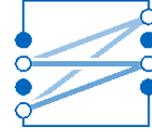




TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN  
LEHRSTUHL FÜR NACHRICHTENTECHNIK  
Prof. Dr. sc. techn. Gerhard Kramer



---

Bachelorarbeit

# Algorithmen mit eingeschränkter Kooperation bei interferenzlimitierter Übertragung

Vorgelegt von:

Tasnad Kernetzky

München, September 2012

Betreut von:

Dipl.-Ing. Stefan Dierks

Bachelorarbeit am  
Lehrstuhl für Nachrichtentechnik (LNT)  
der Technischen Universität München (TUM)  
Titel : Algorithmen mit eingeschränkter Kooperation bei interferenz-  
limitierter Übertragung  
Autor : Tasnad Kernetzky

Tasnad Kernetzky  
Matrikelnummer 03607213  
Senftlstr. 1a  
81541 München  
tasnad@mytum.de

Ich versichere hiermit wahrheitsgemäß, die Arbeit bis auf die dem Aufgabensteller bereits bekannte Hilfe selbständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Abänderung entnommen wurde.

München, 19.9.2012

.....  
Ort, Datum

(Tasnad Kernetzky)



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Das Übertragungssystem</b>	<b>3</b>
2.1	Multiple Input, Multiple Output Kanalmodell . . . . .	3
2.1.1	Beispiel zur Vorkodierung und Empfangsfilterung . . . . .	6
2.1.2	Anzahl der Freiheitsgrade . . . . .	7
2.1.3	Definition der Stärke eines Kanales . . . . .	7
2.1.4	Kanalmodell für mehrere Kanalnutzer . . . . .	8
2.2	Dämpfung und Geometrische Verhältnisse . . . . .	9
2.2.1	Dämpfung der Kanäle . . . . .	9
2.2.2	Geometrische Verhältnisse . . . . .	10
2.3	Reziproke Systeme . . . . .	11
2.4	Ratenberechnung . . . . .	13
2.4.1	Kanalkapazität und MIMO Ratenberechnung ohne Interferenz . .	13
2.4.2	Ratenberechnung bei Interferenz . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Konventioneller Umgang mit Interferenz</b>	<b>17</b>
3.1	Interferenz als zusätzliches Rauschen . . . . .	17
3.2	Time Division Multiple Access . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Interference Alignment</b>	<b>21</b>
4.1	Der Zero Forcing IA Algorithmus . . . . .	23
4.2	Der Max SINR IA Algorithmus . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Coordinated Multi Point Transmission</b>	<b>27</b>
5.1	Zusätzliche Nomenklatur . . . . .	28
5.2	Der kanalinvertierende CoMP Algorithmus . . . . .	30
5.3	Der Max SINR CoMP Algorithmus . . . . .	31
5.4	Gegenüberstellung von CoMP und einfachen Verfahren . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Das Konzept der verschobenen Kooperationsbereiche</b>	<b>35</b>

<b>7</b>	<b>Simulationsumgebung und Ergebnisse</b>	<b>37</b>
7.1	Simulationsumgebung . . . . .	37
7.2	Simulation ohne Dämpfung und externe Interferenz . . . . .	41
7.3	Simulation unter Berücksichtigung von Dämpfung und externer Interferenz	43
7.3.1	Nichtbeachtung des Schätzwertes der durchschnittlichen externen Interferenz bei Max SINR Algorithmen . . . . .	44
7.3.2	Variation des Mindestabstandes der Mobilteile von den Basisstationen	44
7.3.3	Variation des Dämpfungsexponenten . . . . .	45
<b>8</b>	<b>Fazit</b>	<b>49</b>
<b>A</b>	<b>Abkürzungen</b>	<b>51</b>
<b>B</b>	<b>Nomenklatur</b>	<b>53</b>
<b>C</b>	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>55</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>57</b>

# 1 Einleitung

Im Zuge der Entwicklungen auf dem Gebiet der neuesten Generation des Mobilfunkstandards Long Term Evolution (LTE) wurde viel Augenmerk auf Methoden zum Umgang mit Interferenz gelegt. In zellulären Netzen limitiert sie die Kanalkapazität und damit die Übertragungsraten maßgeblich. Verwendet man jedoch mehrere Antennen bei Sendern und Empfängern, kann ihre Auswirkung durch intelligente Verfahren, welche den Gegenstand dieser Arbeit darstellen, begrenzt werden. Im weiteren Verlauf sollen diverse herkömmliche und moderne Verfahren in ihrer Funktion erklärt und miteinander verglichen werden.

Zu Beginn wird eine Nomenklatur eingeführt, die in erster Linie die Übertragung paralleler Daten über den Multiple Input, Multiple Output (MIMO) Kanal und die Berechnung der Gesamtübertragungsraten beschreibt. Des Weiteren werden Grundannahmen vorgestellt, welche für die gesamte Arbeit gelten.

Im Anschluss werden Verfahren präsentiert und erklärt, die bereits heute im Einsatz sind; gefolgt von den modernen Ansätzen Interference Alignment (IA) und Coordinated Multi Point Transmission (CoMP). Diese Methoden gehen von einer gemeinsamen Annahme aus, welche nachfolgend betrachtet wird.

Am Ende der Arbeit wird die benutzte Simulationsumgebung beschrieben und abschließend werden die Ergebnisse visualisiert und diskutiert. In den Simulationen werden die Auswirkungen bestimmter Parameter betrachtet, so zum Beispiel der Dämpfung oder des minimalen Abstandes zwischen Basisstationen und Mobilteilen. Vor allem der Grad der Dämpfung spielt bei der Übertragung in zellulären Netzen eine zentrale Rolle.

Ziel der Arbeit ist es, die Performanz<sup>1</sup> verschiedener Umgangsweisen mit Interferenz in einem möglichst realitätsnahen Szenario zu ermitteln und zu vergleichen.

---

<sup>1</sup>Als Vergleich dienen an dieser Stelle die erzielbaren Gesamtübertragungsraten pro Kanalnutzung.



## 2 Das Übertragungssystem

In diesem Kapitel sollen grundlegende Begriffe und Strukturen dargestellt und erläutert werden. Dabei wird genauer auf das Kanalmodell, die geometrischen Verhältnisse von Sendern und Empfängern und die Ratenberechnung eingegangen. Grundsätzlich ist jedes Mobilteil (MT) seiner stärksten Basisstation (BS) zugeordnet, wobei die ‚Stärke‘ durch den verbindenden Funkkanal festgelegt wird (Definition in Kapitel 2.1.3). Die Richtung der Datenübertragung entspricht hier einem Downlink Szenario, was die Basisstationen zu Sendern und die Mobilteile zu Empfängern macht. Der Uplink wird hier nicht betrachtet.

### 2.1 Multiple Input, Multiple Output Kanalmodell

Das verwendete Kanalmodell entspricht dem MIMO-Modell, wie es unter Anderem in [Gol05] (321–322) beschrieben ist und wird im Folgenden genauer definiert.

Alle BS und MT besitzen jeweils  $M$  bzw.  $N$  Antennen, die unabhängig voneinander operieren können und jeweils durch Kanäle verbunden sind, welche in Abbildung 2.1 durch die Pfeile  $h_{11}$  bis  $h_{NM}$  gekennzeichnet sind. Der erste Kanalindex steht dabei für die empfangende- und der zweite für die sendende Antenne.

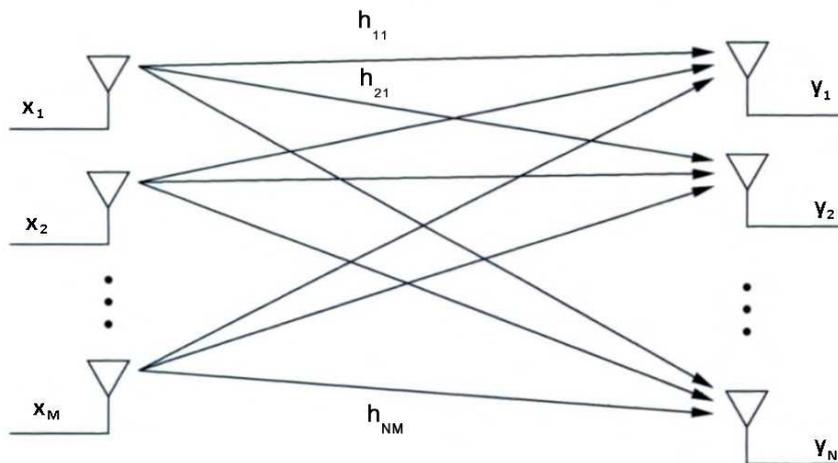


Abbildung 2.1: Das MIMO Übertragungssystem (vgl. [Gol05] (322)).

Für die Modellierung der Kanäle wird hier ein Rayleigh-Fading angenommen. Dies bedeutet, dass jeder Eintrag der Kanalmatrizen unabhängig und identisch verteilt erzeugt wird, mit einer Normalverteilung jeweils für den Real- und Imaginärteil. Die resultierende Verteilung ist komplex zirkulär symmetrisch und ihr Betrag ist rayleighverteilt. Abbildung 2.2 zeigt ein Histogramm der Beträge.

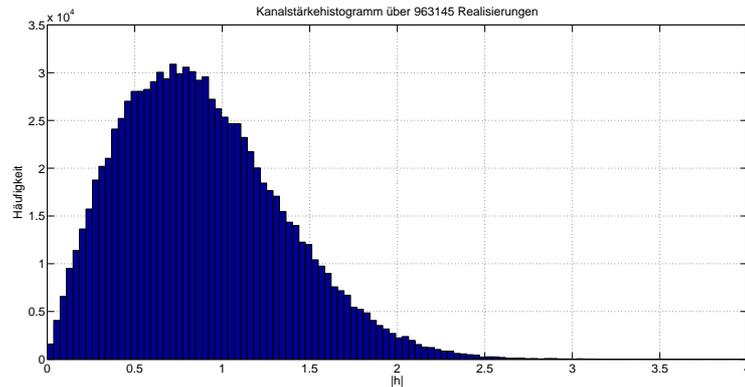


Abbildung 2.2: Rayleighverteilung der Kanalbeträge.

Fasst man die Kanäle zwischen allen Antennen in der Matrix

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1} & \cdots & h_{NM} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times M}$$

zusammen und führt noch zusätzlich die zwei Vektoren  $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  und  $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  mit den gesendeten und empfangenen Symbolen eines Übertragungspaares ein, erhält man mit

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}$$

eine kompakte Darstellung dieses Systems.

Die einzelnen Einträge in  $\tilde{\mathbf{y}}$  repräsentieren die empfangenen Werte an den entsprechenden Antennen und sind jeweils eine durch die Kanäle gewichtete Linearkombination des gesendeten Symbolen  $\tilde{\mathbf{x}}$ .

Eine Vorkodierung am Sender und eine Filterung am Empfänger stellen eine Möglichkeit dar, die zusätzlichen Antennen gewinnbringend einzusetzen. Dabei legt man fest, wie das zu sendende Symbol auf die Antennen aufgeteilt wird und wie die empfangenen Signale am Kanalende zusammengesetzt werden. Dies lässt sich ebenfalls kompakt durch

die zwei Matrizen

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_M] \in \mathbb{C}^{M \times M} \quad (2.1)$$

und

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_N] \in \mathbb{C}^{N \times N} \quad (2.2)$$

darstellen. Die Vektoren der tatsächlich gesendeten bzw. empfangenen Datenströme

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{V} \tilde{\mathbf{x}} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{U}^H \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.3)$$

entstehen, indem das zu übertragende bzw. empfangene Symbol mit der entsprechenden Kodiermatrix multipliziert wird.

Da jedes Übertragungssystem die Signale verrauscht, wird im Modell  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  auf das Empfangssignal  $\mathbf{y}$  addiert. Das Rauschen wird hier als komplex gaussverteilt mit einem Mittelwert von Null und einer Standardabweichung von  $\sigma_n^2$  angenommen, wobei die diagonale Struktur seiner Kovarianzmatrix

$$\mathbf{Q}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N$$

impliziert, dass es sich an allen Empfangsantennen um stochastisch unabhängiges Rauschen handelt. Um die Übersichtlichkeit weiter zu verbessern, wird die Sendeleistung eines Symbols

$$P = \mathbf{E}[\|\mathbf{x}\|^2]$$

auf die Rauschleistung  $\sigma_n^2$  bezogen und diese auf Eins normiert. Somit ändert sich das Signal to Noise Ratio (SNR) nicht und man kann das Rauschen als normalverteilt modellieren.

Insgesamt erhält man

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^H (\mathbf{H} \mathbf{V} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n}) \quad (2.4)$$

Abbildung 2.3 veranschaulicht den Sachverhalt.

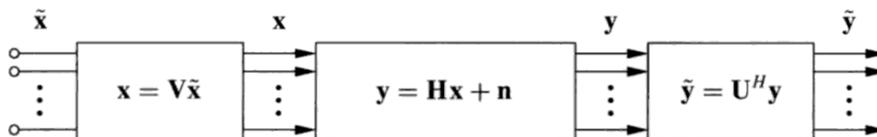


Abbildung 2.3: Die Vorkodierung und Empfangsfilterung (aus [Gol05] (324)).

### 2.1.1 Beispiel zur Vorkodierung und Empfangsfilterung

Eine interessante Wahl für die Matrizen  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{V}$  findet sich unter Anderem in [Gol05] (323–325). Durch eine Singulärwertzerlegung des Kanales in

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{B}^H \quad (2.5)$$

mit

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_i \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N \times M},$$

$$i = \min(M, N),$$

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (\lambda_i \text{ ist der } i\text{-te Eigenwert von } \mathbf{H}),$$

$$\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times N} \text{ unitär,}$$

$$\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{M \times M} \text{ unitär}$$

hat man die Möglichkeit durch die Wahl von

$$\mathbf{U} = \mathbf{A},$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{B}$$

bis zu  $\min(M, N)$  Datenströme parallel übertragen zu können:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} = \\ &= \mathbf{U}^H (\mathbf{A} \mathbf{\Sigma} \mathbf{B}^H) \mathbf{V} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} = \\ &= (\mathbf{A}^H \mathbf{A}) \mathbf{\Sigma} (\mathbf{B}^H \mathbf{B}) \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} = \\ &= \mathbf{\Sigma} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} \end{aligned}$$

Wie sehr ein Strom dabei gedämpft wird, hängt von dem jeweiligen Singulärwert des Kanales ab. Man erkennt, dass mit einer steigenden Anzahl der Antennen die maximale Datenrate steigt – besitzt die Kanalmatrix jedoch nicht vollen Rang, oder zu ähnliche Spalten, gehen einige ihrer Eigenwerte gegen Null und mindern somit die Übertragungsrate. Dieses einfache Verfahren wird hier nicht weiter betrachtet. Es dient lediglich dazu, den Gewinn aufzuzeigen, den man durch die Verwendung von mehreren Antennen erzielen kann.

An dieser Stelle wird deutlich, dass eine Optimierung erforderlich ist, um die Sendeleistung auf alle nutzbaren Kanäle aufzuteilen. Besitzt der Sender Wissen über den Kanal,

ist ‚Waterfilling‘ (vgl. z.B. [Joh08] (18–26)) ein Ansatz. Mit dessen Hilfe kann man die Gesamtkapazität bei den herkömmlichen Algorithmen, die in dieser Arbeit betrachtet werden, noch erhöhen. Da diese Methode zusätzliche Kommunikation für die Mitteilung der Channel Side Information (CSI) erforderlich machen würde, wird sie im Folgenden nicht berücksichtigt.

### 2.1.2 Anzahl der Freiheitsgrade

Mit  $N$  Sende- und  $M$  Empfangsantennen kann man allgemein einen Symbolvektor der Länge

$$D = \min(M, N) \quad (2.6)$$

übertragen. Eine andere Bezeichnung dafür lautet ‚Das System hat  $D$  Freiheitsgrade‘. Manche Algorithmen arbeiten mit einer reduzierten Länge und dann bezeichnet  $D$  diese. Im Rahmen dieser Arbeit ist die Anzahl der Freiheitsgrade für alle Nutzer gleich. Für das zu übertragende Symbol und die Kodiermatrizen gilt somit stets

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}} &\in \mathbb{C}^{D \times 1}, \\ \mathbf{V} &\in \mathbb{C}^{M \times D}, \\ \mathbf{U} &\in \mathbb{C}^{N \times D} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Da hier keine Optimierung der Sendeleistung wie Waterfilling betrachtet wird, ist sie an jeder BS gleich und außerdem nach oben beschränkt.

Kann ein Verfahren Symbole übertragen, die aus  $D > 1$  Datensymbolen bestehen, muss die Leistung

$$P = \frac{\mathbf{E}[\|\tilde{\mathbf{x}}\|^2]}{D} \quad (2.8)$$

durch die ihre Länge geteilt werden, um unterschiedliche Verfahren besser vergleichen zu können. So erhält man eine von der Anzahl der Freiheitsgrade unabhängige Größe.

