

**Feldmodellierung von verteilten  
Mehrtorschaltungen und systematische  
Extraktion von Ersatzschaltungen aus  
konzentrierten Elementen**

Tobias Mangold



Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik der Technischen Universität München

**Feldmodellierung von verteilten Mehrtorschaltungen und  
systematische Extraktion von Ersatzschaltungen aus  
konzentrierten Elementen**

Tobias Mangold

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs  
genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Professor Dr.techn. J.A. Nossek  
Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Professor Dr.techn. P. Russer  
2. Univ.-Professor Dr. W.J. Hoefler,  
University of Victoria, Canada

Die Dissertation wurde am 21.11.2000 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 7.8.2001 angenommen.



## Abstract in Deutsch

**D**IE vorliegende Arbeit stellt ein Verfahren zur automatischen Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder von verteilten Mehrtorschaltungen auf Grundlage der Vollwellenanalyse im Zeitbereich vor, wofür die Transmission Line Matrix (TLM)-Methode verwendet wird. Es kann auf die Klasse der passiven linear reziproken Mehrtorschaltungen angewendet werden und extrahiert sowohl Netzwerktopologie als auch Parameterwerte der Ersatzschaltung. Die verwendete Variante der TLM-Methode mit symmetrisch kondensierten Knoten wird inklusive neuartiger Erweiterungen, wie der Modellierung frequenzabhängiger Materialverluste über erweiterte Sticheleitungsnetzwerke oder einer verbesserten Anregung leitungsgebundener Wellen, vorgestellt. Desweiteren wird auf Strategien zur Codeoptimierung und Parallelisierung von TLM-Programmen eingegangen. Schaltungsbeispiele aus dem Bereich der Multichip-Modul Aufbautechnik demonstrieren Anwendbarkeit und Genauigkeit der Feldmodellierung und der darauf aufbauenden Ersatzschaltbildgenerierung.

## Abstract in English

**T**HIS work presents a general method for the automated generation of lumped element equivalent circuits for distributed multiport circuits based on a field theoretical analysis of the circuits with the time domain Transmission Line Matrix (TLM) method. It is applicable to the class of linear passive reciprocal multiport circuits and produces topology as well as parameters of the extracted model. The applied time domain TLM scheme with symmetrical condensed nodes is presented comprising newly developed extensions of the method like the modelling frequency dependent material losses by an extended stub network or an improved excitation of guided waves. General strategies for code optimization and parallization of TLM program code are subject of this work, too. Circuit examples from the area of multichip module integration technology demonstrate the applicability and accuracy of the field modelling and the following extraction of lumped element equivalent circuits.



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik der Technischen Universität München im Rahmen des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung geförderten Forschungsprojekts "Optimierte Integration für Hochfrequenzsysteme".

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit ergreifen, meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. techn. Peter Russer für die grundlegende Themenstellung, hilfreichen Anregungen und nicht zuletzt Möglichkeiten und Freiheiten zu danken, die er mir bei der Erstellung der Arbeit und meiner Zeit am Lehrstuhl zukommen hat lassen. Mein Dank gilt auch allen derzeitigen und früheren Mitarbeitern sowie Diplomanden am Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik, die mich in den verschiedensten Belangen unterstützt und zum angenehmen Arbeitsklima beigetragen haben.

Besonders bedanken möchte ich mich bei meinen Eltern, deren uneingeschränkte Unterstützung über all die Jahre sicherlich den Grundstein für diese Arbeit gelegt hat. Nicht zu vergessen sind meine Freunde und Bekannten, die direkt oder indirekt, wissentlich oder unwissentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. All ihnen gilt mein herzlichster Dank.

Weilheim, Oktober 2001



# Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1. Einleitung	1
1. Stand der Forschung	2
2. Ziele der Arbeit	3
Kapitel 2. Systematische Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder für verteilte Mehrtorschaltungen	5
1. Netzwerktheoretische Grundlagen	5
1.1. Endlicher Gültigkeitsbereich	6
1.2. Netzwerksynthese	6
2. Approximation linear reziproker Mehrtores mit schwachen Verlusten	11
2.1. Eingeschränkter Parameterraum strikt passiver Mehrtores	14
3. Verfahren zur Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder	15
3.1. Eingangsdaten	16
3.2. Prinzip	19
3.3. Numerische Laplacetransformation	19
3.4. Extraktion der Polstellen	21
3.5. Bestimmung der Polstellenamplituden	34
3.6. Konstruktion des Netzwerkersatzschaltbildes	42
4. Einfluß der Fehlerfunktion	42
Kapitel 3. Die Transmission Line Matrix (TLM)-Methode	47
1. Grundlagen	47
1.1. Entstehung der TLM-Methode	48
1.2. Der symmetrisch kondensierte (SCN) TLM-Knoten	51
1.3. Abbildungen zwischen Netzwerk- und Feldgrößen	59
1.4. Darstellung des Streualgorithmus über totale Knotengrößen	63
1.5. Randbedingungen	69
1.6. Reflexionsfrei absorbierende Randschichten	71
1.7. Anregung	73
2. Nichtausbreitungsfähige Artefakte	76
3. Modellierung dispersiver Materialeigenschaften anhand erweiterter Stichleitungsnetzwerke	79
3.1. Berechnung der Netzwerkparameter	83

3.2. Darstellung als erweiterte Streumatrix	84
3.3. Darstellung über totale Knotengrößen	89
3.4. Abbildung zwischen Feld- und Netzwerkgrößen	92
3.5. Modellverifikation	93
4. Codeoptimierung	97
4.1. Vergleichskenngößen	97
4.2. Optimierungsstrategien	98
5. Parallelisierung und verteiltes Rechnen	105
5.1. Direkte Implementierung mit instantaner Kommunikation	106
5.2. Einfluß der Gleitkommaarithmetik	109
5.3. Mehrstufiges Kommunikationsschema	111
Kapitel 4. Modellierungsbeispiele	117
1. Multichip-Modul Mehrlagenaufbau	117
2. Verifikation an Literaturbeispiel	119
3. Passive Schaltungselemente	122
3.1. Analytische Fortsetzung von Zeitsignalen	122
3.2. Interdigitalkondensatoren	123
3.3. Balun-Transformator	128
4. Leitungskreuzung	130
5. Chipkontaktierung	133
5.1. Koplanarer Einzelkontakt in "Chip-Last"-Technologie	133
5.2. Verkoppelte Kontaktierungen	135
6. Wilkinson-Leistungsteiler	140
Kapitel 5. Zusammenfassung	145
Literaturverzeichnis	149
Anhang A. Realisierung idealer Übertrager in Netzwerkanalyseprogrammen	155

## Einleitung

MIT der immer weiter steigenden Leistungsfähigkeit moderner Arbeitsplatzcomputer und der Verfügbarkeit enormer Rechenleistung für jedermann hat sich in den letzten Jahren das Entwicklungsumfeld im Hochfrequenzbereich stetig gewandelt. Während der computergestützte Schaltungsentwurf auf Netzwerkebene anhand entsprechender Modellbibliotheken schon seit vielen Jahren zum Standardwerkzeug gehört, machen die Fortschritte in der Rechner-technik nun auch dreidimensionale Vollwellenanalysen auf kostengünstigen Einzelplatzrechnern wie Desktop-Workstations oder gar PC-Systemen möglich. Auch die inzwischen vorliegende Vielfalt an kommerziellen Softwarepaketen zur elektromagnetischen Feldmodellierung beliebiger passiver Strukturen spiegelt diesen Trend wieder. Komfortabel zu bedienende Entwicklungssysteme machen Vollwellenanalysen auch feldtheoretisch nicht so versierten Ingenieuren zugänglich und setzen kein ausgesprochenes Expertenwissen mehr voraus. Obwohl die Grenze des technisch Machbaren in der numerischen Feldmodellierung kontinuierlich ansteigt und mittlerweile Simulationen mit mehr als einer Milliarde Raumzellen durchgeführt worden sind (Andersson & Ledfelt 1999), ist man von einer vollständig feldbasierten Berechnung komplexer Schaltungen noch weit entfernt. Sonderfälle können zwar bereits heute problemlos geschlossen über Feldsimulationen berechnet werden, in der Regel ist aber eine angepaßte Partitionierung der Probleme möglich und aus verschiedensten Gründen vorzuziehen. Werden Schaltungsteile ohne parasitäre elektromagnetische Verkopplung einzeln für sich betrachtet und über geeignete Schnittstellen miteinander verbunden, wie dies etwa durch die Tore von Netzwerkmodellen gegeben ist, können die Teilschaltungen mit minimalem Aufwand variiert und in der Gesamtschaltung nach Belieben kombiniert werden. Neben Fragen der Effizienz wird die getrennte Berechnung einzelner Schaltungsteile jedoch meist von begrenzten Ressourcen erzwungen. Im Gegensatz zum rein netzwerk-basierten Schaltungsentwurf, bei welchem fast ausschließlich Schaltungskomponenten mit bereits verfügbaren Modellen verwendet werden, wächst derzeit der Bedarf an Möglichkeiten zur Integration individueller Komponenten, welche zuvor über eine Vollwellenanalyse charakterisiert worden sind (Shattuck 2000). Mit ausschlaggebend für diesen Trend in der Schaltungsentwicklung ist die gewaltige Nachfrage an kostengünstigen Millimeterwellenkomponenten aus rasch wachsenden Marktsegmenten

wie der Mobilkommunikation. Während bei kleinen Stückzahlen eine suboptimale Flächenausnutzung integrierter oder gedruckter Schaltungen zu Gunsten geringer Entwicklungskosten ökonomisch sinnvoll ist, verlangt die Kostenreduktion bei Produkten mit hohen Stückzahlen einen Grad an Flächenoptimierung und Packdichte, wie er nur unter Berücksichtigung elektromagnetischer Verkopplungen erreicht werden kann. Obwohl hohe Packdichten bei gleichzeitig verkürzten Verbindungsleitungen auch Vorteile in den elektrischen Eigenschaften bringen, führen die sinkenden Abstände zwischen den einzelnen Schaltungskomponenten zu einem Anwachsen der elektromagnetischen Verkopplung untereinander. Probleme wie Signalintegrität, Signalverzerrungen und lokales Übersprechen gewinnen immer mehr an Bedeutung. Der kontinuierliche Anstieg von Arbeitsfrequenzen und Taktraten digitaler Signale verstärkt diese parasitären Effekte noch weiter. Eine klare funktionale Trennung der unterschiedlichen Schaltungsteile ist oft nicht mehr möglich. Das Verhalten des Gesamtsystems kann nur noch über eine Feldmodellierung dieser kritischen Teilbereiche vorhergesagt werden.

Doch selbst unter der Annahme ausreichender Rechenleistung, so daß eine Feldmodellierung beliebig komplexer Schaltung möglich wäre, bleibt die Notwendigkeit der Kombination von elektromagnetischer Vollwellenanalyse und Netzwerkanalyse bestehen. Denn abgesehen von Spezialanwendungen werden aktive Komponenten wie Transistoren oder Dioden immer so ausgelegt sein, daß deren aktive Zone deutlich kleiner ist als die Wellenlänge der vorliegenden Signale. Folglich werden sie in der Regel als konzentrierte Bauelemente behandelt und über entsprechende Netzwerkmodelle aus konzentrierten Schaltungselementen beschrieben. Derart kleine Details in einer Feldmodellierung geometrisch aufzulösen wäre vollkommen überflüssig und würde den Rechenaufwand unnötig um Größenordnungen ansteigen lassen. Eine hybride Form des Schaltungsentwurfs, bei dem Netzwerk- und Vollwellenanalyse gleichzeitig zum Einsatz kommen, wird daher an Bedeutung gewinnen.

## 1. Stand der Forschung

Um dieses Ziel zu erreichen, wurden bisher zwei prinzipiell unterschiedliche Vorgehensweisen verfolgt. Eine der Möglichkeiten besteht darin, konzentrierte Netzwerkelemente direkt in die Vollwellenanalyse zu integrieren (Cascio et al. 1997, May et al. 92, Guilloird et al. 1996). Aus Sicht der Effizienz ist es jedoch meist vorteilhafter die Feldmodellierung linearer verteilter Schaltungsteile von der Netzwerkanalyse konzentrierter nicht-linearer Teilbereiche zu trennen. Die Ergebnisse der beiden Teilberechnungen können anschließend zusammengeführt werden (Russer, Isele, Sobhy & Hosny 1994). Das wohl bekannteste Verfahren, welches dieses Konzept verfolgt, ist die Ersetzung verteilter linearer Schaltungsbereiche durch äquivalente Ersatzschaltbilder aus konzentrierten Elementen. Gegenüber Ansätzen mit allgemeinen Systemmodellen (Sobhy et al. 1993) oder "Look-up Table" frequenzabhängiger Streuparameter besitzen Netzwerkersatzschaltbilder den Vorteil, daß sie sehr kompakt sind, in gängige Netzwerksimulatoren eingesetzt werden können und grundlegende Schaltungseigenschaften wie Reziprozität, Passivität und Stabilität exakt wiedergegeben. Desweiteren ist eine Anwendung sowohl im Frequenz- als auch Zeitbereich möglich.

Die Schwierigkeit der Umsetzung dieses Konzeptes liegt in der Bestimmung individueller Netzwerkersatzschaltbilder für beliebige Strukturen. Denn fast alle bekannten Verfahren zur Generierung von Netzwerkersatzschaltbildern verfolgen einen sehr empirischen und problemangepaßten Ansatz, der viel Expertenwissen verlangt und schwer automatisierbar ist. Gemeinsames Merkmal dieser Methoden ist die Vorgabe der Netzwerktopologie, welche aus dem Wissen über internen Aufbau oder dem Verständnis physikalischer Vorgänge einer Struktur konstruiert werden kann. So wurden beispielsweise für die Klasse der Verbindungselemente mit räumlich deutlich separierten Störstellen eine Reihe von meßtechnisch basierten Zeitbereichsverfahren entwickelt, welche auf Grundlage der Kausalität realer Schaltungen die gesuchte Netzwerktopologie sukzessive ermitteln (Sercu & Martens 1997, Hayden & Tripathi 1994). Bei relativ einfachen Frequenzcharakteristiken ist auch ein direkter Vergleich der nachzubildenden Schaltungseigenschaften mit einem Katalog aus potentiellen Netzwerktopologien möglich, was von einigen CAD-Systemen in Form von typischen  $\pi$ - oder T-Zweitoren bereits angeboten wird. Nachdem sich der Anwender für eine Netzwerktopologie entschieden hat, werden die Parameterwerte der enthaltenen Elemente über eine Ausgleichsrechnung bestimmt. Empirische Ansätze liefern in der Regel sehr kompakte Ersatzschaltbilder. Die zum Teil vorliegenden physikalisch basierten Zusammenhänge zwischen Netzwerkelement und Geometriemerkmal erlauben eine Parametrisierung des Modells. Der große Nachteil liegt jedoch in der notwendigen Kompetenz des Anwenders und der unsicheren Konvergenz für komplexe Mehrtorschaltungen mit großen Torzahlen und nicht-monotonen Schaltungseigenschaften.

Das Problem einer systematischen und automatisierbaren Ersatzschaltbildgenerierung für allgemeine Mehrtorstrukturen wird in der Literatur bisher nur von wenigen Arbeiten behandelt. Verfahren basierend auf Methoden der Systemidentifikation haben den Nachteil, daß die angesetzten Systemmodelle, welche über ein Konstrukt aus Zustandsspeicher (z.B. Kapazitäten) und linear abhängige Quellen in Netzwerksimulatoren implementiert werden, grundlegende Schaltungseigenschaften wie Passivität nicht implizit garantieren können (Corey & Yang 1997). Erst nach der Extraktion eines Netzwerkmodells kann dessen Tauglichkeit verifiziert werden, was bei gestörten Eingangsdaten zwangsweise zu unbrauchbaren Ersatzschaltbildern führt. Unter der Vorgabe zwingend erforderlicher Eigenschaften wie Passivität an das zu generierende Ersatzschaltbild ist die Konvergenz dieser Verfahren nicht gewährleistet.

Die systematische Extraktion von Ersatzschaltbildern verteilter Schaltungen ohne Konvergenzprobleme und gleichzeitiger Kontrolle aller relevanten Netzwerkeigenschaften wurde von Russer, Righi, Eswarappa & Hoefler (1994) angegeben. Das darin vorgestellte Verfahren ist allerdings auf verlustlose linear reziproke Mehrtores beschränkt.

## 2. Ziele der Arbeit

Aufbauend auf dem von Russer, Righi, Eswarappa & Hoefler (1994) vorgestellten Verfahren sollte im Rahmen dieser Arbeit ein Algorithmus entwickelt werden, welcher auf die Klasse der passiven linear reziproken Mehrtorschaltungen angewendet werden kann.

Ziel der Arbeit ist die automatische Generierung breitbandiger äquivalenter Netzwerkmodelle für verteilte Mehrpole mit beliebig komplexen Frequenzcharakteristiken. Die Ersatzschaltbildgenerierung soll insoweit automatisch ablaufen, als daß vom Anwender lediglich der gewünschte Gültigkeitsbereich und die Approximationsgenauigkeit vorgegeben werden braucht. Sowohl Netzwerktopologie als auch Parameterwerte der enthaltenen Elemente sind vom Extraktionsverfahren selbständig zu ermitteln.

Als Grundlage der Ersatzschaltbildgenerierung dient die Vollwellenanalyse der verteilten Schaltung. Hinsichtlich der notwendigen Breitbandigkeit der Eingangsdaten und den Eigenschaften des entwickelten Extraktionsverfahrens wird hierzu ein Zeitbereichsverfahren verwendet. Die dreidimensionale Feldmodellierung verteilter Schaltungen mit der Transmission Line Matrix (TLM)-Methode bildet deshalb einen zweiten Schwerpunkt dieser Arbeit. Das Augenmerk liegt hierbei auf der Anwendung dieses numerischen Verfahrens und einer Steigerung der global erzielbaren Leistungsfähigkeit. Neben einer einheitlichen Darstellung der theoretischen Grundlagen inklusive aller angewandten Erweiterungen, stehen auch sekundäre Fragestellungen wie Feldanregung, reflexionsfreier Abschluß offener Strukturen, Extraktion von Schaltungsparametern und Schaltungsanalyse über Feldvisualisierung im Vordergrund. Im Zusammenhang mit einer Steigerung der handhabbaren Problemgröße soll auf implementierungsspezifische Aspekte wie Programmoptimierung ebenso eingegangen werden wie auf Möglichkeiten der Leistungssteigerung durch Parallelisierung und verteiltes Rechnen. Da als Beispielstrukturen vorwiegend passive Verbindungselemente einer neuartigen Multichip-Modul Aufbautechnik verwendet werden, welche Materialien wie Polymere und Epoxykleber enthalten, ist die Erweiterung der Transmission Line Matrix-Methode bezüglich einer Modellierung frequenzabhängiger dielektrischer Materialverluste ebenfalls Gegenstand dieser Arbeit.

In Kapitel 2 wird zu Beginn der Arbeit ein systematisches Verfahren zur Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder für verteilte Mehrpole vorgestellt. Das folgende Kapitel 3 beschäftigt sich mit der dreidimensionalen Feldmodellierung im Zeitbereich mit der TLM-Methode. Anhand aussagekräftiger Beispielstrukturen wird im Kapitel 4 der vollständige Modellierungszyklus von Feldmodellierung, über Extraktion der Schaltungsparameter, bis hin zur Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder und deren Verifikation demonstriert. Abschließend wird in Kapitel 5 eine Zusammenfassung gegeben.

# Systematische Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder für verteilte Mehrtorschaltungen

Im folgenden soll nun ein Verfahren vorgestellt werden, welches eine systematische Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder für verteilte Mehrtorschaltungen erlaubt (Mangold & Russer 1999b). Nach der Festlegung eines endlichen Frequenzintervalls als Gültigkeitsbereich des zu generierenden Modells, kann das Verfahren für beliebige linear reziproke Mehrtorschaltungen mit schwachen Verlusten angewandt werden. Es ist in der Lage, sowohl Netzwerktopologie als auch Parameter eines äquivalenten Schaltungsmodells aus konzentrierten Elementen aus den Impulsantworten eines Systems zu extrahieren. Nach einer Darstellung der netzwerktheoretischen Grundlagen des Verfahrens, welche auch dessen Anwendbarkeitsbereich definieren, wird der mehrstufige Algorithmus im Detail erläutert. Anschließend werden einige Sonderfälle betrachtet und der Einfluß offener Freiheitsgrade wie Fehlerfunktionen auf das resultierende Ersatzschaltbild diskutiert.

## 1. Netzwerktheoretische Grundlagen

Das vorgestellte Verfahren basiert auf einer kanonischen Zerlegung der Admittanz- oder Impedanzmatrix  $\mathbf{Y}(p)$  bzw.  $\mathbf{Z}(p)$  eines gegebenen verlustlosen Reaktanzmehrtors nach (Belevitch 1968, S. 185). Sind die Polstellen dieser Matrizen und deren zugehörige Residuen bekannt, können diese für verlustlose, linear reziproke Mehrtere in Form einer Foster-Matrix angegeben werden. Für eine Admittanzmatrix  $\mathbf{Y}(p)$  sieht dies folgendermaßen aus:

$$(2.1) \quad \mathbf{Y}(p) = \frac{\mathbf{A}^{(0)}}{p} + \sum_{n=1}^N \frac{p}{p^2 + \omega_n^2} \cdot \mathbf{A}^{(n)} + \mathbf{A}^{(\infty)} p$$

Die zugehörigen Polstellen  $\alpha_n = \pm j\sqrt{\omega_n}$ , welche auch als natürliche Frequenzen eines Systems bezeichnet werden, sind hierbei rein imaginär mit  $\text{Re}\{\alpha_n\} = 0$  und treten in zueinander konjugiert komplexen Paaren auf. Sie stellen die bei verlustlosen Schaltungen ungedämpften Eigenschwingungen des Systems dar. Die Matrizen  $\mathbf{A}^{(0)}$ ,  $\mathbf{A}^{(n)}$  und  $\mathbf{A}^{(\infty)}$  sind reell, symmetrisch und positiv semidefinit. Dies bedeutet, daß alle Eigenwerte  $\lambda_i$  von  $\mathbf{A}^{(n)}$  größer gleich null sind. Der Beweis für die Vollständigkeit dieser Reihenentwicklung kann für 2-Tor-Schaltungen in (Unbehauen 1988) nachgelesen werden und ist direkt auf

Mehrtorschaltungen erweiterbar. Die in Gleichung (2.1) auftretende Summation entspricht für Admittanzmatrizen der Parallelschaltung und für Impedanzmatrizen der Serienschaltung von einzelnen Teilschaltungen, die jeweils nur mit einer Polstelle  $\alpha_n$  verbunden sind. Da die Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  nur symmetrisch positiv semidefinit zu sein brauchen, ist in dieser Darstellung bereits der Sonderfall nur mit einem Schaltungstor verkoppelter Polstellen enthalten. Dies würde einer Diagonalmatrix mit nur einem einzigen positiven Eintrag entsprechen. Ansonsten sind alle in den Übertragungsfunktionen  $a_{ij}|_{i \neq j}$  enthaltenen Polstellen auch in den Selbstadmittanzen bzw. Selbstimpedanzen  $a_{ij}|_{i=j}$  enthalten.

**1.1. Endlicher Gültigkeitsbereich.** Soll diese Reaktanzmehrtormatrix in Foster-Representation zur Beschreibung verteilter Schaltungen angewandt werden, ist eine Einschränkung des Frequenzbereichs mit vorgegebener Approximationsgenauigkeit auf ein endliches Frequenzintervall notwendig. Da verteilte Schaltungen eine unendliche Anzahl an Polstellen aufweisen, würde die Reihenentwicklung aus Gleichung (2.1) ansonsten nicht abbrechen. Auch jede reale Schaltung aus konzentrierten Elementen weist gegen höhere Frequenzen verteilte Schaltungseigenschaften auf, so daß auch für diese Klasse an Schaltungen die Anzahl an Polstellen unbegrenzt ist. In einem begrenzten Frequenzbereich ist es jedoch möglich die Summe in (2.1) nach endlich vielen Gliedern abzubrechen ohne einen vorgegebenen Maximalfehler zu überschreiten. Auf Grund der im Frequenzbereich stark um die jeweiligen Polstellen lokalisierten Summanden tragen an bestimmten Frequenzpunkten nur die jeweils naheliegendsten Polstellen maßgeblich zum Funktionsverlauf bei. Dieser zu spezifizierende Frequenzbereich, welcher im Zusammenhang mit der Generierung von Ersatzschaltbildern dem Gültigkeitsbereich entspricht, kann beliebig gewählt werden. Er ist nicht an Frequenzbereiche gebunden, in denen eine Schaltung als konzentriert angenommen werden kann. Speziell bei der Beschreibung von verteilten Millimeterwellenschaltungen erweist sich die Foster-Representation von Admittanz- und Impedanzmatrix als besonders effizient, so daß nur wenige Glieder zur Nachbildung einer vorgegebenen Matrix  $\mathbf{Y}(p)$  bzw.  $\mathbf{Z}(p)$  bis in den Mikrometerwellenbereich notwendig sind.

**1.2. Netzwerksynthese.** Der Vorteil einer Darstellung von Mehrtorparametern  $\mathbf{Y}(p)$  und  $\mathbf{Z}(p)$  durch Foster-Matrizen liegt darin, daß eine entsprechende Netzwerkrealisierung aus konzentrierten Elementen direkt abgeleitet werden kann. Die resultierende Schaltung besteht nur aus Induktivitäten  $L$ , Kondensatoren  $C$  und idealen Übertragern. Die Synthese dieser Netzwerke soll nun am Beispiel einer Admittanzmatrix  $\mathbf{Y}(p)$  gezeigt werden. Das Vorgehen kann direkt auf den dualen Fall einer Impedanzmatrix  $\mathbf{Z}(p)$  übertragen werden. Hierzu müssen allerdings

- Serienschwingkreise durch Parallelschwingkreise ersetzt
- und die Addition einzelner Teilmatrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  durch Serienschaltungen an Stelle von Parallelschaltungen realisiert werden.

Dies wird in den Abbildungen 2.1 und 2.2 verdeutlicht. Da die Summation in (2.1) jeweils einer Parallel- oder Serienschaltung entspricht, braucht das Syntheseproblem nur für Teilmatrizen der Form  $Y^{(n)}(p) \cdot \mathbf{A}^{(n)}$  gelöst werden. Auch die Sonderfälle  $n = 0$  und  $n = \infty$  sind enthalten. Hierfür ändern sich nur die skalaren Vorfaktoren  $Y^{(n)}(p)$ . Dieser entspricht jeweils einem speziellen 1-Tor Netzwerk. Tabelle 2.1 gibt eine Aufstellung aller

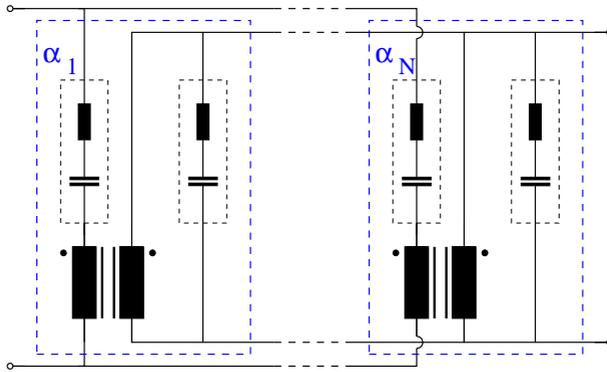


ABBILDUNG 2.1. Realisierung einer 2-Tor Admittanzmatrix in Foster-Form

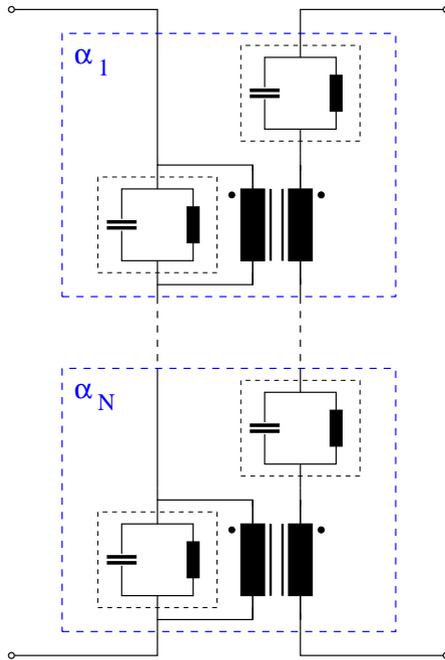


ABBILDUNG 2.2. Realisierung einer 2-Tor Impedanzmatrix in Foster-Form

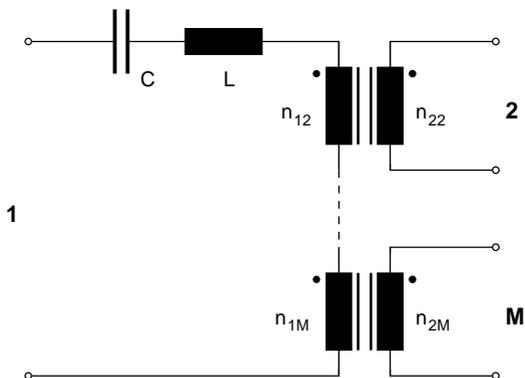


ABBILDUNG 2.3. Kompaktes  $M$ -Tor Netzwerk zur Realisierung der Rang 1 Matrix aus (2.2)

auftretenden Formen von  $Y^{(n)}(p)$  und den zugehörigen Netzwerkrealisierungen im Falle einer Admittanzmatrix.

Die Synthese der gesuchten Teilschaltungen geschieht mit Hilfe des von W. Cauer im Jahre 1932 veröffentlichten Verfahrens zur Realisierung frequenzunabhängiger Admittanzmatrizen  $\mathbf{Y}$  durch ein Netzwerk aus idealen Übertragern und  $M \leq \dim(\mathbf{Y})$  1-Tor Admittanzen (Cauer 1932). Eine Erweiterung der zu realisierenden Matrix  $\mathbf{Y}$  um einen skalaren, frequenzabhängigen Vorfaktor  $Y^{(n)}(p)$  mit zugehörigem 1-Tor-Netzwerk ist ohne Modifikationen des Verfahrens möglich. Das resultierende Netzwerk besteht dann aus idealen Übertragern und  $M \leq \dim(\mathbf{A}^{(n)})$  1-Tor-Netzwerken mit einem Frequenzverhalten entsprechend  $Y^{(n)}(p)$ . Cauers Verfahren basiert auf der Realisierung linearer Transformationen positiver Matrizen durch ideale Übertrager. Sei  $n$  die Dimension der zu realisierenden Matrix  $\mathbf{Y}$ , dann kann durch die Beschaltung mit  $n - 1$  idealen Übertragern eine lineare Matrixtransformation erreicht werden, die alle Nebendiagonalelemente einer bestimmten Zeile/Spalte zu Null setzt. Das verbleibende Diagonalelement kann nun in Form einer einzigen 1-Tor-Admittanz abgespalten werden, so daß eine Dimensionsreduktion der verbleibenden Matrix erreicht wird. Nach  $n$  Iterationen dieses Vorgehens ist die verbleibende Matrix von der Dimension 0 und der Synthesevorgang abgeschlossen.

Anstelle das Verfahren jedoch explizit anzuwenden, kann auch vom Ergebnis der Synthese ausgehend der Zusammenhang mit (2.1) hergestellt werden. In Abbildung 2.3 ist das zur Dimensionsreduktion notwendige Mehrtor der Dimension  $M$  dargestellt. Es realisiert eine positive Matrix vom Rang 1 mit skalarem, frequenzabhängigem Vorfaktor  $Y_m^{(n)}(p)$ . Hierbei ist für  $Y_m^{(n)}(p)$  bereits der zur Realisierung einer Foster-Matrix notwendige Fall eines LC-Serienschwingkreises eingesetzt. Die zugehörige Admittanzmatrix vom Rang 1 ergibt sich

n	$Y^{(n)}(p)$	1-Tor Netzwerk
0	$\frac{1}{p}$	
n	$\frac{p}{p^2 - \omega_n^2}$	
$\infty$	p	

TABELLE 2.1. Netzwerkrealisierungen von  $Y^{(n)}(p)$  für den Fall einer Admittanzmatrix

zu

$$(2.2) \quad \mathbf{Y}'_m{}^{(n)}(p) = Y'_m{}^{(n)} \mathbf{K}_m^{(n)} = \frac{p C_m^{(n)}}{p^2 L_m^{(n)} C_m^{(n)} + 1} \begin{pmatrix} 1 & k_2 & \cdots & k_j \\ k_2 & (k_2)^2 & \cdots & k_2 k_j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_i & k_i k_2 & \cdots & (k_M)^2 \end{pmatrix}^{(n)}$$

mit

$$(2.3) \quad \mathbf{K}_m^{(n)} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{n_{12}}{n_{22}} & \cdots & -\frac{n_{1j}}{n_{2j}} \\ -\frac{n_{12}}{n_{22}} & \left(\frac{n_{12}}{n_{22}}\right)^2 & \cdots & \left(\frac{n_{12}n_{1j}}{n_{22}n_{2j}}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{n_{1i}}{n_{2i}} & \left(\frac{n_{1i}n_{12}}{n_{2i}n_{22}}\right) & \cdots & \left(\frac{n_{1M}}{n_{2M}}\right)^2 \end{pmatrix}_m.$$

Um mit diesem Mehrportnetzwerk auch ähnliche Admittanzmatrizen mit vollem Rang realisieren zu können, wie sie in Gleichung(2.1) auftreten, müssen diese zuvor in eine Summe aus Rang 1 Matrizen zerlegt werden. Die Existenz einer derartigen Aufspaltung kann über eine Eigenwertzerlegung gezeigt werden.

Jede der Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  aus (2.1) läßt sich folgendermaßen darstellen:

$$(2.4) \quad \mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{t}^{(n)-1} \mathbf{\Lambda}^{(n)} \mathbf{t}^{(n)}$$

Die Matrizen  $\mathbf{\Lambda}^{(n)}$  sind hierbei Diagonalmatrizen der Form

$$(2.5) \quad \mathbf{\Lambda}^{(n)} = \begin{pmatrix} \Lambda_1^{(n)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Lambda_2^{(n)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Lambda_M^{(n)} \end{pmatrix},$$

wobei die Diagonalelemente  $\Lambda_1^{(n)}, \Lambda_2^{(n)}, \dots, \Lambda_M^{(n)}$  der Matrix die Eigenwerte der Gleichung

$$(2.6) \quad (\mathbf{A}^{(n)} - \Lambda_m^{(n)} \mathbf{I}) \mathbf{u}_m^{(n)} = \mathbf{0}, \quad \text{mit } m \in 1 \dots M$$

sind. Die Transformationsmatrizen  $\mathbf{t}^{(n)}$  werden durch ein spaltenweises Aneinanderfügen der entsprechenden Eigenvektoren  $\mathbf{u}_m^{(n)}$  gebildet.

$$(2.7) \quad \mathbf{t}^{(n)} = \left[ \mathbf{u}_1^{(n)}, \mathbf{u}_2^{(n)}, \dots, \mathbf{u}_M^{(n)} \right]$$

Auf Grund der reellen und symmetrischen Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  sind die Transformationsmatrizen  $\mathbf{t}^{(n)}$  orthogonal, d.h.

$$(2.8) \quad \mathbf{t}^{(n)-1} = \mathbf{t}^{(n)T}.$$

Spaltet man nun die Diagonalmatrizen  $\mathbf{\Lambda}^{(n)}$  in  $M$  Matrizen  $\mathbf{\Lambda}_m^{(n)}$  mit jeweils nur einem Diagonalelement  $\Lambda_m^{(n)}$  auf,

$$(2.9) \quad \mathbf{\Lambda}_m^{(n)} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \Lambda_m^{(n)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

erhalten wir für  $\mathbf{\Lambda}^{(n)}$  folgende Darstellung:

$$(2.10) \quad \mathbf{\Lambda}^{(n)} = \sum_{m=1}^M \mathbf{\Lambda}_m^{(n)}$$

Setzen wir dies wieder in (2.4) ein, erhalten wir für die ursprünglichen symmetrisch positiv semidefiniten Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  die gesuchte Zerlegung in  $M$  Rang 1 Matrizen  $\mathbf{A}_m^{(n)}$ , die wiederum symmetrisch positiv semidefinit sind.

$$(2.11) \quad \mathbf{A}^{(n)} = \sum_{m=1}^M \mathbf{A}_m^{(n)}$$

Hierbei gilt

$$(2.12) \quad \mathbf{A}_m^{(n)} = \mathbf{t}^{(n)-1} \mathbf{\Lambda}_m^{(n)} \mathbf{t}^{(n)}.$$

Da wir jedoch nicht auf eine orthogonale Zerlegung von  $\mathbf{A}^{(n)}$  angewiesen sind, demzufolge auch keine orthogonalen Transformationsmatrizen  $\mathbf{t}^{(n)}$  benötigen, läßt sich anhand einfacher iterativer Algorithmen aus Zeilen-Spalten-Umformungen ein Satz von nicht-orthogonalen Basisvektoren mit der Eigenschaft

$$(2.13) \quad b_j^{(n)} = 0 \quad \text{für } j > m$$

konstruieren. Ein derartiger Algorithmus ist zum Beispiel durch das in (Meyberg & Vachnauer 1990, S. 348) gegebene Verfahren zur nicht-orthogonalen Diagonalisierung einer symmetrischen Matrix gegeben. Diese Transformationsmatrizen  $\mathbf{b}^{(n)}$  minimieren die Anzahl der Elemente ungleich Null in den resultierenden Matrizen  $\mathbf{A}_m^{(n)}$ . In einer entsprechenden Netzwerkrealisierung ist dies von Vorteil, da auf diese Weise auch die Anzahl der benötigten Schaltungselemente minimiert wird. Daß die Transformationsmatrizen  $\mathbf{b}^{(n)}$  für

jede symmetrische, positiv semidefinite Matrix  $\mathbf{A}^{(n)}$  existieren und dabei wiederum symmetrisch positiv semidefinite Matrizen  $\mathbf{A}_m^{(n)}$  entstehen, ist durch Sylvesters Law of Inertia sichergestellt (Golub & van Loan 1991). Das Ergebnis einer derartigen Matrixzerlegung sieht für  $M = 3$  zum Beispiel folgendermaßen aus:

$$(2.14) \quad \begin{aligned} \mathbf{A}^{(n)} &= \sum_{m=1}^M \mathbf{A}_m^{(n)} = \sum_{m=1}^M K_m^{(n)} \mathbf{K}_m^{(n)} \\ &= K_1^{(n)} \begin{pmatrix} 1 & k_2 & k_3 \\ k_2 & (k_2)^2 & k_2 k_3 \\ k_3 & k_3 k_2 & (k_3)^2 \end{pmatrix}_1^{(n)} + K_2^{(n)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k_2 \\ 0 & k_2 & (k_2)^2 \end{pmatrix}_2^{(n)} + K_3^{(n)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_3^{(n)} \end{aligned}$$

Setzt man Gleichung (2.11) in (2.1) ein und expandiert die resultierende Gleichung, so daß alle skalaren Faktoren  $K_m^{(n)}$  an das jeweilige  $Y^{(n)}(p)$  multipliziert werden, ergibt sich für die Foster-Darstellung

$$(2.15) \quad \mathbf{Y}(p) = \sum_{m=1}^M \frac{K_m^{(0)}}{p} \mathbf{K}_m^{(0)} + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M Y_m^{(n)}(p) \mathbf{K}_m^{(n)} + \sum_{m=1}^M p K_m^{(\infty)} \mathbf{K}_m^{(\infty)} .$$

Alle hierin enthaltenen Summanden können über ihre Äquivalenz zu Gleichung (2.2) durch ein Netzwerk aus konzentrierten Elementen der Form in Abb.2.3 direkt realisiert werden. Die Parameterwerte von  $L_m^{(n)}$ ,  $C_m^{(n)}$  und die Windungsverhältnisse der idealen Übertrager sind durch einen Koeffizientenvergleich zu bestimmen.

$$(2.16) \quad \begin{aligned} L_m^{(n)} &= \frac{1}{K_m^{(n)}} \\ C_m^{(n)} &= \frac{K_m^{(n)}}{|\alpha_n|^2} \end{aligned}$$

Die Windungsverhältnisse der Übertrager können über die Beziehung

$$(2.17) \quad k_{i_m}^{(n)} = -\frac{n_{1i_m}^{(n)}}{n_{2i_m}^{(n)}}$$

festgelegt werden.

## 2. Approximation linear reziproker Mehrtore mit schwachen Verlusten

Betrachtet man die Netzwerkeigenschaften eines beliebigen linear passiven Mehrtors, kann jede positive Matrix  $\mathbf{M}$ , welche die Bedingung

$$(2.18) \quad \mathbf{x}^T (\mathbf{M} + \mathbf{M}^T) \mathbf{x} > 0 \quad \text{in } \text{Re}\{p\} \geq 0 \quad , \quad \forall \mathbf{x}$$

erfüllt, eine Impedanz- oder Admittanzmatrix darstellen (Belevitch 1968, S. 305). Im Fall von reziproken Mehrtoren mit symmetrischer Systemmatrix  $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T$  können die Vektoren  $\mathbf{x}$  auf reelle Werte beschränkt werden. Setzt man weiter voraus, daß ein Mehrtror nur aus konzentrierten, reellwertigen Elementen besteht, sind alle Matrixelemente  $M_{ij}$  durch

gebrochen rationale Funktionen in  $p$  gegeben, d.h. reellwertig für reelle  $p$ . Daß auch verteilte reziproke linear passive Schaltungen mit beliebiger Genauigkeit durch diese Klasse von Funktionen darstellbar sind, kann mit Hilfe der TLM-Methode gezeigt werden (Johns 1987). Der theoretisch fundierte Übergang von den Maxwell'schen Gleichungen auf ein Netzwerk aus Verbindungsleitungen bildet hierbei die Grundlage (Krumpholz & Russer 1994). Eine äquivalente Schaltung aus konzentrierten Elementen entsteht, wenn sämtliche Zweidrahtleitungen des entstandenen TLM-Gitters durch eine äquivalente Ketten-schaltung aus elementaren LC-Gliedern ersetzt werden (Russer 1999). Eine Netzwerkrealisierung der auftretenden Streuzentren kann über das Rotated Transmission Line Matrix-Schema (RTLTM) abgeleitet werden (Russer 1996). Die in der RTLTM-Methode umgesetzte  $45^\circ$ -Drehung der Polarisierungen aller Verbindungsleitungen, welche durch ideale Übertrager dargestellt werden kann, führt zu einem direkt realisierbaren Verbindungsnetzwerk der Verbindungsleitungen im Streuzentrum, womit die Darstellung des TLM-Modells durch eine Reaktanzschaltung aus konzentrierten Elementen gezeigt ist. Soll das Übertragungsverhalten einer verteilten Schaltung durch die Lösung der Maxwell'schen Gleichungen berechnet werden, ist ein hinreichend großes Raumgebiet nach diesem Schema angepaßt zu diskretisieren. Die berechneten Schaltungseigenschaften gehorchen dann einem äquivalenten Netzwerkmodell, also einem Mehrtor aus konzentrierten, reellwertigen Elementen. Da bei einer Vergrößerung des Raumgebiets und gleichzeitiger Verfeinerung der Diskretisierung das numerische Ergebnis gegen die Lösung der Maxwell'schen Gleichungen konvergiert, kann das Verhalten einer verteilten Schaltung durch ein Mehrtor aus konzentrierten, reellwertigen Elementen beliebig genau dargestellt werden.

Obwohl viele technisch relevante Schaltungskonzepte auf idealisierten verlustlosen Modellen beruhen, ist die reale Schaltung immer verlustbehaftet. Entsprechend genaue Netzwerkmodelle müssen diese parasitären Effekte mit einbeziehen. Nur in Ausnahmefällen ist es möglich die auftretenden Verluste vollständig zu vernachlässigen. In diesen Fällen kann die in Gleichung (2.1) gegebene Matrixdarstellung zur Schaltungsbeschreibung verwendet werden (Russer, Righi, Eswarappa & Hoefler 1994).

Geht man von Mehrtorschaltungen mit schwachen Verlusten aus, wie sie in der Hochfrequenztechnik bei vielen verteilten Schaltungen anzutreffen sind, führen die parasitären Verluste zu einer schwachen Dämpfung der Eigenschwingungen. Dies entspricht der Verschiebung der Polstellen in Richtung eines negativen Realteils, also in die komplexe Halbebene der stabilen Polstellen mit  $\text{Re}\{\alpha_n\} \leq 0$ . Eine wesentliche Änderung der Netzwerkeigenschaften verglichen mit einem idealisierten verlustlosen Modell wird sich jedoch nicht einstellen. Daher wird nun die in Gleichung (2.1) gegebene Foster-Darstellung einer Admittanzmatrix in Richtung schwach verlustbehafteter Mehrtores modifiziert.

$$(2.19) \quad \mathbf{Y}(p) = \mathbf{A}^{(0)} + \sum_{n=1}^N \underbrace{\frac{p}{(p - \alpha_n) \cdot (p - \alpha_n^*)}}_{Y^{(n)}(p)} \mathbf{A}^{(n)} + \mathbf{A}^{(\infty)} p,$$

Die Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  sind wiederum reell, symmetrisch und positiv semidefinit. Die Lage der Polstellen  $\alpha_n$  wird nun auf die komplexe Halbebene der stabilen Polstellen mit

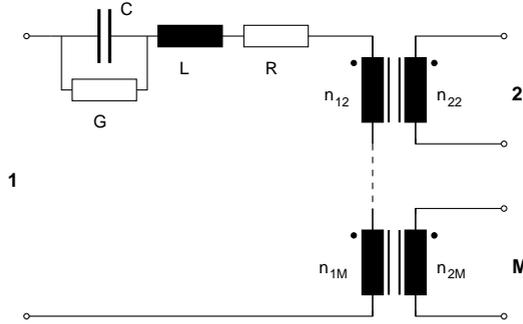


ABBILDUNG 2.4. Erweitertes M-Tor Netzwerk zur Admittanzmatrix (2.21)

$\text{Re}\{\alpha_n\} \leq 0$  erweitert. Der in (2.1) enthaltene Term einer Polstelle  $\alpha = 0$  ist bereits als Sonderfall im allgemeinen Term enthalten und wurde deshalb nicht mehr explizit angegeben. Die Matrix  $\mathbf{A}^{(0)}$  ist nun mit den bei passiven Schaltungen zulässigen frequenzunabhängigen, Ohm'schen Verlusten verknüpft. Schaltungstechnisch entspricht diese Erweiterung einem zusätzlichem Serienwiderstand in einem LC-Serienschwingkreis. Im dualen Fall einer Impedanzmatrix ist diese Modifikation als zusätzlicher Parallelleitwert zu einem LC-Parallelschwingkreis zu verstehen. Gleichung (2.19) deckt zwar nur noch einen Teilraum aller möglichen positiven Matrizen  $\mathbf{Y}(p)$  ab und kann nur noch näherungsweise zur Beschreibung von verlustbehafteten, linear reziproken Schaltungen verwendet werden, besitzt aber den Vorteil, daß ein äquivalentes Netzwerkmodell bereits analog zur Herleitung für verlustlose Mehrpole bekannt ist. Das Syntheseproblem zu Gleichung (2.19) ist demzufolge bereits explizit gelöst. Eine weitere Matrixdarstellung mit genau diesen Eigenschaften und gleichzeitig erweitertem Funktionenraum erhält man, wenn neben der Lage der Polstellen  $\alpha_n$  auch der skalare Vorfaktor  $Y^{(n)}(p)$  geeignet modifiziert wird.

$$(2.20) \quad \mathbf{Y}(p) = \mathbf{A}^{(0)} + \sum_{n=1}^N \underbrace{\left( \frac{A_0^{(n)}}{p - \alpha_n} + \frac{A_0^{(n)*}}{p - \alpha_n^*} \right)}_{Y^{(n)}} \cdot \mathbf{A}^{(n)} + \mathbf{A}^{(\infty)} p.$$

Für die Parameter  $\mathbf{A}^{(n)}$  und  $\alpha_n$  gelten die gleichen Einschränkungen wie in Gleichung (2.19). Der hinzugekommene skalare Faktor  $A_0^{(n)}$  darf komplex sein. Analog zu der in Abschnitt 1 gezeigten Netzwerksynthese muß lediglich der frequenzabhängige Vorfaktor  $Y^{(n)}$  durch ein entsprechendes Eintornetzwerk realisiert werden. Abbildung 2.4 zeigt das im allgemeinen Fall geltende Netzwerk zur Realisierung einer Rang 1 Matrix

$$(2.21) \quad \begin{aligned} \mathbf{Y}'_m{}^{(n)}(p) &= Y'_m{}^{(n)}(p) \mathbf{K}_m^{(n)} \\ &= \frac{G_m^{(n)} + pC_m^{(n)}}{p^2 L_m^{(n)} C_m^{(n)} + p(G_m^{(n)} L_m^{(n)} + R_m^{(n)} C_m^{(n)}) + 1 + R_m^{(n)} G_m^{(n)}} \cdot \mathbf{K}_m^{(n)} \end{aligned}$$

analog zu Gleichung (2.2). Die Parameterwerte der enthaltenen Bauelemente  $R_m^{(n)}$ ,  $G_m^{(n)}$ ,  $L_m^{(n)}$  und  $C_m^{(n)}$  werden wiederum durch Koeffizientenvergleich bestimmt und ergeben sich zu

$$(2.22) \quad \frac{1}{L} = 2\operatorname{Re} \left\{ A_{0m}^{(n)} \right\}$$

$$(2.23) \quad C = \frac{2\operatorname{Re} \left\{ A_{0m}^{(n)} \right\}}{\frac{1}{LC}}$$

mit

$$(2.24) \quad \begin{aligned} \frac{1}{LC} &= |\alpha_n|^2 - \frac{R}{L} \frac{G}{C} \\ \frac{R}{L} &= \frac{\operatorname{Re} \left\{ A_{0m}^{(n)} \alpha_n^* \right\}}{\operatorname{Re} \left\{ A_{0m}^{(n)} \right\}} - 2\operatorname{Re} \left\{ \alpha_n \right\} \\ \frac{G}{C} &= \frac{\operatorname{Re} \left\{ A_{0m}^{(n)} \alpha_n^* \right\}}{\operatorname{Re} \left\{ A_{0m}^{(n)} \right\}} \end{aligned}$$

Eine weitere Vergrößerung des mit (2.20) darstellbaren Teilraums aller möglichen Admittanz- oder Impedanzmatrizen ist durch eine alleinige Modifikation des skalaren Vorfaktors  $Y^{(n)}$  nicht mehr möglich.  $Y^{(n)}$  aus Gleichung (2.20) bildet bereits den Basisterm einer möglichen Partialbruchzerlegung komplexerer Ausdrücke (Bronstein & Semendjajew 1991, S. 174). Im Kapitel 4 wird anhand aussagekräftiger Modellierungsbeispiele noch gezeigt werden, daß die in Gleichung (2.20) gegebene, nicht vollständige Reihenentwicklung trotzdem zur näherungsweisen Darstellung von Admittanzparameter realer Millimeterwellenschaltungen bestens geeignet ist.

**2.1. Eingeschränkter Parameterraum strikt passiver Mehrpole.** Sollen mit der in Gleichung (2.20) gegebenen Matrixdarstellung ausschließlich strikt passive Mehrpole beschrieben werden, muß der entsprechende Parameterhalbraum ermittelt werden. Anstelle jedoch von der allgemeinen Forderung einer positiven Gesamtmatrix  $\mathbf{Y}(p)$  auszugehen, kann der bekannte Zusammenhang zwischen mathematischer Beschreibung und entsprechender Netzwerkrealisierung genutzt werden. Eine Forderung nach strikt passiven Matrizen ist auf Grund der speziellen Form von Gleichung (2.20) gleichbedeutend mit der Eigenschaft ausschließlich positiver Widerstände in der Netzwerkrealisierung.

$$(2.25) \quad \begin{aligned} R_m^{(n)} &\geq 0 \\ G_m^{(n)} &\geq 0 \end{aligned} \quad \text{für alle } m, n$$

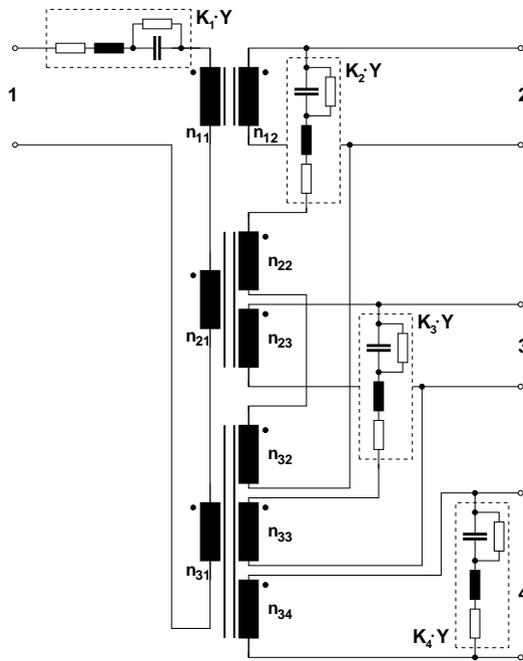


ABBILDUNG 2.5. 4-Tor Beispiel: Netzwerkverschaltung aller mit einer bestimmten Polstelle  $\alpha_n$  verknüpften Teilsektionen im Admittanzfall

Setzt man diese beiden Ungleichungen in (2.22), (2.23) und (2.24) ein, läßt sich der für passive Mehrfore geltende Parameterraum für Gleichung (2.20) wie folgt definieren:

$$(2.26) \quad \begin{aligned} \operatorname{Re} \left\{ A_0^{(n)} \right\} &> 0 \\ \operatorname{Re} \left\{ A_0^{(n)} \alpha_n^* \right\} &< 0. \end{aligned}$$

Zusätzlich zu diesen Ungleichungen gelten auch weiterhin die Forderungen nach symmetrisch positiv semidefiniten Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  und Polstellen mit  $\operatorname{Re}\{\alpha_n\} \leq 0$ .

### 3. Verfahren zur Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, wie frequenzabhängige Admittanz- oder Impedanzparameter einer vorgegebenen Schaltung mathematisch auf systematische Weise erfaßt werden können. Für verlustlose Schaltungen stellt die vollständige Reihenentwicklung in Form einer Foster-Matrix eine kanonische Lösung des Beschreibungsproblems dar. Bei allgemein passiven Mehrtorschaltungen ist eine derart kompakte Beschreibung mit zugehöriger Netzwerkrealisierung aus konzentrierten Elementen nicht bekannt. In diesem Fall ist das Syntheseproblem zur Realisierung gegebener Schaltungseigenschaften durch ein

Netzwerk aus konzentrierten Elementen individuell zu lösen. Für reale Schaltungen mit schwachen Verlusten kann approximativ die in Gleichung (2.20) gegebene Beschreibung angewandt werden. Diese Behauptung wird im Rahmen dieser Arbeit noch durch geeignete Modellierungsbeispiele untermauert.

Anhand dieser Grundlagen kann nun das Problem der systematischen Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder aus konzentrierten Elementen für verteilte Hochfrequenzschaltungen aus einem neuen Blickwinkel gesehen werden. Anstelle ein entsprechendes Ersatzschaltbild mit unbekannter Topologie direkt zu bestimmen, kann eine geeignete mathematische Beschreibung mit bekannter Netzwerkrealisierung herangezogen werden. Es ist dann ausreichend die Parameter der mathematischen Beschreibung zu bestimmen. Dieser Ansatz soll mit dem im folgenden beschriebenen Algorithmus umgesetzt werden. Als mathematische Darstellung allgemeiner Schaltungsparameter in Form einer frequenzabhängigen Admittanz- oder Impedanzmatrix wird Gleichung (2.20) verwendet. Der Vorteil dieser nach Polstellen entwickelten Darstellung liegt in der charakteristischen Bedeutung der darin enthaltenen Parameter. Sowohl Polstellen als auch zugehörige Residuen können aus geeigneten Eingangsdaten bestimmt werden. Sind diese bekannt, kann die entsprechende Netzwerkrealisierung nach Polstellen geordnet direkt angegeben werden (Abb. 2.5).

Voraussetzung für die praktische Anwendung von (2.20) ist die Einschränkung des betrachteten Frequenzbereichs nach Abschnitt 1.1, da ansonsten die Summationsgrenze  $N$  gegen unendlich strebt. Der für das gesuchte Ersatzschaltbild festzulegende, endliche Gültigkeitsbereich  $\mathcal{G}$  soll allgemein als beliebige Anzahl von Frequenzintervallen definiert werden:

$$(2.27) \quad \mathcal{G} = \{f \mid f \in [f_{1min}, f_{1max}] \vee f \in [f_{2min}, f_{2max}] \vee \dots\}$$

In vielen Fällen läßt sich der Gültigkeitsbereich durch einziges Intervall ausdrücken. Damit das generierte Ersatzschaltbild ein korrektes Gleichstromverhalten aufweist, wird mit Blick auf eine möglichst breite und flexible Anwendbarkeit als untere Grenze des Gültigkeitsbereichs die Frequenz

$$(2.28) \quad f_{min} = 0$$

gewählt. Im folgenden soll daher zur besseren Verständlichkeit der Darstellung von einem einfach zusammenhängenden Gültigkeitsbereich

$$(2.29) \quad \mathcal{G} = \{f \mid f \in [0, f_{max}]\}$$

ausgegangen werden, was jedoch keine grundsätzliche Einschränkung des Verfahrens darstellt.

**3.1. Eingangsdaten.** Die Wahl der Eingangsdaten des Algorithmus ist primär durch die Anforderung bestimmt, daß die zu modellierende Schaltung im betrachteten Frequenzbereich vollständig beschrieben sein muß. Daß die Generierung eines äquivalenten Netzwerks aus konzentrierten Elementen mit endlich vielen Elementen nur in einem endlichen Frequenzbereich möglich ist, wurde bereits im Abschnitt 1.1 erläutert. Zum anderen ist es

praktisch unmöglich, schaltungsbeschreibende Eingangsdaten mit Gültigkeit bis  $f \rightarrow \infty$  zu erhalten. Selbst analytische Problemlösungen unterliegen einer praktischen Bandbegrenzung, da das zu Grunde gelegte Modell niemals vollständig gültig sein kann. Die Übertragungseigenschaften einer vorgegebenen Schaltung können entweder durch Messung oder über eine Modellierung bestimmt werden, liegen im allgemeinen jedoch immer in abgetasteter Form an diskreten Zeit- und Ortspunkten vor. Analytisch lösbare Probleme sollen im Rahmen dieser Arbeit nicht eigens verfolgt werden. Eine entscheidende Frage spielt auch der Darstellungsbereich der Daten. Von praktischer Bedeutung ist hier der Zeit- und Frequenzbereich. Alle vier entstehenden Kombinationen sind prinzipiell möglich, unterliegen aber in der Umsetzung unterschiedlich starken Anforderungen und Einschränkungen. Da das vorgestellte Verfahren auf der Ermittlung der Polstellen einer Schaltung basiert, ist dem Zeitbereich eindeutig der Vorzug zu geben. Die meisten bekannten mathematischen Verfahren für diese Aufgabe, wie etwa eine Signalzerlegung nach Prony, arbeiten im Zeitbereich (Blaricum & Mitra 1975, Hildebrand 1956, Marple 1987). Auch eine direkte Extraktion der Polstellen im komplexen Laplace-Bereich setzt Zeitbereichssignale zur numerischen Berechnung der Laplacetransformierten voraus. Breitbandige Frequenzbereichsdaten müßten hierfür erst auf Kosten von Signalbandbreite in den Zeitbereich transformiert werden. Dies spricht gegen die Verwendung von Frequenzbereichsdaten, da diese sowohl in Messung als auch Modellierung nur sehr aufwendig breitbandig erhalten werden können. Die Anforderungen der potentiellen Extraktionsverfahren decken sich im Gegenzug sehr gut mit typischen Simulationsdaten von Systemmodellen im Zeitbereich (Mangold & Russer 1998a). Hier wird mit möglichst kurzen und demzufolge sehr breitbandigen Testsignalen zur Schaltungsanregung gearbeitet. Meßtechnisch können die Systemantworten auf pulsformige Eingangssignale nur sehr schwer vollständig aufgezeichnet werden. Die praktisch zur Verfügung stehenden Zeit- bzw. Beobachtungsfenster sind infolge der benötigten Abstraten meist deutlich kürzer als die Einschwingzeiten der Eigenschwingungen einer Schaltung. Das Zusammensetzen mehrerer zeitlich verschobener Beobachtungsfenster zur Aufzeichnung der gesamten Signalantwort ist nur bei gleichzeitiger Korrektur des Driftfehlers des Eingangssignals möglich (Marks et al. 1994). Verglichen mit der Frequenzbereichsmeßtechnik unterliegt die Zeitbereichsmeßtechnik im Mikrometer- und Millimeterwellenbereich erheblich höheren Fehlereinflüssen. Die in jüngster Zeit entwickelten Verfahren zur Meßkalibrierung im Zeitbereich gehören derzeit noch nicht zum Standard und können diesen Nachteil gegenüber der Frequenzbereichsmeßtechnik nur teilweise kompensieren (Hayden & Tripathi 1993, Dhaene et al. 1994).

*Aus den eben genannten Gründen sollen im Rahmen dieser Arbeit nur Zeitbereichseingangsdaten verwendet werden. Diese werden mit Hilfe einer Vollwellenanalyse im Zeitbereich der vorgegebenen Schaltung ermittelt. Hierfür kann jedes geeignete Analysewerkzeug herangezogen werden. Im speziellen wird im Rahmen dieser Arbeit die Transmission Line Matrix (TLM)-Methode verwendet werden. Infolge der Bandbegrenzung jedes numerischen Verfahrens werden anstatt der theoretisch idealen Impulsantworten des betrachteten Mehrtors Ein-/Ausgangssignalaare mit ausreichender Bandbreite als Eingangsdaten des Verfahrens vorausgesetzt.*

3.1.1. *Streuparameter vs. Impedanz-/Admittanzparameter.* Ein noch verbleibender Freiheitsgrad zur Festlegung der Eingangsdaten ist die Frage nach Zeitbereichsstreuparametern oder Impedanz-/Admittanzparametern. Beide können abhängig vom gewählten Simulationsaufbau direkt berechnet werden. Auf den ersten Blick erscheint es naheliegend die eigentlich benötigten Impedanz-/Admittanzparameter über einen Meßaufbau mit offenen bzw. kurzgeschlossenen Schaltungstoren zu berechnen (Righi et al. 1995). Für sehr verlustarme oder gar verlustlose Schaltungen entsteht hierbei jedoch das Problem, daß die Zeitdauer der entsprechenden Impulsantworten invers zu den vorliegenden Verlusten gegen unendlich strebt. In den Reaktanzschaltungen bilden sich infolge der Torreflexionsfaktoren mit  $|\rho| = 1$  unbelastete Schwingkreise aus. Eine vollständige numerische Berechnung der Signalverläufe wird auf Grund der gegen null gehenden Abklingkonstanten praktisch unmöglich. Eine anschließende Fourier- oder Laplacetransformation in den Frequenzbereich würde erheblichen Fensterungsfehlern unterliegen. Erst die Anwendung fortgeschrittener Systemidentifikationsmethoden ermöglicht in diesen Fällen die Berechnung der gewünschten Parameter (Eswarappa & Hoefler 1996).

Werden in der Zeitbereichssimulation die Schaltungstore zur direkten Berechnung der Streuparameter reflexionsfrei mit dem jeweiligen Wellenwiderstand abgeschlossen, liegt dieses Problem nicht vor. Selbst verlustlose Schaltungen werden hierbei durch die Wellenwiderstände der Zuleitungen belastet. Die auftretenden Zeitsignale unterliegen demzufolge immer einem exponentiellen Abklingen, was wiederum zu deutlich kürzeren Signalverläufen führt und eine vollständige Berechnung aller Signalverläufe in praktikabler Simulationszeit erlaubt. Aus diesen praktischen Gesichtspunkten heraus werden deshalb Streuparameter als Eingangsdaten gewählt. An geeigneter Stelle werden diese dann in Impedanz- oder Admittanzparameter umgerechnet.

3.1.2. *Rauschen und andere Störsignale.* Sowohl meßtechnisch als auch numerisch ermittelte Eingangsdaten beinhalten immer störende Signalanteile, welche nicht dem angenommenen Schaltungsmodell gehorchen. Neben den in der Meßtechnik dominierenden Rauschen und Kalibrierfehlern sind es in der Zeitbereichsvollwellenanalyse parasitär angeregte, nichtleitungsgebundene Feldanteile, welche durch schlecht absorbierende Freiraumabschlüsse noch verstärkt werden. All diese Störsignalanteile haben die gemeinsame Eigenschaft, daß sie bei nur schwach verlustbehafteten passiven Schaltungen zu partiell aktiven Eingangsdaten führen können. Dieses Grundproblem der Eingangsdaten soll im weiteren berücksichtigt und korrigiert werden.

3.1.3. *Vollständiger S-Parameter Datensatz.* Ein vollständiger Satz an Eingangsdaten ist dann gegeben, wenn die Streumatrix  $\mathbf{S}^1(t)$  eines M-Tors mit ihren skalaren Impulsantworten  $s_{ij}(t)$  über die Beziehung

$$(2.30) \quad b_i(t) = s_{ij}(t) * a_j(t)$$

zwischen einlaufender Welle  $a_j(t)$  am Tor  $j$  und reflektiertem Signal  $b_i(t)$  am Tor  $i$  vollständig aufgestellt werden könnte. Das hierbei auftretende inverse Faltungsproblem wird im Laufe des Verfahrens natürlich nicht explizit gelöst, sondern erst nach einer numerischen Laplacetransformation bandbegrenzt im komplexen Frequenzbereich abgearbeitet.

