

Lehrstuhl für Leichtbau  
Technische Universität München

**Thermomechanik werkstoffhybrider, faserverstärkter  
Schichtverbunde und Bauteile bei tiefen Temperaturen**

**Till Haberle**

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades  
eines

**Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)**

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dieter Schmitt  
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst Baier  
2. Univ.-Prof. Dr. mont. habil. Ewald Werner

Die Dissertation wurde am 22.05.2001 bei der Technischen Universität München  
eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 14.09.2001 angenom-  
men.



## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Leichtbau der Technischen Universität München.

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Horst Baier, dem Leiter des Lehrstuhls, für die sehr konstruktive Unterstützung der Arbeit, die Bereitschaft zu zahlreichen Fachgesprächen und Anregungen sowie für die Übernahme des ersten Gutachtens. Herrn Prof. Dr.-Ing. R.J. Meyer-Jens em. (Emeritus) danke ich für den fachlichen Rat und die kritische Durchsicht.

Herrn Prof. Dr. mont. habil. E. Werner danke ich für sein Interesse an dieser Arbeit und die Übernahme des zweiten Gutachtens. Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Schmitt bedanke ich mich für den Vorsitz in der Prüfungskommission.

Allen Kollegen und Mitarbeitern des Lehrstuhls, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, möchte ich meinen besonderen Dank aussprechen. Gerade bei den durchgeführten Versuchen waren es die Mitarbeiter die mit viel Einsatz mir zur Seite gestanden haben. Erst so konnte der Aufbau der kryogenen Testmöglichkeiten in so kurzer Zeit realisiert werden. An dieser Stelle sei auch den Diplomanden, Semestranten und studentischen Hilfskräften gedankt, die Beiträge zur Erstellung dieser Arbeit geliefert haben.

Besonders möchte ich mich auch bei Herrn Dr.-Ing. C. Kaiser bedanken der erst als Kollege dann als „Kontaktperson“ in die Industrie durch seine Diskussionsbereitschaft die Arbeit unterstützt hat und dem ich wertvolle Hinweise verdanke.

Nicht zuletzt möchte ich meiner Familie und insbesondere meiner Frau Bettina für Ihre Unterstützung danken. Durch Ihre Hilfe war mir erst die Möglichkeit für diese Arbeit gegeben, wobei unsere Kinder mich immer wieder auf die wirklich wichtigen Dinge im Leben aufmerksam gemacht haben.

Gauting, im Oktober 2001

Till Haberle



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Übersicht	1
1.2	Problemstellung / Motivation	2
1.3	Anwendungen	4
1.4	Gliederung der Arbeit	5
<b>2</b>	<b>Thermomechanik der Schichtverbunde</b>	<b>7</b>
2.1	Globale / Lokale Effekte	7
2.2	Mechanisches Verhalten	9
2.2.1	Analytische Beziehungen bei globalen Effekten	9
2.3	Transientes, thermodynamisches Verhalten	13
2.3.1	Grundgleichungen	13
2.3.2	Analytisch beschreibbare Sonderfälle	14
2.3.3	Numerische Verfahren	18
2.4	Berechnung von Kennwerten der FVW	20
2.4.1	Mechanische Kennwerte der Einzelschicht / Schichtverbunde	21
2.4.2	Thermische Kennwerte der Einzelschicht / Schichtverbunde	24
2.5	Mechanisch – thermische Interaktion	26
2.6	Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte	27
2.6.1	Auswirkung auf die mechanische Berechnung	27
2.6.2	Auswirkung für die thermische Berechnung	29
<b>3</b>	<b>Degradation von FVW infolge thermomechanischer Beanspruchung</b>	<b>33</b>
3.1	Degradationsbeschreibungen in der Literatur	34
3.2	Annahmen und Voraussetzungen des verwendeten Modells	36
3.3	Analytische Beziehungen	38
3.4	[0/90]-Kreuzverbunde	40
3.4.1	Grundgleichungen	40
3.4.2	Materialnichtlinearitäten	41
3.4.3	Thermische Grunddehnung	42
3.4.4	Lösung für den Degradationsfaktor $\eta$	44
3.5	Degradationsmodell	47
3.6	[ $\pm 45$ ]-Kreuzverbunde	49

<b>4</b>	<b>Thermomechanisches Materialverhalten bei Raum- und Tieftemperatur</b>	<b>50</b>
4.1	Materialverhalten im Überblick, Literaturdaten . . . . .	50
4.2	Durchgeführte Tieftemperaturversuche . . . . .	54
4.3	Experimentelle Messung der Wärmeausdehnung . . . . .	55
4.3.1	Randeffekte bei FVW unter Temperaturlast . . . . .	55
4.3.2	Thermostatische, experimentelle Wärmeausdehnungsmessung . . . . .	56
4.3.3	Temperaturtransiente Wärmeausdehnungsmessung . . . . .	59
4.4	Experimentelle Ermittlung der mechanischen Kennwerte bei tiefen Temperaturen	62
4.4.1	Stickstoff-Kryostatprüfungen . . . . .	63
4.4.2	Tieftemperatur-Prüfungen . . . . .	64
4.5	Ergebnisse aus Versuchen am LLB . . . . .	65
4.5.1	Mechanische Kennwerte . . . . .	66
4.5.2	Wärmeausdehnungskoeffizienten . . . . .	66
4.5.3	Degradation von FVW . . . . .	67
4.5.4	Zug-Schubdegradation . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Hybridschichtverbunde und werkstoffhybride Bauteile</b>	<b>73</b>
5.1	Fallbeispiele . . . . .	74
5.1.1	1-D Hybridmaterialien . . . . .	75
5.1.2	2-D Hybridmaterialien . . . . .	79
5.1.3	3-D Hybridmaterialien . . . . .	85
5.1.4	Bauteil(e) . . . . .	87
5.2	Diskrete Gradientenwerkstoffe . . . . .	88
5.3	Optimierung . . . . .	90
5.3.1	Optimierung am Beispiel einer GFK-Thermodrillplatte . . . . .	90
5.3.2	Response-Surface-Verfahren . . . . .	95
5.3.3	Genetische Algorithmen . . . . .	96
<b>6</b>	<b>„Goldene“ Regeln</b>	<b>97</b>
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>100</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>102</b>
	<b>Anhang</b>	<b>105</b>
<b>A</b>	<b>Materialkennwerte</b>	<b>105</b>
A.1	Kennwerte aus der Literatur . . . . .	105
A.2	Zugversuche an Rein-Zinn bei Raum- und Tieftemperatur . . . . .	107
A.3	Degradationsversuche . . . . .	107
A.3.1	Versuchsergebnisse der $[0_{r_0}/90_{r_{90}}]_S$ - Lamine bei $20^\circ C$ . . . . .	107
A.3.2	Ergebnisse der $[0_{r_0}/90_{r_{90}}]_S$ -Lamine bei $-196^\circ C$ . . . . .	110
<b>B</b>	<b>Temperatursensoren</b>	<b>113</b>

# Bezeichnungen

$[A]$	$[\frac{N}{mm}]$	Scheibensteifigkeitsmatrix
$A$	$[\frac{N}{mm}]$	Scheibensteifigkeit
$[\bar{A}]$	$[\frac{mm}{N}]$	Scheibennachgiebigkeitsmatrix
$\bar{A}$	$[\frac{mm}{N}]$	Scheibennachgiebigkeit
$a$	$[\frac{m^2}{s}]$	Temperaturleitfähigkeit
$[B]$	$[N]$	Koppelsteifigkeitsmatrix
$B$	$[N]$	Koppelsteifigkeit
$b$	$[mm]$	Breite
$[C]$	$[MPa]$	Einzelschichtsteifigkeitsmatrix
CFK		Kohlenstoff-Faser-Kunststoff
$c$	$[\frac{kJ}{kg K}]$	Spezifische Wärmekapazität
$[D]$	$[N mm]$	Plattensteifigkeitsmatrix
$D$	$[N mm]$	Plattensteifigkeit
$d$	$[mm]$	Dicke
$E$	$[GPa]$	E-Modul
$\mathcal{E}$	$[-]$	Anstrengung
$F$	$[N]$	Kraft
$f$	$[-]$	Hilfsvariable
$G$	$[GPa]$	Schubmodul
GFK		Glas-Faser-Kunststoff
$[K]$	$[\frac{N}{mm}], [N], [N mm]$	Steifigkeitsmatrix
$k$	$[-]$	Schichtdickenverhältnis
$L$	$[mm]$	Länge
$[m]$	$[N]$	Schnittmomentenvektor
$m$	$[N]$	Schnittmoment
$[n]$	$[\frac{N}{mm}]$	Schnittkraftvektor
$n$	$[\frac{N}{mm}]$	Schnittkraft
$\dot{q}$	$[\frac{W}{m^2}]$	Wärmestromdichte
$R$	$[\Omega]$	elektrischer Widerstand
$r$	$[-]$	(Lagen)-Anzahl
$s$	$[-]$	Hilfsvariable
$[T_\sigma]$	$[-]$	Spannungs-Transformationsmatrix
$T$	$[K]$	Temperatur
$t$	$[s]$	Zeit
$u, v, w$	$[mm]$	Verschiebungen in $x, y$ und $z$ -Richtung

$\alpha$	$[\frac{1}{K}]$	Wärmeausdehnungskoeffizient
$\beta$	$[^\circ]$	Schichtwinkel
$\gamma$	$[^\circ]$	Gesamt-Schubverformung
$\Delta$	$[-]$	Differenz
$\delta$	$[^\circ]$	Winkel
$\varepsilon$	$[-]$	Dehnung
$\tilde{\varepsilon}$	$[-]$	gemessene Dehnung
$\zeta$	$[\frac{W}{Km^2}]$	Wärmeübergangskoeffizient
$\eta$	$[-]$	Degradationsfaktor
$\Theta$	$[\frac{N}{mm}]$	Hilfsfunktion
$\kappa$	$[\frac{1}{mm}]$	Krümmung
$\lambda$	$[\frac{W}{m K}]$	Wärmeleitfähigkeit
$\mu$	$[-]$	Eigenwerte
$\nabla$	$[\frac{1}{mm}]$	Nablaoperator
$\nu$	$[-]$	Querkontraktion
$\rho$	$[\frac{kg}{dm^3}]$	Dichte
$\sigma$	[MPa]	Normalspannung
$\tilde{\sigma}$	[MPa]	gemessene Normalspannung
$\tau$	[MPa]	Schubspannung
$\varphi$	$[-]$	Volumengehalt

## Indices

<i>A</i>	Autoklav	<i>a</i>	außen
<i>Bez</i>	Bezugsebene	<i>b</i>	Beginn
<i>D</i>	Druck	<i>e</i>	Ende
<i>F</i>	Faser	<i>G</i>	Grenze
<i>ILS</i>	interlaminarer Schub	<i>i</i>	innen
<i>K</i>	kurz	<i>L</i>	lang
<i>l</i>	linearelastisch	<i>M</i>	Matrix
<i>MH</i>	materialhybrid	<i>m</i>	Mitte
<i>mw</i>	mechanisch wirksam	<i>o, p</i>	Laufvariable
<i>P</i>	Prüfbedingungen	<i>S</i>	symmetrisch
<i>Sek</i>	Sekanten	<i>St</i>	stationär
<i>TA</i>	temperaturabhängig	<i>Tan</i>	Tangenten
<i>th</i>	Thermalbeanspruchung	<i>U</i>	undegradiert
<i>UD</i>	unidirektionale Einzelschicht	<i>V</i>	vereinfacht
<i>w</i>	wirksam	<i>Z</i>	Zug
<i>zul</i>	zulässig	0, 90, $\pm 45$	Richtung zur globalen <i>x</i> -Achse
$\infty$	Umgebung		

## Koordinatensysteme (KOS)

$x$	} übergeordnetes, globales KOS	$\parallel$	} lokales Schicht-KOS
$y$		$\perp$	
$z$		$\otimes$	



# Kapitel 1

## Einleitung

Mit dem Einsatz der Faserverbundwerkstoffe (FVW) in den frühen 60´er Jahren als Primärstrukturwerkstoff ergaben sich durch die hohen spezifischen Festigkeiten und Steifigkeiten in der Faserrichtung eine Reihe von neuen Möglichkeiten bei der Gestaltung und Auslegung von Bauteilen. Einen wesentlichen Meilenstein stellte das erste GFK-Segelflugzeug „fs 24 Phönix“ mit ihrem Erstflug im Jahre 1957 dar. Dominierten am Anfang die Glasfasern, so kamen nach und nach eine ganze Reihe von unterschiedlichen Verstärkungsfasern zum Einsatz. Diese Fasern, und natürlich auch die Matrixsysteme, wurden in den folgenden Jahren stetig weiterentwickelt. Dieser Prozeß ist auch heute noch nicht abgeschlossen, wobei im Bereich der Luft- und Raumfahrt die Gruppe der FVW mit Kohlenstofffasern aufgrund ihrer Ausprägung von hohen Festigkeiten oder hohen Steifigkeiten einen dominanten Platz eingenommen haben.

Ein besonderes Themengebiet, das oft zu Problemen durch die großen Unterschiede der Materialeigenschaften beim praktischen Einsatz von FVW führt, ist deren Kombination mit anderen Materialien und die daraus entstehenden Wechselbeziehungen. Dabei darf nicht vergessen werden, daß ja schon der FVW an sich durch die Kombination von Matrix und Fasern – mit zum Teil erheblichen Unterschieden bei den Einzeleigenschaften – ein Materialgemisch darstellt.

Trotz dieser zusätzlichen inneren und äußeren Kompatibilitätschwierigkeiten besitzen die FVW ein erhebliches Leichtbaupotential, so daß immer neue Einsatzgebiete erkannt und erschlossen werden. Diese neuen Einsatzgebiete sind aber meist auch mit neuen Randbedingungen und Anforderungen verknüpft, wobei unbekannte Effekte und Fragen nach einem möglicherweise geänderten Verhalten in den Vordergrund gegenüber der reinen Strukturmechanik treten können.

## 1.1 Übersicht

Nach den ersten Anwendungen der FVW führte die Frage nach einem möglichen Einsatz unter immer extremeren Umweltbedingungen zu grundlegenden Untersuchungen der Eigenschaften bzw. Eigenschaftsänderungen. Insbesondere die Kennwerte bei erhöhten und tiefen Temperaturen waren von großem Interesse. Vor allem durch die sich entwickelnde Raumfahrttechnik und Tieftemperaturphysik wurden in den 60´er und 70´er Jahren eine Reihe von Meßprogrammen durchgeführt. Diese ersten Meßkampagnen betrafen weitgehend Untersuchungen an Metallen und einigen wenigen Kunststoffen. Die Messungen wurden insbesondere bei den nichtrostenden und höherfesten Metallen auf breiter Basis mit Bestimmung aller wesentlichen Kennwerte, durchgeführt.

In den 80´er Jahren wurden auch speziell für FVW, insbesondere aber für CFK, umfangreiche Meßkampagnen gestartet. Beispielhaft sollen dazu die Arbeiten [1] und [2] genannt werden,

bei denen mechanische Kennwerte aus statischen und dynamischen Tests unter verschiedenen Umweltbedingungen (Temperatur und Feuchte) zusammengetragen wurden. Getragen von Anwendungen in der Raumfahrt als wiederverwendbare FVW-Strukturen wurden dabei auch erste Versuche zum mechanischen Verhalten bei zyklischer thermischer Beanspruchung durchgeführt. Insbesondere das noch unbekannt Materialverhalten mit der Fragestellung nach den für die Auslegung notwendigen Materialkennwerten und ihrer Temperaturabhängigkeit standen dabei im Vordergrund.

Wie diese ersten Tests meist an unidirektionalen (UD) Einzelschichten zeigten, waren die Eigenschaften der FVW, vor allem bei CFK, unter kryogenen Temperaturen weiterhin für die Anwendung im Primärstrukturbereich sehr gut. Bei den mechanischen Kennwerten war dabei ein moderater Anstieg bezüglich Festigkeit und Steifigkeit festzustellen. Bei den thermodynamischen Kennwerten wie Wärmeleitfähigkeit und Wärmekapazität kommt es dagegen zu einem deutlichen Abfall. Wegen dieses Leistungspotentials der FVW unter kryogenen Temperaturen wurde der Einsatz gerade für Anwendungen mit möglichst geringem spezifischen Strukturgewicht sehr interessant.

## 1.2 Problemstellung / Motivation

Beim Einsatz von Schichtverbunden aus FVW oder allgemein materialhybriden Aufbau sind für die Anwendung bei kryogenen Temperaturen einige Aspekte besonders zu berücksichtigen. Können für monolithische Bauteile die inneren Beanspruchungen aus den großen Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  oft vernachlässigt werden, ist dies bei werkstoffhybriden Bauteilen bzw. FVW nicht zulässig.

Deutlich wird dies schon an der UD-Einzelschicht, die als werkstoffhybrider Werkstoff aus einer Kombination von Faser und Matrix mit sehr unterschiedlichen Materialeigenschaften besteht. Die intralaminaren Spannungen in  $\parallel$ -Richtung, z.B. zwischen einer CFK-Faser und der Matrix mit einer Differenz der Wärmeausdehnungskoeffizienten von ca.  $\Delta\alpha \approx 50 [10^{-6} \cdot K^{-1}]$ , führen in der Einzelschicht schon zu inneren Spannungen. Diese werden in der Regel bei der Berechnung nicht weiter berücksichtigt.

Auf Schichtverbundebene ergeben sich je nach Material und Schichtwinkel durch die unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  auch schon ohne äußere mechanische Beanspruchungen bei reinen Temperaturbeanspruchungen innere Spannungen. Bei Autoklavhärtung mit erhöhten Temperaturen im Bereich um  $100^\circ C$  ergeben sich somit für kryogene Anwendungen sehr große Temperaturdifferenzen und damit zum Teil erhebliche inneren Spannungen, die sogar ohne äußere mechanische Lasten zum Versagen führen können (siehe dazu auch das Kapitel 3). Sind die inneren, mechanischen Beanspruchungen aus der Temperaturänderung von der Aushärtetemperatur bis zur Einsatztemperatur schon bei „reinen“ Faserverbundwerkstoffen zum Teil dominant, können sie bei werkstoffhybridem Aufbau eine noch größere Rolle spielen. Bei zusammengefügt, thermalbelasteten Materialien mit verschiedenen Wärmeausdehnungskoeffizienten entstehen so innere Kräfte, die je nach Steifigkeits- und Wärmeausdehnungsverhältnis zum Teil erhebliche mechanische Beanspruchungen und so eine Reduktion der Tragfähigkeit hervorrufen. Trotz dieser inneren Beanspruchungen können dennoch bei geeigneter Auslegung hohe gewichtsspezifische, mechanische Festigkeiten und Steifigkeiten erreicht werden, die zu signifikanter Massenreduktion gegenüber rein metallischer Ausführung führen. Für die Berechnung und Auslegung solcher Strukturen bedeutet dies die Berücksichtigung mehrerer oft gegenläufiger, physikalischer Effekte bezüglich des Spannungs- Dehnungs- und des Temperatur- Wärmestromfeldes. In [3] sind einige Beispiele dazu zusammengestellt.

Gerade wenn für die Struktur eine Kombination von mechanischen und thermomechanischen Forderungen erfüllt werden muß, ist es notwendig, multiphysikalische Berechnungsmethoden anzuwenden und mögliche Interaktionen zu berücksichtigen. Dabei ist hier mit „multiphysikalisch“ die Betrachtung der mechanischen und thermischen Teilgebiete gemeint. Im Hinblick auf eine möglichst „gute“ Auslegung sind hierbei bei realen Bauteilen und Randbedingungen leistungsfähige, an die speziellen Gegebenheiten angepaßte Optimierungswerkzeuge einzusetzen. Aus dem Themengebiet der thermomechanisch beanspruchten Schichtverbunde unter kryogenen Temperaturen mit einer Fülle von einzelnen Problemfeldern, werden in der vorliegenden Arbeit nur einzelne Gebiete betrachtet und genauer untersucht. Ziel ist es, Problemfelder zu beschreiben und Lösungsmöglichkeiten zu entwickeln, die für die praktische Auslegung materialhybrider Schichtverbunde und Strukturen wesentlich sind. Bewußt wird auf eine Betrachtung der mikromechanischen Vorgänge weitgehend verzichtet, da die Beschreibung und das Verhalten der Gesamtstruktur nach außen im Vordergrund stehen soll. Bei den untersuchten Werkstoffkombinationen wird dabei neben typischen CFK-Schichtverbunden auch die Kombination von CFK-Metall betrachtet. Insbesondere zwei Fragestellungen werden dabei betrachtet:

- Zum einen die Frage des grundsätzlichen Materialverhalten mit den Auswirkungen auf die Struktur- bzw. Bauteileigenschaften und
- zum anderen die Frage nach geeigneten Berechnungsverfahren zur Beschreibung der wesentlichen Effekte.

Um die Frage nach dem Materialverhalten zu beantworten, sind im Wesentlichen die Eigenschaften durch geeignete Versuche experimentell zu bestimmen. Durch das weite Temperaturspektrum müssen die Eigenschaften natürlich in Abhängigkeit von der Temperatur ermittelt werden. Dies bedeutet meist einen hohen Versuchsaufwand, der durch die Versuchsbedingungen bei tiefen Temperaturen die Messungen komplex gestaltet. Dies ist ein Grund dafür, daß in der Literatur bei den gemessenen Materialkennwerten zum Teil erhebliche Unterschiede vorliegen. In der Zusammenstellung [4] können diese Unterschiede für identische Materialkombinationen für fast alle Kennwerte gefunden werden. Auch ist das Verhalten unter zyklischen Beanspruchungen zum einen für mechanische und thermische Zyklen sehr unterschiedlich, zum anderen auch widersprüchlich beschrieben. So zeigt sich in [5] bei Versuchen an einem FVW aus CFK bei 300 und 77 K, daß sich beim mechanischen Zyklieren ein charakteristischer Schädigungszustand (Characteristic Damage State CDS) ausbildet. In [6] hingegen wurden für mechanische Lastwechselzahlen von  $r \approx 2 \cdot 10^6$  ein solcher nicht gefunden. Selbst bei den Grundkennwerten, wie dem E-Modul der UD-Einzelschicht, werden unterschiedliche Werte gemessen. Steigen nach [7] die Werte in Faserrichtung bei der UD-Schicht noch bis 4 K, so ergeben sich nach [8] bei CFK keine Änderungen. Insbesondere die teilweise unzureichende Beschreibung des verwendeten Materials und der genauen Herstellbedingungen der untersuchten FVW sowie die unklaren Testbedingungen machen einen Vergleich der Versuchsergebnisse untereinander schwierig.

Neben den Festigkeiten und Materialsteifigkeiten spielt gerade die Kenntnis des Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  für die Modellierung und Vorhersage der Eigenschaften und die Bewertung der inneren Spannungszustände eine besonders wichtige Rolle. Durch die großen, wirksamen Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  gewinnen die thermischen Dehnungen zunehmend an Bedeutung für die Verformungs- und Spannungssituation. Gerade die große Abhängigkeit von der gewählten Matrix-Faser Kombination macht es schwierig, für den konkreten Fall zutreffende Kennwerte in der Literatur zu finden.

Zudem führt das Abkühlen in den kryogenen Bereich bei den FVW-Schichtverbunden meist zu Zugspannungen in der  $\perp$ -Richtung der Einzelschicht. Durch die geringen Zugfestigkeiten

müssen daher oft Degradationsmechanismen berücksichtigt werden. Dieser Degradationsprozeß als Rißbildungsmechanismus führt zu einer Veränderung der Einzelschichteigenschaften, wobei im Wesentlichen die Steifigkeiten  $E_{\perp}$  und  $G_{*}$  reduziert werden. Wie in [9] mit Hilfe von akustischen Emissionsmessungen gezeigt wird, beginnt die Degradation in flüssigem Helium bei 4 K bei Zugbeanspruchung deutlich früher, als bei Raumtemperatur. Wie in [10] an verschiedenen Probekörpern untersucht wurde, kann das Degradationsverhalten in Form von transversalen Rissen durch unterschiedliche Randeffekte stark verändert (verschärft) werden. Diese Degradationseffekte, die sich durch rein thermisches Zyklieren ausbilden können, haben, wie in [11] gezeigt wird, deutlichen Einfluß auf die thermische Ausdehnung und somit direkt auf den wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizienten.

Wegen dieses kritischen Degradationsverhaltens an FVW mit spröder Epoxy-Matrix wurden unter anderem in [12] zusätzlich die Eigenschaften von CFK-Thermoplasten untersucht. Wie sich bei dem Vergleich von verschiedenen Matrixvarianten auf das Schädigungsverhalten herausstellte, zeigen aber zum Teil spröde Matrixsysteme global bessere Eigenschaften, da eine sehr früh eintretende Rißbildung in der Matrix zur lokalen Entlastung führen kann.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die in der Literatur gefundenen zum Teil sehr unterschiedlichen temperaturabhängigen Kennwerte ausgewertet und soweit als möglich zu typischen und konsistenten Datensätzen zusammengestellt. Auch die verschiedenen rechnerischen Möglichkeiten zur Kennwertbestimmung werden diskutiert und geeignete Verfahren zusammengestellt. Um aber auch geeignete Kennwerte für eigene Materialkombinationen zu gewinnen, war es zusätzlich notwendig, eigene Prüfstände zur experimentellen Bestimmung der gesuchten Kennwerte aufzubauen. Dabei sollten, aufbauend auf bestehenden Meßmöglichkeiten die mechanischen Kennwerte, wie auch die Wärmeausdehnungskoeffizient bestimmt werden.

Zusätzlich ist die zweite wesentliche Frage nach der geeigneten Modellierung und rechnerischen Beschreibung der Verhältnisse an den thermomechanisch belasteten Schichtverbunden wie angesprochen zu beantworten. Wie sich in den meisten Untersuchungen zeigt, werden für die Strukturberechnung nur mechanische Randbedingungen und globale Temperaturbeanspruchungen  $\Delta T$  berücksichtigt. Neben dem Einfluß der Temperaturabhängigkeit der Materialwerte sollen deshalb zusätzlich die Auswirkungen thermodynamischer Effekte mitberücksichtigt werden. Gerade durch die multiphysikalische Bedeutung bei thermomechanischer Belastung ist dabei konsequent der Teil der Thermodynamik mit dem zeitabhängigen Temperatur- und Wärmestromfeld untersucht worden. Wie aus der experimentellen Beobachtung zu sehen ist, gehören bei den FVW Degradationseffekte zum „normalen“ Verhalten bei thermomechanischer Beanspruchung im kryogenen Temperaturbereich. Deshalb wird auch für eine auf der Schichtebene globale Betrachtungsweise ein geeignetes Werkzeug zur Verfügung gestellt. Dieses Degradationsmodell wird durch Experimente bzw. Versuche verifiziert und überprüft.

### 1.3 Anwendungen

In der Luft- und Raumfahrt waren und sind verschiedene Anwendungen von CFK-Strukturen gerade im kryogenen Temperaturbereich ein wichtiges Thema für Forschung und Entwicklung. Insbesondere bei dem Einsatz in der Raumfahrt haben die FVW meist unter dem Einsatz von hochsteifen CFK in der Struktur aber auch bei kryogenen Temperaturen in optischen Systemen ihre Leistungsfähigkeit schon bewiesen. So werden für die Leistungssteigerung der Ariane 5 Oberstufe nach Abbildung 1.2 für zukünftige Varianten Untersuchungen an kryogenen Strukturen aus FVW mit CFK durchgeführt. Neben Fragen des grundsätzlichen Strukturverhaltens ist dabei aber auch das Interaktionsverhalten der FVW mit dem flüssigen Sauerstoff und

Wasserstoff bezüglich Dichtigkeit und Verträglichkeit noch nicht geklärt. In [13] werden dazu grundsätzlich verschiedene Konzepte zu kryogenen Tanks in Flugzeugen, aber auch Fahrzeugen vorgestellt. Das Gewichtsreduktionspotential gegenüber herkömmlicher Materialien zeigt die Möglichkeit von deutlichen Leistungssteigerungen. Dabei wurde in dieser Untersuchung vor allem darauf hingewiesen, daß es durch verschiedene Programme, z.B. in der Raumfahrt, zu einem erheblichen Maße an Synergieeffekten bei anderen Anwendungen kommen kann.



Abbildung 1.1: Europäisches Forschungsprojekt „Cryoplane“

Neben der Raumfahrt werden auf europäischer Ebene zur Zeit wieder Aktivitäten aufgenommen, die die Möglichkeit eines mit flüssigem Wasserstoff  $LH_2$  betriebenen zivilen Verkehrsflugzeuges, dem sogenannten „Cryoplane“, nach Abbildung 1.1 untersuchen sollen. Dabei stehen zum jetzigen Zeitpunkt grundsätzliche Fragen zum möglichen Einsatz geeigneter Tankwerkstoffe im Vordergrund. Bei den kryogenen Tanksystemen aus FVW als Strukturmaterial ergeben sich auch direkt die Einsatzgebiete als Anschluß- und Verbindungselemente. In [14] werden dazu die Eigenschaften einiger kryogener Verbindungen aus FVW untersucht. Gerade der starke Abfall von CFK-FVW der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  bei tiefen Temperaturen führt zu zusätzlichen Synergieeffekten bei der benötigten Isolationsfunktion.

Für eine weitere Anwendung von FVW als Werkstoff in den Gebläseschaufeln für den europäischen, transsonischen Windkanal wurden in [6] Einstufenversuche an CFK-FVW durchgeführt. Die Ergebnisse der Versuche bei Raumtemperatur wurden mit denen im flüssigem Stickstoff bei 77 K verglichen. Dabei zeigte sich neben der fertigungsbedingten Streuung ein sehr geringer Abfall der Lebensdauer bei beiden untersuchten Temperaturen.

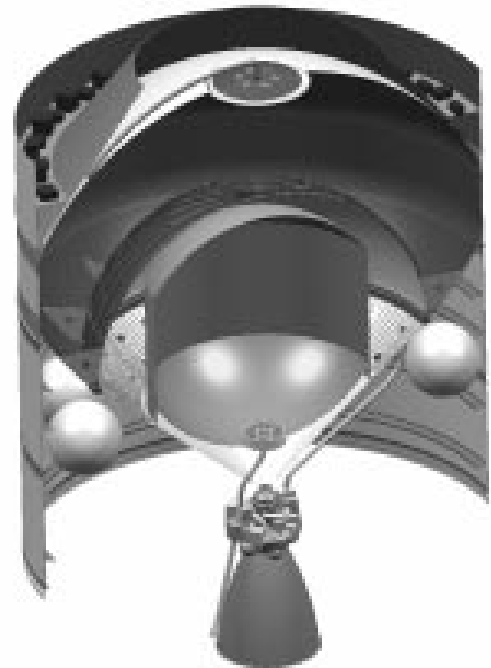


Abbildung 1.2: Oberstufentank der Ariane 5

## 1.4 Gliederung der Arbeit

Das vorgestellte Themengebiet wird, wie schon in Abschnitt 1.2 dargelegt wurde, dominiert von zwei wesentlichen Fragestellungen. Diese Fragestellungen betreffen zum einen das Material-

verhalten, zum anderen geeignete Berechnungsverfahren für das beschriebene Gebiet. In der vorliegenden Arbeit wird diese Zweiteilung zugunsten einer besseren Übersichtlichkeit in eine vierteiligen Gliederung erweitert. Dabei werden in Kapitel 2 und 3 die Berechnungsverfahren (im wesentlichen auf Basis analytischer Beschreibungen) für das mechanische, thermodynamische und nichtlineare Verhalten der FVW bei Degradation zusammengestellt. In Kapitel 4 wird ausführlich auf das Materialverhalten eingegangen und in Kapitel 5 werden an einzelnen konkreten Beispielen die Verhaltensweisen und Besonderheiten untersucht. Nach diesem Überblick sollen im folgenden die einzelnen Kapitel kurz bezüglich ihres Inhalts beschrieben werden.

- Kapitel 2  
In diesem Kapitel sind die Zusammenhänge bei den thermomechanisch beanspruchten Schichtverbunden allgemein dargestellt. Um die Phänomene besser zuordnen zu können, gibt es eine Trennung bei der Beschreibung. Dazu wird das mechanische und das thermodynamische Verhalten getrennt betrachtet. Möglichkeiten der Kennwertberechnung auf Basis der Einzelschicht wie auch des Schichtverbundes werden diskutiert. Neben dem Interaktionsverhalten zwischen Mechanik und Thermodynamik sind hier vor allem die Einflüsse der Temperaturabhängigkeit der Kennwerte berücksichtigt worden.
- Kapitel 3  
Wegen ihrer besonderen Bedeutung sind die Degradationseffekte in einem gesonderten Kapitel beschrieben. Ergänzend zur Darstellung der Effekte aus der Literatur wird hier vor allem der Berechnungsweg eines Modells ausführlich beschrieben, und die mögliche Integration der Degradationseffekte in die klassische Laminattheorie behandelt.
- Kapitel 4  
Dieses Kapitel stellt die temperaturabhängigen Materialeigenschaften für die bei der Berechnung benötigten Kennwerte zusammen (insbesondere für sehr tiefe Temperaturen bis ca. 20 K). Am Rande werden auch die Problemfelder Verträglichkeit und Gasdurchlässigkeit betrachtet. Zusätzlich zu den aus der Literatur gesammelten Kennwerten werden ausführlich die selbst aufgebauten Versuchsmöglichkeiten für die mechanischen Kennwerte und die Wärmeausdehnungskoeffizienten dargestellt. Die unterschiedlichen Prüfbedingungen bei 77 K und 4.2 K werden diskutiert. Erste Ergebnisse sind mit den Werten aus der Literatur vergleichend zusammengestellt.
- Kapitel 5  
Um konkretere Aussagen für das „typischen“ Verhalten materialhybrider Schichtverbunde machen zu können, werden in diesem Kapitel anhand einiger Fallbeispiele die Besonderheiten bei den Ergebnissen diskutiert. Die Untersuchungen sind nach zunehmender Komplexität getrennt beschrieben, wobei jeweils die mechanische und thermodynamische Effekte ausgewertet werden.
- Kapitel 6  
Eine Zusammenstellung von „goldenen“ Regeln soll in einem eigenen Kapitel für die praktische Auslegung allgemeine Hinweise geben. Die Erkenntnisse aus dem vorangehenden Kapitel 5 werden mit Hinweisen zu Tests und der praktische Auslegung solcher Strukturen zusammengefaßt.
- Kapitel 7  
Dieses Kapitel gibt eine Zusammenfassung der wesentlichen Sachverhalte wider und rundet die Arbeit mit einer abschließenden Betrachtung und einem Ausblick ab.

# Kapitel 2

## Thermomechanik der Schichtverbunde

Bei der Betrachtung von Schichtverbunden spielen FVW als Teil- bzw. Hauptkomponenten eine große Rolle. Ihre Potentiale bezüglich Leichtbau und Formvariabilität können sie gerade hier gut entfalten. Dabei sind es meist flächenartige Gebilde, die für die analytische Betrachtungsweise in geeigneter Weise vereinfachend behandelt werden können, da die Dicke  $d$  oft als klein gegenüber den anderen Abmessungen angenommen werden kann. Sind neben den äußeren mechanischen Lasten oder Verschiebungen Temperatur- oder Wärmestromrandbedingungen zu berücksichtigen, ist für den somit thermomechanisch beanspruchten Schichtverbund zusätzlich das stationäre oder instationäre Temperaturfeld zu berechnen. Die Auswirkung und mögliche Interaktion der beiden physikalischen Bereiche Strukturmechanik und Thermodynamik sind in geeigneter Weise zu berücksichtigen.

### 2.1 Globale / Lokale Effekte

Für die Beschreibung der thermomechanischen Effekte bei allgemeinen Schichtverbunden ist es sinnvoll, bei den analytischen und numerischen Ansätzen zu unterscheiden, ob lokale oder globale Effekte betrachtet werden sollen. Die Definition bzw. Unterteilung ist hier bezüglich der räumlichen Auswirkung der zu betrachtenden Effekte zu verstehen. Gegenüber der globalen Betrachtung werden bei der lokalen Betrachtungsweise in einem räumlich sehr begrenzten Bereich die Auswirkungen aus Unstetigkeiten wie Lastsprünge oder Geometriegrenzen untersucht. Diese Effekte klingen von ihrem Entstehungsort aus meist sehr rasch ab und haben in der Regel keine Auswirkungen auf den globalen Zustand.

Bei den globalen Effekten sind bezogen auf ein Plattenelement in Abbildung 2.1 die Verhältnisse bei mechanischer Belastung dargestellt. Dabei können, wie hier zu sehen, bei statischen Belastungsverhältnissen die Spannungs- und Dehnungsfelder für die gegebene Belastung nur als Funktion in Dickenrichtung vereinfacht berechnet werden, da die Belastungssituation als homogen d.h. als unabhängig der räumliche Position angenommen werden kann. Diese Annahmen ermöglichen eine Reihe an Vereinfachungen bei der Lösung. Für die thermodynamischen Effekte lassen sich diese Aussagen prinzipiell auch auf die Wärmeleitung und das Temperaturfeld übertragen (siehe auch Abschnitt 2.3).

Gegenüber den globalen Effekten gelten bei den lokalen Effekten die gemachten Vereinfachungen nicht mehr. In der Abbildung 2.2 sind beispielhaft zwei typische lokale Effekte aus einer Berechnung nach der Finite-Element-Methode (FEM) dargestellt. Auf der linken Seite ist die interlaminare Schubspannung  $\tau_{ILS}$  eines  $[0,90]$ -FVW-Laminates unter einer Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$  dargestellt. Durch die großen Unterschiede zwischen den Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{\parallel}$  und  $\alpha_{\perp}$  entstehen durch die erzwungene Zusammenhangsbedingung innere Spannungen.

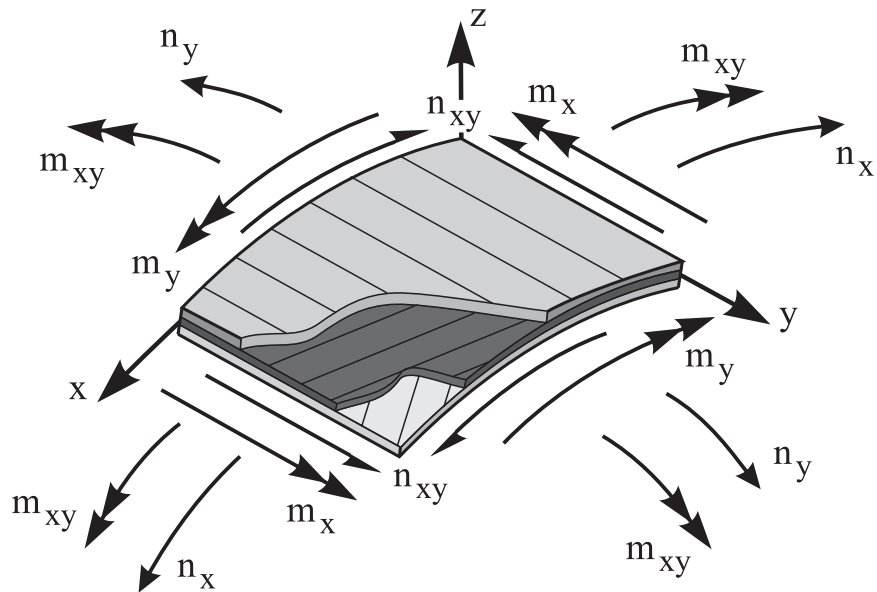


Abbildung 2.1: Schnittgrößen am Plattenelement

Diese Lasten werden im wesentlichen an den freien Rändern durch interlaminare Schubspannungen eingepreßt. Wie zu erkennen ist, ist dieser Effekt nur auf den unmittelbaren Randbereich beschränkt. Hier sind für die richtige Beschreibung des Spannungs- und Verformungsverhaltens die vereinfachten Annahmen einer ebenen Platte nicht mehr gültig, so daß – wie auch an der Verformung zu erkennen ist – eine dreidimensionale Berechnung notwendig wird.

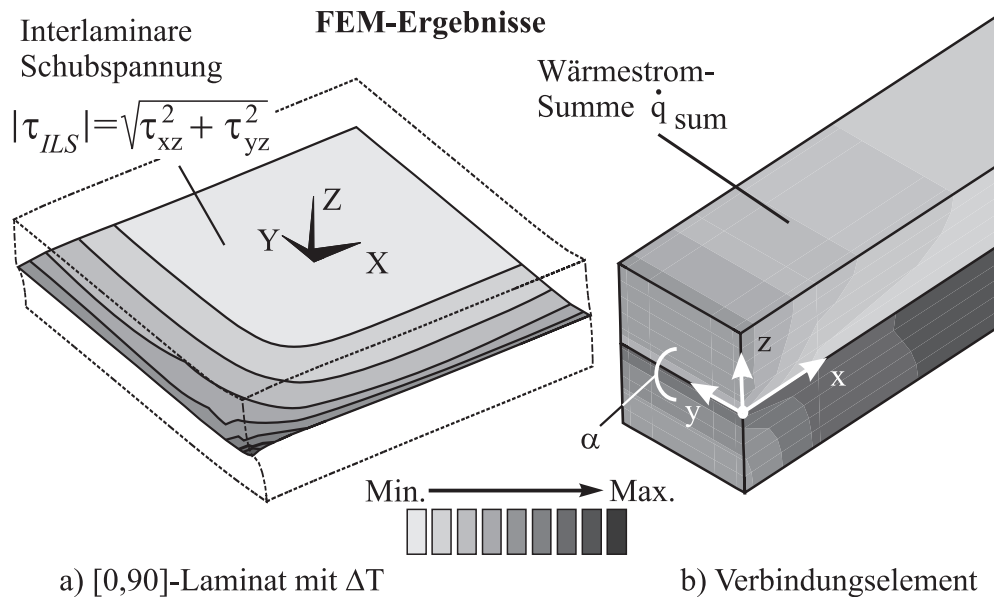


Abbildung 2.2: Schubspannungs- und Wärmestromverteilung an Rändern

Auf der rechten Seite von Abbildung 2.2 ist die Summe der Wärmeströme für den stationären Fall aufgrund einer Temperaturdifferenz in  $x$ -Richtung eines Verbindungselements dargestellt. Durch die Wahl der Randbedingungen (Temperatur bei  $x = L$ , Temperatur- und Wärmeübergang bei  $x = 0$ ) bildet sich zum Rand  $x = 0$  ein zweidimensionales Wärmestromfeld aus. Auch hier zeigt sich dieser Effekt nur im Randbereich, so daß außerhalb dieses Bereichs in guter Näherung das Verhalten eindimensional beschrieben werden kann.

Wie sich zeigt, sind die lokalen Effekte durch einen ausgeprägten mehrdimensionalen Zustand



gekennzeichnet, beschränken sich aber geometrisch stark auf einen lokalen Wirkungsbereich. Diese Rand- bzw. Lasteinleitungsprobleme sind in ihrem Verhalten durch ihren großen Einfluß bezüglich der gewählten praktischen Umsetzung am Bauteil geprägt. Konkrete Geometriebedingungen, Materialkombinationen und Fertigungsverfahren bestimmen hier die Verformungs- bzw. Spannungsverhältnisse sowie mögliche Temperaturfelder und lassen so wenig allgemeingültige Aussagen zu. Zudem sind in Beispiel a) durch die zum Teil großen Schubspannungen in den Klebeschichten Plastifizierungseffekte bzw. in b) nach Abbildung 2.2 die möglicherweise örtlich unterschiedlichen Wärmeübergangskoeffizienten als spezielle Bedingungen zu berücksichtigen.

Im weiteren Verlauf sollen daher die Schichtverbunde hauptsächlich unter globalen Beanspruchungen bzw. Verformungen mit den Vereinfachungen nach Abbildung 2.1 untersucht werden. Zusätzlich werden lokale Effekte zum Teil in Abschnitt 5.1.2 und 5.1.3 untersucht.

## 2.2 Mechanisches Verhalten

Das mechanische Verhalten der Schichtverbunde ist hier im Sinne einer Beschreibung des globalen Verformungsverhaltens bzw. der schichtweisen Beanspruchungssituation bei gegebener äußerer Belastung zu verstehen. Schichtverbunde sind dabei als schichtweise aufgebaute und nach Material und Schichtausrichtung beliebig zusammengesetzte Gesamtverbunde definiert. Bei isotropen Werkstoffen innerhalb des Gesamtschichtverbundes muß natürlich die Schichtausrichtung nicht berücksichtigt werden.

### 2.2.1 Analytische Beziehungen bei globalen Effekten

Im Folgendem werden die oben als „globale“-Effekte beschriebenen Zustände in die Beziehungen für den ebenen Beanspruchungsfall in einer kompakten und auf das Wesentliche beschränkten Form – mit der gewählten Notation – dargestellt. Als Grundlage dient hier das als klassische Laminattheorie (CLT) bezeichnete, vereinfachte analytische Modell wie es z.B. in [15] ausführlicher beschrieben ist. Ausgangspunkt ist dabei für den Verbund aus FVW wie in Abbildung 2.3 a) dargestellt die UD-Einzelschicht, die um den Winkel  $\beta$  bezüglich des globalen Koordinatensystems gedreht ist.

Für die orthotrope Einzelschicht mit einer über der Schicht konstanten Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$  gilt bei Vernachlässigung der Feuchteeffekte und der Belastungen in  $z$ -Richtung für den Zusammenhang zwischen (resultierenden) Spannungen und mechanischen bzw. thermalen Dehnungen:

$$[\sigma_{\parallel\perp}] = \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel} \\ \sigma_{\perp} \\ \tau_{*} \end{pmatrix} = [C_{\parallel\perp}] \left\{ \begin{pmatrix} \varepsilon_{\parallel} \\ \varepsilon_{\perp} \\ \gamma_{*} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel} \\ \alpha_{\perp} \\ 0 \end{pmatrix} \Delta T \right\} \quad (2.1)$$

$$\text{mit: } [C_{\parallel\perp}] = \begin{pmatrix} \frac{E_{\parallel}}{1-\nu_{\parallel\perp}\nu_{\perp\parallel}} & \frac{\nu_{\parallel\perp}E_{\perp}}{1-\nu_{\parallel\perp}\nu_{\perp\parallel}} & 0 \\ \frac{\nu_{\parallel\perp}E_{\perp}}{1-\nu_{\parallel\perp}\nu_{\perp\parallel}} & \frac{E_{\perp}}{1-\nu_{\parallel\perp}\nu_{\perp\parallel}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{*} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Der Schichtverbund nach Abbildung 2.3 b) ergibt sich nach Transformation der Einzelschichteigenschaften auf das globale Koordinatensystem mit Hilfe der Transformationsmatrix  $[T_{\sigma}]$  und

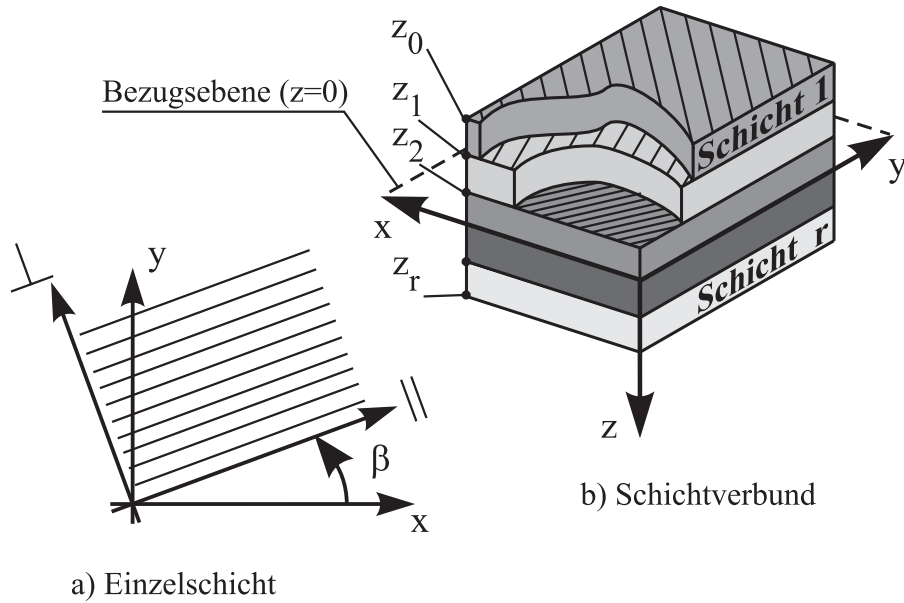


Abbildung 2.3: Einzelschicht und Schichtverbund mit KOS nach der CLT

Verknüpfung der Einzelschichtsteifigkeiten nach der CLT das Materialgesetz der aus  $r$ -Schichten aufgebaute Platte. Diese Transformation entfällt bei isotropen Materialien. Als Bezugsfläche bezüglich der Schnittlasten und auch der Verformungen wird dabei die  $x$ - $y$ -Ebene bei  $z \equiv 0$  gewählt. Unter den Voraussetzungen der CLT gilt damit:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix}^{Bez} - \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{th} \\ \mathbf{m}_{th} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix}^{Bez} - \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{th} \\ \mathbf{m}_{th} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Eine wesentliche Vereinfachung stellt die Voraussetzung eines über der Schichtdicke konstanten Dehnungs-  $[\boldsymbol{\varepsilon}]$  und Krümmungsvektors  $[\boldsymbol{\kappa}]$  dar. Damit wird ein linearer Dehnungsansatz (ähnlich der elementaren technischen Biegetheorie) in Dickenrichtung angenommen. Die verwendeten Matrizen und Vektoren aus Gleichung (2.3) werden dabei wie folgt gebildet:

$$[\mathbf{A}] = \sum_{o=1}^r [\mathbf{C}_{xy}]_o (z_o - z_{o-1}) \quad \text{mit:} \quad [\mathbf{C}_{xy}]_o = [\mathbf{T}_{\sigma}]_o [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o [\mathbf{T}_{\sigma}]_o^T \quad (2.4)$$

$$[\mathbf{B}] = \frac{1}{2} \sum_{o=1}^r [\mathbf{C}_{xy}]_o (z_o^2 - z_{o-1}^2) \quad (2.5)$$

$$[\mathbf{D}] = \frac{1}{3} \sum_{o=1}^r [\mathbf{C}_{xy}]_o (z_o^3 - z_{o-1}^3) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{n}_{th} = \Delta T \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_{\sigma}]_o [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel} \\ \alpha_{\perp} \\ 0 \end{pmatrix}_o (z_o - z_{o-1}) \quad (2.7)$$

$$\mathbf{m}_{th} = \frac{\Delta T}{2} \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_{\sigma}]_o [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel} \\ \alpha_{\perp} \\ 0 \end{pmatrix}_o (z_o^2 - z_{o-1}^2) \quad (2.8)$$

Wie schon für die Einzelschicht wird in der Grundform nach Gleichung (2.7) und (2.8) für das nach der CLT gebildete Materialgesetz des Schichtverbundes bei globalen äußeren Lasten eine über alle Schichten konstanten Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$  angenommen. Gerade für die Anwendung bei thermomechanisch belasteten Schichtverbunden stellt dies jedoch eine starke Einschränkung bezüglich einer Berechnung möglicher Lastfälle dar.

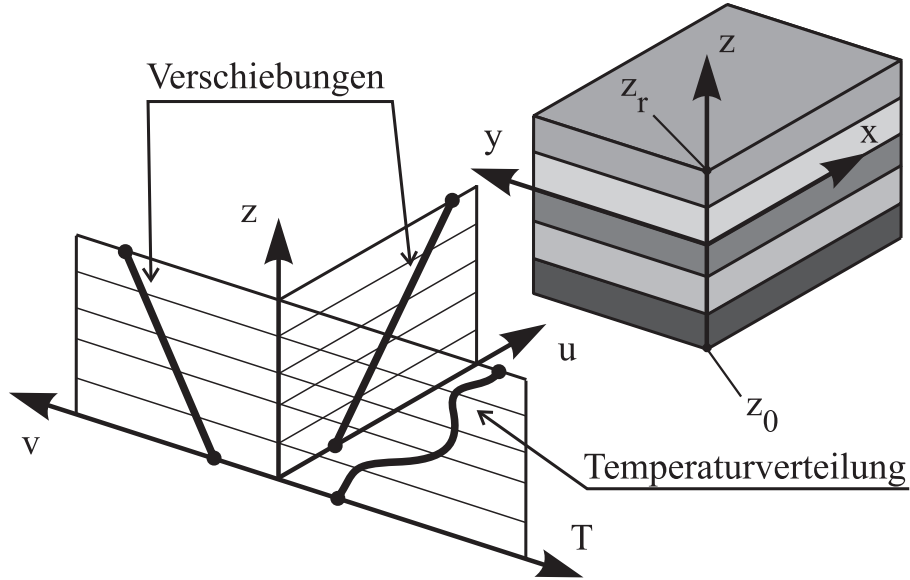


Abbildung 2.4: Möglicher Verformungs- und Temperaturverlauf für die erweiterte CLT

In Abbildung 2.4 sind die sich aus dem linearen Dehnungsansatz nach der linearen Theorie der kleinen Verformungen ergebenden Verschiebungen  $u$  und  $v$  dargestellt. Diese Vereinfachung aus der CLT bedeutet unter den gemachten Voraussetzungen keine Einschränkung für die zu untersuchenden mechanisch und thermisch beanspruchten Schichtverbunde, wobei natürlich die Gültigkeit dieser Annahme gegebenenfalls überprüft werden muß (siehe auch Abschnitt 5.1.2). Bezüglich der Temperaturverteilung über der Schichtverbunddicke  $z$  muß unter den allgemeinen Randbedingungen aber auch von einem allgemeinen Temperaturverlauf, wie in Abbildung 2.4 gezeigt, ausgegangen werden, da schon bei materialhybridem Schichtaufbau die stationäre Lösung des Temperaturfeldes einen treppenförmigen Temperaturverlauf hervorruft. Dies bedeutet, daß die temperaturabhängigen Zusammenhänge in (2.7) und (2.8) erweitert werden müssen. Dabei wird bei der Herleitung der Beziehungen (2.7) und (2.8) deutlich, daß in der CLT grundsätzlich keine Beschränkung bezüglich der Temperaturverteilung besteht. Basis der Grundgleichung (2.3) ist der integrale Zusammenhang der Schnittgrößen  $[\mathbf{n}]$  und  $[\mathbf{m}]$  mit den Spannungen am Plattenelement. Für die thermischen Streckenlasten  $[\mathbf{n}_{th}]$  und  $[\mathbf{m}_{th}]$  gilt daher:

$$[\mathbf{n}_{th}] = \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_{\sigma}]_o [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel} \\ \alpha_{\perp} \\ 0 \end{pmatrix}_o \int_{z_{o-1}}^{z_o} \Delta T(z) dz \quad (2.9)$$

$$[\mathbf{m}_{th}] = \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_{\sigma}]_o [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel} \\ \alpha_{\perp} \\ 0 \end{pmatrix}_o \int_{z_{o-1}}^{z_o} \Delta T(z) z dz \quad (2.10)$$

Mit Hilfe der Formulierungen (2.9) und (2.10) ist es möglich beliebige Temperaturverläufe bzw. Temperaturdifferenzen  $\Delta T = \Delta T(z) = T_e(z) - T_b$  in die CLT zu implementieren. Wie aber noch in Abschnitt 2.6.1 gezeigt wird, kann es notwendig sein, die Temperaturabhängigkeit des Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{th} = \alpha_{th}(T)$  zu berücksichtigen. Damit ergibt sich die allgemeine Form der thermischen Kraft- und Momentenvektoren  $[\mathbf{n}_{th}]$  und  $[\mathbf{m}_{th}]$  dann zu:

$$[\mathbf{n}_{th}] = \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_\sigma]_o [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \int_{z_{o-1}}^{z_o} \int_{T_b}^{T(z)} \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel}(T) \\ \alpha_{\perp}(T) \\ 0 \end{pmatrix} dT dz \quad (2.11)$$

$$[\mathbf{m}_{th}] = \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_\sigma]_o [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \int_{z_{o-1}}^{z_o} \int_{T_b}^{T(z)} \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel}(T) \\ \alpha_{\perp}(T) \\ 0 \end{pmatrix} dT z dz \quad (2.12)$$

Durch die Grundgleichung (2.3) der CLT ist es möglich, den Zusammenhang zwischen den äußeren Schnittlasten und der Verzerrungen  $[\boldsymbol{\varepsilon}]^{Bez}$  und  $[\boldsymbol{\kappa}]^{Bez}$  der geschichteten Platte herzustellen. Für die Bewertung der Beanspruchungssituation in der Einzelschicht ist es jedoch notwendig, von der globalen wieder auf eine lokale Betrachtungsweise je Einzelschicht und damit zu den lokalen Schichtkoordinatensystemen zurückzukehren. Für die Einzelschicht gilt damit:

$$[\boldsymbol{\sigma}_{\parallel\perp}]_o(z) = \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel}(z) \\ \sigma_{\perp}(z) \\ \tau_{\times}(z) \end{pmatrix} = [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \left\{ [\mathbf{T}_\sigma]_o^T ([\boldsymbol{\varepsilon}]^{Bez} + z [\boldsymbol{\kappa}]^{Bez}) - \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel} \\ \alpha_{\perp} \\ 0 \end{pmatrix} \Delta T(z) \right\} \quad (2.13)$$

Für den Fall, daß die Temperaturabhängigkeit der Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha = \alpha(T)$  mitberücksichtigt werden soll gilt:

$$[\boldsymbol{\sigma}_{\parallel\perp}]_o(z) = \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel}(z) \\ \sigma_{\perp}(z) \\ \tau_{\times}(z) \end{pmatrix} = [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \left\{ [\mathbf{T}_\sigma]_o^T ([\boldsymbol{\varepsilon}]^{Bez} + z [\boldsymbol{\kappa}]^{Bez}) - \int_{T_b}^{T(z)} \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel}(T) \\ \alpha_{\perp}(T) \\ 0 \end{pmatrix} dT \right\} \quad (2.14)$$

Wie zu erkennen ist, ergibt sich im allgemeinen Fall – im Gegensatz zu dem Fall einer konstanten Temperaturänderung  $\Delta T$  mit einem linearen Spannungsverlauf über der Einzelschichtdicke – auch ein allgemeiner Verlauf der Spannungen  $\sigma_{\parallel}$  und  $\sigma_{\perp}$ . Der Verlauf der Schubspannung  $\tau_{\times}$  bleibt dabei aber in jedem Fall linear.