### 2.1.3 Definition der Stärke eines Kanales

An einigen Stellen benötigt man eine Metrik, mit der man zwei Kanalmatrizen miteinander bezüglich ihrer ‚Stärke‘ vergleichen kann. So muss z.B. in der Simulation sichergestellt werden, dass jedes MT seiner stärksten BS zugeordnet wird. Hier geschieht dies anhand der ‚Frobeniusnorm‘  $\|\bullet\|_F$  aus [Wei12], die für eine Matrix  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  als

$$\|\mathbf{H}\|_F = \sqrt{\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M |h_{kj}|^2} \quad (2.9)$$

definiert ist.

Solange Kanalmatrizen gleicher Größe verglichen werden, stellt diese Norm ein gutes Maß dar und berücksichtigt dabei jeden Eintrag gleichermaßen.

### 2.1.4 Kanalmodell für mehrere Kanalnutzer

Werden statt einem nun  $K$  verschiedene MT-BS-Paare betrachtet, die im selben Medium übertragen, benötigt man zur Beschreibung des Systems mehr Matrizen. Zum Einen sind das jeweils eine Kanalmatrix

$$\mathbf{H}_{kj} \in \mathbb{C}^{N \times M}$$

von jedem Sender  $l$  zu jedem Empfänger  $k$ , zum Anderen  $K$  Vorkodiermatrizen

$$\mathbf{V}_k \in \mathbb{C}^{M \times D}$$

und  $K$  Filtermatrizen

$$\mathbf{U}_k \in \mathbb{C}^{N \times D}$$

Um die oben eingeführte Notation für einzelne Kanäle fortzuführen, nummeriert man die verschiedenen Kanalmatrizen ebenfalls mit zwei Indizes, die Sender und Empfänger festlegen. So beschreibt z.B.  $h_{12}$  den Kanal zwischen Sendeantenne 2 und Empfangsantenne 1 und  $\mathbf{H}_{13}$  alle  $M \cdot N$  Kanäle von Sender 3 zu Empfänger 1.

Außerdem kann die Sendeleistung der Nutzer unterschiedlich sein, weshalb

$$P_k = \mathbf{E}[\|\tilde{\mathbf{x}}_k\|^2] \quad (2.10)$$

die Leistung des Nutzers  $k$  beschreibt.

Jedes Paar sendet gleichzeitig und erzeugt bei allen Anderen Interferenz, welche in Abbildung 2.4 durch die roten Pfeile dargestellt ist.

Das empfangene Symbol an MT  $k$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kj} \mathbf{V}_j \tilde{\mathbf{x}}_j + \mathbf{U}_k^H \mathbf{n}_k \quad (2.11)$$

setzt sich nun aus dem gewünschten Signal (grün), der Interferenz (rot) und dem Rauschen (orange) zusammen.

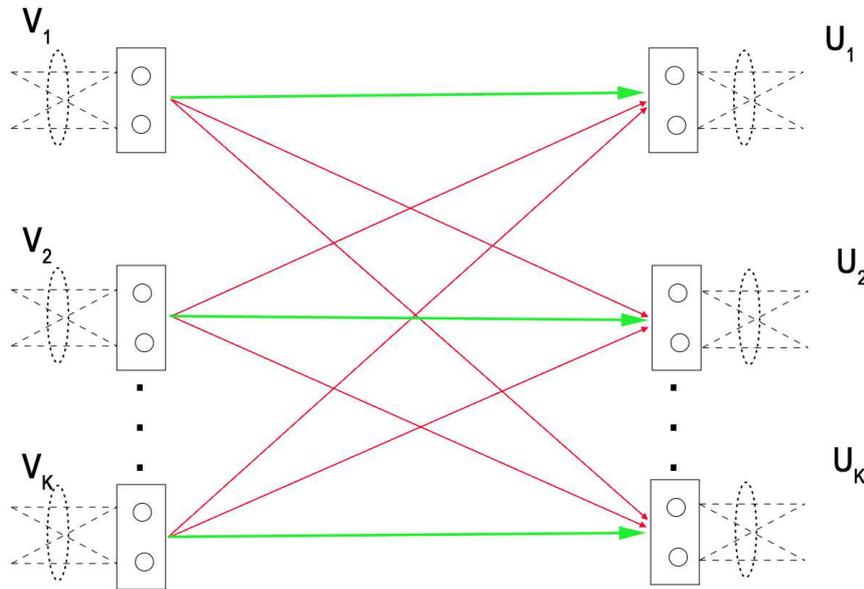


Abbildung 2.4: K verschiedene BS-MT-Paare (vgl. [GCJ08] (5)).

## 2.2 Dämpfung und Geometrische Verhältnisse

Die Interferenz in einem Übertragungssystem ist maßgeblich von der Dämpfung der Kanäle  $a(d)$  abhängig, welche wiederum eine Funktion der Entfernung ist. Daher macht es Sinn, sich Gedanken über die Modellierung der Dämpfung und der relativen Positionen der Teilnehmer untereinander zu machen.

### 2.2.1 Dämpfung der Kanäle

Für die Dämpfung wird hier der vereinfachte Pfadverlust

$$\frac{1}{a(d)} = \frac{P_{\text{empfangen}}}{P_{\text{gesendet}}} = K \left[ \frac{d_0}{d} \right]^\gamma \quad (2.12)$$

$$K = \left( \frac{\lambda}{4\pi d_0} \right)^2 \quad (2.13)$$

aus [Gol05] (46–47) verwendet, der für  $\gamma = 2$  die Ausbreitung einer kugelförmigen Welle im freien Raum beschreibt, auf deren Oberfläche die Leistung aufgeteilt werden muss. Folglich sinkt die Leistung in einem Punkt der Kugeloberfläche bei steigender Entfernung vom Sender. Mit  $\gamma > 2$  wird berücksichtigt, dass die Dämpfung in der Realität höher ist als im freien Raum.

Im Folgenden enthält die Norm der Kanäle ohne weiter darauf hinzuweisen den Pfadver-

lust

$$\mathbf{H}^{(\text{gedämpft})} = \mathbf{H}^{(\text{ungedämpft})} \cdot \sqrt{K \left[ \frac{d_0}{d} \right]^\gamma} = \mathbf{H}^{(\text{ungedämpft})} \cdot \frac{1}{\sqrt{a(d)}}$$

sofern die Simulation Dämpfung berücksichtigt.<sup>2</sup> In obiger Gleichung ist  $d$  die Entfernung zwischen Sender und Empfänger, die durch den Kanal verbunden sind. Die Werte der Parameter  $\gamma$ ,  $\lambda$  und  $d_0$  werden in Kapitel 7 gewählt.

### 2.2.2 Geometrische Verhältnisse

Bei Mobilfunkstandards wie LTE sind viele Basisstationen zellenförmig zusammengeschlossen, um große Gebiete abdecken zu können. Meist ist noch das Sendegebiet einer BS durch Richtantennen in drei Zellen unterteilt, was in dieser Arbeit nicht beachtet wird, da das verwendete Dämpfungsmodell keine Richtcharakteristik besitzt.

Einige der nachfolgend vorgestellten Algorithmen erfordern eine Zusammenarbeit zwischen einer festen Anzahl an BS, weshalb Kooperationsgebiete gebildet werden, die aus jeweils  $K$  BS bestehen. Abbildung 2.5 zeigt ein Beispiel für  $K = 3$  und  $Z = 6$  Nachbargebiete.

Die Sender sind durch grüne bzw. rote Kreise markiert und ihre Kooperation jeweils durch gleichseitige Dreiecke symbolisiert. Es werden stets Benutzergruppen gebildet, die aus  $K$  MT (blaue Sterne) bestehen und denen jeweils genau eine BS zugeordnet ist. In der Abbildung ist dies durch die Benennung (A, B und C) von MT und BS angedeutet. Grün sind die  $K$  Sender, die mit ihren MT verbunden sind und kommunizieren, rot sind alle äußeren Systeme, die dem Zentralen gleichen und betrachtet werden, um die Interferenz von Außen zu berücksichtigen.

Jede Sendeantenne führt an jeder Empfangsantenne zu einem Signal, das erwünscht oder unerwünscht sein kann. Ist es unerwünscht, wird hier zwischen ‚externer‘ und ‚innerer‘ Interferenz unterschieden, je nach dem, ob das Signal von einem Sender aus einem der äußeren Gebiete, oder dem Inneren stammt. In Abbildung 2.6 sind die Interferenz (rote Pfeile) und das Empfangssignal (grüner Pfeil) eines MT dargestellt, wobei die Störung durch die anderen äußeren Gebiete der Übersichtlichkeit halber nicht abgebildet ist.

Im Folgenden werden alle Matrizen und Vektoren der externen Interferenz mit einem schrägen Pfeil markiert, wie zum Beispiel  $\check{\mathbf{H}}_{k,jz}$ .

Die Festlegung auf  $K$  Nutzer stellt keine Beschränkung der Anzahl der tatsächlichen Teilnehmer in einem realen Netzwerk dar. Sollen mehr Nutzer bedient werden, müssen

---

<sup>2</sup>Da die Kanäle nicht die Leistung, sondern die Amplitude des übertragenen Signals dämpfen, ist hier die Wurzel nötig.

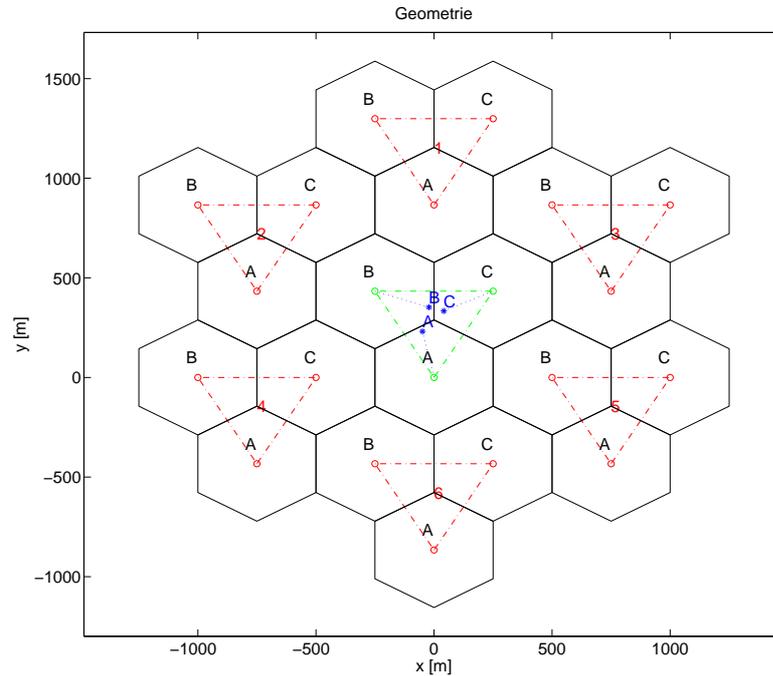


Abbildung 2.5: Die Positionen der Basisstationen und Mobilteile.

lediglich je  $K$  Teilnehmer zu einer Gruppe zusammengefasst werden, welche über Mehrfachzugriffsverfahren wie Time Division Multiple Access (TDMA), Code Division Multiple Access (CDMA) oder Frequency Division Multiple Access (FDMA) separiert werden und jeweils ein hier simuliertes Übertragungssystem bilden.

## 2.3 Reziproke Systeme

Bei einem vollständig reziproken System ergibt sich die umgekehrte Senderichtung, wie in [GCJ08] erläutert, indem man neben dem Vertauschen von Sendern und Empfängern drei Aspekte berücksichtigt. Zum Einen erhält man die reziproken Kanalmatrizen

$$\overleftarrow{\mathbf{H}}_{kj} = \mathbf{H}_{jk}^H \quad (2.14)$$

aus den ‚Normalen‘ durch Vertauschung der Indizes, Transposition und anschließender komplexer Konjugation, zum Anderen werden die Vorkodier- zu Empfangsfiltermatrizen

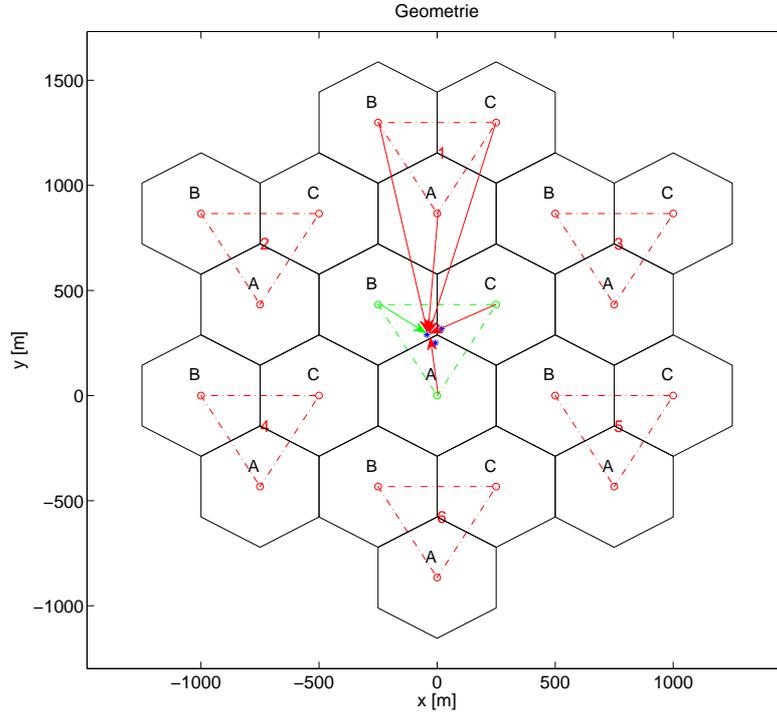


Abbildung 2.6: Innere und externe Interferenz.

und umgekehrt:

$$\overleftarrow{\mathbf{U}}_k = \mathbf{V}_k \quad (2.15)$$

$$\overleftarrow{\mathbf{V}}_k = \mathbf{U}_k \quad (2.16)$$

Des Weiteren können die Sendeleistungen der BS und MT

$$\overleftarrow{P}_k \neq P_k \quad (2.17)$$

unterschiedlich sein. Die BS k erhält das Symbol

$$\begin{aligned} \overleftarrow{\mathbf{y}}_k &= \overleftarrow{\mathbf{U}}_k^H \overleftarrow{\mathbf{H}}_{kk} \overleftarrow{\mathbf{V}}_k \overleftarrow{\mathbf{x}}_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \overleftarrow{\mathbf{U}}_k^H \overleftarrow{\mathbf{H}}_{kj} \overleftarrow{\mathbf{V}}_j \overleftarrow{\mathbf{x}}_j + \overleftarrow{\mathbf{U}}_k^H \overleftarrow{\mathbf{n}}_k = \\ &= \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{U}_k \overleftarrow{\mathbf{x}}_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \mathbf{V}_k^H \mathbf{H}_{jk}^H \mathbf{U}_j \overleftarrow{\mathbf{x}}_j + \mathbf{V}_k^H \overleftarrow{\mathbf{n}}_k \end{aligned} \quad (2.18)$$

das aus einer Überlagerung aller gesendeten Symbole entsteht.

Wie in [GQS10] beschrieben, ist der physikalische Kanal zwar meist reziprok, in der Praxis müssen jedoch zusätzliche Maßnahmen ergriffen werden, um dies zu gewährleisten. Dazu zählt unter anderem das Angleichen von unterschiedlichen Antennenparametern und Sendeverstärkern.

Einige der später vorgestellten Algorithmen benötigen zwar keine Reziprozität der realen Kanäle, nehmen diese jedoch in ihren Berechnungen an. Dabei können Vorkodierung und Empfangsfilterung für eine Senderichtung korrekt ermittelt werden. Sie gelten jedoch nur dann für die Gegenrichtung, wenn das System auch in der Realität reziprok ist. Andernfalls müssen die Berechnungen für die Gegenrichtung mit den entsprechenden Kanälen wiederholt werden.

## 2.4 Ratenberechnung

Die Shannon-Kanalkapazität [Sha48] (642–647) legt fest, wie hoch die Bitrate eines Übertragungssystems maximal sein kann. In diesem Abschnitt werden Kanalkapazität und Übertragungsrate des MIMO-Interferenzkanals hergeleitet, wozu einige Annahmen getroffen werden und eine Nomenklatur eingeführt wird.

### 2.4.1 Kanalkapazität und MIMO Ratenberechnung ohne Interferenz

Für den reellen Single Input, Single Output (SISO) Additive White Gaussian Noise (AWGN) Kanal<sup>3</sup> beträgt die Kanalkapazität

$$C = \frac{1}{2} \log_2(1 + \text{SNR}) \quad (2.19)$$

[NFK07], [Kra11] (11–15).