**3.2. Prinzip.** Ausgehend von den eben festgelegten Zeitbereichseingangsdaten kann das Vorgehen in vier voneinander getrennte Elementarschritte unterteilt werden. Eine Separierung von Polstellenextraktion und Bestimmung der jeweiligen Residuen bildet hierbei das Grundkonzept. Nur auf diese Weise ist eine garantierte Einhaltung des in Abschnitt 2.1 definierten Parameterraums passiver Schaltungen innerhalb der Parameterextraktion möglich. Eine explizite Parameterbeschränkung ist auf Grund der in Abschnitt 3.1.2 erläuterten Störeinflüsse notwendig, da ansonsten grundlegend fehlerhafte Ersatzschaltbilder generiert werden könnten. Das in der Regel vorhandene Apriori-Wissen über den Typ der Schaltung, wie zum Beispiel vorliegende Passivität, soll auf jeden Fall mit einbezogen werden. Das generierte Ersatzschaltbild stellt demzufolge eine bestmögliche Nachbildung vorgegebener Schaltungseigenschaften anhand Gleichung (2.20) unter der Berücksichtigung des Schaltungstyps dar. Eine teilweise Kompensation möglicher Störanteile in den Eingangsdaten ist so gegeben. Eine Anwendung von Extraktionsverfahren wie Prony's Methode (Blaricum & Mitra 1975) wäre hierzu nicht in der Lage, da bei der umgesetzten Signalzerlegung nach exponentiell abklingenden Eigenschwingungen sowohl Polstellen als auch Amplituden in einem einzigen Schritt berechnet werden. Die Parameter der skalaren Matrixeinträge  $y_{i,j}(p)$  werden hierbei für sich isoliert bestimmt und die grundlegende Forderung nach positiv semidefiniten Matrizen  $\mathbf{Y}(p)$  bzw.  $\mathbf{A}^{(n)}$  mit gemeinsamen skalaren Vorfaktoren  $Y^{(n)}(p)$  kann nicht kontrolliert und notfalls erzwungen werden.

Das prinzipielle Vorgehen zur Generierung äquivalenter Schaltungen aus konzentrierten Elementen für beliebige Zeitbereichsstreuparameter nach 3.1.3 gliedert sich folgendermaßen:

- Berechnung der zu approximierenden Matrix  $\mathbf{Y}^i(p)$  im Laplacebereich  $\text{Re}\{p\} \leq 0$  anhand einer numerischen Laplacetransformation aus den diskreten Eingangssignalen  $a_j[n]$  und  $b_i[n]$ .
- Iterative Extraktion der im vorgegebenen Gültigkeitsbereich des Modells dominierenden  $N$  Polstellen  $\alpha_n$  aus dem Betrag der Admittanzparameter  $|\mathbf{Y}^i(p)|$  über ein Gradientenanstiegsverfahren.
- Bestimmung der zu den Polstellen  $\alpha_n$  gehörenden Residuen unter Berücksichtigung des Parameterhalbraums passiver Schaltungen. Die Polstellen  $\alpha_n$  werden in diesem Schritt nicht mehr verändert.
- Berechnung der Ersatzschaltbildparameter zu (2.20) anhand von Gleichung (2.22),(2.23) und (2.24).

**3.3. Numerische Laplacetransformation.** Ein Kernstück des Verfahrens bildet die numerische Berechnung der zu approximierenden Admittanzparameter  $\mathbf{Y}^i(p)$  aus den Streuparametern einer verteilten Mehrtorschaltung. Diese liegen als diskrete Signalvektoren im Zeitbereich in Form von Impulsantworten bzw. äquivalenten Ein-/Ausgangssignalpaaren vor. Sei  $T$  der Abtastzeitschritt der diskreten Signale  $a_j[n]$  und  $b_i[n]$  der Vektorlänge  $N_a$

und  $N_b$ , dann kann ein entsprechender Streumatrixelement  $S_{ij}^i(p)$  über explizite numerische Laplacetransformation folgendermaßen berechnet werden:

$$(2.31) \quad S_{ij}^i(p) = \frac{\sum_{n=1}^{N_b} b_i[n] \cdot e^{-nTp}}{\sum_{n=1}^{N_a} a_j[n] \cdot e^{-nTp}}$$

$b_i[n]$  stellt hierbei die am Tor  $i$  auslaufende Leitungswelle dar, während  $a_j[n]$  das am Tor  $j$  einlaufende Signal vollständig beinhaltet. Die in (2.31) enthaltene Laplacetransformation geht aus der kontinuierlichen Darstellung  $a'_j(t)$  und  $b'_i(t)$  der abgetasteten Zeitsignale  $a_j(t)$  und  $b_i(t)$  hervor.

$$(2.32) \quad a'_j(t) = \left( \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \right) \cdot a_j(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_j[n] \cdot \delta(t - nT)$$

Wird dieser Ausdruck über die Äquivalenz

$$(2.33) \quad \mathcal{L} \{ \delta(t - a) \} = e^{-ap}$$

in den Laplacebereich transformiert (Meyberg & Vachenaer 1991, S. 79), erhält man

$$(2.34) \quad a_j(p) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_j[n] \cdot e^{-nTp}.$$

Liegen nun endliche Signalvektoren  $a_j[n]$  und  $b_i[n]$  vor, kann die in (2.34) enthaltene Summation mit endlichen Grenzen versehen werden, und man erhält über die übliche Definition eines Streuparameters

$$(2.35) \quad S_{ij}(p) = \frac{b_i(p)}{a_j(p)}$$

als Quotient zwischen einlaufender und auslaufender Welle den in Gleichung (2.31) angegebenen Ausdruck. Wie das Generierungsverfahren selbst kann auch (2.31) nur für schwach verlustbehaftete Schaltungen angewandt werden. Eine Berechnung von  $S_{ij}^i(p)$  ist praktisch nur nahe an der imaginären  $p$ -Achse möglich, so daß über (2.31) nur schwach gedämpfte Polstellen extrahiert werden können. Soll (2.31) für  $p$ -Werte mit  $\text{Re}\{p\} \rightarrow \pm\infty$  ausgewertet werden, entsteht numerisch die Schwierigkeit, den Quotienten zweier gegen null oder unendlich strebender Terme berechnen zu müssen. Im weiteren stellt dies auf Grund der generellen Einschränkungen des Gesamtverfahrens keine Problem dar.

Nachdem die Streumatrix  $\mathbf{S}^i(p)$  eines beliebigen M-Tors an einem vorgegebenen Frequenzpunkt  $p$  mit (2.31) aufgestellt worden ist, kann sie anhand der gewählten Torbezugswiderstände, im allgemeinen die Wellenwiderstände der Zuleitungen, in die entsprechende Admittanzmatrix

$$(2.36) \quad \mathbf{Y}^i(p) = \left( \mathbf{q} + \mathbf{S}^i(p)\mathbf{q} \right)^{-1} \cdot \left( \mathbf{q}^{-1} - \mathbf{S}^i(p)\mathbf{q}^{-1} \right)$$

oder Impedanzmatrix

$$(2.37) \quad \mathbf{Z}^i(p) = \left( \mathbf{q}^{-1} - \mathbf{S}^i(p)\mathbf{q}^{-1} \right)^{-1} \cdot \left( \mathbf{q} + \mathbf{S}^i(p)\mathbf{q} \right)$$

umgerechnet werden (Russer 1984). Die Diagonalmatrix  $\mathbf{q}$  enthält hierbei die Quadratwurzeln der jeweiligen Torbezugswiderstände  $Z_{w_m}$ .

$$(2.38) \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \sqrt{Z_{w_1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{w_2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{Z_{w_M}} \end{pmatrix}$$

Werden die Zuleitungswellenwiderstände als Torbezugswiderstände gewählt, müssen diese gegebenenfalls eigens berechnet werden. In der Regel sind bei Zeitbereichssimulationen hierzu keine weiteren Simulationen notwendig, falls bei der Bestimmung der einlaufenden Signale  $a_j[n]$  in der Torbezugsebene geeignete Größen beobachtet und gespeichert wurden. Im Fall von TEM- bzw. Quasi-TEM-Leitern sind dies zwei der drei möglichen Integralgrößen Strom, Spannung und Leistung abhängig von der gewählten Definition des Wellenwiderstandes. Bei Nicht-TEM-Leitern entsteht hier zwangsweise ein Unterschied zwischen den einzelnen Definitionen. Im Fall von Quasi-TEM-Leitern wird dieser dann meist vernachlässigt. Auf die daraus entstehenden Probleme soll aber nicht weiter eingegangen und lediglich auf die Arbeiten (Williams & Alpert 1999, Williams & Wittmann 2000) verwiesen werden.

**3.4. Extraktion der Polstellen.** Gleichung (2.31) und (2.36) erlauben die numerische Berechnung der zu approximierenden Funktion  $\mathbf{Y}^i(p)$  im für die Ersatzschaltbildgenerierung relevanten Bereich der Laplaceebene mit  $\text{Im}\{p\} \in [0, f'_{max}]$  nahe der imaginären Achse. Dieses Gebiet der  $p$ -Ebene mit

$$(2.39) \quad f'_{max} > f_{max}$$

schließt den spezifizierten Gültigkeitsbereich  $\mathcal{G}$  nach (2.29) ein und beinhaltet alle  $N$  Polstellen  $\alpha_n$  mit nennenswertem Einfluß auf die Netzwerkeigenschaften entlang der imaginären Achse. Weiter entfernte Polstellen an Frequenzpunkten  $\text{Im}\{p\} \gg f_{max}$  werden im Ersatzschaltbild entsprechend Abschnitt 1.1 nicht berücksichtigt. Der mögliche Abstand einer berücksichtigbaren Polstelle zum Gültigkeitsbereich  $\mathcal{G}$  ist durch die begrenzte Signalbandbreite der Eingangsdaten eingeschränkt. Außerhalb dieses Frequenzbereichs kann die Funktion  $\mathbf{Y}^i(p)$  nicht berechnet werden und eine Extraktion der Polstellen ist unmöglich. Betrachtet man nun die typische Polstellenverteilung einer verteilten Hochfrequenzschaltung anhand von Konturdarstellungen werden einige entscheidende Eigenschaften deutlich. In Abbildung 2.6 ist hierzu der Betrag eines charakteristischen Admittanzverlaufs  $Y_{11}^i(p)$  über der komplexen  $p$ -Ebene in normierter Form aufgetragen. Deutlich sind die einzelnen Polstellen an den dunklen Bereichen mit großen Funktionswerten zu erkennen. Bis auf die Polstellen entlang der reellen-Achse treten sie immer in zueinander konjugiert komplexen Paaren auf. Soll die exakte Position einer bestimmten Polstelle  $\alpha_n$  ermittelt werden, kann zur Bestimmung ein Gradientenanstiegsverfahren mit entsprechendem Startwert in der Nähe von  $\alpha_n$  gestartet werden. Eine iterative Bestimmung aller im Modell benötigten Polstellen ist auf diese Weise prinzipiell möglich, wirft aber eine Reihe von Problemen auf:

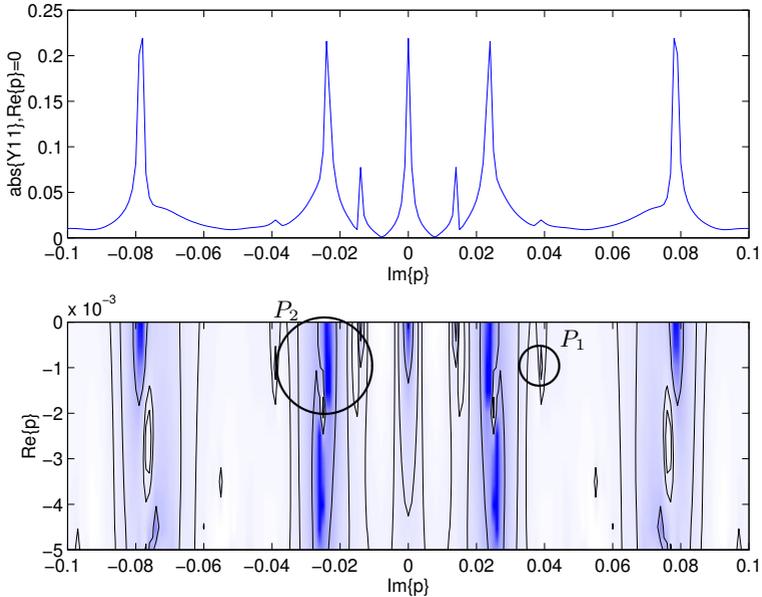


ABBILDUNG 2.6. Typische Polstellenverteilung einer Leitungskreuzung:  $|Y_{11}^i(p)|$  entlang der imaginären  $p$ -Achse und als Konturdarstellung in der komplexen Laplaceebene; dunkle Bereiche entsprechen großen Funktionswerten und markieren somit die einzelnen Polstellen  $\alpha_n$

- Welche und wieviele Polstellen müssen für eine gewünschte Approximationsgenauigkeit ins Modell mit einbezogen werden ?
- Wie ist ein geeigneter Startpunkt zur Extraktion einer bestimmten Polstelle zu wählen ?
- Werden anhand einer Konturdarstellung mit fester Abtastweite  $w$  alle relevanten Polstellen erfaßt ?
- Eng benachbarte Polstellen mit einem Abstand kleiner als die Abtastweite  $w$  der Konturdarstellung sind nicht unterscheidbar.

Vor allem die letzten beiden Punkte sind stark mit der endlichen Auflösung einer Konturdarstellung verknüpft. Die in Abbildung 2.6 markierten Punkte  $P_1$  und  $P_2$  zeigen dies sehr deutlich. Die mit  $P_1$  gekennzeichnete Polstelle ist in der Konturdarstellung nur schlecht zu erkennen und könnte bei einer größeren Abtastweite  $w$  oder verschobenem Abtastgitter vollständig verschwinden. Erst der um eine Größenordnung feiner abgetastete skalare Verlauf entlang der imaginären Achse (Abbildung 2.6, oben) macht die Existenz der Polstelle durch das erkennbare lokale Maximum deutlich. In den Bereichen sehr ausgeprägter Polstellen (Abbildung 2.6,  $P_2$ ) tritt der gleiche Effekt auf. In beiden Fällen befindet sich

die Funktion am Rande des Wertebereichs und das Auflösungsvermögen der Konturdarstellung wird infolge des in der Regel linear gewählten Verteilungsprofils von Höhenlinien oder Intensitätsverlauf zusätzlich verschlechtert.

Diese Probleme können zwar von einem erfahrenen Anwender mit zusätzlichem Aufwand umgangen werden, hindern aber an einer Automatisierung der Ersatzschaltbildgenerierung. Die Frage nach der Anzahl der benötigten Polstellen kann durch die Erstellung mehrerer Modelle und Vergleich deren Approximationsgenauigkeit geklärt werden. Startpunkte zur Extraktion von Polstellen können direkt aus der Konturdarstellung abgelesen werden. Das Auflösungsproblem kann durch die systematische Generierung einer Reihe von Konturdarstellungen mit unterschiedlichen Eingangsparametern bis zu einem Grad reduziert werden, ab dem Polstellen mit ausreichend großen Amplituden auch sicher identifiziert werden können. Alle anderen unentdeckten Polstellen mit sehr kleinen Residuen haben auf den Admittanz- oder Impedanzverlauf entlang der imaginären Achse einen derart geringen Einfluß, daß sie nicht ins Modell einbezogen werden müssen.

Damit das Verfahren möglichst weit automatisierbar und einem Anwenderkreis ohne entsprechendes Expertenwissen zugänglich ist, wurde ein Algorithmus entwickelt, der die eben genannten Problemstellungen umgeht oder entsprechend löst (Mangold & Russer 1998b).

3.4.1. *Gradientenanstiegsverfahren.* Als grundlegende Aufgabe bleibt die exakte Bestimmung der Polstellen ausgehend von einem vorgegebenen Startpunkt  $p_0$ . Hierfür soll ein iteratives Gradientenanstiegsverfahren benutzt werden, welches auf der stetigen, reellen und skalarwertigen Funktion

$$(2.40) \quad f(\vec{x}) = f(x_1, x_2) = \left| y_{ij}^i(x_1 + jx_2) \right|$$

der beiden reellen Variablen  $x_1$  und  $x_2$  operiert. Der vorgegebene komplexe Startpunkt  $p_0$  bildet sich somit über

$$(2.41) \quad p = x_1 + jx_2$$

auf den Startvektor

$$(2.42) \quad \vec{x}_0 = \begin{pmatrix} \operatorname{Re}\{p_0\} \\ \operatorname{Im}\{p_0\} \end{pmatrix}$$

ab. Im Gegensatz zum bekannten Gradientenabstiegsverfahren

$$(2.43) \quad \vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i - \mu_i \operatorname{grad} f(\vec{x}_i),$$

wie es zur Bestimmung lokaler Extrema  $\vec{x}_e$  einer Funktion  $f(\vec{x})$  mit  $f'(\vec{x}_e) = 0$  benutzt wird (Bronstein & Semendjajew 1991, S. 399), sind zur Bestimmung von Polstellen einige Modifikationen notwendig. Da die Funktion  $f(\vec{x})$  nicht analytisch vorliegt, ist eine adaptive Anpassung der Schrittweite  $\mu_i$  ähnlich

$$(2.44) \quad \operatorname{Min} [f(\vec{x}_i - \mu_i \operatorname{grad} f(\vec{x}_i))]$$

nicht möglich und muß fest vorgegeben werden. Um sich mit jedem Iterationsschritt in Richtung Polstelle  $\vec{x}_{\alpha_n}$  mit

$$(2.45) \quad f(\vec{x}_{\alpha_n}) = \infty$$

zu bewegen, muß die Laufrichtung invertiert werden. Des weiteren muß zur Konvergenz des Gradientenanstiegsverfahrens dem gegen unendlich strebenden Betrag des Gradienten  $\text{grad } f(\vec{x}_i)$  Rechnung getragen werden. Somit ergibt sich folgende Iterationsvorschrift mit festem Koeffizienten  $\mu$ :

$$(2.46) \quad \vec{x}_{i+1} = \vec{x}_i + \frac{\mu}{|\text{grad } f(\vec{x}_i)|^2} \text{grad } f(\vec{x}_i)$$

Als unumgängliches Abbruchkriterium wird sich in der numerischen Umsetzung ein Zahlenüberlauf für  $\text{grad } f(\vec{x}_i)$  oder  $f(\vec{x}_i)$  ergeben. An dieser Stelle ist bereits von einer Konvergenzordnung  $O\left(\frac{1}{x}\right)$  der gesuchten Polstelle ausgegangen worden. Wie bei Gradientenverfahren üblich liegt das wichtigste Kriterium für die Konvergenzgeschwindigkeit des iterativen Algorithmuses in der fest vorgegebenen Schrittweite  $\mu$ . Wird ein ungeeigneter Wert angesetzt, konvergiert der Algorithmus nur sehr schlecht oder gar nicht. Um dieses Problem zu umgehen, kann das Gradientenanstiegsverfahren aus Gleichung (2.46) mit einem Intervallhalbierungsverfahren kombiniert werden. Anstelle die effektiv zurückgelegte Schrittweite über einen festen Koeffizienten  $\mu$  dynamisch an den Betrag des Gradienten  $\text{grad } f(\vec{x}_i)$  zu koppeln, wird durch den berechneten Gradienten lediglich die Richtung festgelegt. In diese eindimensionale Richtung wird zur Bestimmung der Schrittweite ähnlich (2.44) ein Schritt eines Intervallhalbierungsverfahrens durchgeführt.

$$(2.47) \quad \vec{x}'_{i+1} = \vec{x}_i + \mu_i \frac{\text{grad } f(\vec{x}_i)}{|\text{grad } f(\vec{x}_i)|} \leftrightarrow \begin{cases} f(\vec{x}'_{i+1}) > f(\vec{x}_i) & : \vec{x}_{i+1} = \vec{x}'_{i+1} \\ f(\vec{x}'_{i+1}) < f(\vec{x}_i) & : \mu_{i+1} = \frac{\mu_i}{2} \end{cases}$$

Abhängig vom Funktionswert am potentiellen Iterationsschritt  $\vec{x}'_{i+1}$  wird entweder der aktuelle  $\vec{x}$ -Wert angepaßt oder die Schrittweite  $\mu$  halbiert. Einzige Voraussetzung für die Konvergenz dieses Algorithmus ist eine genügend kleine Startschrittweite  $\mu_0$  mit der Eigenschaft, daß der erste Iterationsschritt  $\vec{x}_1$  nicht den Einzugsbereich der gesuchten Polstelle verläßt. Ansonsten ist  $\mu_0$  so groß wie möglich zu wählen. In der praktischen Anwendung weist dieses Iterationsschema im Mittel eine deutlich bessere Konvergenz und Stabilität als das Gradientenanstiegsverfahren nach Gleichung (2.46) auf. Dies liegt daran, daß ein geeigneter Wert des Koeffizienten  $\mu$  in (2.46) nur schwierig und problemspezifisch abgeschätzt werden kann. Eine nahezu optimale Startschrittweite  $\mu_0$  für (2.47) kann hingegen sehr einfach ermittelt werden. Anhaltswerte bilden hier die Abstände zwischen den lokalen Maximas der Admittanz- und Impedanzfunktionen  $y_{ij}^i(p)$  und  $z_{ij}^i(p)$  entlang der imaginären Achse (Abbildung 2.6, oben). Im Sinne einer Automatisierung des Gesamtverfahrens kann zum Beispiel ein Bruchteil ( $\frac{1}{4}$ ) des kleinsten auftretenden Abstandes gewählt werden.

Beide der beschriebenen Gradientenanstiegsverfahren basieren auf der Berechnung des Gradienten  $\text{grad } f(\vec{x}_i)$ . Da die Funktion  $f(\vec{x}_i)$  über (2.40), (2.36) und (2.31) nur numerisch ausgewertet werden kann, muß auch der Gradient an der Stelle  $\vec{x}_i$  numerisch über Differenzenquotienten ermittelt werden.

$$(2.48) \quad \text{grad } f(\vec{x}_i) = \begin{pmatrix} \frac{f(x_1+\Delta, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta} \\ \frac{f(x_1, x_2+\Delta) - f(x_1, x_2)}{\Delta} \end{pmatrix}$$

An dieser Stelle wird wiederum der Vorteil des zweiten Gradientenverfahrens (2.47) deutlich. Weil nur die Richtung und nicht der Betrag des Gradienten benötigt wird, kann ein relativ großer Offset  $\Delta$  zur numerischen Auswertung von (2.48) verwendet werden. Die exakte Berechnung von (2.48) in der Nähe einer Polstelle  $\bar{x}_{\alpha_n}$  würde ansonsten höchste Ansprüche an die Numerik stellen. Ein Betragsfehler im Gradienten ist für das Iterationschema nach Gleichung (2.47) ohne Bedeutung. Der Offset  $\Delta$  muß allgemein nach Gesichtspunkten der eingesetzten Numerik (Rechengenauigkeit  $\varepsilon$ ) gewählt werden. Mit der Kenntnis über den stetigen Funktionsverlauf in der Umgebung einer Polstelle kann  $\Delta$  bis zu einem unteren Schwellwert als fester Bruchteil der Schrittweite  $\mu_i$  dynamisch angepaßt werden. Zum Beispiel:

$$(2.49) \quad \Delta_i = \frac{1}{10} \mu_{i+1}$$

Aufwendige Gleitkommaoperationen am Rande der Rechengenauigkeit werden auf diese Weise so lange wie möglich vermieden.

3.4.2. *Systematische Wahl der Startpunkte.* Die wichtigste Voraussetzung zur Extraktion einer bestimmten Polstelle  $\alpha_n$  aus einer Funktion mit unendlich vielen Polstellen ist die Wahl eines geeigneten Startpunktes  $p_{0_n}$ . Um dieses Problem systematisch zu lösen und gezielt die dominierenden Polstellen zu extrahieren, wurde ein Algorithmus basierend auf der Modellfunktion

$$(2.50) \quad M_{ij}^N(p) = A^{(0)} + \sum_{n=1}^N \left( \frac{A^{(n)}}{p - \alpha_n} + \frac{A^{(n)*}}{p - \alpha_n^*} \right) + A^{(\infty)} p$$

entwickelt. Die Funktion  $M_{ij}^N(p)$  ist strukturell identisch mit den einzelnen Matrixeinträgen aus Gleichung (2.20). Die komplexen Parameter  $A^{(0)}$ ,  $A^{(n)}$  und  $A^{(\infty)}$  in (2.50) unterliegen jedoch keinen Einschränkungen. In  $M_{ij}^N(p)$  sind alle  $N$  bereits extrahierten Polstellen  $\alpha_n$  eines zu approximierenden Matrixelements  $y_{ij}^i(p)$  enthalten. Zu Beginn der Iteration ist  $N = 0$  und demzufolge auch

$$(2.51) \quad M_{ij}^0(p) = 0.$$

Das Gradientenanstiegsverfahren aus Abschnitt 3.4.1 wird nun nicht direkt auf die zu approximierende Funktion  $y_{ij}^i(p)$  angewandt, sondern auf eine neu definierte Funktion

$$(2.52) \quad D_{ij}^N(p) = y_{ij}^i(p) - M_{ij}^N(p),$$

welche keine bereits extrahierten Polstellen  $\{\alpha_n | n \in [1, N]\}$  mehr enthält.  $D_{ij}(p)$  bildet die Differenz der Eingangsdaten und des bereits erstellten Modells nach Gleichung (2.50). Auf diese Weise ist sichergestellt, daß der gradientenbasierte Extraktionsalgorithmus in jedem Iterationsschritt zu einer neuen Polstelle  $\alpha \neq \alpha_n | n \in [1, N]$  konvergiert. Dies ist selbst für identische Startpunkte  $p_{0_{n+1}} = p_{0_n}$  gegeben. In Abbildung 2.7 sind typische Verläufe dieser Funktionen nach der Extraktion einer Polstelle gezeigt.

Damit eine im Iterationsschritt  $l$  extrahierte Polstelle  $\alpha_l$  in die Modellfunktion  $M_{ij}^N(p)$  aufgenommen werden kann, muß das zugehörige Residuum  $A^{(n)}$  aus den Eingangsdaten

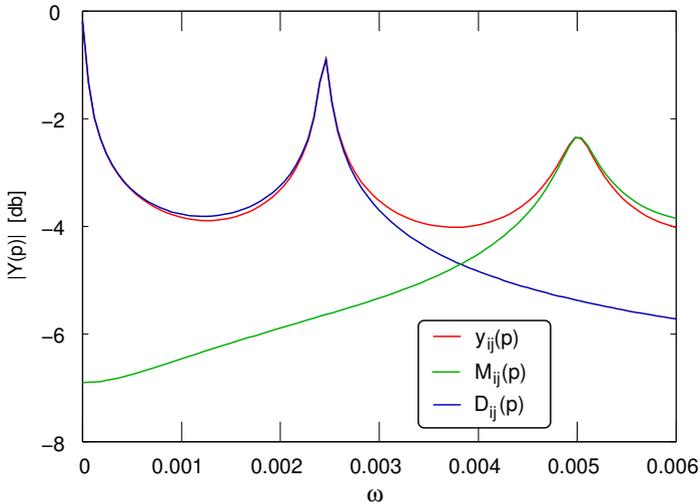


ABBILDUNG 2.7. Typische Verläufe der Funktionen  $y_{ij}^i(p)$ ,  $D_{ij}(p)$  und  $M_{ij}(p)$  entlang der imaginären Achse mit  $p = j\omega$ ;  $N = 1$

$y_{ij}^i(p)$  bestimmt werden. Wird die gerechtfertigte Annahme getroffen, daß die Eingangsdaten als rationale Funktion darstellbar sind, kann folgende Näherung basierend auf einer entsprechenden Partialbruchzerlegung benutzt werden:

$$(2.53) \quad \begin{aligned} y_{ij}(p) &= A^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{A^{(n)}}{p - \alpha_n} + \frac{A^{(n)*}}{p - \alpha_n^*} \right) + \mathbf{A}^{(\infty)} p \\ &\approx \frac{A^{(i)}}{p - \alpha_i} + \frac{A^{(i)*}}{p - \alpha_i^*} \end{aligned}$$

Sie gilt ausschließlich in der engen Umgebung  $|p - \alpha_i| < \epsilon$  der Polstelle  $\alpha_i$  bzw.  $|p - \alpha_i^*| < \epsilon$  der Polstelle  $\alpha_i^*$ . Der auftretende Näherungsfehler geht gegen null für  $p \rightarrow \alpha_i$ .

Zur Berechnung des Residuums  $A^{(i)}$  der Polstelle  $\alpha_i$  mit Gleichung (2.53) würde ein einziger Abtastwert  $y_{ij}^i(p_t)$  mit  $|p_t - \alpha_i| < \epsilon$  genügen. Es ist jedoch auch möglich das Problem im Sinne einer  $l_2$ -Fehlerminimierung für ein ganzes Testset  $T$  aus  $N_t$  Testpunkten mit der Eigenschaft

$$(2.54) \quad T = \{p_t : |p_t - \alpha_i| < \epsilon\}$$

analytisch zu lösen. Ein derartiges Vorgehen mittelt über eventuell vorhandene Fehlerterme in den Eingangsdaten  $y_{ij}^i(p)$  und führt zu einem deutlich robusteren Algorithmus. Sind die Funktionswerte  $y_{ij}^i(p_t)$  aller  $N_t$  Testpunkte  $p_t$  bekannt, kann das Minimierungsproblem

nach (2.53) sowohl einseitig

$$(2.55) \quad \text{Min} \left[ \sum_{t=1}^{N_t} \left| \frac{A^{(i)}}{p_t - \alpha_i} - y_{ij}^i(p_t) \right|^2 \right]$$

als auch für die jeweils zueinander konjugiert komplexen Polstellenpaare gemeinsam

$$(2.56) \quad \text{Min} \left[ \sum_{t=1}^{N_t} \left| \frac{A^{(i)}}{p_t - \alpha_i} + \frac{A^{(i)*}}{p_t - \alpha_i^*} - y_{ij}^i(p_t) \right|^2 \right]$$

formuliert werden. Die implizit definierte quadratische Fehlerfunktion  $E^{(i)}(A^{(i)})$  besitzt nur ein einziges lokales Minimum, welches über

$$(2.57) \quad \frac{\partial E^{(i)}(A^{(i)})}{\partial \text{Re}\{A^{(i)}\}} = 0$$

und

$$(2.58) \quad \frac{\partial E^{(i)}(A^{(i)})}{\partial \text{Im}\{A^{(i)}\}} = 0$$

eindeutig definiert ist. Die geschlossene Lösung im allgemeinen Fall  $\text{Im}\{\alpha_i\} \neq 0$  ergibt sich für den einseitigen Fall aus (2.55) zu

$$(2.59) \quad \text{Re}\{A^{(i)}\} = \frac{\sum_{t=1}^{N_t} \text{Re} \left\{ \frac{y_{ij}^i(p_t)}{(p_t - \alpha_i)^*} \right\}}{\sum_{t=1}^{N_t} \frac{1}{|p_t - \alpha_i|^2}}$$

$$(2.60) \quad \text{Im}\{A^{(i)}\} = \frac{\sum_{t=1}^{N_t} \text{Im} \left\{ \frac{y_{ij}^i(p_t)}{(p_t - \alpha_i)^*} \right\}}{\sum_{t=1}^{N_t} \frac{1}{|p_t - \alpha_i|^2}}.$$

Für Gleichung (2.56) erhält man zur Bestimmung der gesuchten komplexen Größe  $A^{(i)}$  folgende Ausdrücke:

$$(2.61) \quad A^{(i)\text{re}} = \frac{(\mathcal{A} - 2\mathcal{C}^{\text{re}})(\mathcal{B}_2^{\text{re}} + \mathcal{B}_1^{\text{re}}) - 2\mathcal{C}^{\text{im}}(\mathcal{B}_2^{\text{im}} - \mathcal{B}_1^{\text{im}})}{|\mathcal{A}|^2 - 4|\mathcal{C}|^2}$$

$$(2.62) \quad A^{(i)\text{im}} = \frac{(\mathcal{A} + 2\mathcal{C}^{\text{re}})(\mathcal{B}_2^{\text{im}} - \mathcal{B}_1^{\text{im}}) - 2\mathcal{C}^{\text{im}}(\mathcal{B}_2^{\text{re}} + \mathcal{B}_1^{\text{re}})}{|\mathcal{A}|^2 - 4|\mathcal{C}|^2}$$

Hierbei gilt:

$$(2.63) \quad \mathcal{A} = \sum_{t=1}^{N_t} \left( \frac{1}{|p_t - \alpha_i|^2} + \frac{1}{|p_t - \alpha_i^*|^2} \right)$$

$$(2.64) \quad \mathcal{B}_1 = \sum_{t=1}^{N_t} \frac{y_{ij}^i(p_t)}{(p_t - \alpha_i)}$$

$$(2.65) \quad \mathcal{B}_2 = \sum_{t=1}^{N_t} \frac{y_{ij}^i(p_t)^*}{(p_t - \alpha_i^*)}$$

$$(2.66) \quad \mathcal{C} = \sum_{t=1}^{N_t} \frac{1}{(p_t - \alpha_i)(p_t^* - \alpha_i)} = \sum_{t=1}^{N_t} \frac{1}{|p_t|^2 - 2\alpha_i \operatorname{Re}\{p_t\} + \alpha_i^2}$$

Die hochgestellten Kennungen  $x^{\operatorname{re}}$  und  $x^{\operatorname{im}}$  bezeichnen jeweils Real- und Imaginärteil einer Größe. Gleichungen (2.61) und (2.62) gelten auch im Fall  $\operatorname{Im}\{\alpha_i\} \rightarrow 0$ , müssen aus numerischen Gründen jedoch eigens behandelt werden. Entscheidend für die Genauigkeit der Berechnung ist die Wahl des Testsets  $T$ . Eine kreisförmige Anordnung der  $N_t$  Testpunkte  $p_t$  um die Polstelle  $\alpha_i$  im Abstand  $\delta$  ist naheliegend und erwies sich als geeignet.

$$(2.67) \quad p_t = \alpha_i + \delta \cdot e^{j \frac{2\pi}{N_t} t}$$

Der Abstand  $\delta$  ist so festzulegen, daß der mittlere Funktionswert

$$(2.68) \quad y_{th} = \left| y_{ij}^i(p_t) \right|$$

aller Testpunkte zwar deutlich über dem Admittanz- bzw. Impedanzniveau der Umgebung liegt, auf der anderen Seite aber noch keine numerischen Ungenauigkeiten der diskreten Laplacetransformation bei der Berechnung von  $|y_{ij}^i(p_t)|$  entstehen. Ein guter Kompromiß ist bei einem Faktor  $10^4$  über dem mittleren Funktionsniveau gegeben. Dieses liegt im Fall einer Admittanzrealisierung von typischen  $50\Omega$ -Schaltungen deutlich unter eins, so daß

$$(2.69) \quad y_{th} \approx 1000$$

angesetzt werden kann. Ein eigener Schritt zur Berechnung von  $\delta$  ist nicht notwendig, da im Rahmen des Gradientenanstiegsverfahrens zur Extraktion von  $\alpha_i$  bereits ein Funktionsprofil entlang eines Pfades zur Polstelle aufgezeichnet worden ist. Das Iterationsschema nach Gleichung (2.47) stellt zudem sicher, daß es sich um Abtastpunkte  $p_i$  mit stetig anwachsendem Funktionswert  $|y_{ij}^i(p_i)|$  handelt. Der gesuchte Wert  $\delta$  kann somit für

$$(2.70) \quad \begin{aligned} |y_{ij}^i(p_i)| &\leq y_{th} \\ |y_{ij}^i(p_{i+1})| &> y_{th} \end{aligned}$$

über eine lineare Approximation abgeschätzt werden.

$$(2.71) \quad \delta = \left| \alpha_i - \left( p_i + (p_{i+1} - p_i) \cdot \frac{y_{th} - |y_{ij}^i(p_i)|}{|y_{ij}^i(p_{i+1})| - |y_{ij}^i(p_i)|} \right) \right|$$

Als letzter offener Punkt bleibt die Frage nach dem Startwert  $p_{0_n}$ . Wie bei der Einführung der Differenzfunktion  $D_{ij}^N(p)$  bemerkt wurde, ist der gradientenbasierte Suchalgorithmus auf  $D_{ij}^N(p)$  unabhängig vom Startpunkt. Polstellen werden iterativ aus  $D_{ij}^N(p)$  eliminiert, was die Konvergenz zu einer neuen Polstelle in jedem Iterationsschritt sicherstellt. Der Startpunkt entscheidet nur noch über Konvergenzgeschwindigkeit. Damit die Polstellen aber ihrem Einfluß nach geordnet extrahiert werden und nach dem  $N$ -ten Iterationsschritt auch tatsächlich die  $N$  wichtigsten Polstellen  $\alpha_n$  gefunden worden sind, wird als Startpunkt  $p_{0_n}$  immer das globale Maximum der Funktion  $D_{ij}^N(p)$  im Gültigkeitsbereich  $\mathcal{G}$  entlang der imaginären Achse gewählt.

$$(2.72) \quad p_{0_n} = \left\{ p \mid |D_{ij}^N(p)| = \text{Max} \left[ |D_{ij}^N(j\omega)| \right], \omega \in \mathcal{G} \right\}$$

Denn Ziel ist es, die Differenzfunktion  $D_{ij}^N(p)$  genau im Bereich  $\mathcal{G}$  für  $N \rightarrow \infty$  auf die mit Gleichung (2.50) nicht beschreibbaren Störanteile der Eingangsdaten zu reduzieren. Die Wahl eines ausgeprägten lokalen Maximums in  $D_{ij}^N(p)$  führt zur Extraktion der zugehörigen Polstelle und eliminiert dieses lokale Maximum aus  $D_{ij}^N(p)$  ab  $N + 1$ . In Abbildung 2.7 ist bei  $\omega = 0.005$  genau dieser Effekt zu erkennen.

3.4.3. *Polstelle bei  $p = \infty$ .* Es sind alle dominierenden Polstellen mit  $\text{Im}\{\alpha_n\} < \omega_{max}$  bestimmt, wenn das globale Maximum bei  $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$  am oberen Rand des spezifizierten Gültigkeitsbereichs auftritt. In den folgenden Iterationsschritten werden nun auch Polstellen mit  $\text{Im}\{\alpha_n\} > \omega_{max}$  extrahiert. Die Extraktionsordnung dieser Polstellen ist aber nicht mehr nach deren Einfluß auf den Funktionsverlauf entlang der imaginären Achse gegeben, sondern wird vom Abstand  $|j\omega_{max} - \alpha_n|$  festgelegt. Ab diesem Punkt ist es wichtig, die Polstelle bei  $p = \infty$  ins Modell aufzunehmen. Sie würde vom Algorithmus auf Grund der unendlich vielen Polstellen verteilter Schaltungen nie erreicht werden. Da man dieser Polstelle innerhalb des Gültigkeitsbereichs näherungsweise die Beträge aller Polstellen mit

$$(2.73) \quad \text{Im}\{\alpha_n\} \gg \omega_{max}$$

aufschlagen kann, spielt sie in der Ersatzschaltbildgenerierung eine entscheidende Rolle. Dies kann aus der Potenzreihenentwicklung

$$(2.74) \quad \frac{1}{z - a} = \sum_{n=0}^{\infty} -a^{-(n+1)} z^n \quad , \quad |z| < |a| \neq 0$$

gefolgert werden (Bronstein & Semendjajew 1991, S. 517). Zur Berechnung des entsprechenden Koeffizienten  $A^{(\infty)}$  wird davon ausgegangen, daß der Funktionswert  $D_{ij}^N(j\omega_{max})$  ausschließlich aus dem Anteil der Polstelle  $\alpha_n = \infty$  herrührt. Damit ergibt sich

$$(2.75) \quad A^{(\infty)} = \frac{D_{ij}^N(j\omega_{max})}{j\omega_{max}}$$

Werden nach der Einbeziehung von  $\alpha_n = \infty$  noch weitere Polstellen mit  $\text{Im}\{\alpha_n\} > \omega_{max}$  extrahiert, muß der Koeffizient  $A^{(\infty)}$  in jedem folgenden Iterationsschritt neu berechnet werden.

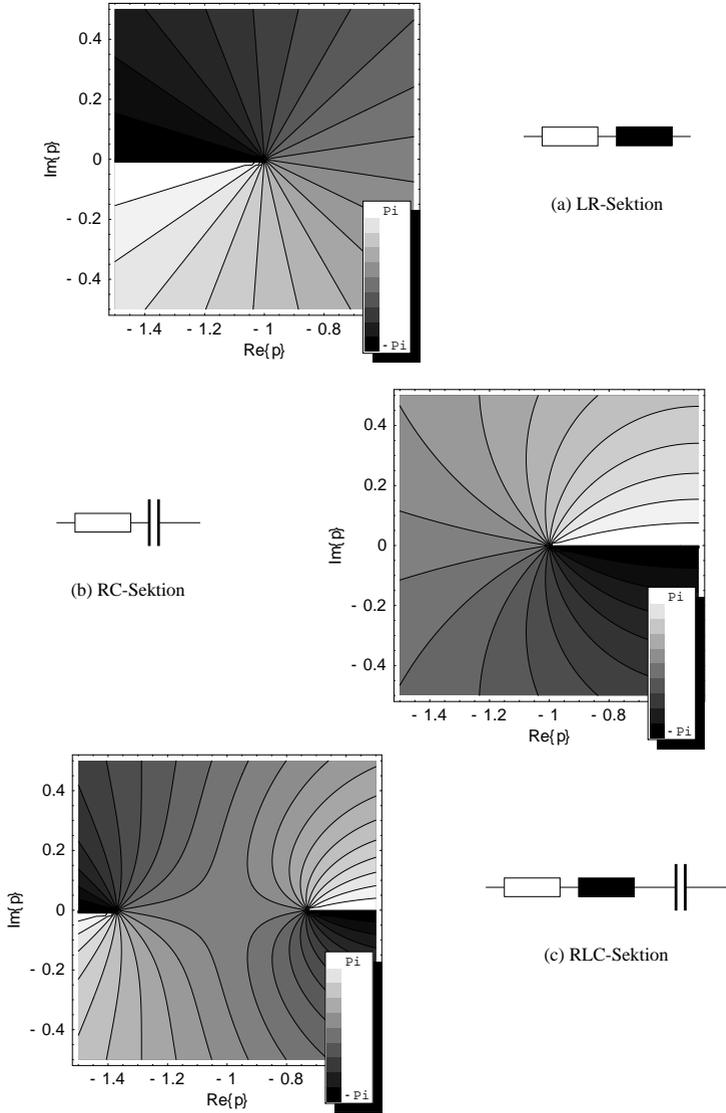


ABBILDUNG 2.8. Phasenmuster der drei grundlegenden Zweipole mit  $\text{Im}\{\alpha_n\} = 0$

3.4.4. *Klassifikation von Polstellen bei  $\text{Im}\{p\} = 0$ .* Neben der Polstelle bei  $p = \infty$  sind auch die Polstellen entlang der negativen reellen  $p$ -Achse mit  $\text{Im}\{\alpha_n\} = 0$  gesondert zu behandeln. Sie gehen aus  $Y'_m^{(n)}(p)$  in Gleichung (2.21) über entsprechende Grenzübergänge hervor und müssen in einer Implementierung des Gesamtverfahrens infolge der damit verbundenen numerischen Schwierigkeiten getrennt abgearbeitet werden. Neben der speziellen Polstelle  $\alpha_n = 0$  gibt es prinzipiell drei Typen von Polstellen entlang  $\text{Im}\{p\} = 0$ , die hierfür entsprechend klassifiziert werden müssen. Als erstes soll der durch die Darstellung in (2.20) nicht mehr abgedeckte Fall eines kritisch oder übergedämpften RLC-Zweipols betrachtet werden. Für diesen Fall gilt

$$(2.76) \quad Y'_m^{(n)}(p) \stackrel{G \rightarrow 0}{\equiv} \frac{pC}{p^2LC + pRC + 1}$$

mit

$$(2.77) \quad \sqrt{\frac{L}{C}} \leq \frac{1}{2}R.$$

Die beiden ansonst zueinander konjugiert komplexen Polstellen degenerieren bei einer Parameterkonstellation nach (2.77) zu zwei Polstellen entlang  $\text{Im}\{p\} = 0$ . Man spricht von einem übergedämpften Schwingkreis. Im Fall des Gleichheitszeichens in (2.77) tritt die sogenannte kritische Dämpfung des RLC-Serienschwingkreises auf, bei der die beiden Polstellen zu einer einzigen, doppelten Polstelle mit  $\text{Im}\{p\} = 0$  verschmelzen. Schaltungen mit schwachen Verlusten können derartige Polstellen nicht enthalten, da nach Gleichung (2.77) ein relativ großer Widerstandswert in einer Serienschaltung vorliegen müßte, was sehr hohen Verlusten entspricht. Die Existenz von übergedämpften Schwingkreisen soll ausgeschlossen werden, da dies eine Grundvoraussetzung der Anwendbarkeit des gesamten Verfahrens verletzen würde. In allen bisher durchgeführten Modellierungsbeispielen ist dieser Fall noch nie beobachtet worden und soll im folgenden nicht weiter berücksichtigt werden.

Polstellen mit  $\text{Im}\{\alpha_n\} = 0$  und  $\text{Re}\{\alpha_n\} < 0$  können daher entweder einer RC-Sektion mit

$$(2.78) \quad Y'_m^{(n)}(p) \stackrel{G \rightarrow 0}{\equiv} \frac{pC}{pRC + 1}$$

oder einer LR-Sektion mit

$$(2.79) \quad Y'_m^{(n)}(p) \stackrel{G \rightarrow 0}{\equiv} \frac{1}{pL + R} = \frac{\frac{1}{R}}{p\frac{L}{R} + 1}$$

zugeordnet werden. Um nun entscheiden zu können, welcher der beiden Fälle vorliegt, muß die Phaseninformation der Eingangsdaten  $y_{ii}^i(p)$  in der Umgebung der Polstelle ausgewertet werden. Diese läßt eine eindeutige Identifikation anhand der Phasenmuster in den Selbstadmittanz- oder Selbstimpedanztermen zu. In Transadmittanz- und Transimpedanztermen mit  $i \neq j$  macht ein optionaler Vorzeichenwechsel die Unterscheidung unmöglich.

Abbildung 2.8 zeigt die charakteristischen Phasenverteilungen der drei möglichen Polstellentypen. Bei einer LR-Sektion in Abbildung 2.8(a) tritt der Phasensprung von  $-\pi \rightarrow \pi$  dem Ursprung abgewandt auf, während eine RC-Sektion (Abbildung 2.8(b)) diesen Sprung zum Ursprung hin aufweist. Der Vollständigkeit ist in Abbildung 2.8(c) auch die Phasenverteilung einer übergedämpften RLC-Sektion aufgetragen. Diese wäre anhand der Phaseninformation nicht von einem Paar aus LR- und RC-Sektionen unterscheidbar. Erst feste Zusammenhänge zwischen Polstellen und zugehörigen Residuen macht eine Klassifikation möglich. Da deren Existenz jedoch ausgeschlossen werden konnte, soll dieses Problem nicht weiter untersucht werden.

3.4.5. *Sonderfälle von  $\mathbf{A}^{(n)}$ .* Bisher wurde immer von vollbesetzten Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  mit

$$(2.80) \quad a_{ij} \neq 0 \quad \forall i, j \in [1, M]$$

ausgegangen, was bedeutet, daß eine bestimmte Polstelle  $\alpha_n$  in allen Matrixelementen  $y_{ij}^i(p)$  oder  $z_{ij}^i(p)$  vorkommen muß. Die Forderung nach symmetrisch positiv semidefiniten Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  läßt auch Fälle mit  $a_{ij} = 0$  zu. Die zulässigen Kombinationen spiegeln jedoch immer das systemtheoretische Prinzip der Steuer- und Beobachtbarkeit wieder. Ist eine Polstelle  $\alpha_n$  im Transadmittanzkoeffizienten  $y_{ij}^i(p)$  oder Transimpedanzkoeffizienten  $z_{ij}^i(p)$  mit  $i \neq j$  vorhanden, muß sie auch in den zugehörigen Selbstadmittanzen  $y_{ii}^i(p)$  und  $y_{jj}^i(p)$  bzw. den Selbstimpedanzen  $z_{ii}^i(p)$  und  $z_{jj}^i(p)$  auftreten. Wäre dies nicht der Fall, liegt nach dem Positivitätstest von C.G. Jacobi (Meyberg & Vachener 1990, S. 353) im Modell nach Gleichung (2.20) keine positiv semidefinite Matrix  $\mathbf{A}^{(n)}$  vor. Dies ist durch eine einfache Umordnung der Matrix auf  $j = 1$  und  $i = 2$  zu zeigen. Die Determinante der entstehenden Hauptuntermatrix

$$(2.81) \quad \mathbf{H}_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{ji} \\ a_{ij} & 0 \end{pmatrix}$$

ist in diesem Fall für symmetrische Matrizen mit  $a_{ij} = a_{ji}$  immer negativ, was nach dem Positivitätstest keiner positiv semidefiniten Matrix entspricht. Der Sonderfall einer Matrix

$$(2.82) \quad \mathbf{A}^{(n)} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{ii} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

ist für den Fall

$$(2.83) \quad a_{ii} > 0$$

zulässig. Die Polstelle  $\alpha_n$  tritt dann ausschließlich in der Toradmittanz  $y_{ii}^i(p)$  bzw. Torimpedanz  $z_{ii}^i(p)$  auf.

3.4.6. *Iterationsabbruch.* Von den auf Seite 21 aufgelisteten Fragen ist bis auf den Iterationsabbruch jede beantwortet worden. Muß entschieden werden, wieviele Polstellen  $N$  ins Ersatzschaltbild mit aufgenommen werden, sind zwei unterschiedliche Voraussetzungen zu betrachten:

**a)** Im Idealfall einer verlustlosen Schaltung kann für fehlerfreie Eingangsdaten  $\mathbf{Y}^i(p)$  eine vollständige Nachbildung von  $\mathbf{Y}^i(p)$  durch das Modell erreicht werden. Da  $N$  in diesem Fall gegen unendlich strebt, muß der Anwender  $N$  im Sinne eines Kompromisses zwischen Approximationsfehler  $F$  und Modellkomplexität spezifizieren. Ein allgemeingültiges Abbruchkriterium kann nicht formuliert werden.

**b)** Liegen schwache Verluste in einer Schaltung vor, wird immer ein bleibender Approximationsfehler  $F$  existieren. Die benutzte mathematische Beschreibungsform aus Gleichung (2.20) deckt den durch  $\mathbf{Y}^i(p)$  aufspannbaren Wertebereich passiver reziproker Mehrpole nicht vollständig ab. In der Praxis stets vorhandene Störanteile der Eingangsdaten vergrößern den bleibenden Approximationsfehler  $F$  bei  $N \rightarrow \infty$  noch weiter. Sie führen sogar dazu, daß ein  $N_{max}$  existiert, ab dem der Approximationsfehler  $F(N)$  wieder ansteigen kann. Wird nun dieses  $N_{max}$  über einen Approximationsfehler  $F(N)$  nach  $l_\infty$ -Fehlernorm definiert, gilt

$$(2.84) \quad F(N) = \text{Max} \left[ |D_{ij}^N(j\omega)| \right], \omega \in \mathcal{G}.$$

Der aktuell vorliegende Approximationsfehler  $F(N)$  ist demnach identisch mit dem globalen Maximum im Gültigkeitsbereich  $\mathcal{G}$ , wie es zur Festlegung der einzelnen Startpunkte  $p_{0n}$  in Gleichung (2.72) benutzt wird. Der Iterationsabbruch  $N_{max}$  bei der Extraktion von Polstellen  $\alpha_n$  kann daher wie folgt definiert werden:

$$(2.85) \quad |D_{ij}^N(p_{0_{N+1}})| \geq |D_{ij}^{N-1}(p_{0_N})|$$

Bei ausreichender Genauigkeit des aktuellen Modells bleibt ein vorzeitiger Iterationsabbruch dem Anwender überlassen.

3.4.7. *Effiziente Implementierung.* Das Vorgehen zur Extraktion der  $N$  im Netzwerkmodell berücksichtigten Polstellen wurde als iterativer Algorithmus beschrieben, der auf einem bestimmten Matrixelement  $y_{i'j'}^i(p)$  der Eingangsdaten operiert. Im Sinne einer effizienten Implementierung ist es jedoch überflüssig eine bestimmte Polstelle  $\alpha_n$  in jeder Eingangsfunktion  $y_{ij}^i(p)$  über einen Gradientenanstieg ausgehend von einem Startwert nach Abschnitt 3.4.2 zu bestimmen. Abgesehen von den in 3.4.5 beschriebenen Ausnahmen ist diese Polstelle  $\alpha_n$  nach Gleichung 2.20 in allen Elementen  $y_{ij}^i(p)$  enthalten. Nachdem die Polstellen aus  $y_{i'j'}^i(p)$  extrahiert worden ist, braucht  $\alpha_n$  in allen anderen Matrixelementen  $y_{ij}^i(p)$  nur noch verifiziert werden. Dies kann durch einen Start des Gradientenanstiegsverfahrens ausgehend von  $\alpha_n$  geschehen. Nur wenige Iterationsschritte sind im Rahmen der numerischen Genauigkeit zu erwarten. Minimale Abweichungen der Einzelergebnisse  $\alpha_{n_{ij}}$  untereinander sind auf Grund der Störanteile in den Eingangsdaten zulässig und als identisch zu werten. Für die weitere Ersatzschaltbildgenerierung wird in Gleichung (2.20)

der Mittelwert aller Matrixelemente gebildet.

$$(2.86) \quad \overline{\alpha_n} = \frac{1}{M^2} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^M \alpha_{n_{ij}}$$

Eine effiziente Implementierung der Polstellenextraktion wird daher alle Matrixelemente  $y_{ij}^i(p)$  parallel abarbeiten. Da nach Abschnitt 3.4.5 Polstellen in Nebendiagonalelementen  $y_{ij}^i(p)$  mit  $i \neq j$  auch in den zugehörigen Diagonalelementen enthalten sein müssen, wird der reguläre Extraktionsalgorithmus sinnigerweise auf Nebendiagonalelemente angewandt. Sind diese vollständig approximiert, werden anschließend die Hauptdiagonalelemente bezüglich der Sonderfälle nach 3.4.5 untersucht.

**3.5. Bestimmung der Polstellenamplituden.** Nachdem genügend Polstellen extrahiert worden sind, wird die Lage  $\alpha_n$  der Polstellen nicht mehr verändert. Im theoretischen Fall idealer Eingangsdaten  $\mathbf{Y}^i(p)$  eines verlustlosen linear reziproken Mehrtors sind mit Gleichung (2.61) und (2.62) bereits die korrekten, reellen Koeffizienten für eine Darstellung der Admittanzparameter in Form einer Foster-Matrix (2.1) berechnet worden. Die Einhaltung des beschränkten Parameterraums linear passiver Mehrtere nach Abschnitt 2.1 ist bei der Polstellenextraktion hingegen nicht explizit beachtet worden. Störanteile in den Eingangsdaten führen in der Praxis meist zu indefiniten Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  mit komplexen Koeffizienten, die nicht im erlaubten Parameterhalbraum liegen. Daher sollen die einzelnen Polstellenamplituden  $a_{ij}^{(n)}$  durch eine Ausgleichsrechnung mit entsprechenden Nebenbedingungen so bestimmt werden, daß eine bestmögliche Approximation der Eingangsdaten mit einem Parametersatz zu Gleichung (2.20) im gewünschten Halbraum erzielt wird. Das auftretende Optimierungsproblem wird hierfür über die allgemeine, noch festzulegende Fehlerfunktion

$$(2.87) \quad E(\mathbf{A}^{(0)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)}, \mathbf{A}^{(\infty)}, A_0^{(1)}, \dots, A_0^{(N)})$$

gelöst. Die Veränderlichen der Fehlerfunktion  $E$  umfassen somit alle auftretenden Polstellenamplituden  $a_{ij}^{(n)}$  und die komplexen Vorfaktoren  $A_0^{(n)}$ . Die Parameter  $a_{ij}^{(n)}$  werden auf Grund der Forderung nach symmetrischen, reellen und positiv semidefiniten Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  nur reell zugelassen. Um das Optimierungsproblem lösen zu können, muß der unbestimmte Freiheitsgrad eines skalaren, reellen Faktors der Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  einer Polstelle  $\alpha_n$  festgelegt werden. Dieser kann in der Darstellung (2.20) sowohl  $A_0^{(n)}$  als auch der Matrix  $\mathbf{A}^{(n)}$  selbst aufgeschlagen werden. Wir definieren den komplexen Vorfaktor  $A_0^{(n)}$  deshalb als reinen Phasenfaktor mit

$$(2.88) \quad \left| A_0^{(n)} \right| = 1 .$$

Auf diese Weise kommt es zu keiner weiteren Einschränkung der Parameter von Gleichung (2.20). Es wird lediglich die Konvergenz des folgenden Optimierungsverfahrens sichergestellt. Dieser Parameter kann somit anhand

$$(2.89) \quad A_0^{(n)} = e^{j\varphi_n} .$$

auf einen reellen Wert  $\varphi_n$  übergeführt werden. Als Eingangsvektor der Fehlerfunktion  $E$  wird schließlich der reelle Vektor  $\vec{x}$  definiert:

$$(2.90) \quad \vec{x} = \left( a_{11}^{(0)}, a_{12}^{(0)}, a_{13}^{(0)}, \dots, a_{MM}^{(0)}, \right. \\ \left. a_{11}^{(1)}, a_{12}^{(1)}, \dots, a_{MM}^{(N)}, a_{11}^{(\infty)}, \dots, a_{MM}^{(\infty)}, \varphi_1, \dots, \varphi_N \right)^T \in \mathcal{D}$$

Zur Lösung des Ausgleichproblems im eingeschränkten Parameterraum passiver M-Tore

$$(2.91) \quad \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^D \Big|_{D=M((2+N)M+1)}$$

soll wiederum ein gradientenbasiertes Verfahren herangezogen werden. Dies ist darin begründet, daß aus den Ergebnissen der Polstellenextraktion ein Startwert in der Nähe der gesuchten Extremale abgeleitet werden kann. Ein gradientenbasiertes Verfahren realisiert die systematische Bestimmung des nächstgelegenen Minimums der Fehlerfunktion am effizientesten. Stochastische Suchstrategien zur Auffindung des globalen Minimums sind nicht notwendig. Prinzipiell kann jedes bekannte Optimierungsverfahren herangezogen werden, welches in der Lage ist, die Forderung nach positiv semidefiniten Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  zu berücksichtigen. Das Problem liegt im allgemeinen darin, daß diese Forderung nur indirekt und mit gegenseitiger Abhängigkeit für die eigentlichen Veränderlichen  $a_{ij}^{(n)}$  formuliert werden kann.

3.5.1. *Fehlerfunktion.* Über eine vorzugebende Fehlerfunktion wird die Approximationsgenauigkeit des Modells nach Gleichung (2.20) bezüglich dem Sollverlauf, also den Eingangsdaten  $\mathbf{Y}^i(p)$ , quantitativ bewertet. Da  $\mathbf{Y}^i(p)$  nicht analytisch vorliegt, wird hierfür ein Satz von  $L$  Testpunkten  $p_l$  mit der Eigenschaft

$$(2.92) \quad p_l = \{p \mid p \in \mathcal{G}\} \quad \forall l \in [1, L]$$

verwendet. In der Regel tasten die Punkte  $p_l$  den Gültigkeitsbereich  $\mathcal{G}$  des zu generierenden Ersatzschaltbildes gleichmäßig ab. Für ein einfach zusammenhängendes Gebiet nach (2.29) kann zum Beispiel

$$(2.93) \quad p_l = \frac{l-1}{L-1} \cdot j\omega_{max}$$

angesetzt werden. An den Testpunkten  $p_l$  wird der Abstand zwischen Approximation  $\mathbf{Y}(p)$  und Sollverlauf  $\mathbf{Y}^i(p)$  berechnet. Die matrixwertigen Funktionen werden hierzu zu Vektoren entfaltet. Wegen der Symmetrie der Matrizen wird für eine gleichmäßige Gewichtung von Reflexions- und Transmissionstermen nur die obere oder untere Dreiecksmatrix berücksichtigt. Es gilt

$$(2.94) \quad \vec{y}(p) = (y_{11}, y_{21}, y_{22}, y_{31}, y_{32}, \dots, y_{MM})^T$$

und

$$(2.95) \quad \vec{y}^i(p) = \left( y_{11}^i, y_{21}^i, y_{22}^i, y_{31}^i, y_{32}^i, \dots, y_{MM}^i \right)^T.$$

Zur Berechnung des Approximationsfehlers anhand des Abstandes zwischen  $\vec{y}(p)$  und  $\vec{y}^i(p)$  ist die  $l_2$ -Norm am gebräuchlichsten.

$$(2.96) \quad E|_{p=p_l} = \left| \vec{y}^i(p_l) - \vec{y}(p_l) \right|^2$$

Im Fall von Admittanz- oder Impedanzparametern ist dies jedoch eine ungeeignete Wahl. Wegen des nach oben offenen Wertebereichs werden bei der Anwendung einer  $l_2$ -Fehlernorm auf den Absolutbetrag nur die Bereiche nahe der Polstellen mit sehr großen Funktionswerten gut approximiert (vergleiche Abbildung 2.6 oben). Frequenzbereiche mit Funktionswerten in der Größenordnung der Torbezugswiderstände bzw. Torbezugsleitwerte, welche im Hochfrequenzbereich die größte Empfindlichkeit bezogen auf die Übertragungseigenschaften aufweisen, gehen mit einer unzureichenden Gewichtung in den Gesamtfehler ein. Es ist daher vorteilhaft den relativen Approximationsfehler zu betrachten.

$$(2.97) \quad E|_{p=p_l} = \left| \frac{\vec{y}^i(p_l) - \vec{y}(p_l)}{\vec{y}^i(p_l)} \right|$$

Die Wahl der  $l_1$ -Norm ist an dieser Stelle zweitrangig. Der Einfluß weiterer alternativer Fehlerfunktionen soll an späterer Stelle in Abschnitt 4 untersucht werden. Als Gesamtfehlerfunktion  $E$  über die Menge aller Testpunkte  $p_l$  ergibt sich zum Beispiel für eine  $l_2$ -Fehlernorm

$$(2.98) \quad E = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L \left( \frac{y_{ij}^i(p_l) - y_{ij}(p_l)}{y_{ij}^i(p_l)} \right)^2,$$

wobei die Terme  $y_{ij}(p_l)$  jeweils abhängig von den Veränderlichen aus Gleichung (2.87) sind.

3.5.2. *Startwerte.* Das wichtigste Kriterium für die Anwendung eines gradientenbasierten Lösungsverfahrens ist die Vorgabe eines geeigneten Startwertes. Falls notwendig, sollen hierfür die im Rahmen der Polstellenextraktion ermittelten Residuen in einen nahe liegenden Punkt innerhalb des gewünschten Parameterhalbraums verschoben werden. Ausgehend von einer Matrix

$$(2.99) \quad \mathbf{A}'^{(n)} = \begin{pmatrix} A_{11}^{(n)} & \cdots & A_{1M}^{(n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{M1}^{(n)} & \cdots & A_{MM}^{(n)} \end{pmatrix},$$

wie sie aus den mit Gleichung (2.61) und (2.62) ermittelten Werten konstruiert werden kann, sind für die Berechnung eines geeigneten Startwertes zwei Transformationen notwendig. Die Forderung nach einer reellen Matrix könnte durch eine Betragsbildung der Matrixkomponenten erreicht werden.

$$(2.100) \quad (A'_{ij}^{(n)}) \rightarrow (|A'_{ij}^{(n)}|)$$

Mit der grundlegenden Voraussetzung, daß nur geringfügige Störterme in den numerischen Eingangsdaten enthalten sind, werden die im ungestörten Fall reellen Matrixkoeffizienten nur unwesentlichen Imaginärteile besitzen.

$$(2.101) \quad |\operatorname{Re}\{A_{ij}^{(n)}\}| \gg |\operatorname{Im}\{A_{ij}^{(n)}\}| \quad \forall i, j \in [1, M]$$

Für Werte mit  $\operatorname{Re}\{A_{ij}^{(n)}\} < 0$  tritt bei der Betragsbildung dann ein Phasenfehler von  $\pm\pi$  auf. Unter der Annahme (2.101) ist die Bildung des Realteils eine bessere Alternative.

$$(2.102) \quad \mathbf{A}'^{(n)} \rightarrow \operatorname{Re}\{\mathbf{A}'^{(n)}\}$$

Im zweiten Schritt muß nun eine positiv semidefinite Matrix  $\mathbf{A}^{(n)}$  sichergestellt werden. Dies kann über eine Eigenwertzerlegung von  $\mathbf{A}'^{(n)}$  erreicht werden, da hierfür alle Eigenwerte  $\lambda_i$  von  $\mathbf{A}'^{(n)}$  positiv oder null sein müssen (Bronstein & Semendjajew 1991, S. 167).

$$(2.103) \quad \lambda_i \geq 0$$

Sind Eigenwerte  $\lambda_i$  und Eigenvektoren  $\mathbf{t}$  bekannt, kann  $\mathbf{A}'^{(n)}$  analog zu (2.4)-(2.7) angegeben werden.

$$(2.104) \quad \mathbf{A}'^{(n)} = \mathbf{t}^{-1} \mathbf{\Lambda} \mathbf{t}$$

Störanteile der Eingangsdaten können nun dazu führen, daß betragsmäßig kleine Eigenwerte  $\lambda_i$  in den negativen Bereich verschoben sind. Setzt man diese zu null, erhält man positiv semidefinite Matrizen, die sich infolge des geringen Betrages der modifizierten Komponenten nur unwesentlich geändert haben. Mit Hilfe der Funktion

$$(2.105) \quad \operatorname{clip}(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

kann ein möglicher Startwert  $\mathbf{A}^{(n)}$  ausgehend von (2.99) und (2.104) berechnet werden.

$$(2.106) \quad \mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{t}^{-1} \operatorname{clip} \left[ \mathbf{t} \mathbf{A}'^{(n)} \mathbf{t}^{-1} \right] \mathbf{t}$$

Die zweite Klasse der zu optimierenden Parameter stellen die skalaren Phasenfaktoren  $A_0^{(n)}$  bzw. die Phasen  $\varphi_n$  dar. Diese treten in der Polstellenextraktion nicht auf und müssen vorgegeben werden. Eine Möglichkeit der Vorbelegung wäre die Bildung des Phasenmittelwertes  $\bar{\varphi}$  aller Koeffizienten  $A_{ij}^{(n)}$  aus (2.99). Es hat sich jedoch gezeigt, daß ein trivialer Startwert

$$(2.107) \quad A_0^{(n)} = 1 \quad \text{bzw.} \quad \varphi_n = 0$$

keine merklichen Nachteile aufweist. Auch der geforderte Parameterbereich (2.26) ist durch diese Wahl eingehalten.