Gerade bei den FVW mit ihren stark ausgeprägten orthotropen Materialeigenschaften ist selbst mit der Kenntnis des lokalen Spannungszustandes eine Bewertung des gesamten Belastungszustandes oft schwierig. Mit Hilfe von sogenannten Versagenskriterien kann der Belastungszustand jeder Einzelschicht und somit des gesamten Schichtverbundes bewertet werden. Durch die Verwendung eines Anstrengungswertes  $\mathcal{E}$ , können durch die Bedingung  $\mathcal{E} < 1$  für jede Schicht der zulässige Beanspruchungsbereich begrenzt bzw. verschiedene Lastzustände verglichen werden.

Dabei stehen eine Reihe unterschiedlicher Versagenskriterien zur Verfügung. Sie reichen von einfachen Pauschalverfahren, die keine Interaktion zwischen verschiedenen Spannungen berücksichtigen, bis hin zu komplexeren, stärker physikalisch begründeten Bruchhypothesen. Im Rahmen dieser Arbeit soll nicht das Für und Wider einzelner Kriterien bei dem praktischen Einsatz

diskutiert oder ein Vergleich durchgeführt werden. Mit der Information bezüglich der Anstrengungswerte einer geeigneten Methode sollen jedoch verschiedene Systeme verglichen werden. Für den Vergleich sind dabei nicht die Absolutwerte sondern die relativen Differenzen von Interesse. Als geeignete Methode wird hier ein erweitertes Tsai-Hill Kriterium (siehe dazu [15]) nach Gleichung (2.15) gewählt, das zum einen noch einfach zu integrieren ist, und zum anderen die wesentlichen Interaktionen berücksichtigt. Die Erweiterung bezieht sich auf die Unterscheidung zwischen Druck und Zug, so daß bei den wirksamen, zulässigen Spannungen  $\sigma_{\parallel zul_Z}$ ,  $\sigma_{\parallel zul_D}$  bzw.  $\sigma_{\perp zul_Z}$ ,  $\sigma_{\perp zul_D}$  je nach Spannungszustand die Zug- oder Druckwerte bei Bruch einzusetzen sind.

$$\mathcal{E}_{TsaiHill}(\sigma_{\parallel}, \sigma_{\perp}, \tau_{*}) = \text{Maximum} \left[ \frac{|\sigma_{\parallel}|}{|\sigma_{\parallel zul_{Z/D}}|}, \frac{|\sigma_{\perp}|}{|\sigma_{\perp zul_{Z/D}}|}, \sqrt{\frac{\sigma_{\parallel}^2}{\sigma_{\parallel zul_{Z/D}}^2} - \frac{\sigma_{\parallel} \sigma_{\perp}}{|\sigma_{\parallel zul_{Z/D}}| \cdot |\sigma_{\perp zul_{Z/D}}|} + \frac{\sigma_{\perp}^2}{\sigma_{\perp zul_{Z/D}}^2} + \frac{\tau_{*}^2}{\tau_{* zul_{Z/D}}^2}} \right] \quad (2.15)$$

Bei der Bewertung von isotropen Werkstoffen – die natürlich innerhalb des Schichtverbundes integriert sein können – wird wie in Gleichung (2.16) zu erkennen ist, die auf die zulässige Spannung bezogene Vergleichsspannung nach „von Mises“ benutzt.

$$\mathcal{E}_{Mises}(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) = \frac{\sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}}{\sigma_{zul}} \quad (2.16)$$

Die Formulierung zeichnet sich durch ihre einfache Form aus, wobei sie formal nur für das Verhalten duktiler Materialien bei Fließbeginn geeignet ist. Als zulässige Spannung  $\sigma_{zul}$  ist so die Spannung bei Fließbeginn einzusetzen. Im Einzelfall (gerade bei kryogenen Temperaturen und damit möglicherweise verändertem Bruchverhalten) ist aber die Gültigkeit zu überprüfen.

## 2.3 Transientes, thermodynamisches Verhalten

Neben den mechanischen Eigenschaften und Berechnungsmethoden ist natürlich für thermomechanisch beanspruchte Schichtverbunde die Frage nach der Temperaturverteilung zu beantworten. Insbesondere sind die Auswirkungen von thermodynamischen Effekten, wie sie bei Befüllvorgängen in Tanksystemen oder bei Anlauf- und Abschaltvorgängen von thermomechanischen Maschinen vorkommen, hierbei von Interesse.

Grundsätzlich kommt damit zu der räumlich zuzuordnenden Beanspruchungssituation – bei einzelnen statischen, mechanischen Lastfällen – die zeitliche Abhängigkeit des Temperaturfeldes bei der Gesamtbewertung einer Struktur hinzu.

### 2.3.1 Grundgleichungen

Allgemein lautet die Grundgleichung für die instationäre Wärmeleitung in einem Festkörper ohne Wärmetransport und Wärmequellen in kartesischen Koordinaten (zum Beispiel nach [16]):

$$\rho c(x, y, z, T) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot [\lambda(x, y, z, T) \nabla T(x, y, z)] \quad \text{mit: } \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \quad (2.17)$$

Damit ergibt sich die Differentialgleichung für die eindimensionale Wärmeleitung (hier in  $z$ -Richtung) bei **homogenen** und **temperaturunabhängigen** Werkstoffeigenschaften zu:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad \text{mit: } a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (2.18)$$

Wie ersichtlich ist, stellt selbst die vereinfachte Gleichung (2.18) für den eindimensionalen Fall eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung dar. Bei der Wärmeleitung durch ein materialhybrides, geschichtetes Gebiet kann die Gleichung (2.18) für jedes Gebiet aufgestellt und durch Temperatur- und Wärmestrombedingungen miteinander gekoppelt werden. Grundsätzlich sind damit aber nur für bestimmte Rand- und Anfangsbedingungen analytische Lösungen darstellbar.

Bei den Randbedingungen werden drei Arten unterschieden:

- Randbedingung 1. Art:  
Vorgabe der Wandtemperatur
- Randbedingung 2. Art:  
Vorgabe des Wärmestroms  $\dot{q}$  durch die Wand
- Randbedingung 3. Art:  
Vorgabe der Umgebungstemperatur  $T_\infty$  und des Wärmeübergangskoeffizienten  $\zeta$  an der Wand. Dabei gilt:

$$\zeta (T_{Wand} - T_\infty) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{Wand} \equiv \dot{q} \quad \text{mit der Wandtemperatur: } T_{Wand} = T_\infty - \frac{\lambda}{\zeta} \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{Wand}$$

Somit ist der Wärmeübergangskoeffizient  $\zeta$  auch als spezifischer Wärmeübergangswiderstand an der Wand zu verstehen.

### 2.3.2 Analytisch beschreibbare Sonderfälle

Wie oben angesprochen sind analytische Lösungen der Differentialgleichung (2.18) nur für bestimmte Fälle vorhanden. In [17] sind einige Lösungen für verschiedene Systeme und Randbedingungen dargestellt. Für die Anwendung im Rahmen dieser Arbeit werden drei typische Fälle – zwei thermodynamische und ein thermostatischer –, wie in Abbildung 2.5 erläutert ist näher betrachtet. Dabei wird die Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte vernachlässigt (siehe dazu auch noch Abschnitt 2.6.2).

Alle Fälle aus Abbildung 2.5 können im Rahmen gewisser Vereinfachungen als Grundlage für die Berechnung relevanter Problemstellungen verwendet werden.

Der Fall a) kann für die Verhältnisse, die bei dem Befüllen eines Tanks mit Flüssigkeit entstehen, verwendet werden. Durch die Flüssigkeit ist ein sehr großer Wärmeübergang zur Innenwand wirksam, der durch die feste Wandtemperatur  $T_i$  angenähert wird. An der äußeren Wand ist es möglich durch die Randbedingung 3. Art den Wärmeübergang mit der Veränderung des Wärmeübergangskoeffizienten  $\zeta$  in einem weiten Bereich anzupassen ( $\zeta \rightarrow 0$  Isolierung mit  $\dot{q}_a \equiv 0$ ;  $\zeta \rightarrow \infty$  Wandtemperatur  $T(d, t)$  ist gleich der Randtemperatur  $T_a$ ).

Der Fall b) entspricht der Situation einer Platte der Dicke  $d$ , die nach der Gesamtanfangstemperatur  $T_b$  mit einem Medium der Temperatur  $T_\infty$  bei einem Wärmeübergangskoeffizienten  $\zeta$

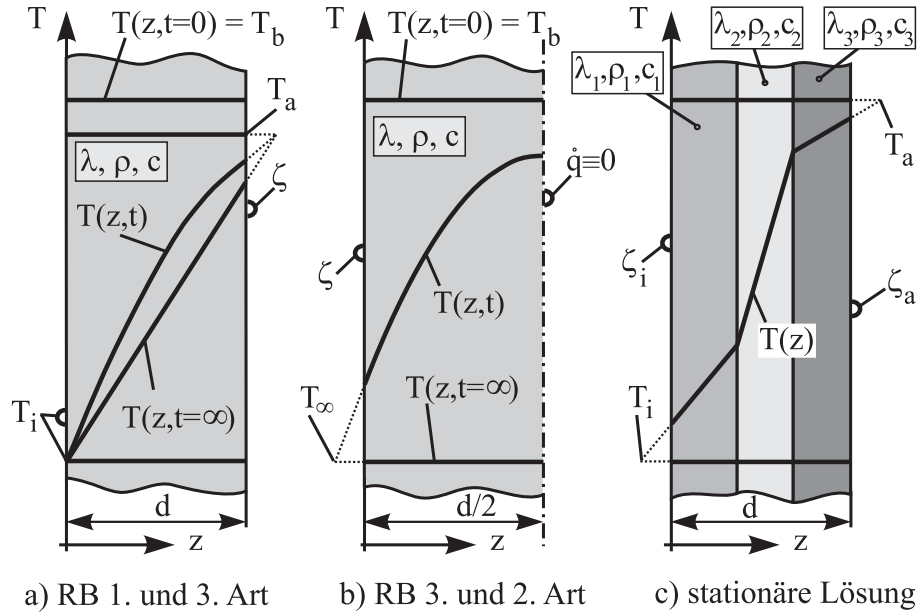


Abbildung 2.5: Temperaturverläufe für verschiedene thermische Randbedingungen (RB)

Kontakt hat. Durch das symmetrische System muß nur die halbe Platte mit der Symmetriebedingung  $\dot{q} \equiv 0$  bei  $z = d/2$  betrachtet werden.

Im Fall c) kann ein materialhybrider Schichtverbund – im Vergleich zu dem Fall a) und b) – mit drei Schichten unter beliebigen Randtemperaturen  $T_i$  und  $T_a$  sowie Wärmeübergangskoeffizienten  $\zeta_i$  und  $\zeta_a$  untersucht werden.

Die Einschränkung bei Fall a) und b) auf eine thermisch homogene Platte läßt es trotzdem zu, allgemeine Schichtverbunde **eines Materials** mit beliebigen Schichtdicken und Orientierungen zu untersuchen, da die Wärmeleitung in  $z$ -Richtung durch eine Drehung einzelner Schichten in der  $x$ - $y$ -Ebene nicht beeinflusst wird. Im Folgenden werden die analytischen Zusammenhänge der Fälle a) – c) nach [16] und [17] zusammengestellt. Die Indices der Temperaturfelder z.B. **13** bei  $T(z, t)_{13}$  beziehen sich auf die thermische Randbedingung (hier 1. und 3. Art).

### Fall a)

Der Fall a) aus Abbildung 2.5 ergibt sich als analytische Funktion  $T = T(z, t)$  in Abhängigkeit von  $z$  und  $t$  zu:

$$T(z, t)_{13} = \frac{T_a \zeta \frac{z}{\lambda} + T_i \left[ 1 + \frac{\zeta(d-z)}{\lambda} \right]}{\frac{\zeta d}{\lambda} + 1} + 2 \sum_{o=1}^{\infty} e^{\frac{-\mu_o^2 \lambda t}{\rho c d^2}} \cdot \frac{\frac{(T_b - T_a) \zeta d}{\lambda} \sin\left[\mu_o \frac{z}{d}\right] + (T_b - T_i) \left[ \mu_o \cos\left(\mu_o \frac{d-z}{d}\right) + \frac{\zeta d}{\lambda} \sin\left(\mu_o \frac{d-z}{d}\right) \right]}{\mu_o^2 \sin \mu_o - \mu_o \left( \frac{\zeta d}{\lambda} + 1 \right) \cos \mu_o} \quad (2.19)$$

Die Eigenwerte  $\mu_o$  für Gleichung (2.19) können aus der rekursiven Gleichung (2.20) mit Hilfe numerischer Verfahren bestimmt werden.

$$\tan \mu_o = \frac{-\mu_o \lambda}{\zeta d} \quad (2.20)$$

Bei Verwendung einer eigenen Lösung für kurze Zeiten nach Gleichung (2.1) kann nach eigenen Berechnungen in Anlehnung an [18], wegen der geringen Einflüsse höherer Glieder, mit ausreichender Genauigkeit vereinfacht die Summenbildung nach drei Eigenwerten abgebrochen werden. Somit gilt:

$$T(z, t)_{13V} = \frac{T_a \zeta \frac{z}{\lambda} + T_i \left[1 + \frac{\zeta(d-z)}{\lambda}\right]}{\frac{\zeta d}{\lambda} + 1} + 2 \sum_{o=1}^3 e^{\frac{-\mu_o^2 \lambda t}{\rho c d^2}} \cdot \frac{\frac{(T_b - T_a) \zeta d}{\lambda} \sin[\mu_o \frac{z}{d}] + (T_b - T_i) \left[\mu_o \cos(\mu_o \frac{d-z}{d}) + \frac{\zeta d}{\lambda} \sin(\mu_o \frac{d-z}{d})\right]}{\mu_o^2 \sin \mu_o - \mu_o \left(\frac{\zeta d}{\lambda} + 1\right) \cos \mu_o} \quad (2.21)$$

Die stationäre Lösung wird nur durch den ersten zeitunabhängigen Term von Gleichung (2.19) gebildet und ergibt, wie in Abbildung 2.5 a) dargestellt, einen linearen Temperaturverlauf über der Schichtdicke:

$$T(z)_{13St} = \frac{T_a \zeta \frac{z}{\lambda} + T_i \left[1 + \frac{\zeta(d-z)}{\lambda}\right]}{\frac{\zeta d}{\lambda} + 1} \quad (2.22)$$

Für kleine Zeiten  $t$  kommt es bei Verwendung einer endlichen Anzahl der Eigenwerte  $\mu$  zu einem Schwingen der Lösung, das numerisch begründet ist. Eine spezielle Lösung für kurze Zeiten lautet:

$$T(z, t)_{13K} = T_b + (T_i - T_b) \operatorname{erfc} \left[ \frac{z}{2\sqrt{\frac{\lambda t}{\rho c}}} \right] + (T_a - T_b) \left\{ \operatorname{erfc} \left[ \frac{d-z}{2\sqrt{\frac{\lambda t}{\rho c}}} \right] - e^{\frac{\zeta}{\lambda} \left( d-z + \frac{\zeta t}{\rho c} \right)} \operatorname{erfc} \left[ \frac{d-z}{2\sqrt{\frac{\lambda t}{\rho c}}} + \frac{\zeta}{\lambda} \sqrt{\frac{\lambda t}{\rho c}} \right] \right\} \quad (2.23)$$

Diese Lösung entspricht der Überlagerung von Lösungen halbbundlicher Körper mit Randbedingungen 1. bzw. 3. Art. Auch hier gibt es mit kleinen Werten  $g$  numerische Schwierigkeiten bei der Lösung des Fehlerintegrals  $\operatorname{erf} = \operatorname{erf}[g]$  bzw. des komplementären Fehlerintegrals  $\operatorname{erfc}[g] = 1 - \operatorname{erf}[g]$ , so daß für Werte  $g < 2.6$  nach [16] gilt:

$$\operatorname{erfc}[g] \approx \frac{e^{-g^2}}{g\sqrt{\pi}} \left( 1 - \frac{1}{2g^2} + \frac{3}{4g^4} - \frac{15}{8g^6} \right) \quad \text{für } g < 2.6 \quad (2.24)$$

Um den rechnerischen Aufwand möglichst gering zu halten, können in Anlehnung an Untersuchungen in [18] Grenzzeiten für die Verwendung von Lösungen bei kurzen  $t_K$  und langen  $t_L$  Zeiten festgelegt werden, so daß gilt:

$$T(z, t)_{13} = \begin{cases} T(z, t)_{13K} & \text{für } t < t_K \approx \frac{d^2 \rho c}{23 \lambda} \\ T(z, t)_{13St} & \text{für } t > t_L \approx \frac{4d^2 \rho c}{\lambda} \\ T(z, t)_{13V} & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.25)$$



### Fall b)

Für den Fall b) gilt:

$$T(z, t)_{32} = T_\infty + 2(T_b - T_\infty) \sum_{o=1}^{\infty} e^{\frac{-4\mu_o^2 \lambda t}{\rho c d^2}} \frac{\sin \mu_o}{\mu_o + \sin \mu_o \cos \mu_o} \cos\left(\mu_o \frac{d-2z}{d}\right) \quad (2.26)$$

Die Eigenwerte  $\mu_o$  für Gleichung (2.26) sind hier aus Gleichung (2.27) zu bestimmen.

$$\tan \mu_o = \frac{2\lambda}{\zeta d \mu_o} \quad (2.27)$$

Hier kann ähnlich zu dem Fall a) bei ausreichender Genauigkeit bei der Lösung für kurze Zeiten nach Gleichung (2.30) vereinfacht die Summenbildung nach dem zweiten Term, wegen der geringen Einflüsse der höheren Glieder, abgebrochen werden.

$$T(z, t)_{32V} = T_\infty + 2(T_b - T_\infty) \sum_{o=1}^2 e^{\frac{-4\mu_o^2 \lambda t}{\rho c d^2}} \frac{2 \sin \mu_o}{\mu_o + \sin \mu_o \cos \mu_o} \cos\left(\mu_o \frac{d-2z}{d}\right) \quad (2.28)$$

Die stationäre Lösung lautet:

$$T(z)_{32St} = T_\infty \quad (2.29)$$

Für kurze Zeiten gilt:

$$T(z, t)_{32K} = T_b + (T_\infty - T_b) \left\{ \operatorname{erfc}\left[\frac{z}{2\sqrt{\frac{\lambda t}{\rho c}}}\right] - e^{\frac{\zeta}{\lambda}(z+\frac{\zeta t}{\rho c})} \operatorname{erfc}\left[\frac{z}{2\sqrt{\frac{\lambda t}{\rho c}}} + \frac{\zeta}{\lambda} \sqrt{\frac{\lambda t}{\rho c}}\right] \right\} \quad (2.30)$$

Diese Gleichung entspricht der Lösung eines halbbunendlichen Gebietes mit der Randbedingung 3. Art, da für kurze Zeiten der Einfluß der Bedingung  $\dot{q} \equiv 0$  an der Symmetrieebene bei  $z = \frac{d}{2}$  keinen Einfluß auf die Lösung hat (das Temperaturfeld wird dabei nur in der Nähe von  $x \equiv 0$  beeinflusst). Ähnlich zu dem Fall a) kann vereinfacht für verschiedene Zeiten die Temperaturverteilung  $T(z, t)$  berechnet werden:

$$T(z, t)_{32} = \begin{cases} T(z, t)_{32K} & \text{für } t < t_K \approx \frac{d^2 \rho c}{80 \lambda} \\ T(z, t)_{32St} & \text{für } t > t_L \approx \frac{100 d^2 \rho c}{\lambda} \\ T(z, t)_{32V} & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.31)$$

### Fall c)

Wie Abbildung 2.6 zeigt, kann für den stationären Fall mit Hilfe einer gedachten Stauchung bzw. Streckung der Einzelschichtdicken das Temperaturverhalten der materialhybriden Dreischichtplatte auf die Berechnung einer Platte aus einem homogenen Material zurückgeführt werden.

Die Wärmeübergangskoeffizienten  $\zeta_i$  und  $\zeta_a$  ändern sich dabei nicht. In dem Beispiel aus Abbildung 2.6 wird das Material 1 als Referenzmaterial verwendet. Die Schichtdicken  $d_2$  und  $d_3$  gehen dabei in die Dicken  $\tilde{d}_2 = d_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  und  $\tilde{d}_3 = d_3 \frac{\lambda_1}{\lambda_3}$  über. Neben dem vermeintlichen Vorteil, eine allgemein geschichtete Platte in eine thermisch homogene überführen zu können, liegt der Gewinn bei diesem Verfahren in einer anschaulicheren Beurteilung des Temperaturverlaufs bei

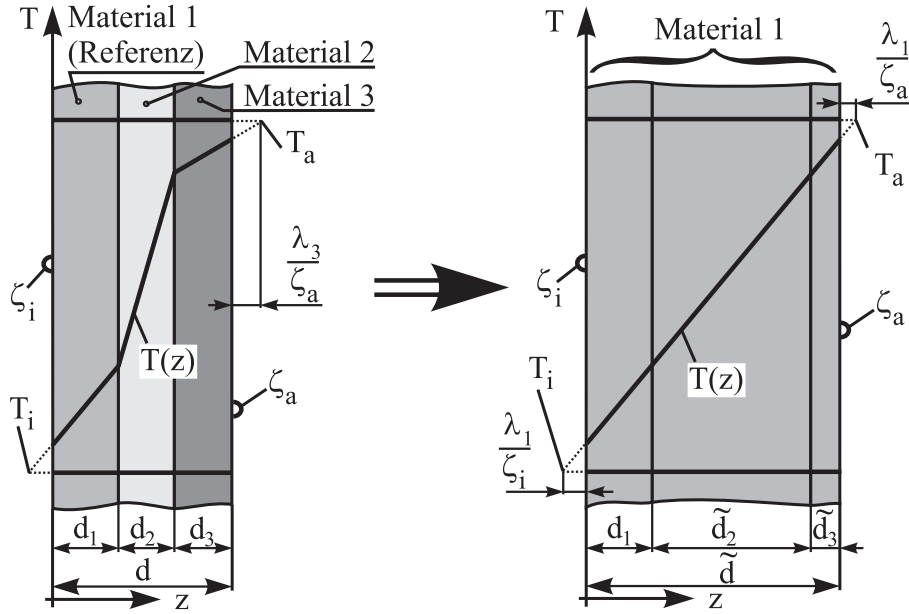


Abbildung 2.6: Mögliche Schichtdickentransformation bei stationärer Temperaturverteilung in einer hybriden Materialschichtung

materialhybriden Schichtverbunden. Durch die Skalierung der Dicke kann so der Temperaturverlauf z.B. bei stark unterschiedlicher Wärmeleitfähigkeit der Einzelschichten vorab grundsätzlich qualitativ bewertet werden.

Für den stationären Temperaturverlauf bei diesem Fall gilt in den einzelnen Schichten:

$$T(z)_{St_{33MH}} = \begin{cases} T_i - \dot{q}_{zSt_{MH}} \left( \frac{1}{\zeta_i} + \frac{z}{\lambda_1} \right) & \text{für } 0 < z \leq d_1 \\ T(d_1)_{33MH} - \dot{q}_{zSt_{MH}} \frac{(z-d_1)}{\lambda_2} & \text{für } d_1 < z \leq d_2 \\ T(d_2)_{33MH} - \dot{q}_{zSt_{MH}} \frac{(z-d_2)}{\lambda_3} & \text{für } d_2 < z \leq d_3 \end{cases} \quad (2.32)$$

mit der konstanten Wärmestromdichte durch die Platte  $\dot{q}_{zSt_{MH}}$ :

$$\dot{q}_{zSt_{MH}} = \frac{T_i - T_a}{\frac{1}{\zeta_i} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\zeta_a}} = -\lambda_1 \frac{dT}{dx} \Big|_1 = -\lambda_2 \frac{dT}{dx} \Big|_2 = -\lambda_3 \frac{dT}{dx} \Big|_3 = \text{const.} \quad (2.33)$$

### 2.3.3 Numerische Verfahren

Die Beispiele aus dem vorangehenden Abschnitt 2.3.2 zeigten schon, daß analytisch beschreibbare Wärmeleitungsprobleme aus der allgemeinen Differentialgleichung (2.17) und sogar der eingeschränkten Gleichung (2.18) nur für wenige Sonderfälle mit meist stationären Randbedingungen angebar sind. Numerische Verfahren bieten hier den Vorteil allgemeingültiger und so z.T. bei der praktischen Lösungssuche effektiver zu sein. Zwei Verfahren sollen hier betrachtet und kurz beschrieben werden. Zum einen das Differenzenverfahren und die FEM.

#### Differenzenverfahren

Bei dem Differenzenverfahren, das auch als Binder-Schmidt-Verfahren bekannt ist, wird die Differentialgleichung (2.18), wie z.B. [19] zeigt, wie folgt in eine Differenzgleichung als rekursiv definierte Funktion überführt:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Rightarrow \frac{T(x, t + \Delta t) - T(x, t)}{\Delta t} = a \frac{T(x + \Delta x, t) + T(x - \Delta x, t) - 2T(x, t)}{\Delta x^2} \quad (2.34)$$

Mit der Bedingung  $a \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \equiv \frac{1}{2}$ , die gleichzeitig immer zu einer stabilen Lösung führt, vereinfacht sich Gleichung (2.34) zu:

$$T(x, t + \Delta t) = \frac{1}{2} [T(x + \Delta x, t) + T(x - \Delta x, t)] \quad (2.35)$$

An den Rändern sind dann die Randbedingungen zu berücksichtigen, um mit den Temperaturanfangsbedingungen die Berechnung durchführen zu können. Das Verfahren, das durch seinen einfachen Aufbau leicht zu programmieren ist, kann für Systeme mit materialhybriden Schichtverbunden und zeitlich veränderlichen Randtemperaturen erweitert werden.

Bei vielen praktischen Anwendungen zeigt sich jedoch durch die feste Verknüpfung von Weg- und Zeitschritt, daß bei der Berechnung sehr kleine Zeitschritte gewählt werden müssen, und es daher zu großen Rechenzeiten bzw. Datenmengen bei der Beschreibung des gesamten Temperaturfeldes über der Zeit  $T = T(z, t)$  kommt. Dabei ist durch den fest gewählten Zeitschritt  $\Delta t$  eine Anpassung an die typischen Verhältnisse bei thermodynamischen Prozessen – kurze Zeitintervalle mit starker Temperaturdynamik gefolgt von langsamen Abklingprozessen – nicht möglich. Implizite Verfahren, auf die hier nicht näher eingegangen werden sollen, bieten durch die Wahl größerer Zeitschritte ein Vereinfachungspotential.

## FEM

Neben dem beschriebenen Differenzenverfahren spielt die FEM bei der Temperaturfeldberechnung eine große Rolle. Gerade bei einer anschließenden strukturmechanischen Berechnung – wie in Kapitel 5 beschrieben – liegt der große Vorteil in der Freiheit für die Thermalfeldberechnung ein eigenes Elementnetz wählen zu können. Damit kann berücksichtigt werden, daß die Zonen großer Gradienten bei der mechanischen und thermodynamischen Rechnung in der Regel geometrisch nicht zusammenfallen. So kann jeweils an eigenes, angepaßtes Netz verwendet werden. Für die strukturmechanische Berechnung sind dann geeignete Interpolationsfunktionen für die Abbildung des Temperaturfeldes auf dem mechanischen Netz zu wählen.

Bei eigenen, durchgeführten Berechnungen zeigte sich, daß bei den hier verwendeten Modellen die variablen Netzgeometrien keinen deutlichen Vorteil bei dem Berechnungsaufwand brachten, so daß die Möglichkeit eines konsistenten Modells für beide Berechnungsformen genutzt wurde. Zu der möglichen Modellbildung sollen hier aber nur kurz die Unterschiede zur Strukturmechanik beschrieben werden. Zum einen gehen die Kraft- und Verschiebungsrandbedingungen in Wärmestrom- und Temperaturrandbedingungen zum anderen die unbekanntes Knotenverschiebungen in Knotentemperaturen über. Dabei sollen Effekte aus Phasenumwandlung und Wärmestrahlung unberücksichtigt bleiben. An Elementflächen können thermische Randbedingungen 1., 2. und 3. Art aufgebracht werden. Im wesentlichen gibt es zwei Berechnungsmodi:

- Die stationäre Temperaturberechnung kann in der Regel direkt gelöst werden (siehe dazu auch Abschnitt 2.6.2)
- Die instationäre Temperaturberechnung, die das Temperaturfeld für diskrete Zeiten durch iterative Approximation beschreibt.

## 2.4 Berechnung von Kennwerten der FVW

Zusätzlich zu der Kennwertermittlung durch Experimente an Grundmaterialien, UD-Einzelschichten und Schichtverbunden spielt die rechnerische Kennwertbestimmung gerade für die Vorauslegung von Bauteilen eine große Rolle. Dabei sind zwei Berechnungsebenen, die aufeinander aufbauen können, mit der Berechnung der

- Kennwerte der UD-Einzelschicht aus den Kennwerten der Grundmaterialien mit Hilfe der sogenannten Mischungsgesetze bzw. der
- Kennwerte des Schichtverbundes aus den Daten der UD-Einzelschicht mit Hilfe z.B. der CLT (für die mechanischen Kennwerte)

zu unterscheiden.

Durch die Variationsmöglichkeit auf Einzelschichtebene mit der Wahl von Faser, Matrix und Fasergehalt  $\varphi_F$  bzw. auf Schichtverbundebene durch die zusätzliche Kombination verschiedener Einzelschichten mit ihrer Dicke  $d_o$  und Orientierung  $\beta_o$  ist die rechnerische Ermittlung der Kennwerte für die Vorhersage des globalen Verhaltens ein wichtiges Hilfsmittel bei der Bewertung von Varianten.

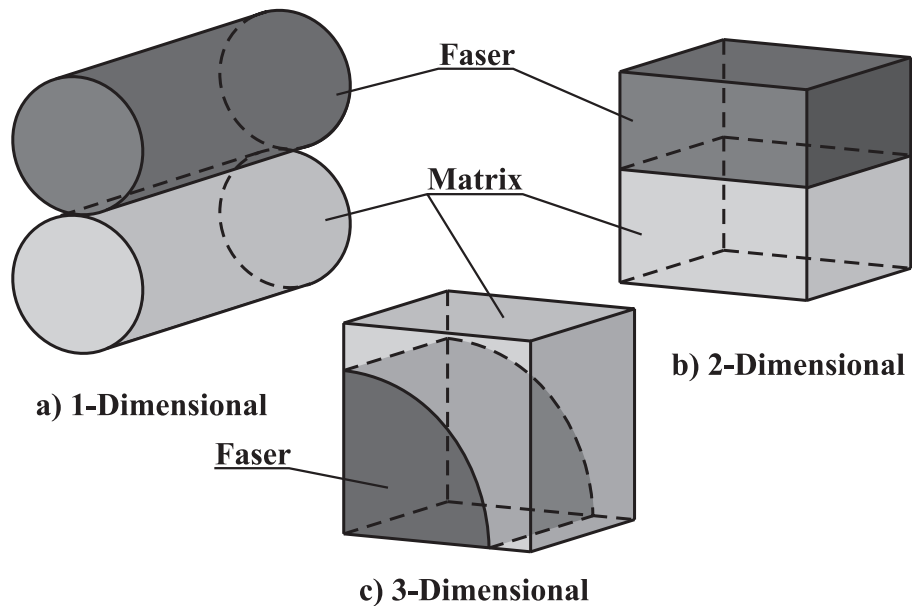


Abbildung 2.7: Verschiedene Kopplungsmodelle bei der UD-Kennwertermittlung

Auf der Ebene der Einzelschicht (den sogenannten Mischungsregeln) ist – wie in Abbildung 2.7 zu sehen – zwischen 1-, 2- und 3-dimensionalem Modell zu unterscheiden. Der wesentliche Unterschied der 2- und 3-dimensionalen Modelle gegenüber der 1-dimensionalen Betrachtung liegt in der Berücksichtigung von Koppeleffekten in Querrichtung. Neben der Berechnung der UD-Einzelschicht-Kennwerte aus den Basismaterialdaten hat die Umrechnung von Versuchsergebnissen von einem gegebenen auf einen gesuchten Faservolumenanteil eine besondere Bedeutung, so daß bei der Bewertung der analytischen Modelle nicht immer die absolute Abweichung sondern eine gute Nachbildung des prinzipiellen Verlaufs wichtig ist.

Auf der Ebene der Kennwertermittlung von Schichtverbunden wird für die mechanischen und in angepaßter Form auch für die thermischen Kennwerte eine zweidimensionale Betrachtungsweise im wesentlichen auf Basis der CLT verwendet.

## FEM-Ergebnisse

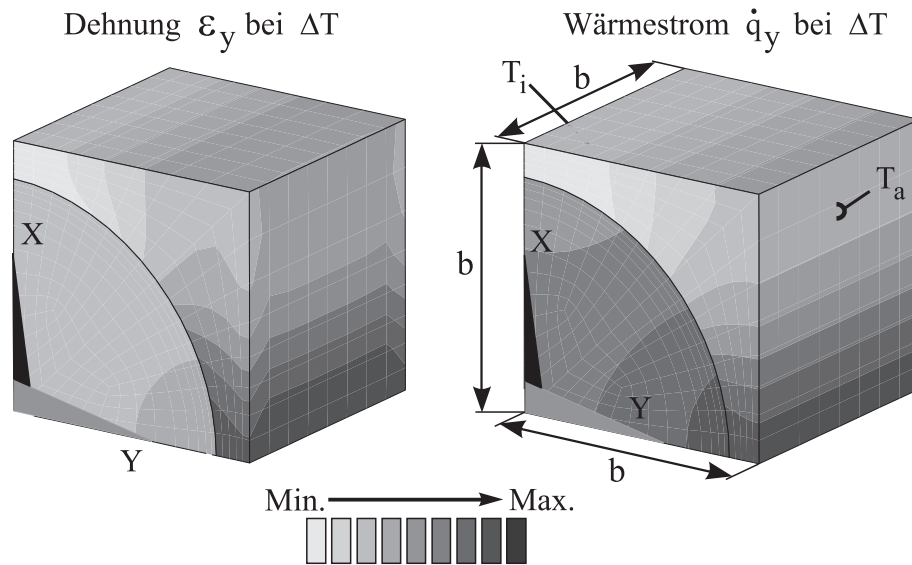


Abbildung 2.8: Ergebnisse an einer 3-D Regelzelle bei mechanischer und thermischer Belastung

In Abbildung 2.8 sind die typischen Ergebnisse aus einer FEM Berechnungen exemplarisch für die Verhältnisse an der Faser-Matrix-Regelzelle nach dem quadratischen Packungsmodell für ein CFK(HT)-Epoxy der Würfellänge  $b$  bei gegebenem Faserfilamentdurchmesser (hier typischerweise  $7\mu\text{m}$ ) nach Abbildung 2.7 c) dargestellt. Zum einen ist auf der linken Seite die thermische Dehnung  $\varepsilon_{yth} = \varepsilon_{\perp th}$  aufgrund reiner Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$ , zum anderen rechts der Wärmestrom  $\dot{q}_y = \dot{q}_{\perp}$  durch einen vorgegebenen Temperaturgradienten von  $\Delta T = T(x, y = 0, z) - T(x, y = b, z) = T_i - T_a$  dargestellt. In beiden Ergebnissen ist die Abhängigkeit der Verläufe von der Position in  $x$ - und  $y$ -Richtung sichtbar, die für größere Faservolumenanteile (hier  $\varphi_F = 60\%$ ) stärker ausgeprägt sind.

Bei den beiden folgenden Abschnitten werden Ergebnisse aus verschiedenen analytischen Modellen für die Berechnung der mechanischen und thermodynamischen Kennwerte mit den FEM-Ergebnissen verglichen und diskutiert.

### 2.4.1 Mechanische Kennwerte der Einzelschicht / Schichtverbunde

Für die Berechnung der mechanischen Kennwerte der UD-Einzelschicht mit der Materialkombination aus Faser- und Matrixwerkstoff gibt es unter der Annahme verschiedener Packungsmodellen eine Reihe an analytischen Ansätzen, die u.a. in [15], [20], [21], und [22] zusammengestellt sind. Werden die analytischen Ansätze für die Kennwerte  $E_{\parallel UD}$ ,  $\nu_{\parallel \perp UD}$  und  $\alpha_{\parallel UD}$  in Faserrichtung  $\parallel$  in der Regel durch einfache lineare Kombinationen der Grundkennwerte von Faser und Matrix gebildet, sind für die Querrichtung  $\perp$  die Ansätze mehr oder weniger komplex.

Durch ihre besondere Bedeutung bei der Kopplung von Thermal- und mechanischer Berechnung, die in dieser Arbeit besonders betrachtet werden, sollen hier bei den mechanischen Kennwerten nur die Wärmeausdehnungskoeffizienten herausgegriffen werden.

#### UD-Einzelschicht

Bei den Kennwerten der Einzelschicht sind hier die Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{\parallel UD}$  und  $\alpha_{\perp UD}$  in Abhängigkeit von den Faser- und Matrixeigenschaften und dem Faservolumenanteil

von besonderem Interesse. Für den Wärmeausdehnungskoeffizienten in Faserrichtung  $\alpha_{\parallel UD}$  gilt bei einem eindimensionalen Modell nach Abbildung 2.7 a) nach der linearen Mischungsregel:

$$\alpha_{\parallel UD}(\varphi_F) = \frac{E_{\parallel F} \alpha_{\parallel F} \varphi_F + E_M \alpha_M (1 - \varphi_F)}{E_{\parallel F} \varphi_F + E_M (1 - \varphi_F)} \quad (2.36)$$

In Anlehnung an die Berechnung des E-Moduls  $E_{\parallel UD}$  wird unter Vernachlässigung der Zusammenhangsbedingung in Querrichtung der Wärmeausdehnungskoeffizient durch Wichtung nach den Steifigkeiten berechnet. Diese Vernachlässigung der Querkontraktionseffekte führt aber mit den ungünstigeren Verhältnissen – im Vergleich zu  $E_{\parallel UD}$  – durch die großen Wärmeausdehnungskoeffizienten der Matrix  $\alpha_M$  zu Werten, die gegenüber der FEM zu klein sind. Bei der Annahme einer zweidimensionalen Kopplung nach Abbildung 2.7 b) werden hingegen bis zu einem bestimmten Faservolumenanteil (hier  $\varphi_F \approx 65\%$ ) zu große Werte im Vergleich zu der FEM berechnet.

Für den nach der Analytik berechneten Wert des Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{\parallel}$  im Vergleich zu den Ergebnissen der FEM zeigen sich wie erwartet mit Variation des Faservolumengehaltes  $\varphi_F$  gewisse Unterschiede. Wie in Abbildung 2.9 zu sehen ist, liegen bei kleinen Faservolumengehalten die Ergebnisse der eindimensionalen Berechnung den FEM-Ergebnissen sehr nahe, wohingegen größere Faservolumengehalte eine bessere Übereinstimmung mit der zweidimensionalen Berechnung zeigen. Hier wird der zunehmende Einfluß der dreidimensionalen Interaktion von Faser und Matrix deutlich, da verständlicherweise mit steigendem Faservolumengehalt  $\varphi_F$  die dreidimensionale Kopplung von Faser und Matrix zunimmt.

Trotz dieser Unterschiede zwischen der vereinfachten Berechnung nach Gleichung (2.36) und der FEM scheint gerade für die angesprochene Bedeutung bei der Umrechnung der Kennwerte für verschiedene Faservolumenanteile  $\varphi_F$  die vereinfachte analytische Beziehung (2.36) für die praktische Anwendung eine ausreichende Genauigkeit zu haben.

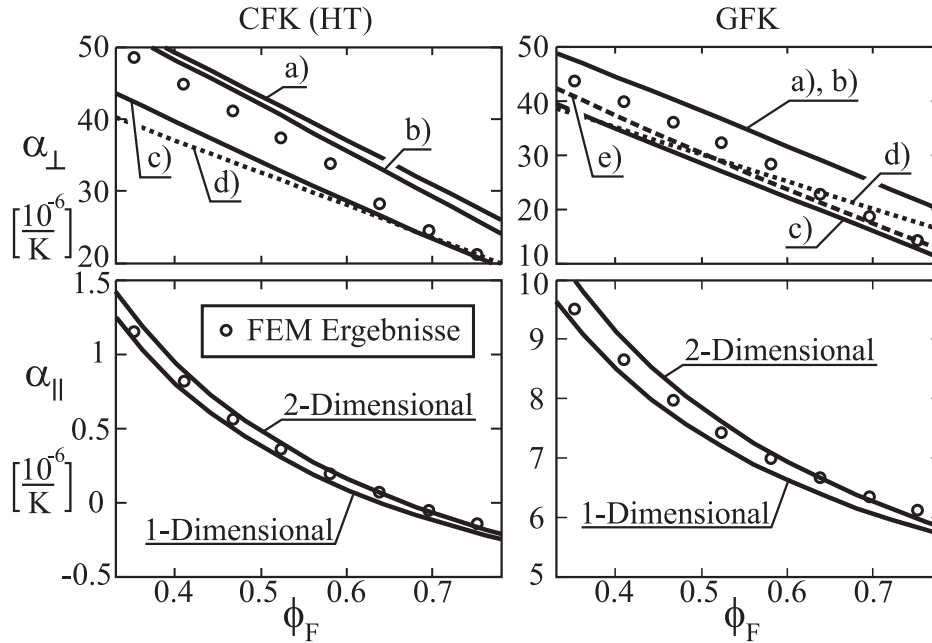


Abbildung 2.9: Berechnete UD-Wärmeausdehnungskoeffizienten in  $\parallel$ - und  $\perp$ -Richtung verschiedener Modelle {a) aus [20], b) aus [21], c) aus [15] und d) bzw. e) aus [22]} im Vergleich

Bei der Berechnung des Wärmeausdehnungskoeffizienten senkrecht zur Faserrichtung  $\alpha_{\perp UD}$  sind in der Literatur eine ganze Reihe an analytischen Ansatzfunktionen zu finden. Sie unterscheiden sich in ihrer Komplexität und Berücksichtigung von Querkontraktionseffekten sowie in den gewählten Packungsmodellen (so ist z.B. der Ansatz in [15] nach einem Modell abschnittsweise hintereinander geschalteter Federn nur noch numerisch zu lösen). In Abbildung 2.9 sind einige vergleichend dargestellt. Dabei sind die Bezeichnungen bei den Kurvenverläufen wie folgt zuzuordnen: a) aus [20], b) aus [21], c) aus [15] und d) bzw. e) aus [22].

Wie man in Abbildung 2.9 erkennt, haben alle Ansätze bei bestimmten Faservolumengehalten gute Übereinstimmung mit der FEM, in anderen Bereichen dagegen relativ große Abweichungen. Für die in dieser Arbeit untersuchten FVW, sollen aber hauptsächlich nur Faservolumenanteile von  $\varphi_F \approx 60\%$  als typische Werte einer Prepreg/Autoklav Fertigung betrachtet werden. Für diesen Bereich zeigt sich  $\alpha_{\perp UD}$  nach einem sehr einfachen Ansatz aus [22] d) mit:

$$\alpha_{\perp UD}(\varphi_F) \approx \alpha_{\perp F} \varphi_F + \alpha_M (1 - \varphi_F) \quad (2.37)$$

Wie in Abbildung 2.9 zu sehen ist, liegen die nach (2.37) berechneten Werte nahe der FEM-Lösung, so daß Gleichung (2.37) als Referenz verwendet werden soll.

## Schichtverbund

Neben den Kennwerten der UD-Einzelschicht haben die Kennwerte des Schichtverbundes für die globale Beurteilung des Laminats eine besondere Bedeutung. Wie auch bei den UD-Einzelschichtkennwerten sollen hier auch nur die Wärmeausdehnungskoeffizienten betrachtet werden. Nach der CLT lassen sich mit der Gleichung (2.3) aus Abschnitt 2.2.1 die Koeffizienten bei reiner Temperaturbeanspruchung durch Umstellung wie folgt bestimmen:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{th} \\ \boldsymbol{\kappa}_{th} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{th} \\ \mathbf{m}_{th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} \\ \bar{\mathbf{B}}^T & \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{th} \\ \mathbf{m}_{th} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Die thermische Dehnungen  $[\boldsymbol{\varepsilon}_{th}]$  aufgrund einer Gesamterwärmung  $\Delta T$  ergibt sich danach zu:

$$[\boldsymbol{\varepsilon}_{th}] = \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix} \Delta T = [\bar{\mathbf{A}}] [\mathbf{n}_{th}] + [\bar{\mathbf{B}}] [\mathbf{m}_{th}] \quad (2.39)$$

In dem Sonderfall  $[\mathbf{B}] = [\bar{\mathbf{B}}] \equiv 0$  also ohne die Kopplung zwischen Scheibe und Platte gilt vereinfacht für die gegenüber außen wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizienten des gesamten Schichtverbundes:

$$\begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix} = [\mathbf{A}]^{-1} \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_{\sigma}]_o [\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel} \\ \alpha_{\perp} \\ 0 \end{pmatrix}_o (z_o - z_{o-1}) \quad (2.40)$$

Für die Dickenrichtung, die nach der CLT in der mechanischen Beschreibung nicht betrachtet wird, ist der Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha_z$  ohne Berücksichtigung der Schichtkopplungen vereinfacht als hintereinandergeschaltete Einzelplatten bei einer Gesamttemperaturänderung von  $\Delta T$  gegeben durch:

$$\alpha_z \approx \frac{\sum_{o=1}^r \alpha_{\perp_o} (z_o - z_{o-1})}{z_r - z_0} \quad (2.41)$$

Somit können die global wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\alpha_{xy}$  und  $\alpha_z$  aus den Informationen des Schichtverbunde mit den  $r$  Einzelschichten berechnet werden.

## 2.4.2 Thermische Kennwerte der Einzelschicht / Schichtverbunde

Um die Berechnung der thermodynamischen Temperaturfelder und des Gesamtverhaltens der Schichtverbunde zu ermöglichen müssen – neben den thermischen Anfangs- und Randbedingungen – die Kennwerte bekannt sein. Wie auch bei den mechanischen Kennwerten ist dabei zwischen den Werten für die UD-Einzelschicht und denen des gesamten Schichtverbundes zu unterscheiden.

Bei den hier untersuchten Materialien und Temperaturbereichen wird vereinfacht angenommen, daß die Dichte konstant ist und keine Phasenumwandlungen stattfinden, so daß die Kennwerte  $\rho$ ,  $c$  und  $\lambda$  zur Beschreibung des thermodynamischen Verhaltens ausreichen (für die Berechnung des stationären Temperaturfeldes muß nur  $\lambda$  bekannt sein).

### UD-Einzelschicht

Die spezifische Wärmekapazität der unidirektionalen Einzelschicht  $c_{UD}$  ergibt sich aus den Eigenschaften der Einzelkomponenten mit Wichtung der Massenanteile zu:

$$c_{UD}(\varphi_F) = \frac{\varrho_F c_F \varphi_F + \varrho_M c_M (1 - \varphi_F)}{\varrho_{UD}} \quad \text{mit: } \varrho_{UD} = \varrho_F \varphi_F + \varrho_M (1 - \varphi_F) \quad (2.42)$$

Die Wärmeleitung der Einzelschicht in Faserrichtung  $\lambda_{\parallel UD}$  ist in Analogie zu der Dehnsteifigkeit der Einzelschicht  $E_{\parallel}$  wegen der Parallelschaltung der Wärmeströme:

$$\lambda_{\parallel UD}(\varphi_F) = \lambda_{F\parallel} \varphi_F + \lambda_M (1 - \varphi_F) \quad (2.43)$$

Wie Abbildung 2.10 zu entnehmen ist, stimmen die Werte in Faserrichtung  $\parallel$  sehr gut mit der FEM überein. Dies liegt an den thermischen Randbedingungen für die Berechnung der Wärmeleitung in Faserrichtung  $\lambda_{\parallel UD}$ . Da die Wärmeleitung der Faser und Matrix in diesem Fall ohne Interaktion erfolgt, wird so Gleichung (2.43) zur exakten Lösung.

Für die senkrecht zur Faserrichtung wirksamen Wärmeleitung gibt es wie auch schon für den Modul  $E_{\perp}$  bzw. den Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{\perp}$  eine Reihe von analytischen Formulierungen, da die Hintereinanderschaltung von Faser und Matrix in besonderer Form berücksichtigt werden muß. Ähnlich den Effekten bei dem Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{\perp}$  ergeben sich abhängig vom Faservolumengehalt  $\varphi_F$  zusätzliche Kopplungen aus der Querrichtung. Ein einfacher Ansatz ist in [23] mit sehr guter Übereinstimmung zu den Meßwerten bei Temperaturen  $T > 10$  K beschrieben. Dabei gilt:

$$\lambda_{\perp UD}(\varphi_F) = \frac{\lambda_{F\perp} (1 + \varphi_F) + \lambda_M (1 - \varphi_F)}{\frac{\lambda_{F\perp}}{\lambda_M} (1 - \varphi_F) + 1 + \varphi_F} \quad (2.44)$$



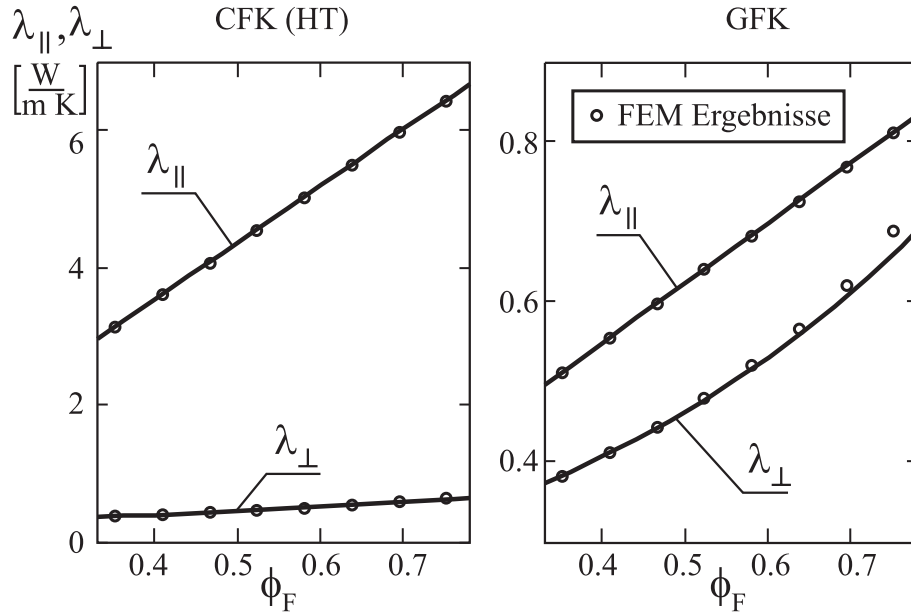


Abbildung 2.10: Berechnete UD-Wärmeleitfähigkeit verschiedener Modelle nach Gleichung (2.43) und (2.44) bzw. FEM im Vergleich

Wie in Abbildung 2.10 an dem Verlauf von  $\lambda_{\perp UD}$  im Vergleich mit den FEM Ergebnissen zu erkennen ist, wird bei der FEM mit steigendem Faservolumengehalt eine etwas größere Wärmeleitfähigkeit gegenüber Gleichung (2.44) vorhergesagt. Dieser Effekt ist Folge des mit größerem  $\varphi_F$  zunehmenden Wärmestroms  $\dot{q}_{\perp}$  von der Faser über die Matrix wie es auch in Abbildung 2.8 bei der Wärmestromverteilung zu erkennen ist. Die Abweichungen sind aber sehr gering, so daß (2.44) als gute Näherung verwendet werden kann.

## Schichtverbund

Da die Wärmekapazität keine gerichtete Größe ist, kann die spezifische Wärmekapazität des materialhybriden Schichtverbundes  $c_{MH}$  wie auch schon für die UD-Einzelschicht durch Wichtung mit den Teilmassen als Summe wie folgt geschrieben werden:

$$c_{MH} = \frac{\sum_{o=1}^r \rho_o c_o (z_o - z_{o-1})}{\sum_{o=1}^r \rho_o (z_o - z_{o-1})} \quad (2.45)$$

Bei diesem Kennwert ist zu beachten, daß die Verwendung der spezifischen Wärmekapazität des Gesamtverbundes  $c_{MH}$  zur Bestimmung von transienten Temperaturfeldern in Plattendickenrichtung problematisch ist, da durch die Verschmierung der Eigenschaften  $\rho_{MH}$ ,  $c_{MH}$  und  $\lambda_{zMH}$  eine falsche Temperaturverteilung berechnet wird.

Für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeiten  $\lambda_x$  und  $\lambda_y$  in der Ebene sowie  $\lambda_z$  in Dickenrichtung des Schichtverbundes müssen die Einzelschichteigenschaften geeignet überlagert werden. Bei  $\lambda_x$  und  $\lambda_y$ , die in der Plattenebene wirken, muß zuerst die Einzelschichteigenschaft auf das globale Koordinatensystem  $x, y$  transformiert werden. Wie auch bei den Spannungen (bei Berücksichtigung nur der beiden Normalspannungen) werden die Werte im  $||\text{-}\perp$ -System mit einer reduzierten Transformationsmatrix  $[\tilde{T}_{\sigma}]$  überführt mit:

$$\begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \end{bmatrix}_{UD}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos^2(\beta) & \sin^2(\beta) \\ \sin^2(\beta) & \cos^2(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\parallel} \\ \lambda_{\perp} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Bei der Wärmeleitfähigkeit des Schichtverbundes in der Dickenrichtung  $\lambda_z$  muß keine Transformation durchgeführt werden, da für jede Einzelschicht unabhängig von  $\beta$  immer das jeweilige  $\lambda_{\perp}$  wirksam ist.

Die Eigenschaften des Gesamtverbundes ergeben sich so für die  $x$ - $y$ -Ebene als Parallelschaltung und damit zur dickenabhängigen Überlagerung und für die  $z$ -Richtung als Hintereinanderschaltung der Einzelschichteigenschaften zu:

$$\begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \\ \lambda_z \end{bmatrix}_{MH} = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{p=1}^r \begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \end{bmatrix}_p (\beta_p) \frac{z_p - z_{p-1}}{z_r - z_0} \\ \frac{z_r - z_0}{\sum_{p=1}^r \frac{z_p - z_{p-1}}{\lambda_{p\perp}}} \end{array} \right\} \quad (2.47)$$

Wie schon bei der Wärmekapazität  $c_{MH}$  beschrieben sind auch hier die Gesamtverbundkennwerte  $[\boldsymbol{\lambda}]_{MH}$  für die Bestimmung der transienten Temperaturfelder nicht geeignet. Da die schichtweise unterschiedlichen Materialeigenschaften auf die gesamte Plattendicke gemittelt werden, wird die für die Berechnung der lokalen Temperaturverteilung wichtige Inhomogenität nicht berücksichtigt. Für die Thermostatik d.h. stationären Zustände wird mit diesen Kennwerten jedoch global das richtige Verhalten wiedergegeben.

## 2.5 Mechanisch – thermische Interaktion

Eine zentrale Frage thermomechanisch belasteter Schichtverbunde und Bauteile ist die nach der Interaktion zwischen mechanischen und thermodynamischen Effekten. Dabei muß untersucht werden, inwieweit die mechanischen Spannungs- und Dehnungsfelder mit den Temperatur und Wärmeflußfeldern in Interaktion treten. Die hier betrachtete Kopplung bezieht sich dabei ausschließlich auf die physikalische Interaktion. In den üblichen Berechnungen erscheinen keine Interaktionen des Spannungs- auf das Temperaturfeld, in Wirklichkeit wirken aber die physikalischen Mechanismen gleichzeitig.

Für die in dieser Arbeit untersuchten Schichtverbunde und Bauteile sollen dazu folgende Annahmen gültig sein:

- Die mechanischen Verformungen  $u$ ,  $v$  und  $w$  sollen klein gegenüber den Strukturabmessungen bleiben, so daß mit einer linearisierten Theorie bezüglich der Dehnungen und Spannungen gerechnet werden darf.
- Es werden mögliche Phasenübergänge, innere Wärmequellen und ein Wärmetransport nicht berücksichtigt.

Unter diesen Annahmen ist nur die Wirkung der Temperaturfelder auf die mechanische Berechnung durch den Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  zu berücksichtigen. Die Auswirkung der mechanischen Verformung auf die thermische Berechnung kann vernachlässigt werden. Die

Berechnungen sind damit formal entkoppelt. Bei dem Berechnungsablauf wird dann nach vorangegangener thermodynamischer Rechnung die Temperatur als äußere Beanspruchung zusammen mit der mechanischen Berechnung aufgeprägt (siehe dazu auch Kapitel 5).

Neben der möglichen Entkopplung auf der rein physikalischen Ebene besteht aber noch zusätzlich eine Entwurfskopplung, die bei den Schichtverbunden mit der Wahl von Schichtabfolge, Schichtdicke und Schichtwinkel sowohl Einfluß auf die mechanischen sowie die thermodynamischen Eigenschaften nimmt. Vor allem bei der Optimierung kann diese Entwurfskopplung die Sensitivitäten der Designvariablen auf die Zielfunktion erheblich beeinflussen (siehe dazu auch Abschnitt 5.3).

## 2.6 Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte

Zu der geklärten Frage nach den zu berücksichtigenden Interaktionen der mechanischen und thermodynamischen Effekte in Abschnitt 2.5 ist zusätzlich die Auswirkung der möglichen Temperaturabhängigkeit zu untersuchen.

Dabei sind gerade bei Randbedingungen, die eine thermodynamische Berechnung notwendig machen, Temperaturfelder zu erwarten, die räumlich oder zeitlich große Gradienten bzw. Temperaturdifferenzen erwarten lassen. Diese großen Temperaturunterschiede können aber wiederum die mechanischen wie thermodynamischen Kennwerte und damit das Spannung- / Dehnungsfeld bzw. das Temperatur- / Wärmestromfeld beeinflussen. Diese oben angesprochene Entwurfskopplung kann mit einer Temperaturabhängigkeit zusätzlich beeinflußt werden (siehe auch Kapitel 4 und 5). Im folgenden sollen für die mechanische und thermische Berechnung die Auswirkungen diskutiert werden.