Der Vorfaktor  $\frac{1}{2}$  entfällt, wenn man komplexe Werte zulässt.

Verwendet man mehrere Antennen muss man die Berechnung entsprechend anpassen.

Die MIMO Kanalkapazität erhält man aus der Maximierung der Transinformation

$$C_k = \arg \max_{\mathbf{Q}_{\mathbf{x}_k}} I_k(\mathbf{X}_k; \mathbf{Y}_k)$$

über die Kovarianzmatrizen  $\mathbf{Q}_{\mathbf{x}_k}$  aller Sendesymbole  $\mathbf{x}_k$ .

Geht man davon aus, dass in dem Übertragungssystem die Empfänger kein Kanalwissen

---

<sup>3</sup>Als AWGN-Kanal wird ein System  $y[i] = x[i] + n[i]$  bezeichnet, bei dem sich das empfangene Symbol  $y[i]$  zum Zeitpunkt  $i$  aus dem gesendeten Symbol  $x[i]$  und dem aktuellen Wert des Rauschprozesses  $n[i]$  zusammensetzt, wobei  $n$  gaussverteilt ist mit dem Erwartungswert  $\mathbf{E}[n[i]] = 0$  und einer Standardabweichung  $\sigma_n^2 = N_0/2$ .

an die Sender übermitteln, kann man die Verteilung von  $\mathbf{x}_k$  als fest gegeben betrachten und die Maximierung entfällt. Das Sendesymbol mit der Sendeleistung  $P_k$  wird dann als unabhängig und identisch verteilt angenommen, weshalb sich seine Sende-Kovarianzmatrix

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{x}_k} = P_k \mathbf{I}_N$$

vereinfacht. Um eine Verwechslung zu vermeiden, sei hier darauf hingewiesen, dass die im Kapitel 4.1 auftretenden Matrizen  $\mathbf{Q}_k$  die Interferenzkovarianz am Empfänger  $k$  beschreiben.

In diesem Fall ist

$$I_k(\mathbf{X}_k; \mathbf{Y}_k) = B \log_2(\det(\mathbf{I}_N + \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}} \mathbf{Q}_{\mathbf{x}_k} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}}^H \hat{\mathbf{N}}_k^{-1}))$$

die Transformation für den Benutzer  $k$ , vgl. [Joh08] (28), [Gol05] (325–326), wobei der effektive Kanal

$$\mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}} = \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kj} \mathbf{V}_j \quad (2.20)$$

den resultierenden Kanal inklusive Vorkodierung und Empfangsfilterung zwischen BS  $j$  und MT  $k$  beschreibt. Das gefilterte Rauschen

$$\hat{\mathbf{N}}_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{Q}_{\mathbf{n}_k} \mathbf{Q}_{\mathbf{n}_k}^H \mathbf{U}_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{U}_k \quad (2.21)$$

ergibt sich durch die Empfangsfilterung des ursprünglichen Rauschens.

Die Ratenberechnung erfolgt hier stets für ein Hertz Kanalbandbreite, woraus  $B \equiv 1Hz$  folgt.

Letztendlich nimmt man noch eine perfekte Kanalkodierung an, womit die Rate gleich der Kanalkapazität wird. Alles in Allem ergibt

$$R_k = \log_2(\det(\mathbf{I}_N + P_k \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}}^H \hat{\mathbf{N}}_k^{-1})) \quad (2.22)$$

die MIMO Übertragungsrate des Benutzers  $k$  unter allen hier gemachten Annahmen (vgl. [GCJ08] (4)).

Der zweite Term in der Determinante  $P_k \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}}^H \hat{\mathbf{N}}_k^{-1}$  entspricht hierbei einer MIMO Erweiterung des SNR. Damit kann Gleichung (2.22) auch als

$$R_k = \log_2(\det(\mathbf{I}_N + \mathbf{SNR}_k))$$

geschrieben werden, was dem SISO Fall stark ähnelt.

Die Gesamtrate

$$R = \sum_{k=1}^K R_k \quad (2.23)$$

erhält man durch die Summe über alle Benutzerraten.

### 2.4.2 Ratenberechnung bei Interferenz

Wie in [SCKP08] (1) erläutert, beeinflusst die Interferenz stark die erzielbare Übertragungsrate. Die obigen Berechnungen implizieren nur Rauschen und sollen hier erweitert werden. Bisher wurde lediglich das

$$\text{SNR} = \frac{\text{Signal}}{\text{Rauschen}}$$

verwendet. Bildet und benutzt man hingegen stattdessen das Signal to Interference and Noise Ratio (SINR):

$$\text{SINR} = \frac{\text{Signal}}{\text{Interferenz} + \text{externe Interferenz} + \text{Rauschen}}$$

ergibt sich die Gesamtrate des Systems zu

$$R = \sum_{k=1}^K \log_2 (\det (\mathbf{I}_N + \text{SINR}_k)) \quad (2.24)$$

mit dem **SINR** eines Nutzers

$$\text{SINR}_k = \frac{\overbrace{P_k \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}}^H}^{\text{Signal}}}{\underbrace{\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^K P_j \mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}}^H}_{\text{innere Interferenz}} + \underbrace{\sum_{z=1}^Z \sum_{j=1}^K P_{jz} \check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}} \check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}}^H}_{\text{externe Interferenz}} + \underbrace{\mathring{N}_k}_{\text{gefiltertes Rauschen}}} \quad (2.25)$$

und ist damit eine Größe, die es ermöglicht, verschiedene Algorithmen zu vergleichen.<sup>4</sup> Die Summen im Nenner beschreiben die Interferenz, welche die anderen Teilnehmer aus

<sup>4</sup>Der Bruch in obiger Gleichung und in allen folgenden SINR-Formeln sind als Matrixinversion zu verstehen.

dem Inneren und den äußeren Systemen verursachen. Der effektive Kanal

$$\check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}} = \mathbf{U}_k^H \check{\mathbf{H}}_{k j z} \check{\mathbf{V}}_{j z} \in \mathbb{C}^{D \times D} \quad (2.26)$$

beschreibt die Kanäle aus dem Gebiet  $z$  von Sender  $j$  zu Empfänger  $k$  im inneren Gebiet,  $P_{jz}$  ist die Sendeleistung der BS  $j$  im Gebiet  $z$ .

Die Kapazitäts- und Ratenberechnung muss je nach verwendetem Algorithmus eventuell erweitert oder abgeändert werden, worauf in den entsprechenden Kapiteln eingegangen wird.

Im Folgenden wird darauf verzichtet Gleichung (2.24) zu wiederholen. Es werden lediglich die jeweiligen  $\text{SINR}_{\{\text{Verfahren}\}k}^{\{\text{Algorithmus}\}}$  und die dazugehörigen  $\mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}}$ ,  $\check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}}$  und  $\check{\mathbf{N}}_k$  angegeben.

# 3 Konventioneller Umgang mit Interferenz

In diesem Kapitel werden zwei herkömmlichen Methoden zum Umgang mit Interferenz betrachtet. Die moderneren Verfahren in Kapitel 4 und Kapitel 5 verfolgen intelligentere Ansätze.

## 3.1 Interferenz als zusätzliches Rauschen

Am einfachsten geht man mit der Interferenz um, indem man sie als zusätzliches Rauschen betrachtet. Jeder Benutzer handelt dabei egoistisch und sendet mit seiner vollen Leistung, womit er zwar das maximale SNR an seinem Empfänger erzielt, die anderen Nutzer jedoch stark stört. Da diese ebenfalls mit ihrer vollen Leistung senden, wirkt das auf den ersten Benutzer zurück, was dessen SINR und damit seine Übertragungsrate ebenfalls mindert.

Zu Berechnung der Gesamtrate kann in diesem Fall das

$$\text{SINR}_k^{\text{IN}} = \frac{\frac{P_k}{D} \mathbf{H}_{kk} \mathbf{H}_{kk}^H}{\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^K \frac{P_j}{D} \mathbf{H}_{kj} \mathbf{H}_{kj}^H + \sum_{z=1}^Z \sum_{j=1}^K \frac{P_{jz}}{D} \check{\mathbf{H}}_{k j z} \check{\mathbf{H}}_{k j z}^H + \mathring{\mathbf{N}}_k} \quad (3.1)$$

herangezogen werden, welches die externe Interferenz ebenfalls berücksichtigt. Da es hier keine Kodierung gibt, vereinfacht sich das gefilterte Rauschen

$$\mathring{\mathbf{N}}_k = \mathbf{I}_N$$

zu einer Einheitsmatrix.

## 3.2 Time Division Multiple Access

Bei TDMA handelt es sich um ein orthogonales Verfahren, das innere Interferenz vermeidet. Dazu werden den einzelnen Benutzern Zeitschlitze zugewiesen, in denen sie senden

dürfen. So stören sich die MT zwar nicht gegenseitig, ihre Kanalnutzungszeit wird jedoch auf  $\frac{1}{K}$  der sonst zur Verfügung stehenden Zeit reduziert.

Um die Vergleichbarkeit mit den übrigen Algorithmen wahren zu können, wird bei der Modellierung die Sendeleistung mit der Anzahl der Nutzer skaliert. So benötigt dieses Verfahren die gleiche Sendeleistung und jedes MT darf seine Leistung auf

$$P^{\text{TDMA}} = K \cdot P \quad (3.2)$$

anheben. Die verkürzte Sendezeit verringert die Übertragungsrate eines Benutzers um den Faktor  $K$ .

Die Trennung der Teilnehmer muss nicht über Zeitschlitzte geschehen, sie kann auch per Frequenz, Code oder über andere orthogonale Verfahren erfolgen.

Um eine hohe Dämpfung der externen Interferenz zu erzielen, kann man ein ‚Frequency Reuse‘ Schema<sup>5</sup> einsetzen. Als Frequency Reuse bezeichnet man bei der Trennung über die Zeit eine geschickte Wahl der Positionen gleichzeitig sendender BS. Jedem Gebiet A, B und C in Abbildung 2.5 wird dazu jeweils der entsprechende Zeitschlitz  $T_A$ ,  $T_B$ , bzw.  $T_C$  zugewiesen. So wird eine maximale Entfernung der nächsten Nachbarn sichergestellt. In einer erweiterten Form wird das Prinzip z.B. in [CCH<sup>+</sup>09] beschrieben.

Insgesamt erfährt bei TDMA kein Teilnehmer innere Interferenz und die Externe begrenzt sich durch das Frequency Reuse auf Sendengebiete, die niemals an das Betrachtete angrenzen, was sich auf die resultierende Gesamtrate

$$R^{\text{TDMA}} = \overbrace{\frac{1}{K}}^{\text{verkürzte Sendezeit}} \sum_{k=1}^K \log_2 (\det (\mathbf{I}_N + \mathbf{SINR}_k^{\text{TDMA}})) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{SINR}_k^{\text{TDMA}} = \frac{\overbrace{K \frac{P_k}{D}}^{\text{erhöhte Sendeleistung}} \mathbf{H}_{kk} \mathbf{H}_{kk}^H}{\underbrace{\sum_{z=1}^Z K \frac{P_{kz}}{D}}_{\text{erhöhte Sendeleistung}} \mathbf{H}_{kkz} \mathbf{H}_{kkz}^H + \mathring{\mathbf{N}}_k} \quad (3.4)$$

positiv auswirkt.

Das effektive Rauschen

$$\mathring{\mathbf{N}}_k = \mathbf{I}_N$$

---

<sup>5</sup>Time Reuse wäre hier eine bessere Bezeichnung, Frequency Reuse ist jedoch der etablierte Name des Verfahrens und wird daher verwendet.

ist hier ebenfalls eine Einheitsmatrix.

Mit TDMA lassen sich bereits gute Ergebnisse erzielen, die jedoch von modernen, kooperativen Verfahren übertroffen werden. Im Folgenden werden zwei solcher Methoden vorgestellt.



## 4 Interference Alignment

Unter kooperativen Algorithmen versteht man im Zusammenhang mit der Übertragung über den  $K$ -Benutzer-Interferenzkanal eine Zusammenarbeit aller BS und MT.<sup>6</sup> Ein wichtiger Nachteil dieser Verfahren ist die stark erhöhte Backhaul Kommunikation. Beschränkt man die Kooperation allerdings auf  $K$  BS und MT, erzielt man immer noch gute Ergebnisse und benötigt weniger Datenverkehr im Hintergrund.

In Abbildung 4.1 sieht man ein Kooperationsgebiet, in dem drei BS zusammen arbeiten; außen sind die angrenzenden Gebiete angedeutet, die beim Inneren externe Interferenz verursachen. Auf die Aufteilung der BS in drei Zellen wird hier verzichtet, da dies bei diesem Kanalmodell keinen Gewinn bringen würde. In [MZ10], lohnt es sich jedoch, da durch die Benutzung von Richtantennen und deren Neigung nach unten eine zusätzliche Dämpfung der externen Interferenz erreicht werden kann.<sup>7</sup>

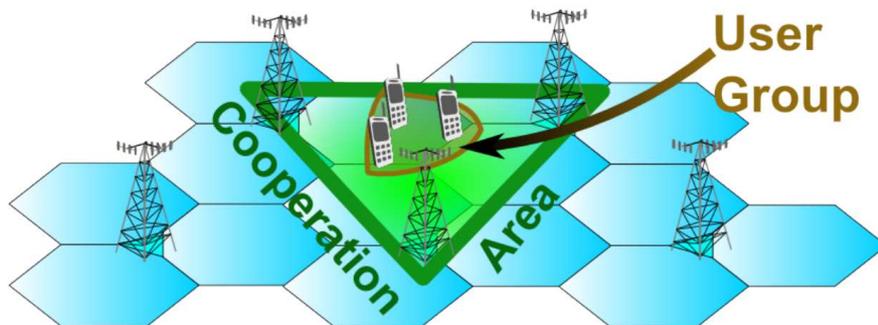


Abbildung 4.1: Kooperation zwischen mehreren BS und durch Selbige bediente Benutzer (aus [MZ10]).

Das Ziel des kooperativen, uneigennütigen Verfahrens IA ist es, die Übertragung eines jeden Nutzers so zu konfigurieren, dass er die Anderen in möglichst geringem Maße stört.<sup>8</sup> Dazu wird bei jedem Schritt der verwendeten iterativen Algorithmen die Gesamtinterferenz durch geschickte Änderung der Vorkodierung und Empfangsfilterung reduziert.

<sup>6</sup>Einen Vergleich verschiedener kooperativer Algorithmen bietet u.A. [PH11].

<sup>7</sup>In [MZ10] wird das sog. SCME verwendet, das z.B. [NST<sup>+</sup>07] beschreibt.

<sup>8</sup>Eine gute Übersicht zum Stand der Forschung bzgl. IA findet man in [Hea12].

Vorgestellt werden nun zwei Algorithmen, die aus [GCJ08] entnommen sind.<sup>9</sup>

Die Realisierbarkeit<sup>10</sup> von IA hängt maßgeblich von dem Verhältnis zwischen der Anzahl an Übertragungspaaren und deren Antennenzahl ab – gelingt der Algorithmus, liegt die Interferenz jedes Empfängers in einem Unterraum seines ankommenden Signales, wie in Abbildung 4.2 illustriert ist. Dabei stehen:

- lila Pfeile für die Sendesignale  $\mathbf{V}_k \tilde{\mathbf{x}}_k$ ,
- schwarze Pfeile für die Empfangssignale  $\mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \tilde{\mathbf{x}}_k$ ,
- rote Pfeile für die Interferenzen  $\mathbf{H}_{kj} \mathbf{V}_j \tilde{\mathbf{x}}_j, \forall j \neq k$
- und grüne Pfeile für die Nutzanteile in den Empfangssignalen  $\mathbf{U}_k \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \tilde{\mathbf{x}}_k$ .

Die Tatsache, dass die eigenen Signale nicht orthogonal zu den Interferenzen stehen, zeigt den uneigennütigen Charakter des Verfahrens. Würde an dieser Stelle ein egoistischer Nutzer seine Kodierung so ändern, dass sein Signal orthogonal zur Interferenz steht, würde er damit seine Rate auf Kosten der Anderen steigern, deren IA jedoch zerstören.