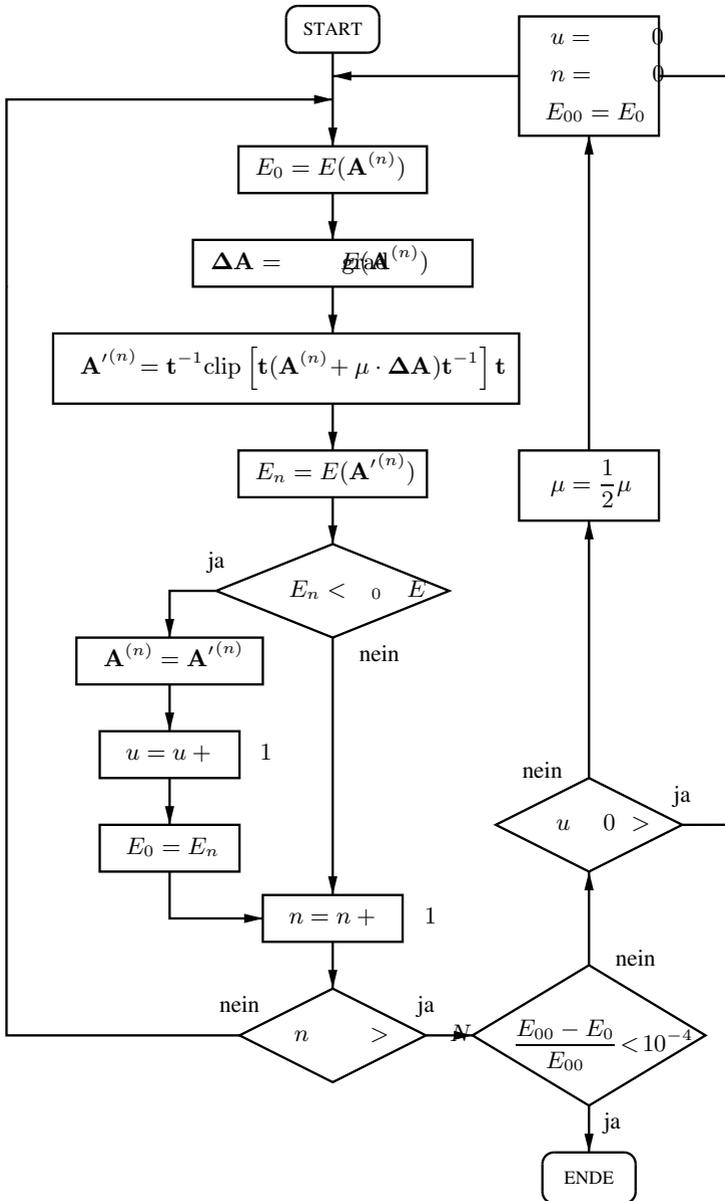


ABBILDUNG 2.9. An die Fehlerfunktionen  $E$  angepaßter Optimierungsalgorithmus

3.5.3. *Zweistufiger Optimierungsalgorithmus.* Zur Lösung des Ausgleichproblems soll nun ein gradientenbasierter Algorithmus vorgestellt werden, der alle geforderten Nebenbedingungen an den Vektor  $\vec{x}$  berücksichtigt. Ausgangspunkt der Optimierung sind die Startwerte aus Gleichung (2.106) und (2.107), welche im Parametervektor  $\vec{x}^0$  zusammengefaßt werden. Die iterative Annäherung an das Minimum der Fehlerfunktion  $E(\vec{x})$  wird in jedem Iterationsschritt durch eine Bewegung des Vektors  $\vec{x}^i$  in Richtung des Gradienten

$$(2.108) \quad \text{grad } E(\vec{x}^i) = \begin{pmatrix} \frac{\partial E}{\partial x_1^i} \\ \vdots \\ \frac{\partial E}{\partial x_D^i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E}{\partial a_{11}^{(0)}} \\ \vdots \\ \frac{\partial E}{\partial \varphi_N} \end{pmatrix}$$

erzielt. Die hierin enthaltenen partiellen Ableitungen können bei stetig und differenzierbarer Fehlerfunktion  $E$  analytisch berechnet werden. Für eine  $l_2$ -Norm des Relativfehlers, wie in Gleichung (2.98), erhält man zum Beispiel

$$(2.109) \quad \frac{\partial E}{\partial a_{ij}^{(n)}} = \sum_{l=1}^L 2 \cdot \left( \frac{y_{ij}(p_l) - y_{ij}^i(p_l)}{y_{ij}^i{}^2(p_l)} \right) \cdot \left( \frac{A_0^{(n)}}{p_l - \alpha_n} + \frac{A_0^{(n)*}}{p_l - \alpha_n^*} \right).$$

Fehlerfunktionen auf Basis einer  $l_1$ -Norm erlauben dies infolge der enthaltenen Betragsfunktion nur noch stückweise. Für aufwendigere Fehlerfunktionen, die nicht mehr direkt in Admittanz- oder Impedanzparametern formuliert sind, ist eine numerische Berechnung der partiellen Ableitungen über Differenzenquotienten

$$(2.110) \quad \frac{\partial E(\vec{x}^i)}{\partial x_j^i} = \frac{E(\vec{x}^i + \Delta \vec{e}_j) - E(\vec{x}^i)}{\Delta}$$

meist attraktiver. Ohne numerischen Mehraufwand gewinnt man in der Implementierung den Freiheitsgrad beliebige Fehlerfunktionen  $E$  ohne analytisch gegebenen Gradienten verwenden zu können. Unter der Vorgabe einer stetigen, aber nur stückweise differenzierbaren Fehlerfunktion ist es vorteilhaft, den Mittelwert zwischen links- und rechtseitigem Differenzenquotienten zu bilden.

$$(2.111) \quad \frac{\partial E(\vec{x}^i)}{\partial x_j^i} = \frac{E(\vec{x}^i + \Delta \vec{e}_j) - E(\vec{x}^i - \Delta \vec{e}_j)}{2\Delta}$$

Auf diese Weise brauchen nicht-differenzierbare Stellen wie in der Betragsfunktion keiner Sonderbehandlung unterzogen werden. Wie bereits beim Gradientenanstiegsverfahren zur Polstellenextraktion ist es möglich, den benutzen Offset  $\Delta$  dynamisch an die jeweilige Schrittweite anzupassen.

Auf Grund der speziellen Randbedingungen der zu variierenden Parameter  $\vec{x}$  wird das Gradientenverfahren

$$(2.112) \quad \vec{x}^j = \vec{x}^i - \mu^i \text{grad } E(\vec{x}^i) \leftrightarrow \begin{cases} E(\vec{x}^j) < E(\vec{x}^i) & : \quad \vec{x}^{i+1} = \vec{x}^j \\ E(\vec{x}^j) > E(\vec{x}^i) & : \quad \mu^{i+1} = \frac{1}{2} \mu^i \end{cases}$$

unterteilt und die Eingangsparameter werden blockweise abgearbeitet. Wie im Flußdiagramm in Abbildung 2.9 dargestellt, wird in der innersten Schleife des Optimierungsalgorithmus der Gradient nicht bezüglich aller Parameter  $x_i$  gebildet. Er wird nur bezüglich der mit einer bestimmten Polstellen  $\alpha_n$  assoziierten Parameter berechnet und sofort ein neuer Näherungswert  $\vec{x}^{i+1}$  bestimmt. Über die einzelnen  $N$  Polstellen wird dann in einer äußeren Schleife zyklisch iteriert. Bevor jedoch der innerste Iterationsschritt für eine der Submengen an Eingangsparameter

$$(2.113) \quad \vec{x}_n = (a_{11}^{(n)}, a_{12}^{(n)}, \dots, a_{MM}^{(n)}, \varphi_n)$$

durchgeführt wird, im Diagramm 2.9 ist dies der Einfachheit als Gradient bezüglich der jeweiligen Matrix  $\mathbf{A}^{(n)}$  angedeutet, muß noch die Einhaltung der Nebenbedingungen beachtet werden. Dies bedeutet, daß ein Fortschreiten in Richtung des negativen Gradienten nur bis zum Rand des erlaubten Parameterbereichs erfolgen darf. Für die Phasen  $\varphi_n$  ist dieser durch Gleichung (2.26) gegeben. Würde ein Iterationsschritt zu einem Parameterwert außerhalb des erlaubten Bereichs führen, wird eine Schrittweite  $\mu^i$  so bestimmt, daß genau bis zum Rand des erlaubten Gebietes fortgeschritten wird. Im Fall der Matrixkoeffizienten  $a_{ij}^{(n)}$  wäre eine Bestimmung der zugehörigen Schrittweite sehr aufwendig. Deshalb wird hier ein anderer Weg gewählt. Ein vorgesehender Näherungswert  $\vec{x}^i$  wird in jedem Iterationsschritt mit Hilfe der in Gleichung (2.106) gegebenen Transformation auf den erlaubten Parameterbereich positiv semidefiniter Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  rückabgebildet. Wie zur Berechnung der Startwerte werden in jedem Iterationsschritt mögliche negative Eigenwerte einfach zu null gesetzt. Tritt nach dieser Transformation keine Fehlerreduzierung für den neuen Näherungswert  $\vec{x}_n^{i+1}$  auf, wird diese Submenge an Eingangsparametern in der innersten Schleife des Optimierungsalgorithmus übersprungen. Erst wenn keine der Submengen  $\vec{x}_n$  zu einer Fehlerreduzierung führt, wird die vorgegebene Schrittweite  $\mu^i$  halbiert. In Abbildung 2.9 ist zur Übersichtlichkeit der Phasen  $\varphi_n$  nicht aufgeführt. Die Optimierung dieser Parameter geschieht im Algorithmus auf gleiche Weise parallel zu den jeweiligen Polstellenamplituden  $a_{ij}^{(n)}$ .

Der vorgestellte Optimierungsalgorithmus erlaubt eine deutliche Beschleunigung des Gradientenverfahrens. Die zugrundeliegende Partitionierung der Eingangsparameter ist jedoch nur für die vorliegenden Fehlerfunktionen  $E$  möglich, da grundlegende Eigenschaften der Modellfunktion aus Gleichung (2.20) in  $E$  erhalten bleiben. Die Funktionsbeiträge einer Matrix  $\mathbf{A}^{(n)}$  sind durch den frequenzabhängigen skalaren Vorfaktor  $Y^{(n)}(p)$  im Spektralbereich stark um die jeweilige Polstelle  $\alpha_n$  lokalisiert, so daß sich die Beiträge zweier unterschiedlicher Matrizen nur schwach gegenseitig beeinflussen und kompensieren. Dieses Verhalten spiegelt sich auch in den Fehlerfunktionen  $E$  wieder und sichert die Konvergenz des Algorithmus. Erst sehr nah am gesuchten Minimum der Fehlerfunktion tritt infolge der Partitionierung eine schlechtere Konvergenz als beim Gradientenverfahren aus (2.112) auf. Die vollständige Bestimmung der Polstellenamplituden wird daher durch eine zweistufige Optimierung vorgenommen. Im ersten Schritt wird 95% der Optimierung nach dem Schema aus Abbildung 2.9 vorgegangen. Scheint dieses Verfahren konvergiert zu sein, wird in einem zweiten Schritt das unpartitionierte Gradientenverfahren nach (2.112) angewandt.

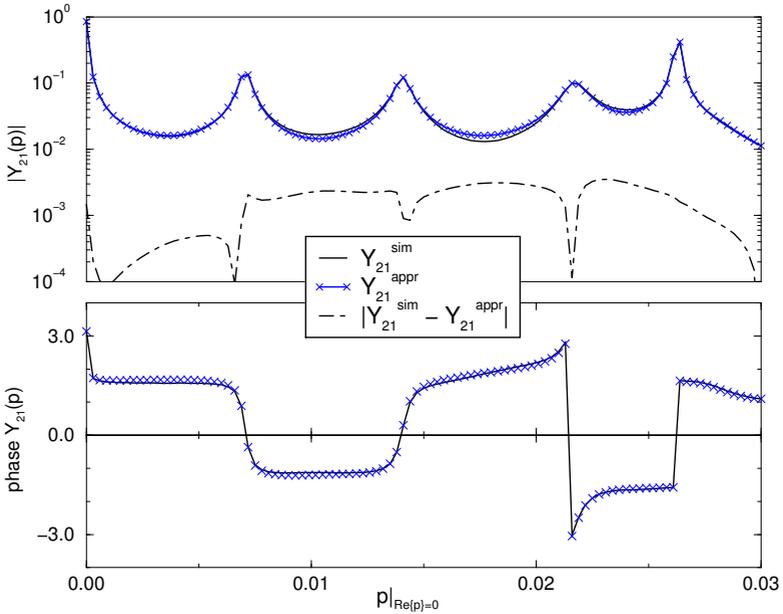


ABBILDUNG 2.10. Verbleibender Restfehler zwischen vorgegebener Eingangsdaten ( $Y_{21}^i(p)^{sim}$ ) und generiertem Modell ( $Y_{21}(p)^{appr}$ .)

Dieses muß ebenfalls die notwendigen Nebenbedingungen an Phasenfaktor und Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  einhalten. Analog zum Algorithmus nach Abbildung 2.9 wird der vorgesehene Schätzwert  $\vec{x}$  in (2.112) in die jeweiligen Unterbereiche  $\vec{x}'_n$  aufgespalten und mit (2.26) und (2.106) korrigiert. Normalerweise wird im ersten Schritt bereits das Minimum exakt bestimmt, und es sind an dieser Stelle nur noch wenige Iterationsschritte zur Feinkorrektur der Parameter möglich. Nur im Fall mehrerer eng benachbarter Polstellen  $\alpha_n$  werden deren Amplituden im ersten Schritt teilweise ungenau bestimmt, so daß der zweite Optimierungsschritt hauptsächlich zur Korrektur dieser Sonderfälle dient.

Die erzielbare Approximationsgenauigkeit ist erheblich von der Qualität der Eingangsdaten abhängig. Die gefundene Ausgleichslösung liegt in fast allen Fällen am Rande des erlaubten Parameterbereichs, so daß ein unvermeidbarer Approximationsfehler erhalten bleibt. Ein typischer Verlauf des Restfehlers ist in Abbildung 2.10 aufgetragen. Da sich die Störanteile in der Nähe einer Polstelle auf Grund der hohen Admittanz- oder Impedanzwerte nur schwach auswirken, liegen entsprechende Minimas im Approximationsfehler vor. Eine weitere Reduktion des Approximationsfehlers ist durch die Einbeziehung weiterer Polstellen nur begrenzt möglich. Der verbleibende Restfehler wird ab einer Polstellenanzahl  $N_{max}$

fast ausschließlich von den Störanteilen der Eingangsdaten vorgegeben, da diese vom benutzten Modell nicht nachgebildet werden können.

**3.6. Konstruktion des Netzwerkersatzschaltbildes.** Nachdem Polstellen  $\alpha_n$  und zugehörige Amplituden unter Berücksichtigung des erlaubten Parameterbereichs bestimmt worden sind, liegt das entsprechende Netzwerkersatzschaltbild aus Induktivitäten  $L$ , Kapazitäten  $C$ , Widerständen  $R$  bzw. Leitwerten  $G$  und idealen Übertragern bereits vor. Die Netzwerksynthese zur mathematischen Beschreibung von Admittanz- oder Impedanzverläufen mit Gleichung (2.20) ist in Abschnitt 1.2 explizit und allgemeingültig hergeleitet worden. Reelle und positive Elementewerte sind durch den gewählten Parameterbereich bereits sichergestellt. Das generierte Ersatzschaltbild aus konzentrierten Elementen ist demzufolge garantiert passiv und behält die Reziprozität der modellierten, verteilten Mehrtorschaltung bei. Jeder Polstelle  $\alpha_n$  ist eine Teilsektion ähnlich Abbildung 2.5 zugeordnet. Deren Elementewerte können anhand der Gleichungen (2.22)-(2.24) eindeutig berechnet werden.

Zur Speicherung des Ergebnisses bieten sich sogenannte Netzlisten an, wie sie von den meisten netzwerkbasieren Schaltungssimulatoren verwendet werden (Quarles et al. 1993). Auf diese Weise kann das generierte Ersatzschaltbild direkt in weiterführenden Simulationen verwendet werden. In Netzlisten werden die Verknüpfungspunkte zwischen den einzelnen n-Polbauelementen systematisch nummeriert, so daß Netzwerktopologie als auch Elementewerte eindeutig gespeichert sind. Das Grundelement eines idealen 2-Torübertragers steht meist nicht zur Verfügung. Das benötigte Schaltungsverhalten kann jedoch leicht durch die gegenseitige Verschaltung von gesteuerten Quellen nachgebildet werden. Siehe hierzu Anhang A.

#### 4. Einfluß der Fehlerfunktion

Im Verlauf von Abschnitt 3.5 wurde bereits an mehreren Punkten der entscheidende Einfluß der Fehlerfunktion  $E$  angedeutet. Dies soll nun ausführlicher diskutiert werden. Der Anwender des Verfahrens hat hier den Freiheitsgrad das zu generierende Ersatzschaltbild hinsichtlich eines speziellen Kriteriums zu optimieren. Die Fehlerfunktion  $E$  muß keineswegs in den bei der Modellgenerierung verwendeten Netzwerkparametern Admittanz oder Impedanz formuliert werden. Eine Quantifizierung der Approximationsgenauigkeit über Streuparameter ist ebenfalls möglich, verlangt aber einen deutlich höheren Rechenaufwand. Die Streuparameter eines passiven Mehrtors mit endlichem Wertebereich

$$(2.114) \quad |s_{ij}(p)| \leq 1$$

wären prinzipiell besser als Fehlerfunktion geeignet. Das Problem bei Admittanz- oder Impedanzparametern liegt im großen Wertebereich mit ungenauen Eingangsdaten vor allem an den beiden Randbereichen. In der Nähe von Polstellen mit betragsmäßig sehr großen Funktionswerten treten numerische Ungenauigkeiten infolge der Laplacetransformation auf. Im Wertebereich gegen null steigt hingegen der Störsignalanteil überproportional an. Um den

übermäßig hohen Einfluß kleiner Frequenzbereiche mit großen Funktionswerten zu verringern und eine ausgewogene Ausgleichsrechnung sicherzustellen, wurde in Gleichung (2.97) der Übergang auf den Relativfehler vorgeschlagen. Hierdurch wird zwar eine deutliche Verbesserung der allgemeinen Genauigkeit des Modells erreicht, der Einfluß der Störterme in Bereichen mit kleinen Funktionswerten jedoch verstärkt.

Der Übergang auf Streuparameter mit endlichem Wertebereich anhand der Inversen zur Gleichung (2.36)

$$(2.115) \quad \mathbf{S}(p) = (\mathbf{1} - \mathbf{q}\mathbf{Y}(p)\mathbf{q}) \cdot (\mathbf{1} + \mathbf{q}\mathbf{Y}(p)\mathbf{q})^{-1}$$

kann diese Nachteile nur begrenzt ausgleichen. Hierzu soll die erzielte Approximationsgenauigkeit unterschiedlicher Fehlerfunktionen  $E$  in der Nähe einer beliebigen Polstelle innerhalb des Gültigkeitsbereichs betrachtet werden. Das verwendete Modell umfaßt nur sehr wenig Polstellen der nachzubildenden Eingangsdaten, so daß ein deutlicher Approximationsfehler entsteht. Für die Darstellung unterschiedlicher Fehlerfunktionen ist dies jedoch von Vorteil. In Abbildung 2.11 werden drei unterschiedliche Fehlerfunktionen  $E$  anhand des Streuparameters  $S_{21}(p)$  eines beliebigen Mehrtors miteinander verglichen. Wie zu erwarten, erzielt eine auf der  $l_2$ -Norm basierende Fehlerfunktion

$$(2.116) \quad E = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L \left( y_{ij}^i(p_l) - y_{ij}(p_l) \right)^2$$

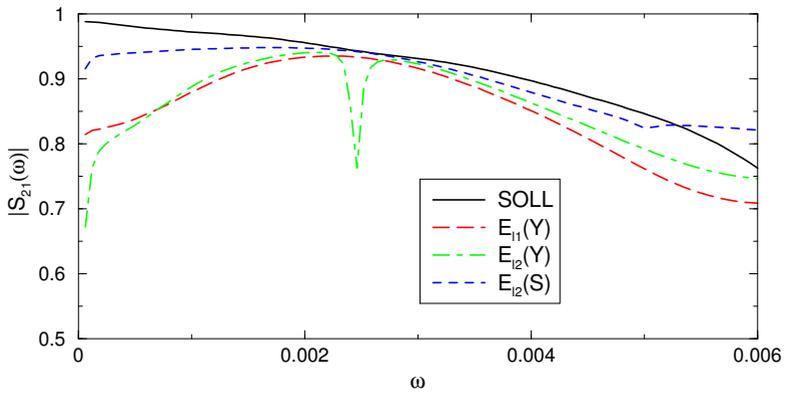
basierend auf dem Absolutwert der Admittanzparameter das schlechteste Ergebnis. Hierbei wird das Optimierungsproblem am wenigsten im Sinne einer Ausgleichsrechnung gelöst. Die betragsmäßig sehr großen und nur ungenau bekannten Admittanzwerte in der Nähe der Polstelle bei  $\omega_n = 0.00248$  dominieren die Bestimmung des Residuums der Polstelle und führen zu offensichtlichen Approximationsfehlern. Damit dieser Fehler sichtbar wird, ist der Sollverlauf der Transmission  $S_{21}(p)$  direkt aus den Simulationsergebnissen  $s_{21}(t)$  anhand einer numerisch stabilen Fast-Fourier-Transformation berechnet worden. Eine Optimierung mit  $l_1$ -Norm des Relativfehlers

$$(2.117) \quad E = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L \left| \frac{y_{ij}^i(p_l) - y_{ij}(p_l)}{y_{ij}^i(p_l)} \right|,$$

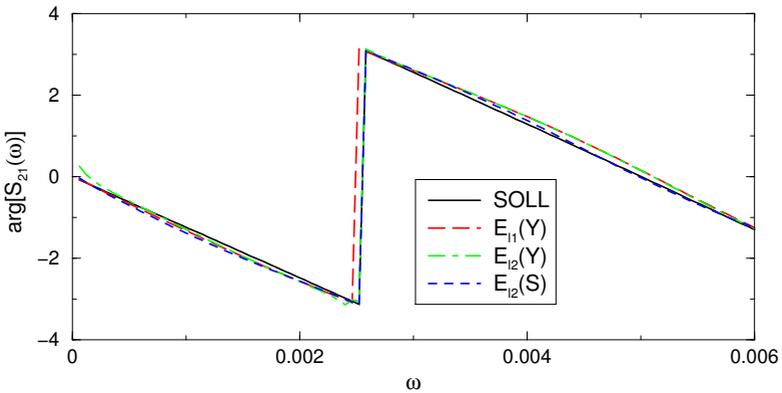
weist diesen lokalen Approximationsfehler hingegen nicht auf. Eine zusätzliche Transformation der Admittanzparameter des Modells erlaubt die Bildung einer  $l_2$ -Fehlerfunktion

$$(2.118) \quad E = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L \left( s_{ij}^i(p_l) - s_{ij}(p_l) \right)^2$$

in Streuparametern. Da es sich um einen begrenzten Wertebereich handelt, wird der Absolutbetrag der Streuparameter betrachtet. Für diese Fehlerfunktion ist in Abbildung 2.11 nochmals eine deutliche Verbesserung der Approximationsgenauigkeit gegenüber



(a) Betragsverlauf



(b) Phasenverlauf

ABBILDUNG 2.11. Vergleich des Streuparameterapproximation bei unterschiedlichen Fehlerfunktionen

(2.117) zu erkennen. Speziell in der Nähe der Polstelle bei  $\omega_n = 0.00248$  kommt es zu einer sehr guten Übereinstimmung zwischen Netzwerkmodell und Eingangsdaten. Dies liegt jedoch auch an der gleichen Parameterart von Abbildung und Fehlerfunktion. Denn eine hervorragende Approximationsgenauigkeit in der Nähe dieser Polstelle liegt in einer Admittanzdarstellung auch für die Fehlerfunktion (2.116) vor.

Die Bewertung unterschiedlicher Fehlerfunktionen ist daher immer von der Betrachtungsweise abhängig. Die bestmögliche Ausgleichslösung in Admittanz- oder Impedanzparametern ist nicht identisch mit der bestmöglichen Ausgleichslösung für Streuparameter. Obwohl Abbildung 2.11 den Eindruck erweckt, als würde eine Fehlerfunktion basierend auf den Streuparametern eindeutig bessere Ergebnisse liefern, ist in der praktischen Modellgenerierung mit genügend einbezogenen Polstellen der Unterschied zu Admittanzparametern weitaus geringer und maßgeblich von der Art der Störanteile in den Eingangsdaten abhängig. Einer der beiden prinzipiellen Möglichkeiten den Vorzug zu geben ist generell nicht möglich. Es ist weiter zu berücksichtigen, daß alle Optimierungsparameter  $a_{ij}^{(n)}$  und  $A_0^{(n)}$  im Admittanz- oder Impedanzmodell linear auftreten, was zu einem direkten Zusammenhang zwischen Fehlernorm und Parameter führt. Dieser geht infolge der Transformation  $\mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{S}$  für Fehlerfunktion in Streuparametern verloren und es verschlechtert sich die Konvergenz des Optimierungsalgorithmus erheblich.

In der Praxis ist es daher meist sinnvoll in zwei Schritten vorzugehen:

- Bestimmung der gesuchten Ausgleichslösung aller Optimierungsparameter  $a_{ij}^{(n)}$  und  $A_0^{(n)}$  bezüglich einer Fehlerfunktion  $E$  in den Netzwerkparametern der gewählten Modellfunktion (2.20).
- Ausgehend von dieser Lösung wird das meist nahe gelegene Optimum einer alternativen Fehlerfunktion in Streuparametern bestimmt.

Anschließend entscheidet der Anwender durch Vergleich, welches der beiden Ergebnisse für den konkreten Fall die potentiell bessere Lösung darstellt. Diese Entscheidung kann dann auf den verschiedensten Kriterien beruhen. Da die Unterschiede zwischen den einzelnen Optimierungsergebnissen in der Größenordnung der Störanteile der Eingangsdaten liegen, ist eine aufwendige Feinabstimmung der Modellparameter nur dann sinnvoll, wenn entsprechend fehlerfreie und genaue Eingangsdaten zur Modellgenerierung vorliegen.



# Die Transmission Line Matrix (TLM)-Methode

IN diesem Kapitel soll das verwendete Analysewerkzeug zur dreidimensionalen Feldmodellierung, die Transmission Line Matrix (TLM)-Methode, in ihren Grundzügen vorgestellt werden. Nach einem kurzen Überblick der Entstehung und der verschiedenen Varianten der TLM Methode wird die verwendete Form nach Johns (1987) mit symmetrisch kondensiertem Knoten und Stichleitungen vorgestellt. Sowohl TLM-Knoten als auch alle angewandten Erweiterungen wie spezielle Randbedingungen werden in einer einheitlichen Form für den allgemeinen Fall quaderförmiger TLM-Zellen der Dimension  $(u, v, w)$  dargestellt. Anschließend wird das Phänomen nichtausbreitungsfähiger Spurious Modes und deren Auswirkungen auf die Feldanregung diskutiert. Eine im Rahmen der Arbeit entstandene Erweiterung des symmetrisch kondensierten Knotens zur Modellierung dispersiver Materialeigenschaften wird daraufhin vorgestellt. Implementierungsspezifische Aspekte bilden den Schwerpunkt der beiden letzten Abschnitte des Kapitels. Es wird auf die spezifische Optimierung von TLM Programmcode und die Parallelisierung über verteiltes Rechnen eingegangen.

## 1. Grundlagen

Als Analysewerkzeug zur dreidimensionalen Feldmodellierung wurde die Transmission Line Matrix-Methode benutzt (Hoefler 1985). Für diese Wahl waren zwei wesentliche Eigenschaften der Methode ausschlaggebend.

- Eine dreidimensionale Blockdiskretisierung des Simulationsgebietes erlaubt die Berücksichtigung allgemeiner heterogener Materialverteilungen und dreidimensionaler Metallisierungsstrukturen ohne numerischen Mehraufwand. Die TLM-Methode ist nicht auf planare Aufbauten mit unendlich ausgedehnten homogenen Schichtstrukturen oder endlichen Oberflächen beschränkt, wie dies bei vielen Verfahren ohne Volumendiskretisierung der Fall ist. Als Beispiel seien die für planare Schaltungen sehr effizienten und populären Momentenmethoden genannt (Harrington 1967).
- Da es sich um ein Zeitbereichsverfahren handelt und ausschließlich lineare Strukturen vorliegen, kann das Übertragungsverhalten anhand einer einzigen Feldsimulation mit entsprechend breitbandiger Anregung berechnet werden. Des weitern stellen breitbandige Zeitbereichssignale die idealen Eingangsdaten für das in Kapitel 2 vorgestellte Verfahren zur Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder dar.

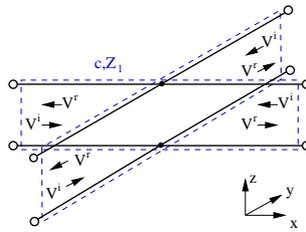


ABBILDUNG 3.1. Aufbau einer 2D TLM-Zelle aus TEM-Leitungen

Die Feldsimulation von verteilten Schaltungselementen in Mehrlagentechnologien wie der Multichip-Modul Technik verlangt diese beiden Eigenschaften. Durchkontaktierungen und Regionen mit eingebetteten Chips stellen komplexe, dreidimensionale und unbeschränkte Strukturen dar, die am besten mit einer Volumendiskretisierung zu berechnen sind. Ansonsten würde der Diskretisierungsaufwand unverhältnismäßig stark anwachsen. Die Wahl des Zeitbereichs ist hinsichtlich einer breitbandigen Charakterisierung am effizientesten. Da es sich bei den Strukturen auch um Verbindungselemente ohne designierten Verwendungszweck handelt, wäre eine schmalbandige Berechnung im Frequenzbereich nur in Einzelfällen angebracht. Weitere Vorteile des Zeitbereichs liegen in der physikalisch anschaulichen Feldvisualisierung und den daraus entstehenden Möglichkeiten zur Schaltungsanalyse und Optimierung. Auf diese beiden Aspekte wird im Kapitel 4 mit Modellierungsbeispielen eingegangen.

**1.1. Entstehung der TLM-Methode.** Die Transmission Line Matrix-Methode stellt ein numerisches Verfahren zur Lösung der Maxwell'schen Gleichungen im Zeitbereich dar und wurde erstmals im Jahr 1971 von Johns und Beurle als Algorithmus zur Lösung zweidimensionaler Streuprobleme angegeben (Johns & Beurle 1971). Von früheren Arbeiten beeinflusst (Whinnery & Ramo 1944, Kron 1944) wurde das Huygens'sche Prinzip der Wellenausbreitung (Huygens 1690) anhand eines Netzwerks aus TEM-Wellenleitern nachgebildet. In einem regelmäßigen kartesischen Gitter werden die Mittelpunkte aller benachbarten Rechteckzellen durch Zweidrahtleitungen mit vorgegebenem Induktivitäts- und Kapazitätsbelag miteinander verbunden. Indem man die Leitungen im Zellmittelpunkt parallschaltet und sie durch entsprechende LC-Sektionen aus konzentrierten Elementen ersetzt, ergibt sich eine Äquivalenz zwischen Strom und Spannung des entstandenen Netzwerks und den Feldkomponenten einer TE- oder TM-Welle. Eine mögliche Abbildung zwischen Netzwerkgrößen und Feldamplituden ist mit

$$(3.1) \quad E_z \equiv V_z \quad , \quad H_x \equiv (I_{y1} - I_{y3}) \quad , \quad H_y \equiv -(I_{x2} - I_{x4})$$

gegeben. Die Materialeigenschaften des Mediums bilden sich direkt auf die Netzwerkparameter ab.

$$(3.2) \quad \varepsilon \equiv 2C \quad , \quad \mu \equiv L$$

Unter der Annahme von Freiraumparametern mit  $L = \mu_0$  und  $C = \varepsilon_0$  auf den TEM-Verbindungsleitungen wird eine grundlegende Eigenschaft der TLM-Methode deutlich. Das vom TLM-Gitter modellierte Medium besitzt die doppelte Dielektrizitätskonstante wie die Verbindungsleitungen, so daß sich ein Unterschied zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit auf dem TLM-Gitter und modelliertem Material ergibt. Im Fall der zweidimensionalen TLM-Methode ist dieser Faktor  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Analog zu dem dargestellten Parallelknoten ist auch der duale Fall einer Serienschaltung von vier zusammentreffenden Zweidrahtverbindungsleitungen möglich. Die zugehörigen Netzwerkgleichungen können für impulsförmige Wellenamplituden  $V^i$  und  $V^r$  explizit im Zeitbereich gelöst werden. Die notwendige Synchronität aller Wellenimpulse wird infolge der identischen Laufzeit  $\Delta t$  zwischen allen auftretenden Streuzentren aufrechterhalten. Einlaufende Pulssignale werden in den sogenannten TLM-Zellen nach Abbildung 3.1 isotrop in alle Raumrichtungen gestreut. Die vier reflektierten Pulse  $V^r$  berechnen sich aus den einlaufenden Signale  $V^i$  über

$$(3.3) \quad V^r = \mathbf{S} \cdot V^i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{pmatrix}.$$

Die resultierenden Zeitverläufe entsprechen transienten Signalen, die im Abstand  $\Delta t$  abgetastet sind. Werden an geeigneten Stellen Kurzschlüsse und Leerläufe zur Modellierung von PEC- (*perfect electrical conducting*) und PMC-Randbedingungen (*perfect magnetic conducting*) in das Netzwerk eingebracht, können auf diese Weise zweidimensionale Streuprobleme gelöst werden. In darauffolgenden Arbeiten wurde dieses Prinzip konsequent um inhomogene Materialverteilungen (Johns 1974) und Verlustmechanismen (Akhtarzad & Johns 1974b) erweitert. Um dies zu erreichen, werden im Knotenmittelpunkt leerlaufende und kurzgeschlossene Stichelungen angebracht, die den effektiven Induktivitäts- und Kapazitätsbelag des modellierten Mediums lokal erhöhen. Der Nachteil dieses Ansatzes liegt in verschlechterten numerischen Eigenschaften wie erhöhter Gitterdispersion (Hoefler & Sautier 1994).

P. B. Johns selbst gab im Jahr 1974 die Erweiterung der Transmission Line Matrix-Methode auf den allgemeinen dreidimensionalen Fall mit 6 voneinander unabhängigen Feldkomponenten an (Akhtarzad & Johns 1974a, Akhtarzad & Johns 1975b, Akhtarzad & Johns 1975a). Durch die Zusammenschaltung von jeweils drei Parallel- und drei Serienknoten des zweidimensionalen Falls mit einer Seitenlänge von  $\Delta l/2$  entstand der sogenannte "Expanded Node", ein kubisches Volumenelement der Kantenlänge  $\Delta l$ . Ähnlich wie beim bekannten Finite Difference Time Domain (FDTD) Verfahren (Yee 1966) sind die 6 Feldkomponenten nicht an einem Punkt konzentriert, sondern in zueinander versetzten Gitterpunkten definiert. Jeder der Serien-2D-Knoten hat in seinem Mittelpunkt eine der H-Feldkomponenten und 2 hierzu senkrechte elektrische Feldkomponenten definiert. Die drei Parallel-2D-Knoten repräsentieren in ihren Zentren hingegen eine Komponente des elektrischen und zwei des magnetischen Feldes. Im Vergleich zur FDTD-Methode mit nur einer

Komponente pro Raumpunkt sind 3 der 6 Feldkomponenten verfügbar, was die Plazierung von Randbedingungen und das Auslesen von Feldgrößen in der Anwendung vereinfacht. Da sich zwischen Serien- und Parallelknoten Verbindungsleitungen der Länge  $\Delta l/2$  befinden, sind elektrisches und magnetisches Feld wie bei der FDTD-Methode zu unterschiedlichen Zeitpunkten um  $\Delta t/2$  versetzt definiert.

Um diese Nachteile zu beseitigen, wurde Anfang der 80er Jahre der "*Condensed Node*" von Amer (1980) entwickelt. Unabhängig hiervon stellten auch Sague & Pic (1982) fast gleichzeitig diesen TLM-Knoten vor. Im Mittelpunkt eines kubischen Volumenelements sind alle 6 Feldkomponenten zum gleichen Zeitpunkt definiert, was einen erheblichen Vorteil hinsichtlich der Randbedingungen darstellt. Sowohl elektrische als auch magnetische Randbedingungen können beim "*Condensed Node*" in identischen Raumebenen liegen. Obwohl dieser TLM-Knoten aufwendige Rechenoperationen zur Bestimmung der nun 12 reflektierten Wellen  $V^r$  aus den 12 einlaufenden Wellen  $V^i$  benötigt, weist er im Vergleich zum "*Expanded Node*" einen geringeren Ressourcenbedarf auf. Ein verbleibendes Problem stellt die Asymmetrie im Aufbau der Zelle dar. Neben sehr kleinen und meist vernachlässigbaren Fehlern (Amer 1980), führt die Asymmetrie dazu, daß Randbedingungen unterschiedlich Eigenschaften abhängig von der geometrischen Ausrichtung besitzen. Speziell bei höheren Frequenzen wird dieser Effekt sehr deutlich und störend. Parallel zur Entwicklung neuer TLM-Knoten wurde von Al-Mukhtar & Sitch (1981) die TLM-Methode auf allgemein unregelmäßig unterteilte, orthogonale Diskretisierungsgitter erweitert. Die bereits zur Modellierung von inhomogenen Materialverteilungen eingeführten Stichleitungen werden hierbei gleichzeitig zur Verzerrung der Volumenzelle in Achsrichtung benutzt. Auf diese Weise können sogar nicht-kartesische Diskretisierungen wie etwa Zylinderkoordinaten verwendet werden.

Es war wiederum P. B. Johns, der 1987 diese nachteiligen Eigenschaften durch die Entwicklung des symmetrisch kondensierten TLM-Knotens ("*Symmetrical Condensed Node*" - SCN) beseitigen konnte (Johns 1987). Obwohl für diese in Abbildung 3.2 dargestellte TLM-Zelle keine Netzwerkrepräsentation des Streuzentrums im Knotenmittelpunkt angegeben werden kann, war Johns in der Lage die notwendige Streumatrix  $\mathbf{S}$  mit allen geforderten Eigenschaften zu bestimmen. Neben der gewonnenen Symmetrie weist der SCN-Knoten eine bessere Genauigkeit und geringeren Rechenaufwand als alle bis dahin bekannten TLM-Knoten auf. Aufbauend auf diesem TLM Schema entstanden in den folgenden Jahren eine Reihe von Arbeiten, welche die Transmission Line Matrix-Methode zu einem Standardverfahren in der numerischen Feldmodellierung etablierten. Zum einen waren dies Weiterentwicklungen des TLM-Knotens beziehungsweise der Methode selbst. Wie im Abschnitt 1.2 noch gezeigt wird, verwendet der SCN-Knoten insgesamt 6 Stichleitungen zur Modellierung lokaler Materialeigenschaften oder Zellverzerrungen im variablen Gitter. Es besteht jedoch auch die Möglichkeit dies durch eine Variation der Parameter der Verbindungsleitungen zu erreichen. So entstand der "*Hybrid Symmetrical Condensed Node*" (HSCN), welcher nur noch 3 der 6 Stichleitungen benötigt (Scaramuzza & Lowery 1990). Da jede Stichleitung zusätzlich Speicherplatz benötigt, wurde diese Entwicklung immer weiter bis zur vollständigen Elimination der Stichleitungen geführt. Mit dem "*General Symmetrical Condensed Node*" (GSCN) war dieses Ziel schließlich erreicht (Trenkic

et al. 1996b). Zu dieser Klasse von symmetrisch kondensierten TLM-Knoten mit variierender Anordnung von Stichleitungen und Verbindungsleitungsparameter zählen auch der "Symmetrical Super-Condensed Node" (SSCN) und der "Adaptable Symmetrical Condensed Node" (ASCN) (Trenkic et al. 1995, Trenkic et al. 1996a). All diese auf dem SCN basierenden TLM-Knoten weisen neben dem Speicherbedarf auch Unterschiede im Dispersionsverhalten auf (Huber et al. 1995). Eine andersartige Weiterentwicklung des dreidimensionalen Transmission Line Matrix-Schemas stellt hingegen die ATLM-Methode ("Alternating Transmission Line Matrix") dar (Bader & Russer 1995). Durch die Ausnutzung einer Redundanz im SCN-Schema ohne Stichleitungen wird die Anzahl der benötigten Raumzellen prinzipiell halbiert. Für inhomogene Materialverteilungen relativiert sich diese Speichersparnis jedoch auf 33%. Daß sich dieses Verfahren bisher nicht durchgesetzt hat, liegt an der erheblich komplexeren Handhabung der Randbedingungen und damit aufwendigeren Implementierung. Einen weiteren Schritt in Richtung Speicher- und Rechenzeiterparnis stellt die auf der ATLM-Methode aufbauende ARTLM-Methode ("Alternating Rotated Transmission Line Matrix") dar (Russer 1996). Durch eine zusätzliche Transformation der Streumatrix wird im homogenen Fall eine weitere Halbierung des Aufwandes erreicht. Eine neuartige Herleitung der Transmission Line Matrix-Methode über den Propagatoransatz (Hein 1993) erlaubte S. Hein schließlich die Verallgemeinerung der TLM-Methode auf nicht-orthogonale Diskretisierungsgitter mit unregelmäßiger Verknüpfungstopologie, was durch die Entwicklung vier- und fünfflächiger TLM-Zellen möglich wurde (Hein 1994). Heins Herleitungsansatz erlaubt auch die Einführung von dispersiven, allgemein anisotropen Materialeigenschaften (Hein 1997). Dispersive Materialeigenschaften können mit dem SCN-Knoten nach Johns auch durch eine parallele Zustandsrealisierung der entsprechenden Mechanismen umgesetzt werden (Menezes & Hoefler 1996). Aktive und nichtlineare Materialeigenschaften können auf diese Weise ebenfalls realisiert werden (Russer et al. 1991). Forschungsgegenstand des TLM-Modelling waren auch Themen wie lokale Untergitter (Herring & Christopoulos 1994) und die Transformation des Schemas in den Frequenzbereich (Huang et al. 1993). Fast alle bekannten Verfahren zur Nachbildung reflexionsfreier Freiraumabschlüsse sind im Laufe der Zeit auf die TLM-Methode übertragen worden, so daß die TLM-Methode auch zur Vollwellenanalyse offener Strukturen verwendet werden kann (Morente et al. 1992, Dubard & Pompei 1997). Hybride Ansätze zur Kombination der TLM-Methode mit anderen numerischen Verfahren sowie die Integration konzentrierter Elemente werden ebenfalls verfolgt (Pierantoni et al. 1998, Russer, Isele, Sobhy & Hony 1994). Spezielle Erweiterungen, wie zum Beispiel die exakte Modellierung des Skin-Effektes (Russer & Isele 1992) oder Dünndrahtmodelle (Lindenmeier et al. 2000), haben den Anwendungsbereich der TLM-Methode in den letzten Jahren erheblich vergrößert. Als Beispiel sei hier nur der Bereich der elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) genannt (Mallik & Loller 1989, Naylor et al. 1987).

**1.2. Der symmetrisch kondensierte (SCN) TLM-Knoten.** Im Rahmen dieser Arbeit wurde zur Feldmodellierung durchgängig das wohl bekannteste TLM-Schema basierend auf dem symmetrisch kondensierten Knoten mit Stichleitungen verwendet. Lediglich Erweiterungen der Streumatrix um Ohm'sche Verluste und deren duale Umsetzung auf magnetische Verluste wurden benutzt (Naylor & Desai 1990, German

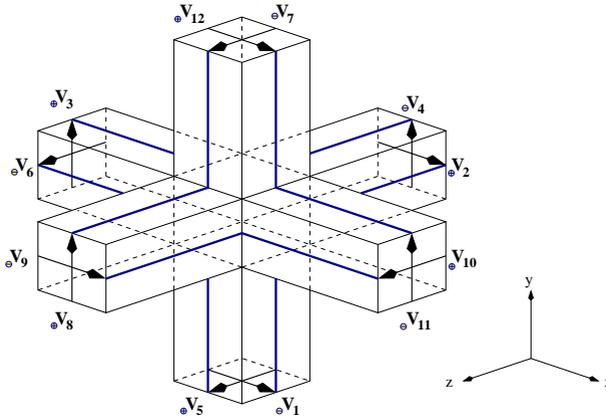


ABBILDUNG 3.2. Symmetrisch kondensierter TLM-Knoten

et al. 1990). Der SCN-Knoten mit Stichleitungen, den sogenannten Stubs, erlaubt neben der Berechnung inhomogener Materialverteilungen auch die Umsetzung einer variabel unterteilten, orthogonalen Diskretisierung. Ein derartiges Diskretisierungsgitter wird auch als "Graded Mesh" bezeichnet. Als Grundlage für die folgenden Abschnitte soll nun das TLM-Verfahren mit symmetrisch kondensiertem Knoten im Detail beschrieben und zum Verständnis eine kurze Skizze der ursprünglichen Herleitung von Johns gegeben werden.

1.2.1. *SCN ohne Stichleitungen.* Wie bereits im zweidimensionalen Fall, basiert Johns Herleitung des SCN-Knotens auf der Analogie zwischen der Ausbreitung von Strom und Spannung in einem regelmäßigen Netzwerk aus verbundenen Leitungen und der elektromagnetischen Wellenausbreitung im Freiraum. Anstelle jedoch ein konkretes Netzwerk aus Zweidrahtleitungen und deren Verbindungstopologie bzw. deren äquivalente LC-Ersatzschaltbilder vorzugeben, definierte Johns den in Abbildung 3.2 dargestellten TLM-Knoten. In einer kubischen Raumzelle der Ausdehnung  $\Delta l$  werden 12 TEM-Leitungen der Länge  $\Delta l/2$  im Mittelpunkt zusammengeführt. Jeweils zwei Leitungen werden um  $90^\circ$  zueinander gedreht an eine der Außenflächen geführt und repräsentieren die beiden möglichen Polarisationen einfallender ebener Wellen mit der Amplitude  $V^i$ . Somit ergeben sich für die TLM-Zelle 12 Tore, wobei die in Abbildung 3.2 eingetragenen Vektoren  $\vec{V}$  mit dem elektrischen Feld der Wellen ausgerichtet sind. Die Verknüpfung im Mittelpunkt der Zelle ist unbestimmt und soll durch eine Streumatrix  $\mathbf{S}$  beschrieben werden. Der Vektor  $\mathbf{b}$  aller reflektierten Wellen  $V^r$  einer Gitterzelle  $(l, m, n)$  berechnet sich aus dem Vektor  $\mathbf{a}$  aller einlaufenden Wellen  $V^i$  zu

$$(3.4) \quad \mathbf{b}_{(l,m,n)} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{a}_{(l,m,n)} .$$

Werden nun diese Zellen regelmäßig angeordnet, entsteht ein dreidimensionales *Transmission Line*-Netzwerk, welches bei isotroper Streuung im Zellmittelpunkt vorausgesetzt das

Huygens'sche Prinzip der Wellenausbreitung nachbildet. Den Inhalt der gesuchten Streumatrix der Dimension  $12 \times 12$  ermittelte Johns anhand folgender Überlegungen:

- Jede einlaufende Welle ist nach den Maxwell'schen Gleichungen entsprechend seiner zugeordneten Feldkomponenten nur mit einem Teil aller anderen Tore verknüpft. Nimmt man beispielsweise zugehörig zur Welle  $V_1$  alle Teile der Maxwell'schen Gleichungen, die eine  $E_x$  oder  $H_z$  Komponente enthalten, also

$$(3.5) \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad \text{und} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t},$$

folgt daraus, daß eine am Tor 1 einlaufende Welle nur in die Tore 2, 9, 12 bzw. 3 und 11 gestreut und natürlich in Tor 1 selbst reflektiert werden kann.

- Anhand von Symmetrieüberlegungen kann die Anzahl der freien Parameter auf 4 reduziert werden.
- Die mit den Wellen transportierte Ladung muß im Knoten erhalten bleiben.
- Da im Knoten selbst keine Verluste enthalten sind, muß während des Streuprozesses auch die Energieerhaltung gewährleistet sein, so daß die Streumatrix  $\mathbf{S}$  eine unitäre Matrix sein muß.

$$(3.6) \quad \mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{1}$$

Mit diesen Voraussetzungen ergeben sich für die obere  $12 \times 12$  Teilmatrix der in Tabelle 3.1 gegebenen kompletten Matrix (mit Erweiterungen) die Lösung der freien Parameter  $a, b, c$  und  $d$  zu

$$(3.7) \quad a = 0 \quad , \quad b = 0 \quad , \quad c = \frac{1}{2} \quad , \quad d = \frac{1}{2}.$$

Werden nun für die einzelnen Verbindungsleitungen zwischen den Streuzentren Freiraumeigenschaften angenommen, also

$$(3.8) \quad Z_\ell = Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ c_\ell = c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}},$$

ergibt sich für eine in Achsrichtung dispersionslos fortschreitende Welle eine Ausbreitungsgeschwindigkeit von  $c_\ell/2$ . Im Fall des zweidimensionalen TLM war dieser Skalierungsfaktor nur  $1/\sqrt{2}$ . Auf Grund der Symmetrie des SCN-Knotens kann gefolgert werden, daß ein TLM-Netzwerk ein Medium mit doppeltem Kapazitäts- und Induktivitätsbelag wie die Leitungen des enthaltenen Gitters modelliert. Um nun einen zeitdiskreten Algorithmus zu erhalten, der für eine numerische Implementierung geeignet ist, werden synchrone Pulssignale  $V$  ins Gitter eingespeist. Da die Laufstrecke zwischen allen Streuzentren im TLM-Gitter genau

$$(3.9) \quad \Delta t = \frac{\Delta l}{c_\ell}$$

beträgt, bleibt die Synchronität erhalten, und alle auftretenden Spannungen und Ströme können als zeitdiskrete Signalformen  $V[k]$  im Abtastzeitschritt

$$(3.10) \quad T = \frac{\Delta t}{2} = \frac{\Delta l}{2c_\ell}$$

dargestellt werden. In Gleichung (3.10) ist der zeitliche Skalierungsfaktor zwischen TLM-Gitter und modelliertem Medium bereits berücksichtigt. Der explizite TLM-Algorithmus zur Berechnung der Signalausbreitung im Gitter läßt sich mit Hilfe eines Zeitverschiebeoperator  $\mathbf{T}$  und eines Verbindungsoperators  $\mathbf{\Gamma}$  in zwei Schritten formulieren.

$$(3.11) \quad \mathbf{b}[k]_{(l,m,n)} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{a}[k]_{(l,m,n)} \quad \forall l, m, n$$

$$(3.12) \quad \mathbf{a}[k+1] = \mathbf{T} \cdot \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{b}[k]$$

Die Vektoren  $\mathbf{a}[k]$  und  $\mathbf{b}[k]$  enthalten jeweils alle Pulse  $V^i$  und  $V^r$  des gesamten TLM-Gitters. Der Verschiebeoperator  $\mathbf{T}$  spiegelt die Laufzeit  $\Delta t$  zwischen den Streuzentren wieder und spielt für die Implementierung keine Rolle. Der Verbindungsoperator  $\mathbf{\Gamma}$  entspricht dem Übergang der sich ausbreitenden Wellenpulse  $V^r$  durch die Grenzfläche zwischen zwei benachbarten TLM-Zellen. Ein reflektierter Puls  $V_i^i[k]$  bildet im darauf folgenden Iterationsschritt  $k+1$  den einlaufenden Puls  $V_j^i[k+1]$  in einer benachbarten Zelle. Das gleiche gilt entgegengesetzt für den Puls  $V_j^r[k]$  des benachbarten Knotens.

1.2.2. *SCN mit Stichleitungen.* Mit der hergeleiteten  $12 \times 12$  Streumatrix ohne zusätzliche Stichleitungen oder lokal variierten Verbindungsleitungen kann nur ein homogenes Medium modelliert werden. Inhomogene Suszeptibilitätsverteilungen können nicht berücksichtigt werden. Sowohl elektrische als auch magnetische Suszeptibilität führen zu einer Verringerung der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Mediums

$$(3.13) \quad c_m = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}},$$

und gleichzeitiger Veränderung des Wellenwiderstandes

$$(3.14) \quad Z_m = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}.$$

Die Zellabmessungen im Gitter sind durch Orthogonalität und notwendiger Vollständigkeit des Gitters (keine Abstände zwischen benachbarten Zellen) fest vorgegeben, so daß eine gleichmäßige Anpassung der Verbindungsleitungsparameter einer Zelle nach Gleichung (3.8) zu unterschiedlichen Laufzeiten zwischen den Streuzentren und demzufolge zum Verlust der zwingend erforderlichen Synchronität des Gitters führen würde. Um Materialeigenschaften einer einzigen Zelle variieren zu können und gleichzeitig quaderförmige TLM-Zellen mit variablen Abmessungen ( $u\Delta l$ ,  $v\Delta l$ ,  $w\Delta l$ ) zu erhalten, bestehen unter Einhaltung der Synchronität prinzipiell zwei Möglichkeiten:

- Heterogene Variation der Verbindungsleitungen einer Zelle:  
Werden die Parameter der einzelnen TEM-Leitungen unterschiedlich gewählt, resultiert dies in einer deutlich komplexeren Streumatrix. Es liegen zum Teil Sprünge in den Wellenwiderständen entlang verbundener Leitungen vor, was zu zusätzlichen Streuzentren in den Verbindungsflächen der Zellen führt.

Spalte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
o/c Stub (Y)	$x$	$x$	$y$	$y$	$z$	$z$	$z$	$y$	$x$	$z$	$y$	$x$	$x$	$y$	$z$			
s/c Stub (Z)	$z$	$y$	$z$	$x$	$x$	$y$	$x$	$x$	$y$	$y$	$z$	$z$				$x$	$y$	$z$
1	$a$	$b$	$d$	0	0	0	0	0	$b$	0	$-d$	$c$	$g$	0	0	0	0	$i$
2	$b$	$a$	0	0	0	$d$	0	0	$c$	$-d$	0	$b$	$g$	0	0	0	$-i$	0
3	$d$	0	$a$	$b$	0	0	0	$b$	0	0	$c$	$-d$	0	$g$	0	0	0	$-i$
4	0	0	$b$	$a$	$d$	0	$-d$	$c$	0	0	$b$	0	0	$g$	0	$i$	0	0
5	0	0	0	$d$	$a$	$b$	$c$	$-d$	0	$b$	0	0	0	0	$g$	$-i$	0	0
6	0	$d$	0	0	$b$	$a$	$b$	0	$-d$	$c$	0	0	0	0	$g$	0	$i$	0
7	0	0	0	$-d$	$c$	$b$	$a$	$d$	0	$b$	0	0	0	0	$g$	$i$	0	0
8	0	0	$b$	$c$	$-d$	0	$d$	$a$	0	0	$b$	0	0	$g$	0	$-i$	0	0
9	$b$	$c$	0	0	0	$-d$	0	0	$a$	$d$	0	$b$	$g$	0	0	0	0	$i$
10	0	$-d$	0	0	$b$	$c$	$b$	0	$d$	$a$	0	0	0	0	$g$	0	$-i$	0
11	$-d$	0	$c$	$b$	0	0	0	$b$	0	0	$a$	$d$	0	$g$	0	0	0	$i$
12	$c$	$b$	$-d$	0	0	0	0	0	$b$	0	$d$	$a$	$g$	0	0	0	0	$-i$
13	$e$	$e$	0	0	0	0	0	0	$e$	0	0	$e$	$h$	0	0	0	0	0
14	0	0	$e$	$e$	0	0	0	$e$	0	0	$e$	0	0	$h$	0	0	0	0
15	0	0	0	0	$e$	$e$	$e$	0	0	$e$	0	0	0	0	$h$	0	0	0
16	0	0	0	$f$	$-f$	0	$f$	$-f$	0	0	0	0	0	0	0	0	$j$	0
17	0	$-f$	0	0	0	$f$	0	0	$f$	$-f$	0	0	0	0	0	0	0	$j$
18	$f$	0	$-f$	0	0	0	0	0	0	0	$f$	$-f$	0	0	0	0	0	$j$
19	$k$	$k$	0	0	0	0	0	0	$k$	0	0	$k$	$p$	0	0	0	0	0
20	0	0	$k$	$k$	0	0	0	$k$	0	0	$k$	0	0	$p$	0	0	0	0
21	0	0	0	0	$k$	$k$	$k$	0	0	$k$	0	0	0	0	$p$	0	0	0
22	0	0	0	$l$	$-l$	0	$l$	$-l$	0	0	0	0	0	0	0	0	$m$	0
23	0	$-l$	0	0	0	$l$	0	0	$l$	$-l$	0	0	0	0	0	0	0	$m$
24	$l$	0	$-l$	0	0	0	0	0	0	0	$l$	$-l$	0	0	0	0	0	$m$

TABELLE 3.1. Streumatrix des SCN TLM-Knotens mit Stichleitungen. Die beiden zusätzlichen Kopfzeilen spezifizieren die zur Koeffizientenberechnung notwendigen offenen (o/c) oder kurzgeschlossenen (s/c) Stichleitungen.

- Hinzufügen zusätzlicher Elemente:

Wird das TLM-Gitter entsprechend dem Vakuum gewählt, entspricht die Existenz von Suszeptibilität erhöhten Induktivitäts- und Kapazitätsbelägen der makroskopisch sichtbaren Zelleigenschaften, was durch das Hinzufügen geeigneter Elemente an den Knoten modelliert werden kann.

Das erste Prinzip wurde in den später entwickelten Knoten wie dem SSCN (Trenkic et al. 1995) umgesetzt. Johns wählte in seiner Arbeit zum SCN-Knoten die Variante mit zusätzlichen Netzwerkelementen, da hier die Streumatrix  $\mathbf{S}$  zwar größer wird ( $18 \times 18$ ), die resultierende Komplexität der Matrix hingegen deutlich geringer ist. Trotz der größeren Dimension ergibt sich infolge der vorliegenden Symmetrie ein einfacheres Gleichungssystem zur Bestimmung der Matrix.

An dieser Stelle wurde von Johns auch der Übergang von kubischen auf quaderförmige TLM-Zellen gemacht. Ausgehend von einem kubischen Knoten aus Verbindungsleitungen

der Länge  $\Delta l$  bewirkt die Verlängerung einer Kantenlänge eine Erhöhung der effektiven Laufzeit durch die Zelle und eine entsprechende Skalierung der elektrischen Parameter wie totale Kapazität und Induktivität des Volumenelements. Dies ist aber nach Gleichung (3.13) und (3.14) äquivalent zu einer entsprechenden axial anisotropen Erhöhung von Dielektrizität  $\varepsilon$  und Permiabilität  $\mu$  des Mediums. Eine Verzerrung des TLM-Knotens kann somit auf eine Variation der lokalen Materialparameter transformiert werden und braucht nicht eigens betrachtet werden. Das dreidimensionale TLM-Gitter aus Verbindungsleitungen der Länge  $\Delta l$  und damit der Laufzeit  $\Delta t$  bleibt bestehen, und es kommt zu keiner Verletzung der Pulssynchronität im Gitter.

Um die von einer quaderförmigen Raumzelle der Dimension  $(u\Delta l, v\Delta l, w\Delta l)$  vorgegebenen elektrischen Eigenschaften wie totale Kapazitäten

$$(3.15) \quad C_x = \varepsilon_x \frac{vw}{u}, \quad C_y = \varepsilon_y \frac{uw}{v}, \quad C_z = \varepsilon_z \frac{uv}{w}$$

und totale Induktivitäten

$$(3.16) \quad L_x = \mu_x \frac{vw}{u}, \quad L_y = \mu_y \frac{uw}{v}, \quad L_z = \mu_z \frac{uv}{w}$$

zu erreichen, werden dem symmetrisch kondensierten Knoten 6 Stichleitungen mit einer einfachen Laufzeit von  $\Delta t/2$  hinzugefügt. Für niedrige Frequenzen (deutlich kleiner  $1/\Delta t$ ) entspricht das Netzwerkverhalten der Stichleitungen im Fußpunkt konzentrierten, reaktiven Elementen. Diese Eigenschaft wird zum Beispiel auch in der Wellendigitalfiltertheorie zur Konstruktion kommensurabler Leitungsschaltungen ausgenutzt (Fettweis 1986). Abhängig vom Wellenwiderstand  $Z_s$  realisiert eine am Ende kurzgeschlossene Stichleitung der Laufzeit  $\Delta t/2$  näherungsweise das Verhalten einer Induktivität mit

$$(3.17) \quad L_s = Z_0 Z_s \frac{\Delta t}{2},$$

wohingegen eine am Ende leerlaufende Stichleitung mit einem Wellenleitwert  $Y_s$  eine Kapazität

$$(3.18) \quad C_s = Y_0 Y_s \frac{\Delta t}{2},$$

nachbildet. Dem Streuzentrum einer TLM-Zelle kommen auf diese Weise neben den 12 nach außen geführten Toren noch 6 innere Tore der Stichleitungen hinzu. Die Bestimmung der nun  $18 \times 18$ -Streumatrix basiert wiederum auf den Überlegungen aus Abschnitt 1.2.1 bezüglich Symmetrie und Energieerhaltung. Bei den Stichleitungstoren wird zusätzlich berücksichtigt, daß sie nur mit den ihnen zugeordneten Feldkomponenten und folglich den entsprechenden Toren verkoppelt sein können. Eine leerlaufende Stichleitung zur Erhöhung der x-gerichteten Kapazität  $C_x$  ist zum Beispiel mit dem  $E_x$ -Feld verbunden und kann daher nur mit den Toren 1,2,9 und 12 verkoppelt sein. Analog ist die kurzgeschlossene Stichleitung mit  $L_x$ -Beitrag mit dem  $H_x$ -Feld assoziiert. Johns fand unter diesen Voraussetzungen die in Tabelle 3.1 gegebene Streumatrix. Für die Matrixkoeffizienten in Abhängigkeit von

den Wellenwiderständen der Stichleitungen  $Z_s$  und Wellenleitwerten  $Y_s$  gilt:

$$(3.19) \quad \begin{aligned} a &= -\frac{G+Y}{2(G+Y+4)} + \frac{R+Z}{2(R+Z+4)} & h &= -\frac{G-Y+4}{G+Y+4} \\ b = e = k &= \frac{4}{2(G+Y+4)} & j &= \frac{R-Z+4}{R+Z+4} \\ c &= -\frac{G+Y}{2(G+Y+4)} - \frac{R+Z}{2(R+Z+4)} & f = l &= Zd \\ d = i = m &= \frac{4}{2(R+Z+4)} & g = p &= Yb \end{aligned}$$

In der aufgeführten Form sind bereits die erst später hinzugefügten unendlich langen bzw. reflexionsfrei abgeschlossenen Stichleitungen zur Modellierung Ohm'scher und magnetischer Verluste mit enthalten (Naylor & Desai 1990, German et al. 1990). Ohm'sche Verluste sind durch die angegebenen Verlustleitwerte  $G$ , magnetische Verluste durch die Verlustwiderstände  $R$  realisiert. Hierin begründen sich auch die 6 zusätzlichen Zeilen der Matrix in Tabelle 3.1. Da in den Verluststichleitungen keine Reflexion oder Anregung stattfindet, beinhalten sie keine einlaufenden Wellen, so daß die Spaltenzahl der Matrix nicht erweitert werden braucht. Auch die auslaufenden Wellen, welche mit den Zeilen 19–24 gegeben sind, brauchen nur optional zur Ermittlung der lokal umgesetzten Verlustleistung berechnet werden. Im Normalfall werden sie nicht benötigt, und es wird nur die obere  $18 \times 18$ -Matrix angewandt. Alle in 3.1 enthaltenen Widerstände und Leitwerte sind auf den Wellenwiderstand der Verbindungsleitungen  $Z_0$  normiert. Die Wahl des Freiraumwellenwiderstandes  $Z_0$  ist hierbei nicht zwingend. Die Leitungsbeläge der Verbindungsleitungen müssen lediglich kleiner oder gleich denen aller auftretenden Raumzellen sein.