### 2.6.1 Auswirkung auf die mechanische Berechnung

Die entscheidende Interaktion des Temperaturfeldes mit dem mechanischen Dehnungsfeld wird, wie oben gezeigt, durch die Wärmeausdehnungskoeffizienten beschrieben. Dabei wird durch das Temperaturfeld der Struktur eine thermische Dehnung  $[\epsilon]_{th}$  aufgeprägt. Ist der Wärmeausdehnungskoeffizient konstant, so gilt der lineare Zusammenhang:  $\epsilon_{th} = \alpha \Delta T$  (mit  $\Delta T = T_e - T_b$ ). Bei temperaturabhängigem Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha = \alpha(T)$  ergibt sich die thermische Dehnung hingegen zu:

$$\epsilon_{th}(T_e) = \int_{T_b}^{T_e} \alpha(T) dT = \alpha_{mw}(T_e - T_b) \Rightarrow \alpha_{mw}(T_b, T_e) = \frac{\int_{T_b}^{T_e} \alpha(T) dT}{T_e - T_b} \quad (2.48)$$

Dabei ist die Temperatur  $T_b$  als die Referenztemperatur zu verstehen, bei der die thermische Dehnung Null ist  $\epsilon_{th}(T_b) \equiv 0$ . Wie in Gleichung (2.48) zu erkennen ist, führt nicht der zur Temperatur  $T$  wirksame Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha = \alpha(T)$  mit der Gesamttemperaturdifferenz  $\Delta T$  zu der thermischen Dehnung  $\epsilon_{th}$ , sondern dessen Integration über den Temperaturbereich  $T_b \rightarrow T_e$ . Für eine einfachere Anwendung in der Berechnung kann der temperaturabhängige Wärmeausdehnungskoeffizient in einen mechanisch wirksamen umgerechnet werden, so daß wieder gilt:  $\epsilon_{th} = \alpha_{mw} \Delta T$ . Somit kann die Temperaturabhängigkeit formal über die Verwendung des mechanisch wirksamen Kennwertes  $\alpha_{mw}$  mit der Gesamttemperaturdifferenz  $\Delta T$  berücksichtigt werden. Dabei ist aber zu beachten, daß der mechanisch wirksame

Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha_{mw} = \alpha_{mw}(T_b, T_e)$  nur für den Temperaturbereich  $T_b \rightarrow T_e$  gültig ist. In Abschnitt 2.2.1 wurde dieser Effekt schon innerhalb der CLT durch Integration der Wärmeausdehnungskoeffizienten berücksichtigt.

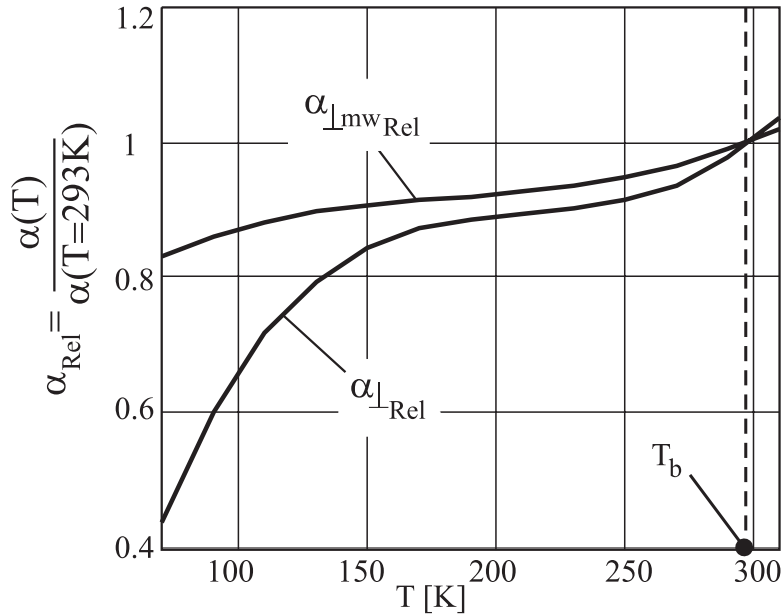


Abbildung 2.11: Verlauf des temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten und des mechanisch wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizienten bei einer Bezugstemperatur von 293 K

In Abbildung 2.11 ist der typische Verlauf des Wärmeausdehnungskoeffizienten einer CFK-HT-UD-Einzelschicht in  $\perp$ -Richtung und der daraus berechnete mechanisch wirksame Wärmeausdehnungskoeffizient dargestellt. Die Werte sind dabei relativ zu der Referenztemperatur (hier  $20^\circ C$  bzw. 293 K) bezogen dargestellt. Wie man deutlich erkennt fällt dabei der Wert des Wärmeausdehnungskoeffizienten ab 150 K mit sinkender Temperatur unter 50% des Anfangswertes bei Raumtemperatur. Mechanisch wirksam ist für diesen Temperaturbereich aber nur eine Reduktion des Raumtemperaturwertes um knapp 20%, weil durch den integralen Zusammenhang zwischen  $\alpha_{mw}$  und  $\alpha$  der starke Abfall von  $\alpha$  bei tiefen Temperaturen nicht voll wirksam ist.

Für die Berechnung der thermischen Dehnung sind so bei größeren Temperaturunterschieden gerade in  $\perp$ -Richtung deutliche Unterschiede zwischen der Verwendung von  $\alpha(T)$  bzw.  $\alpha_{mw}(T_b, T_e)$  zu erwarten. Bei allen anderen Kennwerten wie Steifigkeit und Festigkeit sind die jeweiligen Werte bei der lokal herrschenden Temperatur direkt einzusetzen.

Für die Berechnung nach der CLT wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben, ist die Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte in die Einzelschichteigenschaften in Gleichung (2.2) zu integrieren. Dabei kann je nach gewünschter Genauigkeit bzw. Aufwand wie nach Gleichung (2.49) pro Schicht  $o$  mit einer gemittelten Schichttemperatur  $T_o$  oder nach Gleichung (2.50) für kontinuierliche Temperaturverteilung die Temperaturabhängigkeit berücksichtigt werden.

$$[\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_o(T_o) = \begin{pmatrix} \frac{E_{\parallel}(T_o)}{1-\nu_{\parallel\perp}(T_o)\nu_{\perp\parallel}(T_o)} & \frac{\nu_{\parallel\perp}(T_o)E_{\perp}(T_o)}{1-\nu_{\parallel\perp}(T_o)\nu_{\perp\parallel}(T_o)} & 0 \\ \frac{\nu_{\parallel\perp}(T_o)E_{\perp}(T_o)}{1-\nu_{\parallel\perp}(T_o)\nu_{\perp\parallel}(T_o)} & \frac{E_{\perp}(T_o)}{1-\nu_{\parallel\perp}(T_o)\nu_{\perp\parallel}(T_o)} & 0 \\ 0 & 0 & G_{*}(T_o) \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

$$[\mathbf{C}_{\parallel\perp}]_{TA_o} = \frac{1}{(z_o - z_{o-1})} \int_{z_{o-1}}^{z_o} \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{E_{\parallel}(T[z])}{1-\nu_{\parallel\perp}(T[z])\nu_{\perp\parallel}(T[z])} & \frac{\nu_{\parallel\perp}(T[z])E_{\perp}(T[z])}{1-\nu_{\parallel\perp}(T[z])\nu_{\perp\parallel}(T[z])} & 0 \\ \frac{\nu_{\parallel\perp}(T[z])E_{\perp}(T[z])}{1-\nu_{\parallel\perp}(T[z])\nu_{\perp\parallel}(T[z])} & \frac{E_{\perp}(T[z])}{1-\nu_{\parallel\perp}(T[z])\nu_{\perp\parallel}(T[z])} & 0 \\ 0 & 0 & G_{*}(T[z]) \end{pmatrix}}_{[\mathbf{C}_{\parallel\perp}](T[z])} dz \quad (2.50)$$

Die thermischen Kraft- und Momentenvektoren nach Gleichung (2.11) und (2.12) ergeben sich dann bei Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Steifigkeitskennwerte zu:

$$[\mathbf{n}_{th}]_{TA} = \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_{\sigma}]_o \int_{z_{o-1}}^{z_o} [\mathbf{C}_{\parallel\perp}](T[z]) \int_{T_b}^{T(z)} \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel}(T) \\ \alpha_{\perp}(T) \\ 0 \end{pmatrix} dT dz \quad (2.51)$$

$$[\mathbf{m}_{th}]_{TA} = \sum_{o=1}^r [\mathbf{T}_{\sigma}]_o \int_{z_{o-1}}^{z_o} [\mathbf{C}_{\parallel\perp}](T[z]) \int_{T_b}^{T(z)} \begin{pmatrix} \alpha_{\parallel}(T) \\ \alpha_{\perp}(T) \\ 0 \end{pmatrix} dT z dz \quad (2.52)$$

Damit kann die Gesamtsteifigkeitsmatrix  $[\mathbf{K}]_{TA}$  nach den Gleichungen (2.4) – (2.6) gebildet werden. Bei bekannten Beanspruchungs-Randbedingungen (Temperaturverteilung) sind so die Verformungen und damit die Spannungen der Einzelschicht nach Gleichung (2.14) mit der UD-Einzelsteifigkeit aus (2.50) zu berechnen.

## 2.6.2 Auswirkung für die thermische Berechnung

Für die Berechnung des Temperaturfeldes bei Berücksichtigung der temperaturabhängigen Kennwerte (hier  $\lambda = \lambda[T]$  und  $c = c[T]$ ) ergibt sich grundsätzlich das Problem eines rekursiv definierten Systems  $T(x, y, z, t) = T(x, y, z, t, T)$ . Somit ist bis auf Ausnahmen (siehe unten) keine direkte, sondern nur eine iterative Berechnung des Temperaturfeldes möglich. Durch diese zusätzliche Einschränkung auf analytisch beschreibbare Sonderfälle spielen numerische Verfahren eine besonders wichtige Rolle.

### Analytik

In [16] wird für temperaturabhängige Stoffwerte bei der instationären Wärmeleitung die Grundgleichung (2.17) durch die Substitution  $\hat{T} = T_b + \frac{1}{\lambda_b} \int_{T_b}^T \lambda(T) dT$  in folgende Form überführt:

$$\frac{\partial \hat{T}}{\partial t} = a(T) \nabla^2 \hat{T} \quad (2.53)$$

Somit nimmt die Differentialgleichung (2.53) bei Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte fast die gleiche Form wie Gleichung (2.18) mit temperaturunabhängigen Materialwerten an. Da die Temperaturabhängigkeit der Temperaturleitfähigkeit  $a$  meist vernachlässigt werden kann (siehe auch Abschnitt 4.1) und so  $a(T) \approx a \approx \text{const.}$  ist, können mit der Beschränkung auf Randbedingungen 1. und 2. Art die selben Lösungen bei der Substitution  $T \Rightarrow \hat{T}$  verwendet werden.

Für die Berechnung des stationären Temperaturverlaufs bei temperaturabhängiger Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_{TA} = \lambda(T)$  ist eine analytische Berechnung des Temperaturfeldes grundsätzlich möglich. In Anlehnung an den Fall c) aus Abschnitt 2.3.2 kann das beschriebene Verfahren erweitert werden. Dabei gehen die diskreten Änderungen der Materialeigenschaften in kontinuierliche über. Für die Wärmestromdichte  $\dot{q}_{zSt_{TA}}$  gilt somit:

$$\dot{q}_{zSt_{TA}} = \frac{T_i - T_a}{\frac{1}{\zeta_i} + \frac{1}{\zeta_a} + \int_0^d \frac{dz}{\lambda[T(z)]}} = -\lambda(T) \frac{dT}{dz} = \text{const.} \quad (2.54)$$

Die Temperaturverteilung ist damit:

$$T(z)_{St_{33TA}} = T_i - \dot{q}_{zSt_{TA}} \left( \frac{1}{\zeta_i} + \int_0^z \frac{dz}{\lambda(T)} \right) \quad (2.55)$$

Ein entscheidender Unterschied zu dem Fall c) ist hier der unbekanntes Verlauf der Temperatur  $T(z)$  und damit die unbekanntes Verteilung der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda(T)$ .

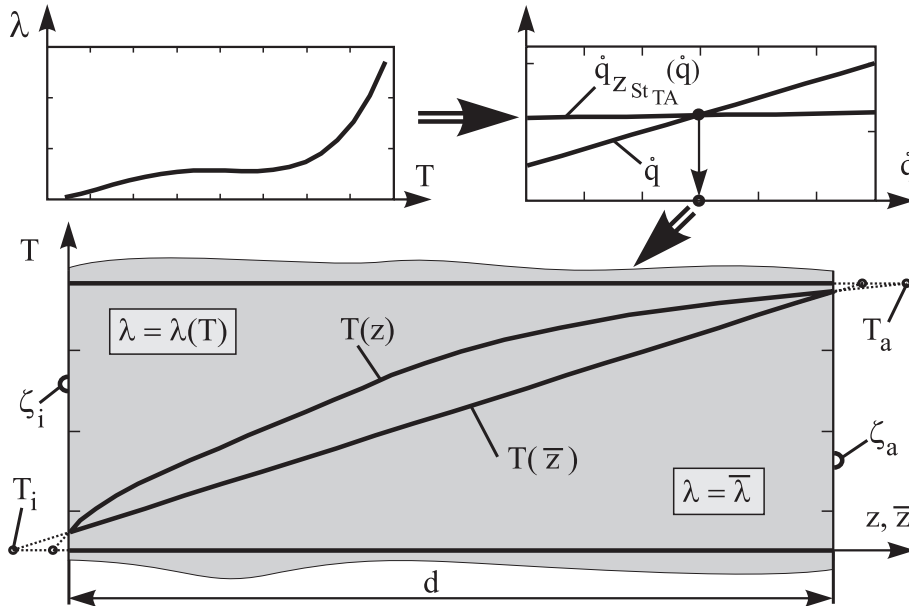


Abbildung 2.12: Transformation bei stationärer Temperaturverteilung mit temperaturabhängigen Materialeigenschaften

Der Temperaturverlauf kann, wie in Abbildung 2.12 zu sehen ist, durch Transformation der Wegkoordinate  $z \Rightarrow \bar{z}$ , auf eine lineare Temperaturverteilung einer Platte mit konstanter Materialeigenschaft  $\bar{\lambda}$  überführt werden. Um dieselben Verhältnisse zu erhalten, werden die Plattendicke  $d$  und die Wärmeübergangskoeffizienten  $\zeta_i$  und  $\zeta_a$  beibehalten. Damit gilt:

$$\lambda(T) \frac{dT}{dz} = \bar{\lambda} \frac{dT}{d\bar{z}} = \text{const.} \quad \text{somit:} \quad dz = \frac{\lambda(T)}{\bar{\lambda}} d\bar{z} \quad (2.56)$$

Der Zusammenhang der beiden Wegkoordinaten  $z$  und  $\bar{z}$  aus Gleichung (2.56) führt mit dem linearen Temperaturverlauf  $T(\bar{z})_{St_{33TA}} = T_i - \dot{q}_{zSt_{TA}} \left( \frac{1}{\zeta_i} + \frac{\bar{z}}{\bar{\lambda}} \right)$  in der Platte zu der Ersatzwärmeleitfähigkeit  $\bar{\lambda}$  nach folgender Beziehung:

$$\bar{\lambda} = \frac{\int_0^d \lambda(T) \overline{dz}}{d} = \frac{\int_{T_a + \frac{\dot{q}_{zSt_{TA}}}{\zeta_a}}^{T_i - \frac{\dot{q}_{zSt_{TA}}}{\zeta_i}} \lambda(T) dT}{T_i - T_a - \dot{q}_{zSt_{TA}} \left( \frac{1}{\zeta_i} + \frac{1}{\zeta_a} \right)} \quad \text{mit:} \quad \dot{q}_{zSt_{TA}} = \frac{T_i - T_a}{\frac{1}{\zeta_i} + \frac{1}{\zeta_a} + \frac{d}{\bar{\lambda}(\dot{q}_{zSt_{TA}})}} \quad (2.57)$$

Wie in Gleichung (2.57) zu sehen ist, müssen durch die Randbedingung 3. Art die Temperaturen an der Wandinnen- und Wandaußentemperatur an den Plattenrändern bei  $z = 0$  und  $z = d$  verwendet werden und nicht die Randtemperaturen  $T_i$  und  $T_a$  selbst. Dies führt dazu, daß die Integration nicht direkt ausgeführt werden kann, da  $\bar{\lambda}$  rekursiv definiert ist (für Wandrandbedingungen 1. Art kann (2.57) direkt integriert werden). Für bestimmte Funktionen  $\lambda = \lambda(T)$  kann  $\bar{\lambda}$  nach Auflösen von (2.57) geschlossen berechnet werden. Für den allgemeinen Fall einer Funktion  $\lambda(T)$  bietet sich aber ein numerisches Iterationsverfahren zur Lösung nach Gleichung (2.58) an.

$$\frac{T_i - T_a}{\frac{1}{\zeta_i} + \frac{1}{\zeta_a} + \frac{d}{\bar{\lambda}(\dot{q}_{zSt_{TA}})}} - \dot{q}_{zSt_{TA}} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.58)$$

Durch Umstellen von Gleichung (2.57) ergibt sich damit  $\bar{\lambda}$  zu:

$$\bar{\lambda} = \frac{\dot{q}_{zSt_{TA}} d}{T_i - T_a - \dot{q}_{zSt_{TA}} \left( \frac{1}{\zeta_i} + \frac{1}{\zeta_a} \right)} \quad (2.59)$$

Mit der Kenntnis des Wärmestroms  $\dot{q}_{zSt_{TA}}$  und damit  $\bar{\lambda}$  kann der Zusammenhang zwischen  $z$  und  $\bar{z}$  wie folgt aufgelöst werden:

$$z(\bar{z})_{St_{33TA}} = \frac{\int_{T_i - \frac{\dot{q}_{zSt_{TA}}}{\zeta_i}}^{T_i - \frac{\dot{q}_{zSt_{TA}}}{\zeta_a + \frac{\bar{z}}{\bar{\lambda}}}} \lambda(T) dT}{\dot{q}_{zSt_{TA}}} \quad (2.60)$$

Für die gesuchte Temperaturverteilung gilt dann:

$$T\left(z(\bar{z})_{St_{33TA}}\right)_{St_{33TA}} = T_i - \dot{q}_{zSt_{TA}} \left( \frac{1}{\zeta_i} + \frac{\bar{z}}{\bar{\lambda}} \right) \quad (2.61)$$

## Differenzenverfahren

Das in Abschnitt 2.3.3 skizzierte Differenzverfahren für die einfache numerische Berechnung des transienten Temperaturfeldes ist grundsätzlich auch auf temperaturabhängige Materialkennwerte erweiterbar. Die angegebenen Stabilitätsbedingungen bzw. die gemachten Vereinfachungen sind dazu an die veränderlichen Kennwerte anzupassen.

## FEM

Für die Thermalfeldberechnung nach der FEM ändert sich der Berechnungsvorgang bei Berücksichtigung temperaturabhängiger Materialkennwerte nur bei der stationären Lösung.

Wie aus Abbildung 2.13 zu erkennen ist, kann nicht mehr direkt die Lösung berechnet werden. Vielmehr ist eine iterative Berechnung notwendig, die für jedes neu berechnete Temperaturfeld die Materialeigenschaften für die einzelnen Elemente aus der vorgegebenen Tabelle bei der jeweiligen Temperatur einträgt. Jede neue Lösung ist mit einem geeigneten Kriterium auf Konvergenz zu überprüfen.

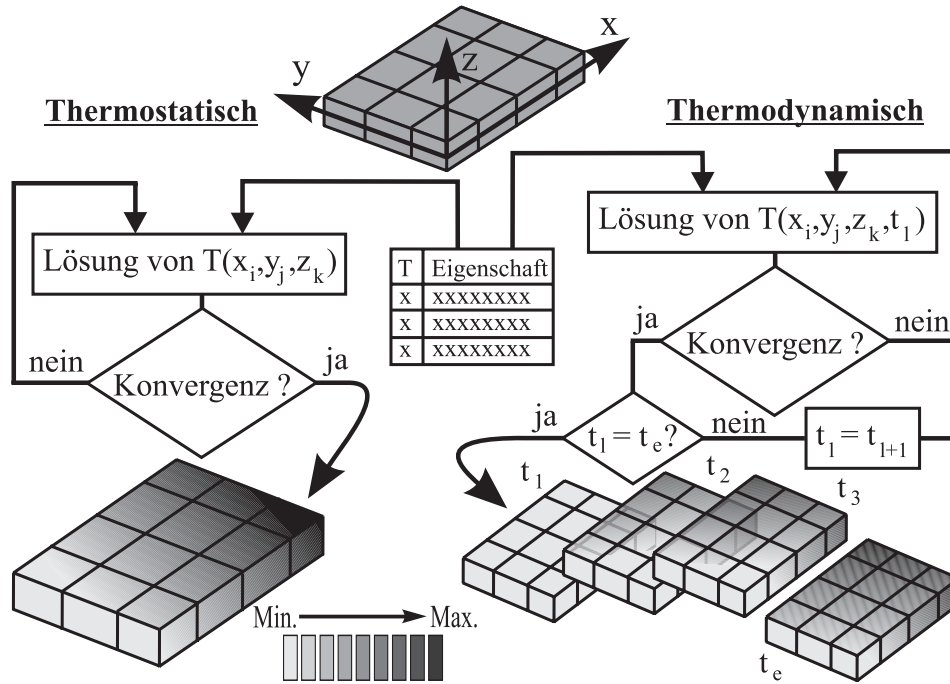


Abbildung 2.13: FEM-Rechenablauf zur Temperaturfeldberechnung bei temperaturabhängigen Kennwerten

Für die thermodynamische Berechnung ändert sich der Ablauf gegenüber der Berechnung mit konstanten Kennwerten praktisch nicht. Dem Programm müssen nur in geeigneter Form, wie in Abbildung 2.13 in Form der Tabelle angedeutet ist, die temperaturabhängigen Kennwerte zur Verfügung gestellt werden. Während der Berechnung, die für jeden Zeitschritt bis zum Systemgleichgewicht durch Iteration erfolgt, werden dann zusätzlich die Materialkennwerte der einzelnen Elemente bei jedem Rechengang an die jeweiligen Temperaturen angepaßt. Nach durchlaufen aller Zeitpunkte  $t_l$  stehen die Lösungen zur Verfügung.



## Kapitel 3

### Degradation von FVW infolge thermomechanischer Beanspruchung

Bei der Berechnung und Auslegung von dünnen Schichtverbunden / Laminaten aus FVW wird in der Regel mit Hilfe der CLT das Gesamt- und Einzelschichtverhalten untersucht. Mit geeigneten Bruchhypothesen wird dabei für jede Einzelschicht überprüft, ob ein Versagen zu erwarten ist. Bei der standardmäßigen Festigkeitsauslegung wird dabei der FVW so ausgelegt, daß mit einer gewissen Sicherheitsmarge (Abbildung 3.1 Punkt D) ein Versagen einer Schicht (das sogenannte „First-Ply-Failure“ nach Abbildung 3.1 Punkt C) ausgeschlossen werden kann.

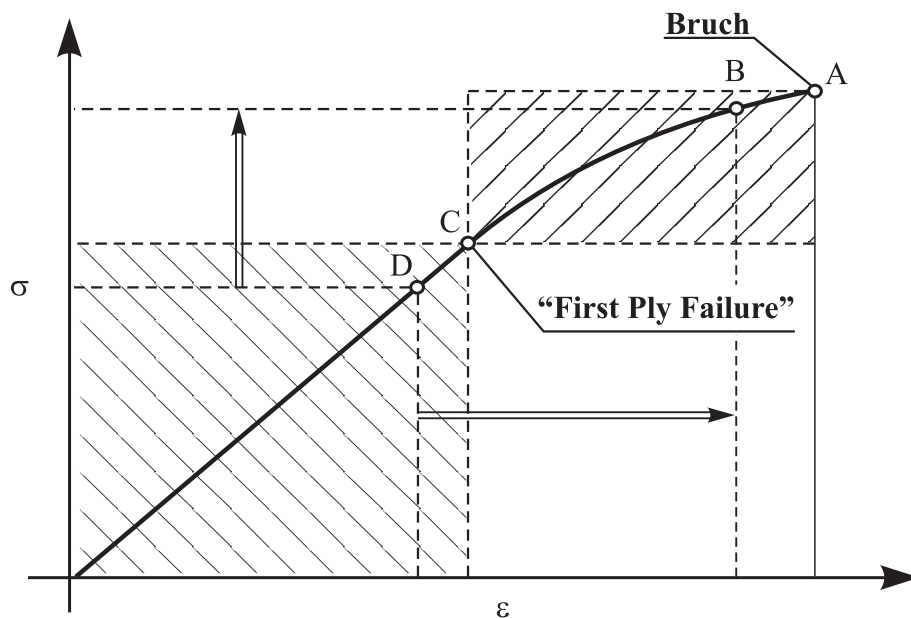


Abbildung 3.1: Spannung-Dehnungsverlauf von FVW-Laminaten mit Degradationseffekte

Die meist geringe Querkzugfestigkeit der UD Einzelschicht führt aber bei bestimmten Laminatschichtungen und Belastungen zu sehr geringen zulässigen Festigkeiten / Dehnungen. Bei zusätzlicher hoher thermaler Beanspruchung ( $\Delta T \ll 0$ ) – gerade im Tieftemperaturbereich – können schon alleine durch den inneren Spannungszustand die Querkzugfestigkeiten  $\sigma_{\perp} > \sigma_{\perp zul}$  überschritten werden.

Wie in Abbildung 3.1 zu sehen ist, tritt das Gesamtlaminatversagen (Punkt A das sogenannte „Last-Ply-Failure“) in der Regel erst viel später als das erste Einzelschichtversagen auf. So kann mit einer Sicherheitsmarge das Laminat oft deutlich höher gegenüber dem First-Ply-Failure Punkt belastet werden (Punkt B in Abbildung 3.1). Das bis zum Gesamtversagen

einsetzende Einzelschichtversagen ist dabei von einem Degradationsprozeß mit zunehmender Rißbildung und / oder Delaminationen geprägt. Dabei findet eine Degradation der Einzelschichten bezüglich der zu übertragenden Lasten und somit makromechanisch eine Reduktion der effektiven Einzelschichtsteifigkeiten statt.

Soll oder muß bei der Auslegung eines Gesamtlaminats der Einsatzbereich über das First-Ply-Failure erweitert werden – einerseits zu höheren mechanischen Lasten, andererseits zu größeren Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$  –, so müssen Degradationseffekte mitberücksichtigt werden. Dazu ist es notwendig das nichtlineare Materialverhalten der degradierten Einzelschicht in geeigneter Weise zu beschreiben. Der Degradationsprozeß in einem allgemeinen Laminat unter allgemeiner Beanspruchung ist dabei mit einem komplexen Bruchverhalten bei fortschreitendem Zwischenfaserbruch, Faserbruch sowie interlaminarer Delamination schwierig zu erfassen, da sich gegebenenfalls die einzelnen Schichten stark beeinflussen, bzw. es zu einem Wechsel der aktiven Degradationsschicht kommt.

### 3.1 Degradationsbeschreibungen in der Literatur

Durch die Bedeutung der Degradation für die Berechnung und den Einsatz von FVW sind eine große Anzahl von theoretischen, wie auch experimentellen Untersuchungen in der Literatur zu finden.

Gerade das Verhalten unter wechselnden Belastungen, und damit die Vorhersage von dem Riß-Wachstum und -Fortschritt, setzt die Kenntnis der Degradationsmechanismen voraus. Diese Betrachtungsweise führt aber auf das Gebiet der Betriebsfestigkeit von FVW, das hier nicht untersucht werden soll.

Im Vordergrund soll das mechanische Verhalten, bzw. deren Änderungen der Einzelschicht, sowie des Gesamtverbundes bei quasistatischer Belastung stehen. Mögliche Eigenschaftsänderungen der thermodynamischen Kennwerte – vor allem die Änderung der Wärmeleitfähigkeit durch Risse – und Auswirkungen auf die Permeabilität (siehe dazu Abschnitt 4.1) werden hier nicht berücksichtigt.

Für die Beschreibung des mechanischen FVW-Verhaltens nach dem Versagen der ersten Laminatschicht sind eine Reihe an Ansätzen in der Literatur zu finden. Diese können grob in

- Pauschal-
- Rißdichte- und
- Spannungs- / Anstrengungskriterien

unterteilt werden.

Bei den Pauschalkriterien gibt es verschieden Vorschläge, die mechanischen Eigenschaften der betroffenen Schicht anzupassen. So wird in der einfachsten Form die gesamten Steifigkeiten dieser Schicht vollständig vernachlässigt. Nach einem weitergehenden Vorschlag wird nur die Matrixsteifigkeit um 30% und damit die Schichteigenschaften reduziert. Grundsätzlich wird dabei aber nur zwischen degradierten und undegradierten Schichten unterschieden, so daß kein fortschreitendes Degradationsverhalten berücksichtigt werden kann.

Eine Vielzahl der Veröffentlichungen benutzt die Rißdichte als Degradationskriterium. Dabei werden meist die Änderungen der mechanischen Eigenschaften in Abhängigkeit von der Rißdichte aus experimentellen Versuchen oder Modellrechnungen dargestellt.

- Versuche an  $[0,90]$  HT-CFK Laminaten wurden in [24] mit verschiedenen Schichtfolgen und Schichtdicken durchgeführt. Dabei wurde festgestellt, daß mit zunehmender Dicke der  $90^\circ$ -Schichten sich der Anteil der Rißformen von hauptsächlich geraden zu mehr und mehr schrägen Rissen verändert. Diese schräg verlaufenden Risse führen dabei vermehrt zu Delaminationen der angrenzenden  $0^\circ$ -Schichten und damit zu einer Ausweitung der Schäden. Zudem nimmt bei zunehmender Rißdichte die Gesamtsteifigkeit des Gesamtverbundes ab, was auf einen kontinuierlichen Degradationsprozeß hindeutet.
- In [25] wurde an verschiedenen, symmetrischen GFK und HT-CFK Laminaten das Degradationsverhalten ausgewertet. Auch hier zeigte sich ein Einfluß der Dicke der  $90^\circ$ -Schichten auf die Degradation. Durch die abnehmende Stützwirkung der  $0^\circ$ -Schichten kommt es bei dickeren und zusammenhängenden  $90^\circ$ -Schichten früher zur Rißbildung. Es zeigt sich für alle untersuchten Schichtverbunde, daß mit zunehmender Dehnung bzw. Spannung zum einen die Rißdichte zunimmt, zum anderen die Gesamtverbundsteifigkeit kontinuierlich abnimmt. Zyklische Lasten führen zu demselben Effekt.
- Anhand analytischer Methoden, basierend auf den Gleichgewichts- und Energiemethoden (Energiefreisetzungsraten bei Rißwachstum), wurde in [26] ein Modell für das Degradationsverhalten, bzw. den Degradationsbeginn für  $[\pm\beta,90]$  FVW entwickelt und mit Ergebnissen von  $[0,90]$  HT-CFK Laminaten verglichen. Dabei wurde vor allem der Einfluß der Schubbeanspruchung berücksichtigt und der Normalbeanspruchung überlagert. Die Vorhersage des Abfalls der Normal- und Schubsteifigkeiten, bzw. der Querkontraktion bei zunehmendem Rißwachstum führt zu deutlich unterschiedlichen Verläufen bei relativer Darstellung durch Bezug auf die Anfangswerte. Dies deutet auf verschiedene Degradationsmechanismen vor allem bei der Zug- und Schubsteifigkeit hin. Hier findet sich auch ein Hinweis auf den Einfluß der inneren thermischen Spannungen.
- In [27] wurden FEM-Untersuchungen an Hybridlaminaten (GFK und HM-CFK) mit symmetrischem  $[\pm\beta,90]$ -Laminataufbau und die Auswirkungen verschiedener Laminatkombinationen (Material und Schichtwinkel) durchgeführt. Wie sich zeigt, dominiert bei der Steifigkeitsreduktion der Effekt der inneren  $90^\circ$ -Schichten. Die Steifigkeitsreduktion der materialhybriden Laminatlagen liegen zwischen denen von reinen GFK bzw. CFK Laminaten.
- Der spezielle Einfluß der temperaturinduzierten Eigenspannungen in symmetrischen HM-CFK Laminaten wurde in [10] auf das Degradationsverhalten theoretisch und experimentell untersucht. Nach dem Aushärten wurde von Raumtemperatur bis ca.  $-160^\circ C$  abgekühlt und die Rißdichte vermessen. Dabei zeigt sich, daß je nach Laminat alleine durch die Thermalbeanspruchung Rißdichten hervorgerufen werden, die zum Teil die Materialeigenschaften deutlich verändern. Die Temperaturabhängigkeit der Kennwerte wurde nicht berücksichtigt. Ein deutlicher Randeffect konnte an den Proben festgestellt werden, so daß Verfahren, die ausschließlich die Risse am Rand auswerten, nicht für die Beurteilung des inneren Zustandes geeignet sind.

Die oben dargestellten Verfahren, die auf der Rißdichte basieren, führen bei einer mehr strukturemechanischen Betrachtungsweise mit den Informationen Schichtspannung und -dehnung zu dem Problem, die bruchmechanischen Informationen wie lokale Rißbruchmechanik und Energiefreisetzungsraten zu übertragen. Dies Problem führt auf Verfahren, die direkt aus den mechanischen Spannungen einen Zusammenhang zu den degradierten Materialkennwerten herstellt. Bei den Kriterien, die auf Basis von Spannung bzw. Anstrengung das Degradationsverhalten beschreiben, ist insbesondere in [28] ein Verfahren beschrieben, das mit Hilfe der berechneten

Anstrengung  $\mathcal{E}$  bei Zwischenfaserbruch einen Zusammenhang mit einem Degradationsfaktor  $\eta$  herstellt, der gleichmäßig die Elastizitätsgrößen der betroffenen Schicht abmindert. Damit ist es prinzipiell möglich, die veränderten Eigenschaften der Einzelschicht durch den Degradationsprozeß direkt in die CLT zu integrieren. Neben der hier gegebenen Übersicht findet sich in [29] eine weitere Zusammenstellung der verschiedenen Verfahren.

Aus den zusammengestellten Informationen soll im folgenden eine Methode abgeleitet werden, die gerade in Bezug auf die großen Temperaturunterschiede  $\Delta T$ , die bei den kryogenen Bedingungen auftreten, für die Integration bei der Berechnung von Schichtverbunden nach der CLT geeignet ist.

Dabei ist der Prozeß der Degradation entscheidend durch das Zusammenspiel der Faser-Matrix-Verbindung geprägt. Dies bedeutet, daß die jeweiligen Ergebnisse nur sehr beschränkt verallgemeinert werden können, da sie immer nur bedingt von den untersuchten Materialkombinationen übertragbar sind.

## 3.2 Annahmen und Voraussetzungen des verwendeten Modells

Ziel des hier theoretisch und experimentell untersuchten Modells ist es, einen möglichst einfachen Ansatz für die Degradation zu finden, der auch leicht in die CLT integriert werden kann und somit nur den Degradationseffekt mit Hilfe der Einzelschichteigenschaften beschreibt. In einem ersten Schritt wurde daher bewußt versucht, sich hier auf „reine“ Degradationsformen zu beschränken und Effekte aus Delamination und weitergehender Bruchmechanik nicht zu berücksichtigen. Wie in [26] beschrieben, können die einzelnen Effekte aus Querkzug- und Schubdegradation überlagert werden, so daß die beiden Formen getrennt untersucht werden sollen.

Allgemein wird dabei nur das makromechanische Degradationsverhalten in Form von Eigenschaftsänderungen einer gesamten Einzelschicht und nicht die mikromechanische Auswirkung der Risse – wie bei den Reißdichtekriterien – berücksichtigt.

Als Degradationsformen werden nur die transversale Zug- und die Schichtschubdegradation näher betrachtet. Dazu werden symmetrische Kreuzverbunde mit dem Lagenaufbau  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$  und  $[\pm 45_r]_S$  unter einachsiger Zugbeanspruchung experimentell und rechnerisch untersucht. Bei den  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Laminaten kann somit der Degradationsprozeß unter transversaler Zugspannung und bei den  $[\pm 45_r]_S$ -Laminaten derjenige unter Schichtschub- und transversaler Zugspannung erzeugt werden.

Um diese Degradationsgrundformen gerade in Hinblick auf den Einfluß tiefer Temperaturen und damit großer innerer Spannungen mit Raumtemperaturergebnissen zu vergleichen, wurden Tests bei Raum- und Tieftemperatur (bei flüssigem Stickstoff mit  $-196^\circ C$  bzw. 77 K) durchgeführt.

In Anlehnung an die CLT werden dabei folgende Voraussetzungen gemacht:

- die vollständige, ideale Verklebung zwischen den Schichten bleibt erhalten
- die Materialeigenschaften sind innerhalb einer Schicht homogen

Wie in [28] beschrieben, werden vereinfachend nur die Eigenschaftsänderungen durch Degradation der Einzelschicht in Form eines Degradationsfaktors  $\eta$  berücksichtigt. Die unterschiedlichen

Degradationsmechanismen bei den verschiedenen Schichteigenschaften, wie sie in [26] beschrieben werden, bleiben hier vorerst unberücksichtigt. Vereinfacht werden die Eigenschaftsänderungen der Einzelschicht wie folgt angenommen:

$[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Laminat	$[\pm 45_r]_S$ -Laminat	
$E_{\parallel 90} = E_{\parallel 90}$	$E_{\parallel \pm 45} = E_{\parallel \pm 45}$	(a)
$E_{\perp 90} \rightarrow \eta E_{\perp 90}$	$E_{\perp \pm 45} \rightarrow \eta E_{\perp \pm 45}$	(b)
$G_{\times 90} \rightarrow \eta G_{\times 90}$	$G_{\times \pm 45} \rightarrow \eta G_{\times \pm 45}$	(c)
$\nu_{\parallel \perp 90} = \nu_{\parallel \perp 90}$	$\nu_{\parallel \perp \pm 45} = \nu_{\parallel \perp \pm 45}$	(d) (3.1)
$\nu_{\perp \parallel 90} \rightarrow \eta \nu_{\perp \parallel 90}$	$\nu_{\perp \parallel \pm 45} \rightarrow \eta \nu_{\perp \parallel \pm 45}$	(e)
$E_{\parallel 0} = E_{\parallel 0}$		(f)
$E_{\perp 0} = E_{\perp 0}$		(g)

Bei dem  $[0/90]$ -Laminat wird vereinfachend angenommen, daß die Materialeigenschaften der  $0^\circ$ -Schicht nicht von der Degradation in der  $90^\circ$ -Richtung beeinflusst werden und somit keine Funktion des Degradationsfaktors  $\eta$  sind. Die Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{\parallel}$  und  $\alpha_{\perp}$  der Einzelschichten in  $0^\circ$ - und  $90^\circ$ -Richtung werden auch als unabhängig vom Degradationszustand betrachtet.

Die formal konsequent formulierte Degradation der Querkontraktion  $\nu_{\perp \parallel}$  in Formel (3.1 e) kann, wie im Abschnitt 3.4.1 gezeigt wird, wegen des geringen Einflusses vernachlässigt werden.

Die Vereinfachung der Degradationsberechnung mit einem Faktor setzt eigentlich das gleiche Degradationsverhalten der beiden unterschiedlichen Degradationsformen Querkzug- und Schubdegradation voraus. Wie an einem  $[0, 90_3]_S$  GFK-Laminat in [30] gezeigt wird, können die Reststeifigkeiten bei Querkzug- und Schub-Belastung bei dem sogenannten charakteristischen Schädigungszustand (Characteristic Damage State CDS) aber sehr unterschiedlich sein. Da hier durch die Wahl der untersuchten Proben eine weitgehende Entkoppelung der Versagensformen erreicht wurde, scheint diese Vereinfachung zulässig. Im Allgemeinen muß jedoch sehr wohl zwischen den verschiedenen Versagensformen bezüglich des wirksamen Degradationsfaktors unterschieden werden.

Neben der Vereinfachung und globalen Betrachtung der durch die Degradationseffekte veränderten Materialkennwerte, die unter den gemachten Annahmen Gültigkeit haben, sind prinzipiell auch nichtlineare Effekte bei Material und Geometrie zu berücksichtigen. Zum einen entsteht ja gerade als Folge des Degradationsprozesses ein nichtlineares Materialverhalten direkt im Spannungs-Dehnungs-Verhalten. Zum anderen werden im Zugversuch der  $[\pm 45_r]_S$ -Lamine so große Maximaldehnungen unter Raumtemperatur (bis ca. 10 %) erreicht, daß Geometrieänderungen berücksichtigt werden müssen. Durch beide Effekte besteht ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung. Wie exemplarisch in der Abbildung 3.2 für ein kontinuierlich nichtlineares Materialverhalten ab der Grenzdehnung  $\varepsilon_l$  in Punkt A zu sehen ist, ergibt sich ein deutlicher Unterschied zwischen den Materialsteifigkeiten  $E_{Tan}$  und  $E_{Sek}$  (Punkt B und C). Der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung  $\sigma(\varepsilon) = E_{Tan} \varepsilon \equiv E_{Sek} \varepsilon$ , der bis zum Punkt A gültig ist, geht über in die Form:  $\sigma(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon E_{Tan}(\varepsilon) d\varepsilon = E_{Sek} \varepsilon$ .

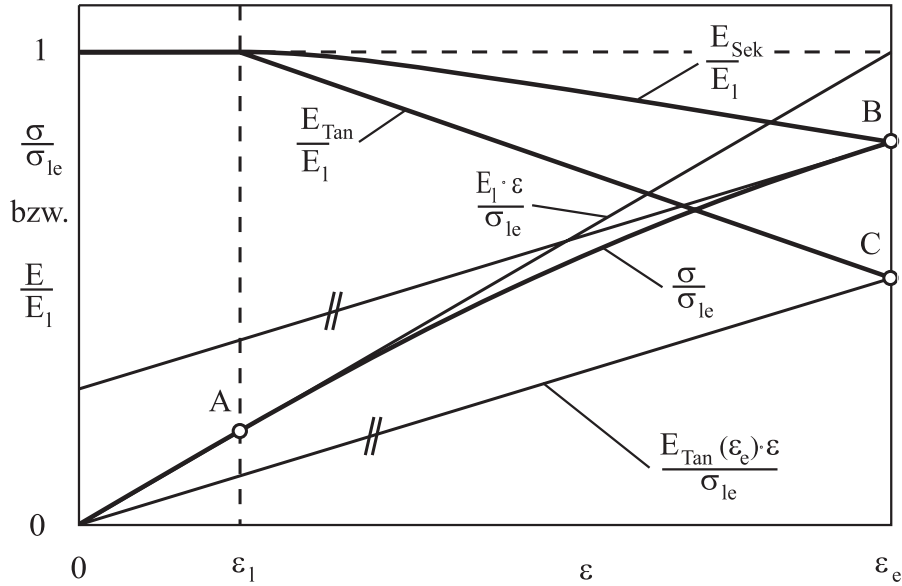


Abbildung 3.2: Nichtlineare Effekte beim Spannungs-Dehnungs-Verlauf

Da das Degradationsverhalten als quasi linearelastisches Materialverhalten in die CLT integriert werden soll, kann aber vereinfachend von einem linearelastischen Materialverhalten auf Basis der Sekantenbeziehungen ausgegangen werden. Auf besondere Effekte durch Materialnichtlinearitäten wird im Abschnitt 3.4.2 eingegangen.

### 3.3 Analytische Beziehungen

Im folgenden werden die Beziehungen des Gesamtverbundes für die zwei Laminate  $[0_{r_0}, 90_{r_90}]_S$  und  $[\pm 45_r]_S$  mit Hilfe der CLT genauer betrachtet. Dabei wird in Anlehnung an die durchgeführten Versuche von einer einachsigen Zugbeanspruchung in  $x$ -Richtung ohne Behinderung der Querkontraktion in  $y$ -Richtung ausgegangen (siehe Abbildung 3.3).

Für die aufgebrachte Scheibenbeanspruchung ergibt sich somit folgender Zusammenhang für ein symmetrisches Kreuzlaminat unter einachsiger Zugbeanspruchung, wenn als Bezugsfläche die Mittelebene gewählt wird:

$$[\mathbf{n}] = [\mathbf{A}] [\boldsymbol{\varepsilon}] - [\mathbf{n}_{th}] \quad \text{mit:} \quad (3.2)$$

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_{thx} \\ n_{thy} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Für die  $x$ - und  $y$ -Richtung ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} n_x &= A_{11} \varepsilon_x + A_{12} \varepsilon_y - n_{thx} \\ 0 &= A_{12} \varepsilon_x + A_{22} \varepsilon_y - n_{thy} \end{aligned} \right\} \text{daraus folgt:}$$

$$n_x = \varepsilon_x \left( A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right) + \frac{A_{12}}{A_{22}} n_{thy} - n_{thx} \quad (3.4)$$

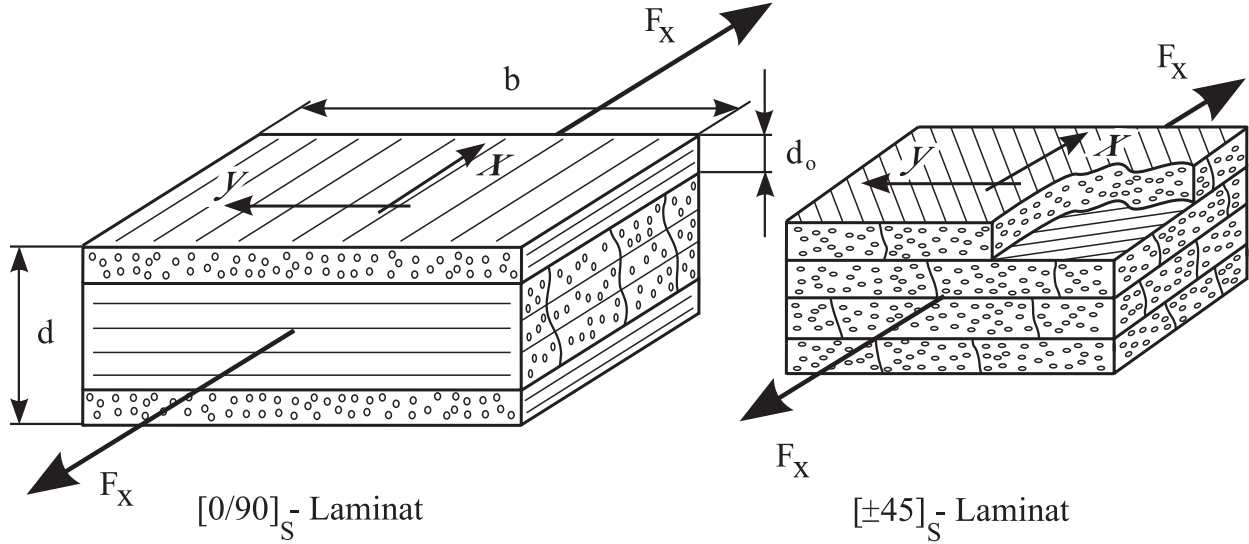


Abbildung 3.3: Koordinatensystem und Laminat-Aufbau der untersuchten Schichtverbunde

Bei den Messungen an den verschiedenen Laminaten  $[0_2, 90_2]_S$ ,  $[0, 90_3]_S$ ,  $[0, 90_5]_S$  und  $[\pm 45]_S$  wurde die Zugkraft  $F_x$  über der Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_x$  aufgezeichnet. Die Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_x$  wurde dabei zu Versuchsbeginn mit der Last  $F_x \equiv 0$  zu Null gesetzt und entspricht somit nicht der wirklichen Dehnung im Laminat aus der CLT, da die gemessene Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_x$  mit der Dehnung  $\varepsilon_{x_{th}}^a$  aus der Temperaturdifferenz  $\Delta T = T - T_A$  überlagert werden muß. Für die Übertragung der Versuchsergebnisse auf die CLT kann (3.4) mit  $d = d_0 + d_{90}$  bzw.  $d = d_{\pm 45}$  bei der Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_x = \varepsilon_x - \varepsilon_{x_{th}}^a$  wie folgt aufgelöst werden:

$$\sigma_x = \frac{F_x}{d \cdot b} = \frac{n_x}{d} = \frac{\tilde{\varepsilon}_x + \varepsilon_{x_{th}}^a}{d} \left( A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right) + \frac{A_{12}}{A_{22}} \frac{n_{thy}}{d} - \frac{n_{thx}}{d} \quad (3.5)$$

Gleichung (3.5) wird, wie später gezeigt, zur Basisgleichung für die Berechnung des Degradationsfaktors  $\eta$ . Dabei sind die Bedingungen aus Gleichung (3.1) in die Scheibensteifigkeiten  $A_{11}$ ,  $A_{12}$  und  $A_{22}$  sowie die thermischen Kraftflüsse  $n_{thx}$  und  $n_{thy}$  einzusetzen. Im Prinzip könnte vereinfachend auch direkt die Sekantensteifigkeit ausgewertet werden, da aus den Meßergebnissen sehr leicht der Sekantenmodul  $E_{Sek_x} = \sigma_x / \tilde{\varepsilon}_x$  berechnet werden kann. Dieser Sekantenmodul entspricht dabei genau dem Tangentenmodul im undegradierten Zustand und damit gleich der Definition des E-Moduls  $E_x^U$  aus der CLT für diesen Belastungsfall.

$$E_x^U \equiv E_{Sek_x} = \frac{\sigma_x}{\tilde{\varepsilon}_x} = \frac{1}{d \cdot \bar{A}_{11}^U} = \frac{1}{d} \left( A_{11}^U - \frac{A_{12}^{U2}}{A_{22}^U} \right) \quad (3.6)$$

Da sich durch die Degradation aber auch die thermische Dehnung  $\varepsilon_{x_{th}} = \varepsilon_{x_{th}}(\eta) = \varepsilon_{x_{th}}(\tilde{\varepsilon})$  ändert, kommt es zu einer zunehmenden Verschiebung zwischen der gemessenen Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_x$  und der wahren Dehnung  $\varepsilon_x$  um  $\Delta \varepsilon_x = \varepsilon_{x_{th}} - \varepsilon_{x_{th}}^a$ , so daß bei der Berechnung des Degradationsfaktors  $\eta$  aus den Meßdaten Gleichung (3.5) komplett ausgewertet werden muß!

## 3.4 [0/90]-Kreuzverbunde

In einem ersten Schritt soll das Verhalten der Einzelschicht unter transversaler Zugdegradation bestimmt werden. Durch das Spröbruchverhalten von [90]-Laminaten unter Zugbeanspruchung ist es aber nicht möglich den Degradationsprozeß direkt zu untersuchen. Daher wurden Kreuzverbunde mit den Laminataufbauten  $[0_2, 90_2]_S$ ,  $[0, 90_3]_S$  und  $[0, 90_5]_S$  für die experimentelle Bestimmung der transversalen Zugdegradation ausgewählt. Durch die  $0^\circ$ -Schicht wird das [90]-Laminat gestützt, so daß der Degradationsprozeß beobachtet werden kann. Neben der Stützwirkung übernimmt die  $0^\circ$ -Schicht aber auch einen großen Anteil zur Lastübertragung, so daß das Degradationsverhalten der  $90^\circ$ -Schicht stark von der  $0^\circ$ -Schicht überdeckt wird. Um hier die verschiedenen Einflüsse zu untersuchen, wurden unterschiedliche Schichtdickenverhältnisse  $k = \frac{r_{90}}{r_0}$  untersucht.

### 3.4.1 Grundgleichungen

Bei den gewählten Lagenaufbauten  $[0_2, 90_2]_S$ ,  $[0, 90_3]_S$  und  $[0, 90_5]_S$  ergeben sich die Scheibensteifigkeiten  $A_{11}$ ,  $A_{12}$  und  $A_{22}$  aus (3.3) wie folgt:

$$A_{11} = \frac{E_{\parallel 0} d_0}{1 - \nu_{\parallel 0} \nu_{\perp 0}} + \frac{E_{\perp 90} d_{90}}{1 - \nu_{\parallel 90} \nu_{\perp 90}} \quad (3.7)$$

$$A_{12} = \frac{\nu_{\parallel 0} E_{\perp 0} d_0}{1 - \nu_{\parallel 0} \nu_{\perp 0}} + \frac{\nu_{\parallel 90} E_{\perp 90} d_{90}}{1 - \nu_{\parallel 90} \nu_{\perp 90}} \quad (3.8)$$

$$A_{22} = \frac{E_{\perp 0} d_0}{1 - \nu_{\parallel 0} \nu_{\perp 0}} + \frac{E_{\parallel 90} d_{90}}{1 - \nu_{\parallel 90} \nu_{\perp 90}} \quad (3.9)$$

Die Laminatsteifigkeit, welche mit der Dehnung  $\varepsilon_x$  gekoppelt ist und somit für den undegradieren Zustand den Gesamt-E-Modul des Laminates definiert, ergibt sich mit den Abkürzungen  $s_0 = 1 - \nu_{\parallel 0} \nu_{\perp 0}$  und  $s_{90} = 1 - \nu_{\parallel 90} \nu_{\perp 90}$  damit zu:

$$\frac{1}{d} \left( A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right) = \frac{E_{\parallel 0} r_0 s_{90} + E_{\perp 90} r_{90} s_0 - \frac{(E_{\perp 0} \nu_{\parallel 0} r_0 s_{90} + E_{\perp 90} \nu_{\parallel 90} r_{90} s_0)^2}{E_{\parallel 90} r_{90} s_0 + E_{\perp 0} r_0 s_{90}}}{s_0 s_{90} (r_0 + r_{90})} \quad (3.10)$$

Es läßt sich zeigen, daß der Einfluß der durch den Degradationsfaktor  $\eta$  veränderlichen Querkontraktionszahl  $\nu_{\perp 90} \rightarrow \eta \nu_{\perp 90}$  gering ist, so daß bei einer Vereinfachung  $\nu_{\perp 90} \approx \nu_{\perp 0} = \nu_{\parallel 0}$  sich die Beziehung (3.10) bei einem maximalen Fehler bei der Steifigkeit von 0.3% für  $1 \leq r_{90}/r_0 = k \leq 5$  und  $0 \leq \eta \leq 1$  zu folgendem Zusammenhang ergibt:

$$\frac{1}{d} \left( A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right) \approx \frac{1}{r_0 + r_{90}} \frac{E_{\parallel 0} r_0 + E_{\perp 90} r_{90}}{1 - \nu_{\parallel 0} \nu_{\perp 0}} = \frac{A_{11}}{d} \quad (3.11)$$



### 3.4.2 Materialnichtlinearitäten

Bei Vorversuchen an CFK-UD-Zugproben wurde durch die Auswertung des Sekantenmoduls ein progressives Spannungs-Dehnungs-Verhalten festgestellt. Dabei war ein annähernd linearer Anstieg des Sekanten-E-Moduls festzustellen. Dieses Verhalten konnte auch im  $[0,90]$ -Kreuzverbund beobachtet werden. In [31] wird eine Erklärung zu diesem Verhalten gegeben, die mikromechanische Effekte durch die zunehmende Längsausrichtung in den kristallinen Bereichen entlang des CFK-Filaments als Ursache beschreibt. Dabei wurde u.a. bei einem Kohlenstoff-Kohlenstoff FVW ein Anstieg von 13 % ausgehend von dem Anfangs E-Modul gemessen. Der Anstieg der Steifigkeit kann danach als lineare Funktion in Abhängigkeit der Dehnung angenommen werden, was zu einem quadratischen Spannungs-Dehnungsverlauf führt. Da dieser Effekt für „normale“ UD-CFK-FVW bis zum Bruch eine Veränderung in der Größenordnung von ca.  $\pm 2\%$  bedeutet, wird er in der Regel vernachlässigt.

Um aber hier die geringe Steifigkeitsreduktion des Gesamtverbundes aufgrund der  $90^\circ$ -Schichtdegradation durch die zunehmende Steifigkeit der  $0^\circ$ -Schichten nicht zu verfälschen, muß das beschriebene Materialverhalten der  $0^\circ$ -Schichten bezüglich der zunehmenden Steifigkeit  $E_{\parallel} = E_{\parallel}(\tilde{\varepsilon}_x) = E_{\parallel}^a + \Delta E_{\parallel} \tilde{\varepsilon}_x$  berücksichtigt werden. Die Anfangssteifigkeit  $E_{\parallel}^a$  sowie die Steifigkeitsänderung  $\Delta E_{\parallel}$  können dabei aus den Meßpunkten im undegradierten Zustand berechnet werden.

