

Technische Universität München  
TUM School of Engineering and Design

## **Prognosefähige Simulation der Prozessstabilität von Fräsrobotern**

*Probabilistische Methoden zur Modellierung der  
Struktur- und Prozessdynamik*

**Maximilian Busch**

Vollständiger Abdruck der von der TUM School of Engineering and Design der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)**

genehmigten Dissertation.

**Vorsitz:** Prof. Dr.-Ing. Veit Senner

**Prüfende der Dissertation:**

1. Prof. Dr.-Ing. Michael F. Zäh
2. Prof. Dr.-Ing. Matthias Weigold
3. Prof. Dr. sc. techn. Daniel Straub

Die Dissertation wurde am 16. Februar 2024 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die TUM School of Engineering and Design am 16. Dezember 2024 angenommen.



## Editors' Preface

In times of global challenges, such as climate change, the transformation of mobility, and an ongoing demographic change, production engineering is crucial for the sustainable advancement of our industrial society. The impact of manufacturing companies on the environment and society is highly dependent on the equipment and resources employed, the production processes applied, and the established manufacturing organization. The company's full potential for corporate success can only be taken advantage of by optimizing the interaction between humans, operational structures, and technologies. The greatest attention must be paid to becoming as resource-saving, efficient, and resilient as possible to operate flexibly in the volatile production environment.

Remaining competitive while balancing the varying and often conflicting priorities of sustainability, complexity, cost, time, and quality requires constant thought, adaptation, and the development of new manufacturing structures. Thus, there is an essential need to reduce the complexity of products, manufacturing processes, and systems. Yet, at the same time, it is also vital to gain a better understanding and command of these aspects.

The research activities at the Institute for Machine Tools and Industrial Management (*iwb*) aim to continuously improve product development and manufacturing planning systems, manufacturing processes, and production facilities. A company's organizational, manufacturing, and work structures, as well as the underlying systems for order processing, are developed under strict consideration of employee-related requirements and sustainability issues. However, the use of computer-aided and artificial intelligence-based methods and the necessary increasing degree of automation must not lead to inflexible and rigid work organization structures. Thus, questions concerning the optimal integration of ecological and social aspects in all planning and development processes are of utmost importance.

The volumes published in this book series reflect and report the results from the research conducted at *iwb*. Research areas covered span from the design and development of manufacturing systems to the application of technologies in manufacturing and assembly. The management and operation of manufacturing systems, quality assurance, availability, and autonomy are overarching

topics affecting all areas of our research. In this series, the latest results and insights from our application-oriented research are published, and it is intended to improve knowledge transfer between academia and a wide industrial sector.

Ruediger Daub

Gunther Reinhart

Michael Zaeh

# Geleitwort der Herausgeber

Die Produktionstechnik ist in Zeiten globaler Herausforderungen, wie der Klimakrise, des Mobilitätswandels und der Überalterung der Gesellschaft in westlichen Ländern, für eine nachhaltige Weiterentwicklung unserer Industriegesellschaft von zentraler Bedeutung. Der Einfluss eines Industriebetriebs auf die Umwelt und die Gesellschaft hängt dabei entscheidend von den eingesetzten Produktionsmitteln, den angewandten Produktionsverfahren und der eingeführten Produktionsorganisation ab. Erst das optimale Zusammenspiel von Mensch, Organisation und Technik erlaubt es, alle Potenziale für den Unternehmenserfolg auszuschöpfen. Dabei muss größtes Augenmerk darauf gelegt werden, möglichst ressourcenschonend, effizient und resilient zu werden, um flexibel im volatilen Produktionsumfeld zu agieren.

Um in dem Spannungsfeld Nachhaltigkeit, Komplexität, Kosten, Zeit und Qualität bestehen zu können, müssen Produktionsstrukturen ständig neu überdacht und weiterentwickelt werden. Dabei ist es notwendig, die Komplexität von Produkten, Produktionsabläufen und -systemen einerseits zu verringern und andererseits besser zu beherrschen.

Ziel der Forschungsarbeiten des Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften der Technischen Universität München (*iwb*) ist die ständige Verbesserung von Produktentwicklungs- und Planungssystemen, von Herstellverfahren sowie von Produktionsanlagen. Betriebsorganisation, Produktions- und Arbeitsstrukturen sowie Systeme zur Auftragsabwicklung werden unter besonderer Berücksichtigung der Anforderungen des Personals sowie von Nachhaltigkeitsaspekten entwickelt. Die dabei eingesetzten rechnergestützten und Künstliche-Intelligenz-basierten Methoden und die notwendige Steigerung des Automatisierungsgrades dürfen jedoch nicht zu einer Verfestigung arbeitsteiliger Strukturen führen. Fragen der optimalen Einbindung ökologischer und sozialer Aspekte in alle Planungs- und Entwicklungsprozesse spielen deshalb eine sehr wichtige Rolle.

Die im Rahmen dieser Buchreihe erscheinenden Bände stammen thematisch aus den Forschungsbereichen des *iwb*. Diese reichen von der Entwicklung von Produktionssystemen über deren Planung bis hin zu den eingesetzten Technologien in den Bereichen Fertigung und Montage. Die Steuerung

und der Betrieb von Produktionssystemen, die Qualitätssicherung, die Verfügbarkeit und die Autonomie sind Querschnittsthemen hierfür. In den *iwb*-Forschungsberichten werden neue Ergebnisse und Erkenntnisse aus der praxisnahen Forschung des Institutes veröffentlicht. Diese Buchreihe soll dazu beitragen, den Wissenstransfer zwischen dem Hochschulbereich und den Anwendenden zu verbessern.

Rüdiger Daub

Gunther Reinhart

Michael Zäh

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften der Technischen Universität München. Ich möchte mich an dieser Stelle bei all denjenigen bedanken, die mich während dieser Zeit begleitet und unterstützt haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Michael F. Zäh, Herrn Prof. Dr.-Ing. Gunther Reinhart und Herrn Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Daub, die mir als Vorsitzende der Institutsleitung diesen Weg ermöglicht haben. Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. Matthias Weigold und Herrn Prof. Dr. sc. techn. Daniel Straub für die Übernahme des Korreferats sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Veit Senner für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Ebenso möchte ich mich bei meinen Kolleginnen und Kollegen bedanken, deren Unterstützung und Teamgeist den Arbeitsalltag bereichert haben. Besonderer Dank gilt dabei den Kolleginnen und Kollegen der Themengruppe Werkzeugmaschinen für ihre fachliche Unterstützung und die vielen schönen gemeinsamen Momente. Ich bedanke mich bei Max und Benedikt für die gründliche Durchsicht meiner Arbeit, den fachlichen Austausch und die freundschaftliche Zusammenarbeit.

Ein herzlicher Dank geht an meine Familie und Freunde, die stets an meiner Seite standen und mir den Rücken gestärkt haben. Mein größter Dank gilt dabei meinen Eltern Waltraud und Klaus und meiner Partnerin Klara. Euer Zuspruch und Eure Unterstützung haben mich durch die arbeitsintensive Zeiten getragen.

München, den 16. Februar 2024

Maximilian Busch



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xv</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1 Strukturodynamik von Werkzeugmaschinen . . . . .	5
2.1.1 Analytische Modellbildung . . . . .	5
2.1.2 Experimentelle Modalanalyse . . . . .	8
2.1.3 Quantitative Bewertung . . . . .	9
2.2 Prozessdynamik des Fräsens . . . . .	10
2.2.1 Prozesskraftmodellierung . . . . .	10
2.2.2 Stabilitätsanalyse . . . . .	12
2.3 Unsicherheitsquantifizierung . . . . .	17
2.3.1 Unsicherheitsfortpflanzung . . . . .	21
2.3.2 Inverse Unsicherheitsquantifizierung . . . . .	23
2.4 Bayes'sches maschinelles Lernen . . . . .	28
2.4.1 Gauß'sche Mischmodellierung . . . . .	29
2.4.2 Gauß-Prozess-Regression . . . . .	30
2.4.3 Mehrstufige Gauß-Prozess-Regression . . . . .	34
2.4.4 Quantitative Bewertung . . . . .	36
<b>3 Stand der Wissenschaft und Forschung</b>	<b>39</b>
3.1 Kinematik von Fräsrobotern . . . . .	40
3.2 Quasi-statische Abdrängungen . . . . .	41
3.2.1 Präventive Steuerung . . . . .	42
3.2.2 Reaktive Regelung . . . . .	44
3.3 Dynamische Instabilitäten . . . . .	45
3.3.1 Modellbasierte Prozessauslegung . . . . .	45
3.3.2 Prozessparallele Stabilitätsregelung . . . . .	47
3.4 Fazit . . . . .	47
<b>4 Handlungsbedarf und Zielsetzung</b>	<b>49</b>

<b>5</b>	<b>Physikalisch motivierte Strukturmodellierung</b>	<b>55</b>
5.1	Experimentelle Datenerhebung und -vorverarbeitung . . . . .	58
5.2	Probabilistische Identifikation der Nachgiebigkeiten . . . . .	60
5.2.1	Wahl einer Normalverteilung . . . . .	61
5.2.2	Wahl einer Gammaverteilung . . . . .	63
5.2.3	Vergleich der Regressionsfehler . . . . .	65
5.2.4	Implementierung und Laufzeitverhalten . . . . .	65
5.3	Bewertung der Prognosefähigkeit . . . . .	66
5.3.1	Analyse einer Validierungspose . . . . .	67
5.3.2	Analyse im Arbeitsraum . . . . .	70
5.4	Zwischenfazit . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Datenbasierte Strukturmodellierung</b>	<b>79</b>
6.1	Datenverarbeitung und Modellbildung . . . . .	81
6.1.1	Auswahl geeigneter Algorithmen . . . . .	81
6.1.2	Störgrößenmodellierung . . . . .	83
6.1.3	Datenerzeugung und -vorverarbeitung . . . . .	85
6.1.4	Teilung in Trainings- und Testdaten . . . . .	86
6.2	Training und Vergleich der Modelltypen . . . . .	87
6.2.1	Eigenfrequenzen . . . . .	87
6.2.2	Dämpfungsgrade . . . . .	89
6.2.3	Residuen . . . . .	91
6.2.4	Implementierung und Laufzeitverhalten . . . . .	92
6.2.5	Zwischenfazit . . . . .	93
6.3	Rekonstruktion positionsabhängiger Frequenzgänge . . . . .	94
6.3.1	Methode zur Unsicherheitsfortpflanzung . . . . .	94
6.3.2	Qualitative Analyse . . . . .	95
6.3.3	Quantitative Analyse . . . . .	97
6.3.4	Implementierung . . . . .	99
6.4	Effizienzsteigerung durch aktive Lernstrategien . . . . .	99
6.4.1	Konzeption der Lernstrategien . . . . .	100
6.4.2	Vergleich der Lernstrategien . . . . .	102
6.5	Zwischenfazit . . . . .	104
<b>7</b>	<b>Unsicherheitsbehaftete Prozesskraftmodellierung</b>	<b>107</b>
7.1	Modellbildung . . . . .	108
7.2	Datenerzeugung und -vorverarbeitung . . . . .	108
7.3	Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten . . . . .	109
7.3.1	Wahl einer Normalverteilung . . . . .	110
7.3.2	Wahl einer Gammaverteilung . . . . .	114
7.4	Laufzeitverhalten und Implementierung . . . . .	116
7.5	Zwischenfazit . . . . .	117
<b>8</b>	<b>Unsicherheitsquantifizierung der Prozessstabilität</b>	<b>119</b>
8.1	Methodenkonzept . . . . .	120
8.2	Validierung . . . . .	121
8.2.1	Voll-probabilistische Stabilitätsmodellierung . . . . .	122

---

8.2.2	Semi-probabilistische Stabilitätsmodellierung . . . . .	125
8.3	Implementierung und Laufzeitverhalten . . . . .	127
8.4	Zwischenfazit . . . . .	128
<b>9</b>	<b>Diskussion und Potentialanalyse</b>	<b>129</b>
9.1	Wissenschaftliches Verwertungspotenzial . . . . .	129
9.1.1	Unsicherheitsbehaftete Maschinenmodellierung . . . . .	129
9.1.2	Unsicherheitsbehaftete Zerspankraftmodellierung . . . . .	132
9.1.3	Unsicherheitsbehaftete Stabilitätsprognose . . . . .	133
9.2	Wirtschaftliches Verwertungspotenzial . . . . .	134
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>137</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>139</b>
	<b>Anhang A</b>	<b>151</b>
	<b>Anhang B</b>	<b>153</b>
	<b>Anhang C</b>	<b>155</b>
	<b>Anhang D</b>	<b>157</b>



# Abkürzungsverzeichnis

CAD	Computer-Aided Design (dt.: rechnergestützte Konstruktion)
CAM	Computer-Aided Manufacturing (dt.: rechnergestützte Fertigungsplanung)
CSF	Cross Signature Scale Factor (Vergleichsmaß für Frequenzgänge)
EU	Europäische Union
FEM	Finite-Elemente-Methode
FRAC	Frequency Response Assurance Criterion (Vergleichsmaß für Frequenzgänge)
<i>iwb</i>	Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften der Technischen Universität München
Likelihood	Plausibilitätsfunktion
LSCF	Least Square Complex Frequency (Verfahren zur rechnergestützten Identifikation von Modalparametern aus Nachgiebigkeitsfrequenzgängen)
LHS	Latin Hypecube Sampling (Verfahren zur Stichprobenziehung von Zufallszahlen)
MCMC	Markov Chain Monte Carlo (dt.: Markow-Ketten-Monte-Carlo)
NIG	Normal-Invers-Gamma
PCE	Polynomial Chaos Expansions (dt.: polynomielle Chaos-Zerlegung)
POM	Polyoxymethylen
Posterior	A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilung
Prior	A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung
QMC	Quasi-Monte-Carlo
RBF	Radiale Basisfunktion
RMSE	Root Mean Squared Error (dt.: Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers)

TCP	Tool Center Point (dt.: Werkzeugmittelpunkt)
WDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
ZOA	Zeroth-Order-Approximation (dt.: Approximation der nullten Ordnung)

# Symbolverzeichnis

## Allgemeine Notation

Symbol	Beschreibung	Einheit
$x$	Skalar	-
$\mathbf{x}$	Vektor	-
$\mathbf{X}$	Matrix	-
$\mathbf{X}^\top$	transponierte Matrix von $\mathbf{X}$	-
$\mathbf{X}^{-1}$	inverse Matrix von $\mathbf{X}$	-
$x^*$	komplex konjugierte Größe $x$	-
$y^*$	prognostizierte Größe $y$	-
$\mathcal{X}$	Menge, bestehend aus Elementen $x_i$	-

**Hinweis:** Soweit nicht anders gekennzeichnet, sind die Einheiten von physikalischen Größen der folgenden zugrundeliegenden Übersicht zu entnehmen. Im darauffolgenden Text werden bei erstmaliger Nennung zusätzlich zum Formelzeichen einer physikalischen Größe auch die dem Zahlenwert zugrundeliegenden Zahlenmengen ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{R}$  oder  $\mathbb{C}$ ) genannt. Im Sinne der Lesbarkeit wird dabei auf die erneute Nennung der physikalischen Einheit verzichtet.

## Lateinische Buchstaben

Symbol	Beschreibung	Einheit
$A(t)$	zeitabhängige Koeffizientenmatrix	-
$a_e$	radiale Zustellung	mm
$a_p$	axiale Schnitttiefe	mm
$a_{p,lim}(\Omega)$	Grenzschnitttiefe	mm
$\tilde{A}_r$	Fourier-Koeffizienten von $A(t)$	-
$a_{xx,\dots,yy}$	richtungsabhängige dynamische Zerspannkraftkoeffizienten	-
$\mathbf{C}$	Dämpfungsmatrix des analytischen Starrkörpermodells	$\frac{N_s}{m}, \frac{Nms}{rad}$
$\mathbb{C}$	Menge der komplexen Zahlen	-
$c_i$	(viskose) Dämpfung des $i$ -ten Freiheitsgrads im analytischen Starrkörpermodell	$\frac{N_s}{m}, \frac{Nms}{rad}$
$c_n$	$n$ -ter Expansionskoeffizient im Rahmen der Polynomial Chaos Expansions	-
$\mathcal{D}$	Datensatz	-
$d_s$	instantane Spannungsdicke	mm
$\mathbb{E}$	Erwartungswert	-
$f$	Frequenz	Hz
$\mathbf{F}$	Vektor der angreifenden Kräfte und Momente auf das Starrkörpersystem	N, N m
$\hat{\mathbf{F}}$	Amplitudenvektor der angreifenden Kräfte und Momente auf das Starrkörpersystem	N, N m
$\mathcal{F}_A$	Akquisitionsfunktion	-
$F_n$	Schnittnormalkraft	N
$F_t$	Schnittkraft	N
$F_x$	Vorschubkraft	N
$F_y$	Vorschubnormalkraft	N
$f_z$	Vorschub pro Zahn	mm
$f_{0,i}$	Eigenfrequenz der $i$ -ten Schwingungsmode	Hz
$f_t$	funktionale Abbildung für die Informationsquelle mit Informationsgrad $\iota$	-
$\mathcal{G}$	Gammaverteilung	-
$\mathcal{G}^{-1}$	inverse Gammaverteilung	-

$g_i$	Sprungfunktion bei Betrachtung des $i$ -ten Zahns	-
$\mathbf{h}$	Nachgiebigkeitsvektor im analytischen Starrkörpermodell	$\frac{\text{m}}{\text{N}}, \frac{\text{rad}}{\text{Nm}}$
$\mathbf{H}$	Nachgiebigkeitsfrequenzgangsmatrix mit gerichteten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen	$\frac{\text{m}}{\text{N}}$
$h_i$	Nachgiebigkeit des $i$ -ten Freiheitsgrads im analytischen Starrkörpermodell	$\frac{\text{m}}{\text{N}}, \frac{\text{rad}}{\text{Nm}}$
$H_{i,r}$	gerichteter Nachgiebigkeitsfrequenzgang zwischen Anregungsrichtung $i$ und Verlagerungsrichtung $r$	$\frac{\text{m}}{\text{N}}$
$i$	freie Index-Variable	-
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix	-
$\mathbb{I}$	Glaubwürdigkeitsintervall	-
$\mathbb{I}_\rho$	$(\rho \cdot 100\%)$ -Glaubwürdigkeitsintervall einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	-
$j$	imaginäre Einheit einer komplexen Zahl	-
$\mathbf{J}$	Jacobi-Matrix	-
$\mathbf{J}_R$	rotatorischer Anteil der Jacobi-Matrix	-
$\mathbf{J}_T$	translatorischer Anteil der Jacobi-Matrix	-
$\tilde{k}$	generalisierte Steifigkeit	$\frac{\text{N}}{\text{m}}, \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix des analytischen Starrkörpermodells	$\frac{\text{N}}{\text{m}}, \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$
$k_i$	Steifigkeit des $i$ -ten Freiheitsgrads im analytischen Starrkörpermodell	$\frac{\text{N}}{\text{m}}, \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$
$L_i$	$i$ -ter Rattersack	-
$\tilde{m}$	generalisierte Masse	kg
$\mathbf{M}$	Massenmatrix des analytischen Starrkörpermodells	kg
$m_i$	Masse des $i$ -ten Körpers im analytischen Starrkörpermodell	kg
$n$	freie Index-Variable	-
$\mathcal{N}$	Normalverteilung	-
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen	-
$N_{\mathcal{D}}$	Anzahl an Datenpunkten in einem Datensatz	-

$N_f$	Anzahl an Kraft-Niveaus	-
$N_k$	Anzahl an Komponenten eines Gauß'schen Mischmodells	-
$N_L$	Anzahl an Rattersäcken	-
$N_m$	Anzahl an Schwingungsmoden	-
$N_n$	Anzahl an Mess-Posen	-
$N_p$	Anzahl der Pole im Rahmen der Polynomial Chaos Expansions	-
$N_{\hat{p}}$	Polynomengrad im Rahmen der Polynomial Chaos Expansions	-
$N_q$	Anzahl an Freiheitsgraden des Zustandsraummodells	-
$N_r$	Anzahl an Reflektoren	-
$N_s$	Anzahl an Stichproben	-
$N_z$	Anzahl der Zähne eines Werkzeugs	-
$N_{\theta}$	Anzahl betrachteter Modellparameter	-
$N_*$	Anzahl an Punkten, für die eine Modellprognose berechnet werden soll	-
$p(\theta)$	Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Parameter $\theta$	-
$p(A B)$	bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung für Ereignis $A$ unter der Bedingung, dass Ereignis $B$ gegeben oder bekannt ist	-
$P(A)$	Wahrscheinlichkeit für Ereignis $A$	-
$P(A B)$	bedingte Wahrscheinlichkeit für Ereignis $A$ unter der Bedingung, dass Ereignis $B$ gegeben oder bekannt ist	-
$\mathbf{q}$	Zustandsraumvektor der Freiheitsgrade	m, rad
$\dot{\mathbf{q}}$	Geschwindigkeitsvektor der Freiheitsgrade	$\frac{\text{m}}{\text{s}}, \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$\ddot{\mathbf{q}}$	Beschleunigungsvektor der Freiheitsgrade	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$
$\hat{\mathbf{q}}$	Amplitudenvektor der Verlagerungen der Freiheitsgrade	m, rad
$r$	freie Index-Variable	-
$\mathcal{R}$	Residue einer Schwingungsmode	$\frac{\text{m}}{\text{Ns}}$
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen	-
$\mathbb{R}^2$	Bestimmtheitsmaß	-

$S$	Strategie	-
$s_x^2$	Stichproben-Varianz	-
$t$	Zeit	s
$T$	Periodendauer	s
$U(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$	Modell	-
$\hat{U}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$	approximiertes Modell	-
$\mathbf{V}$	Kovarianzmatrix einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	-
$\mathbb{V}$	Varianz	-
$v_f$	Vorschubgeschwindigkeit	$\frac{\text{m}}{\text{s}}, \frac{\text{mm}}{\text{min}}$
$\mathbf{w}$	Kraft-Momenten-Vektor	N, N m
$\mathcal{W}$	Werkzeug-Werkstoff-Kombination	-
$\mathbf{x}$	Pose, bestehend aus Position und Orientierung	-
$\mathbf{x}, \mathbf{x}$	Modelleingangsgröße(-nvektor)	-
$\bar{x}$	Stichproben-Mittelwert	-
$x, y, z$	Translationselemente in Richtung der Achsen eines kartesischen Koordinatensystems	m
$xx, xy, \dots, zz$	Anregungs-Wirkungs-Richtung	-
$\mathbf{X}$	Regressormatrix im linearen Regressionsmodell	-
$\tilde{\mathbf{X}}$	partielle Regressormatrix im linearen Regressionsmodell	-
$\mathbf{y}, \mathbf{y}$	Modellausgangsgröße(-nvektor)	-
$\mathbf{Y}$	Modellausgangsgrößenvektor	-

### Griechische Buchstaben

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\alpha_{xx, \dots, yy}$	Matrizelemente von $\tilde{\mathbf{A}}_0$	-
$\Gamma$	Gammafunktion	-
$\delta_\iota$	Bias-Funktion zur funktionalen Abbildung der Informationsquelle mit Informationsgrad $\iota$	-

$\epsilon$	Phasenversatz der Spanungsdickenmodulation	rad
$\epsilon_{\Delta x}, \epsilon_y$	Störgrößen im (Bayes'schen) linearen Regressionsmodell	-
$\eta_n$	Normalenskalierungsfaktor	-
$\theta, \boldsymbol{\theta}$	Modellparameter(-vektor)	-
$\iota$	Informationsgrad	-
$\kappa_n$	Zerspannkraftkoeffizient in Schnittnormalkraftrichtung	$\frac{N}{\text{mm}^2}$
$\kappa_{ne}$	Kanten-Zerspannkraftkoeffizient in Schnittnormalkraftrichtung	$\frac{N}{\text{mm}}$
$\kappa_t$	Zerspannkraftkoeffizient in Schnittkraftrichtung	$\frac{N}{\text{mm}^2}$
$\kappa_{te}$	Kanten-Zerspannkraftkoeffizient in Schnittkraftrichtung	$\frac{N}{\text{mm}}$
$\lambda$	Gewichtungsfunktion im Rahmen der Gauß'schen Mischmodellierung	-
$\Lambda$	Eigenwert der charakteristischen Gleichung	-
$\mu, \boldsymbol{\mu}$	Mittelwert(-vektor) einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	-
$\mu(x)$	Mittelwertfunktion im Rahmen der Gauß-Prozess-Regression	-
$\xi_i$	Dämpfungsgrad der $i$ -ten Schwingungsmode	-
$\rho$	Wahrscheinlichkeit	-
$\varrho$	Skalierungsfunktion zwischen zwei Informationsquellen (bzw. zwischen deren funktionalen Abbildungen)	-
$\sigma^2$	Kovarianz einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	-
$\Sigma(x, x')$	Kovarianzfunktion für $x$ und $x'$ im Rahmen der Gauß-Prozess-Regression	-
$\Sigma_{\text{bias}}$	konstante Kovarianzfunktion	-
$\Sigma_{\text{kub}}$	kubische Kovarianzfunktion	-
$\Sigma_{\text{lin}}$	lineare Kovarianzfunktion	-
$\Sigma_{\text{quad}}$	quadratische Kovarianzfunktion	-

---

$\Sigma_{\text{RBF}}$	Kovarianzfunktion auf Grundlage der Radial-Basis-Funktion	-
$\tau$	Vektor der angreifenden Achsmomente auf das Starrkörpersystem des Roboters	N m
$\phi$	Drehwinkel des Werkzeugs	rad
$\phi_e$	Austrittswinkel des Werkzeugs	rad
$\Phi_n$	$n$ -tes Glied eines Polynoms im Rahmen der Polynomial Chaos Expansions	-
$\phi_s$	Eintrittswinkel des Werkzeugs	rad
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	Rotationselemente um die Achsen eines kartesischen Koordinatensystems	rad
$\psi$	massennormierter Eigenvektor einer Schwingungsmode (Schwingungsform)	-
$\Psi$	Eigenvektor einer Schwingungsmode (Schwingungsform)	-
$\Psi'$	Eigenvektor des gedämpften Schwingungssystems	-
$\omega$	Kreisfrequenz	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$\Omega$	Drehzahl	$\frac{\text{U}}{\text{min}}$
$\omega'_0$	Eigenkreisfrequenz des gedämpften Schwingungssystems	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$\omega_{0,i}$	Eigenkreisfrequenz der $i$ -ten Schwingungsmode	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

---



## Kapitel 1

# Einleitung

Um zukünftige Auswirkungen des menschengemachten Klimawandels einzudämmen, hat die Europäische Union (EU) im *europäischen Grünen Deal* Maßnahmen zur Reduktion klimaschädlicher Umwelteinflüsse vorgestellt (EUROPÄISCHE KOMMISSION 2019). Die darin formulierten Ziele beinhalten eine Reduktion der Treibhausgasemissionen bis 2020 um 50% gegenüber dem Jahr 1990 und die Klimaneutralität bis zum Jahre 2050 (EUROPÄISCHE KOMMISSION 2019, S. 5).

Die Steigerung der Ressourceneffizienz durch den industriellen Einsatz additiver Fertigungsverfahren kann dabei einen wesentlichen Einfluss auf die Zielerreichung haben. Insbesondere in der Luft- und Raumfahrtindustrie kann das Potenzial der additiven Fertigungsverfahren besonders gut genutzt werden: Große Komponenten, beispielsweise Tragflächenstrukturen von Luftfahrzeugen oder Strukturkomponenten von Raketen, können ressourcenschonend additiv aufgebaut werden, anstatt diese subtraktiv (d. h. spanend) aus dem Vollmaterial zu fertigen (LACHMAYER und LIPPERT 2016, S. 38; HUANG et al. 2016). Deshalb wird für das globale Marktvolumen additiver Fertigungsverfahren in industriellen Anwendungen für die Luft- und Raumfahrtindustrie eine Steigerung von 0,43 Mrd. Euro im Jahr 2015 auf rund 9,5 Mrd. Euro im Jahr 2030 prognostiziert (STRATEGY& 2018).

Im Vergleich zu subtraktiven Fertigungsverfahren weisen additive Fertigungsverfahren eine geringere Fertigungsgenauigkeit und Oberflächengüte auf (HÄFELE et al. 2019, S. 1). Der spanenden Nachbearbeitung additiv gefertigter Komponenten kommt damit eine wesentliche Rolle in der Industrialisierbarkeit additiver Fertigungsverfahren zu. Die Verbindung von additiven und subtraktiven Fertigungstechniken wird deshalb auch als *hybride Prozesskette* bezeichnet (HÄFELE et al. 2019, S. 2).

hybride  
Prozesskette

Hybride Prozessketten motivieren den industriellen Einsatz von *Fräsrobotern* für großvolumige Bauteile (BAIER 2020). Fräsroboter sind üblicherweise konventionelle Sechs-Achs-Knickarmroboter, die als Führungskinetik einer Frässpindel dienen. Sie verfügen im Vergleich zu herkömmlichen Fräsbearbeitungszentren über drei wesentliche Vorteile, die für ihren Einsatz in hybriden Prozessketten sprechen:

- ▶ Bei entsprechenden Arbeitsräumen sind die Investitionskosten von Fräsrobotern deutlich geringer als die einer herkömmlichen Werkzeugmaschine: Der Wirtschaftlichkeitsrechnung von MÖLLER zufolge liegen die Anschaffungskosten eines konventionellen Fräsroboters zwischen 76 000 € und 125 000 € (MÖLLER 2019, S. 154 ff.). Die Anschaffungskosten einer konventionellen Werkzeugmaschine liegen üblicherweise deutlich darüber. RÖSCH (2014) beziffert diese Kosten in entsprechender Höhe (RÖSCH 2014, S. 149).
- ▶ Aufgrund der seriellen Kinematik von Industrierobotern verfügen Fräsroboter über einen deutlich größeren Arbeitsraum bei zugleich geringerem Platzbedarf als eine herkömmliche Werkzeugmaschine (RÖSCH 2014, S. 149).
- ▶ Sofern der vorgelagerte additive Fertigungsprozess ebenfalls roboterbasiert durchgeführt wird, vereinfacht sich die Integration eines Fräsroboters in eine bestehende Fertigungskette erheblich, da in diesem Fall nur der Tausch des Endeffektors nötig ist.

Trotz der vielfältigen Vorteile werden Industrieroboter immer noch selten für Bearbeitungsaufgaben in der Fertigungstechnik eingesetzt (INTERNATIONAL FEDERATION OF ROBOTICS 2020). Die Gründe hierfür sind ebenfalls durch die serielle Kinematik des Industrieroboters bedingt: Zum einen weisen Industrieroboter eine deutlich geringere statische Steifigkeit als herkömmliche Bearbeitungszentren auf. Die Prozesskräfte resultieren dadurch in erheblichen Pfadabdrängungen von der geplanten Solltrajektorie (PAN und ZHANG 2007, S. 596). Zum anderen neigt die serielle Roboterstruktur stärker zu Resonanzproblemen (CORDES et al. 2019). Prozessinstabilitäten können dabei sowohl zu unzureichender Oberflächenqualität als auch zu gesteigertem Verschleiß der Roboter- und Spindelkomponenten führen.

digitale  
Werkzeugkette

Um die Störeinflüsse schon während der digitalen Prozessplanung zu berücksichtigen und um diesen damit präventiv kompensierend entgegenzuwirken, können die prozessinduzierten Einflüsse auf die Roboterstruktur im Rahmen der *digitalen Werkzeugkette* in geeigneten Datenverarbeitungsprogrammen<sup>1</sup> modelliert und simuliert werden (BRÜNING 2019; LIENENLÜKE 2020).

Die Prognosefähigkeit der Stabilitätsmodellierung ist stark von der Prognosefähigkeit der zugrundeliegenden Struktur- und Prozessmodelle abhängig. Ihrer Aufstellung kommt somit eine wesentliche Bedeutung zu. Da derartige Struktur- und Prozessmodelle üblicherweise auf der Grundlage experimenteller Messdaten parametrisiert werden, können sich Messfehler und Unsicherheiten unmittelbar auf die Prognosefähigkeit der Stabilitätsmodellierung auswirken. Das Ziel der vorliegenden Dissertation ist daher die Steigerung der Prognosefähigkeit der Stabilitätsmodellierung, um die robuste Auslegung von roboterbasierten Fräsprozessen zu gewährleisten. Im Zuge der Forschungs-

<sup>1</sup>In der englischsprachigen Fachliteratur wird die rechnergestützte Fertigungsplanung als *Computer-Aided Manufacturing (CAM)* bezeichnet.

---

arbeiten wurden zunächst die strukturdynamischen Eigenschaften mit Hilfe unsicherheitsbehafteter maschineller Lernverfahren modelliert. Anschließend wurden probabilistische Verfahren zur Modellierung der Prozesseigenschaften eingesetzt. Zur unsicherheitsbehafteten Modellierung der Prozessstabilität konnten abschließend die Struktur- und Prozessmodelle gekoppelt werden.

Die Arbeit ist daher wie folgt gegliedert: In Kapitel 2 werden zunächst die theoretischen Grundlagen erläutert, die zum Verständnis der Arbeit vorausgesetzt werden. Der Stand der Wissenschaft und Forschung im Bereich der Modellbildung und Simulation roboterbasierter Fräsprozesse wird darauf folgend in Kapitel 3 dargestellt. Auf Basis der bestehenden Forschungsarbeiten werden in Kapitel 4 der Handlungsbedarf und die daraus resultierende Arbeitspakete zur Zielerreichung abgeleitet. Anschließend werden die im Rahmen dieser Dissertation entwickelten Methoden zur Modellierung und Simulation der Struktur- und Prozessdynamik in den Kapiteln 5 bis 8 beschrieben. Die Ergebnisse werden in Kapitel 9 diskutiert und hinsichtlich ihres technisch-wissenschaftlichen Mehrwerts und ihres wirtschaftlichen Verwertungspotenzials bewertet. Abschließend wird die Arbeit in Kapitel 10 zusammengefasst.



## Kapitel 2

# Grundlagen

Zu Beginn des vorliegenden Kapitels werden die wesentlichen Modellierungstechniken zur Beschreibung der Dynamik von Maschinenstrukturen (Abschnitt 2.1) und von Fräsprozessen eingeführt (Abschnitt 2.2). Zur Beschreibung der Struktur-, Prozess- und Stabilitätsmodelle wurden unsicherheitsbehaftete maschinelle Lernverfahren eingesetzt. Da diese Algorithmen für die vorliegende Arbeit von grundlegender Bedeutung sind, werden die Methoden zur Unsicherheitsquantifizierung von Simulationsmodellen (Abschnitt 2.3) und die Bayes'schen maschinellen Lernverfahren (Abschnitt 2.4) darauf folgend erläutert.

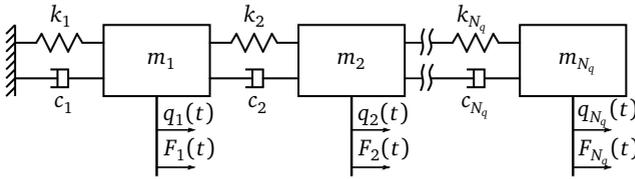
## 2.1 Strukturdynamik von Werkzeugmaschinen

Dynamische Werkzeugmaschinenmodelle beschreiben das Strukturverhalten der Maschine unter Einwirkung externer Kräfte oder Störungen, beispielsweise durch Kräfte des Zerspanungsprozesses (APPRICH 2019, S. 5). Die Maschinenstruktur wird meist in Form eines Mehrmassenschwingermodells approximiert (WECK 2006, S. 195). Dabei werden die Struktureigenschaften durch  $N_q \in \mathbb{N}^+$  Massenelemente mit den jeweiligen Massen  $m$  und dazwischengeschalteten Feder-Dämpfer-Elementen mit ihren Feder- und Dämpfungskonstanten  $k$  und  $c$  abgebildet. Ein derartiges Mehrmassenschwingermodell ist in Abbildung 2.1 veranschaulicht. In Ruhelage ohne angreifende Kräfte  $F$  sind die Massen nicht ausgelenkt ( $q = 0$ ).

### 2.1.1 Analytische Modellbildung

Derartige dynamische Systeme können durch ein Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung beschrieben werden (WECK 2006, S. 227):

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t). \quad (2.1)$$



**Abbildung 2.1:** Schematische Illustration eines seriellen Mehrmassenschwingermodells, Abbildung in Anlehnung an SCHMITZ und SMITH (2019, S. 38)

Die Massenmatrix  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{N_q \times N_q}$  beinhaltet die Massen- und Trägheitsterme des Systems. Durch die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{N_q \times N_q}$  können viskose Dämpfungseigenschaften berücksichtigt werden und die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N_q \times N_q}$  beschreibt das quasi-statische Nachgiebigkeitsverhalten. Die Auslenkungen der Massen werden im (generalisierten) Zustandsraumvektor  $\mathbf{q}(t) \in \mathbb{R}^{N_q}$  zusammengefasst. Der Vektor  $\mathbf{F}(t) \in \mathbb{R}^{N_q}$  berücksichtigt alle angreifenden Lasten in Abhängigkeit der Zeit  $t$ .

Frequenz-  
bereich

Das dynamische Verhalten von Maschinenstrukturen wird üblicherweise im Frequenzbereich dargestellt (WECK 2006, S. 196). Auf Grundlage der Matrizen  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{K}$  lassen sich die strukturdynamischen Eigenschaften des Systems wie folgt beschreiben (WECK 2006, S. 225 ff.):

Zur Lösung des ungedämpften Differentialgleichungssystems

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (2.2)$$

wird unter Berücksichtigung der *Kreisfrequenz*<sup>2</sup>  $\omega$  ein harmonischer Ansatz gewählt:

$$\mathbf{F}(t) = \hat{\mathbf{F}} \cdot e^{j\omega t}, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{q}(t) = \hat{\mathbf{q}} \cdot e^{j\omega t}, \quad (2.4)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) = -\omega^2 \hat{\mathbf{q}} \cdot e^{j\omega t}. \quad (2.5)$$

Die beiden Größen  $\hat{\mathbf{F}}$  und  $\hat{\mathbf{q}}$  entsprechen dabei die zeitunabhängigen Last- und Auslenkungsamplituden. Eingesetzt in Gleichung 2.2 ergibt sich der Zusammenhang

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{F}}. \quad (2.6)$$

Die homogene Lösung des Differentialgleichungssystems lässt sich für  $\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{0}$  durch folgendes Eigenwertproblem (GERADIN und RIXEN 2015, S. 68) finden:

$$(\mathbf{K} - \omega_{0,i}^2 \mathbf{M}) \Psi_i = \mathbf{0} \quad \text{mit} \quad i = 1, \dots, N_q. \quad (2.7)$$

<sup>2</sup>Alternativ kann der Frequenzbereich auch durch die *Frequenz*  $f$  beschrieben werden. Zwischen  $\omega$  und  $f$  gilt der Zusammenhang  $\omega = 2\pi f$ . Zur besseren Lesbarkeit werden nachfolgend sowohl  $\omega$  als auch  $f$  als *Frequenzen* bezeichnet. Während  $\omega$  meist in der Einheit  $s^{-1}$  beziffert wird, lautet die Einheit von  $f$  Hertz (Hz) (DIN 1301). Um den Unterschied zu verdeutlichen, wird  $\omega$  im Rahmen dieser Arbeit in der Einheit  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$  angegeben.

Die daraus resultierenden Eigenwerte  $\omega_{0,i}$  kennzeichnen die  $N_q$  ungedämpften *Eigen(kreis)frequenzen* des Systems<sup>3</sup>. Die zugehörigen Eigenvektoren  $\Psi_i \in \mathbb{R}^{N_q}$  repräsentieren sogenannte *Schwingungsformen*.

Die Eigenfrequenzen und Schwingungsformen sind *Modalparameter* des ungedämpften dynamischen Systems und beschreiben zusammen jeweils eine *Schwingungsmode*.

Modal-  
parameter

Die Transformation der *nodalen* Freiheitsgrade  $\mathbf{q}$  in *modale* Koordinaten erlaubt zudem die Entkopplung der Differentialgleichungen in Gleichung 2.1, da für zwei unterschiedliche Eigenfrequenzen  $f_{0,i} \neq f_{0,r}$  mit entsprechenden Schwingungsformen  $\Psi_i$  und  $\Psi_r$  die folgenden Zusammenhänge gelten (GERADIN und RIXEN 2015, S. 70 f.):

$$\Psi_i^T \mathbf{M} \Psi_r = 0, \quad (2.8)$$

$$\Psi_i^T \mathbf{K} \Psi_r = 0, \quad (2.9)$$

$$\Psi_i^T \mathbf{M} \Psi_i = \tilde{m}_i, \quad (2.10)$$

$$\Psi_i^T \mathbf{K} \Psi_i = \tilde{k}_i. \quad (2.11)$$

Die beiden Parameter  $\tilde{m}$  und  $\tilde{k}$  werden als *modale* (oder *generalisierte*) *Masse* und *modale* (oder *generalisierte*) *Steifigkeit* bezeichnet.

Da die Eigenvektoren des Eigenwertproblems in Gleichung 2.7 und damit die Schwingungsformen beliebig skaliert werden können, werden die Schwingungsformen im Regelfall *massennormiert*, d. h. als

$$\psi_i = \frac{\Psi_i}{\sqrt{\tilde{m}_i}} \quad (2.12)$$

angegeben.

Unter Berücksichtigung von Gleichung 2.7 lassen sich die *Nachgiebigkeitsfrequenzgänge* in Form der Nachgiebigkeitsfrequenzgangmatrix  $\mathbf{H}(\omega)$  berechnen (SCHWARZ 2015, S. 11):

$$\frac{\hat{\mathbf{q}}}{\hat{\mathbf{F}}} = (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})^{-1} = \mathbf{H}(\omega). \quad (2.13)$$

Die (gerichteten) ungedämpften Nachgiebigkeitsfrequenzgänge  $H_{i,r}(\omega)$  lassen sich auch auf Basis der Modalparameter durch den Zusammenhang

$$H_{i,r}(\omega) = \sum_{n=1}^{N_q} \frac{\psi_{n,i} \psi_{n,r}}{\omega_{0,n}^2 - \omega^2} \quad (2.14)$$

ermitteln (SCHWARZ 2015, S. 11). Es ist damit ersichtlich, dass die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge den überlagerten Systemantworten aller im System enthaltenen Schwingungsmoden entsprechen.

<sup>3</sup>Äquivalent kann die *Eigenfrequenz* auch als  $f_{0,i}$  in der Einheit Hertz (Hz) angegeben werden.

**Dämpfung** Für das (viskos) gedämpfte System wird der *Dämpfungsgrad*  $\xi$  als dritter Modalparameter zur Beschreibung einer Schwingungsmode verwendet. Durch den Einfluss der Dämpfung unterscheiden sich die Eigenfrequenzen und die Schwingungsformen von den ungedämpften Eigenfrequenzen und Schwingungsformen.

Zur mathematischen Beschreibung wird das viskos gedämpfte System in das Zustandsraummodell

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

umgeformt (GERADIN und RIXEN 2015, S. 174 f.; EWINS 2000, S. 74 ff.).

Die Modalparameter des gedämpften Schwingungssystems lassen sich als Eigenwerte  $\omega'_{0,i} \in \mathbb{C}$  und Eigenvektoren  $\Psi'_i \in \mathbb{C}^{2N_q}$ , jeweils bestehend aus  $N_q$  komplex konjugierten Paaren, aus dem Eigenwertproblem

$$\left( \omega'_{0,i} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \right) \Psi'_i = \mathbf{0}, \quad \text{mit } i = 1, \dots, 2N_q, \quad (2.16)$$

mit

$$\omega'_{0,i} = \omega_{0,i} \left( -\xi_i + j\sqrt{1 - \xi_i^2} \right), \quad (2.17)$$

$$\Psi'_i = \begin{bmatrix} \Psi_i \\ \Psi_i \omega'_{0,i} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

bestimmen (EWINS 2000, S. 75; GERADIN und RIXEN 2015, S. 174 ff.).

**Residuen** Die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge können in diesem Fall in sogenannter *Pol-Residuen-Form* mit den *Residuen*  $\mathcal{R} \in \mathbb{C}^{N_q}$  berechnet werden (GERADIN und RIXEN 2015, S. 181):

$$H_{i,r}(j\omega) = \sum_{n=1}^{N_q} \left( \frac{\mathcal{R}_{n,i,r}}{j\omega - \omega'_{0,n}} + \frac{\mathcal{R}_{n,i,r}^*}{j\omega - \omega'_{0,n}^*} \right). \quad (2.19)$$

Die Residuen ergeben sich durch eine massennormierte Skalierung der Eigenvektoren (GERADIN und RIXEN 2015, S. 181):

$$\mathcal{R}_{n,i,r} = \frac{\Psi_{n,i} \Psi_{n,r}^\top}{\tilde{m}_n}. \quad (2.20)$$

## 2.1.2 Experimentelle Modalanalyse

Die strukturdynamischen Eigenschaften von Maschinenstrukturen können auch experimentell erfasst werden. Ziel dieser *experimentellen Modalanalyse* ist die Identifikation der Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Residuen,

meist ausgehend von experimentell erfassten gerichteten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen (AVITABILE 2017, S. 5). Rechnergestützte Verfahren erlauben die Synthese der gerichteten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge mittels mathematischer Ausgleichsrechnung<sup>4</sup>.

Im Regelfall wird die rechnergestützte Identifikation der Modalparameter in einem iterativen, zweistufigen Prozess durchgeführt (AVITABILE 2017, S. 205): Zunächst wird für jede in den Messungen sichtbare Schwingungsmode der *Pol* (bestehend aus Eigenfrequenz und Dämpfungsgrad) ausgewählt. Darauf aufbauend werden die dazu passenden Residuen identifiziert (AVITABILE 2017, S. 69). Auf Basis der identifizierten Modalparameter lassen sich die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge entsprechend Formel 2.19 synthetisieren. Diese Synthese erfolgt unter Berücksichtigung der  $N_m \in \mathbb{N}^+$  identifizierten Schwingungsmoden mit den entsprechenden Polen (AVITABILE 2017, S. 69 ff.).

Der Prozess wird bis zu einem Abbruchkriterium wiederholt, bis die auf Basis der identifizierten Modalparameter synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge das gemessene Strukturverhalten hinreichend genau abbilden.

### 2.1.3 Quantitative Bewertung

Zur Validierung und quantitativen Bewertung eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgangs haben sich verschiedene *Vergleichsmaße* etabliert. Sie beschreiben die Genauigkeit und Abbildungstreue der Synthese gegenüber dem tatsächlichen Strukturverhalten eines Systems (ALLEMANG 2003).

Eines der gängigsten Vergleichsmaße zur Analyse eines strukturdynamischen Modells ist der *FRAC*<sup>5</sup>-Wert, welcher die Übereinstimmung von zwei komplexen Frequenzgängen  $H_i(j\omega)$  und  $H_r(j\omega)$  beziffert (SCHWARZ 2015, S. 45):

$$\text{FRAC}(H_i(j\omega), H_r(j\omega)) = \frac{|H_i(j\omega)H_r^*(j\omega)|^2}{(H_i(j\omega)H_i^*(j\omega))(H_r(j\omega)H_r^*(j\omega))}. \quad (2.21)$$

Der FRAC-Wert reagiert besonders sensitiv auf die Lage der Eigenfrequenzen, d. h. bereits geringe Unterschiede zwischen den Eigenfrequenzen der beiden Nachgiebigkeitsfrequenzgänge können in einem starken Abfall des FRAC-Werts resultieren (SEMM et al. 2019, S. 72 f.).

<sup>4</sup>Im Englischen wird dieser Prozess *curve fitting* genannt (AVITABILE 2017, S. 26).

<sup>5</sup>Engl.: Frequency Response Assurance Criterion (FRAC), zu Deutsch etwa *Kriterium zur Absicherung eines Frequenzgangs*

**CSF-Wert** Alternativ kann die Übereinstimmung zwischen zwei komplexen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen  $H_i(j\omega)$  und  $H_r(j\omega)$  mit Hilfe des  $CSF^6$ -Werts beurteilt werden (MARINONE und MOYA 2015, S. 301):

$$CSF(H_i(j\omega), H_r(j\omega)) = \frac{2|H_i^*(j\omega)H_r(j\omega)|}{(H_i^*(j\omega)H_i(j\omega)) + (H_r^*(j\omega)H_r(j\omega))}. \quad (2.22)$$

Im Gegensatz zum FRAC-Wert ist der CSF-Wert sensitiv bezüglich der Dämpfungseigenschaften (MARINONE und MOYA 2015, S. 301).

Beide Vergleichsmaße reduzieren die Übereinstimmung auf einen skalaren Wert im Intervall  $[0, 1]$ . Der Wert 0 entspricht dabei keiner Übereinstimmung zwischen den beiden Frequenzgängen, wohingegen der Wert 1 eine vollständige Übereinstimmung zwischen den beiden Frequenzgängen darstellt.

## 2.2 Prozessdynamik des Fräsens

**Fräsen** Als Fräsen wird das „Spanen mit kreisförmiger, einem meist mehrzahnigen Werkzeug zugeordneter Schnittbewegung und mit senkrecht oder auch schräg zur Drehachse des Werkzeugs verlaufender Vorschubbewegung zur Erzeugung beliebiger Werkstückoberflächen“ (DIN 8589-3) bezeichnet.

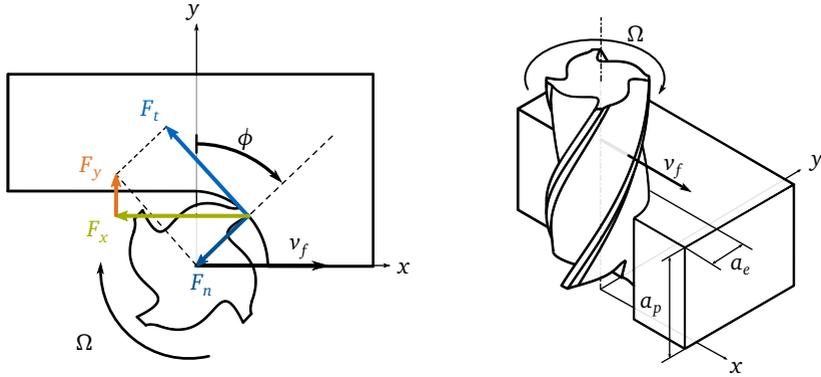
Je nach angestrebter Form und Geometrie des Werkstücks wird dabei in *Planfräsen*, *Rundfräsen*, *Schraubfräsen*, *Wälzfräsen*, *Profilfräsen* und *Formfräsen* unterschieden (DIN 8589-3). Abhängig von den Schneiden, die sich im Eingriff befinden, wird weiterhin in *Umfangs-* und *Stirnfräsen* gegliedert (FÖRSTER und FÖRSTER 2018, S. 70 ff.). Falls die Drehrichtung des Werkzeugs der Richtung der Werkstückbewegung in Relation zum Werkzeug entspricht, wird der Prozess als *Gleichlaufräsen* bezeichnet; umgekehrt spricht man von *Gegenlaufräsen* (FÖRSTER und FÖRSTER 2018, S. 73 f.).

### 2.2.1 Prozesskraftmodellierung

**mechanistisches Zerspankraftmodell** Die Auslegung von Fräsprozessen in CAM-Systemen erfordert die Simulation der auftretenden Prozesskräfte. Üblicherweise wird hierzu ein *mechanistisches Zerspankraftmodell* verwendet (BUDAK et al. 1996; RUBEO und SCHMITZ 2016). Aufgrund der weiten Verbreitung und der im Vergleich mit anderen Modellansätzen einfachen Identifikationsverfahren wird in der vorliegenden Arbeit das zweidimensionale mechanistische Zerspankraftmodell verwendet. Im Zuge dessen wird der Modellierung nach SCHMITZ und SMITH (2019, S. 134 ff.) gefolgt, in welcher der Helixwinkel des Werkzeugs vernachlässigt wird. Die Auswirkungen dieser Modellvereinfachung auf die Arbeitsinhalte dieser Dissertation werden abschließend in Kapitel 9 diskutiert.

<sup>6</sup>Engl.: Cross Signature Scale Factor (CSF)

Die im Fräsprozess auftretenden Kräfte können in den Arbeitsebenen in die *tangentialen* und die *normalen* Kraftkomponenten  $F_t \in \mathbb{R}$  und  $F_n \in \mathbb{R}$  unterteilt werden (siehe Abbildung 2.2).



**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung der Prozessgrößen anhand eines gegenläufigen Fräsprozesses mit einem vierschneidigen Schafffräser mit halber radialer Zustellung in Bezug auf den Fräserdurchmesser, Abbildungen in Anlehnung an KARANDIKAR et al. (2014, S. 2) und SCHMITZ und SMITH (2019, S. 134)

Diese Kraftkomponenten berechnen sich unter Berücksichtigung der axialen Schnitttiefe  $a_p \in \mathbb{R}^+$ , der instantanen Spannungsdicke  $d_s \in \mathbb{R}$  und der vier sogenannten *Zerspankraftkoeffizienten*  $\kappa_n \in \mathbb{R}$ ,  $\kappa_t \in \mathbb{R}$ ,  $\kappa_{ne} \in \mathbb{R}$  und  $\kappa_{te} \in \mathbb{R}$  mittels

$$F_t = \kappa_t a_p d_s + \kappa_{te} a_p, \quad (2.23)$$

$$F_n = \kappa_n a_p d_s + \kappa_{ne} a_p. \quad (2.24)$$

Die zeitabhängige Spannungsdicke  $d_s$  wird durch den Vorschub pro Zahn  $f_z \in \mathbb{R}^+$  und den zeitabhängigen Drehwinkel des Werkzeugs  $\phi \in [0 \text{ rad}, \pi \text{ rad}]$  zur Beschreibung der individuellen Schneidenposition, ausgehend von der  $y$ -Achse im Uhrzeigersinn, berechnet (KARANDIKAR et al. 2014, S. 1):

$$d_s = f_z \sin(\phi). \quad (2.25)$$

Auf Basis der geometrischen Zusammenhänge können die (rotierenden) tangentialen und normalen Kraftkomponenten  $F_t$  und  $F_n$  auch im (feststehenden) kartesischen  $x$ - $y$ -Koordinatensystem beschrieben werden (siehe Abbildung 2.2). Die Projektion in das kartesische Koordinatensystem führt zur Berechnung der Vorschubkraft  $F_x \in \mathbb{R}$  und der Vorschubnormalkraft  $F_y \in \mathbb{R}$ , jeweils in Abhängigkeit des Winkels  $\phi$ :

$$F_x = \kappa_t a_p f_z \sin(\phi) \cos(\phi) + \kappa_{te} a_p \cos(\phi) + \kappa_n a_p f_z \sin^2(\phi) + \kappa_{ne} a_p \sin(\phi), \quad (2.26)$$

$$F_y = \kappa_t a_p f_z \sin^2(\phi) + \kappa_{te} a_p \sin(\phi) - \kappa_n a_p f_z \sin(\phi) \cos(\phi) - \kappa_{ne} a_p \cos(\phi). \quad (2.27)$$

durchschnittliche Prozesskräfte Die Berechnung wird vereinfacht, wenn lediglich die durchschnittlichen Prozesskräfte pro Werkzeugumdrehung

$$\bar{F}_x = \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_s}^{\phi_e} F_x \, d\phi, \quad (2.28)$$

$$= \left[ \frac{N_z a_p f_z}{8\pi} (-\kappa_t \cos(2\phi) + \kappa_n (2\phi - \sin(2\phi))) + \frac{N_z b}{2\pi} (\kappa_{te} \sin(\phi) - \kappa_{ne} \cos(\phi)) \right]_{\phi_s}^{\phi_e} \quad (2.29)$$

und

$$\bar{F}_y = \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_s}^{\phi_e} F_y \, d\phi, \quad (2.30)$$

$$= \left[ \frac{N_z a_p f_z}{8\pi} (\kappa_t (2\phi - \sin(2\phi)) + \kappa_n \cos(2\phi)) - \frac{N_z b}{2\pi} (\kappa_{te} \cos(\phi) + \kappa_{ne} \sin(\phi)) \right]_{\phi_s}^{\phi_e} \quad (2.31)$$

benötigt werden (SCHMITZ und SMITH 2019, S. 192).

Dabei kennzeichnen  $\phi_s \in [0 \text{ rad}, \pi \text{ rad}]$  und  $\phi_e \in [0 \text{ rad}, \pi \text{ rad}]$  den Eintritts- und den Austrittswinkel des Werkzeugs. Die Anzahl der Zähne wird durch  $N_z \in \mathbb{N}^+$  repräsentiert.

Für Vollnutenschnitte gilt  $\phi_s = 0 \text{ rad}$  und  $\phi_e = \pi \text{ rad}$ , sodass sich die Gleichungen 2.29 und 2.31 zu

$$\bar{F}_x = \frac{N_z a_p \kappa_n}{4} f_z + \frac{N_z a_p \kappa_{ne}}{\pi}, \quad (2.32)$$

$$\bar{F}_y = \frac{N_z a_p \kappa_t}{4} f_z + \frac{N_z a_p \kappa_{te}}{\pi} \quad (2.33)$$

vereinfachen (SCHMITZ und SMITH 2019, S. 192).

Identifikation durch lineare Regression Die Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_n$ ,  $\kappa_t$ ,  $\kappa_{ne}$  und  $\kappa_{te}$  können auf Grundlage der Gleichungen 2.32 und 2.33 über lineare Regressionsmethoden geschätzt werden (SCHMITZ und SMITH 2019, S. 193 ff.). Die Vorschubkraft  $F_x$  und die Vorschubnormalkraft  $F_y$  werden hierbei für definierte Zahnvorschübe  $f_z$  bei Vollnutenschnitten gemessen, gemittelt und gegenüber den verwendeten Zahnvorschüben aufgetragen. Die Regressionsgeraden, welche sich auf Basis der ermittelten Wertepaare  $(f_z, \bar{F}_x)$  und  $(f_z, \bar{F}_y)$  ergeben, erlauben die Schätzung der Zerspankraftkoeffizienten unter Berücksichtigung der linearen Zusammenhänge in den Gleichungen 2.32 und 2.33.

