

Technische Universität München  
TUM School of Engineering and Design

# Randbedingungs-basierte und Datengetriebene Modellierung Reduzierter Ordnung der Instationären Aerodynamik

Vladislav Rosov

Vollständiger Abdruck der von der TUM School of Engineering and Design der  
Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

genehmigten Dissertation.

Vorsitz: Prof. Dr.-Ing. Agnes Jocher

Prüfer der Dissertation:

1. apl. Prof. Dr.-Ing. Christian W. M. Breitsamter
2. Prof. Dr.-Ing. Holger Hennings

Die Dissertation wurde am 10.06.2021 bei der Technischen Universität München  
eingereicht und durch die TUM School of Engineering and Design am 13.12.2021  
angenommen.



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während und nach meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungsmechanik (AER) der Technischen Universität München. An dieser Stelle möchte ich mich bei all denen herzlich bedanken, die mich in dieser Zeit begleiteten und den Weg zum erfolgreichen Abschluss der Arbeit ebneten.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater und Erstprüfer Prof. Dr.-Ing. Christian Breitsamter für die Möglichkeit an einem hochinteressanten und zukunftsweisenden Thema zu forschen. Seine hervorragende Unterstützung, ein stets offenes Ohr und die produktiven Arbeitsbedingungen, die ihm immer ein Anliegen waren, schätzte ich sehr. Außerdem danke ich Prof. Dr.-Ing. Holger Hennings und Prof. Dr.-Ing. Agnes Jocher jeweils für die Übernahme der Aufgabe des Zweitprüfers und des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Die überaus interessanten Vorlesungen von Prof. Dr.-Ing. Nikolaus Adams und Prof. Dr.-Ing. Christian Breitsamter zur Theorie und praktischen Anwendung der Strömungslehre waren eine Inspiration für mich und motivierten mich, am AER meine Semesterarbeit, Masterarbeit und schließlich auch die Dissertation anzufertigen. Daher hatte ich das Glück, produktiv zu unterschiedlichsten Themengebieten der Strömungsmodellierung beizutragen. Diese Zeit am Lehrstuhl prägte mich nicht nur aus wissenschaftlicher Sicht sehr. Zahlreiche schöne Erinnerungen an die Zusammenarbeit und Freizeitaktivitäten mit meinen ehemaligen Universitätskollegen werden mich immer begleiten. Besonders möchte ich an dieser Stelle Maximilian Winter, Marco Stuhlpfarrer, Alexander Pechloff, Dmitri Azarnyh, Sergey Litvinov, Felix Schraner, Ludger Pähler, Johannes Ruhland, Florian Heckmeier, Matteo Moioli, Andreas Hermanutz, Florian Knoth, Patrick Pözlbauer und Andreas Kümmel hervorheben. Es freut mich sehr, dass viele von diesen Kollegen zu Freunden wurden. Ich bedanke mich bei Andreas Volmering, Mario Fernández Osma und Pablo Rodríguez Robles, die mich im Rahmen ihrer Studienarbeiten tatkräftig unterstützten. Mein Dank gilt außerdem Cyrille Vidy, Dietmar Fleischer und Michail Iatrou von Airbus für die produktive Kooperation und die wertvollen fachlichen Diskussionen. Ebenfalls bedanke ich mich bei allen Kollegen und Kolleginnen mit denen ich im Rahmen des Projektes FLEXOP zusammenarbeitete. Ich danke dem EU-Programm Horizon 2020 und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Finanzierung, die meine Forschungsaktivitäten ermöglichte.

Herzlich bedanke ich mich bei meinen Freunden, die immer für mich da waren. Das schätze ich sehr. Eine zeitweilige aber wortwörtlich wegweisende Rolle spielte in meinem Werdegang Karina Gorova. Mein aufrichtiger Dank gilt auch ihr. Schließlich, aus tiefstem Herzen bedanke ich mich bei meinen Eltern Vitaliy Rozov und Eleonora Rozova für ihre Unterstützung und grenzenlose Liebe, die über alles hinausgeht, was ich jemals erwarten könnte.

*München, Januar 2022*



# Zusammenfassung

Die zunehmende Bedeutung aeroelastischer Untersuchungen bei der Entwicklung zukünftiger Verkehrsflugzeuge führt dazu, dass diese bereits in die frühen Phasen des Flugzeugentwurfs vordringen. Die dafür erforderlichen Berechnungsmethoden sind durch eine hohe Komplexität gekennzeichnet. Insbesondere die aerodynamische Modellbildung stellt große Herausforderungen hinsichtlich der Modellierungsgenauigkeit und des Rechenaufwands dar. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Verbesserung der Effizienz und Genauigkeit von rechnergestützten Modellen reduzierter Ordnung zur Vorhersage instationärer aerodynamischer Kräfte für aeroelastische Untersuchungen.

CFD-Methoden kleiner Störungen, auch als linearisierte CFD-Methoden bezeichnet, sind ein effizientes und genaues Werkzeug zur Berechnung der instationären Aerodynamik. Zur Herleitung dieser Klasse von Verfahren wird die Ordnung der Euler- bzw. Navier-Stokes-Gleichungen reduziert, indem eine kleine, harmonische Störung der Strömungsgrößen um einen Referenzzustand angenommen wird. Die Annahme ist gültig für ausreichend kleine Auslenkungen der Flugzeugstruktur. Obwohl linearisierte CFD-Verfahren in Bezug auf Recheneffizienz und Speicherbedarf nicht die Leistung etablierter, auf der linearen Potentialtheorie basierender Verfahren erreichen, bieten sie eine höhere Genauigkeit für transsonische Strömungen und geometrisch komplexe Konfigurationen.

Um die Anwendbarkeit in Richtung industrieller Untersuchungen weiter zu verbessern, wird eine neuartige Randbedingung für CFD-Verfahren kleiner Störungen eingeführt. Die Randbedingung erlaubt es die Eigenschaften der Antimetrie bei antimetrischen modalen Strukturauslenkungen gezielt auszunutzen. Mit Hilfe der neuartigen antimetrischen Randbedingung können alle Simulationsfälle ohne Schiebewinkel mit einem Halbmodell der Konfiguration behandelt werden. Der Ansatz reduziert sowohl den Speicherbedarf als auch den Rechenaufwand der linearisierten CFD-Simulationen etwa um die Hälfte. Die antimetrische Randbedingung wird anhand des AGARD 445.6-Flügels und des „NASA Common Research Models“ validiert.

Ein weiteres Ziel der Arbeit ist es, den Detaillierungsgrad von auf CFD-Verfahren kleiner Störungen basierenden aeroelastischen Untersuchungen zu erhöhen. Zu diesem Zweck wird ein Modell entwickelt, das die Berücksichtigung von aerodynamischen Triebwerkeffekten mit linearisierten CFD-Verfahren möglich macht. Es stützt sich auf Randbedingungen, die bei CFD-Simulationen kleiner Störungen realistische Strömungsverhältnisse an der Einlass- und Auslassebene der Triebwerksgondel abbilden. Nach der Validierung des Triebwerksmodells wird mittels linearisierter CFD-Simulationen auf der Basis des „NASA Common Research Models“ der Einfluss der aerodynamischen Triebwerkeffekte auf das aeroelastische Verhalten eines generischen Verkehrsflugzeugs untersucht. Im Mittelpunkt der Untersuchung stehen dabei das Flatterverhalten und Sensitivitäten der Flattergrenze.

Obwohl linearisierte CFD-Verfahren über eine große praktische Bedeutung für aeroelastische Untersuchungen verfügen, ist ihre Anwendbarkeit durch die Annahme kleiner Störungen eingeschränkt. Sobald Manöver mit großen Fluglageänderungen durchgeführt werden oder eine Flugzeugstruktur hohen Amplitudenschwingungen unterworfen ist, können nichtlineare Effekte auftreten, die von linearisierten CFD-Methoden nicht mehr korrekt wiedergegeben werden können. In solchen Fällen muss meist auf zeitechte CFD-Methoden ausgewichen werden, die wiederum sehr rechenintensiv sind. Als Abhilfe für solche Szenarien wird ein Modell reduzierter Ordnung zur Vorhersage bewegungsinduzierter instationärer Aerodynamik entwickelt. Das Modell ist durch ein neuronales Netzwerk repräsentiert, das auf Faltungsoperationen basiert und über eine moderne tiefe Architektur verfügt. Es erlaubt das nichtlineare Verhalten des aerodynamischen Systems mit einer hohen Genauigkeit zu erfassen. Sobald ein Modell reduzierter Ordnung anhand der Trainingsdaten konditioniert ist, ist es in der Lage, Sequenzen der flächenhaften Druckverteilung basierend auf einem Anregungssignal als Eingabe effizient vorherzusagen. Somit bietet es die Möglichkeit, die bewegungsinduzierte, nichtlineare, instationäre Aerodynamik für eine gegebene Konfiguration bei festgelegten Anströmbedingungen zu erfassen. Auf diese Weise können rechenintensive CFD-Simulationen durch die Anwendung des effizienteren Modells reduzierter Ordnung ersetzt werden. Die Leistungsfähigkeit des Ansatzes wird anhand des LANN-Flügels demonstriert, der in einer transsonischen Strömung eine Nickbewegung hoher Amplitude ausführt. Die instationäre Aerodynamik des betrachteten Testfalls wird von nichtlinearen Effekten dominiert, die durch komplexe bewegte Stoßstrukturen sowohl auf der Ober- als auch auf der Unterseite des Flügels verursacht werden. Das Modell reduzierter Ordnung bietet eine vergleichbare Vorhersagegenauigkeit bei einer Reduzierung des Rechenaufwands um drei Größenordnungen in Bezug auf nichtlineare, zeitechte CFD-Simulationen.

# Abstract

The increasing importance of aeroelastic investigations in the development of future commercial aircraft is pushing their use further into the early stages of aircraft design. The required computational methods are characterized by a high degree of complexity. In particular, aerodynamic modeling poses great challenges in terms of modeling accuracy and computational effort. The focus of this work is on improving the efficiency and accuracy of reduced-order computational models for the prediction of unsteady aerodynamic forces for aeroelastic investigations.

Small disturbance CFD methods, also referred to as linearized CFD methods, are an efficient and accurate means for the prediction of unsteady aerodynamics. To derive this class of methods, the order of the Euler or Navier-Stokes equations is reduced by assuming a small harmonic disturbance of the flow variables about a reference state. The assumption is valid for sufficiently small deflections of the aircraft structure. Although linearized CFD methods do not match the performance of established linear-potential-theory-based methods in terms of computational efficiency and memory requirements, they provide superior fidelity for transonic flows and geometrically complex configurations.

To further improve the applicability towards industrial investigations, a novel boundary condition for linearized CFD methods is introduced. The boundary condition allows to specifically exploit the properties of antisymmetry in the case of antisymmetric modal structural deflections. Using the novel antisymmetric boundary condition, all simulation cases without sideslip angle can be treated with a half-model of the configuration. The approach reduces both the memory requirements and the computational effort of the linearized CFD simulations approximately by half. The antisymmetric boundary condition is validated based on AGARD 445.6 wing and „NASA Common Research Model“.

A further objective of the work is to increase the level of detail of aeroelastic investigations based on linearized CFD methods. For this purpose, a model is developed that facilitates the consideration of aerodynamic engine effects by means of linearized CFD methods. It is based on boundary conditions that represent realistic flow conditions at the intake and nozzle planes of the engine nacelle in linearized CFD-simulations. After validation of the engine model, linearized CFD simulations based on „NASA Common Research Model“ are used to investigate the influence of aerodynamic engine effects on the aeroelastic behavior of a generic commercial aircraft. The focus of the investigation is on the flutter behavior and sensitivities of the flutter boundary.

Although linearized CFD methods are of great practical importance for aeroelastic investigations, their applicability is limited by the assumption of small disturbances. As soon as maneuvers with large attitude changes are performed or an aircraft structure is subjected to high amplitude oscillations, nonlinear effects may occur which can no longer be correctly reproduced by linearized CFD methods. In such cases, it is usually

necessary to fall back on time-accurate CFD methods, which are highly computationally extensive. As a remedy for such scenarios, a reduced-order model for the prediction of motion-induced unsteady aerodynamics is developed. The model is represented by a convolutional neural network with a state-of-the-art deep architecture. It allows to capture the nonlinear behavior of the aerodynamic system with a high accuracy. Once a reduced-order model is conditioned using the training data, it is able to efficiently predict sequences of surface pressure distribution based on an excitation signal as input. Consequently, it provides the ability to capture the motion-induced, nonlinear, unsteady aerodynamics for a given configuration at specified inflow conditions. Thus, computationally intensive CFD simulations can be replaced by the application of the more efficient reduced-order model. The performance of the approach is demonstrated based on LANN wing performing a high amplitude pitching motion in a transonic flow. The unsteady aerodynamics of the considered test case is dominated by nonlinear effects due to complex moving shock structures both on the upper and lower surface of the wing. The reduced-order model provides comparable predictive accuracy at a reduction in computational effort of three orders of magnitude with respect to CFD simulations.

# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	III
Tabellenverzeichnis	VII
Bezeichnungen	IX
Abkürzungen	XIII
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Allgemeine Einführung . . . . .	1
1.2 Stand der Technik . . . . .	3
1.2.1 Rechnergestützte Verfahren für aeroelastische Untersuchungen . .	3
1.2.2 Triebwerksmodellierung in der Aeroelastik . . . . .	5
1.2.3 Datengetriebene Modelle reduzierter Ordnung . . . . .	5
1.3 Zielsetzung der Arbeit . . . . .	7
<b>2 Theorie CFD-basierter aeroelastischer Berechnungsverfahren</b>	<b>9</b>
2.1 CFD-Verfahren kleiner Störungen . . . . .	9
2.2 Randbedingungen . . . . .	12
2.2.1 Fernfeldrandbedingungen . . . . .	14
2.2.2 Wandrandbedingungen . . . . .	20
2.2.3 Symmetrierandbedingungen . . . . .	21
2.3 Methoden zur Gitterverformung . . . . .	22
2.4 Gleichungen der Aeroelastik . . . . .	26
<b>3 Antimetrische Randbedingung</b>	<b>37</b>
3.1 Motivation . . . . .	37
3.2 Dynamische Eigenschaften symmetrischer Strukturen . . . . .	39
3.3 Konstruktion der antimetrischen Randbedingung . . . . .	42
3.4 Gitterdeformation für den Einsatz mit antimetrischer Randbedingung . .	44
3.5 Anwendungsfälle . . . . .	45
3.5.1 Fall 1: AGARD 445.6-Flügel . . . . .	46
3.5.2 Fall 2: „NASA Common Research Model“ . . . . .	55
3.5.3 Evaluierung der Recheneffizienz . . . . .	60
3.6 Zusammenfassung . . . . .	64
<b>4 Triebwerksrandbedingungen</b>	<b>67</b>
4.1 Motivation . . . . .	67
4.2 GAF-Berechnung bei Triebwerksmodellierung . . . . .	67

4.3	Aerodynamische Triebwerksmodellierung im nichtlinearen Löser . . . . .	69
4.3.1	Modellierung der Randbedingung am Triebwerkseinlass . . . . .	69
4.3.2	Modellierung der Randbedingung am Triebwerksauslass . . . . .	70
4.4	Aerodynamische Triebwerksmodellierung im linearisierten Löser . . . . .	70
4.4.1	Modellierung der Randbedingung am Triebwerkseinlass . . . . .	71
4.4.2	Modellierung der Randbedingung am Triebwerksauslass . . . . .	71
4.5	Anwendungsfälle . . . . .	72
4.5.1	Fall 1: Zweidimensionale Flugzeugkonfiguration . . . . .	72
4.5.2	Fall 2: „NASA Common Research Model“ . . . . .	96
4.5.3	Evaluierung der Recheneffizienz . . . . .	108
4.6	Zusammenfassung . . . . .	111
<b>5</b>	<b>Aerodynamische Modellierung mittels Deep Learning</b>	<b>113</b>
5.1	Motivation . . . . .	113
5.2	Generierung der Daten für das ROM-Training . . . . .	114
5.3	Aerodynamische Modellierung mittels Deep Learning . . . . .	118
5.3.1	CFD-Datenaufbereitung . . . . .	118
5.3.2	Faltungsoperationen . . . . .	120
5.3.3	Modellarchitektur . . . . .	122
5.3.4	Modelltraining . . . . .	127
5.4	Anwendung des Modells Reduzierter Ordnung . . . . .	130
5.4.1	Generierung der Testdaten . . . . .	130
5.4.2	Untersuchung der Vorhersagegenauigkeit . . . . .	134
5.4.3	Untersuchung der Modellstabilität für Mehrschrittvorhersagen . .	137
5.4.4	Rechnerische Effizienz . . . . .	140
5.4.5	Vergleich der Leistungsfähigkeit mit einem HKA-basierenden ROM .	141
5.5	Zusammenfassung . . . . .	143
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>145</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>149</b>
	<b>Liste der Veröffentlichungen</b>	<b>161</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Dreieck der Aeroelastik, nach [15]. . . . .	1
2.1	Grenze des Rechengebietes. . . . .	13
2.2	Einströmen im Unterschall in positive $k$ -Richtung. . . . .	15
2.3	Einströmen im Unterschall in negative $k$ -Richtung. . . . .	16
2.4	Ausströmen im Unterschall in positive $k$ -Richtung. . . . .	17
2.5	Ausströmen im Unterschall in negative $k$ -Richtung. . . . .	17
3.1	Hochauftriebskonfiguration von „NASA Common Research Model“. . . . .	38
3.2	CFD-Oberflächengitter von „NASA Common Research Model“. . . . .	38
3.3	Symmetrische und antimetrische Auslenkungsbeziehungen. . . . .	40
3.4	Strukturausschnitt an der Symmetrieebene. . . . .	41
3.5	Kinematische Bedingungen der Strömungsgeschwindigkeiten. . . . .	43
3.6	Prozessschritte der Gitterverformung. . . . .	45
3.7	Rechengitter des AGARD 445.6-Flügels. . . . .	47
3.8	Querschnitt des AGARD 445.6-Flügels. . . . .	47
3.9	Erste fünf Eigenmoden des AGARD 445.6-Flügels. . . . .	48
3.10	Stationäre Verteilung des Druckbeiwerts. . . . .	48
3.11	Verteilung der Störampplitude des Druckbeiwerts. . . . .	49
3.12	Lokale Abweichung der $\hat{c}_p$ -Verteilung. . . . .	50
3.13	Vergleich der $\hat{c}_p$ -Verteilungen: $k_{red} = 0,0$ , Eigenmode 1. . . . .	51
3.14	Vergleich der $\hat{c}_p$ -Verteilungen: $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 2. . . . .	52
3.15	Vergleich der $\hat{c}_p$ -Verteilungen: $k_{red} = 1,0$ , Eigenmode 3. . . . .	53
3.16	Vergleich der $\hat{c}_p$ -Verteilungen: $k_{red} = 5,0$ , Eigenmode 4. . . . .	54
3.17	CFD-Oberflächennetz des CRM-WBH-Halbmodells. . . . .	56
3.18	Eigenmoden der FERMAT-C2-Konfiguration. . . . .	57
3.19	Stationäre Verteilung des Druckbeiwerts, CRM-WBH. . . . .	58
3.20	Verteilung der Störampplitude des Druckbeiwerts. . . . .	59
3.21	Abweichung der $\hat{c}_p$ -Verteilung. . . . .	60
3.22	$Re \hat{c}_p$ - und $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen: $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 8. . . . .	61
3.23	$Re \hat{c}_p$ - und $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen: $k_{red} = 1,0$ , Eigenmode 28. . . . .	62
3.24	$Re \hat{c}_p$ - und $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen: $k_{red} = 5,0$ , Eigenmode 22. . . . .	63
3.25	$Re \hat{c}_p$ - und $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen: $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 45. . . . .	64
3.26	Real- und Imaginärteile der <b>GAF</b> -Matrixelemente. . . . .	66
4.1	Einlass- und Auslassebene des Triebwerks. . . . .	68
4.2	Geometrie der „2D-Flugzeugkonfiguration“. . . . .	73
4.3	Rechengitter um die 2D-Flugzeugkonfiguration. . . . .	73
4.4	Machzahl um die 2D-Flugzeugkonfiguration. . . . .	75
4.5	Statischer Druckes um die 2D-Flugzeugkonfiguration. . . . .	75

4.6	Statischer Druck um die Triebwerksgondel. . . . .	75
4.7	Totaldruck um die Triebwerksgondel. . . . .	76
4.8	Totaltemperatur um die Triebwerksgondel. . . . .	76
4.9	Vergleich von $Re \widehat{Ma}$ : $k_{red} = 0,2$ . . . . .	78
4.10	Vergleich von $Im \widehat{Ma}$ : $k_{red} = 0,2$ . . . . .	79
4.11	Vergleich von $Re \widehat{Ma}$ : $k_{red} = 0,5$ . . . . .	80
4.12	Vergleich von $Im \widehat{Ma}$ : $k_{red} = 0,5$ . . . . .	81
4.13	Vergleich von $Re \widehat{Ma}$ : $k_{red} = 1,0$ . . . . .	82
4.14	Vergleich von $Im \widehat{Ma}$ : $k_{red} = 1,0$ . . . . .	83
4.15	Vergleich von $Re \widehat{p}/p_\infty$ : $k_{red} = 0,2$ . . . . .	84
4.16	Vergleich von $Im \widehat{p}/p_\infty$ : $k_{red} = 0,2$ . . . . .	85
4.17	Vergleich von $Re \widehat{p}/p_\infty$ : $k_{red} = 0,5$ . . . . .	86
4.18	Vergleich von $Im \widehat{p}/p_\infty$ : $k_{red} = 0,5$ . . . . .	87
4.19	Vergleich von $Re \widehat{p}/p_\infty$ : $k_{red} = 1,0$ . . . . .	88
4.20	Vergleich von $Im \widehat{p}/p_\infty$ : $k_{red} = 1,0$ . . . . .	89
4.21	Vergleich der $Re \widehat{c}_p$ -Verteilung: $k_{red} = 0,2$ . . . . .	90
4.22	Vergleich der $Im \widehat{c}_p$ -Verteilung: $k_{red} = 0,2$ . . . . .	91
4.23	Vergleich der $Re \widehat{c}_p$ -Verteilung: $k_{red} = 0,5$ . . . . .	92
4.24	Vergleich der $Im \widehat{c}_p$ -Verteilung: $k_{red} = 0,5$ . . . . .	93
4.25	Vergleich der $Re \widehat{c}_p$ -Verteilung: $k_{red} = 1,0$ . . . . .	94
4.26	Vergleich der $Im \widehat{c}_p$ -Verteilung: $k_{red} = 1,0$ . . . . .	95
4.27	CFD-Oberflächennetz des CRM-WBNPH-Halbmodells . . . . .	97
4.28	CFD-Oberflächennetze der Triebwerksgondel. . . . .	98
4.29	Angriffspunkt der Schubkraft $P^E$ . . . . .	99
4.30	Vergleich der $\bar{c}_p$ -Verteilungen. . . . .	100
4.31	Verläufe der Verlustfaktoren. . . . .	100
4.32	Relevante Struktureigenmoden. . . . .	101
4.33	Sensitivität der Flattergrenzen gegenüber $N_{Moden}$ . . . . .	102
4.34	Sensitivität der Flattergrenzen gegenüber $N_{k_{red}}$ . . . . .	102
4.35	Vergleich der $f$ - und $g$ -Verläufe. . . . .	104
4.36	Verläufe der relativen Anteile $ q_i $ . . . . .	105
4.37	Auslenkungen beider Flattermoden. . . . .	106
4.38	Sensitivität der 1. Flattermode gegenüber Pylonsteifigkeit. . . . .	107
4.39	Sensitivität der 2. Flattermode gegenüber Pylonsteifigkeit. . . . .	108
4.40	Verläufe der $GAF^P$ -Elemente über $k_{red}$ . . . . .	109
4.41	Verläufe der $GAF^E$ -Elemente über $k_{red}$ . . . . .	110
5.1	Rechengebiet des LANN-Flügels. . . . .	116
5.2	$c_p$ -Verteilung des LANN-Flügels. . . . .	117
5.3	Geglättete APZBS-Sequenz. . . . .	117
5.4	CFD-Datenaufbereitung für die ROM-Eingabe. . . . .	119

5.5	Modellarchitektur. . . . .	126
5.6	Konvergenzverläufe des Verlustes. . . . .	129
5.7	Dynamik der $c_p$ -Verteilung. . . . .	132
5.8	$Re \hat{c}_p^n$ - und $Im \hat{c}_p^n$ -Verteilungen, Flügeloberseite. . . . .	133
5.8	$Re \hat{c}_p^n$ - und $Im \hat{c}_p^n$ -Verteilungen, Flügeloberseite (Fortsetzung). . . . .	134
5.9	Mittlerer quadratischer Fehler, harmonische Signale. . . . .	137
5.10	Mittlerer quadratischer Fehler, APZBS-Signale. . . . .	138
5.11	Vergleich der $c_p$ -Verteilung für $\tau = 70$ , Flügeloberseite. . . . .	138
5.12	Vergleich der $c_p$ -Verteilung für $\tau = 70$ , Flügelunterseite. . . . .	139
5.13	Vergleich der $c_p$ -Verteilung an zwei Schnitten für $\tau = 70$ . . . . .	140
5.14	Quadratischer Fehler für die Mehrschrittvorhersage der $c_p$ -Verteilung. . .	141
5.15	Vergleich der $\varepsilon^{(k)}$ -Verläufe bei verschiedenen Initialisierungsarten. . . . .	142
5.16	Vergleich von $c_p$ bei $y/b = 0,7$ für beide ROM-Ansätze. . . . .	144



# Tabellenverzeichnis

2.1	Schwingungssystemverhalten abhängig vom Dämpfungsmaß. . . . .	31
3.1	Geometrische Referenzgrößen der CRM-WBH-Konfiguration. . . . .	55
3.2	Angaben zu Eigenmoden der FERMAT-C2-Konfiguration. . . . .	56
3.3	Recheneffizienz für die voll- und halbmodellbasierte Modellierung. . . . .	62
4.1	Vergleich der ermittelten Flattergrenzen. . . . .	104
4.2	Vergleich der Recheneffizienz. . . . .	111
5.1	Referenzgrößen der LANN-Flügelgeometrie. . . . .	115
5.2	Überblick über den mittleren quadratischen Fehler. . . . .	135
5.3	Vergleich von MQF für das HKA-NN- und CNN-basiertes ROM. . . . .	142



# Bezeichnungen

Symbol	Bedeutung
$a^n$	Ausbreitungsgeschwindigkeit der $n$ -ten Charakteristik
$A$	Fläche, Schwingungsamplitude
$b$	Flügelspannweite
$c$	Schallgeschwindigkeit, Sehnenlänge
$c_A$	Auftriebsbeiwert
$c_p$	Druckbeiwert
$c_p^*$	kritischer Druckbeiwert, $c_p(Ma_\infty)$ bei $Ma = 1$
$C$	Anzahl der Eingangskanäle eines Datenfeldes
$d$	Dämpfung
$D$	Lehr'sches Dämpfungsmaß
$\mathbf{D}$	Dämpfungsmatrix
$d\mathbf{S}$	vektorielles Oberflächenelement
$e$	Gesamtenergie der Strömung
$f$	Frequenz der Schwingung
$\mathbf{f}$	Vektor der modalen Kräfte
$\mathbf{F}$	Vektor der aus das System einwirkenden Kräfte
$\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}$	konvektive Flüsse in Richtung der krummlinigen Koordinaten $\xi, \eta, \zeta$
$g$	Verlustfaktor
$\mathbf{GAF}$	Übertragungsmatrix generalisierter aerodynamischer Kräfte
$H$	Zeilenanzahl eines Datenfeldes
$i$	Imaginäre Zahl
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
$Im$	Imaginärteil
$J$	Volumen der Rechenzelle
$k$	Steifigkeit, krummlinige Koordinate stellvertretend für $\xi, \eta, \zeta$
$k_k$	Massenproportionalitätsfaktor
$k_m$	Steifigkeitsproportionalitätsfaktor
$k_{red}$	reduzierte Frequenz, $k_{red} = \omega \cdot l_{ref} / U_\infty$
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix, konvektiver Fluss stellvertretend für $\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}$
$l$	Länge, Verlustfunktion
$L$	Verlust
$m$	Masse
$\mathbf{M}$	Massenmatrix
$Ma$	Machzahl
$\mathbf{n}$	Normalvektor
$n_e$	Anzahl der Trainingsepochen
$N$	Anzahl

Symbol	Bedeutung
$p$	statischer Druck
$\mathbf{q}$	Vektor der primitiven Strömungsgrößen, modale Koordinaten
$q_\infty$	dynamischer Druck der freien Anströmung
$\mathbf{Q}$	Vektor der konservativen Strömungsgrößen, modale Impulsantwortmatrix
$R$	spezifische Gaskonstante
$Re$	Realteil
$s$	Laplace-Parameter, Flügelhalbspannweite, 1D-Merkmalkarte
$\mathbf{S}$	mehrdimensionale Merkmalkarte
$t$	dimensionsbehaftete Zeit
$T$	Periode der Schwingung, Temperatur
$\mathbf{u}$	Geschwindigkeitsvektor
$u, v, w$	Komponenten des Geschwindigkeitsvektors in $x$ -, $y$ - und $z$ -Richtung
$U, V, W$	kontravariante Geschwindigkeiten
$U_\infty$	Geschwindigkeit der freien Anströmung
$w$	1D-Kernel
$W$	charakteristische Variable, Spaltenanzahl eines Datenfeldes
$\mathbf{W}$	Vektor der charakteristischen Variablen, mehrdimensionaler Kernel
$x$	1D-Datenfeld der Eingabe
$x, y, z$	kartesische Koordinaten
$\mathbf{X}$	Vektor des Systemfreiheitsgrade, mehrdimensionales Datenfeld der Eingabe
$\mathbf{Y}$	mehrdimensionales Datenfeld der Zielausgabe
$\alpha$	Anstellwinkel
$\alpha_0$	Nullanstellwinkel
$\gamma$	logarithmischer Dekrement
$\gamma$	metrische Eigenschaft
$\delta$	Verschiebung
$\boldsymbol{\delta}$	Vektor der lokalen Verschiebungen
$\Delta$	globale maximale Verschiebung, Differenz einer Größe
$\epsilon$	Flügelverwindung
$\varepsilon$	quadratischer Fehler
$\theta$	kontravariante Geschwindigkeit stellvertretend für $U, V, W$
$\boldsymbol{\theta}$	Vektor der Modellparameter
$\kappa$	Isentropenexponent
$\lambda$	Flügelzuspitzung
$\Lambda$	Flügelstreckung
$\mathbf{A}_k$	Eigenwertmatrix der charakteristischen Ausbreitungsgeschwindigkeiten
$\xi, \eta, \zeta$	krummlinige Koordinaten
$\rho$	Dichte
$\tau$	dimensionslose Zeit
$\phi$	Phasenwinkel

<b>Symbol</b>	<b>Bedeutung</b>
$\phi$	Eigenmode
$\phi_{1/4}$	Pfeilung bei 0,25% der Sehnenlänge
$\phi_{LE}$	Vorderkantenpfeilung
$\phi_{TE}$	Hinterkantenpfeilung
$\Phi$	Modalmatrix
$\chi$	Strömungsvariable
$\omega$	Kreisfrequenz

<b>Subskript</b>	<b>Bedeutung</b>
$\infty$	ungestörte Anströmung
<i>aus</i>	Auslass
<i>b</i>	Zustand am Rand des Rechengebiets
<i>eig</i>	mit dem Eigenwertproblem assoziierte Größe
<i>ein</i>	Einlass
<i>f</i>	mit Flattern assoziierte Größe
<i>gen</i>	generalisierte Größe
<i>halb</i>	mit Halbmodell assoziierte Größe
<i>i</i>	Zustand im inneren Bereich des Rechengebiets
<i>Im</i>	mit Imaginärteil assoziierte Größe
<i>in</i>	Eingabe
<i>it</i>	mit Iterationen assoziierte Größe
<i>k</i>	krummlinige Koordinate stellvertretend für $\xi, \eta, \zeta$
<i>loc</i>	lokale Größe
<i>m</i>	modellierter Zustand außerhalb des Rechengebiets
<i>max</i>	obere Schranke
<i>min</i>	untere Schranke
<i>n</i>	Normalkomponente
<i>opt</i>	Optimum
<i>out</i>	Ausgabe
<i>p</i>	mit Druck assoziiertes Datenfeld
<i>Re</i>	mit Realteil assoziierte Größe
<i>root</i>	Wurzel
<i>ref</i>	Referenzgröße
<i>set</i>	vorgegebene Größe
<i>t</i>	Tangentialkomponente, Totalgröße
<i>voll</i>	mit Vollmodell assoziierte Größe
<i>w</i>	mit Kernel assoziierte Größe
<i>x</i>	mit Datenfeld der Eingabe assoziierte Größe
<i>x, \xi, t</i>	partielle Ableitung nach genannter Variable

<b>Subskript</b>	<b>Bedeutung</b>
$\alpha$	mit Anstellwinkel assoziiertes Datenfeld

<b>Superskript</b>	<b>Bedeutung</b>
<i>asym</i>	Antimetrie
<i>E</i>	schubinduziert
<i>l</i>	linke Seite in Bezug auf die Symmetrieebene
<i>P</i>	druckinduziert
<i>r</i>	rechte Seite in Bezug auf die Symmetrieebene
<i>sym</i>	Symmetrie
<i>test</i>	Testdatensatz
<i>train</i>	Trainingsdatensatz

<b>Diakritikum</b>	<b>Bedeutung</b>
$\bar{\square}$	Referenzzustand, Mittelwert
$\hat{\square}$	Störungsamplitude
$\dot{\square}$	erste Zeitableitung
$\ddot{\square}$	zweite Zeitableitung
$\tilde{\square}$	zeitabhängige Größe, Modellausgabe

# Abkürzungen

<b>Name</b>	<b>Bedeutung</b>
AGARD	Advisory Group for Aerospace Research and Development (NATO)
APZBS	Amplitudenmoduliertes Pseudozufälliges Binärsignal
BWB	Blended Wing Body
CFD	Computational Fluid Dynamics
CNN	Convolutional Neural Network
CRM	Common Research Model
DGV	Dipolgitterverfahren
EWP	Eigenwertproblem
FE	Finite Elemente
FV	Finite Volumen
GAF	Generalized Aerodynamic Forces
GMRES	Generalized Minimal Residual Method
HKA	Hauptkomponentenanalyse
HL	High-Lift
LANN	<u>L</u> ockheed-Georgia, <u>A</u> ir Force Flight Dynamics Laboratory, <u>N</u> ASA-Langley, <u>N</u> LR
LU-SSOR	Lower-Upper Symmetric Successive Overrelaxation
MQF	Mittlerer Quadratischer Fehler
MUSCL	Monotonic Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NN	Neuronales Netzwerk
PDGL	Partielle Differentialgleichung
POD	Proper Orthogonal Decomposition
RANS	Reynolds-Averaged-Navier-Stokes
RB	Randbedingung
ReLU	Rectified Linear Unit
RNN	Rekurrentes Neuronales Netzwerk
ROM	Reduced-Order Model
SGV	Stochastisches Gradientenverfahren
SN	Schichtnormalisierung
Tanh	Tangens hyperbolicus
TDT	Transonic Dynamics Tunnel
TFI	Transfinite Interpolation
TPS	Thin-Plate-Spline
WBH	Wing/Body/Horizontal-Tail
WBNPH	Wing/Body/Nacelle/Pylon/Horizontal-Tail

# 1 Einleitung

## 1.1 Allgemeine Einführung

Bei umströmten Strukturen, die elastisch verformbar sind, kann es zu Wechselwirkungen zwischen den Trägheitskräften, elastischen Kräften sowie den aerodynamischen Kräften kommen. Die Disziplin, die sich mit den Wechselwirkungen der aerodynamischen Kräfte mit der flexiblen Struktur beschäftigt, wird als Aeroelastik bezeichnet. In Abb. 1.1 ist das Dreieck der Aeroelastik dargestellt, das im Zusammenhang mit luftfahrttechnischer Forschung eingeführt wurde [15]. Aerodynamische, elastische und Trägheitskräfte bilden jeweils einen der Eckpunkte des Dreiecks. Durch die Interaktion der Trägheitskräfte mit elastischen Kräften entstehen Strukturschwingungen. Die Disziplin, die sich mit solchen Phänomenen beschäftigt, wird als Strukturdynamik bezeichnet. Die Flugdynamik befasst sich wiederum mit der Wechselwirkung zwischen Trägheitskräften und aerodynamischen Kräften. Bei der statischen Aeroelastik steht das Zusammenspiel der aerodynamischen und elastischen Kräfte im Mittelpunkt. Die dynamische Aeroelastik bezieht zusätzlich die Trägheitskräfte in die Betrachtung mit ein.

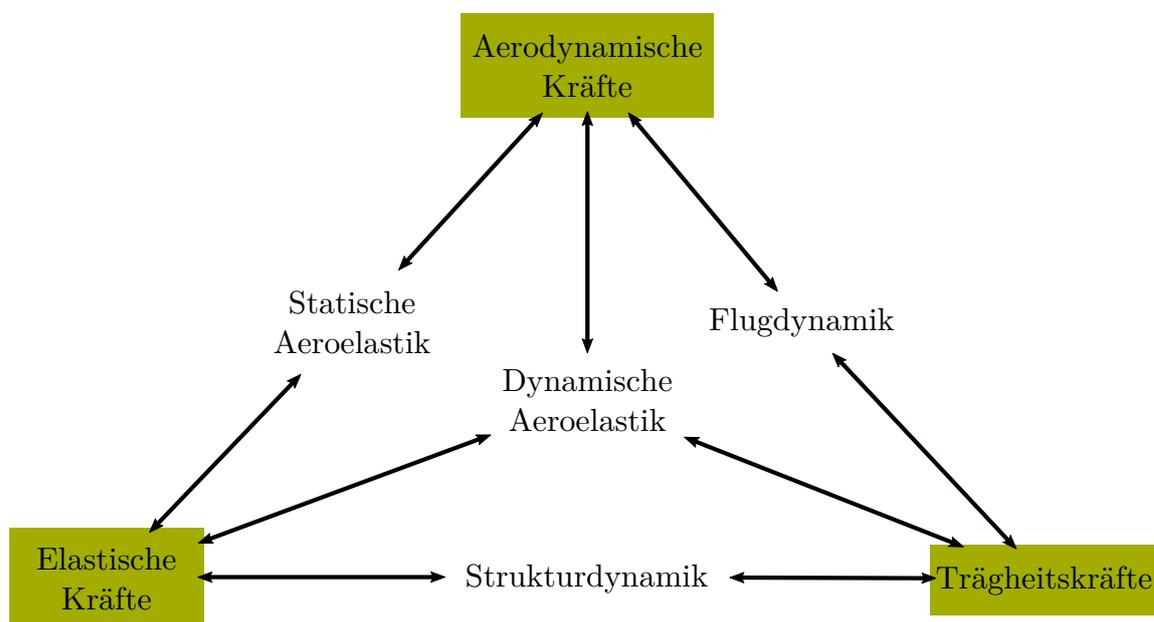


Abbildung 1.1: Dreieck der Aeroelastik, nach [15].

Die wichtigsten aeroelastischen Phänomene lassen sich grob in Antwort- und Stabilitätsprobleme einteilen. Bei Antwortproblemen sind sowohl die systemabhängigen Kräfte als auch extern auf das System einwirkende Kräfte von Bedeutung. Externe Luftkräfte können durch Windböen und atmosphärische Turbulenzen entstehen. Eine weitere Ursache für externe Luftkräfte im transsonischen Geschwindigkeitsbereich sind

die durch Verdichtungsstöße induzierten dynamischen Strömungsablösungen. Die durch solche Ablösungen hervorgerufenen aeroelastischen Vorgänge, werden pauschal als Buffeting (deutsch: Schütteln) bezeichnet [28]. Die Antwortprobleme führen in der Regel nicht zum Strukturversagen. Sie können allerdings starke Strukturschwingungen verursachen. Dadurch kann es zur erhöhten Materialermüdung, zusätzlichen Wartungskosten und Unbehagen der Passagiere kommen [50, 58, 72].

Stabilitätsprobleme spielen bei aeroelastischen Untersuchungen eine zentrale Rolle. Zur Formulierung solcher Probleme wird die Annahme getroffen, dass aerodynamische Kräfte von der Strukturauslenkung abhängen. Somit werden ausschließlich systemabhängige Kräfte betrachtet. Kommt es bei einem aeroelastischen System zu einer positiven Rückkopplung zwischen der Strömung und der Struktur, wird die Amplitude der Strukturauslenkung angefacht bis es entweder zum Strukturversagen oder Grenzzyklus kommt. Zu den wichtigsten statischen aeroelastischen Instabilitäten gehört die Divergenz. Die dynamische aeroelastische Instabilität wird als Flattern bezeichnet.

Über den gesamten Entwicklungsprozess hinweg, von der Entwurfsphase bis hin zur Zertifizierungsphase des Flugzeugs, sind die aeroelastischen Phänomene von entscheidender Bedeutung. Der Grund dafür ist, dass sie einen maßgebenden Einfluss auf die Flugenveloppe haben. Daher wird jedes bemannte und der Großteil unbemannter Fluggeräte, die durch die Atmosphäre fliegen, einer aeroelastischen Analyse unterzogen [93]. Der wirtschaftliche Erfolg von Flugzeugherstellern hängt wiederum von der kontinuierlichen Verbesserung der Effizienz und der Senkung der Betriebskosten von Verkehrsflugzeugen ab. Diese Herausforderungen können durch schrittweise Optimierung und Weiterentwicklung des konventionellen Flugzeugentwurfes bewältigt werden. Derartige inkrementelle Verbesserungen können durch den Einsatz neuer Technologien ermöglicht werden. Dazu zählen neue Materialien, effizientere Triebwerke, Flügel mit Laminarerhaltung und einer sehr hohen Streckung [19, 47, 90, 92]. Dieser Ansatz sorgt dafür, dass die Entwicklungskosten in einem vordefinierten Rahmen liegen, ermöglicht allerdings nur einen eingeschränkten Spielraum für Verbesserungen. Nichtsdestotrotz kann das Potenzial dieser Strategie durch einen integrierten Entwurfsansatz erweitert werden [79]. Er zeichnet sich dadurch aus, dass Aspekte der Aeroelastik und der Flugsteuerung bereits in einem frühen Entwurfsstadium berücksichtigt werden. Diese Strategie kann dazu beitragen, den Entwurfsraum zu erweitern, sodass bestehende Einschränkungen bei inkrementellen Entwurfsverfeinerungen überwunden werden. Somit ist eine signifikante Steigerung der Effizienz des Flugzeugs möglich.

Ein weiterer Weg zur Effizienzoptimierung sind innovative Flugzeugkonzepte wie z.B. Blended Wing Body (BWB, deutsch: überganglose Flügel-Rumpf-Verbindung) [73] und Box Wing (deutsch: Kastendrachen-Flügel) [30]. Einerseits versprechen sie ein großes Potential sowohl zur Effizienzsteigerung als auch zur Reduktion von Treibhausgasemissionen und Lärm [30, 61]. Andererseits bringen solche Konzepte neue Herausforderungen mit sich. Box-Wing-Konfigurationen zeichnen sich durch eine sehr enge Interaktion zwischen der Aerodynamik und Struktur aus [10]. Bei BWB-Konzepten sind neben Aerodynamik

und Struktur auch Trimmung und Stabilität miteinander gekoppelt [65]. Aus diesem Grund ist auch bei innovativen Konzepten von Verkehrsflugzeugen die Integration von aeroelastischen Analysen in der frühen Konzeptphase unumgänglich.

Es ist ersichtlich, dass unabhängig von der Entwicklungsstrategie der zukünftigen Verkehrsflugzeuge die Betrachtung der Aeroelastik in frühen Phasen des Flugzeugentwurfs eine zentrale Rolle spielen wird. Die dafür benötigten rechnergestützten Berechnungsverfahren zeichnen sich durch eine hohe Komplexität aus. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass dafür zwei verschiedene Ingenieursdisziplinen, nämlich die Aerodynamik und die Strukturmechanik, gemeinsam betrachtet werden müssen. Der Bedarf zur Integration von aeroelastischen Berechnungsverfahren in frühen Phasen des Flugzeugentwurfs stellt wiederum zusätzliche Anforderungen an die Modellbildung. Zum einen müssen die Methoden einen hohen Grad an Genauigkeit aufweisen, um möglichst präzise Sensitivitäten der Entwurfsparameter zu liefern. Andererseits müssen die Verfahren über einen möglichst geringen Rechenaufwand verfügen, da in der frühen Entwurfsphase große Wertebereiche der Entwurfsparameter exploriert werden. Aufgrund der komplexeren zugrundeliegenden Physik, bringt die rechnergestützte aerodynamische Modellierung im Vergleich zur Strukturmodellierung die größeren Herausforderungen in Bezug auf Modellierungsgenauigkeit und Rechenaufwand mit sich.

## 1.2 Stand der Technik

Dieses Kapitel beleuchtet den aktuellen Entwicklungsstand der Methoden zur aerodynamischen Modellbildung, die für aeroelastische Untersuchungen zum Einsatz kommen. Der erste Abschnitt beschäftigt sich mit den Entwicklungen im Bereich der CFD-basierten Verfahren, wobei der zweite Abschnitt auf datengetriebene Modelle reduzierter Ordnung eingeht.

### 1.2.1 Rechnergestützte Verfahren für aeroelastische Untersuchungen

Mit einer umfassenden aeroelastischen Untersuchung gehen viele Berechnungen einher. Üblicherweise werden für jedes Fluggerät eine Vielzahl von Fällen berücksichtigt, wobei sowohl die Geometrie der Konfiguration, ihre Struktur und Massenverteilung, als auch die Anströmbedingungen variiert werden. Aus diesem Grund stellt bei der Entwicklung von Berechnungsmethoden ihre Recheneffizienz einen treibenden Faktor dar.

Für Unterschallanwendungen wird aufgrund ihrer Effizienz das korrigierte Dipolgiterverfahren (DGV) [4, 34, 85] zur Bestimmung instationärer aerodynamischer Kräfte eingesetzt. Zur Behandlung des Überschallbereiches stehen unter anderem die Mach-Box-Methode [78], Überschall-DGV [33] und harmonische Gradientenmethode [14] zur Verfügung. Die oben genannten Methoden basieren auf den Eulergleichungen unter stark

vereinfachenden Annahmen und sind linear. Sie versagen im transsonischen Geschwindigkeitsregime, der durch Nichtlinearitäten gekennzeichnet ist. Abhilfe schaffen hier numerische Verfahren, die auf der Lösung der transsonischen Gleichung kleiner Störungen basieren [7]. Da diese Verfahren allerdings lediglich für schlanke umströmte Körper gelten, liefern sie für typische transsonische Flügelprofile, die sich durch größere relative Dicken und einen stumpfen Nasenbereich auszeichnen, unzureichend genaue Lösungen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass beim Umströmen dickerer Körper im transsonischen Geschwindigkeitsbereich stärkere Stöße auftreten können. Für solche Fälle liefert der Einsatz der vollen Potentialgleichung in der quasi-erhaltenden Form bei der rechnergestützten Modellierung weitere Verbesserungen in der Lösungsqualität [49].

Zur Identifizierung des instationären aerodynamischen Verhaltens komplexer 3D-Geometrien im transsonischen Geschwindigkeitsbereich etablierten sich in den letzten zwei Dekaden CFD-Verfahren kleiner Störungen. Solche Verfahren können aus Euler- oder Navier-Stokes-Gleichungen abgeleitet werden, indem eine ausreichend kleine, harmonische Störung der Strömungsgrößen bei bestimmten (reduzierten) Frequenzen um einen Referenzzustand angenommen wird. Durch eine Formulierung des Ansatzes im Frequenzbereich wird die Zeitabhängigkeit des Problems eliminiert. Die Gleichungen werden direkt für die komplexwertige erste Harmonische der gestörten Strömung gelöst. Dadurch werden etwa eine Größenordnung schnellere Analysen der instationären Aerodynamik ermöglicht, verglichen mit den zeitgenauen CFD-Simulationen [21, 116].

Die CFD-Verfahren kleiner Störungen wurden in [40–42] für Turbomaschinenanwendungen entwickelt. Die Methodik wurde in [57] auf Probleme der Außenaerodynamik erfolgreich angewandt. Die ursprünglich auf Eulergleichungen basierenden Verfahren wurden in einer Reihe von Arbeiten auf die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen erweitert [21, 48, 77, 103].

Durch die weniger restriktiven Annahmen als bei Methoden, die auf der Potentialtheorie basieren, können die CFD-Verfahren kleiner Störungen auf ein breites Spektrum von instationären aerodynamischen Problemen angewandt werden. Wie von verschiedenen Forschern demonstriert wurde, kann die Methode für eine Reihe von realistischen Ingenieursanwendungen eingesetzt werden, die von der Berechnung dynamischer Stabilitätsderivativa [17, 113] über aeroelastische und aeroservoelastische Untersuchungen [81] bis hin zur Generierung reduzierter Ordnungsmodelle [122] reichen. Einer der Hauptanwendungsgebiete von CFD-Methoden kleiner Störungen ist jedoch die Berechnung der CFD-basierten generalisierten aerodynamischen Kräfte (engl. *generalized aerodynamic forces (GAF)*), die direkt in die aeroelastischen Gleichungen einfließen und zur linearen Flutteranalyse verwendet werden können. Wie in [107] gezeigt wurde, können CFD-Methoden kleiner Störungen nahtlos in bestehende industrielle Werkzeugketten für aeroelastische Untersuchungen auf Basis von GAF integriert werden. Somit können sie flexibel immer dann in einen aeroelastischen Untersuchungsprozess einbezogen werden, wenn eine höherwertige aerodynamische Modellierung benötigt wird.

Aufgrund ihrer Formulierung führen CFD-Verfahren kleiner Störungen sowohl zu einem erhöhten Rechenaufwand als auch Speicherbedarf, verglichen mit Berechnungsverfahren, die aus der Potentialtheorie herrühren. Daher wurden in jüngster Zeit von mehreren Autoren Anstrengungen unternommen, diese Verfahren in der entsprechenden Hinsicht zu optimieren. In [69] wurde eine Vorkonditionierungsstrategie innerhalb des numerischen Lösungsprozesses vorgeschlagen, die einer Konvergenzbeschleunigung dient. Durch die Integration eines Recycling-Verfahrens in einen GMRES-basierten linearisierten Löser wurde in [124] aufgezeigt, dass sowohl der zur Simulation benötigte Speicherbedarf reduziert als auch die Recheneffizienz gesteigert werden kann.

### 1.2.2 Triebwerksmodellierung in der Aeroelastik

Der Einfluss dynamischer Triebwerkseffekte auf die elastische Stabilität des Flugzeugs kann vereinfacht anhand von elastischen Strukturen, die Folgekräften ausgesetzt sind, studiert werden. Diese Problemstellung wurde in einer Reihe von Forschungsarbeiten untersucht [8, 16, 24, 46]. Der Effekt der gyroskopischen Kräfte, die durch rotierende Triebwerkskomponenten hervorgerufen werden, wurde eingehend in [110] untersucht.

Die instationären aerodynamischen Einflüsse wurden ebenfalls von mehreren Forschern berücksichtigt. Sie werden in aeroelastischen Untersuchungen allerdings meist auf Kosten einer deutlichen Vereinfachung verschiedener physikalischer Effekte erreicht. In [51, 94, 95] wurden Modelle zur Berechnung auf die Triebwerks gondel wirkender instationärer aerodynamischer Lasten entwickelt. Die oben aufgeführten Modelle basieren auf der linearen Potentialtheorie, wodurch sowohl die transsonischen als auch die Reibungseffekte unberücksichtigt bleiben. Eine genauere Modellierung wird durch die CFD-Methoden erreicht, wie beispielhaft in [48] dargestellt. Hier wurde ein CFD-Verfahren kleiner Störungen basierend auf den Navier-Stokes-Gleichungen sowohl zur Bewertung der instationären aerodynamischen Lasten auf die Gondel als auch zur Behandlung der Interferenzeffekte der Gondel mit dem Flügel eingesetzt. Die Untersuchungen wurden für den transsonischen Geschwindigkeitsbereich durchgeführt. Die genannten Arbeiten zur Triebwerksmodellierung haben gemeinsam, dass das Triebwerk üblicherweise als eine durchströmte Gondel abgebildet wird. Dieser Modellierungsansatz zeichnet sich durch eine ungehinderte Strömung durch den inneren Kanal der Gondel aus. Daher wird die für den Reiseflug typische Aufweitung der Strömungsröhre durch die Strömungsverzögerung am Triebwerkseintritt [22] nicht erfasst. Außerdem wird die beschleunigte Strömung am Triebwerksaustritt vernachlässigt.

### 1.2.3 Datengetriebene Modelle reduzierter Ordnung

Obwohl linearisierte CFD-Verfahren für viele praktische Fälle einsetzbar sind, weisen sie aufgrund der Annahme kleiner Störungen Limitierungen auf. Sobald ein Flugzeug Manöver mit starken Fluglageänderungen durchführt bzw. eine Flugzeugstruktur Schwingungen hoher Amplitude ausgesetzt ist, kann es zu nichtlinearen Effekten kommen, wobei

die aerodynamischen Kräfte nicht mehr linear von den Auslenkungen der umströmten Struktur abhängen. Solche Fälle können von linearisierten CFD-Verfahren nicht mehr korrekt abgebildet werden und müssen mit zeitechten CFD-Methoden behandelt werden, die sehr rechenintensiv sind.

Ein alternativer Ansatz zur Vorhersage aerodynamischer Lasten basiert auf der Systemidentifikation. Diese Klasse von Methoden ist durch die Ableitung eines mathematischen „Black-Box“-Modells auf der Grundlage von Eingabe- und Ausgabedaten des Systems gekennzeichnet. Der Ansatz ist datengetrieben und steht daher im Gegensatz zu Modellierungstechniken, die auf ersten Prinzipien basieren, wie z.B. CFD und DGV. Die „Black-Box“-Modelle zeichnen sich durch eine geringere Anzahl von Freiheitsgraden im Vergleich zum System voller Ordnung aus. Aus diesem Grund werden sie häufig als Modelle reduzierter Ordnung (ROMs, engl. Reduced-Order Models) bezeichnet.

