollten dabei besonders flach bauen, um den Gesamtbauraum des Antriebs gering zu halten. Es ist zu erwarten, dass insbesondere Planetengetriebe sowie die Sonderbauformen Exzenter-, Taumel- und Zykloidengetriebe dieser Anforderung gerecht werden.

## 1.1 Aufgabenstellung

Für eine neue Generation von Elektromotoren sollen geeignete koaxiale Getriebekonzepte ermittelt werden. Die Anforderungen an die Getriebe sind in Pflichtenheften für Stellantriebe festgeschrieben. Die derzeit geforderten Abtriebsdrehmomente liegen zwischen 40 Ncm und 40 Nm, die Leistungen zwischen 3 W und 200 W. Das Übersetzungsverhältnis liegt im Bereich von 15 bis 70, in Sonderfällen wie etwa den Luftklappenstellern für die Fahrzeugklimatisierung bei bis zu 400.

Bei der Entwicklung eines Stellantriebs bis zur Serienreife spielen eine Vielzahl von Anforderungen wie Leistung, Drehmoment, Untersetzung, Bauraum, Wirkungsgrad, Geräuschverhalten, Selbsthemmung bzw. Freilauf sowie die Herstellkosten eine Rolle.

Erstes Ziel dieser Arbeit ist die systematische Suche nach Konzepten, die koaxial bauen und im vorgegebenen Übersetzungsbereich liegen. Zunächst sollen alle denkbaren Getriebekombinationen mit ihren theoretischen Übersetzungsbereichen ermittelt werden. Durch eine systematische Vorgehensweise soll sichergestellt werden, dass keine Lösung übersehen wird.

In einem zweiten Schritt sollen geeignete Kriterien erarbeitet werden, mit denen eine Bewertung der Konzepte hinsichtlich der Anforderungen möglich ist. Mittels der Bewertung kann die Auswahl geeigneter Konzepte erfolgen, die für eine detailliertere Betrachtung in Frage kommen.

Ausgehend von dieser Basis soll am Beispiel einer Leitanwendung die Konstruktion und Auslegung eines Prototyps erfolgen, mit dem Messungen am Prüfstand durchgeführt werden.

#### Stand der Technik 2

#### Allgemeine Grundlagen und Begriffe 2.1

Die Umlaufgetriebe können von den einfachen Übersetzungsgetrieben abgeleitet werden. Zur Erläuterung mancher Begriffe der Umlaufgetriebe müssen einige Grundlagen zu deren Berechnung bekannt sein. Daher wird im Folgenden kurz auf die Herleitung der Umlaufgetriebe von den Standgetrieben und auf die Berechnung der Drehzahlen, Drehmomente und des Wirkungsgrads eingegangen. Die weiteren Berechnungsgrundlagen sind in Kapitel 3 zusammengefasst.

#### Übersetzung und Standübersetzung 2.1.1

Die Übersetzung eines Standgetriebes bzw. eines einfachen Übersetzungsgetriebes (siehe Bild 2.1) ergibt sich aus dem Verhältnis der Antriebsdrehzahl (Welle 1) zur Abtriebsdrehzahl (Welle 2) nach Gleichung (1).

$$i_{12} = \frac{n_{an}}{n_{ab}} = \frac{n_1}{n_2} \tag{1}$$

Bei einer einfachen Stirnradstufe mit zwei außenverzahnten Zahnrädern wie in Bild 2.2 dargestellt haben die Anund Abtriebswelle unterschiedliche Drehrichtungen, d.h. die Getriebestufe hat eine negative Übersetzung  $i_{12} < 0$ . Unter Verwendung der Zähnezahlen bzw. der Wälzkörperdurchmesser kann die Standübersetzung einer einfachen Stirnradstufe auch mit Gleichung (2) ausgedrückt werden. Durch das Minuszeichen wird die Drehrichtungsumkehr berücksichtigt.

$$i_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{d_{w2}}{d_{w1}} \tag{2}$$

Bei einer Paarung eines Stirnrads (Außenverzahnung) mit einem Hohlrad (Innenverzahnung) haben beide Zahnräder bzw. ihre Wellen die selbe Drehrichtung. Zur Berechnung der Übersetzung eines Getriebes müssen daher für außenverzahnte Zahnräder positive und für innenverzahnte Zahnräder negative Zähnezahlen bzw. Wälzkreisdurchmesser verwendet werden.

Zur Herleitung der einfachen Planetengetriebe wird zunächst das Standgetriebe bestehend aus zwei Stirnrädern und einem Hohlrad in Bild 2.3 links betrachtet. Indem man das Gehäuse dieses Standgetriebes zusätzlich lagert, kann ein einfaches Umlaufgetriebe abgeleitet werden, welches neben den beiden



Bild 2.2: einfache Stirnradstufe



Bild 2.1: einfaches Übersetzungsgetriebe

Zentralwellen/-rädern 1 und 2 als zusätzliche Welle die Stegwelle s mit den darauf befindlichen Planetenrädern p aufweist (**Bild 2.3** rechts).



Bild 2.3: Ableiten eines einfachen Umlaufgetriebes von einem Standgetriebe

Bei gehäusefestem Steg ergibt sich die Übersetzung dieses Umlaufgetriebes nach **Gleichung (3)**. Man spricht in diesem Fall von der Standübersetzung. Umlaufgetriebe mit einer negativen Standübersetzung  $i_{12} < 0$  werden als Minusgetriebe und solche mit einer positiven Standübersetzung  $i_{12} > 0$  als Plusgetriebe bezeichnet. Bei Minusgetrieben haben die Wellen 1 und 2 bei stillstehendem Steg entgegen gesetzte Drehrichtungen, bei einem Plusgetrieben haben die Wellen 1 und 2 gleiche Drehrichtungen.

$$i_{12} = -\frac{z_p}{z_1} \cdot -\frac{z_2}{z_p} = \frac{z_2}{z_1} < 0 \tag{3}$$

#### 2.1.2 Summenwelle und Differenzwellen

An den Wellen 1 und 2 wirken beim Standgetriebe (siehe **Bild 2.3** links) die Momente  $M_1$  und  $M_2$ . Neben den Wellenmomenten  $M_1$  und  $M_2$  wirkt auf ein Standgetriebe zusätzlich das vom Fundament auf das Getriebegehäuse ausgeübte "Stützmoment", wobei die Momente im Gleichgewicht stehen [1].

$$M_1 + M_2 + M_G = 0$$

Überführt man das Standgetriebe wiederum in ein Umlaufgetriebe, so wird das Abstützmoment des Gehäuses zum Moment des Stegs.

$$M_1 + M_2 + M_S = 0 (4)$$

Wie aus **Gleichung (4)** hervorgeht, müssen die Drehmomente teils positiv und teils negativ sein. Es gibt dabei stets zwei Momente mit gleichem Vorzeichen und eines mit dem entgegen gesetzten Vorzeichen. Das einzelne Moment mit entgegen gesetzten Vorzeichen ergibt sich dabei aus der Summe der beiden anderen Momente. Die Welle, welche das einzelne Moment führt wird daher als *"Summenwelle"* und die beiden anderen Wellen als *"Differenzwellen"* bezeichnet.

#### 2.1.3 Wirkungsgrad und Standwirkungsgrad

Zur Herleitung des Wirkungsgrads werden im Folgenden zunächst die Leistungen  $P_1$ und  $P_2$  bei einer einfachen Stirnradstufe betrachtet (siehe **Bild 2.4**). Die Gleichungen sind jedoch auch auf jedes beliebige Standgetriebe anwendbar. Je nach Leistungsflussrichtung ist entweder die Leistung  $P_1$  die Antriebsleistung und die Leistung  $P_2$  die Abtriebsleistung oder umgekehrt. Eine Antriebsleistung ist dabei stets positiv und eine Abtriebsleistung stets negativ. Die entstehenden Verluste werden durch die Verlustleistung  $P_V$  gekennzeichnet.



Bild 2.4: Leistungsflüsse in einer Stirnradstufe

Der Wirkungsgrad  $\eta$  eines Getriebes ergibt sich allgemein aus dem Verhältnis der Abtriebsleistung zur Antriebsleistung bzw. mit dem Verhältnis der Verlustleistung zur Antriebsleistung nach **Gleichung (5)**. Das Verhältnis aus Verlustleistung zu Antriebsleistung wird auch als Verlustgrad  $\zeta = -P_V/P_{an}$  bezeichnet.

$$\eta = -\frac{P_{ab}}{P_{an}} = 1 + \frac{P_V}{P_{an}} = 1 - \zeta$$
(5)

Je nach Leistungsflussrichtung kann **Gleichung (5)** mit den Leistungen  $P_1$  und  $P_2$  in folgender Form dargestellt werden.

$$\eta_{12} = -\frac{P_2}{P_1} \tag{6}$$

$$\eta_{21} = -\frac{P_1}{P_2} \tag{7}$$

Dabei können sich für die beiden Leistungsflussrichtungen unterschiedliche Wirkungsgrade  $\eta_{12}$  und  $\eta_{21}$  ergeben, bei identischen Wirkungsgraden spricht man von Verlustsymmetrie. Wird bei einem Umlaufgetriebe wie in **Bild 2.3** rechts dargestellt der Steg fest mit dem Gehäuse verbunden entsteht wieder ein Standgetriebe. Bei einem Umlaufgetriebe spricht man daher bei den Wirkungsgraden  $\eta_{12}$  und  $\eta_{21}$  von den *Standwirkungsgraden*.

## 2.2 Einfache Umlaufgetriebe

## 2.2.1 Bezeichnungen

Einfache Umlaufgetriebe besitzen nur einen Steg mit darauf gelagerten einfachen Planeten oder Stufenplaneten. Es kann zwischen "rückkehrenden" und "offenen" Planetengetrieben unterschieden werden. "Rückkehrende" Planetengetriebe besitzen zwei angeschlossene Zentralräder und eine beliebige Anzahl nicht angeschlossener einfacher Planeten oder Stufenplaneten. "Offene" Planetengetriebe besitzen nur ein angeschlossenes Zentralrad und einen oder mehrere angeschlossene Planetenräder. Zur Kennzeichnung der Bauteile werden die folgenden Zeichen verwendet:

- 1 ein beliebiges Zentralrad, bei offenen Planetengetrieben Zentralrad oder angeschlossenes Planetenrad, allgemeiner: eine beliebige Standgetriebewelle
- 2 die andere Standgetriebewelle
- s Steg und Stegwelle
- p nicht angeschlossenes Planetenrad
- p1 mit Rad 1 kämmendes Planetenrad
- p2 mit Rad 2 kämmendes Planetenrad

## 2.2.2 Bauarten

Wie in **Kapitel 2.1.1** beschrieben werden Umlaufgetriebe mit negativer Standübersetzung als Minusgetriebe und solche mit positiver Standübersetzung als Plusgetriebe bezeichnet. Sie können somit in zwei große Gruppen unterteilt werden, die sich nach [1] in ihrem Betriebsverhalten stark unterscheiden. Zur Veranschaulichung der Variantenvielfalt sind in **Bild 2.5** und **Bild 2.6** die unterschiedlichsten Bauformen einfacher Plusbzw. Minusgetriebe nach [1] dargestellt, die sich durch ihren Bereich der praktisch verwirklichbaren Standübersetzung  $i_{12}$ , durch ihre Standwirkungsgrade und durch ihren konstruktiven Aufwand zum Teil stark unterscheiden.

6









**Bild 2.5:** Bauarten von Plusgetrieben nach [1]. **a** bis **k** rückkehrende Plusgetriebe, **I** bis **n** offene Plusgetriebe. Die in den Abbildungen angegebenen Grenzübersetzungen sind geometrisch bedingt für  $z_{min} = 17$ , q = 3 Planeten(-sätze) am Umfang und gegebenenfalls  $i_{max} = \pm 10$  für eine Radpaarung. Für Getriebe mit Stufenplaneten sind jeweils gleiche Zahnfußbeanspruchung und geometrische Ähnlichkeit der Ritzel angenommen.



**Bild 2.6:** Bauarten von Minusgetrieben nach [1]. **a** bis I rückkehrende Minusgetriebe, **m** offene Minusgetriebe. Die in den Abbildungen angegebenen Grenzübersetzungen sind geometrisch bedingt für  $z_{min} = 17$ , q = 3 Planeten(-sätze) am Umfang und gegebenenfalls  $i_{max} = \pm 10$  für eine Radpaarung. Für Getriebe mit Stufenplaneten sind jeweils gleiche Zahnfußbeanspruchung und geometrische Ähnlichkeit der Ritzel angenommen.

## 2.3 Darstellung von Umlaufgetrieben

Im Entwicklungs- und Konstruktionsprozess werden nach [2] u.a. die Konzeptphase, die Entwurfsphase und die Ausarbeitungsphase durchlaufen. Je nach Entwicklungsstand bieten sich unterschiedliche Möglichkeiten zur Darstellung eines Systems an. In der frühen Phase der Entwicklung (z.B. Konzeptfindung), wenn noch sehr wenige Konstruktionsparameter bekannt sind, bietet es sich an eine möglichst einfache Darstellung zu wählen. Je weiter die Entwicklung fortschreitet, desto detaillierter muss die Darstellungsform gewählt werden.

## 2.3.1 Wolf Symbolik

Sind bei einem beliebigen Umlaufgetriebe die Standübersetzung  $i_{12}$  und die Standwirkungsgrade  $\eta_{12}$  und  $\eta_{21}$  bekannt, können alle weiteren Betriebsdaten berechnet werden (vgl. **Kapitel 3**). Die Berechnung der Betriebsdaten ist dabei unabhängig vom konstruktiven Aufbau des Umlaufgetriebes. Zur Darstellung kann daher eine möglichst einfache Darstellungsform gewählt werden. Als zweckmäßig hat sich dabei die Symbolik nach Wolf [3] erwiesen, in der ein Umlaufgetriebe durch einen Kreis für das Gehäuse und durch drei Striche für die drei Wellen gekennzeichnet wird (siehe **Bild 2.7**). Neben der einfachen Darstellung eines Umlaufgetriebes in der Wolf-Symbolik kann der Steg durch einen Strich, der in den Kreis hineinragt, und die Summenwelle durch einen Doppelstrich gekennzeichnet werden. Bei einem Minusgetriebe ist stets der Steg die Summenwelle und bei einem Plusgetriebe eine der beiden Zentralwellen. Durch eine Schraffur an einem Wellenende wird eine gehäusefeste Welle dargestellt.



**Bild 2.7:** Symbole für Umlaufgetriebe nach Wolf [3]. **a** beliebiges Dreiwellengetriebe, **b** Minusgetriebe  $i_{12} < 0$ , **c** Plusgetriebe  $0 < i_{12} < 1$ , **d** Plusgetriebe  $i_{12} > 1$ , **e** Dreiwellengetriebe mit gehäusefester Welle 2

## 2.3.2 Schematische Darstellung

Mittels der schematischen Darstellung können erste konstruktive Merkmale eines Konzepts festgelegt werden. Die einfachste Darstellung beinhaltet nur die Zahnräder und Wellen, sowie ihre Lage zueinander. Die beiden Plusgetriebe in **Bild 2.8** unterscheiden sich lediglich durch die Anordnung ihrer Zahnräder. Während die Zahnräder bei der linken Variante nebeneinander angeordnet sind, befinden sie sich bei der rechten Variante in einer Ebene. Die Berechnung beider Varianten erfolgt auf die selbe Weise (vgl. **Kapitel 3**), durch die unterschiedliche Anordnung ihrer Zahnräder sind jedoch, je nach Wahl der schematischen Darstellung, unterschiedliche geometrische Rahmenbedingungen einzuhalten.



Bild 2.8: Ausführungsformen eines Plusgetriebes

Neben den Zahnrädern und Wellen können zusätzlich Lager und deren Position, sowie Aussagen über die Wellenführung und das Gehäuse angegeben werden. Wählt man eine maßstäblichen Darstellung können erste Aussagen zur Dimension des Getriebes getroffen werden. In **Bild 2.9** sind verschiedene Ausführungsformen eines Standardplanetengetriebes schematisch dargestellt.



Bild 2.9: schematische Darstellung eines Standardplanetengetriebes in verschiedenen Ausführungsformen

Während die linke Variante einen einwangigen Steg aufweist, bei dem die Planeten auf den Bolzen gelagert sind, besitzt die mittlere Variante einen zweiwangigen Steg, bei dem die Planeten mit ihren Wellen im Steg gelagert sind. Bei der rechte Variante sind zusätzlich die Lager dargestellt.

Mit Hilfe der schematischen Darstellung sind somit Aussagen über den konstruktiven Aufbau, die Teilezahl, die Wellenführung und die Komplexität möglich. Je nach Bauart, minimaler Zähnezahl und Anzahl der Planeten ist der Bereich der Standübersetzung festgelegt (siehe **Kapitel 2.2.2**).

## 2.3.3 3D-CAD-Modell

Die detaillierteste Darstellungsmöglichkeit eines Umlaufgetriebes ist die Abbildung mittels eines 3D-CAD-Systems. **Bild 2.10** zeigt ein 3D-CAD-Modell eines Standardplanetengetriebes ohne das Getriebegehäuse. Das Modell beinhaltet die Zahnräder, Wellen und Lager sowie die Zähnezahlen, die Wellengeometrie und die Lagerbauart.



Bild 2.10: 3D-CAD-Modell eines Standardplanetengetriebes

## 2.4 Zusammengesetze Umlaufgetriebe

## 2.4.1 Bezeichnungen

Zusammengesetzte Umlaufgetriebe bestehen aus mindestens einem einfachen Umlaufgetriebe, welches mit einem oder mehreren einfachen Übersetzungsgetrieben oder Umlaufgetrieben gekoppelt ist. Zur Kennzeichnung der Getriebeteile der jeweiligen Teilgetriebe werden im Folgenden die selben Bezeichner (1, 2, s und p) wie bei den einfachen Umlaufgetrieben verwendet, jedoch wird das zweite Teilgetriebe durch einen Strich (1', 2', s' und p') und das dritte durch zwei Striche (1", 2", s" und p") gekennzeichnet. Genauso wird verfahren bei allgemeiner Indizierung mit den Buchstaben a, b und c. Die äußeren Anschlusswellen werden mit Großbuchstaben (A, B usw.) gekennzeichnet.



 Bild 2.11: Reihengetriebe mit drei in Reihe angeordneten Zweiwellengetrieben nach [1]: a allgemeine symbolische Darstellung, b schematsiche Darstellung c symbolische Darstellung des Getriebes nach b

Das einfachste zusammengesetzte Umlaufgetriebe ist das elementare Koppelgetriebe bestehend aus zwei einfachen Umnlaufgetrieben (siehe **Bild 2.12**). Jeweils zwei Wellen der beiden Teilgetriebe sind miteinander gekoppelt, sie werden als "Koppelwellen" bezeichnet. Die beiden freien Wellen der Teilgetriebe werden als "Einzelwellen" bezeichnet. Eine Koppelwelle, die Drehzahlen und Drehmomente nach außen abführen kann ist eine "angeschlossene Koppelwelle" und eine "freie Koppelwelle" besitzt keinen äußeren Anschluss. Zur allgemeinen Darstellung eines elementaren Koppelgetriebes werden auch die Bezeichner e und e' für die Einzelwellen, f und f' für die freien Koppelwellen und a und a' für die angeschlossenen Koppelwellen verwendet. Die äußeren Anschlusswellen, welche Drehzahlen und Drehmomente nach außen führen, werden mit römischen Ziffern und Großbuchstaben gekennzeichnet (I, II und S, **Bild 2.12**).



**Bild 2.12:** Elementares Koppelgetriebe in symbolischer Darstellung mit Bezeichnung der Wellen nach [1].

## 2.4.2 Bauarten

**Bild 2.13** zeigt die "Bausteine" (**a** bis **e**), sowie die daraus abgeleiteten unterschiedlichsten Bauformen zusammengesetzter Planetengetriebe (**f** bis **s**) nach [1]. Als "Bausteine" können einfache Übersetzungsgetriebe (**a**), einfache Umlaufgetriebe mit einer stillstehenden Welle (**b**), zweiläufige einfache Umlaufgetriebe (**c**), Umlaufgetriebe und einfache Übersetzungsgetriebe mit stufenlos verstellbarer Stand-/Übersetzung (**d**, **e**) verwendet werden. Werden zwei oder mehr einfache Umlaufgetriebe mit einer stillstehenden Welle miteinander gekoppelt spricht man von Reihengetrieben (**f**) bzw. von Parallelumlaufgetrieben (**g**). Die Bauform **h** in **Bild 2.13** entspricht dem elementaren Koppelgetriebe nach **Kapitel 2.4.1**. Ist die angeschlossene Koppelwelle S gehäusefest entsteht wiederum ein Reihengetriebe, ist eine der Einzelwellen I bzw. II gehäusefest oder bei drei laufenden Wellen spricht man von Umlauf-Koppelgetrieben. Umlaufkoppelgetriebe, die aus mehr als zwei einfachen Umlaufgetrieben zusammengesetzt sind werden als "Höhere Koppelgetriebe" bezeichnet (**n** bis **s**).



Bild 2.13: Bauarten zusammengesetzter Koppelgetriebe nach [1] in symbolischer Darstellung.

## 2.5 Untersuchungen zu Umlauf-/Übersetzungsgetrieben

Wie aus **Kapitel 2.2.2** und **Kapitel 2.4.2** hervorgeht, gibt es eine große Anzahl an Bauformen einfacher und zusammengesetzter Umlaufgetriebe. In der Vergangenheit wurden daher zum Einen systematische Untersuchungen durchgeführt und zum Anderen Optimierungsstrategien entwickelt.

Systematische Überlegungen zu elementaren Koppelgetrieben wurden unter anderem von Müller [1] und Arnaudow [4] angestellt. Bei den systematischen Überlegungen werden nur die Koppelungsmöglichkeiten, nicht aber die Anbindung der Wellen (gehäusefeste Welle, Antriebs-/Abtriebswelle) betrachtet. Für ein zweistufiges Planetengetriebe bestehend aus zwei Dreiwellengetrieben gibt es  $6 \cdot 6 = 36$  Kombinationsmöglichkeiten. Müller [1] reduziert diese Anzahl auf neun Koppelfälle, indem er die Zentralwellen nicht separat betrachtet sondern nur zwischen Zentralwelle und Stegwelle unterscheidet. Bei dieser abstrakten Betrachtung der Koppelungsmöglichkeiten mittels der Symbolik nach Wolf [3] können somit für jede Stufe beliebige Dreiwellengetriebe eingesetzt werden. Arnaudow [4] beschränkt sich bei seiner Betrachtung zweistufiger Dreiwellengetriebe auf Bauformen bestehend aus zwei Standardplanetengetrieben. Durch Elimination kinematisch gleichwertiger (isomorpher) Varianten können die Koppelungsmöglichkeiten auf 21 verringert werden. Isomorphe Varianten unterscheiden sich in der Reihenfolge der Anordnung der beiden Teilgetriebe.

Genauere Untersuchungen zu elementaren Koppelgetrieben, bei denen auch die Anbindung der Wellen mit berücksichtigt wird, wurden von Poppinga [5], Jensen [6], Schnetz [7], Dreher [8] und Grüschow [9] durchgeführt. Alle diese Untersuchungen basieren auf den schematischen Darstellungen elementarer Koppelgetriebe bestehend aus zwei Standardplanetengetrieben. Setzt man die angeschlossene Koppelwelle eines elementaren Koppelgetriebes fest ergeben sich daraus 36 Koppelungsmöglichkeiten mit An- und Abtrieb über eine Einzelwelle (Reihengetriebe nach **Kapitel 2.4.2**). Setzt man eine Einzelwelle gehäusefest ergeben sich wiederum jeweils 36 Koppelungsmöglichkeiten mit dem Antrieb über die zweite Einzelwelle und dem Abtrieb über die angeschlossene Koppelwelle oder umgekehrt (Umlaufkoppelgetriebe nach **Kapitel 2.4.2**). Die Untersuchungen von Poppinga [5], Jensen [6], Schnetz [7] und Grüschow [9] beschränken sich dabei nur auf die Umlaufkoppelgetriebe, Dreher [8] betrachten zusätzlich auch die Reihengetriebe. Für eine Optimierung werden neben dem Übersetzungsbereich u.a. der Bauraum, der Wirkungsgrad sowie die Herstellkosten betrachtet.

Poppinga [5] und später Jensen [6] haben eine Optimierung dieser Minusgetriebe auf kleinste Außendurchmesser ( $\approx$  Hohlraddurchmesser) angegeben und die zugehörigen Wirkungsgrade berechnet. Dabei sind sie von gleichen Durchmessern  $d_0$  der jeweiligen Sonnenritzel in beiden Teilgetrieben ausgegangen. Es blieb aber unberücksichtigt, dass die Innenräder der Teilgetriebe, außer in einigen Koppelfällen, in denen sie gemeinsam die freie Koppelwelle bilden, unterschiedliche Drehmomente übertragen. Dadurch wäre

das damit optimierte Getriebe zu groß.

Schnetz [7] führt eine Durchmesseroptimierung für gleiche Zähnezahl  $z_{min}$  bei gleicher Zahnfußbeanspruchung  $\sigma_b$  und gleichem Verhältnis b/m der Zahnbreite zum Modul durch, wodurch die Belastung auf die jeweilige Stufe besser berücksichtigt wird. Neben der Optimierung des Durchmessers führt er zusätzlich eine Wirkungsgradoptimierung durch, wobei das durchmesseroptimierte Getriebe nicht dem bauraumoptimierten entsprechen muss.

Dreher [8] führt ebenfalls eine Durchmesseroptimierung nach [7] durch. Mittels der Größen Durchmesser und Wirkungsgrad sowie zusätzlicher vom Anwender für den speziellen Anwendungsfall definierter Größen, wie z.B. den Planschverlusten eines Planetenträgers, kann eine subjektive Auswahl aus einer Liste möglicher Lösungen erfolgen. Des weiteren führt er eine konstruktive Optimierung durch, bei der bei bekannter Lage der äußeren Anschlusswellen die optimale Wellenführung sowie die Wellen-, Zahnrad-, und Lagerdimensionierung berücksichtigt wird. Die Ergebnisse können automatisch in Form von einfachen Prinzipskizzen dargestellt werden, die als erste konstruktive Entwürfe dienen können.

Grüschow [9] betrachtet neben dem Durchmesser, dem Bauvolumen und dem Wirkungsgrad zusätzlich die Material- bzw. die Herstellkosten. Die Optimierung des Durchmessers und Bauvolumens erfolgt durch eine Tragfähigkeitsberechnung der Zahnräder. Wie bei [8] wird zusätzlich eine Dimensionierung der Wellen und Lager durchgeführt. Aus den Größen/Bewertungskriterien relativer Durchmesser  $d^*$ , relatives Volumen  $V^*$ , relative Herstellkosten  $K^*$  und relativer Wirkungsgrad  $\eta^*$  multipliziert mit einer individuellen Gewichtung bildet er eine Zielfunktion zur Ermittlung des optimalen Getriebes. Die Ergebnisse können wie bei [8] automatisch in Form von Prinzipskizzen unter Berücksichtigung der Wellen und Lager dargestellt werden. Da bei der automatischen Erstellung der Prinzipskizzen Besonderheiten, wie z.B. Hinterschneidungen, auftreten können ist ein zusätzlicher interaktiven Eingriff des Anwenders notwendig.

Neben den Untersuchungen zu elementaren Koppelgetrieben haben Schnetz [10] und Grüschow [9] auch die reduzierten Koppelgetriebe betrachtet. Sie können von einem elementaren Koppelgetriebe, bei dem beide Stege und zwei gleiche Zentralräder miteinander gekoppelt sind, abgeleitet werden. Neben Bauformen mit nur einem Planet betrachtet Schnetz [10] auch solche mit Planetenradpaaren.

Bei den Untersuchungen nach [11], [12] und [13] werden neben den elementaren Koppelgetrieben, die reduzierten Koppelgetriebe, die einfachen Umlaufgetriebe und die offenen Umlaufgetriebe insbesondere für hohe Übersetzungen betrachtet.

# 3 Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben

Die Berechnung von Umlaufgetrieben leitet sich von der Berechnung einfacher Standgetriebe ab. Ausgehend von der Berechnung eines Standgetriebes kann die Berechnung der einfachen Planetengetriebe und von deren Berechnung wiederum die Berechnung der elementaren und reduzierten Koppelgetrieben abgeleitet werden.

Die allgemeinen Grundlagen zur Berechnung von Planetengetrieben sind bereits in **Kapitel 2.1** beschrieben. Ausgehend von diesen Grundlagen werden im Folgenden die weiteren Berechnungsgrundlagen der Planetengetriebe vorgestellt.

## 3.1 Übersetzungen und Drehzahlen

Wie in **Kapitel 2.1** beschrieben kann ein einfaches Umlaufgetriebe von einem Standgetriebe abgeleitet werden (siehe **Bild 3.1**).



Bild 3.1: Ableiten eines einfachen Umlaufgetriebes von einem Standgetriebe

Alle drei Wellen können dabei eine Drehzahl besitzen. Dieses scheinbar unübersichtliche Drehzahlverhalten hat bereits Willis um 1840 leichter verständlich gemacht, indem er es als Überlagerung von zwei sehr einfachen Teilbewegungen beschrieb [1].

Die erste Teilbewegung entspricht der Bewegung des Standgetriebes, d.h. der Steg ist gehäusefest und die Bewegung wird rein durch Abwälzen der Zahnräder übertragen. Man spricht in diesem Fall vom Wälzanteil, welcher im Folgenden mit ´ gekennzeichnet wird.

$$i_{12} = \frac{n_1'}{n_2'}$$

Bei der zweiten Teilbewegung spricht man von Kupplungsanteil, welcher im Folgenden mit  $\tilde{}$  gekennzeichnet wird. Alle drei Wellen drehen sich mit der Stegdrehzahl  $n_1'' = n_2'' = n_s'' = n_s$ , d.h. das Getriebe läuft als Block, wie eine starre Kupplung, um.

Die Relativdrehzahlen  $n'_1 = n_1 - n_s$  und  $n'_2 = n_2 - n_s$  werden auch als Wälzdrehzahlen

und die Stegdrehzahl n<sub>s</sub> als Kupplungsdrehzahl bezeichnet.

Durch Überlagerung der beiden Teilbewegungen erhält man die Betriebsdrehzahl jeder Welle.

$$n_1 = n'_1 + n''_1 = n'_1 + n''_s$$
$$n_2 = n'_2 + n''_2 = n'_2 + n''_s$$
$$n_s = n'_s + n''_s = 0 + n''_s = n''_s$$

Aus den obigen Gleichungen erhält man durch Umformen und Einsetzen die *Willis-Gleichung* in der Schreibweise nach Müller [1].

$$\frac{n_1'}{n_2'} = \boxed{i_{12} = \frac{n_1 - n_s}{n_2 - n_s}}$$
(8)

Durch weiteres Umformen erhält man die Drehzahl-Grundgleichung der Umlaufgetriebe, mit der alle Beziehungen zwischen den Drehzahlen und somit auch alle Übersetzungen eines beliebigen Umlaufgetriebes durch seine Standübersetzung festgelegt sind [1].

$$n_1 - i_{12} \cdot n_2 - (1 - i_{12}) \cdot n_s = 0 \tag{9}$$

Wird Welle 1 oder Welle 2 festgehalten, erhält man eine "Umlaufübersetzung"  $(i_{1s}, i_{s1}, i_{2s}, i_{s2})$  des Getriebes, drehen sich alle drei Wellen, spricht man nach Wolf [3] von freien Drehzahlverhältnissen  $k_{ij}$  zwischen den Wellen.

#### 3.1.1 Relativdrehzahl der Planeten

Eine weitere wichtige Größe zur Berechnung von Planetengetrieben ist die Relativdrehzahl der Planeten gegenüber dem Steg. Sie ergibt sich aus dem negativen Verhältnis der Zähnezahlen der Zentralräder und des Planeten und der entsprechenden Relativdrehzahl der Zentralräder.

$$n_{p,rel} = -\frac{z_1}{z_p}(n_1 - n_s) = -\frac{z_2}{z_p}(n_2 - n_s)$$
(10)

Für ein Standardplanetengetriebe ergibt sich die Zähnezahl des Planeten in erster Näherung nach **Gleichung (11)**.

$$z_p = int\left(\frac{-z_2 - z_1}{2}\right) \tag{11}$$

Mit dieser Annahme kann **Gleichung (10)** in Abhängigkeit von der Standübersetzung dargestellt werden.

$$n_{p,rel} = \frac{2}{i_{12}+1}(n_1 - n_s) = \frac{2 \cdot i_{12}}{i_{12}+1}(n_2 - n_s)$$
(12)

#### 3.2 Kutzbachplan

Mit dem Drehzahlplan nach Kutzbach ([14], [15]) gibt es eine graphische Methode zur Bestimmung der Drehzahlen eines Umlaufgetriebes. Ausgehend von einer maßstäblichen Darstellung des Getriebes mit seinen Wälzkreisen (**Bild 3.2** b) wird die Abzisse (u-Achse) als Verlängerung der Zentralachsen und die Ordinate (r-Achse) an einer beliebigen Stelle gezeichnet (siehe **Bild 3.2** c). Im Folgenden soll die Stegdrehzahl gleich Null sein. Mit einer Umfangsgeschwindigkeit  $u_1$  im Wälzkreis  $r_1$  ergibt sich der Geschwindigkeitsstrahl 01' von Rad 1. Der Planet p kämmt mit Rad 1 und hat daher beim Radius  $r_1$  ebenfalls die Umfangsgeschwindigkeit  $u_1$ . Sein Mittelpunkt hat beim Radius  $r_s$  die Umfangsgeschwindigkeit  $u_s$  des Steges, welche hier gleich Null ist. Mit den Punkten 1'und s' ergibt sich der Geschwindigkeitsstrahl 1's' des Planeten. In seiner Verlängerung schneidet sich der Geschwindigkeitsstrahl beim Radius  $r_2$  im Punkt 2'. Die Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  des Planeten beim Radius  $r_2$  entspricht dabei zugleich der Umfangsgeschwindigkeit von Rad 2. Der Geschwindigkeitsstrahl von Rad 2 ergibt sich mittels der Punkte 0 und 2'. Schließlich muss der Geschwindigkeitsstrahl 1'2' des Planeten noch parallel in den Ursprung 0 verschoben werden.



Bild 3.2: Kutzbachplan eines einfachen Minusgetriebes nach [1]

Auf der Geraden g im Abstand R zur u-Achse ergeben sich die Drehzahlen der Zahnräder und Wellen maßstäblich. Durch Angabe eines Maßstabes können somit die absoluten Drehzahlen in Abhängigkeit von den Streckenverhältnissen ermittelt werden. Mit dem sog. Drehzahlleiterdiagramm nach **Bild 3.2** d wird das Ablesen der Drehzahlen wesentlich einfacher. Über der Geraden g werden dazu in den Punkten 1, 2, s und p "Drehzahlleitern" mit beliebigen aber untereinander gleichen Maßstäben errichtet. Gibt man nun an zwei Stellen eine beliebige Drehzahl vor und zieht durch die beiden Punkte eine Gerade, so können die übrigen Drehzahlen einfach abgelesen werden.