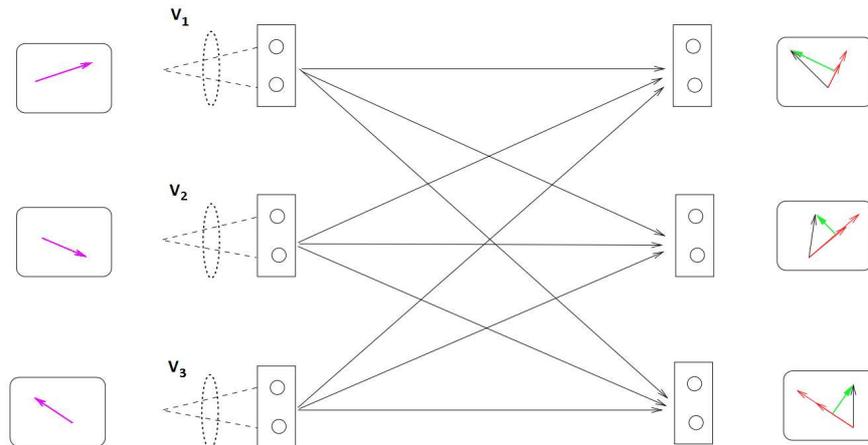


Abbildung 4.2: Zweidimensionale Signalräume eines Systems mit drei Benutzern und zwei Antennen nach erfolgreichem IA, die roten Pfeile repräsentieren die Richtungen der Interferenz an den jeweiligen Empfängern (vgl. [GCJ08]).

<sup>9</sup>Aus formal-ästhetischen Gründen wird bei der Angabe von Gleichungen, die Rechenschritte der Zero Forcing (ZF)- und Max SINR Algorithmen beschreiben, nicht mehr explizit darauf hingewiesen, dass diese aus [GCJ08] stammen. Die Nomenklatur weicht hier leicht ab.

<sup>10</sup>Der gängige Ausdruck ist in der englischen Literatur ‚feasibility‘.

## 4.1 Der Zero Forcing IA Algorithmus

Dieser Algorithmus setzt für die Berechnungen eine vollständige Reziprozität des Übertragungssystems voraus, welche jedoch nur virtuell erfüllt sein muss. Ist sie in der Realität nicht gegeben, muss man den Algorithmus lediglich für die umgekehrte Richtung mit den entsprechenden Kanälen noch einmal ausführen.

Bei einem reziproken System stört ein Benutzer die anderen Teilnehmer genau dann am wenigsten, wenn er in dem Unterraum seiner Antennen sendet, in dem er zuvor die geringste Interferenz erfahren hat. In jedem Schritt der Iteration werden die Sendefilter aller Nutzer nach diesem Prinzip optimiert.

Zu Beginn der Berechnung wählt man dazu alle Vorkodiermatrizen unitär, sodass sie

$$\mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^H = \mathbf{I}_M$$

erfüllen. Anschließend wird über zwei Schritte iteriert. Beim Ersten werden die reziproken Sendefilter  $\overleftarrow{\mathbf{V}}_k = \mathbf{U}_k$  optimiert (im Folgenden ‚normaler Schritt‘), beim Zweiten wird die Kommunikationsrichtung umgekehrt und die ‚normalen‘ Sendefilter  $\mathbf{V}_k (= \overleftarrow{\mathbf{U}}_k)$  optimiert (‚reziproker Schritt‘).

Die Iteration bewirkt dabei, dass die Interferenz bei jedem Empfänger immer genauer in einen Unterraum verschoben wird.

Bei beiden Schritten werden zuerst die Interferenzkovarianzmatrizen

$$\mathbf{Q}_k = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \frac{P_j}{D} \mathbf{H}_{kj} \mathbf{V}_j \mathbf{V}_j^H \mathbf{H}_{kj}^H \in \mathbb{C}^{N \times N} \quad (4.1)$$

bzw.

$$\overleftarrow{\mathbf{Q}}_k = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \frac{\overleftarrow{P}_j}{D} \mathbf{H}_{kj}^H \mathbf{U}_j \mathbf{U}_j^H \mathbf{H}_{kj} \in \mathbb{C}^{M \times M} \quad (4.2)$$

für jeden Empfänger berechnet, die der Störung an allen Antennen entsprechen. Deren  $D$  kleinste Eigenvektoren spiegeln den Unterraum wieder, in dem ein Nutzer am wenigsten Interferenz erfahren hat, weshalb sie für die  $D$  Spalten der Filtermatrizen

$$\mathbf{U}_k^{[*d]} = \nu_d[\mathbf{Q}_k] \quad (4.3)$$

verwendet werden. Für den reziproken Schritt gilt entsprechend:

$$\mathbf{V}_k^{[*d]} = \nu_d[\overleftarrow{\mathbf{Q}}_k] \quad (4.4)$$

Die Iteration erfolgt über eine feste Anzahl an solchen Durchläufen. Mit jedem Schritt mindert sie die gesamte verbleibende Interferenz

$$I_{\text{IA,ZF}} = \sum_{k=1}^K \|\mathbf{U}_k^H \mathbf{Q}_k \mathbf{U}_k\|_F \quad (4.5)$$

Je länger man iteriert, desto genauer liegt die Interferenz in Unterräumen der empfangenen Symbole und kann mit Hilfe der Filtermatrizen  $\mathbf{U}_k$  vom Signal besser separiert werden.

Die Gesamtrate für dieses Verfahren ermittelt man mit dem

$$\text{SINR}_{\text{ZF},k}^{\text{IA}} = \frac{\frac{P_k}{D} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}}^H}{\sum_{\substack{j=1, \\ j \neq k}}^K \frac{P_j}{D} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}}^H + \sum_{z=1}^Z \sum_{j=1}^K \frac{P_{jz}}{D} \check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}} \check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}}^H + \mathring{\mathbf{N}}_k}} \quad (4.6)$$

und

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}} &= \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kj} \mathbf{V}_j, \\ \check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}} &= \mathbf{U}_k^H \check{\mathbf{H}}_{kjz} \check{\mathbf{V}}_{jz}, \\ \mathring{\mathbf{N}}_k &= \mathbf{U}_k^H \mathbf{U}_k \in \mathbb{C}^{D \times D} \end{aligned}$$

Die ZF Lösung erzielt stets perfektes IA. Vor Allem im niedrigen SNR Bereich geschieht dies allerdings auf Kosten des effektiven Kanals. In Kapitel 4.2 wird ein alternatives Verfahren vorgestellt, das kleine Fehler beim IA toleriert und dadurch die Übertragung aller Paare verbessert.

## 4.2 Der Max SINR IA Algorithmus

Dieser Algorithmus entspricht einer Art Minimum Mean Square Error (MMSE)-Filterung und berücksichtigt so im Gegensatz zu ZF auch das SNR. Liegt dieses im niedrigen Bereich ( $\approx 0 - 30\text{dB}$ ), erzielt man bessere Erfolge. Diese Berechnung besteht ebenfalls aus einem normalen und einem reziproken Schritt, die jeweils Berechnungen in die jeweilige Richtung gemäß Gleichung (4.7) und Gleichung (4.9) ausführen.

An Stelle der Interferenzkovarianzmatrizen treten dabei die Interferenz- plus Rauschko-

varianzmatrizen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_{kl} = & \left. \sum_{j=1}^K \frac{P_j}{D} \sum_{d=1}^D \mathbf{H}_{kj} \mathbf{V}_j^{[* \ d]} \mathbf{V}_j^{[* \ d]H} \mathbf{H}_{kj}^H \right\} \text{innere Interferenz} \\
 & - \left. \frac{P_k}{D} \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k^{[* \ l]} \mathbf{V}_k^{[* \ l]H} \mathbf{H}_{kk}^H \right\} \text{Nutzer } k\text{'s } l\text{-ter Stream} \\
 & + \underbrace{\mathbf{I}_N}_{\text{Rauschen}} + \underbrace{\check{I}_0 P_k \mathbf{I}_N}_{\text{externe Interferenz}} \in \mathbb{C}^{N \times N}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

die für jeden ‚Stream‘ bzw. Freiheitsgrad und jeden Nutzer einzeln berechnet werden, bzw. ihre reziproken Varianten

$$\begin{aligned}
 \overleftarrow{\mathbf{B}}_{kl} = & \sum_{j=1}^K \frac{\overleftarrow{P}_j}{D} \sum_{d=1}^D \mathbf{H}_{jk}^H \mathbf{U}_j^{[* \ d]} \mathbf{U}_j^{[* \ d]H} \mathbf{H}_{jk} \\
 & - \frac{\overleftarrow{P}_k}{D} \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{U}_k^{[* \ l]} \mathbf{U}_k^{[* \ l]H} \mathbf{H}_{kk} \\
 & + \mathbf{I}_N (1 + \check{I}_0 \overleftarrow{P}_k) \in \mathbb{C}^{M \times M}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Der Durchschnittswert

$$\check{I}_0 = \frac{1}{|\mathbb{P}||\mathbb{S}|} \sum_{s=1}^{|\mathbb{S}|} \sum_{p=1}^{|\mathbb{P}|} \frac{\check{I}_{ps}}{\mathbb{P}_p}$$

ist ein Maß für die externe Interferenz an jeder Antenne und wurde aus den Ergebnissen einer Simulation gemittelt.<sup>11</sup>

Die simulierten Setups  $\mathbb{S}$  und Sendeleistungen  $\mathbb{P}$  werden in Kapitel 7 definiert,  $\check{I}_{ps}$  ist die gesamte externe Interferenz im Setup  $\mathbb{S}_s$  bei der Sendeleistung  $\mathbb{P}_p$ .

Die Spalten der Empfangsfilter, die das SINR an allen Streams maximieren, ergeben sich durch

$$\mathbf{U}_k^{[* \ l]} = \frac{(\mathbf{B}_{kl})^{-1} \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k^{[* \ l]}}{\|(\mathbf{B}_{kl})^{-1} \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k^{[* \ l]}\|} \tag{4.9}$$

und die der Vorkodiermatrizen im Anschluss durch

$$\mathbf{V}_k^{[* \ l]} = \frac{\left(\overleftarrow{\mathbf{B}}_{kl}\right)^{-1} \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{U}_k^{[* \ l]}}{\left\|\left(\overleftarrow{\mathbf{B}}_{kl}\right)^{-1} \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{U}_k^{[* \ l]}\right\|} \tag{4.10}$$

<sup>11</sup>Der Parameter  $\check{I}_0$  ähnelt dem  $\mu$  in [FT11], der ebenfalls externe Interferenz modelliert. Das Paper befasst sich mit einem CoMP Szenario ähnlich dem in Kapitel 5.

Jeder Schritt im Algorithmus sollte eine Verbesserung des durchschnittlichen

$$\text{SINR}_{\text{Max SINR}}^{\text{IA}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\text{SINR}_{\text{Max SINR}, k}^{\text{IA}}\|_F$$

erzielen, wobei sich das  $\text{SINR}_{\text{Max SINR}, k}^{\text{IA}}$  für einen Nutzer laut Gleichung (4.6) äquivalent zu dem beim IA ergibt. Aufgrund der nicht jederzeit gegebenen Stabilität des Algorithmus kann die Verbesserung bei einigen Schritten ausbleiben.

In Abbildung 4.3 sind die Optimierungsschritte dieses Algorithmus abgebildet. Man erkennt die Zunahme des SINR nach jeder Runde der Iteration.

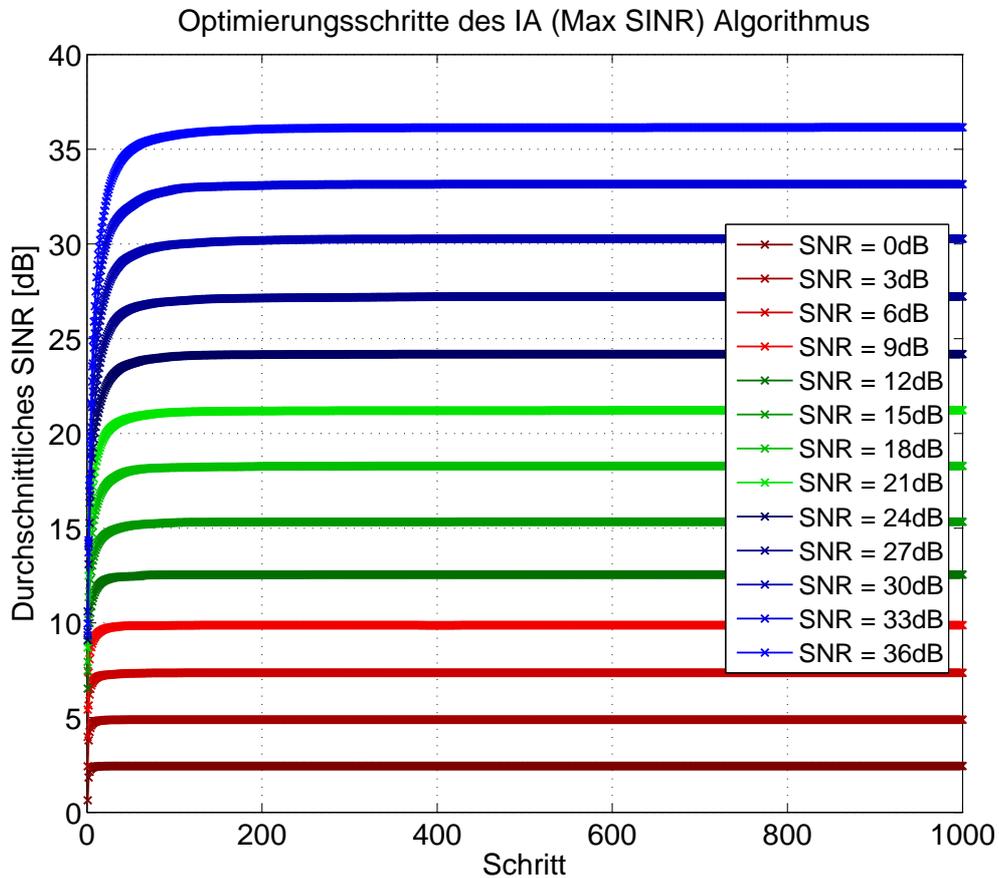


Abbildung 4.3: Optimierungsschritte des IA Max SINR Algorithmus.

## 5 Coordinated Multi Point Transmission

CoMP Algorithmen sind eine Erweiterung der kooperativen Verfahren. Die Besonderheit ist dabei die gemeinsame Vorkodierung an allen Sendern. Dadurch werden beim Downlink gute Ergebnisse erzielt. Im Vergleich zu IA benötigen diese Algorithmen wesentlich mehr Backhaul Verkehr, da sämtliche Daten, die an die Empfänger übertragen werden sollen, an allen Sendern verfügbar sein müssen.

Im Gegensatz zum herkömmlichen Szenario kann man nun, wie Abbildung 5.1 zeigt, über alle Sendeantennen Daten senden, die für alle Empfänger bestimmt sein können.

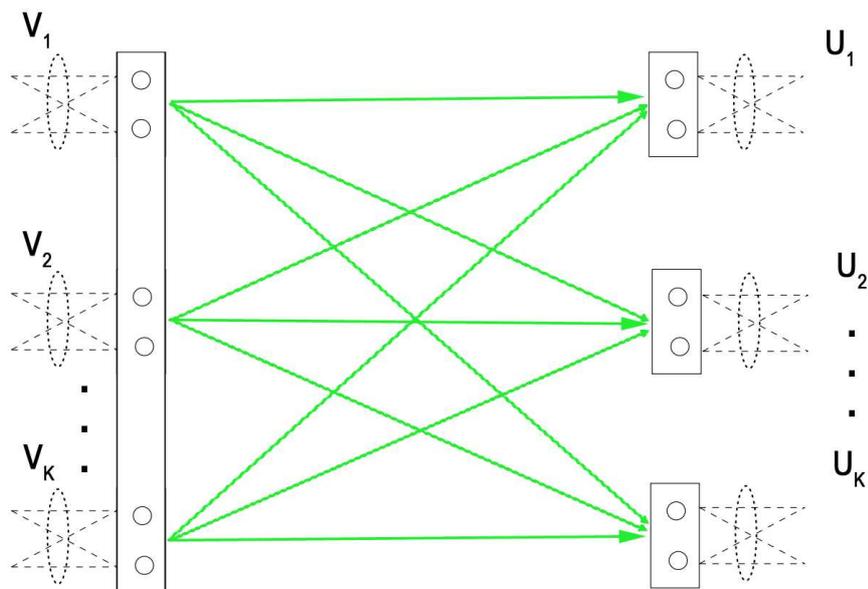


Abbildung 5.1: Gemeinsame Vorkodierung der Basisstationen (vgl. [GCJ08] (5)).

Die koordinierte Übertragung wird in [MZ10] erläutert, wobei das Wissen über die CSI hier nicht eingeschränkt und das Modell vom SISO- auf den allgemeineren MIMO-Fall erweitert wird.

Die interferenzgestörte Übertragung über den Kanal bei gemeinsamer Vorkodierung ist in [FT11] gut beschrieben, es fehlt lediglich die Empfangsfilterung an den MT.

Die nächsten Kapitel beschreiben zwei Algorithmen zur Berechnung der Kodierung bei

Sendern und Empfängern, wobei die maximale Anzahl an Freiheitsgraden  $D = \min(M, N)$  verwendet wird.

