

Acta Physica Austriaca 35, 140--149 (1972)

© by Springer-Verlag 1972

## **Die Mischung von Mikrowellen in Josephsonkontakten\***

Von

**P. Russer**

Lehrkanzel für Physikalische Elektronik, TH Wien

Mit 3 Abbildungen

*(Eingegangen am 12. Oktober 1971)*

## Die Mischung von Mikrowellen in Josephsonkontakten\*

Von

**P. Russer**

Lehrkanzel für Physikalische Elektronik, TH Wien

Mit 3 Abbildungen

*(Eingegangen am 12. Oktober 1971)*

### Zusammenfassung

Die Gleichspannungscharakteristik von Josephsonkontakten wird für den Fall zweier eingestrahelter Mikrowellenfrequenzen am Analogrechner theoretisch untersucht. Die Möglichkeit einer Steigerung der Detektionsempfindlichkeit durch ein zusätzlich eingestrahletes Mikrowellensignal wird diskutiert.

### 1. Einleitung

Der Strom durch einen idealen Josephsonkontakt [1–5] ist eine sinusförmige Funktion des Integrals der angelegten Spannung über die Zeit. Interessante Anwendungsmöglichkeiten des Josephsoneffektes wurden bereits in einigen zusammenfassenden Artikeln beschrieben [6–9]. Josephsonkontakte können zur Detektion, Mischung, parametrischen Verstärkung und zur Schwingungserzeugung bei sehr hohen Frequenzen, teilweise sogar im langwelligen Infrarotbereich, benutzt werden. Der erste experimentelle Beweis für den Wechselstrom-Josephsoneffekt wurde durch Messung der Stufenstruktur der Gleichspannungscharakteristik von Josephsonkontakten im Mikrowellenfeld von SHAPIRO erbracht [10, 11]. Stufen treten bei jenen Spannungen auf, bei denen die vom Josephsonkontakt erzeugte Frequenz synchron zur Frequenz der von außen eingestrahlenen Mikrowelle oder deren Oberwellen ist. Die Stufenhöhe hängt von der eingestrahlenen Leistung ab [12–16]. Bei Einstrahlung von Mikrowellen mit 70 GHz wurden Stufen bis zu einer Harmonischen von etwa 8200 GHz gemessen [17]. Als höchste eingestrahelte Frequenz wurde bis jetzt die Strahlung eines Wasserdampf lasers bei 2500 GHz detektiert [18].

Bei der Berechnung der Gleichspannungscharakteristik von Josephsonkontakten muß die Rückwirkung des vom Kontakt erzeugten Mikro-

---

\* Teile dieser Arbeit wurden anlässlich der Jahrestagung 1971 der Österreichischen Physikalischen Gesellschaft in Leoben vorgetragen.

wellenfeldes berücksichtigt werden [19]. Die Gleichspannungscharakteristik von Josephsonkontakten wurde von einigen Autoren ohne externe Mikrowelleneinstrahlung [19–23] und von VOLKOV und NAD' [23], RUSSER [16], WALDRAM et al. [24] und FACK und KOSE [25] mit externer monofrequenter Mikrowelleneinstrahlung theoretisch untersucht.

Wegen ihrer starken Nichtlinearität eignen sich Josephsonkontakte gut zur Mischung von Mikrowellen. Die Gleichspannungscharakteristik von Josephsonkontakten wurde von GAULE et al. [26] bei Einstrahlung zweier Signale im Bereich von 10 GHz und mit einem Abstand von 200 MHz experimentell untersucht. Durch das zweite Mikrowellensignal wurden die Stufen, die durch das erste Mikrowellensignal hervorgerufen wurden, wieder zum Verschwinden gebracht. Dabei mußte das zweite Signal nur ein Zehntel der Leistung des ersten Signals aufweisen. GRIMES und SHAPIRO [12] und HAMILTON und SHAPIRO [27] führten Mischversuche im Bereich von 64 bis 80 GHz durch. McDONALD et al. [28] strahlten ein Mikrowellensignal von etwa 10,6 GHz und von einem HCN-Laser 891 GHz auf einen Kontakt. Das Mischprodukt der 84. Harmonischen des Mikrowellensignals und der Laserstrahlung konnte bei etwa 60 MHz ausgekoppelt werden. Da der Josephsonkontakt eine nichtlineare Induktivität ist, ist bei der Mischung von Mikrowellen eine parametrische Verstärkung möglich [29, 30].

