

**Lehrstuhl für Technische Elektrophysik
Technische Universität München**

**Dynamische Regelung
mikroelektromechanischer Systeme (MEMS) mit Hilfe
kapazitiver Signalwandlung und Kraftrückkoppelung**

Martin Handtmann

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. D. Schmitt-Landsiedel

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr. rer. nat. G. Wachutka
2. Prof. Dr.-Ing. Chr. Hierold,
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich,
Schweiz

Die Dissertation wurde am 01.10.2002 bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
am 20.07.2004 angenommen.

Zusammenfassung

Eine bekannte Architektur zur A/D-Wandlung ist die Δ/Σ -Modulation. Angewandt auf mikroelektromechanische Systeme (MEMS) zeichnet sie sich durch perfekte Kompatibilität zu Systemen mit kapazitiver Signalwandlung, elektrostatischer Krafrückkoppelung und integrierter “Switched Capacitor”-Schaltungstechnik aus. In dieser Arbeit wird eine Auflösungsverbesserung von mikromechanischen Inertialsensoren erzielt, indem die in dieser Systemarchitektur enthaltene Rückkoppelung zusätzlich zur Positionsregelung der seismischen Masse eingesetzt wird.

Für den Systementwurf wird ein analytisches Modell des Δ/Σ -Modulators beschrieben. Dieses Modell charakterisiert die Wandel-, Stabilitäts- und Regeleigenschaften für ein- und mehrdimensionale Positionsregelungen. Das Messverstärkerrauschen wird als signifikanter Störmechanismus bei mikromechanischer Auslegung des Wandlers identifiziert und im Modell berücksichtigt.

Mit einer neuen, energiebasierten Makromodellierungsmethode für flexible, “squeeze Film”-gedämpfte Multielektrodenstrukturen werden die mikromechanischen Systemkomponenten dargestellt. Die Makromodelle eignen sich für eine effiziente Systemsimulation im Netzwerksimulator, bilden Nichtlinearitäten, gedämpfte Schwingungseigenmoden und Koppelmechanismen der Strukturen ab und können im analytischen Modell verwendet werden.

Anwendungsbeispiele erläutern die vorteilhafte Auflösungsverbesserung von Inertialsensoren beim Einsatz von krafrückgekoppelten Δ/Σ -Modulatoren. Experimentelle Ergebnisse an einem Beschleunigungssensor mit gesteigerter Empfindlichkeit demonstrieren eine Auflösungsverbesserung um 12dB auf ein eingangseitiges Rauschniveau von $1.6 \text{ mg}_{earth,rms}/\sqrt{\text{Hz}}$ und bestätigen das analytische Modell.

Abstract

A well known architecture for A/D-conversion is the Δ/Σ -modulation. Being applied to microelectromechanical systems (MEMS) it fits perfectly to systems with capacitive transduction, electrostatic force feedback and integrated switched capacitor circuitry. In this work, an improved resolution of micromechanical inertial sensors is achieved, by using the feedback loop, which is inherent to this system architecture, to additionally control the position of the seismic mass.

For the system design an analytical model of the Δ/Σ -modulator is set up. The model describes the transduction, stability and conversion properties for one- and multidimensional position controls. The noise of the sense amplifier is identified as a significant signal source in a micromechanical Δ/Σ -modulator and is included in the model.

A new, energy based macromodeling method for flexible, squeeze film damped multielectrode structures is used to characterize the micromechanical components. The resulting models are particularly suitable for an efficient system simulation in a network simulator. They feature non-linearities and coupling mechanisms of the structure and can be used in the analytical model.

The improved resolution of inertial sensors using force-feedback Δ/Σ -modulators is illustrated by examples. Experimental results of an acceleration sensor with enhanced sensitivity verify the analytical model and demonstrate an increase in resolution by 12dB, reducing the input related noise floor to $1.6 \text{ m}g_{\text{earth},rms}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Vorwort

Diese Dissertation entstand während meiner Tätigkeit in den Bereichen Wireless Systems und Corporate Research¹ bei der Infineon Technologies AG in München. Thematisch ist diese Arbeit in die Produktentwicklung von mikromechanischen Sensoren eingebunden.

Herrn Professor Dr. G. Wachutka vom Lehrstuhl für Technische Elektrophysik der Technischen Universität München danke ich für die Überlassung des Themas und die universitäre Betreuung. Er hat diese Arbeit durch wertvolle Hinweise und Anregungen gefördert.

Für die Betreuung, die zahlreichen Anregungen und die Unterstützung, auch in seiner früheren Funktion als Leiter der Mikrosystemtechnik-Abteilung der Siemens AG / Infineon Technologies AG, sowie für die Übernahme des Korreferats danke ich Herrn Professor Dr. C. Hierold vom Departement für Maschinenbau und Verfahrenstechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.

Herzlichst bedanke ich mich bei Dr. Robert Aigner. Er hat diese Arbeit bei der Infineon Technologies AG großzügig unterstützt, mit viel Engagement verfolgt und war jederzeit bei technischen oder formalen Problemen hilfsbereit.

Meinen Kollegen aus der Mikrosystemtechnik-Abteilung und aus dem Umfeld dieser Abteilung danke ich für die hervorragende Zusammenarbeit. Die kollegiale und freundschaftliche Atmosphäre sowie die wertvollen Hinweise und konstruktiven Diskussionen haben wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Meinen besonderen Dank gilt Herrn Klaus-Günter Oppermann, Herrn Dr. Andreas Meckes, Herrn Martin Franosch, Herrn Dr. Rafael Nadal und Herrn Max Steger für die Unterstützung bei der Herstellung der mikromechanischen Sensoren.

Mein Dank gilt Hans Mulatz für seine Hilfe beim Sägen und Bonden der Einzelchips.

Bei Prof. B. Boser von der University of California at Berkeley bedanke ich mich für die freundliche Aufnahme und Betreuung während meines Aufenthaltes und für die wertvollen Informationen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

¹Dieser Bereich gehörte ehemals zur Zentralabteilung Technik der Siemens AG in München.

Meinen Doktorandenkollegen Herrn Dr. Florian Plötz, Herrn Marc Földner, Herrn Marc Strasser, Herrn Torsten Reimann und Herrn Gernot Fattinger aus der Mikrosystemtechnik-Abteilung möchte ich für die hervorragende Zusammenarbeit danken. Die kollegiale und freundschaftliche Atmosphäre hat wesentlich dazu beigetragen, dass mir die Arbeit der letzten Jahre viel Freude bereitet hat.

Besonderen Dank gilt meinen Eltern, die es mir ermöglicht haben, dieses Ziel zu erreichen. Auch möchte ich mich bei meinem Vater für die vielen konstruktiven Diskussionen und Verbesserungsvorschläge bei der Revision der Arbeit bedanken. Simone danke ich für die moralische Unterstützung in schwierigen Phasen und die tatkräftige Hilfe bei der Revision der Arbeit.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Problemstellung	2
1.3	Stand der Technik und Zielsetzung	5
1.4	Thematische Gliederung	8
2	Mikroelektromechanische Messverfahren mit kapazitiver Signalwandlung.	11
2.1	Mikroelektromechanische Messsysteme	11
2.2	Spezifische Aspekte zur Anwendung mikromechanischer Sensorelemente	14
2.2.1	Kraft-Messverfahren	15
2.2.2	Parameter-Messverfahren	17
2.2.3	Intrinsisches Sensor-Rauschen	19
2.3	Kapazitive Signalwandlung	20
2.4	Grenzen mikroelektromechanischer Messverfahren mit kapazitiver Signalwandlung	24
2.5	Mikroelektromechanisches Kapazitätsmodell	25
2.5.1	Elektrostatische Kräfte	27
2.5.2	Negative differentielle Federkonstante	29
2.6	Kapazitive Messschaltungen	32
2.6.1	Messschaltungstypen	33
2.6.2	Synchrone Modulatoren in der Mikrosystemtechnik	34
2.6.2.1	Spannungsfolger	35
2.6.2.2	Ladungsintegrator	36
2.6.3	Vollständig differentieller Messverstärker mit “Input Common Mode Feedback”	38
2.6.3.1	“Input Common Mode Feedback”	39
2.6.3.2	Korrelierte Zweifachabtastung	40
3	Der mikroelektromechanische Δ/Σ-Modulator	45
3.1	Kraftrückgekoppelte Regelschleifen	45
3.1.1	Linearisierung der stationären Kennlinie	45
3.1.2	Frequenzgang und Bandbreite	47
3.1.3	Rauschen	48
3.1.4	Stabilität	49
3.1.5	Fazit	49

3.2	Der Δ/Σ -Modulator als Messsystem und Regelschleife	50
3.2.1	“Oversampling”	51
3.2.2	Noise Shaping	54
3.2.3	Der mikroelektromechanische kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulator	56
3.3	Analyse des Δ/Σ -Modulators in seiner Eigenschaft als Messsystem und Regelschleife	58
3.3.1	Stabilität und Güte von mikroelektromechanischen Δ/Σ -Regelschleifen	58
3.3.1.1	Modellierung von Δ/Σ -Modulatoren unter Berücksichtigung des Verstärkerrauschens	60
3.3.1.2	Stabilitätsanalyse	65
3.3.1.3	Leistungsvermögen der A/D-Wandlung	69
3.3.2	Fehlermechanismen in realen Δ/Σ -Modulatoren	71
3.3.2.1	Elektronischer Offset	72
3.3.2.2	Mechanischer Offset	73
3.3.2.3	Totzonen	74
3.4	Mehrdimensionale Δ/Σ -Regelschleifen	77
4	Methode zur Makromodellierung gedämpfter mikroelektromechanischer Strukturen	87
4.1	Anforderungen an Makromodelle mikroelektromechanischer Strukturen in Δ/Σ -Schleifen	87
4.2	Modellierungsansatz	90
4.3	Physikalische Modellformulierung	92
4.3.1	Die Lagrange-Gleichungen	93
4.3.2	Festkörpermechanik	94
4.3.3	Elektrostatik	98
4.3.4	Gas-Fluidik im engen Spalt	99
4.3.4.1	Die Reynolds-Gleichung	99
4.3.4.2	Die Reynolds-Gleichung bei perforierten Wänden	102
4.4	Implementierung der Schmierfilmdämpfung in Finite-Elemente-Modelle	104
4.4.1	Finite-Elemente-Methode	105
4.4.2	Schmierfilmgedämpftes finites Plattenelement (“Squeeze Film Damped Shell Element”)	107
4.5	Modellreduktion	111
4.5.1	Karhunen-Loève Zerlegung	112
4.5.2	Beschreibung als Makromodell	116
4.5.2.1	Abbildung von Nichtlinearitäten	118
4.5.2.2	Wahl der Reduktionsbasis	120
4.5.2.3	Definition der Schnittstellen	125
4.5.2.4	Ableitung der linearen Übertragungsfunktion der mikroelektromechanischen Struktur	126
4.5.2.5	Makromodell einer aufgehängten Platte	126
5	Systeme zur elektrostatischen Positionsregelung freischwebender Strukturen	135

5.1	Freischwebende Strukturen in der Inertialsensorik	136
5.2	Elektrostatische Krafteinwirkung bei freischwebenden Strukturen	141
5.3	Systeme zur elektrostatischen Manipulation freischwebender Strukturen . . .	143
5.3.1	Passiv geregeltes System: <i>RLC</i> -Kreis	144
5.3.2	Aktiv geregeltes System: Berührungslose Δ/Σ -Schleife	149
5.3.2.1	Differentielle kapazitive Positionsmessschnittstelle	150
5.3.2.2	Kraftrückkoppelung	152
5.3.2.3	Übertragungsfunktion der freischwebenden Struktur	152
5.3.2.4	Δ/Σ -Regelkreis	153
5.4	Startphase: Anheben der freischwebenden Struktur	156
5.4.1	Startphasenproblematik	156
5.4.2	Startphasenverfahren	158
5.4.2.1	Spacertechnologie	159
5.4.2.2	Start-Kraftpuls und Skalierung der Messkraft	159
5.4.2.3	Serienkondensator	162
5.4.2.4	Aktive Kontrolle mittels Ladungseinprägung	165
5.4.3	Messung mit einseitiger Messspannung	168
5.5	Freischwebende Platte als Anwendungsbeispiel	172
5.5.1	Numerische Simulation	175
5.5.1.1	Simulation der Startphase	177
5.5.1.2	Simulation des Betriebszustandes Platte in Mittellage	179
6	Mikromechanischer Beschleunigungssensor mit elektrisch gesteuerter Empfindlichkeitserhöhung	183
6.1	Prinzip der elektrisch gesteuerten Empfindlichkeitserhöhung	183
6.2	Systemkonzept	187
6.2.1	Mikroelektromechanische Struktur	189
6.2.2	Kapazitive Messschaltung	191
6.3	Systemauslegung und -grenzen	195
6.4	Experimentelle Ergebnisse	199
7	Zusammenfassung und Ausblick	203
A	Lineares Modell eines “zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers”	207
	Literaturverzeichnis	211

Abbildungsverzeichnis

1.1	Signallaufplan eines offenen und eines geschlossenen Messsystems	5
2.1	Mikroelektromechanisches Messsystem.	12
2.2	Feder-Masse-System zweiter Ordnung.	14
2.3	Betrag der Übertragungsfunktion $G_{mech,2.Ord}$	16
2.4	Differentielle kapazitive Grundkonfiguration.	21
2.5	Einseitige kapazitive Grundkonfiguration.	21
2.6	Kammstruktur und parallele Plattenstruktur.	23
2.7	Elektromechanisches Kapazitätsmodell.	26
2.8	Beschaltung eines Differentialkondensators.	29
2.9	Spannungsfolger mit zu vermessender, kapazitiver Halbbrücke.	35
2.10	Ladungsintegrator mit kapazitiver Halbbrücke.	37
2.11	Differentielle Messverstärkerschaltung mit "Input Common Mode Feedback".	38
3.1	Regelkreis als Messsystem.	46
3.2	Vergleich des Signalrauschabstandes bei offenen und rückgekoppelten Messsystemen.	48
3.3	Vergleich normaler A/D-Wandlung zum Δ/Σ -Modulator.	51
3.4	Kennlinie eines mehrstufigen Quantisierers.	52
3.5	Einfaches lineares Ersatzschaltbild eines Quantisierers, für den die "Busy"-Bedingung zutrifft.	53
3.6	Grundelemente eines Δ/Σ -Regelkreises.	55
3.7	Signallaufplan eines mikroelektromechanischen kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators.	57
3.8	Lineares Modell für die nichtlineare Zweipunktkenlinie in einem Δ/Σ -Modulator.	60
3.9	Ersatzschaltbild des kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators.	61
3.10	Zeitdiagramm von zeitmultiplexer Positionsmessung und Kraftrückkoppelung.	64
3.11	Wurzelortskurven als Funktion der Kreisverstärkung.	66
3.12	Verstärkung des Quantisierers.	67
3.13	Verstärkung des Quantisierers und normalisierte Produkt aus dieser Verstärkung und der Rückkoppelkraft.	68
3.14	Spektrale Dichte der eingangsbezogenen, niederfrequenten Rauschamplitude.	70
3.15	Dynamischer Bereich.	71
3.16	Signallaufplan eines Δ/Σ -Modulator mit typischen Offsetquellen.	72

3.17 Δ/Σ -Modulator mit eingangsbezogenem Offset.	74
3.18 Δ/Σ -Modulator mit Modulationsverstärker.	75
3.19 Δ/Σ -Modulator mit parasitärer Koppelung γ des Feedbacksignals in den Messpfad.	76
3.20 Regelung einer freischwebenden Platte in zwei Freiheitsgraden.	78
3.21 Signallaufplan der nicht entkoppelten Regelung der freischwebenden Platte.	78
3.22 Rückkoppelkraftmuster bei der nicht entkoppelten Regelung der freischwebenden Platte	79
3.23 Signallaufplan mit "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierer" der nicht entkoppelten Regelung der freischwebenden Platte.	79
3.24 Ersatzschaltbild des "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers".	80
3.25 Ausgangsspektren der Regelung der freischwebenden Platte bei Betrieb ohne Entkoppelung.	82
3.26 Signallaufplan mit entkoppelter Regelung der zweidimensionalen freischwebenden Platte.	84
3.27 Rückkoppelmuster bei entkoppelter Regelung der freischwebenden Platte.	85
3.28 Ausgangsspektren der Regelung der freischwebenden Platte mit entkoppelter Regelung.	86
4.1 Anregung von Verformungsmoden der mechanischen Struktur durch das breitbandige und energiereiche rückgekoppelte Rauschen in einem kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators.	89
4.2 Definition des Verschiebungsvektors.	95
4.3 Definition der mechanischen Spannungen.	96
4.4 Schmierfilmdämpfung eines langen schmalen Spaltes.	100
4.5 Stationäre Strömung durch ein Perforationsloch.	103
4.6 Zylindersymmetrische Strömungsverteilung im Schmierfilm zur Abschätzung des Strömungswiderstandes seines Schmierfilms.	104
4.7 Vierseitiges schmierfilmgedämpftes finites Plattenelement.	108
4.8 Schmalere Bereich \mathbf{G} und Projektion Q_U auf einen affinen, approximierten Teilbereich $a + \mathbf{U}$	114
4.9 Eingeschränkter S-Ebenenbereich, aus dem die Auswahl der Eigenmoden für die Konstruktion eines Makromodells von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen erfolgen sollte.	122
4.10 Normierte Verformungs- und Druckverteilungen des FEM-Modells für einen geringen Referenzdruck von $p_0 = 10^{-1}$ Pa.	123
4.11 Normierte Verformungs- und Druckverteilungen des FEM-Modells für einen Referenzdruck identisch zum Normaldruck $p_0 = 10^5$ Pa.	124
4.12 An Federn aufgehängte mikroelektromechanische Platte	127
4.13 Die für die Modellreduktion verwendete Verformungs- und Druckverteilungen.	128
4.14 Vergleich der Druckwurzelortskurve bzgl. der Makromodellierungsmethode.	129
4.15 Spektrum des Bitstromes bzgl. der Positionsregelung entlang der z-Achse für eine Abtastfrequenz von 2 MHz.	130
4.16 Bodeplot des analytischen Modells nach Kapitel 3 der aufgehängten Platte bei Vakuum ($p_0 = 0.1$ Pa) und einer Abtastfrequenz von $f_s = 2$ MHz.	131

4.17	Bodeplot des analytischen Modells nach Kapitel 3 der aufgehängten Platte bei Vakuum ($p_0 = 0.1$ Pa) und einer Abtastfrequenz von $f_s = 5$ MHz.	132
4.18	Spektrum des Bitstroms bzgl. der Regelung entlang der z-Achse für einen Referenzdruck identisch zum Normaldruck $p_0 = 10^5$ Pa und einer Abtastfrequenz von $f_s = 2$ MHz.	133
5.1	Signallaufplan eines Drehratensensors.	137
5.2	Konzept einer Elektrodenanordnung zur elektrostatischen Ausregelung einer freischwebenden Platte.	139
5.3	Rotatorisches Antriebsschema mit lateralen Elektroden für eine freischwebende Platte.	140
5.4	Kapazitives Ersatzschaltbild für eines “freischwebende” Masse.	141
5.5	Gewöhnliche, für freischwebende Strukturen unbrauchbare Elektrodenanordnung.	142
5.6	Differentielle Elektrodenanordnung mit geteilten Elektroden und differentieller Spannungsbeschaltung zur Erzeugung von einseitigen elektrostatischen Kräften.	142
5.7	Fehlladung bei Anbringung einer elektrostatischen Kraft an einer freischwebenden Masse.	143
5.8	Eindimensionales Modell einer freischwebenden Struktur.	144
5.9	Einseitiger <i>RLC</i> -Schwingkreis zur passiven Stabilisierung einer freischwebenden Struktur.	145
5.10	Regelschleife zur Positionsregelung.	149
5.11	Differentielle kapazitive Positionsmessung an einer freischwebenden Struktur mit einem “Input Common Mode Feedback”-Ladungsintegrator.	151
5.12	Regelkreis in Δ/Σ -Architektur zur Ausregelung einer freischwebenden Struktur.	153
5.13	Elektrostatische Messkraft $F_{el,sense}$ und Rückkoppelkraft F_{fb} als Funktion der Auslenkung.	157
5.14	Zweidimensionale Ausregelung bzgl. der vertikalen Auslenkung z und der Verkippung φ einer freischwebenden Platte.	161
5.15	Simulierte zeitliche Entwicklung der Kantenauslenkungen einer freischwebenden Platte bei der Startphase “Start-Kraftpuls”	162
5.16	Serienkapazität, um die elektrostatischen Kräfte in der mikroelektromechanischen Struktur mittels Kapazitäten zu begrenzen.	163
5.17	Beschaltung einer freischwebenden Struktur mit dem Verfahren der Serienkapazitäten.	164
5.18	Beschaltung einer freischwebenden Platte beim Verfahren der Ladungseinsprägung mittels Serienkondensator.	166
5.19	Beschaltung einer freischwebenden Platte beim Verfahren der Ladungseinsprägung mittels Ladungspulsen.	167
5.20	Beschaltung einer freischwebenden Struktur beim Verfahren “Messung mit einseitiger Messspannung”.	169
5.21	Elektrostatische Messkraft als Funktion der Auslenkung für das Verfahren “Messung mit einseitiger Messspannung”.	170

5.22	Mikroelektromechanische Struktur für die aktive Ausregelung einer runden freischwebenden Platte.	173
5.23	Rückkoppelschema bei Regelung der drei Bewegungsfreiheitsgrade z, ϕ, φ für $z, \phi, \varphi < 0$	174
5.24	Rückkoppelschema bei Regelung der drei Bewegungsfreiheitsgrade z, ϕ, φ und der Festkörpereigenmode q_1 für $z, \phi, \varphi, q_1 < 0$	174
5.25	Detektierbare Verformungsmode q_1 der freischwebenden Platte.	175
5.26	Verformungsmode, die durch Regelung der φ - bzw ϕ -Verkipfung angeregt werden kann.	175
5.27	Vertikale Auslenkung z des Massenmittelpunktes während der Startphase der freischwebenden Platte.	177
5.28	Verkipfung der Platte um die φ -Achse während der Startphase der freischwebenden Platte.	178
5.29	Verkipfung der Platte um die ϕ -Achse während der Startphase der freischwebenden Platte.	178
5.30	Spektrum des Bitstroms der Regelung entlang der z -Achse.	179
5.31	Spektrum des Bitstroms der Regelung um die φ -Achse.	180
5.32	Spektrum des Bitstroms der Regelung um die ϕ -Achse.	180
6.1	Systemkomponenten eines mikromechanischen Beschleunigungssensors.	184
6.2	Empfindlichkeitserhöhung der mechanischen Übertragungsfunktion.	185
6.3	Vergleich zwischen dem Zugewinn an mechanischer Empfindlichkeit und dem durch die auftretende elektromechanische Instabilität bedingten Verlust an Stabilität.	186
6.4	Beschleunigungssensor mit elektrisch gesteuerter Empfindlichkeitserhöhung und kraftrückgekoppelter Δ/Σ -Schleife zur Stabilisierung.	188
6.5	Mikromechanische 2-Chip-Lösung im Querschnitt.	189
6.6	Aufsicht auf das Design der strukturierten mittleren Polysiliziumschicht des Beschleunigungssensors.	190
6.7	Erste Stufe des differentiellen Messverstärkers mit teleskopischem Design.	193
6.8	“Input Common Mode Feedback“-Verstärker der ersten Stufe, ausgeführt als gefaltete Kaskade.	193
6.9	Zweite Stufe des Messverstärkers mit teleskopischem Design.	194
6.10	Dritte Stufe des Messverstärkers, ausgeführt als gefaltete Kaskade.	194
6.11	Variation der effektiven Federkonstante als Funktion der Empfindlichkeitserhöhung.	197
6.12	Ersetzung der Rückwirkung der eingangsbezogenen, spektralen Verstärker-rauschleistungsdichte S_{el} durch eine effektive, eingangsbezogene, spektrale Verstärkerrauschleistungsdichte $S_{el,eff}$	198
6.13	Niederfrequente, eingangsbezogene, spektrale Rauschleistungsdichte $S_{in,total}$ als Funktion der mechanischen Empfindlichkeitserhöhung.	199
6.14	Leiterplatte für den Betrieb des Beschleunigungssensors aus Abb. 6.4.	201
6.15	Experimentelles Ausgangsspektrum für zwei verschiedene Offsetspannungen.	202
A.1	Ersatzschaltbild des ”zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers“.	207

Tabellenverzeichnis

2.1	Abhängigkeiten der Kapazität von der Auslenkung.	22
2.2	Elektrostatische Kräfte.	27
2.3	Elektrische Federkonstanten.	30
3.1	Verwendete Simulationsparameter und ermittelte Modellparameter für eine zweidimensionale freischwebende Platte. Die Parameter entsprechen einer 4 μm dicken quadratischen Platte mit einer Seitenlänge von 500 μm , mit einem Elektrodenabstand von 1 μm und einer Rückkoppelspannung von 1V.	83
4.1	Vergleich der Eigenfrequenzen: FEM-Modell vs. Makromodell.	125
5.1	Vergleich der maximalen Winkelgeschwindigkeit eines mikromechanischen “Kreisel”-Drehratensensors und eines mikromechanischen Drehratensensors nach dem Prinzip der schwingenden Masse.	140
5.2	Benötigte Induktivität L in Abhängigkeit der Versorgungsfrequenz f_{RLC}	148
5.3	Berechnete Eigenschaften einer freischwebenden Struktur mit Δ/Σ -Regelung.	154
5.4	Parameter der in Tab. 5.3 betrachteten freischwebenden Struktur.	155
5.5	Parameter der simulierten Platte.	176
6.1	Parameter des Sensorelementes des realisierten Beschleunigungssensors.	190
6.2	Schaltungsparameter des realisierten Beschleunigungssensors, simuliert mit SPICE.	191

Verzeichnis der wichtigsten Symbole

Symbol	Bedeutung
a	Beschleunigung
A	Plattenkondensatorfläche
$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{A}_0$	Systemmatrizen eines FEM-Modells
A_V	Spannungsverstärkung des offenen Messverstärkers
α	Ordnung des Tiefpassfilters in einer Δ/Σ -Schleife
b	linearer Entwicklungskoeffizient
\mathbf{b}	Vektor linearer Entwicklungskoeffizienten
b_C	Breite der Plattenkondensatorfläche
BW	Bandbreite des Messverstärkers
β_i	Koeffizienten der Ansatzfunktion im schmierfilmgedämpften finiten Plattenelement
c	mechanische Dämpfungskonstante
C	Kondensatorkapazität
\mathbf{C}	Kapazitätsmatrix einer mikroelektromechanischen Struktur
ΔC	Kapazitätsänderung
C_0	Nennkapazität einer kapazitiven mikroelektromechanischen Struktur in der Ruhelage bzw. im Arbeitspunkt
C_B, C'_B	Kapazität der Bodenkondensatoren
C_D, C'_D	Kapazität der Deckelkondensatoren
C_{fb}	Rückkoppelkapazität
C_g	Gatekapazität am Eingang des MOSFET-Messverstärkers
C_{int}	Integrationskapazität eines Ladungsintegrators
C_l	Lastkapazität
C_{par}	parasitäre Kapazität
C_s	Kapazität des Serienkondensators
d	Spaltabstand
d_0	Nennspaltabstand zwischen zwei Elektroden in der Ruhelage bzw. im Arbeitspunkt
\mathbf{D}	Differentiationsmatrix (Gl. 4.4)
DR	dynamischer Bereich des Ausgangssignals eines Δ/Σ -Modulators
Δ	Quantisierungsstufe
e	Quantisierungsfehler
e_n	stochastischer Anteil im Eingangssignal eines Quantisierers
\vec{e}_i	Einheitsvektor

Verzeichnis der wichtigsten Symbole

Symbol	Bedeutung
E_{mod}	Elastizitätsmodul
\mathbf{E}_{mod}	Elastizitätsmatrix
$E_{pot,mech}$	potentielle mechanische Energie
$E_{pot,el}$	potentielle elektrische Energie
ϵ	relative Dielektrizitätszahl ϵ_r * Dielektrizitätskonstante ϵ_0
ϵ_m	mechanischer Dehnungsvektor
$\epsilon_{m,ii}$	Dehnungen des Festkörpers
$\epsilon_{m,ij}$	Scherungen des Festkörpers
f	Frequenz
f_0	Resonanzfrequenz eines mechanischen Schwingers
$f_{N,signal}$	Nyquistfrequenz des Signalbands
f_{RLC}	Frequenz des RLC -Kreises
f_s	Abtastfrequenz
$F_{el,max}$	maximale, elektrostatische Kraft beim Startphasen-Verfahren "Serienkondensator"
F_{fb}	Rückkoppelkraft
$F_{fb,offset}$	Rückkoppelkraftoffset
F_{in}	Eingangskraft in ein mikroelektromechanisches Messsystem
$\vec{F}_{i,A}$	Flächenkraft
\vec{F}_M	Kraftdichte bzgl. der Masse: $d\vec{F}/dm$
F_N	Rauschkraft
$F_{offset,gesamt}$	gesamte Offsetkraft
$F_{Totzone}$	Breite der Totzone bzgl. der Eingangskraft in den Δ/Σ -Modulator
F_v	verallgemeinerte Kraft bzgl. der Lagrange-Koordinate q_v
\vec{F}_V	Kraftdichte bzgl. des Volumens $d\vec{F}/dV$
ϕ	rotatorische Auslenkung (Verkipfung)
g_i	Eigenvektor bzw. Ortsfunktion
\mathbf{g}	Basis orthogonaler Eigenvektoren bzw. Ortsfunktionen
g_m	Steilheit eines Transistor bzw. der Messverstärkereingangsstufe
\mathbf{G}	dünner Bereich des Hilbertraums
G_0	Übertragungsfunktion der offenen Δ/Σ -Schleife ohne Verstärkungsfaktor des Quantisierers
G_{comp}	Übertragungsfunktion des Kompensators
G_{el}	Übertragungsfunktion des elektrischen Schaltkreises. Dieser Ausdruck schließt, mit Ausnahme des Kapitels 2, die Empfindlichkeit der Signalwandlung mit ein.
G_{Ffb}	Übertragungsfunktion der Rückkoppelung
G_{Kreis}	Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises
G_{mech}	Übertragungsfunktion des Sensorelementes
G_{TP}	Übertragungsfunktion des Tiefpass-Filters
GM	Verhältnis der Transistorsteilheiten (ICFB-Schaltung)
γ	parasitäre Koppelung des Ausgangs des Δ/Σ -Modulators auf den Messverstärkereingang

Symbol	Bedeutung
h	die DGL Ψ anregende Funktion
h_{Ri}	anregende Funktion bzgl. der i-ten Randbedingung Ψ_{Ri}
H	Hilbertraum
η, η'	Viskositätskoeffizienten
I	Stromstärke
<i>I_{Strang}</i>	Stromstärke in einem Verstärkerzweig
<i>I_φ</i>	Trägheitsmoment
φ	rotatorische Auslenkung (Verkipfung)
k	mechanische Federkonstante
k_B	Boltzmannkonstante
k_{el}	Federkonstante der elektrischen Feder
k_{eff}	effektive Federkonstante eines mittels elektrischer Federn empfindlichkeitserhöhten Sensorelementes
<i>k_{mech}</i>	mechanische Federkonstante
K	Steifigkeitsmatrix
K_{red}	Steifigkeitsmatrix des Makromodells
<i>K_{mech}</i>	Empfindlichkeit des Sensorelementes
K₀	Verstärkung des offenen Regelkreises
K_{el}	stationäre Verstärkung des Messverstärkers. Mit Ausnahme des Kapitels 2 schließt dieser Ausdruck die Empfindlichkeit der Signalwandlung mit ein.
K_N	lineare Verstärkung des Quantisierers bzgl. stochastischer Signale
K_Q	stationäre Verstärkung eines mehrstufigen Quantisierers
K_R	stationäre Verstärkung einer Rückkoppelung
<i>K_{signal}</i>	Empfindlichkeit des Signalwandlers
K_x	lineare Verstärkung des Quantisierers bzgl. stationärer Signale
l	Länge der Plattenkondensatorfläche; laterale Auslenkung der kapazitiven Kammstruktur
L	Induktivität
λ	mittlere freie Weglänge
m	Masse
m_e	stationärer Anteil des Eingangssignal in einen Quantisierer
m_x	Eingangssignal in eine Δ/Σ -Schleife, normiert auf die effektive Rückkopplungamplitude
M	Massenmatrix
M_{red}	Massenmatrix des Makromodells
n	Quantisierungsfehler
\vec{n}	Flächennormalenvektor
n_μ	Verhältnis der Transistormobilitäten (ICFB-Schaltung)
N(x)	nichtlineare Abbildungsfunktion des Quantisierers
N_{2D4}	Abbildungsfunktion des "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers"
ν	Poissionzahl
OSR	Oversamplingratio
p	Druck

Symbol	Bedeutung
\mathbf{p}	Druckknotenpunktvektor des FEM-Elementes
p_0	Referenzdruck
p_i	Druckknotenpunktparameter des FEM-Elementes
\mathbf{p}_v	Druckvektor des Makromodells
\mathbf{P}	Druckreduktionsbasis in Knotenpunktparametern des FEM-Modells
\mathbf{P}_{perf}	Perforations-Matrix des FEM-Elementes
$\mathbf{P}_{perf,red}$	Perforations-Matrix des Makromodells
\mathbf{PDP}_d	Druck-Druckänderungs-Matrix des FEM-Elementes
\mathbf{PDP}_{red}	Druck-Druckänderungs-Matrix des Makromodells
\mathbf{PDW}_d	Druck-Auslenkungsänderungs-Matrix des FEM-Elementes
\mathbf{PDW}_{red}	Druck-Auslenkungsänderungs-Matrix des Makromodells
\mathbf{PP}_d	Druck-Druck-Matrix des FEM-Elementes
\mathbf{PP}_{red}	Druck-Druck-Matrix des Makromodells
\mathbf{PW}_d	Druck- Auslenkungs-Matrix des FEM-Elementes
\mathbf{PW}_{red}	Druck- Auslenkungs-Matrix des Makromodells
q_i, q_v	Lagrange-Koordinate
\mathbf{q}_v	Lagrange-Koordinatenvektor des Makromodells
Q	Ladung
Q_+	positive influenzierte Ladung auf einer freischwebenden Platte
Q_-	negative influenzierte Ladung auf einer freischwebenden Platte
Q_{Masse}	Ladung auf einer freischwebenden Struktur
Q_{mech}	mechanischer Gütefaktor
Q_{pr}	Korrekturterm für die Viskosität
$QUu^{(i)}$	Projektion des Zustandpunktes $u^{(i)}$ auf den Unterraum U
θ	rotatorische Auslenkung (Verkipfung)
R	Ohmscher Widerstand
\mathbf{R}	Näherungsfehler
R'_{perf}	Flächenbelag des Strömungswiderstandes der perforierten Membran
$R_{squeeze}$	Strömungswiderstands eines Schmierfilmelementes
ρ	Dichte
ρ_0	Dichte beim Referenzdruck
S	spektrale Rauschleistungsdichte
S_{el}	spektrale Rauschleistungsdichte des Messverstärkers
S_n	spektrale Quantisierungsrauschleistungsdichte
$S_{n,e}$	spektrale Rauschleistungsdichte des Eingangssignal in den Quantisierer
$S_{n,output}$	spektrale Rauschleistungsdichte im Ausgang des Δ/Σ -Modulators
SNR	Signalrauschabstand
σ_{el}^2	Rauschleistung des Messverstärkers
σ_e^2	Rauschleistung am Quantisiererereingang
σ_n^2	Quantisierungsrauschleistung
$\boldsymbol{\sigma}_m$	mechanischer Spannungsvektor
$\sigma_{m,ii}$	mechanische Normalspannung
$\sigma_{m,ii}$	mechanische Scherspannung

Symbol	Bedeutung
t	Zeit
t_{fb}	Dauer eines Rückkoppelintervalls
$t_{fb,delay}$	Verzögerung eines Rückkoppelintervalls
t_{sense}	Dauer eines Messintervalls
T	kinetische Energie
$Temp$	absolute Temperatur
T_s	Abtastperiode
u	Zustandvariable
\mathbf{u}	Zustandvariablenvektor
\vec{u}_V	Verschiebungsvektor
U	Unterraum des Hilbertraums
$v(t)$	zeitveränderliche Spannung
$v_{d,sat}$	Sättigungsspannung
v_n	Rauschspannung
\vec{v}	Strömungsfeld
V	Spannung
\mathbf{V}	Spannungsvektor der Elektrodenpotentiale, incl. dem Potential der mikroelektromechanischen Struktur
V_{bias}	Vorspannung zur Erzeugung elektrischer Federn mit negativer Federkonstante
V_{dd}	Versorgungsspannung der elektrischen Messschaltung
V_{fb}	Rückkoppelspannung
V_{in}	Eingangsspannung in Verstärkerschaltung
V_{Masse}	Potential der freischwebenden Struktur
V_{offset}	Spannungsoffset
V_{out}	Ausgangsspannung der Verstärkerschaltung
V_{RLC}	Effektivwert der Speisespannung des RLC -Kreises
V_{sense}	Messspannung bzw. Messspannungssprung
V_x	Messspannung bei der Auslenkungsmessung mittels Ladungseinprägung
ω	Kreisfrequenz
ω_a	Antriebskreisfrequenz
ω_0	Resonanzkreisfrequenz
ω_{max}	Kreisfrequenz, bei der die maximale Resonanzüberhöhung eines Schwingers auftritt.
ω_{RLC}	Frequenz der Speisespannung
Ω	Drehrate
WP	Auslenkungs-Druck-Matrix des FEM-Elementes
WP_{red}	Auslenkungs-Druck-Matrix des Makromodells
x	laterale Auslenkung
\vec{x}	Ortsvektor
x_0	Auslenkung um die linearisiert wurde
$x_{instabil}$	Auslenkungsgrenze, bei der eine Kompensation der Messkräfte nicht mehr möglich ist.

Verzeichnis der wichtigsten Symbole

Symbol	Bedeutung
x_{limit}	Amplitude des Grenzyklus eines kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators
x_n	Auslenkung x einer Elektrode, normiert mit dem Elektrodenabstand d_0
x_{offset}	Auslenkungsoffset
x_Q	Eingangssignal in den Quantisierer
X_D	Spektrum des diskreten Rückkoppelsignals
X_{Puls}	Spektrum des analogen, pulsförmigen Rückkoppelsignals
ξ	isoparametrische Koordinate des vierseitigen FEM-Elementes
y	laterale Auslenkung
y_Q	Ausgangssignal des Quantisierers
Δy_Q	Modellierungsfehler
Ψ	stationärer Differentialoperator des physikalischen Problems
Ψ_{Ri}	i -te Randbedingung des physikalischen Problems
Ψ_{red}	reduzierter linearer Differentialoperator
z	laterale Auslenkung
\mathbf{z}	Auslenkungsknotenpunktvektor des FEM-Elementes
z_i	Auslenkungsknotenpunktparameter des FEM-Elementes
\mathbf{Z}	Auslenkungsreduktionsbasis in Knotenpunktparametern des FEM-Modells
Z_{RLC}	Impedanz des RLC Kreises
ζ	isoparametrische Koordinate des vierseitigen FEM-Elementes

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Entwicklung mikromechanischer Sensoren unterliegt einem kostenbestimmten Wettbewerb. Die typischen auf dem Markt angebotenen mikromechanischen Sensoren, wie z.B. Mikrofone, Drucksensoren und Inertialsensoren, sind hinsichtlich ihrer Leistungsmerkmale wie z.B. dem Auflösungsvermögen den makromechanischen traditionellen Produkten oftmals unterlegen. Der Anreiz, einen Sensor in mikromechanischer Technologie zu entwickeln, besteht daher nicht darin, einen besseren Sensor hinsichtlich des *absoluten* Auflösungsvermögens zu erhalten, sondern vielmehr darin, die bestehenden Sensoren durch preiswertere und miniaturisierte zu ersetzen. Dadurch werden bestehende Anwendungen nicht nur kostengünstiger, sondern vielen neuen wird dadurch der Markt erst geöffnet.

Die Forderung nach kostengünstigen Sensoren ist insbesondere in ihrem Hauptanwendungsgebiet, den geregelten Systemen, gegeben. Dort sind Sensoren neben Prozessrechnern (Reglern) und Aktuatoren Schlüsselkomponenten. Während das Preis-Leistungsverhältnis in den 25 Jahren von 1970 bis 1995 von Prozessrechnern auf 0.01% gefallen ist, verringerte es sich bei den Aktuatoren nur auf 10 % und bei den Sensoren nur auf 33% [87]. Entsprechend macht sich eine Preisreduktion von Sensoren im Gesamtpreis eines Regelsystems bemerkbar und entscheidet über dessen Einsatz.

Eine weitere Auswirkung der rasanten Entwicklung von elektronischen Baugruppen, auf denen die heutigen Prozessrechner basieren, ist die, dass die dort gesetzten Standards hinsichtlich Vernetzbarkeit, Zuverlässigkeit und Robustheit auf Sensoren übertragen werden. Dem Stand der Technik entsprechende Sensoren müssen daher intelligent sein und sollten nicht nur aus dem Signalwandlungselement bestehen, sondern sollten zusätzlich eine Messsignalaufbereitung bis hin zu einer standardisierten Schnittstelle enthalten, z.B. zum CAN-Bus im Automobil, über den sie dann über ein Netzwerk mit dem Prozessrechner kommunizieren können. Vollautomatische Systemdiagnose ist eine weitere Forderung, die für Sensoren Selbsttest und Selbstabgleich bedeutet.

Dieser Nachfrage nach kostengünstigen und intelligenten Sensoren wurde durch die Entwicklung von mikromechanischen Technologien entsprochen. So wurden in den 90er-Jahren CMOS-kompatible, oberflächenmikromechanische Technologien entwickelt. Diese Techno-

logien erlauben die monolithische Integration von CMOS-Schaltungstechnik mit mechanischen Siliziumstrukturen und sind daher für eine kostengünstige industrielle Serienfabrikation mit Hilfe dieser Technologien geeignet. In einer Analyse kommt Hierold [47] zu dem Schluss, dass dafür bei einer Stückzahl von 10 Mio./Jahr pro Produktfamilie ein wirtschaftlicher sinnvoller Einsatz gegeben ist. Zu den bekanntesten Beispielen solcher Technologien gehören die Prozesse von Analog Devices [24] (eine spätere Weiterentwicklung dieses Prozesses wird von [98] beschrieben), von den Sandia National Laboratories [78], von Ford in Zusammenarbeit mit der University of Wisconsin [40] und von Siemens [11, 49, 88]. Eine Weiterentwicklung des Prozesses von Siemens, durch den gekapselte mikromechanische Strukturen realisiert werden und der somit ein halbleiterübliches Packaging erlaubt, stand mir im Verlauf dieser Arbeit zur Verfügung [1].

Der Erfolg dieser oberflächenmikromechanischen Technologien und die dadurch erreichte Erschließung neuer Märkte lässt sich beispielhaft anhand der Automobiltechnik nachvollziehen. Systeme wie Airbag, Seitenairbag und dynamische Fahrstabilisierung, die lange Zeit nur den Automobilen der Oberklasse vorbehalten waren, wurden in den 90er-Jahren zur Serienausstattung in vielen Fahrzeugen. Dies wurde ermöglicht durch kostengünstige mikromechanische Drucksensoren, z.B. [21, 88], Beschleunigungssensoren, z.B. [94, 19, 49] und Drehratensensoren, z.B. [73]¹.

Die Miniaturisierung des Sensorelementes unter Verwendung konventioneller Systemkonzepte vermindert das Auflösungsvermögen des Sensors sehr. Sensoren in CMOS-kompatiblen oberflächenmikromechanischen Technologien sind aufgrund des hohen Grades der Miniaturisierung besonders davon betroffen, so dass in vielen Anwendungsgebieten der Ersatz von konventionellen Sensoren durch in diesen Technologien realisierte Sensoren nicht zielführend ist.

Diese Arbeit soll dazu beitragen, durch neue Systemansätze das Auflösungsvermögen von Sensoren in CMOS-kompatiblen oberflächenmikromechanischen Technologien zu erhöhen und damit diesen Technologien weitere Anwendungsgebiete zu erschließen.

1.2 Problemstellung

Durch die hochgradige Miniaturisierung von oberflächenmikromechanischen Sensoren im Vergleich zu konventionellen Sensoren wird das Auflösungsvermögen dieser Sensoren sehr stark herabgesetzt.

In der Oberflächenmikromechanik wird vorwiegend neben der piezoresistiven Messschnittstelle die kapazitive eingesetzt. Der Verlust an Auflösungsvermögen ist bei diesen Schnittstellen zunächst bedingt durch die mit der Miniaturisierung kleiner werdenden Messsignale im Vergleich zu den Umgebungs- und Schaltungsparasiten. Am Beispiel der kapazitiven

¹Keine monolithische Integration mit der elektronischen Schaltung.

Schnittstelle soll dies erläutert werden. Bei Ausführung des Messverstärkers in CMOS-Technologie lautet die typische Übertragungsfunktion dieser Schnittstelle:

$$\frac{\Delta C}{C + C_{par} + C_g} \quad ,$$

wobei ΔC das kapazitive Messsignal, C die Nennkapazität der Messschnittstelle, C_{par} den Umgebungsparasiten und C_g den Messschaltungsparasiten bezeichnet. Die relative Messkapazitätsänderung $\Delta C/C$ ist unabhängig von der Miniaturisierung, sofern die übliche Forderung eines konstanten Messbereichs eingehalten wird, und führt zu keiner Minderung des Auflösungsvermögens. Monolithische Integration der elektronischen Schaltung in der Mikromechanik bewirkt, dass sich außer dem kapazitiven Messsignal ΔC auch der Umgebungsparasiten C_{par} verkleinert. Jedoch ist die Verringerung des Umgebungsparasit C_{par} deutlich kleiner als die entsprechende des kapazitiven Messsignals ΔC , so dass der Umgebungsparasit in Mikrosystemen meistens um ein Vielfaches größer ist als die Nennkapazität C der Messschnittstelle und deshalb die Empfindlichkeit der Übertragungsfunktion reduziert. Der Schaltungsparasit C_g muss ebenfalls verkleinert werden, um die Übertragungsfunktion nicht zusätzlich unempfindlicher zu machen. Eine Verkleinerung des Schaltungsparasiten C_g reduziert aber die Empfindlichkeit der Messschaltung, so dass immer ein Auflösungsvermögensverlust resultiert, entweder bedingt durch die Messschaltung oder durch eine unempfindlichere Übertragungsfunktion.

Diese Auswirkung der Miniaturisierung auf das Auflösungsvermögen lässt sich nur durch Mikromechanik- und Schaltungstechnologien mit geringen parasitären Kapazitäten verbessern. Das Auflösungsvermögen, das die zur Verfügung stehenden Fertigungstechnologien theoretisch prognostizieren, ist jedoch um Größenordnung empfindlicher als das Auflösungsvermögen, das in Inertialsensoren vorkommt, die für eine industrielle Massenfertigung ausgelegt sind und die in dieser Arbeit betrachtet werden. Es existiert nämlich ein weiterer Mechanismus, der das Auflösungsvermögen dieser Sensoren stark vermindert. Dieser Mechanismus resultiert aus dem Zusammentreffen der extremen Aspektverhältnisse in der Oberflächenmikromechanik mit den Zuverlässigkeitsanforderungen an integrierte Bauteile.

Die zur Masse proportionalen Trägheitskräfte skalieren entsprechend der Verkleinerung des Sensorelementes mit. Gewöhnlich geht mit der Skalierung der Trägheitskräfte eine entsprechende anwendungsspezifische Skalierung der Federkonstante des Sensorelements einher, so dass die übliche Forderung nach einem konstanten Messbereich und der daraus resultierenden konstanten relativen Messkapazitätsänderung $\Delta C/C$ erfüllt wird. Eine weitere Verringerung der Federkonstanten unter Tolerierung eines kleiner werdenden Messbereichs würde überdies der zuvor beschriebenen technologisch bedingten Auflösungsminde rung entgegenwirken. Die Herstellung von oberflächemikromechanischen Sensoren verbietet jedoch aufgrund des "Stiction"-Effekts [60] und aufgrund von Zuverlässigkeitsanforderungen die entsprechende Verringerung der Federkonstante.

“Stiction” tritt auf, sobald die mechanischen Strukturen aufgrund von molekularen Oberflächenkräften miteinander verkleben, so dass die Federrückstellkräfte diese Verbindung nicht mehr lösen können. Da diese molekularen Oberflächenkräfte langsamer skalieren als die Trägheitskräfte (Volumenkräfte), werden sie in der Mikrosystemtechnik relevant. Das in der Oberflächenmikromechanik extreme Aspektverhältnis von zum Teil 1000:1 trägt zu diesem Sachverhalt zusätzlich bei.

“Stiction” führt in der Regel zu einem Totalausfall der Mechanik, es sei denn, dass spezielle “Anti-Stiction”-Maßnahmen getroffen wurden. Verschiedenste “Anti-Stiction”-Maßnahmen sind vorgeschlagen worden [60]. Davon sind einige nicht für die hier verwendeten CMOS-kompatiblen oberflächenmikromechanischen Technologien anwendbar, da sie entweder nicht kompatibel zur Fertigungsumgebung oder zu kostenintensiv sind oder eine zu sehr eingeschränkte Lebensdauer haben. Unabhängig davon beruhen *alle* auf einer Federkonstanten, die größer ist als das methodenspezifische Minimum. “Stiction” wirkt somit der Skalierung der Federkonstante entgegen.

“Stiction” wird oft nur in Verbindung mit der Herstellung von mikromechanischen Bauteilen beachtet. Es muss aber auch während der Handhabung des Bauteils beachtet werden, da oft an integrierte Bauteile die Zuverlässigkeitsanforderung von Robustheit gegenüber mechanischem Schock existiert. Es wird ein sogenannter “Drop-test” spezifiziert, bei dem das Bauelement einen Aufprall auf hartem Boden nach freiem Fall aus 1m Höhe überleben muss. Tritt ein mechanischer Kontakt bei dieser Beanspruchung zwischen den feststehenden und den freibeweglichen Teilen des Sensors auf, kann “Stiction” zum dauerhaften Ausfall des Bauteils führen. Um “Stiction” ausschließen zu können, wird bei dieser Beanspruchung eine Vermeidung des mechanischen Kontakts gefordert. Weitere Zuverlässigkeitsanforderungen, wie z.B. elektrischer Kurzschluss, ergeben ebenfalls diese Forderung. Die mikromechanischen Sensoren müssen daher so ausgelegt werden, dass der mechanische Kontakt bei mechanischer Schockbeanspruchung vermieden wird. Aufgrund des extremen Aspektverhältnisses oberflächenmikromechanischer Sensoren, das relativ kleine Abstände zwischen den feststehenden und den freibeweglichen Teilen des Sensors bedingt, führt diese Forderung zu Federkonstanten, die um Größenordnungen größer sind als diejenigen, die aufgrund der Skalierung notwendig wären.

“Stiction” und Zuverlässigkeitsanforderungen in mikromechanischen Inertialsensoren führen zu einer Verminderung des Auflösungsvermögens, die zusätzlich zu der unvermeidbaren Verminderung durch die hochgradige Miniaturisierung auftritt.

Bei mikromechanischen Drehratensensoren tritt eine weitere Einschränkung auf, die ebenfalls das Auflösungsvermögen reduziert. Anders als bei ihren makromechanischen Gegenstücken, die zumeist auf einem Kreiselprinzip und damit auf einer Dauerdrehbewegung beruhen, sind mikromechanische Drehratensensoren an Federn aufgehängt. Deshalb kann in ihnen nur eine Schwingbewegung angeregt werden, die im Vergleich zu einer Dauerdrehbewegung eine geringere Bewegungsgeschwindigkeit hat. Daraus resultiert ein geringeres Auflösungsvermögen.

Die extremen Aspektverhältnisse von oberflächenmikromechanischen Sensoren bedingen noch eine weitere Problemstellung. Anders als bei makroskopischen Systemen mit “normalen” Aspektverhältnissen sind die Körper eines mikromechanischen Sensors nicht starr, sondern können sich verbiegen. Eine 10 cm starke Holzplatte von der Größe eines Fußballfeldes entspricht den makroskopischen Abmessungen einer typischen mikromechanisch gefertigten Struktur und verdeutlicht diesen Sachverhalt. Einerseits, z.B. bei den mikromechanischen Balkenfedern, wird dieses Aspektverhältnis ausgenutzt, andererseits kann dieser Effekt aber auch zu parasitärer Verbiegung “starrer” Strukturen führen. Die typischen hohen Signalfrequenzen in mikroelektromechanischen Systemen tragen zusätzlich zu einer parasitären Anregung solcher Verbiegung bei. Entwurf und Analyse oberflächenmikromechanischer Systeme müssen daher die Verformbarkeit der Körper berücksichtigen.

1.3 Stand der Technik und Zielsetzung

In einigen mikromechanischen Inertialsensoren mit kapazitiver Signalwandlung wird eine elektrostatische Krafrückkoppelung angewandt. Bekanntestes industriell gefertigtes Beispiel mit analoger Krafrückkoppelung sind die Beschleunigungssensoren von Analog Devices [94, 19].

Die elektrostatische Kraft, die an einem durch eine mechanische Struktur gebildeten Kondensator auftritt, skaliert bei der Miniaturisierung der Struktur nicht mit. Daher können elektrostatische Kräfte in oberflächenmikromechanischen Inertialsensoren, die von CMOS-kompatiblen Spannungen von einigen Volt erzeugt werden, größer als die Schwerkraft der beweglichen Masse sein. Aus der Messtechnik ist bekannt, dass durch die Anwendung eines rückgekoppelten Regelkreises die stationäre Kennlinie eines offenen Messsystems ersetzt wird (Abb. 1.1) und das geschlossene System dann nur noch in einem Arbeitspunkt betrieben wird [64]. In der mikromechanischen Inertialsensorik mit kapazitiver Messschnittstelle führt dies zu zwei Vorteilen:

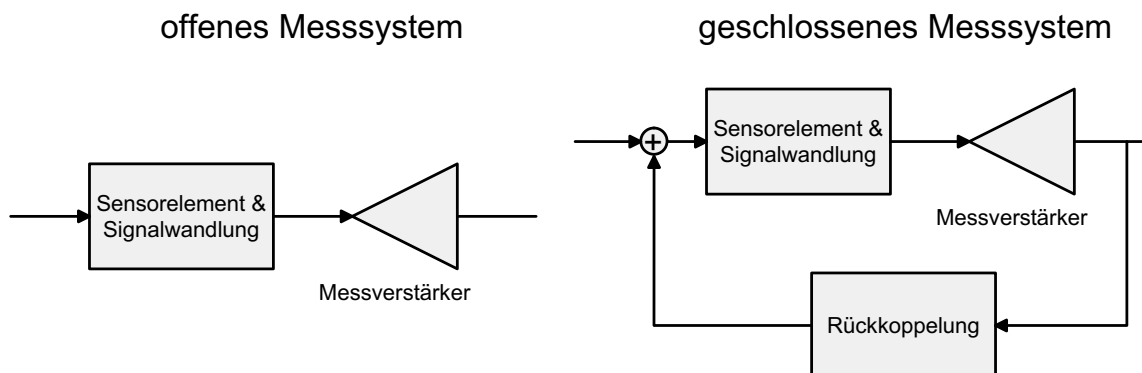


Abb. 1.1: Signallaufplan eines offenen und eines geschlossenen Messsystems

1. Linearisierung der kapazitiven Messschnittstelle durch Betrieb des Sensors in einem Arbeitspunkt. Die bisher durch diese kapazitive Messschnittstelle und das Sensorelement definierte stationäre, meist nichtlineare Übertragungsfunktion wird durch die der Rückkoppelung ersetzt, die bei geeigneter Beschaltung näherungsweise linear ist [19].
2. Vergrößerung der Herstellungstoleranzen in Bezug auf die stationäre Kennlinie, da die elektrostatische Krafrückkoppelung unsensibler auf herstellungsbedingte Parameterschwankungen reagiert als das mikromechanische Sensorelement.

Neben den Messsystemen, die eine analoge Krafrückkoppelung einsetzen [94, 19, 109, 81, 103, 116], gibt es Systeme, welche auf einem “digitalen” Verfahren beruhen:

Der Δ/Σ -Modulator ist ein bekanntes Verfahren aus der Signalverarbeitung bei der Analog-Digital-Wandlung [17, 79]. Die zuvor beschriebene Krafrückkoppelung in Inertialsensoren kann als krafrückgekoppelter Δ/Σ -Modulator ausgelegt werden, woraus dann ein äußerst leistungsstarkes Messsystem resultiert. Neben der Analog-Digital-Wandlung und den zuvor beschriebenen Vorteilen einer krafrückgekoppelten Messung zeichnet sich diese Messsystemarchitektur in folgenden Punkten aus:

1. Die quadratische Abhängigkeit der elektrostatischen Kraft von der Spannung geht nicht in die stationäre Kennlinie des rückgekoppelten Systems ein. Bei der Δ/Σ -Schleifenarchitektur wird die Rückkoppelung mit einer endlichen Anzahl von Amplituden der Rückkoppelkraft betrieben (in der Regel nur zwei) und die stationäre Kennlinie ergibt sich durch zeitliche Mittelung.
2. Perfekte Kompatibilität zur “Switched Capacitor”-Schaltungstechnik in integrierter CMOS-Schaltungstechnologie
3. Geringere Anforderungen an den Messverstärker, da dieser von einem Quantisierer gefolgt wird.

Weltweit führend auf dem Gebiet der krafrückgekoppelten Δ/Σ -Modulatoren ist das Berkeley Sensors und Actuators Center unter der Leitung von Prof. Boser und Prof. Howe. Sie zeigten, dass diese Messsystemarchitektur die Realisierung äußerst sensitiver Inertialsensoren erlaubt [115, 70, 12] und dass diese Methode sich auch zur Messung von Beschleunigungen in mehreren Dimensionen mit einer seismischen Masse eignet [71, 68].

Eine der ersten Arbeiten, die einen krafrückgekoppelten Δ/Σ -Modulator in einem volumenmikromechanischen Beschleunigungssensor nutzten, stammt von Henrion et al. [46]. Weitere Arbeiten auf diesem Gebiet fanden an der Coventry University [63] und am Forschungszentrum Karlsruhe [112] statt.

Diese Arbeiten konzentrieren sich auf die Linearisierung der Kennlinie und auf die A/D-

Wandlung dieser Messsysteme. Bisher unbeachtet blieb, dass der kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulator, der eine Regelschleife darstellt, auch auf die dynamischen Eigenschaften des Sensorelementes, speziell auf dessen Stabilitätseigenschaften, vorteilhaft einwirken kann.

Eine Regelung des Sensorelementes ist auch deshalb interessant, da die Nichtlinearität von elektrostatischen Kräften sich ebenfalls auf die dynamischen Eigenschaften des Sensorelementes auswirkt. Die elektrostatischen Kräfte können dort als Federn mit negativer Federkonstante wirken, eine Eigenschaft, die in mikromechanischen Drehratensensoren zur Frequenzabstimmung eingesetzt wird [83, 23] und für die es kein mechanisches Analogon gibt. Die Nichtlinearität von elektrostatischen Kräften ermöglicht eine Reduzierung der mechanischen Federkonstante und eine Erhöhung des herstellungsbegrenzten Auflösungsvermögens mikromechanischer Sensoren. Mit dieser Nichtlinearität der elektrostatischen Federn geht aber auch eine elektromechanische Instabilität einher, die unter dem Namen "Snap-In" bekannt ist [53]. Diese verhindert eine signifikante Auflösungsverbesserung, wenn nicht eine externe Stabilisierung des Sensorelementes eingesetzt wird. Durch externe dynamische Regelung des Sensorelementes kann diese Instabilität umgangen und eine Auflösungsverbesserung erreicht werden.

Noch einen Schritt weiter geht ein Messsystem, das ganz auf mechanische Federn verzichtet. Eine dynamische Regelung der Position der seismischen Masse ersetzt dann die mechanische Aufhängung. Dies hat den Vorteil, dass die seismische Masse in ihren rotatorischen Freiheitsgraden freibeweglich ist und damit eine Kreiselbewegung in Drehratensensoren möglich wird. Allerdings muss für derartige Systeme zunächst die "Stiction"-Problematik gelöst werden, damit die seismische Masse nicht schon bei der Herstellung auf dem Substrat verklebt.

Zielsetzung dieser Arbeit ist es, durch die dynamische Regelung von mikroelektromechanischen Systemen (MEMS) unter Verwendung eines kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators neue Messsysteme zu konzipieren, die das eingeschränkte Auflösungsvermögen von oberflächenmikromechanischen Inertialsensoren verbessern. Neu in dieser Arbeit ist, dass diese Verbesserung durch den Betrieb des Sensorelementes nahe bzw. in der elektromechanischen Instabilität und/oder durch freischwebende Massen erreicht wird.

Hierzu ist es notwendig, die Eigenschaften eines Δ/Σ -Modulators als *Regelkreis* zu untersuchen. Speziell das Stabilitätsverhalten eines Δ/Σ -Modulators unter Berücksichtigung der kraftrückgekoppelten mikroelektromechanischen Ausführung ist ausschlaggebend dafür, ob eine Verbesserung des Auflösungsvermögens erreichbar ist. Mehrdimensionale Inertialsensoren und die Positionsregelung einer freischwebenden Masse erfordern eine Verkopplung mehrerer Δ/Σ -Modulatoren zu einer mehrdimensionalen Regelung. Diese mögliche Verkopplung ist in die Untersuchung mit einzubeziehen.

Wie bei vielen Mikrosystemen benötigt die Analyse von Δ/Σ -Modulatoren Modelle der Baukomponenten, die für eine effiziente Systemsimulation geeignet sind. Von der in Δ/Σ -Modulatoren enthaltenen A/D-Wandlung ist bekannt, dass sie als frequenzbasiertes Verfahren lange transiente Simulationen für ihre Charakterisierung benötigt. Die dabei auftretenden

den hohen Signalfrequenzen können zu einer parasitären Anregung der höheren gedämpften Bewegungseigenmoden des Sensorelementes führen. Für das Sensorelement wird folglich ein numerisch effizientes Modell benötigt, welches dessen Eigenschaften als flexible gedämpfte Mehrelektrodenstruktur darstellen kann.

Die in der Mikrosystemtechnik häufig eingesetzten bibliotheksbasierten Verfahren, z.B. [72, 104, 22], und ein Verfahren zur Modellreduktion aus FEM-Modellen [99], werden dieser Forderungskombination nach effizienten Modellen und Flexibilität der Strukturen gerecht. Eine Gruppe am MIT [51, 113, 33] unter der Führung von Prof. Senturia beschreibt Methoden zur Makromodellierung gedämpfter flexibler Strukturen. Diese Modelle bilden die Eigenfrequenzen der gedämpften Eigenmoden der Struktur nicht exakt ab, so dass sie für die Stabilitätsuntersuchungen von Regelkreisen, die auf den Eigenfrequenzen (Pole) der Modelle aufbauen [29], nur bedingt geeignet sind.

Zur Analyse des kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators als Regelschleife ist es erforderlich, Makromodelle des Sensorelementes zu entwickeln, die dieses als flexible gedämpfte Mehrelektrodenstruktur darstellen können.

1.4 Thematische Gliederung

In Kapitel 2 wird die kapazitive, elektromechanische Schnittstelle eingeführt. Die verschiedenen Mess- und Aktuationsmechanismen dieser Schnittstelle werden in Abhängigkeit der Beschaltung und Elektrodenanordnung diskutiert und daraus dann Möglichkeiten zur Verbesserung des Auflösungsvermögens abgeleitet. Im Anschluss werden verschiedene Schaltungstypen zur kapazitiven Positionsmessung verglichen. Am Beispiel eines differentiellen Ladungsintegrators werden dessen Vorteile und die der “Switched Capacitor”-Schaltungstechnik in CMOS-Technologie erklärt.

Die Beschreibung des mikroelektromechanischen kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators als Regelkreis ist Gegenstand des Kapitels 3. Nach einer Einführung in die allgemeine Δ/Σ -Theorie wird diese auf den mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulator angewandt. Die dort bestehenden besonderen Gegebenheiten kleinster Signale und das dadurch erzeugte dominante Messverstärkerrauschen erfordern, dass die Δ/Σ -Theorie bzgl. dieser Eigenschaften erweitert werden muss. Die Auswirkungen auf das Stabilitätsverhalten und die Wandlungscharakteristik wird basierend auf der erweiterten Theorie diskutiert. Weitere bei der Realisation eines mikroelektromechanischen kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators auftretende Fehlermechanismen werden angesprochen. Zum Schluss des Kapitels wird das Analyseverfahren auf mehrdimensionale Regelungen mit Δ/Σ -Modulatoren übertragen. Es zeigt sich, dass die in Δ/Σ -Modulatoren auftretenden Nichtlinearitäten bei der Auslegung der mehrdimensionalen Regelung zu berücksichtigen sind. Eine Auslegung wird beschrieben, die es erlaubt, die Δ/Σ -Modulatoren ohne Beeinträchtigungen durch deren Koppelung zu betreiben.

Kapitel 4 stellt ein neues Verfahren zur Erstellung physikalischer Makromodelle der gedämpften mechanischen Struktur des Sensorelementes vor. Dieses Verfahren ist für die Anforderungen an ein Modell zur Systemsimulation und -analyse von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulatoren ausgelegt. Die im Sensorelement auftretenden Nichtlinearitäten und Koppelungen zwischen fluidischem, mechanischem und elektrischem Energiebereich werden im Modell berücksichtigt, und die gedämpften Eigenmoden des Systems werden innerhalb eines vorgegebenen Frequenz- und Dämpfungsbereiches abgebildet. Ein für diese Modellreduktion geeignetes finites Element, ein schmierfilmgedämpftes (“squeeze film damped”) Plattenelement, wird vorgestellt und für die Makromodellierung einer Platte verwendet. Anhand von Simulationsergebnissen wird dieser Ansatz mit anderen Makromodellen verglichen und diskutiert.

Kapitel 5 behandelt ein Messsystem, welches erstmalig durch freischwebende mikroelektromechanische Strukturen eine Erhöhung des Auflösungsvermögens bei Drehratensensoren bewirkt. Die Anwendung des kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators zur mehrdimensionalen Positionsregelung freischwebender Strukturen wird vorgestellt. Ein berührungsfreies, kapazitives Mess- und Rückkoppelinterface wird eingeführt, welches den Betrieb der Regelung mit dem in Kapitel 2.6.3 beschriebenen Ladungsintegrator erlaubt. Die auftretenden Probleme bei der Inbetriebnahme der Regelung, die hier als Startphase bezeichnet wird, werden erläutert. Eine neue Methode zur Realisation der Startphase wird vorgestellt und mit anderen Methoden verglichen. Anhand von Simulationsergebnissen wird diese Startphase und die mittels Δ/Σ -Modulator ausgeführte, mehrdimensionale Positionsregelung überprüft.

In Kapitel 6 wird ein weiteres Messsystem vorgestellt, welches mittels elektrischer Federn mit negativer Federkonstante die gewünschte Auflösungsverbesserung erreicht. Ein kraftrückgekoppelter Δ/Σ -Modulator wird für die dann notwendige Stabilisierung des Sensorelementes verwendet. Die Grenzen dieses Verfahrens zur Verbesserung des Auflösungsvermögens werden diskutiert. Ein auf diesem Prinzip beruhender mikromechanischer Beschleunigungssensor wurde realisiert. Mit ihm wurde dieses Verfahren zur Auflösungsverbesserung verifiziert.

2 Mikroelektromechanische Messverfahren mit kapazitiver Signalwandlung.

Ausgehend von einem allgemeinen mikroelektromechanischen Messsystem werden in diesem Kapitel dessen Grundfunktionsblöcke erläutert. Nach einer Betrachtung verschiedener in der Mikrosystemtechnik angewandter Messverfahren wird auf die kapazitive Signalwandlung ausführlich eingegangen. Die unterschiedlichen Grundkonfigurationen dieser Signalwandlung werden vorgestellt und deren Herstellungsaufwand diskutiert. Anhand eines einfachen Modells der kapazitiven Signalwandlung werden diese Grundkonfigurationen charakterisiert. Das Modell berücksichtigt ebenfalls die dort auftretenden Aktuationsmechanismen. Das Kapitel schließt mit der Betrachtung unterschiedlicher elektronischer Messschaltungen für kapazitive Signalwandlung.

2.1 Mikroelektromechanische Messsysteme

Mikroelektromechanische Messsysteme können in drei Teilsysteme untergliedert werden (Abb. 2.1):

1. In das mechanische Sensorelement, dem ein mechanisches Messverfahren zugeordnet ist,
2. in den elektromechanischen Signalwandler, der die physikalische Ausgangsgröße des mechanischen Sensorelementes in eine elektrisch auswertbare Größe umsetzt, und
3. in die Messschaltung, die diese elektrische Größe auswertet und an einer Schnittstelle als Spannungs- oder Stromsignal zur Verfügung stellt.

Nach heutigem Stand der Technik können fast alle mikromechanische Sensorelemente als Feder-Masse-System beschrieben werden. In diesen Sensorelementen werden im wesentlichen zwei Messverfahren eingesetzt, die im folgenden Abschnitt 2.2 näher beschrieben werden.

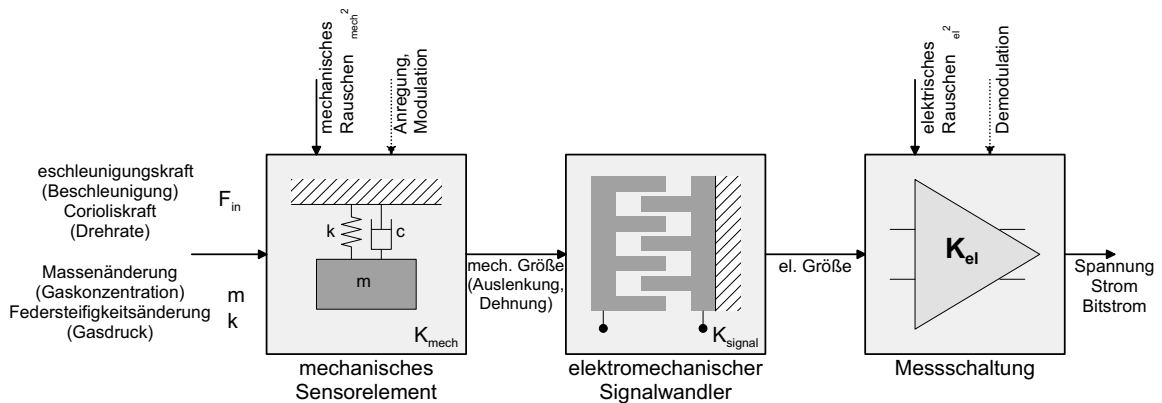


Abb. 2.1: Mikroelektromechanisches Messsystem: Untergliederung eines mikroelektromechanischen Messsystems in mechanisches Sensorelement, Signalwandlung und Messschaltung.

Bei einem Messverfahren wirkt eine Kraft, welche aus der zu vermessenden physikalischen Größe, z.B. Druck oder Beschleunigung, resultiert, auf das Feder-Masse-System und bewirkt eine Auslenkung der Masse. Es kann dann entweder der Auslenkungsweg selbst im Signalwandler erfasst werden oder im Falle einer piezoresistiven Signalwandlung der mechanische Dehnungszustand der Feder.

Beim anderen Messverfahren wird das Feder-Masse-System im Sensorelement zu Schwingungen angeregt und damit eine durch die Messgröße hervorgerufene Parameteränderung dieses Systems ermittelt. Dazu ist eine Demodulation des Ausgangssignals des Messsystems erforderlich.

Solange nicht anders erwähnt, bezieht sich diese Arbeit auf das erste Messverfahren. Für dieses Verfahren lässt sich eine Empfindlichkeit K_{mech} dem Sensorelement zuordnen, die das Verhältnis von Eingangskraft F_{in} zur Ausgangsgröße beschreibt.

Analog kann der Signalwandlung eine Empfindlichkeit K_{signal} zugewiesen werden. Die Signalwandlung formt die Auslenkung in eine elektrische Größe um. Verschiedene Mechanismen werden für die Signalwandlung herangezogen, darunter der piezoresistive, der piezoelektrische, der kapazitive und der Tunnel-Mechanismus [60, 35]. In dieser Arbeit werden ausschließlich Messsysteme, die auf der kapazitiven Signalwandlung beruhen, untersucht.

Die Messschaltung bereitet die elektrische Ausgangsgröße der Signalwandlung entweder in ein analoges Spannungs- oder Stromsignal oder mittels einer Analog-Digital-Wandlung in ein digitales Ausgangssignal auf. Die Empfindlichkeit der Messschaltung sei K_{el} .

Thermisches Rauschen σ_{mech}^2 im Sensorelement (siehe Abschnitt 2.2.3) und elektrisches Rauschen in der Messschaltung σ_{el}^2 beeinträchtigen das Messsignal. Die Signalwandlung kann dann als rauschfrei betrachtet werden, wenn ein auftretendes Rauschen entweder

dem elektrischen Schaltkreis oder dem Sensorelement zugeordnet werden kann. Im Falle von Piezowiderständen kann z.B. das intrinsische Widerstandsrauschen zusammen mit den anderen Rauschquellen des Schaltkreises analysiert werden. Nimmt man die jeweiligen Rauschquellen als eingangsbezogen an und bezieht man die jeweilige Rauschleistung σ_i^2 auf die Ausgangssignalbandbreite, erhält man den Signalrauschabstand SNR_{tot} bezüglich des Ausgangssignals:

$$SNR_{tot} = 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{K_{mech} K_{signal} K_{el} F_{in}}{\sqrt{(K_{mech} K_{signal} K_{el})^2 \sigma_{mech}^2 + K_{el}^2 \sigma_{el}^2}} \right) \quad (2.1)$$

Da sich das mechanische Rauschen σ_{mech}^2 direkt der zu vermessenden physikalischen Größe überlagert, definiert es den bestmöglichen Signalrauschabstand SNR_{mech} für ein vorgegebenes Sensorelement:

$$SNR_{mech} = 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{K_{mech} K_{signal} K_{el} F_{in}}{\sqrt{(K_{mech} K_{signal} K_{el})^2 \sigma_{mech}^2}} \right) = 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{F_{in}}{\sqrt{\sigma_{mech}^2}} \right) \quad (2.2)$$

In Abschnitt 2.2.3 wird gezeigt, dass dieser nur durch Änderung der Dämpfungseigenschaften des Sensorelementes verbessert werden kann.

Wenn die Messleistung des Sensorelementes nicht weiter durch die elektrische Beschaltung verschlechtert werden soll, dann sollte der ausgangsseitige Signalrauschabstand SNR_{tot} dem bestmöglichen SNR_{mech} entsprechen. Dies ist der Fall, wenn

$$(K_{mech} K_{signal})^2 \sigma_{mech}^2 \gg \sigma_{el}^2$$

ist. Eine hohe Empfindlichkeit $K_{mech} K_{signal}$ oder ein geringes elektrisches Rauschen σ_{el}^2 ist notwendig, um diese Bedingung zu erfüllen. Ist sie nicht erfüllt, ist der elektrische Schaltkreis bestimmend für den Signalrauschabstand SNR_{el} :

$$SNR_{el} = 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{K_{mech} K_{signal} F_{in}}{\sqrt{\sigma_{el}^2}} \right) \quad (2.3)$$

Um in diesem Fall das Auflösungsvermögen des Sensors zu verbessern, muss beim Entwurf des Messsystems das elektrische Rauschen verringert bzw. die Empfindlichkeit des Sensors und/oder der Signalwandlung erhöht werden. In Abschnitt 2.4 wird gezeigt, dass dann

bei herkömmlich verwendeten Systementwürfen technologisch und physikalisch begründete Grenzen des Auflösungsvermögens existieren.

2.2 Spezifische Aspekte zur Anwendung mikromechanischer Sensorelemente

Bei den in der Sensorik verwendeten mikromechanischen Sensorelementen handelt es sich zumeist um Feder-Masse-Systeme. In ihnen wird ein kleines Stück Silizium, die Masse, an feinen Siliziumstrukturen, den Federn, beweglich bezüglich des übrigen Chips aufgehängt. Verschiedenste technologische Verfahren werden angewandt um derartige Strukturen herzustellen [60], wovon die Volumenmikromechanik und die Oberflächenmikromechanik die üblichsten sind. Ein Beispiel für ein in Oberflächenmikromechanik hergestelltes Feder-Masse-System findet sich in Kapitel 6.

Zielsetzung eines Sensorelemententwurfs ist die Erzeugung einer Struktur, die in Bezug auf die gewünschten sensitiven Freiheitsgrade jeweils ein einfaches mechanisches Feder-Masse-System zweiter Ordnung (Abb. 2.2) darstellt. Die verbleibenden nicht sensitiven Freiheitsgrade sollten dabei im Idealfall steif sein.

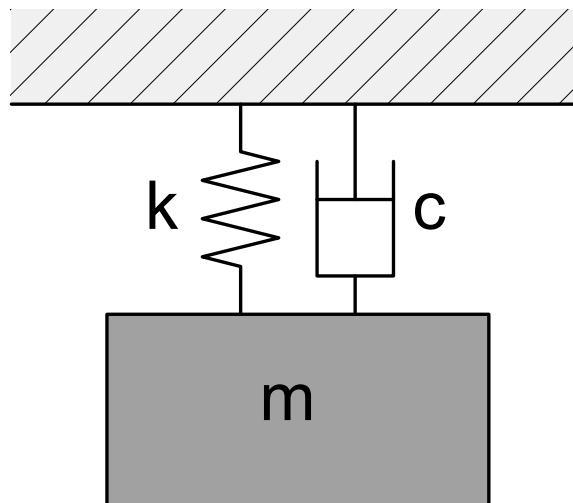


Abb. 2.2: Feder-Masse-System zweiter Ordnung.

Reale Sensoren erfüllen diese Bedingungen nicht. Sie sind auch in den nicht sensitiven Freiheitsgraden beweglich und weisen Querempfindlichkeiten zwischen den einzelnen Freiheitsgraden auf [99]. Ferner besteht ein solches Sensorelement nicht aus diskreten Bauelementen, wie in Abb. 2.2 gezeichnet, sondern stellt sich als verteilter Festkörper dar und ist folglich von unendlich hoher Ordnung. Die Analyse von realen Systemen erfordert daher eine genauere Modellbildung, die derartige Effekte mit abbildet. Kapitel 4 behandelt eine Modellierungsmethode, die diesen Anforderungen genügt.

Zur Berechnung der in mikromechanischen Sensorelementen angewandten Messverfahren geht man vom idealen Verhalten dieser Systeme aus. Es genügt dann, das Sensorelement als Feder-Masse-System zweiter Ordnung mit der Übertragungsfunktion $G_{mech,2.Ord}$ zu beschreiben:

$$G_{mech,2.Ord}(s) = \frac{X(s)}{F_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_{mech}}s + \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad Q_{mech} = \frac{\sqrt{k m}}{c}$$

In der Übertragungsfunktion bezeichnet m die Masse, k die Federkonstante, c die Dämpfungskonstante, ω_0 die Kreisresonanzfrequenz, Q_{mech} den Gütefaktor, $X(s)$ die Laplace-transformierte der Auslenkung $x(t)$ und $F_{in}(s)$ die Laplacetransformierte der an der Masse angreifenden Kraft $F_{in}(t)$.

Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, können einer Eingangsgröße eines solchen Feder-Masse-Systems entsprechend zwei mechanische Messverfahren zugewiesen werden: Das erste Verfahren wird angewandt, wenn durch die eingangsseitige Signalwandlung eine an der seismischen Masse angreifende Kraft F_{in} generiert wird. Dieses Verfahren wird im folgenden als *Kraft-Messverfahren* bezeichnet. Das zweite Verfahren findet Anwendung, wenn die eingangsseitige Signalwandlung eine Änderung eines mechanischen Systemparameters bewirkt. Es wird im folgenden als *Parameter-Messverfahren* bezeichnet. Beide Verfahren haben gemein, dass das (modulierte) Ausgangssignal des mechanischen Sensorelementes der Auslenkung der beweglichen Masse entspricht, die mit einer im Abschnitt 2.3 beschriebenen kapazitiven Schnittstelle in ein elektrisches Signal gewandelt wird.

2.2.1 Kraft-Messverfahren

Da bei dem Kraft-Messverfahren die Eingangsgröße des Sensorelementes eine an der seismischen Masse des Feder-Masse-Systems angreifende Kraft ist und dieses somit anregt, kann man dieses Verfahren auch als passives Messverfahren bezeichnen. Ein typischer Anwendungsbereich dieses Verfahrens ist die Inertialsensorik. Dabei sind die auftretenden Kräfte Inertialkräfte, die von einer Bewegung des Sensors relativ zu einem Bezugssystem herühren. Weitere Anwendungsbereiche sind Drucksensoren [88, 48], Mikrofone [14, 10] und Drehmomentsensoren [75].

In Abb. 2.3 ist der Betrag der Übertragungsfunktion $G_{mech,2.Ord}$ dargestellt, der den Frequenzgang dieses Messverfahrens definiert. Um Verzerrungen zu vermeiden, beschränkt sich der Messbereich von nicht rückgekoppelten Sensoren meist auf den stationären Bereich der Übertragungskennlinie. In diesem gilt ein konstanter Zusammenhang zwischen der Kraft $F_{in}(t)$ und der Auslenkung $x(t)$:

$$\frac{X(s)}{F_{in}(s)} \approx \frac{1}{k} \quad \text{für } s = j\omega; \quad \omega \ll \omega_0$$

Für eine hohe Empfindlichkeit des Sensors muss die Federkonstante k folglich klein gewählt werden. Die Bandbreite des stationären Bereichs, die proportional zur Resonanzfrequenz ω_0 ist, nimmt jedoch mit der Federkonstanten k ab. Ein Sensorelement, welches im stationären Zweig der Übertragungsfunktion arbeitet, stellt daher stets einen Kompromiss zwischen seiner maximalen Signalbandbreite und seiner Empfindlichkeit dar.

Der Resonanzbereich des Frequenzgangs aus Abb. 2.3 kann ebenfalls als Messbereich dienen, sofern das Krafteingangssignal in diesem Frequenzbereich liegt. Bei schwach gedämpften Systemen mit einem Gütefaktor $Q_{mech} > 1/\sqrt{2}$ erfährt dann die Auslenkung x eine Resonanzüberhöhung. Diese ist bei großen Gütefaktoren Q_{mech} näherungsweise proportional zum Gütefaktor Q_{mech} , denn das Maximum der Resonanzüberhöhung liegt bei der Frequenz ω_{max} :

$$\omega_{max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q_{mech}^2}}$$

Für große Gütefaktoren Q_{mech} ist der Unterschied jedoch unbedeutend. Dann gilt:

$$\frac{X(\omega_0)}{F_{in}(\omega_0)} = -j \frac{Q_{mech}}{k}$$

Die Empfindlichkeit wird demnach um den Gütefaktor Q_{mech} gegenüber der Empfindlichkeit im stationären Bereich erhöht. Diese Erhöhung, die auch als mechanische Verstärkung interpretiert werden kann, zeichnet sich dabei durch zwei Eigenschaften aus:

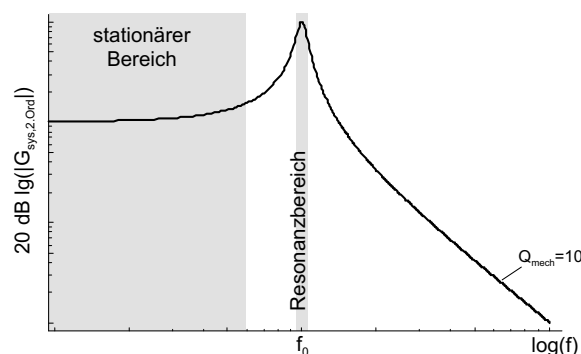


Abb. 2.3: Betrag der Übertragungsfunktion $G_{mech,2.Ord}$.

1. Im Gegensatz zu einer elektronischen Signalverstärkung benötigt sie keine Versorgungsleistung, da keine aktiven Bauelemente involviert sind.
2. Die Rauschkraft, welche das Nyquistäquivalent des intrinsischen, mechanisch thermischen Rauschens darstellt (Abschnitt 2.2.3), fällt mit $1/\sqrt{Q_{mech}}$. Bei der Resonanzfrequenz steigt demnach das aus der Rauschkraft resultierende Auslenkungs-Rauschen nur mit $\sqrt{Q_{mech}}$ an. Folglich verbessert sich der Signalrauschabstand in Bezug auf das mechanisch thermische Rauschen mit $\sqrt{Q_{mech}}$.

Diesem Verhalten gegenläufig ist, dass die Bandbreite des Resonanzbereichs umgekehrt proportional zum Gütefaktor Q_{mech} ist. Erlauben die Systemanforderungen die Benutzung dieses Verfahrens, ist der Betrieb des Sensors bei Resonanz einer rein elektronischen Signalverstärkung vorzuziehen. Die maximal erreichbare Güte ist auslegungsbedingt. Anwendung findet dieses Verfahren mit Resonanzüberhöhung in Drehratensensoren, da in diesen die zu detektierenden Corioliskräfte in einem schmalen Frequenzband liegen, welches durch die Modulation der Drehrate mit der Anregungsfrequenz definiert wird [56, 23, 73, 32].

In beiden Messbereichen kann die mechanische Empfindlichkeit durch Herabsetzen der Federkonstante des Systems auf Kosten der jeweiligen Bandbreite erhöht werden. Dadurch ergibt sich bei vorgegebener Systembandbreite eine minimale Federkonstante, für die eine maximale Empfindlichkeit über dem gesamten Signalband erreicht wird. In Kapitel 6 wird dieser Ansatz aufgegriffen, um ein Optimum hinsichtlich des Signalrauschabstandes des Systems zu definieren.

Kapitel 3 zeigt, dass durch die Verwendung einer Rückkoppelung eine verzerrungsfreie Signalbandbreite realisiert werden kann, die größer als die des mechanischen Sensorelementes ist. Diese Bandbreitenvergrößerung wirkt sich dabei allerdings nicht auf den Signalrauschabstand des Systems aus. Dessen Bandbreite hinsichtlich eines maximalen Signalrauschabstandes ist nach wie vor durch die Bandbreite des mechanischen Sensorelementes definiert.

2.2.2 Parameter-Messverfahren

Anders als bei dem zuvor beschriebenen Kraft-Messverfahren bewirkt bei dem Parameter-Messverfahren die zu messende Größe die Änderung eines Parameters des Feder-Masse-Systems. Änderungen der seismischen Masse m oder der Federsteifigkeit k des Systems sind dabei die relevantesten Parameter in der mikromechanischen Praxis. Ein typisches Beispiel für Sensorelemente, die auf einer Massenänderung beruhen, sind Sensoren für die Gasanalytik [74, 42]: Membranen werden mit einer Substanz beschichtet, die ausschließlich solche chemische Moleküle temporär an der Oberfläche bindet, deren Konzentration gemessen werden soll. Die an der Oberfläche gebundene Masse ist dann ein Maß für die Konzentration des Moleküls in dem den Sensor umgebenden Gasgemisch. Sensorelemente, in denen eine Federsteifigkeitsänderung bewirkt wird, finden Anwendung in Niederdruck-

sensoren [96, 97, 108]: Die Kompression eines Gases ist proportional zum Druck. Die Gas-kompression wiederum beeinflusst das dynamische Verhalten eines Feder-Masse-Systems, wie eine zusätzlich am System angebrachte mechanische Feder. Die effektive Federkonstante des Feder-Masse-Systems in diesen Sensoren ist folglich eine Funktion des Gasdrucks.

Für das Parameter-Messverfahren ist eine Anregung des Feder-Masse-Systems $G_{mech,2.Ord}$ bei einer Frequenz ω_a erforderlich. Entweder die Amplitude des resultierenden Ausgangssignals oder dessen Phase in Bezug auf das anregende Eingangssignal, d.h. der Betrag oder die Phase der Übertragungsfunktion, kann ausgewertet werden. Die Anregungsfrequenz ω_a wird so gewählt, dass die größte Empfindlichkeit des entsprechenden Anteils der Übertragungsfunktion bzgl. des sich ändernden Systemparameters vorliegt.

Wird der Betrag der Übertragungsfunktion ausgewertet, erhält man die Anregungsfrequenz ω_a zu:

$$\omega_a = \frac{\omega_0}{2 Q_{mech}} \sqrt{1 + 4 Q_{mech}^2 \pm \sqrt{1 + 8 Q_{mech}^2}}$$

Die zugehörige Empfindlichkeit des Betrages der Übertragungsfunktion gegenüber des sich verändernden Parameters ergibt sich dann zu:

$$\begin{aligned} \max_{s=j} \left\{ \frac{\partial |G_{mech,2.Ord}|}{\partial k} \right\} &= - \frac{\left(1 \mp \sqrt{1 + 8 Q_{mech}^2}\right) \left(1 + 4 Q_{mech}^2 \pm \sqrt{1 + 8 Q_{mech}^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{24 \sqrt{6} \omega_0^4 m^2 Q_{mech}^2} \\ &\stackrel{Q \gg 1}{\approx} \frac{\mp 2 Q_{mech}^2}{3 \sqrt{3} k^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max_{s=j} \left\{ \frac{\partial |G_{mech,2.Ord}|}{\partial m} \right\} &= - \frac{\left(1 \mp \sqrt{1 + 8 Q_{mech}^2}\right) \left(1 + 4 Q_{mech}^2 \pm \sqrt{1 + 8 Q_{mech}^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{6 \sqrt{6} \omega_0^2 m^2} \\ &\stackrel{Q \gg 1}{\approx} \frac{\mp 8 Q_{mech}^4}{3 \sqrt{3} k m} \end{aligned}$$

Dient die Phase der Übertragungsfunktion als Messsignal, ergibt sich diese Anregungsfrequenz ω_a zu:

$$\omega_a = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

mit den Empfindlichkeiten

$$\max_{s=j\omega} \left\{ \frac{\partial \text{Arg}(G_{\text{mech},2.\text{Ord}})}{\partial k} \right\} = -\frac{Q_{\text{mech}}}{k}; \quad \max_{s=j\omega} \left\{ \frac{\partial \text{Arg}(G_{\text{mech},2.\text{Ord}})}{\partial m} \right\} = \frac{Q_{\text{mech}}}{m}$$

Auch hier sind die Empfindlichkeiten stark abhängig vom Gütefaktor Q_{mech} . Viele der oben genannten Sensoranwendungen werden daher bei niedrigem Druck betrieben, um eine ausreichende Sensitivität zu garantieren. Die zu den jeweiligen Messverfahren gehörenden Bandbreiten sind näherungsweise proportional $1/Q_{\text{mech}}$ bei konstanter Resonanzfrequenz.

2.2.3 Intrinsisches Sensor-Rauschen

Außer Empfindlichkeit und Bandbreite ist ein mikromechanisches Sensorelement durch sein Rauschverhalten gekennzeichnet. Er überlagert dem Messsignal thermisches Rauschen, welches vom Messsignal nicht unterscheidbar ist. Das Auflösungsvermögen des Sensorelementes wird daher durch das thermische Rauschen bestimmt.