#### 3.3 Momente und Momentenverhältnisse

Mit der Leistung als Produkt aus Drehzahl und Drehmoment kann das Momentenverhältnis eines Standgetriebes (**Bild 2.4 Kapitel 2.1.3**) in Abhängigkeit von der Leistungsflussrichtung ermittelt werden. Ist die Leistung  $P_1$  von Welle 1 größer als Null, fließt die Leistung von Welle 1 nach Welle 2.

$$\eta_{12} = -\frac{n_2 \cdot M_2}{n_1 \cdot M_1} = -\frac{M_2}{M_1 \cdot i_{12}}$$
(13)

$$\left(\frac{M_1}{M_2}\right)_{P_1>0} = \frac{-1}{i_{12}\cdot\eta_{12}}$$
(14)

Fließt die Leistung von Welle 2 nach Welle 1 ist die Leistung  $P_1 < 0$ .

$$\eta_{21} = -\frac{n_1 \cdot M_1}{n_2 \cdot M_2} = -\frac{M_1}{M_2} \cdot i_{12}$$
(15)

$$\left(\frac{M_1}{M_2}\right)_{P_1<0} = \frac{-\eta_{21}}{i_{12}} = \frac{-1}{i_{12} \cdot \eta_{21}^{-1}}$$
(16)

Wie aus **Gleichung (14)** und **Gleichung (16)** hervorgeht ist zur Bestimmung des Momentenverhältnisses die Kenntnis der Leistungsflussrichtung erforderlich. Die beiden Gleichungen unterscheiden sich jedoch nur durch den Exponenten und die Reihenfolge der Indizes von  $\eta$ . Werden die Wirkungsgrade durch den Ausdruck  $\eta_0^{w1}$  ersetzt kann das Momentenverhältnis durch eine Gleichung dargestellt werden [1].

$$\frac{M_2}{M_1} = -i_{12} \cdot \eta_0^{w1} \tag{17}$$

Der Exponent w1 entspricht dabei der Richtung des Wälzleistungsflusses der Welle 1.

$$w1 = \frac{P_W}{|P_W|} = \frac{M_1 \left(n_1 - n_s\right)}{|M_1 \left(n_1 - n_s\right)|}$$
(18)

wobei gilt:

 $w1 = +1 \longrightarrow \eta_0^{w1} = \eta_{12}$  $w1 = -1 \longrightarrow \eta_0^{w1} = 1/\eta_{21}$ 

Mittels der **Gleichung (17)** und **Gleichung (4)** können nun die Momentenverhältnisse  $M_1/M_S$  und  $M_2/M_S$  abgeleitet werden.

$$\frac{M_s}{M_1} = i_{12} \cdot \eta_0^{w1} - 1 \tag{19}$$

$$\frac{M_s}{M_2} = \frac{1}{i_{12} \cdot \eta_0^{w1}} - 1$$
(20)

#### 3.4 Leistung und Umlaufwirkungsgrad

Analog der Aufteilung der Drehzahlen in einen Wälzanteil und einen Kupplungsanteil kann bei einem einfachen Umlaufgetriebe die Gesamtleistung einer Welle in Wälzleistung und Kupplungsleistung unterteilt werden. Die Wälzleistung wird dabei durch reines Abwälzen der Zahnräder übertragen, d.h. sie kann nur von Zentralrad 1 zu Zentralrad 2 oder umgekehrt fließen. Die Wälzleistungen von Rad 1 und Rad 2 ergeben sich mittels der Drehmomente und ihren Relativ-/Wälzdrehzahlen.

$$P_{W1} = M_1 \cdot (\omega_1 - \omega_s) \tag{21}$$

$$P_{W2} = M_2 \cdot (\omega_2 - \omega_s) \tag{22}$$

In der zweiten Teilbewegung laufen alle drei Wellen mit der Stegdrehzahl  $n_s$  um. Die Kupplungsleistungen der einzelnen Wellen ergeben sich dabei aus dem anliegenden Drehmomenten multipliziert mit der Winkelgeschwindigkeit des Stegs  $\omega_s$ .

$$P_{K1} = M_1 \cdot \omega_s \tag{23}$$

$$P_{W2} = M_1 \cdot \omega_s \tag{24}$$

$$P_{Ws} = M_s \cdot \omega_s \tag{25}$$

Da die Kupplungsleistungen der drei Wellen mit der selben Stegdrehzahl  $n_s$  übertragen werden, stehen sie stets im selben konstanten Verhältnis zueinander wie die Drehmomente der zugeordneten Wellen.

$$P_{K1}: P_{K2}: P_{Ks} = M_1 \cdot n_s : M_2 \cdot n_s : M_s \cdot n_s = M_1 : M_2 : M_s$$
(26)

Die Gesamtleistung einer Welle ergibt sich somit aus der Summe der Wälzleistung des Rades und der Kupplungsleistung der Welle.

$$P_1 = P_{K1} + P_{W1} = M_1 \cdot \omega_s + M_1 \cdot (\omega_1 - \omega_s)$$
(27)

$$P_2 = P_{K2} + P_{W2} = M_2 \cdot \omega_s + M_2 \cdot (\omega_2 - \omega_s)$$
(28)

$$P_s = P_{Ks} + 0 = M_s \cdot \omega_s \tag{29}$$

Bei der Berechnung des Wirkungsgrades eines Umlaufgetriebes mit drei laufenden Wellen müssen alle drei Leistungen berücksichtigt werden. Der Umlaufwirkungsgrad ergibt sich aus dem Verhältnis der Summe der Abtriebsleistungen zur Summe der Antriebsleistungen der Wellen.

$$\eta_{Uml} = -\frac{\sum P_{ab}}{\sum P_{an}} \tag{30}$$

Jede der drei Wellen eines einfachen Umlaufgetriebes kann alleinige An- oder Abtriebswelle sein. Bei einer Antriebswelle und zwei Abtriebswellen spricht man von *Leistungsteilung* und bei zwei Antriebswellen und einer Abtriebswelle von *Leistungssummierung*. Insgesamt ergeben sich somit für ein Umlaufgetriebe sechs mögliche Fälle (siehe **Bild 3.3**).



**Bild 3.3:** Alle Möglichkeiten der Leistungsteilung und Leistungssummierung an einem einfachen Umlaufgetriebe nach [1]

Für den Fall Leistungsteilung von Zentralrad 1 zu Steg und Zentralrad 2 soll im Folgenden die Gleichung für den Umlaufwirkungsrad hergeleitet werden (Quelle [1]).

$$\eta_{1<_{s}^{2}} = -\frac{P_{2} + P_{s}}{P_{1}} = -\frac{M_{2} \cdot n_{2} + M_{s} \cdot n_{s}}{M_{1} \cdot n_{1}} = \frac{M_{1} \cdot i_{12} \cdot \eta_{0}^{w1} \cdot n_{2} - M_{1} \left(i_{12} \cdot \eta_{0}^{w1} - 1\right) n_{s}}{M_{1} \cdot n_{1}}$$
(31)

Nach Kürzen von  $M_1$  erhält man **Gleichung (32)**.

$$\eta_{1<_s^2} = i_{12} \cdot \eta_0^{w1} \cdot k_{21} - \left(i_{12} \cdot \eta_0^{w1} - 1\right) k_{s1}$$
(32)

Drückt man die freien Drehzahlverhältnisse  $k_{21}$  und  $k_{s1}$  in dieser Gleichung durch  $k_{12}$  aus, erhält man **Gleichung (33)**.

$$\eta_{1<_{s}^{2}} = \frac{k_{12} - i_{12} + i_{12}\eta_{0}^{w1}(1 - k_{12})}{k_{12}(1 - i_{12})}$$
(33)

Die anderen Fälle nach **Bild 3.3** können äquivalent bestimmt werden und sind bei Müller [1] in einer übersichtlichen Tabelle zusammengefasst. In einer weiteren Tabelle sind die Berechnungsgleichungen für zwei laufende Wellen, als Sonderfall der Dreiwellengetriebe, dargestellt. Für einfache Umlaufgetriebe kann in erster Näherung davon ausgegangen werden, dass der Standwirkungsgrad von Welle 1 nach Welle 2 dem Standwirkungsgrad von Welle 1 nach Welle 2 entspricht ( $\eta_{12} = \eta_{21}$ ).

#### 3.4.1 Innere Leistungsflüsse

Betrachtet man die inneren Leistungsflüsse eines einfachen Umlaufgetriebes ergeben sich nach [1] zwei grundsätzlich verschiedene Möglichkeiten der Leistungsüberlagerung, wobei die eine Möglichkeit für alle Plusgetriebe und die andere für alle Minusgetriebe zutrifft.

Bei Minusgetrieben ist die Stegwelle s stets die Summenwelle. Haben alle drei Wellen die selbe Drehzahl (Kupplungsfall, keine Wälzleistung) fließt die Leistung von s nach 1 und 2 oder entgegengesetzt. Wälzleistung fließt nur bei  $n_1 \neq n_2$  zwischen den Wellen 1 und 2. **Bild 3.4** zeigt die acht möglichen inneren Leistungsflüsse für Leistungsteilung (I,**a** bis **d**) und Leistungssummierung (II,**a** bis **d**).



**Bild 3.4:** Äußere und innere Leistungsflüsse bei einem Minusgetriebe nach [1]. I **a**-**d** bei Leistungsteilung, II **a**-**d** bei Leistungssummierung

Bei Plusgetrieben ist stets eine der beiden Zentralwellen die Summenwelle. Zwischen dieser Summenwelle und der anderen Zentralwelle fließt sowohl Wälzleistung, als auch Kupplungsleistung. Kupplungsleistung fließt auch zwischen der Summenwelle und der Stegwelle, zwischen der anderen Zentralwelle und der Stegwelle gibt es keinen Leistungsfluss. **Bild 3.5** zeigt für den Fall, dass Welle 1 die Summenwelle ist, die acht möglichen inneren Leistungsflüsse für Leistungsteilung (I,**a** bis **d**) und Leistungssummierung (II,**a** bis **d**). Ist Welle 2 die Summenwelle, ergeben sich die Leistungflüsse durch einfaches Vertauschen der Ziffern 1 und 2.



**Bild 3.5:** Äußere und innere Leistungsflüsse bei einem Plusgetriebe mit Welle 1 als Summenwelle nach [1]. I **a-d** bei Leistungsteilung, II **a-d** bei Leistungssummierung

Wie **Gleichung (27)** bis **Gleichung (29)** zeigen, ergibt sich die Leistung jeder Standgetriebewelle als Summe der jeweils zugeordneten Wälz- und Kupplungsleistungen. Steht eine Standgetriebewelle still, ist also ihre Wellenleistung Null, dann sind ihre momentane innere Wälz- und Kupplungsleistung gleich groß aber entgegengerichtet. Solche nicht nutzbaren Leistungen werden als "Blindleistungen" bezeichnet [1]. Ist die verlustbehaftetet innere Wälzleistung im Verhältnis zur äußeren Antriebsleistung groß, resultiert hieraus ein schlechter Wirkungsgrad bis hin zur Selbsthemmung.

#### 3.5 Vorzeichen von n, M und P

Bei der Berechnung von Umlaufgetrieben ist es wichtig die entsprechenden Konventionen für die Vorzeichen der Drehzahlen n, der Drehmomente M und Leistungen P zu beachten. Eine übersichtliche Darstellung ist dabei das bei [16] verwendete Kästchentriple. **Bild 3.6** zeigt diese Methode am Beispiel eines Standardplanetengetriebes.

In der ersten Spalte werden jeweils die Vorzeichen für die Drehzahlen, in der zweiten für die Drehmomente und in der dritten für die Leistungen eingetragen. Die erste Zeile ist dabei für die Kupplungsanteile, die zweite für die Wälzanteile und die dritten für die Summe der beiden Anteile. Es können sowohl die äußeren als auch die inneren Leistungen berücksichtigt werden wodurch sich die entsprechenden Leistungsflüsse darstellen lassen.



Bild 3.6: Leistungsflüsse im Standardplanetengetriebe

#### 3.6 Elementare Koppelgetriebe

Die Berechnung der elementaren Koppelgetriebe lässt sich auf die Berechnung der einfachen Umlaufgetriebe zurückführen. Betrachtet man ein elementares Koppelgetriebe (siehe **Bild 3.7**) so entsprechen die beiden Einzelwellen den Zentralwellen eines einfachen Umlaufgetriebes und die angeschlossene Koppelwelle der Stegwelle.



Bild 3.7: symbolische Darstellung elementares Koppelgetriebe

Für das elementare Koppelgetriebe ergibt sich die Standübersetzung aus dem Produkt der Einzelübersetzungen der beiden Teilgetriebe. Die Einzelübersetzungen  $i_{ef}$  und  $i_{f'e'}$  können hierbei Standübersetzungen oder Umlaufübersetzungen sein. Sie ergeben sich somit allgemein als Funktion der Standübersetzungen der beiden Teilgetriebe.

$$i_{I-II} = i_{ef} \cdot i_{f'e'} = f(i_{12}) \cdot f(i_{1'2'}) \tag{34}$$

Die Umlaufübersetzung des Koppelgetriebes kann wiederum mit Hilfe der Willis-Gleichung bestimmt werden.

$$n_I - i_{I-II} \cdot n_{II} - (1 - i_{I-II}) \cdot n_S$$
 (35)

Die Berechnung der Relativdrehzahl der Planeten kann mit **Gleichung (10)** erfolgen. Die Drehzahl der freien Koppelwelle  $n_F$  ergibt sich mit der Willis-Gleichung und der Standübersetzung eines Teilgetriebes.

Zur Bestimmung des Wirkungsgrads eines elementaren Koppelgetriebes müssen zunächst die Standwirkungsgrade, d.h. die Wirkungsgrade bei stillstehender angeschlossener Koppelwelle bestimmt werden. Sie ergeben sich aus dem Produkt der Umlaufwirkungsgrade der beiden Teilgetriebe, die sich als Funktion in Abhängigkeit von der Standübersetzung und dem Standwirkungsgrad ergeben.

$$\eta_{I-II} = \eta_{ef} \cdot \eta_{f'e'} = f(i_{12}, \eta_{12}) \cdot f(i_{1'2'}, \eta_{1'2'})$$
(36)

$$\eta_{II-I} = \eta_{e'f'} \cdot \eta_{fe} = f(i_{1'2'}, \eta_{1'2'}) \cdot f(i_{12}, \eta_{12})$$
(37)

Die Umlaufwirkungsgrade können entsprechend **Kapitel 3.4** mit der Standübersetzung  $i_{I-II}$  und den Standwirkungsgraden  $\eta_{I-II}$  und  $\eta_{II-I}$  ermittelt werden.

Wie bei den einfachen Umlaufgetrieben kann bei elementaren Umlaufgetrieben Blindleistung auftreten. Das Vorhandensein der Blindleistung wirkt sich dabei nach [4] nicht nur auf den Wirkungsgrad und die Erwärmung des Getriebes aus, sondern auch auf die Beanspruchung der Einzelteile des Getriebes. Die Berechnung der äußeren Momente kann analog **Kapitel 3.3** erfolgen. Die Berechnung der inneren Momente kann anschließend mit den Selben Gleichungen erfolgen. Bei [1] (S. 154 ff) und [4] ist die Analyse von elementaren Koppelgetrieben ausführlich beschrieben.

## 3.7 Reduzierte Planetengetriebe

Die Berechnung der reduzierten Koppelgetriebe kann auf die Berechnung der elementaren Koppelgetriebe zurückgeführt werden. Hierzu wird das reduzierte Koppelgetriebe nach [1] in seine kinematisch gleichwertigen Koppelgetriebe zerlegt (siehe **Bild 3.8**).



**Bild 3.8:** reduziertes Koppelgetriebe (Wolfromgetriebe) mit seinen kinematisch gleichwertigen Koppelgetriebe **a**, **b** und **c** in schematischer und symbolischer Darstellung

Die Berechnung der Übersetzung kann mit jedem der kinematisch gleichwertigen Koppelgetriebe analog den elementaren Koppelgetrieben erfolgen. Zur Berechnung des Gesamtwirkungsgrads muss das "wirkungsgleiche" Koppelgetriebe ermittelt werden.

Ist die Standübersetzung  $i_{1''2''}$  größer als 1 entspricht die Getriebekombination **b**, wie in **Bild 3.8** dargestellt, dem wirkungsgleichen Koppelgetriebe, liegt die Standübersetzung  $i_{1''2''}$  zwischen 0 und 1 wird die Welle 1" zur Summenwelle und die Getriebekombination **c** entspricht dem wirkungsgleichen Koppelgetriebe. Für die Standübersetzungen  $i_{12}$ ,  $i_{1'2'}$  und  $i_{1''2''}$  der drei Teilgetriebe I, II und III ergibt sich der Zusammenhang nach **Gleichung (38)**.

$$i_{12} = \frac{i_{1'2'}}{i_{1''2''}} \tag{38}$$

Die Berechnung der Relativdrehzahlen der Planeten und der Drehzahl der freien Koppelwelle kann analog der Berechnung der elementaren Koppelgetriebe erfolgen.

### 3.8 Einbaukriterien

Zur Gewährleistung der Montierbarkeit eines Planetengetriebes müssen zum Einen die Zähnezahlbedingung erfüllt sein und zum Anderen der Raumbedarf der Planeten eingehalten werden.

## 3.8.1 Zähnezahlbedingung

Ein Standardplanetengetriebe mit nur einem Planeten läßt sich stets ohne weitere Bedingungen zusammenbauen. Durch den Einbau des ersten Planeten sind somit die Winkelstellungen der beiden Zentralräder (Sonne 1 bzw. Hohlrad 2) und der Planetenachsen im Steg zueinander festgelegt. Ein zweiter Planet läßt sich nur noch an bestimmten Stellen in die Verzahnung der beiden Zentralräder einschieben. Den kleinsten Teilungswinkel  $(\delta_s)_{min}$ , bei dem der zweite Planet montiert werden kann, erhält man durch folgende Überlegung. Dreht man das Hohlrad bei feststehender Sonne um einen Zahn weiter, haben die Zähne und Zahnlücken der Sonne und des Hohlrads an der Stelle, an der zuvor der erste Planet montiert wurde, wieder die selben Positionen, so dass ein zweiter Planet montiert werden könnte. Der Steg dreht sich um den Winkel  $(\delta_s)_{1 fest}$  weiter.

$$(\delta_s)_{1\,fest} = \delta_2 \cdot \frac{n_s}{n_2} = \frac{360}{z_2} \cdot i_{s2} = \frac{360}{z_2} \cdot \frac{i_{12}}{i_{12} - 1}$$
(39)

Bei z.B. drei gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten ergibt sich ein Stegteilungswinkel von  $360^{\circ}/3 = 120^{\circ}$ . Zur Montage eines zweiten Planeten müsste sich somit bei einer Drehung des Hohlrades um eine bestimmte ganze Anzahl an Zähnen g eine Drehung des Stegs um 120° ergeben.

$$(\delta_s)_{1\,fest} = \frac{360}{3} = g \cdot \frac{360}{z_2} \cdot \frac{i_{12}}{i_{12} - 1} \tag{40}$$

Aus dieser Überlegung kann die Einbaubedingung für das Standardplanetengetriebe mit drei gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten abgeleitet werden.

$$g = \frac{z_2}{3} \cdot \frac{i_{12} - 1}{i_{12}} = \frac{z_2 - z_1}{3}$$
(41)

In allgemeiner Form ergeben sich die Einbaubedingungen für q gleichmäßig am Umfang verteilte Planeten nach [1] für Planetengetriebe mit einfachen oder paarweise kämmenden einfachen Planeten nach **Gleichung (42)** und **Gleichung (43)**.

Minusgetriebe: 
$$\frac{|z_1| + |z_2|}{q} = g$$
 (42)

Plusgetriebe: 
$$\frac{|z_1| - |z_2|}{q} = g$$
 (43)

Für Planetengetriebe mit Stufenplaneten ergeben sich nach [1] die Einbaubedingungen nach **Gleichung (44)** und **Gleichung (45)** mit dem größten gemeinsamen Teiler  $t = ggt(z_{p1}, z_{p2})$ .

Minusgetriebe: 
$$z_{p1}z_2 + z_1z_{p2} = q \cdot t$$
 (44)

Plusgetriebe: 
$$z_{p1}z_2 - z_1z_{p2} = q \cdot t$$
 (45)

#### 3.8.2 Raumbedarf

Zur Vermeidung von Eingriffsstörungen dürfen die Planeten einen bestimmten Außendurchmesser nicht überschreiten. Bei Zahnrädern ohne Provilverschiebung entspricht der Teilkreisdurchmesser gleich dem Wälzkreisdurchmesser. **Bild 3.9** zeigt die Durchmesser einer außen- und innenverzahnten Stirnradstufe mit drei gleichmäßig am Umfang angeordneten Planeten.


Bild 3.9: maximaler Raumbedarf der Planeten bei drei gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten

Die Kopfkreisdurchmesser  $d_{ap}$  der Planeten ergeben sich in erster Näherung nach [17] aus dem Teilkreisdurchmesser  $d_p$  addiert mit 2 · Modul. Mit dem Achsabstand nach **Gleichung (46)** und dem Verhältnis von Kopfkreisdurchmesser zu Achsabstand nach **Gleichung (47)**, kann die maximale Zähnezahl des Planeten in Abhängigkeit von der Zähnezahl der Sonne bzw. des Hohlrads berechnet werden.

$$a = \frac{d_S + d_p}{2} = \frac{z_S + z_p}{2} \cdot m_n = -\frac{(d_H + d_p)}{2} = -\frac{(z_H + z_p)}{2} \cdot m_n$$
(46)

$$\frac{d_{ap}}{2 \cdot a} = \frac{d_p + 2 \cdot m_n}{2 \cdot a} = \frac{(z_p + 2) \cdot m_n}{2 \cdot a} = \cos(30^\circ)$$
(47)

$$\Rightarrow z_{p,max} = int\left(\frac{z_S \cdot \cos(30^\circ) - 2}{1 - \cos(30^\circ)}\right) = int\left(\frac{-z_H \cdot \cos(30^\circ) - 2}{1 + \cos(30^\circ)}\right)$$
(48)

Zur Vermeidung von Eingriffstörungen werden üblicherweise für den Kopfkreisdurchmesser  $d_{ap}$  des Planeten etwas größere Werte verwendet.

Bei mehr als drei gleichmäßigen am Umfang verteilten Planeten q kann **Gleichung (48)** in allgemeiner Form dargestellt werden.

$$z_{p,max} = int\left(\frac{z_S \cdot \cos(\delta) - 2}{1 - \cos(\delta)}\right) = int\left(\frac{-z_H \cdot \cos(\delta) - 2}{1 + \cos(\delta)}\right)$$
(49)

Der Winkel  $\delta$  ergibt sich mit **Gleichung (50)** nach [18] in Abhängigkeit von der Anzahl der Planeten.

$$\delta = 90^{\circ} - \frac{180^{\circ}}{q} \tag{50}$$

## 4 Getriebesystematik

Wie aus **Kapitel 2** hervorgeht, gibt es eine große Anzahl an Konzepten, die für die verschiedensten Anwendungen einsetzbar sind. Der geforderte Übersetzungsbereich von 15 bis 70 kann allgemein durch die Kombination von zwei oder mehr Standardplanetengetrieben realisiert werden. Da die Teilezahl einen entscheidenden Einfluss auf die Kosten hat, wurde die Lösungssuche auf Koppelgetriebe bestehend aus maximal zwei Standardplanetengetrieben und einfachere Getriebe beschränkt. Zunächst werden hierzu alle 108 Übersetzungsgetriebe für ein Koppelgetriebe bestehend aus zwei Standardplanetengetrieben, wie sie z.B. bei [8] untersucht wurden, mittels einer Systematik abgebildet. Durch systematisches Anwenden von "Vereinfachungsmöglichkeiten" können anschließend alle Konzepte mit geringerer Teilezahl abgeleitet werden. Mit der so entwickelten Systematik können somit von einem beliebigen Konzept, welches aus zwei Standardplanetengetrieben oder weniger Teilen besteht alle hier betrachteten Konzepte abgeleitet werden.

#### 4.1 Ausgangsvariante

Ausgangsvariante ist ein Reihen-Umlaufgetriebe bestehend aus zwei Standardplanetengetrieben, mit dem Steg als Festglied, Antrieb jeweils über die Sonne und dem Hohlrad als Abtrieb. Die Koppelung der beiden Teilgetriebe erfolgt über den Abtrieb der ersten Stufe mit dem Antrieb der zweiten Stufe (siehe **Bild 4.1**).



Bild 4.1: Ausgangsvariante

#### 4.2 Grundvarianten

Mit den jeweils sechs Kombinationsmöglichkeiten für An-, Abtrieb und Festglied für die beiden Teilgetriebe ergeben sich 36 Kombinationsmöglichkeiten für ein Reihen-Umlaufgetriebe. Durch wechselndes Vertauschen von Abtrieb und Festglied bzw. Abtrieb und Antrieb/Koppelelement der zweiten Planetenstufe ergeben sich aus der Ausgangsvariante die ersten sechs Kombinationsmöglichkeiten (siehe **Bild 4.2**). Zur eindeutigen Kennzeichnung der Konzepte werden sie ausgehend von der Ausgangsvariante (Nr. 1) fortlaufend nummeriert (siehe **Bild 4.2** Zeile 1). In einer zweiten Zeile wird die Nummer der Vorgängervariante vermerkt, von der die neue Variante abgeleitet wurde.



Bild 4.2: Variation erste Stufe

Betrachtet man nun wiederum die Ausgangsvariante und führt eine Variation an der ersten Planetenstufe durch, ergibt sich eine neue Variante (siehe **Bild 4.3**). Diese Variation kombiniert mit den sechs Variationen der zweiten Stufe ergibt die nächsten sechs Getriebekombinationen und so fort. Insgesamt können so alle 36 Konzepte von der Ausgangvariante abgeleitet werden (siehe **Anhang A.1 Bild A.1** und **Bild A.2**).



••



Bild 4.3: Variation zweite Stufe

Betrachtet man nun ein elementares Koppelgetriebe (siehe **Bild 4.4**) als Dreiwellengetriebe mit den Einzelwellen I und II und der angeschlossenen Koppelwelle als Stegwelle S gibt es wie bei einem elementaren Umlaufgetriebe sechs Möglichkeiten An-, Abtrieb und Festglied zu verteilen.

Setzt man die angeschlossene Koppelwelle fest (siehe **Bild 4.5**) erhält man ein Reihengetriebe. Mit zwei Standard-



Bild 4.4: elementares Koppelgetriebe

planetengetrieben als elementare Teilgetriebe erhält man mit den verschiedenen Kom-

binationsmöglichkeiten für An-, Abtrieb und Festglied für jedes Teilgetriebe die 36 Kombinationsmöglichkeiten für ein Reihengetriebe (s. o.). Mit den sechs Möglichkeiten An-, Abtrieb und Festglied zu verteilen könnten somit aus den 36 Reihengetrieben jeweils fünf neue Varianten abgeleitet werden. Bei genauerer Betrachtung erkennt man jedoch, dass jeweils zwei Konzepte nicht nur kinematisch, sondern auch "schematisch" gleichwertig (isomorph nach [4]) sind. Aus den 36 Reihenplanetengetrieben mit einer Einzelwelle als Antrieb bzw. Abtrieb und der angeschlossenen Koppelwelle als Festglied können somit nur jeweils zwei neue Varianten mit einer Einzelwelle als Festglied, einer Einzelwelle als An- bzw. Abtrieb und der angeschlossenen Koppelwelle als Ab- bzw. Antrieb abgeleitet werden (siehe **Bild 4.5**). Die 72 abgeleiteten Varianten entsprechen den elementaren Koppelgetrieben, wie sie bei Poppinga [5], Jensen [6] und Schnetz [7] untersucht wurden.



**Bild 4.5:** Möglichkeiten der Verteilung von An-, Abtrieb und Festglied bei einem elementaren Koppelgetriebe bestehend aus zwei Standardplanetengetrieben

In der Systematik werden diese beiden Variationen dadurch realisiert, dass ausgehend von den 36 Reihenplanetengetrieben die angeschlossene Koppelwelle als Festglied zum Abtrieb bzw. Antrieb und die Einzelwelle, welche der Abtrieb bzw. Antrieb ist zum Festglied wird (siehe **Bild 4.6**). Die je 36 abgeleiteten Konzepte erhalten die Nummern 37 bis 72 (siehe **Anhang A.1 Bild A.3** und **Bild A.4**) bzw. 73 bis 108 (siehe **Anhang A.1 Bild A.5** und **Bild A.6**).



Bild 4.6: Ableiten der Umlauf-Koppelgetriebe von den Reihengetrieben

#### 4.3 Abgeleitete Varianten (Vereinfachungsmöglichkeiten)

#### 4.3.1 Vereinigung von zwei Zentralräder

Zur Reduzierung der Teilezahl werden die Varianten als erstes dahingehend untersucht, ob zwei Elemente zu einem Element verbunden werden können. In **Bild 4.7** können z.B. die beiden gekoppelten Hohlräder zu einem Hohlrad mit gleicher Zähnezahl und gleichem Modul verbunden werden. Zur Unterscheidung werden die neuen Konzepte mit der Nummer des Konzepts, von dem es abgeleitet wird, und dem Buchstaben a gekennzeichnet.



Bild 4.7: Vereinfachungsmöglichkeit: Vereinigen von zwei Zentralrädern

Neben den Konzepten, bei denen ein gekoppeltes Element vereinigt werden kann, gibt es solche bei denen zwei verschiedene Vereinfachungen möglich sind. Die zweite Vereinfachungsmöglichkeit wird mit dem Buchstaben b gekennzeichnet. **Bild 4.8** zeigt Konzept 14, bei dem die Hohlräder bzw. die Sonnen vereinigt werden können. Prinzipiell könnte eine weitere Variante mit beiden Vereinfachungen erzeugt werden. Da diese Konzepte mit durchgehender Sonne und durchgehendem Hohlrad die Übersetzungen 1, 0 oder  $\infty$  haben, sind sie jedoch ohne Bedeutung.



Bild 4.8: Vereinfachungsmöglichkeit: zwei Möglichkeiten zu Vereinigung von zwei Zentralrädern

**Bild 4.9** zeigt die vier elementaren Koppelgetriebe, bei denen diese Vereinfachungen möglich sind. Hierzu müssen entweder die angeschlossene Koppelwelle oder die freie Koppelwelle aus den Zentralrädern 1 und 1' bzw. 2 und 2' der beiden Teilgetriebe bestehen.



Bild 4.9: Koppelgetriebevarianten mit der Möglichkeit zur Vereinigung der Zentralräder

Bilden z.B. die beiden Zentralräder 1 und 1' die angeschlossene Koppelwelle, gibt es für jedes der beiden Teilgetriebe zwei Möglichkeiten zur Verteilung des Zentralrads 2 bzw. 2' und des Stegs s bzw. s' und somit vier Varianten. Mit den drei Möglichkeiten der Verteilung von An-, Abtrieb und Festglied nach **Bild 4.5** ergeben sich somit 12 Konzepte bei denen die Zentralräder 1 und 1' zu einem Zentralrad vereinigt werden können. Mit

den vier in **Bild 4.9** dargestellten Koppelfällen ergeben sich somit 48 neue vereinfachte Konzepte (siehe **Anhang A.2 Bild A.7** bis **Bild A.12**).

### 4.3.2 Koppelung Planeten

Durch die Vereinigung von zwei Stegen und gleichzeitige Koppelung der beiden Planeten zu einem Stufenplaneten können ein oder zwei Zentralräder entfallen. Dazu müssen die beiden Stege entweder die angeschlossene Koppelwelle oder die freie Koppelwelle bilden.

### 4.3.2.1 Einfache Umlaufgetriebe mit Stufenplanet

Sind die beiden Stege die angeschlossene Koppelwelle, so kann die freie Koppelwelle entfernt werden und es entsteht ein einfaches Umlaufgetriebe mit Stufenplanet (siehe **Bild 4.10**). Zur Kennzeichnung erhalten die Konzepte zusätzlich den Buchstaben c.



**Bild 4.10:** Vereinfachungsmöglichkeit: Koppelung Planeten zu Stufenplanet mit Koppelung der Stege als angeschlossene Koppelwelle

In **Bild 4.11** sind alle elementaren Koppelgetriebe dargestellt, bei denen diese Vereinfachung möglich ist.



Bild 4.11: Koppelgetriebevarianten mit der Möglichkeit zur Koppelung der Planeten zu einem Stufenplaneten

Mit den 4 Möglichkeiten nach **Bild 4.11** und den jeweils drei Möglichkeiten der Verteilung von An-, Abtrieb und Festglied nach **Bild 4.5** ergeben sich somit 12 neue vereinfachte Konzepte, welche allen möglichen Varianten der einfachen Umlaufgetrieben mit Stufenplaneten entsprechen (siehe **Anhang A.2 Bild A.13** bis **Bild A.15**).

#### 4.3.2.2 reduzierte Koppelgetriebe

Sind die beiden Stege die freie Koppelwelle, so kann ein Zentralrad der angeschlossenen Koppelwelle entfernt werden und es entsteht ein reduziertes Koppelgetriebe (siehe **Bild 4.12**). Die neuen Konzepte werden mit den Buchstaben c (Entfernen eines Glieds der 2. Stufe) und d (Entfernen eines Glieds der 1. Stufe) gekennzeichnet.



Bild 4.12: Vereinfachungsmöglichkeit: Koppelung Planeten zu Stufenplanet mit Koppelung der Stege als freie koppelwelle

Wie bei der Ableitung der einfachen Umlaufgetriebe mit Stufenplanet ergeben sich vier Koppelfälle, bei denen diese Vereinfachung möglich ist. Da jeweils zwei Konzepte abgeleitet werden können, ergeben sich insgesamt 24 neue vereinfachte Konzepte (siehe **Anhang A.2 Bild A.16** bis **Bild A.18**). Jeweils zwei dieser Konzepte sind jedoch doppelt vorhanden (siehe **Bild 4.13**), d.h. es ergeben sich letztlich nur 12 neue Konzepte, welche allen möglichen Varianten der reduzierten Koppelgetriebe mit Stufenplanet entsprechen, wie sie z.B. bei [9] und [10] untersucht wurden.



Bild 4.13: doppelte Varianten der reduzierten Koppelgetriebe

### 4.3.3 Vereinigung des Stufenplaneten

Die nächste Möglichkeit die Teilezahl zu reduzieren besteht nun darin, die Stufenplaneten zu einem Planeten zu vereinigen. Aus den einfachen Planetengetrieben mit Stufenplanet kann so z.B. das Standardplanetengetriebe abgeleitet werden (siehe **Bild 4.14**). Die so entstandenen Konzepte werden mit dem Buchstaben e gekennzeichnet.



Bild 4.14: Vereinfachungsmöglichkeit: Vereinigung des Stufenplaneten zu einem Planeten bei einem einfachen Umlaufgetriebe mit Stufenplanet und zwei unterschiedlichen Zentralrädern

Im Gegensatz zu den Konzepten mit unterschiedlichen Zentralrädern (Sonne, Hohlrad) muss bei Konzepten mit gleichen Zentralrädern (zwei Sonnen bzw. zwei Hohlräder) bei der Vereinigung des Stufenplaneten zu einem durchgehenden Planeten darauf geachtet werden, dass die Zähnezahlen der Sonnen bzw. Hohlräder nicht gleich sind, da sonst die Standübersetzungen  $i_{12} = i_{21}$  zu +1 und die Umlaufübersetzungen zu 0 bzw.  $\infty$  werden. Der Zähnezahlunterschied der beiden Zentralräder muss der Anzahl der gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten entsprechen, damit die Einbaubedingungen erfüllt sind. In der schematischen Darstellung werden die Zähnezahlunterschiede durch unterschiedliche Durchmesser der Zentralräder angedeutet (siehe **Bild 4.15**).



**Bild 4.15:** Vereinfachungsmöglichkeit: Vereinigung des Stufenplaneten zu einem Planeten bei einem einfachen Umlaufgetriebe mit Stufenplanet und zwei gleichen Zentralrädern

Durch diese Vereinfachungsmöglichkeit entstehen alle 12 einfachen Umlaufgetriebe mit durchgehendem Planeten. (siehe **Anhang A.2 Bild A.19** bis **Bild A.21**)

Bei den reduzierten Koppelgetrieben kann von den Varianten c und d jeweils eine neue Variante abgeleitet werden, die mit den Buchstaben e und f gekennzeichnet werden (siehe **Bild 4.16**). Die notwendigen Unterschiede der Zähnezahlen der gleichen Zentralräder werden wiederum durch unterschiedlich große Durchmesser gekennzeichnet.