In dieser Arbeit wird die Gleichspannungscharakteristik von Josephsonkontakten bei der Einstrahlung zweier Mikrowellenfrequenzen theoretisch untersucht. Die Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen anderer Autoren [12, 26]. Die Möglichkeit der Steigerung der Detektionsempfindlichkeit durch die Einstrahlung einer zweiten Frequenz wird diskutiert.

## 2. Die Mischung von Mikrowellen in Josephsonkontakten ohne Berücksichtigung der Rückwirkung des vom Kontakt erzeugten Mikrowellenfeldes

Der Zusammenhang des Stromes  $i(t)$  und der Spannung  $u(t)$  wird beim idealen Josephsonkontakt durch

$$i(t) = I_{max} \sin \varphi(t) \quad (1)$$

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{2eu(t)}{\hbar} \quad (2)$$

beschrieben [1–5]. Aus den Gln. (1) und (2) folgt, daß über den Kontakt ein Gleichstrom bis zum Wert  $I_{max}$  fließen kann, ohne daß ein Spannungsabfall auftritt. Beim Anlegen einer Gleichspannung  $U_0$  fließt ein sinusförmiger Wechselstrom mit der Amplitude  $I_{max}$  und der Frequenz

$$f_0 = \frac{2eU_0}{\hbar} \doteq 483,6 U_0 \text{ GHz/mV.} \quad (3)$$

Ohne Berücksichtigung des vom Kontakt erzeugten Mikrowellenfeldes liegt am Kontakt bei der Einstrahlung zweier Frequenzen eine Spannung

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + U_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \quad (4)$$

wobei  $U_0$  die angelegte Gleichspannung und  $U_1$  und  $U_2$  die Wechselspannungsamplituden bei den Kreisfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  sind. Aus den Gln. (1), (2) und (4) erhält man den Strom

$$i(t) = I_{max} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_m \left( \frac{2eU_1}{\hbar\omega_1} \right) J_n \left( \frac{2eU_2}{\hbar\omega_2} \right) \sin[(\omega_0 + m\omega_1 + n\omega_2)t + \varphi_0 + m\varphi_1 + n\varphi_2]. \quad (5)$$

Die  $J_n$  sind die gewöhnlichen Besselfunktionen  $n$ ter Ordnung. Der Josephsonstrom besitzt bei den diskreten Gleichspannungswerten

$$U_{0kl} = \frac{\hbar(k\omega_1 + l\omega_2)}{2e} \quad (6)$$

die Gleichstromkomponenten

$$I_{0kl} = I_{max} \cdot J_k \left( \frac{2eU_1}{\hbar\omega_1} \right) J_l \left( \frac{2eU_2}{\hbar\omega_2} \right) (-1)^{k+l} \sin(\varphi_0 - k\varphi_1 - l\varphi_2). \quad (7)$$

Die Gleichstromkomponenten treten bei den Spannungen auf, die nach Gl. (3) den eingestrahelten Frequenzen, deren Oberwellen und deren Mischprodukten entsprechen.