Je nachdem, ob das dynamische Verhalten des Systems linear oder nichtlinear ist, werden unterschiedliche Methoden der Systemidentifikation eingesetzt. Das Hauptaugenmerk dieses Kapitels liegt jedoch auf der nichtlinearen Modellierung der Aerodynamik. Da die nichtlineare Systemidentifikation keine aus den Linearitätsannahmen resultierenden Beschränkungen aufweist, ist sie auf ein breiteres Spektrum von Strömungsproblemen anwendbar. Verschiedene Methoden wie Volterra-Reihen [99], Wiener Modelle [55] und Kriging [35] wurden zur nichtlinearen Systemidentifikation im Bereich der Aerodynamik eingesetzt. Darüber hinaus fanden neuronale Netzwerke (NN) eine weit verbreitete Anwendung sowohl bei aerodynamischen als auch bei aeroelastischen Problemstellungen. Rekurrente Neuronale Netzwerke (RNN), die basierend auf Windkanalmessungen konditioniert wurden, kamen in [23] zum Einsatz, um die Dynamik der Druckkoeffizienten an betrachteten Sensorpositionen auf einer Tragfläche vorherzusagen. In [66] wurden RNNs zur Vorhersage von Instabilitäten eines aeroelastischen Systems verwendet. In [67] wurde ein temporales neuronales Netzwerk zur Vorhersage instationärer aerodynamischer Kräfte in transsonischer Strömung angewandt. Die Konditionierung des Netzwerkes wurde dabei auf der Basis von CFD-Simulationsdaten durchgeführt. In [108] wurde ein neuronales Netzwerk mit Simulationsdaten trainiert, um ein aeroelastisches System mit strukturellen Nichtlinearitäten zu modellieren. Ein neuronales Netzwerk auf der Grundlage radialer Basisfunktionen wurde in [126, 127] zur aeroelastischen Stabilitätsanalyse eingesetzt. Ein neuronales Netzwerk ähnlicher Architektur kam in [117] zur Vorhersage instationärer aerodynamischer Lasten auf einem Tragflügel zum Einsatz. Darüber hinaus erwies sich ein Neuro-Fuzzy-Ansatz mit lokalen linearen Submodellen aufgrund seines robusten Verhaltens bei Mehrschrittvorhersagen als gut geeignet für instationäre aerodynamische Anwendungen [119, 121].

Sobald das räumlich-zeitliche Verhalten eines aerodynamischen Systems von Interesse ist, ist die Anwendung der oben genannten nichtlinearen ROMs aufgrund der hohen Anzahl räumlich verteilter zu modellierender Variablen kaum möglich. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn es darum geht, instationäre Oberflächendruckverteilungen mittels

Verfahren reduzierter Ordnung zu modellieren. Einer der verfolgten Ansätze ist die Kombination der etablierten ROMs zur instationären Modellierung und der Verfahren die auf eine Dimensionsreduzierung der räumlich verteilten Freiheitsgrade eines aerodynamischen Systems abzielen. In [74] wird die Hauptkomponentenanalyse (HKA) (engl. Proper Orthogonal Decomposition (POD)) mit einem neuronalen Netzwerk kombiniert, um eine genaue und effiziente Optimierung des aero-strukturellen Flügelfentwurfs durchzuführen. Eine Kombination aus HKA und eines neuronalen Netzwerks wurde in [63] verwendet, um ein zweidimensionales aeroelastisches System mit starken aerodynamischen Nichtlinearitäten zu modellieren. Ein rekurrenter lokal linearer Neuro-Fuzzy-Ansatz wurde in Kombination mit HKA verwendet, um die bewegungsinduzierte instationäre Druckverteilung am LANN-Flügel vorherzusagen [118]. Dabei wurde ein Fall betrachtet, der durch transsonische nichtlineare Effekte dominiert wird. Die Leistungsfähigkeit zweier unterschiedlicher RNNs wurde in [111] verglichen, um sowohl integrale als auch räumlich verteilte aerodynamische Größen in Verbindung mit HKA vorherzusagen. Als Testfall wurde dabei ein Profil in transsonischer Anströmung berücksichtigt.

HKA-basierte ROMs zeigen größere Abweichungen sobald hohe räumliche Gradienten in der vorherzusagenden Verteilung auftreten. Selbst die Hinzunahme einer hohen Anzahl an Hauptkomponenten hilft nur bedingt, die Abweichungen zu minimieren. Gerade im transsonischen Regime sind instationäre Druckverteilungen oft durch bewegte Stöße und damit durch hohe Druckgradienten gekennzeichnet. Daher ist die Vorhersage von instationären Druckverteilungen in solchen Fällen eine Herausforderung für ROMs, die HKA zur Dimensionalitätsreduzierung verwenden.

### 1.3 Zielsetzung der Arbeit

Die zunehmende Bedeutung aeroelastischer Untersuchungen bei der Entwicklung zukünftiger Verkehrsflugzeuge führt dazu, dass diese bereits in die frühen Phasen des Flugzeugentwurfs vordringen. Die dafür erforderlichen Berechnungsmethoden sind durch eine hohe Komplexität gekennzeichnet. Insbesondere die aerodynamische Modellbildung stellt große Herausforderungen hinsichtlich der Modellierungsgenauigkeit und des Rechenaufwands dar. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Verbesserung der Effizienz und Genauigkeit von rechnergestützten Modellen reduzierter Ordnung zur Vorhersage instationärer aerodynamischer Kräfte für aeroelastische Untersuchungen.

CFD-Methoden kleiner Störungen, auch als linearisierte CFD-Methoden bezeichnet, sind ein effizientes und genaues Werkzeug zur Berechnung der instationären Aerodynamik (Kapitel 2). Zur Herleitung dieser Klasse von Verfahren wird die Ordnung der Euler- bzw. Navier-Stokes-Gleichungen reduziert, indem eine kleine, harmonische Störung der Strömungsgrößen um einen Referenzzustand angenommen wird. Die Annahme ist gültig für ausreichend kleine Auslenkungen der Flugzeugstruktur. Obwohl linearisierte CFD-Verfahren in Bezug auf Recheneffizienz und Speicherbedarf nicht die Leistung etablierter,

auf der linearen Potentialtheorie basierender Verfahren erreichen, bieten sie eine höhere Genauigkeit für transsonische Strömungen und geometrisch komplexe Konfigurationen.

Um die Anwendbarkeit in Richtung industrieller Untersuchungen weiter zu verbessern, soll eine neuartige Randbedingung für CFD-Verfahren kleiner Störungen entwickelt werden (Kapitel 3). Die Randbedingung soll die Eigenschaften der Antimetrie bei antisymmetrischen modalen Strukturauslenkungen gezielt ausnutzen, damit alle Simulationsfälle ohne Schiebewinkel mit einem Halbmodell der Konfiguration behandelt werden können. Der Ansatz soll sowohl den Speicherbedarf als auch den Rechenaufwand der linearisierten CFD-Simulationen etwa um die Hälfte reduzieren.

Ein weiteres Ziel der Arbeit ist es, den Detaillierungsgrad von auf CFD-Verfahren kleiner Störungen basierenden aeroelastischen Untersuchungen zu erhöhen. Zu diesem Zweck soll ein Modell entwickelt werden, das die Berücksichtigung von aerodynamischen Triebwerkseffekten mit linearisierten CFD-Verfahren möglich macht (Kapitel 4). Daraufhin soll mittels CFD-Simulationen kleiner Störungen der Einfluss der aerodynamischen Triebwerkseffekte auf das aeroelastische Verhalten eines generischen Verkehrsflugzeugs untersucht werden.

Obwohl linearisierte CFD-Verfahren über eine große praktische Bedeutung für aeroelastische Untersuchungen verfügen, ist ihre Anwendbarkeit durch die Annahme kleiner Störungen eingeschränkt. Sobald Manöver mit großen Fluglageänderungen durchgeführt werden oder eine Flugzeugstruktur hohen Amplitudenschwingungen unterworfen ist, können nichtlineare Effekte auftreten, die von linearisierten CFD-Methoden nicht mehr korrekt wiedergegeben werden können. In solchen Fällen muss meist auf zeitechte CFD-Methoden ausgewichen werden, die wiederum sehr rechenintensiv sind. Als Abhilfe für solche Szenarien soll auf der Basis moderner neuronaler Netzwerkarchitekturen ein Modell reduzierter Ordnung zur Vorhersage bewegungsinduzierter instationärer Aerodynamik entwickelt werden (Kapitel 5). Konditioniert anhand der Trainingsdaten soll das Modell reduzierter Ordnung in der Lage sein, Sequenzen der flächenhaften Druckverteilung basierend auf einem Anregungssignal als Eingabe effizient vorherzusagen. Somit soll die Möglichkeit geboten werden, die bewegungsinduzierte, nichtlineare, instationäre Aerodynamik für eine gegebene Konfiguration bei festgelegten Anströmbedingungen erfassen zu können. Auf diese Weise sollen rechenintensive CFD-Simulationen durch die Anwendung des effizienteren Modells reduzierter Ordnung ersetzbar gemacht werden.

# 2 Theorie CFD-basierter aeroelastischer Berechnungsverfahren

## 2.1 CFD-Verfahren kleiner Störungen

Dieser Abschnitt rekapituliert die Gleichungen, die die Entwicklung einer Strömung in der Zeit bestimmen. Darauf aufbauend werden die davon abgeleiteten Gleichungen kleiner Störungen diskutiert, die zur Berechnung der instationären Aerodynamik verwendet werden. Während der Ansatz kleiner Störungen sowohl Euler- als auch Navier-Stokes-Gleichungen umfasst, liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit auf den Euler-Gleichungen. Die numerischen Aspekte sowohl des Lösers von nichtlinearen Euler-Gleichungen AER-Eu/NS als auch des Lösers von linearen Euler-Gleichungen kleiner Störungen AER-SDEu/NS, die am Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungsmechanik der Technischen Universität München [57] entwickelt wurden, werden ebenfalls diskutiert.

Der Gegenstand eines Teils dieser Arbeit ist die Berechnung der Umströmung einer Struktur, die kleine harmonische Auslenkungen ausführt. Geometrische Auslenkungen verändern metrische Eigenschaften des Berechnungsgitters, wie z.B. Zellflächennormalvektoren und Zellvolumina, so dass diese Größen mit einer kleinen Amplitude um ihren ungestörten Zustand oszillieren. Die Änderung einer geometrischen Eigenschaft  $\gamma$  kann in Bezug auf krummlinige Koordinaten  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  und die entdimensionalisierte Zeit  $\tau$  wie folgt ausgedrückt werden:

$$\gamma(\xi, \eta, \zeta, \tau) = \bar{\gamma}(\xi, \eta, \zeta) + \hat{\gamma}(\xi, \eta, \zeta) \cdot e^{ik_{red}\tau} \quad (2.1)$$

Hier bezeichnet  $\bar{\gamma}$  den Referenzzustand der metrischen Eigenschaft und  $\hat{\gamma}$  ist die reellwertige Störungsamplitude. Darüber hinaus bezeichnet  $k_{red}$  die reduzierte Frequenz, die folgendermaßen definiert ist:

$$k_{red} = \frac{\omega \cdot l_{ref}}{U_\infty} \quad (2.2)$$

mit der Kreisfrequenz der harmonischen Schwingung  $\omega$ , der Referenzlänge  $l_{ref}$  und der Freistromgeschwindigkeit  $U_\infty$ . Die Kreisfrequenz steht wiederum in folgender Beziehung mit der dimensionsbehafteten Periode  $T$  und Frequenz  $f$  der Schwingung:

$$\omega = \pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (2.3)$$

Die dimensionsbehaftete Zeit  $t$  wird wie folgt entdimensionalisiert:

$$\tau = \frac{U_\infty}{l_{ref}} t \quad (2.4)$$

Als Folge von Strukturosillationen wird angenommen, dass die Strömungsvariablen eine harmonische Schwingung um den Referenzzustand der Strömung ausführen. Für eine Strömungsvariable  $\chi$  gilt:

$$\chi(\xi, \eta, \zeta, \tau) = \bar{\chi}(\xi, \eta, \zeta) + \hat{\chi}(\xi, \eta, \zeta) \cdot e^{ik_{red}\tau} \quad (2.5)$$

wobei  $\bar{\chi}$  dem Referenzzustand der Strömungsvariable entspricht und  $\hat{\chi}$  ist die komplexwertige Störungsamplitude der Strömungsvariable.

### Euler-Gleichungen

Der erste Schritt ist die Bestimmung der Umströmung der unausgelenkten Struktur. Als Referenzzustand wird die stationäre Lösung der Euler- bzw. Navier-Stokes-Gleichungen angenommen [29, 56, 76]. Hier werden der Einfachheit halber nur die Euler-Gleichungen betrachtet. Die Gleichungen beschreiben die Erhaltung von Masse, Impuls und Energie der Strömung. Die Euler-Gleichungen in krummlinigen Koordinaten lassen sich wie folgt darstellen:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \zeta} = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

mit dem Vektor der konservativen Strömungsgrößen  $\mathbf{Q}$  und konvektiven Flüssen  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$ , und  $\mathbf{H}$  jeweils in krummlinige Koordinatenrichtungen  $\xi$ ,  $\eta$  oder  $\zeta$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix} & \mathbf{F} &= J \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ U(e + p) - \xi_t p \end{bmatrix} \\ \mathbf{G} &= J \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ V(e + p) - \eta_t p \end{bmatrix} & \mathbf{H} &= J \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ W(e + p) - \zeta_t p \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Die Größen  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$  und  $e$  bezeichnen jeweils die Dichte, die Geschwindigkeitskomponenten in kartesischen Koordinatenrichtungen  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , den Druck und Gesamtenergie der Strömung. Das Volumen der Rechenzelle ist durch  $J$  ausgedrückt und  $U$ ,  $V$  und  $W$  stellen die kontravarianten Geschwindigkeiten dar, die jeweils normal zu einer der Fläche mit  $\xi = const.$ ,  $\eta = const.$  oder  $\zeta = const.$  stehen:

$$\begin{aligned} U &= \nabla \xi \cdot \mathbf{u} + \xi_t \\ V &= \nabla \eta \cdot \mathbf{u} + \eta_t \\ W &= \nabla \zeta \cdot \mathbf{u} + \zeta_t \end{aligned} \quad (2.8)$$

Die kartesischen Geschwindigkeitskomponenten werden im Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$  zusammengefasst. Wenn nicht anders erwähnt, gilt für partielle Ableitungen alternativ die indexierte Schreibweise. Damit wird der kartesische Nabla-Operator  $\nabla$  folgendermaßen definiert:

$$\nabla^T = \left[ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right]^T = [\partial_x, \partial_y, \partial_z]^T \quad (2.9)$$

Die thermische Zustandsgleichung schließt das Gleichungssystem Gl. (2.6):

$$p = (\kappa - 1) \left[ e - \frac{1}{2} \rho \mathbf{u}^2 \right] \quad (2.10)$$

Dabei ist  $\kappa$  der Isentropenexponent. Außerdem wird der Vektor der primitiven Strömungsvariablen  $\mathbf{q}$  eingeführt:

$$\mathbf{q} = [\rho, u, v, w, p]^T \quad (2.11)$$

Die Gleichungen werden mit Hilfe des strukturierten Finite-Volumen (FV)-Lösers AER-Eu gelöst. Zur Berechnung der numerischen Flüsse wird die Roe'sche Flußdifferenzaufspaltung verwendet [86]. Darüber hinaus werden erhaltende Variablen an Rechenzelloberflächen mit der MUSCL-Methode [59] rekonstruiert, die sich auf das numerische Verfahren stabilisierend auswirkt. Durch die Flußrekonstruktion wird eine räumliche Genauigkeit zweiter Ordnung erreicht. Die stationäre Lösung wird mit dem LU-SSOR-Verfahren in der Pseudo-Zeit [9] integriert bis eine Konvergenz der Lösung erreicht wird.

### Euler-Gleichungen kleiner Störungen

Eine Linearisierung von Gl. (2.1) und (2.5) unter Verwendung der in Gl. (2.6) enthaltenen Annahmen ergibt ein System linearer partieller Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}^{(1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}^{(1)}}{\partial \zeta} + \hat{\mathbf{Q}}^{(1)} i k_{red} = \\ - \left( \hat{\mathbf{Q}}^{(2)} i k_{red} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}^{(2)}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}^{(2)}}{\partial \zeta} \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Das Gleichungssystem wird für jede relevante reduzierte Frequenz für den Vektor  $\hat{\mathbf{Q}}^{(1)}$  gelöst, der die Störungsanteile der Strömungsvariablen enthält:

$$\hat{\mathbf{Q}}^{(1)} = \bar{J} [\hat{\rho}, \hat{\rho}u, \hat{\rho}v, \hat{\rho}w, \hat{e}]^T \quad (2.13)$$

Der hochgestellte Index (1) bezieht sich auf Terme, die durch die Störanteile der Strömungsgrößen sowie durch den Referenzzustand der Gittermetrik bestimmt werden. Die Terme auf der rechten Seite von Gl. (2.12) werden durch den hochgestellten Index (2)

bezeichnet. Sie sind abhängig vom Referenzflusszustand der Strömung und den Störanteilen der Gittermetrik. Aufgrund des bekannten Referenzzustandes der Strömung und der vorgegebenen Bewegung des Rechengitters wird die rechte Seite von Gl. (2.12) vor dem iterativen Lösungsprozess berechnet und stellt mathematisch eine Quelle dar. Störanteile der Gittermetrik werden aus der Differenz des Referenzgitters und des deformierten Gitters bestimmt. Somit werden beide Gitter als Eingabe für den CFD-Löser kleiner Störungen benötigt. Dazu wird das Referenzgitter mit Hilfe der Thin-Plate-Spline-Methode [20] und transfiniter Interpolation [38] verformt. Die Verformungsprozedur erfasst einerseits die Strukturauslenkung und bewahrt andererseits eine ausreichende Gitterqualität. Als eine Schließbedingung für Gl. (2.12) wird die linearisierte Version der thermischen Zustandsgleichung benötigt:

$$p = (\kappa - 1) \left[ \hat{e} - \frac{1}{2} (2\bar{u}\hat{\rho}\hat{u} - \bar{u}^2\hat{\rho} + 2\bar{v}\hat{\rho}\hat{v} - \bar{v}^2\hat{\rho} + 2\bar{w}\hat{\rho}\hat{w} - \bar{w}^2\hat{\rho}) \right] \quad (2.14)$$

Die Euler-Gleichungen kleiner Störungen werden in ähnlicher Weise wie die Euler-Gleichungen diskretisiert. Um die Konsistenz zum CFD-Löser AER-Eu zu gewährleisten, verwendet der CFD-Löser kleiner Störungen AER-SDEu linearisierte Formulierungen der Roe'schen Flußdifferenzaufspaltung und der MUSCL-Methode. Darüber hinaus führt AER-SDEu äquivalent zu AER-Eu die implizite Integration der diskretisierten Gleichungen in Pseudo-Zeit mit Hilfe des LU-SSOR-Verfahrens durch. Details zu den numerischen Aspekten von AER-Eu und AER-SDEU sind in [29, 56, 76] zu finden.

## 2.2 Randbedingungen

Um eine physikalisch sinnvolle Lösung von Gl. (2.6) im Falle eines nichtlinearen Strömungsproblems bzw. Gl. (2.12) im Falle eines zeitlinearisierten Strömungsproblems zu ermöglichen, müssen an Rändern des Rechengebietes die numerischen Flüsse vorgegeben werden. Zu diesem Zwecke können Randbedingungen eingesetzt werden, die explizit numerische Flüsse  $\mathbf{F}_b$  an den Rechenzellflächen spezifizieren, die an der Randebene des Rechengebiets angrenzen. Alternativ dazu kann ein Zustand der primitiven Strömungsvariablen  $\mathbf{q}_m$  in den Geisterzellen außerhalb des Rechengebietes vorgeschrieben werden. Er hängt sowohl von physikalischen Größen ab, die auf dem Rand aufzuprägen sind als auch vom bekannten Zustand  $\mathbf{q}_i$  im inneren Bereich des Rechengebiets. Zur nachfolgenden Bestimmung der numerischen Flüsse an den Rändern des Rechengebiets werden die Rechenroutinen eingesetzt, die ebenfalls für innere Rechenzellwände verwendet werden. Die Grenze zwischen dem modellierten Gebiet, das aus Geisterzellen besteht und dem Inneren des Rechengebiets ist in Abb. 2.1 dargestellt. Zusätzlich dazu sind der Normalvektor  $\mathbf{n}_b$ , numerische Fluss  $\mathbf{F}_b$  und modellierte Strömungszustand  $\mathbf{q}_m$  sowie innere Strömungszustand  $\mathbf{q}_i$  repräsentiert. Dieser Abschnitt bietet einen Überblick über die in den CFD-Lösern AER-Eu/NS und AER-SDEu/NS implementierten Randbedingungen.

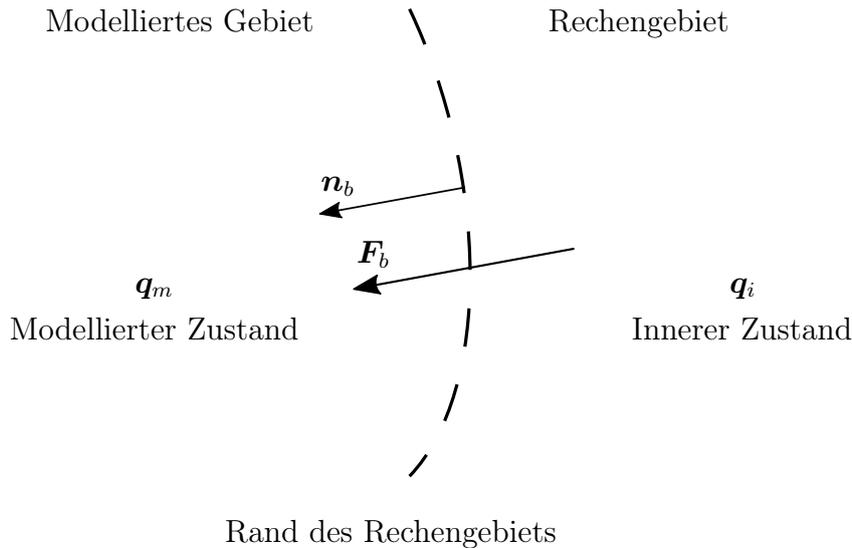


Abbildung 2.1: Grenze zwischen dem modellierten Gebiet, das aus Geisterzellen besteht und dem Inneren des Rechengebiets.

### Charakteristische Variablen

Auf charakteristischen Variablen basierende Randbedingungen sind von großer Bedeutung für transsonische Probleme, die durch eine Koexistenz von Unter- und Überschallgebieten gekennzeichnet sind. Das Konzept der charakteristischen Variablen wird im Folgenden skizziert, wobei genaue Ausführungen in [112, 115] zu finden sind. Es wird von der charakteristischen Form der Euler-Gleichungen ausgegangen:

$$\frac{\partial \mathbf{W}_k}{\partial \tau} + \mathbf{A}_k \frac{\partial \mathbf{W}_k}{\partial k} = \mathbf{0} \quad (2.15)$$

Sie beschreiben die Ausbreitung der charakteristischen Variablen, die den Vektor  $\mathbf{W}_k$  aufbauen:

$$\mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} W_{k,1} \\ W_{k,2} \\ W_{k,3} \\ W_{k,4} \\ W_{k,5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{J}{|\nabla k|} \left[ k_x \left( \rho - \frac{p}{c_0^2} \right) + k_z v - k_y w \right] \\ \frac{J}{|\nabla k|} \left[ k_y \left( \rho - \frac{p}{c_0^2} \right) + k_z u - k_x w \right] \\ \frac{J}{|\nabla k|} \left[ k_z \left( \rho - \frac{p}{c_0^2} \right) + k_y u - k_x v \right] \\ \frac{J}{|\nabla k|} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{p|\nabla k|}{\rho_0 c_0} + k_x u + k_y v + k_z w \right] \\ \frac{J}{|\nabla k|} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{p|\nabla k|}{\rho_0 c_0} - k_x u - k_y v - k_z w \right] \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Dabei repräsentiert  $k$  eine der Ausbreitungsrichtungen  $\xi$ ,  $\eta$  oder  $\zeta$ . Die Schallgeschwindigkeit ist als  $c$  bezeichnet.

Die oben aufgeführte Formulierung der Euler-Gleichungen basiert auf einer Linearisierung um den Referenzzustand, der durch den Index 0 gekennzeichnet ist und der

Annahme einer eindimensionalen Strömung. Die Diagonalmatrix  $\mathbf{A}_k$  ist folgendermaßen definiert:

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} a_k^1 & & & & 0 \\ & a_k^2 & & & \\ & & a_k^3 & & \\ & & & a_k^4 & \\ 0 & & & & a_k^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_k & & & & 0 \\ & \theta_k & & & \\ & & \theta_k & & \\ & & & \theta_k + c|\nabla k| & \\ 0 & & & & \theta_k - c|\nabla k| \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Je nach der krummlinigen Koordinatenrichtung steht  $\theta_k$  für  $U$ ,  $V$  oder  $W$ . Jedes der Diagonalelemente kann als eine Ausbreitungsgeschwindigkeit der jeweiligen charakteristischen Variable aufgefasst werden.

Anhand Gl. (2.17) ist es ersichtlich, dass die Ausbreitungsrichtung der ersten drei charakteristischen Variablen entlang  $k$  von dem Vorzeichen der kontravarianten Geschwindigkeit  $\theta_k$  abhängt. Die Ausbreitungsrichtungen der letzten zwei Variablen hängen wiederum davon ab, ob die projizierte Geschwindigkeit vom Betrag her größer oder kleiner ist als die mit der Metrikeigenschaft  $|\nabla k|$  skalierte Schallgeschwindigkeit der Strömung.

## 2.2.1 Fernfeldrandbedingungen

### Einsatz im nichtlinearen Löser AER-Eu/NS

Die Fernfeldrandbedingungen, die in den Lösern AER-Eu/NS und AER-SDEu/NS implementiert sind, basieren auf dem oben eingeführten Konzept der charakteristischen Variablen. Dabei ist von verschiedenen Fällen zu unterscheiden, die unten erläutert werden [115].

Liegt die Situation vor, die durch das Einströmen des Fluids in das Rechengebiet im Unterschall charakterisiert ist, so ist zwischen zwei Fällen zu unterscheiden. Auf der einen Seite, wenn die Strömungsrichtung entlang  $k$  positiv ist, so haben die Ausbreitungsgeschwindigkeiten  $a_k^1$ ,  $a_k^2$ ,  $a_k^3$ ,  $a_k^4$  positives Vorzeichen und  $a_k^5$  besitzt negatives Vorzeichen. Dies entspricht der Situation in Abb. 2.2. Die charakteristischen Variablen  $W_{k,1}$ ,  $W_{k,2}$ ,  $W_{k,3}$ ,  $W_{k,4}$  am Fernfeldrand werden in das Rechengebiet übertragen, wobei  $W_{k,5}$  das Rechengebiet verlässt. Somit gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} W_{k,1|b} &= W_{k,1|m} \\ W_{k,2|b} &= W_{k,2|m} \\ W_{k,3|b} &= W_{k,3|m} \\ W_{k,4|b} &= W_{k,4|m} \\ W_{k,5|b} &= W_{k,5|i} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Der Index  $b$  kennzeichnet physikalische Werte am Fernfeldrand. Die Indizes  $i$  und  $m$  kennzeichnen wiederum jeweils die Zustände im Inneren des Rechengebiets und die modellierten Zustände außerhalb des Rechengebiets.

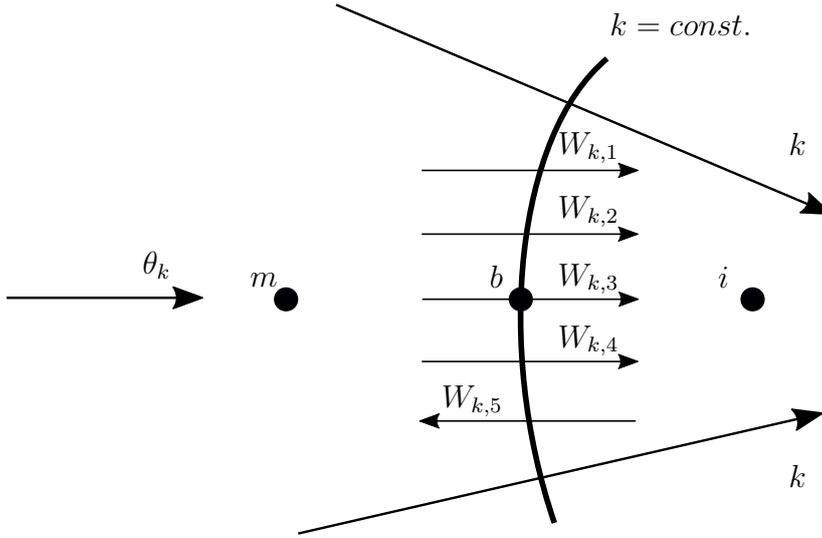


Abbildung 2.2: Einströmen im Unterschall in positive  $k$ -Richtung. Angelehnt an [56,115].

Auf der anderen Seite, wenn die Strömungsrichtung mit der negativen  $k$ -Richtung zusammenfällt, sind die Vorzeichen der Ausbreitungsgeschwindigkeiten  $a_k^1, a_k^2, a_k^3, a_k^5$  negativ und das Vorzeichen von  $a_k^4$  ist positiv. Dieser Fall entspricht der Darstellung in Abb. 2.3. Der Unterschied zum ersten Fall besteht darin, dass anstatt der fünften charakteristischen Variable, die vierte Variable am Fernfeldrand in das Innere des Rechengebiets gerichtet ist. Deshalb gelten für diesen Fall folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 W_{k,1|b} &= W_{k,1|m} \\
 W_{k,2|b} &= W_{k,2|m} \\
 W_{k,3|b} &= W_{k,3|m} \\
 W_{k,4|b} &= W_{k,4|i} \\
 W_{k,5|b} &= W_{k,5|m}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Beide Gleichungssysteme, die durch Gl. (2.18) und (2.19) vorgegeben sind, werden für die primitiven Strömungsvariablen am Fernfeldrand gelöst, um folgende Beziehungen zu erhalten:

$$\rho_b = \rho_m + \frac{p_b - p_m}{c_0^2} \tag{2.20}$$

$$u_b = u_m \pm \frac{k_x}{|\nabla k|} \frac{p_m - p_b}{\rho_0 c_0} \tag{2.21}$$

$$v_b = v_m \pm \frac{k_y}{|\nabla k|} \frac{p_m - p_b}{\rho_0 c_0} \tag{2.22}$$

$$w_b = w_m \pm \frac{k_z}{|\nabla k|} \frac{p_m - p_b}{\rho_0 c_0} \tag{2.23}$$

$$p_b = \frac{1}{2} \left[ p_m + p_i \pm \rho_0 c_0 \frac{\nabla k}{|\nabla k|} \cdot (\mathbf{u}_m - \mathbf{u}_i) \right] \tag{2.24}$$

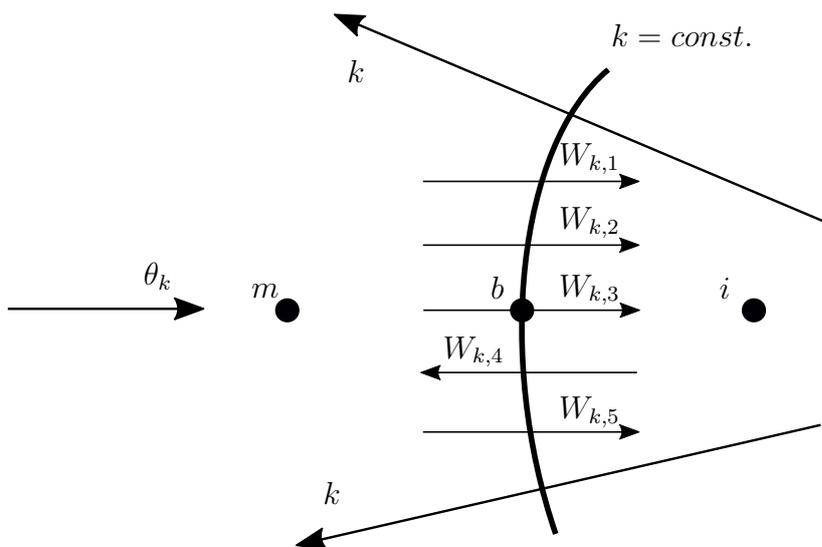


Abbildung 2.3: Einströmen im Unterschall in negative  $k$ -Richtung. Angelehnt an [56, 115].

In Gl. (2.21) bis (2.24) gilt das obere Vorzeichen für das Einströmen in positive  $k$ -Richtung und das untere Vorzeichen gilt für das Einströmen in negative  $k$ -Richtung.

Die Fernfeldrandbedingung wird durch die Angabe der modellierten Zustände  $\mathbf{q}_m$  in den Geisterzellen aufgeprägt. Die Zustände werden so gewählt, dass die Interpolation mit den Zuständen  $\mathbf{q}_i$  aus dem inneren Bereich des Rechengebietes die Beziehungen (2.20)-(2.24) am Fernfeldrand ergibt. Diese Vorgehensweise gilt ebenfalls für alle übrigen Fälle der Strömungssituation am Fernfeldrand.

Die Herleitung der Bedingungen für primitive Strömungsvariablen, die am Fernfeldrand beim Ausströmen im Unterschall gelten, ist ähnlich zu der oben aufgeführten Vorgehensweise für das jeweilige Einströmen. Auch hier zeichnet sich die Strömung dadurch aus, dass vier Ausbreitungsgeschwindigkeiten das gleiche Vorzeichen haben und eine Ausbreitungsgeschwindigkeit das entgegengesetzte Vorzeichen aufweist.

Das Ausströmen in positive  $k$ -Richtung führt auf folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 W_{k,1|b} &= W_{k,1|i} \\
 W_{k,2|b} &= W_{k,2|i} \\
 W_{k,3|b} &= W_{k,3|i} \\
 W_{k,4|b} &= W_{k,4|i} \\
 W_{k,5|b} &= W_{k,5|m}
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Diese Situation entspricht der Darstellung in Abb. 2.4. Beim Ausströmen in negative

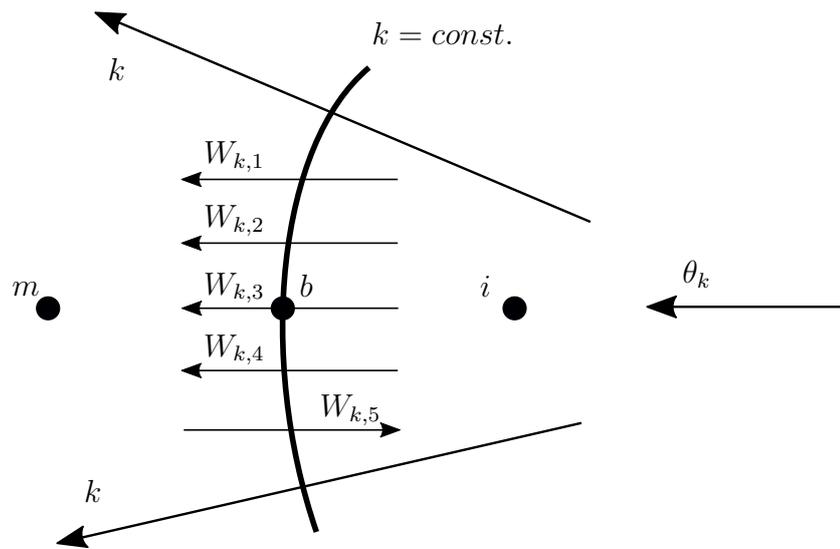


Abbildung 2.4: Ausströmen im Unterschall in positive  $k$ -Richtung. Angelehnt an [56, 115].

$k$ -Richtung, repräsentiert durch Abb. 2.5, gilt wiederum folgendes System von Bedingungen:

$$\begin{aligned}
 W_{k,1|b} &= W_{k,1|i} \\
 W_{k,2|b} &= W_{k,2|i} \\
 W_{k,3|b} &= W_{k,3|i} \\
 W_{k,4|b} &= W_{k,4|m} \\
 W_{k,5|b} &= W_{k,5|i}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Es ist zu sehen, dass das Ein- und Ausströmen im Unterschall die Gemeinsamkeit ha-

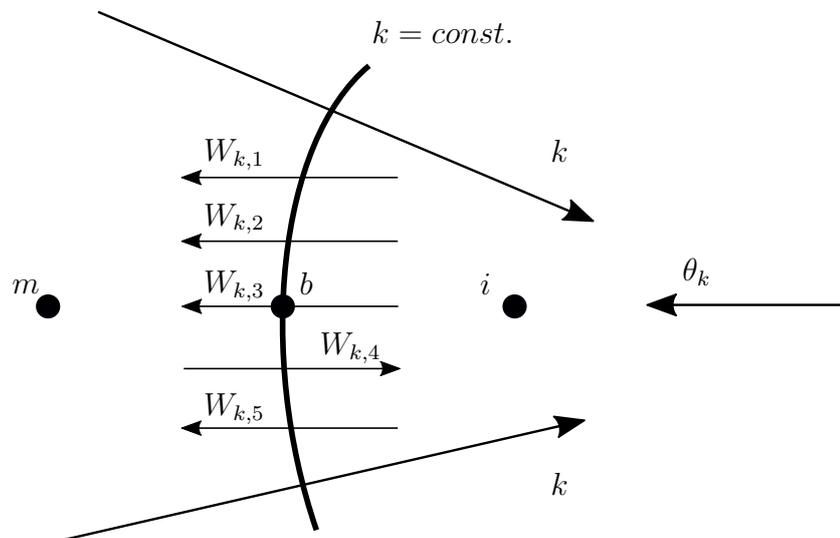


Abbildung 2.5: Ausströmen im Unterschall in negative  $k$ -Richtung. Angelehnt an [56, 115].

ben, dass vier Ausbreitungsgeschwindigkeiten das gleiche Vorzeichen aufweisen, wobei eine Ausbreitungsgeschwindigkeit das entgegengesetzte Vorzeichen annimmt. Für das Ausströmen im Unterschall wird jedoch nur eine charakteristische Variable vorgegeben und vier werden aus Informationen innerhalb des Rechengebietes bestimmt. Im Unterschied dazu werden im Falle des Einströmens im Unterschall vier charakteristische Größen vorgegeben und eine aus Informationen innerhalb des Rechengebietes berechnet.

Mit der Annahme der geraden Abströmung am Fernfeldrand kann dort der Druck folgendermaßen angegeben werden [115]:

$$p_b = p_m \quad (2.27)$$

Anschließend können damit Gl. (2.25) und (2.26) nach restlichen primitiven Strömungsgrößen aufgelöst werden um folgende Beziehungen zu erhalten:

$$\rho_b = \rho_i + \frac{p_b - p_i}{c_0^2} \quad (2.28)$$

$$u_b = u_i \mp \frac{k_x}{|\nabla k|} \frac{p_b - p_i}{\rho_0 c_0} \quad (2.29)$$

$$v_b = v_i \mp \frac{k_y}{|\nabla k|} \frac{p_b - p_i}{\rho_0 c_0} \quad (2.30)$$

$$w_b = w_i \mp \frac{k_z}{|\nabla k|} \frac{p_b - p_i}{\rho_0 c_0} \quad (2.31)$$

Auch hier gelten das obere und untere Vorzeichen für die Strömung jeweils in positive und negative  $k$ -Richtung.

Im Falle der Einströmung über den Fernfeldrand breiten sich die charakteristischen Variablen in das Innere des Rechengebietes aus, da alle Ausbreitungsgeschwindigkeiten gemäß Gl. (2.17) dasselbe Vorzeichen haben. Somit sind alle Strömungsvariablen spezifiziert.

Strömt das Fluid über den Fernfeldrand mit der Überschallgeschwindigkeit aus, so haben die Ausbreitungsgeschwindigkeiten ebenfalls dasselbe Vorzeichen. Die charakteristischen Variablen verlassen das Rechengebiet. Dies führt dazu, dass alle Strömungsvariablen am Fernfeldrand durch die Lösung im Inneren des Rechengebietes bestimmt sind. Aus diesem Grund werden die modellierten Zustände der Geisterzellen durch die Extrapolation aller Strömungsgrößen aus dem Rechengebiet ermittelt.

### **Einsatz im linearisierten Löser AER-SDEu/NS**

Die Fernfeldrandbedingungen für den Löser kleiner Störungen können durch eine Linearisierung von Gl. (2.20)-(2.24) und (2.27)-(2.31) hergeleitet werden. Da der Fernfeldrand als unbeweglich angenommen werden kann, müssen lediglich die Störungen von Strömungsgrößen bei der Linearisierung berücksichtigt werden. Weiterhin wird bei der

Implementierung der Randbedingungen angenommen, dass die Zuströmvariablen konstant in der Zeit sind. Daher verschwinden die Störanteile, die mit dem Index  $a$  versehen sind. Für das Einströmen im Unterschall gilt:

$$\widehat{\rho}_b = \widehat{\rho}_m + \frac{\widehat{p}_b - \widehat{p}_m}{c_0^2} \quad (2.32)$$

$$\widehat{u}_b = \widehat{u}_m \pm \frac{\overline{k_x}}{|\nabla k|} \frac{\widehat{p}_m - \widehat{p}_b}{\rho_0 c_0} \quad (2.33)$$

$$\widehat{v}_b = \widehat{v}_m \pm \frac{\overline{k_y}}{|\nabla k|} \frac{\widehat{p}_m - \widehat{p}_b}{\rho_0 c_0} \quad (2.34)$$

$$\widehat{w}_b = \widehat{w}_m \pm \frac{\overline{k_z}}{|\nabla k|} \frac{\widehat{p}_m - \widehat{p}_b}{\rho_0 c_0} \quad (2.35)$$

$$\widehat{p}_b = \frac{1}{2} \left[ \widehat{p}_m + \widehat{p}_i \pm \frac{\overline{\nabla k}}{\rho_0 c_0 |\nabla k|} \cdot (\widehat{\mathbf{u}}_m - \widehat{\mathbf{u}}_i) \right] \quad (2.36)$$

Für das Ausströmen im Unterschall gelten folgende Beziehungen:

$$\widehat{\rho}_b = \widehat{\rho}_i + \frac{\widehat{p}_b - \widehat{p}_i}{c_0^2} \quad (2.37)$$

$$\widehat{u}_b = \widehat{u}_i \mp \frac{\overline{k_x}}{|\nabla k|} \frac{\widehat{p}_b - \widehat{p}_i}{\rho_0 c_0} \quad (2.38)$$

$$\widehat{v}_b = \widehat{v}_i \mp \frac{\overline{k_y}}{|\nabla k|} \frac{\widehat{p}_b - \widehat{p}_i}{\rho_0 c_0} \quad (2.39)$$

$$\widehat{w}_b = \widehat{w}_i \mp \frac{\overline{k_z}}{|\nabla k|} \frac{\widehat{p}_b - \widehat{p}_i}{\rho_0 c_0} \quad (2.40)$$

$$\widehat{p}_b = \widehat{p}_m \quad (2.41)$$

Ähnlich wie beim nichtlinearen Löser AER-Eu/NS, werden die oben stehenden Bedingungen im linearisierten Löser AER-SDEu/NS dazu verwendet, modellierte Zustände in Geisterzellen vorzugeben. Auf diese Weise werden die gewünschten Strömungsbedingungen am Fernfeldrand aufgeprägt.

## 2.2.2 Wandrandbedingungen

### Einsatz im nichtlinearen Löser AER-Eu/NS

Die reibungsfreie Strömung an der Wand ist durch die verschwindende Normalkomponente zur Wand gekennzeichnet. Wird verallgemeinernd ein Fluss  $\mathbf{K}$  durch die Fläche mit  $k = \text{const.}$  betrachtet, so lässt er formelmäßig folgendermaßen ausdrücken:

$$\mathbf{K} = J \begin{bmatrix} \rho\theta_k \\ \rho u\theta_k + k_x p \\ \rho v\theta_k + k_y p \\ \rho w\theta_k + k_z p \\ \theta_k(e + p) - k_t p \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Die Variable  $k$  bezeichnet wieder eine der krummlinigen Koordinaten  $\xi$ ,  $\eta$  oder  $\zeta$ . Die Wandrandbedingung wird durch die explizite Vorgabe der Flüsse aufgeprägt. Dies geschieht an den Rechenzellflächen, die mit der Wand zusammenfallen. Die kontravariante Geschwindigkeit  $\theta_k$  zu Null gesetzt, wodurch für die Flüsse durch die Wandgrenzfläche folgendes gilt:

$$\mathbf{K}|_b = J \begin{bmatrix} 0 \\ k_x p \\ k_y p \\ k_z p \\ -k_t p \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Der Druck wird aus dem inneren Bereich des Rechengiets an den Rand extrapoliert.

### Einsatz im linearisierten Löser AER-SDEu/NS

Für den Einsatz im Löser kleiner Störungen wird die Gl. (2.43) linearisiert. Dabei werden sowohl die Strömungsgrößen, als auch die Metriken berücksichtigt. Dadurch entstehen zwei Flussanteile. Der erste Anteil enthält die Störgrößen der Strömungsvariablen und Referenzgrößen der Gittermetrik, während der zweite Anteil die Störgrößen der Gittermetrik und Referenzgrößen der Strömungsvariablen umfasst.

$$\mathbf{K}^{(1)}|_b = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{Jk_x \hat{p}} \\ \overline{Jk_y \hat{p}} \\ \overline{Jk_z \hat{p}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}^{(2)}|_b = \begin{bmatrix} 0 \\ \widehat{Jk_x \bar{p}} \\ \widehat{Jk_y \bar{p}} \\ \widehat{Jk_z \bar{p}} \\ -\widehat{Jk_t \bar{p}} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Während des Lösungsprozesses sind sowohl alle Metrikgrößen als auch der Referenzzustand des Drucks bekannt. Die Störanteile des Drucks werden an den Rand extrapoliert. Zusätzlich wird  $\overline{Jk_t} = 0$  angenommen [56].

### 2.2.3 Symmetrierandbedingungen

Sind sowohl die Einströmbedingungen als auch die strukturellen Auslenkungen symmetrisch, können diese Eigenschaften zur Effizienzsteigerung der Rechnungen ausgenutzt werden. Dies wird durch das Ausschließen einer Hälfte des Rechengebietes von der Betrachtung umgesetzt. Dabei wird eine symmetrische Randbedingung an der Symmetrieebene sowohl für die stationäre Simulation als auch für die instationäre linearisierte Simulation verwendet.

#### Einsatz im nichtlinearen Löser AER-Eu/NS

Die Symmetrierandbedingung im nichtlinearen Löser AER-Eu/NS wird durch die Vorgabe des Zustandes der primitiven Strömungsvariablen  $\mathbf{q}_m^{sym}$  in den Geisterzellen außerhalb des Rechengebietes aufgeprägt. Der modellierte Zustand  $\mathbf{q}_m^{sym}$  wird basierend auf dem bekannten Zustand  $\mathbf{q}_i$  innerhalb des Rechengebietes bestimmt. Die Position des Zustandes  $\mathbf{q}_m^{sym}$  wird spiegelsymmetrisch zur Position des Zustandes  $\mathbf{q}_i$  angenommen.

$$\rho_m^{sym} = \rho_i \quad (2.45)$$

$$\mathbf{u}_m^{sym} = \mathbf{u}_i - 2(\mathbf{n}_b \otimes \mathbf{n}_b) \mathbf{u}_i \quad (2.46)$$

$$p_m^{sym} = p_i \quad (2.47)$$

Der Tensorprodukt wird mit  $\otimes$  angegeben. Der Zustand  $\mathbf{q}_m^{sym}$  wird so gewählt, dass die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Symmetrieebene verschwindet. Außerdem wird die Änderung der tangentialen Geschwindigkeitskomponenten, der Dichte und des Drucks normal zur Symmetrieebene zu Null gesetzt.

#### Einsatz im linearisierten Löser AER-SDEu/NS

Werden Störungen der Gittermetrik sowie der Strömungsvariablen, die durch Gl. (2.1) und (2.5) beschrieben sind, in Gl. (2.45)-(2.47) eingebracht, können die linearisierten Symmetrierandbedingungen hergeleitet werden:

$$\hat{\rho}_m^{sym} = \hat{\rho}_i \quad (2.48)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_m^{sym} = \hat{\mathbf{u}}_i - 2(\hat{\mathbf{n}}_b \otimes \hat{\mathbf{n}}_b) \hat{\mathbf{u}}_i \quad (2.49)$$

$$\hat{p}_m^{sym} = \hat{p}_i \quad (2.50)$$

Diese Beziehungen werden dazu verwendet, die modellierten Zustände in den Geisterzellen vorzugeben. Durch die Interpolation mit den Zuständen aus dem inneren Bereich des Rechengebietes werden die Symmetrierandbedingungen aufgeprägt. Es ist zu sehen, dass Gl. (2.48)-(2.50) ausschließlich die Störgrößen der primitiven Strömungsvariablen

und Referenzzustände der Gittermetrik beinhalten. Die Störgrößen der Gittermetrik sowie die Referenzzustände der Strömungsgrößen sind bekannt. Aus diesem Grund werden die Terme, die diese Größen miteinschließen vor dem Lösungsprozess berechnet und bei der Behandlung der Randzellen berücksichtigt.

## 2.3 Methoden zur Gitterverformung

Nach der Vorstellung der CFD-Methoden, die zur Berechnung aerodynamischer Lasten dienen, wird die Schnittstelle zwischen der Aerodynamik und Struktur näher erläutert. Aufgrund des bekannten Referenzzustandes der Strömung und der vorgegebenen Bewegung des Rechengitters wird die rechte Seite der Gl. (2.12) vor dem iterativen Lösungsprozess berechnet und wirkt als Quelle. Aus der Differenz des Rechengitters im Referenzzustand und im deformierten Zustand werden Störungsanteile der Gittermetrik ermittelt. Somit werden beide Gitter als Eingabe für den linearisierten CFD-Löser benötigt.

### Oberflächenverformung

Die Verformung der Struktur kommt in den meisten Fällen aus einem Lösungsprozess mithilfe der Methode der Finiten Elemente (FE) [32]. Oft genügen grob aufgelöste FE-Modelle zur Modellierung der dynamischen Eigenschaften der Struktur. Aus diesem Grund liegen die Informationen zur Strukturverformung an grob verteilten Punkten vor.

Im ersten Schritt muss diese Information an das Oberflächennetz des CFD-Gitters übertragen werden. Zu diesem Zweck bewährte sich der Einsatz der Thin-Plate-Spline-Interpolation (TPS) [20, 29].

Das Verfahren ist die Erweiterung des Infinite-Plate-Spline-Interpolation [43] und basiert auf der Lösung der partiellen Differenzialgleichung (PDGL), die die Verformung einer unendlich ausgedehnten Platte beschreibt. Die PDGL lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$K\nabla^4\delta = f \quad (2.51)$$

mit der Biegesteifigkeit der Platte  $K$ . Die Variable  $\delta$  beschreibt die räumliche Verteilung der Verformung unter einer flächenhaften Last  $f$ .

Wirken auf die Platte  $N$  räumlich verteilte Lasten  $P_i$ , so kann die räumliche Verformung folgendermaßen angegeben werden:

$$\delta(x,y,z) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3z + \sum_i^N K_i(x,y,z)P_i \quad (2.52)$$

mit der überlagerten Lösung

$$K_i(x,y,z) = r_i^2 \ln r_i^2 \quad (2.53)$$

und dem Quadrat des Abstandes zum Punkt  $i$

$$r_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2 \quad (2.54)$$

Für die Verschiebungen an den Stellen, an denen die Kräfte  $P_i$  wirken lässt sich Gl. (2.52) in Matrixform aufschreiben:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_N & y_N & z_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots \\ \vdots & \ddots & \\ K_{N1} & & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Gl. (2.55) lässt sich auch folgendermaßen ausdrücken:

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{R}\mathbf{a} + \mathbf{K}\mathbf{P} \quad (2.56)$$

mit den Elementen der Matrix  $\mathbf{K}$ :

$$K_{ij} = r_{ij}^2 \ln r_{ij}^2 \quad (2.57)$$

Der Abstand zwischen zwei Punkten  $i$  und  $j$  wird dabei als  $r_{ij}$  bezeichnet.

Die Unbekannten  $a_0, a_1, a_2, a_3$  und  $P_i$  lassen sich bestimmen, indem das Kräfte- und Momentengleichgewicht für bekannte Auslenkungen  $\delta_i$  an den Punkten  $i$  gefordert werden. Daraus ergeben sich folgende Beziehungen, die von den unbekanntem Größen erfüllt werden müssen:

$$\sum_i^N P_i = 0 \quad (2.58)$$

$$\sum_i^N P_i x_i = 0 \quad (2.59)$$

$$\sum_i^N P_i y_i = 0 \quad (2.60)$$

$$\sum_i^N P_i z_i = 0 \quad (2.61)$$

Die Bedingungen, die durch Gl. (2.58)-(2.61) definiert sind und Gl. (2.56) lassen sich zusammenfassend in der Matrixschreibweise darstellen:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{R}^T \\ \mathbf{R} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Die Gleichung lässt sich nach dem Vektor der Unbekannten auflösen:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Aus einem FE-Modell lassen sich Verschiebungen ableiten, die einer Punktwolke (Superskript  $FE$ ) mit  $N$  Punkten zugeordnet werden können. Ein CFD-Oberflächennetz lässt sich ebenfalls als eine Punktwolke mit  $M$  Punkten interpretieren, die hier mit Superskript  $CFD$  bezeichnet wird. Anhand der Verschiebungen  $\boldsymbol{\delta}^{FE}$ , die für die Punktwolke  $FE$  bekannt sind, lassen sich die Verschiebungen  $\boldsymbol{\delta}^{CFD}$  für die Punktwolke  $CFD$  wie folgt interpolieren:

$$\boldsymbol{\delta}^{CFD} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1N} \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 & K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & & \\ 1 & x_M & y_M & z_M & K_{M1} & K_{M2} & \cdots & K_{MN} \end{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\delta}^{FE} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

Das Verfahren lässt sich verkürzend als eine Abbildung mit der Spline-Matrix  $\mathbf{G}$  ausdrücken:

$$\boldsymbol{\delta}^{CFD} = \mathbf{G}\boldsymbol{\delta}^{FE} \quad (2.65)$$

Handelt es sich um Verschiebungen in allen drei Raumrichtungen, so wird das Verfahren für jede Raumrichtung separat angewandt. Beim Einsatz der Methode sind einige Einschränkungen zu beachten [128]:

- Die Matrix  $\mathbf{C}$  wird singulär, wenn zwei Punkte aus der Punktwolke  $FE$  dieselben Koordinaten haben.
- Liegt die gesamte Punktwolke  $FE$  in derselben Ebene, wird die Matrix  $\mathbf{R}$  singulär, was wiederum zur Singularität der Matrix  $\mathbf{C}$  führt.
- Da Verschiebungen in jeder Koordinatenrichtung gesondert interpoliert werden, sind Rotationen nicht exakt abbildbar [29]. Im Rahmen der Anwendung zusammen mit dem CFD-Verfahren kleiner Störungen, stellt TPS-Interpolation allerdings trotzdem eine mathematisch konsistente Methode dar.