**Bild 4.16:** Vereinfachungsmöglichkeit: Vereinigung des Stufenplaneten zu einem Planeten bei einem reduzierten Koppelgetriebe mit Stufenplanet

Durch diese Vereinfachungsmöglichkeit entstehen somit 24 bzw. 12 Möglichkeiten für ein reduziertes Planetengetriebe mit durchgehendem Planeten (siehe **Anhang A.2 Bild A.22** bis **Bild A.24**).

### 4.3.4 Entfernen eines Zentralrades

Für das weitere Vorgehen betrachtet man nun die einfachen Planetengetriebe mit Stufenplanet (Buchstabe c). Entfernt man das Zentralrad und den Planeten der ehemals zweiten Planetengetriebestufe, entsteht ein offenes Umlaufgetriebe. Durch Einführen eines Koppelelements als Abtrieb kann die exzentrische Bewegung des Planeten koaxial nach außen geleitet werden (siehe **Bild 4.17**), wodurch ein Exzentergetriebe entsteht. Die so abgeleiteten Konzepte werden mit dem Buchstaben g gekennzeichnet.



Bild 4.17: Vereinfachungsmöglichkeit: Emtfernen eines Zentralrades (offenes Plusgetriebe)

Neben den offenen Plusgetrieben ergeben sich die offenen Minusgetriebe nach **Bild 4.18**.



Bild 4.18: Vereinfachungsmöglichkeit: Entfernen eines Zentralrades (offenes Minusgetriebe)

Aus den 12 einfachen Umlaufgetrieben mit Stufenplanet (siehe **Kapitel 4.3.2.1**) können somit 12 offene Umlaufgetriebe abgeleitet werden, wobei jeweils zwei Konzepte doppelt vorhanden sind (siehe **Bild 4.19**), d.h. es entstehen sechs neue vereinfachte Konzepte (siehe **Anhanh A.2 Bild A.25** bis **Bild A.27**).



Bild 4.19: doppelte Konzepte der offenen Umlaufgetriebe

#### 4.3.5 Vertauschen von Gliedern

Bei der angewandten Systematik ersetzt das Koppelelement in seiner Funktion den Abtrieb bzw. das Festglied, wodurch es nie zum Antrieb wird. Durch Vertauschen von Anund Abtrieb bei den offenen Umlaufgetrieben können 12 weitere bzw. bei Berücksichtigung der doppelten Varianten sechs neue Konzepte abgeleitet werden. Sie werden mit dem Buchstaben h gekennzeichnet (siehe **Bild 4.20**).



Bild 4.20: Vertauschen von An- und Abtrieb bei einem offenen Umlaufgetrieben

Für die offenen Umlaufgetriebe ergeben sich somit 12 Mögliche Konzepte, sechs für die offenen Minusgetriebe und sechs für die offenen Plusgetriebe (siehe **Anhanh A.2 Bild A.25** bis **Bild A.27**). Die jeweils sechs Konzepte entsprechen genau den sechs Möglichkeiten der Verteilung von An-, Abtrieb und Festglied bei einem Dreiwellengetriebe.

### 4.3.6 Vertauschen der Exzentrizität

Bei einem offenen Plusgetriebe kann die exzentrische Bewegung, die üblicherweise vom Planeten bzw. inneren Zentralrad ausgeführt wird, auch auf das Hohlrad übertragen werden (siehe **Bild 4.21**).



Bild 4.21: offenes Plusgetriebe mit dem Hohlrad als Exzenter

Von den 12 bzw. sechs offenen Plusgetrieben können somit weitere 12 bzw. sechs offene Plusgetriebe mit dem Hohlrad als Exzenter abgeleitet werden, die mit den Buchstaben i und j gekennzeichnet werden (siehe **Anhanh A.2 Bild A.25** bis **Bild A.27**).

### 4.4 Verzahnungsanordnung und Verzahnungsart

Die oben beschriebene Systematik lässt sich auch auf Kegelräder übertragen. In **Bild 4.22** sind anhand einiger Beispiele die Variationen dargestellt.



Bild 4.22: exemplarische Anwendung der Systematik auf Kegelräder

Als bekannteste Beispiele ergeben sich das Kegelraddifferential (Konzept Nr. 1e), das dem Standardplanetengetriebe entspricht, und die Taumelgetriebe (Konzept Nr. 31e und Nr. 31g), welche dem Plusgetriebe mit zwei Hohlrädern bzw. dem Exzentergetriebe entsprechen. Die Kegelradkonzepte haben dabei das gleiche Betriebsverhalten wie ihre "äquivalenten" Stirnradkonzepte.

Neben der Anordnung der Zahnräder im Raum können des weiteren die Räder selbst unterschiedlich ausgeführt werden. Sowohl die Stirnrad- als auch die Kegelradkonzepte können z.B. als Reibradgetriebe, als Getriebe mit Zykloidenverzahnung oder als Getriebe mit Evolventenverzahnung ausgeführt werden.

### 4.5 Koppelungsprinzipien Exzentergetriebe

Bei den offenen Umlauf- oder Exzentergetrieben gibt es verschiedene Koppelungsprinzipien um die exzentrische Bewegung des Planeten koaxial nach außen zu führen. Janek [19] unterscheidet zwischen Stift-Buchse-, Planetenkurbelwellen- und Doppelkreuzprinzip (siehe **Bild 4.23**).



Bild 4.23: Koppelungsprinzipien für ein offenes Plusgetriebe nach [19]

Aus dem Exzentergetriebe mit Stift-Buchse-Prinzip kann eine weitere Koppelungsmöglichkeit abgeleitet werden. Ordnet man zwei Exzenter/Planeten nebeneinander um 180° verdreht an, vereinigt sie zu einem Planeten und koppelt die exzentrische Bewegung flexibel nach außen, entsteht das Harmonic-Drive-Getriebe (siehe **Bild 4.24**).



Bild 4.24: Ableiten des Harmonic-Drive-Getriebes von einem Exzentergetriebe mit Stift-Buchse-Prinzip

Eine weitere Möglichkeit wurde von Anders [20] untersucht. Als Koppelungselement wird eine evolventenverzahnte Stirnradstufe mit einem Zähnezahlunterschied von Null zwischen Stirnrad und Hohlrad eingesetzt (siehe **Bild 4.25**). Im wesentlichen entspricht diese Ausführung dem Stift-Buchse-Prinzip, welches bei Betrachtung der Verzahnungsart einer zykloidenverzahnten Stirnradstufe mit Zähnezahlunterschied Null entspricht. Fasst man die 1zu1-Stufe als Verzahnungsstufe auf, kann das Konzept auch mit einem Plusgetriebe mit zwei Hohlrädern gleichgesetzt werden. Da sie jedoch nicht zur Übersetzung beiträgt, wird sie hier zu den Koppelelementen gezählt.



Bild 4.25: evolventenverzahnte Stirnradstufe mit einem Zähnezahlunterschied von Null

In **Bild 4.26** sind die Prinzipien nochmals schematisch gegenübergestellt. Das Planetenkurbelwellenprinzip ist in verschiedenen Ausführungen denkbar. Die Koppelungsprinzipien sind durch eine weitere Nummer gekennzeichnet.



Bild 4.26: schematische Darstellung der verschiedenen Koppelungsmöglichkeiten für ein offenes Plusgetriebe

Für das Taumelgetriebe, das aus den Kegelradvarianten entsteht sind auch verschiedene Koppelungsprinzipien denkbar (siehe **Bild 4.27**). Der Planet führt eine taumelnde Bewegung aus. Blickt man senkrecht zur Achse auf eine Stelle, so setzt sich die Bewegung aus einer Drehbewegung senkrecht und einer linearen Bewegung parallel zur Achse zusammen. Mittels einer Nut kann das Drehmoment nach außen übertragen werden, vergleichbar dem Stift-Buchse-Prinzip. Die Harmonic-Drive-Ausführungen sind mit Innen- wie mit Außenexzenter denkbar. Der Innenexzenter (31g/4) ist so geformt, dass das flexible Kegelrad an zwei Stellen so weit nach vorne kippt, bis es mit dem anderen Kegelrad im Eingriff ist. Der Außenexzenter (31g/4a) drückt das flexible Kegelrad an zwei Stellen in die Verzahnung des starren Kegelrades.



Bild 4.27: schematische Darstellung der Koppelungsmöglichkeiten für ein Taumelgetriebe

# 5 Bewertung, Auswahl und Optimierung

Wie aus **Kapitel 4** hervorgeht, gibt es eine große Anzahl an Konzepten. In der Systematik ergeben sich 108 Konzepte für die elementaren Koppelgetriebe, 48 durch die Vereinigung von zwei Zentralwellen, 12 reduzierte Koppelgetriebe mit Stufenplanet und 12 reduzierte Koppelgetriebe mit durchgehendem Planeten, 12 einfache Umlaufgetriebe mit Stufenplanet und 12 einfache Umlaufgetriebe mit durchgehendem Planeten, 12 offene Umlaufgetriebe, 6 offene Umlaufgetriebe mit dem Hohlrad als Exzenter und somit insgesamt 222 Konzepte.

Die Systematik ist sowohl auf Stirnräder, als auch auf Kegelräder anwendbar. Für jedes Stirnradkonzept gibt es ein "äquivalentes" Kegelradkonzept, welches bei gleichen Zähnezahlen die gleiche Übersetzung hat. Im Vergleich zu den Stirnradkonzepten benötigen die Kegelradkonzepte durch die winklige Anordnung der Kegelräder jedoch einen größeren axialen Bauraum. Sie besitzen durch den i.d.R. schlechteren Verzahnungswirkungsgrad einer Kegelradstufe niedrigere Umlaufwirkungsgrade und es ist eine Einstellung des Tragbilds bei der Montage erforderlich. Aufgrund dieser Nachteile der Kegelradkonzepte werden im Folgenden nur noch die 222 Stirnradkonzepte betrachtet. Des weiteren werden die Betrachtungen auf Evolventenverzahnungen beschränkt und für die Exzentergetriebe wird als Koppelelement das Stift-Buchse-Prinzip eingesetzt, da damit die Anordnung mehrerer nebeneinander gleichmäßig am Umfang verteilter Planeten/Exzenter möglich ist.

Durch das Konzept wird nach [2] das Produkt in seinen wesentlichen Eigenschaften, den einzelnen Abläufen und ihrer Anordnung in seiner Funktionsstruktur festgelegt, womit der Einfluss des Konzepts auf die Herstellkosten groß ist. Zur Auswahl eines geeigneten Konzepts gilt es daher Bewertungskriterien zu definieren, mit denen eine Bewertung der 222 Konzepte möglich ist. Dabei gibt es Bewertungskriterien, die allgemein angewendet werden können, solche, die sich in Abhängigkeit von der Aufgabenstellung bzw. den Anforderungen ergeben und solche, für die eine Berechnung oder Optimierung notwendig ist. Im Folgenden werden die hier verwendeten Bewertungskriterien aufgelistet und diskutiert.

### 5.1 Bewertungskriterien

### 5.1.1 Kosten

Der Erfolg eines Produkts am Markt wird u.a. durch seine Kosten beeinflusst. Nach [2] können die durch Produkte verursachte Kosten in Herstellkosten, Selbstkosten und Lebenslaufkosten eingeteilt werden. Die Herstellkosten bilden dabei den Kern der produktbezogenen Kostenentstehung. Sie ergeben sich im wesentlichen aus den Materialund Fertigungskosten. Die Selbstkosten (z.B. Verwaltungskosten) und die Lebenslaufkosten (z.B. Wartungskosten) können nicht direkt mit der Produktherstellung in Zusammenhang gebracht werden. Für die hier betrachteten Konzepte können die Selbst- und Lebenslaufkosten als identisch angenommen werden. Die Material- und Fertigungskosten werden maßgeblich durch die Teilezahl, die Komplexität der Bauteile und durch die Belastungen und damit durch die Baugröße beeinflusst. Zur Beurteilung der Kosten können somit die Teilezahl, die Komplexität und der Bauraum bzw. die Belastungen herangezogen werden. Bei der Teilezahl ist eine Unterscheidung zwischen Anzahl der Wellen, Anzahl der Zahnräder und Anzahl der Lager sinnvoll.

### 5.1.2 Anzahl Wellen

Bei der Anzahl der Wellen handelt es sich um ein allgemeines Bewertungskriterium, sie kann direkt aus der schematischen Darstellung des Konzepts entnommen werden (siehe **Bild 5.1**). Als eine Welle gelten dabei die einzelnen Zentralrad- und Stegwellen, die freien Koppelwellen und die gehäusefesten Planetenbolzen. Bei der Anzahl der gehäusefesten Planetenbolzen muss ggf. die Anzahl der Planeten mitberücksichtigt werden. Führt man jedoch eine Durchmesseroptimierung wie z.B. bei [7] durch, wird die Anzahl der Planeten und damit der Planetenbolzen durch die Leistungsaufteilung



Bild 5.1: schematische Darstellung Konzept-Nr. 2

bereits mitberücksichtigt. Durch die Leistungsteilung sinkt die Belastung auf den einzelnen Bolzen, der damit kleiner dimensioniert werden kann. Das Gehäuse als mit einem Fundament fest verbundene Welle ist bei allen Konzepten vorhanden und muss daher genauso wie die Planetenbolzen als teil der Stegwelle und die Planetenwellen als teil der Planetenräder nicht mit berücksichtigt werden. Für das in **Bild 5.1** dargestellte Konzept erhält man mit den beiden Einzelwellen Sonne 1 und Steg s', der freien Koppelwelle 2-1' und dem gehäusefesten Planetenbolzen s der ersten Planetenstufe vier Wellen.

### 5.1.3 Anzahl Zahnräder

Die Anzahl der Zahnräder kann ebenfalls direkt aus der schematischen Darstellung des Konzepts entnommen werden. Die Anzahl ergibt sich aus der Summe der Zentralräder und der Planeten, wobei die Anzahl der Planeten ggf. berücksichtigt werden muss (siehe **Kapitel 5.1.2**). Für das in **Bild 5.1** dargestellte Konzept ergeben sich mit den vier Zentralrädern Sonne 1, Hohlrad 2, Sonne 1', Hohlrad 2' und den Planeten der beiden Umlaufgetriebestufen sechs Zahnräder bzw. unter Berücksichtigung der Anzahl der Planeten bei drei gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten zehn Zahnräder.

### 5.1.4 Anzahl Lager

Die Anzahl der Lager kann ebenfalls direkt aus der schematischen Darstellung des Konzepts entnommen werden. Dabei wird angenommen, dass eine Lagerung stets aus zwei Lagern besteht, "Sonderlösungen" wie z.B. die Lagerung eines Planeten mit nur einem Nadellager auf dem Steg werden hier nicht berücksichtigt. Für das in **Bild 5.1** dargestellte Konzept wird eine Lagerung der Sonnenwelle 1, der freie Koppelwelle 2-1', der Stegwelle s' und jeweils der Planeten auf dem Steg benötigt. Es werden somit fünf Lagerpaare bzw. 10 Lager benötigt. Bei Berücksichtigung der Anzahl der Planeten ergeben sich z.B. für jeweils drei Planeten je Stufe neun Lagerpaare.

### 5.1.5 Komplexität

Die Komplexität eines Konzepts bzw. der Bauelemente eines Konzepts kann ebenfalls direkt mit der schematischen Darstellung ermittelt werden. Dabei muss der Begriff Komplexität an die hier untersuchten Konzepte angepasst werden. So ist z.B. die Fertigung eines Steges aufwändiger als die Fertigung einer einfachen Welle. Des Weiteren ist die Koppelung von zwei Hohlrädern, Stegen oder Sonnen einfacher als die Koppelung dieser Elemente untereinander. Bei manchen Konzepten sind zur Koppelung bestimmter Wellen nach "außen" bzw. untereinander Hohlwellen notwendig. Die Fertigung eines Stufenplaneten ist aufwändiger als die eines einfachen Planeten und bei den Exzentergetrieben ist die Koppelung der exzentrischen Bewegung mit erheblichem Aufwand verbunden. Das Konzept in **Bild 5.1** besitzt einen Steg und eine freie Koppelwelle, bei der das Hohlrad der ersten Stufe mit der Sonne der zweiten Stufe verbunden ist und somit mit der hier verwendeten Definition des Begriffs Komplexität zwei komplexe Bauteile.

### 5.1.6 Übersetzung/Übersetzungsbereich

Mit den Wertebereichen für die Standübersetzung einstufiger Getriebe nach Müller [1] können die Bereiche der Gesamt-/Umlaufübersetzungen der ein- und zweistufigen Getriebekonzepte berechnet werden. Sie gelten für eine minimale Zähnezahl  $z_{min} = 17$ , drei gleichmäßig am Umfang verteilte Planeten (q = 3) und einer maximalen Übersetzung  $i_{max} = \pm 10$  für eine Radpaarung. Für Getriebe mit Stufenplaneten sind jeweils gleiche Zahnfußbeanspruchungen und geometrische Ähnlichkeit der Ritzel angenommen. Für ein Standardplanetengetriebe ist ein Bereich der Standübersetzung von -1, 2 bis -11, 3, für ein Minusgetriebe mit Stufenplanet von -0, 22 bis -23, 3, für ein Plusgetriebe mit zwei Sonnenrädern und einem Stufenplanet von 0, 076 bis 13, 2, für ein Plusgetriebe mit zwei Hohlrädern und Stufenplanet von 0, 22 bis 4, 55 angegeben (siehe auch **Bild 2.5** und **Bild 2.6**).

Die Gesamt-/Umlaufübersetzung eines Konzepts kann damit in Abhängigkeit von der Standübersetzung bzw. den Standübersetzungen der einfachen Teilgetriebe dargestellt werden. **Bild 5.2** zeigt die Umlaufübersetzung des in **Bild 5.1** dargestellten Konzepts über den Bereichen der Standübersetzung der beiden einfachen Teilgetriebe.



**Bild 5.2:** Beispiel zur Berechnung und Darstellung der Umlaufübersetzung eines elementaren Umlaufkoppelgetriebes in Abhängigkeit vom Bereich der Standbersetzungen

Mit den Wertebereichen der Standübersetzung kann zwar der theoretische Übersetzungsbereich ermittelt werden, es kann jedoch keine Aussage über den Bauraum oder die Einhaltung der Zähnezahlbedingungen nach **Kapitel 3.8.1** getroffen werden. Wie aus **Bild 5.2** hervorgeht gibt es für eine bestimmte Übersetzung unterschiedliche Möglichkeiten der Aufteilung der Gesamtübersetzung auf die beiden Teilgetriebe, d.h. es muss eine "optimale" Aufteilung der Standübersetzungen geben, wie sie z.B. für die elementaren Koppelgetriebe u.a. bei [7], [8] und [9] ermittelt wurden.

#### 5.1.7 Wirkungsgrad

Zur Berechnung des Wirkungsgrads der ein- und zweistufigen Getriebekonzepte benötigt man neben dem Wertebereich der Standübersetzung zusätzlich die Standwirkungsgrade. Für eine erste überschlägige Berechnung des Umlaufwirkungsgrads können in erster Näherung die Verzahnungswirkungsgrade nach [1] verwendet werde. Für eine außenverzahnte Stirnradstufe wird dabei ein Verzahnungswirkungsgrad von  $\eta_Z = 0,99$ und für innenverzahnte Stirnradstufen von  $\eta_Z = 0,995$  angenommen. Je nach Aufbau des Getriebekonzepts ergeben sich die Standwirkungsgrade aus den Verzahnungswirkungsgraden. Für das in **Bild 5.1** dargestellte Konzept ergibt sich ein Standwirkungsgrad von  $\eta_{12} = 0,99 \cdot 0,995 = 0,985$  für die beiden Teilgetriebe. **Bild 5.3** zeigt die Umlaufübersetzung sowie den Verlauf des Umlaufwirkungsgrads in Abhängigkeit von den beiden Standübersetzungen der beiden Teilgetriebe bei einem Standwirkungsgrad von 98,5%



**Bild 5.3:** Beispiel zur Berechnung und Darstellung der Umlaufübersetzung und des Umlaufwirkungsgrads eines elementaren Umlaufkoppelgetriebes in Abhängigkeit vom Bereich der Standbersetzungen für einen Standwirkungsgrad von 98,5%

Wie aus **Bild 5.3** hervorgeht gibt es für eine bestimmte Übersetzung auch eine "optimale" Aufteilung der Übersetzungen auf die beiden Teilgetriebe zur Ermittlung eines "optimalen" Umlaufwirkungsgrads, wie sie z.B. für die elementaren Koppelgetriebe bei [7] ermittelt wurden.

#### 5.1.8 Drehzahlen im Getriebe

Als weitere Kenngröße zur Beurteilung können die Relativdrehzahlen der Planeten bzw. die Drehzahlen der im Getriebe laufenden Wellen betrachtet werden. Die Relativdrehzahl der Planeten gegenüber dem Steg kann mit **Gleichung (12)** für ein Standardplanetengetriebe in erster Näherung in Abhängigkeit von der Standübersetzung berechnet werden. Die Drehzahlen der Zentral- und Stegwellen eines einfachen Umlaufgetriebes

lassen sich mit der Willis-Gleichung berechnen. Damit kann auch die Drehzahl der freien Koppelwelle eines elementaren Koppelgetriebes berechnet werden.

**Bild 5.4** zeigt die Relativdrehzahlen bezogen auf die Antriebsdrehzahl des in **Bild 5.1** dargestellten Konzepts. Neben den Relativdrehzahlen der Planeten der beiden Teilgetriebe ist die Drehzahl der freien Koppelwelle bezogen auf die Antriebsdrehzahl dargestellt. Ergeben sich für die Relativdrehzahlen Werte größer als eins, sind die Drehzahlen im Getriebe damit größer als die Antriebsdrehzahl, was ggf. zu einer erhöhten Geräuschentwicklung führen kann. Eine hohe Lagerdrehzahl im Getriebe wirkt sich auch negativ auf die Lagerlebensdauer aus.



**Bild 5.4:** Beispiel zur Berechnung und Darstellung der bezogenen Relativdrehzahlen eines elementare Koppelgetriebes in Abhängigkeit vom Bereich der Standübersetzungen ( $n_{p,rel}$ Relativdrehzahl Planet,  $n_1$  Antriebsdrehzahl,  $n_{f,rel}$  Drehzahl freie Koppelwelle)

Die Berechnung der Relativdrehzahlen in Abhängigkeit von der Standübersetzung ist jedoch nur für das Standardplanetengetriebe möglich. Für die Bauarten mit Stufenplanet oder für die Exzentergetriebe kann ohne Kenntnis der genauen Zähnezahlen nur eine sehr grobe Abschätzung mit entsprechenden Annahmen getroffen werden.

### 5.1.9 Bauraum

Zur Ermittlung des Bauraums eines Konzepts muss eine Belastung vorgegeben werden um die Bauteile zu dimensionieren. Bei Stellantrieben wird üblicherweise das Abtriebsdrehmoment vorgegeben. Nach **Kapitel 3** lassen sich somit alle Drehmomente eines Umlaufgetriebes berechnen. Gumpoltsberger [21] z.B. verwendet diese Belastungen zur Beurteilung des Bauraums und des Gewichts. Eine genauere Abschätzung bzw. Optimierung des Bauraums wird u.a. bei [7], [8] und [9] durchgeführt. Dabei wird lediglich der Bauraum betrachtet, den die Zahnräder einnehmen. Neben den Belastungen müssen dazu zusätzlich die Zähnezahlen und der Modul gegeben sein bzw. berechnet werden. Um eine möglichst genaue Aussage bzgl. des Bauraum treffen zu können muss folglich eine Tragfähigkeitsberechnung der Zahnräder durchgeführt werden.

## 5.1.10 Tragfähigkeit

Nach dem aktuellen Stand der Technik wird die Zahnradtragfähigkeit nach DIN3990 [22] bzw. ISO6336 [23] berechnet. Üblicherweise wird eine Tragfähigkeitsberechnung gegen Zahnfußbruch und gegen Grübchen durchgeführt. Je nach Anforderungen ist dabei ein dynamischer oder statischer Tragfähigkeitsnachweis und/oder der Tragfähigkeitsnachweis auf Basis eines Lastkollektivs gefordert. Beim dynamischen Tragfähigkeitsnachweis und bei der Lastkollektivrechnung kann in Abhängigkeit von der Lastspielzahl zwischen Zeit- und Dauerfestigkeit unterschieden werden. Aufgrund der verschiedenen Tragfähigkeitsnachweise ist es daher sinnvoll eine möglichst einfache Methode zur Beurteilung der Tragfähigkeit zu wählen.

#### 5.1.10.1 Zahnfußtragfähigkeit

Für den Tragfähigkeitsnachweis gegen Zahnfußbruch nach DIN3990 T3 [22] wird die auftretende Zahnfußspannung am Ritzel bzw. Rad der zulässigen Zahnfußspannung gegenübergestellt und daraus die Sicherheit bezüglich Zahnfußbruch berechnet. **Gleichung (51)** bis **Gleichung (54)** zeigen einen Auszug aus den Berechnungsgleichungen nach DIN3990 T3.

$$S_F = \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_F} \tag{51}$$

mit: 
$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$
 (52)

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta$$
(53)

$$\sigma_{FP} = \sigma_{FE} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta relT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_X$$
(54)

$S_F$	[—]	Zahnfußsicherheit	$m_n$	[mm]	Modul im Normalschnitt
$\sigma_{FP}$	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	zulässige Zahnfußspannung	$Y_F$	[—]	Formfaktor
$\sigma_F$	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	auftretende Zahnfußspannung	$Y_S$	[—]	Spannungskorrekturfaktor
$\sigma_{F0}$	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	Zahnfuß-Nennspannung	$Y_{eta}$	[—]	Schrägenfaktor
$K_A$	[—]	Anwendungsfaktor	$\sigma_{FE}$	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	Dauerfestigkeit Fuß
$K_V$	[—]	Dynamikfaktor	$Y_{NT}$	[—]	Lebensdauerfaktor
$K_{F\beta}$	[-]	Breitenfaktor für Zahnfußbean- spruchung	$Y_{\delta relT}$	[-]	Relative Stützziffer
$K_{F\alpha}$	[-]	Stirnfaktor für Zahnfußbean- spruchung	$Y_{RrelT}$	[—]	Relativer Oberflächenfaktor
$F_t$ b	[-] [mm]	Nenn-Umfangskraft Zahnbreite	$Y_X$	[-]	Größenfaktor

Nach [24] muss bei wechselnden Belastungen zusätzlich der Wechsellastfaktor Y<sub>A</sub> auf der Festigkeitsseite  $\sigma_{FP}$  berücksichtigt werden.

Des weiteren muss bei Planetengetrieben der Lastaufteilungsfaktor  $K_{\gamma}$  bei der auftretenden Belastung berücksichtigt werden. Werte für  $K_{\gamma}$  sind z.B. bei [25] angegeben.

Zur Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit von Hohlrädern gibt es abweichend von DIN3990 [22] weitere Verfahren nach FVA45I+II [26], FVA45III [27], VDI2737 [28] und FVA389 [29].

Für innenverzahnte Stirnradstufen mit geringem Zähnezahlunterschied ergeben sich nach [30] Überdeckungen von bis zu 19 unter Last. Diese höhere Überdeckung führt zu einer höheren Zahnfußtragfähigkeit, die mittels des Lastfaktors K<sub>T</sub> berücksichtigt werden kann.

Für einen ersten Entwurf der Verzahnung können für die Faktoren  $K_i$  (z.B.  $K_A$ ,  $K_V$ usw.) und  $Y_i$  nach [31] konstante Werte eingesetzt werden. Die auftretende Zahnfußspannung  $\sigma_F$  ist damit nur noch abhängig von der Umfangskraft  $F_t$ , der Zahnbreite b und dem Modul *m*, was dem U-Faktor nach [25] entspricht.

_		$U = \frac{1}{b \cdot m_n}  \text{mit} \ F_t = -$	$\frac{d}{d} =$	$=\frac{1}{z\cdot m_n/c}$	$\overline{os(\beta)}$	(55)
U	[—]	U-Faktor	M	[mm]	Moment	
$F_t$	[—]	Nenn-Umfangskraft	d	[mm]	Teilkreisdurchmesser	
b	[mm]	Zahnbreite	z	[—]	Zähnezahl	
$m_n$	[mm]	Modul im Normalschnitt	$\beta$	[°]	Schrägungswinkel	

	$U = \frac{F_t}{b \cdot m_n}  \text{mit} \ F_t$	$h_t = \frac{2 \cdot M}{d} =$	$\frac{2 \cdot N}{z \cdot m_n/c}$	$\frac{A}{os(eta)}$	(55)
-] -]	U-Faktor Nenn-Umfangskraft	$egin{array}{c} M \ d \end{array}$	[mm] $[mm]$	Moment Teilkreisdurchmesser	

Zur Berechnung des U-Faktors muss somit nur die Belastung sowie die Zähnezahl, der Modul und der Schrägungswinkel einer Verzahnung bekannt sein. Mittels des U-Faktors können verschiedene Auslegungen oder Konzepte bei Verwendung des gleichen Werkstoffs bezüglich der Fußtragfähigkeit miteinander verglichen werden und soweit Erfahrungswerte vorhanden sind, kann mit ihm eine erste überschlägige Auslegung der Verzahnung erfolgen.

#### 5.1.10.2 Grübchentragfähigkeit

Für den Tragfähigkeitsnachweis gegen Grübchen nach DIN3990 T2 [22] wird die auftretende Flankenpressung am Ritzel bzw. Rad der zulässigen Flankenpressung gegenübergestellt und daraus die Sicherheit bezüglich Grübchen berechnet. **Gleichung (56)** bis **Gleichung (59)** zeigen einen Auszug aus den Berechnungsgleichungen nach DIN3990 T2.

$$S_H = \frac{\sigma_{HP}}{\sigma_H} \tag{56}$$

mit: 
$$\sigma_H = Z_{B/D} \cdot \sigma_{H0} \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}}$$
 (57)

$$\sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b}} \cdot \frac{u+1}{u}$$
(58)

$$\sigma_{HP} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X$$
(59)

$S_H$ $\sigma_{HP}$ $\sigma_H$ $Z_{B/D}$	$ \begin{bmatrix} - \\ \frac{N}{mm^2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \frac{N}{mm^2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} - \end{bmatrix} $	Grübchensicherheit zulässige Flankenpressung auftretende Flankenpressung Ritzel-/Rad-	$Z_{\beta}$ $F_t$ $d_1$ $b$	[-] [-] [ <i>mm</i> ] [ <i>mm</i> ]	Schrägenfaktor Nenn-Umfangskraft Teilkreisdurchmesser Ritzel Zahnbreite
		Einzeleingriffsfaktor			
$\sigma_{H0}$	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	Nominelle Flankenpressung	u	[—]	Zähnezahlverhältnis $= z_2/z_1$
$K_A$	[-]	Anwendungsfaktor	$\sigma_{Hlim}$	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	Dauerfestigkeit Flanke
$K_V$	[—]	Dynamikfaktor	$Z_{NT}$	[-]	Lebensdauerfaktor
$K_{H\beta}$	[—]	Breitenfaktor für Flankenpres- sung	$Z_L$	[—]	Schmierstofffaktor
$K_{H\alpha}$	[-]	Stirnfaktor für Flankenpres- sung	$Z_V$	[—]	Geschwindigkeitsfaktor
$Z_H \ Z_E \ Z_arepsilon$	[—] [—] [—]	Zonenfaktor Elastizitätsfaktor Überdeckungsfaktor	$egin{array}{c} Z_R \ Z_W \ Z_X \end{array}$	[—] [—] [—]	Rauheitsfaktor Werkstoffpaarungsfaktor Größenfaktor

Für einen ersten Entwurf der Verzahnung können für die Faktoren  $K_i$  und  $Z_i$  nach [31] konstante Werte eingesetzt werden. Die auftretende Flankenpressung  $\sigma_H$  ist damit nur noch abhängig von der Umfangskraft  $F_t$ , dem Teilkreisdurchmesser des Ritzels, der Zahnbreite *b* und der Übersetzung *u*, was dem K-Faktor nach [25] entspricht.

	$K^* = \frac{F_t}{d_1 \cdot b}$	$\cdot \frac{u+1}{u}$ mit $F_t = \frac{2 \cdot M}{d} =$	$\frac{2 \cdot M}{z \cdot m_n/co.}$	$\frac{1}{s(eta)}$ U	and $d_1 = z_1 \cdot \frac{m_n}{\cos(\beta)}$ (60)	
$K^*$ $F_t$ $d_1$ $b$ $u$ $M$	$[-] \\ [-] \\ [mm] \\ [mm] \\ [-] \\ [mm] \end{cases}$	K-Faktor Nenn-Umfangskraft Teilkreisdurchmesser Ritzel Zahnbreite Zähnezahlverhältnis $= z_2/z_1$ Moment	$\begin{vmatrix} d \\ z \\ m_n \\ \beta \\ z_1 \end{vmatrix}$	[mm] [-] [mm] [0] [-]	Teilkreisdurchmesser Zähnezahl Modul im Normalschnitt Schrägungswinkel Zähnezahl Ritzel	

Zur Berechnung des K-Faktors muss somit nur die Belastung sowie die Zähnezahl, der Modul und der Schrägungswinkel einer Verzahnung bekannt sein. Mittels des K-Faktors können verschiedene Auslegungen oder Konzepte bei Verwendung des gleichen Werkstoffs bezüglich der Grübchentragfähigkeit miteinander verglichen werden und soweit Erfahrungswerte vorhanden sind, kann mit ihm eine erste überschlägige Auslegung der Verzahnung erfolgen.

### 5.1.11 Lagerbelastung

Kennt man die Belastungen, die Zähnezahlen, den Modul und die Zahnbreite einer Planetengetriebestufe kann ein Kennwert für die Lagerbelastung abgeleitet werden. Da bei mehreren gleichmäßig am Umfang angeordneten Planeten und der Annahme einer gleichmäßigen Lastaufteilung die Lager der Zentralräder unbelastet sind, genügt eine Betrachtung der Planetenradlager. **Bild 5.5** zeigt ein Standardplanetengetriebe und ein Plusgetriebe mit Stufenplanet und zwei Hohlrädern mit den auf den Planeten wirkenden Verzahnungskräften. Die Lager können entweder zwischen Planet und Planetenbolzen oder zwischen Planetenwelle und Steg angeordnet werden. Mit der Annahme, dass die Lager symmetrisch bzw. direkt in der Ebene der Verzahnungskräfte angeordnet sind, können die Lagerkräfte direkt aus den Verzahnungskräften ermittelt werden.