## 5.1 Zusätzliche Nomenklatur

Zunächst ist es jedoch notwendig, eine Nomenklatur für CoMP Algorithmen einzuführen. Als erstes werden die Kanäle zu Benutzer  $k$  von allen BS in

$$\mathbf{H}_k^{\text{CoMP}} = [\mathbf{H}_{k1}, \mathbf{H}_{k2}, \dots, \mathbf{H}_{kK}] \in \mathbb{C}^{N \times KM} \quad (5.1)$$

zusammengefasst. Für alle Benutzer  $K$  gilt damit

$$\mathbf{H}^{\text{CoMP}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^{\text{CoMP}} \\ \mathbf{H}_2^{\text{CoMP}} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_K^{\text{CoMP}} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{KN \times KM} \quad (5.2)$$

Des Weiteren müssen die äußeren Kanäle betrachtet werden – Gleichung (5.3) beschreibt diese für MT  $k$ .

$$\check{\mathbf{H}}_{kz}^{\text{CoMP}} = \left[ \check{\mathbf{H}}_{k1z}, \check{\mathbf{H}}_{k2z}, \dots, \check{\mathbf{H}}_{kKz} \right] \in \mathbb{C}^{N \times KM} \quad (5.3)$$

Da bei CoMP alle BS zusammenarbeiten, ergibt sich insgesamt nur *eine* Vorkodiermatrix

$$\mathbf{V}^{\text{CoMP}} \in \mathbb{C}^{KM \times KD} \quad (5.4)$$

welche die Übertragung zu allen Benutzern steuert. Jede ihrer Spalten

$$\mathbf{v}_m = \mathbf{V}^{\text{CoMP}}[* \ m] \in \mathbb{C}^{KM \times 1}, \quad m \in \{1, \dots, KD\} \quad (5.5)$$

bestimmt, wie eines der  $K \cdot D$  Symbole, die zu den Benutzern übertragen werden sollen, auf die Sendeantennen aufgeteilt wird. Einen Zugriff über die Nummer des Benutzers  $k$  und der seines Streams  $l$  ermöglicht die Schreibweise

$$\mathbf{v}_{kl} = \mathbf{V}^{\text{CoMP}}[* \ (k-1)D+l] \in \mathbb{C}^{KM \times 1} \quad k \in \{1, \dots, K\}, l \in \{1, \dots, D\} \quad (5.6)$$

wobei je  $D$  Spalten zu einem Benutzer gehören. Beispielsweise ergibt sich für den Fall mit  $K = 3$  Benutzern,  $M = N = 2$  Antennen und  $D = 2$  maximalen Freiheitsgraden

$$\mathbf{V}^{\text{CoMP}} = \left[ \begin{array}{cc|cc|cc} | & | & | & | & | & | \\ \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 & \mathbf{v}_4 & \mathbf{v}_5 & \mathbf{v}_6 \\ | & | & | & | & | & | \\ \hline \underbrace{\hspace{2cm}} & \underbrace{\hspace{2cm}} & \underbrace{\hspace{2cm}} \\ \text{Streams für MT 1} & \text{Streams für MT 2} & \text{Streams für MT 3} \end{array} \right]$$

Um die Notation zu vereinfachen, wird

$$\mathbf{V}_k^{\text{CoMP}} = [\mathbf{v}_{k1}, \mathbf{v}_{k2}, \dots, \underbrace{\mathbf{v}_{kD}}_{\text{Benutzer } k, \text{ Stream } D}] \in \mathbb{C}^{KM \times D} \quad (5.7)$$

eingeführt und steht für eine Untermatrix von

$$\mathbf{V}^{\text{CoMP}} = [\mathbf{V}_1^{\text{CoMP}}, \dots, \mathbf{V}_K^{\text{CoMP}}]$$

die zu MT  $k$  gehört und aus den entsprechenden Spalten besteht.

Auf die  $l$ -te Spalte des Empfangsfilters des  $k$ -ten Nutzers kann man entweder per

$$\mathbf{u}_{kl} = \mathbf{U}_k^{[* \ l]} \in \mathbb{C}^{N \times 1}, \quad k \in \{1, \dots, K\}, l \in \{1, \dots, D\} \quad (5.8)$$

oder

$$\mathbf{u}_m = \mathbf{U}_{\lceil \frac{m}{D} \rceil}^{[* \ m-D(\lceil \frac{m}{D} \rceil - 1)]} \in \mathbb{C}^{N \times 1}, \quad m \in \{1, \dots, K \cdot D\} \quad (5.9)$$

zugreifen. Dabei korrespondiert der Vektor  $\mathbf{u}_m$  mit der  $m$ -ten Spalte der Vorkodiermatrix  $\mathbf{V}$ . Er ermöglicht dadurch einen vereinfachten Zugriff auf die korrekte Spalte der passenden Empfangsfiltermatrix  $\mathbf{U}_k^{[* \ l]}$ .

Angenommen die Anzahl der Freiheitsgrade ist  $D = 2$  und die der Nutzer ist  $K = 3$ , ergibt sich folgende Zuordnung:

$$\mathbf{U}_1, \quad \mathbf{U}_2, \quad \mathbf{U}_3 = \left[ \begin{array}{cc|cc} | & | & | & | \\ \mathbf{u}_{11} & \mathbf{u}_{12} & & \\ | & | & & \\ \hline \underbrace{\hspace{2cm}} & \underbrace{\hspace{2cm}} \\ \text{Streams des ersten MT} & \text{Streams des zweiten MT} & \text{Streams des dritten MT} \end{array} \right] =$$

$$\left[ \begin{array}{cc|cc} | & | & | & | \\ \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & & \\ | & | & & \end{array} \right], \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} | & | & | & | \\ \mathbf{u}_3 & \mathbf{u}_4 & & \\ | & | & & \end{array} \right], \quad \left[ \begin{array}{cc|cc} | & | & | & | \\ \mathbf{u}_5 & \mathbf{u}_6 & & \\ | & | & & \end{array} \right]$$

Es bezeichnen beispielsweise  $\mathbf{u}_{31}$  und  $\mathbf{u}_5$  die erste Spalte des Empfangsfilters des dritten Nutzers  $\mathbf{U}_3^{[*-1]}$ . Die zugehörige fünfte Spalte der Vorkodiermatrix  $\mathbf{V}^{\text{CoMP}}$  bezeichnet sowohl  $\mathbf{v}_{31}$  als auch  $\mathbf{v}_5$ .

Mit der eingeführten Nomenklatur ist es u.A. möglich, die effektiven inneren und externen Kanäle

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}} &= \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}} \mathbf{V}_j^{\text{CoMP}}, \\ \check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{k,jz}} &= \mathbf{U}_k^H \check{\mathbf{H}}_{kz}^{\text{CoMP}} \check{\mathbf{V}}_{jz}^{\text{CoMP}}, \\ \mathring{\mathbf{N}}_k &= \mathbf{U}_k^H \mathbf{U}_k \end{aligned} \quad (5.10)$$

effizient darzustellen. Die Übertragung des gesamten Systems ist gegeben durch

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_1 \\ \tilde{\mathbf{y}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{y}}_K \end{bmatrix} = \mathbf{U}^{\text{CoMP}H} \left( \mathbf{H}^{\text{CoMP}} \mathbf{V}^{\text{CoMP}} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_K \end{bmatrix} + \mathbf{n}_{\text{CoMP}} \right) \quad (5.11)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{\text{CoMP}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{U}_K \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{KN \times KD}, \\ \mathbf{n}_{\text{CoMP}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{KN \times 1} \end{aligned}$$

In den folgenden zwei Kapiteln werden nun Algorithmen vorgestellt, welche die Vorkodierung bzw. Empfangsfilterung berechnen.

## 5.2 Der kanalinvertierende CoMP Algorithmus

Bei diesem Verfahren wird die Übertragung so kodiert, dass sämtliche innere Interferenz unterdrückt wird. Da die Methodik dabei dem ZF ähnelt, sind die Ergebnisse im niedrigen SNR-Bereich moderat. Für quadratische Kanalmatrizen<sup>12</sup> wird das Resultat erzielt,

---

<sup>12</sup>Haben Sender und Empfänger eine unterschiedliche Anzahl an Antennen, ist die resultierende CoMP-Kanalmatrix nicht quadratisch. In diesem Fall kann man statt ihrer Inversen ihre Pseudoinverse benutzen.

indem ausgehend von Gleichung (5.11)

$$\begin{aligned}\mathbf{V}^{\text{CoMP}} &= (\mathbf{H}^{\text{CoMP}})^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\xi}), \\ \mathbf{U}_k &= \mathbf{I}_N \quad \forall k \in \{1, \dots, K\}\end{aligned}\tag{5.12}$$

mit

$$\text{diag}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} \xi_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \xi_{KM} \end{bmatrix}$$

gewählt wird. Dabei bezeichnet  $\xi_m$  den Kehrwert der euklidischen Norm der  $m$ -ten Spalte  $\xi_m = \frac{1}{\|(\mathbf{h}^{-1})_m\|}$  der invertierten Kanalmatrix  $(\mathbf{H}^{\text{CoMP}})^{-1}$ . Eingesetzt in Gleichung (5.11) führt diese Wahl zur vollständigen Trennung der Datenströme:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_1 \\ \tilde{\mathbf{y}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{y}}_K \end{bmatrix} &= \mathbf{U}^{\text{CoMP}} \mathbf{H}^{\text{CoMP}} \mathbf{V}^{\text{CoMP}} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_K \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{I}_{KN} \mathbf{H}^{\text{CoMP}} (\mathbf{H}^{\text{CoMP}})^{-1} \text{diag}(\boldsymbol{\xi}) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_K \end{bmatrix} = \text{diag}(\boldsymbol{\xi}) \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_K \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jede Spalte der Vorkodiermatrix muss normiert werden, um eine Anhebung der Sendeleistung zu vermeiden. Dies geschieht anhand der Faktoren  $\xi_m$ .

Das

$$\text{SINR}_{\text{KanInv}, k}^{\text{CoMP}} = \frac{\frac{P_k}{D} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}} \mathbf{H}_{\text{eff}_{kk}}^H}{\sum_{z=1}^Z \sum_{j=1}^K \frac{P_{jz}}{D} \check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}} \check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}}^H + \mathring{\mathbf{N}}_k}\tag{5.13}$$

muss folglich keine innere Interferenz berücksichtigen. Die effektiven Kanäle  $\mathbf{H}_{\text{eff}_{kj}}$  und  $\check{\mathbf{H}}_{\text{eff}_{kjz}}$  entsprechen denen in Gleichung (5.10).

### 5.3 Der Max SINR CoMP Algorithmus

Erweitert man den Max SINR Algorithmus aus Kapitel 4.2 bzw. [GCJ08] um CoMP, erhält man das folgend vorgestellte Verfahren.

Als Startwert wählt man für  $\mathbf{V}^{\text{CoMP}}$  die Inverse der Kanäle, wie in Kapitel 5.2 geschildert.

Anschließend erfolgt eine Iteration über eine feste Anzahl an Runden. Die dazu benötigten Interferenz- plus Rauschkovarianzmatrizen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_{kl} &= \sum_{j=1}^K \sum_{d=1}^D \frac{P_j}{D} \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}} \mathbf{v}_{jd} \mathbf{v}_{jd}^H \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}H} \\
 &\quad - \frac{P_k}{D} \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}} \mathbf{v}_{kl} \mathbf{v}_{kl}^H \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}H} \\
 &\quad + \mathbf{I}_N (1 + \overset{\checkmark}{I}_0 P_k) \in \mathbb{C}^{N \times N}
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

und

$$\begin{aligned}
 \overset{\leftarrow}{\mathbf{B}}_{kl} &= \sum_{j=1}^K \sum_{d=1}^D \frac{\overset{\leftarrow}{P}_j}{D} \mathbf{H}_j^{\text{CoMP}H} \mathbf{u}_{jd} \mathbf{u}_{jd}^H \mathbf{H}_j^{\text{CoMP}} \\
 &\quad - \frac{\overset{\leftarrow}{P}_k}{D} \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}H} \mathbf{u}_{kl} \mathbf{u}_{kl}^H \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}} \\
 &\quad + \mathbf{I}_N (1 + \overset{\checkmark}{I}_0 \overset{\leftarrow}{P}_k) \in \mathbb{C}^{KM \times KM}
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

müssen für jeden Schritt berechnet werden und unterscheiden sich durch die verwendete Notation kaum von denen des IA Max SINR Algorithmus. Die Berechnungsvorschriften der Spalten der Empfangsfilter

$$\mathbf{u}_{kl} = \frac{(\mathbf{B}_{kl})^{-1} \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}} \mathbf{v}_{kl}}{\|(\mathbf{B}_{kl})^{-1} \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}} \mathbf{v}_{kl}\|} \tag{5.16}$$

und Vorkodiermatrizen

$$\mathbf{v}_{kl} = \frac{\left(\overset{\leftarrow}{\mathbf{B}}_{kl}\right)^{-1} \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}H} \mathbf{u}_{kl}}{\left\|\left(\overset{\leftarrow}{\mathbf{B}}_{kl}\right)^{-1} \mathbf{H}_k^{\text{CoMP}H} \mathbf{u}_{kl}\right\|} \tag{5.17}$$

sind durch die Notation ebenfalls ähnlich. In jedem Schritt werden alle Spalten aktualisiert.

Verwendet man den Max SINR Algorithmus, ergibt sich wieder eine innere Interferenz, die das

$$\text{SINR}_{\text{MaxSINR}, k}^{\text{CoMP}} = \frac{\frac{P_k}{D} \mathbf{H}_{\text{eff}kk} \mathbf{H}_{\text{eff}kk}^H}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \frac{P_j}{D} \mathbf{H}_{\text{eff}kj} \mathbf{H}_{\text{eff}kj}^H + \sum_{z=1}^Z \sum_{j=1}^K \frac{P_{jz}}{D} \overset{\checkmark}{\mathbf{H}}_{\text{eff}kjz} \overset{\checkmark}{\mathbf{H}}_{\text{eff}kjz}^H} + \overset{\circ}{\mathbf{N}}_k} \tag{5.18}$$

nun berücksichtigen muss. Während der Iteration sollte sich hier ebenfalls das durch-

schnittliche

$$\text{SINR}_{\text{Max SINR}}^{\text{CoMP}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\text{SINR}_{\text{Max SINR}, k}^{\text{CoMP}}\|_F$$

mit jedem Schritt verbessern, was aufgrund der Instabilität des Algorithmus in manchen Schritten ausbleiben kann.

Einerseits erzielt diese Methode durch das Ausnutzen aller möglichen Pfade zu jedem MT und durch die Berücksichtigung von Rauschen und Interferenz hohe Übertragungsraten, andererseits benötigt die Übermittlung der Daten an alle BS viel Kommunikation zwischen ihnen. Ein weiterer Nachteil ergibt sich durch die größeren Matrizen bei den Berechnungen, wodurch die Iterationsschritte mehr Rechenleistung erfordern.

## 5.4 Gegenüberstellung von CoMP und einfachen Verfahren

Betrachtet man ein Übertragungssystem mit drei Nutzern und je zwei Antennen, ist es im CoMP Fall in der Lage, für das Versenden der sechs Symbole jeweils die Kanäle zu verwenden, die sich am besten eignen:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_1 \\ \tilde{\mathbf{y}}_2 \\ \tilde{\mathbf{y}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix}^H \left( \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{61} & \cdots & h_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{61} & \cdots & v_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \\ \tilde{\mathbf{x}}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{bmatrix} \right)$$

Verbietet man hingegen die gemeinsame Vorkodierung, zerfällt das System in drei parallele, interferierende Übertragungen:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{y}}_1 \\ \tilde{\mathbf{y}}_2 \\ \tilde{\mathbf{y}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \vdots \\ \tilde{y}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U}_3 \end{bmatrix}^H \left( \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{61} & \cdots & h_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \\ \tilde{\mathbf{x}}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{bmatrix} \right)$$

$$\Leftrightarrow \tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{U}_k^H \left( \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^K \mathbf{H}_{kj} \mathbf{V}_j \tilde{\mathbf{x}}_j + \mathbf{n}_k \right)$$

Durch die spärlich besetzte Vorkodiermatrix  $\mathbf{V}^{\text{CoMP}}$  gehen bei jedem Stream  $\tilde{\mathbf{x}}_m$  vier Freiheitsgrade verloren, die durch Nulleinträge einer Spalte  $\mathbf{v}_m^{\text{CoMP}}$  der Vorkodiermatrix repräsentiert werden.

Man erkennt, dass das reduzierte System eine Untermenge des CoMP Verfahrens darstellt, das somit eine obere Schranke für alle Verfahren zum Umgang mit Interferenz ist.