## 2.2.2 Stabilitätsanalyse

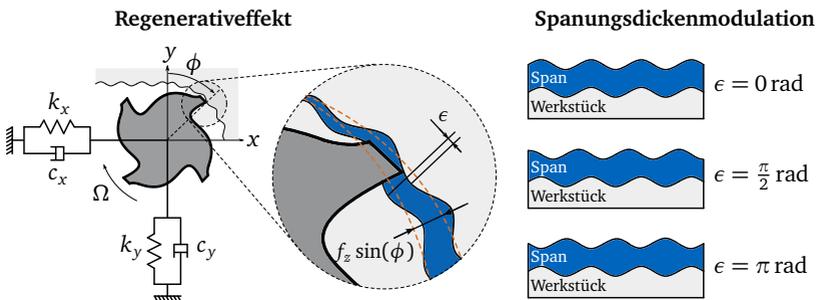
fremd- und selbsterregte Schwingungen Da Werkzeugmaschinenstrukturen eine endlich hohe Steifigkeit besitzen, können Zerspanungsprozesse periodische Relativbewegungen zwischen Werkzeug und Werkstück in Überlagerung mit der angestrebten Sollbewegung aufgrund der Vorschub- und der Schnittbewegung aufweisen. Im ungünstigen Fall sind diese Relativbewegungen instabil (WECK 2006, S. 201). Zur

Beschreibung und Klassifizierung unterschiedlicher Schwingungsursachen wird üblicherweise zwischen *fremd-* und *selbsterregten Schwingungen* unterschieden (WECK 2006, S. 201):

Fremderregte Schwingungen kennzeichnen sich an Werkzeugmaschinen durch Relativbewegungen zwischen Werkzeug und Werkstück mit der Erregerfrequenz im Falle einer periodischen Anregung (bspw. durch den zyklischen Schneideneingriff) oder mit einer Eigenfrequenz des Systems bei einmaliger Impulsanregung (bspw. durch einen unterbrochenen Schnitt).

Im Gegensatz dazu werden selbsterregte Schwingungen als Relativschwingungen zwischen Werkzeug und Werkstück bezeichnet, die ohne äußere Störkräfte erzeugt werden. Derartige Schwingungen werden auch als *Ratterschwingungen* bezeichnet. Häufigste Ursache von selbsterregten Schwingungen ist der *Regenerativ-effekt*: Aufgrund der endlichen Maschinensteifigkeit hinterlässt jeder Zahneingriff eine Oberflächenwelligkeit. Schneidet nun der nachfolgende Werkzeugzahn in die wellige Oberfläche ein, kann die dadurch erzeugte Schwingung im ungünstigen Fall aufgrund der resultierenden *Spannungsdickenmodulation* verstärkt werden. Abbildung 2.3 verdeutlicht dieses Prinzip schematisch.

Regenerativ-effekt



**Abbildung 2.3:** Schematische Darstellung des Regenerativ-effekts und des Phasenversatzes bei der Spannungsdickenmodulation, Abbildungen in Teilen in Anlehnung an LILJEREHN (2016, S. 41 f.) und FAASSEN (2007, S. 15)

Da instabile Fräsprozesse meist hohe Prozesskraftamplituden aufweisen, können sie zu erheblichen Schäden an den Struktur- und Spindelkomponenten und zu vorzeitigem Verschleiß der Werkzeugschneiden führen. Daher haben sich Methoden etabliert, mit welchen die Prozessstabilität modellbasiert prognostiziert werden kann. Entsprechend der Stabilitätstheorie nach ALTINTAS und BUDAK (1995) können sogenannte *Stabilitätskarten* zur stabilen Prozessauslegung genutzt werden, indem instabile Prozessparameter vermieden werden.

Stabilitäts-karten

Auf Grundlage des Prozesskraftmodells aus Abschnitt 2.2.1 wird die Prozessstabilität nach ALTINTAS und BUDAK (1995) wie folgt berechnet:

Die Prozesskräfte  $F_x$  und  $F_y$ , die sich aus der Spannungsdickenmodulation ergeben, können in Matrix-Vektor-Notation durch

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} a_p \cdot \kappa_t \underbrace{\begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix}}_{=A(t)} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

ausgedrückt werden. Die Schwingungsamplituden des Werkzeugs in  $x$ - und  $y$ -Richtung werden durch  $\Delta x$  und  $\Delta y$  beschrieben. Die zeitabhängige Koeffizientenmatrix  $A(t)$  enthält die vier *richtungsabhängigen dynamischen Zerspankraftkoeffizienten*

$$a_{xx} = \sum_{i=0}^{N_z-1} -g_i (\sin(2\phi_i) + \eta_n (1 - \cos(2\phi_i))), \quad (2.35)$$

$$a_{xy} = \sum_{i=0}^{N_z-1} -g_i ((1 + \cos(2\phi_i)) + \eta_n \sin(2\phi_i)), \quad (2.36)$$

$$a_{yx} = \sum_{i=0}^{N_z-1} g_i ((1 - \cos(2\phi_i)) - \eta_n \sin(2\phi_i)), \quad (2.37)$$

$$a_{yy} = \sum_{i=0}^{N_z-1} g_i (\sin(2\phi_i) - \eta_n (1 + \cos(2\phi_i))), \quad (2.38)$$

mit

$$\eta_n = \frac{\kappa_n}{\kappa_t}. \quad (2.39)$$

Über die Sprungfunktion  $g_i$  werden in der Berechnung nur die Zähne berücksichtigt, die sich zum Betrachtungszeitpunkt im Eingriff befinden:

$$g_i = \begin{cases} 0 & \text{für } \phi_i < \phi_s \text{ oder } \phi_i > \phi_e, \\ 1 & \text{für } \phi_s < \phi_i < \phi_e. \end{cases} \quad (2.40)$$

Da  $A(t)$  aufgrund des zyklischen Zahneingriffs eine Periodizität mit der Periode  $T = \frac{2\pi}{N_z\Omega}$  aufweist, kann  $A(t)$  auch als Fourierreihe mit  $r$  Harmonischen dargestellt werden:

$$A(t) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \tilde{A}_r e^{jrN_z\Omega t} \quad (2.41)$$

mit den Fourierkoeffizienten

$$\tilde{A}_r = \frac{1}{T} \int_0^T A(t) e^{-jrN_z\Omega t} dt. \quad (2.42)$$

Die Berechnung vereinfacht sich, wenn lediglich der zeitinvariante Term (Term der *nullten Ordnung*) berücksichtigt wird<sup>7</sup>:

*Zeroth-Order-Approximation*

$$\tilde{A}_0 = \frac{1}{T} \int_0^T A(t) dt = \frac{N_z}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

Die Elemente von  $\tilde{A}_0$  berechnen sich innerhalb der Integrationsgrenzen  $\phi_s$  und  $\phi_e$  zu

$$\alpha_{xx} = \frac{1}{2} [\cos(2\phi) - 2\eta_n \phi + \eta_n \sin(2\phi)]_{\phi_s}^{\phi_e}, \quad (2.44)$$

$$\alpha_{xy} = \frac{1}{2} [-\sin(2\phi) - 2\phi + \eta_n \cos(2\phi)]_{\phi_s}^{\phi_e}, \quad (2.45)$$

$$\alpha_{yx} = \frac{1}{2} [-\sin(2\phi) + 2\phi + \eta_n \cos(2\phi)]_{\phi_s}^{\phi_e}, \quad (2.46)$$

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2} [-\cos(2\phi) - 2\eta_n \phi - \eta_n \sin(2\phi)]_{\phi_s}^{\phi_e}. \quad (2.47)$$

Es gilt zu beachten, dass die Genauigkeit der Approximation bei sinkender Zustellung abnimmt, denn mit sinkender Zustellung nimmt das impulsartige Verhalten der Prozesskräfte zu, welches durch die Approximation der nullten Ordnung nicht mehr korrekt dargestellt werden kann (SCHMITZ und SMITH 2019, S. 158). Für eine weiterführende Analyse der Stabilitätsprognose mit diesem und einem anderen Verfahren sei auf GRADIŠEK, GOVEKAR et al. (2005) verwiesen.

Unter Berücksichtigung der gerichteten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge des Werkzeugs in der Kontaktzone zwischen Werkzeug und Werkstück kann die sogenannte *orientierte Übertragungsfunktionsmatrix*<sup>8</sup>  $H_0(j\omega)$  berechnet werden (SCHMITZ und SMITH 2019, S. 159):

$$\mathbf{H}_0(j\omega) = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} H_{xx}(j\omega) & \alpha_{xy} H_{yy}(j\omega) \\ \alpha_{yx} H_{xx}(j\omega) & \alpha_{yy} H_{yy}(j\omega) \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Zur Bestimmung der kritischen Stabilitätsgrenze werden die zwei (komplex konjugierten) Eigenwerte  $\Lambda_{(1,2)} \in \mathbb{C} = \Lambda_R \pm j\Lambda_I$  der charakteristischen Gleichung

*Grenzschnitttiefe*

$$\det(\mathbf{I} + \Lambda_{(1,2)} \mathbf{H}_0(j\omega)) = 0 \quad (2.49)$$

bestimmt (SCHMITZ und SMITH 2019, S. 160; ALTINTAS und BUDAK 1995, S. 360). Abschließend lassen sich daraus zwei Kandidaten für die Stabilitätsgrenze, welche die *Grenzschnitttiefe*  $a_{p,\lim}$  darstellt, auf Basis von  $H_0(j\omega)$

<sup>7</sup>Aufgrund dieser Annahme wird die Methode von ALTINTAS und BUDAK (1995) meist als *Zeroth-Order-Approximation (ZOA)* bezeichnet.

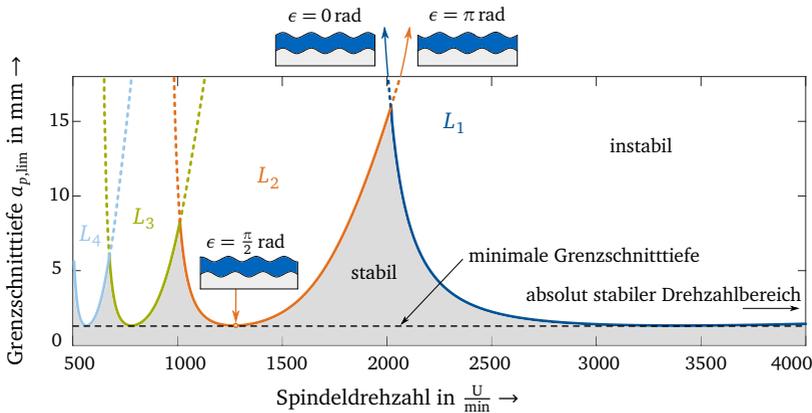
<sup>8</sup>Im Rahmen des Stabilitätsmodells werden die Nebendiagonalelemente  $H_{xy}(j\omega)$  und  $H_{yx}(j\omega)$  vereinfachend nicht berücksichtigt (vgl. ALTINTAS und BUDAK (1995, S. 360) und SCHMITZ und SMITH (2019, S. 158)).

berechnen. Das Minimum der beiden Kandidaten ist somit die tatsächliche Grenzschnitttiefe (SCHMITZ und SMITH 2019, S. 160):

$$a_{p,\text{lim}} = \min \left( -\frac{2\pi\Lambda_{R,(1,2)}}{N_z\kappa_t} \left( 1 + \left( \frac{\Lambda_{I,(1,2)}}{\Lambda_{R,(1,2)}} \right)^2 \right) \right). \quad (2.50)$$

Im Zuge der Berechnungen kann zudem die Anzahl  $N_L \in \mathbb{N}^+$  der geschnittenen Wellen je Werkzeugeingriff berücksichtigt werden (SCHMITZ und SMITH 2019, S. 161). Die Größe  $N_L$  wird teilweise auch als Ordnungszahl oder Wellenzahl bezeichnet. Für jedes  $N_L$  ergibt sich ein sogenannter *Rattersack*  $L$ . Die Rattersäcke können grafisch im Stabilitätsdiagramm dargestellt werden. Die resultierende Grenzschnitttiefe ergibt sich aus der Überlagerung der Rattersäcke.

Ein derartiges Stabilitätsdiagramm mit vier Rattersäcken ist in Abbildung 2.4 veranschaulicht. Dem Stabilitätsdiagramm liegt ein einfaches Maschinenmodell in Form eines Einmassenschwingers mit zwei Freiheitsgraden zugrunde (ein entsprechendes Modell ist links in Abbildung 2.3 illustriert). Unterhalb der überlagerten Rattersäcke  $L_1, \dots, L_4$  ist der simulierte Fräsprozess stabil, oberhalb der Grenzschnitttiefe ist der Fräsprozess instabil.



**Abbildung 2.4:** ZOA-Stabilitätsdiagramm für einen zweidimensionalen Einmassenschwinger mit den Systemparametern  $k_x = 5 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $k_y = 1 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ ,  $\omega_{0,x} = \omega_{0,y} = 100 \cdot 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ,  $\xi_x = 5\%$ ,  $\xi_y = 2\%$ ,  $\kappa_t = 695 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  und  $\kappa_n = 281 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ; die vier Rattersäcke  $L_1, L_2, L_3$  und  $L_4$  sind farblich hervorgehoben und die drei charakteristischen Spannungsickenmodulationen mit  $\epsilon = 0 \text{ rad}$ ,  $\epsilon = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$  und  $\epsilon = \pi \text{ rad}$  sind gekennzeichnet (siehe auch Abbildung 2.3; Abbildung in Anlehnung an WECK (2006, S. 253), SCHMITZ und SMITH (2019, S. 162 f.) und MUNOA et al. (2016, S. 788)).

stabile  
Prozess-  
auslegung

Stabilitätsdiagramme erlauben eine effiziente Auslegung von stabilen Fräsprozessen, indem Prozessparameter  $a_p$  und  $\Omega$  mit möglichst hohem Zeitspanvolumen gewählt werden, die dabei dennoch im stabilen Bereich der Stabilitätskarte liegen.

## 2.3 Unsicherheitsquantifizierung

Zur Prognose und Analyse von physikalischen Zusammenhängen oder Vorgängen werden meist analytische oder numerische Simulationsmodelle eingesetzt, um ein System mathematisch zu modellieren und auf diese Weise Rückschlüsse auf das Systemverhalten ziehen zu können.

Im Regelfall werden zum Aufbau entsprechender Simulationsmodelle Vereinfachungen getroffen, um die Beziehungen und Interaktionen der Systemgrößen mit den vorhandenen mathematischen Methoden und unter Berücksichtigung der zur Verfügung stehenden Rechenressourcen abzubilden. Zudem basieren viele Systemmodelle auf Modellparametern, die im Rahmen einer Systemidentifikation auf Grundlage experimenteller Vorversuche ermittelt werden müssen und somit auch Streuungen und Ungenauigkeiten während der Identifikationsphase ausgesetzt sind.

Derartige Unsicherheiten eines Simulationsmodells lassen sich in *aleatorische* und *epistemische* Unsicherheiten einteilen (HÜLLERMEIER und WAEGEMAN 2021, S. 458):

Unsicherheiten in Modellen

**Aleatorische Unsicherheit** resultiert aus inhärenten zufälligen Streuungen von Systemzuständen. Sie kann daher nicht durch zusätzliche Beobachtungen dieser Systemzustände reduziert, sondern lediglich hinreichend genau durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung beschrieben werden.

**Epistemische Unsicherheit** beschreibt Unsicherheit aufgrund einer mangelnden Wissensbasis und kann daher durch neue Beobachtungen oder zusätzliche Informationen reduziert werden.

Grobe Näherungen im Rahmen der Modellbildung oder Ungenauigkeiten bei der Systemidentifikation können schließlich zu einer erheblichen Abweichung der Modellprognose von der tatsächlich gemessenen Systemantwort führen. Um die auftretenden Abweichungen zwischen Modellprognose und tatsächlich gemessenem Systemverhalten zu berücksichtigen, werden Methoden und Algorithmen zur Unsicherheitsquantifizierung eingesetzt. Die Modelleigenschaften werden dabei nicht deterministisch, sondern *probabilistisch* in Form von Wahrscheinlichkeitsverteilungen abgebildet.

probabilistische Unsicherheitsquantifizierung

Auf Basis der Vorgehensbeschreibung von MCCLARREN (2018, S. 10 f.) kann die Durchführung einer Unsicherheitsquantifizierung für ein Modell  $\mathbf{y}^* = U(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  mit den deterministischen Eingangsgrößen  $\mathbf{x}$ , den stochastischen Modellparametern  $\boldsymbol{\theta}$  und den prognostizierten Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}^*$  als fünfstufiges Vorgehen aufgefasst werden:

Vorgehensmethodik

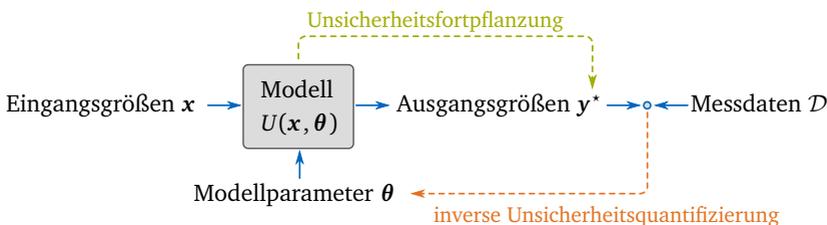
- ① Zu Beginn werden die Modellparameter ausgewählt, deren unsicherheitsbehafteter Einfluss auf das Modell untersucht werden soll.
- ② Es folgt die Modellierung der unsicherheitsbehafteten Modellparameter unter Berücksichtigung von  $N_D$  experimentell ermittelten Datenpaaren

$$\mathcal{D} = \left\{ \begin{array}{c} (\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1) \\ \vdots \\ (\mathbf{x}_{N_D}, \mathbf{y}_{N_D}) \end{array} \right\}$$

aus Ein- und Ausgangsgrößen durch eine *inverse Unsicherheitsquantifizierung*.

- ③ Falls nötig, kann eine *Sensitivitätsanalyse* zur Reduktion auf die wesentlichen Einflussgrößen durchgeführt werden.
- ④ Die Parameterunsicherheiten werden durch eine *Unsicherheitsfortpflanzung* im Rahmen der Simulation berücksichtigt.
- ⑤ Abschließend erfolgt eine Analyse, inwiefern die unsicherheitsbehafteten Parameter das Simulationsergebnis beeinflussen und welche Schlüsse aus dem unsicherheitsbehafteten Simulationsergebnis gezogen werden können.

Abbildung 2.5 verdeutlicht das Prinzip der Unsicherheitsquantifizierung.



**Abbildung 2.5:** Grundprinzip der Unsicherheitsquantifizierung und der Unterscheidung zwischen Unsicherheitsfortpflanzung und inverser Unsicherheitsquantifizierung

Die Verwendung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung von Wissen oder Unwissen über die zugrundeliegenden Modellparameter  $\boldsymbol{\theta}$  motiviert die Interpretation der Wahrscheinlichkeit nach BAYES (1763), die sich gegenüber dem *frequentistischen* Wahrscheinlichkeitsbegriff wie folgt abgrenzt (MCKAY 2003, S. 25 f.):

Der **frequentistische Wahrscheinlichkeitsbegriff** beschreibt Wahrscheinlichkeit als Häufigkeitsverteilung von Ergebnissen nach wiederholbaren Zufallsexperimenten. Nach dieser Auffassung sind alle Parameter deterministische Werte, die sich durch wiederholte Beobachtungen hinreichend genau identifizieren lassen.

Häufigkeitsverteilung

Im Gegensatz dazu charakterisiert der **Bayes'sche Wahrscheinlichkeitsbegriff**, benannt nach Thomas Bayes (BAYES 1763), die Wahrscheinlichkeit als *Grad des Glaubens*<sup>9</sup> an den Zustand eines Modellparameters  $\theta$ . Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreibt dabei das (unsicherheitsbehaftete) Wissen über diesen Modellparameter. Das Wissen über  $\theta$  kann durch neue Beobachtungen aktualisiert werden. Vorwissen wird dabei in Form einer A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung (engl. *Prior*<sup>10</sup>)  $p(\theta)$  modelliert. Das A-priori-Wissen wird danach mit neuen Informationen, die als Plausibilitätsfunktion (engl. *Likelihood*<sup>10</sup>)  $p(\mathcal{D} | \theta)$  modelliert werden, verknüpft und aktualisiert. Um eine gültige A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilung (engl. *Posterior*<sup>10</sup>)  $p(\theta | \mathcal{D})$  zu erhalten, wird das Produkt aus Likelihood und Prior durch die Evidenz  $p(\mathcal{D})$  skaliert.

Grad des Glaubens

Die zugrundeliegende Berechnungsvorschrift wird in Anlehnung an die Theorie von BAYES (1763) als *Satz von Bayes* bezeichnet:

Satz von Bayes

$$\underbrace{p(\theta | \mathcal{D})}_{\text{Posterior}} = \frac{\underbrace{p(\mathcal{D} | \theta)}_{\text{Likelihood}} \cdot \underbrace{p(\theta)}_{\text{Prior}}}{\underbrace{p(\mathcal{D})}_{\text{Evidenz}}}. \quad (2.51)$$

Die Methode, das Vorwissen in Form einer A-priori-Hypothese durch neue Daten oder Informationen zu aktualisieren, wird auch *Bayes'sche Inferenz* genannt.

Sowohl für die Unsicherheitsfortpflanzung als auch für die inverse Unsicherheitsquantifizierung wird angenommen, dass die Modelleingangsgrößen  $\mathbf{x}$  deterministisch sind und demnach keiner Unsicherheit unterliegen.

Im Gegensatz dazu werden die  $N_\theta \in \mathbb{N}^+$  Modellparameter  $\theta$  als stochastische Zufallsvariablen modelliert, die über eine *multivariate Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion* (WDF)  $p(\boldsymbol{\theta})$  abgebildet werden. Für jede WDF  $p(\theta_i)$  mit  $i = 1, \dots, N_\theta$  gilt

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(\theta_i) \, d\theta_i = 1. \quad (2.52)$$

<sup>9</sup>In der englischsprachigen Fachliteratur ist hierfür der Ausdruck *degree of belief* geläufig (siehe z. B. BISHOP (2006, S. 21))

<sup>10</sup>Da sich auch in der deutschsprachigen Fachliteratur die im Englischen verwendeten, kürzeren Begriffe *Prior*, *Posterior* und *Likelihood* durchgesetzt haben, werden diese kürzeren Begriffe im Rahmen dieser Arbeit verwendet.

Aus der WDF kann die Wahrscheinlichkeit  $P$  für beliebige Intervalle durch Integration berechnet werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass  $\theta_i$  im Intervall  $[a; b]$  liegt, berechnet sich beispielsweise nach

$$P(a \leq \theta_i \leq b) = \int_a^b p(\theta_i) \, d\theta_i. \quad (2.53)$$

Sofern dem Bayes'schen Wahrscheinlichkeitsbegriff gefolgt wird, um mittels einer WDF unsicherheitsbehaftetes Wissen zu modellieren, kann daraus ein *Glaubwürdigkeitsintervall*<sup>11</sup>  $\mathbb{I}_p$  bestimmt werden (HELD und SABANÉS BOVÉ 2014, S. 171 f.):

$$\mathbb{I}_p = P(a \leq \theta \leq b) = p. \quad (2.54)$$

Exemplarisch beschreibt demnach das Glaubwürdigkeitsintervall  $\mathbb{I}_{0,95} = [a; b]$ , dass  $\theta_i$  mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % im Intervall  $[a; b]$  liegt. Die Wahl von  $a$  und  $b$  ist dabei jedoch nicht eindeutig. Im einfachsten Fall werden durch  $a$  und  $b$  die  $\frac{1-p}{2}$ - und  $\frac{1+p}{2}$ -Quantile beschrieben (HELD und SABANÉS BOVÉ 2014, S. 172).

Durch Form und Lage einer WDF lassen sich die parameterabhängigen Modelleigenschaften gezielt verändern. Drei häufig verwendete WDF, die auch im Verlauf dieser Arbeit genutzt werden, sind nachfolgend beschrieben und exemplarisch illustriert (HELD und SABANÉS BOVÉ 2014, S. 336 f.):

- ▶ **Die Normalverteilung**  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  und ihre WDF  $p_{\mathcal{N}}(\theta | \mu, \sigma)$  sind abhängig vom Erwartungswert  $\mu$  und der Standardabweichung  $\sigma$ :

$$p_{\mathcal{N}}(\theta | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\theta-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < \theta < \infty.$$

- ▶ **Die Gammaverteilung**  $\mathcal{G}(\alpha, \beta)$  und ihre WDF  $p_{\mathcal{G}}(\theta | \alpha, \beta)$  sind abhängig von den zwei Verteilungsparametern  $\alpha$  und  $\beta$ <sup>12</sup>:

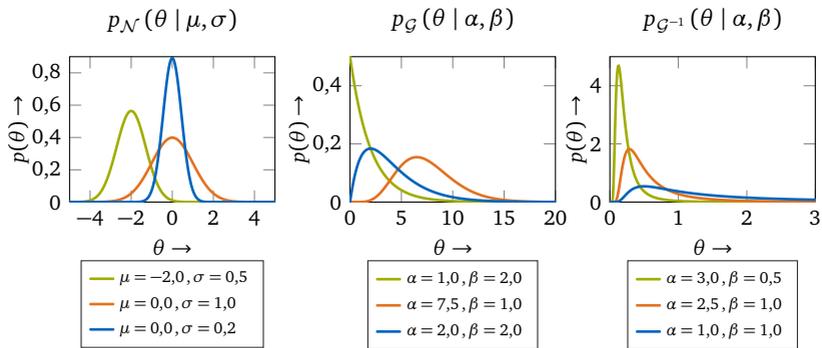
$$p_{\mathcal{G}}(\theta | \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta}, \quad 0 < \theta < \infty.$$

- ▶ **Die inverse Gammaverteilung**  $\mathcal{G}^{-1}(\alpha, \beta)$  und ihre WDF  $p_{\mathcal{G}^{-1}}(\theta | \alpha, \beta)$  sind wie die Gammaverteilung von den zwei Verteilungsparametern  $\alpha$  und  $\beta$  abhängig:

$$p_{\mathcal{G}^{-1}}(\theta | \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \theta^{-(\alpha+1)} e^{-\frac{\beta}{\theta}}, \quad 0 < \theta < \infty.$$

<sup>11</sup>Das frequentistische Pendant zum Bayes'schen Glaubwürdigkeitsintervall (engl. *credible interval*) ist das *Konfidenzintervall*, welches der frequentistischen Interpretation von Wahrscheinlichkeiten folgt (vgl. HELD und SABANÉS BOVÉ (2014, S. 56 f.) und HELD und SABANÉS BOVÉ (2014, S. 171 f.)).

<sup>12</sup>Zur Berechnung der Gammafunktion  $\Gamma(a)$  sei auf WAKEFIELD (2013, S. 43) verwiesen.



**Abbildung 2.6:** Verschiedene Ausprägungen einer normalverteilten (links), gammaverteilten (mittig) und invers gammaverteilten Wahrscheinlichkeitsdichte (rechts)

Verschiedene Ausprägungen der drei WDF sind in Abbildung 2.6 dargestellt.

Auf Basis der Bayes'schen Vorstellung von Wahrscheinlichkeiten zur Beschreibung von Unsicherheiten werden in den beiden folgenden Abschnitten Methoden zur Unsicherheitsfortpflanzung (Abschnitt 2.3.1) und zur inversen Unsicherheitsquantifizierung (Abschnitt 2.3.2) detaillierter beschrieben.

### 2.3.1 Unsicherheitsfortpflanzung

Zur Quantifizierung der Prognose(un)sicherheit der Modellausgangsgrößen  $\mathbf{y}^*$  unter Berücksichtigung der unsicherheitsbehafteten Modellparameter  $\boldsymbol{\theta}$  haben sich verschiedene Verfahrensarten etabliert. Zu den bekanntesten Methoden gehören die *Monte-Carlo-Verfahren* (TENNØE et al. 2018, S. 4). Im Zuge der letzten dreißig Jahre haben sich zudem sogenannte *Polynomial Chaos Expansions* durchgesetzt (GHANEM et al. 2017, S. 521). Beide Verfahrensarten gehören zu den Stichprobenverfahren. Im Rahmen der vorliegenden Dissertation wurden beide Verfahrensarten verwendet. Daher werden sie nachfolgend näher erläutert.

Zur besseren Verständlichkeit wird zwischen den wahren Werten der Ausgangsgröße  $y$  und prognostizierten Werten der Ausgangsgröße  $y^*$  unterschieden.

#### Monte-Carlo-Verfahren

Monte-Carlo-Verfahren basieren auf virtuellen Zufallsexperimenten des Modells  $U(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  (DOMSCHKE et al. 2015, S. 234 f.). Dabei werden die Ausgangsgrößen  $y$  des Modells unter Berücksichtigung einer großen Anzahl zufälliger Stichproben  $N_s \in \mathbb{N}^+$  aus der multivariaten Wahrscheinlichkeitsverteilung der Modellparameter  $p(\boldsymbol{\theta})$  berechnet. Aus den resultierenden Simulationsergebnissen der Modellausgangsgrößen  $\{\mathbf{y}_1^*, \dots, \mathbf{y}_{N_s}^*\}$  lassen sich statistische

Kenngrößen (bspw. die Mittelwerte und die Varianzen der Verteilungen) zur Quantifizierung der Prognose(un)sicherheit abschätzen (TENNØE et al. 2018, S. 6). Von Vorteil ist dabei, dass Monte-Carlo-Simulationen auf Basis beliebiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Modellparameter durchführbar sind. Die Anzahl an Stichproben  $N_s$  muss jedoch hinreichend groß sein, um die resultierende Verteilungsform korrekt abzuschätzen zu können (TENNØE et al. 2018, S. 6). Eine Analyse zur erzielten Modellierungsgüte in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl ist in MCCLARREN (2018, S. 148 f.) zu finden.

Quasi-Monte-Carlo

Um den für die Simulationen benötigten Rechenaufwand zu senken, können statt (*pseudo-*)zufälliger Stichproben<sup>13</sup> auch *quasi-zufällige* Stichproben der Modellparameter genutzt werden (CAFLISCH 1998, S. 2 ff.). Derartige quasi-zufällige Stichprobenverfahren ziehen gleichmäßiger verteilte Stichproben aus der multivariaten Parameterverteilung und können daher mit einer geringeren Anzahl an Stichproben die resultierende Verteilung der Modellausgangsgrößen approximieren. Die darauf aufbauenden Monte-Carlo-Verfahren werden deshalb als *Quasi-Monte-Carlo-Verfahren* (QMC-Verfahren) bezeichnet.

Die zwei wesentlichen Kenngrößen zur Beschreibung der resultierenden Prognose(un)sicherheit, der Mittelwert  $\bar{y}^*$  und die Varianz  $s_{y^*}^2$ , errechnen sich bei der Nutzung von QMC-Verfahren nach TENNØE et al. (2018, S. 6) wie folgt:

$$\bar{y}^* = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} y_i^*, \quad (2.55)$$

$$s_{y^*}^2 = \frac{1}{N_s - 1} \sum_{i=1}^{N_s} (y_i^* - \bar{y}^*)^2. \quad (2.56)$$

### Polynomial Chaos Expansions

Für Fälle, in denen die Anzahl an unsicherheitsbehafteten Modellparametern  $N_\theta$  vergleichsweise gering ist, haben sich sogenannte *Polynomial Chaos Expansions* (PCE)<sup>14</sup> etabliert, um die resultierende Prognose(un)sicherheit deutlich recheneffizienter als durch QMC-Verfahren zu ermitteln (TENNØE et al. 2018, S. 7). TENNØE et al. (2018, S. 7) nennen  $N_\theta \approx 20$  als Schwellwert, unterhalb dessen die PCE-Verfahren recheneffizienter als QMC-Methoden sind.

PCE-Verfahren sind im Vergleich zu QMC-Verfahren mathematisch wesentlich komplexer und anspruchsvoller. Nachfolgend wird die Grundidee der PCE-Algorithmen skizziert. Für weitere Informationen bezüglich der mathematischen Grundlagen und Details zur Implementierung sei auf MCCLARREN (2018, S. 189 ff.) und GHANEM et al. (2017, S. 527 ff.) verwiesen.

<sup>13</sup>Zufällige Stichproben sind mit herkömmlichen Rechenverfahren nicht realisierbar. Zufalls-generatoren, wie sie bspw. zur Ziehung zufälliger Stichproben nötig sind, imitieren lediglich zufälliges Verhalten, werden jedoch durch einen deterministischen Algorithmus erzeugt (LEMIEUX 2009, S. 57 f.). Sie werden deshalb *Pseudo-Zufallsgeneratoren* genannt.

<sup>14</sup>In der deutschsprachigen Fachliteratur wird meist der englischsprachige Fachbegriff verwendet. Das Verfahren wird nur selten als *polynomiale Chaos-Entwicklung* bezeichnet.

Im Rahmen von PCE-Verfahren wird das Modell  $U(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  durch ein Polynom  $\hat{U}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  approximiert (TENNØE et al. 2018, S. 7):

$$U(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \approx \hat{U}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{n=0}^{N_p-1} c_n(\mathbf{x}) \Phi_n(\boldsymbol{\theta}). \quad (2.57)$$

Darin stellen  $\Phi_n(\boldsymbol{\theta})$  die Polynomglieder und  $c_n$  sogenannte *Expansionskoeffizienten* dar. Die Anzahl der *Expansionsfaktoren*  $N_p \in \mathbb{N}^+$  errechnet sich durch einen Binomialkoeffizienten unter Berücksichtigung eines Polynomgrads  $N_{\hat{p}} \in \mathbb{N}^+$  (TENNØE et al. 2018, S. 7):

$$N_p = \binom{N_{\theta} + N_{\hat{p}}}{N_{\hat{p}}}. \quad (2.58)$$

Auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Modellparameter  $\boldsymbol{\theta}$  werden die Polynome  $\Phi_n(\boldsymbol{\theta})$  definiert. Mit einer geringen Anzahl an Auswertungen von  $U(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  lassen sich schließlich die Expansionskoeffizienten  $c_n(\mathbf{x})$  bestimmen.

Die statistischen Kenngrößen der Prognose(un)sicherheit können danach direkt auf Grundlage der Polynomelemente berechnet werden (TENNØE et al. 2018, S. 7):

$$\bar{y}^* \approx c_0(\mathbf{x}), \quad (2.59)$$

$$s_y^2 \approx \sum_{n=1}^{N_p-1} \gamma_n c_n^2(\mathbf{x}), \quad \text{mit} \quad \gamma_n = \mathbb{E}(\Phi_n^2(\boldsymbol{\theta})). \quad (2.60)$$

### 2.3.2 Inverse Unsicherheitsquantifizierung

Im Gegensatz zur Unsicherheitsfortpflanzung zielt die inverse Unsicherheitsquantifizierung darauf ab, die unbekanntenen Modellparameter  $\boldsymbol{\theta}$  auf Basis der Messdaten  $\mathcal{D}$  zu schätzen. Der Ansatz wird daher meist auch als *Modellkalibrierung* oder *Parameterschätzung* bezeichnet (SULLIVAN 2015, S. 92).

Im Rahmen dieser Arbeit wird angenommen, dass die Modellparameter  $\boldsymbol{\theta}$  linear in das Modell  $U(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  einfließen, d. h. dass sich das Modell auch als lineares Gleichungssystem auffassen lässt. In diesem Falle kann das Systemverhalten durch das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta} \quad (2.61)$$

dargestellt werden, wobei  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N_{\mathcal{D}} \times N_{\theta}}$  auch *Regressormatrix* genannt wird.

Die im Rahmen experimenteller Untersuchungen auftretenden Messfehler und statistischen Schwankungen werden als zusätzlicher (unbekannter) Fehlerterm  $\epsilon_y$  mit in die Modellgleichung aufgenommen:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta} + \epsilon_y \quad (2.62)$$

Um nun die Modellparameter  $\theta$  auf Basis der  $N_{\mathcal{D}} \in \mathbb{N}^+$  Messungen  $Y_{\mathcal{D}} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{N_{\mathcal{D}}}]^{\top}$  zu schätzen, wird oft die *Methode der kleinsten Quadrate*<sup>15</sup> verwendet. Ziel der Methode ist die Minimierung des Gütefunktional

$$\theta = \arg \min_{\theta} \|U(\mathbf{x}, \theta) - Y_{\mathcal{D}}\|_2^2, \quad (2.63)$$

welches die Summe der Fehlerquadrate zwischen Messdaten und Modellprognose darstellt. Für lineare Modelle wird dieses (überbestimmte) Regressionsproblem durch die *Moore-Penrose-Inverse*  $X^{\#}$  analytisch gelöst (PAPAGEORGIOU et al. 2012, S. 123):

$$\theta = \overbrace{(X^{\top} X)^{-1} X^{\top}}^{=X^{\#}} Y_{\mathcal{D}}. \quad (2.64)$$

Folgt man dem Bayes'schen Wahrscheinlichkeitsbegriff, lässt sich  $\theta$  als stochastische Zufallsvariable auffassen. Die Gleichung 2.62 kann dabei im probabilistischen Sinne unter Berücksichtigung einer normalverteilten Likelihood und einer normalverteilten Streuung  $\epsilon_y \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$  formuliert werden (FAHRMEIR et al. 2009, S. 147):

$$p(Y_{\mathcal{D}} \mid \theta, \sigma^2) \sim \mathcal{N}(X\theta, \sigma^2 I). \quad (2.65)$$

Bayes'sche  
lineare  
Regression

Dem Satz von Bayes folgend können nun die A-priori-Annahmen über  $p(\theta)$  und  $p(\sigma^2)$  auf Basis neuer Informationen, die in  $Y_{\mathcal{D}}$  enthalten sind, aktualisiert werden. Stehen zyklisch neue Informationen zur Verfügung, beispielsweise durch zyklische Messungen, kann der berechnete Posterior im kommenden Zyklus wiederum als Prior eingesetzt werden. Die Berechnung des Posteriors ist jedoch nicht trivial und sie ist von den gewählten Verteilungsformen des Priors und der Likelihood abhängig.

### Konjugierte A-priori-Verteilungen

Kombinationen aus Prior und Likelihood, die eine analytische Berechnung des Posteriors erlauben, werden als *konjugierte Verteilungen* bezeichnet (BISHOP 2006, S. 117). Aufgrund ihrer universellen Nutzbarkeit wird häufig ein *Normal-Invers-Gamma-Prior* (NIG-Prior) verwendet, der sich aus einem normalverteilten Prior für  $\theta$  und einem invers gammaverteilten Prior für  $\sigma^2$  berechnet:

$$p(\theta, \sigma^2) \sim \text{NIG}(\mu, V, \alpha, \beta) = p(\mu \mid \sigma^2) \cdot p(\sigma^2), \quad (2.66)$$

mit

$$p(\theta \mid \sigma^2) \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2 V), \quad (2.67)$$

$$p(\sigma^2) \sim \mathcal{G}^{-1}(\alpha, \beta). \quad (2.68)$$

<sup>15</sup>In der englischsprachigen Fachliteratur ist diese Methode unter dem Begriff *ordinary least squares estimation* geläufig.

Darin stellen  $\mu$  und  $\sigma^2 \mathbf{V}$  den modellierten Erwartungswert und die Kovarianzmatrix der normalverteilten Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\boldsymbol{\theta} \mid \sigma^2)$  dar. Vorwissen wird im Rahmen dieses Priors durch die Wahl von  $\mu$  und  $\sigma^2 \mathbf{V}$  berücksichtigt.

Nachdem das vorhandene Vorwissen in Form des Priors definiert wurde, erlauben neue Beobachtungen die Berechnung des Posteriors, d. h. das Wissen wird unter Berücksichtigung der Beobachtungen aktualisiert. Da es sich beim NIG-Prior um eine konjugierte Verteilung zur normalverteilten Likelihood handelt, lässt sich der Posterior analytisch berechnen. Dieser nimmt wiederum eine NIG-Form mit den aktualisierten Verteilungsparametern  $\mu^*$ ,  $\mathbf{V}^*$ ,  $\alpha^*$  und  $\beta^*$  an:

$$p(\boldsymbol{\theta}, \sigma^2 \mid \mathcal{D}) \sim \text{NIG}(\mu^*, \mathbf{V}^*, \alpha^*, \beta^*), \quad (2.69)$$

mit

$$\mu^* = (\mathbf{V}^{-1} + \mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{V}^{-1} \mu + \mathbf{X}^\top \mathbf{Y}_{\mathcal{D}}), \quad (2.70)$$

$$\mathbf{V}^* = (\mathbf{V}^{-1} + \mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}, \quad (2.71)$$

$$\alpha^* = \alpha + \frac{1}{2} N_{\mathcal{D}}, \quad (2.72)$$

$$\beta^* = \beta + \frac{1}{2} (\mu^\top \mathbf{V}^{-1} \mu + \mathbf{Y}_{\mathcal{D}}^\top \mathbf{Y}_{\mathcal{D}} - \mu^{*\top} \mathbf{V}^{*-1} \mu^*). \quad (2.73)$$

Die Annahme eines NIG-Priors ist jedoch nicht für alle Anwendungsfälle gültig. Der Posterior ist dann in den meisten Fällen nicht mehr analytisch berechenbar, sondern muss numerisch approximiert werden (FAHRMEIR et al. 2009, S. 482)<sup>16</sup>.

### Markov-Chain-Monte-Carlo-Verfahren

Es haben sich sogenannte *Markov-Chain-Monte-Carlo*-Algorithmen (MCMC-Algorithmen) etabliert, die eine Schätzung des Posteriors erlauben. Grundidee der MCMC-Verfahren ist die zufällige Ziehung von Stichproben, deren Verteilung bei steigender Anzahl an Stichproben gegen den Posterior konvergiert, ohne die Verteilung in geschlossener Form zu kennen (FAHRMEIR et al. 2009, S. 482). Der Posterior liegt demnach nicht mehr in analytischer Form vor, sondern wird über statistische Kenngrößen (bspw. den Erwartungswert oder die Varianz) der Stichproben geschätzt. Um den Posterior präzise schätzen zu können, ist (äquivalent zu konventionellen Monte-Carlo-Verfahren) eine hohe Anzahl an Stichproben nötig. MCMC-Verfahren zur Lösung des Bayes'schen Regressionsproblems sind demnach gegenüber der Verwendung von konjugierten Verteilungen rechenintensiver. Sie bieten jedoch den Vorteil, dass durch die freie Definition des Priors beliebiges Vorwissen über die Form der zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung der Modellparameter berücksichtigt werden kann (ELSTER et al. 2015, S. 6).

<sup>16</sup>Die Lösung des Regressionsproblems auf Basis des Satzes von Bayes beinhaltet die Berechnung der Evidenz, welche im Falle nicht-konjugierter Wahrscheinlichkeitsverteilungen nicht mehr ohne Weiteres berechnet werden kann (McCLARREN 2018, S. 279).

Die Unterschiede werden nachfolgend anhand eines Beispiels veranschaulicht. Ziel dieses Beispiels ist die probabilistische Identifikation der beiden Modellparameter  $\theta = [a, b]^T$  für das lineare Gleichungssystem

$$y = ax + b + \epsilon_y. \quad (2.74)$$

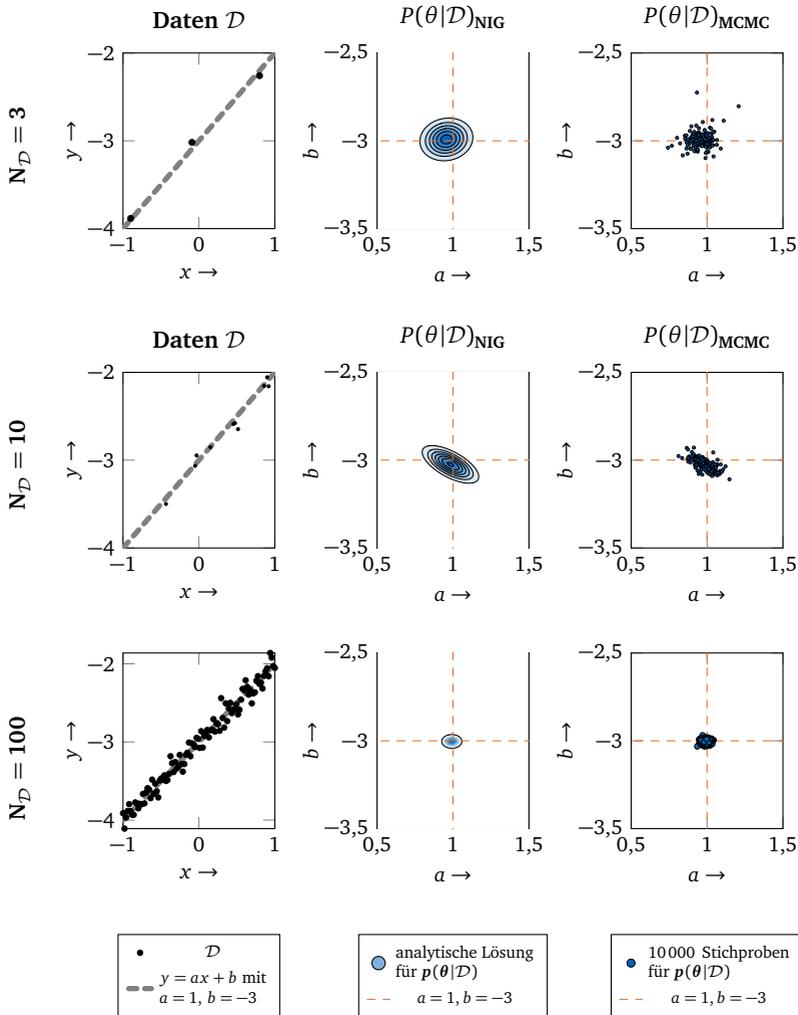
Zur Schätzung der Parameter über ein lineares Bayes'sches Regressionsverfahren werden Datenpunkte  $\mathcal{D}$  in Form von  $N_{\mathcal{D}}$  Datenpaaren  $(x, y)$  erzeugt. Im Rahmen dieser Beispielrechnung liegen den Datenpunkten die Modellparameter  $a = 1$ ,  $b = -3$  und  $\epsilon_y \sim \mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2 = 0,01)$  zugrunde. In der linken Spalte von Abbildung 2.7 sind dazu die erzeugten Daten  $\mathcal{D}$  für eine unterschiedliche Anzahl an Datenpunkten  $N_{\mathcal{D}} \in \{3, 10, 100\}$  illustriert.

Zur Parameterschätzung wird das lineare Regressionsproblem wie folgt aufgestellt:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{N_{\mathcal{D}}} \end{bmatrix}}_{=Y_{\mathcal{D}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{N_{\mathcal{D}}} \end{bmatrix}}_{=X} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}. \quad (2.75)$$

Das Bayes'sche Regressionsproblem wird sowohl durch konjugierte Verteilungen auf Basis eines NIG-Priors (mittlere Spalte in Abbildung 2.7) als auch durch ein MCMC-Verfahren (rechte Spalte in Abbildung 2.7) gelöst. Zeilenweise ist die jeweilige Schätzung für die beiden Parameter  $a$  und  $b$  für eine unterschiedliche Anzahl an vorhandenen Datenpaaren dargestellt.

Durch das Beispiel wird ersichtlich, dass mit steigender Anzahl an verfügbaren Daten die Schätzung des Posteriors für die Modellparameter  $p(\theta | \mathcal{D})$  sowohl auf Basis des NIG-Priors als auch auf Basis der MCMC-Schätzung zunehmend präzise werden.



**Abbildung 2.7:** A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten der Parameterschätzung mittels Bayes'scher Regressionsverfahren auf Basis von zwei unterschiedlichen Methoden: In der linken Spalte sind die zur Inferenz verwendeten Datenpunkte illustriert. In der mittleren Spalte ist die analytische Parameterschätzung auf Grundlage des NIG-Priors dargestellt. In der rechten Spalte ist die Lösung des MCMC-Verfahrens zur Schätzung der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die beiden Parameter gezeigt.

## 2.4 Bayes'sches maschinelles Lernen

Maschinelle Lernverfahren sind Methoden zur Datenanalyse, welche automatisiert Muster und Strukturen in Datensätzen erkennen können (MURPHY 2012, S. 1). Sie erlauben die datenbasierte Systemmodellierung und ermöglichen die Prognose zukünftiger Systemgrößen.

Nach MURPHY (2012, S. 2) lassen sich maschinelle Lernverfahren in

- ▶ *unüberwachtes Lernen* (engl. *unsupervised learning*),
- ▶ *überwachtes Lernen* (engl. *supervised learning*) und
- ▶ *bestärkendes Lernen* (engl. *reinforcement learning*)

gliedern. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden sowohl unüberwachte als auch überwachte Lernverfahren verwendet, bestärkende hingegen nicht. Bestärkende Lernverfahren werden daher nachfolgend nicht weiter beschrieben.

Unüberwachte und überwachte Lernverfahren unterscheiden sich maßgeblich im Hinblick auf die dem Lernalgorithmus zur Verfügung stehenden Daten:

**Unüberwachte Lernverfahren** berücksichtigen lediglich die Daten der Eingangsgröße  $\mathbf{x}$  (ohne dazugehörige Ausgangsdaten  $\mathbf{y}$ ). Derartige Verfahren zielen darauf ab, Datenpunkte mit ähnlichen Eigenschaften zu identifizieren und zu segmentieren (BISHOP 2006, S. 3).

Im Gegensatz dazu stehen **überwachten Lernverfahren** Datenpaare mit Ein- und Ausgangsgrößen zur Verfügung (MURPHY 2012, S. 2). Unabhängig vom Lernalgorithmus soll eine Abbildung  $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$  zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen approximiert werden. Dabei sind sowohl eine kontinuierliche Abbildung in Form einer *Regression* als auch eine diskrete Abbildung in Form einer *Klassifikation* möglich.

Um den Erfolg des Trainingsprozesses zu bewerten, werden die zur Verfügung stehenden Daten zumeist in Trainings- und Testdatensätze aufgeteilt. Die Prognose auf Basis der Testdatenpunkte, die nicht im Trainingsprozess berücksichtigt werden, erlaubt die quantitative Bewertung des Trainingsprozesses.

Bayes'sche maschinelle Lernverfahren erweitern das Konzept konventioneller maschineller Lernverfahren, indem bei der Modellierung und Prognose probabilistische Ansätze, wie sie auch im vorangegangenen Abschnitt erläutert wurden, berücksichtigt werden. Im Vergleich zu konventionellen (deterministischen) maschinellen Lernverfahren erlauben sie somit die Modellierung von Unsicherheiten.

Die verwendeten Algorithmen werden in den folgenden Abschnitten 2.4.1, 2.4.2 und 2.4.3 erläutert.

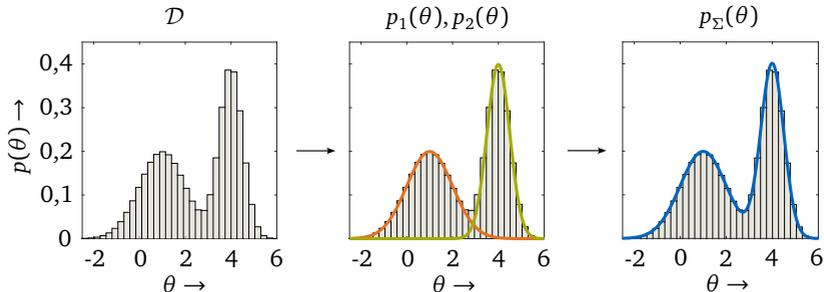
### 2.4.1 Gauß'sche Mischmodellierung

Die *Gauß'sche Mischmodellierung* zählt zu den unüberwachten maschinellen Lernverfahren. Mit Hilfe eines Gauß'schen Mischmodells<sup>17</sup> lassen sich einzelne normalverteilte *Komponenten*  $p_i(\theta)$  aus einer überlagerten Mischverteilung

$$p_{\Sigma}(\theta) = \sum_{i=1}^{N_k} \lambda_i p_i(\theta) \quad (2.76)$$

separieren, die einer Datenbasis  $\mathcal{D}$  mit  $N_{\mathcal{D}}$  Beobachtungen der Ausgangsgröße zugrunde liegt (BOUGUILA und FAN 2020, S. 9). Die Komponentenanzahl  $N_k$  kann dabei von den Anwendenden vorab definiert oder automatisiert geschätzt werden (GEYER et al. 2019). Über  $\lambda_i$  werden die Komponenten gewichtet, wobei  $\sum_{i=1}^{N_k} \lambda_i = 1$  und  $0 \leq \lambda_i \leq 1$  gilt. Die einzelnen Verteilungskomponenten werden durch den *Erwartungs-Maximierungs*<sup>18</sup>-Algorithmus identifiziert (BOUGUILA und FAN 2020, S. 11 ff.).

Abbildung 2.8 illustriert den Grundgedanken beispielhaft: Die verfügbaren Daten  $\mathcal{D}$  lassen vermuten, dass sich im Intervall  $-2 \leq \theta \leq 6$  zwei Normalverteilungen überlagern (damit gilt  $N_k = 2$ ). Mit Hilfe des Erwartungs-Maximierungs-Algorithmus lässt sich ein Gauß'sches Mischmodell mit zwei Komponenten  $p_1(\theta)$  und  $p_2(\theta)$  identifizieren, welches die überlagerte Verteilung  $p_{\Sigma}(\theta)$  der Daten abbildet.



**Abbildung 2.8:** Schematische Darstellung der Gauß'schen Mischmodellierung: Ausgehend von einer Datenbasis (links) werden die zwei Verteilungskomponenten  $p_1(\theta)$  (—) und  $p_2(\theta)$  (—) geschätzt (mittig), welche sich zusammen zur akkumulierten Mischverteilung  $p_{\Sigma}(\theta)$  (—) summieren lassen (rechts).

Mit Hilfe einer Gauß'schen Mischverteilung lassen sich somit normalverteilte Komponenten einer Datenbasis identifizieren, welche in Summe die Verteilung der gesamten Datenbasis bilden.

<sup>17</sup>In der deutschsprachigen Fachliteratur wird meist die englischsprachige Bezeichnung *Gaussian Mixture Model (GMM)* verwendet.

<sup>18</sup>In der deutschsprachigen Fachliteratur wird meist die englischsprachige Bezeichnung *Expectation Maximization* verwendet.

## 2.4.2 Gauß-Prozess-Regression

Entsprechend der zu Beginn dieses Abschnitts eingeführten Definition handelt es sich bei der *Gauß-Prozess-Regression* um ein überwachtes maschinelles Lernverfahren mit dem Ziel, ein datenbasiertes und probabilistisches Modell für einen funktionalen Zusammenhang  $y^* = f(\mathbf{x})$  zwischen den Modelleingangsgrößen  $\mathbf{x}$  und der prognostizierten Modellausgangsgröße  $y^*$  zu erzeugen.

Verteilung über Funktionen

Die Gauß-Prozess-Regression verallgemeinert das Konzept der multivariaten Normalverteilung und erlaubt dadurch die Modellierung von *Wahrscheinlichkeitsverteilungen über Funktionen* anstatt über einzelne Zufallsvariablen oder Zufallsvektoren.

Gauß-Prozess

Nach RASMUSSEN und WILLIAMS (2006, S. 13) ist ein Gauß-Prozess als Menge von unendlich vielen Zufallsvariablen definiert, von der eine endliche Teilmenge einer gemeinsamen multivariaten Normalverteilung entspricht<sup>19</sup>.

Dieser Gedankengang wird im Folgenden, ausgehend von der in Abbildung 2.9 veranschaulichten zweidimensionalen Normalverteilung, erläutert: Abgebildet sind 100 zufällige Stichproben einer zweidimensionalen Normalverteilung, die durch den Erwartungswert  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^2$  und die Kovarianzmatrix  $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  charakterisiert wird (linke Darstellung in Abbildung 2.9 als *Glockenkurve*). Der dargestellten bivariaten Normalverteilung liegen die zwei Normalverteilungen  $p(x_1)$  und  $p(x_2)$  zugrunde. Alternativ lassen sich die 100 Stichproben auch vertikal über ihr *Index-Set*  $\{x_1, x_2\}$  verbildlichen (rechte Darstellung in Abbildung 2.9). Eine Stichprobe aus der Glockenkurve entspricht dann einer verbindenden Geraden.

Dieses Prinzip kann auf hochdimensionale multivariate Normalverteilungen erweitert werden, bis sich schließlich für den Grenzfall einer unendlichdimensionalen multivariaten Normalverteilung ein Gauß-Prozess  $\mathcal{GP}$  ergibt. Dieser wird durch eine kontinuierliche Erwartungswertfunktion  $\mu(\mathbf{x})$  und eine kontinuierliche Kovarianzfunktion  $\Sigma(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  beschrieben:

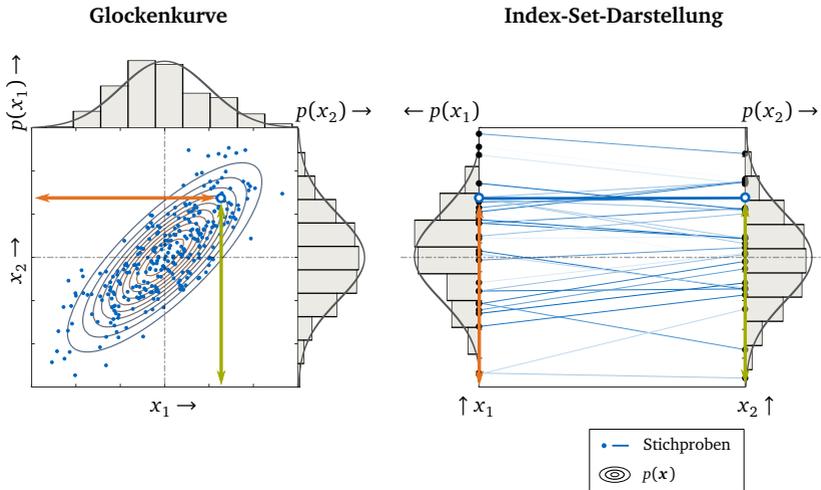
$$\mathcal{GP}(\mu(\mathbf{x}), \Sigma(\mathbf{x}, \mathbf{x}')) \sim \mathcal{N}(\mu(\mathbf{x}), \Sigma(\mathbf{x}, \mathbf{x}')). \quad (2.77)$$

Die Erwartungswertfunktion  $\mu(\mathbf{x})$  wird im Allgemeinen zu Null gesetzt, wenn die verwendeten Daten, wie im Regelfall, auf einen Erwartungswert  $\mu(\mathbf{x}) = 0$  skaliert werden. Die Kovarianzfunktion  $\Sigma(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  beschreibt die (Ko-)Varianz zwischen zwei Datenpunkten  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{x}'$ .

Prior und Posterior

Dem Satz von Bayes folgend kann diese unendlichdimensionale multivariate Normalverteilung durch eine endliche Anzahl an Beobachtungen zur *bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung* über den Funktionsverlauf reduziert werden. Aufgrund dieser Vorgehensweise wird der nicht-bedingte Gauß-Prozess auch *Prior* und der durch die Beobachtungen bedingte Gauß-Prozess *Posterior* genannt.