Bild 5.5: Kräfte auf einen Planeten bzw. einen Stufenplaneten zur Bestimmung eines Kennwerts zur Lagerbelastung

Mit der Belastung, der Zahnbreite, der Zähnezahl und dem Modul der Verzahnung kann somit ein Kennwert für die Lagerbelastung berechnet werden. Der Bauraum, welcher bei Anordnung der Lager zwischen Planet und Planetenbolzen zur Verfügung steht ergibt sich aus der (halben) Zahnbreite und dem Teilkreisdurchmesser des Zahnrades. Mit dem Teilkreisdurchmesser kann nach [17] der Fußkreisdurchmesser bei einer Profilverschiebung von x = 0 und einer Fußhöhe  $h_f = 1, 25 \cdot m_n$  nach [32] berechnet werden. Zusätzlich muss eine Kranzdicke von z.B.  $s_R = 3 \cdot m_n$  unter dem Zahnfuß berücksichtigt werden.

$$L = \frac{F}{b \cdot d_L} \tag{61}$$

mit: 
$$d_L = d - 2 \cdot h_f - 2 \cdot s_R = (z_p - 8, 5) \cdot m_n$$
 (62)

#### 5.1.12 Breiten-Modul-Verhältnis

Bei der Auslegung eines Getriebes sollten je nach Anwendungsfall einige geometrische Randbedingungen eingehalten werden. Nach [25] müssen zur Auslegung einer Stirnradstufe als Ausgangsgrößen das Drehmoment am Ritzel, die gewünschte Stufenübersetzung, der Werkstoff und die Wärmebehandlung beider Räder, der Eingriffswinkel und der Schrägungswinkel angegeben werden. Sind die Breite und der Achsabstand nicht bekannt wird das **Verhältnis**  $b/d_1$  oder b/a zur Bestimmung dieser Größen verwendet. Kompakte Getriebe erweisen sich dabei in der Regel als kostengünstiger [25]. Daher sind bei möglichst geringen Zahnraddurchmessern möglichst große Zahnbreiten anzustreben. Für die Zahnbreite sollten dabei jedoch gewisse Minimalwert nicht unterschritten (siehe **Tabelle 1**) und je nach Verzahnungsqualität gewisse Maximalwert nicht überschritten werden (siehe **Tabelle 2**). Die Mindestzahnbreite ist bei Leistungsgetrieben nötig, damit die Zahnräder in Axialrichtung ausreichend steif sind und damit sie bei Schrägverzahnungen die erforderliche Sprungüberdeckung aufweisen. Die Maximalzahnbreite dient dazu die ungleichmäßige Lastverteilung aufgrund von Verformungen und Verzahnungsabweichungen im tolerierbaren Rahmen zu halten.

Verzahnung	Gerad-	Schräg-
axiale Steifigkeit der Zähne axiale Steifigkeit des Rades	$b > 6 \cdot m$ $b > d_{a2}/12$	$b > 6 \cdot m_n$ $b > d_{a2} \cdot (1 + tan\beta)/12$

 Tabelle 1: Mindestzahnbreite b nach [25] bzw. [33]

DIN-Verzahnungs- qualität	Lagerung	mind. $m_n$ oder $m_t$
11 12	Stahlkonstruktion, leichtes Gehäuse	b/10b/15
8 9	Stahlkonstruktion oder fliegendes Ritzel	b/15b/25
67	gute Lagerung im Gehäuse	b/20b/30
67	genau parallele, starre Lagerung	b/25b/35
5 6	$b/d_1 \leq 1$ , genaue parallele, starre Lagerung	$b/40 \dots b/60$

Tabelle 2: Mindestwerte für den Modul nach [25]

#### 5.1.13 Bauraum axial

Während eine erste überschlägige Dimensionierung der Zahnräder und damit der Bauraum der Zahnräder mit relativ geringem Aufwand und wenigen bekannten Daten erfolgen kann, ist eine Dimensionierung der Wellen und Lager erst nach Ausarbeitung eines konstruktiven Entwurfs möglich (vgl. [8]). Je nach Wellenführung oder z.B. Gestaltung des Planetenträgers als einwangiger oder zweiwangiger Steg sind die unterschiedlichsten konstruktiven Varianten möglich. Eine allgemeine Dimensionierung der Wellen und Lager auf Basis eines Konzepts ist daher mit erheblichem Aufwand verbunden und erhöht die Variantenanzahl. Um dennoch eine Aussage über den axialen Raumbedarf eines Konzepts treffen zu können wird die Anschlussart und die Wellenführung betrachtet. Erfolgt der An- oder Abtrieb über ein Hohlrad bzw. einen Steg verläuft die An-/Abtriebswelle im Gegensatz zu einem An-/Abtrieb über eine Sonne zwischen den Zahnrädern und dem Gehäuse und benötigt daher mehr axialen Bauraum. Die Koppelung von zwei Sonnen, Stegen oder Hohlrädern benötigt weniger Bauraum, als ihre unterschiedlichen Koppelungen untereinander. Die Koppelelemente bei den Exzentergetrieben benötigen ebenfalls einen zusätzlichen axialen Bauraum. Für das in Bild 5.1 dargestellte Konzept sind die Koppelung des Hohlrad 2 mit der Sonne 1' und der Abtrieb über den Steg s' bei der Beurteilung des axialen Bauraums zu berücksichtigen.

#### 5.2 Einfache Bewertung und Auswahl

Mit den oben beschriebenen Bewertungskriterien ist eine relativ genaue Bewertung der Konzepte möglich. Manche Bewertungskriterien können dabei direkt auf das Konzept angewendet werden und für andere sind umfangreiche Berechnungen notwendig. Um den Aufwand auf ein sinnvolles Maß zu beschränken wird zunächst eine einfache Bewertung durchgeführt. Als "Hauptkriterium" für den gegebenen Anwendungsfall kann der Übersetzungsbereich von 15 bis 70 herangezogen werden. Der Übersetzungsbereich kann wie in **Kapitel 5.1.6** beschrieben in Abhängig vom Bereich der Standübersetzung für jedes Konzept ermittelt werden. Mittels dieses Bewertungskriteriums reduziert sich die Anzahl der Konzepte von 222 auf 51. **Bild 5.6** bis **Bild 5.11** zeigen die Konzepte mit ihren möglichen Übersetzungsbereichen. Die Übersetzungsbereiche wurden mit den nach [1] angegebenen Bereichen für die Standübersetzung einfacher Umlaufgetriebe ermittelt.



Bild 5.6: Auswahl und Übersetzungsbereiche der Reihengetriebe und ihre vereinfachten Varianten nach Kapitel 4.3.1



Bild 5.7: Auswahl und Übersetzungsbereiche der Umlaufkoppelgetriebe mit Abtrieb über die angeschlossene Koppelwelle und ihre vereinfachten Varianten nach Kapitel 4.3.1



Bild 5.8: Auswahl und Übersetzungsbereiche der Umlaufkoppelgetriebe mit Antrieb über die angeschlossene Koppelwelle und ihre vereinfachten Varianten nach Kapitel 4.3.1



Bild 5.9: Auswahl und Übersetzungsbereiche der reduzierten Koppelgetriebe und ihre vereinfachten Varianten nach Kapitel 4.3.3



Bild 5.10: Auswahl und Übersetzungsbereiche der einfachen Umlaufgetriebe und ihre vereinfachten Varianten nach Kapitel 4.3.3



Bild 5.11: Auswahl und Übersetzungsbereiche der offenen Umlaufgetriebe/Exzentergetriebe

# 6 Methode zur Optimierung und Bewertung

Im Folgenden wird eine Methode beschrieben, wie ausgehend von den in **Kapitel 5.1** definierten Bewertungskriterien die Optimierung und Bewertung von Getriebekonzepten erfolgen kann. Beispielhaft wird die Methode dabei auf die 51 Konzepte nach **Kapitel 5.2** angewendet.

### 6.1 Anforderungen und Eingangsgrößen

Im Entwicklungsprozess werden die Eigenschaften einer Neuentwicklung zunächst in Lastenheften und Anforderungslisten festgelegt. Üblicherweise werden bei der Entwicklung eines Übersetzungsgetriebes der Bauraum, die Belastungen und die Übersetzung als Hauptgrößen vorgegeben. Es müssen also Konzepte mit der geforderten Übersetzung gefunden werden, welche bei den gegebenen Bauraumanforderungen die geforderten Belastungen übertragen.

Bei koaxialen Getrieben wird der Bauraum zum Einen durch den maximalen Außendurchmesser  $D_a$  und zum Anderen durch die maximale Baulänge  $l_{max}$  bestimmt, ggf. muss zusätzlich ein minimaler Innendurchmesser  $d_i$  eingehalten werden (siehe **Bild 6.1**). Die Belastung wird üblicherweise mit einem erforderlichen Abtriebsmoment definiert. Normalerweise wird ein möglichst hoher Wirkungsgrad angestrebt. Wird jedoch eine Selbsthemmung des Getriebes gefordert liegen die Wirkungsgrade bei Umlaufgetrieben nach [1] unter 50%. Zur Berechnung des Wirkungsgrads kann nach [1] zwischen Außen-Außen- und Außen-Innen-Verzahnung unterschieden werden. Da hier nur Geradverzahnungen betrachtet werden sollen ist die Angabe eines Schrägungswinkels nicht erforderlich. Das Antriebsmoment ergibt sich in Abhängigkeit von der Übersetzung und dem Wirkungsgrad des jeweiligen Konzepts.



Bild 6.1: Bauraumanforderungen

Neben diesen Größen müssen weitere Größen definiert werden. Als weitere Einflussgrößen muss für die Abschätzung der Tragfähigkeit bzw. für die vergleichende Beurteilung ein Sollwert für den U-Faktor und für den K-Faktor angegeben werde. Anhaltswerte sind bei [25] in Abhängig von Anwendungsfall, Werkstoff, Wärmebehandlung und Fertigung angegeben. Für die Zahnbreite sollten nach **Kapitel 5.1.12** gewisse Minimalwerte nicht unterschritten und je nach Verzahnungsqualität gewisse Maximalwerte nicht überschritten werden. Mit der minimalen Zähnezahl und der Anzahl der Planeten wird der Bereich der Standübersetzung angegeben (siehe **Kapitel 3.8.2**). Die Anzahl der Planeten wirkt sich durch die Leistungsteilung zusätzlich auf den Bauraum aus.

Im Folgenden sind die Anforderungen bzw. Eingangsgrößen nochmals übersichtlich dargestellt.

- maximaler Außendurchmesser D<sub>a,max</sub>
- maximale Baulänge *l<sub>max</sub>*
- minimaler Innendurchmesser d<sub>i,min</sub>
- maximales Abtriebsmoment  $M_{ab,max}$
- Wirkungsgrad  $\eta$
- Wirkungsgrad Außen-Außen-Verzahnung  $\eta_{aa}$
- Wirkungsgrad Außen-Innen-Verzahnung  $\eta_{ai}$
- U-Faktor (Sollwert) U<sub>Soll</sub>
- K-Faktor (Sollwert) K<sub>Soll</sub>
- minimales Breiten-Modul-Verhältnis  $\left(\frac{b}{m_n}\right)_{min}$
- maximales Breiten-Modul-Verhältnis  $\left(\frac{b}{m_n}\right)_{max}$
- minimale Zähnezahl z<sub>min</sub>
- Anzahl Planeten q
- Übersetzung i bzw. Übersetzungsbereich  $\varphi$

#### 6.2 Ermitteln der Zähnezahlen

Ausgehend von der minimalen Zähnezahl  $z_{min}$  und der Anzahl der Planeten q können zunächst die minimalen und maximalen Zähnezahlen von Sonne, Planet und Hohlrad eines Standardplanetengetriebes ermittelt werden. Die minimale Zähnezahl von Sonne und Planeten entspricht dabei der angegebenen minimalen Zähnezahl  $z_{min}$ .

Die maximale Zähnezahl des Hohlrades (z < 0) ergibt sich aus der minimalen Zähnezahl von Sonne und Planet.

$$z_{max,Hohlrad} = -z_{min,Sonne} - 2 \cdot z_{min,Planet} = -3 \cdot z_{min}$$
(63)

Mit der minimalen Zähnezahl der Sonne und der Anzahl der Planeten kann nach **Gleichung (49)** die maximale Zähnezahl des Planeten und damit die minimale Hohlradzähnezahl berechnet werden.

$$z_{min,Hohlrad} = -z_{min,Sonne} - 2 \cdot z_{max,Planet}$$
(64)

Die maximale Zähnezahl der Sonne ergibt sich aus der minimalen Hohlradzähnezahl und der minimalen Zähnezahl des Planeten.

$$z_{max,Sonne} = -z_{min,Hohlrad} - 2 \cdot z_{min,Planet}$$
(65)

Mit den so ermittelten Zähnezahlgrenzen können die Zähnezahlen je nach Übersetzung und Art des Konzepts berechnet werden.

#### 6.2.1 Elementare Koppelgetriebe

Die hier betrachteten elementaren Koppelgetriebe nach **Bild 5.6** bis **Bild 5.8** bestehen aus zwei Standardplanetengetrieben. Eine bestimmte Übersetzung kann mittels unterschiedlicher Standübersetzungen und damit Zähnezahlen der beiden Teilgetriebe realisiert werden. Durch Variation der Zähnezahlen der beiden Stufen, können alle möglichen Zähnezahlkombinationen ermittelt werden. Der Verlauf der Variation erfolgt dabei nach **Bild 6.2**.



Bild 6.2: Ablauf zur Bestimmung der Zähnezahlen eines elementaren Koppelgetriebes bestehend aus zwei Standradplanetengetrieben

Ausgehend von der minimalen Zähnezahl des Hohlrades werden alle Hohlradzähnezahlen bis zur maximalen Hohlradzähnezahl variiert. In einer zweiten Variation werden ausgehend von der minimalen Zähnezahl der Sonne alle Zähnezahlen der Sonne variiert, wobei sich die maximale Zähnezahl der Sonne jeweils nach Gleichung (65) ergibt. Anschließend werden die Einbaubedingungen nach Kapitel 3.8.1 überprüft. Sind sie erfüllt, kann mit der Bestimmung der Zähnezahlen der zweiten Stufe fortgefahren werden, ansonsten führt diese Zähnezahlkombination der ersten Stufe zu keiner Lösung. Auch bei der zweiten Stufe werden zuerst alle möglichen Hohlradzähnezahlen variiert, die Zähnezahl der Sonne ergibt sich anschließend in Abhängigkeit vom Konzept und der Übersetzung. Sind die Einbaubedingungen der zweiten Stufe nicht erfüllt, wird die Zähnezahl der Sonne erhöht bzw. erniedrigt, bis sie erfüllt sind. Liegen die Zähnezahlen der Sonne bzw. des Planeten im zulässigen Bereich und ist die tatsächliche Übersetzung die sich mit der ganzzahligen, evtl. angepassten Zähnezahl der Sonne ergibt im Bereich von z.B.  $\pm$  0,5 der angegeben Übersetzung ist diese Zähnezahlkombination eine Lösung. Der Bereich, in dem die Übersetzung liegen darf, hängt dabei von den Anforderungen ab. Wird z.B. eine genaue Übersetzung gefordert wird dadurch die Anzahl der möglichen Lösungen verringert, d.h. mit Angabe des Bereichs der zulässigen Übersetzung nimmt man direkt Einfluss auf die Optimierung bzw. die "optimale" Lösung.

Bei den Konzepten mit vereinigten Zentralrädern kann die Variation der Zähnezahl der zweiten Stufe entfallen, die Zähnezahlen des Hohlrads bzw. der Sonne der zweiten Stufe sind automatisch über die erste Stufe festgelegt. Sind die Sonnen gemeinsames Element wird abweichend von **Bild 6.2** die Zähnezahl des Hohlrads berechnet und anschließend überprüft, ob neben der Zähnezahl des Planeten die Zähnezahl des Hohlrads im zulässigen Bereich liegt.

### 6.2.2 Reduzierte Koppelgetriebe

Die Bestimmung der Zähnezahlen der hier betrachteten reduzierten Koppelgetriebe nach **Bild 5.9** erfolgt ähnlich wie bei den elementaren Koppelgetrieben. **Bild 6.3** zeigt den Ablauf zur Bestimmung der Zähnezahlen.



Bild 6.3: Ablauf zur Bestimmung der Zähnezahlen der reduzierten Koppelgetriebe

Die hier betrachteten reduzierten Koppelgetriebe bestehen aus zwei Stufen. Eine der Stufen bildet ein Standardplanetengetriebe. Der Planet dieser Stufe ist mit einem zweiten Planeten gekoppelt, der mit einem weiteren Zentralrad kämmt. Der zweite Planet und das Zentralrad bilden dabei die zweite Stufe. Die Variation der Zähnezahlen der Standardplanetengetriebestufe erfolgt analog wie bei der ersten Stufe der elementaren Koppelgetriebe. Die Zähnezahl des Planeten ergibt sich in erster Näherung mit **Gleichung (11)**. Da die tatsächliche Zähnezahl des Planeten eines Standardplanetengetriebes von dieser theoretischen Zähnezahl um  $\pm 1$  abweichen kann und die Zähnezahl

des Planeten einen Einfluss auf die Übersetzung des Getriebes hat ist eine Variation der Zähnezahl des Planeten notwendig. Ausgehend von der Zähnezahl des Planeten dieser Stufe wird die Zähnezahl des Planeten der zweiten Stufe in einem Intervall von z.B. ±20 variiert. Die Zähnezahl des Zentralrades ergibt sich abhängig vom Konzept und der vorgegebenen Übersetzung. Anschließend erfolgt die Überprüfung der Einbaubedingungen der zweiten Stufe, die aus dem Stufenplanet und zwei Zentralrädern besteht. Sind die Einbaubedingungen nicht erfüllt, erfolgt eine Anpassung der Zähnezahl des Zentralrades der zweiten Stufe. Liegen die tatsächliche Übersetzung und die Zähnezahlen in den jeweils zulässigen Bereichen führt diese Zähnezahlkombination zu einer Lösung.

Bei den reduzierten Koppelgetrieben mit durchgehendem Planet kann die Variation der Zähnezahl der Planeten der beiden Stufen entfallen. Die Zähnezahl des durchgehenden Planeten ergibt sich aus dem Mittelwert der theoretischen Zähnezahlen der Planeten nach **Gleichung (11)**. Der Unterschied zwischen den Zähnezahlen der beiden Sonnen bzw. Hohlräder darf maximal sechs betragen. Größere Zähnezahlunterschiede können durch Profilverschiebung nur schwer ausgeglichen werden und führen zu einer ungünstigen Verzahnungsauslegung.

### 6.2.3 Einfache (Planeten-)Getriebe

Die hier betrachteten einfachen Planetengetriebe bzw. die doppelte Stirnradstufe nach **Bild 5.10** haben alle einen Stufenplanet bzw. einen durchgehenden Planeten und sind somit aus zwei nebeneinander angeordneten Stufen aufgebaut. **Bild 6.4** zeigt den Ablauf zur Bestimmung der Zähnezahlen.



Bild 6.4: Ablauf zur Bestimmung der Zähnezahlen der einfachen Umlaufgetriebe
Ausgehend von der Variation der Zähnezahl des Zentralrads der ersten Stufe erfolgt die Berechnung der maximal zulässigen Zähnezahl des Planeten nach **Kapitel 3.8.2**. Mit dieser maximal zulässigen Zähnezahl erfolgt die Variation der Zähnezahlen des Planeten und danach die Variation der Zähnezahl des Zentralrads der zweiten Stufe. Die Zähnezahl des Planeten der zweiten Stufe ergibt sich abhängig vom Konzept und der Übersetzung. Anschließend werden die Einbaubedingungen nach **Kapitel 3.8.1** überprüft. Sind sie nicht erfüllt, erfolgt eine Anpassung der Zähnezahlen des Planeten der zweiten Stufe zweiten Stufe. Liegen die tatsächliche Übersetzung und die Zähnezahlen in den jeweils zulässigen Bereichen führt diese Zähnezahlkombination zu einer Lösung.

Bei den Konzepten mit durchgehendem Planeten kann die Variation der Zähnezahl des Zentralrads der zweiten Stufe entfallen. Die Zähnezahl des Zentralrads ergibt sich abhängig vom Konzept und der Übersetzung. Die Erfüllung der Einbaubedingungen werden durch Anpassen der Zähnezahlen des Zentralrads erzielt. Der Unterschied zwischen den Zähnezahlen der Zentralräder darf maximal sechs betragen. Größere Zähnezahlunterschiede können durch Profilverschiebung nur schwer ausgeglichen werden und führen zu einer ungünstigen Verzahnungsauslegung.

### 6.2.4 Exzentergetriebe

Die hier betrachteten Exzentergetriebe sind aus einer Stufe bestehend aus einem Stirnrad und einem Hohlrad aufgebaut. Als Abtriebselement wird das Stift-Buchse-Prinzip verwendet (siehe **Kapitel 4.5**), da hierdurch die Anordnung mehrere nebeneinander gleichmäßig am Umfang verteilter "Planeten" möglich ist. Der Ablauf zur Bestimmung der Zähnezahlen ist in **Bild 6.5** dargestellt.



Bild 6.5: Ablauf zur Bestimmung der Zähnezahlen der einfachen Umlaufgetriebe

Die passenden Zähnezahlen werden durch Variation der Hohlradzähnezahl mit anschließender Berechnung der Zähnezahl des Planeten ermittelt. Die Zähnezahl des Planeten ergibt sich abhängig vom Konzept und der Übersetzung. Sind die Einbaubedingungen erfüllt erfolgt die Berechnung der tatsächlichen Übersetzung. Liegt die Übersetzung im geforderten Bereich und ist der Zähnezahlunterschied zwischen Hohlrad und Planet kleiner als sechs führt diese Zähnezahlkombination zu einer Lösung. Bei größeren Zähnezahlunterschieden ist eine größere Exzentrizität erforderlich, wodurch nicht mehr genug Bauraum für das Koppelelement vorhanden ist.

### 6.3 Ermitteln des Wirkungsgrads

Mit den Zähnezahlen können für die Konzepte die Standübersetzungen der Teilgetriebe und aus den Verzahnungswirkungsgraden für die Paarung Außen-Außen- und Außen-Innen-Verzahnung die entsprechenden Standwirkungsgrade ermittelt werden. Die Umlaufwirkungsgrade können anschließend nach **Kapitel 3** für jedes Konzept berechnet werden.

### 6.4 Ermitteln des Moduls

Die Bestimmung des Moduls erfolgt unter der Annahme, dass ausschließlich Geradverzahnungen bei einer Profilverschiebung von x = 0 betrachtet werden.

Zur Bestimmung des Moduls wird der vorgegebene Außendurchmesser  $D_a$  und die Hohlradzähnezahl herangezogen. Besteht die Stufe nur aus einer Sonne und den Planeten kann eine "virtuelle" Hohlradzähnezahl berechnet werden. Mit der Zähnezahl des Hohlrades kann der Teilkreisdurchmesser und damit nach [17] bei einer Profilverschiebung von x = 0 der Fußkreisdurchmesser berechnet werden. Die Fußhöhe kann dabei nach [32] mit  $h_f = 1,25 \cdot m_n$  angesetzt werden. Bei Stufen ohne Hohlrad entspricht der Fußkreisdurchmesser des "virtuellen" Hohlrads dem maximalen Außendurchmesser, ist ein Hohlrad vorhanden muss zusätzlich eine Kranzdicke  $s_R$  berücksichtigt werden. Als minimale Kranzdicke wurde bei [29] eine Kranzdicke von  $2 \cdot m_n$  untersucht. Für die nachfolgenden Berechnungen wurde eine Kranzdicke von  $s_R = 3 \cdot m_n$  zugrunde gelegt.

$$D_a = d + 2 \cdot h_f = (-z_{Hohlrad} + 2 \cdot h_f^*) \cdot m_n \tag{66}$$

$$m_n = \frac{D_a}{-z_{Hohlrad} + 2.5} \tag{67}$$

$$D_a = d + 2 \cdot h_f + 2 \cdot s_R = (-z_{Hohlrad} + 2 \cdot h_f^* + 2 \cdot \frac{s_R}{m_n}) \cdot m_n$$
 (68)

$$m_n = \frac{D_a}{-z_{Hohlrad} + 8,5} \tag{69}$$

Bei Konzepten mit Stufenplanet müssen die beiden Stufen den gleichen Achsabstand haben. Durch den gleichen Achsabstand stehen die Moduln bei einer Profilverschiebung von x = 0 in einem festen Verhältnis zueinander. **Gleichung (70)** zeigt dies am Beispiel von Konzept 1c (siehe **Bild 5.10**).

$$m_{n,S2} = \frac{z_{Sonne} + z_{Planet1}}{-z_{Hohlrad} - z_{Planet2}} \cdot m_{n,S1}$$
(70)

Bei den Exzentergetrieben, bei denen das Hohlrad der Exzenter ist muss bei der Berechnung des Moduls zusätzlich der Achsabstand/die Exzentrizität berücksichtigt werden.

# 6.5 Ermitteln der Belastungen und Drehzahlen

Mit den Zähnezahlen können für die Konzepte die Standübersetzungen der Teilgetriebe und damit nach **Kapitel 3** alle Drehzahlen berechnet werden. Mit dem vorgegeben Abtriebsmoment und den aus den Stufenwirkungsgraden ermittelte Standwirkungsgraden können alle Drehmomente berechnet werden.

### 6.6 Tragfähigkeit

Mit den Zähnezahlen, dem Modul, den Belastungen und der Anzahl der Planeten können nun die U- und K-Faktoren für das vorgegebene minimale Breiten-Modul-Verhältnis berechnet werden. Für die Eingriffe Sonne-Planet und Planet-Hohlrad ergeben sich die gleichen U-Faktoren, die K-Faktoren sind unterschiedlich. Der für die Stufe maßgebende K-Faktor ist der kritischere/größere der beiden Werte. Um die unterschiedlichen Zähnezahlkombinationen für ein Konzept bzw. die Konzepte untereinander vergleichen und bewerten zu können müssen die Zahnfußspannungen (U-Faktoren) bzw. Flankenpressungen (K-Faktoren) gleich groß sein. Des weiteren ist ein Vergleich auch nur unter der Vorraussetzung zulässig, dass alle Zahnräder aus dem selben Werkstoff hergestellt werden.

### 6.6.1 U-Faktor (Zahnfußtragfähigkeit)

Bild 6.6 zeigt vereinfacht den Ablauf zur Bestimmung gleicher U-Faktoren.



Bild 6.6: Ablauf zur Berechnung gleicher U-Faktoren für ein Getriebe mit zwei nebeneinander angeordneten Stufen

In einem ersten Schritt werden die U-Faktoren der beiden Stufen aneinander angeglichen. Ist der U-Faktor der ersten/zweiten Stufe beim minimalen  $b/m_n$ -Verhältnis größer als der U-Faktor der zweiten Stufe beim minimalen  $b/m_n$ -Verhältnis, wird das  $b/m_n$ -Verhältnis der ersten/zweiten Stufe so lange erhöht, bis die beiden U-Faktoren gleich groß sind. Der axiale Bauraum, den die Zahnräder einnehmen, ergibt sich aus der Summe der Zahnbreiten der beiden Stufen. Ist diese Breite kleiner/größer als die vorgegebene maximale Baulänge des Getriebes werden beide  $b/m_n$ -Verhältnisse so lange in gleichem Maße erhöht/erniedrigt, bis die zulässige maximale Baulänge erreicht ist. Die U-Faktoren müssen an die geänderten  $b/m_n$ -Verhältnisse angepasst werden. Damit die U-Faktoren für alle Konzepte gleich groß sind wird das Abtriebsmoment so lange erhöht bzw. erniedrigt, bis der vorgegebene Sollwert erreicht ist. Das Verhältnis aus so berechnetem Abtriebsmoment  $M_{ab(U_{Soll})}$  und dem vorgegebenen Abtriebsmoment  $M_{ab,max}$  kann als dimensionsloser Belastungskennwert für Vergleiche und zur Bewertung herangezogen werden. Er wird im Folgenden als spezifisches Moment  $M_U^*$  für den U-Faktor bezeichnet.

$$M_U^* = \frac{M_{ab(U_{Soll})}}{M_{ab,max}} \tag{71}$$

### 6.6.2 K-Faktor (Grübchentragfähigkeit)

Der Ablauf zur Berechnung gleicher K-Faktoren unterscheidet sich nicht vom Ablauf zur Berechnung gleicher U-Faktoren (siehe **Bild 6.6**). Als dimensionsloser Belastungskennwert ergibt sich das spezifische Moment  $M_K^*$ .



Bild 6.7: Ablauf zur Berechnung gleicher U-Faktoren für ein Getriebe mit zwei nebeneinander angeordneten Stufen

### 6.7 L-Faktor (Lagerbelastung)

Mit den Zähnezahlen der Planeten und den Belastungen kann die Berechnung des L-Faktors nach **Kapitel 5.1.11** erfolgen. Bei den Exzentergetrieben muss zur Berechnung des Durchmessers *d* zusätzlich der Raumbedarf des Koppelelements berücksichtigt werden.

### 6.8 Innendurchmesser

Die Beurteilung, ob mit dem Konzept der zulässige Innendurchmesser realisierbar ist, kann mit Hilfe der Zähnezahl der Sonne einer Stufe erfolgen. Besteht die Stufe nur aus einem Hohlrad und den Planeten kann eine "virtuelle" Zähnezahl der Sonne berechnet werden. Der Innendurchmesser ergibt sich somit aus dem Fußkreisdurchmesser der Sonne, der mit dem Teilkreisdurchmesser und der Fußhöhe berechnet werden kann. Die Fußhöhe kann nach [32] mit  $h_f = 1, 25 \cdot m_n$  angesetzt werden. Ist keine Sonne vorhanden, entspricht der Fußkreisdurchmesser der virtuellen Sonne dem maximalen Innendurchmesser, ist eine Sonne vorhanden muss zusätzlich eine minimale Kranzdicke berücksichtigt werden. Für die nachfolgenden Berechnungen wurde eine Kranzdicke von  $3 \cdot m_n$  verwendet.

$$d_i = d - 2 \cdot h_f = (-z_{Sonne} - 2 \cdot h_f^*) \cdot m_n \tag{72}$$

$$d_i = d - 2 \cdot h_f - 2 \cdot s_R = (-z_{Sonne} - 2 \cdot h_f^* - 2 \cdot \frac{s_R}{m_n}) \cdot m_n$$
(73)

### 6.9 Auswahl der optimalen Zähnezahl

Sind alle Größen berechnet, kann die Auswahl der "optimalen" Zähnezahl für ein Konzept erfolgen. Dabei muss zunächst der Begriff "optimal" definiert werden. Zur Auswahl der optimalen Zähnezahlkombination können prinzipiell alle in **Kapitel 5.1** definierten Bewertungskriterien verwendet werden. Zur Auswahl der wirkungsgradoptimalen Kombination kann z.B. der Wirkungsgrad herangezogen werden. Wie in **Kapitel 6.2.1** beschrieben kann als optimal ein Übersetzungsbereich oder aber eine genaue Übersetzung definiert werden. Als weiteres mögliches Beurteilungskriterium könnte auch die Art des Eingriffs verwendet werden. Bei Planetengetrieben unterscheidet man u.a. zwischen symmetrischem und sequentiellem Zahneingriff. Nach [34] (S.202) sollte z.B. für geringere Schalldruckpegel ein symmetrischer Eingriff und für geringere Drehschwingungen im Antriebsstrang ein sequentiellen Zahneingriff angestrebt werden.

Durch die Vielzahl an möglichen Kriterien zur Auswahl der "optimalen" Zähnezahl müssen alle möglichen Zähnezahlen berechnet werden. Sind die Kriterien fest definiert kann der Rechenaufwand durch Anwendung bestimmter Optimierungsalgorithmen verringert werden (siehe z.B. [21]).

Für die hier durchgeführten Berechnungen wird als optimale Übersetzung ein Abwei-

chungsbereich von  $\pm 0.5$  von der vorgegebenen Übersetzung gewählt. Als weitere Kriterien zur Auswahl der optimalen Zähnezahlkombination für ein Konzept dienen die Belastungskennwerte  $M_U^*$  und  $M_K^*$ , die geforderten Breiten-Modul-Verhältnisse und der geforderte Innendurchmesser. Als maßgeblicher Belastungskennwert wird der kritische/kleinere Wert gewählt. Die Zähnezahlkombination, mit der das höchste Abtriebsmoment übertragen werden kann, bei der die Einbaubedingungen erfüllt sind und bei der die Übersetzung, die  $b/m_n$ -Verhältnisse und der Innendurchmesser im geforderten Bereich liegen wird somit als "optimal" für ein Konzept definiert.

#### 6.10 Rechnergestützte Bewertung

Aus der Optimierung liegen nun die jeweils optimalen Zähnezahlen für die 51 Konzepte nach Kapitel 5.2 vor. Zur Auswahl des "optimalen" Konzepts kann nun eine Bewertung mittels der Bewertungskriterien nach Kapitel 5.1 durchgeführt werden. Es wird dabei eine gewichtete Punktbewertung durchgeführt. Als Punkte werden dabei Schulnoten (1 = sehr gut, 6 = sehr schlecht) vergeben. Aus den Einzelnoten  $N_x$  für jedes Kriterium und den entsprechenden Gewichtungsfaktoren  $G_x$  kann eine Gesamtnote  $N_{qes}$  für jedes Konzept bei der vorgegebenen Übersetzung berechnet werden.

$$N_{ges} = \frac{\sum G_x \cdot N_x}{\sum G_x}$$

$$N_{ges} = \frac{\left[-\right]}{G_x} \quad \text{Gesamtnote} \quad \left[N_x \quad \left[-\right]\right] \quad \text{Einzelnote Kriterium x}$$

$$G_x \quad \left[-\right] \quad \text{Gewichtungsfaktor Note x} \quad \left[N_x \quad \left[-\right]\right] \quad \text{Einzelnote Kriterium x}$$

Einzelnoten werden für die Teilezahl, die Komplexität, den axialen Bauraum, die Relativdrehzahlen, die Belastung, die Lagerbelastung und den Wirkungsgrad vergeben. Bei der Teilezahl kann zwischen Anzahl Wellen, Anzahl Lagerpaaren und Anzahl Zahnräder unterschieden werden. Die Note für die Teilezahl ergibt sich aus den einzelnen Gewichtungsfaktoren und den Einzelnoten nach Gleichung (75).

$$N_T = \frac{G_W \cdot N_W + G_{LP} \cdot N_{LP} + G_Z \cdot N_Z}{G_W + G_{LP} + G_Z}$$
(75)

$N_T$ $G_W$	[—] [—]	Note Teilezahl Gewichtung Note Anzahl Wel- Ien	$N_{LP}$ $G_Z$	[—] [—]	Note Anzahl Lagerpaare Gewichtung Note Anzahl Zahn- räder
$N_W$ $G_{LP}$	[—] [—]	Note Anzahl Wellen Gewichtung Note Anzahl La- gerpaare	$N_Z$	[—]	Note Anzahl Zahnräder

Für die Teilezahl, die Komplexität und den axialen Bauraum können die Noten direkt aus der schematischen Darstellung des Konzepts, wie in Kapitel 5.1 beschrieben, ermittelt werden. Die Anzahl der Planeten muss dabei nicht berücksichtigt werden, da sich zum Einen keine anderen Noten ergeben würden und zum Anderen die

 $G_x$ 

Anzahl der Planeten bereits bei der Tragfähigkeitsberechnung mitberücksichtigt wird. **Tabelle 3** zeigt die Kriterien mit der Anzahl der Teile bzw. den Elementen und die entsprechende Notenzuweisung, wie sie im Folgenden für die Teilezahl, die Komplexität und den axialen Bauraum verwendet wurde.

Kriterium	Anzahl	Note	
	5	6	
Anzohl Wollon	4	4	
	3	2	
	2	1	
	5	6	
Anzahl Lagerpaare	4	4	
	3	1	
	6	6	
	5	4	
Anzahl Zahnräder	4	3	
	3	2	
	2	1	
Kriterium	Element	Note	
	Steg	ein Notenpunkt schlechter	
	Koppelungsaufwand freie Koppelwelle	ein Notenpunkt schlechter	
Komplexität	Koppelungsaufwand Festglied	ein Notenpunkt schlechter	
	Stufenplanet	ein Notenpunkt schlechter	
	Hohlwelle	ein Notenpunkt schlechter	
	Koppelelement	ein Notennunkt schlechter	
	Exzentergetriebe		
	Anschlussart	ein Notenpunkt schlechter	
Bauraum axial	Wellenführung	ein Notenpunkt schlechter	

Tabelle 3: Notenverteilung für die Teilezahl, die Komplexität und den axialen Bauraum

Zur Bewertung der Relativdrehzahlen werden die Beträge der Verhältnisse aus der Relativdrehzahl der Planeten bzw. der Drehzahl der freien Koppelwelle und der Antriebsdrehzahl herangezogen (siehe **Kapitel 5.1.8**). Ein Verhältnis größer als 2,0 wird dabei als sehr schlecht und ein Verhältnis zwischen 0 und 0,5 als sehr gut bewertet. Aus den drei Einzelnoten wird eine Gesamtnote berechnet, wobei bei Konzepten mit nur einer Stufe, oder ohne freie Koppelwelle die entsprechenden Gewichtungsfaktoren zu Null gesetzt werden. **Tabelle 4** zeigt den im Folgenden verwendeten Notenschlüssel.