Aus Gl. (5) folgt, daß der Josephsonstrom bei der Kreisfrequenz  $\omega_0$  eine Frequenzkomponente mit dem Phasenwinkel  $\varphi_0$  hat. Das Mischprodukt der beiden extern eingestrahelten Frequenzen hat bei  $\omega_0$  eine Frequenzkomponente mit dem Phasenwinkel  $k\varphi_1 + l\varphi_2$ . Die Gleichstromkomponente  $I_{0kl}$  hängt von der Differenz dieser Phasen ab. Variiert man bei der Spannung  $U_{0kl}$  den eingepprägten Gleichstrom  $I_{0kl}$ , so stellt sich die Phasendifferenz  $\varphi_0 - k\varphi_1 - l\varphi_2$  entsprechend Gl. (7) ein. Der Josephsonkontakt nimmt dabei die Gleichstromleistung

$$P_0 = U_{0kl} I_{0kl} \quad (8)$$

auf. Bei entsprechender Phasenlage kann  $P_0$  negativ werden und der Josephsonkontakt gibt Leistung ab. Die vom Josephsonkontakt abgegebene bzw. aufgenommene Mikrowellenleistung kann am einfachsten aus den allgemeinen Leistungsbeziehungen für Josephsonkontakte [30] berechnet werden. Für den Fall, daß am Kontakt zwei inkommensurable Frequenzen und deren Mischprodukte auftreten, lauten diese Beziehungen:

$$\sum_{m=-1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{mP_{mn}}{m\omega_1 + n\omega_2} = \frac{-kP_0}{k\omega_1 + l\omega_2}, \quad (10)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-1}^{\infty} \frac{nP_{mn}}{m\omega_1 + n\omega_2} = \frac{-lP_0}{k\omega_1 + l\omega_2}. \quad (11)$$

Dabei sind die  $P_{mn}$  die Wirkleistungen, die bei den Kreisfrequenzen  $m\omega_1 + n\omega_2$  in den Kontakt fließen, und  $P_0$  die Gleichstromleistung

nach Gl. (8). Wegen Gl. (4) hat die Kontaktspannung außer der Gleichstromkomponente nur zwei Frequenzkomponenten bei  $\omega_1$  und  $\omega_2$ . Daher kommen auf den linken Seiten der Gln. (10) und (11) nur die Leistungen  $P_{10}$  und  $P_{01}$  vor und man erhält

$$\frac{P_{10}}{k\omega_1} = \frac{P_{01}}{l\omega_2} = -\frac{P_0}{k\omega_1 + l\omega_2}. \quad (12)$$

Aus Gl. (12) folgt, daß die Summe der in den Kontakt fließenden Wirkleistungen verschwindet:

$$P_{10} + P_{01} + P_0 = 0. \quad (13)$$

Haben  $k$  und  $l$  gleiches Vorzeichen, so fließen die Mikrowellenleistungen sowohl bei  $\omega_1$  als auch bei  $\omega_2$  zum Kontakt oder in beiden Fällen vom Kontakt weg.  $P_{10}$  und  $P_{20}$  verhalten sich zueinander so wie die Anteile  $k\omega_1$  und  $l\omega_2$  der Kreisfrequenz  $\omega_0$ . Die Gleichstromleistung ist entgegengesetzt gleich der Summe der Mikrowellenleistungen, fließt also in der umgekehrten Richtung. Bei ungleichem Vorzeichen von  $k$  und  $l$  haben auch  $P_{10}$  und  $P_{01}$  ungleiches Vorzeichen. Da die Leistungen  $P_{10}$  und  $P_{01}$  immer zueinander im festen Verhältnis  $k\omega_1 : l\omega_2$  stehen, läßt sich bei geeignetem Frequenzverhältnis durch variable Einstrahlung eines Signals die Leistungsaufnahme bei der zweiten Frequenz so steuern, daß dies unter Umständen zu einer Verstärkung führt. Es muß darauf hingewiesen werden, daß die Gln. (10) und (11) nur die Möglichkeit der parametrischen Verstärkung aufzeigen. Ob ein derartiger Effekt tatsächlich auftritt, kann erst auf Grund einer genaueren Analyse des speziellen Falles entschieden werden. Die Gl. (12) ist z. B. auch bei höherem  $k$  und  $l$  erfüllt, es werden aber alle auftretenden Leistungen sehr klein. Die Gln. (10) und (11) machen nur über das Verhältnis der auftretenden Leistungen eine Aussage, nicht aber über deren Größe.