Das im Sensor auftretende Rauschen ist thermisches Rauschen, welches aus der Dämpfung der seismischen Masse und der damit verbundenen thermischen Koppelung des Feder-Masse-Systems mit der Umgebung resultiert. Nach den Gesetzen der Thermodynamik füllt sich im thermischen Gleichgewicht jeder Energiespeicher eines Systems mit der Energie $k_B \text{Temp}/2$ cite{Gabrielson:1993}. Die in einem Feder-Masse-System 2. Ordnung vorhandenen Energiespeicher sind zum einen die Masse m und zum anderen die Feder k . Aus den dazugehörigen Energietermen erhält man die mittlere quadratische Auslenkung $\langle x^2 \rangle$ und die mittlere quadratische Geschwindigkeit $\langle v^2 \rangle$, die durch das thermische Rauschen verursacht werden:

$$\frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2}k \langle x^2 \rangle = \frac{k_B \text{Temp}}{2}$$

Hierbei ist k_B die Boltzmannkonstante und Temp die absolute Temperatur. Die auftretende Mittelung ist eine Mittelung über alle Frequenzen.

Die zu diesen Rauschleistungen gehörenden Rauschleistungsdichten ergeben sich aus der Nyquistbeziehung, die besagt, dass das Rauschen durch jeweils eine zu jedem Dämpfer des Systems parallele Kraftquelle mit einer Leerlauf-Rauschkraft $F_N(s)$ innerhalb des

Frequenzintervalls df beschrieben werden kann [34]:

$$dF_N(s) = \sqrt{4 k_B Temp c df} = \sqrt{\frac{4 k_B Temp}{Q_{mech}} \sqrt{km} df} \quad (2.4)$$

Da die Dämpfungskonstante c die Koppelung zwischen der das System umgebenden, thermischen Energie und dem mechanischen System beschreibt, ist offensichtlich, dass die Rauschkraft nur von diesem Faktor abhängt. Der in der Literatur oft verwendete zweite Ausdruck mit dem Gütefaktor Q_{mech} legt nahe, dass auch eine Abhängigkeit zu den anderen Systemparameter k und m besteht. Diese ist jedoch auf die Normierung der Dämpfungskonstanten c zum Gütefaktor Q_{mech} zurückzuführen.

Bei dem Kraft-Messverfahren (Abschnitt 2.2.1) hängt folglich die maximal mögliche Auflösung des Sensorelementes nur von der Dämpfung des Feder-Masse-Systems ab. Während in der Makromechanik dieses thermische Rauschen vernachlässigbar gering gegenüber den sonst dort auftretenden Kräften ist, ist es in der Mikromechanik in der Größenordnung von den dort auftretenden Kräften. Beispielhaft sei die Inertialsensorik genannt, bei der die auftretenden Trägheitskräfte proportional zur Masse der beweglichen Struktur sind. In der Oberflächenmikromechanik liegt diese Masse typisch in der Größenordnung von einigen Mikrogramm. Für einen Beschleunigungssensor mit $\omega_0 = 10$ kHz, $Q_{mech} = 1$, $Temp = 300$ K, und der Masse von $m = 1$ Mikrogramm beträgt das thermische Rauschen bezogen auf das Beschleunigungseingangssignal $41,5 \mu g_{earth} / \sqrt{Hz}$.

Bei dem Parameter-Messverfahren (Abschnitt 2.2.2) ist neben dem thermischen Rauschen auch noch die verwendete Amplitude des das Sensorelement anregenden Eingangssignals maßgeblich für dessen Signalausgang. Die Methoden zur Berechnung dieses Signalausgangs sind aus der Nachrichtentechnik bekannt [82].

2.3 Kapazitive Signalwandlung

In diesem Kapitel wird die kapazitive Signalwandlung behandelt. Zunächst werden verschiedene in der Mikrosystemtechnik vorkommende kapazitive Anordnungen zur Positionsdetektion vorgestellt und anhand eines einfachen Modells diskutiert.

Die kapazitive Signalwandlung beruht auf der Änderung einer Kapazität, die durch die nachgeschaltete Messschaltung detektiert wird. Eine solche Änderung kann durch zwei Mechanismen verursacht werden: Beim ersten Mechanismus ändern sich die Geometrieparameter der kapazitiven Struktur, und beim zweiten ändert sich das Dielektrikum.

Letzteres findet man vorwiegend in chemischen und biologischen Sensoren. Ein zu analysierendes Medium wird flüssig oder gasförmig in einen Kondensator geleitet um dessen

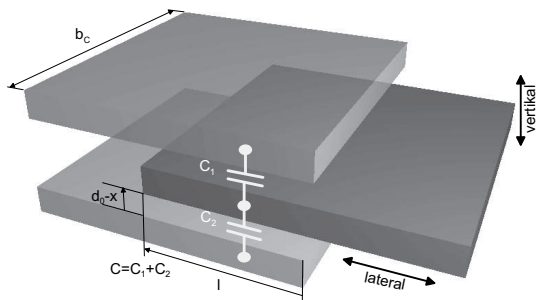


Abb. 2.4: Laterale und vertikale, differenzielle Grundkonfiguration.

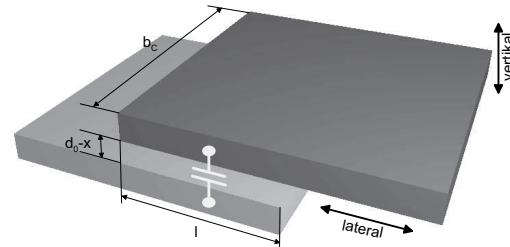


Abb. 2.5: Laterale und vertikale, einseitige Grundkonfiguration.

Dielektrizitätskonstante zu messen. Diese gibt Aufschluss über die Zusammensetzung des Mediums.

Der erste Mechanismus ist derjenige, der zur Auslenkungsdetektion für die im vorhergehenden Kapitel beschriebenen Messverfahren verwendet wird. Die kapazitive Struktur besteht hierbei aus zwei Elektroden, einer feststehenden und einer in Richtung der zu vermessenden Auslenkung beweglichen, die durch ein Dielektrikum getrennt sind. Zusammen bilden die zwei Elektroden einen Kondensator mit der gewünschten veränderlichen Kapazität.

In der Praxis kommen zwei Grundkonfigurationen vor (Abb. 2.4 und Abb. 2.5). Die Wahl der Konfiguration bestimmt dabei den Kapazitätsverlauf als Funktion der Auslenkung. Bei der lateralen Grundkonfiguration verschiebt sich die eine Elektrode parallel zur Gegenelektrode. Bei der vertikalen Grundkonfiguration ändert sich der Abstand der Elektroden. Wird die Kapazität der Struktur durch die eines Plattenkondensators beschrieben, ändert sich im ersten Fall die effektive Plattenkondensatorfläche und im zweiten der Elektrodenabstand. Mit Hilfe dieser Grundkonfigurationen lassen sich die meisten in der Mikrosystemtechnik vorkommenden Elektrodenstrukturen beschreiben, wie z.B. die als Kammstruktur oder die als parallele Plattenstruktur bezeichneten aus Abb. 2.6.

Die Plattenkondensatornäherung, d.h. die Berechnung der Kapazität zwischen zwei planparallelen Elektroden unter Vernachlässigung der Randfelder, erweist sich als eine sehr gute Abschätzung für den Verlauf der Kapazität als Funktion der Auslenkung. Für die dargestellten Grundkonfigurationen ist die den parasitären Randfeldern zugeordnete Kapazität näherungsweise konstant [13], so dass zwar nicht der absolute Betrag der Kapazität der Grundkonfigurationen über die Plattenkondensatornäherung berechnet werden kann, aber ihr Verlauf schon. Werden von den zwei Grundkonfigurationen abweichende Bewegungen, z.B. eine Verkipfung der Elektroden zueinander, oder abweichende, nicht planparallele Elektrodengeometrien verwendet, kann die Plattenkondensatornäherung nicht mehr verwendet werden. Dann muss die von der Elektrodenbewegung abhängige Kapazitätsfunktion

Kapazität $C(l, x)$	differentiell	einseitig
Lateral, Auslenkung $l, x = 0$	$\frac{2\varepsilon b_C l}{d_0}$	$\frac{\varepsilon b_C l}{d_0}$
Vertikal, Abstand $x, A = b_C l$	$\frac{2\varepsilon A d_0}{d_0^2 - x^2}$	$\frac{\varepsilon A}{d_0 - x}$

Tab. 2.1: Abhängigkeiten der Kapazität von der lateralen Auslenkung l und der vertikalen Auslenkung x für einseitige und differentielle Elektrodenanordnung.

durch Lösen der elektrischen Feldgleichungen berechnet werden.

In Tab. 2.1 werden die Funktionsverläufe $C(l, x)$ der Kapazität abhängig von der lateralen Auslenkung l und der vertikalen Auslenkung x aufgeführt. Weiter wird hier zwischen einer einseitigen und einer differentiellen Elektrodenanordnung unterschieden, wobei bei der differentiellen Anordnung angenommen wird, dass die beiden äußeren Elektroden kurzgeschlossen sind. Ist dies nicht der Fall, kann die Anordnung mittels zwei einseitigen Anordnungen analysiert werden. Für die laterale Auslenkung erhält man eine lineare Abhängigkeit der Kapazität, für die vertikale eine antiproportionale.

In der Volumenmikromechanik findet man vorwiegend die vertikale Grundkonfiguration. Grund dafür ist, dass man beliebig bewegliche Strukturen aus dem monokristallinen Silizium technologisch gut ätzen kann, diese aber schlecht auf einem Wafer voneinander zu isolieren sind. Die gegengepolten Elektroden werden daher durch das Aneinanderbonden von mehreren Wafern erzielt. Daraus resultiert meistens eine vertikale Grundkonfiguration die z.B. in den meisten "Bulk"-Beschleunigungssensoren eingesetzt wird [46, 103]. Prinzipiell ist aber auch die laterale Grundkonfiguration möglich [90].

Beide Grundkonfigurationen können in der Technologie der Oberflächenmikromechanik hergestellt werden. Die sogenannte "Kammstruktur" erlaubt eine lineare Abhängigkeit der Kapazität bei Bewegungen lateral zur Waferoberfläche, während die parallele Plattenstruktur eine nichtlineare Abhängigkeit liefert (Abb. 2.6). Die parallele Plattenstruktur verursacht dabei eine höhere kapazitive Änderung pro Flächeneinheit für eine vorgegebene Auslenkung im Vergleich zur einer Kammstruktur mit vergleichbaren Abmessungen. Beide Verfahren können innerhalb nur einer strukturierten Polysiliziumschicht realisiert werden. Werden mehrere leitende Schichten verwendet, ist auch die Detektion von Bewegungen rechtwinklig zur Waferoberfläche möglich. Dies ist jedoch nur bei der vertikalen Grundkonfiguration machbar und ist damit stets stark nichtlinear. Eine vertikale Kammstruktur ist prinzipiell denkbar, jedoch technologisch sehr aufwendig.

Ein entscheidender Vorteil der kapazitiven Signalwandlung besteht darin, dass neben der Strukturierung des mikromechanischen Bauelementes keine weiteren Prozessierungen not-

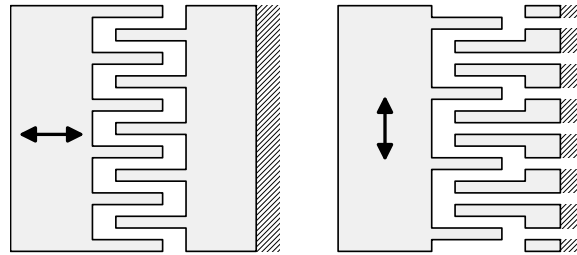


Abb. 2.6: Links: Kammstruktur. Rechts: parallele Plattenstruktur.

wendig sind. Speziell in der Oberflächenmikromechanik genügt oft die Strukturierung nur einer einzigen Polysiliziumschicht zur Realisierung des Sensorelementes. Der Prozess muss lediglich sicherstellen, dass die verschiedenen Elektroden voneinander elektrisch isoliert sind. Dies erlaubt sowohl geringe Herstellungskosten wie auch die monolithische Integration der Mechanik mit der Messschaltung [49, 88]. Kapazitive Sensorsysteme sind daher für viele Anwendungen die kostengünstigste Variante, sofern ihr Signalrauschabstand ausreichend groß ist.

Die in einer kapazitiven mikroelektromechanischen Struktur wirkenden elektrostatischen Kräfte machen interessante Aktuationsmechanismen in mikroelektromechanischen Messsystemen möglich. Mit Hilfe der im folgenden Abschnitt 2.5 behandelten kapazitiven Modellbildung können diese beschrieben werden. Anhand dieses Modells lässt sich leicht feststellen, dass die auftretenden elektrostatischen Kräfte bei Miniaturisierung nicht mitskalieren und daher in der Mikrosystemtechnik relevant werden können gegenüber den sonst auftretenden Kräften, z.B. Beschleunigungskräften. Aufgrund dessen erlaubt die kapazitive Signalwandlung die Realisierung von komplexen Mikrosystemen ohne einen zusätzlichen prozesstechnischen Aufwand. Anders als bei anderen integrierbaren Aktuationsmechanismen, z.B. thermische Aktuatoren [60, 39], zeichnet sich dabei die elektrostatische Aktuatorik durch eine geringe Leistungsaufnahme aus.

Die kapazitive Signalwandlung zeichnet sich auch durch eine äußerst geringe Temperaturempfindlichkeit aus. Diese Abhängigkeit resultiert aus der Temperaturabhängigkeit des Dielektrikums. Für Luft bei Normaldruck beträgt diese 2–7 ppm/°C [7, Seite 73]. Dieser Effekt wird allerdings oft überlagert und dominiert von der thermischen Ausdehnung der Struktur und der damit verbundenen geometrischen Änderung [60, Seite 220].

Kapazitive Verfahren werden in der Halbleitertechnik noch aus einem weiteren Grund bevorzugt eingesetzt: Integrierte Kapazitäten können mit deutlich geringeren Toleranzen gefertigt werden als integrierte Widerstände [7, Seite 180]. Integrierte kapazitive Schaltungstechnik basiert daher auf sehr robusten Technologien. Da sich kapazitive Mikromechanik direkt mit kapazitiver Schaltungstechnik kombinieren lässt (Abschnitt 2.6), profitiert die kapazitive Signalwandlung von dieser vorteilhaften Schaltungstechnik. Die weitentwickelten digitalen Signalverarbeitungsverfahren erlauben ferner eine robuste und einfache Verarbeitung und Aufbereitung des Messsignals im Messsystem.

2.4 Grenzen mikroelektromechanischer Messverfahren mit kapazitiver Signalwandlung

Das Auflösungsvermögen von mikroelektromechanischen Messverfahren mit kapazitiver Signalwandlung ist begrenzt und durch den Signalrauschabstand nach Gl. 2.1 gegeben. Die fundamentale Grenze des Auflösungsvermögens wird durch das Braun'sche Rauschen des Sensorelementes definiert. In den meisten realen Mikrosystemen wird diese Grenze jedoch nicht erreicht; vielmehr dominiert das Messverstärkerrauschen die Anwendung, wie z.B. bei Chau [19] und Lemkin [70, 71]. Gemäß Abschnitt 2.1 ist dies gleichbedeutend mit einer Begrenzung der maximal realisierbaren Empfindlichkeit im mechanischen Sensorelement und im kapazitiven Signalwandler und andererseits mit einer Begrenzung des minimal realisierbaren Messverstärkerrauschens:

Wird die Anwendung im stationären Bereich der Kennlinie betrieben, resultiert die obere Empfindlichkeitsgrenze des mechanischen Sensorelementes aus der in Kapitel 1 beschriebenen Zuverlässigkeitsanforderung, dass das Sensorelementes beständig gegenüber mechanischem Schock sein muss. Durch Vermeidung eines mechanischen Kontakts zwischen den freibeweglichen und den feststehenden Teilen des Sensorelementes bei mechanischer Schockbeanspruchung kann diese Zuverlässigkeitsanforderung garantiert werden. Beim in Kapitel 1 beschriebenen "Drop"-Test wird das Bauelement Beschleunigungen von $2000 g_{earth}$ ausgesetzt. Eine grobe Abschätzung mit der maximalen zulässigen statischen Auslenkung Δx_{max} bei $2000 g_{earth}$ liefert die minimal erlaubte Resonanzfrequenz $f_{0,max}$ des Feder-Masse-Systems im Sensorelement:

$$f_{0,max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a}{\Delta x_{max}}} \implies f_{0,max} \Bigg|_{\substack{\Delta x_{max}=1 \mu\text{m} \\ a=2000 g_{earth}}} = 22,3 \text{ kHz}$$

Die Resonanzfrequenz, in die die Federsteifigkeit eingeht, wird hier als Bezugsgröße gewählt, da sie unabhängig von der Masse des Sensors ist. In Realität ist das System gedämpft. Deshalb sind reale Werte der Resonanzfrequenz kleiner zu wählen. Typische Werte liegen im Bereich von 1-20 kHz.

Die obere Grenze der Empfindlichkeit des kapazitiven Signalwandlers ist unmittelbar durch die mikromechanische Technologie gegeben. Diese definiert den minimal realisierbaren Elektrodenabstand, die maximal realisierbare Elektrodenfläche der kapazitiven Struktur und die kapazitiven Parasiten und damit diese Empfindlichkeitsgrenze.

Die untere Grenze des Messverstärkerrauschens wird durch die Schaltungstechnik und die eingesetzte Herstellungstechnologie vorgegeben. Im Vergleich sind bipolare Eingangsstufen für die hohen Quellenimpedanzen von kapazitiven Sensoren, aufgrund ihres deutlich höheren eingangsseitigen Stromrauschens [7, Seite 201], prinzipiell weniger geeignet als FET-

Eingangsstufen. Howe und Boser [12] zeigen jedoch, dass bei Verwendung eines Messverstärkers mit MOSFET-Eingangsstufe für eine vorgegebene Quellenkapazität eine Eingangskapazität existiert, für die das durch den Messverstärker dem Signal hinzugefügte Rauschen minimal wird. Das Minimum tritt auf, wenn die Eingangskapazität des Verstärkers der Quellenkapazität, hier die Summe der Sensorkapazität und ihrer parasitären Kapazität gegen Masse, entspricht. Für kleinere Eingangskapazitäten nimmt das Transistor-Rauschen der Eingangsstufe zu¹ und erhöht somit das ausgangsseitige Rauschen. Für größere Kapazitäten verkleinert sich der Rückkoppelfaktor, mit der Folge, dass das Verstärkerrauschen verstärkt in den Ausgang koppelt. Dieses Minimum des Verstärkerrauschens nimmt bei vorgegebener Schaltungstechnologie für kleiner werdende Sensorkapazitäten zu.

Während das Minimum des Messverstärkerrauschens und die obere Grenze der Empfindlichkeit im kapazitiven Signalwandler durch die verwendete Technologie definiert werden und nur durch Weiterentwicklung dieser Technologie verbessert werden können, beruht die obere Grenze der Empfindlichkeit des mechanischen Sensorelements auf Zuverlässigkeitsgesichtspunkten. Können diese durch andere Maßnahmen sichergestellt werden, kann durch Verringerung der Federkonstanten das Auflösungsvermögen des Sensorelementes verbessert werden und gegebenenfalls das durch das Braun'sche Rauschen gegebene fundamentale Auflösungsvermögen erreicht werden. Eine derartige Maßnahme zur Verbesserung des Auflösungsvermögens von kapazitiven, mikroelektromechanischen Messverfahren wird in Kapitel 6 vorgestellt.

An dieser Stelle sei nochmals erwähnt, dass das fundamentale Braun'sche Rauschen abhängig von der Dämpfung des Sensorelementes ist (Abschnitt 2.2.3). Realisierte Systeme, die durch Braun'sches Rauschen begrenzt sind, basieren meist auf Strukturen, die bei Normaldruck betrieben werden, z.B. wie der von Bernstein [9] beschriebene Vibrationssensor. Eine Verringerung der Federkonstanten des Feder-Masse-Systems im Sensorelement kann auch in solchen Fällen zusammen mit gütewirksamen Maßnahmen, z.B. einer Kapselung des Sensors in einem Vakuumgehäuse, zu einer Verbesserung des Auflösungsvermögens führen.

2.5 Mikroelektromechanisches Kapazitätsmodell

Sensoren, die auf der kapazitiven Signalwandlung basieren, haben den Vorteil, dass ohne zusätzlichen Aufwand an der Struktur angreifende elektrostatische Kräfte erzeugt werden können.

Aus der allgemeinen Systemtheorie ist bekannt, dass sich bei einem idealen Energiespeicher die konjugierten Variablen einer Schnittstelle, die Austauschvariable q_i und ihre konjugierte

¹Dabei wird die Sättigungsspannung der Eingangsstufe als konstant angenommen.

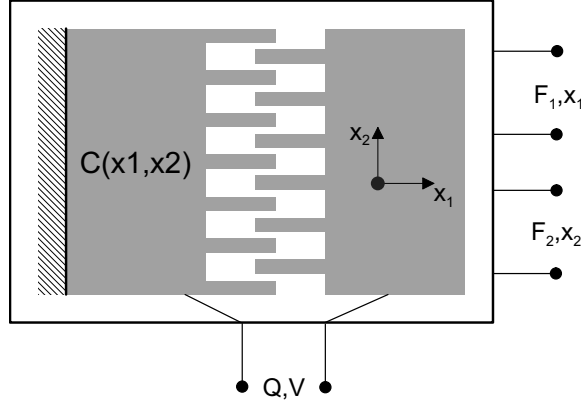


Abb. 2.7: Elektromechanisches Kapazitätsmodell.

Kraft F_i , entsprechend Gl. 2.5 verhalten [64].

$$F_i = - \left. \frac{\partial E_{pot}(q_1, \dots, q_j, \dots, q_n)}{\partial q_i} \right|_{q_k = \text{konst.}; \forall k \neq i} \quad (2.5)$$

Bei einer kapazitiven Struktur (Abb. 2.7), die einen Kondensator mit zwei Elektroden bildet, sind die konjugierten Variablen der elektrischen Schnittstelle die auf den Elektroden sitzende Ladung Q und der dazugehörige Spannungsabfall V als konjugierte Kraft. Die konjugierten Variablen der mechanischen Schnittstellen sind die Auslenkungen x_i der Struktur und die dazugehörigen elektrostatischen Kräfte $F_{el,i}$. Im erweiterten Sinne sind unter den Auslenkungen x_i die in Kapitel 4 eingeführten Lagrange-Koordinaten des mechanischen Systems zu verstehen. Aus Gl. 2.5 folgt demnach für den Spannungsabfall in der kapazitiven Struktur bzw. die angreifenden elektrostatischen Kräfte:

$$V = \frac{\partial E_{pot,el}(Q, x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)}{\partial Q} = \frac{Q}{C(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)}$$

$$\begin{aligned} F_{el,i} &= - \frac{\partial E_{pot,el}(Q, x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}{\partial x_i} = - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{C(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)} \right) Q^2 \\ &= + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} C(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) V^2 \end{aligned}$$

mit $E_{pot,el} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}$.

Das elektrische Feld kann dabei als elektrostatisch angenommen werden, da die auftretenden mechanischen Zeitkonstanten meist sehr viel größer sind als die elektrischen. Es

ist zu beachten, dass die auftretende partielle Differentiation auf die Energie in den Zustandsvariablen des Speichers anzuwenden ist. Eine Ersetzung der Zustandsvariablen durch andere Variablen, z.B. ersetzen der Ladung Q durch die abfallende Spannung mittels der kapazitiven Beziehung, darf erst danach erfolgen².

2.5.1 Elektrostatische Kräfte

In der folgenden Tab. 2.2 werden die zu den Grundkonfigurationen aus Tab. 2.1 gehörenden elektrostatischen Kräfte aufgelistet. Dabei ist zu beachten, dass die elektrostatische Kraft letztlich nur von den auf den Elektroden sitzenden Ladungen abhängt. Dies hat zur Folge, dass die Kraft von der Art der elektrischen Beschaltung abhängt: Ändert sich die Ladung aufgrund einer Kapazitätsänderung oder aufgrund der elektrischen Beschaltung, dann ändert sich entsprechend die elektrostatische Kraft. In der Tab. 2.2 werden daher die zwei grundsätzlichen Arten der elektrischen Beschaltung aufgeführt. Bei der Ladungseinprägung wird die Ladung auf den Elektroden konstant gehalten. Bei der Spannungseinprägung wird eine konstante Spannung zwischen den Elektroden vorgegeben.

Kraft F_{el}	differentiell	einseitig
Lateral, Auslenkung l , $V = \text{konst.}$	$\frac{\epsilon b_C V^2}{d_0}$	$F_{el,l} = \frac{\epsilon b_C V^2}{2d_0}$
Vertikal, Abstand x , $V = \text{konst.}$	$\frac{2\epsilon A d_0 x V^2}{(d_0^2 - x^2)^2}$	$F_{el,v} = \frac{\epsilon A V^2}{2(d_0 - x)^2}$
Lateral, Auslenkung l , $Q = \text{konst.}$	$\frac{d_0 Q^2}{\epsilon b_C l^2}$	$\frac{d_0 Q^2}{2\epsilon b_C l^2}$
Vertikal, Abstand x , $Q = \text{konst.}$	$\frac{x Q^2}{2\epsilon A d_0}$	$\frac{Q^2}{2\epsilon A}$

Tab. 2.2: Elektrostatische Kräfte für die kapazitiven Grundkonfigurationen nach Tab. 2.1 bei Ladungs- und Spannungseinprägung.

Je nach Beschaltung und Grundkonfiguration ist die resultierende Kraft konstant, wächst mit der Auslenkung an oder nimmt ab. Für die Praxis ist mit wenigen Ausnahmen die Spannungseinprägung relevant, da sie der normalen Beschaltung einer Kapazität entspricht.

²Ansonsten muss die Energiebilanz durch den Energiefluss, der über die weiteren Schnittstellen stattfinden kann, korrigiert werden.

Die Ladungseinprägung hingegen benötigt eine aufwendige elektrische Schaltung, um eine definierte Ladung auf eine sich verändernde Kapazität aufzubringen. Dabei ist jedoch nur innerhalb der Regelbandbreite dieser Schaltung die Ladung auf der Kapazität konstant. Die im folgenden Abschnitt 2.5.2 betrachtete Positionsabhängigkeit der elektrostatischen Kraft zeigt Fälle, in denen sich dieser schaltungstechnische Mehraufwand rechtfertigt.

Vergleicht man die Kräfte der lateralen Grundkonfiguration bei Spannungseinprägung mit denen der vertikalen, so stehen diese in einem Verhältnis von $F_{el,l}/F_{el,v} \approx A/(b_C d_0)$. In der Oberflächenmikromechanik mit Kantenlängen im Bereich von einigen 100 μm und Elektrodenabständen im Bereich von 1 μm bedeutet dies, dass bei ungefähr gleicher Strukturgröße die vertikale Konfiguration eine ca. 100- bis 1000-fach stärkere elektrostatische Kraft erzeugen kann. In vielen Anwendungen muß daher die vertikale Grundkonfiguration (z.B. parallele Plattenstruktur in Abb. 2.6) anstelle der lateralen Grundkonfiguration (z.B. Kammstruktur in Abb. 2.6) eingesetzt werden, um ausreichend große Kräfte zu erzeugen.

Wie schon erwähnt, besteht der Vorteil von kapazitiven Messsystemen darin, dass ein und dieselbe Schnittstelle sowohl für die Positionsmessung als auch für die mechanische Aktuierung der elektrostatischen Kräfte verwendet werden kann. Allerdings kann dies auch von Nachteil sein, da stets mit der kapazitiven Positionsmessung eine elektrostatische Kraft einhergeht, die geeignet kompensiert werden muss. Ansonsten findet eine Rückwirkung des Mess-Systems auf die Messgröße statt.

In der Mikrosystemtechnik werden daher, sofern technologisch realisierbar, differentielle kapazitive Anordnungen vorgezogen, die als Differential-Kondensator bezeichnet werden. Anders als bei der differentiellen Grundkonfiguration sind darunter Systeme zu verstehen, die aus paarweise feststehenden Elektroden und einer beweglichen Elektrode bestehen, wobei die feststehenden Elektroden nicht notwendigerweise kurzgeschlossen sind. Die Anordnung der paarweise feststehenden Elektroden zu der beweglichen erfolgt dabei stets spiegelsymmetrisch. Dies erlaubt die Struktur bei der kapazitiven Positionsmessung derart zu beschalten, dass sich die entstehenden elektrostatischen Kräfte kompensieren. Abb. 2.8 zeigt dies am Beispiel einer parallelen Plattenstruktur bei Spannungseinprägung. Durch Beaufschlagung der feststehenden Elektroden mit einer festen Spannung V_{fb} mit unterschiedlichem Vorzeichen lässt sich an derselben Struktur gegebenenfalls zeitmultiplex eine Kraft erzeugen. Sofern sich die Struktur in der Mittellage befindet, erhält man für die kapazitive Nettokraft:

$$\sum F_{el} = 2 \frac{C_0}{d_0} V_{bias} V_{fb}$$

Hier bezeichnet C_0 die Grundkapazität zwischen den feststehenden Elektroden und der beweglichen Struktur in der Mittellage.

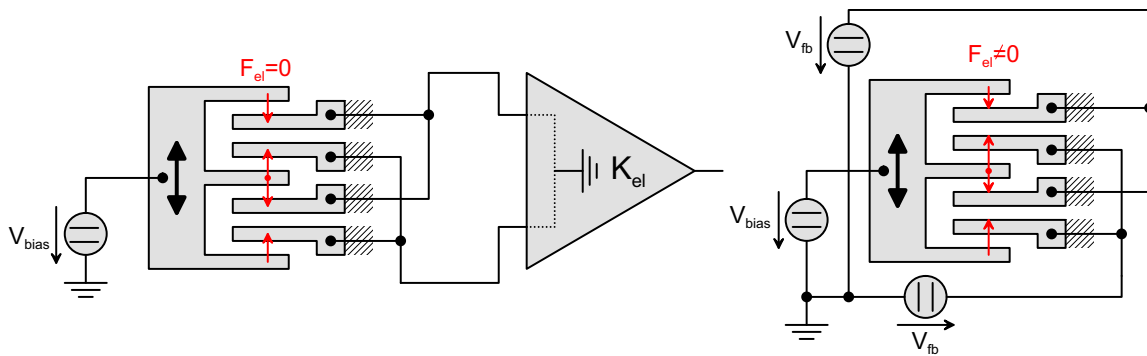


Abb. 2.8: Beschriftung eines Differentialkondensators am Beispiel einer differentiellen parallelen Plattenstruktur.

Links: Bei der Positionsmessung. Die elektrostatische Nettokraft ist 0.

Rechts: Bei Applikation einer elektrostatischen Nettokraft mit Hilfe der zusätzlichen Spannungsquellen V_{fb} .

2.5.2 Negative differentielle Federkonstante

Aus Tab. 2.2 ist zu entnehmen, dass die elektrostatischen Kräfte teilweise von der Auslenkung der Elektroden gegeneinander abhängen. Sofern eine derartige Abhängigkeit vorliegt, nimmt dabei die elektrostatische Kraft stets bei Auslenkung in Krafrichtung zu. Sofern nur kleine Auslenkungen x der beweglichen Struktur um eine Ruhelage x_0 betrachtet werden, kann die positionsabhängige Kraft durch ihre Entwicklung erster Ordnung um die Ruhelage x_0 approximiert werden:

$$F_{el}(x) \approx F_{el}(x_0) + \left. \frac{\partial F_{el}}{\partial x} \right|_{x=x_0} (x - x_0) \quad (2.6)$$

Der dabei verwendete lineare Entwicklungskoeffizient beschreibt einen linearen Zusammenhang zwischen einer Kraft und einer Auslenkung. Es ist daher üblich, diesen als eine elektrische Federkonstante k_{el} zu interpretieren:

$$\Delta F_{el} = -k_{el} (x - x_0) ; \quad k_{el} = - \left. \frac{\partial F_{el}}{\partial x} \right|_{x=x_0}$$

Da die Änderung der elektrostatischen Kraft bei Auslenkung in Richtung der Kraft wachsend sein kann (Tab. 2.1), können im Gegensatz zu mechanischen Federn auch negative elektrische Federkonstanten auftreten.

Die sich damit ergebende Möglichkeit, die Positionsabhängigkeit der elektrostatischen Kraft als Feder zu beschreiben, ist ein übliches Vorgehen in der Mikrosystemtechnik. Man unter-

teilt entsprechend der Entwicklung erster Ordnung (Gl. 2.6) die Wirkung der Kraft in zwei Anteile: einen konstanten und einen positionsabhängigen. Der konstante Anteil entspricht der an der Struktur angreifenden Kraft in der Ruhelage. Der veränderliche Anteil zeigt, analog zu einer mechanischen Feder, eine mit der Auslenkung aus der Ruhelage ansteigende Kraft. Aufgrund dieser Analogie kann dieser Anteil als eine zusätzlich und temporär an dem mechanischen System angebrachte Feder beschrieben werden, die als *elektrische Feder* bezeichnet werde, und geht dementsprechend in die Übertragungsfunktion des mechanischen Systems ein. Die Positionsabhängigkeit der elektrostatischen Kraft wird dann durch eine sich verändernde mechanische Übertragungsfunktion abgebildet.

Für die elektrostatischen Kräfte der Grundkonfigurationen aus Tab. 2.2 gibt Tab. 2.3 die Federkonstanten der elektrischen Feder an.

Federkonstante k_{el}	differentiell	einseitig
Lateral, Auslenkung l_0 , $V = \text{konst.}$	0	0
Vertikal, Abstand x_0 , $V = \text{konst.}$	$-\frac{2\varepsilon Ad_0 (3x_0^2 + d_0^2) V^2}{(d_0^2 - x_0^2)^3}$	$-\frac{\varepsilon AV^2}{(d_0 - x_0)^3}$
Lateral, Auslenkung l_0 , $Q = \text{konst.}$	$\frac{4d_0 Q^2}{\varepsilon b_C l_0^3}$	$\frac{2d_0 Q^2}{\varepsilon b_C l_0^3}$
Vertikal, Abstand x_0 , $Q = \text{konst.}$	$-\frac{Q^2}{2\varepsilon Ad_0}$	0

Tab. 2.3: Federkonstanten einer elektrischen Feder für die Grundkonfigurationen aus Tab. 2.1.

Die verschiedenen Grundkonfigurationen aus Tab. 2.1 zeigen bzgl. der Federkonstante der elektrischen Feder unterschiedliches Verhalten. Während die elektrostatische Kraft einiger Grundkonfigurationen idealerweise gar keine Positionsabhängigkeit zeigt, weisen andere Grundkonfigurationen elektrische Federn mit Federkonstanten mit unterschiedlichem Vorzeichen auf.

Keine Positionsabhängigkeit der elektrostatischen Kraft und damit eine elektrische Federkonstante identisch null zeigt die laterale Grundkonfiguration bei Spannungseinprägung. Die in der Oberflächenmikromechanik verwendete Kammstruktur (Abb. 2.6) basiert zum Beispiel auf dieser Grundkonfiguration und hat somit diese Eigenschaft. Analoges gilt für die vertikale einseitige Grundkonfiguration bei Ladungseinprägung. Diese Kombinationen sind stets dann von Vorteil, wenn eine elektrostatische Kraft an dem mechanischen System

angebracht werden soll, ohne dessen Eigenschaften zu ändern. Insbesondere die Stabilitätseigenschaften des mechanischen Systems bleiben in diesem Fall erhalten. Bemerkenswert ist, dass diese Eigenschaften für jede Ruhelage und damit für beliebig große Auslenkungen gilt. Da die anderen auf Spannungseinprägung beruhenden Beschaltungen für große Auslenkungen Instabilitäten aufweisen, wird diese stabile Art der Beschaltung oft für mikroelektromechanische Antriebe mit großen Auslenkungen verwendet (z.B. bei Drehratensensoren). Die Ladungseinprägung, die im Gegensatz zur Spannungseinprägung einer Schaltung zur Ladungsregelung (z.B. bei Seeger [91]) bedarf, bietet im Vergleich zur einfacher realisierbaren Spannungseinprägung eine größere elektrostatische Kraft bei mikroelektromechanischen Strukturen gleicher Größe.

Die anderen Konfigurationen weisen eine positionsabhängige elektrostatische Kraft auf und wirken dementsprechend auf die Dynamik des mechanischen Systems ein. In der Praxis nicht brauchbar ist die laterale Grundkonfiguration bei Ladungseinprägung. Die von ihr erzeugte elektrische Feder hat eine positive Federkonstante und versteift somit das mechanische System. Eine derartige Versteifung kann jedoch auch ohne den für die Ladungseinprägung schaltungstechnischen Aufwand allein mechanisch realisiert werden.

Eine interessantes Verhalten zeigen die Konfigurationen, die eine elektrische Feder mit negativer Federkonstante erzeugen. Das negative Vorzeichen der Federkonstanten besagt hier, dass die Federkraft anders als bei einer mechanischen Feder in Richtung der Auslenkung wirkt. Diese elektrischen Federn wirken somit entgegen den mechanischen Federn und kompensieren bzw. überkompensieren diese.

Dieser Sachverhalt beeinflusst die Systemstabilität. Kompensiert die elektrische Feder mit negativer Federkonstante die mechanische Feder vollständig, wird das Gesamtsystem instabil. Dabei ist zu beachten, dass die Federkonstante bei der vertikalen Grundkonfiguration mit Spannungseinprägung aufgrund der Nichtlinearität eine Funktion der Auslenkung ist und mit zunehmender Auslenkung größer wird. Daraus resultiert der in der Mikrosystemtechnik bekannte “Snap-in”-Effekt [53]: Wird die Struktur ausreichend ausgelenkt, so dass die mechanische Federwirkung durch das Anwachsen der elektrostatischen Kraft überkompensiert wird, führt dies zum Kollaps der Struktur, d.h. zu einem Kontakt der Elektroden. Daraus resultiert aufgrund von “Stiction” oder eines elektrischen Kurzschlusses meistens der Ausfall des Bauteiles. Man muss daher im System diese elektromechanische Instabilität über den ganzen Auslenkungsbereich der Struktur vermeiden.

Bei kleinen Auslenkungen reduziert jedoch die elektrostatische Kraft nur die Wirkung der mechanischen Feder. Dies führt zu einer Reduktion der mechanischen Steifigkeit des Systems, gleichbedeutend mit einer Erhöhung der mechanischen Sensitivität. Da die elektrische Feder dieselben Wirkungen wie die mechanische zeigt, kann zur Beschreibung des Systems die mechanische Federkonstante k_{mech} durch eine effektiv wirkende Federkonstante k_{eff} ersetzt werden:

$$k_{eff} = k_{mech} + k_{el} \quad (2.7)$$

Wenn eine elektrische Feder mit negativer Federkonstante, erzeugt durch Beschaltung mit Spannungseinprägung, vorliegt, lässt sich über die angelegte Spannung deren Federkonstante einstellen und damit das Systemverhalten über die effektiv wirkende Federkonstante. Besonders interessant ist dies, wenn die Herstellungs- und Handhabungs-Bedingungen von mikroelektromechanischen Systemen eine mechanische Mindeststeifigkeit erfordern, die zu Lasten der mechanischen Sensitivität und deren Optimum (Abschnitt 6.1) geht. Die Verwendung von elektrischen Federn mit negativer Federkonstante erlaubt es, die Sensitivität im Betrieb des Systems zu erhöhen und ein solches Optimum einzustellen. Von diesem Ansatz geht auch der im Kapitel 6 vorgestellte Beschleunigungssensor aus.

Weitere Vorteile bringt dieses Verfahren beim Einsatz in Sensoren mit Differentialkondensator, da man dann die elektrische Federkonstante und die elektrostatische Kraft unabhängig voneinander einstellen kann. In einem Differentialkondensator, wie er am Beispiel eines parallelen Plattenantriebes in Abb. 2.8 dargestellt ist, kompensieren sich die elektrostatischen Nettokräfte in der Mittellage. Die elektrischen Federn mit negativer Federkonstante, die mit den erzeugten elektrostatischen Kräften einhergehen, addieren sich hingegen zu einer elektrischen Gesamtfeder. Mit der Beschaltung rechts in Abb. 2.8 können daher elektrische Gesamtfeder und elektrostatische Kraft fast unabhängig voneinander an einem mechanischen System angebracht werden. Man erhält für einen Differentialkondensator, bei dem sich die bewegliche Elektrode in der Mittellage zwischen den feststehenden Elektroden befindet, für die elektrostatische Kraft und die negative Federkonstante, der elektrischen Gesamtfeder:

$$\sum F_{el} = 0; \quad k_{el} = -\frac{2C_0 V_{bias}^2}{d_0^2}$$

Dabei bezeichnet C_0 die einseitige Grundkapazität des Differentialkondensators. Bei Kraft-rückkoppelung mit zusätzlicher Beschaltung der Rückkoppelspannung V_{fb} ergibt sich:

$$\sum F_{el} = \frac{2C_0 V_{bias} V_{fb}}{d_0}; \quad k_{el} = -\frac{2C_0 (V_{bias}^2 + V_{fb}^2)}{d_0^2}$$

Ist die Rückkoppelspannung V_{fb} wesentlich kleiner als die Offsetspannung V_{bias} , lässt sich die elektrische Federkonstante getrennt von der Rückkoppelkraft einstellen.

2.6 Kapazitive Messschaltungen

In diesem Kapitel wird die Schaltungstechnik für die Kapazitätsmessung in mikroelektromechanischen Strukturen beschrieben. Nach einer kurzen Übersicht der verschiedenen Schaltungstypen werden insbesondere synchrone Modulatoren in "Switched Capacitor"-Technik

behandelt. Am Beispiel eines differentiellen synchronen Modulators werden verschiedene schaltungstechnische Maßnahmen erläutert, die eine hochwertige Messung kleinster Kapazitätsschwankungen in integrierter Schaltungstechnik ermöglichen.

2.6.1 Messschaltungstypen

Es existieren verschiedene Ansätze zur Messung einer Kapazitätsänderung. Baxter [7] ordnet die verschiedenen Messschaltungen in drei Gruppen:

- Gleichspannungsschaltung,
- RC , IC und LC -Oszillatoren und
- synchrone Demodulatoren (Impedanzmessschaltungen).

Die Gleichspannungsschaltung wird anders wie bei den beiden anderen Schaltungstypen durch eine Gleichspannungsquelle gespeist. Im stationären Fall lädt diese ein RC -Glied, welches den Kondensator mit der veränderlichen Kapazität enthält, auf diese Gleichspannung auf. Im instationären Fall oberhalb des 3dB-Punktes des RC -Gliedes bleibt die Ladung auf dem Kondensator näherungsweise konstant. Dadurch bewirkt eine Kapazitätsänderung im Frequenzbereich oberhalb dieses 3dB-Punktes eine Spannungsänderung am Kondensator, die gemessen werden kann.

Oszillatorschaltungen basieren auf Schwingkreisen, die einen Kondensator mit veränderlicher Kapazität enthalten. Diese Schwingkreise werden in ihrer Eigenfrequenz betrieben. Diese Eigenfrequenzen bzw. deren Periodendauer dient dann als Maß für die Kapazitätsänderung.

Synchrone Demodulatoren messen die Impedanz des Kondensators mit der veränderlichen Kapazität. "Impedanzmessschaltung" ist daher eine ebenfalls zutreffende Bezeichnung für diesen Schaltungstyp. Da die Impedanz von Kapazitäten für Gleichsignale unendlich groß ist, benötigen diese Schaltungen stets eine Wechselquelle. Die abgegriffene Messspannung bzw. der abgegriffene Messstrom muss daher noch synchron zur Wechselquelle demoduliert werden, um das Messsignal zu erhalten.

Diese Schaltungstypen unterscheiden sich hinsichtlich ihres schaltungstechnischen Aufwandes, ihrer Robustheit gegenüber schaltungstechnischen Parasiten, und der Abhängigkeit ihres Ausgangssignals von der zu messenden Kapazitätsänderung. Bei Baxter [7] findet man eine ausführliche Erörterung dieser Eigenschaften und Beispiele aktueller Schaltungen.

In der Mikrosystemtechnik finden alle drei Schaltungstypen Anwendung. Die Gleichspannungsschaltung trifft man vorwiegend in Mikrofonanwendungen an, da sie keiner stationären Messcharakteristik bedürfen [28, 8]. Zudem ist sie wegen geringer Leistungsaufnah-

me und der einfachen schaltungstechnischen Realisierung³, die nur geringe Anforderungen an eine Technologie mit gemeinsam integrierter Mechanik und Schaltung stellt, für diese Anwendung besonders geeignet.

LC-Oszillatoren mit hoher Güte stellen die empfindlichsten Messschaltungen dar. Da in integrierter Schaltungstechnologie keine Spulen hoher Güte gefertigt werden können, kommen vorwiegend *IC*-Oszillatoren zum Einsatz. Typisches Beispiel sind hier Drucksensoren [86, 57].

Der verbreitetste Schaltungstyp ist der synchrone Demodulator. Man findet ihn z.B. in der Drucksensorik [101, 89] und fast ausschließlich in der Inertialsensorik. Da dieser Schaltungstyp die Messung einer Kapazitätsänderung auf eine Impedanzmessung zurückführt, profitiert er von dem hohen Stand der Schaltungstechnik auf dem Gebiet der Impedanzmessung. Differentielle Schaltungsauslegung, automatischer Nullpunktfehlerabgleich und Vermeidung von $k_B T/C$ -Rauschen sind einige der sich ergebenden Möglichkeiten. Besonders geeignet für die Kapazitätsmessung sind integrierte "Switched Capacitor"-Schaltungen in kostengünstiger, analoger CMOS-Technologie, da Kondensatoren Standardkomponenten dieser Signalverarbeitungstechnik sind.

2.6.2 Synchrone Modulatoren in der Mikrosystemtechnik

Synchrone Modulatoren lassen sich in zwei Teilsysteme unterteilen: in die Ausschlagsmessbrücke und in den Messverstärker. Für den Messverstärker werden in der mikromechanischen Inertialsensorik vorwiegend zwei Grundsaltungen angewandt. Entweder ist er als Spannungsfolger oder als Ladungsintegrator ausgeführt. Beide Grundsaltungen werden im folgenden kurz in "Switched Capacitor"-Schaltungstechnik vorgestellt.

Bei der "Switched Capacitor"-Schaltungstechnik handelt es sich um getaktete Schaltungen. Während eines Taktes werden mit Hilfe von Operationsverstärkern Kapazitäten umgeladen. Dabei wird die Taktperiode so lang gewählt, dass am Ende einer Periode ein quasistationärer Zustand erreicht wird: der Umladungsprozess ist eingeschwungen, während eine parasitäre Entladung der Kapazitäten durch Leckwiderstände, wie z.B. durch die Eingangswiderstände der Operationsverstärker, noch nicht erfolgt ist. Die Ladungen in den Kapazitäten am Ende einer Taktperiode repräsentieren dann das Signal. Eine "Switched Capacitor"-Schaltung ist damit ein zeitdiskretes Signalverarbeitungssystem. Mit der innerhalb der Schaltung realisierbaren Addition und Subtraktion von Ladungen sind viele zeitdiskrete, analoge Signalverarbeitungssysteme darstellbar, da Integration und Differenzierung von im Vergleich zur Taktfrequenz langsamen veränderlichen Signalen auf diese Operationen zurückgeführt werden können. Eine detaillierte Übersicht der "Switched Capacitor"-Schaltungstechnik findet man u.a. in [3].

³Die einfachste Schaltung besteht aus einem Mikrofon, einem JFET und einer Spannungsquelle.

Die “Switched Capacitor”-Schaltungstechnik hat sich in vielen analogen Anwendungen gegenüber anderen Schaltungstechnologien durchgesetzt. Dies hat zwei Gründe. Zum einen können die drei benötigten Grundelemente, nämlich Kondensatoren, Schalter und Operationsverstärker, in kostengünstiger CMOS-Technologie realisiert werden. Zum anderen werden die Rückkoppelfaktoren einer “Switched Capacitor”-Schaltung durch Kapazitätsverhältnisse bestimmt. Da sich Kapazitätsverhältnisse in integrierter Schaltungstechnologie im Vergleich zu anderen Bauteilverhältnissen mit den geringsten Herstellungstoleranzen und mit den geringsten Temperaturkoeffizienten fertigen lassen, sind die resultierenden Systeme sehr genau [7, 100]. Außerdem lassen sich im Falle von digitalen Filtern die Kennfrequenzen vorteilhaft durch die externe Variation der Taktfrequenz beeinflussen.

2.6.2.1 Spannungsfolger

Beim Spannungsfolger (Abb. 2.9), der auch als Impedanzwandler oder niederohmiger Messverstärker bezeichnet wird, besteht die Ausschlagsmessbrücke für die Messung von Kapazitätsänderungen meistens aus einer kapazitiven Viertel- bzw. Halbbrücke, je nachdem ob die kapazitive Signalwandlung als Differential-Kondensator vorliegt oder nicht. Liegt nur eine sich veränderte Kapazität $C_0 + \Delta C$ vor, wie z.B. bei Drucksensoren [88], wird daher noch eine konstante Referenzkapazität C_{ref} zum Aufbau der Viertelbrücke benötigt. Die Brücke wird dann mit zwei identischen Wechselspannungen, die jedoch in ihrer Phase zueinander um π gedreht sind, angesteuert. In der “Switched Capacitor”-Schaltungstechnik handelt es sich hierbei um zwei Rechteckwechselspannungsquellen. Am Mittelabgriff der Brücke wird der Messverstärker angeschlossen. Dieser Knoten wird zudem vor dem Umschalten der Spannung an der Messbrücke in einer Rücksetzphase der Schaltung geerdet, um eine parasitäre Akkumulation von Ladungen auf diesem rein kapazitiven Knoten zu vermeiden. Die Demodulation des Ausgangssignals synchron zur Rechteckwechselspannung ist hier nicht gezeigt.

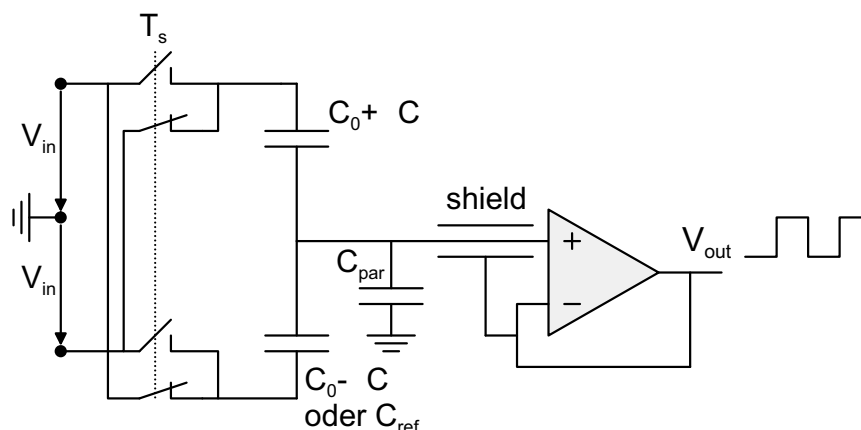


Abb. 2.9: Spannungsfolger mit zu vermessender, kapazitiver Halbbrücke.

Besteht die Brücke aus zwei gleich großen Kapazitäten, bleibt die Spannung am Mittelabgriff der Brücke konstant. Weichen hingegen die Kapazitätswerte voneinander ab, entsteht eine alternierende Spannung an diesem Abgriff, deren Amplitude der Kapazitätsdifferenz proportional ist:

$$V_{out} \propto \frac{\sum \Delta C}{\sum C_0 + C_{par}} V_{in} \quad (2.8)$$

Der nachgeschaltete Spannungsfolger vermeidet eine Belastung dieses Mittelabgriffes durch die nachfolgende Auswerteschaltung. Dennoch beaufschlagen die an diesem Knoten angeschlossenen Leitungen, Elektroden und der Spannungsbuffer diesen mit einer kapazitiven Last C_{par} . Diese kapazitive Last kann in Fällen sehr kleiner zu vermessenden Kapazitäten den Nenner der Signalübertragungsfunktion (Gl. 2.8) dominieren und die Empfindlichkeit um Größenordnungen herabsetzen. Durch eine Abschirmung des empfindlichen Messknotens mit dem Ausgang des Impedanzwandlers kann die effektiv wirkende kapazitive Last am Mittelabgriff herabgesetzt werden und damit die Empfindlichkeit gesteigert werden. Eine Maßnahme die in vielen praktischen Fällen angewandt wird [19].

Das auf das eingangsseitige Messsignal bezogene Verstärkerrauschen dieser Schaltung ist im Vergleich zum nachfolgend beschriebenen Ladungsintegrator grundsätzlich um den Faktor 2 besser; ein Vorteil, der bei Verwendung der Abschirmung verloren geht [7]. Die für die Rechteckwechselfrequenz erforderlichen Spannungsquellen $\pm V_{in}$, können in integrierter Schaltungstechnik derartig realisiert werden [16], dass sich Schwankungen auf den Versorgungsleitungen der Schaltung gleichermaßen auf den Betrag der Spannungen der Quellen auswirken. Das Messsignal zeigt dann keinen Offset aufgrund dieser Schwankungen. Dieser einfache Schaltungstyp wird in vielen mikromechanischen Inertialsensoren angewandt [46, 115, 94, 19].

2.6.2.2 Ladungsintegrator

Der Ladungsintegrator, der auch als “I/V-Messverstärker” oder “niederohmiger Messverstärker” bezeichnet werden kann, wird hier in seiner nicht differentiellen Form vorgestellt (Abb. 2.10). Die nicht differentielle Form ist hinsichtlich des Funktionsprinzips identisch zur vollständig differentiellen Auslegung. Die vollständig differentielle Form bietet jedoch den Vorteil, dass Störeinflüsse (z.B. Schwankungen auf den Versorgungsleitungen, Bauteiltoleranzen), die “symmetrisch” auf die zwei Zweige der Schaltung einwirken, keinen Nullpunktfehler verursachen. Ein Beispiel für eine vollständig differentielle Schaltungsauslegung eines Ladungsintegrators findet sich im folgenden Abschnitt 2.6.3. Ein dazu ähnlicher Messverstärker, der jedoch einen symmetrischen Spannungsantrieb benötigt, beschreibt Schnatz [89].

Im nicht differentiellen Fall entspricht die Ausschlagsmessbrücke der des Spannungsfolgers.

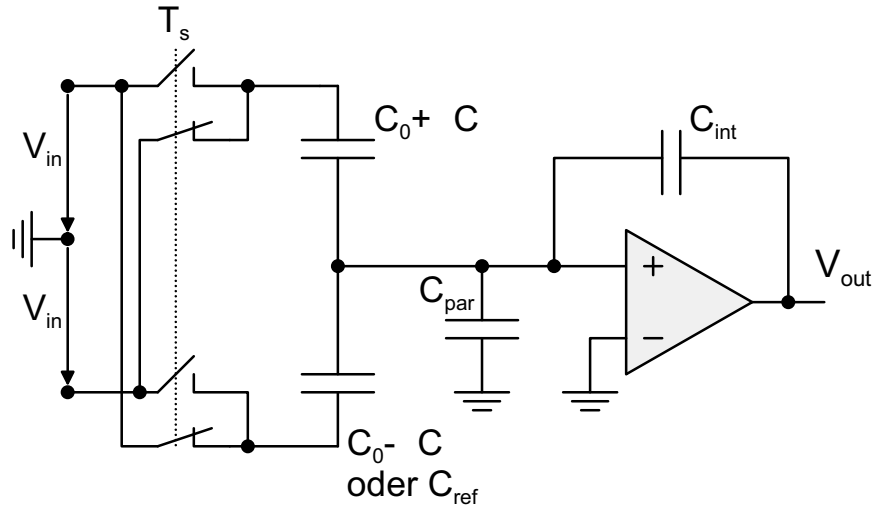


Abb. 2.10: Ladungsintegrator mit kapazitiver Halbbrücke.

Anders als beim Spannungsfolger wird die beim Umschalten der anliegenden Eingangsspannung V_{in} entstehende Fehlladung, die aus einem kapazitiven Ungleichgewicht in der Messbrücke resultiert, durch die Beschaltung mit dem Ladungsintegrator auf die Integrationskapazität C_{int} abgeführt. Dort führt diese Fehlladung zum Messsignal V_{out} am Ausgang der Schaltung:

$$V_{out} \propto \frac{\Delta C}{C_{int}} V_{in} \quad (2.9)$$

Dabei geht dem Umschalten der Messbrücke eine in Abb. 2.10 nicht eingezeichnete Rücksetzphase voraus, die den rein kapazitiven Mittelabgriff der Brücke und den Messverstärkerausgang erdet. Über das Verhältnis von $\Delta C/C_{int}$ wird folglich die Verstärkung des Messsignals auf Kosten der Bandbreite eingestellt.

Ein wesentlicher Vorteil dieser Beschaltung ist der, dass durch den niederohmigen Eingangswiderstand des Verstärkers der Eingang des Verstärkers auf virtueller Masse liegt. Dadurch werden an diesem sensitiven Knoten der Schaltung die dort anliegenden parasitären Kapazitäten kurzgeschlossen und gehen nicht in die stationäre Übertragungsfunktion (Gl. 2.9) der Schaltung ein. Eine Abschirmung dieses Knotens wie beim hochohmigen Messverstärker ist folglich nicht erforderlich. Allerdings verstärkt diese parasitäre Kapazität zum einen das Messverstärkerrauschen und zum anderen vermindert sie die Bandbreite. Man sollte deshalb beim Systementwurf eine Minimierung dieser parasitären Kapazität erreichen.

Der niederohmige Messverstärker hat in vielen mikroelektromechanischen Anwendungen den hochohmigen Messverstärker abgelöst [85, 95, 68].

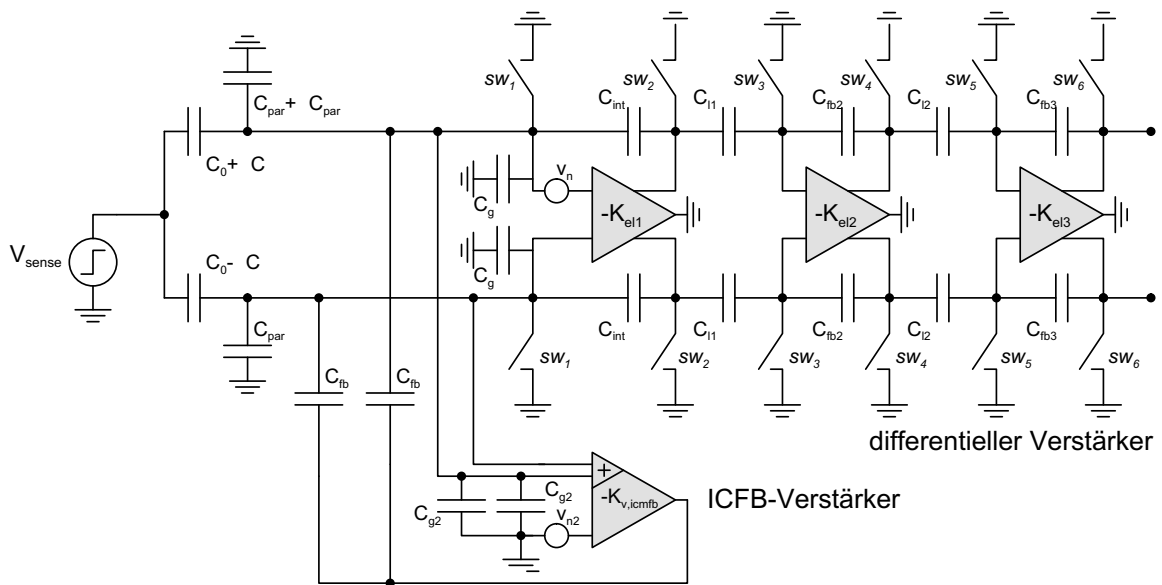


Abb. 2.11: Kapazitive Messbrücke und differentielle Messverstärkerschaltung mit “Input Common Mode Feedback”.

2.6.3 Vollständig differentieller Messverstärker mit “Input Common Mode Feedback”

Basierend auf der Grundschaltung des Ladungsintegrators, wird in diesem Abschnitt eine vollständig differentielle “Switched Capacitor”-Schaltung zur Messung von Kapazitätsänderungen vorgestellt. Anhand dieser Schaltung werden schaltungstechnische Maßnahmen diskutiert, mit deren Hilfe durch fertigungsbedingte Toleranzen in mikromechanisch gefertigten Strukturen verursachte Messfehler und unerwünschte parasitäre Effekte der “Switched Capacitor”-Schaltungstechnik umgangen werden können.

Abb. 2.11 zeigt den Schaltplan. Die Schaltung besteht aus einer kapazitiven Halbbrücke, drei aufeinanderfolgenden Verstärkerstufen zur Verstärkung des differentiellen Messsignals und aus einer Verstärkerstufe zur Unterdrückung des Gleichanteils der Messbrücke, die vor der ersten differentiellen Stufe angebracht ist. Diese Unterdrückung wird als “Input Common Mode Feedback” bezeichnet und im folgenden erläutert.

Das Funktionsprinzip der Schaltung basiert auf zwei Arbeitsphasen. In einer Rücksetzphase wird die Schaltung vor jedem Messvorgang durch das Schließen sämtlicher Rücksetzschalter sw_x vollständig zurückgesetzt. Der eigentliche Messvorgang wird dann in der Messphase durch das Öffnen dieser Schalter gestartet. In dieser wird ein Spannungssprung am Eingang der Schaltung angelegt. Durch den Spannungssprung wird die kapazitive Brücke, die aus den zwei zueinander differentiellen, zu vermessenden Kondensatoren C_0 und den Brückenkondensatoren C_{fb} besteht, umgeladen. Ein Unterschied in den zwei Messkapazitäten führt zu einer Differenzspannung am Eingang des differentiellen Ladungsintegrators und wird

durch diesen kompensiert.

2.6.3.1 “Input Common Mode Feedback”

Der “Input Common Mode Feedback”-Verstärker (ICFB-Verstärker) verstärkt, im Gegensatz zum differentiellen Ladungsintegrator, die Differenz zwischen dem Gleichanteil (Common Mode) der Messbrücke, unter dem hier das arithmetrische Mittel der Spannungen an den Messabgriffen der Brücke zu verstehen ist, und der Masse. Durch die Rückkoppelung (feedback) des Verstärkerausganges auf beide Brückenarme wird somit der Gleichanteil an den Verstärkereingängen kompensiert, denn zusammen mit den Brückenkondensatoren C_{fb} bildet er ebenfalls einen Ladungsintegrator. Sobald die Schaltung nach Anlegen des Spannungssprungs eingeschwingen ist, liegt an den Messverstärkereingängen das Potential auf Masse, da sowohl Gleich- als auch Differenzanteil der Spannungen an den Messabgriffen der Brücke kompensiert werden. Dieser Zustand wird auch als virtuelle Masse bezeichnet, da die Eingänge dabei nicht direkt mit Masse verbunden sind. Diese Art der Kompensation des Gleichanteils einer kapazitiven Messbrücke wurde von Lemkin [68] für Beschleunigungssensoren und von Xuesong [54] für Drehratensensoren beschrieben.

Schaltungen ohne ICFB-Verstärker beschalten auch das zweite Ende der Messbrücke mit einem konstanten Spannungssprung, um den Gleichanteil der Spannungen an den Messabgriffen der Messbrücke zu kompensieren. Die Spannungssprünge an den Brückeneingängen müssen in diesem Fall exakt auf die Messbrücke abgestimmt sein. Die Fertigungstoleranzen von integrierten Schaltungen verhindern jedoch bei Serienfertigung einen derartig perfekten Abgleich. Deshalb lässt sich dort beim Anlegen des Spannungssprungs der Gleichanteil nicht vollständig vermeiden.

In normalen Verstärkerschaltungen ist ein derartiger Gleichanteil tolerierbar, da er bei vollständiger symmetrischer Schaltungsauslegung im differentiellen Messverstärker nicht verstärkt wird. In vielen mikroelektromechanischen Systemen lässt sich jedoch die kapazitive Messbrücke nicht vollständig symmetrisch gestalten. Ein Abgleich der differentiellen Messkapazitäten ist zwar möglich, jedoch können die parasitären Kapazitäten gegen Masse (C_{par} in Abb. 2.11) um mehrere 10% zueinander schwanken. Da die parasitären Kapazitäten meistens sehr groß gegenüber den Messkapazitäten sind, verursacht schon das Auftreten einer geringen Potentialabweichung des Gleichanteils von Masse nach Anlegen des Spannungssprungs ein signifikantes differentielles Signal: Die durch die ungleichen parasitären Kapazitäten bedingte Verstärkung des Gleichanteils in der ersten differentiellen Stufe der Messbrücke ist proportional zum Verhältnis der Differenz der parasitären Kapazitäten zu den Integrationskapazitäten $\Delta C_{par}/C_{int}$. Soll die Messung nicht durch dieses Signal, welches dem Messsignal überlagert ist, beeinträchtigt werden, d.h. eine Sättigung des differentiellen Messverstärkers vermieden werden, muss der Gleichanteil entsprechend klein gehalten werden. Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung nach einer ausreichenden Verstärkung des ICFB-Verstärkers im Falle der in Abb. 2.11 dargestellten Schaltung. Soll das Signal des Gleichanteils der Messbrücke kleiner sein als das Signal der eingangsbezogenen Rauschquel-

le v_n des differentiellen Messverstärkers, muss die Verstärkung K_{icfb} des ICFB-Verstärkers der Ungleichung

$$K_{icfb} > \frac{\Delta C_{par} C_0 V_{sense}}{C_{fb} (C_{fb} + C_g + C_{g2} + C_{int} + C_{par} + C_0) v_n}$$

genügen (Bezeichnungen entsprechend Abb. 2.11).

Durch die von den parasitären Kapazitäten verursachte Unsymmetrie koppelt das Verstärkerrauschen des ICFB-Verstärkers in den differentiellen Verstärkungspfad ein. Es ist daher bei der Rauschoptimierung bzgl. des Ausgangssignals zu berücksichtigen. Von den kapazitiven Messschaltungen mit Ladungsintegrator (Abb. 2.10) oder Spannungsfolger (Abb. 2.9), ausgeführt in CMOS-Schaltungstechnik und ohne ICFB-Verstärker, ist bekannt, dass ein Rauschminimum in Bezug auf die Eingangskapazität des Messverstärkers [12] existiert. Dieses Minimum kommt deshalb zustande, weil das Rauschen der in der Eingangsstufe des Messverstärkers befindlichen MOS-Transistoren mit zunehmender Eingangskapazität und bei gleichbleibender Sättigungsspannung stetig abnimmt. Dieser Effekt wird jedoch dann überlagert durch eine zunehmende Verstärkung dieses Rauschens wegen der sich verändernden Rückkoppelung, wenn die Eingangskapazität den dominierenden Anteil der kapazitiven Last des Eingangsknotens darstellt. Ein entsprechendes Rauschminimum lässt sich auch für die ICFB-Schaltung in CMOS Schaltungstechnik ermitteln. Bei einem vorgegebenen Verhältnis der Steilheit der ersten differentiellen Verstärkerstufe zu der Steilheit des ICFB-Verstärkers $GM = gm_{diff}/gm_{icfb}$ und mit der Annahme, dass die MOS-Eingangstransistoren über gleiche Gatelängen verfügen und bei gleicher Sättigungsspannung $v_{d,sat}$ arbeiten, erhält man die Eingangskapazitäten im Rauschminimum zu:

$$C_{g,opt} = \frac{2 \left(C_{int} + C_{fb} + C_{par} + C_0 + \frac{\Delta C_{par}}{2} (1 + GM) \right) GM n_\mu}{\sqrt{(1 + 2 GM n_\mu)^2}} \quad (2.10)$$

Dabei bezeichnet der Parameter n_μ das Verhältnis der Mobilitäten der Eingangstransistoren in der differentiellen Stufe und in der ICFB-Stufe, und zwar für den Fall, dass sowohl p- als auch n-Kanaltransistoren eingesetzt werden.

2.6.3.2 Korrelierte Zweifachabtastung

Zwei weitere Beeinträchtigungen von realen Schaltungen werden mit dem Schaltungskonzept aus Abb. 2.11 angegangen. Als Folge von Unsymmetrien in den einzelnen Verstärkerstufen ist jede Verstärkerstufe mit einem Nullpunktfehler behaftet. Durch die Kaskadierung des differentiellen Verstärkerpfads, kann schon ein geringer Nullpunktfehler in der ersten

Verstärkerstufe zur Sättigung der letzten Stufe führen. Eine Nullpunktfehlerkompensation ist daher für die Kaskade zwingend.

Ein weiteres Störsignal in “Switched Capacitor”-Schaltungen stellt das sogenannte $k_B T/C$ -Rauschen dar. Als $k_B T/C$ -Rauschen wird die an einer Kapazität abfallende Fehlspannung (bzw. Fehlladung) bezeichnet, die aus dem abgetasteten thermischen Rauschen resultiert, nachdem eine der Kapazitätselektroden hochohmig geschaltet worden ist. Nach den Gesetzen der Thermodynamik ist die thermische Rauschenergie in einer Kapazität (einem idealen Energiespeicher) gleich $k_B T/2$, solange sie im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung steht (siehe auch Erläuterungen zum Braunschen Rauschen in Abschnitt 2.2.3). Beim hochohmigen Schalten wird die thermische Koppelung mit der Umgebung aufgelöst. Die Varianz der an der Kapazität verbleibenden Rauschspannung muss daher der gespeicherten thermischen Rauschenergie in der Kapazität beim Schalten genügen. Wie leicht nachzuweisen ist, beträgt sie folglich $k_B T/C$. Sie ist unabhängig von der vorhergehenden Beschaltung.

Da die abgetastete Rauschspannung nach dem Schalten konstant ist, generiert sie einen zusätzlichen Nullpunktfehler. In der Schaltung aus Abb. 2.11 betrifft dies speziell die Schalter sw_1 am Abgriff der kapazitiven Messbrücke und die an diesen Knoten angeschlossenen Kapazitäten. Wie beim gewöhnlichen Nullpunktfehler gilt es, diesen Nullpunktfehler bzgl. des Ausgangs der Schaltung zu kompensieren, da er von Schalt- zu Schaltvorgang variiert und somit einem nicht zu vernachlässigendes, zeitdiskretes Rauschen darstellt.

Die hier eingesetzte Technik zur Nullpunktfehlerkompensation wird als korrelierte Zweifachabtastung⁴ bezeichnet [84]. Sie nutzt die Eigenschaft der “Switched Capacitor”-Schaltung aus, ein zeitdiskretes Signalverarbeitungssystem zu sein, bei dem Signale in Form von Ladungen auf Kapazitäten gespeichert werden. Korrelierte Zweifachabtastung beruht darauf, den Nullpunktfehler kurz vor der eigentlichen Signalmessung zu vermessen, zu speichern und dann von der eigentlichen Messung abzuziehen.

In der Schaltung aus Abb. 2.11 wird dies realisiert, indem man nicht alle Schalter sw_1 bis sw_6 auf einmal öffnet, sondern die Schalterpaare sw_1/sw_2 , sw_3/sw_4 und sw_5/sw_6 zeitlich hintereinander öffnet und erst zum Schluss den Messspannungssprung V_{sense} am Eingang anlegt. Damit werden die einzelnen Verstärkerstufen zeitlich hintereinander aktiviert. Zusammen mit der ersten differentiellen Verstärkerstufe wird auch die ICFB-Rückkoppelung aktiviert. Sobald eine Verstärkerstufe aktiviert ist, schwingt sich deren Ausgang auf das aktuelle Eingangssignal ein. Dieses besteht, solange noch kein Messsignal in Form des Messspannungssprungs V_{sense} angelegt worden ist, aus der Summe von den Nullpunktfehlern des Verstärkers, dem durch das Öffnen der Schalter verursachten $k_B T/C$ -Rauschen, dem Verstärkerrauschen und von der ebenfalls durch das Öffnen der Schalter verursachten Ladungsinjektion. Im Falle der ersten differentiellen Stufe kommt noch der durch eine Unsymmetrie in den parasitären Kapazitäten eingekoppelte Nullpunktfehler der ICFB-Stufe hinzu. Da die folgende Stufe für den ersten Moment noch genullt ist, fällt an den Last-

⁴“Correlated double sampling” (CDS).

kapazitäten C_{lx} das verstärkte Eingangssignal ab. In dem Moment, in dem die folgende Verstärkerstufe aktiviert wird, wird dieses Signal an den Lastkapazitäten gespeichert. Da vor dem Aktivieren der Folgestufe diese genullt ist, was dem Zustand "kein Eingangssignal" entspricht, wird das an den Lastkapazitäten gespeicherte Fehlsignal fortan von dem Ausgangssignal der ersten Stufe abgezogen und kompensiert somit die in diesem enthaltene konstanten Bestandteile.

Eine Offsetkompensation der letzten Verstärkerstufe ist nicht möglich, da die Folgestufe fehlt, durch die Nullpunktfehler genullt werden könnten. Der dort auftretende Nullpunktfehler ist jedoch entschärft, da das Signal durch die vorhergehenden Stufen bereits um ein Vielfaches verstärkt worden ist.

Die bei der korrelierten Zweifachabtastung auftretenden Einschwingvorgänge können dabei sehr kurz gegenüber dem eigentlichen Messvorgang gewählt werden. Zum einen muss der verbleibende Nullpunktfehler nur unterhalb demjenigen der letzten Verstärkerstufe in der Verstärkerkaskade liegen, zum anderen wird der Nullpunktfehler der ersten Verstärkerstufe, welcher am Empfindlichsten in das Ausgangssignal eingeht, auch durch die Nullpunktfehlerkompensationen der Folgestufen gedämpft (er ist dort ein zusätzliches Eingangssignal) und hat somit einen längeren Zeitraum zur Verfügung, um einzuschwingen. Als Faustregel gilt, dass die Nullpunktfehlerkompensation einer Stufe den verbleibenden ausgangsseitigen Nullpunktfehler unter den eingangsseitigen der Folgestufe dämpfen sollte.

Wenn nach dem Anlegen des Messspannungssprungs V_{sense} am Eingang der Schaltung und nach dem darauffolgenden Einschwingen das Ausgangssignal abgetastet wird, besteht dieses bei der korrelierten Zweifachabtastung aus der Summe der Eingangssignale zu diesem Abtastzeitpunkt abzüglich der Eingangssignale der jeweiligen Verstärkerstufen zum vorhergehenden Abtastzeitpunkt. Betrachtet man nur die Eingangssignale der i -ten Verstärkerstufe und berücksichtigt nicht das eigentliche Messsignal, erhält man als abgetastetes Ausgangssignal der i -ten Verstärkerstufe:

$$v_{out,i}(t_{sense}) = K_{el,i} (v_{in,i}(t_{sense}) - v_{in,i}(t_{cds})).$$

Wobei t_{sense} den Abtastzeitpunkt der eigentlichen Messung, t_{cds} den Abtastzeitpunkt der Eingangssignale der Verstärkerstufe durch das Aktivieren der Folgestufe und $K_{el,i}$ die Verstärkung der Stufe bezeichnet. Mit der Annahme, dass die Abtastungen zeitlich äquidistant mit der doppelten Abtastrate der eigentlichen Messung erfolgen, erhält man durch z -Transformation die entsprechende zeitdiskrete Übertragungsfunktion:

$$V_{out,i}(z) = K_{el,i} V_{in,i} (1 - z^{-1}).$$

Bei der Übertragungsfunktion handelt es sich um einen Hochpass. Alle langsam veränderlichen Anteile werden stark gedämpft und konstante Anteile werden entfernt. Damit

werden nicht nur die oben genannten Störsignale durch die korrelierte Zweifachabtastung vermieden, sondern auch ein weiteres bei Transistorschaltungen typisches Problem: das $1/f$ -Rauschen. Da dieses Rauschen nur bei geringen Frequenzen von Bedeutung ist, werden seine Bestandteile durch die zuvor beschriebene Filterfunktion gedämpft. Weißes Rauschen wird in diesem Frequenzbereich ebenfalls gedämpft, höherfrequente Rauschanteile werden jedoch verstärkt. Das Auftreten von Downaliasing, bei dem das eigentliche Messsignal nur bei halber Abtastrate in Bezug auf obige z -Transformation ausgegeben wird, verteilt das weiße Rauschen jedoch wieder näherungsweise gleichmäßig über das Frequenzband des Messsignals.

Der Einsatz der Verstärkerkaskade bei der korrelierten Zweifachabtastung erlaubt auch die Realisierung einer variablen Verstärkung. Durch selektive Änderung der Rückkoppelung der letzten Stufe mittels wahlweiser Rückkoppelung über die in Abb. 2.11 eingezeichneten Rückkoppelkapazitäten oder mittels nicht eingezeichneter, direkter Rückkoppelung kann die Verstärkung der Kaskade gezielt gewählt werden. Damit kann einer Sättigung der letzten Verstärkerstufe durch das Messsignal vorgebeugt werden.

Korrelierte Zweifachabtastung bedarf zwar einer Verstärkerkaskade, kann jedoch die durch den Nullpunktfehler des Verstärkers, durch das $k_B T/C$ -Rauschen und das $1/f$ Rauschen, sowie durch die Ladungsinjektion verursachten Störsignale effektiv vermeiden. Damit ist die Schaltung aus Abb. 2.11 zum einen tolerant gegenüber üblichen Störsignalen in "Switched Capacitor"-Schaltungen, zum anderen durch den Einsatz der ICFB-Rückkoppelung tolerant gegenüber durch Bauteiltoleranzen bedingten Unsymmetrien. Speziell die Auswirkungen der in der Mikrosystemtechnik auftretenden Abweichungen in den parasitären Kapazitäten gegen Masse können damit effektiv verhindert werden.

3 Der mikroelektromechanische Δ/Σ -Modulator

Gegenstand dieses Kapitels ist der mikroelektromechanische Δ/Σ -Modulator, besser auch als mikroelektromechanische Δ/Σ -Regelschleife bezeichnet, da hier die Regelschleifencharakteristik eines Δ/Σ -Modulators im Vordergrund steht. Nach kurzer Diskussion allgemeiner Eigenschaften von Regelschleifen in der mikroelektromechanischen Messtechnik und einer kurzen Einführung in die Δ/Σ -Modulation wird die Anwendung eines Δ/Σ -Modulators in der Mikrosystemtechnik als Regelschleife erörtert. Die Δ/Σ -Theorie wird hierfür erweitert, um den besonderen Gegebenheiten in der mikroelektromechanischen Messtechnik gerecht zu werden. Die gewonnenen Erkenntnisse werden abschließend auf mehrdimensionale Δ/Σ -Regelschleifen angewandt.

3.1 Krafrückgekoppelte Regelschleifen

Dieser Abschnitt gibt einen Überblick über die Eigenschaften von Messsystemen bei Verwendung einer Regelschleife. Übertragungsfunktion, Stabilität, Rauschcharakteristik und Bandbreite eines Messsystems werden durch Einführung einer Regelschleife beeinflusst. Die Bedeutung dieser einzelnen Eigenschaften für mikroelektromechanische Messsysteme beim Einsatz einer elektrostatischen Krafrückkoppelung wird diskutiert.

3.1.1 Linearisierung der stationären Kennlinie

Die bekannteste Eigenschaft eines Regelkreises als Messsystem ist die Ersetzung der Kennlinie des Messaufnehmers (des Vorwärtszweiges) durch die des Rückkoppelzweiges. Für eine Kreisverstärkung $\gg 1$, wird die Messgröße durch die Rückkoppelung am Eingang des Messaufnehmers kompensiert. Somit definiert der Rückkoppelzweig die Übertragungsfunktion G_{Kreis} des rückgekoppelten Systems. Im Gegensatz dazu wird im Falle eines offenen Regelkreises die Übertragungscharakteristik des Systems durch die des Messaufnehmers G_{mech} festgelegt. Die stationäre Kennlinie des Messsystems wird folglich durch Anwendung einer Rückkoppelung geändert:

$$G_{Kreis} = \frac{G_{mech}G_{el}}{1 + G_{mech}G_{el}G_{Ffb}} \approx \frac{1}{G_{Ffb}} \quad \text{für} \quad G_{mech}G_{el}G_{Ffb} \gg 1$$

Hierin beziehen sich die Bezeichner auf den Signallaufplan aus Abb. 3.1.

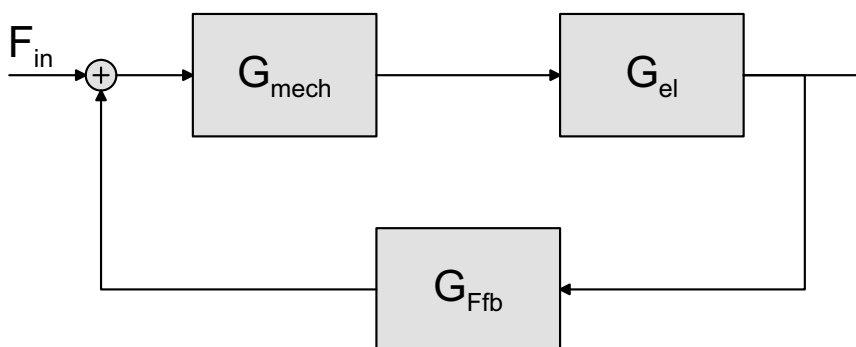


Abb. 3.1: Regelkreis als Messsystem.

Bei mikromechanischen Sensoren mit kapazitiver Messschnittstelle und elektrostatischer Krafrückkoppelung stellt dies einen entscheidenden Vorteil dar: Die Definition der stationären Kennlinie des Systems über die Kennlinie der elektrostatischen Krafrückkoppelung anstelle der Kennlinie des mechanischen, kapazitiven Messaufnehmers, führt zu einem linearen und unempfindlicheren System hinsichtlich der Herstellungstoleranzen, der Alterung und des Temperaturgangs.

Die in die Kennlinie des Messaufnehmers eingehenden mikromechanische Federn sind sich verbiegende Balken, deren Federsteifigkeit in Biegerichtung von der dritten Potenz der Dicke des Balkens in Biegerichtung abhängt [114]. Die Herstellungstoleranzen der diese Balken definierenden Schichtdicke (vertikale Auslenkung) bzw. der Fotolithographie (horizontale Auslenkung) wirken sich folglich äußerst empfindlich auf die Federkonstante aus. Die Steifigkeit des Materials der Feder geht ebenfalls direkt in die Federkonstante ein. Der Temperaturgang dieses Materialparameters und die Alterung aufgrund von äußeren Einflüssen (z.B. Feuchtigkeit) übertragen sich somit auf die Kennlinie des Messaufnehmers. Mechanische Versteifungen bei großen Auslenkungen der Federn führen zudem zu Nichtlinearitäten in der Kennlinie.

Die elektrostatische Rückkoppelung hängt nur von der angelegten Spannung, der Kapazität und dem Elektrodenabstand ab (Abschnitt 2.5.1). Diese Parameter sind jedoch während der Herstellung und dem Betrieb des Systems sehr gut kontrollierbar: Der Erfolg der analogen Mikroelektronik beruht unter anderem darauf, dass Spannungen präzise und temperaturunempfindlich erzeugt werden können. Die dielektrische Konstante von Luft ist fast unabhängig von der Temperatur [7]. Da sie der einzige Materialparameter bei der Erzeugung einer elektrostatischen Kraft darstellt, gilt dies auch für die gesamte Kennlinie. Die geometrischen Parameter Fläche und Elektrodenabstand gehen in erster bzw. zweiter

Ordnung in die Kraft ein, so dass die elektrostatische Kennlinie insgesamt unempfindlicher gegenüber geometrischen Herstellungstoleranzen ist als die einer mikromechanischen Feder. Als störend verbleibt die quadratische Abhängigkeit der elektrostatischen Kraft von der Spannung, die sich jedoch durch Verwendung einer Δ/Σ -Architektur umgehen lässt (Abschnitt 3.3).

Der geringere Einfluss der Herstellungstoleranzen, der Alterung und des Temperaturanges auf die stationären Kennlinien einer elektrostatischen Krafrückkoppelung im Vergleich zum Einfluss auf die Kennlinie einer mikromechanischen Feder begünstigt folglich die Eigenschaften des Systems bei Anwendung einer Regelschleife.

3.1.2 Frequenzgang und Bandbreite

Neben der stationären Kennlinie wird ebenfalls die Übertragungsfunktion des linearisierten Systems durch die Rückkoppelung definiert. Dies gilt innerhalb des Frequenzbereiches, in dem die Kreisverstärkung $\gg 1$ ist. Ist der Frequenzgang des Rückkoppelzweiges flach, was bei einer elektrostatischen Rückkoppelung im interessierenden Frequenzbereich der Fall ist¹, erhält man einen ebenfalls flachen Frequenzgang für das System. Anwendung einer Rückkoppelung glättet folglich den Frequenzgang des Messsystems.

Gleichzeitig wird die Bandbreite des Systems erhöht: Der 3dB-Punkt der resultierenden Übertragungsfunktion des Systems entspricht der Frequenz, an dem die Kreisverstärkung zu eins wird. Da diese Frequenz auf dem abfallenden Ast der Übertragungsfunktion des Vorwärtszweiges liegt, erhöht sich die Bandbreite gegenüber derjenigen eines entsprechenden offenen Messsystems.

Die Glättung des Frequenzganges der Übertragungsfunktion ist speziell für resonante mikroelektromechanische Systeme von Vorteil. Die Rückkoppelung verhindert eine Anregung des Systems in der Resonanz und verhindert somit große mechanische Auslenkungen, welche zur Beschädigung der Mechanik führen können. In offenen Systemen kann dieses Verhalten nur durch ausreichende Dämpfung der Mechanik verhindert werden. Dies bedeutet jedoch ein erhöhtes Braunschens Rauschen (Abschnitt 2.2.3). Da eine mechanische Dämpfung in Rückkoppelsystemen nicht erforderlich ist, können hier schwach gedämpfte und somit rauscharme mikromechanische Sensoren verwendet werden.

Zusätzlich zu der Erhöhung der Bandbreite und Glättung des Frequenzganges erlaubt die Anwendung einer elektrostatischen Rückkoppelung bei resonanten Systemen das Herabsetzen des Braunschens Rauschniveaus des Sensors.

¹In MEMS sind die elektrischen Zeitkonstanten in der Regel wesentlich kleiner als diejenigen der Mechanik.

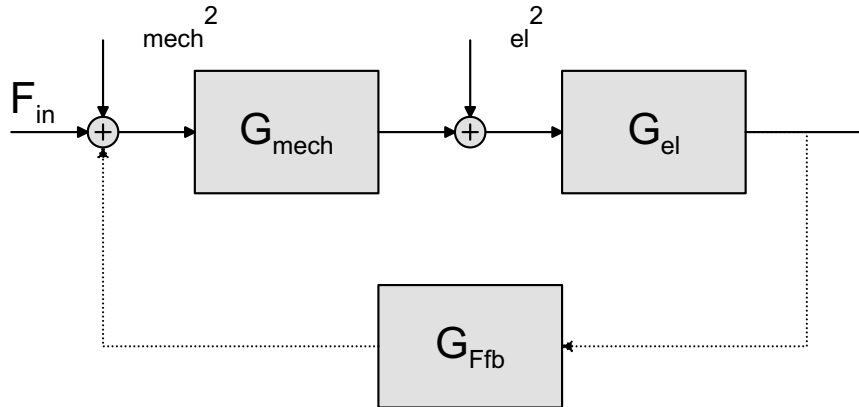


Abb. 3.2: Vergleich des Signalrauschabstandes bei offenen und rückgekoppelten Messsystemen.

3.1.3 Rauschen

Außer der zuvor beschriebenen indirekten Herabsetzung des Braunschen Rauschens, beeinflusst das Rückkoppelnetzwerk den Signalrauschabstand des Systems nicht (Gl. 3.1, Gl. 3.2 und Abb. 3.2), sofern dieses als rauschfrei angenommen werden kann:

$$\begin{aligned}
 SNR_{offen} &= 20 \text{ dB } \lg \left(\frac{G_{mech} G_{el} F_{in}}{\sqrt{(G_{mech} G_{el})^2 \sigma_{mech}^2 + G_{el}^2 \sigma_{el}^2}} \right) \\
 &= 20 \text{ dB } \lg \left(\frac{G_{mech} F_{in}}{\sqrt{G_{mech}^2 \sigma_{mech}^2 + \sigma_{el}^2}} \right) \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SNR_{Ffb} &= 20 \text{ dB } \lg \left(\frac{\frac{G_{mech} G_{el}}{1 + G_{mech} G_{el} G_{Ffb}} F_{in}}{\sqrt{\left| \frac{G_{mech} G_{el}}{1 + G_{mech} G_{el} G_{Ffb}} \right|^2 \sigma_{mech}^2 + \left| \frac{G_{el}}{1 + G_{mech} G_{el} G_{Ffb}} \right|^2 \sigma_{el}^2}} \right) \\
 &\stackrel{G_{mech} G_{el} F_{fb} \gg 1}{\approx} 20 \text{ dB } \lg \left(\frac{G_{mech} F_{in}}{\sqrt{G_{mech}^2 \sigma_{mech}^2 + \sigma_{el}^2}} \right) \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow SNR_{offen} \approx SNR_{Ffb}$$

Entsprechend den Ausführungen von Kapitel 2 gilt somit auch für rückgekoppelte Systeme, dass eine Erhöhung des Signalrauschabstandes in Bezug auf das elektrische Messverstärkerrauschen σ_{el}^2 nur durch eine Erhöhung der Empfindlichkeit des mechanischen Sensorsystems erreichbar ist. Die Bandbreite der resultierenden Übertragungsfunktion wird zwar durch eine Rückkoppelung vergrößert, der Signalrauschabstand nimmt jedoch für Frequenzen größer der mechanischen Bandbreite entsprechend der mechanischen Übertragungsfunktion ab.

3.1.4 Stabilität

Eine weitere Eigenschaft von Regelkreisen besteht darin, dass durch diese das Stabilitätsverhalten der Systeme beeinflusst werden kann. Beschreibt $Z(s)$ das Zählerpolynom der Übertragungsfunktion des offenen Kreises und $N(s)$ das Nennerpolynom, ist das System durch Schließen des Kreises dann stabil, wenn die Nullstellen der charakteristischen Gleichung $N(s) + Z(s) = 1$ in der linken s-Halbebene liegen.

Tendenziell wirkt sich eine Rückkoppelung eher destabilisierend aus. Die Ursache hierfür sind Verzögerungen im offenen Regelkreis, sowie der Wunsch nach integrierendem Verhalten des offenen Regelkreises, um eine exakte stationäre Antwort zu erhalten. Beide wirken sich in Form einer zusätzlichen Phasenverzögerung (Verringerung der Phasenreserve) destabilisierend aus.

Sofern die Dynamik des offenen Regelkreises durch einen Regler geeignet korrigiert wird, kann sich jedoch eine Rückkoppelung stabilisierend auf den geschlossenen Regelkreis auswirken. Diese Eigenschaft wird in Kapitel 5 zur Stabilisierung freischwebender Strukturen angewandt.

3.1.5 Fazit

Von einem allgemeinen Standpunkt lässt sich eine Rückkoppelung als Mittel beschreiben, durch welches bei geeigneter Wahl des Reglers das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises korrigiert werden kann. Entscheidend für die Verwendung einer Regelschleife innerhalb eines Messsystems ist jedoch die Ersetzung der Sensorcharakteristik durch die Charakteristik der Rückkoppelung innerhalb der Bandbreite des geregelten Systems. Sofern diese, wie im Falle von elektrostatisch krafrückgekoppelten Systemen, bezüglich Frequenzgang und Linearität der des Messaufnehmers überlegen ist, ist ein Regelkreis im Systemansatz zu bevorzugen. Als zusätzlichen Vorteil erhält man die Bandbreitenvergrößerung, die sich jedoch nicht auf den Signalrauschabstand auswirkt.