### Gitternachführung mittels Transfiniter Interpolation

Nach der Verformung der Gitterpunkte, die das CFD-Oberflächengitter aufbauen, kann sich die Qualität des gesamten Rechengitters drastisch verschlechtern. Es kann zu Verdichtungen von parallelen Gitterlinien oder gar zu Netzfaltungen kommen. Aus diesem Grund werden Gitterpunkte nachgeführt, die das Volumen des Rechengitters aufbauen. Dies kann mithilfe der Transfiniten Interpolation (TFI) erreicht werden. Die TFI-Methode basiert auf einer Parametrisierung der krummlinigen Koordinaten. Die Methode ist algebraisch formuliert und ist dadurch effizient anwendbar, da zur Berechnung

der neuen Positionen der Gitterpunkte kein iterativer Prozess benötigt wird. Innerhalb aller topologischer Blöcke, die das Rechengitter aufbauen, wird für jeden Netzpunkt die diskrete Bogenlänge entlang der krummlinigen Koordinatenrichtungen bestimmt. Für die  $\xi$ -Richtung gilt:

$$s_{1,j,k} = 0 \quad (2.66)$$

$$s_{1,j,k} = s_{i-1,j,k} + \sqrt{(x_{i,j,k} - x_{i-1,j,k})^2 + (y_{i,j,k} - y_{i-1,j,k})^2 + (z_{i,j,k} - z_{i-1,j,k})^2} \quad (2.67)$$

Dabei stehen die Indizes  $i$ ,  $j$  und  $k$  für die Ordnungsnummer des betrachteten Gitterpunktes jeweils in die krummlinige Koordinatenrichtung  $\xi$ ,  $\eta$  und  $\zeta$ . Anschließend werden die Bogenlängenparameter  $s_{i,j,k}$  normiert:

$$F_{i,j,k} = \frac{s_{i,j,k}}{s_{i_{max},j,k}} \quad (2.68)$$

wobei  $i_{max}$  die Nummer des letzten Gitterpunktes im Block in  $\xi$ -Richtung ist. Eine analoge Herangehensweise wird angewandt, um die dimensionslosen Bogenlängenparameter in  $\eta$ - und  $\zeta$ -Richtungen zu berechnen.

Basierend auf den bekannten Verschiebungen der Blockecken und dimensionslosen Bogenlängenparametern werden die Verschiebungen der Gitterpunkte an den Blockkanten mittels der eindimensionalen TFI bestimmt:

$$\delta_{i,1,1} = (1 - F_{i,1,1})\delta_{1,1,1} + F_{i,1,1}\delta_{i_{max},1,1} \quad (2.69)$$

Im nächsten Schritt dient die zweidimensionale TFI dazu, die Verschiebungen für die Gitterpunkte zu berechnen, die an den sechs Blockflächen liegen. Zur Interpolation werden Verschiebungen an den jeweiligen vier Blockkanten verwendet, die die jeweilige Blockfläche umfassen. Anschließend werden Verschiebungen aller Punkte rekonstruiert, die das Volumen des Rechengitters aufbauen. Das wird mit der dreidimensionalen TFI bewerkstelligt, wobei zur Interpolation die bereits bekannten Verschiebungen an Blockflächen dienen [104].

Der Einsatz von TFI an Multi-Block-Rechengittern ist auf kleine Flächenverformungen beschränkt. Der Grund dafür ist, dass im Rahmen der Methode lediglich die Verschiebungen des CFD-Oberflächengitters in die Interpolation einfließen. Deshalb bleiben die Blockeckpunkte, die nicht dem CFD-Oberflächengitter zugeordnet werden, unter der Anwendung von TFI im Raum fixiert. Bei der Anwendung von TFI zusammen mit dem CFD-Verfahren kleiner Störungen stellt allerdings die oben beschriebene Eigenschaft des Verfahrens keine Einschränkung dar.

### Gitternachführung mittels „Spring-Analogy“

Sind die Gitterblöcke in der Nähe der Strukturoberfläche klein im Vergleich zur Strukturverformungen, wird zum Nachführen der Gitterpunkte die „Spring-Analogy“-Methode

eingesetzt. Im Rahmen dieser Methode werden Verbindungen von Gitterpunkten Federsteifigkeiten zugeordnet. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich die Gitterpunkte beim unverformten Zustand der Struktur im statischen Gleichgewicht befinden. Die Zielsetzung der „Spring-Analogy“-Methode besteht darin, einen neuen Gleichgewichtszustand zu finden, der zur verformten Strukturgeometrie gehört. Die Federsteifigkeiten werden als umgekehrt-proportional zum Abstand zweier benachbarter Gitterpunkte angenommen:

$$K_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{1}{[(x_{i+1,j,k} - x_{i,j,k})^2 + (y_{i+1,j,k} - y_{i,j,k})^2 + (z_{i+1,j,k} - z_{i,j,k})^2]^{\frac{p}{2}}} \quad (2.70)$$

Der Exponent  $p$  ist ein freier Parameter und kann zur Kontrolle der relativen Steifigkeitsverhältnisse der Federn angepasst werden. Er wird bei der Anwendung des Algorithmus fest vorgegeben. Dabei werden für größere Werte von  $p$  besonders die kleinen Abstände zwischen Gitterpunkten versteift. Somit können Verdichtungen von Gitterlinien im wandnahen Bereich vermieden werden. Wird die Verformung der Strukturoberfläche vorgegeben, lässt sich der neue Gleichgewichtszustand iterativ bestimmen. Im prädiktiven Schritt werden die Verschiebungen  $\delta_{i,j,k}$  jedes Gitterpunktes anhand der jeweiligen Werte aus den letzten zwei Iterationen extrapoliert [84]:

$$\delta_{i,j,k}^* = 2\delta_{i,j,k}^n - \delta_{i,j,k}^{n-1} \quad (2.71)$$

Im Korrektor-Schritt werden die Werte der Verschiebungen anschließend korrigiert:

$$\delta_{i,j,k} = \frac{K_{i+\frac{1}{2},j,k}\delta_{i,j,k}^* + \dots + K_{i,j,k-\frac{1}{2}}\delta_{i,j,k-1}^*}{K_{i+\frac{1}{2},j,k} + \dots + K_{i,j,k-\frac{1}{2}}} \quad (2.72)$$

Die oben aufgeführten Schritte werden solange ausgeführt, bis die Verschiebungen zu einem Gleichgewichtszustand konvergieren.

## 2.4 Gleichungen der Aeroelastik

Die gekoppelten aeroelastischen Bewegungsgleichungen erlauben die zur Formulierung des Problems erforderlichen Trägheitskräfte, elastischen und aerodynamischen Kräfte in Beziehung zueinander zu setzen. Dies wiederum bietet eine große Flexibilität in der Auswahl der Methoden zur Modellierung eines gegebenen Systems. So sind z.B. bei linearen Strukturmodellen die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitseigenschaften weder von der Zeit noch von der Strukturverformung abhängig. Dabei ist es irrelevant, welcher Modellierungsansatz für die Darstellung der aerodynamischen Lasten gewählt wird. Somit kann die Strukturmodellierung und die aerodynamische Modellierung entkoppelt betrachtet werden. Dadurch kann auf der einen Seite die Komplexität der rechnergestützten Werkzeugketten reduziert werden. Auf der anderen Seite kann die Güte der strukturellen

und aerodynamischen Modellierung leicht an das zu analysierende Problem angepasst werden, ohne die Gesamtformulierung der Bewegungsgleichungen zu verändern.

### Strukturdynamische Bewegungsgleichungen

Eine Struktur lässt sich als ein mechanisches System mit mehreren Freiheitsgraden darstellen [32]. Am einfachsten lassen sich die Gleichungen, die die Bewegung der Struktur unter einer dynamischen Last beschreiben, in der Matrixschreibweise ausdrücken:

$$\mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{X}}}(t) + \mathbf{D}\dot{\tilde{\mathbf{X}}}(t) + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{X}}(t) = \tilde{\mathbf{F}}(t) \quad (2.73)$$

Die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen werden jeweils als  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{K}$  bezeichnet. Die Massen- und Steifigkeitsmatrizen werden als symmetrisch vorausgesetzt. Die Dämpfungsmatrix ist im Allgemeinen unsymmetrisch [32]. Die Freiheitsgrade des Systems sind im Vektor  $\tilde{\mathbf{X}}(t)$  zusammengefasst. Die auf die Freiheitsgrade des Systems  $\tilde{\mathbf{X}}(t)$  wirkende Kräfte sind im Vektor  $\tilde{\mathbf{F}}(t)$  enthalten. Im Falle eines Flugzeugs können das aerodynamische Lasten, Böen oder Kräfte durch die Wirkung der Aktuatoren sein. Zur kompakteren Schreibweise gilt für Ableitungen nach der Zeit die Newton'sche Notation, wobei die Anzahl der Überpunkte für die Ordnung der jeweiligen Ableitung steht. Außerdem wird für Größen, die mit dem Diakritikum  $\sim$  versehen sind implizit die Zeitabhängigkeit vorausgesetzt.

Die Strukturbewegung unter einer dynamischen Last wird somit von einem gekoppelten System von linearen Differentialgleichungen beschrieben. Wird ein Spezialfall des homogenen und freischwingenden Systems mit  $\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{D} = \mathbf{0}$  betrachtet, lassen sich daraus die reellwertigen Eigenmoden berechnen [32]. Sie erlauben es, die mathematische Behandlung von Gl. (2.73) stark zu vereinfachen, indem das Gleichungssystem entkoppelt wird.

### Modaltransformation der Bewegungsgleichungen

Die Modaltransformation wird in Anlehnung an [32, 123] skizziert. Es wird vom homogenen, freischwingenden System ausgegangen:

$$\mathbf{M}\ddot{\tilde{\mathbf{X}}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{0} \quad (2.74)$$

Die Matrizen  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{K}$  sind dabei zeitinvariant. Für das Zeitgesetz des Vektors der Systemfreiheitsgrade  $\tilde{\mathbf{X}}$  wird ein Exponentialansatz gewählt:

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{X}e^{\lambda t} \quad (2.75)$$

mit dem Vektor der zeitinvarianten Schwingungsamplituden  $\mathbf{X}$ . Damit lässt sich die zweite Ableitung des Vektors  $\tilde{\mathbf{X}}$  umformen:

$$\ddot{\tilde{\mathbf{X}}}(t) = \lambda^2 \mathbf{X} e^{\lambda t} \quad (2.76)$$

Durch das Einsetzen von Gl. (2.75) und (2.76) in Gl. (2.74) lässt sich verallgemeinertes Eigenwertproblem (EWP) ableiten:

$$(\mathbf{K} + \lambda^2 \mathbf{M}) \mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (2.77)$$

Es werden nichttriviale Lösungen des Eigenwertproblems gefordert. In diesem Fall wird die Matrix  $\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}$  singulär und für ihre Determinante gilt:

$$\det|\mathbf{K} + \lambda^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (2.78)$$

Daraus lässt sich eine polynomiale charakteristische Gleichung herleiten, deren Wurzeln  $\lambda_i$  die Eigenwerte des EWPs darstellen. Sie treten paarweise konjugiert auf:

$$\lambda_i = \pm i \omega_{\text{eig},i} \quad (2.79)$$

mit den Eigenkreisfrequenzen des ungedämpften Systems  $\omega_{\text{eig},i}$ . Damit ergibt sich, dass das System beim Vernachlässigen der Dämpfung harmonische ungedämpfte Schwingungen ausführt. Zu jeder Eigenkreisfrequenz  $\omega_{\text{eig},i}$  gehört eine spezielle Eigenmode  $\phi_i$ , die dem Eigenvektor des EWP zum Eigenwert  $\lambda_i$  entspricht. Die Eigenmoden des Systems mit  $N$  Freiheitsgraden lassen sich zur Modalmatrix  $\Phi$  zusammenfassen:

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N] \quad (2.80)$$

Die Eigenmoden können nun verwendet werden, um die gekoppelten Bewegungsgleichungen in eine entkoppelte Form zu überführen. Die Modalmatrix definiert eine lineare Abbildung von den modalen Koordinaten  $\tilde{\mathbf{q}}$  auf die physikalischen Koordinaten  $\tilde{\mathbf{X}}$ :

$$\tilde{\mathbf{X}} = \Phi \tilde{\mathbf{q}} \quad (2.81)$$

Das Einsetzen von Gl. (2.81) in Gl. (2.73) und Multiplizieren von links mit  $\Phi^T$  liefert:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + \Phi^T \mathbf{D} \Phi \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \tilde{\mathbf{q}} = \Phi^T \tilde{\mathbf{F}} \quad (2.82)$$

Dadurch, dass die Massenmatrix symmetrisch ist, gelten folgende Orthogonalitätsbeziehungen [32]:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_j \mathbf{M} \mathbf{X}_k = 0 & \text{für alle } j \neq k \\ \mathbf{X}_j \mathbf{M} \mathbf{X}_j = m_{\text{gen},j} & \text{für alle } j = k \end{cases} \quad (2.83)$$

Für die Steifigkeitsmatrix lassen sich ebenfalls Orthogonalitätsbeziehungen angeben [32]:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_j \mathbf{K} \mathbf{X}_k = 0 & \text{für alle } j \neq k \\ \mathbf{X}_j \mathbf{K} \mathbf{X}_j = k_{gen,j} & \text{für alle } j = k \end{cases} \quad (2.84)$$

Bei schwach gedämpften Strukturen, zu denen auch Flugzeuge gehören, kommt die Strukturdämpfung durch die Dissipation im Material und Reibungseffekten an Fügstellen zustande [32]. Für solche Strukturen wird oft angenommen, dass die Dämpfungsmatrix proportional zur Massen- und Steifigkeitsmatrix besetzt ist:

$$\mathbf{D} = k_m \mathbf{M} + k_k \mathbf{K} \quad (2.85)$$

mit den Proportionalitätsfaktoren  $k_m$  und  $k_k$ . Mit der Annahme der Proportionaldämpfung können die Orthogonalitätsbeziehungen (Gl. (2.83)-(2.84)) ebenfalls für die Dämpfungsmatrix ausgenutzt werden. Somit gilt für die generalisierte Dämpfung:

$$d_{gen,j} = k_m m_{gen,j} + k_k k_{gen,j} \quad (2.86)$$

Die Orthogonalitätsbeziehungen (Gl. (2.83)-(2.84)) eingesetzt in Gl. (2.82) führen zu:

$$\mathbf{M}_{gen} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_{gen} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{gen} \mathbf{q} = \tilde{\mathbf{f}}_{gen} \quad (2.87)$$

Die Diagonalen der Diagonalmatrizen  $\mathbf{M}_{gen}$ ,  $\mathbf{D}_{gen}$  und  $\mathbf{K}_{gen}$  sind jeweils mit generalisierten Massen, Dämpfungen und Steifigkeiten  $m_{gen,j}$ ,  $d_{gen,j}$  und  $k_{gen,j}$  besetzt. Der Vektor  $\tilde{\mathbf{f}}_{gen}$  ist folgendermaßen definiert:

$$\tilde{\mathbf{f}}_{gen} = \Phi^T \tilde{\mathbf{F}} \quad (2.88)$$

Er kann als eine Projektion der an der Struktur angreifenden Kräfte auf die einzelnen Eigenmoden interpretiert werden. Weiterhin werden an den modalen Koordinaten angreifenden Kräfte als die generalisierten aerodynamischen Kräfte (engl. generalized aerodynamic forces (GAF)) bezeichnet.

Das Gleichungssystem (Gl. (2.87)) ist völlig entkoppelt. Somit kann die Bewegung der Struktur in modalen Koordinaten mathematisch einfacher dargestellt und behandelt werden. Aus diesem Grund bildet die modale Formulierung der Bewegungsgleichungen die Grundlage für aeroelastische Untersuchungen des Flugzeugs.

## Aeroelastische Bewegungsgleichungen

Im Rahmen der klassischen aeroelastischen Stabilitätsanalyse werden ausreichend kleine Strukturauslenkungen berücksichtigt. Der Zusammenhang zwischen Strukturauslenkungen und instationären aerodynamischen Kräften kann somit als linear angenommen

werden. Folglich ist es möglich die aerodynamische Antwort auf eine transiente Struktur-  
anregung mit Hilfe des Superpositionsprinzips zu beschreiben [123]. Die generalisierten  
aerodynamischen Kräfte können mithilfe des Faltungsintegrals berechnet werden:

$$\tilde{\mathbf{f}}_{gen} = q_{\infty} \int_{\tau=0}^t \mathbf{Q}(t - \tau) \tilde{\mathbf{q}}(\tau) d\tau \quad (2.89)$$

Hier bezeichnet  $\mathbf{Q}$  die dimensionslose Impulsantwortmatrix bezüglich der modalen Ko-  
ordinaten. Der dynamische Druck  $q_{\infty}$  berechnet sich mit der Geschwindigkeit der An-  
strömung  $U_{\infty}$  folgendermaßen:

$$q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 \quad (2.90)$$

Wird die Laplace-Transformation auf Gl. (2.87) und (2.89) angewandt, lassen sich die  
Bewegungsgleichungen in einer algebraischen Form darstellen, die sich hervorragend zur  
Analyse aeroelastischer Systeme einsetzen lässt:

$$s^2 \mathbf{M}_{gen} \mathbf{q}(s) + s \mathbf{D}_{gen} \mathbf{q}(s) + \mathbf{K}_{gen} \mathbf{q}(s) = q_{\infty} \mathbf{GAF}(s) \mathbf{q}(s) \quad (2.91)$$

mit dem komplexen Laplace-Parameter  $s$  und im Allgemeinen komplexen Vektor der ge-  
neralisierten Koordinaten  $\mathbf{q}(s)$ . Die Übertragungsmatrix generalisierter aerodynamischer  
Kräfte wird mit  $\mathbf{GAF}$  bezeichnet. Jedes komplexe Element  $GAF_{ij}$  kann dazu verwendet  
werden, die Amplitude und Phase der generalisierten aerodynamischen Kraft  $f_{gen,i}$  zu  
berechnen, die aufgrund einer harmonischen Bewegung der modalen Koordinate  $q_j$  auf  
die modale Koordinate  $q_i$  wirkt. Wird die Matrix  $\mathbf{GAF}$  zusätzlich zur Strukturinfor-  
mation bereitgestellt, können die Stabilitätseigenschaften des aeroelastischen Systems  
analysiert werden.

Der Ausgangspunkt für Stabilitätsanalysen ist Gl. (2.91) in leicht abgewandelter  
Form:

$$[s^2 \mathbf{M}_{gen} + s \mathbf{D}_{gen} + \mathbf{K}_{gen} - q_{\infty} \mathbf{GAF}(s)] \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.92)$$

Wenn alle Größen bekannt sind, lässt sich dieses EWP für einzelne  $q_{\infty}$  lösen. Damit  
kann sowohl die Stabilitätsgrenze bezüglich  $q_{\infty}$  als auch die dazugehörigen aeroelasti-  
schen Eigenmoden bestimmt werden. Die Eigenwerte lassen sich dabei folgendermaßen  
ausdrücken:

$$s = \gamma \omega \pm i \omega \quad (2.93)$$

mit der Schwingungskreisfrequenz des aeroelastischen Systems  $\omega$ . Der Parameter  $\gamma$  wird  
im Rahmen dieser Arbeit als logarithmischer Dekrement bezeichnet und beschreibt  
das logarithmische Verhältnis der Amplitudenmaxima zweier hintereinander folgender  
Schwingungsperioden  $q_{max}^n$  und  $q_{max}^{n+1}$ :

$$\gamma = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{q_{max}^{n+1}}{q_{max}^n} \right) = - \frac{D}{\sqrt{1 - D^2}} \quad (2.94)$$

Der dimensionslose Parameter  $D$  wird als Lehr'sches Dämpfungsmaß bezeichnet und zur Beschreibung der Eigenschaften von gedämpften Schwingungssystemen verwendet. Im Falle eines gedämpften Systems mit einem Freiheitsgrad ist  $D$  folgendermaßen definiert:

$$D = \frac{d}{2\sqrt{km}} \quad (2.95)$$

Dabei sind  $d$ ,  $k$  und  $m$  die Dämpfung, Steifigkeit und Masse des betrachteten Schwingungssystems. Wenn das Dämpfungsmaß gleich Null ist, ist das System ungedämpft und wird bei einer Anregung in eine ungedämpfte Schwingung versetzt. Für Werte  $-1 < D < 1$  schwingt das System im Falle einer Anregung ebenfalls. Die Schwingungsamplitude ist allerdings nicht mehr konstant wie im ungedämpften Fall. Für negative Werte von  $D$  sind die Schwingungen angefacht und das System ist instabil. Für positive Werte von  $D$  klingen die Schwingungsamplituden mit der Zeit ab und das System kann als stabil bezeichnet werden. Wenn  $D$  betragsmäßig gleich oder größer eins ist, treten bei einer Systemanregung keine Schwingungen mehr auf. In diesem Fall lässt es sich monotonen Auf- bzw. Abklingen jeweils für negative bzw. positive Werte des Dämpfungsmaßes beobachten. Die Tabelle 2.1 bietet einen Überblick über das dynamische Verhalten eines Schwingungssystems für verschiedene Werte des Lehr'schen Dämpfungsmaßes.

Dämpfungsmaß	Bewegungsart
$D \geq 1$	Monotones Abklingen
$0 < D < 1$	Abklingende Schwingung
$D = 0$	Ungedämpfte Schwingung
$-1 < D < 0$	Aufklingende Schwingung
$D \leq 1$	Monotones Aufklingen

Tabelle 2.1: Überblick über das dynamische Verhalten eines Schwingungssystems für verschiedene Werte des Dämpfungsmaßes  $D$ .

Für schwach gedämpfte Systeme mit  $D \ll 1$ , zu denen auch Flugzeugstrukturen gehören, lässt sich ein vereinfachter Zusammenhang zwischen dem logarithmischen Dekrementen und dem Lehr'schen Dämpfungsmaß herstellen. Dazu wird für Gl. (2.94) eine Taylor-Reihe um den Punkt  $D = 0$  entwickelt, wobei alle Terme zweiter und höherer Ordnung vernachlässigt werden:

$$\gamma(D) \approx \gamma|_{D=0} + \left. \frac{d\gamma}{dD} \right|_{D=0} D = -D \quad (2.96)$$

Zusätzlich wird der Verlustfaktor  $g$  unter der Verwendung von Gl. (2.96) für schwach gedämpfte Systeme eingeführt:

$$g = -2D \approx 2\gamma \quad (2.97)$$

Der Verlustfaktor  $g$  wird im Rahmen der aeroelastischen Analyse zur Charakterisierung der Systemstabilitätseigenschaften eingesetzt. Dabei wird ein System für positive Werte von  $g$  instabil.

### Berechnung der generalisierten aerodynamischen Kräfte

Der Vektor der generalisierten aerodynamischen Kräfte  $\mathbf{f}_{gen}(t)$  wird im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe von CFD-Simulationen berechnet. Die auf jede modale Koordinate  $q_i$  wirkenden druckinduzierten aerodynamischen Kräfte können im Zeitbereich wie folgt berechnet werden:

$$f_{gen,i}(t) = q_\infty \int_{\mathbf{S}} c_p \boldsymbol{\delta}_i \cdot d\mathbf{S} \quad (2.98)$$

Der Vektor  $\boldsymbol{\delta}_i$  repräsentiert die lokale Auslenkung des CFD-Oberflächengitters, die der Eigenmode  $\boldsymbol{\phi}_i$  entspricht. Es ist zu erkennen, dass der Beitrag der druckinduzierten Last  $c_p = (p - p_\infty) / q_\infty$  zur generalisierten aerodynamischen Kraft durch das Skalarprodukt der lokalen modalen Auslenkung  $\boldsymbol{\delta}_i$  und dem Oberflächennormalenvektor  $d\mathbf{S}$  gewichtet wird.

Sobald eine Lösung des CFD-Verfahrens kleiner Störungen für eine bestimmte reduzierte Frequenz  $k_{red}$  berechnet ist, sind instationäre aerodynamische Lasten bekannt, die harmonisch mit  $k_{red}$  auf die Struktur einwirken. Der instationäre Anteil der generalisierten aerodynamischen Kräfte im Frequenzbereich lässt sich durch eine Linerisierung von Gl. (2.98) herleiten. Die **GAF**-Matrix für einen Eintrag  $GAF_{ij}$  [26] lässt sich folgendermaßen auswerten:

$$GAF_{ij} = \int_{\mathbf{S}} \hat{c}_{p,j} \boldsymbol{\delta}_i \cdot d\overline{\mathbf{S}} + \int_{\mathbf{S}} \bar{c}_p \boldsymbol{\delta}_i \cdot d\widehat{\mathbf{S}}_j \quad (2.99)$$

wobei  $d\overline{\mathbf{S}}$  den Referenzzustand des vektoriellen Oberflächenelements bezeichnet. Darüber hinaus bezieht sich  $d\widehat{\mathbf{S}}_j$  auf die Störung des vektoriellen Oberflächenelements aufgrund der modalen Auslenkung  $q_j$ .

### Aeroelastische Stabilitätsanalyse mittels der $p$ - $k$ -Methode

Es existieren mehrere Verfahren, die zur aeroelastischen Stabilitätsanalyse verwendet werden können [2, 44, 128]. Meist stehen für eine Stabilitätsanalyse GAF zu Verfügung, die unter Voraussetzung rein harmonischer ungedämpfter Strukturauslenkungen ermittelt werden. Damit sind GAF nicht als Funktionen des komplexen Laplace-Parameters definiert, sondern als Funktionen der imaginären Variable  $i\omega$  bzw. im dimensionslosen Fall  $ik_{red}$ . Aus diesem Grund lässt sich EWP, das durch Gl. (2.92) angegeben ist, nicht direkt lösen.

Abhilfe wird durch die  $k$ -Methode geschaffen, wobei Gl. (2.92) aus dem Laplace-Bereich in den Fourier-Bereich überführt wird und somit eine mathematisch konsistente Formulierung bietet. Zusätzlich wird eine rein komplexe und zur Steifigkeit  $\mathbf{K}$  proportionale Dämpfung  $\mathbf{D} = ig\mathbf{K}$  angesetzt. Verlustfaktoren  $g$  werden bestimmt, indem die

Gesamtdämpfung des aeroelastischen Systems zu Null gesetzt wird [31]. Die Hinzunahme der komplexen Strukturdämpfung hat allerdings keine physikalische Interpretation. Somit haben die mit der  $k$ -Methode bestimmten Verlustfaktoren  $g$  keine physikalische Bedeutung und dienen ausschließlich zur Bestimmung der Stabilitätsgrenze des aeroelastischen Systems. Eine physikalisch realistischere Interpretation der berechneten Verlustfaktoren bietet die etablierte  $p$ - $k$ -Methode, die auch im Rahmen dieser Arbeit für Flatteranalysen implementiert und eingesetzt wird. Nachfolgend wird das Vorgehen, das bei der  $p$ - $k$ -Methode verfolgt wird, angelehnt an [2, 29] vorgestellt.

Der  $p$ - $k$ -Methode liegt die Annahme zugrunde, dass die Einträge der Matrix  $\mathbf{GAF}$  linear sind bzw. sich nur langsam mit der reduzierten Frequenz  $k_{red}$  ändern [128]. Der Ausgangspunkt ist Gl. (2.91), die im Laplace-Bildbereich formulierte GAF benötigt (d.h.  $\mathbf{GAF}(s)$ ). Die meisten Verfahren zur Bestimmung aerodynamischer Kräfte im luftfahrttechnischen Kontext sind allerdings im Frequenzbereich formuliert. Der Vorteil der  $p$ - $k$ -Methode liegt darin, dass sie direkt im Frequenzbereich formulierte  $\mathbf{GAF}(ik_{red})$  verarbeitet [13]:

$$\left[ s^2 \mathbf{M}_{gen} + s \mathbf{D}_{gen} + \mathbf{K}_{gen} - q_\infty \mathbf{GAF}(ik_{red}) \right] \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.100)$$

Für den Laplace-Parameter gilt:

$$s = \omega(\gamma \pm i) \quad (2.101)$$

Da die GAF bezüglich der reduzierten Frequenz  $k_{red}$  definiert sind, wird hier ein Zusammenhang zwischen dem Laplace-Parameter  $s$  und  $k_{red}$  hergestellt:

$$k_{red} = \frac{\omega l_{ref}}{U_\infty} = \frac{Im(s) l_{ref}}{U_\infty} \quad (2.102)$$

Ein quadratisches EWP kann auf der Basis von Gl. (2.100) formuliert werden, indem die aerodynamische Dämpfungsmatrix hinzugefügt und die Matrix der generalisierten Kräfte in ihren Real- und Imaginärteil aufgespalten wird [13]:

$$\left[ s^2 \mathbf{M}_{gen} + \left( \mathbf{D}_{gen} - \frac{1}{2} \rho_\infty l_{ref} U_\infty \frac{Im(\mathbf{GAF}(ik_{red}))}{k_{red}} \right) s + \mathbf{K}_{gen} - \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 Re(\mathbf{GAF}(ik_{red})) \right] \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.103)$$

Zur Lösung des EWP kann die Gleichung in die Zustandsraumdarstellung gebracht werden:

$$[\mathbf{A} - s\mathbf{I}] \mathbf{q}^* = \mathbf{0} \quad (2.104)$$

mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{q}^*$ , der neben den modalen Koordinaten auch ihre Geschwindigkeiten enthält. Die reellwertige Matrix  $\mathbf{A}$  ist folgendermaßen definiert:

$$\mathbf{A} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{array} \right] \quad (2.105)$$

mit

$$\mathbf{A}_{11} = \mathbf{0} \quad (2.106)$$

$$\mathbf{A}_{12} = \mathbf{I} \quad (2.107)$$

$$\mathbf{A}_{21} = -\mathbf{M}^{-1} \left[ \mathbf{K}_{gen} - \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2 \operatorname{Re}(\mathbf{GAF}(ik_{red})) \right] \quad (2.108)$$

$$\mathbf{A}_{22} = -\mathbf{M}^{-1} \left[ \mathbf{D}_{gen} - \frac{1}{2} \rho_{\infty} l_{ref} U_{\infty} \frac{\operatorname{Im}(\mathbf{GAF}(ik_{red}))}{k_{red}} \right] \quad (2.109)$$

Als Lösung des EWP treten entweder reelle oder konjugiert komplexe Eigenwertpaare auf. Kommt es zu reellen Eigenwerten, so sind sie mit den Fällen  $|D| \geq 1$  (Tabelle 2.1) assoziiert. Dazu gehören Bewegungsformen, die entweder monoton ab- bzw. aufklingend sind. Im Zusammenhang mit aeroelastischen Analysen werden sie jeweils als Konvergenz bzw. Divergenz bezeichnet. Die reellen Eigenwerte werden direkt gefunden, indem  $k_{red} = 0$  gesetzt wird. Stehen keine aerodynamischen Daten für  $k_{red} = 0$  zur Verfügung, kann  $\operatorname{Re}(\mathbf{GAF}(ik_{red}))$  anhand verfügbarer Datenpunkte extrapoliert werden. Zusätzlich wird der Term  $\operatorname{Im}(\mathbf{GAF}(ik_{red})) / k_{red}$  für  $k_{red} = 0$  zu Null gesetzt. Dies wird damit begründet, dass für  $\mathbf{GAF}(ik_{red})$  die Linearitätsannahme gilt und für den quasistationären Fall mit  $k_{red} = 0$  die aerodynamische Dämpfung verschwindet. Der Verlustfaktor, der zum reellen Eigenwert der Eigenmode  $k$  gehört, wird mit folgender Formel berechnet [2]:

$$g_k = 2 \frac{s_k l_{ref}}{\ln(2) U_{\infty}} \quad (2.110)$$

Ein iterativer Prozess ist nötig, um die konjugiert komplexen Eigenwerte zu bestimmen, sodass sie Gl. (2.102) erfüllen. Im ersten Schritt werden die komplex konjugierten Eigenwertpaare anhand der Eigenkreisfrequenz  $\operatorname{Im}(s) = \omega$  sortiert:

$$s_{r,k}^{(j)} = \omega_{r,k}^{(j)} (\gamma_{r,k}^{(j)} + i) \quad (2.111)$$

Der Index  $r$  beschreibt die Sortierungsordnung der dazugehörigen Eigenmoden nach ihrer Eigenkreisfrequenz  $\omega_{1,k}^{(j)} < \omega_{2,k}^{(j)} < \dots < \omega_{N,k}^{(j)}$ . Die Nummer der gerade berücksichtigten Eigenmode wird durch den Index  $k$  angegeben. Der hochgestellte Index  $j$  steht wiederum für die Nummer des Iterationsschrittes. Basierend auf der Eigenkreisfrequenz der berücksichtigten Eigenmode  $k$  erfolgt die Bestimmung der reduzierten Frequenz folgendermaßen:

$$k_{red,k}^{(j)} = \omega_{k,k}^{(j)} \frac{l_{ref}}{U_{\infty}} \quad (2.112)$$

Die generalisierten aerodynamischen Kräfte werden für die reduzierte Frequenz  $k_{red,k}^{(j)}$  interpoliert, um die Matrix  $\mathbf{GAF}(ik_{red,k}^{(j)})$  zu erhalten. Daraufhin wird das EWP erneut unter Verwendung von  $\mathbf{GAF}(ik_{red,k}^{(j)})$  gelöst. Die reduzierte Frequenz  $k_{red,k}^{(j+1)}$  wird berechnet und mit  $k_{red,k}^{(j)}$  verglichen. Der Iterationsprozess für die berücksichtigte Eigenmode  $k$  wird so lange fortgesetzt, bis die Differenz zwischen  $k_{red,k}^{(j)}$  und  $k_{red,k}^{(j+1)}$  unter einen vom Benutzer oder Benutzerin definierten Wert fällt. Ist die Konvergenz für die Eigenmode  $k$  erreicht, wird der Iterationsprozess für die Eigenmode  $k + 1$  wiederholt. Dabei wird der Startwert  $k_{red,k+1}^{(0)}$  mit der zur Eigenmode  $k + 1$  gehörenden Eigenkreisfrequenz aus dem konvergierten Iterationsprozess für die Eigenmode  $k$  abgeschätzt:

$$k_{red,k+1}^{(0)} = \omega_{k+1,k}^{(c)} \frac{l_{ref}}{U_\infty} \quad (2.113)$$

Der hochgestellte Index  $c$  bezeichnet die Nummer der Iteration, bei der die Konvergenz für die berücksichtigte Eigenmode erreicht ist. Die oben beschriebene Vorgehensweise wird für alle Eigenmoden durchgeführt. Basierend auf den Eigenwerten wird der Verlustfaktor für jede einzelne aeroelastische Eigenmode unter Verwendung von Gl. (2.93) und (2.97) berechnet:

$$g_k = 2 \frac{Re(s_{k,k}^c)}{Im(s_{k,k}^c)} \quad (2.114)$$

Das Verfahren zur Bestimmung der Eigenwerte des aeroelastischen Systems wird für mehrere Werte des dynamischen Druckes  $q_\infty$  ausgeführt. Wird eine konstante Flughöhe und damit  $\rho_\infty = const.$  vorausgesetzt, können die Verlustfaktoren aller aeroelastischer Eigenmoden über die Anströmgeschwindigkeit  $U_\infty$  hinweg berechnet werden. Eine aeroelastische Eigenmode wird mit steigender Geschwindigkeit instabil, sobald der dazugehörige Verlustfaktor positiv wird. Sind die jeweiligen Eigenwerte reell, tritt eine Divergenz auf. Bei konjugiert komplexen Eigenwerten kommt es wiederum zu einer aufklingenden Schwingung, die als Flattern bezeichnet wird.

Die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse mittels der  $p$ - $k$ -Methode werden meist anhand von  $U_\infty$ - $g$ -Diagrammen visualisiert. Ist zusätzlich die Veränderung der Eigenfrequenzen  $f$  über die Anströmgeschwindigkeit für die Analyse relevant, wird sie in einem  $U_\infty$ - $f$ -Diagramm dargestellt. Dabei werden die Kreisfrequenzen in die Frequenzen nach folgender Formel umgerechnet:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.115)$$

Als Ergebnis des oben beschriebenen Lösungsverfahrens stehen zusätzlich die im modalen Zustandsraum formulierten Eigenmoden des aeroelastischen Systems  $\mathbf{q}^*$  zur Verfügung. Sie sind komplex, da unter der Berücksichtigung der GAF die Proportionalitätsannahme (Gl. (2.85)) für die Systemdämpfung nicht mehr gilt. Jede aeroelastische Mode stellt eine Kopplung der Struktureigenmoden  $\phi_i$  dar. Die Struktureigenmoden überlagern sich zu

aeroelastischen Eigenmoden, wobei ihre relativen Anteile mit dem Betrag der komplexen modalen Verschiebungen  $|q_i|$  berechnet werden können. Dadurch, dass die aeroelastischen Eigenmoden komplex sind, weisen die modalen Verschiebungen zusätzlich einen Phasenwinkel zueinander auf [32]. Die aeroelastischen Eigenmoden wandeln sich über die Anströmgeschwindigkeit. Aus diesem Grund verändern sich über die Anströmgeschwindigkeit die relativen Anteile der einzelnen strukturellen Eigenmoden, die an einer aeroelastischen Eigenmode partizipieren. Das Gleiche gilt für ihre Phasenverschiebungen zueinander.

# 3 Antimetrische Randbedingung

## 3.1 Motivation

Liegen bei einem physikalischen Problem Symmetrien vor, können diese oft zur Vereinfachung der Modellbildung berücksichtigt werden [101]. In der Luftfahrt kann eine Vielzahl von Fluggerätekfigurationen bei geringfügigen Vereinfachungen als spiegelsymmetrisch aufgefasst werden. Aus diesem Grund sind spiegelsymmetrische Problemstellungen im Zusammenhang mit der Luftfahrttechnik geläufig. Ein Körper oder eine räumliche Anordnung kann als spiegelsymmetrisch bezüglich einer Ebene bezeichnet werden, wenn sie durch eine senkrechte Spiegelung an dieser Ebene auf sich selbst abgebildet wird [114]. Die Bezugsebene wird hier als Symmetrieebene bezeichnet. Ist ein umströmter Körper spiegelsymmetrisch und weist er zusätzlich dazu keinen Schiebewinkel zur Anströmungsrichtung auf, kann oft im Rahmen der aerodynamischen Modellbildung die Spiegelsymmetrie ausgenutzt werden. Bei experimentellen Untersuchungen im Windkanal äußert sich die potentielle Vereinfachung dadurch, dass die aerodynamischen Lasten anhand eines Halbmodells ermittelt werden können. Bei aerodynamischen Modellen bietet eine Halbmodellausführung Vorteile wie die Vergrößerung des Modellmaßstabs und ggf. die Reduzierung der Modellbaukosten. Bei numerischen Analysen mittels stationärer CFD-Verfahren kann ebenfalls ein Halbmodell verwendet werden. Dies führt dazu, dass die Hälfte des CFD-Rechengebiets unter Einsatz der symmetrischen Randbedingung von der Betrachtung ausgeschlossen werden kann. Dadurch verringert sich die zur Simulation nötige Rechenleistung ungefähr um die Hälfte. Beispielhaft wurde bei einer Annahme der Spiegelsymmetrie die Hochauftriebskonfiguration des „NASA Common Research Models“ (CRM-HL) als Halbmodell entwickelt [62]. In Abb. 3.1 ist CRM-HL im Langley-Unterschallwindkanal in einer Halbmodellausführung dargestellt. Das unstrukturierte CFD-Oberflächengitter derselben Konfiguration in einer Halbmodellausführung ist in Abb. 3.1 gezeigt.

Oft sind außerdem die strukturellen Eigenschaften von Flugzeugkonfigurationen spiegelsymmetrisch. Folglich können instationäre strukturelle Auslenkungen der umströmten Struktur unter aerodynamischer Last spiegelsymmetrisch sein. In diesem Fall ist die Problemstellung auch im Zusammenhang mit aeroelastischen Untersuchungen spiegelsymmetrisch. Vor allem bei numerischen Untersuchungen mittels instationärer CFD-Verfahren, die mit einem hohen rechnerischen Aufwand verbunden sind, ist hier die Ausnutzung der Spiegelsymmetrie besonders lohnenswert. Bei spiegelsymmetrischen Strukturen kommen neben spiegelsymmetrischen Bewegungsformen auch antimetrische Bewegungsformen vor. In der Vergangenheit war es es nicht möglich, bei aeroelastischer Untersuchung einer antimetrischen Bewegungsform die Symmetrieeigenschaften des zu modellierenden Systems auszunutzen. Generalisierte aerodynamische Kräfte, die aufgrund einer antimetrischen Eigenmode entstehen, mussten anhand eines Vollmodells

des untersuchten Flugzeugkonfiguration ermittelt werden. Hier wird eine *neuartige Methodik* vorgeschlagen, die die Verwendung eines Halbmodells im Zusammenhang mit CFD-Verfahren kleiner Störungen auf den Fall von antimetrischen Strukturauslenkungen



Abbildung 3.1: Halbmodell der Hochauftriebskonfiguration von „NASA Common Research Model“ (CRM-HL) im Langley-Unterschallwindkanal [11].

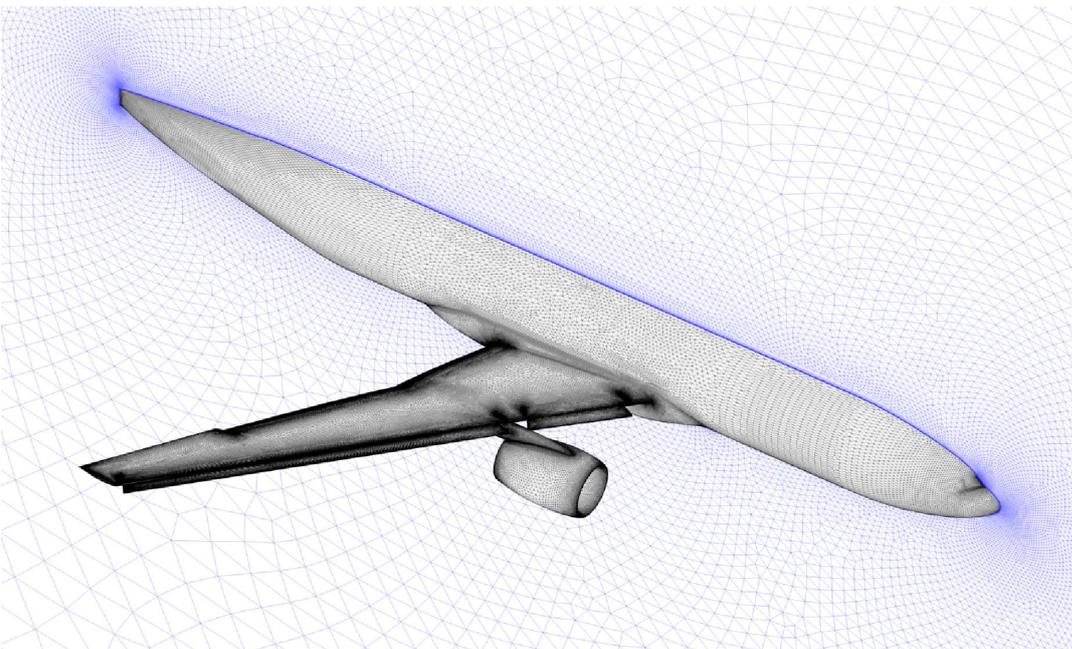


Abbildung 3.2: Unstrukturiertes CFD-Oberflächengitter des Halbmodells von „NASA Common Research Model“ (CRM-HL) [83].

erweitert. Folglich, wenn die Eigenmoden als rein spiegelsymmetrisch oder antimetrisch klassifiziert werden können, kann die gesamte CFD-basierte aeroelastische Untersuchung einer Konfiguration auf der Grundlage eines Halbmodells durchgeführt werden.

Die folgenden Ausführungen in diesem Kapitel basieren größtenteils auf der begutachteten Veröffentlichung „Antisymmetric Boundary Condition for Small Disturbance CFD“ im Journal of Fluids and Structures [91]. Zuerst wird eine Analogie zwischen der Kinematik der Strukturauslenkungen und der symmetrischen Randbedingung hergestellt. Anschließend wird basierend darauf eine antimetrische Randbedingung für CFD-Verfahren kleiner Störungen konstruiert. Mit Hilfe der neuartigen antimetrischen Randbedingung können somit alle spiegelsymmetrischen Konfigurationen bei einer Anströmung ohne Schiebewinkel mit einem Halbmodell behandelt werden. Der Ansatz reduziert sowohl den Speicherbedarf als auch den Berechnungsaufwand ungefähr um die Hälfte. Die antimetrische Randbedingung wird auf der Basis des AGARD 445.6-Flügels und des „NASA Common Research Models“ validiert und somit ihre Anwendbarkeit für Anwendungen unterschiedlicher Komplexität demonstriert. Während der Ansatz der antimetrischen Randbedingung sowohl auf Euler- als auch Navier-Stokes-Gleichungen anwendbar ist, liegt hier der Schwerpunkt auf der Betrachtung der Euler-Gleichungen.

## 3.2 Dynamische Eigenschaften symmetrischer Strukturen

Dieser Abschnitt befasst sich mit strukturdynamischen Eigenschaften, die für spiegelsymmetrische Konfigurationen charakteristisch sind. Im Weiteren werden die Bezeichnungen „Symmetrie“ und „Spiegelsymmetrie“ als gleichbedeutend behandelt.

Damit eine Konfiguration als symmetrisch im aeroelastischen Sinne betrachtet werden kann, müssen ihre geometrischen und strukturellen Eigenschaften symmetrisch zu einer Bezugsebene sein. Alle Eigenmoden solcher Strukturen sind entweder symmetrisch oder antimetrisch [32]. Der Unterschied zwischen symmetrischen und antimetrischen Eigenmoden lässt sich mit Hilfe von Auslenkungsbeziehungen in Bezug auf die Symmetrieebene erklären (siehe Abb. 3.3). Eine Auslenkungsbeziehung wird als symmetrisch bezeichnet, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind. Zum einen sind die Auslenkungskomponenten tangential zur Symmetrieebene  $\delta_t$  an allen spiegelsymmetrischen Positionen identisch. Zum anderen ist die Auslenkungskomponente normal zur Symmetrieebene  $\delta_n$  entgegengesetzt.

$$\delta_t^l = \delta_t^r \quad (3.1)$$

$$\delta_n^l = -\delta_n^r \quad (3.2)$$

Die Superskripte  $l$  und  $r$  bezeichnen die linke und rechte Seite in Bezug auf die Symmetrieebene. Bei einer antimetrischen Bewegungsform sind die tangentialen Auslenkungskomponenten für spiegelsymmetrische Positionen bezüglich der Symmetrieebene entgegengesetzt zueinander. Die Normalkomponente der Auslenkung ist hier dagegen identisch. Für einen antimetrischen Fall gelten somit folgende Beziehungen für Auslenkungen an spiegelsymmetrischen Positionen:

$$\delta_t^l = -\delta_t^r \quad (3.3)$$

$$\delta_n^l = \delta_n^r \quad (3.4)$$

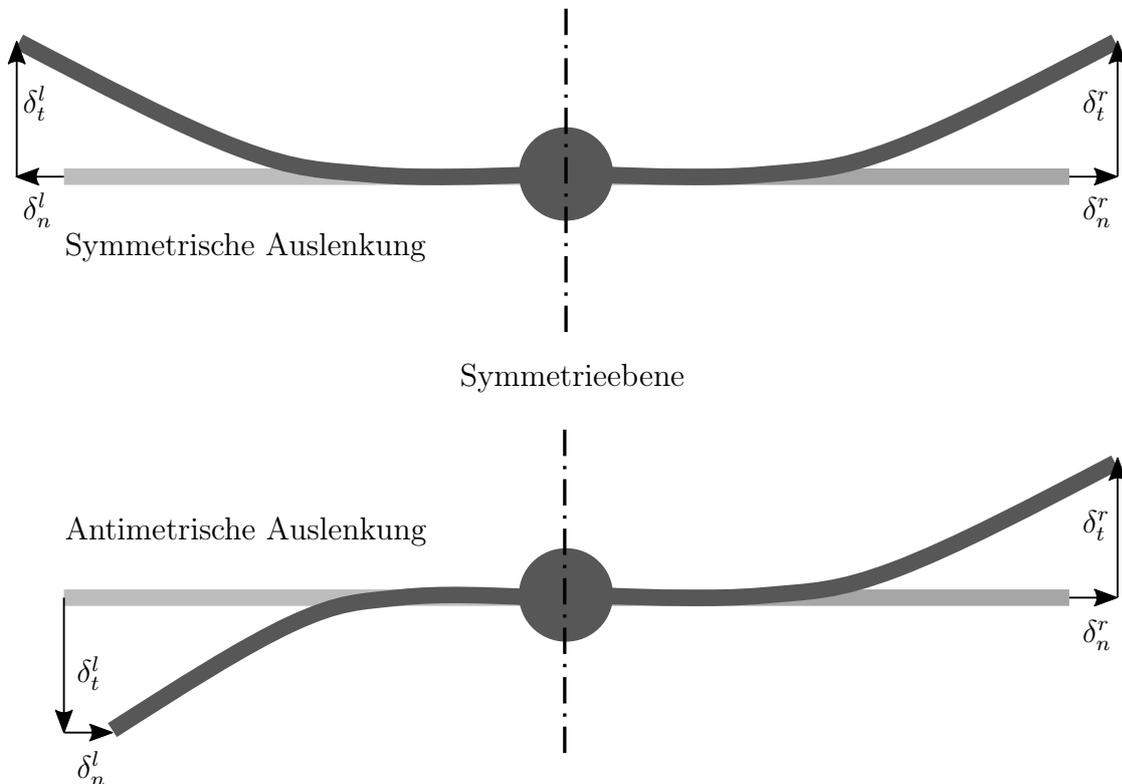


Abbildung 3.3: Auslenkungsbeziehungen sowohl für symmetrische als auch antimetrische Strukturauslenkungen. Die dargestellten Amplituden der linearen Auslenkungen sind überhöht dargestellt.

Die oben genannten Bedingungen bestimmen ebenfalls die Kinematik der Auslenkungen an der Symmetrieebene selbst. Ein an der Symmetrieebene angrenzender Strukturausschnitt ist in Abb. 3.4 dargestellt. Das Koordinatensystem ist durch die Hauptrichtungen  $\mathbf{t}_1$ ,  $\mathbf{t}_2$  und  $\mathbf{n}$  definiert. Die Richtungsvektoren  $\mathbf{t}_1$  und  $\mathbf{t}_2$  sind tangential zur Symmetrieebene orientiert, wobei der Richtungsvektor  $\mathbf{n}$  normal zur Symmetrieebene steht. Im Allgemeinen sind die in Abb. 3.4 dargestellten tangentialen Anteile der Auslenkung  $\delta_{t1}$  und  $\delta_{t2}$  für den symmetrischen Fall ungleich Null, was wiederum Gl. (3.1) genügt.

Die Normalkomponente der Auslenkung  $\delta_n$  muss allerdings an der Symmetrieebene im Gegensatz zu den tangentialen Anteilen verschwinden, damit dort die kinematische Bedingung ausgedrückt durch Gl. (3.2) erfüllt bleibt. Bei antimetrischen Bewegungsformen führen die Gl. (3.3) und (3.4) dazu, dass die tangentialen Anteile der Auslenkung  $\mathbf{t}_1$  und  $\mathbf{t}_2$  an der Symmetrieebene gleich Null sind und die Normalkomponente der Auslenkung  $\delta_n$  im allgemeinen Fall ungleich Null ist.

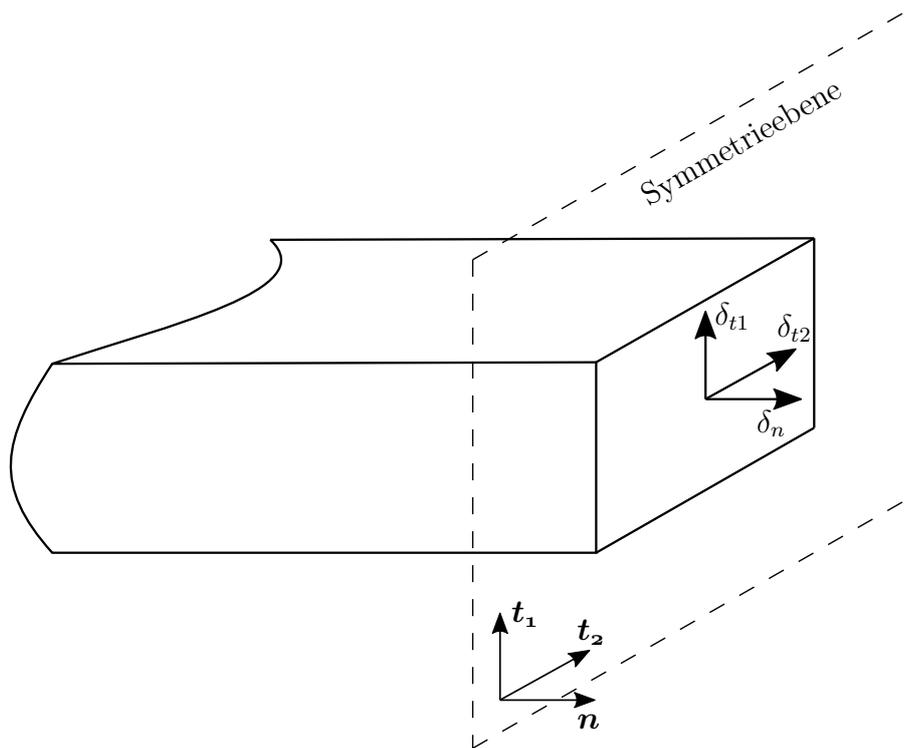


Abbildung 3.4: An der Symmetrieebene angrenzender Strukturausschnitt mit vektoriel-  
len Komponenten der Verschiebung  $\delta_{t1}$ ,  $\delta_{t2}$  und  $\delta_n$ .