### 3. Die Mischung von Mikrowellen in realen Josephsonkontakten

Für die theoretische Untersuchung von Spitzen- und Brückenkontakten wird das Kontaktmodell von STEWART [20] und McCUMBER [21] verwendet. Der Strom über den Kontakt besteht aus dem Josephsonstrom  $i_j$  nach den Gln. (1) und (2) und einem Quasiteilchenstrom  $i_Q$ , hervorgerufen durch die normalleitende Elektronenphase. Bei Spitzen- und Brückenkontakten tritt der Quasiteilchenstrom schon bei sehr kleinen Spannungen auf und ist der angelegten Spannung proportional. Aus diesem Grund wird der Quasiteilchenstrom durch einen ohmschen Leitwert  $G$  parallel zum idealen Josephsonkontakt berücksichtigt, und es gilt

$$i_Q(t) = Gu(t), \quad (14)$$

wobei  $u(t)$  die Kontaktspannung ist.

Spitzen- und Brückenkontakte besitzen auf Grund ihrer Abmessungen eine Serieninduktivität, die bei Mikrowellenfrequenzen berücksichtigt werden muß. Deshalb und wegen der niedrigen Impedanz von Josephson-

kontakten ist es nicht möglich, dem Kontakt eine Gleichspannung einzuprägen. Die Ansteuerung des Kontaktes durch eine Gleichstromquelle  $I_0$  entspricht den tatsächlichen Verhältnissen. Wegen der niedrigen Impedanz des Kontaktes wird vom Mikrowellenfeld ein Strom eingepreßt. Bei der Einstrahlung zweier Frequenzen kann man das Mikrowellenfeld im Modell durch zwei Stromquellen mit den Amplituden  $I_1$  und  $I_2$  und den Kreisfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  darstellen. Die Summe der eingepreßten Ströme ist gleich der Summe des Josephsonstromes und des Quasiteilchenstromes

$$I_0 + I_1 \cos \omega_1 t + I_2 \cos \omega_2 t = i_J(t) + i_Q(t). \quad (15)$$

Durch die Substitutionen

$$\alpha_0 = \frac{I_0}{I_{max}}, \quad (16)$$

$$\alpha_1 = \frac{I_1}{I_{max}}, \quad (17)$$

$$\alpha_2 = \frac{I_2}{I_{max}}, \quad (18)$$

$$\Omega = \frac{2eI_{max}}{\hbar G}, \quad (19)$$

$$\xi_1 = \frac{\omega_1}{\Omega}, \quad (20)$$

$$\xi_2 = \frac{\omega_2}{\Omega}, \quad (21)$$

$$\tau = \Omega t, \quad (22)$$

wird Gl. (15) normiert und man erhält

$$\alpha_0 + \alpha_1 \cos \xi_1 \tau + \alpha_2 \cos \xi_2 \tau = \frac{dq}{d\tau} + \sin \varphi. \quad (23)$$

Für den Fall einer eingestrahnten Frequenz wurde die Gleichung bereits untersucht [16, 23–25]. Gl. (23) wurde am Analogrechner gelöst. In Abb. 1 ist die verwendete Rechenschaltung dargestellt. Die Schaltungen *A* und *B* dienen zur Erzeugung der Funktionen  $\sin \xi_1 \tau$  und  $\sin \xi_2 \tau$ . Zur Amplitudenstabilisierung wird eine tote Zone verwendet [31]. Die Schaltung in Block *C* dient zur Erzeugung der Funktion  $\sin \varphi$  in Abhängigkeit von  $dq/d\tau$  [31, 32]. Durch die Amplitudenstabilisierung der Schaltung kann der Analogrechner kontinuierlich betrieben werden. Bei langsamer Variation von  $\alpha_0$  kann die Gleichspannungscharakteristik direkt aufgezeichnet werden.