<sup>19</sup>Freie Übersetzung der geläufigen englischsprachigen Definition nach RASMUSSEN und WILLIAMS (2006, S. 13): „A Gaussian process is a collection of random variables, any finite number of which have a joint Gaussian distribution.“



**Abbildung 2.9:** Schematische Darstellung einer zweidimensionalen Normalverteilung anhand von 100 zufälligen Stichproben: Die den Stichproben zugrundeliegende bivariate Normalverteilung kann sowohl als *Glockenkurve* (links) als auch über ihr *Index-Set* (rechts) visualisiert werden. Eine Stichprobe (d. h. ein Punkt) in der linken Darstellung entspricht dabei einer Geraden in der rechten Darstellung. Zur besseren Verständlichkeit sind zusätzlich die Histogramme und die zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen der 100 Stichproben illustriert.

Zur Berechnung des Posteriors wird zunächst die gemeinsame multivariate Verteilung für  $N_* \in \mathbb{N}^+$  Punkte

gemeinsame Normalverteilung

$$\mathbf{X}^* = [\mathbf{x}_1^*, \dots, \mathbf{x}_{N_*}^*] \quad (2.78)$$

auf Basis von  $N_{\mathcal{D}}$  diskreten Beobachtungen der Zielgröße

$$\mathbf{Y}_{\mathcal{D}} = [y_1, \dots, y_{N_{\mathcal{D}}}]^{\top} \quad (2.79)$$

an den Punkten

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{N_{\mathcal{D}}}] \quad (2.80)$$

unter Berücksichtigung einer vorab definierten Kovarianzfunktion  $\Sigma(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$  berechnet (RASMUSSEN und WILLIAMS 2006, S. 15 f.):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{\mathcal{D}} \\ \mathbf{f}^*(\mathbf{X}^*) \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} \Sigma(\mathbf{X}, \mathbf{X}) & \Sigma(\mathbf{X}, \mathbf{X}^*) \\ \Sigma(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}) & \Sigma(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}^*) \end{bmatrix}\right). \quad (2.81)$$

Berechnung  
des Posteriors

Aus der gemeinsamen multivariaten Verteilung lässt sich der Posterior

$$p(f^* | X^*, X, Y_D) \sim \mathcal{N}(\mu^*, \Sigma^*), \quad (2.82)$$

mit

$$\mu^* = \Sigma(X^*, X) \Sigma(X, X)^{-1} Y_D, \quad (2.83)$$

$$\Sigma^* = \Sigma(X^*, X^*) - \Sigma(X^*, X) \Sigma(X, X)^{-1} \Sigma(X, X^*), \quad (2.84)$$

erzeugen (RASMUSSEN und WILLIAMS 2006, S. 15 f.).

Der Gedankengang ist in Abbildung 2.10 für eine fünfdimensionale multivariate Normalverteilung, eine zwanzigdimensionale multivariate Normalverteilung, für einen Prior und einen Posterior dargestellt. Zudem sind die jeweils dazugehörigen Kovarianzmatrizen  $\Sigma_5 \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  und  $\Sigma_{20} \in \mathbb{R}^{20 \times 20}$ , bzw. die Kovarianzfunktionen  $\Sigma_{\text{Prior}}$  und  $\Sigma_{\text{Posterior}}$ , illustriert.

Kovarianz-  
funktionen

Die Wahl und Parametrierung der Kovarianzfunktion zu Beginn des Modellierungsprozesses erlaubt die Berücksichtigung von Vorwissen über die zu modellierende Systemgröße in Form des Priors. Beispielsweise kann Wissen über die zu erwartende Periodizität eines Signals miteinbezogen werden. Die in Abbildung 2.10 veranschaulichten Kovarianzmatrizen und Kovarianzfunktionen werden durch eine *Radiale Basisfunktion (RBF)* auf Basis des Abstands zwischen zwei Datenpunkten  $x$  und  $x'$  berechnet (DUVENAUD 2014, S. 9):

$$\Sigma_{\text{RBF}}(x, x') = \sigma^2 \cdot e^{-\frac{(x-x')^2}{2l^2}}. \quad (2.85)$$

Hyper-  
parameter

Die RBF-Kovarianzfunktion enthält zwei *Hyperparameter*: Die Varianz  $\sigma^2$  und die Längenskala  $l$ . Die Hyperparameter können automatisiert angepasst und optimiert werden, um die zur Verfügung stehenden Datenpunkte bestmöglich abzubilden. Dies wird als *Training* des Gauß-Prozesses bezeichnet.

In der Fachliteratur ist eine Vielzahl gängiger Kovarianzfunktionen zu finden, mit denen beliebiges Vorwissen als Prior im Model berücksichtigt werden kann. Die Kovarianzfunktionen lassen sich zudem durch verschiedene mathematische Operationen miteinander kombinieren, beispielsweise durch Multiplikation und Addition. Exemplarisch sind in Abbildung 2.11 vier unterschiedliche Priors dargestellt. Im Verlauf der Arbeit werden neben der Kovarianzfunktion  $\Sigma_{\text{RBF}}$  vier weitere Kovarianzfunktionen verwendet:

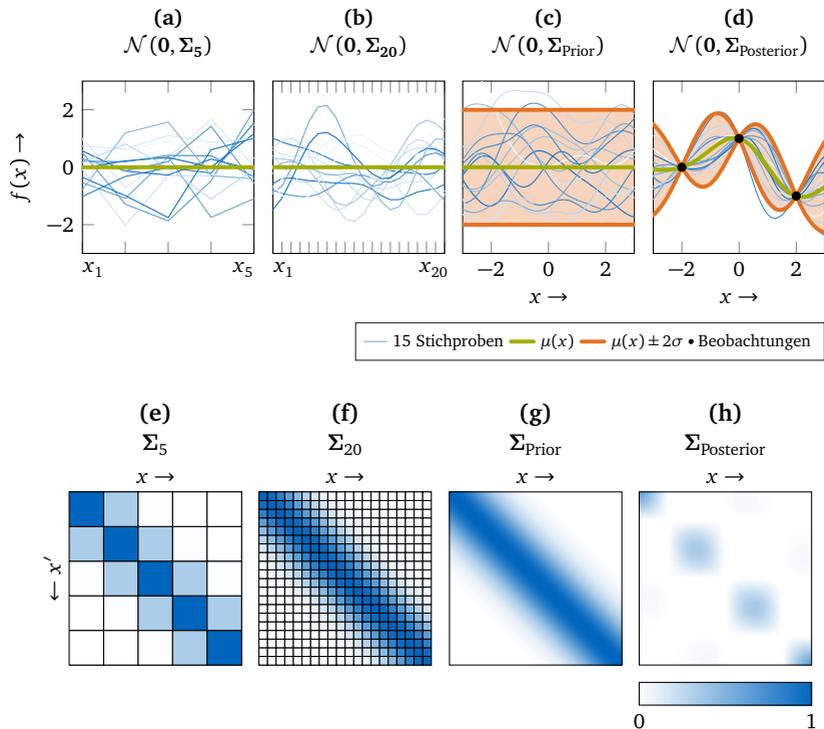
$$\Sigma_{\text{bias}} = \sigma^2, \quad (2.86)$$

$$\Sigma_{\text{lin}} = \sigma^2 \cdot x x', \quad (2.87)$$

$$\Sigma_{\text{quad}} = \Sigma_{\text{lin}} \times \Sigma_{\text{lin}}, \quad (2.88)$$

$$\Sigma_{\text{kub}} = \Sigma_{\text{lin}} \times \Sigma_{\text{lin}} \times \Sigma_{\text{lin}}. \quad (2.89)$$

Weitere Details zu diesen Kovarianzfunktionen und zur Wahl dieser Funktionen sind in DUVENAUD (2014, S. 9 ff.) sowie in RASMUSSEN und WILLIAMS (2006, S. 79 ff.) zu finden.



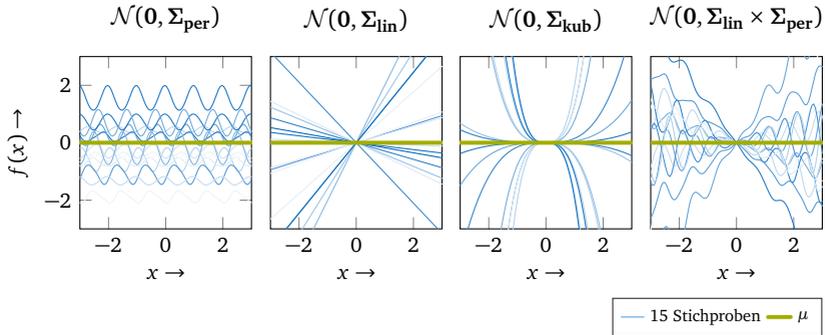
**Abbildung 2.10:** Illustration der Index-Set-Darstellung für (a) eine fünfdimensionale multivariate Normalverteilung und (b) eine zwanzigdimensionale multivariate Normalverteilung; der Gedankengang einer unendlich-dimensionalen Normalverteilung wird für den Prior (c) und den Posterior (d) eines Gauß-Prozesses fortgeführt. Der Posterior entspricht der durch drei Beobachtungen bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung. Für alle Darstellungen sind jeweils 15 Stichproben der zugrundeliegenden multivariaten Normalverteilung illustriert. Zusätzlich sind die jeweiligen Erwartungswertfunktionen  $\mu(x)$  sowie für den Prior und den Posterior auch die resultierenden 95%-Glaubwürdigkeitsintervalle eingezeichnet.

Darunter sind die jeweils dazugehörigen Kovarianzmatrizen für die fünf- und zwanzigdimensionalen multivariaten Normalverteilungen (e und f) sowie für den Prior (g) und den Posterior (h) des Gauß-Prozesses dargestellt.

Die Prognoseunsicherheit des Gauß-Prozess-Posterior in Abbildung 2.10 (d) ist an den drei Beobachtungen gleich Null, da in diesem Fall keine Störgrößen betrachtet werden. Homoskedastische<sup>20</sup> Störgrößen, beispielsweise

Prognose bei  
Messrauschen

<sup>20</sup>Homoskedastizität beschreibt Rauschen, das für alle Beobachtungen identisch verteilt ist, wohingegen Heteroskedastizität veränderliches Rauschverhalten zulässt (GAL 2016, S. 85). Die Annahme, dass homoskedastisches Rauschen vorliegt, vereinfacht viele Rechnungen im Zuge der Modellbildung. Für die heteroskedastische Störgrößenmodellierung im Rahmen der Gauß-Prozess-Regression sei auf LE et al. (2005) verwiesen.



**Abbildung 2.11:** Vier verschiedene Gauß-Prozess-Priors, von links nach rechts: Periodisch, linear, kubisch (= linear  $\times$  linear  $\times$  linear), linear-periodisch (= linear  $\times$  periodisch). Die Definition der periodischen Kovarianzfunktion ist in DUVENAUD (2014, S. 9) zu finden.

Messrauschen an den Messpunkten, können über eine zusätzliche Varianz  $\sigma_y^2$  im Rahmen der gemeinsamen multivariaten Verteilung berücksichtigt werden (RASMUSSEN und WILLIAMS 2006, S. 16 f.):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{\mathcal{D}} \\ \mathbf{f}^*(\mathbf{X}^*) \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left( \mathbf{0}, \begin{bmatrix} \Sigma(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma_y^2 \mathbf{I} & \Sigma(\mathbf{X}, \mathbf{X}^*) \\ \Sigma(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}) & \Sigma(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}^*) \end{bmatrix} \right), \quad (2.90)$$

wobei  $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{N_{\mathcal{D}} \times N_{\mathcal{D}}}$  die Einheitsmatrix bedeutet.

Der Posterior errechnet sich dementsprechend wie folgt (RASMUSSEN und WILLIAMS 2006, S. 16):

$$p(\mathbf{f}^* | \mathbf{X}^*, \mathbf{X}, \mathbf{Y}_{\mathcal{D}}) \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}^*, \boldsymbol{\Sigma}^*), \quad (2.91)$$

mit

$$\boldsymbol{\mu}^* = \Sigma(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}) \left( \Sigma(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma_y^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{Y}_{\mathcal{D}}, \quad (2.92)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}^* = \Sigma(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}^*) - \Sigma(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}) \left( \Sigma(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + \sigma_y^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \Sigma(\mathbf{X}, \mathbf{X}^*). \quad (2.93)$$

### 2.4.3 Mehrstufige Gauß-Prozess-Regression

Informations-  
fusion

Das Prinzip der datenbasierten Modellbildung kann erweitert werden, falls mehr als eine Informationsquelle über die zu modellierende Systemgröße zur Verfügung steht. Die verschiedenen Informationen können dann im Sinne einer *Informationsfusion* zur präziseren Modellierung der Systemgröße vereint werden (RUSER und LEON 2007, S. 93).

Oftmals unterscheidet sich die Informationsgüte, mit der die unterschiedlichen Informationsquellen die zu modellierende Systemgröße abbilden. Im Regelfall

verursachen Informationsquellen mit höherer Güte auch signifikant höhere Kosten (bspw. durch erhöhten Rechenbedarf oder aufwendige Messverfahren). Ziel von etablierten Algorithmen zur Informationsfusion ist daher, die Kosten der Modellbildung, die durch Beobachtungen mit hoher Informationsgüte entstehen, zu senken, indem Vorwissen über die betrachtete Systemgröße auf Basis vieler kostengünstiger Beobachtungen mit niedrigerer Informationsgüte miteinbezogen wird<sup>21</sup>.

Die Entwicklung derartiger Methoden zur datenbasierten Informationsfusion auf Basis maschineller Lernverfahren ist weiterhin Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten (Übersichtsarbeiten zu verschiedenen Ansätzen wurden durch FERNÁNDEZ-GODINO et al. (2016) und PEHERSTORFER et al. (2018) publiziert). Neben deterministischen Ansätzen, die beispielsweise auf künstlichen neuronalen Netzen basieren (MENG und KARNIADAKIS 2020), haben sich probabilistische Informationsfusionsalgorithmen etabliert (BREVAULT et al. 2020). Diese probabilistischen Verfahren beruhen auf hierarchisch geordneten Gauß-Prozessen und erlauben die Modellierung eines linearen oder auch nichtlinearen Zusammenhangs zwischen den Informationsquellen (im Folgenden jeweils durch den Index  $i$  gekennzeichnet). Für jede der Informationsquellen steht demnach ein Datensatz  $\mathcal{D}_i$  zur Verfügung, jeweils bestehend aus Datenpaaren  $(\mathbf{x}, y)_i$  von Ein- und Ausgangsgrößen.

Ist der Funktionszusammenhang zwischen den Informationsquellen  $y_i^* = f_i(\mathbf{x})$  und  $y_{i-1}^* = f_{i-1}(\mathbf{x})$  linear, erlaubt die probabilistische Informationsfusion auf Basis des *autoregressiven Modells* (AR1) nach GRATIET und GARNIER (2014) und KENNEDY und O'HAGAN (2000) die Modellierung mittels

lineare  
Informations-  
fusion

$$f_i(\mathbf{x}) = \varrho f_{i-1}(\mathbf{x}) + \delta_i(\mathbf{x}). \quad (2.94)$$

Die funktionalen Abbildungen  $f_i(\mathbf{x})$  und  $f_{i-1}(\mathbf{x})$  entsprechen in diesem Modell Gauß-Prozessen auf Basis der Datensätze  $\mathcal{D}_i$  und  $\mathcal{D}_{i-1}$ ,  $\varrho$  ist ein konstanter Skalierungsfaktor und der Gauß-Prozess  $\delta_i(\mathbf{x})$  erlaubt die Modellierung einer *Verzerrung*<sup>22</sup> (CUTAJAR et al. 2019, S. 1).

Wird stattdessen ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen den Informationsquellen vermutet, kann dieser im *nichtlinearen autoregressiven Modell* (NARGP) nach PERDIKARIS et al. (2016) über eine nichtlineare Funktion  $\varrho_i$  abgebildet werden, die wiederum über einen Gauß-Prozess modelliert wird:

nichtlineare  
Informations-  
fusion

$$f_i(\mathbf{x}) = \varrho_i(f_{i-1}(\mathbf{x})) + \delta_i(\mathbf{x}). \quad (2.95)$$

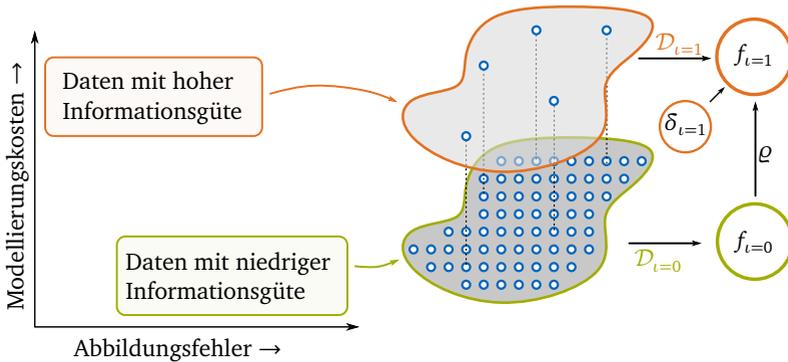
Dem von PERDIKARIS et al. (2016) vorgeschlagenen Berechnungskonzept folgend werden die zugrundeliegenden Gauß-Prozesse in hierarchischer Weise

<sup>21</sup>In der englischsprachigen Literatur werden derartige Verfahren zur Informationsfusion auch *Multi-Fidelity*-Verfahren genannt.

<sup>22</sup>In der deutschsprachigen Fachliteratur hat sich für die Verzerrung der englischsprachige Fachbegriff *Bias* durchgesetzt (CZADO und SCHMIDT 2011, S. 104). Er wird deshalb im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls verwendet.

nacheinander optimiert, was der Analyse von CUTAJAR et al. (2019, S. 2) zufolge problematisch für Fälle sein kann, in denen nur wenige Datenpunkte höherer Informationsgüte im Vergleich zur Anzahl an Datenpunkten niedrigerer Informationsgüte verfügbar sind. Das von CUTAJAR et al. (2019) alternativ vorgeschlagene Berechnungskonzept, im Folgenden als *mehrstufige tiefe Gauß-Prozess-Regression*<sup>23</sup> (MF-DGP) bezeichnet, kann dieses Problem vermeiden, indem die zugrundeliegenden hierarchischen Gauß-Prozesse gemeinsam optimiert werden (vgl. CUTAJAR et al. (2019, S. 2)).

Abbildung 2.12 illustriert das Konzept der Informationsfusion schematisch für zwei Informationsquellen.



**Abbildung 2.12:** Schematische Darstellung des Konzepts einer Informationsfusion für zwei Informationsquellen ( $i \in \{0, 1\}$ , Abbildung in Anlehnung an PEHERSTORFER et al. (2018, S. 554))

## 2.4.4 Quantitative Bewertung

Sofern die Bewertung eines datenbasierten Modells nicht durch physikalisch motivierte Bewertungsmetriken, wie beispielsweise den FRAC- oder den CSF-Wert (siehe Abschnitt 2.1.3), erfolgt, können statistische Metriken zur quantitativen Bewertung der Prognosegüte datenbasierter Modelle verwendet werden.

Bestimmtheitsmaß

Dazu gehören das *Bestimmtheitsmaß* (FAHRMEIR et al. 2016, S. 149 ff.)

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_D} (y_i - f^*(x_i))^2}{\sum_{i=1}^{N_D} (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.96)$$

<sup>23</sup>Freie Übersetzung der von CUTAJAR et al. (2019) geprägten, englischsprachigen Bezeichnung *multi-fidelity deep Gaussian process*.

und die *Quadratwurzel des mittleren quadratischen Prognosefehlers*<sup>24</sup> (MURPHY [RMSE](#) 2012)

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_{\mathcal{D}}} (y_i - f^*(\mathbf{x}_i))^2}{N_{\mathcal{D}}}}. \quad (2.97)$$

Darin repräsentieren  $y_i$  und  $f^*(\mathbf{x}_i)$  jeweils die wahren und prognostizierten Werte der Modellausgangsgröße für die  $i = 1, \dots, N_{\mathcal{D}}$  Beobachtungen. Der Mittelwert der wahren Werte wird durch  $\bar{y}$  charakterisiert.

Das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  ist im Wertebereich  $-\infty \leq R^2 \leq 1$  definiert.  $R^2 = 1$  kennzeichnet eine perfekte Modellprognose, wohingegen für Werte kleiner Null die Prognosegüte schlechter als der einfache Mittelwert der wahren Werte ist.

Der Definition aus Gleichung 2.97 folgend kann der RMSE als Standardabweichung des Prognosefehlers interpretiert werden. Niedrigere Werte kennzeichnen damit eine höhere Prognosegüte.

---

<sup>24</sup>Üblicherweise ist auch im Deutschen die Abkürzung der englischsprachigen Bezeichnung *Root Mean Squared Error (RMSE)* geläufig. Die Kurzform RMSE wird daher auch in dieser Arbeit verwendet.



## Kapitel 3

# Stand der Wissenschaft und Forschung

Die Wirtschaftlichkeit von modernen Produktionssystemen begründet sich maßgeblich im Einsatz von leistungsfähiger Automatisierungstechnik (HEINRICH et al. 2017, S. 5 f.). Industrieroboter haben durch ihre vielfältige Einsetzbarkeit wesentlich zu dieser Entwicklung beigetragen (HESSE 1998, S. 1 ff.; WEBER 2019, S. 3).

Nach VDI-RICHTLINIE 2860 sind Industrieroboter „universell einsetzbare Bewegungsautomaten mit mehreren Achsen, deren Bewegungen hinsichtlich Bewegungsfolge und Wegen bzw. Winkeln frei programmierbar (d. h. ohne mechanischen Eingriff vorzugeben bzw. änderbar) und gegebenenfalls sensorgeführt sind. Sie sind mit Greifern, Werkzeugen oder anderen Fertigungsmitteln ausrüstbar und können Handhabungs- oder andere Fertigungsaufgaben ausführen.“

Industrie-  
roboter

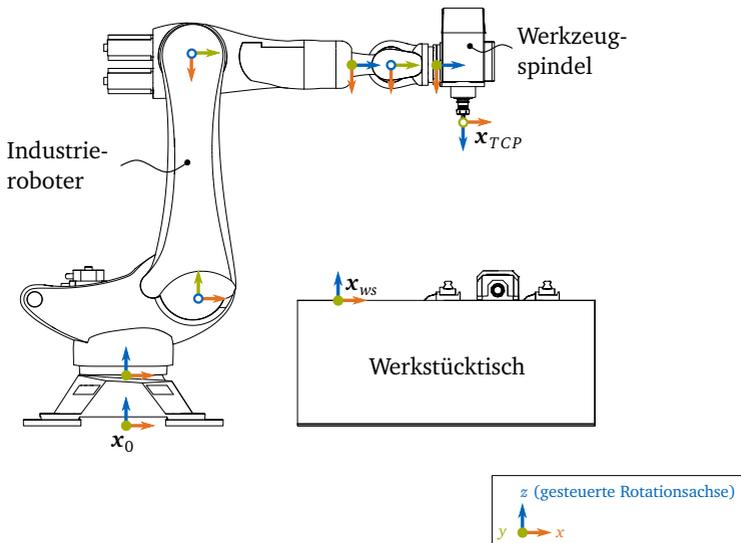
Industrieroboter, die mit einer Werkzeugspindel ausgestattet sind und damit spanende Fertigungsaufgaben ausführen können, werden als *Fräsroboter* bezeichnet. Üblicherweise verfügen Fräsroboter über fünf oder sechs angetriebene rotatorische Achsen. Abbildung 3.1 illustriert beispielhaft den kinematischen Aufbau eines Fräsroboters mit sechs gesteuerten Achsen. Zudem sind exemplarisch

Fräsroboter

- ▶ der Ursprung des Roboterkoordinatensystems  $\mathbf{x}_0$ ,
- ▶ der Ursprung des Werkzeugkoordinatensystems  $\mathbf{x}_{TCP}$  und
- ▶ der Ursprung des Werkstückkoordinatensystems  $\mathbf{x}_{WS}$

gekennzeichnet.

Kinematische Modelle von Industrierobotern werden zunächst in Abschnitt 3.1 erörtert. Darauf aufbauend werden in den Abschnitten 3.2 und 3.3 der aktuelle Stand der Wissenschaft und der Forschung zur Strukturmodellierung und Prozessauslegung hinsichtlich der (quasi-)statischen und dynamischen Eigenschaften von Fräsrobotern erläutert.



**Abbildung 3.1:** Aufbau und Kinematik eines Fräsroboters; Koordinatenachsen in die Zeichenebene hinein sind durch gefüllte Punkte (●) dargestellt, wohingegen aus der Zeichenebene herausweisende Koordinatenachsen ungefüllt dargestellt sind (○).

### 3.1 Kinematik von Fräsrobotern

Die mathematische Beschreibung der Position und Orientierung des Werkzeugreferenzpunkts (TCP<sup>25</sup>), zusammen auch als *Pose* bezeichnet, kann sowohl in einem ortsfesten kartesischen Koordinatensystem als auch in Gelenkkoordinaten beschrieben werden (WEBER 2009, S. 55).

Welt-  
koordinaten

Das kartesische und ortsfeste Basiskoordinatensystem hat seinen Ursprung im Regelfall in der Basis des Roboters (in Abbildung 3.1 als  $x_0$  bezeichnet) und wird auch als *Weltkoordinatensystem* bezeichnet. Die Position und Orientierung des Werkzeugreferenzpunkts wird dabei durch sechs kartesische Freiheitsgrade in Weltkoordinaten bestimmt:

$$\mathbf{x}_{TCP} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \\ \varphi_z \end{bmatrix}_{TCP}, \quad (3.1)$$

<sup>25</sup>In der deutschen Fachliteratur wird der Werkzeugreferenzpunkt auch als *Tool Center Point (TCP)* bezeichnet.

wobei  $x$ ,  $y$  und  $z$  den Translationen und  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  und  $\varphi_z$  den Rotationen um die jeweilige Achse entsprechen.

Im Gegensatz dazu beschreiben die Gelenkkordinaten  $\mathbf{q}$  die Achsstellungen der gesteuerten Antriebsachsen (WEBER 2009, S. 55). Diese werden auch als *generalisierte Koordinaten* oder *Minimalkoordinaten* bezeichnet, wenn es sich dabei um einen minimalen Satz an Koordinaten zur Beschreibung der Position und Lage handelt (PFEIFFER und SCHINDLER 2014, S. 13 f.).

generalisierte  
Koordinaten

Zwischen den Koordinatensystemen kann mit Hilfe von Transformationsvorschriften gewechselt werden (WEBER 2009, S. 55): Durch eine *Vorwärtstransformation* wird die kartesische Beschreibung der Pose  $\mathbf{x}$  des TCP aus den Gelenkkordinaten  $\mathbf{q}$  berechnet. Umgekehrt können die Gelenkkordinaten  $\mathbf{q}$  aus den kartesischen Koordinaten  $\mathbf{x}$  über eine *Rückwärtstransformation* berechnet werden (auch *inverse Kinematik* genannt). Zur Beschreibung einer Transformation zwischen zwei Koordinatensystem kann existieren verschiedene Methoden, wobei sich im Bereich der Industrierobotik die *Denavit-Hartenberg-Transformation* durchgesetzt hat (HESSE 1998, S. 44 ff.).

Koordinaten-  
transformation

Für allgemeine Robotersysteme ist die inverse Kinematik nicht immer eindeutig und kann nicht ohne numerische Näherungsverfahren berechnet werden. Für Sechs-Achs-Knickarmroboter mit einer Zentralhand<sup>26</sup> existieren analytische Lösungen (WEBER 2009, S. 58).

## 3.2 Quasi-statische Abdrängungen

Nach PAN und ZHANG (2007, S. 596) unterscheidet sich die Steifigkeit einer herkömmlichen Fräsmaschine deutlich von der eines konventionellen Industrieroboters: Während Industrieroboter eine Steifigkeit am TCP von weniger als  $1 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}}$  aufweisen, verfügen Fräsmaschinen üblicherweise über eine Steifigkeit von mehr als  $50 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}}$ . KARIM et al. (2018) konnten experimentell nachweisen, dass sich die Nachgiebigkeit eines Industrieroboters (nichtlinear) über den Arbeitsraum verändert.

geringe  
Steifigkeit

Die vergleichsweise hohe Nachgiebigkeit eines Industrieroboters lässt sich maßgeblich auf die Getriebeelastizitäten zurückführen (MÖLLER 2019, S. 27). Herkömmliche Industrieroboter, die nicht für den Anwendungsfall als Fräsroboter konzipiert wurden, sind jedoch nicht dazu geeignet, mit den integrierten antriebsseitigen Winkelmesssystemen die resultierenden Nachgiebigkeiten zu messen. Erst durch die Nutzung abtriebsseitiger Drehgeber können die prozessinduzierten Verlagerungen aufgrund der Getriebeelastizitäten erfasst und kompensiert werden. Fräsroboter mit einer solchen Messtechnik werden beispielsweise von den Unternehmen MABI ROBOTIC AG und FANUC K.K.

<sup>26</sup>Bei einer *Zentralhand* schneiden sich die Achsen der letzten drei Rotationsgelenke in einem Punkt, wodurch sich die kinematischen Berechnungen vereinfachen lassen (GATTRINGER 2011, S. 1).

kommerziell vertrieben. Die umfangreichen Untersuchungen von KLIMCHIK und PASHKEVICH (2018) und MÖLLER (2019) haben gezeigt, dass die resultierenden Abdrängungen aufgrund der zusätzlichen Sensorik signifikant reduziert werden können, was jedoch auch deutlich höhere Investitionskosten gegenüber einem konventionellen Industrieroboter zur Folge hat (MÖLLER 2019, S. 154 f.).

Alternativ können die Strukturkomponenten für den Anwendungsfall der spanenden Bearbeitung topologieoptimiert ausgelegt werden (DENKENA et al. 2017), was jedoch wiederum die Wirtschaftlichkeit eines derartigen Systems senken kann.

Sofern die geringe Steifigkeit bzw. die hohe Nachgiebigkeit nicht präventiv durch eine geeignete Steuerung (siehe Abschnitt 3.2.1) oder reaktiv durch eine kompensierende Regelung (siehe Abschnitt 3.2.2) ausgeglichen wird, kann das Werkzeug aufgrund der Prozesskräfte bis zu mehrere Millimeter von der gewünschten Trajektorie abgedrängt werden (RÖSCH 2014, S. 59).

### 3.2.1 Präventive Steuerung

Um eine Abdrängung des Werkzeugs von der Solltrajektorie zu kompensieren, kann eine modellbasierte Steuerung in Form einer kompensierenden Bahnplanung vor Beginn des Fräsprozesses angewendet werden. Hierfür wird ein präzises Steifigkeitsmodell des Fräsroboters benötigt. Unter Berücksichtigung der auftretenden Prozesskräfte, die entweder vorab gemessen oder ebenfalls modellbasiert simuliert werden können, lässt sich auf Basis des Steifigkeitsmodells eine kompensierende Trajektorie berechnen (SCHNOES und ZAEH 2019, S. 501).

Die Steifigkeit eines Industrieroboters wird in generalisierten Koordinaten durch die generalisierte Steifigkeitsmatrix  $K_q \in \mathbb{R}^{N_q \times N_q}$  dargestellt (DUMAS et al. 2011, S. 6):

$$K_q = \begin{bmatrix} k_{q_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & k_{q_{N_q}} \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Unter Berücksichtigung der Jacobi-Matrix

$$J = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} J_T \\ J_R \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

kann die Steifigkeit am TCP auch in kartesischen Koordinaten durch die kartesische Steifigkeitsmatrix  $K_x \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  aus  $K_q$  und aus der komplementären Steifigkeitsmatrix  $K_c$  berechnet werden (DUMAS et al. 2011, S. 6):

$$K_x = J^{-T} (K_q - K_c) J^{-1} \quad (3.4)$$

mit

$$\mathbf{K}_c = \left[ \frac{\partial \mathbf{J}^\top}{\partial \mathbf{q}_1} \mathbf{w} \quad \cdots \quad \frac{\partial \mathbf{J}^\top}{\partial d_{N_q}} \mathbf{w} \right]. \quad (3.5)$$

Üblicherweise wird die komplementäre Steifigkeitsmatrix zur Vereinfachung der Berechnung vernachlässigt (siehe DUMAS et al. (2011, S. 7 ff.) und SCHNOES und ZAEH (2019, S. 499)).

Die Jacobi-Matrix  $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{6 \times N_q}$  setzt sich aus einem translatorischen und einem rotatorischen Teil ( $\mathbf{J}_T \in \mathbb{R}^{3 \times N_q}$  und  $\mathbf{J}_R \in \mathbb{R}^{3 \times N_q}$ ) zusammen. Durch  $\mathbf{K}_x$  wird der Zusammenhang zwischen der Verschiebung und Verdrehung des TCP  $\Delta \mathbf{x}$  und den Kräften und Momenten  $\mathbf{w}$ , die am TCP angreifen, hergestellt:

$$\mathbf{w} = \mathbf{K}_x \Delta \mathbf{x}. \quad (3.6)$$

$\mathbf{K}_x$  berücksichtigt neben den translatorischen Steifigkeiten in kartesischen Koordinatenrichtungen auch die rotatorischen Freiheitsgrade des TCP und kann daher wie folgt unterteilt werden:

kartesische  
Steifigkeits-  
matrix

$$\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{x,x} & \mathbf{K}_{x,\varphi} \\ \mathbf{K}_{\varphi,x} & \mathbf{K}_{\varphi,\varphi} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

mit

$$\mathbf{K}_{x,x} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

$$\mathbf{K}_{x,\varphi} = \begin{bmatrix} k_{x\varphi_x} & k_{x\varphi_y} & k_{x\varphi_z} \\ k_{y\varphi_x} & k_{y\varphi_y} & k_{y\varphi_z} \\ k_{z\varphi_x} & k_{z\varphi_y} & k_{z\varphi_z} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{K}_{\varphi,x} = \begin{bmatrix} k_{\varphi_x x} & k_{\varphi_x y} & k_{\varphi_x z} \\ k_{\varphi_y x} & k_{\varphi_y y} & k_{\varphi_y z} \\ k_{\varphi_z x} & k_{\varphi_z y} & k_{\varphi_z z} \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{K}_{\varphi,\varphi} = \begin{bmatrix} k_{\varphi_x \varphi_x} & k_{\varphi_x \varphi_y} & k_{\varphi_x \varphi_z} \\ k_{\varphi_y \varphi_x} & k_{\varphi_y \varphi_y} & k_{\varphi_y \varphi_z} \\ k_{\varphi_z \varphi_x} & k_{\varphi_z \varphi_y} & k_{\varphi_z \varphi_z} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Die verschiedenen Forschungsarbeiten zur Steifigkeitsmodellierung von Fräsrobotern unterscheiden sich dabei in der Anzahl der modellierten Freiheitsgrade  $N_q$ : Das von BAUER et al. (2013) verwendete Modell besitzt sechs rotatorische Freiheitsgrade, um die Nachgiebigkeit in den angetriebenen Roboterachsen zu modellieren. ABELE et al. (2008) und RÖSCH (2014) erweiterten diesen Ansatz, indem sie virtuelle Achsen im Modell für die längeren Strukturkomponenten nutzten, um die Biegung dieser Komponenten modellbasiert erfassen zu können. Werden darüber hinaus auch rotatorische Kippsteifigkeiten der Roboterelkenke modelliert, weist das generalisierte Steifigkeitsmodell bis zu

Kippsteifig-  
keiten

18 Freiheitsgrade auf (HUYNH et al. 2020; SCHNOES und ZAEH 2019). Darüber hinaus können die Nachgiebigkeitseigenschaften der Werkzeugspindel durch zusätzliche Freiheitsgrade im Modell ebenfalls berücksichtigt werden (HÄHN 2020).

Neben präzisen Informationen über die auftretenden Prozesskräfte ist die Güte der modellbasierten Kompensation maßgeblich von der Genauigkeit abhängig, mit der die Achssteifigkeiten des Modells geschätzt werden. Hierfür haben sich die Verfahren von ALICI und SHIRINZADEH (2005) und von DUMAS et al. (2011) etabliert. Sowohl die am TCP aufgeprägten Lasten  $\mathbf{w}$  als auch die resultierenden Verlagerungen  $\Delta\mathbf{x}$  werden messtechnisch erfasst und in ein lineares Regressionsproblem in Abhängigkeit der unbekanntenen Achsnachgiebigkeiten  $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{N_q}$  überführt (DUMAS et al. 2011, S. 467):

$$\mathbf{X}\mathbf{h} = \Delta\mathbf{x}, \quad (3.12)$$

mit den Elementen der Regressormatrix

$$X_{i,r} = J_{i,r} \left( \sum_{n=1}^{N_q} J_{n,r} \mathbf{w}_n \right). \quad (3.13)$$

Die Nachgiebigkeiten können über die Methode der kleinsten Quadrate (siehe Abschnitt 2.3.2) identifiziert werden.

### 3.2.2 Reaktive Regelung

Neben der Möglichkeit, die prozessinduzierte Abdrängung durch eine prädiktive Steuerung zu kompensieren, kann die zur Laufzeit messtechnisch erfasste Abweichung von der Solltrajektorie auch im Sinne einer reaktiven Regelschleife zurückgeführt und prozessparallel kompensiert werden. Sofern dabei keine roboterintegrierte Messtechnik, bspw. abtriebsseitige Drehgeber, verwendet werden kann, muss die Abweichung durch externe Sensorik erfasst, verarbeitet und an den Steuerungsrechner des Roboters zurückgesendet werden.

In zahlreichen nationalen und internationalen Forschungsarbeiten wurden verschiedene Verfahren zur messtechnischen Erfassung und zur darauf aufbauenden Regelstrategie vorgestellt: ZAEH und ROESCH (2014) entwickelten ein modellbasiertes Positionsregelungssystem, welches unter Berücksichtigung der gemessenen Prozesskräfte und eines Steifigkeitsmodells des Fräsroboters ein Kompensationssignal errechnet. Die Regelstrategie basierte auf einer Fuzzy-Logik. Im Gegensatz dazu beruht das von MOELLER et al. (2017) vorgestellte Regelungsverfahren auf der direkten Messung der TCP-Pose mit Hilfe eines Lasertrackers. Die kompensierende Stellgröße kann daraus direkt ermittelt werden. Die Nutzung eines laserbasierten optischen Messsystems senkt die Wirtschaftlichkeit des Fräsrobotersystems jedoch wiederum deutlich. MÖLLER et al. (2016) entwickelten daher ein Regelungsverfahren auf Basis

eines Kamerasystems<sup>27</sup>. Anstatt die Abdrängung durch eine Veränderung der TCP-Trajektorie zu kompensieren, schlug PUZIK (2011) eine Ausgleichsaktorik für eine extern gelagerte Werkzeugspindel vor (in diesem Fall diente der Industrieroboter als Führungskinematik für das Werkstück). Das Verfahren wurde von SCHNEIDER (2016) um eine modellbasierte Positionsregelung erweitert.

### 3.3 Dynamische Instabilitäten

Wie bei konventionellen Fräsmaschinen limitiert die dynamische Stabilitätsgrenze die Wirtschaftlichkeit eines roboterbasierten Fräsprozesses. Der Vermeidung oder Unterdrückung fremd- und selbsterreger Strukturschwingungen während des Fräsprozesses kommt dadurch besondere Bedeutung zu, um die erforderliche Oberflächengüte zu erzielen und um Schäden an den Spindel- und Roboterkomponenten zu vermeiden. In den Abschnitten 3.3.1 und 3.3.2 werden Ansätze und Methoden vorgestellt, um die Prozessstabilität durch eine modellbasierte Prozessplanung prädiktiv oder durch eine prozessparallele Regelung sicherzustellen.

#### 3.3.1 Modellbasierte Prozessauslegung

Aufgrund der vergleichsweise geringen Steifigkeit der Achsen weisen Fräsroboter bereits äußerst niederfrequente Strukturmoden im Frequenzbereich zwischen 10 Hz und 20 Hz mit jeweils sehr hohen dynamischen Nachgiebigkeiten auf (WEIGOLD 2008, S. 66 ff.; TUNC und GONUL 2021, S. 2). Die Stabilität von Fräsprozessen mit niedrigen Drehzahlen, wie sie beispielsweise für Werkstoffe mit hohen Festigkeiten wie Stähle oder titanbasierte Werkstoffe notwendig sind, wird daher maßgeblich durch die Strukturodynamik des Roboters und nicht durch die Strukturodynamik der Werkzeugspindel oder des Werkzeugs bestimmt. Im Rahmen der modellbasierten Prognose der Stabilitätsgrenze ist demnach eine korrekte Modellierung des strukturdynamischen Roboterhaltens äußerst wichtig (TUNC und GONUL 2021, S. 1 f.).

nieder-  
frequente  
Struktur-  
moden

Die Analyse des dynamischen Verhaltens von Fräsrobotern durch KARIM et al. (2017) zeigt, dass sich das dynamische Verhalten eines Fräsroboters signifikant im Arbeitsraum des Roboters verändert und somit stark poseabhängig ist. Die Modellierung des poseabhängigen Strukturverhaltens ist jedoch nicht trivial, sondern stellt aufgrund der seriellen Kinematik eines Industrieroboters eine besondere Herausforderung dar (CORDES et al. 2019, S. 18).

Die Modellierung des poseabhängigen strukturdynamischen Roboterhaltens kann sowohl *physikalisch motiviert* als auch *datenbasiert* erfolgen:

---

<sup>27</sup>Derartige Regelungsverfahren werden im Allgemeinen als *visual servoing* bezeichnet (SIEBEL et al. 2010).

physikalisch  
motivierte  
Modellierung

Die physikalisch motivierte Strukturmodellierung basiert im Regelfall auf einem Starrkörpermodell, da die relevanten niederfrequenten Strukturmoden darin abgebildet werden können (MOUSAVI et al. 2017b, S. 3054). Neben den Achsnachgiebigkeiten müssen dafür auch die Massen, die Massenträgheitsmomente und die Dämpfungen identifiziert werden. Steht ein CAD-Modell<sup>28</sup> des Roboters zur Verfügung, können die Massen und die Massenträgheitsmomente daraus geschätzt werden (HUYNH, RIVIERE-LORPHEVRE et al. 2018). Die umfangreichen Forschungsarbeiten von NIEHUES (2015), REBELEIN (2019) und SEMM (2020) belegen, dass die physikalisch motivierte Identifikation der Dämpfungseigenschaften bereits für konventionelle Werkzeugmaschinen äußerst aufwendig ist. Für Fräsroboter sind entsprechende Dämpfungsmodelle jedoch nicht vorhanden, daher beruhen die Modellannahmen zu den Dämpfungseigenschaften meist auf empirischen Schätzungen (siehe bspw. HUYNH, RIVIERE-LORPHEVRE et al. (2018, S. 7)). Alternativ können die dynamischen Modellparameter auch durch ein lineares Regressionsmodell nach dem Verfahren von SWEVERS et al. (1996) unter Berücksichtigung der gemessenen Motormomente geschätzt werden.

Für eine Starrkörpermodellierung konnten HUYNH et al. (2020) nachweisen, dass die Modellierung auf Basis von drei rotatorischen Freiheitsgraden pro Roboter gelenk das dynamische Strukturverhalten des Roboters besser abbilden kann, als wenn die Nachgiebigkeit des Roboters lediglich in den angetriebenen Achsen modelliert worden wäre. Des Weiteren kommt PUZIK (2011) in seinen experimentellen Untersuchungen zu dem Ergebnis, dass der Einfluss der Motorregler auf die strukturdynamischen Eigenschaften vernachlässigt werden kann (PUZIK 2011, S. 58).

datenbasierte  
Modellierung

Um die aufwendige Systemidentifikation der physikalisch motivierten Modellbildung zu umgehen, schlugen NGUYEN et al. (2019) eine datengetriebene Modellierung vor: Mit Hilfe von Gauß-Prozess-Regressionsmodellen wurden die Modalparameter des Fräsroboters in Abhängigkeit der Arbeitsposition modelliert. Äquivalent dazu entwickelten NEWMAN et al. (2020) ein datenbasiertes Verfahren auf Basis künstlicher neuronaler Netze, um die poseabhängigen Eigenfrequenzen eines Fräsroboters zu prognostizieren.

posen-  
abhängige  
Stabilitäts-  
grenze

Auf Grundlage eines poseabhängigen Starrkörpermodells kann darauffolgend die Prozessstabilität mit Hilfe von Stabilitätskarten, wie sie in Abschnitt 2.2 beschrieben wurden, bewertet werden. CORDES et al. (2019) untersuchten dazu die Stabilitätsgrenze für experimentell ermittelte Frequenzgänge an einer Pose. Wie von CORDES et al. motiviert und durch die Arbeiten von MEJRI et al. (2016) und MOUSAVI et al. (2017a) gezeigt wurde, verändert sich jedoch die Stabilitätsgrenze in Abhängigkeit der Roboterpose. CELIKAG et al. (2021) konnten darüber hinaus nachweisen, dass Prozessinstabilitäten auch bei der roboterbasierten Fräsbearbeitung maßgeblich durch den Regenerativeneffekt hervorgerufen werden und Rattern aufgrund einer Moden-Kopplung nur eine untergeordnete

---

<sup>28</sup>Engl.: Computer-Aided Design (CAD), in deutscher Fachliteratur *rechnergestützte Konstruktion* genannt.

Rolle spielt. Darüber hinaus kann der *redundante Freiheitsgrad* eines sechsschichtigen Fräsroboters<sup>29</sup> genutzt werden, um die Roboterkonfigurationen entlang der Solltrajektorie hinsichtlich eines möglichst stabilen Fräsprozesses zu optimieren (GONUL et al. 2019). MOUSAVI et al. (2017b) entwickelten dafür eine Stabilitätskarte in Abhängigkeit des Rotationswinkels um die Werkzeugachse.

### 3.3.2 Prozessparallele Stabilitätsregelung

Sofern kein strukturdynamisches Robotermodell zur Verfügung steht, können die prozessinduzierten Schwingungen im Sinne einer stabilisierenden Prozessregelung minimiert werden. Das von ZAEH et al. (2020) entwickelte Regelungsverfahren basiert auf der messtechnischen Erfassung der Spindelvibrationen über einen vergleichsweise kostengünstigen Beschleunigungssensor, der an der Werkzeugspindel befestigt wurde. Die Schwingungsneigung wurde prozessbegleitend über einen Autokorrelationskoeffizienten des Beschleunigungssignals quantifiziert, der die *Selbstähnlichkeit* des Beschleunigungssignals bei Verschiebung um die Periodendauer einer Werkzeugumdrehung abbildete. Da stabile Fräsprozesse eine hohe und instabile Fräsprozesse eine niedrige Selbstähnlichkeit bei einer derartigen Verschiebung des Signals aufweisen, stellt der Autokorrelationsindex die in der Regelung verwendete Kenngröße für die Stabilität des Fräsprozesses dar (ZAEH et al. 2020, S. 2 f.). Durch Adaption der Spindeldrehzahl konnte die Schwingungsneigung prozessparallel minimiert werden.

Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, instabile Schwingungen durch aktive Dämpfungssysteme, die an der Werkzeugspindel verbaut werden, zu vermeiden (KLEINWORT 2021, S. 1). NGUYEN et al. (2020) nutzten das in ihren Vorarbeiten entwickelte, datenbasierte strukturdynamische Modell (siehe NGUYEN et al. (2019)), um die Regelungsparameter eines aktiven Dämpfungssystems in Abhängigkeit der Roboterpose zu adaptieren. Für alle aktiven Schwingungsdämpfer muss jedoch zusätzliche Aktorik und die dazugehörige Steuerungstechnik verbaut werden, was die Wirtschaftlichkeit und die Robustheit eines derartigen Systems deutlich senkt.

## 3.4 Fazit

Die vorangegangene Zusammenstellung der Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der Fräsrobotik zeigt, dass die quasi-statische Abdrängung während der Prozessplanung durch modellbasierte Verfahren oder prozessbegleitend durch roboterintegrierte Messtechnik reduziert werden kann. Weiterhin besteht die

---

<sup>29</sup>Fräsroboter mit sechs angetriebenen Achsen verfügen über einen redundanten Freiheitsgrad, da die Drehung der Werkzeugspindel um die Werkzeugachse die Prozesseigenschaften nicht verändert und somit unendlich viele Roboterkonfigurationen dieselbe Position und Orientierung des Werkzeugs erzeugen können.

Notwendigkeit, dynamische Instabilitäten zu verhindern. Um die Kostenvorteile eines Fräsroboters gegenüber konventionellen Fräsmaschinen zu nutzen, bietet sich daher der Einsatz von modellbasierten Stabilitätsprognosen im Zuge der rechnergestützten Prozessauslegung und -optimierung an. Die Notwendigkeit kostenintensiver externer Messtechnik und zusätzlicher aktiver Schwingungsdämpfungssysteme wird somit vermieden. Die dargestellten Vorarbeiten haben belegt, dass die modellbasierte Prognose von posenabhängigen Stabilitätskarten für roboterbasierte Fräsprozesse grundsätzlich möglich und zielführend ist. Dafür ist eine genaue Abbildung der posenabhängigen Strukturdynamik und der auftretenden Prozesskräfte maßgeblich. Dies stellt die Grundlage des Handlungsbedarfes dar, welcher im nachfolgenden Kapitel erörtert wird und aus dem sich die Zielsetzung dieser Arbeit ableiten lässt.

## Kapitel 4

# Handlungsbedarf und Zielsetzung

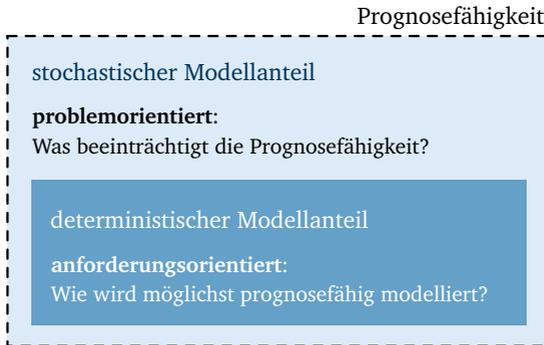
Entsprechend dem Fazit des vorangegangenen Kapitels (siehe Abschnitt 3.4) bedarf es einer Methodik, die posenabhängige Stabilitätsgrenze von roboter-basierten Fräsprozessen modellbasiert prognostizieren zu können.

Zur Abbildung der posenabhängigen strukturdynamischen Eigenschaften könnten diese vorab messtechnisch für alle Posen, die im späteren industriellen Einsatz zu erwarten sind, erfasst werden. Dieser Ansatz ist insbesondere bei einem großen Arbeitsraum, der den Fräsroboter im Vergleich zu den konventionellen Werkzeugmaschinen auszeichnet, mit einem sehr hohen Arbeitsaufwand verbunden und somit nicht praktikabel. Es bedarf demnach der modellbasierten Prognose der posenabhängigen Struktur-dynamik eines Fräsroboters. Die diesbezüglich im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Forschungsarbeiten lassen sich den deterministischen Modellen zuordnen. Im Rahmen der strukturdynamischen Modellierung wurde zudem zwischen physikalisch motivierten Strukturmodellen und datenbasierten Strukturmodellen unterschieden.

Da im Zuge der Modellbildung eine Vielzahl an Modellparametern identifiziert werden muss, sind die resultierenden Modellprognosen inhärent unsicherheits-behaftet: Die Parameteridentifikation, sowohl aufseiten der Struktur- als auch aufseiten der Prozessdynamik, unterliegt jeweils epistemischen und aleatori-schen Unsicherheiten.

mangelnde  
Prognose-  
fähigkeit

Der Definition von SCHWARZ (2015, S. 55 ff.) folgend sind die bisher vorgestellten Modelle daher nicht vollständig *prognosefähig*. Erst durch Quantifizierung der resultierenden Prognose(un)sicherheit kann die Prognosefähigkeit der Simulationsmodelle sichergestellt und dadurch die robuste Prozessauslegung gewährleistet werden. Die anforderungsorientierte Modellierung wird durch eine problemorientierte Betrachtungsweise erweitert (SCHWARZ (2015, S. 57 f.), siehe auch Abbildung 4.1).



**Abbildung 4.1:** Schematische Darstellung der prognosefähigen Modellierung (Abbildung in Anlehnung an SCHWARZ (2015, S. 57 f.))

Um diese modellbasierte Prognose(un)sicherheit zu quantifizieren, bedarf es der Charakterisierung der Unsicherheiten aller Teilmodelle, die im Rahmen der digitalen Werkzeugkette miteinander verknüpft werden (SCHWARZ 2015, S. 58). Bislang wurden nur in wenigen Vorarbeiten probabilistische Methoden zur Modellierung der Struktur- oder der Prozessdynamik eingesetzt, um ihre Prognosefähigkeit sicherzustellen:

proba-  
bilistische  
Struktur-  
modellierung

Die Arbeiten von NGUYEN et al. (2019) haben ergeben, dass die Modellierung der positionsabhängigen Struktureigenschaften von Fräsrobotern mittels probabilistischer maschineller Lernverfahren möglich ist. Die im Modell enthaltene Unsicherheit wurde in diesen Vorarbeiten nicht weiter untersucht oder verwendet. Es wurde zudem nicht untersucht, welche Hyperparameter der verwendeten Gauß-Prozesse (z. B. die Wahl der Kovarianzfunktion) für die jeweiligen Modalparameter sinnvoll sind. Durch den rein datenbasierten Ansatz konnte zudem physikalisches Vorwissen nicht genutzt werden, wodurch viele Messungen im Arbeitsraum notwendig sind, um das positionsabhängige Strukturverhalten abbilden zu können.

proba-  
bilistische  
Zerspankraft-  
modellierung

Die umfangreichen Forschungsergebnisse von KARANDIKAR et al. (2014), MEHTA et al. (2017) und SALEHI et al. (2018, 2019) belegen, dass auch die probabilistische Modellierung von Zerspankraftkoeffizienten zur unsicherheitsbehafteten Modellierung der Prozesskräfte zielführend ist. Durch die Nutzung von MCMC-Algorithmen in den bestehenden Verfahren ist die Identifikation jedoch zeitaufwendig, was die industrielle Anwendbarkeit bei jeder neuen

Werkzeug-Werkstoff-Kombination und ggfs. sogar bei jeder neuen Werkzeug-Werkstoffchargen-Kombination einschränkt. Zudem ist offen, welchen Einfluss die Wahl der A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung auf die Prognosefähigkeit hat.

Die Methode von DUNCAN et al. (2005) erlaubt die Verbindung von unsicherheitsbehafteten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen mit probabilistisch modellierten Zerspankraftkoeffizienten, um die resultierende Unsicherheit der Stabilitätsprognose auf Basis der ZOA-Methode zu schätzen. Im Rahmen der Strukturmodellierung wurden jedoch nur der Werkzeughalter und das Werkzeug betrachtet. Zudem wurde die Unsicherheit experimentell (d. h. frequentistisch) auf Basis von fünf Messungen und nicht probabilistisch mithilfe Bayes'scher Verfahren bestimmt. In weiterführenden Arbeiten konnten KARANDIKAR et al. (2020) zeigen, dass die probabilistische Modellierung der Prozessstabilität auch unmittelbar auf Basis von Prozessdaten, die als stabil oder instabil klassifiziert wurden, machbar ist. Die Methode erfordert allerdings auch die bewusste Herbeiführung von instabilen Prozessbedingungen. Zudem können Änderungen der zugrundeliegenden Strukturmechanik nicht berücksichtigt werden.

probabilistische  
Stabilitäts-  
modellierung

Die dargestellten Vorarbeiten zur probabilistischen Modellierung der Struktur- und der Prozessdynamik motivieren den durchgängigen Einsatz probabilistischer Methoden im Rahmen der rechnergestützten Prozessauslegung. Zudem erfolgten die Arbeiten zur unsicherheitsbehafteten Modellierung der Zerspankraftkoeffizienten und zur unsicherheitsbehafteten Prognose der Stabilitätsgrenze nur für konventionelle Werkzeugmaschinen. Für roboterbasierte Fräsprozesse mangelt es daher an einer Methodik, um die positionsabhängige Prozessstabilität, die sich aus der positionsabhängigen Strukturmechanik und den Werkzeug-Werkstoff-abhängigen Prozesskräften zusammensetzt, effizient, zuverlässig und unsicherheitsbehaftet modellieren zu können.

**Im Rahmen dieser Arbeit soll daher die digitale Werkzeugkette zur Prognose der Prozessstabilität für roboterbasierte Fräsprozesse mithilfe probabilistischer Verfahren umgesetzt werden, um die Prognosefähigkeit der Simulationen sicherzustellen. Es wird angestrebt, die Prognosegenauigkeit zu steigern und die Prognose(un)sicherheit zu quantifizieren.**

Zielsetzung

Aus der Zielsetzung lassen sich die drei folgenden Lösungsbausteine (LB) ableiten:

Lösungs-  
bausteine

**LB 1** Die posenabhängige Strukturmechanik von Fräsrobotern wird probabilistisch in Form von unsicherheitsbehafteten Modalparametern (oder in Form von unsicherheitsbehafteten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen) in Abhängigkeit der TCP-Position  $\mathbf{x}_{TCP}$  modelliert.

Im Rahmen der Untersuchungen wird zunächst die Prognosefähigkeit von physikalisch motivierten Strukturmodellen auf Basis probabilistischer Verfahren evaluiert (Kapitel 5).

Darauf aufbauend wird die Prognosefähigkeit von datengetriebenen Strukturmodellen untersucht und im Vergleich zu physikalisch motivierten Strukturmodellen bewertet.

Um die Effizienz der datenbasierten Strukturmodellierung weiter zu steigern, wird zudem der Einsatz von Methoden und Algorithmen der probabilistischen Informationsfusion untersucht und bewertet, um Informationen aus der physikalisch motivierten Strukturmodellierung mit datenbasierten Modellierungsverfahren zu verknüpfen (siehe Kapitel 6).

► Das Ergebnis des ersten Lösungsbausteins ist eine Methode zur probabilistischen Modellierung der poseabhängigen strukturdynamischen Eigenschaften von Fräsrobotern.

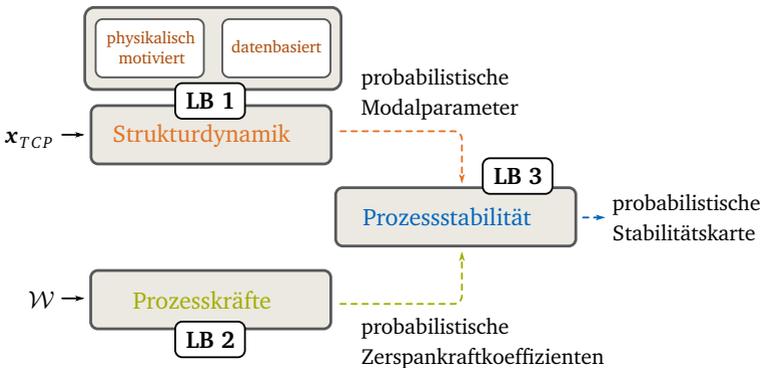
**LB 2** Die Zerspankraftkoeffizienten werden probabilistisch in Abhängigkeit der Werkzeug-Werkstoff-Kombination  $\mathcal{W}$  modelliert (siehe Kapitel 7). Die Effizienz unterschiedlicher Identifikationsverfahren wird dabei evaluiert.