Zur Festlegung der Stichleitungsparameter wird die Bilanz zwischen im Gitter vorhandener verteilter Kapazitäts- und Induktivitätsbelägen der Verbindungsleitungen und den nach Gleichungen (3.15)-(3.16) benötigten totalen Größen gebildet. Da das TLM-Gitter durch die Verbindungsleitungen in jede Raumrichtung bereits die verteilte Kapazität

$$(3.20) \quad C_\ell = 2\varepsilon_\ell \Delta l |_{\varepsilon_\ell = \varepsilon_0} = 2\varepsilon_0 \Delta l$$

und verteilte Induktivität

$$(3.21) \quad L_\ell = 2\mu_\ell \Delta l |_{\mu_\ell = \mu_0} = 2\mu_0 \Delta l .$$

besitzt, würden sich für eine TLM-Zelle mit  $\varepsilon_0, \mu_0$  und der Dimension  $(1, 1, 1)$  ausschließlich negative Kapazitäten  $C_s$  und Induktivitäten  $L_s$  ergeben. Eine Verzerrung der Zelle mit  $u \neq v \neq w$  verstärkt diesen Effekt im "Worst-Case" noch weiter. Die geometrieabhängigen Faktoren in (3.15)-(3.16) können in diesem Fall für stabförmige Zellen kleiner eins werden. Da von den Stichleitungen aber nur passive Elemente mit positiven Kapazitäts- und Induktivitätswerten realisiert werden können, werden aus Stabilitätsgründen die Materialparameter des gesamten Simulationsgebietes um den Stabilitätsfaktor  $h$  skaliert. Der

effektive Abtastzeitschritt der diskreten Signale skaliert sich infolge zu

$$(3.22) \quad T = \frac{\Delta l}{hc_\ell} \Big|_{c_\ell=c_o} = \frac{\Delta l}{hc_o} .$$

Die Verkleinerung des Zeitschritts kann auch als eine Reduzierung der Basislänge  $\Delta l$  der Verbindungsleitungen bei gleichzeitiger Erhöhung der normierten Kantenlängen  $u$ ,  $v$  und  $w$  interpretiert werden. Der Stabilitätsfaktor  $h$  könnte alternativ auch in die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_\ell$  verrechnet werden, was ebenfalls einer Verringerung der Laufzeit  $\Delta t$  entspricht. Die Auswirkungen auf den TLM-Knoten sind immer die gleichen, so daß im weiteren nur noch vom Stabilitätsfaktor  $h$  ohne spezielle Zuordnung gesprochen wird. Um die grundlegenden Eigenschaften des TLM-Gitters auszugleichen, muß im Grenzfall kubischer Zellen ohne Stichleitungen mit  $C_s = L_s = 0$  der Stabilitätsfaktor mindestens  $h = 2$  sein. Im allgemeinen Fall quaderförmiger TLM-Zellen mit  $u, v, w \geq 1$  gilt für den Stabilitätsfaktor

$$(3.23) \quad h \geq 2 .$$

Die von einer Stichleitung zu realisierende Reaktanz ergibt sich unter der Annahme  $\varepsilon_\ell = \varepsilon_o$  und  $\mu_\ell = \mu_o$  nach der Skalierung mit  $h$  zu

$$(3.24) \quad C_s = h\varepsilon_r\varepsilon_o \frac{g_1^\perp g_2^\perp}{g^\parallel} - 2\varepsilon_o \Delta l$$

$$(3.25) \quad L_s = h\mu_r\mu_o \frac{g_1^\perp g_2^\perp}{g^\parallel} - 2\mu_o \Delta l .$$

Die Zellabmessungen  $g^\perp$  und  $g^\parallel$  müssen abhängig von der Raumrichtung entsprechend ersetzt werden. Für die x-Richtung gilt zum Beispiel:

$$(3.26) \quad g^\parallel = u\Delta l \quad , \quad g_1^\perp = v\Delta l \quad , \quad g_2^\perp = w\Delta l .$$

Mit den Gleichungen (3.9),(3.17),(3.18) und  $Z_0 = \frac{\mu_o}{\varepsilon_o}$  erhält man aus (3.24) und (3.25) die auf  $Z_0$  normierten Stichleitungsparameter:

$$(3.27) \quad \begin{aligned} Y_x &= 2\left(\frac{vw}{u}\varepsilon_x h - 2\right) & Z_x &= 2\left(\frac{vw}{u}\mu_x h - 2\right) \\ Y_y &= 2\left(\frac{uw}{v}\varepsilon_y h - 2\right) & Z_y &= 2\left(\frac{uw}{v}\mu_y h - 2\right) \\ Y_z &= 2\left(\frac{uv}{w}\varepsilon_z h - 2\right) & Z_z &= 2\left(\frac{uv}{w}\mu_z h - 2\right) \end{aligned}$$

Die normierten Parameter der Verluststichleitungen berechnen sich direkt über die richtungsabhängigen Leitwerte und den daraus resultierenden Längswiderständen der Volumenelemente.

$$(3.28) \quad \begin{aligned} G_x &= \frac{vw}{u} \Delta l \sigma_x Z_0 & R_x &= \frac{vw}{u} \Delta l \sigma_{m_x} \mathcal{Y}_0 \\ G_y &= \frac{uw}{v} \Delta l \sigma_y Z_0 & R_y &= \frac{uw}{v} \Delta l \sigma_{m_y} \mathcal{Y}_0 \\ G_z &= \frac{uv}{w} \Delta l \sigma_z Z_0 & R_z &= \frac{uv}{w} \Delta l \sigma_{m_z} \mathcal{Y}_0 \end{aligned}$$

1.2.3. *Feldtheoretische Herleitungen.* In der eben gegebenen Herleitungsskizze des SCN-TLM Schemas ist in Anlehnung an Johns ursprüngliche Einführung des SCN-Knotens die Analogie zwischen elektromagnetischer Wellenausbreitung im Freiraum und der Ausbreitung von Strom und Spannung im TLM-Gitter benutzt worden. Im Laufe der Zeit wurde von verschiedenster Seite versucht eine feldtheoretische Herleitung der TLM-Methode mit symmetrisch kondensierten Knoten zu finden, wozu ein entsprechendes Finite-Differenzen Schema direkt aus den Maxwell'schen Gleichungen abgeleitet werden mußte. Infolge der vielen verschiedenen mathematischen Verfahren zur Herleitung geeigneter Differenzenoperatoren entstanden auch eine Reihe von unterschiedlichen Herleitungen. So verwendeten Krumpholz & Russer (1994) die "Method-of-Moments" zur Herleitung des SCN-Knotens ohne Stichleitungen. Die Arbeiten von Jin & Vahldieck (1994) und Chen et al. (1991) basieren hingegen auf einer Taylorreihenentwicklung und schließen die Stichleitungen des verlustlosen Falls mit ein. Auch Herleitungen auf Grundlage der Finiten Integration (Aidam & Russer 1997) oder Erhaltungssätzen (Vetri & Simons 1993) konnten gefunden werden. Heins Herleitung des TLM-Algorithmus über ein diskretes Propagatorintegral führt zu einer leicht unterschiedlichen Interpretation des TLM-Algorithmus. Als einzige Herleitung schließt sie jedoch Ohm'sche Verluste mit ein und beweist zudem eine quadratische Konvergenz des Schemas (Hein 1993). Diese feldtheoretische Herleitung erlaubt auch die Einbeziehung dispersiver, anisotroper Materialien (Hein 1997) und den Übergang auf nicht-orthogonale Gitter (Hein 1994). Die Konvergenz des klassischen SCN-TLM Schemas nach Johns konnte erst von Rebel, Aidam & Russer (2000) bewiesen werden.

**1.3. Abbildungen zwischen Netzwerk- und Feldgrößen.** Grundlage für alle Herleitungen des TLM-Knotens bildet die Abbildung zwischen den 6 Feldgrößen und den Netzwerkgrößen des TLM-Gitters. Neben dem ursprünglich von Johns vorgeschlagenen konzentrierten *Field Mapping* im Knotenmittelpunkt, soll auch die von Krumpholz & Russer (1994) eingeführte Abbildung in den Zellwänden betrachtet werden. Diese auch als *Cell Boundary Mapping* bezeichnete Abbildung ist bijektiv und definiert im Gegensatz zur Abbildung nach Johns pro Zellwand nur die 4 transversalen Feldkomponenten. Die Berechnung der 6 Feldamplituden im Knotenmittelpunkt nach Johns ist im Gegensatz hierzu nicht eindeutig umkehrbar, da eine Mittelung der 18 einlaufenden Wellen vorgenommen wird. Welche der Abbildungen angewandt wird, hat auf die Abarbeitung des TLM-Algorithmus keinen Einfluß. Da eine Abbildung zwischen Netzwerk- und Feldgrößen nur zur Einspeisung oder Beobachtung notwendig ist, bleibt der Algorithmus hiervon unberührt. Das *Field Mapping* definiert die Interpretation des Ergebnisses und ist daher in den einzelnen Herleitungen der TLM-Methode von entscheidender Bedeutung. In der praktischen Anwendung können die beiden Abbildungen nach Johns und Krumpholz gleichzeitig verwendet werden. Zu beachten ist jedoch, daß sie an unterschiedlichen Raumpunkten und um einen halben Zeitschritt zueinander versetzt definiert sind. Die bijektive Eigenschaft des *Cell Boundary Mapping* ist bei der Anregung des Gitters von Vorteil, während die räumliche Konzentrierung aller 6 Feldkomponenten die Beobachtung und Auswertung der Simulationsergebnisse erleichtert.

Eine weitere Abbildung zwischen Netzwerk- und Feldgrößen wurde auch von Hein (1993) eingeführt. Im Gegensatz zu den beiden anderen Abbildungen basiert sie jedoch auf ein-

und auslaufenden Wellenamplituden zum gleichen Iterationsschritt und verlangt demzufolge zusätzlichen Speicherbereich in der Implementierung. Aus diesem Grund wurde sie im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet. Die Abbildung nach Hein definiert alle 6 Feldkomponenten ebenfalls im Knotenmittelpunkt, verwendet aber keine Anteile der Sticheleitungen. Nach Hein stellen diese interne Zustandsgrößen dar, die weder beobachtbar noch steuerbar sind.

1.3.1. *Abbildung im Knotenmittelpunkt nach Johns.* Um eine konsistente Abbildung zwischen den Wellenamplituden  $V$  des TLM-Gitters und dem elektrischen Feldvektor  $\vec{E}$  bzw. dem magnetischen Feldvektor  $\vec{H}$  zu erhalten, basierte Johns die von ihm vorgeschlagene Abbildung auf den gleichen Überlegungen wie zur Bestimmung der Streumatrix bzw. Festlegung der Sticheleitungsparameter. Eine bestimmte Feldkomponente setzt sich demnach nur aus der Spannung der zugehörigen Sticheleitung und den ihr zugeordneten Pulsen der Verbindungsleitungen zusammen, was wiederum über die Polarität fest vorgegeben ist. Zur  $E_x$ -Feldkomponente können somit nur die Wellenamplituden  $V_1, V_2, V_9, V_{12}$  und  $V_{13}$  beitragen, da nur diese Wellen in x-Richtung polarisierte Ladung tragen. Mit Hilfe der bereits postulierten Ladungserhaltung während des Streuprozesses ist es möglich, die sich im Knoten aufbauende Spannung in x-Richtung ausschließlich aus einlaufenden Wellenpulsen  $V^i$  und über die totale Knotenkapazität nach Gleichung (3.15) zu berechnen. Werden alle Teilladungen zur Gesamtladung  $Q$  zusammengefaßt, ist unter Vorgabe der Kapazität  $C$  die Spannung festgelegt.

$$(3.29) \quad Q = C \cdot V$$

Da diese Spannung über dem gesamten Volumenelement anliegt, entspricht sie dem Integral des elektrischen Feldes in x-Richtung. Das elektrische Feld im Knotenmittelpunkt kann somit als äquivalentes homogenes Feld

$$(3.30) \quad E_x = \frac{V_x}{u\Delta l} = \frac{Q_x}{C_x u\Delta l}$$

definiert werden. Zur Berechnung der einzelnen Teilladungen wird ebenfalls (3.29) mit den einzelnen Teilkapazitäten nach Gleichung (3.18) und (3.20) verwendet.

$$(3.31) \quad \begin{aligned} Q_x &= C_g (V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i) + C_{s_x} V_{13}^i \\ &= \mathcal{Y}_0 \frac{\Delta t}{2} (V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_x V_{13}^i) \end{aligned}$$

Die Teilkapazität  $C_g$  einer halben Verbindungsleitung berechnet sich hierzu aus (3.20) als Viertel der Gesamtkapazität des TLM-Gitters.

$$(3.32) \quad C_g = \frac{1}{4} C_\ell = \frac{1}{2} \varepsilon_o \Delta l = \mathcal{Y}_0 \frac{\Delta t}{2}$$

Wird nun die totale Kapazität  $C_x$  als Summe der Teilkapazitäten

$$(3.33) \quad C_x = 4C_g + C_s = \mathcal{Y}_0 \frac{\Delta t}{2} (4 + Y_s)$$

gebildet, erhält man die von Johns vorgeschlagene Abbildung zwischen elektrischem Feld und Netzwerkgrößen  $V^i$ .

$$(3.34) \quad E_x = \frac{2}{u\Delta l} \cdot \left\{ \frac{V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_x V_{13}^i}{4 + G_x + Y_x} \right\}$$

$$(3.35) \quad E_y = \frac{2}{v\Delta l} \cdot \left\{ \frac{V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i + Y_y V_{14}^i}{4 + G_y + Y_y} \right\}$$

$$(3.36) \quad E_z = \frac{2}{w\Delta l} \cdot \left\{ \frac{V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y_z V_{15}^i}{4 + G_z + Y_z} \right\}$$

Die Abbildung des magnetischen Feldes aus Wellenamplituden  $V^i$  ergibt sich über Induktivität der TLM-Zelle, Leitungsströme und Erhaltung des Magnetflusses völlig analog.

$$(3.37) \quad H_x = \frac{2}{u\Delta l Z_0} \cdot \left\{ \frac{-V_4^i + V_5^i - V_7^i + V_8^i + V_{16}^i}{4 + R_x + Z_x} \right\}$$

$$(3.38) \quad H_y = \frac{2}{v\Delta l Z_0} \cdot \left\{ \frac{V_2^i - V_6^i - V_9^i + V_{10}^i + V_{17}^i}{4 + R_y + Z_y} \right\}$$

$$(3.39) \quad H_z = \frac{2}{w\Delta l Z_0} \cdot \left\{ \frac{-V_1^i + V_3^i - V_{11}^i + V_{12}^i + V_{18}^i}{4 + R_z + Z_z} \right\}$$

Im Unterschied zu Johns Definition in (Johns 1987) sind in der angegebenen Form die Vorzeichen des H-Feldes zur Aufrechterhaltung eines rechthändigen Koordinatensystems invertiert. Nur so können Leistungsflüsse über entsprechende Kreuzprodukte korrekt berechnet werden. Auch die simultane Verwendung des *Cell Boundary Mapping* verlangt diesen Vorzeichenwechsel. Um in einer Implementierung den zur Verfügung stehenden Zahlenraum besser auszunutzen, kann die räumliche Normierungsbasis  $\Delta l$ , welche meist deutlich  $\leq 1$  ist, in allen Feldabbildungen gekürzt werden. Dies entspricht lediglich einer inneren Skalierung der Wellenamplituden  $V$ .

Eine Umkehrung dieser Abbildung (3.34)–(3.39) von 18 Netzwerkgrößen auf 6 Feldkomponenten ist nicht eindeutig möglich. Zur Anregung des TLM-Gitters schlug Johns vor, die entsprechenden Wellenamplituden  $V^i$  gleichmäßig verteilt vorzublegen. Er gab folgende mögliche Vorschrift zur Gitteranregung an:

$$(3.40) \quad V_1^i = \frac{1}{2}\Delta l(uE_x + wZ_0 H_z) \quad V_7^i = \frac{1}{2}\Delta l(wE_z + uZ_0 H_x)$$

$$(3.41) \quad V_2^i = \frac{1}{2}\Delta l(uE_x - vZ_0 H_y) \quad V_8^i = \frac{1}{2}\Delta l(vE_y - uZ_0 H_x)$$

$$(3.42) \quad V_3^i = \frac{1}{2}\Delta l(vE_y - wZ_0 H_z) \quad V_9^i = \frac{1}{2}\Delta l(uE_x + vZ_0 H_y)$$

$$(3.43) \quad V_4^i = \frac{1}{2}\Delta l(vE_y + uZ_0 H_x) \quad V_{10}^i = \frac{1}{2}\Delta l(wE_z - vZ_0 H_y)$$

$$(3.44) \quad V_5^i = \frac{1}{2}\Delta l(wE_z - uZ_0 H_x) \quad V_{11}^i = \frac{1}{2}\Delta l(vE_y + wZ_0 H_z)$$

$$(3.45) \quad V_6^i = \frac{1}{2} \Delta l (w E_z + v Z_0 H_y) \quad V_{12}^i = \frac{1}{2} \Delta l (u E_x - w Z_0 H_z)$$

$$(3.46) \quad V_{13}^i = \frac{1}{2} \Delta l u E_x \quad V_{16}^i = \frac{1}{2} Z_x Z_0 \Delta l u H_x$$

$$(3.47) \quad V_{14}^i = \frac{1}{2} \Delta l v E_y \quad V_{17}^i = \frac{1}{2} Z_y Z_0 \Delta l v H_y$$

$$(3.48) \quad V_{15}^i = \frac{1}{2} \Delta l w E_z \quad V_{18}^i = \frac{1}{2} Z_z Z_0 \Delta l w H_z$$

Der in Gleichung (3.37)–(3.39) eingebrachte Vorzeichenwechsel gegenüber Johns Originalabbildung ist auch in der Umkehrung enthalten.

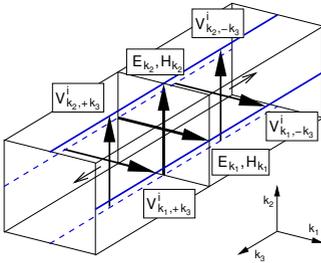
1.3.2. *Abbildung in den Knotenwänden.* Um dieses Problem zu beseitigen und eine bijektive Abbildung zwischen Netzwerkgrößen und Feldkomponenten zu erhalten, ließen [Krumpholz & Russer \(1994\)](#) in ihrer Herleitung der TLM-Methode die Vorgabe nach einer Konzentration der Feldkomponenten im Mittelpunkt der Zelle fallen und definierten eine entsprechende Abbildung in den Randflächen der TLM-Zelle. In diesen 6 Verbindungsflächen stehen den 24 Netzwerkgrößen  $V_1^i[k] \dots V_{12}^i[k]$  und  $V_1^i[k+1] \dots V_{12}^i[k+1]$  ebenso viele tangentiale Feldkomponenten gegenüber. Die der Abtastwerte sind räumlich in den Mittelpunkten der Verbindungsflächen definiert, wo die Verbindungsleitungen zweier benachbarter TLM-Zellen miteinander verbunden sind. Zur Definition der Abbildung wird von einem rechthändigen Koordinatensystem mit

$$(3.49) \quad \vec{k}_1 \times \vec{k}_2 = \vec{k}_3$$

ausgegangen. Für ebene Wellen, wie sie auf den TEM-Verbindungsleitungen mit einem Wellenwiderstand von  $Z_0$  angenommen werden können, gilt allgemein

$$(3.50) \quad \vec{n} \times \vec{E} = \frac{1}{Z_0} \vec{H},$$

wobei der Einheitsvektor  $\vec{n}$  in die Ausbreitungsrichtung der Welle zeigt. Da nach Abbildung 3.2 die Wellenamplituden  $V^i$  auf den Verbindungsleitungen des TLM-Knotens mit dem elektrischen Feld der TEM-Wellen ausgerichtet sind, kann das transversale Feld  $\vec{E}_t$  und  $\vec{H}_t$  in der Knotenwand zwischen zwei Zellen über die einlaufenden Wellen der beiden angrenzenden Zellen berechnet werden. Die Festlegung auf einlaufende Wellen ist an dieser Stelle willkürlich, denn zum Zeitpunkt der Definition der Abbildung befinden sich die Wellenpulse exakt in der Verbindungsfläche im Übergang von reflektierter zu einlaufender Welle. Da dieser Zustand in einer Implementierung nicht existiert, soll die Abbildung zu einen infinitesimal späteren Zeitpunkt angegeben werden, an dem die Pulse bereits den eindeutigen Zustand von einlaufenden Wellen besitzen.



$$(3.51) \quad E_{k_1} = \frac{1}{l_{k_1}} \left( V_{k_1, -k_3}^i + V_{k_1, +k_3}^i \right)$$

$$(3.52) \quad H_{k_1} = \frac{1}{l_{k_1} Z_0} \left( V_{k_2, -k_3}^i - V_{k_2, +k_3}^i \right)$$

$$(3.53) \quad E_{k_2} = \frac{1}{l_{k_2}} \left( V_{k_2, -k_3}^i + V_{k_2, +k_3}^i \right)$$

$$(3.54) \quad H_{k_2} = \frac{1}{l_{k_2} Z_0} \left( -V_{k_1, -k_3}^i + V_{k_1, +k_3}^i \right)$$

Gleichungen (3.51)–(3.54) gelten für TEM-Wellen, die sich in positive und negative  $k_3$ -Richtung ausbreiten. Mit  $l_{k_1}$  und  $l_{k_2}$  sind die in der Verbindungsfläche vorliegenden Zellabmessungen bezeichnet. Der erste Subindex gibt die Richtung eines Vektors an. Der zweite Subindex  $\pm k_3$  steht als Ortsindex und legt die TLM-Zelle fest, aus welcher die Wellenamplitude  $V^i$  stammt. Dieser Index spezifiziert auch die Ausbreitungsrichtung  $\vec{n}$  der TEM-Welle, was über Gleichung (3.49) die Orientierung und damit das Vorzeichen der jeweiligen H-Feldbeiträge festlegt. Unter der Annahme, daß Streuvorgänge zu den Zeitpunkten  $T = n\delta t$  durchgeführt werden, definiert diese Abbildung die Feldgrößen an Zeitpunkten  $T' = (n + \frac{1}{2})\delta t$ . Da es sich bei (3.51)–(3.54) um 4 lineare Gleichungen mit ebensovielen freien Parametern handelt, ist eine eindeutige Umkehrung möglich und eine bijektive Abbildung gegeben. Eine explizite Ausformulierung aller 24 möglichen Gleichungen bzw. Feldkomponenten ist in Tabelle 3.2 zusammengefaßt. Wie bereits für die Abbildung nach Johns kann die Basislänge  $\Delta l$  zur Normalisierung der internen TLM-Zustände konsequent gekürzt werden.

**1.4. Darstellung des Streualgorithmus über totale Knotengrößen.** Neben der Darstellung des SCN-TLM Schemas über die von Johns gefundene Streumatrix  $\mathbf{S}$  existiert auch eine alternative Formulierung des exakt gleichen Algorithmuses über totale Knotengrößen. Herring gab diese Darstellung als erstes an und konnte damit die Ressourcenanforderungen der TLM-Methode entscheidend verringern (Herring 1993). Benötigt die Formulierung von Johns selbst nach geschickter Klammerung und Bildung von Zwischengrößen noch 108 Additionen/Subtraktionen und 75 Multiplikationen pro Streuoperation, verbleiben in Herrings Darstellung nur 54 Additionen/Subtraktionen und 12 Multiplikationen. Gleichzeitig reduziert sich der Speicheraufwand pro Streuoperator von 36 auf 12 Größen. Algebraische Umformungen lassen aber zeigen, daß die beiden Algorithmen exakt die gleichen reflektierten Wellen  $V^r$  berechnen.

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Implementierung der TLM-Methode basiert in ihrer endgültigen Form ausschließlich auf der Darstellung des Streuprozesses nach Herring. Ausgiebige Studien bezüglich Geschwindigkeit und Ressourcenbedarf zeigten die eindeutigen Vorteile dieser Formulierung (Rebel et al. 1999, Mangold et al. 2000). Sie soll daher anhand einer alternativen Herleitung des Streuprozesses im folgenden vorgestellt werden. Grundlage bilden wiederum essentielle Forderungen an die Streuung im Verknüpfungspunkt des bereits vorgegebenen TLM-Gitters.

Wand	$u\Delta l \cdot E_x$	$v\Delta l \cdot E_y$	$w\Delta l \cdot E_z$	$u\Delta l Z_0 \cdot H_x$	$v\Delta l Z_0 \cdot H_y$	$w\Delta l Z_0 \cdot H_z$
$+x$		$+V_{11}^i(i,j,l)$ $+V_3^i(i+1,j,l)$	$+V_{10}^i(i,j,l)$ $+V_6^i(i+1,j,l)$		$+V_{10}^i(i,j,l)$ $-V_6^i(i+1,j,l)$	$+V_3^i(i+1,j,l)$ $-V_{11}^i(i,j,l)$
$+y$	$+V_{12}^i(i,j,l)$ $+V_1^i(i,j+1,l)$		$+V_7^i(i,j,l)$ $+V_5^i(i,j+1,l)$	$+V_5^i(i,j+1,l)$ $-V_7^i(i,j,l)$		$+V_{12}^i(i,j,l)$ $-V_1^i(i,j+1,l)$
$+z$	$+V_9^i(i,j,l)$ $+V_2^i(i,j,l+1)$	$+V_8^i(i,j,l)$ $+V_4^i(i,j,l+1)$		$+V_8^i(i,j,l)$ $-V_4^i(i,j,l+1)$	$+V_2^i(i,j,l+1)$ $-V_9^i(i,j,l)$	
$-x$		$+V_3^i(i,j,l)$ $+V_{11}^i(i-1,j,l)$	$+V_6^i(i,j,l)$ $+V_{10}^i(i-1,j,l)$		$+V_{10}^i(i-1,j,l)$ $-V_6^i(i,j,l)$	$+V_3^i(i,j,l)$ $-V_{11}^i(i-1,j,l)$
$-y$	$+V_1^i(i,j,l)$ $+V_{12}^i(i,j-1,l)$		$+V_5^i(i,j,l)$ $+V_7^i(i,j-1,l)$	$+V_5^i(i,j,l)$ $-V_7^i(i,j-1,l)$		$+V_{12}^i(i,j-1,l)$ $-V_1^i(i,j,l)$
$-z$	$+V_2^i(i,j,l)$ $+V_9^i(i,j,l-1)$	$+V_4^i(i,j,l)$ $+V_8^i(i,j,l-1)$		$+V_8^i(i,j,l-1)$ $-V_4^i(i,j,l)$	$+V_2^i(i,j,l)$ $-V_9^i(i,j,l-1)$	

TABELLE 3.2. Transversale Feldkomponenten in den Zellwänden nach Abschnitt 1.3.2 für einen TLM-Knoten der Abmessung  $(u, v, w)$  an den Gitterkoordinaten  $(i, j, l)$

Ladungserhaltung: Die auf den Verbindungsleitungen und Stichleitungen transportierten Ladungen bleibt beim Streuprozess polarisationsrichtig erhalten. Werden die Teilladungen über (3.29) berechnet und die benötigten Kapazitäten nach (3.32) und (3.18) eingesetzt, verbleibt nach einigen Umformungen:

$$(3.55) \quad V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_x V_{13}^i = V_1^r + V_2^r + V_9^r + V_{12}^r + Y_x V_{13}^r + G_x V_{G_x}^r$$

$$(3.56) \quad V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i + Y_y V_{14}^i = V_3^r + V_4^r + V_8^r + V_{11}^r + Y_y V_{14}^r + G_y V_{G_y}^r$$

$$(3.57) \quad V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y_z V_{15}^i = V_5^r + V_6^r + V_7^r + V_{10}^r + Y_z V_{15}^r + G_z V_{G_z}^r$$

Erhaltung des Magnetflusses: Analog zur Ladungserhaltung wird auch die Erhaltung des Magnetflusses  $\Phi$  gefordert. Die räumliche Ausrichtung einzelner polarisierter Beträge ist in diesem Fall teilweise gegensinnig, was sich in einer vorzeichenrichtigen Addition wieder spiegelt. Der von auslaufenden Strömen erzeugte Magnetfluß hat wegen der invertierten Flußrichtung ebenfalls einen Vorzeichenwechsel zur Folge. Mit

$$(3.58) \quad \Phi = L \cdot I$$

als Gegenstück zu Gleichung (3.29) erhält man schließlich:

$$(3.59) \quad -V_4^i + V_5^i - V_7^i + V_8^i + V_{16}^i = -(-V_4^r + V_5^r - V_7^r + V_8^r + V_{16}^r + V_{R_x}^r)$$

$$(3.60) \quad V_2^i - V_6^i - V_9^i + V_{10}^i + V_{17}^i = -(V_2^r - V_6^r - V_9^r + V_{10}^r + V_{17}^r + V_{Ry}^r)$$

$$(3.61) \quad -V_1^i + V_3^i - V_{11}^i + V_{12}^i + V_{18}^i = -(-V_1^r + V_3^r - V_{11}^r + V_{12}^r + V_{18}^r + V_{Rz}^r)$$

Kontinuität des elektrischen Feldes: Die dritte Forderung an den Streuprozess liegt in der Kontinuität des elektrischen Feldes. Der lineare Mittelwert von Feldkomponenten zweier gegenüberliegender Verbindungsleitungen soll im Knotenmittelpunkt gleich groß sein. Für die  $E_x$ -Komponente gilt somit

$$(3.62) \quad E_{x_{y-}} + E_{x_{y+}} = E_{x_{z-}} + E_{x_{z+}} .$$

Mit der auf den Verbindungsleitungen geltenden Abbildung zwischen Feldgrößen und Wellenamplituden (3.51)–(3.54), bzw.

$$(3.63) \quad E \sim V^i + V^r = V ,$$

erhält man folgenden Zusammenhang zwischen ein- und auslaufenden Wellenamplituden:

$$(3.64) \quad V_1^i + V_1^r + V_{12}^i + V_{12}^r = V_2^i + V_2^r + V_9^i + V_9^r$$

Analog hierzu werden zwei weitere Beziehungen über die  $E_y$ - und  $E_z$ -Feldkomponente hergeleitet. Nach leichten Umformungen können 3 Gleichungen angegeben werden:

$$(3.65) \quad (V_1^i + V_{12}^i) - (V_2^i + V_9^i) = -(V_1^r + V_{12}^r) + (V_2^r + V_9^r)$$

$$(3.66) \quad (V_3^i + V_{11}^i) - (V_4^i + V_8^i) = -(V_3^r + V_{11}^r) + (V_4^r + V_8^r)$$

$$(3.67) \quad (V_7^i + V_7^i) - (V_6^i + V_{10}^i) = -(V_5^r + V_7^r) + (V_6^r + V_{10}^r)$$

Kontinuität des magnetischen Flusses: Als vierte und letzte Vorgabe wird die Kontinuität des magnetischen Flusses gefordert. Wie bereits beim elektrischen Feld soll auch für das Magnetfeld der lineare Mittelwert im Knotenmittelpunkt entlang der beiden möglichen Raumrichtungen gleich groß sein. Für die  $H_x$ -Komponente ergibt sich zum Beispiel:

$$(3.68) \quad H_{x_{y-}} + H_{x_{y+}} = H_{x_{z-}} + H_{x_{z+}}$$

Mit der entsprechenden Abbildung nach Gleichung (3.54) bzw. dem äquivalenten totalen Kreisstrom

$$(3.69) \quad H \sim V^i - V^r = \mathcal{Z}_0 I$$

gilt unter Berücksichtigung der Orientierung der jeweiligen Wellenamplituden

$$(3.70) \quad (V_5^i - V_5^r) - (V_7^i - V_7^r) = -(V_4^i - V_4^r) + (V_8^i - V_8^r) .$$

Nach weiterer Umstellung und analogem Vorgehen für  $H_y$  und  $H_z$  erhält man schließlich

$$(3.71) \quad (V_5^i - V_7^i) + (V_4^i - V_8^i) = (V_5^r - V_7^r) + (V_4^r - V_8^r)$$

$$(3.72) \quad (V_2^i - V_9^i) + (V_6^i - V_{10}^i) = (V_2^r - V_9^r) + (V_6^r - V_{10}^r)$$

$$(3.73) \quad (V_3^i - V_{11}^i) + (V_1^i - V_{12}^i) = (V_3^r - V_{11}^r) + (V_1^r - V_{12}^r)$$

Auf diese Weise sind 12 linear unabhängige Gleichungen aufgestellt. Für den Fall eines verlustlosen homogenen Mediums ohne zusätzliche Stichleitungen könnten aus diesem Gleichungssystem bereits die 12 reflektierten Wellen  $V_i^r$  berechnet werden. Sind Stichleitungen vorhanden, werden im allgemeinsten Fall mit Verlustwiderständen 12 weitere Bestimmungsgleichungen benötigt.

Wie in Johns Herleitung wird hierzu der geltende Zusammenhang zwischen Stichleitung und Ladung bzw. Magnetfluß ausgenutzt. Die leerlaufenden Stichleitungen zur Erhöhung der totalen Knotenkapazitäten  $C_x$ ,  $C_y$  und  $C_z$  sind nur mit dem elektrischen Feld im Knoten, bzw. den äquivalenten totalen Knotenspannung  $V_x$ ,  $V_y$  und  $V_z$  verknüpft, so daß sich einfallende und reflektierte Welle einer Stichleitung zu der jeweiligen totalen Knotenspannung addieren. Gleiches gilt für unendlich lange Stichleitungen zur Modellierung Ohm'scher Verluste. Für die x-Komponenten ergibt sich zum Beispiel:

$$(3.74) \quad V_x = V_{13}^i + V_{13}^r$$

$$(3.75) \quad V_x = V_{G_x}^r$$

Weil in den Verluststichleitungen bzw. den Verlustwiderständen keine einlaufenden Wellen auftreten, ist die reflektierte Wellenamplitude gleich der totalen Knotenspannung. Zur Festlegung der totalen Knotenspannung  $V_x$  wird von der im Knoten enthaltenen Ladung ausgegangen, welche durch die Kapazität des Knotens mit der Knotenspannung verknüpft ist. Die Gesamtladung wird hierzu aus den einzelnen Teilladungen in der jeweiligen Stichleitung und den 4 Verbindungsleitungen zusammengesetzt.

$$(3.76) \quad Q_x = C_x \cdot V_x = (V_1 + V_2 + V_9 + V_{12}) \frac{C_{x_0}}{4} + V_{13} C_{s_x}$$

Hierbei gilt für die einzelnen Teilkapazitäten:

$$(3.77) \quad C_{x_0} = 2 \mathcal{Y}_0 \Delta t$$

$$(3.78) \quad C_{s_x} = \mathcal{Y}_0 Y_x \frac{\Delta t}{2}$$

$$(3.79) \quad C_x = C_{x_0} + C_{s_x} = 2 \mathcal{Y}_0 \Delta t \left(1 + \frac{Y_x}{4}\right)$$

Setzt man (3.77)-(3.79) in (3.76) ein, erhält man für die totale Knotenspannung den Ausdruck

$$(3.80) \quad V_x = \frac{1}{4 + Y_x} (V_1 + V_2 + V_9 + V_{12} + Y_x V_{13}) .$$

Eine expliziter Ausdruck zur Berechnung der totalen Knotenspannung aus den einfallenden Wellen kann erhalten werden, wenn die Gesamtspannungen  $V$  anhand Gleichung (3.63) in ein- und rücklaufende Wellen zerlegt und anschließend alle reflektierten Wellen  $V^r$  mit (3.55), (3.74) und (3.75) eliminiert werden. Wird dies analog für die beiden anderen Polarisationsrichtungen durchgeführt, erhält man alle gesuchten Knotenspannungen als Funktion der einlaufenden Wellen  $V^i$ .

$$(3.81) \quad V_x = \frac{2}{4 + Y_x + G_x} \left( V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_x V_{13}^i \right)$$

$$(3.82) \quad V_y = \frac{2}{4 + Y_y + G_y} \left( V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i + Y_y V_{14}^i \right)$$

$$(3.83) \quad V_z = \frac{2}{4 + Y_z + G_z} \left( V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y_z V_{15}^i \right)$$

Analog zum elektrischen Feld sind die kurzgeschlossenen Stichleitungen zur Erhöhung der Induktivität einer TLM-Zelle nur mit dem Magnetfeld verkoppelt und werden über den magnetischen Fluß aus dem äquivalenten Ringstrom berechnet. Für die x-Komponente gilt:

$$(3.84) \quad \mathcal{Z}_0 Z_s I_x = V_{16}^i - V_{16}^r$$

$$(3.85) \quad \mathcal{Z}_0 I_x = \frac{V_{R_x}^r}{R_x}$$

Wie im elektrischen Fall tritt im magnetischen Verlustwiderstand bzw. der entsprechenden unendlich langen Stichleitung kein einlaufendes Signal auf. Die Amplitude der auslaufenden Welle  $V_{R_x}^r$  läßt sich daher bei Bedarf direkt aus dem Ringstrom  $I_x$  ableiten. Zur Bestimmung des Ringstroms werden analog zu Gleichung (3.76) die einzelnen Anteile des magnetischen Flusses unter Berücksichtigung der Orientierung aufsummiert.

$$(3.86) \quad \Phi_x = L_x \cdot I_x = (-I_4 + I_5 - I_7 + I_8) \frac{L_{x_0}}{4} + I_{16} L_{s_x}$$

Mit den Teilinduktivitäten

$$(3.87) \quad L_{x_0} = 2 \mathcal{Z}_0 \Delta t$$

$$(3.88) \quad L_{s_x} = \mathcal{Z}_0 Z_x \frac{\Delta t}{2}$$

$$(3.89) \quad L_x = L_{x_0} + L_{s_x} = 2 \mathcal{Z}_0 \Delta t \left( 1 + \frac{Z_x}{4} \right)$$

ergibt sich der gesuchte Ringstrom  $I_x$  zu

$$(3.90) \quad I_x = \frac{2}{4 + Z_x} (-I_4 + I_5 - I_7 + I_8 + I_{16}) .$$

Ersetzt man die Ströme durch ein- und auslaufende Wellenamplituden über

$$(3.91) \quad \mathcal{Z}_0 I = V^i - V^r$$

und eliminiert anschließend mit (3.59), (3.84) und (3.85) alle reflektierten Wellenamplituden  $V^r$ , ergeben sich die gesuchten Ausdrücke zur Berechnung der Ringströme  $I_x$ ,  $I_y$  und  $I_z$  zu

$$(3.92) \quad \mathcal{Z}_0 I_x = \frac{2}{4 + Z_x + R_x} \left( -V_4^i + V_5^i - V_7^i + V_8^i + V_{16}^i \right)$$

$$(3.93) \quad \mathcal{Z}_0 I_y = \frac{2}{4 + Z_y + R_y} \left( V_2^i - V_6^i - V_9^i + V_{10}^i + V_{17}^i \right)$$

$$(3.94) \quad \mathcal{Z}_0 I_z = \frac{2}{4 + Z_z + R_z} \left( -V_1^i + V_3^i - V_{11}^i + V_{12}^i + V_{18}^i \right) .$$

Indem alle totalen Knotenspannungen  $V$  und Ringströme  $I$  als Funktion der einlaufenden Wellen dargestellt sind, können sämtliche reflektierte Wellen  $V_i^r |_{i>12}$  der Stichleitungen explizit berechnet werden. Weiter können diese aus den Gleichungen (3.55), (3.59), (3.65)

und (3.71) eliminiert werden, so daß zur Berechnung der restlichen 12 unbestimmten Wellenamplituden  $V_i^r |_{i \leq 12}$  wiederum ein lineares Gleichungssystem mit eindeutiger Lösung entsteht. Nach einigen Umformungen kann die gesuchte Lösung anhand der totalen Knotenspannungen aus Gleichung (3.83) und der Ringströme aus Gleichung (3.94) sehr systematisch und kompakt angegeben werden. Um dies zu verdeutlichen, sind die einzelnen Lösungsterme entsprechend angeordnet.

$$\begin{aligned}
 V_1^r &= V_x + Z_0 I_z - V_{12}^i \\
 V_{12}^r &= V_x - Z_0 I_z - V_1^i \\
 V_2^r &= V_x - Z_0 I_y - V_9^i \\
 V_9^r &= V_x + Z_0 I_y - V_2^i \\
 V_3^r &= V_y - Z_0 I_z - V_{11}^i \\
 V_{11}^r &= V_y + Z_0 I_z - V_3^i \\
 V_4^r &= V_y + Z_0 I_x - V_8^i \\
 V_8^r &= V_y - Z_0 I_x - V_4^i \\
 V_5^r &= V_z - Z_0 I_x - V_7^i \\
 V_7^r &= V_z + Z_0 I_x - V_5^i \\
 V_6^r &= V_z + Z_0 I_y - V_{10}^i \\
 V_{10}^r &= V_z - Z_0 I_y - V_6^i
 \end{aligned}
 \tag{3.95}$$

Für die Stichleitungen ergibt sich

$$\begin{aligned}
 V_{13}^r &= V_x - V_{13}^i \\
 V_{14}^r &= V_y - V_{14}^i \\
 V_{15}^r &= V_z - V_{15}^i \\
 V_{16}^r &= -(-Z_x Z_0 I_x + V_{16}^i) \\
 V_{17}^r &= -(-Z_y Z_0 I_y + V_{17}^i) \\
 V_{18}^r &= -(-Z_z Z_0 I_z + V_{18}^i) .
 \end{aligned}
 \tag{3.96}$$

Der negative Reflexionsfaktor am Ende der kurzgeschlossenen Stichleitungen  $V_{16} \dots V_{18}$  ist in der angegebenen Form mit Blick auf eine entsprechende Implementierung bereits enthalten. Ein zusätzlicher Rechenschritt zur Berechnung der Reflexion am Leitungsende wird daher nicht benötigt. Diese Lösung kann wiederum in Matrixform gebracht werden und ist, wie bereits erwähnt, identisch mit der Darstellung nach Johns aus Abb.3.1. Zu bemerken ist auch, daß ohne die explizite Forderung nach Energieerhaltung und Reziprozität dies in der Lösung gegeben ist.

**1.5. Randbedingungen.** Nachdem der symmetrisch kondensierte TLM-Knoten zur Modellierung der Wellenausbreitung in inhomogenen Materialverteilungen eingeführt ist, muß die zweite entscheidende Komponente eines jeden numerischen Verfahrens betrachtet werden: Die Behandlung von Randbedingungen. Denn meist wird die praktisch entstehende Komplexität und Anwendbarkeit eines numerischen Verfahrens erst durch die Einführung von Randbedingungen bestimmt. Dreidimensionale Wavelet-Methoden sind ein typisches Beispiel für diese Tatsache (Aidam 1999). Und genau hierin liegt eine der Stärken der SCN-TLM-Methode verglichen mit der bekannten FDTD-Methode. Durch die räumlich konzentrierten Abtastpunkte der Feldkomponenten können sowohl elektrische als auch magnetische Randbedingungen in ein und der selben Raumebene spezifiziert werden. Bei Verwendung des SCN-Knotens hat man prinzipiell zwei Möglichkeiten:

- Platzierung der Randbedingung im Zellmittelpunkt über das von Johns vorgeschlagene *Field Mapping*.
- Platzierung in den Randflächen entsprechend dem *Boundary Field Mapping* nach Krumpholz.

Da die erste Methode die Entwicklung spezieller Knoten abhängig von den jeweiligen Randbedingungen verlangt, ist sie sehr aufwendig und unflexibel. Nur in Ausnahmefällen wie der ATLM-Methode (Bader & Russer 1995) wird dieser Weg gegangen. Ohne die bijektive Feldabbildung in den Zellwänden heranzuziehen, war es auch für Johns offensichtlich, daß ein Kurzschluß der Verbindungsleitungen in der Zellwand einer elektrisch ideal leitenden Fläche (PEC) mit einem Reflexionsfaktor  $\rho = -1$  entspricht. Analog hierzu realisiert der Leerlauf mit einem Reflexionsfaktor  $\rho = 1$  eine magnetisch ideal leitenden Fläche (PMC), wie sie vor allem in Symmetrieebenen angesetzt werden kann. In den Verbindungsflächen plazierte Randbedingungen haben vor allem den Vorteil, daß sie unabhängig vom ungestörten Streuprozess um einen halben Zeitschritt versetzt an Zeitpunkten  $T' = (n + \frac{1}{2})\delta t$  abgearbeitet werden.

Soll eine Randbedingung mit vorgegebenem Oberflächenwiderstand an der Außenfläche einer TLM-Zelle angebracht werden, bildet die an dieser Stelle definierte Feldabbildung aus Abschnitt 1.3.2 die Grundlage. Streuzentren an den Zellwänden führen zur synchronen Teilreflexion auslaufender Wellenpulse  $V^r[k]$  zurück in die Ursprungszelle. Anstelle zum nächsten Iterationsschritt vollständig in eine Nachbarzelle einzutreten, berechnen sich die einfallenden Wellen  $V^i[k+1]$  über den lokal anliegenden Reflexionskoeffizienten  $r_{loc}$  und Transmissionskoeffizienten  $t_{loc}$ .

1.5.1. *Einseitige Reflektionsfaktorwand.* Einseitige Reflektionsfaktorwände können an den Rändern des Simulationsgebietes zur näherungsweisen Nachbildung eines reflexionsfreien Abschlusses plazierte werden. Hierzu ist ein an das angrenzende Medium ( $\epsilon_r, \mu_r$ ) angepaßter Oberflächenwiderstand

$$(3.97) \quad Z_a = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} Z_0$$

an der Zellwand anzubringen. Für senkrechten Einfall ist auf diese Weise eine vollständige Absorption gegeben. Um den gewünschten effektiven Reflexionsfaktor  $r_{eff} = 0$  zu erhalten, muß an die Verbindungsleitung mit festem Wellenwiderstand  $Z_0$  ein von  $Z_a$  abweichender Abschlußwiderstand ins TLM-Gitter eingebracht werden. Allgemein kann der im TLM-Algorithmus lokal anzubringende Reflexionsfaktor  $r_{loc}$  abhängig vom effektiv wirksamen Reflexionskoeffizienten  $r_{eff}$  und den Zellparametern der angrenzenden TLM-Zelle berechnet werden.

$$(3.98) \quad r_{loc}(r_{eff}, \epsilon_r, \mu_r, (u, v, w)) = \frac{r_0 + r_{eff}}{1 + r_0 r_{eff}}$$

$$(3.99) \quad r_0 = \frac{\frac{g_{\parallel}}{g_{\perp}} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} - 1}{\frac{g_{\parallel}}{g_{\perp}} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} + 1} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} g_{\parallel} \in (u, v, w) \quad \parallel \quad V_i \\ g_{\perp} \in (u, v, w) \quad \perp \quad V_i \end{array}$$

Die Sonderfälle PEC und PMC, also  $r_{eff} \pm 1$ , führen entsprechend zu  $r_{loc} \pm 1$ . Geometrieparameter  $g_{\parallel}$  und  $g_{\perp}$  sind stellvertretend für die Zellabmessungen parallel ( $\parallel$ ) und senkrecht ( $\perp$ ) zur Spannung der jeweiligen Verbindungsleitung zu sehen. Eine perfekt absorbierende und vom Einfallswinkel der Wellen unabhängige Randbedingung, wie sie zum Beispiel für den Freiraumabschluß offener Strukturen benötigt wird, ist auf diese Weise nicht gegeben. Der auf eine ebene Welle wirksame Oberflächenwiderstand ist im allgemeinen abhängig vom Einfallswinkel. Eine Randbedingung mit festem Reflexionsfaktor stellt nur eine Näherung erster Ordnung an das generelle Problem eines reflexionsfreien Freiraumabschlusses dar, kann aber in vielen Modellierungsproblemen mit genügend Abstand zum Objekt sinnvoll eingesetzt werden. Höhere Absorptionsraten für allgemeine Einfallswinkel können mit Randbedingungen höherer Ordnung erreicht werden, worauf aber in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen werden soll.

1.5.2. *Zweiseitige verlustbehaftete Wand.* Werden im inneren des TLM-Gitters unendlich dünne Randbedingungen eingebracht, müssen in der Regel beidseitige Reflexion an der Wand und Transmission durch die Wand berücksichtigt werden. Nur die Grenzfälle PEC und PMC bilden zwei paarweise einseitige Randbedingungen. Eine verlustlose, zweiseitige Randbedingung entspricht einem Sprung in den angrenzenden Materialeigenschaften. Da Materialeigenschaften im SCN-TLM Schema ausschließlich durch die Stichleitungen realisiert werden und die Parameter der Verbindungsleitungen unverändert bleiben, tritt im Gegensatz zu SSCN- oder HSCN-Knoten in der Grenzschicht kein Wellenwiderstandssprung der Verbindungsleitungen auf. Eine derartiger Übergang wird implizit vom TLM-Gitter berücksichtigt und braucht nicht durch eine zusätzliche Randbedingung modelliert werden. Eine verlustbehaftete zweiseitige Randbedingung liegt zum Beispiel nach dem Einbringen einer unendlich dünnen Widerstandsschicht mit konstantem Flächenwiderstand vor. Dünnschichtwiderstände mit einer Dicke  $d \ll \Delta l$  und vollständiger Durchdringung vom elektrischen Feld können auf diese Weise angemessen modelliert werden. Im TLM-Gitter bildet sich der homogene Flächenwiderstand  $\rho_{\square} = \rho/d$  in der Verbindungsfläche zwischen zwei TLM-Zellen auf äquivalente richtungsabhängige Parallelwiderstände

$$(3.100) \quad R = \frac{g_{\parallel}}{g_{\perp}} \rho_{\square}$$

ab. Die Geometrieparameter  $g_{\parallel}$  und  $g_{\perp}$  sind wiederum durch die Zellabmessungen parallel ( $\parallel$ ) und senkrecht ( $\perp$ ) zur Spannung der jeweiligen Verbindungsleitung zu ersetzen. Die für den TLM-Algorithmus benötigten Reflexionskoeffizienten  $r_{loc}$  und Transmissionskoeffizienten  $t_{loc}$  ergeben sich zu

$$(3.101) \quad r_{loc} = \frac{-1}{1 + 2 \mathcal{Y}_0 \rho_{\square} \frac{g_{\parallel}}{g_{\perp}}}$$

$$(3.102) \quad t_{loc} = \frac{\mathcal{Y}_0 \rho_{\square}}{\mathcal{Y}_0 \rho_{\square} + \frac{g_{\perp}}{2g_{\parallel}}}$$

Dieses Modell kann zur effizienten Modellierung von Widerstandsschichten in planaren Hochfrequenzschaltungen verwendet werden. Ist die vollständige Durchdringung der Schicht nicht mehr gewährleistet, müssen aufwendigere Modelle zur Berücksichtigung des Skin-Effekts herangezogen werden (Isele & Russer 1993).

**1.6. Reflexionsfrei absorbierende Randschichten.** Einen entscheidenden Einfluß auf die Genauigkeit von numerischen Lösungsverfahren mit Volumendiskretisierung hat die Qualität der verfügbaren reflexionsfrei absorbierenden Randschichten zum Abschluß offener Randflächen, also die virtuelle Fortsetzung des künstlich abgegrenzten Berechnungsvolumens. Selbst die Simulation geschlossener Strukturen wie Hohlleiterschaltungen verlangt zur direkten S-Parameterberechnung einen reflexionsfreien Abschluß der Schaltungstore. Das Anbringen von Abschlußwiderständen an die unverknüpften Verbindungsleitungen der Randflächen nach Abschnitt 1.5.1 erreicht dieses Ziel nur näherungsweise. Neben der möglichen Anwendung adaptiv absorbierender Randbedingungen können auch physikalische Absorber, wie sie in Meßkammern zu finden sind, in der Feldsimulation nachgebildet werden. In sogenannten *”Matched Layern”* werden Schicht für Schicht die Verluste des Absorbermaterials unter Beibehaltung des Wellenwiderstandes erhöht. Hierzu muß gelten

$$(3.103) \quad Z_{m0} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = Z_{m1} = \sqrt{\frac{\varepsilon + \frac{\sigma_e}{j\omega}}{\mu + \frac{\sigma_m}{j\omega}}}.$$

Diese Forderung ist dann erfüllt, wenn

$$(3.104) \quad \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{\sigma_e}{\sigma_m},$$

also das Verhältnis von elektrischer und magnetischer Leitfähigkeit gleich dem Verhältnis der entsprechenden Suszeptibilitäten ist. Dieser Zusammenhang ist auch als *”Matched Layer Condition”* bekannt. Kaskadiert man derartige Materialschichten und läßt die Verluste nur sehr langsam anwachsen, treten auch für schräg einfallende Wellen nur minimale Reflexionen auf. Ist die im Absorbermaterial zurückgelegte Wegstrecke lang genug, wird die Welle soweit gedämpft, daß die an der Rückseite des Absorbers anliegende Oberfläche keinen Einfluß mehr auf den von der Vorderseite aus sichtbaren Reflexionsfaktor hat. Prinzipiell gilt: Je flacher der Verlustanstieg und je dicker der Absorber, desto besser seine Absorptionsrate.

Soll ein derartiger Absorber zum reflexionsfreien Abschluß eines geführten Leitungsmodes

in einem mehrlagigen Schichtaufbau verwendet werden, ist zu klären, in welchem Verhältnis die einzelnen Materialschichten zueinander gedämpft werden müssen. Hierzu werden die räumlichen Energiedichten der leitungsgeführten Welle

$$(3.105) \quad w_e(\vec{x}, t) = \frac{\varepsilon}{2} \vec{E}^2(\vec{x}, t)$$

$$(3.106) \quad w_m(\vec{x}, t) = \frac{\mu}{2} \vec{H}^2(\vec{x}, t)$$

und die jeweiligen Verlustleistungsdichten

$$(3.107) \quad p_{v_e}(\vec{x}, t) = \sigma_e(\vec{x}) \vec{E}^2(\vec{x}, t)$$

$$(3.108) \quad p_{v_m}(\vec{x}, t) = \sigma_m(\vec{x}) \vec{H}^2(\vec{x}, t)$$

$$(3.109)$$

betrachtet (Russer 1984). Generell liegt hier das Problem vor, daß die transversale Feldverteilung des Leitungsmode abhängig vom Betrag der Leitfähigkeiten ist. Bei genügend flachem Anstieg des Leitfähigkeitsprofil im Absorber soll hiervon in erster Näherung abgesehen und eine dämpfungsbedingte linearen Skalierung der transversalen Feldverteilung angestrebt werden. Da sowohl Energiedichten (3.105) und (3.106) als auch Verlustleistungsdichten (3.107) und (3.108) quadratisch von den Feldamplituden abhängen, ist dies gegeben, wenn die relative Änderung der Gesamtenergiedichte über der Absorberfläche konstant ist. Diese kann mit (3.105) – (3.108) für eine inkrementale Zeitdauer  $\Delta t$  folgendermaßen angegeben werden:

$$(3.110) \quad \frac{\delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta t \cdot P}{\Delta t W} = -2 \frac{\sigma_e E^2 + \sigma_m H^2}{\varepsilon E^2 + \mu H^2}$$

Unter der Annahme eines "Matched Layer" nach Gleichung (3.104) erhält man

$$(3.111) \quad \frac{\delta W}{\Delta t} = -2 \frac{\sigma_e}{\varepsilon} \frac{W}{W}$$

Für einen "Matched Layer" mit inhomogener Materialverteilung muß daher für jedes der  $i$  Medien gelten:

$$(3.112) \quad konst. = \frac{\sigma_e^0}{\varepsilon^0} = \frac{\sigma_m^0}{\mu^0} = \dots = \frac{\sigma_e^i}{\varepsilon^i} = \frac{\sigma_m^i}{\mu^i}$$

Mit den integrierten Erweiterungen um Ohm'sche und magnetische Verluste ist der vorgestellte SCN-Knoten in der Lage, einen auf diese Weise aufgebauten Absorber zu modellieren. Die Länge des Absorbers, sprich die Anzahl der TLM-Knoten in Normalrichtung, muß im Kompromiß zwischen erzielbarer Absorptionsrate und Rechenaufwand festgelegt werden. Ein Optimalverlauf des Verlustprofils kann für mehrschichtige Strukturen nicht angegeben werden und muß individuell ermittelt werden. Die von verschiedenen Autoren ermittelten "Optimalverläufe" für Freiraumverhältnisse sind in Mehrlagenaufbauten nur suboptimal (Rebel, Mangold & Russer 2000). Typischerweise werden exponentielle Profile abhängig von der Absorberdicke angesetzt.

Eine Weiterführung des eben vorgestellten, rein passiven Absorbers bilden die von [Beren-ger \(1994\)](#) entwickelten "*Perfectly Matched Layer*" (PML). Durch eine Aufspaltung des elektromagnetischen Feldes werden nach dem PML-Prinzip nur normal einfallende Wellenanteile gedämpft. Gegenüber passiven Absorbern entsteht der Vorteil, daß ein sogenanntes "PML-Medium" näher an eine Struktur bis hin in das Nahfeld plaziert werden kann und zum Teil besseres Reflexionsverhalten erzielt. Neben der hybriden Ankopplung von PML-Schichten, die im FDTD-Schema realisiert sind ([Eswarappa & Hoefler 1995](#)), existieren inzwischen Umsetzungen des PML-Prinzips in Form von speziellen TLM-Knoten ([Dubard & Pompei 1997](#)). Der Nachteil vom PML-Schichten liegt vor allem daran, daß es sich bei PML um ein teilweise aktives Material handelt. Wie bei adaptiven Randbedingungen kann es zu ansonsten in TLM unmöglichen Stabilitätsproblemen kommen ([Banai et al. 1998](#)).

**1.7. Anregung.** Nachdem der zu simulierende Aufbau durch ein TLM-Gitter mit entsprechenden Randbedingungen nachgebildet ist, müssen in einer Zeitbereichssimulation geeignete Quellen in das Gitter eingebracht werden. Da mit dem TLM-Schema kein Eigenwertproblem gelöst, sondern der transiente Feldverlauf explizit über der Zeit im Sinne eines Randwertproblems bestimmt wird, führen in passiven Strukturen erst zusätzliche Quellterme zu beobachtbaren Feldveränderungen. Sollen auf diese Weise Kenngrößen wie Netzwerkparameter, Eigenschwingungen oder Strahlungscharakteristik ermittelt werden, ist es zwingend erforderlich, daß sowohl eingebrachte Quellen als auch Beobachtungsgrößen die Voraussetzungen der jeweiligen Parameterdefinition erfüllen. Nur dann ist eine Extraktion der gesuchten Größe möglich. Für die in dieser Arbeit betrachteten Mehrortschaltungen ist dies durch die zugrunde gelegte Netzwerktheorie gegeben. Da die primär gesuchten Netzwerkparameter als Verhältnisse zwischen leitungsgeführten Wellen definiert sind, ergeben sich an Signalquellen und Beobachtungspunkten folgende Anforderungen:

- Werden zur Beobachtung skalare Zeitverläufe wie Spannung, Strom oder Leistungsfluß gewählt, muß die Bandbreite aller auftretenden Signalformen und damit der Quellterme auf den Einmodigkeitsbereich der Zuleitungen, auf denen die Schaltungstore definiert sind, beschränkt sein. Eine notwendige Modenseparation ausgehend von skalaren Größen wie der totalen Spannung aller auftretenden Leitungsmoden ist prinzipiell unmöglich. Erst die Betrachtung der zeitlichen Entwicklung der Feldverteilung über der gesamten Torebene würde dies bei Kenntnis der jeweiligen Leitungsmoden ermöglichen.
- Beobachtungspunkte müssen vollständig außerhalb des Nahfeldes der berechneten Diskontinuität plaziert werden. Ansonsten sind essentielle Zusammenhänge in der Torebene, wie zwischen Leitungsspannung und Linienintegral des E-Feldes, nicht gegeben.
- In das TLM-Gitter eingebrachte Quellen zur Feldanregung müssen Quellen aus dem Netzwerkmodell entsprechen. Dies bedeutet, daß die angesetzte Feldanregung idealerweise nur leitungsgeführte Wellen ausbilden darf. Parasitär angeregte Volumen- oder Substratwellen können in den Beobachtungspunkten nicht von den Leitungswellen separiert werden und führen zu unvermeidlichen Fehlern in der Parameterextraktion, da sie nicht dem angenommenen Netzwerkmodell gehorchen.

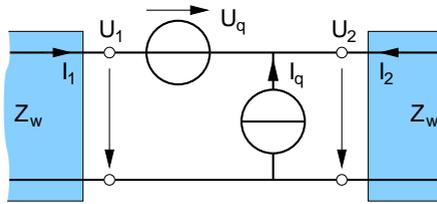


ABBILDUNG 3.3. Äquivalentes Netzwerkmodell bei Überlagerung der Feldverteilung eines Leitungsmodes

Das Ziel der Feldanregung bei der Analyse von Mehrtorschaltungen ist demnach die isolierte Einspeisung eines einzigen Modes, dessen Bandbreite durch den Einwelligkeitsbereich der Leitung vorgegeben wird. Um dies zu erreichen, müßte über die gesamte transversale Anregungsebene ( $u, v$ ) die Feldverteilung des gewünschten Modes angeregt werden. Durch die Überlagerung der Feldverteilung eines ausbreitungsfähigen Leitungsmodes können in der Anregungsebene richtungsabhängig die beiden Wellenamplituden  $q_1$  in positive und  $q_2$  in negative Laufrichtung additiv eingespeist werden. Dies läßt sich im Netzwerkmodell durch das in Abbildung 3.3 gezeigte Ersatzschaltbild wiedergeben. Hierbei gilt:

$$(3.113) \quad U_1 = U_2 + U_q = U_2 + \sqrt{2Z_w}(q_1 - q_2)$$

$$(3.114) \quad -I_1 = I_2 + I_q = I_2 + \sqrt{\frac{2}{Z_w}}(q_1 + q_2)$$

Da bis auf wenige Sonderfälle alle Leitungen geometriebedingte Dispersion aufweisen und die Strukturfunktionen eines Modes  $E_{x_s}(u, v, f) \dots H_{z_s}(u, v, f)$  infolge frequenzabhängig sind, liegt neben der zeitlichen Skalierung der Feldverteilung mit der gewünschten Signalform  $s(t)$  auch eine räumliche Variation über der Zeit vor. Im Vergleich zum eigentlichen TLM-Algorithmus wäre eine derartige Anregung unverhältnismäßig aufwendig, so daß in der Praxis ein anderer Weg gegangen wird. Es wird ausgenutzt, daß sich bei fehlerhafter Anregung alle nicht-leitungsgebundenen Moden entlang der Leitung abstreifen und über der zurückgelegten Wegstrecke abklingen. Sind durch eine näherungsweise Nachbildung der korrekten transversalen Feldverteilung auch parasitäre Wellenanteile angeregt, kann durch ein ausreichend langes Leitungsstück eine Isolierung des gewünschten Leitungsmodes erreicht werden. Eine entsprechende Verlängerung der Zuleitungen eines Mehrtores muß dann aber im TLM-Gitter enthalten sein, was den Simulationsaufwand ansteigen läßt. Deshalb muß hier ein Kompromiß zwischen Rechenaufwand und durch fehlerhafte Quellverteilung hervorgerufenen Störsignale gefunden werden. Generell gilt: Je genauer die korrekte transversale Feldverteilung nachgebildet werden kann, desto geringer der Gesamtaufwand. Die Einbeziehung der dispersionsbedingten räumlichen Variation der

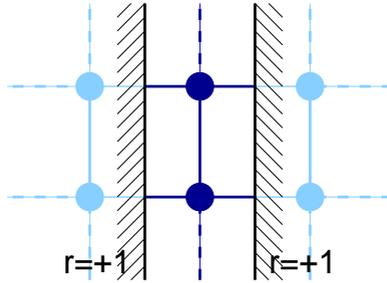


ABBILDUNG 3.4. TLM-Gitter zur Berechnung der transversalen  $E_t$  Feldverteilung des Grundmodes einer Leitung: unendlich periodische Fortsetzung durch PMC-Abschlüsse

Strukturfunktion eines Modes über der Zeit scheidet auf Grund des verbundenen Aufwandes praktisch aus. Als Quellenregung wird daher

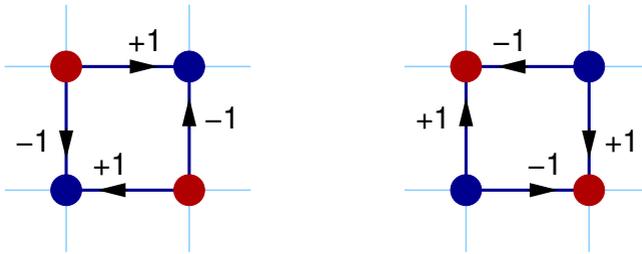
$$(3.115) \quad E_{x_q}(u, v, t) = s(t) \cdot (\cdot q_1 E_{x_s}^+(u, v, f = 0) + q_2 E_{x_s}^-(u, v, f = 0))$$

$$\vdots$$

$$(3.116) \quad H_{z_q}(u, v, t) = s(t) \cdot (\cdot q_1 H_{z_s}^+(u, v, f = 0) + q_2 H_{z_s}^-(u, v, f = 0))$$

verwendet. Strukturfunktionen wie  $E_{x_s}^+$  und  $E_{x_s}^-$  für hin- und rücklaufende Welle werden als bekannt vorausgesetzt und müssen gegebenenfalls in einer Vorsimulation bestimmt werden. Anstelle jedoch andere numerische Verfahren zur Lösung dieses Eigenwertproblems heranzuziehen (Müller & Beyer 1995), können mit der TLM Methode die Sonderfälle  $q_1 = q_2$  und  $q_1 = -q_2$  sehr effizient berechnet werden. Für  $|q_1| = |q_2|$  werden beide möglichen Ausbreitungsrichtungen gleich stark angeregt, was als Quelle zur S-Parameterberechnung hinreichend ist. Sind alle Schaltungstore reflexionsfrei abgeschlossen, wird die in falsche Laufrichtung eingespeiste Welle im Leitungsabschluß absorbiert. Der Fall  $q_1 = q_2$  entspricht einer reinen Stromspeisung nach Abbildung 3.3, wobei sich bis auf das transversale elektrische Feld  $E_t(u, v)$  alle anderen Feldkomponenten der Strukturfunktionen auslöschen. Im dualen Fall  $q_1 = -q_2$  verbleibt nur ein transversales Magnetfeld  $H_t(u, v)$ .