3.2 Der Δ/Σ -Modulator als Messsystem und Regelschleife

Eine spezielle Form eines Regelkreises ist die Δ/Σ -Architektur. Obwohl diese Systemarchitektur eine Rückkoppelung enthält, wird sie in der Regel zunächst nicht mit dieser in Verbindung gebracht, sondern vielmehr mit einer weiteren Eigenschaft: der A/D-Wandlung. Im Folgenden wird dieses Signalwandlungsverfahren kurz beschrieben. Eine detaillierte Einführung in Δ/Σ -Modulatoren findet man u.a. in [17, 79]. Die Anforderungen und Eigenschaften dieser Systemarchitektur erweisen sich dabei als äußerst kompatibel zu mikroelektromechanischen kraftrückgekoppelten Messsystemen.

Bei der A/D-Wandlung nach dem Δ/Σ -Prinzip wird bei der Quantisierung des Signals Auflösungsvermögen in der Amplitude (Quantisierungsstufen) gegen zeitliches Auflösungsvermögen (Abtastung) eingetauscht. Dazu werden zwei Techniken angewandt: *“Oversampling”* und *“Noise Shaping”*.

Unter *“Oversampling”* versteht man die Abtastung des Signals mit einer Abtastrate, die ein Vielfaches der erforderlichen Nyquist-Rate des Signals beträgt. Durch digitale Filterung des Signals mit der hohen Abtastrate wird die Bandbreite des Signals reduziert auf die der Nyquist-Rate. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, dass die digitale Filterung ebenfalls den bei der Quantisierung entstehenden Fehler, der als Quantisierungsfehler bezeichnet wird, reduziert und dadurch die Auflösung in Amplitude erhöht.

Beim *“Noise Shaping”* wird zusätzlich der Frequenzgang des Quantisierungsfehlers derart beeinflusst, dass dieser minimal in den niederfrequenten Bereichen des Signals wird, was einer zusätzlichen Amplitudenauflösung bei der digitalen Filterung gleichkommt.

Der wesentliche Vorteil der Δ/Σ -Architektur besteht darin, dass sie damit einen Teil der notwendigen Signalverarbeitung vom analogen Schaltungsteil in den digitalen verschiebt.

Bei einem gewöhnlichen A/D-Wandler (Abb. 3.3 a.) , z.B. einem Parallel-Wandler, wird zunächst ein Antialiasing-Filter benötigt. Dieses muss über eine steil abfallende Stopbandkante verfügen, da das Signal bei einer Rate abgetastet wird, die nicht wesentlich höher ist als die Signalbandbreite, und Aliasing von hochfrequenten Signalen erklärtermaßen vermieden werden muss. Ein solcher Filter hoher Ordnung erfordert analoge Bauelemente mit sehr geringen Toleranzen. Diese sind in der heutigen integrierten Schaltungstechnik nur kostenintensiv herstellbar.

Bei einem Δ/Σ -Modulator (Abb. 3.3 b.)) wird wegen des Oversamplings nur ein Antialiasingfilter niedriger Ordnung benötigt, der dementsprechend unempfindlich gegenüber Herstellungstoleranzen in den analogen Bauelementen ist. Da durch die anschließende digitale Filterung die digitale Auflösung verbessert wird, wird nur ein Quantisierer mit wenigen Quantisierungsstufen, in der Regel sogar nur zwei, benötigt, der einfach zu realisieren ist.

Im Hinblick auf die integrierte Schaltungstechnik, die kostengünstige und schnelle Digi-

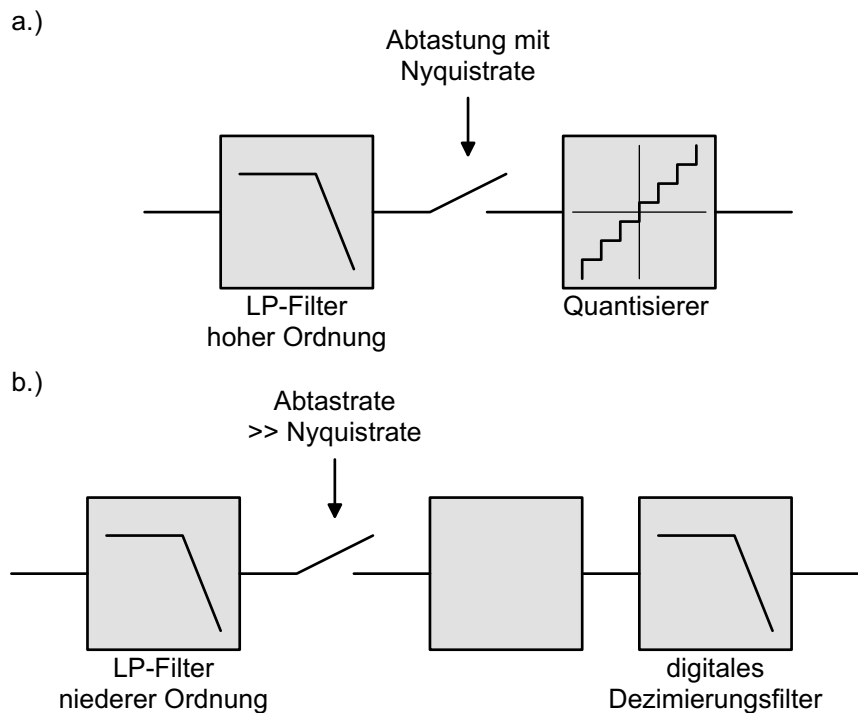


Abb. 3.3: a.) Direkter A/D-Wandler mit Antialiasingfilter hoher Ordnung.
 b.) Δ/Σ -Modulator mit Antialiasingfilter geringer Ordnung und digitalem Dezimierungsfilter.

talschaltungen realisieren kann, ist der Δ/Σ -Modulator der A/D-Wandler erster Wahl. Er kommt mit einfachsten analogen Schaltungskomponenten aus, die auch in einfachen Schaltungstechniken zur Verfügung stehen, und verschiebt einen Großteil der notwendigen Signalverarbeitung in den kostengünstigen, digitalen Schaltungsteil. Voraussetzung ist jedoch, dass die Signalbandbreite niederfrequent genug ist, um ein ausreichendes Oversampling mit der maximal möglichen Abtastrate der verwendeten Schaltungstechniken zu erreichen. Im Falle von Signalen in mikromechanischen Bauelementen, die im Bereich von maximal einigen kHz liegen, ist dies jedoch stets der Fall.

3.2.1 "Oversampling"

"Oversampling" verteilt den Quantisierungsfehler auf ein großes Frequenzband und ermöglicht somit die Verringerung des Quantisierungsfehlers durch digitales Filtern. Dies wird deutlich an den Eigenschaften des Quantisierungsfehlers, bzw. des diesen beschreibenden stochastischen Prozesses, der als Quantisierungsrauschen bezeichnet wird.

Abb. 3.4 zeigt die Kennlinie eines mehrstufigen Quantisierers mit gleichgroßen Quantisierungsintervallen Δ . Vergleicht man Eingangssignal x_Q mit dem Ausgangssignal y_Q des

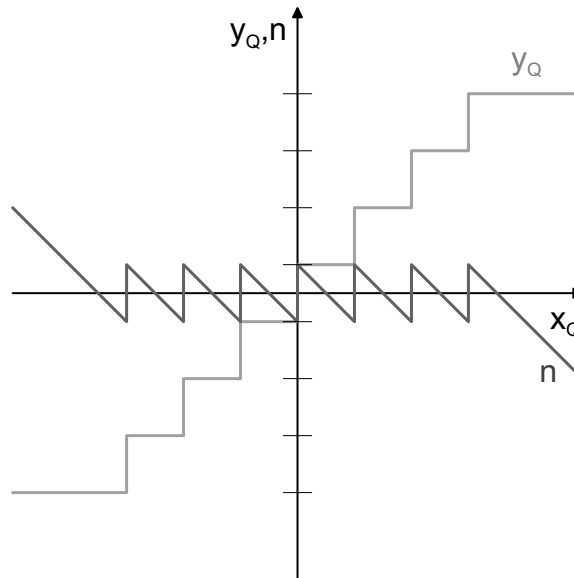


Abb. 3.4: Kennlinie eines mehrstufigen Quantisierers und zugehörige Kennlinie des Quantisierungsfehlers.

Quantisierers, kann man das Ausgangssignal des Quantisierers als die Summe des skalierten Eingangssignals mit einem Fehler n darstellen, der als Quantisierungsfehler bezeichnet wird:

$$y_Q = K_Q x_Q + n(x_Q) \quad (3.3)$$

Abb. 3.4 zeigt den Quantisierungsfehler n als Funktion des Eingangssignals. Er ist dabei zunächst eine eindeutige Funktion des Eingangssignals x_Q . Beachtet man jedoch sein periodisches Muster, das sich bei jedem Quantisierungsintervall wiederholt, kann er bei "Busy"-Bedingung vom Eingangssignal entkoppelt werden. Diese Bedingung geht davon aus, dass die relative Lage der Abtastwerte innerhalb der Quantisierungsintervalle stochastisch gleichverteilt und zueinander unkorreliert sind. Eingangssignale, deren Änderung von Abtastwert zu Abtastwert größer dem Quantisierungsintervall Δ ist und nicht einem Vielfachen dieses Quantisierungsintervalles Δ entspricht, und die nicht im Sättigungsbereich der Kennlinie des Quantisierers liegen, erfüllen in der Regel diese Bedingung. Für den Quantisierungsfehler ist jedoch aufgrund seiner Periodizität nur die relative Lage bezüglich des Quantisierungsintervalles entscheidend. Unter der "Busy"-Bedingung ist er über dem Quantisierungsintervall gleichverteilt und damit entkoppelt vom Eingangssignal. Seine Varianz ergibt sich zu:

$$\sigma_n^2 = E \{n^2\} = \frac{\Delta^2}{12}$$

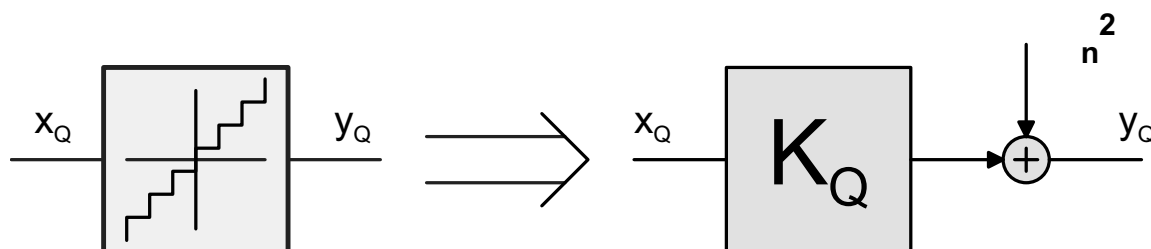


Abb. 3.5: Einfaches lineares Ersatzschaltbild eines Quantisierers, für den die “Busy”-Bedingung zutrifft.

Der stochastische Quantisierungsfehler wird nunmehr als stochastischer Prozess beschrieben, der als Quantisierungsrauschen bezeichnet wird. Entsprechend der “Busy”-Bedingung besteht keine Korrelation zwischen den zeitlich aufeinanderfolgenden Quantisierungsfehlern: Das Quantisierungsrauschen hat ein weißes Spektrum. Für die Abtastrate $1/T_s$ erhält man als spektrale Rauschleistungsdichte S_n :

$$S_n(s) = \sigma_n^2 2T_s$$

Entsprechend Gl. 3.3 überlagert sich das Quantisierungsrauschen im Quantisierer dem Eingangssignal. Der Quantisierer lässt sich daher bei der “Busy”-Bedingung als lineares Übertragungsglied mit additiver weißer Rauschquelle modellieren (Abb. 3.5). Also ist das Quantisierungsrauschen ein dem Signal überlagertes additives weißes Rauschen.

Die “Oversampling”-Technik nutzt diese Analogie aus. Da die Rauschleistung des Quantisierungsfehlers konstant ist, nimmt mit steigender Abtastrate die spektrale Leistungsdichte ab. Die Leistung des Quantisierungsrauschens in einem definierten Frequenzband wird dementsprechend reduziert. Dadurch, dass diejenigen Frequenzanteile des Quantisierungsrauschens, die nicht im Signalband liegen, durch die digitale Filterung gedämpft werden, kann die dem Signal überlagerte Quantisierungsrauschleistung reduziert werden. Eine Verringerung des Quantisierungsfehlers bedeutet jedoch stets einen Gewinn in der Auflösung der Amplituden. Für die digitale Filterung werden daher sogenannte Dezimierungsfiler eingesetzt [17, 79]. Diese bewirken ausser der Frequenzfilterung auch ein Herabsetzen der Abtastrate (“Downsampling”) auf die Nyquistfrequenz bzgl. des Signalbandes bei gleichzeitiger Erhöhung der digitalen Auflösung der Amplituden.

Mit dem Oversamplingratio OSR , dem Verhältnis der Abtastfrequenz f_s zur Nyquistfrequenz des Signalbandes $f_{N,signal}$,

$$OSR = \frac{f_s}{2f_{N,signal}}$$

ist die verbleibende gefilterte Quantisierungsrauschleistung $\sigma_n'^2$ [79]:

$$\sigma_n'^2 = \frac{\sigma_n^2}{OSR}$$

Eine Verdoppelung des Oversamplingratios verringert also die Rauschleistung um 3dB. Dies entspricht einem halben signifikanten Bit mehr in der digitalen Auflösung.

In vielen Fällen wird dem Eingangssignal des Quantisierers ein zusätzliches stochastisches Signal überlagert, das jedoch nicht im Signalband liegt, um die “Busy”-Bedingung sicherzustellen². Da dieses durch den digitalen Filter entfernt wird, ist es für die endgültige Auflösung nicht von Bedeutung. Speziell bei Quantisierern mit nur wenigen oder sogar nur zwei Quantisierungsstufen ist dies eine notwendige Maßnahme, da sonst die “Busy”-Bedingung nicht erfüllt wird.

Δ/Σ -Modulatoren verwenden genau diese Technik mit dem Trick, dass als zusätzliches stochastisches Signal das auf den Eingang des Quantisierers zurückgekoppelte und gefilterte Quantisierungsrauschen verwendet wird. Die Analyse von Δ/Σ -Modulatoren zeigt (Abschnitt 3.3), dass dieser Trick zum gewünschten Resultat führt, nämlich dass die “Busy”-Bedingung bei Δ/Σ -Modulatoren als erfüllt angenommen und das Quantisierungsrauschen als additives, weißes Rauschen beschrieben werden kann [41]. Damit ist es möglich und auch in den meisten praktischen Fällen üblich, in Δ/Σ -Modulatoren Zweipunktkennlinien als Quantisierer einzusetzen, die per definitionem über keinen Linearitätsfehler verfügen.

3.2.2 Noise Shaping

“Noise shaping” verbessert die Wirkung des zuvor beschriebenen “Oversamplings”, indem das Quantisierungsrauschen bei gleichbleibender Gesamtleistung auf dem Signalband reduziert und außerhalb des Signalbandes angehoben wird. Erreicht wird dies, indem das Ausgangssignal, welches den Quantisierungsfehler enthält, auf den Eingang zurückgekoppelt wird. Man erhält die typische Δ/Σ -Architektur, bestehend aus einem Tiefpassfilter, dem Quantisierer und der Rückkoppelung des Ausgangssignals (Abb. 3.6). Die charakteristische Abtastung des Signals ist hier vor dem Quantisierer eingezeichnet, kann aber auch direkt am Eingang des Δ/Σ -Modulators erfolgen.

Für eine anschauliche Erklärung der Funktionsweise eines Δ/Σ -Modulators kann man das Ausgangssignal als pulsweitenmoduliertes Signal betrachten, dessen langsam veränderlicher Anteil (zeitliche Mittelung) dem Eingangssignal nachgeführt wird. Hierzu dient die Schleifenstruktur, die bei ausreichender Kreisverstärkung und Stabilität sicherstellt, dass das Ausgangssignal dem Eingangssignal entspricht. Der Tiefpassfilter führt dabei die notwendige Frequenzselektion durch. Für die langsam veränderlichen Anteile des Ausgangssignals

²Diese Technik wird als “Dithering” bezeichnet. Siehe hierzu auch [79].

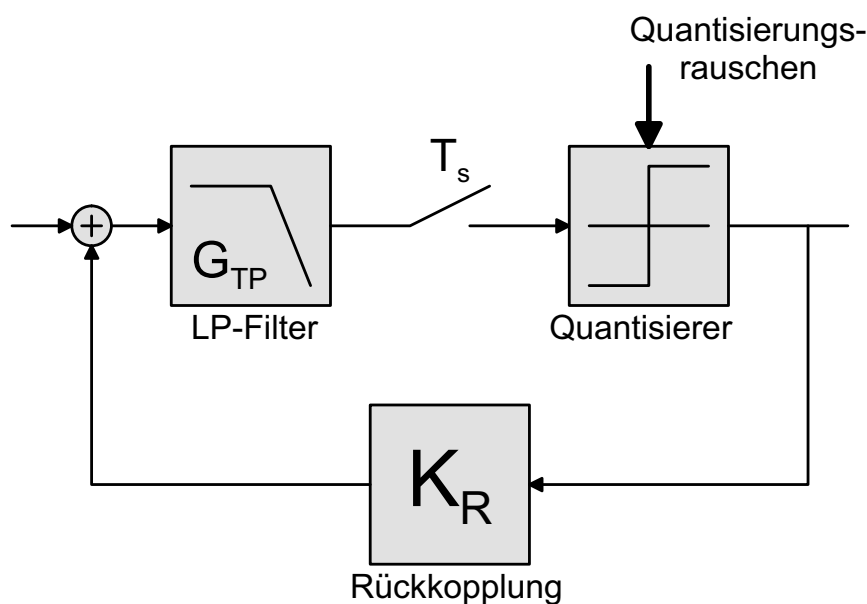


Abb. 3.6: Grundelemente eines Δ/Σ -Regelkreises.

verursacht er eine Kreisverstärkung größer eins, so dass diese dem Eingangssignal nachgeführt werden, während er die Kreisverstärkung für die schnell veränderlichen Anteile unter eins drückt, so dass für diese die Schleifenverstärkung aufgehoben wird. Bezogen auf das Quantisierungssignal bedeutet dies, dass dessen schnell veränderlichen Anteile ungedämpft auf den Ausgang einwirken, die langsam veränderlichen jedoch durch die aktive Rückkopplung kompensiert werden. Die langsam veränderlichen Anteile des pulswidenmodulierten Ausgangssignals entsprechen folglich dem Eingangssignal und enthalten nahezu kein Quantisierungsrauschen.

Mit dem Modell nach Abb. 3.5 des Quantisierers kann dieser Effekt auch mathematisch beschrieben werden. Das durch den Quantisierer hinzugefügte weiße Quantisierungsrauschen wird durch die Regelschleife derart gefiltert, dass seine langsam veränderlichen Anteile im Ausgangssignal gedämpft werden:

$$S_{n,y}(s) = S_n(s) \left| \frac{1}{1 + K_Q K_R G_{TP}(s)} \right|^2 \stackrel{K_Q K_R G_{TP}(s) \gg 1}{\approx} S_n(s) \left| \frac{1}{K_Q K_R G_{TP}(s)} \right|^2$$

wobei K_Q die Verstärkung des Quantisierers beschreibt. Diese Beschreibung ist auch Ausgangspunkt der grundlegenden Analyse von Δ/Σ -Modulatoren nach Ardalán et al. [41], die als Basis für die Analyse im folgenden Abschnitt dient.

Als Richtwert für die verbleibende Quantisierungsrauschleistung σ'_n erhält man für einen Δ/Σ -Modulator basierend auf einem Tiefpassfilter α -ter Ordnung bei einem Oversamplingratio von OSR [79]:

$$\sigma_n'^2 = \sigma_n^2 \frac{\pi^{2\alpha}}{2\alpha + 1} (OSR)^{-2\alpha-1}$$

In Worten bedeutet dies, dass das Quantisierungsrauschen bei Verdopplung des Oversamplingratios um $(2\alpha + 1) * 3$ dB gedämpft wird. Dies entspricht einer Erhöhung der digitalen Auflösung um $(\alpha + 0,5)$ Bit.

Bei der Analyse wird die “Busy”-Bedingung vorausgesetzt, die entsprechend den Ausführungen am Ende des vorhergehenden Abschnitts 3.2.1 für Δ/Σ -Modulatoren erfüllt ist. In der Praxis können jedoch Betriebszustände auftreten, bei denen diese Bedingung nicht erfüllt ist. Hierzu zählen konstante Eingangssignale definierter Amplitude, die sogenanntes “Pattern-Noise” oder Totzonen verursachen können [79]. In diesen Fällen schwingt sich der Regelkreis in einen nichtlinearen Grenzyklus ein. Ähnliches Verhalten tritt auf, wenn das Eingangssignal von der Größenordnung des maximalen Rückkoppelsignals ist. In diesem Fall spricht man von Sättigung der Δ/Σ -Schleife.

3.2.3 Der mikroelektromechanische kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulator

Beim mikroelektromechanischen kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulator wird im Δ/Σ -Modulator (Abb. 3.6) der benötigte Tiefpass-Filter durch die mikroelektromechanische Struktur ersetzt. Dies führt zu einer äußerst leitungsstarken Systemarchitektur, die die Vorteile eines kraftrückgekoppelten Messsystems mit denjenigen der Δ/Σ -Architektur vereinigt.

Abb. 3.7 zeigt die Komponenten eines typischen mikroelektromechanischen kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators: die mikroelektromechanische Struktur G_{mech} , die als benötigter Tiefpassfilter agiert; der rauscharme, kapazitive Messverstärker K_{el} für die Konditionierung des Messsignals; der Kompensator G_{comp} für die Stabilität der Regelschleife; eine Abtastung mit der Abtastrate $1/T_s$, die Zweipunktkenlinie als Quantisierer und die elektrostatische Kraftrückkopplung G_{Ffb} , die in den zwei Quantisierungsstufen betrieben wird.

Diese Systemarchitektur ist deshalb möglich, weil die mechanische Bandbreite eines mikro-mechanisch gefertigten Feder-Masse-Systems um zwei bis vier Größenordnungen geringer ist als die Abtastrate der mechanischen Auslenkung durch die integrierte kapazitive Messschaltung. Daher kann in einer Δ/Σ -Regelschleife mit “Oversampling” und “noise-shaping”-Technik die mikroelektromechanische Struktur als Tiefpassfilter eingesetzt werden.

Als typische Eigenschaft eines Regelkreises wird auch beim Δ/Σ -Modulator die stationäre Kennlinie durch die der Rückkopplung bestimmt. Anders als bei einem linearen Regelkreis wird der Rückkoppelzweig beim Δ/Σ -Modulator jedoch nur in zwei Arbeitspunkten betrieben. Betrachtet man die quadratische Abhängigkeit der elektrostatischen Kraft von der Spannung, so ist dies ein entscheidender Vorteil. Beim Δ/Σ -Modulator genügt es für die Erzeugung der elektrostatischen Rückkoppelkraft F_{fb} , die Rückkoppel Elektroden der

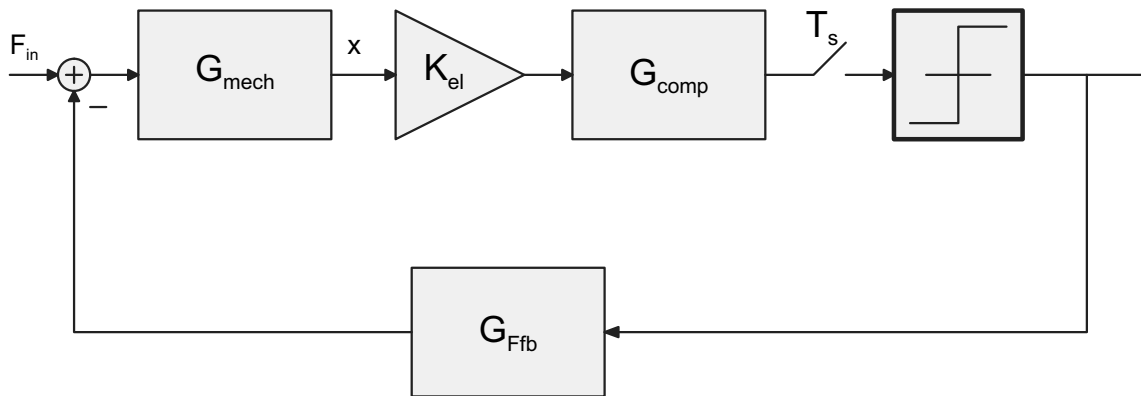


Abb. 3.7: Signallaufplan eines mikroelektromechanischen kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators.

mikroelektromechanischen Struktur mit festen Spannungen zu beschalten. Im Falle eines Differential-Kondensators genügt sogar eine Spannung, da das Vorzeichen der Rückkoppelkraft durch wechselseitige Beschaltung der feststehenden Elektroden mit dieser Spannung erzeugt werden kann. Die stationäre Kennlinie der Δ/Σ -Modulation ergibt sich dann erst durch zeitliche Mittelung des Rückkoppelsignals. Sofern die zwei Pegel der Rückkoppelkraft und die Impulsdauer eines Rückkoppelimpulses konstant sind, führt dies zu einer exakt linearen Kennlinie. Diese Forderungen werden vom heutigen Stand der integrierten Schaltungstechnologie erfüllt.

Entscheidend für die Rückkopplung des kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulator ist, dass ein Kraftimpuls auf die mechanische Struktur während eines Abtastintervalls einwirkt. Dieser muss nicht notwendigerweise von der Länge dieses Abtastintervalls sein. Daher kann die Rückkopplung aber auch zeitmultiplex an denselben Elektroden erfolgen, die zur Messung der Auslenkung verwendet werden. Die gepulste Rückkopplung führt zu einer Filterung G_{Ffb} des zeitdiskreten Ausgangssignals, die weiter unten behandelt wird.

Im Vergleich zu einem offenen Messsystem, bestehend aus mechanischer Struktur und Messverstärker, benötigt der kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulator nur noch den Quantisierer und den Kompensator als zusätzliche Komponenten. Gemessen an dem schaltungstechnischen Aufwand des rauscharmen, kapazitiven Messverstärkers ist der Aufwand für diese Komponenten vernachlässigbar: Sie können mit wenigen Transistoren und Kapazitäten realisiert werden, wie die Schaltungsauslegung von Lemkin [68] zeigt. Ein mikroelektromechanischer, kraftrückgekoppelter Δ/Σ -Modulator benötigt fast keinen schaltungstechnischen Mehraufwand im Vergleich zu einem offenen Messsystem.

Zudem sind Δ/Σ -Architekturen bekannt für die geringen Anforderungen an den analogen Schaltungsteil des Vorwärtszweiges: Verstärkung, Linearität und Einschwingverhalten können in weiten Bereichen toleriert werden [79]. Hintergrund hierfür ist, dass auf den analogen Schaltungsteil die nichtlineare Kennlinie des Quantisierers folgt und diese das Ver-

halten des Vorwärtszweiges bestimmt. Variationen im analogen Schaltungsteil sind daher ausschließlich für die Übertragungsfunktion des Kompensators und damit für die Stabilität des Regelkreises relevant. Die Stabilität ist jedoch sehr robust in Bezug auf Schwankungen in der Übertragungsfunktion. Die daraus resultierenden geringeren Anforderungen an den Messverstärker in den Punkten Linearität und Einschwingverhalten können daher beim Entwurf desselben gegen eine bessere Rauschzahl eingetauscht werden. Zudem wird nicht unbedingt eine analoge Schaltungstechnologie kleinster Toleranzen benötigt. Vielmehr erweist sich die getaktete Signalverarbeitung in Δ/Σ -Modulatoren als besonders kompatibel zur integrierten “Switched Capacitor”-Technik in kostengünstiger CMOS-Technologie. Ein Beispiel einer möglichen Messverstärkerschaltung in “Switched Capacitor”-Technik ist in Abschnitt 2.6.3 beschrieben.

Unterm Strich erweist sich der kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulator als robust gegenüber Herstellungstoleranzen, benötigt einen minimalen schaltungstechnischen Mehraufwand im Vergleich zu einem offenen Messsystem, ist perfekt kompatibel zur integrierten “Switched Capacitor”-CMOS-Schaltungstechnologie, vollführt eine A/D-Wandlung des Messsignals und implementiert gleichzeitig einen Messregelkreis samt dessen Vorteile. Es gibt einige praktische Beispiele, die diese erfolgreiche Systemarchitektur dokumentieren, u.a. [46, 115, 70, 71].

3.3 Analyse des Δ/Σ -Modulators in seiner Eigenschaft als Messsystem und Regelschleife

Im folgenden soll der Δ/Σ -Modulator nicht nur als ein A/D-Wandler verstanden, sondern auch seine Eigenschaften als Regelkreis und Messsystem untersucht werden. Dabei werden speziell die Bedingungen, wie sie in mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulatoren vorkommen, zugrunde gelegt. Basierend auf einem erweiterten Modell für Δ/Σ -Modulatoren in der Messtechnik, wird das Stabilitätsverhalten, die A/D-Wandlungscharakteristik und die Güte einer Messung diskutiert. Vor dem Hintergrund einer Verminderung der Federkonstante mittels elektrischer Federn mit negativer Federkonstante zur Sensitivitätserhöhung von mikromechanischen Sensoren ist das davon ebenfalls betroffene Stabilitätsverhalten von besonderem Interesse. Weiterhin werden verschiedene Fehlermechanismen erläutert, die durch unerwünschte Wechselwirkungen auftreten. Die Erkenntnisse werden dann auf mehrdimensionale Regelschleifen übertragen.

3.3.1 Stabilität und Güte von mikroelektromechanischen Δ/Σ -Regelschleifen

Aufgrund der Quantisierung, die auch als nichtlineare Zweipunktkennlinie beschrieben werden kann, gehören Δ/Σ -Schleifen zur Klasse der nichtlinearen Regelkreise. Anders als in linearen Regelkreisen können die Ruhelagen von nichtlinearen Regelkreisen durch unter-

schiedliches, dynamisches Verhalten in der Ruhelage charakterisiert sein und es wird zwischen stabiler, asymptotisch stabiler, und bahnstabiler Ruhelage unterschieden [30]. Stabile Δ/Σ -Modulatoren sind bei den bahnstabilen Systemen einzuordnen. Ihre Stabilität um eine geforderte Ruhelage ist daher durch einen Grenzyklus um diese Ruhelage gekennzeichnet.

Der nichtlineare Charakter und die Zweipunktkenlinie bieten eine Untersuchung dieses Stabilitätsverhaltens mit Hilfe der Methode der Harmonischen Balance an [31]. Eine Analyse von mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulatoren mit diesem Verfahren findet man in [61]. Dieses Verfahren hat jedoch entscheidende Nachteile in Bezug auf Δ/Σ -Modulatoren. Die Nachteile resultieren aus der Vernachlässigung von Verzerrungskomponenten, die durch die Nichtlinearitäten auftreten und die durch das lineare Teilsystem gefiltert werden sollten. Diese Vernachlässigung ist daher ungeeignet für die Analyse von Δ/Σ -Modulatoren, da der auftretende Quantisierungsfehler ein energiereiches Rauschen im gesamten Frequenzband erzeugt, das wesentlicher Bestandteil der Δ/Σ -Architektur ist, und da der dahinterliegende stochastische Prozess bei Benutzung dieser Vernachlässigungen nicht korrekt wiedergegeben werden würde [41].

In der Δ/Σ -Theorie hat sich daher ein anderes Verfahren zur Analyse durchgesetzt. Es konvertiert die nichtlineare Komponente des Regelkreises, nämlich den Quantisierer, in lineare Komponenten mittels Minimierung eines quadratischen Fehlerkriteriums (Abb. 3.8). Dieses Verfahren wurde von Ardalan und Paulos [41] beschrieben. Das Verfahren soll hier für mikroelektromechanische Δ/Σ -Modulatoren, die als Regelschleife bzw. Messsystem fungieren, aufgegriffen werden und speziell für die dort herrschenden Bedingungen erweitert werden.

Ein wesentliches Merkmal dieses Verfahrens ist, dass ein Δ/Σ -Modulator eine konstante und bekannte Ausgangsleistung hat. Jede in der Schleifenstruktur auftretende Signalquelle, die zu dieser Ausgangsleistung beiträgt, ist in der Minimierung zu berücksichtigen. Bei "klassischen" Δ/Σ -Modulatoren, wie sie zur A/D-Wandlung eingesetzt werden, gibt es zwei Signalquellen: das Eingangssignal und das Quantisierungsrauschen. In Ardalan und Paulos [41] wird die Minimierung für konstante und für sinusförmige Eingangssignale durchgeführt. Die Güte der A/D-Wandlung und die Stabilität erweisen sich dabei als abhängig von der Amplitude des Eingangssignals und des Rückkoppelsignals.

In mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulatoren ist eine weitere Signalquelle zu beachten. Aufgrund der sehr kleinen kapazitiven Messsignale kann das thermische Rauschen des Messverstärkers einen maßgeblichen Anteil an der Leistung des Ausgangssignals haben. Das Verstärkerrauschen muss daher in die Untersuchung der Stabilität und der Güte der A/D-Wandlung mit einbezogen werden. Dies wird im Folgenden für konstante Eingangssignale durchgeführt.

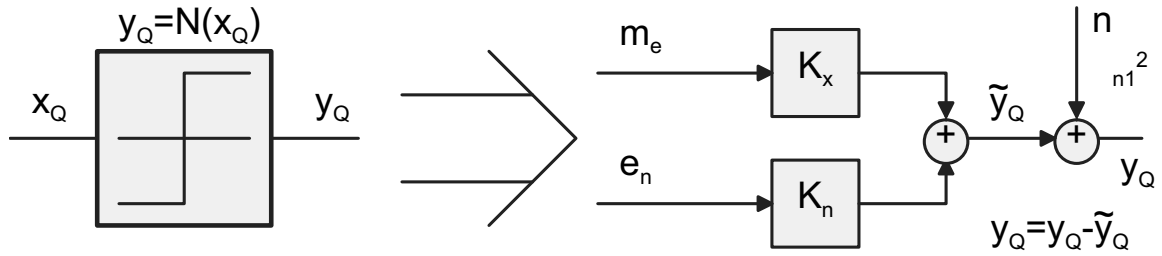


Abb. 3.8: Lineares Modell für die nichtlineare Zweipunktcharakteristik in einem Δ/Σ -Modulator.

3.3.1.1 Modellierung von Δ/Σ -Modulatoren unter Berücksichtigung des Verstärkerrauschens

Zunächst wird ein lineares Modell für den Quantisierer entwickelt und mit diesem dann der Δ/Σ -Modulator als linearer Regelkreis beschrieben. Für das Modell des Quantisierers wird dessen Eingangssignal $x_Q(t)$ in seinen stationären Anteil m_e und in seinen stochastischen, aber mittelwertfreien Anteil e_n zerlegt:

$$x_Q(t) = m_e + e_n(t)$$

Basierend auf diesem Ansatz wird das lineare Modell für den Quantisierer (hier Zweipunktcharakteristik) des Δ/Σ -Modulators konstruiert (Abb. 3.8). Dieses besteht aus zwei Signalpfaden, für jeden der obigen Anteile des Eingangssignals einen. Beide Eingangssignale werden zunächst mit zwei unterschiedlichen Verstärkungen K_x , K_n verstärkt und dann summiert. Die Differenz zwischen dieser Summe und dem Ausgangssignal wird als Modellierungsfehler $\Delta y_Q(t)$ bezeichnet. Die Verstärkungen K_x , K_n werden derartig gewählt, dass der Erwartungswert des quadratischen Modellierungsfehlers $E \{ \Delta y_Q(t)^2 \}$ minimal wird [41]. Der derartig minimierte Modellierungsfehler wird als Quantisierungsfehler $n(t)$ bezeichnet, und durch eine zusätzliche Signalquelle $n(t)$ im Modell ausgeglichen. Die Minimierung ergibt die Verstärkungsfaktoren zu:

$$K_n = \frac{1}{\sigma_e^2} \int_{-\infty}^{\infty} e_n N(e_n + m_e) p(e_n) de_n$$

$$K_x = \frac{1}{m_e} \int_{-\infty}^{\infty} N(e_n + m_e) p(e_n) de_n$$

Hierbei beschreibt $N(x_Q)$ die nichtlineare Übertragungsfunktion des Quantisierers. Die Minimierung liefert zwei weitere Ergebnisse. Das stochastische Eingangssignal e_n des Quanti-

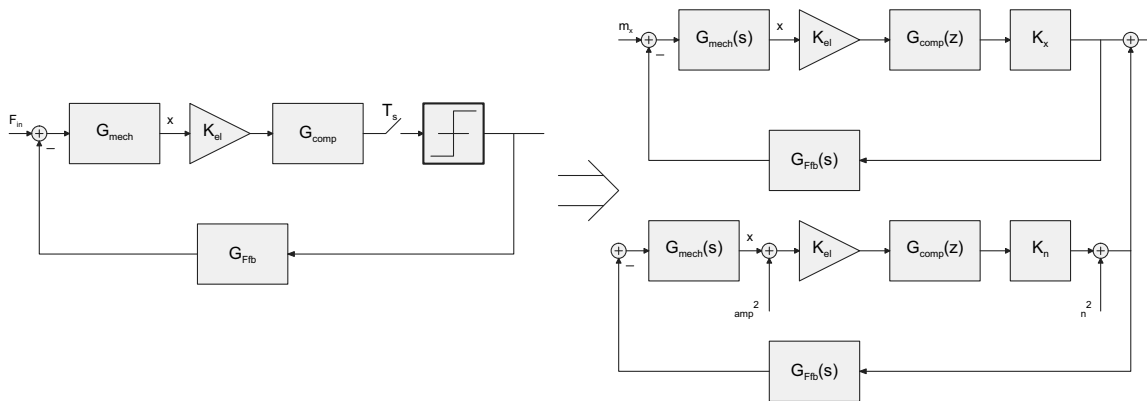


Abb. 3.9: Ersatzschaltbild des kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators nach Einsetzen des Ersatzschaltbildes des Quantisierers. Zusätzliche Berücksichtigung des Verstärkerrauschens in der stochastischen Schleife.

sierers ist unkorreliert mit dem Quantisierungsfehler n und der Quantisierungsfehler n ist mittelwertfrei.

Das gewonnene Modell wird in die Regelschleife des Δ/Σ -Modulators eingesetzt (Abb. 3.9). Hierfür wird die Schleife in eine konstante und in eine stochastische unterteilt. Neu gegenüber der bisherigen Modellierung von Δ/Σ -Modulatoren ist, dass das Verstärkerrauschen bei dieser Unterteilung mit berücksichtigt wird. Das Verstärkerrauschen wird hier als eingangsbezogenes, weißes Gauß'sches Rauschen modelliert³. Es wird daher der stochastischen Schleife des Modells als zusätzliches Eingangssignal zugewiesen. Eigentlich müsste der Offset des Verstärkers in der konstanten Schleife berücksichtigt werden. Da er jedoch durch ein zusätzliches konstantes Eingangssignal abgebildet werden kann, wird er hier nicht gesondert betrachtet.

Von diesem Ersatzschaltbild ausgehend, können analog zu Ardalan und Paulos [41] die Übertragungs- und Energiebilanzgleichungen der Schleifen aufgestellt werden. In der stochastischen Schleife werden diese Gleichungen um das Verstärkerrauschen erweitert. Es werden folgende Annahmen getroffen:

- Der Quantisierungsfehler $n(t)$ hat ein weißes Frequenzspektrum.
- Der stochastische Eingangsanteil des Quantisierers ist Gauß verteilt. Diese Annahme wird unterstützt durch das thermischen Verstärkerrauschen, welches bekanntlich weißes, Gauß'sches Rauschen ist, und auf das stochastische Eingangssignal zusätzlich einwirkt.

³Es wird vorausgesetzt, dass diese Annahme durch den Entwurf des Messverstärkers sichergestellt wird. Z.B. wird im Falle eines Messverstärkers mit MOSFET-Eingangsstufe das $1/f$ -Rauschen der Eingangsstufe kompensiert.

- Die Schleifenverstärkung des konstanten Zweiges des Modells ist wesentlich größer als 1⁴:

$$K_{el}G_{comp}(0)G_{mech}(0)G_{fb}(0)K_x \gg 1$$

Treffen diese Annahmen zu, ergibt sich die Varianz des Quantisierungsfehlers $E\{n(t)^2\} = \sigma_n^2$, die der Quantisierungsrauschleistung entspricht, identisch zu der für "klassische" Δ/Σ -Modulatoren [41]. Das Quantisierungsrauschen hängt demnach nur vom konstanten Eingangssignal m_x ab:

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= \Delta^2 \left(1 - \frac{m_x^2}{\Delta^2 |G_{Ffb}(0)|^2} - \frac{2}{\pi} e^{-2 \left(\operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{m_x}{\Delta |G_{Ffb}(0)|} \right) \right)^2} \right) \\ &\xrightarrow{\Delta=1} 1 - \frac{m_x^2}{F_{fb}^2} - \frac{2}{\pi} e^{-2 \left(\operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{m_x}{|G_{Ffb}(0)|} \right) \right)^2} \end{aligned}$$

Die Verstärkung für die stochastische Schleife K_n erhält man durch Lösungen des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} \frac{2}{K_n^2 \pi} e^{-2 \left(\operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{m_x}{|G_{Ffb}(0)|} \right) \right)^2} &= \sigma_n^2 \left\| \frac{F_{fb}(s)G_{mech}(s)K_{el}G_{comp}(s)}{1 + K_n G_{Ffb}(s)G_{mech}(s)K_{el}G_{comp}(s)} \right\|^2 + \\ &\sigma_{el}^2 \left\| \frac{K_{el}G_{comp}(s)}{1 + K_n G_{Ffb}(s)G_{mech}(s)K_{el}G_{comp}(s)} \right\|^2 \quad (3.4) \end{aligned}$$

wobei $\|H\|^2$ die Leistungsübertragung (Gl. 3.5) des Quantisierungsrauschens σ_n^2 und des

⁴Gilt diese Annahme nicht, erhält man Gleichung (22) in [41] zu:

$$\frac{m_x}{\Delta} = \operatorname{erf} \left(\frac{m_e}{\sigma_e \sqrt{2}} \right) + \frac{m_e}{H(1)\Delta}$$

In diesem Fall können die Variablen nicht mehr getrennt werden und die Gleichungen (17),(19),(22) und (25) in [41] müssen simultan nichtlinear gelöst werden.

eingangsbezogenen Verstärkerrauschen σ_{el}^2 auf den Ausgang des Δ/Σ -Modulators beschreibt,

$$\|H\|^2 = T_s \int_{-\infty}^{\infty} |H|^2 df \quad (3.5)$$

und die Quantisierungsstufe $\Delta = 1$ gewählt worden ist.

Damit erhält man die Verstärkung des konstanten Anteils im Quantisierer K_x und die Standardabweichung σ_e des stochastischen Eingangssignals zu:

$$K_x = \frac{m_x}{\sqrt{2}\sigma_e F_{fb} \operatorname{erf}^{-1}\left(\frac{m_x}{|G_{F_{fb}}(0)|}\right)}$$

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{2}}{K_n \sqrt{\pi}} e^{-\left(\operatorname{erf}^{-1}\left(\frac{m_x}{|G_{F_{fb}}(0)|}\right)\right)^2}$$

Bei "klassischen" Δ/Σ -Modulatoren wird die Analyse in der z-Ebene durchgeführt, da das System meist als "Switched Capacitor"-Schaltung vorliegt und somit vollständig zeitdiskret ist. Im Fall von mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulatoren ist der Tiefpassfilter stets kontinuierlich in der Zeit. Zudem wird oft die Rückkoppelung zeitmultiplex an denselben Elektroden des Sensorelements durchgeführt, an denen auch gemessen wird. Zumindest dann sind die Rückkoppelsignale Kraftpulse, deren Länge nicht der des Abtastzeitintervalls des Δ/Σ -Modulators entsprechen (Abb. 3.10). Die Pulsform, zusätzlich auftretende Verzögerungen und das kontinuierliche Verhalten des mechanischen Systems während eines Pulses können sich dabei kritisch auf die Stabilität des Systems auswirken. Um diese Aspekte zu berücksichtigen, stehen zwei Verfahren zur Verfügung: Die Transformation des kontinuierlichen Systems und der Pulsformen in ein äquivalentes, zeitdiskretes System in der Z-Ebene [69] oder die Abbildung der zeitdiskreten Teilsysteme und des Rückkoppelkraftpulses durch geeignete kontinuierliche Systeme in der S-Ebene. Hier wird letzterer Weg beschrritten, da der dadurch entstehende Fehler in der zuvor beschriebenen Analyse zu vernachlässigen ist und eine größere Transparenz zu den Systemparametern erhalten bleibt.

Die Abtastung im Vorwärtspfad des Δ/Σ -Modulators kann dann vernachlässigt werden, wenn dadurch kein Aliasing auftritt. Verfügt das mechanische Sensorelement über eine ausreichende Tiefpasscharakteristik, kann diese Vernachlässigung angewandt werden und die zeitdiskreten Teilsysteme des Vorwärtspfades, z.B. der Kompensator G_{comp} , können durch die Abbildung $z = e^{-sT_s}$ in die S-Ebene transformiert werden. Dies ist jedoch nur zulässig, wenn ebenfalls das Aliasing des Verstärkerrauschens, welches ungefiltert im Vorwärtzweig abgetastet wird, anderweitig geeignet beschrieben wird. Da es sich um weißes

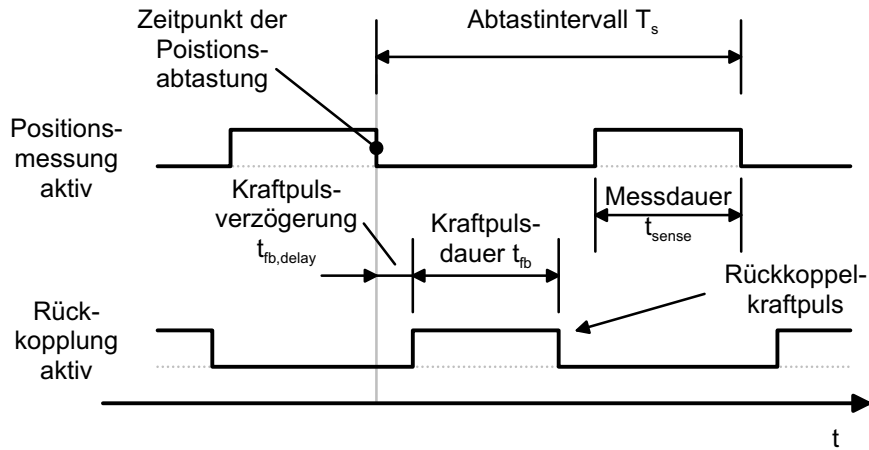


Abb. 3.10: Zeitdiagramm von zeitmultiplexer Positions-messung und Krafterückkoppelung an denselben Elektroden des Sensorelementes.

Rauschen handelt, kann der Aliasingeffekt hier durch Verteilung der Rauschleistung auf das Frequenzband des abgetasteten Signals abgebildet werden. Ebenso kann das Quantisierungsrauschen als kontinuierliches Signal mit weißem Spektrum über dem Frequenzband des abgetasteten Signals beschrieben werden. Der Vorwärtszweig des Δ/Σ -Modulators ist somit in die S-Ebene transformiert, wobei zu berücksichtigen ist, dass die Ergebnisse nur auf besagtes Frequenzband zu beziehen sind.

Es verbleibt die Aufgabe, die Krafterückkoppelung in der s-Ebene zu beschreiben. Das Spektrum $X_{puls}(f)$ eines kontinuierlichen Signals, welches aus der Umsetzung eines zeitdiskreten Signals mit dem Frequenzspektrum $X_d(f)$ durch Rechteckpulse der Länge $t_{fb} < T_s$ und aus der Amplitude, die dem aktuellen Abtastwert entspricht, resultiert, ergibt sich zu [18]:

$$X_{puls}(f) = t_{fb} \operatorname{sinc}(t_{fb}f) e^{-j2\pi f \frac{t_{fb}}{2}} X_d(f) \quad (3.6)$$

Das "zeitdiskrete" Frequenzspektrum X_d bezieht sich hierbei auf ein zeitdiskretes Signal und ist periodisch bezüglich der Abtastfrequenz im Frequenzraum. Wegen der Tiefpassfilterung durch das nachfolgende mechanische System können die Seitenspektren des periodischen Frequenzspektrums X_d , die nicht um die Frequenz 0 Hz zentriert sind, vernachlässigt werden. Damit ist es möglich, anstelle des "zeitdiskreten" Frequenzspektrums X_d das "zeitkontinuierliche" Spektrum des Ausgangssignals des Δ/Σ -Modulators in Gl. 3.6 einzusetzen, nachdem Gl. 3.6 hinsichtlich der unterschiedlichen Definition der Spektren normiert worden ist. Man erhält als Filterfunktion der Rückkoppelung unter Berücksichtigung einer

zusätzlichen Verzögerung $t_{fb, delay}$:

$$G_{F_{fb}}(s) = F_{fb} \frac{2 \sin\left(\frac{s t_{fb}}{2}\right)}{s T_s} e^{-s\left(\frac{t_{fb}}{2} + t_{fb, delay}\right)} \quad (3.7)$$

Hierin bezeichnet F_{fb} den Betrag der elektrostatischen Kraft, die in der mechanischen Struktur wirksam wird.

3.3.1.2 Stabilitätsanalyse

Das beschriebene analytische Modell erlaubt die Stabilitätsuntersuchung eines Δ/Σ -Modulators auf die eines linearen Regelkreises zurückzuführen. Dabei wird die Stabilitätsuntersuchung am stochastischen Regelkreis durchgeführt, d.h. mit dem Verstärkungsfaktor K_n , da dieser das dynamische Verhalten des Δ/Σ -Modulators beschreibt. Von Lemkin [69] ist bekannt, dass mikroelektromechanische Δ/Σ -Architekturen einen Filter/Regler benötigen, um Stabilität sicherzustellen. Fehlt dieser, entsteht ein aufschwingender Grenzyklus. Anhand des linearen Modells kann diese Instabilität nachvollzogen werden.

Abb. 3.11 zeigt Wurzelortskurven als Funktion der Kreisverstärkung K_0 für den in Kapitel 6 beschriebenen Beschleunigungssensor, die charakteristisch für jeden mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulator sind, der auf einem Feder-Masse-System 2. Ordnung basiert.

$$K_0 = |K_n G_{F_{fb}}(0) G_{mech}(0) K_{el} G_{comp}(0)|$$

Die erste Wurzelortskurve wurde für einen Betriebszustand ohne Einsatz der elektrischen Federn mit negativer Federkonstante aufgenommen. Die Pole des geschlossenen Kreises laufen mit steigender Kreisverstärkung in die rechte Halbebene: der geschlossene Kreis ist dann instabil. Verwendet man hingegen einen Filter, verbleibt die Wurzelortskurve in der linken Halbebene.

Wendet man elektrische Federn mit negativer Federkonstante an (Abschnitt 2.5.2), um die Gesamtfederkonstante des Beschleunigungssensors zu reduzieren, wandert einer der Pole des offenen Regelkreises gegen den Ursprung der s -Ebene und befindet sich in diesem, wenn die mechanische Feder exakt kompensiert wird; er bewegt sich von diesem in der rechten Halbebene auf der reellen Achse hinweg, wenn die elektrische Feder die mechanische Feder überkompensiert. Der offene Regelkreis ist dann instabil. Dieses Verhalten entspricht dann den freischwebenden Strukturen aus Kapitel 5, bei denen nur eine elektrische Feder mit negativer Federkonstante auf das mechanische System einwirkt. Die dritte Wurzelortskurve demonstriert, dass, sofern die Kreisverstärkung K_0 groß genug ist, der Pol für den geschlossenen Regelkreis aus der rechten Halbebene wieder in die linke Halbebene wandert. Die

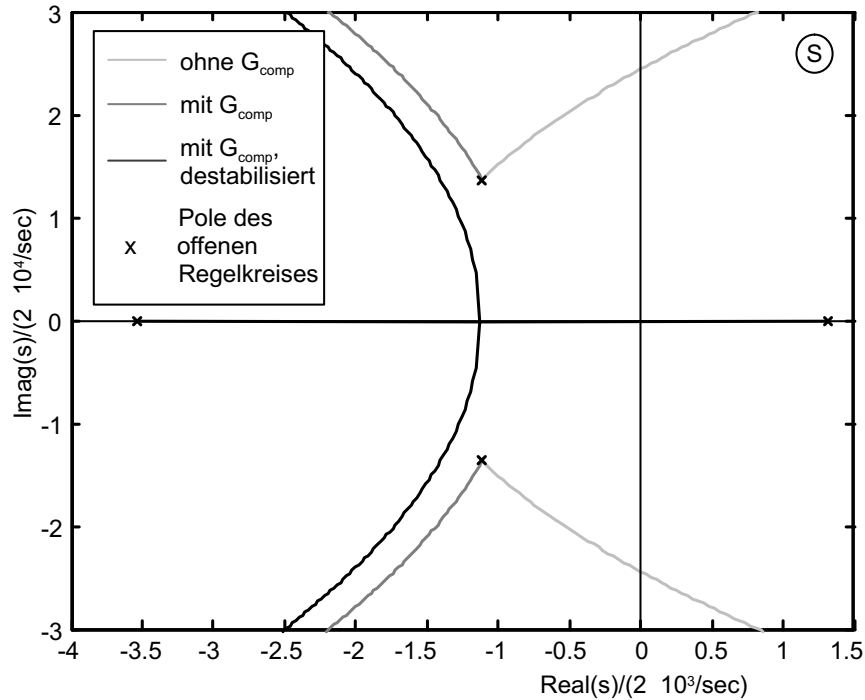


Abb. 3.11: Wurzelortskurven als Funktion der Kreisverstärkung K_0 für den in Kapitel 6 beschriebenen Beschleunigungssensor:

- 1.) $V_{bias} = 0.5V$, $V_{fb} = 1V$, kein Filter.
- 2.) $V_{bias} = 0.5V$, $V_{fb} = 1V$, mit Filter $G_{comp} = 2 - z^{-1}$ zur Stabilisierung.
- 3.) $V_{bias} = 4.8V$, $V_{fb} = 4.8V$, mit Filter (Gesamtfederkonstante negativ).

Regelung durch den Δ/Σ -Regelkreis bei vorhandenem Kompensator $2 - z^{-1}$ bewirkt folglich, dass der geschlossene Regelkreis stets stabil ist, auch dann, wenn der offene Regelkreis instabil ist.

Die Kreisverstärkung hängt zum einem von der Rückkoppelkraft F_{fb} und zum anderen von der Verstärkung des Quantisierers K_n ab. Abb. 3.12 zeigt die Abhängigkeit der Verstärkung des Quantisierers K_n vom Betrag eines normalisierten, konstanten Eingangssignals $m_x |G_{F_{fb}}(0)|$. Mit steigender Eingangsamplitude nimmt dabei die Verstärkung ab. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, dass das Eingangssignal immer mehr der konstanten Ausgangsleistung abzweigt und somit weniger Leistung auf das Quantisierungsrauschen entfällt. Für eine instabile Struktur hat dies zur Konsequenz, dass oberhalb eines gewissen Eingangspegels der geschlossene Regelkreis ebenfalls instabil wird. Da sich jeglicher Offset in der Regelschleife wie ein konstantes Eingangssignal auswirkt, ist dieses Ergebnis auch auf das Stabilitätsverhalten bzgl. des Offsets übertragbar.

Mit steigender Verstärkerrauschleistung σ_{el}^2 nimmt ebenfalls die Verstärkung des Quantisierers ab. Dies ist dadurch bedingt, dass der konstanten Ausgangsleistung des Quantisierers eine ansteigender Rauschleistung am Quantisierereingang aufgrund des Verstärkerrauschens

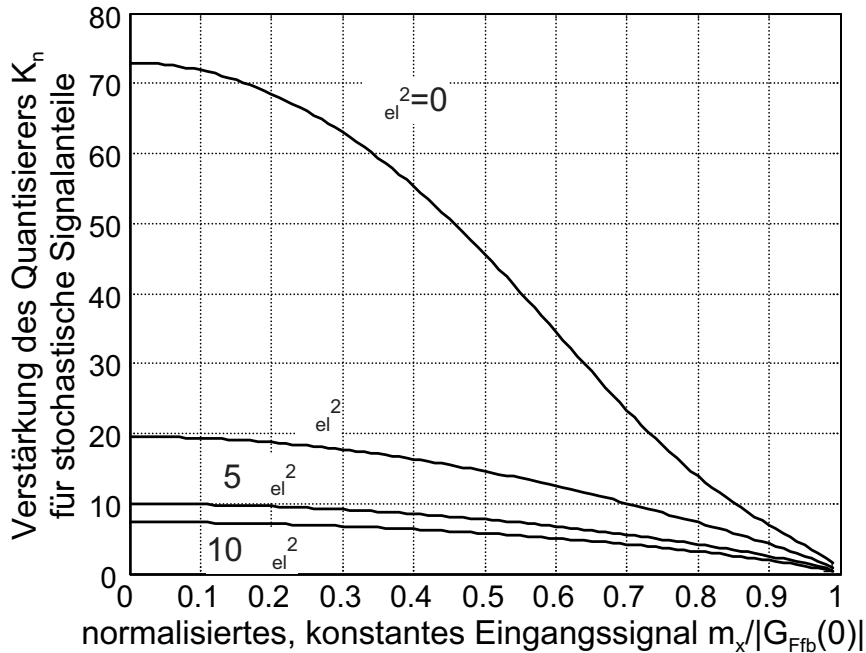


Abb. 3.12: Verstärkung des Quantisierers K_n als Funktion des Betrags eines normalisierten, konstanten Eingangssignals $m_x G_{F_{fb}}(0)$ für verschiedene Messverstärker-rauschleistungen σ_{el}^2 .

gegenübersteht. Dieser Effekt hängt dabei jedoch stark vom Verhältnis der Verstärker-rauschleistung zur Quantisierungsrauschleistung ab. Die Quantisierungsrauschleistung am Quantisierereingang kann durch die Rückkoppelkraft F_{fb} eingestellt werden.

In Abb. 3.13 ist zum einem die Verstärkung K_n , zum anderen das normalisierte Produkt aus Verstärkung des Quantisierers und Rückkoppelkraft $K_n F_{fb} / F_{fb}(1V)$ als Funktion der Rückkoppelkraft $F_{fb}(V_{fb})$ aufgetragen. Das Produkt ist dabei ein normalisierter Ausdruck für die Kreisverstärkung K_0 des offenen Kreises, in den jedoch die Änderung der Übertragungsfunktion des Sensorelementes durch die sich ändernde Rückkoppelkraft nicht eingeht. Die Verstärkung des Quantisierers K_n wird gemäß Gl. 3.4 über das Verhältnis der Rauschleistung am Eingang des Quantisierers zur (konstanten) Rauschleistung im Ausgang des Quantisierers, jedoch ohne das durch den Quantisierer hinzugefügte Quantisierungsrauschen, definiert. Sie geht daher für Rückkoppelkräfte, die gegen Null gehen, in einen endlichen Wert über, der durch das feste Verhältnis von Messverstärkerrauschleistung am Eingang des Quantisierers zur Rauschleistung im Ausgang des Quantisierers gegeben ist. Mit zunehmender Rückkoppelkraft F_{fb} steigt die Quantisierungsrauschleistung am Quantisierereingang und dominiert dort dann zunehmend das Rauschen in einem größer werdenden Frequenzband (Tiefpassfilterung), so dass die Gesamtrauschleistung am Quantisierereingang zunimmt. Die Verstärkung des Quantisierers K_n fällt daher zunächst schnell mit zunehmender Rückkoppelkraft (Bereich I). Sobald das Quantisierungsrauschen am Quantisierereingang über der gesamten Bandbreite dominiert, fällt die Verstärkung des Quanti-

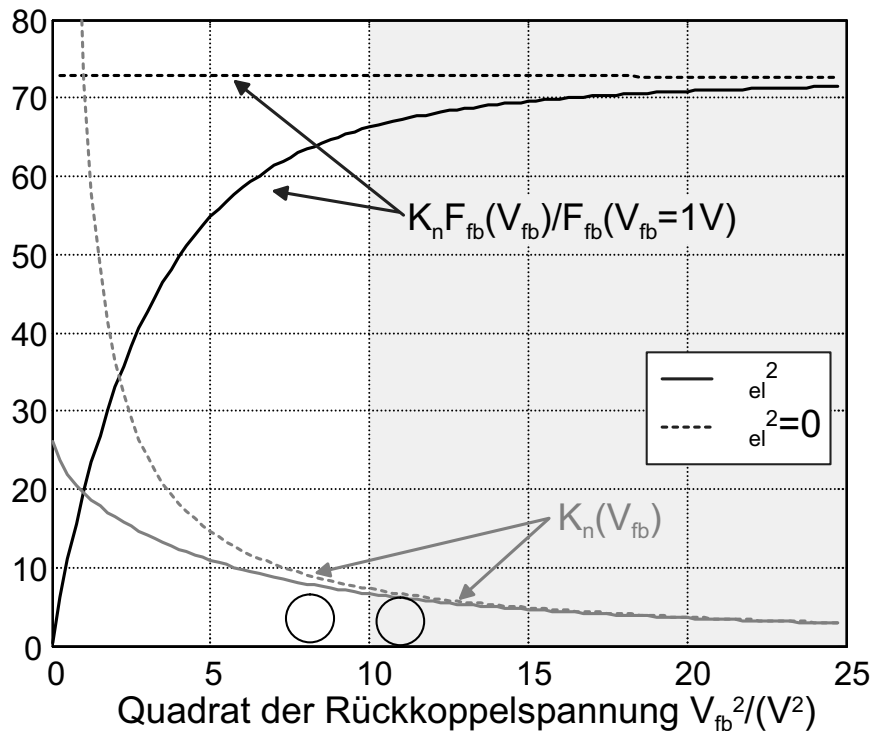


Abb. 3.13: Verstärkung des Quantisierers K_n und normiertes Produkt aus dieser Verstärkung und der Rückkoppelkraft $K_n F_{fb} / F_{fb}(1V)$ als Funktion der quadratischen Rückkoppelspannung $V_{fb}^2 \propto F_{fb}$ für den in Kapitel 6 beschriebenen Beschleunigungssensor. $V_{bias} = 0.5V$.

Durchgezogene Linie - Messverstärkerrauschen berücksichtigt;
gestrichelt - Messverstärkerrauschen vernachlässigt (klassische Analyse).

sierers K_n nur noch langsam (Bereich II), da die Rauschleistung dann nur noch anteilig mit der Rückkoppelkraft F_{fb} zunimmt und nicht wie zuvor überproportional aufgrund des größer werdenden Frequenzbands, in dem das Quantisierungsrauschen dominiert. Dies wird ebenfalls anhand des Produktes $K_n F_{fb} / F_{fb}(1V)$ deutlich, das in diesem zweiten Bereich sättigt. Hier ist der Δ/Σ -Modulator dann nur noch durch seine Systemgrößen bestimmt. Das Verstärkerrauschen hat keinen Einfluss mehr und das Verhalten des Δ/Σ -Modulators ist dasjenige eines "klassischen" Δ/Σ -Modulators, bei dem das Verstärkerrauschen nicht berücksichtigt wird (in Abb. 3.13 gestrichelt eingezeichnet).

In der Praxis bedeutet dies, sofern für die Stabilität eine bestimmte normalisierte Kreisverstärkung $K_n F_{fb} / F_{fb}(1V)$ gefordert wird, dass eine ausreichende Rückkoppelkraft in Abhängigkeit des vorhandenen Verstärkerrauschens eingestellt werden muss. *Da die die Rückkoppelkraft erzeugende Spannung in realen Systemen begrenzt ist, kann ein stabiles System gegebenenfalls nicht erreicht werden.*

Unterm Strich ergibt sich, dass mikroelektromechanische Δ/Σ -Modulatoren stets einen

geeigneten Filter (Regler) benötigen, um die Stabilität sicherzustellen, und, dass das Stabilitätsverhalten hinsichtlich des maximalen Eingangssignals, des Offsets und des Verstärkerrauschens zu überprüfen ist.

3.3.1.3 Leistungsvermögen der A/D-Wandlung

Das Messverstärkerrauschen beeinflusst ebenfalls maßgeblich die Güte der A/D-Wandlung des Δ/Σ -Modulators. Die Güte wird dabei durch zwei Faktoren charakterisiert:

1. Durch die spektrale Dichte bei niederen Frequenzen der eingangsbezogenen Rauschamplitude $\sqrt{S_{in,total}}$ des Modulators, die dessen Auflösungsvermögen definiert:

$$\sqrt{S_{in,total}} = \sqrt{\frac{1}{|G_{mech}(0)|^2} \sigma_{el}^2 2T_s + \frac{1}{|K_n G_{mech}(0) K_{el} G_{comp}(0)|^2} \sigma_n^2 2T_s} \Big|_{s=0}$$

Der Wert beschreibt das eingangsseitige Rauschen im stationären Frequenzband des Vorwärtszweiges des Modulators, welches in allen praktischen Fällen dem stationären Bereich des mechanischen Sensorelementes entspricht.

2. Durch den dynamischen Bereich DR ("dynamic range") des Modulators, durch welchen das Verhältnis des maximal zu minimal digital auflösbaren Signals bestimmt wird.

$$DR = 20 \text{ dB} \lg \left(\frac{|G_{fb}(0)|}{\sqrt{S_{in,total}} * 1 \text{ Hz}} \right)$$

Dabei wird das maximal auflösbare Signal durch die bei niederen Frequenzen effektiv wirkende Rückkoppelkraft⁵ und das minimal auflösbare Signal durch die Standardabweichungen beschrieben, die sich aus der eingangsbezogenen, niederfrequenten Rauschleistung des Δ/Σ -Modulators in einem Signalband von 1 Hz ergeben.

In Abb. 3.14 ist die spektrale Dichte der eingangsbezogenen, niederfrequenten Rauschamplitude $\sqrt{S_{n,in,total}}$ des Δ/Σ -Modulators als Funktion der Rückkoppelkraft F_{fb} dargestellt. Das Verstärkerrauschen σ_{el}^2 fungiert als Sockelbetrag zum Quantisierungsrauschen, welches mit zunehmender Rückkoppelkraft F_{fb} zunimmt. Für große Rückkoppelkräfte konvergieren alle Kurven gegen die eines Δ/Σ -Modulators, bei dem das Messverstärkerrauschen nicht berücksichtigt wird.

⁵Die Verzerrungen, die für große Eingangssignale in Δ/Σ -Modulatoren auftreten, werden bei dieser Definition nicht berücksichtigt, ebenso wie die mit großen Eingangssignalen verbundene Stabilitätsproblematik.

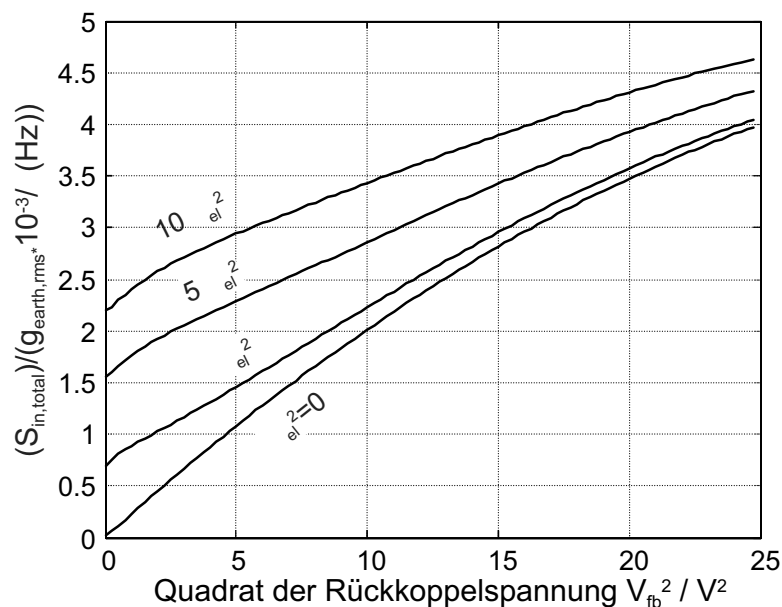


Abb. 3.14: Spektrale Dichte der eingangsbezogenen, niederfrequenten Rauschamplitude $\sqrt{S_{n,in,total}}$ als Funktion der quadratischen Rückkoppelspannung $V_{fb}^2 \propto F_{fb}$ für verschiedene Messverstärkerrauschleistungen σ_{el}^2 für den in Kapitel 6 beschriebenen Beschleunigungssensor. $V_{bias} = 0.5V$.

Um eine möglichst hohe Auflösung zu erreichen, sollte man, zusätzlich zu der üblichen Forderung nach einem geringen Messverstärkerrauschen, die Rückkoppelkraft gering wählen. Dies steht im Widerspruch zur Forderung nach einem großen dynamischen Bereich. Abb. 3.15 visualisiert, dass die Rückkoppelkraft im Falle eines Systems mit Messverstärkerrauschen groß gewählt werden muss, um an den dynamischen Bereich des entsprechenden Δ/Σ -Modulators, ohne Berücksichtigung des Messverstärkerrauschens, heranzukommen⁶. Dieses Verhalten beruht auf dem *endlichen*, eingangsseitigen Rauschniveau des Quantisierers für kleine Rückkoppelkräfte, welches durch das Messverstärkerrauschen bedingt ist. Für große Rückkoppelkräfte wird der Δ/Σ -Modulator nur durch das Quantisierungsrauschen bestimmt und konvergiert zu den Verhältnissen, wie sie ohne Berücksichtigung des Messverstärkerrauschens auftreten.

Die Wahl der Rückkoppelkraft erfordert demnach einen Kompromiss zwischen dem Auflösungsvermögen und der dynamischen Breite des Δ/Σ -Modulators. Eine guter Kompromiss ist zu erreichen, wenn die Rückkoppelkraft so groß gewählt wird, dass sich der dynamische Bereich nicht mehr im schnell abfallenden Bereich der Kennlinie befindet, und die damit verbundene geringe Minderung des Auflösungsvermögens toleriert werden kann. Analog zur Stabilitätsuntersuchung setzt dies jedoch voraus, dass die entsprechende Rückkoppelkraft

⁶Der Anstieg der dynamischen Breite des unverrauschten Systems rührt von der Änderung der Übertragungsfunktion des mechanischen Untersystems her. Diese ist durch die von der Rückkoppelspannung V_{fb} erzeugten elektrischen Federn mit negativer Federkonstante bedingt.

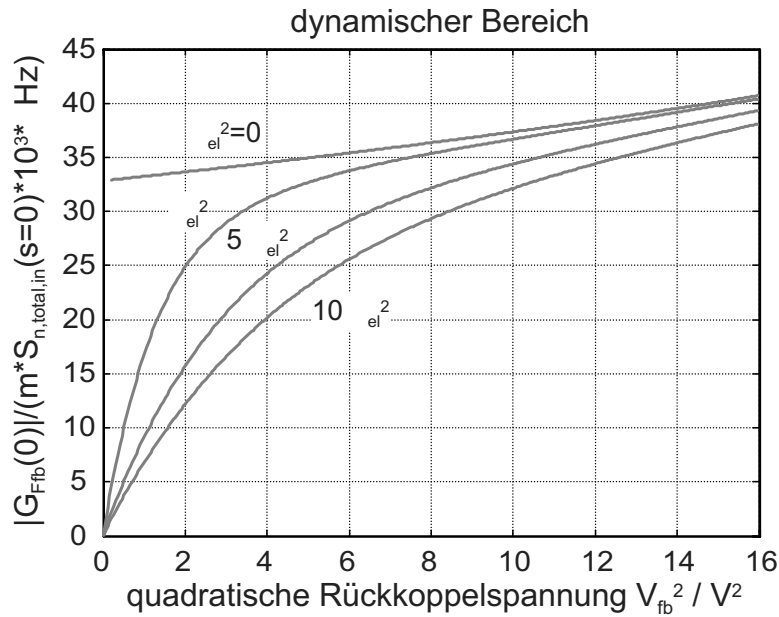


Abb. 3.15: Dynamischer Bereich DR als Funktion der quadratischen Rückkoppelspannung $V_{fb}^2 \propto F_{fb}$ für verschiedene Messverstärkerrauschleistungen σ_{el}^2 für den in Kapitel 6 beschriebenen Beschleunigungssensor. $V_{bias} = 0.5V$.

mit den vorhandenen Rückkoppelspannungen realisiert werden kann. Speziell in integrierten CMOS-Schaltungen, in denen die Spannungen begrenzt sind, kann die Situation auftreten, dass eine deutliche Minderung des dynamischen Bereiches in Kauf genommen werden muss, weil keine ausreichende Rückkoppelkraft generiert werden kann.

Obige Ergebnisse verdeutlichen die Notwendigkeit der Einbeziehung des Verstärkerrauschens in die Analyse des Leistungsvermögens von mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulatoren. Unterlassung würde zu zu optimistischen Vorhersagen der dynamischen Breite und des eingangsseitigen Gesamttrauschen und gegebenenfalls zu einer entsprechend ungeeigneten Wahl der Rückkoppelkraft führen.

3.3.2 Fehlermechanismen in realen Δ/Σ -Modulatoren

In diesem Abschnitt werden die wesentlichsten Fehlermechanismen angeführt, die beim Entwurf eines mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulators zu beachten sind. Dazu gehört zum einen die Offsetcharakteristik und zum anderen das Auftreten von Totzonen in Abhängigkeit der Schaltungsarchitektur.

3.3.2.1 Elektronischer Offset

Der gesamte Offset resultiert aus zwei Bestandteilen: aus dem Offset der elektronischen Schaltung und aus dem Offset der Mechanik. Der elektronische Offset, wie er generell in elektronische Verstärkerschaltungen auftritt, ist kleinste Herstellungstoleranzen der elektronischen Bauelemente zurückzuführen ist [38]. Dieser Offset hängt dabei stark von Designparametern, z.B. der Fläche der Bauelemente, und der Technologie, in der die Schaltung realisiert ist, ab. Seine Größe ist somit nur mit bei Kenntnis der Herstellungstoleranzen berechenbar. Ein typischer Wert, der für Überschlagsrechnungen verwendet wird, ist 10 mV.

Der elektronische Offset kann bei entsprechender Schaltungstechnologie teilweise korrigiert werden. Z.B. kompensiert ihn die in Abschnitt 2.6.3 eingeführte Verstärkerschaltung in ihren ersten zwei Verstärkungsstufen. Nur die dritte Stufe erzeugt einen Offset, der zu berücksichtigen ist. Da dieser verstärkt wird, können gegebenenfalls die auftretenden Offsets der folgenden elektronischen Schaltung vernachlässigt werden.

Ein weiterer Beitrag zum elektronischen Offset entsteht durch nicht angepasste, parasitäre Kapazitäten, die parallel zu den Sensorkapazitäten anliegen. Größe und Ungleichgewicht sind spezifisch in Bezug auf Design und Prozess.

In dieser Analyse wird der elektronische Offset als Offsetspannung V_{offset} bzgl. des Ausgangs des Messverstärkers berücksichtigt (Abb. 3.16).

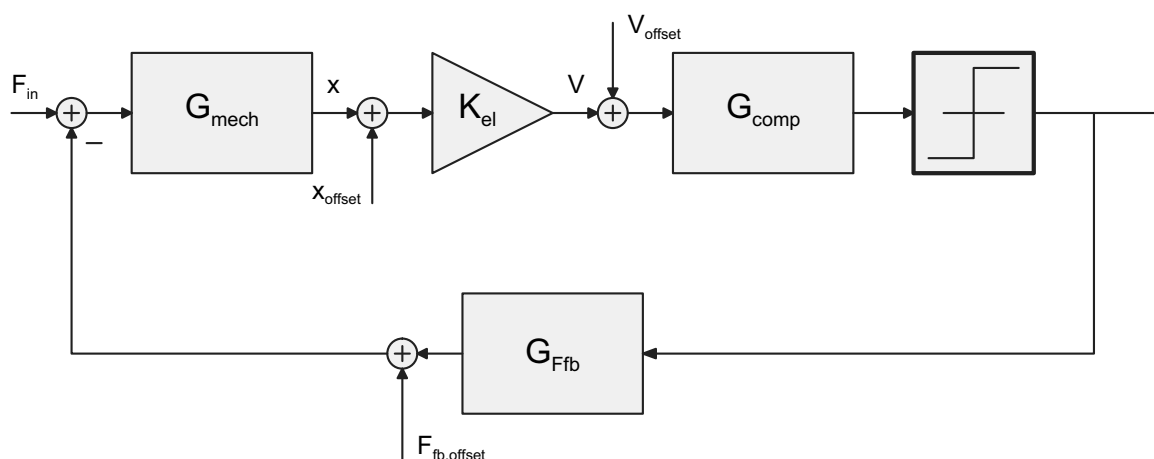


Abb. 3.16: Signallaufplan eines Δ/Σ -Modulator mit typischen Offsetquellen.

3.3.2.2 Mechanischer Offset

Handelt es sich bei der Struktur um eine vertikale, differentielle Anordnung, dann kommt zum elektronischen noch ein mechanischer Offset hinzu. Ursächlich für diesen können zum einen Variationen in der Abscheidungsdicke der Opferschichten, die den Spaltabstand definieren, und zum anderen Stressgradienten in der strukturierten Schicht sein, wenn diese Stressgradienten eine Auslenkung nach der Freizätzung verursachen. In lateralen Anordnungen, wie z.B. bei dem in Kapitel 6 vorgestellten Beschleunigungssensor, sind keine großen Abweichungen in den Abständen der Messelektroden zur beweglichen Masse zu erwarten, da die Strukturierung aller Elektroden und der Masse in einem Prozessschritt stattfindet. Die eng beieinanderliegenden Spalten der typischen interdigitalen Strukturen (Abb. 2.6) sind somit identisch, so dass der dadurch dargestellte Differentialkondensator symmetrisch ist.

Tritt ein mechanischer Offset auf, sind die Auslenkungen der Struktur, für die die Federkraft der elektrischen Feder und für die die Federkraft der mechanischen Feder zu null wird, unterschiedlich. Soll die Ortsabhängigkeit der elektrischen Kraft weiterhin durch eine elektrische Feder modelliert werden, muss dem Modell zusätzlich eine Offsetkraft hinzugefügt werden. Unter der Voraussetzung, dass die Regelung als Arbeitspunkt die symmetrische Lage der Struktur zwischen den Elektroden bewirkt, und dass die Struktur sich nur mit kleinen Auslenkungen um diese Ruhelage bewegt, erhält man diese zu:

$$F_{fb,offset} = k_{el} x_{offset}$$

Stellt sich durch die Regelung und den Offset ein anderer Arbeitspunkt ein, ist eine erneute Linearisierung des Systems um diesen Arbeitspunkt notwendig.

Alle Offsets können in einen Gesamtoffset zusammengefasst werden, indem die jeweiligen Angriffspunkte innerhalb des linearen Systems verschoben werden. Am zweckmäßigsten ist es, den Offset als zusätzliche konstante Eingangskraft $F_{offset,gesamt}$ zusammenzufassen und zu interpretieren (Abb. 3.17):

$$F_{offset,gesamt} = F_{fb,offset} + \frac{x_{offset}}{k_{eff}} + \frac{V_{offset}}{K_{el}k_{eff}}; \quad G_{mech}(0) = k_{eff}$$

Da er eine Regelschleife darstellt, kann der Δ/Σ -Modulator prinzipiell diesen Offset kompensieren und als digitales Offsetsignal an den folgenden Digitalteil der Schaltung weiterreichen. Dabei sind allerdings die Implikationen des Offsets, der wie ein konstantes Signal fungiert, auf das Schleifenverhalten zu beachten: Mit größer werdendem Offset verkleinert sich (einseitig) der Auslenkungsbereich, kann der Regelkreis instabil werden und verschlechtert sich der Signalrauschabstand. Sind diese Auswirkungen für den zu erwartenden Offset

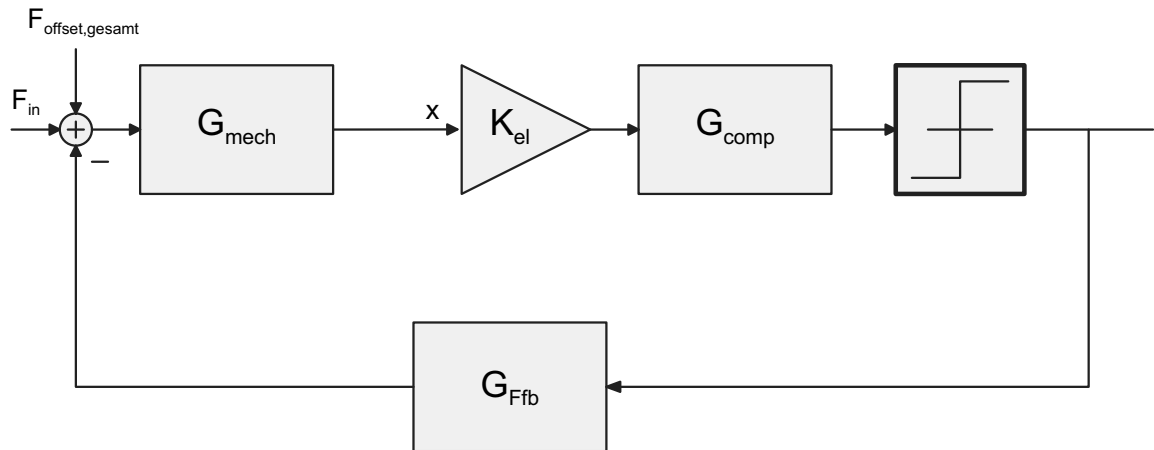


Abb. 3.17: Δ/Σ -Modulator mit eingangsbezogenem Offset.

tolerierbar, kann die Offsetkompensation im folgenden digitalen Schaltungsteil durch eine einfache Differenzoperation realisiert werden.

3.3.2.3 Totzonen

Δ/Σ -Modulatoren, die über einen nicht perfekt integrierenden Tiefpassfilter verfügen, zeigen eine systematische Totzone [17]. Zu dieser Klasse von Modulatoren gehören auch die mikroelektromechanischen Modulatoren. Bei ihnen lässt sich diese Totzone abschätzen [12]:

$$F_{Totzone} \approx 8 |G_{Ffb}(0)| \left(\frac{f_0}{f_s}\right)^2 \quad (3.8)$$

Hierin bezeichnet $F_{Totzone}$ die Breite der Totzone, F_{fb} die Rückkoppelkraft, f_0 die Resonanzfrequenz des mechanischen Feder-Masse-Systems und f_s die Abtastfrequenz.

Im Folgenden soll noch auf zwei weitere Mechanismen hingewiesen werden, die gleichermaßen zu Totzonen führen können. Dabei tritt der erste Mechanismus nur innerhalb einer bestimmten Schaltungsarchitektur auf, der zweite beruht auf unerwünschten parasitären Koppelungen.

Ein spezielles Problem der elektronischen Messverstärker ist das $1/f$ -Rauschen im niederen Frequenzbereich. Speziell MOS-Verstärker haben ein hohes $1/f$ -Rauschniveau. Liegt das zu verstärkende Signal ebenfalls im niederen Frequenzbereich, so dass es im $1/f$ -Rauschen verschwindet, benutzt man einen Modulationsverstärker, der auch als Messverstärker mit "chopper stabilization" bekannt ist, um die Signale spektral zu trennen. Hierfür wird das

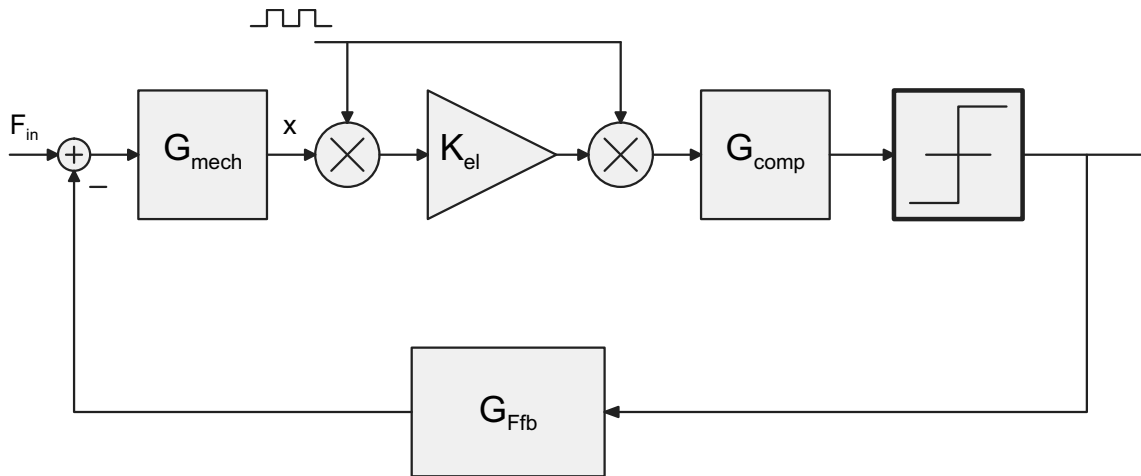


Abb. 3.18: Δ/Σ -Modulator mit Modulationsverstärker.

Messsignal am Eingang des Verstärkers mit einem Träger moduliert und nach der Verstärkung mit demselben Träger demoduliert (Abb. 3.18). Durch die Demodulation wird das Messsignal wiedergewonnen, während das $1/f$ -Rauschen in hohe Frequenzbereiche verschoben wird und somit durch Filterung entfernt werden kann.

In einem Δ/Σ -Modulator kann die Verwendung eines Modulationsverstärkers zu einer Totzone führen. Die Übertragungseigenschaften für das Eingangssignal werden durch den Modulationsverstärker nicht verändert. Ein im Verstärker auftretender elektronischer Offset wird jedoch mit der Frequenz des Demodulators moduliert und tritt somit als hochfrequentes Signal in die Schleifenstruktur ein. Diese beiden Signale werden in ihrer Amplitude durch den Quantisierer verglichen. Solange das Eingangssignal des Δ/Σ -Modulators, welches als konstant angenommen wird, am Quantisierereingang kleiner ist als das des modulierten Offsetsignals, bestimmt das modulierte Offsetsignal alle Entscheidungen des Quantisierers. Das Ausgangssignal bildet dann die Modulationsfrequenz ab und ist folglich im zeitlichen Mittel null. Eine Totzone $F_{Totzone,chopper}$ ist die Folge, deren Breite durch die Offsetspannung V_{offset} gegeben ist:

$$F_{Totzone,chopper} = \frac{V_{offset}}{K_{el}k_{eff}}; \quad G_{mech}(0) = k_{eff}$$

Eine entsprechende Totzone entsteht, wenn anstelle des Offsets des Messverstärkers das Modulationssignal in den unmodulierten Signalpfad einkoppelt. Einfachste Möglichkeit in der Praxis diese Totzone zu vermeiden, ist die Unterlassung einer Modulationsschaltung und die Erreichung der $1/f$ -Rauschunterdrückung mittels anderer Methoden, z.B. mit der Methode des correlated double samplings (Abschnitt 2.6.3.2). Kann auf eine Modulationsschaltung nicht verzichtet werden, wird ein Offsetabgleich des Messverstärkers zur Vermeidung der Totzone benötigt.

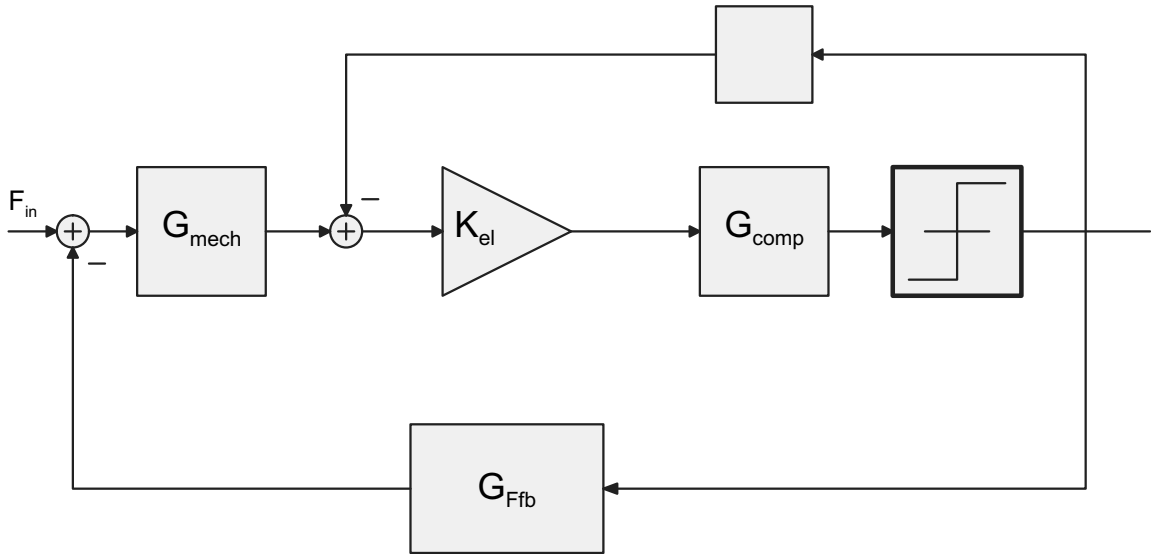


Abb. 3.19: Δ/Σ -Modulator mit parasitärer Koppelung γ des Feedbacksignals in den Messpfad.

Eine weitere Totzone entsteht durch parasitäre Koppelung γ des Feedbackbits in den Verstärkerpfad (Abb. 3.19). Verursacht diese Koppelung ein stärkeres Signal als das im Rückkoppelzweig bei der halben Abtastfrequenz $f_s/2$, bestimmt diese Koppelung das Signal und die Entscheidung am Quantisierer. Mit Hilfe der harmonischen Balance lässt sich zeigen, dass sich dann ein Grenzyklus bei $f_s/2$, ein sogenannter (1,-1)-Zyklus, einstellt, sofern der Schleifenfilter das Verhalten nicht überkompensiert [69]. Dieser Grenzyklus ist daher von demjenigen der Totzone $F_{Totzone}$ nach Gl. 3.8 unterscheidbar, da der Grenzyklus der Totzone $F_{Totzone}$ einen (1,1,-1-1)-Zyklus darstellt. Die dazugehörige Totzone $F_{Totzone,\gamma}$ für ein konstantes Eingangssignal ergibt sich unter der Annahme, dass die Übertragungsfunktion des Sensorelements eine 180° -Phasenverschiebung bei $f_s/2$ erzeugt zu:

$$F_{Totzone,\gamma} = \frac{\gamma - G_{mech}(\pi f_s)}{G_{mech}(0)} \approx \frac{\gamma - \frac{1}{\pi^2 f_s^2 m}}{k}; \quad G_{mech}(\pi f_s) < \gamma$$

Hierbei bezeichnet m die Masse des Sensors und k die Federkonstante des Sensors.

Bei zeitmultiplexer Messung und Kraftrückkoppelung an denselben Elektroden, kann eine derartige Koppelung durch parasitäres elektrisches Übersprechen an den Bauelementen (Transistoren), die die Elektroden beschalten, entstehen. Ferner kann es in einer 2-Chip-Lösung zu einem elektrischen Übersprechen zwischen dem Bonddraht, der das Feedbackbit auf den mikromechanischen Chip überträgt, und den Bonddrähten, welches das Positionsmesssignal führen, kommen.