► Das Ergebnis des zweiten Lösungsbausteins ist eine Methode zur Identifikation probabilistischer Zerspankraftkoeffizienten.

**LB 3** Die Ergebnisse aus **LB 1** und **LB 2** sollen abschließend zur Modellierung der pose- und Werkzeug-Werkstoff-abhängigen Prozessstabilität verknüpft werden (siehe Kapitel 8).

► Das Ergebnis des dritten Lösungsbausteins ist eine Methode zur Berechnung probabilistischer Stabilitätskarten für die zuverlässige Auslegung roboterbasierter Fräsprozesse.

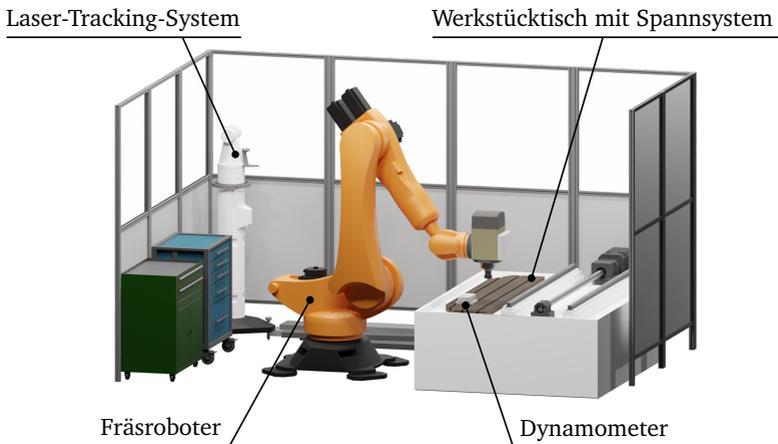
Abbildung 4.2 illustriert die Zielsetzung und die Informationsflüsse zwischen den Lösungsbausteinen.



**Abbildung 4.2:** Die digitale Werkzeugkette zur Simulation der Prozessstabilität von roboterbasierter Fräsprozesse wird durch probabilistische Methoden ergänzt.

Die Arbeitsergebnisse der Lösungsbausteine sind grundsätzlich unabhängig von den genutzten Methoden der jeweils anderen Lösungsbausteine, weshalb sich ein modularer Aufbau der Gesamtmethodik empfiehlt. Die grundsätzliche Vorgehensweise bleibt daher auch erhalten, wenn Lösungsbausteine im Sinne eines modularen, digitalen Werkzeugkastens ausgetauscht werden.

Soweit nicht anders gekennzeichnet, wurden alle nachfolgend beschriebenen Versuche an dem in Abbildung 4.3 dargestellten Fräsroboter durchgeführt.



**Abbildung 4.3:** Versuchsstand mit Fräsroboter und verbauter Messtechnik (Teile der Einhausung sind nicht dargestellt)

Der Versuchsstand umfasst neben dem Fräsroboter ein Laser-Tracking-System zur messtechnischen Erfassung (quasi-)statischer Verlagerungen und ein 3D-Dynamometer zur messtechnischen Erfassung von Kräften. Die Komponenten sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

**Tabelle 4.1:** Komponenten des Versuchsstands

Komponente	Hersteller	Typ
Industrieroboter	KUKA Roboter GmbH	KR240 R2500 Prime
Werkzeugspindel	Helmut Diebold GmbH & Co.	HSG-E 198.18-38 AK1
Dynamometer	Kistler Instrumente GmbH	9257B
Laser-Tracking-System	Leica Geosystems AG	LTD500

In den folgenden Kapiteln wird auf diese Komponenten verwiesen, die im Rahmen verschiedener Untersuchungen verwendet wurden.



## Kapitel 5

# Physikalisch motivierte Strukturmodellierung

*Hinweis:* Die nachfolgenden Inhalte basieren in Teilen auf den Forschungsarbeiten und -ergebnissen der folgenden beiden Publikationen:

- ☞ BUSCH, M., SCHNOES, F., ELSHARKAWY, A. und ZAEH, M. F. (2022). „Methodology for model-based uncertainty quantification of the vibrational properties of machining robots“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 73.8/2021, S. 102243
- ☞ BUSCH, M. und ZAEH, M. F. (2022). „Multi-Fidelity Information Fusion to Model the Position-Dependent Modal Properties of Milling Robots“. In: *Robotics* 11.17

Entsprechend der Zielsetzung und der Definition von Lösungsbaustein 1 (vgl. Kapitel 4) wird zunächst die Prognosefähigkeit der strukturdynamischen Eigenschaften auf Basis eines physikalisch motivierten Strukturmodells betrachtet. Im Fokus der Untersuchungen steht die probabilistische Modellbildung zur prognosefähigen Simulation der strukturdynamischen Eigenschaften. Auf Grundlage der dafür notwendigen unsicherheitsbehafteten Systemidentifikation wird die Prognosefähigkeit der physikalisch motivierten Strukturmodellierung bewertet.

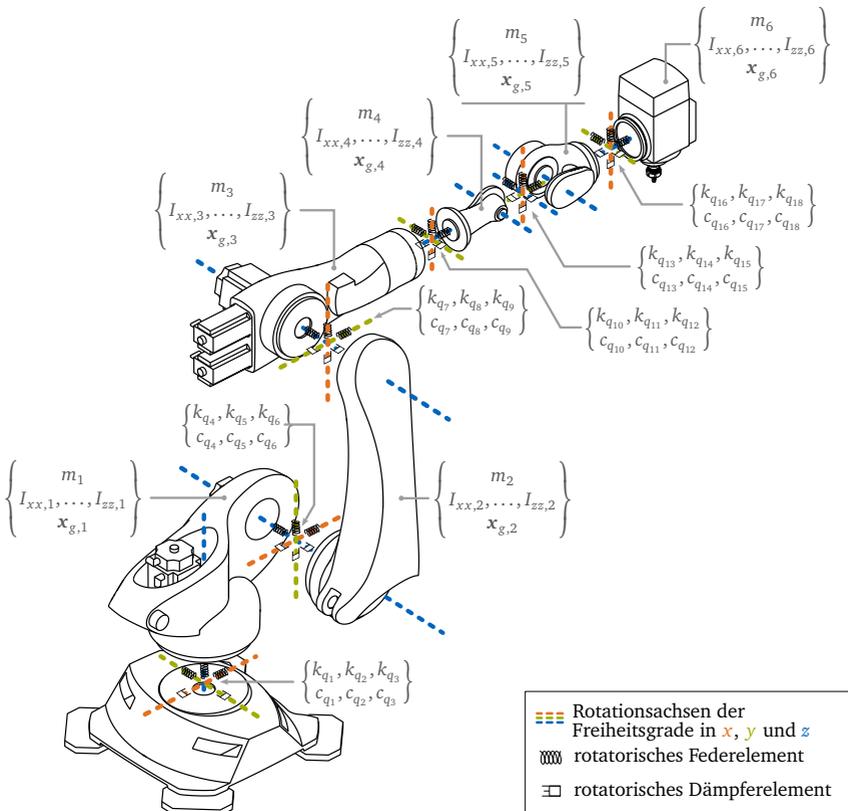
Die physikalisch motivierte dynamische Modellierung eines Fräsroboters erfolgt, wie in Kapitel 2 erläutert, auf Basis eines analytischen Starrkörpermodells und eines dynamischen Kräftegleichgewichts:

Starrkörpermodellierung

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}(t) + C\dot{\mathbf{q}}(t) + K_q\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\tau}(t). \quad (5.1)$$

Das vorliegende analytische Starrkörpermodell berücksichtigt drei rotatorische Freiheitsgrade für jedes angetriebene Robotergelenk. Die Arbeiten von HUYNH et al. (2020) haben nachgewiesen, dass das strukturdynamische Verhalten eines Fräsroboters durch die Berücksichtigung der zwei zusätzlichen Kippsteifigkeiten

je angetriebener Roboterachse deutlich besser abgebildet wird, als wenn lediglich die Freiheitsgrade der angetriebenen Roboterachsen modelliert würden. Da es sich bei dem verwendeten Roboter um einen Industrieroboter mit sechs angetriebenen Achsen handelt, werden die resultierenden  $N_q = 6 \cdot 3 = 18$  Freiheitsgrade im Modell demnach durch den Vektor  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{18}$  dargestellt. Die aufgebrachtten Drehmomente zur Bewegung der Achsen werden durch  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{18}$  repräsentiert. Die 18 Freiheitsgrade  $q_i$  ( $i = 1, \dots, 18$ ) sind entsprechend ihren zugehörigen Roboterachsen geordnet und nummeriert, d. h.  $q_1$  entspricht der Rotation um die x-Achse des ersten Robotergelenks,  $q_2$  entspricht der Rotation um die y-Achse des ersten Robotergelenks und  $q_3$  entspricht der Rotation um die z-Achse des ersten Robotergelenks. Die Rotation um die z-Achse des sechsten Robotergelenks wird demnach durch  $q_{18}$  repräsentiert. Das entsprechende Robotermodell ist inklusive aller enthaltenen Modellparameter in Abbildung 5.1 dargestellt. Die verwendeten Modellparameter sind im Anhang A zu finden.



**Abbildung 5.1:** Schematische Darstellung des analytischen Robotermodells, inkl. aller verwendeten Modellparameter und der dazugehörigen Bezugssysteme

Die Prognosefähigkeit der Strukturmodellierung auf Basis dieses analytischen Starrkörpermodells ist maßgeblich von der korrekten Parameteridentifikation für  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{18 \times 18}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{18 \times 18}$  und  $\mathbf{K}_q \in \mathbb{R}^{18 \times 18}$  abhängig. Selbst wenn die Dämpfungseigenschaften im Sinne einer schwachen Dämpfung vernachlässigt werden, bedarf es der Schätzung von Massen-, Trägheits- und Steifigkeitsparametern.

Die Massen- und Trägheitseigenschaften können vergleichsweise einfach geschätzt werden, weil sie nur vom jeweiligen Starrkörper abhängig sind. Die dazugehörigen Modellparameter werden entweder bereits durch den Hersteller in Form von Datenblättern bereitgestellt oder können aus den Robotersteuerungen ausgelesen werden. Alternativ können die Massen- und Trägheitseigenschaften durch Kenntnis oder Schätzung der Materialdichte und der Massenverteilung in gängigen CAD-Programmen berechnet werden (REINL et al. 2011, S. 371). Durch empirisches (manuelles) Anpassen der mittels CAD-Software berechneten Massen- und Trägheitseigenschaften kann die Schätzung dieser Parameter noch weiter verbessert werden (HUYNH et al. 2020, S. 11).

Massen und  
Trägheiten  
aus dem CAD

Für den betrachteten Fräsroboter liegen bereits geschätzte Massen- und Trägheitsparameter auf Basis von Steuerungs- und CAD-Daten vor (SCHNOES und ZAEH 2019). Zudem wurden die von HUYNH et al. (2020) identifizierten Dämpfungseigenschaften angenommen (der Einfluss der jeweiligen Parameterunsicherheiten wird in Abschnitt 5.3.1 diskutiert).

Kritisch bleibt die korrekte Identifikation der Achssteifigkeiten

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{q_1} \\ \vdots \\ k_{q_{18}} \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

bzw. ihrer reziproken Achsnachgiebigkeiten

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_{q_1} \\ \vdots \\ h_{q_{18}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{q_1}} \\ \vdots \\ \frac{1}{k_{q_{18}}} \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

In Vorarbeiten wurden die Achssteifigkeiten mithilfe deterministischer Verfahren geschätzt (RÖSCH 2014).

Wie im vorangegangenen Kapitel motiviert, bedarf es einer unsicherheitsbehafteten Identifikation der Modellparameter, um die Prognosefähigkeit des strukturdynamischen Verhaltens zu bewerten und sicherzustellen. Im Rahmen dieses Kapitels liegt der Schwerpunkt auf der Unsicherheitsquantifizierung der Nachgiebigkeitsparameter, da diese im Gegensatz zu den Massen- und Trägheitseigenschaften nicht durch die Kenntnis eines CAD-Modells geschätzt werden können. Im Falle einer unsicherheitsbehafteten Identifikation der Achsnachgiebigkeiten lässt sich die daraus resultierende Prognoseunsicherheit der posenabhängigen strukturdynamischen Eigenschaften quantifizieren.

probabilistische  
Identifikation  
der Achsnach-  
giebigkeiten

Das folgende Vorgehen richtet sich daher nach dem in Abschnitt 2.3 skizzierten Vorgehensmodell zur probabilistischen Modellbildung nach MCCLARREN (2018): Die experimentelle Erhebung der nötigen Messdaten zur probabilistischen Parameteridentifikation wird in Abschnitt 5.1 erläutert. Auf Basis der Daten erfolgt die probabilistische Modellbildung und Parameteridentifikation im Sinne einer inversen Unsicherheitsquantifizierung (Abschnitt 5.2). Durch eine Unsicherheitsfortpflanzung kann daraus wiederum die Prognoseunsicherheit der strukturdynamischen Eigenschaften quantifiziert werden. Die Prognosegüte wird in Abschnitt 5.3 analysiert und in Abschnitt 5.4 evaluiert.

## 5.1 Experimentelle Datenerhebung und -vorverarbeitung

*Hinweis:* Die experimentelle Datenerhebung und die Datenvorverarbeitung wurden durch Co-Autoren im Rahmen der Forschungsarbeiten von BUSCH et al. (2022) durchgeführt. Im Sinne der Vollständigkeit und zur besseren Verständlichkeit werden sie im Rahmen dieser Arbeit kurz erläutert.

Äquivalent zu vielen nationalen und internationalen Vorarbeiten beruht die Identifikation der Achsnachgiebigkeiten im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf Verlagerungsmessungen. Im Zuge dessen wurden die Verlagerungen  $\Delta \mathbf{x}$  der Roboterkörper messtechnisch erfasst, die sich durch eine am TCP aufgebrachte Kraft  $F_c$  ergaben.

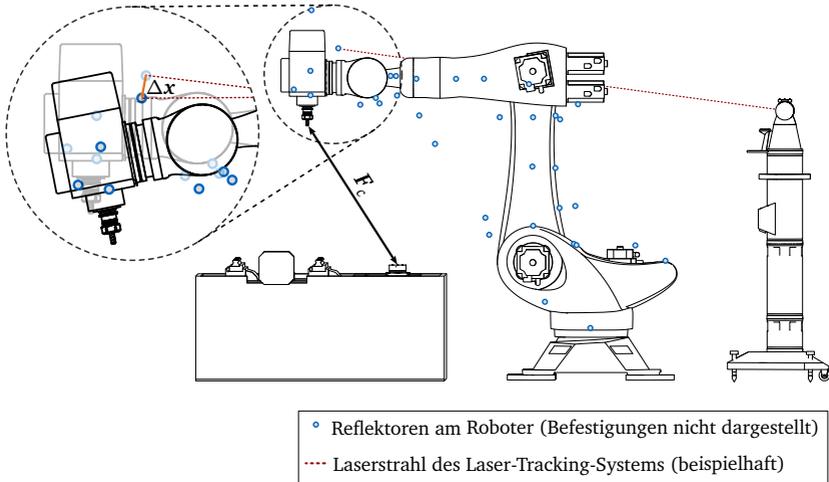
Ähnlich zu den Arbeiten von RÖSCH (2014) wurden die Verlagerungen mithilfe eines Laser-Tracking-Systems erfasst. Die angreifenden Kräfte und Kraftrichtungen wurden über das Dynamometer, welches auf dem Werkstücktisch fixiert wurde, gemessen. Die Kräfte wurden mittels eines Pneumatikzylinders erzeugt, der zwischen TCP und Dynamometer eingespannt wurde (ähnlich zu RÖSCH (2014, S. 91 ff.)).

Um die Verlagerungen der einzelnen Roboterkörper individuell zu erfassen, wurden an jedem Roboterkörper mehrere Reflektoren des Laser-Tracking-Systems mithilfe von Abstandshaltern, die an den Roboterkörpern angeklebt wurden, befestigt. Insgesamt wurden  $N_r = 39$  Reflektoren am Roboter befestigt. Um nichtlineares Nachgiebigkeitsverhalten zu berücksichtigen, wurden  $N_f = 6$  Kraft-Niveaus verwendet ( $F_c \in \{\pm \approx 600 \text{ N}, \pm \approx 900 \text{ N}, \pm \approx 1200 \text{ N}\}$ ).

Der Versuchsaufbau und die Reflektor-Positionen sind in Abbildung 5.2 für die Roboterkonfiguration<sup>30</sup>  $\tilde{\mathbf{q}}_0 = [0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]^\top$  schematisch dargestellt.

Die Verlagerungen der Roboterkörper aufgrund der aufgeprägten Kräfte am TCP wurden an zwei Roboterkonfigurationen gemessen ( $N_n = 2$ ). Die beiden Roboterkonfigurationen  $\tilde{\mathbf{q}}_1$  und  $\tilde{\mathbf{q}}_2$  sind in Abbildung 5.3 illustriert.

<sup>30</sup>Zur besseren Lesbarkeit wird die Notation  $\tilde{\mathbf{q}} = [q_3, q_6, q_9, q_{12}, q_{15}, q_{18}]^\top$  eingeführt, d. h.  $\tilde{\mathbf{q}}$  stellt lediglich die sechs aktiven (angetriebenen) Achswinkel dar. Die restlichen passiven Freiheitsgrade sind in diesem Fall nicht aktiv gesteuert.



**Abbildung 5.2:** Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus, inkl. der Reflektor-Positionen am Fräsroboter und der aufgeprägten Kraft  $F_c$ ; des Weiteren ist exemplarisch die Verlagerung  $\Delta x$  eines Reflektors illustriert (die Verlagerung ist zum besseren Verständnis deutlich vergrößert dargestellt).

Aufbauend auf der Methodik zur Identifikation der Achsnachgiebigkeiten von ALICI und SHIRINZADEH (2005) und DUMAS et al. (2011) kann unter Berücksichtigung mehrerer Messungen (mehrere Messposen, mehrere Reflektoren und mehrere Kraft-Niveaus) ein überbestimmtes, lineares Gleichungssystem aufgestellt werden:

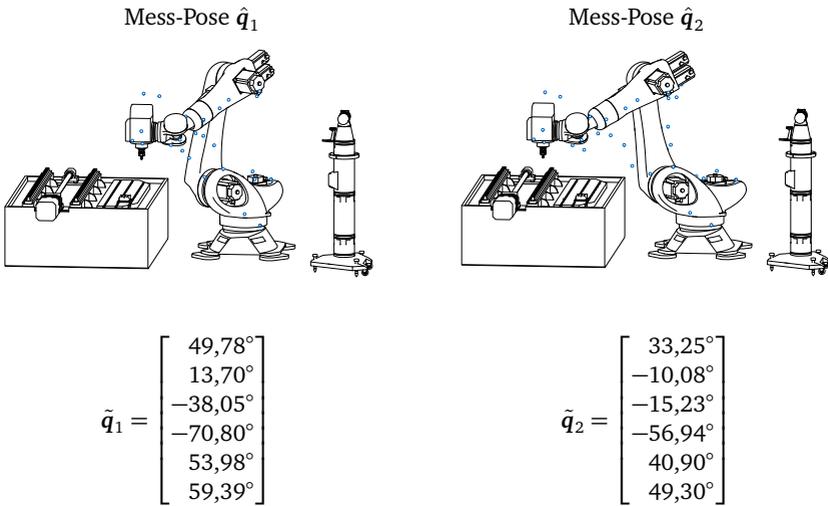
$$Xh + \epsilon_{\Delta x} = \Delta x. \quad (5.4)$$

Es gilt zu beachten, dass  $\Delta x$  lediglich die translatorischen Verlagerungen berücksichtigt, da die rotatorischen Verdrehungen durch das verwendete Laser-Tracking-System nicht erfasst werden konnten.

Unter Berücksichtigung von  $N_n$  Mess-Posen,  $N_f$  Kraft-Niveaus und  $N_r$  Reflektoren enthält die Regressormatrix  $X \in \mathbb{R}^{3 \cdot N_n \cdot N_f \cdot N_r \times N_q}$  sowohl Informationen über die kinematischen Zusammenhänge des Roboters als auch Informationen über die aufgeprägten Kräfte und Kräfte-richtungen.

Für jede Messung ( $i = 1, \dots, N_n \cdot N_f \cdot N_r$ ) wird zunächst mithilfe der translatorischen Jacobi-Matrix der Kraftangriffsposition  $J_{T,f} \in \mathbb{R}^{3 \times N_q}$  und der translatorischen Jacobi-Matrix der Reflektorposition  $J_{T,m} \in \mathbb{R}^{3 \times N_q}$  eine partielle Regressormatrix  $\tilde{X}_i \in \mathbb{R}^{3 \times N_q}$  berechnet:

$$\tilde{X}_i = J_{T,m} \cdot \text{diag} \left( J_{T,f}^\top F_c \right). \quad (5.5)$$



**Abbildung 5.3:** Mess-Posen  $\tilde{q}_1$  und  $\tilde{q}_2$ , an denen die Verlagerungen aufgrund aufgeprägter Kräfte messtechnisch erfasst wurde; die Positionen der Reflektoren sind ebenfalls illustriert.

Die Regressormatrix  $X$  aus Formel 5.4 setzt sich dementsprechend aus den partiellen Regressormatrizen zusammen:

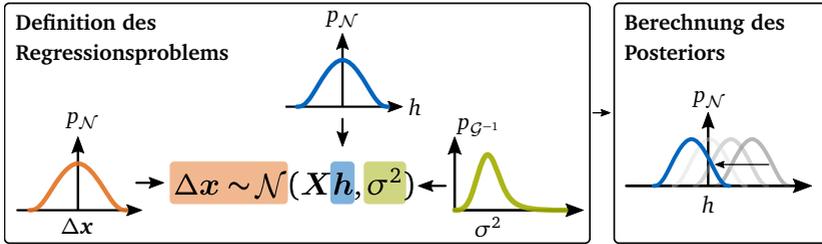
$$X = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1 \\ \vdots \\ \tilde{X}_{N_n \cdot N_f \cdot N_r} \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

## 5.2 Probabilistische Identifikation der Nachgiebigkeiten

Um die Nachgiebigkeitsparameter  $\mathbf{h}$  probabilistisch, d. h. unsicherheitsbehaftet, zu identifizieren, wird das konventionelle lineare Regressionsmodell aus Formel 5.4 in ein Bayes'sches lineares Regressionsmodell überführt:

$$\underbrace{\text{konventionelles Regressionsmodell}}_{\mathbf{X}\mathbf{h} + \epsilon_{\Delta\mathbf{x}} = \Delta\mathbf{x}} \quad \rightarrow \quad \underbrace{\text{Bayes'sches Regressionsmodell}}_{\Delta\mathbf{x} \sim \mathcal{N}(\mathbf{X}\mathbf{h}, \sigma^2)}$$

Den gängigen Verfahren der Literatur folgend wird dabei eine normalverteilte Likelihood und eine invers gammaverteilte Varianz angenommen (siehe Abschnitt 2.3.2).



**Abbildung 5.4:** Schematische Illustration des Bayes'schen Regressionsmodells mithilfe der NIG-Regression: Die Likelihood wird durch eine Normalverteilung  $p_N$  (—) und die Varianz durch eine inverse Gammaverteilung  $p_{G^{-1}}$  (—) modelliert. Der Prior zur Modellierung der Achsnachgiebigkeiten basiert auf einer Normalverteilung  $p_N$  (—). Auf Basis von Messdaten wird das Wissen in Form des Posteriors aktualisiert.

Offen bleibt die Wahl der A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Nachgiebigkeitsparameter  $p(h)$ . Im Rahmen dieser Arbeit wird dazu der Einfluss von zwei verschiedenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Modellierung des A-priori-Wissens über die 18 Nachgiebigkeitsparameter  $h_{q_i}$  ( $i = 1, \dots, 18$ ) miteinander verglichen und bewertet:

Vergleich unterschiedlicher Priors

- ▶ Wahl eines normalverteilten Priors:  $p(h_{q_i}) \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$ ,
- ▶ Wahl eines gammaverteilten Priors:  $p(h_{q_i}) \sim \mathcal{G}(\alpha_i, \beta_i)$ .

Die Parameteridentifikation der Achsnachgiebigkeiten auf Basis des normalverteilten und des gammaverteilten Priors wird in den beiden folgenden Abschnitten beschrieben.

### 5.2.1 Wahl einer Normalverteilung

Im einfachsten Fall wird davon ausgegangen, dass den Achsnachgiebigkeiten jeweils eine gewöhnliche Normalverteilung zugrunde liegt. Abbildung 5.4 stellt diesen Fall schematisch dar.

Vorteilhaft bei der Wahl eines normalverteilten Priors ist, dass das Bayes'sche Regressionsproblem analytisch gelöst werden kann: Durch die Wahl der normalverteilten Likelihood für  $\Delta x$ , einer invers gammaverteilten Varianz  $\sigma^2$  und eines normalverteilten Priors der Modellparameter  $\mathbf{h}$  ergibt sich ein NIG-Prior (siehe Abschnitt 2.3.2). Die analytische Berechnung des Posteriors ist somit äußerst recheneffizient.

analytische Lösung möglich

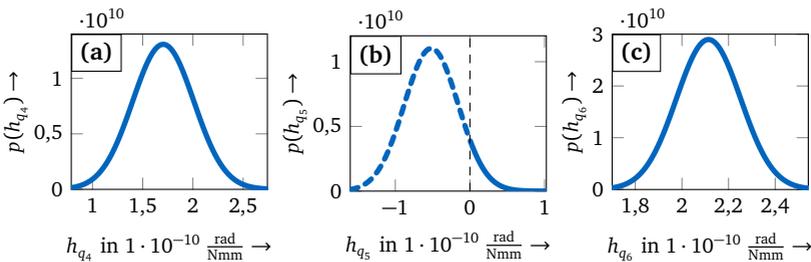
Diese analytische Berechnung des Posteriors auf Basis der durchgeführten Nachgiebigkeitsmessungen ergibt die in Tabelle 5.1 aufgeführten Normalverteilungen für die 18 Nachgiebigkeitsparameter. Die geschätzten Erwartungswerte der Nachgiebigkeiten der angetriebenen Rotationsachsen (jeweils die  $z$ -Achse

der Gelenke) nehmen, ausgehend von der Basis des Roboters, mit jedem Gelenk zu. Dies ist nachvollziehbar, da die Getriebegröße in dieser Richtung weiter abnimmt und damit auch von einer abnehmenden Getriebesteifigkeit ausgegangen werden kann.

**Tabelle 5.1:** Geschätzte Normalverteilungen der Achsnachgiebigkeiten auf Basis eines normalverteilten Priors; die Normalverteilungen werden über den jeweiligen Erwartungswert und die dazugehörige Standardabweichung  $\sigma$  beschrieben. Normalverteilungen, die negative Nachgiebigkeitswerte innerhalb des 95 %-Glaubwürdigkeitsintervalls  $\mathbb{I}_{0,95}$  zulassen, sind orange gekennzeichnet.

Gelenk	Verteilungsparameter der Achsnachgiebigkeiten um ihre					
	x-Achse		y-Achse		z-Achse	
	$\frac{\mu}{1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{rad}}{\text{Nmm}}}$	$\frac{\sigma}{1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{rad}}{\text{Nmm}}}$	$\frac{\mu}{1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{rad}}{\text{Nmm}}}$	$\frac{\sigma}{1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{rad}}{\text{Nmm}}}$	$\frac{\mu}{1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{rad}}{\text{Nmm}}}$	$\frac{\sigma}{1 \cdot 10^{-10} \frac{\text{rad}}{\text{Nmm}}}$
1	1,291	0,093	1,187	0,080	1,074	0,146
2	1,705	0,305	-0,518	0,362	2,114	0,138
3	2,934	0,196	4,061	2,601	2,846	0,098
4	0,900	0,655	6,035	0,866	5,860	3,889
5	6,936	1,407	7,993	3,066	7,407	2,596
6	4,207	6,313	5,270	1,842	14,771	2,788

Es fällt jedoch auf, dass einige Lösungen negative Nachgiebigkeitsparameter im 95 %-Glaubwürdigkeitsintervall  $\mathbb{I}_{0,95}$  zulassen, was physikalisch nicht sinnvoll ist. Um dies zu verdeutlichen, sind die geschätzten Normalverteilungen für die drei Achsnachgiebigkeiten  $h_{q_4}$ ,  $h_{q_5}$  und  $h_{q_6}$ , also der drei Achsnachgiebigkeiten des zweiten Robotergelenks, in Abbildung 5.5 dargestellt. Die geschätzte Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(h_{q_5})$  verfügt über einen negativen Erwartungswert.

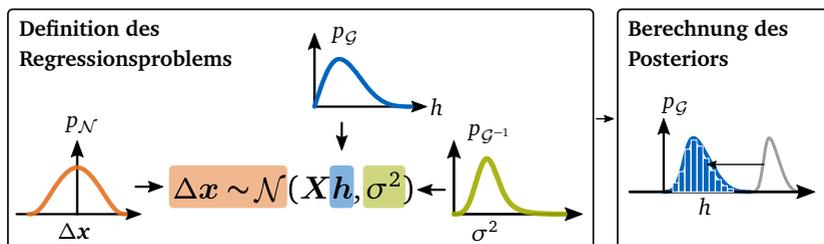


**Abbildung 5.5:** A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die drei Nachgiebigkeitsparameter  $h_{q_4}$  (a),  $h_{q_5}$  (b) und  $h_{q_6}$  (c) unter Berücksichtigung eines normalverteilten Priors; der physikalisch nicht-sinnhafte Bereich der Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $p(h_{q_5} \leq 0 \frac{\text{rad}}{\text{Nmm}})$  ist zur Verdeutlichung gestrichelt dargestellt (siehe (b)).

Es kann demnach festgehalten werden, dass die Verwendung des normalverteilten Priors eine einfache und recheneffiziente Parameteridentifikation erlaubt, die jedoch unter Umständen zu physikalisch nicht sinnhaften A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Nachgiebigkeitsparameter führen kann. Darauf aufbauende Berechnungen, wie beispielsweise die Prognose der posenabhängigen strukturdynamischen Eigenschaften, sind in diesem Fall nicht zulässig.

### 5.2.2 Wahl einer Gammaverteilung

Alternativ kann physikalisches Vorwissen bereits während der Auswahl des Priors berücksichtigt werden, indem der Prior für  $\mathbf{h}$  in Form einer Gammaverteilung modelliert wird. Die Wahl der Gammaverteilung erlaubt, den Wertebereich der Achsnachgiebigkeiten auf positive Wertebereiche zu begrenzen (ELSTER et al. 2015, S. 7). Die im vorangegangenen Abschnitt diskutierte Problemstellung von physikalisch nicht sinnhaften A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen wird dadurch vermieden. Abbildung 5.4 stellt das resultierende Konzept zur unsicherheitsbehafteten Parameteridentifikation auf Basis eines gammaverteilten Priors schematisch dar.



**Abbildung 5.6:** Schematische Illustration des Bayes'schen Regressionsmodells: Die Likelihood wird durch eine Normalverteilung  $p_N$  (—) und die Varianz durch eine inverse Gammaverteilung  $p_{G^{-1}}$  (—) modelliert. Der Prior zur Modellierung der Achsnachgiebigkeiten basiert auf einer Gammaverteilung  $p_G$  (—). Auf Basis von Messdaten wird das Wissen in Form des Posteriors mithilfe von MCMC-Verfahren aktualisiert.

Im Gegensatz zur Lösung auf Basis des normalverteilten Priors ist bei der Wahl eines gammaverteilten Priors keine analytische Lösung mehr vorhanden. Der Posterior muss in diesem Fall mithilfe von rechenaufwendigen MCMC-Verfahren approximiert werden. Wie bereits in Abschnitt 2.3.2 erläutert, kann mithilfe der MCMC-Verfahren eine große Anzahl zufälliger Stichproben aus der unbekanntenen Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(\mathbf{h})$  gezogen werden. Die resultierenden Stichproben erlauben wiederum die Schätzung der zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Achsnachgiebigkeiten. Da die Gammaverteilungen im Gegensatz zur Normalverteilung nicht durch den Erwartungswert und die Standardabweichung, sondern über die beiden Verteilungsparameter  $\alpha$  und  $\beta$  charakterisiert werden (siehe Abschnitt 2.3), sind die geschätzten

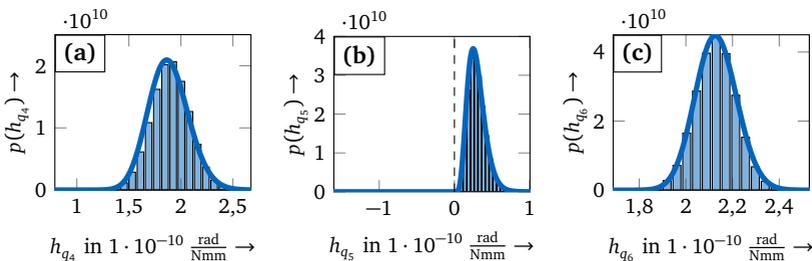
Lösung mittels  
MCMC

Gammaverteilungen für die Achsnachgiebigkeiten in Tabelle 5.3 auf Basis von  $\alpha$  und  $\beta$  beschrieben.

**Tabelle 5.3:** Geschätzte Gammaverteilungen der Achsnachgiebigkeiten auf Basis eines gamma-verteilt Priors; die Gammaverteilungen werden über die beiden Formparameter  $\alpha$  und  $\beta$  charakterisiert. Die resultierenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden in  $\frac{\text{rad}}{\text{Nmm}}$  beziffert.

Gelenk	Verteilungsparameter der Achsnachgiebigkeiten um ihre					
	x-Achse		y-Achse		z-Achse	
	$\alpha$	$\frac{\beta}{10^{-11}}$	$\alpha$	$\frac{\beta}{10^{-11}}$	$\alpha$	$\frac{\beta}{10^{-11}}$
1	641,723	0,018	526,379	0,023	110,162	0,086
2	96,666	0,195	6,475	0,456	570,778	0,037
3	528,616	0,054	17,817	3,226	2915,585	0,010
4	11,058	0,945	196,625	0,345	12,503	5,421
5	56,237	0,970	24,252	3,464	20,558	3,262
6	11,349	9,664	27,327	2,049	82,489	1,840

Zum besseren Verständnis der Ergebnisse sind die geschätzten Gammaverteilungen auf Basis von 100 000 MCMC-Stichproben für die drei Achsnachgiebigkeiten  $h_{q_4}$ ,  $h_{q_5}$  und  $h_{q_6}$  in Abbildung 5.7 dargestellt. Insbesondere am Beispiel der probabilistischen Parameterschätzung für  $p(h_{q_5})$  ist ersichtlich, dass die Wahl einer Gammaverteilung für den Prior im Gegensatz zur Wahl einer Normalverteilung eine physikalisch sinnhafte Parameterschätzung erzwingt.



**Abbildung 5.7:** A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die drei Nachgiebigkeitsparameter  $h_{q_4}$  (a),  $h_{q_5}$  (b) und  $h_{q_6}$  (c) unter Berücksichtigung eines gammaverteilt Priors; neben den 100 000 MCMC-Stichproben in Histogrammdarstellung sind die daraus geschätzten Gammaverteilungen ebenfalls illustriert.

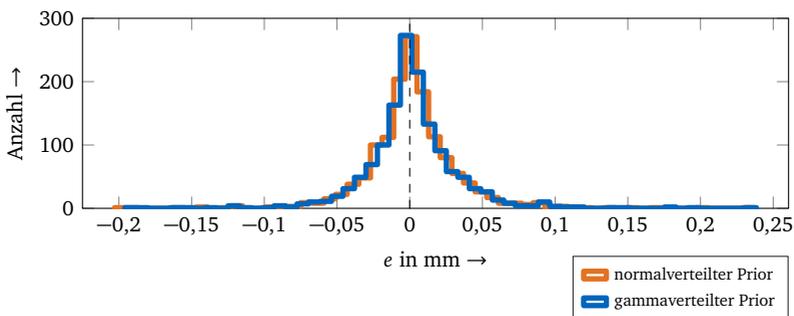
### 5.2.3 Vergleich der Regressionsfehler

Um die Modellierungsgüte beider Identifikationsverfahren gegeneinander abzuschätzen, werden die Regressionsfehler  $e$  analysiert und bewertet.

Die Regressionsfehler berechnen sich unter Berücksichtigung der gemessenen Verlagerungen  $\delta d$  und der prognostizierten Verlagerungen  $\delta d^*$ , welche sich wiederum auf Basis der Erwartungswerte der geschätzten Wahrscheinlichkeitsverteilungen berechnen lassen:

$$e = \delta d - \delta d^* = \delta d - Xh^* = \delta d - X \cdot \mathbb{E}(p(h)). \quad (5.7)$$

In Abbildung 5.8 ist ersichtlich, dass die Modellierungsgüte bei Wahl eines gammaverteilten Priors mit der Modellierungsgüte bei Wahl eines normalverteilten Priors vergleichbar ist. Die Modellierungsgüte sinkt demnach nicht, wenn physikalisch sinnhafte Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur probabilistischen Modellierung der Achsnachgiebigkeiten erzwungen werden.



**Abbildung 5.8:** Histogramme der Regressionsfehler für den normalverteilten Prior (—) und den gammaverteilten Prior (—); die beiden Histogramme weisen trotz der unterschiedlichen Priors eine sehr hohe Übereinstimmung auf.

### 5.2.4 Implementierung und Laufzeitverhalten

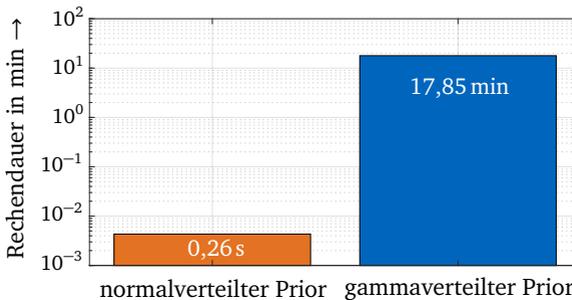
Die vorgestellte Methodik zur probabilistischen Identifikation der Achsnachgiebigkeiten wurde auf Basis der Programmiersprache Python implementiert. Die dabei verwendeten Softwarepakete sind in Tabelle 5.5 gelistet. Alle Berechnungen wurden auf einem virtuellen Rechnersystem des Leibniz-Rechenzentrums der Bayerischen Akademie der Wissenschaften durchgeführt. Der virtuelle Rechner verfügte über eine 10-Kern-Prozessoreinheit (INTEL(R) XEON(R) GOLD 6148 CPU @ 2.40GHZ) sowie 45 GB RAM Arbeitsspeicher und wurde unter LINUX UBUNTU-18.04-LTS-BIONIC betrieben.

**Tabelle 5.5:** Verwendete Softwarepakete zur Bayes'schen linearen Regression

Anwendung	Softwarepaket
Systemmodellierung	RBDL (ORB-Version 3.0.0) <sup>31</sup> , siehe FELIS (2017)
Bayes'sche Regression mit NIG-Prior	conjugate-bayes (Version 0.0.1) <sup>32</sup> , siehe HOFF (2009)
Bayes'sche Regression mit Gamma-Prior	PYMC3 (Version 3.8) <sup>33</sup> , siehe SALVATIER et al. (2016)

MCMC äußerst  
rechenintensiv

Wie bereits erläutert, ist die Schätzung des Posteriors auf Basis des gammaverteilten Priors mithilfe des MCMC-Verfahrens deutlich rechenaufwendiger als die analytische Berechnung auf Basis des normalverteilten Priors. In Abbildung 5.9 ist die im Vergleich zur analytischen Lösung auf Basis des NIG-Priors hohe Rechendauer des MCMC-Verfahrens verdeutlicht.



**Abbildung 5.9:** Laufzeitvergleich der beiden Lösungsansätze (normalverteilter Prior und gammaverteilter Prior) für das erläuterte Anwendungsbeispiel

### 5.3 Bewertung der Prognosefähigkeit

Die zuvor beschriebene Methode zur Identifikation der Achsnachgiebigkeiten auf Basis eines gammaverteilten Priors erlaubt darauf aufbauend die unsicherheitsbehaftete Prognose der posenabhängigen strukturdynamischen Eigenschaften. Wie zu Beginn des Kapitels erläutert, steht die Bewertung

<sup>31</sup> Siehe <https://github.com/ORB-HD/rbdl-orb>, zuletzt geöffnet am 28.04.2022.

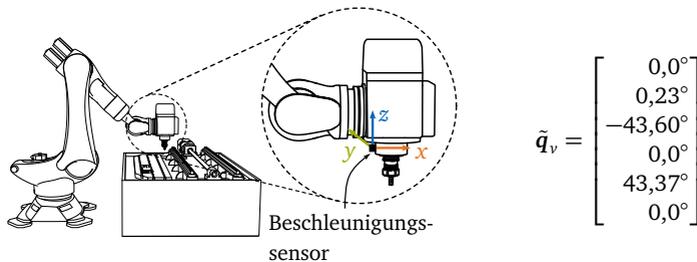
<sup>32</sup> Siehe <https://github.com/tonyduan/conjugate-bayes>, zuletzt geöffnet am 28.04.2022.

<sup>33</sup> Siehe <https://github.com/pymc-devs/pymc>, zuletzt geöffnet am 28.04.2022.

der resultierenden Prognosefähigkeit des strukturdynamischen Modells im Fokus der Betrachtungen. Zunächst wird die Prognosefähigkeit anhand einer detaillierten Analyse für eine Validierungspose untersucht (Abschnitt 5.3.1). Anschließend wird bewertet, ob die Posenabhängigkeit der strukturdynamischen Eigenschaften prognosefähig simuliert werden kann (Abschnitt 5.3.2).

### 5.3.1 Analyse einer Validierungspose

Die nachfolgend beschriebene Analyse wurde anhand der strukturdynamischen Eigenschaften der Validierungspose  $\tilde{q}_v$  durchgeführt. Die Validierungspose ist in Abbildung 5.10 dargestellt.



**Abbildung 5.10:** Schematische Darstellung der Validierungspose  $\tilde{q}_v$ , inkl. der Position eines an der Spindel befestigten Beschleunigungssensors und dessen Koordinatenachsen

Um die Prognosefähigkeit der dynamischen Eigenschaften an der Validierungspose  $\tilde{q}_v$  zu analysieren, werden die resultierenden Eigenfrequenzen auf Grundlage der 100 000 MCMC-Stichproben für die unsicherheitsbehafteten Achsnachgiebigkeiten berechnet<sup>34</sup>. Folglich resultiert dieser Monte-Carlo-basierte Ansatz zur Unsicherheitsfortpflanzung in 100 000 verschiedenen Stichproben der Eigenfrequenzprognose, aus denen wiederum statistische Kenngrößen, wie z. B. der Erwartungswert oder ein Glaubwürdigkeitsintervall, berechnet werden können.

Unsicherheitsfortpflanzung durch Monte-Carlo-Verfahren

Wie zu Beginn dieses Abschnitts motiviert, lassen sich die Massen- und Trägheitseigenschaften auf Basis der steuerungsinternen Daten in Verbindung mit CAD-Modellen der Strukturkomponenten einfach und präzise abschätzen. Im Rahmen dieser Detailanalyse werden sie daher als deterministische Modellgrößen betrachtet. Es gilt jedoch zu beachten, dass z. B. Materialschwankungen in aleatorischen Unsicherheiten und nicht-berücksichtigte Massen wie Kabel in epistemischen Unsicherheiten resultieren können. Zudem wurden die

<sup>34</sup>Auf die Prognose von unsicherheitsbehafteten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen wurde an dieser Stelle verzichtet, da die Modellierung der achsabhängigen Dämpfungseigenschaften schwierig ist und der Vergleich mit gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen nicht aussagekräftig wäre.

Dämpfungsparameter von HUYNH, KOUROUSSIS et al. (2018, S. 6) mangels einer bestehenden Unsicherheitsquantifizierung deterministisch verwendet. Die verwendeten Werte finden sich im Anhang A dieser Arbeit.

Um die Prognosefähigkeit des physikalisch-motivierten Ansatzes zu bewerten, wird die Prognose der poseabhängigen Eigenfrequenzen mit den messtechnisch am Versuchsstand ermittelten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen an der Spindel in allen drei kartesischen Raumrichtungen verglichen. Die Positionierung des Beschleunigungssensors und die dazugehörigen Koordinatenrichtungen sind in Abbildung 5.10 illustriert. Die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge wurden mithilfe eines Impulshammers (KISTLER INSTRUMENTE AG, Typ 9728A20000) und einem an der Werkzeugspindel befestigten triaxialen Beschleunigungssensor (KISTLER INSTRUMENTE AG, Typ 8762A50) ermittelt. Jede Messung wurde zehnmals durchgeführt und die Ergebnisse wurden anschließend gemittelt. Auf Basis der Forschungsergebnisse von PUZIK (2011, S. 58) und HUYNH et al. (2020, S. 5) waren die Bremsen des Fräsroboters im Verlauf der Messungen aktiviert, da der Regler- und Bremseneinfluss vernachlässigbar ist.

Fokus auf  
niederfrequente  
Strukturmoden

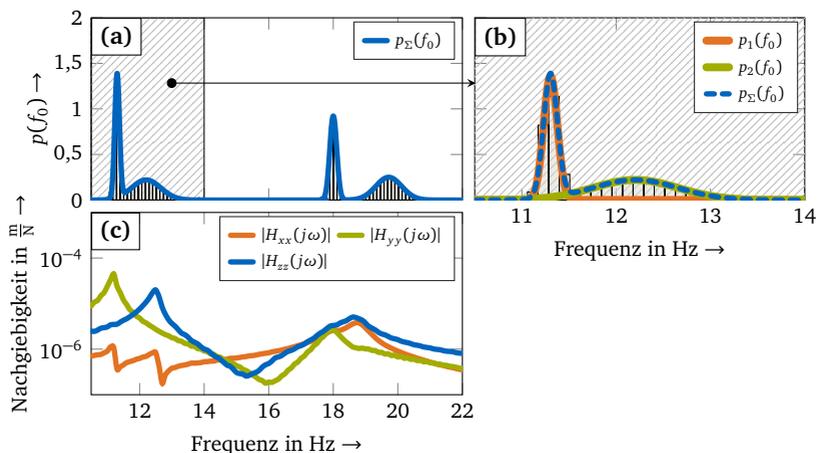
Wie durch zahlreiche Forschungsarbeiten bewiesen wurde, können niederfrequente Strukturmoden eines Fräsroboters die Prozessstabilität begrenzen. Daher steht, äquivalent zu den Forschungsarbeiten von TUNC und GONUL (2021, S. 2), CORDES et al. (2019, S. 1) und CELIKAG et al. (2021), die Prognosefähigkeit der niederfrequenten Strukturmoden im Fokus der nachfolgenden Untersuchungen.

Die Abbildung 5.11 zeigt dazu die unsicherheitsbehaftete Prognose der Eigenfrequenzen an der Validierungspose  $\tilde{q}_v$  im Vergleich zu den gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen. In Abbildungen 5.11 (a) ist dazu die akkumulierte Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_{\Sigma}(f_0)$  im Intervall  $10,5\text{ Hz} \leq f_0 \leq 22\text{ Hz}$  und in Abbildung 5.11 (b) im Detail im Intervall  $10,5\text{ Hz} \leq f_0 \leq 14\text{ Hz}$  illustriert. Im Vergleich dazu sind in Abbildung 5.11 (c) die an der Validierungspose  $\tilde{q}_v$  gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgänge  $|H_{xx}(j\omega)|$ ,  $|H_{yy}(j\omega)|$  und  $|H_{zz}(j\omega)|$  dargestellt.

Im Vergleich von Abbildungen 5.11 (a) und (c) ist ersichtlich, dass die prognostizierten Verteilungen der Eigenfrequenzen für die Validierungspose  $\tilde{q}_v$  zu den Resonanzfrequenzen der vier sichtbaren Schwingungsmoden passen. Abbildung 5.11 (a) verdeutlicht jedoch auch, dass sich die Wahrscheinlichkeitsverteilungen teilweise überlagern: Die prognostizierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der ersten beiden Eigenfrequenzen sind nicht eindeutig voneinander getrennt. Da die nachgelagerten Methoden der digitalen Werkzeugkette zur Kompensation von Störeinflüssen eine eindeutige Prognose von diskreten (d. h. von voneinander unterscheidbaren) Moden und damit auch voneinander separierten Eigenfrequenzen beruhen, bedarf es der Trennung der überlagerten Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

Mithilfe eines Gauß'schen Mischmodells ist eine derartige Trennung möglich, um die zugrundeliegenden Verteilungskomponenten einer akkumulierten Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p_{\Sigma}(f_0)$  zu schätzen (siehe Abschnitt 2.4.1).

Trennung der  
überlagerten  
Komponenten



**Abbildung 5.11:** Unsicherheitsbehaftete Prognose der Eigenfrequenzen im Vergleich zu den gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen für  $\bar{q}_y$ : Die akkumulierte Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_{\Sigma}(f_0)$  der Eigenfrequenzen lässt im Intervall  $10,5 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 22 \text{ Hz}$  auf vier Eigenfrequenzen schließen (a). Im Intervall  $10,5 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 14 \text{ Hz}$  überlagern sich die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der ersten und zweiten Eigenfrequenz (b); deshalb konnten mithilfe der Gauß'schen Mischmodellierung die beiden Verteilungskomponenten  $p_1(f_0)$  und  $p_2(f_0)$  für die erste und zweite Eigenfrequenz identifiziert werden. Zur besseren Verständlichkeit ist das Intervall  $10,5 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 14 \text{ Hz}$  in den Abbildungen (a) und (b) grau schraffiert dargestellt. Die an der Spindel gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgänge  $|H_{xx}(j\omega)|$ ,  $|H_{yy}(j\omega)|$  und  $|H_{zz}(j\omega)|$  zeigen ebenfalls vier Schwingungsmoden im Intervall  $10,5 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 22 \text{ Hz}$  (c).

Zur Trennung überlagerter Wahrscheinlichkeitsverteilungen durch ein Gauß'sches Mischmodell wird die Anzahl der zu identifizierenden Verteilungskomponenten  $N_k$  im betrachteten Frequenzbereich benötigt.  $N_k$  wird nachfolgend automatisiert durch die zu erwartende Anzahl an Eigenfrequenzen im betrachteten Frequenzbereich bestimmt. Für den in Abbildung 5.11 (a) dargestellten Frequenzbereich ( $10,5 \text{ Hz} \leq f \leq 22 \text{ Hz}$ ) sind vier Eigenfrequenzen zu erwarten. Daher gilt  $N_k = 4$ . Mithilfe der Gauß'schen Mischmodellierung lassen sich die beiden Verteilungskomponenten  $p_1(f_0)$  und  $p_2(f_0)$  für den Frequenzbereich  $10,5 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 14 \text{ Hz}$  schätzen (siehe Abbildung 5.11 (c)).

Mit Hilfe des LSCF<sup>35</sup>-Verfahrens wurden aus den gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen die Eigenfrequenzen der vier Schwingungsmoden im Frequenzbereich  $10,5 \text{ Hz} \leq f \leq 22 \text{ Hz}$  berechnet (siehe BUSCH et al. (2022, S. 5)). Die vier experimentell erfassten Eigenfrequenzen und die unsicherheitsbehafteten Prognosen der vier Eigenfrequenzen sind in Tabelle 5.7 zusammengefasst.

<sup>35</sup>Engl.: Least Square Complex Frequency (LSCF), siehe VERBOVEN (2002, S. 129 ff.).

**Tabelle 5.7:** Vergleich zwischen den berechneten Eigenfrequenzen auf Basis der experimentell ermittelten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge und der jeweils dazugehörigen unsicherheitsbehafteten Prognose für die Validierungspose  $\bar{q}_v$

Eigenfrequenz	Messung in Hz	Prognose $\mu(\sigma)$ in Hz
$f_{0,1}$	11,19	11,30 (0,07)
$f_{0,2}$	12,49	12,20 (0,45)
$f_{0,3}$	17,95	18,00 (0,10)
$f_{0,4}$	18,69	19,71 (0,40)

prognosefähige  
Modellierung  
der Eigen-  
frequenzen

Die Ergebnisse verdeutlichen, dass die Modellierung der Eigenfrequenzen für diese Pose grundsätzlich prognosefähig ist: Die Messwerte der ersten drei Eigenfrequenzen liegen jeweils innerhalb des prognostizierten 95%-Glaubwürdigkeitsintervalls  $\mathbb{I}_{0,95}$ . Lediglich der Messwert der vierten Eigenfrequenz befindet sich im 99%-Glaubwürdigkeitsintervall  $\mathbb{I}_{0,99}$ . Es gilt zu beachten, dass die Massen- und Trägheitseigenschaften als deterministische Größen berücksichtigt wurden. Eine unsicherheitsbehaftete Modellierung dieser Modellparameter kann die Prognosefähigkeit durch größere Unsicherheitsintervalle steigern und gleichzeitig die Bestimmtheit der Prognose senken.

### 5.3.2 Analyse im Arbeitsraum

positionsab-  
hängige  
Modalanalysen

Um die Prognosefähigkeit der Struktureigenschaften in Abhängigkeit der Pose zu evaluieren, wurden die posenabhängigen Struktureigenschaften des Fräsroboters an  $N_n = 35$  Positionen im Arbeitsraum des Fräsroboters durch experimentelle Modalanalysen messtechnisch mithilfe eines Impulshammers und eines triaxialen Beschleunigungssensors erfasst. Die verwendeten Sensoren, die Position des Beschleunigungssensors und die drei Anregungsrichtungen waren dabei identisch zu den Messungen, die im vorangegangenen Abschnitt beschrieben wurden. Die Messungen wurden ebenfalls jeweils zehnmal durchgeführt und die Ergebnisse gemittelt. Auf Grundlage der Messungen wurden an jeder Position neun richtungsabhängige Nachgiebigkeitsfrequenzgänge  $H_d(j\omega)$  synthetisiert, d. h. neben den direkten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen in  $xx$ -,  $yy$ - und  $zz$ -Richtung wurden auch die Kreuz-Nachgiebigkeitsfrequenzgänge in  $xy$ -,  $xz$ -,  $yx$ -,  $yz$ -,  $zx$ - und  $zy$ -Richtung ( $d \in \{xx; xy; xz; yx; yy; yz; zx; zy; zz\}$ ) bestimmt.

Um aus den gemessenen und gemittelten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen die Modalparameter (Eigenfrequenzen  $f_0$ , Dämpfungsgrade  $\xi$  und Schwingungsformen, bzw. Residuen  $\mathcal{R}$ ) zu extrahieren, wurde das LSCF-Verfahren angewendet. Die korrekte Synthese der Nachgiebigkeitsfrequenzgänge wurde über den Vergleich mit den gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen visuell

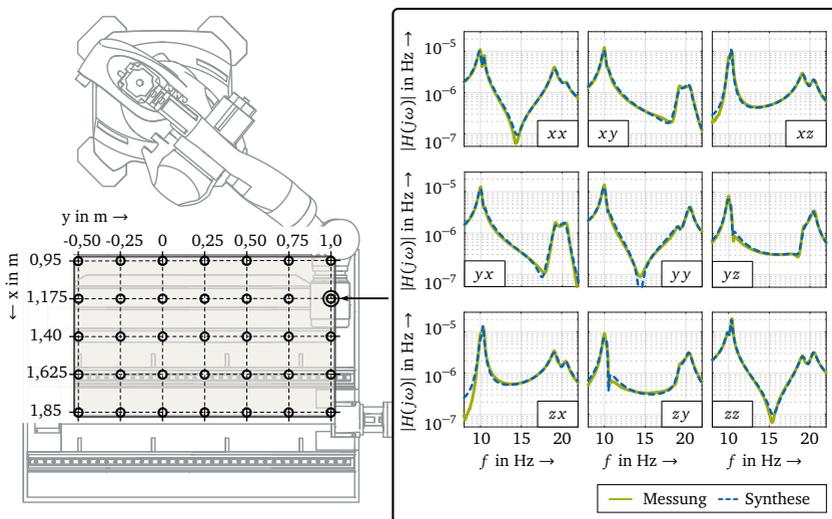
überprüft und bestätigt. Abbildung 5.12 stellt die  $N_n = 35$  Messpositionen in Bezug zum Basiskoordinatensystem des Fräsroboters und exemplarisch die gemessenen und daraus synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge für die Position

$$\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} 1,175 \text{ m} \\ 1,0 \text{ m} \\ 1,24 \text{ m} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

dar.

Der darauf aufbauende Vergleich zwischen den gemessenen und den prognostizierten Modalparametern erlaubt die Bewertung der Prognosefähigkeit bezüglich der Positionsabhängigkeit der dynamischen Eigenschaften. Im Fokus der folgenden deskriptiven Datenanalyse steht dabei, inwiefern das physikalisch motivierte Strukturmodell die Positionsabhängigkeit, d. h. die Veränderung der strukturdynamischen Eigenschaften in Abhängigkeit der Pose, abbilden kann.

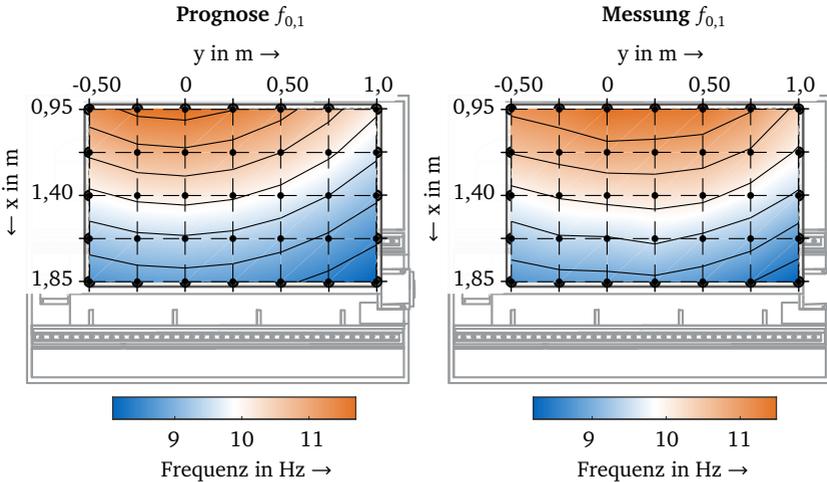
Vergleich  
zwischen  
Messung und  
Prognose



**Abbildung 5.12:** Schematische Darstellung der 35 Messpositionen, an denen eine Modalanalyse durchgeführt wurde; die Positionen beziehen sich auf das Ursprungskordinatensystem des Roboters. Exemplarisch sind die gemessenen und synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge  $|H_d(j\omega)|$ ,  $d \in \{xx; xy; xz; yx; yy; yz; zx; zy; zz\}$  an der Position  $\mathbf{x}_p = [1,175 \text{ m}, 1,0 \text{ m}, 1,24 \text{ m}]^T$  ebenfalls illustriert.