Zur Berechnung der  $E_t$ -Feldverteilungen wird eine einzige transversale Knotenscheibe aus der vom TLM-Gitter diskretisierten Zuleitung einer Mehrortschaltung inklusive aller Randbedingungen herausgenommen. Die beiden offenen Schnittflächen werden mit einem Reflexionsfaktor  $r = 1$  (PMC) abgeschlossen, wodurch nach dem Spiegelungsprinzip eine virtuell unendlich ausgedehnte periodische Fortsetzung der Leitung entsteht. Wird durch eine physikalisch sinnvolle Feldanregung der gesuchte Grundmodus der Leitung mit angeregt, kann durch diesen Minimalaufbau der beschriebene Abstreifungsprozeß aller parasitären Moden höchst effizient simuliert werden. Legt man durch die Anregung eines E-Feldes zwischen den Leitern kurzzeitig eine Spannung an, wird das entstandene Potential zwischen den Leitern von in beiden Ausbreitungsrichtungen gleich stark vorhandenen



ABILDUNG 3.5. Alternierende Zustände eines auf  $2 \times 2$  2D-TLM Zellen beschränkten *Spurious Mode*

Leitungswellen getragen. Nach einer gewissen Laufzeit ist im TLM-Gitter nur noch die statische transversale  $E_t$ -Feldverteilung des Grundmodes enthalten. Im dualen Fall mit Reflexionsfaktoren  $r = -1$  (PEC) baut sich durch die beidseitigen Kurzschlüsse ein Ringstrom mit zugehöriger transversaler  $H_t$ -Feldverteilung des Grundmodes auf. Abbildung 3.8(a) zeigt eine so berechnete Feldverteilung für das Beispiel einer Microstripleitung.

Der entscheidende Vorteil dieser Methode liegt darin, daß nicht nur die gesuchte transversale Feldverteilung berechnet wird, sondern auch die zugehörige Verteilung der Wellenamplituden  $V^i$  des TLM-Gitters für die spezielle Diskretisierung bekannt ist. Eine Anregung des TLM-Gitters im Knotenmittelpunkt ist daher direkt und ohne Feldabbildung nach Johns (Abschnitt 1.3.1) möglich. Das eigentlich unterbestimmte Problem einer Abbildung von 6 Feldgrößen auf 18 Netzwerkgrößen kann somit umgangen werden. Es hat sich im Rahmen dieser Arbeit gezeigt, daß nur durch die direkte Einspeisung der korrekten Eigenlösung der Wellenamplituden die parasitäre Anregung von räumlich begrenzten, nichtausbreitungsfähigen *Spurious Modes* vermieden werden kann.

## 2. Nichtausbreitungsfähige Artefakte

Bei nichtausbreitungsfähigen Artefakten (*Spurious Modes*) handelt es sich um unphysikalische Lösungsanteile des TLM-Gitters, die nicht den Maxwell'schen Gleichungen gehorchen. Dies ist darin begründet, daß im TLM-Gitter mehr Freiheitsgrade als im Lösungsraum der Maxwell'schen Gleichungen enthalten sind. Pro Raumpunkt mit 6 Feldkomponenten existieren im TLM-Gitter mindestens 12 Zustandsvariablen (18 bei Verwendung von Stichleitungen). Die Existenz dieser Lösungsanteile ist allgemein bekannt (Nielsen & Hofer 1993) und konnte von Krumpholz (1994) auch bewiesen werden. Bisher ging man aber davon aus, daß es sich hierbei ausschließlich um ausbreitungsfähige, sehr hochfrequente Lösungsanteile handelt. Für solche Fälle wurden bereits optimierte Anregungsmethoden mit gezielter Unterdrückung dieser speziellen *Spurious Modes* entwickelt (Lindenmeier et al. 1997).

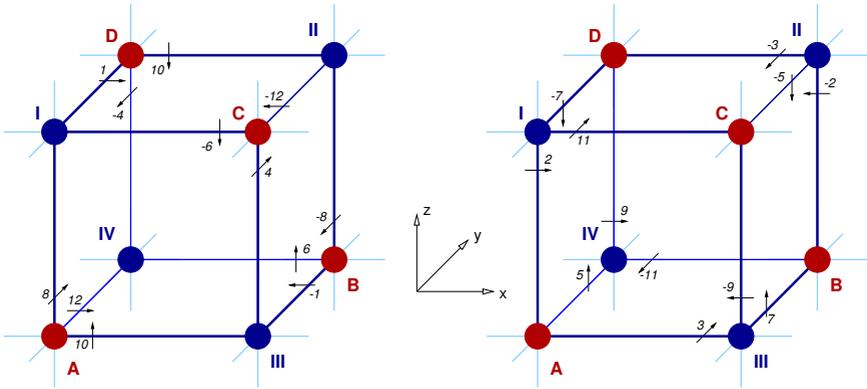


ABBILDUNG 3.6. Alternierende Zustände eines auf  $2 \times 4$  SCN-Zellen (ohne Stichleitungen) beschränkten *Spurious Mode*

Bei den hier vorgestellten Moden des TLM-Gitters handelt es sich um räumlich begrenzte, sich selbst erhaltende Eigenlösungen im homogenen Medium, die zwischen zwei definierten Gitterzuständen alternieren. Die beiden Zustände befinden sich jeweils auf unterschiedlichen Knotenteilmengen entsprechend der bei der ATLM-Methode ausgenutzten Separierung des Gitters. Die Natur der Eigenlösungen wird am einfachsten im zweidimensionalen TLM-Schema klar. In Abbildung 3.5 sind die beiden alternierenden Zustände des dort existierenden *Spurious Mode* skizziert. Da es sich nicht um ein Alternieren mit reinem Vorzeichenwechsel handelt, besitzt diese Eigenlösung neben dem hochfrequenten Signalanteil bei der Nyquistfrequenz auch einen Gleichanteil. Durch die Überlagerung zweier identischer, jedoch um einen Zeitschritt versetzter Moden, entsteht eine vollständig statische Eigenlösung im TLM-Gitter.

Überträgt man dieses Prinzip auf den dreidimensionalen SCN-Knoten ohne Stichleitungen, kann die in Abbildung 3.6 skizzierte Lösung gefunden werden. Die zwei alternierenden Zustände erstrecken sich über  $2 \times 4$  Zellen und befinden sich in den jeweiligen Zellen A-C und Zellen I-IV des entsprechenden ATLM-Untergitters. Die Zustandsübergänge laufen wie folgt ab:

- gerader Zustand:

1)  $V_i^{in}$  von Knoten  $K_n$ ,  $n \in \{A, B, C, D\}$ :

$$(V_{10}, V_{12}, V_8)_A \quad (V_6, -V_1, -V_8)_B \quad (-V_6, -V_{12}, V_4)_C \quad (-V_{10}, V_1, -V_4)_D$$

2)  $V_i^{ref}$  von Knoten  $K_n$ ,  $n \in \{A, B, C, D\}$ :

$$(V_{11}, V_7, V_9)_A \quad (-V_3, V_5, -V_9)_B \quad (V_3, -V_7, -V_2)_C \quad (-V_{11}, -V_5, V_2)_D$$

- ungerader Zustand:

1)  $V_i^{in}$  von Knoten  $K_n$ ,  $n \in \{I, II, III, IV\}$ :

$$(V_{11}^C, -V_7^D, V_2^A)_I \quad (-V_3^D, -V_5^C, -V_2^B)_{II} \quad (V_3^A, V_7^B, -V_9^C)_{III} \quad (-V_{11}^B, V_5^A, V_9^D)_{IV}$$

2)  $V_i^{ref}$  von Knoten  $K_n, n \in \{I, II, III, IV\}$ :

$$(-V_{10}, V_{12}, V_4)_I \quad (-V_6, -V_1, -V_4)_{II} \quad (V_6, -V_{12}, V_8)_{III} \quad (V_{10}, V_1, -V_8)_{IV}$$

- zurück zum geraden Zustand:

1)  $V_i^{in}$  von Knoten  $K_n, n \in \{A, B, C, D\}$ :

$$(V_{10}^{III}, V_{12}^{IV}, V_8^I)_A \quad (V_6^{IV}, -V_1^{III}, -V_8^{II})_B \quad (-V_6^I, -V_{12}^{II}, V_4^{III})_C \\ (-V_{10}^{II}, V_1^I, -V_4^{IV})_D$$

Hochgestellte Indizes geben in dieser Skizze jeweils den Herkunftsknoten an. Durch Rotation und Spiegelung ergeben sich mit der Symmetrie des SCN-Knotens weitere Lösungen. Die von Krumpholz in (Krumpholz & Russer 1996) gemachten Aussage über die Existenz von *Spurious Modes* in ATLM ist demnach nur für die bis dahin bekannten, ausbreitungsfähigen Moden gültig. Denn die in Abbildung 3.6 skizzierte Lösung befindet sich ausschließlich in einem der beiden Untergitter, wie es in der ATLM-Methode benutzt wird. Sie existiert demzufolge auch in der ATLM-Methode.

Infolge der räumlichen Begrenzung treten die Lösungszustände nur in Gitterregionen mit Quellen auf. Numerische Experimente haben gezeigt, daß bereits die diskreten Green'schen Funktionen bezüglich der Wellenamplituden  $V^i[k]$  sowohl im zweidimensionalen TLM als auch dreidimensionalen SCN-TLM statische Lösungsanteile um den Quellepunkt enthalten. Da es sich beim TLM-Gitter um ein lineares zeitinvariantes System (LTI) handelt, baut die isolierte Anregung einer beliebigen Feldkomponente im homogenen Medium neben der erwarteten Abstrahlung einer Kugelwelle einen räumlich vom Quellpunkt abfallenden statischen Lösungsanteil auf. Dies ist für alle bekannten Abbildungen zwischen Feld- und Netzwerkgrößen gegeben. Abbildung 3.7 zeigt das Ergebnis einer  $E_z$ -Feldanregung im Knotenmittelpunkt nach Johns. Werden dem SCN-Knoten Stichleitungen hinzugefügt, bleiben entsprechende Eigenlösungen mit identischer räumlicher Ausdehnung über  $2 \times 4$  Zellen erhalten. Die expliziten Gitterzustände sind abhängig von den Stichleitungsparametern. Die Existenz konnte ebenfalls durch numerische Experimente bestätigt werden. Hierzu wurde ein TLM-Gitter der Dimension  $2 \times 2 \times 2$  und verlustbehafteten Außenwänden ( $r = 0$ ) benutzt. Nur die Existenz von nichtausbreitungsfähigen, auf diesen Gitterbereich begrenzte Moden erlauben einen eingeschwungenen Zustand ohne Dämpfung, was an Beispielen gezeigt werden konnte.

Die Frage nach einer gezielten Unterdrückung dieser Eigenlösung wurde bisher noch nicht vollständig geklärt. Die praktische Anwendung hat aber gezeigt, daß eine physikalisch korrekte Nachbildung von Quellen die Anregung der *Spurious Modes* verhindert. Wird eine Spannung eingespeist, muß das angeregte elektrische Feld kontinuierlich zwischen leitfähigen Körpern mit physikalisch notwendigen Ladungsträgern verlaufen. Alle grundlegenden Gesetzmäßigkeiten wie senkrechter Einfall der  $E$ -Feldlinien auf idealeitende Körper müssen eingehalten werden. Die in der Praxis häufig gewählte Speisung einer Microstripleitung durch eine konstante Anregung des normalen elektrischen Feldes unterhalb des Signalleiters bis zur Massefläche erfüllt dies und regt keine der beschriebenen Gittermoden an. Sichtbar wird die eventuelle Anregung nur durch eine Feldvisualisierung des Quellgebietes. Integrale Größen an Beobachtungspunkten mit genügend Abstand zur Quellregion können die

räumlich begrenzten Gitterzustände nicht detektieren. Und dies ist in der Praxis fast immer der Fall, was den geringen Bekanntheitsgrad dieser Eigenlösungen in der Fachwelt erklärt.

Erst die Anwendung verbesserter Anregungsverfahren ohne zusätzliche Zuleitungsstrecken zur Abstreifung parasitär angeregter physikalischer Moden macht das Problem sichtbar. Beobachtungspunkte können sehr nah an die Quellregion plaziert werden und detektieren den unphysikalischen Lösungsanteil in Form eines bleibenden Offsets der Gleichanteile. Die in dieser Arbeit umgesetzte Einspeisung leitungsgeführter Wellen anhand von Strukturfunktionen nach Abschnitt 1.7 weist ebenfalls eine Anregung der störenden *Spurious Modes* auf. Obwohl physikalisch korrekte Strukturfunktionen angesetzt werden, verbleibt die vernachlässigte Frequenzabhängigkeit als Ursache. Auch die endliche Auflösung der Diskretisierung in der Nähe von Feldsingularitäten führt zum Aufbau der statischen Lösungsanteile. Dies wird in den Abbildungen 3.8 deutlich sichtbar. Nach der Anregung einer Microstripleitung mit der in 3.8(a) dargestellten Strukturfunktion verbleibt in der Quellebene nach der Signaleinspeisung (Feldabbildung nach Johns) der in 3.9(a) enthaltene statische Feldanteil. Die Einspeisung in einer Knotenzwischenebene über das *Cell Boundary Mapping* kann die statischen Lösungsanteile nicht verhindern, was in Abbildung 3.8(b) gezeigt ist. Speziell Übergänge zwischen unterschiedlichen Diskretisierungsregionen begünstigen diesen Vorgang (Abbildung 3.9(b)).

Eine Vermeidung der Anregung von *Spurious Modes* kann nur durch die direkte Überlagerung einer bereits spuriousfreien Strukturfunktion in Termen von Wellenamplituden  $V_s^z[u, v]$  erreicht werden. Nach Abschnitt 1.7 generierte transversale Feldverteilungen entsprechen dieser Forderung. Durch die Berechnung mit der TLM-Methode ist die Lösung bereits im räumlich diskreten Zustandsraum des Gitters bekannt und es kann jegliche Feldabbildung entfallen. Des weitern sind die speziellen Lösungen ohne unphysikalische Anteile, da sich im verwendeten Aufbau aus einer einzigen Knotenschicht keine *Spurious Modes* ausbilden können. Auf der anderen Seite bedeutet dies, daß so gefundene Strukturfunktionen  $V_s^z[u, v]$  auf die jeweilige Diskretisierung der Transversalebene eingeschränkt sind. Eine interpolationsbasierte Umrechnung auf andere Abtastpunkte würde eine Hin- und Rücktransformation zwischen Netzwerk- auf Feldgrößen erfordern, wodurch der spuriousfreie Lösungszustand verloren ginge.

### 3. Modellierung dispersiver Materialeigenschaften anhand erweiterter Stichleitungsnetzwerke

Eine sehr wichtige Rolle bei der Feldmodellierung von verteilten Hochfrequenzschaltungen kann die Berücksichtigung der unterschiedlichen Verlustmechanismen der Materialien spielen. Neben Ohm'scher Leitfähigkeit sind es auch polarisationsbedingte dielektrische Verluste in Isolatormaterialien oder gyromagnetische Effekte in Ferriten die in einer Vollwellenanalyse modelliert werden müssen. Im Gegensatz zu Frequenzbereichsmethoden, die pro Frequenzpunkt alle dielektrischen und magnetischen Verluste kumulativ durch komplexe Materialkonstanten  $\varepsilon_r$  und  $\mu_r$  beschreiben, müssen in Zeitbereichsmethoden die entsprechenden physikalischen Effekte nachgebildet werden. Nur so kann das dispersive Materialverhalten über dem gesamten Frequenzbereich korrekt modelliert werden. Es ist zwar möglich alle

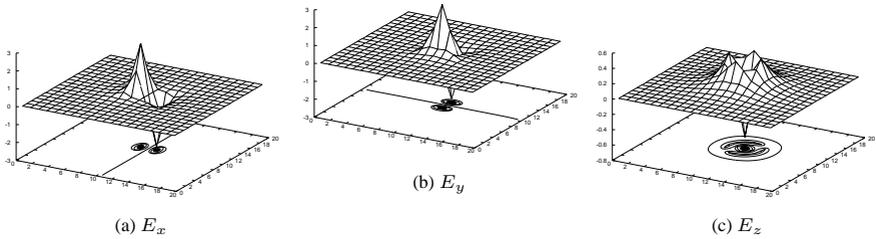


ABBILDUNG 3.7.  $E$ -Feldverteilung eines statischen *Spurious Mode* nach Anregung des  $E_z$  Feldes im Freiraum; keine  $H$ -Feldanteile

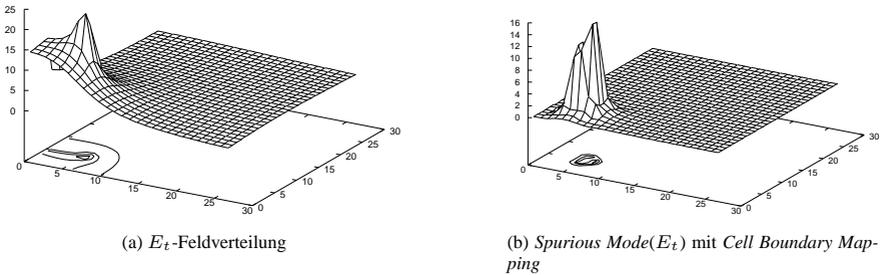


ABBILDUNG 3.8. Leitungsanregung mit vorberechneter, transversaler Feldverteilung des Grundmodes bei  $f = 0$ ; SCN-Knoten ohne Sticheleitungen

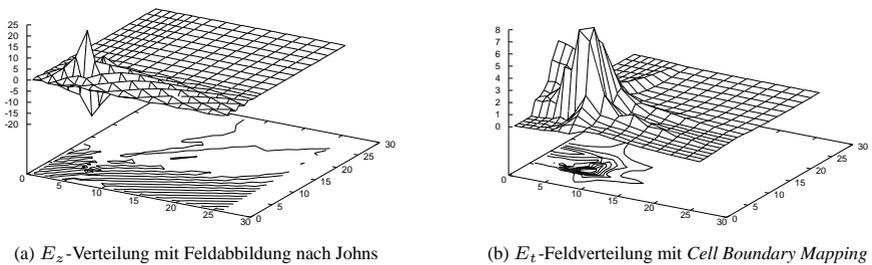


ABBILDUNG 3.9. *Spurious Mode* bei Leitungsanregung mit vorberechneter, transversaler Feldverteilung; SCN-Knoten mit Sticheleitungen und variablem Gitter

Verluste für einen einzigen Frequenzpunkt in einen äquivalenten Leitwert umzurechnen, doch die im allgemein breitbandigen Simulationsergebnisse sind dann lediglich an diesem Frequenzpunkt gültig. Infolge der geringen Effizienz ist dieses Vorgehen nur in Ausnahmefällen angebracht (German et al. 1990).

Im Fall der elektrischen Suszeptibilität sind es drei wesentliche Mechanismen, die zur Polarisation eines Materials beitragen können (Kittel 1967). Sie unterscheiden sich sowohl im physikalischen Modell und damit Frequenzverhalten, als auch in der Größenordnung der Resonanzfrequenzen, bis zu welcher sie existieren.

$$(3.117) \quad \chi_e(\omega) = \chi_{Dipol}(\omega) + \chi_{Ionen}(\omega) + \chi_{Elektronen}(\omega)$$

Elektronenpolarisation führt zu einem Suszeptibilitätsbeitrag, der bis in den ultravioletten Spektralbereich vorhanden ist. Die Polarisation von Ionen weist dagegen Resonanzstellen im Infrarotbereich auf. Wenn man berücksichtigt, daß dispersives Verhalten und Verluste erst in der Nähe von Resonanzstellen zum Tragen kommen, ist es vor allem die Polarisierbarkeit von Dipolen, die in der Hochfrequenztechnik eine Rolle spielt. Die Resonanzfrequenzen der Dipolrelaxation können bis in den Dezimeterwellenbereich reichen, was vor allem bei Flüssigkeiten der Fall ist. Das hierfür verwendete Relaxationsmodell wurde von Debye (1929) begründet und läßt sich durch

$$(3.118) \quad \chi_{dipolar}(\omega) = \sum_{n=1}^{N_D} \frac{\chi_n}{1 + j\omega\tau_{r_n}}$$

beschreiben, was einer einfachen Differentialgleichung 1. Ordnung entspricht. Für den Polarisationsvektor  $\vec{P}(t)$  gilt mit der lokal anliegenden Feldstärke  $\vec{F}(t)$ :

$$(3.119) \quad \tau_r \frac{d}{dt} \vec{P}(t) + \vec{P}(t) = \varepsilon_0 \chi_d \cdot \vec{F}(t)$$

Ein allgemein anisotropes Material wird hierbei über den  $3 \times 3$ -Tensor  $\chi_d$  beschrieben. Jeder in einem Material vorhandene Dipoltyp liefert einen bandbegrenzten Beitrag zur Gesamtsuszeptibilität. In vielen relevanten Materialien läßt sich dieses Verhalten im betrachteten Frequenzbereich auf eine einzige Relaxationskonstante  $\tau_r$  reduzieren, so daß für die relative Dielektrizitätskonstante

$$(3.120) \quad \varepsilon_r = \varepsilon_\infty + \frac{\chi_e}{1 + j\omega\tau_{r_e}}$$

angesetzt werden kann. Man spricht hier oft von einem *Debye-Medium* mit einer Polstelle. Alle restlichen Polarisationsbeiträge werden zur Vereinfachung im konstanten Grenzwert gegen unendlich  $\varepsilon_\infty$  zusammengefaßt. Zur Modellierung von magnetischen Verlustmechanismen wird oft ein entsprechendes Modell verwendet.

$$(3.121) \quad \mu_r = \mu_\infty + \frac{\chi_m}{1 + j\omega\tau_{r_m}}$$

Der typische Verlauf dieser komplexwertigen Funktionen ist in Abbildung 3.13 zu sehen.

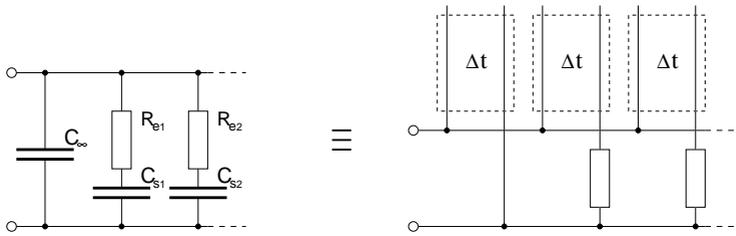


ABBILDUNG 3.10. Netzwerkersatzschaltbild eines Debye-Modells: Konzentrierte Elemente und Realisierung durch Stickleitungsnetzwerk

In einem Zeitbereichsverfahren kann nun das Systemmodell, welches über die Differentialgleichung (3.119) beschrieben ist, in den Algorithmus eingebracht und direkt im Zeitbereich gelöst werden. Eine theoretisch fundierte Umsetzung dieses Ansatzes mit der TLM-Methode wurde von Hein (1997) gegeben. Der zur Herleitung verwendete Propagatoransatz erlaubt die konsistente Berücksichtigung anisotroper Materialien, deren Polarisationsmechanismus in Form einer linearen Differentialgleichung beschrieben werden kann. Da Hein jedoch ein anderes *Field-Mapping* und eine transformierte Formulierung des TLM-Schemas verwendet, läßt sich dieser Weg nicht als Erweiterung des bekannten SCN-Knotens nach Johns darstellen. Dies kann durch eine gekoppelte Zustandsrealisierung der Differentialgleichungsmodelle erreicht werden (Menezes & Hoefler 1996). Mit den Feldgrößen im Knotenmittelpunkt als Quellterme wird der lokale Polarisationszustand einer Zelle durch explizite numerische Integration der Zustandsvariablen parallel zur TLM-Simulation berechnet, was unter dem Namen *State Variable Approach* bekannt ist. Anstelle von Stickleitungen, welche normalerweise den Polarisationszustand des Mediums in Form einer zusätzlichen Kapazität speichern, wird das Differentialgleichungssystem zur Beschreibung des Polarisationszustandes über ein unendlich kurzes Stück Leitung mit dem SCN-Knoten verbunden. Die Transformation der unterschiedlichen Zustandsvariablen wird hierbei in dem Leitungsstück vorgenommen. Das Problem liegt nun darin, daß abhängig von der Kondition der Differentialgleichungen und dem gewählten numerischen Integrationsverfahren das Zustandssystem aus Stabilitätsgründen asynchron zum TLM-Gitter mit kleinerem Zeitschritt gelöst werden muß. Erst aufwendige Mehrschrittverfahren wie Padé Approximation erster Ordnung erreichen das notwendige Stabilitätslimit synchron zum TLM-Gitter.

Im Fall eines linearen Materials mit axial anisotropen Eigenschaften liegt durch den rein diagonalen Materialtensor  $\chi_d$  eine Entkopplung des Differentialgleichungssystems vor, so daß sehr einfach ein äquivalentes RLC-Netzwerk gefunden werden kann. Wird dieses Netzwerk nicht durch ein Zustandssystem in den Variablen  $u(t)$  und  $i(t)$  beschrieben, sondern im Sinne der Wellendigitalfiltertheorie nach Fettweis (1986) in ein äquivalentes Stickleitungsnetzwerk aus Einheits-elementen der Lauflänge  $\Delta t$  übergeführt, kann es direkt in den Zustandsgrößen der Wellenamplituden synchron zum TLM-Gitter berechnet werden. Alle im Netzwerk auftretenden reaktiven Elemente lassen sich anhand von Gleichung (3.17) und (3.18) durch kurzgeschlossene oder leerlaufende Stickleitungen ersetzen. Abbildung 3.10

zeigt das äquivalente Netzwerkmodell zu Gleichung (3.118). Parallel zur regulären Kapazität  $C_\infty$  entsprechend dem frequenzunabhängigen Term  $\varepsilon_\infty$  werden für jede Polstelle  $n$  RC-Sektionen mit einer Zeitkonstanten passend zur dielektrischen Relaxationszeit  $\tau_{r_n}$  geschaltet. Es entsteht somit ein symmetrisch kondensierter Knoten mit erweitertem Stichleitungsnetzwerk.

Dieses Prinzip wurde von Dawson (1993) bereits ansatzweise realisiert. Indem er den kurzgeschlossenen Stichleitungen eines SCN-Knotens nach Johns konzentrierte Widerstände parallel schaltet, konnte er dispersive magnetische Verluste nach Gleichung (3.121) für den Sonderfall  $\mu_\infty = 1$  nachbilden. Seine Formulierung ist jedoch nur für eine kubische Diskretisierung ohne erhöhten Stabilitätsfaktor  $h \neq 2$  gültig. Auch die notwendige Anpassung der Feldabbildung (3.34)–(3.39) im Knotenmittelpunkt wurde von Dawson nicht angegeben.

Deshalb wurde ein SCN-Knoten mit erweitertem Stichleitungsnetzwerk entwickelt, der die korrekte Modellierung von axial anisotropen Materialien mit dispersiven Verhalten nach dem Debye-Modell erster Ordnung erlaubt. Die Formulierung wurde für dielektrische und magnetische Verluste im variablen Gitter mit blockförmigen Zellen vorgenommen. Streuoperation des erweiterten SCN-Knotens werden sowohl als Streumatrix als auch über totale Knotengrößen analog zu Abschnitt 1.4 dargestellt. Eine Erweiterung des Prinzips auf ein Verlustmodell mit  $N$  Polstellen ist direkt möglich. Auf die notwendigen Modifikationen wird an gegebener Stelle hingewiesen.

**3.1. Berechnung der Netzwerkparameter.** Bevor die Streumatrix des erweiterten SCN-Knotens abgeleitet wird, sollen die notwendigen Netzwerkparameter bestimmt werden. Indem die frequenzabhängige Funktion der Dielektrizitätskonstante (3.120) in (3.15) eingesetzt wird und die notwendige Skalierung des Mediums mit dem Stabilitätsfaktor  $h$  berücksichtigt wird, erhält man als richtungsabhängige Gesamtkapazität  $C_t$  einer TLM-Zelle

$$(3.122) \quad C_t = h \frac{g_1^\perp g_2^\perp}{g^\parallel} \varepsilon_o \Delta l \left( \varepsilon_\infty + \frac{\chi_e}{1 + j\omega\tau_{r_e}} \right).$$

Die Zellabmessungen  $g^\perp$  und  $g^\parallel$  müssen analog zu Gleichung (3.24) ersetzt werden. Die komplexe Kapazität  $C_{s_t}$  eines Stichleitungsnetzwerks erster Ordnung mit nur einer Polstelle kann aus der Darstellung des Eingangsleitwerts als reiner Blindleitwert

$$(3.123) \quad B_{s_t} = j\omega \underbrace{\left( C_\infty + \frac{C_s}{1 + j\omega C_s R_e} \right)}_{C_{s_t}}$$

abgelesen werden. Die Parameterwerte können nun aus einem Koeffizientenvergleich ermittelt werden, wobei zu beachten ist, daß der vom Stichleitungsnetzwerk realisierten Kapazität  $C_{s_t}$  die verteilte Kapazität des TLM-Gitters  $C_\ell$  aus (3.20) hinzu addiert werden muß.

$$(3.124) \quad C_t = 2\varepsilon_o \Delta l + C_{s_t}$$

Mit (3.122) und (3.123) erhält man schließlich:

$$(3.125) \quad C_\infty = \varepsilon_o \Delta l \left( h \frac{g_1^\perp g_2^\perp}{g^\parallel} \varepsilon_\infty - 2 \right)$$

$$(3.126) \quad C_s = \varepsilon_o \Delta l h \frac{g_1^\perp g_2^\perp}{g^\parallel} \chi_e$$

$$(3.127) \quad R_e = \frac{\tau_{r_e}}{C_s}$$

Die auf  $Z_0$  normierten Stickleitungsparameter ergeben sich mit Gleichung (3.17) und (3.18) durch das Ersetzen der richtungsabhängigen Größen wie Materialparameter oder Zellabmessungen.

$$(3.128) \quad \begin{aligned} Y_{\infty_x} &= 2 \left( \frac{vw}{u} \varepsilon_{\infty_x} h - 2 \right) & Y_{s_x} &= 2 \frac{vw}{u} \chi_{e_x} h \\ Y_{\infty_y} &= 2 \left( \frac{uw}{v} \varepsilon_{\infty_y} h - 2 \right) & Y_{s_y} &= 2 \frac{uw}{v} \chi_{e_y} h \\ Y_{\infty_z} &= 2 \left( \frac{uw}{w} \varepsilon_{\infty_z} h - 2 \right) & Y_{s_z} &= 2 \frac{uw}{w} \chi_{e_z} h \end{aligned}$$

Völlig analog erhält man für den dualen Fall magnetischer Verluste die Parameter der nun kurzgeschlossenen Stickleitungen in Serienschaltung.

$$(3.129) \quad \begin{aligned} Z_{\infty_x} &= 2 \left( \frac{vw}{u} \mu_{\infty_x} h - 2 \right) & Z_{s_x} &= 2 \frac{vw}{u} \chi_{m_x} h \\ Z_{\infty_y} &= 2 \left( \frac{uw}{v} \mu_{\infty_y} h - 2 \right) & Z_{s_y} &= 2 \frac{uw}{v} \chi_{m_y} h \\ Z_{\infty_z} &= 2 \left( \frac{uw}{w} \mu_{\infty_z} h - 2 \right) & Z_{s_z} &= 2 \frac{uw}{w} \chi_{m_z} h \end{aligned}$$

Die zugehörigen Verlustwiderstände  $R_e$  bzw. Verlustleitwerte  $G_m$  lassen sich abhängig von den normierten Stickleitungsgrößen darstellen. Hinsichtlich einer Implementierung ist es aber vorteilhaft die Kehrwerte anzugeben:

$$(3.130) \quad \begin{aligned} G_{e_x} &= \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\tau_{e_x}} Y_{s_x} & R_{m_x} &= \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\tau_{m_x}} Z_{s_x} \\ G_{e_y} &= \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\tau_{e_y}} Y_{s_y} & R_{m_y} &= \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\tau_{m_y}} Z_{s_y} \\ G_{e_z} &= \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\tau_{e_z}} Y_{s_z} & R_{m_z} &= \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\tau_{m_z}} Z_{s_z} \end{aligned}$$

Im Grenzfall  $\tau \rightarrow \infty$  können so zur Deaktivierung der zusätzlichen Stickleitungen  $Y_s$  und  $Z_s$  die Werte

$$(3.131) \quad G_e = 0 \qquad R_m = 0$$

angegeben werden. Der frequenzabhängige Polarisationsbeitrag  $\chi_e$  und  $\chi_m$  entfällt hiermit, und man erhält den bekannten SCN-Knoten mit 6 Stickleitungen. Soll ein Debye-Modell höherer Ordnung mit mehreren Polstellen realisiert werden, können die Netzwerkparameter der parallelgeschalteten RC-Sektionen ebenfalls anhand von Gleichung (3.125)–(3.127) berechnet werden. Es müssen lediglich die polstellenabhängigen Größen  $\chi_{e_n}$  und  $\tau_{e_n}$  zur Berechnung der  $C_{s_n}$  und  $R_{e_n}$  eingesetzt werden. Sowohl in (3.122) als auch in (3.123) erhöht sich nur die Anzahl der strukturell identischen Summanden. Die bereits gefundene Lösung des Koeffizientenvergleichs bleibt weiterhin und auf die neuen Terme übertragbar gültig.

**3.2. Darstellung als erweiterte Streumatrix.** Nachdem das Stickleitungsnetzwerk festgelegt ist und die Parameter bestimmt sind, muß der Streuprozess entsprechend modifiziert werden. In der Notation nach Johns bedeutet dies, daß die Streumatrix  $\mathbf{S}$  in ihrer

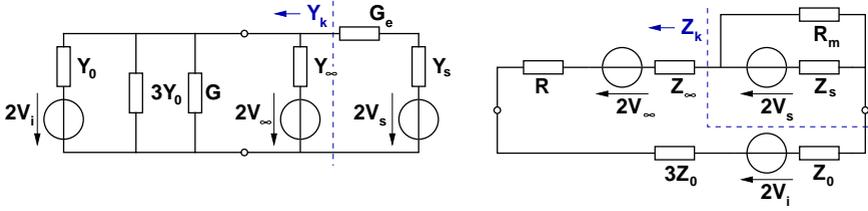


ABBILDUNG 3.11. Ersatzschaltbilder für die Berechnung der Matrixkoeffizienten zur Ein-, Aus-, Kreuz- und Selbstkopplung der erweiterten Stichelungsnetzwerke

Dimension um die Anzahl der pro Zelle hinzugekommenen Zustandsspeicher erhöht werden muß. Da sämtliche Stichelungen in den Fußpunkten der ursprünglichen Stichelungen parallel oder im Fall magnetischer Suszeptibilität in Serie geschaltet sind, kann die Topologie der möglichen Koppelkoeffizienten mit Verbindungsleitungsstoren  $V_1 \dots V_{12}$  von den 6 Stichelungen der SCN-Streumatrix aus Tabelle 3.1 übernommen werden. Die Einschränkung auf axial anisotrope Materialien behält auch die Separierung nach Feldkomponenten bei. Stichelungen zur Modellierung von  $\varepsilon_x$  können zum Beispiel nur untereinander verkoppelt sein. Für leerlaufende Stichelungen verbleibt demnach nur die Bestimmung der Aus-, Ein- und Selbstkopplung entsprechend der Koeffizienten  $e$ ,  $g$  und  $h$  aus (3.19) und aller Kreuzkoppelkoeffizienten zwischen direkt verbundener RC-Sektionen. Dies gilt analog für alle mit dem Magnetfeld assoziierten kurzgeschlossenen Stichelungen. Die Topologie der inneren  $12 \times 12$ -Streumatrix aus Tabelle 3.1 bleibt ebenfalls erhalten. Für die Berechnung der Koppelkoeffizienten  $a \dots d$  aller Verbindungstore untereinander sind anstelle der einzelnen Stichelungen die sichtbaren Eingangswiderstände der Stichelungsnetzwerke zu ersetzen.

3.2.1. *Debye-Modell erster Ordnung.* Im Fall eines Debye-Modells erster Ordnung sind im Zellmittelpunkt insgesamt 12 Stichelungen angebracht. Jeweils  $2 \times 3$  direkt verbundene Stichelungen zur Modellierung der frequenzunabhängigen Grenzwerte gegen unendlich ( $C_\infty, L_\infty$ ) und  $2 \times 3$  Leitungen in RC-Serien- und RL-Parallelsktionen. Den Stichelungen  $Y_\infty$  und  $Z_\infty$  werden in Anlehnung an die bisherige Notation die Wellenamplituden  $V_{13} \dots V_{18}$  zugeordnet. Die Tore  $Y_s$  erhalten  $V_{19} \dots V_{21}$  und  $Z_s$ -Leitungen  $V_{21} \dots V_{24}$ . Hiermit ergibt sich die in Tabelle 3.3 angegebene Streumatrix des erweiterten SCN-Knotens. Mit den Eingangsleitwerten der RC-Sektionen und den Eingangswiderständen der RL-Sektionen

$$(3.132) \quad Y'_s = \frac{Y_s \cdot G_e}{Y_s + G_e} \quad Z'_s = \frac{Z_s \cdot R_m}{Z_s + R_m}$$

erhält man für die sichtbaren Eingangsgrößen der Stichelungsnetzwerke

$$(3.133) \quad Y_{in} = Y_\infty + Y'_s \quad Z_{in} = Z_\infty + Z'_s .$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
o/c	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>				<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>				
s/c	<i>z</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>z</i>					<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>				<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	0	0	0	0	0	<i>b</i>	0	$-d$	<i>c</i>	<i>g</i>	0	0	0	0	<i>i</i>	$g_2$	0	0	0	0	$i_2$	
2	<i>b</i>	<i>a</i>	0	0	0	<i>d</i>	0	0	<i>c</i>	$-d$	0	<i>b</i>	<i>g</i>	0	0	0	$-i$	0	$g_2$	0	0	0	$-i_2$	0	
3	$d$	0	<i>a</i>	<i>b</i>	0	0	0	0	0	<i>c</i>	$-d$	0	<i>g</i>	0	0	0	$-i$	0	0	$g_2$	0	0	0	$-i_2$	
4	0	0	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	0	$-d$	<i>c</i>	0	0	<i>b</i>	0	0	<i>g</i>	0	<i>i</i>	0	0	0	$g_2$	0	$i_2$	0	0	
5	0	0	0	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$-d$	0	<i>b</i>	0	0	0	0	<i>g</i>	$-i$	0	0	0	0	$g_2$	$-i_2$	0	0	
6	0	<i>d</i>	0	0	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	0	$-d$	<i>c</i>	0	0	0	0	<i>g</i>	0	<i>i</i>	0	0	0	$g_2$	0	$i_2$	0	
7	0	0	0	$-d$	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	0	<i>b</i>	0	0	0	0	<i>g</i>	<i>i</i>	0	0	0	0	$g_2$	$i_2$	0	0	
8	0	0	<i>b</i>	<i>c</i>	$-d$	0	<i>d</i>	<i>a</i>	0	0	<i>b</i>	0	0	<i>g</i>	0	$-i$	0	0	0	$g_2$	0	$-i_2$	0	0	
9	<i>b</i>	<i>c</i>	0	0	0	$-d$	0	0	<i>a</i>	<i>d</i>	0	<i>b</i>	<i>g</i>	0	0	0	<i>i</i>	0	$g_2$	0	0	0	$i_2$	0	
10	0	$-d$	0	0	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	0	<i>d</i>	<i>a</i>	0	0	0	0	<i>g</i>	0	$-i$	0	0	0	$g_2$	0	$-i_2$	0	
11	$-d$	0	<i>c</i>	<i>b</i>	0	0	0	<i>b</i>	0	0	<i>a</i>	<i>d</i>	0	<i>g</i>	0	0	0	<i>i</i>	0	$g_2$	0	0	0	$i_2$	
12	<i>c</i>	<i>b</i>	$-d$	0	0	0	0	0	<i>b</i>	0	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>g</i>	0	0	0	$-i$	0	$g_2$	0	0	0	0	$-i_2$	
13	<i>e</i>	<i>e</i>	0	0	0	0	0	0	<i>e</i>	0	0	<i>e</i>	<i>h</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
14	0	0	<i>e</i>	<i>e</i>	0	0	0	<i>e</i>	0	0	<i>e</i>	0	0	<i>h</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
15	0	0	0	0	<i>e</i>	<i>e</i>	<i>e</i>	0	0	<i>e</i>	0	0	0	0	<i>h</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
16	0	0	0	<i>f</i>	$-f$	0	<i>f</i>	$-f$	0	0	0	0	0	0	0	<i>j</i>	0	0	0	0	0	<i>n</i>	0	0	
17	0	$-f$	0	0	0	<i>f</i>	0	0	<i>f</i>	$-f$	0	0	0	0	0	0	<i>j</i>	0	0	0	0	0	<i>n</i>	0	
18	<i>f</i>	0	$-f$	0	0	0	0	0	0	0	<i>f</i>	$-f$	0	0	0	0	0	<i>j</i>	0	0	0	0	0	<i>n</i>	
19	$e_2$	$e_2$	0	0	0	0	0	0	$e_2$	0	0	$e_2$	<i>k</i>	0	0	0	0	0	$h_2$	0	0	0	0	0	
20	0	0	$e_2$	$e_2$	0	0	0	$e_2$	0	0	$e_2$	0	0	<i>k</i>	0	0	0	0	0	$h_2$	0	0	0	0	
21	0	0	0	0	$e_2$	$e_2$	$e_2$	0	0	$e_2$	0	0	0	0	<i>k</i>	0	0	0	0	$h_2$	0	0	0	0	
22	0	0	0	$f_2$	$-f_2$	0	$f_2$	$-f_2$	0	0	0	0	0	0	0	<i>m</i>	0	0	0	0	0	$j_2$	0	0	
23	0	$-f_2$	0	0	0	$f_2$	0	0	$f_2$	$-f_2$	0	0	0	0	0	0	<i>m</i>	0	0	0	0	0	$j_2$	0	
24	$f_2$	0	$-f_2$	0	0	0	0	0	0	0	$f_2$	$-f_2$	0	0	0	0	0	<i>m</i>	0	0	0	0	0	$j_2$	

TABELLE 3.3. Erweiterte Streumatrix des SCN TLM-Knoten

Zur Berechnung der Ein-, Aus-, Kreuz- und Selbstkopplung können die in Abbildung 3.11 dargestellten Ersatzschaltbilder herangezogen werden. Die Verbindungsleitungstore werden hierin unter Vernachlässigung ihrer Polarität parallel bzw. in Serie geschaltet. Daher können die Ersatzschaltbilder mit eingeschränkter Gültigkeit ausschließlich zur Berechnung der Stichelungskoeffizienten benutzt werden. Sie spiegeln aber die Zusammenhänge der aus Ladungs- und Magnetflußerhaltung abgeleiteten Gleichungen (3.74)–(3.94) korrekt wieder und erlauben das Anbringen komplexer Stichelungsnetzwerke. Zur Berechnung der Transmissions- und Reflexionskoeffizienten  $e \dots n$  werden in die Stichelungstore  $V_{13} \dots V_{24}$  und in eines der Verbindungsleitungstore Quellen plziert. Eine Netzwerkanalyse liefert alle noch unbestimmten Matrixkoeffizienten  $e \dots n$ . Die resultierenden Matrixkoeffizienten zur erweiterten Streumatrix aus Tabelle 3.3 sind in Tabelle 3.4 zusammengefaßt. Die Richtungsindizes  $x, y, z$  sind zur Auswertung der Ausdrücke den beiden Kopfzeilen für offene (o/c) und kurzgeschlossene (s/c) Stichelungen zu entnehmen. Richtungsindizes der Verlustwiderstände sind identisch mit denen der zugeordneten Stichelungen.

$$\begin{aligned}
a &= -\frac{G + Y_\infty + Y'_s}{2(G + Y_\infty + Y'_s + 4)} + \frac{R + Z_\infty + Z'_s}{2(R + Z_\infty + Z'_s + 4)} & l &= g_2 \\
b &= \frac{4}{2(G + Y_\infty + Y'_s + 4)} & g &= Y_\infty b & g_2 &= Y'_s b \\
c &= -\frac{G + Y_\infty + Y'_s}{2(G + Y_\infty + Y'_s + 4)} - \frac{R + Z_\infty + Z'_s}{2(R + Z_\infty + Z'_s + 4)} & k &= Y_\infty e_2 \\
d &= \frac{4}{2(R + Z_\infty + Z'_s + 4)} & i &= d & i_2 &= \frac{Z'_s}{Z_s} d \\
e &= b & e_2 &= \frac{Y'_s}{Y_s} b & n &= -Z_\infty i_2 \\
f &= Z_\infty d & f_2 &= Z'_s d & m &= -f_2 \\
h &= -\frac{4 + G + Y'_s - Y_\infty}{4 + G + Y'_s + Y_\infty} & h_2 &= -\left. \frac{X - Y_s}{X + Y_s} \right|_X = \frac{(4 + G + Y_\infty)G_e}{4 + G + Y_\infty + G_e} \\
j &= \frac{4 + R + Z'_s - Z}{4 + R + Z'_s + Z} & j_2 &= \left. \frac{X - Z_s}{X + Z_s} \right|_X = \frac{(4 + R + Z_\infty)R_m}{4 + R + Z_\infty + R_m}
\end{aligned}$$

TABELLE 3.4. Matrixkoeffizienten zu Tabelle 3.3

Die beschriebene Vorgehensweise erlaubt auch die Berechnung der Streumatrix für Debye-Modelle höherer Ordnung. Jede weitere Polstelle führt zu einer Vergrößerung der Matrix. Die Topologie der Ein- und Auskoppelterme kann von den Spalten und Zeilen der bereits enthaltenen Polstellen übernommen werden. Kreuzkopplungen sind immer nur zwischen Stichleitungen einer bestimmten Polarisation möglich. Indem die Netzwerkmodelle aus Abbildung 3.11 entsprechend ergänzt werden, können alle Koeffizienten über einer Netzwerkanalyse ermittelt werden. Die Serien-RC-Sektionen der dielektrischen Verluste werden hierbei parallel, die Parallel-RL-Sektionen der magnetischen Verluste in Serie eingefügt. Es ist zu beachten, daß sich auch die Eingangswiderstände der Stichleitungsnetzwerke (3.133) ändern.

3.2.2. *Approximation Debye-Modell erster Ordnung.* Verzichtet man auf die zusätzlichen Stichleitungen  $Y_\infty$  und  $Z_\infty$ , so daß keine Vergrößerung der ursprünglichen Streumatrix aus Tabelle 3.1 auftritt, führt der reduzierte Freiheitsgrad zu Materialparametern mit fest vorgegebenem Grenzwert gegen unendlich.

$$(3.134) \quad \varepsilon_r = K \frac{2}{h} + \frac{\varepsilon(0) - K \frac{2}{h}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{r\varepsilon}}} \quad \mu_r = K \frac{2}{h} + \frac{\mu(0) - K \frac{2}{h}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{r\mu}}}$$

mit

$$(3.135) \quad K = \frac{k_1^\perp k_2^\perp}{k_{\parallel}} \quad \forall k \in \{u, v, w\}$$

Abhängig von den Kantenlängen der Zelle und dem Stabilitätsfaktor  $h$  können so auch unphysikalische Medien mit  $\chi < 0$  entstehen. Im Frequenzbereich unterhalb der Resonanzfrequenz  $\omega \ll \frac{1}{\tau}$ , in dem der Realteil der Suszeptibilität noch als annähernd konstant betrachtet werden kann, ist der meist gewünschte lineare Anstieg des Imaginärteils über der Frequenz gegeben. Liegt eine sehr hohe Resonanzfrequenz außerhalb der Simulationsbandbreite vor, kann das Debye-Modell erster Ordnung sehr effizient approximiert werden. Der Vorteil liegt in der Implementierung. Da gegenüber dem SCN-Knoten nach Johns kein Mehraufwand an Ressourcen wie Speicherplatz besteht, kann diese Approximation in jeden bestehenden TLM-Code direkt eingesetzt werden. Ein Vergleich zwischen vollständiger Nachbildung und Approximation ist im folgenden Abschnitt 3.5 enthalten. Die modifizierten Koeffizienten der Streumatrix nach Johns (Tabelle 3.1) ergeben sich mit

$$(3.136) \quad Z' = \frac{Z \cdot R_m}{Z + R_m} \quad Y' = \frac{Y \cdot G_e}{Y + G_e}$$

zu

$$(3.137) \quad \begin{aligned} a &= -\frac{G + Y'}{2(G + Y' + 4)} + \frac{R + Z'}{2(R + Z' + 4)} & e &= \frac{Y'}{Y} b \\ c &= -\frac{G + Y'}{2(G + Y' + 4)} - \frac{R + Z'}{2(R + Z' + 4)} & f &= Z' d \\ b &= \frac{4}{2(G + Y' + 4)} & d &= \frac{4}{2(R + Z' + 4)} & g &= Y' b \\ h &= \frac{Y - \frac{(4 + G)G_e}{4 + G + G_e}}{Y + \frac{(4 + G)G_e}{4 + G + G_e}} & j &= \frac{\frac{(4 + R)R_m}{4 + R + R_m} - Z}{\frac{(4 + R)R_m}{4 + R + R_m} + Z} & i &= \frac{Z'}{Z} d. \end{aligned}$$

Für eine Relaxationszeit gegen null reduziert sich das Debye-Modell auf reale Materialparameter. Die Stichleitungsparameter  $Y$  und  $Z$  ergeben sich daher über die statischen Grenzwerte  $\varepsilon(0)$  mit den bereits bekannten Gleichungen (3.27) des regulären SCN-Knotens. Für die Verlustelemente der RC- und RL-Sektionen gilt abhängig von den Stichleitungsparametern

$$(3.138) \quad \begin{aligned} G_{e_x} &= \pi \frac{\Delta t}{\tau_{e_x}} Y_x & R_{m_x} &= \pi \frac{\Delta t}{\tau_{m_x}} Z_x \\ G_{e_y} &= \pi \frac{\Delta t}{\tau_{e_y}} Y_y & R_{m_y} &= \pi \frac{\Delta t}{\tau_{m_y}} Z_y \\ G_{e_z} &= \pi \frac{\Delta t}{\tau_{e_z}} Y_z & R_{m_z} &= \pi \frac{\Delta t}{\tau_{m_z}} Z_z \end{aligned}$$

Eine Approximation von Debye-Modellen höherer Ordnung würde immer den Verzicht auf die verlustlosen Stichleitungen  $Y_\infty$  und  $Z_\infty$  bedeuten. Die Modelle wären dann lediglich bis zur höchsten Resonanzfrequenz gültig. In vielen praktischen Fällen liegt meist eine der Resonanzen deutlich außerhalb der Simulationsbandbreite, so daß eine korrekte Modellierung der Grenzwerte gegen unendlich überflüssig ist und einer Ressourcenverschwendung gleichkommt. Denn jede Stichleitung benötigt nicht nur den ihr zugeordneten Zustandspeicher, sondern führt auch zu einer Vergrößerung der Streumatrix  $\mathbf{S}$ , was eine Erhöhung der Anzahl an Rechenoperationen bedeutet.

**3.3. Darstellung über totale Knotengrößen.** Mit Blick auf eine effiziente Implementierung ist es natürlich sinnvoll, die Streuoperation des erweiterten TLM-Knotens über totale Knotengrößen analog zu Abschnitt 1.4 darzustellen. Hierzu werden die in Abbildung 3.11 eingetragenen Zwischengrößen  $Y_{s_k}$  und  $Z_{s_k}$  definiert. Sie sind abhängig von der Ordnung und dem Typ des gewählten Modells und geben jeweils die von den RC- und RL-Sektionen aus sichtbaren Eingangswiderstände in den Knoten an. Die für die Streuoperation wirksamen Eingangswiderstände

$$(3.139) \quad \begin{aligned} Y'_k &= Y_{s_k} \parallel G_{e_k} = \frac{Y_{s_k} G_{e_k}}{G_{e_k} + Y_{s_k}} \\ Z'_k &= Z_{s_k} \parallel R_{m_k} = \frac{Z_{s_k} R_{m_k}}{R_{m_k} + Z_{s_k}} \end{aligned} \quad \forall k \in \{x, y, z\}$$

lassen sich somit als einfache Serien- und Parallelschaltungen formulieren. Die Verlustelemente der Sticheleitungen  $Y_s$  und  $Z_s$  führen nun zu einer Dämpfung der einlaufenden Wellenamplituden  $V^i$  und damit zu reduziertem Beitrag an den totalen Knotengrößen  $V$  und  $Z_{\text{I}}$ . Dies soll durch einen Teilfaktor  $T$  beschrieben werden. Auch die gestreuten Wellen, welche in die verlustbehafteten Sticheleitungen zurücklaufen, unterliegen dieser Dämpfung. Im folgenden kann dieser Effekt durch einen einzigen Koeffizienten  $K$  erfaßt werden. Mit der Zwischengröße  $a$  gilt für die mit dem E-Feld verkoppelten Sticheleitungen  $Y$ :

$$(3.140) \quad \begin{aligned} a_k^y &= Y_{n_k} \parallel G_{e_k} = \frac{Y_{n_k} G_{e_k}}{Y_{n_k} + G_{e_k}} \\ T_k^y &= \frac{G_{e_k}}{G_{e_k} + Y_{s_k}} \\ K_k^y &= 2T_k^y \frac{Y'_k}{Y_{n_k} + Y'_k} - \frac{Y_{s_k} - a_k^y}{Y_{s_k} + a_k^y} \end{aligned} \quad \forall k \in \{x, y, z\}$$

Die entsprechenden Koeffizienten für  $Z$ -Sticheleitungen lauten:

$$(3.141) \quad \begin{aligned} a_k^z &= Z_{n_k} \parallel R_{m_k} = \frac{Z_{n_k} R_{m_k}}{Z_{n_k} + R_{m_k}} \\ T_k^z &= \frac{R_{m_k}}{R_{m_k} + Z_{s_k}} \\ K_k^z &= 2T_k^z \frac{Z'_k}{Z_{n_k} + Z'_k} - \frac{Z_{s_k} - a_k^z}{Z_{s_k} + a_k^z} \end{aligned} \quad \forall k \in \{x, y, z\}$$

**3.3.1. Debye-Modell erster Ordnung.** Im konkreten Fall eines vollständigen Debye-Modells erster Ordnung erhält man für die noch unbestimmten normierten Knotengrößen

$$(3.142) \quad \begin{aligned} Y_{n_k} &= 4 + G_k + Y_{\infty_k} \\ Z_{n_k} &= 4 + R_k + Z_{\infty_k} \end{aligned} \quad \forall k \in \{x, y, z\} .$$

Die totalen Knotenspannungen ergeben sich aus den einlaufenden Wellenamplituden zu

$$(3.143) \quad \begin{aligned} V_x &= \frac{2}{4 + Y_{\infty_x} + Y'_x + G_x} \left( V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_{\infty_x} V_{13}^i + Y'_x V_{19}^i \right) \\ V_y &= \frac{2}{4 + Y_{\infty_y} + Y'_y + G_y} \left( V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i + Y_{\infty_y} V_{14}^i + Y'_y V_{20}^i \right) . \\ V_z &= \frac{2}{4 + Y_{\infty_z} + Y'_z + G_z} \left( V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y_{\infty_z} V_{15}^i + Y'_z V_{21}^i \right) \end{aligned}$$

Die Beiträge der verlustbehafteten Stickleitungen  $V_{19}^i \dots V_{21}^i$  gehen jedoch nur mit dem in Gleichung (3.132) definierten Ersatzleitwert der RC-Sektion ein, was dem Strom einer äquivalenten Quelle entspricht. Für die Ringströme  $Z_0 I$  gilt analog

$$(3.144) \quad \begin{aligned} Z_0 I_x &= \frac{2}{4 + Z_{\infty_x} + Z'_x + R_x} \left( -V_4^i + V_5^i - V_7^i + V_8^i + V_{16}^i + T_x^z V_{22}^i \right) \\ Z_0 I_y &= \frac{2}{4 + Z_{\infty_y} + Z'_y + R_y} \left( V_2^i - V_6^i - V_9^i + V_{10}^i + V_{17}^i + T_y^z V_{23}^i \right) . \\ Z_0 I_z &= \frac{2}{4 + Z_{\infty_z} + Z'_z + R_z} \left( -V_1^i + V_3^i - V_{11}^i + V_{12}^i + V_{18}^i + T_z^z V_{24}^i \right) \end{aligned}$$

Da die Zustandsgrößen aller kurzgeschlossenen Stickleitungen ebenfalls Spannungen und nicht Ströme sind, tritt in (3.144) nicht der Eingangswiderstand aus (3.132) auf, sondern der in Gleichung (3.141) definierte Teilfaktor  $T$ . Mit den modifizierten Ausdrücken der totalen Knotengrößen ergeben sich die reflektierten Wellen der Verbindungsleitungstore  $V_1^i \dots V_{12}^i$  in unveränderter Form nach Gleichung (3.95). Die reflektierten Wellenamplituden der verlustlosen Stickleitungen  $Y_{\infty}$  und  $Z_{\infty}$  berechnen sich ebenfalls gleich.

$$(3.145) \quad \begin{aligned} V_{13}^r &= V_x - V_{13}^i \\ V_{14}^r &= V_y - V_{14}^i \\ V_{15}^r &= V_z - V_{15}^i \end{aligned}$$

Es müssen lediglich die entsprechenden Stickleitungsparameter ersetzt werden.

$$(3.146) \quad \begin{aligned} V_{16}^r &= -(-Z_{\infty_x} Z_0 I_x + V_{16}^i) \\ V_{17}^r &= -(-Z_{\infty_y} Z_0 I_y + V_{17}^i) \\ V_{18}^r &= -(-Z_{\infty_z} Z_0 I_z + V_{18}^i) \end{aligned}$$

Bei der Berechnung reflektierter Signale von Stickleitungen in RC-Sektionen tritt im Vergleich zu Gleichung (3.145) die bereits angesprochene Dämpfung an  $G_e$  auf. Mit den in Gleichung (3.141) eingeführten Koeffizienten gilt

$$(3.147) \quad \begin{aligned} V_{19}^r &= T_x^y V_x - K_x^y V_{19}^i \\ V_{20}^r &= T_y^y V_y - K_y^y V_{20}^i . \\ V_{21}^r &= T_z^y V_z - K_z^y V_{21}^i \end{aligned}$$

In Einklang mit der Berechnung der totalen Ringströme  $\mathcal{Z}_0\mathbf{I}$  treten bei der Berechnung reflektierter Wellen von Stichleitungen in RL-Sektionen die Produkte  $Z_x \cdot T^z$  auf, was den Ersatzwiderständen nach Gleichung (3.132) entspricht. Die reflektierten Wellenamplituden  $V^r$  ergeben sich mit (3.141) zu

$$(3.148) \quad \begin{aligned} V_{22}^r &= -(-Z'_x \mathcal{Z}_0\mathbf{I}_x + K_x^z V_{22}^i) \\ V_{23}^r &= -(-Z'_y \mathcal{Z}_0\mathbf{I}_y + K_y^z V_{23}^i), \\ V_{24}^r &= -(-Z'_z \mathcal{Z}_0\mathbf{I}_z + K_z^z V_{24}^i) \end{aligned}$$

wobei bereits wie in Gleichung (3.96) der negative Reflexionsfaktor am Ende der Stichleitung enthalten ist. Die gegebene Berechnungsvorschrift läßt sich systematisch auf Modelle höherer Ordnung übertragen.

3.3.2. *Approximation Debye-Modell erster Ordnung.* Zur Vollständigkeit und Veranschaulichung der Systematik soll auch die Streuoperation der in Abschnitt 3.2.2 angegebenen Approximation eines Debye-Modells erster Ordnung ausformuliert werden. Mit den veränderten Knotengrößen

$$(3.149) \quad \begin{aligned} Y_{nk} &= 4 + G_k \\ Z_{nk} &= 4 + R_k \end{aligned} \quad \forall k \in \{x, y, z\}$$

bleiben die in Gleichung (3.140) und (3.141) gegebenen Koeffizienten für Stichleitungen in RC- und RL-Sektionen weiterhin gültig. Die totalen Knotenspannungen ergeben sich mit (3.136) zu

$$(3.150) \quad \begin{aligned} V_x &= \frac{2}{4 + Y'_x + G_x} \left( V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y'_x V_{13}^i \right) \\ V_y &= \frac{2}{4 + Y'_y + G_y} \left( V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i + Y'_y V_{14}^i \right), \\ V_z &= \frac{2}{4 + Y'_z + G_z} \left( V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y'_z V_{15}^i \right) \end{aligned}$$

während die Ausdrücke der Ringströme zusätzlich die Teilungsfaktoren  $T$  enthalten.

$$(3.151) \quad \begin{aligned} \mathcal{Z}_0\mathbf{I}_x &= \frac{2}{4 + Z'_x + R_x} \left( -V_4^i + V_5^i - V_7^i + V_8^i + T_x^z V_{16}^i \right) \\ \mathcal{Z}_0\mathbf{I}_y &= \frac{2}{4 + Z'_y + R_y} \left( V_2^i - V_6^i - V_9^i + V_{10}^i + T_y^z V_{17}^i \right) \\ \mathcal{Z}_0\mathbf{I}_z &= \frac{2}{4 + Z'_z + R_z} \left( -V_1^i + V_3^i - V_{11}^i + V_{12}^i + T_z^z V_{18}^i \right) \end{aligned}$$

Die reflektierten Wellenamplituden  $V^r$  der Stichleitungen berechnen sich identisch zu den Wellenamplituden  $V_{19}^i \dots V_{24}^i$  des vollständigen Modells aus Abschnitt 3.3.1.

$$(3.152) \quad \begin{aligned} V_{13}^r &= T_x^y V_x - K_x^y V_{13}^i \\ V_{14}^r &= T_y^y V_y - K_y^y V_{14}^i \\ V_{15}^r &= T_z^y V_z - K_z^y V_{15}^i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3.153) \quad V_{16}^r &= -(-Z'_x Z_0 I_x + K_x^z V_{16}^i) \\
 V_{17}^r &= -(-Z'_y Z_0 I_y + K_y^z V_{17}^i) \\
 V_{18}^r &= -(-Z'_z Z_0 I_z + K_z^z V_{18}^i)
 \end{aligned}$$

**3.4. Abbildung zwischen Feld- und Netzwerkgrößen.** Durch die Erweiterung des symmetrisch kondensierten Knotens um komplexe Stichleitungsnetzwerke ist die von Johns vorgeschlagene Feldabbildung im Knotenmittelpunkt nicht mehr anwendbar. Das *Cell Boundary Mapping* ist hiervon hingegen unbetroffen und bleibt auch für den erweiterten SCN-Knoten gültig. Wenn man jedoch berücksichtigt, daß die Feldabbildung nach Johns im wesentlichen den totalen Knotengrößen als Integral der zugehörigen Feldkomponente entspricht, läßt sich aus der im vorherigen Abschnitt gegebene Darstellung der Streuoperation eine modifizierte Feldabbildung im Knotenmittelpunkt ableiten.

3.4.1. *Debye-Modell erster Ordnung.* Für das vollständige Debye-Modell erster Ordnung erhält man das elektrische Feld über die totalen Knotenspannungen  $V$  aus Gleichung (3.143) zu:

$$(3.154) \quad E_x = \frac{2}{u} \cdot \left\{ \frac{V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y_{\infty x} V_{13}^i + Y'_{s_x} V_{19}^i}{4 + G_x + Y_{\infty x} + Y'_{s_x}} \right\}$$

$$(3.155) \quad E_y = \frac{2}{v} \cdot \left\{ \frac{V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i + Y_{\infty y} V_{14}^i + Y'_{s_y} V_{20}^i}{4 + G_y + Y_{\infty y} + Y'_{s_y}} \right\}$$

$$(3.156) \quad E_z = \frac{2}{w} \cdot \left\{ \frac{V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y_{\infty z} V_{15}^i + Y'_{s_z} V_{21}^i}{4 + G_z + Y_{\infty z} + Y'_{s_z}} \right\}$$

Das Magnetfeld  $H$  leitet sich analog aus den Ringströmen  $Z_0 I$  (3.144) ab:

$$(3.157) \quad H_x = \frac{2}{u Z_0} \cdot \left\{ \frac{V_4^i - V_5^i + V_7^i - V_8^i - V_{16}^i - \frac{R_{m_x}}{R_{m_x} + Z_{s_x}} V_{22}^i}{4 + R_x + Z_{\infty x} + Z'_x} \right\}$$

$$(3.158) \quad H_y = \frac{2}{v Z_0} \cdot \left\{ \frac{-V_2^i + V_6^i + V_9^i - V_{10}^i - V_{17}^i - \frac{R_{m_y}}{R_{m_y} + Z_{s_y}} V_{23}^i}{4 + R_y + Z_{\infty y} + Z'_y} \right\}$$

$$(3.159) \quad H_z = \frac{2}{w Z_0} \cdot \left\{ \frac{V_1^i - V_3^i + V_{11}^i - V_{12}^i - V_{18}^i - \frac{R_{m_z}}{R_{m_z} + Z_{s_z}} V_{24}^i}{4 + R_z + Z_{\infty z} + Z'_z} \right\}$$

3.4.2. *Approximation Debye-Modell erster Ordnung.* Die Feldabbildung der approximativen Debye-Modells ergibt sich in gleicher Weise aus (3.150) und (3.151).

$$(3.160) \quad E_x = \frac{2}{u} \cdot \left\{ \frac{V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i + Y'_x V_{13}^i}{4 + G_x + Y'_x} \right\}$$

$$(3.161) \quad E_y = \frac{2}{v} \cdot \left\{ \frac{V_3^i + V_4^i + V_8^i + V_{11}^i + Y'_y V_{14}^i}{4 + G'_y + Y'_y} \right\}$$

$$(3.162) \quad E_z = \frac{2}{w} \cdot \left\{ \frac{V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i + Y'_z V_{15}^i}{4 + G_z + Y'_z} \right\}$$

$$(3.163) \quad H_x = \frac{2}{uZ_0} \cdot \left\{ \frac{V_4^i - V_5^i + V_7^i - V_8^i - \frac{R_{m_x}}{R_{m_x} + Z_x} V_{16}^i}{4 + R_x + Z'_x} \right\}$$

$$(3.164) \quad H_y = \frac{2}{vZ_0} \cdot \left\{ \frac{-V_2^i + V_6^i + V_9^i - V_{10}^i - \frac{R_{m_y}}{R_{m_y} + Z_y} V_{17}^i}{4 + R_y + Z'_y} \right\}$$

$$(3.165) \quad H_z = \frac{2}{wZ_0} \cdot \left\{ \frac{V_1^i - V_3^i + V_{11}^i - V_{12}^i - \frac{R_{m_z}}{R_{m_z} + Z_z} V_{18}^i}{4 + R_z + Z'_z} \right\}$$

Eine Umkehrung der Feldabbildung ähnlich dem *Field Mapping* von Johns ist prinzipiell möglich. Zur Anregung eines TLM-Gitters mit dispersiven Materialeigenschaften ist das *Cell Boundary Mapping* nach Krumpholz zu bevorzugen, da es unabhängig vom inneren Zustand der Zelle ist und eine Fehlbelegung der Stichleitungen demnach nicht auftreten kann.