Im Rahmen einer aeroelastischen Analyse werden schwach gedämpfte Systeme mit Proportionaldämpfung betrachtet. Modale Auslenkungen solcher Systeme sind reellwertig. Dies impliziert wiederum, dass sich die Freiheitsgrade der Struktur in Phase bewegen [32]. Es lassen sich daher basierend auf kinematischen Beziehungen für Auslenkungskomponenten (Gl. (3.1)-(3.4)) die kinematischen Beziehungen für Komponenten der Auslenkungsgeschwindigkeit angeben. Für eine symmetrische Bewegungsform gilt nämlich:

$$\dot{\delta}_i^l(t) = \dot{\delta}_i^r(t) \quad (3.5)$$

$$\dot{\delta}_n^l(t) = -\dot{\delta}_n^r(t) \quad (3.6)$$

Entsprechend folgt für eine antimetrischen Bewegungsform:

$$\dot{\delta}_i^l(t) = -\dot{\delta}_i^r(t) \quad (3.7)$$

$$\dot{\delta}_n^l(t) = \dot{\delta}_n^r(t) \quad (3.8)$$

Die Normalkomponente der Auslenkungsgeschwindigkeit bei symmetrischen Bewegungsformen und Tangentialkomponenten bei antimetrischen Bewegungsformen haben somit entgegengesetzte Vorzeichen an spiegelsymmetrischen Positionen (siehe Gl. (3.6) und (3.8)). Dieses Verhalten kann mit der Euler'schen Identität  $e^{i\pi} = -1$  als eine Phasenverschiebung um  $180^\circ$  interpretiert werden.

### 3.3 Konstruktion der antimetrischen Randbedingung

Wie im Abschnitt 2.2.3 dargestellt, kann die symmetrische Randbedingung für den CFD-Löser kleiner Störungen anhand der entsprechenden Randbedingung für den nichtlinearisierten CFD-Löser abgeleitet werden. Da keine antimetrische Randbedingung für den nichtlinearisierten CFD-Löser existiert, kann dieses Vorgehen nicht zu einer Herleitung einer antimetrischen Randbedingung kleiner Störungen verwendet werden. Daher wird ein antimetrischer Zustand für Störungsamplituden der Strömungsgrößen  $\hat{\mathbf{q}}_m^{asym}$  in den Geisterzellen außerhalb des Rechengebiets explizit basierend auf dem bekannten Zustand  $\hat{\mathbf{q}}_i$  innerhalb des Rechengebietes konstruiert. Die Position des Zustandes  $\hat{\mathbf{q}}_m^{asym}$  wird spiegelsymmetrisch zur Position des Zustandes  $\hat{\mathbf{q}}_i$  angenommen.

Der Ausgangspunkt ist die bereits im Abschnitt 3.2 diskutierte Kinematik der antimetrischen Strukturauslenkungen. Für spiegelsymmetrische Positionen wird angenommen, dass die spiegelsymmetrischen Störungsamplituden der Strömungsgeschwindigkeit sich zueinander in gleicher Weise verhalten, wie die spiegelsymmetrischen Auslenkungsgeschwindigkeiten der Struktur. Somit schwingen bei einer antimetrischen Strukturauslenkung die Normalkomponenten der Störungsamplitude der Strömungsgeschwindigkeit an spiegelsymmetrischen Positionen in Phase. Die tangentialen Komponenten weisen dagegen an allen spiegelsymmetrischen Positionen eine Phasenverschiebung von  $180^\circ$  zueinander auf. Mit dieser Annahme lassen sich die Komponenten  $\hat{u}_{m,t1}^{asym}$ ,  $\hat{u}_{m,t2}^{asym}$  und  $\hat{u}_{m,n}^{asym}$  der vektoriellen Störungsamplitude der Strömungsgeschwindigkeit in der Geisterzelle  $\hat{\mathbf{u}}_m^{asym}$  bestimmen. Sie basieren auf der Störungsamplitude der Strömungsgeschwindigkeit  $\hat{\mathbf{u}}_m^{asym}$  in der zur Geisterzelle spiegelsymmetrischen inneren Zelle.

Ein Vergleich der kinematischen Beziehungen der Störungsamplituden der Strömungsgeschwindigkeit für den symmetrischen und antimetrischen Fall ist in Abb. 3.5 dargestellt. Dabei ist die innere Zelle und die spiegelsymmetrische dazu angeordnete Geisterzelle jeweils durch die weiße und graue Hintergrundfarbe gekennzeichnet. Basierend auf Beobachtungen bei Vollmodellsimulationen (siehe z.B. Abb. 3.20) wird zusätzlich angenommen, dass Störungsamplituden von Druck und Dichte an spiegelsymmetrischen Positionen in Gegenphase oszillieren. Somit lassen sich alle Strömungsvariablen angeben, die den modellierten Zustand in den Geisterzellen  $\hat{\mathbf{q}}_m^{asym}$  definieren:

$$\hat{\rho}_m^{asym} = -\hat{\rho}_i \quad (3.9)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_m^{asym} = \hat{\mathbf{u}}_i - 2(\mathbf{I} - \mathbf{n}_b \otimes \mathbf{n}_b) \hat{\mathbf{u}}_i \quad (3.10)$$

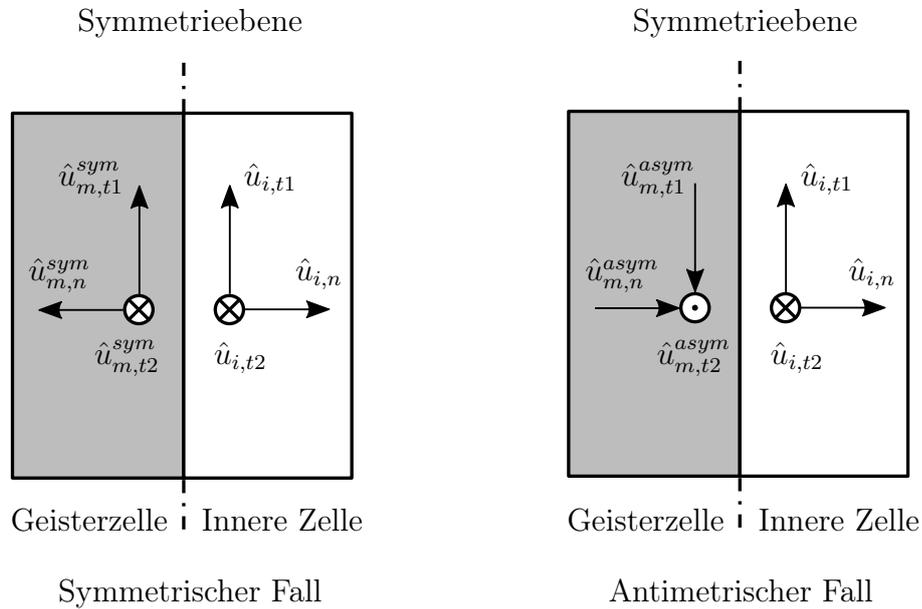


Abbildung 3.5: Kinematische Bedingungen der Strömungsgeschwindigkeiten für die Geisterzelle und die innere Zelle.

$$\hat{p}_m^{asym} = -\hat{p}_i \quad (3.11)$$

wobei  $\mathbf{I}$  die Einheitsmatrix bezeichnet. Die kinematische Beziehung für die modellierte Störungsamplitude der Strömungsgeschwindigkeit (Gl. (3.10)) ähnelt der in [6] vorgeschlagenen antimetrischen Randbedingung. Die Randbedingung wird in [6] jedoch für CFD-Methoden kleiner Störungen im Zeitbereich eingeführt und rein auf die Behandlung von Geschwindigkeiten beschränkt.

Stehen Ergebnisse einer Simulation mittels eines CFD-Lösers kleiner Störungen für das Halbmodell zur Verfügung, können die GAF für das Vollmodell unter Anwendung der kinematischen Beziehungen für symmetrische und antimetrische Bewegungsformen berechnet werden. Anhand Gl. (2.99) lässt sich erkennen, dass zur Berechnung der GAF sowohl die Oberflächenauslenkungen als auch die Störampplituden des Druckes an der Oberfläche der betrachteten Konfiguration erforderlich sind. Diese Größen an der vernachlässigten Hälfte der Konfiguration lassen sich unter der Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften des aeroelastischen Systems rekonstruieren (siehe Gl. (2.50), (3.11) und (3.1)-(3.4)).

### 3.4 Gitterdeformation für den Einsatz mit antimetrischer Randbedingung

Für die rechte Seite von Gl. (2.12) ist keine zusätzliche Modellierung erforderlich. Die Flüsse  $\widehat{\mathbf{F}}^{(2)}$ ,  $\widehat{\mathbf{G}}^{(2)}$  und  $\widehat{\mathbf{H}}^{(2)}$  am Symmetrierand des Rechengebietes sind unter Anwendung der symmetrischen Randbedingung (Gl. (2.45)-(2.47)) implizit vom Referenzströmungszustand der inneren Rechenzellen abhängig. Darüber hinaus hängen sie von den Störgrößen der Gittermetrik ab, die wiederum durch die vordefinierte Gitterdeformation vorgegeben sind. Somit sind alle erforderlichen Terme bekannt und die rechte Seite von Gl. (2.12) kann direkt berechnet werden.

Dadurch, dass die Störgrößen der Gittermetrik in Gl. (2.12) einfließen, muss zusätzlich zu den Störgrößen des Strömungszustandes die Verformung der Symmetrieebene korrekt erfasst werden. Die ordnungsgemäße Modellierung der antimetrischen Randbedingung schließt daher zusätzlich die korrekte Verformung der Symmetrieebene ein. Die Verformung des Rechengitters muss daher in der Symmetrieebene den antimetrischen kinematischen Bedingungen (Gl. (3.3) und (3.4)) genügen. Zur Validierung der antimetrischen Randbedingung ist für jeden betrachteten Simulationsfall sowohl eine Voll- als auch eine Halbmodellversion eines Rechengitters erforderlich. Im Folgenden wird die verwendete Strategie zur Ableitung von Halbmodellgittern aus Vollmodellgittern beschrieben.

Um modale Verformungen der Struktur zu berücksichtigen, werden ausgehend von dem Rechengitter des Halbmodells im Referenzzustand deformierte Rechengitter mittels der im Abschnitt 2.3 vorgestellten Verfahren erstellt. Das Vollmodellgitter im Referenzzustand wird durch eine Spiegelung des Halbmodellgitters bezüglich der Symmetrieebene mittels der eigens dafür entwickelten MATLAB-Routine erzeugt. Dabei besteht die Herausforderung darin, die Topologiebeziehungen der Gitterblöcke zueinander korrekt zu erfassen. Im Unterschied zu der Erzeugung eines Vollmodellgitters durch eine Spiegelungsoperation in ICEM CFD [1], besteht der Vorteil des oben geschriebenen Vorgehens darin, dass es keine Rundungsfehler bei der Spiegelung der Gitterpunktpositionen auftreten. Somit wird diese Fehlerquelle bei der Validierung der antimetrischen Randbedingung ausgeschlossen. Schließlich werden die verformten Gitter durch einen nachfolgenden Verformungsschritt aus dem Vollmodellgitter im Referenzzustand abgeleitet. Somit stehen zwei Sätze von Rechengittern für Vergleichszwecke zur Verfügung.

Der Verformungsvorgang ist in Abb. 3.6 durch blaue Pfeile dargestellt. Die blauen Pfeile beschreiben die Abfolge der Schritte mit einem Halbmodell als Ausgangspunkt. Es ist ebenfalls möglich aus einem Vollmodellgitter ein Halbmodellgitter abzuleiten. Die Voraussetzung dafür ist, dass keine Rechenzelle des Rechengitters im Referenzzustand von der Symmetrieebene geschnitten wird. Unter Einsatz der neuartigen antimetrischen Randbedingungen eignet sich diese Vorgehensweise zur Anpassung bestehender aeroelastischer Modelle an die Anwendung mit der Halbkonfiguration. Der Ablauf ist durch

graue Pfeile in Abb. 3.6 skizziert. Außerdem ist in Abb. 3.6 angedeutet, dass die Symmetrieebene (blaue Linie) bei antimetrischen Auslenkungen der Struktur nicht mehr „eben“, sondern deformiert ist.

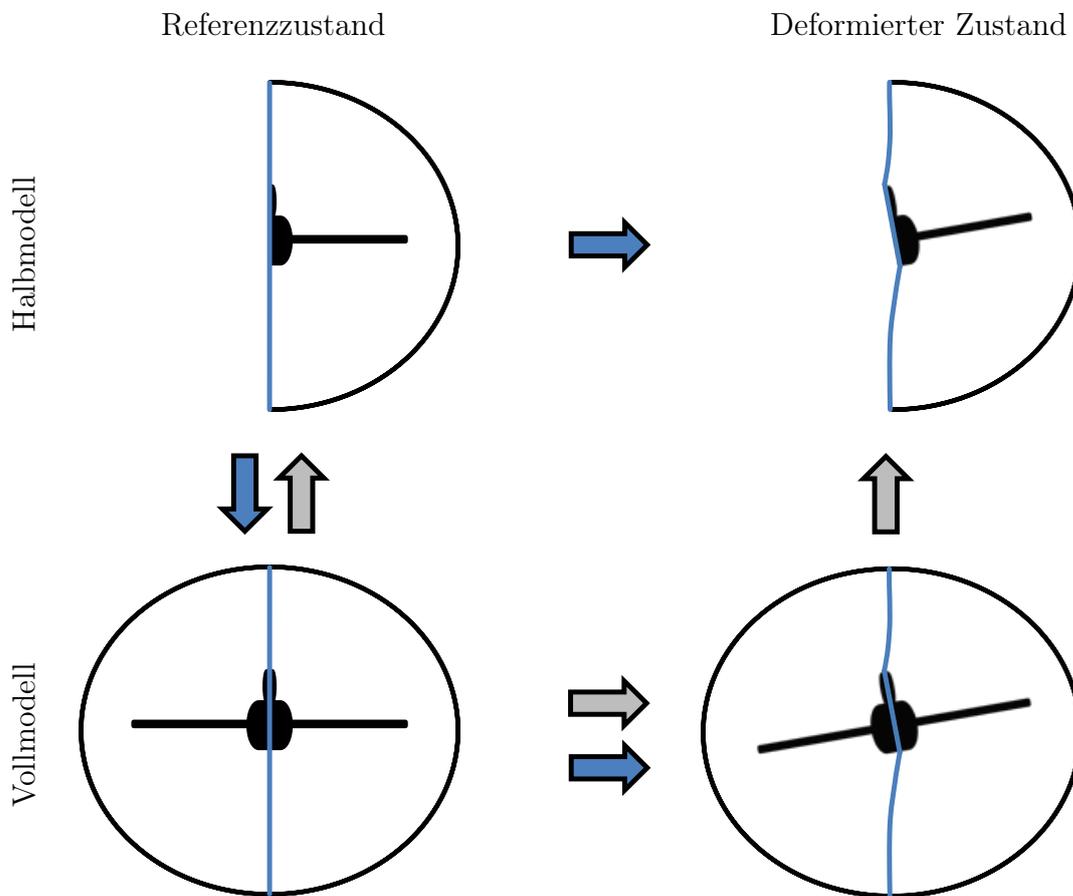


Abbildung 3.6: Prozessschritte der Gitterverformung zur Validierung der antimetrischen Randbedingung.

## 3.5 Anwendungsfälle

Die Methodik für die Behandlung des Symmetrierandes bei antimetrischen Bewegungsformen mittels der antimetrischen Randbedingung wird anhand von zwei dreidimensionalen Fällen validiert. Im ersten Fall werden die modalen Auslenkungen des AGARD 445.6-Flügels unter transsonischen Anströmbedingungen untersucht. Der Validierungsfall stellt eine Herausforderung dar, da die gesamte Geometrie des Flügels die Symmetrieebene schneidet und gleichzeitig modale Auslenkungen ausführt. Der zweite Fall befasst sich mit vier höheren antimetrischen Eigenmoden des „NASA Common Research Models“ unter transsonischen Anströmbedingungen ohne Schiebewinkel. Dieser Validierungsfall stellt die Anwendung eines CFD-Verfahrens kleiner Störungen in Verbindung mit der antimetrischen Randbedingung auf eine realistische Geometrie eines Verkehrsflugzeuges dar.

### 3.5.1 Fall 1: AGARD 445.6-Flügel

Die Antwort der aerodynamischen Kräfte auf instationäre modale Auslenkungen des AGARD 445.6-Flügels (geschwächtes Modell 3) wird untersucht, um die antimetrische Randbedingung zu validieren. Der AGARD-Flügel hat eine Streckung von 1,65 und eine Pfeilung von  $45^\circ$  bei 25% der Profiltiefe. Außerdem weist er eine Zuspitzung von 0,66 bei einer Flügelhalbspannweite  $s = 0,762 \text{ m}$  und einer Flügelwurzelsehne von  $0,558 \text{ m}$  auf. Der Flügelquerschnitt entspricht dem symmetrischen Profil NACA-65A004. Der Flügel wurde im NASA Langley Transonic Dynamics Tunnel (TDT) unter dem Anstellwinkel von  $0^\circ$  untersucht. Detaillierte Informationen zu den Testbedingungen, der Modellgeometrie und den strukturellen Eigenschaften des Flügels sind in [125] enthalten. Der AGARD-Flügel wird häufig als Validierungsfall für rechnergestützte aeroelastische Berechnungsmethoden verwendet [100].

Aufgrund der Anströmbedingungen mit dem Anstellwinkel von  $0^\circ$  und einem symmetrischen Querschnitt des Flügels kann der oben genannte Validierungsfall als symmetrisch in Bezug auf die Flügelmittelebene bezeichnet werden. Somit können instationäre aerodynamische Untersuchungen basierend auf der Hälfte des ursprünglichen Rechenbereiches des AGARD-Flügels durchgeführt werden. Um mögliche Anwendungen der antimetrischen Randbedingung zu demonstrieren, wird der Flügel als eine generische Seitenleitwerkskonfiguration betrachtet. Aus diesem Grund wird der Flügel um die  $x$ -Achse um  $90^\circ$  rotiert. Folglich ist der Rechenbereich spiegelsymmetrisch in Bezug auf die  $x$ - $z$ -Ebene. Daher kann die Symmetrie mittels der Randbedingungen sowohl für stationäre als auch für instationäre Simulationen ausgenutzt werden.

Der Rechenbereich des AGARD-Flügels ist in strukturierter Weise durch 532480 Rechenzellen diskretisiert, die in zwei topologischen Blöcken angeordnet sind. Die Dimensionen des ursprünglichen Rechenbereiches sind 15, 16 und 7 Halbspannweiten jeweils in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung. Das Rechengitter ist mit ANSYS ICEM CFD [1] generiert. Außerdem ist das Rechengitter geglättet, um nahezu orthogonale Gitterlinien zu den Wandgrenzen der Flügelgeometrie zu erhalten. Der Rechenbereich des Halbmodells wird durch das Entfernen eines topologischen Blocks und Aufprägen einer Randbedingung in der Symmetrieebene abgeleitet. Beide Rechengitter sind in den Abb. 3.7a und 3.7b dargestellt. Der Querschnitt des AGARD 445.6-Flügels sowohl im Voll- als auch im Halbmodellfall ist durch Abb. 3.8 veranschaulicht. Die in [27] durchgeführte Sensitivitätsstudie zeigt für das verwendete Rechengitter eine Unabhängigkeit der rechnerischen Lösung von der Gitterauflösung. Jede Simulation wird beendet, sobald die normierte euklidische Norm der Dichteänderung einen Wert von  $10^{-7}$  unterschreitet.

Die instationäre aerodynamische Antwort auf die ersten fünf modalen Auslenkungen wird berücksichtigt. Für CFD-Simulationen werden die Deformationen so skaliert, dass die maximale Auslenkungsamplitude  $\delta_{max}$  jeder Eigenmode  $5 \cdot 10^{-3}$  der Halbspannweite beträgt. Dieses Vorgehen gewährleistet die Erfüllung der Annahme kleiner Störungen. Die modalen Auslenkungen sind in Abb. 3.9 dargestellt. Die Amplituden der effektiv

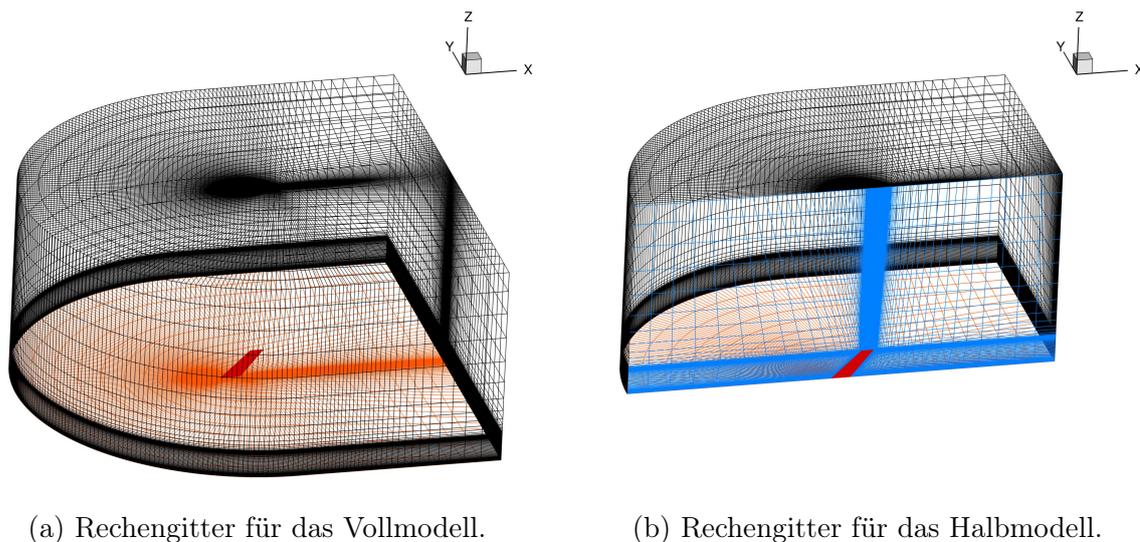


Abbildung 3.7: Rechengitter des AGARD 445.6-Flügels. Der Fernfeldrand ist schwarz, die Wandränder sind orange und rot und der symmetrische bzw. antisymmetrische Rand ist blau eingefärbt dargestellt.



Abbildung 3.8: Querschnitt des AGARD 445.6-Flügels für den Voll- und Halbmodellfall.

simulierten modalen Auslenkungen sind um den Faktor 30 überhöht dargestellt. Die Falschfarben repräsentieren die mit  $\delta_{max}$  normierten lokalen Auslenkungsamplituden.

Die Machzahl der Anströmung von 0,954 wird gemäß [27, 122] gewählt, um transsonische Strömungsbedingungen an der untersuchten Geometrie zu gewährleisten. Es wird die reibungsfreie Strömung berücksichtigt. Somit werden die stationären Simulationen auf der Grundlage der nichtlinearen Euler-Gleichungen (Gl. (2.6)) berechnet. Die stationäre Verteilung des Druckbeiwerts am AGARD-Flügel ist in Abb. 3.10 dargestellt. Ein mäßiger Stoß ist an der Hinterkante im inneren Bereich des Flügels ( $z/s = 0$ ) zu erkennen. Basierend auf der stationären Lösung werden instationäre Simulationen kleiner Störungen durchgeführt, denen linearisierte Euler-Gleichungen (Gl.(2.12)) zugrunde liegen. Sowohl für das Voll- als auch das Halbmodell des AGARD 445.6-Flügels werden reduzierte Frequenzen von  $k_{red} = [0,0; 0,2; 1,0; 5,0]$  berücksichtigt. Die rote Linie an der Hälfte der Halbspannweite in Abb. 3.10 stellt die Position dar, an der instationäre  $\hat{c}_p$ -Verteilungen in der Sehnenrichtung untersucht werden.

In Abb. 3.11 ist das Ergebnis der Simulation kleiner Störungen mit dem Vollmodell des AGARD 445.6-Flügels gezeigt. Dabei wird die Eigenmode 3 bei einer reduzierten

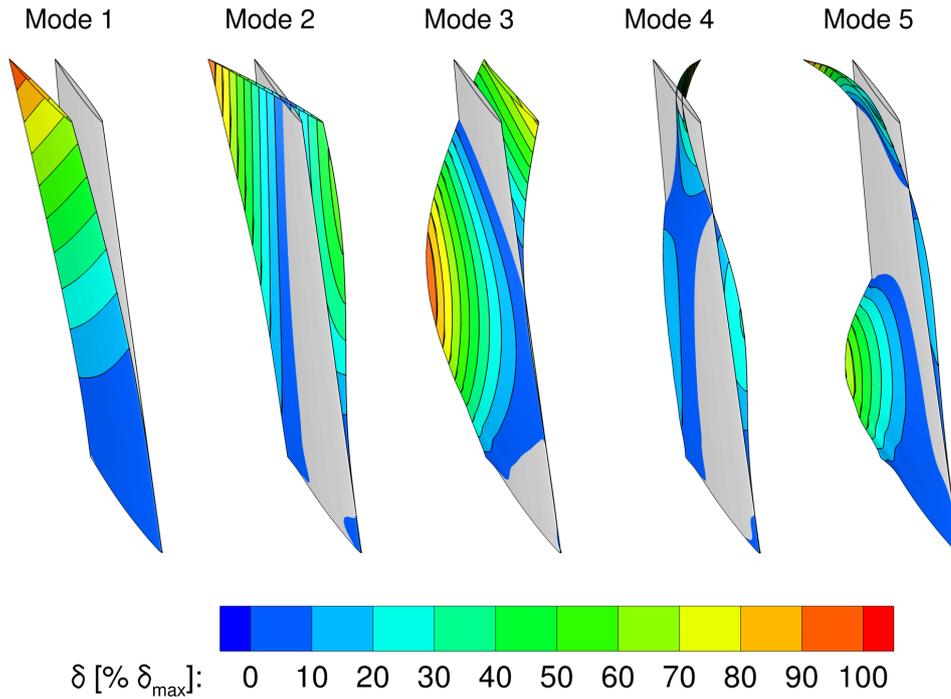


Abbildung 3.9: Erste fünf Eigenmoden des AGARD 445.6-Flügels.

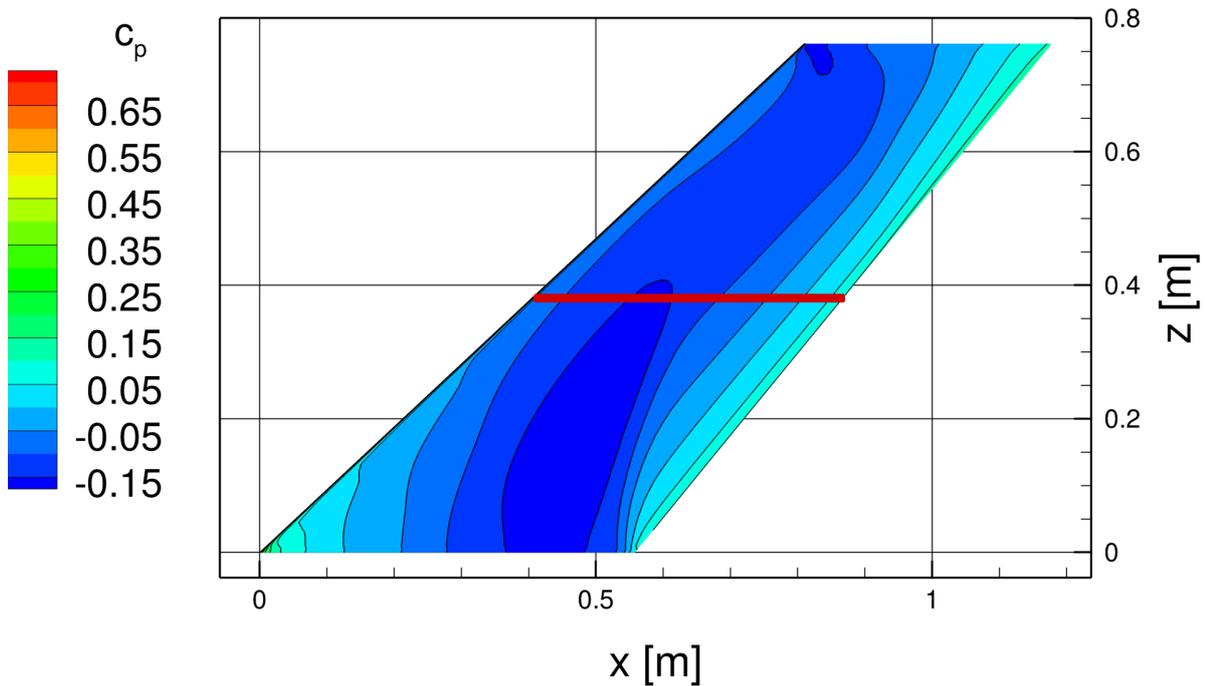


Abbildung 3.10: Stationäre Verteilung des Druckbeiwerts ( $c_p$ ) für die betrachtete Mach-Zahl von 0,954. Die rote Linie bei  $z/s = 0,5$  stellt die Position für die Untersuchung der lokalen  $\hat{c}_p$ -Verteilung in der Sehnenrichtung dar.

Frequenz von 0,2 betrachtet. Im Flügelaußenbereich bewegt sich die „Staulinie“ aufgrund der torsionsförmigen Auslenkung des Flügels. Dieser Effekt führt zu lokal hohen Störampplituden des Druckbeiwerts  $\hat{c}_p$  sowohl im Real- als auch im Imaginärteil.

Die lokale Abweichung der  $\hat{c}_p$ -Verteilung der Halbmodell-Lösung bezogen auf die Vollmodell-Referenzlösung ist in Abb. 3.12 für den oben betrachteten Fall gezeigt. Die lokale Abweichung des Real- bzw. Imaginärteils einer Größe wird mit der globalen maximalen absoluten Amplitude wie folgt normiert:

$$\Delta_{Re}(x, z) = \frac{|Re \hat{c}_{p,voll}(x, z) - Re \hat{c}_{p,halb}(x, z)|}{|Re \hat{c}_{p,voll}|_{max}} \quad (3.12)$$

$$\Delta_{Im}(x, z) = \frac{|Im \hat{c}_{p,voll}(x, z) - Im \hat{c}_{p,halb}(x, z)|}{|Im \hat{c}_{p,voll}|_{max}} \quad (3.13)$$

Die Indizes *voll* und *halb* bezeichnen hier die Ergebnisse der Voll- bzw. Halbmodellsimulation. Es ist zu erkennen, dass die Ergebnisse des Halbmodells eine perfekte Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Vollmodells aufweisen. Die höchste Abweichung beträgt nicht mehr als 0,08% und 0,09% jeweils für den realen und imaginären Teil von  $\hat{c}_p$ . Die vernachlässigbaren Abweichungen können auf Rundungsfehler innerhalb des numerischen Lösungsprozesses zurückgeführt werden.

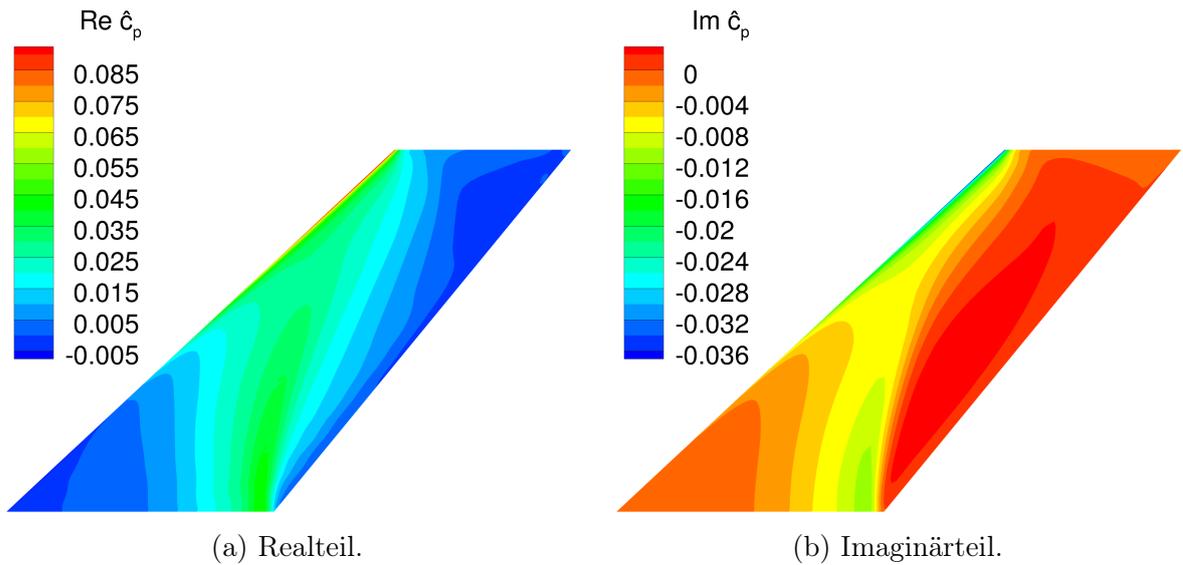


Abbildung 3.11: Verteilung der Störampplitude des Druckbeiwerts.  $Ma_\infty = 0.954$ ,  $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 3, AGARD 445.6.

Darüber hinaus werden in den Abb. 3.13-3.16  $\hat{c}_p$ -Verteilungen bei  $z/s = 0,5$  für die Voll- und Halbmodellsimulationen verglichen. Dabei werden exemplarisch ausgewählte Kombinationen von Eigenmoden und reduzierten Frequenzen betrachtet. Die Positionsangabe wird durch die lokale Sehnenlänge  $c_{loc}$  normiert. Eine perfekte Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen, die mit dem Halbmodell und dem Vollmodell des AGARD 445.6-Flügels erzielt werden, ist sowohl über alle betrachteten reduzierten Frequenzen als auch Eigenmoden hinweg zu beobachten.

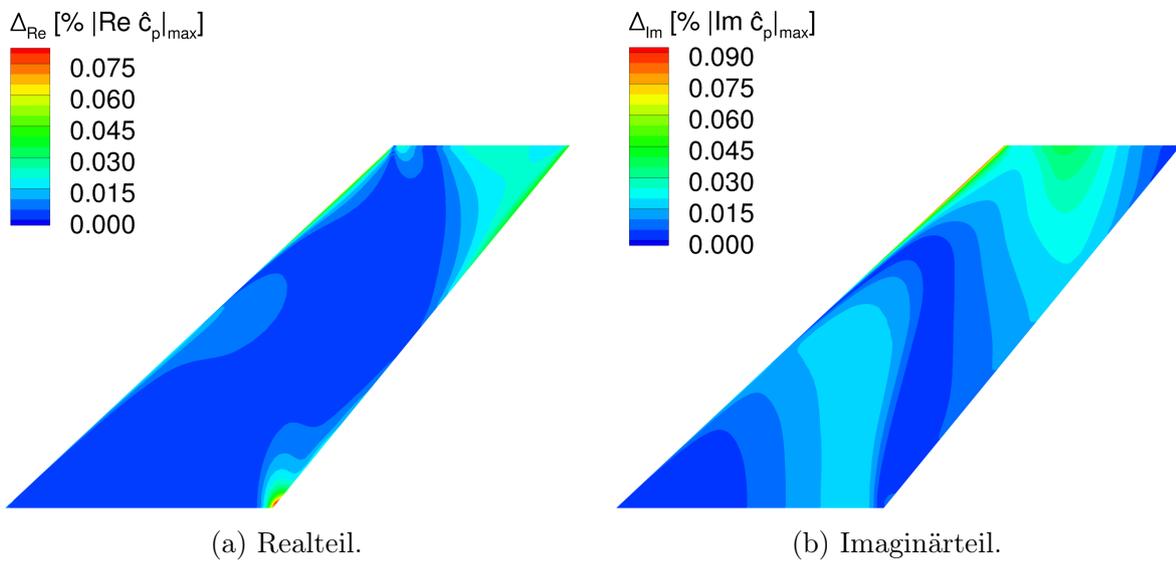
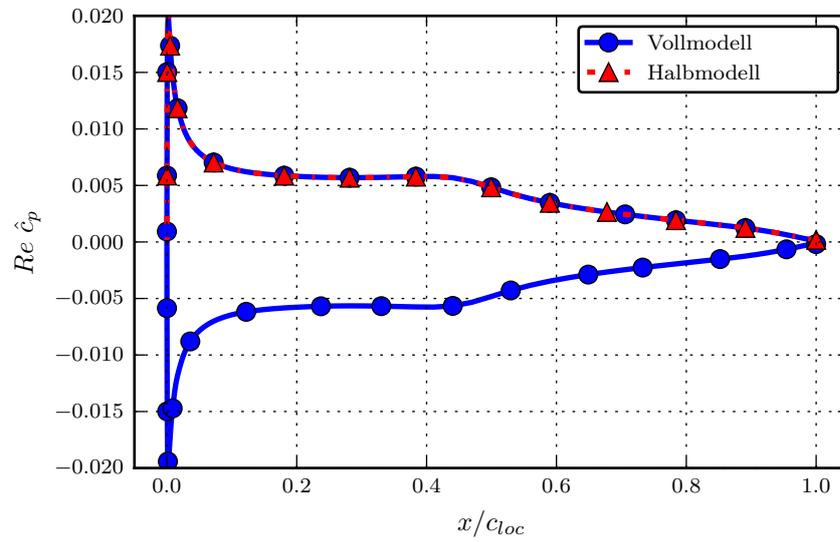
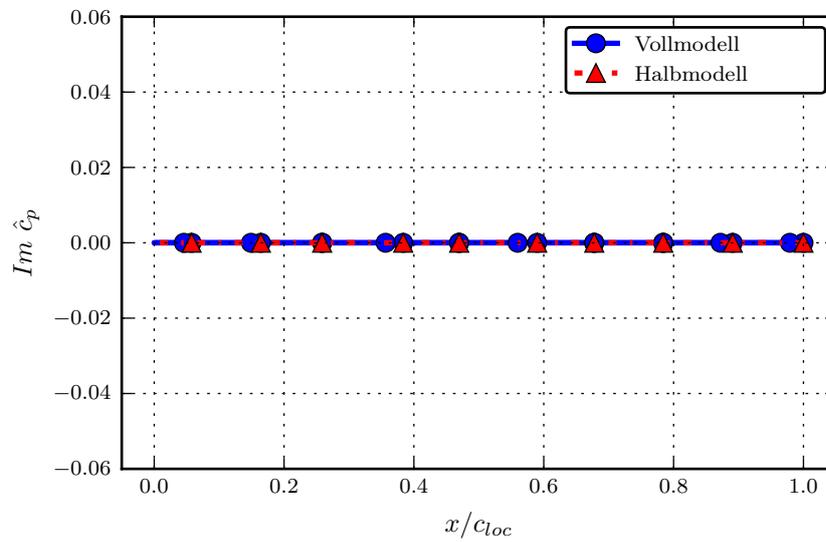


Abbildung 3.12: Normierte lokale Abweichung der  $\hat{c}_p$ -Verteilung bezogen auf die Vollmodellergebnisse.  $Ma_\infty = 0,954$ ,  $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 3, AGARD 445.6.

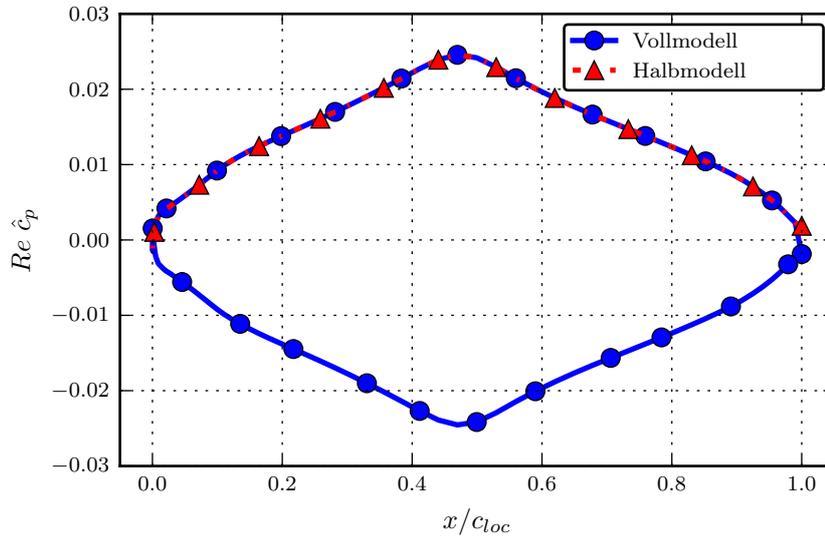


(a) Realteil.

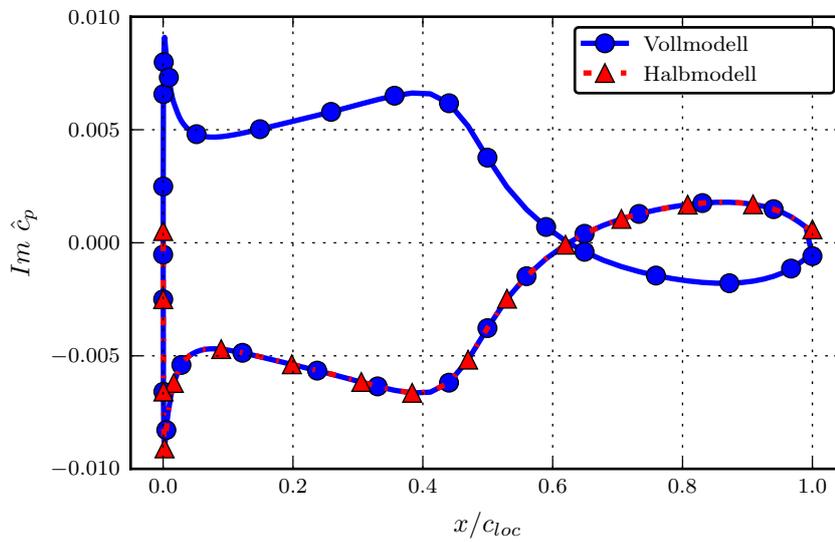


(b) Imaginärteil.

Abbildung 3.13: Vergleich der  $\hat{c}_p$ -Verteilungen bei  $z/s = 0,5$  für die Voll- und Halbmodellsimulation.  $Ma_\infty = 0,954$ ,  $k_{red} = 0,0$ , Eigenmode 1, AGARD 445.6.

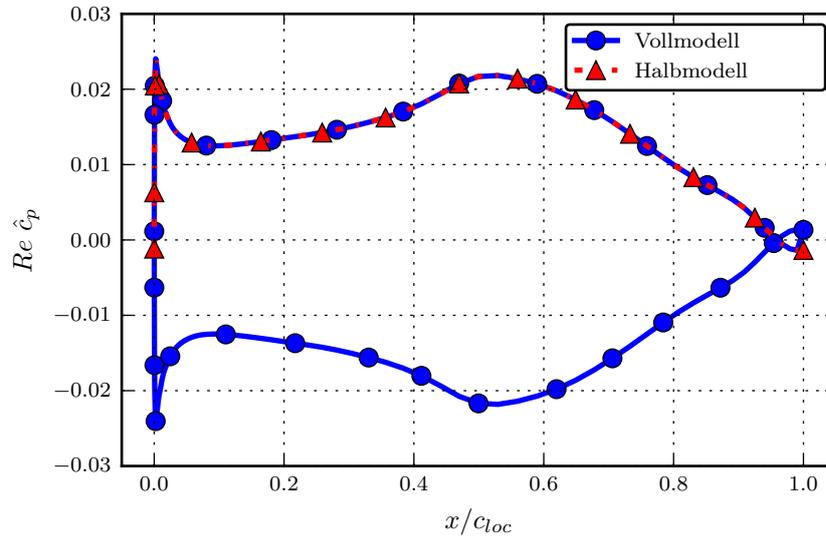


(a) Realteil.

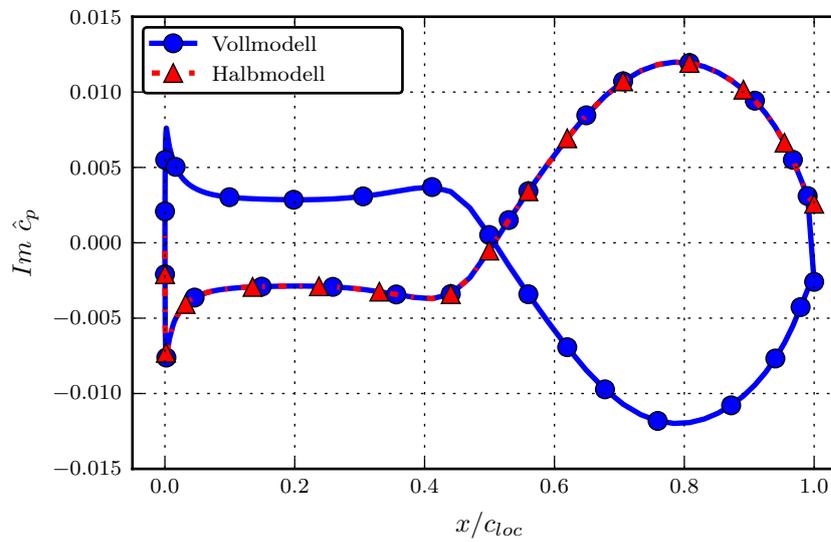


(b) Imaginärteil.

Abbildung 3.14: Vergleich der  $\hat{c}_p$ -Verteilungen bei  $z/s = 0,5$  für die Voll- und Halbmodellsimulation.  $Ma_\infty = 0,954$ ,  $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 2, AGARD 445.6.

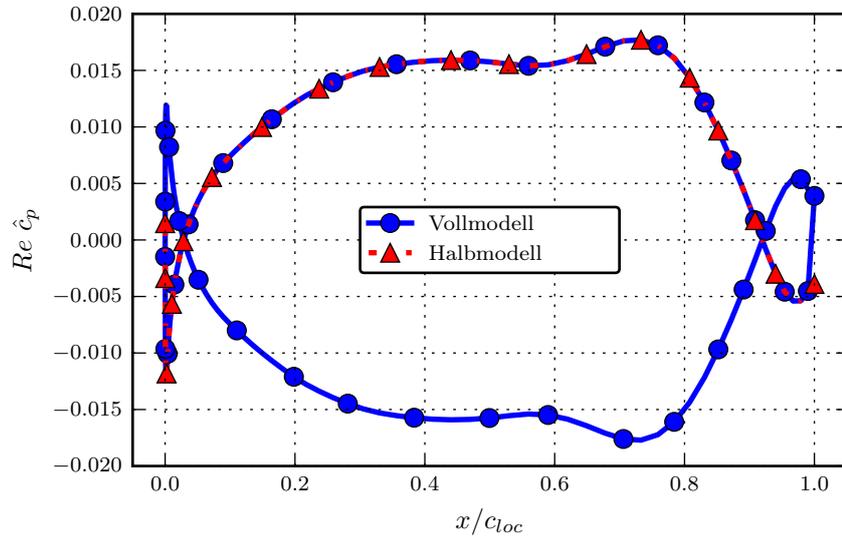


(a) Realteil.

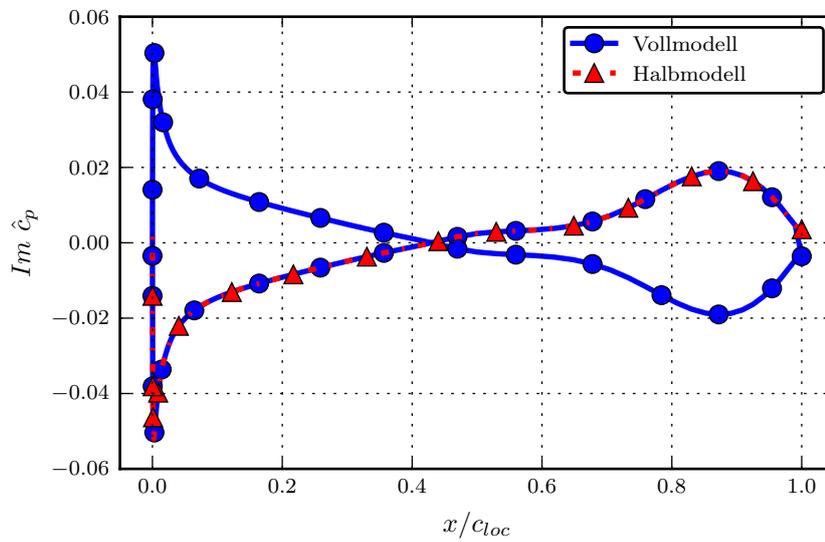


(b) Imaginärteil.

Abbildung 3.15: Vergleich der  $\hat{c}_p$ -Verteilungen bei  $z/s = 0,5$  für die Voll- und Halbmodellsimulation.  $Ma_\infty = 0,954$ ,  $k_{red} = 1,0$ , Eigenmode 3, AGARD 445.6.



(a) Realteil.



(b) Imaginärteil.

Abbildung 3.16: Vergleich der  $\hat{c}_p$ -Verteilungen bei  $z/s = 0,5$  für die Voll- und Halbmodellsimulation.  $Ma_\infty = 0,954$ ,  $k_{red} = 5,0$ , Eigenmode 4, AGARD 445.6.

### 3.5.2 Fall 2: „NASA Common Research Model“

Der zweite Fall für die Validierung der antimetrischen Randbedingung ist das „NASA Common Research Model“ (CRM) [82, 105]. Das CRM stellt ein modernes transsonisches Verkehrsflugzeug dar, das bei einer Anströmmachzahl von  $Ma_\infty = 0,85$  einen Auftriebsbeiwert von  $c_A = 0,5$  aufweist. Die hier betrachtete CRM-Konfiguration beinhaltet Flügel, Rumpf und Höhenleitwerk. Im Englischen wird die Konfiguration als wing/body/horizontal-tail (WBH) bezeichnet. Sie stand im Mittelpunkt des vierten AIAA CFD-Workshops zur Vorhersage des Luftwiderstandes (Drag Prediction Workshop) [106]. Referenzgrößen für das CRM sind in Tabelle 3.1 angegeben.

Rumpflänge	$c_{rumpf}$	62,75 m
Referenzfläche	$A_{ref}$	383,69 m <sup>2</sup>
Flügelspannweite	$b$	58,763 m
Referenzsehnenlänge	$c_{ref}$	7,0053 m
Flügelstreckung	$\Lambda$	9,0
Pfeilung bei 0,25% der Sehnenlänge	$\phi_{1/4}$	35°
Flügelzuspitzung	$\lambda$	0,275

Tabelle 3.1: Geometrische Referenzgrößen der CRM-WBH-Konfiguration [106].

Der halbkugelförmige Rechenbereich des Halbmodells ist blockstrukturiert mit ca. drei Millionen Rechenzellen diskretisiert. Die Unabhängigkeit der Lösung von der Gitterauflösung ist im Rahmen einer Gittersensitivitätsstudie in [120] demonstriert. In Abb. 3.17 ist das CFD-Oberflächennetz des CRM-Halbmodells sowie der Symmetrieebene visualisiert. Der Rand des Rechengebiets, der die Symmetrieebene darstellt ist blau angefärbt. Hier wird je nach Symmetrieeigenschaften der modalen Strukturauslenkungen bei instationären CFD-Simulationen kleiner Störungen entweder eine symmetrische oder antimetrische Randbedingung aufgeprägt. Die Referenzlösungen werden auf der Basis des Rechengitters des Vollmodells durchgeführt. Das Rechengitter des Vollmodells ist vom ursprünglichen Halbmodellgitter durch eine Spiegelung in Bezug auf die Symmetrieebene abgeleitet. Das CRM befindet sich somit im Zentrum des kugelförmigen Rechengebietes mit einem Durchmesser von ca. 20 Flügelspannweiten. Die Strukturmodellierung wird durch die FERMAT-Konfiguration bereitgestellt, deren Geometrie an das CRM angepasst ist. Das FERMAT-Strukturmodell wurde mit dem Ziel eingeführt, aeroelastische Analysen auf der Basis der CRM-Konfiguration durchzuführen [54]. Im Gegensatz zur CRM-WBH-Konfiguration umfasst die FERMAT-Konfiguration jedoch sowohl ein Seitenleitwerk als auch Triebwerksgondeln. Es wird der modale Datensatz der FERMAT-Variante C2 verwendet. FERMAT-C2 bezieht sich auf das kondensierte strukturelle FE-Modell der FERMAT-Konfiguration mit dem maximalen Startgewicht und einen 1-g-Lastfall. Da Seitenleitwerk und Triebwerksgondeln im für die Validierung betrachteten CFD-Modell nicht vorhanden sind, werden deren modale Auslenkungen innerhalb des Prozesses zur Rechengitterdeformation vernachlässigt. Zur Validierung werden vier antimetrische Eigenmoden der Struktur herangezogen. Die entsprechenden

Angaben hinsichtlich der betrachteten Eigenmoden sind in Tabelle 3.2 enthalten. Außerdem sind die modalen Auslenkungen in Abb. 3.18 abgebildet. Die Falschfarbendarstellung veranschaulicht die lokalen Auslenkungsamplituden, die gemäß  $\frac{\delta_z}{|\delta_z|} \frac{\delta}{|\delta_{max}|}$  normiert sind. Die unausgelenkte Referenzgeometrie des CRM ist in transparentem Grau dargestellt.

Eigenmode	Eigenschaften	Eigenfrequenz [Hz]
8	antimetrische Flügelbiegung	1,4547
22	antimetrische Biegung des Höhenleitwerks	6,4587
28	antimetrische Flügeltorsion	9,6140
45	antimetrische Torsion des Höhenleitwerks	17,6611

Tabelle 3.2: Angaben zu betrachteten Eigenmoden der FERMAT-C2-Konfiguration [53].