Grundsätzlich müßten bei der Berechnung auch die beiden Steifigkeiten  $E_{\parallel 90} = E_{\parallel 90}(\varepsilon_{90})$  und  $E_{\parallel 0} = E_{\parallel 0}(\varepsilon_0)$  als Funktionen der lokal wirksamen Dehnung betrachtet werden. Da aber der Einfluß der Steifigkeit  $E_{\parallel 90}$  auf die  $0^\circ$ -Schicht sehr gering ist, werden beide Steifigkeiten  $E_{\parallel 90} = E_{\parallel 0} \equiv E_{\parallel}$  bei der Bestimmung der Gesamt- und Einzelschichtsteifigkeiten vereinfachend gleichgesetzt. Somit gilt nach (3.6):

$$E_x^U \approx \frac{E_{\parallel} E_{\perp} (r_0^2 + r_{90}^2) + E_{\parallel}^2 r_0 r_{90} + E_{\perp}^2 [r_0 r_{90} - \nu_{\parallel\perp}^2 (r_0 + r_{90})^2]}{(1 - \nu_{\perp\parallel} \nu_{\parallel\perp}) (E_{\perp} r_0 + E_{\parallel} r_{90}) (r_0 + r_{90})} \quad (3.12)$$

Auf die wesentlichen Effekte reduziert kann mit einem maximalen Fehler kleiner 0.5% bei einem Verhältnis  $1 \leq k = r_{90}/r_0 \leq 5$  geschrieben werden:

$$E_x^U \approx \frac{E_{\parallel} + E_{\perp} k}{1 + k} \quad (3.13)$$

Mit Gleichung (3.12) kann die Steifigkeit  $E_{\parallel}$  aus der gemessenen Tangentensteifigkeit des undegradierten Gesamtlaminates  $E_x^U$  - mit der Abkürzung  $s = 1 - \nu_{\parallel\perp} \nu_{\perp\parallel}$  - aufgelöst werden:

$$E_{\parallel} = \frac{r_0 + r_{90}}{2 r_0 r_{90}} \left\{ E_x^U r_{90} s - E_{\perp} \frac{r_0^2 + r_{90}^2}{r_0 + r_{90}} + \sqrt{E_x^U{}^2 r_{90}^2 s^2 + 2 E_x^U E_{\perp} r_{90} (r_0 - r_{90}) s + E_{\perp}^2 [(r_0 - r_{90})^2 + 4 r_0 r_{90} \nu_{\parallel\perp}^2]} \right\} \quad (3.14)$$

Diese Steifigkeit ergibt sich auch bei einem maximalen Fehler kleiner 0.5% bei einem Verhältnis  $1 \leq k \leq 5$  durch Umstellen von Gleichung (3.13) :

$$E_{\parallel} = E_{\parallel}^a + \Delta E_{\parallel} \tilde{\varepsilon}_x \approx E_x^U (1 + k) - E_{\perp} k = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} (1 + k) - E_{\perp} k \quad (3.15)$$

Mit Gleichung (3.15) können somit aus zwei geeigneten Meßpunkten im undegradierten Bereich der Versuchsdaten des Sekantenmoduls  $E_x^U = E_x^U(\widetilde{\varepsilon}_x)$  die Werte  $E_{\parallel}^a$  und  $\Delta E_{\parallel}$  bestimmt werden. Der unterschiedliche E-Modul in den 0°- und 90°-Schichten wird dabei vernachlässigt, da der Einfluß der 90°-Lagen auf die 0°-Lagen durch die Querkontraktion – wie besprochen – gering ist. Für die spätere Berechnung des Degradationsfaktors  $\eta$  wird in Faserrichtung für die 0°-Schicht die dehnungsabhängige Steifigkeit  $E_{\parallel 0} = E_{\parallel}^a + \Delta E_{\parallel} \widetilde{\varepsilon}_x$  und für die 90°-Schicht die feste Anfangssteifigkeit  $E_{\parallel}^a$  angenommen, da in der 90°-Schicht bei der gegebenen Belastung nur geringe Dehnungen in  $y$ -Richtung zu erwarten sind.

### 3.4.3 Thermische Grunddehnung

Wie zu Beginn in Abschnitt 3.3 aus Gleichung (3.5) – gerade bei der großen Temperaturbeanspruchung unter kryogenen Temperaturen – zu erkennen ist, muß der thermische Einfluß einerseits in Form der thermischen Schnittkräfte  $n_{th_x}$  und  $n_{th_y}$ , andererseits in Form der thermischen Anfangsdehnung  $\varepsilon_{x_{th}}^a$  berücksichtigt werden. Die thermische Anfangsdehnung ist dabei konstant und somit nicht von  $\eta$  abhängig, wohingegen die thermischen Schnittkräfte durch ihre Abhängigkeit von  $E_{\perp 90}$  durch den Degradationsfaktor verändert werden, wie man an der Lösung für den hier verwendeten  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Kreuzverbund erkennt:

$$n_{th_x} = \Delta T \left[ \left( \frac{E_{\parallel 0} \alpha_{\parallel} + \nu_{\parallel \perp 0} E_{\perp 0} \alpha_{\perp}}{1 - \nu_{\parallel \perp 0} \nu_{\perp \parallel 0}} \right) d_0 + \left( \frac{\alpha_{\perp} + \nu_{\parallel \perp 90} \alpha_{\parallel}}{1 - \nu_{\parallel \perp 90} \nu_{\perp \parallel 90}} \right) d_{90} E_{\perp 90} \right] \quad (3.16)$$

$$n_{th_y} = \Delta T \left[ \left( \frac{E_{\parallel 90} \alpha_{\parallel} + \nu_{\parallel \perp 90} E_{\perp 90} \alpha_{\perp}}{1 - \nu_{\parallel \perp 90} \nu_{\perp \parallel 90}} \right) d_{90} + \left( \frac{\alpha_{\perp} + \nu_{\parallel \perp 0} \alpha_{\parallel}}{1 - \nu_{\parallel \perp 0} \nu_{\perp \parallel 0}} \right) d_0 E_{\perp 0} \right] \quad (3.17)$$

Damit läßt sich der von der Temperaturdifferenz abhängige Teil der Spannung aus Gleichung (3.5) wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{1}{d} \left( \frac{A_{12}}{A_{22}} n_{th_y} - n_{th_x} \right) &= \frac{\Delta T}{r_0 + r_{90}} \left[ -\frac{E_{\parallel 0} \alpha_{\parallel} + \nu_{\parallel \perp 0} E_{\perp 0} \alpha_{\perp}}{s_0} r_0 - \frac{\alpha_{\perp} + \nu_{\parallel \perp 90} \alpha_{\parallel}}{s_{90}} E_{\perp 90} r_{90} + \right. \\ &\left. + \frac{\frac{E_{\perp 0} \nu_{\parallel \perp 0} r_0}{s_0} + \frac{E_{\perp 90} \nu_{\parallel \perp 90} r_{90}}{s_{90}}}{\frac{E_{\perp 0} r_0}{s_0} + \frac{E_{\parallel 90} r_{90}}{s_{90}}} \left\{ \frac{\alpha_{\perp} + \nu_{\parallel \perp 0} \alpha_{\parallel}}{s_0} E_{\perp 0} r_0 + \frac{E_{\parallel 90} \alpha_{\parallel} + \nu_{\parallel \perp 90} E_{\perp 90} \alpha_{\perp}}{s_{90}} r_{90} \right\} \right] \quad (3.18) \end{aligned}$$

Bei einer maximalen Abweichung kleiner 0.5% kann vereinfacht geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{1}{d} \left( \frac{A_{12}}{A_{22}} n_{th_y} - n_{th_x} \right) &\approx \frac{\Delta T}{(1+k)(1 - \nu_{\parallel \perp} \nu_{\perp \parallel})} \left[ -E_{\parallel 0} \alpha_{\parallel} - \nu_{\parallel \perp} E_{\perp 0} \alpha_{\perp} - \alpha_{\perp} E_{\perp 90} k + \right. \\ &\left. + \frac{\nu_{\parallel \perp} (E_{\perp 0} + E_{\perp 90} k)}{E_{\perp 0} + E_{\parallel 90} k} \left\{ \alpha_{\perp} E_{\perp 0} + k (E_{\parallel 90} \alpha_{\parallel} + \nu_{\parallel \perp} E_{\perp 90} \alpha_{\perp}) \right\} \right] \quad (3.19) \end{aligned}$$

Für die Berechnung der thermischen Anfangsdehnung  $\varepsilon_{x_{th}}^a$ , die zur Ermittlung der im Laminat herrschenden Gesamtdehnung  $\varepsilon_x = \widetilde{\varepsilon}_x + \varepsilon_{x_{th}}^a$  aus der gemessenen Dehnung  $\widetilde{\varepsilon}_x$  notwendig ist, muß die Wärmeausdehnung des Verbundes ohne mechanische Last berechnet werden. Der Einfluß der Degradation muß dabei nicht berücksichtigt werden, da nur bei ausschließlich thermischer

Beanspruchung keine Degradation im Laminat festzustellen war. Somit gilt nach Umstellen von Gleichung (3.4) für  $n_x \equiv 0$ :

$$\varepsilon_{x_{th}}^a = \bar{A}_{11}^U n_{th_x}^U + \bar{A}_{12}^U n_{th_y}^U = \frac{n_{th_x}^U A_{22}^U - n_{th_y}^U A_{12}^U}{A_{11}^U A_{22}^U - A_{12}^U{}^2} \quad (3.20)$$

Die Materialkennwerte der undegradierten 0°- und 90°-Schichten in ||- und  $\perp$ -Richtung können dabei vereinfacht als konstante Werte mit  $E_{||0} = E_{||90} = E_{||}^a = E_{||}$  und  $E_{\perp 0} = E_{\perp 90} = E_{\perp}$  angenommen werden. Die Matrixwerte  $\bar{A}_{11}^U$  und  $\bar{A}_{12}^U$  der invertierten Steifigkeitsmatrix  $[\bar{\mathbf{A}}] = [\mathbf{A}]^{-1}$  und die thermischen Streckenlasten  $n_{th_x}^U$  und  $n_{th_y}^U$  ergeben sich damit zu:

$$\bar{A}_{11}^U = 1 - \nu_{||\perp}\nu_{\perp||} \frac{E_{\perp} r_0 + E_{||} r_{90}}{E_{||}^2 d_0 r_{90} + E_{\perp}^2 [d_0 r_{90} - \nu_{||\perp}^2 (d_0 r_0 + 2d_0 r_{90} + d_{90} r_{90})] + E_{\perp} E_{||} (d_0 r_0 + d_{90} r_{90})} \quad (3.21)$$

$$\bar{A}_{12}^U = \frac{1 - \nu_{||\perp}\nu_{\perp||}}{d_0 + d_{90}} \frac{1}{E_{||} \left( \nu_{\perp||} - \frac{1}{\nu_{||\perp}} \right) - \frac{r_{90} r_0}{E_{\perp} \nu_{||\perp}} \left( \frac{E_{\perp} - E_{||}}{r_0 + r_{90}} \right)^2} \quad (3.22)$$

$$n_{th_x}^U = \Delta T \frac{\alpha_{||} (E_{||} d_0 + E_{\perp} d_{90} \nu_{||\perp}) + \alpha_{\perp} E_{\perp} (d_{90} + d_0 \nu_{||\perp})}{1 - \nu_{||\perp}\nu_{\perp||}} \quad (3.23)$$

$$n_{th_y}^U = \Delta T \frac{\alpha_{||} (E_{||} d_{90} + E_{\perp} d_0 \nu_{||\perp}) + \alpha_{\perp} E_{\perp} (d_0 + d_{90} \nu_{||\perp})}{1 - \nu_{||\perp}\nu_{\perp||}} \quad (3.24)$$

Für die thermische Anfangsdehnung in  $x$ -Richtung aufgrund der Temperaturdifferenz  $\Delta T = T_P - T_A$  vom Aushärten im Autoklaven bei  $T_A$  zur Prüftemperatur  $T_P$  kann damit geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{x_{th}}^a}{\Delta T} &= \frac{(E_{\perp} r_0 + E_{||} r_{90}) \left\{ \alpha_{||} (E_{||} r_0 + E_{\perp} r_{90} \nu_{||\perp}) + \alpha_{\perp} E_{\perp} (r_{90} + r_0 \nu_{||\perp}) \right\}}{E_{||}^2 r_0 r_{90} + E_{\perp}^2 [r_0 r_{90} - \nu_{||\perp}^2 (r_0 + r_{90})^2] + E_{||} E_{\perp} (r_0^2 + r_{90}^2)} + \\ &+ \frac{\alpha_{||} (E_{||} r_{90} + E_{\perp} r_0 \nu_{||\perp}) + \alpha_{\perp} E_{\perp} (r_0 + r_{90} \nu_{||\perp})}{(r_0 + r_{90}) \left[ E_{||} \left( \nu_{\perp||} - \frac{1}{\nu_{||\perp}} \right) - \frac{r_0 r_{90}}{E_{\perp} \nu_{||\perp}} \left( \frac{E_{\perp} - E_{||}}{r_0 + r_{90}} \right)^2 \right]} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Bei den gegebenen Verhältnissen gilt bei der Randbedingung  $1 \leq k \leq 5$  mit einem Fehler kleiner 0.2% ein vereinfachter Zusammenhang wie folgt:

$$\frac{\varepsilon_{x_{th}}^a}{\Delta T} \approx \frac{(E_{\perp} r_0 + E_{||} r_{90}) \left\{ \alpha_{||} E_{||} r_0 + \alpha_{\perp} E_{\perp} (r_{90} + r_0 \nu_{||\perp}) \right\}}{E_{||}^2 r_0 r_{90} + E_{||} E_{\perp} (r_0^2 + r_{90}^2)} - \frac{\alpha_{||} E_{||} r_{90} + \alpha_{\perp} E_{\perp} (r_0 + r_{90} \nu_{||\perp})}{\frac{r_0 + r_{90}}{\nu_{||\perp}} \left[ E_{||} + \frac{r_0 r_{90}}{E_{\perp}} \left( \frac{E_{\perp} - E_{||}}{r_0 + r_{90}} \right)^2 \right]} \quad (3.26)$$

### 3.4.4 Lösung für den Degradationsfaktor $\eta$

Zur Bestimmung einer Lösung für den Degradationsfaktor  $\eta$  sind die Annahmen aus Abschnitt 3.2 einzusetzen. Dabei wirkt sich nach Gleichung (3.1) die Degradation auf die folgenden Materialkennwerte aus:

$$E_{\perp 90} \rightarrow \eta E_{\perp 90} \quad (b)$$

$$G_{\times 90} \rightarrow \eta G_{\times 90} \quad (c) \quad (3.1)$$

$$\nu_{\perp \parallel 90} \rightarrow \eta \nu_{\perp \parallel 90} \quad (e)$$

Bei den untersuchten Laminataufbauten  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$  unter reiner Zugbeanspruchung  $\sigma_x$  treten systembedingt aber keine Schubspannungen  $\tau_{\times}$  auf. Somit spielt die Veränderung des Schubmoduls  $G_{\times 90}$  keine Rolle und muß nicht berücksichtigt werden. Zudem wurde in Abschnitt 3.4.1 der Einfluß der Degradation auf die Querkontraktionszahl  $\nu_{\perp \parallel 90}$  untersucht und bei den gegebenen Verhältnissen als vernachlässigbar erkannt. Damit reduziert sich der Einfluß der Degradation auf die Gleichung (3.1 b) und damit auf den Modul  $E_{\perp 90}$  der 90°-Schicht. Für den Zusammenhang zwischen der gemessenen Spannung  $\sigma_x$  und der Dehnung  $\widetilde{\varepsilon}_x$  kann somit Gleichung (3.5) geschrieben werden:

$$\sigma_x(\widetilde{\varepsilon}_x, \eta) = \frac{\widetilde{\varepsilon}_x + \varepsilon_{x_{th}}^a}{d} \left[ A_{11}(\eta) - \frac{A_{12}^2(\eta)}{A_{22}(\eta)} \right] + \frac{A_{12}(\eta)}{A_{22}(\eta)} \frac{n_{thy}(\eta)}{d} - \frac{n_{thx}(\eta)}{d} \quad (3.5)$$

In Gleichung (3.5) können nun die vereinfachten Teillösungen (3.11) und (3.19), sowie die vereinfachte Lösung für die thermische Anfangsdehnung (3.26) eingesetzt werden. Mit Gleichung (3.5) kann nun nach dem Degradationsfaktor  $\eta$  aufgelöst werden. Die so gefundene umfangreiche Lösung kann nach Vereinfachung mit einem maximalen Fehler kleiner 0.7% bei einem Verhältnis  $1 \leq k \leq 5$  und  $0 \leq \eta \leq 1$  wie folgt geschrieben werden (die von den Versuchsdatenpaaren abhängigen Werte  $[\sigma_x; \widetilde{\varepsilon}_x]$  sind dabei **fett gedruckt**):

$$\eta \approx \frac{\Delta T \left[ E_{\parallel}^a k \left\{ E_{\perp} \nu_{\perp \parallel} (\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}) - \mathbf{E}_{\parallel 0} \alpha_{\parallel} \right\} - E_{\perp} \mathbf{E}_{\parallel 0} \alpha_{\parallel} \right] + (E_{\parallel}^a k + E_{\perp}) \left\{ \varepsilon_x \mathbf{E}_{\parallel 0} - \sigma_x (1 + k) \right\}}{E_{\perp} k \left[ \Delta T \alpha_{\perp} \left\{ E_{\parallel}^a + E_{\perp} (1 - \nu_{\perp \parallel} [1 + \nu_{\parallel \perp}]) \right\} - \varepsilon_x (E_{\perp} + E_{\parallel}^a) \right]} \quad (3.27)$$

Mit  $\eta = \eta(\widetilde{\varepsilon}_x, \sigma_x)$ ,  $E_{\parallel 0} = (E_{\parallel}^a + \Delta E_{\parallel} \widetilde{\varepsilon}_x)$  und  $\varepsilon_x = \widetilde{\varepsilon}_x + \varepsilon_{x_{th}}^a$ .

Zu dem hier gezeigten expliziten Ansatz zur Lösung für  $\eta$  wurde in [29] auch ein impliziter Ansatz verwendet. Aus Gleichung (3.5) kann durch Umstellen ein Nullstellenproblem für die Funktion  $\Theta$  definiert werden:

$$\Theta(\eta, \widetilde{\varepsilon}_x, \sigma_x) = \sigma_x d - \left[ (\widetilde{\varepsilon}_x + \varepsilon_{x_{th}}^a) \left\{ A_{11}(\eta) - \frac{A_{12}^2(\eta)}{A_{22}(\eta)} \right\} + \frac{A_{12}(\eta)}{A_{22}(\eta)} n_{thy}(\eta) - n_{thx}(\eta) \right] \equiv 0 \quad (3.28)$$

In [29] wurde die Lösung mit Hilfe geeigneter numerischer Iterationsverfahren berechnet. So konnte das Vereinfachen und Auflösen der analytischen Beziehungen umgangen werden. Demgegenüber ist aber das implizite Verfahren nicht in der Lage, Auskunft über die Einflußfaktoren

auf den Degradationsfaktor zu geben. Bezüglich der Ergebnisse für den Degradationsfaktor  $\eta$  ergeben sich bei beiden Verfahren grundsätzlich keine Unterschiede.

Bei der Lösung für den Degradationsfaktor nach Gleichung (3.27) ist  $\eta$  als Funktion  $\eta = \eta(\tilde{\varepsilon}_x, \sigma_x)$  gegeben. Dieser direkte Zusammenhang mit den Meßdaten ist aber für die weitere allgemeine Anwendung – wie angesprochen – in der CLT ungeeignet. Dabei stellt sich das grundsätzliche Problem bei der Verwendung der Lösung für  $\eta$  in der CLT:

- Die Lösung für  $\eta$  stellt ein Spannungs- und Dehnungsgleichgewicht der gegebenenfalls degradierten Schichten bezüglich der gemessenen Werte  $\sigma_x$  und  $\tilde{\varepsilon}_x$  des Gesamtlaminates dar
- Aus der Lösung nach der CLT läßt sich nicht direkt der Degradationsfaktor in den Einzelschichten aufgrund der undegradieren Laminatgesamtsituation  $\sigma_x^U$  und  $\tilde{\varepsilon}_x^U$  bestimmen.

Wegen der Nichtlinearität der Lösung für  $\eta$  auf das Spannungs- und Dehnungsgleichgewicht in der CLT läßt sich der Degradationsfaktor mit den gegebenen Informationen des Gesamtlaminates  $\sigma_x$  und  $\tilde{\varepsilon}_x$  nur iterativ bestimmen. Im Hinblick auf eine einfache Implementierung des Degradationsverhaltens in die CLT wäre aber ein Zweischrittverfahren – also der Abbruch der Iteration nach dem ersten Schritt – viel einfacher zu integrieren.

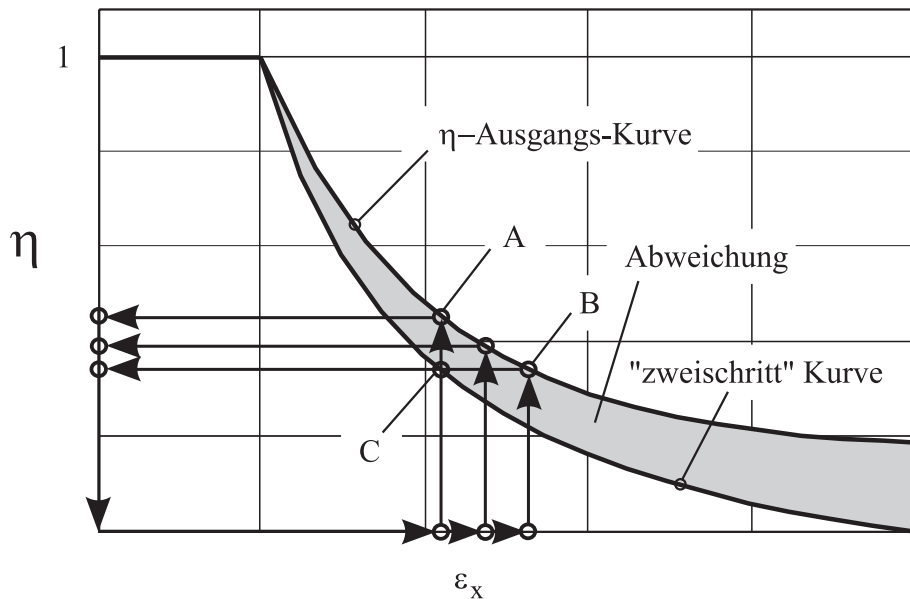


Abbildung 3.4: Bestimmung des mechanischen Gleichgewichts mit Degradation im Iterations- bzw. Zweischrittverfahren

In Abbildung 3.4, einer schematischen Darstellung des Degradationsfaktors  $\eta$  abhängig von der Dehnung  $\varepsilon_x$ , wird der Unterschied für die Lösung in der CLT nach Iteration bzw. Zweischrittverfahren deutlich. Startpunkt ist dabei die Lösung für die Dehnung  $\varepsilon_x$  aus der CLT ohne Degradationseinfluß eines  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Schichtverbundes bei gegebener Belastung im Punkt A. Dieser Dehnung kann mit Hilfe der experimentell ermittelten Degradationskurve ein Degradationsfaktor  $\eta$  zugeordnet werden. Die Degradation der Schichtsteifigkeiten führt aber zu einem geänderten Dehnungsgesamtzustand des Laminates, so daß erst nach einigen Iterationsschritten der Gleichgewichtspunkt B bezüglich des Degradationsfaktors  $\eta$  und Dehnung  $\varepsilon_x$  erreicht ist. Prinzipiell wäre es dabei möglich für einen gegebenen Laminataufbau die in Abbildung 3.4

eingezeichnete „zweischritt“ Kurve zu ermitteln um somit die Abweichung des vereinfachten Zweischrittverfahrens gegenüber der vollständigen Iteration zu eliminieren. Diese „zweischritt“ Kurve wäre aber immer nur für einen bestimmten Laminataufbau gültig. Im Hinblick auf ein einfaches und allgemeingültiges Verfahren ist dies daher kein sinnvoller Ansatz.

Im Gegensatz zu den Versuchsergebnissen mit den Gesamtlaminatinformationen  $\sigma_x$  und  $\widetilde{\varepsilon}_x$ , sind für die Integration der Eigenschaftsänderungen durch die Degradation in die CLT Informationen in Form der schichtabhängigen Spannungen oder Dehnungen in den  $90^\circ$ -Schichten in der Degradationsrichtung  $\perp$  notwendig. Vereinfachend soll hierbei ein mögliches Interaktionsverhalten bei der Degradation zwischen den Belastungsrichtungen  $\parallel$  und  $\perp$  bezüglich der  $\perp$ -Zugdegradation vernachlässigt werden.

Für ein möglichst allgemeingültiges, vereinfachtes Vorhersageverfahren bei der transversalen Zugdegradation auf CLT-Basis scheint es sinnvoll – wegen der großen Unterschiede bei den gemessenen Dehnungen  $\widetilde{\varepsilon}_x$  durch die verschiedenen freien thermischen Dehnungen aufgrund der unterschiedlichen Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  – ein Spannungskriterium in  $\sigma_\perp$ -Richtung der  $90^\circ$ -Einzelschicht zu nutzen.

Durch Umrechnung der Ergebnisse  $\sigma_x$  und  $\widetilde{\varepsilon}_x$  in die Einzelschichten nach der CLT kann somit der Degradationsfaktor auch in Abhängigkeit von der Einzelschichtspannung  $\sigma_\perp$  dargestellt werden. Dabei ergibt sich als Problem, daß:

- Die Beziehung  $\eta$  über  $\sigma_\perp$  aufgetragen keine eindeutige Abbildung erzeugt, da die gleichen Spannungen  $\sigma_\perp$  im undegradierten und degradierten Zustand durchlaufen werden können
- Das angesprochene Zweischrittverfahren in der CLT als Startwert von undegradierten Werten  $\sigma_\perp$  ausgeht.

Mit Hilfe der rechnerisch ermittelbaren Spannung für die undegradierte  $90^\circ$ -Laminatschicht  $\sigma_{\perp 90}^U$  aus der gemessenen Spannung  $\sigma_x$  entsteht die Möglichkeit, die Meßergebnisse für  $\eta$  mit der CLT zu verknüpfen. Dabei wird einerseits ein eindeutiger Zusammenhang von  $\eta$  in Abhängigkeit von  $\sigma_{\perp 90}^U$  hergestellt, andererseits das Zweischrittverfahren unter den gemachten Annahmen zur exakten Lösung des Gleichgewichtszustandes für das Gesamtlaminat nach der Degradation, da der gleiche Belastungszustand  $\sigma_x$  bei der Messung und Berechnung nach der CLT zugrunde gelegt wird.

Die rechnerische Spannung in der undegradierten  $90^\circ$ -Schicht unter Dehnungsbeanspruchung in  $x$ - und  $y$ -Richtung ergibt sich dabei allgemein zu:

$$\sigma_{\perp 90}^U = E_\perp \frac{\varepsilon_x^U + \varepsilon_y^U \nu_{\parallel\perp} - (\alpha_\perp + \alpha_\parallel \nu_{\parallel\perp}) \Delta T}{1 - \nu_{\parallel\perp} \nu_{\perp\parallel}} \quad (3.29)$$

Um dabei die Dehnungen des undegradierten Laminates in  $x$ -Richtung zu erhalten, müssen die Gleichungen (3.6) und (3.11) ausgewertet werden. Damit gilt:

$$\widetilde{\varepsilon}_x^U = \frac{\sigma_x}{E_x^U} \approx \sigma_x \frac{d}{A_{11}^U} = \sigma_x \frac{(1+k)(1 - \nu_{\parallel\perp} \nu_{\perp\parallel})}{E_\perp k + E_\parallel^a + \Delta E_\parallel} \widetilde{\varepsilon}_x^U \quad (3.30)$$

Die so implizit definierte Beziehung für  $\widetilde{\varepsilon}_x^U$  ergibt sich nach Umstellen als Lösung der quadratischen Gleichung:

$$\widetilde{\varepsilon}_x^U \approx \frac{\sqrt{(E_{\parallel}^a + E_{\perp} k)^2 + 4\Delta E_{\parallel} \sigma_x (1+k) - E_{\parallel}^a - E_{\perp} k}}{2 \Delta E_{\parallel}} \quad (3.31)$$

Für die Beziehung der Dehnung in  $y$ -Richtung gilt gemäß der zweiten Zeile in der Matrix-Gleichung (3.3):

$$\varepsilon_y^U = \frac{n_{x_{th}}^U}{A_{22}^U} - \varepsilon_x^U \frac{A_{12}^U}{A_{22}^U} \quad (3.32)$$

Mit den Gleichungen (3.23), (3.9) und (3.8) kann mit  $\varepsilon_x^U = \widetilde{\varepsilon}_x^U + \varepsilon_{x_{th}}^a$  geschrieben werden:

$$\varepsilon_y^U = \frac{\Delta T \left[ \alpha_{\parallel} \left( E_{\parallel}^a k + E_{\perp} \nu_{\parallel\perp} \right) + \alpha_{\perp} E_{\perp} \left( 1 + k \nu_{\parallel\perp} \right) \right] - E_{\perp} \nu_{\parallel\perp} (1+k) \varepsilon_x^U}{E_{\perp} + E_{\parallel}^a k} \quad (3.33)$$

Somit kann Gleichung (3.29) mit den Gleichungen (3.31), (3.33) und den bekannten Materialkennwerten ausgewertet werden. Auf die Haupteffekte reduziert kann bei einem Fehler kleiner 1.8 % die Spannung  $\sigma_{\perp 90}^U$  als Funktion  $\sigma_{\perp 90}^U = \sigma_{\perp 90}^U(\sigma_x)$  der Meßwerte  $\sigma_x$  vereinfacht geschrieben werden:

$$\sigma_{\perp 90}^U(\sigma_x) \approx E_{\perp} \left[ \frac{\sqrt{(E_{\parallel}^a + E_{\perp} k)^2 + 4\Delta E_{\parallel} \sigma_x (1+k) - E_{\parallel}^a - E_{\perp} k}}{2 \Delta E_{\parallel}} + \varepsilon_{x_{th}}^a - \alpha_{\perp} \Delta T \right] \quad (3.34)$$

Der Verlauf der Degradationsfunktion  $\eta$  ist somit in Abhängigkeit von der rechnerischen Spannung der undegradierten 90°-Schicht  $\sigma_{\perp 90}^U$  als  $\eta = \eta[\widetilde{\varepsilon}_x, \sigma_{\perp 90}^U(\sigma_x)]$  darzustellen! Dies bietet prinzipiell die Möglichkeit, die Ergebnisse aus den Versuchen in die CLT direkt im Zwischrittverfahren zu integrieren.

### 3.5 Degradationsmodell

Ziel der hier durchgeführten Untersuchung zum Degradationsverhalten an Kreuzverbunden ist es, die wesentlichen Effekte in möglichst einfacher und allgemeingültiger Form in die bestehenden Berechnungsmethoden der CLT zu integrieren. Wie in Abschnitt 3.4.4 zusammengestellt ist, stehen nach Auswertung der Versuchsdatenpaare  $[\sigma_x; \widetilde{\varepsilon}_x]$  mit der Basisgleichung für die Degradation (3.27) die Ergebnisse für den Degradationsfaktor in Abhängigkeit von der gemessenen Spannung bzw. Dehnung für die [0,90]-Laminat zu Verfügung. Durch die Substitution (3.34) kann der Degradationsfaktor auch in Abhängigkeit von der rechnerischen Spannung der undegradierten 90°-Schicht  $\sigma_{\perp 90}^U$  und damit in einer für die CLT besser auswertbaren Form beschrieben werden.

Da aber der Degradationsfaktor nur für die Meßpunkte berechnet wird und somit nur für diskrete Werte bekannt ist, ist es noch nicht möglich, den Degradationseinfluß direkt in die CLT zu integrieren. Dazu ist es notwendig eine Beschreibung als analytische Funktion  $\eta = \eta(\sigma_{\perp 90}^U)$  zu finden. Prinzipiell ist dies als rein mathematisches Problem zu lösen, soll hier aber mit Hilfe eines physikalisch begründeten Modells beschrieben werden.

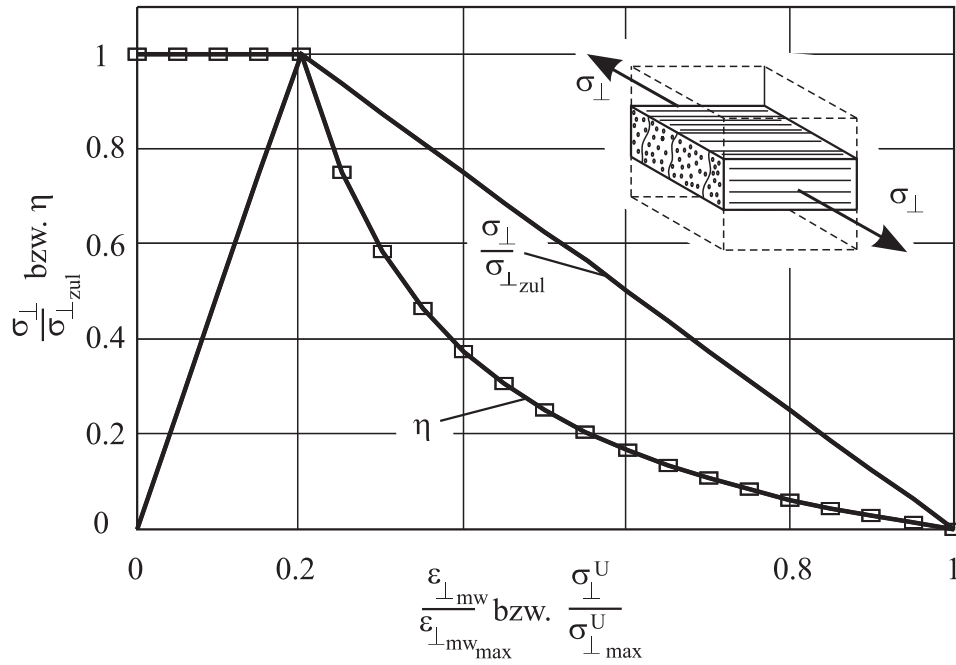


Abbildung 3.5: Spannungs- und Degradationsverlauf bei dem verwendeten Degradationsmodell

In Anlehnung an die Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens einer Einzelschicht im Schichtverbund unter transversaler Zugbeanspruchung nach [32], wird, wie in Abbildung 3.5 dargestellt, ein vereinfachtes Verhalten der Einzelschicht angenommen.

Dabei wird in dem undegradierten Bereich von einem ideal linearelastischen Materialverhalten bis zu der Maximalspannung  $\sigma_{\perp}^U = \sigma_{\perp} = \sigma_{\perp zul}$  (hier willkürlich  $\sigma_{\perp zul} / \sigma_{\perp max} = 0.2$ ) ausgegangen. Nach dieser Maximalspannung fällt die Normalspannung linear auf den Wert Null bei einer mechanisch wirksamen Dehnung  $\epsilon_{\perp mw max}$  ab. Der Spannungsverlauf  $\sigma_{\perp}$  ist in Abbildung 3.5 als Funktion der mechanisch wirksamen Dehnung  $\epsilon_{\perp mw}$  bzw. der rechnerischen Spannung der undegradierten Schicht  $\sigma_{\perp}^U$  dargestellt. Die mechanisch wirksame Dehnung  $\epsilon_{\perp mw}$  bei Vernachlässigung der Effekte aus der Querkontraktion mit:

$$\epsilon_{\perp mw} \approx \tilde{\epsilon}_x + \epsilon_{x th}^a - \alpha_{\perp} \Delta T = \epsilon_x - \alpha_{\perp} \Delta T \quad (3.35)$$

kann so leicht in die rechnerische Spannung der undegradierten Einzelschicht  $\sigma_{\perp}^U \approx \epsilon_{\perp mw} E_{\perp}$  überführt werden. Wie in Abschnitt 3.4.4 ist es hier sinnvoll wegen der großen Unterschiede bei den Dehnungen aufgrund der verschiedenen Temperaturdifferenzen  $\Delta T$  die Abhängigkeit  $\eta = \eta(\sigma_{\perp}^U)$  zu nutzen. Für den Verlauf der Degradationskurve  $\eta = \eta(\sigma_{\perp}^U)$  ergibt sich damit folgende Näherung:

$$\eta = \eta(\sigma_{\perp}^U) \approx \frac{\sigma_{\perp zul}}{\sigma_{\perp}^U} \frac{\sigma_{\perp max}^U - \sigma_{\perp}^U}{\sigma_{\perp max}^U - \sigma_{\perp zul}} \quad \text{für } \sigma_{\perp}^U > \sigma_{\perp zul} \quad (3.36)$$

Mit Hilfe der zwei frei wählbaren Parameter  $\sigma_{\perp zul}$  und  $\sigma_{\perp max}^U$  kann der Verlauf der Degradationskurve den Messergebnissen angepaßt werden. Der Wert  $\sigma_{\perp zul}$  beschreibt dabei den Beginn der Degradation, wohingegen mit  $\sigma_{\perp max}^U$  die Form der Kurve beeinflusst werden kann.

Dieser vereinfachten analytischen Beschreibung des Degradationsparameters ist es aber schon vom Ansatz her nicht möglich das typische Verhalten eines stabilen Schädigungszustandes CDS ab einem gewissen Spannungs- oder Dehnungsniveau zu erfassen, da eine Reststeifigkeit



der degradierten Schicht bestehen bleibt. Prinzipiell könnte man dieses Spannungs-Dehnungs-Verhalten durch einen erweiterten Funktionsansatz mit weiteren Parametern anpassen. Im Hinblick auf ein leicht zu integrierendes Verfahren wurde aber auf eine genauere Darstellung des Degradationsverhaltens gerade bei großen Dehnungen verzichtet.

Ergebnisse aus den Versuchen an  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Schichtverbunden und die aus dem Degradationsmodell abgeleiteten Verläufe sind in Abschnitt 4.5.3 und im Anhang A.3 zu finden.

## 3.6 $[\pm 45]$ -Kreuzverbunde

Um das Degradationsverhalten unter Schubbeanspruchung  $\tau_*$  zu bestimmen, wurden Proben mit dem Schichtaufbau  $[\pm 45_r]_S$  unter einachsiger Zuglast untersucht (siehe Abbildung 3.3). Dabei ist klar, daß zum einen kein „reiner“ Schubspannungszustand erzeugt werden kann und zum anderen keine Stützwirkung durch Zusatzschichten – wie bei den  $0^\circ$ -Schichten bei der transversalen Zugdegradation – vorhanden ist.

Wie sich dann auch nach Auswertung der Versuchsergebnisse bei Raum- und Tieftemperatur im Spannungs-Dehnungs-Verhalten zeigte, konnte kein eindeutiger Degradationsprozeß wie bei den  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Laminaten festgestellt werden.

Unter Raumtemperatur werden ähnlich einem elasto-plastischen Materialverhalten sehr große Bruchdehnungen in der Größenordnung von 10 % erreicht. Bei kryogener Temperatur zeigte sich hingegen eher ein linearelastisches Spröbruchverhalten.

Damit scheint es notwendig (gerade bei Untersuchungen unter kryogenen Temperaturen), für weitere Analysen, wie auch bei der transversalen Zugdegradation, Lamine mit zusätzlichen  $[0]$ - oder  $[90]$ -Schichtanteilen zu verwenden.

Die Ergebnisse der Zugversuche unter Raum- und Tieftemperatur sind kurz in Abschnitt 4.5.1 zusammengestellt.

# Kapitel 4

## Thermomechanisches Materialverhalten bei Raum- und Tieftemperatur

Neben geeigneten Analyseverfahren, wie sie in Kapitel 2 und 3 zusammengestellt worden sind, ist für die konkrete Beurteilung des Verhaltens werkstoffhybrider Schichtverbunde und Bauteile bei gegebener Belastung (Kräfte, Verschiebungen und Temperaturverteilung) eine genaue Kenntnis der relevanten Materialkennwerte notwendig. Insbesondere bei dem hier untersuchten weiten Temperaturbereich soll die Temperaturabhängigkeit der Kennwerte besonders berücksichtigt werden.

### 4.1 Materialverhalten im Überblick, Literaturdaten

In der Literatur findet sich eine Reihe von untersuchten Werkstoffen und deren Kennwerte in dem hier interessanten Temperaturbereich von 4–300 K. Bei genauerer Betrachtung sind aber gerade bei den FVW, gerade durch ihre Vielfalt, nur in Einzelfällen komplette, in sich schlüssige Datensätze vorhanden.

Vor allem in den 60' er und 70' er Jahren wurden dazu eine Reihe von Meßprogrammen durchgeführt, die von der Fragestellung her zum einen von der Tieftemperaturphysik und zum anderen von der sich weiterentwickelnden Raumfahrttechnik getragen wurden. Diese „frühen“ Meßkampagnen betrafen weitgehend Untersuchungen an Metallen und einigen Kunststoffen, wobei gerade bei den Metallen die Messungen zum Teil auf sehr breiter Basis durchgeführt wurden.









Steifigkeit $E, G$		(Betriebs-) Festigkeit $\sigma_{zul}$	
Bruchdehnung $\varepsilon_{zul}$		Kerbschlagfestigkeit	
Wärmeausdehnungskoeff. $\alpha$		Wärmeleitfähigkeit $\lambda$	
Wärmekapazität $c$		Temperaturleitfähigkeit $a$	

Tabelle 4.1: Tendenzen bei abnehmender Temperatur

Grundsätzlich zeigten sich bei fast allen Werkstoffen mit verschieden starker Ausprägung eindeutige Tendenzen bei der Temperaturabhängigkeit der Kennwerte. Tabelle 4.1 zeigt vorab

eine Übersicht über die Änderungen der Eigenschaften bei abnehmender Temperatur. Wie zu erkennen ist haben bis auf die Temperaturleitfähigkeit die Kennwerte eine eindeutige Tendenz bei Variation der Temperatur. Schon dies läßt darauf schließen, daß der Temperatureinfluß bei der Auslegung und Berechnung in der Regel berücksichtigt werden muß.

Aus den umfangreichen Literaturquellen zu dem thermomechanischen Materialverhalten zwischen Raum- und Tieftemperatur sollen wesentliche Beiträge hier kurz genannt werden.

Für die metallischen Werkstoffe sind in [33] eine Vielzahl mechanischer Kennwerte für verschiedene nichtrostende Stähle, Aluminiumlegierungen und Titan zusammengestellt. Zudem wurden Versuche zur Bruchfestigkeit und Betriebsfestigkeit (Wöhlerkurven) ausgewertet. Ergänzend dazu sind in [34] auf sehr breiter Materialbasis mechanische Kennwerte zu finden. In Bezug auf das Verhalten der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  ist in [35] eine große Datenmenge graphisch ausgewertet und dokumentiert worden.

Als besonderer, uneinheitlicher Effekt ist bei den Metallen die Änderung der Bruchdehnung bei Temperaturabnahme zu nennen. Kommt es bei den „normalen“ Werkstoffen bei sinkender Temperatur auch zu einer Reduktion der Bruchdehnung zeigen bestimmte Aluminiumlegierungen hingegen eine Zunahme. Dabei ist diese Tendenz bei bestimmten Legierungen sogar von Raumtemperatur bis in den flüssig Helium Bereich bei ca. 4 K festzustellen.

Bezüglich der Eigenschaften der FVW sind in [4] Meßdaten verschiedener Veröffentlichungen ausgewertet und einander gegenübergestellt. Zu den Steifigkeiten und Festigkeiten wurden auch Betriebsfestigkeiten und thermodynamische Kennwerte aufgenommen. In [7] sind eine Reihe von FVW bezüglich (Betriebs-) Festigkeit, Steifigkeitsverhalten, Wärmeausdehnungskoeffizient, Wärmeleitung und Wärmekapazität untersucht worden. Ausführlich ist in [22] das Wärmeausdehnungsverhalten verschiedener FVW zusammengestellt. Insbesondere die Wärmeleitfähigkeit wurde in [36] für verschiedene FVW veröffentlicht.

Zu den genannten mechanischen bzw. thermodynamischen Kennwerten soll hier das Permeabilitätsverhalten der FVW erwähnt werden. Grund hierfür ist ein möglicher Einsatz von FVW mit oder ohne metallische Schutzschicht (Liner) bei kryogenen Tanksystemen in Luft- und Raumfahrtanwendungen. Nach Untersuchungen an verschiedenen GFK und CFK Platten in [37] und [38], die auch mechanisch und thermisch zyklert wurden, zeigte sich, daß bei tiefen Temperaturen (77 K) für die praktische Anwendung die Diffusionsrate vernachlässigt werden kann. Auf Fragen der Verträglichkeit insbesondere mit LO<sub>2</sub> und LH<sub>2</sub> soll hier nicht näher eingegangen werden.

Aus den genannten Literaturquellen wurden typische Verläufe der Kennwerte „extrahiert“. Bei den Metallen wurden Titanium und „typische“ Werte für einen höherlegierten Stahl und Luftfahrt-Aluminium ausgewählt.

In den folgenden Abbildungen 4.1 – 4.4 sind dazu die relativen Veränderungen bezogen auf die Werte bei Raumtemperatur  $T \approx 300$  K dargestellt. Dabei werden die Verläufe für bestimmte Materialgruppen bzw. Belastungsrichtungen zusammengefaßt. Die Darstellung der bezogenen Kennwerte hat den Vorteil, daß sehr unterschiedliche Materialien mit dem relativen Wert „eins“ bei Raumtemperatur gut zum Vergleich in einem Diagramm dargestellt werden können. Die Information der wirklichen Kennwertgröße geht dabei allerdings verloren. Daher ist es nicht möglich Aussagen bezüglich der absoluten Kennwerte anhand der folgenden Diagramme zu machen.

Abbildung 4.1 zeigt den Verlauf des relativen E-Moduls über der Temperatur. Für alle Materialien ist dabei ein unterschiedlich starker Anstieg mit sinkender Temperatur festzustellen. Die Metalle zeigen einen moderaten Anstieg des E-Moduls mit 10–15 % von Raumtemperatur bis

ca. 20 K. Bei Vorversuchen am Lehrstuhl für Leichtbau (LLB) an möglichen Linermaterialien bei kryogenen FVW-Tankstrukturen wurde auch das Verhalten von Zinn untersucht. Dabei zeigte sich, daß das Material- und Bruchverhalten bei 77 K gegenüber der Raumtemperatur deutlich verändert ist. Der Anfangs-E-Modul ist bei 77 K fast drei mal so hoch wie bei Raumtemperatur und die Bruchdehnung sinkt von  $\varepsilon > 5\%$  bei Raumtemperatur auf  $\varepsilon < 1.5\%$  und ist somit kleiner als typische Werte von CFK-HT in Faserrichtung. In Abbildung A.1 im Anhang A.2 sind dazu die Verläufe aus den Versuchen dargestellt.

Bei den UD-FVW ist ein deutlicher Unterschied zwischen der faserparallelen und transversalen – senkrecht zur Faser – Richtung zu erkennen. Beträgt der Anstieg bei Abkühlung auf 30 K in der faserparallelen Richtung nur wenige Prozent (und ist damit meistens zu vernachlässigen) erhöht sich die Steifigkeit in transversaler Richtung um fast 50 %. Grund für das unterschiedliche Verhalten ist der jeweilige dominante Einfluß der Eigenschaften von Faser bzw. Matrix. Dominieren bei dem Modul  $E_{\parallel}$  die Fasern ohne deutliche Temperaturabhängigkeit so beeinflussen bei dem E-Modul  $E_{\perp}$  hauptsächlich die stark temperaturabhängigen Matrixeigenschaften das Verhalten. Da je nach Matrixsystem die Eigenschaftsänderungen unterschiedlich ausgeprägt sind, sind die Eigenschaftsänderungen in Transversalrichtung hier nur als Tendenzen zu verstehen.

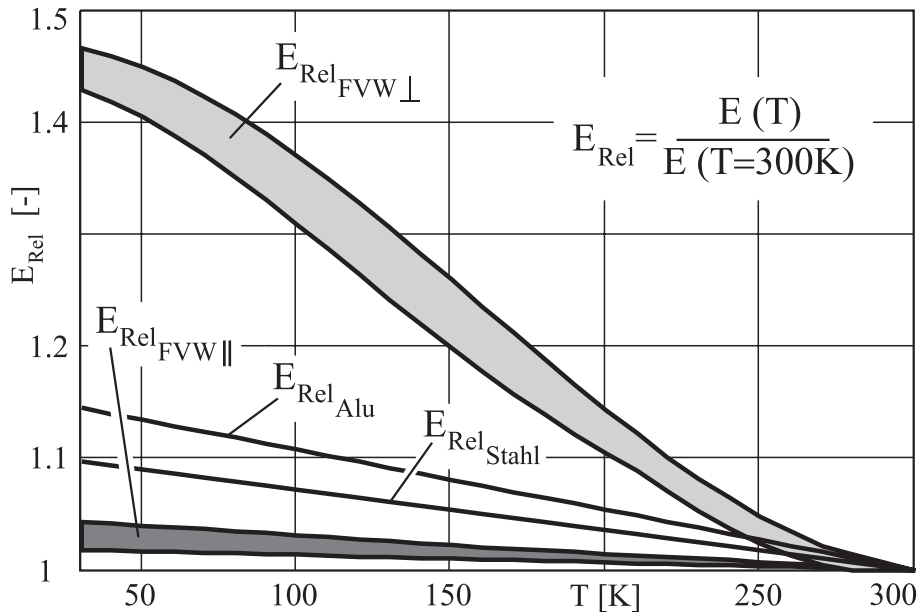


Abbildung 4.1: Verlauf des temperaturabhängigen E-Moduls verschiedener Materialien

An dem Verlauf der transversalen Steifigkeit der FVW ist auch recht gut das typische Verhalten des „Einfrierens“ der Materialeigenschaften bei sehr tiefen Temperaturen hier an dem zunehmend horizontalen Kurvenverlauf bei abnehmender Temperatur zu erkennen.

In Abbildung 4.2 sind die Veränderungen der Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  dargestellt. Die absoluten Werte der FVW in faserparalleler Richtung für die hochfesten (HT) und hochmoduligen (HM) Fasern haben dabei im Vergleich mit den anderen Material (-Richtungen) sehr kleine positive bzw. negative Werte (bei den HT-Fasern kann je nach Matrix sogar das Vorzeichen mit sinkender Temperatur wechseln) und sollen nicht näher betrachtet werden. Die Verläufe für Metalle und der transversalen Richtung bei den FVW haben sehr ähnliches Aussehen. Das Verhalten ist von einem erst geringen dann zunehmenden Abfall zu tieferen Temperaturen hin geprägt. Dieses Verhalten ist bei den faserparallelen Werten für GFK noch verstärkt.

Gerade im Hinblick auf den mechanisch wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha_{mw}$  nach Abschnitt 2.6.1 sind die Auswirkungen je nach Temperaturbereich so deutlich geringer als dies die Wärmeausdehnungskoeffizienten bei den lokalen Temperaturen vermuten lassen.

Bei dem Verlauf der Wärmeleitfähigkeiten nach Abbildung 4.3 ist bei allen Materialien ein starker Abfall bei tiefen Temperaturen zu erkennen. Die FVW zeigen dabei mit abnehmender Temperatur besonders kleine Werte.

Gerade die bei Raumtemperatur sehr hohe faserparallele Wärmeleitfähigkeit der HM-FVW nimmt insgesamt am stärksten ab. Dieses Verhalten ist qualitativ bei allen CFK-FVW sehr ähnlich, zeigt aber in der faserparallelen Richtung und bei steigendem faserparallelen E-Modul eine stärkere Ausprägung.

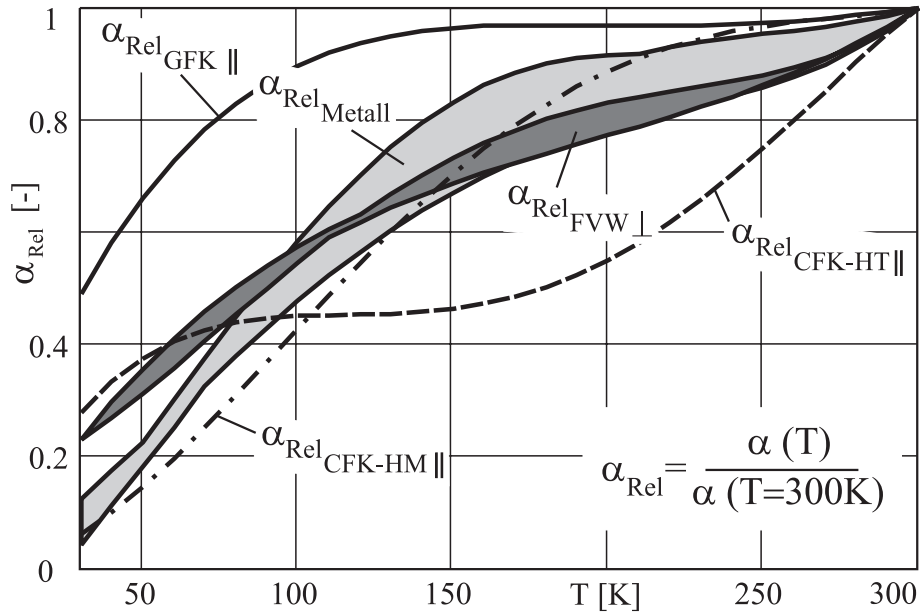


Abbildung 4.2: Verlauf des temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten

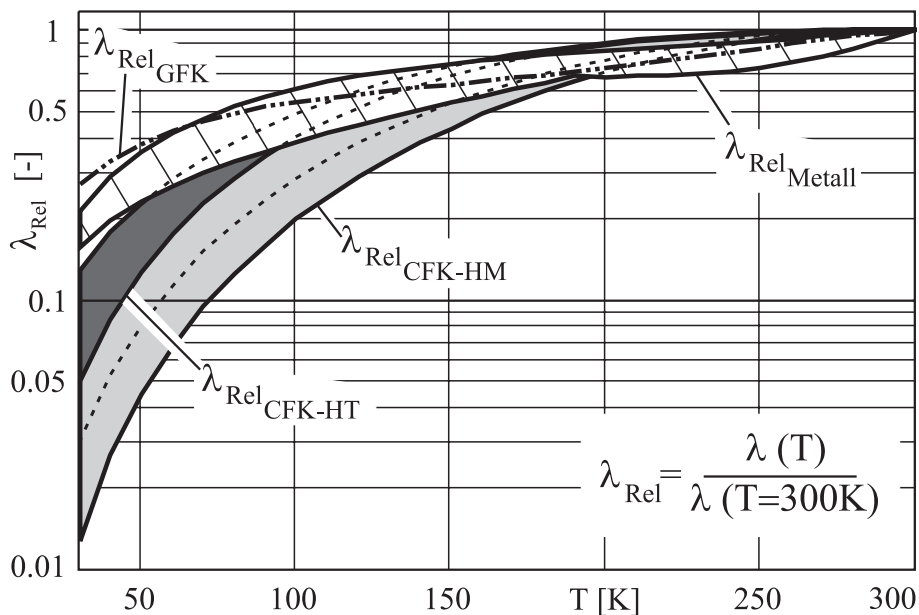


Abbildung 4.3: Verlauf der temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeit

In Abbildung 4.4 ist der für das thermodynamische Verhalten wichtige Materialparameter der Temperaturleitfähigkeit  $a$  temperaturabhängig dargestellt. Ein einheitliches Verhalten selbst bestimmter Materialgruppen ist über den gezeigten Temperaturbereich nicht festzustellen. Insgesamt ist zu erkennen, daß, wie in Abschnitt 2.6.2 schon angesprochen, sich die Werte relativ „wenig“ mit der Temperatur ändern.

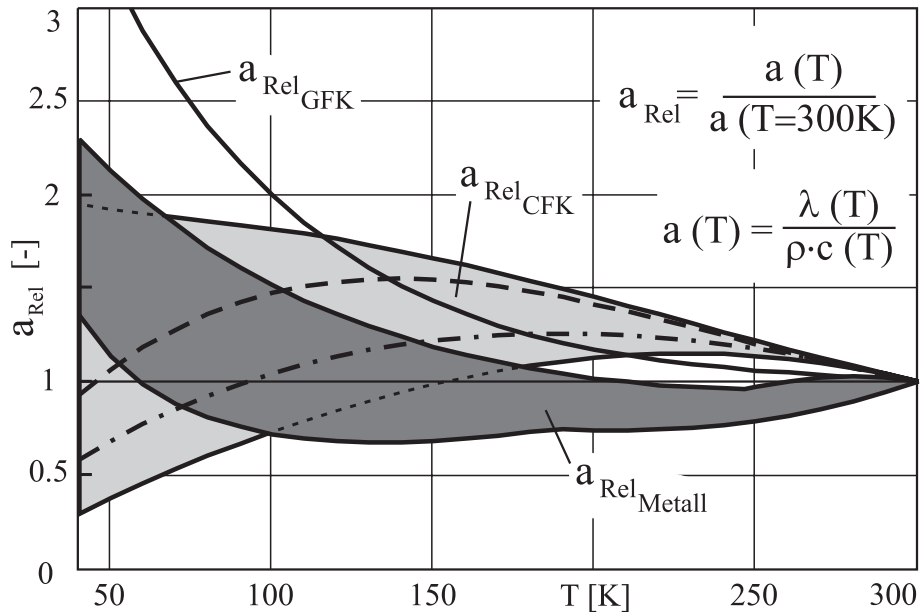


Abbildung 4.4: Verlauf der temperaturabhängigen Temperaturleitfähigkeit

## 4.2 Durchgeführte Tieftemperaturversuche

Im Rahmen der zunehmenden Aktivitäten bezüglich des Themengebietes thermomechanisch belasteter, werkstoffhybrider Schichtverbunde zeigte sich, daß die aus der Literatur verfügbaren Daten alleine nicht für weitergehende Untersuchungen ausreichend waren. Aufbauend auf den Erfahrungen verschiedener anderer Institute waren daraufhin verschiedene Testmöglichkeiten am LLB zu schaffen bzw. weiterzuentwickeln.

In den folgenden Kapiteln werden die neuen Prüfeinrichtungen beschrieben und die wesentlichen Ergebnisse der damit durchgeführten Messungen zusammengestellt (siehe dazu auch Anhang A.2).

Eine Unterteilung erfolgt dabei bezüglich der Bestimmung der temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  in Abschnitt 4.3 und der mechanischen Kennwerte in Einachsbelastungsversuchen in Abschnitt 4.4.

Zur allgemeinen Meßdatenerfassung kam zum einen die Meßkarte „Daq Book 200“ von IOtech mit der Software „Labtech Notebook pro“ Version 9.02 von Laboratory Technologie Corporation und zum anderen das Meßsystem  $\mu$ Musycs-T von IMC Version 1.9 R 3 als kommerzielle Hard- und Software zum Einsatz, die hier nicht näher beschrieben wird.

Bei der Temperaturmessung gibt es je nach dem interessierenden Temperaturbereich eine Reihe verschiedener, geeigneter Sensoren. Nach Vorversuchen zeigte sich, daß als „Standardsensor“ bei den Versuchen in einem Bereich von 400 – 77 K d.h. bis zu flüssigem Stickstoff sehr gut mit einem recht preiswerten und kleinen Molybdän-Sensor „Mo 1000“ (mit einem Widerstand

von 1 k $\Omega$  bei 0° C) mit einem PTC Verhalten nach DIN Klasse B, hohem Nutzsignal (ca. 3 [ $\Omega$ /K]) und einer sehr guten Linearität gemessen werden kann. Für Messungen unterhalb von 77 K bis ca. 20 K steht ein Platinsensor mit PTC-Verhalten zur Verfügung. Für Temperaturen bis zu 1.5 K insbesondere bei Versuchen in flüssigem Helium ist ein Dickschichtwiderstand mit NTC-Verhalten gut geeignet. Im Anhang B sind die Verläufe, die Näherungsfunktionen und Gültigkeitsbereiche sowie die Werte tabellarisch dargestellt. Eine Zusammenstellung der temperaturabhängigen Widerstände verschiedener Materialien ist auch in [33] zu finden.