## 6 Das Konzept der verschobenen Kooperationsbereiche

Alle vorgestellten Algorithmen gehen von der Annahme aus, dass jeder Nutzer mit seiner stärksten BS verbunden ist. Um unter dieser Voraussetzung mit den Verfahren IA und CoMP Interferenz möglichst effizient vermeiden zu können, müssen  $K$  Mobilteile gefunden und gruppiert werden, deren  $K$  stärkste BS ein Kooperationsgebiet bilden. In der Praxis stellt beides keine große Einschränkung dar, sofern das in [MZ10] beschriebene Konzept der verschobenen Kooperationsbereiche angewandt wird. Dabei gibt es mehrere gleichzeitig existierende Zuordnungen, die bestimmen welche BS jeweils zusammen arbeiten.

Wie man die obige Grundannahme stets erfüllen kann, zeigt Abbildung 6.1 in einem Beispiel. Befindet sich ein MT an der Grenze zwischen den zwei Kooperationsbereichen ‚A‘ und ‚B‘ (in der Abbildung rote Mobiltelefone), erfährt es eine besonders hohe externe Interferenz und das Signal des korrekten Senders wird durch die große Entfernung stark gedämpft. Durch diese zwei Effekte ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass einige der stärksten BS in einem verkehrten Gebiet liegen. Ändert man die Kooperation so, dass nun alle Sender in ‚C‘ zusammen arbeiten, sinkt die Wahrscheinlichkeit dafür erheblich und die Konfiguration wird optimal.

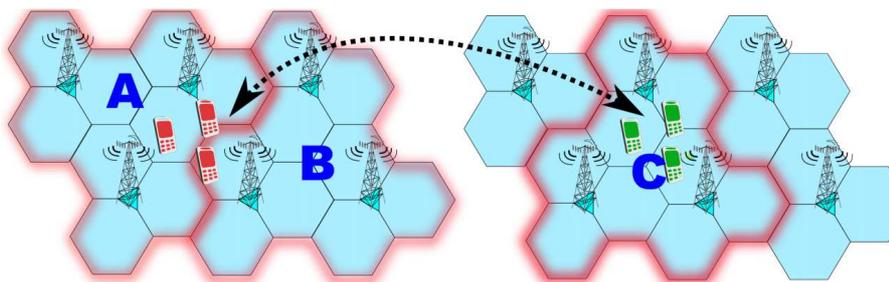


Abbildung 6.1: Links: MT an der Grenze der Kooperationsbereiche ‚A‘ und ‚B‘  
Rechts: MT im alternativen Bereich ‚C‘ (aus [MZ10]).

Die verschobenen Kooperationsgebiete müssen für unterschiedliche Benutzer flexibel variierbar sein, weshalb es zu jeder Zeit alle Zuordnungen geben muss. Um dies zu erzie-

len, sind sie über ein nicht weiter festgelegtes Multiplexverfahren wie FDMA, TDMA oder CDMA getrennt. Um Nutzer an allen Bereichsgrenzen optimal versorgen zu können, benötigt man sechs solcher Zuordnungen, die in Abbildung 6.2 durch verschiedene Farben gekennzeichnet sind. Dabei repräsentiert jede Ecke eines Dreiecks eine der drei jeweils kooperierenden BS.

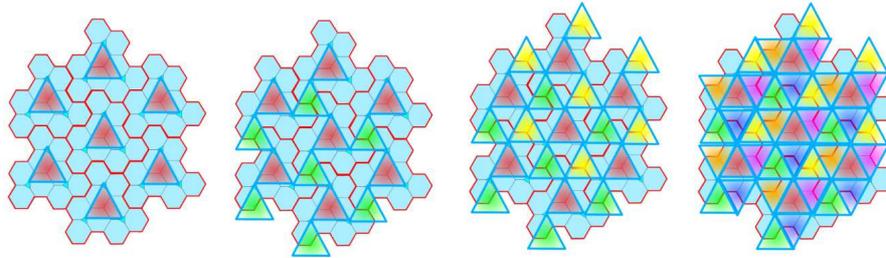


Abbildung 6.2: Kooperationsbereiche mit 1, 2, 3 und 6 erlaubten Verschiebungen, welche jeweils durch ein Multiplexverfahren getrennt sind und durch eine Farbe repräsentiert werden (vgl. [MZ10]).

Dadurch können in den meisten Fällen  $K$  Benutzer so gruppiert werden, dass einerseits ihre  $K$  stärksten BS kooperieren und andererseits jeder Sender genau einem Empfänger zugeordnet ist, wobei die Zuordnung auch hier durch den stärksten Kanal erfolgt.

# 7 Simulationsumgebung und Ergebnisse

Die Methoden zum Umgang mit Interferenz wurden anhand eines für den Interpreter MATLAB geschriebenen Programmes verwirklicht, das im Rahmen dieser Arbeit entstanden ist. Dieses Kapitel stellt die Ergebnisse mehrerer Simulation vor, die auf unterschiedlichen Parametern basieren und mit Hilfe dieses Programmes ermittelt wurden.

## 7.1 Simulationsumgebung

Die Positionen aller Sender und Empfänger sind in Abbildung 7.1 noch einmal abgebildet. Durch das in Kapitel 6 vorgestellte Konzept der verschobenen Kooperationsgebiete genügt es, nur eine Gruppe von BS und MT zu betrachten, die durch die äußeren Gebiete Interferenz erfahren.

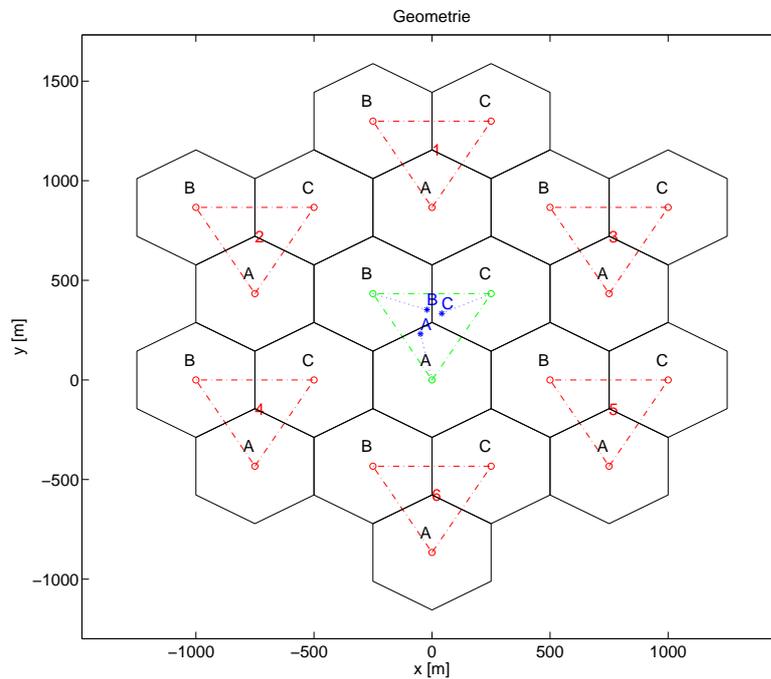


Abbildung 7.1: Die Positionen der Basisstationen und Mobilteile.

Im Folgenden werden die Werte der Parameter festgelegt, die der Simulation zugrunde liegen. Die Anzahl der MT und BS beträgt jeweils  $K = 3$ ; beide sind mit  $M = N = 2$  Antennen ausgestattet. Die Anzahl der Freiheitsgrade pro Symbol beträgt für die meisten Algorithmen  $D = 2$ , bei IA muss man bei drei Nutzern und jeweils zwei Antennen  $D = 1$  fordern, da das Projizieren der Interferenz in Unterräume der Empfänger sonst nicht realisierbar ist. Stattet man BS und MT mit mehr als zwei Antennen aus, ist das IA auch bei mehr Paaren und Freiheitsgraden durchführbar.

Der Abstand zwischen allen betrachteten Stationen beträgt  $d_{Bs} = 500\text{m}$ , der von einer BS zur Mitte des Kooperationsgebietes hingegen  $d_{Bs}/\sqrt{3} \approx 288,7\text{m}$ . Insgesamt werden  $Z = 6$  äußere Gebiete betrachtet und simuliert, die wie in Abbildung 7.1 das Innere umgeben. Für die in Kapitel 2.2.2 definierte Dämpfung

$$\frac{1}{a_0} = K \left[ \frac{d_0}{d} \right]^\gamma \quad \text{mit} \quad K = \left( \frac{\lambda}{4\pi d_0} \right)^2$$

gelten die Parameter  $d_0 = 10\text{m}$  und  $\lambda = 0,3\text{m} \iff f = 1\text{GHz}$ . Der Wert von  $d_0$  ist so gewählt, dass er eine Dämpfung repräsentiert, die für Übertragungen in ländlichen und städtischen Umgebungen anzunehmen ist. Die Trägerfrequenz von  $f = 1\text{GHz}$  ist zwar willkürlich festgelegt, liegt jedoch in einer plausiblen Größenordnung für Mobilfunknetze. Der Dämpfungsexponent liegt laut [Gol05] (47) in üblichen Umgebungen zwischen 2,7 und 6,5. Zur Simulation wird  $\gamma = 4,6$  auf die Mitte des Intervalls gelegt, außer in Kapitel 7.3.3, wo mit  $\gamma = 2,7$  und  $\gamma = 6,5$  die zwei Extreme zum Einsatz kommen.

Anfangs werden die Positionen der  $K$  MT unter Berücksichtigung der folgenden drei Aspekte zufällig bestimmt. Die erste Bedingung, die dafür erfüllt werden muss, ist, dass die drei inneren BS die stärksten sind. Zweitens muss jedem MT genau eine der  $K$  BS zugeordnet sein und vice versa. Drittens müssen die Positionen so gewählt werden, dass sie in dem blauen Gebiet in Abbildung 7.2 liegen. Hierbei ist nur die Fläche innerhalb des grünen Dreiecks von Interesse, da Nutzer in einem der grauen Dreiecke von einem verschobenen Kooperationsgebiet bedient werden, wodurch sie in einem anderen Frequenzband, Zeitschlitz o.ä. operieren und hier nicht sichtbar sind.

Der Mindestabstand  $d_{Bs, \text{Min}}$ , den jedes MT von allen BS einhalten muss, wird auf  $\frac{4}{5}$  des Abstandes zwischen einer BS und der Mitte des Dreiecks gesetzt. Wie später deutlich wird, lohnen sich bei einer geringeren Entfernung manche Algorithmen teilweise nicht mehr. Der Abstand ist in realen Umgebungen allerdings gerechtfertigt, weshalb er hier so gewählt wird. Wie sich eine niedrigere Schwelle auf die Übertragung auswirkt, wird in Kapitel 7.3.2 untersucht.

Abbildung 7.3 zeigt die resultierenden Wahrscheinlichkeitsdichten der MT-Positionen unter Berücksichtigung der Dämpfung und der oben genannten Kriterien.

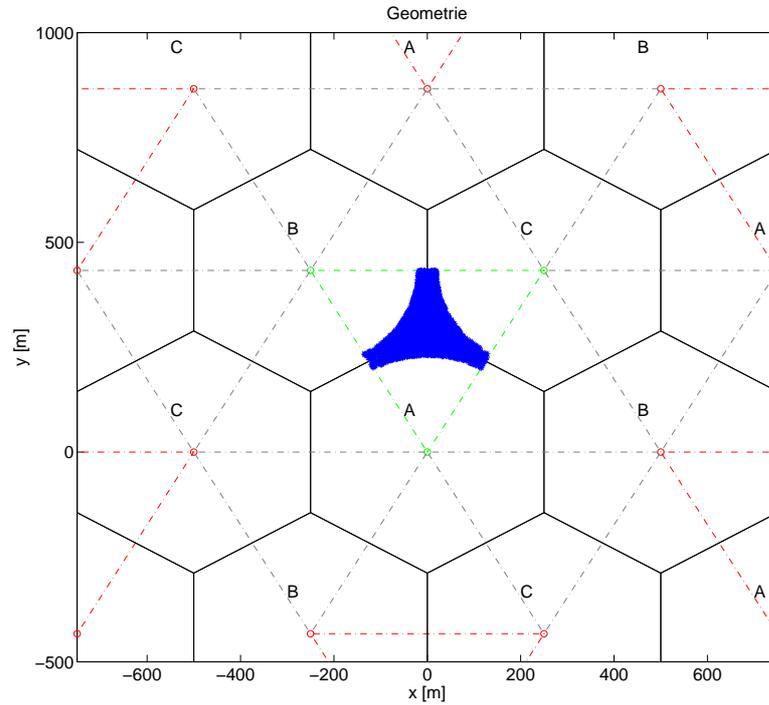


Abbildung 7.2: Mögliche Positionen simulierter MT, in grau sind die verschobenen Kooperationsbereiche angedeutet.

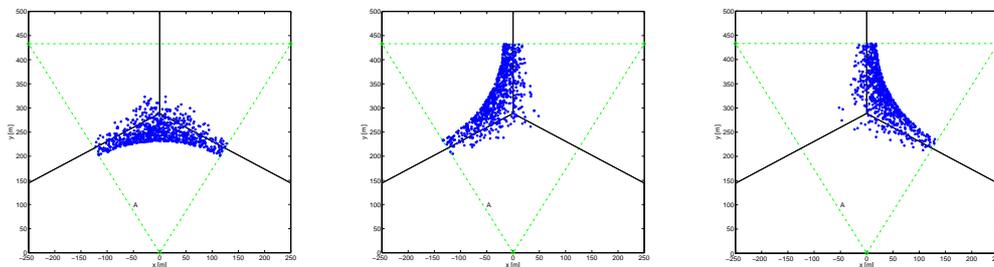


Abbildung 7.3: Wahrscheinlichkeitsdichten der MT-Positionen bei Dämpfung.

Um Ergebnisse zu erhalten, die möglichst frei von zufälligen Effekten sind, werden alle Simulationen über die Setups

$$\mathbb{S}, \|\mathbb{S}\| = 300 \quad (7.1)$$

gemittelt. In jeder dieser Teilsimulationen werden alle Positionen der MT und sämtliche Kanäle neu gewählt, und anschließend die vorgestellten Algorithmen durchlaufen.

Die äußeren  $Z = 6$  Gebiete verwenden das gleiche Verfahren wie das Innere. Dies dient

der Annäherung des Modells an die Realität.

Da das Empfangs-SNR der Mobilteile durch ihre zufälligen Kanäle und Positionen sehr unterschiedlich sein kann, muss eine Definition des SNR gefunden werden, die für alle MT gleichermaßen gilt. Hier wird es als Sendeleistung minus Leistungsdämpfung von einer Ecke bis zur Mitte eines Kooperationsgebietes festgelegt:

$$\text{SNR} = P - a_0 = P - 10 \log_{10} \left( 1 \cdot K \left[ \frac{d_0}{d_{\text{Bs}}/\sqrt{3}} \right]^\gamma \right) \text{ dB} \quad (7.2)$$

Alle Simulationen werden je nach dem, ob eine Dämpfung betrachtet wird oder nicht, mit jeder der Sendeleistungen

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_{\text{ungedämpft}} &= [0\text{dB}, 3\text{dB}, 6\text{dB}, \dots, 36\text{dB}] \\ \mathbb{P}_{\text{gedämpft}} &= [99.6\text{dB}, 109.6\text{dB}, 119.6\text{dB}, 129.6\text{dB}, \\ &\quad 139.6\text{dB}, 159.6\text{dB}, 179.6\text{dB}, 209.6\text{dB}, 239.6\text{dB}] \\ &\quad \text{Dämpfung zur Mitte} \\ &= \overbrace{119,6\text{dB}} + [-20\text{dB}, -10\text{dB}, 0\text{dB}, 10\text{dB}, 20\text{dB}, \\ &\quad 40\text{dB}, 60\text{dB}, 90\text{dB}, 120\text{dB}] \end{aligned} \quad (7.3)$$

wiederholt. Der interessante Bereich der Leistungen verschiebt sich im zweiten Fall durch die Wahl des SNR und bezieht sich im dargestellten Fall auf einen Dämpfungsexponenten von  $\gamma = 4, 6$ ; bei den Simulationen mit anderer Dämpfung in Kapitel 7.3.3 ergeben sich dementsprechend andere Werte.

Die Anzahl der Schritte in den iterativen Algorithmen wird auf 800 gesetzt, da dies für gute Ergebnisse ausreicht. Einzig bei dem Max SINR CoMP Algorithmus kommt es im sehr hohen SNR Bereich zu geringen Verzerrungen.