$\frac{n_{rel}}{n_{an}} \le 0, 5$	$\frac{n_{rel}}{n_{an}} \le 0,75$	$\frac{n_{rel}}{n_{an}} \le 1, 0$	$\frac{n_{rel}}{n_{an}} \le 1, 5$	$\frac{n_{rel}}{n_{an}} \le 2, 0$	$\frac{n_{rel}}{n_{an}} > 2, 0$
1	2	3	4	5	6

Tabelle 4: Notenverteilung Relativdrehzahlen

Die Bewertung der Belastung erfolgt mit dem kritischen/kleineren der beiden Belastungskennwerte. Aus allen Konzepten mit optimaler Zähnezahl werden hierzu bei der vorgegebenen Übersetzung die minimalen und maximalen spezifische Belastungskennwerte ermittelt. Die Note für jedes Konzept kann mit dem Belastungskennwert des Konzepts durch lineare Interpolation zwischen dem Minimal- und Maximalwert bestimmt werden. Für die Schrittweite werden dabei auch Zwischennoten (1,3; 1,7 usw.) vergeben. Die Bewertung der Lagerbelastung erfolgt analog.

Zur Bewertung des Wirkungsgrads wurde für die nachfolgenden Berechnungen die Notenverteilung nach **Tabelle 3** gewählt.

$\eta > 0,9$	$\eta > 0, 8$	$\eta > 0,7$	$\eta > 0, 6$	$\eta > 0, 5$	$\eta \le 0,5$
1	2	3	4	5	6

Tabelle 5: Notenverteilung Wirkungsgrad

#### 6.11 Diskussion der Optimierungsergebnisse

Zur Diskussion der Optimierungsergebnisse wurden die folgenden Eingangsgrößen für die Berechnung verwendet. Als maßgebende Schadensart wurde dabei die Fußtragfähigkeit (U-Faktor) gewählt.

- maximaler Außendurchmesser  $D_{a,max} = 80mm$
- maximale Baulänge  $l_{max} = 30mm$
- minimaler Innendurchmesser  $d_{i,min} = 0mm$
- maximales Abtriebsmoment  $M_{ab,max} = 20Nm$
- Wirkungsgrad Außen-Außen-Verzahnung  $\eta_{aa} = 0,99$
- Wirkungsgrad Außen-Innen-Verzahnung  $\eta_{ai}=0,995$
- U-Faktor (Sollwert)  $U_{Soll} = 50N/mm^2$
- minimales Breiten-Modul-Verhältnis  $(\frac{b}{m_n})_{min} = 6$
- maximales Breiten-Modul-Verhältnis  $(\frac{b}{m_n})_{max} = 30$
- minimale Zähnezahl  $z_{min} = 15$

- Anzahl Planeten q = 3
- Übersetzungsbereich  $i = -120 \dots 120$

In **Bild 6.8** sind als Ergebniss der Optimierung das spezifische Moment  $M_U^*$  und die Wirkungsgrade über der Übersetzung für die Reihengetriebe nach **Bild 5.6** dargestellt.



Bild 6.8: Moment und Wirkungsgrad Reihengetriebe

Mit Konzept 8 können die höchsten Drehmomente übertragen werden. Betrachtet man Konzept 8a mit durchgehendem Hohlrad und dadurch gleicher Zähnezahl und gleichem Modul ist zwar die Teilezahl geringer, jedoch können dadurch auf gleichem Bauraum keine so hohen Drehmomente mehr übertragen werden. Die maximal möglichen Übersetzungen von 87 für Konzept 8 und von 35 für Konzept 8a resultieren aus der Einschränkung der Breiten-Modul-Verhältnisse.

Die Konzepte 2 und 7 unterscheiden sich lediglich in der Reihenfolge der Anordnung der beiden Stufen. Aus der Optimierung ergibt sich, dass die Anordnung mit Antrieb über die Sonne, Abtrieb über den Steg und gehäusefestem Hohlrad als zweite Stufe zu höheren übertragbaren Drehmomenten führt.

Bei Übersetzungen bis i = 20 ergeben sich für Konzept 11 die besten Wirkungsgrade.

Für die Konzepte 25 und 26 ergeben sich aufgrund der geforderten Breiten-Modul-Verhältnisse keine Lösungen.





Bild 6.9: Moment und Wirkungsgrad Umlaufkoppelgetriebe mit Antrieb über die angeschlossene Koppelwelle

Für die Konzepte nach **Bild 5.8** mit Antrieb über die angeschlossene Koppelwelle und Abtrieb über eine Einzelwelle sind sowohl negative als auch positive Übersetzungen möglich. Hohe Übersetzungen  $i_{S-II}$  ergeben sich für Standübersetzungen  $i_{I-II}$  nahe bei eins analog den einfachen Umlaufgetrieben.

Für das Konzept 86 sowie seine einfacheren Ausführungen 86a und 86b mit durchgehendem Zentralrad ergeben sich höhere spezifische Momente  $M_U^*$  als für die Konzepte 78 und 81 sowie deren einfachere Ausführungen. Ist eine Optimierung beider Getriebestufen unabhängig voneinander möglich sind die Konzepte höher belastbar als ihre einfacheren Ausführungen, bei denen die durchgehenden Zentralräder gleiche Zähnezahl und die beiden Stufen den selben Modul haben. Die maximale bzw. minimale Übersetzung wird bei den einfacheren Ausführungen durch die Zähnezahlen beschränkt. Ab einer bestimmten Übersetzung ergeben sich rechnerisch für beide Zentralräder als Lösung nur noch die selben Zähnezahlen, was zu einer tatsächlichen Übersetzung von  $\infty$  führt. Des weiteren ist die Belastbarkeit der "komplexeren" Konzepte im betrachteten Übersetzungsbereich nahezu unabhängig von der Übersetzung.

Die Umlaufwirkungsgrade  $\eta_{S-II}$  der Konzepte nach **Bild 5.8** sind umso niedriger je größer die Übersetzung ist. Für Konzept 78 ergeben sich aufgrund der schlechteren Standwirkungsgrade  $\eta_{I-II}$  und  $\eta_{II-I}$  etwas niedrigere Umlaufwirkungsgrade als für die anderen Konzepte in **Bild 6.9**.

**Bild 6.11** zeigt die Optimierungsergebnisse für die Exzentergetriebe nach **Bild 5.11** für drei bzw. zwei nebeneinander gleichmäßig am Umfang verteilte Planeten ohne und mit Berücksichtigung der Ergebnisse von Popov [30]. Bei Innenverzahnungen ergeben sich nach [30] abhängig von der Hohlradzähnezahl  $z_2$ , dem Zähnezahlunterschied  $\delta_z$  und der Belastung für geringe Zähnezahlunterschiede wesentlich höhere Überdeckungen und damit höhere Fußtragfähigkeiten. Zur Berücksichtigung der Ergebnisse wurden für die Optimierung die maximal möglichen Überdeckungen bei maximaler Last herangezogen (siehe **Bild 6.10**).



**Bild 6.10:** Gesmatüberdeckungen  $\varepsilon_g$  ermittelt nach [30] bei maximaler Belastung in Abhängigkeit von der Hohlradzähnezahl  $z_2$  und dem Zähnezahlunterschied  $\delta_z$ 

Mit der Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_g$  kann der Lastfaktor  $K_T$  nach [30] berechnet werden, um den die auftretende Zahnfußspannung (U-Faktor) bzw. die Nennumfangskraft abnimmt.

$$\varepsilon_g \le 1,6 \qquad K_T = 1,0$$
  

$$\varepsilon_g > 1,6 \qquad K_T = \frac{1,6}{\varepsilon_g}$$
  

$$F_t = \frac{2000 \cdot K_T \cdot M}{d}$$

$\varepsilon_g$	[—]	Gesamtüberdeckung	M	[Nm]	Drehmoment
$K_T$	[—]	Lastfaktor	d	[mm]	Teilkreisdurchmesser
$F_t$	[N]	Nenn-Umfangskraft			



**Bild 6.11:** Momente Exzentergetriebe ohne und mit Berücksichtigung der Ergebnisse nach [30] und für unterschiedliche Anzahl an Planeten

Bei drei gleichmäßig am Umfang angeordneten Planeten ergibt sich der maximale Übersetzungsbereich von  $\pm 56$  aus der maximalen Hohlradzähnezahl von  $z_H = -171$  für

 $z_{min} = 15$  (siehe **Kapitel 3.8.2**). Aufgrund der Obergrenze für das  $b/m_n$ -Verhältnis ergibt sich für das Exzentergetriebe mit zwei gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten eine maximale Übersetzung von  $\pm 75$ .

Ohne die Berücksichtigung der Ergebnisse nach [30] sinkt die Belastbarkeit der Exzentergetriebe mit steigender Übersetzung aufgrund der höheren Hohlradzähnezahlen und des daraus resultierenden kleineren Moduls. Berücksichtigt man die Überdeckung unter Last nach [30], ergeben sich für die Exzentergetriebe höhere spezifische Momente  $M_U^*$ . Der Nachteil des kleineren Moduls wird durch die höhere Überdeckung vollständig kompensiert.

Für zwei nebeneinander gleichmäßig am Umfang verteilte Planeten ergeben sich höhere spezifische Momente als für drei gleichmäßig am Umfang verteilte Planeten. Für die gleichmäßige Verteilung der Planeten muss zwischen dem Planet und dem Hohlrad ein Zähnezahlunterschied entsprechend der Planetenanzahl eingehalten werden. Dadurch ergeben sich bei zwei Planeten bei einer bestimmten Übersetzung geringere Hohlradzähnezahlen und damit ein größerer Modul bei gleichem Außendurchmesser. Bei den Kräften je Zahneingriff ist das Verhältnis genau anders herum, d.h. die Belastbarkeit der Exzentergetriebe ist unabhängig von der Anzahl der Planeten. Der Unterschied zwischen zwei und drei Planeten ergibt sich allein durch den höheren Überdeckungsgrad nach [30] bei Zähnezahlunterschied zwei. Der Abfall der Kennlinie bei zwei Planeten und niedrigen Übersetzungen lässt sich dadurch erklären, dass die Zahnbreite bei Zähnezahlunterschieden von zwei unterhalb von  $6 \cdot m_n$  liegt und daher die Zähnezahlkombinationen mit einem Zähnezahlunterschied von vier als Lösungen ausgewählt werden.

# 7 Versuchsgetriebe

Die in **Kapitel 6** vorgestellte Methode zur Optimierung und Bewertung soll im Folgenden zur Auswahl eines "optimalen" Konzepts angewendet werden. Dazu wurde eine Leitanwendung definiert, anhand derer die Konstruktion eines Versuchsgetriebes erfolgte. Das Getriebe wurde als Prototypgetriebe ausgeführt, mit dem Wirkungsgraduntersuchungen am Prüfstand durchgeführt wurden.

## 7.1 Anforderungen

Zur Auswahl eines geeigneten Konzepts werden die Anforderungen bzw. die Eingangsgrößen für die Methode nach **Kapitel 6** benötigt. Die Anforderungen wurden dabei in einem Bereich gewählt, wie er für Stellantriebe im automotive Bereich liegen kann.

Der Bauraum der Zahnräder wird durch den Außendurchmesser, die Baulänge und den Innendurchmesser festgelegt. Dabei ist bei der Anwendung der Methode darauf zu achten, dass beim Außendurchmesser kein Gehäuse und bei der Baulänge nur die Zahnräder und keine zusätzlichen Elemente berücksichtigt werden. Für die Leitanwendung wurde ein Außendurchmesser von 45 mm, eine Baulänge von 15 mm und ein Innendurchmesser von 13 mm angesetzt.

Für das Verhältnis  $b/m_n$  wurde als Minimalwert nach **Tabelle 1** ein Wert von 6 und ein Maximalwert von 30 für eine DIN-Verzahnungsqualität von 6-7 nach **Tabelle 2** gewählt.

Die Übersetzung des Getriebes soll in einem Bereich von +80 bis +90 liegen und der Wirkungsgrad soll so gut wie möglich sein. Zur Berechnung der Wirkungsgrade wurde für eine Stirnrad-Stirnrad-Paarung ein Wert von  $\eta_{aa} = 0,99$  und für eine Stirnrad-Hohlrad-Paarung ein Wert von  $\eta_{ai} = 0,995$  vorgegeben.

Für die minimale Zähnezahl wurde  $z_{min} = 15$  und für die Anzahl der Planeten q = 3 gewählt.

Die Belastung wird über das geforderte Abtriebsmoment angegeben. Zur Bestimmung der zulässigen Belastung ist die Angabe des U- bzw. K-Faktors notwendig. Der U- bzw. K-Faktor ergibt sich nach [25] in Abhängigkeit vom Anwendungsfall, der Fertigung, dem Werkstoff und der Wärmebehandlung. Als maßgebliche Schadensart wird im Folgenden der Zahnfußbruch betrachtet. Da der Werkstoff noch nicht festgelegt wurde und für diesen Anwendungsfall keine Erfahrungswerte nach [25] vorhanden sind, wurde die Berechnung zunächst mit einem beliebig gewählten U-Faktor von  $20N/mm^2$  durchgeführt. Da sich die Wahl des U-Faktors nicht auf die Auswahl einer "optimalen" Zähnezahl für ein Konzept auswirkt, ist dies hier zulässig. Für die Konzepte ergaben sich damit relative Belastungen  $M_U^*$  im Bereich zwischen 0,2 und 0,9 (siehe **Bild 7.1**). Für die Reihengetriebe und die Umlaufkoppelgetriebe mit Abtrieb über die angeschlossene Koppelwelle ergaben sich aufgrund des geforderten Innendurchmessers keine Lösungen. Für die Exzentergetriebe mit drei nebeneinander gleichmäßig am Umfang verteilten Planeten ergeben sich für diese Übersetzung keine Lösungen, da die notwendige Hohlradzähne-

zahl zu groß ist. Für die Umlaufkoppelgetriebe 78a und 103a nach **Bild 5.8** mit Antrieb über den geminesamen Steg und durchgehendem Zentralrad ergaben sich für die hohen Übersetzungen ebenfalls keine Lösungen.



Bild 7.1: Ergebnisse der Optimierung

Um eine ausreichende Tragfähigkeit zu gewährleisten und den Bauraum optimal auszunutzen sollten sich für die bezogenen Momente Werte etwas größer als eins ergeben. Daher wurde der Wert für den U-Faktor auf  $50N/mm^2$  festgelegt. Durch eine entsprechende Wahl des Werkstoffs kann dieser Wert erreicht werden.

Im Folgenden sind die Anforderungen und Eingangsgrößen übersichtlich dargestellt.

- maximaler Außendurchmesser  $D_{a,max} = 45mm$
- maximale Baulänge der Verzahnungen  $l_{max} = 15mm$
- minimaler Innendurchmesser  $d_{i,min} = 15mm$
- minimales Breiten-Modul-Verhältnis  $(\frac{b}{m_n})_{min} = 6$

- maximales Breiten-Modul-Verhältnis  $\left(\frac{b}{m_n}\right)_{max} = 30$
- Übersetzungsbereich i = 80 90
- Verzahnungswirkungsgrad Außen-Außen-Verzahnung  $\eta_{aa}=0,99$
- Verzahnungswirkungsgrad Außen-Innen-Verzahnung  $\eta_{ai} = 0,995$
- minimale Zähnezahl  $z_{min} = 15$
- Anzahl Planeten q = 3
- maximales Abtriebsmoment  $M_{max} = 10Nm$
- Soll-Wert U-Faktor  $U_{soll} = 50 N/mm^2$

### 7.2 Konzeptauswahl

Da die Teilezahl bei Stellantrieben einen großen Einfluss auf die Kosten hat, wurde für die Bewertung der Gewichtungsfaktor  $G_t$  für die Teilezahl auf drei gesetzt. Für die anderen Bewertungskriterien wurden die Gewichtungsfaktoren  $G_x$  jeweils auf eins gesetzt.

**Bild 7.2** zeigt die Ergebnisse der Optimierung und Bewertung. Am besten werden die reduzierten Koppelgetriebe (Wolfromgetriebe) 100c, 100d und 100e (siehe **Bild 5.9** S. 57) sowie das einfache Plusgetriebe 103c (siehe **Bild 5.10** S. 57) bewertet. Die Noten für diese Konzepte liegen zwischen 3,2 und 3,5.



Bild 7.2: Ergebnis der Bewertung

Zur Auswahl des "optimalen" Konzepts werden nun für die vier Konzepte zusätzlich die spezifischen Momente und der Wirkungsgrad betrachtet (siehe **Bild 7.3**).



Bild 7.3: Ergebnisse der Optimierung

Betrachtet man den Wirkungsgrad, so ist das einfache Plusgetriebe 103c im Vergleich zu den anderen drei Konzepten wesentlich schlechter. Die Auswahl beschränkt sich somit auf eines der reduzierten Koppelgetriebe. Das Konzept 100e hat im Vergleich zu den beiden anderen Konzepten 100c und 100d weniger Teile und ist mit dem durchgehenden Planeten weniger Komplex. Aufgrund der etwas niedrigeren spezifichen Belastung ergeben sich aber bei der Bewertung in etwa die selben Noten. Da das Konzept 100e einen einfacheren Aufbau aufweist und zusätzlich die Möglichkeit bietet den Steg zu entfernen (vgl. **Kapitel 7.5**), wodurch sich die Komplexität weiter reduziert, wurde es für die Konstruktion des Prototypen ausgewählt.

7.3 Bestimmung der Zähnezahlen

Die Zähnezahlen können nach Auswahl des Konzepts direkt aus den gespeicherten Optimierungsdaten entnommen werden. Für eine Übersetzung von 85 bzw. 89 ergaben sich somit die Werte nach **Tabelle 6**.

Sonne $z_1$	Planet $z_p$	Hohlrad 2 $z_2$	Hohlrad 2' $z'_2$	Modul $m_n$	iges
36	21	-78	-81	0,5	85.5
35	22	-79	-82	0,5	89.03

Tabelle 6: Ausgewählte Zähnezahlen und Modul

### 7.4 Verzahnungsauslegung, Werkstoffwahl und Fertigung

Sind die Zähnezahlen und der Modul bekannt, kann die Feinauslegung der Verzahnung erfolgen. Bei der Verzahnungsauslegung müssen die Art des Werkstoffs und die Art der Fertigung mit berücksichtigt werden. Aus Kostengründen soll bei den Zahnräder des Prototypen keine Wärmebehandlung durchgeführt werden. Für die geforderten Werkstofffestigkeiten wurde als Werkstoff der hochfeste Sonderstahl ETG 100 der Firma Steeltec gewählt, der sich durch eine hohe Zugfestigkeit  $R_m = 960N/mm^2$  bei guter Zerspanbarkeit auszeichnet. **Tabelle 7** zeigt die Verzahnungsdaten für die beiden ausgewählten Zähnezahlkombinationen, wie sie mit dem FVA-Programm STplus [35] ermittelt wurden. Die theoretisch berechnete Zähnezahl des Planeten wurde bei der Auslegung der Verzahnungsvariante 36B auf 22 angepasst.

Bezeichnung		Einheit	Verzahnung 35A	Verzahnung 36B	
Normaleingriffswinkel	$\alpha_n$	0	20		
Zähnezahl Sonne	$z_1$	-	35	36	
Zähnezahl Planet	$z_p$	-	22	22	
Zähnezahl Hohlrad	$z_2$	-	-79	-78	
Zähnezahl Hohlrad	$z'_2$	-	-82	-81	
Normalmodul	$m_n$	mm	0	,5	
Achsabstand	a	mm	14	l,5	
Schrägungswinkel	$\beta$	0	(	)	
Profilverschiebungsf.	$x_1$	-	0,3313	-0,1	
Profilverschiebungsf.	$x_p$	-	0,2	0,1	
Profilverschiebungsf.	$x_2$	-	-0,7313	0,1	
Profilverschiebungsf.	$x'_2$	-	0,6553	0,3659	
Zahnbreite $b_1$		mm	15		
Zahnbreite	$b_p$	mm	1	5	
Zahnbreite	$b_2$	mm	7	,5	
Zahnbreite	$b_2'$	mm	7	,5	
Kopfnutzkreisd.	$d_{Na1}$	mm	18,831	18,85	
Kopfnutzkreisd.	$d_{Nap}$	mm	11,924	12,077	
Kopfnutzkreisd.	$d_{Na2}$	mm	-39,15	-39,221	
Kopfnutzkreisd.	$d_{Na2'}$	mm	-39,345	-39,399	
Profilüberdeckung	$\varepsilon_{lpha}$	-	1,353/1,565/1,61	1,574/1,514/1,548	
Fußkreisd.	$d_{f1}$	mm	16,41	16,479	
Fußkreisd.	$d_{fp}$	mm	9,779	9,679	
Fußkreisd.	$d_{f2}$	mm	-41,476	-41,477	
Fußkreisd.	$d_{f2'}$	mm	-41,618	-41,546	
Betriebseingriffsw.	$\alpha_{wt1/2/2'}$	0	22,56/22,56/13,57	20/24,87/17,08	

Tabelle 7: Verzahnungsdaten

Da für den verwendeten Werkstoff keine Laufversuche an Zahnrädern bekannt sind, wurde zur Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit eine Grundfestigkeit von  $\sigma_{FE} = 440 N/mm^2$  aus Vergleichen der Werkstoffkennwerte mit üblichen Zahnradwerkstoffen verwendet.

Die Sonne und die Planeten wurden gefräst und die Hohlräder erodiert. Beim Erodieren muss eine Abrundung des Zahnkopfes mitberücksichtigt werden, wodurch sich ein kleinerer Kopfkreisdurchmesser als der Kopfnutzkreisdurchmesser ergibt. Durch den kleineren Kopfkreisdurchmesser reduziert sich das Kopfspiel.

Für die Sonne und die Planeten wurden Verzahnungsqualitäten von 8 bis 9 und für die Hohlräder von 10 bis 11 gemessen. In **Anhang C** sind exemplarisch die Messprotokolle von Sonne und Hohlrad 2 des Prototypen 36B1 dargestellt.

# 7.5 Konstruktion

Bild 7.4 zeigt den Achsschnitt des Zusammenbaus eines Prototypen.



Bild 7.4: Achsschnitt Zusammenbau

Konzeptbedingt sind die Sonne, die Planeten und beide Hohlräder vorgegeben. Der Planetenträger führt die Planeten und nimmt die Differenzkräfte aus den Verzahnungen auf. Durch die Freistellung des Planetenträgers soll eine gleichmäßige Lastaufteilung auf alle drei Planeten ermöglicht werden. Tritt bei einem Planeten aufgrund von Herstellungsabweichungen eine höhere Last auf wird sie durch eine Ausgleichsbewegung des Planetenträgers auf die beiden anderen Verzahnungen verteilt (siehe **Bild 7.5**).



Bild 7.5: Lastausgleich durch ungelagerten Planetenträger

Die resultierenden Radialkräfte aus den Verzahnungen drücken die Planeten nach "innen". Die Lagerstellen im Planetenträger können somit als Schlitze ausgeführt werden, was eine einfache Montierbarkeit gewährleistet. Die Lagerung der An- und Abtriebswelle erfolgt jeweils mittels einer Fest-Los-Lagerung mit zwei Kugellagern. Das Gehäuse besteht aus einem Mittelteil und zwei Deckeln. Um die Koaxialität der Sonne und der beiden Hohlräder zu gewährleisten wurde das gehäusefeste Hohlrad im Gehäuse zentriert und die Lagerdeckel über zwei Passstifte gegenüber dem Gehäuse ausgerichtet. Die Sonne sowie der Abtriebsflansch sind über die Lagerungen zentriert, das Abtriebshohlrad wird gegenüber dem Abtriebsflansch ebenfalls mit zwei Passstiften ausgerichtet.

Als weiterer Einflussparameter für die Untersuchungen wurde der Planetenträger in zwei Ausführungen aus Messing bzw. aus dem Kunststoff Vyntec CF 8030 der Firma Vyncolit N.V. hergestellt. Die übrigen Gehäuseteile bestehen aus dem Einsatzstahl 16MnCr5 bzw. dem Vergütungsstahl 42CrMo4.

Für jede der beiden Verzahnungsauslegungen wurden jeweils 4 Prototypen gefertigt, die im Folgenden mit 35A1 bis 35A4 und 36B1 bis 36B4 bezeichnet werden.

# 8 Wirkungsgraduntersuchungen

### 8.1 Prüfstand

Zur Messung der Wirkugsgrade wurde der Schneckengetriebeprüfstand S3 der FZG an die Anforderungen des Versuchgetriebes angepasst und umgebaut. Der mechanische Aufbau ist in **Bild 8.1** und **Bild 8.2** dargestellt.



Bild 8.1: Prinzip des Prüfstands mit elektrischer Verspannung

Der Antrieb erfolgt über einen drehzahlgeregelten Asynchronmotor vom Typ 1LA71134AA10-Z der Fa. Siemens mit einem maximalen Drehmoment von 12 Nm bei 3000 U/min. Am Abtrieb wird ein drehmomentgeregelter Asynchron-Servomotor vom Typ 1PH7101-2H700-0BA0 der Fa. Siemens mit einem maximalen Drehmoment von 23,5 Nm bei einer Nenndrehzahl von 1750 U/min eingesetzt.



Bild 8.2: umgebauter elektrisch verspannter Schneckengetriebeprüfstand der FZG

Zwischen Antrieb und Prüfgetriebe befindet sich eine Drehmomentmesswelle, die für ein maximales Drehmoment von 1 Nm ausgelegt ist. Um eine ausreichende Verdrillung sowie genügend Fläche für die DMS zu gewährleisten musste die Welle wegen des geringen Drehmoments als Hohlwelle und aus Aluminium gefertigt werden (siehe **Bild 8.3**). Die Auslegung der Messwelle und Applizierung der DMS wurden von der Fa. Manner durchgeführt. Die Kalibrierung erfolgte an der FZG mittels einer Vorrichtung und Eichgewichten. Das Signal wird über eine Telemetrieanlage berührungslos übertragen.



Bild 8.3: Drehmomentmesswelle Antrieb

Die Drehmomentmesswelle ist über einen Flansch mit dem Antriebsmotor und über eine starre Kupplung mittels einer Klemmung bzw. Passfederverbindungen mit dem Prüfgetriebe verbunden. Zwischen Abtriebsmotor und Prüfgetriebe befindet sich ein Messflansch der Fa. HBM vom Typ T-10F mit einem Nenndrehmoment von 50 Nm bei einer Nenndrehzahl von 15000 U/min. Der Messflansch ist mit dem Abtriebsmotor über einen Flansch verbunden. Zwischen Prüfgetriebe und Messflansch befinden sich eine drehsteife Ganzstahlkupplung der Fa. Rexnord BSD und eine starre Kupplung die über eine Zentrierung mit der Ganzstahlkupplung bzw. über eine Klemmung mit dem Prüfgetriebe verbunden ist. Das Prüfgetriebe wird in einem Lagerbock über Klemmverbindungen ausgerichtet und fixiert.

### 8.2 Versuchsprogramm

Zur Ermittlung von Wirkungsgradkennfeldern werden Messungen bei stationären Betriebeszuständen mit verschiedenen Drehzahlen und Drehmomenten durchgeführt. Insgesamt wurden für die Prototypen Messwerte an 20 Betriebspunkten bei fünf Antriebsdrehzahlen (750, 1000, 1250, 1500, 1750 U/min) und jeweils vier Abtriebsmomenten (2,5; 5; 7,5; 10Nm) erfasst.

Zur Untersuchung des Einflusses der Schmierungsart wurden zum Einen Messungen mit Fettschmierung und zum Anderen Messungen mit Öltauchschmierung durchgeführt. Die Schmierstoffdaten der verwendeten Schmierstoffe sind in **Tabelle 8** zusammengestellt.

Schmierstoffart	Synthet. Langzeitfett	Mineralöl
Schmierstoffbezeichnung	ISOFLEX TOPAS NCA 52	FVA3A
Dichte $ ho_{20}$ bei 20°	0,89	0,8841
Nennviskosität $ u_{40}$ bei 40°	30	90,02
Nennviskosität $ u_{100}$ bei 100°	5,6	10,41

Tabelle 8: Schmierstoffdaten

### 8.3 Versuchsdurchführung

Als Vorgehensweise bei der Versuchsdurchführung wurden zunächst ausgehend von der niedrigsten Last und Drehzahl die weiteren Drehzahlstufen angefahren. Anschließend wurde die Last stufenweise erhöht und wiederum jeweils ausgehend von der niedrigsten Drehzahl die weiteren Drehzahlstufen angefahren. Für jeden stationären Betriebspunkt wurden jeweils direkt hintereinander drei Messungen durchgeführt, bei denen jeweils 10 Messwerte bei einer Messdauer von ca. 10s und einer Abtastrate von ca. 1Hz aufgezeichnet wurden. Aufgrund der Fett- bzw. Tauchschmierung konnte bei den Versuchen keine konstante Fett- bzw. Öltemperatur eingehalten werden. Durch die geringen Versuchszeiten kam es jedoch zu keiner starken Erwärmung der Getriebe. Mittels eines Temperaturfühlers wurde die Gehäusetemperatur überwacht, die bei den Versuchen im Bereich von 23 bis 32° lag.

Zur Absicherung der Versuchsergebnisse wurden zum Einen Versuche mit den baugleichen Getriebevarianten A bzw. B mit Messing- bzw. Kunststoffsteg bei gleicher Schmierungsart durchgeführt und zum Anderen wurden für einige der Getriebevarianten Reproduktionsversuche durchgeführt. Zur Berücksichtigung des Fehlers aufgrund der Fett- bzw. Öltemperatur wurden bei den Reproduktionsversuchen neben der oben beschriebenen Vorgehensweise zusätzlich Versuchsreihen durchgeführt, bei denen die Reihenfolge der Drehmoment- und Drehzahlstufen vertauscht wurde.

Die Messdatenerfassung erfolgte mittels eines Messrechners und der Software Lab-

VIEW. Der Wirkungsgrad konnte somit online direkt aus An- und Abtriebsmoment sowie der Übersetzung des Getriebes nach **Gleichung (76)** berechnet und aufgezeichnet werden. Diese Methode der Wirkungsgradbestimmung wird als indirekte Methode bezeichnet. Sie wurde z.B. von O'Connor [36], Richter [37] oder Reiter [38] benutzt. Das Drehzahlsignal wird somit nur benötigt, um den entsprechenden Betriebspunkt einzustellen.

$$\eta = \frac{Mab}{M_{an} \cdot i_{ges}} \tag{76}$$

Neben dem Wirkungsgrad wurden zusätzlich das An- und Abtriebsmoment, die An- und Abtriebsdrehzahl und die Gehäusetemperatur aufgezeichnet.

Zur Auswertung der Versuche wurde aus den 10 Wirkungsgradmesswerten, die während einer Messung aufgezeichnet wurden, der Mittelwert gebildet. Für die drei direkt hintereinander durchgeführten Messungen ergeben sich somit drei Versuchspunkte.

### 8.4 Fehlerbetrachtung

Die während der Versuche ermittelten Meßwerte für die Meßgrößen Drehzahl und Drehmoment können grundsätzlich systematischen und zufälligen Fehlern unterliegen. Nach DIN 1319 [39] kann für einen einzelnen Meßwert der systematische Fehler nach **Gleichung (77)** ermittelt werden.

$$f_{rel} = \frac{\text{Meßwert - richtiger Wert}}{\text{richtiger Wert}} = \frac{\Delta x}{x}$$
(77)

Bei zusammengesetzten Meßgrößen, die aus einzelnen Meßwerten errechnet werden, kann der wahrscheinliche Gesamtfehler  $\Delta$  y unter Berücksichtigung des quadratischen Fehlerfortpflanzungsprinzips gemäß **Gleichung (78)** berechnet werden.

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\delta y}{\delta x_i} \Delta x_i\right)^2} \tag{78}$$

Bei der Anwendung der **Gleichung (78)** wird vorausgesetzt, dass für die Einzelmeßgrößen die Abweichungen statistisch verteilt, d.h. das Zusammentreffen aller Abweichungen in nur einer Richtung wird als sehr unwahrscheinlich angenommen.

Für den Messflansch am Abtrieb ist eine Genauigkeit von  $\pm 0,2\%$  bei Nennmoment (50Nm) angegeben. Für die Drehmomentmesswelle am Antrieb sind keine Werte bekannt. Des weiteren müssen zur Bestimmung des relativen Fehlers der gesamten Messkette zusätzlich die Genauigkeiten für die telemetrische Übertragung des Signals, die Aufbereitung auf das PC-Eingangssignal und die Messkarte berücksichtigt werden.

Da für alle durchgeführten Versuche die selben Drehmomente am Abtrieb eingestellt wurden, kann der relative Fehler für das Abtriebsmoment aus der Streuung aller Ver-

suchsergebnisse angegeben werden. Für die niedrige Last von 2,5 Nm liegt der relative Fehler bei  $\pm$ 1% und bei  $\pm$ 0,5% für die hohe Last (10 Nm).

Zur Bestimmung des relativen Fehlers des Antriebsmoments müssen die verschiedenen Versuchsvarianten getrennt voneinander betrachtet werden, da sich aufgrund der unterschiedlichen Wirkungsgrade unterschiedliche Antriebsmomente ergeben. Der relative Fehler für das Antriebsmoment kann somit aus den Reproduktionsversuchen, sowie aus den Versuchswerten der baugleichen Getriebevarianten ermittelt werden. Für die niedrigen Lasten liegt der relative Fehler bei maximal  $\pm 10,5\%$  und bei der hohen Last bei maximal  $\pm 6,3\%$ . Je nach Versuchsvariante bzw. Betriebspunkt liegen die Werte zum Teil etwas darunter.

Aus den so ermittelten relativen Fehlern ergibt sich für den Wirkungsgrad ein relativer Fehler von maximal  $\pm 10,5\%$  für die niedrige Last und von maximal  $\pm 6,3\%$  für die hohe Last. Diese Werte ergaben sich auch bei der direkten Bestimmung des relativen Fehlers aus den Versuchsergebnissen ( $\Delta \eta / \eta$ ). Auf den Verlustgrad  $\zeta$  bezogen liegen die relativen Fehler bei maximal  $\pm 4,5\%$  für die niedrige Last und bei maximal  $\pm 2,5\%$  für die hohe Last.

### 8.5 Versuchsstreuung

Während einer einzelnen Messung ergab sich für den Wirkungsgrad  $\eta$  eine Streuung  $\Delta \eta$  die im Bereich von maximal  $\pm$ 1% lag. Beim Vergleich der baugleichen Varianten bzw. der Reproduktionsversuche lagen die Abweichungen bei maximal  $\pm$ 4% bei der niedrigen Last und bei maximal  $\pm$ 2,5% bei der hohen Last. Mit dem Mittelwert aus einer Messung ergibt sich somit ein Streuberich von maximal  $\pm$ 3% bei niedriger Last und von maximal  $\pm$ 1,5% bei hoher Last.

### 8.6 Wirkungsgradmessungen

In **Bild 8.5** bis **Bild 8.10** sind die wichtigsten Versuchsergebnisse der Wirkungsgradmessungen dargestellt. **Bild 8.4** zeigt die Versuchsauswertung des Prototyps mit der Nr. 36B4 mit Kunststoffsteg und Fettschmierung. Der Wirkungsgrad liegt bei ca. 30 %. Ein deutlicher Lasteinfluss ist nicht erkennbar, lediglich bei einem Abtriebsmoment von 2,5 Nm ergibt sich ein etwas höherer Wert. Der Wirkungsgrad ist nahezu konstant über der Drehzahl.