## 4.3 Experimentelle Messung der Wärmeausdehnung

Schon in Abschnitt 2.5 wurde gezeigt, daß der wesentliche Kennwert bei thermisch beanspruchten Strukturen, der die Interaktion den Temperaturfeldern auf die Mechanik beschreibt, der Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha$  ist. Die genaue Kenntnis dieses Kennwertes, gerade auch seine mögliche Temperaturabhängigkeit, ist entscheidend bei Analyse und Vorhersage für die thermomechanischen Schichtverbunde und Bauteile. Durch die große Variationsmöglichkeit der Werkstoffkombinationen bei den FVW - schon auf Basis der UD-Einzelschicht mit verschiedenen Faser- und Matrix-Kombinationen - sollte deshalb ein geeignetes Verfahren zur Bestimmung dieses Kennwertes am LLB zur Verfügung stehen (siehe dazu auch [39]).

Um den Meßfehler aufgrund des Meßsystems möglichst gering zu halten und bei der Probenwegmessung äußere Einflüsse zu minimieren wird zur Wegmessung ein Laserinterferometer verwendet. Dabei wird ein vorhandenes Meßsystem in Form eines kompakten Kombinationsgeräts mit Laser und Interferometer in einem gemeinsamen Gehäuse der Firma Optodyne eingesetzt. Die mögliche Wegauflösung beträgt für dieses Gerät 2.5 nm und liegt damit deutlich über der angestrebten Auflösung von 1  $\mu$ m.

Bevor in den Abschnitten 4.3.2 und 4.3.3 auf die zwei verwendeten Verfahren eingegangen wird, soll in dem folgenden Kapitel auf die spezifischen Bedingungen bei Messungen an FVW eingegangen werden.

### 4.3.1 Randeffekte bei FVW unter Temperaturlast

Wie aus dem anisotropen Materialverhalten der FVW zu erwarten ist, ergeben sich im allgemeinen bei Temperaturbeanspruchung an den freien Rändern lokal sehr unterschiedliche Verformungen. Abbildung 4.5 a) zeigt die meso- und mikromechanischen Randverformungen für zwei Lamine bzw. eine Einzelschicht aus CFK-HT Material unter Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$ .

Deutlich ist der Einfluß bei a) der einzelnen Schichten auf die Randverformungen zu erkennen. Wie die mikromechanische Verformung in ||-Richtung in b) zeigt sind dagegen die Verformungsunterschiede der Faser-Matrix-Mischung in der Regel deutlich kleiner. Durch beide Randeffekte, die bis auf extrem kurze Proben unabhängig von der Probenlänge  $L$  sind, können die experimentell bestimmten  $\alpha$ -Werte je nach verwendeter Probenlänge deutlich variieren. Für die Verhältnisse aus Abbildung 4.5 bei einer für kommerziell verfügbaren Dilatometer typischen Probenlänge von  $L = 30$  mm ergibt sich eine Variation des Wärmeausdehnungskoeffizienten von  $\Delta \alpha \approx \pm 0.4 \cdot 10^{-6} \frac{1}{K}$ . Gerade im Hinblick auf die Auslegung und den Einsatz in thermostabilen Strukturen sind solche Abweichungen aber nicht akzeptabel.

Aufgrund der beschriebenen Besonderheiten der FVW sollte, um diesen Randeffekt deutlich zu reduzieren, ein Aufbau, bei dem längere Proben - mit  $L \approx 250$  mm - verwendet werden konnten,

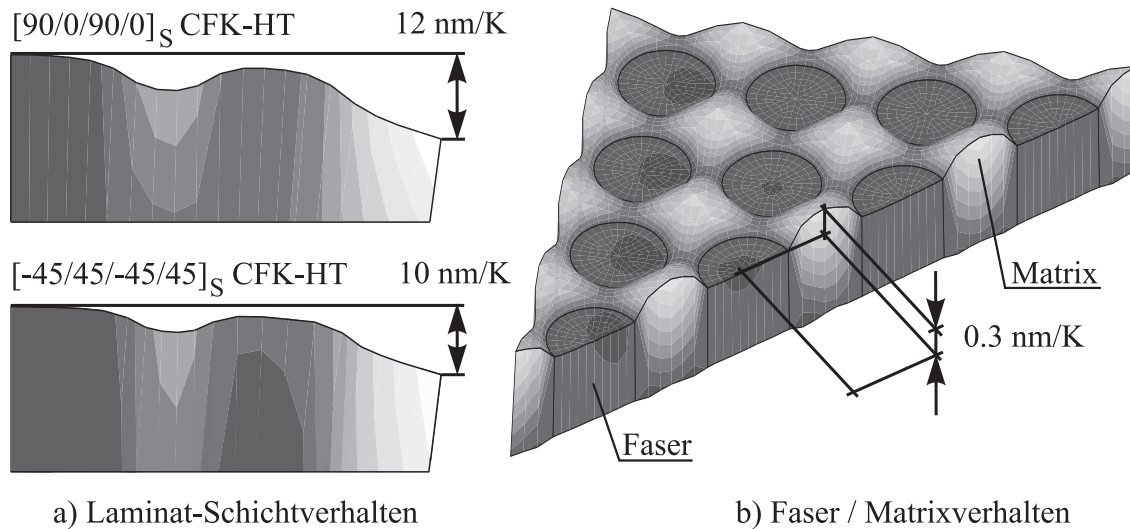


Abbildung 4.5: Mikro- und makromechanische Randverformungen an CFK-HT unter reiner Temperaturlast  $\Delta T$

realisiert werden. Zusätzlich zu der Reduktion der Randeffekte auf das Meßergebnis wird das Nutzsignal als Wegsignal der Probe linear mit der Probenlänge größer. Ein zentrales Problem besteht aber durch die längeren Proben in einem möglichen Temperaturunterschied innerhalb der Probe. Dieser bei kleinen Proben vernachlässigbare Effekt kann so bei langen Proben die Meßergebnisse stark verändern. In Abschnitt 4.3.2 und 4.3.3 wird deshalb besonders auf dieses Problem der Temperaturverteilung in der Probe eingegangen.

### 4.3.2 Thermostatische, experimentelle Wärmeausdehnungsmessung

Unter Beachtung der gemachten Vorgaben bezüglich der Probenlänge und des Systems zur Wegmessung wurde ein Prüfstand für quasi thermostatische Randbedingungen bei der Messung aufgebaut. Dabei sind folgende Kriterien erfüllt worden:

- Vermessung großer Proben bzw. kleiner Bauteile möglich
- minimale Wärmeausdehnung und hohe Steifigkeit der Hilfsstruktur
- gute Zugänglichkeit und modularer / erweiterbarer Aufbau

Abbildung 4.6 zeigt das ausgewählte Konzept, das die Temperiereinheit als zentrale Komponente getrennt von der Wegmessung vorsieht. Um einen möglichst großen Temperaturbereich von ca.  $-160^{\circ}\text{C}$  bis  $100^{\circ}\text{C}$  abdecken zu können, wird mit flüssigem Stickstoff gekühlt und elektrisch geheizt. Ein Ventilator soll die angesprochene Gefahr der möglichen, ungleichmäßigen Temperaturverteilung verringern. Die notwendige Regelung der Temperatur kann durch die Ansteuerung der Heiz- und Kühlelemente über eine Regelkarte mit Eingabe der Soll- und Messung der Ist-Temperaturen erfolgen. Zur Kontrolle einer mögliche Veränderungen der Hilfsstruktur wird die äußere Temperatur der Hilfsstruktur mit aufgenommen.

Als Meßkonzept sollte der Probenweg unter quasi thermostatischen Bedingungen vermessen werden. Dazu werden stufenartig einzelne Temperaturmeßpunkte der Reihe nach angefahren



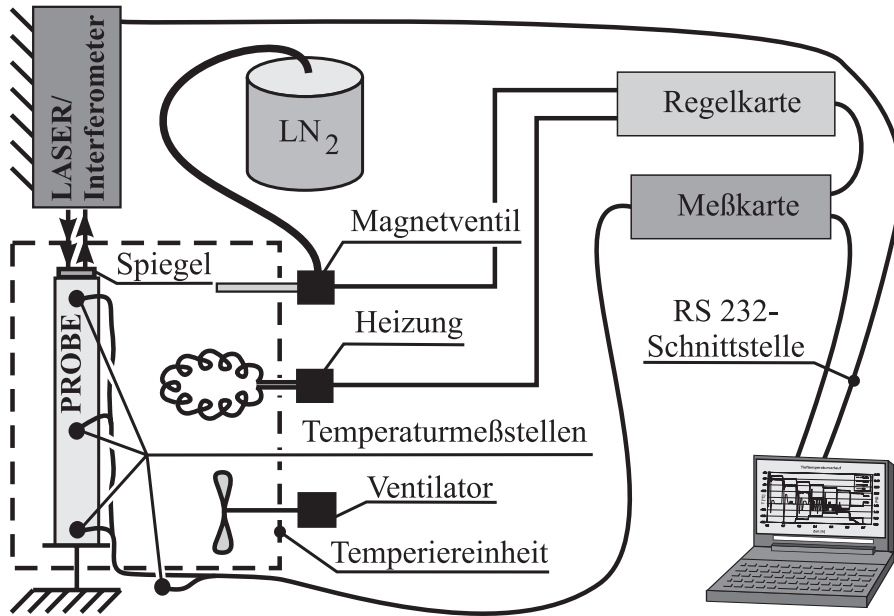


Abbildung 4.6: Schematischer Meßaufbau zur hochgenauen Wegmessung bei einstellbaren Temperaturen

und der jeweilige Probenweg gemessen. Vor der temperaturabhängigen Messung des Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha(T)$  mußten zuerst die Temperiereinheit auf ihre räumliche Temperaturverteilung sowie die Meß- und Regelkomponenten eingestellt und überprüft werden.

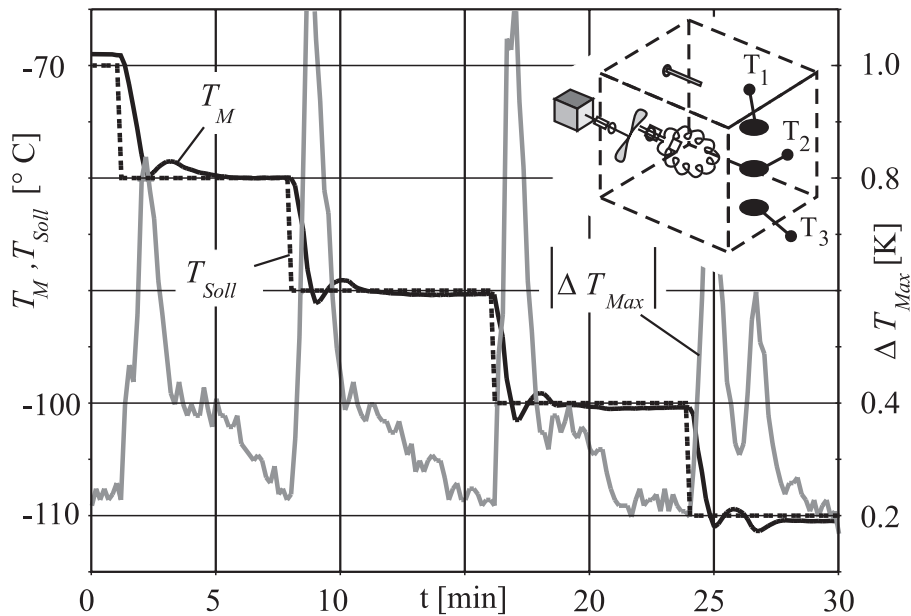


Abbildung 4.7: Transientes Temperaturverhalten der Temperiereinheit

Wie in Abbildung 4.7 skizziert werden zur Kontrolle an drei verschiedenen Stellen der Temperiereinheit die Temperaturverteilung und das dynamische Temperaturverhalten aufgenommen. Die vorgegebene Sprungweite der Solltemperatur  $T_{Soll}$  beträgt 10 K. Wie an der mittleren Temperatur  $T_M = \frac{T_1+T_2+T_3}{3}$  zu erkennen ist, wird der Sollwert innerhalb von 3–5 Minuten angefahren und gehalten. Bei dem Verlauf der maximalen Temperaturdifferenz nach Abbildung

4.7  $\Delta T_{max} = \text{MAX}(|T_1 - T_2|; |T_2 - T_3|; |T_1 - T_3|)$  ist auch das asymptotische Verhalten zu erkennen. Nach ca. 7 Minuten werden in der Temperiereinheit maximale Temperaturdifferenzen kleiner  $\Delta T = \pm 0.3$  K gemessen.

Das Verhalten ist auch mit Temperatursensoren an einigen Testproben wiederholt worden und zeigte sich im Vergleich zu den freien Meßstellen als unkritisch. Somit ist trotz des relativ großen Raumvolumens innerhalb der Temperiereinheit die Temperaturverteilung ausreichend gleichmäßig für die Vermessung der Proben.

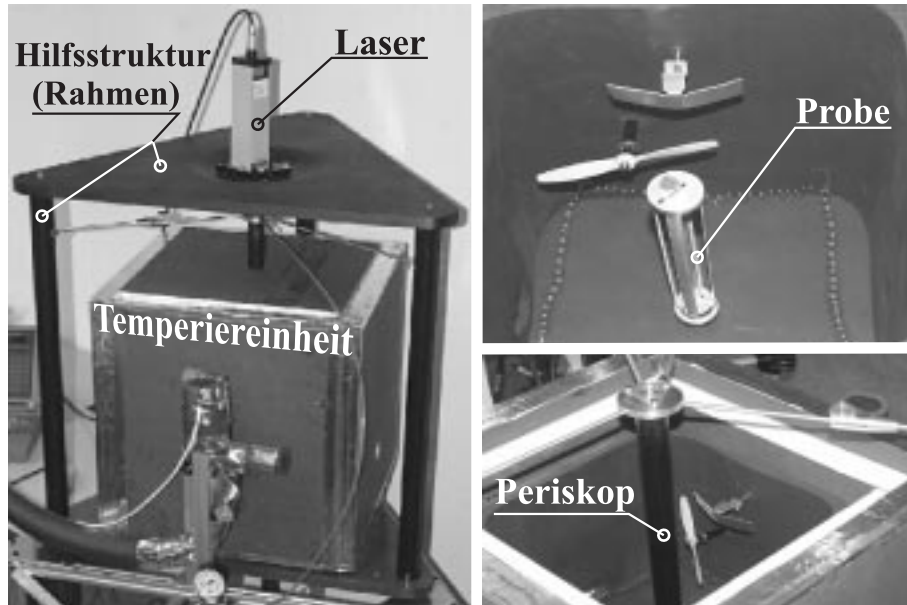


Abbildung 4.8: Gesamtaufbau des Prüfstandes für die thermostatische Wegmessung

Abbildung 4.8 zeigt auf der linken Seite den Rahmen, der als Hilfsstruktur um die Temperiereinheit aufgebaut ist. Dabei ist der modulare Aufbau gut zu erkennen. Durch die Forderung nach hoher Steifigkeit und minimaler Wärmeausdehnung wurden Rohre für die Hilfsstruktur und Sandwichstrukturen aus CFK-FVW verwendet.

Um den Einfluß durch die temperaturabhängige Eigenschaftsänderung der Atmosphäre in der Temperiereinheit zu minimieren muß mit einem evakuierten optischen Rohr in Form eines Periskops die freie Strecke innerhalb der Temperiereinheit überbrückt werden. In [40] ist dazu der Aufbau und das Verhalten ausführlich beschrieben.

In Abbildung 4.9 sind exemplarisch die Ergebnisse einer AlCuMg-Probe und einer Reinaluminium-Referenzprobe aus der Literatur [41] dargestellt. Beide Materialien haben sehr ähnliche  $\alpha$  Verläufe, wobei das Reinaluminium etwas größere  $\alpha$ -Werte besitzt. Es werden zur Auswertung die Ergebnisse von drei Versuchsreihen mit demselben Material gemittelt. Durch das Meßprinzip mußten gesondert Messungen von Raumtemperatur zu kryogenen Temperaturen und von Raumtemperatur bis  $100^\circ$  C durchgeführt werden. Dies ergibt ein Schnittstellenproblem bei der Auswertung bei den jeweiligen Starttemperaturen. Wie an den Nettowegpunkten als Ausgangsdaten zu sehen ist, ist der Verlauf der Verschiebung  $u = u(T)$  über der Temperatur sehr gut durch die verwendete Funktion darzustellen. Der Wärmeausdehnungskoeffizient ist dabei aber nur indirekt aus den Meßergebnissen zu berechnen.

Bei der Auswertung werden zur Kontrolle zwei verschiedene Verfahren angewendet. Als Referenzmethode sind direkt die Rohdaten zweier um den Temperaturschritt  $\Delta T = 10$  K gemessenen Verschiebungen  $u(T)$  und  $u(T + \Delta T)$  ausgewertet worden. Der mittlere Wärmeausdeh-

nungskoeffizient zwischen den Temperaturen  $T$  und  $T + \Delta T$  mit  $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}(T + \frac{\Delta T}{2}) = \alpha|_{T, T+\Delta T}$  ergibt sich so zu:

$$\bar{\alpha} \left( T + \frac{\Delta T}{2} \right) = \frac{u(T + \Delta T) - u(T)}{L \cdot \Delta T} \quad (4.1)$$

Durch die relativ geringe Temperaturdifferenz zwischen zwei Meßpunkten und der damit verbundenen kleinen Verschiebungsdifferenzen ergeben sich größere Schwankungen in den ausgewerteten Wärmeausdehnungskoeffizienten, die somit meßtechnische und nicht physikalische Ursachen haben. Selbst diese sehr „rohe“ Auswertung zeigt aber gute Übereinstimmung mit dem Verlauf des Wärmeausdehnungskoeffizienten. Größere Abweichungen wie sie in Abbildung 4.9 bei der direkten Auswertung an der Schnittstelle zwischen den Messungen zu erkennen sind, ergeben sich, wie oben beschrieben, durch das Meßprinzip.

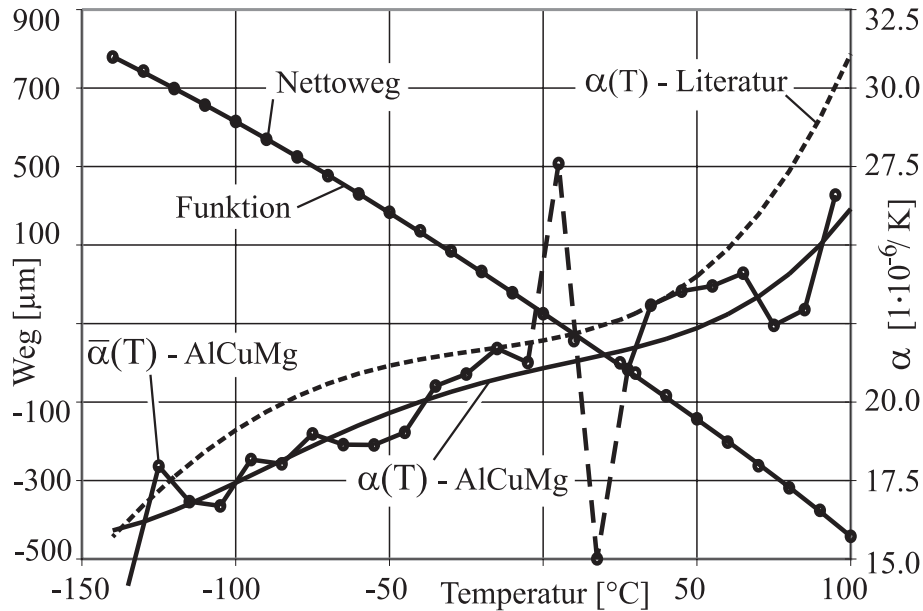


Abbildung 4.9: Meßergebnisse und Auswertung des thermostatischen Verfahrens

Neben dieser Direktauswertung werden zum anderen die an die Meßpunkte angepaßte Funktion ausgewertet. Für den Wärmeausdehnungskoeffizienten gilt danach:

$$\alpha(T) = \frac{1}{L} \frac{\partial u}{\partial T} \quad (4.2)$$

Es ist zu erkennen, daß in Abbildung 4.9 der Verlauf im Vergleich zu den etwas größeren Werten der Reinaluminiumprobe gut wiedergegeben wird. Ergebnisse weiterer Materialien sind in Abschnitt 4.5.2 zusammengestellt.

### 4.3.3 Temperaturtransiente Wärmeausdehnungsmessung

Im Gegensatz zu dem in Abschnitt 4.3.2 beschriebenen Prüfstand zur  $\alpha$ -Messung sollte alternativ, um die Prüfmöglichkeiten zu erweitern, ein zweites Verfahren aufgebaut werden.

Aus den Messungen bei thermostatischen Bedingungen zeigen sich zwei Problembereiche. Zum einen kommt es durch die Forderung nach einer sehr gleichmäßige Temperatur im Innenraum

zu lange Testzeiten zum anderen erzeugen die geometrische großen Hilfsstrukturen parasitäre Wegeffekte, die nur schwer minimiert werden können. Daher ist zu dem bestehenden System das Ziel, einen weiteren Meßaufbau mit einer möglichst kompakten Bauweise zu betreiben. Die Temperatur des gesamten Meßaufbaus soll dabei, um parasitäre Wegfehler zu minimieren, möglichst immer nahe der Raumtemperatur gehalten werden. Nur die Probe wird abgekühlt oder erwärmt. Dies führte auf das in Abbildung 4.10 dargestellte Prinzip, bei der eine Probe mit Differenztemperatur während ihres Temperatúrausgleichs an die umgebende Raumtemperatur vermessen wird. Um ein möglichst langsames Erwärmen bzw. Abkühlen zu erreichen, wird die Probe bis auf die Kontaktpunkte an den Rändern thermisch isoliert.

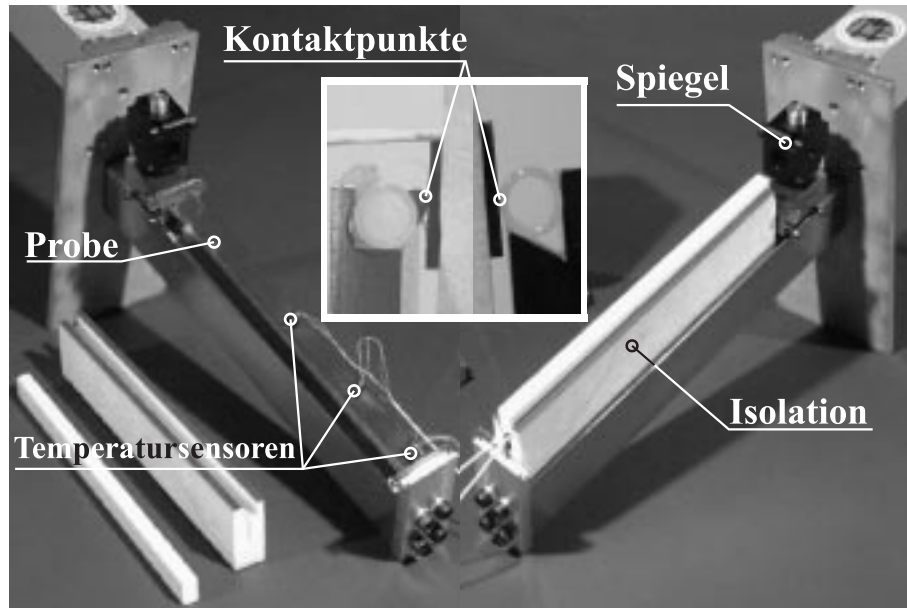


Abbildung 4.10: Thermotransienter Meßaufbau

Ein entscheidender Unterschied dieses Meßverfahrens zu dem in Abschnitt 4.3.2 verwendeten Prinzip stellt die thermodynamische Temperaturverteilung während der Messung dar. Die genaue Kenntnis der zeitlich und probenspezifisch abhängigen Temperaturverteilung  $T = T(t, x)$  ist daher für die Auswertung zwingende Voraussetzung. Vor allem bei der notwendigen Meßtechnik führt dies zu einem größeren Aufwand.

In Abbildung 4.11 sind typische Temperatur- und Endverschiebungsverläufe eines CFK-HT UD-Laminates in  $\parallel$ -Richtung und einer Kupferprobe dargestellt. An den Temperatur- und Endpunktverschiebungsverläufen sind deutliche Unterschiede zwischen den beiden Materialien zu erkennen. Durch den großen Einfluß der Materialkennwerte  $c$ ,  $\lambda$  und  $a$  bildet sich je nach Material ein zeitlich und räumlich unterschiedlicher Temperaturverlauf aus. Insbesondere die räumliche Temperaturverteilung innerhalb der Probe variiert durch die stark unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten sehr zwischen den beiden Materialien. Bei der Kupferprobe liegen so die Temperaturen über die gesamte Länge sehr dicht beieinander. Demgegenüber zeigt sich bei der CFK-HT-Probe ein stark räumlicher Temperaturgradient. Bei den Verschiebungen  $u$  zeigen sich auch wie erwartet große Unterschiede zwischen den beiden Materialien. Durch das Abkühlen in flüssigem Stickstoff ergibt sich für beide Probentypen zu Meßbeginn bei allen Temperaturmeßstellen ein stabiler Startwert, der sehr nahe der Temperatur des flüssigen Stickstoffs liegt.

Da bei der Temperaturverteilung durch die thermischen Symmetrierandbedingungen ein symmetrisches Temperaturfeld angenommen werden kann, wird nur eine Probenhälfte vermessen.

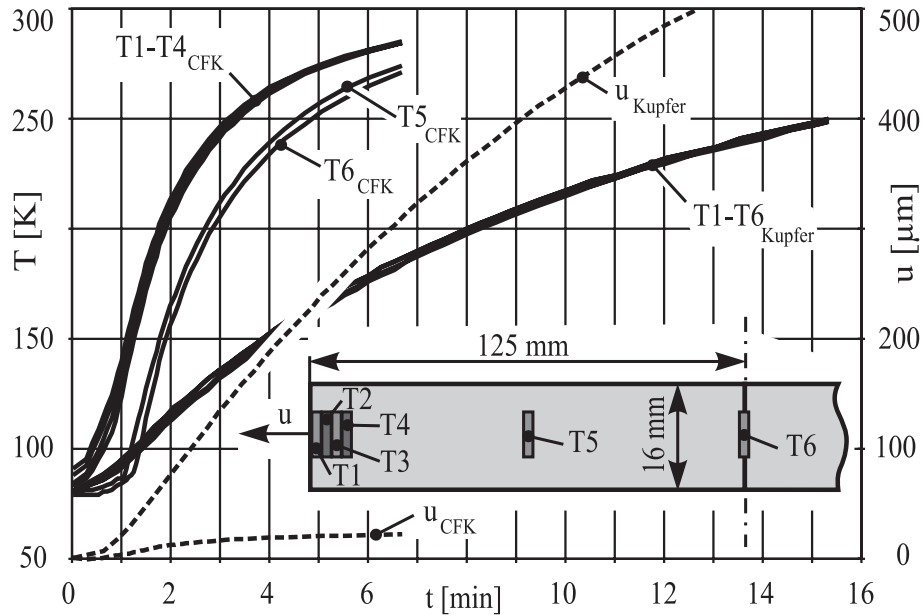


Abbildung 4.11: Verläufe der Temperatur- und Wegmessung bei verschiedenen Proben

Die applizierten Temperaturmeßstellen werden so aufgeteilt, daß der größere Temperaturgradient am Probenrand gut aufgelöst werden kann. In Abbildung 4.11 ist die Lage der einzelnen Temperaturmeßstellen dargestellt.

Mit den Informationen des Temperaturverlaufs in der Probe kann grundsätzlich der Zusammenhang des Wärmeausdehnungskoeffizienten mit der gemessenen Verschiebung  $u$  des Probenendes wie folgt geschrieben werden:

$$u(t) = \int_0^L \alpha_{mw}[T_b, T(t, x)] T(t, x) dx = \int_0^L \left( \frac{1}{1 - \frac{T_b}{T(t, x)}} \int_{T_b}^{T(t, x)} \alpha(T) dT \right) dx \quad (4.3)$$

mit:  $\alpha_{mw}[T_b, T(t, x)]$  nach Gleichung (2.48) aus Abschnitt 2.6.1.

Unter der Annahme, den Wärmeausdehnungskoeffizienten nach Gleichung (4.4) mit einem Polynomansatz beschreiben zu können, kann der mechanisch wirksame Wärmeausdehnungskoeffizient formal nach Gleichung (4.5) gebildet werden (hier wurde nur ein Ansatz bis zur 4. Potenz berücksichtigt der aber für die praktische Anwendung in der Regel auch meist ausreichend ist).

$$\alpha(T) = M + NT + OT^2 + PT^3 + QT^4 + \dots \quad (4.4)$$

$$\alpha_{mw}[T_b, T(t, x)] = \frac{1}{T(t, x) - T_b} \left[ M \{T(t, x) - T_b\} + \frac{N}{2} \{T(t, x)^2 - T_b^2\} + \frac{O}{3} \{T(t, x)^3 - T_b^3\} + \frac{P}{4} \{T(t, x)^4 - T_b^4\} + \frac{Q}{5} \{T(t, x)^5 - T_b^5\} + \dots \right] \quad (4.5)$$

Mit Gleichung (4.5) ist es möglich bei bekannter Temperaturverteilung  $T(t, x)$  aus einer Messung (siehe Abbildung 4.11) mit der Integrationsvorschrift von Gleichung (4.3) eine Verschiebung  $u(t) = u[T(t, x), M, N, O, P, Q]$  in Abhängigkeit von den Freiwerten  $M - Q$  zu berechnen. Durch Variation der Freiwerte  $M - Q$  bei gegebener Temperaturverteilung kann direkt die rechnerische Probenverschiebung mit großer Sensitivität beeinflusst werden.

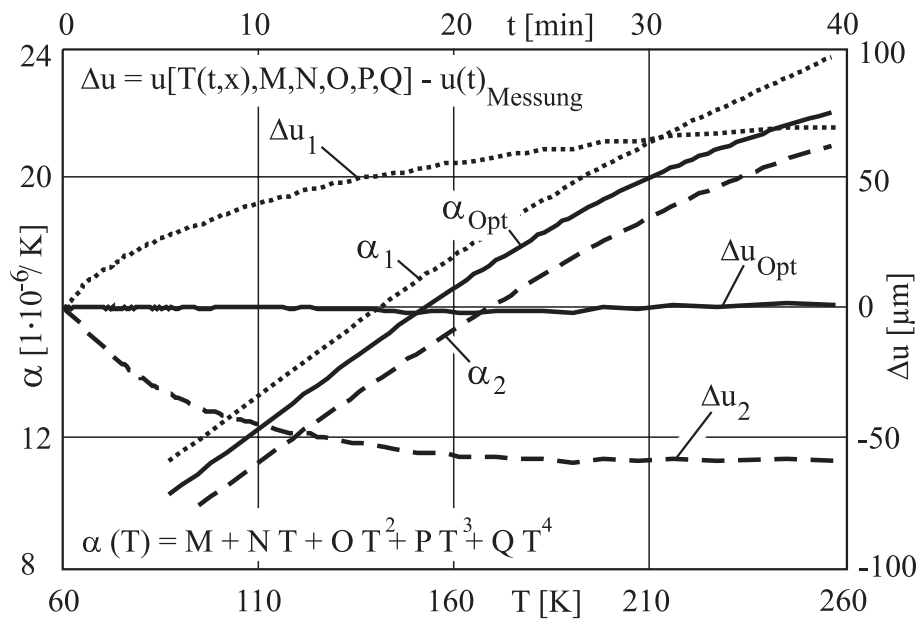


Abbildung 4.12: Variation des Verlaufs von  $\alpha$  zur Wegfehlerminimierung

In Abbildung 4.12 sind drei unterschiedliche Verläufe der Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  und  $\alpha_{Opt}$  und deren Einfluß auf den Wegfehler zwischen berechneter und gemessener Verschiebung dargestellt. Mit geeigneten Optimierungswerkzeugen können die Freiwerte  $M - Q$  so variiert werden, daß die Summe der Wegfehler zwischen berechneter und gemessener Verschiebung  $\Delta u = u[T(t, x), M, N, O, P, Q] - u(t)_{Messung}$  minimal wird (hier für  $\alpha_{Opt}$ ). Exemplarisch ist hier das Ergebnis für eine Reinaluminium-Probe dargestellt. Weitere Ergebnisse aus Versuchen an anderer Materialien sind in Abschnitt 4.5.2 zusammengestellt.

## 4.4 Experimentelle Ermittlung der mechanischen Kennwerte bei tiefen Temperaturen

Neben der Kenntnis des temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha(T)$  stellt sich natürlich auch die Frage nach den Kennwerten der mechanischen Eigenschaften, wie Steifigkeit und Festigkeit und ihre Änderungen unter kryogenen Temperaturen. Um die wesentlichen Kennwerte in Einachsbelastungsversuchen zu ermitteln, werden unterschiedliche Prüfeinrichtungen benutzt.

Bei den kryogenen Messungen zeigt sich, daß es bei den verwendbaren Kühlmedien physikalisch bedingt eine Grenztemperatur gibt. Dabei kann bis 77 K relativ unkompliziert mit flüssigem Stickstoff in offenen Kryostaten gearbeitet werden. Sollen tiefere Temperaturen erreicht werden (insbesondere bei Untersuchungen für Anwendungen bei flüssigem Wasserstoff  $LH_2$  mit einer Temperatur von 20 K) muß in der Regel mit flüssigem Helium gekühlt werden. Dabei ergibt sich das Problem, daß bei offenem Kryostaten das durch Erwärmung verkochende Helium durch seine geringe Dichte nicht wie beim Stickstoff eine temperaturisolierende Gasschicht ausbilden kann. Die erzwungene Konvektion führt zu einer Durchmischung der umgebenden Luft und somit zum ständigen Wärmeaustausch. Zusätzlich ist die „Kühlleistung“ von Helium mit einer Verdampfungswärme von ca. 20 kJ/kg rund 10 mal kleiner als von Stickstoff, und Wärmeleitungseffekte aufgrund von Wärmestrahlung müssen berücksichtigt werden. Dies führt dazu, daß bei Prüftemperaturen kleiner 77 K geschlossene und mit Strahlungsschutz ausgestattete Kryostaten mit deutlich größerem experimentellen Versuchsaufwand verwendet werden müssen.

### 4.4.1 Stickstoff-Kryostatprüfungen

Wie beschrieben, stellt die Prüfung mit flüssigem Stickstoff eine relativ einfache Testmöglichkeit bei kryogenen Temperaturen dar. Durch die gute Kühlkapazität und Verfügbarkeit kann die Prüfung in das bestehende System einer Universalprüfmaschine integriert werden. So konnte der versuchstechnische Aufwand durch die gegebene Infrastruktur auf ein Minimum reduziert werden. Dabei wird die Prüfungen so durchgeführt, daß die Probe im Kryostaten durch das Stickstoff-Flüssigkeitsbad vollständig getaucht ist. Durch den guten Wärmeübergang werden dabei die verwendeten Proben mit einer hier verwendeten maximalen Dicke von ca. 2 mm relativ schnell auf 77 K abgekühlt. Daher war, wie Vortests zeigten, keine Temperaturmessung an den Proben notwendig. Zur Dehnungsmessung wurde je nach Anwendung ein Tieftemperatur-extensometer oder Dehnmeßstreifen (DMS) verwendet.

Mit dem in Abbildung 4.13 gezeigten Aufbau können Zugversuche an Laminaten mit dem Lagenaufbau [90] und  $[\pm 45]$  bzw. Untersuchungen zur Degradation an [0,90]-Laminaten in Anlehnung an die Prüfnormen DIN 65378 und 65466, mit einer Probenbreite von 16 mm und einer Gesamtprobenlänge von 250 mm, durchgeführt werden. Bei Tests an reinen UD-||-Proben zeigt sich, daß die Haltekraft der Probenhalterungen zur Bestimmung der Bruchfestigkeit nicht ausreichend ist.

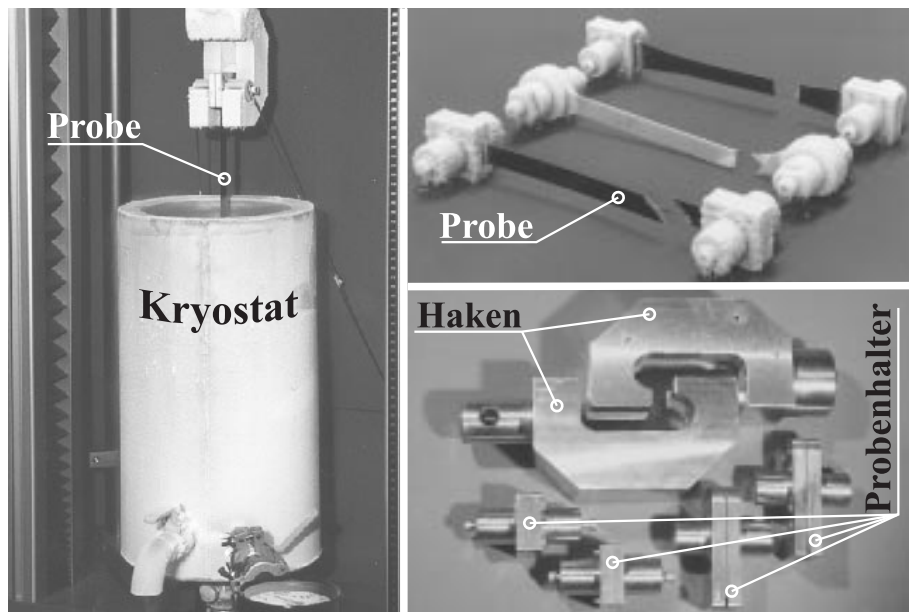


Abbildung 4.13: Kryostat-Hakensystem für den Zugversuch

Durch das gewählte Klemmprinzip kann aber nur eine bestimmte Vorspannung bei Raumtemperatur aufgebracht werden. Diese Haltekraft wird durch die Abkühlung durch den großen Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{\perp}$  des FVW noch reduziert. Für die Prüfung von UD-||-Proben muß daher, wie unten in Abbildung 4.14 gezeigt, ein anderer Versuchsaufbau gewählt werden.

Entscheidender Vorteil beider Verfahren ist die Möglichkeit, mit der Schnellspannvorrichtung bzw. durch Haken und vorbereiteten Proben mit Probenhalterungen recht einfach in Folge nacheinander mehrere Proben in dem Stickstoffbad zu prüfen, ohne den Kryostaten entleeren zu müssen.

Zusätzlich zu dem Festigkeits- und Steifigkeitsverhalten bei Scheibenbeanspruchung spielt für die Laminatauslegung auch die interlaminare Scherfestigkeit (ILS) bei den FVW eine große Rolle. In Anlehnung an die DIN EN 2563 konnte, wie auf der linken Seite von Abbildung

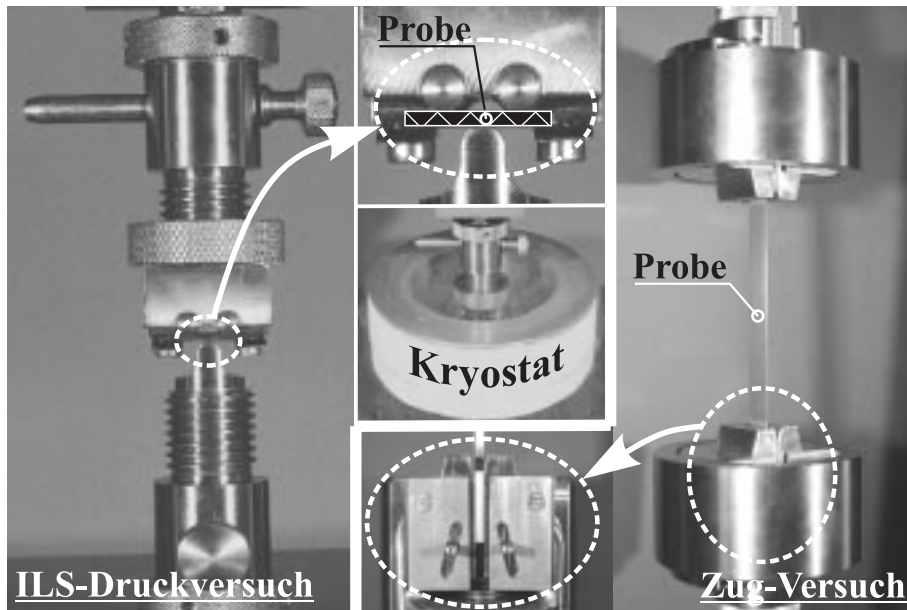


Abbildung 4.14: Versuchsaufbau des Kryostat-ILS und Zugsystems

4.14 zu sehen ist, die Prüfmöglichkeit in flüssigem Stickstoff realisiert werden. Da die Proben mit einer Breite×Länge×Dicke  $\equiv 10 \times 5 \times 2$  [mm] sehr klein sind ist es sinnvoll einen eigenen Kryostat zu verwenden. Auch hier liegt der besonderer Wert in einer einfache Handhabung und die Möglichkeit mehrere Proben hintereinander zu Prüfen.

Auf der rechten Seite von Abbildung 4.14 ist der Prüfaufbau zu Test von UD-||-Proben dargestellt. Um die relativ großen Prüflasten (typischerweise ca. 30 kN bei Standardproben) übertragen zu können, ist die Probeneinspannung nach dem Keilbackenprinzip realisiert worden. Der gesamte Versuch liegt dabei innerhalb des Kryostaten aus Abbildung 4.13.

#### 4.4.2 Tiefsttemperatur-Prüfungen

Neben den Versuchen im Stickstoffkryostaten mit einer festen Prüftemperatur von 77 K war es notwendig, für tiefere Prüftemperaturen, ein weiteres Prüfsystem für Zugproben aufzubauen. Als Kühlmittel dient dabei flüssiges Helium mit einer Temperatur von ca. 4 K. Wie oben beschrieben ist bei diesen Temperaturen ein wesentlich größerer experimenteller Aufwand notwendig. Daher schien es nicht mehr sinnvoll, das System in eine bestehende Universalprüfmaschine zu integrieren. Es sollte dazu auch kein eigener Heliumkryostat gebaut werden, sondern die Möglichkeit genutzt werden, die Prüfungen innerhalb eines kommerziell verfügbaren Heliumdewar durchführen zu können.

Wie in Abbildung 4.15 zu sehen ist wird dazu ein selbstständiges System bezüglich der Last- und Meßtechnik verwendet. Die Probe befindet sich bei der Prüfung innerhalb des CFK-Druckrohres und ist über die Zugstrebe und den Probenfußpunkt an das Druckrohr angeschlossen. Damit ergibt sich über den Hydraulikzylinder ein geschlossenes Kraftsystem, das in das Heliumdewar eingeführt wird und keine Reaktionskräfte nach außen ausübt. Nach jeder Prüfung muß der Prüfaufbau aus dem Dewar gezogen werden. Für eine neue Prüfung muß nach dem Aufwärmen und einem Probenwechsel der Prüfaufbau wieder eingeführt werden. Das Heliumdewar wird dabei vor Prüfbeginn durch einen Heliumheber aus einer Heliumkanne befüllt.

Soll die Prüfung nicht im flüssigen Helium bei einer Temperatur von 4.2 K sondern bei höheren Temperaturen erfolgen, kann durch herausziehen der Probe aus dem flüssigen in den gasförmigen



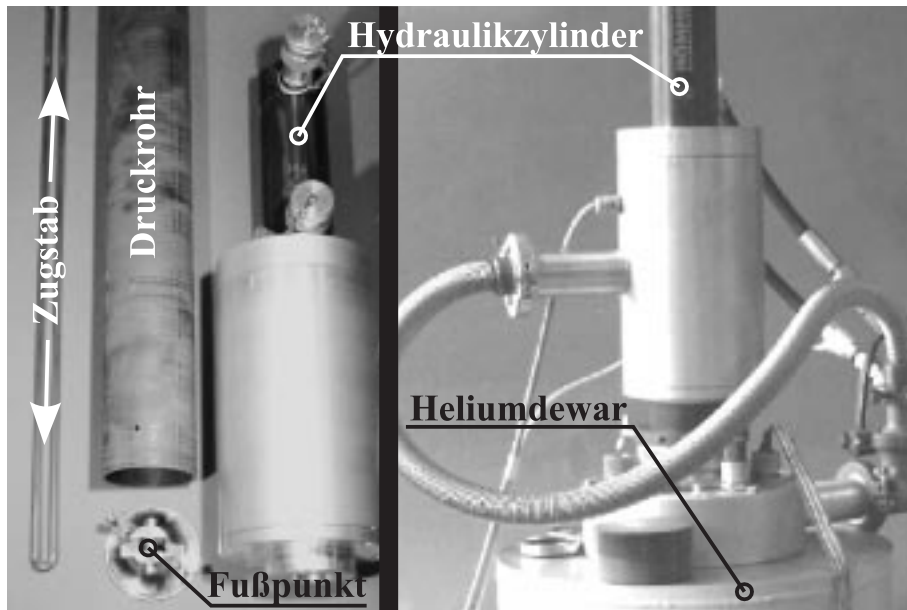


Abbildung 4.15: Einzelteile und Testkonfiguration des Tiefsttemperatur-Helium-Versuchs

gen Heliumbereich in bestimmten Bereichen innerhalb des Heliumdewars die Temperatur „eingestellt“ werden. Mit Hilfe von Temperatursensoren ist dabei besonders der mögliche Temperaturgradient über die gesamte Probe zu kontrollieren.

## 4.5 Ergebnisse aus Versuchen am LLB

Im folgenden werden einige Ergebnisse der durchgeführten Materialversuche mit den dargestellten Versuchsaufbauten zusammengestellt. Bei den mechanischen Kennwerten sind neben den Ergebnissen bei 77 K auch die Ergebnisse bei Raumtemperatur ausgewertet und gegenübergestellt worden. Bei den Messungen der Wärmeausdehnungskoeffizienten sind die Ergebnisse der verwendeten Referenzmaterialien als mechanisch wirksame Werte dargestellt.

Bei den untersuchten FVW sind typische, kommerzielle Prepregsysteme mit einer Aushärtetemperatur von ca. 120–130 °C, die als Standardmaterialien am LLB eingesetzt werden, ausgewählt worden. Es handelt sich um zwei CFK und ein GFK Material mit folgender Spezifikation:

- **1** ein CFK-HT-Prepreg der Firma SGL (Bezeichnung CE 1007) mit einer Tenax UTS Faser (ähnlich T 700, Durchmesser ca.  $7\mu\text{m}$ ) und dem Epoxy-Matrixtyp E022 (Aushärtetemperatur 130°C)
- **2** ein CFK-HT-Prepreg der Firma Krempel (Bezeichnung KUBD) mit einer Tenax HT Faser (ähnlich T 300) und dem modifizierten Epoxy-Matrixtyp U139 (Aushärtetemperatur 120°C)
- **3** ein GFK-Prepreg der Firma Krempel (Bezeichnung GUBD) mit einer E-Glas Faser und dem modifizierten Epoxy-Matrixtyp U139 (Aushärtetemperatur 120°C)

Alle verwendeten Lamine aus den Prepregsystemen werden im Autoklav nach den Herstellerangaben gehärtet. Um einen Effekt aufgrund der Probenfeuchte – gerade bei den Tieftemperaturtests – auszuschließen, wurden alle Proben mindesten 24 h bei 40 ° C getrocknet.

### 4.5.1 Mechanische Kennwerte

Für die Bestimmung der mechanischen Kennwerte einer UD-Einzelschicht, sind verschiedene Probenarten zu untersuchen. Um die gesamten Kennwerte zu ermitteln werden Materialtests an den [0]-, [90]- und [ $\pm 45$ ]-Proben zusammen ausgewertet.

In der Zusammenstellung in Tabelle 4.2, ist bei dem E-Modul  $E_{\parallel}$  in Faserrichtung das typische Verhalten einer sehr geringen Temperaturabhängigkeit zu erkennen. Der „Abfall“ zu tieferen Temperaturen bei dem CFK-Material [2] ist durch die Überlagerung des geringen Steigerungseffektes mit der experimentellen Streuung zu erklären.

Bei den Matrixdominierten Kennwerten  $E_{\perp}$ ,  $G_{*}$ ,  $\sigma_{\perp}$  und  $\tau_{*}$  ist die aus den Literaturdaten erwartete Erhöhung mit sinkender Temperatur festzustellen. Dabei reicht der Steigerungseffekt gegenüber Raumtemperatur von ca. 3 % bei der Bruchspannung  $\sigma_{\perp}$  für GFK bzw. Material [3] bis zu über 130 % bei dem Schubmodul  $G_{*}$  bzw. Material [2]. Bis auf die interlaminare Schubspannung  $\tau_{ILS}$  steigen die Steifigkeitskennwerte deutlicher als die Festigkeiten mit abnehmender Temperatur.

Bezugsfaservolumengehalt bei CFK: $\varphi_F \approx 60$ % bei GFK: $\varphi_F \approx 50$ %										
	$E_{\parallel}$	$E_{\perp}$	$G_{*}$	$\nu_{\parallel\perp}$	$\alpha_{mw\parallel}^*$	$\alpha_{mw\perp}^*$	$\sigma_{\parallel zulZ}$	$\sigma_{\perp zulZ}$	$\tau_{* zul}$	$\tau_{ILS}$
	[GPa]			[-]	[ $\frac{10^{-6}}{K}$ ]		[MPa]			
[1] CFK-HT	Mess-Temperatur = 20°C						T <sub>A</sub> = 130°C			
	139	8.9	4.4	0.29	0.7	43.5	2160	56	205	79
	Mess-Temperatur = -196°C (77 K)						T <sub>A</sub> = 130°C			
	144	12.1	10.3	0.13	0.5	23	–	63	254	165
[2] CFK-HT	Mess-Temperatur = 20°C						T <sub>A</sub> = 120°C			
	124	9.1	3.6	0.28	–	–	1740	42	120	–
	Mess-Temperatur = -196°C (77 K)						T <sub>A</sub> = 120°C			
	123	11.4	8.5	0.16	–	–	1606	58	136	–
[3] GFK	Mess-Temperatur = 20°C						T <sub>A</sub> = 120°C			
	34.9	7.3	–	–	–	–	920	33	–	73
	Mess-Temperatur = -196°C (77 K)						T <sub>A</sub> = 120°C			
	–	15.4	–	–	–	–	–	34	–	152

\* Der mechanisch wirksame Wert zwischen Raumtemperatur und Meßtemperatur

Tabelle 4.2: Materialkennwerte aus LLB-Versuchen

Die Werte der Wärmeausdehnungskoeffizienten sind aus den Ergebnissen der zwei Versuchstände nach Abschnitt 4.3.2 und 4.3.3 entnommen. Dabei werden für die Kennwerte bei 77 K die mechanisch wirksamen Werte  $\alpha_{mw}$  aus den  $\alpha$ -Verläufen verwendet.

### 4.5.2 Wärmeausdehnungskoeffizienten

Aus den Vorversuchen an Referenzmaterialien und ersten Meßkampagnen an verschiedenen FVW, sind die Ergebnisse der temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten in Ab-

bildung 4.16 zusammengestellt. Als Referenzmaterialien wurde Rein-Aluminium und Kupfer nach [41] verwendet. Die Referenzmaterialien wurden parallel mit den Prüfständen nach Kapitel 4.3.2 und 4.3.3 ausgewertet, wobei auch eine AlCuMg-Aluminiumlegierung mit etwas geringeren Werten vermessen wurde.

Wie zu erkennen ist, stimmen die Verläufe gut mit den Referenzdaten überein. Nur in den Randbereichen bei der Maximal- bzw. Minimaltemperatur kommt es, mathematisch bedingt, zu größeren Abweichungen. Bei den CFK-FVW ist wie erwartet der deutliche Unterschied zwischen der  $\parallel$ - und  $\perp$ -Richtung zu erkennen. Gerade in der Transversalrichtung ist neben dem größten Wert bei Raumtemperatur auch der stärkste Abfall zu tiefen Temperaturen festzustellen. In der CFK- $\parallel$ -Richtung können über den gesamten, betrachteten Temperaturbereich sehr kleine Werte im Bereich  $\alpha < 1 \cdot \frac{10^{-6}}{\text{K}}$  gemessen werden.

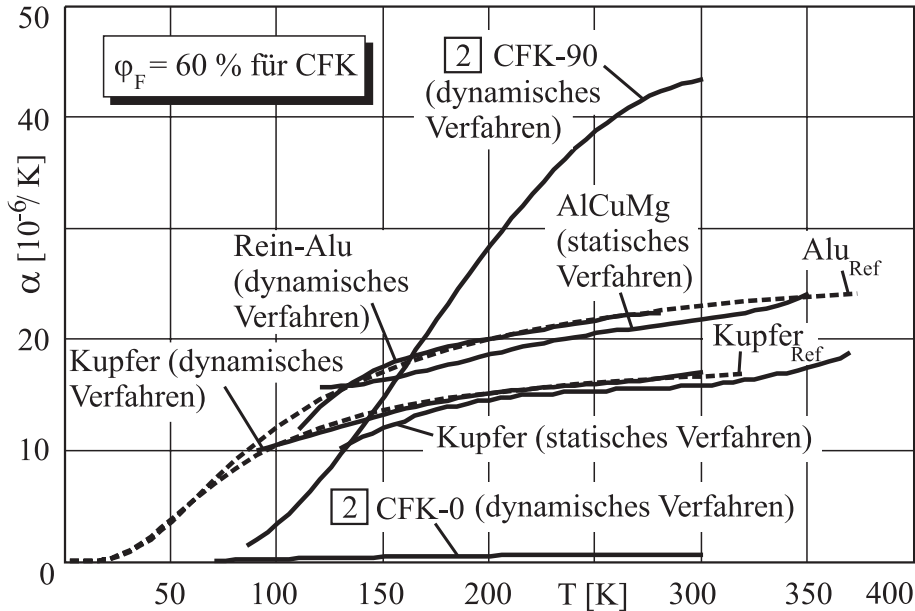


Abbildung 4.16: Ausgewertete Meßergebnisse der temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten

### 4.5.3 Degradation von FVW

Können für die Materialsteifigkeit und eingeschränkt für die Materialfestigkeit bei bestimmten FVW-Klassen „typische“ Werte angegeben werden, so sind die Ergebnisse aus den Degradationsversuchen nur sehr schwer übertragbar und sind so an das gewählte Material und die Herstellparameter gebunden. Gerade die transversale Zugdegradation ist dabei stark von dem Verhalten der Matrix bzw. der Faser-Matrix Verbindung geprägt und somit besonders von der Wechselwirkung Faser, Schlichte und Matrix abhängig.

Für die Auswertung der Meßergebnisse bezüglich des Degradationsfaktors  $\eta$  der  $[0_{r_0}/90_{r_{90}}]_S$ -Lamine nach Gleichung (3.27) müssen die als konstant angenommenen Materialkennwerte  $E_{\perp}$ ,  $\nu_{\parallel\perp}$ ,  $\alpha_{\parallel}$  und  $\alpha_{\perp}$  bekannt sein. Wie in Abschnitt 3.4.2 beschrieben, ist die Steifigkeit der „0“-Schicht  $E_{\parallel 0} = E_{\parallel 0}^a + \Delta E_{\parallel 0} \tilde{\varepsilon}_x$  als Funktion der Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_x$  für jede Probe gesondert auszuwerten.

Um die Ergebnisse untereinander vergleichen zu können wurden alle Proben aus demselben Prepregmaterial bei gleichen Prozeßparametern hergestellt. Es wurde ausschließlich das Material **1** ein CFK-HT verwendet.

Nachfolgend werden ausgewählte Ergebnisse aus den Messungen dargestellt. In Anhang A.3 sind für die  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Laminat die restlichen Ergebnisse für Raum- und Tieftemperatur zusammengestellt.

### Transversale Zugdegradation

Bei den Ergebnissen aus den Zugversuchen an den  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Laminaten ist unter Raum- und Tieftemperatur bei allen untersuchten Laminatschichtungen grundsätzlich ein sehr ähnliches Degradationsverhalten festzustellen. Bis zu einer Dehnung  $\varepsilon_e^U$  kommt es dabei zu keinen Degradationseffekten. Mit Überschreiten dieser Dehnung degradiert die transversale  $90^\circ$ -Schicht mehr oder wenig kontinuierlich. Laminat mit dickerer, zusammenhängender  $90^\circ$ -Schicht zeigen ein stärker stufenförmiges Degradationsverhalten.

Verständlich wird dieses Verhalten durch die geringere Stützwirkung der  $0^\circ$ -Randschichten auf die  $90^\circ$ -Schicht. Dieser Verlust der Stützwirkung ist auch verantwortlich dafür, daß der Degradationsprozeß bei Laminaten mit dicker  $90^\circ$ -Schicht früher einsetzt (siehe auch [25]). Die dickere  $90^\circ$ -Schicht ist dabei nicht mehr in der Lage der steigenden Belastung standzuhalten, so daß es bei geringerer Last zu einer stärkeren Degradation kommt. Dieser Effekt kann auch das stufenförmige Degradationsverhalten erklären, da bei dicker  $90^\circ$ -Schicht ein Riß instabil in der gesamten Schicht bei einer lokal kritischen Spannung entsteht. Die so ausgelöste Degradation führt lokal zu einer Entlastung so daß erst das Übersteigen einer kritischen Spannung an einer anderen Stelle zu einer weiteren Degradation führt.