Abb. 2 und 3 zeigen Gleichspannungscharakteristiken, die am Analogrechner berechnet wurden. Die Charakteristiken ohne und mit

Einstrahlung eines schwachen Signals mit der niedrigen normierten Frequenz  $\xi_2$  wurden übereinander geschrieben. Der Abstand beider Kurven ist ein Maß für die Detektion des Signals mit der normierten Frequenz  $\xi_2$ . Die Kurven wurden bei konstantem  $\alpha_2$  mit steigendem  $\alpha_1$  aufgenommen. Man kann sich das Zustandekommen der Kurven in folgender Weise vorstellen: Durch  $m$ -fache Wechselwirkung je eines

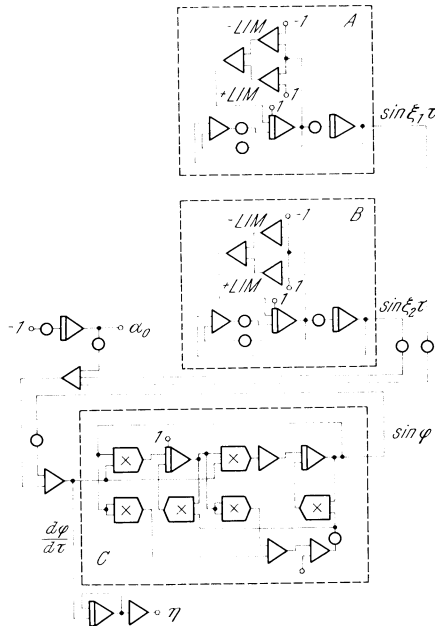


Abb. 1. Rechenschaltung zur Lösung von Gl. (23)

Cooper-Paares mit Mikrowellen-Photonen der Kreisfrequenz  $\omega_1$  entstehen Echos der Strom-Spannungscharakteristik im Abstand der Spannungen  $n\hbar\omega_1/2e$ . Bei der Einstrahlung einer zweiten Kreisfrequenz  $\omega_2$  wird jede Stufe wieder zum Ausgangspunkt neuer Echos im Abstand  $n\hbar\omega_2/2e$ . Bei schwacher Mikrowelleneinstrahlung und großem Frequenzverhältnis können die Stufen sauber getrennt werden [12]. Bei stärkerer Mikrowelleneinstrahlung tritt eine große Anzahl von Stufen auf, die so dicht beisammen liegen, daß der Eindruck einer stetigen Kurve entsteht. Da bei kleineren Werten von  $\xi$  eine größere Anzahl von Stufen auftritt [16], verschwinden hier die Stufen eher bei der Einstrahlung zweier Frequenzen [26].

In Abb. 3 werden die Stufen bei den normierten Spannungen  $\eta = n\xi_2$  ( $\eta = \langle d\varphi/d\tau \rangle$ ) und den Spannungen, die den Mischfrequenzen entsprechen, unterdrückt, sobald die normierte Frequenz  $\xi_1$  eingestrahlt wird. Ist  $\alpha_1$  wesentlich größer als  $\alpha_2$ , so bleiben die Stufen bei  $\eta = n\xi_1$