Bild 8.4: gemessenes Wirkungsgradkennfeld Prototyp-Nr. 36B4 Kunststoffsteg Fettschmierung

In **Bild 8.5** sind die Wirkungsgradverläufe für den Prototyp Nr. 36B4 mit Messingsteg und Fettschmierung dargestellt. Die Wirkungsgrade liegen zwischen 37% und 40%. Für höhere Abtriebsdrehmomente (5 Nm; 7,5 Nm; 10 Nm) ergibt sich kein Lasteinfluss, die Wirkungsgrade steigen mit zunehmender Drehzahl an. Bei einem Abtriebsmoment von 2,5 Nm ergibt sich für eine Antriebsdrehzahl von 750 U/min der gleiche Wirkungsgrad wie für die höheren Lasten, mit zunehmender Drehzahl sinkt er nach einem kurzen Anstieg wieder etwas ab.



Bild 8.5: gemessenes Wirkungsgradkennfeld Prototyp-Nr. 36B4 Messingsteg Fettschmierung

**Bild 8.6** zeigt den Wirkungsgradverlauf für den Prototyp Nr. 36B4 ohne Steg und Fettschmierung. Die Wirkungsgrade liegen zwischen 35% und 39%. Für höhere Abtriebsdrehmomente (5 Nm; 7,5 Nm; 10 Nm) ergibt sich kein Lasteinfluss, die Wirkungsgrade steigen mit zunehmender Drehzahl an. Bei einem Abtriebsmoment von 2;5 Nm ergibt sich für eine Antriebsdrehzahl von 750 U/min der gleiche Wirkungsgrad wie für die höheren Lasten, mit zunehmender Drehzahl sinkt er nach einem kurzen Anstieg wieder etwas ab. Es ergeben sich im wesentlichen die selben Verläufe wie für das Getriebe mit Messingsteg und Fettschmierung (siehe **Bild 8.5**).



Bild 8.6: gemessenes Wirkungsgradkennfeld Prototyp-Nr. 36B4 ohne Steg Fettschmierung

**Bild 8.7** zeigt die Wirkungsgradverläufe für den Prototyp Nr. 35A1 mit Kunststoffsteg und Fettschmierung. Die Wirkungsgrade liegen bei ca. 32-33%. Ein Drehzahleinfluss sowie ein deutlicher Lasteinfluss sind nicht erkennbar. Für geringere Abtriebsmomente ergeben sich geringfügig bessere Wirkungsgrade. Es ergeben sich in etwa die selben Wirkungsgradverläufe wie bei der Verzahnungsvariante 36B mit etwas höheren Werten.



Bild 8.7: gemessenes Wirkungsgradkennfeld Prototyp-Nr. 35A1 Kunststoffsteg Fettschmierung

**Bild 8.8** zeigt die Wirkungsgradverläufe für den Prototyp Nr. 35A1 mit Messingsteg und Fettschmierung. Ein deutlicher Lasteinfluss ist nicht erkennbar. Für die höheren Lasten (5; 7,5 und 10 Nm) steigt der Wirkungsgrad mit der Drehzahl leicht an, bei 2.5 Nm fällt er mit zunehmender Drehzahl etwas ab. Es ergeben sich in etwa die selben Wirkungsgradverläufe wie bei der Verzahnungsvariante 36B mit etwas höheren Werten.



Bild 8.8: gemessenes Wirkungsgradkennfeld Prototyp-Nr. 35A1 Messingsteg Fettschmierung

**Bild 8.9** zeigt die Wirkungsgradverläufe für den Prototyp Nr. 35A3 mit Messingsteg und Öltauchschmierung. Im Vergleich zu **Bild 8.8** (Prototyp 35A1, Messingsteg, Fettschmierung) ergeben sich für die beiden Abtriebsmomente von 7,5 bzw. 10 Nm kaum Unterschiede. Mit weiter sinkendem Abtriebsmoment und steigender Drehzahl sinken die Wirkungsgrade ab. Der Wirkungsgradabfall bei niedrigeren Lasten kann auf den höheren Anteil der Leerlaufverluste (Planschverluste) zurückgeführt werden.



Bild 8.9: gemessenes Wirkungsgradkennfeld Prototyp-Nr. 35A3 Messingsteg Öltauchschmierung

**Bild 8.10** zeigt die Wirkungsgradverläufe für den Prototyp Nr. 35A3 ohne Steg und Öltauchschmierung. Mit sinkender Last und steigender Drehzahl nimmt der Wirkungsgrad ab. Im wesentlichen ergeben sich die selben Verläufe wie für den Prototyp mit Messingsteg und Öltauchschmierung (siehe **Bild 8.9**). Bei geringen Lasten liegen die Wirkungsgrade etwas höher, da die Planschverluste des Stegs entfallen.



Bild 8.10: gemessenes Wirkungsgradkennfeld Prototyp-Nr. 35A3 ohne Steg Öltauchschmierung

### 8.7 Grundlagen zur Wirkungsgradberechnung

Die Verlustleistung  $P_V$  eines Stirnradgetriebes setzt sich nach [25] aus den lastabhängigen Anteilen der Verluste der Zahnräder  $P_{VZ}$  und der Lager  $P_{VL}$ , deren Leerlaufverlustanteilen  $P_{VZ0}$  und  $P_{VL0}$  sowie der Dichtungsverlustleistung  $P_{VD}$  und den sonstigen Verlustleistungen  $P_{VX}$  zusammen.

$$P_V = P_{VZ} + P_{VZ0} + P_{VL} + P_{VL0} + P_{VD} + P_{VX}$$
(79)

$P_V$	[W]	(Gesamt-)Verlustleistung	$ P_{VL0} $	[W]	lastunabhängige Lagerverlust- leistung
$P_{VZ}$	[W]	lastabhängige Verzahnungs- verlustleistung	$P_{VD}$	[W]	Dichtungsverlustleistung
$P_{VZ0}$	[W]	lastunabhängige Verzahnungs- verlustleistung	$P_{VX}$	[W]	sonstige Verlustleistungen
$P_{VL}$	[W]	lastabhängige Lagerverlust- leistung			

Im Folgenden werden hier nur die Berechnungsgleichungen angegeben, welche zur Berechnung des Wirkungsgrads des Prototypen verwendet werden, die weiteren Berechnungsverfahren werden mit ihren Literaturstellen erwähnt.

### 8.7.1 Lastabhängige Verzahnungsverluste

Die lastabhängigen Verluste einer Stirnradverzahnung können nach [25] aus dem Produkt des Zahnverlustfaktors  $H_V$ , der mittleren Verzahnungsreibungszahl  $\mu_m$  und der Antriebsleistung  $P_{an}$  berechnet werden.

$$P_{VZ} = -P_{an} \cdot \mu_m \cdot H_V \tag{80}$$

$P_{VZ}$	[W]	lastabhängige verlustleistung	Verzahnungs-	$\mu_m$	[-]	mittlere Verzahnungsreibungs- zahl
$P_{an}$	[W]	Antriebsleistung		$H_V$	[—]	Zahnverlustfaktor

Das Produkt aus Zahnverlustfaktor  $H_V$  und mittlerer Verzahnungsreibungszahl  $\mu_{mz}$  entspricht dabei dem Verzahnungsverlustgrad  $\zeta_Z$ , mit dem der Verzahnungswirkungsgrad  $\eta_Z$  dargestellt werden kann.

n

		$\eta_Z = 1 + \frac{P_{VZ}}{P_{an}} = 1 - \frac{1}{2}$	$-\mu_m \cdot H_V$	r = 1 - q	<i>Sz</i> (81)
$\eta_Z$	[-]	Verzahnungswirkungsgrad	$\mu_m$	[-]	mittlere Verzahnungsreibungs- zahl
$P_{VZ}$	[W]	lastabhängige Verzahnungs- verlustleistung	$H_V$	[—]	Zahnverlustfaktor
$P_{an}$	[W]	Antriebsleistung	$\zeta_Z$	[—]	Verzahnungsverlustgrad

Der Zahnverlustfaktor nach [25] ist eine rein geometrische Größe und kann in Abhängigkeit von der Übersetzung u, der Zähnezahl  $z_1$  des Ritzels, dem Grundkreisschrägungswinkel  $\beta_b$ , der Gesamtüberdeckung  $\varepsilon_{\alpha}$  und den Teilüberdeckungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  berechnet werden.

$$H_{V} = \frac{\pi \cdot (u+1)}{z_{1} \cdot u \cdot \cos(\beta_{b})} \cdot \left(1 - \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{1}^{2} + \varepsilon_{2}^{2}\right) \quad \text{für } 1 \leq \varepsilon_{\alpha} \leq 2 \text{ und } \varepsilon_{1/2} \leq 1 \quad (82)$$

$$H_{V} = \begin{bmatrix} -] & \text{Zahnverlustfaktor} \\ u & \begin{bmatrix} -] & \text{Zahnezahlverhältnis } [z_{2}/z_{1}] \\ z_{1/2} & \begin{bmatrix} -] & \text{Zähnezahl von Ritzel und Rad} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \beta_{b} & \begin{bmatrix} \circ \end{bmatrix} \\ \varepsilon_{\alpha} & \begin{bmatrix} -] & \text{Profilüberdeckung} \\ \varepsilon_{1/2} & \begin{bmatrix} -] & \text{Kopfüberdeckung von Ritzel} \\ u & \text{ud Rad} \end{bmatrix}$$

Für Verzahnungen, welche nicht den "Normalverzahnungen" entsprechen, wurden genauere Ansätze zur Bestimmung des Zahnverlustfaktors bei [42] untersucht.

Die Berechnung der mittleren Verzahnungsreibungszahl kann mit **Gleichung (83)** nach [43] erfolgen. Mit der Umfangskraft am Grundkreis  $F_{bt}$  und der Zahnbreite *b* kann die spezifische Last berücksichtigt werden. Die Summengeschwindigkeit  $\nu_{\sum C}$  im Wälzpunkt C ergibt sich in Abhängigkeit von der Drehzahl. Der reduzierte Ersatzkrümmungsradius  $\rho_{redC}$  im Wälzpunkt C ist eine rein geometrische Größe. Als weitere Variablen werden die dynamische Viskosität des Schmierstoffs  $\eta_{oil}$ , der arithmetische Mittenrauhwert  $R_a$  der Zahnflanken und der Schmierstoffeinfluss mittels des Schmierstofffaktors  $X_L$  berücksichtigt.

		$\mu_m = 0,048 \cdot \left(\frac{F_{bt}/b}{v_{\sum C} \cdot \rho_r}\right)$	$\left(\frac{1}{edC}\right)^{0,2}\cdot\eta$	$r_{oil}^{-0.05} \cdot R_{oil}^{0}$	$A_{l}^{0,25} \cdot X_{L}$ (83)
		$X_L = 0,75 \cdot \left(rac{6}{v_{\nabla C}} ight)^{0,2}$ fi	ir Polyglył	kole	
		$X_L = 1,0 \qquad \qquad \text{fi}$	ir Mineral	öle	
		$X_L = 0,8$ fü	ir Polyalpł	naolefine	e
		$X_L = 1,5$ fü	ür Traktion	sfluide	
		$X_L = 1, 3$ fü	ùr Phosph	orsäure	ester
$\mu_m$	[-]	mittlere Verzahnungsreibungs zahl	- $\eta_{oil}$	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	dynamische Schmierstoffvisko- sität bei Betriebstemperatur
$F_{bt}$	[N]	Umfangskraft am Grundkreis	$R_a$	$[\mu m]$	gemittelter arithmetischer Mit- tenrauhwert der Verzahnungs- partner $[0, 5 \cdot (R_{a1} + R_{a2})]$
b	[mm]	Zahnbreite	$R_{a1/2}$	$[\mu m]$	arithmetischer Mittenrauhwert Ritzel/Rad
$v_{\sum C}$	[m/s]	Summengeschwindigkeit in Wälzpunkt C	$n \mid X_L$	[—]	Schmierstofffaktor
$ ho_{redC}$	[mm]	Ersatzkrümmungsradius in Wälzpunkt C	n		

Zum Abgleich der Messungen mit den Berechnungen (siehe **Kapitel 8.8**) wurde der Anpassungsfaktor  $X_A$  eingeführt, mit dem die lastabhängigen Verluste variiert werden können. Standardmäßig wird er zu  $X_A = 1$  gesetzt.

$$\mu_m = 0,048 \cdot \left(\frac{F_{bt}/b}{v_{\sum C} \cdot \rho_{redC}}\right)^{0,2} \cdot \eta_{oil}^{-0,05} \cdot R_a^{0,25} \cdot X_L \cdot X_A$$
(84)

$\mu_m$	[-]	mittlere Verzahnungsreibungs- zahl	$\eta_{oil}$	$\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	dynamische Schmierstoffvisko- sität bei Betriebstemperatur
$F_{bt}$	[N]	Umfangskraft am Grundkreis	$R_a$	$[\mu m]$	gemittelter arithmetischer Mit- tenrauhwert der Verzahnungs- partner $[0, 5 \cdot (R_{a1} + R_{a2})]$
b	[mm]	Zahnbreite	$R_{a1/2}$	$[\mu m]$	arithmetischer Mittenrauhwert Ritzel/Rad
$v_{\sum C}$	[m/s]	Summengeschwindigkeit im Wälzpunkt C	$X_L$	[—]	Schmierstofffaktor
$ ho_{redC}$	[mm]	Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt C	$X_A$	[-]	Anpassungfaktor $X_A = 1$

### 8.7.2 Verzahnungsleerlaufverluste

Untersuchungen zu Verzahnungsleerlaufverlusten bzw. Planschverlusten von Stirnrädern bei Öltauchschmierung wurden unter anderem von [44], [45], [46] und [47] durchgeführt. Da die Berechnungsgleichungen hauptsächlich auf Versuchen an einfachen Stirnradstufen beruhen sind sie nur schwer auf das Prototyp-Getriebe anwendbar. Bei der Fettschmierung treten so gut wie keine Verzahnungsleerlaufverluste auf und bei der Öltauchschmierung können sie aufgrund des niedrigen Ölstands in erster Näherung vernachlässigt werden. Sie werden daher bei der Berechnung des Wirkungsgrads nicht berücksichtigt.

### 8.7.3 Lastabhängige Lagerverluste

Beim Prototyp-Getriebe treten nur lastabhängige Lagerverluste von Gleitlagern auf. Die Verlustleistung eines hydrodynamischen Gleitlagers kann nach [48] in Abhängigkeit von der Reibungszahl  $\mu$ , der Belastung F und der Umfangsgeschwindigkeit U berechnet werden.

$$P_f = \mu \cdot F \cdot U \quad \text{mit} \ U = D \cdot \omega/2 = \pi \cdot D \cdot n$$
 (85)

$P_f$	[W]	Reibleistung	D	[m]	Lager-Nenndurchmesser
$\mu$	[—]	Reibungszahl	ω	$[s^{-1}]$	Winkelgeschwindigkeit
F	[N]	Lagerkraft (Nennbelastung)	n	$[s^{-1}]$	Drehzahl
U	$\left[\frac{m}{s}\right]$	Umfangsgeschwindigkeit			

Zur Berechnung der lastabhängigen Verluste von Wälzlagern finden sich Berechnungsgleichungen in den Lagerkatalogen der Hersteller (z.B. INA/FAG [49]).

### 8.7.4 Lagerleerlaufverluste

Die Berechnungsgleichungen zur Ermittlung der lastunabhängigen Verluste von Wälzlagern kann ebenfalls den Lagerkatalogen der Hersteller entnommen werden. Das lastunabhängige Reibungsmoment eines Wälzlagers kann nach [49] mit Hilfe des Lagerbeiwerts  $f_0$ , der kinematischen Ölviskosität  $\nu$ , der Drehzahl n und dem mittleren Lagerdurchmesser  $d_M$  in Abhängigkeit vom Produkt der kinematischen Viskosität  $\nu$  und der Drehzahl n berechnet werden.

$$M_0 = f_0 \cdot (\nu \cdot n)^{\frac{2}{3}} \cdot d_M^3 \cdot 10^{-7} \quad \text{für } \nu \cdot n \ge 2000$$
(86)

$$M_0 = f_0 \cdot 160 \cdot d_M^3 \cdot 10^{-7} \quad \text{für } \nu \cdot n < 2000$$
(87)

$M_0$	[Nm]	drehzahlabhängiges bungsmoment	Rei-	ν	$\left[\frac{mm^2}{s}\right]$	kinematische Schmierstoffs	Viskosität bei Betriebs	des stem-
						peratur		
$f_0$	[-]	Lagerbeiwert		n	$[min^{-1}]$	Betriebsdrehz	ahl	

### 8.7.5 Dichtungsverluste

Die Konstruktion der Prototypgetriebe enthält keine Dichtungen. Dichtungsverluste können z.B. nach ISO 14179-1 [50], ISO 14179-2 [51] oder nach Angaben der Dichtungshersteller berechnet werden.

### 8.7.6 Sonstige Verluste

Als weitere Verluste können die Planschverluste des Planetenträgers und der Planeten bei Tauchschmierung betrachtet werden.

Nach [40] können die Planschverluste des Planetenträgers in Abhängigkeit von seiner Art berechnet werden. Bei einwangigem Steg werden die Verluste aus der Addition der Verluste der Wange und dem Planschen der Planeten berechnet. Der Verlust durch die Eigendrehung der Planeten wird extra berücksichtigt und dem Planeten selbst zugeschlagen. Beim zweiwangigen Steg ergeben sich die Verluste allein aus dem Planschen des Steges.

Das Prototyp-Getriebe besitzt einen zweiwangigen Steg. Bei Fettschmierung treten keine Planschverluste des Planetenträgers auf. Bei Öltauchschmierung ergeben sich aufgrund des niedrigen Ölstands beim Prototypgetriebe mit den Gleichungen nach [40] keine Planschverluste. Die Gleichungen können somit nicht zur Berechnung der Wirkungsgrade berücksichtigt werden.

100
### 8.8 Wirkungsgradberechnungen

## 8.8.1 Wirkungsgrad des Wolfromgetriebes mit Steg

**Bild 8.11** zeigt das Wolfromgetriebe mit seinen drei kinematisch gleichwertigen Varianten. Nach **Kapitel 3.7** benötigt man zur Berechnung des Wirkungsgrads eines reduzierten Koppelgetriebes sein wirkungsgleiches Koppelgetriebe. Im vorliegenden Fall entspricht die schematische Darstellung **b** unten links dem wirkungsgleichen Koppelgetriebe.



Bild 8.11: Wolfromgetriebe mit seinen drei kinematisch gleichwertigen Koppelgetrieben

Mit Hilfe der Verzahnungsdaten können nach **Kapitel 8.7** die Verzahnungswirkungsgrade der drei Zahnradstufen Sonne-Planet, Planet-Hohlrad 2 und Planet-Hohlrad 2' in Abhängigkeit von der Drehzahl und der Last berechnet werden. Zur Berechnung der mittleren Verzahnungsreibungszahl wurde die kinematische Viskosität des Schmierstoffs bei 40°C, eine Flankenrauheit  $R_a = 3\mu m$ , ein Schmierstofffaktor von  $X_L = 1,0$ für Mineralöle und ein Anpassungsfaktor  $X_A = 1,2$  angesetzt. Mit dem Anpassungsfaktor wurde dabei berücksichtigt, dass sich nach [42] bei kleineren Moduln um ca. 20% höhere Verzahnungsreibungszahlen ergeben. Bildet man aus den Stufenwirkungsgraden die Standwirkungsgrade der entsprechenden Planetenstufen kann der Umlaufwirkungsgrad des Wolfromgetriebes mit den Gleichungen nach **Kapitel 3** und dem wirkungsgleichen Ersatzgetriebe nach **Bild 8.11** berechnet werden.

Neben den lastabhängigen Verzahnungsverlusten müssen weiterhin die Leerlaufverluste der Lager von An- und Abtriebswelle, sowie die lastabhängigen Lagerverluste der Gleitlagerungen der Planeten berücksichtigt werden. Zur Berechnung der Lagerleerlaufverluste wurde für die verwendeten Rillenkugellager nach INA/FAG [49] ein Lagerbeiwert von  $f_0 = 1, 1$  (Fett/Ölnebel) und die kinematische Viskosität des Schmierstoffs bei 40°C verwendet. Zur Berechnung der lastabhängigen Verluste der Gleitlagerungen wurde eine Reibungszahl von  $\mu = 0, 1$  für den Messingsteg und  $\mu = 0, 2$  nach [52] für den Kunststoffsteg zugrunde gelegt. Die Normalkräfte ergeben sich aus den Abstützkräften der Planeten im Planetenträger, die mit den Radial- und Umfangskräften in den Verzahnungen berechnet werden können.

**Bild 8.12** zeigt die Berechnungsergebnisse für die Verzahnungsvariante 35A mit Messingsteg bei Fettschmierung. Vergleicht man die berechneten Ergebnisse mit den Messungen der Prototypen mit Messingsteg und Fettschmierung werden der Drehzahl- und Lasteinfluss gut erfasst, die Wirkungsgrade liegen jedoch um ca. 10% zu hoch.



35A Messingsteg Fettschmierung

Bild 8.12: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 35A Messingsteg Fettschmierung

**Bild 8.13** zeigt die Berechnungsergebnisse für die Verzahnungsvariante 35A mit Kunststoffsteg bei Fettschmierung. Vergleicht man die berechneten Ergebnisse mit den Messungen der Prototypen mit Kunststoffsteg und Fettschmierung werden der Drehzahlund Lasteinfluss gut erfasst, die Wirkungsgrade liegen jedoch um ca. 12% höher als die gemessenen Werte.



35A Kunststoffsteg Fettschmierung

Bild 8.13: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 35A Kunststoffsteg Fettschmierung

**Bild 8.14** zeigt die Berechnungsergebnisse für die Verzahnungsvariante 36B mit Messingsteg bei Fettschmierung. Vergleicht man die berechneten Ergebnisse mit den Messungen der Prototypen mit Messingsteg und Fettschmierung werden der Drehzahl- und Lasteinfluss gut erfasst, die Wirkungsgrade liegen jedoch um ca. 15% höher als die gemessenen Werte. Vergleicht man die beiden Verzahnungsvarianten hat die Verzahnungsvariante 36B einen um ca. 5% höheren Wirkungsgrad als die Variante 35A. Bei den Messungen ergab sich für die Verzahnungsvariante 35A ein geringfügig besserer Wirkungsgrad.



Bild 8.14: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 36B Messingsteg Fettschmierung

**Bild 8.15** zeigt die Berechnungsergebnisse für die Verzahnungsvariante 36B mit Kunststoffsteg bei Fettschmierung. Vergleicht man die berechneten Ergebnisse mit den Messungen der Prototypen mit Kunststoffsteg und Fettschmierung werden der Drehzahlund Lasteinfluss gut erfasst, die Wirkungsgrade liegen jedoch um ca. 16% höher als die gemessenen Werte. Vergleicht man die beiden Verzahnungsvarianten hat die Verzahnungsvariante 36B einen um ca. 3-4% höheren Wirkungsgrad als die Variante 35A. Bei den Messungen ergab sich für die Verzahnungsvariante 35A ein geringfügig besserer Wirkungsgrad.



Bild 8.15: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 36B Kunststoffsteg Fettschmierung

### 8.8.2 Wirkungsgrad des Wolfromgetriebes ohne Steg

#### 8.8.2.1 Kräfte am Planeten

Während sich beim Wolfromgetriebe mit Planetenträger die Planeten im Steg abstützen müssen sich die Planeten ohne Steg in der Verzahnung der Sonne abstützen. **Bild 8.16** zeigt die Kräfte am Planeten ohne Steg, unter der Annahme, dass die Kräfte in Zahnmitte angreifen. Die Komponenten  $F_{u1}$ ,  $F_{r1}$ ,  $F_{u2}$ ,  $F_{r2}$ ,  $F_{u2'}$  und  $F_{r2'}$  entsprechen den Umfangs- und Radialkräften, die aufgrund der äußeren Momente entstehen. Die Komponenten  $F_{u2r}$ ,  $F_{r2r}$ ,  $F_{u2'r}$  und  $F_{r2'r}$  entsprechen den Reaktionskräften ("Lagerkräften"), sie wirken jeweils in der Ebene der Verzahnungskräfte zwischen Planeten und Hohlrädern.



Bild 8.16: Verzahnungskräfte am Planeten des Wolfromgetriebes ohne Steg

Für eine statische Lagerung des Planeten muss die Summe der Kräfte in y- und z-Richtung sowie die Summe der Momente um die y- und die z-Achse Null ergeben. Aus der Summe der Kräfte in z-Richtung und der Summe der Momente um die y-Achse können die Reaktionskräfte  $F_{u2r}$  und  $F_{u2'r}$  berechnet werden. Die Radialkräfte  $F_{r2r}$  und  $F_{r2'r}$  ergeben sich mit dem Betriebseingriffswinkel  $\alpha_{wt}$  der Paarung Sonne und Planet.

$$F_r = F_u \cdot tan(\alpha_{wt}) \tag{88}$$

Mit den so berechneten Radialkräften ist die Summe der Kräfte in y-Richtung und die Summe der Momente um die z-Achse in der Regel ungleich Null. Es ergibt sich somit eine Differenz aus den mit **Gleichung (88)** berechneten Radialkräften und den Radialkräften, die mit dem Kräftegleichgewicht in y-Richtung und mit dem Momentengleichgewicht um die z-Achse berechnet werden. Diese Differenz führt dazu, dass der Planet nach innen bzw. nach außen wandert, bis seine Rückflanken anliegen. Durch das Anliegen der Rückflanken ergeben sich zusätzlich aus der Radialkraft wiederum Umfangskräfte.

$$F_u = \frac{F_r}{tan(\alpha_{wt})} \tag{89}$$

Damit die Summe der Kräfte in z-Richtung und die Summe der Momente in y-Richtung Null ergibt muss diese zusätzliche Umfangskraft jeweils zur Hälfte auf die Vor- und die Rückflanke aufgeteilt werden. Für die Verzahnungsvariante 36B ergibt sich somit eine Schiefstellung des Planeten. Der Planet hat Kontakt mit der Rückflanke auf der linken Seite zwischen Sonne und Planet und auf der rechten Seite zwischen Planet und Hohlrad 2'. **Bild 8.17** zeigt den Planeten mit den zusätzlichen Radialkräften  $F_{r2,z}$ und  $F_{r2',z}$  sowie den zusätzlichen Umfangskräften  $F_{u2,zV}$ ,  $F_{u2'zV}$  für die Vorflanken und  $F_{u2,zR}$ ,  $F_{u2'zR}$  für die Rückflanken, die bei Anliegen der Rückflanken auftreten. Die angegebenen Zahlenwerte ergeben sich für die Verzahnungsvariante 36B bei einem Abtriebsdrehmoment von 10 Nm.



Bild 8.17: Verzahnungskräfte am Planeten des Wolfromgetriebes ohne Steg bei Anliegen der Rückflanken für die Verzahnungsvariante B

Da die Zusatzkräfte im Vergleich zu den Verzahnungs-/Reaktionskräften gering sind, können sie in erster Näherung vernachlässigt werden. Vergleicht man die Kräfte des Wolfromgetriebes ohne Steg in **Bild 8.16** mit den Kräften der kinematisch gleichwertigen Variante a nach **Bild 8.11** so ergibt sich für die Variante a eine ähnliche Aufteilung der Verzahnungskräfte (siehe **Bild 8.18**).





#### 8.8.2.2 Leistungsfluss

**Bild 8.19** zeigt die Analyse der Leistungsflüsse für das wirkungsgleiche Koppelgetriebe **b** und das kinematisch gleichwertige Koppelgetriebe **a** nach **Bild 8.11**. Durch die zusätzlichen Verzahnungskräfte in der Sonne beim kinematisch gleichwertigen Koppelgetriebe **a** tritt an diesen Stellen ein zusätzlicher Wälzleistungsfluss auf, der zu einem schlechteren Wirkungsgrad führt. Zur Berechnung des Wirkungsgrads des Wolfromgetriebes ohne Steg sollte daher das kinematisch gleichwertige Koppelgetriebe **a** verwendet werden können.



Bild 8.19: Leistungsflüsse der kinematisch gleichwertigen Koppelgetriebe b und a nach Bild 8.11

### 8.8.2.3 Berechnungsergebnisse

**Bild 8.20** bis **Bild 8.23** zeigen die mit der kinematisch gleichwertigen Variante **a** berechneten Wirkungsgradkennfelder. Für die Berechnung werden die selben Parameter wie in **Kapitel 8.8.1** verwendet. Bei der Berechnung wurden nur die lastabhängigen Verzahnungsverluste sowie die Leerlaufverluste der Lagerungen von An- und Abtriebswelle berücksichtigt. Aufgrund des niedrigen Ölstands bei Öltauchschmierung ergeben sich nach [40] keine Planschverluste der Planeten bei Öltauchschmierung. Für die Verzahnungen Sonne-Planet wurden die mittleren Verzahnungsreibungszahlen mit den höheren Kräften im Zahnkontakt ermittelt.

**Bild 8.20** zeigt das Wirkungsgradkennfeld für die Verzahnungsvariante 35A ohne Steg bei Fettschmierung. Die Wirkungsgrade liegen zwischen 37 und 42%. Mit steigender Belastung werden die Wirkungsgrade geringfügig schlechter, mit steigender Drehzahl nimmt der Wirkungsgrad zu. Im Vergleich zu den Messungen (siehe **Kapitel 8.6**) ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung.



35A ohne Steg Fettschmierung

Bild 8.20: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 35A ohne Steg Fettschmierung

**Bild 8.21** zeigt das Wirkungsgradkennfeld für die Verzahnungsvariante 36B ohne Steg bei Fettschmierung. Die Wirkungsgrade liegen zwischen 35 und 40%. Mit steigender Belastung werden die Wirkungsgrade geringfügig schlechter, mit steigender Drehzahl nimmt der Wirkungsgrad zu. Im Vergleich zur Verzahnungsvariante 35A (siehe **Bild 8.20**) ergeben sich wie bei den vergleichbaren Messungen geringfügig niedrigere Wirkungsgrade. Es ergibt sich somit eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung.



Bild 8.21: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 36B ohne Steg Fettschmierung

**Bild 8.22** zeigt das Wirkungsgradkennfeld für die Verzahnungsvariante 35A ohne Steg bei Öltauchschmierung. Die Wirkungsgrade liegen zwischen 33 und 40%. Für die höheren Lasten (5; 7,5 und 10 Nm) ist kein Lasteinfluss erkennbar, die Wirkungsgrade steigen mit zunehmender Drehzahl. Bei einer Last von 2,5 Nm fällt der Wirkungsgrad mit zunehmender Drehzahl ab. Im Vergleich zu den Messungen (siehe Kapitel 8.6) ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung.



Bild 8.22: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 35A ohne Steg Öltauchschmierung

**Bild 8.23** zeigt das Wirkungsgradkennfeld für die Verzahnungsvariante 36B ohne Steg bei Öltauchschmierung. Die Wirkungsgrade liegen zwischen 32 und 38%. Für die höheren Lasten (5; 7,5 und 10 Nm) ist kein Lasteinfluss erkennbar, die Wirkungsgrade steigen mit zunehmender Drehzahl. Bei einer Last von 2,5 Nm fällt der Wirkungsgrad mit zunehmender Drehzahl ab. Im Vergleich zur Verzahnungsvariante 35A (siehe **Bild 8.22**) ergeben sich wie bei den vergleichbaren Messungen geringfügig niedrigere Wirkungsgrade. Es ergibt sich somit eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung.



Bild 8.23: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 36B ohne Steg Öltauchschmierung

Da bei der Berechnung nur die lastabhängigen Verzahnungsverluste bzw. die Leerlaufverluste der Lager berücksichtigt werden, kann der Lastanteil durch Variation des Anpassungsfaktors  $X_A$  und der Leerlaufanteil durch Variation des Lagerbeiwertes  $f_0$ angepasst werden. **Bild 8.24** zeigt die Ergebnisse für  $X_A = 1,13$  und  $f_0 = 1,4$ . Durch diese Anpassung wird eine bessere Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung erzielt. Die geringeren Verzahnungsverluste können durch die bessere Schmierung bei Öltauchschmierung begründet werden. Der Lagerbeiwert liegt mit 1,4 zwischen den Angaben nach [49] mit 1,1 für Fettschmierung bzw. Ölnebel und 1,7 bei Schmierung im Ölbad bzw. bei Ölumlaufschmierung.



Bild 8.24: berechnetes Wirkungsgradkennfeld Verzahnungsvariante 35A ohne Steg Öltauchschmierung

Die beiden Verzahnungsvarianten unterscheiden sich lediglich in den lastabhängigen Verzahnungsverlusten, die Leerlaufverluste der Lager der An- und Abtriebswelle sind identisch. In **Bild 8.25** sind die rechnerisch ermittelten Stufenwirkungsgrade für die drei Eingriffe ohne Steg bei Fettschmierung für die beiden Verzahnungsvarianten dargestellt.



Bild 8.25: Stufenwirkungsgrade der beiden Verzahnungsvarianten

Für den Eingriff Sonne-Planet ergeben sich für die Verzahnungsvariante 36B niedrigere Werte als für die Verzahnungsvariante 35A. Für den Eingriff Planet-Hohlrad 2 sind die Verzahnungswirkungsgrade nahezu identisch, für den Eingriff Planet-Hohlrad 2' ergeben sich für die Verzahnungsvariante 36B etwas höhere Werte. Aufgrund der niedrigeren Verzahnungswirkungsgrade zwischen Sonne und Planet ergeben sich ohne den Steg die niedrigeren Gesamtwirkungsgrade für die Verzahnungsvariante 36B. Bei vorhandenem Steg führen die niedrigeren Verzahnungswirkungsgrade zwischen Planet und Hohlrad 2' zu den schlechteren Gesamtwirkungsgraden bei Verzahnungsvariante 35A (siehe **Kapitel 8.8.1**).

## 8.9 Interpretation der Untersuchungsergebnisse

Sowohl die Versuchergebnisse als auch die Rechenergebnisse zeigen, dass zur Berechnung des Wirkungsgrads des Wolfromgetriebes ohne Steg ein modifizierter Ansatz notwendig ist. Die hier ausgeführte Konstruktion entspricht der kinematisch gleichwertige Variante **a** in **Bild 8.11**, bei der die Verzahnungsverluste höher sind als bei der wirkungsgleichen Variante **b**. Bei der wirkungsgleichen Variante **b** werden die Kippmomente um die Hochachse der Planeten von den Gleitlagern im Steg aufgenommen, bei der Lösung ohne Steg aber in der Verzahnung der Sonne wie bei Variante **a**.

Zwischen dem Wolfromgetriebe mit Messingsteg und ohne Steg ergeben sich bei den Messungen kaum Unterschiede. Aufgrund des hohen Verschleißes in den Lagerstellen beim Messingsteg (vgl. **Bild 8.26**) ist praktisch keine Lagerung mehr vorhanden, wodurch sich die Planeten wiederum in der Verzahnung abstützen.



Bild 8.26: Messingsteg mit Verschleiß

Im Gegensatz zum Messingsteg trat beim Kunststoffsteg kein Verschleiß in den Lagerstellen auf (vgl. **Bild 8.27**). Der schlechtere Wirkungsgrad bei den Messungen kann dadurch erklärt werden, dass sich der Steg aufgrund des geringen E-Moduls (ca.  $20000N/mm^2$ ) stark verformt, wodurch sich die Planeten zum Teil wieder in der Sonne abstützen. Ein Teil der "Lagerkräfte" wird vom Steg aufgenommen und der andere Teil in der Verzahnung der Sonne. Aufgrund der zusätzlichen Wälzleistung zwischen Sonne und Planeten und den lastabhängigen Lagerverlusten der Planeten im Planetenträger ergibt sich insgesamt ein schlechterer Wirkungsgrad als ohne Steg bzw. mit Messingsteg. In welchem Verhältnis sich die "Lagerkräfte" aufteilen kann mit dem Berechnungsansatz nicht geklärt werden, da er den gesamten Wälzleistungsfluss berücksichtigt.