3.4 Mehrdimensionale Δ/Σ -Regelschleifen

In diesem Abschnitt werden mehrdimensionale mikroelektromechanische Δ/Σ -Regelschleifen untersucht. Die Analyse von Δ/Σ -Modulatoren wird hierfür auf den mehrdimensionalen Fall erweitert. Beispielhaft wird gezeigt, dass ein erstes Regelkonzept, welches als mehrdimensionale Δ/Σ -Systemarchitektur vorgestellt worden ist [62, 27], durch die wechselseitige Koppelung der Regelschleifen in seinen Eigenschaften beeinträchtigt wird. Ein neues, verbessertes Regelkonzept wird vorgestellt. Dieses umgeht die Schwachstellen des ersteren, die von den nichtlinearen Eigenschaften der Δ/Σ -Modulatoren herrühren.

Die Forderung nach zunehmender Integration in der Mikrosystemtechnik führt zu immer komplexeren Systemen. In der Inertialsensorik verdeutlicht sich diese Tendenz in Form von mehrdimensionalen Systemen, die nur eine seismische Masse zur Detektion von mehreren der sechs Beschleunigungsfreiheitsgrade⁷ benutzen [71]. Speziell für solche Systeme sind kraftrückgekoppelte Messschleifen vorzuziehen, da damit Nichtlinearitäten und wechselseitige Koppelung zwischen den einzelnen Detektionsrichtungen, die durch die Auslenkung der seismischen Masse hervorgerufen werden, vermieden werden können. Verwendung von Δ/Σ -Architekturen als Mess- bzw. Regelschleife in den einzelnen Detektionsrichtungen bietet neben diesem Vorteil zusätzlich den einer A/D-Wandlung, den einer Vermeidung einer nichtlinearen Kraftrückkoppelung und den einer perfekten Kompatibilität zur CMOS-Schaltungstechnik.

Beim Entwurf einer solchen mehrdimensionalen Regelung muss jedoch die Koppelung der einzelnen Regelkreise durch die gemeinsame seismische Masse beachtet werden. Im Folgenden wird beispielhaft erläutert, wie diese Koppelung sich negativ auf das nichtlineare Verhalten der Δ/Σ -Architekturen auswirken kann.

Vorausgreifend auf das Kapitel 5 soll dabei das zweidimensionale Problem der Ausregelung einer freischwebenden Struktur betrachtet werden. Abb. 3.20 zeigt eine derartige Anordnung mit 4 Elektrodenpaaren, mit Hilfe derer die Platte in vertikaler Position z und im Verkipfungswinkel φ festgehalten werden soll.

Ein übliches Regelkonzept für mehrdimensionale Strukturen sieht vor, die Auslenkung x_i der Struktur an n -Stellen zu vermessen und unter ausschließlicher Verwendung des jeweiligen Messergebnisses die Auslenkung an diesen n -Stellen zu kompensieren. Systeme, die auf diesem Regelkonzept beruhen, wurden z.B. von Fedder [27], Lemkin [71] und Kraft [62] beschrieben. Sind die Regelkreise in Δ/Σ -Architektur ausgeführt, entsprechen die einzelnen Δ/Σ -Regelkreise den eindimensionalen aus dem vorhergehenden Kapitel. Sie sind folglich idealerweise in der Elektrik vollständig voneinander entkoppelt, lediglich die Mechanik führt zu einer Koppelung der Regelkreise.

Bezogen auf obiges Beispiel bedeutet dies, dass für die rechte und für die linke Seite je-

⁷linear: x,y,z-Achse, rotatorisch: ϕ , θ , φ -Winkel

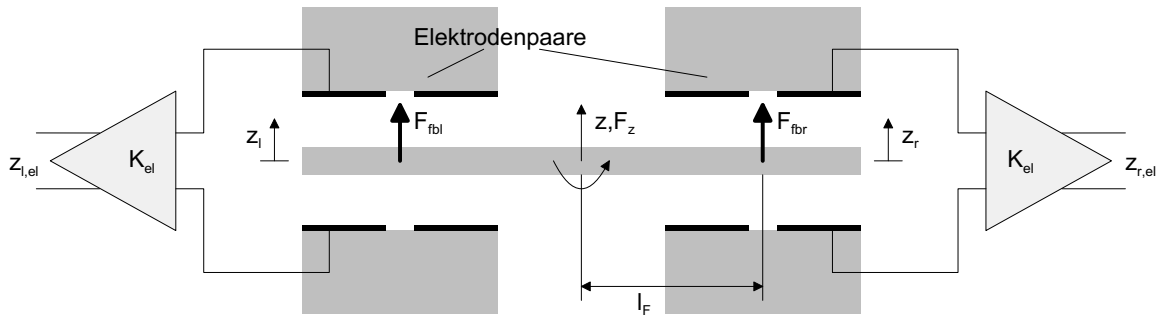


Abb. 3.20: Freischwebende Platte, die mittels vier Elektrodenpaare in ihrer horizontalen Position z und in ihrer Verkipfung φ geregelt wird.

weils eine separate Δ/Σ -Regelschleife aufgebaut wird: Die Auslenkung $z_{i,el}$ wird gefiltert (Stabilität), quantisiert und ein Rückkoppelkraftimpuls $F_{fb,i}$ wird auf dem entsprechenden Elektrodenpaar erzeugt. Abb. 3.21 zeigt den dazugehörigen Signallaufplan.

Arbeiten beide zeitdiskreten Untersysteme synchron, gibt es nur zwei Rückkoppelzustände (Abb. 3.22): einen der die vertikale Komponente z des Systems anregt und einen der die torsionale Komponente φ anregt. Dabei wird die vertikale Komponente angeregt, wenn die Entscheidung der zwei Quantisierer gleich ausfällt, und die torsionale, wenn sie unterschiedlich ist. Der erste Fall liegt aber genau dann vor, wenn die gefilterte⁸, vertikale Auslenkung z größer ist als diejenige Auslenkung z_φ , die auf die torsionale Verkipfung φ zurückzuführen ist. Dies ermöglicht eine alternative Darstellung dieser zweidimensionalen Regelung.

⁸Da das System linear modelliert ist, kann der Kompensationsfilter in Abb. 3.22 vor das Verkoppelungsglied geschoben werden.

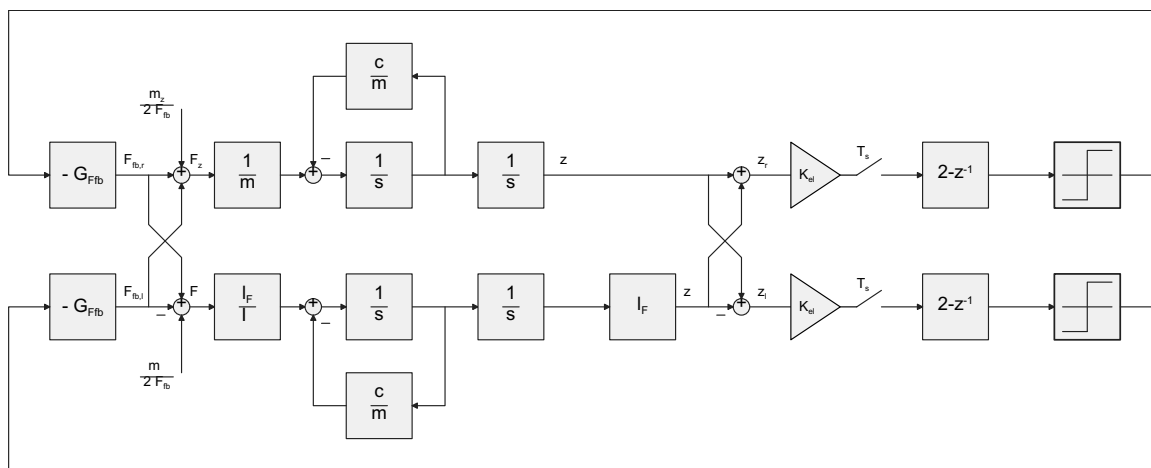


Abb. 3.21: Signallaufplan einer nicht entkoppelten zweidimensionalen Δ/Σ -Regelung einer freischwebenden Platte. Die Quantisierung wird auf die rechte und linke vertikale Auslenkung z_r, z_l angewandt.

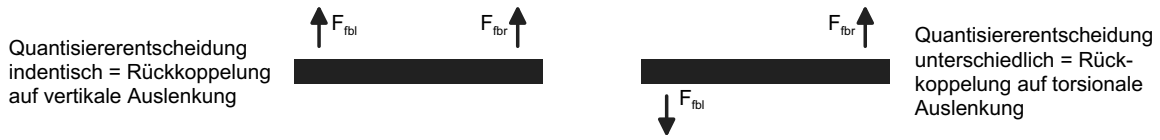


Abb. 3.22: Rückkoppelzustände bei einer zweidimensionalen, freischwebenden Platte und bei Quantisierungen, die auf die rechte und linke Auslenkung z_r, z_l der Platte angewandt werden.

Das Gesamtverhalten lässt sich daher besser mit einem "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierer" erklären, der im Signallaufplan in Abb. 3.23 abgebildet ist. Die entsprechende nichtlineare Funktion N_{2D4} ist:

$$N_{2D4}(z, \varphi) = \begin{pmatrix} N_1(z, \varphi) \\ N_2(z, \varphi) \end{pmatrix}$$

$$N_1 = \begin{cases} 1 & \text{für } z > 0; |z| > |\varphi| \\ -1 & \text{für } z < 0; |z| > |\varphi| \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}; \quad N_2 = \begin{cases} 1 & \text{für } \varphi > 0; |z| < |\varphi| \\ -1 & \text{für } \varphi < 0; |z| < |\varphi| \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Abb. 3.23 verdeutlicht, dass bei Verwendung des ersten Rückkoppelkonzeptes die Schleifen bis auf den "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierer" entkoppelt sind. Dieser verhält sich wie zwei normale, getrennt arbeitende Quantisierer, mit dem Unterschied, dass er während

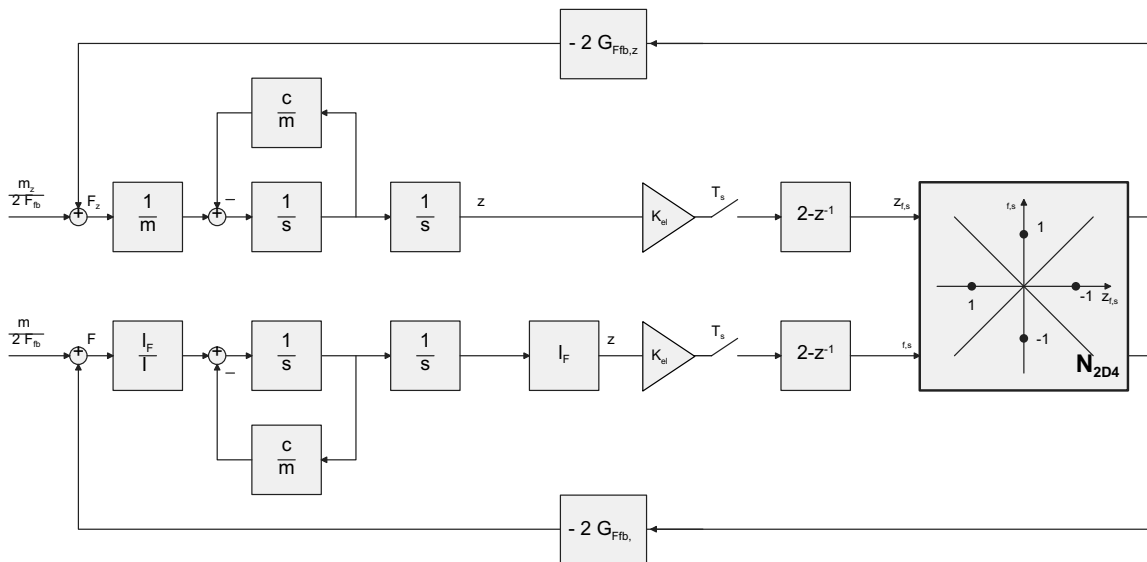


Abb. 3.23: Signallaufplan einer zweidimensionalen Δ/Σ -Regelung einer freischwebenden Platte. Die Quantisierung wird mittels eines "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers" beschrieben.

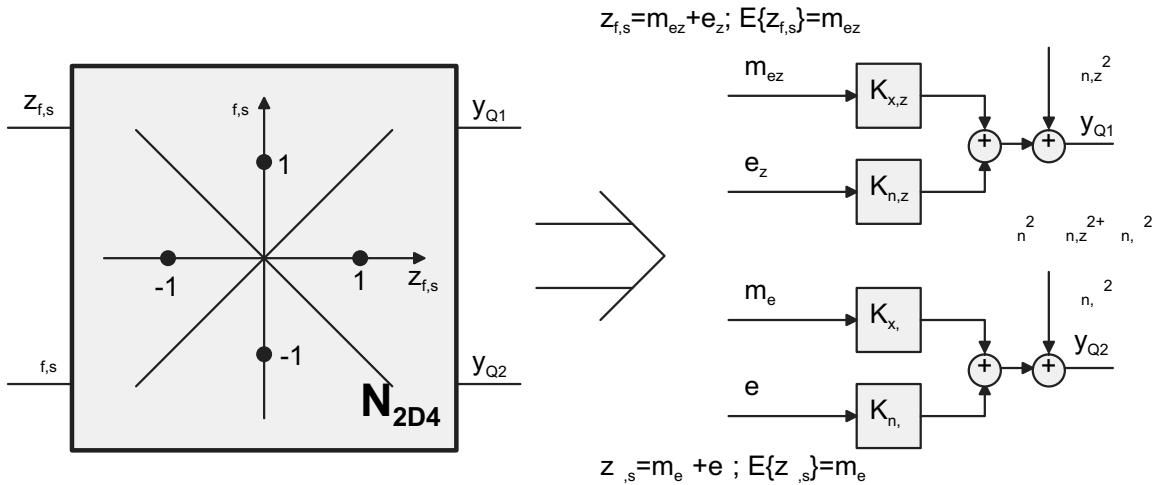


Abb. 3.24: Ersatzschaltbild des "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers".

eines Rückkoppelintervalls nur die Rückkoppelung auf eine der beiden Schleifen erlaubt. Der erzeugte Bitstrom teilt sich somit auf die zwei Regelschleifen auf. Da die Entscheidung, auf welche Regelschleife zurückgekoppelt wird, von der Amplitude des entsprechenden Signals am Eingang des Quantisierers abhängt, wirkt sich indirekt die Dynamik der jeweiligen Regelkreise auf den Entscheidungsprozess aus. Speziell jener Regelkreis, dessen offene Kreisverstärkung des linearen Untersystems größer ist, wird im Entscheidungsprozess bevorzugt werden, da die Rückkoppelung stärker auf den Eingang des Quantisierers durchgreift.

Um die Auswirkungen auf die Regelung und die Messsignale zu untersuchen, soll basierend auf dem Vorgehen von Ardan und Paulos [41] ein lineares Modell des "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers" erstellt werden. Hierzu wird der Quantisierer durch ein lineares Modell (Abb. 3.24) ersetzt, dessen Verstärkungsfaktoren durch Minimierung des quadratischen Fehlers zwischen Modell und Quantisierer bestimmt werden. Dieses wird im Anhang A durchgeführt und ergibt, dass die Verstärkungsfaktoren K_{ni} bezüglich des stochastischen Anteils E_i des Quantisierereinganges indentisch sind:

$$K_{n,i} = K_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_{e,z}^2 + \sigma_{e,\varphi}^2}} e^{-\frac{m_{ez}^2 + m_{e\varphi}^2}{2(\sigma_{e,z}^2 + \sigma_{e,\varphi}^2)}} \cosh\left(\frac{m_{ez} m_{e\varphi}}{\sigma_{e,z}^2 + \sigma_{e,\varphi}^2}\right)$$

Dieses Ergebnis wird innerhalb der Analyse benutzt. Zusätzlich zu den Annahmen für den eindimensionalen Fall (Abschnitt 3.3) muss eine Annahme bezüglich der Aufteilung des Quantisierungsrauschleistung σ_n^2 auf die zwei Regelkreise getroffen werden. Hierfür wird folgende Überlegung getroffen: Sind beide Regelkreise stabil, wird auf beide Regeleingänge zurückgekoppelt, da ansonsten, aufgrund des integrierenden Charakters der Übertragungsfunktion des Sensorelementes, einer der Regelkreise aufschwingen würde, da ein anliegendes Eingangssignal nicht kompensiert werden würde. Damit fallen die Entscheidungen

des "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers" abwechselnd auf beiden Rückkoppelzweigen aus, wobei die relative Häufigkeit der Entscheidungen auf die einzelnen Zweige der hier gestellten Frage nach der Aufteilung des Quantisierungsrauschens entspricht. Unabhängig von der relativen Häufigkeit enthält dann jedoch das Rückkoppelsignal beider Zweige in einem niederfrequenten Frequenzbereich Quantisierungsrauschen, welches ebenfalls das Sensorelement anregt. Um ein Aufschwingen des Sensorelementes durch das zurückgekoppelte Quantisierungsrauschen zu vermeiden, muss in diesem gesamten Frequenzbereich die Rückkopplung aktiv sein. Sind beide Rückkopplungen aktiv, bedeutet das, dass die Eingangssignale am Quantisierer über diesen gesamten niederfrequenten Frequenzbereich gleich groß sind, da sonst nur auf den Regelkreis mit dem größeren Eingangssignal zurückgekoppelt werden würde. Die spektralen Rauschleistungsdichten am Eingang des Quantisierers, die von den zwei Quantisierungsrauschquellen herrühren, müssen somit gleich groß im niederfrequenten Frequenzband sein. Damit sind jedoch die beiden Quantisierungsrauschleistungsanteile $\sigma_{n,i}$ der zwei Regelschleifen identisch:

$$S_{n,e,i}(s) = \left| \frac{G_{0,i}(s)}{1 + G_{0,i}(s)K_{n,i}} \right|^2 \sigma_{n,i}^2 2T_s \xrightarrow{s \ll \frac{2\pi}{T_s}} \frac{1}{K_n^2} \sigma_{n,i}^2 2T_s$$

$$G_{0,z}(s) = \frac{2 \frac{1}{m} G_{F_{fb,z}}(s) K_{el} (2 - e^{-sT_s})}{s (s + \frac{c}{m})}; \quad G_{0,\varphi}(s) = \frac{2 \frac{l_f^2}{I_\varphi} G_{F_{fb,\varphi}}(s) K_{el} (2 - e^{-sT_s})}{s (s + \frac{c}{m})}$$

$$\text{wegen} \quad S_{n,e,z} \left(s \ll \frac{2\pi}{T_s} \right) = S_{n,e,\varphi} \left(s \ll \frac{2\pi}{T_s} \right) \quad \Rightarrow \quad \underline{\sigma_{n,z}^2 = \sigma_{n,\varphi}^2}$$

Hierbei bezeichnet $S_{n,e,i}$ die Quantisierungsrauschleistungsdichte am Quantisierereingang, $G_{0,i}$ die Übertragungsfunktion des offenen Kreises ohne Verstärkungsfaktor des Quantisierers und I_φ das Trägheitsmoment der freischwebenden Platte bzgl. der φ -Achse

Unterscheiden sich, wie im angegebenen Beispiel, die offenen Regelkreise der zwei Zweige nur in einem Verstärkungsfaktor, dann verhält sich die spektrale Dichte der ausgangsbegrenzten Quantisierungsrauschamplituden beider Regelschleifen im niederen Frequenzraum entsprechend dem Verhältnis der Verstärkungsfaktoren in den offenen Regelkreisen:

$$S_{n,output,i}(s) = \left| \frac{1}{1 + G_{0,i}(s)K_{n,i}} \right|^2 \sigma_{n,i}^2 2T_s \xrightarrow{s \ll \frac{2\pi}{T_s}} \frac{1}{|G_{0,i} \left(s \ll \frac{2\pi}{T_s} \right) K_{n,i}|^2} \sigma_{n,i}^2 2T_s$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{S_{n,output,z} \left(s \ll \frac{2\pi}{T_s} \right)}{S_{n,output,\varphi} \left(s \ll \frac{2\pi}{T_s} \right)}} = \frac{G_{0,\varphi}(0)}{G_{0,z}(0)} = \frac{m}{I_\varphi} l_f^2$$

Dieses Verhältnis entspricht dem Verhältnis der spektralen Dichten der eingangsbezogenen Quantisierungsrauschamplitude im niederen Frequenzraum, die das Auflösungsvermögen bzw. den dynamischen Bereich der Δ/Σ -Modulation bestimmen. Sind die Verstärkungsfaktoren der offenen Kreise unterschiedlich, bewirkt dieses Regelkonzept ein unterschiedliches Auflösungsvermögen und einen unterschiedlichen dynamischen Bereich der Regelung entlang der z -Achse und der Regelung entlang der φ -Achse. Dies ist vor allem dann störend, wenn die Regelung auch als Messschaltung der in diesen Freiheitsgraden angreifenden Kräfte dienen soll.

Nichtlineare numerische Simulation der Regelkreise bestätigt dieses analytische Modell. Abb. 3.25 vergleicht die mit nichtlinearer numerischer Simulation ermittelten Ausgangsspektren der beiden gekoppelten Regelkreise mit den vom analytischen Modell ermittelten. Die verwendeten Systemparameter sind in Tab. 3.1 zusammengefasst. Der vom analytischen Modell ermittelte Wert einer um 17,7 dB höheren spektralen Quantisierungsrauschleistungsdichte $S_{n,output,z}$ im niederfrequenten Ausgangssignal der Regelung entlang der z -Achse gegenüber der Quantisierungsrauschleistungsdichte $S_{n,output,\varphi}$ der Regelung um die φ -Achse ergibt sich auch in der numerischen Simulation.

Da die Annahme über die Aufteilung der Quantisierungsrauschleistung σ_n^2 des "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers" anhand von Kriterien im niederfrequenten Bereich

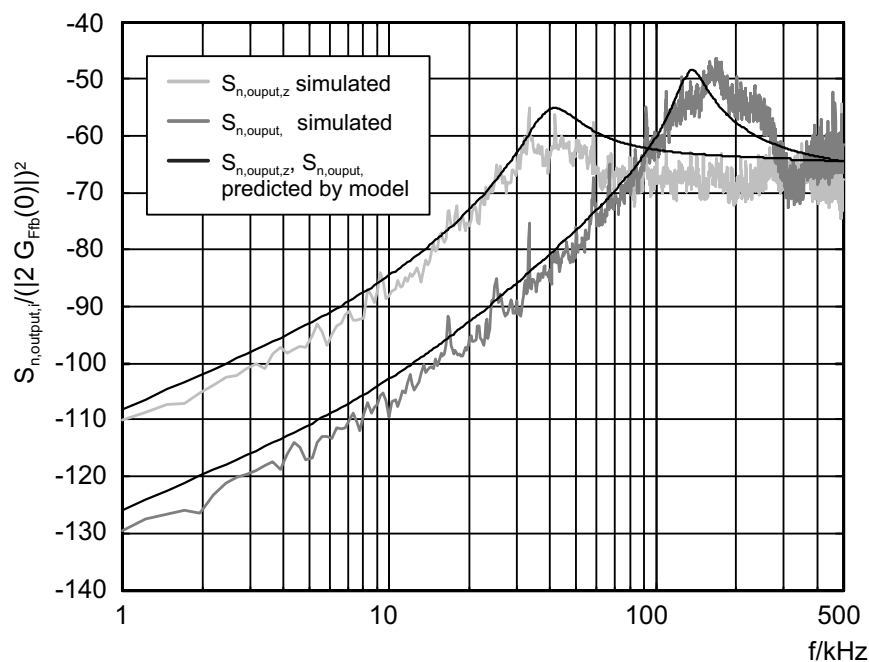


Abb. 3.25: Ausgangsspektren der Regelung der freischwebenden Platte bei Betrieb ohne Entkoppelung der Δ/Σ -Modulatoren bzw. mit "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers". Vergleich von analytischem Modell mit nichtlinearer, numerischer Simulation.

der Übertragungsfunktionen der Regelkreise erfolgt ist, erhält man eine sehr gute Übereinstimmung im niederfrequenten Bereich zwischen analytischem Modell und numerischer Simulation. Im hochfrequenten Bereich überschätzt das analytische Modell leicht die Quantisierungsrauschleistungsdichte $S_{n,output,z}$. In diesem Bereich trifft die Aufteilung der Quantisierungsrauschleistung σ_n^2 auf die zwei Regelkreise in zwei gleich große Anteile nicht mehr zu. Eine unterschiedliche Aufteilung kann im analytischen Modell aufgrund der Annahme eines weißen Quantisierungsrauschens nicht eingeführt werden. Da für die Signalwandlung jedoch das Noise-Shaping im niederfrequenten Bereich relevant ist, liefert das analytische Modell gute Ergebnisse.

Abb. 3.25 veranschaulicht, dass die getrennte Δ/Σ -Regelung an zwei voneinander verschiedenen Punkten der freischwebenden Platte (erstes Regelkonzept) zu Lasten der Auflösungsgenauigkeit und des dynamischen Bereichs der Messung der in Richtung der z -Achse angreifenden Nettokraft geht. Da nur ein geringer Teil der Rückkoppelintervalle, aufgrund der kleineren offenen Kreisverstärkung des dazugehörigen Regelkreises, auf die Regelung der Auslenkung entlang der z -Achse entfallen, verändert sich das "Noise Shaping" mit diesem unerwünschten Resultat. Die Regelung um die φ -Achse hingegen wird kaum beeinträchtigt in ihren Δ/Σ -Architektureigenschaften, da die meisten Rückkoppelintervalle auf sie entfallen. Möchte man diese Beeinträchtigung der Regelung vermeiden, muss ein neues Regelkonzept für dieses Problem angewandt werden, welches speziell das Problem der aufgeteilten Rückkoppelintervalle umgeht.

Im Folgenden wird daher ein solches neues Regelkonzept, welches Abhilfe schafft, vorgestellt. Grundlegende Idee hinter dem Regelkonzept ist, zwei autark voneinander arbeitende Regelschleifen zu bekommen, die sich dann in ihren Eigenschaften nicht gegenseitig beeinträchtigen. Diese Idee führt zum klassischen Ansatz der Entkoppelung einer Mehrgrößenregelung [29], der besagt, dass die gekoppelten Regelkreise derartig zu erweitern sind, dass die erweiterte Regelung den zwei ursprünglichen, jedoch entkoppelten Regelkreisen entspricht. Die Umsetzung dieses Ansatzes in Bezug auf Δ/Σ -Modulatoren bedarf eines Eingriffs an zwei Stellen der Regelschleifen: Die Regelschleifen müssen zum einen um eine Auswertung

m	2,3 ng
I_φ	$12 \cdot 10^{-18} \text{ kgm}^2$
l_F	$200 \mu\text{m}$
F_{fb}	213,5 nN
$\frac{m}{I_\varphi} l_F^2$	7,68 (17,7 dB)
m_z	0,00835
m_φ	0,01335
$K_n \approx K_x$	$3.274 \cdot 10^8$

Tab. 3.1: Verwendete Simulationsparameter und ermittelte Modellparameter für eine zweidimensionale freischwebende Platte. Die Parameter entsprechen einer $4 \mu\text{m}$ dicken quadratischen Platte mit einer Seitenlänge von $500 \mu\text{m}$, mit einem Elektrodenabstand von $1 \mu\text{m}$ und einer Rückkoppelspannung von 1V.

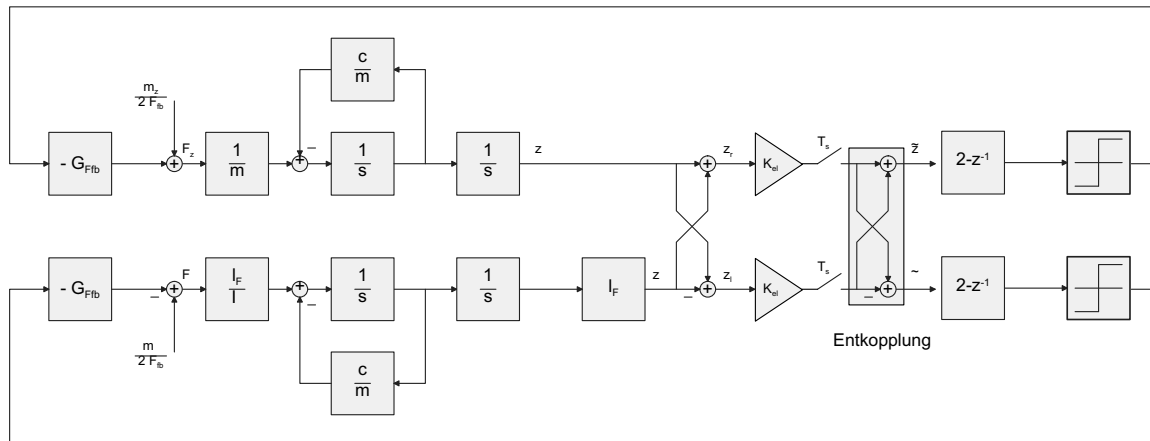


Abb. 3.26: Signallaufplan mit entkoppelter Regelung der zweidimensionalen freischwebenden Platte.

erweitert werden, welche aus den gemessenen Auslenkungen die eigentlichen Regelgrößen ermittelt (hier Auslenkung entlang der z -Achse und Verkippung um die φ -Achse). Zum ändern ist das Rückkoppelkonzept derart abzuändern, dass die Rückkoppelsignale aus der Regelung einer dieser Regelgrößen sich ausschließlich auf diese Regelgröße auswirken und dass in jedem Abtastintervall eine Rückkopplung auf beiden Regelgrößen stattfindet.

Die Ermittlung der Regelgrößen aus den gemessenen Auslenkungen im analogen Schaltungsteil ist dabei der entscheidende Schritt, um die Eigenschaften der Δ/Σ -Architektur zu verbessern. Denn, wenn zwei Regelgrößen auf die Entscheidung eines Quantisierers einwirken, dann entsteht die zuvor geschilderte Problematik, dass eine der Regelgrößen in dem binären codierten Signal für die Rückkopplung nicht enthalten ist. Um dies zu vermeiden, müssen hierfür die gemessenen Auslenkungen derart gewichtet und summiert werden, dass die Summen die eigentlichen Regelgrößen darstellen. Diese Regelgrößen werden dann quantisiert. Der Signallaufplan in Abb. 3.26 zeigt dies für das Beispiel der freischwebenden Platte. Liegt die Δ/Σ -Messschaltung in “Switched Capacitor”-Technik vor, lässt sich die erforderliche gewichtete Addition kostengünstig innerhalb des Kompensators $2 - z^{-1}$ durch geänderte Beschaltung und Aufteilung der dort vorhandenen Kapazitäten realisieren.

Mit den quantisierten Regelgrößen wird dann eine Entkoppelung der Δ/Σ -Schleifen erreicht, wenn die Rückkopplung derart umgestaltet wird, dass die quantisierte und rückgekoppelte Regelgröße sich nur auf diese auswirkt. Im Signallaufplan aus Abb. 3.26 ist ein solches Verhalten angenommen worden. Da nur diskrete Rückkoppelsignale benötigt werden, ist die Umsetzung dieser Forderung einfacher als beim vergleichsweisen analogen Fall. Es wird angenommen, dass für jede Regelgröße ein Kraftimpulsmuster in Bezug auf die Angriffstellen am Sensorelement existiert, das dieser Bedingung genügt. Für die zweidimensionale Platte wären dies die in Abb. 3.22 gezeigten Muster. Da während eines Abtastintervalls alle Regelgrößen gleichzeitig zurückgekoppelt werden und die Mechanik als linear angenommen wird, können diese Kraftmuster superpositioniert werden, um das effektiv

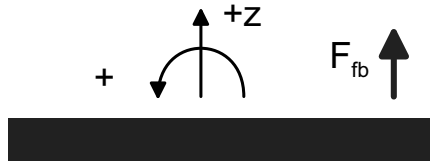


Abb. 3.27: Rückkoppelmuster für eine positive Rückkopplung entlang der z -Achse und um die φ -Achse.

auf dem Sensorelement aufzubringende Kraftmuster zu erhalten. Jeder Kombination der Quantisierzustände kann man dann ein Kraftmuster an den Einwirkstellen zuordnen, das der gewünschten, entkoppelten Rückkopplung auf die einzelnen Regelgrößen entspricht.

Für die hier beschriebene zweidimensionale Regelung einer freischwebenden Platte erhält man ein besonders günstiges Rückkoppelschema, wenn die Kraftamplituden der Kraftmuster in Bezug auf ein Rückkoppsignal gleich groß gewählt werden. Dies bewirkt vollständige positive oder negative Interferenz der Kräfte an einer Einwirkstelle bei der Superposition dieser Kraftmuster. Unabhängig vom Zustand der Quantisierer ist dann jeweils nur eine Kraft konstanter Amplitude an einer der Einwirkstellen am Sensorelement anzubringen. Abb. 3.27 zeigt diese anzubringende Kraft für eine positive Rückkopplung entlang der z -Achse und eine positive Rückkopplung um die φ -Achse. Für alle Rückkoppzustände muss folglich nur eine Spannung vorgehalten werden, sofern die Platte in der Mittellage zwischen den Elektroden ausgeregelt werden soll. Im Vergleich zum ersten Regelkonzept ist folglich kein schaltungstechnischer Mehraufwand notwendig, lediglich eine Neuauslegung der Logik, die die Beschaltung der Rückkoppелеktroden in Abhängigkeit der Quantisierzustände bestimmt. Außerdem ist es vorteilhaft, die Rückkoppелеktroden mit nur einem Spannungspegel mit entsprechenden Stabilitätsanforderungen zu beschalten, da die Schwankungen des Rückkoppsignals eines Δ/Σ -Modulators kleiner dessen Auflösungsvermögen sein müssen, um das Auflösungsvermögen nicht zu beeinträchtigen.

Mit der geänderten Rückkopplung und mit der Ermittlung der Regelgrößen aus den gemessenen Auslenkungen sind die einzelnen Regelkreise als entkoppelt beschreibbar. Man kann dann ihre Analyse mit den Verfahren für eindimensionale Δ/Σ -Modulatoren aus Abschnitt 3.3 durchführen. Es gibt folglich keine gegenseitige Beeinträchtigung ihrer Wandlungseigenschaften. Das Quantisierungsrauschen im niederen Frequenzraum entspricht dann dem, welches durch die Tiefpassfilterung des mechanischen Sensorelementes zu erwarten ist.

Abb. 3.28 verifiziert mittels nichtlinearer numerischer Simulation die Entkopplung für das Beispiel der freischwebenden Platte: Das ausgangsbezogene Quantisierungsrauschen von nichtlinearer numerischer Simulation entspricht dem des analytischen Modells der einzelnen Regelkreise. Deutlich ist das identische "Noise Shaping" für beide Regelgrößen zu erkennen, welches auf eine identische Tiefpasscharakteristik des mechanischen Sensorelementes bzgl. der zwei Regelgrößen zurückzuführen ist. Eine Beeinträchtigung des Signalrauschabstandes des Messsignals der Auslenkung entlang der z -Achse um 17.7dB durch das Quantisierungs-

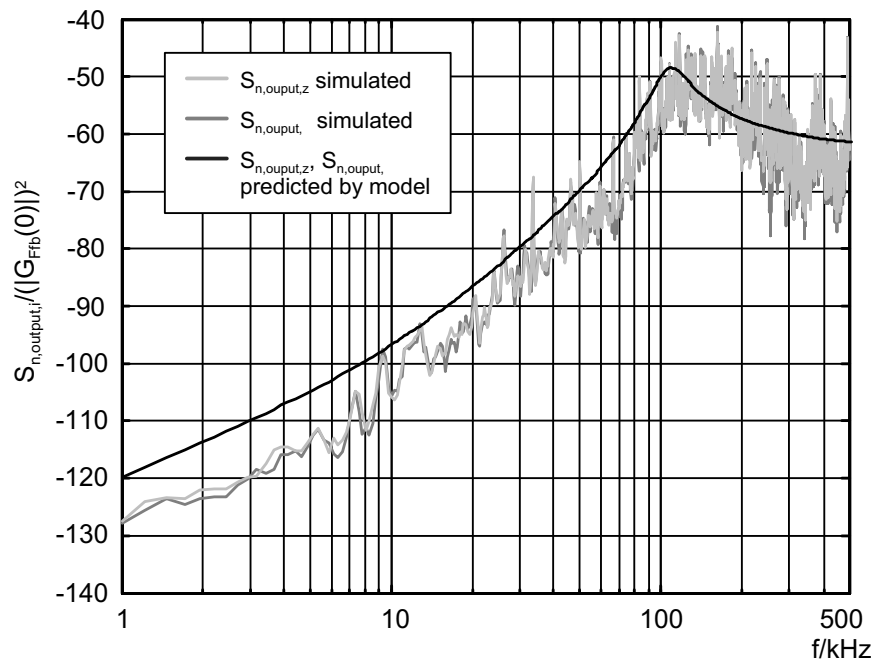


Abb. 3.28: Ausgangsspektren der Regelung der freischwebenden Platte mit entkoppelter Auslegung der Δ/Σ -Modulatoren. Vergleich von analytischem Modell mit nichtlinearer numerischer Simulation.

rauschen im niederen Frequenzraum findet bei diesem zweiten Regelkonzept nicht statt. Bemerkenswert ist, dass dieses neue Regelkonzept mit seinen verbesserten Eigenschaften nur durch Änderung der Beschaltungslogik und Messlogik, d.h. ohne zusätzlichen Schaltungsaufwand, auskommt.

4 Methode zur Makromodellierung gedämpfter mikroelektromechanischer Strukturen

Dieses Kapitel beschreibt eine Methode für die Erstellung von Makromodellen mikroelektromechanischer Strukturen. Diese Makromodelle charakterisieren die fluidischen, elektrischen und mechanischen Eigenschaften einer mikroelektromechanischen Struktur und die in ihr auftretenden Koppelungen zwischen verschiedenen physikalischen Energieformen. Sie sind für eine numerisch effiziente Systemsimulation ausgelegt. Bei der in dieser Methode enthaltenen Modellreduktion bleiben diejenigen Charakteristika der Struktur erhalten, die bei deren Einsatz in einer kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Regelschleife ihr Verhalten maßgeblich beeinflussen. Die dort auftretende Anregung von Eigenmoden wird mit dem beschriebenen Makromodell abgedeckt.

Nach einer Einführung in die Anforderungen an Makromodelle von mikroelektromechanischen Strukturen in Δ/Σ -Schleifen und in die Vorgehensweise der hier vorgestellten Methode werden die physikalischen Grundlagen des beschriebenen Makromodells aufgeführt. Ein finites Element für die physikalische Darstellung einer gedämpften Plattenstruktur wird beschrieben. Der darauffolgende Abschnitt beschreibt die Modellreduktion zum Makromodell einer solchen physikalischen Darstellung der mikroelektromechanischen Struktur. Das Kapitel schließt mit einem Simulationsbeispiel.

4.1 Anforderungen an Makromodelle mikroelektromechanischer Strukturen in Δ/Σ -Regelschleifen

In den Untersuchungen von mikroelektromechanischen Δ/Σ -Regelschleifen in den vorausgehenden Kapiteln wird stets von der in Kapitel 2 gemachten Annahme ausgegangen, dass das fluidische und mechanische Teilsystem der mikroelektromechanischen Struktur durch ein oder mehrere gedämpfte Feder-Masse-Systeme beschreibbar sind. Das Feder-Masse-System setzt sich dabei aus den konzentrierten Elementen Masse, Feder und Dämpfer zusammen, wobei jedes dieser konzentrierten Elemente einer der Teilstrukturen der mikroelektromechanischen Struktur entspricht. Die Bewegungsfreiheitsgrade einer (räumlichen) Masse sind

durch diese Beschreibung auf die sechs Freiheitsgrade eines Starrkörpers beschränkt. Federn und Dämpfer sind masselos.

Mikromechanisch gefertigte Strukturen sind in Wirklichkeit keine Starrkörper. Vielmehr werden in der Oberflächenmikromechanik Massen und Federn aus ein und derselben Materialschicht gefertigt, so dass auch die Massen flexibel und die Federn verteilte Massen sind. Die gesamte mikroelektromechanische Struktur ist als ein in sich bewegliches Element zu verstehen. Dabei sind im Gegensatz zu vielen makroskopischen Systemen aufgrund der extremen Aspektverhältnisse von Höhe, Breite und Tiefe in mikroelektromechanischen Systemen die Verformungen der Massen gegenüber ihrer Starrkörperbewegungen nicht zu vernachlässigen.

Aus Kapitel 3 ist bekannt, dass bei kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulatoren das Rückkoppelsignal aus einem breitbandigen, energiereichen Rauschen besteht (Abb. 4.1). Da dieses auf die Struktur als Kraftsignal einwirkt, können Eigenschwingungen und damit Verformungsmoden der mikromechanisch gefertigten Struktur angeregt werden. Eine derartige Anregung kann sich auf das gesamte Systemverhalten auswirken, sowohl hinsichtlich der Stabilität der Regelschleife als auch hinsichtlich der Wandlungscharakteristik der Messung. Bei der Analyse von mikroelektromechanischen Δ/Σ -Regelschleifen reicht es daher nicht aus, die Bewegung der mikroelektromechanischen Struktur auf Starrkörperbewegungen konzentrierter Massen zurückzuführen, sondern die verwendeten Modelle müssen gedämpfte Eigenschwingungen der mikroelektromechanischen Struktur im Frequenzbereich des Δ/Σ -Modulators berücksichtigen. Die Ergebnisse dieses Kapitels, Simulationsergebnisse von freischwebenden Strukturen [44] und eine Designregel für Messfinger von kapazitiven Interdigitalstrukturen in kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Wandlern [92] bestätigen dies.

Neben der Anregung von Eigenschwingungen erzeugt die Intermodulations-Verzerrung aufgrund von Nichtlinearitäten [79] einen weiteren Fehlermechanismus in Δ/Σ -Modulatoren. Sie demoduliert die hochfrequenten, energiereichen Töne in das Basisband. Um diesen Effekt nachbilden zu können, müssen die Modelle der mikroelektromechanischen Struktur die auftretenden Nichtlinearitäten ebenfalls abbilden, z.B. die Nichtlinearität der Spannungs-Kraftwandlung und der kapazitiven Wegmessung. Aus Abschnitt 3.4 ist bekannt, dass in mehrdimensionalen Regelschleifen eine auftretende Koppelung zwischen den einzelnen Regelgrößen die Wandlungseigenschaften des Modulators entscheidend beeinflussen kann. Auftretende Koppelungseffekte müssen daher ebenfalls wiedergegeben werden.

Neben diesen Anforderungen, nämlich physikalische Mechanismen im Modell einer mikroelektromechanischen Struktur darzustellen, gibt es Anforderung an die Effizienz des Modells. Die erste davon ist, dass das Modell numerisch effizient sein muss. Aussagen über das Stabilitätsverhalten und die Wandlungscharakteristik von Δ/Σ -Modulatoren erfordern stets lange transiente Simulationen, da die Δ/Σ -Modulation ein frequenzbasiertes Verfahren ist. Ein numerisch aufwendiges Modell, wie z.B. ein FE-Modell, wäre ineffizient. Das Makromodell muss daher gegenüber einer vollständigen physikalischen Beschreibung der mikroelektromechanischen Struktur geeignet reduziert sein.

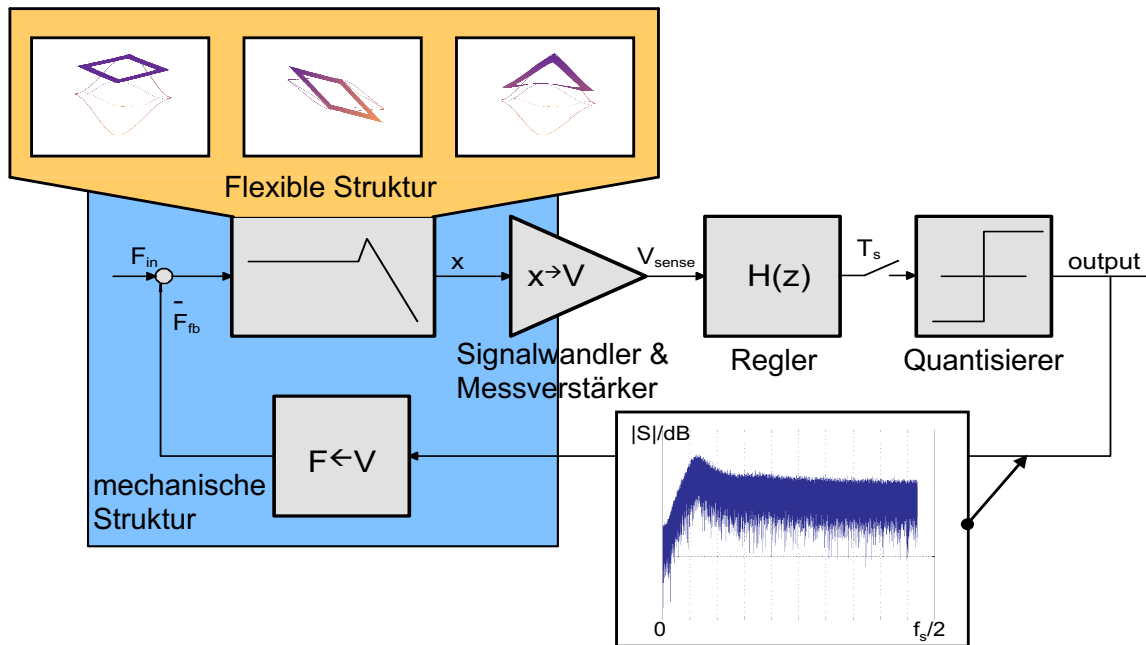


Abb. 4.1: Anregung von Verformungsmoden der mechanischen Struktur durch das breitbandige und energiereiche rückgekoppelte Rauschen in einem kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators.

Die Systemsimulation einer Δ/Σ -Regelschleife umfasst auch den elektronischen Schaltungs- teil. Eine derartige Aufgabe ist nur in einem Netzwerksimulator oder in einem signalfluss- orientierten Simulator effizient durchführbar mit der Folge, dass die Modelle der mikroelekt- romechanischen Struktur kompatibel zu diesen Simulatoren sein müssen. Dies bedeutet, dass die Schnittstellen des Makromodells der mikroelektromechanischen Struktur in inte- gralen konjugierten Variablen für den Gebrauch in allgemeinen Kirchhoffschen Netzwerken [107] formuliert sein müssen.

Zusammenfassend erfordert die Simulation eines kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators ein Makromodell der mikroelektromechanischen Struktur, das folgenden Anforderungen ge- nügt:

- es ermöglicht eine effiziente Simulation in Form eines reduzierten Makromodells;
- es bildet höhere gedämpfte Verformungsmoden der Struktur ab;
- es enthält Koppelungen und Nichtlinearitäten;
- das Makromodell ist geeignet für eine Netzwerksimulation.

4.2 Modellierungsansatz

In Bezug auf die im vorhergehenden Abschnitt erläuterten Anforderungen an Makromodelle von Δ/Σ -Regelschleifen soll das hier verwendete Vorgehen in ein allgemeines Vorgehen eingeordnet und erläutert werden.

Ein allgemeines Modellierungsvorgehen, welches ausgehend von den Layoutdaten zu “maßgeschneiderten” Systemmodellen (tailored models) gelangt, wird von Wachutka [106] beschrieben. Dieses Vorgehen umfasst die aufeinanderfolgenden Schritte der Prozesssimulation, der Bauteilesimulation und der Systemsimulation:

Die mikroelektromechanische Struktur und ihre physikalischen Parameter(verteilungen) werden hier als gegeben betrachtet, so dass der Schritt der Prozesssimulation entfällt. Nach der Zerlegung des Systems in geeignete Bauteile für die Modellierung erfolgt dann die Bauteilesimulation. Die Bauteile werden hierfür physikalisch modelliert. Darunter ist die Ableitung des stationären und dynamischen Verhaltens des Bauteils aus Strukturparametern, Geometrie und Materialeigenschaften anhand physikalischer Gesetze zu verstehen. Gegebenenfalls können hier physikalische Wechselwirkungen vernachlässigt werden, um ein numerisch effizientes Bauteilmodell zu erhalten. Für den anschließenden Schritt der Systemsimulation werden mittels Modellreduktion aus den Bauteilmodellen und den Simulationsergebnissen der Bauteilesimulation geeignete Makromodelle gewonnen. Die Schnittstellen der Makromodelle werden dabei in integralen Zustands- und zueinander konjugierten Schnittstellenvariablen ausgedrückt. Dies erlaubt eine Systembeschreibung im Rahmen der allgemeinen Kirchhoffschen Netzwerke [107] auf denen die meisten kommerziell erhältlichen Netzwerksimulatoren (Saber, Spectre, APLAC,...) basieren.

Entsprechend diesem Vorgehen sind folgende entscheidende Merkmale einer Makromodellierungsmethode wichtig: die Wahl der Bauteilerlegung des Systems, die Wahl der im Bauteil berücksichtigten physikalischen Koppelungen und die Auswahl der redundanten Bauteilinformation im Bauteilmodell, die bei der Modellreduktion zum Makromodell entfernt wird. In der Mikrosystemtechnik werden vorwiegend zwei Vorgehensweisen verfolgt, um ein effizientes Systemmodell zu erhalten.

Das erste ist das hierarchische, bibliotheksbasierte Verfahren. Bei diesem wird die mikroelektromechanische Struktur sofort in viele kleine Bauteile zerlegt (gegebenenfalls hierarchisch), wobei ein Bauteil einer Teilstruktur entspricht, der eine bestimmte Funktion zugewiesen ist. Die einzelnen Bauteile werden dann meist analytisch, physikalisch modelliert, wobei die erwünschte Funktion des einzelnen Bauteils im Vordergrund steht. Die Bauteilmodelle sind dabei direkt für eine Netzwerkssimulation ausgelegt, so dass der Modellreduktionsschritt bei diesem Vorgehen entfällt oder im Rahmen einer Netzwerkanalyse stattfindet. Verschiedene Autoren haben derartige Bauteilbibliotheken für die Netzwerksimulation von mikroelektromechanischen Strukturen vorgestellt [72, 104, 22].

Vorteil dieser Methode ist, dass die einzelnen Bauteilmodelle parametrisiert sind und damit

eine schnelle Abbildung einer mikroelektromechanischen Struktur bei vorhandener Bauteilbibliothek erfolgen kann. Aufgrund der Analogie zur Beschreibung von elektrischen Schaltkreisen, können die dort entwickelten Entwurfsverfahren übernommen werden. Z.B. beschreibt Fedder [26] einen “top down design path” und “bottom up verification path” Entwurf eines Mikrosystems. Nachteil dieses Verfahrens ist, dass aufgrund der unmittelbaren Zerlegung der Struktur in viele Bauteile und der funktionell orientierten analytischen Modellierung dieser, viele physikalische Effekte nicht mit abgebildet werden. Speziell verteilte physikalische Koppelungseffekte, wie die in diesem Kapitel beschriebenen gedämpften Eigenmoden einer Struktur, werden gar nicht oder nur näherungsweise abgebildet oder benötigen so viele Bauteile, dass die Darstellung dem numerischen Aufwand eines FE-Modells gleichkommt. Die hierarchischen, bibliotheksbasierten Verfahren profitieren von ihrer Verwandtschaft zu den etablierten Entwurfs- und Modellierungsverfahren der Schaltungstechnik, haben aber zum Nachteil, dass die physikalische Wechselwirkungen in mikroelektromechanischen Systemen verteilter und stärker sind als in einem elektrischen Netzwerk.

Da die Abbildung von Nichtlinearitäten und physikalischen Koppelungseffekten eine der wichtigsten Forderungen an die Makromodelle von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen ist, basiert die hier vorgestellte Modellierungsmethode auf der zweiten für die Mikrosystemtechnik vorgeschlagenen Vorgehensweise.

Bei dieser Vorgehensweise wird zunächst eine wesentlich gröbere Unterteilung des Systems unternommen. Sicherlich unstrittig ist die Unterteilung des Systems in die mikroelektromechanische Struktur und den elektrischen Schaltkreis für die Messung, der dann als ein elektrisches Netzwerk abgebildet wird. Die mikroelektromechanische Struktur wird numerisch abgebildet. Anders wie bei den analytisch basierten Bauteilmodellen zuvor ist darunter die computergestützte Modellierung der physikalisch basierten partiellen Differentialgleichungen mittels einem der gängigen Verfahren¹ zu verstehen. Der entscheidende Vorteil dieser Modelle ist der, dass sie die (fast) vollständige Dynamik der mikroelektromechanischen Struktur wiedergeben. Nachteil ist, dass die verwendeten numerischen Elementmodelle nicht notwendigerweise alle physikalische Koppelungsmechanismen enthalten müssen und damit gegebenenfalls die Darstellung einschränken. Weiterer Nachteil ist, dass verteilte physikalische Effekte in den Schnittstellen dieser Bauteile nicht wiedergegeben werden, sofern die mikroelektromechanische Struktur in Bauteile unterteilt worden ist.

Diese numerische physikalische Darstellung wird dann im zweiten Schritt der Modellreduktion auf das Makromodell reduziert. Dies kann zunächst wieder durch Verknüpfung dieses Verfahrens mit dem zuvor beschriebenen bibliotheksbasierten Verfahren geschehen. Hierfür werden aus der numerischen physikalischen Darstellung die Bauteilparameter der Bibliothekskomponenten bestimmt [99]. Fortgeschrittene Verfahren setzen numerische Algorithmen ein, um die vorliegende physikalische Beschreibung zu untersuchen um dann diejenigen dynamischen Eigenschaften aus dem Modell zu reduzieren, die für die angedachte

¹FEM = finite Elemente, BEM = boundary Elemente, FD = finite Differenzen. Die in diesen Verfahren enthaltene Diskretisierung führt dabei zu einem gewöhnlichen Differentialgleichungssystem (DGL), welches, sofern die Elemente nur klein genug gewählt werden, jedoch dem physikalischen, partiellen DGL entspricht.

Applikation entscheidend sind: Hung et al. [50] beschreiben ein Verfahren zur systematischen Modellreduktion, das auf kurzer transienter Simulation des Gesamtsystems beruht. Gabbay et al. [33] verwenden eine begrenzte Anzahl reiner Festkörpereigenmoden der mikroelektromechanischen Struktur zur Modellreduktion.

Bei dem hier neu vorgestellten Verfahren werden die Dämpfungs- und Frequenzinformationen von den Eigenmoden der gedämpften, mikroelektromechanischen Struktur als Auswahlkriterium für die bei der Modellreduktion verwendeten Eigenmoden herangezogen. Voraussetzung für dieses Verfahren ist ein fluidisch-mechanisch gekoppeltes FE-Modell der Struktur und eine numerische oder analytische Beschreibung der auslenkungsabhängigen Kapazitäten der von der mikroelektromechanischen Struktur gebildeten Kondensatoren. Entsprechend bildet das Makromodell den fluidischen, mechanischen und elektrischen Energiebereich der mikroelektromechanischen Struktur und die Wechselwirkungen zwischen diesen Bereichen ab. Das Verfahren kann für eine automatische Modellreduktion herangezogen werden, da aus dem FE-Modell die Auswahlkriterien berechnet werden können. Die Modellreduktion wird derart durchgeführt, dass Nichtlinearitäten berücksichtigt werden. Das Verfahren ist speziell für Makromodelle in Δ/Σ -Modulatoren geeignet, da das Makromodell die Eigenmoden, Koppelungen und Nichtlinearitäten der mikroelektromechanischen Struktur abbildet.

Im folgenden Abschnitt 4.3 werden die physikalische Grundlagen für den fluidischen, mechanischen und elektrischen Energiebereich erläutert. Darauf wird beispielhaft ein schmierfilmgedämpftes finites Plattenelement vorgestellt, welches geeignet ist für die Verwendung der Makromodellierungsmethode, die in dem darauffolgenden Abschnitt erläutert wird. Zum Schluss wird ein Simulationsbeispiel gegeben.

4.3 Physikalische Modellformulierung

Die Mikroelektromechanik umfasst mindestens drei physikalische Bereiche: Die Elektrostatik, die die elektrostatische Aktuation und kapazitive Positionsmessung beschreibt, die Kinematik der verformbaren oder beweglichen mikromechanischen Strukturteile und die Fluidik (Gaskinematik) des die Strukturteile umgebenden Gases. In diesem Abschnitt werden die für den jeweiligen Bereich geltenden physikalischen Grundgleichungen eingeführt und die Koppelung untereinander beschrieben.

Ausgangspunkt der Modellformulierung werden die kinematischen Bewegungsgleichungen der mechanischen Strukturteile sein, in die die Koppelungen mit den anderen Energieformen eingebunden werden. Die äußerst kompakte Form der Lagrange-Gleichungen wird für die Aufstellung der Bewegungsgleichung verwendet. Das Hooksche Gesetz beschreibt dann die für die Kinematik eines Festkörpers benötigte Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Die Gesetzmäßigkeiten der Fluidik des die Struktur umgebenden Gases sind durch die Navier-Stokes-Gleichungen gegeben. Diese werden durch die modifizierte Reynolds-Gleichung für

den Fall kleiner Spalte angenähert.

4.3.1 Die Lagrange-Gleichungen

Physikalische Grundlage der Beschreibung mechanischer Systeme ist die kinematischen Grundgleichung 4.1 [15].

$$\rho \frac{d^2 \vec{\mathbf{u}}_V}{dt^2} = \vec{\mathbf{F}}_v + \mathbf{D}^T \boldsymbol{\sigma}_m \quad (4.1)$$

Hierin bezeichnet $\vec{\mathbf{u}}_V$ den Verschiebungsvektor eines infinitesimal kleinen Massevolumens des Festkörpers, ρ die Massendichte des Volumens, $\vec{\mathbf{F}}_V$ die an dem Volumen angreifende äußere Kraftdichte, $\boldsymbol{\sigma}_m$ den mechanischen Spannungsvektor, der den mechanischen Spannungszustand des Volumens beschreibt, und \mathbf{D} die Differentiationsmatrix nach Gl. 4.4.

Die Gleichung besagt die bekannte Tatsache, dass die Beschleunigung eines Massevolumens der Summe der angreifenden Kräfte, sowohl der äußeren als auch der inneren, entspricht. Unter Hinzunahme der jeweilig geltenden Spannungs-Dehnungs-Beziehung erhält man die lokalen kinematischen Bewegungsgleichungen [15]. Letztere Beziehungen sind verschieden für Flüssigkeiten und Festkörper. Für linear elastische Festkörper sind sie durch das im folgenden Abschnitt beschriebene Hooksche Gesetz gegeben, für Gase führen Sie zu der in Abschnitt 4.3.4 beschriebenen Navier-Stokes-Gleichung.

Eine integrale Formulierung der kinematischen Bewegungsgleichungen eines holonomen Systems sind die Lagrange-Gleichungen 4.2 [37]. Die Lagrange-Gleichungen verknüpfen die kinetische Energie T des Systems mit der potentiellen Energie E_{pot} des Systems. Die Einwirkung von nicht-konservativen Kräften auf die Bewegung des Systems wird über eine verallgemeinerte Kraft F_v bezüglich der Lagrange-Koordinate q_v beschrieben.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_v} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_v} + \frac{\partial E_{pot}}{\partial q_v} = F_v \quad (4.2)$$

Die in den Gleichungen auftretenden Konfigurations-Koordinaten q_v sind diskrete Variable, die jeweils mit einem Bewegungsfreiheitsgrad des Systems assoziiert sind. Die Definition der Koordinaten bezüglich der Freiheitsgrade des Systems ist problemangepasst zu wählen². Im Falle einer kontinuierlich deformierbaren Struktur gibt es unendlich viele dynamische Bewegungsfreiheitsgrade und daher unendlich viele Lagrange-Koordinaten. Ein Vorteil der Verwendung der Lagrange-Gleichungen besteht darin, dass sie eine implizite Formulierung eines physikalischen Makromodells enthalten, indem anstelle der unendlich

²Zwischen dem Konfigurationsraum, der durch die Lagrange-Koordinaten aufgespannt wird, und dem dreidimensionalen realen Raum besteht oft nur ein abstrakter mathematischer Zusammenhang.

vielen Freiheitsgraden bzw. Lagrange-Koordinaten nur noch eine begrenzte Anzahl in ihnen zugelassen wird. Die im Abschnitt 4.5.2 beschriebene Makromodellierungsmethode beruht auf diesem Ansatz.

Der Term, der die potentielle Energie E_{pot} enthält, gliedert sich in zwei Anteile: Er beschreibt zum einen die Bewegungsgleichungen des Systems über die innere potentielle Deformationsenergie $E_{pot,def}$ der Struktur und zum anderen alle Koppelungen der mechanischen Energie mit anderen konservativen Energieformen. Die innere Deformationsenergie und die kinetische Energie eines Festkörpers wird im folgenden Abschnitt aus den Materialgesetzen von Festkörpern hergeleitet. Unter der Annahme eines quasistatischen elektrischen Feldes stellt dieses eine konservative Energieform dar. Die elektrostatisch-mechanische Koppelung wird mit dem in Abschnitt 4.3.3 eingeführten Ausdruck der elektrischen Feldenergie in die Lagrange-Gleichungen eingebunden.

Über die verallgemeinerten Kräfte F_v auf der rechten Seite werden Koppelungen der Kinetik mit dissipativen Energieformen beschrieben [37]:

$$F_v = \int_V \vec{\mathbf{F}}_V(\vec{\mathbf{u}}_V, q_1, \dots, q_v, \dots) \frac{\partial \vec{\mathbf{u}}_V}{\partial q_v} dV$$

Die verallgemeinerten Kräfte sind folglich die in den von den Lagrange-Koordinaten aufgespannten Raum transformierten realen Kräfte. Für den Fall eines Kraftgesetzes, das ausschließlich eine lineare Abhängigkeit von den zeitlichen Ableitungen der Lagrange-Koordinaten aufweist, läßt sich analog zur potentiellen Energie eine Dissipationsfunktion angeben [37]. Bei der Gasfluid-Struktur-Koppelung liegt dieser Fall nicht vor, so dass diese Koppelung durch den obigen Ausdruck für Oberflächenkräfte beschrieben wird:

$$F_v = \int_A p \frac{\partial \vec{\mathbf{u}}_V}{\partial q_v} d\vec{\mathbf{A}}$$

4.3.2 Festkörpermechanik

Wenn sich ein Festkörper verformt, treten in ihm innere Kräfte auf. Ist die Verformung elastisch, kann ein inneres Deformationspotential $E_{pot,def}$ des Festkörpers definiert werden, das der von den inneren Kräften bei der Verformung geleisteten Arbeit zugeordnet ist. Die auftretenden inneren Kräfte werden dann in den Lagrange-Gleichungen über diese potentielle Energie beschrieben. Für diesen elastischen Fall besteht dabei ein direkter Zusammenhang zwischen der Verformung des Festkörpers und den auftretenden inneren Kräften:

Maß für die lokale Verformung eines Festkörpers ist die Dehnung des Festkörpers. Darunter

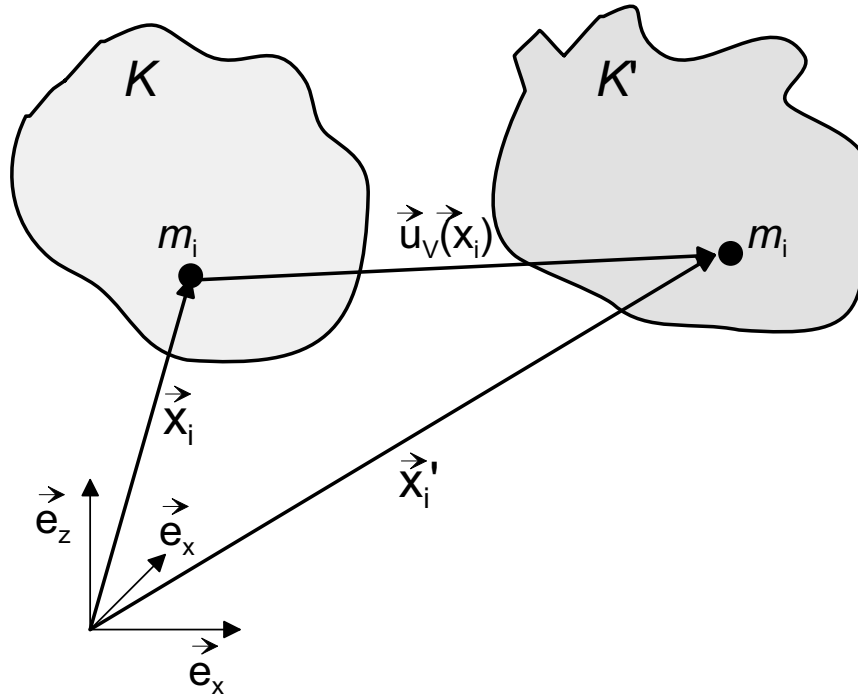


Abb. 4.2: Definition des Verschiebungsvektors \vec{u}_V eines Festkörpers: Der Massenpunkt m_i des Festkörpers verschiebt sich um \vec{u}_V von \vec{x}_i nach \vec{x}'_i aufgrund der Verschiebung und Verformung des Festkörpers. Die Verschiebung ist für den Fall eines verformbaren Festkörpers eine Funktion des Referenzortsvektors \vec{x}_i des Massenpunktes m_i .

ist die lokale Änderung der Verschiebung \vec{u}_V des Festkörpers zu verstehen (Abb. 4.2). Die sechs Komponenten des Dehnungsvektor ϵ_m berechnen sich zu [15]:

$$\epsilon_m(\vec{x}_i) = \mathbf{D} \vec{u}_V(\vec{x}_i) \quad (4.3)$$

$$\epsilon_m^T = [\epsilon_{m,xx} \quad \epsilon_{m,yy} \quad \epsilon_{m,zz} \quad \epsilon_{m,xy} \quad \epsilon_{m,yz} \quad \epsilon_{m,zx}]$$

$$\mathbf{D}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Hierin bezeichnen die Diagonalelemente $\epsilon_{m,ii}$ die Dehnungen des Festkörpers und die Nicht-diagonalelemente $\epsilon_{m,ij}$ die Scherungen des Festkörpers.

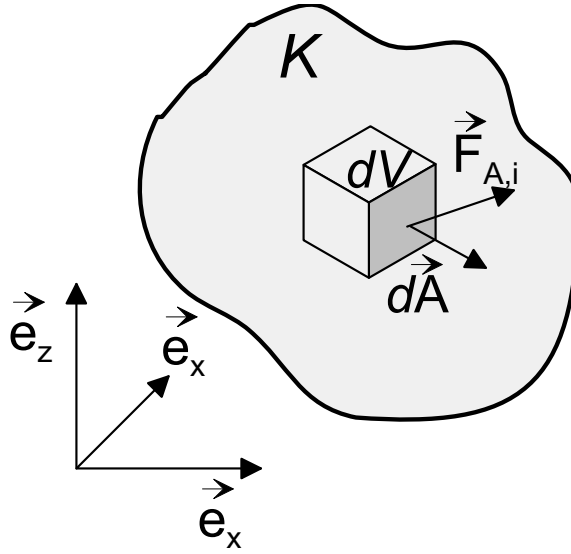


Abb. 4.3: Die auf eine Fläche $d\vec{A}$ eines infinitesimal kleinen Volumenelementes dV wirkende Kraft $\vec{F}_{A,i}$, verursacht durch mechanische Spannungen im Festkörper.

Die inneren Kräfte werden durch die mechanischen Spannungen des Festkörpers beschrieben. Die infinitesimal kleine Kraft $d\vec{F}_{A,i}$ auf die infinitesimal kleine Fläche dA in Abb. 4.3 ergibt sich aus der Multiplikation des zugehörigen Flächenvektors $d\vec{A}$ mit dem symmetrischen Spannungstensor [15]:

$$\vec{F}_{A,i} = \begin{bmatrix} \sigma_{m,xx} & \sigma_{m,yx} & \sigma_{m,zx} \\ \sigma_{m,yx} & \sigma_{m,yy} & \sigma_{m,zy} \\ \sigma_{m,zx} & \sigma_{m,zy} & \sigma_{m,zz} \end{bmatrix} d\vec{A} \quad (4.5)$$

Die Diagonalelemente $\sigma_{m,ii}$ bezeichnen dabei die Normalspannungen des Festkörpers und die Nichtdiagonalelemente $\sigma_{m,ij}$ die Scherspannungen des Festkörpers.

Die lokalen Änderungen der inneren Flächenkräfte ergibt die in den Bewegungsgleichungen 4.1 wirksam werdenden inneren Kraftdichten $\vec{F}_{v,i}$:

$$\vec{F}_{v,i} = \mathbf{D}^T \boldsymbol{\sigma}_m \quad (4.6)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_m^T = \left[\sigma_{m,xx} \quad \sigma_{m,yy} \quad \sigma_{m,zz} \quad \sigma_{m,yx} \quad \sigma_{m,zy} \quad \sigma_{m,zx} \right]$$

Ist der Festkörperwerkstoff isotrop und sind die Verformungen klein, stetig und elastisch, gilt oftmals ein lineares Werkstoffgesetz zwischen der Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}_m$, und der mechanischen

Spannung $\boldsymbol{\sigma}_m$: das Hooksche Gesetz für isotrope Körper (Gl. 4.7):

$$\boldsymbol{\sigma}_m = \mathbf{E}_{mod} \boldsymbol{\varepsilon}_m \quad (4.7)$$

$$\mathbf{E}_{mod} = \frac{E_{mod}}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} (1 - \nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1 - \nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1 - \nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix}$$

Diese Matrix \mathbf{E}_{mod} heißt Elastizitätsmatrix.

Zwei Materialkonstanten gehen dabei in dieses Gesetz ein: Die Poissonzahl ν die die Querkontraktion des Werkstoffes beschreibt, und der Elastizitätsmodul E_{mod} .

Aus dem Hookschen Gesetz ergibt sich dann das in den Lagrange-Gleichungen benötigte innere Deformationspotential $E_{pot,def}$ zu [15]:

$$\begin{aligned} \delta E_{pot,def} &= \int_V \boldsymbol{\sigma}_m^T \delta \boldsymbol{\varepsilon}_m dV \\ \Rightarrow E_{pot,def} &= \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\sigma}_m^T \boldsymbol{\varepsilon}_m dV = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{E}_{mod} \boldsymbol{\varepsilon}_m)^T \boldsymbol{\varepsilon}_m dV = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}_m^T \mathbf{E}_{mod} \boldsymbol{\varepsilon}_m dV \end{aligned}$$

Gilt die für diese Beziehung gemachte Annahme, dass die Dehnungen stets klein sind, nicht mehr, geht das lineare Hooksche Gesetz in ein nichtlineares Gesetz über (“stress stiffening”). Die Änderung der inneren potentiellen Energie bezüglich der Lagrange-Koordinaten zeigt dann eine nichtlineare Gesetzmäßigkeit³.

$$\frac{\partial E_{pot,def}}{\partial q_v} = \int_V \boldsymbol{\sigma}_m(q_1, \dots)^T \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_m(q_1, \dots)}{\partial q_v} dV$$

Im Folgenden wird, sofern nicht anders erwähnt, die lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Hookschen Gesetzes angenommen.

³Die Elastizität des Werkstoffes und damit die Existenz eines Deformationspotentials wird weiterhin vorausgesetzt.

4.3.3 Elektrostatik

Der elektrische Energiebereich einer mikroelektromechanischen Struktur besteht aus den elektrischen Feldern, die sich zwischen den Elektroden, der beweglichen Struktur und gegebenenfalls dem Substrat ausbilden können. Die Schnittstellen der mikroelektromechanischen Struktur zur Schaltungstechnik werden dann an deren Elektroden über die integralen Schnittstellenvariablen Spannung und Strom definiert. Dies erlaubt, das aus der Modellbildung resultierende Makromodell der mikroelektromechanischen Struktur in einen Schaltungssimulator einzubeziehen.

Da die Zeitkonstanten des elektrischen Feldes wesentlich kleiner sind als die der Mechanik der Struktur, sind Einschwingvorgänge des elektrischen Feldes zu vernachlässigen. Das elektrische Feld kann dann als quasistatisches Feld mit der potentiellen Energie $E_{pot,el}$ beschrieben werden.

$$E_{pot,el} = \frac{1}{2} \mathbf{V}(q_1, \dots)^T \mathbf{C}(q_1, \dots) \mathbf{V}(q_1, \dots) \quad (4.8)$$

Hierbei ist \mathbf{C} die Kapazitätsmatrix der mikroelektromechanischen Struktur und \mathbf{V} der Spannungsvektor der Elektrodenpotentiale, einschließlich der beweglichen mikroelektromechanischen Struktur.

Die potentielle Energie des quasistatischen Feldes wird damit auf die integrale Größe der Kapazität und der an einem Elektrodenpaar abfallenden Spannung zurückgeführt. Diesen Zusammenhang erhält man durch räumliche Integration über die lokale Feldenergie $\vec{\mathbf{E}}d\vec{\mathbf{D}}$ und Substitution des Ergebnisses durch die integrale Größe. Ferner wird ein lineares Materialgesetz (Dielektrizität) zwischen dem elektrischen Feld $\vec{\mathbf{E}}$ und dem elektrischen Fluss $\vec{\mathbf{D}}$ vorausgesetzt. Während die Elektrodenpotentiale direkt aus der Lösung des kapazitiven Netzwerkes der mikroelektromechanischen Struktur mit den an den Schnittstellen eingepprägten Spannungen \mathbf{V}_S resultieren, erhält man die Kapazitätsmatrix durch Lösung der stationären elektrischen Feldgleichungen. Dies kann in einfachen Fällen analytisch erfolgen, z.B. Plattenkondensatornäherung, oder durch numerische Berechnung mit Hilfe von dem finiten Elementeverfahren (FEM) oder dem Randelementverfahren (BEM). Letzteres kann jeweils nur für einen Auslenkungszustand in dem durch die Lagrange-Koordinaten aufgespannten Konfigurationsraum durchgeführt werden. Für den Term mit der potentiellen elektrischen Energie in den Lagrange-Gleichungen wird die Ableitung der Kapazitäten nach den Lagrange-Koordinaten benötigt. Daher ist es zweckmäßig, die Kapazitätsmatrix durch Interpolation von numerischen Werten in einem Teil des Zustandsraumes analytisch auszudrücken. Dies ist nur dann numerisch effizient, wenn die Anzahl der das System beschreibenden Lagrange-Koordinaten reduziert worden ist (Abschnitt 4.5).

Bei der Einführung der elektrisch potentiellen Energie in die Lagrange-Gleichungen muss berücksichtigt werden, dass die Lagrange-Koordinaten um die auf den mikroelektromecha-

nischen Kapazitäten sitzenden Ladungen Q_i erweitert worden sind. Da bei der partiellen Ableitung der potentiellen Energie nach einer Lagrange-Koordinate die verbleibenden Lagrange-Koordinaten konstant gehalten werden müssen, erhält man für den Ausdruck der elektrischen potentiellen Energie in den Lagrange-Gleichungen [33]:

$$\frac{\partial E_{pot,el}}{\partial q_v} = -\frac{1}{2} \mathbf{V}^T \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial q_v} \mathbf{V} \quad (4.9)$$

Die Spannung wird aufgrund der als Nebenbedingung geforderten konstanten Ladung auf den Kapazitäten nicht mitabgeleitet, obwohl sie von den Lagrange-Koordinaten abhängen kann.

Identifiziert man die Spannung als elektrisches Äquivalent zur mechanischen Kraft und die Ladung einer Elektrode als Lagrange-Koordinate, so erhält man aus denjenigen Lagrange-Gleichungen, die partiell nach den ‐Ladungs‐-Lagrange-Koordinaten abgeleitet werden, die Spannungs-Ladungs-Beziehung $Q_{ij} = C_{ij} (V_i - V_j)$. Zeitliche Ableitung dieser liefert die zu den Schnittstellenspannungen V_i konjugierten Schnittstellenströme I_{ij} :

$$I_{ij} = C_{ij} \frac{d}{dt} (V_i - V_j) + \frac{dC_{ij}}{dt} (V_i - V_j) = C_{ij} (\dot{V}_i - \dot{V}_j) + (V_i - V_j) \sum_v \frac{\partial C_{ij}}{\partial q_v} \dot{q}_v \quad (4.10)$$

Im Folgenden wird stets obige Gl. 4.10 anstelle der entsprechenden Lagrange-Gleichungen herangezogen. Die Lagrange-Gleichungen werden daher nur bzgl. der ‐geometrischen‐ Lagrange-Koordinaten aufgestellt, d.h. bzgl. derjenigen Zeilen die nach den ‐geometrischen‐ bzw. ‐Auslenkungs‐-Lagrange-Koordinaten abgeleitet werden.

4.3.4 Gas-Fluidik im engen Spalt

4.3.4.1 Die Reynolds-Gleichung

Das dynamische Verhalten eines Gases wird ebenfalls aus der Grundgleichung für die Bewegung eines Massensystems (Gl. 4.1) hergeleitet. Da anders als in Festkörpern bei Gasen große Verschiebungen der Massenteilchen auftreten, wird die Fluidik in ihrem lokalen Strömungsfeld durch die Ableitung der lokalen Verschiebung nach der Zeit⁴ beschrieben. Im Gas treten dabei mechanische Spannungen aufgrund örtlicher Druckvariationen und aufgrund der Strömungs-Reibung auf. Die von der Reibung verursachten Spannungen werden als

⁴Die *lokale* Beschreibung bedeutet, dass ein fester Ortspunkt in der Beschreibung betrachtet wird und nicht ein festes, sich bewegendes Massenteilchen (Massenvolumen).

linear proportional der Strömungsgeschwindigkeit angenommen. Als Ergebnis erhält man die Navier-Stokes-Gleichungen [15]:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \nabla) \vec{v} = \rho \vec{F}_M - \text{grad}(p) + \eta \Delta \vec{v} + (\eta + \eta') \text{grad div}(\vec{v})$$

Hierbei bezeichnet \vec{v} das Strömungsfeld, p den Druck, ρ die Dichte, η , η' die Viskositätskoeffizienten des strömenden Mediums und \vec{F}_M die Kraftdichte bzgl. der Masse des Mediums: dF/dm .

Neben den Navier-Stokes-Gleichungen wird die Kontinuitätsgleichung und eine Beziehung zwischen dem Druck und der Dichte benötigt. Im Folgenden wird stets von isothermen Zustandsänderungen ausgegangen mit der Konsequenz, dass die Dichte zum Druck proportional ist:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$$p = p_0 \frac{\rho}{\rho_0}$$

Darin ist p_0 der Referenzdruck und ρ_0 die Dichte beim Referenzdruck.

Durch diese Gleichungen werden alle isothermen kinematischen Vorgänge in einem Gas beschrieben. Die in mikromechanisch gefertigten Strukturen auftretenden Gaseinschlüsse sind meist von der Form eines langen dünnen Spaltes (Abb. 4.4). Für diese spezielle Geometrie

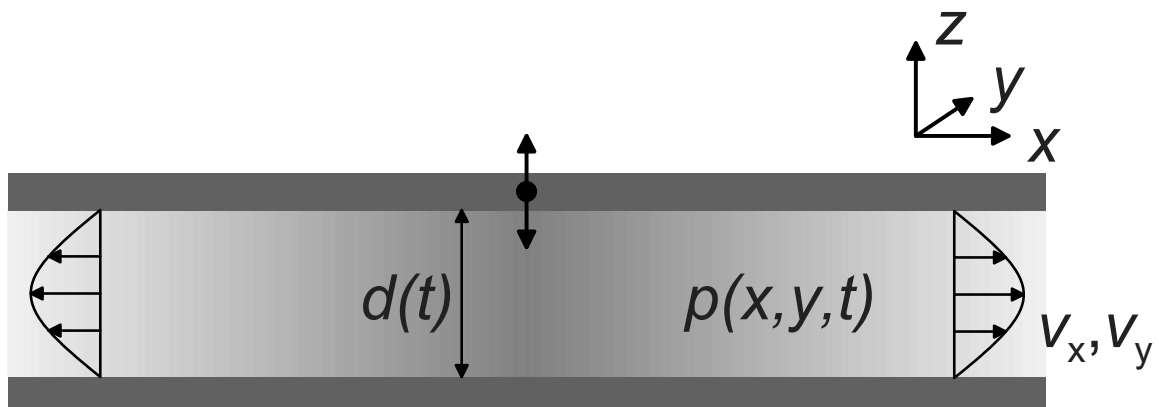


Abb. 4.4: Schmierfilmdämpfung eines langen schmalen Spaltes.

kann die Gleichung zur der aus der Tribologie bekannten ‘‘Schmierfilmgleichung’’ (‘‘Squeeze Film Equation’’) vereinfacht werden [43, 67]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(pd^3 Q_{pr} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(pd^3 Q_{pr} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12\eta \frac{\partial}{\partial t} (pd) \quad (4.11)$$

Der Ausdruck Q_{pr} bezeichnet einen Korrekturterm für die Viskosität, der eingesetzt werden muss, wenn die mittlere freie Weglänge λ im Bereich der Spalthöhe d liegt. In diesem Fall entsteht weniger Reibung im gasförmigen Medium, da die Gaspartikel direkt zwischen den den Spalt begrenzenden Wänden reflektiert werden. Für den Korrekturterm gibt es verschiedene Definitionen [105]. Eine Näherungsformel, die für Knudsen Zahlen⁵ bis 880 gilt, haben Veijola et al. [105] angegeben:

$$Q_{pr} = 1 + 9.638 \left(\frac{p_0 \lambda}{p d} \right)^{1.159}$$

Bei der Herleitung der Schmierfilmgleichung werden folgende Annahmen getroffen:

- Die ablaufenden Prozesse sind isotherm.
- Die Spalthöhe d ist gegenüber der Spaltbreite klein.
- Die für den Schmierfilm modifizierte Reynoldszahl R_s ist klein gegenüber eins:

$$R_s = \omega p_0 d_0^2 / \eta \ll 1$$

Darin bezeichnet ω die Kreisfrequenz der Plattenabstandsanderung.

- Eine kleine modifizierte Reynoldszahl bedeutet, dass sich Druckschwankungen über die Spalthöhe sehr schnell ausgleichen. Eine solche Variation wird daher vernachlässigt: der Druck ist nur eine Funktion längs des Spaltes $p = f(x, y)$, über die lokale Spalthöhe ist er konstant $\partial p / \partial z = 0$.
- Scherbewegungen der den Spalt begrenzenden festen Wänden treten nicht auf.

Die Reynolds-Gleichung kann als Kontinuitätsgleichung gelesen werden. Die rechte Seite der Gleichung gibt die lokale Verringerung der Gasdichte durch Änderung des Druckes oder des Volumens über den Spaltabstand an. Die linke Seite beschreibt den lateralen Abfluss von Gasteilchen aufgrund von Druckunterschieden im Spalt.

⁵Knudsen Zahl: mittlere freie Weglänge λ / Spaltabstand d .

4.3.4.2 Die Reynolds-Gleichung bei perforierten Wänden

Im Gegensatz zur Annahme eines langen dünnen Luftspaltes werden in der Mikrosystemtechnik oft perforierte Strukturen eingesetzt. Die den Spalt begrenzenden Strukturen sind in regelmäßigen Abständen einseitig mit Löchern versehen. Zum einen ist eine derartige Perforation nützlich, um in der Oberflächenmikromechanik die den Spalt definierende Opferschicht zu ätzen, zum anderen, um die Schmierfilmdämpfung zu reduzieren.

Ist die Perforationsdichte gering, können die Perforationslöcher bei der Diskretisierung des Problems aufgelöst werden [25]. Die Reynolds-Gleichung wird dann mit der durch die Löcher gegebenen Neumann Randbedingung gelöst. In den meisten praktischen Problemen, z.B. Mikrofonen, ist die Perforationsdichte jedoch derartig hoch, dass eine Diskretisierung, die die Perforation berücksichtigt, zu einem numerisch ineffizienten Modell führt. Für diesen Fall wird im Folgenden eine modifizierte Reynolds-Gleichung vorgestellt.

Die hohe Perforationsdichte hat zur Folge, dass der Strömungswiderstand eines Perforationsloches meistens wesentlich größer ist als der laterale Strömungswiderstand des Schmierfilms von einem Perforationsloch zu den benachbarten Löchern. Die Strömungsverhältnisse im Schmierfilm werden dann durch die diskrete Löcherverteilung nicht beeinflusst. Dies bedeutet, dass die Löcherdichte groß genug ist, um den Effekt der Perforationslöcher, das Aus/Eintreten von Gas aus dem Luftspalt, als kontinuierlich über die Fläche eines Perforationselementes verteilt zu beschreiben. Die Gasdynamik im Luftspalt kann dann erneut durch die Reynolds-Gleichung beschrieben werden, die um einen Verlustterm, der die durch die Perforation entweichende Gasmenge beschreibt, erweitert wird:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p d^3 Q_{pr} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p d^3 Q_{pr} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + p R'_{perf} (p - p_0) = 12\eta \frac{\partial}{\partial t} (pd)$$

Hierbei steht R'_{perf} für den Flächenbelag des Strömungswiderstands der perforierten Membran.

Dabei wird ein isothermer Prozess zu Grunde gelegt und die lokale Dichte durch den lokalen Druck ersetzt. Der Flächenbelag des Strömungswiderstands R'_{perf} wird durch Verteilung des durch ein Perforationsloch fließenden Massenstromes auf die Fläche eines Perforationselementes ermittelt (Abb. 4.5). Der Flächenbelag R'_{perf} kann daher unter der Annahme einer stationären Strömung auf den Strömungswiderstand eines Perforationsloches zurückgeführt werden:

$$\rho R'_{perf} = \frac{\rho \int \vec{v} d\vec{A}}{A' (p - p_0)} = \frac{\rho \int \vec{v} d\vec{A}_{ref}}{A' (p - p_0)} = \frac{\rho}{A'} R_{perf}$$

Der Strömungswiderstand eines Perforationsloches R_{perf} ist dabei für kompressible Gase

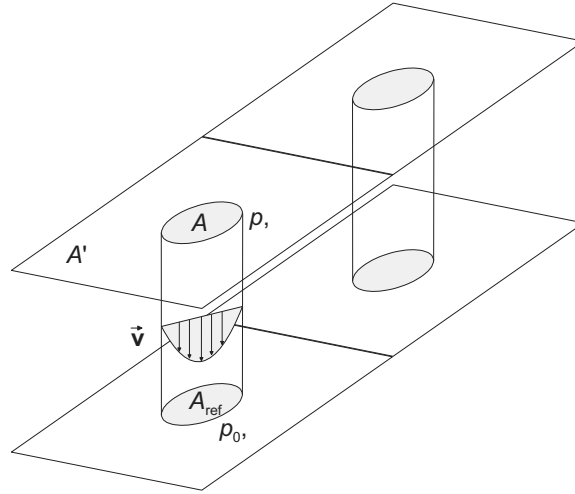


Abb. 4.5: Stationäre Strömung durch ein Perforationsloch.

eine Funktion der Druckdifferenz über das Loch. Für kleine Druckschwankungen und damit Dichteschwankungen kann die Kompressibilität des Gases vernachlässigt werden. Der Strömungswiderstand ist dann konstant. Entsprechend kann man im Korrekturterm in der modifizierten Reynolds-Gleichung die Dichteschwankung im Perforationsloch vernachlässigen. Man erhält dann den Korrekturterm zu:

$$p_0 R'_{perf} (p - p_0).$$

Voraussetzung für die Gültigkeit der modifizierten Reynolds-Gleichung ist, dass der laterale Strömungswiderstand im Schmierfilm innerhalb eines Perforationselementes kleiner ist als der eines Perforationsloches. Für eine analytische Abschätzung wird zur Berechnung des Strömungswiderstandes das Gas als inkompressibel und die Geometrie eines Perforationselementes als zylindersymmetrisch angenommen (Abb. 4.6).

Der Druck sei am Rand (Radius r_i) des Perforationsloches p und am Rand (Radius r_a) des Schmierfilmelementes p_0 . Aus der stationären Lösung der Strömungsverteilung erhält man dann den Strömungswiderstand eines Schmierfilmelementes zu:

$$R_{squeeze} \approx \frac{2\pi d_0^3 \rho_0}{12 \eta \lg \left| \frac{r_a}{r_i} \right|}.$$

Ist dieser Strömungswiderstand zwischen zwei Perforationslöcher kleiner als der eines Perforationsloches $2R_{squeeze} \ll R_{perf}$, sind die Voraussetzungen erfüllt.

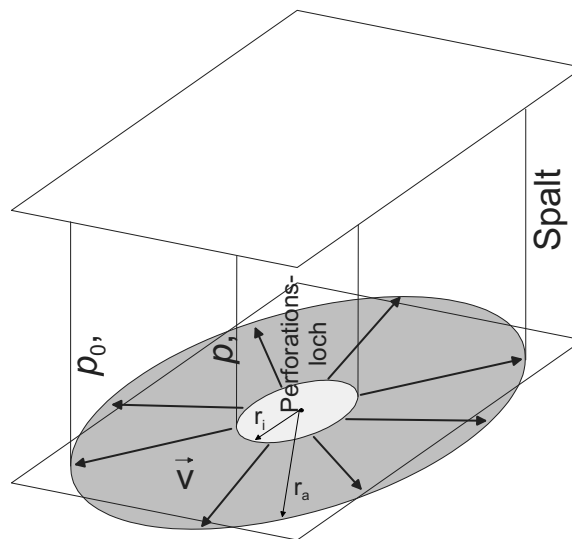


Abb. 4.6: Zylindersymmetrische Strömungsverteilung im Schmierfilm zur Abschätzung des Strömungswiderstandes seines Schmierfilms.

4.4 Implementierung der Schmierfilmdämpfung in Finite-Elemente-Modelle

Zusammen mit Materialparametern und Geometrie der mikroelektromechanischen Struktur bilden die partiellen Differentialgleichungen (DGL) des vorhergehenden Abschnitts 4.3 die physikalische Beschreibung der Struktur. Abgesehen von einigen Lehrbuchbeispielen, die äußerst einfache geometrische Systeme beschreiben, können diese DGL nicht analytisch integriert werden. Die DGL werden dann numerisch gelöst, ein Vorgang der in der Regel in zwei Schritte untergliedert ist. Im ersten werden die partiellen DGL durch örtliche Diskretisierung in gewöhnliche DGL als Funktion der Zeit überführt. Im zweiten werden dann diese gewöhnlichen DGL im Zeit- oder Frequenzraum analysiert.

Im vorhergehenden Abschnitt wurde der elektrische Energiebereich der mikroelektromechanischen Struktur auf die Elektrostatik beschränkt mit dem Ergebnis, dass diese durch die integralen Größen Kapazität und Spannung beschrieben werden kann. Da diese integralen Größen auch noch für ein reduziertes mechanisches Modell mit eingeschränkten Bewegungsmoden ermittelt werden können, ist es sinnvoll, an dieser Stelle die mikroelektromechanische Struktur in zwei Untersysteme zu unterteilen: ein elektrisches Untersystem, welches den elektrischen Energiebereich beschreibt, und ein mechanisch, fluidisches Untersystem.

Das elektrische Untersystem wird dann erst nach erfolgter Modellreduktion des mechanischen, fluidischen Untersystems über ortsabhängige Kapazitäten beschrieben. Diese können bei Bedarf über eine Diskretisierung des elektrischen Untersystems mit Boundary Elementen ermittelt werden.

Entsprechend der Reynolds-Gleichung wechselwirkt in der Oberflächenmikromechanik der lokale Druck im Spalt unter der strukturierten Schicht mit der lokalen vertikalen Auslenkung dieser Schicht. Um diese lokale Abhängigkeit zu berücksichtigen, ist eine gemeinsame Beschreibung des fluidischen und mechanischen Energiebereichs erforderlich. Wird die Finite-Elemente-Methode als Diskretisierungsverfahren verwendet, setzt dies ein geeignetes finites Element voraus, das diese Wechselwirkung abbildet. Im Abschnitt 4.4 wird daher ein neues schmierfilmgedämpftes Plattenelement vorgestellt, welches für schmierfilmgedämpfte Plattenstrukturen, wie sie in der Oberflächenmikromechanik verwendet werden, herangezogen werden kann.