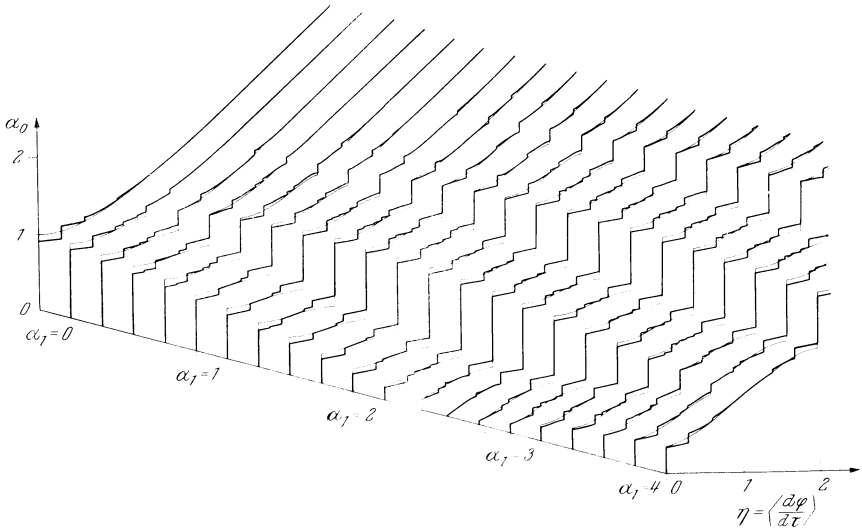


Abb. 2. Gleichspannungscharakteristik bei Einstrahlung zweier Mikrowellenfrequenzen ( $\xi_1 = 1$ ,  $\xi_2 = 0,3$ ). Die dünn gezeichneten Kurven gelten für  $\alpha_2 = 0$ , die dicken Kurven für  $\alpha_2 = 0,2$

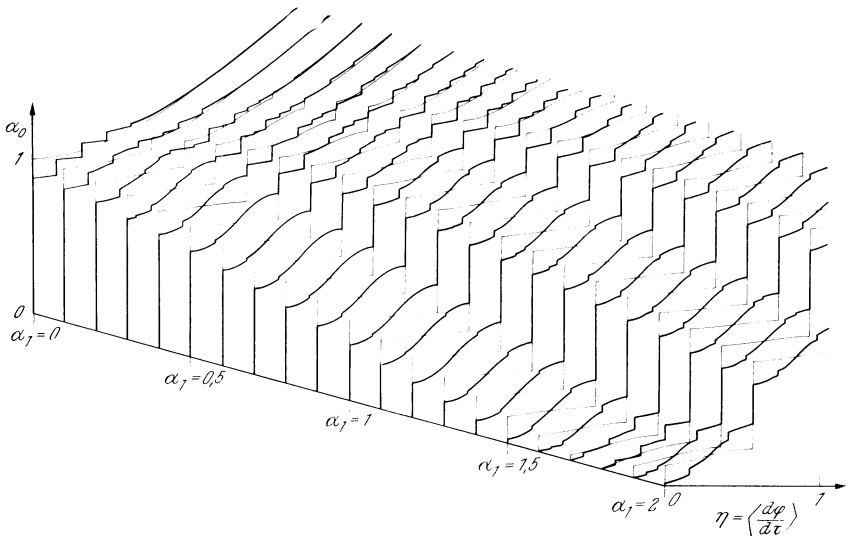


Abb. 3. Gleichspannungscharakteristik bei Einstrahlung zweier Mikrowellenfrequenzen ( $\xi_1 = 0,56$ ,  $\xi_2 = 0,16$ ). Die dünn gezeichneten Kurven gelten für  $\alpha_2 = 0$ , die dicken Kurven für  $\alpha_2 = 0,2$



erhalten, während die anderen zu verschwinden scheinen. Die Detektionsempfindlichkeit für das schwache Signal  $\alpha_2$  steigt hier bei höheren Werten von  $\eta$  mit steigendem  $\alpha_1$ . Das ist auf Grund der obigen Überlegungen verständlich. Bei  $\alpha_1 = 0$  reagiert die Strom-Spannungscharakteristik bei  $\eta = \pm \xi_2$  am empfindlichsten auf  $\alpha_2$ . Für  $\alpha_1 \neq 0$  treten die beschriebenen zusätzlichen Echos in der Strom-Spannungscharakteristik im Abstand  $\eta = m\xi_1$  auf. Daraus folgt eine Erhöhung der Detektionsempfindlichkeit bei  $\eta = m\xi_1 \pm \xi_2$ .

Die Echos der Strom-Spannungscharakteristik im Abstand  $m\xi_1 + n\xi_2$  werden durch Cooper-Paare hervorgerufen, die beim Übergang von einer Kontaktseite zur anderen  $m$  Photonen mit der Energie  $\hbar\omega_1$  und  $n$  Photonen mit der Energie  $\hbar\omega_2$  emittieren bzw. absorbieren. Echos im Abstand  $m\xi_1 - n\xi_2$  entstehen durch Absorption von  $m$  Photonen  $\omega_1$  und Emission von  $n$  Photonen  $\omega_2$  oder den umgekehrten Vorgang.