Es wird die reibungsfreie Strömung berücksichtigt. Somit werden die stationären Simulationen auf der Grundlage der nichtlinearen Euler-Gleichungen (Gl. (2.6)) berechnet. Instationäre Simulationen kleiner Störungen werden basierend auf linearisierten Euler-Gleichungen (Gl. (2.12)) sowohl für das Vollmodell als auch für das Halbmodell unter Einsatz der antimetrischen Randbedingung durchgeführt. Es werden die reduzierten Frequenzen  $k_{red} = [0,0; 0,2; 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0]$  untersucht. Lösungen der stationären Simulationen bei  $Ma_\infty = 0,85$  und  $c_A = 0,5$  dienen als Referenzströmungsfelder für die

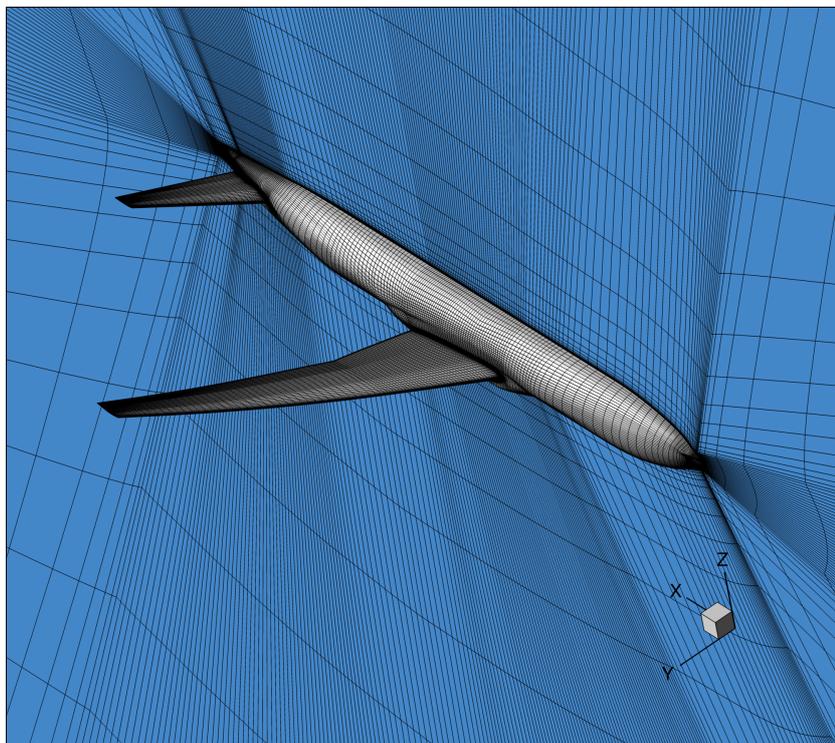


Abbildung 3.17: CFD-Oberflächennetz des CRM-WBH-Halbmodells (grau) sowie der Symmetrieebene (blau).

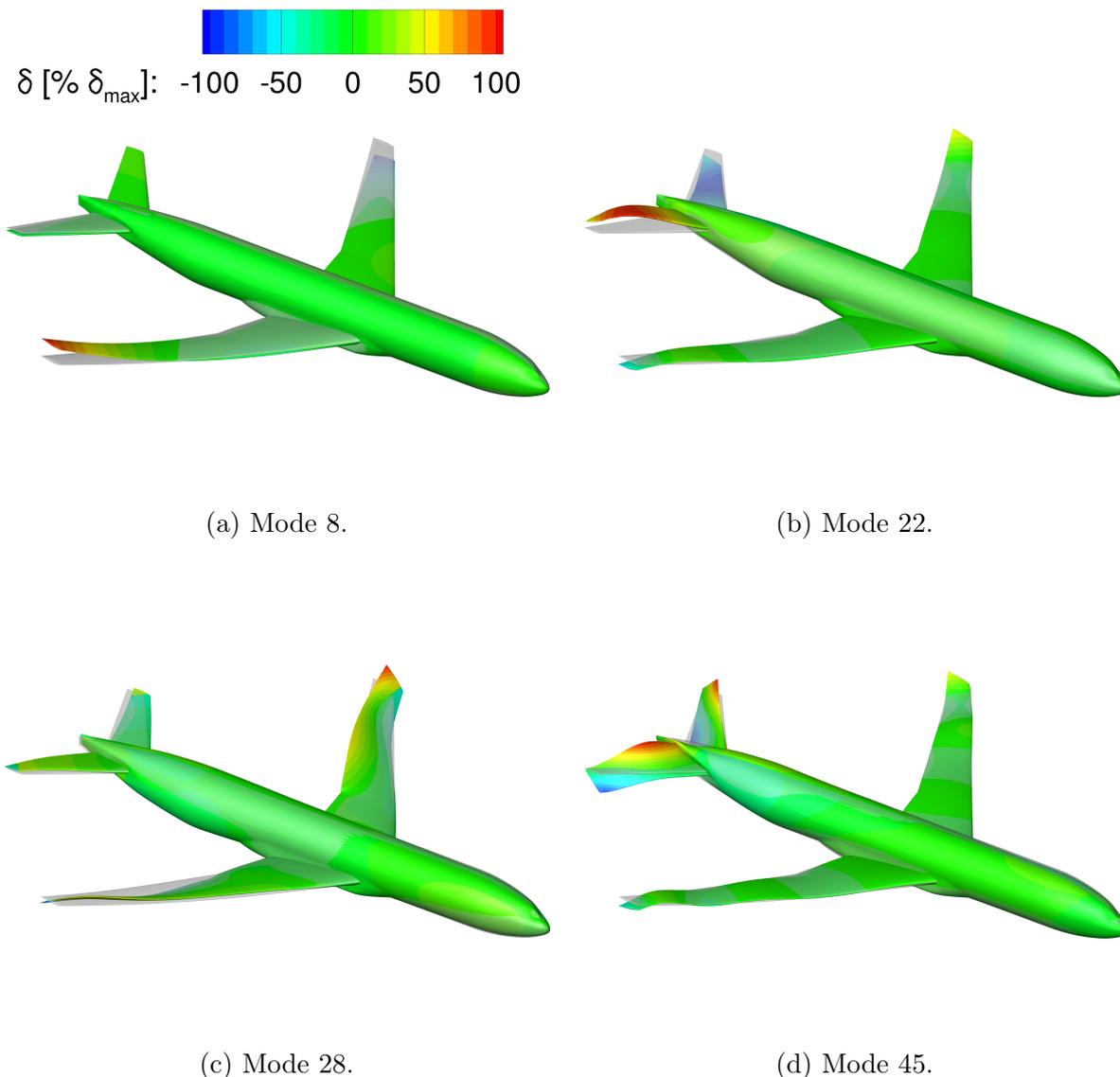


Abbildung 3.18: Auslenkungen der betrachteten Eigenmoden der FERMAT-C2-Konfiguration.

instationären Simulationen kleiner Störungen. Die Draufsicht der stationären Druckbeiwertverteilung ist in Abb. 3.19 gezeigt. An der Oberseite des Flügels ist ein charakteristisches Stoßsystem zu erkennen. Rot markierte Linien, die mit Zahlen von eins bis vier gekennzeichnet sind, veranschaulichen die Schnittpositionen, bei denen detaillierte  $\hat{c}_p$ -Verteilungen für das Voll- und Halbmodell bei ausgewählten Kombinationen der modalen Auslenkungen und reduzierten Frequenzen verglichen werden.

Die  $\hat{c}_p$ -Verteilung für die Eigenmode 28 und  $k_{red} = 0,2$  ist in Abb. 3.20 abgebildet. Der Auflösungsbereich der Falschfarbenwerte ist zum Zwecke der besseren Darstellung begrenzt. Somit sind Werte von  $Re \hat{c}_p$  und  $Im \hat{c}_p$ , die den aufgelösten Bereich unterschreiten bzw. überschreiten, jeweils entweder in Dunkelblau oder in Dunkelrot repräsentiert. Die Schwingung der Stoßwelle aufgrund der modalen Auslenkung des Flügels äußert sich in Regionen hoher Amplituden von  $Re \hat{c}_p$  und  $Im \hat{c}_p$ . Darüber hinaus führt ebenfalls die

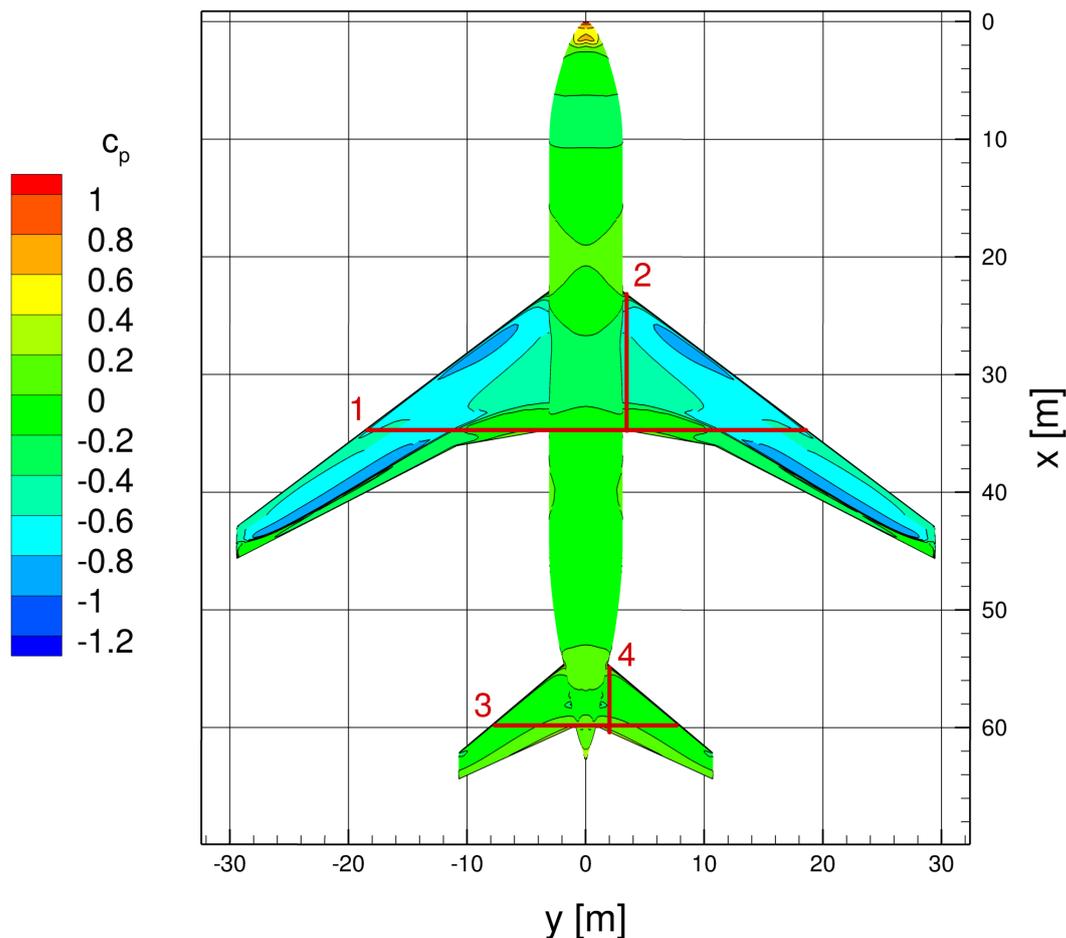


Abbildung 3.19: Stationäre Verteilung des Druckbeiwerts ( $c_p$ ) für die betrachtete Mach-Zahl von 0,85, CRM-WBH.

Bewegung der Staulinie im Außenbereich des Flügels zu höheren Amplituden von  $Re \hat{c}_p$  und  $Im \hat{c}_p$ .

Die lokale Abweichung der  $\hat{c}_p$ -Verteilung der Halbmodell-Lösung bezogen auf die Vollmodell-Referenzlösung ist in Abb. 3.21 für den oben betrachteten Fall dargestellt. Die Abweichung wird mittels Gl. (3.12) und (3.13) berechnet. Der Auflösungsbereich der Falschfarbenwerte ist zum Zwecke der besseren Darstellung begrenzt. Es ist eine perfekte Übereinstimmung der Ergebnisse der Halbmodellsimulation mit denen der Vollmodellsimulation zu beobachten. Die lokalen Abweichungen von  $Re \hat{c}_p$  und  $Im \hat{c}_p$  sind geringfügig und übersteigen nicht die Werte von 0,12% und 0,22% jeweils von  $|Re \hat{c}_p|_{max}$  und  $|Im \hat{c}_p|_{max}$ .

Ein Vergleich der  $\hat{c}_p$ -Verteilungen an den in Abb. 3.19 definierten Schnittpositionen ist in den Abb. 3.22-3.25 für ausgewählte Fälle dargestellt. Die lokalen Koordinaten bei Schnitten in die Spannweitenrichtung ist mit der Halbspannweite  $s = b/2$  der CRM-Konfiguration (siehe Tab. 3.1) normiert. Bei Schnitten in die Sehnenrichtung des Flügels bzw. des Leitwerks werden wiederum die jeweiligen lokalen Sehnenlängen  $c_{loc}$  zur Normierung der lokalen Koordinaten herangezogen. Die  $\hat{c}_p$ -Verteilung in die Spannweitenrichtung an der Schnittposition eins ist in Abb. 3.22 dargestellt. Die Schnittposition befindet

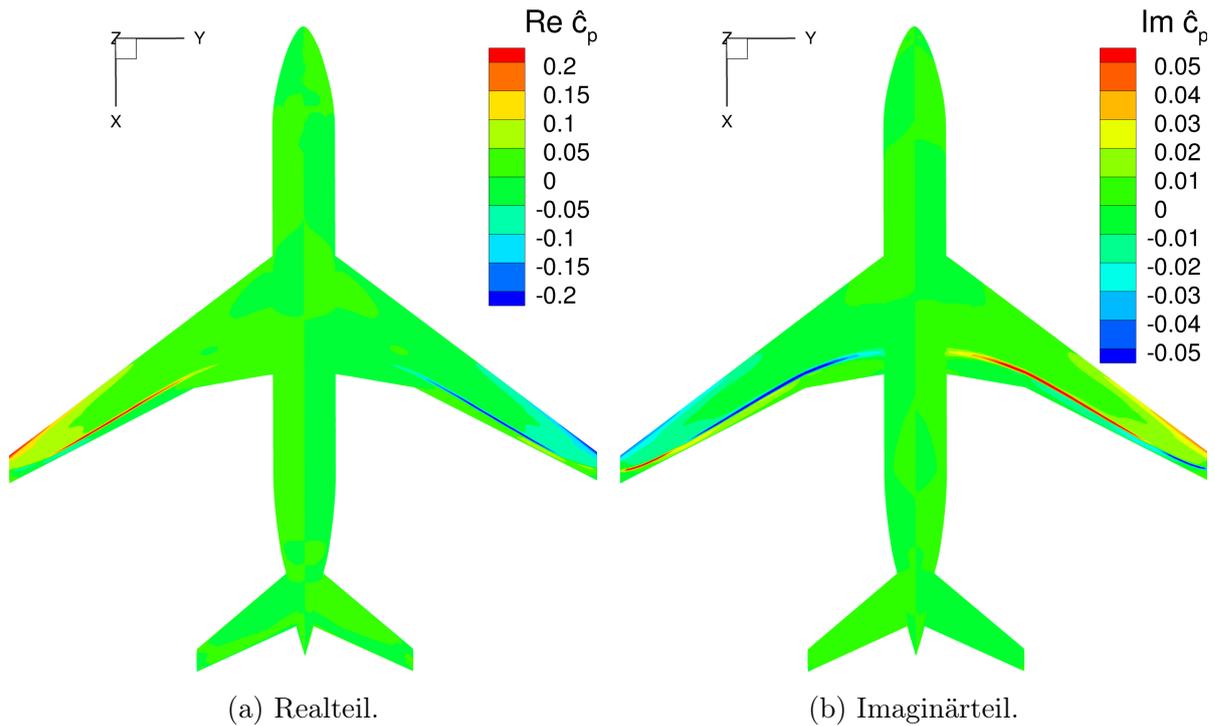


Abbildung 3.20: Verteilung der Störampplitude des Druckbeiwerts.  $Ma_\infty = 0,85$ ,  $k_{red} = 0,2$ , Mode 28.

sich dabei  $34,65 \text{ m}$  (ca.  $0,55c_{rumpf}$ ) hinter der Rumpfspitze. Die Simulationsergebnisse des Vollmodells sowie des Halbmodells mit antimetrischer Randbedingung sind für den betrachteten Fall (Eigenmode 8 und  $k_{red} = 0,2$ ) nahezu identisch. Die  $\hat{c}_p$ -Verteilung in die Sehnenrichtung an der Schnittposition zwei ( $y/s = 0,119$ ) ist in Abb. 3.23 gezeigt. Das dargestellte Ergebnis entspricht der modalen Torsionsauslenkung des Flügels (Eigenmode 28) bei  $k_{red} = 1,0$ . Auch hier ist eine perfekte Übereinstimmung der Ergebnisse des Vollmodells und des Halbmodells mit der antimetrischen Randbedingungsbehandlung zu beobachten. Als nächstes wird die  $\hat{c}_p$ -Verteilung in die Spannweitenrichtung entlang des Höhenleitwerks in Abb. 3.24 betrachtet. Dies entspricht der Schnittposition drei, die sich  $59,65 \text{ m}$  hinter der Rumpfspitze befindet. Das Ergebnis entspricht dem Simulationsfall, bei dem die modale Biegung des Höhenleitwerks (Eigenmode 22) bei einer hohen reduzierten Frequenz von  $k_{rot} = 5,0$  betrachtet wird. Das mit dem Halbmodell unter dem Einsatz der antimetrischen Randbedingung berechnete Ergebnis entspricht genau den Referenzergebnissen des Vollmodells. Die  $Re \hat{c}_p$ - und  $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen weisen einen Nulldurchgang an der Symmetrieebene im Falle antimetrischer Auslenkungen auf. Dieses charakteristische Verhalten stimmt mit der antimetrischen Bedingung für die Druckstörung  $\hat{p}$  überein (siehe Gl. (3.11)). Die  $\hat{c}_p$ -Verteilung am Höhenleitwerk in die Sehnenrichtung an der Schnittposition vier ( $y/s = 0,068$ ) ist in Abb. 3.25 dargestellt. Auch hier stimmen die Ergebnisse des Halbmodells exakt mit den Referenzergebnissen des Vollmodells überein.

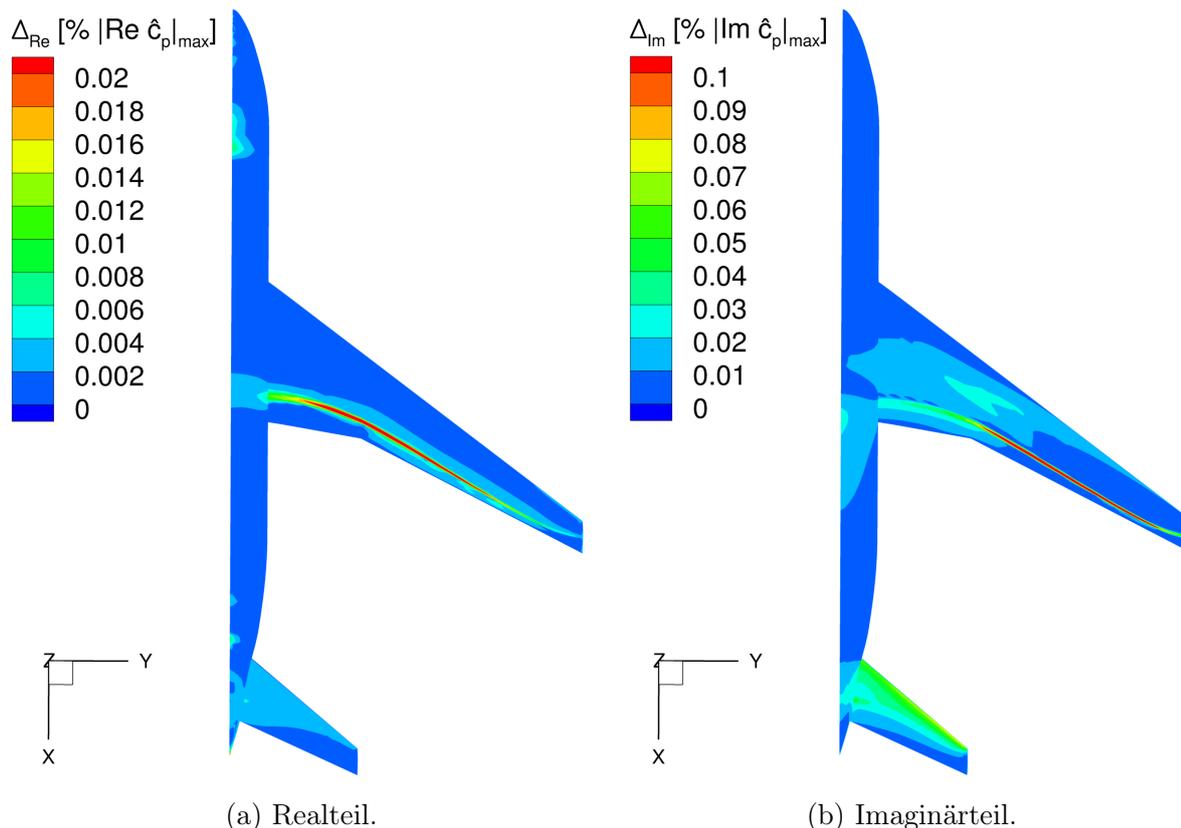
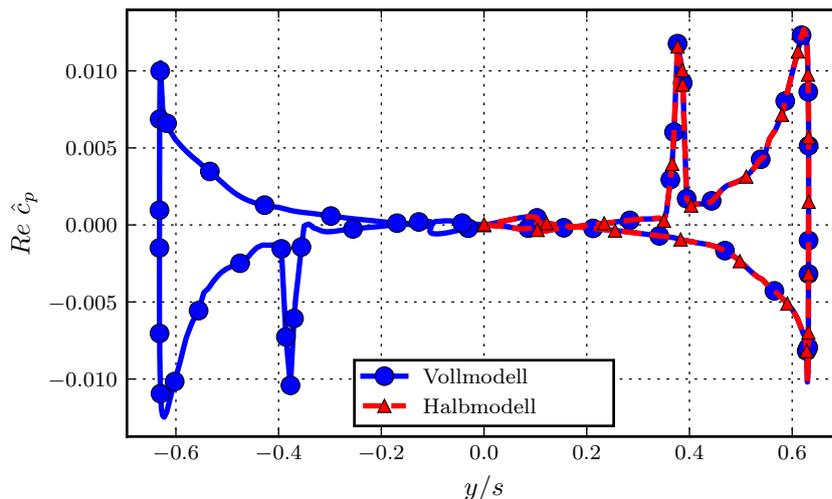


Abbildung 3.21: Die Abweichung zwischen den Halbmodell-Ergebnissen mit antimetrischer BC und den Vollmodell-Referenzergebnissen in Bezug auf die lokale  $\hat{c}_p$ -Verteilung.  $Ma_\infty = 0,85$ ,  $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 28.

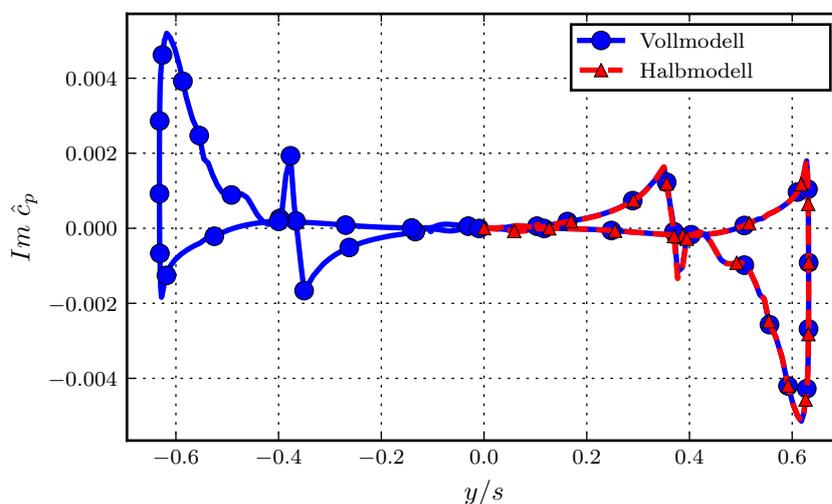
Schließlich ist es wichtig, das Potential der antimetrischen Randbedingung hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit zur Vorhersage von integralen aerodynamischen Größen zu demonstrieren. Insbesondere ist für aeroelastische Untersuchungen die Berechnung der  $GAF$  wichtig. Dazu wird eine Teilmenge der  $GAF$ -Matrixelemente mittels Gl. (2.99) für die betrachteten Eigenmoden und reduzierten Frequenzen ausgewertet. Zur Berechnung werden die Ergebnisse der Vollmodell- sowie der Halbmodellsimulationen herangezogen. In Abb. 3.26 sind Real- und Imaginärteile der  $GAF$ -Matrix für das Voll- und das Halbmodell gegenübergestellt. Es ist klar ersichtlich, dass für die integralen aerodynamischen Größen eine perfekte Übereinstimmung der Ergebnisse des Halb- und Vollmodells vorliegt.

### 3.5.3 Evaluierung der Recheneffizienz

Die antimetrische Randbedingung wird in Bezug auf die Recheneffizienz quantitativ näher betrachtet. Es wird einerseits die Zeit  $t_{it}$  zur Auswertung herangezogen, die benötigt wird, um einen Integrationsschritt in Pseudo-Zeit auf einem Rechenkern durchzuführen. Zum anderen wird die über alle instationären Simulationen gemittelte Anzahl der Iterationen zum Erreichen des Abbruchkriteriums  $\bar{N}_{it}$  berücksichtigt. Zum Vergleich



(a) Realteil.

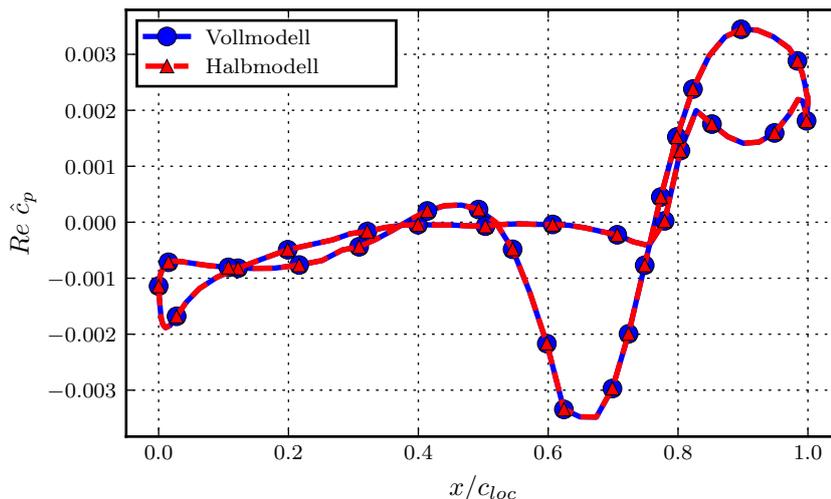


(b) Imaginärteil.

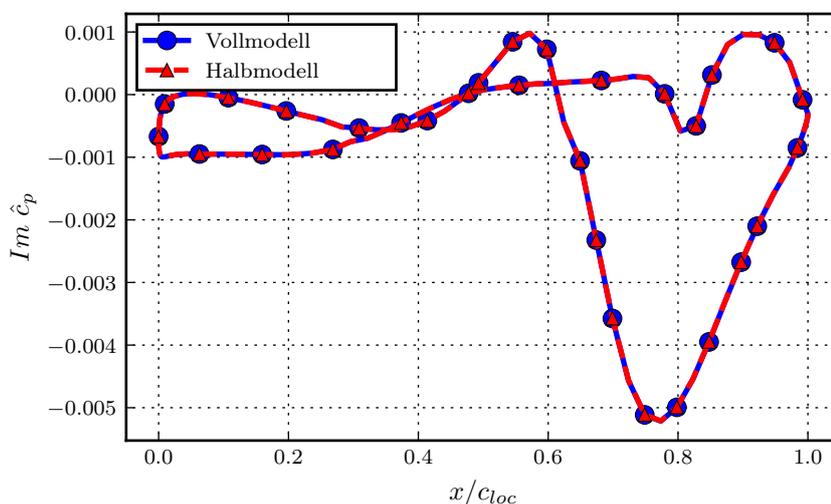
Abbildung 3.22: Vergleich der  $Re \hat{c}_p$ - und  $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen in die Spannweitenrichtung des Flügels an der Schnittposition eins (34,65 m hinter der Rumpfspitze).  $Ma_\infty = 0,85$ ,  $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 8.

zwischen der voll- und halbmodellbasierten Modellierung werden diese Größen ins Verhältnis zueinander gesetzt. Darüber hinaus wird die gemittelte Gesamtsimulationszeit betrachtet, die als Produkt von  $\bar{N}_{it}$  und  $t_{it}$  definiert ist. Das Verhältnis dieser Größe für Voll- und Halbmodellsimulationen gibt einen Aufschluss über den gesamten Zugewinn an Recheneffizienz, die durch die halbmodellbasierte Modellierung unter Einsatz der antisymmetrischen Randbedingung zu erreichen ist. Ein Überblick zu den oben beschriebenen Verhältnissen ist in Tabelle 3.3 für beide Fälle (AGARD 445.6 und CRM) angeführt.

Aus dem Vergleich lässt sich schließen, dass die Rechenzeit für eine Löseriteration bei der Verwendung des Halbmodells mit der antisymmetrischen Randbedingungsbehandlung im Vergleich zur Verwendung des Vollmodells um ca. 48% reduziert wird. Obwohl die Halbmodellrechengebiete exakt die Hälfte der Vollmodellrechengebiete darstellen, kann die



(a) Realteil.



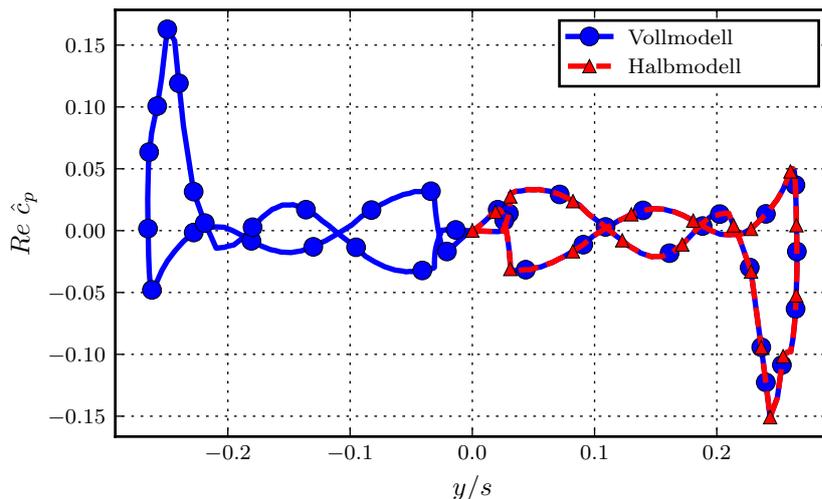
(b) Imaginärteil.

Abbildung 3.23: Vergleich der  $Re \hat{c}_p$ - und  $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen in die Sehnenrichtung des Flügels an der Schnittposition zwei ( $y/s = 0,119$ ).  $Ma_\infty = 0,85$ ,  $k_{red} = 1,0$ , Eigenmode 28.

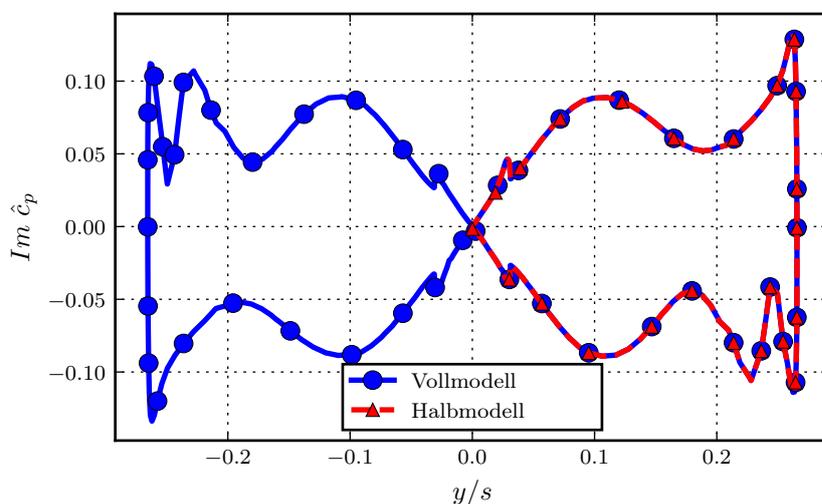
Anwendungsfall	$t_{it, Halb}/t_{it, Voll}$	$\bar{N}_{it, Halb}/\bar{N}_{it, Voll}$	$(\bar{N}_{it}t_{it})_{Halb}/(\bar{N}_{it}t_{it})_{Voll}$
AGARD 445.6	51,4%	100,12%	51,5%
CRM-WBH	52,0%	97,93%	50,9%

Tabelle 3.3: Vergleich der Recheneffizienz für die voll- und halbmodellbasierte Modellierung.

theoretisch optimale Rechenzeitreduzierung von 50% nicht erreicht werden. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass für die halbmodellbasierte Modellierung ein zusätzlicher Rand an der Symmetrieebene durch den Wegfall der Rechengebietshälfte entsteht. Dadurch ergibt sich ein zusätzlicher Rechenaufwand durch die numerische Behandlung des zusätzlichen Randes. Gemittelt über alle durchgeführten Simulationen des CRM-Testfalls, ist



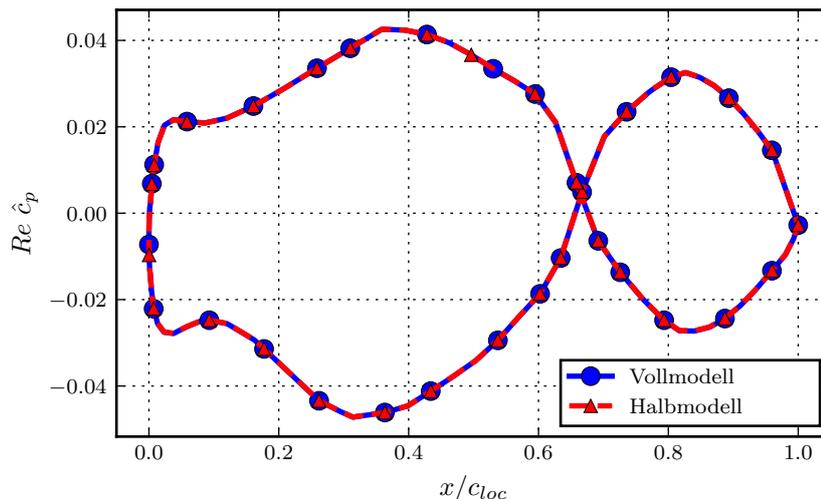
(a) Realteil.



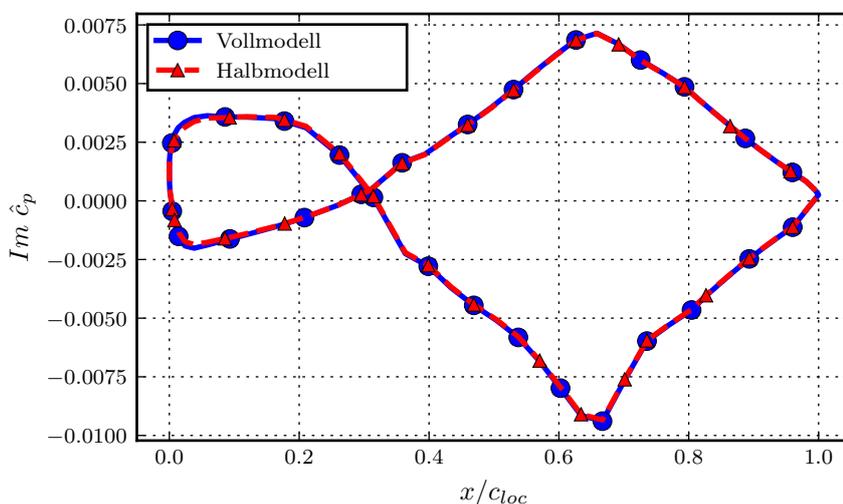
(b) Imaginärteil.

Abbildung 3.24: Vergleich der  $Re \hat{c}_p$ - und  $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen in die Spannweitenrichtung des Höhenleitwerks an der Schnittposition drei (59,65 m hinter der Rumpfspitze).  $Ma_\infty = 0,85$ ,  $k_{red} = 5,0$ , Eigenmode 22.

für halbmodellbasierte Berechnungen 2,1% weniger Iterationen zum Erreichen des Abbruchkriteriums benötigt. Die Gesamtreduktion der Rechenzeit durch die Verwendung des Halbmodells unter Einsatz der antimetrischen Randbedingung beträgt somit 49,1%. Für den AGARD-Flügel unterscheidet sich die Anzahl der Iterationen nicht wesentlich zwischen den Simulationen mit dem Halb- und Vollmodell, was zu einem Zugewinn an Gesamtrecheneffizienz von 48,5% führt. Außerdem ergibt sich für den Speicherbedarf einer Halbmodellsimulation eine fallunabhängige Reduktion von 50% im Vergleich mit einer Vollmodellsimulation.



(a) Realteil.



(b) Imaginärteil.

Abbildung 3.25: Vergleich der  $Re \hat{c}_p$ - und  $Im \hat{c}_p$ -Verteilungen in die Sehnenrichtung des Höhenleitwerks an der Schnittposition vier ( $y/s = 0,068$ ).  $Ma_\infty = 0,85$ ,  $k_{red} = 0,2$ , Eigenmode 45.

### 3.6 Zusammenfassung

Eine neuartige antimetrische Randbedingung für CFD-Verfahren kleiner Störungen wurde vorgestellt. Für antimetrische modale Strukturauslenkungen ermöglicht die Randbedingung instationäre Simulationen basierend auf einem Halbmodell. Ausgehend von kinematischen Symmetrieeigenschaften der antimetrischen Auslenkungen wird eine numerische Formulierung der Randbedingung entwickelt. Einen wichtigen Punkt bei der Randbedingungsbehandlung stellt eine konsistente Deformation des Rechengitters dar. Aus diesem Grund wurde in Detail ebenfalls der dazugehörige Prozess der Gitterdeformation vorgestellt. Die antimetrische Randbedingung wird anhand von zwei Fällen erfolgreich validiert. Zum einen wird die Geometrie des AGARD 445.6-Flügels in

der Rolle eines generischen Leitwerks betrachtet. Zum anderen wird das „NASA Common Research Model“ repräsentativ für eine komplexe Passagierflugzeugkonfiguration berücksichtigt. Beide Validierungsfälle werden unter transsonischen Anströmbedingungen ohne Schiebewinkel untersucht. Für beide Fälle ergibt sich eine perfekte Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen des Voll- und Halbmodells für alle betrachteten modalen Auslenkungen und reduzierten Frequenzen. Sowohl der Rechenaufwand als auch der Speicherbedarf reduziert sich für Simulationen kleiner Störungen im Falle der halbmodellbasierten Modellierung unter Einsatz der antimetrischen Randbedingung auf die Hälfte. Außerdem lassen sich die Randbedingung sowie die dazugehörige Methodik zur Gitterverformung leicht in bestehende CFD-Löser kleiner Störungen integrieren.

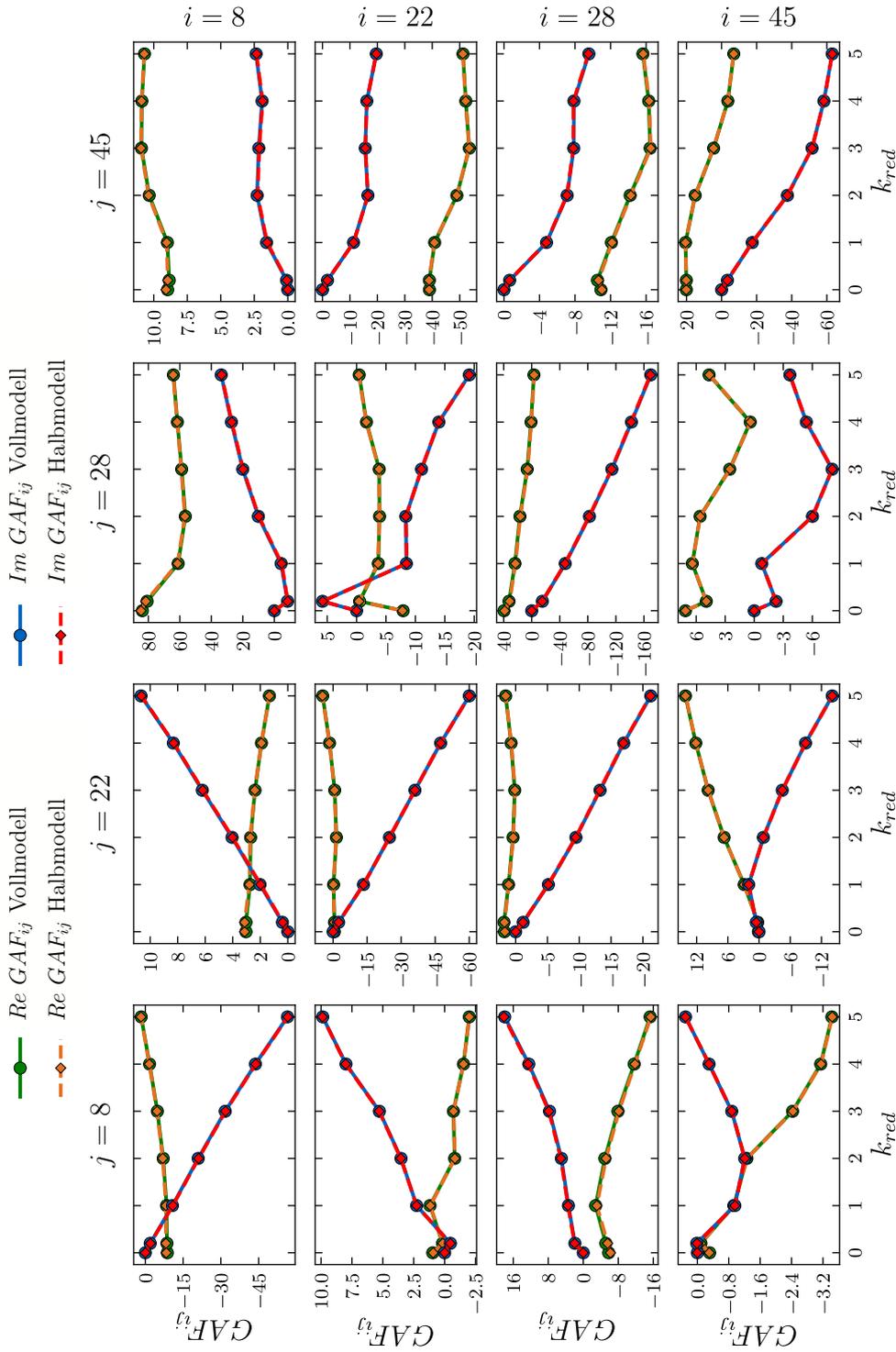


Abbildung 3.26: Real- und Imaginärteile der  $GAF$ -Matrixelemente berechnet basierend auf den Simulationsergebnissen des Voll- und Halbmodells.

# 4 Triebwerksrandbedingungen

## 4.1 Motivation

Strahltriebwerke sind ein typisches Merkmal moderner transsonischer Transportflugzeuge. Aufgrund der spezifischen Strömungsverhältnisse am Einlass und Auslass des Triebwerks kommt es zu aerodynamischen Wechselwirkungen mit dem Flügel. Außerdem induzieren die Schwingungen der Triebwerksgondel über die Pylonbefestigungen instationäre Kräfte an die Flügelstruktur und beeinflussen so maßgeblich die aeroelastische Stabilität des Flugzeugs. Die Kräfte werden durch Trägheitseffekte, Schubvektoroszillationen und instationäre aerodynamische Lasten aufgrund der Gondel-Flügel-Interferenzen verursacht. Der Trend zur Verwendung leichter und damit flexibler Strukturen beim Flugzeugbau, größerer Triebwerke aufgrund stetig steigender Nebenstromverhältnisse rückt diese Effekte noch stärker in den Vordergrund. Die Einbeziehung des Triebwerkes in aeroelastische Analysen des Flugzeugkonfigurationen wird jedoch zumeist auf Kosten einer deutlichen Vereinfachung der aerodynamischen Effekte erreicht.

Die folgenden Ausführungen in diesem Kapitel basieren größtenteils auf der begutachteten Veröffentlichung „Engine Modeling for Small-Disturbance-CFD Related to Aircraft Flutter Investigations“ im Journal of Fluids and Structures [89]. Das Kapitel befasst sich mit der Einbindung von aerodynamischen Triebwerkseffekten in CFD-Verfahren kleiner Störungen, um die Modellierungsgenauigkeit der instationären Aerodynamik von Flugzeugen zu verbessern. Die Effekte werden numerisch modelliert, indem physikalisch sinnvolle Strömungsbedingungen am Einlass und Auslass des Triebwerks durch numerische Randbedingungen aufgeprägt werden.

Es werden Randbedingungen eingeführt, die zur Modellierung der Strömungsverhältnisse am Triebwerkseinlass und Triebwerksauslass innerhalb des zeitechten nichtlinearen CFD-Verfahrens hinzugezogen werden. Die Triebwerksmodellierung für das CFD-Verfahren kleiner Störungen wird anschließend durch eine Linearisierung der Randbedingungen abgeleitet. Eine detaillierte Validierung der Triebwerksmodellierung wird anhand einer zweidimensionalen Flugzeugkonfiguration mit einer Triebwerksgondel durchgeführt. Dabei werden die Ergebnisse der instationären zeitechten und linearisierten CFD-Simulationen gegenübergestellt. Anschließend wird der Einfluss der Triebwerkseffekte auf das Flatterverhalten einer generischen Transportflugzeugkonfiguration mithilfe der auf einem CFD-Verfahren kleiner Störungen basierten Flatteranalyse untersucht.

## 4.2 GAF-Berechnung bei Triebwerksmodellierung

Wird ein aktives Triebwerk betrachtet, ändert sich die Verteilung der aerodynamischen Druckkräfte aufgrund der veränderten Strömungsverhältnisse an der Einlass- und Auslassenebene des Triebwerks (siehe Abb. 4.1). Der Triebwerkseinfluss auf die instationären

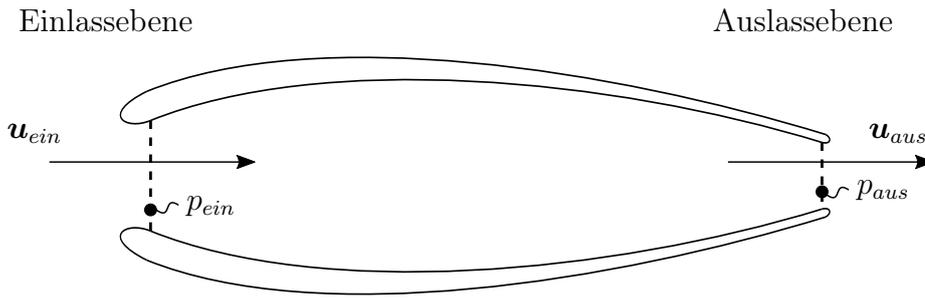


Abbildung 4.1: Definition der Strömungsgrößen an der Einlass- und Auslassebene des Triebwerks.

Druckkräfte wird direkt in der Matrix der generalisierten aerodynamischen Kräfte  $\mathbf{GAF}$  berücksichtigt, die mittels Gl. (2.99) berechnet wird. Im Falle eines aktiven Triebwerks kommt allerdings ein zusätzlicher additiver Beitrag  $\mathbf{GAF}^E$  hinzu, der auf die Schubvektorszillationen zurückzuführen ist. Nachfolgend wird die Matrix der generalisierten aerodynamischen Kräfte, die aufgrund von instationären Druckkräften zustande kommt, zur besseren Unterscheidbarkeit zusätzlich mit dem Superskript  $P$  für *Pressure* (engl. für Druck) gekennzeichnet.

Die resultierende Matrix  $\mathbf{GAF}^E$  aufgrund der Schubvektorschwingungen des Triebwerks kann für einen Eintrag  $GAF_{ij}^E$  wie folgt ausgewertet werden:

$$GAF_{ij}^E = \delta_i^E \cdot \hat{\mathbf{f}}_j^E \quad (4.1)$$

wobei  $\delta_i^E$  die Auslenkung der Eigenmode  $\phi_i$  am Punkt  $P^E$  bezeichnet. Der Punkt  $P^E$  definiert wiederum den Angriffspunkt der Schubkraft. Der komplexwertige Vektor  $\hat{\mathbf{f}}_j^E$  kennzeichnet den mit der modalen Auslenkung der Eigenmode  $\phi_j$  verbundenen Störanteil des Schubvektors. Die auf das Flugzeug wirkende Schubkraft, die durch das Triebwerk erzeugt wird, kann mithilfe des Impulserhaltungssatzes berechnet werden [101]:

$$\mathbf{f}^E = -\frac{1}{q_\infty} \int_{\mathbf{E}} [\rho \mathbf{u} u_n + p \mathbf{n}] dS \quad (4.2)$$

wobei das Integral über alle Flächen des das Triebwerk eingrenzenden Kontrollvolumens ausgewertet wird. Da allerdings an der Wand für die Normalkomponente des Geschwindigkeitsvektors aufgrund der kinematischen Randbedingung  $u_n = 0$  gilt, genügt eine Integration über die Einlass- und Auslassebene des Triebwerks. Folglich ergibt eine Linearisierung der Gl. (4.2) die Definition des Störanteils des Schubvektors:

$$\hat{\mathbf{f}}^E = -\frac{1}{q_\infty} \int_{\mathbf{E}} [\hat{\rho} \bar{\mathbf{u}} \bar{u}_n + \bar{\rho} \hat{\mathbf{u}} \bar{u}_n + \bar{\rho} \bar{\mathbf{u}} \hat{u}_n + \hat{p} \bar{\mathbf{n}} + \bar{p} \hat{\mathbf{n}}] dS \quad (4.3)$$

## 4.3 Aerodynamische Triebwerksmodellierung im nichtlinearen Löser

Die Präsenz eines aktiven Triebwerks beeinflusst die instationäre Aerodynamik sowohl durch zusätzliche Kräfte aufgrund von Schubvektorzillationen als auch durch Beeinflussung des Referenzzustands des Strömungsfeldes. Die Auswirkungen werden durch numerische Randbedingungen erfasst, die physikalisch motivierte Strömungsbedingungen an der Einlass- und Auslassebene der Triebwerksgondel modellieren. Dieser Abschnitt skizziert die Definition der Randbedingungen im nichtlinearen CFD-Löser AER-Eu/NS [29, 56, 76], die aerodynamische Triebwerkeffekte im Falle von stationären Simulationen sowie zeitlichen instationären Simulationen abbilden.

Zur Definition der Randbedingungen werden primitive Strömungsvariablen  $\mathbf{W}_b$  am Einlass und Auslass des Triebwerks vorgegeben. Sie werden benötigt, um die numerischen Flüsse an den Rändern des Rechengebiets zu bestimmen (siehe Abb. 2.1).

### 4.3.1 Modellierung der Randbedingung am Triebwerkseinlass

Die Strömungsbedingungen am Triebwerkseinlass werden numerisch analog zu [12] durch eine druckbasierte Ausströmrandbedingung modelliert. Dabei wird die Strömung durch den Triebwerkseinlass als adiabat und isentrop angenommen. Die Fläche mit der implizierten Randbedingung (RB) wird hinter der Einlasslippe positioniert.

Der Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{u}_b$  und die Temperatur  $T_b$  werden aus dem Inneren des Rechengebiets an den Rand extrapoliert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird hier die Extrapolation nullter Ordnung verwendet. Die Dichte  $\rho_b$  und die Energie  $e_b$  werden nach dem idealen Gasgesetz berechnet. Für den Unterschallbereich, d.h. wenn die extrapolierte Machzahl normal zum Rand des Rechengebiets  $Ma_{ni} < 1$  ist, wird dem Druck  $p_b$  ein Wert  $p_{set}$  zugewiesen, sodass sich ein vorgegebener Massenstrom durch den Triebwerkseinlass ergibt. Wenn die Strömung am Einlass im Überschall ist ( $Ma_{ni} \geq 1$ ), wird zusätzlich der Druck extrapoliert. Daher gilt:

$$p_b = \begin{cases} p_{set}, & \text{if } Ma_{ni} < 1 \\ p_i, & \text{if } Ma_{ni} \geq 1 \end{cases} \quad (4.4)$$

Die Machzahl  $Ma_{ni}$  ist folgendermaßen definiert:

$$Ma_{ni} = \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}_b}{c_i} \quad (4.5)$$

wobei  $c_i$  die extrapolierte Schallgeschwindigkeit angibt. Zusammenfassend ist der modellierte Zustand  $\mathbf{W}_b$  wie folgt definiert:

$$\rho_b = p_b / RT_i \quad (4.6)$$

$$\mathbf{u}_b = \mathbf{u}_i \quad (4.7)$$

$$e_b = \frac{1}{\kappa - 1} \frac{p_b}{\rho_b} + \frac{1}{2} |\mathbf{u}_i|^2 \quad (4.8)$$

mit dem Isentropenexponenten  $\kappa$ .

### 4.3.2 Modellierung der Randbedingung am Triebwerksauslass

Die Strömung am Triebwerksauslass wird durch die Einströmrandbedingung modelliert. Der Strömungszustand  $\mathbf{W}_b$  wird durch extrapolierte Strömungsgrößen aus dem Inneren des Rechengebiets sowie durch den vom Anwender vorgegebenen isentropen Totaldruck  $p_t$  und Totaltemperatur  $T_t$  festgelegt. Der modellierte Strömungszustand  $\mathbf{W}_b$  wird so gewählt, dass die isentropen Beziehungen für die extrapolierte Machzahl  $Ma_{ni}$  und vorgegebene Totalgrößen erfüllt sind, d.h.:

$$p_b = \frac{p_t}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma_{ni}^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \quad (4.9)$$

$$\rho_b = \frac{\rho_t}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} Ma_{ni}^2\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}} \quad (4.10)$$

Hierbei wird die Totaldichte  $\rho_t$  über das ideale Gasgesetz bestimmt:

$$\rho_t = p_t / RT_t \quad (4.11)$$

Der Geschwindigkeitsvektor wird extrapoliert und die Energie wird wie folgt rekonstruiert:

$$\mathbf{u}_b = \mathbf{u}_i \quad (4.12)$$

$$e_b = \frac{1}{\kappa - 1} \frac{p_b}{\rho_b} + \frac{1}{2} |\mathbf{u}_i|^2 \quad (4.13)$$

Wenn die Strömung am Triebwerksauslass im Überschall ist, bestimmen die vom Anwender vorgegebenen Werte den Zustand  $\mathbf{W}_b$  vollständig. Daher werden keine Strömungsgrößen aus dem Inneren des Rechengebiets extrapoliert.