## Eigenfrequenzen

Um die Prognosefähigkeit bezüglich der Posenabhängigkeit der Eigenfrequenzen zu bewerten, wird zunächst exemplarisch die erste prognostizierte Eigenfrequenz  $f_{0,1}^*$  mit der ersten gemessenen Eigenfrequenz  $f_{0,1}$  verglichen (siehe Abbildung 5.13). Mit zunehmendem Abstand des TCP von der Roboterbasis sinkt die erste Eigenfrequenz. Die Veränderung dieser Eigenfrequenz ist annähernd achsensymmetrisch zur x-Achse ( $y = 0$  m). Der Vergleich verdeutlicht, dass das physikalisch motivierte Strukturmodell die Posenabhängigkeit grundsätzlich gut abbilden kann.

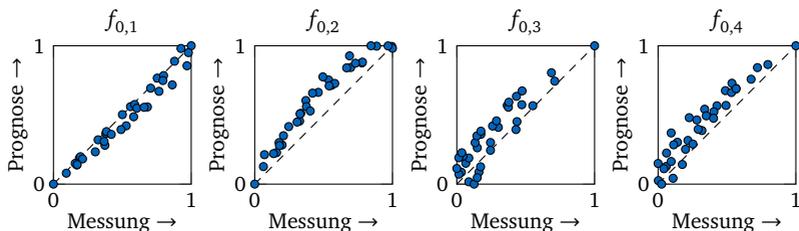


**Abbildung 5.13:** Vergleich der posenabhängigen Prognose mit der Messung für die erste Eigenfrequenz ( $f_{0,1}$ ); zur einfacheren Interpretation ist das dargestellte Koordinatensystem äquivalent zu dem in Abbildung 5.12.

Um die Prognosefähigkeit der Posenabhängigkeit aller betrachteten Eigenfrequenzen zu bewerten, erfolgt die Analyse nachfolgend in normierter Form, d. h. jeweils auf den Wertebereich  $[0, 1]$  skaliert. Wesentlich ist demnach nicht, ob der Wertebereich der positionsabhängigen Eigenfrequenzen präzise abgebildet wird, sondern ob die *Veränderung über den Arbeitsraum* strukturell richtig ist. In Abbildung 5.14 sind dazu die normierten prognostizierten Eigenfrequenzen gegenüber den normierten gemessenen Eigenfrequenzen für die 35 Messpunkte illustriert.

Der in Abbildung 5.14 dargestellte Vergleich lässt darauf schließen, dass die Positionsabhängigkeit für alle vier betrachteten Eigenfrequenzen gut durch das physikalisch motivierte Strukturmodell beschrieben wird. Für alle vier Eigenfrequenzen ist jeweils näherungsweise ein linearer Zusammenhang zwischen Messung und Prognose dargestellt. Die Streuung der Messung (d. h. die Abweichungen von der Winkelhalbierenden in Abszissenrichtung) ist ein Hinweis auf eine Störgröße. Es ist ersichtlich, dass die Streuung der Messungen näherungs-

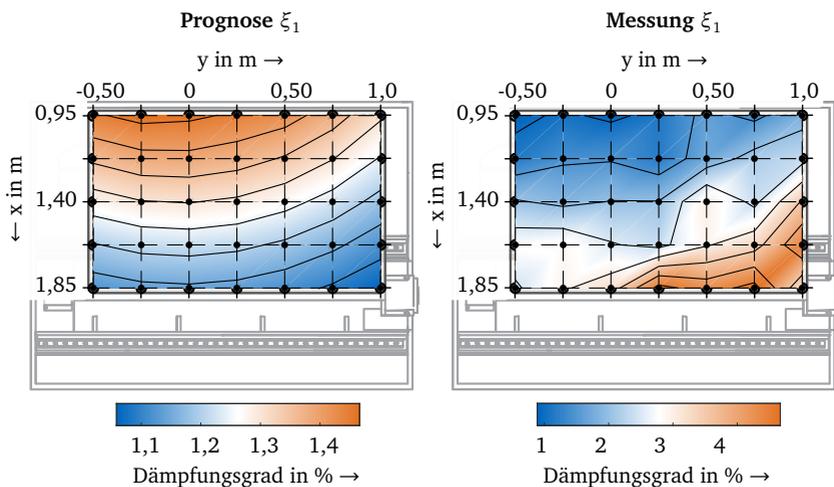
weise konstant ist und somit von einem eher homoskedastischen Störgrößeneinfluss ausgegangen werden kann.



**Abbildung 5.14:** Normierter Vergleich der posenabhängigen Prognose mit der Messung für die ersten vier Eigenfrequenzen ( $f_{0,i}$  mit  $i = 1, \dots, 4$ )

### Dämpfungsgrade

Im Gegensatz zu den Eigenfrequenzen ist das posenabhängige Dämpfungsverhalten messtechnisch deutlich schwieriger zu erfassen. Die Dämpfungseigenschaften streuen an jeder Position stark<sup>36</sup>. Die Abbildung 5.15 verdeutlicht dies durch den Vergleich zwischen der posenabhängigen Prognose und der Messung des Dämpfungsgrades der ersten Schwingungsmode.



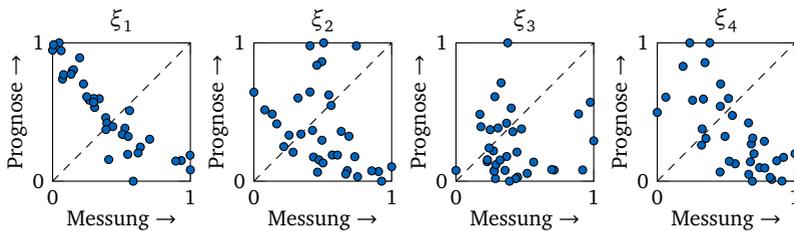
**Abbildung 5.15:** Vergleich der posenabhängigen Prognose mit der Messung für den ersten Dämpfungsgrad ( $\xi_1$ ); zur einfacheren Interpretation ist das dargestellte Koordinatensystem äquivalent zu dem in Abbildung 5.12.

<sup>36</sup>Ähnliche Messergebnisse wurden bereits durch NGUYEN et al. (2019, S. 2) beschrieben.

Im Gegensatz zur Messung prognostiziert das physikalisch motivierte Strukturmodell eine sinkende Dämpfung mit steigendem Abstand des TCP von der Roboterbasis. Die Messungen lassen dagegen trotz der starken Schwankungen auf eine zunehmende Dämpfung bei steigendem Abstand des TCP von der Roboterbasis schließen.

starke  
Streuungen bei  
Dämpfungen

Vergleicht man die prognostizierten Dämpfungsgrade mit den Messwerten, zeigt sich ebenso, dass das physikalisch motivierte Strukturmodell das gemessene Dämpfungsverhalten aufgrund der starken Streuung nicht korrekt abbilden kann (siehe Abbildung 5.16). Die Darstellung verdeutlicht für  $\xi_1$  den näherungsweise invers proportionalen Zusammenhang zwischen poseabhängiger Prognose und Messung (sichtbar am fallenden Trend der Datenpunkte im normierten Vergleich). Für die Dämpfungsgrade  $\xi_2$ ,  $\xi_3$  und  $\xi_4$  ist kein klarer Zusammenhang zwischen Prognose und Messung zu erkennen, was auf die stark streuenden Messwerte zurückzuführen ist. Ob den Dämpfungsgraden eine homo- oder heteroskedastische Störgrößenverteilung zugrunde liegt, ist aufgrund der starken Streuung nicht ersichtlich.



**Abbildung 5.16:** Normierter Vergleich der poseabhängigen Prognose mit der Messung für die ersten vier Dämpfungsgrade ( $\xi_i$  mit  $i = 1, \dots, 4$ )

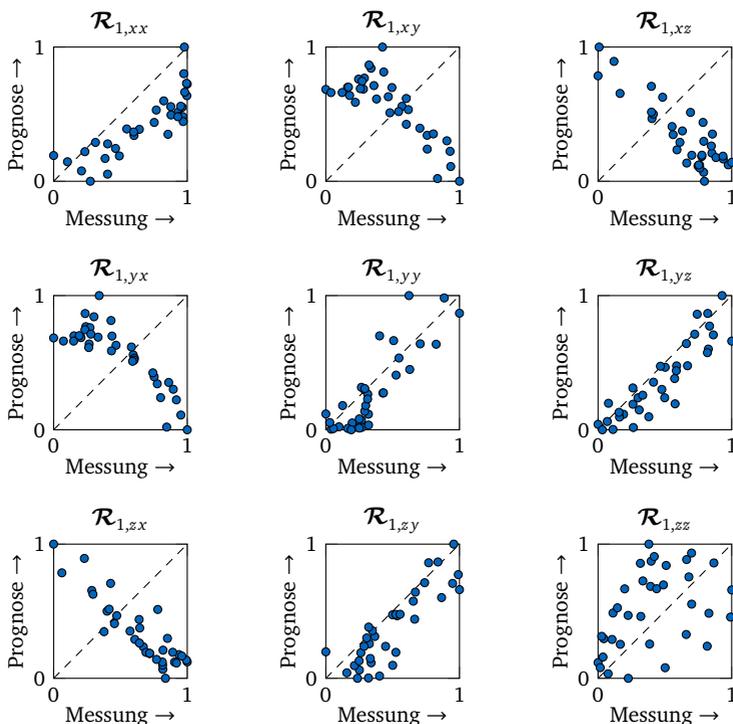
## Residuen

Zur Vereinfachung der Betrachtungen wurde im Rahmen der analytischen Modellierung von einer leichten, viskosen Dämpfung ausgegangen, sodass die modellbasierte Prognose reellwertige Schwingungsformen, beziehungsweise Residuen, ergab. Die experimentelle Modalanalyse auf Basis des LSCF-Verfahrens mündete jedoch in komplexwertigen Schwingungsformen bzw. Residuen. Implikationen von komplexeren Schwingungsmoden wurden beispielsweise durch HOEN (2005) und LANG (2012) analysiert. Um die Prognosefähigkeit des physikalisch motivierten Strukturmodells hinsichtlich der Residuen durch den Vergleich mit den komplexwertigen Residuen, die durch die experimentelle Modalanalyse ermittelt wurden, abschätzen zu können, wurden die komplexwertigen Residuen auf Basis des Verfahrens

von RAINIERI und FABBROCINO (2014, S. 182 f.) in reellwertige Residuen überführt<sup>37</sup>.

Die Abbildung 5.17 illustriert die Posenabhängigkeit der Residuen für die erste Schwingungsmode im Vergleich zu den Messungen. Der Vergleich zeigt, dass die Posenabhängigkeit teilweise linear (vgl.  $\mathcal{R}_{1,yz}$ ) oder ggfs. sogar nichtlinear (vgl.  $\mathcal{R}_{1,xx}$ ) abgebildet wird, jedoch ist dies nicht für alle Residuen der Fall (vgl.  $\mathcal{R}_{1,zz}$ ). Ähnlich zu den Dämpfungsgraden ist teilweise nicht ersichtlich, ob die gemessenen Residuen durch eine homo- oder heteroskedastische Störung beeinflusst werden.

teilweise gute  
Abbildung der  
Residuen



**Abbildung 5.17:** Normierter Vergleich der posesabhängigen Prognose mit der Messung für die Residuen der ersten Schwingungsmode

<sup>37</sup>Zur Berechnung wurde eine bestehende Implementierung verwendet, die unter <https://github.com/mfarshchin/Convert-a-complex-mode-shape-to-a-real-mode-shape> öffentlich verfügbar ist (zuletzt geöffnet am 24.08.2022).

## 5.4 Zwischenfazit

nur  
eingeschränkt  
prognosefähig

Die beiden in diesem Kapitel beschriebenen Analysen (vgl. Abschnitte 5.3.1 und 5.3.2) zeigen, dass die Modellierung der strukturdynamischen Eigenschaften in Form von poseabhängigen Modalparametern auf Basis eines rein physikalisch motivierten Strukturmodells nur bedingt prognosefähig ist:

- ▶ Die Parameteridentifikation der Achsnachgiebigkeiten in probabilistischer Form erlaubt die Prognose der strukturdynamischen Eigenschaften auf Basis von Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Damit lassen sich im Vergleich zu einer deterministischen Modellierung auch stochastische Kenngrößen zur Quantifizierung der Prognose(un)sicherheit berechnen. Die in Abschnitt 5.3.1 erläuterten Arbeitsergebnisse zeigen beispielsweise, dass die Prognose der Eigenfrequenzen durch die Unsicherheitsquantifizierung der Achsnachgiebigkeiten abgesichert werden kann.
- ▶ Die Posenabhängigkeit wird durch das physikalisch motivierte Strukturmodell nur bedingt korrekt abgebildet. Die Posenabhängigkeit der Eigenfrequenzen wird im Gegensatz zu den Dämpfungsgraden und Residuen gut dargestellt. Die fehlerhafte Prognose der Dämpfungsgrade und Residuen kann auf mehrere Ursachen zurückgeführt werden: Zum einen ist die Modellierung der Dämpfungseigenschaften von komplexen Maschinenstrukturen äußerst schwierig. Die Differenz zwischen der modellbasierten Prognose und der messtechnisch ermittelten Dämpfung lässt vermuten, dass ein signifikanter Anteil der Dämpfung durch das physikalisch motivierte Strukturmodell nicht berücksichtigt wird. Dazu können beispielsweise nichtlineare Reibung oder veränderliche Vorspannungen der Getriebe zählen, wie sie u. a. bereits für Simulationsmodelle von konventionellen Werkzeugmaschinen durch REBELEIN und ZAEH (2016) und SEMM et al. (2019) identifiziert wurden. Zudem gilt es zu beachten, dass der Algorithmus zur Bestimmung der Modalparameter, im vorliegenden Fall das LSCF-Verfahren, ebenfalls Einfluss auf die Ermittlung der Modalparameter hat, da die stabilen Pole manuell im Stabilisierungsdiagramm ausgewählt werden müssen (VERBOVEN 2002, S. 182, 204).

Die Anwendung von Modellierungstechniken des sequenziellen Aufbaus, wie sie beispielsweise bereits zur Modellierung von konventionellen Werkzeugmaschinen eingesetzt wurden, verdeutlicht, dass die Prognosefähigkeit der Strukturmodellierung grundsätzlich auch physikalisch motiviert sichergestellt werden könnte (NIEHUES 2015; REBELEIN 2019; SCHWARZ 2015; SEMM 2020). Damit wäre jedoch auch eine enorm aufwendige Datenakquisition verbunden. Zudem schränkt der sukzessive Aufbau der Maschinenstruktur die Wirtschaftlichkeit des Modellbildungsprozesses stark ein.

---

Das Zwischenfazit motiviert trotz der erfolgreichen Anwendung probabilistischer Methoden im Rahmen der Modellbildung die Erforschung einer möglichst effizienten und dennoch präzisen Modellierungsform, um die poseabhängigen dynamischen Eigenschaften korrekt abzubilden und dabei die Prognosefähigkeit durch eine Quantifizierung der Prognose(un)sicherheit sicherzustellen. Dies ist die datenbasierte Strukturmodellierung gemäß dem nächsten Kapitel.



## Kapitel 6

# Datenbasierte Strukturmodellierung

**Hinweis:** Die nachfolgenden Inhalte basieren in Teilen auf den Forschungsarbeiten und -ergebnissen der folgenden beiden Publikationen:

- 📄 BUSCH, M., SCHNOES, F., SEMM, T., ZAEH, M. F., OBST, B. und HARTMANN, D. (2020). „Probabilistic information fusion to model the pose-dependent dynamics of milling robots“. In: *Production Engineering* 14.4, S. 435–444
- 📄 BUSCH, M. und ZAEH, M. F. (2022). „Multi-Fidelity Information Fusion to Model the Position-Dependent Modal Properties of Milling Robots“. In: *Robotics* 11.17

Die Ergebnisse des vorangegangenen Kapitels zeigen, dass die posesabhängigen Struktureigenschaften durch das physikalisch motivierte Strukturmodell nicht vollständig korrekt abgebildet werden. Als Alternative zur physikalisch motivierten Modellbildung erscheinen datenbasierte Verfahren, wie sie von NGUYEN et al. (2019) in Form von Gauß-Prozess-Regressionsverfahren oder von NEWMAN et al. (2020) in Form von künstlichen neuronalen Netzen vorgeschlagen wurden, vielversprechend. Die Modellierung in datenbasierter Form beruht auf der Erzeugung eines Ersatzmodells, welches die strukturdynamischen Eigenschaften, beispielsweise die aus experimentellen Modalanalysen ermittelten Modalparameter in Abhängigkeit der Pose, abbildet. Das Ersatzmodell wird durch ein überwachtes Lernverfahren trainiert. Datenbasierte Verfahren haben dabei entscheidende Vorteile gegenüber physikalisch motivierten Strukturmodellen:

- ▶ Der Modellierungsaufwand kann deutlich gesenkt werden, da experimentelle Modalanalysen keine zeit- und kostenintensiven Messungen, wie zum Beispiel Verlagerungsmessungen mit entsprechender Aktorik und Sensorik, erfordern. Folgt man dem Ansatz von NGUYEN et al. (2019), werden lediglich ein Impulshammer und ein triaxialer Beschleunigungssensor benötigt.

- ▶ Datenbasierte Verfahren erlauben die präzise Modellierung des tatsächlichen posenabhängigen Strukturverhaltens, da einem datenbasierten Modell i.d.R. keine Vereinfachungen und Linearisierungen zugrunde liegen.

In den bisher veröffentlichten Forschungsarbeiten wurden jedoch keine Informationen über die zugrundeliegenden physikalischen Zusammenhänge berücksichtigt. Die Anwendung dieser datenbasierten Strukturmodelle erfordert daher eine umfassende Datenbasis, damit die Prognoseergebnisse physikalisch sinnvoll und die Strukturmodelle demnach auch prognosefähig sind. Für die Modellierung der posenabhängigen Struktureigenschaften von Fräsrobotern auf Basis von posenabhängigen Modalparametern bedeutet dies, dass der gesamte Arbeitsraum mittels experimenteller Daten großflächig erfasst sein muss. Das datenbasierte Ersatzmodell ist danach in der Lage, zwischen den Posen des Trainingsdatensatzes zu interpolieren oder sogar zu extrapolieren, sofern die Posen der Prognose nicht weit von den Posen des Trainingsdatensatzes entfernt sind. Bei größerem Abstand der Trainingspunkte zueinander ist ein rein datenbasiertes Verfahren ggfs. nicht in der Lage, die strukturdynamischen Eigenschaften zwischen den Trainingspunkten korrekt durch eine datenbasierte Interpolation darzustellen, da der Datensatz in diesem Fall zu wenige Informationen enthält.

Diese Defizite motivieren die Erforschung und Entwicklung von *physikalisch informierten* maschinellen Lernverfahren, wie sie beispielsweise jüngst durch KARNIADAKIS et al. (2021) vorgestellt wurden. Grundidee dieser Algorithmen ist die Integration von physikalischem Grundlagenwissen in den Trainingsprozess, um physikalische Zusammenhänge im Zuge der datenbasierten Modellierung zu berücksichtigen. Diese *hybride Modellierungsform* verspricht eine deutlich dateneffizientere und zuverlässigere Modellierung als rein datenbasierte Modelle (KARNIADAKIS et al. 2021, S. 1).

Die *Informationsfusion* aus mehreren Informationsquellen, in diesem Fall den angenommenen physikalischen Grundgesetzen und experimentellen Messdaten, wird in den Methoden von KARNIADAKIS et al. (2021) durch künstliche neuronale Netze realisiert. Die Grundidee, derartige Informationen im Zuge einer hybriden Modellierung zu vereinen, kann alternativ auch durch eine mehrstufige Gauß-Prozess-Regression umgesetzt werden (siehe Abschnitt 2.4.3). Derartige *probabilistische Informationsfusionsverfahren* ermöglichen die Unsicherheitsquantifizierung der Prognose (CUTAJAR et al. 2019; PERDIKARIS et al. 2016). Der Modellierungsansatz einer probabilistischen Informationsfusion soll im Folgenden auf die Modellierung der posenabhängigen Struktureigenschaften von Fräsrobotern übertragen werden. Wie bereits in Abschnitt 5.4 gezeigt wurde, bildet das physikalisch motivierte Strukturmodell die strukturdynamischen Eigenschaften fehlerbehaftet ab, ihre Posenabhängigkeit wird jedoch tendenziell korrekt abgebildet (siehe Abschnitt 5.3.2). Dies motiviert den Einsatz entsprechender Informationsfusionsalgorithmen. Durch die Verwendung von probabilistischen Informationsfusionsverfahren in Form von mehrstufigen Gauß-Prozessen kann zudem die Streuung der

strukturdynamischen Eigenschaften im Zuge der Modellbildung berücksichtigt und dadurch quantifiziert werden.

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methode zur Modellierung der poseabhängigen Modalparameter wird in den Abschnitten 6.1 und 6.2 erläutert. Auf Basis der trainierten Modelle wird in Abschnitt 6.3 eine Methode zur Rekonstruktion von unsicherheitsbehafteten poseabhängigen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen zur Beschreibung der poseabhängigen Strukturdynamik vorgestellt. Da die Effizienz der datenbasierten Strukturmodellierung unmittelbar an die Anzahl und die räumliche Verteilung der Trainingsdaten gekoppelt ist, werden darauf folgend verschiedene *Lernstrategien* in Abschnitt 6.4 untersucht. Die entwickelte Methode wird abschließend in Abschnitt 6.5 zusammengefasst und hinsichtlich der erreichten Prognosefähigkeit bewertet.

## 6.1 Datenverarbeitung und Modellbildung

Die strukturdynamischen Eigenschaften des Fräsroboters können über die poseabhängigen Modalparameter (Eigenfrequenzen  $f_0$ , Dämpfungsgrade  $\xi$  und Residuen  $\mathcal{R}$ ) charakterisiert werden. Die Modalparameter dienen demnach als *beschreibende Variablen*<sup>38</sup>, was die Skalierbarkeit und Recheneffizienz der datenbasierten Modellbildung gegenüber dem Training auf Grundlage der gemessenen Rohdaten deutlich steigert.

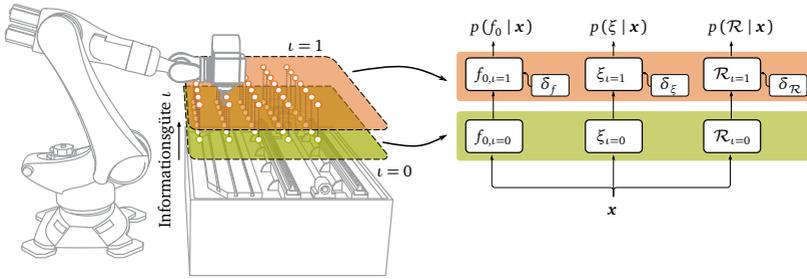
Ziel einer probabilistischen Modellbildung ist das maschinelle Lernen von stochastischen Ersatzmodellen, welche die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der zugrundeliegenden Modalparameter in Abhängigkeit der Pose prognostizieren<sup>39</sup> ( $p(f_0 | \mathbf{x})$ ,  $p(\xi | \mathbf{x})$ ,  $p(\mathcal{R} | \mathbf{x})$ ). Im Rahmen der Modellbildung werden zwei Informationsquellen im Sinne einer zweistufigen Informationsfusion ( $\iota \in \{0, 1\}$ ) miteinander verknüpft: Für die betrachteten Posen  $\mathbf{x}$  stehen sowohl Informationen aus einem approximativen, physikalisch motivierten Strukturmodell ( $\iota = 0$ , vgl. Abschnitt 5.3.1) als auch solche aus experimentellen Messungen ( $\iota = 1$ , vgl. Abschnitt 5.3.2) zur Verfügung. Abbildung 6.1 stellt diesen Ansatz schematisch dar.

### 6.1.1 Auswahl geeigneter Algorithmen

Im Folgenden werden die Adaption und der Einsatz von linearen Informationsfusionsverfahren (AR1) und von nichtlinearen Informationsfusionsverfahren (NARGP und MF-DGP) für diesen Anwendungsfall beschrieben und hinsichtlich ihrer Prognosefähigkeit miteinander verglichen (siehe auch Abschnitt 2.4.3). Zudem wird die jeweils erzielte Modellierungsgüte der Informationsfusions-

<sup>38</sup>Üblicherweise ist hierfür auch der englischsprachige Fachbegriff *features* geläufig.

<sup>39</sup>Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit des Verfahrens wird die folgende Modellbildung in Abhängigkeit der TCP-Position  $\mathbf{x}$  im Bezug auf die Roboterbasis durchgeführt.



**Abbildung 6.1:** Illustration des Informationsfusions-Schemas zur Modellierung der posesabhängigen Struktureigenschaften des Fräsroboters; wichtig ist zu beachten, dass die zwei farblich dargestellten Ebenen nicht zwei räumliche Ebenen darstellen, sondern zwei Informationsquellen mit unterschiedlicher Informationsgüte für die in Abschnitt 5.3 verwendeten Messpositionen illustrieren.

verfahren gegenüber den konventionellen Gauß-Prozess-Regressionsverfahren bewertet. Den konventionellen Gauß-Prozess-Regressionsverfahren stehen im Rahmen des maschinellen Lernens lediglich die experimentellen Messdaten zur Verfügung.

Da die Leistungsfähigkeit konventioneller Gauß-Prozess-Regressionsverfahren stark von der Gestaltung der verwendeten Kovarianzfunktion abhängig ist (DUVENAUD 2014), wird die Prognosefähigkeit auf Basis je einer konstanten ( $\Sigma_{\text{bias}}$ ), einer linearen ( $\Sigma_{\text{lin}}$ ), einer quadratischen ( $\Sigma_{\text{quad}}$ ) und einer kubischen ( $\Sigma_{\text{kub}}$ ) Kovarianzfunktion sowie der üblicherweise verwendeten Radial-Basis-Kovarianzfunktion  $\Sigma_{\text{RBF}}$  bewertet. Die Auswahl dieser Kovarianzfunktionen erfolgte unter Berücksichtigung des *Sparsamkeitsprinzips* (auch *Ockhams Rasiermesser*<sup>40</sup> genannt), wonach stets die im Vergleich einfachste Modellierungsform eines Sachverhalts (bei gleichbleibender Prognosequalität) vorzuziehen ist (MURPHY 2012, S. 156). Die deskriptiven Datenanalysen aus Abschnitt 5.3 lassen beispielsweise einen quadratischen oder kubischen Abfall der ersten Eigenfrequenz  $f_{0,1}$  oder eine näherungsweise lineare Steigerung des ersten Dämpfungsgrads  $\xi_1$  in Abhängigkeit der Position vermuten (siehe Abbildungen 5.13 und 5.15). Sollten die Kovarianzfunktionen ohne Berücksichtigung der Informationsfusion das posesabhängige Strukturverhalten mit hoher Prognosegenauigkeit abbilden können und ebenfalls prognosefähig sein, ist jeweils die Kovarianzfunktion mit geringster Komplexität vorzuziehen.

Demnach werden im Zuge dieser Untersuchungen die acht verschiedenen Modelltypen  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{bias}})$ ,  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{lin}})$ ,  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{quad}})$ ,  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{kub}})$ ,  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{RBF}})$ , AR1, NARGP und MF-DGP miteinander verglichen und hinsichtlich ihrer Prognosefähigkeit bewertet.

<sup>40</sup>Der Begriff (engl.: *Ockham's razor*) wurde nach dem britischen Theologen und Philosophen William of Ockam (1288–1348) benannt (MURPHY 2012, S. 67).

Sparsamkeits-  
prinzip

Vergleich unter-  
schiedlicher  
Algorithmen

Es muss beachtet werden, dass die ausgewählten maschinellen Lernverfahren zur probabilistischen Informationsfusion lediglich die Modellierung skalarer reeller Größen erlauben. Die Entwicklung probabilistischer maschineller Lernverfahren für komplexe oder vektorwertige Größen ist Gegenstand jüngerer Forschungsarbeiten (ÁLVAREZ et al. 2012; BOLOIX-TORTOSA et al. 2018). Im Zuge der datenbasierten Modellbildung werden die Real- und Imaginärteile der Residuen deshalb getrennt modelliert:

$$p(\mathcal{R}) \doteq \{p(\operatorname{Re}(\mathcal{R})), p(\operatorname{Im}(\mathcal{R}))\}. \quad (6.1)$$

### 6.1.2 Störgrößenmodellierung

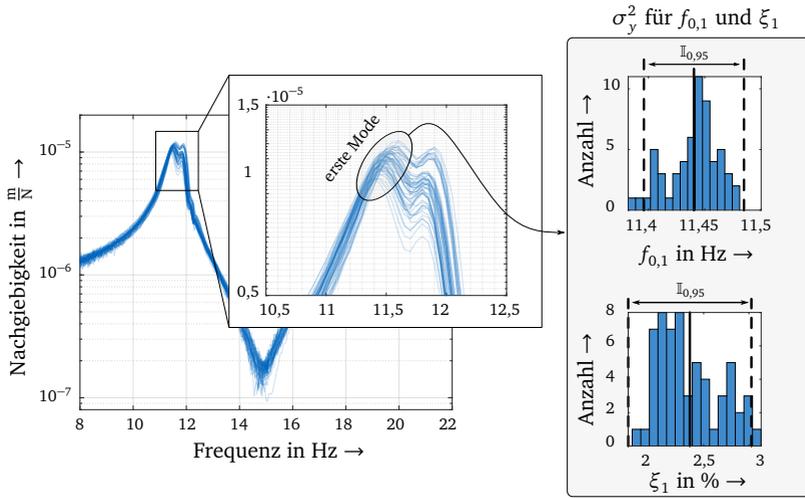
Um die Prognosefähigkeit durch eine korrekte Modellierung der stochastischen (d. h. störgrößenbehafteten) Modellprognose sicherzustellen, werden im Rahmen der Modellbildung homoskedastische Störgrößen berücksichtigt. Störgrößen für die betrachteten Modalparameter können unterschiedliche Ursachen haben:

homo-  
skedastische  
Störgrößen

- ▶ **Nichtlineares und stochastisches Strukturverhalten:** Da die experimentellen Modalanalysen mithilfe eines Impulshammers durchgeführt wurden, variiert der verwendete Kraftimpuls. Es kann nicht ausgeschlossen werden, dass das resultierende Strukturverhalten durch nichtlineare Struktureigenschaften geringfügig schwankt. Dies trifft insbesondere auf die Dämpfungseigenschaften des Roboters zu. Ferner kann die Impulsantwort eines mechanischen Systems auch durch stochastisches, d. h. nichtdeterministisches, Strukturverhalten beeinflusst werden.
- ▶ **Stochastisches Messrauschen:** Wie alle experimentellen Messgrößen wird die messtechnische Erfassung der Strukturschwingungen durch Messrauschen, z. B. in den Sensorsystemen des piezoelektrischen Aufnehmers des Impulshammers und des piezoelektrischen Beschleunigungssensors, beeinflusst.
- ▶ **Varianz der semi-automatisierten Parameteridentifikation:** Im Zuge des LSCF-Verfahrens zur Modalanalyse müssen Anwendende die stabilen Pole der Nachgiebigkeitsfrequenzgänge manuell auswählen. Da dies für jede Messposition individuell gemacht werden muss, kann die Synthetisierung der Nachgiebigkeitsfrequenzgänge und damit auch die Bestimmung der Modalparameter von Person zu Person und von Wiederholung zu Wiederholung streuen.

Die zugrundeliegende Varianz der Trainings- und Testdaten in Form von störgrößenbehafteten Modalparametern kann somit nicht aus Datenblättern entnommen, sondern muss zunächst experimentell abgeschätzt werden. Dazu wurden am Fräsroboter 60 Nachgiebigkeitsfrequenzgänge in alle

drei Raumrichtungen, inkl. der Kreuznachgiebigkeitsfrequenzgänge, messtechnisch erfasst. Aufgrund von Störfrequenzen im Bereich der Vielfachen der Netzfrequenz wurde eine Messung anschließend für ungültig erklärt und aus dem Datensatz entfernt. Die Messungen erfolgten an der Pose  $\tilde{\mathbf{q}}_s = [66,05^\circ, -1,16^\circ, -40,42^\circ, 73,58^\circ, 72,32^\circ, -45,85^\circ]^\top$ . Für jede Messung wurde eine experimentelle Modalanalyse durchgeführt. Aus der Streuung der identifizierten Modalparameter kann die Störgröße in Form einer Varianz  $\sigma_y^2$  für jeden Modalparameter individuell geschätzt werden. Die Abbildung 6.2 zeigt dies beispielhaft für die Störgrößenmodellierung der ersten Eigenfrequenz und des ersten Dämpfungsgrads. Die geschätzten Störgrößenvarianzen sind in Tabelle 6.1 angegeben.



**Abbildung 6.2:** Exemplarische Darstellung der Störgrößenschätzung  $\sigma_y^2$  für  $f_{0,1}$  und  $\xi_1$  auf Basis von 59 Nachgiebigkeitsfrequenzgängen; dargestellt sind die 59 Nachgiebigkeitsfrequenzgänge in  $xx$ -Richtung sowie die Streuungen der geschätzten ersten Eigenfrequenz und des ersten Dämpfungsgrads in Histogrammen. Aus den Streuungen können jeweils die Varianzen  $\sigma_{y,f_{0,1}}^2$  und  $\sigma_{y,\xi_1}^2$  errechnet werden (siehe Tabelle 6.1).

Störgrößenmodell der Messdaten

Im Zuge der Modellierung werden diese Störgrößenvarianzen der vier Modalparameter in Form von A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $\mathcal{N}(0, \sigma_y^2)$  berücksichtigt (es gilt  $i = \{1, 2, 3, 4\}$ ):

$$p(\sigma_{y,f_{0,i}}^2) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{y,f_{0,i}}^2), \quad (6.2)$$

$$p(\sigma_{y,\xi_i}^2) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{y,\xi_i}^2), \quad (6.3)$$

$$p(\sigma_{y,\text{Re}(\mathcal{R}_i)}^2) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{y,\text{Re}(\mathcal{R}_i)}^2) \text{ und} \quad (6.4)$$

$$p(\sigma_{y,\text{Im}(\mathcal{R}_i)}^2) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{y,\text{Im}(\mathcal{R}_i)}^2). \quad (6.5)$$

Die Störgrößenmodelle werden im Verlauf des folgenden Modellvergleichs verwendet (siehe Abschnitt 6.2).

**Tabelle 6.1:** Schätzung der ermittelten Störgrößenvarianzen für jeden Modalparameter und jede der vier betrachteten Moden, bei den Real- und Imaginärteilen der Residuen handelt es sich jeweils um die kleinste Varianz aller neun richtungsabhängigen Residuen.

$i$	$\sigma_{y,f_{0,i}}^2$ in Hz <sup>2</sup>	$\sigma_{y,\xi_i}^2$ in % <sup>2</sup>	$\sigma_{y,\text{Re}(\mathcal{R}_i)}^2$ in $\left(\frac{\text{m}}{\text{Ns}}\right)^2$	$\sigma_{y,\text{Im}(\mathcal{R}_i)}^2$ in $\left(\frac{\text{m}}{\text{Ns}}\right)^2$
1	$4,9385 \cdot 10^{-4}$	$1,1609 \cdot 10^{-1}$	$5,0743 \cdot 10^{-13}$	$3,7867 \cdot 10^{-13}$
2	$1,5423 \cdot 10^{-3}$	$1,4097 \cdot 10^{-2}$	$1,3632 \cdot 10^{-13}$	$1,4436 \cdot 10^{-13}$
3	$3,9908 \cdot 10^{-4}$	$2,6027 \cdot 10^{-2}$	$7,4333 \cdot 10^{-14}$	$2,9009 \cdot 10^{-13}$
4	$2,9828 \cdot 10^{-3}$	$6,4219 \cdot 10^{-2}$	$2,5959 \cdot 10^{-14}$	$1,5889 \cdot 10^{-13}$

### 6.1.3 Datenerzeugung und -vorverarbeitung

Zur Modellierung der poseabhängigen strukturdynamischen Eigenschaften können die Simulations- und Messdaten aus Abschnitt 5.3 an den  $N_n = 35$  Messposen verwendet werden. Für jeden Modalparameter existiert demnach ein Datensatz  $\mathcal{D}^{\iota \in \{0,1\}}$ , der den jeweiligen Modalparameter  $i$  für die  $N_n$  Messposen beschreibt:

$$\mathcal{D}_{f_{0,i}} = \left\{ \left[ \begin{array}{c} f_{0,i}(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ f_{0,i}(\mathbf{x}_{N_n}) \end{array} \right]^{\iota=0}, \left[ \begin{array}{c} f_{0,i}(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ f_{0,i}(\mathbf{x}_{N_n}) \end{array} \right]^{\iota=1} \right\}, \quad (6.6)$$

$$\mathcal{D}_{\xi_i} = \left\{ \left[ \begin{array}{c} \xi_i(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ \xi_i(\mathbf{x}_{N_n}) \end{array} \right]^{\iota=0}, \left[ \begin{array}{c} \xi_i(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ \xi_i(\mathbf{x}_{N_n}) \end{array} \right]^{\iota=1} \right\}, \quad (6.7)$$

$$\mathcal{D}_{\text{Re}(\mathcal{R}_i)} = \left\{ \left[ \begin{array}{c} \text{Re}(\mathcal{R}_i(\mathbf{x}_1)) \\ \vdots \\ \text{Re}(\mathcal{R}_i(\mathbf{x}_{N_n})) \end{array} \right]^{\iota=0}, \left[ \begin{array}{c} \text{Re}(\mathcal{R}_i(\mathbf{x}_1)) \\ \vdots \\ \text{Re}(\mathcal{R}_i(\mathbf{x}_{N_n})) \end{array} \right]^{\iota=1} \right\} \text{ und} \quad (6.8)$$

$$\mathcal{D}_{\text{Im}(\mathcal{R}_i)} = \left\{ \left[ \begin{array}{c} \text{Im}(\mathcal{R}_i(\mathbf{x}_1)) \\ \vdots \\ \text{Im}(\mathcal{R}_i(\mathbf{x}_{N_n})) \end{array} \right]^{\iota=0}, \left[ \begin{array}{c} \text{Im}(\mathcal{R}_i(\mathbf{x}_1)) \\ \vdots \\ \text{Im}(\mathcal{R}_i(\mathbf{x}_{N_n})) \end{array} \right]^{\iota=1} \right\}. \quad (6.9)$$

Wie bei maschinellen Lernverfahren üblich, wurden die zum Training verwendeten Datensätze jeweils auf den Mittelwert  $\mu_{\mathcal{D}} = 0$  und eine Standardabweichung  $\sigma_{\mathcal{D}} = 1$  standardisiert. Im Zuge der Prognose können die von den maschinellen Lernverfahren prognostizierten Werte wieder entsprechend rücktransformiert werden.

### 6.1.4 Teilung in Trainings- und Testdaten

Um die Leistungsfähigkeit der Modelltypen zu bewerten, wurden die Datensätze der Messdaten ( $l = 1$ ) zunächst in Trainings- und Testdatensätze unterteilt:

$$\mathcal{D}_{\text{train}}^{l=1} \subset \mathcal{D}^{l=1} \text{ und} \quad (6.10)$$

$$\mathcal{D}_{\text{test}}^{l=1} = \mathcal{D}^{l=1} \setminus \mathcal{D}_{\text{train}}^{l=1}. \quad (6.11)$$

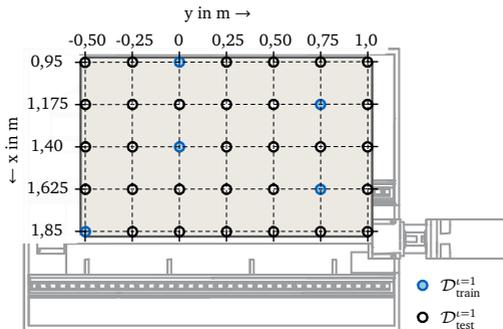
$\mathcal{D}_{\text{train}}^{l=1}$  enthält  $N_{\mathcal{D}, \text{train}}^{l=1}$  Trainingsdatenpunkte. Die  $N_{\mathcal{D}, \text{test}}^{l=1}$  Testdatenpunkte bleiben für alle nachfolgenden Untersuchungen identisch, um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse sicherzustellen.

Da die Simulationsdaten des physikalisch motivierten Strukturmodells recheneffizient und mit geringen Kosten erzeugt werden können, werden im Rahmen der Informationsfusion immer alle verfügbaren Simulationsdaten verwendet ( $N_{\mathcal{D}, \text{train}}^{l=0} = N_n$ ):

$$\mathcal{D}_{\text{train}}^{l=0} \equiv \mathcal{D}^{l=0}. \quad (6.12)$$

optimale  
Trainingsdaten-  
verteilung

Die Prognoseergebnisse werden im folgenden Abschnitt exemplarisch für ein Modellierungsszenario mit  $N_{\mathcal{D}, \text{train}}^{l=1} = 5$  Messposen im Trainingsdatensatz evaluiert. Um eine möglichst optimale räumliche Verteilung der Messpositionen im Sinne einer optimalen Versuchsplanung zu erzielen, wurden die Positionen auf Basis eines optimierten *Latin-Hypercube-Sampling*-Verfahrens<sup>41</sup> ausgewählt. Abbildung 6.3 illustriert die räumliche Verteilung der Trainings- und Testdaten.



**Abbildung 6.3:** Schematische Illustration der fünf Trainings- und der 30 Testdatenpunkte zur vergleichenden Analyse der acht Modelltypen

Die Evaluation der Testergebnisse erfolgt entsprechend der drei modellierten positionsabhängigen Modalparametern für die verbleibenden  $N_{\mathcal{D}, \text{test}}^{l=1} = 30$  Datenpunkte.

<sup>41</sup>In der deutschsprachigen Fachliteratur wird üblicherweise die englischsprachige Bezeichnung Latin Hypercube Sampling (LHS) verwendet. Daher wird sie auch im Rahmen dieser Arbeit genutzt.

## 6.2 Training und Vergleich der Modelltypen

Die Hyperparameter wurden für jeden Modelltyp und für jeden Modalparameter (Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Residuen) optimiert (d. h. die Modelle wurden trainiert). Die erzielte Prognosegüte und die Prognosefähigkeit können daraufhin individuell bewertet werden. Anschließend erfolgt eine Laufzeitanalyse und damit eine quantifizierbare Abschätzung zur Wirtschaftlichkeit des jeweiligen Modellierungsansatzes.

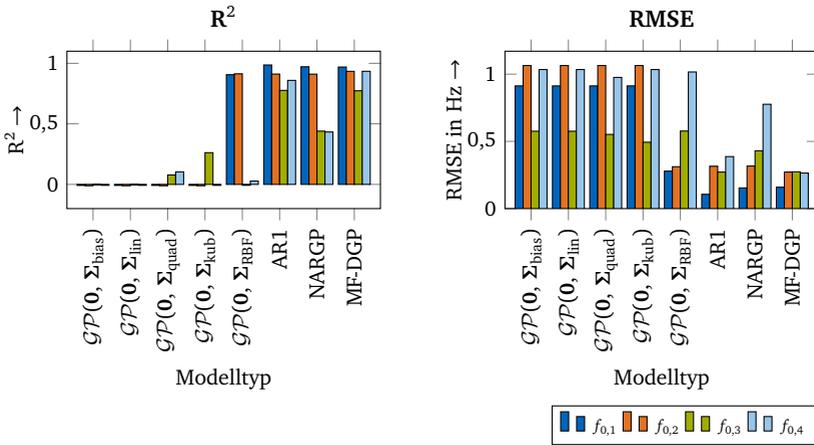
Im Rahmen des Trainings der Modelle wurden die identifizierten Störgrößenmodellvarianzen aus Abschnitt 6.1.2 berücksichtigt. Die Störgrößenvarianzen  $\sigma_y^2$  der jeweiligen Modelltypen wurden nicht fixiert, um ggfs. heteroskedastische Störgrößen durch eine größere Varianz im homoskedastischen Störgrößenmodell abzufangen. Der zulässige Wertebereich einer Störgrößenvarianz wurde nach unten auf die jeweils kleinste gemessene Varianz begrenzt, da eine kleinere Prognosevarianz nicht zulässig wäre. Die Hyperparameteroptimierung begann jeweils mit dem Mittelwert der angegebenen Störgrößenvarianzen.

### 6.2.1 Eigenfrequenzen

Zunächst werden die Prognoseergebnisse für die poseabhängigen Eigenfrequenzen  $p(f_0^* | \mathcal{D}_{\text{train}})$  anhand eines systematischen Abgleichs zwischen den gemessenen Eigenfrequenzen und den prognostizierten Erwartungswerten auf Basis des Bestimmtheitsmaßes  $R^2$  und der Quadratwurzel des mittleren quadratischen Fehlers (RMSE) quantifizierbar beurteilt. Beide Bewertungsmetriken zur Beurteilung der Prognosegüte sind für die vier betrachteten Eigenfrequenzen und für alle untersuchten Modelltypen in Abbildung 6.4 dargestellt.

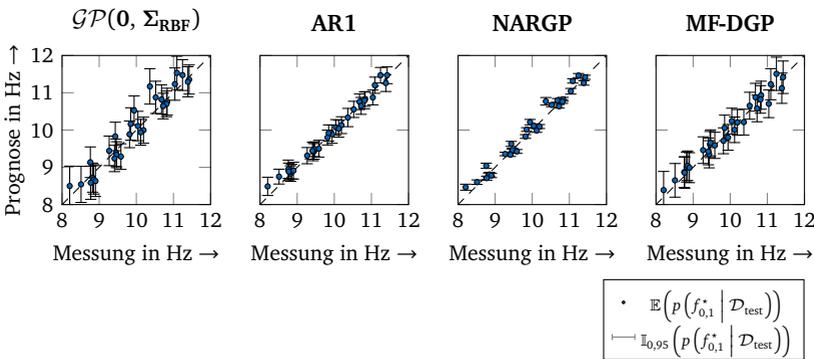
Die Prognosegüte der konventionellen maschinellen Lernverfahren ist mit Ausnahme des Gauß-Prozesses mit RBF-Kovarianzfunktion ( $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{RBF}})$ ) unzureichend, da beide Metriken einen hohen Abbildungsfehler aufweisen: Die vergleichsweise einfachen konventionellen Lernverfahren  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{bias}})$ ,  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{in}})$ ,  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{quad}})$  und  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{kub}})$  können die Poseabhängigkeit der Eigenfrequenzen nicht abbilden. Im Gegensatz dazu ist die Prognosegüte der Informationsfusionsverfahren grundsätzlich hoch, insbesondere die der beiden Modelltypen AR1 und MF-DGP.

Die signifikant höhere Prognosegüte und die korrekte Quantifizierung der Prognoseunsicherheit der Informationsfusionsverfahren werden durch einen direkten Vergleich in Abbildung 6.5 am Beispiel der ersten Eigenfrequenz noch deutlicher. Dargestellt sind der Erwartungswert  $\mathbb{E}(p(f_{0,1}^* | \mathcal{D}_{\text{test}}))$  und das jeweilige 95%-Glaubwürdigkeitsintervall  $\mathbb{I}_{0,95}(p(f_{0,1}^* | \mathcal{D}_{\text{test}}))$  gegenüber den messtechnisch erfassten Eigenfrequenzen. Das poseabhängige Verhalten der Eigenfrequenz wird durch den Gauß-Prozess mit RBF-Kovarianzfunktion grundsätzlich gut, aber im Vergleich mit den drei Informationsfusionsverfahren schlechter prognostiziert.



**Abbildung 6.4:** Vergleich der Prognosegüte anhand des Bestimmtheitsmaßes  $R^2$  und der Quadratwurzel des mittleren quadratischen Fehlers (RMSE) für die Modellierung der Eigenfrequenzen durch alle acht Modelltypen

Die Prognoseergebnisse in Abbildung 6.5 illustrieren zudem die Stärke von probabilistischen Modellierungsverfahren: Der Gauß-Prozess mit RBF-Kovarianzfunktion weist eine geringere Prognosegenauigkeit auf, welche durch eine vergleichsweise größere Prognoseunsicherheit kompensiert wird (die Messwerte liegen innerhalb der durch den Gauß-Prozess prognostizierten Unsicherheitsintervalle).



**Abbildung 6.5:** Unsicherheitsbehaftete Prognose der vier ausgewählten Modelltypen im Vergleich mit den Messergebnissen für die erste Eigenfrequenz; zur besseren Lesbarkeit ist die vertikale Achsenskalierung lediglich für  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{RBF}})$  beziffert. Die Achsenskalierungen sind für die verbleibenden drei Darstellungen identisch.

Es lässt sich folglich davon ausgehen, dass die drei Informationsfusionsverfahren (AR1, NARGP und MF-DGP) gewinnbringend zur Modellierung der poseabhängigen Eigenfrequenzen des Fräsroboters eingesetzt werden können. Die Prognosegenauigkeit aller drei Verfahren ist höher als die der konventionellen maschinellen Lernverfahren. Durch die Informationsfusion des physikalisch motivierten Strukturmodells mit experimentellen Messdaten kann das poseabhängige Verhalten der Eigenfrequenzen somit durch weniger experimentelle Messdatenpunkte als bei konventionellen Lernverfahren korrekt abgebildet werden.

Da das poseabhängige Verhalten annähernd linear durch das physikalisch motivierte Strukturmodell abgebildet wird, ist der Einsatz des linearen Informationsfusionsverfahrens (AR1) entsprechend dem Sparsamkeitsprinzip bevorzugt zu nutzen. Eine Überanpassung des Modells<sup>42</sup> wird dadurch vermieden. Eine derartige Überanpassung ist beispielsweise in den Prognoseergebnissen des nichtlinearen NARGP-Algorithmus erkennbar, da die Prognosesicherheit durch den Lernalgorithmus überschätzt wird (siehe Abbildung 6.5). Ähnliche Beobachtungen wurden bereits durch CUTAJAR et al. (2019) für Vergleichsdatensätze<sup>43</sup> veröffentlicht.

lineare  
Informations-  
fusion für  
Eigenfre-  
quenzen

## 6.2.2 Dämpfungsgrade

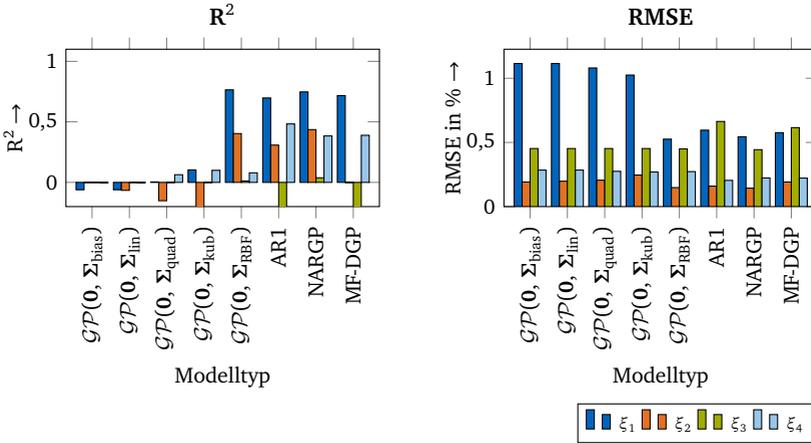
Aufgrund der großen Streuungen der Dämpfungsgrade ist die Modellierung der poseabhängigen Dämpfung im Gegensatz zu den Eigenfrequenzen deutlich schwieriger, wie die nachfolgende Untersuchung zeigt. Äquivalent zur vorangegangenen Analyse wird die Prognosegüte zur Modellierung der poseabhängigen Dämpfungsgrade in Abbildung 6.6 durch das Bestimmtheitsmaß  $R^2$  und die Quadratwurzel des mittleren quadratischen Fehlers (RMSE) quantifiziert.

Ähnlich zur Prognosegüte der Eigenfrequenzen schneiden die vier Modelltypen  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{RBF}})$ , AR1, NARGP und MF-DGP deutlich besser ab als die vier maschinellen Lernverfahren  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{bias}})$ ,  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{lin}})$ ,  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{quad}})$  und  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{kub}})$ . Es fällt jedoch auf, dass die Prognosegüte im direkten Vergleich mit der Modellierung der Eigenfrequenzen für alle untersuchten Modelltypen deutlich geringer ist (vgl.  $R^2$  in den Abbildungen 6.4 und 6.6).

Anhand von Abbildung 6.7 zeigt sich erneut der große Vorteil der probabilistischen Modellbildung: Die Informationsfusionsverfahren sind in der Lage, Informationen aus beiden Informationsquellen miteinander zu verknüpfen und eine vergleichsweise hohe Prognosegenauigkeit zu erzielen. Streuen die Messdaten jedoch stark, sodass keine verlässliche Prognose des poseabhängigen Verhaltens möglich ist, können die probabilistischen Verfahren dies durch eine größere Prognoseunsicherheit kompensieren.

<sup>42</sup>Üblicherweise ist hierfür der englischsprachige Begriff *overfitting* geläufig.

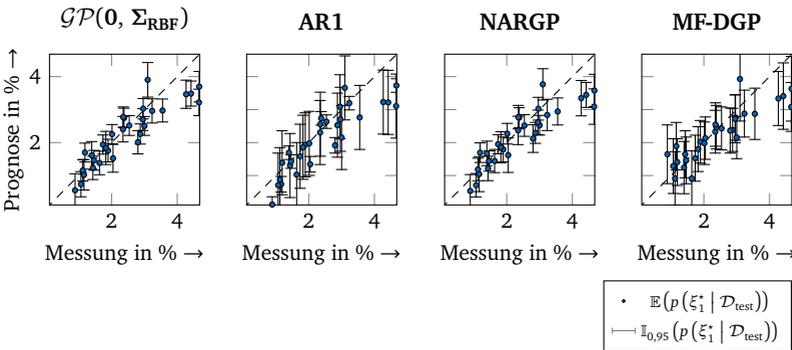
<sup>43</sup>Vergleichsdatensätze enthalten synthetische Daten ohne physikalische Anwendung. Sie dienen dem Zweck, die Modellierungsgüte verschiedener maschineller Lernverfahren zu vergleichen. Im Englischen werden Vergleichsdatensätze als *benchmark datasets* bezeichnet.



**Abbildung 6.6:** Vergleich der Prognosegüte anhand des Bestimmtheitsmaßes  $R^2$  und der Quadratwurzel des mittleren quadratischen Fehlers (RMSE) für die Modellierung der Dämpfungsgrade durch alle acht Modelltypen

nichtlineare  
Informations-  
fusion für  
Dämpfungs-  
grade

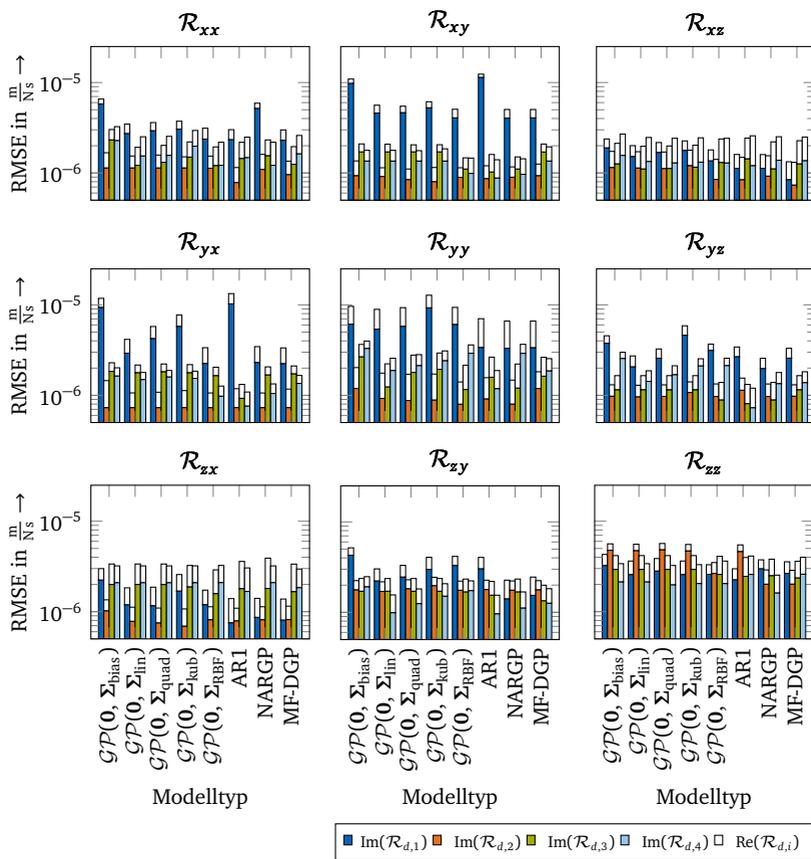
Die Ergebnisse (insbesondere das resultierende Bestimmtheitsmaß  $R^2$  in Abbildung 6.6) motivieren den Einsatz des nichtlinearen NARGP- Informationsfusionsverfahrens zur Modellierung der posenabhängigen Dämpfungsgrade.



**Abbildung 6.7:** Unsicherheitsbehaftete Prognose der vier ausgewählten Modelltypen im Vergleich mit den Messergebnissen für den ersten Dämpfungsgrad; zur besseren Lesbarkeit ist die vertikale Achsenskalierung lediglich für  $\mathcal{GP}(\mathbf{0}, \Sigma_{\text{RBF}})$  beziffert. Die Achsenskalierungen sind für die verbleibenden drei Darstellungen identisch.

### 6.2.3 Residuen

Die Prognosefähigkeit durch die Verwendung der acht verschiedenen Modelltypen wird folgend exemplarisch anhand der RMSE-Metrik für alle neun richtungsabhängigen Residuen und dabei für deren Real- und Imaginärteile bewertet. Abbildung 6.8 illustriert hierzu den RMSE für die Real- und Imaginärteile der neun Residuen für alle acht Modelltypen und für alle vier betrachteten Moden.