### 3.5. Modellverifikation.

3.5.1. *Aufbau.* Zur Verifikation der neu entwickelten SCN-Knoten wurden Testumgebungen mit bekannter analytischer Lösung gewählt. Der Vergleich zwischen Feldsimulation und analytischer Lösung erlaubt die Bestimmung der numerischen Genauigkeit des Modells ohne Referenzsimulation. Das für diesen Zweck am besten geeignete und gleichzeitig einfachste Problem ist hierbei durch die Ausbreitung einer ebenen Welle im homogenen Medium gegeben. Aus der direkt beobachtbaren komplexen Ausbreitungskonstante  $\underline{\gamma}(\omega)$  läßt sich über

$$(3.166) \quad \underline{\varepsilon}(\omega) \cdot \underline{\mu}(\omega) = -\frac{\underline{\gamma}^2(\omega)}{\omega^2}$$

das vom TLM-Gitter modellierte Produkt der frequenzabhängigen Materialparameter  $\underline{\varepsilon}(\omega)$  und  $\underline{\mu}(\omega)$  berechnen. Sofern eine der beiden Größen bekannt ist (z.B.  $\mu_r = 1$ ), läßt sich der zweite Parameter einfach bestimmen. Eine weitere einfache Möglichkeit zur Beobachtung der vom Gitter realisierten Materialparameter bietet die Betrachtung des Reflexionsfaktors einer ebenen Welle an der Grenzschicht zwischen zwei unterschiedlichen Medien mit den

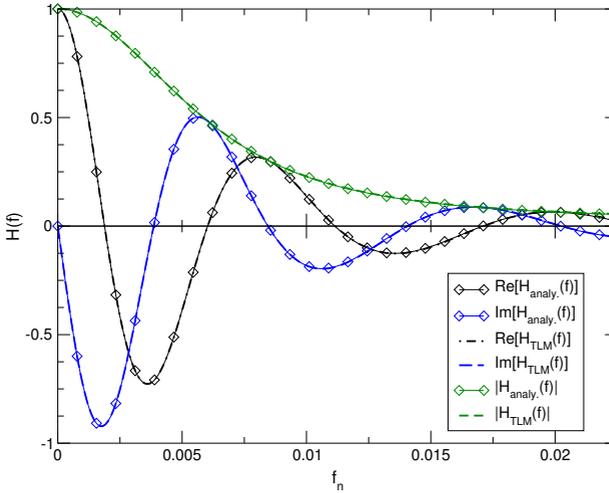


ABBILDUNG 3.12. Übertragungsverhalten  $H(f)$  eines Mediums mit dielektrischen Verlusten nach Debye ( $f_r = 0.01f_p$ )

Wellenwiderständen  $Z_1$  und  $Z_2$ . Für senkrechten Einfall ist der komplexe Reflexionskoeffizient  $\rho_{21}(\omega)$  einer aus dem Material 1 einfallenden Welle durch

$$(3.167) \quad \rho_{21}(\omega) = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad \text{mit} \quad Z_n = \frac{\mu_n(\omega)}{\varepsilon_n(\omega)}$$

gegeben. Wird das Medium 1 verlust- und dispersionslos gesetzt, ist der rückgerechnete Materialparameter  $\varepsilon$  oder  $\mu$  des dispersiven Materials 2 unabhängig von der Feldabbildung in diesem Medium. Die Ausbreitungsrichtung der ebenen Welle wird für einen SCN-Knoten immer achsenparallel gewählt. In diesem Fall wird die als Fehlerterm eingehende Gitterdispersion minimiert. Die verbleibende numerische Dispersion wird ausschließlich von der mit steigender Frequenz fehlerhaften Nachbildung konzentrierter Elemente  $C$  und  $L$  durch Stichleitungen hervorgerufen. Der zweite große Vorteil dieser Ausbreitungsrichtung liegt in der einfachen Realisierbarkeit eines unendlich ausgedehnten Mediums durch einen einzigen Strang an TLM-Knoten. Magnetisch idealeitende Randbedingungen parallel zum elektrischen Feld und elektrisch idealeitende Randbedingungen in senkrechter Richtung erzeugen eine periodische Fortsetzung des Zustands der eingeschlossenen Zelle auf die gesamte Transversalebene, was einer ebenen Welle entspricht. Damit ein korrekter Vergleich zwischen (3.167) und simuliertem Reflexionsfaktor möglich ist, muß der simulierte Reflexionsfaktor anhand einer einfachen Leitungstransformation im bekannten Medium 1 vom Beobachtungspunkt in die Übergangsebene verschoben werden.

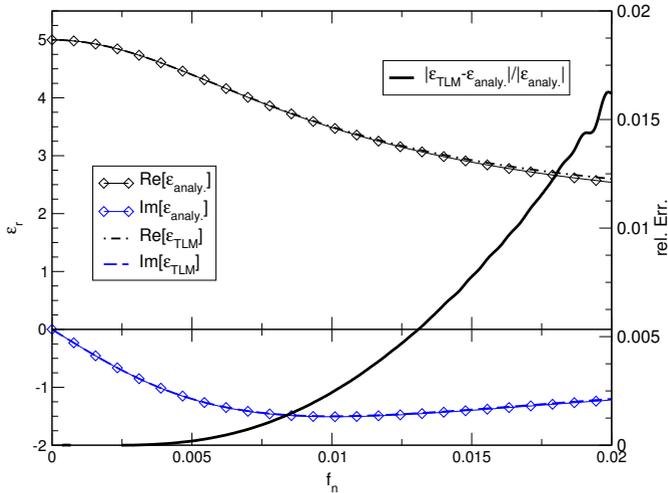


ABBILDUNG 3.13. Aus  $H(f)$  (Abbildung 3.12) berechneter Dielektrizitätsverlauf  $\epsilon_r(f)$  und Relativfehler des TLM-Modells

3.5.2. *Ergebnisse.* Die korrekte Implementierung des Debye-Modells durch ein erweitertes Stichleitungsnetzwerk läßt sich am besten an der simulierten Übertragungsfunktion einer ebenen Wellen über eine Wegstrecke von 30 TLM-Knoten zeigen. Der in Abbildung 3.12 dargestellte Vergleich mit der analytischen Lösung läßt keine Fehler erkennen. Obwohl sich im TLM-Gitter Verlustwiderstände befinden, ist die Übertragung des Gleichanteils erwartungsgemäß rein reell und verlustlos. Erst der daraus berechnete komplexe Materialparameter  $\epsilon_r(\omega)$  ( $\mu_r = 1$ ) zeigt mit steigender Frequenz eine Abweichung zwischen numerischer Simulation und analytischer Lösung (Abbildung 3.13). Der vorliegende Betragsfehler von 1.5% am oberen Ende der genutzten Simulationsbandbreite ist allerdings im gleichen Bereich wie der eines entsprechenden verlustlosen Materials. Das Einbringen zusätzlicher Verlustwiderstände und die Aufspaltung der Suszeptibilität auf mehrere Stichleitungen fügt dem TLM-Gitter demnach keine weitere Dispersion hinzu. Es liegt der generelle Dispersionsfehler eines symmetrisch kondensierten Knotens mit Stichleitungen vor, welcher durch das dispersive Debye-Modell nicht vergrößert wird. Weitere Simulationen mit variierten Suszeptibilitätswerten und Resonanzfrequenzen haben gezeigt, daß sich die Genauigkeit erwartungsgemäß entsprechend der von Stichleitungen realisierten Kapazitätsbeiträge verhält. Je größer die Wellenleitwerte von offenen Stichleitungen und Wellenwiderstände von kurzgeschlossenen Stichleitungen, desto schneller sinkt die Genauigkeit über der Frequenz. Das Debye-Modell für magnetische Verluste weist infolge der dualen Umsetzung identische Eigenschaften auf.

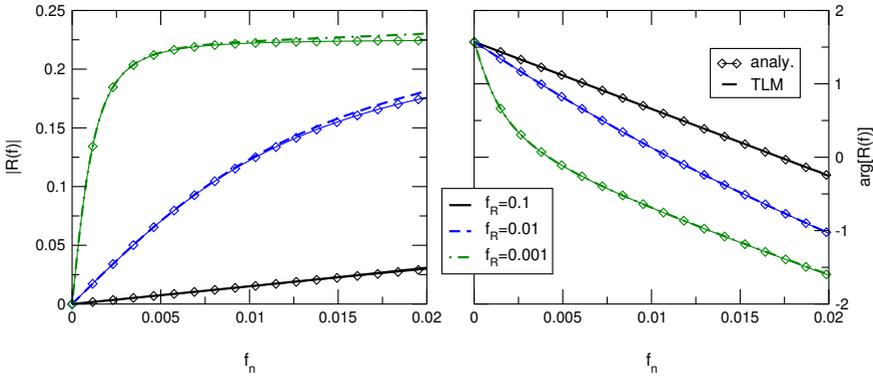


ABBILDUNG 3.14. Vergleich TLM (vollständiges Modell nach 3.2.1,  $h = 2$ ,  $(u, v, w) = (1, 1, 1)$ ) und analytischer Lösung der Reflexion  $R(f)$  einer ebenen Welle am Übergang  $\varepsilon_r = 5 \leftrightarrow \varepsilon_{\text{Debye}}$  mit  $\varepsilon_r(0) = 5$ ,  $\varepsilon_r(\infty) = 2$ ,  $f_r = \frac{1}{\tau}$  variabel

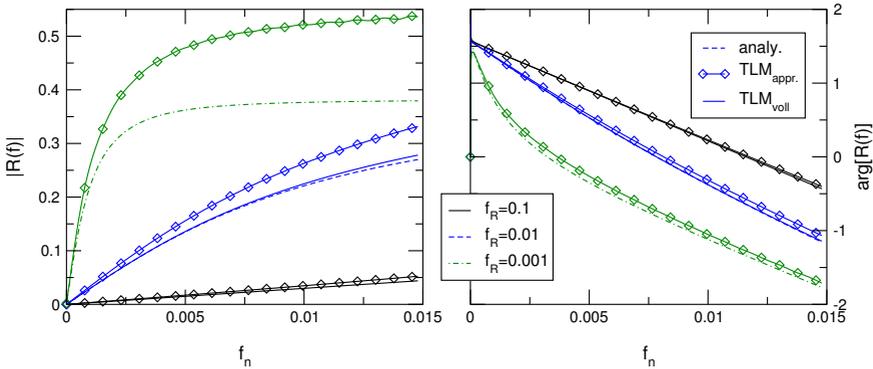


ABBILDUNG 3.15. Vergleich TLM (Näherungsmodell nach 3.2.2,  $h = 3$ ,  $(u, v, w) = (1, 1, 1.5)$ ) und analytischer Lösung der Reflexion  $R(f)$  einer ebenen Welle am Übergang  $\varepsilon_r = 5 \leftrightarrow \varepsilon_{\text{Debye}}$  mit  $\varepsilon_r(0) = 5$ ,  $\varepsilon_r(\infty) = 2$ ,  $f_r = \frac{1}{\tau}$  variabel

Der eben beschriebene Dispersionsfehler zeigt sich auch im Reflexionsfaktor zwischen benachbarten Medien. Variiert man die Resonanzfrequenz des Verlustmodells über zwei Dekaden, steigt bei sinkender Resonanzfrequenz der Absolutfehler im Vergleich mit der analytischen Lösung (Abbildung 3.14), der Verlauf des nicht eingezeichneten Relativfehlers ist hingegen in allen drei Fällen fast identisch und verhält sich ähnlich dem Fehlerverlauf aus Abbildung 3.13. Bemerkenswert ist, daß sich im simulierten Reflexionsfaktor kaum Phasenfehler ergeben.

Vergleicht man nun den simulierten Reflexionsfaktor der beschriebenen Approximation eines Debye-Modells erster Ordnung mit dem vollständigen Modell bzw. der analytischen Lösung, zeigen sich die zwei wesentlichen Merkmale der Approximation. In Abbildung 3.15 ist eindeutig der ansteigende Fehler bis zur Resonanzfrequenz und der offensichtliche Fehlverlauf oberhalb der Resonanzfrequenz zu sehen. Speziell große Relaxationszeiten  $\tau_{re}$  innerhalb der Simulationsbandbreite machen dies deutlich. Auf der anderen Seite wird der mögliche Anwendungsbereich dieser effizienten Approximation ersichtlich. Liegt die Resonanzfrequenz außerhalb der Simulationsbandbreite, kann der annähernd lineare Anstieg des Verlustwinkels eines Debye-Modells mit vertretbarem Fehler ohne zusätzlichem Speicheraufwand modelliert werden.

#### 4. Codeoptimierung

Neben der theoretischen Methodenentwicklung ist für die praktische Anwendung eines numerischen Verfahrens auch die Effizienz der Implementierung von enormer Bedeutung. Da die TLM-Methode bei Verfeinerung der Diskretisierung gegen die Maxwell'schen Gleichungen konvergiert und grundsätzlich keine Einschränkungen an die Randbedingung gegeben sind, werden die Grenzen in der Anwendbarkeit maßgeblich durch endliche Ressourcen festgelegt. Die praktische Leistungsfähigkeit eines numerischen Verfahrens kann bei vorgegebener Lösungsgenauigkeit als Quotient zwischen handhabbarer Komplexität und Größe eines Problems zu den dafür benötigten Ressourcen definiert werden. Der theoretische Ressourcenbedarf wie Speicher und Rechenoperationen skaliert sich hierbei abhängig von der Implementierung mit der Komplexität des Verfahrens und der des zu lösenden Problems. Die Leistungsfähigkeit ist damit stark abhängig von der jeweiligen Implementierung und kann bei Spezialisierung auf bestimmte Problemklassen durch angepaßte Datenstrukturen um Faktoren  $> 10$  gesteigert werden.

Im Rahmen der Arbeit wurde daher fortlaufend an der Optimierung des verwendeten TLM-Programms gearbeitet. Obwohl der Code auf Datenstrukturen beruht, die speziell auf die Eigenschaften von typischen Hochfrequenzschaltungen mit "relativ" homogenen Eigenschaften zugeschnitten sind, lassen die erzielten Optimierungsergebnisse grundlegende Aussagen über Anforderungen an geschwindigkeitsoptimierte Datenstrukturen von TLM-Implementierungen zu.

**4.1. Vergleichskenngrößen.** Um verschiedene Codevarianten möglichst unabhängig vom jeweiligen Problem objektiv vergleichen zu können, müssen geeignete Maßzahlen festgelegt werden. Zeitbereichsverfahren wie die TLM-Methode lassen sich am besten durch die Geschwindigkeit charakterisieren, in der eine gestellte Aufgabe gelöst wird. Da der TLM-Algorithmus zu jedem Iterationsschritt jede Gitterzelle abarbeiten muß, kann der Umfang einer Simulation als Produkt von Gitterzellen und Iterationsschritten gesehen werden. Die Arbeitsgeschwindigkeit, welche im folgenden als Streuleistung bezeichnet wird, läßt sich als

$$\text{Streuleistung} = \frac{N \text{ Gitterzellen} \cdot \text{Iterationsschritte}}{\text{Zeitdauer}}$$

	Modell	Takt [MHz]	RAM [MB]	CPU	Cache		OS	Bus Takt [MHz]
					L1	L2		
A	B1000	360	512	PA 8500	1.5MB		HPUX11.00	(2GB/s)
B	C360	360	512	PA 8000	1.5MB		HPUX10.20	120
C	C160	160	512	PA 8000	1.5MB		HPUX10.20	120
D	730	99	144	PA 7200			HPUX9.03	
E	720	50	144	PA 7200			HPUX9.03	
F	PC	350	64	Pentium II	32kB	512kB	LINUX	100

TABELLE 3.5. Daten der verwendeten Rechner: Hewlett Packard HP 9000 Workstations und Intel basierter PC

definieren. In Mehrbenutzersystemen ist die Frage der Zeitdauer nicht eindeutig geklärt. Hier muß zwischen reiner Rechenzeit eines Prozesses (CPU Zeit) und globaler Systemzeit unterschieden werden. Daher sollen zwei speziellere Formen der Streuleistung festgelegt werden.

$$\text{pure Streuleistung} = \frac{N \text{ Gitterzellen} \cdot \text{Iterationsschritte}}{\text{CPU Zeit}_{\text{Streuen+Verbinden}}}$$

Die pure Streuleistung umfaßt lediglich die reine Rechenzeit der Streu- und Verbindeoperationen nach Gleichung (3.12). Sie ist daher unabhängig von Systemauslastung und sekundären Operationen wie Anregung oder Feldbeobachtung. Da die Abarbeitung von Randbedingungen sehr problemspezifisch ist, wird sie ebenfalls ausgelassen. Die pure Streuleistung beschreibt nur die Kernoperationen Streuen und Verbinden, was jedoch bei einem Anteil von mehr als 90% an der Gesamtrechenzeit eine sehr gut übertragbare Vergleichskenngroße bildet. Die einzigen verbleibenden Abhängigkeiten bilden Architekturmerkmale der jeweiligen Prozessoren bezüglich Problemgröße und Homogenität der Datenstrukturen.

$$\text{Nettostreuleistung} = \frac{N \text{ Gitterzellen} \cdot \text{Iterationsschritte}}{\text{verstrichene Systemzeit}}$$

Wird als Zeitmaß die verstrichene Systemzeit eingesetzt, verbleibt die effektiv erreichte Arbeitsgeschwindigkeit inklusive Abarbeitung der problemspezifischen Randbedingungen. Anhand dieser Kenngröße lassen sich verschiedene Rechnerarchitekturen bezüglich eines bestimmten Problems oder Problemklassen mit ähnlicher Topologie vergleichen. Um den Einfluß variierender Systemauslastungen zu eliminieren, muß in Mehrbenutzersystemen die Nettostreuleistung gegebenenfalls durch die relative Auslastung der CPU geteilt werden.

**4.2. Optimierungsstrategien.** Ziel der vorgenommenen Optimierung des TLM-Programms war die Steigerung der Streuleistung. Da ein Großteil der Rechenzeit auf die Operationen Streuen und Verbinden aus Gleichung (3.12) verbraucht wird (siehe auch Tabelle 3.8), lag das Augenmerk hierbei auf der puren Streuleistung. Zur objektiven Beurteilung einzelner Optimierungsmaßnahmen wurden die in Tabelle 3.5 aufgelisteten Rechner aus drei unterschiedlichen Architekturgenerationen gegeneinander verglichen. Sie unterscheiden sich sowohl in CPU-Geschwindigkeit als auch Speicherbandbreite. Der aufgeführte Linux-PC läßt sich grob in die C-Klasse Generation der Workstations einreihen. Obwohl nur

	Additionen	Multiplikationen	Speicher
Matrix nach Johns	126	144	36
Optimierte Matriximplementierung	108	75	36
Kanonische Implementierung	84	48	18
Impl. über totale Knotengrößen	54	12	12

TABELLE 3.6. Anforderungen der unterschiedlichen Formulierungen der Streuoperation

UNIX-ähnliche Betriebssysteme zum Einsatz kamen, lassen sich die folgenden Ergebnisse auf alle modernen Betriebssysteme vergleichbarer Architekturen übertragen. Infolge variierender Optimierungsqualitäten und Fähigkeiten zwischen verschiedenen Compilern, können auftretende Geschwindigkeitsunterschiede fast immer dem Compiler zugeordnet werden. Ein nennenswerter Einfluß des Betriebssystems liegt in der Regel nicht vor (Mangold et al. 2000).

4.2.1. *Konventionelle Optimierung.* Nach den Gesichtspunkten konventioneller Optimierungsstrategien ist die pure Streuleistung primär mit der Anzahl der durchzuführen Rechenoperationen bzw. CPU-Instruktionen verknüpft. Bei modernen Prozessoren mit mehreren parallel arbeitenden Rechenwerken muß neben der reinen Anzahl an Operationen auch deren Durchsatz durch die CPU berücksichtigt werden. Dies kann auf lokaler Ebene vom Programmierer durch entsprechend formulierten Quellcode erreicht werden, wird aber mehr und mehr von den Optimierungsstufen der Compiler übernommen. Selbst lokale Codetransformationen zur Erhöhung des Instruktionsdurchsatzes werden von fortgeschrittenen Compilern durchgeführt. Das Ziel dieser Strategien ist immer die optimale Ausnutzung der möglichen Rechenleistung einer CPU.

Da beim TLM-Algorithmus während des Verbindungsschrittes keine Rechenoperationen durchgeführt werden, beschränkt sich die Codeoptimierung hauptsächlich auf die Streuroutine. Die Bildung von Zwischengrößen und geschickte Klammerung mathematischer Ausdrücke auf Ebene des Quellcodes fällt ebenfalls in die Kategorie lokaler Optimierungsmaßnahmen und führt bei einer direkten Implementierung der Streumatrix nach Johns bereits zu einer erheblichen Einsparung an notwendigen Operationen. Die Darstellung der Streuoperation über totale Knotengrößen nach Abschnitt 1.4 reduziert nicht nur die benötigten Rechenoperationen, sondern auch die Anzahl der pro Streumatrix zu speichernden Koeffizienten.

In Tabelle 3.6 sind die unterschiedlichen Formulierungen der Streuoperation im symmetrisch kondensierten Knoten in ihren Anforderungen gegenübergestellt. Bei Rechenoperationen wird hierbei zwischen schnellen Additionen/Subtraktionen und vergleichsweise langsamen Multiplikationen/Divisionen unterschieden. Auch die von Hein (1997) entwickelte kanonische Formulierung wurde in dieser Optimierungsstudie berücksichtigt und ist aufgeführt. Die Gesamtanzahl der Rechenoperationen unterscheidet sich hierbei um mehr als 100%. Vergleicht man aber die erzielten Streuleistungen der zugehörigen Implementierungen, spiegelt sich das Verhältnis der Rechenoperationen nur teilweise wieder. Tabelle 3.7 zeigt die Streuleistungen für unterschiedliche Architekturen. Nur ältere Plattformen wie D und E zeigen den erwarteten Gewinn an Streuleistung. Neuere Architekturen wie etwa C-Klasse Maschinen weisen bei einer Einsparung an Rechenoperationen von mehr als

Gittergröße Iterationen	102 × 62 × 32 10000		
	Matrix (opt.) nach Johns	Kanonisch Implementierung nach Hein	Totale Knotengrößen nach Herring
Plattform B	767.82	769.49	848.86
Plattform C	551.69	556.84	671.65
Plattform D	258.91	367.39	439.3
Plattform E	120.2	154.66	193.83
Plattform F	303.54	324.17	344.41

TABELLE 3.7. Auswirkung der unterschiedlichen Streualgorithmen auf die pure Streuleistung in  $[10^3 \frac{\text{Knoten}}{\text{sec}}]$

35% (Johns vs. Hein) keine nennenswerte Geschwindigkeitsänderungen auf. Zu erklären ist dieses Phänomen ausschließlich durch Speicherzugriffszeiten. Neuere Rechnerarchitekturen (Plattformen A-C,F) benötigen pro Speicherzugriff vergleichsweise mehr Taktzyklen als ältere Plattformen. Das Mißverhältnis zwischen Speicherbusbandbreite bzw. Latenzzeit und Rechenleistung der CPU fällt hier deutlich schlechter aus. Die Ergebnisse aus Tabelle 3.6 zeigen eindeutig, daß nur für ältere Plattformen (D,E) die Rechenleistung des Prozessors den begrenzenden Faktor der Streuleistung ausmacht. Auf allen anderen Plattformen ist der Prozessor durch den TLM-Code nicht ausgelastet und befindet sich zeitweise im Wartezustand auf Speicheroperationen.

4.2.2. *Fortgeschrittene Optimierung des Speicherzugriffs.* Obwohl alle eingesetzten Rechner über mehrstufige Cachesysteme der Speicherhardware zur Verringerung der Zugriffszeiten verfügen, bleibt der Leistungseinbruch infolge der niedrigen Busbandbreite deutlich bestehen. Verglichen mit anderen Algorithmen und Programmen außerhalb des Bereichs des *Technical Computing* werden im TLM-Schema sehr wenig Rechenoperationen bezogen auf das angesprochene Speichervolumen abgearbeitet. Demnach verfehlen konventionelle Strategien zur Optimierung der Speicherverwaltung teilweise die Anforderungen von TLM-Programmen. Primäres Ziel von Compiler und der Anwendung von Cachehardware ist es, möglichst viel verwendeten Speicherinhalt im CPU-nahen und damit schnellen Cachebereich zu halten. Notwendig wäre jedoch eine Optimierung des Durchsatzes großer Datenmengen vom relativ langsamen Arbeitsspeicher hin zum Prozessor.

Anstelle die Anzahl der Instruktionen im Programmcode zu minimieren, kann durch das zielgerichtete Einfügen zusätzlicher Speicherzugriffe die Cachestrategie der Speicherhardware beeinflusst werden. Moderne Prozessoren wie der HP PA-Risc oder Inter Pentium Prozessor stellen für diesen Zweck sogar eigene Maschinenbefehle zur Verfügung (Hew 1998). Diese relativ junge Optimierstrategie, welche auch als *Data Prefetching* bezeichnet wird, ist in manchen State-of-the-Art Compilern bereits umgesetzt und kann optional angewendet werden (Hew 1995). Im Falle von TLM-Programmcode kann mit einer *Data Prefetch* Optimierung eine Steigerung der Streuleistung um 20%–40% erreicht werden, was den Performancedaten der Tabellen 3.8 und 3.9 entnommen werden kann.

Gittergröße Iterationen	120 × 120 × 120 1000		
	konventionell	konv. + Data Prefetch	konv. + Data Prefetch + Codetrafo
Optimierung			
Start-Up [sec]	.36	.37	.37
Anregung [sec]	.11	.11	.16
Ausgabe [sec]	.06	.06	.04
Randbedingungen [sec]	42.13	41.91	41.59
Streuen I [sec]	256.34	200.04	99.11
Streuen II [sec]	-	-	212.22
Verbinden [sec]	342.12	293.53	-
Pure Streuleistung [ $10^3 \frac{\text{Knoten}}{\text{sec}}$ ]	842	1021	1619
Nettostreuleistung [ $10^3 \frac{\text{Knoten}}{\text{sec}}$ ]	786	940	1425

TABELLE 3.8. Aufteilung der CPU Zeit auf die Grundblöcke eines TLM-Programms ; Testrechner HP C-360 (Plattform B)

4.2.3. *Globale Optimierung durch Umgruppierung des TLM Algorithmus.* Nachdem der offensichtliche Erfolg einer Optimierung mit *Data Prefetching* den entscheidenden Einfluß des Speicherzugriffs auf die Streuleistung untermauert, muß konsequenter Weise an eine weitere Optimierung oder gar Reduktion der Speicherzugriffe gedacht werden. In einem nennenswerten Ausmaß kann dieses Ziel jedoch nur durch eine Reorganisation der Datenstrukturen oder des TLM-Algorithmus erreicht werden. Da die verwendete Datenstruktur des Zustandsgitters in Form eines einzigen vierdimensionalen Arrays keine weitere Reduktion zuläßt, muß das TLM-Schema auf globaler Ebene hinsichtlich der Speicherzugriffe untersucht werden.

Betrachtet man die Aufteilung der Gesamtrechenzeit auf die einzelnen Operationen im TLM-Algorithmus (Tabelle 3.8 Spalten 1–3), liegt auf den ersten Blick ein sehr verwunderliches Verhältnis vor: Die Streuoperation auf alle Zellen (Streuen I) benötigt inklusive der Rechenoperationen nur zweidrittel der Ausführungszeit einer Verbindeoperationen des Gitters, welche ohne jede Rechenoperation ausgeführt wird. Begründet ist dieser Sachverhalt wiederum im Speicherzugriff und der Funktionsweise des Cachespeichers. Im Rahmen der Streuoperation kann bei optimiertem Code linear über den Zustandsspeicher der Wellenamplituden  $V$  iteriert werden. Sämtliche Speicherzugriffe erfolgen auf benachbarte Speicheradressen, so daß die beschleunigende Wirkung des Cachespeichers mit einer hohen Trefferquote optimal zum Einsatz kommen kann. Die Verbindeoperation hingegen greift zwar im Indexraum der vierdimensionalen Zustandsmatrix nur auf benachbarte Zellen zu, im linear abgewickelten Arbeitsspeicher sind die zugehörigen Speicheradressen weit voneinander verteilt. Die Funktion des Cachespeichers kommt bei einer derartige Verteilung der Speicheradressen fast vollständig zum Erliegen, so daß die sehr langsamen Zugriffszeiten in den Hauptspeicher zum Tragen kommen. Obwohl die Verbindeoperation pro Zelle

nur die 12 Wellenamplituden der Verbindungsleitungen adressiert, braucht sie unter diesen Umständen 50% mehr Ausführungszeit verglichen mit der Streuoperation, welche zusätzlich die Zustände der Stichleitungen lädt und dabei mindestens 68 Gleitkommaoperationen durchführt.

An dieser Stelle bietet sich nun die Möglichkeit zu einer global ausgerichteten Optimierung durch Umgruppierung des TLM Algorithmus. Aus den Gleichungen (3.12) ergibt sich das bisher implementierte Iterationsschema

$$(3.168) \quad \mathbf{a}[k+1] = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{a}[k] .$$

Indem das Schema nach (3.168) in sich selbst eingesetzt wird, erhält man die Iterationsvorschrift zur Berechnung jedes zweiten, per Definition geraden Zeitschritts  $k+2$

$$(3.169) \quad \mathbf{a}[k+2] = \underbrace{\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{S}(\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{S})}_{\mathbf{S}^*} \cdot \mathbf{a}[k] .$$

Durch die Definition einer zweiten Streuoperation  $\mathbf{S}^*$ , welche zu jedem ungeraden Iterationsschritt  $k+1$  angewandt wird, kann die Verbindeoperation vollständig aus der implementierten Form des TLM-Algorithmus eliminiert werden. Im Fall des SCN-Knotens mit 6 Stichleitungen entspricht dies einer Reduktion der Speicherzugriffe um 40%.

Für die neue definierte Streuoperation  $\mathbf{S}^*$  bedeutet die beidseitige Multiplikation mit dem Verbindeoperator, daß sich lediglich die Speicherzugriffe der regulären Streuoperation  $\mathbf{S}$  ändern. Dies wird sehr anschaulich, wenn man sich das Bild des TLM-Gitters mit den sich ausbreitenden Wellenamplituden vor Augen hält und berücksichtigt, daß die Verbindeoperation lediglich den permanenten Austausch zwischen zwei Zustandsspeichern  $A$  und  $B$  vornimmt. Anstelle mit der Verbindeoperation zum Iterationsschritt  $k$  den Zustand  $A$  in  $B$  abzulegen, die Streuung mit Speicher  $B$  als Eingangsgröße durchzuführen und zum Iterationsschritt  $k+1$  den neuen Zustand  $B$  wieder zurück nach  $A$  zu bewegen, greift die Streuung  $\mathbf{S}^*$  im Iterationsschritt  $k+1$  direkt auf den Zustandsspeicher  $A$  zu. Die beiden Verbindeoperationen können somit entfallen. Da hierbei die Abbildung zwischen Wellenamplitude  $V^i(l, m, n)$  und physikalischer Speicherstelle alterniert, müssen sämtliche Operationen mit Zugriff auf die Zustandsspeicher wie Randbedingungen  $\mathbf{R}$  oder Feldabbildung  $\mathbf{F}$  auf analoge Weise in angepaßter Form  $\mathbf{R}^*$  und  $\mathbf{F}^*$  für ungerade Schritte  $k+1$  bereitgestellt werden. Die Streuoperation  $\mathbf{S}^*$  (Streuen II) ist infolge des modifizierten Speicherzugriffs ebenfalls mit den schlechten Cacherferraten wie die ursprüngliche Verbindeoperation belastet. Demzufolge ist sie auch deutlich langsamer als die reguläre Operation (Streuen I). Diese unterliegt keiner Änderung in ihrer Ausführungszeit, was den praktisch erzielten Ausführungszeiten aus Tabelle 3.8 Spalten 4 entnommen werden kann. Es ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Streuoperation I in Spalte 4 nur zu jedem geraden Iterationsschritt aufgerufen wird, sich ihrer Ausführungszeit verglichen zu den Spalten 2 und 3 prinzipiell halbiert. Trotz der nun erhöhten Ausführungszeit für Streuoperationen hat der Wegfall von Verbindeoperationen  $\mathbf{\Gamma}$  eine merkliche Steigerung der Streuleistung zufolge.

4.2.4. *Vergleich und Ergebnis.* Vergleicht man nun die drei unterschiedlich optimierten Codevarianten aus Tabelle 3.8, konventionelle Optimierung, konventionelle Optimierung mit *Data Prefetching* und wiederum zusätzliche Codetransformation zur Elimination

Gittergröße Iterationen	120 × 120 × 35 1000		
	konventionell	konv. + Data Prefetch	konv. + Data Prefetch + Codetrafo
Plattform A			3445
Plattform B	786	940	1425
Plattform C	668	943	1377
Plattform F	676	-	1316

TABELLE 3.9. Pure Streuleistungen der unterschiedlich optimierten Programmversionen in  $[10^3 \frac{\text{Knoten}}{\text{sec}}]$

Gittergröße Iterationen	18 × 18 × 18 10000		
	konventionell	konv. + Data Prefetch	konv. + Data Prefetch + Codetrafo
Plattform B	3474	3738	5138
Plattform C	897	1180	1728
Plattform F	821	-	1470

TABELLE 3.10. Optimierungsabhängige pure Streuleistung für Prozeßgrößen < Größe des Cache-Speicher in  $[10^3 \frac{\text{Knoten}}{\text{sec}}]$

der Verbindeoperation, kann ein sehr positives Fazit gezogen werden. Der nach Rechenoperationen konventionell optimierte Programmcode konnte durch den Fokus auf den Speicherzugriff auf allen betrachteten Plattformen (Tabelle 3.9) im Schnitt um 100% beschleunigt werden.

Daß das Potential moderner Prozessoren zum Teil immer noch nicht ausgeschöpft ist, zeigen sehr kleine Benchmarkprobleme, welche vollständig im schnellen Cachespeicher gehalten werden können. Ist eine solche Situation gegeben, ergibt sich im Extremfall eine weitere Steigerung der puren Streuleistung um mehr als 300% verglichen mit realistischen Simulationsgrößen, wie sie in Tabelle 3.9 vorliegen. Die Streuleistungen aus Tabelle 3.10 zeigen diesen Effekt deutlich. Das speziell konstruierte Testproblem ist hierbei so gewählt, daß es mit einer Speicheranforderung < 500kByte in den Cachespeicher aller untersuchten Plattformen paßt.

Aus diesen Ergebnissen kann gefolgert werden, daß für TLM-Programme oder ähnliche numerische Algorithmen wie FDTD eine Rechnerarchitektur mit extrem hoher Speicherbandbreite benötigt wird. Eigens auf diese Anforderungen hin konzipierte Systeme wie Plattform A erreichen dies durch aufwenige Speichertechnologie. Obwohl hier der gleiche Prozessor wie in Plattform B mit geringfügig niedrigerer Taktfrequenz enthalten ist, erreicht Plattform A selbst für Probleme mit einer Speicheranforderung deutlich größer dem Cachespeicher (3.9) Streuleistungen vergleichbar mit denen aus Tabelle 3.10. Ausschlaggebend hierfür ist

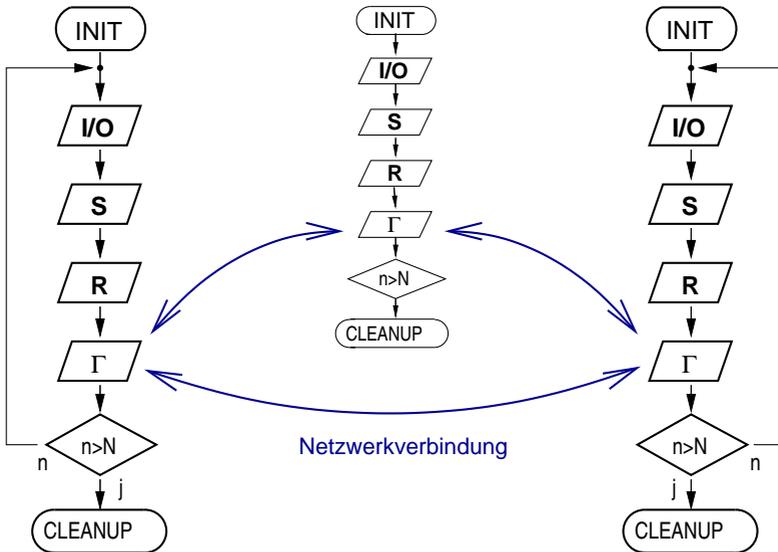


ABBILDUNG 3.16. Prinzip der räumlichen Partitionierung und Parallelisierung im TLM Algorithmus / verteiltes Rechnen über Netzwerkverbindung

die um 3–4 höhere Bandbreite des Speichersystems mit 2 Gbyte/s Spitzenleistung an Transfervolumen verglichen mit allen anderen Plattformen. Im direkten Vergleich zu Plattform B liegt eine ausschließlich im Speichersystem begründete Beschleunigung um mehr als 100% vor.

Als Ergebnis dieser Optimierungsstudie muß aus derzeitiger Sicht der Speicherzugriff als eindeutig begrenzendes Element ausgemacht werden. Auch zukünftige Rechnersysteme werden höchstwahrscheinlich ein mehr oder weniger unausgewogenes Verhältnis zwischen Rechenleistung im Prozessor und Speichergeschwindigkeit aufweisen, so daß bei der Implementierung von TLM-Algorithmen eine maßgebliche Speicherorientierung angestrebt werden sollte. In allen Schritten der Umsetzung, von Recherauswahl über Design der Datenstrukturen, Implementierung und Programmoptimierung muß die optimale Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Speicherressourcen im Vordergrund stehen. Als Maß für den Ressourcenaufwand einer numerischen Methode darf nicht alleine die theoretische Anzahl an Rechenoperationen oder Speichermenge herangezogen werden. Die Komplexität des Algorithmus und das daraus resultierende Schema des Speicherzugriffs sind entscheidend für die Geschwindigkeit einer Implementierung und können mit ganzzahligen Faktoren eingehen. Nach herkömmlicher Sichtweise dürfte die Verbindeoperation im TLM-Algorithmus nur einen kleinen Bruchteil der Ressourcen benötigen. Die Studie hat jedoch gezeigt (Tabelle 3.8), daß sie im optimierten Code widererwartens den Großteil der Rechenzeit beansprucht.

## 5. Parallelisierung und verteiltes Rechnen

Bei Eignung des Algorithmus und entsprechender Ressourcen kann zur Programmbeschleunigung auch eine Parallelisierung des Codes durchgeführt werden. Hierbei muß grundsätzlich zwischen der reinen Parallelisierung durch Vektorisierung des Algorithmus und dem verteilten Rechnen unterschieden werden. Spricht man von Vektorisierung, wird immer spezielle Hardware wie superskalare Vektorrechner mit zentralem Arbeitsspeicher vorausgesetzt. Sie bilden eine sogenannte *Shared-Memory*-Architektur, bei der alle parallel genutzten Prozessoren gleichwertigen Zugriff auf den gemeinsamen Speicher besitzen. Bei einer Vektorisierung werden Programmschleifen mit festen Operationen, welche im normalen Programm sequentiell abgearbeitet werden, durch parallel ausgeführte Vektoroperationen ersetzt. Es liegt eine reine Datenzerlegung vor. Der Programmcode wird weiterhin von einem einzigen Prozess ausgeführt, was als SPMD (*Single-Program Multiple-Data*) Methodik bezeichnet wird. Bei verteiltem Rechnen wird neben der Parallelisierung von Rechenoperation und Daten optional auch eine Partitionierung des Problems mit einer Funktionszerlegung vorgenommen. Jeder eingesetzte Prozessor besitzt nur Zugriff auf einen exklusiven Teil des Gesamtspeichers und führt einen eigenen Prozeß aus. Ein Austausch von Daten zwischen den einzelnen Speicherbereichen ist möglich, muß aber explizit veranlaßt werden. Diese Form der Kommunikation und Synchronisation von einzelnen Prozessen wird als explizites *Message Passing (MP)* bezeichnet. *Distributed-Memory*-Architekturen, wie die derzeit leistungsfähigsten MPP-Rechner (*Massively Parallel Processors*), unterstützen dieses Prinzip der Parallelisierung durch optimierte Kommunikationskanäle mit hoher Transferleistung und niedriger Latenzzeit. Aber auch Einzelrechner, die über eine Netzwerk miteinander verbunden sind, können zur Umsetzung von verteiltem Rechnen genutzt werden. Die meist geringe Bandbreite und Verzögerungszeit der Kommunikationskanäle muß aber bei der Partitionierung des Problems berücksichtigt werden. Nicht jeder grundsätzlich parallelisier- und partitionierbare Algorithmus kann mit gleichzeitiger Beschleunigung der Ausführung auf einem Cluster von Einzelrechnern verteilt werden. Entscheidend ist das Verhältnis von Rechenaufwand zu Kommunikationsvolumen und dem Grad an notwendiger Synchronisation zwischen den Teilprozessen.

Die TLM-Methode im Zeitbereich weist durch das explizite Iterationsschema mit ausschließlich lokal verknüpften Operatoren eine sehr gute Eignung für verteiltes Rechnen auf:

- Elementare Operationen wie der Streuprozeß oder die Abarbeitung von Randbedingungen sind vollständig lokal und können direkt in Form einer Datenzerlegung parallelisiert werden. Zum Beispiel können bei  $N$  Gitterzellen im Extremfall  $N$  Prozessoren zur Abarbeitung der Streuoperation eines Iterationsschrittes eingesetzt werden, ohne daß der Algorithmus modifiziert werden muß.
- Der ausschließlich lokale Zugriff von Operatoren auf Zustandsvariablen erlaubt eine räumliche Partitionierung des Problems mit redundanzfreier Verteilung des Zustandspeichers auf die Teilspeicher der  $N$  eingesetzten Prozessoren.

Die einzige Kommunikation zwischen lokalen Zellzuständen und damit Synchronisation der Teilbereiche wird während der Durchführung der globalen Verbindeoperation

$\Gamma$  vorgenommen. Der globale Operator  $\Gamma$  ist zwar ebenfalls eine Zusammenfassung lokaler Operatoren  $\Gamma'$ , benötigt für deren Anwendung im Gegensatz zur Streuung  $S$  aber gleichzeitigen Zugriff auf die Zustände benachbarter Zellen. Die Anwendung von  $\Gamma'$  auf die Randschichten der einzelnen Teilgebiete erzwingt daher einen Datenaustausch zwischen den Teilprozessen. Infolge der kausalen Zusammenhänge der Zustände an den Randschichten entsteht auf diese Weise eine strenge Synchronisation der Teilprozesse zu jedem Iterationsschritt. Das Flußdiagramm in Abbildung 3.16 zeigt dieses Prinzip der Parallelisierung vom TLM-Schema mit räumlicher Partitionierung. Obwohl ein identischer Programmcode auf allen Prozessoren ausgeführt wird, kann das Schema nicht als reine Datenzerlegung nach der SPMD-Methodik klassifiziert werden. Die in den einzelnen Prozessen umgesetzte Funktion wird dynamisch von den Eingangsdaten bestimmt, was auch dem Prinzip einer Funktionszerlegung entspricht. Der Partitionierungsansatz für die TLM-Methode nach Abbildung 3.16 bildet somit eine hybride Umsetzung der SPMD und MPMD (*Multiple-Program Multiple-Data*) Methodik.

Da für die Feldmodellierung ein Cluster aus leistungsfähigen Workstations zur Verfügung stand, wurde im Rahmen der Arbeit auch die eben beschriebene Parallelisierung der TLM-Methode verfolgt und erfolgreich angewendet. Durch die Verteilung des Zustandsspeichers auf die einzelnen Rechner ist zusätzlich zur Beschleunigung des Codes eine vorteilhafte Erhöhung des insgesamt verfügbaren Arbeitsspeichers gegeben. Die Speicherkapazität der eingebundenen Einzelrechner addiert sich annähernd zu 100% und kann bei angepaßter Partitionierung vollständig ausgeschöpft werden. Auf diese Weise konnte die maximale Komplexität und Größe der modellierbaren Probleme entscheidend gesteigert werden.

**5.1. Direkte Implementierung mit instantaner Kommunikation.** Wird das in Abbildung 3.16 skizzierte Ablaufschema direkt implementiert, würde idealerweise eine instantane und verzögerungsfreie Kommunikation zwischen den Teilprozessen  $A_1, A_2, \dots, A_N$  benötigt werden. Alle Operationen der Prozesse wie Anregung, Streuung oder Randbedingungen werden wie bisher sequentiell abgearbeitet. Erst im Teilschritt der Verbindeoperation  $\Gamma$  wird der Speicherzugriff von Prozeß  $A_1$  auf Zustandsvariablen  $V^i$  eines anderen Teilbereichs über eine Netzwerkverbindung zum zugehörigen Teilprozeß  $A_n$  realisiert. Damit sich für die Abarbeitung der Einzelprozesse keine Verschlechterung der Streuleistung verglichen zur unparallelisierten Implementierung ergibt, müßte der über das Netzwerk umgelenkte Speicherzugriff ohne zusätzlichen Zeitaufwand möglich sein. Die immer vorhandene Transferzeit bei Netzwerkübertragungen geht somit als Wartezeit zu Lasten der möglichen Rechenzeit eines Prozesses. Die Streuleistung der Einzelprozesse wird durch die Parallelisierung zwangsweise reduziert. Dieser Sachverhalt wird üblicherweise durch einen Skalierungsfaktor  $F_s$  beschrieben. Die Gesamtleistung  $P_g$  von  $N$  Teilprozessen wird abhängig von der Leistung  $P$  im unparallelisierten Fall eines einzigen Prozesses ausgedrückt.

$$(3.170) \quad P_g = N \cdot F_s(N) \cdot P \quad , \quad \text{mit } F_s(N) \leq 1$$

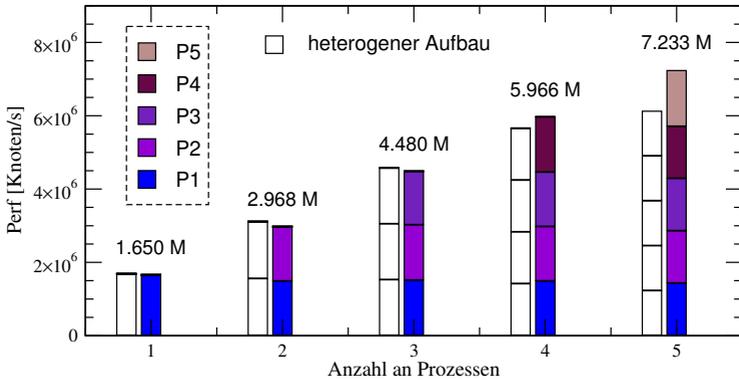


ABBILDUNG 3.17. Skalierung der Nettostreuleistung für 1-Schicht-*Message Passing (MP)* bei direkter Netzwerkverbindung (70 Mbit eff. Transferbandbreite bei  $\ll 1$  ms Latenzzeit): homogenes Testproblem  $300 \times 130 \times 65$  Zellen

Wird die Netzwerkverbindung durch Übertragungssysteme realisiert, bei denen alle Teilnehmer ein gemeinsames Transportmedium verwenden (z.B. Bussysteme wie *unswitched Ethernet*), stellt sich ab einem Kommunikationsvolumen gleich der Bandbreite des Systems ein proportionaler Zusammenhang zwischen Transferzeiten und Transfervolumen ein. Da mit der Anzahl  $N$  der Prozesse auch das totale Kommunikationsvolumen steigt, ergibt sich fast immer eine Abhängigkeit des Skalierungsfaktors  $F_s$  von der Prozeßanzahl  $N$ . Je stärker dieser Einfluß ist, desto schlechter ist die sogenannte Skalierbarkeit. Grundlegendes Ziel einer Parallelisierung ist es daher, sowohl einen hohen Skalierungsfaktor als auch eine gute Skalierbarkeit zu erreichen. Ein befriedigend hoher Skalierungsfaktor kann für die TLM-Methode nur dann erreicht werden, wenn das Verhältnis von Rechenzeit zu Kommunikationszeit genügend groß ist. Die Anwendung der verteilt rechnenden TLM-Implementierung ist daher erst ab einer Gittergröße sinnvoll, bei der diese Situation gegeben ist. Ein unterer Grenzwert ist spezifisch von den verfügbaren Ressourcen wie Rechner und Netzwerkverbindung abhängig und kann nicht allgemeingültig gegeben werden. Für typische TLM-Simulationen, wie sie im Rahmen der Arbeit durchgeführt wurden, lag das Kommunikationsaufkommen  $< 10\%$  der Gesamtrechenzeit. Bis zu diesem Schwellwert konnten sehr gute Skalierungsfaktoren von mehr als 0.9 erreicht werden. Abbildung 3.17 zeigt die Skalierung der Nettostreuleistung über der Anzahl an eingesetzten Rechenknoten für ein Testproblem mit ca. 200 Mbyte Speicheranforderung. Der Effekt einer begrenzten Skalierbarkeit konnte hierbei nicht beobachtet werden. Alle Rechenknoten waren in der Studie über ein sternförmig ausgelegtes Netzwerk direkt miteinander verbunden und verfügten somit unabhängig von  $N$  über Kommunikationskanäle mit identischer Bandbreite.

Das Flußdiagramm aus Abbildung 3.16 beinhaltet auch ein grundsätzliches Problem der Parallelisierung von TLM-Programmen. Da beim Prinzip des *Message Passing* die Prozesse ausschließlich Nachrichten senden und empfangen können, ist ein autonomer Zugriff von Prozeß  $A_1$  auf den Speicherbereich eines Prozesses  $A_n$  generell unmöglich. Die von

$A_1$  benötigten Daten müssen vom Prozeß  $A_n$  aus entweder auf Anfrage oder selbständig als Nachricht gesendet werden. Egal ob nun eine bidirektionale Kommunikation aufgebaut wird, oder Prozesse die zu transferierenden Gitterzustände unaufgefordert verschicken, alle Prozesse müssen sich zu jedem Iterationsschritt gleichzeitig in der Verbindeoperation befinden. Sind die Ausführungszeiten der Teilbereiche  $T_n[k]$  zum Iterationsschritt  $k$  unterschiedlich, müssen die schnelleren Prozesse mit  $T_i < \max[T_n]$  auf den langsamsten Teilbereich warten. Die zusätzliche Wartezeit in  $N - 1$  Teilprozessen führt so zu einer weiteren Senkung des Skalierungsfaktors  $F_s$ . Die globale Leistung  $P_g$  wird somit von der Leistung  $P[n]$  des schwächsten Einzelprozesses  $A_n$  definiert:

$$(3.171) \quad P_g = N \cdot \min\{P[n]\}$$

Eine derart steife Synchronisation zwischen den Teilprozessen kann bei der TLM-Methode und der vorliegenden räumlichen Partitionierung bereits aus Gründen der Kausalität nie vermieden werden. Der erreichbare Skalierungsfaktor ist demnach immer stark von einer möglichst gleichmäßigen Lastverteilung mit gleichen Ausführungszeiten

$$(3.172) \quad T_1[k] \doteq T_2[k] \doteq \dots \doteq T_N[k] \quad \forall k$$

unter den Prozessen abhängig. Eine Lösung des Problems wäre durch eine dynamische Lastverteilung (*dynamic Load-Balancing*) gegeben, ist im Fall der TLM-Methode auf Grund des anfallenden Kommunikationsaufwandes aber nur schwer zu realisieren. Eine Änderung der Lastverteilung umfaßt wegen der *Distributed-Memory*-Architektur die zeitaufwendige Verschiebung ganzer Gitterbereiche von langsamen zu schnellen Rechenknoten. Kurzzeitige und unregelmäßige Schwankungen der Ausführungszeiten  $T_n$  können daher grundsätzlich nicht kompensiert werden. Sinnvoll wäre nur die Anpassung an länger andauernde Schwankungen der relativen Leitsungsfähigkeit einzelner Rechenknoten.

Da die zu erwartende Systemauslastung der Rechner im benutzen Cluster in ausreichendem Maße kontrolliert werden konnte, wurde auf eine aufwendige Implementierung einer dynamischen Lastverteilung verzichtet. Ausschlaggebend für diese Entscheidung war mit die Tatsache, daß eine dynamische Lastverteilung der maximalen Ausnutzung des verfügbaren verteilten Speichers entgegenspricht.

Der notwendige Lastausgleich nach (3.172) wurde statisch unter der Annahme konstanter Streuleistungen zu Beginn einer Simulation vorgenommen. In einer homogenen Umgebung mit identischen Rechenknoten müssen hierfür die Teilgebiete "gleich groß" im Sinne des Rechenaufwandes gewählt werden. In heterogenen Umgebungen fließt zusätzlich die Leistungsfähigkeit der einzelnen Rechenknoten ein. Da die Ausführungszeit pro Iterationsschritt primär von der Anzahl der bearbeiteten Gitterknoten bestimmt wird, muß bei einer räumlichen Partitionierung in erster Näherung das Volumen der Teilbereiche identisch sein. Aber auch die Verteilung von Randbedingungen und Quellgebieten spielt eine Rolle und müßte in Form von Gewichtungsfaktoren an die TLM-Zellen berücksichtigt werden. Da als Schnitt- und Kommunikationsflächen aber nur achsenparallele Ebenen implementiert wurden, basiert das umgesetzte Partitionierungsschema ausschließlich auf der Knotenanzahl. Denn fein abgestimmte Lastverteilungen könnten auf diese Weise nicht bzw. nur grob gerastert vorgenommen werden. In der Praxis hat sich gezeigt, daß sich für den Großteil der durchgeführten Simulationen keine wesentliche Reduzierung des Skalierungsfaktors

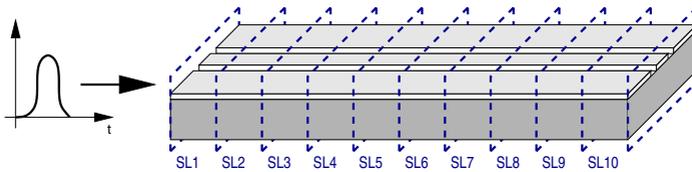


ABBILDUNG 3.18. Testproblem zur Beobachtung der erhöhten Ausführungszeit bei vorliegendem *Floating-Point-Underflow*

infolge der angenäherten Lastverteilung ergab. Nur Beispiele mit relativ vielen Randbedingungen und auffällig heterogenem Aufbau führten durch die ausretende Konzentration von Randbedingungen in einzelnen Teilbereichen zu einer leichten Absenkung des ansonsten konstanten Skalierungsfaktors. In Abbildung 3.17 ist die untere Grenze der Nettostreuleistung für ein solches "Worst-Case"-Beispiel mit aufgetragen.

**5.2. Einfluß der Gleitkommaarithmetik.** Der Anstieg der Streuleistung des heterogenen Aufbaus für  $N = 1 \dots 3$  (Abbildung 3.17) kann jedoch nicht über eine ungenaue statische Partitionierung erklärt werden. Dieser Effekt ist auf den Einfluß der unbestimmten Zeitdauer von Gleitkommaoperationen zurückzuführen. Abhängig vom Wert der Operanden kann die Anzahl der notwendigen Taktzyklen variieren. Grenzfälle mit Nulloperanden und Zahlen am Rande des Wertebereichs werden vom Prozessor abgefangen und speziell behandelt. Kritische Zahlenüberläufe oder Divisionen durch Null können im TLM-Schema bei der Abarbeitung der Operationen **S** und **R** in der Regel nicht auftreten. Schnelle Multiplikationen mit Null hingegen treten zu Beginn der Simulation in allen Zellen ohne Quellen so lange auf, bis die eingespeisten Wellen von den Quellgebieten aus diese erreicht haben. Da der einzige Quellterm des heterogenen Aufbaus ganz am Rand des Simulationsgebietes lag, spiegelt sich dieser Effekt infolge der relativ kurzen Iterationsdauer der Skalierungsstudien wesentlich deutlicher wieder als im homogenen Aufbau, welcher mehrere Quellen über das Raumgebiet verteilt besitzt. Erst ab einer Teilung  $N \geq 4$  kommen die Auswirkungen der unausgewogenen statischen Partitionierung zum Tragen.

Wesentlich bedeutender als die geringe Beschleunigung durch Nulloperationen ist die Sonderbehandlung (*Exception-Handling*) von Multiplikation mit kleinen Operanden am unteren Ende des darstellbaren Wertebereichs. Um einen Genauigkeitsverlust oder einen möglichen Zahlenunterlauf (den sogenannten *Floating-Point-Underflow*) zu vermeiden, wird diese Situation vom Prozessor abgefangen. Abhängig von Prozessor und Betriebssystem wird optional auf eine höhere Genauigkeit oder gar Softwareemulation gewechselt. *Floating-Point-Underflows* treten zu Beginn jeder TLM-Simulation ausgehend von den Quellgebieten auf. Nach einer gewissen Laufstrecke der eingespeisten Signale kommt es an der vorderen Wellenfront zwangsweise zu einem Zahlenunterlauf. Dieser breitet sich dann wie eine "Schockwelle" durch das Gitter aus und kann abhängig von der Art des gewählten

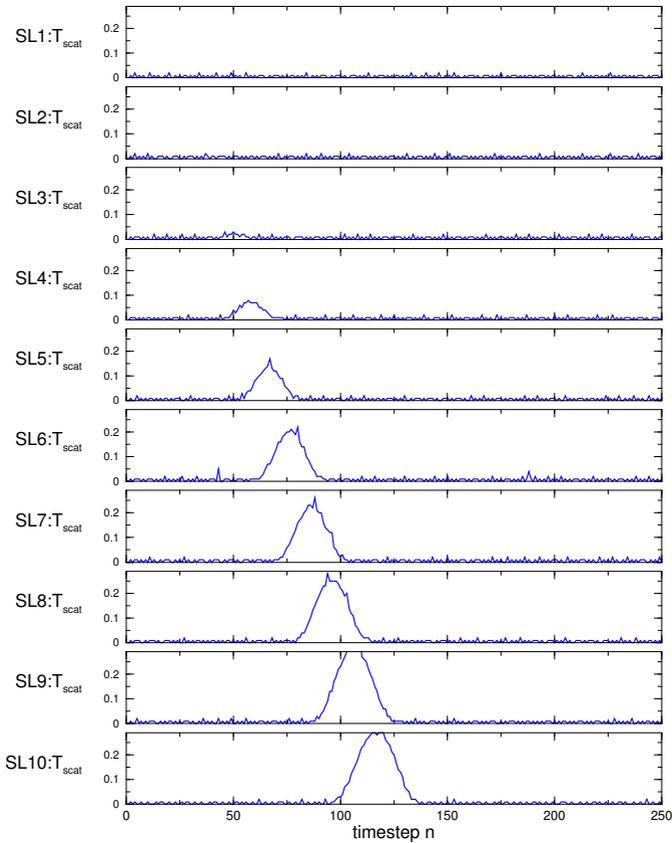


ABBILDUNG 3.19. Die Ausführungszeiten der Streuoperation pro Iterationsschritt für alle Teilbereiche des parallelisierten Testproblems aus Abbildung 3.18

*Exception-Handlings* zu einer drastischen Erhöhung der lokalen Streuzeiten führen. Im normalen TLM-Programm mittelt sich dieser Effekt über das gesamte Gitter und wird in der Regel nicht beobachtet. Bei einer Parallelisierung steigt die Auswirkung jedoch proportional mit der Anzahl  $N$  der Teilgebiete und kann bei vielen Teilprozessen zu Beginn einer Simulation einen beobachtbaren Einbruch der Streuleistung hervorrufen. Das in Abbildung 3.18 skizzierte Beispiel isoliert diesen Effekt und macht das Fortschreiten von Gitterregionen mit Zahlenunterlauf sichtbar. Der *Floating-Point-Underflow* wird hierzu von einer um Größenordnungen langsameren Softwareemulation, wie sie standardmäßig auf einigen Systemen eingerichtet ist, abgefangen. Abbildung 3.19 zeigt die zugehörigen Streuzeiten pro Iterationsschritt  $T_n[i]$  der einzelnen Teilbereiche  $SL_n$  über der Zeit. Nachdem sich der eingesperte Gaußpuls durch die ersten drei Bereiche ohne Zahlenunterlauf ausgebreitet hat,

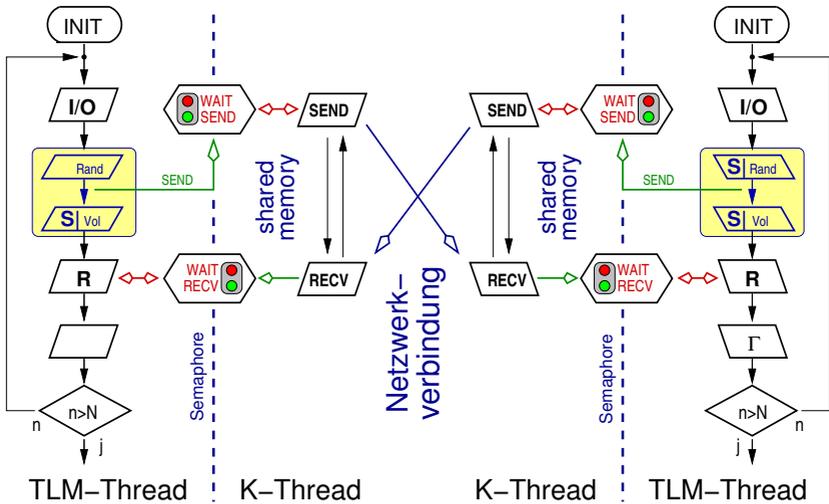


ABBILDUNG 3.20. Prinzip des mehrstufigen Kommunikationsschemas: nebenläufige Threads für Datenaustausch (K-Thread) und Streuoperation; Kommunikation über Semaphoren

kommt es ab der vierten Schicht SL4 zu einer deutlichen Erhöhung der Streuzeiten. Obwohl nur wenige Bereiche gleichzeitig von dem Effekt betroffen sind, dominieren sie infolge der steifen Synchronisation nach (3.171) die globale Streuleistung.

Für den TLM-Algorithmus hat die aufwendige Sonderbehandlung des Zahlenunterlaufs aus Sicht der Genauigkeit keinerlei Bedeutung und könnte entfallen. Das *Exception-Handling* ist aber von Prozessor und Betriebssystem abhängig und kann nicht immer kontrolliert werden. Neben optional zu deaktivierender Softwareemulationen durch das Betriebssystem (HPUX/PA-Risc Prozessor) oder der unvermeidlichen Behandlung im Prozessor (Pentium, 2-3 fache Ausführungszeit), gibt es auch Prozessoren ohne jede Beeinträchtigung der Ausführungszeit von Gleitkommaarithmetik bei Zahlenunterlauf (AMD K6).

**5.3. Mehrstufiges Kommunikationsschema.** Setzt man eine ideale statische Lastverteilung bei konstanter Streuleistung der Rechenknoten voraus, verbleibt in der Parallelisierung mit instantaner Kommunikation (Abschnitt 5.1) eine starke Abhängigkeit von der Qualität der Kommunikationskanäle. Sämtliche Transfer- und Wartezeiten gehen bei instantaner Synchronisation zu 100% auf Kosten der verfügbaren Rechenzeit. Um diese negative Eigenschaft der Parallelisierung zu reduzieren und die Skalierbarkeit speziell für langsame Netzwerkverbindungen zu gewährleisten, wurde ein mehrstufiges Kommunikationsschema entwickelt, welches begrenzte Transferzeiten ohne negative Auswirkungen auf die Streuleistung erlaubt.