## 4.4 Aerodynamische Triebwerksmodellierung im linearisierten Löser

Für instationäre Simulationen mit dem linearisierten Löser AER-SDEu/NS [29,56,76] ist eine Linearisierung der Triebwerksrandbedingungen notwendig. Die Gleichungen, die die Randbedingungen am Triebwerkseinlass sowie Triebwerksauslass für den nichtlinearen CFD-Löser definieren, sind differenzierbar. Daher können zur Herleitung der linearisierten Randbedingungen die nichtlinearen RB-Gleichungen durch das Taylorpolynom erster

Ordnung um den Referenzzustand angenähert werden. Anschließend können die linearisierten Randbedingungen zur Berechnung der Terme auf der linken Seite von Gl. (2.12) eingesetzt werden. Dies ist an Rändern des Rechengebiets von Bedeutung, die an den Triebwerkseinlass bzw. Triebwerksauslass angrenzen.

Zur Berechnung der rechten Seite von Gl. (2.12) werden jedoch keine Randbedingungen benötigt. Die einschlägigen Terme sind durch den Referenzzustand der inneren Rechenzellen  $\overline{\mathbf{W}}_i$  und durch den modellierten Zustand  $\overline{\mathbf{W}}_b$  gemäß Gl. (4.4)-(4.8) für den Triebwerkseinlass bzw. Gl. (4.9)-(4.13) für den Triebwerksauslass festgelegt. Außerdem hängen diese Terme von den Störanteilen der Gittermetrik ab, die wiederum aufgrund der vorgegebenen Gitterdeformation bekannt sind.

#### 4.4.1 Modellierung der Randbedingung am Triebwerkseinlass

Die Linearisierung von Gl. (4.4)-(4.8) ergibt den Störanteil des modellierten Zustands  $\widehat{\mathbf{W}}_b$ , der an den Rändern der Rechenzellen aufgeprägt wird, die an den Triebwerkseinlass angrenzen. Die Ausdrücke, die die Störanteile des Drucks, Dichte, Geschwindigkeit und Energie definieren, sind:

$$\widehat{p}_b = \begin{cases} 0, & \text{if } \overline{Ma}_{ni} < 1 \\ \widehat{p}_i, & \text{if } \overline{Ma}_{ni} \geq 1 \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\widehat{\rho}_b = -\frac{\widehat{T}_i \overline{\rho}_b}{R \overline{T}_i^2} + \frac{\widehat{p}_b}{R \overline{T}_i} \quad (4.15)$$

$$\widehat{\mathbf{u}}_b = \widehat{\mathbf{u}}_i \quad (4.16)$$

$$\widehat{e}_b = -\frac{1}{\kappa - 1} \frac{\widehat{\rho}_b \overline{\rho}_b}{\overline{\rho}_b^2} + \frac{1}{\kappa - 1} \frac{\widehat{p}_b}{\overline{\rho}_b} + \overline{\mathbf{u}}_i \cdot \widehat{\mathbf{u}}_i \quad (4.17)$$

In Gl. (4.14) wird angenommen, dass die Größe  $p_{set}$  über die Zeit konstant ist, d.h.  $\widehat{p}_{set} = 0$ .

#### 4.4.2 Modellierung der Randbedingung am Triebwerksauslass

Der Störanteil des modellierten Strömungszustands  $\widehat{\mathbf{W}}_b$  im Falle der RB am Triebwerksauslass wird durch die Linearisierung der Gl. (4.9)-(4.13) um den Referenzzustand der Strömung hergeleitet. Zusätzlich werden die Totalgrößen der aus dem Triebwerksauslass in das Rechengebiet eintretenden Strömung, als zeitlich konstant angenommen, d.h.:

$$\widehat{p}_t = \widehat{T}_t = \widehat{\rho}_t = 0 \quad (4.18)$$

Aus diesem Grund müssen die isentropen Beziehungen für Druck und Dichte (Gl. (4.9) und (4.10)) lediglich in Bezug auf  $Ma_{ni}^2$  linearisiert werden. Für den Fall  $\overline{Ma_{ni}} < 1$  ergeben sich folgende Ausdrücke für die Störanteile des Drucks, Dichte, Geschwindigkeit und Energie:

$$\widehat{p}_b = -\frac{\kappa \overline{p}_t}{2} 2^{\frac{2\kappa-1}{\kappa-1}} \widehat{Ma_{ni}^2} \left( \overline{Ma_{ni}^2} (\kappa - 1) + 2 \right)^{-\frac{2\kappa-1}{\kappa-1}} \quad (4.19)$$

$$\widehat{\rho}_b = -2^{\frac{\kappa}{\kappa-1}-1} \overline{\rho}_t \widehat{Ma_{ni}^2} \left( \overline{Ma_{ni}^2} (\kappa - 1) + 2 \right)^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (4.20)$$

$$\widehat{\mathbf{u}}_b = \widehat{\mathbf{u}}_i \quad (4.21)$$

$$\widehat{e}_b = -\frac{1}{\kappa - 1} \frac{\widehat{\rho}_b \overline{p}_b}{\overline{\rho}_b^2} + \frac{1}{\kappa - 1} \frac{\widehat{p}_b}{\overline{\rho}_b} + \overline{\mathbf{u}}_i \cdot \widehat{\mathbf{u}}_i \quad (4.22)$$

Für die Überschallströmung am Triebwerksauslass ( $\overline{Ma_{ni}} \geq 1$ ) ist der nichtlinearisierte Zustand  $\mathbf{W}_b$  vom Inneren des Rechengebiets unabhängig und wird daher als zeitlich konstant angenommen. Somit können Störanteile aller primitiven Strömungsgrößen am Rande des Rechengebiets zu Null gesetzt werden.

## 4.5 Anwendungsfälle

Die Anwendung der Triebwerksrandbedingungen wird für zwei unterschiedliche Fälle betrachtet. Der erste Fall stellt eine zweidimensionale Flugzeugkonfiguration mit einer Gondel dar und dient in erster Linie einer Validierung der Triebwerksrandbedingungen. Dafür werden sowohl die stationären Ergebnisse untersucht, als auch instationäre Ergebnisse des nichtlinearen Löser AER-Eu/NS mit den Ergebnissen des linearisierten Löser AER-SDEu/NS gegenübergestellt. Im zweiten Schritt wird eine Halbmodellkonfiguration des „NASA Common Research Models“ behandelt, die über eine Gondel und Pylon verfügt. Die SD Simulationen des „NASA Common Research Models“ unter dem Einsatz der Triebwerksrandbedingungen werden zusammen mit dem Strukturmodell FERMAT dazu verwendet, den aeroelastischen Einfluss eines aktiven Triebwerks auf das Flatterverhalten eines modernen transsonischen Verkehrsflugzeugs zu untersuchen.

### 4.5.1 Fall 1: Zweidimensionale Flugzeugkonfiguration

Zur Validierung der Triebwerksrandbedingungen wird die „zweidimensionale Flugzeugkonfiguration“ verwendet, die in [102] eingeführt wurde. Es handelt sich dabei um eine Flügel/Gondel/Höhenleitwerkskonfiguration. Die Geometrie des „zweidimensionalen Flugzeugs“ ist zusammen mit den wichtigsten dimensionslosen Abmessungen in Abb. 4.2 dargestellt. Der Flügel und das Leitwerk werden durch symmetrische Profile repräsentiert. Die Gondel ist wiederum durch zwei vertikal zueinander versetzte symmetrische Profile aufgebaut. Das Triebwerk wird durch das „Viereck“ modelliert, das sich zwischen den die Gondel abbildenden Profilen befindet. An der vorderen und hinteren Seite des Vierecks (siehe blaue und rote Linie in Abb. 4.2) werden jeweils die Triebwerkseinlass-

und Triebwerksauslassrandbedingung aufgeprägt. Die relativen Anstellwinkel aller Konfigurationskomponenten in Bezug aufeinander sind Null. Das Rechengebiet ist in struk-

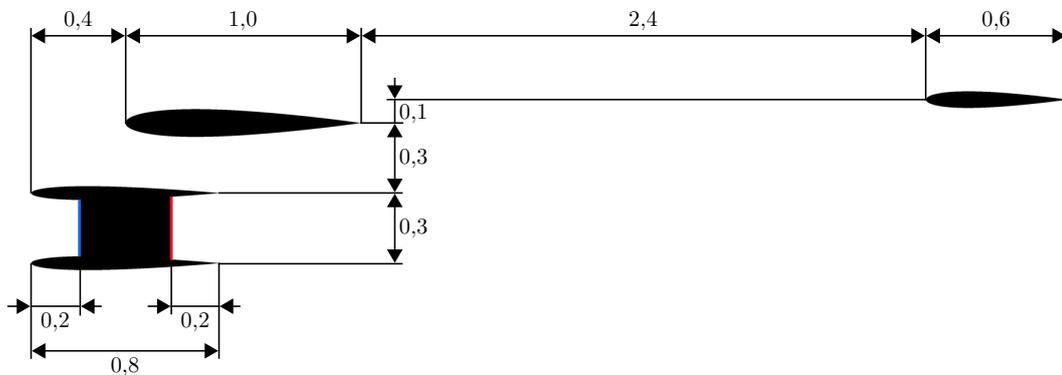


Abbildung 4.2: Geometrie der „zweidimensionalen Flugzeugkonfiguration“ mit den wichtigsten dimensionslosen Abmessungen. Die blaue und rote Linie markieren die Seiten, wo jeweils die Triebwerkseinlass- bzw. Triebwerksauslassrandbedingung aufgeprägt werden.

turierter Weise diskretisiert. Es hat die Form eines Kreises mit dem Mittelpunkt an der Flügelprofilnase und einen Radius von 20 Flügelprofilliefen. Eine Gittersensitivitätsstudie wurde durchgeführt, um eine Unabhängigkeit der Rechenlösung von der Gitterauflösung zu gewährleisten. Dies ist der Fall für das Rechengitter mit ca. 62 Tausend Rechenzellen, das im Rahmen der nachfolgenden Untersuchungen verwendet wird. Das Gebiet des Rechengitters in der unmittelbaren Nähe der Flugzeugkonfiguration ist in Abb. 4.3 dargestellt.

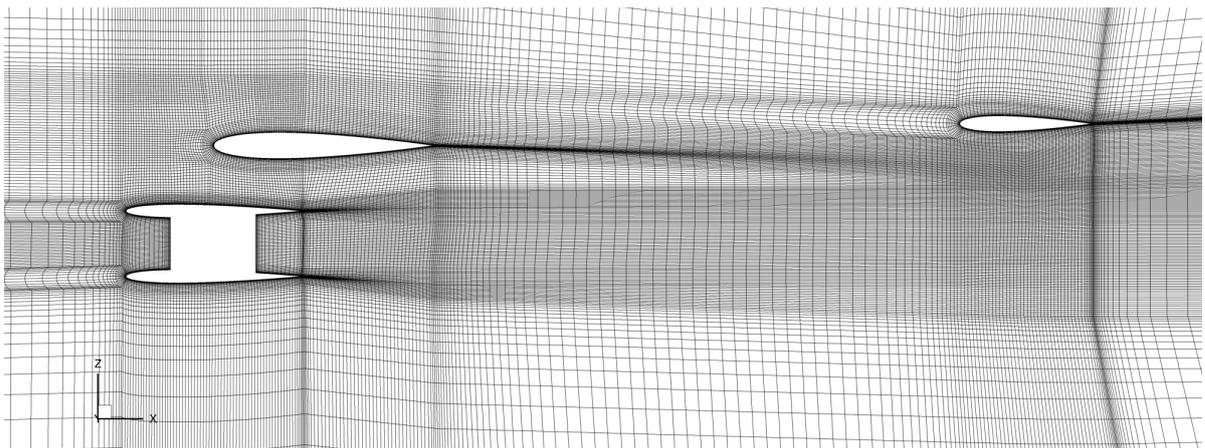


Abbildung 4.3: Rechengitter um die „zweidimensionale Flugzeugkonfiguration“.

Als Konvergenzkriterium für alle Simulationen wird die euklidische Norm der normierten Dichteänderung über eine Iteration in Pseudo-Zeit verwendet. Der Normierungsfaktor ist dabei die Dichteänderung nach der ersten Iteration. Basierend auf einer durchgeführten Sensitivitätsuntersuchung gilt die stationäre Simulation mittels AER-SDEu/NS als konvergiert, sobald das Konvergenzkriterium unter  $10^{-8}$  fällt.

Hier werden die Simulationsergebnisse für die Anströmung mit  $Ma_\infty = 0,5$  und  $\alpha_\infty = 0^\circ$  präsentiert. Es werden die Euler-Gleichungen berechnet. Somit wird die reibungsfreie Strömung betrachtet. Die Triebwerksmodellierung erfolgt mithilfe der Triebwerkseinlass- und Triebwerksauslassrandbedingung. Wichtig für die Modellierung ist die Querschnittsänderung der Stromröhre, die vom Triebwerkseinlauf aufgenommen wird. Das für die Stromröhre typische Verhältnis des Querschnitts im Unendlichen  $A_\infty$  zum Querschnitt an der Einlaufflippe  $A_{ein}$  im Reiseflug liegt im Bereich von  $A_\infty/A_{ein} \approx 0,8$ . Der Druck  $p_{set}$  am Triebwerkseinlass (siehe blaue Linie in Abb. 4.2) wird so gewählt, dass dies auch für den hier betrachteten Fall gilt. Das Verhältnis von  $p_{set}$  und dem Druck der freien Anströmung  $p_\infty$  ist  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ . Bei einer isentropen Verzögerung entspricht es einer Machzahl am Triebwerkseinlass von 0,48. Für den am Triebwerksauslass vorgegebenen Totaldruck gilt  $p_t/p_\infty = 1,23$ . Für  $p_\infty$  entspricht dies einer Freistrahlmachzahl von 0,55. Die Totaltemperatur ist so gewählt, dass ihr Verhältnis zu der Temperatur der freien Anströmung  $T_t/T_\infty = 1,1$  ist.

Im ersten Schritt werden die Ergebnisse der stationären Simulation betrachtet. Die Felder der Machzahl und des statischen Druckes um die Flugzeugkonfiguration sind in der Falschfarbendarstellung in den Abb. 4.4 und 4.5 präsentiert. Die Druckwerte werden mit  $p_\infty$  entdimensioniert.

Wird das Druckfeld betrachtet, so ist ein Aufstau vor dem Triebwerkseinlauf zu erkennen. Im Machzahlfeld äußert sich dies durch eine Verzögerung der Strömung. Der Effekt ist dadurch zu erkennen, dass die Randbedingung an der Eintrittsebene des Triebwerks einen im Vergleich zu  $p_\infty$  höheren Druck  $p_{set}$  aufprägt. Im Machzahlfeld ist außerdem zu sehen, dass sich ein Freistrahls hinter der Triebwerksauslassrandbedingung ausbildet. Die Beschleunigung der Strömung kommt dadurch zustande, dass durch die Randbedingung am Triebwerksauslass ein im Vergleich zur freien Anströmung höherer Totaldruck aufgeprägt wird. Entlang des Auslasskanals der Gondel verzögert der Strahl leicht aufgrund einer Kanalaufweitung. Dadurch, dass die Simulation reibungsfrei ist, ist bis zum Austritt aus dem Rechengebiet kein Zerfall des Strahls zu beobachten. Die Machzahl entlang des Freistrahls ändert sich entsprechend dem aufgeprägten Druckfeld. Der Ausschnitt des Druckfeldes um die Triebwerksgondel ist in Abb. 4.6 dargestellt. Die Konturlinie, die  $p/p_\infty = 1,013$  entspricht ist mit der jeweiligen Zahl versehen. Somit ist zu sehen, dass am Triebwerkseinlass durch die numerische Randbedingung der vorgeschriebene Druck  $p_{set}$  aufgeprägt wird.

Zusätzlich dazu werden die mit jeweils  $p_\infty$  und  $T_\infty$  entdimensionierten Felder der Totalgrößen  $p_t$  und  $T_t$  betrachtet, die in den Abb. 4.7 und 4.8 gezeigt sind. Die Falschfarbendarstellung ist so gewählt, dass die Werte von  $p_t$  und  $T_t$ , die den jeweiligen Werten der freien Anströmung entsprechen durch die Kontur weißer Farbe visualisiert sind. Es ist zu erkennen, dass sich der Freistrahls durch die von der numerischen Triebwerksauslassrandbedingung vorgegebenen Totalgrößen  $p_t/p_\infty = 1,23$  und  $T_t/T_\infty = 1,1$  vom übrigen Strömungsgebiet abgrenzt. Die Totalgrößen in beiden Bereichen sind nahezu konstant.

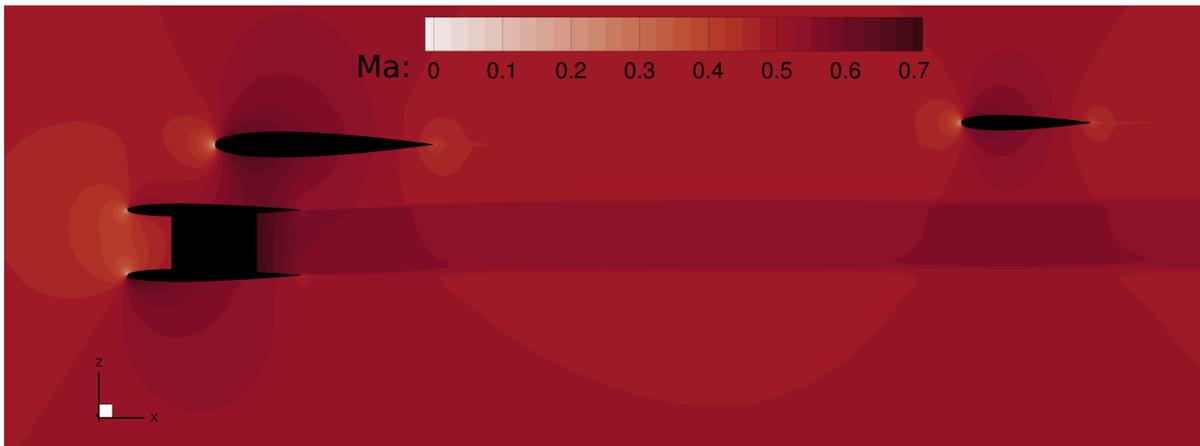


Abbildung 4.4: Das Feld der Machzahl um die „zweidimensionale Flugzeugkonfiguration“.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ .

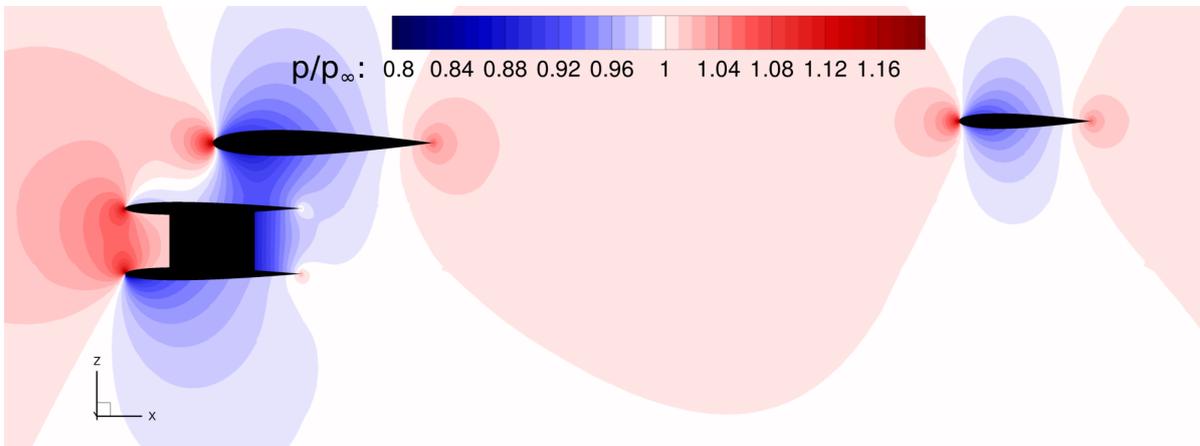


Abbildung 4.5: Das Feld des entdimensionierten statischen Druckes um die „zweidimensionale Flugzeugkonfiguration“.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ .

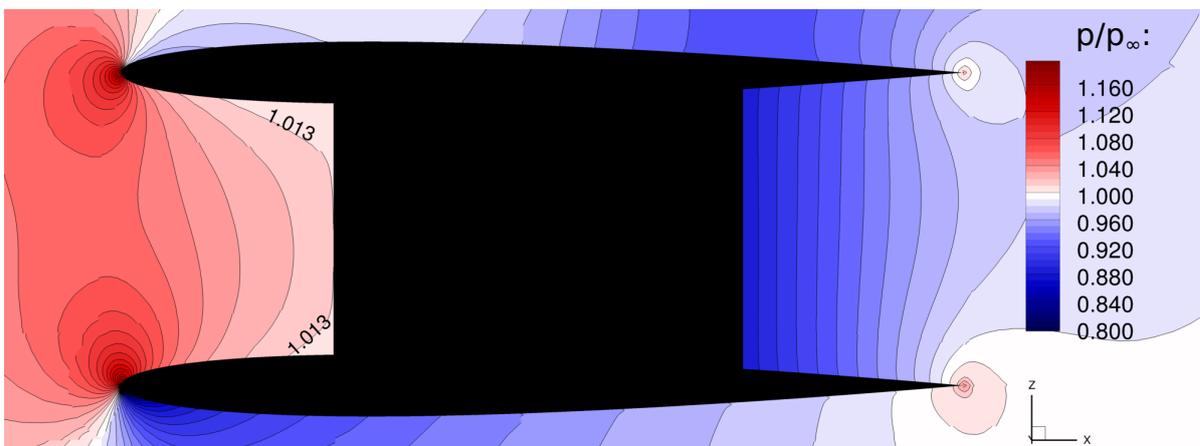


Abbildung 4.6: Das Feld des entdimensionierten statischen Druckes um die Triebwerks gondel.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ .

Dies ist dadurch zu erklären, dass für die betrachtete reibungsfreie Simulation im Unterschall die Strömung isentrop ist. Außerdem sind alle Wände der Flugzeugkonfiguration adiabatisch.

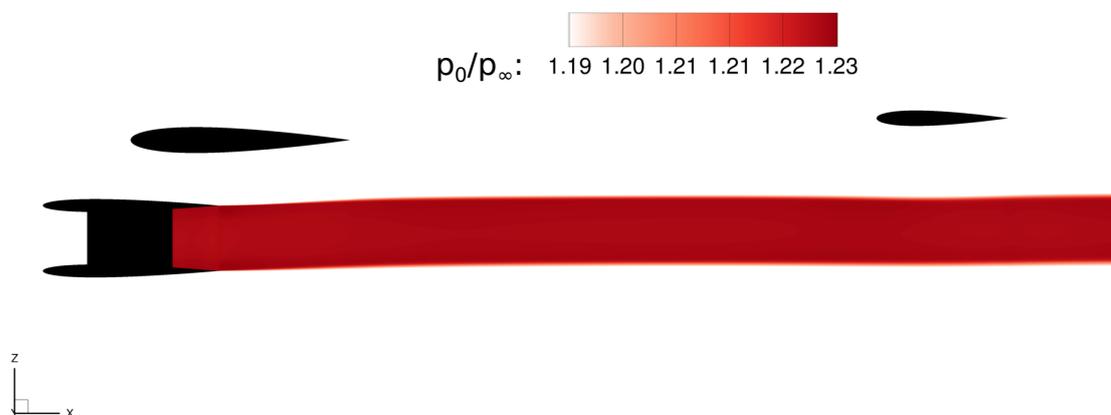


Abbildung 4.7: Das Feld des entdimensionierten Totaldruckes um die Triebwerksgondel.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ .

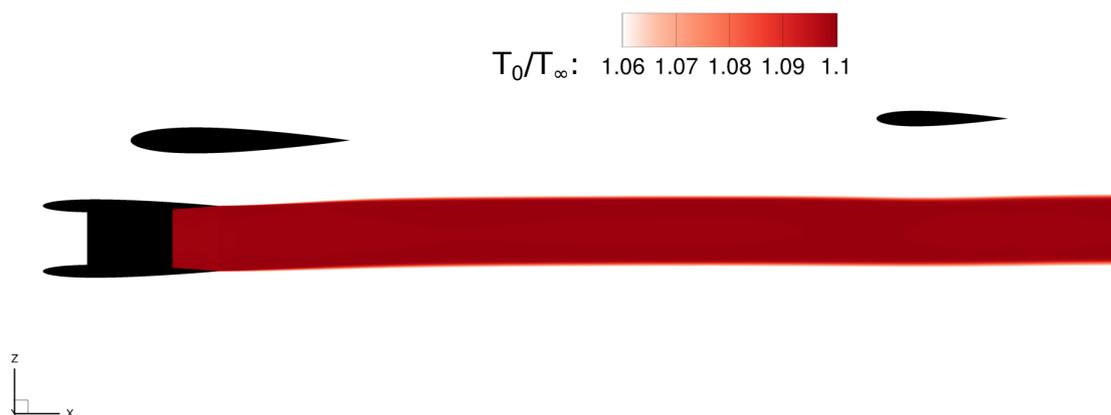


Abbildung 4.8: Das Feld der entdimensionierten Totaltemperatur um die Triebwerksgondel.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ .

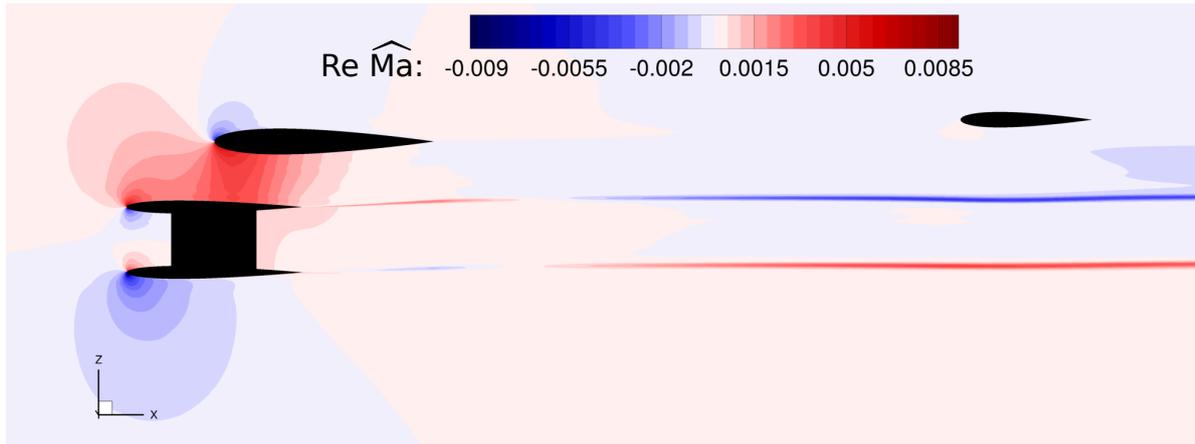
Die instationären Simulationen werden basierend auf dem oben vorgestellten Referenzströmungsfeld durchgeführt. Dabei werden sowohl die nichtlinearen Euler-Gleichungen (Gl. (2.6)) als auch die linearisierten Euler-Gleichungen (Gl. (2.12)) berücksichtigt. Somit werden zur Berechnung der instationären Strömungsfelder sowohl der nichtlineare CFD-Löser AER-Eu/NS als auch der linearisierte CFD-Löser AER-SDEu/NS eingesetzt. Die Ergebnisse der beiden Löser werden zur Validierung der linearisierten Triebwerksrandbedingungen einander gegenübergestellt. Es werden harmonische Nickschwingungen der Gondel um ihren Mittelpunkt bei drei unterschiedlichen reduzierten Frequenzen  $k_{red} = [0,2; 0,5; 1,0]$  betrachtet. Eine Sensitivitätsstudie bezüglich der Schwingungsamplitude wurde vorgenommen, um für linearisierte Simulationen die Annahme kleiner Störungen sicherzustellen. Basierend auf dieser Untersuchung gilt die Annahme für die

Schwingungsamplitude  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ . Im Unterschied zu den Simulationen mittels AER-Eu/NS wird für die Simulationen mit AER-SDEu/NS der Störungsanteil der Dichte zur Bewertung des Konvergenzverhaltens betrachtet. Als das Konvergenzkriterium für linearisierte Simulationen wird die euklidische Norm der normierten Änderung dieser Größe über eine Iteration in Pseudo-Zeit verwendet. Der Normierungsfaktor ist dabei die Änderung des Strömungsanteils der Dichte nach der ersten Iteration. Für den betrachteten Fall gilt ein physikalischer Zeitschritt einer zeitechten Simulation mittels AER-Eu/NS bzw. eine gesamte linearisierte Simulation mittels AER-SDEu/NS als konvergiert, sobald das Konvergenzkriterium unter  $10^{-8}$  fällt. Dies folgt ebenfalls aus einer durchgeführten Sensitivitätsuntersuchung. Jede Schwingungsperiode wird im Falle der zeitechten instationären Simulationen mit 100 physikalischen Zeitschritten aufgelöst.

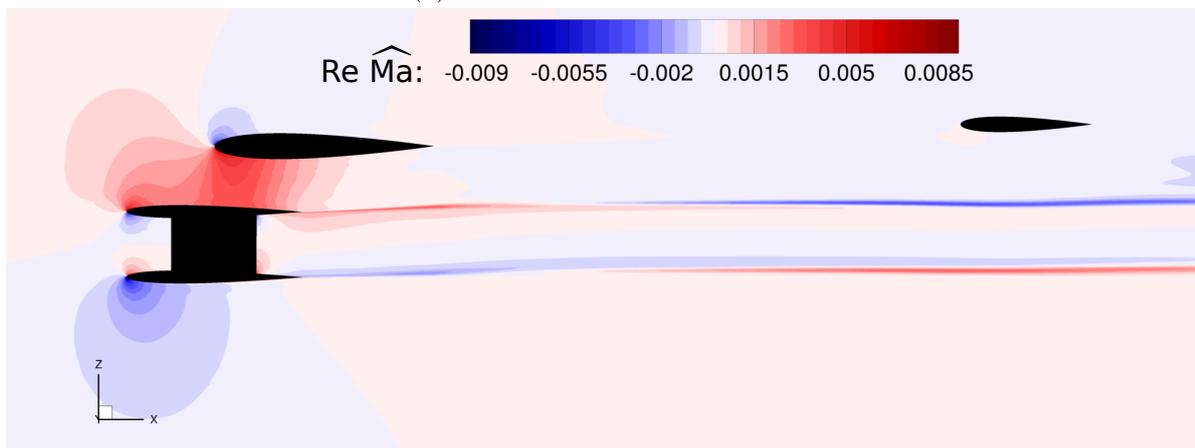
Die Simulationsergebnisse beider Löser werden für alle berücksichtigten reduzierten Frequenzen einander gegenübergestellt. Dazu werden die komplexwertigen Störungsanteile der Machzahl  $\widehat{Ma}$  und des statischen Druckes  $\widehat{p}$  betrachtet. Der Störungsanteil des statischen Druckes wird mit  $p_\infty$  entdimensioniert. Die Falschfarbdarstellungen der Felder werden in den Abb. 4.9-4.14 und 4.15-4.20 jeweils für  $\widehat{Ma}$  und  $\widehat{p}$  gezeigt. Eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse ist sowohl für Real- als auch Imaginärteile von  $\widehat{Ma}$  und  $\widehat{p}$  über alle berücksichtigten reduzierten Frequenzen hinweg zu beobachten. Durch die Nickschwingung der Triebwerksgondel erhält der abschwimmende Freistrahlschweif eine wellenartige Form, wobei die Wellenlänge direkt von der reduzierten Frequenz der Schwingung abhängt. Dies äußert sich in streifenförmigen Bereichen positiver sowie negativer Amplituden von  $Re \widehat{Ma}$  und  $Im \widehat{Ma}$  am Rande des Freistrahls. Dieser Effekt ist für alle betrachteten reduzierten Frequenzen sowohl bei zeitechten als auch bei linearisierten CFD-Simulationen zu beobachten.

Zusätzlich werden die lokalen Verteilungen der ersten Harmonischen des Druckbeiwertes für alle Komponenten der „zweidimensionalen Flugzeugkonfiguration“ in den Abb. 4.21-4.26 betrachtet. Bei jedem Schaubild wird die Ortsangabe in lokalen Koordinaten angegeben, wobei sie mit der Sehnenlänge der jeweiligen Komponente  $c_{loc}$  entdimensioniert wird. Die Sehnenlängen vom Flügel- und Leitwerkprofil sind jeweils 1,0 und 0,6. Die Triebwerksgondel ist wiederum aus Profilen mit der Sehnenlänge von 0,8 aufgebaut (siehe Abb. 4.2).

Durch die Nickbewegungen der Triebwerksgondel werden instationäre Druckkräfte an allen Komponenten der „zweidimensionalen Flugzeugkonfiguration“ hervorgerufen. Die niedrigsten Amplituden der Druckstöranteile sind für das Leitwerk zu verzeichnen. Die höchsten Amplituden von  $Re \widehat{c}_p$  und  $Im \widehat{c}_p$  sind wiederum an der Ober- und Unterseite der Triebwerksgondel zu beobachten. Außerdem äußert sich die aerodynamische Wechselwirkung mit der Triebwerksgondel durch höhere Amplituden von  $Re \widehat{c}_p$  und  $Im \widehat{c}_p$  an der Flügelunterseite. Bei den Simulationsergebnissen beider Löser ist eine sehr gute Übereinstimmung von  $Re \widehat{c}_p$  und  $Im \widehat{c}_p$  an der Triebwerksgondel zu erkennen. In manchen Fällen sind lediglich geringen Abweichungen an der Unterseite des Flügel- und



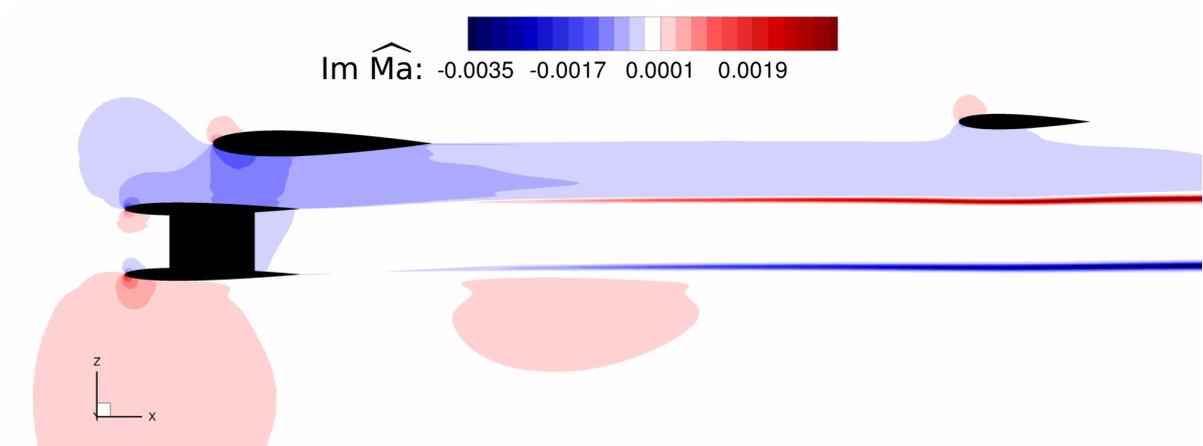
(a) Zeitechte CFD-Simulation.



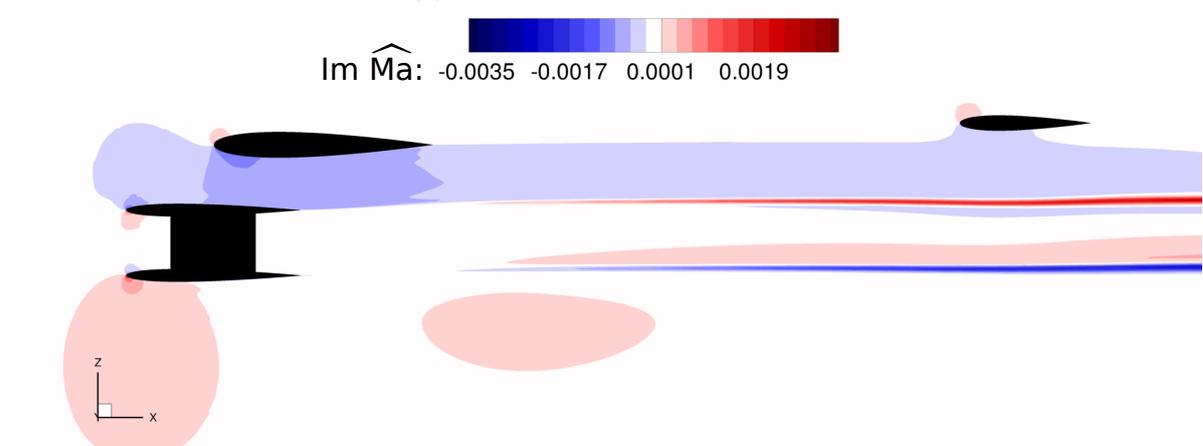
(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.9: Vergleich des Feldes von  $Re \widehat{Ma}$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  
 $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\widehat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,2$ .

Leitwerksprofil zu beobachten, wobei ihre Größenordnung in einem für einen Vergleich der beiden Verfahren üblichen Bereich liegt.

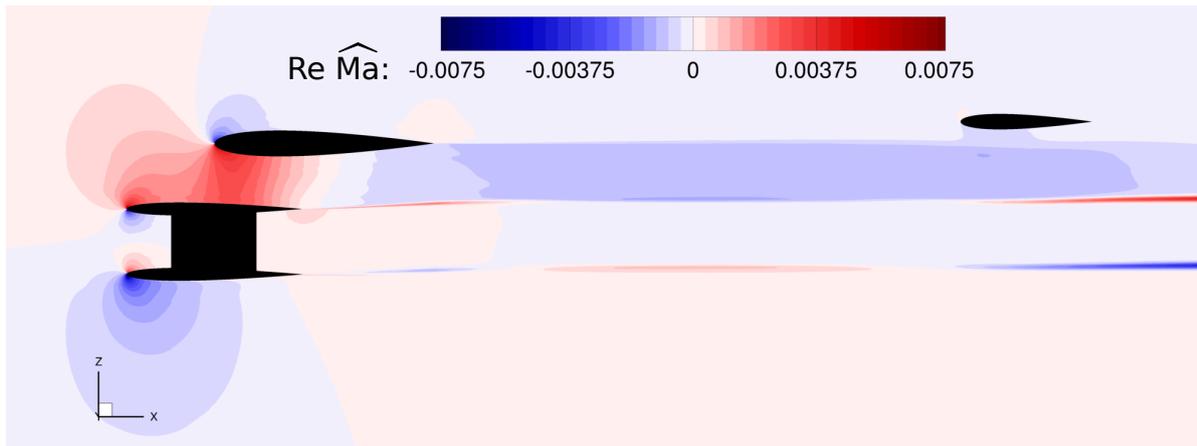


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

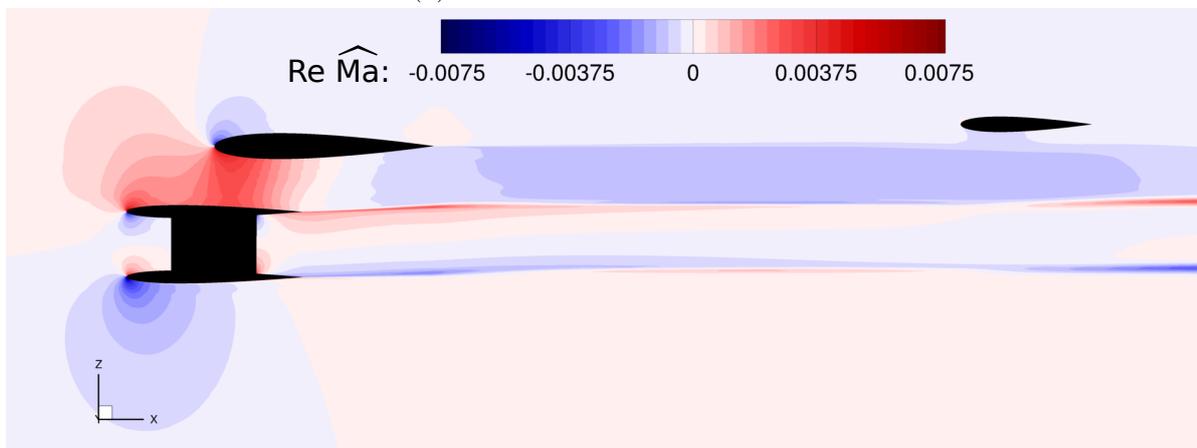


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.10: Vergleich des Feldes von  $Im \widehat{Ma}$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,2$ .

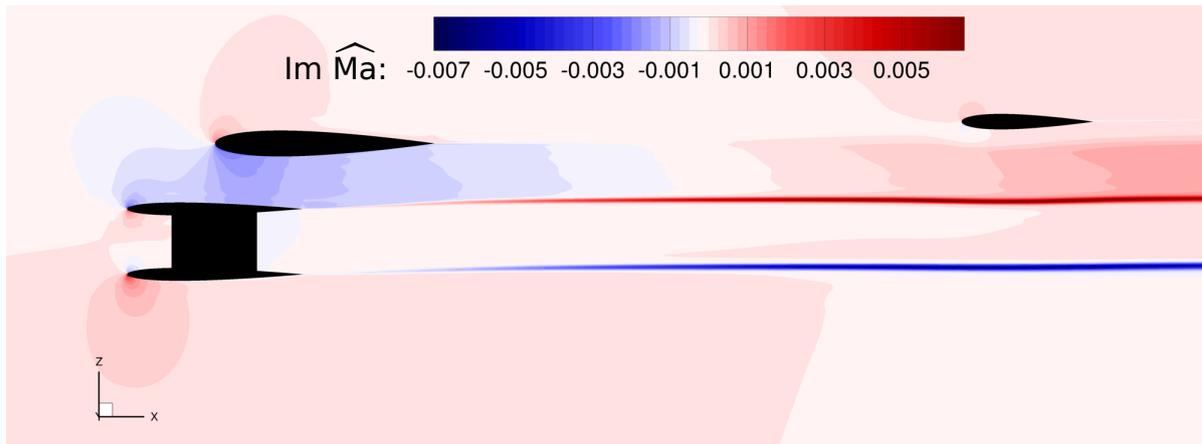


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

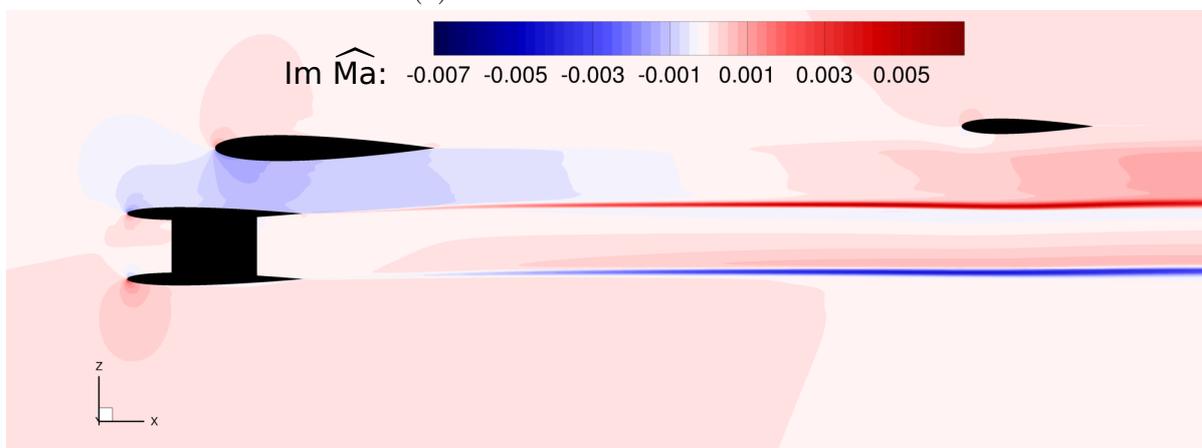


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.11: Vergleich des Feldes von  $Re \widehat{Ma}$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\widehat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,5$ .

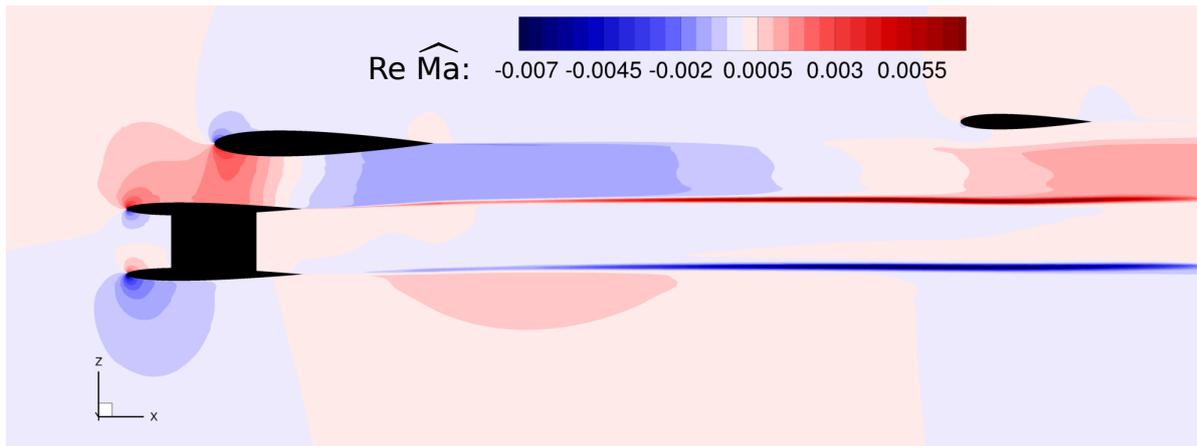


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

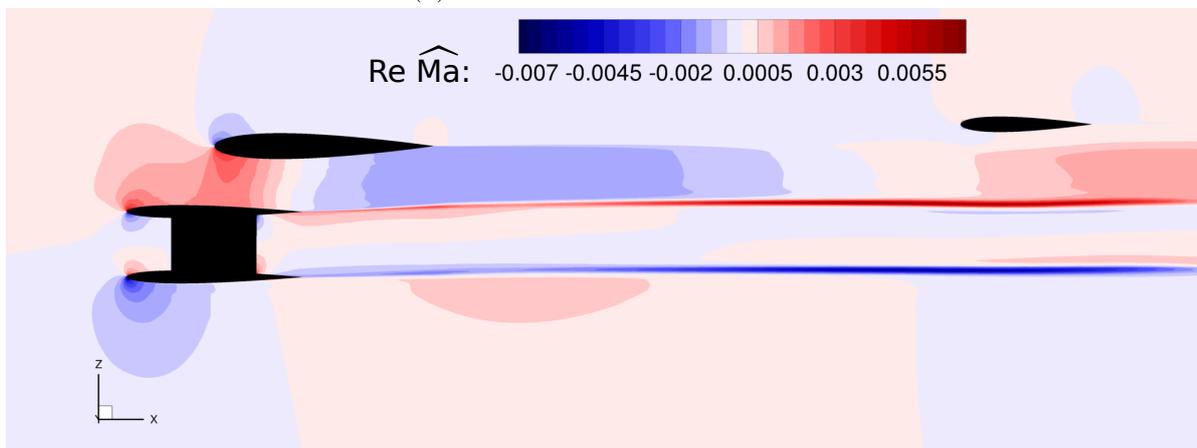


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.12: Vergleich des Feldes von  $Im \widehat{Ma}$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\widehat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,5$ .

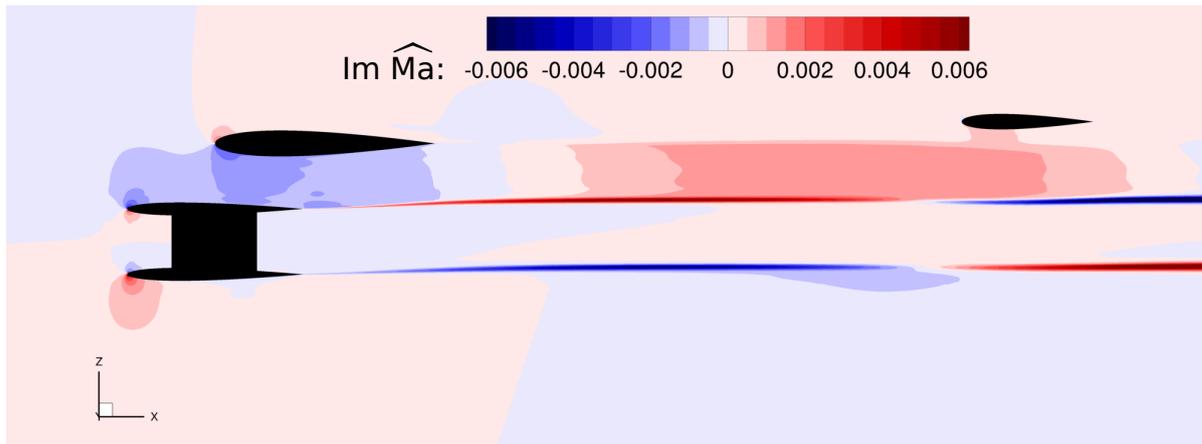


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

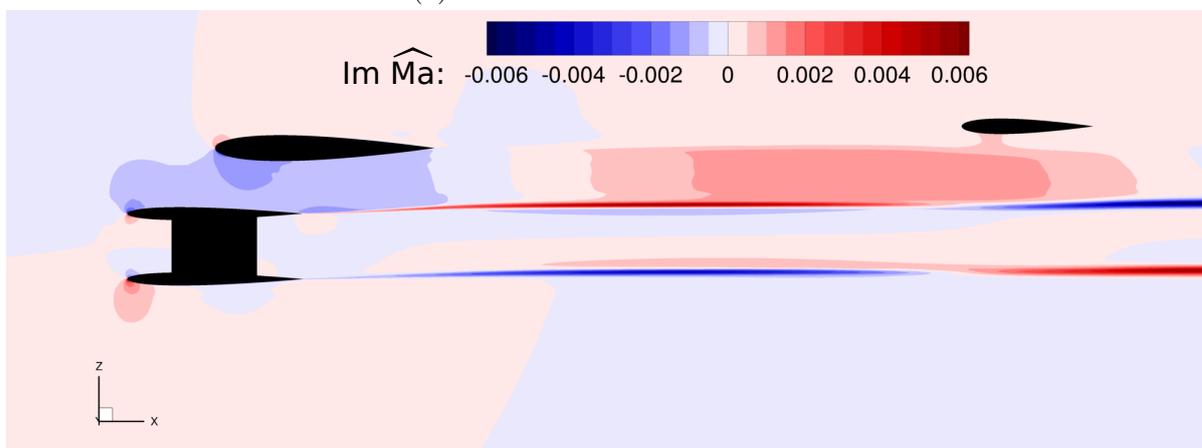


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.13: Vergleich des Feldes von  $Re \widehat{Ma}$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\widehat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 1,0$ .

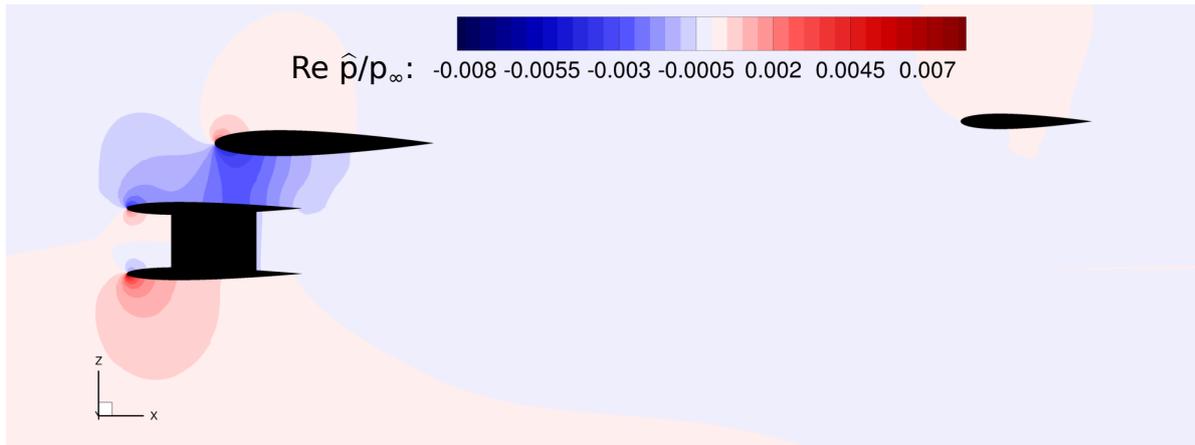


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

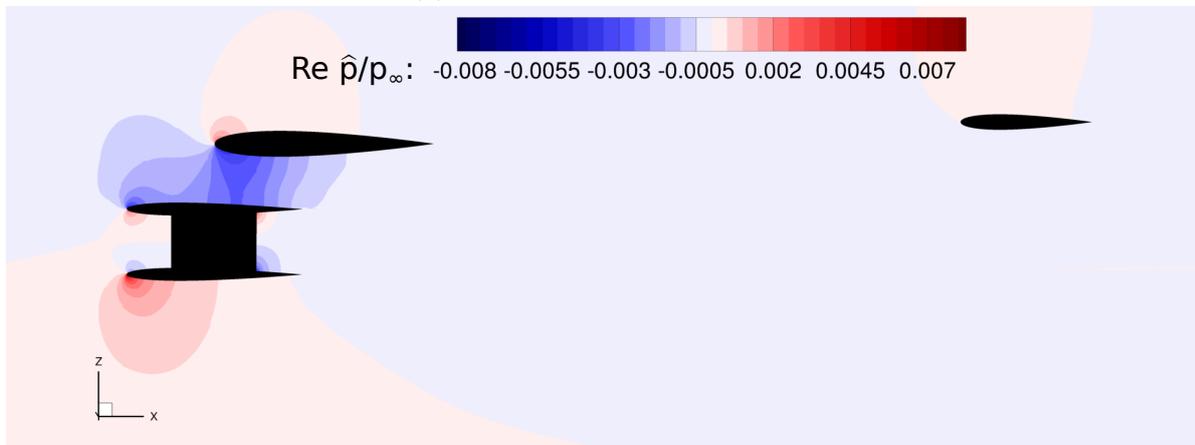


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.14: Vergleich des Feldes von  $Im \widehat{Ma}$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\widehat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 1,0$ .