Die folgende Tabelle fasst alle Parameter noch einmal zusammen:

Parameter	Symbol	Wert
Kooperierende BS	$K$	3
Kooperierende MT	$K$	3
Antennen pro BS	$M$	2
Antennen pro MT	$N$	2
Freiheitsgrade bei IA	$D$	1
Freiheitsgrade sonst	$D$	2
Abstand zweier BS	$d_{Bs}$ [m]	500
Mindestabstand MT $\leftrightarrow$ BS	$d_{Bs, \text{Min}}$ [m]	$\frac{4}{5} \frac{d_{Bs}}{\sqrt{3}}$
Äußere Kooperationsgebiete	$Z$	6
Leistungsdämpfung	$a(d)$ [dB]	$-52.44 + 10\gamma \log_{10}(\frac{10}{d})$
Dämpfungsexponent	$\gamma$	$\gamma \in \{2,7, 4,6, 6,5\}$
Schätzwert der externen Interferenz <sup>1</sup>	$\check{I}_0(\gamma)$ [dB]	$\check{I}_0(\gamma = 2, 7) = -90, 95$ $\check{I}_0(\gamma = 4, 6) = -125, 85$ $\check{I}_0(\gamma = 6, 5) = -159, 94$
Setups für Mittelbildung	$\ \mathbb{S}\ $	300
Iterationsschritte	–	800

<sup>1</sup> Dieser Wert wird in den Max SINR Algorithmen verwendet und wurde in Kapitel 4.2 definiert.

## 7.2 Simulation ohne Dämpfung und externe Interferenz

In diesem Abschnitt werden die Gesamtraten vorgestellt, die von den Algorithmen erzielt werden können, wenn man vorerst Dämpfung und externe Interferenz ignoriert. Man erhält die Resultate in Abbildung 7.4.

Die Überlegenheit des Max SINR CoMP Algorithmus ist bei jeder Sendeleistung erkennbar. Die Interferenz als Rauschen zu betrachten ist hier nicht sinnvoll, da die Rate bei diesem Verfahren durch die hohe Interferenz bereits bei einem SNR von ca. 10 dB SNR sättigt.

Die Kurve bei orthogonaler Trennung der Nutzer steigt näherungsweise proportional mit dem SNR, eine höhere Steigung weisen die IA Kurven auf. Das Verfahren stellt je nach Anwendung einen Kompromiss zwischen Backhaul Verkehr und erzielbarer Datenrate dar. Dabei ist der IA ZF Algorithmus im niedrigen SNR Bereich suboptimal, bei hohem SNR ebenso gut, wie der Max SINR IA Algorithmus.

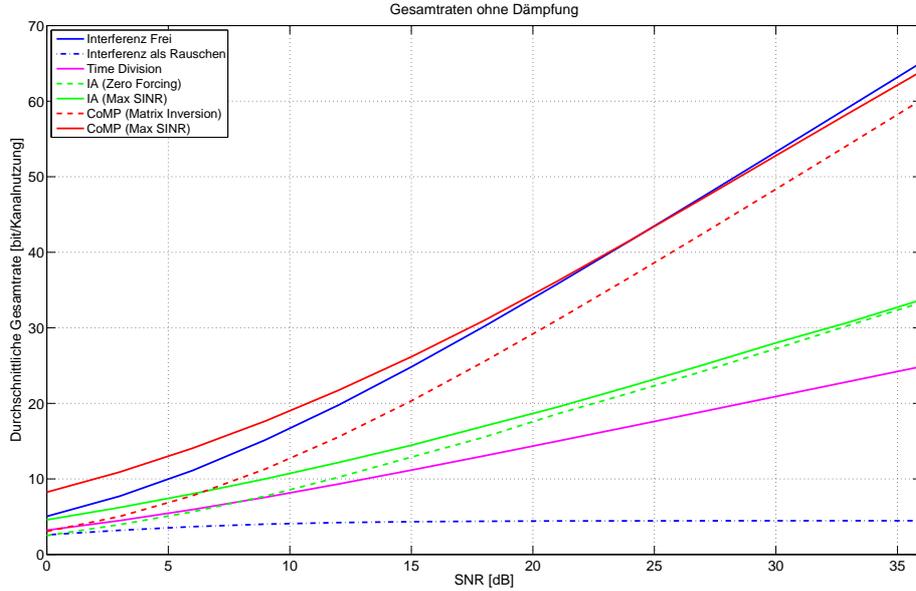


Abbildung 7.4: Simulationsergebnisse ohne Dämpfung und externe Interferenz.

Für die kanalinvertierende CoMP Lösung gilt, dass ihre Verwendung bei hohen Leistungen gerechtfertigt sein kann, da sie wesentlich weniger Rechenleistung benötigt als das Max SINR CoMP Verfahren.

Die untersuchten Algorithmen und Methoden werden hier mit einem Verfahren verglichen, das eine obere Grenze bezüglich der erzielbaren Gesamtrate darstellt. Dabei handelt es sich um ein theoretisches Szenario, in dem es zu keiner Interferenz kommt.

Das

$$\mathbf{SINR}_k^{\text{IF}} = \frac{P_k}{D} \mathbf{H}_{kk} \mathbf{H}_{kk}^H \mathring{\mathbf{N}}_k^{-1} = \frac{P_k}{D} \mathbf{H}_{kk} \mathbf{H}_{kk}^H \quad (7.4)$$

ist leicht zu berechnen, da innere und externe Interferenz ignoriert werden und durch die fehlende Kodierung das effektive Rauschen zu einer Einheitsmatrix wird.

Aufgrund der vollständigen Trennung der  $K$  Übertragungssysteme, kann diese Gesamtrate durch Algorithmen mit gemeinsamer Vorkodierung teilweise übertroffen werden – in der Abbildung wird dies am Vergleich mit der Max SINR CoMP Kurve deutlich. Die Diskrepanz bei hohem SNR rührt daher, dass nach den 800 Iterationsschritten der Algorithmus noch nicht beendet ist. Simuliert man länger, wird dort ebenfalls ein höherer Wert als bei Interferenzfreier Übertragung erreicht.

## 7.3 Simulation unter Berücksichtigung von Dämpfung und externer Interferenz

In diesem Kapitel nimmt man an, dass sich alle BS und MT in dem in Kapitel 2.2.2 vorgestellten zellulären Netzwerk befinden und über gedämpfte Kanäle kommunizieren. Die externe Interferenz wird in den Rechenschritten der Max SINR Algorithmen als Rauschen betrachtet und durch die korrekte Wahl von  $\check{I}_0$  berücksichtigt.

Anhand von Abbildung 7.5 ermittelt man, dass die Gesamtraten aller Verfahren bei etwa  $\text{SNR} = 10\text{dB}$  beginnen in Sättigung zu gehen.

Ohne Interferenz steigt der Gewinn, den CoMP Algorithmen im Vergleich zu IA erzielen linear mit dem SNR. Hier beträgt der Unterschied zwischen den Raten des Max SINR CoMP und des Max SINR IA Algorithmus in Sättigung lediglich etwa  $4,5 \frac{\text{bit}}{\text{Kanalnutzung}}$ . Dies ist der Gewinn, den man durch den zusätzlichen Backhaul Verkehr erzielen kann.

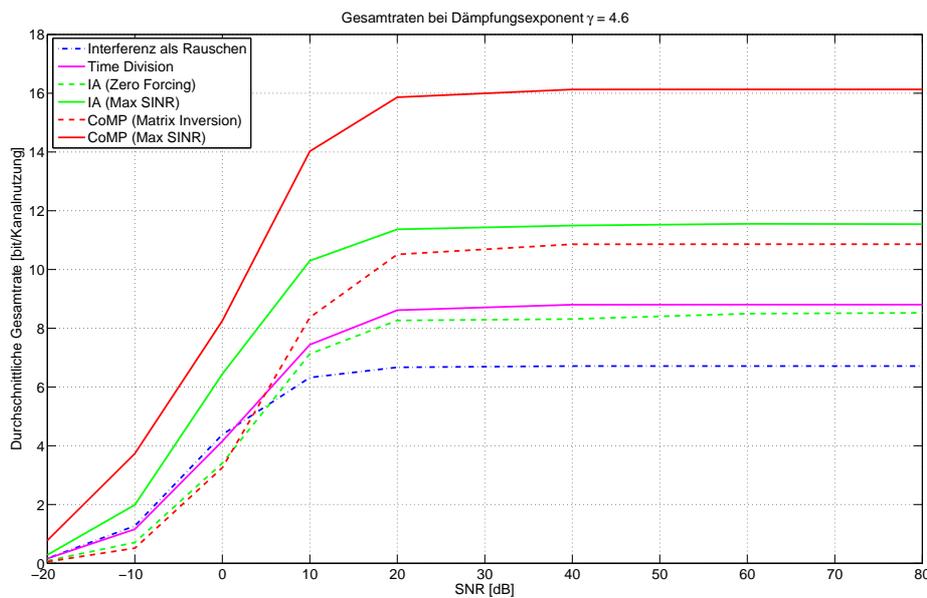


Abbildung 7.5: Ergebnisse bei Dämpfung und externer Interferenz.

Der Punkt der Sättigung ist der, bei dem die Leistung der externen Interferenz im Vergleich zur Rauschleistung überwiegt. Konkretisiert man ‚überwiegt‘ dahingehend, dass es etwa einen Unterschied um eine Größenordnung bedeutet, kann man den Sachverhalt anhand der folgenden Rechnung nachvollziehen. Dabei sind alle Größen außer  $\gamma$  in dB.

Unter Benutzung der Annahmen

Dämpfungsexponent  $\gamma = 4,6$

Dämpfung zur Mitte  $a_0 \approx 120\text{dB}$

$\check{I}_0 \approx -126\text{dB}$  (siehe Tabelle)

$P = \text{SNR} + a_0$  (per Definition)

durchschnittliche externe Interferenz  $\check{I} = \check{I}_0 + P$  (per Definition)

Rauschleistung  $P_N = -\text{SNR}$

ergibt sich der Sättigungspunkt zu

$$\begin{aligned}
 \check{I} &\stackrel{\text{eine Größenordnung}}{=} P_N + \overbrace{10\text{dB}} = -\text{SNR}_{\text{Grenz}} + 10\text{dB} \\
 &\Leftrightarrow \check{I}_0 + P \stackrel{!}{=} 10\text{dB} - \text{SNR}_{\text{Grenz}} \\
 &\Leftrightarrow \check{I}_0 + \text{SNR}_{\text{Grenz}} + a_0 \stackrel{!}{=} 10\text{dB} - \text{SNR}_{\text{Grenz}} \\
 &\Rightarrow \text{SNR}_{\text{Grenz}} = \frac{10\text{dB} - \check{I}_0 - a_0}{2} = \frac{10 - (-126) - 120}{2}\text{dB} = 8\text{dB} \quad \square
 \end{aligned}$$

### 7.3.1 Nichtbeachtung des Schätzwertes der durchschnittlichen externen Interferenz bei Max SINR Algorithmen

Dieses Kapitel demonstriert den Sinn des Schätzwertes  $\check{I}_0$ . Ignoriert man die externe Interferenz bei der Iteration der Max SINR Algorithmen, erkennt man in Abbildung 7.6, dass die Übertragungsraten beider Verfahren ein vermeintliches Optimum besitzen.

Der Grund dafür ist, dass die Algorithmen bei der Berechnung der Interferenz plus Rausch Kovarianzmatrizen  $\mathbf{B}_{kl}$  von einer zu geringen Störleistung ausgehen.

Weiter erkennt man, dass sich dies nur oberhalb des Punktes auswirkt, ab dem die Interferenz dem Rauschen überwiegt.

### 7.3.2 Variation des Mindestabstandes der Mobilteile von den Basisstationen

Die zwei vorherigen Simulationen gehen von einem Mindestabstand der MT von ihren BS aus, der  $\frac{4}{5}$  des Abstandes zur Dreiecksmitte beträgt. Bei einer geringeren Entfernung ist die Interferenz sehr niedrig und das eigene Signal aller MT besonders stark. Zustande kommt die Differenz, da die Dämpfung von der Entfernung abhängt und die Signale

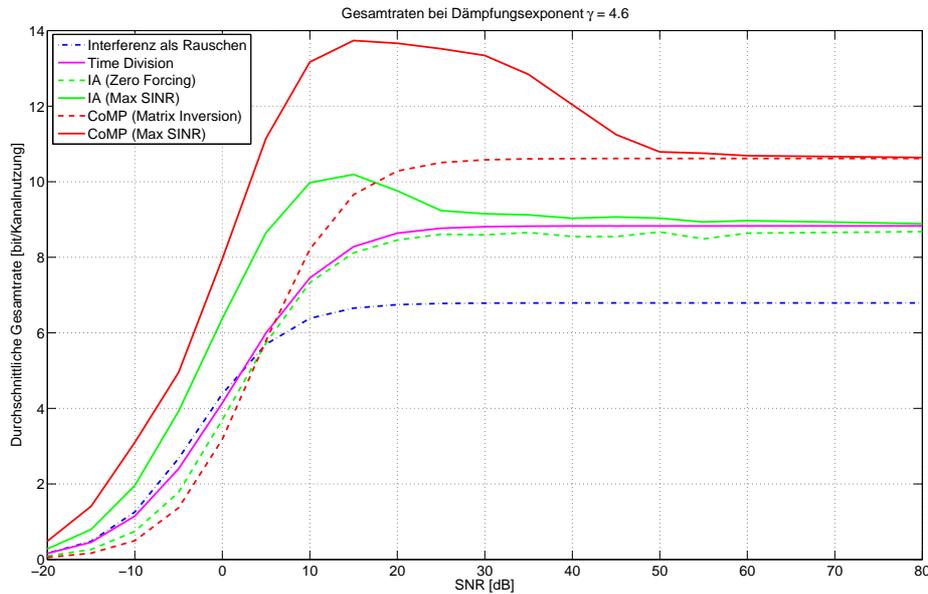


Abbildung 7.6: Ergebnisse bei Dämpfung und externer Interferenz ohne Schätzwert  $I_0$ .

entsprechend selektiv schwächt. Der Effekt kann so stark sein, dass sich IA und TDMA nicht mehr lohnen. In dieser Simulation wird  $d_{\text{BS, Min}}$  auf  $\frac{1}{5} \cdot \frac{d_{\text{BS}}}{\sqrt{3}}$  verringert.

Das Resultat in Abbildung 7.7 zeigt, dass es bei dieser Mindestentfernung die beste Methode ohne gemeinsame Vorkodierung ist, die Interferenz als Rauschen zu betrachten.

Bei den CoMP Verfahren kann man alle Kanäle zwischen Sendern und Empfängern nutzen. Dadurch stehen auch die nur gering gedämpften besten Kanäle zur Verfügung und es lassen sich bessere Ergebnisse erzielen als bei höheren Mindestabständen.

### 7.3.3 Variation des Dämpfungsexponenten

Befinden sich Sender und Empfänger z.B. in freiem Feld, ist die Dämpfung niedriger als in Städten oder Räumen. Hier werden zwei Extreme betrachtet – der Exponent  $\gamma = 2,7$  in Abbildung 7.8 repräsentiert eine sehr niedrige Dämpfung,  $\gamma = 6,5$  in Abbildung 7.9 hingegen eine besonders hohe.

Je höher der Dämpfungsexponent, desto höher ist auch die Dämpfung bis zur Mitte des Kooperationsgebietes  $a_0$ . Da hier das  $\text{SNR} = P - a_0$  definiert ist und in den Simulationen gleich gehalten wird, steigt die Sendeleistung mit dem Exponenten  $\gamma$ . Da alle BS stärker senden wird die Interferenz zwar ebenfalls angehoben; durch die höhere Entfernung fällt die Dämpfung jedoch mehr ins Gewicht.

So ist es zu erklären, dass bei höherem Exponenten eine bessere Übertragung möglich ist.

## 7 Simulationsumgebung und Ergebnisse

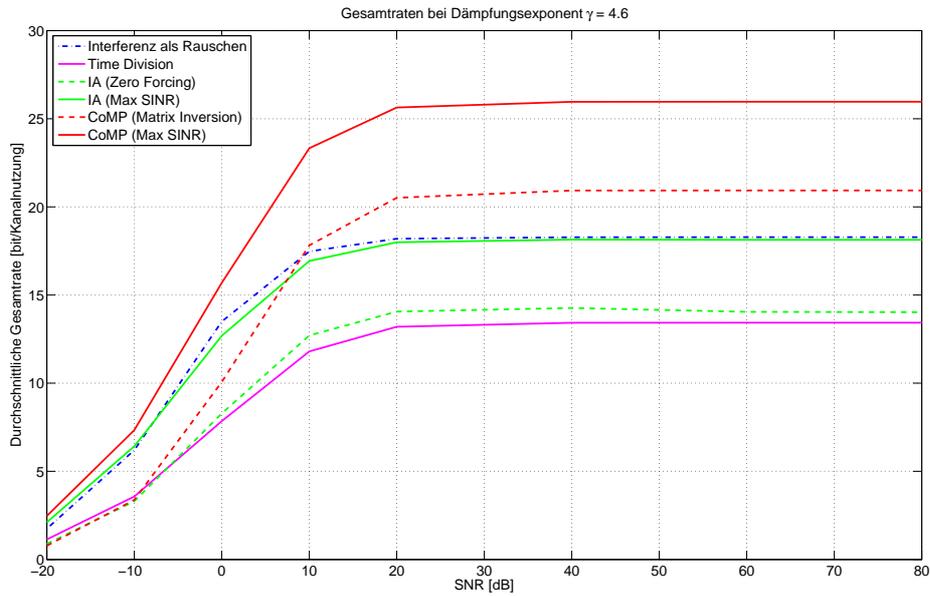


Abbildung 7.7: Simulationsergebnisse mit verringertem Mindestabstand  $d_{\text{Bs, Min}} = \frac{1}{5} \frac{d_{\text{Bs}}}{\sqrt{3}}$ .