Diese Überlegungen führen zu demselben Ergebnis wie Gl. (12), wenn man die Verluste auf Grund des Quasiteilchenstromes vernachlässigt.

Aus den Abb. 2 und 3 erkennt man, daß die Stromänderung bei einer zusätzlichen Einstrahlung der Frequenz  $\xi_1$  bei den normierten Spannungen  $\eta = m\xi_1 \pm \xi_2$  etwa so groß ist wie bei  $\eta = \pm \xi_2$  bei alleiniger Einstrahlung der Frequenz  $\xi_2$ . Der gleichen Stromänderung entspricht bei höheren Spannungen eine größere Änderung der Gleichstromleistung.

#### 4. Schlußfolgerungen

Durch eine zusätzlich eingestrahlte Frequenz kann die Detektionsempfindlichkeit bei höheren Gleichspannungen vergrößert werden. Bei gleicher Änderung des Gleichstromes  $I_{0kl}$  ist die Änderung der Gleichstromleistung  $P_0$  der Gleichspannung  $U_{0kl}$  proportional. Abgesehen von den Verlusten durch den Quasiteilchenstrom erfolgt im Josephsonkontakt nur eine Leistungsumsetzung. Die zusätzliche Leistungsänderung bei höheren Spannungen ist mit einer entsprechenden Leistungsänderung der zusätzlich eingestrahlten Mikrowellenfrequenz verbunden. Ist die eingestrahlte Hilfsfrequenz wesentlich größer als die Signalfrequenz, so könnte eine parametrische Verstärkung erzielt werden, indem man die bei der Hilfsfrequenz reflektierte Leistung mit dem einfallenden Signal steuert.

Herrn Prof. Dr. H. PÖTZL danke ich für das fördernde Interesse an dieser Arbeit, Herrn Prof. Dr. E. BUKOVICS und Frau Dr. I. TROCH für die am Analogrechner zur Verfügung gestellte Rechenzeit.

#### Literatur

1. B. D. JOSEPHSON, Possible New Effects in Superconductive Tunneling. Phys. Letters **1**, 251—253 (1962).
2. B. D. JOSEPHSON, Coupled Superconductors. Rev. Mod. Phys. **36**, 216—220 (1964).