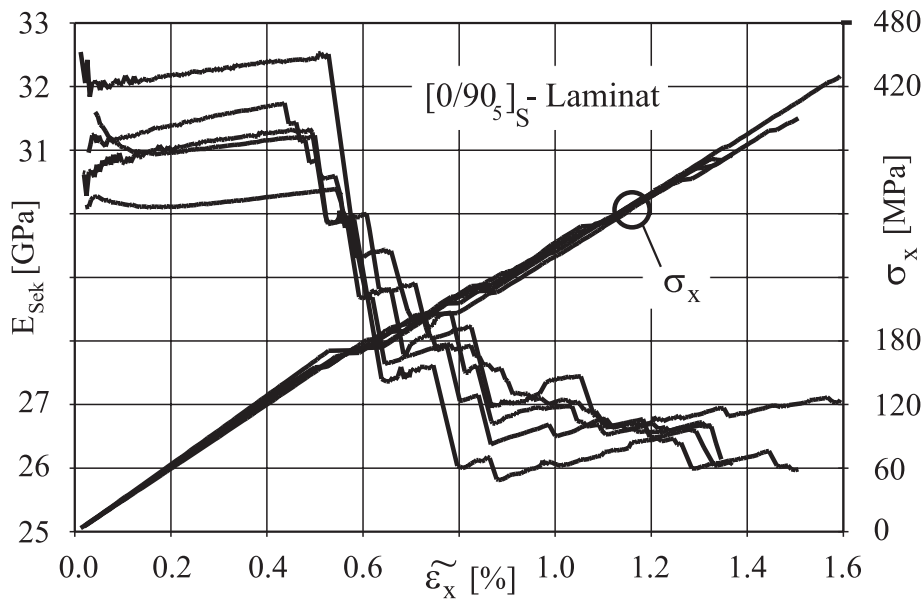


Abbildung 4.17: Ergebnisse des  $[0/90_5]_S$ -Laminat-Zugversuchs bei Raumtemperatur

In Abbildung 4.17 ist der typische Verlauf der Spannung  $\sigma_x$  bzw. des Sekantenmoduls  $E_{Sek}$  über der Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_x$  der untersuchten  $[0, 90_5]_S$ -Laminat bei Raumtemperatur dargestellt. Bis zu einer Grenzdehnung  $\tilde{\varepsilon}_e^U$  ist der lineare Anstieg des Sekantenmoduls  $E_{Sek}$  zu erkennen. Ab dieser Grenzdehnung kommt es dann zu einem Abfall des Sekantenmoduls als Folge der Degradation der  $90^\circ$ -Schicht. Dabei sind immer wieder Bereiche ohne zunehmende Degradation an dem ansteigenden Sekantenmodul zu erkennen. Wie schon besprochen sind hier die stufenförmigen Effekte durch die relativ dicke  $90^\circ$ -Schicht besonders stark ausgeprägt.

Neben den Ähnlichkeiten sind bei den Messungen zwischen Tieftemperatur und Raumtemperatur aber auch einige Unterschiede festzustellen. Beginnt die Degradation bei den Versuchen

unter Raumtemperatur bei einer gemessenen Dehnung  $\tilde{\varepsilon}_e^U$  von ca. 0.5 %, so ist dies bei der Tieftemperatur schon ab einer Dehnung von ca. 0.3 % festzustellen. Bei der Darstellung der Degradation über die rechnerische Spannung der undegradierten Einzelschicht  $\sigma_{\perp}^U$  ist dieses Verhalten zwischen den beiden Prüftemperaturen vertauscht. Wie auch schon aus den Bruchspannungen an dem [90]-Laminat zu erkennen ist, beginnt die Degradation bei Tieftemperatur deutlich später als bei Raumtemperatur.

Auf zwei besondere Effekte zwischen den beiden Prüftemperaturen soll hier kurz eingegangen werden:

- Zum einen erkennt man bei der Tieftemperaturmessung gerade bei kleinen Dehnungen  $\tilde{\varepsilon}_x$  bei dem Sekantenmodul  $E_{Sek}$  eine unruhiges Signal. Ursache sind hier Störungen im Kryostatbad durch aufsteigende Stickstoffblasen, die sich besonders stark bei kleinen Meßsignalen auswirken, da während der Messung durch die eingebrachte Wärme ein leichtes „kochen“ des Stickstoffs nicht verhindert werden kann.
- Zum anderen werden bei einzelnen Messungen am [0, 90<sub>3</sub>]-Laminat (Raumtemperatur) bzw. [0, 90<sub>5</sub>]-Laminat (Tieftemperatur) sehr kleine bzw. negative Degradationswerte berechnet. Sehr kleine Werte widersprechen den Ergebnissen bestehender Messungen, da sich wie u.a. in [30] gezeigt wird, ein CDS-Zustand mit einer Reststeifigkeit ausbildet. Negative Degradationswerte können physikalisch bedingt nicht vorkommen. Bei diesem Effekt überlagert sich zu der transversalen Zugdegradation der 90°-Schicht eine Degradation der 0°-Schicht. Die Dehnung erreicht dabei Werte, die nahe der Bruchdehnung des Unidirektionalen Verbundes liegen, so daß einzelne Fasern brechen. Dieses beginnende Versagen der 0°-Faserschicht wirkt sich durch den dominanten Einfluß stark auf die Gesamtsteifigkeit aus und führt somit zu falschen Degradationsfaktoren, da der Steifigkeitsabfall den 90°-Schichten zugerechnet wird.

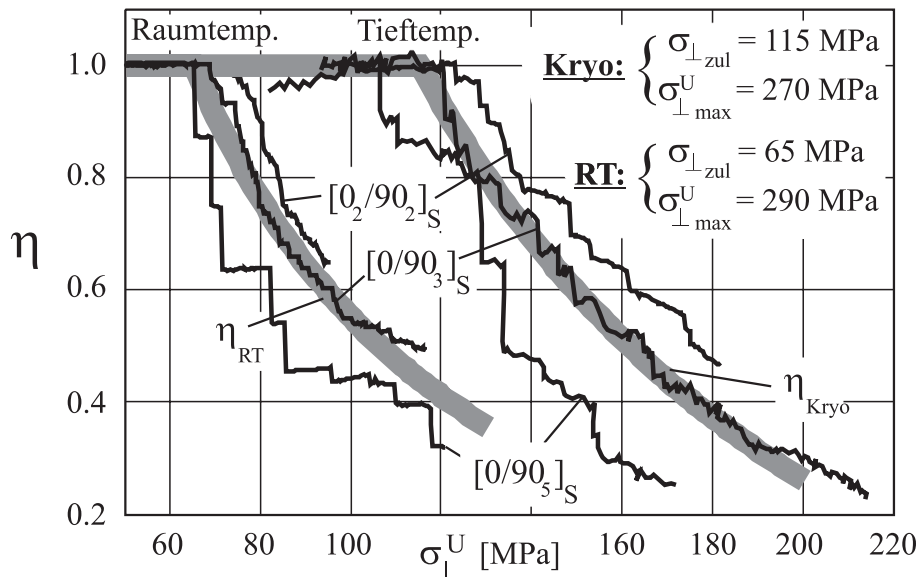


Abbildung 4.18: Gesamtergebnisse der [0<sub>r0</sub>/90<sub>r90</sub>]<sub>S</sub>-Laminat-Degradationsversuche

In Abbildung 4.18 sind typische Verläufe des Degradationsfaktors als Funktion der Spannung  $\sigma_{\perp 90}^U$  der verschiedenen Laminat- und Temperaturen zusammengestellt. Wie zu erkennen ist, unterscheiden sich die Ergebnisse für beide Prüftemperaturen deutlich, da bei Tieftemperaturen

der Degradationsbeginn erst bei höheren Spannungen  $\sigma_{\perp 90}^U$  erfolgt, dann aber mit zunehmender Last sich stärker ausbildet.

Innerhalb einer Prüftemperatur sind die leicht versetzten Degradationsverläufe in Abhängigkeit vom Laminataufbau zu erkennen. Dabei reduziert sich – wie oben besprochen – der Stützeffekt der  $0^\circ$ -Randschichten auf die  $90^\circ$ -Schicht, so daß bei dickeren  $90^\circ$ -Schichten die Degradation bei niedrigeren Spannungen  $\sigma_{\perp 90}^U$  beginnt und so insgesamt immer im Vergleich zu dünneren [90]-Schichten größer ist.

## Auswertung der experimentellen Versuchsergebnisse

Ziel der Untersuchung ist es, ein möglichst allgemeingültiges, einfaches Degradationsgesetz zur Beschreibung des nichtlinearen Materialverhaltens für die degradierte Einzelschicht zu finden.

Im Abschnitt 3.5 wurde ein physikalisch begründetes, analytisches Modell nach Gleichung (3.36) mit den zwei Parametern  $\sigma_{\perp zul}$  und  $\sigma_{\perp max}^U$  zur Anpassung an den jeweiligen Verlauf vorgestellt. Wie bei der Auswertung der Meßergebnisse nach Abbildung 4.18 zu sehen ist, kann das gemessene Degradationsverhalten der Einzelmessungen in guter Näherung mit dem analytischen Modell beschrieben werden. Die frei wählbaren Parameter können ausreichend gut an den Verlauf der Versuchsergebnisse angepaßt werden.

Im Hinblick auf eine vereinfachte und damit möglichst allgemeingültige Beschreibung des Degradationsverhaltens scheint es zulässig, die Unterschiede durch die verschiedenen  $90^\circ$ -Schichtdicken zu vernachlässigen. Dies bedeutet, daß für die beiden Prüftemperaturen nach dem analytischen Modell Masterkurven des Degradationsverhaltens erzeugt werden können. Diese Masterkurven für die beiden Prüftemperaturen sind in Abbildung 4.18 als breite Linienzüge eingetragen. Bis auf die Ergebnisse der  $[0, 90_5]$ -Laminat bei Tieftemperatur und höheren Spannungen  $\sigma_{\perp 90}^U$  können diese Verläufe als gute Näherung für das allgemeine Degradationsverhalten betrachtet werden. Da der Anspruch auf eine möglichst einfache Integration der wesentlichen Degradationseffekte in die CLT nach dem besprochenen Zweischrittverfahren im Vordergrund stand, wird diese Abweichung in Kauf genommen. Somit ist es möglich – für das untersuchte CFK-Material – Laminat mit Berücksichtigung transversaler Zugdegradationseffekte zu berechnen. Dazu können die Werte der Degradation in Abhängigkeit von der undegradierten Transversalspannung  $\sigma_{\perp}^U$ , wie in Abschnitt 3.5 beschrieben, aus der analytischen Masterkurve im Zweischrittverfahren in die CLT eingesetzt werden. Die Ergebnisse für den Degradationsbeginn bei  $\sigma_{\perp zul}$  zeigen dabei zwei Besonderheiten. Zum einen liegen die Werte bei den Degradationsversuchen über den gemessenen Werten  $\sigma_{\perp zul Z}$  der [90]-Schicht aus den Zugversuchen zum anderen ist der Anstieg zwischen Raum- und Tieftemperatur bei den Degradationsversuchen mit fast 80 % mehr als 6-fach so groß wie die aus den Zugversuchen zu erwarten war.

### 4.5.4 Zug-Schubdegradation

Im Gegensatz zu der transversalen Zugdegradation werden die Ergebnisse aus den  $[\pm 45]_S$ -Laminat Versuchen nicht bezüglich eines Degradationsfaktors ausgewertet. Dazu erlauben die Ergebnisse keine eindeutigen Aussagen, so daß weitere Untersuchungen notwendig sind. Einige Besonderheiten sollen aber im folgenden diskutiert werden.

Wie in Abbildung 4.19 zu sehen ist, können bei dem einachsigen Zugversuch unter Raumtemperatur für „normale“ CFK-Laminat ungewöhnlich große Bruchdehnungen im Bereich von  $\tilde{\varepsilon}_x \approx 10\%$  erreicht werden. Dabei sind drei Bereiche zu unterscheiden:

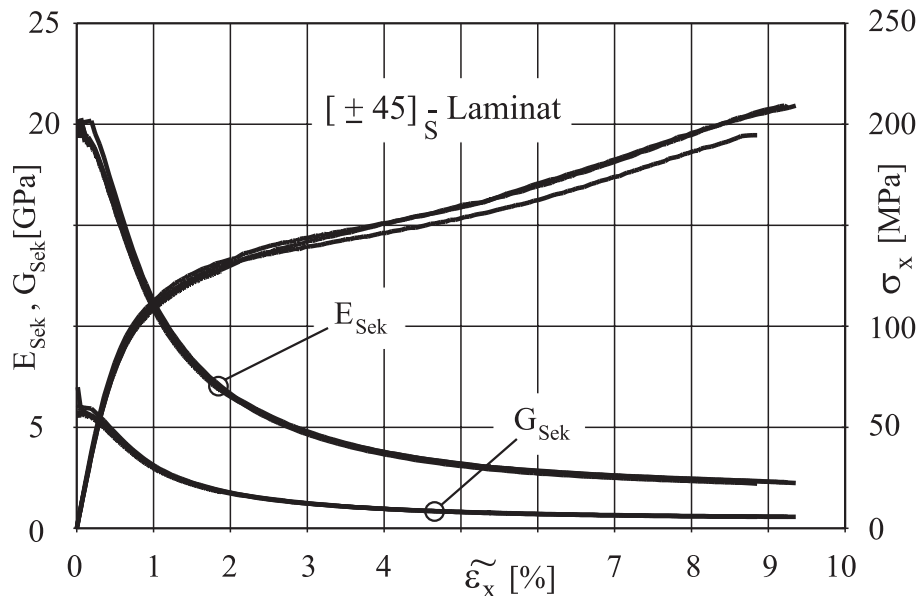


Abbildung 4.19:  $[\pm 45]_S$ -Laminat-Ergebnisse bei Raumtemperatur

- Der quasi linearelastische Anfangsbereich, der bis zu einer Dehnung von ca.  $\tilde{\varepsilon}_x \approx 0.2\%$  reicht,
- der Übergangsbereich bis ca.  $\tilde{\varepsilon}_x \approx 1.5\%$  in dem ein starker Steifigkeitsabfall erfolgt
- und dem Endbereich bis zum Bruch, der durch seinen fast konstanten Tangenten-E-Modul – mit nur noch ca.  $\frac{1}{20}$  der Anfangssteifigkeit  $E_{Sek_i}$  – zu erkennen ist.

Dieses Materialverhalten erinnert stark an duktile Metalle. Der kontinuierliche Abfall der Steifigkeiten  $E_{Sek}$  und  $G_{Sek}$  deutet auf das Plastifizieren der schubbelasteten Matrix ohne Reißbildung hin. Damit unterscheidet sich dieses Verhalten grundsätzlich von der transversalen Zugdegradation. Wegen der großen Verformungen wären grundsätzlich auch Änderungen durch Geometrienichtlinearitäten zu berücksichtigen.

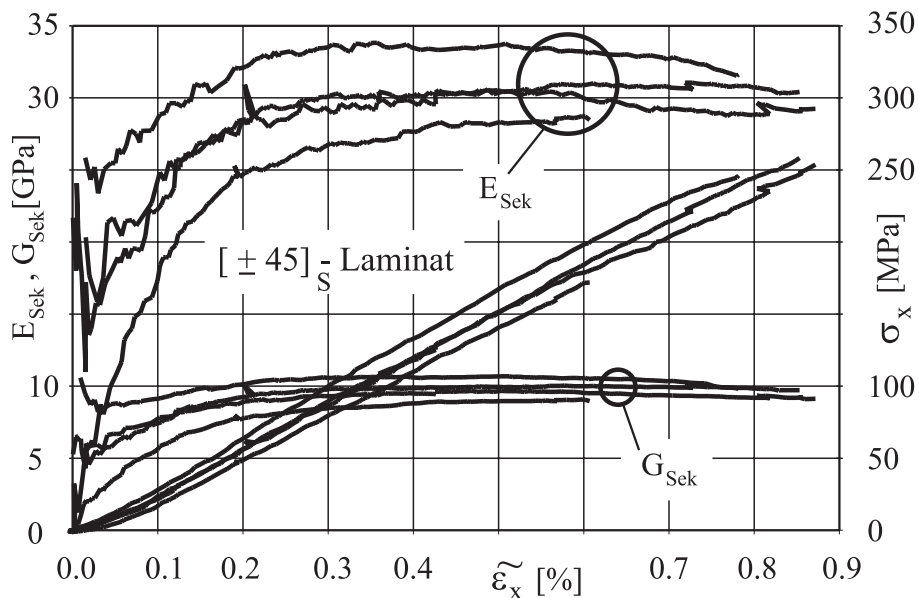


Abbildung 4.20:  $[\pm 45]_S$ -Laminat-Ergebnisse bei 77 K

Für die praktische Bedeutung in allgemeinen Laminaten – und damit in der Regel mit Faseranteilen in  $x$ -Richtung – sind jedoch nur maximale Dehnungen bis ca.  $\widetilde{\varepsilon}_x \approx 1.5\%$  relevant. In diesem Bereich könnte mit einem vereinfachten elasto-plastischen Materialgesetz das Verhalten angenähert werden. Auswirkungen auf die transversale Richtung sind aber noch zu untersuchen. Die  $[\pm 45]_S$ -Laminat zeigen bei Tieftemperatur ein vollständig unterschiedliches Verhalten zu den Raumtemperaturversuchen. Wie in Abbildung 4.20 zu sehen ist, dominiert ein linearelastisch, sprödes Materialverhalten. Die Materialsteifigkeiten und Festigkeiten sind im Vergleich zu den  $[90]$ -Laminatversuchen höher als die Raumtemperaturwerte. Es kommt hier zu einem Schubbruchversagen, ohne das ein Degradationsprozeß festgestellt werden kann. Für weitere Untersuchungen ist es, wie auch bei den  $[0_{r_0}, 90_{r_{90}}]_S$ -Laminaten, notwendig, Proben mit einem Lagenaufbau zu verwenden, der eine Lastumlagerung nach beginnender Degradation ermöglicht. Damit können die gemachten Untersuchungen an den  $[\pm 45]_S$ -Laminaten nicht zu Charakterisierung des grundsätzlichen Schubdegradationsverhaltens verwendet werden, da zum einen bei Raumtemperatur der Degradationsmechanismus nicht eindeutig geklärt ist und zum anderen zur Untersuchung des Degradationsverhaltens der Lagenaufbau der Proben bei Tieftemperatur verändert werden muß.



## Kapitel 5

### Hybridschichtverbunde und werkstoffhybride Bauteile

Das wesentliche Ziel bei der Verwendung werkstoffhybrider Strukturen ist es durch die Kombination mehrerer Materialien im Vergleich zu denen der Ausgangsmaterialien die spezifischen Verbundeigenschaften zu verbessern. Die FVW sind diesbezüglich ein besonders erfolgreiches Beispiel, wobei bereits schon die UD-Einzelschicht eines Schichtverbundes mit der Kombination aus Faser und Matrix ein werkstoffhybrides Element darstellt.

Neben den Möglichkeiten zur gezielten Verbesserung bestimmter Eigenschaften können sich gerade durch die Kombination der meist sehr unterschiedlichen Partner, aber auch zusätzliche Effekte ergeben, die berücksichtigt werden müssen.

Die Betrachtung der thermomechanischen Eigenschaften, die hier im Vordergrund stehen, bedeutet insbesondere eine Berücksichtigung der Thermalbeanspruchung bei der Strukturmechanik einerseits und zum anderen der Zeit- und Temperaturabhängigkeit bei der Thermodynamik. Gerade bei der multiphysikalischen Betrachtung zeigt sich oft mit Variation des materialhybriden Aufbaus ein gegenläufiges Verhalten einzelner Schichten bezüglich einer Verbesserung der Gesamteigenschaften.

Um einige grundsätzliche Aussagen zu gewinnen, werden in Abschnitt 5.1 anhand ein-, zwei- und dreidimensionaler Beispielstrukturen verschiedene Untersuchungen durchgeführt. Dabei werden strukturmechanische- und thermodynamische Aspekte einander gegenübergestellt und die Haupteinflüsse aufgezeigt. Zur Vergleichbarkeit werden die Ergebnisse meist als bezogene bzw. normierte Kenngrößen dargestellt. Neben der Variation der thermischen Randbedingungen wird durchgängig exemplarisch ein Lastfall verwendet, der in Anlehnung an die Verhältnisse im kryogenen Tankbereich abgeleitet ist. Mit einer gewählten Temperaturdifferenz von ca.  $\Delta T \approx -280$  K aus einer Anwendung im Bereich der kryogenen Wasserstofftechnik ( $T_{LH_2} = 20$  K) sind die spezifischen Verhältnisse besonders deutlich darstellbar. Die verwendeten analytischen Beziehungen aus Kapitel 2 werden dabei mit den Materialeigenschaften aus Kapitel 4 zusammen ausgewertet. Mögliche Degradationseffekte aus Abschnitt 4.5.3 werden nicht berücksichtigt.

Durch die zum Teil sehr großen Temperaturbereiche wird zusätzlich die Auswirkung der Temperaturabhängigkeit der Materialeigenschaften untersucht und deren Auswirkung mit den Ergebnissen bei Raumtemperatur verglichen.

Eine besondere Möglichkeit der Eigenschaftsbeeinflussung bieten diskrete Gradientenwerkstoffe, die in Abschnitt 5.2 betrachtet werden. Dabei sind darunter nicht die „klassischen“ FVW zu verstehen, die durch ihren schichtweisen Aufbau formal auch diskrete Änderungen der Materialeigenschaften über der Laminatdicke aufweisen, sondern abschnittsweise durch Materialwechsel erstellte Strukturen.

Wegen der zum Teil gegensätzlichen Eigenschaftsänderungen bei Variation einzelner Schichtparameter ist es in der Regel nicht mehr möglich, direkt optimale Kombinationen bezogen auf

eine gewünschte Verbesserung, zu erkennen. Dies gilt insbesondere, wenn multiphysikalische Ziele optimiert werden sollen. Daher wird in Abschnitt 5.3 auf die grundsätzlichen Probleme und möglichen Ansätze zur Optimierung eingegangen.

Das Kapitel 6 schließt die Betrachtung mit der Zusammenstellung sogenannter „goldener“ Regeln für die praxisnahe Anwendung bei thermomechanischer Beanspruchung ab.

Wie in Abbildung 5.1 zu erkennen ist, kann die thermomechanische Berechnung im wesentlichen in zwei Schritten erfolgen. Durch den hier vernachlässigbaren Einfluß der Mechanik auf die Thermodynamik, wie sie in Abschnitt 2.5 beschrieben ist, muß nur die Auswirkung des allgemein zeitabhängigen Temperaturfeldes auf das strukturmechanische Verhalten berücksichtigt werden. Mit den thermodynamischen Randbedingungen kann das Temperatur- und Wärmestromdichtefeld berechnet werden. Dieses Temperaturfeld wird dann, wie die mechanischen Randbedingungen, als äußere Belastung bei der strukturmechanischen Berechnung aufgeprägt. Als Ergebnisse werden die Spannungen bzw. Dehnungen zeit- und ortsabhängig angegeben. Wie in Abbildung 5.1 zu erkennen ist, können im Anschluß aus den berechneten Beanspruchungen, wie in Abschnitt 2.2.1 gezeigt, Anstrengungswerte oder auch Sicherheiten gegenüber den zulässigen Materialbeanspruchung abgeleitet werden.

In der Strukturberechnung sollen einschränkend nur quasistatische, mechanische Belastungen untersucht werden. Durch die mögliche Zeitabhängigkeit des Temperaturfeldes bei thermodynamischer Betrachtungsweise kann die strukturmechanische Lösung bezüglich Spannung bzw. Dehnung trotzdem wieder zeitabhängig sein.

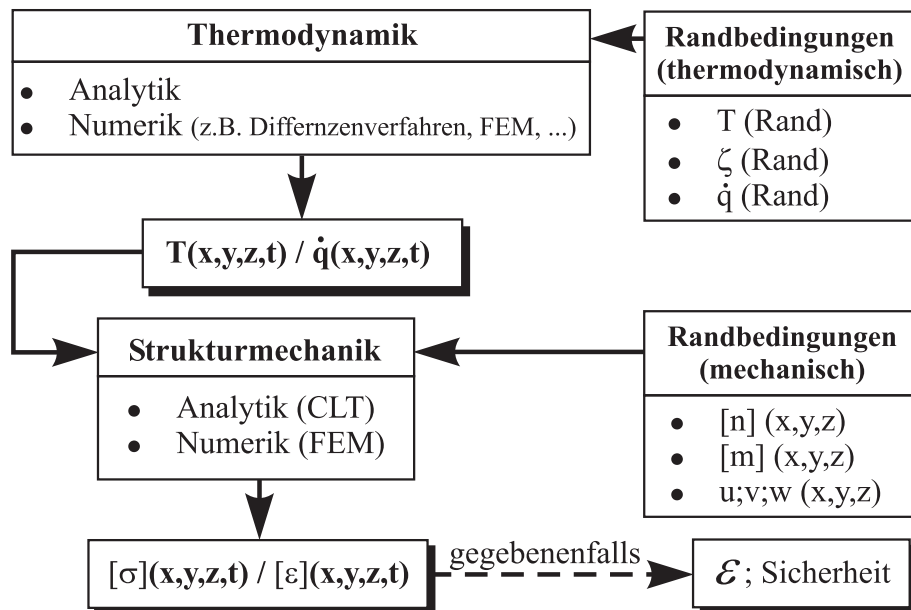


Abbildung 5.1: Rechenablauf bei der thermomechanischen Schichtverbundberechnung

## 5.1 Fallbeispiele

Bei den folgenden Beispielen werden für verschiedene Materialkombinationen die wesentlichen Effekte bei materialhybridem Aufbau dargestellt. Um die Effekte bezüglich Ursache und Wirkung zu strukturieren werden dazu der Reihe nach Strukturen unter Berücksichtigung von 1-, 2- und 3-dimensionalen Effekten untersucht.

Um einzelne Effekte deutlicher zu erkennen, werden für die 1-Dimensionalen Fallbeispiele bei der Betrachtung der Strukturmechanik nur homogene Gesamttemperaturänderungen  $\Delta T$  und bei der Thermodynamik einfache Randbedingungen 1. Art untersucht. Der in Abbildung 5.1 gezeigte Ablauf der Temperaturfeldberechnung wird erst für die zweidimensionalen Fallbeispiele angewendet. Soweit sinnvoll wird unabhängig von der berücksichtigten Dimension des Rechenmodells auf den Effekt der Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte eingegangen.

### 5.1.1 1–D Hybridmaterialien

Die einfachste Form eines materialhybriden Aufbaus kann durch das symmetrische Zusammenfügen mehrerer Materialien, wie in Abbildung 5.2 bis 5.5 zu sehen ist, erzeugt werden. Vereinfachend können bei kleiner Breite und Dicke gegenüber der Länge die Effekte auf die Längsrichtung ( $x$ ) reduziert werden. Kopplungen z.B. durch Querkontraktion aus Behinderungen in Breiten- ( $y$ ) oder Dickenrichtung ( $z$ ) werden zunächst vernachlässigt. Für die Beispiele in Abbildung 5.2 bis 5.5 werden ein oder zwei Schichten verschiedener FVW mit Aluminium kombiniert. Die Fasern der FVW sind auf die  $x$ -Achse ausgerichtet, um bezüglich Steifigkeit und Festigkeit eine möglichst große Wirkung zu erzeugen.

#### Mechanische Spannungen der Einzelschichten

Für einen Schichtverbund aus  $r$ -Schichten mit unterschiedlichen Werkstoffen bei Zug- und Gesamt-Thermalbeanspruchung  $\Delta T$  ergibt sich die Spannung in der Einzelschicht  $o$  bei Berücksichtigung der Zusammenhangsbedingung in der  $x$ -Richtung und Vernachlässigung von Biegeeffekten (exemplarisch für zwei Schichten in Abbildung 5.3 dargestellt) zu:

$$\sigma_o = E_o \frac{F + \Delta T \sum_{p=1}^r E_p A_p (\alpha_p - \alpha_o)}{\sum_{p=1}^r E_p A_p} \quad (5.1)$$

Soll die Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte bei einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T = T_e - T_b$  mitberücksichtigt werden, geht Gleichung (5.1) über in die folgende Form:

$$\sigma_o(T_b, T_e) = E_o(T_e) \frac{F + \Delta T \sum_{p=1}^r E_p(T_e) A_p [\alpha_{mw_p}(T_b, T_e) - \alpha_{mw_o}(T_b, T_e)]}{\sum_{p=1}^r E_p(T_e) A_p} \quad (5.2)$$

An Gleichung (5.1) sind für die materialhybriden Verbunde die Unterschiede zwischen mechanischer Belastung in Form der Kraft  $F$  und thermischer Belastung in Form der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zu erkennen. Teilt sich die äußere Kraft  $F$  in Abhängigkeit der relativen Höhe der E-Moduli auf die einzelnen Schichten auf und kann damit die Spannung durch Erhöhung der Querschnittsflächen  $A_p$  wirksam reduziert werden, verschieben sich die Spannungen aufgrund  $\Delta T$  bei Querschnittsänderung im Wesentlichen nur anteilig zwischen den einzelnen Schichten. Dieses Verhalten wird auch verständlich aus der Wirkung der Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$ , die als innerer Belastungsgröße bei freier Randverschiebemöglichkeit ohne Wirkung nach außen im inneren Gleichgewicht stehen muß.

## Mechanische Spannungen aufgrund reiner Temperaturlast

In Abbildung 5.2 sind die inneren Spannungen aufgrund einer thermischen Belastung  $\Delta T$  für einen Alu/CFK-HT und einen Alu/CFK-HT/GFK Verbund bezogen auf  $\Delta T$  dargestellt. Die Spannungen berechnen sich nach Gleichung (5.1) bzw. (5.2) für  $F \equiv 0$ . Deutlich ist für den Zweischichtverbund das gegenläufige Verhalten der Normalspannungen  $\sigma_{th}$  über der Variation des Schichtdickenverhältnis  $k = d_{Alu}/d_{CFK}$  zu erkennen. Zur besseren Darstellung sind hier die Spannungen in der Aluminiumschicht vorzeichenverkehrt dargestellt. Durch den geringeren E-Modul ist der Betrag der Spannung im Aluminium gegenüber denen im CFK-HT zwar kleiner, führen aber zu größeren relativen Anstrengungen, da die Festigkeit von Aluminium deutlich geringer ist.

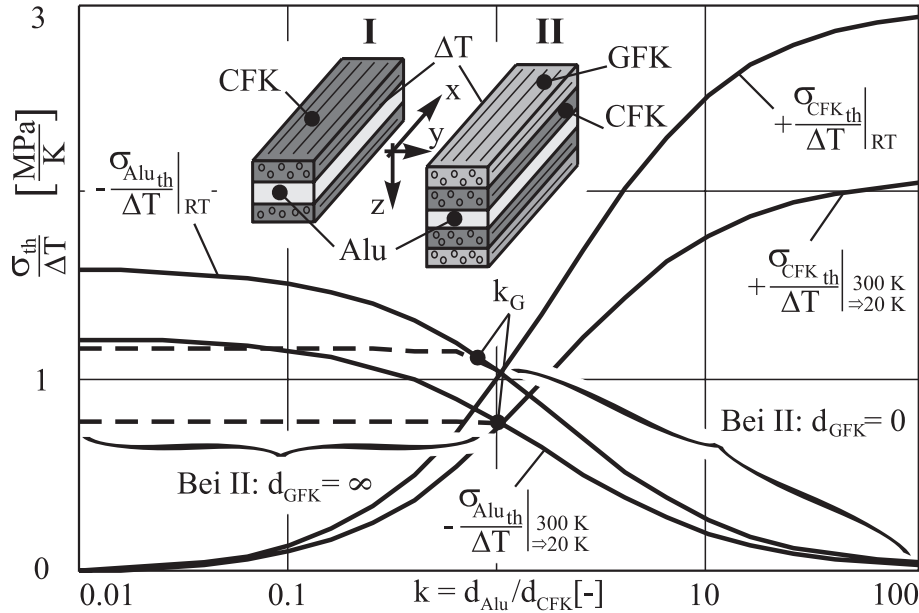


Abbildung 5.2: Thermalspannung bei verschiedenen Anteilen in Materialhybridwerkstoffen

Bei den maximalen Zwangsdehnungen in den Materialien bei  $\Delta T = -280$  K, die einem Grenz-zustand bei den Schichtdickenverhältnissen  $k \rightarrow 0$  bzw.  $k \rightarrow \infty$  entspricht, ergibt sich im Aluminium mit  $\mathcal{E} \approx 0.6$  eine fast doppelt so hohe Anstrengung wie im CFK.

Um den Einfluß der Temperaturabhängigkeit auf die inneren thermischen Spannungen zu untersuchen, wurden die bezogenen Spannungsverläufe für Raumtemperatur (RT) und bei Abkühlung von 300 K auf 20 K berechnet. Dabei ist eine deutliche Reduktion der bezogenen Spannungen zu erkennen, die im wesentlichen aufgrund der kleineren Differenz des Betrags der beiden Wärmeausdehnungskoeffizienten  $|\Delta\alpha| = |\alpha_{Alu} - \alpha_{CFK}|$  von Raum- auf Tieftemperatur um ca. ein Drittel entsteht.

Wird eine weitere Materialschicht die hier mit der Wahl von GFK bei einem Wärmeausdehnungskoeffizienten zwischen Aluminium und CFK als Ausgleichsschicht wirken sollte verwendet, so zeigt sich ein besonderer Effekt. Anstatt insgesamt die bezogenen thermischen Spannungen des stärker belasteten Aluminiums zu reduzieren ergeben sich zwei Bereiche mit unterschiedlichem Einfluß der GFK-Schicht. Bis zu einem Grenzsichtdickenverhältnis  $k_G \approx 1$  reduziert ein möglichst großer GFK Schichtanteil die Spannungen, da so der Einfluß der CFK-HT Schicht praktisch nicht wirksam ist. Über diesem Grenzsichtdickenverhältnis erhöht auch der GFK Schichtanteil die Spannungen, da der dominante Einfluß des Aluminiums reduziert wird. Der beschriebene Effekt wird in Abschnitt 5.1.2 anhand einer Schichtplatte ebenfalls untersucht.

## Mechanische Spannungen aufgrund Temperatur- und mechanischer Last

Trotz der inneren Spannungen aufgrund rein thermischer Beanspruchungen ist gerade ein Einsatz der Materialhybridstrukturen bei kombinierten thermomechanischer Beanspruchungen bzw. Anforderungen besonders von Interesse. In Abbildung 5.3 und 5.4 sind dazu die Verhältnisse bei Thermalbeanspruchung in Verbindung mit Zug- bzw. Momentenbeanspruchung zu sehen.

Für eine Zug- und Thermalbeanspruchung (Abkühlung mit  $\Delta T < 0$ ) eines Alu/CFK-HT Verbundes wird die übertragbare äußere Kraft und damit die Spannung  $\sigma_{mw}$  durch die Festigkeit  $\sigma_{Alu_{zul}}$  der Aluminiumschicht begrenzt. Je nach Schichtdickenverhältnis  $k$  induziert eine Abkühlung Zugspannungen in der Aluminiumschicht, die die zusätzlichen mechanisch übertragbaren Spannungen reduzieren.

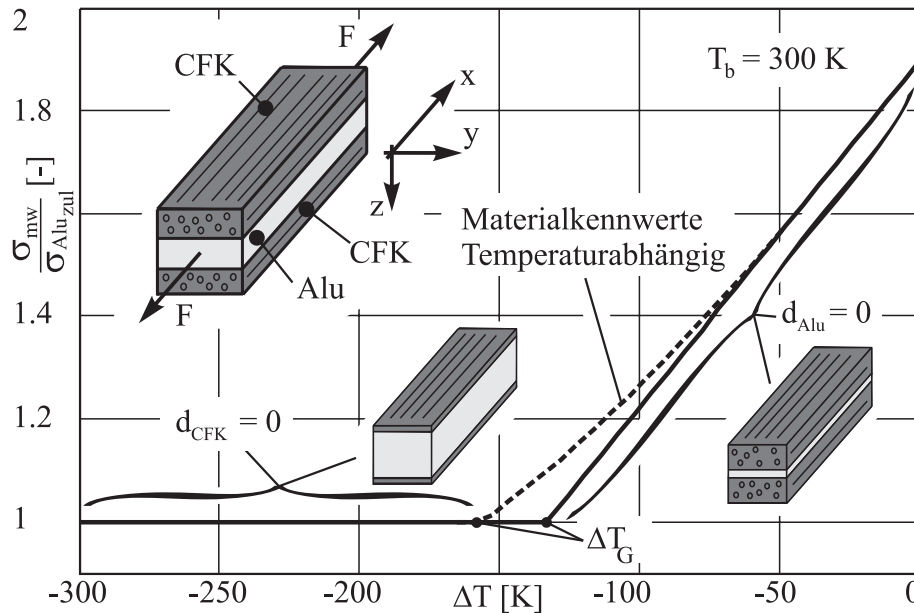


Abbildung 5.3: Übertragbare Zugspannung bei thermalbelasteten Materialhybridwerkstoffen

In Abbildung 5.3 ist über der Temperaturdifferenz (Ausgangstemperatur  $T_b = 300$  K) die zulässige übertragbare mechanisch wirksame Spannung  $\sigma_{mw}$  bezogen auf die kritischere zulässige Spannungen  $\sigma_{Alu_{zul}}$  aufgetragen. Durch diese Darstellung kann das Steigerungspotential des Hybridschichtverbundes bezüglich der übertragbaren Zuglast gegenüber dem reinen Aluminium bewertet werden. Das Flächenverhältnis  $k = d_{Alu} / d_{CFK}$  ist so gewählt, daß möglichst große Werte  $\sigma_{mw}$  erreicht werden. Wie zu erkennen ist, sind über dem Verlauf der Abkühlung  $\Delta T$  zwei Bereiche zu unterscheiden. Beim Abkühlen bis zu einer Grenztemperaturdifferenz  $\Delta T_G$  ist ein möglichst großer CFK-HT Anteil ( $k \rightarrow 0$ ) zur Erhöhung der übertragbaren Zugspannung zu wählen, wohingegen bei weiterem Abkühlen die inneren Thermalspannungen im Aluminium durch einen CFK-HT Anteil so groß werden, daß ein möglichst großer Aluminium Anteil ( $k \rightarrow \infty$ ) günstig ist. Werden die temperaturabhängigen Eigenschaftsänderungen mitberücksichtigt, verschiebt sich, wie in Abbildung 5.3 an der gestrichelten Linie zu erkennen, die Grenztemperaturdifferenz  $\Delta T_G$  zu größeren Abkühlungswerten hin. Ursache sind wie in Abbildung 5.2 dargestellt, die geringeren thermischen Spannungen aufgrund des kleineren Betrags der Differenz der mechanisch wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizienten. Obwohl der Differenzbetrag der mechanisch wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizienten deutlich kleiner wird, ist aber nur eine relativ geringe Änderung zu erkennen. Eine zusätzliche GFK-Schicht, die zum Teil die

inneren Thermalspannungen reduzieren kann führt hier zu keiner Erhöhung der übertragbaren Zugspannung. Durch die neuen Steifigkeitsverhältnisse kommt es nur zu einer größeren und damit ungünstigeren Belastung in der Aluminiumschicht.

Für eine Biege- anstatt der Zugbeanspruchung ändert sich die Situation, da die Lage der Schichten (innen oder außen)im Gegensatz zu der Zugbeanspruchung die Verhältnisse beeinflussen.

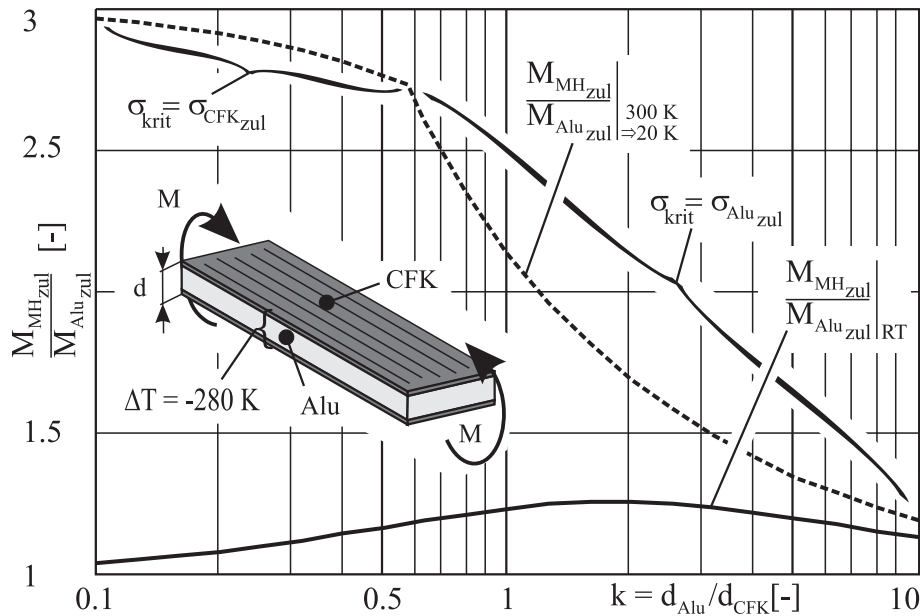


Abbildung 5.4: Mögliche Momentenübertragung bei thermalbelasteten Materialhybridwerkstoffen

In Abbildung 5.4 ist für einen Alu / CFK-HT-Aufbau (Aluminium innen) bei einer Abkühlung von 300 K auf 20 K das auf das reine Aluminium bezogene übertragbare Moment in Abhängigkeit von dem Schichtdickenverhältnis  $k$  dargestellt. Werden bei der Berechnung die Materialkennwerte bei der Ausgangstemperatur  $T_b$  (hier Raumtemperatur mit  $T_b \approx 300$  K) eingesetzt, so zeigt sich ein schwaches Maximum bei einem Schichtdickenverhältnis von ca.  $k = 2$ . Das maximale Moment ist dabei durch die Festigkeit des Aluminiums begrenzt. Wird hingegen mit den wirksamen Festigkeiten und Steifigkeiten bei 20 K sowie dem mechanisch wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha_{mw}$  für die Abkühlung von 300 K auf 20 K gerechnet, zeigt sich ein vollständig unterschiedliches Verhalten. Durch die geringeren, inneren, thermischen Spannungen können deutlich größere Momente übertragen werden. Der Maximalwert wird dazu bei reinem CFK-HT mit  $k \rightarrow 0$  erreicht, wobei die Festigkeit bis zu einem Schichtdickenverhältnis von  $k \approx 0.6$  durch den FVW darüber hinaus durch das Aluminium limitiert ist. Hier verändert die Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte, im Gegensatz zu den Verhältnissen bei Zugkraft nach Abbildung 5.3, das Verhalten deutlich.

### Verhalten der Wärmeleitfähigkeit

Bei allgemeiner gesamt-thermomechanischer Beanspruchung ist neben dem mechanischen Verhalten aus Abbildung 5.3 und 5.4 auch das thermodynamische Verhalten zu untersuchen. Wie in Abbildung 5.1 zu sehen ist kann die thermische Dehnung ja erst nach Kenntnis des Temperaturfeldes berechnet werden. Dabei ist die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  ein wesentlicher Kennwert.

Für die Forderung, eine möglichst gute Wärmeleitung zu erreichen, (z.B. Senkung der Temperatur an einer Wärmequelle) ist in Abbildung 5.5 die Wärmeleitfähigkeit des werkstoffhybriden

Alu/CFK Schichtverbundes, bezogen auf den Maximalwert der Einzelschichten, (hier Aluminium) über der Variation des Schichtdickenverhältnisses  $k$  dargestellt. Um den Temperatureinfluß deutlich zu machen ist das Verhalten für die Verhältnisse bei Raumtemperatur (RT  $\approx$  300 K) und bei 20 K zu sehen. Bemerkenswert ist die große Variationsmöglichkeit der Wärmeleitfähigkeit, zwischen Raumtemperatur und 20 K.

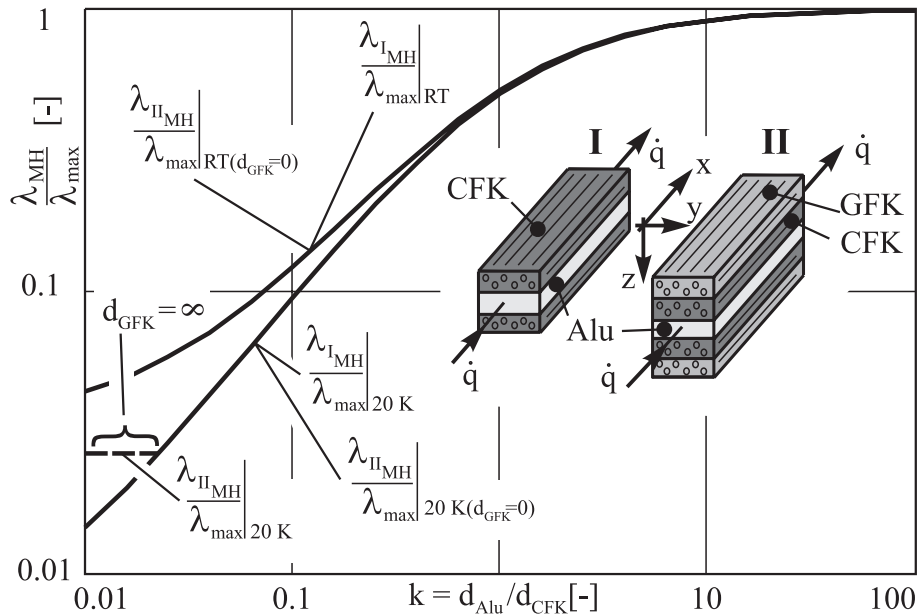


Abbildung 5.5: Variation der Wärmeleitfähigkeit bei unterschiedlichen Anteilen von Hybridwerkstoffen

Wird die Möglichkeit einer zusätzlichen GFK-Schicht genutzt, zeigt sich für die Raumtemperaturkennwerte keine und bei 20 K erst bei sehr hohen CFK-HT Anteilen eine leichte Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit.

### 5.1.2 2-D Hybridmaterialien

Für viele Anwendungen ist die Reduktion auf eine eindimensionale Betrachtungsweise eine zu starke Vereinfachung, wobei wesentliche Effekte unberücksichtigt bleiben können. Gerade für die hier betrachteten Schichtverbunde ist eine zwei- gelegentlich dreidimensionale Betrachtungsweise erforderlich. Eine wesentliche Frage stellt sich dabei bei den untersuchten großen Temperaturunterschieden, nämlich inwieweit sich die Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte auf die Ergebnisse auswirkt, bzw. welche Fehler bzw. Unterschiede bei Verwendung der Raumtemperaturkennwerte zu erwarten sind.

Wie in Abschnitt 4.1 zu sehen war, haben einzelne Kennwerte unterschiedliche Tendenzen bei der Temperaturänderung. Mit sinkenden Temperaturen erhöhen sich die mechanischen Eigenschaften wie Materialsteifigkeiten und Festigkeiten bzw. sinken die Werte der Wärmeausdehnungskoeffizienten.

#### Anstrengungen in einem Zwei-Schichtmodell

Um an einem Beispiel konkrete Aussagen machen zu können, sind in Abbildung 5.6 für ein symmetrischen Schichtaufbau eines [0, 90]-CFK-HT sowie eines [0-CFK-HT, Alu]-Laminates die

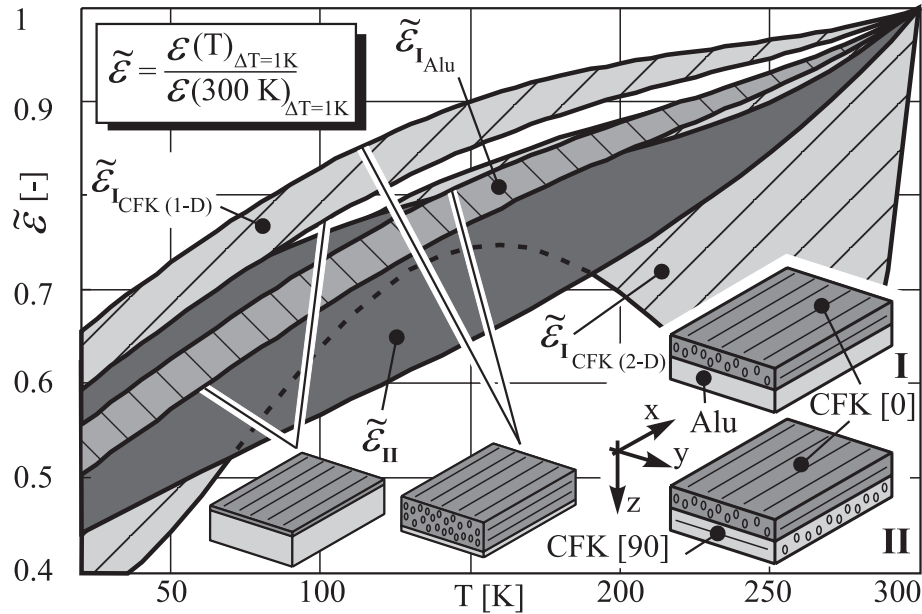


Abbildung 5.6: Bezojene Einzelschichtanstrengung bei reiner Temperaturlast

bezogenen Anstrengungswerte bei Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$  dargestellt. Beide Schichtverbunde stellen typische Anwendungen zum einen als FVW-CFK-Kreuzverbund zum anderen als Materialhybridverbund dar.

Die Berechnung wird nach dem in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Verfahren durchgeführt. Dabei wird die Anstrengung für die Faserverbundschicht nach Tsai-Hill mit Gleichung (2.15) und für das Aluminium nach Mises mit Gleichung (2.16) ausgewertet. Je nach dem gewählten Schichtdickenverhältnis  $k$  reduziert sich die bezogene Anstrengung zu kleineren Temperaturen mehr oder weniger stark. Treibende Kraft ist dabei zum einen die steigenden Festigkeiten und zum anderen die sinkenden mechanisch wirksamen Wärmeausdehnungskoeffizienten. Die Veränderung des E-Moduls führt nur zu einer vernachlässigbaren leichten Verschiebung der Traganteile, wie dies schon bei der eindimensionalen Betrachtung nach Abbildung 5.2 zu sehen war. Als wesentliche Aussage zeigt sich für die getroffenen Annahmen, daß die Anstrengung bei Vernachlässigung der Temperaturabhängigkeit mehr oder weniger konservativ gegenüber der wirklichen Situation berechnet werden. Diese Aussage ist natürlich nicht allgemeingültig, da sich mögliche äußere, mechanische Lasten den inneren überlagern, so daß sich für die Gesamtbeanspruchung andere Anstrengungen ergeben. Für den Fall I wurden die Anstrengungen zusätzlich bei nur eindimensionaler Kopplung in  $x$ -Richtung und Vernachlässigung der Kopplung in  $y$ -Richtung berechnet. Für die Werte in der Aluminiumschicht zeigen sich je nach Dickenverhältnis  $k$  keine Unterschiede. Für die CFK-Schicht kommt es durch die orthotropen Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften wie erwartet zu deutlichen Unterschieden, so daß eine Reduktion auf eine Richtung für die FVW nicht zulässig ist.

### Thermomechanik eines Vier-Schichtmodells

Um detailliertere Aussagen gerade auch bei thermodynamischen Randbedingungen über das Verhalten von FVW-Schichtverbunden zu erhalten, wird ein symmetrisches  $[0, 90]$ -CFK-HT Laminat mit thermischen Randbedingungen 1. und 3. Art nach Abbildung 5.7 untersucht. Die gewählten Randbedingungen soll die Situation eines Faserverbundtanks beim Befüllen mit flüssigem Wasserstoff mit einer Temperatur von 20 K beschreiben. Wegen des guten Wärme-



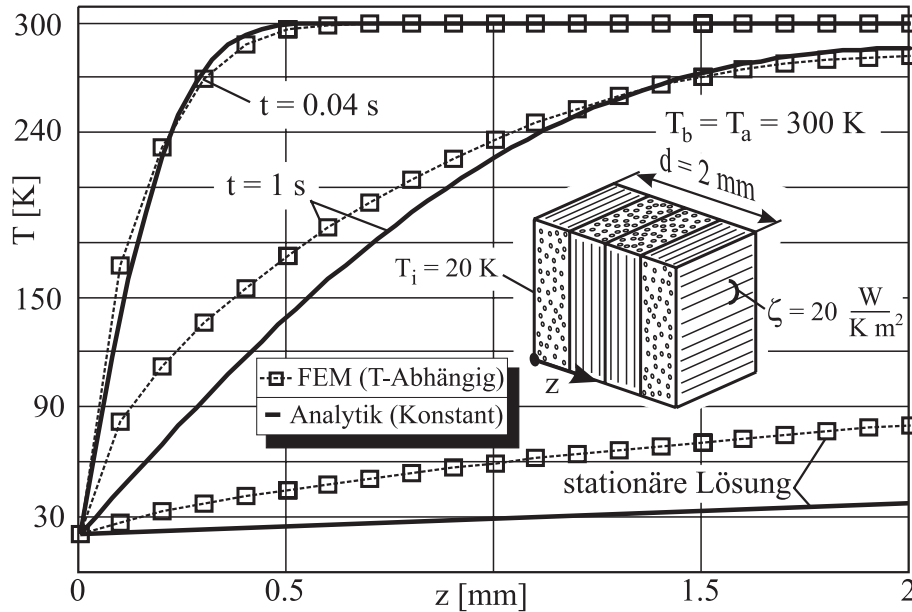


Abbildung 5.7: Dynamische Temperaturverteilung bei Randbedingung 1. und 3. Art eines CFK-HT-Laminates

übergangs des flüssigen Wasserstoffs kann vereinfacht innen eine Temperaturrandbedingung  $T_i = 20 \text{ K}$  angenommen werden. Außen soll mit einem Wärmeübergangskoeffizienten  $\zeta$  der Übergang zu einer Isolierung nachgebildet werden. Zu Beginn vor dem Befüllen soll der Tank Raumtemperatur mit  $T_b \approx 300 \text{ K}$  besitzen.

Die Lösung des zeitlich veränderten Temperaturfeldes in  $z$ -Richtung bei konstanten Kennwerten und den gegebenen Randbedingungen kann aus dem eindimensionalen Wärmeleitproblem abgeleitet werden. Damit gilt Gleichung (2.25), da für die thermodynamische Lösung das Laminat in  $z$ -Richtung ein Einstoffgebiet darstellt. Diese Lösungen sind für die gegebenen Randbedingungen exakt und sind identisch der Lösung aus der FEM. Zusätzlich sind auch die Lösungen für temperaturabhängige Materialkennwerte nach der FEM-Methode dargestellt. Für sehr kurze Zeiten sind beide Lösungen praktisch identisch. Für längere Zeiten sowie der stationären Lösung sind deutliche Abweichungen zu erkennen. Die stationäre Lösung ist auch wie in Abschnitt 2.6.2 gezeigt nach Gleichung (2.61) mit  $\zeta_i \rightarrow \infty$  in diesem Fall analytisch zu lösen.

Je nach dem Zeitpunkt  $t$  und damit wirksamen Temperaturfeld, stellt sich ein unterschiedlicher innerer Spannungszustand ein. Als wirksame Temperaturdifferenz  $\Delta T$  ist die Differenz der lokalen Temperatur  $T = T(z, t)$  und der Aushärtetemperatur hier die Temperatur  $T_A = 400 \text{ K}$  im Autoklavprozeß mit  $\Delta T = T(z, t) - T_A$  einzusetzen.

In Abbildung 5.8 sind die Spannungen in Faserrichtung  $\sigma_{\parallel}$  und senkrecht dazu  $\sigma_{\perp}$  der einzelnen Schichten für verschiedene Zeiten und den stationären Zustand dargestellt. Die analytische Lösung ist für konstante Materialkennwerte nach Gleichung (2.13) mit der Lösung der Grundgleichung (2.3) ausgewertet worden. Für den nichtlinearen Temperaturverlauf gerade zu kleinen Zeiten  $t$  war zu klären, ob die Annahmen aus der CLT (im Wesentlichen die Voraussetzung des über der Dicke linearen Dehnungsansatzes) weiter Gültigkeit haben. Bei der Berechnung nach der FEM-Methode mit 3-D Volumenelementen zeigten sich in diesem Fall im Vergleich zu der analytischen Lösung fast keine Unterschiede. Die Ergebnisse der FEM wurden daher nur für die Berechnung bei Berücksichtigung der temperaturabhängigen Materialkennwerten verwendet, da hierfür keine analytischen Lösungen gefunden wurde. Selbst diese Unterschiede zwischen der analytischen (Konstante Kennwerte) und der FEM-Lösung (Berücksichtigung der Tempe-

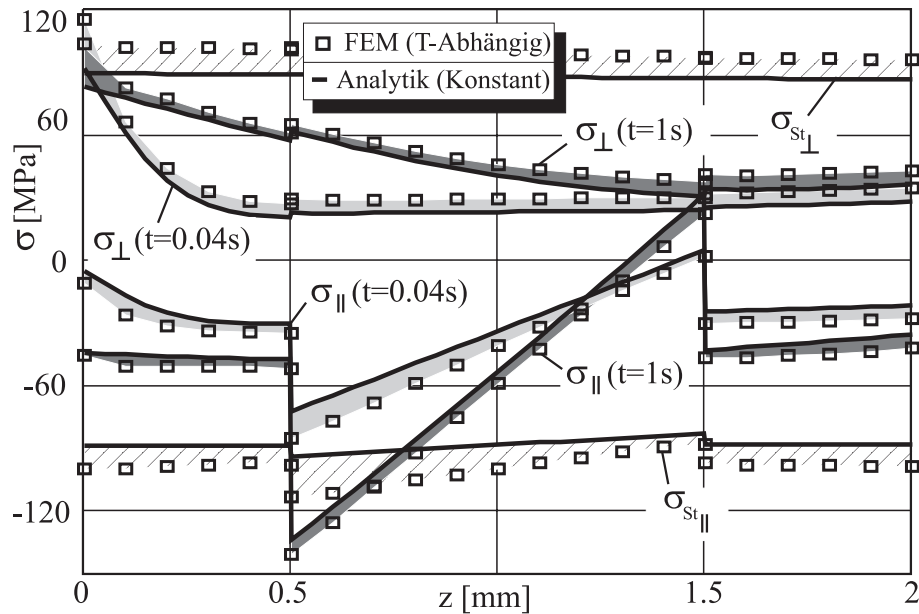


Abbildung 5.8: Spannungsverlauf im CFK-HT Verbund bei Randbedingungen 1. und 3. Art

raturabhängigkeit) sind aber auch relativ gering. Die leichte Erhöhung der Spannungsbeträge – insbesondere im stationären Zustand – ist im wesentlichen auf den mit sinkender Temperatur steigenden E-Modul  $E_{\perp}$  zurückzuführen.

Zu dem relativ geringen Einfluß der Temperaturabhängigkeit sind aber deutliche Unterschiede im Verlauf der Spannungen zu den verschiedenen Zeiten erkennbar. Durch das zeitabhängige Temperaturfeld werden so völlig unterschiedliche innere Spannungszustände induziert.