Das Kernproblem des Schemas nach Abbildung 3.16 liegt im Zeitplan des *Message Passing*. Mit dem Senden von Daten wird erst begonnen, wenn der Partnerprozeß diese bereits benötigt. Transferzeiten sind in diesem Ablauf nicht vorgesehen. Prinzipiell kann mit der Übertragung aber begonnen werden, sobald die Daten vorliegen. Dadurch würde ein zeitlicher Versatz zwischen dem Absenden der Daten im Prozeß  $A_1$  und der zugehörigen Empfangsoperation im Prozeß  $A_n$  geschaffen werden. Transferzeiten kleiner dieser Zeitspanne erzwingen so keine Wartezeit. Denn alle vom Prozeß  $A_n$  benötigten Daten befinden sich bereits im Eingangspuffer des Transportsystems. Da es sich bei den zu sendenden Daten um reflektierte Wellen  $V^r$  handelt und die Reihenfolge der sequentiell abgearbeiteten Streuoperationen unbestimmt ist, kann die zulässige Transferzeit durch eine gezielte Anordnung der Streuoperationen einfach maximiert werden. Indem zuerst alle an der Oberfläche des TLM-Gitters liegenden Zellen gestreut werden, verbleibt als zulässige Transferzeit die Rechenzeit zur Streuung der TLM-Zellen im inneren des Gitters. Nach Tabelle 3.8 sind dies im optimierten Code ohne Verbindeoperation bis zu 90% der Gesamtrechenzeit eines Iterationsschrittes.

Mit dem mehrstufigen Kommunikationsschema aus Abbildung 3.20 wird dieses Konzept bei maximaler Parallelität von Streuoperation und Datenaustausch umgesetzt. Durch die weitere Aufspaltung der TLM-Prozesse in nebenläufige Ausführungseinheiten werden auch Wartezeiten abgefangen, die beim Senden oder Empfangen auf Grund überfüllter Kommunikationskanäle entstehen. Der Datenaustausch hat auf diese Weise keinen Einfluß auf die parallel abgearbeitete Streuoperation und gewährleistet die maximal mögliche Parallelität von Streuoperation und Datenaustausch. Zur Synchronisation der beiden Prozesse werden Semaphoren eingesetzt. Der zwischen Senden und Empfangen alternierende Datenaustausch beginnt mit der Übertragung von Daten immer erst dann, wenn der TLM-Prozess die Verfügbarkeit der Wellenamplituden bestätigt hat. Die hierzu benutzte Semaphore wird nach Abschluß der Sendeoperation vom Kommunikationsprozess wieder auf "warten" gesetzt. Der TLM-Prozess wartet hingegen nach der Streuoperation des inneren Gitterbereichs auf die entsprechende Empfangsbestätigung. Daß mit der Abarbeitung der Randbedingungen erst nach Abschluß der Datenübertragung begonnen wird, kostet zwar einen Bruchteil an möglicher Transferzeit, vermeidet aber die aufwendige Sonderbehandlung von Randbedingungen in den Schnittflächen der Teilgebiete. Programmiertechnisch wird die mehrstufige Kommunikation am einfachsten durch *Threads* realisiert. Die einzelnen *Threads* eines Programmcodes bilden sogenannte Leichtgewichtprozesse mit gemeinsamen Ressourcen wie Speicherbereich. Der für den Datenaustausch zuständige Kommunikations-Thread kann so die transferierten Wellenamplituden  $V^r$  direkt im Zustandsspeicher des TLM-Thread auslesen und ablegen. Die Semaphoren können bei der Verwendung von *Threads* trivial über gemeinsam genutzte Variablen realisiert werden.

Vergleicht man die Skalierung der Nettostreuleistung des mehrstufigen Kommunikationsschemas mit der direkten Implementierung aus Abschnitt 5.1, was als 1-Schicht-*Message Passing* bezeichnet werden soll, müssen zwei grundsätzlich verschiedene Situationen in der Netzwerkverbindung betrachtet werden.

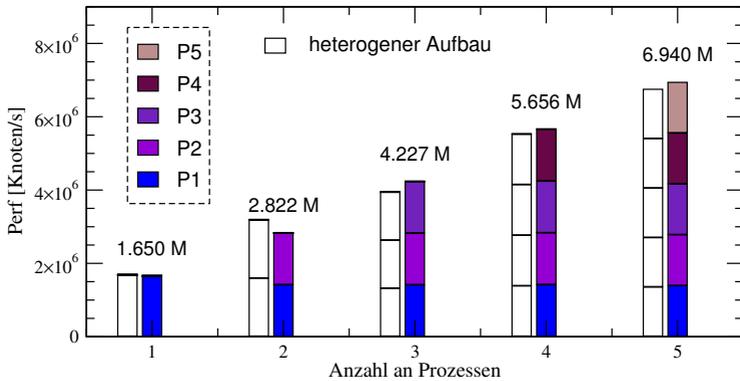


ABBILDUNG 3.21. Skalierung der Nettostreuleistung für mehrstufiges *Message Passing (MP)* bei direkter Netzwerkverbindung (70 Mbit eff. Transferbandbreite bei  $\ll 1$  ms Latenzzeit): homogenes Testproblem  $300 \times 130 \times 65$  Zellen

A) Liegt zwischen den Rechenknoten eine direkte Netzwerkverbindung mit niedriger Latenzzeit und ausreichender Bandbreite vor, kann mit der mehrstufigen Kommunikation auf Einprozessorsystemen als Rechenknoten kein Gewinn in der maximal erreichbaren Streuleistung erzielt werden. Sämtlicher Kommunikationsaufwand spiegelt sich in einer entsprechenden CPU-Belastung zur Abwicklung des Protokollverkehrs wieder. Netzwerkwartzeiten ohne CPU-Belastung liegen fast nicht vor und die mehrstufige Implementierung ordnet durch die Einführung der beiden Threads nur die Reihenfolge der Operationen. Der auf Einprozessorsystemen notwendige Zeitmultiplex zwischen den Threads führt bei Simulationen mit niedrigem Kommunikationsaufwand ( $< 10\%$ ) und optimalem Lastausgleich sogar zu einer leichten Reduzierung der Nettostreuleistung. Vergleicht man die in Abbildung 3.21 aufgetragene Skalierung der Streuleistung bei mehrstufiger Kommunikation mit dem 1-Schicht-*Message Passing* aus Abbildung 3.17, kann dies für das homogene Testproblem beobachtet werden. Beim heterogenen Aufbau zeigt sich aber der Vorteil der mehrstufigen Kommunikation in Form einer besseren Skalierbarkeit. In diesem Fall schafft die unausgewogene Lastverteilung zusätzliche Wartezeiten, die vom mehrstufigen Kommunikationsschema durch die Nebenläufigkeit der Aufgaben ausgenutzt werden können.

B) Der Vorteil einer mehrstufigen Kommunikation tritt erst bei indirekten Netzwerkverbindungen über mindestens einen Netzwerkrouter oder relativ niedrigen Transferbandbreiten auf. Entscheidend sind Transferzeiten, die nicht maßgeblich vom Protokollverkehr in der eigenen CPU des Rechenknotens bestimmt sind. Um dies zu zeigen, wurde ein Testproblem mit drei Prozessen definiert. Indem die Netzwerkverbindungen durch eine Rekonfiguration über ein zentrales Gateway sowohl in Transferbandbreite als auch Latenzzeit gesteuert wurde, konnte jede beliebige Netzwerksituation simuliert werden. Variiert man die Gittergröße

bei konstantem Transfervolumen und gleichbleibender Netzwerkverbindung, kann das Verhältnis zwischen Rechenzeit und effektivem Zeitaufwand für den Datenaustausch gezielt verändert werden. In Abbildung 3.22 ist daher zusätzlich zur variierten Knotenanzahl auch der zugehörige Anteil des Kommunikationsaufwandes bezogen auf die Gesamtrechenzeit der Implementierung mit 1-Schicht-*Message Passing* aufgetragen. Die dargestellten Streuleistungen beider Kommunikationsschemen zeigen deutlich die Beschleunigung durch eine Parallelisierung von Datenaustausch und Streuoperation. In Abbildung 3.22 ist als oberer Grenzwert jeweils die mögliche Streuleistung bei vernachlässigbarem Kommunikationsaufwand eingezeichnet. Während ein instantaner Datenaustausch bei Transferzeiten gleich der Streuzeiten (MP-Anteils von 50%) erst die Hälfte der möglichen Streuleistung erreicht hat, kommt die Implementierung mit mehrstufiger Kommunikation dem theoretischen Maximum bereits sehr nahe. Nur die Existenz von Randbedingungen, zusätzlichen I/O-Operationen und der CPU-Belastung durch Netzwerkverkehr verhindern das Erreichen des Grenzwertes.

Obwohl mit den zur Verfügung stehenden Ressourcen keine Untersuchung bezüglich der Skalierbarkeit durchgeführt werden konnte, lassen die Streuleistungen aus Abbildung 3.22 eine gute Skalierbarkeit prognostizieren. Das mehrstufige Kommunikationsschema erreicht bei 3 Prozessen und nur 3% der Transferbandbreite üblicher Netzwerksysteme bereits mehr als 80% der möglichen Streuleistung. Ohne spezielle Hochgeschwindigkeitsnetzwerke mit Bandbreiten im Gigabitbereich vorauszusetzen, lassen sich diese Werte selbst für konventionelle Netzwerktechnologien (10–100MBit Bandbreite) auf Prozeßzahlen im Bereich 20–100 hochrechnen, ohne daß ein Einbruch in der Skalierbarkeit vorliegen dürfte. Die Anwendung eines parallelisierten TLM-Codes wird mit dem entwickelten mehrstufigen Kommunikationsschema auch in einer typischen Laborumgebungen mit lose vernetzten Einzelplatzrechnern möglich. Ein Rechencluster mit breitbandiger Netzwerkverbindung zwischen den Rechenknoten ist von Vorteil, aber nicht zwingend notwendig.

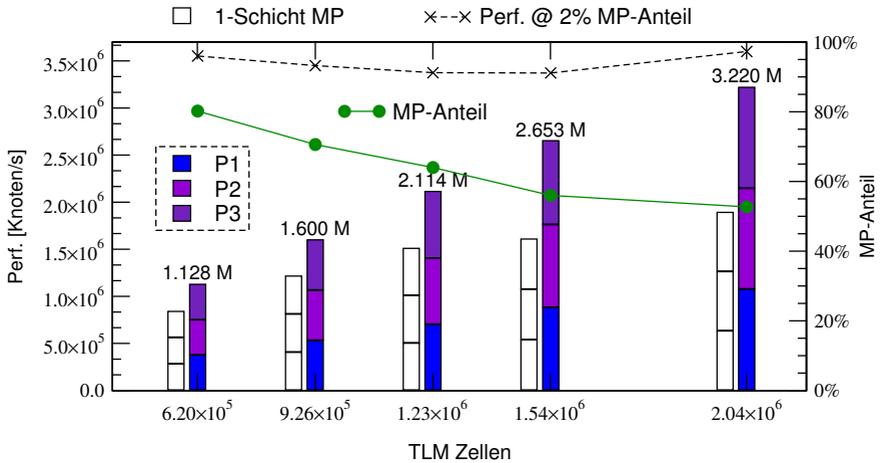


ABBILDUNG 3.22. Vergleich der Nettostreuleistung zwischen mehrstufigem und 1-Schicht-*Message Passing (MP)* bei unterschiedlichem Kommunikationsanteil: Variation der Gittergröße bei konstantem Transfervolumen ( $4 \times 13568$  Bytes Nutzdaten pro Iterationsschritt); indirekte Verbindung mit 2 Mbit eff. Transferbandbreite bei 2–3 ms Latenzzeit



## Modellierungsbeispiele

NACHDEM sowohl die Transmission Line Matrix-Methode als auch das neu entwickelte Verfahren zur Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder vorgestellt sind, werden in diesem Kapitel die auf dieser Basis erzielten Modellierungsergebnisse dargestellt. Als Beispielstrukturen dienen verteilte, linear passive Zwei-, Drei- und Viertorschaltungen aus zwei unterschiedlichen Klassen von Strukturen. Neben Schaltungselementen wie Kondensatoren, Transformatoren und einem Leistungsteiler werden auch Diskontinuitäten in Verbindungsleitungen wie Chipkontaktierungen und Leitungskreuzungen betrachtet. Die Modellierungsbeispiele umspannen den vollständigen Modellierungszyklus von der Vollwellenanalyse mit der TLM-Methode, über die meßtechnische Verifikation der Modellierungsergebnisse, bis hin zur automatischen Extraktion äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder aus konzentrierten Elementen.

### 1. Multichip-Modul Mehrlagenaufbau

Da ein Großteil der im folgenden behandelten Strukturen in einer hochfrequenztauglichen Multichip-Modul (MCM) Aufbautechnik realisiert sind, wird der prinzipielle Aufbau dieser Mehrlagentechnologie vorweg beschrieben (Mangold et al. 1998b).

Das Konzept eines Multichip-Moduls besteht allgemein in der Integration mehrerer ungehäuseter Chips auf einem Zwischenträgersubstrat (Doane & Franzen 1993). Neben der hohen Packdichte und daraus

resultierender kurzer Verbindungswege ist aus Sicht der Hochfrequenztechnik vor allem die direkte Chipkontaktierung von Interesse. Durch den Wegfall parasitärer Elemente wie Chipgehäuse werden sehr breitbandige und reflexionsarme Interchipverbindungen möglich. Ferner können unter diesen Voraussetzungen auch flächenintensive passive Bauelemente vom Halbleiter auf das kostengünstige Trägersubstrat verlagert werden. Beides setzt jedoch eine hochfrequenztaugliche Verdrahtungstechnologie auf dem Trägersubstrat voraus. Von Töpfer & Wolf (1996) wurde eine entsprechende Dünnschichttechnologie mit dem in Abbildung 4.1 dargestellten Schichtaufbau entwickelt. Zwei vollstrukturierbare Metallisierungslagen mit typischen Dicken von wenigen Mikrometern sind durch eine Dünnschichtlage getrennt

Luft
Signalmetallisierung, 3–5 $\mu\text{m}$
Dielektrikum, 20–25 $\mu\text{m}$
Massemetallisierung, 3–5 $\mu\text{m}$
Dielektrikum, 5–10 $\mu\text{m}$
Trägersubstrat, 550–625 $\mu\text{m}$

ABBILDUNG 4.1. Typischer MCM-Schichtaufbau

auf einem Trägersubstrat aufgebracht. Zwischen der unteren Metallisierungslage und dem Substrat ist zur Planarisierung der Trägeroberfläche eine weitere Dünnschicht eingebracht. Als Dielektrikum wird photosensitives Polymer wie Polyimid oder Benzocyclobuten (BCB) verwendet. Niedrige Aushärtetemperaturen erlauben die Prozessierung des Dünnschichtaufbaus auch nach der Integration von Einzelchips in das Modul. Kontrollierte Schichtdicken im Bereich von 20–25  $\mu\text{m}$  erlauben eine hochfrequenzgerechte Verdrahtung mit definierten Leitungseigenschaften. Die Leiterebenen werden nach dem Aufbringen einer nur 100 nm dicken Titan-Wolfram/Kupfer Haftschrift galvanisch durch Gold oder Kupfer verstärkt und können mit Durchkontaktierungen verbunden werden. Zylindrische Viaholes werden hierfür mit Durchmessern von 30–80  $\mu\text{m}$  prozessiert. Die Auflösung der Strukturen und die Ausrichtung der beiden Lagen zueinander weist eine typische Toleranz von  $\pm 1\text{--}2 \mu\text{m}$  auf.

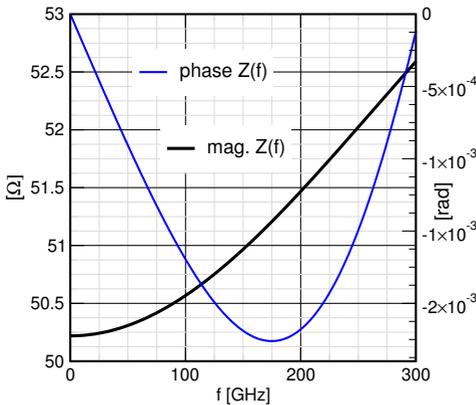
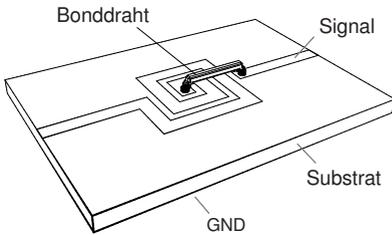


ABBILDUNG 4.2. Wellenwiderstand einer typischen Microstrip-Leitung mit endlicher Massemetallisierung

Im Vergleich zu gängigen Verbindungstechniken wie Drahtbonden oder *Flip-Chip* (Heinrich et al. 1998) wird in der vorliegenden MCM-Variante für die Einbettung und Kontaktierung der ungehäuteten Chips ein integrierter Ansatz verfolgt. Die Chips werden in Öffnungen des Trägersubstrates eingesetzt und direkt an die Metallisierungslagen kontaktiert. Die Versenkung der Chips bietet auch den Vorteil, daß das komplette Multichip-Modul zur externen Kontaktierung und Verpackung wie ein einziger großer Chip gehandhabt werden kann. Die Wahl des Trägersubstrates wird neben dem Kostenfaktor maßgeblich vom thermischen Ausdehnungskoeffizienten und der Prozessierbarkeit bestimmt. Typischerweise werden Keramik- oder Siliziumsubstrate verwendet. Die notwendigen Fenster im Träger können mit Wasserstrahl- oder Laserschneiden geöffnet werden. Silizium erlaubt auch die ätztechnische Herstellung der Öffnungen. Zum Einbetten der Chips existieren zwei alternative Konzepte. Im sogenannten "Chip-First"-Ansatz werden die Chips vor der Prozessierung der Dünnschichtverdrahtung in Öffnungen des Trägers eingesetzt und bündig mit dem Substrat verklebt. Der im folgenden aufgebraute Mehrlagenaufbau erstreckt sich vollständig über die eingebetteten Schaltkreise. Die Kontaktierung wird durch Viaholes zwischen Chip und der unteren Metallisierungslage hergestellt. Bei Hochfrequenzbausteinen kommt es aber durch die Materialbedeckung zu einer Verstimmung der eingesetzten Schaltungen und setzt speziell entwickelte Bausteine voraus. Die alternative "Chip-Last"-Technik vermeidet diese Bedeckung. Die Bausteine werden erst nach der Prozessierung der Dünnschichtverdrahtung eingesetzt und mit der Kante der obersten Dünnschichtlage ausgerichtet. Anschließend wird eine zusätzliche Metallisierungslage zur Kontaktierung aufgebracht.



Substratmaterial: Keramik ( $\epsilon_r = 9.8$ )  
 Substratdicke  $h = 317.5 \mu\text{m}$   
 Metallisierung:  $t \rightarrow 0, \sigma \rightarrow \infty$   
 Leiterbreite  $w = 625 \mu\text{m}$   
 Spaltbreite  $s = 312.5 \mu\text{m}$   
 Bonddraht  $\varnothing d = 317.5 \mu\text{m}, l = 4.0775 \text{ mm}$   
 Abstand des Bonddrahts  $\approx 317.5 \mu\text{m}$

ABBILDUNG 4.3. Planare Spiralinduktivität mit Bonddrahtbrücke in Microstrip-Technik

Die beim "Chip-First"-Verfahren auftretende thermische Beanspruchung der Bausteine während des Aushärtens der Dünnschichten entfällt auf diese Weise. Zum Ausgleich thermisch bedingter Materialspannungen können die Verbindungsbrücken von der zu überquerenden Klebefuge durch einen Abdeckrahmen aus Dielektrikum abgehoben oder als definierte Luftbrücken ausgeführt werden.

In allen Fällen entfallen zusätzliche Elemente wie Bonddrähte, so daß reflexionsarme Chipkontaktierung mit gutem Transmissionsverhalten bis in den Millimeterwellenbereich vorliegen. Auch das anschließende Verdrahtungssystem auf dem MCM-Trägersubstrat weist entsprechende Eigenschaften auf. Zur Leitungsführung können verschiedenste Leitungstypen wie Microstrip, invertierte Microstrip, Finite-Ground Microstrip, Koplanarleitung oder koplanare Dreistreifenleitung verwendet werden. Mit Schichtdicken bis  $25 \mu\text{m}$  werden für  $50 \Omega$  Leitungen Leiterbreiten kleiner  $100 \mu\text{m}$  benötigt, so daß einmodige Verbindungsleitungen mit annähernd konstantem und reellem Wellenwiderstand bis über  $100 \text{ GHz}$  vorliegen (Abbildung 4.2). Auch die daraus resultierende Packdichte ist zur Minimierung der Verbindungswege von Bedeutung. Die Leitungsdämpfung ist infolge der dielektrischen Verluste der Polymere ( $\tan \delta$  bis zu  $0.02$ ) relativ hoch, bleibt aber durch die bewußt dicken Metallisierungslagen mit typischen Werten  $< 0.3 \frac{\text{dB}}{\text{mm}}$  für  $f \in [0,30] \text{ GHz}$  in einem annehmbaren Rahmen (Wolf et al. 1997). Berücksichtigt man die sehr kurzen Verbindungswege zwischen den einzelnen Komponenten, wie sie bei einer Mindeststegbreite von nur  $500 \mu\text{m}$  zwischen eingebetteten Chips verbleiben, kann von einer ausreichenden Qualität des Leitungssystems gesprochen werden (Mangold et al. 1998a). Wie die folgenden Beispiele zeigen, können auch passive Bauelemente wie Induktivitäten und Kondensatoren in dieser Mehrlagentechnik realisiert werden.

## 2. Verifikation an Literaturbeispiel

Als erste modellierte Struktur ist ein bekanntes Beispiel aus der Literatur herangezogen worden. Die in Abbildung 4.3 skizzierte Spiralinduktivität wurde erstmals von Rittweger & Wolff (1990) als Teststruktur angegeben und zwischenzeitlich von mehreren Autoren zur Verifikation von numerischen Verfahren verwendet (Becks & Wolff 1992). Sie ist in Microstrip-Technik aufgebaut, besitzt eine relativ dicke Bonddrahtbrücke und zeichnet sich durch ein ausgewogenes und regelmäßiges Verhältnis zwischen Spalt- und Leiterbreite aus. Obwohl eine angepaßte Diskretisierung bei sehr geringem Aufwand möglich ist, stellt die planare Spule ein anspruchsvolles Modellierungsproblem dar und ist als Verifikationsobjekt bestens geeignet. Da breitbandige Meßdaten für diese Struktur bis weit in den Bereich der

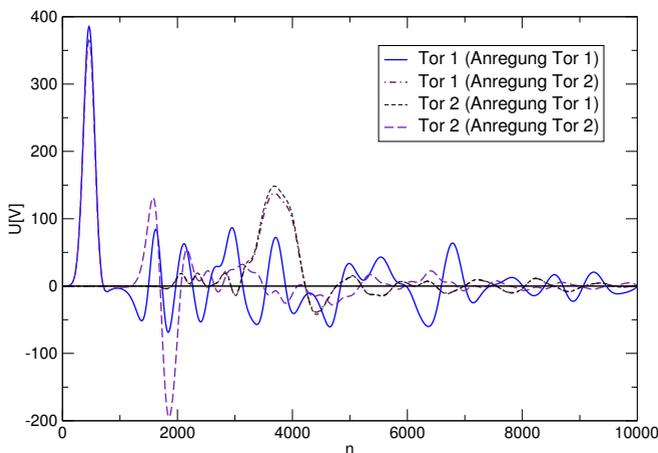


ABBILDUNG 4.4. Planare Spiralinduktivität (Abb.4.3): Mit der TLM-Methode berechnete Torspannungen

Resonanzfrequenzen vorliegen, kann sie verallgemeinert als komplexe verteilte Schaltung behandelt werden. Sie bildet somit auch ein hervorragendes Verifikationsbeispiel für das entwickelte Verfahren zur Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder aus Kapitel 2.

Im ersten Schritt wurde ein kompletter Satz an Impulsantworten bzw. äquivalenter Signalpaare zur Schaltungsbeschreibung mit der TLM-Methode berechnet. Da es sich um eine offene Struktur handelt, wurden bis auf die unterseitige Massemetallisierung alle restlichen Begrenzungsflächen des quaderförmigen Simulationsgebietes reflexionsfrei abgeschlossen. Die Größe des Simulationsgebietes bzw. die Ausdehnung des einzuschließenden Nahfeldes der Struktur wurde vorweg abgeschätzt und durch eine dreidimensionale Visualisierung der berechneten Feldentwicklung überprüft. Als Eingangssignal diente in beiden notwendigen Simulationen ein auf den Einmodigkeitsbereich der Zuleitungen bandbegrenzter Gaußpuls. Über Linienintegrale des elektrischen Feldes in den Torebenen können die totalen Spannungen der Leitungswellen, wie in Abbildung 4.4 aufgetragen, beobachtet werden. Zur Separation von ein- und auslaufender Wellen wurde in einer Referenzsimulation der Zuleitungen die einlaufende Welle bestimmt. Da in diesem Aufbau ausschließlich Leitungswellen in eine Ausbreitungsrichtung vorliegen, kann aus den beobachtbaren Spannungen  $U^+(\omega)$  und Strömen  $I^+(\omega)$  gleichzeitig der benötigte Wellenwiderstand der Leitungen über

$$(4.1) \quad Z_w(\omega) = \frac{U^+(\omega)}{I^+(\omega)}$$

berechnet werden. Auf Grund der Asymmetrie der Struktur sind zur vollständigen Beschreibung zwei Simulationen mit jeweils exklusiver Anregung eines der beiden Schaltungstore notwendig.

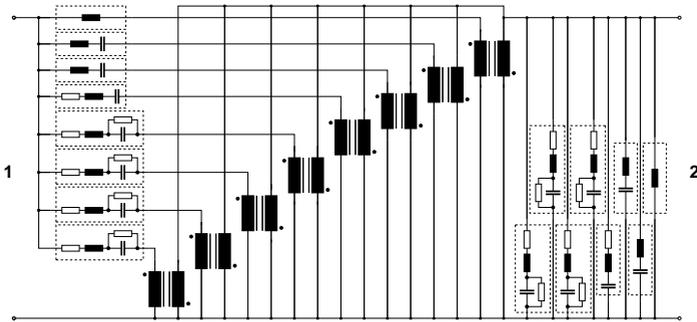


ABBILDUNG 4.5. Planare Spiralinduktivität (Abb.4.3): Generiertes Ersatzschaltbild mit 8 Polstellen

Mit den berechneten Spannungsverläufen als Eingangsdaten wurde anschließend ein äquivalentes Netzwerkmodell aus konzentrierten Elementen generiert. Der Gültigkeitsbereich  $\mathcal{G}$  des extrahierten Ersatzschaltbildes wurde auf  $f \in [0,20]$  GHz festgelegt und umfaßt den kompletten Frequenzbereich der verfügbaren Referenzdaten. Von der automatischen Polstellenextraktion nach Abschnitt 3.4 konnten für diesen Frequenzbereich 7 dominierende Polstellen der Schaltung gefunden werden. Nach Einbeziehung der Polstelle bei  $f=\infty$  und abschließender Bestimmung der zugehörigen Polstellenamplituden ergab sich das in Abbildung 4.5 skizzierte Netzwerkmodell.

Zur Verifikation der Ergebnisse wurden die Streuparameter des generierten Ersatzschaltbildes berechnet und mit den Meßdaten der Spule verglichen. In Abbildung 4.6 sind zusätzlich die aus den Spannungsverläufen der TLM-Simulation direkt berechneten S-Parameter aufgetragen. Sie stellen die vom Ersatzschaltbild nachzubildenden Eingangsdaten des Extraktionsverfahrens dar. Im Vergleich mit den Meßdaten liegt eine gute Übereinstimmung mit den Streuparametern der Feldmodellierung vor. Eine leichte und für die TLM-Methode typische Verschiebung der beiden Resonanzstellen bei 12 und 15.7 GHz ist zu erkennen. Der Phasenversatz in der Transmission  $S_{21}(f)$  ist auf unterschiedliche Positionen der Tor-ebenen in Simulation und Messung zurückzuführen. Betrachtet man die S-Parameter des extrahierten Ersatzschaltbildes, liegt der verbleibende Restfehler gegenüber den zu approximierenden Eingangsdaten der TLM-Simulation im gleichen Rahmen wie die Abweichung zwischen Meßdaten und Feldsimulation. Obwohl nur 8 Polstellen im Netzwerkmodell enthalten sind, wurde der komplexe Frequenzverlauf der Spiralinduktivität über das gesamte Frequenzband bis 20 GHz mit allen charakteristischen Merkmalen vom Ersatzschaltbild korrekt nachgebildet. Ausschlaggebend für den vorliegenden Approximationsfehler ist der bewußt eingeschränkte Parameterraum des Modells auf passive reziproke Schaltungen und die Wahl der Fehlerfunktion zur Bestimmung der Polstellenamplituden. Sowohl Meßdaten als auch berechnete Streuparameter erfüllen diese bekannten Eigenschaften der Schaltung nicht für jeden Frequenzpunkt. Schuld daran sind Meßungenauigkeiten und die verbleibende Reflexion an Freiraumabschlüssen in der TLM-Simulation.

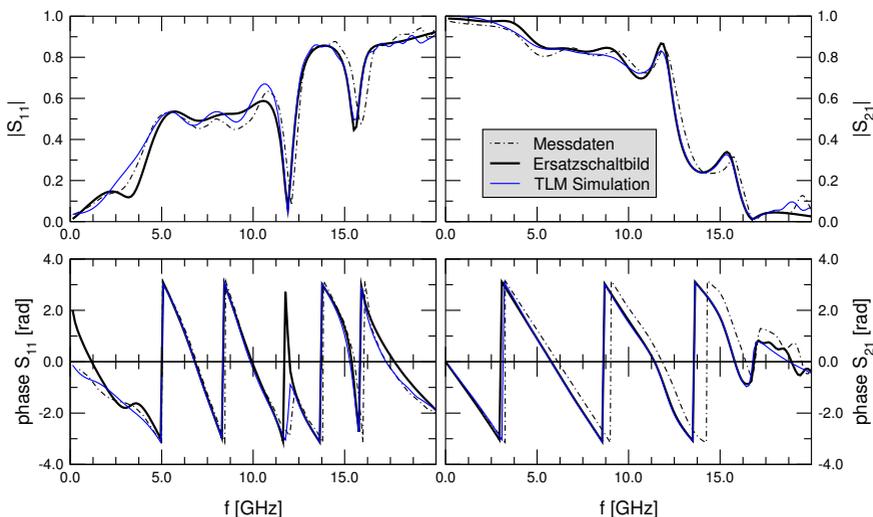


ABBILDUNG 4.6. Planare Spiralinduktivität (Abb.4.3): S-Parameter von Messung, Feldsimulation und Ersatzschaltbild

Zusammenfassend hat dieses Verifikationsbeispiel die Fähigkeiten des entwickelten Feldsimulators und dem Verfahren zur Ersatzschaltbildgenerierung demonstriert. Ohne Wissen der Meßtoleranz kann keine Aussage über die Genauigkeit des verwendeten TLM-Schemas gemacht werden. Da aber der mittlere Abstand zwischen Feldsimulation und Messung ähnlich dem anderer numerischer Verfahren ist (Becks & Wolff 1992), können grundlegende Fehler der Feldberechnung ausgeschlossen werden. Die Eignung und Zuverlässigkeit des im weiteren verwendeten Analysewerkzeuges ist mit den vorliegenden Ergebnissen in ausreichendem Maße sichergestellt.

### 3. Passive Schaltungselemente

Als erste Modellierungsbeispiele neuartiger Strukturen werden im folgenden die erzielten Ergebnisse für passive Schaltungselemente in der Dünnfilmverdrahtung der zuvor beschriebenen MCM-Aufbautechnik (Abschnitt 1) exemplarisch vorgestellt. Neben der Generierung äquivalenter Ersatzschaltbilder stand auch der Entwurf optimierter Strukturen im Vordergrund, welche die Möglichkeiten des Mehrlagenaufbaus mit zwei strukturierbaren Metallisierungsebenen ausschöpfen. Anhand von Feldsimulationen wurden für planare Strukturen wie Spulen, Übertrager und Koppelkondensatoren die Einflüsse offener Parameter berechnet und neuartiger Konzepte untersucht.

**3.1. Analytische Fortsetzung von Zeitsignalen.** Bei der Zeitbereichsmodellierung derartiger Strukturen besteht ein für Spulen und Kondensatoren generelles Problem: Je höher die Güte der Strukturen, desto länger die Impulsantworten des Bauelements. Zur direkten Berechnung von Netzwerkparametern und deren Darstellung im Frequenzbereich oder

der Extraktion eines Netzwerkmodells nach Kapitel 2 werden die Impulsantworten jedoch vollständig benötigt, so daß der Rechenaufwand einer Vollwellenanalyse mit der TLM-Methode unbegrenzt ansteigen kann. Um dies zu vermeiden, wird die TLM-Simulation meist vor dem Abklingen der Zeitsignale abgebrochen. Eine korrekte Berechnung von Frequenzbereichsparametern ist dann nur noch über Methoden der Systemidentifikation möglich. Das Grundprinzip besteht hierbei in der Bestimmung eines passenden Systemmodells aus den nur begrenzt bekannten Zeitsignalen. Anstelle aber die vollständigen Zeitsignale der TLM-Simulation zur Extraktion eines Systemmodells der Struktur heranzuziehen (Eswarappa & Hoefler 1996), was sehr aufwendig sein kann und nur bedingt konvergiert, wird in dieser Arbeit ein leicht unterschiedlicher Weg gegangen. Ziel ist ebenfalls die Fortsetzung der Zeitsignale über ein entsprechendes Systemmodell. Um dies möglichst effizient zu erreichen, wird ausgenutzt, daß sich die Antwort  $o(t)$  eines linear zeitinvarianten Systems, wie es eine passive Schaltung darstellt, bei Anregung mit dem Signal  $i(t)$  folgendermaßen zerlegen läßt:

$$(4.2) \quad o(t) = o_d(t) + o_i(t)$$

Die Durchdringung  $o_d(t)$  wird ausschließlich vom Eingangssignal  $i(t)$  festgelegt und stellt dessen direkten Durchgriff auf den Ausgang dar. Der Term  $o_i(t)$  repräsentiert hingegen die von den gleichzeitig angeregten Eigenschwingungen des System hervorgerufenen Signalanteile. Liegt als Eingangssignal ein zeitlich begrenztes Signal vor, wie es in TLM-Simulationen mit gaußförmiger Anregung meist der Fall ist, weist auch die Durchdringung  $o_d(t)$  ein sehr rasches Abklingen auf. Speziell bei Strukturen hoher Güte ist die Zeitdauer von  $o_i(t)$  deutlich größer als die von  $o_d(t)$ . Ab einem Zeitpunkt  $t_n$  besteht die Systemantwort fast ausschließlich aus dem Signalanteil  $o_i(t)$ . Diese Tatsache kann insoweit vorteilhaft ausgenutzt werden, als daß es sich bei  $o_i(t)$  immer um eine reine Überlagerung abklingender Eigenschwingungen handelt, welche durch eine Signalzerlegung nach Prony (Blaricum & Mitra 1975) mit minimalem Aufwand beschrieben werden kann, wohingegen die Durchdringung  $o_d(t)$  abhängig vom Eingangssignal  $i(t)$  zu einem sehr aufwendigen Modell hoher Ordnung führen kann. Speziell Gaußpulse benötigen bei einer Signalzerlegung nach Prony eine hohe Ordnung und führen in der praktischen Umsetzung des Verfahrens zu Konvergenzproblemen.

Umfaßt die TLM-Simulation einer Struktur nun eine Zeitdauer  $T$ , in der ein ausreichend langes Zeitintervall  $[t_n, T]$  am Ende der berechneten Zeitsignale  $o(t)$  nur noch aus dem Signalanteil  $o_i(t)$  besteht, kann eine analytische Fortsetzung von noch nicht vollständig abgeklungenen Signalformen  $o'(t)$  sehr effizient erreicht werden. Indem nur dieses letzte Teilstück als Regressionsintervall zur Systemidentifikation herangezogen wird, kann es über Pronys Methode in eine Reihe aus abklingenden Eigenschwingungen mit nur wenigen Termen angenähert werden und erlaubt anschließend die analytische Fortsetzung der Signalformen  $o'(t)$  bis zu beliebigen Zeitpunkten. Abbildung 4.7 zeigt dieses Prinzip für typische Signalformen eines verteilten Kondensators. Konvergenzprobleme bei der Signalzerlegung konnten für dieses Vorgehen im Rahmen dieser Arbeit nicht beobachtet werden.

**3.2. Interdigitalkondensatoren.** Ein sehr wichtiges passives Schaltungselement in Multichip-Modulen stellen Blockkondensatoren zur Gleichspannungsentkopplung aktiver

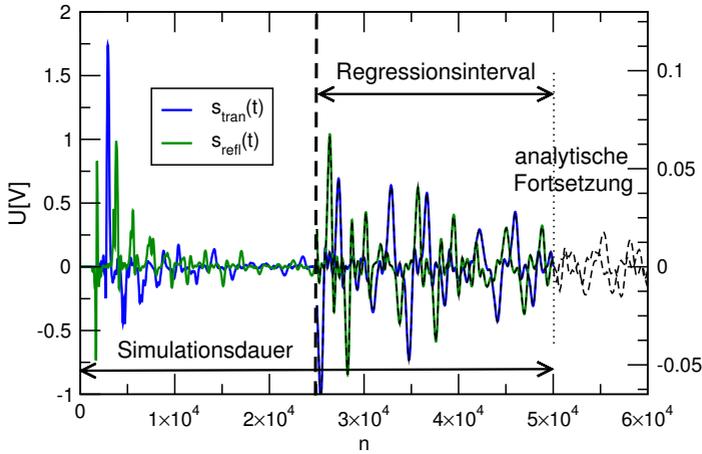
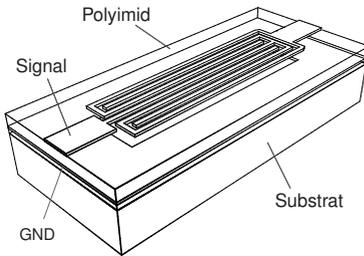


ABBILDUNG 4.7. Analytische Fortsetzung schwach abklingender Impulsantworten



Substrat: Keramik,  $h = 625 \mu\text{m}$  ( $\epsilon_r = 9.8$ )  
 Dünnschicht:  
 BCB ( $\epsilon_r = 2.9$ ) oder Polyimid ( $\epsilon_r = 3.3$ )  
 Schichtdicken  $d_1 = 10 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 25 \mu\text{m}$   
 Metallisierung: Kupfer  
 Dicke  $t = 4 \mu\text{m}$  ( $\sigma = 5 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ )  
 Leiterbreite  $w = 62 \mu\text{m}$  (BCB) |  $58 \mu\text{m}$  (PI)  
 Spalt-/Fingerbreite  $s = 10 \mu\text{m}$   
 Koppellänge  $l = 400 \mu\text{m}$   
 Breite der Masseöffnung  $g = 0 \dots 140 \mu\text{m}$

ABBILDUNG 4.8. Koppelkondensator in MCM-Dünnschichttechnologie: Modifizierte Interdigitalfingeranordnung mit Kompensationsöffnung in der Massefläche

Chips dar. Nach Möglichkeit werden serielle Kondensatoren direkt im Mehrlagenaufbau realisiert. Da in der beschriebenen MCM-Technologie aber keine dünnen Isolatorschichten  $< 5 \mu\text{m}$  zur Realisierung der in Halbleiterbausteinen üblichen MIM-Kondensatoren (Metall-Isolator-Metall) zur Verfügung stehen, werden für diesen Zweck Interdigitalstrukturen, wie in Abbildung 4.8 dargestellt, verwendet. In Signalpfaden mit Frequenzanteilen  $\gg 1 \text{ GHz}$  können diese Kondensatoren infolge des Flächenbedarfs meist nicht mehr als konzentrierte Elemente ausgelegt werden und müssen als verteilte Strukturen betrachtet werden, die nahe oder jenseits der niedrigsten Resonanzfrequenz betrieben werden. Für den Schaltungsentwurf wird daher eine Vollwellenanalyse zwingend erforderlich. Auch entsprechend breitbandige Ersatzschaltbilder werden in anschließenden Systemsimulationen auf Netzwerkebene benötigt.

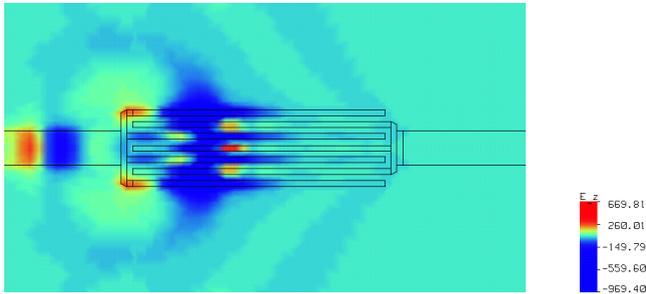


ABBILDUNG 4.9. Konventioneller Interdigitalfingerkondensator in Microstrip-Technik:  $E_z$ -Feldverteilung im Substrat nach Reflexion des Eingangspulses (Anregung von links)

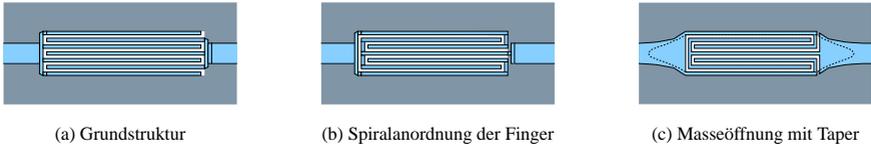


ABBILDUNG 4.10. Layoutvariationen des Koppelkondensators aus Abbildung 4.8

Neben den üblichen Freiheitsgraden wie Fingeranzahl, Spaltbreite oder Koppellänge bietet die MCM-Mehrlagentechnologie noch weitere Möglichkeiten für den Entwurf von Interdigitalstrukturen. Indem unter der Fingeranordnung die Massefläche entfernt wird, reduziert sich die parasitäre Parallelkapazität, wodurch das Übertragungsverhalten von  $\max[|S_{21}|]=0.75$  auf 0.93 verbessert wird (Mangold & Russer 1999a). In der Betrachtungsweise als verteilte Schaltung werden durch das Entfernen der Massemetallisierung die Wellenwiderstände der Leitungsmoden im Koppelbereich erhöht, so daß eine verbesserte Anpassung an die Zuleitungen vorliegt. Eine Darstellung der  $E_z$ -Feldverteilung eines konventionellen Interdigitalfingerkondensators mit geschlossener Massefläche zeigt diese Fehlanpassung (Abbildung 4.9). Der Vorzeichenwechsel des reflektierten Pulses (links) läßt auf die niedrigen Wellenwiderstände im inneren der Struktur schließen. Auch die an den Ecken vorliegenden Feldsingularitäten und daraus abgestrahlte Substratwellen sind zu erkennen. Ausgehend von dieser mit der TLM-Methode berechneten Feldverteilung können nun weitere optimierte Variationen der Struktur abgeleitet werden, wie sie in Abbildung 4.10(c) skizziert sind. Eine spiralförmige Anordnung der Koppelfinger (Abb. 4.10(b)) führt zur Halbierung der niedrigsten Resonanzfrequenz und verschiebt somit das erste Maximum von  $S_{21}$  der verteilten Schaltung zu niedrigeren Frequenzen. Ohne die statische Serienkapazität und damit den Flächenbedarf der Struktur zu erhöhen, kann auf diese Weise eine Erhöhung der Transmission für Frequenzen bis 50 GHz erreicht werden, was den berechneten Streuparametern aus Abbildung 4.11 zu entnehmen ist. Auch die Meßergebnisse der realen Struktur zeigen diesen positiven Effekt. Eine weitere Anpassung der Wellenwiderstände

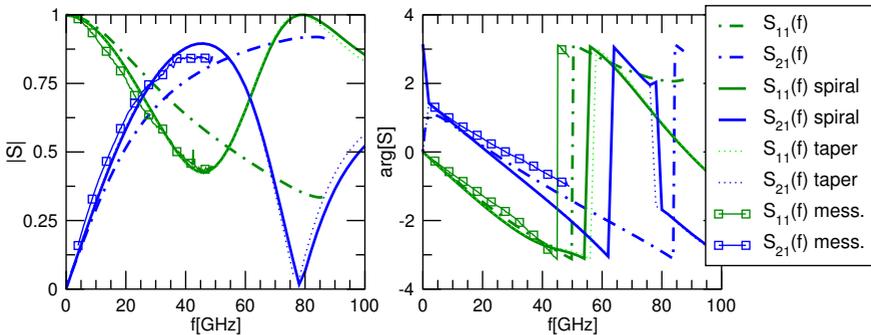
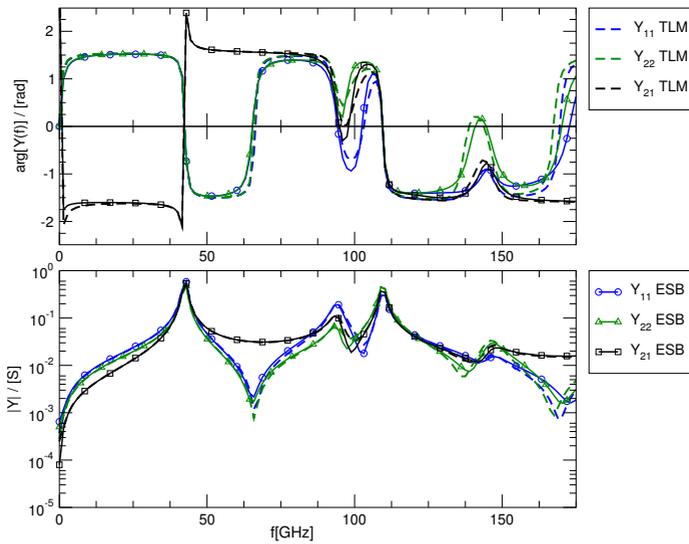


ABBILDUNG 4.11. Koppelkondensator (Abb. 4.8): Auswirkungen der Layout-Variationen nach Abbildung 4.10; Meßdaten zur Struktur mit Spiralanordnung der Koppelfinger (Abb. 4.10(b))

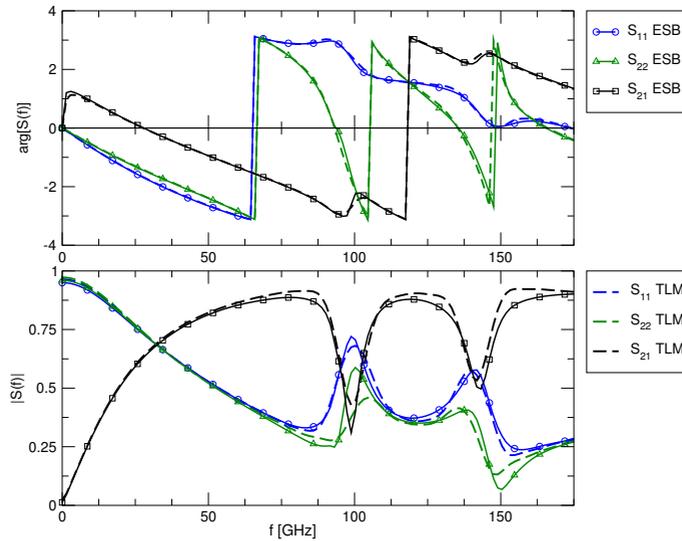
und gleichzeitige Reduktion der Abstrahlung an den Ecken der ursprünglichen Struktur durch eine kontinuierliche Aufweitung der Zuleitung, wie es in der Variation 4.10(c) realisiert ist, führt erst oberhalb der ersten Resonanzfrequenz bei 78 GHz zu einer sichtbaren Veränderung der Streuparameter.

Die Ergebnisse der Feldmodellierung zeigen allgemein, daß bei einer Mindestbreite von  $10 \mu\text{m}$  für Spalt- und Koppelfinger der Kapazitätsbelag pro Flächeneinheit zu klein ist, um für Frequenzen  $> 10 \text{ GHz}$  konzentrierte Koppelkondensatoren zu realisieren. Die gute Übereinstimmung im Vergleich mit Meßergebnissen demonstriert gleichzeitig die Eignung der TLM-Methode zum Entwurf der Strukturen als verteilte Hochfrequenzschaltungen. Das zu hohe Transmissionsmaximum der Simulationsergebnisse in Abbildung 4.11 ist auf die in der Parameterstudie vernachlässigten Leitungsverluste zurückzuführen.

Als letzter Schritt eines Modellierungszyklus verbleibt die Extraktion eines entsprechend breitbandigen Ersatzschaltbildes aus den vorliegenden Schaltungseigenschaften. Für den Koppelkondensator aus Abbildung 4.10(b) konnte ein Netzwerkmodell aus konzentrierten Elementen mit 12 Polstellen ähnlich dem Netzwerk aus Abbildung 4.5 automatisch generiert werden. Der Gültigkeitsbereich  $\mathcal{G}$  des Modells umfaßt den in Abbildung 4.12(a) dargestellten Frequenzbereich der Admittanzparameter. Im Vergleich mit den Eingangsdaten der Feldsimulation liegt über dem gesamten Frequenzbereich eine gute Übereinstimmung vor. Erst im komplexeren Verlauf oberhalb von 100 GHz kommt es zu erkennbaren Approximationsfehlern. An dieser Stelle sind als Beispiel für den in Abschnitt 4 diskutierten Einfluß der verwendeten Fehlerfunktion auch die Streuparameter des extrahierten Modells aufgetragen (Abb. 4.12(b)). Die Verteilung der verbleibenden Approximationsfehler über der Frequenz in  $Y$ - und  $S$ -Parameterdarstellung ist eindeutig unterschiedlich. In der Modellgenerierung wurden für dieses Beispiel ausschließlich  $Y$ -Parameter verwendet. Der Anwender des Extraktionsverfahrens hat nun den Freiheitsgrad, die Verteilung der Approximationsfehler durch eine gezielte Wahl der Fehlerfunktion zu beeinflussen. So könnten beispielsweise bestimmte Frequenzpunkte auf Kosten anderer Frequenzbänder besser approximiert werden.

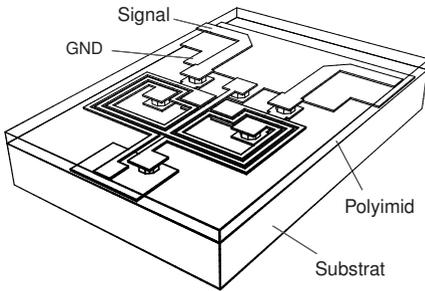


(a) Admittanzparameter



(b) Streuparameter

ABBILDUNG 4.12. Kondensator (Abb.4.10(b)): Vergleich zwischen Eingangsdaten und generiertem Netzwerkmodell in unterschiedlichen Parameterebenen



Substrat: Keramik,  $h = 625 \mu\text{m}$  ( $\epsilon_r = 9.8$ )  
 Dünnschicht: Polyimid ( $\epsilon_r = 3.3$ )  
 Schichtdicken  $d_1 = 10 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 25 \mu\text{m}$   
 Metallisierung: Kupfer  
 $t = 5 \mu\text{m}$  ( $\sigma = 5 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ )  
 Leiterbreite  $w = 58 \mu\text{m}$   
 Spalt-/Fingerbreite  $s = 15 \mu\text{m}$   
 Viaholes  $\varnothing d = 60 \mu\text{m}$

ABBILDUNG 4.13. Balun-Transformator in MCM-Dünnschichttechnologie; Zuleitungen mit endlicher Massemetallisierung  $b=200 \mu\text{m}$  (*Finite-Ground Microstrip* (FGMS))

**3.3. Balun-Transformator.** Ein zweites Beispiel aus der Klasse passiver Schaltungselemente in MCM-Dünnschichttechnologie soll die Leistungsfähigkeit des parallelisierten Programmcodes aufzeigen. Die TLM-Analyse des in Abbildung 4.13 dargestellte Balun-Transformators war nur durch verteiltes Rechnen auf mehreren Prozessoren in praktikabler Ausführungszeit möglich. Der hohe Ressourcenaufwand leitet sich für diese Struktur aus mehreren Faktoren ab. Zum einen verlangen Geometriedetails der Schaltung, wie Leiter- und Spaltbreiten der Windungen, eine relativ feine Diskretisierung. Mit dem Minimum von 3 Zellen auf  $15 \mu\text{m}$  Spaltbreite ergibt sich eine Zellgröße von  $\Delta l=5 \mu\text{m}$ . Selbst bei der Anwendung eines variablen Gitters mit verzerrten TLM-Zellen bis  $15 \mu\text{m}$  Kantenlänge ergibt sich infolge des weitreichenden Streufeldes des planaren Transformators ein Simulationenvolumen von  $12,83 \times 10^6$  TLM-Zellen, was einem Speicherbedarf von  $\approx 1 \text{ GByte}$  entspricht. Obwohl dieses Speichervolumen auf modernen Workstations bereits zur Verfügung steht und eine Simulation mit konventionellem Programmcode prinzipiell möglich ist, wird in der Praxis der Einsatz von Parallelcode notwendig. Begründet ist dies in der mit dem Speichervolumen proportional ansteigenden Rechenzeit. Für den Balun waren mit der gewählten Diskretisierung 90000 Zeitschritte notwendig, was zu einem Rechenaufwand von  $1,15 \times 10^{12}$  Streuoperationen führt. Unter der Annahme einer mittleren Streuleistung von  $1,5 \times 10^6$  Knoten pro Sekunde auf einem einzelnen Rechner entspricht dies einer Simulationszeit von ca. 230 CPU-Stunden, also mehr als 9 Tage. Mit parallelisiertem Programmcode kann die Simulationszeit bei einer Verteilung auf 4 Rechenknoten bereits unter 2,5 Tage reduziert werden, was in der Praxis einer gerade noch akzeptablen Wartezeit von einem Wochenende entspricht. Durch die gute Skalierbarkeit des entwickelten TLM-Programms konnte die eben angenommenen Nettostreuleistungen auch praktisch erreicht werden. Die Rechenzeit für den Balun-Transformator lag unter Verwendung von 4 HP C360 Workstations bei 58 Stunden, was einer totalen Nettostreuleistung von annähernd  $6 \times 10^6$  Knoten pro Sekunde entspricht.

Zur Verifikation der korrekten (ausreichend großen) Gittergröße und Schaltungsanalyse werden die Feldzustände an bestimmten Zeitpunkten abgespeichert und nach Ende der Simulation geeignet visualisiert. Abbildung 4.14 zeigt beispielsweise die Verteilung der

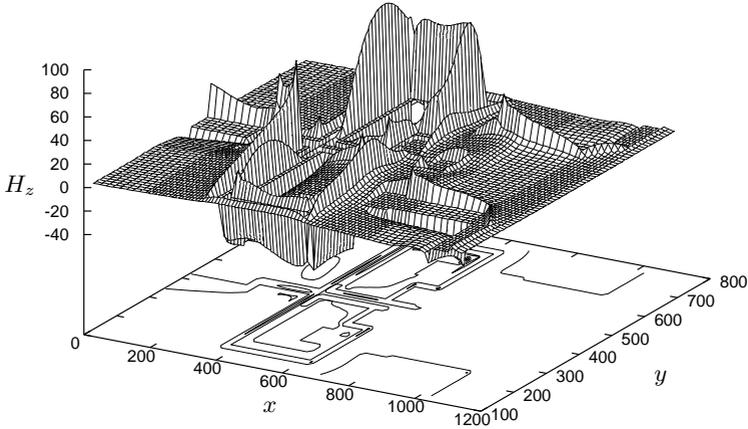


ABBILDUNG 4.14. Balun-Transformator (Abb.4.13): normale  $H_z$ -Feldverteilung in der obersten Metallisierungslage, (x,y) Abmessungen in  $\mu\text{m}$

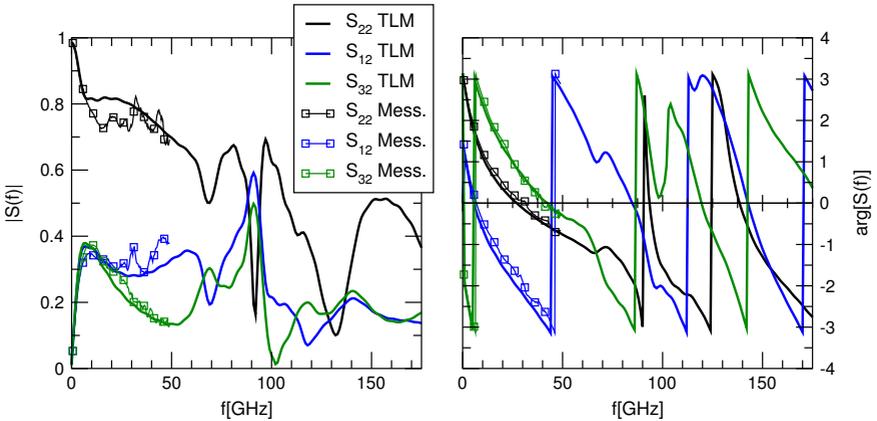
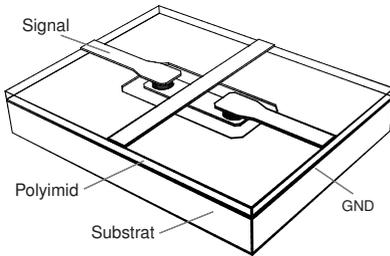


ABBILDUNG 4.15. Balun-Transformator (Abb.4.13): Vergleich der S-Parameter von Messung und TLM-Simulation

vertikalen  $H$ -Feldkomponente zu einem eingeschwungenen Zeitpunkt in der Spulen. Die Genauigkeit der TLM-Simulation zeigt sich im Vergleich mit den Meßdaten des Baluns. In Abbildung 4.15 sind hierzu die Streuparameter von Feldsimulation und Messung aufgetragen. Zu den Meßdaten ist anzumerken, daß die Meßgenauigkeit durch den Meßaufbau bedingt relativ hoch ist. Dies spiegelt sich im unruhigen Verlauf der Streuparameter wieder. Die direkte On-Wafer Messung des 3-Tor Elements mit einem 2-Tor Netzwerkanalysator

**Substrat:**Keramik,  $h=625 \mu\text{m}$  ( $\epsilon_r = 9.8$ )Silizium,  $h=550 \mu\text{m}$  ( $\epsilon_r=11.9$ ,  $\rho=5 \Omega\text{cm}$ )Dünnschicht: Polyimid ( $\epsilon_r = 3.3$ )Schichtdicken  $d_1 = 10 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 25 \mu\text{m}$ **Metallisierung:**Kupfer ( $\sigma = 5 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ )  $t = 5 \mu\text{m}$ Leiterbreite  $w = 58 \mu\text{m}$ Abstand Signalleiter  $s = 20 \dots 40 \mu\text{m}$ Viaholes  $\varnothing d = 60 \mu\text{m}$ 

ABILDUNG 4.16. Microstrip-Leitungskreuzung in MCM-Dünnschichttechnologie

machte einen Umbau der Meßspitzen im kalibrierten Zustand unvermeidlich, was zu entsprechenden Ungenauigkeiten führt. Der Vergleich zwischen Simulationsergebnissen und Messung zeigt aber, daß in der TLM-Simulation alle wesentlichen Merkmale der Struktur, wie das Maximum der Vorwärtsübertragungen  $S_{12}$  und  $S_{32}$  bei 10 GHz, richtig berechnet wurden. Auch die Asymmetrie der Struktur infolge der Durchkontaktierung am Eingangstor 2 der Schaltung spiegelt sich in den Simulationsergebnissen korrekt wieder. Unter Berücksichtigung der vorliegenden Meßtoleranz hat die TLM-Modellierung die Schaltungseigenschaften des Balun-Transformators in guter Übereinstimmung mit den vorliegenden Meßergebnissen vorhergesagt.

#### 4. Leitungskreuzung

Mit dem Beispiel einer Leitungskreuzung soll die Ersatzschaltbildgenerierung für ein Schaltungselement mit mehr als zwei Toren gezeigt werden. Abbildung 4.16 zeigt die untersuchte orthogonale Kreuzung zweier Microstrip-Leitungen in MCM-Dünnschichttechnologie. Die galvanische Verbindung der gekreuzten Signalfade kann durch die strukturierbare Massemetallisierung und Durchkontaktierungen sehr definiert und ohne zusätzliche Elemente wie Luftbrücken oder Bonddrähte realisiert werden.

Ausgangspunkt für die Generierung eines breitbandigen Ersatzschaltbildes war wiederum die Vollwellenanalyse der Struktur mit der TLM-Methode. Zur vollständigen Schaltungsbeschreibung sind infolge der vorliegenden Symmetrie jedoch nur zwei Feldsimulationen für die beiden unterschiedlichen Signalfade notwendig. Abbildung 4.17 zeigt die aus den Impulsantworten berechneten Streuparameter der Kreuzung. Die zugehörige Polstellenverteilung wurde bereits in Kapitel 2, Abbildung 2.6 (Seite 22) zur Erläuterung des Extraktionsverfahrens gegeben. Nach einer Entnormierung dieser Darstellung mit  $0.01\omega = 95,64 \text{ GHz}$  können die niedrigsten Polstellen der Leitungskreuzung im Bereich um 100 GHz identifiziert werden. Für Ersatzschaltbilder mit einem Gültigkeitsbereich größer 20 GHz ist es daher nicht mehr ausreichend, nur die Leitungsverkopplung infolge der statischen Kopplkapazität zu berücksichtigen. Speziell der nichtlineare Schaltungsentwurf, für den auch höhere Harmonische der Grundwelle von Bedeutung sind, verlangt nach entsprechend breitbandige Netzwerkmodelle der Leitungsdiskontinuitäten, welche diese Polstellen beinhalten.

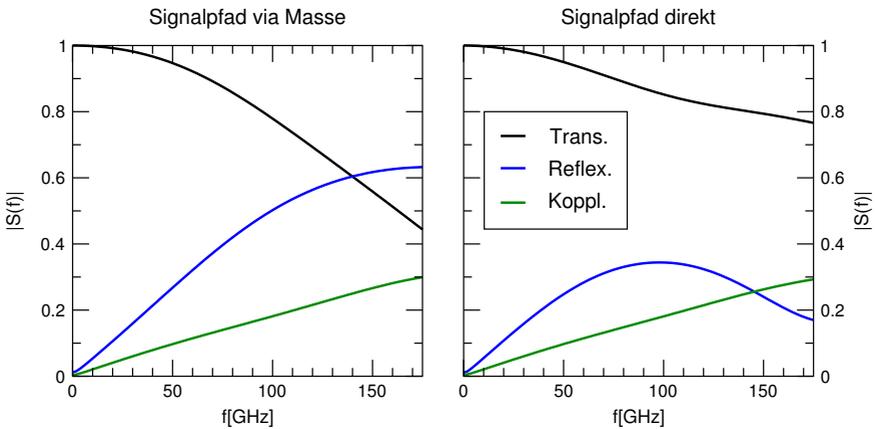


ABBILDUNG 4.17. S-Parameter für die beiden unterschiedlichen Signalpfade der Leitungskreuzung aus Abb. 4.16

Werden beispielsweise 9 Polstellen bei der Ersatzschaltbildgenerierung der Leitungskreuzung einbezogen, kann ein Gültigkeitsbereich von DC bis über 150 GHz abgedeckt werden. Das so extrahierte Netzwerkmodell ist in Abbildung 4.18 dargestellt. Bemerkenswert an dem Ergebnis ist die Tatsache, daß infolge der Symmetrie der Leitungskreuzung viele der Polstellen nur mit den Schaltungstoren eines Signalpfades verknüpft sind. Bei der Ersatzschaltbildgenerierung spiegelt sich dies in nicht vollbesetzten Matrizen  $\mathbf{A}^{(n)}$  wieder. In Abbildung 4.18 sind zur Verdeutlichung der Netzwerktopologie die mit einer Polstelle assoziierten konzentrierten Elemente geeignet gruppiert und über eingetragene Begrenzungslinien gekennzeichnet.