Bei der örtlichen Diskretisierung findet eine erste Modellreduktion statt, da die unendlich vielen, örtlich verteilten Zustandsvariablen durch eine endliche Anzahl von diskreten Zustandsvariablen ersetzt werden. Im Folgenden wird jedoch stets angenommen, dass die Diskretisierung ausreichend fein gewählt worden ist, so dass durch sie kein Informationsverlust entscheidender Systemeigenschaften stattfindet bzw. die physikalische Beschreibung durch die partiellen DGL und die Beschreibung des diskretisierten Systems mittels gewöhnlicher DGL hinsichtlich der Systemeigenschaften äquivalent sind.

4.4.1 Finite-Elemente-Methode

Es existieren verschiedene Diskretisierungsmethoden: Zu den gängigsten Verfahren gehören die Finite-Elemente-Methode (FEM) [5, 58], die Boundary-Elemente-Methode (BEM) [6] und die Finiten-Differenzen-Methode [4]. Da sich in der Strukturmechanik vorwiegend die Methode der Finiten-Elemente etabliert hat und sie sich auch auf Probleme der Strömungsmechanik anwenden lässt [5], erfolgt die hier erforderliche Diskretisierung des gekoppelten fluidischen und mechanischen Energiebereichs mit der FEM.

Grundidee der FEM ist es, einen Satz von Ortsfunktionen im Volumen des Elementes zu definieren und diesen dann als Basis für die örtlich verteilten Zustandsvariablen des Systems zu verwenden. Die lineare Entwicklungskoeffizienten dieser Basis werden dann durch die Methode der finiten Elemente derartig gewählt, dass der Fehler von den durch die Basis beschriebenen Zustandsvariablen zu der exakten Lösung mit den örtlich verteilten Zustandsvariablen minimiert wird. Die Gesamtenergie des Systems wird dabei meistens als Fehlermaß eingesetzt. Zuletzt werden dann die ermittelten Entwicklungskoeffizienten mit physikalischen Knotenpunktparametern linear verknüpft.

Der stationäre Differentialoperator Ψ und die Randbedingungen Ψ_{R_i} beschreiben das mittels der FEM zu lösende physikalische Problem im Bereich D , der dem Volumen des finiten Elementes entspricht, bzw. auf dessen Rand:

$$\begin{aligned}\Psi(\mathbf{u}(\vec{\mathbf{x}})) &= \mathbf{h}(t) \\ \Psi_{Ri}(\mathbf{u}(\vec{\mathbf{x}})) &= \mathbf{h}_{Ri}(t)\end{aligned}$$

Hierin bezeichnet Ψ den stationären Differentialoperator des physikalischen Problems, \mathbf{h} die anregende Funktion, \mathbf{u} die zu berechnenden Zustandsvariablen des Problems, Ψ_{Ri} die i -te Randbedingung auf dem Rand von D und \mathbf{h}_{Ri} die anregende Funktion bzgl. der i -ten Randbedingung.

Als Näherungslösung \mathbf{u}^* des Problems wird eine lineare Entwicklung von Ortsfunktionen \mathbf{g} mit den linearen Entwicklungskoeffizienten \mathbf{b} angesetzt:

$$\mathbf{u}^*(\vec{\mathbf{x}}) = \mathbf{g}(\vec{\mathbf{x}})\mathbf{b}(t)$$

Die Anzahl der angesetzten Ortsfunktionen richtet sich dabei u.a. nach den zu erfüllenden Randbedingungen.

Es gibt verschiedene Verfahren, die Entwicklungskoeffizienten \mathbf{b} zu bestimmen. Für einen symmetrisch positiven Differentialoperator Ψ sind die bekanntesten Verfahren zueinander äquivalent [5]. Wir wenden hier das Galerkin-Verfahren an, da es ebenfalls auf fluidische Probleme der Strömungsmechanik anwendbar ist [5]. Bei diesem werden die Koeffizienten derartig gewählt, dass der Näherungsfehler \mathbf{R} (Rest⁶) linear unabhängig von der Funktionalbasis der Näherungslösung wird:

$$\int_D \mathbf{g}(\vec{\mathbf{x}})\mathbf{R} dD = 0 \quad (4.12)$$

Der Näherungsfehler \mathbf{R} ist hierbei definiert als:

$$\mathbf{R} = \mathbf{h}(t) - \Psi(\mathbf{u}^*(\vec{\mathbf{x}}))$$

Sind die Randbedingungen nicht durch die Wahl der Basisfunktionen erfüllt, werden Sie durch einen zusätzlichen Term in Gl. 4.12 berücksichtigt [5].

Ist der Differentialoperator linear, können mit dem Separationsansatz in Gl. 4.13 räumliche Integration und partielle Differentiation nach der Zeit vertauscht werden. Nach Ausführung der (numerischen) räumlichen Integration erhält man dann gewöhnliche DGLen in den

⁶Das Verfahren gehört daher zu den Verfahren des gewichteten Restes [5].

linearen Entwicklungskoeffizienten $\mathbf{b}(t)$ bzgl. der Zeit t , die für den allgemeinen Fall von der Form

$$\mathbf{B}\dot{\mathbf{b}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{b}(t) \quad (4.13)$$

sind. Die Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} notieren dabei das Ergebnis der räumlichen Integration. Entsprechendes gilt für die hier zu null angenommene Anregung \mathbf{h} , sofern sie ebenfalls einem linearen Separationsansatz unterliegt. In Falle von nichtlinearen Systemen wird der Differentialoperator um seinen augenblicklichen Grundzustand \mathbf{b}_0 linearisiert und in das bekannte lineare Problem überführt. Die Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} sind dann Funktionen des Grundzustandes \mathbf{b}_0 und müssen für jeden Grundzustand neu berechnet werden. Ist der gewählte Grundzustand kein Ruhezustand des Systems, muss der zusätzliche konstante Term \mathbf{A}_0 der Entwicklung berücksichtigt werden:

$$\mathbf{B}(\mathbf{b}_0)\dot{\mathbf{b}}(t) = \mathbf{A}_0(\mathbf{b}_0) + \mathbf{A}(\mathbf{b}_0)(\mathbf{b}(t) - \mathbf{b}_0)$$

In einem letzten Schritt werden die bisher verwendeten Entwicklungskoeffizienten linear auf Knotenpunktparameter abgebildet. Ein Knotenpunkt ist ein an einem finiten Element fest definierter Punkt. Ein Knotenpunktparameter gibt gewöhnlich den an diesem Punkt lokal auftretenden Zustand wieder und ist demzufolge ein physikalischer Parameter. Dies ist bei der Wahl der Basisfunktionen des Elementes zu berücksichtigen. Mindestens ein Teil der Knotenpunkte werden in den Ecken und auf dem Rand des finiten Elementes definiert. Die dort auftretenden Knotenpunktparameter werden dann von den angrenzenden Elementen geteilt, wodurch Stetigkeit der örtlichen Zustandsfunktionen über die finite Elemente hinweg erreicht wird.

4.4.2 Schmierfilmgedämpftes finites Plattenelement ("Squeeze Film Damped Shell Element")

Die Finite-Elemente-Methode wird hier auf eine typische Problemstellung der Oberflächenmikromechanik angewandt. Die mikroelektromechanische Struktur bestehe aus einer dünnen, strukturierten, lateral weitausgedehnten Schicht mit einem darunterliegenden Luftspalt, der durch eine Opferschicht hergestellt worden ist [60]. Im Falle neuer, hermetisch versiegelter Mikromechaniktechnologien kann sich ebenfalls ein dünner Luftspalt oberhalb der Struktur befinden [1]. (Abb. 6.5) illustriert einen Querschnitt durch eine derartige Struktur). Für vertikale Bewegungen der mikroelektromechanischen Struktur unterliegt diese der Schmierfilmdämpfung im Luftspalt bzw. in den Luftspalten. Das hier hergeleitete finite Element ist für derartige Systeme gedacht, bei denen die Bewegungsrichtung vertikal zum Spalt verläuft. Aufgrund der starken lokalen Koppelung zwischen vertikaler Auslenkung und lokaler Druckverteilung ist es notwendig, dass das angestrebte finite Element die

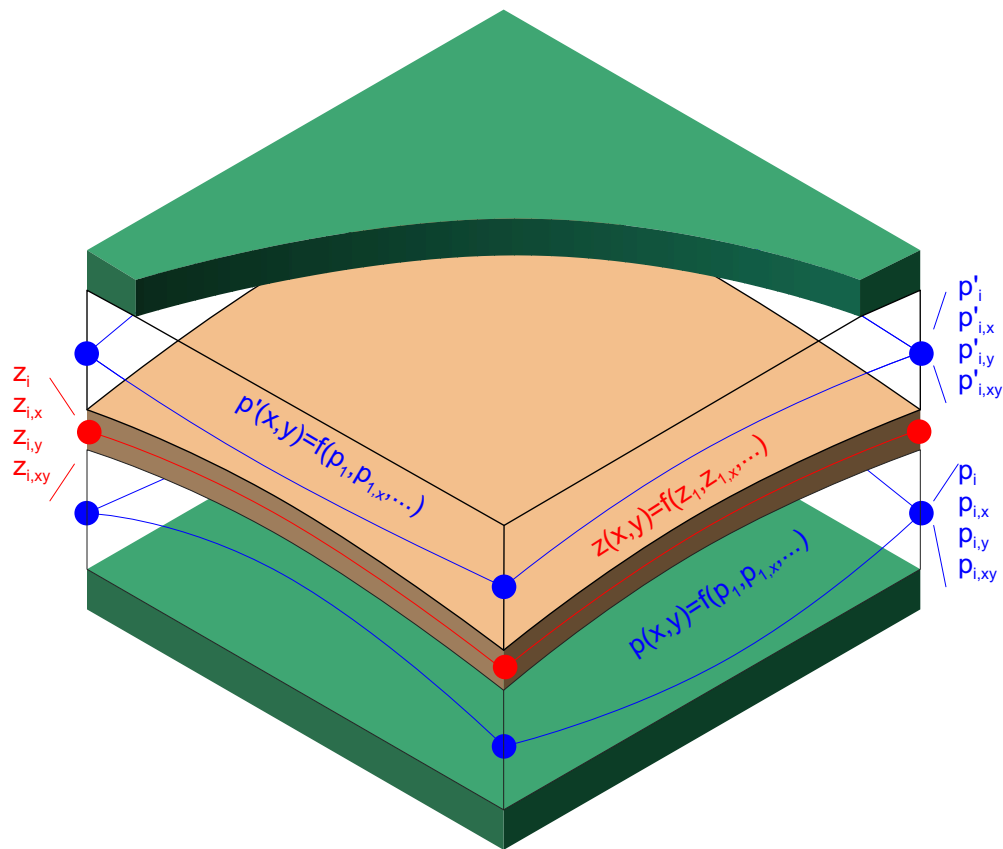


Abb. 4.7: Vierseitiges schmierfilmgedämpftes finites Plattenelement.

vollständige Koppelung zwischen den zwei Bereichen umfasst, um im Gesamtmodell, das aus vielen finiten Elementen zusammengesetzt wird, lokale Verteilungseffekte beschreiben zu können.

Wir verwenden hier ein vierseitiges finites Plattenelement, das in Abb. 4.7 schematisch abgebildet ist. Es besteht aus einer Platte mit der vertikalen Auslenkungsverteilung z . Diese wechselwirkt mit der Druckverteilung p im Luftspalt unter der Platte bzw. der Druckverteilung p' im Spalt über der Platte. Sofern nur der untere Luftspalt existiert (nicht dargestellt in Abb. 4.7), ist der im unteren Spalt herrschende Druck als Differenzdruck zu dem an der Plattenoberseite herrschenden Referenzdruck p_0 definiert. Für den Fall von zwei Luftspalten, einer über und einer unter der Platte, sind die Druckverteilungen ebenfalls als Differenzdruck zum im stationären Zustand herrschenden Referenzdruck p_0 definiert.

Bei der Beschreibung des mechanischen Energiebereichs dieses finiten Elementes werden die Lagrange-Gleichungen (Gl. 4.2) verwendet. In diese wird die entsprechende kinetische und potentielle Energie der mechanischen Struktur eingesetzt. Die Lagrange-Gleichungen werden dann um die verallgemeinerten Kräfte, die die Oberflächenkräfte beschreiben, die aufgrund des Drucks in den Spalten auftreten ergänzt. Die Lagrange-Gleichungen beschrei-

ben schon die integrierte Form der Bewegungsdifferentialgleichungen, wie man sie auch durch Anwendung der Galerkin-Methode erhalten würde, sofern die Lagrange-Koordinaten identisch den Knotenpunktparametern gewählt werden.

Bei der Berechnung der inneren potentiellen Energie der Struktur wird die Festkörpermechanik entsprechend der Kirchhoffschen Theorie dünner Platten vereinfacht [58]. Diese geht davon aus, dass der Verformungszustand einer dünnen Platte allein durch die Durchbiegung in der Mittelebene bestimmt ist und dass die an der Platte angreifenden Kräfte stets senkrecht zu dieser Mittelebene sind. Bei einem an der Platte angreifenden Druck ist dies der Fall. Der Verzerrungszustand der Platte ist dann auf die vertikale Auslenkung z der Platte (genauer der Mittelebene) zurückführbar [58], und daraus ist dann der Spannungszustand mit dem Hookschen Gesetz aus Abschnitt 4.3.2 ableitbar. Es wird vorausgesetzt, dass das Material ausschließlich in seinem linear elastischen Bereich gedehnt wird.

Damit ist der Zustand der Platte vollständig durch die Auslenkung z ihrer Mittelebene beschrieben. Die Plattenformulierung erfordert jedoch, dass neben der Auslenkung z auch deren Normalableitung an den Elementkanten stetig in das benachbarte Element übergeht. Dies hat zur Konsequenz, dass die Normalableitung auf dem Rand des Elements eindeutig durch die Knotenpunktparameter zu definieren ist. Als Ansatzfunktion für die Auslenkung z wird daher ein Polynom in 16 Koeffizienten gewählt [58]:

$$P(\xi, \zeta) = \beta_1 + \beta_2\xi + \beta_3\zeta + \beta_4\xi^2 + \beta_5\xi\zeta + \beta_6\zeta^2 + \beta_7\xi^3 + \beta_8\xi^2\zeta + \beta_9\xi\zeta^2 + \beta_{10}\zeta^3 + \beta_{11}\xi^3\zeta + \beta_{12}\xi^2\zeta^2 + \beta_{13}\xi\zeta^3 + \beta_{14}\xi^3\zeta^2 + \beta_{15}\xi^2\zeta^3 + \beta_{16}\xi^3\zeta^3 \quad (4.14)$$

Dabei sind ξ, ζ die isoparametrische Koordinaten des vierseitigen Elementes.

Für die vier Knoten des Elementes, die in den Eckpunkten des Elementes liegen, werden jeweils vier Knotenpunktparameter gewählt, die der lokalen Auslenkung z , deren örtlichen Ableitung nach x , z_x bzw. y , z_y und deren zweiten örtlichen Ableitung nach x und y , z_{xy} entsprechen. Aus diesen Knotenpunktparametern und ihrer Definition werden die Koeffizienten des Polynoms bestimmt. Dies entspricht einer linearen Verknüpfung .

Der fluidische Energiebereich in den Spalten wird jeweils durch die Reynolds-Gleichung mit der Druckverteilung als zugehörnde Zustandsgröße beschrieben [5]. Der nichtlineare Charakter der Reynolds-Gleichung erfordert eine Entwicklung erster Ordnung der Gleichung um einen beliebigen Zustandspunkt (z_0, p_0) , um die folgende räumliche Integration zu ermöglichen. Analog zum mechanischen Energiebereich ist bei dem fluidischen Bereich die Stetigkeit der Normalableitung des Druckes auf dem Rand des Elementes zu fordern. Das Strömungsfeld des Fluids ist zur örtlichen Ableitung des Druckes proportional und eine Unstetigkeit im Strömungsfeld entspricht einer Massensenke oder einer Massenquelle. Aufgrund der Massenerhaltung ist daher die Stetigkeit der örtlichen Ableitung des Druckes zu fordern. Daher wird dieselbe Ansatzfunktion (Gl. 4.14) mit denselben Knotenpunktparametern für

jede der zwei Druckverteilungen in den Spalten gewählt. Die Knotenpunktparameter sind folglich der Druck p , die örtliche Ableitung nach x , p_x und nach y , p_y und die zweite örtliche Ableitung nach x und y , p_{xy} .

Die Anwendung der Methode von Galerkin resultiert in der Elementengleichung 4.17, in denen \mathbf{z} , \mathbf{p} und \mathbf{p}' entsprechend Gl. 4.15, Gl. 4.16 und Abb. 4.7 die Knotenpunktparameter repräsentieren.

$$\mathbf{p} = [p_1 \quad p_{1,x} \quad p_{1,y} \quad p_{1,xy} \quad p_2 \quad \dots \quad p_{4,xy}]^T \quad (4.15)$$

$$\mathbf{z} = [z_1 \quad z_{1,x} \quad z_{1,y} \quad z_{1,xy} \quad z_2 \quad \dots \quad z_{4,xy}]^T \quad (4.16)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{PDP}_d(\mathbf{z}_0) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{PDP}_d(-\mathbf{z}_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \mathbf{z} \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{p}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K} & \mathbf{0} & \mathbf{WP} & -\mathbf{WP} \\ \mathbf{PW}_d(\mathbf{z}_0, \mathbf{p}_0) & \mathbf{PDW}_d(\mathbf{p}_0) & \mathbf{PP}_d(\mathbf{z}_0, \dot{\mathbf{z}}_0, \mathbf{p}_0) & \mathbf{P}_{perf} \\ -\mathbf{PW}_d(-\mathbf{z}_0, \mathbf{p}'_0) & -\mathbf{PDW}_d(\mathbf{p}'_0) & \mathbf{P}_{perf} & \mathbf{PP}_d(-\mathbf{z}_0, -\dot{\mathbf{z}}_0, \mathbf{p}'_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{z}) \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{p}' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_0(\mathbf{z}_0, \dot{\mathbf{z}}_0, \mathbf{p}_0) \\ \mathbf{A}'_0(\mathbf{z}_0, -\dot{\mathbf{z}}_0, \mathbf{p}_0) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Die ersten beiden Zeilen erhält man aus der Integration der Bewegungsgleichungen der Struktur bzw. den Lagrange-Gleichungen, in denen die mechanischen Knotenpunktparameter als Lagrange-Koordinaten gewählt wurden. Die Steifheitsmatrix \mathbf{K} und die Massmatrix \mathbf{M} sind indentisch mit denen eines herkömmlichen Plattenelementes, das auf der Kirchhoffschen Plattentheorie basiert [58]. Die zusätzliche Matrix \mathbf{WP} beschreibt den an der Plattenoberfläche angreifenden Druck und stellt damit den Koppelungsterm der Strukturmechanik mit dem fluidischen Energiebereich auf Seite der Bewegungsgleichung dar.

Die unteren zwei Zeilen entsprechen der integrierten Form der Reynolds-Gleichungen von jeweils einer Spalte. Zur Vereinfachung der Darstellung wird in den Reynolds-Gleichungen die Spalthöhe durch die Spalthöhe d einer zentrisch ausgerichteten Platte und der Plattenauslenkung z ersetzt. Die Matrizen \mathbf{PW}_d und \mathbf{PDW}_d beschreiben das Einwirken der Plattenauslenkung auf die Fluidik, d. h. die Einkoppelung des mechanischen Energiebereichs in die Fluidik. Die Matrix \mathbf{P}_{perf} beschreibt den Massenverlust durch eine gegebenenfalls vorhandene Perforation der Platte (Abschnitt 4.3.4.2). Die verbleibenden Matrizen \mathbf{PDP}_d und \mathbf{PP}_d beschreiben entsprechend der Reynolds-Gleichung das Strömungsfeld im

Spalt. Aufgrund der Nichtlinearität der Reynolds-Gleichung hängen gemäß Abschnitt 4.4.1 alle Matrizen vom Zustandspunkt \mathbf{z}_0 , \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}'_0 , um den die Reynolds-Gleichung linear entwickelt wird, ab, sind also für jeden Zustandspunkt neu zu berechnen, d.h. neu numerisch zu integrieren. Der zusätzliche konstante Anteil \mathbf{A}_0 , \mathbf{A}'_0 in der Elementengleichung, wird notwendig, wenn der Zustandspunkt, um den die Reynolds-Gleichung entwickelt wurde, keine Ruhelage darstellt⁷.

Geeignetes Zusammensetzen derartiger Elemente [58] ermöglicht die Beschreibung beliebiger schmierfilmgedämpfter Plattenstrukturen, wie sie in der Oberflächenmikromechanik vorkommen.

4.5 Modellreduktion

Zwar bieten FE-Modelle, die auf den im vorhergehenden Kapitel beschriebenen Schmierfilmelementen beruhen, eine sehr gute Näherung für die Beschreibung des Systems mit Differentialgleichungen; sie sind jedoch für eine Systemsimulation, z. B. die Simulation einer kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleife, numerisch zu aufwendig. Es werden sehr viele dieser Elemente benötigt und damit eine sehr große Anzahl von Freiheitsgraden (Knotenpunktparametern) im resultierenden Modell, um eine gute Näherung zu erhalten.

Für eine effiziente numerische Systemsimulation ist daher eine Modellreduktion erforderlich. Ziel dieser Reduktion ist es, das für die Systemumgebung wesentliche Verhalten des Bauteils aus dem FE-Modell zu extrahieren und in einem neuen Modell, dem reduzierten, zu beschreiben. Alle physikalischen Informationen, die Zustände beschreiben, die entweder im Systemzusammenhang nicht angeregt werden oder auf das Verhalten des Systems keinen Einfluss haben, sind aus dem FE-Modell zu entfernen.

Die Problemstellung der Modellreduktion resultiert aus dem Umstand, dass zur Durchführung a priori Kenntnisse über das Systemverhalten benötigt werden, um das wesentliche physikalische Verhalten identifizieren zu können. Diese Problemstellung findet man auch in der Mathematik zur Modellreduktion wieder: Die Mathematik beschreibt zwar Verfahren zur Modellreduktion, benötigt aber ebenfalls zunächst Informationen über den “Zustandsbereich”, auf dem das reduzierte Makromodell erstellt werden soll. Der “Zustandsbereich” ist dabei das mathematische Synonym für das interessante dynamische Verhalten des Modells. Im folgenden Abschnitt 4.5.1 wird kurz eines der gängigsten mathematischen Modellreduktionsverfahren, die “Karhunen-Loève”-Zerlegung, beschrieben, um die Notwendigkeit physikalischer a priori Kenntnisse zu verdeutlichen.

Danach, im Abschnitt 4.5.2, wird im Rahmen einer Makromodellierungsmethode eine Funktionalbasis für die Modellreduktion vorgestellt, die aus den vollgekoppelten FE-Modellen

⁷Man beachte, dass die variierende Druckverteilung im Spalt \mathbf{p} , \mathbf{p}' hier absolut bezüglich des Umgebungsdrucks p_0 und nicht als Änderungen bzgl. des Entwicklungspunktes \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}'_0 definiert ist.

anhand physikalischer Kriterien extrahiert werden kann. Diese Basis wird dann mit anderen in der Mikrosystemtechnik verwendeten Basen verglichen. Aufgrund der physikalischen Kriterien kann die Extraktion automatisiert werden, so dass eine vollautomatische Makromodellberechnung basierend auf einem FE-Modell möglich wird. Die hier gewählte Reduktionsbasis ist auf die Anforderungen an die Systemsimulation von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen ausgerichtet, lässt sich jedoch auch auf andere mikroelektromechanische Systeme anwenden. Die Makromodellierungsmethode erlaubt auch eine numerisch effiziente Modellierung von Nichtlinearitäten.

4.5.1 Karhunen-Loève Zerlegung

Im Folgenden wird kurz die Karhunen-Loève-Zerlegung beschrieben und ein Bezug zu physikalischen Modellbildungen hergestellt. Eine detaillierte Beschreibung der Karhunen-Loève-Zerlegung findet man u.a. in Oja [80].

Die Karhunen-Loève-Zerlegung geht von einer autonomen Differentialgleichung (DGL) aus, deren unbekanntes GröÙen u Elemente des Hilbertraums \mathbf{H} sind:

$$\frac{du}{dt} = \psi(u); \quad u \in \mathbf{H} \quad (4.18)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass man, indem man die Zeit als zusätzliche unabhängige ZustandsgröÙe annimmt und die unabhängige Zeit τ einführt, eine nicht autonome DGL in eine autonome DGL überführen kann. Eine autonome DGL induziert ein dynamisches System $u(t, u_0)$:

$$u_0, t_0 \rightarrow u(t, u_0); \quad t \geq t_0$$

Mit der Annahme, dass Gl. 4.18 ein *dissipatives* System beschreibt, existieren dünne Bereiche $\mathbf{G} \subset \mathbf{H}$, die invariant und attraktiv innerhalb ihres Einzugsbereiches \mathbf{O} sind. Unter der Invarianz ist zu verstehen, dass, sobald ein Zustandspunkt u_0 Element dieses Bereiches \mathbf{G} ist, alle folgenden Zustände ebenfalls im Bereich \mathbf{G} liegen:

$$u_0 \in \mathbf{G} \Rightarrow u(t, u_0) \in \mathbf{G}$$

Ist der Bereich \mathbf{G} attraktiv, konvergieren alle folgende Zustände $u(t, u_0)$ beliebig nahe an den Bereich \mathbf{G} , sofern der Anfangszustand u_0 innerhalb des Einzugsbereiches \mathbf{O} von \mathbf{G} liegt. Anschaulich heißt dies, dass wenn man nur beliebig lange wartet, der Zustand des Systems beliebig nahe oder innerhalb des Bereiches \mathbf{G} liegt. Um das Langzeitverhalten

des Systems zu beschreiben, genügt es daher, näherungsweise das dynamische Verhalten des Bereiches \mathbf{G} zu beschreiben. Bei der Approximation des Bereiches \mathbf{G} , die durch die Karhunen-Loève-Zerlegung konstruiert wird, handelt es sich dann um das Makromodell.

Vom physikalischen Standpunkt aus lässt sich dieses Verhalten wie folgt interpretieren: Ein dissipatives System besteht aus sehr vielen Schwingungsenergiemoden, wovon die meisten jedoch stark gedämpft und/oder über eine kleine Zeitkonstante verfügen, so dass diese sehr schnell abklingen im Vergleich zu einigen, langsam abklingenden Schwingungsenergiemoden. Diese langsam abklingenden Schwingungsenergiemoden stellen dann den Bereich \mathbf{G} dar, der das Systemverhalten charakterisiert und an dem sich das Systemverhalten langfristig anschießt, da die anderen Moden abgeklungen sind.

Die Mathematik stellt folglich mit der Karhunen-Loève-Zerlegung ein Verfahren sicher, welches beschreibt, wie ein Makromodell aufzustellen ist, gibt jedoch keinerlei Auskunft über die Größe des Bereiches \mathbf{G} oder, bezogen auf die anschauliche physikalische Interpretation, welche Energiemoden bei der Modellreduktion zu berücksichtigen sind. Diese Entscheidung kann daher nur aus einem physikalischen Verständnis des Gesamtsystems getroffen werden. Erst durch dieses physikalische Verständnis lassen sich Kriterien finden, welcher Zustandsbereich das Langzeitverhalten des Systems umschreibt und daher als Bereich \mathbf{G} gewählt werden kann. Ein solches Kriterium findet sich im folgenden Abschnitt 4.5.2.2 für kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Schleifen.

Ist ein physikalisch geeigneter Unterraum \mathbf{G} gefunden, benötigt man für die Karhunen-Loève-Zerlegung N Zustandspunkte $u^{(i)}$, die Elemente von \mathbf{G} sind:

$$\{u^{(1)}, \dots, u^{(N)}\} \subset \mathbf{G}$$

Dann lässt sich ein approximierter, affiner Unterraum $a + \mathbf{U} \subset \mathbf{H}$ konstruieren (Abb. 4.8). Das Element a wird zur Summe der Zustandspunkte $\sum_{i=1}^N u^{(i)}$ gesetzt. Die Karhunen-Loève-Zerlegung fordert nun, dass aus den Zustandspunkten $u^{(i)}$ der Unterraum \mathbf{U} derartig konstruiert wird, dass die Norm der Projektion $Q_{\mathbf{U}}u^{(i)}$ des Zustandspunktes $u^{(i)}$ auf den Unterraum \mathbf{U} maximal und der Fehler zwischen Projektion und Zustandspunkt minimal wird:

$$E_U = \sum_{i=1}^N \|Q_{\mathbf{U}}u^{(i)}\|^2 \rightarrow \max_{\mathbf{U}}$$

$$A_U = \sum_{i=1}^N \|u^{(i)} - Q_{\mathbf{U}}u^{(i)}\|^2 \rightarrow \min_{\mathbf{U}}$$

Ist die Ordnung des Unterraumes \mathbf{U} gleich der Anzahl der Zustandspunkte und sind diese linear unabhängig, dann ist der gesuchte Unterraum $\tilde{\mathbf{U}}$ durch die Eigenvektoren g_i des zu

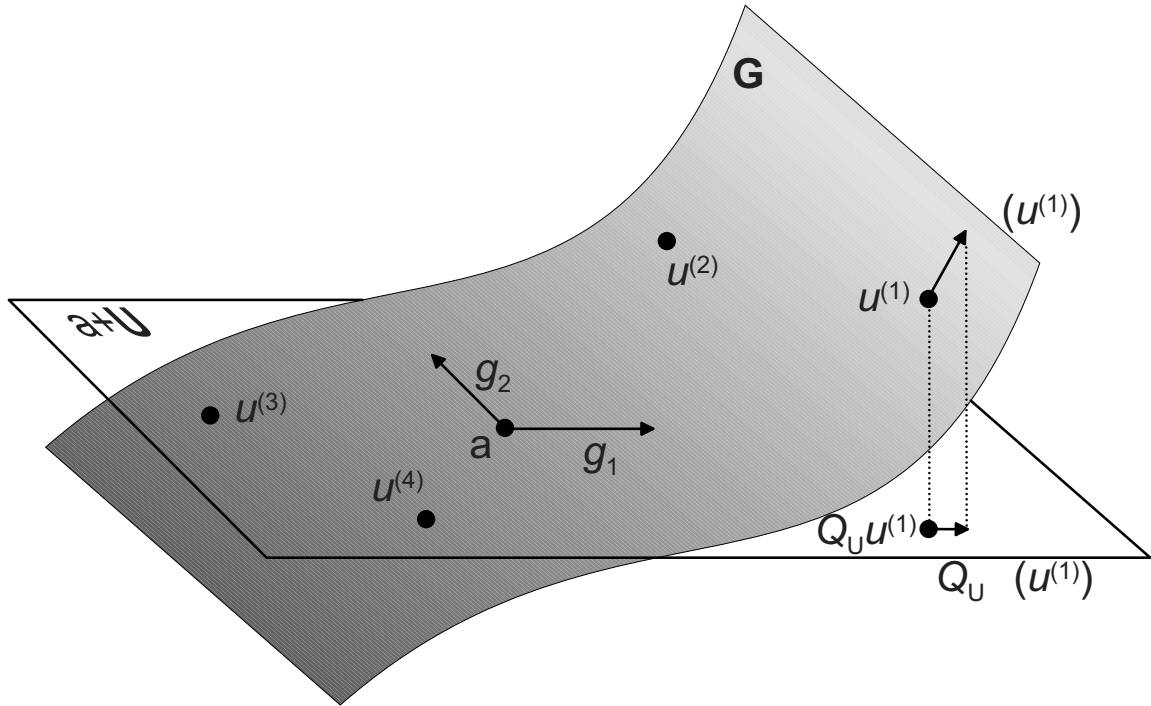


Abb. 4.8: Schmalen Bereich \mathbf{G} und Projektion $Q_{\mathbf{U}}$ auf einen affinen, approximierten Teilbereich $a + \mathbf{U}$.

den Zustandspunkten $u^{(i)}$ gehörenden Orthonormalsystems gegeben:

$$\tilde{\mathbf{U}} = \text{span}(g_1, \dots, g_N) \quad (4.19)$$

Dieser Ansatz wird in der Makromodellierungsmethode des folgenden Abschnitts verwendet.

Für den Fall, dass ein Unterraum gesucht ist, dessen Dimension kleiner als die Anzahl N der Zustandspunkte $u^{(i)}$ ist, wird der gesuchte Unterraum $\tilde{\mathbf{U}}$ über die Korrelationsmatrix der Zustandspunkte $u^{(i)}$ gefunden. Die k Eigenvektoren des zu der Korrelationsmatrix gehörenden Orthonormalsystems, die zu den k größten Eigenwerten gehören, spannen dann den gesuchten Raum auf.

Die orthogonale Projektion der Zustandspunkte in den gesuchten Unterraum $\tilde{\mathbf{U}}$ ist dann unter Verwendung der Galerkin-Approximation gegeben durch:

$$Q_{\tilde{\mathbf{U}}} u = \sum_{i=1}^N b_i g_i$$

$$b_i = \langle u, g_i \rangle$$

wobei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das dem Hilbert-Raum entsprechende Skalarprodukt umschreibt.

Anwendung dieser Projektion auf die ursprüngliche DGL (Gl. 4.18)

$$Q_{\bar{\mathbf{U}}}\psi(Q_{\bar{\mathbf{U}}}u(t)) = \sum_{i=1}^N \left\langle \psi \left(\sum_{j=1}^N b_j(t) g_j \right), g_i \right\rangle g_i$$

liefert das reduzierte Modell, das für den allgemeinen Fall nichtlinear ist:

$$\dot{b}_i(t) = \left\langle \psi \left(\sum_{j=1}^N b_j(t) g_j \right), g_i \right\rangle; \quad (i = 1, \dots, N) \quad (4.20)$$

Für den allgemeinen Fall wird ein nichtlineares Modell jedoch nicht ein numerisch effizientes sein. Kann die Funktion ψ mit eingesetztem Summenausdruck nicht vereinfacht werden, ist sie numerisch teuer. Eine Vereinfachung ist jedoch für eine stark nichtlineare Funktion nicht zu erwarten. Das äußere Skalarprodukt, das über die ursprüngliche Dimension des Bereichs \mathbf{G} zu nehmen ist, ist ebenfalls numerisch aufwendig, sofern es nicht a priori ausmultipliziert werden kann und die Terme zusammengefasst werden können.

Bei einer linearen Funktion $\psi(u) \rightarrow \Psi \mathbf{u}$ ist eine a priori Ausmultiplikation möglich und man erhält als resultierendes Kompaktmodell:

$$\dot{\mathbf{b}} = \Psi_{\text{red}} \mathbf{b} \quad (4.21)$$

mit $\Psi_{\text{red}} = \mathbf{g}^T \Psi \mathbf{g}$.

Unterm Strich erlaubt das Verfahren der Karhunen-Loève-Zerlegung einen Weg zur Beschreibung eines nichtlinearen Makromodells. Voraussetzung ist aber eine Reduktionsbasis, die nur aus dem physikalischen Systemverständnis ermittelbar ist. Ferner ist das Makromodell für den allgemeinen nichtlinearen Fall numerisch nicht effizient. Ausnahme ist der Spezialfall einer linearen DGL, bei der eine a priori Multiplikation möglich ist.

4.5.2 Beschreibung als Makromodell

Im Folgenden wird eine Makromodellierungsmethode beschrieben, die auf die Generierung von mikroelektromechanischen Makromodellen für kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulatoren ausgerichtet ist, jedoch auch für andere Systemanwendungen angewandt werden kann. Sie erfüllt die in Abschnitt 4.1 gestellten Anforderungen an Makromodelle für Δ/Σ -Schleifen: numerische Effizienz, Abbildung von gedämpften Schwingungsmoden und Nichtlinearitäten, sowie Eignung für Netzwerksimulation.

Das Makromodell wird entsprechend dem mathematischen Vorgehen des vorherigen Abschnitts konstruiert. Ausgangspunkt ist dabei eine FE-Formulierung der zu untersuchenden Struktur, die eine Koppelung des mechanischen Energiebereichs mit dem fluidischen Energiebereich enthält, so dass eine Dämpfung der Eigenmoden des Systems beschrieben wird. Als Beispiel für eine solche Formulierung wird hier das im Abschnitt 4.4 vorgestellte schmierfilmgedämpfte Plattenelement benutzt. Ein derartig reduziertes Makromodell umfasst jedoch zunächst nur den mechanischen und fluidischen Energiebereich, der elektrische Bereich ist nicht miteinbezogen. In diesem reduzierten Modell können jedoch die Lagrange-Gleichungen wiedergefunden werden, so dass dann über den Koppelungsterm mit konservativen Energiebereichen der Lagrange-Gleichungen die Koppelung mit dem elektrischen Bereich beschrieben werden kann. Dies setzt voraus, dass der elektrische Energiebereich, wie angenommen, als stationär und damit konservativ beschrieben wird.

Die Aufstellung der Lagrange-Gleichungen erfordert, dass jeder Freiheitsgrad des Systems mit einer Lagrange-Koordinate q_v assoziiert wird. Für den Fall einer kontinuierlich verformbaren Struktur werden daher unendlich viele Lagrange-Koordinaten benötigt, um die unendlich vielen Freiheitsgrade der Struktur zu beschreiben. Der hier verwendete Makromodellansatz beruht auf der Begrenzung der Anzahl der Lagrange-Koordinaten auf eine endliche Anzahl und der damit verbundenen Einschränkung der möglichen Bewegungskonfigurationen (Positions- und Verformungsfreiheitsgrade) der Struktur. Analog zu der Definition der Reduktionsbasis in Gl. 4.19 wird eine orthonormale Basis von Verformungszuständen als eingeschränkter Konfigurationsraum der Struktur gewählt. Die Lagrange-Koordinaten q_v werden als die entsprechenden linearen Entwicklungskoeffizienten ($q_v = b_i$) eingeführt. Aus den Lagrange-Gleichungen erhält man dann ein zu Gl. 4.20 identisches Makromodell bzgl. den Termen, die die kinematische und konservative Energiebereiche des Systems wiedergeben⁸.

Diese Analogie wird bei der Erstellung des Makromodells benutzt. Zur Aufstellung der Bestandteile des Makromodells bzgl. des mechanischen und elektrischen Energiebereichs werden die Lagrange-Gleichungen verwendet. Dies erlaubt, die Koppelung der Kinematik der Struktur mit dem elektrischen Feld direkt über den Ausdruck in Gl. 4.8 der potentiellen Energie E_{pot} des elektrischen Feldes zu beschreiben. Dieser ist, da die integrale

⁸Man beachte, dass die potentielle Energie bzw. die kinetische Energie stets von der Form $\int_V \Psi(\mathbf{u}(\vec{\mathbf{x}})) \mathbf{u}(\vec{\mathbf{x}}) dV$ ist. Wegen $\vec{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3$, $\Psi, \mathbf{u} \in \mathbf{L}_n(\mathbb{R}^3)$ beschreibt dieses Volumenintegral das zu diesem Hilbertraum gehörende Skalarprodukt.

elektrischen Größen Strom I , Spannung V und Kapazität C in ihm verwendet werden, leichter zu behandeln als die Beschreibung über lokal an der Struktur angreifende, elektrostatische Kräfte. Dabei werden, entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 4.3.3, die Lagrange-Gleichungen nur bzgl. den "geometrischen" Lagrange-Koordinaten (den linearen Entwicklungskoeffizienten) aufgestellt. Die entsprechenden "elektrischen" Lagrange-Gleichungen, die nach den "elektrischen" Lagrange-Koordinaten (Elektrodenladungen Q) abgeleitet werden, sind durch Gl. 4.10 gegeben. Die kinetische Energie, die potentielle Verformungsenergie und die verallgemeinerten Kräfte der auf die Struktur in den zwei Spalten einwirkenden Gasdrücke werden aus der FE-Formulierung gewonnen.

Die Bestandteile des Modells bzgl. des fluidischen Energiebereichs werden nach dem im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen mathematischen Verfahren hergeleitet. Ausgangspunkt ist hier ebenfalls die FE-Formulierung. Zwar handelt es sich bei dieser strenggenommen schon um ein reduziertes Modell. Bei ausreichend hoher Vernetzung der Struktur kann man sie aber als Äquivalent zu den physikalischen DGL betrachten.

Mit der Reduktionsbasis für die Verformungsfreiheitsgrade \mathbf{Z} und für die Druckverteilungen \mathbf{P} , ausgedrückt in den Knotenpunktparametern \mathbf{z} , \mathbf{p} und \mathbf{p}' des FE-Modells,

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z}\mathbf{q}_v; \quad \mathbf{p} = \mathbf{P}\mathbf{p}_v; \quad \mathbf{p}' = \mathbf{P}\mathbf{p}'_v$$

erhält man dann in Gl. 4.22 die Makromodellformulierung:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{red} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{PDP}_{red,d}(\mathbf{q}_{v,0}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{PDP}_{red,d}(-\mathbf{q}_{v,0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_v \\ \dot{\mathbf{q}}_v \\ \mathbf{p}_v \\ \mathbf{p}'_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{K}_{red} + \left(\frac{\partial^2}{(\partial \mathbf{q}_v)^2} (E_{pot,el}(\mathbf{q}_v)) \right) \Big|_{\mathbf{q}_{v,0}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{PW}_{red,d}(\mathbf{q}_{v,0}, \mathbf{p}_{v,0}) & \mathbf{PDW}_{red,d}(\mathbf{p}_{v,0}) \\ -\mathbf{PW}_{red,d}(-\mathbf{q}_{v,0}, \mathbf{p}_{v,0}) & -\mathbf{PDW}_{red,d}(\mathbf{p}_{v,0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_v \\ \dot{\mathbf{q}}_v \\ \mathbf{p}_v \\ \mathbf{p}'_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{WP}_{red}(\mathbf{q}_{v,0}) & -\mathbf{WP}_{red}(-\mathbf{q}_{v,0}) \\ \mathbf{PP}_{red,d}(\mathbf{q}_{v,0}, \dot{\mathbf{q}}_{v,0}, \mathbf{p}_{v,0}) & \mathbf{P}_{perf,red} \\ \mathbf{P}_{perf,red} & \mathbf{PP}_{red,d}(-\mathbf{q}_{v,0}, \dot{\mathbf{q}}_{v,0}, \mathbf{p}_{v,0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_v \\ \dot{\mathbf{q}}_v \\ \mathbf{p}_v \\ \mathbf{p}'_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_v} (E_{pot,el}(\mathbf{q}_v)) \right) \Big|_{\mathbf{q}_{v,0}} - \left(\frac{\partial^2}{(\partial \mathbf{q}_v)^2} (E_{pot,el}(\mathbf{q}_v)) \right) \Big|_{\mathbf{q}_{v,0}} \\ \mathbf{A}_{0,red}(\mathbf{q}_{v,0}, \dot{\mathbf{q}}_{v,0}, \mathbf{p}_{v,0}) \\ \mathbf{A}'_{0,red}(\mathbf{q}_{v,0}, \dot{\mathbf{q}}_{v,0}, \mathbf{p}_{v,0}) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Die Formulierung ist fast analog zur FE-Formulierung, jedoch mit dem zusätzlichen Ausdruck der elektrischen potentiellen Energie nach Gl. 4.8. Sie ist dabei noch um die elektrischen Gl. 4.10 zu ergänzen. Die reduzierten Systemmatrizen in Gl. 4.22 ergeben sich durch Multiplikation der FE-Modellmatrizen mit den Reduktionsbasen:

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_v^T \mathbf{Z}^T \mathbf{M} \mathbf{Z} \dot{\mathbf{q}}_v & \Rightarrow & \mathbf{M}_{red} = \mathbf{Z}^T \mathbf{M} \mathbf{Z} \\
 E_{pot,def} &= \frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \mathbf{Z}^T \mathbf{K} \mathbf{Z} \mathbf{q}_v & \Rightarrow & \mathbf{K}_{red} = \mathbf{Z}^T \mathbf{K} \mathbf{Z} \\
 \\
 \mathbf{W} \mathbf{P}_{red} &= \mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{P} \mathbf{P}; & \mathbf{P} \mathbf{W}_{red} &= \mathbf{P}^T \mathbf{W} \mathbf{P} \mathbf{Z} \\
 \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{W}_{red} &= \mathbf{P}^T \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{W} \mathbf{Z}; & \mathbf{P} \mathbf{P}_{red} &= \mathbf{P}^T \mathbf{P} \mathbf{P} \mathbf{P} \\
 \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{P}_{red} &= \mathbf{P}^T \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{P} \mathbf{P}; & \mathbf{P}_{perf,red} &= \mathbf{P}^T \mathbf{P}_{perf} \mathbf{P}' \\
 \mathbf{A}_{0,red} &= \mathbf{P}^T \mathbf{A}_0; & \mathbf{A}'_{0,red} &= \mathbf{P}^T \mathbf{A}'_0
 \end{aligned}$$

Der Ausdruck $\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_v} (E_{pot,el}(\mathbf{q}_v))$ in Gl. 4.22 bezeichnet dabei die transponierte Jacobi-Matrix von $E_{pot,el}$ und der Ausdruck $\frac{\partial^2}{(\partial \mathbf{q}_v)^2} (E_{pot,el}(\mathbf{q}_v))$ die entsprechende Hesse-Matrix bzgl. den Lagrange-Koordinaten q_v .

Bei der Aufstellung dieses Makromodells wurde stillschweigend eine Unterteilung der Reduktionsbasis in eine Reduktionsbasis bzgl. den Verformungsverteilungen der Struktur und eine bzgl. den Druckverteilungen der Struktur unternommen. Im Rahmen der Kahunen-Loève-Zerlegung ist dies insofern zulässig, als dass man diese Basen zu einer gemeinsamen zusammenfügen könnte, indem man jeder Basis die fehlenden Druck- bzw. Verformungszustände hinzufügt und zu Null setzt. Diese Aufteilung verursacht daher die im Abschnitt 4.5.2.2 diskutierten Probleme "zusätzlicher" Eigenmoden im Makromodell. Die Aufteilung ist aber hier physikalisch sinnvoll, da sich bei einer stationäre Auslenkung der Struktur die Drücke in den Spalten ausgleichen, ein Verhalten, das bei Aufteilung der Reduktionsbasis in die beschriebenen Anteile durch das Makromodell wiedergegeben wird.

4.5.2.1 Abbildung von Nichtlinearitäten

Da die Elemente der FE-Formulierung (Gl. 4.17) vom Zustand selbst abhängen, handelt es sich um ein nichtlineares Modell. Gemäss Abschnitt 4.1 können Nichtlinearitäten entscheidend die Güte eines kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators beeinflussen und sollten daher im Makromodell abgebildet werden.

Die Makromodellformulierung nach Gl. 4.20 schließt zwar die Nichtlinearitäten mit ein, führt jedoch im allgemeinen Fall auf eine numerisch ineffiziente Lösung: Das in ihr vorkommende Skalarprodukt von der Ordnung der FE-Formulierung und die nichtlinearen

Gleichungen, in die Summenterme eingesetzt werden, lassen sich für den allgemeinen Fall nicht vereinfachen. Ein effizientes Makromodell setzt daher die Approximation der nichtlinearen Funktion ψ durch eine Form voraus, die eine Vereinfachung des Ausdrucks in Gl. 4.20 erlaubt.

Eine Vereinfachung, d.h. die Ausmultiplikation des Skalarprodukts, ist möglich, wenn die nichtlineare Funktion ψ ein Polynom darstellt. Häufig wird daher mittels einer Reihenentwicklung höherer Ordnung des Ursprungsmodells ein Markromodell konstruiert, welches diese Ordnungen mit abbildet [20]. Allerdings wächst der numerische Aufwand des Makromodells exponentiell mit der Ordnung der Approximation, so dass man schnell für sehr kleine Ordnungen erneut ineffiziente Modelle erhält.

Der hier verwendete Ansatz geht davon aus, dass das Makromodell nur einen bekannten Teil des Zustandsraumes des Systems abdecken muss. Dies ist sicherlich der Fall für die hier betrachteten Δ/Σ -Regelungen, da diese nur um einen zuvor definierten Arbeitspunkt operieren. Anstelle der Abbildung der Nichtlinearität durch die Reduktionsoperation, werden zunächst nur linearisierte Modelle reduziert, wie z.B. das FE-Modell nach Gl. 4.17 für einen bestimmten Zustand. Die Reduktionsoperation wird dann allerdings für verschiedene Zustände des betrachteten Zustandsraums wiederholt. Die Linearität der Modelle erlaubt dann eine numerisch effiziente Darstellung des reduzierten Modells für einen bestimmten Zustand, wie z.B. die reduzierte Form in Gl. 4.22 des FE-Modells.

Die Nichtlinearität wird in der reduzierten Darstellung wieder rekonstruiert durch Interpolation der linearen, reduzierten Modelle über den gesamten betrachteten Zustandsraum. Die Matrizelemente des Modells werden hierfür in Abhängigkeit des Zustandes dargestellt, wie es in Gl. 4.22 schon beispielhaft angedeutet ist. Diese Darstellung ist das hier gesuchte nichtlineare Makromodell. Da das lineare reduzierte Modell nur wenige Matrizelemente hat und diese aufgrund der Interpolation in Form eines analytischen Ausdrucks von den betrachteten Zustandsgrößen abhängen, ist das erhaltene Makromodell numerisch effizient.

Ein modifiziertes Vorgehen wird auf die Terme in den Lagrange-Gleichungen angewandt, die die Koppelung der Bewegung der Struktur mit konservativen Energiebereichen beschreiben, wie z.B. die elektrisch potentielle Energie $E_{pot,el}$ in Gl. 4.22. Da in den zugehörigen Matrizelementen die partielle Ableitung der potentiellen Energie nach den Lagrange-Koordinaten gefordert ist, ist es sinnvoll, für diese Ausdrücke die Interpolation schon auf den Ausdruck der potentiellen Energie anzuwenden, so dass die Ableitung analytisch durchgeführt werden kann. Dies ist nicht erforderlich für eine rein lineare Abhängigkeit eines konservativen Energiebereichs von den Lagrange-Koordinaten, wie z.B. der Deformationsenergie der Struktur, aus der die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} in Gl. 4.22 hervorgeht.

Die Interpolation der Matrizelemente kann neben den Zustandsgrößen zusätzlich weitere Modellparameter einschließen, z.B. den Umgebungsdruck. Das Verfahren erlaubt auf diese Weise die Generierung parametrisierter Modelle. Bei diesem Vorgehen muss jedoch überprüft werden, ob die für die Reduktion gewählte Reduktionsbasis für den gesamten Pa-

parameterraum Gültigkeit hat. Parametrisierung der Geometrie der Struktur ist daher nach dem hier vorgestellten Verfahren nicht sinnvoll, da die Reduktionsbasis sich nur auf eine Strukturgeometrie bezieht.

Wichtig bei diesem Vorgehen ist die Wahl der Ansatzfunktionen für die Interpolation der Matrizenelemente. Sie können von allgemeiner Form gewählt werden, wenn die gesuchte Abhängigkeit unbekannt ist. Für diesen Fall ist die Ansatzfunktion dann meistens ein Ausdruck, der reich an Parametern ist, deren Berechnung die Reduzierung des Modells für viele Zustände erfordert. Besser ist daher eine physikalisch basierte Wahl der Ansatzfunktionen. Dann können z.B. nicht benötigte Koppelungsterme weggelassen bzw. funktionelle Abhängigkeiten exakt ausgedrückt werden, was in beiden Fällen einer schlanken Ansatzfunktion mit wenigen Parametern gleichkommt und damit einem effizienteren Makromodell. Gabbay et. al schlagen z. B. die Verwendung von multivarianten Taylorpolynomen für die Darstellung der Kapazitätsmatrix des Systems vor.

4.5.2.2 Wahl der Reduktionsbasis

Für die Aufstellung des Makromodells wird eine Reduktionsbasis benötigt, d.h. ein Satz orthogonaler Verformungs- und Druckverteilungsfunktionen. Entsprechend Abschnitt 4.5.1 ist die Reduktionsbasis entscheidend für die Güte des Makromodells, da sie den Bereich des Zustandsraumes im Makromodell definiert: Ist dieser zu groß gewählt, ist das Makromodell ineffizient, ist er zu klein, fehlen dem Makromodell für die Beschreibung des Systemverhaltens entscheidende dynamische Informationen.

Verschiedene Ansätze für die Wahl der Reduktionsbasis wurden für schmierfilmgedämpfte mikroelektromechanische Strukturen vorgestellt. Hung et al. [51, 50] benutzen eine transiente FEM-Simulation bei einer typischen Anregung der mikroelektromechanischen Struktur, um aus den FEM-Simulationsdaten die Reduktionsbasis abzuleiten. Dieses Verfahren setzt wie bei dem exemplarisch angegebenen Mikrorelais voraus, dass, eine für das Bauteil typische Anregungsfunktion existiert. Im Falle von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen wirkt farbiges Rauschen als typische Anregungsfunktion. Die Abbildung dieses Rauschens mit einer kurzen FEM-Simulation ist jedoch nicht effizient möglich: Es werden sehr lange transiente Simulationszeiten benötigt, um alle Spektralanteile zu untersuchen. Da keine kurze typische Anregung für dieses System existiert, ist das Verfahren für die hier betrachteten kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen unbrauchbar.

Yang et. al [113] benutzen die rein mechanischen Eigenmoden der Struktur als Grundlage für die Reduktionsbasis. Die Druckverteilungen im Spalt werden dann aus der Reynolds-Gleichung mit den mechanischen Eigenmoden als veränderliche Seitenbedingung ermittelt. Aufgrund der getrennten Ermittlung der Moden und der starken Fluid-Strukturkoppelung in der Mikrosystemtechnik divergieren die so erhaltenen Moden von den Eigenmoden einer gekoppelten Struktur: Die Pole, d.h. die Eigenfrequenzen des reduzierten gekoppelten Systems entsprechen nicht denjenigen des gekoppelten Systems.

Aus der System- und Regelungstechnik ist bekannt, dass bei harmonischer Anregung die der Anregung am nächsten liegenden Pole im wesentlichen das dynamische Verhalten des Systems beschreiben. Bezogen auf die Terminologie der Kahunen-Loève-Zerlegung im Abschnitt 4.5.1 heißt dies, dass bei harmonischer Anregung die Eigenmoden, deren Eigenfrequenzen nahe der Anregungsfrequenz liegen, den gesuchten Bereich \mathbf{G} darstellen. Eine exakte Abbildung der Pole ist daher entscheidend für eine dynamische Systembeschreibung, da diese oftmals Ausgangspunkt für weitere Verfahren sind, wie z.B. für den Reglerentwurf eines Regelkreises [29].

Um eine exakte Abbildung der gewählten Eigenfrequenzen im reduzierten Modell zu ermöglichen, werden Eigenmoden des gekoppelten Systems (Fluid-Struktur) als Reduktionsbasis benützt. Voraussetzung für ein derartiges Vorgehen ist eine FEM-Formulierung, die die Koppelung zwischen fluidischem und mechanischem Energiebereich enthält. Das reduzierte Modell gibt dann die Eigenfrequenzen der Eigenmoden, die in der Reduktionsbasis verwendet worden sind, exakt wieder. Es beschreibt folglich das dynamische Verhalten des Systems in der Umgebung dieser Pole sehr gut.

Die Verwendung der Eigenfrequenzen des gekoppelten Modells bietet noch einen weiteren Vorteil. Jede Eigenmode ist mit einem komplexen Eigenwert assoziiert. Dieser beschreibt Frequenz (Imaginärteil) und, im Gegensatz zu den rein mechanischen Eigenmoden, Dämpfung (Realteil) der jeweiligen Eigenmode. Diese Information bietet ein ausgezeichnetes Selektionskriterium für die Wahl der im Makromodell zu berücksichtigenden Eigenmoden. Da die Eigenwerte numerisch aus dem FEM-Modell berechnet werden können, bietet dieses Kriterium auch die Möglichkeit, die Modellreduktion zu automatisieren: Sofern die Information vorliegt, in welchem Frequenz- und Dämpfungsbereich das System operiert, können die in diesem Bereich liegenden Eigenfrequenzen aus dem FEM-Modell vollautomatisch extrahiert und das Makromodell konstruiert werden.

Im Falle kraftrückgekoppelter Δ/Σ -Modulatoren können für derartige Verfahren zwei Begrenzungen angegeben werden. Die im Makromodell zu berücksichtigenden Frequenzen sind durch die maximale *analoge* elektrische Bandbreite beschränkt. Diese ist durch die größere Bandbreite von der des Messverstärkers oder der des RC-Glieds der Kraftrückkoppelung gegeben. Diese Bandbreite beträgt meistens ein geringes Vielfaches der Abtastfrequenz⁹. Damit existiert eine obere Schranke für den Betrag des Imaginärteils der Eigenfrequenzen. Gleichermaßen sind Eigenfrequenzen, die innerhalb eines Messintervalls (ungefähr eine halbe Periode der Abtastfrequenz) abklingen, für das System unwesentlich. Dadurch wird eine untere Schranke auf der negativen reellen Achse für die Eigenfrequenzen definiert. Mit der Abtastfrequenz des Systems und der elektrischen Bandbreite lässt sich somit ein Bereich

⁹Man würde erwarten, dass die Bandbreite des RC-Gliedes um Größenordnungen größer ist als diejenige des Messverstärkers. Da die Zuleitungen zur mikroelektromechanischen Struktur jedoch meistens einen Strompfad aus hochohmigen Polysilizium enthalten, sind die beiden Bandbreiten ungefähr von gleicher Größenordnung. Andernfalls, wie die Ergebnisse zeigen werden, ist es ratsam, die Bandbreite des RC-Gliedes durch zusätzliche Widerstände auf die des Messverstärkers zu reduzieren, wodurch das erwünschte Systemverhalten nicht beeinflusst wird, jedoch gegebenenfalls parasitäre Schwingungen unterdrückt werden können.

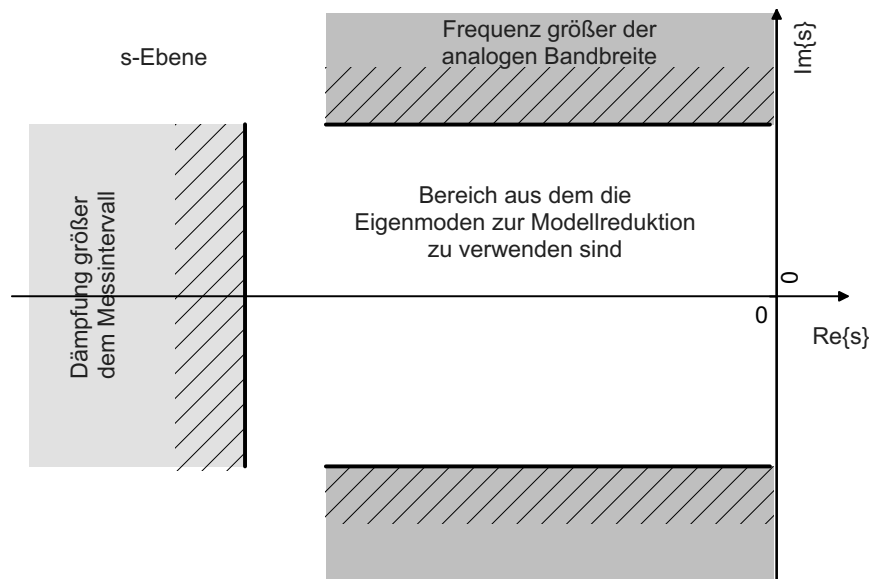


Abb. 4.9: Eingeschränkter S-Ebenenbereich, aus dem die Auswahl der Eigenmoden für die Konstruktion eines Makromodells von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen erfolgen sollte.

in der s-Ebene definieren (Abb. 4.9), aus dem die Eigenmoden für die Makromodellerstellung zu entnehmen sind. Diese zwei Systemparameter sind folglich für eine automatische Modellgeneration der kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen notwendig.

Weiteres Selektionskriterium können die örtlichen Verteilungsfunktionen in Zusammenhang mit Symmetrieargumenten sein. Gibt es aus Symmetriegründen keinen Wirkungsquerschnitt, der eine Mode anregen kann, ist die Symmetrie für das Systemverhalten unwesentlich.

Bei der Konstruktion des Makromodells nach Gl. 4.22 werden die Eigenmoden nicht als eine zusammenhängende Basisfunktion mit nur einem Entwicklungskoeffizienten verwendet, sondern sie werden vielmehr in ihre Druck- und Verformungsverteilungen zerlegt. Da jede dieser Verteilungen dann einen eigenen linearen Entwicklungskoeffizienten im Makromodell spendiert bekommt, zeigt das reduzierte Modell pro abgebildeter, zerteilter Eigenmode und assoziierter Eigenfrequenz vier Eigenmoden bzw. Eigenfrequenzen. Diese zusätzlichen Eigenfrequenzen ergeben sich, da die Superpositionierung der verwendeten Druck- und Verformungsverteilungen zu den verwendeten Eigenvektoren führt, aber auch zu dazu verschiedenen, orthogonalen Eigenvektoren des Systems (verschiedene Vorzeichen, Nullamplitude). Diese neuen Eigenvektoren lassen sich im FEM-Modell an den vom Makromodell prognostizierten Frequenzen wiederfinden.

Tab. 4.1 vergleicht die Eigenfrequenzen eines Makromodells mit denen des zugehörigen FEM-Modells für die in Abb. 4.12 gezeigte Struktur. Die als Grundmode bezeichnete Ei-

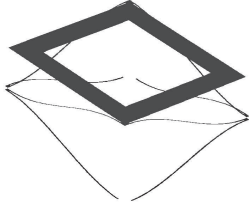
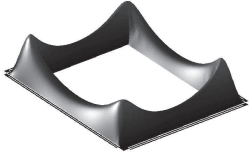
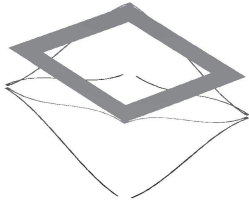
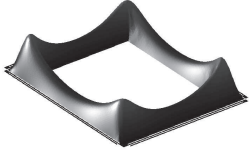
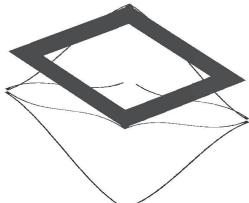
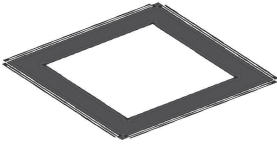
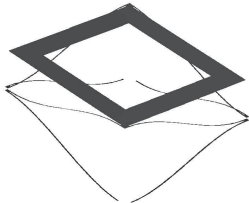
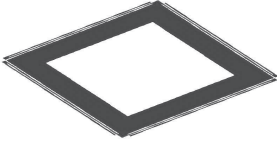
	Verformungsverteilung	Druckverteilung
Grundmode		
2. Mode		
3./4. Mode (Realteil)		
3./4. Mode (Imaginärteil)		

Abb. 4.10: Normierte Verformungs- und Druckverteilungen des FEM-Modells für einen geringen Referenzdruck von $p_0 = 10^{-1}$ Pa. Die gewählten Moden sind Eigenmoden, deren Eigenfrequenzen bei den Eigenfrequenzen des reduzierten Modells liegen, wobei die Grundmode als Reduktionsbasis diente. Die auftretenden Verteilungsfunktionen der Moden sind fast identisch. Sie unterscheiden sich nur in ihren Vorzeichen und Amplituden. Die Druckamplitude der letzten beiden Moden verschwindet.

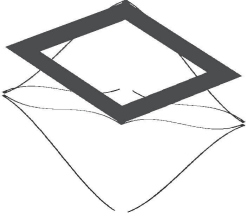
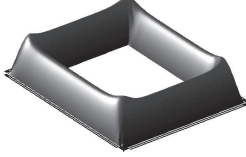
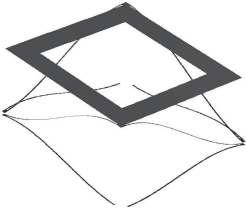
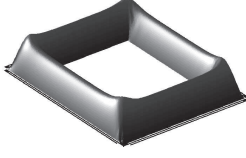
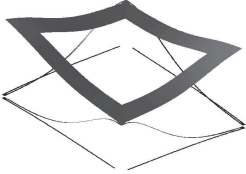
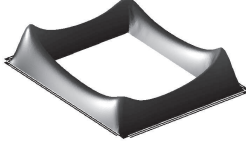
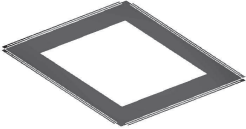
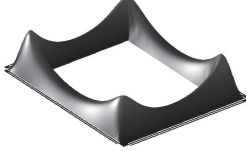
	Verformungsverteilung	Druckverteilung
Grundmode		
2. Mode		
3. Mode		
4. Mode		

Abb. 4.11: Normierte Verformungs- und Druckverteilungen des FEM-Modells für einen Referenzdruck identisch zum Normaldruck $p_0 = 10^5$ Pa. Die gewählte Moden sind Eigenmoden, deren Eigenfrequenzen bei denen des reduzierten Modells liegen, wobei die Grundmode als Reduktionsbasis diente. Die starke Fluid-Struktur-Wechselwirkung bewirkt eine Verformung bei hohen Eigenfrequenzen (Tab. 4.1). Die Auslenkungsamplitude der letzten Mode ist null.

komplexe Eigenfrequenz [1/s]	$p_0 = 10^{-1}$ Pa		$p_0 = 10^5$ Pa	
	FEM	Makro	FEM	Makro
Grundmode	-2,03	-2,03	$-1,33 \cdot 10^4$	$-1,33 \cdot 10^4$
2. Eigenmode	-2,03	-2,03	$-2,25 \cdot 10^5$	$-2,23 \cdot 10^5$
3. Eigenmode	$-4,04 \cdot 10^{-3}$	$-1,43 \cdot 10^{-4}$	$-1,81 \cdot 10^6$	$-1,86 \cdot 10^6$
4. Eigenmode	$\pm i 5,13 \cdot 10^4$	$\pm i 5,14 \cdot 10^4$	$-2,03 \cdot 10^6$	$-2,09 \cdot 10^6$

Tab. 4.1: Vergleich der aus dem FEM-Modell gewonnenen Eigenfrequenzen mit denjenigen des Makromodells, das unter Verwendung der Grundmode reduziert wurde.

genmode wurde für die Reduktionsbasis des Makromodells verwendet. Die 2-4 Eigenmoden beschreiben den Vergleich der zusätzlichen im Makromodell erhaltenen Moden mit den dazu assoziierten Eigenmoden im FEM-Modell. Da bei geringen Drücken die Fluid-Strukturkoppelung gering ist, variieren die Verformungs- und Druckverteilungen der Eigenmoden kaum mit der Frequenz: Die zusätzlichen Eigenmoden und Eigenfrequenzen entsprechen sich. Abb. 4.10 visualisiert die Identität der Eigenmoden. Bei höheren Umgebungsdrücken bewirkt die stärkere Fluid-Strukturkoppelung eine Verzerrung der Verteilungen mit der Frequenz (Abb. 4.11). Demzufolge weichen die zusätzlichen Eigenfrequenzen von den entsprechenden des FEM-Modells ab.

Sollen diese Eigenfrequenzen auch korrekt durch das Makromodell abgebildet werden, müssen die verzerrten FEM-Eigenmoden in der Reduktionsbasis bei der Makromodellbildung mit berücksichtigt werden. Dies führt zwar zu weiteren Eigenfrequenzen im Makromodell, die jedoch bei höheren Frequenzen bzw. Dämpfungen liegen. Wiederholt man diesen Schritt nur genügend oft, liegen sie außerhalb des interessierenden Bereichs der s -Ebene und sind daher für die Modellbildung zu vernachlässigen.

4.5.2.3 Definition der Schnittstellen

Um das System in ein allgemeines Kirchhoffsches Netzwerk einbinden zu können, wie es von Wachutka [107] beschrieben wird, und damit eine effiziente, netzwerksbasierte Systemsimulation zu ermöglichen, sind die Schnittstellen des Makromodells in Form von konjugierten Schnittstellenvariablen zu definieren.

Die elektrischen Schnittstellen werden an den extern angeschlossenen Elektroden der MEMS-Struktur gewählt (Abschnitt 4.2). Die zugehörigen konjugierten Schnittstellenvariablen sind die Elektrodenspannungen und die über die Schnittstelle fließenden Ströme. Der Zusammenhang zwischen den konjugierten elektrischen Schnittstellenvariablen ist durch Gl. 4.10 gegeben, die, entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 4.3.3, entweder als

Teil der Lagrange-Gleichungen interpretiert werden können oder als kapazitive Strom-Spannungsbeziehung. Man erkennt, dass durch die Behandlung der gesamten Elektrostatik durch integrale Größen, die Modellformulierung unmittelbar in “integralen” konjugierten elektrischen Schnittstellengrößen vorliegt.

Das mit den zuvor beschriebenen Schritten reduzierte und interpolierte Modell stellt daher zusammen mit der oben angegebenen Schnittstellenbeziehung das gesuchte Makromodell dar.

4.5.2.4 Ableitung der linearen Übertragungsfunktion der mikroelektromechanischen Struktur

In Abschnitt 3.3 wird eine analytische Beschreibung der Δ/Σ -Schleife behandelt. Die dabei benötigte Übertragungsfunktion der mechanischen Struktur, die ein lineares, zeitinvariantes Modell darstellt, kann aus dem zuvor beschriebenen Makromodell gewonnen werden.

Da nur eine lineare Modellbeschreibung für diese Untersuchung benötigt wird, wird das Makromodell nur für einen Zustand, die Ruhelage, berechnet. Der erhaltene Zusammenhang zwischen den Elektrodenspannungen zur Erzeugung der Rückkoppelkräfte und den während der Positionsmessung abgegriffenen Spannungen bzw. Strömen stellt dann die gesuchte Übertragungsfunktion dar. Diese enthält, außer den Nichtlinearitäten der Struktur, die gesamte Information des Makromodells: höhere Schwingungsmoden und Verkoppelungen zwischen den einzelnen Regelgrößen. Effekte der geschlossenen Regelung, die auf diesen Eigenschaften beruhen, können somit durch das analytische Modell nach Kapitel 3 aufgedeckt werden. Ein solcher Effekt wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

4.5.2.5 Makromodell einer aufgehängten Platte

Das Verfahren wird beispielhaft auf die in Abb. 4.12 gezeigte mikroelektromechanische Struktur angewandt. Es handelt sich um eine Teststruktur für einen kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulator in zwei Dimensionen. Die vier Elektroden der Struktur erlauben eine kapazitive Positionsbestimmung der Platte bzgl. der lateralen Auslenkung in Richtung der z -Achse und der Verkippung um die φ -Achse. Ebenso erfolgt über diese Elektroden die elektrostatische Kraftrückkoppelung in die jeweilige Richtung.

Das Rückkoppelschema und die Positionsmessung für diese mehrdimensionale Regelung wird analog zu den Ausführungen in Abschnitt 3.4 gestaltet, damit eine Entkoppelung der Regelkreise stattfindet: Es wird nur eine Elektrode pro Rückkoppelzyklus aktiviert, um einen eindeutigen φ - und z -Kraftimpuls pro Rückkoppelintervall zu erzeugen. Die Messung der Auslenkungen der Platte relativ zu den zwei Elektrodenpaaren wird derartig verknüpft,

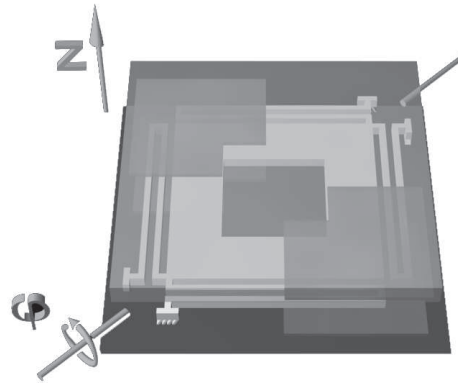


Abb. 4.12: An Federn aufgehängte mikroelektromechanische Platte zum Testen einer kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Regelung bzgl. der eingezeichneten z - und φ -Achse.

dass die zwei Regelgrößen, die laterale Auslenkung in Richtung der z -Achse und die Verkipfung um die φ -Achse, rekonstruiert werden können.

Die Entkoppelung ist zunächst nur bzgl. der “Grundmoden” Verkipfung und Auslenkung gültig. Höhere Verformungsmoden der Struktur könnten zu einer Koppelung beitragen. Aufgrund der Symmetrie der Struktur ist dies hier nicht der Fall.

Bei der Erstellung des reduzierten Modells wurden die vier in Abb. 4.13 gezeigten Eigenmoden des FEM-Modells berücksichtigt. Aus Symmetriegründen wurden die Eigenmoden, deren Verteilung um 90° um die z -Achse gedreht sind, hier nicht verwendet, da sie keinen Wirkungsquerschnitt bzgl. dieser Elektrodenanordnung haben.

Abb. 4.14 vergleicht die Eigenfrequenzen einer Eigenmode des FEM-Modells als Funktion des Drucks mit den entsprechenden Eigenfrequenzen, die sich aus dem reduzierten Makromodell ergeben. Zwei Makromodellierungsmethoden werden hier verglichen: einmal die hier beschriebene Methode (Methode A) und eine zweite Methode, die als Reduktionsbasis die harmonischen, mechanischen Eigenfunktionen der Struktur verwendet (Methode B).

Unabhängig vom Druck werden bei der letzteren Methode stets dieselben Verformungs- und Druckverteilungsfunktionen als Reduktionsbasis herangezogen, um das druckabhängige FE-Modell zu reduzieren. Als Verformungs- und Druckverteilung werden dabei die durch die komplexe Eigenmode des FEM-Systems bei geringem Druck ($p_0 = 10^{-4}$ bar) definierten Verteilungen gewählt. Aufgrund des geringen Druckes entspricht die so ermittelte Verformungsverteilungsfunktion der harmonischen, rein mechanischen Eigenmode der Struktur.

Die Kreuze in Abb. 4.14 markieren die Eigenfrequenzen des FEM-Modells. Dabei wurde die konjugiert komplexe Wurzelortskurve der Eigenfrequenzen derjenigen Eigenmode dar-

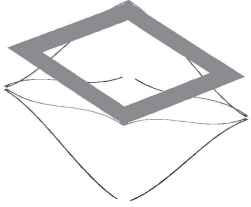
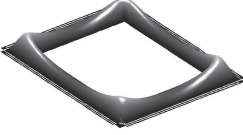
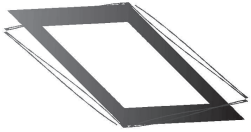
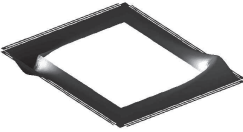
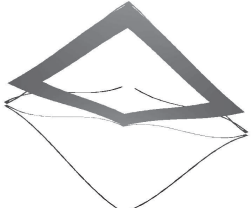
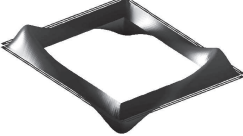
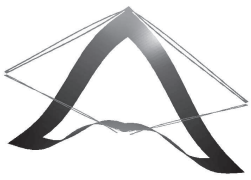
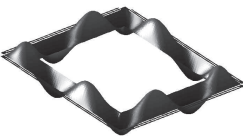
	Verformungsverteilung	Druckverteilung
1. Verteilung		
2. Verteilung		
3. Verteilung		
4. Verteilung		

Abb. 4.13: Die für die Modellreduktion verwendete Verformungs- und Druckverteilungen.

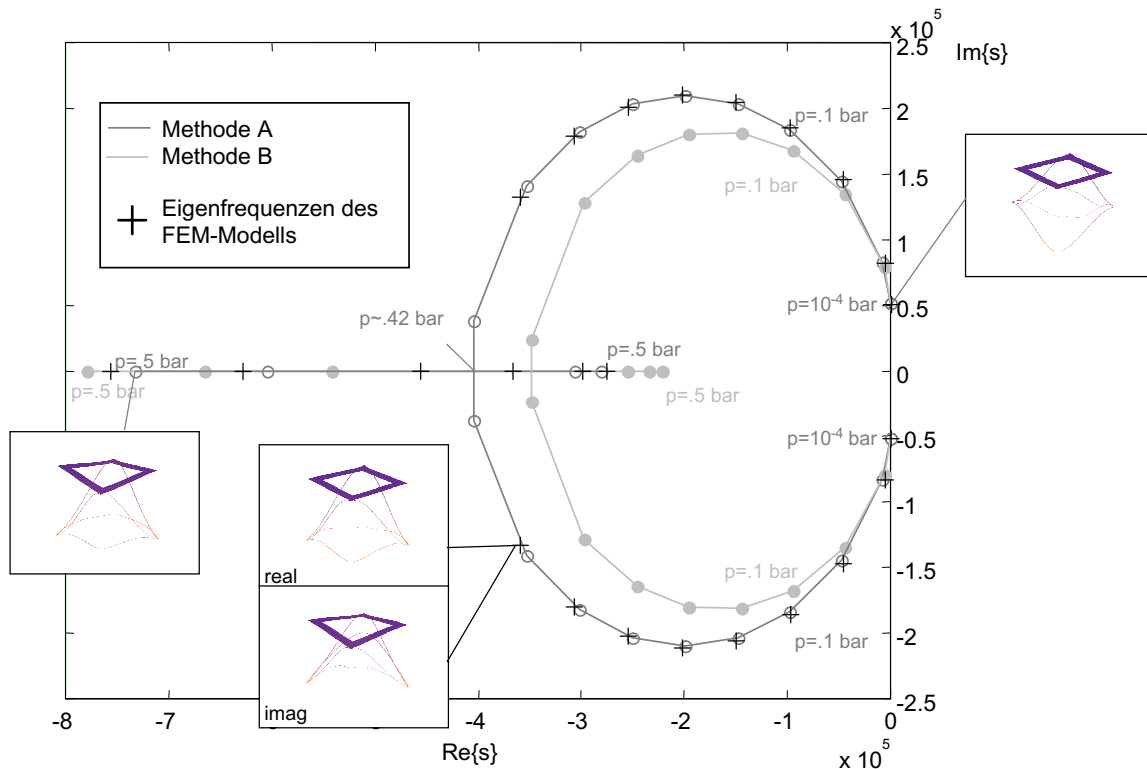


Abb. 4.14: Vergleich der Druckwurzelortskurve bzgl. der Makromodellierungsmethode:
Methode A Verwendung der hier beschriebenen Methode (dunkelgrau).
Methode B Verwendung der rein mechanischen Eigenmoden als Reduktionsbasis (hellgrau).

gestellt, die von der komplexen Eigenmode bei geringem Druck ausgeht, die in Abb. 4.10 als 3. bzw. 4. Eigenmode bezeichnet wurde.

Als Reduktionsbasis für Methode A wurde immer diejenige Eigenmode herangezogen, die von der in Abb. 4.10 als Grundmode bezeichneten Mode bei geringem Druck ausgeht. Dabei wird für jeden Druckzustand die Grundmode neu ermittelt, um, gemäß der beschriebenen Makromodellierungsmethode, die jeweilige Dämpfung in der Reduktionsbasis zu berücksichtigen. Die Eigenfrequenzen dieser Grundmode werden in Abb. 4.14 nicht dargestellt, da sie definitionsgemäß stets mit denjenigen des FEM-Modells übereinstimmen. Abb. 4.14 vergleicht vielmehr Eigenfrequenzen des Makromodells, die aufgrund der durch die Zerlegung der Grundmode in ihre Druck- und Verformungsanteile zusätzlich auftreten, mit den Eigenfrequenzen der dazu assoziierenden Eigenmoden des FEM-Modells. Danach entsprechen die Eigenfrequenzen dieser Eigenmoden des Makromodells nach Methode A (hellgrau) nicht mehr exakt denen des FEM-Modells. Vergleicht man diese Abweichungen mit den Abweichungen, der aus dem Makromodell nach Methode B resultierenden Eigenfrequenzen (dunkelgrau), sind die nach Methode A deutlich geringer und die Methode A repräsentiert die “zusätzlichen” Eigenfrequenzen des FEM-Modells signifikant besser.

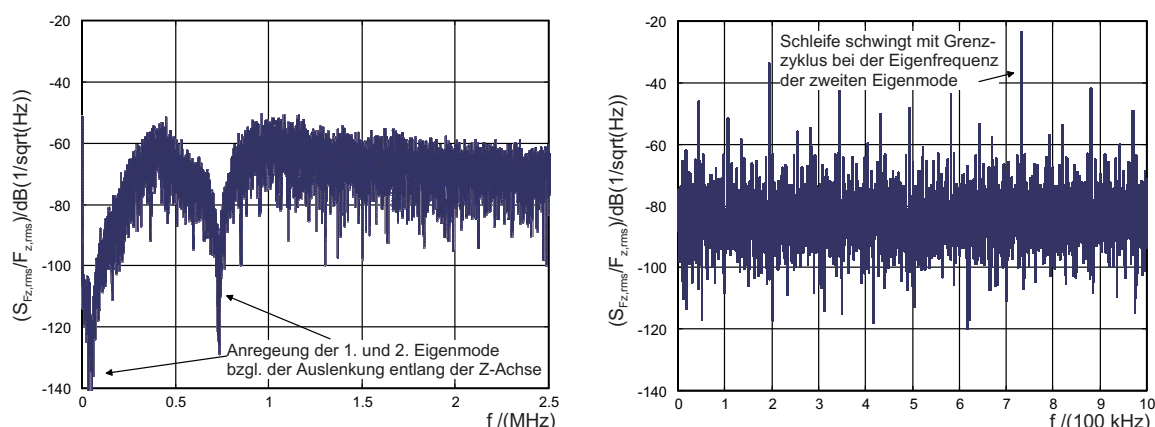


Abb. 4.15: *Links:* Spektrum des Bitstromes bzgl. der Positionsregelung entlang der z-Achse für eine Abtastfrequenz von 5 MHz.

Rechts: Spektrum des Bitstromes bzgl. der Positionsregelung entlang der z-Achse für eine Abtastfrequenz von 2 MHz. Der Regelkreis schwingt innerhalb eines Grenzyklus bei der Eigenfrequenz der 2. Eigenmode auf. Diese Schwingung verhindert “Noise-Shaping” bei dieser Abtastfrequenz.

Das hier beschriebene Modellierungsverfahren bildet folglich nicht nur die bei seiner Erstellung verwendeten Eigenmoden exakt ab, sondern repräsentiert im Vergleich zum anderen verwendeten Verfahren auch die “zusätzlich” abgebildeten Eigenmoden relativ genau. Im Hinblick auf die Verwendung des Makromodells zur Erstellung eines Regelkonzeptes für die mikroelektromechanische Struktur, bei der die Abbildung der Pole (Eigenfrequenzen) des Systems entscheidend ist, bietet das hier beschriebene Verfahren eine deutlich exaktere Systembeschreibung bei gleicher Makromodellordnung. Verfahren, die auf den harmonischen, rein mechanischen Eigenfunktionen aufbauen, beinhalten die starke Struktur-Fluidkoppelung nur teilweise und führen daher zu einem größeren Modellierungsfehler bei gleicher Ordnung.

Aufbauend auf dem Makromodell der Struktur wurde das Systemverhalten des kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators simuliert. Abb. 4.15 zeigt das Spektrum des Bitstromes bzgl. der Positionsregelung entlang der z-Achse für zwei verschiedene Abtastfrequenzen $f_s = 5$ MHz und $f_s = 2$ MHz.

Bei der Abtastfrequenz von 5 MHz verhält sich der Δ/Σ -Regelkreis wie erwartet. Das Ausgangsspektrum ist die “umgekehrte” Übertragungsfunktion der mechanischen Struktur. Deutlich sind die zwei Spitzen zu erkennen, die von der Anregung der Eigenmoden bzgl. der Auslenkung der Struktur entlang der z-Achse herrühren (Moden 1 und 3 in Tab. 4.1 Eigenmode 4, die zu Eigenmode 1 und 3 orthogonalisiert wurde, liegt zu hoch in ihrer Eigenfrequenz, als dass es zu einer im Spektrum sichtbaren Anregung kommt). In diesem Fall ist die Abtastfrequenz im Vergleich zu den Eigenfrequenzen der Eigenmoden zu hoch, so dass es zu keiner positiven Rückkoppelung kommt, die die Eigenmoden aufschwingen lässt. Dies ändert sich, wenn die Abtastfrequenz auf 2 MHz reduziert wird. Hier kommt es zu

einer positiven Rückkopplung bzgl. der zweiten Eigenmode, und diese Mode schwingt in Form eines Grenzzyklus auf. Der Regelkreis wird dann von dieser Schwingung dominiert, d.h. der größte Teil der konstanten Ausgangsleistung des Δ/Σ -Modulators geht in diesen Grenzzyklus ein. Der Modulator ist folglich entartet, da keine Gleichverteilung der Ausgangsleistung über das Spektrum mehr erfolgt und da das “Noise Shaping”, welches das Rauschen bei niedrigen Frequenzen drückt, ausgeschaltet ist.

Dieses Verhalten kann an dem analytischen Modell nach Kapitel 3 nachvollzogen werden. Hierfür stellen wir entsprechend Abschnitt 4.5.2.4 die Übertragungsfunktion der mikromechanischen Platte bzgl. der elektrostatischen Krafrückkopplung in Richtung der z -Achse und der kapazitiven Messung entlang der z -Achse auf. Basierend auf der derartig ermittelten Übertragungsfunktion wird dann der Verstärkungsfaktor des Quantisierers berechnet. Abb. 4.16 und Abb. 4.17 zeigen die so erhaltenen Übertragungsfunktionen des offenen Δ/Σ -Regelkreises bei geringem Druck $p_0 = 0,1$ Pa für eine Abtastfrequenz von 2 MHz und 5 MHz. Deutlich ist zu erkennen, dass durch den Phasenverzug des Rückkoppelimpulses bei der kleineren Abtastfrequenz von 2 MHz keine Phasenreserve bei der zweiten Resonanzfre-

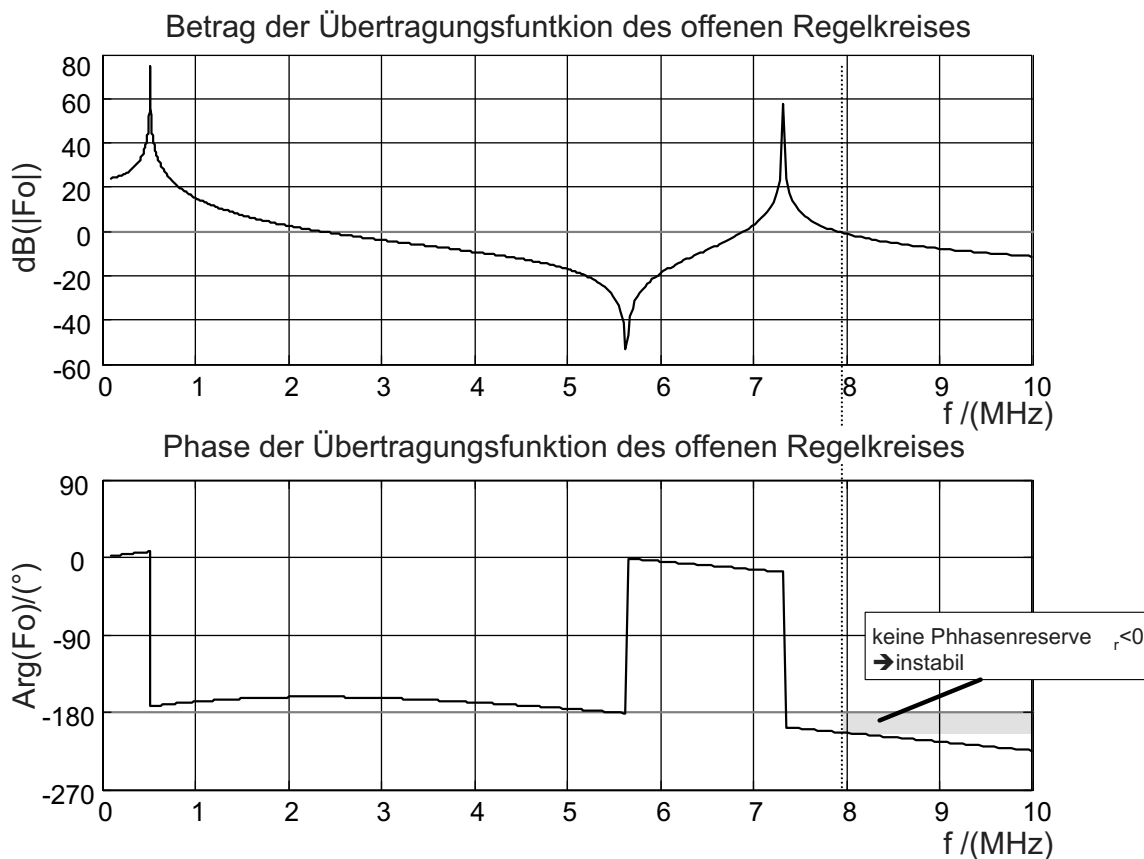


Abb. 4.16: Bodeplot des analytischen Modells nach Kapitel 3 der aufgehängten Platte bei Vakuum ($p_0 = 0.1$ Pa) und einer Abtastfrequenz von $f_s = 2$ MHz.

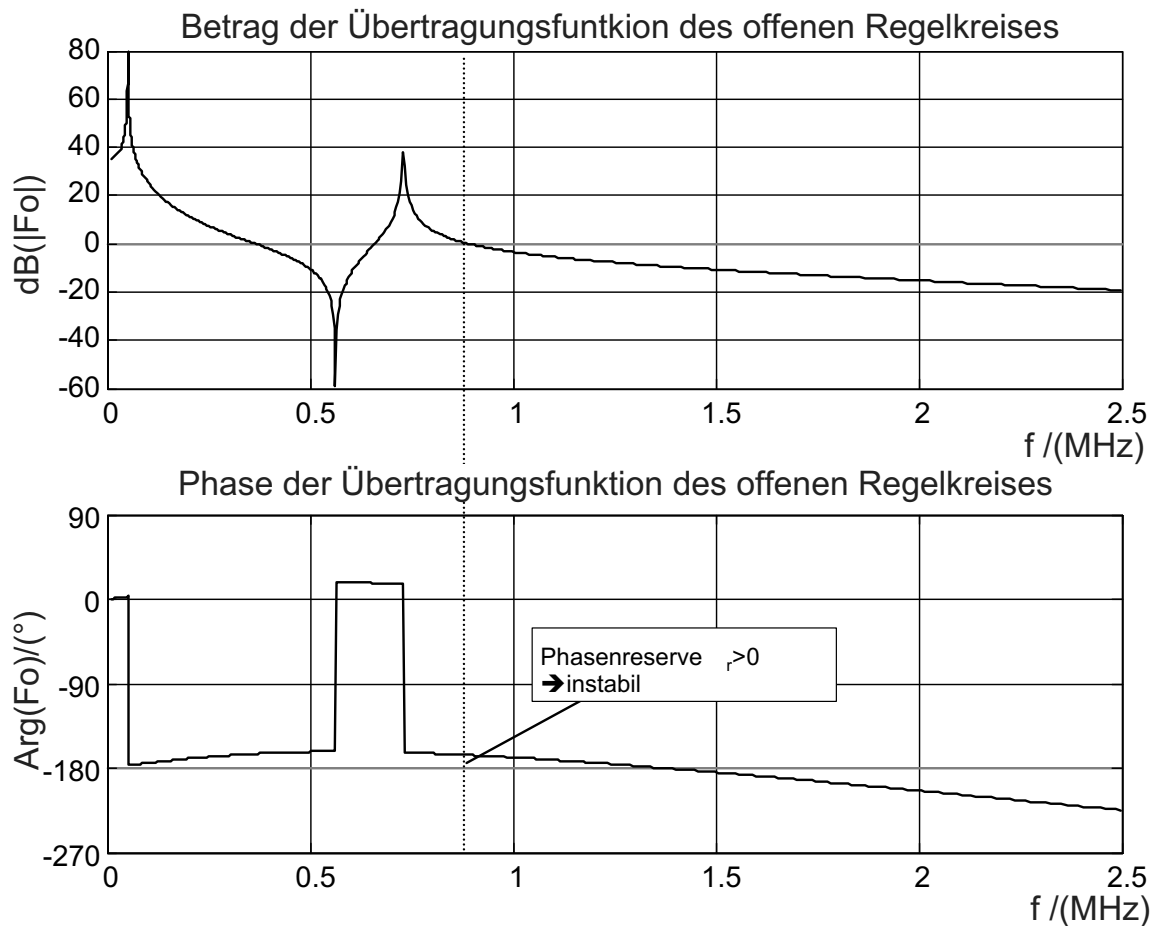


Abb. 4.17: Bodeplot des analytischen Modells nach Kapitel 3 der aufgehängten Platte bei Vakuum ($p_0 = 0.1$ Pa) und einer Abtastfrequenz von $f_s = 5$ MHz.

quenz der Übertragungsfunktion mehr vorhanden ist, während die Phasenreserve bei einer Abtastfrequenz von 5 MHz noch ausreichend ist. Anders als im analytischen Modell, demzufolge der Regelkreis mit einer beliebig großen Amplitude aufschwingen müsste, zeigt die numerische Simulation am nichtlinearen Modell in Abb. 4.15, dass der Δ/Σ -Modulator zwar entartet ist, jedoch aufgrund der Nichtlinearitäten stabil bleibt. Das Aufschwingen der Amplitude der zweiten Resonanzmode ist durch die Nichtlinearitäten begrenzt.