**Abbildung 6.8:** Prognosefehler aller acht Modelltypen für die neun richtungsabhängigen Residuen und jede der vier Moden; die Prognosefehler sind für die Real- und Imaginärteile der Residuen jeweils additiv (d. h. als gestapelte Säulen) illustriert. Der Imaginärteil ist jeweils farblich und der dazugehörige Realteil darüber in Weiß dargestellt. Die Säulen ergeben jeweils die Summe der RMSE der Real- und Imaginärteile für jede Mode, jeden Modelltyp und alle richtungsabhängigen Residuen.

nichtlineare  
Informations-  
fusion für  
Residuen

Durch die Darstellung in additiver (kumulierter) Form, d. h. in gestapelter Säulendarstellung, wird ersichtlich, dass die Summe der Prognosefehler für den Real- und Imaginärteil der Residuen bei der Modellierung mithilfe der nichtlinearen Informationsfusionsverfahren NARGP und MF-DGP am geringsten ausfällt. Im Gegensatz zur Modellierung der posenabhängigen Eigenfrequenzen und der Dämpfungsgrade schneidet das lineare Informationsfusionsverfahren AR1 teilweise sogar schlechter ab als die konventionellen maschinellen Lernverfahren. Zur Modellierung der richtungsabhängigen Residuen empfiehlt sich auf Basis dieser Ergebnisse die Verwendung eines nichtlinearen Informationsfusionsverfahrens.

## 6.2.4 Implementierung und Laufzeitverhalten

Die Implementierung und Anwendung der Algorithmen wurde äquivalent zu den Arbeitsinhalten aus Abschnitt 5.2 auf einem virtuellen Rechner des Leibniz-Rechenzentrums der Bayerischen Akademie der Wissenschaften durchgeführt (die Spezifikationen des virtuellen Rechners sind in Abschnitt 5.2.4 angegeben). Die verwendeten Softwarepakete sind in Tabelle 6.3 gelistet.

**Tabelle 6.3:** Verwendete Softwarepakete zur Modellierung der posenabhängigen Struktureigenschaften mithilfe der maschinellen Lernverfahren

Anwendung	Softwarepaket
<b>Starrkörpermodellierung</b>	RBDL (ORB-Version 3.0.0) <sup>31</sup> , siehe FELIS (2017)
<b>experimentelle Modalanalyse</b>	pyEMA (Version 0.23) <sup>44</sup>
<b>LHS-Sampling (MAXIMIN-Option)</b>	scikit-optimize (Version 0.8.1)
<b>Gauß-Prozess-Regression</b>	GPy (Version 1.9.9) <sup>45</sup>
<b>AR1-Modellierung</b>	emukit (Version 0.4.8) <sup>46</sup> , siehe PALEYES et al. (2019)
<b>NARGP-Modellierung</b>	emukit (Version 0.4.8) <sup>46</sup> , siehe PALEYES et al. (2019)
<b>MF-DGP-Modellierung</b>	emukit (Version 0.4.8) <sup>46</sup> , siehe PALEYES et al. (2019)

MF-DGP ist  
deutlich rechen-  
intensiver als  
NARGP

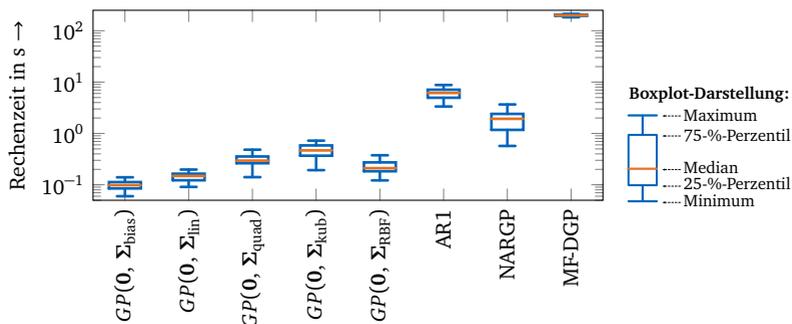
Zur Laufzeitanalyse werden die Rechenzeiten zum Training aller Modelle (d. h. jeweils das Training der Modelle für alle Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Residuen) auf Basis des jeweiligen Modelltyps in Boxplot-Darstellung miteinander verglichen (siehe Abbildung 6.9).

<sup>44</sup>Siehe <https://github.com/ladisk/pyEMA>, zuletzt geöffnet am 18.05.2022.

<sup>45</sup>Siehe <https://github.com/SheffieldML/GPy>, zuletzt geöffnet 18.05.2022.

<sup>46</sup>Siehe <https://github.com/emukit/emukit>, zuletzt geöffnet am 18.05.2022.

Die dargestellten Ergebnisse verdeutlichen, dass die Informationsfusionsverfahren deutlich rechenaufwändiger als die konventionellen Gauß-Prozess-Ansätze sind, insbesondere das MF-DGP-Verfahren.



**Abbildung 6.9:** Vergleich der Rechenzeiten für alle Trainingsprozesse und für alle acht Modelltypen in Boxplot-Darstellung

### 6.2.5 Zwischenfazit

Aus den vorangegangenen Analysen kann geschlossen werden, dass sich die verwendeten Modellierungsansätze unterschiedlich gut zur Modellierung der jeweiligen posenabhängigen Modalparameter im Hinblick auf ihre Prognosefähigkeit und ihr Laufzeitverhalten eignen. Entsprechend wird die folgende Wahl der Modelltypen zur posenabhängigen Modellierung der entsprechenden Modalparameter empfohlen:

- ▶ Zur Modellierung der **posenabhängigen Eigenfrequenzen** eignen sich sowohl das lineare Informationsfusionsverfahren AR1 als auch das nicht-lineare Informationsfusionsverfahren MF-DGP sehr gut. Aufgrund der im Vergleich deutlich höheren Trainingsdauer des MF-DGP-Algorithmus empfiehlt sich die Modellierung auf Basis des AR1-Algorithmus:

$$f_0^* \sim \text{AR1}(\mathbf{x}) \Rightarrow p(f_0^* | \mathbf{x}) \sim \mathcal{N}(\mu_{f_0}, \sigma_{f_0}^2). \quad (6.13)$$

- ▶ Die vorangegangene Analyse zeigt, dass das NARGP-Verfahren die **posenabhängigen Dämpfungseigenschaften** am besten modellieren kann:

$$\xi^* \sim \text{NARGP}(\mathbf{x}) \Rightarrow p(\xi^* | \mathbf{x}) \sim \mathcal{N}(\mu_{\xi}, \sigma_{\xi}^2). \quad (6.14)$$

- ▶ Im Rahmen der Modellbildung der **posenabhängigen Residuen** verursachen die beiden nichtlinearen Informationsfusionsverfahren NARGP und

MF-DGP im Vergleich mit den anderen Modelltypen die geringsten Prognosefehler. Da die Trainingsdauer des MF-DGP deutlich über der des NARGP-Algorithmus liegt, ist die Modellierung auf Basis des NARGP-Verfahrens am zweckmäßigsten:

$$\mathcal{R}^* \sim \text{NARGP}(\mathbf{x}) \Rightarrow p(\mathcal{R}^* | \mathbf{x}) \sim \mathcal{N}(\mu_{\mathcal{R}}, \sigma_{\mathcal{R}}^2). \quad (6.15)$$

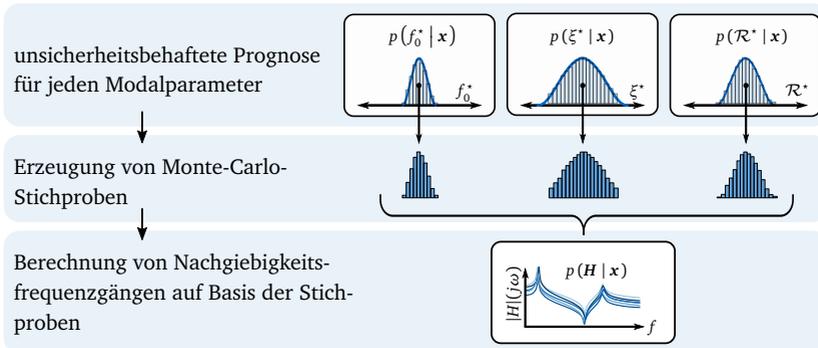
## 6.3 Rekonstruktion positionsabhängiger Frequenzgänge

Die unsicherheitsbehafteten Prognosen der positionsabhängigen Modalparameter ermöglichen die Berechnung der Unsicherheitsfortpflanzung zur Rekonstruktion unsicherheitsbehafteter Frequenzgänge  $p(\mathbf{H}^* | \mathbf{x})$  in Abhängigkeit der Roboterpose.

### 6.3.1 Methode zur Unsicherheitsfortpflanzung

Die Berechnung der Unsicherheitsfortpflanzung erfolgte mithilfe eines konventionellen Monte-Carlo-Ansatzes: Ausgehend von den prognostizierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen für jeden Modalparameter in Abhängigkeit der Pose ( $p(f_0^* | \mathbf{x})$ ,  $p(\xi^* | \mathbf{x})$  und  $p(\mathcal{R}^* | \mathbf{x})$ ) wird eine beliebige Anzahl an Stichproben aller Wahrscheinlichkeitsverteilungen gezogen. Auf Basis einer Stichprobe aller Modalparameter wird darauffolgend ein Nachgiebigkeitsfrequenzgang rekonstruiert. Ist die Anzahl an Stichproben hinreichend groß, können aus der resultierenden Verteilung der berechneten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge stochastische Kenngrößen wie das 95%-Glaubwürdigkeitsintervall  $\mathbb{I}_{0,95}$  berechnet werden. Die Abbildung 6.10 veranschaulicht das gewählte Vorgehen schematisch.

Unsicherheitsfortpflanzung durch Monte-Carlo-Verfahren



**Abbildung 6.10:** Grundprinzip der Monte-Carlo-basierten Berechnung der Unsicherheitsfortpflanzung zur Rekonstruktion unsicherheitsbehafteter Nachgiebigkeitsfrequenzgänge

### 6.3.2 Qualitative Analyse

Die Rekonstruktion posenabhängiger und unsicherheitsbehafteter Nachgiebigkeitsfrequenzgänge wurde für die Position

$$\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} 1,175 \text{ m} \\ 1,0 \text{ m} \\ 1,24 \text{ m} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

unter Berücksichtigung von  $N_{\mathcal{D},\text{train}}^{L=1} = 15$  Trainingspunkten des Messdatensatzes durchgeführt. Die Messdaten, die an der Position  $\mathbf{x}_p$  erhoben wurden, waren nicht Teil des Trainings-Datensatzes.

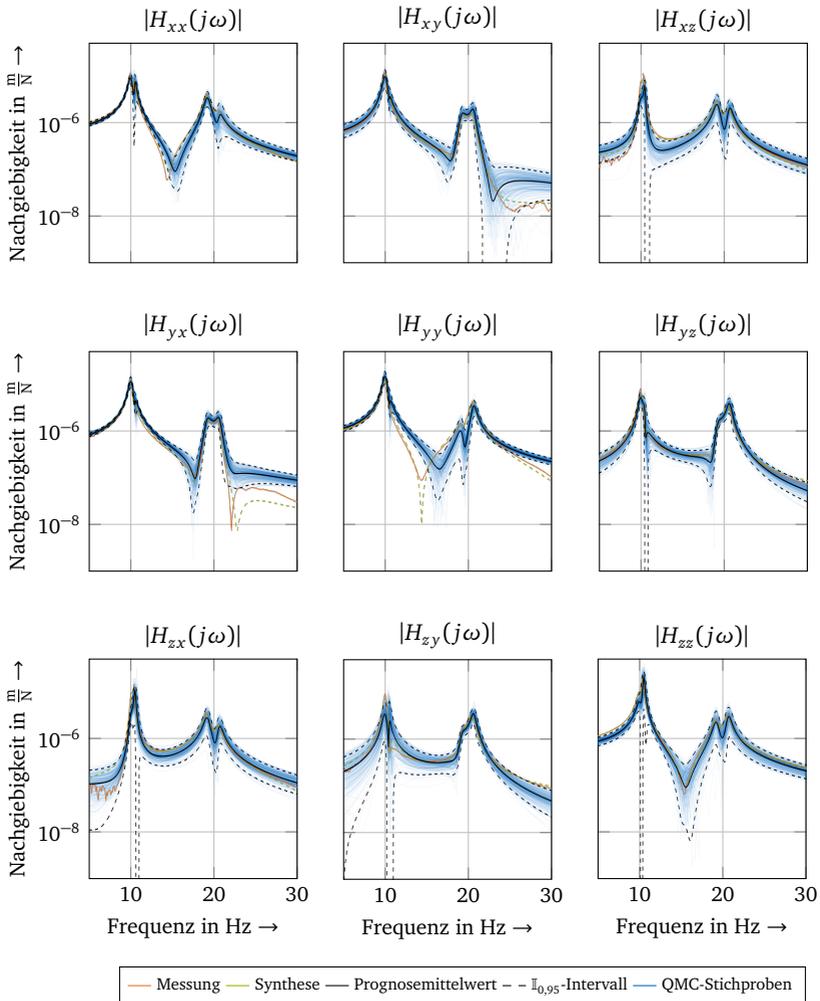
Um die Anzahl an nötigen Monte-Carlo-Stichproben zu minimieren, erfolgte die Berechnung der Unsicherheitsfortpflanzung auf der Grundlage der Prognoseunsicherheit durch ein QMC-Verfahren (siehe auch Abschnitt 2.3.1). Zur Berechnung der QMC-Stichproben wurde das *Saltelli-Schema* eingesetzt (SALTELLI 2002; SALTELLI et al. 2010). Die Rekonstruktion jedes richtungsabhängigen Nachgiebigkeitsfrequenzgangs beruhte dabei auf  $N_s = 9000$  QMC-Stichproben.

Die Prognoseergebnisse sind in Abbildung 6.11 für alle neun richtungsabhängigen Nachgiebigkeitsfrequenzgänge in Form der resultierenden Prognosemittelwerte und 95%-Glaubwürdigkeitsintervalle dargestellt. Exemplarisch sind zudem 300 der  $N_s = 9000$  berechneten Monte-Carlo-Stichproben eingezeichnet. Die Ergebnisse zeigen eine hohe Prognosegenauigkeit der entwickelten Methodik auf: Der Prognosemittelwert liegt insbesondere im wichtigen Bereich der Resonanzfrequenzen nahe dem gemessenen und dem daraus synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgang. Zur Verdeutlichung sind in Abbildung 6.12 die unsicherheitsbehafteten Prognosen des Nachgiebigkeitsfrequenzgangs und des Phasengangs für  $H_{xx}(j\omega)$  illustriert. Die dazugehörigen Ortskurven sind im Anhang B zu finden.

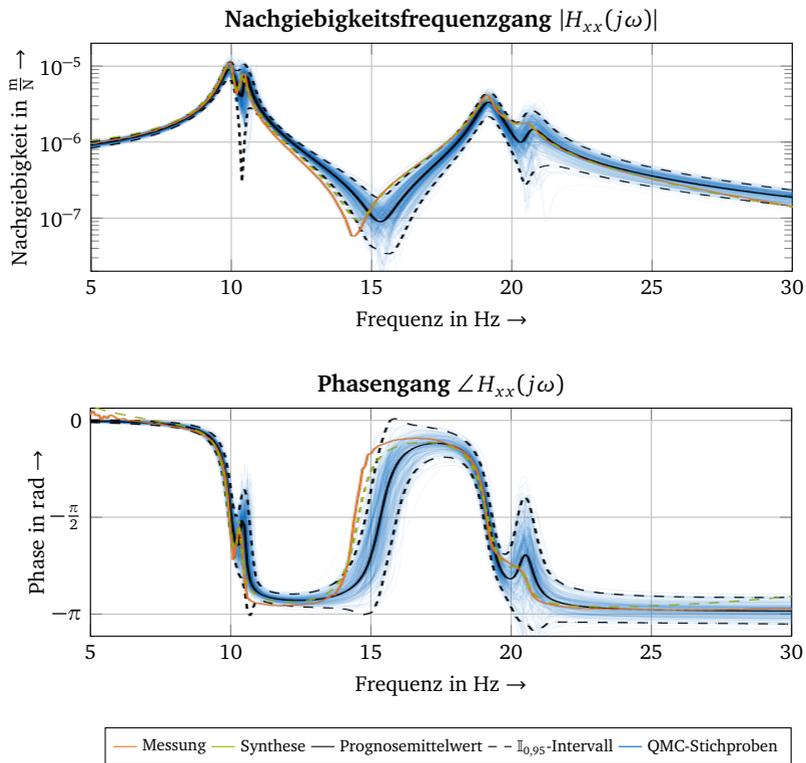
Durch die Berücksichtigung der Prognoseunsicherheiten ist die entwickelte Modellierungsmethodik prognosefähig: Die experimentell ermittelten und synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge liegen im Bereich der Resonanzfrequenzen überwiegend innerhalb des prognostizierten Glaubwürdigkeitsintervalls  $\mathbb{I}_{0,95}$ . Abweichungen, insbesondere im Bereich der Antiresonanzen, lassen den Schluss zu, dass nichtlineares Strukturverhalten nur teilweise durch das unsicherheitsbehaftete Modell abgebildet wird. Zudem ist im Modell der Einfluss von Moden außerhalb des betrachteten Frequenzbereichs nicht berücksichtigt<sup>47</sup>.

Prognose-  
fähigkeit durch  
Informations-  
fusion

<sup>47</sup>In der englischsprachigen Fachliteratur werden diese nicht betrachteten Moden üblicherweise als *out-of-band modes* bezeichnet (siehe LAU et al. (2007, S. 3) und VERBOVEN (2002, S. 131)). Der Einfluss dieser Moden kann in der Berechnung von Nachgiebigkeitsfrequenzgängen durch ein *oberes* und ein *unteres Residuum* berücksichtigt werden (LAU et al. 2007, S. 3). Das obere und das untere Residuum darf nicht mit den Residuen, d. h. skalierten Schwingungsformen, verwechselt werden. In der englischsprachigen Fachliteratur wird daher zwischen *upper and lower residuals* und *residues* unterschieden.



**Abbildung 6.11:** Unsicherheitsbehaftete Prognose der posenabhängigen richtungsabhängigen Nachgiebigkeitsfrequenzgänge, illustriert durch den Prognosemittelwert, das 95%-Glaubwürdigkeitsintervall und exemplarisch 300 der  $N_s = 9000$  QMC-Stichproben; zur Bewertung der Prognosefähigkeit sind die gemessenen und die synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge ebenfalls eingezeichnet.



**Abbildung 6.12:** Unsicherheitsbehaftete Prognosen des Nachgiebigkeitsfrequenzgangs und des Phasengangs für  $H_{xx}(j\omega)$

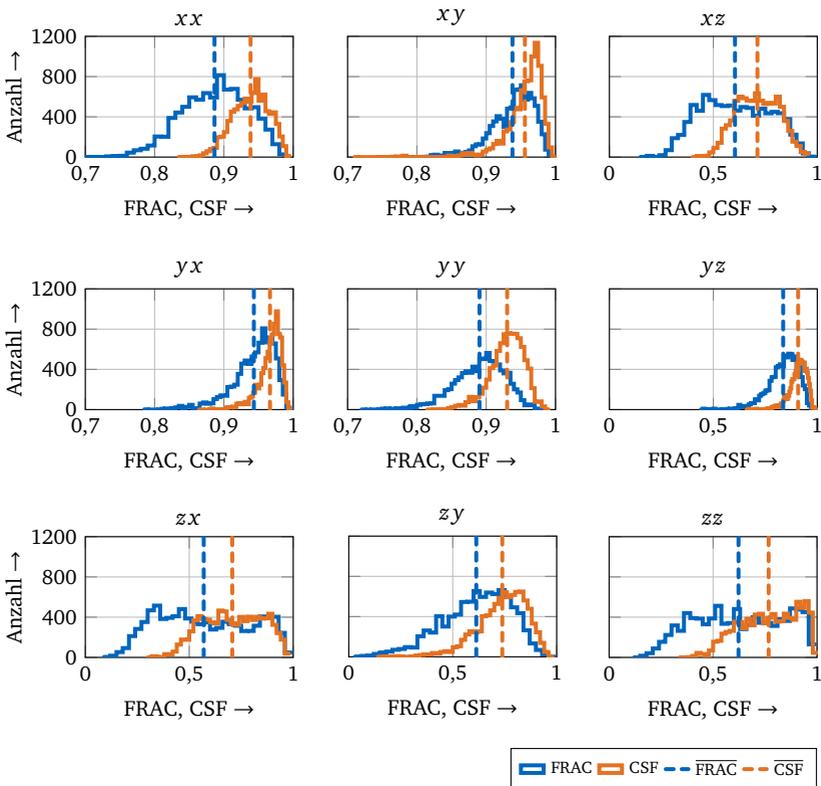
### 6.3.3 Quantitative Analyse

Die vorangegangene qualitative Analyse kann durch eine quantitative Bewertung mittels der strukturdynamischen Vergleichsmaße FRAC und CSF unterstützt werden (siehe Abschnitt 2.1.3).

Die FRAC- und CSF-Werte erlauben durch den quantitativen Vergleich von prognostizierten mit gemessenen bzw. synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgängen eine systematische Bewertung der Prognosegenauigkeit. Da es sich im vorliegenden Fall zudem um einen probabilistischen Ansatz zur Beschreibung der Nachgiebigkeitsfrequenzgänge handelt, können FRAC- und CSF-Wert auch zur quantitativen Bewertung der Prognosefähigkeit eingesetzt werden: Für alle neun richtungsabhängigen Nachgiebigkeiten liegen jeweils  $N_s = 9000$  prognostizierte Nachgiebigkeitsfrequenzgänge vor, für die individuell der FRAC- und der CSF-Wert im Bezug auf den jeweiligen gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgang berechnet werden kann. Die resultierende Verteilung

der FRAC- und CSF-Werte erlaubt demnach eine quantitative Bewertung der Prognosegenauigkeit und der Prognosefähigkeit.

Abbildung 6.13 illustriert die Verteilungen der FRAC- und CSF-Werte für alle neun richtungsabhängigen Prognosen im Vergleich zum jeweils dazugehörigen synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgang. Es ist ersichtlich, dass beide Vergleichsmaße der Strukturmodellierung auf Basis der Informationsfusionsverfahren eine hohe Modellierungsgüte attestieren. Insbesondere für die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge in der horizontalen  $x$ - $y$ -Ebene liegen die FRAC-Werte über 0,8, die CSF-Werte sogar meist über 0,9.



**Abbildung 6.13:** FRAC- und CSF-Verteilungen und ihre Mittelwerte für die  $N_s = 9000$  prognostizierten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge im Vergleich zum jeweils synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzgang (zur besseren Interpretierbarkeit sind die Ergebnisse für die horizontalen Richtungen  $xx$ ,  $xy$ ,  $yx$  und  $yy$  auf das Intervall  $[0,7, 1]$  begrenzt); die vertikale Achsskalierung ist für alle Darstellungen identisch.

### 6.3.4 Implementierung

Die Implementierung der Algorithmen zur Unsicherheitsfortpflanzung wurde äquivalent zu den vorangegangenen Abschnitten auf einem virtuellen Rechner des Leibniz-Rechenzentrums der Bayerischen Akademie der Wissenschaften durchgeführt (die Spezifikationen des virtuellen Rechners sind in Abschnitt 5.2.4 angegeben). Die verwendeten Softwarepakete, die zur Unsicherheitsmodellierung und Unsicherheitsfortpflanzung verwendet wurden, sind in Tabelle 6.5 gelistet.

**Tabelle 6.5:** Verwendete Softwarepakete zur Unsicherheitsquantifizierung der posenabhängigen Strukturmodellierung

Anwendung	Softwarepaket
Wahrscheinlichkeitsmodellierung	Chaospy (Version 4.2.4) <sup>48</sup> , siehe FEINBERG und LANGTANGEN (2015)
QMC-Simulationen	Uncertainpy (Version 1.2.3) <sup>49</sup> , siehe TENNØE et al. (2018)

## 6.4 Effizienzsteigerung durch aktive Lernstrategien

Die vorangegangene Untersuchung basierte auf je einem festgelegten Trainings- und Testdatensatz. Im praktischen Einsatz würde dies einem vorab definierten *Messbudget* entsprechen, d. h. die Anzahl an verfügbaren Messungen wäre vorab festgelegt. In diesem Fall empfehlen sich Methoden der optimalen Versuchsplanung, um die räumliche Verteilung der Messpunkte bestmöglich auszulegen. Beispielhaft kann hier das genutzte LHS-Verfahren genannt werden (MCKAY et al. 2000; SIEBERTZ et al. 2017).

In der industriellen Anwendung ist dieses Messbudget jedoch nicht zwangsläufig vorab fixiert, sondern abhängig von der Prognosefähigkeit des Modells und den vorab definierten Anforderungen. Die erzielte Prognosefähigkeit kann sukzessive iterativ beurteilt und ggfs. durch weitere Messdaten verbessert werden, bis die erforderliche Prognosefähigkeit sichergestellt ist. Das Prinzip wird systematisiert durchgeführt, wenn Anwendende in eine iterative Trainings-systematik, auch *aktives Lernen* genannt, eingebunden werden: Zyklisch wird dazu eine experimentelle Modalanalyse am Fräsroboter durchgeführt. Anschließend werden die Modelle auf Grundlage des aktualisierten Datensatzes erneut trainiert und zum Modell der posenabhängigen Nachgiebigkeitsfrequenzgänge

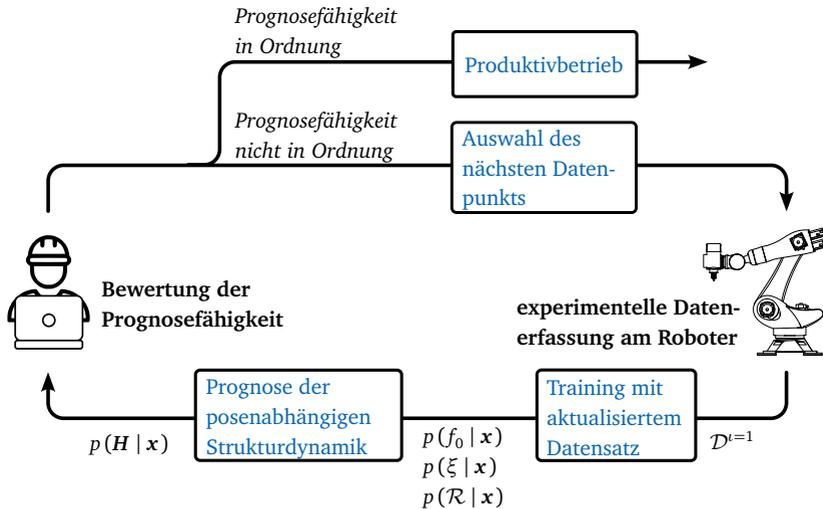
aktives Lernen  
und Human-in-  
the-Loop

<sup>48</sup>Siehe <https://github.com/jonathf/chaospy>, zuletzt geöffnet am 06.06.2022.

<sup>49</sup>Siehe <https://github.com/simetenn/uncertainpy>, zuletzt geöffnet am 06.06.2022.

zusammengeführt. Erfüllt das trainierte Modell die Anforderungen hinsichtlich Prognosegenauigkeit oder Prognosefähigkeit, kann das Modell im Produktivbetrieb eingesetzt werden. Erfüllt das Modell die Anforderungen jedoch noch nicht, wird dieser Vorgang zyklisch wiederholt. Da Anwendende in diesem Fall aktiv in die Lernstrategie eingebunden werden, folgt dieser Ansatz dem *Human-in-the-Loop*-Prinzip.

Abbildung 6.14 illustriert das iterative Trainingssystem nach dem aktiven Lernprinzip.



**Abbildung 6.14:** Illustration des aktiven Lernprinzips (*Human-in-the-Loop*-Prinzip) für den vorliegenden Anwendungsfall

#### Lernstrategie

Die Effektivität und die Effizienz dieser zyklischen Lernmethodik kann gesteigert werden, indem die Messpose der zyklisch hinzugefügten Trainingsdaten nicht zufällig, sondern einer spezifizierten *Lernstrategie* folgend ausgewählt wird. Im Zuge dieser Arbeit wurden verschiedene aktive Lernstrategien konzipiert und hinsichtlich ihrer Prognosefähigkeit untersucht.

### 6.4.1 Konzeption der Lernstrategien

Die vielfältigen Arbeiten und Verfahren für Akquisitionsfunktionen von Bayes'schen Optimierungsverfahren (GAN et al. 2021) zeigen, dass die gezielte Wahl und Auslegung einer zugrundeliegenden Lernstrategie wesentlichen Einfluss auf die Effektivität und Effizienz entsprechender Trainingsansätze haben. Eine Übersicht über viele Lernstrategien der Bayes'schen Optimierung, unabhängig vom Lernprinzip und vom Anwendungsfall, ist in SETTLES (2010) zu finden.

PASOLLI und MELGANI (2011) haben den Grundgedanken der Akquisitionsfunktionen auf das vorliegende Strategieproblem konventioneller Gauß-Prozess-Regressionsverfahren zur Modellierung einer biophysikalischen Problemstellung übertragen, zwei Lernstrategien konzipiert und diese hinsichtlich der erzielten Prognosegenauigkeit miteinander verglichen. Die zyklische Wahl der jeweils nächsten Trainingsdaten am Trainingspunkt  $\mathbf{x}_{N_{\text{train}}+1}$  erfolgte entweder basierend auf dem maximalen euklidischen Punkteabstand zu allen bestehenden Trainingspunkten oder über das Maximum der Prognosevarianz.

Die Konzeption der Lernstrategien und deren Untersuchungen im Rahmen dieser Dissertation baut auf den Ergebnissen von PASOLLI und MELGANI (2011) auf. Die Strategien basieren entweder auf der räumlichen Verteilung des bestehenden Trainingsdatensatzes oder auf der Prognosevarianz in Abhängigkeit der Pose. Letztere Lernstrategie kann jedoch nicht unmittelbar auf den vorliegenden Anwendungsfall übertragen werden, da im Gegensatz zu den Arbeiten von PASOLLI und MELGANI (2011) mehr als eine beschreibende Variable (d. h. Zielgröße) modelliert wird.

Nachfolgend werden die beiden im Rahmen dieser Arbeit konzipierten Lernstrategien  $\mathcal{S}_{\max d}$  und  $\mathcal{S}_{\max \vee}$  erläutert. Beiden Lernstrategien liegt jeweils eine *Akquisitionsfunktion*  $\mathcal{F}_A$  zugrunde, die hinsichtlich des größtmöglichen räumlichen Abstands oder der größten Prognosevarianz für einen definierten Satz an möglichen Trainingspunkten  $\mathcal{X}_{\text{kand}} \subseteq \mathcal{X}_{\text{train}}$ , auch als *Kandidaten* bezeichnet, ausgelegt wurde:

distanz- und  
varianzbasierte  
Lernstrategien

- ▶  $\mathcal{S}_{\max d}$  (größtmöglicher räumlicher Abstand)

Der *distanzbasierten* Strategie  $\mathcal{S}_{\max d}$  folgend wird in jedem Zyklus der Datenpunkt des Kandidatensatzes ausgewählt, dessen kleinster Abstand zu allen bestehenden Trainingspunkten am größten ist. Die Akquisitionsfunktion  $\mathcal{F}_{A, \max d}$  zielt demnach darauf ab, die Trainingsdatenpunkte möglichst weit über den Betrachtungsbereich  $\mathcal{X}_{\text{train}}$  zu verteilen:

$$\mathcal{F}_{A, \max d} := \arg \max_{\mathbf{x}_r \in \mathcal{X}_{\text{kand}}} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_r\|_2^2, \quad \mathbf{x}_i \in \mathcal{X}_{\text{train}}. \quad (6.17)$$

- ▶  $\mathcal{S}_{\max \vee}$  (größte Prognosevarianz)

Um den nächsten hinzuzufügenden Trainingspunkt im Rahmen der Lernstrategie *varianzbasiert* identifizieren zu können, bedarf es der Reduktion der Prognoseunsicherheit eines komplexen Frequenzganges auf eine skalare Größe. Hierzu bietet sich die Streuung des FRAC-Werts aller QMC-Stichproben der prognostizierten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge an, um die Prognosestreuung durch eine skalare Größe abzubilden. Da die unsicherheitsbehafteten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge im vorliegenden Fall jedoch nicht mit einem messtechnisch erfassten Nachgiebigkeitsfrequenzgang verglichen werden können (da dieser für die Kandidatenpunkte nicht existiert), wird stattdessen der FRAC-Wert auf Basis von  $N_s = 900$  QMC-Stichproben und ihrem gemeinsamen

Mittelwert verwendet. Der FRAC-Wert quantifiziert demnach nicht mehr die Prognosegenauigkeit, sondern lediglich die Streubreite der prognostizierten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge um ihren Prognosemittelwert. Diese Lernstrategie wird nachfolgend auf Basis der Prognosen in  $x$ -Richtung beschrieben<sup>50</sup>. Es gilt:

$$\mathcal{F}_{A, \max \forall} := \arg \max_{x_r \in \mathcal{X}_{\text{kand}}} \mathbb{V}(p(\text{FRAC}(H_{xx}^*(j\omega)) \mid x_r)). \quad (6.18)$$

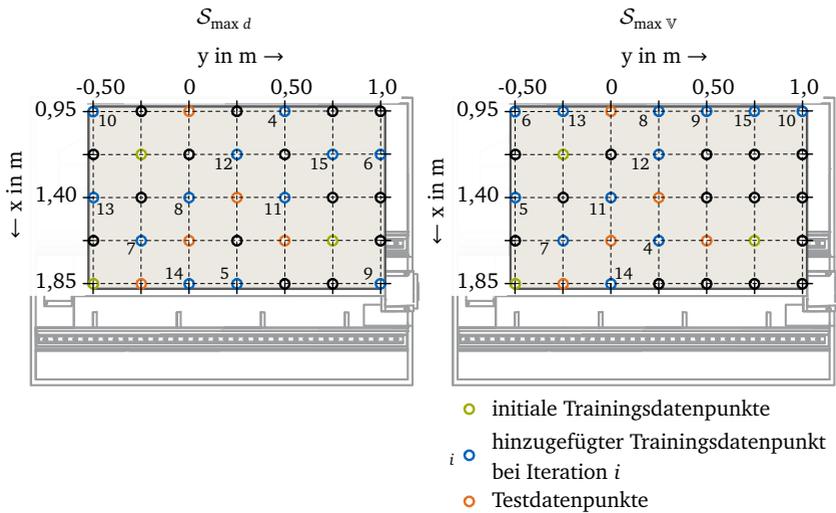
Um die Analyse zu vereinfachen, wurde auf die 35 Datenpunkte aus den vorangegangenen Abschnitten zurückgegriffen. Die verfügbaren experimentellen Daten  $\mathcal{D}^{i=1}$  wurden in Trainings-, Kandidaten- und Test-Daten ( $\mathcal{D}_{\text{train}}^{i=1}$ ,  $\mathcal{D}_{\text{kand}}^{i=1}$  und  $\mathcal{D}_{\text{test}}^{i=1}$ ) geteilt. Die Trainingsdaten sind weiterhin die Daten, die zum Training der Modelle verwendet werden. Auf Basis der Testdaten wird die Prognosefähigkeit quantifizierbar bewertet. Dem aktiven Lernprinzip folgend wurde zyklisch ein zusätzlicher Trainingsdatenpunkt aus dem Kandidaten-Datensatz entnommen. Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse auf Basis der quantitativen Vergleichsmaße zu gewährleisten, blieb der Testdatensatz unberührt.

### 6.4.2 Vergleich der Lernstrategien

Der vergleichenden Analyse der Lernstrategien wurde folgendes Vorgehen zugrunde gelegt:

Beginnend mit drei Trainingspunkten wurde der Trainingsdatensatz iterativ bis zu einer Größe von 15 Trainingspunkten vergrößert. Die Prognosegenauigkeit wurde jeweils auf Basis von fünf Testdatenpunkten bewertet. Äquivalent zu den vorangegangenen quantitativen Bewertungen der Prognosegenauigkeit wurden die beiden Vergleichsmaße FRAC und CSF zur Bewertung der Lernstrategien herangezogen. Im Zuge der Analyse wurden insgesamt  $N_{\mathcal{D}, \text{test}}^{i=1} \cdot N_s = 5 \cdot 900$  Nachgiebigkeitsfrequenzgänge prognostiziert. Daher erfolgte die Bewertung der Prognosegenauigkeit mithilfe der jeweils erzielten Mittelwerte für die FRAC- und CSF-Vergleichsmaße ( $\overline{\text{FRAC}}$  bzw.  $\overline{\text{CSF}}$ ). Da die Leistungsfähigkeit der Lernstrategien auch von der initialen Verteilung der drei Trainingspunkte abhängig ist, wurde diese Analyse für zehn verschiedene initiale Verteilungen der drei Trainingspunkte durchgeführt. Abbildung 6.15 verdeutlicht exemplarisch zwei resultierende Trainingssequenzen, die jeweils einer der beiden Lernstrategien folgen.

<sup>50</sup>Die Wahl der Richtungsabhängigkeit wurde empirisch festgelegt. Die Verwendung anders gerichteter Nachgiebigkeitsfrequenzgänge ist ebenso denkbar.



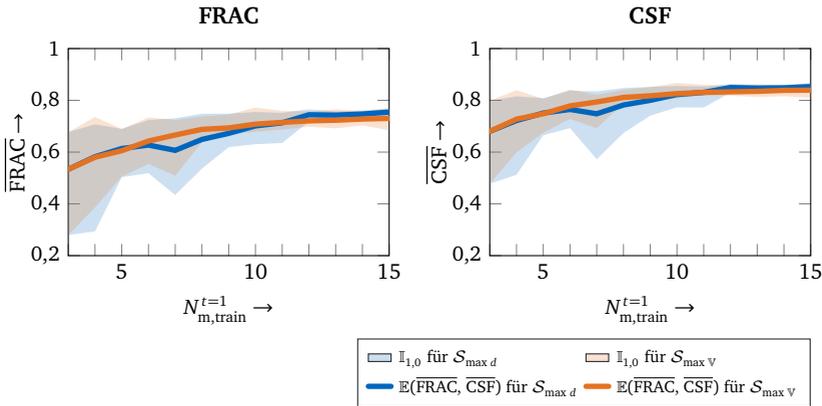
**Abbildung 6.15:** Exemplarischer Vergleich der zwei entwickelten aktiven Lernstrategien: Beginnend mit drei initialen Trainingspunkten wurde zyklisch ein neuer Trainingspunkt hinzugefügt, bis der Trainingsatz jeweils 15 Datenpunkte umfasste.

Abbildung 6.16 illustriert die Ergebnisse der zehn Durchläufe für beide Vergleichsmaße und beide Lernstrategien. Es ist deutlich ersichtlich, dass die Prognosegenauigkeit bei beiden Lernstrategien auf Basis neuer Messdatenpunkte zunimmt. Beide Lernstrategien erzielen vergleichbare Prognosegenauigkeiten. Die Streuung, hervorgerufen durch die zehn unterschiedlichen Start-Verteilungen der initialen drei Trainingspunkte, ist bei beiden Lernstrategien ebenfalls vergleichbar. Ähnlich zu den Ergebnissen von PASOLLI und MELGANI (2011) kann gefolgert werden, dass beide Lernstrategien gut zur Steigerung der Prognosegenauigkeit im Sinne einer aktiven Lernstrategie geeignet sind. Aus zwei Gründen empfiehlt sich jedoch die Nutzung der varianzbasierten Lernstrategie  $S_{\max v}$ :

hohe Prognosegenauigkeit bei beiden Lernstrategien

- ▶ Im Gegensatz zur distanzbasierten Lernstrategie  $S_{\max d}$  berücksichtigt die varianzbasierte Lernstrategie Informationen aus dem Lernprozess und kann somit im Verlauf des iterativen Modellbildungsprozesses adaptiv auf die Prognoseunsicherheiten reagieren. Die distanzbasierte Lernstrategie ist dahingegen deterministisch im Vorhinein bekannt und sie ist bereits durch den verfügbaren Arbeitsraum und die Verteilung der initialen Trainingspunkte festgelegt.
- ▶ Die Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass die varianzbasierte Lernstrategie robuster ist und geringeren Schwankungen unterliegt. So fällt bspw. die mittlere Prognosegenauigkeit der distanzbasierten Lernstrategie sogar geringfügig ab (siehe Abbildung 6.16 für  $N_{\mathcal{D},\text{train}}^{t=1} = 7$

Trainingspunkte). Die varianzbasierte Lernstrategie erscheint demgegenüber im Mittel stabil steigend. Diese Erkenntnisse decken sich mit den Ergebnissen von PASOLLI und MELGANI (2011, S. 3576).



**Abbildung 6.16:** Vergleich der Lernstrategien  $S_{\max d}$  und  $S_{\max v}$  durch den FRAC- und den CSF-Wert

## 6.5 Zwischenfazit

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Methodik zur effizienten datenbasierten Modellierung der poseabhängigen strukturellen Eigenschaften eines Fräsroboters konzipiert, implementiert und abschließend validiert. Lösungsbaustein 1 wurde damit erfolgreich umgesetzt.

Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- ▶ Die entwickelte Methode zur Modellierung der strukturellen Eigenschaften in Form von poseabhängigen Modalparametern auf der Grundlage von Informationsfusionsverfahren erzielt bereits bei wenigen Messdaten eine hohe Prognosegenauigkeit. Durch den probabilistischen Ansatz ist das Strukturmodell gemäß der Definition aus Kapitel 4 prognosefähig (siehe Abschnitt 6.2).
- ▶ Die Forschungsergebnisse zeigen, dass das zugrundeliegende Informationsfusionsverfahren zur Modellierung der poseabhängigen Modalparameter wesentlichen Einfluss auf die Prognosegenauigkeit, die Prognosefähigkeit und das Laufzeitverhalten hat und somit gezielt ausgewählt werden muss (siehe Abschnitt 6.2).

- ▶ Die probabilistische Modellbildung erlaubt eine Unsicherheitsquantifizierung der resultierenden Nachgiebigkeitsfrequenzgänge. Die Methode ermöglicht die prognosefähige Modellierung des poses- und richtungsabhängigen Strukturverhaltens des Fräsroboters (siehe Abschnitt 6.3).
- ▶ Abschließend wurde eine Methode vorgestellt, um den Aufwand zur experimentellen Datengewinnung im Zuge der Modellbildung für eine industrielle Anwendung durch aktive Lernstrategien zu minimieren (siehe Abschnitt 6.4).

Die Untersuchungen zur prognosefähigen Modellierung sind gemäß der Zielsetzung aus Kapitel 4 abgeschlossen. Im nachfolgenden Kapitel wird die unsicherheitsbehaftete Prozesskraftmodellierung beschrieben.



## Kapitel 7

# Unsicherheitsbehaftete Prozesskraftmodellierung

*Hinweis:* Die nachfolgenden Inhalte basieren in Teilen auf den Forschungsarbeiten und -ergebnissen der folgenden Publikation:

- 📄 BUSCH, M., SCHMUCKER, B. und ZAEH, M. F. (2021). „Rapid uncertainty quantification of the stability analysis using a probabilistic estimation of the process force parameters“. In: *MM Science Journal* 2021.5, S. 4978–4983

Die prognosefähige Simulation der posenabhängigen Stabilitätseigenschaften von Fräsrobotern erfordert, wie in Kapitel 4 beschrieben, auch Kenntnisse über die auftretenden Prozesseinflüsse. Entsprechend dem gewählten Ansatz für Lösungsbaustein 2 werden die Prozesskräfte gemäß dem Modell von SCHMITZ und SMITH (2019, S. 134 ff.) (siehe Abschnitt 2.2.1) durch die Werkzeug-Werkstoff-abhängigen Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_t$ ,  $\kappa_{te}$ ,  $\kappa_n$  und  $\kappa_{ne}$  charakterisiert. Um diese Prozesseinflüsse auch im Sinne einer probabilistischen Unsicherheitsquantifizierung, beziehungsweise Unsicherheitsfortpflanzung, zur prognosefähigen Simulation der Stabilitätseigenschaften verwenden zu können, bedarf es der probabilistischen Parameteridentifikation der Zerspankraftkoeffizienten ( $p(\kappa_t, \kappa_{te}, \kappa_n, \kappa_{ne} | \mathcal{W})$ ).

Wie in Kapitel 4 erläutert, existieren bereits Ansätze, um die Zerspankraftkoeffizienten unsicherheitsbehaftet durch Bayes'sche lineare Regressionsverfahren zu identifizieren. In den bisher veröffentlichten Ansätzen kommen hierfür rechenaufwändige MCMC-Verfahren auf Grundlage einer normalverteilten A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung für die vier Zerspankraftkoeffizienten zum Einsatz. Die rechenintensiven MCMC-Algorithmen können die industrielle Nutzbarkeit einschränken, da eine derartige Parameteridentifikation für jede Werkzeug-Werkstoff-Kombination  $\mathcal{W}$  durch Anwendende erneut durchgeführt werden muss. Entsprechend den Ergebnissen zur probabilistischen Identifikation der Achsnachgiebigkeiten kann die Wahl einer Normalverteilung zur Modellierung der unsicherheitsbehafteten Zerspankraftkoeffizienten unter Umständen physikalisch nicht sinnvoll sein (siehe Kapitel 5).

Im Rahmen dieser Arbeit wurden deshalb alternative Ansätze zur probabilistischen Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten untersucht und daraus entsprechende Handlungsempfehlungen zur unsicherheitsbehafteten Modellierung der Zerspankräfte abgeleitet. Das zugrundeliegende Regressionsmodell wird zunächst in Abschnitt 7.1 vorgestellt. Der Prozess zur experimentellen Datenerzeugung und Datenvorverarbeitung wird in Abschnitt 7.2 beschrieben. Die Ergebnisse der Parameterschätzung und die damit verbundene Leistungsfähigkeit der Verfahren werden in Abschnitt 7.3 im Vergleich zu den bisherigen Ansätzen verglichen und bewertet.

## 7.1 Modellbildung

Auf den von KARANDIKAR (2013) und KARANDIKAR et al. (2014) publizierten Arbeiten aufbauend erfolgt die Bayes'sche Modellbildung mithilfe eines linearen Regressionsmodells, welches den Zusammenhang zwischen den mittleren Vorschub- und Vorschubnormalkräften  $\bar{F}_x$  und  $\bar{F}_y$  und den vier Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_t$ ,  $\kappa_{te}$ ,  $\kappa_n$  und  $\kappa_{ne}$  herstellt (siehe Abschnitt 2.2). Durch das überbestimmte lineare Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \bar{F}_{x,1} & \bar{F}_{y,1} \\ \vdots & \vdots \\ \bar{F}_{x,N_D} & \bar{F}_{y,N_D} \end{bmatrix}}_{=\bar{F}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{N_z a_p}{4} f_{z,1} & \frac{N_z a_p}{\pi} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{N_z a_p}{4} f_{z,N_D} & \frac{N_z a_p}{\pi} \end{bmatrix}}_{=X} \underbrace{\begin{bmatrix} \kappa_n & \kappa_t \\ \kappa_{ne} & \kappa_{te} \end{bmatrix}}_{=\kappa} \quad (7.1)$$

können die Zerspankraftkoeffizienten mithilfe von  $N_D$  messtechnisch erfassten Vollnutenschnitten geschätzt werden. Der Kraftvektor  $\bar{F} \in \mathbb{R}^{N_D \times 2}$  enthält dabei die gemittelten Prozesskräfte. Die Regressormatrix  $X \in \mathbb{R}^{N_D \times 2}$  berücksichtigt den Einfluss der Zähnezahl  $N_z$ , der axialen Schnitttiefe  $a_p$  und des Zahnvorschubs  $f_z$ .

## 7.2 Datenerzeugung und -vorverarbeitung

Zur unsicherheitsbehafteten Schätzung der Zerspankraftkoeffizienten wurden experimentelle Zerspankraftversuche durchgeführt. Alle experimentellen Untersuchungen erfolgten für einen Schaftfräser mit einem Durchmesser von 10 mm, drei Zähnen ( $N_z = 3$ ) und einem Helix-Winkel von  $45^\circ$  (GARANT, HOFFMANN GMBH QUALITÄTSWERKZEUGE, Art. Nr. 202307 10).

Im Zuge der Untersuchungen kamen drei Werkzeug-Werkstoff-Kombinationen  $\mathcal{W}$  zum Einsatz, die wie folgt gekennzeichnet sind:

- ▶  $\mathcal{W}_{\text{POM}}$  für die Kombination mit Polyoxymethylen (POM),
- ▶  $\mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}}$  für die Kombination mit dem Aluminium-Werkstoff EN AW-2007 und
- ▶  $\mathcal{W}_{\text{C45U}}$  für die Kombination mit dem Stahl-Werkstoff C45U.

Das Vorgehen zur experimentellen Datenerzeugung und Datenvorverarbeitung wird nachfolgend exemplarisch anhand der Werkzeug-Werkstoff-Kombination  $\mathcal{W}_{\text{POM}}$  beschrieben und ist ohne Einschränkung auf die beiden weiteren betrachteten Kombinationen ( $\mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}}$  und  $\mathcal{W}_{\text{C45U}}$ ) übertragbar.

Ziel der Datengewinnung und Datenvorverarbeitung ist die experimentelle Ermittlung der mittleren Vorschubkraft  $\bar{F}_x$  und der mittleren Vorschubnormalkraft  $\bar{F}_y$  für verschiedene Zahnvorschübe  $f_z$ . Dazu wurden zunächst die wirkenden Prozesskräfte bei Vollnutenschnitten, einer axialen Schnitttiefe von  $a_p = 2$  mm und neun Zahnvorschüben

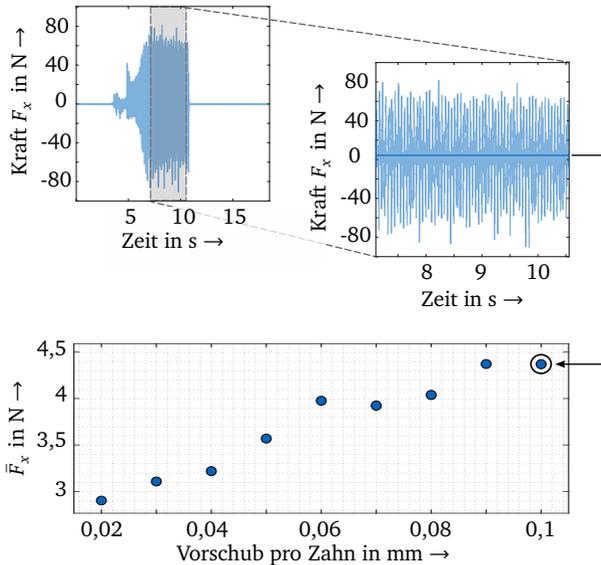
$$f_z \in \{0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06; 0,07; 0,08; 0,09; 0,1\} \text{ mm} \quad (7.2)$$

gemessen ( $N_D = 9$ ). Zur messtechnischen Erfassung der Prozesskräfte wurde das bereits gemäß Kapitel 5 genutzte Dynamometer verwendet (siehe auch Tabelle 4.1). Anschließend wurde der konstante Kraftversatz, der durch die Ladungsverstärker in den Signalen vorhanden war, vom jeweiligen Kraftsignal subtrahiert und die Signallänge auf Zeitfenster mit konstanten Eingriffsverhältnissen reduziert (bspw. wurden die Zeitfenster mit Werkzeugeintritt und -austritt entfernt). Die mittleren Prozesskräfte konnten abschließend in Relation zum jeweils verwendeten Zahnvorschub gestellt werden, wie in Abbildung 7.1 für die Vorschubkraft  $\bar{F}_x$  bei  $f_z = 0,1$  mm in Vorschubrichtung zu sehen ist. Die Bestimmung der mittleren Vorschubnormalkräfte  $\bar{F}_y$  erfolgte analog.

### 7.3 Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten

Die in Abbildung 7.1 dargestellten mittleren Vorschubkräfte bestätigen näherungsweise die in vielen Vorarbeiten beschriebene lineare Abhängigkeit der Kräfte vom Zahnvorschub  $f_z$  (siehe dazu Abschnitt 2.2.1).

Die Messergebnisse in Abbildung 7.1 zeigen jedoch auch geringe Schwankungen der gemittelten Prozesskräfte gegenüber der Ausgleichsgeraden. Derartige Schwankungen haben ihren Ursprung in der vorangegangenen Prozesskette, bestehend aus messtechnischer Erfassung und semi-automatisierter Datenverarbeitung.



**Abbildung 7.1:** Bestimmung der mittleren Vorschubkräfte für unterschiedliche Zahnvorschübe  $f_z$ : Die messtechnisch erfassten Prozesskräfte wurden zunächst auf konstante Schnittbedingungen reduziert. Die daraus bestimmte mittlere Vorschubkraft  $\bar{F}_x$  wurde abschließend in Abhängigkeit des jeweiligen Zahnvorschubs  $f_z$  dargestellt.

Dazu zählen

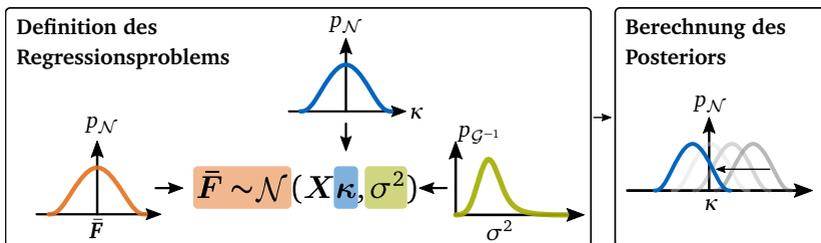
- ▶ das messtechnische Rauschen der Mess- und Sensortechnik,
- ▶ die ungenaue manuelle Auswahl des konstanten Kraftversatzes und des Zeitfensters mit konstanten Schnittbedingungen im Kraftsignal,
- ▶ der Einfluss äußerer Störgrößen auf das mittlere Kraftniveau (z. B. selbst- und fremderregte Schwingungen) und
- ▶ der Drift der verwendeten Ladungsverstärker<sup>51</sup>.

### 7.3.1 Wahl einer Normalverteilung

Die Arbeitsergebnisse zur probabilistischen Identifikation der Achsnachgiebigkeiten aus Abschnitt 5.2 zeigen, dass die analytische Lösung des Bayes'schen Regressionsproblems mithilfe eines NIG-Priors die Rechenzeit gegenüber MCMC-Verfahren enorm senkt. In den veröffentlichten Arbeiten von KARAN-

<sup>51</sup>Die in der Messkette verwendeten Ladungsverstärker wiesen einen geringfügigen Drift auf. Um den Drift zu reduzieren, wurden die Ladungsverstärker über eine Stunde im Betriebsmodus vorgewärmt und vor Beginn jeder Messung zurückgesetzt.

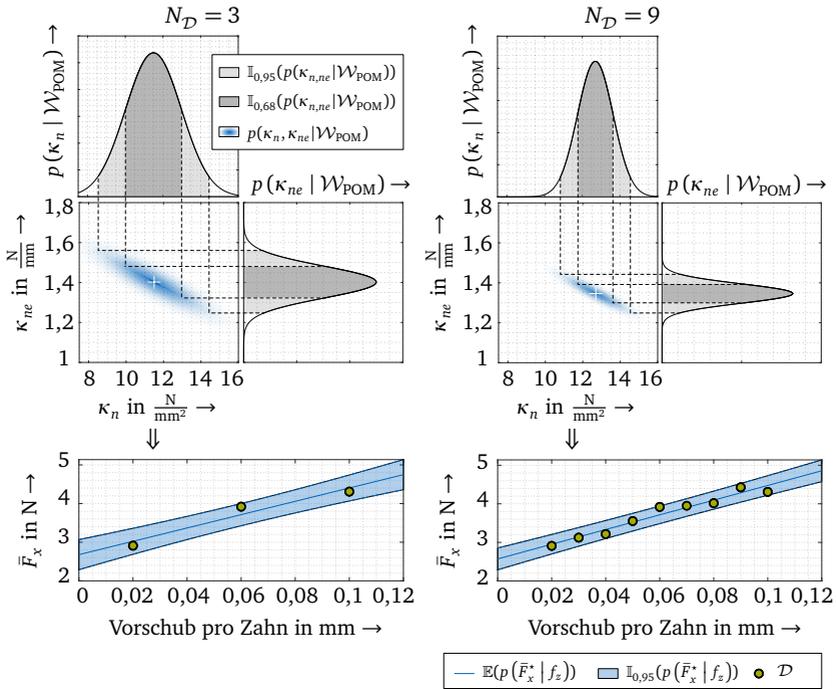
DIKAR (2013) und KARANDIKAR et al. (2014) wurden zur A-priori-Modellierung der Zerspankraftkoeffizienten Normalverteilungen verwendet. Die von KARANDIKAR (2013) und KARANDIKAR et al. (2014) publizierten Ergebnisse stützen die Wahl eines NIG-Priors, da hierdurch die analytische Lösung des Regressionsproblems verwendet werden kann. Ziel ist demnach die analytische, probabilistische Identifikation der vier Zerspankraftkoeffizienten mithilfe des NIG-Priors. Abbildung 7.2 illustriert die konzipierte Methode zur probabilistischen und recheneffizienten Schätzung der Zerspankraftkoeffizienten.



**Abbildung 7.2:** Schematische Illustration des Bayes'schen Regressionsmodells mithilfe eines NIG-Priors: Die Likelihood wird durch eine Normalverteilung  $p_N$  (—) und die Varianz durch eine inverse Gammaverteilung  $p_{G^{-1}}$  (—) modelliert. Der Prior zur Modellierung der Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_t, \kappa_{te}, \kappa_n$  und  $\kappa_{ne}$  basiert auf einer Normalverteilung (—). Auf Basis von Messdaten wird das Wissen in Form des Posteriors aktualisiert.

Dem in Abschnitt 7.1 beschriebenen Konzept zur probabilistischen Parameteridentifikation folgend dienen die gemittelten Prozesskräfte  $\bar{F}_x$  und  $\bar{F}_y$  in Abhängigkeit des Zahnvorschubs  $f_z$  als Datengrundlage  $\mathcal{D}$  der Bayes'schen linearen Regression unter Verwendung eines NIG-Priors. Um den Einfluss der zugrundeliegenden Anzahl  $N_D$  an Messungen und deren Verteilung zu verdeutlichen, wurde die Schätzung der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(\boldsymbol{\kappa} | \mathcal{W}_{\text{POM}})$  auf Basis von zwei Datensätzen durchgeführt: Zunächst beinhalteten die Trainingsdaten drei der neun verfügbaren Messpunkte ( $N_D = 3$ ). Abschließend wurde die Parameteridentifikation erneut auf Grundlage aller verfügbaren Daten durchgeführt ( $N_D = 9$ ). Beide Durchläufe ermöglichen die unsicherheitsbehaftete Schätzung der vier Zerspankraftkoeffizienten. In Abbildung 7.3 sind die resultierenden A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen für  $\kappa_n$  und  $\kappa_{ne}$  (d. h.  $p(\kappa_n, \kappa_{ne} | \mathcal{W}_{\text{POM}})$ ) für beide verwendeten Datensätze dargestellt.