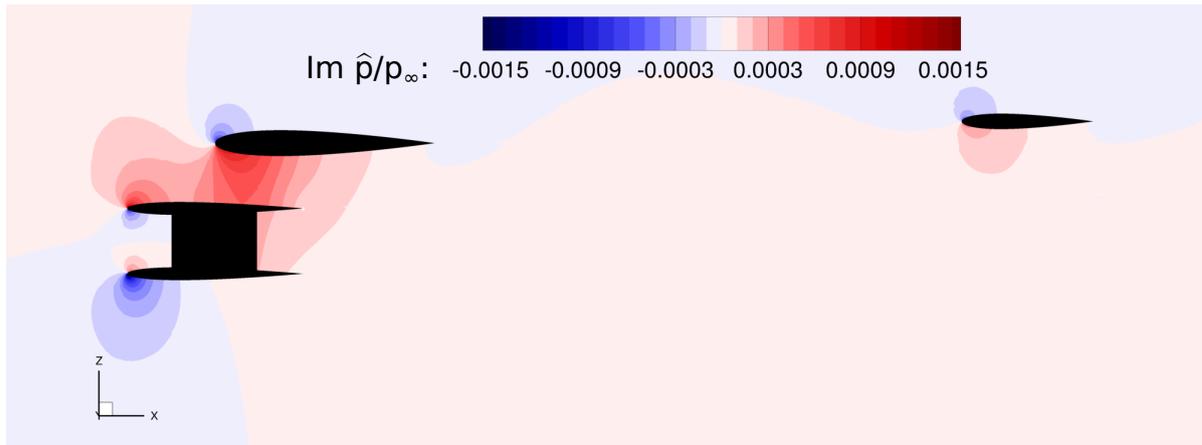


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

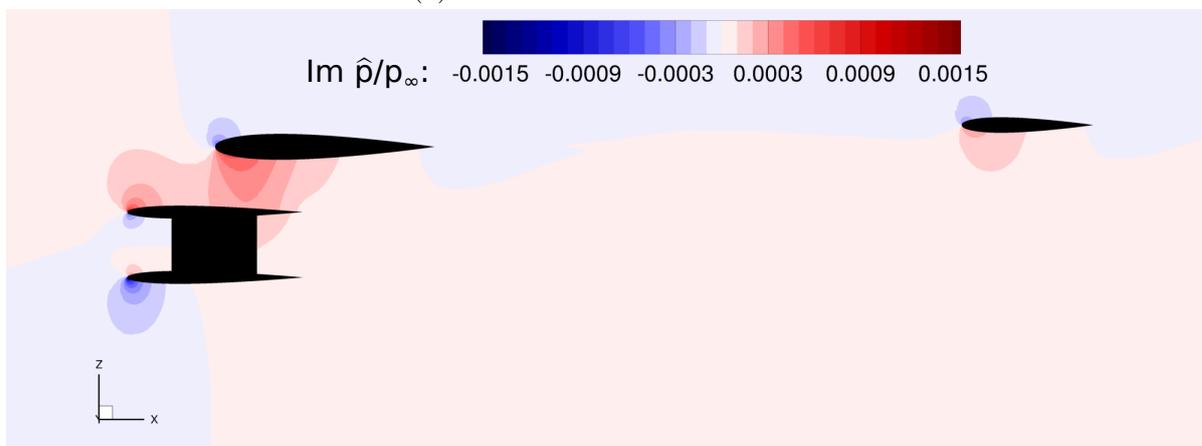


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.15: Vergleich des Feldes von  $Re \hat{p}/p_\infty$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,2$ .

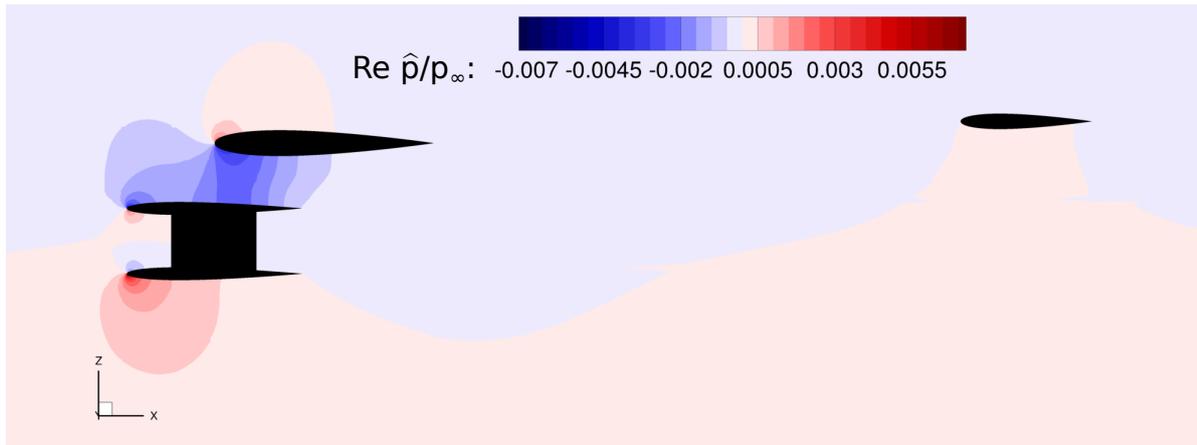


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

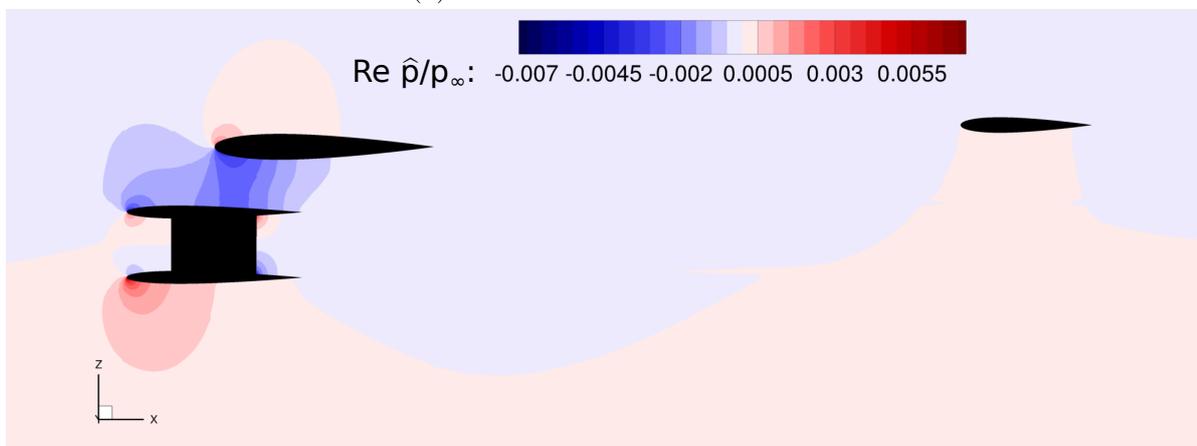


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.16: Vergleich des Feldes von  $Im \hat{p}/p_\infty$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,2$ .

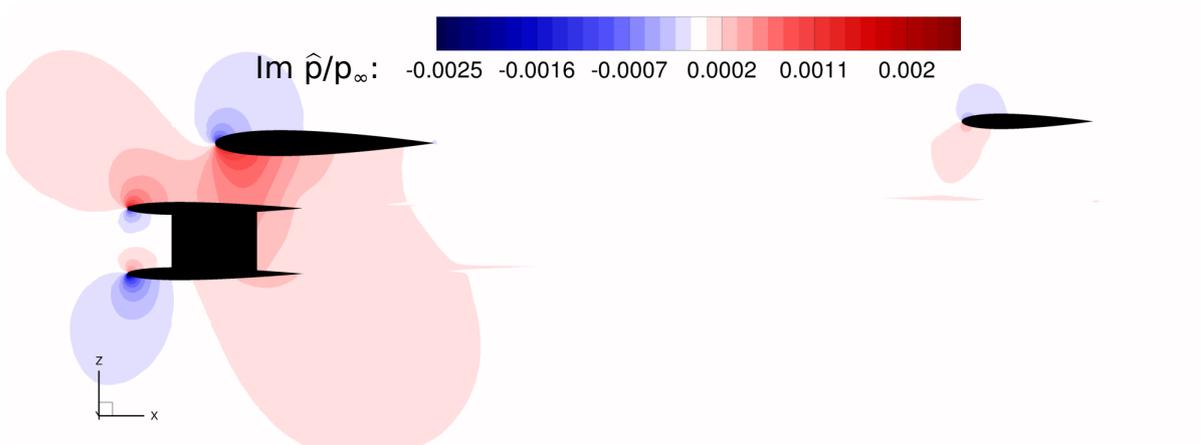


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

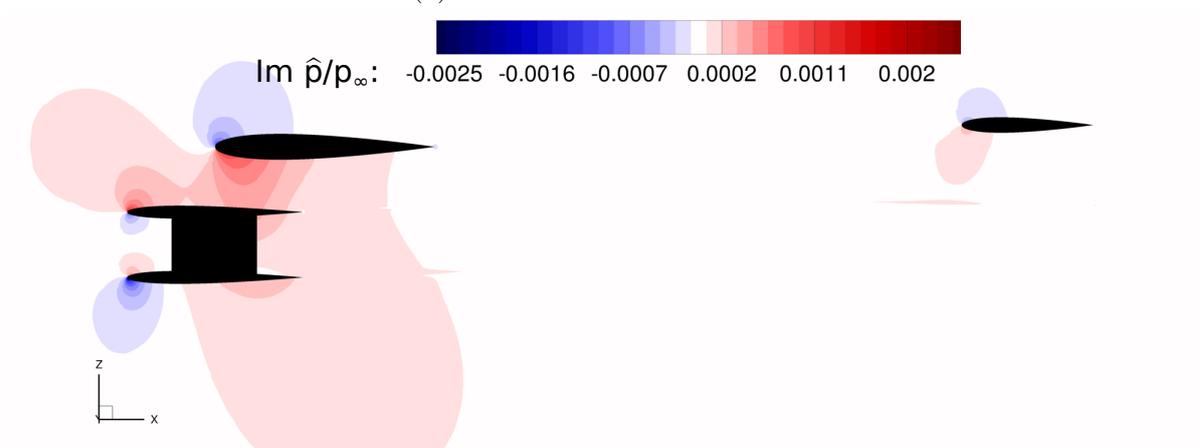


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.17: Vergleich des Feldes von  $Re \hat{p}/p_\infty$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,5$ .

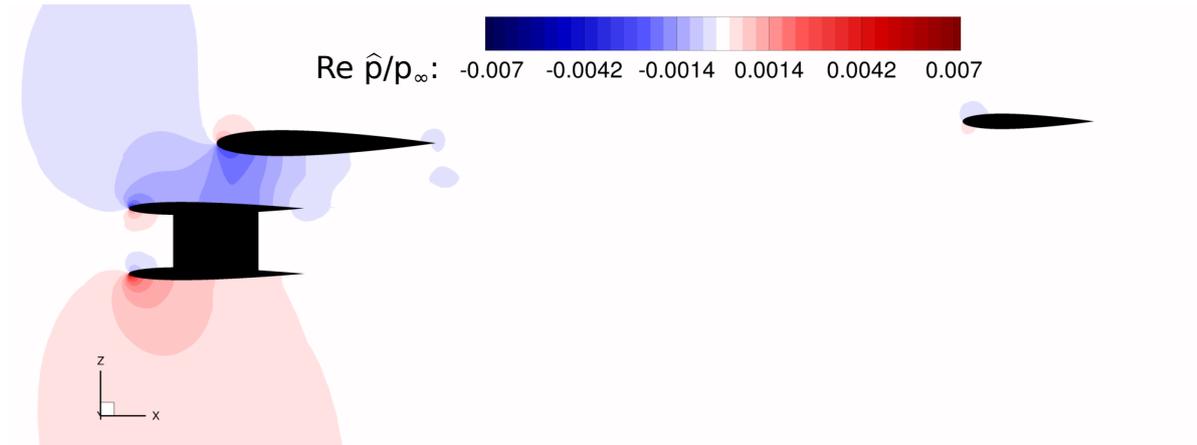


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

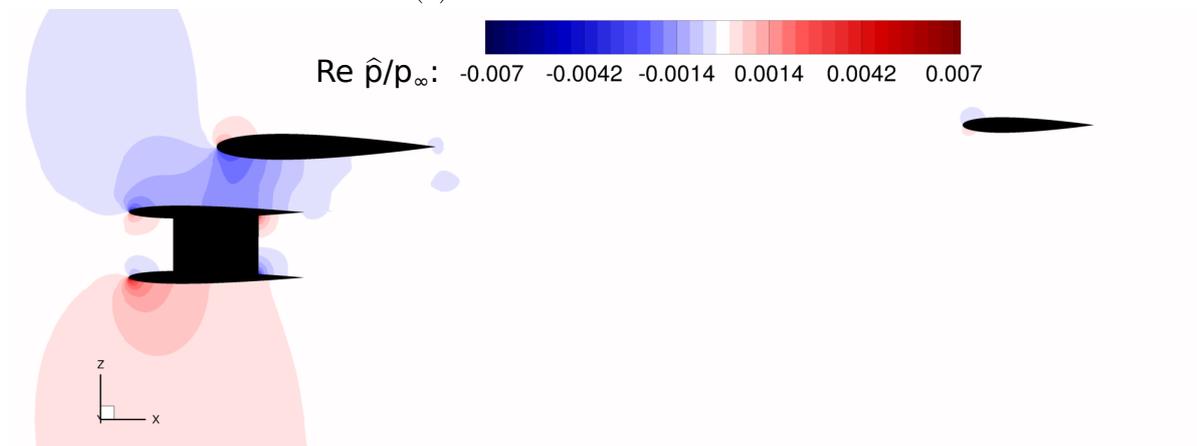


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.18: Vergleich des Feldes von  $Im \hat{p}/p_\infty$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,5$ .

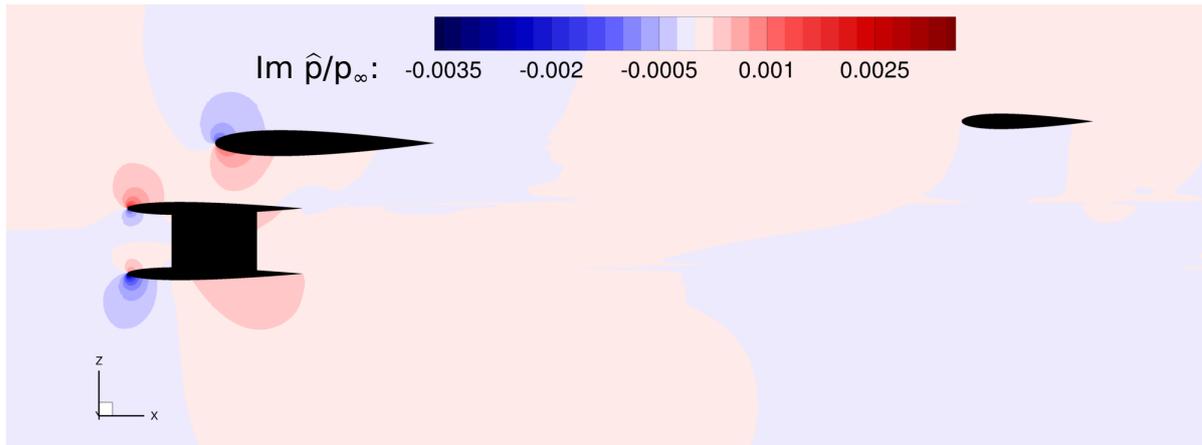


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

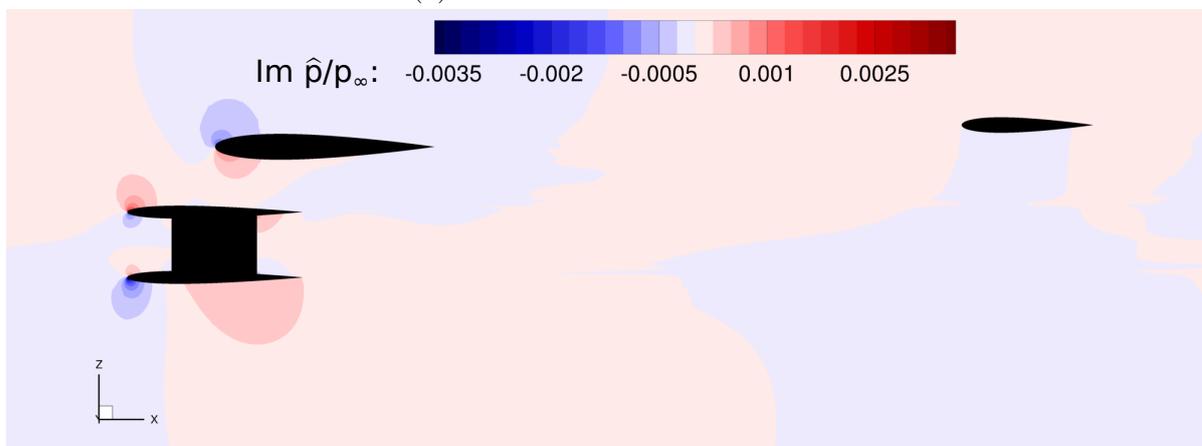


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

Abbildung 4.19: Vergleich des Feldes von  $Re \hat{p}/p_\infty$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 1,0$ .

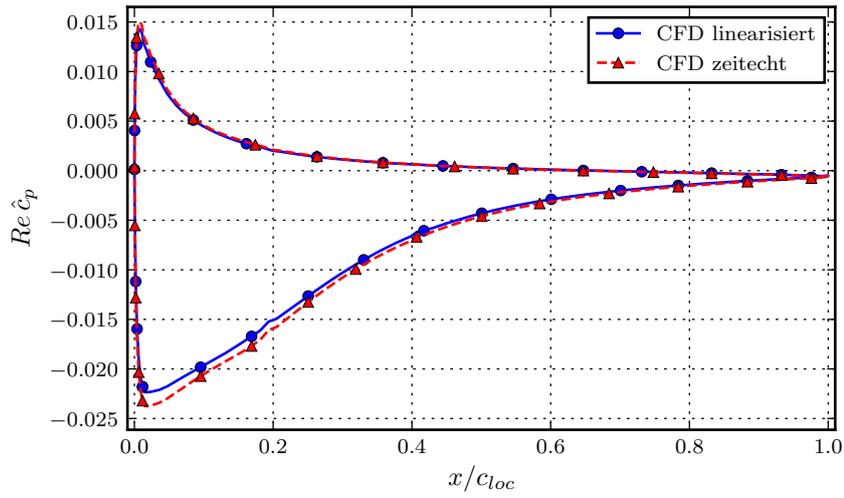


(a) Zeitechte CFD-Simulation.

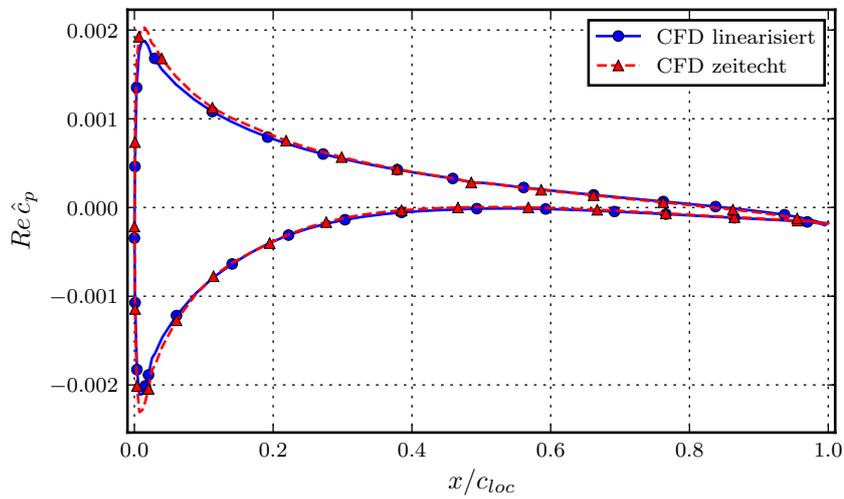


(b) Linearisierte CFD-Simulation.

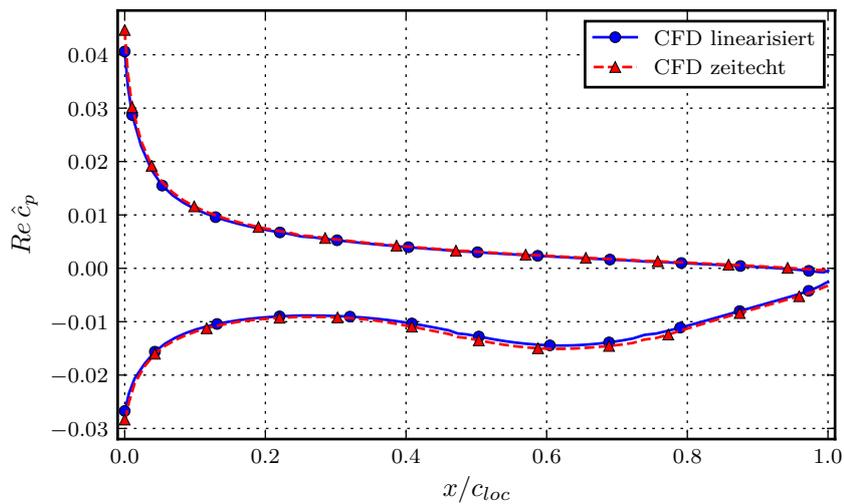
Abbildung 4.20: Vergleich des Feldes von  $Im \hat{p}/p_\infty$ .  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 1,0$ .



(a) Flügel.

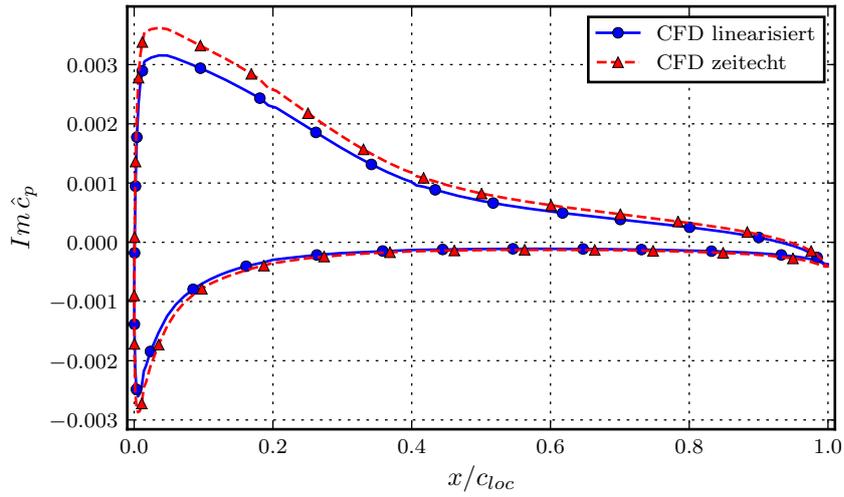


(b) Leitwerk.

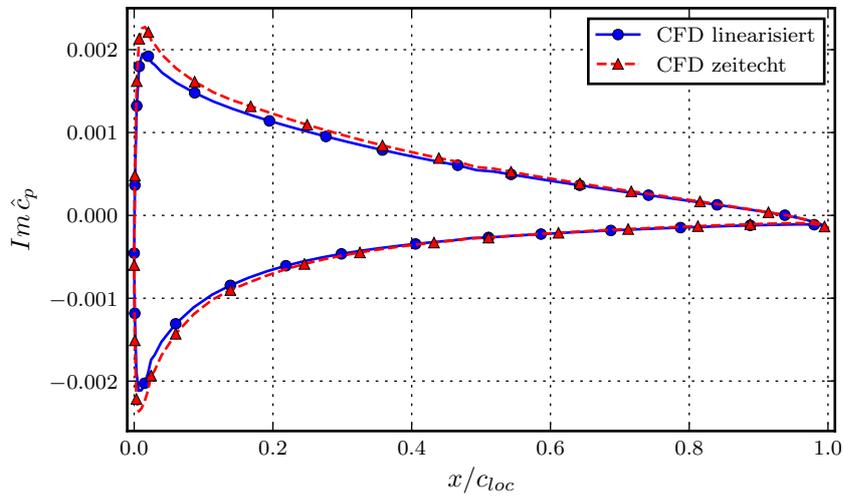


(c) Triebwerksgondel.

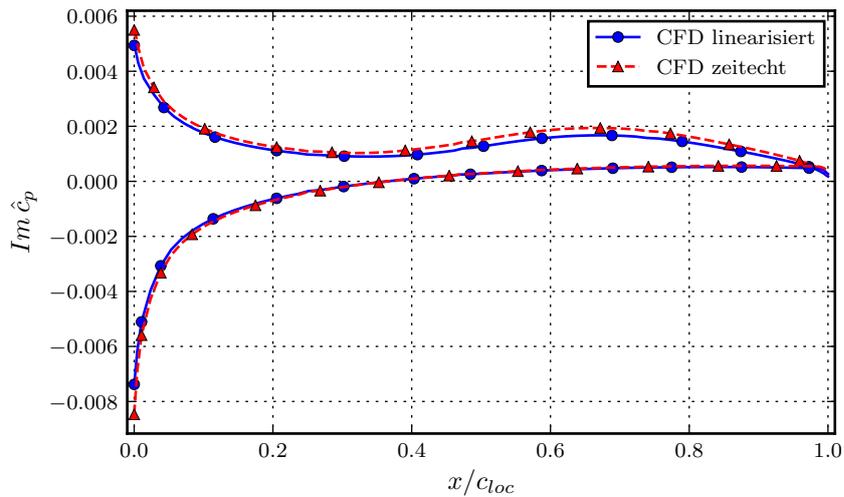
Abbildung 4.21: Vergleich der  $Re \hat{c}_p$ -Verteilung.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,2$ .



(a) Flügel.

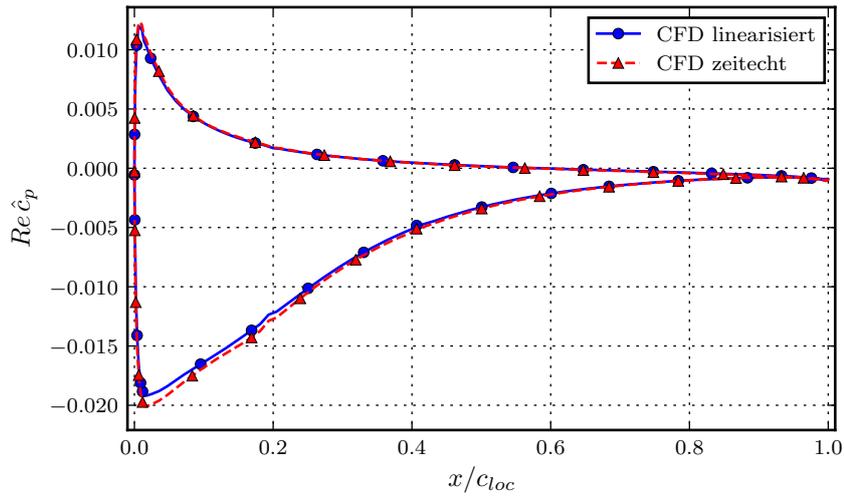


(b) Leitwerk.

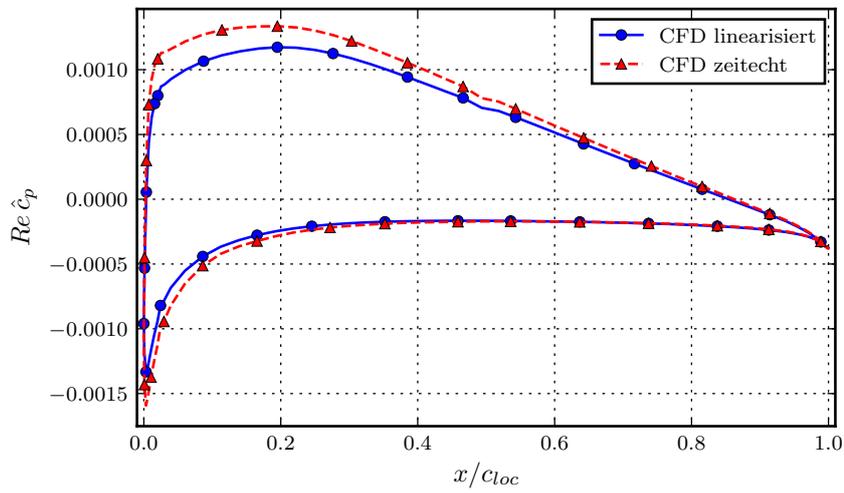


(c) Triebwerksgondel.

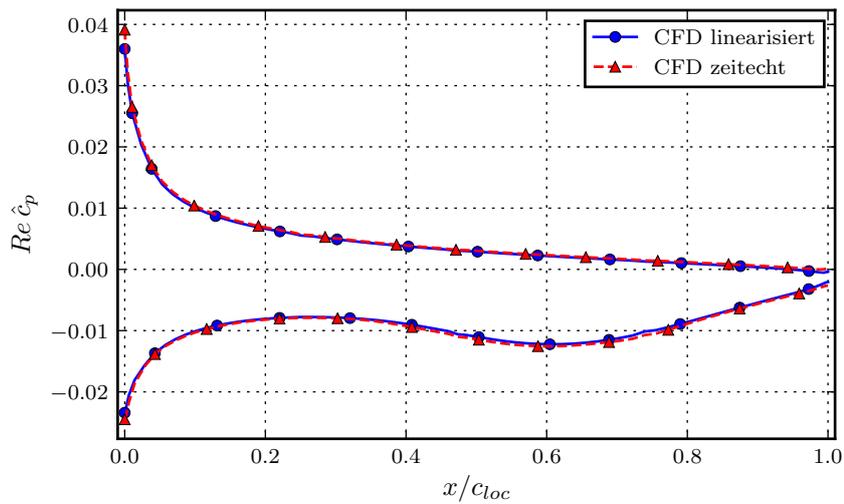
Abbildung 4.22: Vergleich der  $Im \hat{c}_p$ -Verteilung.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,2$ .



(a) Flügel.

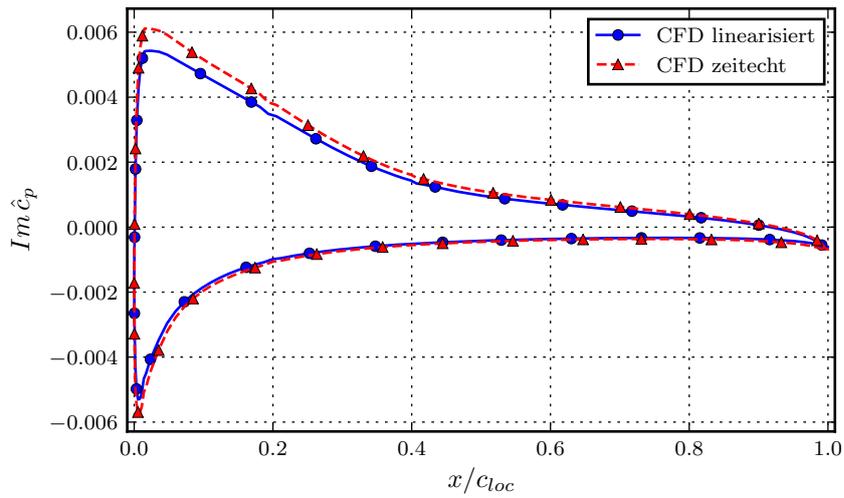


(b) Leitwerk.

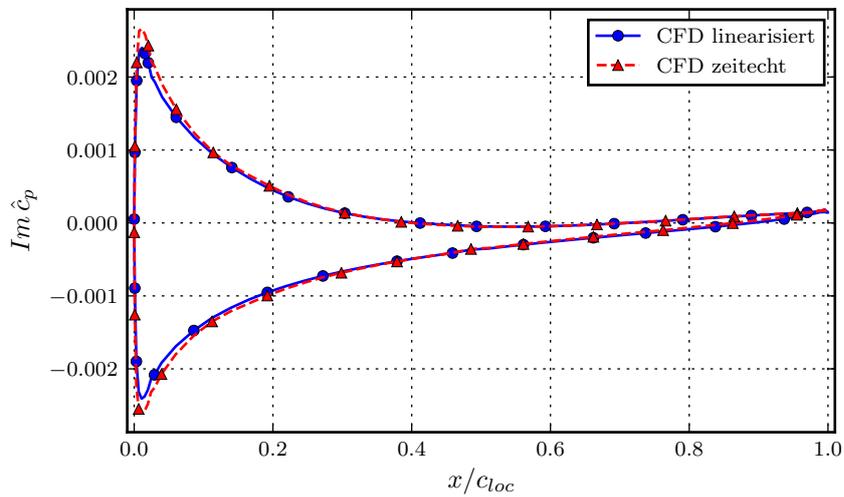


(c) Triebwerksgondel.

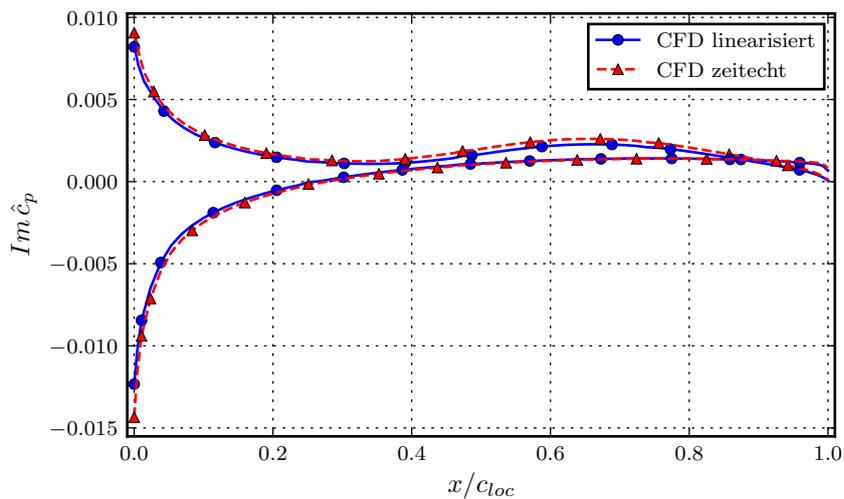
Abbildung 4.23: Vergleich der  $Re \hat{c}_p$ -Verteilung.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,5$ .



(a) Flügel.

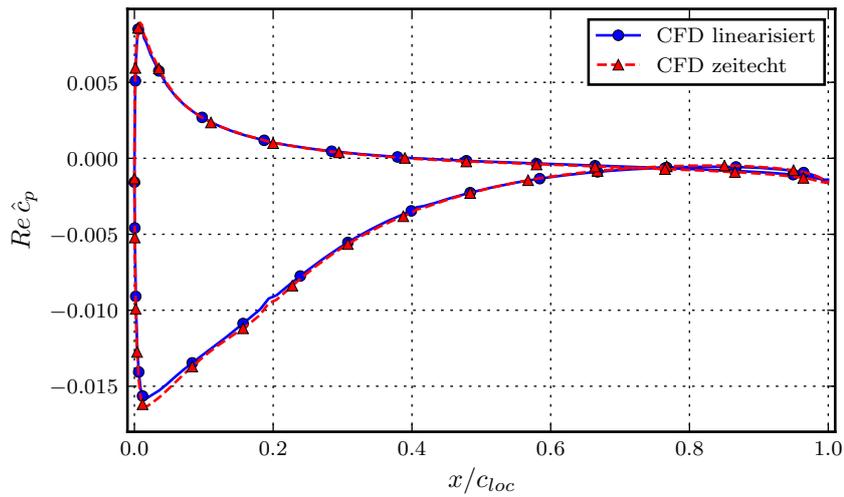


(b) Leitwerk.

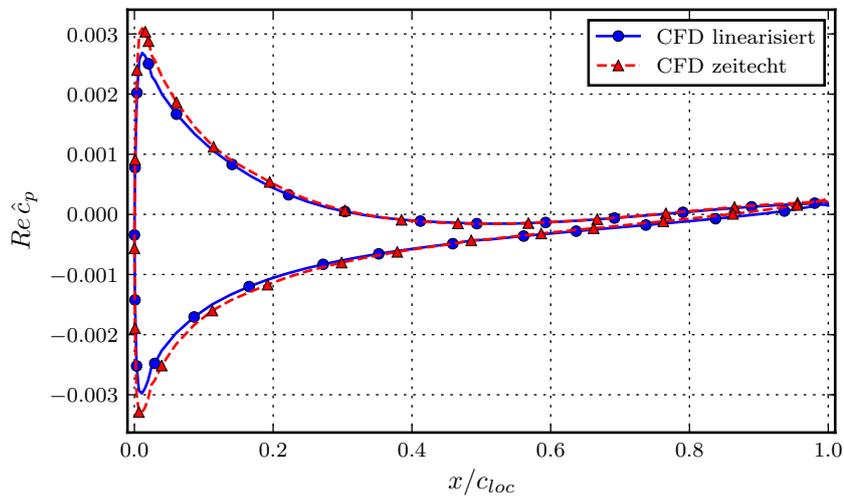


(c) Triebwerksgondel.

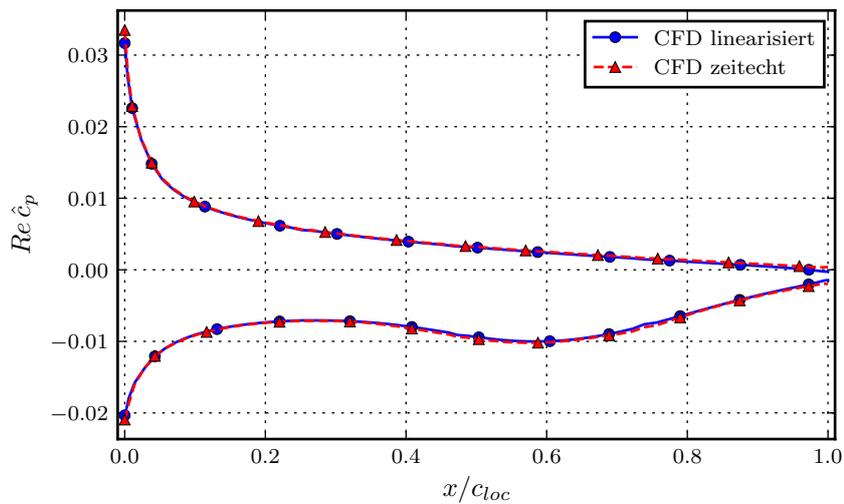
Abbildung 4.24: Vergleich der  $Im \hat{c}_p$ -Verteilung.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 0,5$ .



(a) Flügel.

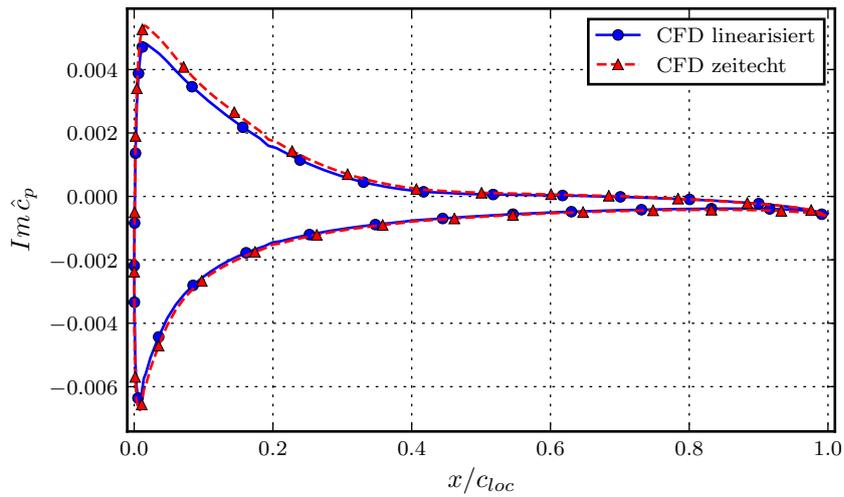


(b) Leitwerk.

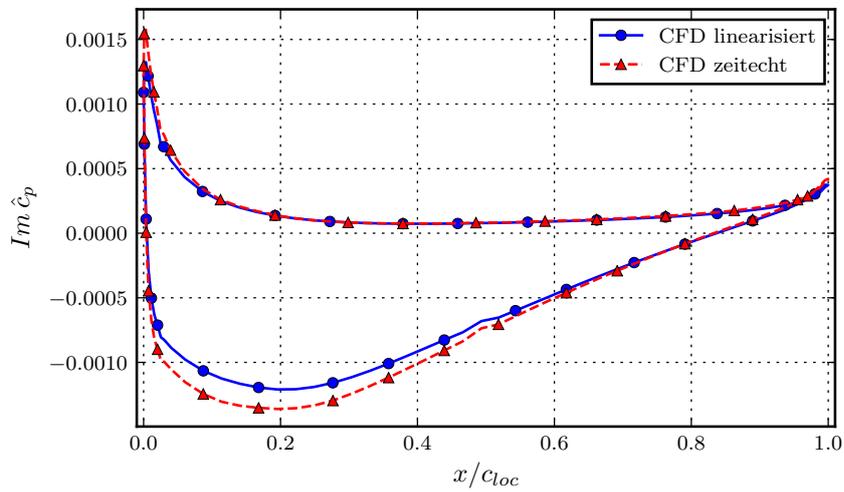


(c) Triebwerksgondel.

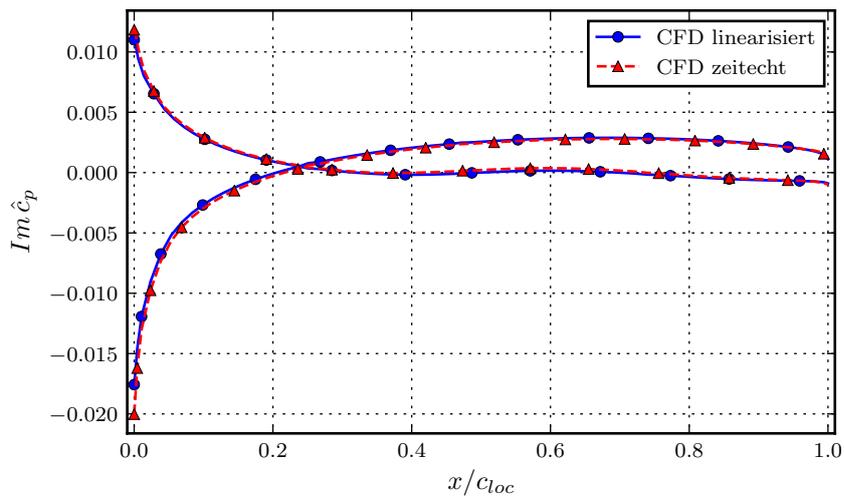
Abbildung 4.25: Vergleich der  $Re \hat{c}_p$ -Verteilung.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 1,0$ .



(a) Flügel.



(b) Leitwerk.



(c) Triebwerksgondel.

Abbildung 4.26: Vergleich der  $Im \hat{c}_p$ -Verteilung.  $Ma_\infty = 0,5$ ,  $\alpha_\infty = 0^\circ$ ,  $p_{set}/p_\infty = 1,013$ ,  $p_t/p_\infty = 1,23$ ,  $T_t/T_\infty = 1,1$ ,  $\hat{\alpha} = 0,1^\circ$ ,  $k_{red} = 1,0$ .

### 4.5.2 Fall 2: „NASA Common Research Model“

Die auf linearisierten Randbedingungen basierte Triebwerksmodellierung wird dazu eingesetzt, die Triebwerkseffekte auf das Flatterverhalten eines generischen Transportflugzeuges zu analysieren. Die Grundlage für die Untersuchung ist die CRM-Konfiguration. Im Unterschied zu der Konfiguration WBH aus dem Abschnitt 3.5.2 verfügt die hier untersuchte Halbmodellkonfiguration zusätzlich über eine Durchflussgondel und Pylon. Im Englischen wird die Konfiguration als *wing/body/nacelle/pylon/horizontal-tail* bezeichnet. Daraus leitet sich die Konfigurationsabkürzung WBNPH ab. Die Gondel entspricht einem Mantelstromtriebwerk mit einem hohen Nebenstromverhältnis. Die Geometrie des Durchflusskanals ist nicht verzweigt und so entworfen, dass im Reiseflug ein für zivile Flugzeugtriebwerke typisches Massenstromverhältnis erreicht wird [105].

Wie im Abschnitt 3.5.2 wird auch hier für die Strukturmodellierung die Konfiguration FERMAT-C2 verwendet. Es wird die reibungsfreie Strömung betrachtet. Die auf Euler-Gleichungen basierte CFD-Simulationen werden basierend auf einem Halbmodell durchgeführt. Das Rechengitter der WBH-Konfiguration in der Halbmodellausführung wird dabei im Hinblick auf die zusätzliche Gondel und den Pylon an die WBNPH-Konfiguration angepasst. Eine zusätzliche Gittersensitivitätsstudie wurde durchgeführt, um nach der Gitteranpassung eine Unabhängigkeit der Rechenlösung von der Gitterauflösung zu gewährleisten. Da eine große Anzahl von rechenintensiven Simulationen durchzuführen ist, stellt die gewählte Gitterauflösung einen Kompromiss zwischen einer ausreichenden Lösungsqualität und einem vertretbaren Rechenaufwand dar. Das Rechengitter des CRM-WBNPH-Halbmodells verfügt in der gewählten Auflösung über ca. 5,6 Millionen Rechenzellen. Für jeden instationären Simulationsfall wird an der Symmetrieebene des Flugzeugs entweder eine symmetrische oder eine antisymmetrische Randbedingung aufgeprägt, je nachdem, ob die betrachtete Eigenmode symmetrisch oder antisymmetrisch ist (siehe Kapitel 3). Das CFD-Oberflächennetz des CRM-WBNPH-Halbmodells sowie der Symmetrieebene ist in Abb. 4.27 dargestellt.

Es werden zwei unterschiedliche Ansätze der Triebwerksmodellierung miteinander verglichen. Beim ersten Ansatz wird die ursprüngliche Modellierung mit einer durchströmten Gondel verwendet, die hier als passive Triebwerksmodellierung bezeichnet wird. Beim zweiten Ansatz werden die zuvor vorgestellten Triebwerksrandbedingungen eingesetzt. Diese randbedingungs-basierte Modellierung der Triebwerkseffekte wird wiederum als aktiv bezeichnet. Vorder- und Rückansichten des CFD-Oberflächennetzes der Triebwerksgondel sind in den Abb. 4.28a-4.28d für beide Ansätze der Triebwerksmodellierung dargestellt. Die Ebenen mit den aufgeprägten Randbedingungen sind grün markiert. Wie zu erkennen ist, befindet sich die Triebwerkseinlassrandbedingung etwas hinter der Einlaufklappe. Auf diese Weise wird die Staulinie am Triebwerkseinlauf nicht durch die Randbedingung beeinflusst. Die Triebwerksauslassrandbedingung wird am Düsenaustritt aufgeprägt.

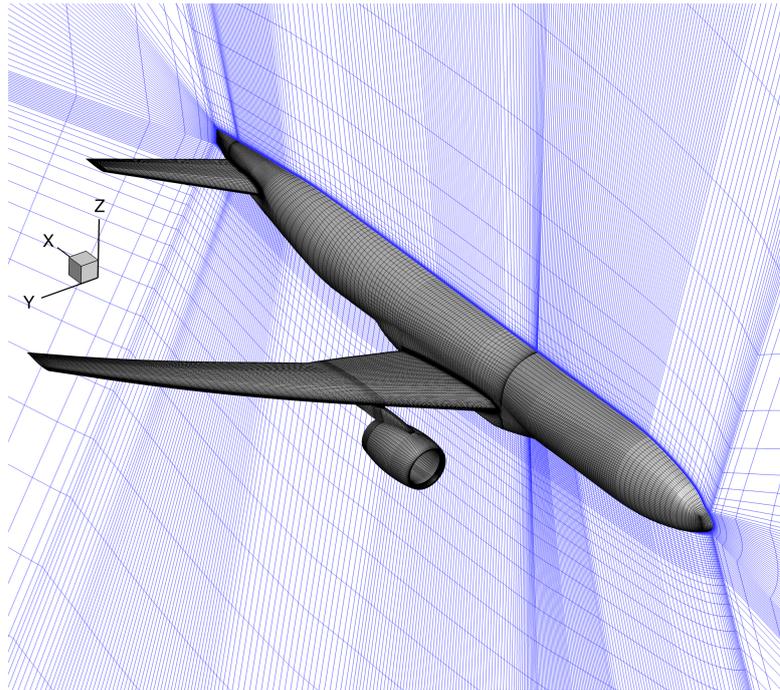


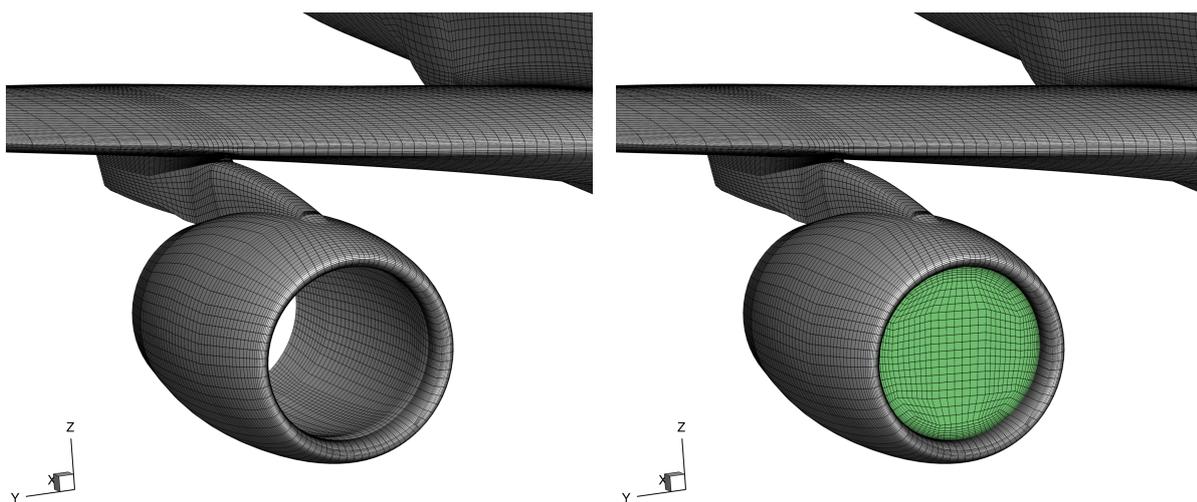
Abbildung 4.27: CFD-Oberflächennetz des CRM-WBNPH-Halbmodells (grau) sowie der Symmetrieebene (blau).

Zusätzlich wird für die Berechnung von  $GAF^E$  der Angriffspunkt der Schubkraft  $P^E$  definiert. Er liegt im Mittelpunkt entlang der Rotationsachse des Triebwerks. Seine Lage ist in Abb. 4.29 in der Seiten- und Vorderansicht der Triebwerksgondel dargestellt.

In diesem Abschnitt wird der Einfluss von Triebwerken auf das Flatterverhalten der CRM-Konfiguration untersucht. Die auf linearisierten Randbedingungen basierte Triebwerksmodellierung wird dazu eingesetzt, den Triebwerkeinfluss auf das Flatterverhalten der CRM-Konfiguration zu betrachten. Dazu wird eine auf CFD kleiner Störungen basierte Flutteranalyse für die CRM-Konfiguration durchgeführt. Es wird sowohl die passive als auch die aktive Triebwerksmodellierung einbezogen. Die Ergebnisse werden in Bezug auf das Flatterverhalten und die vorhergesagte Flattergrenze einander gegenübergestellt. Außerdem wird der Einfluss der modal induzierten Oszillationen der Schubkraft auf das aeroelastische Verhalten des Flugzeugs untersucht.

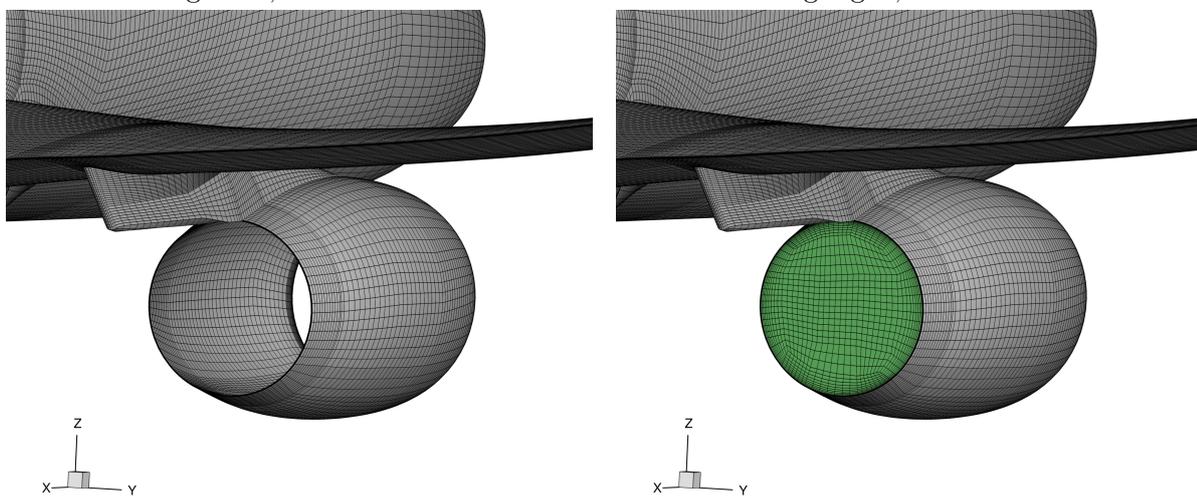
Die aeroelastische Untersuchung wird für die Reiseflugmachzahl von  $Ma_\infty = 0,85$  durchgeführt. Die Dichte beträgt  $0,525 \text{ kg/m}^3$ . Dies entspricht nach der Internationalen Standardatmosphäre einer Flughöhe von 8000 m über der Meereshöhe. Der Anstellwinkel beträgt  $\alpha_\infty = 1,27^\circ$  und ist so gewählt, dass der nominelle Auftriebsbeiwert von  $c_A = 0,5$  für die CRM-Konfiguration mit passiver Triebwerksmodellierung erreicht wird. Für die bessere Vergleichbarkeit wird auch für den Fall der aktiven Triebwerksmodellierung derselbe Anstellwinkel verwendet.

Für die aktive Triebwerksmodellierung werden  $p_{set}$  beim Triebwerkeinlass sowie  $p_t$  und  $T_t$  beim Triebwerksauslass so gewählt, dass sie die Eigenschaften eines typischen



(a) Passive Triebwerksmodellierung mittels Durchflussgondel, Vorderansicht.

(b) Aktive Triebwerksmodellierung mittels Randbedingungen, Vorderansicht.



(c) Passive Triebwerksmodellierung mittels Durchflussgondel, Rückansicht.

(d) Aktive Triebwerksmodellierung mittels Randbedingungen, Rückansicht.