Seeger et al. [92] geben in einer Faustregel für ungedämpfte Systeme an, für welche Abtastfrequenzen in Abhängigkeit der Eigenfrequenzen dieser Effekt auftritt. Diese Abschätzung beruht auf einer genäherten analytischen Beschreibung durch ein lineares zeitinvariantes System. Da die Abschätzung weder den genauen Verstärkungsfaktor des Quantisierers noch die Dämpfungseigenschaften des Systems enthält, hat sie nur Näherungscharakter.

In den meisten Fällen genügt es nicht nur das ungedämpfte System zu betrachten. Neben der Abtastfrequenz ist die Dämpfung der Eigenmoden entscheidend, ob eine Eigenmode

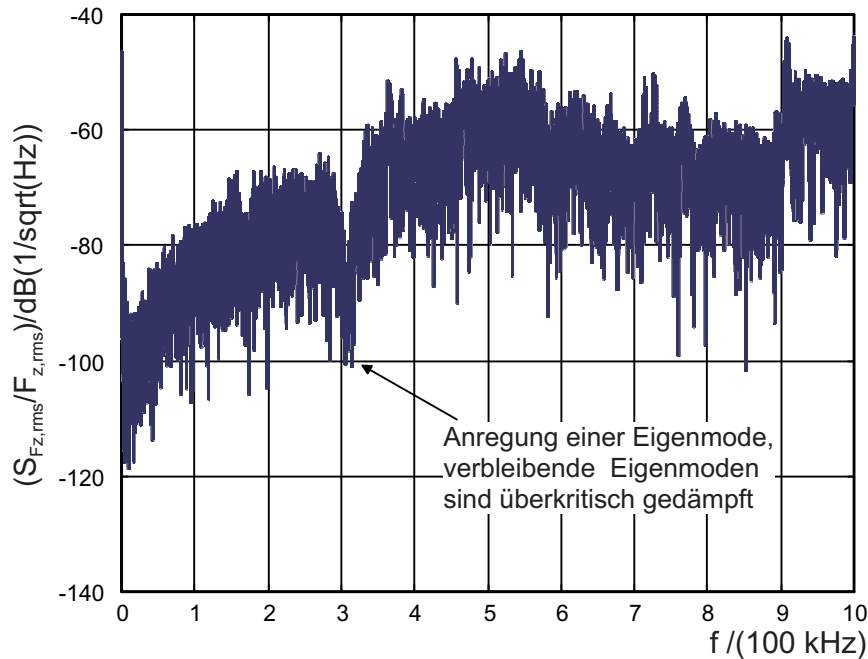


Abb. 4.18: Spektrum des Bitstroms bzgl. der Regelung entlang der z -Achse für einen Referenzdruck identisch zum Normaldruck $p_0 = 10^5$ Pa und einer Abtastfrequenz von $f_s = 2$ MHz.

aufschwingt und den Δ/Σ -Modulator dominiert. Abb. 4.18 zeigt erneut das Ausgangsspektrum des Bitstromes der Positionsregelung entlang der z -Achse für eine Abtastfrequenz von 2 MHz, diesmal jedoch für das System für einen Referenzdruck identisch zum Normaldruck $p_0 = 10^5$ Pa. Die Druckänderung bewirkt zunächst, dass sich die mechanische Übertragungsfunktion entscheidend verändert, die Eigenfrequenzen verschieben sich. Wichtig ist, dass das Ausgangsspektrum nun nicht mehr entartet ist, vielmehr ein typisches “Noise-Shaping” zeigt. Da das “Noise-Shaping”, die Art und Weise wie das Rauschen bei niedrigen Frequenzen gedrückt wird, im wesentlichen die Wandlungscharakteristik eines Δ/Σ -Modulators bestimmt, beeinflussen sowohl Abtastfrequenz als auch Dämpfung die Güte eines kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators.

In diesem Zusammenhang stellt die hier vorgestellte Makromodellierungsmethode ein sehr geeignetes Mittel dar, Modelle für die Systemsimulation von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulatoren zu erstellen. Die gedämpften Eigenfrequenzen (Pole) des gekoppelten Fluid-Struktur-Systems werden im betrachteten Frequenzraum sehr gut wiedergegeben und erlauben somit genaue Systemanalysen. Nichtlinearitäten und Koppelungen werden ebenfalls abgebildet. Aufgrund der hohen Modellreduktion sind lange transiente Simulationen, wie sie bei Δ/Σ -Modulatoren zur Systembeschreibung und Analyse notwendig sind, numerisch effizient. Die Anwendung des Verfahrens kann auf andere Systemarchitekturen übertragen werden, die vergleichbare Anforderungen an die Modellbildung stellen.

5 Systeme zur elektrostatischen Positionsregelung freischwebender Strukturen

In diesem Kapitel wird eine Anwendung der kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Regelschleife aus Kapitel 3 beschrieben, die für die Inertialsensorik von besonderem Interesse ist: Systeme, die eine freischwebende mikroelektromechanische Struktur enthalten. Die sonst übliche Aufhängung der seismischen Masse an mechanischen Federn wird bei diesen Systemen durch eine Positionsregelung mittels berührungsfreier, hier elektrostatischer, Kräfte ersetzt, so dass kein mechanischer Kontakt zwischen freischwebender Struktur und deren Umgebung besteht. Hierfür muss das System durch elektrostatische Kräfte ein Äquivalent für eine mechanische Feder bereitstellen.

Die elektrostatische Positionsregelung freischwebender Strukturen ist in Mikrosystemen anders als bei Makrosystemen deshalb interessant, weil die von gängigen Spannungen erzeugten, elektrostatischen Kräfte ein Vielfaches der Schwerkraft der mikroelektromechanischen Strukturen betragen können. Ursache hierfür ist, dass die elektrostatischen Kräfte bei Verkleinerung nicht mit den Massen der Strukturen mitskalieren. So reichen in Mikrosystemen Spannungen im Voltbereich aus, um Kräfte zu erzeugen, deren Betrag ein Vielfaches der Schwerkraft der mikroelektromechanischen Strukturen ist. Geringfügig größere Systeme mit Abmessungen im mm-Bereich hingegen benötigen schon Spannungen im kV-Bereich [52] für eine elektrostatische Aufhängung. Zur elektrostatischen Manipulation alternative berührungslose Verfahren, wie z.B. mittels magnetischer Kräfte [110, 93], werden hier nicht behandelt.

Am Beispiel der Δ/Σ -Regelschleife wird erläutert, wie eine kontaktfreie, elektrostatische Kraft und eine kontaktfreie, kapazitive Positionsmessung realisiert werden können. Die erhaltenen Ergebnisse sind dabei nicht eingeschränkt auf Δ/Σ -Regelschleifen sondern auf vergleichbare Regelschleifen übertragbar. Besonders eingegangen wird auf das Problem, welches hier als "Startphase" bezeichnet wird, nämlich der Umstand, dass das System zunächst die freischwebende Struktur aus einer Ruhelage anheben muss. Eine neue Methode, die eine zuverlässige und einfache Lösung dieser Problemstellung mit einer Δ/Σ -Regelschleife darstellt, wird vorgestellt und mit anderen Methoden verglichen.

Nach einer kurzen Einführung in die Bedeutung solcher Systeme für die Inertialsensorik

beschreibt der zweite Abschnitt eine Elektrodenanordnung und die Beschaltung, um eine elektrostatische Kraft kontaktfrei an einer freischwebenden Struktur anbringen zu können. Im Anschluss werden die zwei Grundklassen der Systeme zur Regelung von freischwebenden mikroelektromechanischen Strukturen vorgestellt. Es handelt sich hierbei zum einen um *passiv* geregelte Systeme, bei denen die Stabilisierung der freischwebenden Struktur unmittelbar durch die Wechselwirkung zwischen elektrischem Schaltkreis und mikroelektromechanischer Struktur erzeugt wird, ohne dass eine Änderung in der Beschaltung dieses Schaltkreises notwendig wird. Die zweite Klasse ist diejenige der *aktiv* geregelten Systeme, die auf einem Regelkreis zur Regelung der Position der Masse basieren. Diese Klasse wird dann ausführlich am Beispiel einer Δ/Σ -Regelschleife erläutert. Der folgende Abschnitt geht auf die geschilderte Problemstellung der Startphase ein. Das Kapitel schließt mit einem simulierten Ausführungsbeispiel, welches unter Verwendung von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen und der vorgeschlagenen Startphase eine freischwebenden mikroelektromechanische Platte anhebt und ausregelt.

5.1 Freischwebende Strukturen in der Inertialsensorik

Bei den in diesem Kapitel beschriebenen freischwebenden Strukturen werden mechanische Federn durch berührunglose, elektrische Federn ersetzt. Es stellt sich die Frage, welche Vorteile den zusätzlichen Systemaufwand rechtfertigen, der durch die Bereitstellung der elektrischen Federn notwendig wird.

Die freischwebende Struktur hat zwei große Vorteile: zum einen, dass sie im Falle des kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators einen für die Tiefpassfilterung mechanischen Integrator darstellt; zum anderen die Möglichkeit der uneingeschränkten Auslenkung in eine oder mehrere der drei rotatorischen Freiheitsgrade. Dadurch wird eine Dauerdrehbewegung der freischwebenden Struktur möglich und damit ein Motorantrieb. Eine neue Klasse von Anwendungen bietet sich dann: Pumpen und Mixer für fluidische System sind denkbar, aber auch Modulation von optischen Signalen durch selektives Anbringen von Spiegeln oder Blenden an einer sich drehenden Scheibe.

Bei der Inertialsensorik führt eine Dauerdrehbewegung in Drehratensensoranwendungen zu wichtigen Vorteilen. Diese verdeutlichen sich anhand der Kernprobleme von mikromechanischen Drehratensensoren, die auf dem Prinzip einer mechanisch aufgehängten, schwingenden Masse beruhen. Realisierte mikromechanische Drehratensensoren basieren ausschließlich auf diesem Prinzip [56, 23, 73, 32]. Im Folgenden werden diese auftretenden Kernprobleme geschildert.

Die Grundstruktur eines Drehratensensors, der auf dem Prinzip der schwingenden Masse beruht, besteht aus einer seismischen Masse, die über (mindestens) zwei Bewegungsmoden verfügt. In der Regel entsprechen diese Bewegungsmoden jeweils einem der sechs Festkörperfreiheitsgraden. Dabei ist die geometrische Struktur der Masse und ihre Aufhängung

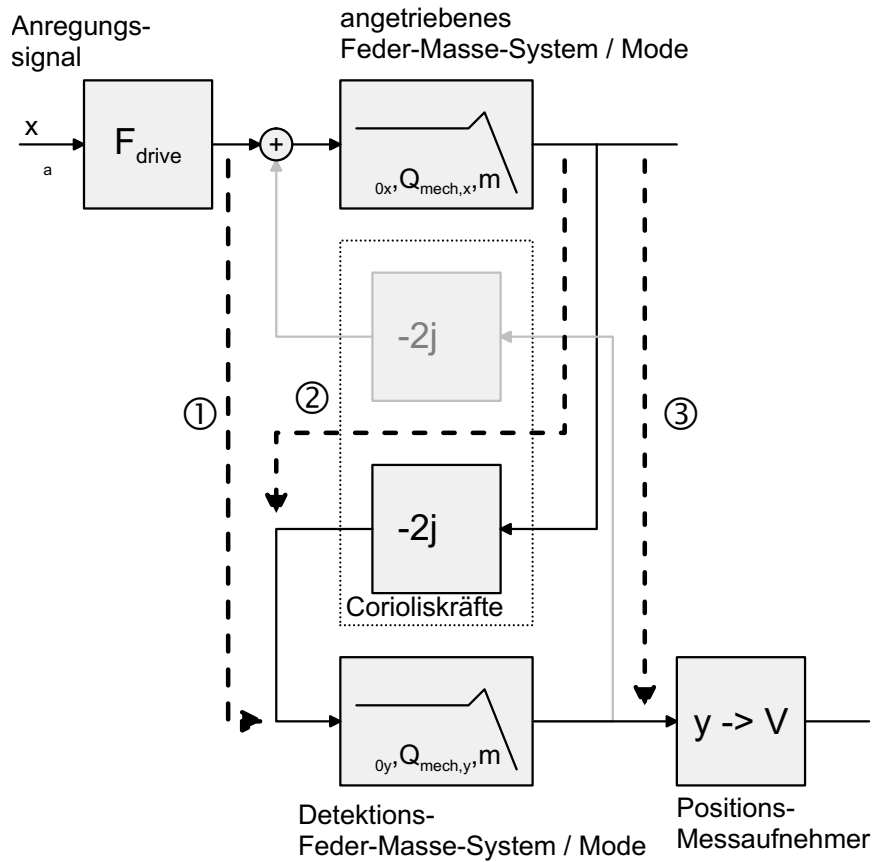


Abb. 5.1: Signallaufplan eines Drehratensensors nach dem Prinzip der schwingenden Masse, Ω Drehrate, F_{drive} Anregungskraftsignal des Antriebssystems, $y \rightarrow V$ Messaufnehmer der Auslenkung des Detektionssystems.

dahingehend ausgelegt, dass die zwei Bewegungsmoden entkoppelt sind. Bei einer Drehbewegung um die sensitive Achse des Sensors gegenüber dem Inertialsystem tritt andererseits eine Koppelung der Moden auf. Die Koppelung resultiert dabei aus Corioliskräften, die durch die Drehbewegung hervorgerufen werden. In der Oberflächenmikromechanik unterscheidet man zwischen x,y-Drehratensensoren, z.B. [56], bei denen die sensitive Drehachse in der Ebene der strukturierten Schicht liegt, und z-Achsendrehratensensoren, z.B. [23], deren sensitive Drehachse senkrecht zur strukturierten Schicht liegt. Die seismische Masse kann auch aus einem komplexen Feder-Masse-System bestehen, wie z.B. [36, 59].

Abb. 5.1 zeigt den Signallaufplan eines Drehratensensors nach der Methode der schwingenden Masse: die Bewegung des angetriebenen Systems koppelt über Corioliskräfte in das Detektionssystem ein. Neben dieser erwünschten Koppelung existieren drei weitere Koppelungspfade zwischen angetriebenem System und Detektionssystem, die aus geometrischen Ungenauigkeiten bei der Herstellung resultieren:

1. Sind die Antriebselektroden nicht perfekt ausgerichtet, dann kann bei der Erzeugung der elektrostatischen Antriebskraft eine elektrostatische Krafteinwirkung auf das Detektionssystem resultieren. Ist die Anregungsfrequenz des angetriebenen Systems gleich dessen Resonanzfrequenz, dann ist das auf diesem Pfad in das Detektionssystem einkoppelnde Signal in Phase zu den Corioliskräften.
2. Die Aufhängung der seismischen Masse an mechanischen Federn kann ebenfalls zu Koppelungen führen. Z.B. können in der Oberflächenmikromechanik die Ätzflanken der Biegebalkenfedern nicht parallel zueinander sein. Dies führt dann bei Auslenkung der Feder entlang der Antriebsrichtung zu einer zusätzlichen Kraft in Detektionsrichtung [72]. Die Federkonstante kann in solchen Fällen durch eine Matrix beschrieben werden, deren Diagonalkomponenten die unerwünschte Koppelung darstellen:

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{xy} & k_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Da der Signalpfad dieser Koppelung parallel zum Signalpfad der Koppelung durch die Corioliskraft verläuft, diese Koppelung jedoch keine Phasendrehung zeigt, ist diese auf das Detektionssystem einwirkende Kraft stets zur Corioliskraft um $\pi/2$ phasenverschoben und kann bei der Demodulation des Messsignals eliminiert werden.

3. Sind die Detektionselektroden nicht exakt ausgerichtet, kann die Auslenkung des angetriebenen Systems in die Messung der Auslenkung des Detektionssystems einkoppeln. In diesem Fall ist das von der Auslenkung des angetriebenen Systems verursachte Signal erneut in Phase mit dem Signal der Auslenkung des Detektionssystems, sofern die Anregungsfrequenz gleich der Resonanzfrequenz des Detektionssystems ist.

Verwendet man anstelle einer einzigen, konzentrierten seismischen Masse ein komplexes Feder-Masse-System als "seismische Masse", lässt sich einer der zwei parasitären Pfade 1 bzw. 3 ausschalten. Eine solches Feder-Masse-System erlaubt Bewegungsmoden, die den zuvor beschriebenen Drehratensensoranforderungen genügen, wobei gleichzeitig jedoch entweder die Detektionsmode oder die angetriebene Mode nicht mit der Auslenkung der jeweils anderen mitgeführt wird. Im letzteren Fall lässt sich der Antrieb dann derart auslegen, dass die Antriebskräfte nicht am Detektionssystem angreifen, z.B. [36]; im ersteren Fall spricht die Auslenkung des angetriebenen Systems nicht mehr auf die des Detektionssystems über.

Die unter Punkt 1 und 3 genannten Koppelungspfade bewirken ein Fehlersignal, das frequenz- und phasengleich dem Messsignal ist, sofern Detektions- und/oder Antriebssystem bei Resonanz betrieben werden. Diese Signale können dann nicht vom Messsignal getrennt werden, sondern sind diesem überlagert. Ein Verzicht auf den resonanten Betrieb würde zu einer erheblichen Reduzierung des Auflösungsvermögens des Drehratensensors führen, da die in Abschnitt 2.2 beschriebene mechanische Verstärkung um den Gütefaktor Q der

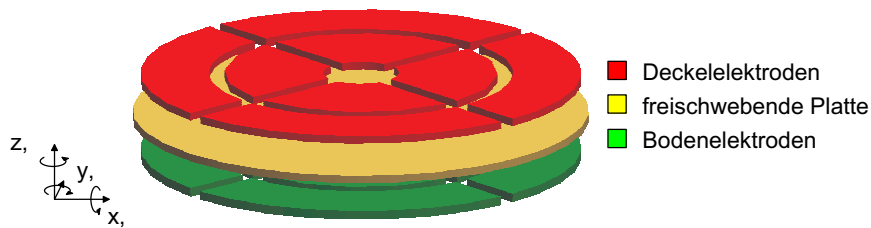


Abb. 5.2: Konzept einer Elektrodenanordnung zur elektrostatischen Ausregelung einer freischwebenden Platte.

Resonanz sowohl im angetriebenen System als auch im Detektionssystem wegfallen würde. Für viele Drehratensensoranwendungen, wie z.B. Fahrstabilisierungssysteme im Automobil, ist dieser Auflösungsvermögensverlust nicht tolerierbar.

Ein Vergleich mit der Makromechanik zeigt, dass dieses Problem unter Verwendung eines anderen Drehratensensorprinzips umgangen werden kann. Dort werden Kreisel in Drehratensensoren eingesetzt. Bestes Beispiel für eine solche Anwendung ist der Kreiselkompass aus der Schifffahrt. Die den Kreiselantrieb bewirkende Kräfte sind mit einer Frequenz moduliert, die bei der Drehfrequenz des Kreisels bzw. einer Vielfachen davon liegt. Die auftretende Corioliskräfte hingegen, bei einer oszillierenden Verkipfung des Kreisels um eine Achse, die orthogonal zur Kreiselachse ist, liegen aufgrund der konstanten Rotationsgeschwindigkeit bei der Oszillationsfrequenz dieser Verkipfung. Sie sind demnach nicht mit der Antriebsfrequenz moduliert. Signale die vom Antriebssystem des Kreisels auf die Detektionseinheit der Corioliskräfte übersprechen, können daher durch Filterung aus dem Messsignal entfernt werden.

Überträgt man das Kreiselprinzip auf die Oberflächenmikromechanik, bedarf dies eines rotierenden Rings oder einer rotierenden Platte. Dies erfordert jedoch eine freibewegliche Aufhängung im Raum, d.h. eine freischwebende Struktur.

Abb. 5.2 zeigt das Konzept einer solchen Platte samt der Elektrodenanordnung, die die elektrostatische Fixierung im Raum erlaubt. Jeweils 4 Elektrodenpaare über und unter der Platte erlauben eine Regelung der zwei Verkipfungsachsen φ , ϕ und der translatorischen Auslenkung entlang der z -Achse nach einem der im folgenden Abschnitt 5.3 behandelten Verfahren.

Die Fesselung der Platte entlang der zwei verbleibenden translatorischen Richtungen x , y kann passiv [111] oder durch zusätzliche laterale Elektroden erfolgen. Die passive Stabilisierung nutzt aus, dass die durch die Elektrodenpaaren auf die Platte einwirkenden Kräfte zur Stabilisierung der Verkipfung um die φ , ϕ -Achse und der Auslenkung entlang der z -Achse auch Kraftkomponenten entlang der translatorischen x - und y -Achse erzeugen. Diese Kräfte kompensieren sich im zeitlichen Mittel, wenn die Platte zentrisch gegenüber den Elektroden bzgl. der x -, y -Achse ausgerichtet ist. Bei Auslenkung der Platte aus dieser zentrischen

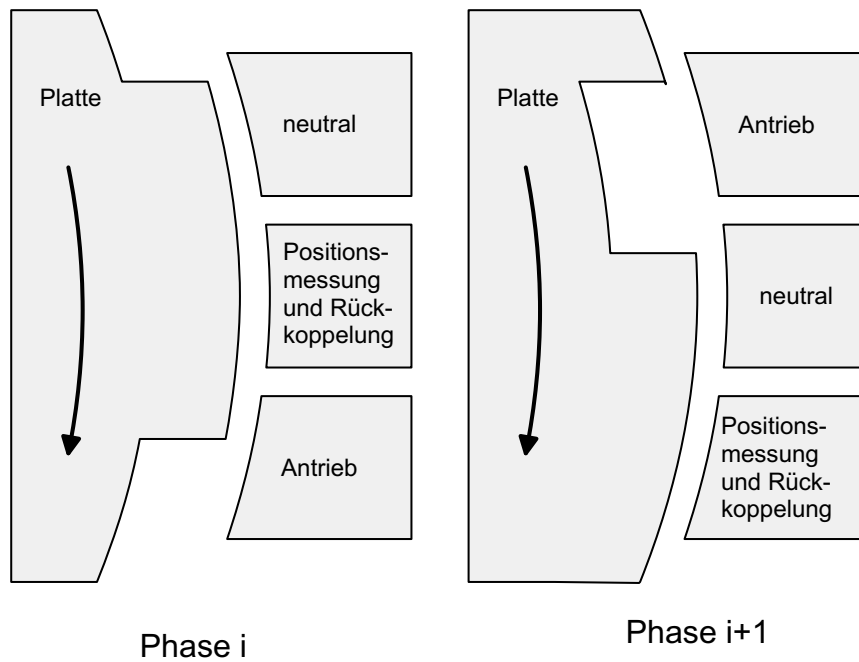


Abb. 5.3: Rotatorisches Antriebsschema mit lateralen Elektroden für eine freischwebende Platte. Antriebsschema kann entsprechend mit Deckel- und Bodenelektroden ausgeführt werden.

Lage wirken diese Kraftkomponenten im zeitlichen Mittel stets der Auslenkung entgegen. Sie bewirken folglich, analog zu einer mechanischen Feder, dass die Platte in die zentrische Lage zurückkehrt, vorausgesetzt, dass ein Dämpfungseffekt die resultierende Bewegung abklingen lässt.

Der Antrieb erfolgt durch weitere Unterteilung der Boden und Deckelektroden oder der zusätzlichen lateralen Elektroden. Abb. 5.3 zeigt am Beispiel von lateralen Elektroden eine mögliche funktionelle Elektrodenunterteilung zur gleichzeitigen lateralen Positionsregelung und Realisierung eines Drehantriebes.

Max. Winkelgeschwindigkeit $\dot{\theta}_{max}$	
freischwebender Ring: Radius $r = 200 \mu\text{m}$, Bruchspannung $\sigma_{m,si,bruch} = 162 \text{ MPa}$	$1,31 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$
mech. aufgehängte Platte: Resonanzfrequenz $\omega_0 = 10 \text{ kHz}$, Schwingamplitude $\theta_{max} = 5^\circ$	$5,48 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$

Tab. 5.1: Vergleich der maximalen Winkelgeschwindigkeit eines mikromechanischen "Kreisel"-Drehratensensors und eines mikromechanischen Drehratensensors nach dem Prinzip der schwingenden Masse.

Rotiert die Platte, stellt sie einen Drehratensensor dar. Eine Drehbewegung des Inertialsystems um die x - oder y -Achse führt zu einem Moment um die jeweils andere Achse. Dabei sind entsprechend dem Kreiselprinzip Antriebs- und Detektionsfrequenz getrennt und können somit gefiltert werden. Ferner ist die Rotationsfrequenz der Platte zunächst nur durch die mechanische Bruchfestigkeit von Silizium begrenzt. Sie erlaubt daher wesentlich höhere Winkelgeschwindigkeiten und Corioliskräfte als identische, jedoch mechanisch aufgehängte schwingende Systeme. (Tab. 5.1).

5.2 Elektrostatische Krafteinwirkung bei freischwebenden Strukturen

Ein Problem von freischwebenden Strukturen besteht darin, dass die Masse nach dem Abheben einen nur noch kapazitiv kontaktierbaren Knoten im elektrischen Netzwerk darstellt. Das Potential der Masse wird folglich nicht fest eingepreßt, sondern vielmehr durch die auf der Masse sitzenden Ladung und die Potentiale, die an dem kapazitiven Netzwerk anliegen, definiert (Abb. 5.4).

$$V_{Masse} = \frac{Q_{Masse}}{\sum_i C_i} + \sum_i \frac{\sum_{j:j \neq i} \frac{1}{C_j} V_j}{\sum_j \frac{1}{C_j}} \quad (5.1)$$

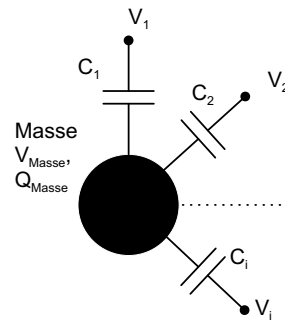


Abb. 5.4: Kapazitives Ersatzschaltbild für eine “freischwebende” Masse.

Aufgrund der Ladungserhaltung reicht ein einzelnes Elektrodenpaar nicht aus, um eine einseitige Kraft auf die freischwebende Masse auszuüben (Abb. 5.5). Um eine solche zu erzeugen, müssen die Elektroden derart geteilt werden, dass zwei gleich große Kapazitäten entstehen (Abb. 5.6). Beaufschlagt man nun jede Elektrode mit der gleichen Spannung V_{fb} , jedoch mit unterschiedlichem Vorzeichen, kommt es zur Ladungsseparation auf der Masse. Zwei elektrostatische Kräfte F_{el1}, F_{el2} mit identischer Kraftrichtung greifen dann an der Masse an. Diese addieren sich zu einer elektrostatischen Gesamtkraft F_{el} bezogen auf die gesamte geteilte Elektrode. *Fazit:* Für freischwebende Strukturen müssen die Elektroden zur Erzeugung von elektrostatischen Kräften stets geteilt und mit einem differentiellen Spannungssignal gespeist werden.

Während sich im Idealfall die influenzierten Ladungen der beiden oberen Elektroden genau ausgleichen, tritt in Realität eine Fehlladung ΔQ auf der Masse auf. Diese resultiert aus einer Kapazitätsdifferenz ΔC der Kondensatoren, die durch die geteilte Elektrode gebildet

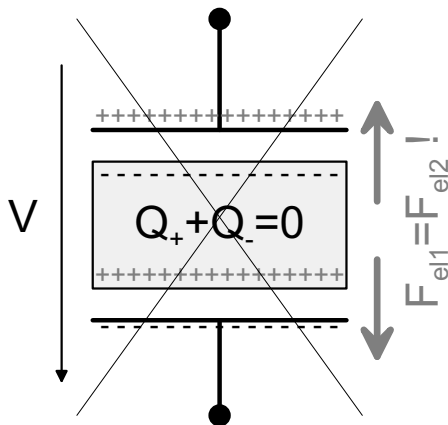


Abb. 5.5: Gewöhnliche, für freischwebende Strukturen unbrauchbare Elektrodenanordnung.

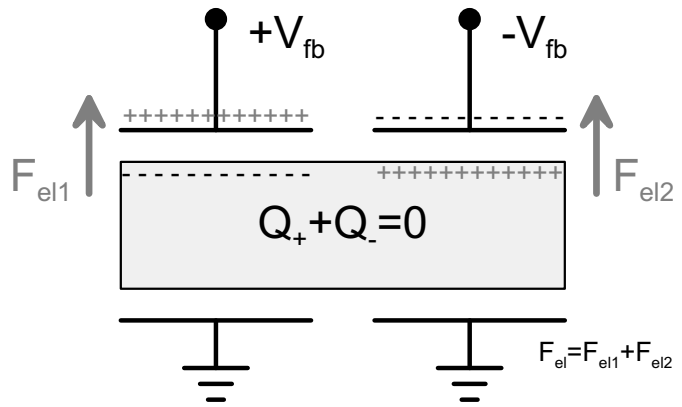


Abb. 5.6: Differentielle Elektrodenanordnung mit geteilten Elektroden und differentieller Spannungsbeschaltung zur Erzeugung von einseitigen elektrostatischen Kräften.

werden, und aus einem Spannungsoffset ΔV_{fb} in der differentiellen Speisung der geteilten Elektrode. Die Fehlladung ΔQ verteilt sich dann auf die restlichen Kondensatoren, die zwischen der Masse und der Umgebung gebildet werden (Abb. 5.7). Sie verursacht eine elektrostatische Kraft $F_{el,par}$, die an der Struktur angreift und zu den übrigen Elektroden ausgerichtet ist. Aufgrund der Ladungserhaltung auf der Platte ist diese Fehlladung ΔQ stets kleiner als eine der influenzierten Ladungen Q_+ , Q_- der “aktivierten” Elektroden. Gilt die Plattenkondensatornäherung für die Kondensatoren, die von der Masse und den Elektroden gebildet werden, folgt, dass diese parasitäre Kraft $F_{el,par}$ stets kleiner ist als die Sollkraft $F_{el1} + F_{el2}$. Die Teilung der Elektroden erlaubt demzufolge stets die Erzeugung einer an der Struktur angreifenden elektrostatischen Nettokraft.

Anderers verhält sich eine auf der freischwebenden Masse befindliche Ladung Q_{Masse} (nicht eingezeichnet in Abb. 5.7). Im “worst Case” verteilt diese sich, analog zur Fehlladung ΔQ , nur auf den passiven Elektroden und bewirkt eine elektrostatische Kraft entgegen der Sollkraft $F_{el1} + F_{el2}$. Da diese Ladung Q_{Masse} gegenüber den influenzierten Ladungen Q_+ , Q_- nicht limitiert ist, kann sie größer sein als diese und somit eine Nettokraft in Richtung der Sollkraft $F_{el1} + F_{el2}$ verhindern.

Dieser Fall liegt im Modell nach Abb. 5.2 z.B. dann vor, wenn die Platte auf den Bodenelektroden aufliegt und diese gegenüber der Platte isoliert sind. In einer Systemkonfiguration mit isolierten Elektroden kann also die Platte auf den Elektroden “elektrostatisch verkleben” und ein Abheben der Platte verhindern. Bei einer Systemkonfiguration, bei der die Platte einen ohmschen Kontakt mit den Elektroden bildet, sofern sie auf diesen aufliegt, tritt dieses Problem nicht auf. Hier kann eine Ladung Q_{Masse} über die kontaktierten Elektroden abfließen. Allerdings wird bei einem Abhebevorgang die Fehlladung ΔQ durch eine zufließende Ladung des anderen Vorzeichens ausgeglichen, die nach dem Abheben auf der

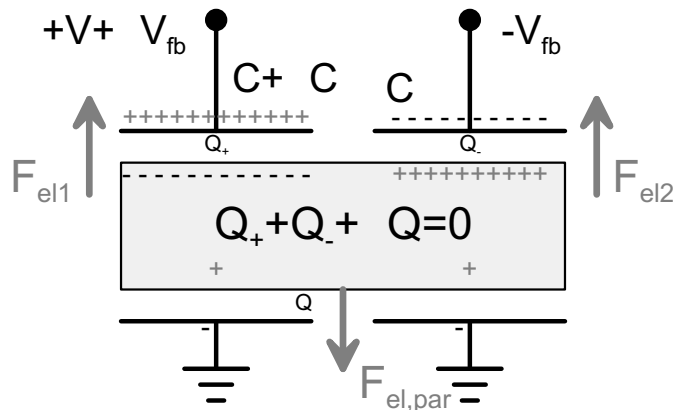


Abb. 5.7: Fehlladung bei Anbringung einer elektrostatischen Kraft an einer freischwebenden Masse. Fertigungs- und Schaltungsungleichgewichte führen zur Bildung einer Fehlladung ΔQ , die eine parasitäre elektrostatische Kraft erzeugt.

Masse verbleibt. Da diese Ladung im Betrag der Fehlladung ΔQ entspricht, ist die durch sie erzeugte, parasitäre Kraft ebenfalls stets kleiner als eine durch ein Elektrodenpaar erzeugte Sollkraft $F_{el1} + F_{el2}$.

Analoges Verhalten gilt, wenn anstatt Spannung Ladung auf den Elektroden eingepreßt wird. Die Ungleichgewichtsladung ist dann direkt durch den Schaltungsoffset der Ladungsspeisung gegeben. Wird die Plattenkondensatorennäherung für die Kapazitäten zwischen Struktur und Elektroden angenommen, führt Ladungseinprägung gemäß Abschnitt 2.5.1 zu einer konstanten Kraft über die Auslenkung der Struktur. Bei Annäherung der Struktur an die "aktivierten" Elektroden bleibt die elektrostatische Kraft zwischen diesen Elektroden und der Struktur endlich im Gegensatz zur Spannungseinprägung, bei der sie gegen unendlich wächst.

5.3 Systeme zur elektrostatischen Manipulation freischwebender Strukturen

In diesem Abschnitt werden die Systeme zur elektrostatischen Manipulation freischwebender Strukturen in zwei Klassen eingeteilt, die dann beispielhaft beschrieben werden. Die zwei Klassen sind folgende:

Passiv geregelte Systeme: Die mikroelektromechanische Struktur wird derartig mit passiven Schaltungselementen und einer Spannungsquelle zusammengeschaltet, dass die an der Struktur angreifenden elektrostatischen Kräfte ein Kraft-Weg-Gesetz zeigen, das demjenigen einer mechanischen Feder entspricht. Diese Stabilität ergibt sich hier aus der Wechselwirkung des elektrischen Kreises mit den mikroelektromechanischen

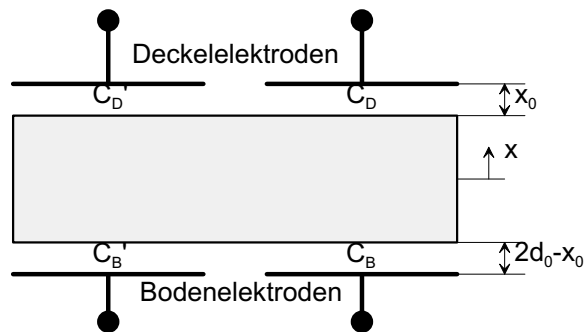


Abb. 5.8: Eindimensionales Modell einer freischwebenden Struktur.

Kapazitäten.

Aktiv geregelte Systeme: Hierbei handelt es sich um den klassischen Regelkreis zur Positionsregelung, der aus einem Messaufnehmer, einem Regler und einem Rückkoppelglied besteht. Im Unterschied zu den passiv geregelten Systemen werden hier elektrostatische Rückkoppelkräfte an der Struktur angebracht, die durch dynamisches Regeln oder Zuschalten von Spannungs- bzw. Ladungsquellen erzeugt werden.

Die aktiv geregelten Systeme werden am Beispiel der kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Regelschleife aus Kapitel 3, die für eine berührungslose Regelung modifiziert wird, beschrieben. Die resultierenden Vorschläge und Ergebnisse lassen sich direkt auf andere Regelschleifenarchitekturen übertragen. Speziell das im folgenden Abschnitt 5.4 vorgestellte Systemkonzept einer robusten Startphase ist architekturübergreifend. In der Klasse der passiv geregelten Systeme gibt es derzeit nur eine bekannte Schaltung: den *RLC*-Schaltkreis, der im folgenden Abschnitt 5.3.1 analysiert wird.

Die Analyse beider Systeme wird anhand der in Abb. 5.8 gezeigten einfachen mechanischen Struktur durchgeführt. Diese besteht aus einer freischwebenden Masse, die sich nur entlang der vertikalen translatorischen Richtung x bewegen kann. Für die Kapazitäten die durch die fixierten Elektroden und der Masse gebildet werden, wird dabei, sofern nicht anders vorausgesetzt, die Plattenkondensatornäherung angenommen. Die Ergebnisse aus der Analyse dieses eindimensionalen Falls können direkt auf mehrdimensionale Regelungen übertragen werden, da dort viele derartige Elektrodenpaare für die Ausregelung verwendet werden (Abb. 5.2).

5.3.1 Passiv geregeltes System: *RLC*-Kreis

Beim *RLC*-Kreis wechselwirken Mechanik und elektrischer Schaltkreis derartig, dass die an der Struktur angreifenden elektrostatischen Kräfte im zeitlichen Mittel ein Kraft-Weg-Gesetz erzeugen, das dem einer mechanischen Feder entspricht. Das System wird als passiv

geregelt bezeichnet, da keine direkte Messung und Krafrückkoppelung der Auslenkung erfolgt. Der elektromechanische Schaltkreis wird mit einem konstanten hochfrequenten Spannungssignal angeregt.

Das passive Verfahren ist das erste, welches zur Stabilisierung freischwebender Strukturen in der Mikrosystemtechnik vorgestellt [65] und experimentell bestätigt [66, 45] wurde. Auch makromechanische Systeme zum berührungslosen Transport von Wafern nach diesem Verfahren wurden beschrieben [55].

Der Stabilisierungsmechanismus beruht auf dem nichtlinearen Charakter der elektromechanischen Wechselwirkung eines mechanisch veränderlichen Kondensators. Speist man den Kondensator mit einem hochfrequenten, mittelwertfreien Spannungssignal, dann erhält man aufgrund der Nichtlinearität eine im zeitlichen Mittel nicht verschwindende elektrostatische Kraft. Diese Eigenschaft erlaubt das Verhalten von hochfrequenten Signalen in einem elektrischen Schaltkreis mit dem langsam veränderlichen Verhalten eines mechanischen Systems zu koppeln. Der elektrische Schaltkreis wird hierfür bei einer Frequenz gespeist, die wesentlich größer ist als die Eigenfrequenzen des mechanischen Teilsystems. Daher können Einschwingvorgänge im elektrischen Schaltkreis, die von der Änderung der mechanischen Kapazität herrühren, vernachlässigt werden, und der eingeschwungene Zustand des elektrischen Schaltkreises kann durch dessen Laplace-Transformierte beschrieben werden. Da der eingeschwungene Zustand von der veränderlichen Kapazität abhängt, erhält man eine vom Elektrodenabstand des Kondensators abhängige, mittlere, elektrostatische Kraft, die an den Elektroden des mechanisch veränderlichen Kondensators angreift. Der Zusammenhang

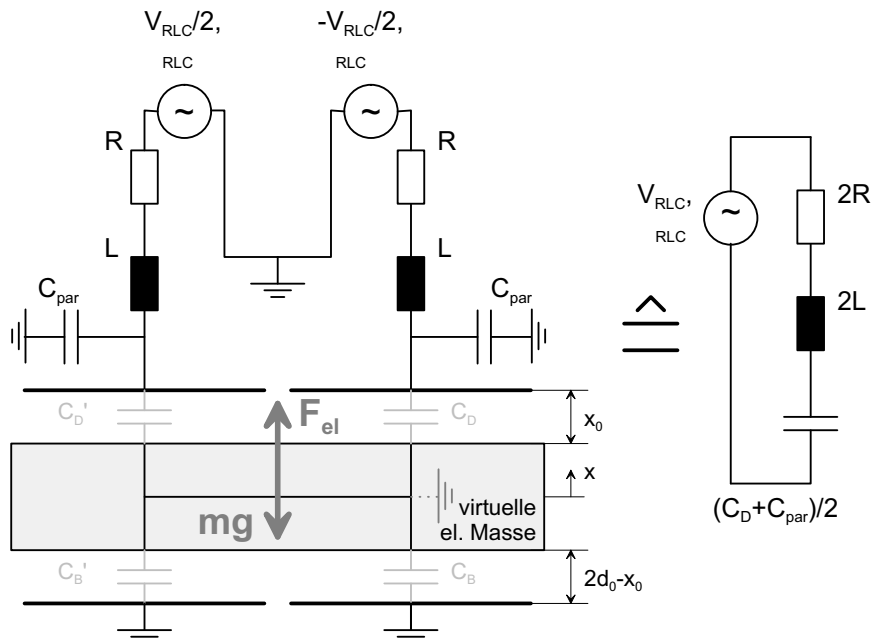


Abb. 5.9: Einseitiger RLC -Schwingkreis zur passiven Stabilisierung einer freischwebenden Struktur.

ist dabei durch die Laplace-Transformierte des elektrischen Schaltkreises gegeben.

Der elektrische Schaltkreis, dessen Laplace-Transformierte das gewünschte Kraft-Weg-Gesetz einer mechanischen Feder ergibt, wird dargestellt durch einen RLC -Kreis, in dem die Kapazität C den veränderlichen Kondensator repräsentiert. Eine Kapazitätsänderung aufgrund eines sich ändernden Elektrodenabstandes verstimmt den Schwingkreis. Dadurch variiert die am Kondensator abfallende Spannungsamplitude mit dem erwünschten Effekt einer vom Elektrodenabstand abhängigen (zeitlich) mittleren Kraft. Für die elektrostatische Kraft F_{el} als Funktion der Auslenkung x der Struktur aus der Ruhelage x_0 erhält man für die in Abb. 5.9 einseitige Anordnung [65]¹:

$$F_{el} = \frac{\varepsilon A}{4(x_0 - x)^2} \frac{V_{RLC}^2}{(L(C_D(x_0, x) + C_{par})\omega_{RLC}^2 - 1)^2 + (R(C_D(x_0, x) + C_{par})\omega_{RLC})^2} \quad (5.2)$$

$$C_D(x_0, x) = \frac{\varepsilon A}{(x_0 - x)}$$

Hierin bezeichnet V_{RLC} den Effektivwert der Speisespannung des RLC -Kreises und ω_{RLC} die Frequenz der Speisespannung des RLC -Kreises.

Eine positive Federkonstante $k = -\partial F/\partial x$ erhält man, sofern die Frequenz ω_{RLC} der Quelle im Intervall

$$\frac{1}{\sqrt{L(C_D(x_0, x) + C_{par})}} < \omega_{RLC} < \frac{1}{\sqrt{LC_{par}}} \quad (5.3)$$

liegt [65]². Wird das System einseitig betrieben (Abb. 5.9), ist die Ruhelage x_0 im Betrieb durch das Gleichgewicht von Schwerkraft mg und elektrostatischer Kraft F_{el} gegeben. Ist obige Gleichung für diese Ruhelage erfüllt, ist das System stabil. In der Praxis wird man die Struktur jedoch differentiell betreiben, d.h. auch das zweite (Boden-)Elektrodenpaar des Differentialkondensators beschalten, um unabhängig von der Schwerkraft zu werden. Dies ist möglich, da aufgrund der Beschaltung die Struktur auf virtueller Masse liegt. Die Ruhelage $x_0 = d_0$ im Betrieb ist nun zentriert zwischen den Elektroden, sofern keine

¹In Kumar et al. [65] lässt Gleichung 15 darauf schließen, dass der Flächenparameter nicht physikalisch gewählt ist, sondern vielmehr die halbe Elektrodenfläche beschreibt.

²Dabei wird in [65] indirekt angenommen, dass der ohmsche Widerstand in der Stabilitätsbetrachtung vernachlässigbar ist. Wird dieser berücksichtigt, muss gelten

$$(1 - (C_D + C_{par})L\omega_{RLC}^2)(1 - C_{par}L\omega_{RLC}^2) < (C_D + C_{par})C_{par}R^2\omega_{RLC}^2$$

Parameterschwankungen der verwendeten Bauteile auftreten und die elektrostatische Kraft eines Elektrodenpaares groß gegenüber der Schwerkraft gewählt ist. Das System ist in dieser Ruhelage stabil, sofern Gl. 5.3 erfüllt ist.

Um eine Startphase ohne Änderung in der Beschaltung realisieren zu können, muss die Gesamtfederkonstante $k_{el} = k_{el,Deckel} + k_{el,Boden}$ für jede Auslenkung der Masse zwischen den Elektrodenpaaren positiv sein. Aus Gl. 5.3 folgt unmittelbar in Rahmen einer "Worst Case"-Abschätzung, dass dies der Fall ist, sofern diese Gleichung für die minimal sich einstellende veränderliche Kapazität $C_{D,min} = C_D(2d_0, 0)$ erfüllt ist.

Bisherige Anwendungen dieses Verfahrens dienten nur der Stabilisierung freischwebender Objekte. Die für viele andere Anwendungen bedeutsame Messung der an der freischwebenden Masse angreifenden Beschleunigungskräfte mit diesem Verfahren wurde seither nicht betrachtet.

Beim Verfahren *RLC*-Kreis kann eine Kraftmessung nur mit einer Impedanzmessung des *RLC*-Kreises ausgeführt werden. Diese Impedanz ändert sich, da eine an der freischwebenden Masse angreifende Kraft eine Auslenkung verursacht. Ist die Auslenkung gering, kann sie mit der ermittelten Federkonstante k_{el} angenähert werden:

$$\Delta x = \frac{F_{in}}{k_{el}}$$

Wählt man die Frequenz der Spannungsquelle derartig, dass die Schaltung möglichst nahe an der Resonanz betrieben wird, jedoch die Bedingung für die globale Stabilität gerade noch nicht verletzt wird,

$$\omega_{RLC} = \frac{1}{\sqrt{LC_D(2d_0, 0)}}$$

erhält man folgende Impedanz für den *RLC*-Kreis:

$$Z_{RLC} = R + j \sqrt{\frac{L}{C_D(2d_0, 0) + C_{par} \frac{\epsilon A}{d_0 - \Delta x}}} \frac{C_D(2d_0, 0)}{\frac{\epsilon A}{d_0 - \Delta x} + C_{par}} \frac{1 + \frac{\Delta x}{d_0}}{1 - \frac{\Delta x}{d_0}}$$

$$\frac{\Delta Z_{RLC}(\Delta x)}{Z_{RLC}(0)} = \frac{\Delta I(\Delta x)}{I(0)} = \frac{Z_{RLC}(\Delta x) - Z_{RLC}(0)}{Z_{RLC}(0)} \stackrel{R \text{ klein}}{\approx} 2 \frac{\Delta x}{d_0} = 2 \frac{F_{in}}{d_0 k_{el}} \quad (5.4)$$

Die relative Änderung der Impedanz ist danach proportional zu der relativen Änderung der Auslenkung $\Delta x/d_0$. Da die Schaltung mit konstanter Spannungsamplitude V_{RLC} gespeist

wird, erhält man die Impedanz des RLC-Kreises über den durch den Kreis fließenden Strom I .

Nach Gl. 5.4 ist für eine hohe Sensitivität eine kleine elektrische Federkonstante k_{el} erforderlich. Da die elektrische Federkonstante k_{el} proportional zum Quadrat der Amplitude der angelegten Hochfrequenzspannung V_{RLC}^2 ist (Gl. 5.2), kann durch Herabsetzen dieser Amplitude V_{RLC} eine Verringerung der Federkonstante k_{el} bewirkt werden. Dann nimmt die zu messende relative Stromänderung $\Delta I/I$ und, aufgrund der zuvor beschriebenen quadratischen Abhängigkeit, sogar die absolute Stromänderung ΔI für eine vorgegebene externe Kraft F_{in} zu. Es ist daher zweckdienlich, die Amplitude der Hochfrequenzspannung V_{RLC} auf ein Minimum zu reduzieren. Dieses Minimum wird durch die maximal auftretenden Kräfte, die durch die Schaltung zu kompensieren sind, bestimmt.

Eine kleine Federkonstante k_{el} hat jedoch den Nachteil einer nichtlinearen Messkennlinie, da die Auslenkung der Struktur bei einer extern angreifenden Kraft größer wird. Dieser Effekt kann durch den Einsatz einer Kraftrückkoppelung vermieden werden, die z.B. durch die Regelung der Versorgungsspannungen des passiven Kreises realisiert werden kann. Ein solches System ist dann allerdings in die Klasse der aktiv geregelten Systeme einzuordnen. Die Messkennlinie eines solchen Messsystems ist dann, aufgrund des elektrostatischen Kraft-Spannungsgesetzes, quadratisch.

Problematisch beim integrierten RLC-Kreis ist die Herstellung einer genügend großen Induktivität. Ausgehend von typischen Werten für die mikroelektromechanische Kapazität von $C_D = 50$ fF und für die parasitäre Kapazität von $C_{par} = 500$ fF ergibt sich die notwendige Induktivität in Abhängigkeit der Versorgungsfrequenz.

Integrierte Induktivitäten in derzeitigen Schaltungstechnologien sind typischerweise in der Größenordnung von einigen nH. Dann muss jedoch die Spannungsversorgung und die Messschaltung bei Frequenzen von einigen GHz betrieben werden (Tab. 5.2). Derartige Frequenzen stehen nur in bipolaren oder GaAs-Schaltungstechnologien für HF-Anwendungen zur Verfügung. Sie sind mit preiswerter CMOS-Schaltungstechnologie nicht realisierbar. Eine preiswerte integrierte Lösung erlaubt dieses Verfahren somit nicht.

Versorgungsfrequenz $f_{RLC} \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{par}}}$	notwendige Induktivität L
1 MHz	50,6 mH
10 MHz	506 μ H
100 MHz	5,06 μ H
1 GHz	50,6 nH

Tab. 5.2: Benötigte Induktivität L in Abhängigkeit der Versorgungsfrequenz f_{RLC} .

Da die mikroelektromechanische Nutzkapazität C_D meist gering gegenüber der parasitären Kapazität C_{par} ist, ist das Stabilitätsintervall (Gl. 5.3) klein gegenüber dem absoluten Wert der Intervallgrenzen. Da die parasitäre Kapazität C_{par} Herstellungstoleranzen unterliegt, kann sich das Stabilitätsintervall auf der Frequenzachse in der Größenordnung seiner Intervallbreite verschieben. Deshalb muss die Frequenz der Quelle in realen Systemen automatisch oder manuell getrimmt werden, um der Forderung nach Stabilität gerecht zu werden. Dies bedingt jedoch erhöhte Herstellkosten entweder in Bezug auf die Präzision der Komponenten oder in Bezug zusätzlicher Systemkomponenten, die einen automatischen Abgleich erlauben.

Das passiv geregelte Verfahren besteht durch seine simple Realisationsmöglichkeit. Es bedarf nur weniger Komponenten, um eine freischwebende Struktur elektrostatisch zu fesseln. Für eine preiswerte, integrierte Herstellung ist das Verfahren jedoch ungeeignet aufgrund der benötigten Induktivitäten und des benötigten Abgleichs. Im Vergleich zur folgenden Regelung mit Δ/Σ -Schleife, hat dieses System bei Betrieb in einer Krafrückkopplungsschleife und somit als aktiv geregeltes System zudem den Nachteil einer quadratischen Messkennlinie, die typisch für analoge elektrostatische Krafrückkopplung ist.

5.3.2 Aktiv geregeltes System: Berührungslose Δ/Σ -Schleife

Im Gegensatz zur passiven Stabilisierung besteht die aktive Stabilisierung aus einer typischen Regelschleife (Abb. 5.10): Ein Positionsmessaufnehmer misst die Auslenkung der freischwebenden Struktur aus der Ruhelage. Anhand des Messsignals wird eine Rückkopplungskraft erzeugt, welche die externe Kraft kompensiert, die an der Struktur wirksam ist. Stationäre externe Kräfte werden dabei stets vollständig kompensiert aufgrund des integrierenden Verhaltens der freischwebenden Struktur. Die Stabilität und das dynamische Verhalten der Schleife wird dabei durch den Regler eingestellt.

Positionsmessung und Krafrückkopplung können dabei zunächst auf einem beliebigen

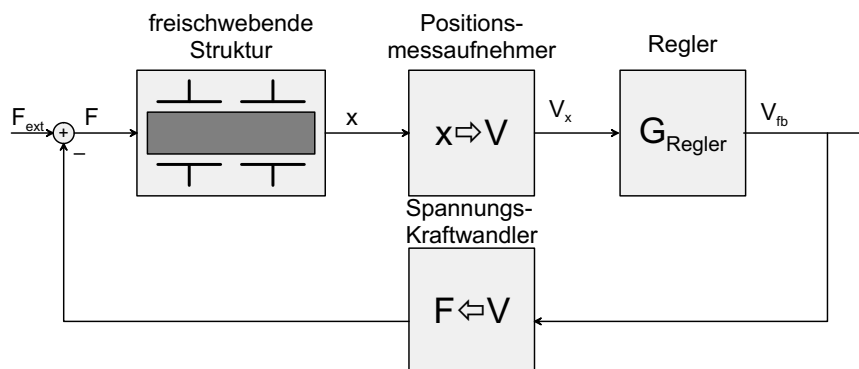


Abb. 5.10: Regelschleife zur Positionsregelung.

physikalischem Mechanismus beruhen. Bedingung ist, dass beide Mechanismen berührungslos stattfinden. Kapazitive Positionsmessung und Krafterückkoppelung erfüllen diese Bedingung und sind auch in einer integrierten Technologie herstellbar. Ein kapazitiver Systemvorschlag mit analogen Rückkopplungssignalen wurde von Torti et al. [102] vorgestellt. Basierend auf einem Spannungspuffer als Messverstärker, realisierten Alladi et al. [2] einen Mess- und Feedbackschaltungschip in Δ/Σ -Architektur zur Ausregelung einer Platte in allen 5 Freiheitsgraden. Die einzelnen Freiheitsgrade sind dort zeitmultiplex geregelt: pro Zeitintervall findet Messung und Rückkoppelung von jeweils einem Freiheitsgrad statt.

Das im Folgenden beschriebene aktiv geregelte System verwendet ebenfalls eine Δ/Σ -Regelschleife, um die mechanische Struktur im Schwebezustand zu halten. Die Methoden und Ergebnisse aus Kapitel 3 für Δ/Σ -Regelschleifen werden verwendet, um die Stabilität dieser Regelung nachzuweisen. Anders als bei Alladi et al. wird das berührungsfreie, kapazitive Messinterface zur Positionsmessung derart gestaltet, dass eine kapazitive Messung mit differentiellem Ladungsintegrator resultiert. Dies erlaubt, die in Abschnitt 2.6.3 beschriebene Schaltung anzuwenden und deren Vorteile auszunutzen. Im Vergleich zu einem Spannungspuffer, wie er von Alladi verwendet wird, ist keine Schirmung der sensitiven Knoten erforderlich und parasitäre Kapazitäten gegen Masse werden neutralisiert. Zudem kann die Schaltung in einer kostengünstigen CMOS-Technologie realisiert werden und ist robust gegenüber technologischen Parameterschwankungen und Verstärkeroffsets. Das beschriebene Messinterface beschränkt sich nicht nur auf Schleifen in Δ/Σ -Architektur, sondern kann allgemein zur berührungslosen, kapazitiven Positionsmessung angewandt werden.

Zunächst wird das System für den Fall untersucht, dass sich die Struktur schon in ihrer Sollposition befindet: freischwebend mittig ausgerichtet zwischen den Elektrodenpaaren. Im folgenden Abschnitt 5.4 wird dann das Problem der Startphase behandelt. Dort wird dann eine neue Methode vorgestellt, welche zu der hier beschriebenen Δ/Σ -Regelschleife kompatibel ist und eine sichere Startphase gewährleistet.

5.3.2.1 Differentielle berührungslose kapazitive Positionsmessschnittstelle

Abb. 5.11 zeigt eine Beschaltung der freischwebenden Struktur, welche den Betrieb mit einem differentiellen, kapazitiven Ladungsintegrator ermöglicht. In Abb. 5.11 ist beispielhaft die erste Stufe des ICFB-Verstärkers aus Abschnitt 2.6.3 eingezeichnet.

Die geteilten Elektroden, die für die Erzeugung der Feedbackkraft benötigt werden, wurden hierfür in den Schaltplan aus Abb. 5.11 eingebracht. Sowohl eine der geteilten Deckel- als auch eine der geteilten Bodenelektroden wird mit einem Spannungssprung gespeist. Da die jeweils andere Elektrodenhälfte aufgrund der Verstärkerbeschaltung auf virtueller Masse liegt, folgt das Potential der Platte V_{Masse} diesem Spannungssprung. Sind die Deckel- und die Bodenelektroden "gematched", d.h. jeweils gleich groß, ist die Höhe des Plattenpotentialsprungs konstant und unabhängig von der Auslenkung der Platte:

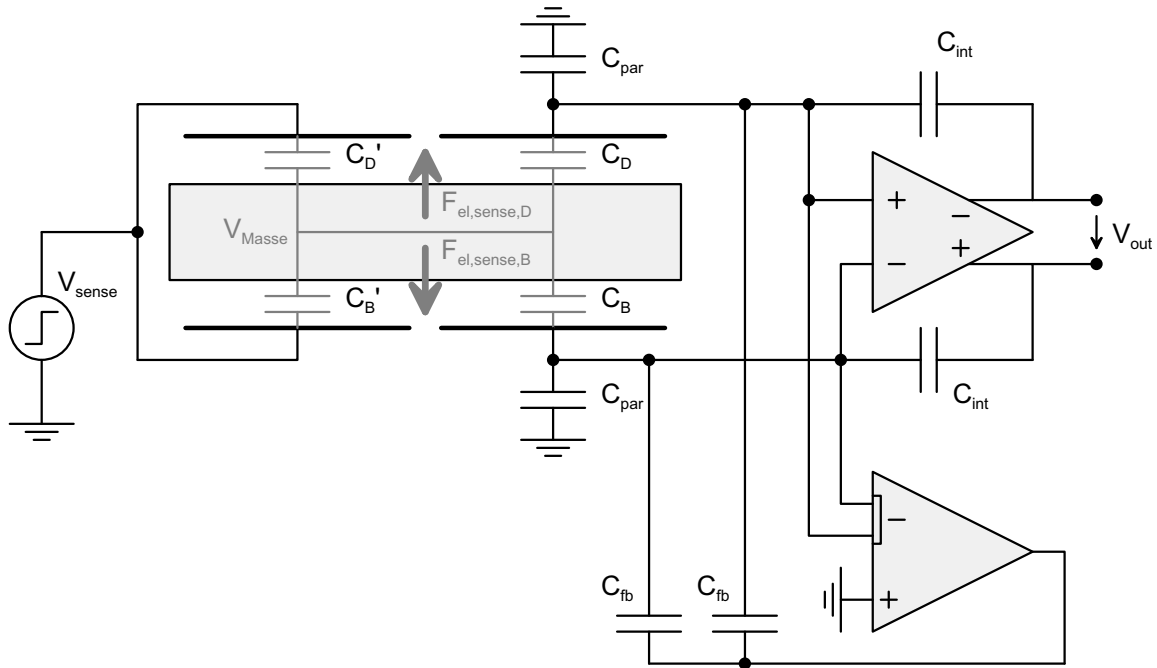


Abb. 5.11: Differentielle kapazitive Positionsmessung an einer freischwebenden Struktur mit einem “Input Common Mode Feedback”-Ladungsintegrator.

$$V_{Masse} = \frac{V_{sense}}{2}$$

Anders als im Systemkonzept von Alladi et al. [2], bei dem während der Messung eine einseitige elektrostatische Kraft auf die Struktur ausgeübt wird, die dann von Messzyklus zu Messzyklus alterniert, kompensieren sich bei dieser Beschaltung die Messkräfte gegenseitig, sofern sich die freischwebende Masse in der Mittellage befindet. Das durch kleine Auslenkung aus dieser Lage verursachte Ungleichgewicht dieser Kräfte, kann erneut als eine elektrische Feder beschrieben werden (Abschnitt 2.5.2). Die für eine solche Beschreibung erforderliche Linearisierung um die Mittellage ergibt die zugehörige negative Federkonstante $k_{el,sense}$ zu:

$$k_{el,sense} = -\frac{C_0}{d_0^2} V_{sense}^2$$

Darin bezeichnet C_0 die Kapazität einer Elektrodenhälfte in der Mittellage und d_0 den Elektrodenabstand in der Mittellage.

5.3.2.2 Kraftrückkoppelung

Die Rückkoppelkräfte werden zeitmultiplex durch Speisung mit einer differentiellen Spannung entsprechend Abschnitt 5.2 mit Hilfe derselben Elektroden erzeugt. Aufgrund der Spannungseinprägung und der damit auslenkungsabhängigen Rückkoppelkraft entsteht während der Rückkoppelphase eine weitere elektrische Feder mit negativer Federkonstante. Für kleine Auslenkungen aus der Mittellage gilt:

$$k_{el,fb} = -\frac{2C_0}{d_0^2} V_{fb}^2$$

Dabei ist V_{fb} die Amplitude der einseitig eingepprägten Spannung.

5.3.2.3 Übertragungsfunktion der freischwebenden Struktur

Mit der Annahme, dass die Wiederholungsfrequenz der zeitmultiplexen Messung und Rückkoppelung groß gegenüber den Eigenfrequenzen des mechanischen Teilsystems ist, erhält man die effektive elektrische Federkonstante durch Zeitmittelung (Bezeichnungen entsprechend Abb. 3.10):

$$k_{el} = \frac{t_{fb}}{T_s} k_{el,fb} + \frac{t_{sense}}{T_s} k_{el,sense}; \quad T_s = t_{sense} + t_{fb} + t_{fb,delay}$$

Diese effektive elektrische Federkonstante wirkt sich dementsprechend auf die Dynamik der Mechanik aus. Im Feder-Masse-Modell G_{mech} zweiter Ordnung (Gl. 5.5) der freischwebenden Struktur verschiebt sich daher ein Pol aus dem Ursprung der s-Ebene in die rechte Halbebene: Das mechanische System unter Berücksichtigung der elektrischen Federn ist instabil.

$$G_{mech} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k_{el}}{m}} \quad (5.5)$$

Ziel des zu realisierenden Δ/Σ -Regelkreises ist es, diese Instabilität zu kompensieren. Prinzipiell könnte auch jede andere Regelarchitektur verwendet werden, die kompatibel zur der verwendeten Messschaltung und Kraftrückkoppelung ist. Dabei muss die Kraftrückkoppelung nicht notwendigerweise zeitmultiplex an denselben Elektroden stattfinden, sondern kann auch über separate Elektrodenpaare an der Struktur angebracht werden. Die Δ/Σ -Architektur hat jedoch den Vorteil, dass sie das quadratische Spannungskraftgesetz der Rückkoppelkraft durch zeitliche Mittelung linearisiert.

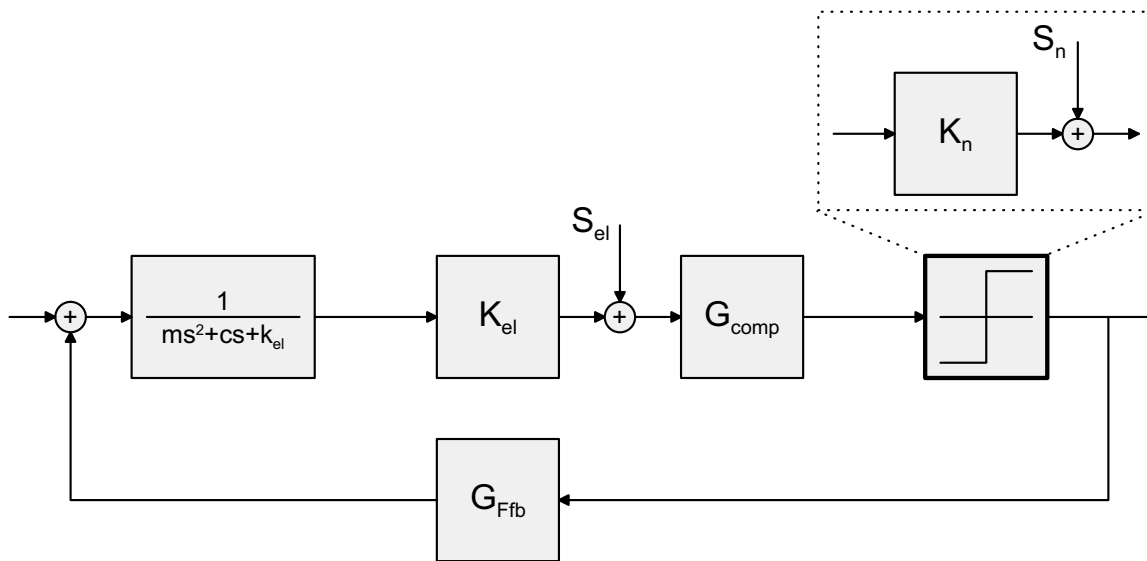


Abb. 5.12: Regelkreis in Δ/Σ -Architektur zur Ausregelung einer freischwebenden Struktur.

5.3.2.4 Δ/Σ -Regelkreis

Abb. 5.12 zeigt den um die Mittellage linearisierten Signallaufplan eines Regelkreises in Δ/Σ -Architektur zur eindimensionalen Regelung der freischwebenden Struktur aus Abb. 5.8. Positionsmessung und Kraftrückkoppelung erfolgen nach dem oben geschilderten Prinzip. Als Regler (Kompensator) wird $G_{comp} = 2 - z^{-1}$ gewählt, da er zum einen einen guten Kompromiss zwischen Stabilität und “Noiseshaping” darstellt, zum anderen schaltungstechnisch leicht realisierbar ist. Der Quantisierer ist durch ein lineares Übertragungsglied ersetzt, dessen Wert sich entsprechend der in Abschnitt 3.3 gemachten Ausführungen berechnet.

Es ist offensichtlich, dass das linearisierte System dem eines mechanischen aufgehängten entspricht, welches mittels elektrischer Federn mit negativer Federkonstante destabilisiert wurde. Die in Abb. 5.11 gezeigte Wurzelortskurve für das destabilisierte System entspricht somit exakt derjenigen von diesem System. Ist die Kreisverstärkung des offenen Regelkreises ausreichend groß, wandert der Pol aus der rechten Halbebene zurück in die linke Halbebene und das Gesamtsystem wird stabil³. Entsprechend gelten auch die Überlegungen hinsichtlich der Stabilität des Gesamtsystem aus Abschnitt 3.3.1.2: Die Rückkoppelkraft muss groß genug gegenüber dem Verstärkerrauschen und dem zu erwartenden konstanten Eingangssignal bzw. Offset gewählt werden, damit die Kreisverstärkung ausreichend groß

³Andererseits, wenn auf den Regler/Kompensator verzichtet wird, ist das System nur für ein kleines Intervall der Kreisverstärkung des offenen Kreises stabil, da dann für große Verstärkungen die Pole wieder in die rechte Halbebene wandern. Dies entspricht dem System von Alladi et al. [2], gemäß der Abbildung 3 in [2]. Es lässt sich daher vermuten, dass das System nach Alladi sensibel gegenüber Parameterschwankungen ist.

Rückkoppelspannung	$V_{fb}/(\text{V})$	1,5	0,15	0,15
Messspannung	$V_{sense}/(\text{V})$	1	1	0,1
Rückkoppelkraft	$F_{fb}/(mg_{earth})$	110,4	1,1	1,1
Empfindlichkeit der Signalwandlung multipliziert mit der Verstärkung des Messverstärkers	$K_{el}/(\text{V}/\mu\text{m})$	0,493	0,493	0,049
Verstärkung der Folgestufen	K_{elsub}	100		
Proportionalitätsfaktor des Quantisierers	K_N	6,66 (16,64)	9,13 (729)	10,67 (746)
Federkonstante der elektrischen Feder	$k_{el}/(\text{N}/\text{m})$	-0,275	-0,052	-0,0028
Eingangsseitige, spektrale Verstärkerrauschleistungsdichte bei 0 Hz	$\frac{\sqrt{S_{el,ingangsseitig}}}{(\mu g_{earth}/\sqrt{\text{Hz}})}$	85,8 (n.def.)	16,3 (n.def.)	8,6 (n.def.)
Eingangsseitige, spektrale Quantisiererausleistungsdichte bei 0 Hz	$\frac{\sqrt{S_{n,ingangsseitig}}}{(\mu g_{earth}/\sqrt{\text{Hz}})}$	349,8 (140,1)	48,5 (0,6)	21,8 (0,31)
Braunsche, spektrale Rauschleistungsdichte bei 0 Hz	$\frac{\sqrt{4k_B Temp c}}{(\mu g_{earth}/\sqrt{\text{Hz}})}$	22,8		

Tab. 5.3: Berechnete Eigenschaften einer freischwebenden Struktur mit Δ/Σ -Regelung (Tab. 5.4) für verschiedene Rückkoppelspannungen V_{fb} und Messspannungen V_{sense} . Werte in Klammern gelten für die Berechnung der Proportionalitätskonstanten des Quantisierers unter Vernachlässigung des Verstärkerrauschens.

bleibt, um Stabilität zu gewährleisten. Damit existiert jedoch eine untere Grenze für die Rückkoppelkraft.

Tab. 5.3 fasst die Kennwerte einer solchen Δ/Σ -Regelung für die freischwebende Struktur aus Abb. 5.8 zusammen. Die wesentlichsten Parameter der freischwebenden Struktur und der Messschaltung sind in Tab. 5.4 aufgelistet. Die Kennwerte der Schaltung sind für verschiedene Messspannungssprünge V_{sense} und verschiedene Rückkoppelspannungen V_{fb} gegeben.

Auffällig ist die eingangsseitige, spektrale Verstärkerrauschleistungsdichte $S_{el,ingangsseitig}$, welche beim Herabsetzen des Messspannungssprungs (von Spalte 2 nach Spalte 3) absinkt. Bei Betrachtung der Messschaltung würde man hier eine umgekehrte Abhängigkeit erwar-

Masse m	0,2 ng
mikroelektromechanische Nennkapazität C_0 (Mittellage)	100 fF
Elektrodenabstand d_0	1 μm
Integrationskapazität C_{int}	100 fF
Parasitäre Kapazität C_{par} + Eingangskapazität des Verstärkers C_g	2 pF
Steilheit g_m	1 mS
Verstärkerbandbreite BW	8 MHz
Dämpfungskonstante c	$1,3 \cdot 10^{-7}$
Abtastfrequenz f_s	1 MHz

Tab. 5.4: Parameter der in Tab. 5.3 betrachteten freischwebenden Struktur.

ten, da das Eingangssignal in den Messverstärker durch Vergrößerung des Messspannungssprungs größer wird. Diesem Effekt in der Schaltung wirkt jedoch die Herabsetzung der Federkonstante k_{el} der elektrischen Feder entgegen, welche quadratisch von der Messspannung abhängt. Dadurch wird die Gesamtverstärkung $G_{mech}(0 \text{ Hz}) * K_{el}$ des mechanischen Systems und des Messverstärkers im stationären Bereich dieser Kennlinien durch Herabsetzung der Messspannung vergrößert. Als Abhängigkeit der niederfrequenten, spektralen Verstärkerrauschleistungsdichte $S_{el,ingangsseitig}$ von der Messspannung erhält man⁴:

$$S_{el,ingangsseitig}(0) = \frac{S_{el}}{|K_{el}G_{mech}(0)|^2} \propto \frac{1}{\left|V_{sense} \left(\frac{1}{V_{sense}^2 + 2V_{fb}^2}\right)\right|^2}$$

Entsprechend setzt die Änderung der Federkonstante k_{el} des mechanischen Systems, hervorgerufen durch Änderung der Messspannung V_{sense} , die eingangsseitige, spektrale Quantisierungsrauschleistungsdichte $S_{n,ingangsseitig}$ herab. Diese hängt weiterhin von der gewählten Rückkoppelspannung V_{fb} ab, da diese die Quantisierungsstufe bestimmt und ebenfalls in die Federkonstante k_{el} der elektrischen Feder eingeht.

Dieser Verbesserung des Rauschniveaus sind jedoch Grenzen gesetzt. Die Rückkoppelspannung muss stets groß genug gewählt werden, um eine vollständige Kompensation der extern angreifenden Kräfte zu erreichen. Des Weiteren muss sich die Herabsetzung der spektralen

⁴In dieser Darstellung wird die in Kapitel 6 besprochene Rückwirkung des Verstärkerrauschens auf die mechanische Struktur durch die vom Verstärkerrauschen erzeugten Rauschkräfte vernachlässigt. In der Berechnung der Werte in Tab. 5.3 wurde diese Rückwirkung jedoch berücksichtigt. Erwartungsgemäß hat die Rückwirkung für die hier realistisch gewählten Parameter keinen Einfluss.

Rauschleistungsdichten auf die gesamte geforderte Signalbandbreite auswirken, um relevant für die Systemanwendung zu sein. Daher existiert eine minimale Federkonstante, bis zu der dieser Effekt wirksam ist. Unterhalb dieser ist die mechanische Bandbreite kleiner der geforderten Signalbandbreite und eine weitere Reduktion der Federkonstante verringert nur noch geringfügig die einseitigen Rauschleistungsdichten (siehe auch Abschnitt 6.1).

Dieser Effekt zeigt, dass für eine kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Schleife eine freischwebende Struktur den idealen Tiefpassfilter darstellt. Eine Beeinträchtigung dieser idealen Filterfunktion durch das Wirksamwerden von Federn, mechanischen oder elektrischen, an der freischwebenden Struktur beeinträchtigt das Auflösungsvermögen der Regelschleife, da die stationäre Empfindlichkeit des Feder-Masse-Systems verringert wird. Ausgenommen hiervon ist ein Bereich kleiner Federkonstanten, bei dem dieser Effekt, aufgrund der geforderten Signalbandbreite, fast keine Auswirkung auf das Auflösungsvermögen des Systems hat. Der Ansatz zur Empfindlichkeitserhöhung einer mechanisch aufgehängten Struktur in Kapitel 6 kann daher auch als der Versuch verstanden werden, das Verhalten einer freischwebenden Struktur an einer mechanisch aufgehängten Struktur zu realisieren.

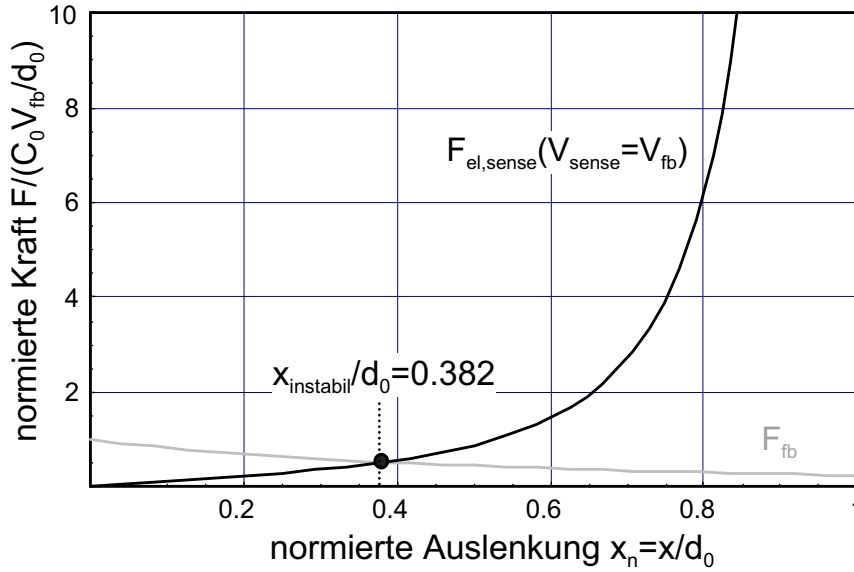
5.4 Startphase: Anheben der freischwebenden Struktur

Im vorhergehenden Abschnitt wird gezeigt, dass die Ausregelung einer freischwebenden Struktur mittels kraftrückgekoppelter Δ/Σ -Regelschleife möglich ist, sofern sich die Struktur in der Mittellage zwischen den Elektroden befindet. Im ausgeschalteten Zustand des Systems befindet sich jedoch die Struktur nicht in der Mittellage, sondern liegt auf einem der Elektrodenpaare. Während eines anfänglichen Zeitintervalls, der “Startphase”, muss daher die Struktur zunächst in diese Mittellage angehoben werden.

Der folgende Abschnitt erläutert zunächst die Startphasenproblematik, nämlich dass ein Anheben beim Einsatz der beschriebenen Δ/Σ -Regelung nicht stattfindet. Dann wird eine neue Methode vorgestellt, die mittels minimaler Konfigurationsänderungen der beschriebenen Δ/Σ -Regelschleife eine Startphase ermöglicht. Andere denkbare oder beschriebene Methoden werden zuvor kurz skizziert und mit der hier vorgestellten Methode verglichen.

5.4.1 Startphasenproblematik

Die Analyse der Regelschleife im vorhergehenden Abschnitt 5.3.2 ging von einem um die Mittellage linearisierten Modell aus. Die bei der beschriebenen Positionsmessung auftretenden Kräfte sind jedoch nichtlinear abhängig von der Auslenkung der Struktur aus der Mittellage. Speziell die elektrostatischen Kräfte $F_{el,sense}$ können bei anliegender Messspannung theoretisch ins Unendliche wachsen. Abb. 5.13 zeigt die elektrostatische Messkraft $F_{el,sense}$ als Funktion der Auslenkung der Struktur aus der Mittellage. Zum Vergleich wurde ebenfalls die elektrostatische Rückkoppelkraft F_{fb} in den Graphen eingetragen, mit der



$$F_{el,sense} = \frac{C_0 \left(\frac{V_{sense}}{2}\right)^2}{d_0} \left(\frac{1}{(1-x_n)^2} - \frac{1}{(1+x_n)^2} \right); \quad F_{fb} = \frac{C_0 V_{fb}^2}{d_0} \left(\frac{1}{(1 \pm x_n)^2} \right)$$

Abb. 5.13: Elektrostatische Messkraft $F_{el,sense}$ und Rückkoppelkraft F_{fb} als Funktion der Auslenkung.

Annahme, dass die Rückkoppelkraft gegen die Auslenkung wirkt, d.h. durch die gegenüberliegenden Elektroden erzeugt wird.

Da die Messkräfte sich in der Mittellage kompensieren, ist die Gesamtmesskraft gleich null. Bewegt sich die Struktur auf ein Elektrodenpaar zu, wächst die zu diesen Elektroden gerichtete Messkraft ins Unendliche und damit die Gesamtmesskraft. Dieser Effekt resultiert aus der Spannungseinprägung auf den Elektrodenpaaren während des Messvorgangs (siehe auch Tab. 2.2). Die zur dem anderen Elektrodenpaar gerichtete Rückkoppelkraft hingegen fällt mit der Auslenkung ab, da sich der zugehörige Elektrodenabstand vergrößert.

Geht man davon aus, dass die Abtastfrequenz deutlich größer als die Eigenfrequenzen des mechanischen Systems und das Rückkoppelzeitintervall identisch dem Messintervall ist, dann kann die Bewegung der Struktur während eines Mess- und Rückkoppelintervalls vernachlässigt werden und es genügt die Kraftamplituden der Mess- und Rückkoppelkräfte zu vergleichen: Rechts vom Schnittpunkt der beiden Kurven in Abb. 5.13 ist eine Kompensation der Messkraft durch die Rückkoppelkraft nicht möglich. Auf die freischwebende Masse wirkt dann im zeitlichen Mittel eine Kraft in Richtung der Messkraft, die diese Masse schließlich zur Kollision mit dem Elektrodenpaar bringt. Das System ist daher instabil für Auslenkungen, die größer sind als diejenige dieses Schnittpunktes. Die Auslenkung an

diesem Schnittpunkt erhält man aus der Gleichheit der Mess- und Rückkoppelkraft

$$\frac{x_{instabil}}{d_0} = 1 + \frac{V_{sense}}{2V_{fb}} - \sqrt{\frac{V_{sense}}{V_{fb}}} \sqrt{1 + \frac{V_{sense}}{4V_{fb}}} \quad (5.6)$$

und beträgt 38,2 % des Elektrodenabstandes der Mittellage, dann wenn die Messspannung der Rückkoppelspannung entspricht. Voraussetzung für diese Stabilitätsgrenze ist, dass für diese Auslenkung gilt, dass die dominierenden Eigenfrequenzen des elektromechanischen Systems wesentlich kleiner sind als die Abtastrate.

Diese Auslenkung definiert näherungsweise ein *Stabilitätsintervall* $(-x_{instabil}, x_{instabil})$, in dem sich die Struktur nach der Startphase befinden muss, damit der normale Betrieb, wie er im vorhergehenden Abschnitt beschrieben worden ist, aufgenommen werden kann. Die Geschwindigkeit der freischwebenden Struktur beim Umschalten in diesen Normalbetrieb muss dabei so gering sein, dass das Stabilitätsintervall während des folgenden Betriebs nicht verlassen wird. Eine Startphase muss diesen zwei Bedingungen unter Berücksichtigung aller Herstellungs- und Betriebstoleranzen genügen, damit ein sicheres Anheben der Struktur gewährleistet wird. Die Bedingung hinsichtlich der Geschwindigkeit ist im Allgemeinen nur anhand transienter Simulation für ein konkretes System überprüfbar. Bei der folgenden Beschreibung der verschiedenen Startphasen wird daher nur die Bedingung hinsichtlich des Stabilitätsintervalls geprüft und die zweite Bedingung hinsichtlich der Geschwindigkeit als erfüllt angenommen.

Der Grenzyklus der Δ/Σ -Regelung um die Mittellage beim normalen Betrieb der Regelschleife muss ebenfalls hinsichtlich des Stabilitätsintervalls untersucht werden. Die maximale Auslenkung der Struktur dieses Grenzyklus sollte deutlich kleiner als die Stabilitätsgrenze $x_{instabil}$ sein. Bei geeignet gewähltem Kompensator lässt sich die Amplitude des Grenzyklus wie folgt abschätzen [12]:

$$x_{limit} \approx \frac{16F_{fb}}{m\omega_s^2} \quad (5.7)$$

In der Praxis muss ein Vielfaches dieser Amplitude angenommen werden, da das Eingangssignal der Δ/Σ -Schleife den Grenzyklus stört.

5.4.2 Startphasenverfahren

In diesem Abschnitt werden verschiedene Verfahren zur Realisierung einer Startphase unter Umgehung der zuvor beschriebenen Instabilität skizziert mit dem Ziel, Aufwand und Robustheit einer Realisierung abzuschätzen. Die Verfahren beziehen sich dabei auf die im

Abschnitt 5.3.2 beschriebene Δ/Σ -Regelschleife mit dem dort beschriebenen Messinterface, das einen differentiellen Ladungsintegrator als Messverstärker verwendet. Die Verfahren sind direkt auf andere Messschnittstellen übertragbar, die ebenfalls Spannungseinprägung verwenden. Im letzten Verfahren, der Ladungseinprägung, wird ein alternatives Messinterface diskutiert, das diese Instabilität umgeht.

5.4.2.1 Spacertechnologie

Das theoretisch einfachste Startphasenverfahren grenzt den Beweglichkeitsbereich der Platte so ein, dass die Platte das Stabilitätsintervall nicht verlassen kann. Dies wird z.B. durch eine isolierende Schicht zwischen Elektrodenpaar und freischwebender Struktur erreicht. Die isolierende Schicht fungiert als Abstandshalter und zwingt gleichzeitig die Struktur zum Verbleib im stabilen Bereich.

Dieses Verfahren beinhaltet die Problematik, dass die Struktur gegenüber den Elektroden kontaktierbar sein muss, um gegebenenfalls eine durch die Herstellung bedingte Ladung von der Struktur abführen zu können. Torti et al. [102] berichten, dass diese verbleibende Ladung und die daraus resultierenden elektrostatischen Kräfte zu einem “Verkleben” ihrer “freien” Strukturen mit den Elektroden führte. Wenn eine isolierende Schicht den elektrischen Kontakt mit den vertikal angeordneten Elektroden verhindert, muss mindestens ein temporärer lateraler Anschluss an der Platte realisiert werden, um eine herstellungsbedingte Ladung abführen zu können.

Die Realisation eines solchen Spacer benötigt eine spezielle Spacertechnologie. In der “Standard”-Oberflächenmikromechanik wird zwischen den leitenden Schichten, die später die Elektroden bzw. mechanische Strukturen darstellen, nur die Opferschicht abgeschieden (siehe z.B. [60]). Die Herstellung eines Spacers bedarf daher weiterer Abscheidungen.

Dieses Verfahren kann als sicherstes und schaltungstechnisch als einfachstes gewertet werden, benötigt jedoch eine spezielle Spacertechnologie. Es eignet sich somit nicht für mikro-mechanische Standardtechnologien.

5.4.2.2 Start-Kraftpuls und Skalierung der Messkraft

Ein weiteres Verfahren für die Startphase bietet die Methode “Start-Kraftpuls”. Bei diesem Verfahren wird zu Beginn der Lage-Regelung die Struktur mittels eines einzelnen Kraftpulses von den Elektroden abgehoben. Die Dauer dieses Kraftpulses wird dabei so gewählt, dass er die Struktur in einen Auslenkungs- und Geschwindigkeitszustand überführt, der einen stabilen Betrieb der Δ/Σ -Schleife unter normalen Bedingungen ermöglicht⁵. Eine mögliche Realisierung dieses Verfahrens besteht darin, die Δ/Σ -Schleife mit einem verlängerten

⁵Abbildung 3 in [2] lässt vermuten, dass dieser Startphasentyp dort angewandt wird.

Rückkoppelintervall zu starten und beim folgenden Messintervall auf den Normalbetrieb zu wechseln.

Aufgrund der Nichtlinearität des Systems und der beim Einschwingvorgang auftretenden großen Amplituden lässt sich der Nachweis, für welche Geschwindigkeits- und Auslenkungszustände das System für beliebige Strukturen und beliebige Reglergesetze stabil ist, nur anhand nichtlinearer, transients Simulation nachweisen. Die folgenden Betrachtungen stellen daher beispielhaft die typischen Probleme dieses Startphasentyps dar.

Im vorhergehenden Abschnitt wurde für den normalen Betrieb der Δ/Σ -Schleife eine Abschätzung für die Stabilitätsgrenze (Gl. 5.6) angegeben. Vernachlässigt man den Geschwindigkeitszustand nach dem Start-Kraftpuls, so kann diese Stabilitätsgrenze ebenfalls als Mindestanforderung für den Auslenkungszustand nach dem Start-Kraftpuls herangenommen werden. Der Start-Kraftpuls muss folglich zwingend derart gewählt werden, dass er eine Auslenkung der Struktur herbeiführt, die in diesem Stabilitätsbereich liegt.

Der Geschwindigkeitszustand der Struktur nach dem Start-Kraftpuls muss klein genug sein, dass ein Überschwingen der Struktur nicht stattfindet und die Auslenkung der Struktur fortan im Stabilitätsbereich bleibt. Die Dämpfungseigenschaften der Struktur und des Regelkreises sind dabei maßgebliche Größen. Z.B. dämpft der Regelkreis die Auslenkung der Struktur fast nicht entsprechend dem für die Δ/Σ -Regelschleife gültigen Reglergesetzes $G_{comp} = 2 - z^{-1}$, so dass hier die mechanische Dämpfung der Struktur ausreichend groß sein muss, um ein Überschwingen zu vermeiden.

Die Methode des Start-Kraftpulses kann durch Skalieren der Messkraft unterstützt werden. Hierbei wird der Messkraftpuls im anschließenden Normalbetrieb gegenüber dem Rückkoppelkraftpuls verkleinert, um damit den Stabilitätsbereich nach Gl. 5.6 zu vergrößern. Dies kann durch zwei Maßnahmen geschehen:

Die erste Maßnahme verringert die Messspannung. Dies bedarf aber einer zusätzlichen Spannungsquelle im Schaltungsteil. Als weitere Folge verkleinert sich dann der Signalausgangsabstand der Positionsmessung. Dies kann in weiten Bereichen toleriert werden, da die Anforderungen an die Positionsmessung während der Startphase aufgrund der großen Auslenkungen der Struktur gering sind. Die Robustheit der Regelung bestimmt hierbei die genauen Anforderungen.

Die zweite Maßnahme verlängert die Dauer der Rückkoppelung gegenüber der Dauer der Messung bis sich das System in dem dazugehörigen Grenzyklus befindet. Die damit verbundene Verringerung der Abtastrate der Δ/Σ -Schleife muss hinsichtlich deren Stabilität überprüft werden.

Größtes Problem dieses Verfahrens ist, dass die Wahl der Länge des ersten Kraftpulses a priori erfolgen und invariant gegenüber den Herstellungstoleranzen sein muss. Beispielhaft an der Ausregelung einer zweidimensionalen Platte bezüglich ihrer vertikalen Auslenkung z und ihrer Verkippung φ (Abb. 5.14) soll gezeigt werden, dass ein solcher, in seiner Dauer

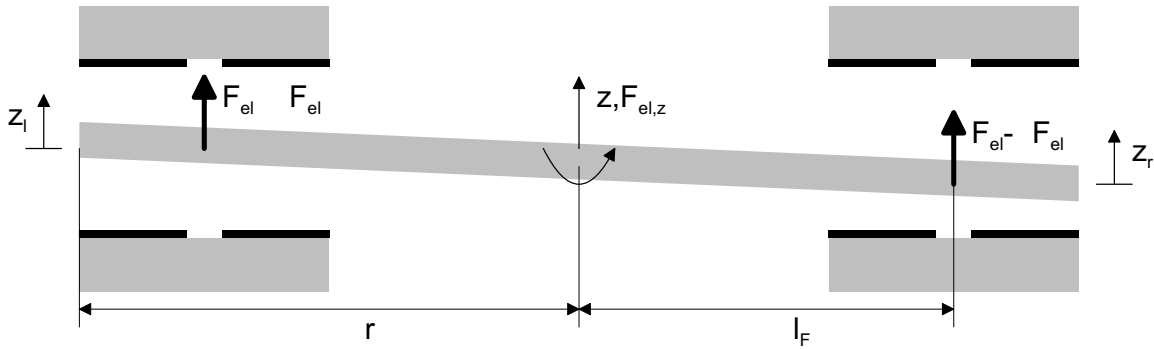


Abb. 5.14: Zweidimensionale Ausregelung bzgl. der vertikalen Auslenkung z und der Verkipfung φ einer freischwebenden Platte.

definierter, Kraftpuls nicht immer darstellbar ist.