Die Ergebnisse für die beiden Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_n$  und  $\kappa_{ne}$  zeigen, dass die unsicherheitsbehafteten Schätzungen  $p(\kappa_n, \kappa_{ne} | \mathcal{W}_{\text{POM}})$  sowohl für drei als auch für alle Messungen zu einer korrekten, unsicherheitsbehafteten Modellierung der mittleren Vorschubkräfte  $\bar{F}_x$  in Abhängigkeit des Zahnvorschubs  $f_z$  (d. h.  $p(\bar{F}_x^* | f_z)$ ) führen. Sichtbar ist jedoch auch, dass die Unsicherheit von  $p(\bar{F}_x^* | f_z)$  auf Grundlage aller neun verfügbaren Messpunkte geringer ist als in dem Fall, in welchem nur drei Messpunkte berücksichtigt werden.



**Abbildung 7.3:** Schätzung der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\kappa_n, \kappa_{ne} | \mathcal{W}_{\text{POM}})$  für die beiden Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_n$  und  $\kappa_{ne}$  sowie die daraus resultierende unsicherheitsbehaftete Modellierung der mittleren Vorschubkraft  $p(\bar{F}_x^* | f_z)$ ; die Skalierungen der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\kappa_n | \mathcal{W}_{\text{POM}})$  und  $p(\kappa_{ne} | \mathcal{W}_{\text{POM}})$  sind nicht dargestellt, da nur die Lage der Verteilung bzgl.  $\kappa_n$  (bzw.  $\kappa_{ne}$ ) von Interesse ist.

Das Verfahren wurde zudem für die beiden weiteren Werkstoffe Aluminium (EN AW-2007) und Stahl (C45U) angewendet. Der Versuchsaufbau und die Versuchsparameter  $a_p$  und  $f_z$  waren für alle durchgeführten Untersuchungen identisch zu denen der beschriebenen Messungen mit  $\mathcal{W}_{\text{POM}}$ . Die A-posteriori-Schätzungen aller Zerspankraftkoeffizienten sind in Tabelle 7.1 für alle drei Werkstoffe zusammengefasst. Die resultierenden A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\boldsymbol{\kappa} | \mathcal{W}_{\text{POM}})$ ,  $p(\boldsymbol{\kappa} | \mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}})$  und  $p(\boldsymbol{\kappa} | \mathcal{W}_{\text{C45U}})$  entsprechen jeweils einer Normalverteilung  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , und werden deshalb jeweils durch ihren Mittelwert  $\mu$  und die Varianz  $\sigma^2$  charakterisiert. Tabelle 7.1 zeigt, dass die geschätzten A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\kappa_{ne} | \mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}})$  und  $p(\kappa_{te} | \mathcal{W}_{\text{C45U}})$  geringfügig negative Werte im 95%-Glaubwürdigkeitsintervall zulassen. Entsprechend ihrer physikalischen Interpretation wären diese Werte nicht zulässig. Es gilt jedoch zu bedenken, dass das Ziel der durchgeführten Parameteridentifikation die Schätzung des linearen Zusammenhangs zwischen den mittleren Vorschubkräften  $\bar{F}_x$  (bzw. den mittleren Vorschubnormalkräften  $\bar{F}_y$ ) und dem Vorschub pro Zahn  $f_z$  darstellt.

**Tabelle 7.1:** Resultierende A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihr 95%-Glaubwürdigkeitsintervall für die Zerspankraftkoeffizienten für die Werkstoffe Polyoxymethylen (POM), Aluminium (EN AW-2007) und Stahl (C45U); die resultierenden Normalverteilungen werden durch ihren jeweiligen Mittelwert  $\mu$  und die Varianz  $\sigma^2$  beschrieben. Normalverteilungen, die negative Werte innerhalb des 95%-Glaubwürdigkeitsintervalls  $\mathbb{I}_{0,95}$  zulassen, sind orange gekennzeichnet.

	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	$\mathbb{I}_{0,95}(\mathcal{N}(\mu, \sigma^2))$
POM ( $\Omega = 1000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$ , $\phi_s = 0 \text{ rad}$ , $\phi_e = \pi \text{ rad}$ )		
$p(\kappa_t   \mathcal{W}_{\text{POM}})$	$\mathcal{N}(154,65 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, 32,50 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^4})$	$[143,48 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; 165,83 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$
$p(\kappa_{te}   \mathcal{W}_{\text{POM}})$	$\mathcal{N}(1,50 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, 0,09 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^2})$	$[0,93 \frac{\text{N}}{\text{mm}}; 2,07 \frac{\text{N}}{\text{mm}}]$
$p(\kappa_n   \mathcal{W}_{\text{POM}})$	$\mathcal{N}(12,70 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, 0,89 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^4})$	$[10,84 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; 14,55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$
$p(\kappa_{ne}   \mathcal{W}_{\text{POM}})$	$\mathcal{N}(1,35 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, 0,0024 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^2})$	$[1,25 \frac{\text{N}}{\text{mm}}; 1,44 \frac{\text{N}}{\text{mm}}]$
Aluminium (EN AW-2007, $\Omega = 1000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$ , $\phi_s = 0 \text{ rad}$ , $\phi_e = \pi \text{ rad}$ )		
$p(\kappa_t   \mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}})$	$\mathcal{N}(1207,71 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, 1647,72 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^4})$	$[1128,16 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; 1287,27 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$
$p(\kappa_{te}   \mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}})$	$\mathcal{N}(1,09 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, 4,34 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^2})$	$[-2,99 \frac{\text{N}}{\text{mm}}; 5,17 \frac{\text{N}}{\text{mm}}]$
$p(\kappa_n   \mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}})$	$\mathcal{N}(400,01 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, 327,06 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^4})$	$[364,56 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; 435,46 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$
$p(\kappa_{ne}   \mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}})$	$\mathcal{N}(6,76 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, 0,86 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^2})$	$[4,94 \frac{\text{N}}{\text{mm}}; 8,58 \frac{\text{N}}{\text{mm}}]$
Stahl (C45U, $\Omega = 2000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$ , $\phi_s = 0 \text{ rad}$ , $\phi_e = \pi \text{ rad}$ )		
$p(\kappa_t   \mathcal{W}_{\text{C45U}})$	$\mathcal{N}(4529,65 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, 35\,623,81 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^4})$	$[4159,72 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; 4899,58 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$
$p(\kappa_{te}   \mathcal{W}_{\text{C45U}})$	$\mathcal{N}(14,21 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, 93,87 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^2})$	$[-4,78 \frac{\text{N}}{\text{mm}}; 33,20 \frac{\text{N}}{\text{mm}}]$
$p(\kappa_n   \mathcal{W}_{\text{C45U}})$	$\mathcal{N}(2093,74 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, 28\,980,74 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^4})$	$[1760,09 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}; 2427,40 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$
$p(\kappa_{ne}   \mathcal{W}_{\text{C45U}})$	$\mathcal{N}(29,45 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, 76,36 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^2})$	$[12,33 \frac{\text{N}}{\text{mm}}; 46,58 \frac{\text{N}}{\text{mm}}]$

Die Glaubwürdigkeitsintervalle für die beiden A-posteriori-Schätzungen  $p(\kappa_{ne} | \mathcal{W}_{\text{EN AW-2007}})$  und  $p(\kappa_{te} | \mathcal{W}_{\text{C45U}})$  stellen demnach auch durch ihre negativen Werte die mittleren Prozesskräfte  $\bar{F}_x$  und  $\bar{F}_y$  im Intervall  $f_z \in [0,02 \text{ mm}; 0,1 \text{ mm}]$  korrekt dar, trotz der möglichen Entkopplung von ihrer physikalischen Interpretation<sup>52</sup>. Die Prognosefähigkeit des Verfahrens ist dadurch auch nur auf das angegebene Intervall  $f_z \in [0,02 \text{ mm}; 0,1 \text{ mm}]$  beschränkt. Zudem haben die beiden resultierenden Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_{te}$  und  $\kappa_{ne}$  keinen Einfluss auf den betrachteten Anwendungsfall der Stabilitätsprognose (vgl. Abschnitt 2.2.2, bzw. Gleichung 2.50). Gleichwohl lassen sich aus der Betrachtung des Gültigkeitsbereichs zwei Handlungsoptionen für Erweiterungen der Methodik ableiten, um den Gültigkeitsbereich zu vergrößern:

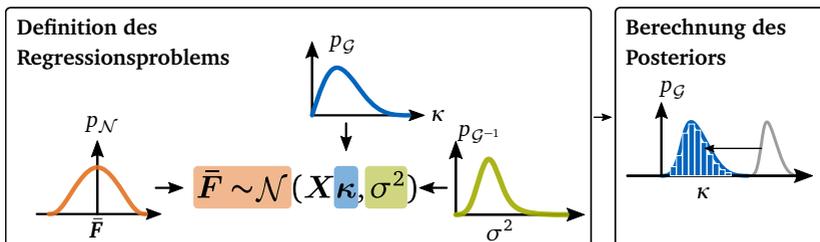
<sup>52</sup>In der englischsprachigen Fachliteratur ist dafür der Begriff *fitting parameter* geläufig.

- ▶ Es kann eine A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung gewählt werden, welche negative Werte für diese Zerspannkraftkoeffizienten ausschließt (bspw. die Gammaverteilung wie in Kapitel 5). Die Wahl hat dann jedoch zur Folge, dass wiederum rechenintensive MCMC-Verfahren eingesetzt werden müssen. Die Nutzung einer Gammaverteilung wird im folgenden Abschnitt evaluiert.
- ▶ Es können Bayes'sche lineare Regressionsverfahren mit einem heteroskedastischen Störgrößenmodell eingesetzt werden. Durch die Annahme einer heteroskedastischen Störgröße kann die erwartbare Streuung für einen Zahnvorschub nahe 0 mm begrenzt werden.

### 7.3.2 Wahl einer Gammaverteilung

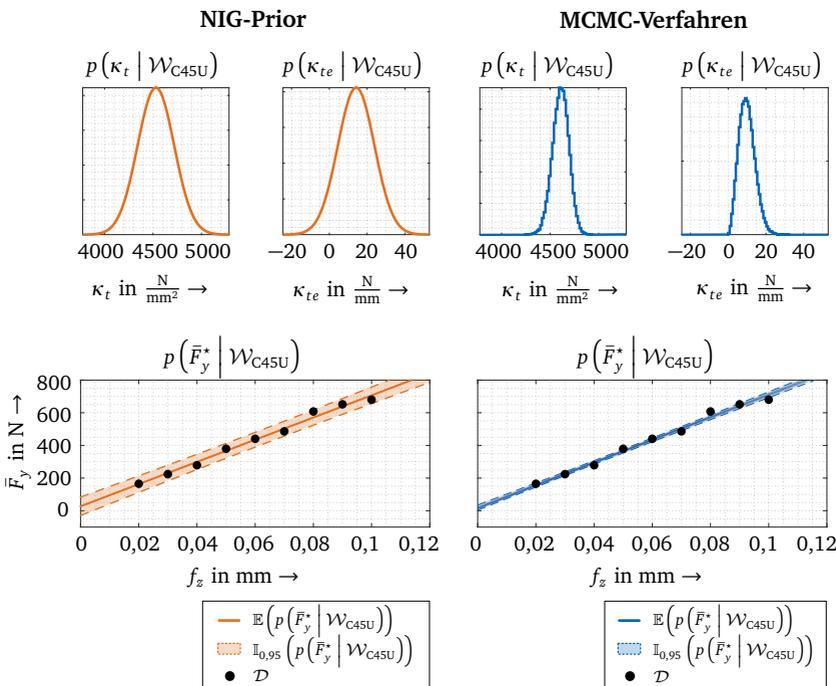
Exemplarisch wird die Verwendung eines gammaverteilten Priors untersucht, um die Prognoseergebnisse dem Ansatz eines normalverteilten Priors gegenüberzustellen. Es gilt zu beachten, dass die zu Beginn des Kapitels definierte Anforderung einer recheneffizienten Parameteridentifikation durch Einsatz eines rechenaufwendigen MCMC-Verfahrens verletzt wird. Die gezielte Wahl einer Gammaverteilung als A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zerspannkraftkoeffizienten erweitert jedoch die bestehenden Ansätze von KARANDIKAR (2013) und KARANDIKAR et al. (2014) und verspricht, physikalisch sinnhafte Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Zerspannkraftkoeffizienten zu erzwingen. Das Bayes'sche Regressionsproblem ist in Abbildung 7.4 grafisch illustriert.

Die Einsatzfähigkeit der Gammaverteilung als A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung wird am Beispiel von  $\kappa_t$  und  $\kappa_{te}$  für die Werkzeug-Werkstoff-Kombination  $\mathcal{W}_{C45U}$  evaluiert, da für diese Werkzeug-Werkstoff-Kombination im vorangegangenen Abschnitt Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit negativem Erwartungswert identifiziert wurden (siehe Tabelle 7.1). Im Rahmen



**Abbildung 7.4:** Schematische Illustration des Bayes'schen Regressionsmodells mithilfe eines gammaverteilten Priors: Die Likelihood wird durch eine Normalverteilung  $p_N$  (orange) und die Varianz durch eine inverse Gammaverteilung  $p_{G^{-1}}$  (grün) modelliert. Der Prior zur Modellierung der Zerspannkraftkoeffizienten  $\kappa_t, \kappa_{te}, \kappa_n$  und  $\kappa_{ne}$  basiert auf einer Gammaverteilung (blau). Auf Basis von Messdaten wird das Wissen in Form des Posteriors aktualisiert.

dieser vergleichenden Analyse wird dem Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_t$  eine Normalverteilung zugrunde gelegt. Für  $\kappa_{te}$  werden sowohl ein normalverteilter Prior als auch ein gammaverteilter Prior angenommen. Die Abbildung 7.5 veranschaulicht die Ergebnisse für  $p(\kappa_t, \kappa_{te} \mid \mathcal{W}_{C45U})$  exemplarisch anhand der Messdaten in Vorschubnormalrichtung ( $\bar{F}_y$ ). Die Schätzungen der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf Grundlage des MCMC-Verfahrens beruhen auf 100 000 MCMC-Stichproben.



**Abbildung 7.5:** Oben: Vergleich der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die beiden Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_t$  und  $\kappa_{te}$  auf der Basis des normal- und gammaverteilten Priors für  $\kappa_{te}$  (für  $\kappa_t$  liegt beiden Ansätzen eine Normalverteilung zugrunde); da lediglich die Form und Lage der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen relevant sind, sind die Skalen der Ordinaten nicht angegeben. Unten: Rekonstruktion der mittleren Prozesskräfte in Vorschubnormalrichtung auf Basis der unsicherheitsbehafteten Parameterschätzung; die Skalierung der Ordinate ist für beide Abbildungen identisch.

Die Rekonstruktion der mittleren Vorschubnormalkraft  $\bar{F}_y$  auf Basis der unsicherheitsbehafteten Zerspankraftkoeffizienten belegt, dass beide Ansätze valide Ergebnisse erzeugen. Die Prognoseunsicherheit der Parameterschätzung ist auf Grundlage des MCMC-Verfahrens im Vergleich mit der analytischen Lösung des NIG-Priors jedoch deutlich geringer. Die Wahl des gammaverteilten Priors für  $p(\kappa_{te} \mid \mathcal{W}_{C45U})$  lässt demnach unter Berücksichtigung einer homoskedastischen

höhere Prognosefähigkeit mit NIG-Prior

Störgröße keine größere Prognoseunsicherheit zu. Die Prognosevarianz auf Grundlage der analytischen Lösung erscheint hierfür im Vergleich verlässlicher.

## 7.4 Laufzeitverhalten und Implementierung

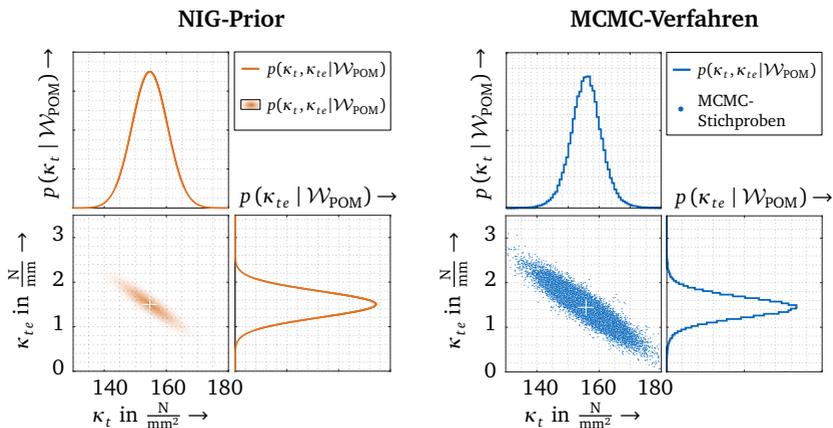
Die probabilistische Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten mittels analytischer Lösung des Bayes'schen linearen Regressionsproblems ist auf Basis des verwendeten NIG-Priors äußerst recheneffizient: Die Berechnung der resultierenden A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen unter Berücksichtigung aller neun Messpunkte dauerte weniger als 10 ms.

Um die Recheneffizienz und Leistungsfähigkeit der Methode im Vergleich zu den bisher bestehenden Verfahren zur unsicherheitsbehafteten Schätzung der Zerspankraftkoeffizienten quantitativ bewerten zu können, wird die Parameteridentifikation für den POM-Werkstoff mit der Lösung eines MCMC-Verfahrens verglichen. Die dabei verwendeten Daten entsprechen denen, die auch zur analytischen Berechnung der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\boldsymbol{\kappa} | \mathcal{W}_{\text{POM}})$  verwendet wurden. Im Rahmen des MCMC-Verfahrens wurden 100 000 Stichproben aus den unbekanntenen A-posteriori-Verteilungen gezogen. Den A-priori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen liegen jeweils Normalverteilungen zugrunde.

analytische  
Lösung ist  
recheneffizi-  
enter

Exemplarisch sind die Ergebnisse der resultierenden A-posteriori-Schätzungen für  $\kappa_t$  und  $\kappa_{te}$  mit Hilfe des NIG-Priors und des MCMC-Verfahrens in Abbildung 7.6 veranschaulicht. Zum besseren Verständnis der Ergebnisse sind die Stichproben des MCMC-Verfahrens als Histogramm dargestellt, die resultierende Normalverteilung kann auf Basis dieser Stichproben berechnet werden. Die Berechnung der MCMC-Stichproben dauerte 4,8 Minuten. Die in Abbildung 7.6 visualisierten Rechenergebnisse zeigen, dass die Schätzung der resultierenden A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf Basis der analytischen Lösung (d. h. auf Basis des NIG-Priors) und unter Zuhilfenahme des MCMC-Verfahrens äußerst ähnlich sind. Im Vergleich zum analytischen Ansatz mit NIG-Prior sind die MCMC-Methoden jedoch deutlich weniger recheneffizient: Die analytische Berechnung ist ca. 39 102 Mal so schnell wie die des MCMC-Verfahrens.

Die beschriebene Methode zur probabilistischen Identifikation der vier Zerspankraftkoeffizienten wurde (äquivalent zur Methodik in Kapitel 5) in der Programmiersprache Python implementiert. Die dabei verwendeten Softwarepakete sind in Tabelle 7.3 gelistet. Äquivalent zu den anderen Arbeiten dieser Dissertation wurden die Berechnungen auf einem virtuellen Rechnersystem des Leibniz-Rechenzentrums der Bayerischen Akademie der Wissenschaften durchgeführt (die Spezifikationen des virtuellen Rechners sind in Abschnitt 5.2.4 aufgeführt).



**Abbildung 7.6:** Vergleich der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_t$  und  $\kappa_{te}$  auf Basis der analytischen Lösung (d. h. dem NIG-Prior) und auf Basis eines MCMC-Verfahrens für den POM-Werkstoff; die Skalierungen der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\kappa_t | \mathcal{W}_{\text{POM}})$  und  $p(\kappa_{te} | \mathcal{W}_{\text{POM}})$  sind nicht dargestellt, da nur die Form und Lage der Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Interesse sind.

## 7.5 Zwischenfazit

Die erarbeitete Methode zur unsicherheitsbehafteten Schätzung der vier Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_t$ ,  $\kappa_{te}$ ,  $\kappa_n$  und  $\kappa_{ne}$  erlaubt eine zuverlässige analytische Berechnung der resultierenden A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\boldsymbol{\kappa} | \mathcal{W})$  in Abhängigkeit weniger experimenteller Daten für eine gegebene Werkzeug-Werkstoff-Kombination  $\mathcal{W}$ . Lösungsbaustein 2 wurde demnach erfolgreich umgesetzt.

Aufgrund der geringen Rechenzeiten zur Schätzung der resultierenden A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen im Vergleich mit bestehenden Ansätzen, die auf MCMC-Verfahren beruhen, ist eine schnelle oder sogar prozessbegleitende und zugleich unsicherheitsbehaftete Identifikation

**Tabelle 7.3:** Verwendete Softwarepakete zur Bayes'schen linearen Regression zur Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten

Anwendung	Softwarepaket
Bayes'sche Regression mit NIG-Prior	conjugate-bayes (Version 0.0.1) <sup>32</sup> , siehe HOFF (2009)
Bayes'sche Regression mit MCMC-Verfahren	PYMC3 (Version 3.8) <sup>33</sup> , siehe SALVATIER et al. (2016)

der Zerspankraftkoeffizienten möglich. Physikalisch sinnhafte Zerspankraftkoeffizienten können nur durch die passende Wahl der A-Priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung z. B. die Gammaverteilung, erzwungen werden, wobei dann jedoch rechenaufwendigere Methoden verwendet werden müssen.

## Kapitel 8

# Unsicherheitsquantifizierung der Prozessstabilität

*Hinweis:* Die nachfolgenden Inhalte basieren in Teilen auf den Forschungsarbeiten und -ergebnissen der folgenden Publikation:

- ☰ BUSCH, M., SCHMUCKER, B. und ZAEH, M. F. (2021). „Rapid uncertainty quantification of the stability analysis using a probabilistic estimation of the process force parameters“. In: *MM Science Journal* 2021.5, S. 4978–4983

Die probabilistische Prognose der Prozessstabilität wird auf der Grundlage der probabilistischen Strukturmodellierung (siehe Kapitel 6) und der probabilistischen Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten (siehe Kapitel 7) durchgeführt, was in diesem Kapitel beschrieben wird. Die daraus resultierende unsicherheitsbehaftete Stabilitätsgrenze sichert die modellbasierten Stabilitätsprognose quantifizierbar ab. Die Anwendenden werden somit befähigt, die Unsicherheiten aus Struktur- und Prozessmodellen im Rahmen der Stabilitätsprognose zu koppeln, die Prognosegüte und Prognose(un)sicherheit nachvollziehbar zu beurteilen und somit in statistisch abgesicherter Art und Weise stabile Prozessparameter zu wählen.

Kopplung von  
Struktur- und  
Prozessmodell

Zunächst folgt in Abschnitt 8.1 die Methodenbeschreibung, um die Prognoseunsicherheit der Stabilitätsgrenze zu berechnen. Dabei werden zwei Anwendungsszenarien berücksichtigt:

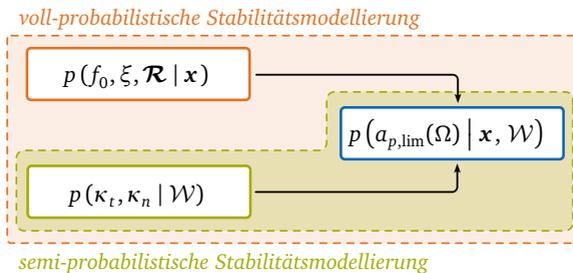
voll- und semi-  
probabilistisch

- ① Beginnend mit der *voll-probabilistischen Stabilitätsmodellierung* werden alle Unsicherheitsquellen, d. h. alle unsicherheitsbehafteten Modellparameter im Rahmen der vorgelagerten Struktur- und Prozessmodellierung, berücksichtigt. Dieses Anwendungsszenario entspricht damit einer vollständigen Unsicherheitsfortpflanzung nach dem Vorgehensmodell von MCCLARREN (2018, S. 10 f.) (siehe Abschnitt 2.3). Eine abschließende Sensitivitätsanalyse erlaubt es, den Einfluss der unsicherheitsbehafteten Modellgrößen auf die Prognose der Stabilitätsgrenze zu untersuchen (dies entspricht der

dritten Stufe der Unsicherheitsfortpflanzung nach dem Vorgehensmodell von McCLARREN (2018, S. 10 f.), siehe Abschnitt 2.3).

- ② Im zweiten Schritt werden alle strukturdynamischen Modellparameter als deterministisch, d. h. mit vernachlässigbarer Unsicherheit, berücksichtigt, sodass lediglich der Einfluss der unsicherheitsbehafteten Zerspankraftkoeffizienten auf die Stabilitätsprognose untersucht wird. Dieser Anwendungsfall wird nachfolgend als *semi-probabilistische Stabilitätsmodellierung* bezeichnet. Er kommt in der industriellen Praxis zum Tragen, wenn Anwendende davon ausgehen können, dass der betrachtete Arbeitsraum hinreichend klein ist und hinreichend genau durch das Ergebnis einer experimentellen Modalanalyse repräsentiert wird. Alternativ ist dieser Anwendungsfall ebenso bei Verwendung regulärer Werkzeugmaschinen vertretbar, sofern deren Arbeitsraum ebenfalls klein ist, beispielsweise wenn sich die strukturdynamischen Eigenschaften innerhalb des Betrachtungsbereichs nur unwesentlich ändern.

Abbildung 8.1 illustriert die beiden Anwendungsszenarien, die auf die Beschreibung des Methodenkonzepts in Abschnitt 8.1 folgend in den Abschnitten 8.2.1 und 8.2.2 erläutert werden. In Abschnitt 8.3 wird das Laufzeitverhaltens beider Szenarien bewertet.



**Abbildung 8.1:** Illustration der zwei Anwendungsszenarien zur Unsicherheitsquantifizierung der Prozessstabilität

## 8.1 Methodenkonzept

Der unterschiedliche Betrachtungsbereich der probabilistischen Stabilitätsprognose in den beiden Anwendungsszenarien erlaubt die Nutzung verschiedener numerischer Algorithmen zur Unsicherheitsfortpflanzung. Wie in Abschnitt 2.3 erläutert, stehen dazu sowohl klassische QMC-Verfahren als auch Methoden auf Basis von Polynomial Chaos Expansions (PCE) zur Verfügung. PCE-Verfahren sind im Vergleich mit QMC-Verfahren rechnerisch effizienter, sofern die Anzahl unsicherheitsbehafteter Modellparameter  $N_\theta \leq 20$  ist (siehe TENNØE et al. (2018, S. 7)).

Wahl des Algorithmus aufgrund des Anwendungsszenarios

Im Rahmen der voll-probabilistischen Stabilitätsprognose werden die Unsicherheiten der Modalparameter für alle betrachteten Moden berücksichtigt. Die Anzahl unsicherheitsbehafteter Modellparameter ist für die recheneffizienten PCE-Verfahren nicht handhabbar, weshalb im Fall der voll-probabilistischen Stabilitätsprognose auf konventionelle QMC-Verfahren zurückgegriffen wird. Auch im Zuge der Sensitivitätsanalyse kommen herkömmliche QMC-Verfahren zum Einsatz.

voll-  
probabilistisch  
mit QMC

Im Gegensatz dazu werden im Zuge der semi-probabilistischen Stabilitätsprognose lediglich die Unsicherheiten aus  $p(\kappa_t | \mathcal{W})$  und  $p(\kappa_n | \mathcal{W})$  berücksichtigt. Entsprechend der Stabilitätstheorie von ALTINTAS und BUDAK (1995) werden die beiden Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_{te}$  und  $\kappa_{ne}$  im Rahmen der Berechnung der Grenzschnitttiefe vernachlässigt (siehe Abschnitt 2.2.2). Aufgrund der geringen Anzahl unsicherheitsbehafteter Modellparameter können in diesem Anwendungsszenario PCE-Verfahren zum Einsatz kommen.

semi-  
probabilistisch  
mit PCE

Die Prognosefähigkeit der Methodik wird nachfolgend quantitativ gegenüber dem bisher verfügbaren Vorgehen einer deterministischen Struktur- und Prozessmodellierung sowie der darauf aufbauenden Stabilitätsprognose validiert. Die deterministische Stabilitätsprognose erfolgte auf Grundlage der kommerziellen Software-Lösung CUTPRO<sup>®</sup> des Unternehmens MANUFACTURING AUTOMATION LABORATORIES INC. (Version 10.0.647.1). CUTPRO<sup>®</sup> wurde bereits in einer Vielzahl von Arbeiten im Bereich der Fräsrobotik eingesetzt (CORDES et al. 2019; GONUL et al. 2019; HUYNH et al. 2020; NEWMAN et al. 2020; RÖSCH 2014) und ist der De-facto-Standard zur rechnergestützten Modellierung roboterbasierter Fräsprozesse.

## 8.2 Validierung

Im Rahmen der exemplarischen Anwendung wurde die Strukturmodellierung in Form einer experimentellen Modalanalyse zunächst durch die kommerzielle Software-Lösung CUTPRO<sup>®</sup> für den Arbeitspunkt  $\mathbf{x}_p$  (siehe Abschnitt 6.3) durchgeführt. Es gilt zu beachten, dass in diesem Fall kein zugrundeliegendes Strukturmodell vorliegt, welches eine posenabhängige Strukturmodellierung zulassen würde. Im industriellen Anwendungsfall müsste die deterministische experimentelle Modalanalyse demnach an jedem Arbeitspunkt entlang einer geplanten Fräskontur durchgeführt werden. Die deterministische Strukturmodellierung ist somit nur für den Arbeitspunkt  $\mathbf{x}_p$  gültig.

Die probabilistische Strukturmodellierung beruht auf den in Abschnitt 6.3 verwendeten  $\mathcal{D}_{\text{train}}^{l=1} = 15$  Trainingspunkten ( $\mathbf{x}_p$  war demnach nicht in den Trainingsdaten enthalten). Das probabilistische Modell erlaubt somit die unsicherheitsbehaftete Prognose der strukturdynamischen Eigenschaften für den Punkt  $\mathbf{x}_p$ . Der quantitative Vergleich der Stabilitätsprognosen erfolgte exemplarisch für die Werkzeug-Werkstoff-Kombination  $\mathcal{W}_{\text{POM}}$ . Sowohl zur

deterministischen als auch zur probabilistischen Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten wurden die Messdaten aus Abschnitt 7.3 verwendet. Die deterministische Schätzung der Zerspankraftkoeffizienten basierte auf der Software-Lösung CUTPRO<sup>®</sup>. Die Stabilitätsprognose wird anschließend für den deterministischen Fall auf Basis der experimentell erfassten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge und den durch CUTPRO<sup>®</sup> geschätzten Zerspankraftkoeffizienten ebenfalls in der kommerziellen Software-Lösung durchgeführt. Dem jeweiligen Anwendungsszenario entsprechend erfolgte die unsicherheitsbehaftete Stabilitätsprognose auf Basis eines konventionellen QMC-Verfahrens (Abschnitt 8.2.1) oder auf Basis eines recheneffizienten PCE-Verfahrens (Abschnitt 8.2.2).

## 8.2.1 Voll-probabilistische Stabilitätsmodellierung

### Bewertung der voll-probabilistischen Prognosefähigkeit

Zur voll-probabilistischen Stabilitätsprognose werden alle strukturdynamischen Modellparameter für Punkt  $\mathbf{x}_p$  und die beiden Zerspankraftkoeffizienten für die POM-Werkzeug-Werkstoff-Kombination unsicherheitsbehaftet prognostiziert. Allen Parametern liegt eine normalverteilte Prognose zugrunde:

$$p(f_{0,i}^* | \mathbf{x}_p) \sim \mathcal{N}(\mu_{f_{0,i}}, \sigma_{f_{0,i}}^2), \quad (8.1)$$

$$p(\xi_i^* | \mathbf{x}_p) \sim \mathcal{N}(\mu_{\xi_i}, \sigma_{\xi_i}^2), \quad (8.2)$$

$$p(\mathcal{R}_i^* | \mathbf{x}_p) \sim \mathcal{N}(\mu_{\mathcal{R}_i}, \sigma_{\mathcal{R}_i}^2), \quad (8.3)$$

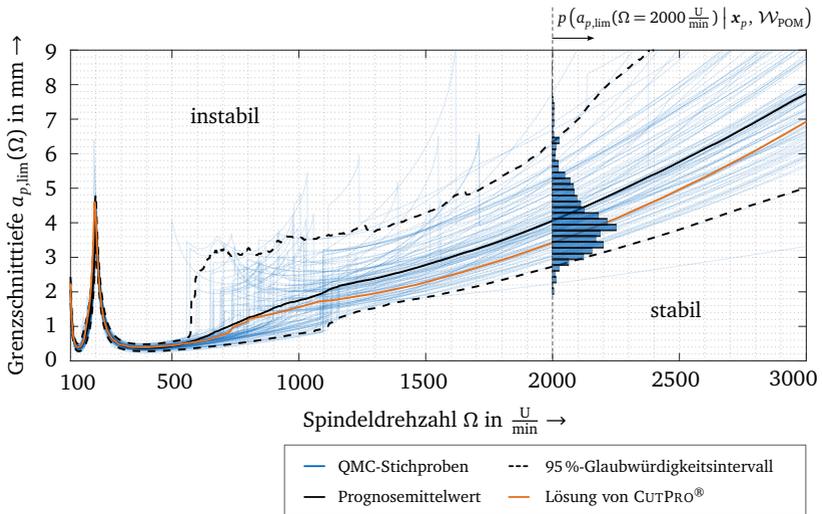
mit  $i = 1, \dots, 4$ , sowie

$$p(\kappa_t | \mathcal{W}_{\text{POM}}) \sim \mathcal{N}(\mu_{\kappa_t}, \sigma_{\kappa_t}^2), \quad (8.4)$$

$$p(\kappa_n | \mathcal{W}_{\text{POM}}) \sim \mathcal{N}(\mu_{\kappa_n}, \sigma_{\kappa_n}^2). \quad (8.5)$$

Die unsicherheitsbehaftete Stabilitätsprognose erfolgte auf Basis von  $N_s = 7000$  QMC-Stichproben, auf deren Grundlage wiederum statistische Kenngrößen wie der Prognosemittelwert und das 95%-Glaubwürdigkeitsintervall der Prognose berechnet werden können. Die resultierende unsicherheitsbehaftete Stabilitätskarte für das voll-probabilistische Anwendungsszenario ist in Abbildung 8.2 illustriert.

In der Stabilitätskarte ist ein lokales Maximum der Grenzschnitttiefe  $a_{p,\text{lim}}(\Omega)$  in Abhängigkeit von der Spindeldrehzahl zwischen  $100 \frac{\text{U}}{\text{min}}$  und  $200 \frac{\text{U}}{\text{min}}$  zu sehen. Dem lokalen Minimum der Grenzschnitttiefe bei ca.  $400 \frac{\text{U}}{\text{min}}$  folgt eine kontinuierliche Steigerung, da ab hier der absolut stabile Drehzahlbereich beginnt.



**Abbildung 8.2:** Unsicherheitsbehaftete Stabilitätskarte für den voll-probabilistischen Anwendungsfall im Vergleich mit der deterministischen Lösung auf Basis der kommerziellen Software-Lösung CUTPRO®; zur besseren Sichtbarkeit sind lediglich 300 zufällig gewählte der 7000 QMC-Stichproben dargestellt. Zudem ist die resultierende Wahrscheinlichkeitsverteilung der Stabilitätsgrenze für die Spindeldrehzahl  $\Omega = 2000 \frac{U}{min}$  in Form einer Histogrammdarstellung illustriert.

Die dargestellten Ergebnisse lassen mehrere Schlüsse zu:

- ▶ Der Verlauf des Prognosemittelwerts ist ähnlich zur deterministischen Prognose der kommerziellen Software-Lösung und unterscheidet sich geringfügig von dieser ab ca.  $900 \frac{U}{min}$  aufwärts.
- ▶ Die Prognoseunsicherheit ist bis zu einer Spindeldrehzahl von ca.  $550 \frac{U}{min}$  sehr gering, steigt dann jedoch sprunghaft in Richtung höherer Schnitttiefen an. Die Verläufe der dargestellten QMC-Stichproben legen den Schluss nahe, dass dies auf einen unsicherheitsbehafteten strukturdynamischen Modellparameter zurückzuführen ist: Die Ergebnisse der semi-probabilistischen Stabilitätsuntersuchungen von BUSCH et al. (2021) verdeutlichen, dass die Unsicherheiten der Zerspannkoeffizienten keinen Einfluss auf die Unsicherheit der Stabilitätsgrenze haben. Um qualitativ abzuschätzen, welchen Einfluss die modellierten Unsicherheiten der Modalparameter auf die Stabilitätsprognose haben, wurde eine qualitative Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Deren Ergebnisse sind im folgenden Abschnitt dargestellt.
- ▶ Die resultierende Wahrscheinlichkeitsverteilung der Grenzschnitttiefe (in Abbildung 8.2 beispielhaft als vertikaler Querschnitt für die Spindeldrehzahl  $\Omega = 2000 \frac{U}{min}$  dargestellt) ist hingegen nicht normalverteilt,

sondern näherungsweise logarithmisch normalverteilt. Dies konnte bereits in Voruntersuchungen beobachtet werden (BUSCH et al. 2021, S. 5). Der Prognosemittelwert prognostiziert demnach eine geringfügig höhere Grenzschnitttiefe als der Modus<sup>53</sup> der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Prognosefähigkeit des Stabilitätsmodells

Die Prognoseergebnisse zeigen, dass die Prognosegüte, gemessen an der Übereinstimmung zwischen kommerzieller Software-Lösung und prognostiziertem Modus der Wahrscheinlichkeitsverteilung, hoch ist. Die deterministische Modellprognose liegt durchgehend innerhalb des 95%-Glaubwürdigkeitsintervalls und ist demnach geeignet, die Stabilitätsprognose abzusichern. Die im Rahmen dieser Dissertation erarbeitete Methodik zur probabilistischen Stabilitätsprognose, bestehend aus probabilistischer Struktur- und Prozessmodellierung und anschließender Unsicherheitsfortpflanzung, wurde demnach als prognosefähig validiert.

### Sensitivitätsanalyse

Um den Einfluss der unsicherheitsbehafteten Modalparameter auf die Berechnung der Stabilitätsgrenze abzuschätzen, wird die Sensitivitätsanalyse individuell für jeden Modalparameter getrennt durchgeführt: Der zu untersuchende Parameter wird unsicherheitsbehaftet berücksichtigt, wohingegen die jeweils beiden weiteren Modalparameter deterministisch durch ihre Erwartungswerte der jeweiligen Wahrscheinlichkeitsverteilungen dargestellt werden. Die Vorgehensweise ermöglicht,

- ▶ den Einfluss der unsicherheitsbehafteten Eigenfrequenzen durch

$$p(a_{p,\text{lim}}(\Omega) \mid p(f_{0,i} \mid \mathbf{x}_p), \mathbb{E}(p(\xi_i \mid \mathbf{x}_p)), \mathbb{E}(p(\mathcal{R}_i \mid \mathbf{x}_p))), \quad (8.6)$$

- ▶ den Einfluss der unsicherheitsbehafteten Dämpfungsgrade durch

$$p(a_{p,\text{lim}}(\Omega) \mid \mathbb{E}(p(f_{0,i} \mid \mathbf{x}_p)), p(\xi_i \mid \mathbf{x}_p), \mathbb{E}(p(\mathcal{R}_i \mid \mathbf{x}_p))), \quad (8.7)$$

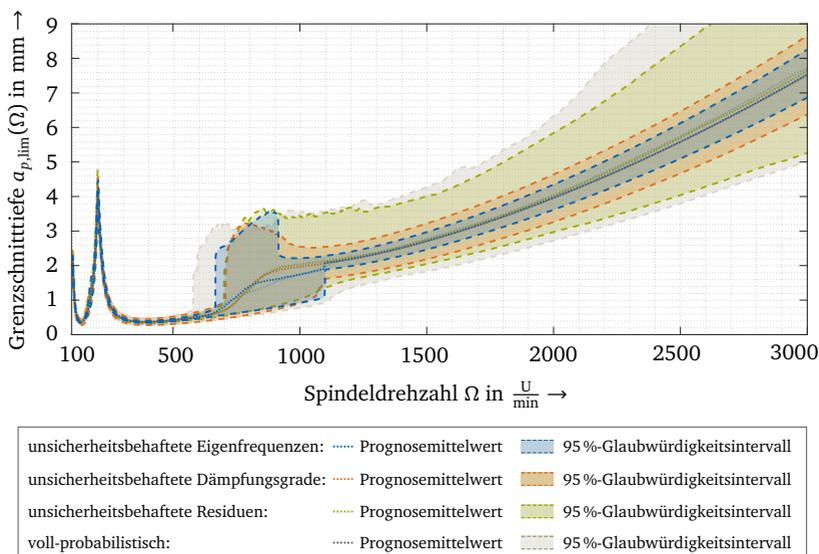
- ▶ und den Einfluss der unsicherheitsbehafteten Residuen durch

$$p(a_{p,\text{lim}}(\Omega) \mid \mathbb{E}(p(f_{0,i} \mid \mathbf{x}_p)), \mathbb{E}(p(\xi_i \mid \mathbf{x}_p)), p(\mathcal{R}_i \mid \mathbf{x}_p)). \quad (8.8)$$

getrennt zu bewerten.

Abbildung 8.3 stellt die resultierenden Stabilitätskarten in Abhängigkeit des jeweils betrachteten unsicherheitsbehafteten Modalparameters im Vergleich mit der voll-probabilistischen Stabilitätsprognose grafisch dar (zum besseren

<sup>53</sup>Der Modus einer Wahrscheinlichkeitsverteilung oder einer Sammlung von Stichproben ist der Wert mit der höchsten Wahrscheinlichkeit, bzw. der Wert, der in einer Sammlung von Stichproben am häufigsten vorkommt (HELD und SABANÉS BOVÉ 2014, S. 171).



**Abbildung 8.3:** Sensitivitätsanalyse durch den Vergleich der resultierenden Prognoseunsicherheiten auf der Grundlage jeweils eines unsicherheitsbehafteten Modalparameters; zum besseren Vergleich ist die voll-probabilistische Stabilitätsprognose ebenfalls dargestellt.

Verständnis sind die jeweiligen unsicherheitsbehafteten Modalparameter in den Gleichungen 8.6, 8.7 und 8.8 farblich hervorgehoben).

Die resultierenden unsicherheitsbehafteten Stabilitätskarten verdeutlichen, dass die Prognoseunsicherheit auf Basis der Eigenfrequenzen am kleinsten ist, während die resultierende Prognoseunsicherheit der Residuen am größten ist. Im Vergleich mit der voll-probabilistischen Stabilitätsprognose zeigt sich somit, dass deren Unsicherheit maßgeblich durch die unsicherheitsbehaftete Modellierung der Residuen bestimmt wird. Im Drehzahlbereich zwischen  $550 \frac{U}{min}$  und  $1100 \frac{U}{min}$  ist die resultierende Prognoseunsicherheit durch alle drei unsicherheitsbehaftete Modalparameter vergleichbar groß. Da bei ca.  $1000 \frac{U}{min}$  die für das Rattern dominante Eigenfrequenz wechselt<sup>54</sup>, kann davon ausgegangen werden, dass die Unsicherheit der Stabilitätsprognose ab ca.  $550 \frac{U}{min}$  maßgeblich von der dritten und vierten Schwingungsmode dominiert wird.

Einflüsse auf die Prognoseunsicherheit

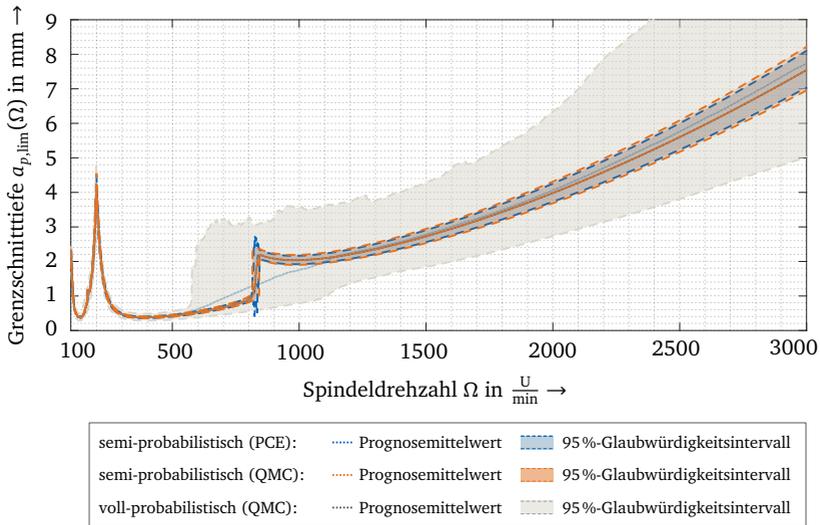
### 8.2.2 Semi-probabilistische Stabilitätsmodellierung

Sofern die Unsicherheit der strukturdynamischen Modellparameter hinreichend klein ist oder durch eine experimentelle Modalanalyse für die zu untersuchende

<sup>54</sup>Durch eine Analyse mit Hilfe der Software-Lösung CUTPRO® konnte abgeschätzt werden, dass die Ratterfrequenz dabei von 10,5 Hz auf 20,4 Hz ansteigt.

Pose zur Verfügung steht, können die Struktureigenschaften als deterministische Modellgrößen im Zuge der unsicherheitsbehafteten Stabilitätsprognose berücksichtigt werden. Diese semi-probabilistische Stabilitätsprognose berücksichtigt folglich lediglich die Unsicherheiten der beiden Zerspankraftkoeffizienten  $\kappa_t$  und  $\kappa_n$ .

Die geringe Anzahl an unsicherheitsbehafteten Modellparametern ( $N_\theta = 2$ ) motiviert die Unsicherheitsfortpflanzung durch PCE-Verfahren. Im Vergleich mit den konventionellen QMC-Methoden verspricht der Einsatz von PCE-Verfahren eine deutlich effizientere Berechnung der unsicherheitsbehafteten Stabilitätsprognose. Um die Recheneffizienz im Vergleich zu den konventionellen QMC-Verfahren zu quantifizieren, wurde die semi-probabilistische Stabilitätsprognose mithilfe von PCE- und QMC-Verfahren durchgeführt. Abbildung 8.4 illustriert die Ergebnisse beider Ansätze im Vergleich.



**Abbildung 8.4:** Semi-probabilistische Stabilitätsprognose im Vergleich zur voll-probabilistischen Stabilitätsprognose; zur Berechnung der semi-probabilistischen Stabilitätsgrenze wurden sowohl PCE- als auch QMC-Verfahren verwendet.

Im Rahmen der Stabilitätsprognose mithilfe des QMC-Verfahrens wurden  $N_s = 10000$  QMC-Stichproben berechnet. Um die Expansionskoeffizienten  $c_n$  des PCE-Verfahrens zu berechnen, wurden die *Point-Collocation*-Methode und ein Polynomgrad  $N_p = 4$  verwendet (siehe Abschnitt 2.3.1 und TENNØE et al. (2018, S. 7)).

Für beide Verfahrensarten ist ähnlich zur vorangegangenen Sensitivitätsanalyse ersichtlich, dass die Prognoseunsicherheit der voll-probabilistischen Stabilitätsmodellierung maßgeblich durch die Unsicherheiten des strukturdynamischen Modells beeinflusst wird. Die Prognoseergebnisse belegen, dass beide Algo-

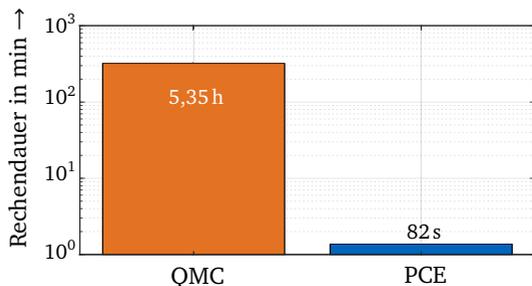
rithmen (QMC und PCE) zur Unsicherheitsfortpflanzung nahezu identische Lösungen erzielen. Vergleichbare Ergebnisse wurden in Voruntersuchungen für die semi-probabilistische Stabilitätsmodellierung an einer konventionellen Werkzeugmaschine für unsicherheitsbehaftete Zerspankraftkoeffizienten eines Stahl-Werkstoffes erzielt (BUSCH et al. 2021). Die verbleibenden, äußerst geringen Unterschiede zwischen den beiden Stabilitätsprognosen können auf die (endliche) Anzahl an QMC-Stichproben zurückgeführt werden.

### 8.3 Implementierung und Laufzeitverhalten

Wie im vorangegangenen Abschnitt gezeigt, erzielt die PCE-basierte, semi-probabilistische Stabilitätsprognose nahezu identische Ergebnisse wie die Prognose auf der Grundlage des QMC-Verfahrens. Die Laufzeit der beiden Verfahren ist zwar stark von der Anzahl unsicherheitsbehafteter Modellparameter abhängig, wird nachfolgend jedoch für den semi-probabilistischen Anwendungsfall exemplarisch verglichen, um einen qualitativen Vergleich des Laufzeitverhaltens zu ermöglichen.

Abbildung 8.5 stellt dazu die Laufzeiten der beiden Verfahren für die semi-probabilistische Stabilitätsprognose vergleichend dar. Die Abbildung verdeutlicht, dass der PCE-basierte Ansatz für den semi-probabilistischen Anwendungsfall recheneffizienter ist: Im Vergleich zur QMC-Simulation mit  $N_s = 10\,000$  Stichproben, welche mehrere Stunden benötigte, erfolgte die PCE-basierte Prognose innerhalb einiger Sekunden.

recheneffiziente  
Prognose durch  
PCE



**Abbildung 8.5:** Laufzeitvergleich der beiden Verfahren zur Unsicherheitsfortpflanzung bei der semi-probabilistischen Stabilitätsmodellierung

Für industrielle Anwendungen bei roboterbasierten Fräsprozessen kann die Posenabhängigkeit der Strukturodynamik nicht durch eine einmalige experimentelle Modalanalyse als deterministische Modellgröße in die Stabilitätsprognose einfließen, sondern muss individuell für viele Posen entlang des Werkzeugpfads berechnet werden. Die Prozessauslegung roboterbasierter Fräsprozesse muss demnach stets voll-probabilistisch erfolgen. Die damit verbundene Nutzung der QMC-Verfahren zur Unsicherheitsfortpflanzung stellt aufgrund ihrer hohen

Rechendauer somit eine besondere Einschränkung dar. Da es sich jedoch bei den QMC-Methoden um Stichprobenverfahren handelt, können die einzelnen Monte-Carlo-Stichproben ohne Einschränkung parallelisiert berechnet werden (TENNØE et al. 2018, S. 15). Wird die Berechnung auf verteilte Rechendienste<sup>55</sup> ausgelagert, kann die Berechnung auf beliebig viele Ausführungsstränge parallelisiert werden, was die Rechendauer signifikant senkt.

Die Berechnungen wurden, wie für alle vorangegangenen Kapitel, auf einem virtuellen Rechnersystem des Leibniz-Rechenzentrums der Bayerischen Akademie der Wissenschaften durchgeführt. Die Spezifikationen sind in Abschnitt 5.2.4 erläutert. Zur voll- und semi-probabilistischen Stabilitätsprognose wurden die in Tabelle 8.1 gelisteten Softwarepakete verwendet.

**Tabelle 8.1:** Verwendete Softwarepakete zur voll- und semi-probabilistischen Stabilitätsmodellierung

Anwendung	Softwarepaket
Wahrscheinlichkeitsmodellierung	Chaospy (Version 4.2.4) <sup>48</sup> , siehe FEINBERG und LANGTANGEN (2015)
QMC-Simulationen	Uncertainpy (Version 1.2.3) <sup>49</sup> , siehe TENNØE et al. (2018)
PCE-Simulationen	Uncertainpy (Version 1.2.3) <sup>49</sup> , siehe TENNØE et al. (2018)

## 8.4 Zwischenfazit

Die Ergebnisse belegen, dass die unsicherheitsbehaftete Struktur- und Prozessmodellierung wesentliche Auswirkungen auf die Prognosefähigkeit der modellbasierten Stabilitätsprognose hat. Die resultierende Prognose(un)sicherheit kann demnach gewinnbringend zur robusten und sicheren Prozessauslegung im Rahmen der digitalen Werkzeugkette eingesetzt werden. Lösungsbaustein 3 der Zielsetzung wurde demnach erfolgreich validiert.

<sup>55</sup>In der Fachliteratur ist hierfür der Begriff *multi-threading* geläufig.

## Kapitel 9

# Diskussion und Potentialanalyse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse dieser Forschungsarbeit, die in den Kapiteln 5, 6, 7 und 8 beschrieben sind, hinsichtlich ihres wissenschaftlichen und wirtschaftlichen Verwertungspotenzials diskutiert und eingeordnet. Sie werden dabei jeweils zunächst kritisch bewertet. Anschließend werden denkbare Verwertungsmöglichkeiten in zukünftigen Entwicklungsarbeiten beschrieben.

## 9.1 Wissenschaftliches Verwertungspotenzial

Entsprechend der Zielsetzung und dem darauf aufbauenden Arbeitsplan (siehe Kapitel 4) wurden die Methoden modular und möglichst unabhängig voneinander entwickelt und erforscht. Aufgrund dessen sind die Arbeitsergebnisse individuell verwertbar und werden daher nachfolgend getrennt betrachtet, bewertet und diskutiert. Zudem werden jeweils die Grenzen der Methoden beschrieben.

### 9.1.1 Unsicherheitsbehaftete Maschinenmodellierung

Die Prognosefähigkeit des posesabhängigen Strukturmodells konnte durch die probabilistische Informationsfusion sichergestellt werden (siehe Fazit in Abschnitt 6.5). Die erzielten Ergebnisse erweitern bestehende Arbeiten und verbinden die physikalisch motivierte Modellierung nach HUYNH et al. (2020) und die datenbasierte Modellierung nach NGUYEN (2020) im Rahmen eines auf beiden Methoden aufbauenden Vorgehens. Durch die Nutzung von probabilistischen Algorithmen wird zudem die Prognosefähigkeit der Methodik sichergestellt.

Übertragbarkeit  
auf bestehende  
Arbeiten

Die Funktions- und Leistungsfähigkeit des Vorgehens wurde in den vorliegenden Arbeiten auf Grundlage der Positionen in einem kartesischen Koordinatensystem, d. h. in Abhängigkeit von  $x_{TCP}$ , nachgewiesen. Für viele Anwendungsfälle, in denen Fräsroboter für 2,5D-Fräsprozesse eingesetzt werden

können, ist dies ausreichend<sup>56</sup>. Sofern jedoch komplexe Werkzeugtrajektorien gefordert sind, z. B. als Grundlage komplexer Fünf-Achs-Operationen, muss der Anwendungsfall auf sechs-dimensionale Posen  $\tilde{q}$  übertragen werden. Um die Posenabhängigkeit der Struktureigenschaften in diesem Fall auch im deutlich größeren Arbeits- und Lösungsraum von  $\tilde{q}$  zuverlässig modellieren zu können, sind ggfs. auch deutlich mehr Messdaten notwendig. Es gilt jedoch zu beachten, dass die Informationsfusionsverfahren auch hier einen Effizienzgewinn gegenüber der experimentellen Bestimmung des strukturdynamischen Verhaltens im gesamten Arbeitsraum versprechen. Denkbar wäre hierbei zudem die automatisierte Erfassung der posenabhängigen Nachgiebigkeitsfrequenzgänge durch ein entsprechendes Sensor- und Aktorsystem<sup>57</sup>.

Übertragbarkeit  
auf weitere  
Fertigungs-  
roboter

Das strukturdynamische Modellierungskonzept lässt sich ohne Weiteres auf andere Fertigungsroboter übertragen, um ihre strukturdynamischen Eigenschaften in Abhängigkeit der Pose zu modellieren. Insbesondere ist dies für roboterbasierte Fertigungsprozesse relevant, in denen die Roboterstruktur prozessbedingt eine dynamische Anregung erfährt und bei denen der große Arbeitsraum des Roboters einen Wettbewerbsvorteil gegenüber konventionellen Maschinen verspricht. Beispielhaft konnte in den Versuchen von VÖLLNER (2009) nachgewiesen werden, dass entsprechende roboterbasierte Rührreibschweißprozesse maßgebliche Anregungsfrequenzen im niederfrequenten Bereich unter 30Hz erzeugen (VÖLLNER 2009, S. 62). Ferner motivieren die Arbeiten von RAFIEIAN et al. (2014) die Strukturmodellierung im Rahmen der Modellierung von roboterbasierten Schleifprozessen.

Transfer auf die  
Abdrängungs-  
kompensation

Neben der Übertragbarkeit auf andere roboterbasierte Fertigungsprozesse ist auch die Verwendung der unsicherheitsbehafteten Achsnachgiebigkeiten im Rahmen bestehender Simulationsmodelle denkbar: Die probabilistische Identifikation der Achsnachgiebigkeiten wurde im Zuge dieser Arbeit lediglich zur prognosefähigen Simulation der strukturdynamischen Eigenschaften verwendet. Die Methode erlaubt jedoch auch die Absicherung der Prognosefähigkeit bestehender Simulationen der (quasi-)statischen Pfadabdrängungen. Dementsprechend lassen sich die Modelle zur Abdrängungskompensation von ZAEH et al. (2020) und HÄHN (2020) durch eine probabilistische Betrachtung erweitern.

Transfer auf  
Werkzeug-  
maschinen

Die Forschungsergebnisse von SEMM et al. (2019) verdeutlichen, dass die Modellierung der strukturdynamischen Eigenschaften in Abhängigkeit der Werkzeugposition auch bei konventionellen Werkzeugmaschinen einen wesentlichen Forschungsschwerpunkt darstellt. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methode kann, sofern ein entsprechendes Starrkörpermodell

<sup>56</sup>Der Studie von BOOS et al. (2018) zufolge nehmen die vergleichsweise einfachen Fräsprozessstrategien trotz vielfältiger Entwicklungen im Bereich des *Fünf-Achs-FräSENS* immer noch einen hohen Anteil ein: 49% aller Befragten gaben diese einfachen Strategien als ihre primäre Frässtrategie für die Schrupp- und Schlichtbearbeitung an (es wird davon ausgegangen, dass das 2,5D-FräSEN dem in der Studie genannten *Drei-Achs-FräSEN* zugerechnet werden kann).