Bild 8.27: Kunststoffsteg ohne Verschleiß

Zur Analyse des Getriebes mit Kunststoffsteg müssten die Verluste lokal, dort wo sie entstehen, betrachtet werden. Diese Vorgehensweise ist z.B. bei [18] beschrieben. Mit dieser Betrachtungsweise ergibt sich für das Wolfromgetriebe ohne Steg die Möglichkeit der konstruktiven Beeinflussung des Wirkungsgrads. Die Verzahnungs-/Reaktionskräfte zwischen Sonne und Planet ergeben sich aus den Kräfte- und Momentengleichgewichten. Wirken die Reaktionskräfte nicht in der Ebene der Verzahnungskräfte zwischen Planet und Hohlrad sind sie größer bzw. kleiner. Sind die Sonne und der Planet z.B. breiter (siehe **Bild 8.28**) greifen die Reaktionskräfte weiter außen an und werden damit kleiner. Die Wälzleistung, die über die Sonne fließt, wird dadurch auch kleiner und damit der Wirkungsgrad größer.



Bild 8.28: Verzahnungskräfte des Wolfromgetriebes ohne Steg bei verbreiterter Sonne und verbreiterten Planeten

Wie die Rechenergebnisse in **Bild 8.12** und **Bild 8.14** mit dem wirkungsgleichen Koppelgetriebe **b** mit Messingsteg und Fettschmierung zeigen, können höhere Wirkungsgrade erzielt werden, wenn der Wälzleistungsfluss über die Sonne verhindert werden kann. Um dies zu gewährleisten muss der Steg ausreichend steif gestaltet werden, damit er die Lagerkräfte aufnehmen kann. Mit den vorgestellten Berechnungsansätzen können sowohl für das Wolfromgetriebe mit ausreichend steifem Steg als auch ohne Steg die Wirkungsgrade bei Fettschmierung gut berechnet werden, bei Öltauchschmierung muss wegen der zusätzlichen Planschverluste des Planetenträgers für niedrige Lasten mit schlechteren Werten gerechnet werden.

## 9 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit ist es, für eine neue Generation von Elektromotoren die geeigneten Getriebekonzepte zu entwickeln. Die Getriebe sollen koaxial bauen und im Übersetzungsbereich von 15 bis 400 liegen, wobei für die meisten Einsatzzwecke ein Übersetzungsbereich von 15 bis 70 ausreichend ist. Durch eine systematische Vorgehensweise bei der Konzeptfindung wurde sichergestellt, dass alle möglichen Lösungen ermittelt wurden.

Die große Spreizung des Übersetzungsbereichs kann allgemein durch zwei Standardplanetengetriebe realisiert werden. Zwei Standardplanetengetriebe können auf 108 verschiedene Arten miteinander verbunden werden. Durch Vereinfachungen können alle bekannten Konzepte mit geringerer Teilezahl abgeleitet werden. Insgesamt ergeben sich aus der Systematik 222 Konzepte.

Die Stirnradkonzepte können sowohl als Reibradgetriebe als auch als Getriebe mit Evolventen- oder Zykloidenverzahnung ausgeführt werden. Jede Variante ist auch mit Kegelrädern denkbar. Die Stirnradkonzepte sind den äquivalenten Kegelradkombinationen vorzuziehen.

Für die Exzentergetriebe kann zwischen einem Getriebeteil und einem Kopplungsteil unterschieden werden. Für die Stirnradkonzepte gibt es für den Kopplungsteil die Prinzipien Stift-Buchse, Planetenkurbelwelle in seinen verschiedenen Ausführungen, Doppelkreuz, Harmonic-Drive und 1zu1-Verzahnung, für die Kegelradkonzepte sind das Stift-Buchse- und das Harmonic-Drive-Prinzip denkbar.

Zur Bewertung der Konzepte wurden als geeignete Bewertungskriterien die Teilezahl, die Komplexität, das Geräuschverhalten, der Bauraum, die Belastungen, der Wirkungsgrad und der Übersetzungsbereich erarbeitet. Für eine einfache Bewertung der 222 Konzepte kann als Hauptkriterium der geforderte Übersetzungsbereich von 15 bis 70 herangezogen werden. Es ergeben sich 51 sinnvolle Lösungen, welche den Übersetzungsbereich schneiden oder überdecken.

Zur genaueren Bewertung der 51 Konzepte und zur Auswahl des "optimalen" Konzepts wurde eine Methode zur Optimierung und Bewertung erarbeitet. Ausgehend von den Anforderungen hinsichtlich Bauraum (Außen-, Innendurchmesser, Baulänge), Belastung, Wirkungsgrad, Breiten-Modul-Verhältnis und Übersetzung werden für jedes Konzept die optimalen Zähnezahlkombination ermittelt. Als optimale Zähnezahlkombination kann z.B. die Kombination mit dem höchsten Wirkungsgrad oder mit der höchsten ertragbaren Belastung sein. Je nach Anforderungen muss daher die Auswahl der optimalen Zähnezahlkombination entsprechend angepasst werden. Liegen die optimalen Zähnezahlkombination entsprechend angepasst werden. Liegen die optimalen Zähnezahlen für jedes Konzept vor, kann eine Bewertung durchgeführt werden. Hierzu wurde die Teilezahl, die Komplexität, der axiale Bauraum der Zusatzelemente, die Drehzahlen im Getriebe, die Belastung und der Wirkungsgrad herangezogen. Mittels einer gewichteten Punktbewertung kann die Bewertung an unterschiedliche Anforde-

rungen angepasst werden, indem die Gewichtungsfaktoren entsprechend vorgegeben werden.

Mittels der Optimierung können die unterschiedlichen Konzepte hinsichtlich ihrer Belastbarkeit und ihres Wirkungsgrades für einen vorgegebenen Bauraum, eine Belastung, minimale und maximale Breiten-Modul-Verhältnisse und eine bestimmte Übersetzung verglichen werden. Das Konzept mit der höchsten Belastbarkeit benötigt den kleinsten Bauraum.

Liegen für einen Werkstoff Erfahrungswerte für den U-Faktor bzw. K-Faktor vor kann mit der Methode schnell überprüft werden, ob ein Konzept die Anforderungen erfüllt. Alternativ kann der U- bzw. K-Faktor so lange angepasst werden, bis sich für den Belastungskennwert  $M_U^*$  bzw.  $M_K^*$  ein Wert von ca. eins ergibt. Anschließend kann ein geeigneter Werkstoff ausgewählt werden.

Mittels einer Leitanwendung wurde die Methode an die gegebenen Anforderungen angepasst und angewendet. Aufgrund der Bauraumanforderungen und der hohen Übersetzung ergaben sich für viele Konzepte keine Lösungen. Als am besten bewertete Konzepte ergaben sich die Wolfromgetriebe und das Plusgetriebe mit zwei Hohlrädern und Stufenplanet. Aufgrund des Wirkungsgrads und der geringen Komplexität wurde das Wolfromgetriebe mit durchgehendem Planeten für die Konstruktion ausgewählt.

Das ausgewählte Konzept wurde in eine Konstruktion umgesetzt und mit zwei verschiedenen Verzahnungsauslegungen als Prototyp gefertigt. Mit den vier Prototypen je Verzahnungsauslegung wurden Wirkungsgradmessungen durchgeführt.

Bei den Wirkungsgradmessungen wurde der Einfluss des Werkstoffs des Stegs, die Schmierungsart und das Verhalten des Getriebes ohne Steg untersucht. Für das Wolfromgetriebe mit der Verzahnungsvariante 35A, Messingsteg und Fettschmierung ergeben sich Wirkungsgrade zwischen 38% und 42%, für die zweite Verzahnungsvariante (36B) liegen sie zwischen 37% und 40%. Ein deutlicher Lasteinfluss ergibt sich nicht, mit zunehmender Drehzahl steigen die Wirkungsgrade an. Für das Wolfromgetriebe mit Kunststoffsteg und Fettschmierung ergeben sich für beide Verzahnungsauslegungen Wirkungsgrade, die um ca. 10% schlechter sind. Verwendet man anstatt einer Fettschmierung eine Öltauchschmierung ergeben sich für den Prototyp mit Messingsteg bei hohen Lasten kaum Unterschiede, mit abnehmender Last sinken die Wirkungsgrade aufgrund der zusätzlichen Leerlaufverluste stark ab. Entfernt man den Steg ergeben sich im Vergleich zu den Prototypen mit Messingsteg sowohl bei der Fettschmierung als auch bei der Öltauchschmierung keine Wirkungsgradunterschiede, was mit dem erhöhten Verschleiß der Lagerstellen der Planeten im Steg begründet werden kann.

Die Wirkungsgradberechnungen wurden durch Wirkungsgradmessungen bestätigt. Hierbei wurde für das Wolfromgetriebe ohne Steg ein neuer Berechnungsansatz vorgestellt. Entfernt man den Steg stützen sich die Planeten nicht mehr im Steg ab sondern in der Sonne. Die "Lagerkräfte" in der Sonne verursachen einen zusätzlichen Wälzleistungsfluss, der zu einem schlechteren Wirkungsgrad führt. Dieser Wirkungsgrad kann konstruktiv beeinflusst werden. Liegen die Lagerkräfte in der Sonne weiter auseinander werden sie kleiner und damit der Wirkungsgrad besser und umgekehrt. Entfernt man den Steg kann auf ein "komplexes" Bauteil verzichtet werden, was sich positiv auf die Kosten auswirkt, es führt jedoch zu einem schlechteren Wirkungsgrad. Das volle Wirkungsgradpotential kann nur mit einem sehr steifen Steg erzielt werden, bei dem sichergestellt ist, dass sich die Planeten nur in den Lagerstellen im Steg abstützen.

Die Methode zur Optimierung und Bewertung der Konzepte basiert auf einfachen Kriterien zur Dimensionierung, Berechnung und Bewertung, wodurch der Rechenaufwand in einem überschaubaren Rahmen bleibt. Die genauere Bestimmung des Bauraums, der Wirkungsgrade, Tragfähigkeiten usw. kann durch eine weitere schrittweise Detaillierung erfolgen. Mit steigender Detaillierung steigt jedoch auch die Anzahl der Variationsparameter zum Teil exponentiell an. Je nach Anforderungen sollte daher genau geprüft werden, ob der zusätzliche Rechenaufwand gerechtfertigt ist.

# 10 Zeichen und Einheiten

Zeichen	Einheit	Benennung
a	[mm]	Achsabstand
b	[mm]	Zahnbreite
d	[mm]	Durchmesser, Teilkreisdurchmesser
$d_a$	[mm]	Kopfkreisdurchmesser
$d_f$	[mm]	Fußkreisdurchmesser
$d_i$	[mm]	Innendurchmesser
$d_w$	[mm]	Wälzkreisdurchmesser
$d_L$	[mm]	Lagerdurchmesser
$d_{Na}$	[mm]	Kopfnutzkreisdurchmesser
$f_0$	[—]	Lagerbeiwert
$f_{rel}$	[—]	relativer Fehler
g	[—]	ganze Zahl
$h_f$	[mm]	Fußhöhe
$h_{f^*}$	[—]	Fußhöhenfaktor
i	[—]	Übersetzung
k	[-]	Drehzahlverhältnis
l	[mm]	Baulänge
$m_n$	[mm]	Normalmodul
$m_t$	[mm]	Stirnmodul
n	$[min^{-1} s^{-1}]$	Drehzahl
q	[-]	Anzahl Planeten
$s_R$	[mm]	Kranzdicke
t	[-]	größter gemeinsamer Teiler
u	[-]	Zähnezahlverhältnis
$v_{\sum C}$	[m/s]	Summengeschwindigkeit im Wälzpunkt C
x	[-]	Profilverschiebungsfaktor
x	[-]	wirklicher Wert einer Messgröße
$x_i$	[—]	wirklicher Wert einer einzelnen Messgröße
y	[—]	wirklicher Wert einer zusammengesetzten Messgrö-
		ße
z	[—]	Zähnezahl
D	[m]	Lager-Nenndurchmesser
$D_a$	[mm]	Außendurchmesser
F	[N]	Kraft
$F_{bt}$	[N]	Umfangskraft am Grundkreis
$F_u$	[N]	Umfangskraft
$F_r$	[N]	Radialkraft

wird fortgesetzt

Zeichen	Einheit	Benennung
$F_t$	[N]	Nenn-Umfangskraft
$G_x$	[—]	Gewichtungfaktor Kriterium x
$G_t$	[—]	Gewichtungfaktor Teilezahl
$G_{LP}$	[—]	Gewichtung Note Anzahl Lagerpaare
$G_W$	[—]	Gewichtung Note Anzahl Wellen
$G_Z$	[—]	Gewichtung Note Anzahl Zahnräder
$H_V$	[—]	Zahnverlustfaktor
$K_*$	[—]	K-Faktor
$K_A$	[—]	Anwendungsfaktor
$K_{F\alpha}$	[—]	Stirnfaktor für Zahnfußspannung
$K_{F\beta}$	[—]	Breitenfaktor für Zahnfußspannung
$K_{H\alpha}$	[—]	Stirnfaktor für Flankenpressung
$K_{H\beta}$	[—]	Breitenfaktor für Flankenpressung
$K_T$	[—]	Lastfaktor
$K_V$	[—]	Dynamikfaktor
L	[—]	L-Faktor
M	[Nm]	Drehmoment
$M_0$	[Nm]	drehzahlabhängiges Lagerreibungsmoment
$M_K^*$	[—]	spezifisches Moment K-Faktor
$M_U^*$	[—]	spezifisches Moment U-Faktor
$N_x$	[—]	Einzelnote Kriterium x
$N_{LP}$	[—]	Note Anzahl Lagerpaare
$N_T$	[—]	Note Teilezahl
$N_W$	[—]	Note Anzahl Wellen
$N_Z$	[—]	Note Anzahl Zahnräder
P	[W]	Leistung
$P_f$	[W]	Reibleistung
$P_{ab}$	[W]	Abtriebsleistung
$P_{an}$	[W]	Antriebsleistung
$P_K$	[W]	Kupplungsleistung
$P_V$	[W]	Verlustleistung
$P_{VD}$	[W]	Dichtungsverlustleistung
$P_{VL}$	[W]	lastabhängige Lagerverlustleistung
$P_{VL0}$	[W]	lastunabhängige Lagerverlustleistung
$P_{VX}$	[W]	sonstige Verlustleistungen
$P_{VZ}$	[W]	lastabhängige Verzahnungsverlustleistung
$P_{VZ0}$	[W]	lastunabhängige Verzahnungsverlustleistung
$P_W$	[W]	Wälzleistung
$R_a$	$[\mu m]$	arithmetischer Mittenrauhwert

wird fortgesetzt

Zeichen	Einheit	Benennung
$R_m$	$[N/mm^2]$	Zugfestigkeit
$S_F$	[—]	Zahnfußsicherheit
$S_H$	[—]	Grübchensicherheit
U	$[N/mm^2]$	U-Faktor
U	[m/s]	Umfangsgeschwindigkeit
$X_A$	[—]	Anpassungsfaktor
$X_L$	[—]	Schmierstofffaktor
$Y_F$	[—]	Formfaktor
$Y_{NT}$	[—]	Lebensdauerfaktor
$Y_{RrelT}$	[—]	Oberflächenfaktor
$Y_S$	[—]	Spannungskorrekturfaktor
$Y_X$	[—]	Größenfaktor
$Y_{\beta}$	[—]	Schrägenfaktor
$Y_{\delta relT}$	[—]	relative Stützziffer
$Z_E$	[—]	Elastizitätsfaktor
$Z_{B/D}$	[—]	Ritzel-/Rad-Einzeleingriffsfaktor
$Z_H$	[—]	Zonenfaktor
$Z_{NT}$	[—]	Lebensdauerfaktor
$Y_R$	[—]	Rauheitsfaktor
$Z_V$	[—]	Geschwindigkeitsfaktor
$Z_W$	[—]	Werkstoffpaarungsfaktor
$Z_X$	[—]	Größenfaktor
$Z_{eta}$	[—]	Schrägenfaktor
$Z_{\varepsilon}$	[—]	Überdeckungsfaktor
$\alpha_n$	[°]	Normaleingriffswinkel
$lpha_{wt}$	[°]	Betriebseingriffswinkel
eta	[°]	Schrägungswinkel
$\beta_b$	[°]	Grundkreisschrägungswinkel
δ	[°]	Teilungswinkel
$\delta_Z$	[°]	Zähnezahlunterschied
$\varepsilon_g$	[—]	Gesamtüberdeckung
$\varepsilon_{lpha}$	[—]	Profilüberdeckung
$\varepsilon_{1/2}$	[—]	Kopfüberdeckung
$\zeta$	[%/-]	Verlustgrad
$\zeta_Z$	[%/-]	Verzahnungsverlustgrad
$\eta$	[%/-]	Wirkungsgrad
$\eta_{12/21}$	[%/-]	Standwirkungsgrad
$\eta_{oil}$	[%/-]	dynamische Schmierstoffviskosität bei Betriebstem-
		peratur

wird fortgesetzt

Zeichen	Einheit	Benennung
$\Delta x$	[-]	Fehler der Einzelgröße
$\Delta x_i$	[—]	Fehler der Einzelgröße
$\Delta y$	[—]	Abweichung des Messwerts vom wirklichen Wert
$\Delta \eta$	[—]	Abweichung des Wirkungsgrads vom Mittelwert
$\eta_{Uml}$	[%/-]	Umlaufwirkungsgrad
$\eta_Z$	[%/-]	Verzahnungswirkungsgrad
$\mu$	[-]	Reibungszahl
$\mu_m$	[—]	mittlere Verzahnungsreibungszahl
ν	$[mm^2/s]$	kinematische Viskosität bei des Schmierstoffs bei
		Betriebstemperatur
$ u_{40}$	$[mm^2/s]$	kinematische Viskosität bei 40°C
$ u_{100}$	$[mm^2/s]$	kinematische Viskosität bei 100°C
$\rho_{20}$	$[kg/mm^3]$	Dichte bei 20°C
$ ho_{redC}$	[mm]	Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt C
$\sigma_{F0}$	$[N/mm^2]$	Zahnfußnennspannung
$\sigma_F$	$[N/mm^2]$	auftretende Zahnfußspannung
$\sigma_{FE}$	$[N/mm^2]$	Dauerfestigkeit Fuß
$\sigma_{FP}$	$[N/mm^2]$	zulässige Zahnfußspannung
$\sigma_H$	$[N/mm^2]$	auftretende Flankenpressung
$\sigma_{H0}$	$[N/mm^2]$	Nominelle Flankenpressung
$\sigma_{Hlim}$	$[N/mm^2]$	Dauerfestigkeit Flanke
$\sigma_{HP}$	$[N/mm^2]$	zulässige Flankenpressung
$\varphi$	[—]	Übersetzungsbereich
ω	$[s^{-1}]$	Winkelgeschwindigkeit

### Indizes:

Zeichen	Benennung
1	Zentralrad 1, Ritzel
2	Zentralrad 2, Rad
а	angeschlossene Koppelwelle eines elementaren Koppelgetriebes
ab	Abtrieb
an	Antrieb
е	Einzelwelle eines elementaren Koppelgetriebes
f	freie Koppelwelle eines elementaren Koppelgetriebes
fest	mit dem Gehäuse/Fundament fest verbunden
gem	Gemeinsam
ges	Gesamt
max	Maximum
min	Minimum
р	Planet
	wird fortgesetzt

Zeichen	Benennung
p1	Planet 1
p2	Planet 2
rel	Relativ
S	Steg
I	Einzelwelle I
II	Einzelwelle II
Н	Hohlrad
LP	Lagerpaar
S	angeschlossene Koppelwelle, Sonne
S1	Stufe 1
S2	Stufe 2
W	Welle
Z	Zahnrad
ſ	Wälzanteil der Drehzahl, Kennzeichung der Indizes des zweiten Teil-
	getriebes
"	Kupplungsanteil der Drehzahl, Kennzeichung der Indizes des dritten
	Teilgetriebes

## Literaturverzeichnis

- [1] MÜLLER, H. W.: *Die Umlaufgetriebe*. 2. Auflage. Berlin Heidelberg New York Tokyo : Springer Verlag, 1997
- [2] EHRLENSPIEL, K.; KIEWERT, A.; LINDEMANN, U.: *Kostengünstig Entwickeln und Konstruieren*. 6. Auflage. Berlin Heidelberg : Springer Verlag, 2007
- [3] WOLF, A.: Die Grundgesetzte der Umlaufgetriebe. Braunschweig : Viehweg, 1958
- [4] ARNAUDOW, K.; KARAIVANOV, D.: Einfache Bestimmung. Systematik, Eigenschaften und Möglichkeiten von zusammengesetzten Mehrsteg-Planetengetrieben. In: Antriebstechnik 44, Heft 5, S.58-65, 2005
- [5] POPPINGA, R.: *Stirnrad-Planetengetriebe*. Stuttgart : Frankh'sche Verlagsbuchhandlung, W. Keller&Co., 1949
- [6] JENSEN, P. W.: Raumbedarf und Wirkungsgrad zusammengesetzter Planetengetriebe mit einstufigem Planetenrad. In: *Konstruktion 21, Heft 5*, 1969
- [7] SCHNETZ, K.: Optimierung zusammengesetzter Planetenkoppelgetriebe. In: Fortschrittsberichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 1, Nr. 30, VDI-Verlag, 1971
- [8] DREHER, K.: *Rechnergestützte Optimierung von Planetenkoppelgetrieben*, TH Darmstadt, Diss., 1983
- [9] GRÜSCHOW, G.: *Optimierung von Planetengetrieben*, TH Braunsschweig, Diss., 1986
- [10] SCHNETZ, K.: Reduzierte Planeten-Koppelgetriebe, TH Darmstadt, Diss., 1976
- [11] HÖHN, B.-R.; STEINGRÖVER, K.; MULZER, F.; MOENCH, J.: A new Method for Selecting High Ratio Coaxial Gear Drives for Specific Aplications. In: VDI-Berichte 1904.1, S. 301-310. International Conference on Gears, September 14-16, 2005
- [12] HÖHN, B.-R.; STEINGRÖVER, K.; MULZER, F.: Un nuovo metodo di scelta per riduttori coassiali. In: Organi di Transmissione 3, p. 60-63, 2007
- [13] HÖHN, B.-R.; MULZER, F.: Hochübersetzende koaxiale Getriebe. In: Berliner Kreis Newsletter 2/2008 - Nr. 11, 2008
- [14] KUTZBACH, K.: Mehrgliedrige Radgetriebe und ihre Gesetze. In: *Maschinenbau* 6, H. 22, S. 1080/1083, 1927
- [15] KUTZBACH, K.: Hütte II. 26. Auflage. Berlin : Ernst & Sohn, 1931
- [16] LOOMAN, J.: Zahnradgetriebe. 2. Auflage. Berlin : Springer Verlag, 1988

- [17] DIN, 3960: Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventen-Verzahnung, 1987
- [18] STANGL, M.: Methodik zur kinematischen und kinetischen Berechnung mehrwelliger Planeten-Koppelgetriebe, Universität München, Diss., 2007
- [19] JANEK, B.: Spielarme Zykloidengetriebe f
  ür Roboteranwendungen. In: Antriebstechnik 39, Nr.5, 2000
- [20] ANDERS, J.: *Entwicklung eines Exzentergetriebes mit Zykloidenverzahnung*, TU München, Diplomarbeit, 2006
- [21] GUMPOLTSBERGER, G.: Systematische Synthese und Bewertung von mehrgängigen Planetengetrieben, Universität Chemnitz, Diss., 2006
- [22] DIN, 3990: Trägfähigkeitsberechnung von Stirnrädern, Einführung und allgemeine Einflussfaktoren, 1987
- [23] ISO, 6336: Load capacity of spur gears, 2006
- [24] BRINK, P.: Zahnfußtragfähigkeit oberflächengehärteter Stirnräder bei Lastrichtungsumkehr, Universität München, Diss., 1989
- [25] NIEMANN, G.; WINTER, H.: Maschinenelemente. Bd. 2. 2. Auflage. Berlin Heidelberg New York Tokyo : Springer Verlag, 2003
- [26] SCHMIDT, W.: FVA-Heft Nr. 165: FVA-Forschungsvorhaben 45 I+II, Untersuchungen zur Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit geradverzahnter evolventischer Innenstirnräder / Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA). Frankfurt/Main, 1985. – Forschungsbericht. – Abschlußbericht
- [27] SCHUBERT, M.: FVA-Heft Nr. 379: FVA-Forschungsvorhaben 45 III, Einfluß der Radkranzdicke auf die Zahnfußspannung innenverzahnter Stirnräder / Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA). Frankfurt/Main, 1993. – Forschungsbericht. – Abschlußbericht
- [28] VDI-RICHTLINIE, 2737: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit von Innenverzahnungen mit Zahnkranzeinfluss, 2003
- [29] HANTSCHAK, F.: FVA-Heft Nr. 748: FVA-Forschungsvorhaben 389, Rationelle, genaue Analyse der Zahnfußbeanspruchung von Innenzahnrädern unter Berücksichtigung des Kranzeinflusses und modifizierter Zahngrundgestaltung / Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA). Frankfurt/Main, 2004. – Forschungsbericht. – Abschlußbericht
- [30] POPOV, V.: Überdeckungsgrad und Tragfähigkeit von Exzentergetrieben mit Evolventenverzahnung, Universität Magdeburg, Diss., 1996

- [31] JAROS, M.: Integration des STEP-Produktdatenmodells in den Getriebeentwicklungsprozess, Universität München, Diss., 2007
- [32] DIN, 867: Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern (Zylinderrädern) für den allgemeinen und den Schwermaschinenbau, 2000
- [33] TUPLIN, W. A.: Gear Design. Brighton, London : Machinery Publishing, 1962
- [34] RÜSCHOFF, R.: FVA-Heft 675: FVA-Forschungsvorhaben 254 II, Analyse der Wechselwirkungen von Mehrfacheingriff am Beispiel Planetengetriebe / Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA). Frankfurt/Main, 2003. – Abschlussbericht
- [35] STEINGRÖVER, K.: *FVA-Heft Nr. 241: FVA-Stirnradprogramm STplus, Version 5.0.* Frankfurt/Main: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2006. – Programmdokumentation
- [36] O'CONNOR, B. M. u.: Axle Efficiency Response to Synthetic Lubricant Componets. In: *SAE-paper Nr. 821181*, 1982
- [37] RICHTER, M.: Der Verzahnungswirkungsgrad und die Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Schraubenradgerieben, Universität München, Diss., 1976
- [38] REITER, H.: Verluste und Wirkungsgrade bei Traktorgetrieben. 1990. VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 14, Nr. 46, VDI-Verlag
- [39] DIN, 1319: Grundlagen der Meßtechnik, 1996
- [40] KETTLER, J.: Ölsumpftemperatur von Planetengetrieben, Universität Bochum, Diss., 2001
- [41] STRASSER, D.: Einfluss des Zahnflanken- und Zahnkopfspieles auf die Leerlaufverlustleistung von Zahnradgetrieben, Universität Bochum, Diss., 2005
- [42] WIMMER, A.: Lastverluste von Stirnradverzahnungen, Universität München, Diss., 2006
- [43] SCHLENK, L.: FVA-Heft 443: FVA-Forschungsvorhaben 166, Größeneinfluss Fressen / Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA). Frankfurt / Main, 1995. – Forschungsbericht. – Abschlussbericht
- [44] OHLENDORF, H.: Verlustleistung und Erwärmung von Stirnrädern, TH München, Diss., 1958
- [45] LAUSTER, E.: Untersuchungen und Berechnungen zum Wärmehaushalt mechanischer Schaltgetriebe, Universität Stuttgart, Diss., 1980

- [46] WALTER, P. ; LANGENBECK, K.: FVA-Heft 118: FVA-Forschungsvorhaben 44/I, Anwendungsgrenzen für Tauchschmierung von Zahnradgetrieben, Plansch- und Quetschverluste bei Tauchschmierung. 1982. – Forschungsbericht
- [47] MAUZ, W.: Hydraulische Verluste von Stirnradgetrieben bei Umfangsgeschwindigkeiten bis 60 m/s, Universität Stuttgart, Diss., 1987
- [48] NIEMANN, G.; WINTER, H.; HÖHN, B.-R.: *Maschinenelemente*. Bd. 1. 3. Auflage. Berlin Heidelberg New York : Springer Verlag, 2001
- [49] INA, FAG: Wälzlagerkatalog. Schäffler Gruppe, 2006
- [50] ISO, 14179-1: Gears. Thermal capacity. Rating gear drives with thermal equilibrium at 95C sump temperature, 2001
- [51] ISO, 14179-2: Gears. Thermal capacity. Thermal load carrying capacity, 2001
- [52] LICHARZ, GmbH: Konstruieren mit Kunststoffen. 2. Auflage, 2005
- [53] STAHL, K. ; MULZER, F.: Auslegung und Berechnung des Duo-Planetengetriebes. In: *Konstruktion 61, Heft 6*, 2009

# A Getriebesystematik

## A.1 Grundvarianten



Bild A.1: Reihengetriebe (Fortsetzung nächste Seite)



Bild A.2: Reihengetriebe (Fortsetzung)



**Bild A.3:** Koppelgetriebe mit Antrieb an Einzelwelle und Abtrieb an angeschlossener Koppelwelle (Fortsetzung nächste Seite)



**Bild A.4:** Koppelgetriebe mit Antrieb an Einzelwelle und Abtrieb an angeschlossener Koppelwelle (Fortsetzung)



**Bild A.5:** Koppelgetriebe mit Antrieb an angeschlossener Koppelwelle und Abtrieb an Einzelwelle (Fortsetzung nächste Seite)


**Bild A.6:** Koppelgetriebe mit Antrieb an angeschlossener Koppelwelle und Abtrieb an Einzelwelle (Fortsetzung)

## A.2 Abgeleitete Varianten (Vereinfachungsmöglichkeiten)





Bild A.7: Vereinigung von zwei Zentralrädern (Fortsetzung nächste Seite)



Bild A.8: Vereinigung von zwei Zentralrädern (Fortsetzung)

\_\_\_

"





Bild A.9: Vereinigung von zwei Zentralrädern (Fortsetzung)



Bild A.10: Vereinigung von zwei Zentralrädern (Fortsetzung)

uqu

*mm* 





Bild A.11: Vereinigung von zwei Zentralrädern (Fortsetzung)





Bild A.12: Vereinigung von zwei Zentralrädern (Fortsetzung)



Bild A.13: Einfache Umlaufgetriebe mit Stufenplanet (Fortsetzung siehe unten)



Bild A.14: Einfache Umlaufgetriebe mit Stufenplanet (Fortsetzung)



Bild A.15: Einfache Umlaufgetriebe mit Stufenplanet (Fortsetzung)



Bild A.16: Reduzierte Koppelgetriebe mit Stufenplanet (Fortsetzung nächste Seite)



Bild A.17: Reduzierte Koppelgetriebe mit Stufenplanet (Fortsetzung)



Bild A.18: Reduzierte Koppelgetriebe mit Stufenplanet (Fortsetzung)



Bild A.19: Einfache Umlaufgetriebe mit durchgehendem Planet (Fortsetzung siehe unten)



Bild A.20: Einfache Umlaufgetriebe mit durchgehendem Planet (Fortsetzung)



Bild A.21: Einfache Umlaufgetriebe mit durchgehendem Planet (Fortsetzung)



Bild A.22: Reduzierte Koppelgetriebe mit durchgehendem Planet (Fortsetzung nächste Seite)



Bild A.23: Reduzierte Koppelgetriebe mit durchgehendem Planet (Fortsetzung)



Bild A.24: Reduzierte Koppelgetriebe mit durchgehendem Planet (Fortsetzung)



Bild A.25: Offene Umlaufgetriebe (Fortsetzung nächste Seite)



Bild A.26: Offene Umlaufgetriebe (Fortsetzung)



Bild A.27: Offene Umlaufgetriebe (Fortsetzung)

# **B** Tabellen und Arbeitsblätter nach Müller

## **Die Drehzahlen**

Arbeitsblatt 1

### Bezeichnungen der Drehzahlverhältnisse:

Übersetzung i bei zwangläufigen Getrieben:  $i_{xy} = \frac{n_x}{n_y} = \frac{1}{i_{yx}}$ 

Freies Drehzahlverhältnis k bei 3 laufenden Wellen

$$k_{xy} = \frac{n_x}{n_y} = \frac{1}{k_{yx}}$$

### A. Drehzahl-Grundgleichung der Umlaufgetriebe

$n_1 - n_2 i_{12} - n_s (1 - i_{12}) = 0$	und	$i_{12} = \frac{n_1 - n_s}{n_2 - n_s}$
---	-----	--

#### B. Gegenseitige Zuordnung der Übersetzungen i bei 2 laufenden Wellen

i <sub>xy</sub> =	f (i <sub>12</sub> )	f (i <sub>21</sub> )	f (i <sub>1s</sub> )	f (i <sub>s1</sub> )	f (i <sub>2s</sub> )	f (i <sub>s2</sub> )
i <sub>12</sub> =	i <sub>12</sub>	1/i <sub>21</sub>	$1 - i_{1s}$	$1 - 1/i_{s1}$	$1/(1 - i_{2s})$	$i_{s2}/(i_{s2}-1)$
i <sub>21</sub> =	1/i <sub>12</sub>	i <sub>21</sub>	$1/(1-i_{1s})$	$i_{s1}/(i_{s1}-1)$	$1 - i_{2s}$	$1 - 1/i_{s2}$
i <sub>1s</sub> =	$1 - i_{12}$	$1 - 1/i_{21}$	i <sub>1s</sub>	1/i <sub>s1</sub>	$i_{2s}/(i_{2s}-1)$	$1/(1 - i_{s2})$
$i_{s1} =$	$1/(1-i_{12})$	$i_{21}/(i_{21}-1)$	1/i <sub>1s</sub>	i <sub>s1</sub>	$1 - 1/i_{2s}$	$1 - i_{s2}$
$i_{2s} =$	$1 - 1/i_{12}$	$1 - i_{21}$	$i_{1s}/(i_{1s}-1)$	$1/(1-i_{s1})$	i <sub>2s</sub> 1/i <sub>s2</sub>	
$i_{s2} =$	$i_{12}/(i_{12}-1)$	$1/(1 - i_{21})$	$1 - 1/i_{1s}$	$1 - i_{s1}$	1/i <sub>2s</sub>	i <sub>s2</sub>

### C. Gegenseitige Zuordnung der freien Drehzahlverhältnisse k bei 3 lfd. Wellen

$k_{xy} =$	f (k <sub>12)</sub>	f (k <sub>21</sub> )	f (k <sub>1s</sub> )	f (k <sub>s1</sub> )	f (k <sub>2s)</sub>	f (k <sub>s2</sub> )
k <sub>12</sub> =	k <sub>12</sub>	$\frac{1}{k_{21}}$	$\frac{k_{1s}i_{12}}{k_{1s}-1+i_{12}}$	$\frac{i_{12}}{1-k_{s1}(1-i_{12})}$	$\frac{1 - i_{12}(1 - k_{2s})}{k_{2s}}$	$k_{s2}(1-i_{12})+i_{12}$
k <sub>21</sub> =	$\frac{1}{k_{12}}$	k <sub>21</sub>	$\frac{k_{1s} - 1 + i_{12}}{k_{1s}i_{12}}$	$\frac{1-k_{s1}(1-i_{12})}{i_{12}}$	$\frac{k_{2s}}{1-i_{12}(1-k_{2s})}$	$\frac{1}{k_{s2}(1-i_{12})+i_{12}}$
k <sub>1s</sub> =	$\frac{1-i_{12}}{1-i_{12}/k_{12}}$	$\frac{1-i_{12}}{1-i_{12}k_{21}}$	k <sub>1s</sub>	$\frac{1}{k_{sl}}$	1-i <sub>12</sub> (1-k <sub>2s</sub> )	$1 - i_{12} + \frac{i_{12}}{k_{s2}}$
k <sub>s1</sub> =	$\frac{1-i_{12}/k_{12}}{1-i_{12}}$	$\frac{1-i_{12}k_{21}}{1-i_{12}}$	$\frac{1}{k_{1s}}$	k <sub>s1</sub> .	$\frac{1}{1-i_{12}(1-k_{2s})}$	$\frac{1}{1 - i_{12} + i_{12}/k_{s2}}$
k <sub>2s</sub> =	$\frac{1-i_{12}}{k_{12}-i_{12}}$	$\frac{1-i_{12}}{1/k_{21}-i_{12}}$	$\frac{k_{1s} - 1 + i_{12}}{i_{12}}$	$\frac{\frac{1/k_{s1}-1+i_{12}}{i_{12}}}{i_{12}}$	k <sub>2s</sub>	$\frac{1}{k_{s2}}$
k <sub>s2</sub> =	$\frac{k_{12} - i_{12}}{1 - i_{12}}$	$\frac{1/k_{21}-i_{12}}{1-i_{12}}$	$\frac{i_{12}}{k_{1s}-1+i_{12}}$	$\frac{i_{12}}{1/k_{s1}-1+i_{12}}$	$\frac{1}{k_{2s}}$	k <sub>s2</sub>

## Drehmomente und Umlaufwirkungsgrade

#### A. Drehmomente

Die Drehmomente M sind abhängig von der Richtung des jeweiligen Wälzleistungsflusses, d.h. vom Vorzeichen von w1, nicht jedoch von den Drehzahlen.