Es wird angenommen, dass es aufgrund von Herstellungstoleranzen zu einem Ungleichgewicht ΔF_{el} zwischen den Kräften des rechten und des linken Elektrodenpaares kommt, während die Platte waagrecht zu den Elektroden $z_r = z_1$ liegt. Für eine kreisförmigen Platte erhält man dann aus den Beschleunigungen bzgl. der vertikalen Auslenkung z und der Verkipfung φ die Beschleunigungen der Kanten z_r, z_1 zu:

$$\ddot{z} = \frac{2F_{el}}{m}; \quad \ddot{\varphi} = \frac{2l_F \Delta F_{el}}{I_\varphi} = \frac{8l_F \Delta F_{el}}{mr^2} \xrightarrow{r \approx l_F} \frac{8\Delta F_{el}}{mr}$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{z}_i = \ddot{z} \pm r\ddot{\varphi} \approx \frac{2F_{el}}{m} \left(1 \pm 4 \frac{\Delta F_{el}}{F_{el}} \right) \quad \text{für } z_r = z_1 \text{ bzw. } \varphi = 0.$$

Aufgrund der unterschiedlichen Trägheiten bzgl. der vertikalen Auslenkung und der Verkipfung wirkt sich das Kräfteungleichgewicht verstärkt auf die relative Kantenbewegung der Platte aus. So ergibt sich für eine relative Abweichung der Kräfte um 10% ($\Delta F_{el}/F_{el} = 10\%$) eine relative Beschleunigung der Kantenauslenkungen zueinander von $\ddot{z}_l/\ddot{z}_r = 2,3$. Während des Abhebens der Platte bewirkt die Positionsabhängigkeit der elektrostatischen Kräfte eine weitere Vergrößerung dieses Verhältnisses. Die linke Kante wird dann zunehmend schneller beschleunigt als die rechte Kante. Abb. 5.15 zeigt die zeitliche Entwicklung der Kantenauslenkungen unter Berücksichtigung der Positionsabhängigkeit der Kräfte, die man für eine anfängliche Abweichung der Kräfte von $\Delta F_{el} = 10\% F_{el}$ (bei waagerechter Lage der Platte) und für ein ungedämpftes System erhält.

Nimmt man als Minimalforderung für die Stabilität an, dass sich *beide* Kantenauslenkungen z_r, z_1 nach dem Start-Kraftpuls im Stabilitätsbereich nach Gl. 5.6 befinden müssen, so veranschaulicht Abb. 5.15, dass diese Forderung nicht erfüllt werden kann, wenn die Messspannung V_{sense} gleichgroß der Rückkoppelspannung V_{fb} ist. Erst ein Skalieren der

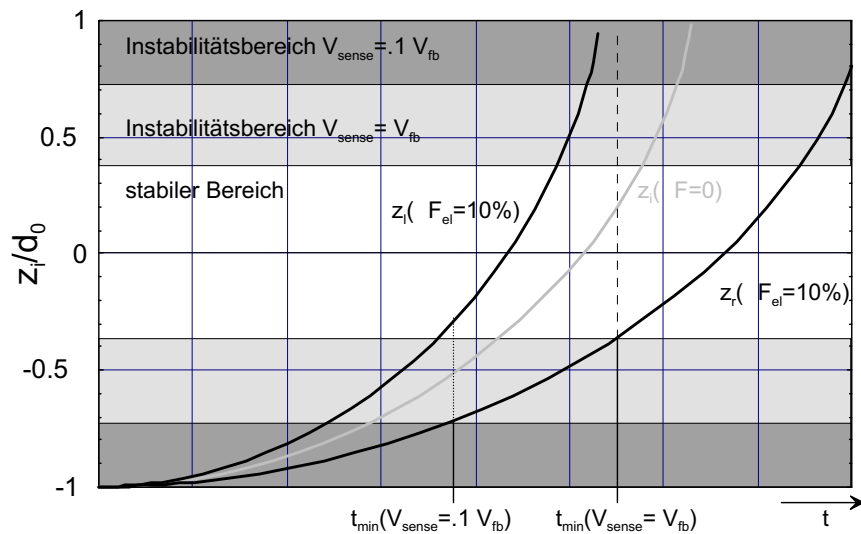


Abb. 5.15: Simulierte zeitliche Entwicklung der Kantenauslenkungen z_i der zweidimensionalen Regelung aus Abb. 5.14.

Messkraft durch Reduzierung der Messspannung V_{sense} auf 1/10 der Rückkoppelspannung V_{fb} erfüllt diese Minimalforderung.

Das Verfahren des Start-Kraftpulses ist ein einfach zu realisierendes Verfahren, da es nur Änderungen in der Ansteuerlogik der Rückkoppelkräfte und gegebenenfalls einer zusätzlichen Spannungsquelle bedarf. Allerdings ist es nur auf Systeme anwendbar, welche für alle Herstellungstoleranzen exakt beschrieben werden können, so dass der Start-Kraftimpuls a priori festgelegt werden kann. Da aufgrund des “Stiction”-Problems beim Abheben der Platte mit nichtlinearen Kräften zu rechnen ist, die allerdings für diese Anwendung notwendigerweise stark reduziert sein müssen, bleibt es fraglich, ob eine zuverlässige Anwendung dieser einfachen Methode in der Praxis möglich ist.

5.4.2.3 Serienkondensator

Bei der Startphasenmethode “Serienkondensator” wird den von freischwebender Struktur und Elektroden gebildeten Kondensatoren jeweils ein weiterer Kondensator in Serie zugeschaltet. Prägt man über diesen in Serie geschalteten Kondensatoren eine Spannung ein, dann bleibt die Messkraft begrenzt und es kommt nicht zu einem Anwachsen der parasitären elektrostatischen Messkraft gegen Unendlich.

Der in Serie geschaltete Kondensator verhindert hier, dass auf die von freischwebender Platte und Elektrode gebildete Kapazität beliebig viel Ladung fließen kann, wenn sich die Platte der Elektrode nähert. Der Serienkondensator begrenzt die auf die Serienschaltung fließende Ladung auf einen maximalen Wert, der durch den Serienkondensator bestimmt

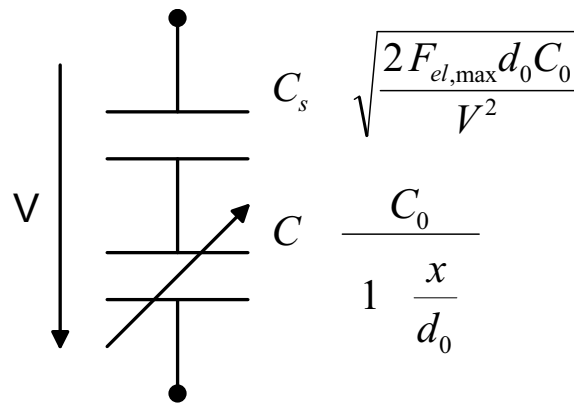


Abb. 5.16: Wahl der Serienkapazität, um die elektrostatischen Kräfte in der mikroelektromechanischen Struktur mittels Kapazitäten zu begrenzen.

wird, wenn an diesem die gesamte angelegte Spannung abfällt. Die endliche Ladung auf der Serienschaltung bedingt dann die endliche Messkraft (Tab. 2.2). Das Verfahren wurde schon in der mikroelektromechanischen Aktuatorik eingesetzt, um den als “Snap-In” bekannten Effekt zu vermeiden [53].

Soll die elektrostatische Kraft einer mikroelektromechanischen Kapazität eine Kraft $F_{el,max}$ nicht übersteigen, muss die in Abb. 5.16 definierte Kapazität C_s dazu in Serie geschaltet werden.

Will man diese Startphasen-Methode auf die kapazitive, berührungslose Messschnittstelle aus Abb. 5.11 anwenden, muss man jeweils einen Serienkondensator an den Spannungspuls-Elektroden anbringen Abb. 5.17. Um eine Instabilität aufgrund des Verstärkeroffsets zu vermeiden, müssen entweder zusätzliche Serienkapazitäten zwischen mikroelektromechanischer Struktur und Messverstärker eingefügt oder die Messelektroden gegenüber der freischwebenden Platte isoliert werden, z.B. durch eine dünne Nitridschicht.

Im letzteren Fall müssen die verbleibenden Spannungspuls-Elektroden elektrisch kontaktierbar mit der freischwebenden Masse bleiben, um dass zuvor angesprochene Problem von herstellungsbedingter Ladung auf der Masse und einem dadurch verursachten Verkleben an den Elektroden zu vermeiden. Für diesen Fall sind auch die durch den Verstärkeroffset erzeugten Kräfte zu beachten. Die Serienkapazität der Spannungspuls-Elektroden ist dann derartig zu wählen, dass die durch den Verstärkeroffset beeinflusste maximale Messkraft kleiner ist als die Rückkoppelkraft.

Die Spannung zur Erzeugung der Rückkoppelkraft kann direkt an den Elektroden eingepreßt werden.

Wird eine Technologie angewandt, die es nicht erlaubt, diese Serienkapazitäten in die mikroelektromechanische Struktur zu integrieren, liegt an den Knoten zwischen mikroelek-

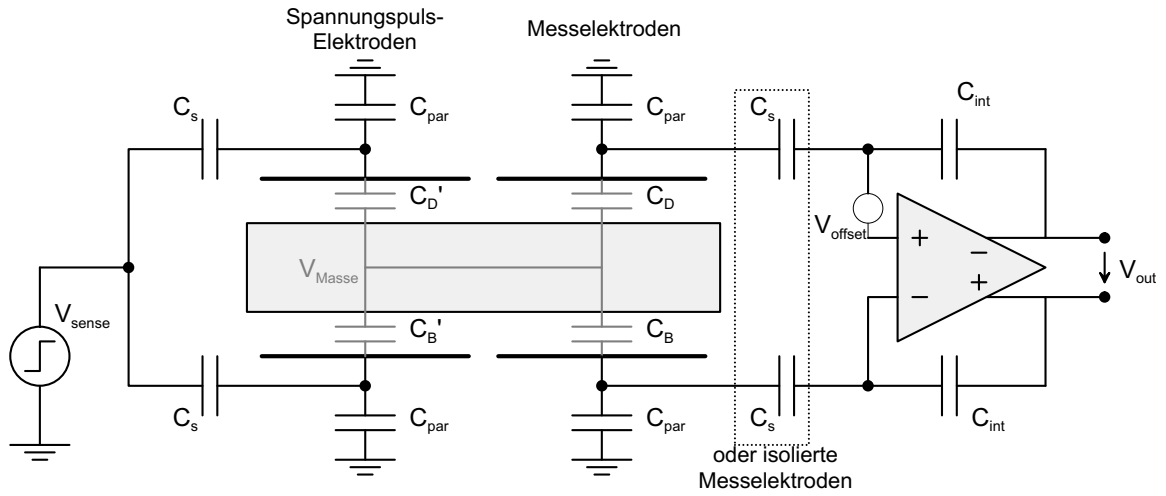


Abb. 5.17: Beschaltung einer freischwebenden Struktur mit dem Verfahren der Serienkapazitäten. Der ICFB-Verstärker wurde nicht eingezeichnet.

tromechanischer und Serienkapazität eine zusätzliche parasitäre Kapazität. Diese ist meist sehr groß gegenüber der Serien- und der mikroelektromechanischen Kapazität, denn sie besteht aus der parasitären Kapazität der Zuleitung zwischen Mikromechanik und Schaltung. Zusätzlich müsste an diesem Knoten noch ein Schalter angebracht werden, um parasitäre Ladungen auf diesem Knoten zu neutralisieren und um die Rückkoppelkraft erzeugen zu können. Diese parasitäre Kapazitäten bewirken dann eine Verringerung der Empfindlichkeit der Positionsmessung K_{el} :

Die Empfindlichkeit der Positionsmessung ergibt sich für den Fall mit Serienkapazitäten an den Messelektroden zu:

$$K_{el, \text{Serienkap.}} = \left. \frac{\partial V_{out}}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{C_0 C_s^2 V_{sense}}{2 C_{int} (C_0 + C_s + C_{par})^2} = K_{el} \frac{C_s^2}{(C_0 + C_s + C_{par})^2},$$

und für den Fall isolierter Messelektroden zu:

$$K_{el, \text{isolated}} = \left. \frac{\partial V_{out}}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{C_0 C_s V_{sense}}{C_{int} (C_0 + 2(C_s + C_{par}))} = K_{el} \frac{2C_s}{(C_0 + 2(C_s + C_{par}))}.$$

Dabei bezeichnet K_{el} die Empfindlichkeit der normalen Beschaltung nach Abb. 5.11:

$$K_{el} = \left| \frac{\partial V_{out}}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{C_0 V_{sense}}{2C_{int}}$$

Die Reduktion der Messempfindlichkeit wirkt sich auf die parasitäre Bewegung der Struktur durch das rückgekoppelte thermische Rauschen des Verstärkers aus. Diese Bewegung sollte innerhalb des Stabilitätsintervalls nach Gl. 5.6 liegen, um ein Umschalten in den Normalbetrieb zu ermöglichen.

Solange die Serienkapazität so klein gewählt wird, dass die Rückkoppelkraft bei Berücksichtigung der herstellungsbedingten Parameterschwankungen stets größer der Messkraft ist, handelt es sich hierbei um ein robustes Verfahren. Ein Abheben ist dann stets möglich. Das Verfahren benötigt jedoch zusätzliche Komponenten, um die Serienkapazitäten zu integrieren, zu denen auch Schalter gehören, deren Funktion eine Entladung der zusätzlichen Knoten ist. Ferner ist zu prüfen, ob die stark reduzierte Empfindlichkeit zu einem Signalrauschabstand führt, der es erlaubt, die Struktur in einem kleinen Bereich um die Mittellage zu halten.

5.4.2.4 Aktive Kontrolle mittels Ladungseinprägung

Verantwortlich für die Startphasen-Problematik ist die nichtlineare Messkraft, die unendlich groß werden kann. Dieses Verhalten resultiert aus der Spannungseinprägung auf den Elektroden. Gemäß Tab. 2.2 kann dieses Verhalten vermieden werden, indem man nicht die Spannung auf den Elektroden konstant hält, sondern die Ladung. Im Folgenden wird daher ein Messinterface vorgeschlagen, das erlaubt, die Position bei Ladungseinprägung zu messen und gegebenenfalls auch gleichzeitig eine Rückkoppelkraft zu generieren. Eine derartige Messinterface benötigt dann keine Startphase, da in der normalen Positionsregelung der Struktur implizit die Startphase enthalten ist.

Wenn ein mikroelektromechanischer Kondensator veränderlich ist, gibt die angelegte Spannung keinen Aufschluss über seinen Ladungszustand. Information über die auf dem Kondensator befindliche Ladung erhält man nur, indem der Ladungszufluss bzw. -abfluss protokolliert wird. Dieses kann mit einem zum mikroelektromechanischen Kondensator in Serie geschalteten Kondensator (Serienkondensator) oder durch Beschalten des mikroelektromechanischen Kondensators mit Strompulsen fester zeitlicher Länge erfolgen, d.h. durch Aufbringen bzw. Abführen konstanter Ladungsmengen.

Beim Einsatz des Serienkondensators wird ausgenutzt, dass der durch den mikroelektromechanischen Kondensator fließende Strom auch über den Serienkondensator fließt, solange an dem Verbindungsknoten der beiden Kondensatoren keine weiteren Impedanzen angeschlossen sind. Dann ist zu jedem Zeitpunkt die Ladung auf beiden Kondensatoren identisch, unter der Voraussetzung, dass beide Kondensatoren anfänglich ungeladen sind. Da der Serienkondensator konstant ist, ist der Spannungsabfall an ihm ein Maß für die auf ihm und

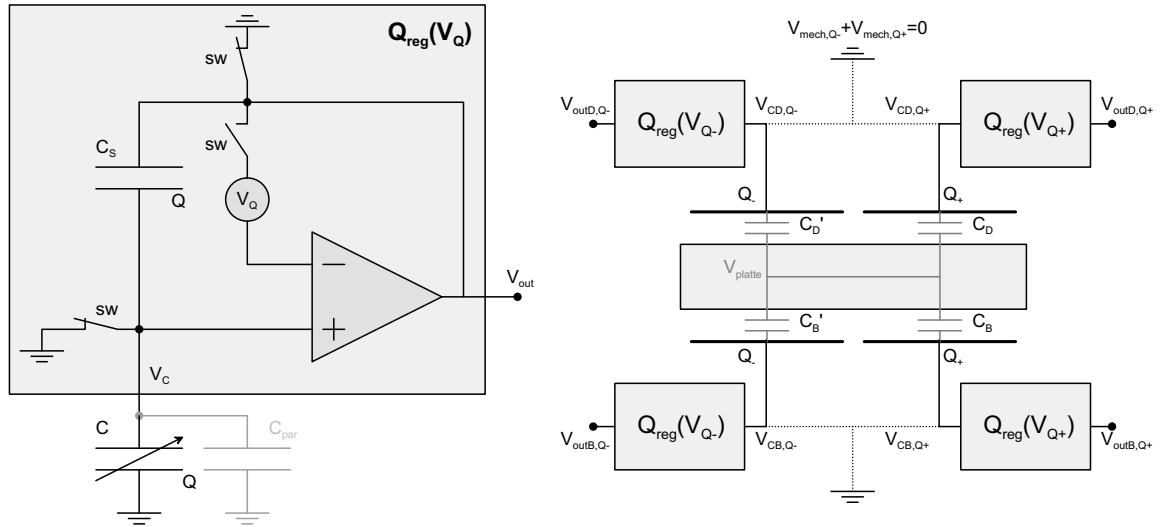


Abb. 5.18: Beschaltung einer freischwebenden Platte beim Verfahren der Ladungseinprägung mittels Serienkondensator.

damit auf dem mikroelektromechanischen Kondensator befindliche Ladung. Seeger et al. [91] beschreiben einen Schaltkreis zur Ladungseinprägung nach diesem Prinzip für einen mikroelektromechanischen Kondensator in einer Aktuator-Anwendung. Diese Schaltung erlaubt jedoch nicht, gleichzeitig eine Ladungseinprägung auf mehreren mikroelektromechanischen Kondensatoren einer freischwebenden Struktur durchzuführen⁶.

Abb. 5.18 zeigt eine Schaltkreisanordnung, die aus der Schaltung nach Seeger durch Vertauschen der Kapazitäten hervorgeht, und eine Ladungseinprägung an nur einer Elektrode gestattet, während die andere Elektrode auf einem definierten Massenpotential liegt. Die rechte Skizze illustriert, wie die Schaltung auf den Fall der freischwebenden Platte angewendet werden kann. Da das Potential der Platte nicht kontaktierbar ist, muss dieses durch Regelung des *Gleichanteils* der an den Elektroden angelegten Spannungen $V_{CX,X}$ mittels jeweils einem Verstärker, der eine positive und einem Verstärker der eine negative Ladung einprägt, indirekt bestimmt werden.

Als Messsignal V_x für die Auslenkung kann das Differenzsignal der Ausgänge von zwei Verstärkern, welche Ladungen derselben Polarität einprägen, verwendet werden:

$$V_x = V_{outB,Q+} - V_{outD,Q+} = 2 \frac{x}{d_0} \frac{Q}{C_0} \quad (5.8)$$

⁶Beide Elektroden des mikroelektromechanischen Kondensators müssen in diesem Schaltkreis kontaktierbar sein. Ein Knoten muss mit dem Serienkondensator und dem Verstärkereingang zusammengeschaltet werden. An diesem Knoten dürfen keine weiteren Impedanzen angeschlossen sein, über die während der Messung ein Strom zufließt. Am anderen Knoten (Ausgang des Verstärkers) dürfen zwar beliebig viele Impedanzen angeschlossen sein, jedoch muss die Schaltung, d.h. der Verstärker, das Potential dieses Knoten bestimmen können.

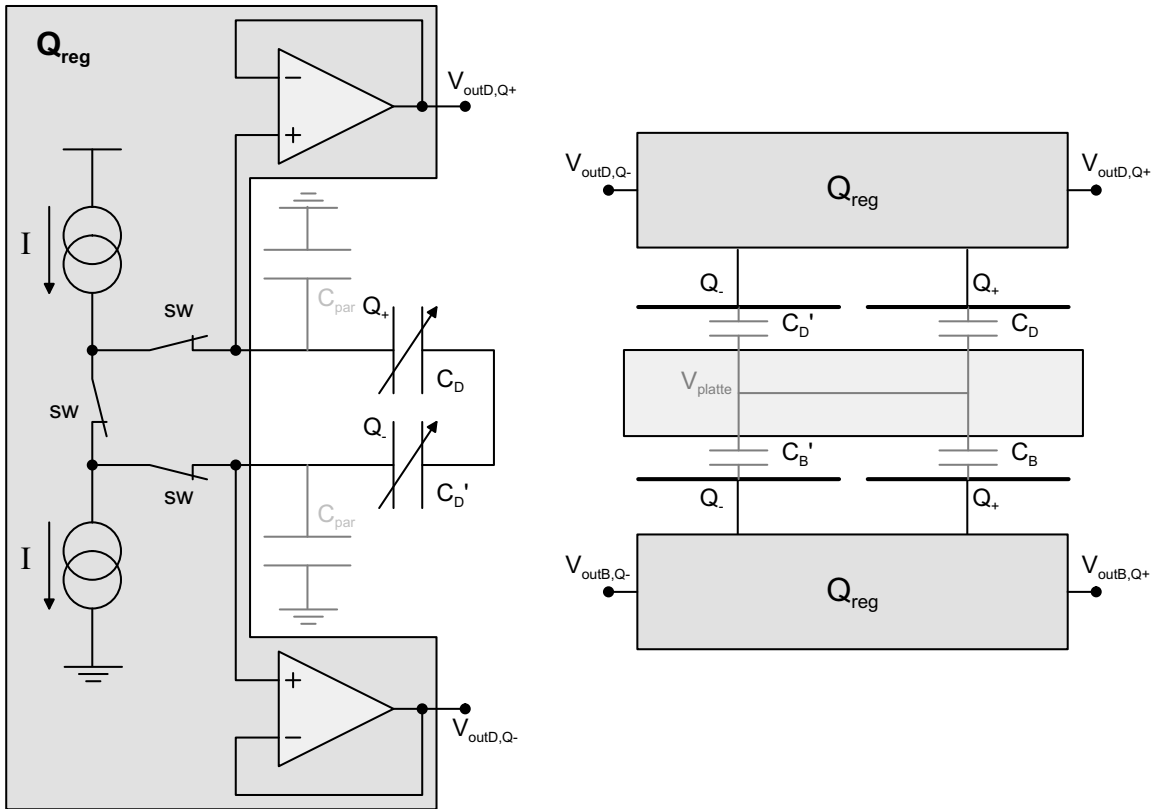


Abb. 5.19: Beschaltung einer freischwebenden Platte beim Verfahren der Ladungseinprägung mittels Ladungspulsen.

$$C_D = \frac{C_0}{1 - \frac{x}{d_0}}; \quad C_B = \frac{C_0}{1 + \frac{x}{d_0}}$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass gleichgroße Ladungsmengen eingepreßt werden.

Beim Verfahren des Stromimpulses wird ein konstanter Strom I während eines bekannten Zeitintervalls Δt an der mikroelektromechanischen Kapazität eingepreßt. Dadurch wird eine bekannte Ladungsmenge $Q = I\Delta t$ auf den Kondensator transportiert. Anschließend wird anhand der an dem Kondensator abfallenden Spannung dessen Kapazität ermittelt. Nadal et al. [76] demonstrierten einen Torsionsaktuator, der dieses Prinzip verwendet und dadurch stabile Auslenkungen des Aktuators ermöglicht, die jenseits der als ‘‘Snap-In’’ bezeichneten Instabilitätsgrenze von elektromechanischen Systemen liegen. Dieses Verfahren wurde an Mikrofonen bestätigt [77]. An Abb. 5.19 zeigt der möglichen Beschaltungen einer freischwebenden Platte nach diesem Verfahren. Nach dem Zurücksetzen wird der Schalter sw_1 geöffnet und auf beiden Kapazitäten der Strom I eingepreßt. Nach einem Zeitintervall Δt werden die Schalter sw_2 geöffnet und die an den Kapazitäten abfallenden Spannungen mit Spannungsfolgern abgegriffen. Die rechte Abbildung zeigt die Beschaltung einer

freischwebenden Platte mit dieser Schaltung. Das Messsignal wird wie bei der zuvor beschriebenen Schaltung mittels Serienkondensatoren ermittelt (Gl. 5.8).

Beim Einsatz der Ladungseinprägung werden hohe Ansprüche an die Messverstärker gestellt. Da die Spannung am mikroelektromechanischen Kondensator variiert, müssen die angeschlossenen Messverstärker weite Bereiche des Eingangssignals (Input Common Mode Range) tolerieren: Die Verstärkereingänge befinden sich in beiden oben gezeigten Fällen nach der Rücksetzphase auf (virtueller) Masse und schwingen dann auf einen Spannungswert ein, der Q/C_D entspricht. Im vorhergehenden, auf Spannungseinprägung beruhendem Verfahren bleiben die Eingänge stets auf virtueller Masse, mit den Vorteilen eines einfacheren Verstärkerentwurfs und eines geringeren Einflusses der parasitären Kapazitäten, da sie virtuell kurzgeschlossen sind.

Existiert eine parasitäre Kapazität parallel zum mikroelektromechanischen Kondensator, dann verursacht diese bei Ladungseinprägung eine Abhängigkeit der elektrostatischen Kraft von der Kapazität des mikroelektromechanischen Kondensators, d.h. hier von der Auslenkung der Struktur [91]. Die Kraft bleibt aufgrund der Ladungsbegrenzung durch die Ladungseinprägung weiterhin endlich, so dass die Startphase sichergestellt ist. Jedoch bewirkt die auslenkungsabhängige Kraft erneut eine elektrische Feder mit negativer Federkonstante, die in der Übertragungsfunktion der freischwebenden Struktur zu berücksichtigen ist.

Das Verfahren der Ladungseinprägung erweist sich als systemtechnisch günstiger als die Spannungseinprägung, da es die dort auftretende Instabilität umgeht. Seine Umsetzung benötigt jedoch einen erheblichen schaltungstechnischen Mehraufwand als den der Messschnittstelle aus Abschnitt 5.3.2.1, da für jede Elektrode ein Messverstärker benötigt wird, um die Ladungseinprägung sicherzustellen. Ferner tritt auch hier eine elektrische Federwirkung dann auf, wenn parasitäre Kapazitäten parallel zum mikroelektromechanischen Kondensator bestehen. Für Anwendungen in der Aktuatorik ist dieses Verfahren das einzige, das eine Stabilisierung der freischwebenden Struktur auch bei großen Auslenkungen aus der Mittellage erlaubt [91].

5.4.3 Messung mit einseitiger Messspannung

Die im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Startphasenverfahren haben einen oder mehrere der folgenden Nachteile: Sie benötigen eine spezielle mikromechanische Technologie; sie benötigen gegenüber dem differentiellen Messschaltungsinterface aus Abb. 5.11 einen erhöhten schaltungstechnischen Aufwand; und/oder sie sind nicht robust gegenüber herstellungs- und betriebsbedingten Schwankungen.

Die Startphasenverfahren “Serienkondensator” und “Ladungseinprägung” realisieren zwar eine robuste Startphase, benötigen jedoch einen, im Falle der Ladungseinprägung nicht unerheblichen, zusätzlichen schaltungstechnischen Aufwand im Schaltkreis. Um die Positionsmessung beim Startphasenverfahren “Serienkondensator” zu verbessern, ist eine spezielle

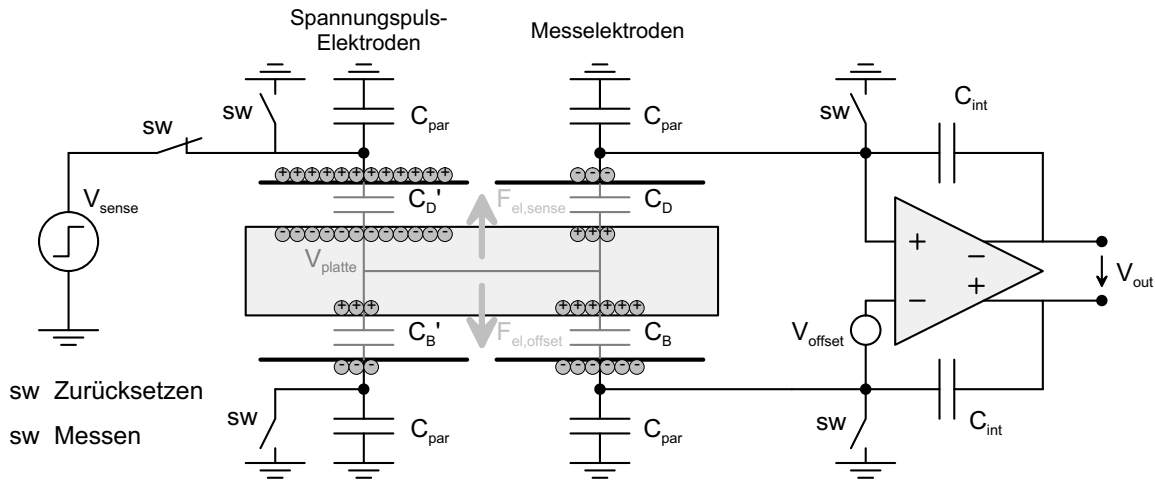


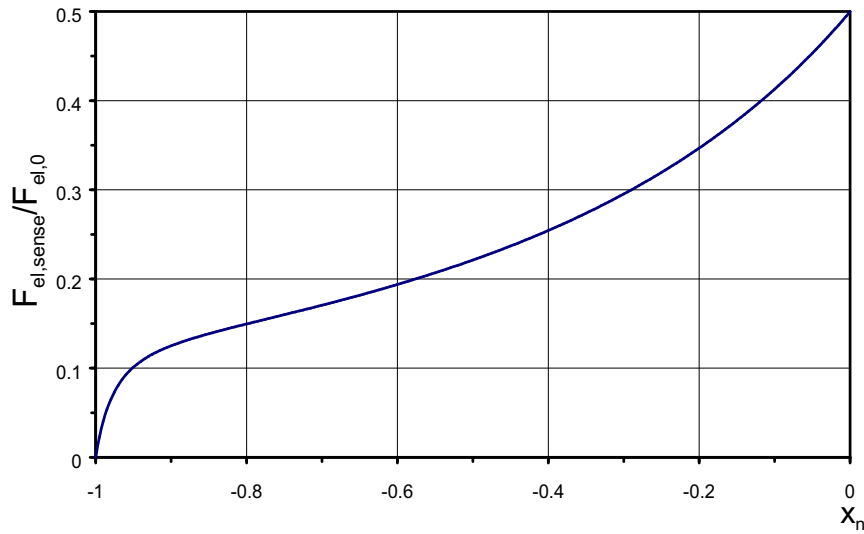
Abb. 5.20: Beschaltung einer freischwebenden Struktur beim Verfahren “Messung mit einseitiger Messspannung”. Der ICMFB-Verstärker ist nicht eingezeichnet.

Technologie notwendig, die die Serienkapazitäten direkt an den Elektroden realisiert. Eine spezielle Technologie benötigt ebenfalls das ansonsten einfache Verfahren der “Spacertechnologie”. Als äußerst kritisch ist das Verfahren “Start-Kraftpuls” zu bewerten, da dieses sehr empfindlich gegenüber Herstellungs- und Betriebstoleranzen ist.

Ein neues Verfahren wird im Folgenden vorgestellt, welches keinen der oben genannten Nachteile hat. Das Verfahren baut auf der berührungslosen, kapazitiven Messschnittstelle für einen differentiellen Ladungsintegrator aus Abschnitt 5.3.2.1 auf und benötigt zur Realisierung der Startphase nur geringe Änderungen in der Ansteuerlogik dieses Schaltkreises. Weiterhin ist eine zusätzliche strukturierte Isolationsschicht gegenüber dem Messinterface notwendig, die jedoch technologisch ohne Probleme innerhalb einer mikromechanischen Standardtechnologie realisiert werden kann.

Dieses Verfahren modifiziert die Messung dahingehend, dass die während der Messung erzeugte Messkraft stets in Abheberichtung auftritt. Dabei wird das Messergebnis der vorhergehenden Messung ausgenutzt. Bei einer ersten, initialen Messung wird eine Messkraft in die falsche Richtung in Kauf genommen.

Witz dieses Verfahrens ist es, die Messspannung nur auf derjenigen Spannungspuls-Elektrode einzuprägen, die von der Platte weiter entfernt ist, so wie bei der Erzeugung der Rückkoppelkraft. Abb. 5.20 zeigt die daraus resultierende Ladungsverteilung auf der freischwebenden Struktur. Die Ladung der einen Polarität befindet sich nur auf dem Kondensator, der mit der Messspannung beschaltet worden ist. Die gleichgroße Ladung der anderen Polarität verteilt sich auf den verbleibenden drei Kondensatoren. Da jedoch an einem dieser Kondensatoren ebenfalls eine Kraft in die Abheberichtung erzeugt wird und die jeweiligen Ladungsanteile die Größe der elektrostatischen Kräfte bestimmen, resultiert eine Gesamtmesskraft, die in Richtung der Elektrode gerichtet ist, auf die die Spannung



$$\frac{F_{el,sense}}{F_{el,0}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(1-x_n)^2} + \frac{C_0/C_{par}}{(4(C_0/C_{par})(3+x_n))^2} \right); \quad F_{el,0} = \frac{C_0 V_{sense}}{2d_0}$$

Abb. 5.21: Elektrostatische Messkraft als Funktion der Auslenkung für das Verfahren “Messung mit einseitiger Messspannung”.

angelegt worden ist (Abb. 5.21).

Anders als bei der in Abb. 5.20 dargestellten Messung an nur einem Elektrodenquartett, die immer möglich ist, sind bei einer gleichzeitigen Auslenkungsmessung an mehreren Stellen einer Struktur (z.B. Abb. 5.2) die Messelektroden gegenüber der Struktur zu isolieren. Besteht ein elektrischer Kontakt zwischen einer Messelektrode und der Platte, wird auf die Platte eine Spannung eingepreßt. Dann findet jedoch beim Anlegen des Messspannungspulses an den Spannungspuls-Elektroden kein Potentialsprung auf der Platte statt und es findet keine Positionsmessung an den Messelektroden statt, die keinen elektrischen Kontakt mit der Platte bilden. Lediglich durch den Verstärker, der an den Messelektroden angeschlossen ist, die den elektrischen Kontakt bilden, findet eine Messung statt, da die über die Kontaktstelle fließende Ladung durch ihn integriert wird. Dies bedeutet jedoch, dass analog zum Verfahren mit den Serienkapazitäten die Elektroden mit einer dünnen Isolationschicht zu überziehen sind⁷.

Der Startzustand, bei dem angenommen wird, dass die Struktur auf den unteren Elektroden aufliegt, muss der Forderung genügen, dass parasitäre Ladungen auf der freibeweglichen Struktur neutralisiert werden können, um das zuvor beschriebene Verkleben der Struktur

⁷Die Schicht hat dabei einzig und allein einen isolierenden Charakter. Die Reduktion der Kraft ist praktisch irrelevant, da die übliche Isolationschicht für derartige Zwecke, nämlich Siliziumnitrid, nur einige zehn nm Dicke hat.

zu vermeiden. Da die Messelektroden gegenüber der Struktur isoliert sein müssen, wird dies durch nicht isolierte Spannungspuls-Elektroden sichergestellt. Wird nun vor dem Abheben die Spannungspuls-Elektrode, auf der die Struktur nicht aufliegt, mit dem Messspannungspuls beschaltet, fließt ein Teil der auf der Struktur influenzierten Ladung auf die andere, kontaktierte Spannungspuls-Elektrode ab. Danach kommt es dann, aufgrund der erzeugten Messkraft, zum Abheben der Struktur. Die auf der Struktur verbleibende Ladung bewirkt dann im folgenden Verlauf der Regelung eine zusätzliche parasitäre, elektrostatische Kraft, die von der Auslenkung der Struktur abhängt. Diese Kraft kann vermieden werden, indem mit einem Rückkoppelintervall begonnen wird. Dabei wird in diesem ersten Rückkoppelintervall eine willkürliche Rückkoppelkraft generiert, deren Wirkungsrichtung jedoch identisch zu der Wirkungsrichtung der Messkraft des folgenden Messintervalls ist. Für den Fall, dass es aufgrund der Krafrichtung zu einem Abheben kommt, erfolgt dies nun schon im Rückkoppelintervall. In diesem werden jedoch die zu den Elektroden hin influenzierten Ladungen ausgeglichen und damit dieser Effekt vermieden (Abschnitt 5.1).

Nach dem Abheben wird während der Messung stets eine Kraft in Richtung der erwünschten Rückkoppelung generiert, die als Verlängerung des Rückkoppelkraftpulses interpretiert werden kann. Eine Überprüfung der Stabilität nach Abschnitt 3.3 wird durch die dadurch entstehende zusätzlich Verzögerung erforderlich. Hierfür ist in der Übertragungsfunktion der Rückkoppelung (Gl. 3.7) die Messkraft mit aufzunehmen:

$$F_{fb+sense}(s) = F_{fb} \frac{2 \sin\left(\frac{s t_{fb}}{2}\right)}{s T_s} e^{-s\left(\frac{t_{fb}}{2} + t_{fb, delay}\right)} + F_{el, sense} \frac{2 \sin\left(\frac{s t_{sense}}{2}\right)}{s T_s} e^{-s\left(\frac{t_{sense}}{2} + t_{sense, delay}\right)}$$

Die andere Spannungspuls-Elektrode, die nicht mit dem Messspannungssprung beschaltet wird, wird während der Messung hochohmig geschaltet. Sie ist dann über eine parasitäre Kapazität kapazitiv an Masse angeschlossen. Dies ist erforderlich, da ansonsten der Offset des Verstärkers eine zusätzliche elektrostatische Kraft erzeugen würde, die bei Annäherung der Struktur an dieses Elektrodenpaar unendlich groß werden würde. Die hochohmige Beschaltung der Spannungspuls-Elektrode bewirkt jedoch, dass die parasitäre Kapazität in Serie zu dem elektrischen Pfad liegt, der die anwachsende Kraft erzeugt. Durch den im Verfahren ‘‘Serienkondensator’’ geschilderten Mechanismus findet daher eine Begrenzung der durch den Verstärkeroffset generierten, elektrostatischen Kraft statt. Aus der Forderung, dass die Rückkoppelkraft F_{fb} das n_{fb} -fache dieser Offsetkraft $F_{el, offset}$ betragen soll, erhält man den maximal zulässigen Offset des Verstärkers $V_{offset, max}$:

$$F_{fb} = n_{fb} F_{el, offset}$$

$$V_{offset, max} = \frac{\sqrt{2} C_0 V_{fb}}{\sqrt{7 C_0^2 n_{fb} + 4 C_{par}^2 n_{fb}}}$$

Anders wie im Verfahren “Serienkondensator” verringert dieses Verfahren die Messempfindlichkeit $K_{el,onesided}$ für eine sich in der Mittellage befindliche Struktur nur geringfügig:

$$\frac{K_{el,onesided}}{K_{el}} = \frac{2(C_0 + C_{par})}{3C_0 + 4C_{par}}$$

Die Auswirkungen des Verstärkerrauschens auf die Amplitude des Grenzyklus der Struktur aufgrund des herabgesetzten Signalrauschabstandes sollte daher dem des Normalbetriebes entsprechen. Ein Umschalten von der Startphase in den Normalbetrieb nach dem Einschwingen der Struktur sollte somit problemlos möglich sein.

Dieses Verfahren benötigt zur Realisierung zusätzlich zu dem in Abschnitt 5.3.2.1 vorgestellten berührungslosen Messinterface für einen differentiellen Ladungsintegrator nur eine abweichende Steuerlogik für die Schalter, mit denen die Spannungen an den Elektroden geschaltet werden, und eine Isolierung der Messelektroden. Dies bedeutet, dass der zusätzliche Schaltungsaufwand sich auf die digitale Steuerlogik begrenzt. Er ist fast vernachlässigbar, da sich die benötigte Steuerlogik für den Betrieb mit der einseitigen Messspannung aus Signalen der Logik für die Rückkoppelsignale und der Logik für den Normalbetrieb aufbaut. Die Isolierung der Elektroden ist in vielen mikromechanischen Technologien gängig, so dass die benötigte Isolierung der Messelektroden und Kontaktierbarkeit der Spannungspuls-Elektroden nur eine zusätzliche Strukturierung der Isolationsschicht bedeutet. Damit ist das Verfahren der einseitigen Messspannung für die Startphase sowohl sicher und kostengünstig sowie auch in einer mikromechanischen Standardtechnologie realisierbar.

5.5 Freischwebende Platte als Anwendungsbeispiel

Die Regelung einer freischwebenden Struktur mittels einer kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleife soll im Folgendem beispielhaft auf die in Abb. 5.2 gezeigte freischwebende Platte angewandt werden. Ziel ist die aktive Regelung der vertikalen Auslenkung z und der zwei Verkippsachsen φ , ϕ . Wie schon in Abschnitt 5.1 erläutert, erfolgt die laterale Stabilisierung passiv und wird daher im Folgenden nicht berücksichtigt.

Die Messung der Auslenkungen erfolgt mit der in Abb. 5.11 gezeigten Messschnittstelle. Dabei bilden die vier Elektroden eines Viertelkreissegmentes jeweils eine Messschnittstelle. Der Messverstärker wird jeweils an dem äußeren Elektrodenpaar (Messelektroden) angeschlossen, wie es in Abb. 5.22 eingezeichnet ist. Auf allen inneren Elektroden wird der Messspannungssprung aufgeschaltet (Spannungspuls-Elektroden). Um eine Beeinträchtigung des “Noise-Shapings” zu vermeiden (Abschnitt 3.4), werden die Messsignale der Segmente derartig summiert, dass sie die Regelgrößen z , φ , ϕ wiedergeben. Da die Messung in vier Variablen überbestimmt ist, kann zusätzlich die in Abb. 5.25 gezeigte Festkörpermode q_1 detektiert werden:

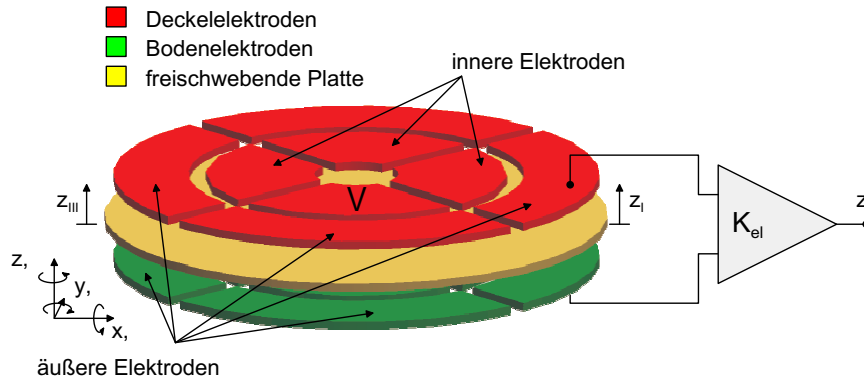


Abb. 5.22: Mikroelektromechanische Struktur für die aktive Ausregelung einer runden freischwebenden Platte.

$$\begin{aligned}
 z &= \sum_{i=I}^{IV} z_i \\
 \varphi &= z_{II} - z_{IV} \\
 \phi &= z_I - z_{III} \\
 q_1 &= z_I - z_{II} + z_{III} - z_{IV}
 \end{aligned}$$

Die Maxima und Minima (Bäuche) der Auslenkung der Mode sind dabei zentriert bzgl. eines Elektrodensegmentes. Das Vorzeichen der Mode ist positiv für ein Maximum unter Segment *I* und *III* und ein Minimum unter Segment *II*, *VI*.

Für eine vollständige Entkoppelung der einzelnen Δ/Σ -Regelkreise nach Abschnitt 3.4 ist das Rückkopplungsschema derartig zu wählen, dass während jedem Rückkoppelintervall eine Rückkoppelkraft oder -moment bzgl. jeder Regelgröße auf die Struktur eingeprägt wird. Weiterhin muss das Rückkopplungsschema dafür sorgen, dass die Summe der influenzierten Ladungen bzgl. der aktivierten Elektroden auf der Platte identisch null bleibt, da sonst weitere parasitäre Kräfte zwischen den nicht aktivierten Elektroden und der Platte erzeugt werden. Für eine Ausregelung in den drei Bewegungsfreiheitsgraden vertikale Translation z und Verkippsachsen φ , ϕ erfüllt folgendes Rückkoppelgesetz diese Bedingungen:

$$\begin{aligned}
 z_I &= \text{sgn}(z) - \text{sgn}(\phi) \\
 z_{II} &= \text{sgn}(z) + \text{sgn}(\varphi) \\
 z_{III} &= \text{sgn}(z) + \text{sgn}(\phi) \\
 z_{IV} &= \text{sgn}(z) - \text{sgn}(\varphi)
 \end{aligned}$$

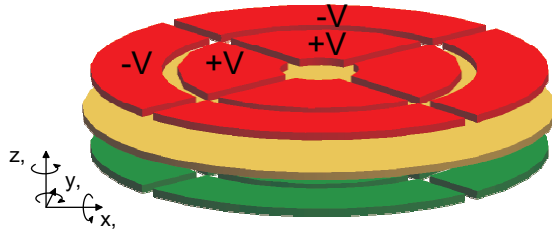


Abb. 5.23: Rückkoppelschema bei Regulation der drei Bewegungsfreiheitsgrade z, ϕ, φ für $z, \phi, \varphi < 0$.

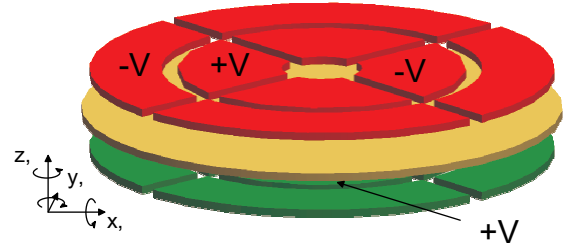


Abb. 5.24: Rückkoppelschema bei Regulation der drei Bewegungsfreiheitsgrade z, ϕ, φ und der Festkörpereigenmode q_1 für $z, \phi, \varphi, q_1 < 0$.

Dabei wird auf dem jeweiligen Segment keine Spannung angelegt, wenn der Wert z_i null ergibt. Ist dieser Wert positiv, wird das Bodenelektrodenpaar mit einer positiven und einer negativen Spannung beschaltet, ist er negativ, wird das Deckelektrodenpaar mit einer positiven und negativen Spannung beschaltet. Abb. 5.23 zeigt beispielhaft ein Rückkoppelschema für $z, \phi, \varphi < 0$. Sind die Elektrodenpaare ge-“matched”, kompensieren sich die influenzierten Ladungen bzgl. den aktivierten Elektroden auf der Platte.

Wird im Regelkonzept die Festkörpereigenmode q_1 berücksichtigt, kann folgendes Rückkoppelgesetz angewandt werden:

$$\begin{aligned} z_I &= \operatorname{sgn}(z) - \operatorname{sgn}(\phi) + 2 \operatorname{sgn}(q_1) \\ z_{II} &= \operatorname{sgn}(z) + \operatorname{sgn}(\varphi) - 2 \operatorname{sgn}(q_1) \\ z_{III} &= \operatorname{sgn}(z) + \operatorname{sgn}(\phi) + 2 \operatorname{sgn}(q_1) \\ z_{IV} &= \operatorname{sgn}(z) - \operatorname{sgn}(\varphi) - 2 \operatorname{sgn}(q_1) \end{aligned}$$

Ergibt der Wert z_i eines Segmentes null, +4 oder -4, wird wie zuvor auf dem entsprechenden Segment vorgegangen. Ist der Wert +2, wird auf der inneren Bodenelektrode eine positive Spannung eingepreßt, ist er -2, wird auf der inneren Deckelektrode eine negative Spannung eingepreßt. Abb. 5.24 zeigt beispielhaft ein Rückkoppelschema für $z, \phi, \varphi, q_1 < 0$.

Man kann zeigen, dass gibt es jeweils den Wert 0, 4, 2, -2 genau einmal gibt, d.h. jeweils ein Elektrodenpaar, eine innere Deckelektrode und eine innere Bodenelektrode wird aktiviert. Damit ergibt sich eine Kompensation der influenzierten Ladungen bzgl. der aktivierten Elektroden nur, wenn die Platte sich in der Mittellage befindet. Für starke Auslenkungen aus der Mittellage gleichen sich zwar die influenzierten Ladungen des aktivierten Elektrodenpaares aus, jedoch sind die Ladungen der einzeln aktivierten inneren Bodenelektrode

und der aktivierten Deckelelektrode unterschiedlich, da die dazugehörigen Kapazitäten, die von diesen Elektroden mit der Struktur gebildet werden, ungleich sind. Dies führt zum Auftreten von parasitären Kräften an den nicht aktivierten Elektroden. Da jeweils mindestens eine Boden- bzw. Deckelelektrode aktiviert ist, steigen die Rückkoppelkräfte bei Annäherung der Struktur an die aktivierten Elektroden gegen unendlich, mit dem bekannten Resultat eines Kollaps der freischwebenden Struktur auf den Elektroden. Daher kann dieses Rückkoppelgesetz nicht während der Startphase verwendet werden.

Die Startphase wird nach dem Verfahren der einseitigen Messspannung in Kombination mit dem Rückkoppelschema ohne Kompensation der Festkörpereigenmode q_1 realisiert. Während der Messphase wird ein Spannungssprung auf denjenigen inneren Elektroden aufgeschaltet, auf die zuvor auch der Rückkoppelimpuls aufgeschaltet wurde. Die anderen inneren Elektroden werden hochohmig geschaltet. Weiterhin werden die äußeren Elektroden elektrisch gegenüber der Elektrode isoliert, um stets eine Messung zu gewährleisten.

5.5.1 Numerische Simulation

Das beschriebene System zur elektrostatischen Fesselung der freischwebenden Platte mittels Δ/Σ -Regelschleife und die Startphase nach der Methode der einseitigen Messspannung werden anhand transienter numerischer Simulation überprüft. Als Simulationsmodell der mikroelektromechanischen Plattenstruktur dient ein Makromodell, das mit dem Modellierungsverfahren aus Kapitel 4 erstellt worden ist.

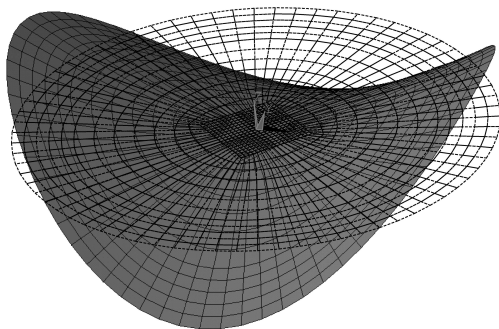


Abb. 5.25: Verwendete Verformungsmode für das Simulationsmodell des Systems in der Mittellage. Detektierbare Verformungsmode q_1 der freischwebenden Platte.

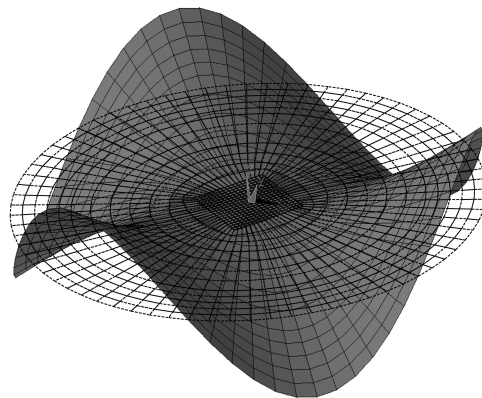


Abb. 5.26: Verwendete Verformungsmode für das Simulationsmodell des Systems in der Mittellage. Verformungsmode, die durch Regelung der φ - bzw. ϕ -Verkipfung angeregt werden kann.

Für die transiente Simulation des Normalbetriebes, die Platte befindet sich in der Mittellage zwischen den Elektroden, werden im Simulationsmodell die drei Festkörperfreiheitsgrade, vertikale Translation z und die zwei Verkippungsachsen φ , ϕ , sowie die vier Eigenmoden des Systems, die sich aus den in Abb. 5.25 und Abb. 5.26 dargestellten Verformungsmoden und den dazu, durch Drehung um die z -Achse, orthogonalen Moden ergeben, berücksichtigt.

Das Simulationsmodell der Startphase umfasst nur die drei Festkörperfreiheitsgrade und ließe sich daher auch über die Mechanik von Starrkörpern herleiten. Die Begrenzung auf die Festkörperfreiheitsgrade ermöglicht im Simulationsmodell zusätzlich, die Begrenzung der Auslenkung der Platte durch die Elektroden einfach zu berücksichtigen. Der Fall des Auftreffens der Platte auf die Elektroden wird dabei durch einen vollständig unelastischen Stoß beschrieben. Mit einem mechanischen Kontakt der Platte mit den Elektroden geht im Simulationsmodell ein idealer ohmscher Kontakt einher. Damit bildet das Modell ebenfalls den Mechanismus ab, dass Ladungen durch das Beschalten der Elektroden und den ohmschen Kontakt zwischen Platte und Elektrode auf die Platte aufgebracht werden können. Diese können nach dem Abheben zu zusätzlichen elektrostatischen Kräften nach Gl. 5.1, wie in Abb. 5.4 gezeigt, führen. Sie werden durch das Modell abgebildet.

Für die Kapazitäten C_i , der von den Elektroden und der Platte gebildeten Kondensatoren, wurde eine analytische Näherungsformel hergeleitet:

$$C_i \approx \varepsilon \iint_A \frac{1}{d_0 + z - x\phi + y\phi} dA$$

Radius r	300 μm
Dicke t	4 μm
innerer Elektrodenradius r_i	100 μm
Radius zwischen den Elektrodenpaaren	223,6 μm
äußerer Elektrodenradius r_a	300 μm
Nennkapazität C_0 in Mittellage	278 fF
Spaltabstand in Mittellage d_0	1 μm
Rückkoppelspannung V_{fb}	1,5 V
Messspannung V_{sense}	1 V
Dicke der Isolationschicht über den Messelektroden (Silizium-Nitrid)	50 nm

Tab. 5.5: Parameter der simulierten Platte.

Dies erlaubt im Modell eine analytische Darstellung der elektrostatischen Kräfte, die aus der Ableitung der auslenkungsabhängigen Kapazität nach den Lagrange-Koordinaten berechnet werden (Gl. 4.9). Eine dabei auftretende numerische Unstetigkeit für kleine Verkipfungswinkel φ , ϕ wurde durch lineare Interpolation über diesen Bereich umgangen. Bei der Berechnung dieser Kapazität wurde eine lokale Plattenkondensatornäherung angenommen, gleichbedeutend mit einem elektrischen Feld, das senkrecht zu den Elektrodenoberflächen verläuft.

Im Sinne einer “Worst Case”-Abschätzung in Bezug auf die Stabilität des Systems, wird das System als ungedämpft beschrieben. Da dies einem System unter Vakuum entspricht, wurde das Simulationsmodell für Vakuumbedingungen ermittelt. Jede Art von Dämpfung würde neben der stabilisierenden Regelung zu einem zusätzlichen Abklingen von Schwingungen führen und somit die Stabilität verbessern.

Tab. 5.5 gibt die Parameter der simulierten Platte an.

5.5.1.1 Simulation der Startphase

Abb. 5.27 zeigt die Auslenkung des Mittelpunktes der Platte entlang der z -Achse für die Startphase nach der Methode der einseitigen Messspannung. Abb. 5.28 und Abb. 5.29 zeigt die dazugehörigen Verkipnungen der Platte um die φ - und ϕ -Achse. Im Ausgangszustand liegt dabei die Platte waagrecht auf den unteren Elektroden auf. Da die Verkipnungen nur

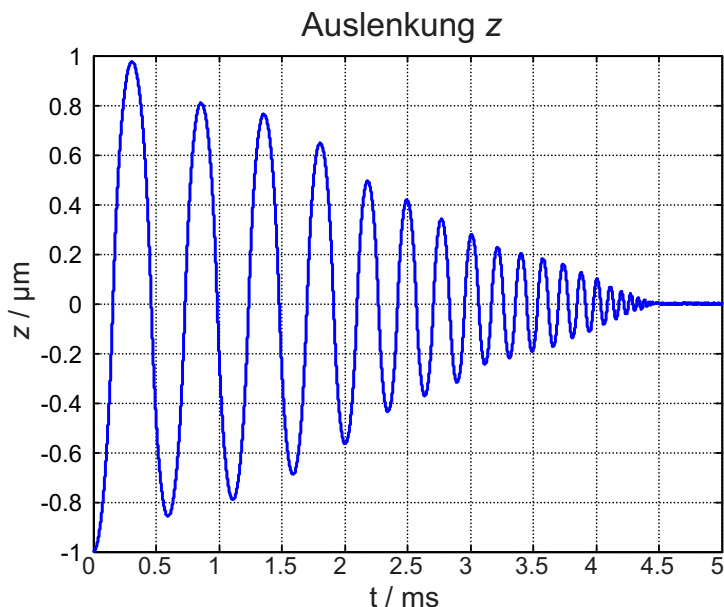


Abb. 5.27: Vertikale Auslenkung z des Massenmittelpunktes während der Startphase der freischwebenden Platte.

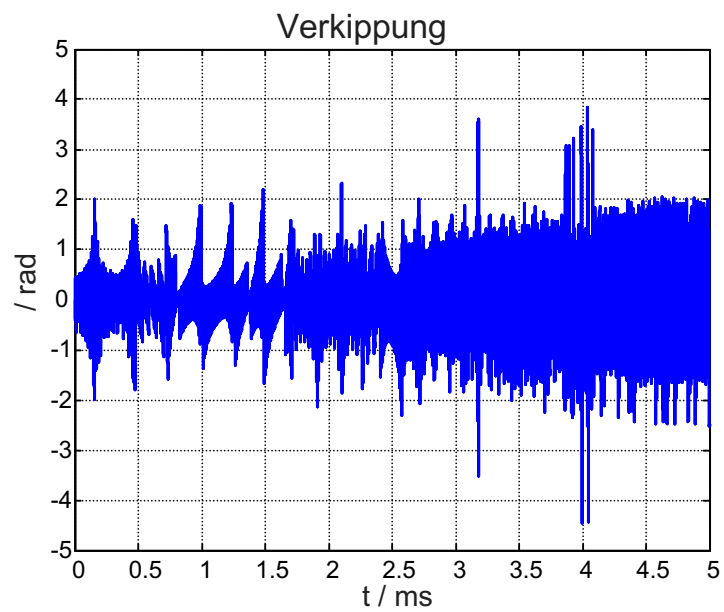


Abb. 5.28: Verkippung der Platte um die φ -Achse während der Startphase der freischwebenden Platte.

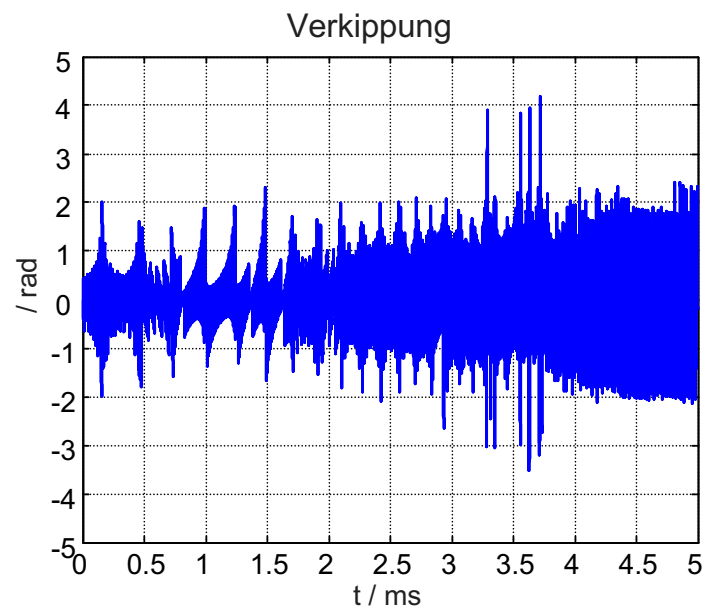


Abb. 5.29: Verkippung der Platte um die ϕ -Achse während der Startphase der freischwebenden Platte.

die für eine Δ/Σ -Regelung typische Grenzyklusbewegung zeigen, hebt die Platte waagrecht aus ihrem Ausgangszustand ab und schwingt in die Mittellage ein. Dieses Verhalten verifiziert die Entkoppelung der drei Regelkreise durch die zuvor beschriebene Rückkoppel- und Mess schemata: die Regelung entlang der z -Achse zeigt das gewünschte Sprungverhalten, während die Regelungen in den Verkippungsachsen die Platte in der Waagerechten halten.

Der verwendete und schaltungstechnisch leicht zu realisierende Kompensator $G_{comp} = 2 - z^{-1}$ der Δ/Σ -Regelung reicht aus, um das ungedämpfte System zu stabilisieren. Allerdings bewirkt er nur einen schwach gedämpften Einschwingvorgang. Der Einschwingvorgang kann durch Änderung der Kompensatorübertragungsfunktion auf Kosten zusätzlicher Schaltungstechnik verbessert werden.

5.5.1.2 Simulation des Betriebszustandes Platte in Mittellage

Abb. 5.30, Abb. 5.31 und Abb. 5.32 zeigen die Spektren des Ausgangsbitstroms der stabilen Δ/Σ -Regelung entlang der z -Achse und den zwei Verkippungswinkeln φ , ϕ . "Noise shaping" tritt in allen 3 Spektren aufgrund der Tiefpass-Filterung durch die mechanische Struktur auf. Die Entkoppelung der Regelschleifen durch die zuvor beschriebenen Mess- und Rückkopplungs schemata verhindert eine Beeinträchtigung des "noise shapings" entsprechend Kapitel 3.4. Das Einwirken der nichtlinearen elektrostatischen Kraft agiert als elektrische Feder mit negativer Federkonstante im System und bewirkt ein konstantes Quantisierungsräuschniveau bei niedrigen Frequenzen. Dieser Effekt verhindert somit, dass das

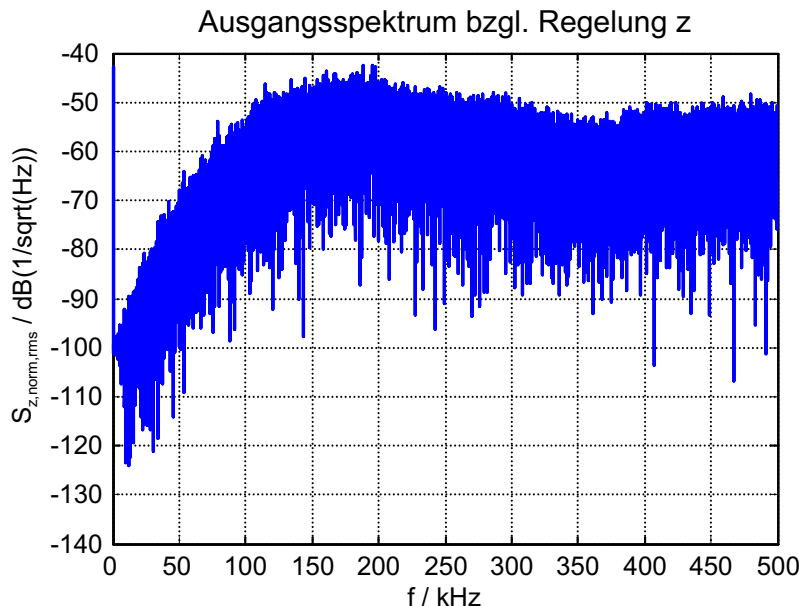


Abb. 5.30: Spektrum des Bitstroms der Regelung entlang der z -Achse.

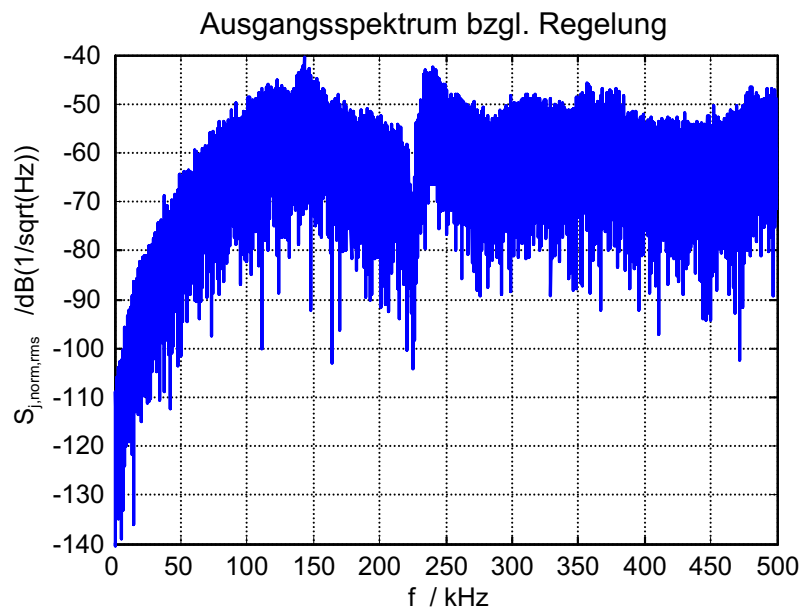


Abb. 5.31: Spektrum des Bitstroms der Regelung um die φ -Achse.

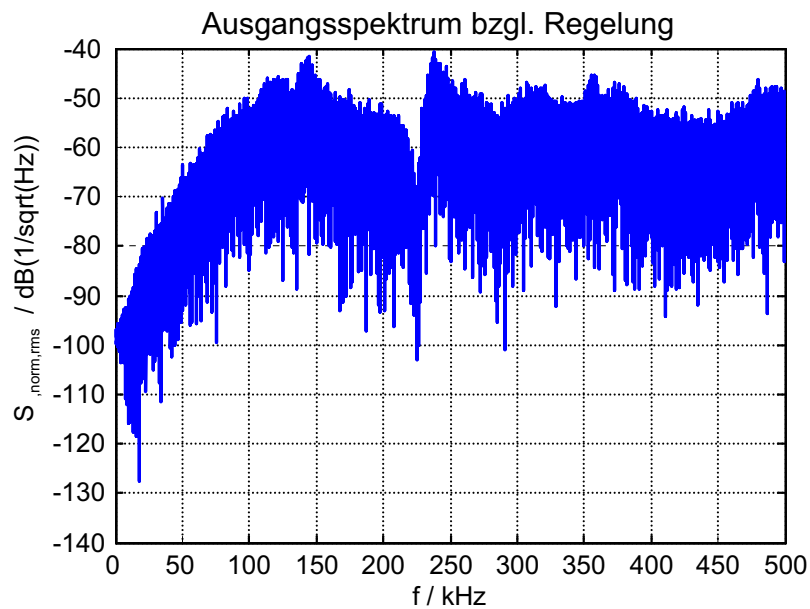


Abb. 5.32: Spektrum des Bitstroms der Regelung um die ϕ -Achse.

Quantisierungsrauschniveau für kleine Frequenzen beliebig klein wird, was für eine ideale Doppelintegration durch eine freischwebende Struktur der Fall wäre.

In den Ausgangsspektren der Regelung bzgl. den Verkippungswinkeln fällt bei höheren Frequenzen eine Kerbe auf. Diese ist auf die Anregung der in Abb. 5.26 dargestellten höheren Verformungsmoden zurückzuführen. In Kapitel 4 wird gezeigt, dass eine derartige Anregung von höheren Schwingungsmoden im System zu einer instabilen Regelung führen kann. Bei dem dargestellten System ist dies jedoch nicht der Fall.

Die Simulationen für Startphase und Betrieb wurden unter Berücksichtigung von zu erwartenden Parameterschwankungen aufgrund von Herstellungs- und Betriebstoleranzen wiederholt und führten zu demselben Ergebnis. Das beschriebene System stellt damit ein robustes für die Regelung einer freischwebenden Platte mittels einer Δ/Σ -Regelschleife dar. Es eignet sich hervorragend als Basissystem für mikromechanische Drehratensensoren nach dem Kreiselprinzip.

6 Mikromechanischer Beschleunigungssensor mit elektrisch gesteuerter Empfindlichkeitserhöhung

In diesem Kapitel wird ein Beschleunigungssensor beschrieben, bei dem durch Kombination von elektrischen Federn mit negativer Federkonstante mit einer kraftrückgekoppelten Regelschleife im Betriebszustand hohe Sensitivität erreicht wird. Geringes eingangsseitiges thermisches Rauschen und geringes Quantisierungsrauschen sind die Folge. Nach einer kurzen Einführung wird der Aufbau des Beschleunigungssensors, bestehend aus mikroelektromechanischer Struktur und kapazitiver Messschaltung, beschrieben. Basierend auf dem analytischen Modell aus Kapitel 3 wird darauffolgend das Messsystem analysiert. Das Kapitel schließt mit dem Vergleich von Simulations- mit Messergebnissen dieses Beschleunigungssensors.

6.1 Prinzip der elektrisch gesteuerten Empfindlichkeitserhöhung

Beschleunigungssensoren gehören zu den kraftmessenden Systemen. Die an der beweglichen Masse des Beschleunigungssensors angreifenden Trägheitskräfte führen zu einer Auslenkung, die dann elektrisch vermessen wird. Vom Systemstandpunkt aus ist es zweckmäßig, bei kapazitiven Systemen die mechanisch-kapazitive Signalwandlung und den elektrischen Messverstärker in einem System zur elektrischen Positionsmessung G_{el} zu vereinigen. Die Mechanik wird weiterhin durch ein mechanisches System G_{mech} beschrieben. Im Falle eines rückgekoppelten Systems oder eines Systems basierend auf einer Δ/Σ -Architektur sind diese Komponenten um die Rückkoppelung und den Quantisierer zu erweitern (Abb. 6.1).

Nimmt man die elektrische Positionsmessung als vorgegeben an und dominiert das elektrische Rauschen σ_{el}^2 bzw. das optionale Quantisierungsrauschen σ_n^2 das System gegenüber dem fundamentalen mechanischen Braunschen Rauschen σ_{mech}^2 , ist eine Verbesserung des Signalrauschabstandes nur durch eine Erhöhung der Empfindlichkeit der mechanischen Systemkomponente möglich. Abschnitt 3.1 erläutert, dass auch eine optionale Rückkoppelung an diesem Sachverhalt nichts ändert. Im Folgenden bezieht sich daher Empfindlichkeit auf die Empfindlichkeit des mechanischen Sensorelementes und nicht auf die davon verschiedene Empfindlichkeit des Gesamtsystems.

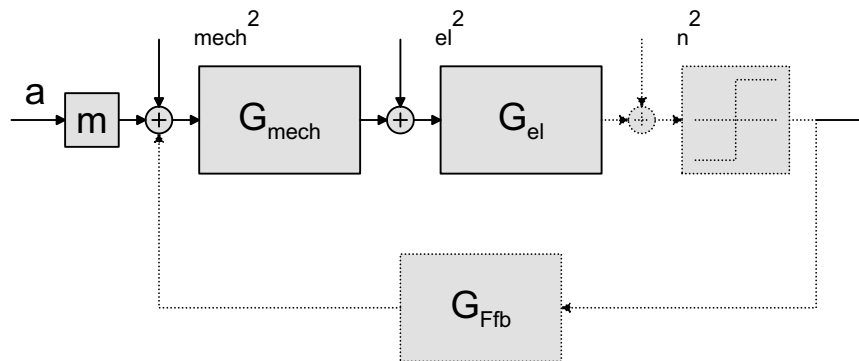


Abb. 6.1: Systemkomponenten eines mikromechanischen Beschleunigungssensors: mechanisches Sensorelement G_{mech} , elektrische Positionsmessung G_{el} , Masse m , optionaler Quantisierer und optionale Kraftrückkoppelung G_{Ffb} .

Mit der Annahme, dass das mechanische Sensorelement durch ein Feder-Dämpfer-Masse-System zweiter Ordnung beschreibbar ist, ist aus Kapitel 2 die Aufteilung der Übertragungsfunktion des mechanischen Systems in einen niederfrequenten stationären Anteil und einen hochfrequenten, mit 40 dB/Dekade fallenden Anteil bekannt (Abb. 2.3). Der Übergang zwischen den zwei Ästen ist dabei von den Dämpfungseigenschaften des Systems abhängig. Die Empfindlichkeit des stationären Anteils ist dabei antiproportional zur Federkonstante k und die des fallenden Anteils proportional zur Masse m des Systems. Für den Spezialfall Beschleunigungssensor, bei dem die an der Masse des Feder-Dämpfer-Massesystems angreifende Kraft proportional zu dieser ist, hängt die stationäre Kennlinie von Masse und Federkonstanten ab, während der fallende Ast durch das Newtonsche Trägheitsgesetz fest vorgegeben ist. Eine Empfindlichkeitserhöhung und eine daraus resultierende Verbesserung des Signalrauschabstandes ist somit nur im stationären Bereich der Sensorkennlinie entweder durch Vergrößerung der Masse oder durch Verringerung der Federkonstante möglich.

Die Vergrößerung der Masse ist dabei in der Mikromechanik ein rein theoretischer Fall, da in der Mikromechanik nur Strukturen einer bestimmten maximalen Größe¹ erzeugt werden können und somit die Masse durch das maximale Volumen begrenzt wird. Eine Empfindlichkeitserhöhung lässt sich somit nur durch eine Verringerung der Federkonstante erreichen.

Beide Maßnahmen verringern gleichzeitig mit einer Empfindlichkeitserhöhung die mechanische Bandbreite der stationären Kennlinie. In den Signalrauschabstand einer Anwendung geht die Empfindlichkeitserhöhung nur dann vollständig ein, wenn die geforderte Systembandbreite kleiner ist als die mechanische Bandbreite. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich die Systembandbreite auf das Frequenzband von 0 Hz ab bezieht. In den meisten Beschleunigungssensoranwendungen ist dies der Fall.

Bei Berücksichtigung dieser Verhältnisse lässt sich eine optimale Federkonstante definieren:

¹ Die maximale Größe kann dabei wirtschaftlich oder technologisch bedingt sein.

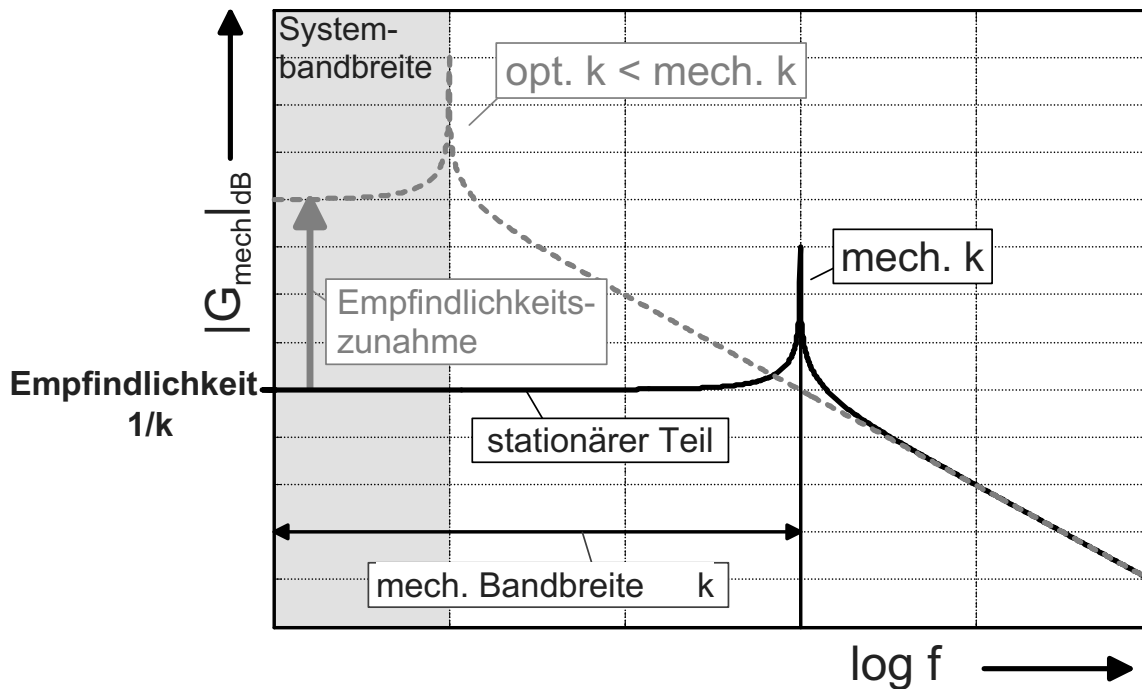


Abb. 6.2: Empfindlichkeitserhöhung der mechanischen Übertragungsfunktion durch Reduzierung der mechanischen Federkonstanten bis die mechanische Bandbreite gleich der Systembandbreite ist.

Für diese optimale Federkonstante ist die mechanische Bandbreite gleich der Systembandbreite. Die Verringerung der mechanischen Bandbreite durch Verringerung der Federkonstante bis zum Wert der Systembandbreite führt zu einer entsprechenden Erhöhung der Empfindlichkeit über das gesamte Systemband und somit zu einer der Empfindlichkeitserhöhung proportionalen Erhöhung des Signalrauschabstandes (Abb. 6.2).

Ist die mechanische Bandbreite geringer als die Systembandbreite, profitiert nur ein kleiner werdender Teil des Systembandes von einer weiteren Federsteifigkeitsreduktion. Damit senkt sich die eingangsbezogene Rauschleistung maximal nur noch auf $1/3$ der Rauschleistung bei der optimalen Federkonstante. Die nicht glatte Kennlinie des mechanischen Sensorelementes im Systemband muss jedoch in diesem Fall durch geeignete Maßnahmen, z.B. einer Rückkoppelung, geglättet werden.

In Oberflächenmikromechanik-Technologien kann die optimale Federkonstante für viele inertialsensorische Anwendungen nicht realisiert werden. Grund hierfür ist die in Kapitel 1 beschriebene Begrenzung der Federkonstanten wegen des “Stiction”-Risikos und aus Zuverlässigkeitsgründen. Legt man die Struktur derartig aus, dass ein mechanischer Kontakt zwischen beweglichen und feststehenden Strukturen nicht möglich ist, erhält man typische Resonanzfrequenzen der mechanischen Struktur im Bereich von 10 kHz (Abschnitt 2.4).

Damit ergibt sich ein Verhältnis von mechanischer Bandbreite zu einer typischen Systembandbreite eines integrierten Beschleunigungssensors von $10 \text{ kHz}/500 \text{ Hz} = 20$. Dieses Verhältnis beschreibt den Verlust im Signalrauschabstand zwischen dem mit einer Resonanzfrequenz von 10 kHz realisierten System und einem System mit optimaler Federkonstante, wobei die genaue Abhängigkeit durch den Typ der mechanischen Übertragungsfunktion, unter- bzw. übergedämpft, gegeben ist: 40 bzw. 20 dB/Dekade .

Nachdem die Einschränkung der realisierbaren Federkonstante vorwiegend durch Handhabbarkeits- und Herstellungsgesichtspunkte gegeben ist, liegt der Wunsch nahe, die im Betrieb effektiv wirkende Federkonstante des Sensors zu verringern. Dabei würde die zuvor beschriebene Einschränkung nicht auftreten. In Abschnitt 2.5.2 wurde gezeigt, dass dynamische Systeme wegen der Nichtlinearität der elektrostatischen Kräfte sich so verhalten, als ob eine mechanische Feder mit negativer Federkonstante an diesem System wirksam wäre. Mit diesem Effekt lässt sich also die "Betriebs"-Federkonstante eines mechanischen Systems senken; ein Effekt, der oft in Drehratensensoranwendungen zum Abgleich der Antriebs- und Messresonanzfrequenz ausgenutzt wird [83, 23]. Das resultierende mechanische System kann als Feder-Dämpfer-Massesystem mit einer effektiv wirkenden Federkonstante k_{eff} nach Abb. 2.7 beschrieben werden. Mit den elektrischen Federn mit negativer Federkonstante lassen sich folglich die rein mechanische Federkonstante eines Systems kompensieren und die zuvor genannten Empfindlichkeitsbeschränkungen im Betrieb des Sensors aufhe-

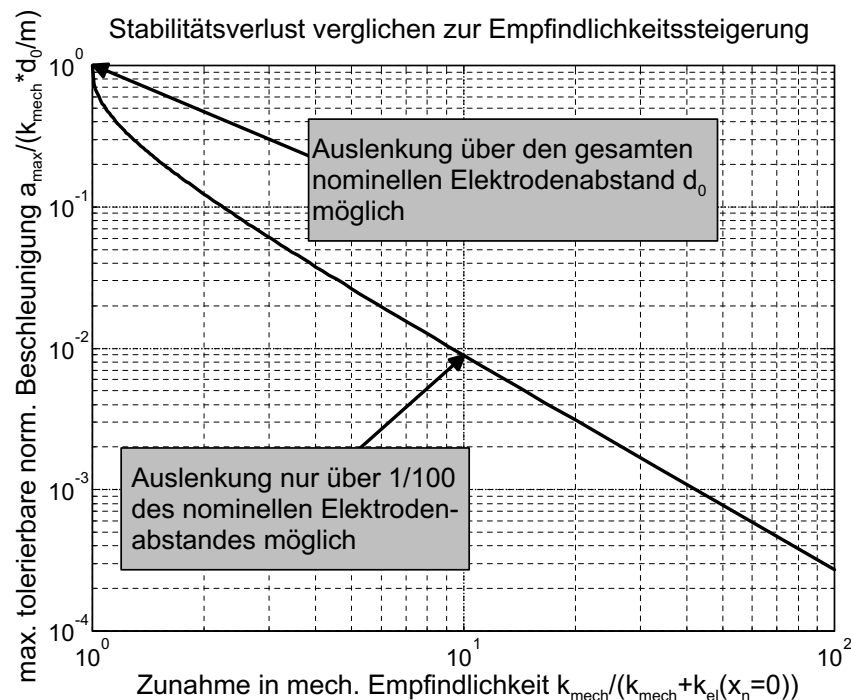


Abb. 6.3: Vergleich zwischen dem Zugewinn an mechanischer Empfindlichkeit und dem durch die auftretende elektromechanische Instabilität bedingten Verlust an Stabilität.

ben.

Im unregulierten System führt allerdings die Anwendung von elektrischen Federn zu keiner signifikanten Empfindlichkeitserhöhung. Für die Erzeugung von elektrischen Federn mit negativer Federkonstante wird nach Tab. 2.2 gewöhnlich eine vertikal ausgelenkte Plattenkondensatorstruktur mit Spannungseinprägung verwendet. Die starke Ortsabhängigkeit dieser elektrischen Federn bewirkt, dass schon bei kleinen Auslenkungen der Struktur aus der Betriebsruhelage die elektrischen Federn die mechanischen vollständig kompensieren und dadurch eine elektromechanische Instabilität, bekannt unter dem Namen “Snap-in”, hervorrufen. Abb. 6.3 veranschaulicht, dass für eine differentielle kapazitive Plattenkondensatoranordnung die Auslenkung und damit die anfängliche Beschleunigung, für die diese Instabilität auftritt, rapide mit der in der Betriebsruhelage erreichten Empfindlichkeitserhöhung abnimmt.

6.2 Systemkonzept

Das hier vorgestellte Systemkonzept verhindert diese, durch die elektromechanische Instabilität gegebene Einschränkung. Ansatzpunkt des Systemkonzeptes ist, die Instabilität durch eine externe kraftrückgekoppelte Regelschleife zu verhindern. Durch die Kraftrückkoppelung kann die Wirkung von extern angreifenden Kräften, wie die zu vermessenden Beschleunigungskräfte, kompensiert und die freischwebende Struktur in der Ruhelage gehalten werden. Die Dynamik der Regelung wird dahingehend ausgelegt, dass über einen möglichst großen Auslenkungsbereich Stabilität erreicht wird, d.h. dass die Struktur durch die Regelung in diesem Auslenkungsbereich in ihre Ruhelage zurückgeführt wird. Da die Rückkoppelung eine “äußere” Regelung in Bezug auf die mechanische Struktur und die Positionsmessung darstellt, ändert sie nichts an der Empfindlichkeitserhöhung der mechanischen Struktur, die eine Erhöhung der Signalamplitude am Messverstärkereingang bedingt. Unter der Annahme, dass die Rückkoppelung rauschfrei sei, bleibt die damit verbundene Erhöhung des Signalrauschabstandes bestehen (Kapitel 3.1).

In Kapitel 3 wurde die Δ/Σ -Architektur als kraftrückgekoppelte Regelschleife beschrieben und gezeigt, dass sie sich besonders für integrierte mikroelektromechanische Systeme eignet. Neben den üblichen Eigenschaften einer Kraftrückkoppelung, Linearisierung der Kennlinie und Bandbreitenerweiterung, zeichnet sie sich auch durch eine geringe Anzahl benötigter Baugruppen aus, da die mechanische Struktur den notwendigen Tiefpassfilter stellt. Zudem ist diese Regelschleifenarchitektur perfekt kompatibel zur “Switched Capacitor”-Schaltungstechnik für integrierte CMOS-Schaltungen, eine Schaltungstechnik, die sich besonders gut zur Vermessung von Kapazitäten eignet (Abschnitt 2.6) und eine gleichzeitige mehrdimensionale Messung an einer Struktur erlaubt [68]. Abschnitt 3.3 beschreibt die Stabilitätseigenschaften dieser Rückkoppelschleifenarchitektur.

Bei dem hier realisierten Beschleunigungssensor werden die Vorteile eines kraftrückgekop-

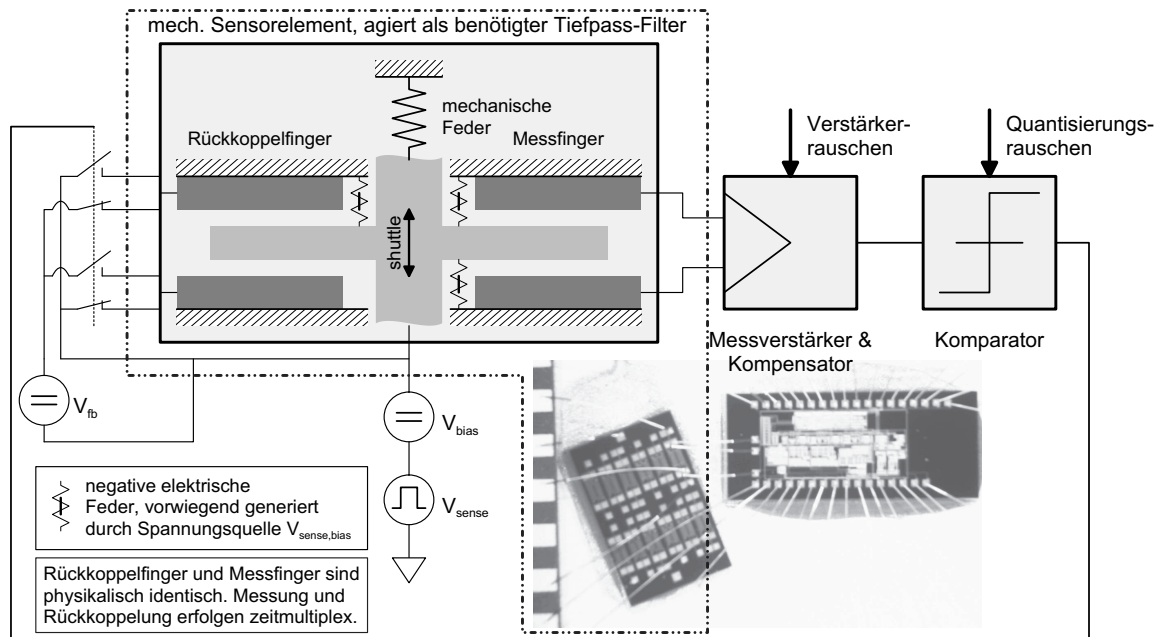


Abb. 6.4: Beschleunigungssensor mit elektrisch gesteuerter Empfindlichkeitserhöhung und kraftrückgekoppelter Δ/Σ -Schleife zur Stabilisierung.

pelten Δ/Σ -Modulators bei der Kraftmessung mit dem Vorteil der Stabilisierung kombiniert. In Abb. 6.4 ist zunächst die typische Struktur eines kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators zu erkennen. Er besteht aus der mikroelektromechanischen Struktur, dem Messverstärker zur kapazitiven Positionsmessung, inklusive einem für die Schleifenstabilität benötigten Kompensator, und dem Komparator, der als 2-Bit-Quantisierer fungiert. Durch Überlagerung der Rückkoppelspannung und des Messspannungssprungs mit einer zusätzlichen Spannungsquelle V_{bias} werden an den Mess- und Rückkoppelfingern elektrische Federn mit negativer Federkonstante generiert bzw. verstärkt (Abschnitt 2.5.2). Dadurch kann die mechanische Feder kompensiert und ein Optimum für die effektive Federkonstante der mechanischen Struktur eingestellt werden. Der Signalrauschabstand bzgl. des Rauschens des Messverstärkers und der Signalrauschabstand bzgl. des systembedingten Quantisierungsrauschens werden damit vergrößert.

Im realisierten System erfolgen Messung und Rückkoppelung zeitmultiplex an denselben Fingern. Damit ist bei ausreichender Auslenkung der Struktur die elektromechanische Instabilität in Form eines “Snap-in” während des Messintervalls möglich, da in diesem Intervall keine Rückkoppelkräfte erzeugt werden. Dieser “Snap in” kann jedoch vermieden werden, indem man die Gesamtperiodendauern der Mess- bzw. Rückkoppelintervalle klein gegenüber der mechanischen Zeitkonstante wählt. Alternativ kann die Beschaltung des kapazitiven Messinterfaces in Form der “Messung mit einseitiger Messspannung” (Kapitel 5.4.3) erfolgen, wodurch auch während des Messintervalls eine Kraftrückkoppelung erfolgt. Allgemein können die Überlegungen aus Kapitel 5 zur Regelung von freischwebenden Platten auf diese fast identische Problemstellung übertragen werden. Ein System, dessen mechanische Feder

vollständig durch eine elektrische Feder mit negativer Federkonstante kompensiert wird, entspricht der Problemstellung der freischwebenden Platten.

6.2.1 Mikroelektromechanische Struktur

Die mikroelektromechanische Struktur des Beschleunigungssensors wird in einer neuen Mikromechaniktechnologie realisiert [1]. Diese Technologie ermöglicht das hermetische Verschließen der beweglichen mikroelektromechanischen Struktur auf Wafer Ebene mittels üblicher Prozesse aus der Halbleiterfertigung. Sie erlaubt eine äußerst kostengünstige Herstellung, da die in der Halbleiterfertigung üblichen Gehäuse bei dieser Technologie verwendet werden können.