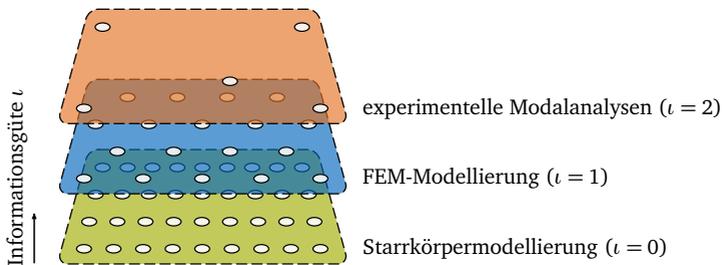
<sup>57</sup>In der Fachliteratur ist dafür der englischsprachige Begriff *Shaker* geläufig.

eines Fräsbearbeitungszentrums verfügbar ist, ohne Weiteres auch auf diesen Anwendungsfall übertragen werden.

Die Methode auf Grundlage der Informationsfusion kann zukünftig um eine dritte Informationsebene erweitert werden, falls eine zusätzliche Informationsquelle verfügbar ist. Derartige dreistufige Informationsfusionsverfahren sind unter Berücksichtigung des Verfahrens von CUTAJAR et al. (2019) ohne Weiteres einsetzbar. Auf Grundlage dieser Erkenntnisse erscheinen folgende Anwendungsszenarien sinnvoll:

dreistufige  
Informations-  
fusion

- ▶ Im Bereich der Strukturmodellierung von konventionellen Werkzeugmaschinen sind numerische Modelle auf Basis der Finite-Elemente-Methode (FEM) geläufig, da sich die kinematischen Zusammenhänge im Gegensatz zu einem konventionellen Roboter nicht stark ändern und damit eine Neuvernetzung der Körper nicht nötig ist<sup>58</sup>. Da FEM-Modelle im Vergleich zu analytischen Starrkörpermodellen das tatsächliche Strukturverhalten präziser abbilden, aber auch deutlich rechenaufwendiger sind, können sie in einem dreistufigen Informationsfusionsverfahren als mittlere Informationsschicht fungieren. Abbildung 9.1 illustriert diesen Gedankengang.

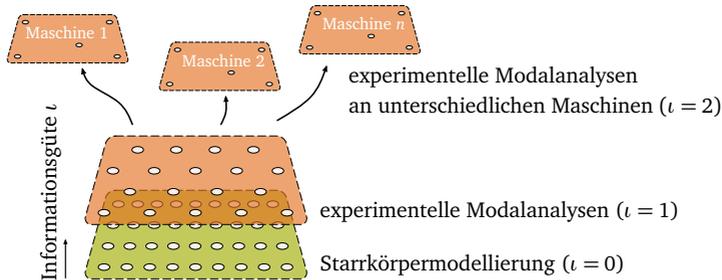


**Abbildung 9.1:** Schematische Darstellung des Konzepts einer Informationsfusion für die drei Informationsquellen *Starrkörpermodellierung*, *FEM-Modellierung* und *experimentelle Modalanalysen* ( $t \in \{0, 1, 2\}$ )

- ▶ Den bisherigen Arbeiten liegt die Annahmen zugrunde, dass die Strukturmodellierung nur einmalig für eine Roboter- oder eine Maschinenbauereihe durchgeführt werden muss, sofern keine Änderungen der Strukturkörper vorgenommen werden, die signifikanten Einfluss auf die strukturellen Eigenschaften hätten. Wird jedoch ein Strukturmodell aller verfügbaren Instanzen einer Baureihe benötigt, ist eine Erweiterung der Informationsfusion wie folgt denkbar: Die Strukturmodellierung kann einmalig auf Basis der Methode aus Kapitel 6 für eine Referenzinstanz erfolgen. Aufbauend darauf werden für jede weitere Instanz

<sup>58</sup>Die Problematik kann beispielsweise mit Hilfe der Substrukturkopplung gelöst werden (BRECHER et al. 2018; SEMM et al. 2019).

zusätzliche Messdaten erhoben und als dritte Informationsebene in das Modell eingefügt. Das Konzept ist in Abbildung 9.2 grafisch dargestellt.



**Abbildung 9.2:** Schematische Darstellung des Konzepts einer Informationsfusion zum vereinfachten Transfer der Modellierung auf unterschiedliche Instanzen des selben Maschinentyps

### 9.1.2 Unsicherheitsbehaftete Zerspankraftmodellierung

Die unsicherheitsbehaftete Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten sichert die Prognosefähigkeit des mechanistischen Zerspankraftmodells ab. Durch die analytische Berechnung der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilung konnten die vorangegangenen Arbeiten von MEHTA et al. (2017) und KARANDIKAR et al. (2014) fortgeführt werden. Insbesondere wurde die Recheneffizienz durch die analytische Berechnung des Posteriors deutlich gesteigert.

In den Arbeiten dieser Dissertation wurde das zweidimensionale mechanistische Modell in vereinfachter Form nach SCHMITZ und SMITH (2019) verwendet. Durch die Wahl konnte die Vergleichbarkeit mit bestehenden Veröffentlichungen von KARANDIKAR et al. (2014) sichergestellt werden. Im Rahmen des gewählten Prozesskraftmodells wurde der Einfluss des Helixwinkels des Werkzeugs auf die Prozesskräfte und damit auch auf die resultierenden Axialkräfte vernachlässigt. Die entwickelte Methode zur unsicherheitsbehafteten Identifikation der Zerspankraftkoeffizienten kann unmittelbar auf die Identifikation aller Zerspankraftkoeffizienten eines dreidimensionalen mechanistischen Zerspankraftmodells unter Berücksichtigung des Helixwinkels übertragen werden.

Es gilt zu beachten, dass die entwickelte Methode auf konventionelle mechanistische Zerspankraftmodelle begrenzt ist. Sollten Koeffizienten numerischer Zerspankraftmodelle (bspw. SCHMUCKER et al. (2021) und SCHNOES und ZAEH (2019)) identifiziert werden, müssen derartige Simulationsmodelle zunächst in ein lineares Regressionsmodell umgeformt werden. Da dies unter Umständen nicht trivial ist, sei hierfür auf die Nutzung *generischer Zerspankräfte* verwiesen (SCHMUCKER et al. 2021, S. 4994 ff.).

Erweiterung um  
Helixwinkel  
und Axialkräfte

Transfer auf  
andere Zerspan-  
kraftmodelle

Da die Methode zur analytischen Bestimmung der A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilung unabhängig von der Strukturmodellierung ist, können die Erkenntnisse ohne Einschränkungen auf die Identifikation von Zerspankraftkoeffizienten anderer mechanistischer Zerspankraftmodelle, beispielsweise für das Drehen, übertragen werden. Als Grundlage für diese Forschungsarbeiten können die Arbeiten von SALEHI et al. (2018) und SALEHI et al. (2019) genannt werden, in welchen Zerspankraftkoeffizienten eines Kienzle-Zerspankraftmodells probabilistisch mit Hilfe rechenaufwendiger MCMC-Verfahren geschätzt wurden. Die darin beschriebene Fragestellungen können mit Hilfe der analytischen Lösung recheneffizienter gelöst werden.

Transfer auf  
andere Prozesse

### 9.1.3 Unsicherheitsbehaftete Stabilitätsprognose

Die Prognose der Prozessstabilität in Abhängigkeit der Pose sowie der Werkzeug-Werkstoff-Kombination wird durch die Fortpflanzung und Kopplung der Unsicherheiten aus der Struktur- und Prozessmodellierung abgesichert. Das im Rahmen dieser Arbeit beschriebene Vorgehen zur Unsicherheitsfortpflanzung ist grundsätzlich unabhängig von den Identifikationsmethoden der strukturdynamischen und prozessbezogenen Parameter. Sofern eine Abschätzung der Unsicherheit für strukturdynamische und prozessbedingte Kenngrößen vorliegt, können diese ebenso mit Hilfe der QMC- oder PCE-basierten Verfahren berücksichtigt werden.

Durch die vereinfachte Nutzung des zweidimensionalen Zerspankraftmodells wurde folglich auch nur die Prozessstabilität in der zweidimensionalen Prozessebene betrachtet. Entsprechend der vorangegangenen Diskussion zur Erweiterung der Zerspankraftmodellierung kann auch die Stabilitätsprognose auf Grundlage der ZOA um die Axialkomponente erweitert werden (siehe ALTINTAS (2001)), in welcher der Helixwinkel des Werkzeugs ebenfalls berücksichtigt wird.

Erweiterung  
um die Axial-  
komponente

Die Abbildungstreue der ZOA-Methode nimmt jedoch mit sinkender Zustellung ab (GRADIŠEK, KALVERAM et al. 2005, S. 770). Sollte dies zukünftig die Prognosegenauigkeit einschränken, empfiehlt sich die Verwendung der *semi-diskreten Methode* zur Stabilitätsmodellierung (GRADIŠEK, KALVERAM et al. 2005; INSPERGER und STÉPÁN 2002). Da diese deutlich rechenaufwendiger als die ZOA-Methode ist, wird hierfür die Anwendung der PCE-Verfahren empfohlen. Insbesondere für konventionelle Werkzeugmaschinen, bei denen sich die strukturdynamischen Eigenschaften nur geringfügig im Arbeitsraum ändern und infolgedessen die Beschreibung durch einen semi-probabilistischen Ansatz zulässig sein kann, ist der Anwendungsfall Erfolg versprechend.

Übertragbarkeit  
auf andere  
Stabilitäts-  
modelle

## 9.2 Wirtschaftliches Verwertungspotenzial

Das wirtschaftliche Potential eines Fräsroboters gegenüber einer konventionellen Werkzeugmaschine wurde bereits in vorausgegangenen Forschungsarbeiten abgeschätzt (RÖSCH 2014, S. 146 ff.; MÖLLER 2019, S. 154 ff.). Die Investitionskosten eines konventionellen Fräsroboters sind im Vergleich zu einer herkömmlichen Werkzeugmaschine, insbesondere im Vergleich zu einer Werkzeugmaschine mit vergleichbar großem Arbeitsraum, deutlich geringer. Das wirtschaftliche Potential eines Fräsroboters gegenüber einer konventionellen Werkzeugmaschine ist damit unbestritten. Ziel der folgenden Analyse ist daher, die Kosten für den Einsatz der entwickelten Methoden zur Modellierung der posenabhängigen Struktureigenschaften (Kapitel 6) und zur Modellierung der Zerspankraftkoeffizienten in Abhängigkeit der Werkzeug-Werkstoff-Kombination (Kapitel 7) abzuschätzen.

Die Kosten der Methoden werden dabei maßgeblich durch die experimentelle Versuchsdurchführung und den dafür nötigen Materialaufwand verursacht. Da die Stabilitätsprognose lediglich rechnergestützt auf Grundlage quelloffener Softwarepakete durchgeführt wird, fallen dabei keine nennenswerten Kosten an. Die geschätzten Kosten zur Durchführung der Struktur- und Zerspankraftmodellierung sind in Tabelle 9.1 angegeben.

Die angegebenen Investitionskosten und Kosten für die Verbrauchsmaterialien basieren auf Angeboten der Herstellerunternehmen. Die Dauer der Arbeiten wurde jeweils auf Grundlage der durchgeführten Tätigkeiten geschätzt. Die Schätzung der Lohnkosten beruht auf einer Abfrage beim Statistischen Bundesamt<sup>59</sup> zur *Jahresschätzung Arbeitskosten* (Code 62431), *Deutschland insgesamt* (Code DINSG), *Arbeitskosten je geleistete Stunde* (Code AKO002). Die geschätzten Arbeitskosten je Stunde belaufen sich demnach für den *Wirtschaftsbereich Information und Kommunikation* (Code WZ08-J) im Jahr 2021 auf  $52,20 \frac{\text{€}}{\text{h}}$ .

Der Kostenabschätzung zeigt, dass resultierenden Kosten maßgeblich durch die Investitionen für die Messtechnik bestimmt werden. Die geringe Anzahl der notwendigen Messungen zur experimentellen Modalanalyse resultiert in geringen Kosten zur Modellbildung und illustriert somit das wirtschaftliche Potential der verwendeten Informationsfusion. Die Umsetzung der entwickelten Methoden kann demnach kostengünstig durchgeführt werden, sofern die nötige Messtechnik vorhanden oder verfügbar ist.

---

<sup>59</sup>Siehe <https://www-genesis.destatis.de/genesis/online>, zuletzt abgerufen am 04.04.2023.

**Tabelle 9.1:** Abschätzung der Investitionskosten und laufenden Kosten zur Umsetzung der entwickelten Methodik.

		<b>Beschreibung</b>	<b>Wert</b>
Strukturmodellierung	<b>Investition</b>	Impulshammer	3200,00 €
		Beschleunigungssensor	1999,00 €
		Messequipment	3632,00 €
		<b>Summe</b>	8831,00 €
	<b>laufend</b>	Dauer für den Aufbau	1 h
		Dauer für eine Modalanalyse	10 min
		Anzahl an Messungen zur Störgrößenmodellierung	60
		Anzahl an (gerichteten) Messungen pro Modalanalyse	3
		Anzahl an Modalanalysen zur Strukturmodellierung	15
		<b>Summe</b>	965,70 €
Zerspankraftmodellierung	<b>Investition</b>	Dynamometer	27 000,00 €
		Messequipment	19 984,00 €
		Fräswerkzeug	17,20 €
		Materialkosten (Stahl)	153,51 €
		<b>Summe</b>	47 154,71 €
	<b>laufend</b>	Dauer für den Aufbau	1 h
		Dauer für einen Zerspankraftversuch	10 min
		Anzahl an Zerspankraftversuchen	10
		Kosten für den Versuchsaufbau	52,20 €
		<b>Summe</b>	309,91 €



## Kapitel 10

# Zusammenfassung

Fräsroboter als Plattform für Fräsprozesse stellen durch ihren großen Arbeitsraum und ihre geringen Investitionskosten eine wirtschaftliche Alternative zu konventionellen Fräsbearbeitungszentren dar. Bedingt durch die serielle Kinematik verfügen Fräsroboter jedoch über deutlich geringere statische und dynamische Steifigkeiten, welche in unzulässigen Pfadabdrängungen und einer geringen Oberflächengüte durch prozessinduzierte Strukturschwingungen resultieren können. Um den Störgrößen effektiv zu begegnen, können Simulationsmodelle zur Prognose der Struktur- und Prozessdynamik eingesetzt werden. Die resultierende digitale Werkzeugkette verspricht, die Auswirkungen der Störgrößen präzise und verlässlich abzubilden und ihnen durch geeignete Kompensationsmechanismen entgegenzuwirken. Aufgrund von Mess- und Modellierungsfehlern sind die Struktur- und Prozessmodelle, genauer gesagt die zugrundeliegenden Modellparameter, grundsätzlich fehlerbehaftet. Deterministische Struktur- und Prozessmodelle sind daher nicht prognosefähig.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Methodik zur prognosefähigen Simulation der Posen- und Werkzeug-Werkstoff-abhängigen Stabilität von roboterbasierten Fräsprozessen entwickelt und validiert. Zunächst wurde ein bestehendes Strukturmodell eines Fräsroboters um eine unsicherheitsbehaftete Identifikation der statischen Achsnachgiebigkeiten erweitert. Durch die Verwendung geeigneter A-priori-Annahmen konnte im Zuge der Bayes'schen linearen Regression sichergestellt werden, dass die identifizierten statischen Nachgiebigkeitsparameter physikalisch sinnvoll sind. Die daran anschließende Analyse der Prognose der poseabhängigen strukturdynamischen Eigenschaften hat jedoch gezeigt, dass das physikalisch motivierte Strukturmodell nicht vollständig prognosefähig ist. Um die Prognosefähigkeit der Strukturmodellierung sicherzustellen, wurde ein Verfahren unter Berücksichtigung datenbasierter Informationsfusionsalgorithmen entwickelt. Es erlaubt eine effiziente Modellbildung und resultiert in einer unsicherheitsbehafteten Prognose der poseabhängigen strukturdynamischen Eigenschaften.

Um die Modellierung der Zerspankräfte durch einen unsicherheitsbehafteten Ansatz abzusichern, konnten ebenfalls Bayes'sche lineare Regressionsverfahren eingesetzt werden. Durch die Verwendung der analytischen Lösung für das

Regressionsproblem zur Identifikation der zugrundeliegenden Zerspankraftkoeffizienten konnte die Effizienz gegenüber bisher bestehenden Verfahren deutlich gesteigert werden.

Abschließend wurde die Posen- und Werkzeug-Werkstoff-abhängige Prozessstabilität durch ein neu entwickeltes Vorgehen auf Grundlage der probabilistischen Struktur- und Prozessmodelle prognosefähig abgebildet. Im Vergleich zu bestehenden kommerziellen Lösungen konnte durch die entwickelte Methodik gezeigt werden, dass die Unsicherheiten aus der strukturdynamischen Modellierung und der prozesseitigen Parameteridentifikation nicht zu vernachlässigende Auswirkungen auf die Prognose der Prozessstabilität haben. Die unsicherheitsbehaftete Prognose der Prozessstabilität sichert somit die Prozessauslegung roboterbasierter Fräsprozesse für großvolumige Bauteile ab.

# Literaturverzeichnis

- ABELE, E., ROTHENBÜCHER, S. und WEIGOLD, M. (2008). „Cartesian compliance model for industrial robots using virtual joints“. In: *Production Engineering* 2.3, S. 339–343.
- ALICI, G. und SHIRINZADEH, B. (2005). „Enhanced stiffness modeling, identification and characterization for robot manipulators“. In: *IEEE Transactions on Robotics* 21.4, S. 554–564.
- ALLEMANG, R. J. (2003). „The modal assurance criterion - Twenty years of use and abuse“. In: *Sound and Vibration* 37.8, S. 14–21.
- ALTINTAS, Y. (2001). „Analytical Prediction of Three Dimensional Chatter Stability in Milling“. In: *JSME International Journal Series C* 44.3, S. 717–723.
- ALTINTAS, Y. und BUDAK, E. (1995). „Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling“. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 44.1, S. 357–362.
- ÁLVAREZ, M. A., ROSASCO, L. und LAWRENCE, N. D. (2012). „Kernels for Vector-Valued Functions: A Review“. In: *Foundations and Trends in Machine Learning* 4.3, S. 195–266. arXiv: 1106.6251.
- APPRICH, S. (2019). „Untersuchung des posenabhängigen dynamischen Strukturverhaltens großer Werkzeugmaschinen“. Dissertation. Universität Stuttgart.
- AVITABILE, P. (2017). *Modal Testing: A Practitioner's Guide*. Chichester, Vereinigtes Königreich: John Wiley & Sons Ltd.
- BAIER, C. F.-J. (2020). „Fertigung von Luftfahrtstrukturbauteilen mit hybridem Roboterbearbeitungskonzept“. Dissertation. Technischen Universität Darmstadt.
- BAUER, J., FRIEDMANN, M., HEMKER, T., PISCHAN, M., REINL, C., ABELE, E. und STRYK, O. von (2013). „Analysis of Industrial Robot Structure and Milling Process Interaction for Path Manipulation“. In: DENKENA, B. und HOLLMANN, F. (Hrsg.). *Process Machine Interactions*. Springer Berlin Heidelberg, S. 245–263.

- BAYES, T. (1763). „LII. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. By the late Rev. Mr. Bayes, F. R. S. communicated by Mr. Price, in a letter to John Canton, A. M. F. R. S“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 53, S. 370–418.
- BISHOP, C. M. (2006). *Pattern Recognition and Machine Learning*. 1. Aufl. New York, New York, USA: Springer New York.
- BOLOIX-TORTOSA, R., MURILLO-FUENTES, J. J., PAYAN-SOMET, F. J. und PEREZ-CRUZ, F. (2018). „Complex Gaussian Processes for Regression“. In: *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems* 29.11, S. 5499–5511.
- BOOS, W., ARNTZ, K., JOHANNSEN, L., PRÜMMER, M., HORSTKOTTE, R., GANSER, P., VENEK, T. und GERRETZ, V. (2018). *Erfolgreich Fräsen im Werkzeugbau*. Techn. Ber. Aachen, Deutschland: WBA Aachener Werkzeugbau Akademie GmbH, Fraunhofer-Institut für Produktionstechnologie IPT.
- BOUGUILA, N. und FAN, W. (2020). „Mixture Models and Applications“. In: CELEBRI, M. E. (Hrsg.). *Unsupervised and Semi-Supervised Learning*. Cham: Springer International Publishing, S. 1–21.
- BRECHER, C., CHAVAN, P., SPIERLING, R. und FEY, M. (2018). „A substructuring approach for simulation of time dependent workpiece dynamics during milling“. In: *MM Science Journal* 2018, S. 2625–2632.
- BREVAULT, L., BALESSENT, M. und HEBBAL, A. (2020). „Overview of Gaussian process based multi-fidelity techniques with variable relationship between fidelities, application to aerospace systems“. In: *Aerospace Science and Technology* 107, S. 106339.
- BRÜNING, J. (2019). „Erweiterte Planungsmethode zur Verbesserung der roboterbasierten zerspanenden Fertigung“. Dissertation. Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.
- BUDAK, E., ALTINTAŞ, Y. und ARMAREGO, E. J. (1996). „Prediction of milling force coefficients from orthogonal cutting data“. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME* 118.2, S. 216–224.
- BUSCH, M., SCHMUCKER, B. und ZAEH, M. F. (2021). „Rapid uncertainty quantification of the stability analysis using a probabilistic estimation of the process force parameters“. In: *MM Science Journal* 2021.5, S. 4978–4983.
- BUSCH, M., KLEINWORT, R. und ZÄH, M. F. (2019). „Digital Twins of Machine Tools – How developers and users can profit from the virtual entity“. In: SCHÜTZER, K. (Hrsg.). *24th International Seminar on High Technology*. Piracicaba, São Paulo, Brasilien.
- BUSCH, M., SCHNOES, F., ELSHARKAWY, A. und ZAEH, M. F. (2022). „Methodology for model-based uncertainty quantification of the vibrational properties of machining robots“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 73.8/2021, S. 102243.

- BUSCH, M., SCHNOES, F., SEMM, T., ZAEH, M. F., OBST, B. und HARTMANN, D. (2020). „Probabilistic information fusion to model the pose-dependent dynamics of milling robots“. In: *Production Engineering* 14.4, S. 435–444.
- BUSCH, M., SEMM, T. und ZÄH, M. F. (2020). „Posenabhängige Strukturmodelle durch moderne Algorithmen des Maschinellen Lernens - Datenbasierte Modellierung von Fräsrobotern“. In: *WT Werkstattstechnik* 110.9, S. 624–628.
- BUSCH, M. und ZAEH, M. F. (2022). „Multi-Fidelity Information Fusion to Model the Position-Dependent Modal Properties of Milling Robots“. In: *Robotics* 11.17.
- CAFLISCH, R. E. (1998). „Monte Carlo and quasi-Monte Carlo methods“. In: *Acta Numerica* 7, S. 1–49.
- CELIKAG, H., OZTURK, E. und SIMS, N. D. (2021). „Can mode coupling chatter happen in milling?“ In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 165, S. 103738.
- CORDES, M., HINTZE, W. und ALTINTAS, Y. (2019). „Chatter stability in robotic milling“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 55, S. 11–18.
- CUTAJAR, K., PULLIN, M., DAMIANOU, A., LAWRENCE, N. und GONZÁLEZ, J. (2019). „Deep Gaussian Processes for Multi-fidelity Modeling“. In: *NeurIPS*. Montréal, Kanada. arXiv: 1903.07320.
- CZADO, C. und SCHMIDT, T. (2011). *Mathematische Statistik*. Bd. 7. 1. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, S. 37–72.
- DENKENA, B., BERGMANN, B. und LEPPER, T. (2017). „Design and optimization of a machining robot“. In: *Procedia Manufacturing* 14, S. 89–96.
- DIN 1301 (1978). *Einheiten - Allgemein angewendete Teile und Vielfache*. Deutsches Institut für Normung e.V.
- DIN 8589-3 (2003). *Fertigungsverfahren Spanen - Teil 3: Fräsen; Einordnung, Unterteilung, Begriffe*. Deutsches Institut für Normung e.V.
- DOMSCHKE, W., DREXL, A., KLEIN, R. und SCHOLL, A. (2015). *Einführung in Operations Research*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- DUMAS, C., CARO, S., GARNIER, S. und FURET, B. (2011). „Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 27.4, S. 881–888.
- DUNCAN, G. S., KURDI, M., SCHMITZ, T. L. und SNYDER, J. (2005). „Stability lobe uncertainty“. In: *Proceedings of the 20th Annual ASPE Meeting, ASPE 2005* 2005, S. 4–8.
- DUVENAUD, D. K. (2014). „Automatic Model Construction with Gaussian Processes“. PhD. Thesis. University of Cambridge, Vereinigtes Königreich.

- ELSTER, C., KLAUENBERG, K., WALZEL, M., HARRIS, P., COX, M., MATTHEWS, C., WRIGHT, L., ALLARD, A., FISCHER, N., ELLISON, S., WILSON, P., PENNECCHI, F., KOK, G., VEEN, A. V. D. und PENDRILL, L. (2015). „A Guide to Bayesian Inference for Regression Problems“. In: *Deliverable of EMRP project NEW04 "Novel mathematical and statistical approaches to uncertainty evaluation"*.
- EUROPÄISCHE KOMMISSION (2019). „Der europäische Grüne Deal“. In: *Mitteilung der Kommission an das Europäische Parlament, den Europäischen Rat, den Rat, den Europäischen Wirtschafts- und Sozialausschuss und den Ausschuss der Regionen*.
- EWINS, D. (2000). *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. 2. Aufl. Baldock, Vereinigtes Königreich: Research Studies Press.
- FAASSEN, R. (2007). „Chatter Prediction and Control for High-Speed Milling“. Phd. Thesis. Eindhoven University of Technology, Niederlande.
- FAHRMEIR, L., HEUMANN, C., KÜNSTLER, R., PIGEOT, I. und TUTZ, G. (2016). *Statistik*. Springer-Lehrbuch. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- FAHRMEIR, L., KNEIB, T. und LANG, S. (2009). *Regression*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- FEINBERG, J. und LANGTANGEN, H. P. (2015). „Chaospy: An open source tool for designing methods of uncertainty quantification“. In: *Journal of Computational Science* 11, S. 46–57.
- FELIS, M. L. (2017). „RBDL: an efficient rigid-body dynamics library using recursive algorithms“. In: *Autonomous Robots* 41.2, S. 495–511.
- FERNÁNDEZ-GODINO, M. G., PARK, C., KIM, N.-H. und HAFTKA, R. T. (2016). *Review of multi-fidelity models*. arXiv: 1609.07196.
- FÖRSTER, R. und FÖRSTER, A. (2018). *Einführung in die Fertigungstechnik*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- GAL, Y. (2016). „Uncertainty in Deep Learning“. PhD Thesis. University of Cambridge, Vereinigtes Königreich.
- GAN, W., JI, Z. und LIANG, Y. (2021). „Acquisition Functions in Bayesian Optimization“. In: *Proceedings - 2021 2nd International Conference on Big Data and Artificial Intelligence and Software Engineering, ICBASE 2021*, S. 129–135.
- GATTRINGER, H. (2011). *Starr-elastische Robotersysteme: Theorie und Anwendungen*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- GERADIN, M. und RIXEN, D. J. (2015). *Mechanical Vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics*. Chichester, Vereinigtes Königreich: John Wiley & Sons, Ltd.

- GEYER, S., PAPAIOANNOU, I. und STRAUB, D. (2019). „Cross entropy-based importance sampling using Gaussian densities revisited“. In: *Structural Safety* 76, S. 15–27.
- GHANEM, R., OWHADI, H. und HIGDON, D. (2017). *Handbook of Uncertainty Quantification*. Cham, Schweiz: Springer International Publishing.
- GIEHL, A., HEINL, M. P. und BUSCH, M. (2021). „Leveraging Edge Computing and Differential Privacy to Securely Enable Industrial Cloud Collaboration Along the Value Chain“. In: *2021 IEEE 17th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*. 20449. Lyon, Frankreich: IEEE, S. 2023–2028.
- GIEHL, A., SCHNEIDER, P., BUSCH, M., SCHNOES, F., KLEINWORT, R. und ZAEH, M. F. (2019). „Edge-computing enhanced privacy protection for industrial ecosystems in the context of SMEs“. In: *12th CMI Conference on Cybersecurity and Privacy*. Kopenhagen, Dänemark.
- GONUL, B., SAPMAZ, O. F. und TUNC, L. T. (2019). „Improved stable conditions in robotic milling by kinematic redundancy“. In: *Procedia CIRP* 82, S. 485–490.
- GRADIŠEK, J., GOVEKAR, E., GRABEC, I., KALVERAM, M., WEINER, K., INSPERGER, J. und STÉPÁN, G. (2005). „On stability prediction for low radial immersion milling“. In: *Machining Science and Technology* 9.1, S. 117–130.
- GRADIŠEK, J., KALVERAM, M., INSPERGER, T., WEINERT, K., STÉPÁN, G., GOVEKAR, E. und GRABEC, I. (2005). „On stability prediction for milling“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 45.7-8, S. 769–781.
- GRATIET, L. L. und GARNIER, J. (2014). „Recursive co-kriging model for design of computer experiments with multiple levels of fidelity“. In: *International Journal for Uncertainty Quantification* 4.5, S. 365–386.
- HÄFELE, T., SCHNEBERGER, J. H., KASPAR, J., VIELHABER, M. und GRIEBSCH, J. (2019). „Hybrid additive manufacturing – Process chain correlations and impacts“. In: *Procedia CIRP* 84, S. 328–334.
- HÄHN, F. C. (2020). „Modellierung und Kompensation der Bahnabdrängung bei der spanenden Bearbeitung mit Industrierobotern“. Dissertation. Technische Universität Darmstadt.
- HEINRICH, B., LINKE, P. und GLÖCKLER, M. (2017). *Grundlagen Automatisierung*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden.
- HELD, L. und SABANÉS BOVÉ, D. (2014). *Applied Statistical Inference*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- HESSE, S. (1998). *Industrieroboterpraxis*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.

- HOEN, C. (2005). „An engineering interpretation of the complex eigensolution of linear dynamic systems“. In: *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. Orlando, Florida, USA.
- HOFF, P. D. (2009). *A First Course in Bayesian Statistical Methods*. Springer Texts in Statistics. New York, New York, USA: Springer New York.
- HUANG, R., RIDDLE, M., GRAZIANO, D., WARREN, J., DAS, S., NIMBALKAR, S., CRESKO, J. und MASANET, E. (2016). „Energy and emissions saving potential of additive manufacturing: the case of lightweight aircraft components“. In: *Journal of Cleaner Production* 135, S. 1559–1570.
- HÜLLERMEIER, E. und WAEGEMAN, W. (2021). „Aleatoric and epistemic uncertainty in machine learning: an introduction to concepts and methods“. In: *Machine Learning* 110.3, S. 457–506.
- HUYNH, H. N., ASSADI, H., RIVIÈRE-LORPHEVRE, E., VERLINDEN, O. und AHMADI, K. (2020). „Modelling the dynamics of industrial robots for milling operations“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 61.2019, S. 101852.
- HUYNH, H. N., KOUROUSSIS, G., VERLINDEN, O. und RIVIÈRE-LORPHEVRE, E. (2018). „Modal updating of a 6-axis robot for milling application“. In: *25th International Congress on Sound and Vibration 2018, ICSV 2018: Hiroshima Calling* 7.July, S. 4459–4466.
- HUYNH, H. N., RIVIERE-LORPHEVRE, E. und VERLINDEN, O. (2018). „Multibody modelling of a flexible 6-axis robot dedicated to robotic machining“. In: *The 5th Joint International Conference on Multibody System Dynamics*. Lissabon, Portugal, S. 1–18.
- INSPERGER, T. und STÉPÁN, G. (2002). „Semi-discretization method for delayed systems“. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 55.5, S. 503–518.
- INTERNATIONAL FEDERATION OF ROBOTICS (2020). *Bestand von Industrierobotern nach Anwendungsbereich weltweit in den Jahren 2018 und 2019*.
- KARANDIKAR, J. (2013). „The Fundamental Application of Decision Analysis to Manufacturing“. PhD Thesis. University of North Carolina, USA.
- KARANDIKAR, J., HONEYCUTT, A., SMITH, S. und SCHMITZ, T. (2020). „Milling stability identification using Bayesian machine learning“. In: *Procedia CIRP* 93, S. 1423–1428.
- KARANDIKAR, J. M., SCHMITZ, T. L. und ABBAS, A. E. (2014). „Application of Bayesian Inference to Milling Force Modeling“. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering* 136.2, S. 21017.

- KARIM, A., CORCIONE, E. und VERL, J. A. (2018). „Experimental determination of compliance values for a machining robot“. In: *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*. Bd. 2018. Auckland, Neuseeland, S. 1311–1316.
- KARIM, A., HITZER, J., LECHLER, A. und VERL, A. (2017). „Analysis of the dynamic behavior of a six-axis industrial robot within the entire workspace in respect of machining tasks“. In: *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, S. 670–675.
- KARNIADAKIS, G. E., KEVREKIDIS, I. G., LU, L., PERDIKARIS, P., WANG, S. und YANG, L. (2021). „Physics-informed machine learning“. In: *Nature Reviews Physics* 3.6, S. 422–440.
- KENNEDY, M. C. und O’HAGAN, A. (2000). „Predicting the output from a complex computer code when fast approximations are available“. In: *Biometrika* 87.1, S. 1–13.
- KLEINWORT, R. K.-H. (2021). „Methodology for Enabling Active Vibration Control Systems of Machine Tools for Industrial Use“. Dissertation. Technische Universität München.
- KLIMCHIK, A. und PASHKEVICH, A. (2018). „Robotic manipulators with double encoders: accuracy improvement based on advanced stiffness modeling and intelligent control“. In: *IFAC-PapersOnLine* 51.11, S. 740–745.
- LACHMAYER, R. und LIPPERT, R. B. (2016). *3D-Druck beleuchtet*. Hrsg. von LACHMAYER, R., LIPPERT, R. B. und FAHLBUSCH, T. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, S. 1–5.
- LANG, G. F. (2012). „Matrix madness and complex confusion: A review of complex modes from multiple viewpoints“. In: *Sound and Vibration* 46.11, S. 8–12.
- LAU, J., LANSLOTS, J., PEETERS, B. und VAN DER AUWERAER, H. (2007). „Automatic modal analysis: Reality or myth?“ In: *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. Leuven, Belgien.
- LE, Q. V., SMOLA, A. J. und CANU, S. (2005). „Heteroscedastic Gaussian process regression“. In: *ICML 2005 - Proceedings of the 22nd International Conference on Machine Learning*. Bonn, S. 489–496.
- LEMIEUX, C. (2009). *Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Sampling*. Springer Series in Statistics. New York, New York, USA: Springer New York.
- LIENENLÜKE, L. (2020). „Modellbasierte planungsintegrierte und steuerungstechnische Störgrößenkompensation bei robotergestützten Bearbeitungsprozessen“. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
- LILJEREHN, A. (2016). „Machine Tool Dynamics“. PhD Thesis. Chalmers University of Technology, Schweden.

- MARINONE, T. und MOYA, A. (2015). „Comparison of FRF Correlation Techniques“. In: *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. Bd. 3. 2015, S. 299–309.
- MCCLARREN, R. G. (2018). *Uncertainty Quantification and Predictive Computational Science*. Cham, Schweiz: Springer International Publishing.
- MCKAY, D. J. (2003). *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms*. 7.2. Cambridge, Vereinigtes Königreich: Cambridge University Press.
- MCKAY, M. D., BECKMAN, R. J. und CONOVER, W. J. (2000). „A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output From a Computer Code“. In: *Technometrics* 42.1, S. 55–61.
- MEHTA, P., KUTTOLAMADOM, M. und MEARS, L. (2017). „Mechanistic force model for machining process—theory and application of Bayesian inference“. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 91.9-12, S. 3673–3682.
- MEJRI, S., GAGNOL, V., LE, T. P., SABOURIN, L., RAY, P. und PAULTRE, P. (2016). „Dynamic characterization of machining robot and stability analysis“. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 82.1-4, S. 351–359.
- MENG, X. und KARNIADAKIS, G. E. (2020). „A composite neural network that learns from multi-fidelity data: Application to function approximation and inverse PDE problems“. In: *Journal of Computational Physics* 401.1, S. 109020. arXiv: 1903.00104.
- MOELLER, C., SCHMIDT, H. C., KOCH, P., BOEHLMANN, C., KOTHE, S., WOLLNACK, J. und HINTZE, W. (2017). „Real Time Pose Control of an Industrial Robotic System for Machining of Large Scale Components in Aerospace Industry Using Laser Tracker System“. In: *SAE International Journal of Aerospace* 10.2, S. 100–108.
- MÖLLER, C. (2019). „Entwicklung eines hochgenauen Bearbeitungsroboters durch den Einsatz zusätzlicher Messtechnik“. Dissertation. Technischen Universität Hamburg.
- MÖLLER, C., SCHMIDT, H. C., SHAH, N. H. und WOLLNACK, J. (2016). „Enhanced Absolute Accuracy of an Industrial Milling Robot Using Stereo Camera System“. In: *Procedia Technology* 26, S. 389–398.
- MOUSAVI, S., GAGNOL, V., BOUZGARROU, B. C. und RAY, P. (2017a). „Model-Based Stability Prediction of a Machining Robot“. In: *New Advances in Mechanisms, Mechanical Transmissions and Robotics. Mechanisms and Machine Science, vol 46*. Cham, Schweiz: Springer, S. 379–387.
- MOUSAVI, S., GAGNOL, V., BOUZGARROU, B. C. und RAY, P. (2017b). „Dynamic modeling and stability prediction in robotic machining“. In: *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 88.9-12, S. 3053–3065.

- MUNOA, J., BEUDAERT, X., DOMBOVARI, Z., ALTINTAS, Y., BUDAK, E., BRECHER, C. und STEPAN, G. (2016). „Chatter suppression techniques in metal cutting“. In: *CIRP Annals - Manufacturing Technology* 65.2, S. 785–808.
- MURPHY, K. P. (2012). *Machine learning - A probabilistic perspective*. Cambridge, Massachusetts, USA: MIT Press.
- NEWMAN, M., LU, K. und KHOSHARREGI, M. (2020). „Suppression of robot vibrations using input shaping and learning-based structural models“. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, S. 1–12.
- NGUYEN, V. (2020). „Data-Driven Modelling and Control“. PhD. Thesis. Georgia Institute of Technology, USA.
- NGUYEN, V., CVITANIC, T. und MELKOTE, S. (2019). „Data-Driven Modeling of the Modal Properties of a Six-Degrees-of-Freedom Industrial Robot and Its Application to Robotic Milling“. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering* 141.12, S. 1–12.
- NGUYEN, V., JOHNSON, J. und MELKOTE, S. (2020). „Active vibration suppression in robotic milling using optimal control“. In: *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 152, S. 103541.
- NIEHUES, K. K. (2015). „Identifikation linearer Dämpfungsmodelle für Werkzeugmaschinenstrukturen“. Dissertation. Technische Universität München.
- PALEYES, A., PULLIN, M., MAHSERECI, M., LAWRENCE, N. und GONZÁLEZ, J. (2019). „Emulation of physical processes with Emukit“. In: *Second Workshop on Machine Learning and the Physical Sciences, NeurIPS*. Vancouver, Kanada.
- PAN, Z. und ZHANG, H. (2007). „Analysis and suppression of chatter in robotic machining process“. In: *ICCAS 2007 - International Conference on Control, Automation and Systems*. Seoul, Korea, S. 595–600.
- PAPAGEORGIOU, M., LEIBOLD, M. und BUSS, M. (2012). *Optimierung*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- PASOLLI, E. und MELGANI, F. (2011). „Gaussian process regression within an active learning scheme“. In: *2011 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. IEEE, S. 3574–3577.
- PEHERSTORFER, B., WILLCOX, K. und GUNZBURGER, M. (2018). *Survey of multifidelity methods in uncertainty propagation, inference, and optimization*. arXiv: 1806.10761.
- PERDIKARIS, P., RAISSI, M., DAMIANOU, A., LAWRENCE, N. D. und KARNIADAKIS, G. E. (2016). „Nonlinear information fusion algorithms for robust multifidelity modeling“. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical, and Engineering Sciences* 473.2198.
- PFEIFFER, F. und SCHINDLER, T. (2014). *Einführung in die Dynamik*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.

- PUZIK, A. (2011). „Genauigkeitssteigerung bei der spanenden Bearbeitung mit Industrierobotern durch Fehlerkompensation mit 3D-Piezo-Ausgleichsaktorik“. Dissertation. Universität Stuttgart.
- RAFIEIAN, F., HAZEL, B. und LIU, Z. (2014). „Regenerative instability of impact-cutting material removal in the grinding process performed by a flexible robot arm“. In: *Procedia CIRP*. Bd. 14. Berkeley, California, USA: Elsevier B.V., S. 406–411.
- RAINIERI, C. und FABBROCINO, G. (2014). *Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures*. 1. Aufl. New York, New York, USA: Springer New York.
- RASMUSSEN, C. E. und WILLIAMS, C. K. I. (2006). *Gaussian Processes for Machine Learning*. MIT Press.
- REBELEIN, C. und ZAEH, M. F. (2016). „Friction in feed drives of machine tools: investigation, modeling and validation“. In: *Production Engineering* 10.4-5, S. 497–507.
- REBELEIN, C. B. (2019). „Prognosefähige Simulation von Dämpfungseffekten in mechatronischen Werkzeugmaschinenstrukturen“. Dissertation. Technische Universität München.
- REINL, C., FRIEDMANN, M., BAUER, J., PISCHAN, M., ABELE, E. und VON STRYK, O. (2011). „Model-based off-line compensation of path deviation for industrial robots in milling applications“. In: *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM*. Budapest, Ungarn, S. 367–372.
- RÖSCH, O. (2014). „Steigerung der Arbeitsgenauigkeit bei der Fräsbearbeitung metallischer Werkstoffe mit Industrierobotern“. Dissertation. Technische Universität München.
- RUBEO, M. A. und SCHMITZ, T. L. (2016). „Milling Force Modeling: A Comparison of Two Approaches“. In: *Procedia Manufacturing* 5, S. 90–105.
- RUSER, H. und LEON, F. P. (2007). „Informationsfusion - Eine Übersicht“. In: *Technisches Messen* 74.3, S. 93–102.
- SALEHI, M., SCHMITZ, T. L., COPENHAVER, R., HAAS, R. und OVTCHAROVA, J. (2018). „Probabilistic prediction of cutting and ploughing forces using extended Kienzle force model in orthogonal turning process“. In: *Procedia CIRP*. Bd. 77. Budapest, Ungarn: Elsevier B.V., S. 90–93.
- SALEHI, M., SCHMITZ, T. L., COPENHAVER, R., HAAS, R. und OVTCHAROVA, J. (2019). „Probabilistic Sequential Prediction of Cutting Force Using Kienzle Model in Orthogonal Turning Process“. In: *Journal of Manufacturing Science and Engineering* 141.1, S. 1–12.
- SALTELLI, A. (2002). „Making best use of model evaluations to compute sensitivity indices“. In: *Computer Physics Communications* 145.2, S. 280–297.

- SALTELLI, A., ANNONI, P., AZZINI, I., CAMPOLONGO, F., RATTO, M. und TARANTOLA, S. (2010). „Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index“. In: *Computer Physics Communications* 181.2, S. 259–270.
- SALVATIER, J., WIECKI, T. V. und FONNESBECK, C. (2016). „Probabilistic programming in Python using PyMC3“. In: *PeerJ Computer Science* 2, e55.
- SCHMITZ, T. L. und SMITH, K. S. (2019). *Machining Dynamics*. 2. Aufl. Cham, Schweiz: Springer International Publishing.
- SCHMUCKER, B., BUSCH, M., KLEINWORT, R. und ZÄH, M. F. (2020). „Edge- und cloudbasierte Prozessüberwachung“. In: *WT Werkstattstechnik* 110.3, S. 113–118.
- SCHMUCKER, B., BUSCH, M., SEMM, T. und ZAEH, M. F. (2021). „Instantaneous parameter identification for milling force models using bayesian optimization“. In: *MM Science Journal* 11/2021, S. 4992–4999.
- SCHNEIDER, U. J. (2016). „Untersuchung von modellbasierter Fehlerkompensation und erweiterter Positionsregelung zur Genauigkeitssteigerung von roboterbasierten Zerspanungsprozessen“. Dissertation. Universität Stuttgart, S. 149.
- SCHNOES, F. und ZAEH, M. F. (2019). „Model-based planning of machining operations for Industrial Robots“. In: *Procedia CIRP*. Bd. 82. Sheffield, Vereinigtes Königreich: Elsevier B.V., S. 497–502.
- SCHWARZ, S. A. (2015). „Prognosefähigkeit dynamischer Simulationen von Werkzeugmaschinenstrukturen“. Dissertation. Technische Universität München.
- SEMM, T., REBELEIN, C. und ZAEH, M. F. (2019). „Prediction of the position dependent dynamic behavior of a machine tool considering local damping effects“. In: *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* 27, S. 68–77.
- SEMM, T. (2020). „Position-flexible modeling approach for an efficient optimization of the machine tool dynamics considering local damping effects“. Dissertation. Technische Universität München.
- SETTLES, B. (2010). *Active Learning Literature Survey*. Techn. Ber. Madison, Wisconsin, USA: University of Wisconsin–Madison.
- SIEBEL, N. T., PETERS, D. und SOMMER, G. (2010). „Models and Control Strategies for Visual Servoing“. In: *Visual Servoing*. InTech. Kap. 2, S. 21–52.
- SIEBERTZ, K., BEBBER, D. van und HOCHKIRCHEN, T. (2017). *Statistische Versuchsplanung*. Bd. 158. 11. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, S. 72–73.

- STRATEGY& (2018). *3D-Druck - Globales Marktvolumen in ausgewählten Branchen 2030*.
- SULLIVAN, T. (2015). *Introduction to Uncertainty Quantification*. Bd. 63. Texts in Applied Mathematics. Cham, Schweiz: Springer International Publishing.
- SWEVERS, J., GANSEMAN, C., DE SCHUTTER, J. und VAN BRUSSEL, H. (1996). „Experimental robot identification using optimised periodic trajectories“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 10.5, S. 561–577.
- TENNØE, S., HALNES, G. und EINEVOLL, G. T. (2018). „Uncertainpy: A Python Toolbox for Uncertainty Quantification and Sensitivity Analysis in Computational Neuroscience“. In: *Frontiers in Neuroinformatics* 12, S. 1–29.
- TUNC, L. T. und GONUL, B. (2021). „Effect of quasi-static motion on the dynamics and stability of robotic milling“. In: *CIRP Annals* 70.1, S. 305–308.
- VDI-RICHTLINIE 2860 (1990). *Handhabungsfunktionen, Handhabungseinrichtungen; Begriffe, Definitionen, Symbole*. Düsseldorf.
- VERBOVEN, P. (2002). „Frequency-domain system identification for modal analysis“. PhD. Thesis. Vrije Universiteit Brussel, Belgien.
- VÖLLNER, G. (2009). „Rührreißschweißen mit Schwerlast-Industrierobotern“. Dissertation. Technische Universität München.
- WAKEFIELD, J. (2013). *Bayesian and Frequentist Regression Methods*. Springer Series in Statistics. New York, New York, USA: Springer New York.
- WEBER, W. (2009). *Industrieroboter*. 2. Aufl. München: Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG.
- WEBER, W. (2019). *Industrieroboter*. 4. Aufl. München: Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG.
- WECK, M. (2006). *Werkzeugmaschinen 5*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg.
- WEIGOLD, M. (2008). „Kompensation der Werkzeugabdrängung bei der spanenden Bearbeitung mit Industrierobotern“. Dissertation. Technische Universität Darmstadt.
- ZAEH, M., SCHNOES, F., OBST, B. und HARTMANN, D. (2020). „Combined offline simulation and online adaptation approach for the accuracy improvement of milling robots“. In: *CIRP Annals* 69.1, S. 337–340.
- ZAEH, M. F. und ROESCH, O. (2014). „Improvement of the machining accuracy of milling robots“. In: *Production Engineering* 8.6, S. 737–744.

# Anhang A

Im Rahmen der Modellbildung wurden die nachfolgend angegebenen Starrkörpermassen  $m$ , die Massenträgheitsparameter  $I$  und die Massenschwerpunkte  $G$  zugrunde gelegt. Die Achsdämpfungen  $C$  wurden HUYNH, KOUROUSSIS et al., S. 6 entnommen.

$$m = [m_1 \quad m_2 \quad m_3 \quad m_4 \quad m_5 \quad m_6] \\ = [110 \quad 239,748 \quad 164,006 \quad 39,746 \quad 28,51 \quad 78,622] \text{ kg}$$

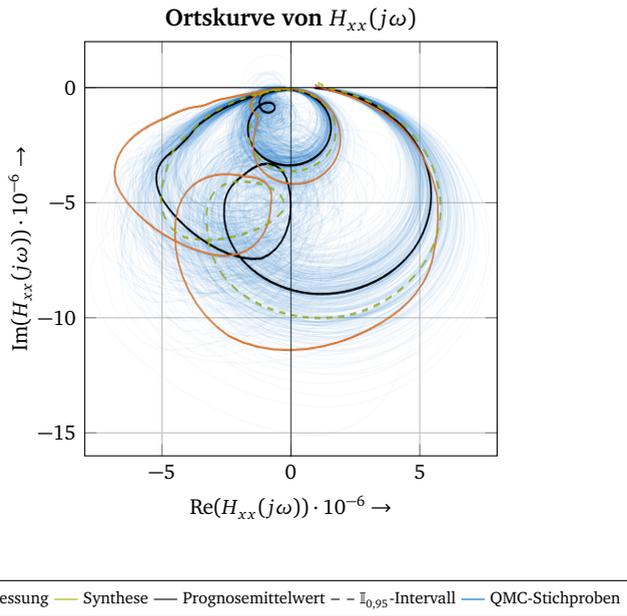
$$I = \begin{bmatrix} I_{1,xx} & I_{1,xy} & I_{1,xz} & I_{1,yy} & I_{1,yz} & I_{1,zz} \\ I_{2,xx} & I_{2,xy} & I_{2,xz} & I_{2,yy} & I_{2,yz} & I_{2,zz} \\ I_{3,xx} & I_{3,xy} & I_{3,xz} & I_{3,yy} & I_{3,yz} & I_{3,zz} \\ I_{4,xx} & I_{4,xy} & I_{4,xz} & I_{4,yy} & I_{4,yz} & I_{4,zz} \\ I_{5,xx} & I_{5,xy} & I_{5,xz} & I_{5,yy} & I_{5,yz} & I_{5,zz} \\ I_{6,xx} & I_{6,xy} & I_{6,xz} & I_{6,yy} & I_{6,yz} & I_{6,zz} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 3,236370867 & 0,644464939 & 0,468238095 & 6,714710678 & 0,257842574 & 5,649849463 \\ 4,30639745 & 0,165463221 & 4,341148242 & 40,01608253 & 0,022575289 & 39,50583604 \\ 16,43037097 & 0,336896677 & 0,01807357200 & 2,381578838 & 0,191901642 & 16,17115993 \\ 0,419700279 & 0 & 0 & 0,425200882 & 0,009137089 & 0,097243405 \\ 0,436341228 & 8,1710 \cdot 10^{-6} & 6,8 \cdot 10^{-8} & 0,296286531 & 0,06785905 & 0,294686677 \\ 0,766497 & 0 & 0,01855 & 1,401573 & 0 & 1,295152 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$G = \begin{bmatrix} x_{g,1} & y_{g,1} & z_{g,1} \\ x_{g,2} & y_{g,2} & z_{g,2} \\ x_{g,3} & y_{g,3} & z_{g,3} \\ x_{g,4} & y_{g,4} & z_{g,4} \\ x_{g,5} & y_{g,5} & z_{g,5} \\ x_{g,6} & y_{g,6} & z_{g,6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,002646 & 0,01874 & 0,188026 \\ 0,427436 & 0,00295 & 0,236273 \\ 0,023521 & 0,157165 & 0 \\ 0 & 0,001354 & 0,223432 \\ 0 & 0,054123 & -0,037621 \\ -0,065895 & 0 & 0,122766 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{1,x} & y_{1,y} & c_{1,z} \\ c_{1,x} & c_{1,y} & c_{1,z} \\ c_{2,x} & c_{2,y} & c_{2,z} \\ c_{3,x} & c_{3,y} & c_{3,z} \\ c_{4,x} & c_{4,y} & c_{4,z} \\ c_{5,x} & c_{5,y} & c_{5,z} \\ c_{1,x} & c_{6,y} & c_{6,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2372 & 2372 & 2372 \\ 2918 & 2918 & 2918 \\ 670 & 670 & 670 \\ 316 & 316 & 316 \\ 78 & 78 & 78 \\ 6 & 6 & 6 \end{bmatrix} \frac{\text{Nms}}{\text{rad}}$$



## Anhang B



**Abbildung B.1:** Unsicherheitsbehaftete Prognosen der Ortskurve für den Nachgiebigkeitsfrequenzgang  $H_{xx}(j\omega)$  (alternativ zur Bode-Plot-Darstellung in Abbildung 6.12)



# Anhang C

## Studentische Arbeiten

Im Rahmen der Dissertation wurden am Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften (*iwb*) der Technischen Universität München 15 studentische Arbeiten unter wissenschaftlicher Anleitung durch den Autor betreut. Die Ergebnisse sind in Teilen in die vorliegende Arbeit eingeflossen. Der Autor dankt den Studierenden für ihr Engagement.

Name	Art <sup>60</sup>	Titel der Arbeit
Johanna Walch	BT	Roboterbasiertes Be- und Entladen einer Werkzeugmaschine mittels Bildverarbeitungsverfahren
Dirk Rittau	MT	Probabilistische Informationsfusion zur datenbasierten Modellierung des strukturdynamischen Verhaltens von Fräsrobotern
Manuel Luque	MT	Probabilistic Model Identification of Structural Dynamics using Multi-Fidelity Neural Networks for Milling Robot Applications
Konstantin Lehne	SA	Unsicherheitsquantifizierung und Messposenoptimierung mittels maschineller Lernverfahren zur Stabilitätsvorhersage roboterbasierter Fräsprozesse
Maximilian Springer	IDP	Online Stability Prediction using LSTM networks
Matthias Müller	SA	Datenbasierte Informationsfusion zur Modellierung des statischen Steifigkeitsverhaltens von Industrierobotern
Konstantin Lehne	MT	Datenbasierte Algorithmen der Informationsfusion zur Modellierung der positionsabhängigen Prozessstabilität von Fräsrobotern

<sup>60</sup>BT: Bachelor's Thesis, SA: Semesterarbeit, IDP: interdisziplinäres Projekt, MT: Master's Thesis

---

Raphael Wolf	BT	Experimentelle Validierung der Prozessstabilität von Fräsrobotern
Qiang Tan	SA	Development of a Decision Support System for the Optimization of Robot-Based Milling Processes
Jannik Hüllemann	SA	KI-basierte Vorhersage von Kalibrierintervallen eines mobilen Fräsroboters
Luca Jank	BT	Experimentelle Unsicherheitsquantifizierung der positionsabhängigen Modalparameter von Fräsrobotern
Zihao Wang	SA	Entwicklung einer Methode zur automatisierten Modellierung der kinematischen und dynamischen Eigenschaften eines Fräsroboters auf Basis von CAD-Daten
Jicong Ao	SA	ROS2-basierte Modellierung und Simulation von Fräsrobotern
Janik Esch	BT	Entwicklung einer verfahrensübergreifenden Einspannvorrichtung für die hybride Prozesskette
Jannik Hüllemann	MT	Probabilistische Informationsfusion zur Modellierung der poseabhängigen Steifigkeit von Fräsrobotern

---

# Anhang D

## Veröffentlichungen

Die wissenschaftlichen Arbeiten des Autors am Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften (*iwb*) der Technischen Universität München flossen in die nachfolgend genannten wissenschaftlichen Veröffentlichungen mit ein:

- ☞ BUSCH, M., KLEINWORT, R. und ZÄH, M. F. (2019). „Digital Twins of Machine Tools – How developers and users can profit from the virtual entity“. In: SCHÜTZER, K. (Hrsg.). *24th International Seminar on High Technology*. Piracicaba, São Paulo, Brasilien
- ☞ GIEHL, A., SCHNEIDER, P., BUSCH, M., SCHNOES, F., KLEINWORT, R. und ZAEH, M. F. (2019). „Edge-computing enhanced privacy protection for industrial ecosystems in the context of SMEs“. In: *12th CMI Conference on Cybersecurity and Privacy*. Kopenhagen, Dänemark
- ☞ BUSCH, M., SEMM, T. und ZÄH, M. F. (2020). „Posenabhängige Strukturmodelle durch moderne Algorithmen des Maschinellen Lernens - Datenbasierte Modellierung von Fräsrobotern“. In: *WT Werkstattstechnik* 110.9, S. 624–628
- ☞ SCHMUCKER, B., BUSCH, M., KLEINWORT, R. und ZÄH, M. F. (2020). „Edge- und cloudbasierte Prozessüberwachung“. In: *WT Werkstattstechnik* 110.3, S. 113–118
- ☞ BUSCH, M., SCHNOES, F., SEMM, T., ZAEH, M. F., OBST, B. und HARTMANN, D. (2020). „Probabilistic information fusion to model the pose-dependent dynamics of milling robots“. In: *Production Engineering* 14.4, S. 435–444
- ☞ SCHMUCKER, B., BUSCH, M., SEMM, T. und ZAEH, M. F. (2021). „Instantaneous parameter identification for milling force models using bayesian optimization“. In: *MM Science Journal* 11/2021, S. 4992–4999
- ☞ BUSCH, M., SCHMUCKER, B. und ZAEH, M. F. (2021). „Rapid uncertainty quantification of the stability analysis using a probabilistic estimation of the process force parameters“. In: *MM Science Journal* 2021.5, S. 4978–4983

- ☰ GIEHL, A., HEINL, M. P. und BUSCH, M. (2021). „Leveraging Edge Computing and Differential Privacy to Securely Enable Industrial Cloud Collaboration Along the Value Chain“. In: *2021 IEEE 17th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*. 20449. Lyon, Frankreich: IEEE, S. 2023–2028
- ☰ BUSCH, M., SCHNOES, F., ELSHARKAWY, A. und ZAEH, M. F. (2022). „Methodology for model-based uncertainty quantification of the vibrational properties of machining robots“. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 73.8/2021, S. 102243
- ☰ BUSCH, M. und ZAEH, M. F. (2022). „Multi-Fidelity Information Fusion to Model the Position-Dependent Modal Properties of Milling Robots“. In: *Robotics* 11.17