Besonders interessant ist, daß Zeitpunkte existieren, bei denen lokal betragsmäßig größere Spannungen herrschen als bei der stationären Lösung bzw. es sogar zu einem Vorzeichenwechsel bei den Spannungen kommen kann. Ursache ist das thermische Moment  $m_{th}$ , daß durch die Temperaturverteilung zu kleinen Zeiten größer als im stationären Zustand ist und so lokale Spannungsüberhöhungen trotz der geringeren wirksamen Temperaturdifferenz  $\Delta T$  möglich sind.

### Thermomechanik eines Zwei-Schichtmodells

Um weitere Aussagen über das Verhalten von FVW-Schichtverbunden in dynamischen Temperaturfeldern zu gewinnen wurde das Verhalten des gleichen Laminats wie in Abbildung 5.7 bei einer Gesamtabkühlung und einem Wärmeübergangskoeffizienten  $\zeta$  untersucht. Durch die Symmetrie zur Mittelfläche kann das Problem auf die Halbe Laminatdicke reduziert werden. Dabei kann für konstante Materialkennwerte das Temperaturfeld nach Gleichung (2.31) berechnet werden, das sich die Berechnungen auf die Randbedingung 2. und 3. Art zurückführen lassen mit  $\dot{q}(z = d/2) \equiv 0$ . Auf die Temperaturverteilung wird nicht näher eingegangen, da auch die Temperaturabhängigkeit der thermischen Materialkennwerte im Vergleich mit den vorangegangenen Modellen fast keinen Einfluß hat.

In Abbildung 5.9 sind die Spannungen im Schichtverbund für die analytische Lösung und nach der FEM-Methode bei temperaturabhängigen Kennwerten dargestellt.

Ähnlich dem vorangegangenen Beispiel sind die Einflüsse bei Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit gering und hauptsächlich auf den mit sinkender Temperatur steigenden E-Modul  $E_{\perp}$  zurückzuführen. Im Gegensatz dazu zeigt sich bei den Spannungsverläufen zu unterschiedlichen Zeiten keine großen Unterschiede bei den Verlaufsformen. Vielmehr kommt es zu einem

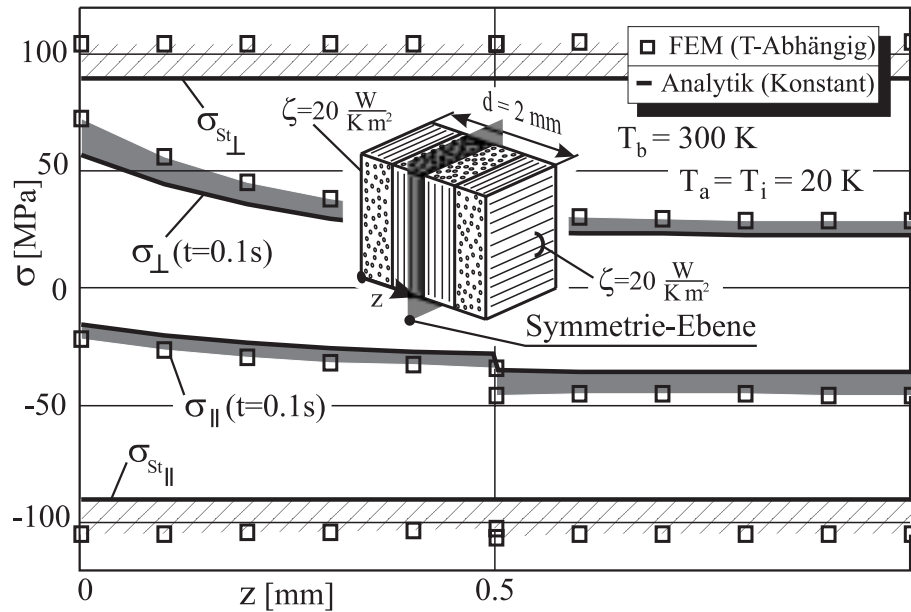


Abbildung 5.9: Spannungsverlauf im CFK-HT Verbund bei Randbedingungen 2. und 3. Art

Übergang von der Anfangsbedingung mit einer Gesamttemperaturlast von  $\Delta T = -100$  K zu dem stationären Endzustand mit einer Gesamttemperaturlast von  $\Delta T = -380$  K und einem Anstieg der Spannungen  $\sigma_{\perp} = |\sigma_{\parallel}| > 0$ . Dies ist durch die Symmetrie bei Thermodynamik und Strukturmechanik für diesen Fall zu erklären, so daß das thermische Moment systembedingt immer  $m_{th} \equiv 0$  ist.

### Thermomechanik eines materialhybriden Fünf-Schichtmodells

Zusätzlich zu dem reinen FVW sollen hier auch materialhybride Aufbauten untersucht werden. Gerade im Bereich der kryogenen Tanksysteme werden aus Gründen der Durchlässigkeit, Dichtigkeit bzw. Verträglichkeit zusätzlich als innerste Schicht ein dünner metallischer Mantel – der sogenannte Liner – verwendet. Um den Einfluß dieser zusätzlichen Metallschicht (hier eine Aluminiumschicht) abzuschätzen, wurde wie in Abbildung 5.10 zu sehen, das schon verwendete 4-Schichtsystem erweitert. Da für diesen Fall direkt keine analytische Lösung verfügbar war, wurde der Fall aus der Lösung für das Einstoffgebiet mit der Randbedingung 1. und 3. Art nach der schon verwendeten Gleichung (2.25) aufgebaut. Mit der Analogiebetrachtung aus der Wärmeleitung für den stationären Fall c) bei Materialhybriden Schichtverbunden aus Abschnitt 2.3.2 kann die Temperaturverteilung in der Aluminiumschicht in dem vorliegenden Fall durch die konstante Randtemperatur angenähert werden. In Abbildung 5.10 sind die Spannungsverläufe in den Einzelschichten (für den Faserverbund im lokalen Schichtkoordinatensystem für das Aluminium im globalen  $x$ - $y$ -System) nach der analytischen Lösung mit konstanten Materialkennwerten und nach der FEM-Methode mit temperaturabhängigen Kennwerten dargestellt. Auch hier sind die Unterschiede zwischen der Analytik und der 3-dimensionalen FEM-Rechnung mit den berücksichtigten temperaturbedingten Eigenschaftsänderungen sehr gering. Durch den unsymmetrischen Schichtaufbau werden schon bei einer über der Dicke konstanten Temperaturdifferenz  $\Delta T$  wie sie für die Anfangs- und stationäre Endbedingung dominant sind, thermische Momente  $m_{th}$  erzeugt. Die zusätzlichen thermischen Momente im transienten Zustand zum Zeitpunkt  $t = 0.6$  s bewirken somit keine so deutlichen Änderung im Spannungsverlauf zu dem stationären Zustand wie dies bei dem Beispiel aus Abbildung 5.8 zu sehen war. Die Span-

nungsüberhöhung der inneren [0]-Schichten im transienten Zustand ist aber auch hier noch zu erkennen.

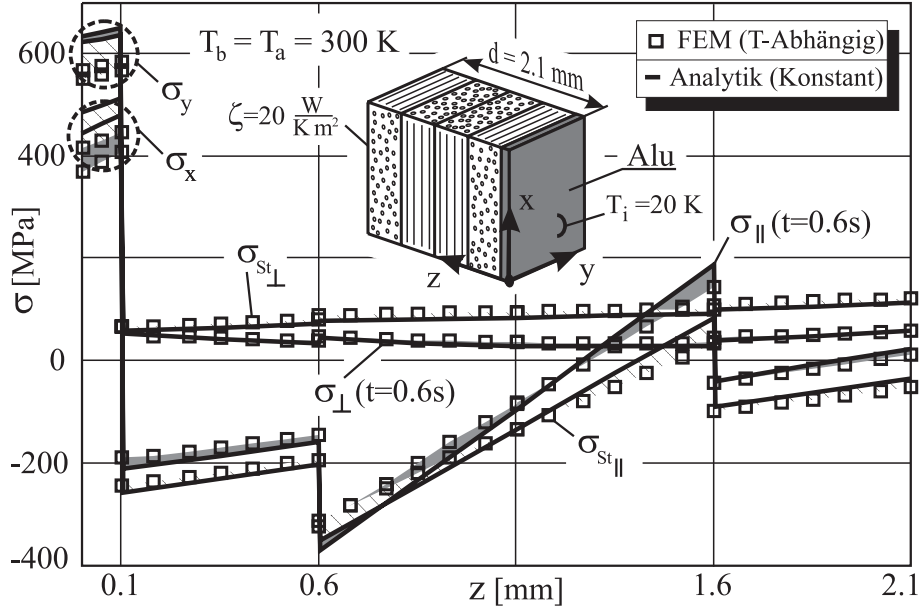


Abbildung 5.10: Spannungsverlauf eines thermodynamisch belasteten Materialhybridverbundes

Durch die dünne Aluminiumschicht kommt es zu einem erheblichen Anstieg der Faserparallelen Druckspannungen im Vergleich zu den Ergebnissen nach Abbildung 5.8. Für die Aluminiumschicht selbst treten Zugspannungen nahe der Fließgrenze auf. Diese Situation bestätigt auch das beobachtete Phänomen, daß es zum lokalen Ablösen und damit zum Druckbeulen bei kryogenen Tanksystemen nach mehreren Betankungszyklen kommen kann. Durch die zusätzlichen Lasten aus Innendruck kommt es zum Plastifizieren und nach Entlastung und Erwärmung zur überkritischen Druckspannung im Aluminium.

### Verhalten der Wärmeleitfähigkeit

Neben den thermal erzeugten mechanischen Spannungen ist gerade für den stationären Thermalzustand die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Interesse. Die Wärmeströme sind bei Kenntnis dieses Kennwertes einfach zu ermitteln. Für die Randbedingungen wie sie in Abbildung 5.10 zu sehen sind ergibt sich ein eindimensionales Wärmeleitproblem. Zur Lösung (mit Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit) kann das für ein Einstoffgebiet dargestellte Verfahren in Abschnitt 2.6.2 erweitert werden. Die Lösung für die Wärmeleitfähigkeit in  $z$ -Richtung  $\lambda_{zMH}$  soll aber hier nicht weiter untersucht werden.

Vielmehr soll die Wärmeleitung in der  $x$ -Richtung unter der Berücksichtigung des Einflusses von zweidimensionalen Effekten betrachtet werden. Ähnlich zu den Ergebnissen in Abbildung 5.5 gelten für die Randbedingungen 1. und 3. Art nach Abbildung 5.11 analytisch vereinfacht für die Wärmeströme:

$$\frac{\dot{Q}}{b d} = \dot{q} = \frac{T_a - T_i}{\frac{1}{\zeta} + \frac{L}{\lambda_{MH T_A}}} \approx \frac{T_a - T_i}{d} \sum_{p=1}^r \frac{d_p}{\frac{1}{\zeta} + \frac{L}{\lambda_{p T_A}}} \quad (5.3)$$

Da die Materialkennwerte eine deutliche Temperaturabhängigkeit besitzen, müssen die für den Temperaturbereich gemittelten Wärmeleitfähigkeiten  $\lambda_{p T_A} = \bar{\lambda}$  nach Gleichung (2.57) eingesetzt werden.

Für die zwei Schichten nach Abbildung 5.11 kann somit für die materialhybride Wärmeleitfähigkeit  $\lambda_{MH}$  in Abhängigkeit des Schichtdickenverhältnisses für die Kombination Alu/CFK  $k = d_{Alu}/d_{CFK}$  bzw. die Kombination Titan/CFK  $k = d_{Titan}/d_{CFK}$  geschrieben werden:

$$\lambda_{MH_{TA}} = \frac{L}{\frac{k+1}{k \frac{\lambda_{Alu/Titan_{TA}}}{L + \frac{\lambda_{Alu/Titan_{TA}}}{\zeta}} + \frac{\lambda_{CFK_{TA}}}{L + \frac{\lambda_{CFK_{TA}}}{\zeta}}} - \frac{1}{\zeta}} \quad (5.4)$$

In Abbildung 5.11 sind neben den analytischen Ergebnissen nach Gleichung (5.4) die Ergebnisse aus einer FEM-Berechnung für verschiedene Schichtdickenverhältnisse dargestellt.

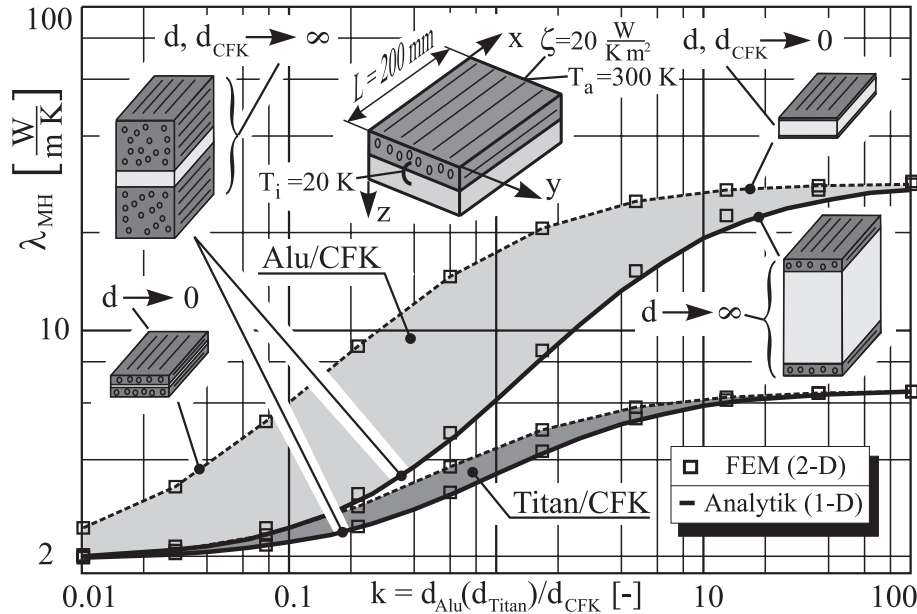


Abbildung 5.11: Wärmeleitfähigkeit bei verschiedenen Anteilen in Materialhybridverbunde

Bei den Ergebnissen nach der FEM-Berechnung werden je nach Dicke  $d$  zusätzliche Randeﬀekte wirksam. Es handelt sich dabei um einen schon in Abschnitt 2.1 genannten lokalen Eﬀekt, der durch die Randbedingungen ein zweidimensionales Wärmestrom- und Temperaturfeld in der  $x$ - $z$ -Ebene bewirkt. Für sehr große Dicken sind die Vereinfachungen aus der Analytik exakt gültig. Für Gesamtdicken bis 20 mm zeigt sich in diesem Beispiel gerade bei der Kombination Alu/CFK, daß dieser Randeﬀekt zu einer signifikanten Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit führt (ca. Faktor 2 bei  $k \approx 1$ ) und somit im allgemeinen berücksichtigt werden muß.

### 5.1.3 3-D Hybridmaterialien

Bei der Betrachtung von dreidimensionalen Hybridmaterialien sind zwei grundsätzliche Tendenzen gegenüber ein- bzw. zweidimensionaler Betrachtung festzustellen. Zum einen steigt der Aufwand, um eine analytische, (falls diese überhaupt gefunden werden kann) oder numerische Beschreibung zu finden. Zum anderen wird es immer schwieriger, allgemeingültige Aussagen abzuleiten. Durch die steigende Kombinationsmöglichkeiten bei Geometrie, Materialkombination und Randbedingungen kommt es zu einer Komplexität, die schwer einen klaren Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung erkennbar macht. Zudem ist bei den dreidimensionalen Eﬀekten wie schon in Abschnitt 2.1 zwischen globalen und lokalen Phänomenen zu unterscheiden.

In [42] sind dazu an einem FEM-Modell einer symmetrischen zweischnittigen Verklebung von zugbelasteten Laschen unter thermomechanischer Belastung die Ergebnisse ausgewertet worden. Ziel war es durch Variation der Geometrie und Materialwahl in der Klebeschicht die interlaminaren Schubspannungen einer Aluminium-CFK-HT-Verbindung zu reduzieren. Als thermische Randbedingung wurde eine symmetrische Abkühlung der Gesamtverbindung mit einem Wärmeübergang  $\zeta$  zugrunde gelegt.

Wie auch bei den Ergebnissen aus den zweidimensionalen Schichtverbunden mit symmetrischen Randbedingungen aus Abschnitt 5.1.2 zu sehen war, werden grundsätzlich die größten Belastungen im stationären Zustand erreicht. Die maximale interlaminare Schubspannung  $\tau_{ILS}$  ist als Randeffect stark von der Situation am freien Rand geprägt. Bei Untersuchungen mit veränderter Geometrie in Form von Schäftungen außen bzw. innen zeigt sich dies als eine wirksame Methode zur Lastreduktion. Eine zusätzliche GFK-Zwischenschicht führte auch zur einer Entlastung (siehe dazu die Ergebnisse in Abbildung 5.12).

Aufbauend auf dieser Arbeit wurde in [43] ein Verbindungselement untersucht. Für verschiedene Material- und Geometriekombinationen wurden die Belastungen mit Hilfe der FEM-Methode und analytischer Ansätze ausgewertet und verglichen. Als mechanische Randbedingungen wurde eine Zugkraft, als thermische Randbedingungen ein stationäres Temperaturfeld mit einer Differenztemperatur zwischen beiden Rändern aufgebracht. Können mit vereinfachenden analytischen Beziehungen die Verhältnisse aufgrund der mechanischen Zugbeanspruchung gut wiedergegeben werden, bilden sich durch die Thermallasten die inneren Kraftgrößen mit deutlichen räumlichen Gradienten aus. Für eine kombinierte thermomechanische Belastung zeigen sich so zusätzliche Effekte, die durch die Reduktion auf ein Linienelement verdeckt werden. Globale Grundtendenzen wie sie in Abschnitt 5.1.1 für die 1-D Hybridmaterialien aufgestellt worden sind bleiben natürlich auch hier gültig.

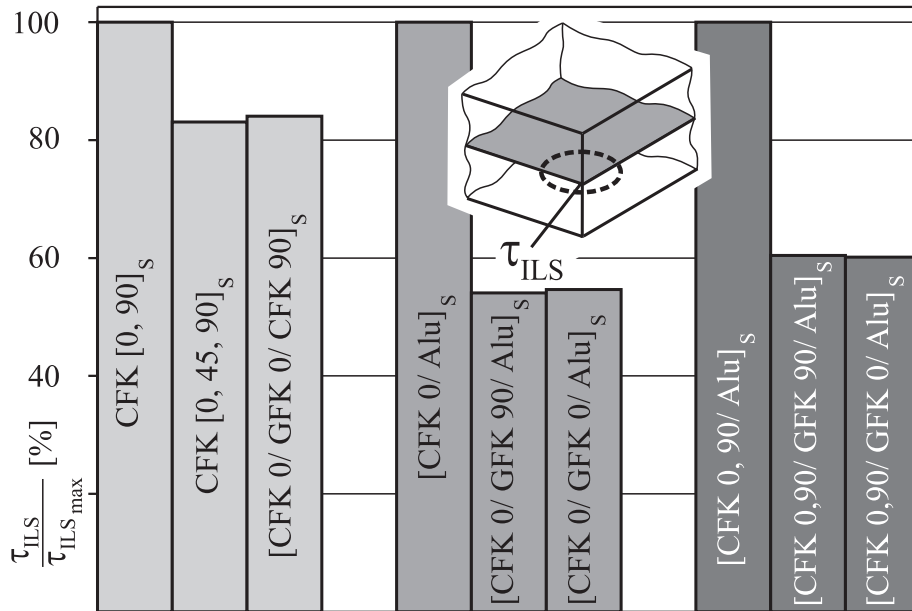


Abbildung 5.12: Interlaminare Randschubspannung verschiedener Schichtverbunde

Um neben den beschriebenen Tendenzen, die aus den beiden oben genannten Arbeiten abgeleitet wurden auch qualitative Effekte der 3-D Hybridmaterialien zu beschreiben, sind in Abbildung 5.12 die relativen Änderungen der maximalen interlaminaren Schubspannungen  $\tau_{ILS}$  für verschiedene Schichtverbunde einander gegenübergestellt. Hier handelt es sich um einen lokalen Effekt, der relativ rasch abklingt und so das globale Verhalten nicht beeinflusst, aber für den

Randbereich durch die zum Teil sehr hohen Beanspruchung kritisch und damit dominierend sein kann. Wie in Abbildung 5.12 an der Skizze zu erkennen ist, treten die kritischen Werte an der freien Ecke des Schichtverbundes auf.

Für die dreidimensionale lineare FEM-Berechnung mit Materialkennwerten bei Raumtemperatur wurden jeweils gleiche Einzelschichtdicken mit  $d = 0.15$  mm untersucht. Berechnet wurde bei einem CFK-HT [0,90]-Verbund und einem materialhybriden Aufbau aus [CFK-HT/Alu] der Einfluß zusätzlicher Schichten aus CFK bzw. GFK. Wie an den Ergebnissen zu erkennen ist, führt das Einbringen der hier gewählten zusätzlichen Schicht in jedem Fall zu einer Reduktion der interlaminaren Schubspannung. Besonders deutlich ist dieser Einfluß mit ca. 40 % bei der Kombination [CFK 0/ Alu] zu erkennen. Die Orientierung der GFK-Zwischenschicht ist dabei unerheblich für das Ergebnis. Für die Kombination [CFK 0,90/ Alu] ist fast das gleiche Verhalten festzustellen, wobei die Reduktion nicht ganz so groß ausfällt.

Die Reduktion der Randschubspannung durch die GFK-Schicht ist hauptsächlich durch zwei mögliche Ursachen zu erklären. Zum einen kann die veränderte Steifigkeit, zum anderen der veränderte Wärmeausdehnungskoeffizient Ursache für die Reduktion sein. Ein Vergleich an dem [0/90]-CFK-Laminat mit einer Epoxy-Schicht und ähnlicher Reduktion (mit einem deutlich größerem Wärmeausdehnungskoeffizient  $\alpha$  als GFK) anstelle der GFK-Schicht stützt die Vermutung, daß eine „weiche“ Zwischenschicht den Haupteinfluß ausübt.

Bewußt wurden bei den Spannungen in Abbildung 5.12 keine Absolutwerte angegeben, da, wie bereits besprochen, die Werte sehr stark von den jeweiligen Verhältnissen der Geometrie und Materialwahl abhängig sind. Zudem können durch die zum Teil hohen Schubbeanspruchungen nichtlineare Materialeffekte in den Vordergrund treten, die hier mit einem vereinfachten linearen Materialgesetz nicht berücksichtigt werden können.

Unabhängig von realen Werten ist aber grundsätzlich zu erkennen, daß durch geeignete Wahl des Schichtaufbaus die interlaminare Schubspannung in den Randbereichen deutlich beeinflußt und wie im Beispiel signifikant reduziert werden kann.

#### 5.1.4 Bauteil(e)

Für die realen Bauteile gibt es gegenüber den verwendeten analytischen oder numerischen Modellen grundsätzlich keine Unterscheidung bei der wirksamen Dimension, da sie formal immer dreidimensional bezüglich Geometrie und Belastung sind. Um den Modellierungsaufwand aber möglichst gering zu halten ist je nach dem gesuchten Effekt nur in seltenen Fällen eine komplette dreidimensionale Modellierung notwendig.

In Abbildung 5.13 ist exemplarisch ein Tank mit einem Anschlußelement dargestellt. Die verschiedenen Bereiche sind hier beispielhaft für die mechanische Berechnung verschiedenen Modellierungsarten zugeordnet. Sind in der Regel die Verformungs- und Spannungszustände im Flansch- bzw. Krafteinleitungsbereich nur durch eine dreidimensionale Betrachtung zu bestimmen, können der ungestörte Schalenbereich sowie das Verbindungselement durch Vereinfachung auf ein zwei- bzw. eindimensionales Modell reduziert werden.

Wie schon in Abschnitt 5.1.2 dargelegt, sind aber je nach Problembeschreibung zwischen der Bedingung für die mechanische bzw. thermodynamische Lösung zu unterscheiden. So ist in den gezeigten Beispielen für die 2-D Hybridmaterialien in Abbildung 5.7 bis 5.10 nur bei der mechanischen Lösung eine zweidimensionale Beschreibung notwendig, wohingegen der thermodynamischen Berechnung der Temperaturverteilung ein eindimensionales Modell zugrunde liegt. Bei der konkreten Berechnung von Strukturbauteilen ergeben sich, wie gezeigt wurde,

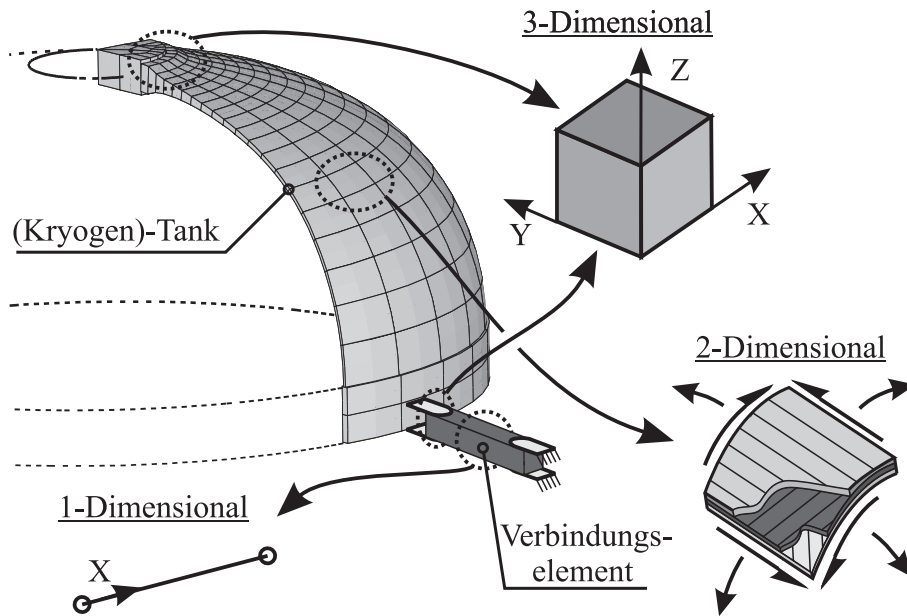


Abbildung 5.13: Mögliche Vereinfachungen am realen Bauteil

je nach Fragestellung eine Reihe von Bereichen, die sehr unterschiedlich zu bewerten sind. Bei multiphysikalischer Betrachtung ist ja auch noch je nach physikalischem Problem zu unterscheiden. Aus den Lösungsmöglichkeiten der verschiedenen physikalischen Disziplinen steht damit aber auch meist eine große Palette an Modellen zur Verfügung. Der richtige Ansatz kann damit sehr wirkungsvoll und effektiv durch geeignete Verknüpfung die Gesamtsituation beschreiben.

## 5.2 Diskrete Gradientenwerkstoffe

Bei den materialhybriden Schichtverbunden und Bauteilen sind neben den globalen auch lokale Materialkombinationen denkbar. Diese sogenannten Gradientenwerkstoffe bieten eine Reihe von neuen Einsatzmöglichkeiten. Eine der ersten Anwendungen waren keramisch-metallische Hitzeschilder, die als „Functionally Gradient“-Materialien durch einen kontinuierlichen Übergang von Keramik zu Metall realisiert wurden. Dieser Gedanke wurde auch auf die Faserverbunde übertragen, und zwar zum einen in Form von thermoplastischen Fasern zum anderen durch örtliche Variation des Faserwinkels. Auf diese kontinuierlichen Gradientenwerkstoffe soll hier nicht näher eingegangen werden. Für konkrete Anwendungen sei auf [43] verwiesen.

Neben den kontinuierlichen Gradientenwerkstoffen, die durch besondere Herstellprozesse in gewisser Weise immer „Exoten“ sind, haben diskrete Gradientenwerkstoffe ein deutlich größeres Anwendungsgebiet. Die reinen FVW, die ja auch schon als Schichtverbunde mit unterschiedlichen Schichtwinkeln und orthotropem Materialgesetz Gradienteneigenschaften besitzen, sollen hier nicht unter diesem Werkstofftyp verstanden werden.

Gerade bei der Herstellung der FVW-Schichtverbunde bietet sich sehr einfach die Möglichkeit, lokal materialhybride Gradientenwerkstoffe zu erzeugen, da die verschiedenen Materialien beim Schichtaufbau direkt integriert werden können. Dabei können sowohl die mechanischen, wie die thermodynamischen Eigenschaften beeinflusst werden. In Abbildung 5.14 sind dazu einige Beispiele zusammengestellt.

Das in Abbildung 5.14 a) dargestellte sehr wirkungsvolle Prinzip, die Zwischenschichtschubspannung bei Temperaturbeanspruchung zweier sehr ungleicher Partner durch eine zusätzliche



Schicht zu Reduzieren wurde schon in Abbildung 5.12 qualitativ ausgewertet. Da es sich hier um einen lokalen Effekt handelt, wobei die Schubspannungen sehr schnell vom freien Rand nach innen abklingen, kann die Ausgleichsschicht wie angedeutet auch auf diesen Bereich beschränkt werden.

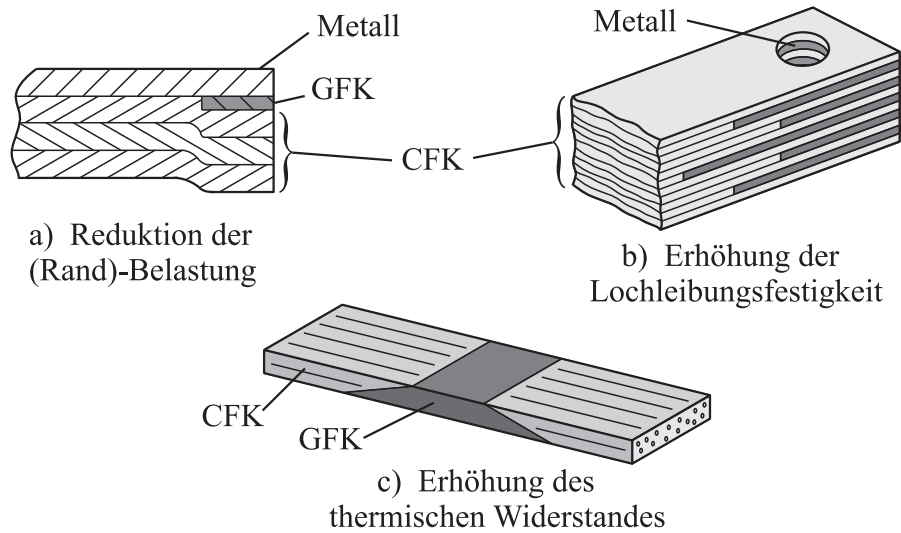


Abbildung 5.14: Beispiele zu diskreten Gradientenwerkstoffen

Neben der Möglichkeit der Spannungsreduktion durch diskrete Zusatzschichten spielt gerade das Problem der Krafteinleitung bei den FVW eine große Rolle. Insbesondere bei den Bolzenverbindungen ist dabei normalerweise ein erheblicher konstruktiver Aufwand nötig um FVW-Übergänge zu schaffen, die es erlauben die hohen Festigkeiten der FVW zu nutzen. Auch hier können lokal eingebrachte Verstärkungen, die gerade im Lasteinleitungsbereich durch hochfeste, isotrope Werkstoffe die Beanspruchung großflächiger verteilen, wie sie in Abbildung 5.14 b) gezeigt sind, den Aufwand reduzieren. Ein weiteres interessantes Anwendungsgebiet durch geeignete lokale Materialkombination ist das bewußte Einstellen des thermischen Ausdehnungsverhaltens, das z.B. in [7] beschrieben wird.

Zu den Verbesserungen der mechanischen Eigenschaften durch gezielte lokale Materialkombinationen in Form von diskreten Gradientenwerkstoffen können natürlich auch die thermischen Eigenschaften beeinflusst werden. Gerade die bewußte Veränderung der Wärmeleitfähigkeit in einem Strukturbauteil ist eine interessante Anwendung. In Abbildung 5.14 c) ist ein Beispiel gezeigt, wie durch geeignete Materialkombination der thermische Widerstand deutlich erhöht werden kann, ohne für das Gesamtsystem das Festigkeits- oder Steifigkeitsverhalten stark zu verändern.

Auf einen Zusammenhang soll an dieser Stelle besonders hingewiesen werden. Sind nicht nur globale Temperaturbeanspruchungen  $\Delta T$  für die Gesamtstruktur wirksam, sondern werden auch thermodynamische Effekte untersucht, so ist die Interaktion zwischen dem geänderten Temperaturfeld und der Spannungsverteilung zu berücksichtigen. Durch Änderung des lokalen Schichtaufbaus werden nämlich nicht nur die Schichtsteifigkeiten und damit die Schichtspannungen aufgrund der äußeren mechanischen Lasten beeinflusst, sondern auch die thermischen Dehnungen, da ja auch das Temperaturfeld beeinflusst wird. Diese Interaktion ist zwar nicht auf die diskreten Gradientenwerkstoffe beschränkt und betrifft grundsätzlich auch die allgemeinen materialhybriden Schichtverbunde aus Abschnitt 5.1, hat aber hier eine besondere Bedeutung durch die stärker genutzte Materialvariation.

Um neben den grundsätzlich in Abbildung 5.14 gezeigten Möglichkeiten, weitere Aussagen zu einer möglichen Anwendung der diskreten Gradientenwerkstoffe zu erhalten, wurde in [43] ein Verbindungselement, wie in Abbildung 5.13 dargestellt, unter mechanischer und thermostatischer Beanspruchung mit verschiedenen Material- und Geometriekombinationen untersucht und gegenüber einem Referenzmodell bewertet. Dabei zeigt sich, daß für die unterschiedlichen physikalischen Disziplinen der Strukturmechanik und Thermodynamik, wie zu erwarten war, die Einflüsse sehr unterschiedlich sind. Um die zum Teil gegenläufigen Effekte in einem Gesamtzusammenhang zu sehen und zu bewerten bzw. die oben genannte Interaktion von thermischen und mechanischen Feldern bezüglich der gesuchten Eigenschaftsverbesserung mitzubersichtigen, sind geeignete Werkzeuge zur Beurteilung notwendig. Daher soll kurz im nächsten Abschnitt 5.3 auf die Möglichkeiten und Probleme unter den besonderen Bedingungen eingegangen werden.

## 5.3 Optimierung

Das gesamte Thema der Optimierung materialhybrider Schichtverbunde unter thermomechanischer Beanspruchung stellt für sich ein sehr komplexes Gebiet dar, und die allgemeine Beschreibung würde hier den Rahmen der Arbeit sprengen. Dennoch sollen einige Teilaspekte, die am Rande bearbeitet wurden diskutiert werden. Gerade durch geeignete Optimierungsverfahren können die aufgezeigten Einsatzpotentiale der Schichtverbunde, insbesondere bei multiphysikalischer Betrachtung, erst konsequent genutzt werden.

Für die Lösung des Optimierungsproblems stehen an sich eine Reihe von Optimierungsverfahren zur Verfügung. Das weit verbreitete Gradientenverfahren zeigt hier aber einige Mängel bei der praktischen Lösung. Dabei soll nicht der Eindruck erweckt werden, daß dieses Optimierungsverfahren grundsätzlich nicht anwendbar ist. Einige Besonderheiten führen aber zu Einschränkungen, oder unbefriedigenden Ergebnissen bei der hier behandelten Problemgruppe.

### 5.3.1 Optimierung am Beispiel einer GFK-Thermodrillplatte

Anhand eines konkreten Optimierungsbeispiels sollen diese Besonderheiten deutlich gemacht werden.

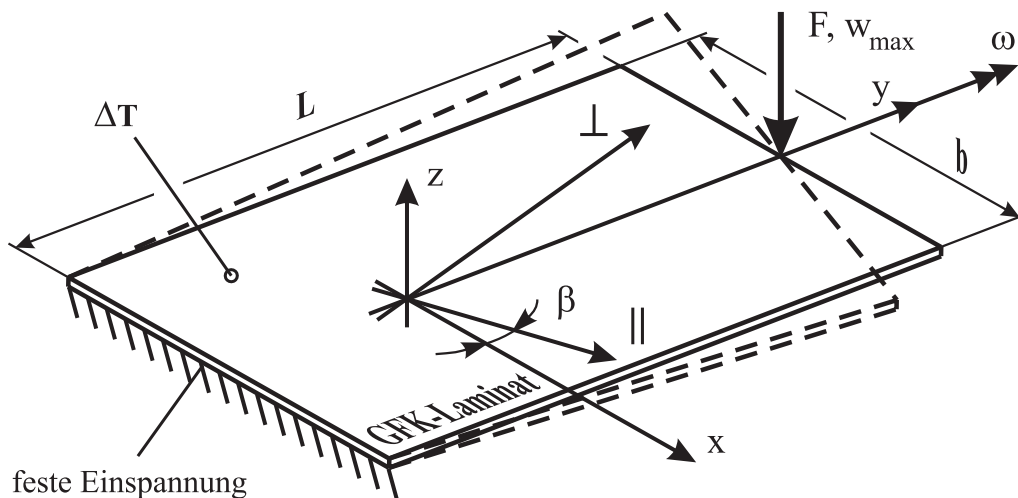


Abbildung 5.15: Skizze zu dem Optimierungsbeispiel einer „Thermo-Drill-Platte“

Als Optimierungsaufgabe soll nach Abbildung 5.15 eine GFK-Laminatplatte der Länge  $L$  und Breite  $b$  ausgelegt werden. Dabei ist der Lagenaufbau so zu wählen, daß bei einer Gesamttemperaturlast  $\Delta T$  ein maximaler Verdrehwinkel  $\omega$  am Ende bei  $y = L$  entsteht. Als Nebenbedingung soll eine maximale Verschiebung  $w_{max}$  bei der Kraft  $F$  nicht überschritten werden.

### Analytische Beziehungen nach der CLT

Wie sich bei Berechnungen nach der CLT zeigt, ist für eine maximale Drillung  $[\kappa_{xy}]_3$ , und die damit maximale Verdrehung  $\omega$  bei Thermalbeanspruchung  $\Delta T$ , grundsätzlich ein antimetrischer Lagenaufbau nach der Art  $[\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p, -\beta_p, \dots, -\beta_2, -\beta_1]$  zu wählen. Treibende Kraft sind die thermischen Kraft- und Momentenflüsse. Zum einen erzeugt das thermische Torsionsmoment  $m_{th_{xy}}$  direkt, zum anderen erzeugen die thermischen Kräfte  $n_{th_x}$  und  $n_{th_y}$  indirekt, über eine Zug-Schub-Kopplung die Verformung  $\omega$ . Ohne Beachtung der Nebenbedingung führt theoretisch ein möglichst dünnes Zweischichtlaminat mit der Schichtfolge  $[+45, -45]$  bzw.  $[-45, +45]$  (je nach gewünschter Drillrichtung  $-\omega$  oder  $+\omega$  bei  $\Delta T < 0$ ) zur maximalen Verdrehung.

Für ein antimetrisches Laminat ist die Steifigkeitsmatrix wie folgt besetzt:

$$[\mathbf{K}] = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & B_{13} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & B_{23} \\ 0 & 0 & A_{33} & B_{13} & B_{23} & 0 \\ 0 & 0 & B_{13} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & B_{23} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{13} & B_{23} & 0 & 0 & 0 & D_{33} \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

und damit hat die Nachgiebigkeitsmatrix folgende Form:

$$[\mathbf{K}]^{-1} = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \bar{\mathbf{B}} \\ \bar{\mathbf{B}}^T & \bar{\mathbf{D}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} & 0 & 0 & 0 & \bar{B}_{13} \\ \bar{A}_{12} & \bar{A}_{22} & 0 & 0 & 0 & \bar{B}_{23} \\ 0 & 0 & \bar{A}_{33} & \bar{B}_{31} & \bar{B}_{32} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{B}_{31} & \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{B}_{32} & \bar{D}_{12} & \bar{D}_{22} & 0 \\ \bar{B}_{13} & \bar{B}_{23} & 0 & 0 & 0 & \bar{D}_{33} \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Die thermischen Streckenkräfte und -momente für diesen Laminattyp bei Gesamttemperaturbeanspruchung  $\Delta T$  berechnen sich zu:

$$[\mathbf{n}_{th}] = \begin{pmatrix} n_{th_x} \\ n_{th_y} \\ 0 \end{pmatrix} \quad [\mathbf{m}_{th}] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{th_{xy}} \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Aufgrund der Belastungen  $[n_{th}]$  und  $[m_{th}]$ , nach Gleichung (5.7) aus der Temperaturlast  $\Delta T$ , kann der Krümmungsvektor  $[\kappa_{xy}]$  damit geschrieben werden:

$$[\kappa_{xy}] = [\mathbf{B}]^T [\mathbf{n}_{th}] + [\mathbf{D}] [\mathbf{m}_{th}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{B}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{B}_{32} \\ \bar{B}_{13} & \bar{B}_{23} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{thx} \\ n_{thy} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{D}_{11} & \bar{D}_{12} & 0 \\ \bar{D}_{12} & \bar{D}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{D}_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{thxy} \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Der gesuchte, auf die Länge  $L$  bezogene Drillwinkel  $\tilde{\omega}$  mit der geometrischen Verknüpfung zu der Krümmung  $[\kappa_{xy}]_3$ , ergibt sich zu:

$$\tilde{\omega} = \frac{\omega(y=L)}{L} = \frac{[\kappa_{xy}]_3}{2} = \frac{\bar{B}_{13} n_{thx} + \bar{B}_{23} n_{thy} + \bar{D}_{33} m_{thxy}}{2} \quad (5.9)$$

## Erfüllung der Nebenbedingung

Neben dem Optimierungsziel ist zusätzlich die Nebenbedingung mit der Begrenzung der Verformung  $w \leq w_{max}$  bei der Kraft  $F$  zu erfüllen. Das Verhalten kann vereinfacht in Anlehnung an die Balkenbiegung betrachtet werden. Damit ergibt sich eine Mindestbiegesteifigkeitsforderung an die Platte. Bei diesem Belastungsfall gilt für die Verschiebung  $w$ :

$$w = \frac{F L^3}{3 E I} \Rightarrow E I_{min} \geq \frac{F L^3}{3 w_{max}} \quad (5.10)$$

Die auf die Breite  $b$  bezogene Steifigkeit  $E I$  kann dabei aus der inversen Steifigkeitsmatrix  $[K]^{-1}$  ermittelt werden. Es gilt für die Biegesteifigkeit in  $y$ -Richtung:

$$\widetilde{E I} = \frac{E I}{b} = \frac{1}{[K]^{-1}_{55}} \geq \frac{(E I)_{min}}{b} \quad (5.11)$$

## Festlegen der Materialkennwerte und der Nebenbedingung

Um eine wirkliche Auswertung der hergeleiteten Zusammenhänge durchzuführen müssen die Materialeigenschaften und die zulässige Maximalverschiebung  $w_{max}$  bei der Kraft  $F$  bekannt sein. Als Beispielmateriale soll ein kettverstärktes GFK-Gewebe mit folgenden Kennwerten (hier  $\parallel$  = Kettrichtung;  $\perp$  = Schußrichtung) verwendet werden:

$$E_{\parallel} = 28.5 \text{ GPa} \quad E_{\perp} = 8.4 \text{ GPa} \quad G_{*} = 2.6 \text{ GPa} \quad \nu_{\parallel\perp} = 0.24$$

$$\alpha_{\parallel} = 8 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \quad \alpha_{\perp} = 23.4 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$$

Die Schichtdicke  $d$  des Gewebes ergibt sich bei einem gegebenen Flächengewicht  $\overline{G_F} \approx 220 \frac{\text{g}}{\text{m}^2}$  mit der Dichte von Glas  $\rho_{Glas} = 2.6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$  bei  $\varphi_F \approx 40\%$  wie folgt zu:

$$d = \frac{\overline{G_F}}{\rho_{Glas}} \frac{1}{0.4} = 0.2115 \text{ mm}$$

Als Nebenbedingung wird eine maximale Verformung  $w_{max} = 35 \text{ mm}$  bei einer Kraft von  $F = 10 \text{ N}$  vorgegeben. Bei einer angenommenen Länge  $L = 250 \text{ mm}$  und Breite  $b = 150 \text{ mm}$  ergibt sich die Mindestbiegesteifigkeit damit zu:  $\widetilde{E I} = \frac{E I}{b} = \frac{1}{[K]^{-1}_{55}} \geq \frac{(E I)_{min}}{b} = 9920 \text{ N mm}$ .

## Ergebnisse

Um die Anzahl der möglichen Konfigurationen möglichst gering zu halten, wurden vorab einige Berechnungen durchgeführt. Aus der Forderung nach einer Mindestbiegesteifigkeit aus der Nebenbedingung folgt, daß mindestens ein Acht-Schichtlaminat notwendig ist. Es wurden daraufhin nur Acht- bis Zehn-Schichtlaminat untersucht. Zusätzlich wurden die Designvariablen auf die Winkel  $\beta_1 \cdots \beta_p$  der Einzelschichten beschränkt. Die Schichtdicken werden, wie berechnet, als konstant angenommen. Bei der Optimierung kam ein in [44] näher beschriebenes Gradientenverfahren auf Basis des Tabellenkalkulationsprogramms Excel zum Einsatz. Um die Grundsätzliche Abhängigkeit des Verdrehwinkels  $\omega$  von den Schichtwinkeln  $\beta$  zu erkennen, ist in Abbildung 5.16 der Verlauf für die Schichtfolge  $[-\beta_1, -\beta_2, -45, -45, 0, 45, 45, \beta_2, \beta_1]$  eines Neun-Schichtlaminates dargestellt. Wegen ihrer größeren Sensitivität wurden für die Darstellung die beiden äußeren Winkel variiert. Wird die Nebenbedingung nicht berücksichtigt, so ergeben sich neben dem globalen zwei lokale Maxima. Verständlicherweise führt dieses Verhalten der Zielfunktion bei der Gradientenoptimierung je nach Startvektor zu unterschiedlichen Lösungen, da in der Regel ja nur das nächste (lokale) Maximum gefunden werden kann.

Für die Erfüllung der Nebenbedingung ist als „gültiger“ Bereich nur das markierte Feld rechts der eingezeichneten Kurve zulässig. Aber auch hier ist ein globales und ein lokales Maximum zu finden, so daß je nach Startvektor verschiedene Lösungen gefunden werden.

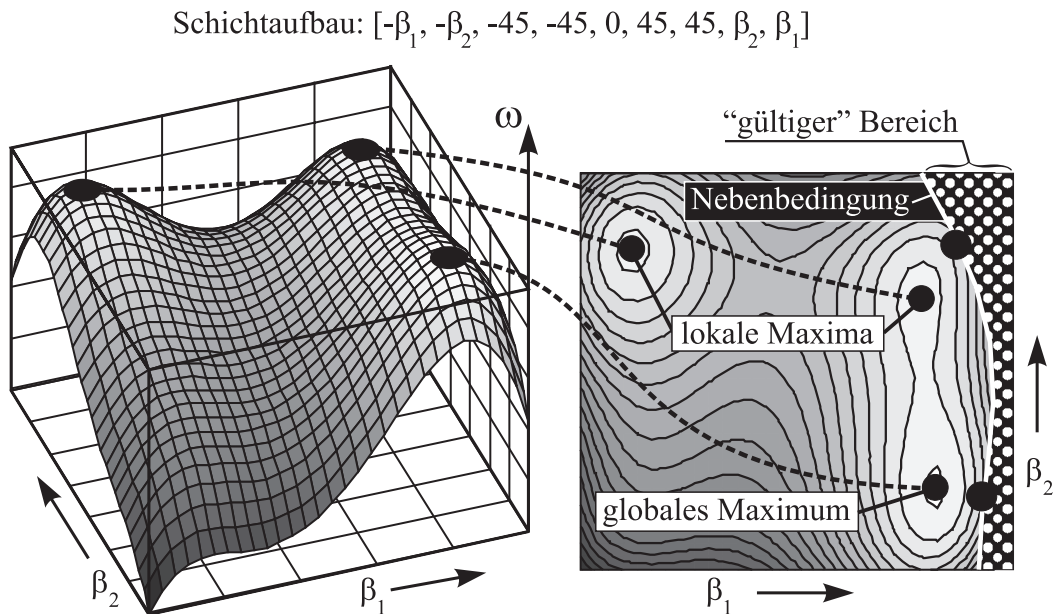


Abbildung 5.16: Abhängigkeit des Verdrehwinkels  $\omega$  von den Schichtwinkeln

An dem Verlauf des Verdrehwinkels über der Variation der beiden Randschichtwinkeln in Abbildung 5.16 ist ein typisches Verhalten der FVW bezüglich des Steifigkeits-, Verformungs-, oder wie hier des Kopplungsverhaltens zu erkennen. Durch das orthotrope Materialverhalten mit großen Unterschieden der Eigenschaften zwischen den beiden Richtungen  $\parallel$  und  $\perp$  und der Kopplung durch die Zusammenhangsbedingung in der  $x$ - $y$ -Ebene kommt es zu Überlagerungen, die mit den Schichtwinkeln verstärkenden oder abschwächenden Einfluß auf die Eigenschaften haben.

In Abbildung 5.17 sind die Ergebnisse des beschriebenen Gradientenoptimierers für verschiedene Startwerte dargestellt. Dabei wurden Acht- bis Zehn-Schichtverbunde untersucht. Durch die

Antimetrie ergeben sich formal vier Designvariablen, wobei in der praktischen Umsetzung bei dem Zehn-Schichtlaminat der Winkel für die Schicht in der Antimetrieebene auch Designvariable war. Als Optimum zeigt sich ein Neun-Schichtlaminat. Für die Neun-Schichtlaminat war jeweils die mittlere Schicht mit einer Orientierung von  $0^\circ$ -Ausgerichtet (die Klammer bedeutet, daß diese Schicht in der Antimetrieebene nicht antimetrisch nochmal verwendet wird). Das beste Acht-Schichtlaminat hat demgegenüber einen um fast 20 % geringeren Verdrillwinkel. Aber auch innerhalb des Neun-Schichtlaminates werden Lösungen als lokale Optima gefunden, die bis zu 10 % unterhalb des Optimalwertes liegen.

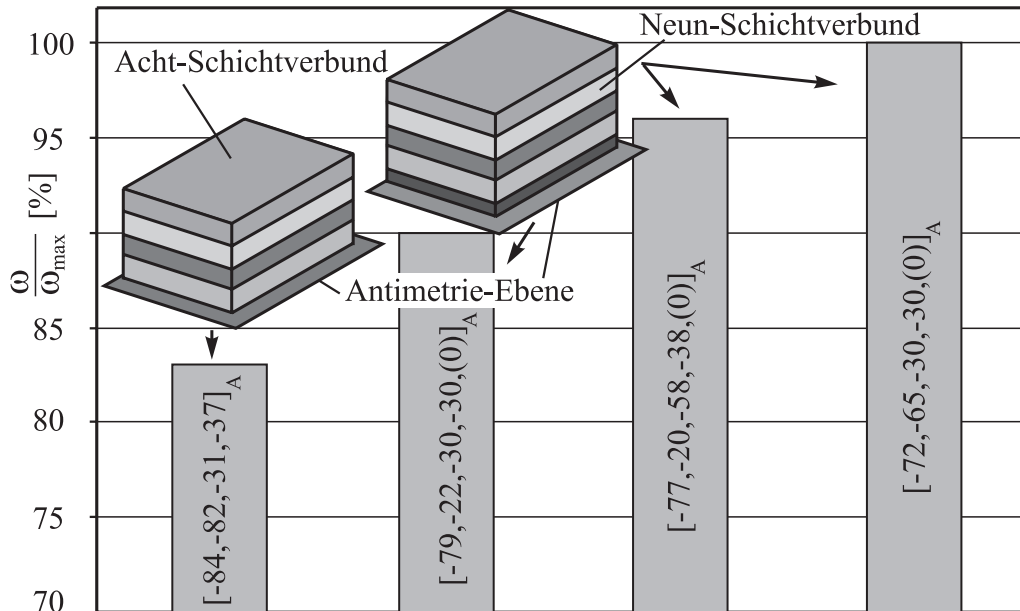


Abbildung 5.17: Globales Optimum und lokale Optima als Lösung nach den Gradientenverfahren bei verschiedener Schichtanzahl und verschiedenen Startvektoren

Gradientenoptimierer haben bei diesem Verhalten der Zielfunktion grundsätzlich Schwierigkeiten, das globale Optimum zu finden. Je nach dem verwendeten Startwert ergeben sich nach dem Gradientenverfahren verschiedene Endpunkte als Lösung.

Ganz grundsätzlich sind aber auch bei der Optimierung von materialhybriden Schichtverbunden neben kontinuierlichen Variablen, wie Schichtwinkel und Schichtdicke, diskrete Variablen denkbar. Vor allem bei der Vorauslegung ist die Materialwahl und Schichtreihenfolge meist noch nicht festgelegt, so daß sie im Designraum variiert werden können. Diese diskreten Variablen machen aber eine direkte Behandlung des Optimierungsproblems für Gradientenverfahren unbrauchbar.

Die besprochenen „Besonderheiten“ machen es notwendig, Verfahren einzusetzen, die in der Lage sind, durch eine geeignete Optimierungsstrategie dieses Verhalten zu berücksichtigen. Ein entscheidendes Problem ist dabei die wirkliche Beurteilung der gefundenen Lösung. Die Anzahl der Variablen erreicht bei praktischen Problemen schnell Größenordnungen, die eine Kontrolle bzw. Beurteilung der Lösung hinsichtlich eines wirklichen Maxi- oder Minimums nicht mehr erlauben. Im folgenden werden dazu einige Aspekte diskutiert.

### 5.3.2 Response-Surface-Verfahren

Ein Weg die Berechnung der Zielfunktion und damit die Lösung des Optimierungsproblems zu vereinfachen stellt die Abbildung der Zielfunktion von den Designvariablen als sogenannte „Response-Surface“ dar. Dabei wird der Zusammenhang zwischen den Designvariablen und der Zielfunktion durch einen geeigneten mathematischen Funktionsansatz angenähert. Dieser Funktionsansatz soll zum einen möglichst einfach sein zum anderen natürlich das Verhalten der Zielfunktion gut darstellen. Als rein mathematisches Vorgehen kann der verwendete Funktionstyp der Response-Surface mit Hilfe von ausgewählten Stützpunkten z.B. durch Minimierung der Summe der Abweichungsquadrate gebildet werden. Je nach Auswahl dieser Stützwerte kann sich das Ergebnis aber unterscheiden.

Insbesondere bei den FVW zeigt sich das Problem, daß bei Abbildung der Schichtwinkel als Designvariablen die Zielfunktion recht komplex ist und durch einfache Ansätze bei der Bildung der Response-Surface nicht richtig dargestellt werden kann. In Abbildung 5.16 ist dazu ein typisches Beispiel zu erkennen. Um für dieses Verhalten der Zielfunktion, das globale Optimum sicher zu finden entstand die Idee, die Optimumsuche mit Hilfe von angepaßten Approximationsverfahren und Suchstrategien durchzuführen. Wegen der schlechten Abbildbarkeit des gesamten Designraums mit Hilfe einfacher Funktionen soll eine Aufteilung in mehrere Teilgebiete erfolgen. Für die Beschreibung der Zielfunktion in Abhängigkeit von den Designvariablen kann dazu in Anlehnung an das Verfahren der Response-Surface-Bestimmung mit geeigneten Ansatzfunktionen anstatt des physikalischen Zusammenhangs, eine mathematische Approximation verwendet werden. Die Basis für diese Approximation kann dabei eine analytische Funktion, Ergebnisse von Berechnungen nach der FEM oder Meßergebnisse aus Versuchen, sowie eine Kombination aus diesen sein.

In [45] wurde ausgehend von diesem Ansatz ein Verfahren aufgebaut und getestet. Als einschränkende Bedingung muß bei diesem Verfahren zu jedem Kombinationssatz von Designvariablen der dazugehörige Zielwert bestimmt werden können. Am Beispiel eines dreischichtigen CFK-Laminates unter mechanischer- und Temperaturbeanspruchung wurde das Verfahren untersucht und an die speziellen Bedingungen angepaßt.

Für die Suche nach dem Optimum wird eine geeignete Suchstrategie eingesetzt. Dazu wird in einem Mehrschrittverfahren der Designraum der Eingangsvariablen erst grob und dann immer feiner nach dem globalen Optimum durchsucht und zunehmend verkleinert. Mit Hilfe der hier verwendeten abschnittswise Beschreibung der physikalischen Lösung durch Response-Surface Approximationen mit quadratischen Ansätzen kann dies sehr effektiv durch mathematische Methoden erfolgen. Der Designraum wird schrittweise nach der Bewertung der gefundenen Approximation immer weiter eingeschränkt, bis eine Lösung für ein vorgegebenes Abbruchkriterium nahe dem Optimum gefunden ist.

Dieses Verfahren ist grundsätzlich in der Lage das globale Optimum zu finden. Dabei hat im Vergleich mit „einfachen“ Gradientenverfahren der Benutzer eine deutlich größere Einstellmöglichkeit. Dies führt auch hier für die praktische Anwendung zu dem Problem zwischen Auflösengenauigkeit auf der einen Seite und Rechenaufwand auf der anderen Seite, den richtigen Kompromiß für das gesuchte Optimierungsproblem zu finden.

Die Einschränkung, diskrete Designvariablen nicht berücksichtigen zu können, bleibt aber auch bei diesem Verfahren bestehen. Hier können nur grundsätzlich andere Optimierungsverfahren, wie im folgenden beschrieben, die bestehenden Grenzen überwinden.

### 5.3.3 Genetische Algorithmen

Zu der grundsätzlichen Forderung an ein Optimierungswerkzeug sicher den globalen Optimalwert zu finden kommen oft weitere Anforderungen hinzu. Vor allem bei den FVW mit ihren vielen Designfreiheiten sind dies die Möglichkeiten Parametervariationen in Form von diskreten Parameteränderungen, z.B. das verwendete Material einer Schicht im Schichtverbund und damit die Schichtabfolge, in den Optimierungsprozeß zu integrieren.

Wie beschrieben haben gerade die oben angeführten Verfahren große Schwierigkeiten bei der Integration dieser Möglichkeiten bei der Parameteränderung. Ein besonders interessantes Optimierungsverfahren, für das diese Beschränkung nicht gültig ist, stellen genetische Optimierungsalgorithmen (GA) dar.