3. B. D. JOSEPHSON, Supercurrents through Barriers. *Advan. Phys.* **14**, 419–451 (1966).
4. G. RICKAYZEN, *Theory of Superconductivity*, S. 326. John Wiley. 1965.
5. E. RIEDEL, Zum Tunneleffekt bei Supraleitern im Mikrowellenfeld. *Z. Naturforschung* **19a**, 1634–1635 (1964).
6. D. N. LANGENBERG, D. J. SCALAPINO und B. N. TAYLOR, Josephson-Type Superconducting Tunnel Junctions as Generators of Microwave and Submillimeter Wave Radiation. *Proc. IEEE* **54**, 560–575 (1966).
7. B. N. TAYLOR, Device Applications of Superconductive Tunneling. *J. Appl. Phys.* **39**, 2490–2502 (1968).
8. J. MATISOO, Josephson-Type Superconductive Tunnel Junctions and Applications. *IEEE Trans. on Magn.* **Mag-5**, 848–873 (1969).
9. R. A. KAMPER, The Josephson Effect. *IEEE Trans. Electron. Dev.* **ED-16**, 840–844 (1969).
10. S. SHAPIRO, Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effect of Microwaves and Other Observations. *Phys. Rev. Letters* **11**, 80–82 (1963).
11. S. SHAPIRO, A. R. JANUS und S. HOLLY, Effect of Microwaves on Josephson Currents in Superconducting Tunneling. *Rev. Mod. Phys.* **36**, 223–225 (1964).
12. C. C. GRIMES und S. SHAPIRO, Millimeter-Wave Mixing with Josephson Junctions. *Phys. Rev.* **169**, 397–406 (1968).
13. I. TAGUCHI und H. YOSHIOKA, Properties of Superconducting Point Contacts. *J. Phys. Soc. Japan* **29**, 371–379 (1970).
14. P. W. ANDERSON und A. H. DAYEM, Radio-Frequency Effects in Thin Film Bridges. *Phys. Rev. Letters* **13**, 195–197 (1964).
15. A. H. DAYEM und J. J. WIEGAND, Behavior of Thin-Film Superconducting Bridges in a Microwave Field. *Phys. Rev.* **155**, 419–428 (1967).
16. P. RUSSEK, Untersuchungen am Wechselstrom-Josephson-Effekt. *Acta Phys. Austr.* **32**, 373–381 (1970).
17. D. H. McDONALD, V. E. KOSE, K. M. EVENSON, J. S. WELLS und J. D. CUPP, Harmonic Generation and Submillimeter Wave Mixing with the Josephson Effect. *Appl. Phys. Letters* **15**, 121–122 (1969).
18. D. G. McDONALD, K. M. EVENSON, J. S. WELLS und J. D. CUPP, High Frequency Limit of the Josephson Effect. *J. Appl. Phys.* **42**, 179–181 (1971).
19. N. R. WERTHAMMER, Nonlinear Self-Coupling of Josephson Radiation in Superconducting Tunnel Junctions. *Phys. Rev.* **147**, 255–263 (1966).
20. W. L. STEWART, Current-Voltage Characteristics of Josephson Junctions. *Appl. Phys. Letters* **12**, 277–280 (1968).
21. D. E. McCUMBER, Effect of *ac* Impedance on *dc* Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions. *J. Appl. Phys.* **39**, 3113–3118 (1968).
22. L. G. ASLAMAZOV und A. I. LARKIN, Josephson Effect in Superconducting Point Contacts. *JETP Letters* **9**, 87–89 (1969).
23. A. F. VOLKOV und F. YA. NAD', Current-Voltage Characteristic of an Irradiated Superconducting Point Contact. *JETP Letters* **11**, 56–59 (1970).
24. A. B. WALDRAM, F. R. S. PIPPARD und J. CLARKE, Theory of the Current Voltage Characteristics of SNS Junctions and Other Superconducting Weak Links. *Phil. Trans. Roy. Soc.* **268**, 265–268 (1970).

25. G. FACK und V. KOSE, Pull-In Phenomena of Josephson Oscillators. *J. Appl. Phys.* **42**, 320–322 (1971).
26. G. K. GAULE, R. L. ROSS und K. SCHWIDTAL, Microwave Mixing with Weakly Coupled Superconductors. Proceedings of the Symposium on the Physics of Superconducting Devices, Physics Department of the University of Virginia, P-1–P-6 (1967).
27. C. A. HAMILTON und S. SHAPIRO, Two-Frequency Multiphoton Processes in Superconducting Tunnel Junctions. *Physics Letters* **32A**, 223–224 (1970).
28. D. G. McDONALD, A. S. RISLEY, J. D. CUPP und K. M. EVENSON, Harmonic Mixing of Microwave and Far-Infrared Laser Radiation Using a Josephson Junction. *Appl. Phys. Letters* **18**, 162–164 (1971).
29. P. RUSSEr, Parametric Amplification with Josephson Junctions. *A.E.Ü.* **23**, 417–420 (1969).
30. P. RUSSEr, General Energy Relations for Josephson Junctions. *Proc. IEEE* **59**, 417–420 (1971).
31. W. AMMON, Schaltungen der Analogrechenstechnik. Oldenburg. 1966.
32. R. M. HOWE und E. G. GILBERT, Trigonometric Resolution in Analog Computers by Means of Multiplier Elements. *IRE. Trans. Electronic Computers*, S. 86–92 (Juni 1957).