$\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \mathbf{M}_s = 0$	$M_1: M$	[ <sub>2</sub> : M <sub>s</sub> ≈	≈ konst	
$\frac{M_2}{M_1} = -i_{12}\eta_o^{w1}$	$\frac{M_s}{M_1} = i$	$_{12}\eta_{o}^{w1} - 1$	$\frac{M_s}{M_2}$	$=\frac{1}{i_{12}\eta_0^{w1}}-1$

wobei für w1 = +1  $\rightarrow$   $\eta_0^{w1} = \eta_{12}$  und für w1 = -1  $\rightarrow$   $\eta_0^{w1} = 1/\eta_{21}$ mit w1 aus Tab. Arbeitsblatt 2,C oder 3,A oder aus Gl.(2.13): w1 =  $\frac{M_1(n_1 - n_s)}{|M_1(n_1 - n_s)|}$ 

#### $\textbf{Umlaufwirkungsgrade} \ \eta_{\textbf{Uml}}$

Indices bei 2 lfd. Wellen: erster Index Antriebswelle, zweiter Index Abtriebswelle. Bei drei laufenden Wellen s. Arbeitsblatt 3 unter Spalten "Lfl".

#### B. Umlaufwirkungsgrad für einen gegebenen Betriebszustand

(für selbsthemmungsfähige Umlaufgetriebe beachte jedoch Abschnitt 2.4.2.2):

$$\eta_{\text{Uml}} = 1 - \frac{M_1(\omega_1 - \omega_s)(1 - \eta_o^{w1})}{\Sigma P_{an}}$$

#### C. Umlaufwirkungsgrade bei zwei laufenden Wellen

	i <sub>12</sub> < 0	$0 < i_{12} < 1$	i <sub>12</sub> > 1
$\eta_{1s}$	$\frac{i_{12}\eta_{12} - 1}{i_{12} - 1}$	$\frac{i_{12} / \eta_{21} - 1}{i_{12} - 1}$	$\frac{i_{12}\eta_{12} - 1}{i_{12} - 1}$
w1	+1	-1	+1
$\eta_{s1}$	$\frac{i_{12}-1}{i_{12}/\eta_{21}-1}$	$\frac{i_{12}-1}{i_{12}\eta_{12}-1}$	$\frac{i_{12}-1}{i_{12}/\eta_{21}-1}$
w1	-1	+1	-1
$\eta_{2s}$	$\frac{i_{12} - \eta_{21}}{i_{12} - 1}$	$\frac{i_{12} - \eta_{21}}{i_{12} - 1}$	$\frac{i_{12} - 1/\eta_{12}}{i_{12} - 1}$
w1	-1	-1	+1
η <sub>s2</sub>	$\frac{i_{12}-1}{i_{12}-1/\eta_{12}}$	$\frac{i_{12}-1}{i_{12}-1/\eta_{12}}$	$\frac{i_{12}-1}{i_{12}-\eta_{21}}$
w1	+1	+1	-1

## A. Betriebsbereiche bei 3 laufenden Wellen Arbeitsblatt 3

Betriebsbereich					Leis	stungstl	eilg.	Leist	gssumm	nierg
i <sub>12</sub>	$k_{12}^{+}$	k <sub>1s</sub>	k <sub>2s</sub>	Glw	Fall	Lfl	w1	Fall	Lfl	w1
	< i <sub>12</sub>	> i <sub>1s</sub>	< 0	1	A	$1 <_{s}^{2}$	+1	В	$s^{2} > 1$	-1
< 0	i <sub>12</sub> 0	< 0	> i <sub>2s</sub>	2	С	$2 >_{s}^{1}$	-1	D	$\frac{1}{s} > 2$	+1
	01	01	1i <sub>2s</sub>	S	Е	$s < ^{1}_{2}$	+1	F	$\frac{1}{2} > s$	-1
	>1	1i <sub>1s</sub>	01	S	G	_s<12_	-1	Н	$\frac{1}{2} > s$	+1
	< 0	0i <sub>1s</sub>	i <sub>2s</sub> 0	S	Е	$s > \frac{1}{2}$	+1	F	$\frac{1}{2} > s$	-1
01	0i <sub>12</sub>	< 0	< i <sub>2s</sub>	2	С	2 < <mark>1</mark>	-1	D	$\frac{1}{s} > 2$	+1
	i <sub>12</sub> 1	>1	>1	1	Α	$1 <_{s}^{2}$	+1	В	$s^{2} > 1$	-1
	>1	<u>i<sub>1s</sub>1</u>	01	1	I	$1 < s^{2}$	-1	K	$\frac{2}{s} > 1_{-}$	+1
	< 0	i <sub>1s</sub> 0	0i <sub>2s</sub>	S	G	s <12	-1	н	$\frac{1}{2} > s$	+1
>1	01	01	i <sub>2s</sub> 1	2	L	2 < <mark>1</mark>	+1	М	$\frac{1}{s} > 2$	-1
	1i <sub>12</sub>	>1	>1	2	С	$2 <_{s}^{1}$	-1	D	$\frac{1}{s} > 2$	+1
	> i <sub>12</sub>	< i <sub>1s</sub>	< 0	1	Α	$1 <_{s}^{2}$	+1	В	$s^{2} > 1$	-1

gegeben durch  $i_{12}$  und ein beliebiges freies Drehzahlverhältnis k

Glw: Gesamtleistungswelle, Lfl: äußerer Leistungsfluß, w1: Exponent von  $\eta_0^{w1}$ 

B.	Umlaufw	irkungsgrade	für	obige	Betrieb	sbereich	e A	bis	Μ	
----	---------	--------------	-----	-------	---------	----------	-----	-----	---	--

Fall Lf	Umlaufwirkungsgrad	Fal	l Lfl	Umlaufwirkungsgrad .
A $1 <_{s}^{2}$	$\frac{k_{12} - i_{12} + i_{12}\eta_{12}(1 - k_{12})}{k_{12}(1 - i_{12})}$	В	$s^{2} > 1$	$\frac{k_{12}\eta_{21}(1-i_{12})}{\eta_{21}(k_{12}-i_{12})+i_{12}(1-k_{12})}$
C $2 < \frac{1}{s}$	$\frac{k_{12} - i_{12} + \eta_{21}(1 - k_{12})}{1 - i_{12}}$	D	$\frac{1}{s} > 2$	$\frac{\eta_{12}(1-i_{12})}{\eta_{12}(k_{12}-i_{12})+1-k_{12}}$
E $s <_2^1$	$\frac{(k_{12} - i_{12}\eta_{12})(1 - i_{12})}{(k_{12} - i_{12})(1 - i_{12}\eta_{12})}$	F	$\frac{1}{2}$ > s	$\frac{(\mathbf{k}_{12} - \mathbf{i}_{12})(\eta_{21} - \mathbf{i}_{12})}{(\mathbf{k}_{12}\eta_{21} - \mathbf{i}_{12})(1 - \mathbf{i}_{12})}$
$G s < \frac{1}{2}$	$\frac{(k_{12}\eta_{21}-i_{12})(1-i_{12})}{(k_{12}-i_{12})(\eta_{21}-i_{12})}$	н	$\frac{1}{2}$ >s	$\frac{(\mathbf{k}_{12} - \mathbf{i}_{12})(1 - \mathbf{i}_{12}\eta_{12})}{(\mathbf{k}_{12} - \mathbf{i}_{12}\eta_{12})(1 - \mathbf{i}_{12})}$
$I  1 <_s^2$	$\frac{\eta_{21}(k_{12}-i_{12})+i_{12}(1-k_{12})}{k_{12}\eta_{21}(1-i_{12})}$	K	$s^{2} > 1$	$\frac{k_{12}(1-i_{12})}{k_{12}-i_{12}+i_{12}\eta_{12}(1-k_{12})}$
L 2<	$\frac{\eta_{12}(k_{12}-i_{12})+1-k_{12}}{\eta_{12}(1-i_{12})}$	M	$\frac{1}{s} > 2$	$\frac{1-i_{12}}{k_{12}-i_{12}+\eta_{21}(1-k_{12})}$

# C Messprotokolle



Anhang





Anhang



# Dissertationen der FZG

1.	PERRET, H.	Übertragung konstanter Leistung durch stufenlos mechanische Regeltriebe. TH Braunschweig 1935.
2.	BELLMANN, H.	Beiträge zur Prüfung von Bremsbelägen. TH Braunschweig 1939.
3.	HIERSIG, H.M.	Der Zusammenhang von Gestaltung und Beanspruchung bei Schne- ckengetrieben mit Evolventenverzahnung. TH Braunschweig 1943.
4.	HELBIG, F.	Walzenfestigkeit und Grübchenbildung von Zahnrad- und Wälzlager- werkstoffen. TH Braunschweig 1943.
5.	ARF, D.	Pendelrollenlager mit symmetrischen und unsymmetrischen Rollen. TH Braunschweig 1944.
6.	OESMANN, W.	Entwicklung einer Stahlsand-Schalt- und Regelkupplung. TH Braun- schweig 1945.
7.	RUBO, E.	Ermittlung der Achsfehler-Empfindlichkeit verschiedener Zylinder- Schneckengetriebe mit Hilfe des Einlauf-Abschliffvolumens. TH Braunschweig 1948.
8.	GLAUBNITZ, H.	Drehmomentmessungen zum Wendevorgang bei Raupenfahrwerken. TH Braunschweig 1948.
9.	TALKE, H.	Beiträge zur hydrodynamischen Schmiertheorie des ebenen Gleit- schuhes auf ebener Fläche. TH Braunschweig 1948.
10.	CRAMER, H.	Über die Reibung und Schmierung feinmechanischer Geräte. TH Braunschweig 1949.
11.	THOMAS, W.	Reibscheiben-Regelgetriebe mit Linienberührung. TH Braunschweig 1949.
12.	MAUSHAKE, W.	Theoretische Untersuchung von Schneckengetrieben mit Globoid- schnecke und Stirnrad. TH Braunschweig 1950.
13.	KRAUPNER, K.W.	Das plastische Verhalten umlaufender Stahlrollen bei Punktberüh- rung. TH Braunschweig 1951.
14.	BANASCHEK, K.	Die Gleitreibung geschmierter Flächen kleiner Schmiegung. Einfluß von Werkstoffpaarung, Krümmung, Oberfläche und Schmierstoff. TH Braunschweig 1951.
15.	HEYER, E.	Versuche mit Zylinderschneckentrieben. Einfluß von Zahnform, Mo- dul, Durchmesser und Schmierstoff auf Verlustleistung und Tragfähig- keit. TH München 1952.
16.	HENTSCHEL, G.	Der Hochleistungswälztrieb. Entwicklungsstand und Entwicklungs- möglichkeiten. TH München 1952.
17.	WINTER, H.	Tragfähigste Evolventengeradverzahnung. TH München 1954.
18.	ROY, A.K.	Spannungsoptische Untersuchung eines schrägverzahnten Stirnra- des. TH München 1957.
19.	RETTIG, H.	Dynamische Zahnkraft. TH München 1957.
20.	OHLENDORF, H.	Verlustleistung und Erwärmung von Stirnrädern. TH München 1958.
21.	UNTERBERGER, M.	Geräuschuntersuchungen an geradverzahnten Zahnrädern. TH Mün- chen 1958.

22.	LOOMAN, J.	Das Abrichten von profilierten Schleifscheiben zum Schleifen von schrägverzahnten Stirnrädern. TH München 1959.
23.	JARCHOW, F.	Versuche an Stirnrad-Globoidschneckentrieben. TH München 1960.
24.	POPOVIC, L.	Einfluß von Zahnform und Bearbeitung auf die Zahnfußfestigkeit. TH München 1960.
25.	EHRLENSPIEL, K.	Die Festkörperreibung von geschmierten und ungeschmierten Metall- paarungen mit Linienberührung. TH München 1962.
26.	PITTROFF, H.	Riffelbildung infolge Stillstandserschütterungen bei Wälzlagern. TH München 1962.
27.	SCHREIBER, H.	Zur Auswertung von Lebensdauerversuchen an Wälzlagern. TH Mün- chen 1962.
28.	ROTH, K.	Untersuchungen über die Eignung der Evolventenzahnform für ei- ne allgemein verwendbare feinwerktechnische Normverzahnung. TH München 1963.
29.	NARUSE, Ch.	Verschleiß, Tragfähigkeit und Verlustleistung bei Schraubenradgetrie- ben. TH München 1964.
30.	GARTNER, F.	Die Mischreibung bei Linienberührung. TH München 1964.
31.	ASSMANN, H.	Vergleichende Untersuchung von Getriebeölen im FZG-Stirnrad- und Esso-Hypoidprüfstand. TH München.
32.	REISTER, D.	Einseitiges Breitentragen bei Stirnrädern. TH München 1965.
33.	KORRENN, H.	Gleitreibung in den Kontaktstellen zwischen den Wälzkörpern und den Laufbahnen der Ringe von Wälzlagern. TH München 1965.
34.	HÖSEL, Th.	Geräuschuntersuchungen an schrägverzahnten Stirnrädern mit Evol- ventenverzahnung. TH München 1965.
35.	LANGENBECK, K.	Die Verschleiß- und Freßgrenzlast der Hypoidgetriebe. TH München 1966.
36.	MEMMEL, M.	Untersuchungen über die Tragfähigkeit und Gebrauchsdauer von Ge- lenklagern. TH München 1966.
37.	BÖTSCH, H.	Der Einfluß der Oberflächenbearbeitung und -behandlung auf die Flankenfestigkeit von Stirnrädern aus Vergütungsstahl. TH München 1966.
38.	LECHNER, G.	Die Freßlastgrenze bei Stirnrädern aus Stahl. TH München 1966.
39.	LANGE, S.	Untersuchungen von Helicon- und Spiroidgetrieben mit abwickelbaren Schneckenflanken nach der hydrodynamischen und nach der Hertz- schen Theorie. TH München 1967.
40.	SCHWÄGERL, D.	Untersuchung von Helicon- und Spiroidgetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil nach der Hertzschen und nach der hydrodynami- schen Theorie. TH München 1967.
41.	MICHELS, K.	Schneckengetriebe mit Werkstoffpaarung Stahl/Grauguß. TH Mün- chen 1968.
42.	GACKSTETTER, G.	Verlustarme Verzahnung. TH München 1968.
43.	GEUPEL, H.	Flüssigkeitsreibung bei Punktberührung. TH München 1969.
44.	GREKOUSSIS, R.	Vergleichende Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Stirnrädern. TH München 1969.

168		Systematik hoch übersetzender koaxialer Getriebe
45.	BAETHGE, J.	Zahnfederhärte, Drehwegfehler und Geräusch bei Stirnrädern. TH München 1969.
46.	SCHULZ, H.D.	Untersuchung über Tragfähigkeiten und Verlustleistung von Schne- ckengetrieben mit trapezförmigem Schneckenprofil und kegeliger Schnecke. TH München 1969.
47.	STÖLZLE, K.	Leistungsübertragung in Planetengetrieben bei statischem und dyna- mischem Betrieb. Berechnung, Optimierung und Versuchsergebnisse. TH München 1970.
48.	SEITZINGER, K.	Die Erwärmung einsatzgehärteter Zahnräder als Kennwert für ihre Freßtragfähigkeit. TU München 1971.
49.	STÖSSEL, K.	Reibungszahlen unter elasto-hydrodynamischen Bedingungen. TU München 1971.
50.	SCHMIDT, G.	Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Be- rücksichtigung der Lastverteilung. TU München 1972.
51.	HIRT, M.	Einfluß der Zahnfußausrundung auf Spannung und Festigkeit von Ge- radstirnrädern. TU München 1974.
52.	WILKESMANN, H.	Berechnung von Schneckengetrieben mit unterschiedlichen Zahn- profilformen (Tragfähigkeits- und Verlustleistung für Hohlkreis-, Evolventen- und Geradlinienprofil). TU München 1974.
53.	RICHTER, M.	Der Verzahnungswirkungsgrad und die Freßtragfähigkeit von Hypoid- und Schraubenradgetrieben - Versuchsergebnisse und Berechnungs- methoden. TU München 1976.
54.	RÖSCH, H.	Untersuchungen zur Wälzfestigkeit von Rollen - Einfluß von Werkstoff, Wärmebehandlung und Schlupf. TU München 1976.
55.	GAGGERMEIER, H.	Untersuchungen zur Reibkraftübertragung in Regel-Reibradgetrieben im Bereich elasto-hydrodynamischer Schmierung. TU München 1977.
56.	KÄSER, W.	Beitrag zur Grübchenbildung an gehärteten Zahnrädern. Einfluß von Härtetiefe und Schmierstoff auf die Flankentragfähigkeit. TU München 1977.
57.	KNABEL, W.	Geräusche und Schwingungen an Stirnradgetrieben. Untersuchun- gen geometrischer Einflüsse bei hohen Drehzahlen und Belastungen. TU München 1977.
58.	WIRTH, X.	Über den Einfluß von Schleifkerben auf die Zahnfußtragfähigkeit und das Schädigungsverhalten oberflächengehärteter Zahnräder. TU München 1977.
59.	HUBER, G.	Zylinderschneckengetriebe, ein Beitrag zur Berechnung von Grübchen- und Gleitverschleiß und Angaben zum Wirkungs- gradverhalten aus Versuchen. TU München 1978.
60.	BROSSMANN, U.	Über den Einfluß der Zahnfußausrundung und des Schrägungswin- kels auf Beanspruchung und Festigkeit schrägverzahnter Stirnräder. TU München 1979.
61.	PLEWE, HJ.	Untersuchungen über den Abriebverschleiß von geschmierten, lang- sam laufenden Zahnrädern. TU München 1980.
62.	FRESEN, G.	Untersuchungen über die Tragfähigkeit von Hypoid- und Kegelradge- trieben (Grübchen, Ridging, Rippling, Graufleckigkeit und Zahnbruch). TU München 1981.

63.	OSTER, P.	Beanspruchung der Zahnflanken unter Bedingungen der Elastohydro- dynamik. TU München 1982.
64.	Hornung, K.	Zahnräder aus Bainitischem Gusseisen mit Kugelgraphit. TU Mün- chen 1983.
65.	WEISS, T.	Zum Festigkeits- und Verzugsverhalten von randschichtgehärteten Zahnrädern. TU München 1983.
66.	VOJACEK, H.	Das Reibungsverhalten von Fluiden unter elastohydrodynamischen Bedingungen. Einfluß der chem. Struktur des Fluides, der Werkstoffe und der Makro- und Mikrogeometrie der Gleit/Wälzkörper. TU Mün- chen 1984.
67.	SCHÖNNENBECK, G.	Einfluß der Schmierstoffe auf die Zahnflankenermüdung (Graufleckig- keit und Grübchenbildung) hauptsächlich im Umfangsgeschwindig- keitsbereich 19 m/s. TU München 1984.
68.	WIENER, H.	Untersuchung der Rollenkinematik im Axial-Pendelrollenlager. TU München 1984.
69.	MATHIAK, D.	Untersuchungen über Flankentragfähigkeit, Zahnfußtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinderschneckengetrieben. TU München 1984.
70.	STRASSER, H.	Einflüsse von Verzahnungsgeometrie, Werkstoff und Wärmebehand- lung auf die Zahnfußtragfähigkeit. TU München 1984.
71.	JOACHIM, FJ.	Untersuchungen zur Grübchenbildung an vergüteten und normalisier- ten Zahnrädern (Einfluß von Werkstoffpaarung, Oberflächen- und Ei- genspannungszustand). TU München 1984.
72.	GERBER, H.	Innere dynamische Zusatzkräfte bei Stirnradgetrieben - Modellbil- dung, innere Anregung und Dämpfung. TU München 1984.
73.	SIMON, M.	Messung von elasto-hydrodynamischen Parametern und ihre Auswir- kung auf die Grübchentragfähigkeit vergüteter Scheiben und Zahnrä- der. TU München 1984.
74.	SCHMIDT, W.	Untersuchungen zur Grübchen- und zur Zahnfußtragfähigkeit gerad- verzahnter evolventischer Innenstirnräder. TU München 1984.
75.	FUNCK, G.	Wärmeabführung bei Getrieben unter quasistationären Betriebsbe- dingungen. TU München 1985.
76.	PAUL, M.	Einfluß von Balligkeit und Lageabweichungen auf die Zahnfußbean- spruchung spiralverzahnter Kegelräder. TU München 1986.
77.	HOPPE, F.	Das Abschalt- und Betriebsverhalten von mechanischen Sicherheits- kupplungen. TU München 1986.
78.	MICHAELIS, K.	Die Integraltemperatur zur Beurteilung der Freßtragfähigkeit von Stirn- radgetrieben. TU München 1987.
79.	WECH, L.	Untersuchungen zum Wirkungsgrad von Kegelrad- und Hypoidgetrie- ben. TU München 1987.
80.	KNAUER, G.	Zur Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Einfluß von Werkstoff, Schmierstoff und Betriebstemperatur. TU München 1988.
81.	PLACZEK, T.	Lastverteilung und Flankenkorrektur in gerad- und schrägverzahnten Stirnradstufen. TU München 1988.

170		Systematik hoch übersetzender koaxialer Getriebe
82.	PFLAUM, H.	Das Reibungsverhalten ölgeschmierter Kegelreibkupplungen in Syn- chronisationseinrichtungen von Kraftfahrzeug-Schaltgetrieben. TU München 1988.
83.	BRINCK, P.	Zahnfußtragfähigkeit oberflächengehärteter Stirnräder bei Lastrich- tungsumkehr. TU München 1989.
84.		entfallen
85.	NEUPERT, K.	Verschleißtragfähigkeit und Wirkungsgrad von Zylinder- Schneckengetrieben. TU München 1990.
86.	PREXLER, F.	Einfluß der Wälzflächenrauheit auf die Grübchenbildung vergüteter Scheiben im EHD-Kontakt. TU München 1990.
87.	SCHALLER, KV.	Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Grübchenbildung an einsatz- gehärteten Stirnradflanken. TU München 1990.
88.	COLLENBERG, HF.	Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit schnellaufender Stirnradgetrie- be. TU München 1991.
89.	MÜLLER, R.	Schwingungs- und Geräuschanregung bei Stirnradgetrieben. TU München 1991.
90.	ANZINGER, M.	Werkstoff- und Fertigungseinflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, ins- besondere im hohen Zeitfestigkeitsgebiet. TU München 1991.
91.	KAGERER, E.	Messung von elastohydrodynamischen Parametern im hochbelaste- ten Scheiben- und Zahnkontakt. TU München 1991.
92.	HASLINGER, K.	Untersuchungen zur Grübchentragfähigkeit profilkorrigierter Zahnrä- der. TU München 1991.
93.	VOLLHÜTER, F.	Einfluß der Achsversetzung auf die Grübchen- und Zahnfußtragfähig- keit von spiralverzahnten Kegelrädern. TU München 1992.
94.	PINNEKAMP, B.	Das Schaltverhalten von PKW-Getriebesynchronisierungen. TU Mün- chen 1992.
95.	SCHUBERT, M.	Einfluß der Befestigungsart und Radkranzdicke auf die Zahntragfähig- keit von Innenstirnrädern. TU München 1993.
96.	STEINGRÖVER, K.	Untersuchung zu Verschleiß, Verlustgrad und Fressen bei Zylinder- Schneckengetrieben. TU München 1993.
97.	ELSTORPFF, MG.	Einflüsse auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder bis in das höchste Zeitfestigkeitsgebiet. TU München 1993.
98.	EMMERT, S.	Untersuchungen zur Zahnflankenermüdung (Graufleckigkeit, Grüb- chenbildung) schnellaufender Stirnradgetriebe. TU München 1994.
99.	SUCHANDT, Th.	Betriebsfestigkeitsuntersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatz- gehärteter Zahnräder und zur Bruchfestigkeit vergüteter Laschenket- ten. TU München 1994.
100.	HÄMMERL, B.	Lebensdauer- und Temperaturverhalten ölgekühlter Lamellenkupp- lungen bei Lastkollektivbeanspruchung. TU München 1994.
101.	WEISS, R.	Einfluß der Ölalterung auf die Zahnflankentragfähigkeit. TU München 1994.
102.	SCHLENK, L.	Untersuchungen zur Freßtragfähigkeit von Großzahnrädern. TU Mün- chen 1995.

103.	MANN, U.	Schmierfilmbildung in elastohydrodynamischen Kontakten, Einfluß verschiedener Grundöle und Viskositäts-Index-Verbesserer. TU München 1995.
104.	RUDZEWSKI, S.	Systemtechnische Verknüpfung eingeführter Getriebeberechnungs- programme. TU München 1995.
105.	RANK, R.	Untersuchungen zur Lebensdauerprüfung von Synchronisierungen. TU München 1995.
106.	EBERSPÄCHER, C.	Reihenfolgeeffekte bei der Grübchen-Betriebsfestigkeit einsatzgehärteter Zahnräder. TU München 1995.
107.	RANK, B.	Untersuchungen zur Grübchenbildung bei Zylinder- Schneckengetrieben. TU München 1996.
108.	SATTELBERGER, K.	Schwingungs- und Geräuschanregung bei ein- und mehrstufigen Stirnradgetrieben. TU München 1997.
109.	HIRSCHMANN, V.	Tragfähigkeitsuntersuchungen an stufenlosen Umschlingungsgetrieben. TU München 1997.
110.	THOMAS, J.	Flankentragfähigkeit und Laufverhalten von hartfeinbearbeiteten Ke- gelrädern. TU München 1998.
111.	WIKIDAL, F.	Berechnung der Flankenpressung gerad- und schrägverzahnter Stirn- räder für last- und fertigungsbedingte Abweichungen. TU München 1998.
112.	PERPONCHER, V., CH.	Einflüsse von Reibflächentopographie und Beanspruchungen auf das Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen. TU Mün- chen 1998.
113.	SCHEDL, U.	Einfluß des Schmierstoffs auf die Grübchenlebensdauer einsatzgehärteter Zahnräder. TU München 1998.
114.	VOLLMER, T.	Methodik zur Entwicklung einer Fahrstrategie für Fahrzeuge, ausgeführt am Beispiel des Autarken Hybrids. TU München 1998.
115.	HEITMANN, A.	Entwicklung des $i^2$ -Getriebes für den Autarken Hybrid-Antriebsstrang. TU München 1998.
116.	PFLEGER, F.	Schalt- und Lebensdauerverhalten von Lamellenkupplungen. TU München 1998.
117.	KERSCHL, S.	Der Autarke Hybrid - Optimierung des Antriebsstrangs hinsichtlich Energieverbrauch und Bestimmung des Einsparpotentials, TU Mün- chen 1998.
118.	DÖBEREINER, R.	Tragfähigkeit von Hochverzahnungen geringer Schwingungsanre- gung, TU München 1998.
119.	WEIGAND, U.	Werkstoff- und Wärmebehandlungseinflüsse auf die Zahnfußtragfä- higkeit, TU München 1999.
120.	SCHRADE, U.	Einfluß von Verzahnungsgeometrie und Betriebsbedingungen auf die Graufleckentragfähigkeit von Zahnradgetrieben, TU München 2000.
121.	KÖLL, J.	Konstruktion des Getriebes für ein Pkw-Hybridantriebssystem, TU München 2000.
122.	FÖRSTER, W.	Der Lastschaltvorgang beim stufenlosen $i^2$ -Getriebe des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs, TU München 1999.

172		Systematik hoch übersetzender koaxialer Getriebe
123.	LANGE, N.	Hoch fresstragfähige Schneckengetriebe mit Rädern aus Sphaero- guß,TU München 2000.
124.	LUTZ, M.	Methoden zur rechnerischen Ermittlung und Optimierung von Tragbil- dern an Schneckengetrieben, TU München 2000.
125.	KOPATSCH, F.	Wirksamkeit von Viskositätsindex-Verbesserern im EHD- Zahnradkontakt,TU München 2000.
126.	BAYERDÖRFER, I.	Einfluß von betriebsbedingten Schmierstoffveränderungen auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2000.
127.	TOBIE, T.	Zur Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnrä- der,TU München 2001.
128.	STAHL, K.	Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Gerad- und Schrägverzah- nungen unter besonderer Berücksichtigung der Pressungsvertei- lung,TU München 2001.
129.	NEUMÜLLER, M.	Einfluß der Ölalterung auf Reibungs- und Verschleißverhalten von Synchronisierungen, TU München 2001.
130.	MOSBACH, C.	Das Reibungs- und Reibschwing-Verhalten nasslaufender Lamellen- kupplungen,TU München 2002.
131.	DYLA, A.	Modell einer durchgängig rechnerbasierten Produktentwicklung,TU München 2002.
132.	GRASWALD, C.	Reibung im elastohydrodynamischen Kontakt von Reibradgetrie- ben,TU München 2002.
133.	GEISER, H	Grundlagen zur Beurteilung des Schwingungsverhaltens von Stirnrä- dern,TU München 2002.
134.	SCHINAGL, S.	Zahnfußtragfähigkeit schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichti- gung der Lastverteilung, TU München 2002.
135.	DOLESCHEL, A.	Wirkungsgradberechnung von Zahnradgetrieben in Abhängigkeit vom Schmierstoff,TU München 2003.
136.	ANNAST, R.	Kegelrad-Flankenbruch, TU München 2003
137.	SÜSSMUTH, JF.	Eignungsbeurteilung von Schmierstoffen für stufenlose Umschlin- gungsgetriebe, TU München 2003.
138.	MATTEN, D.	Methode zur Entwicklung ingenieurwissenschaftlicher Berechnungs- programme, TU München 2003.
139.	GEIER, N.	Untersuchung des Reibungs- und Verschleißverhaltens nasslaufender Kupplungen in Abhängigkeit ihrer Reibflächentopographie, TU Mün- chen 2003
140.	HERTTER, T.	Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit ver- güteter und einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2003.
141.	KRIEGER, H.	Alterung von Schmierstoffen im Zahnradprüfstand und in Praxisgetrie- ben, TU München 2004.
142.	STEUTZGER, M.	Einfluß der Baugröße auf die Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Stirnräder, TU München 2004.
143.	SCHMIDBAUER, T.	Aufbau und Erprobung des Autarken Hybrid-Antriebsstrangs im Ver- suchsfahrzeug. TU München 2004.
144.	LIU, W.	Einfluss verschiedener Fertigungsverfahren auf die Graufleckentrag- fähigkeit von Zahnradgetrieben. TU München 2004.
145.	FEHLING, R.	Höhere Tragfähigkeit bei Zahnradflanken durch eine nichtevolventi- sche Profilmodifikation. TU München 2004.
------	-------------------	---
146.	GUTTENBERG, P.	Der autarke Hybrid am Prüfstand - Funktion, Kraftstoffverbrauch und energetische Analyse. TU München 2004
147.	WIMMER, T.	Einflüsse auf das Lastübernahmeverhalten von nasslaufenden Lamel- lenkupplungen. TU München 2004.
148.	RADEV, T.	Einfluss des Schmierstoffes auf die Grübchentragfähigkeit einsatzge- härteter Zahnräder - Entwicklung des Praxisnahen Pittingtests. TU München 2005
149.	KRASTEV, I.	Optimierung des Lastschaltvorgangs im $i^2$ -Getriebe. TU München 2005
150.	HEILEMANN, J.	Tragfähigkeit und Wirkungsgrad bei unterschiedlichen Schnecken- Zahnflankenformen unter Berücksichtigung der Oberflächenhärte und Härtetiefe. TU München 2005.
151.	HEIZENRÖTHER, M.	Das Stirnraddifferenzial mit Innenverzahnung im Vergleich zum Kegel- raddifferenzial inklusive einer Sperrwertanalyse. TU München 2005.
152.	WIMMER, A.	Lastverluste von Stirnradverzahnungen - Konstruktive Einflüsse, Wir- kungsgradmaximierung, Tribologie. TU München 2006.
153.	BRUCKMEIER, S.	Flankenbruch bei Stirnradgetrieben. TU München 2006.
154.	HAUSER, C.	Einfluss der Ölalterung auf Reibcharakteristik und Reibschwingverhal- ten von Lamellenkupplungen. TU München 2007.
155.	GROSSL, A.	Einfluss von PVD-Beschichtungen auf die Flanken- und Fußtragfähig- keit einsatzgehärteter Stirnräder. TU München 2007.
156.	STEINBERGER, G.	Optimale Grübchentragfähigkeit von Schrägverzahnungen. TU Mün- chen 2007.
157.	JAROS, M.	Integration des STEP-Produktmodells in den Getriebeentwicklungs- prozess. TU München 2007.
158.	RADEV, S.	Einfluss von Flankenkorrekturen auf das Anregungsverhalten gerad- und schrägverzahnter Stirnradpaarungen. TU München 2007.
159.	BRAYKOFF, C.	Tragfähigkeit kleinmoduliger Zahnräder. TU München 2007.
160.	STANGL, M.	Methodik zur kinematischen und kinetischen Berechnung mehrwelli- ger Planeten-Koppelgetriebe. TU München 2007.
161.	STENICO, A.	Werkstoffmechanische Untersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit ein- satzgehärteter Zahnräder. TU München 2007.
162.	SCHWIENBACHER, S.	Einfluss von Schleifbrand auf die Flankentragfähigkeit einsatzgehär- teter Zahnräder. TU München 2008.
163.	WINKLER, J.	Tribologischer Schichtaufbau bei Synchronisierungen und sein Ein- fluss auf Reibung und Verschleiß. TU München 2008.
164.	WIRTH, C.	Zur Tragfähigkeit von Kegelrad- und Hypoidgetrieben. TU München 2008.
165.	KREIL, O.	Einfluss der Oberflächenstruktur auf Druckverteilung und Schmierfilm- dicke im EHD-Kontakt. TU München 2009.
166.	OTTO, HP.	Flank load carrying capacity and power loss reduction by minimised lubrication. TU München 2009.

174	Systematik hoch übersetzender koaxialer Getriebe
167. OTTO, M.	Lastverteilung und Zahnradtragfähigkeit von schrägverzahnten Stirn- rädern. TU München 2009.
168. TOMIC, D.	Zum Verschleiß von Kegelreibkupplungen - Einflüsse von Belastung und Schmierstoff auf Reibschichteigenschaften. TU München 2009.
169. WEISEL, C.	Schneckengetriebe mit lokal begrenztem Tragbild. TU München 2009.
170. WEITL, R.	Zur Tragfähigkeit von Wälzlagern und Stirnrädern. TU München 2010.
171. MULZER, F.	Systematik hoch übersetzender koaxialer Getriebe. TU München 2010.