Durch die Betrachtungsweise und Bewertung auf der Basis einzelner Individualkombinationen der Designvariablen kann eine Gruppe dieser Lösungen als Population verstanden werden. Diese Population kann nun bezüglich des Optimierungsziels bewertet und verändert werden. Durch diesen Ansatz der Individualkombinationen ergeben sich für diskrete Designvariablen ja sogar bei der Verwendung unterschiedlicher Ausgangsvarianten, durch z.B. Hinzufügen zusätzlicher Materialien bei den Schichtverbunden, keine wirklichen Einschränkungen. Durch die Möglichkeiten der Kombination und Mutation werden bei der Berechnung neue Individualkombinationen erzeugt und bewertet. Ein geeigneter Selektionsmechanismus führt damit zu einer zunehmenden Konditionierung in Richtung auf die gesuchte Optimierung der Zielfunktion.

In [46] wurde mit Hilfe der GA ein materialhybrider Schichtverbund unter gleichzeitiger Zug- und (transienter) Temperaturbeanspruchung untersucht. Zielfunktion war die flächenbezogene Masse. Als Nebenbedingung sollten die Anstrengungswerte  $\mathcal{E}$  den Wert „Eins“ nicht überschreiten. Die Designvariablen waren bei vorgegebener Schichtanzahl die Materialwahl der Schicht, die Schichtdicke und der Schichtwinkel. Wie erwartet ist die Integration diskreter Designvariablen in die GA ohne Probleme möglich. Das Berechnungsergebnis war aber stark von dem Auswahl- und Konditionierungsverfahren bzw. von der Ausgangspopulation abhängig. Insbesondere für die Schichtwinkeloptimierung scheinen die GA gegenüber Gradientenverfahren durch das stärkere „Herumprobieren“ im Nachteil zu sein.

Zu all den beschriebenen Möglichkeiten der verschiedenen Optimierungsverfahren sollte aber nicht der Einfluß des Benutzers bei der Formulierung und Konditionierung des Optimierungsproblems unterschätzt werden. Durch bewußtes Ausnutzen, z.B. von Symmetriebedingungen in dem Lösungsverhalten und somit einer Reduktion des Designraums, kann vom Benutzer ein großer Einfluß auf das Verhalten bei der Optimierung ausgeübt werden. Grundsätzlich kann daher kein Optimierungsverfahren als besonders geeignet bzw. ungeeignet bezeichnet werden, da je nach dem konkreten Einzelfall eine Auswahl, oder geeignete Kombination verwendet werden muß.



# Kapitel 6

## „Goldene“ Regeln

Aus den Erfahrungen in Form von rechnerischen Ergebnissen sowie Erkenntnissen aus den durchgeführten Versuchen sollen in diesem Kapitel Regeln für das praktische Arbeiten mit materialhybriden Schichtverbunden abgeleitet. Für die hier plakativ genannten „Goldenen“ Regeln ergibt sich dabei grundsätzlich das Problem, daß zum einen keine Trivialitäten und zum anderen wenig aussagespezifische Spezialfälle für allgemeingültige Aussagen herangezogen werden sollen. Dies bedeutet, daß die hier möglichen Aussagen immer im Spannungsfeld der gemachten Annahmen und möglicher Ausnahmen stehen. So sind diese „Regeln“ im Wesentlichen im Zusammenhang mit den hier untersuchten materialhybriden Schichtverbunden gerade unter dem Einfluß großer Temperaturbeanspruchungen in den kryogenen Bereich bei FVW zu verstehen.

### Berechnung und Analyse

Aus den Untersuchungen des thermomechanischen Verhaltens an verschiedenen Schichtverbunden haben sich folgende Punkte als interessant, bzw. als besonders beachtenswert herausgestellt:

- Bei der Berechnung kann im Allgemeinen die Temperaturabhängigkeit nicht vernachlässigt werden. Dabei zeigen sich aber auch Unterschiede, je nachdem ob das Dehnungs- und Spannungsfeld oder das Wärmestrom- und Temperaturfeld berechnet wird.
  - Für die mechanische Berechnung kann durch Wahl geeigneter, effektiver Kennwerte (vor allem bei den Wärmeausdehnungskoeffizienten die mechanisch wirksamen Werte) mit quasi festen, temperaturunabhängigen Werten selbst bei großen Temperaturvariationen gerechnet werden.
  - Für die thermodynamische Berechnung des Temperaturfeldes führt die Berechnung mit temperaturabhängigen Kennwerten zu deutlichen Unterschieden gegenüber der Berechnung mit konstanten und angepaßten Werten.
- Gegenüber den Spannungen im stationären Endzustand mit der größten Temperaturbeanspruchung  $\Delta T$  können höhere Spannungen im transienten, thermodynamischen Temperaturverlauf auftreten. Dieser Effekt ist besonders ausgeprägt, wenn dabei große thermische Momente wirksam werden, bzw. wenn durch die Schichtung eine Temperaturverteilung mit einem hohen Gradient entsteht.
- Bei einer grundsätzlichen Beurteilung sind oft die Einzelparameter alleine nicht aussagekräftig, sondern mehr deren Differenzen und / oder Verhältnisse. Dies gilt insbesondere für die Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  und die E-Moduli.

- Durch die während der Abkühlung induzierten transversalen Zugspannungen in der Einzelschicht der FVW muß grundsätzlich der Degradationsprozeß berücksichtigt werden. Wie sich beim Einsatz von zusätzlichen, dünnen Aluminiumschichten zeigt, kann auch hier die Streckgrenze bei zusätzlicher Zuglast überschritten werden.
- Für die mechanischen und thermodynamischen Berechnungen zeigt sich oft, daß bei den einzelnen Berechnungsdisziplinen für die wesentlichen Effekte unterschiedliche, geometrische Modelle verwendet werden können. Für die analytische Berechnung kann der gezielte Einsatz zu erheblichen Vereinfachungen führen. Bei der Berechnung mit der FEM-Methode muß aber abgewägt werden, ob nicht ein einheitliches Modell sinnvoller ist.

Die vorangegangenen Aussagen gehen aus den verschiedenen Untersuchungen in Kapitel 5 hervor. Diese Beispiele sind aufgrund besonderer, ausgeprägter Effekte ausgewählt worden und haben daher zum Teil in ihrer Aussage eher „akademische“ Bedeutung.

## Auslegung und Design

Im Hinblick auf die praktische Auslegung bzw. das Design von materialhybriden Schichtverbunden können aus den gemachten Erkenntnissen folgende Punkte abgeleitet werden:

- Bei der Auslegung ist zu prüfen, ob das „First Ply Failure“ als Auslegungskriterium sinnvoll und notwendig ist. Durch die Zugbeanspruchung des FVW in Transversalrichtung bei Temperaturlast  $\Delta T \ll 0$  und geringer Festigkeit in dieser Richtung kann dieses Kriterium zu einer konservativen Auslegung führen. Entweder können rechnerisch nur sehr geringe äußere Last übertragen werden oder ein Einsatz ist generell ausgeschlossen. Dabei ist hier zu beachten, daß:
  - meist die zulässige Zugbruchspannung der Einzelschicht in Querrichtung  $\sigma_{\perp zul_z}$  an [90]-Proben bestimmt wird und deutlich unter den Bruchwerten im Laminat liegen kann und
  - eine Mikrorißbildung in Transversalrichtung je nach Anwendung durchaus toleriert werden kann.
- Werden Beanspruchungen in der Einzelschicht wirksam, die größer als die Einzelschichtfestigkeit sind, so ist ein Degradationsverhalten zu berücksichtigen. Um die wesentlichen Effekte quantitativ zu berücksichtigen, genügt dazu ein einfaches Degradationsmodell.
- Die thermischen Momente sind (gerade bei großen Temperaturgradienten innerhalb der Struktur) ein entscheidender Indikator für die mechanischen Belastungen. Nach Möglichkeit sollten diese Momente zur gezielten Reduktion der Anstrengung durch konstruktive Maßnahmen beeinflußt werden. Deutliche Auswirkungen je nach Temperaturfeld haben dabei die:
  - Schichtung gerade bei materialhybriden Schichtaufbau mit großen Unterschieden bei den Wärmeausdehnungskoeffizienten.  
Bei stationärer Temperaturlast kann z.B. die Schichtfolge [GFK / Alu / CFK] geringere Lasten in den Einzelschichten erzeugt als die Schichtfolge [Alu / GFK / CFK], die wiederum im freien Randbereich zu deutlich geringeren interlaminaren Schubspannungen führt.

- Schichtdicke und -orientierung.

Die allgemeine Regel, möglichst viele dünne Schichten mit geringen Differenzschichtwinkeln beim Laminataufbau zu verwenden bleibt so nicht gültig. Bewußt dickere Schichtdicken können bei großen Temperaturgradienten zu günstigeren Verhältnissen führen.

- Durch die besondere Bedeutung der Ränder aufgrund der teilweise großen inneren Lasten sollten die Randbereiche mit ihren lokal wirksamen Randeffekten gesondert und sehr kritisch betrachtet werden.

## Tests

Als Basis für die Auslegung ist die Kenntnis der temperaturabhängigen, thermomechanischen Materialeigenschaften notwendig. Einige wichtige Punkte, die bei den experimentellen Untersuchungen im Tieftemperaturbereich von besonderer Bedeutung sind, sollen deshalb genannt werden:

- Wie sich gezeigt hat, sind Tests bis zu einer Temperatur von 77 K mit Hilfe von flüssigem Stickstoff relativ unproblematisch zu realisieren. Durch die gute Kühlleistung von Stickstoff können ohne größeren Aufwand bestehende Prüfmöglichkeiten in diesen Temperaturbereich erweitert werden. Darüberhinaus, d.h. bei tieferen Temperaturen, steigt der Versuchsaufwand erheblich.
- Eine besondere Rolle spielt bei der Prüfung die Konditionierung der Proben. Insbesondere die jeweilige Feuchte der Proben kann dabei auf die Ergebnisse deutlichen Einfluß haben. Deshalb muß die Feuchte durch definiertes Auslagern bewußt eingestellt werden.
- Durch die teilweise sehr unterschiedlichen Eigenschaften zwischen Raum- und Tieftemperatur sind die Prüfbedingungen an die Verhältnisse in geeigneter Form anzupassen (z.B. die Prüfgeschwindigkeit).
- Für die FVW ist die Querkzugfestigkeit  $\sigma_{\perp zur Z}$  von besonderer Bedeutung, da sie relativ kleine Werte besitzt und damit auslegungskritisch ist. Neben den [90]-Laminatversuchen müssen die „wirklichen“, also im Verbund wirksamen Festigkeiten bestimmt werden. Gerade im Hinblick auf eine Beurteilung des Degradationsverhalten können solche Versuche wertvolle Informationen geben.
- Für die experimentelle Bestimmung des Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  gelten für die FVW gegenüber isotropen Werkstoffen einige Besonderheiten. Bei kurzen Proben können Randeffekte die Meßergebnisse für die praktische Auslegung stark verfälschen. Durch die geringen Wärmeausdehnungskoeffizienten von CFK in  $\parallel$ -Richtung ist die genaue Bestimmung der  $\alpha$ -Werte besonders für die Auslegung von thermalstabilen Strukturen von Bedeutung. Dies bedeutet selbst bei den hier verwendeten langen Proben mit ca. 250 mm eine notwendige Wegauflösung im Bereich von  $\Delta u \leq 1 \mu\text{m}$ . Diese notwendige Auflösung ist aber nur durch erheblichen Versuchsaufwand bei Minimierung der parasitären Effekte zu erreichen.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

In der Luft- und Raumfahrt sowie in weiteren, speziellen Anwendungsbereichen haben die FVW-Schichtverbunde wegen ihres großen Leichtbaupotentials an Bedeutung gewonnen. Zunehmende Aktivitäten von FVW-Anwendungen bei kryogenen Temperaturen, vor allem im Tankbereich, werfen neue Fragen auf.

Wie sich durch eine Reihe experimenteller Untersuchungen zeigt, reduzieren die tiefen Temperaturen grundsätzlich das bestehende Leistungspotential nicht signifikant. Allerdings treten aber Fragen der intra-, interlaminaren und globalen Interaktion bei den großen Temperaturbeanspruchungen in den Vordergrund.

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, daß mit der Beschreibung der thermomechanisch belasteten Schichtverbunde durch die Analytik auf Basis der CLT ein geeignetes Auslegungswerkzeug zur Verfügung steht. Bei der Integration allgemeiner Temperaturverläufe über der Dicke unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Materialkennwerte kommt es in Vergleichsrechnungen mit Hilfe der FEM zu praktisch den gleichen Ergebnissen wie mit Hilfe der analytischen CLT.

Neben dem mechanischen wird zusätzlich das thermodynamische Verhalten untersucht. Der Einfluß des verwendeten Schichtverbundes bzw. der Beanspruchungen auf das Temperatur- und das Spannungsfeld ist hierbei von besonderem Interesse. Bei einzelnen Kombinationen zeigt sich dabei, daß es zu deutlich unterschiedlichen Beanspruchungssituationen innerhalb des Schichtverbundes im instationären Zustand gegenüber dem stationären Endzustand kommen kann. Je nach Konfiguration werden dabei gegenüber dem stationären Zustand deutlich größere Schichtspannungen im Vergleich zum stationären Zustand trotz geringem wirksamen  $\Delta T$  festgestellt. Diese Überhöhungen werden aber bei der üblichen, rein stationären Berechnung vernachlässigt und bilden damit eine unbekannte Größe bei der Bewertung der geforderten Sicherheit.

Gerade für die thermomechanische Auslegung ist die durchgängige Berechnung der wirksamen Temperatur- und Spannungsfelder entscheidend. Durch eine Geometrie- oder Materialvariation im Schichtverbund oder Bauteil kommt es dabei zum einen direkt zu einer mechanischen Interaktion aber zum anderen auch zur Veränderung des Temperaturfeldes. Über den Wärmeausdehnungskoeffizienten kommt es bei geändertem Temperaturfeld zur einer zusätzlichen, mechanischen Interaktion und damit zu einer Entwurfskopplung.

Durch die große Temperaturbeanspruchung  $\Delta T \ll 0$  wirken in den Winkelverbunden innere, transversale Zugspannungen in der Einzelschicht. Bei zusätzlicher, mechanischer Zugbeanspruchung muß in der Regel ein Degradationsprozeß in den Faserverbundschichten berücksichtigt werden. Um diesen Effekt zu integrieren, wird ein einfaches Modell für die Verwendung in der CLT beschrieben. Für eine gewünschte Faser-Matrix-Materialkombination können so mit einfachen Standardzugversuchen experimentell die Kennwerte für das Degradationsmodell bestimmt und in der Auslegung nach der CLT benutzt werden.

Für die Bestimmung der mechanischen Grundkennwerte, wie auch der Wärmeausdehnungskoeffizienten bei kryogenen Temperaturen wurden bestehende Prüfeinrichtungen im Rahmen dieser Arbeit modifiziert bzw. neu aufgebaut. Wie sich zeigte, steigt der Versuchsaufwand erheblich bei Prüftemperaturen unter 77 K. Bei der Bestimmung der Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  wurden zwei unterschiedliche Prüfstände aufgebaut und erste Meßkampagnen durchgeführt. Die genaue Bestimmung der kleinen Wärmeausdehnungskoeffizienten in  $\parallel$ -Richtung führt selbst bei den verwendeten langen Proben zu Schwierigkeiten wegen der erforderlichen Wegauflösung im Bereich  $\Delta u \leq 1 \mu\text{m}$ .

Insgesamt zeigt sich aber, wie auch aus anderen Studien ersichtlich ist, daß in den Anwendungen von FVW in kryogenen Tanksystemen ein großes Potential liegt. So werden insbesondere Projekte wie das Cryoplane oder die Weiterentwicklung der Ariane 5 Oberstufe, d.h. deren Steigerung der Nutzlast, in näherer Zukunft mögliche Anwendungsgebiete darstellen. Für diese Vorhaben werden die FVW nur zum Einsatz kommen, wenn es gelingt das Leichtbaupotential für das gesamte Bauteil und damit für eine komplex belastete materialhybride Struktur zu nutzen.

Eine Reihe von Fragen sind für diesen Einsatz noch zu beantworten. Dazu zählt z.B. die Medienverträglichkeit beim direkten Kontakt mit LH<sub>2</sub> und LOX. Vor allem das noch weitgehend unbekanntes Diffusionsverhalten von dünnen FVW unter thermomechanischer Beanspruchung für einen Einsatz in einem „Linerlosen“ Tank müssen dazu aber noch beantwortet werden. Neue Harzsysteme und Herstellverfahren bieten weitere Optionen. Diese Optionen werden nicht zuletzt anhand von experimentellen Meßkampagnen auf die praktische Anwendbarkeit überprüft werden müssen.

## Literaturverzeichnis

- [1] BERGMANN, Heinrich W.: Mechanical Properties and Damage Mechanism of Carbonfiber-Reinforced Composites. Tension Loading / Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt. 1988 ( DFVLR-FB 85-45). – Forschungsbericht
- [2] BERGMANN, Heinrich W.: Mechanical Properties and Damage Mechanism of Carbonfiber-Reinforced Composites, Compression Loading / Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt. 1988 ( DFVLR-FB 88-41). – Forschungsbericht
- [3] HABERLE, T. ; BAIER, H.: Rechnerische und experimentelle Untersuchung zur Auslegung werkstoffhybrider Faserverbundbauteile bei kryogenen Temperaturen. In: *DGLR-Jahrestagung* (1999), Nr. DGLR-JT99-014, S. 731–737
- [4] REED, R.P. ; GOLDA, M.: Cryogenic properties of unidirectional composites. In: *Cryogenics* 34 (1994), Nr. 11, S. 909 – 928
- [5] EGGERS, H. ; HARTUNG, W. ; KNAAK, S.: Damage in carbon fibre reinforced epoxy after thermal cycling and T-fatigue loading. In: *Cryogenics* 31 (1991), S. 265–268
- [6] LAMPARTH, Horst ; MÜLLER, Manfred: Dynamische Zug- und Biegeversuche an CFK-Proben bei Raumtemperatur und 77 / Universität Stuttgart, Institut für Statik und Dynamik. 1993 ( MM 93/1). – Forschungsbericht
- [7] HARTWIG, G.: Fibre Composites in Cryogenic Applications. In: VISCONTI, I. C. (Hrsg.): *ECCM – 8, European Conference on Composite Materials*, Woodhead Publishing Limited, Juni 3 – 6 1998, S. 197–205
- [8] SCHUTZ, J.B.: Properties of Composite Materials for Cryogenic Applications. In: *Cryogenics* 38 (1997), S. 3–12
- [9] AOKI, T.: Mechanik Behavior of Cf/Polymer Composite Laminates under Cryogenic Environment / University of Tokyo and Alii. 1998. – Forschungsbericht
- [10] PARK, C.H.: Thermally Induced Damage in Composite Laminates: Predictive Methodology and Experimental Investigation. In: *Composites Science and Technology* 56 (1996), S. 1209–1219
- [11] BASCHEK, G. ; HARTWIG, G.: Parameters Influencing the Thermal Expansion of Polymers and Fibre Composites. In: *Cryogenics* 38 (1998), S. 99–103
- [12] AHLBORN, K.: Mechanische Eigenschaften von Kohlenstoffaserverstärkten Thermoplasten für die Anwendung in der Tieftemperaturtechnologie / Kernforschungszentrum Karlsruhe. 1989 ( KfK4487). – Forschungsbericht
- [13] HEYDENREICH, R: Cryotanks in Future Vehicles. In: *Cryogenics* 38 (1998), S. 125–130

- [14] REED, R. P. ; GOLDA, M.: Cryogenic Composite Supports: A Review of Strap and Strut Properties. In: *Cryogenics* 37 (1997), Nr. 5, S. 233–250
- [15] BAIER, H.: Berechnung von Faserverbundstrukturen / Lehrstuhl für Leichtbau, Technische Universität München. 1997. – Skriptum zur Vorlesung und Übung
- [16] BEAHR, Hans D. ; STEPHAN, Karl: *Wärme- und Stoffübertragung*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 1994
- [17] HÄFNER, Frieder: *Wärme- und Stofftransport*. Springer-Verlag, 1992
- [18] GRIGULL, U.: Näherungslösungen der nichtstationären Wärmeleitung. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 32 (1966), Nr. 1, S. 11–18
- [19] BÖSNJAKOVIĆ, Fran: *Technische Thermodynamik, Teil II*. Darmstadt : Steinkopff, 1997
- [20] SKUDRA, A. M.: *Structural Analysis of Composite Beam Systems*. Technomic, 1991
- [21] HERRMANN, A. S.: Mechanik der Faserverbundwerkstoffe / Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V. Braunschweig. 1996. – Skriptum zur Vorlesung
- [22] HARTWIG, G.: Thermal expansion of fibre composites. In: *Cryogenics* 28 (1988), April, S. 255–266
- [23] KAINDL, R.: Bestimmung der Wärmeleitung von Faserverbunden in Abhängigkeit des Fasergehalts und Lagenaufbaus. 1989. – Semesterarbeit, TUM 000323
- [24] GROVES, S.: An Experimental and Analytical Treatment of Matrix Cracking in Cross-Ply Laminates. In: *Experimental Mechanics* (1987), S. 73–79
- [25] TALREJA, R.: Transverse Cracking and Stiffness Reduction in Composite Laminates. In: *J. Composite Materials* 19 (1985), S. 355–375
- [26] HAN, Y. M. ; HAHN, H. T.: Ply Cracking and Property Degradations of Symmetric Balanced Laminates under General In-Plane Loading. In: *Composites Science and Technology* 35 (1989), S. 377–397
- [27] PRADHAN, B.: Finite Element Analysis of Transverse Cracking Behaviour in Hybrid Angle-Ply Composite Laminates. In: *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 18 (1999), Nr. 15, S. 1428–1448
- [28] PUCK, A.: *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten, Modelle für die Praxis*. Carl Hanser Verlag, 1996
- [29] MONTUORI, V.: *Degradation of Cross-Ply Composite Laminates under Static Thermal and Mechanical Loading*, Diplomarbeit, 1999
- [30] HASIN, Z.: Analysis of Stiffness Reduction of Cracked Cross-Ply Laminates. In: *Engineering Fracture Mechanics* 25 (1986), S. 771–778
- [31] Kap. V In: PEEBLES, Leighton H.: *Carbon Fibres*. CRC Press, 1995, S. 68–73
- [32] PETIT, P.H.: A Method of Predicting the Nonlinear Behavior of Laminated Composites. In: *J. Composite Materials* 3 (1968), S. 2–19

- [33] CONTE, R. R.: *ÉLÉMENTS de CRYOGÉNIE*. Paris : Masson, 1970
- [34] Cryogenic Materials Data Handbook / Air Force Materials Laboratory Research and Technology Division. 1964-65. – Forschungsbericht
- [35] CHILDS, Gregg E.: *Thermal conductivity of solids at room temperature and below*. Washington, DC : U.S. Dep. of Commerce., 1973
- [36] BANSEMIR, H. ; HAIDER, O.: Basic Material Data and Structural Analysis of Fiber Composite Components for Space Applications. In: *ICMC, International Cryogenic Materials and Composites* ICMC, 1990, S. 1 – 24
- [37] HUMPENÖDER, J.: Gaspermeation von Faserverbunden mit Polymermatrices / Forschungszentrum Karlsruhe. 1997 ( FZKA 5879). – Doktorarbeit
- [38] NISHIJIMA, S.: Gas permeation and performance of a fibre reinforced plastic cryostat. In: *Cryogenics* 28 (1988), S. 285–287
- [39] HABERLE, T. ; BAIER, H.: Messen von kleinen Verformungen an CFK-Proben bei Tieftemperatur. In: *DGLR-Jahrestagung* (2000), Nr. DGLR-JT2000-146
- [40] WÄSLE, Johann: Konstruktion und Aufbau eines Meßsystems zur Bestimmung von Wärmeausdehnungskoeffizienten / Lehrstuhl für Leichtbau, Technische Universität München. 2000. – Semesterarbeit TUM–MW 64/9913-SA
- [41] KROEGER, F. R.: Absolute linear thermal-expansion measurements on copper and aluminium from 5 to 320. In: *Journal of Applied Physics* 48 (1977), Nr. 3, S. 853–864
- [42] EIGLSPERGER, Hans: Konstruktive Gestaltung von Hybridverbindungen unter dem Einfluß von dynamischen Temperaturfeldern / Lehrstuhl für Leichtbau, Technische Universität München. 1999. – Semesterarbeit TUM–MW 64/9810-SA
- [43] LEIPNITZ, Matthias: Möglichkeiten von diskreten Gradientenwerkstoffen zur Verbesserung der Struktureigenschaften bei FVW / Lehrstuhl für Leichtbau, Technische Universität München. 2000. – Semesterarbeit TUM–MW 64/0001-SA
- [44] FUCHS, Daniel: *ELO - Excel Laminate Optimizer, Berechnung und Optimierung eines Laminats mit der CLT*. Interner Bericht, Lehrstuhl für Leichtbau, 1999
- [45] THALHAUSER, Josef: Anwendung der Response Surface Methode zur Berechnung strukturelle-mechanischer Größen für ein Laminat unter Temperaturbelastung / Lehrstuhl für Leichtbau, Technische Universität München. 2000. – Semesterarbeit TUM–MW 64/18-SA
- [46] HEEG, Markus: *Rechnerische Untersuchungen zur Kryomechanik werkstoffhybrider Faserverbundbauteile*, Lehrstuhl für Leichtbau, Technische Universität München, Diplomarbeit TUM–MW 65/0009-DA, 2000



# Anhang A

## Materialkennwerte

### A.1 Kennwerte aus der Literatur

isotrope Werkstoffkennwerte										
	$T$	$E$	$G$	$\nu$	$\alpha$	$\rho$	$c$	$\lambda$	$\sigma_{zul}$	$\tau_{zul}$
	[K]	[GPa]		[-]	$[\frac{10^{-6}}{K}]$	$[\frac{kg}{dm^3}]$	$[\frac{kJ}{kg K}]$	$[\frac{W}{m K}]$	[MPa]	
Alu	300	70	26	0.34	23	2.7	0.9	150	450	270
	20	80	30	0.33	0.3		0.01	15	630	380
Stahl	300	190	74	0.28	16	7.9	0.45	15	830	450
	20	209	82		1.3		0.005	2	1500	810
Titan	300	110	40	0.37	9	4.5	0.5	22	540	300
	20	120	44		0.2		0.01	2.5	970	540
Epoxy	300	3.5	1.3	0.35	55	1.4	1.0	0.22	65	41

Tabelle A.1: Isotrope Materialkennwerte

Werkstoffkennwerte								
(φ <sub>F</sub> ≈ 60% beim UD-Faserverbund)								
	E-Glas	T300	GFK		CFK-HT		CFK-HM	
<i>T</i> [K]	300	300	300	20	300	20	300	20
<i>E</i> <sub>∥</sub> [GPa]	70	220	44	46	133	140	225	230
<i>E</i> <sub>⊥</sub> [GPa]	70	15	12	17	8.5	12.5	7.5	11
<i>G</i> <sub>*</sub> [GPa]	28.8	25	4.4	6.4	4.7	6.6	4.7	6.8
<i>ν</i> <sub>∥⊥</sub> [-]	0.217	0.23	0.27	0.26	0.28	0.26	0.26	0.25
<i>G</i> <sub>⊥⊥</sub> <sup>1</sup> [GPa]	28.8	5.0	4.3	–	2.5	–	2.5	–
<i>α</i> <sub>∥</sub> [ $\frac{10^{-6}}{K}$ ]	5.0	- 0.5	6.5	2.5	0.2	≈ 0	- 0.7	≈ 0
<i>α</i> <sub>⊥</sub> [ $\frac{10^{-6}}{K}$ ]	5.0	10	24	4.3	31	4.8	45	7
<i>ρ</i> [ $\frac{kg}{dm^3}$ ]	2.6	1.76	2.1		1.6		1.65	
<i>c</i> [ $\frac{kJ}{kgK}$ ]	0.72	0.9	0.8	0.04	0.94	0.04	0.94	0.04
<i>λ</i> <sub>∥</sub> [ $\frac{W}{mK}$ ]	1.0	8.5	0.7	0.14	5.2	0.07	36	0.14
<i>λ</i> <sub>⊥</sub> [ $\frac{W}{mK}$ ]	1.0	0.9	0.4	0.11	0.6	0.05	1.7	0.04
<i>σ</i> <sub>∥zul<sub>Z</sub></sub> [MPa]	2650	2700	1600	1800	1600	1900	1500	1500
<i>σ</i> <sub>⊥zul<sub>Z</sub></sub> [MPa]	–	–	32	50	36	56	30	45
<i>τ</i> <sub>*zul</sub> [MPa]	–	–	76	–	110	–	40	–
<i>σ</i> <sub>∥zul<sub>D</sub></sub> [MPa]	–	–	1600	–	1800	–	600	–
<i>σ</i> <sub>⊥zul<sub>D</sub></sub> [MPa]	–	–	200	–	220	–	80	–

Tabelle A.2: Faser- / Verbund Materialkennwerte

<sup>1</sup>Da die anisotropen Fasern orthotrop bzw. transversal isotrop sind gilt für den Zusammenhang senkrecht zur Faserachse:  $\nu_{\perp\perp} = \frac{E_{F\perp}}{2G_{F\perp\perp}} - 1$ .

## A.2 Zugversuche an Rein-Zinn bei Raum- und Tieftemperatur

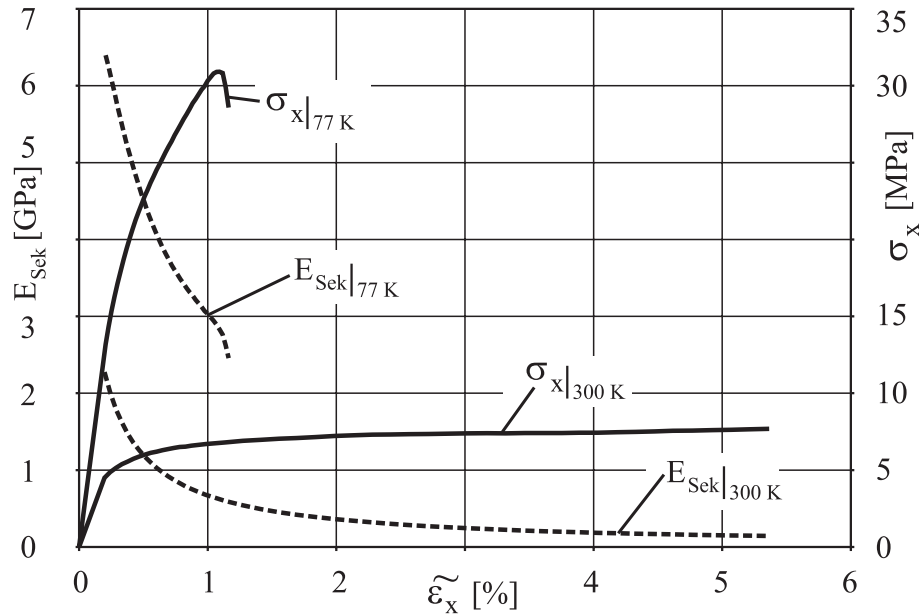


Abbildung A.1: Verlauf der Spannung und des Sekanten-E-Moduls über der Dehnung an einer Flachprobe aus Rein-Zinn bei 300 und 77 K

## A.3 Degradationsversuche

### A.3.1 Versuchsergebnisse der $[0_{r_0}/90_{r_{90}}]_S$ -Laminat bei $20^\circ\text{C}$

Spannungs/E-Modul-Dehnungsverläufe

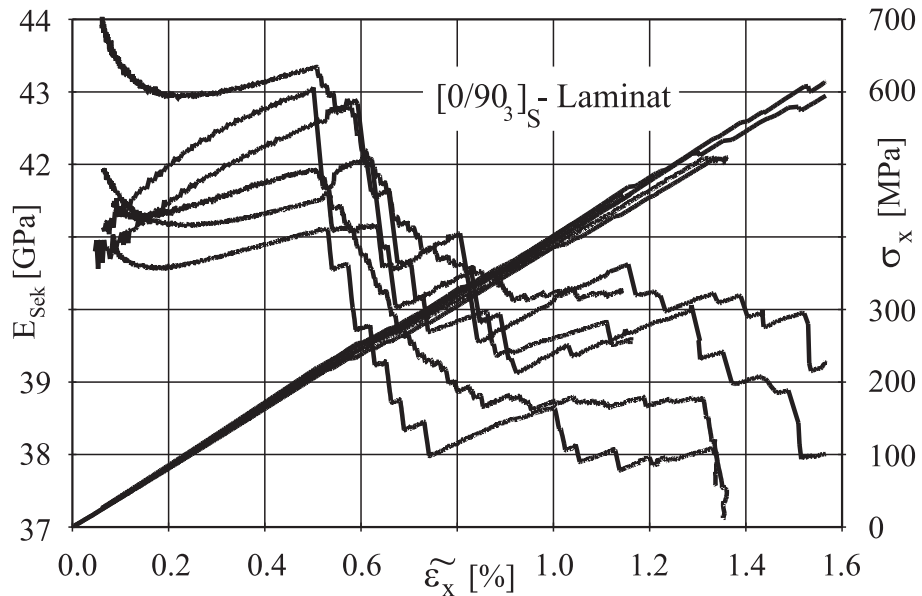


Abbildung A.2: Verlauf der Spannung und des Sekanten-E-Moduls über der Dehnung von  $[0/90_3]_S$ -Laminat-Proben bei Raumtemperatur

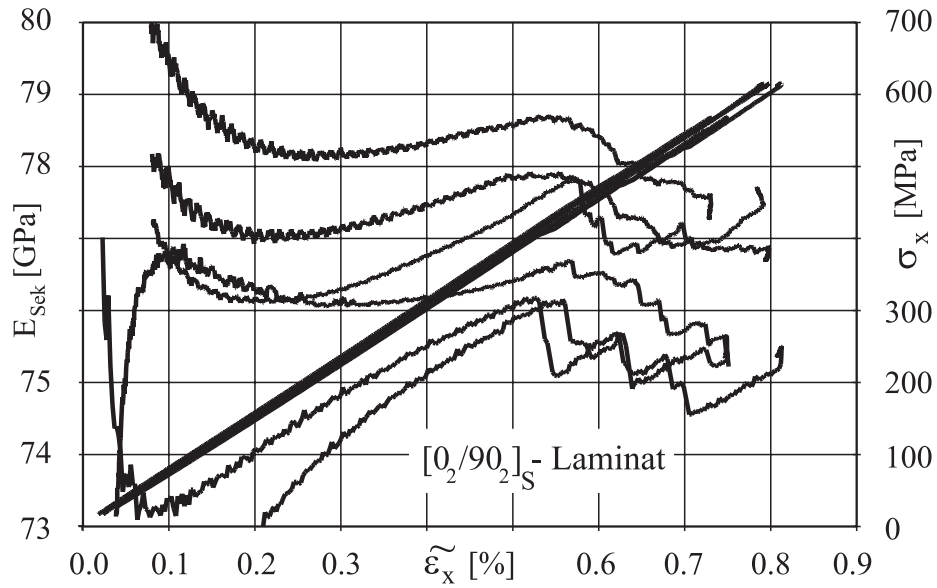


Abbildung A.3: Verlauf der Spannung und des Sekanten-E-Moduls über der Dehnung von  $[0_2/90_2]_S$ -Laminat-Proben bei Raumtemperatur

### Degradations-Spannungsverläufe

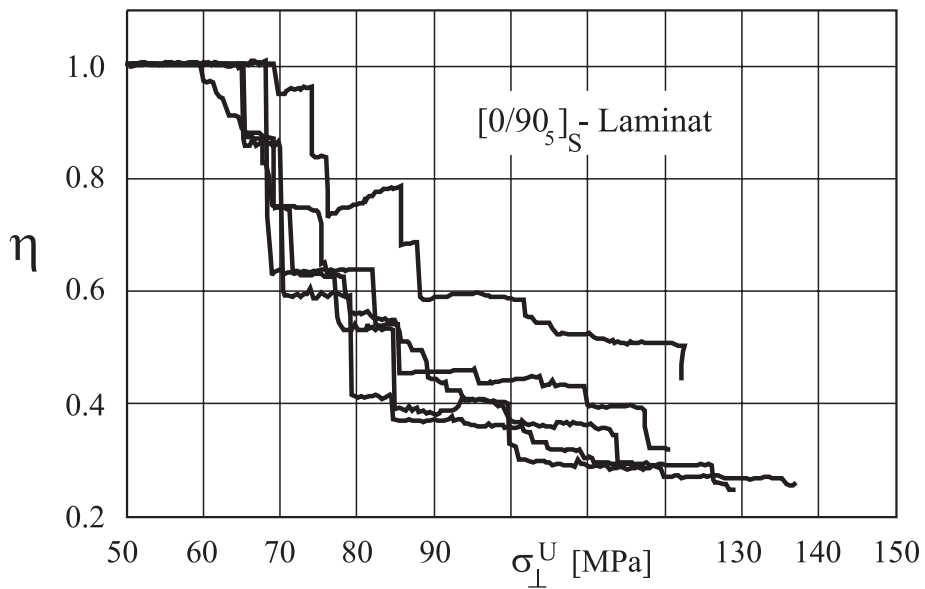


Abbildung A.4: Verlauf der berechneten Degradation nach Gleichung (3.27) und (3.34) von  $[0/90_5]_S$ -Laminat-Proben bei Raumtemperatur

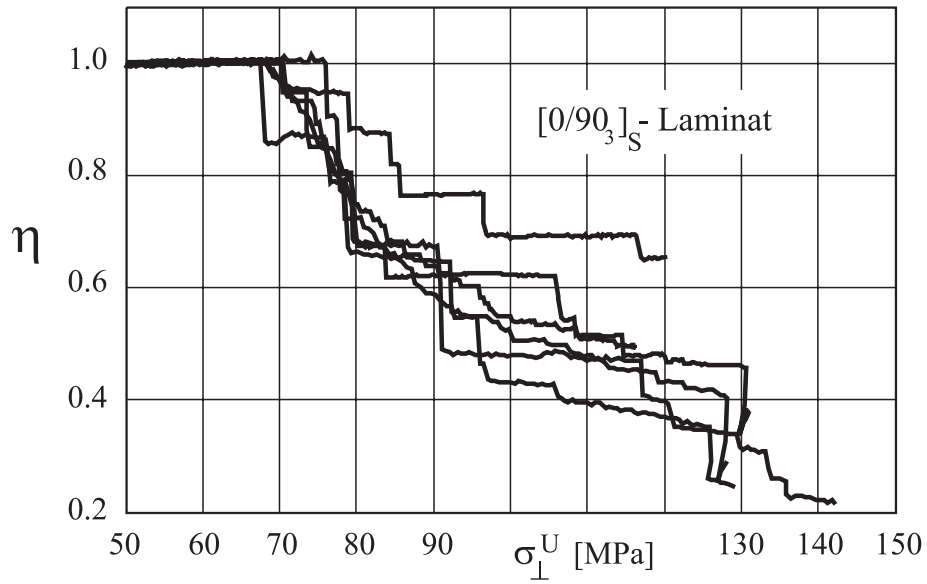


Abbildung A.5: Verlauf der berechneten Degradation nach Gleichung (3.27) und (3.34) von  $[0/90_3]_S$ -Laminat-Proben bei Raumtemperatur

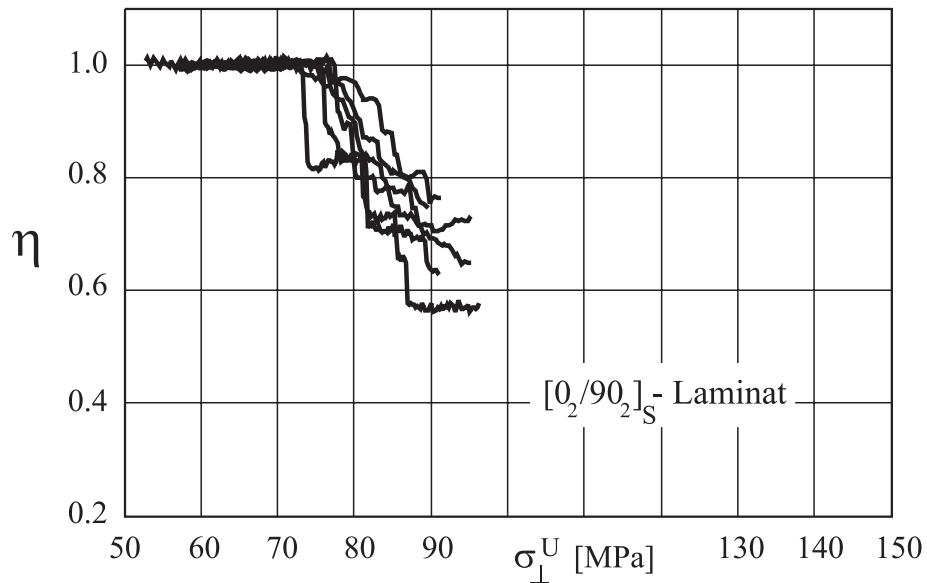


Abbildung A.6: Verlauf der berechneten Degradation nach Gleichung (3.27) und (3.34) von  $[0_2/90_2]_S$ -Laminat-Proben bei Raumtemperatur

### A.3.2 Ergebnisse der $[0_{r_0}/90_{r_{90}}]_S$ -Lamine bei $-196^\circ\text{C}$

#### Spannungs/E-Modul-Dehnungsverläufe

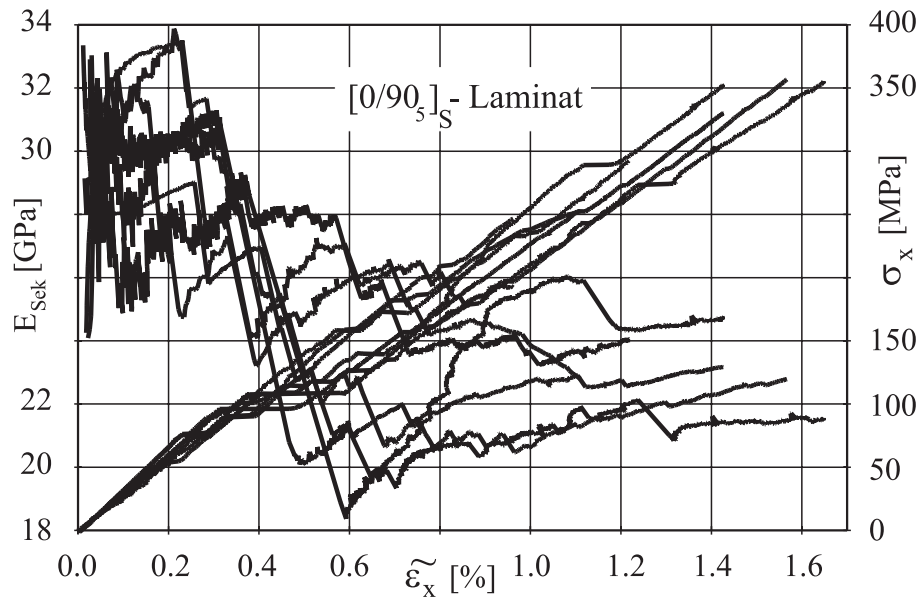


Abbildung A.7: Verlauf der Spannung und des Sekanten-E-Moduls über der Dehnung von  $[0/90_5]_S$ -Laminat-Proben bei 77 K

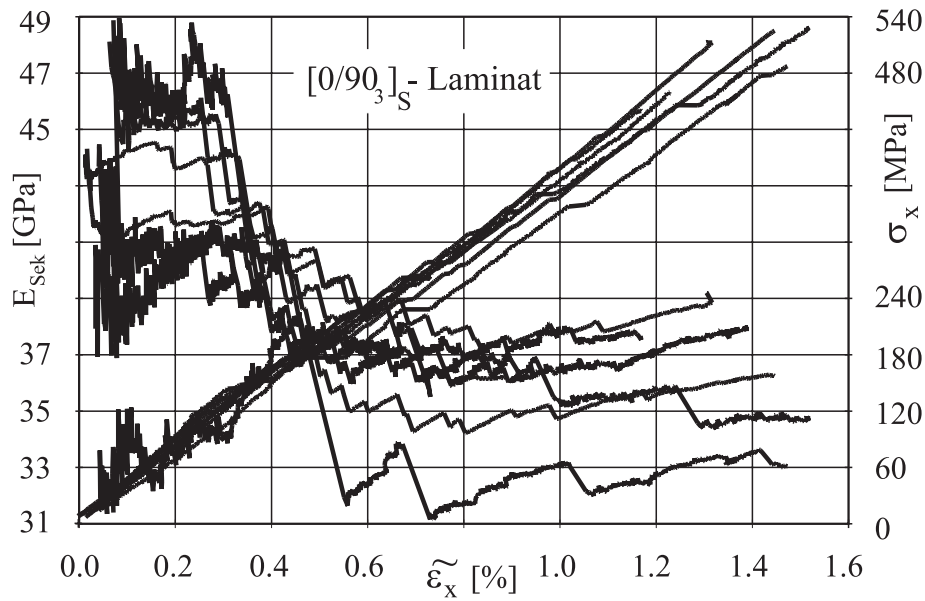


Abbildung A.8: Verlauf der Spannung und des Sekanten-E-Moduls über der Dehnung von  $[0/90_3]_S$ -Laminat-Proben bei 77 K

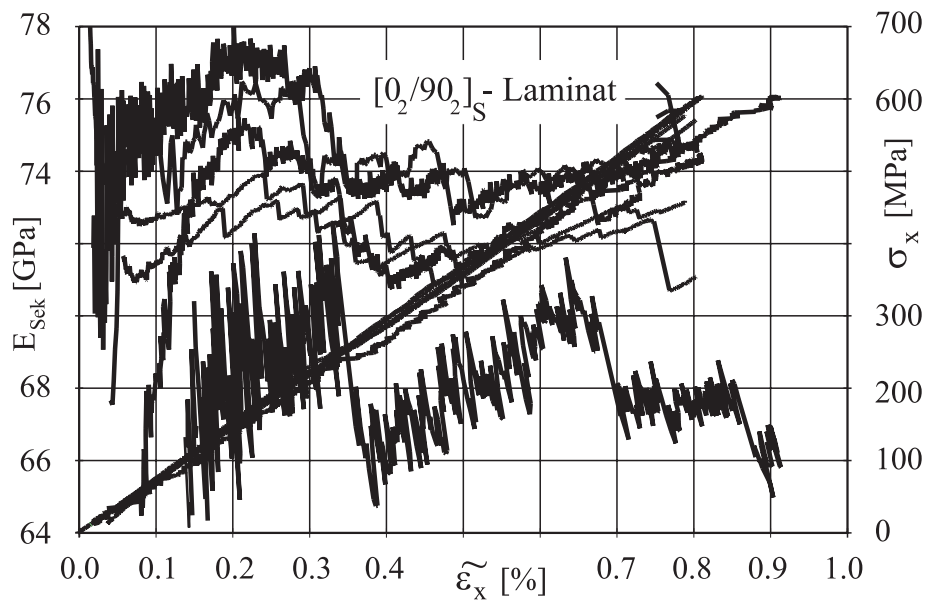


Abbildung A.9: Verlauf der Spannung und des Sekanten-E-Moduls über der Dehnung von  $[0_2/90_2]_S$ -Laminat-Proben bei 77 K

### Degradations–Spannungsverläufe

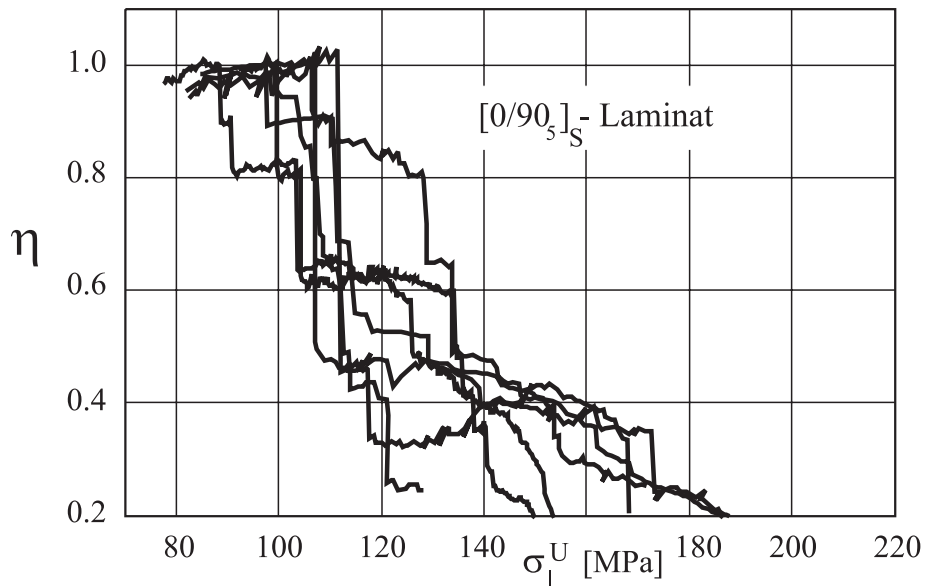


Abbildung A.10: Verlauf der berechneten Degradation nach Gleichung (3.27) und (3.34) von  $[0/90_5]_S$ -Laminat-Proben bei 77 K

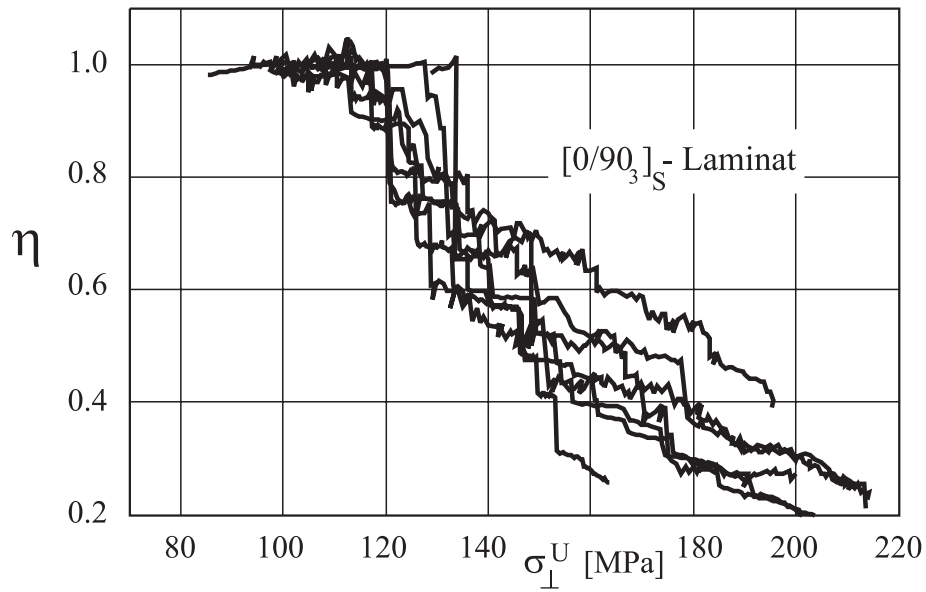


Abbildung A.11: Verlauf der berechneten Degradation nach Gleichung (3.27) und (3.34) von  $[0/90_3]_S$ -Laminat-Proben bei 77 K

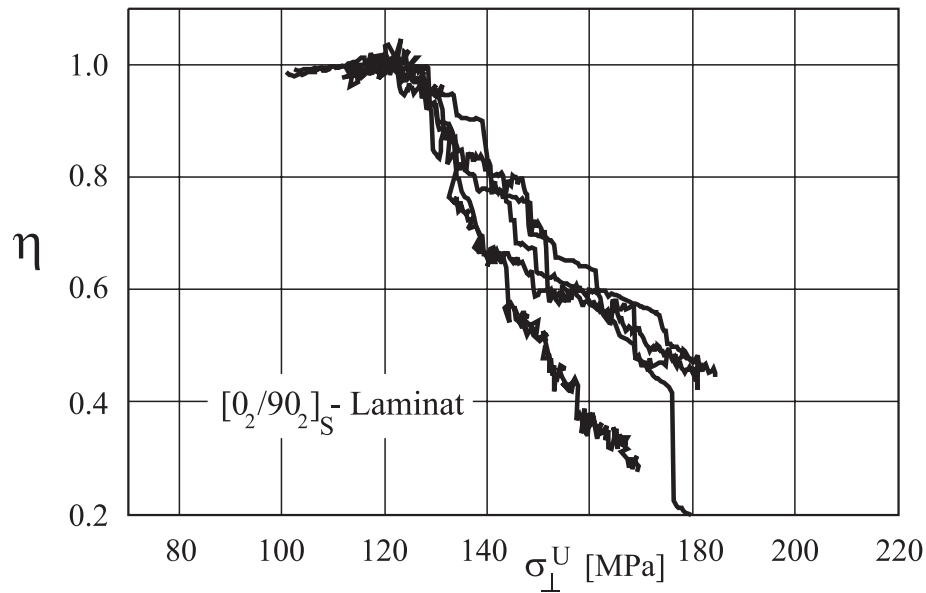


Abbildung A.12: Verlauf der berechneten Degradation nach Gleichung (3.27) und (3.34) von  $[0_2/90_2]_S$ -Laminat-Proben bei 77 K



## Anhang B

### Temperatursensoren

Mo-Sensor		Platin-Sensor		CRCW-Sensor	
$T$ [K]	$R$ [ $\Omega$ ]	$T$ [K]	$R$ [ $\Omega$ ]	$T$ [K]	$R$ [ $\Omega$ ]
64	385.6	13.2	0.150	1.4	11440
73	412.4	14.2	0.174	1.6	10632
83	442.0	15.2	0.203	1.8	9573
93	471.5	17.2	0.282	2.0	8977
103	501.0	19.2	0.393	2.2	8430
113	530.4	22.2	0.631	2.5	7966
123	559.7	24.2	0.844	3.0	7175
133	589.0	26.2	1.103	3.6	6503
143	618.2	30.2	1.767	4.0	6240
153	647.5	40.2	4.238	4.5	5930
163	676.7	51.2	7.988	5.0	5660
173	705.9	74.2	17.45	6.1	5259
183	735.2	93.2	25.69	6.8	5076
193	764.4	112.2	33.88	7.5	4921
213	823.0	134.2	43.23	8.2	4774
233	881.8	153.2	51.20	9.1	4640
253	940.8	174.2	59.91	10.0	4518
273	1000	193.2	67.72	11.0	4405
293	1060	213.2	75.88	12.1	4308
313	1119	233.2	83.98	14.1	4155
333	1179	255.2	92.83	16.0	4040
353	1240	273.2	100.0	18.0	3941
373	1300	293.2	108.0	25.1	3767

Tabelle B.1: Widerstandswerte der Temperatursensoren

In Abbildung B.1 ist das temperaturabhängige Widerstandsverhalten der drei verwendeten Temperatursensoren, das in Tabelle B.1 aufgelistet ist, graphisch dargestellt. Zusätzlich ist

in Abbildung B.1 für den jeweiligen Gültigkeitsbereich die Näherungsgleichung zur Auflösung der Temperatur bei gemessenem Widerstand eingetragen. Alle Sensoren sind relativ preiswert und eignen sich zum direkten Applizieren auf der Probe oder dem Bauteil. Je nach Sensortyp kommen die spezifischen Vorteile zum tragen.

Der Molybdän-Sensor ist besonders für den Einsatz bis zu kryogenen Temperaturen von ca. 70 K geeignet. Er zeichnet sich durch ein sehr lineares Temperatur-Widerstandsverhalten aus, so daß die Auflösung der Temperatur aus dem gemessenen Widerstand einfach ist. Zudem hat dieser Sensor ein Nutzsignal, das mit  $0.3\frac{\%}{K}$  bei 273 K bis  $0.7\frac{\%}{K}$  bei 77 K des Grundwiderstandes relativ hoch ist.

Soll bei tieferen Temperaturen bis 20 K gemessen werden, ist der Platin-Sensor gut geeignet. Von 300 bis 60 K hat er ähnlich dem Molybdän-Sensor im wesentlichen ein lineares Verhalten. Unterhalb 60 K kommt es zu Sättigung, wobei bis ca. 20 K noch eine sinnvolle Auflösung der Temperatur möglich ist.

Unterhalb von 20 K (insbesondere bei der Temperatur von flüssigem Helium mit 4.2 K) kann der CRCW-Sensor ein Dickschichtwiderstand eingesetzt werden. Dieser Sensor ist bis ca. 2 K bei stark zunehmenden Widerstand mit abnehmender Temperatur einsatzfähig.

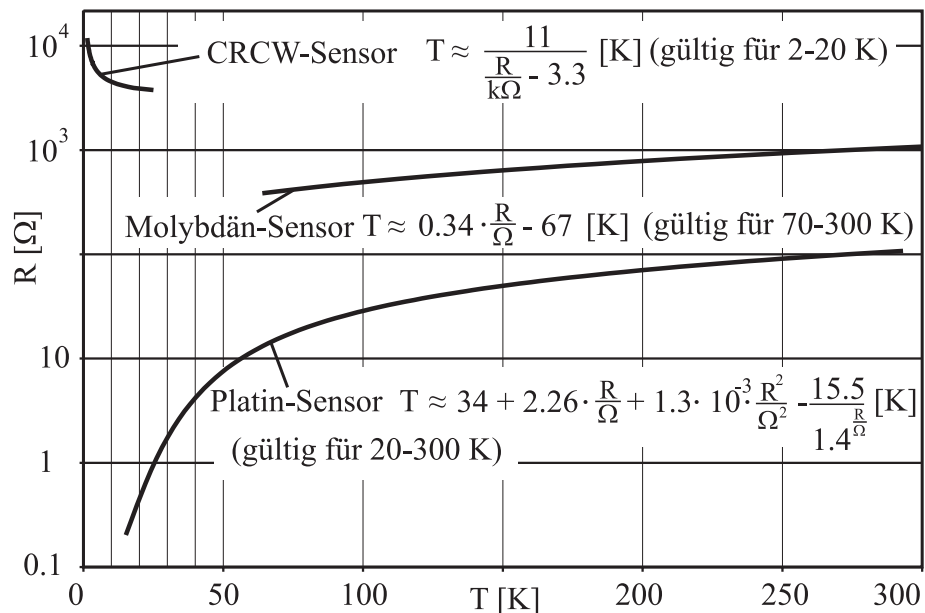


Abbildung B.1: Verlauf des Widerstandes über der Temperatur bei verschiedenen Temperatursensoren