Abb. 6.5 zeigt einen schematischen Querschnitt durch eine in dieser Technologie realisierte mechanische Struktur. Zur Herstellung der Struktur werden sukzessive 3 Polysiliziumschichten mit dazwischenliegenden Opferschichten abgeschieden. Die Struktur der mittleren Polysiliziumschicht realisiert die bewegliche mikroelektromechanische Struktur und die Elektroden (Abb. 6.6). Die Elektroden ermöglichen die kapazitive Messung einer zur Waferoberfläche lateralen Auslenkung der beweglichen Struktur und die Applikation einer ebenfalls in lateraler Richtung wirkenden elektrostatischen Kraft. Die untere Polysiliziumschicht dient der Fixierung der Elektroden und der nicht dargestellten Verankerung der Federn, an denen die bewegliche Struktur aufgehängt ist. Sie stellt ebenfalls den elektrischen Kontakt von Struktur und Elektroden her. Die obere Polysiliziumschicht dient als Deckel, der die bewegliche Struktur verkapselt. Durch Strukturierung der Opferschichten werden Pfeiler generiert, auf denen dieser Deckel aufliegt.

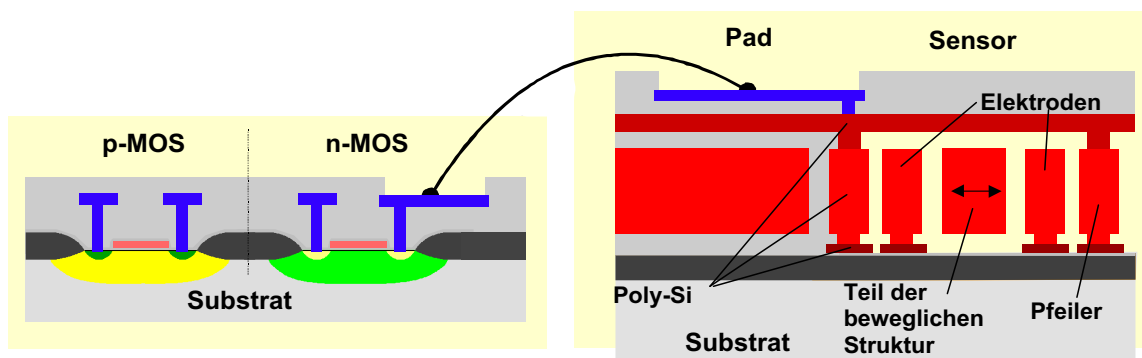


Abb. 6.5: Mikromechanische 2-Chip-Lösung im Querschnitt.

Links: elektronischer Schaltkreis-Baustein;

Rechts: mikromechanischer Sensorelement-Baustein. Die bewegliche mikroelektromechanische Struktur wird auf Wafer Ebene hermetisch verschlossen und kann somit innerhalb eines gewöhnlichen Halbleitergehäuses mit dem elektronischen Baustein zusammengebondet werden.

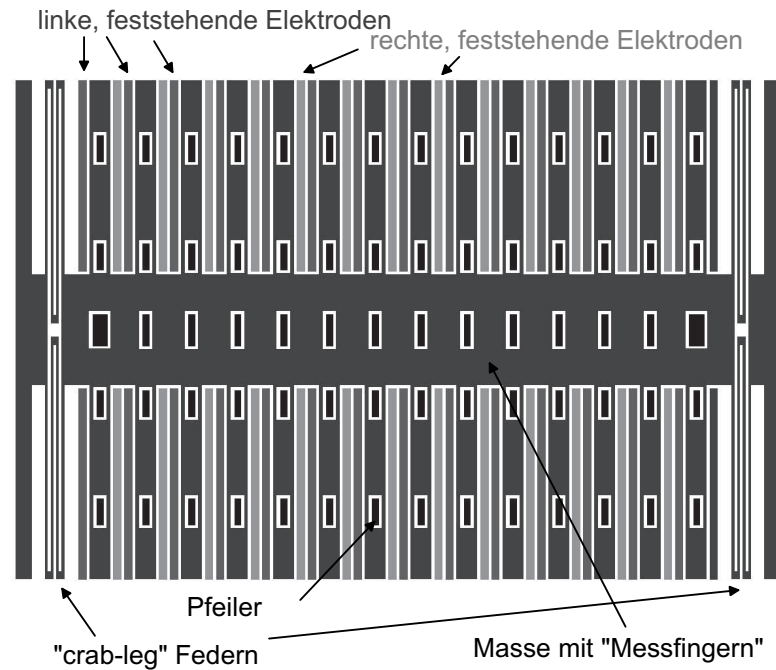


Abb. 6.6: Aufsicht auf das Design der strukturierten mittleren Polysiliziumschicht des Beschleunigungssensors.

Resonanzfrequenz f_0	13,99 kHz
mechanische Federkonstante k_{mech}	1,54 N/m
Masse m	199 ng
Güte Q_{mech}	1
Sensorfläche A_{sensor}	0,079 mm ²
einseitige Messkapazität C_0	46,4 fF
elektro-mechanische Steilheit $2\Delta C_0/\Delta a$ bei $f = 0$ Hz	118 aF/ g_{earth}
Braunsche Rauschleistungsdichte nach Abb. 2.4	49 $\mu g_{earth,rms}/\sqrt{Hz}$
Experimentelle, eingangsseitige elektronische Rauschleistungsdichte bei normaler Operation (ohne Kompensation der mech. Feder)	3,3 $mg_{earth,rms}/\sqrt{Hz}$

Tab. 6.1: Parameter des Sensorelementes des realisierten Beschleunigungssensors.

Abb. 6.6 zeigt einen Schnitt durch die strukturierte mittlere Schicht des Beschleunigungssensors. Die seismische Masse ist an vier ‘‘Crab-Leg’’-Federn aufgehängt. Die Masse verfügt insgesamt über 28 Finger, je 14 auf jeder Seite. Diese bilden mit jeweils 2 Elektroden die differentielle kapazitive Schnittstelle für die laterale Auslenkung der Struktur. Tab. 6.1 fasst die wichtigsten aus dem Design extrahierten Parameter zusammen.

6.2.2 Kapazitive Messschaltung

Als Messschaltung dient die in Abschnitt 2.6.3 vorgestellte ‘‘Switched Capacitor’’-Schaltung mit ‘‘Input Common Mode Feedback’’. Sie ist in einer $1\ \mu\text{m}$ digitalen und $2,4\ \mu\text{m}$ analogen BICMOS-Technologie realisiert. Tab. 6.2 fasst die wichtigsten Schaltungsparameter zusammen.

Der Schaltungsentwurf für die erste Verstärkerstufe zur Verstärkung des Differenzsignals der Messbrücke wurde in einer Teleskoparchitektur ausgeführt (Abb. 6.7). Diese einstufige Verstärkerarchitektur zeichnet sich durch eine geringe Leistungsaufnahme (nur 2 aktive Zweige) und sehr gute Stabilitätseigenschaften aus, hat jedoch einen stark reduzierten Ausgangshub zum Nachteil. Sie ist jedoch in dem vorliegenden Design ausreichend um den möglichen Verstärkeroffset zu kompensieren. Eine Sättigung durch das Messsignal ist nicht zu befürchten, da eine Sättigung erst in der letzten der nachgeschalteten Stufen signifikant wird. Die Eingangskapazität ist im Optimum nach Abb. 2.10 gewählt. Das dort auftretende Verhältnis GM der Steilheiten ist iterativ abgeleitet aus den Rückkoppelfaktoren dieser ersten Differenzverstärkerstufe und des ‘‘Input Common Mode’’-Verstärkers und aus den be-

	1. Stufe	2. Stufe	3. Stufe	ICFB-Verstärker
Versorgungsspannung V_{dd}	5 V			
Strom in einem Verstärkerzweig I_{Strang}	$784\ \mu\text{A}$	1.09 mA	1.75 mA	$668\ \mu\text{A}$
Gatekapazität C_g	871 fF	1,23 pF	3,88 pF	$2 * 231\ \text{fF}$
Steilheit der Eingangsstufe g_m	3,67 mS	5,17 mS	7,16 mS	$2 * 1,28\ \text{mS}$
offene Spannungsverstärkung A_V	66,2 dB	65,8 dB	65 dB	64,7 dB
Rückkoppelkapazität C_{int} bzw. C_{fb}	100 fF	100 fF	200 fF	500 fF
Lastkapazität C_1	1 pF	1 pF	—	—
geschlossene Bandbreite BW	7.3 MHz	6 MHz	7,7 MHz	84,2 MHz

Tab. 6.2: Schaltungsparameter des realisierten Beschleunigungssensors, simuliert mit SPICE.

nötigten Bandbreiten, die sich aus der gewünschten Abtastrate ergeben. Die Eingangsstufe wird als n-Kanal-MOSFET verwirklicht, um damit eine große Steilheit bei vorgegebener Eingangskapazität, eine große Verstärkung und ein kleines Verstärkerrauschen der ersten Stufe zu erhalten. Dies ist deshalb möglich, weil die verwendete BICMOS-Technologie den Einsatz von p-Wannen erlaubt.

Aus gleichem Grund ist der “Input Common Mode”-Verstärker mit einer n-Kanal-MOSFET Eingangsstufe versehen. Damit ist jedoch die Gateschaltung der als Verstärkerarchitektur eingesetzten gefalteten Kaskade als p-Kanal-MOSFET realisiert und führt zusammen mit dem größeren Rückkoppelfaktor des “Input Common Mode”-Verstärkers zu der Notwendigkeit einer Kompensationskapazität für ausreichende Phasenreserve (Abb. 6.8).

Die zweite Verstärkerstufe (Abb. 6.9) ist analog zur ersten Verstärkerstufe in einer Teleskoparchitektur ausgeführt. Die verwendete n-Kanal-Eingangsstufe erlaubt bei geringerer Eingangsimpedanz eine größere Steilheit. Das hieraus resultierende größere 1/f-Rauschen ist analog zur ersten Stufe ohne Relevanz, da auch noch bei dieser Stufe die Technik der korrelierten Zweifachabtastung angewandt wird.

Kapitel 2.6.3.1 erläutert, dass diese Technik nicht mehr bei der dritten Verstärkerstufe angewandt werden kann. Um das 1/f-Rauschen gering zu halten, ist diese Stufe mit einer p-Kanal-Eingangsstufe ausgeführt (Abb. 6.10). Dies verhindert auch die Notwendigkeit einer zusätzlichen Kompensationskapazität, da die Gateschaltung, die den zweiten Pol dieser gefalteten Kaskade bildet, n-Kanal-MOSFET-Transistoren verwendet und damit eine geringere Eingangskapazität hat. Die gewählte Verstärkerarchitektur, eine gefaltete Kaskade, erlaubt auch einen größeren Ausgangsspannehub als die Teleskoparchitektur. Dies ist für die dritte Verstärkerstufe zweckmäßig, da sie vor allen anderen Stufen als erste in Sättigung geht.

Eine Sättigung des Messverstärkers wirkt sich nur auf das Verhalten des Kompensators aus, der die Schleifenstabilität sicherstellt, denn der folgende Quantisierer erzeugt stets ein gesättigtes Signal. Bei der realisierten Übertragungsfunktion des Kompensators $G_{comp} = 2 - z^{-1}$ beeinflusst der Kompensator nur in der Umgebung der mechanischen Ruhelage die Entscheidung des Quantisierers. Die Gesamtverstärkung des Differenzsignals aller drei Stufen ist aus Zuverlässigkeitsgründen so gewählt, dass der Kompensator für alle Betriebs- und Anfangszustände ungesättigte Eingangssignale erhält.

Für den Betriebszustand lässt sich die Abschätzung des Grenzyklus aus Abb. 5.7 heranziehen. Solange ein Vielfaches der Auslenkungsamplitude des Grenzyklus einen ungesättigten Ausgangswert ergibt, ist die Funktion des Kompensators im Betrieb nicht beeinträchtigt.

Eine Sättigung im Anfangszustand kann aufgrund eines Ungleichgewichts in den mikroelektromechanischen Messkapazitäten entstehen. Ein zusätzliches schaltbares Feld von Kondensatoren ermöglicht die Messkapazitäten bis auf 0.5 fF abzugleichen. Die gewählte Gesamtverstärkung der drei Stufen ist klein genug, damit die dritte Verstärkerstufe aufgrund dieses verbleibenden Offsets nicht sättigt.

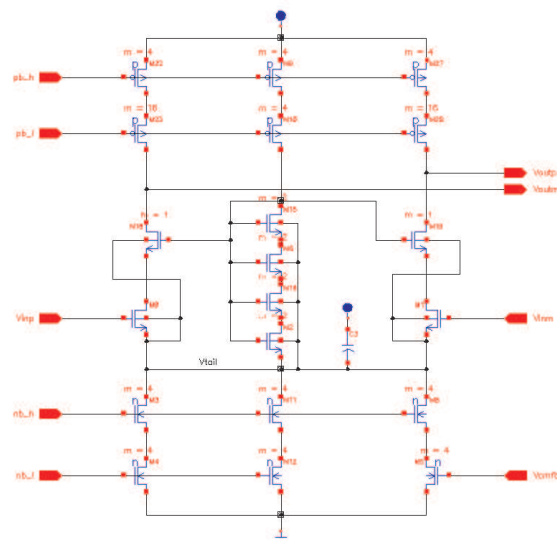


Abb. 6.7: Erste Stufe des differentiellen Messverstärkers mit teleskopischem Design.

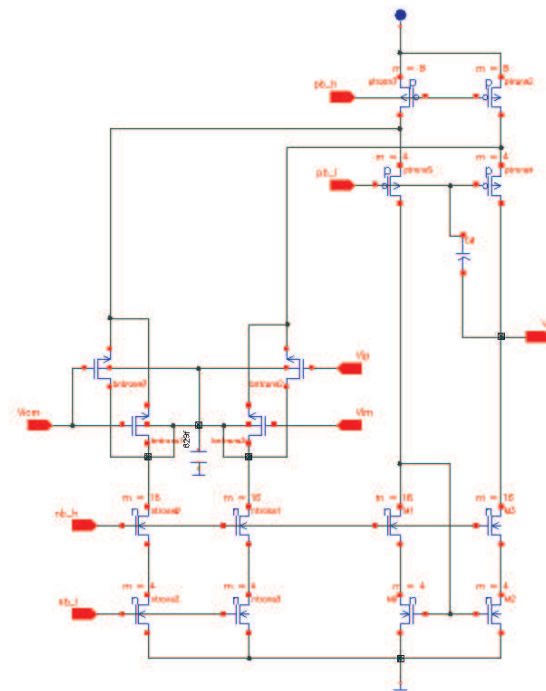


Abb. 6.8: "Input Common Mode Feedback"-Verstärker der ersten Stufe, ausgeführt als gefaltete Kaskade.

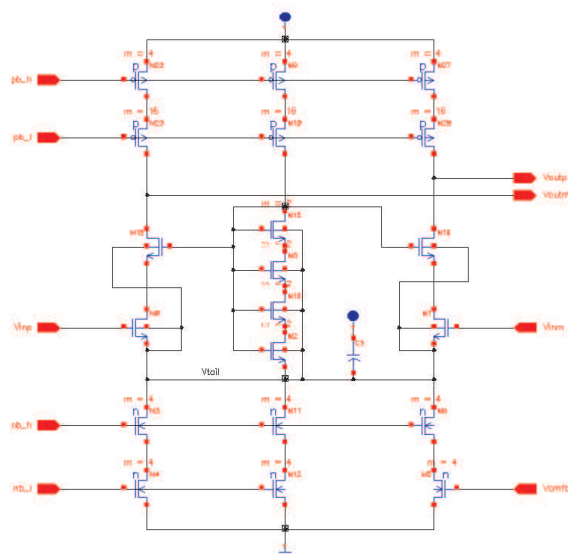


Abb. 6.9: Zweite Stufe des Messverstärkers mit teleskopischem Design.

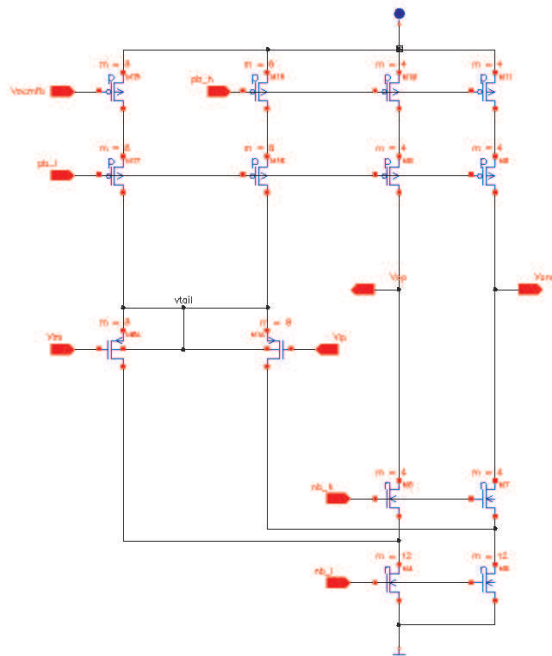


Abb. 6.10: Dritte Stufe des Messverstärkers, ausgeführt als gefaltete Kaskade.

6.3 Systemauslegung und -grenzen

Für die Systemanalyse des Beschleunigungssensors wird das analytische Modell aus Kapitel 3 für kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Schleifen eingesetzt. In der Übertragungsfunktion der mechanischen Struktur ist die Kompensation der mechanischen Feder durch die elektrischen Federn mit negativer Federkonstante zu berücksichtigen. Dies erfolgt gemäß Abb. 2.7 durch die Einführung einer effektiven Federkonstante k_{eff} . Als mechanische Übertragungsfunktion G_{mech} der empfindlichkeitserhöhten mechanischen Struktur ergibt sich:

$$G_{mech}(s) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k_{eff}}{m}}$$

wobei m die Masse der beweglichen Struktur und c die Dämpfungskonstante bezeichnen.

Bei der Berechnung der effektiven Federkonstante werden nicht nur die durch die zusätzlich angelegte Spannung V_{bias} erzeugten elektrischen Federn mit negativer Federkonstante berücksichtigt, sondern auch die Beiträge, die durch die weiteren an der Struktur angreifenden elektrischen Kräfte generiert werden. Darunter sind die Rückkoppelkräfte und die parasitäre Messkraft zu verstehen. Da diese zeitmultiplex an der Struktur anliegen, wird die effektive Federkonstante k_{eff} der mechanischen Struktur durch zeitliche Mittelung der effektiven Federkonstanten des Rückkoppelintervalls und der des Messintervalls erhalten. Dieses Vorgehen ist zulässig, da die mechanischen Zeitkonstanten des Systems deutlich größer als die Periodendauern des Rückkoppel- bzw. Messintervalls sind.

In der Beschreibung des analytischen Modells in Kapitel 3 wurden allgemein die Punkte Stabilität und Leistungsvermögen von kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Schleifen behandelt. Abbildungen 3.11–3.15 verdeutlichen diese Eigenschaften am Beispiel des hier beschriebenen Beschleunigungssensors. Der Wert der einstellbaren Rückkoppelkraft F_{fb} ist sowohl für das Leistungsvermögen als auch für die Stabilität von entscheidender Bedeutung. Wird er zu groß gewählt, beeinträchtigt das Quantisierungsrauschen die mögliche Auflösung des Sensors, wählt man ihn zu klein, wird der dynamische Bereich durch das thermische Verstärkerrauschen eingeschränkt. Ein guter Kompromiss wählt die Rückkoppelkraft derartig, dass das eingangsseitige Quantisierungsrauschen etwa gleich groß wie das eingangsseitige thermische Verstärkerrauschen ist. Für diese Einstellung wird der dynamische Bereich und das gesamte eingangsseitige Rauschen nur geringfügig beeinträchtigt². Auch ist für diese Rückkoppelkraft die Reduzierung der offenen Kreisverstärkung und damit der Einfluss des thermischen Verstärkerrauschens auf die Stabilität des Systems gering (Abb. 3.13).

Als Komparator wird

² Da das gesamte eingangsseitige Rauschen dann dem zweifachen des eingangsseitigen thermischen Rauschens entspricht, hat sich dieses um 3dB verschlechtert. Vernachlässigt man die Rückwirkung auf die Verstärkung des Quantisierers K_n , verschlechtert sich der dynamische Bereich ebenfalls um 3dB.

$$G_{comp}(z) = 2 - z^{-1}$$

gewählt. Zum einen ist aufgrund des ganzzahligen Filterkoeffizientenverhältnisses diese Übertragungsfunktion mit geringem schaltungstechnischem Aufwand sehr genau in einer “Switched Capacitor”-Technik zu realisieren, zum andern zeigt Abb. 3.11, dass der Komparator bei ausreichender Kreisverstärkung der Δ/Σ -Regelschleife die Stabilität des Systems sicherstellt.

Über die für kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Schleifen allgemeingültigen Stabilitäts- und Leistungsvermögensaussagen in Abschnitt 3.3 hinaus ist speziell die Grenze der Empfindlichkeitserhöhung und der daraus abgeleiteten Verbesserung des Signalrauschabstandes zu untersuchen. Neben einer möglichen Einschränkung der Auflösungserhöhung durch eine begrenzte Versorgungsspannung existieren zwei Effekte, die diese Grenze definieren.

Der erste Effekt wird durch den Grenzzyklus hervorgerufen, der durch die nichtlineare und abtastende Charakteristik einer Δ/Σ -Schleife entsteht. Die durch den Grenzzyklus beschriebene Bewegung der seismischen Masse bewirkt eine Änderung der Federkonstanten der nichtlinearen elektrischen Federn mit negativer Federkonstante. Da bei der hier vorhandenen differentiellen kapazitiven Anordnung der Betrag der negativen Federkonstanten der elektrischen Feder bei Auslenkung der seismischen Masse aus der neutralen Mittellage stetig wächst (Tab. 2.2), variiert die wirkende negative Federkonstante der elektrischen Feder innerhalb eines Intervalls, dessen betragsmäßig untere Grenze durch die negative Federkonstante der elektrischen Feder in der Ruhelage und dessen betragsmäßig obere Grenze durch die negative Federkonstante der elektrischen Feder bei der maximalen Auslenkung amplitude bestimmt wird. Als Folge variiert die effektiv wirkende Federkonstante des Beschleunigungssensors in gleicher Weise.

Die mechanische Empfindlichkeit des Beschleunigungssensors ist definiert als Betrag der Auslenkung des Sensors geteilt durch den Betrag der extern angreifenden Beschleunigungskraft. Folglich ist sie umgekehrt proportional zum Betrag der effektiv wirkenden Federkonstante im stationären Bereich der Übertragungsfunktion (Abb. 6.2). Die auftretende Betragsfunktion zeigt, dass mit zunehmender Kompensation der mechanischen Feder die Empfindlichkeit im stationären Bereich der Übertragungsfunktion zunächst steigt, theoretisch für exakte Kompensation gegen unendlich geht, und schließlich mit zunehmender Überkompensation dann wieder abnimmt.

Dieser aus der Betragsfunktion resultierende Effekt zusammen mit der in einem Intervall variierenden effektiven Federkonstante schränkt die Empfindlichkeitserhöhung ein: Das zeitliche Mittel der Betragsfunktion der effektiven Federkonstante über den Grenzzyklus nimmt ein nicht verschwindendes Minimum ein, gleichbedeutend mit einer oberen Schranke der Empfindlichkeit.

In Abb. 6.11 wird diese obere Schranke grob abgeschätzt. Auf der Abszisse ist die idealisierte

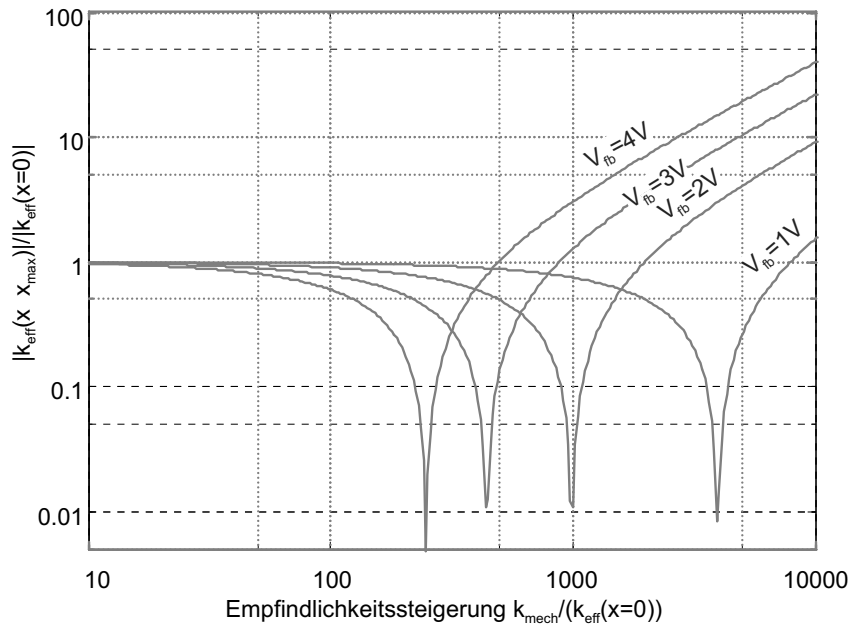
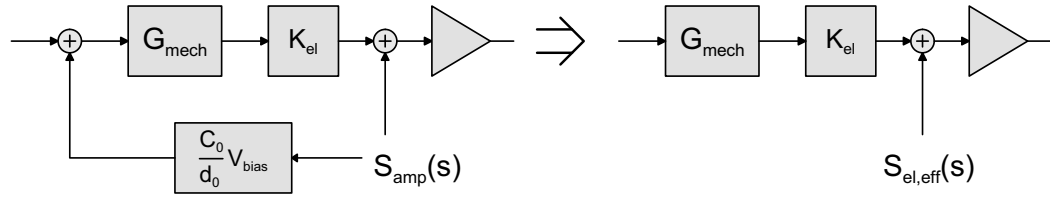


Abb. 6.11: Verhältnis des abgeschätzten Maximalwertes der effektiven Federkonstante zu dem Wert der Federkonstante, wenn die seismische Masse sich in der mechanischen Ruhelage befindet, als Funktion der idealisierten (berechnet für die Ruhelage der seismischen Masse) Empfindlichkeitserhöhung des Systems.

Empfindlichkeitserhöhung des Systems aufgetragen, welche basierend auf der effektiven Federkonstante des Systems für die Mittellage $x = 0$ der seismischen Masse berechnet wurde. Auf der Ordinate ist das Verhältnis der effektiven Federkonstante bei maximaler Amplitude des Grenzyklus zu der effektiven Federkonstante für die Mittellage $x = 0$ der seismischen Masse aufgetragen. Die maximale Auslenkungsamplitude des Grenzyklus wurde durch die mechanische Übertragungsfunktion G_{mech} bei einem Viertel der Abtastfrequenz $f_s/4$ abgeschätzt (Abb. 5.7). Die Ordinate beschreibt folglich das Verhältnis des minimalen Wertes zum maximalen Wert des Werteintervalls, in dem sich die effektive Federkonstante aufgrund des Grenzyklus bewegt.

Für eine kleine Empfindlichkeitserhöhung ist dieses Verhältnis nahezu gleich eins. Das Wertintervall ist hier klein gegenüber dem Betrag der effektiven Federkonstante und die Variation der Federkonstante gegenüber ihrem absoluten Wert kann vernachlässigt werden. Das Verhältnis geht gegen null, sobald die untere Intervallgrenze des Intervalls der effektiven Federkonstante ebenfalls gegen null geht, d.h. die mechanische Feder wird bei der maximalen Auslenkung der seismischen Masse vollständig kompensiert. Bis zu diesem Punkt trägt das gesamte Werteintervall zu Empfindlichkeitserhöhung bei. Die auf der Ordinate aufgetragene Empfindlichkeitserhöhung ist folglich bis zu diesem Punkt real.

Jede weitere Kompensation der mechanischen Feder schiebt dann einen Teil des Werteintervalls der effektiven Federkonstante im Grenzyklus in den Bereich negativer effektiver



-

Abb. 6.12: Ersetzung der Rückwirkung der eingangsbezogenen, spektralen Verstärkerausleistungsdichte S_{el} durch eine effektive, eingangsbezogene, spektrale Verstärkerausleistungsdichte $S_{el,eff}$.

Federkonstanten. In diesem Teilbereich des Intervalls steigt folglich der Betrag der effektiven Federkonstante wieder an. Gleich diese Zunahme die Verringerung der effektiven Federkonstante in dem noch positiven Teilbereich des Intervalls aus, ist die maximale Empfindlichkeit der Struktur erreicht. Dieses Verhalten dürfte in der Umgebung des Punktes eintreten, an dem das Verhältnis erneut zu eins wird.

Der zweite Effekt wird durch das Verstärkerrauschen hervorgerufen und definiert eine maximale Schranke des Signalrauschabstandes. Während des Messintervalls setzt der Verstärkereingang eines der Potentiale der zur Generation der elektrischen Federn mit negativer Federkonstante benötigten Spannung. Dieses Potential wird durch das Verstärkerrauschen moduliert mit der Folge, dass eine Kraftmodulation der elektrostatischen Kraft auftritt, die durch den Spannungsabfall in den Messkapazitäten erzeugt wird. Die aus der sich veränderten Kraft resultierende Bewegung geht über die Positionsmessung in das Messsignal ein. Dieser Mechanismus kann auch durch eine effektive, spektrale Verstärkerausleistungsdichte $S_{el,eff}$ beschrieben werden (Abb. 6.12):

$$S_{el,eff}(s) = S_{el}(s) \left| 1 + K_{el} G_{mech}(s) \frac{C_0}{d_0} V_{bias} \right|^2 \quad (6.1)$$

Darin bezeichnet S_{el} die eingangsbezogene spektrale Verstärkerausleistungsdichte, G_{mech} die mechanische Übertragungsfunktion, K_{el} die Steilheit der elektromechanischen Messschnittstelle zwischen Sensor und Messverstärkereingang, C_0 die nominale Kapazität zwischen Struktur und Messfingern, d_0 der nominale Abstand zwischen Struktur und Messfingern und V_{bias} die angelegte Spannung zur Generation der elektrischen Feder mit negativer Federkonstante.

Der zweite Term in Gl. 6.1 beschreibt den zusätzlichen Anteil des Verstärkerrauschens, der aufgrund des zuvor beschriebenen Mechanismus auftritt. Die die elektrische Feder mit negativer Federkonstante erzeugende Spannung V_{bias} verstärkt dabei die an der Struktur angreifende Rauschkraft. Eine zunehmende Kompensation der mechanischen Feder bedeutet somit eine zusätzliche Verstärkung des niederfrequenten Verstärkerrauschens.

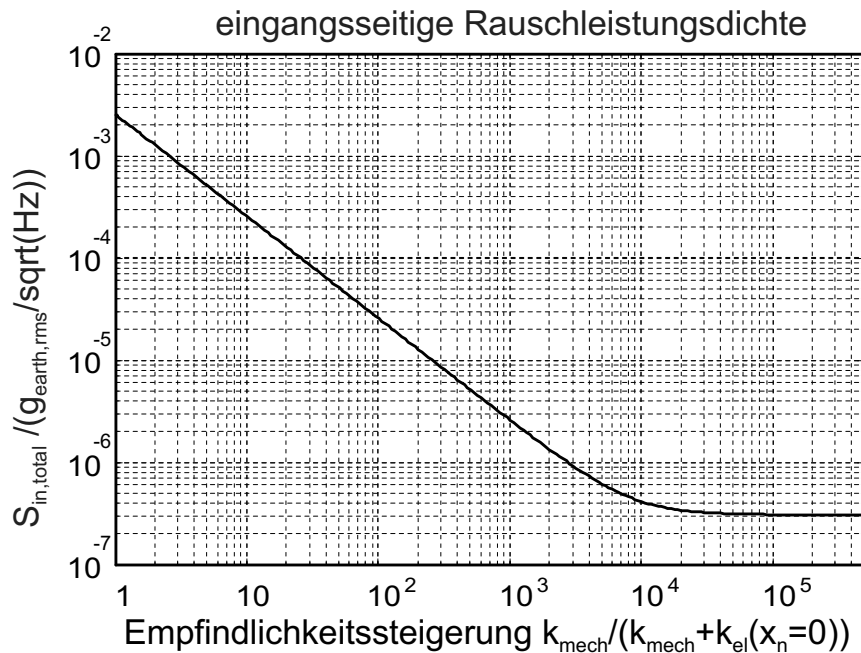


Abb. 6.13: Niederfrequente, eingangsbezogene, spektrale Rauschleistungsdichte $S_{in,total}$ als Funktion der mechanischen Empfindlichkeitserhöhung. Die Rückkoppelung des Verstärkerrauschens auf das Sensorelement wurde berücksichtigt.

Sobald dieser zweite, zusätzliche Term signifikant wird gegenüber dem ersten Term, dem eingangsseitigen Verstärkerrauschen, wird das niederfrequente, effektive Verstärkerrauschen proportional zur mechanischen Übertragungsfunktion. In Folge dessen bewirkt eine weitere Empfindlichkeitserhöhung der mechanischen Struktur keine weitere Verbesserung des Signalrauschabstandes in Bezug auf das Verstärkerrauschen, da das niederfrequente, effektive Verstärkerrauschen, gleichermaßen wie das Signal, durch die erhöhte mechanische Empfindlichkeit verstärkt wird. Abb. 6.13 zeigt die niederfrequente, effektive, eingangsseitige, spektrale Rauschleistungsdichte $S_{in,total}$ (Verstärker- und Quantisierungsrauschen) des Basisbandes als Funktion der Empfindlichkeitserhöhung der mechanischen Übertragungsfunktion. Der beschriebene Effekt verhindert eine weitere Absenkung der niederfrequenten, eingangsseitigen, spektralen Rauschleistungsdichte oberhalb einer Empfindlichkeitserhöhung von 10^4 . Diese Rauschleistungsdichte liegt jedoch deutlich unterhalb der fundamentalen Braunschen Rauschleistungsdichte von $49 \mu g_{earth}$.

6.4 Experimentelle Ergebnisse

Der in Abschnitt 6.2 beschriebene Beschleunigungssensor wurde als 2-Chip-System aufgebaut (siehe Abb. 6.4). Auf dem einen Chip ist die in Abschnitt 6.2.1 beschriebene mikroelektromechanische Struktur realisiert und auf dem anderen Chip befindet sich die in

Abschnitt 6.2.2 beschriebene kapazitive Messschaltung. Die Messschaltung enthält neben dem analogen Schaltungsteil noch einen digitalen Schaltungsteil, der eine digitale Schnittstelle realisiert und den analogen Schaltungsteil ansteuert. Über diese digitale Schnittstelle lässt sich das Timing der Schaltung einstellen, die Messkapazitäten mit einem schaltbaren Kondensatorfeld abgleichen und der Bitstrom des Δ/Σ -Modulators auslesen. Neben der digitalen Schnittstelle verfügt der Schaltungschip noch über eine analoge Schnittstelle. An dieser werden die für die “Switched Capacitor”-Schaltung benötigten Spannungspegel eingepreßt. Hierunter fallen auch die Spannungspegel, die den Spannungsabfall im mikroelektromechanischen Sensorelement definieren und dadurch die elektrischen Federn mit negativer Federkonstante im Sensorelement erzeugen. Zudem wird über die analoge Schnittstelle der Referenzstrom für die Messverstärker eingepreßt.

Abb. 6.14 zeigt die Leiterplatte für den Betrieb des Beschleunigungssensors, mit der die Messungen durchgeführt wurden. Mit einstellbaren Festspannungsreglern werden die Spannungspegel aus der Spannungsversorgung bereitgestellt. Eine Signalkonditionierung glättet Störungen auf diesen Pegeln. Der Referenzstrom wird von einer externen Stromquelle eingespeist. Da die digitale Schnittstelle des Schaltungschips mit Schaltfrequenzen arbeitet, die über denen typischer Computerschnittstellen liegen, dient ein FPGA³ als Schnittstellenwandler: Über die Schnittstelle zum Auswerterechner lässt sich die im FPGA realisierte, diskrete Zustandsmaschine einstellen. Die Zustandsmaschine betreibt dann die digitale Schnittstelle zum Schaltungschip und liest den Bitstrom des Sensors aus. Dieser wird dann parallelisiert an der Schnittstelle zum Auswerterechner zur Verfügung gestellt.

Das Ausgangsspektrum des Beschleunigungssensors wurde sowohl bei normalem Betrieb als auch bei aktiver Kompensation der mechanischen Feder aufgenommen. Dabei wurde es auf die durch die Krafrückkoppelung hervorgerufene Beschleunigung an der seismischen Masse des Sensors bezogen. Das Ausgangsspektrum umfasst das Quantisierungsrauschen, das Verstärkerrauschen und das Beschleunigungseingangssignal. Die Rückkopplkraftamplitude wurde bei den Messungen derartig gewählt, dass das Quantisierungsrauschen die dominierende Rauschquelle darstellte. Abb. 6.15 zeigt die zwei aufgenommenen eingangsbezogenen Ausgangsspektren ohne angelegte externe Beschleunigung. Im normalen Betrieb liegt das Rauschniveau im niederfrequenten, stationären Teil des Spektrums bei $6.3 \text{ mg}_{\text{earth,rms}}/\sqrt{\text{Hz}}$. Es fällt bei aktiver Federkompensation um 12 dB auf $1.6 \text{ mg}_{\text{earth,rms}}/\sqrt{\text{Hz}}$. Gleichmaßen wird die Bandbreite des stationären Teils des Spektrums von 10 kHz auf 700 Hz reduziert. Die Bandbreitenreduktion und die Absenkung des Rauschniveaus sind direkt auf die entsprechende Änderung der mechanischen Übertragungsfunktion und somit auf die Kompensation der mechanischen Feder zurückzuführen. Die Senkung des Rauschniveaus bewirkt einen um 12 dB verbesserten Signalrauschabstand und einen um 12 dB vergrößerten dynamischen Bereich der Δ/Σ -Wandlung.

Diese Verbesserung des Signalrauschabstandes kann auf verschiedene Arten genutzt werden. Ein um denselben Betrag erhöhtes Rauschen des Messverstärkers würde den verbesserten Signalrauschabstand kompensieren. Ein höheres Rauschniveau würde sich jedoch direkt in

³Field Programmable Gate Array

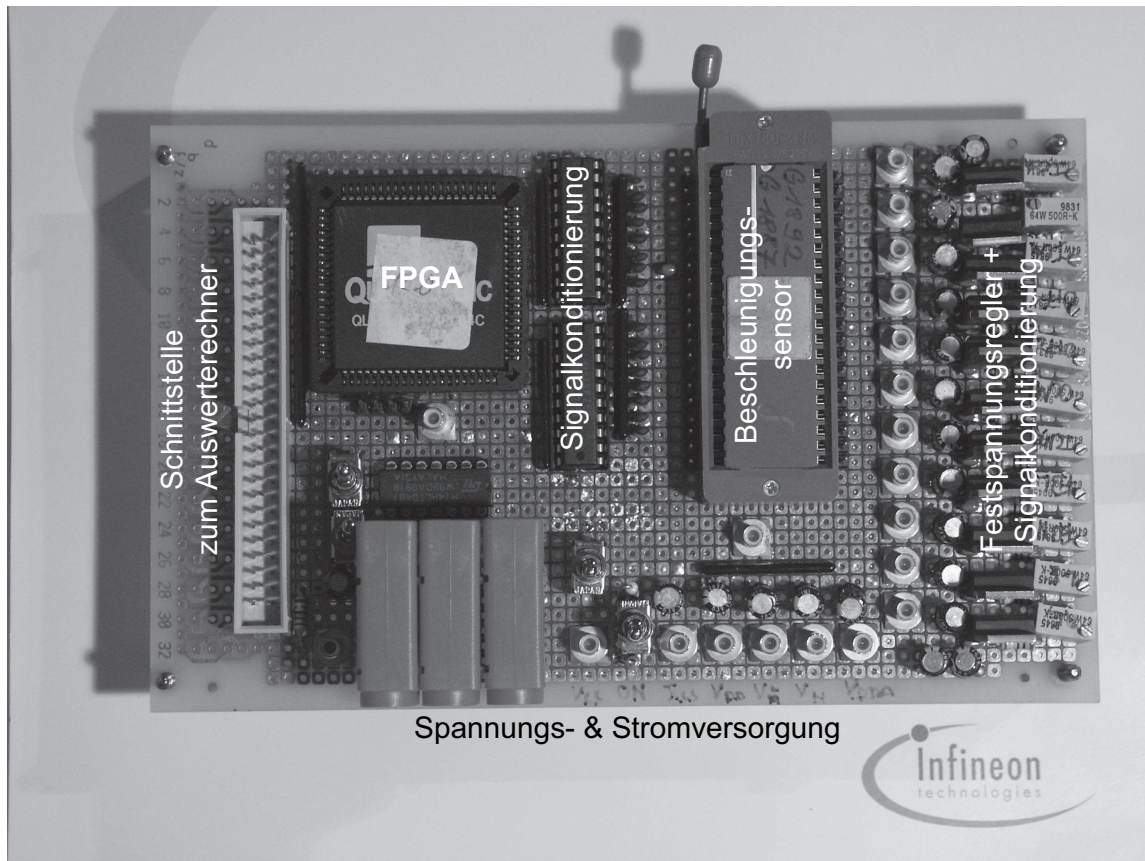


Abb. 6.14: Leiterplatte für den Betrieb des Beschleunigungssensors aus Abb. 6.4.

einer geringeren Leistungsaufnahme des Verstärkers widerspiegeln. Bei gleichbleibendem Signalrauschabstand könnte somit ein Sensor mit geringerer Leistungsaufnahme realisiert werden.

Die mit dem analytischen Modell nach Kapitel 3 simulierten Ausgangsspektren für die zwei gemessenen Betriebszustände des Beschleunigungssensors sind ebenfalls in Tab. 6.15 dargestellt. Tab. 6.1 und Abb. 6.2 fassen dabei die im analytischen Modell verwendeten Parameter zusammen, die aus dem Beschleunigungssensorentwurf abgeleitet wurden. Experimentelles und simuliertes Ergebnis zeigen zufriedenstellende Übereinstimmung für den normalen Betrieb des Sensors, sofern berücksichtigt wird, dass die Parameter des analytischen Modells nicht gefittet wurden. Für den Kompensationsbetrieb überschätzt das analytische Modell die Absenkung des Rauschniveaus im stationären Teil des Ausgangsspektrums. Diese Abweichung lässt sich erklären durch eine real größere Dämpfung bei geringfügig größerer Federkonstante des Sensors als im analytischen Modell angenommen worden ist. Bei vollständiger Berücksichtigung der nichtlinearen elektrostatischen Kräfte, des zeitmultiplexen Betriebs des Sensors und der Abtastung des Systems bestätigt die numerische Simulation das Ergebnis des analytischen Modells.

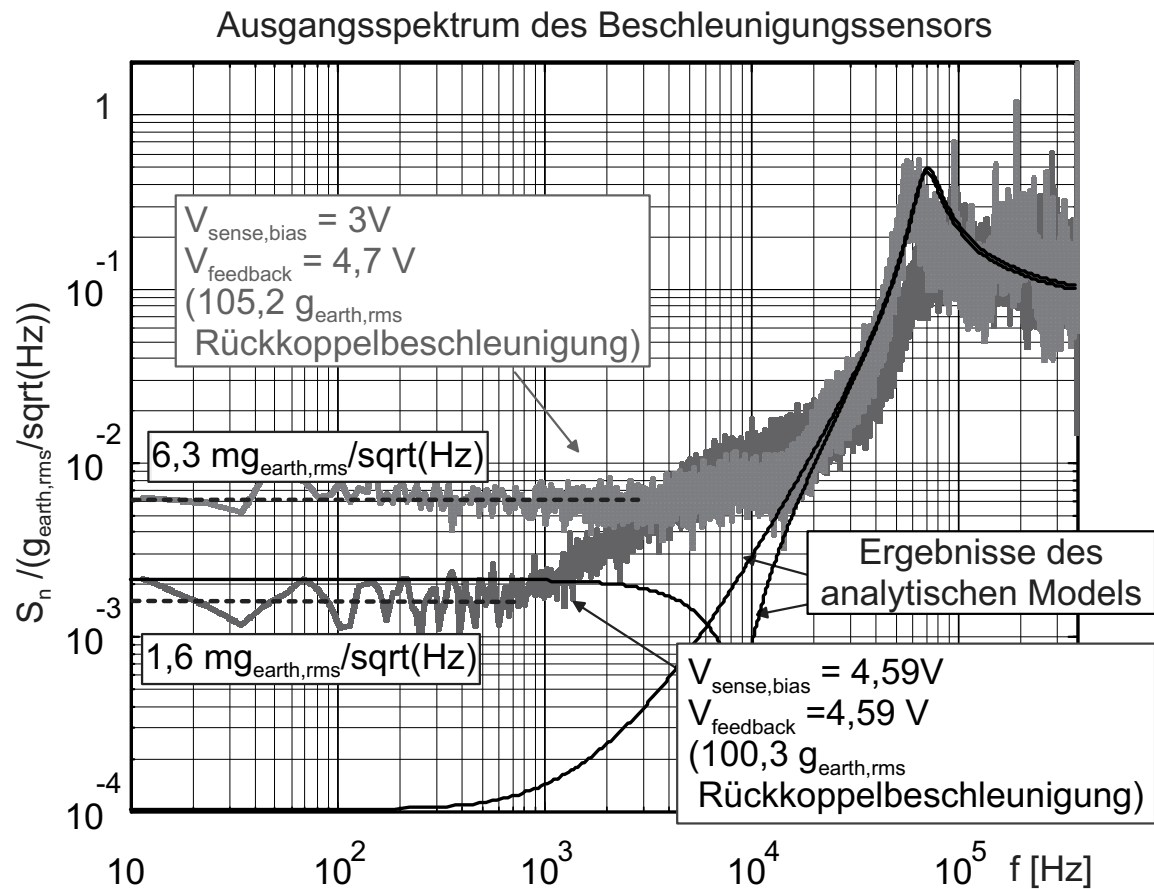


Abb. 6.15: Experimentelles Ausgangsspektrum für zwei verschiedene Offsetspannungen:
 3V - *normaler Betrieb*: Effektive Federkonstante entspricht der mechanischen Federkonstante.
 4,59 V - *Kompensationsbetrieb*: Mechanische Federkonstante fast vollständig kompensiert.

Die experimentellen Ergebnisse zeigen eindeutig, dass das Ziel der Systemkonzeption, die mechanische Federkonstante zu kompensieren, und die hieraus resultierende Verbesserung der Systemeigenschaften erreicht worden sind. Mikromechanische Sensoren, die durch den Herstellungsprozess oder durch Zuverlässigkeitsanforderungen bei der Reduzierung der mechanischen Federkonstanten eingeschränkt sind, können durch dieses Verfahren in ihren Systemeigenschaften verbessert werden. Das analytische Modell aus Kapitel 3 zeigt eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen bis auf die Überschätzung der Verringerung des Rauschniveaus, die auf die nichtlinearen Dämpfungseigenschaften des Systems zurückzuführen ist.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit ist es erstmals gelungen, mikromechanische Inertialsensoren mit kapazitiver Signalwandlung durch die Anwendung einer dynamischen Regelung mittels kraftrückgekoppeltem Δ/Σ -Modulator in ihrem Auflösungsvermögen zu verbessern. Die für praktische Anwendungen wesentliche Eigenschaften, wie Stabilität und Wandlungsscharakteristik der Δ/Σ -Regelung, wurden auf ein theoretisches Fundament gestellt und durch experimentelle Messungen bestätigt.

Zwei neue Messsysteme, die zu einer Verbesserung des Auflösungsvermögens führen, werden in dieser Arbeit vorgestellt und diskutiert. Das eine ermöglicht die Verwendung eines Kreisel in mikromechanischen Drehratensensoren, das andere setzt die herstellungsbedingten Federkonstanten von mikromechanischen Inertialsensoren im dynamischem Betrieb herab. Beide Systeme beruhen auf einer Δ/Σ -Regelschleife zur Stabilisierung des Systems und sind von unmittelbarer Relevanz für die Entwicklung mikromechanischer Inertialsensoren in einer industriellen Fertigungsumgebung.

Die analytische Beschreibung der Δ/Σ -Regelschleife und die numerische Makromodellierung des Sensorelementes erlauben eine effiziente Auslegung und Analyse von mikroelektromechanischen Systemen. Da das Messverstärkerrauschen und die Verformbarkeit der seismischen Masse bei der Miniaturisierung von Systemen das Systemverhalten entscheidend beeinträchtigen können, ist dies in dieser Beschreibung bzw. im Makromodell berücksichtigt.

Experimentelle Untersuchungen an einem mikromechanischen Inertialsensor bestätigen die Auflösungsverbesserung und das analytische Modell. Das Rauschniveau des Sensors im Signalband wird durch die Verwendung elektrischer Federn mit negativer Federkonstante um 12 dB auf $1.6 \text{ m}g_{\text{earth,rms}}/\sqrt{\text{Hz}}$ gesenkt. Der dynamische Bereich des Sensors vergrößert sich gleichermaßen um 12 dB. Die nur $0.2 \mu\text{g}$ schwere seismische Masse zählt zu den kleinsten Strukturen, die für Inertialsensoren mit diesem Auflösungsvermögen realisiert worden sind. Eine äquivalente Verbesserung durch Entwurf eines identischen Sensorelements mit geringerer Federkonstante verhindert das "Stiction"-Problem.

Durch die Wahl der Rückkoppelkraft kann bei der Auslegung des Δ/Σ -Modulators das Verhältnis von Quantisierungsrauschen zu Messverstärkerrauschen eingestellt werden. Für maximales Auslösungsvermögen muss das niederfrequente stationäre Messverstärkerrauschen im Vergleich zum Quantisierungsrauschen am Eingang des Quantisierers dominieren.

Mit der hier beschriebenen neuen Analyse­methode von kraftrückgekoppelten mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulatoren konnte gezeigt werden, dass deren Stabilität und dynamischer Bereich vom Messverstärkerrauschen abhängig sind. Die durch das Messverstärkerrauschen zusätzlich in den Regelkreis eingebrachte Signalenergie bedingt eine Herabsetzung der Kreisverstärkung. Infolgedessen wird der dynamische Bereich reduziert und abhängig vom Regler (Kompensator) die Stabilität beeinträchtigt. Kann diese Beeinträchtigung nicht toleriert werden oder wird das System instabil, muss auf Kosten des Auflösungsvermögens die Rückkoppelamplitude erhöht werden. Für einen guten Kompromiss zwischen dynamischem Bereich und Auflösungsvermögen wählt man das Quantisierungsrauschen im niederfrequenten stationären Signalband am Eingang des Quantisierers gleich dem Messverstärkerrauschen. Die begrenzte Rückkoppelspannung in integrierten Schaltungen kann aber eine Erhöhung der Rückkoppelkraft verhindern. Gegebenenfalls kann dann ein stabiles System nicht realisierbar sein. Die Wahl der Rückkoppelamplitude muss auch hinsichtlich der zu kompensierenden Eingangskräfte überprüft werden.

Ohne Entkoppelung der Regelkreise findet eine Beeinträchtigung des Noise-Shapings in mehrdimensionalen Δ/Σ -Regelkreisen statt. Ein gestiegenes Quantisierungsrauschniveau und ein entsprechend verringerter dynamischer Bereich treten in den Regelkreisen auf, die eine kleinere offene Kreisverstärkung haben als die mit ihnen gekoppelten Regelkreise. Dieser Effekt lässt sich mit dem angepassten analytischen Modell der gekoppelten Regelung beschreiben. Die Rückgewinnung der Regelgrößen im analogen Schaltungsteil der Δ/Σ -Modulatoren, die Quantisierung dieser Regelgrößen und die Gestaltung der Rückkoppelung dergestalt, dass für jede dieser Regelgrößen in jedem Rückkoppelintervall eine Rückkoppelung stattfindet, sind deshalb vorteilhaft, da sie zu einer Entkoppelung der Regelkreise führen. Die Wandlungseigenschaften der Δ/Σ -Schleifen entsprechen dann denen eines einzelnen Δ/Σ -Modulators.

Das hochfrequente energiereiche Rückkoppelsignal eines kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators regt höherfrequente Eigenschwingungen des mikroelektromechanischen Sensorelementes an. Abtastfrequenz, Reglergesetz und Dämpfung des Sensorelementes sind derart auszulegen, dass eine Entartung der Δ/Σ -Modulation durch das bei positiver Rückkoppelung auftretende Aufschwingen einer solchen Eigenschwingung vermieden wird. Ansonsten würde das von dem dann dominierenden Grenzyklus hervorgerufene Rückkoppelsignal die Messsignale vollständig überlagern. Der elektromechanische Kollaps der beweglichen Struktur im Sensorelement ist dann ebenfalls nicht ausgeschlossen.

Die neu vorgestellte Makromodellierungsmethode erlaubt, das Verhalten von kraftrückgekoppelten mikroelektromechanischen Δ/Σ -Modulatoren hinsichtlich der parasitären Anregung von Eigenmoden des Sensorelementes zu überprüfen. Die sehr gute Abbildung der gedämpften Eigenfrequenzen durch diese Methode, bedingt durch die Beschreibung lokaler Wechselwirkungen zwischen Fluidik und Mechanik des Sensorelementes und die physikalische Basiertheit der Modelle, ermöglichen eine zuverlässige Charakterisierung des Sensorelementes einschließlich nichtlinearer Effekte. Modelle, die nur auf den rein mechanischen Eigenmoden einer Struktur basieren, bilden die Eigenfrequenzen des Sensorelementes fehlerhaft ab und sind für Stabilitätsuntersuchungen von Regelkreisen und Reglerauslegung

nur bedingt geeignet. Die Charakterisierung von Δ/Σ -Modulatoren benötigt lange transiente Simulationen, um die frequenzbasierte Signalwandlung abzubilden. Numerische Effizienz und Kompatibilität zu Netzwerksimulatoren sind daher für ein Makromodell eines Sensorelementes notwendig. Sie sind bei der hier vorgestellten Makromodellierungsmethode gegeben.

Das analytische Modell und die Makromodelle bilden die Basis für ein Simulationswerkzeug für kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulatoren, wie es für eine zeitgemäße iterative Produktentwicklung in der Halbleiterindustrie angewandt wird. Das analytische Modell ermöglicht eine effiziente, leicht verständliche Systemauslegung. Das Makromodell des Sensorelementes erlaubt lange transiente Simulationen, die für die Charakterisierung des Leistungsvermögens der Δ/Σ -Modulation erforderlich sind. Im analytischen Modell kann zudem eine linearisierte Version des Makromodells verwendet werden.

Die automatisierte Makromodellerstellung ist ein wesentlicher Aspekt bei der Optimierung und Synthese von elektromechanischen Mikrosystemen. Die Wahl einer für das Systemverhalten relevanten Reduktionsbasis anhand a priori bekannter Kriterien ist ein Schlüsselproblem der Automatisierung, das für kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulatoren in Rahmen der vorgestellten Makromodellierungsmethode gelöst worden ist. Die Kenntnis der analogen Bandbreite des Schaltungsteils eines kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulators und dessen Abtastfrequenz genügt, um aus einer diskretisierten Formulierung der physikalischen Grundgleichungen das Makromodell zu erstellen. Eine Anwendung dieser Methode zur weitgehend automatischen Makromodellerstellung ist innerhalb einer CAD-Umgebung, die Diskretisierungsverfahren enthält, denkbar.

Freischwebende mikroelektromechanische Strukturen ermöglichen die Umsetzung des Kreiselprinzips in mikromechanischen Drehratensensoren. Vermeidung von parasitären Kopplungen und höhere Messempfindlichkeiten bei gleicher Sensorgröße zeichnet dieses Prinzip gegenüber Drehratensensoren aus, die auf schwingenden seismischen Massen beruhen. Durch Zweiteilung von Elektroden ist eine berührungslose, elektrostatische Krafteinwirkung und eine berührungslose kapazitive Positionsmessung möglich und erlaubt die Positionsregelung einer freischwebenden Struktur mit kapazitiver Schnittstelle.

Eine Ladungseinprägung auf den Elektroden des Sensorelementes ist zwar zunächst wegen der positionsunabhängigen elektrostatischen Kraft systemtechnisch günstiger, eignet sich jedoch nur bedingt zur Messung von den an der freischwebenden Struktur angreifenden Trägheitskräften und benötigt einen hohen schaltungstechnischen Aufwand. Vollständig differentielle Ladungsintegratoren in "Switched Capacitor"-Schaltungstechnik sind perfekt kompatibel zur kapazitiven Positionsmessung und CMOS-Schaltungstechnologie. Sie haben einen hohen Stand der Technik, der sich in Unterdrückung von kapazitiven Parasiten, Offset, 1/f- und $k_B T/C$ -Rauschen ausdrückt. Die vorgestellte berührungslose kapazitive Messschnittstelle erlaubt die Verwendung dieser vorteilhaften Messschaltung und ermöglicht die Positionsregelung mittels mehrdimensionalen kraftrückgekoppelten Δ/Σ -Modulatoren. Mit dem Startphasenverfahren "einseitige Messspannung" kann innerhalb dieser Regelkreisarchitektur das Problem der anwachsenden elektrostatischen Messkraft bei Spannungseinprä-

gung gelöst werden, so dass eine zuverlässige, herstellungstolerante Positionsregelung der freischwebenden Struktur aus dem Ruhezustand möglich ist.

Das beschriebene Simulationsbeispiel demonstriert, dass die berührungslose Positionsregelung an einer freischwebenden Platte möglich ist. Eine weitere Unterteilung der Elektroden und eine Kombination der Positionsregelung mit einer Antriebsregelung ist erforderlich, um damit einen mikromechanischen Kreisel zu realisieren. Dies bedingt auch eine weitere Strukturierung der Platte für den Antrieb. Voraussetzung für die Realisierung eines derartigen mikromechanischen Drehratensensors ist die Herabsetzung der durch “Stiction” verursachten Kräfte, so dass ein Abheben der freischwebenden Platte durch die elektrostatischen Kräfte möglich wird.

Bis eine derartige dauerhafte Herabsetzung des “Stiction”-Effekts technologisch zuverlässig realisierbar ist, werden zur Vermeidung von “Stiction” und wegen weiterer Zuverlässigkeitsgesichtspunkte, wie z.B. elektrischer Kurzschluss, mikromechanische Inertialsensoren derart ausgelegt, dass ein mechanischer Kontakt der seismischen Masse mit den Elektroden nicht auftreten kann. Die resultierende Herabsetzung des Auflösungsvermögens der Sensoren kann durch Anwendung elektrischer Federn mit negativer Federkonstante im Betrieb kompensiert werden. Eine signifikante Auflösungserhöhung kann hiermit jedoch nur bei Verwendung einer externen Regelschleife erreicht werden, um die genannte elektro-mechanische Instabilität zu vermeiden. Der kraftrückgekoppelte Δ/Σ -Modulator ermöglicht neben einer linearisierten Messung der angreifenden Trägheitskräfte, einer A/D-Wandlung und einer vollen Kompatibilität zur integrierter CMOS-Schaltungstechnik, die Realisierung einer stabilisierenden Regelung von Inertialsensoren, deren Empfindlichkeit mittels elektrischer Federn deutlich gesteigert werden kann. Der für die Δ/Σ -Architektur typische Grenzyklus und die Rückkoppelung des Messverstärkerrauschens über die Messschnittstelle auf die seismische Masse setzen der Auflösungsverbesserung Grenzen, wenn das fundamentale Braunsche Rauschen des Sensorelements nicht dominant gegenüber dem Messverstärkerrauschen ist.

Die beiden beschriebenen Messsysteme demonstrieren unabhängig vom Stand der “Anti-Stiction”-Massnahmen, dass die dynamische Regelung mittels kraftrückgekoppeltem Δ/Σ -Modulator neue, in ihrem Auflösungsvermögen verbesserte Messsysteme ermöglicht. Die Ergebnisse lassen sich auf andere mikroelektromechanische Systeme übertragen. Mikro-mechanische Mikrofone sind ein weiteres Anwendungsgebiet von elektrischen Federn mit negativer Federkonstante in Kombination mit einer Δ/Σ -Regelschleife zur Empfindlichkeitserhöhung. Freischwebende Strukturen sind als Motorantrieb in vielen mikroelektromechanischen Anwendungen denkbar.

Anhang A Lineares Modell eines "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers"

Der in Abb. A.1 und in Abschnitt 3.4 beschriebene "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierer" soll durch ein lineares Modell ersetzt werden, dessen Verstärkungsfaktoren $K_{n,i}$, $K_{x,i}$ durch Minimierung eines quadratischen Fehlerkriteriums erhalten werden. Das Vorgehen entspricht dabei demjenigen für den eindimensionalen Fall von Ardan und Paulos [41].

Man zerlegt zunächst die Eingangssignale des Quantisierers in ihren konstanten und stochastischen Anteil.

$$x_{Q1} = m_{e1} + e_1; \quad E\{x_{Q1}\} = m_1; \quad E\{(x_{Q1} - m_{e1})^2\} = E\{e_1^2\} = \sigma_{e1}^2$$

$$x_{Q2} = m_{e2} + e_2; \quad E\{x_{Q2}\} = m_2; \quad E\{(x_{Q2} - m_{e2})^2\} = E\{e_2^2\} = \sigma_{e2}^2$$

Das lineare Modell besteht aus 4 Verstärkungsfaktoren K_i und zwei Rauschquellen σ_{ni}^2 . Die Verstärkungsfaktoren werden derartig gewählt, dass der mittlere quadratische Fehler

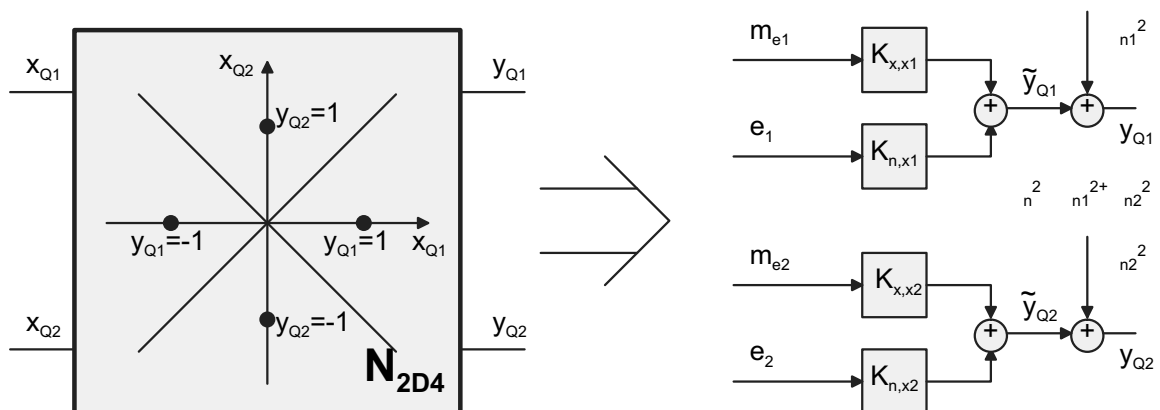


Abb. A.1: Ersatzschaltbild des "zweidimensionalen 4-Punkt Quantisierers".

zwischen dem Quantisiererausgangssignal y_i und dem verstärkten summierten Signal \tilde{y}_i minimal wird. Der minimierte Fehler wird jeweils durch eine zusätzliche Signalquelle n_i im linearen Modell korrigiert, die fortan als Quantisierungsrauschen bezeichnet wird. Die Minimierung ergibt die Verstärkungsfaktoren K_i zu:

$$K_{n,i} = \frac{1}{\sigma_{ei}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} N_i(x_{Q1}, x_{Q2}) e_i p(e_1, e_2) de_1 de_2$$

$$K_{x,i} = \frac{1}{m_{ei}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} N_i(x_{Q1}, x_{Q2}) p(e_1, e_2) de_1 de_2$$

wobei N_i gemäß Kapitel 3.4 definiert ist. Als weiteres zusätzliches Ergebnis erhält man die Unkorreliertheit des Fehlers n_i mit dem stochastischen Eingangssignals e_i .

Der zweidimensionale Σ/Δ -Regelkreis kann nun durch vier Regelkreise beschrieben werden, zwei für die konstanten Signale und zwei für die stochastischen, analog dem in Abb. 3.9 dargestellten Fall für eindimensionale Σ/Δ -Modulatoren. Folgende Annahmen werden getroffen:

- Die Fehlersignale n_i , d.h. das Quantisierungsrauschen σ_{ni}^2 , haben ein weißes Spektrum.
- Die Vorwärtspfade des Σ/Δ -Modulators, hier die Mechanik, hat ausreichenden integrierenden Charakter, so dass das konstante Ausgangssignal über den Rückkoppelpfad definiert ist.

$$m_{ei} \approx \frac{m_{xi}}{|G_{Ffb}(0)| K_{x,i}}$$

- Die stochastischen Signale am Quantisierereingang haben eine Gauß'sche Wahrscheinlichkeitsverteilung und sind unkorreliert voneinander. Dies kann angenommen werden, da jede Wahrscheinlichkeitsverteilung in eine Gauß'sche Verteilung übergeht, wenn sie nur genügend oft integriert wird. Das stochastische Signal am Quantisierereingang ist jedoch ein integriertes Signal.

Mit der letzten Annahme erhält man die Verstärkungsfaktoren des linearen Ersatzschaltbildes zu:

$$K_{n,i} = K_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2}} e^{-\frac{m_{e1}^2 + m_{e2}^2}{2(\sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2)}} \cosh\left(\frac{m_{e1} m_{e2}}{\sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2}\right)$$

$$K_{x1} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi} m_{e1}\sigma_{e2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{s^2}{2\sigma_{e2}^2}} \left[\operatorname{Erf} \left(\frac{m_{e1} - m_{e2} - s}{\sqrt{2}\sigma_{e1}} \right) + \operatorname{Erf} \left(\frac{m_{e1} + m_{e2} + s}{\sqrt{2}\sigma_{e1}} \right) \right] ds$$

K_{x2} ergibt sich entsprechend durch Vertauschung der Indizes. Die Identität der Verstärkungsfaktoren K_n führt zu der zusätzlichen Annahme, dass sich die Energie des Quantisierungsrauschens in gleichen Teilen auf die zwei Regelschleifen verteilt (Kapitel 3.4).

$$\sigma_{n1}^2 = \sigma_{n2}^2 = \frac{1}{2}\sigma_n^2$$

Diese Gleichungen werden zusammen mit den Netzwerkgleichungen für die stochastischen Signale und der Energiebilanzierung des konstanten Ausgangsignals für die Variablen K_n , K_{x1} , K_{x2} , m_{e1} , m_{e2} , σ_{n1} , σ_{n2} , σ_{e1} , σ_{e2} gelöst.

$$\sigma_{ei}^2 = \sigma_{ni}^2 \left\| \frac{G_{0,i}(s)}{1 + K_n G_{0,i}(s)} \right\|^2$$

$$\Delta^2 = 1 = \sigma_n^2 + K_n (\sigma_{e1}^2 + \sigma_{e2}^2) + K_{x1}^2 m_{e1}^2 + K_{x2}^2 m_{e2}^2$$

Hierin bezeichnet $G_{0,i}$ die Übertragungsfunktion des offenen Kreises ohne die Übertragungsfunktion des Ersatzschaltbilds des Quantisierers.

Literaturverzeichnis

- [1] R. Aigner, K.-G. Oppermann, H. Kapels, and S. Kolb. "cavity-micromachining" technology: Zero-package solution for inertial sensor. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '01/Eurosensors XV*, volume 1, pages 186–189, Munich, Germany, June 2001. ISBN 3-540-42150-5.
- [2] D.J. Alladi and M.L. Nagy. An IC for closed-loop control of a micromotor with an electrostatically levitated rotor. In *ISCAS99 Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, volume 6, pages 389–392, June 1999. ISBN 0-7803-5471-0.
- [3] P.E. Allen and E. Sánchez-Sinencio. *Switched Capacitor Circuits*. van Nostrand Reinhold, New York, 1984. ISBN 0-442-20873-1.
- [4] J. Argyris and H.-P. Mlejnek. *Die Methode der Finiten Elemente in der elementaren Strukturmechanik*. Vieweg Verlag, Braunschweig, 1986.
- [5] K.-J. Bathe. *Finite-Elemente-Methoden*. Springer Verlag, Berlin, 1990. ISBN 3-540-15602-X.
- [6] R. Bausinger. *Die Boundary-Elemente-Methode, Theorie und industrielle Anwendung*. Expert Verlag, Ehningen, 1987.
- [7] L. K. Baxter. *Capacitive Sensors*. IEEE Press, 445 Hoes Lane, Piscataway, NJ 08855-1331, USA, 1997. ISBN 0-7803-1130-2, IEEE Order No. PC5594-QKK.
- [8] J. Bergqvist and J. Gobet. Capacitive microphone with a surface micromachined backplate using electroplating technology. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 3(2):69–75, 1994.
- [9] J. Bernstein, Miller R., W. Kelley, and P. Ward. Low-noise MEMS vibration sensor for geophysical applications. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 8(4):433–438, December 1999.

- [10] J.J. Bernstein and J.T. Borenstein. A micromachined silicon condenser microphone with on-chip amplifier. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 239–243, Hilton Head Island, SC, USA, June 1996. Transducer Res. Found. ISBN 0-9640024-1-8.
- [11] M. Biebl, T. Scheiter, C. Hierold, H.V. Philipsborn, and H. Klose. Micromechanics compatible with an 0.8 μm CMOS process. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A47(1-3):593–597, 1995.
- [12] B.E. Boser and R.T. Howe. Surface micromachined accelerometers. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 31(3):366–375, March 1996.
- [13] M.R. Boyd, S.B. Crary, and M.D. Giles. A heuristic approach to the electromechanical modeling of MEMS beams. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 123–126, Hilton Head Island, SC, USA, June 1994. Transducer Res. Found. ISBN 0-9640024-0-X.
- [14] M. Brauer, A. Dehe, T. Bever, S. Barzen, S. Schmitt, and M. Fuldner. Silicon microphone based on surface and bulk micromachining. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 11(4):319–322, 2001.
- [15] A. Budó. *Theoretische Mechanik*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 8 edition, 1976.
- [16] A. Burstein and W.J. Kaiser. Mixed analog-digital highly sensitive sensor interface circuit for low cost microsensors. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '95 / Eurosensors IX*, volume 1, pages 162–165, Stockholm, Sweden, June 1995. ISBN 91-630-3473-5.
- [17] J. C. Candy and G. C. Temes. *Oversampling methods for A/D and D/A conversion*. IEEE Press, New York, 1992. ISBN 0-7803-1045-4.
- [18] G. E. Carlson. *Signal and Linear System Analysis*, chapter 11.2, pages 400–406. Houghton Mifflin Company, 1992. ISBN 0-395-51538-6.
- [19] K.H.-L. Chau, S.R. Lewis, Y. Zhao, R.T. Howe, and Marcheselli R.G. An integrated force-balanced capacitive accelerometer for low-g applications. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '95 / Eurosensors IX*, volume 1, pages 593–596, Stockholm, Sweden, June 1995. ISBN 91-630-3473-5.
- [20] Y. Chen and J. White. A quadratic method for nonlinear model order reduction. In *Proc. MSM '2000*, pages 477–480, San Diego, CA, USA, March 2000.
- [21] B. Choi, E. Lovell, H. Guckel, T. Christenson, K. Skrobis, and J. Kang. Mechani-

- cal analysis of pressure transducers with two-sided overload protection. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 1(4), 1991.
- [22] J.V. Clark, N. Zhou, S. Brown, and K.S.J. Pister. MEMS simulation using SUGAR v0.5. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 191–196, Hilton Head Island, SC, USA, June 1998. Transducer Res. Found. ISBN 0–9640024–2–6.
- [23] W.A. Clark, R.T. Howe, and R. Horowitz. Surface micromachined z-axis vibratory rate gyroscope. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 283–287, Hilton Head Island, SC, USA, June 1996. Transducer Res. Found. ISBN 0–9640024–1–8.
- [24] T.A. Core, W.K. Tsang, and S.J. Sherman. Fabrication technology for an integrated surface-micromachined sensor. *Solid State Technology*, 36(10):39–47, 1993.
- [25] M. G. da Silva, M. Deshpande, K. Greiner, and J. R. Gilbert. Gas damping and spring effects on MEMS devices with multiple perforations and multiple gaps. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '99*, volume 2, pages 1148–1151, Sendai, Japan, June 1999.
- [26] G.K. Fedder. Structured design of integrated MEMS. In *Proc. MEMS '99*, pages 1–8, Orlando, FL, USA, January 1999. ISBN 0–7803–5194–0.
- [27] G.K. Fedder and R.T. Howe. Multimode digital control of a suspended polysilicon microstructure. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 5(4):283–297, December 1996.
- [28] M. Földner, A. Dehe, R. Aigner, T. Bever, and R. Lerch. Silicon microphones with low stress membranes. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '01/Eurosensors XV*, pages 126–129, Munich, Germany, June 2001. ISBN 3–540–42150–5.
- [29] O. Föllinger. *Regelungstechnik*. Hüthig, 6 edition, 1990. ISBN 3–7785–1808–9.
- [30] O. Föllinger. *Nichtlineare Regelungen I*. Oldenbourg Verlag, 7 edition, 1993. ISBN 3–486–2497–2.
- [31] O. Föllinger. *Nichtlineare Regelungen II*. Oldenbourg Verlag, 7 edition, 1993. ISBN 3–486–22503–0.
- [32] K. Funk, H. Emmerich, A. Schilp, M. Offenberger, R. Neul, and F. Larmer. A surface micromachined silicon gyroscope using a thick polysilicon layer. In *Proc. MEMS 99*, pages 57–60, Orlando, FL, USA, January 1999. IEEE. ISBN 0–7803–5194–0.
- [33] L.D. Gabbay and S.D. Senturia. Automatic generation of dynamic macro-models

- using quasi-static simulations in combination with modal analysis. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 197–200, Hilton Head Island, SC, USA, June 1998. Tranducer Res. Found.
- [34] T. B. Gabrielson. Mechanical-thermal noise in micromachined acoustic and vibration sensors. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 40(5):903–909, May 1993.
- [35] A. Garcia-Valenzuela and M. Tabib-Azar. Comparative study of piezoelectric, piezoresistive, electrostatic, magnetic, and optical sensors. In *Proc. of the SPIE*, volume 2291, pages 125–142, San Diego, CA, USA, July 1994. SPIE.
- [36] W. Geiger, B. Folkmer, J. Merz, H. Sandmaier, and W. Lang. A new silicon rate gyroscope. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A73(1-2):45–51, 1999.
- [37] Herbert Goldstein. *Klassische Mechanik*. Aula Verlag, 11 edition, 1991. 3-89104–514–X.
- [38] P. R. Gray and R. G. Meyer. *Analysis and Design of Analog integrated Circuits*. John Wiley & Sons, Inc., 3 edition, 1993. ISBN 0–471–57495–3.
- [39] G. Greitmann, R.A. Buser, J. ed. Tani, and M. Esashi. A micromachined gripper with force feedback. In *Proc. of the Int. Symposium on Microsystems, Intelligent Materials and Robots*, pages 75–78, Sendai, Japan, September 1996.
- [40] H. Guckel and D.W. Burns. A technology for integrated transducers. In *Proc. Transducers '85*, pages 90–92, Philadelphia, PA, USA, 1985.
- [41] Ardalan S. H. and J. J. Paulos. An analysis of nonlinear behavior in Delta-Sigma modulators. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, CAS-34(6):593–603, June 1987.
- [42] G. Hagleitner, D. Lange, O. Brand, A. Hierlemann, and H. Baltes. A single-chip CMOS resonant beam gas sensor. In *Digest of Tech. Papers ISSCC*, pages 246–247, San Francisco, CA, USA, February 2001. IEEE. ISBN 0–7803–6608–5.
- [43] B.J. Hamrock. *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*. McGraw-Hill Inc., 1994.
- [44] M. Handtmann, R. Aigner, F. Plotz, and G. Wachutka. Macromodel for micromechanical, multi-electrode structures in force feedback control systems. In *Proc. SISPAD '99*, pages 183–186, Kyoto, Japan, September 1999. ISBN 4–930813–98–0.
- [45] H.G. He, K.S. Chen, S.S. Tan, and W.Y. Wang. Electrical levitation for micromotors and microaccelerometers. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '95 / Eurosensors IX*, volume 1, pages 442–445, Stockholm, Sweden, June 1995. ISBN 91–630–3473–5.

-
- [46] W. Henrion, M. DiSanza, L. ans Ip, S. Terry, and H. Jerman. Wide dynamic range direct accelerometer. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 153–157, Hilton Head Island, SC, USA, June 1990. ISBN 0–7803–0456–X.
- [47] C. Hierold. Intelligent CMOS sensors. In *Proc. MEMS 2000*, pages 1–6, Miyazaki, Japan, January 2000. ISBN 0–7803–5273–4.
- [48] C. Hierold, B. Clasbrumme, D. Behrend, T. Scheiter, M. Steger, K. Oppermann, H. Kapels, E. Landgraf, D. Wenzel, and D. Etuodt. Implantable low power integrated pressure sensor system for minimal invasive telemetric patient monitoring. In *Proc. MEMS 98*, pages 568–573, Heidelberg, Germany, January 1998. IEEE. ISBN 0–7803–4412–X.
- [49] C. Hierold, A. Hildebrandt, U. Naeher, T. Scheiter, B. Mensching, M. Steger, and R. Tielert. A pure CMOS surface-micromachined integrated accelerometer. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A57(2):111–116, 1996.
- [50] E. S. Hung and S. D. Senturia. Generating efficient dynamical models for microelectromechanical systems from a few finite-element simulation runs. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 8(3):280–289, September 1999.
- [51] E.S. Hung, Y.-J. Yang, and S.D. Senturia. Low-order models for fast dynamical simulation of MEMS microstructures. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '97*, volume 2, pages 1101–1104, Chicago, IL, USA, June 1997. ISBN 0–7803–3829–4.
- [52] J.U. Jeon, S.J. Woo, and T. Higuchi. Variable-capacitance motors with electrostatic suspension. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A75(3):289–397, 1999.
- [53] Seeger J.I. and Crary S.B. Stabilization of electrostatically actuated mechanical devices. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '97*, volume 2, pages 1133–1136, Chicago, IL, USA, June 1997. ISBN 0–7803–3829–4.
- [54] Xuesong Jiang, J.I. Seeger, M. Kraft, and B.E. Boser. A monolithic surface micro-machined z-axis gyroscope with digital output. In *Digest of Technical Papers ISSCC*, pages 16–19, Honolulu, HI, USA, June 2000. ISBN 0–7803–6309–4.
- [55] J. Jin and T. Higuchi. Direct electrostatic levitation and propulsion. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(2):234–239, April 1997.
- [56] T. Juneau and A.P. Pisano. Micromachined dual input axis angular rate sensor. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 299–302, Hilton Head Island, SC, USA, June 1996. Tranducer Res. Found. ISBN 0–9640024–1–8.
- [57] A. Kjensmo, A. Hanneborg, J. Gakkestad, and H. von der Lippe. A CMOS front-

- end circuit for a capacitive pressure sensor. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A21(1–3):102–107, 1990.
- [58] Bernd Klein. *FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Elemente-Methode*. Vieweg, 1990. 3–528–05125–6.
- [59] S. Kobayashi, K. Ohwada, T. Hara, T. Oguchi, Y. Asaji, and K. Yaji. Double-frame silicon gyroscope packaged under low pressure by wafer bonding. *Transactions of the Institute of Electrical Engineers of Japan*, 120–E(3):111–115, 2000.
- [60] G.T.A. Kovacs. *Micromachined Transducers Sourcebook*. WCB/McGraw-Hill, New York, USA, 1 edition, 1998. ISBN 0–07–290722–3.
- [61] M. Kraft. *Closed Loop Digital Accelerometer Employing Oversampling Conversion*. PhD thesis, Coventry University, School of Engineering, Coventry, UK, June 1997.
- [62] M. Kraft and A. Evans. System level simulation of an electrostatically levitated disk. In *Proc. MSM '2000*, pages 130–133, San Diego, CA, USA, March 2000.
- [63] M. Kraft, C. Lewis, T. Hesketh, and S. Szymkowiak. A novel micromachined accelerometer capacitive interface. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A68(1–3):446–473, 1998.
- [64] H. Kronmüller. *Methoden der Messtechnik. Eine Systemtheorie fuer Messtechniker*. Schnäcker-Verlag, Karlsruhe, Germany, 1979. ISBN 3–922200–50–8.
- [65] S. Kumar, D. Cho, and W. N. Carr. A proposal for electrically levitating micromotors. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A24(2):141–149, 1990.
- [66] S. Kumar, D. Cho, and W.N. Carr. Experimental study of electric suspension for microbearings. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 1(1):23–30, March 1992.
- [67] W.E Langlois. Isothermal squeeze films. *Quart. Appl. Maths.*, XX(2):131–150, 1962.
- [68] M. Lemkin and B.E. Boser. A three-axis micromachined accelerometer with a CMOS position-sense interface and digital offset-trim electronics. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 34(4):456–468, 1999.
- [69] M. A. Lemkin. *Micro Accelerometer Design with Digital Feedback Control*. PhD thesis, University of California, Berkeley, USA, 1997.
- [70] M.A. Lemkin, B.E. Boser, and D.M. Auslander. A fully differential lateral $\Sigma\Delta$ accelerometer with drift cancellation circuitry. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 90–93, Hilton Head Island, SC, USA, June 1996. Tranducer Res. Found. ISBN 0–9640024–1–8.

-
- [71] M.A. Lemkin, B.E. Boser, D.M. Auslander, and J.H. Smith. A 3-axis force balanced accelerometer using a single proof-mass. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '97*, volume 2, pages 1185–1188, Chicago, IL, USA, June 1997. ISBN 0-7803-3829-4.
- [72] G. Lorenz. *Netzwerksimulation mikromechanischer Systeme*. PhD thesis, Chemnitz University of Technology, Germany, 1999.
- [73] M. Lutz, W. Golderer, J. Gerstenmeier, J. Marek, B. Maihofer, S. Mahler, H. Munzel, and U. Bischof. A precision yaw rate sensor in silicon micromachining. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '97*, volume 2, pages 847–850, Chicago, IL, USA, June 1997.
- [74] M. Maute, S. Raible, F.E. Prins, D.P. Kern, H. Ulmer, U. Weimar, and W. Gopel. A new silicon rate gyroscope. *Sensors and Actuators, B, Chemical*, B58(1-3):505–511, 1999.
- [75] A. Meckes, R. Aigner, G. Dorfinger, and G. Wachutka. Capacitive silicon microsensor for force and torque measurement. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '01/Euro-sensors XV*, pages 498–501, Munich, Germany, June 2001. ISBN 3-540-42150-5.
- [76] R. Nadal, R. Aigner, W. Nessler, M. Handtmann, and Castañer L.M. Control of torsional electrostatic actuators by current driving. In *3rd ASDAM Conference*, Smolenice Castle, Slovenia, October 2000.
- [77] R. Nadal, A. Dehé, R. Aigner, and Castañer L.M. Current drive methods to extend the range of travel of electrostatic microactuators beyond the voltage pull-in point. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 11(3):255–263, June 2002.
- [78] R.D. Nasby, J.J. Sniegowski, J.H. Smith, S. Montague, C.C. Barron, and P.J. Eaton, W.P. and McWhorter. Application of chemical-mechanical polishing to planarization of surface-micromachined devices. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 48–53, Hilton Head Island, SC, USA, June 1996. Transducer Res. Found. ISBN 0-9640024-1-8.
- [79] S. R. Norsworthy, R. Schreier, and G. C. Temes. *Delta-Sigma data converters: theory, design, and simulation*. IEEE Press, 1996. ISBN 0-7803-1045-4.
- [80] E Oja. *Subspace Methods of Pattern Recognition*. Research Studies Press Ltd., 1983. ISBN 0-86380-010-6.
- [81] T. Petzsche. Entwicklung eines mikromechanischen Servo-Beschleunigungsaufnehmers. In *Proc. SENSOR '97*, pages 55–60, Nürnberg, Germany, May 1997.
- [82] J. G. Proakis. *Digital Communications*, chapter 2.1.4, pages 37–52. 2. McGraw-Hill, 3 edition, 1995.

- [83] M.W. Putty and K. Najafi. A heuristic approach to the electromechanical modeling of MEMS beams. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 213–220, Hilton Head Island, SC, USA, June 1994. Transducer Res. Found. ISBN 0–9640024–0–X.
- [84] B. Razavi. *Principles of Data Conversion System Design*. IEEE Press, New York, 1995. ISBN 0–7803–1093–4.
- [85] L.J. Ristic, R. Gutteridge, B. Dunn, D. Mietus, and P. Bennett. Surface micromachined polysilicon accelerometer. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 118–121, Hilton Head Island, SC, USA, June 1992. ISBN 0–7803–0456–X.
- [86] C.S. Sander, J.W. Knutti, and Meindl J.D. A monolithic capacitive pressure sensor with pulse period output. *IEEE Trans. Electron Devices*, 27, 1980.
- [87] T. Scheiter. *Integration mikromechanischer Sensoren in einer CMOS/BICMOS - Prozeßumgebung*. PhD thesis, Technische Universität München, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, January 1996.
- [88] T. Scheiter, H. Kapels, K.-G. Oppermann, M. Steger, C. Hierold, W.M. Werner, and H.-J. Timme. Full integration of a pressure-sensor system into a standard BiCMOS process. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A67(1–3):211–214, 1998.
- [89] F.V. Schnatz, U. Schoneberg, W. Brockherde, P. Kopystynski, T. Mehlhorn, E. Obermeier, and H. Benzel. Smart CMOS capacitive pressure transducer with on-chip calibration capability. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A34(1):77–83, 1992.
- [90] G. Schröpfer and Michel de Labachellerie. Comparison between an optical and a capacitive transducer for a novel multi-axial bulk-micromachined accelerometer. In *Proc. of SPIE, Micromachined Devices and Components IV*, volume 3514, pages 199–209, September 1998.
- [91] J.I. Seeger and B.E. Boser. Dynamics and control of parallel-plate-actuators beyond the electrostatic instability. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '99*, volume 1, pages 474–477, Sendai, Japan, June 1999.
- [92] J.I. Seeger, Xuesong Jiang, M. Kraft, and B.E. Boser. Sense finger dynamics in a Sigma Delta force-feedback gyroscope. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 296–299, Hilton Head Island, SC, USA, June 2000. Transducer Res. Found. ISBN 0–9640024–3–4.
- [93] C. Shearwood, K.Y. Ho, and H.Q. Gong. Testing of a micro-rotating gyroscope. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '99*, volume 2, pages 984–987, Sendai, Japan, June 1999.

-
- [94] S.J. Sherman, W.K. Tsang, T.A. Core, and R.S. Payne. A low cost monolithic accelerometer; product/technology update. In *Proc. IEDM 1992*, pages 501–504, San Francisco, CA, USA, December 1992.
- [95] T. Smith, O. Nys, M. Chevroulet, Y. DeCoulon, and M. Degrauwe. A 15 b electromechanical Sigma-Delta converter for acceleration measurements with digital output. In *Digest of Technical Papers ISSCC*, pages 160–161, San Francisco, CA, USA, February 1995. 0–7803–1844–7.
- [96] E. Stemme and G. Stemme. A balanced resonant pressure sensor. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A21(1–3):336–341, 1990.
- [97] E. Stemme and G. Stemme. A resonant pressure sensor based on a squeezed film of gas. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A36(3):219–226, 1993.
- [98] B. Sulouff and H. Geitner. Advanced micromachined sensors. *mst news, international newsletter on microsystems and MEMS*, (1/01):34, February 2001.
- [99] N.R. Swart, S.F. Bart, M.H. Zaman, M. Mariappan, J.R. Gilbert, and D. Murphy. AutoMM: automatic generation of dynamic macromodels for MEMS devices. In *Proc. MEMS 98*, pages 178–183, Heidelberg, Germany, January 1998. IEEE. ISBN 0–7803–4412–X.
- [100] U. Tietze and Ch. Schenk. *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Springer, 12 edition, 2002. ISBN 3–540–42849–6.
- [101] H.-J. Timme, D. Draxelmayr, C. Hierold, S. Kolb, D. Maier-Schneider, E. Pettenpaul, T. Scheiter, M. Steger, and W.M. Werner. Monolithic pressure sensor microsystems. In *Proc. Sensor 1997*, volume 1, pages 65–70, Nürnberg, Germany, May 1997.
- [102] R. Torti, V. Gondhalekar, H. Tran, B. Selfors, S. Bart, and B. Maxwell. Electrostatically suspended and sensed micro-mechanical rate gyroscope. In *Proc. of the SPIE*, volume 2220, pages 27–36, 1994. ISBN 0–7803–3829–4.
- [103] R. P. van Kampen, M. J. Vellekoop, P. M. Sarro, and R. F. Wolffenbuttel. Application of electrostatic feedback to critical damping of an integrated silicon capacitive accelerometer. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A43(1–3):100–106, 1994.
- [104] J.E. Vandemeer, M. S. Kranz, and G. K Fedder. Hierarchical representation and simulation of micromachined inertial sensors. In *Proc. MSM '98*, pages 540–545, Santa Clara, CA, USA, April 1998. 0-9666135-0-3.
- [105] T. Veijola, H. Kuisma, J. Lahdenpera, and T. Ryhanen. Equivalent-circuit model of the squeezed gas film in a silicon accelerometer. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A48(3):239–248, 1995.

- [106] G. Wachutka. Tailored modeling: a way to the "virtual microtransducer fab"? *Sensors and Actuators A (Physical)*, A47(1-3):603-612, 1995.
- [107] G. Wachutka. The art of modeling coupled-field effects in microdevices and microsystems. In *Proc. MSM '99*, pages 19-21, San Juan, Puerto Rico, April 1998. Computational Publications. ISBN 0-9666135-4-6.
- [108] C.J. Welham, J.W. Gardner, and J.; Greenwood. A laterally driven micromachined resonant pressure sensor. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A52(1-3):86-91, 1996.
- [109] B. Wenk, J. Ramos-Martos, M. Fehrenbach, P. Lange, M. Offenbergh, and W. Riethmuller. Surface micromachined accelerometer with increased working capacitance and force feedback operation. In *Proc. ESSDERC '95*, pages 343-346, Gif sur Yvette, France, September 1995. ISBN 2-86332-182-X.
- [110] C.B. Williams, C. Shearwood, P.H. Mellor, and R.B. Yates. Modelling and testing of a frictionless levitated micromotor. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A61(1-3):469-473, 1997.
- [111] S.J. Woo, T. Jeon, J.U. Higuchi, and J. Jin. Electrostatic force analysis of electrostatic levitation system. In *SICE '95. Proceedings of the 34th SICE Annual Conference*, pages 1347-1352, 1995. 0-7803-2781-0.
- [112] S. Wuestling, O. Fromhein, H. Gemmeke, M. Tschuch, and O. Wollersheim. Planar-assembly triaxial microaccelerometer with electromechanical Sigma-Delta ADCs. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A61(1-3):436-440, 1997.
- [113] Y.-J. Yang, M.-A. Gretillat, and S.D. Senturia. Effect of air damping on the dynamics of nonuniform deformations of microstructures. In *Digest of Tech. Papers, Transducers '97*, volume 2, pages 867-870, Chicago, IL, USA, June 1997. ISBN 0-7803-3829-4.
- [114] W. C. Young. *Roark's formulas for stress and strain*. McGraw-Hill, 1989. ISBN 0-07-072541-1.
- [115] W. Yun, R.T. Howe, and P.R. Gray. Surface micromachined, digitally force-balanced accelerometer with integrated CMOS detection circuitry. In *Technical Digest. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pages 126-131, Hilton Head Island, SC, USA, June 1992. ISBN 0-7803-0456-X.
- [116] L. Zimmermann, J.P. Ebersohl, F. Le Hung, J.P. Berry, F. Baillieu, P. Rey, B. Diem, S. Renard, and P. Caillat. Airbag application: a microsystem including a silicon capacitive accelerometer, CMOS switched capacitor electronics and true self-test capability. *Sensors and Actuators A (Physical)*, A46(1-3):190-195, 1995.