An diesem Beispiel soll auch gezeigt werden, daß die generierten Netzwerkmodelle problemlos in Transientenanalysen nichtlinearer Schaltungen eingesetzt werden können. Abbildung 4.19 stellt hierzu *SPICE*-Simulationen der generierten Ersatzschaltbilder den entsprechenden TLM-Simulationen der Leitungskreuzung gegenüber (Quarles et al. 1993). Wird als gemeinsames Anregungssignal von Netzwerk- und Vollwellenanalyse der Gaußpuls der ursprünglichen TLM-Simulation verwendet (Abb. 4.19(a)), liegt jedoch ein deutlicher Unterschied zwischen den beiden Spannungsverläufen vor, was darin begründet ist, daß das Eingangssignal den Gültigkeitsbereich des vorliegenden Netzwerkmodells weit übersteigt. Der Vergleich zeigt aber deutlich die Stabilität des generierten Ersatzschaltbildes. Abgesehen von einem zusätzlichen Tiefpaßverhalten wird die Transmission, Reflexion und Leitungsverkopplung in der Netzwerkanalyse prinzipiell richtig berechnet. Erst eine zusätzliche TLM-Simulation, welche als Anregungssignal einen auf die Bandbreite des Ersatzschaltbildes begrenzten Gaußpuls verwendet, macht einen aussagekräftigen Vergleich im Zeitbereich möglich. Abbildung 4.19 zeigt die Spannungsverläufe einer derartigen Situation. Die Approximationsgenauigkeit der Feldsimulation durch das Netzwerkmodell ist

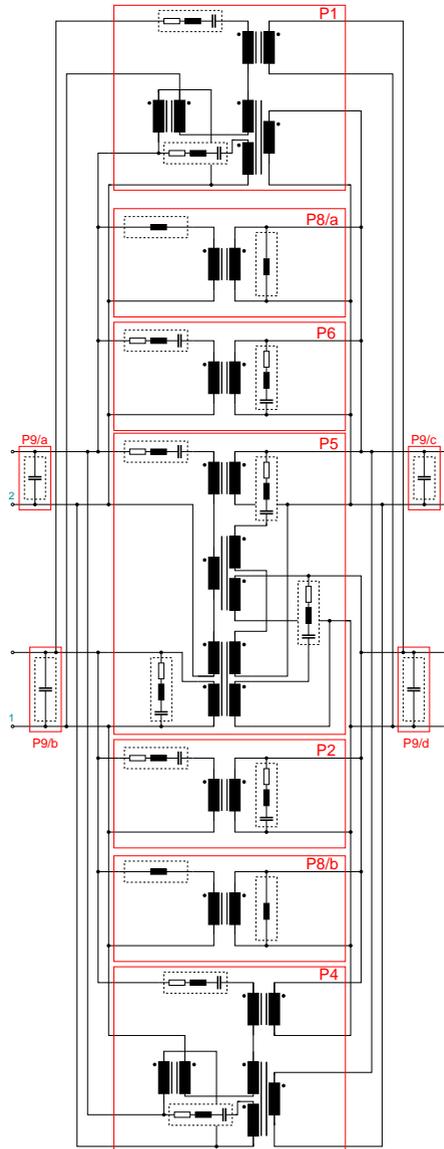


ABBILDUNG 4.18. Leitungskreuzung: Generiertes Ersatzschaltbild mit 9 Polstellen

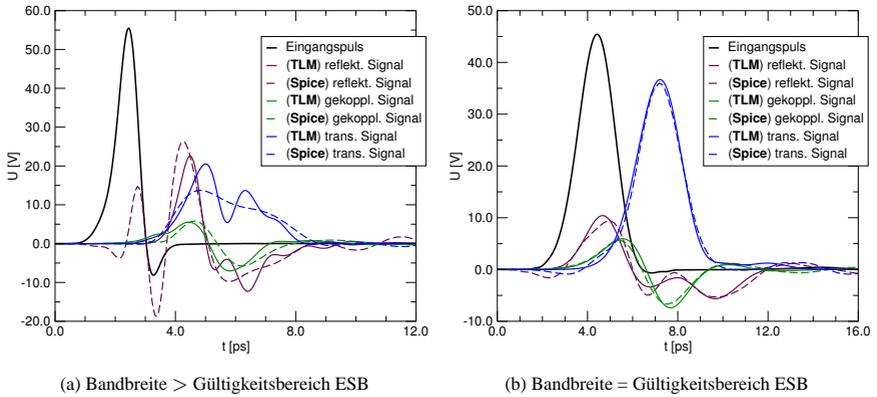


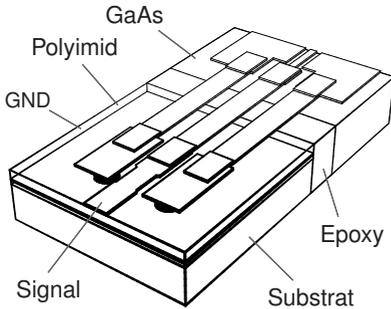
ABBILDUNG 4.19. Vergleich zwischen TLM-Simulation und Transientenanalyse des generierten Ersatzschaltbildes für unterschiedliche Bandbreiten des Eingangspulses

im allgemeinen sehr gut. Sichtbare Abweichungen liegen an der Bandbreite des gemeinsamen Eingangspuls von mehr als 150 GHz bis an den oberen Rand des Gültigkeitsbereichs und den noch vorhandenen Frequenzanteilen außerhalb dieses Bereichs.

## 5. Chipkontaktierung

Ein großer Vorteil der Feldberechnung im Zeitbereich liegt in den Analysemöglichkeiten durch eine geeignete Visualisierung der Feldevolution. Im Gegensatz zum Frequenzbereich, wo eingeschwingene Zustände der Struktur ermittelt werden, erlaubt der Zeitbereich die geometrische Zuordnung elementarer physikalischer Prozesse wie Signalausbreitung, Reflexion und Abstrahlung an die jeweiligen Diskontinuitäten einer Struktur. Speziell bei komplexen Aufbauten können so wertvolle Informationen für weitere Optimierungsschritte gewonnen werden, die im eingeschwingenen Feldzustand nicht mehr ersichtlich sind. Am Beispiel von Chipkontaktierungen in "Chip-Last"-Technologie sollen diese Möglichkeiten der Schaltungsanalyse im folgenden aufgezeigt werden.

**5.1. Koplanarer Einzelkontakt in "Chip-Last"-Technologie.** Das Übertragungsverhalten des in Abbildung 4.20 dargestellten koplanaren Einzelkontakts wurde mit Hilfe der TLM-Methode durch die Einspeisung eines sehr breitbandigen gaußförmigen Pulssignals auf einer der Zuleitungen berechnet. Der galvanische Kontakt zum eingeklebten Gallium-Arsenid-Chip wird durch eine bis zu  $5 \mu\text{m}$  dicke, koplanar ausgeführte Leiterbrücke hergestellt, welche direkt auf den Kontaktierungsflächen, Substrat und Klebefuge aufsitzt. Integrierte Durchkontaktierungen auf dem Trägersubstrat bilden den Übergang auf das in Microstrip-Technik ausgeführte Leitungssystem des MCM-Moduls. Durch diese konsequent hochfrequenztaugliche Signalführung wird im technisch relevanten Frequenzbereich bis 100 GHz ein sehr gutes Übertragungsverhalten erreicht, wie es auch in den berechneten Streuparametern aus Abbildung 4.21 zu sehen ist. Sie zeigen auch den Einfluß der di-



Substrat: Keramik,  $h = 625 \mu\text{m}$  ( $\epsilon_r = 9.8$ )  
 Dünnfilm: BCB ( $\epsilon_r = 2.7$ ,  $\tan \delta = 0.002$ )  
 Schichtdicken  $d_1 = 10 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 25 \mu\text{m}$   
 MCM-Metallisierung:  
 Kupfer ( $\sigma = 5 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ )  $t = 5 \mu\text{m}$   
 Leiter (Microstrip)  $w_1 = 62 \mu\text{m}$   
 CPW (Chip)  $w_2 = 15 \mu\text{m}$ ,  $s_2 = 10 \mu\text{m}$   
 Brücke:  $w_3 = 64 \mu\text{m}$ ,  $s_3 = 40 \mu\text{m}$   
 Fugenbreite  $f = 100 \mu\text{m}$   
 Viaholes  $\varnothing d = 60 \mu\text{m}$

ABBILDUNG 4.20. Chipkontaktierung in "Chip-Last"-Technologie: eingebetteter GaAs-Chip ( $\epsilon_r = 12.9$ ) verflut mit Epoxykleber ( $\epsilon_r = 5.1$ ,  $\tan \delta \approx 0.005 \dots 0.01$ ) bei koplanarer Kontaktierung (Kupfer, Dicke  $t_b = 1 \dots 5 \mu\text{m}$ )

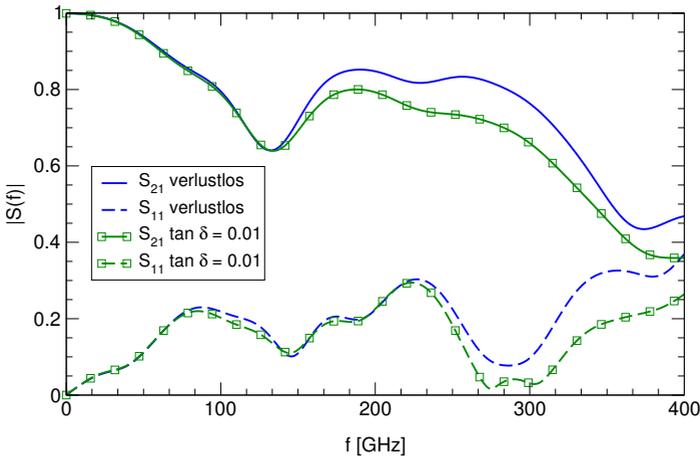


ABBILDUNG 4.21. S-Parameter des Übergangs aus Abb. 4.20: Verlustanpassung durch dielektrische Verluste in der Klebefuge

elektrischen Verluste des Epoxyklebers im Fugenbereich. Zur Modellierung des annähernd konstanten Verlustwinkels von  $\tan \delta \approx 0.01$  wurde in der TLM-Methode das vorgestellte Debye-Modell mit gleichzeitiger Überlagerung eines Ohm'schen Leitwerts verwendet. Auf diese Weise konnte mit  $\sigma = 0.02 \text{ [S/m]}$ ,  $\tau_d = 1 \times 10^{-12} \text{ s}$  und  $\epsilon_{r\infty} = 1$  ein ausreichend flacher Verlauf des Imaginärteils der komplexen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon(f)$  für den Frequenzbereich 10 bis 200 GHz erreicht werden. Der Vergleich mit einer TLM-Simulation ohne Verluste läßt einen Einfluß des verlustbehafteten Epoxyklebers erst ab 80 GHz in Form einer leichten Verlustanpassung erkennen. Zusätzliche Dämpfung infolge der dielektrischen Verluste treten in der Transmission der Kontaktierung erst oberhalb von 100 GHz

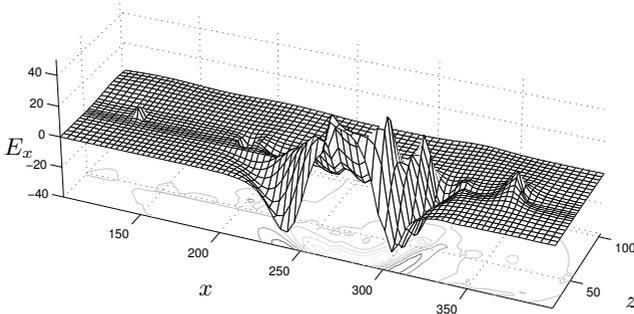


ABBILDUNG 4.22.  $E_x$ -Feldverteilung in der vertikalen  $(x,z)$ -Symmetrieebene längs des Übergangs aus Abb. 4.20: Abstrahlung einer Kugelwelle ins Substrat

auf, so daß die relativ schlechten Materialeigenschaften des Epoxy keine negativen Auswirkungen auf den technisch relevanten Anwendungsbereich haben. Mit weniger als 1 dB Transmissionsverlust bis 50 GHz liegt ein sehr breitbandiger Übergang vor.

Analysiert man die dreidimensionale Feldentwicklung in der Struktur, welche hierzu an 60 unterschiedlichen Zeitschritten abgespeichert wurde, lassen sich mehrere Streuzentren in der Kontaktierung identifizieren. Diese sind zum Teil auf eine Fehlanpassung der Wellenwiderstände einzelner Teilsektionen zurückzuführen. Neben dem Viaholeübergang auf die Brückenstruktur bildet vor allem der Sprung in den dielektrischen Eigenschaften und der Wegfall der Massemetallisierung zwischen Trägersubstrat und Klebefuge einen starken Reflexionspunkt. Der Übergang von den Kontaktierungsflächen auf die schmale Koplanarleitung des GaAs-Chips ist hingegen gut angepaßt und führt nur zu unwesentlichen Reflexionen. Bei einem Signalfluß vom Träger zum eingebetteten Chip führt der Wegfall der Massemetallisierung an der Klebefuge nicht nur zu einer Reflexion, sondern auch zur Abstrahlung einer Volumenwelle ins Substrat, Klebefuge und GaAs-Chip. Die in Abbildung 4.22 dargestellte Feldverteilung zeigt die Loslösung einer Kugelwelle an der Kante der Massemetallisierung bei  $(x,z)=(270,50)$ . Ursache für diesen Effekt ist die Aufspaltung der Signalenergie in sowohl Koplanar- als auch Microstrip-Mode im Leitungsabschnitt zwischen Durchkontaktierung und Klebefuge. Während der Signalanteil des Koplanarmodes an die Brückenmetallisierung gebunden ist und zum Chip geführt wird, liegt für den Microstrip-Mode an der Klebefuge ein Leerlauf vor. Dies führt zur Abstrahlung und starken Reflexion mit positivem Vorzeichen.

**5.2. Verkoppelte Kontaktierungen.** Weitere Analysen der Feldevolution des Einzelkontakts lassen erkennen, daß ein Teil der abgestrahlten Energie entlang der Metallisierungskante und in der Klebefuge geführt wird, was bei benachbarten Kontaktierungen zu ungewollten Verkopplungen führen kann. Aus diesem Grund wurde ein entsprechender "Worst-Case"-Aufbau mit maximaler Packdichte genauer untersucht und mit der TLM-Methode modelliert. Abbildung 4.23 zeigt 3 benachbarte Kontaktierungen identisch mit

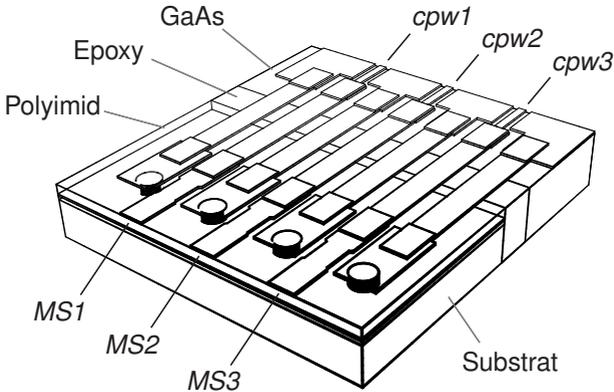


ABBILDUNG 4.23. 3 benachbarte Chipkontaktierungen aus Abbildung 4.20. "Worst-Case"-Fall der Verkopplung bei maximaler Packdichte durch gemeinsame Nutzung der Massebrücken (Leiterbreite  $w = 64 \mu\text{m}$  bei Spaltweite  $s = 40 \mu\text{m}$ )

dem Einzelkontakt aus Abbildung 4.20, wobei sich benachbarte Koplanarbrücken jeweils die Masseleiter teilen. Die Wahl von 3 verkoppelten Übergängen ist dadurch begründet, daß sich auf diese Weise die Symmetrie des Aufbaus ausnutzen läßt und effektiv nur 1.5 Übergänge berechnet werden müssen. Zur Berechnung des Übertragungsverhaltens wurden wiederum gaußförmige Pulssignale mit einer Bandbreite von ca. 1 THz an jeweils einem Schaltungstor eingespeist. Durch die Ausnutzung der Symmetrie ist zu beachten, daß z.B. eine Einspeisung am Tor *MS1* auch eine identische Einspeisung am Tor *MS3* mit sich zieht, was bei der direkten Berechnung der Streuparameter  $S_{CPW2,MS1}$  zu einem zusätzlichen Faktor 2 führt.

Das Kernproblem bei der TLM-Modellierung dieser Struktur liegt vor allem in einer korrekten Definition der Schaltungstore. In den koplanaren Zuleitungen auf Seiten des GaAs-Chips existieren im betrachteten Frequenzbereich neben dem genutzten symmetrischen Koplanar-Mode auch unabhängige Schlitzmoden in den beiden Spalten zwischen Masse und Signalleiter. Da die weitere Leitungsführung auf dem eingebetteten Chip unbestimmt ist, und keine zusätzlichen Luftbrücken zum Potentialausgleich zwischen den beiden getrennten Masseflächen beziehungsweise zur Unterdrückung der Schlitzmoden eingefügt werden sollten, mußte von der Existenz aller drei Moden ausgegangen werden. Wie in Abschnitt 1.7 bereits besprochen, ist eine Modenseparation im Zeitbereich sehr aufwendig und im verwendeten TLM-Code nicht umgesetzt. Deshalb wurden zur Abschätzung der nach Moden separierten Streuparameter die Übertragungsfunktionen  $S^1$  und  $S^2$  bezüglich der Spannungsübertragung in die Schlitzspannungen  $V^1$  und  $V^2$  und die Stromübertragung  $S^I$  bezüglich des Stroms im Mittelleiter berechnet. Die in Abbildung 4.24 dargestellten Streuparameter der verkoppelten Übergänge liegen daher teilweise in mehreren Versionen vor, welche durch entsprechende hochgestellte Indizes gekennzeichnet sind. Für Vorwärtsübertragungen  $S_{CPWi,MSi}$  unterscheiden sich die alternativen Streuparameter nur geringfügig,

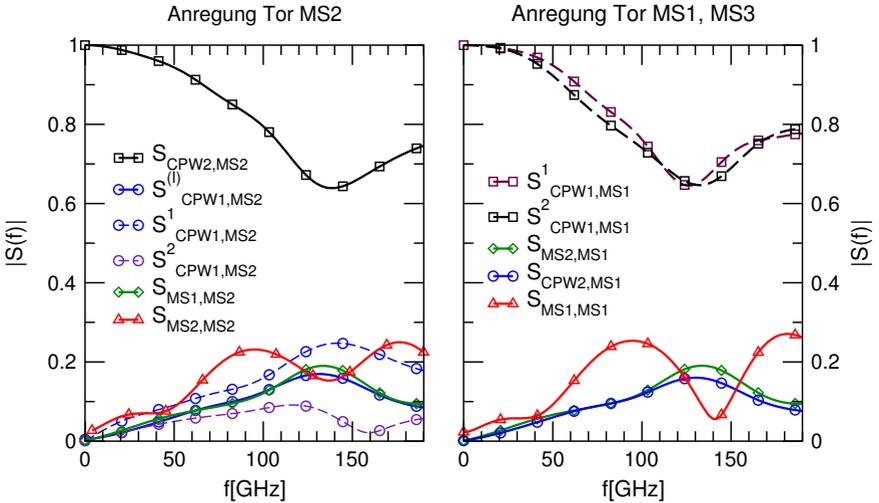


ABBILDUNG 4.24. S-Parameter der verkoppelten Übergänge aus Abb. 4.23

so daß von einer maßgeblichen Übertragung in den genutzten Koplanar-Mode ausgegangen werden kann. Bei Koppeltermen  $S_{CPW_i,MS_j}$  mit  $i \neq j$  unterscheiden sich die unterschiedlich definierten Streuparameter  $S^1$ ,  $S^2$  und  $S^I$  zum Teil erheblich. Hier muß von einer nicht vernachlässigbaren Anregung der Schlitzmoden ausgegangen werden. Für den Schaltungsentwurf bedeutet dies andererseits, daß bei Verwendung dieser Übergänge Luftbrücken zur Unterdrückung der Schlitzmoden auf dem GaAs-Chip zwingend erforderlich sind. Da die Streuparameter  $S^1$  und  $S^2$  den Streuparameter  $S^I$  annähernd symmetrisch einschließen, entspricht der Streuparameter  $S^I$  unabhängig von den Wellenwiderständen der einzelnen Moden, über welche eine Modenseparierung ausgehend von Strömen und Spannungen möglich wäre, der Kopplung in den Koplanar-Mode. Die Strombeiträge der Schlitzmoden heben sich in dieser Konstellation im Mittelleiter gegenseitig auf.

Daß es sich bei dem auftretenden Übersprechen nicht um eine magnetische Kopplung der parallel laufenden Brückenleiter handelt, sondern wie bereits in Abschnitt 5.1 vermutet die Abstrahlung des leerlaufenden Microstrip-Modes zur elektromagnetischen Verkopplung führt, kann durch eine Analyse der dreidimensionalen Feldentwicklung gezeigt werden. Zu diesem Zweck ist in Abbildung 4.25 eine Folge von Konturdarstellungen des vertikalen magnetischen Feldes zwischen den beiden Metallisierungslagen aufgetragen. Das am Tor MS2 eingespeiste Pulssignal propagiert in der Darstellung von oben nach unten und hat zum ersten Zeitpunkt (Abb. 4.25(a)) bereits den Übergang auf die Brückensektion passiert. Im darauf folgenden Zeitpunkt (Abb. 4.25(b)) hat der Puls das Trägersubstrat verlassen und befindet sich vollständig im Fugenbereich. Es ist bereits die dort abgelöste und entlang der Metallisierungskante geführte Wellenfront zu erkennen. Nur 200 Iterationsschritte später hat der transmittierte Puls die Chipfläche erreicht, und es sind deutlich die reflektierten und

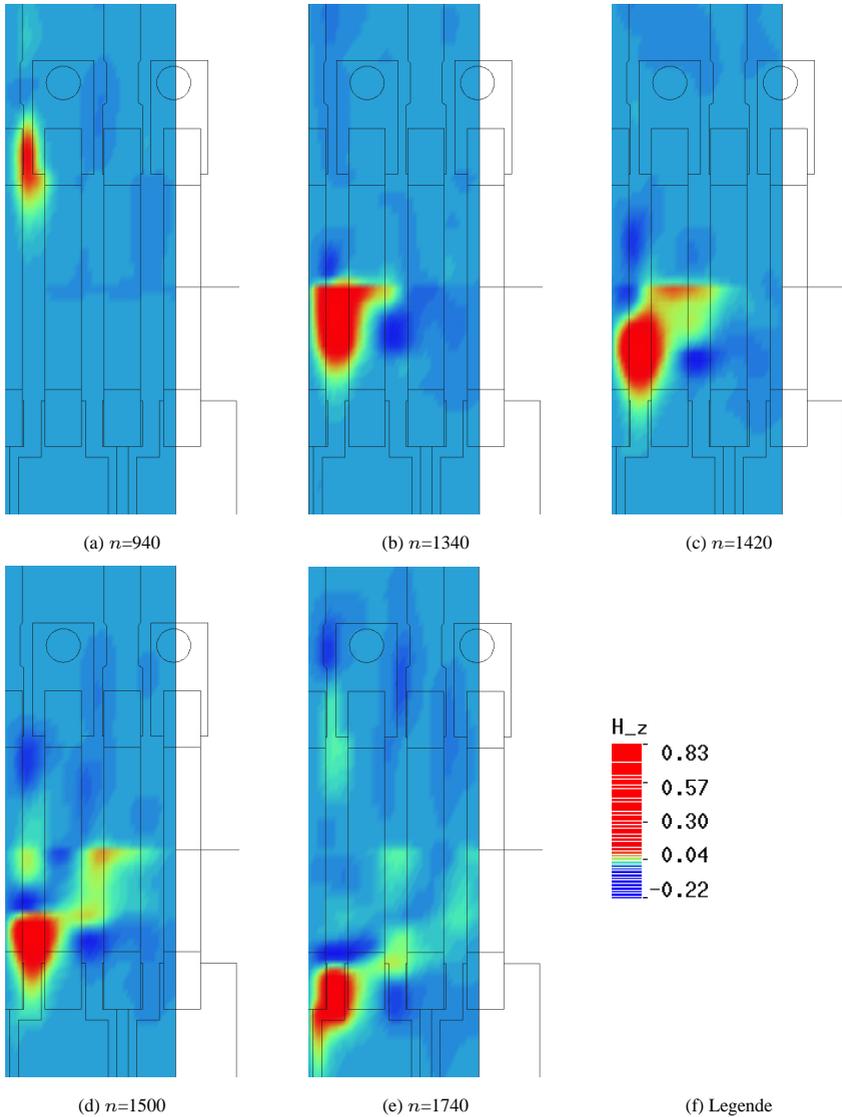


ABBILDUNG 4.25.  $H_z$ -Feldverteilung an unterschiedlichen Zeitpunkten  $n$  für eine der symmetrischen Hälften der verkoppelten Kontaktierungen aus Abbildung 4.23; Konturdarstellung zwischen den Metallisierungslagen

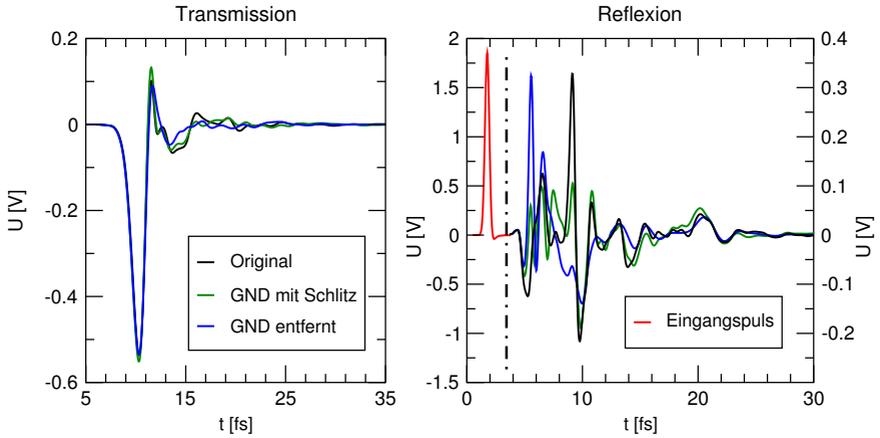
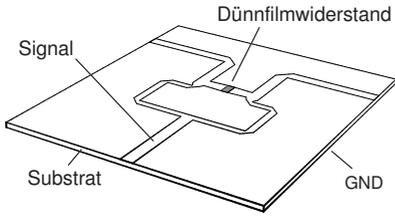


ABBILDUNG 4.26. Transienten der Torspannungen  $U_{MS2}$  und  $U_{CPW2}$  für unterschiedliche Variationen der Massemetallisierung der Chipkontaktierung aus Abb. 4.23

übergekoppelten Signalanteile zu erkennen. Da die Kopplung eindeutig durch die in der Klebefuge geführte Welle verursacht ist, wird auch die starke Anregung der beiden Schlitzmoden im Schaltungstor CPW1 ersichtlich, was zu den unterschiedlichen Streuparametern  $S^1$ ,  $S^2$  und  $S^I$  führt.

Die aus der Visualisierung hervorgehenden Erkenntnisse über die physikalisch ablaufenden Prozesse können in weiteren Schritten des Schaltungsentwurfs wie Optimierungszyklen Ausgangspunkt für gezielte Modifikationen sein. So können beispielsweise aus Konturdarstellungen wie in Abbildung 4.25 Fehlanpassungen der Wellenwiderstände einzelner Leitungssektionen direkt aus den vorliegenden Feldstärken abgelesen werden. Zur Reduzierung der parasitären Abstrahlung an der Klebefuge kann beispielsweise die Strukturierbarkeit der Massemetallisierung ausgenutzt werden. Durch die Entfernung der Massemetallisierung unterhalb der Leiterbrücken wird der leerlaufende Microstrip-Mode, welcher für die Abstrahlung verantwortlich ist, vollständig eliminiert. Wie die Zeitverläufe der zugehörigen Torspannungen in Abbildung 4.26 zeigen, hat dieser Eingriff kaum Auswirkungen auf die Transmission der Kontaktierung. Im Reflexionsverhalten wird das zuvor dominierende Streuzentrum an der Klebefuge mit der Hauptreflexion zum Zeitpunkt  $t \approx 9$  fs an den Übergang zwischen Viaholes und Brückenleiter verschoben. Das nun bei  $t \approx 5$  fs vorhandene Maximum im reflektierten Signal ist auf die schlechter angepaßte Brückensektion zurückzuführen. Als Kompromiß zwischen den beiden Extremen kann auch ein  $60 \mu\text{m}$  breiter Schlitz in die Massemetallisierung unterhalb des Mittelleiters der Brückenstruktur eingefügt werden. Der Signalanteil in nicht-koplanaren Leitungsmoden und damit die ungewollte Abstrahlung an der Klebefuge wird auf diese Weise ausreichend reduziert, wobei keine dominierenden Einzelreflexionen mehr in den Zeitsignalen aus 4.26 vorhanden sind.



Substratmaterial: Polyamid ( $\epsilon_r = 3.0$ )  
 Substratdicke  $h = 0.508 \text{ mm}$   
 Metallisierung: Dicke  $t \rightarrow 0$ ,  $\sigma \rightarrow \infty$   
 Leiterbreite (Microstrip)  $w = 1.28 \text{ mm}$   
 Dünnschichtwiderstand:  
 Dicke  $t \rightarrow 0$   
 $\rho_{\square} = 208.3 \ \Omega$

ABBILDUNG 4.27. Planare Wilkinson-Leistungsteiler ( $50 \ \Omega$ ) mit integriertem  $100 \ \Omega$  Dünnschichtwiderstand in Microstrip-Technik; Designfrequenz 4 GHz

## 6. Wilkinson-Leistungsteiler

Als abschließendes Beispiel soll die Modellierung eines planaren Wilkinson-Leistungsteilers mit integriertem Dünnschichtwiderstand betrachtet werden. Obwohl das entwickelte Verfahren zur Extraktion von Ersatzschaltbildern vom theoretischen Ansatz auf nur schwach verlustbehaftete Schaltungen begrenzt ist, liefert es auch für diese Beispiel ein gutes Ergebnis.

Abbildung 4.27 zeigt den in einlagiger Aufbautechnik realisierten Leistungsteiler mit  $50\text{-}\Omega$  Microstrip-Zuleitungen, welcher für eine Arbeitsfrequenz von 4 GHz ausgelegt ist. Der integrierte  $100 \ \Omega$  Dünnschichtwiderstand mit einer Fläche von  $1,5 \times 0,72 \text{ mm}$  erstreckt sich über  $12 \times 6$  Zellen der verwendeten Raumdiskretisierung, wie sie in Abbildung 4.28 gezeigt ist.

Der Charakter der Struktur, ein aus Leitungsstücken zusammengesetztes Laufzeitbauelement, wird sehr gut aus den in Abbildung 4.29 dargestellten Feldverteilungen ersichtlich. Die Feldenergie des eingespeisten Gaußpulses wird an den Verzweigungspunkten leitungsgebunden gestreut, und es treten fast keine parasitären Abstrahlungen auf. Vergleicht man die mit der TLM-Methode berechneten Streuparameter mit Meßergebnissen der Struktur (Abbildung 4.30), ergibt sich eine gute Übereinstimmung. So wurde beispielsweise die Vorwärtstransmission vom Tor 2 des Teilers zu den beiden symmetrischen Ausgängen 1 und 3 an der Designfrequenz zu  $S_{21} = -3.19[\text{dB}]$  berechnet, wobei die Messung einen Wert von  $-3.07[\text{dB}]$  ergab. Die Kopplung zwischen den Ausgängen  $S_{31} = -23.2[\text{dB}]$  wurde in der Messung mit  $-21.4[\text{dB}]$  ermittelt. Die deutlichsten Abweichungen liegen in den Reflexionsfaktoren  $S_{11}$  bzw.  $S_{33}$  und sind eindeutig auf Meßungenauigkeiten zurückzuführen. Denn auf Grund der Symmetrie des Leistungsteilers müßten diese beiden Streuparameter identisch sein, was in den Meßwerten nicht gegeben ist. Trotz der nur schmalbandig zur Verfügung stehenden Meßwerte um den Arbeitspunkt des Teilers zeigt der Vergleich, daß mit der TLM-Methode alle wichtigen Kenngrößen korrekt vorhergesagt wurden.

Ziel dieses Modellierungsbeispiels ist die Demonstration der Leistungsfähigkeit des entwickelten Verfahrens zur Extraktion von Ersatzschaltbildern aus konzentrierten Elementen. Deshalb wurde ein großer Gültigkeitsbereich von 0 bis 18 GHz für das zu generierende Netzwerkmodell spezifiziert. Das einfachste Modell, welches in der Lage ist die komplexe Frequenzcharakteristik des Leistungsteilers korrekt nachzubilden, muß mindestens 12 Polstellen der Struktur mit einschließen. Grund für die vielen Polstellen ist die lange Verzögerungszeit zwischen den Schaltungstoren bzw. die elektrische Ausdehnung der Struktur im

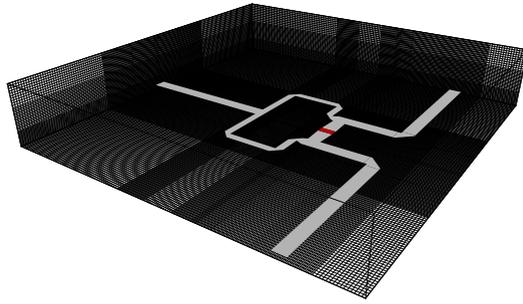


ABBILDUNG 4.28. Variables Diskretisierungsgitter für den Wilkinson Leistungsteiler

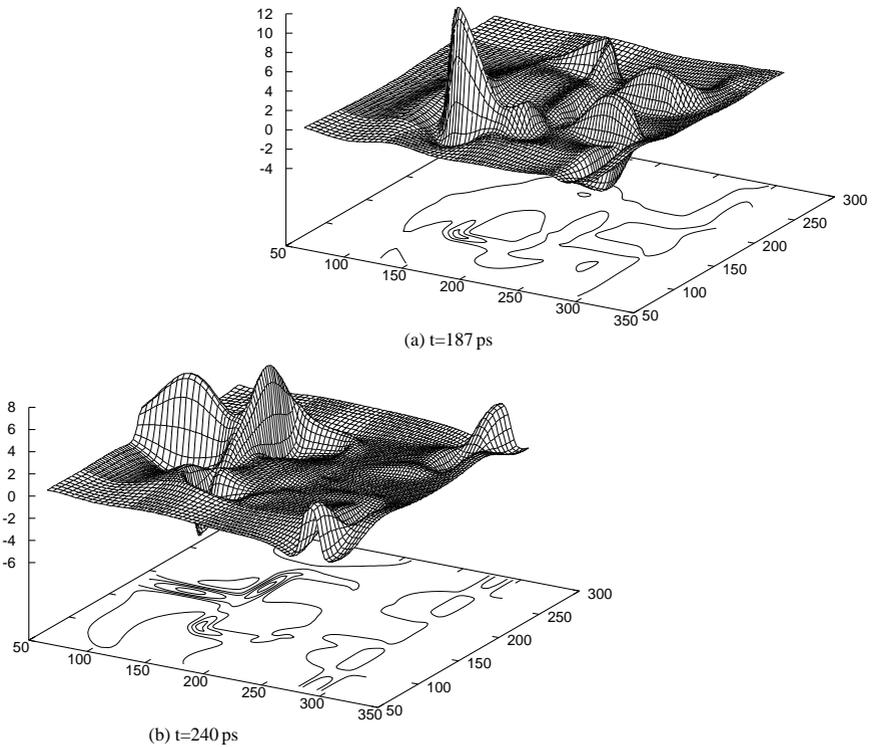


ABBILDUNG 4.29.  $E_z$ -Feldverteilung im Substrat des Wilkinson-Teilers bei Pulsanregung am vorderen Ausgang; Orientierung der Struktur wie in Abb. 4.28 ;  $(x,y)$  normiert auf die Gitterkonstante  $\Delta l$

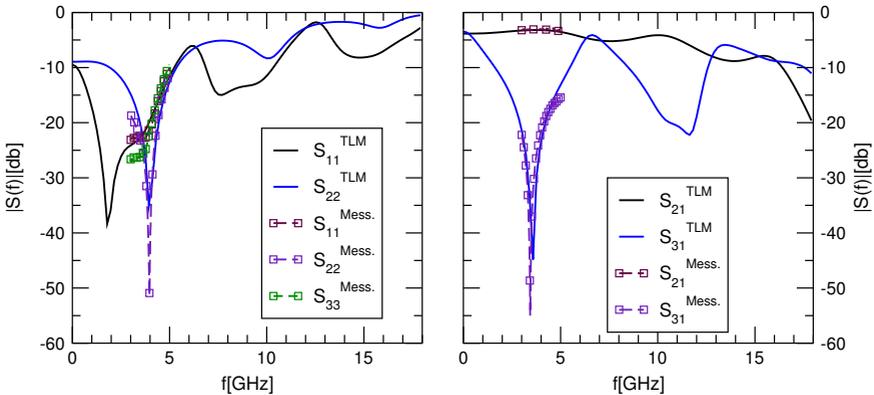


ABBILDUNG 4.30. Leistungsteiler: Mit der TLM-Methode berechnete S-Parameter und Meßergebnisse

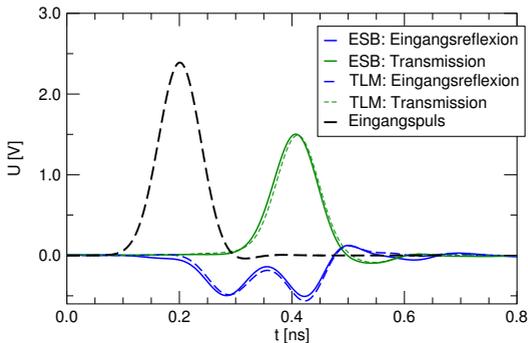


ABBILDUNG 4.31. Leistungsteiler: Vergleich zwischen TLM-Simulation und Transientenanalyse des generierten Ersatzschaltbildes bei identischem Eingangspuls (Bandbreite 18 GHz) am Teilereingang

Bereich mehrerer Wellenlängen. Ähnlich wie bei der Nachbildung von Wellenleitern durch eine Reihe von LC-Gliedern steigt mit der Verzögerungszeit und Bandbreite die Anzahl der notwendigen Sektionen und Polstellen. Der Algorithmus zur automatischen Polstellenextraktion konvergiert daher erst ab 50 Polstellen gegen den unvermeidbaren Restfehler der Approximation. Infolge der Schaltungssymmetrie sind ein Großteil der Polstellen nur mit den beiden Ausgangstoren des Teilers verknüpft, wodurch sich die Komplexität des Ersatzschaltbildes erheblich reduziert. Abbildung 4.31 zeigt das erzielte Ergebnis für ein generiertes Ersatzschaltbild mit 47 Polstellen. Es sind die Spannungsverläufe an den Schaltungstoren von TLM-Simulation und Transientenanalyse des Netzwerkmodells bei gemeinsamen Eingangspuls am Teilereingang dargestellt. Die Bandbreite des Pulses wurde

mit 18 GHz gleich dem Gültigkeitsbereich des Modells gewählt. Obwohl in der Struktur durch den Dünnfilmwiderstand elementare Verluste enthalten sind, liegt in Abbildung 4.31 eine gute Übereinstimmung zwischen den jeweiligen Kurven vor. Das Extraktionsverfahren kann demnach auch bedingt auf verlustbehaftete Schaltungen angewendet werden. Die ausgeprägt verteilten Schaltungseigenschaften und damit relativ hohen Verzögerungszeiten zwischen den Toren führen nicht zu Problemen in der Modellgenerierung. Es erhöht sich lediglich die Anzahl der notwendigen Polstellen.



## Zusammenfassung

**D**IE vorliegende Arbeit stellt ein Verfahren zur automatischen Generierung äquivalenter Netzwerkersatzschaltbilder von verteilten Mehrtorschaltungen auf Grundlage der Vollwellenanalyse im Zeitbereich vor, wofür die Transmission Line Matrix (TLM)-Methode verwendet wird. Es kann auf die Klasse der passiven linear reziproken Mehrtorschaltungen angewendet werden. Obwohl das Verfahren vom theoretischen Ansatz auf schwach verlustbehaftete Schaltungen eingeschränkt ist, zeigen Beispiele, daß auch für Strukturen mit ausgewiesenen Verlusten gute Ergebnisse erzielt werden können. Nach Spezifikation eines endlichen Frequenzbereichs mit vorgegebener Approximationsgenauigkeit extrahiert der Algorithmus sowohl Netzwerktopologie als auch Parameterwerte des gesuchten Ersatzschaltbildes auf Grundlage der Impulsantworten der zu modellierenden Struktur. Alternativ können entsprechend breitbandige Ein-/Ausgangssignalpaare zur Charakterisierung der Mehrtorschaltungen verwendet werden. Da die resultierenden Netzwerkmodelle nur aus konzentrierten Kapazitäten  $C$ , Induktivitäten  $L$ , Widerständen  $R$  und idealen Übertragern bestehen, werden alle grundlegenden Netzwerkeigenschaften wie Reziprozität, Stabilität und Passivität implizit aufrechterhalten und bei gestörten Eingangsdaten im Ersatzschaltbild erzwungen. Die extrahierten Ersatzschaltbilder können uneingeschränkt in üblichen Netzwerksimulatoren für beliebige Analyseverfahren wie *Harmonic-Balance* oder Transientenanalysen eingesetzt werden.

Alle Teilschritte des vorgestellten Verfahrens, wie beispielsweise die Extraktion der Polstellen einer verteilten Struktur, sind durch systematische Algorithmen abgedeckt, so daß das Gesamtverfahren automatisierbar ist. Über die Vorgabe der Anzahl an einzubeziehenden Polstellen kann der Anwender die Komplexität des generierten Ersatzschaltbildes im Kompromiß gegen die Approximationsgenauigkeit steuern. Die Wahl der Fehlerfunktion zur Bestimmung der Polstellenamplituden erlaubt dem Anwender eine gezielte Optimierung des generierten Ersatzschaltbildes hinsichtlich der Verteilung des verbleibenden Approximationsfehlers.

Die benötigten Eingangsdaten zur Ersatzschaltbildgenerierung werden über eine dreidimensionale Feldmodellierung mit der Transmission Line Matrix-Methode im Zeitbereich gewonnen, was den zweiten Schwerpunkt dieser Arbeit bildet. Neben der Weiterentwicklung der TLM-Methode wird hierbei speziell auf anwendungs- und implementierungsspezifische Aspekte eingegangen. Die verwendete Variante der TLM-Methode, der symmetrisch kondensierte Knoten nach Johns mit Stichleitungen, Ohm'schen Verlusten und variablem Gitter,

wird inklusive aller Erweiterung dargestellt und hinsichtlich einer effizienten Implementierung sowohl in der klassischen Form mit Streumatrix, als auch in der Notation über totale Knotengrößen gegeben. Zusätzlich zu den einfachen Randbedingungen für ideal leitende Oberflächen und konstante Oberflächenwiderstände wird ein Modell zur Modellierung unendlich dünner Widerstandsschichten vorgestellt und die Nachbildung physikalischer Absorber in geschichteten Medien behandelt. Eine verbesserte Anregung leitungsgebundener Wellen über die Einspeisung vorberechneter statischer Feldverteilung in der Transversalebene eines Leitungsmodos wird vorgestellt. Dieser Abschnitt schließt auch das Problem der Anregung neu entdeckter, nicht-ausbreitungsfähiger *Spurious Modes* mit ein, wobei eine Lösung zur störungsfreien Anregung gegeben wird. Die Modellierung frequenzabhängiger Materialverluste wird durch einen neuartigen Ansatz über erweiterte Stickleitungsnetzwerke erreicht. Physikalische Verlustmodelle für axial anisotrope dispersive Materialien können auf diese Weise effizient, absolut stabil und unter Beibehaltung der Netzwerkeigenschaften des TLM-Gitters realisiert werden. In dieser Arbeit wird beispielhaft ein approximatives und ein vollständiges Debye-Modell für magnetische und dielektrische Verluste mit einer Polstelle ausformuliert. Die erweiterten TLM-Knoten werden an ausgewählten Testproblemen verifiziert und deren Anwendung in der Feldmodellierung eines technisch relevanten Beispiels demonstriert.

Bezüglich der Leistungssteigerung des implementierten TLM-Codes wird auf die Möglichkeiten der TLM spezifischen Programmoptimierung eingegangen. Die Analyse der relevanten Einflußgrößen zeigt hierbei den Speicherzugriff als dominierenden Begrenzungsfaktor auf. Eine hierauf angepaßte Transformation des TLM-Algorithmus beschleunigt den konventionell optimierten Programmcode um weitere 100% in der Ausführung. Eine entscheidende Steigerung der Rechenleistung erzielt die Anwendung von verteilten Rechenstrategien und Parallelisierung des Programmcodes. Ein neu entwickeltes und auf den TLM-Algorithmus spezialisiertes Kommunikationsschema kann eine Skalierbarkeit von mehr als 80% selbst in kostengünstigen Rechnerumgebungen mit relativ langsamer Netzwerkverbindung aufrechterhalten.

Eine Reihe von ausgewählten passiven Modellierungsbeispielen schließt diese Arbeit ab. Der Vergleich mit Meßergebnissen zeigt die gute Eignung der TLM-Methode zur Feldmodellierung offener Mehrlagenstrukturen in komplexen Integrationstechniken wie der Multichip-Modul-Aufbautechnik. Anspruchsvolle Mehrtorstrukturen wie ein Baluntransformer unterstreichen die Leistungsfähigkeit der TLM-Methode, beziehungsweise die der entwickelten Parallelimplementierung. Im Rahmen der Feldmodellierung werden des weiteren die Analysemöglichkeiten von dreidimensionalen Zeitbereichsverfahren bei entsprechender Feldvisualisierung aufgezeigt. Eine anschließende Ersatzschaltbildgenerierung auf Grundlage der berechneten Übertragungseigenschaften ist für Zwei-, Drei- und Viertorstrukturen enthalten. Die extrahierten äquivalenten Netzwerke aus konzentrierten Elementen umfassen breitbandige Modelle mit bis zu 50 einbezogenen Polstellen einer verteilten Struktur. Zur Darstellung der Approximationsgenauigkeit und Flexibilität der generierten Ersatzschaltbilder werden auch Vergleiche zwischen TLM-Modellierung und Transientenanalysen des Netzwerkmodells herangezogen.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren zeigt erstmals die systematische und automatisierbare Generierung äquivalenter Netzwerkmodelle aus konzentrierten Elementen für beliebige verteilte Mehrtorstrukturen bei gleichzeitiger Kontrolle über elementare Schaltungseigenschaften wie Passivität und Reziprozität. Die gegebenen Modellierungszyklen von der verteilten Struktur bis hin zum breitbandigen Ersatzschaltbild demonstrieren, daß das Verfahren weder in der Torzahl, noch in der Komplexität der Übertragungseigenschaften Einschränkungen unterliegt. Auf Grundlage der so extrahierten Ersatzschaltbilder ist es möglich, die Ergebnisse der Vollwellenanalyse ausgewählter Teilschaltungen flexibel in die globale Netzwerksimulation eines nichtlinearen Gesamtsystems einfließen zu lassen.



# Literaturverzeichnis

- Aidam, M. (1999), Wavelet-Galerkin-Methoden zur Berechnung elektromagnetischer Felder im Zeitbereich, PhD thesis, Technische Universität München, München, Germany.
- Aidam, M. & Russer, P. (1997), 'Derivation of the transmission line matrix method by finite integration', *AEÜ Int. J. Electron. Commun.* **51**(1), 35–39.
- Akhtarzad, S. & Johns, P. (1974a), 'Solution of 6-component electromagnetic fields in three space dimensions and time by the T.L.M. method', *Electron. Lett.* **10**(25/26), 535–537.
- Akhtarzad, S. & Johns, P. B. (1974b), 'Numerical solution of lossy waveguides: T.L.M. computer program', *Electron. Lett.* **10**(15), 309–311.
- Akhtarzad, S. & Johns, P. B. (1975a), Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the T.L.M. method of analysis, in 'Proc. Inst. Elec. Eng.', Vol. 122, pp. 1344–1348.
- Akhtarzad, S. & Johns, P. B. (1975b), 'Three-dimensional transmission-line matrix computer analysis of microstrip resonators', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **23**, 990–997.
- Al-Mukhtar, D. & Sitch, J. (1981), 'Transmission-line matrix method with irregularly graded space', *Proc. IEE* **128**(6), 299–305.
- Amer, A. (1980), The condensed node TLM method and its application to transmission in power system, PhD thesis, Nottingham University.
- Andersson, U. & Ledfelt, G. (1999), Large scale FD-TD – a billion cells, in 'Proc. ACES', Monterey.
- Bader, B. & Russer, P. (1995), The alternating transmission line matrix (ATLM) scheme, in 'IEEE MTTs-Digest', Orlando, pp. 19–22.
- Banai, A., Farzaneh, F., Ndagijimana, F. & Saguet, P. (1998), 'An interpretation of instabilities in the absorbing boundary conditions in TLM method and an improved matched termination wall', *Int. J. Num. Mod.* **11**, 243–254.
- Becks, T. & Wolff, I. (1992), 'Analysis of 3-D metallization structures by a full-wave spectral domain technique', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **40**(12), 2219–2227.
- Belevitch, V. (1968), *Classical network theory*, Holden-Day, San Francisco.
- Berenger, J. P. (1994), 'A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves', *J. Comput. Phys.* **114**(2), 185–200.
- Blaricum, M. V. & Mittra, R. (1975), 'A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response', *IEEE Trans. Antennas Propag.* **23**(6), 777–781.
- Bronstein, I. & Semendjajew, K. (1991), *Taschenbuch der Mathematik*, 25 edn, B.G. Teubner, Leipzig.
- Cascio, L., Tardioli, G. & Hoefler, W. (1997), Modelling of nonlinear active and passive devices in three dimensional tlm networks, in 'IEEE MTTs-Digest', pp. 383–386.
- Cauer, W. (1932), 'Ideale Transformatoren und lineare Transformationen', *Elektr. Nachr. Techn.* **9**, 157–174.
- Chen, Z., Ney, M. M. & Hoefler, W. J. R. (1991), 'A new finite-difference time-domain formulation and its equivalence with the TLM symmetrical condensed node', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **39**(12), 2160–2169.
- Corey, S. & Yang, A. (1997), 'Automatic netlist extraction for measurement-based characterization of off-chip interconnect', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **45**(10), 1934–1940.
- Dawson, J. (1993), 'Improved magnetic loss for tlm', *Electron. Lett.* **29**(5), 467–468.

- Debye, P. (1929), *Polar molecules*, Chemical Catalog Co., New York. Kap. V.
- Dhaene, T., Martens, L. & Zutter, D. D. (1994), 'Calibration and normalization of time domain network analyzer measurements', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **42**(4), 580–589.
- Doane, A. D. & Franzon, P. D., eds (1993), *Multichip Module Technologies and Alternatives: The Basics*, Van Nostrand Reinhold, New York.
- Dubard, J. & Pompei, D. (1997), 'Simulation of Berenger's perfectly matched layer with a modified TLM node', *IEEE Trans. Antennas and Propagation* **144**(3), 205–207.
- Eswarappa, C. & Hoefler, W. J. R. (1995), 'Implementation of berenger absorbing boundary condition in TLM by interfacing FDTD perfectly matched layers', *Electron. Lett.* **31**(15), 1264–1266.
- Eswarappa, C. & Hoefler, W. J. R. (1996), 'Fast S-parameter computation of a microstrip interdigital filter using TLM, Prony's and digital filtering techniques', *Intl. J. Num. Mod.* **9**, 237–248.
- Fettweis, A. (1986), 'Wave digital filters: Theory and practice', *Proc. of the IEEE* **74**, 270–327.
- German, F. J., Gothard, G. K. & Riggs, L. S. (1990), 'Modelling of material with electric and magnetic losses with the symmetrical condensed TLM method', *Electron. Lett.* **26**(16), 1307–1308.
- Golub, G. H. & van Loan, C. F. (1991), *Matrix Computations*, 2 edn, John Hopkins Press, London.
- Guillourd, K., Wong, M., Hanna, V. & Citerre, J. (1996), A new global finite element analysis of microwave circuits including lumped elements, in 'IEEE MTTS-Digest', pp. 355–358.
- Harrington, R. F. (1967), Matrix methods for field problems, in 'Proc. IEEE', Vol. 55, pp. 136–149.
- Hayden, L. A. & Tripathi, V. K. (1993), 'Calibration methods for time domain network analysis', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **41**(3), 415–420.
- Hayden, L. A. & Tripathi, V. K. (1994), 'Characterization and modeling of multiple line interconnections from time domain measurements', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **42**, 1737–1743.
- Hein, S. (1993), 'Consistent finite-difference modelling of maxwell's equations with lossy symmetrical condensed TLM node', *Intl. J. Num. Mod.* **6**, 207–220.
- Hein, S. (1994), 'Finite-difference time-domain approximation of Maxwell's equations with nonorthogonal condensed TLM mesh', *Intl. J. Num. Mod.* **7**, 179–188.
- Hein, S. (1997), 'TLM numerical solution of bloch's equations for magnetized gyrotropic media', *Appl. Math. Modelling* **21**, 221–229.
- Heinrich, W., Jentsch, A. & Baumann, G. (1998), Millimeterwave characteristics of flip-chip interconnects for multi-chip modules, in 'IEEE MTTS-Digest', Baltimore, pp. 1083–1086.
- Herring, J. & Christopoulos, C. (1994), 'Solving electromagnetic field problems using a multiple grid transmission-line modeling method', *IEEE Trans. Antennas and Propagation* **42**(12), 1654–1658.
- Herring, J. L. (1993), Developments in the Transmission-Line Modelling Method for Electromagnetic Compatibility Studies, PhD thesis, Nottingham University.
- Hew (1995), *HP Fortran 77 Compiler Reference Manual*, 1 edn, Hewlett-Packard Company, Palo Alto, Ca, USA.
- Hew (1998), *HP Assembler Reference Manual*, 9 edn, Hewlett-Packard Company, Palo Alto, Ca, USA.
- Hildebrand, F. (1956), *Introduction to Numerical Analysis*, International Series in Pure and Applied Mathematics, McGraw-Hill, New York.
- Hoefler, W. (1985), 'The transmission line matrix (tln) method: Theory and applications', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **33**, 882–893.
- Hoefler, W. J. R. & Sautier, P. (1994), 'Characteristics of the general rectangular 2D-TLM network', *Intl. J. Num. Mod.* **7**, 127–139.
- Huang, J., Vahldieck, R. & Jin, H. (1993), Fast frequency-domain tln analysis of 3d circuit discontinuities, in 'Proc. ACES', Monterey, pp. 475–482.
- Huber, C., Krumpolz, M. & Russer, P. (1995), 'Dispersion in anisotropic media modeled by three-dimensional TLM', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **43**(8), 1923–1934.
- Huygens, C. (1690), 'Traité de la lumière', Leiden.
- Isele, B. & Russer, P. (1993), Improved skin effect model in TLM, in 'COMPUMAG', Miami, Florida.

- Jin, H. & Vahldieck, R. (1994), 'Direct derivations of TLM symmetrical condensed node and hybrid symmetrical condensed node from maxwell's equations using centered differencing and averaging', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **42**(12), 2554–2561.
- Johns, P. (1987), 'A symmetrical condensed node for the tlm method', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **35**, 370–377.
- Johns, P. B. (1974), 'The solution of inhomogenous waveguide problems using a transmission-line matrix', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **22**, 209–215.
- Johns, P. B. & Beurle, R. L. (1971), Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix, in 'Proc. IEE', Vol. 118, pp. 1203–1208.
- Kittel, C. (1967), *Introduction to Solid State Physics*, 3 edn, John Wiley & Sons, Inc., New York, London, Sydney. Kap. 12.
- Kron, G. (1944), Equivalent circuit of the field equations of maxwell – i, in 'Proc. IRE', Vol. 32, pp. 289–299.
- Krumpholz, M. (1994), über die grundlagen der TLM-methode, Technical report, Ferdinand-Braun-Institut für Höchstfrequenztechnik, Berlin, Germany.
- Krumpholz, M. & Russer, P. (1994), 'A field theoretical derivation of TLM', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **42**(9), 1660–1668.
- Krumpholz, M. & Russer, P. (1996), On the advantages of ATLM over conventional TLM, in 'Proc. ACES', Monterey, pp. 238–245.
- Lindenmeier, S., Christopoulos, C. & Russer, P. (2000), Methods for the modeling of thin wire structures with the TLM method, in 'IEEE MTTs-Digest', Boston, pp. 387–390.
- Lindenmeier, S., Isele, B., Weigel, R. & Russer, P. (1997), 'A fast spatial-domain method for the suppression of excitation-induced spurious modes in SCN TLM', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **45**(11), 1998–2006.
- Mallik, A. & Loller, C. P. (1989), 'The modelling of EM leakage into advanced composite enclosures using the TLM technique', *Intl. J. Num. Mod.* **2**, 17–30.
- Mangold, T., Rebel, J., Hoefler, W., So, P. & Russer, P. (2000), What determines the speed of time-discrete algorithms, in 'Proc. ACES', Vol. 2, Monterey, CA, pp. 594–601.
- Mangold, T. & Russer, P. (1998a), Generation of lumped element equivalent circuits from time-domain scattering signals, in 'Proc. ACES', Vol. 1, pp. 351–358.
- Mangold, T. & Russer, P. (1998b), A systematic approach to the problem of equivalent circuit model generation, in 'IEEE MTTs-Digest', pp. 1409–1412.
- Mangold, T. & Russer, P. (1999a), Electromagnetic field modeling and synthesis of equivalent circuits for distributed microwave circuits, in 'Proc. ISTET', Magdeburg, Germany.
- Mangold, T. & Russer, P. (1999b), 'Full-wave modeling and automatic equivalent circuit generation of millimeter-wave planar and multilayer structures', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **47**(6), 851–858.
- Mangold, T., Wolf, J., Töpfer, M., Reichl, H. & Russer, P. (1998a), A multichip module integration technology for high-speed analog and digital applications, in 'Proc. ISSSE', pp. 91–96.
- Mangold, T., Wolf, J., Töpfer, M., Reichl, H. & Russer, P. (1998b), Multilayer multichip modules for microwave and millimeterwave integration, in 'Proc. of the 28th Europ. Microwave Conf.', Vol. 2, pp. 443–448.
- Marks, R. B., Hayden, L. A., Jargon, J. A. & Williams, F. (1994), Time domain network analysis using the multiline TRL calibration, in 'Proc. 44th Automatic RF Techniques Group Conference', Boulder, Colorado, pp. 47–55.
- Marple, S. J. (1987), *Digital Spectral Analysis with Applications*, Prentice Hall Signal Processing Series, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- May, M., Taflove, A. & Baron, J. (92), 'FD-TD modeling of Digital Signal Propagation in 3-D circuits with active and passive loads', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **42**, 1514–1523.
- Menezes, L. & Hoefler, W. (1996), 'Modeling of general constitutive relationships in SCN TLM', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **44**(6), 854–861.
- Meyberg, K. & Vachenaer, P. (1990), *Höhere Mathematik 1*, Springer Lehrbuch, 2 edn, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.

- Meyberg, K. & Vachenaue, P. (1991), *Höhere Mathematik 2*, Springer Lehrbuch, Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Morente, J. A., Porti, J. A. & Khalladi, M. (1992), 'Absorbing boundary conditions for the TLM method', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **40**(11), 2095–2098.
- Müller, U. & Beyer, A. (1995), Excitation of TLM 3DSCN networks by structure functions obtained from SFDM, in 'Frist. Intl. Workshop on Transmission Line Matrix (TLM) Modeling - Theory and Applications', Victoria, B.C., Canada, pp. 387–390.
- Naylor, P., Christopoulos, C. & Johns, P. B. (1987), 'Coupling between electromagnetic fields and wires using transmission line modelling', *Proc. IEE* **134**(8), 679–686.
- Naylor, P. & Desai, R. A. (1990), 'New three dimensional symmetrical condensed lossy node for solution of electromagnetic wave problems by TLM', *Electron. Lett.* **26**(7), 492–494.
- Nielsen, J. S. & Hoefler, W. J. R. (1993), 'Generalized dispersion analysis and spurious modes of 2-D and 3-D TLM formulations', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **11**(8), 1375–1384.
- Pierantoni, L., Lindenmeier, S. & Russer, P. (1998), A hybrid time domain TLM-integral equation method for solution of radiation problems, in 'Proc. ACES', Monterey, pp. 320–325.
- Quarles, T., Newton, A., Pederson, D. & Sangiovanni-Vincentelli, A. (1993), 'SPICE3 version 3f3 user's manual', Department of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, Berkeley, Ca, 94720.
- Rebel, J., Aidam, M. & Russer, P. (2000), 'On the convergence of the classical symmetrical condensed node - TLM scheme', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* . to be publ.
- Rebel, J., Mangold, T. & Russer, P. (1999), On the performance of TLM-SCN codes, in '3rd Intl. Workshop on Transmission Line Matrix Modeling (TLM) - Theory and Applications', Nice, France, pp. 43–50.
- Rebel, J., Mangold, T. & Russer, P. (2000), On the practical use of layered absorbers for the simulation of planar microwave circuits using the SCN-TLM method, in 'Proc. ACES', Vol. 2, Monterey, CA, pp. 570–579.
- Righi, M., Eswarappa, C., Hoefler, W. & Russer, P. (1995), An alternative way of computing s-parameters via impulsive TLM analysis without using absorbing boundary conditions, in 'IEEE MTTs-Digest', pp. 1203–1206.
- Rittweger, M. & Wolff, I. (1990), 'Analysis of complex passive (M)MIC-components using the finite-difference time-domain approach', *IEEE MTTs-Digest* pp. 1147–1150.
- Russer, P. (1984), 'Hochfrequenztechnik 1', Skriptum zur Vorlesung, Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik, Technische Universität München, Germany.
- Russer, P. (1996), 'The alternating rotated transmission line matrix (ARTLM) scheme', *Electromagnetics* **16**(5), 537–551.
- Russer, P. (1999), 'Microwave circuits and antennas', Skriptum zur Vorlesung, Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik, Technische Universität München, Germany.
- Russer, P. & Isele, B. (1992), Modeling of skin effect in TLM, in 'Proc. Intl. Conf. Ultra Wideband Short Pulse Electromagnetics', NYC, USA, pp. 313–319.
- Russer, P., Isele, B., Sobhy, M. & Hosny, E. (1994), A general interface between TLM models and lumped element circuit models, in 'IEEE MTTs-Digest', pp. 891–894.
- Russer, P., Righi, M., Eswarappa, C. & Hoefler, W. (1994), Lumped element equivalent circuit parameter extraction of distributed microwave circuits via TLM simulation, in 'IEEE MTTs-Digest', pp. 887–890.
- Russer, P., So, P. & Hoefler, W. (1991), 'Modeling of nonlinear active regions in TLM', *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* **1**(1), 10–13.
- Sague, P. & Pic, E. (1982), 'Utilisation d'un nouveau type de noeud dans la method TLM en 3 dimensions', *Electron. Lett.* **18**(11), 478–480.
- Scaramuzza, R. & Lowery, A. J. (1990), 'Hybrid symmetrical condensed node for the TLM method', *Electron. Lett.* **26**(23), 1947–1949.
- Sercu, S. & Martens, L. (1997), 'A new approach for the experimental circuit modeling of coupled interconnection structures based on causality', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **45**(10), 1977–1981.
- Shattuck, M. (2000), 'EM-based models improve circuit simulators', *Microwaves & RF* **22**, 97–108.

- Sobhy, M. I., Hosny, E. A. & Nassef, M. A. (1993), 'Multiport approach for the analysis of microwave non-linear networks', *Intl. J. Num. Mod.* **6**, 67–81.
- Töpper, M. & Wolf, J. (1996), MCM-D with embedded active and passive components, in 'Proceedings ISHMC 96', Minneapolis, USA.
- Trenkic, V., Christopoulos, C. & Benson, T. (1996a), 'Advanced node formulations in TLM - the adaptable symmetrical condensed node (ASCN)', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **44**(12), 2473–2478.
- Trenkic, V., Christopoulos, C. & Benson, T. (1996b), 'Development of a general symmetrical condensed node for the TLM method', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **44**(12), 2129–2135.
- Trenkic, V., Christopoulos, C. & Benson, T. M. (1995), 'Theory of the symmetrical super-condensed node for the TLM method', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **43**(6), 1342–1348.
- Unbehauen, R. (1988), *Synthese elektrischer Netzwerke und Filter*, R. Oldenbourg Verlag, München.
- Vetri, J. L. & Simons, N. R. S. (1993), 'A class of symmetrical condensed node TLM methods derived directly from maxwell's equations', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech* **41**(8), 1419–1428.
- Whinnery, J. R. & Ramo, S. (1944), A new approach to the solution of high-frequency field problems, in 'Proc. IRE', Vol. 32, pp. 284–288.
- Williams, D. F. & Alpert, B. K. (1999), 'Characteristic impedance, power, and causality', *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* **9**(5), 181–182.
- Williams, D. F. & Wittmann, R. C. (2000), Computation of causal characteristic impedances, in 'IEEE MTTs-Digest', Boston, pp. 11–16.
- Wolf, J., Schmückle, F. et al. (1997), System integration for high frequency applications, in 'Proceedings ISHM 97', Philadelphia.
- Yee, K. (1966), 'Numerical solution of boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media', *IEEE Trans. Antennas and Propagation* **14**(5), 302–307.



## Realisierung idealer Übertrager in Netzwerkanalyseprogrammen

Da in den meisten Netzwerkanalyseprogrammen, wie etwa dem an der Universität von Berkeley CA entwickelten SPICE (Quarles et al. 1993), keine idealen Übertrager zur Verfügung stehen, soll hier gezeigt werden, wie ideale Übertrager durch linear abhängige Quellen nachgebildet werden können. Diese 4 Grundtypen an gesteuerten Quellen existieren in allen auf der Knotenleitwertmatrix basierenden Netzwerkanalyseprogrammen als Basiselemente ähnlich der Widerstände, Kondensatoren oder eingepägten Quellen. Es gibt sowohl strom- als auch spannungsgesteuerte Strom- und Spannungsquellen. Für die Nachbildung eines idealen Übertragervierpols wird jeweils eine spannungsgesteuerte Spannungsquelle (VCVS: *Voltage-Controlled Voltage Source*) und eine stromgesteuerte Stromquelle (CCCS: *Current-Controlled Current Source*) benötigt. Diese brauchen nur wie in Abbildung A.1 dargestellt gegeneinander verschaltet werden und realisieren einen idealen Übertragervierpol mit Übertragungsverhältnis  $1 : n$ . Die spannungsgesteuerte Spannungsquelle

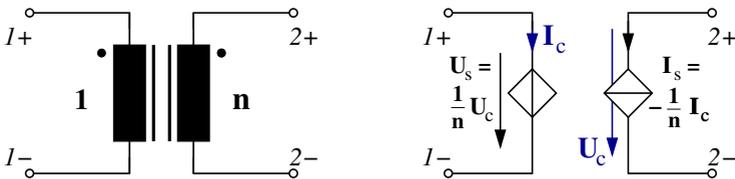


ABBILDUNG A.1. Realisierung idealer Übertragervierpole durch gesteuerte Quellen

$U_s$  am Tor 1 ist linear abhängig von der Spannung  $U_c$  an der Stromquelle am Tor 2.

$$(A.1) \quad U_s|_{\text{Tor 1}} = \frac{1}{n} \cdot U_c|_{\text{Tor 2}}$$

Die stromgesteuerte Stromquelle  $I_s$  am Tor 2 ist wiederum abhängig vom Strom  $I_c$  durch die Spannungsquelle am Tor 1.

$$(A.2) \quad I_s|_{\text{Tor 2}} = -\frac{1}{n} \cdot I_c|_{\text{Tor 1}}$$