Anders formuliert separiert eine stärkere Dämpfung die einzelnen Datenströme besser. Nutzbar ist diese Eigenschaft, indem man durch die Neigung aller Sendeantennen nach unten den Pfadverlust für weiter entfernte Empfänger künstlich erhöht. In [MZ10] wird dies berücksichtigt.

### 7.3 Simulation unter Berücksichtigung von Dämpfung und externer Interferenz

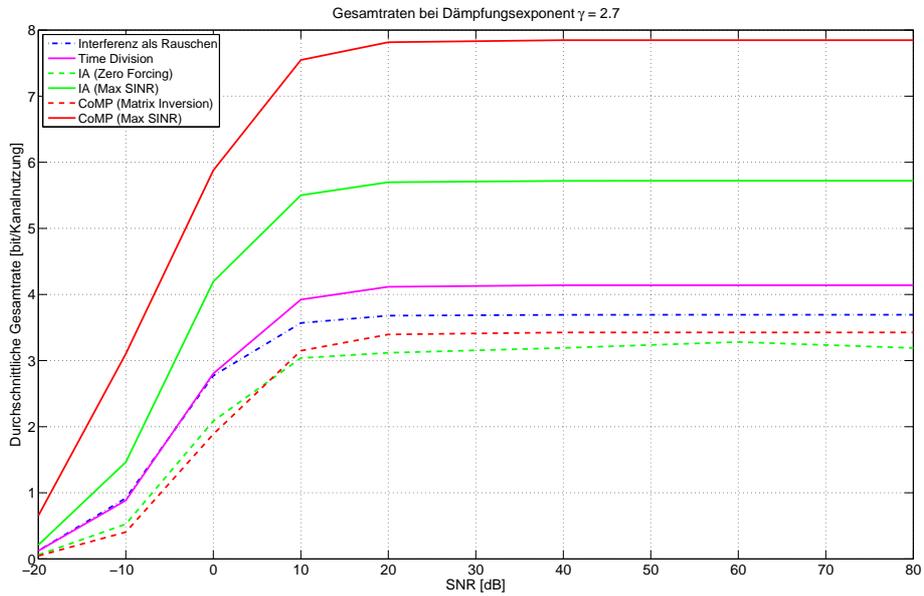


Abbildung 7.8: Simulationsergebnisse mit Dämpfungsexponent  $\gamma = 2,7$ .

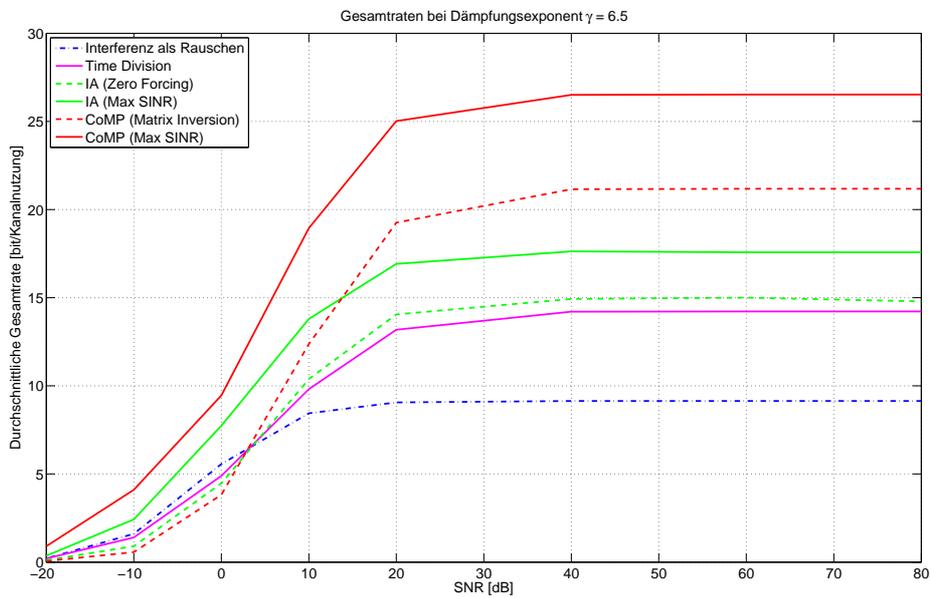


Abbildung 7.9: Simulationsergebnisse mit Dämpfungsexponent  $\gamma = 6,5$ .



## 8 Fazit

Wie beim Betrachten der unterschiedlichen Verfahren deutlich geworden ist, gibt es zum Teil gravierende Unterschiede. Diese hängen von verschiedenen Faktoren ab, die hier noch einmal knapp zusammengefasst werden.

So ist die Kooperation mehrerer BS mit passendem Algorithmus grundsätzlich besser als keine Zusammenarbeit. Der Mindestabstand der MT von ihren BS spielt eine wichtige Rolle – von ihm hängt ab, ob die Verfahren einen Gewinn erzielen oder nicht. So hat sich herausgestellt, dass es bei geringen Abständen und ohne gemeinsame Vorkodierung die beste Strategie ist, mit voller Leistung zu senden und sämtliche Interferenz zu ignorieren. In den meisten Fällen, z.B. bei Übertragungen in Städten oder ländlichen Gegenden, ist der Mindestabstand jedoch gegeben und die Verfahren lohnen sich.

Des Weiteren ist die Qualität der Übertragung immer vom Nutzsignal, der Interferenz und dem Rauschen abhängig. Eine Erhöhung der Sendeleistung maximiert das SNR am Empfänger, erhöht jedoch auch die Interferenz, wodurch es zu einer Sättigung der Übertragungsraten kommt.

In einem Szenario mit stärkerer Dämpfung kann man, gesteigerte Sendeleistung vorausgesetzt, höhere Übertragungsraten erzielen. Um eine zusätzliche Dämpfung zu erzeugen, ist es möglich alle Sendeantennen nach unten zu neigen. Dadurch wird die Übertragung auf kurze Distanz kaum beeinträchtigt, Signale aus Nachbargebieten werden jedoch schwächer. Ein Problem ergibt sich bei der Berechnung der Interferenz plus Rauschkovarianzmatrizen in den Max SINR Algorithmen. Dabei benötigt man einen Schätzwert der externen Interferenz, der sich jedoch abhängig von der Position und dem erfahrenen Fading schnell ändern kann und neu bestimmt werden muss.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die beste Strategie selten das Ignorieren der Interferenz darstellt, mit den untersuchten Algorithmen lassen sich meist höhere Übertragungsraten erzielen. Am besten eignen sich dazu Coordinated Multi Point Transmission Verfahren, die jedoch Kommunikation zwischen den Basisstationen erfordern. Bei einem gedämpften Szenario in einem zellulären Netzwerk erweist sich Interference Alignment als Kompromiss – es lassen sich auch ohne Backhaul Verkehr gute Resultate erzielen.

Um Ergebnisse zu erhalten, die der Realität mehr entsprechen, könnte man statt dieses Kanalmodells ein genaueres verwenden. Weit verbreitet ist das ‚Spatial Channel Model‘ oder dessen Erweiterung, das SCME, welche in [NST<sup>+</sup>07] näher vorgestellt werden. Sie berücksichtigen einerseits mehrere Ausbreitungspfade, die hauptsächlich in urbanen Gegenden wahrscheinlich sind, andererseits verwenden sie ein Dämpfungsmodell, das zusätzlich Fading-Effekte berücksichtigt.

Ein weiterer Aspekt sind Imperfektionen bei der Ermittlung der CSI. Diese werden hier nicht berücksichtigt, man geht von einem exakten Kanalwissen bei allen Empfängern aus. Erfüllen lässt sich diese Bedingung nur in der Simulation, da es in realen Systemen stets zu Fehlern kommt. Im Modell könnte man das Wissen über die Kanäle verrauschen.

Des Weiteren sind v.A. die Max SINR Algorithmen sehr rechenaufwändig, insbesondere mit mehr als zwei Antennen. Möchte man sie in einem Übertragungssystem nutzen, ist ein weiteres Ziel, die Berechnungen auf ihre Effizienz hin zu optimieren.

# A Abkürzungen

**AWGN** Additive White Gaussian Noise

**BS** Basisstation

**CDMA** Code Division Multiple Access

**CoMP** Coordinated Multi Point Transmission

**CSI** Channel Side Information

**FDMA** Frequency Division Multiple Access

**IA** Interference Alignment

**LTE** Long Term Evolution

**MIMO** Multiple Input, Multiple Output

**MMSE** Minimum Mean Square Error

**MT** Mobilteil

**SINR** Signal to Interference and Noise Ratio

**SISO** Single Input, Single Output

**SNR** Signal to Noise Ratio

**TDMA** Time Division Multiple Access

**ZF** Zero Forcing



## B Nomenklatur

$a$	Skalar
$\mathbf{a}$	Vektor
$\mathbf{A}$	Matrix
$\mathbf{A}^{[* \ l]}$	l-te Spalte einer Matrix
$\mathbf{A}^{[l \ *]}$	l-te Zeile einer Matrix
$\text{diag}(\mathbf{a})$	Diagonalmatrix mit den Werten des Vektors auf der Diagonale
$\min(a, b, \dots)$	Kleinster Skalar der Menge
$N \times M$ Matrix	Matrix mit N Zeilen und M Spalten
$\mathbf{I}_N$	$N \times N$ Einheitsmatrix
$\ \mathbf{a}\ $	Euklidische Norm eines Vektors
$\ \mathbf{A}\ _F$	Frobeniusnorm einer Matrix
$\mathbf{a}^H$	Hermiteische eines Vektors
$\mathbf{A}^H$	Hermiteische einer Matrix
$\det(\mathbf{A})$	Determinante einer Matrix
$(\mathbf{A})^{-1}$	Inverse einer Matrix
$\nu_d[\mathbf{A}]$	d-ter Eigenvektor einer Matrix, aufsteigend sortiert
$\log_b(\bullet)$	Logarithmus zur Basis b
$\mathbb{R}$	Körper der reellen Zahlen
$\mathbb{C}$	Körper der komplexen Zahlen
$E[\bullet]$	Erwartungswert-Operator
$\lfloor \bullet \rfloor$	Abrundungs-Operator
$\lceil \bullet \rceil$	Aufrundungs-Operator
$\arg \max_{\mathbf{A}} f(\mathbf{A})$	Maximierung von $f$ über die Wahl des Parameters $\mathbf{A}$
$\swarrow$ $\bullet$	Objekt im Zusammenhang mit externer Interferenz



# C Abbildungsverzeichnis

2.1	Das MIMO Übertragungssystem (vgl. [Gol05] (322)). . . . .	3
2.2	Rayleighverteilung der Kanalbeiträge. . . . .	4
2.3	Die Vorkodierung und Empfangsfilterung (aus [Gol05] (324)). . . . .	5
2.4	K verschiedene BS-MT-Paare (vgl. [GCJ08] (5)). . . . .	9
2.5	Die Positionen der Basisstationen und Mobilteile. . . . .	11
2.6	Innere und externe Interferenz. . . . .	12
4.1	Kooperation zwischen mehreren BS und durch Selbige bediente Benutzer (aus [MZ10]). . . . .	21
4.2	Zweidimensionale Signalmräume eines Systems mit drei Benutzern und zwei Antennen nach erfolgreichem IA, die roten Pfeile repräsentieren die Richtungen der Interferenz an den jeweiligen Empfängern (vgl. [GCJ08]). . . . .	22
4.3	Optimierungsschritte des IA Max SINR Algorithmus. . . . .	26
5.1	Gemeinsame Vorkodierung der Basisstationen (vgl. [GCJ08] (5)). . . . .	27
6.1	Links: MT an der Grenze der Kooperationsbereiche ,A‘ und ,B‘ Rechts: MT im alternativen Bereich ,C‘ (aus [MZ10]). . . . .	35
6.2	Kooperationsbereiche mit 1, 2, 3 und 6 erlaubten Verschiebungen, welche jeweils durch ein Multiplexverfahren getrennt sind und durch eine Farbe repräsentiert werden (vgl. [MZ10]). . . . .	36
7.1	Die Positionen der Basisstationen und Mobilteile. . . . .	37
7.2	Mögliche Positionen simulierter MT, in grau sind die verschobenen Kooperationsbereiche angedeutet. . . . .	39
7.3	Wahrscheinlichkeitsdichten der MT-Positionen bei Dämpfung. . . . .	39
7.4	Simulationsergebnisse ohne Dämpfung und externe Interferenz. . . . .	42
7.5	Ergebnisse bei Dämpfung und externer Interferenz. . . . .	43
7.6	Ergebnisse bei Dämpfung und externer Interferenz ohne Schätzwert $I_0$ . . . . .	45
7.7	Simulationsergebnisse mit verringertem Mindestabstand $d_{Bs, \text{Min}} = \frac{1}{5} \frac{d_{Bs}}{\sqrt{3}}$ . . . . .	46
7.8	Simulationsergebnisse mit Dämpfungsexponent $\gamma = 2, 7$ . . . . .	47

7.9 Simulationsergebnisse mit Dämpfungsexponent  $\gamma = 6,5$ . . . . . 47

# Literaturverzeichnis

- [CCH<sup>+</sup>09] C. Chen, Y. Choi, N. Himayat, M. Ho, V. Kravtsov, G. Li, Q. Li, Y. Lomnitz, H. Sun, H. Yang, S. Talwar, H. Yin, H. Zheng, and S. Zheng, “Multi-user mimo and adaptive frequency reuse for next-generation mobile broadband networks,” *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pp. 3617–3620, April 2009.
- [FT11] Y. Fang and J. Thompson, “Out of group interference aware precoding for comp: An ergodic search based approach,” *14th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications*, pp. 1–5, Oktober 2011.
- [GCJ08] K. Gomadam, V. R. Cadambe, and S. A. Jafar, “Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment,” *IEEE Global Telecommunications Conference*, pp. 1–6, März 2008.
- [Gol05] A. Goldsmith, *Wireless Communication*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [GQS10] Q. Gao, F. Qin, and S. Sun, “Utilization of channel reciprocity in advanced mimo system,” *5th International ICST Conference on Communications and Networking in China*, pp. 1–5, 2010.
- [Hea12] R. W. Heath Jr. (2012, August) Interference alignment. [Online]. Available: <http://www.profheath.org/research/interference-alignment/>
- [Joh08] D. M. Joham, “Mimo systems,” Manuskript zur Vorlesung, Fachgebiet Methoden der Signalverarbeitung, Technische Universität München, 2008.
- [Kra11] G. Kramer, “Nachrichtentechnik2,” Manuskript zur Vorlesung, Lehrstuhl für Nachrichtentechnik, Technische Universität München, 2011.
- [MZ10] W. Mennerich and W. Zirwas, “User centric coordinated multi point transmission,” *IEEE 72nd Vehicular Technology Conference*, pp. 1–5, September 2010.

- [NFK07] A. Neubauer, J. Freudenberger, and V. Kühn, *Coding Theory: Algorithms, Architectures and Applications*. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2007, ch. Introduction, pp. 6–7.
- [NST<sup>+</sup>07] M. Narandžić, C. Schneider, R. Thomä, T. Jämsä, P. Kyösti, and X. Zhao, “Comparison of scm, scme, and winner channel models,” *65th IEEE Vehicular Technology Conference*, pp. 413–417, April 2007.
- [PH11] S. W. Peters and R. W. Heath Jr., “Cooperative algorithms for mimo interference channels,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology, Issue 1*, vol. 60, pp. 206–218, Januar 2011.
- [SCKP08] X. Shang, B. Chen, G. Kramer, and H. V. Poor, “On the capacity of mimo interference channels,” *46th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, pp. 700–707, September 2008.
- [Sha48] C. E. Shannon, “A mathematical theory of communication,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 623–656, Oktober 1948.
- [Wei12] E. W. Weisstein. (2012, August) Frobenius norm. [Online]. Available: Mathworld <http://mathworld.wolfram.com/FrobeniusNorm.html>