Abbildung 4.28: Vorder- und Rückansichten des CFD-Oberflächennetzes der Triebwerksgondel für beide Modellierungsansätze. Links: passive Triebwerksmodellierung mittels der Durchflussgondel. Rechts: aktive Triebwerksmodellierung basierend auf der Triebwerkseinlass- und Triebwerksauslassrandbedingung (grün).

Mantelstromtriebwerks für die gegebenen Gondelabmessungen und Anströmungsbedingungen repräsentieren. Das Druckverhältnis am Einlass beträgt demnach  $p_{set}/p_{\infty} = 1,5$ . Es ist so festgelegt, dass ein für den Reiseflug typisches Querschnittsverhältnis der vom Triebwerkseinlauf aufgenommenen Stromröhre  $A_{\infty}/A_{ein} = 0,83$  erreicht wird [39]. Für die Totaltemperatur am Triebwerksaustritt gilt  $T_t/T_{\infty} = 1,7$ . Dies entspricht einem typischen über den Querschnitt des Abgasstrahls gemittelten Wert von  $T_t/T_{\infty}$  für Mantelstromtriebwerke mit einem hohen Nebenstromverhältnis. Für den Totaldruck am Triebwerksaustritt gilt wiederum  $p_t/p_{\infty} = 1,66$ . Für die gewählten Werte der Randbedingungen und gegebenen Anströmungsverhältnisse wird von einem Triebwerk ein Schub von

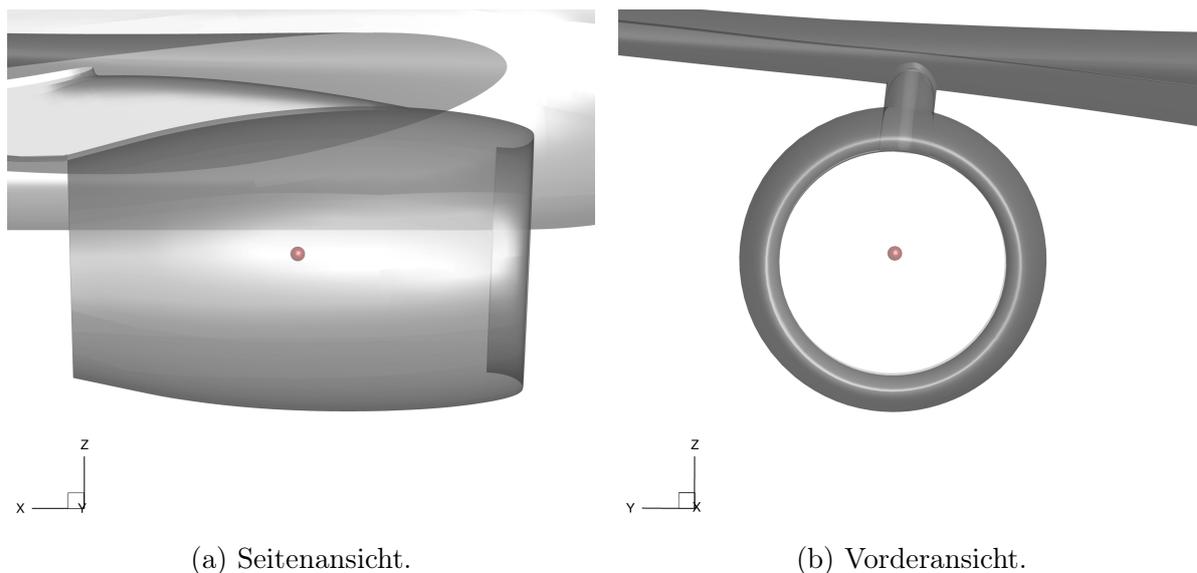


Abbildung 4.29: Lage des Angriffspunkts der Schubkraft  $P^E$  (rot) in der Seiten- und Vorderansicht der Triebwerksgondel.

70 kN erzeugt. Dieser Wert ist typisch für die CRM-Konfiguration. Für alle Simulationen wird ein Konvergenzkriterium von  $10^{-5}$  gewählt.

Die Ergebnisse der stationären Simulationen werden als Referenzströmungsfelder für die linearisierten instationären Simulationen verwendet. In Abb. 4.30 wird ein Vergleich der stationären Druckbeiwertverteilungen ( $\bar{c}_p$ ) für beide Triebwerksmodellierungen präsentiert. Abgesehen von geringfügigen Abweichungen, finden sich die größten Unterschiede in der  $\bar{c}_p$ -Verteilung an der äußeren Oberfläche der Triebwerksgondel. Im Falle des aktiven Triebwerks entsteht im vorderen Bereich der Gondel ein umlaufender Stoß. Im Gegensatz dazu, fehlt dieser Stoß an der Durchflussgondel.

Für die Strukturmodellierung wird die FERMAT-C2-Konfiguration verwendet, wobei der Einfluss der strukturellen Dämpfung vernachlässigt wird. Es werden die ersten 50 Eigenmoden bis zu einer maximalen Eigenfrequenz von 19,6 Hz betrachtet. Die instationäre Aerodynamik wird bei sechs reduzierten Frequenzen ausgewertet:  $k_{red} = [0,0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 3,0]$ .

Anschließend wird die aeroelastische Stabilitätsanalyse mittels der  $p$ - $k$ -Methode für den Geschwindigkeitsbereich bis 500 m/s durchgeführt. Die Verläufe der Verlustfaktoren, die mit der Dämpfung assoziiert sind (siehe Gl. (2.97)) sind für relevante aeroelastische Eigenmoden in Abb. 4.31 dargestellt. Es wird der Geschwindigkeitsbereich von 300 m/s bis 500 m/s betrachtet. Es ist zu erkennen, dass die Verlustfaktoren  $g$  der aeroelastischen Eigenmoden 10 und 12 mit steigender Geschwindigkeit positiv werden. Dies lässt darauf schließen, dass diese aeroelastischen Eigenmoden für den gegebenen Geschwindigkeitsbereich dynamisch instabil sind. Daher werden hier die aeroelastischen Eigenmoden 10 und 12 jeweils als erste und zweite Fluttermode bezeichnet.

Wie im Abschnitt 2.4 dargelegt ist, überlagern sich die Struktureigenmoden  $\phi_i$  zu aeroelastischen Eigenmoden, wobei ihre relativen Anteile für jede aeroelastische Eigenmode

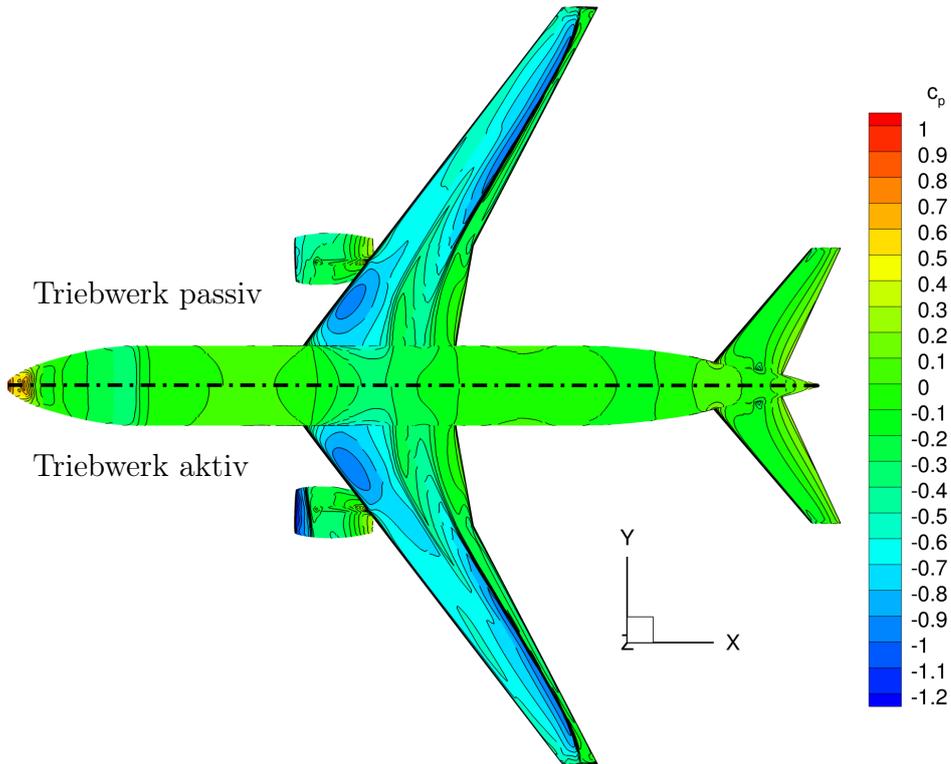


Abbildung 4.30: Vergleich der  $\bar{c}_p$ -Verteilungen. Obere Hälfte: Passive Triebwerksmodellierung mittels Durchflussgondel. Untere Hälfte: Aktive Triebwerksmodellierung mittels Randbedingungen.  $Ma_\infty = 0,85$ ,  $\alpha = 1,27^\circ$ .

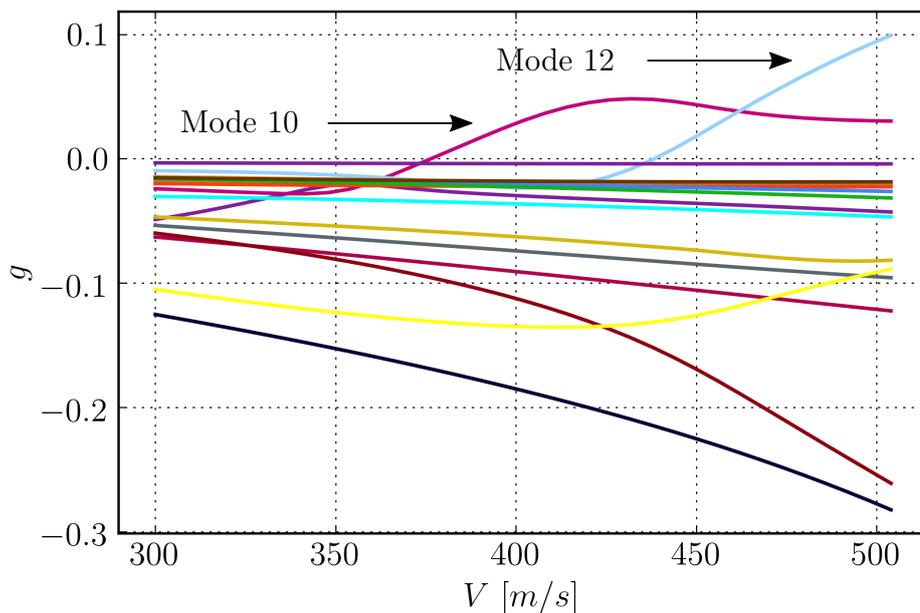


Abbildung 4.31: Verläufe der Verlustfaktoren für den Geschwindigkeitsbereich von 300  $m/s$  bis 500  $m/s$ . CRM mit der passiven Triebwerksmodellierung bei  $Ma_\infty = 0,85$ ,  $\alpha = 1,27^\circ$ .

mit dem Betrag der komplexen modalen Verschiebungen  $|q_i|$  berechnet werden können. Somit werden die Fluttermoden im Hinblick auf die relativen Anteile der dominanten Struktureigenmoden untersucht, die sie miteinander überlagert aufbauen. Während in der ersten Fluttermode die Struktureigenmoden 8, 10 und 12 überwiegen, tragen die Struktureigenmoden 8, 12 und 14 am meisten zur zweiten Fluttermode bei. Die Struktureigenmoden zusammen mit ihren zugehörigen Eigenfrequenzen sind in Abb. 4.32 dargestellt. Zur Veranschaulichung sind die Struktureigenmoden so skaliert, dass sie die gleichen maximalen Auslenkungsamplituden aufweisen. Alle Struktureigenmoden sind antisymmetrisch. Die Struktureigenmode 8 ist durch die erste antisymmetrische Flügelbiegung gekennzeichnet. Die Struktureigenmode 10 beinhaltet das Rollen der Gondel, die erste Rumpfbiegung und die erste Flügelbiegung, die in der  $x$ - $y$ -Ebene stattfindet. Die zweite Flügelbiegung und erste Rumpfbiegung dominieren bei der Struktureigenmode 12. Die Struktureigenmode 14 ist wiederum durch die zweite Flügelbiegung und das Nicken der Gondel charakterisiert.

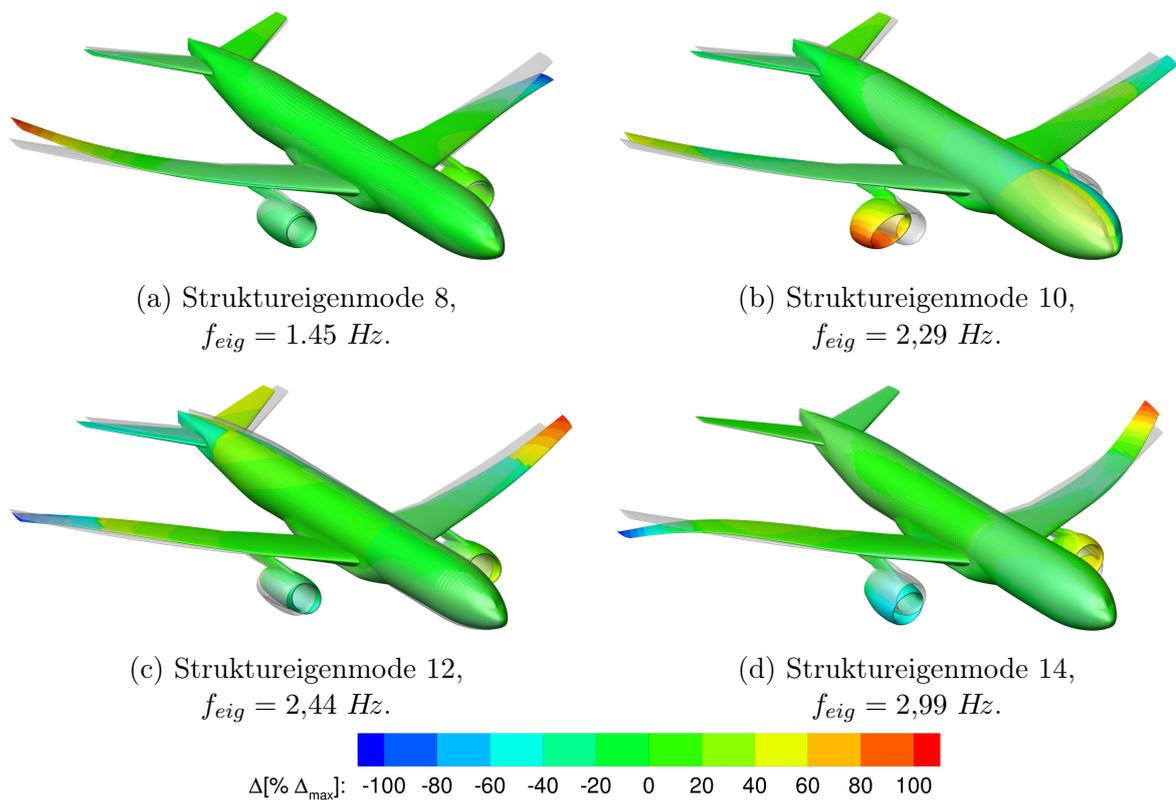
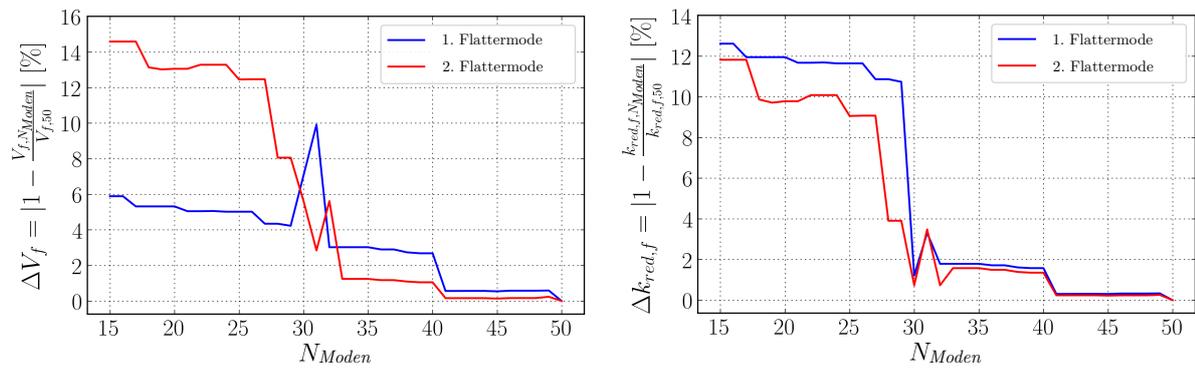


Abbildung 4.32: Relevante Struktureigenmoden für beide Fluttermoden. Farbkonturen sind berechnet als  $\Delta = \frac{\delta_z}{|\delta_z|} \frac{|\delta|}{\delta_{\max}}$ . Transparentes Grau: unverformte Referenzgeometrie.

Die Sensitivität der Fluttergrenzen gegenüber der Anzahl der bei der aeroelastischen Analyse berücksichtigten Struktureigenmoden  $N_{Moden}$  und reduzierten Frequenzen  $N_{k_{red}}$  wird für die CRM-Konfiguration mit der passiven Triebwerksmodellierung untersucht. In Abb. 4.33 ist die relative Änderung der Fluttergeschwindigkeiten  $V_{f,N_{Moden}}$  und Flutterfrequenzen  $k_{red,f,N_{Moden}}$  über  $N_{Moden}$  dargestellt. Die Referenzwerte  $V_{f,50}$  und  $k_{red,f,50}$

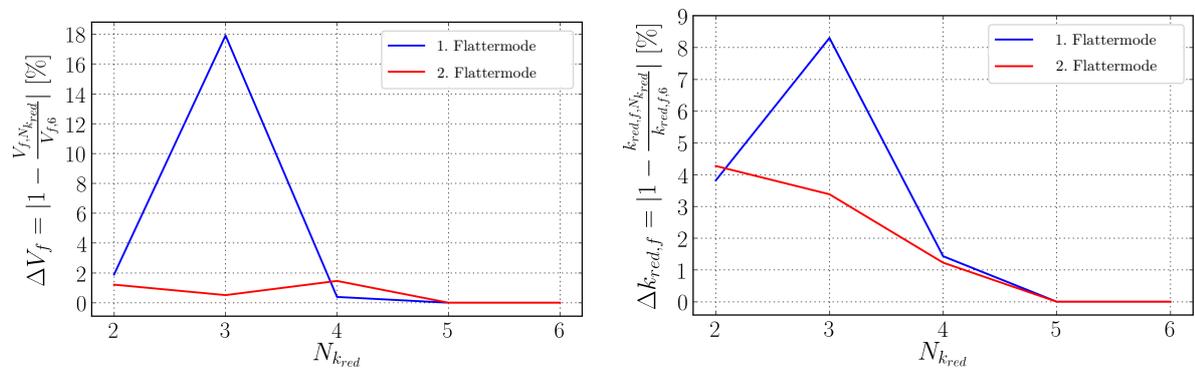
sind auf der Basis des vollständigen Satzes von 50 Struktureigenmoden und 6 reduzierten Frequenzen berechnet. Es ist erkennbar, dass der gesamte Satz von 50 Struktureigenmoden des FERMAT-Modells notwendig ist, um die Stabilitätsgrenzen der ersten beiden Fluttermoden mit einer zufriedenstellenden Genauigkeit aufzulösen. Die Abhängigkeit der Fluttergrenzen von  $N_{k_{red}}$  ist in Abb. 4.34 dargestellt. Die generalisierten Kräfte aufgelöst bei der niedrigsten und der höchsten reduzierten Frequenz  $k_{red} = [0,0; 3,0]$  werden als Ausgangspunkt für die Sensitivitätsuntersuchung verwendet. Die Stabilitätsgrenzen werden sukzessive neu berechnet, wobei die Daten, die bei der nächsthöheren reduzierten Frequenz ausgewertet sind, in den Teildatensatz zur Flutteranalyse hinzugenommen werden. Durch die Berücksichtigung von fünf reduzierten Frequenzen  $k_{red} = [0,0; 0,1; 0,2; 0,3; 3,0]$  konvergieren sowohl die Fluttergeschwindigkeiten als auch die Frequenzen für beide Fluttermoden. Die Auswertung der instationären Aerodynamik bei sechs reduzierten Frequenzen im relevanten  $k_{red}$ -Bereich kann daher als genügend für eine genaue Flutteranalyse angesehen werden.



(a) Sensitivität der Fluttergeschwindigkeiten.

(b) Sensitivität der Flutterfrequenzen.

Abbildung 4.33: Sensitivität der Fluttergrenzen in Bezug auf die Anzahl der bei der Flutteranalyse berücksichtigten Strukturmoden.



(a) Sensitivität der Fluttergeschwindigkeiten.

(b) Sensitivität der Flutterfrequenzen.

Abbildung 4.34: Sensitivität der Fluttergrenzen in Bezug auf die Anzahl der bei der Flutteranalyse berücksichtigten reduzierten Frequenzen.

Im Falle der aktiven Triebwerksmodellierung wird im ersten Schritt der aerodynamische Einfluss des Triebwerks separat betrachtet. Im folgenden Schritt werden zusätzlich die instationären Kräfte aufgrund der Schubvektorzillationen berücksichtigt. Sie werden mit Gl. (4.1) und (4.3) ermittelt.

Bei beiden Triebwerksmodellierungen treten die gleichen Fluttermoden auf. Um den Einfluss der modal induzierten Schubvektorzillationen zu bewerten, wird die Flutteranalyse für die aktive Triebwerksmodellierung zwei mal durchgeführt. Zum einen wird lediglich  $\mathbf{GAF}^P$  verwendet, um die instationäre Aerodynamik bei der Flutteranalyse mittels der  $p$ - $k$ -Methode darzustellen. Zum anderen werden  $\mathbf{GAF}^E$  und  $\mathbf{GAF}^P$  zu  $\mathbf{GAF}^{P+E}$  aufsummiert. Anschließend wird die Flutteranalyse erneut durchgeführt, um damit zusätzlich die aeroelastischen Effekte der Schubvektorzillationen zu beurteilen.

Der Vergleich der Frequenz- und Verlustfaktorverläufe ist für den Geschwindigkeitsbereich von  $300\text{ m/s}$  bis  $500\text{ m/s}$  in Abb. 4.35 zu sehen. Während die Schubvektorzillationen einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Flatterverhalten der CRM-Konfiguration aufweisen, zeigt der Vergleich zwischen der passiven und aktiven Triebwerksmodellierung gewisse Unterschiede in den Frequenz- und Verlustfaktorverläufen. Die Dämpfung der ersten Fluttermode ist für die CRM-Konfiguration mit der Durchflussgondel fast im gesamten betrachteten Geschwindigkeitsbereich höher. Für niedrigere und höhere Geschwindigkeiten sind die Unterschiede für diese Fluttermode zwar größer, in der Nähe des Nulldurchgangs des Verlustfaktors sind sie jedoch wesentlich geringer. Die erste Flattergrenze verschiebt sich im Falle der aktiven Triebwerksmodellierung in Richtung einer niedrigeren Geschwindigkeit. Dennoch ist der relative Unterschied der Flattergeschwindigkeit im Bereich von einem Prozent. Ein ähnliches Verhalten ergibt sich auch für den Frequenzverlauf der ersten Fluttermode. Obwohl bei niedrigeren und höheren Geschwindigkeiten die Unterschiede zwischen beiden Triebwerksmodellierungen vorhanden sind, verschwinden sie in der Nähe der Flattergrenze. Bei der zweiten Fluttermode ergibt sich ein ähnliches Bild. Auch wenn die Verlustfaktoren bei höheren Geschwindigkeiten für beide Triebwerksmodellierungen divergieren, stimmen sie bis zum Nulldurchgang gut überein. Folglich variiert die zweite Flattergrenze zwischen den beiden Ansätzen der Triebwerksmodellierung nur geringfügig, wobei der relative Unterschied in der Flattergeschwindigkeit ein Prozent nicht überschreitet. Die Frequenzverläufe stimmen für die zweite Fluttermode sehr gut überein.

Die Tabelle 4.1 bietet einen Vergleich der ermittelten Flattergrenzen für unterschiedliche Ansätze der Triebwerksmodellierung. Die relativen Abweichungen werden in Bezug auf die passive Triebwerksmodellierung angegeben. Es ist zu erkennen, dass die Flattergeschwindigkeit für beide Fluttermoden etwas abnimmt, sobald die aerodynamischen Triebwerkseffekte mittels der aktiven Triebwerksmodellierung erfasst werden. Darüber hinaus haben die modal induzierten Schubvektorzillationen einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Stabilitätsgrenzen der CRM-WBNPH-Konfiguration.

Die Verläufe der relativen Anteile  $|q_i|$  der dominierenden Struktureigenmoden in den beiden Fluttermoden sind für unterschiedliche Ansätze der Triebwerksmodellierung in

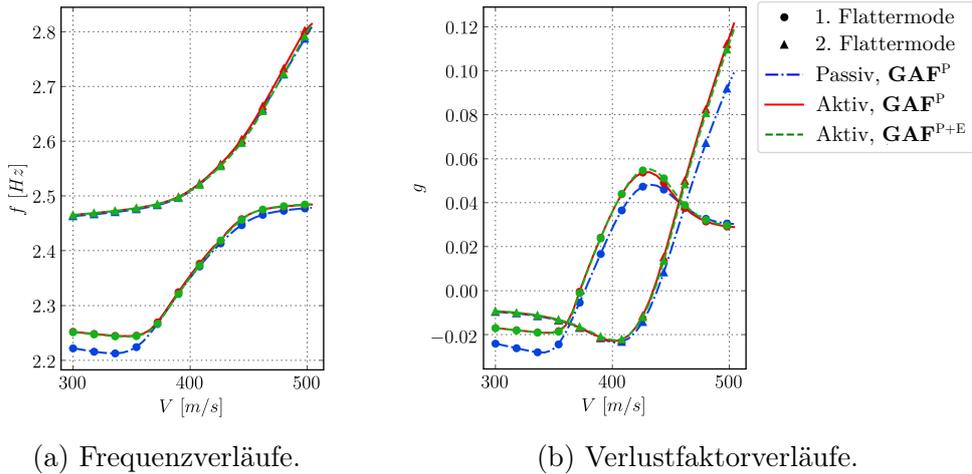


Abbildung 4.35: Vergleich der Triebwerksmodellierungsansätze in Bezug auf die resultierenden Verläufe der Frequenzen und Verlustfaktoren der beiden Fluttermoden. *Passiv,  $\mathbf{GAF}^P$* : passive Triebwerksmodellierung mit  $\mathbf{GAF}^P$ . *Aktiv,  $\mathbf{GAF}^P$* : aktive Triebwerksmodellierung mit  $\mathbf{GAF}^P$ . *Aktiv,  $\mathbf{GAF}^{P+E}$* : aktive Triebwerksmodellierung mit  $\mathbf{GAF}^{P+E}$ .

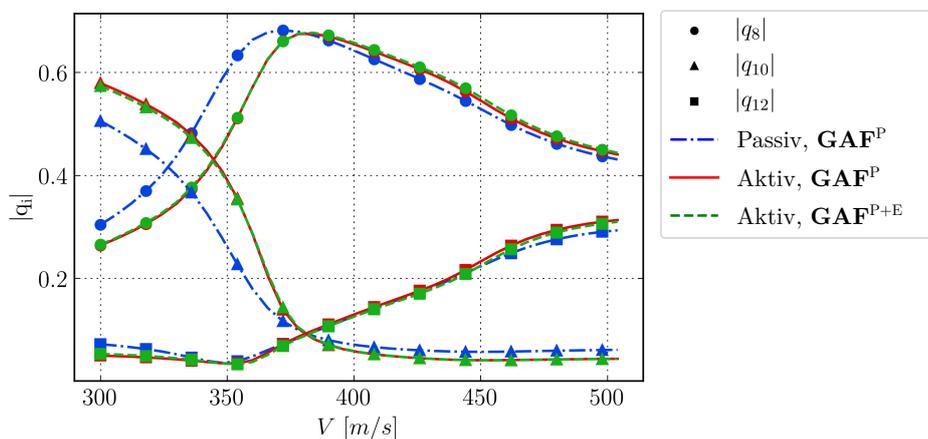
1. Fluttermode	$\mathbf{GAF}^P$ , passiv	$\mathbf{GAF}^P$ , aktiv	$\mathbf{GAF}^{P+E}$ , aktiv
$V_f$ [ $\frac{m}{s}$ ]	376,455	372,318	372,782
$k_{red,f}$ [—]	0,267	0,268	0,268
$f_f$ [Hz]	2,280	2,270	2,270
$\Delta V_f$ [%]	—	−1,1	−0,98
$\Delta k_{red,f}$ [%]	—	+0,37	+0,37
$\Delta f_f$ [%]	—	−0,44	−0,44
2. Fluttermode	$\mathbf{GAF}^P$ , passiv	$\mathbf{GAF}^P$ , aktiv	$\mathbf{GAF}^{P+E}$ , aktiv
$V_f$ [ $\frac{m}{s}$ ]	438,391	434,896	435,748
$k_{red,f}$ [—]	0,260	0,261	0,261
$f_f$ [Hz]	2,586	2,578	2,578
$\Delta V_f$ [%]	—	−0,8	−0,6
$\Delta k_{red,f}$ [%]	—	+0,38	+0,38
$\Delta f_f$ [%]	—	−0,31	−0,31

Tabelle 4.1: Vergleich der ermittelten Fluttergrenzen für unterschiedliche Ansätze der Triebwerksmodellierung.

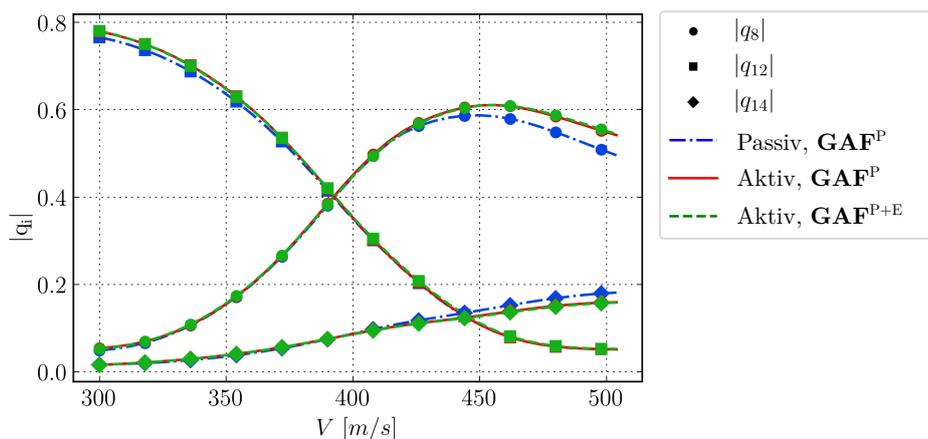
Abb. 4.36 dargestellt. Die Beträge  $|q_i|$  sind so normiert, dass sich die Anteile aller Strukturmoden für jede Fluttermode zu eins aufsummieren. Bei niedrigen Geschwindigkeiten überwiegt die Struktureigenmode 10 in der ersten Fluttermode. Mit zunehmender Geschwindigkeit nimmt der Beitrag der Struktureigenmode 10 erheblich ab, während der Anteil der Struktureigenmode 8 ansteigt. Darüber hinaus nimmt der Einfluss der Struktureigenmode 12 deutlich zu. Es ist zu erkennen, dass an der Fluttergrenze vor allem die Struktureigenmode 8 die erste Fluttermode dominiert. Für den Fall der aktiven

Triebwerksmodellierung verschiebt sich der Wechsel der Struktureigenmoden 8 und 10 zu höheren Geschwindigkeiten. Dieser Effekt hat jedoch keinen signifikanten Einfluss auf die erste Fluttermode an der Stabilitätsgrenze.

Ein ähnliches Wechselwirkungsverhalten der relativen Anteile der Struktureigenmoden wird für die zweite Fluttermode beobachtet. Hier sinkt der Anteil der zunächst vorherrschenden Struktureigenmode 12 mit zunehmender Geschwindigkeit, während der Anteil der Struktureigenmode 8 ansteigt. Auch die Struktureigenmode 14 gewinnt merklich an Einfluss. Dennoch überwiegt auch bei der zweiten Fluttermode an der Fluttergrenze die Struktureigenmode 8. Für die zweite Fluttermode hat die Art der Triebwerksmodellierung nur einen geringen Einfluss auf das Überlagerungsverhalten der Struktureigenmoden in Abhängigkeit der Geschwindigkeit. Ferner haben die instationären Kräfte durch die modal induzierten Schubvektorzillationen keinen signifikanten Einfluss auf die  $|q_i|$ -Verläufe. Die beiden Fluttermoden sind in Abb. 4.37 illustriert. Zur Darstellung



(a) Erste Fluttermode.



(b) Zweite Fluttermode.

Abbildung 4.36: Verläufe der relativen Anteile  $|q_i|$  der dominierenden Struktureigenmoden für beide Fluttermoden. *Passiv,  $\mathbf{GAF}^P$* : passive Triebwerksmodellierung mit  $\mathbf{GAF}^P$ . *Aktiv,  $\mathbf{GAF}^P$* : aktive Triebwerksmodellierung mit  $\mathbf{GAF}^P$ . *Aktiv,  $\mathbf{GAF}^{P+E}$* : aktive Triebwerksmodellierung mit  $\mathbf{GAF}^{P+E}$ .

jeder Fluttermode werden alle relevanten Struktureigenmoden  $\phi_i$  mit dem Betrag ihres jeweiligen komplexwertigen Anteils  $|q_i|$  überlagert.

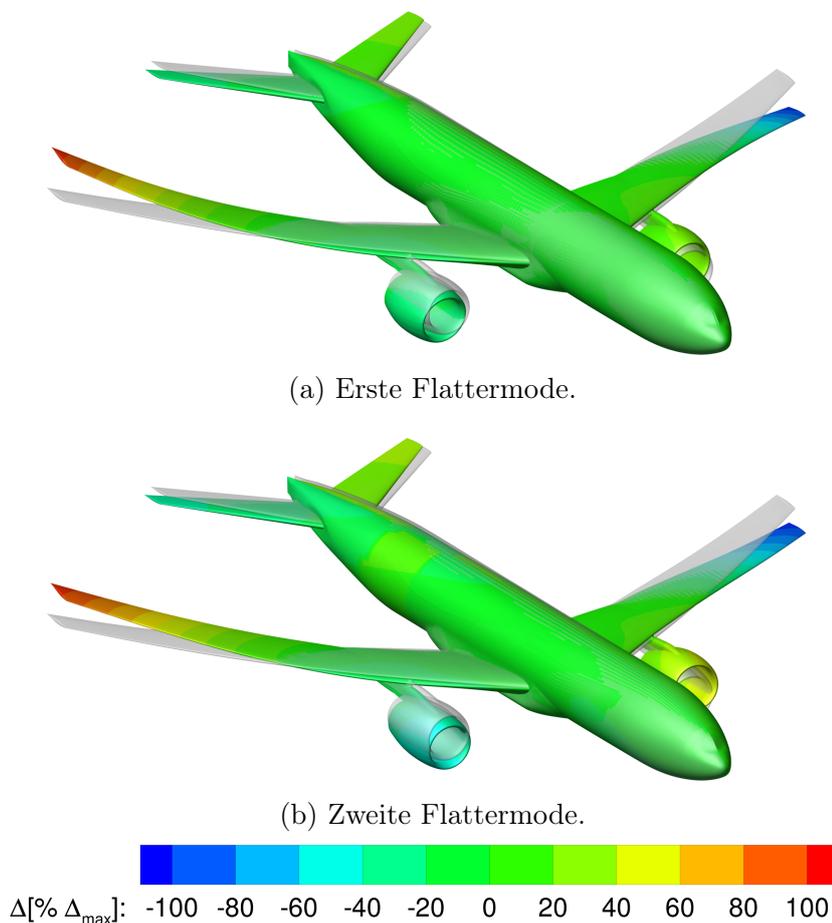


Abbildung 4.37: Auslenkungen beider Fluttermoden. Farbkonturen sind berechnet als  $\Delta = \frac{\delta_z}{|\delta_z|} \frac{|\delta|}{\delta_{max}}$ . Transparentes Grau: unverformte Referenzgeometrie.

Des Weiteren wird der Einfluss der Struktursteifigkeit des Pylons auf die Fluttergrenzen untersucht. Dazu wird die Eigenfrequenz der Struktureigenmode 10,  $f_{eig,10}$ , schrittweise variiert. Im Anschluss an jeden Variationsschritt wird eine aeroelastische Stabilitätsanalyse mit der  $p$ - $k$ -Methode durchgeführt. Dabei werden beide Ansätze der Triebwerksmodellierung berücksichtigt. Die Variationen der Eigenfrequenz  $\Delta f_{eig,10}$  werden in 5%-Schritten im Bereich von  $\pm 30\%$  des ursprünglichen Wertes der Eigenfrequenz  $f_{eig,10}$  durchgeführt. Die Struktureigenmode 10 wird hier deshalb gewählt, da sie mit dem Rollen der Gondel und folglich auch mit einer ausgeprägten Strukturauslenkung des Pylons einhergeht. Damit ist die Steifigkeit der Pylonstruktur proportional zu  $f_{eig,10}$ . Wie in Abb. 4.38a für die aktive Triebwerksmodellierung erkennbar ist, ist die maximale Flattergeschwindigkeit mit dem ursprünglichen Wert von  $f_{eig,10}$  des FERMAT-C2-Modells assoziiert. Schon geringfügige Variationen des ursprünglichen Wertes von  $f_{eig,10}$  sowohl zu niedrigeren als auch zu höheren Frequenzen führen zu einer abrupten Reduzierung der

ersten Fluttergeschwindigkeit. Für größere Variationen von  $f_{eig,10}$  ist die erste Stabilitätsgrenze im untersuchten Bereich der Variationsamplituden weiterhin nahezu unempfindlich sowohl bezüglich der Fluttergeschwindigkeit als auch der Flutterfrequenz. Für die passive Triebwerksmodellierung ist das Maximum der Fluttergeschwindigkeit stärker ausgeprägt und etwas zu höheren Werten von  $f_{eig,10}$  verschoben. Die Unterschiede der ersten Fluttergeschwindigkeit aufgrund der  $f_{eig,10}$ -Variation betragen nicht mehr als  $5\text{ m/s}$  bzw.  $14\text{ m/s}$  jeweils für die aktive bzw. passive Triebwerksmodellierung. Der Sensitivitätsverlauf der Flutterfrequenz ähnelt dem der Fluttergeschwindigkeit, wie in Abb. 4.38b zu sehen ist. Beginnend bei  $\Delta f_{eig,10} = -30\%$  wächst die zweite Fluttergeschwindigkeit mit steigender Eigenfrequenz  $f_{eig,10}$  geringfügig an (siehe Abb. 4.39a). Ab  $\Delta f_{eig,10} = 10\%$  bzw.  $\Delta f_{eig,10} = 15\%$  jeweils für die aktive bzw. passive Triebwerksmodellierung tritt ein Einbruch der Fluttergeschwindigkeit mit einem Minimum bei  $\Delta f_{eig,10} = 20\%$  für beide Triebwerksmodellierungsansätze auf. Der Einbruch ist für die passive Triebwerksmodellierung stärker ausgeprägt. Die Fluttergeschwindigkeit der passiven Triebwerksmodellierung unterschreitet sogar die Fluttergeschwindigkeit der aktiven Triebwerksmodellierung. Für die aktive Triebwerksmodellierung beträgt die Änderung der Fluttergeschwindigkeit aufgrund der  $f_{eig,10}$ -Variation nicht mehr als  $3\text{ m/s}$ . Im Gegensatz dazu werden größere Änderungen der Fluttergeschwindigkeit mit bis zu  $12\text{ m/s}$  für die passive Triebwerksmodellierung beobachtet. Auch für die zweite Fluttermode ähnelt der Sensitivitätsverlauf der Flutterfrequenz dem Sensitivitätsverlauf der Fluttergeschwindigkeit. Ein Einbruch der Flutterfrequenz mit einem Minimum bei  $\Delta f_{eig,10} = 15\%$  ist für beide Triebwerksmodellierungen zu beobachten (siehe Abb. 4.39b). Abschließend lässt sich festhalten, dass die Fluttergrenzen für die passive Triebwerksmodellierung im Vergleich zur aktiven Triebwerksmodellierung empfindlicher gegenüber der  $f_{eig,10}$ -Variation und damit gegenüber der Veränderung der Pylonsteifigkeit sind. Ferner haben die modal induzierten Schubvektorschwingungen praktisch keinen Einfluss auf die Sensitivität der Fluttergrenzen, wie es aus den Abb. 4.38 und 4.39 zu entnehmen ist.

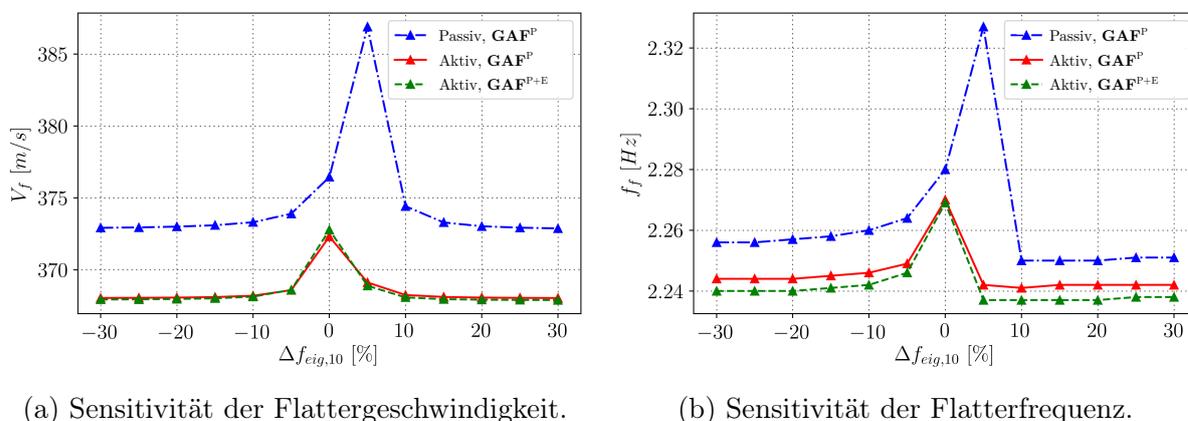
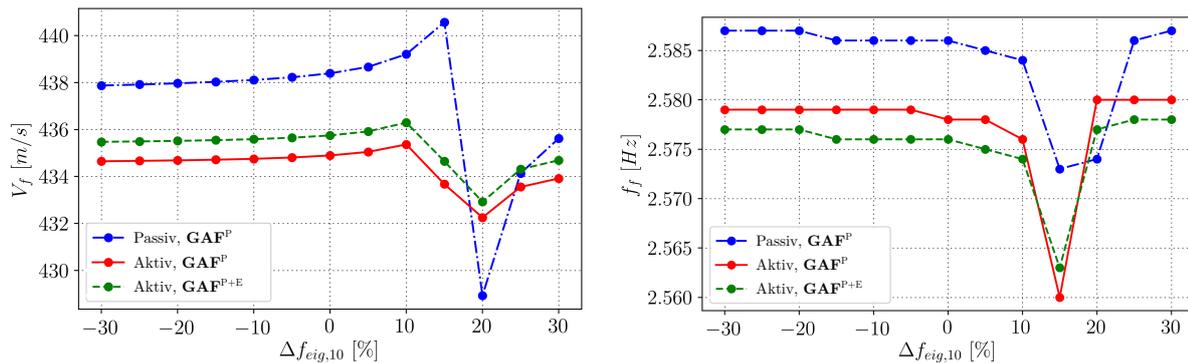


Abbildung 4.38: Sensitivität der ersten Fluttermode in Bezug auf die Variation der Eigenfrequenz der Struktureigenmode 10.



(a) Sensitivität der Flattergeschwindigkeit.

(b) Sensitivität der Flatterfrequenz.

Abbildung 4.39: Sensitivität der zweiten Fluttermode in Bezug auf die Variation der Eigenfrequenz der Struktureigenmode 10.

Anschließend wird der Einfluss der Triebwerksmodellierung auf die generalisierten aerodynamischen Kräfte untersucht. In Abb. 4.40 sind Real- und Imaginärteile der für die Entwicklung der Fluttermoden wichtigsten  $\mathbf{GAF}^P$ -Elemente über der reduzierten Frequenz gegenübergestellt. Zur besseren Darstellung ist der Frequenzbereich bis  $k_{red} = 0,5$  abgebildet.

Geringe Unterschiede im Imaginärteil, die mit zunehmender reduzierten Frequenz deutlicher werden, sind lediglich für die Matrixelemente  $\mathbf{GAF}_{i,j}^P$  zu beobachten, die mit der Struktureigenmode 10 assoziiert sind ( $i = 10$  oder  $j = 10$ ). Die Art der Triebwerksmodellierung wirkt sich allerdings kaum auf den Imaginärteil der übrigen  $\mathbf{GAF}^P$ -Elemente über den gesamten  $k_{red}$ -Bereich aus. Dies deutet darauf hin, dass die aerodynamische Dämpfung von der Triebwerksmodellierung praktisch unbeeinflusst ist. Diese Tatsache erklärt auch den geringen Einfluss der aktiven Triebwerksmodellierung auf das Flatterverhalten der CRM-Konfiguration. Unterschiedliche Ansätze der Triebwerksmodellierung bewirken jedoch einen Versatz im Realteil konsistent für alle  $\mathbf{GAF}^P$ -Elemente. Dieser Effekt kann auf die durch die aktive Triebwerksmodellierung induzierten Abweichungen in der Referenzdruckbeiwertverteilung  $\bar{c}_p$  zurückgeführt werden.

Abschließend wird die Matrix  $\mathbf{GAF}^E$  betrachtet, die die instationären Kraftbeiträge aufgrund der modal induzierten Schubvektorszillationen beschreibt. Der Verlauf der Real- und Imaginärteile der für das Flatterverhalten relevanter  $\mathbf{GAF}^E$ -Elemente ist in Abb. 4.41 dargestellt. Es ist ersichtlich dass die  $\mathbf{GAF}^E$ -Elemente fast zwei Größenordnungen kleiner sind als die entsprechenden Elemente von  $\mathbf{GAF}^P$ . Dieser Umstand erklärt den geringen Einfluss der modal induzierten Schubvektorszillationen auf das Flatterverhalten der CRM-Konfiguration.

### 4.5.3 Evaluierung der Recheneffizienz

Abschließend wird die Recheneffizienz der beiden Ansätze der Triebwerksmodellierung evaluiert und einander gegenübergestellt. Zum einen wird die Zeit  $t_{it}$  betrachtet, die

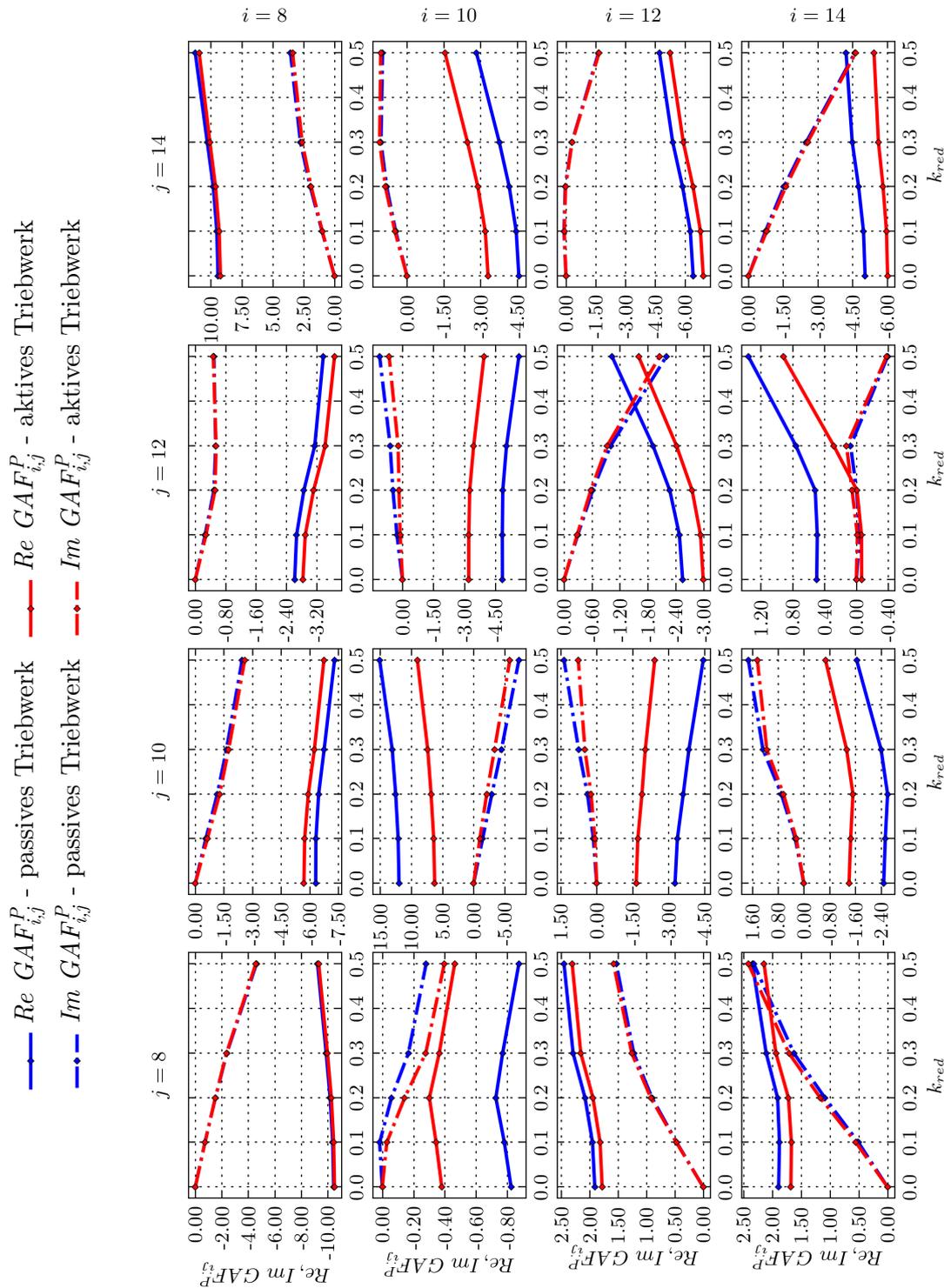


Abbildung 4.40: Vergleich der Verläufe von Real- und Imaginärteil der wichtigsten  $GAF^P$ -Elemente über  $k_{red}$  für unterschiedliche Ansätze der Triebwerksmodellierung.

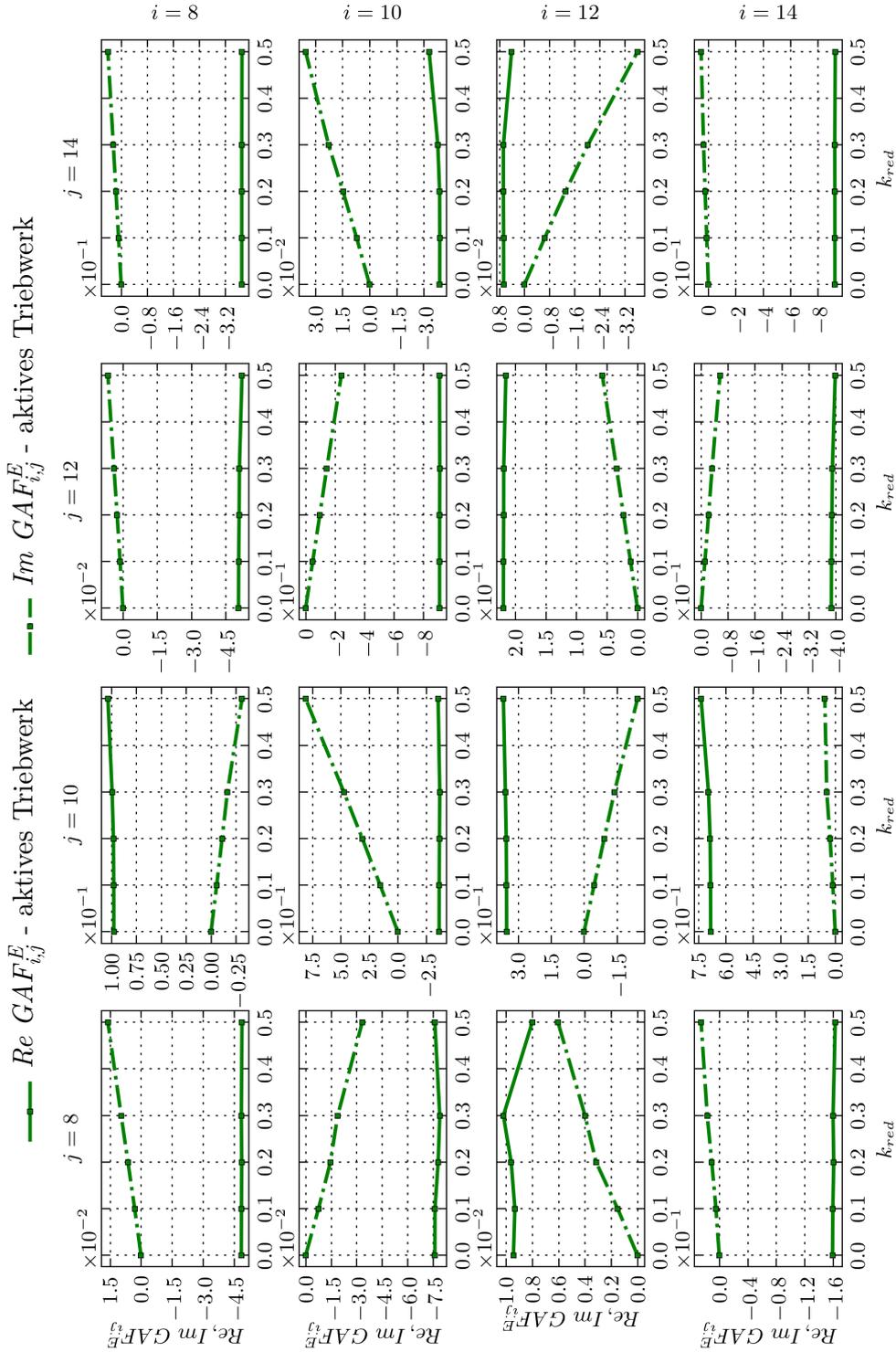


Abbildung 4.41: Verläufe von Real- und Imaginärteil der wichtigsten  $GAF^E$ -Elemente über  $k_{red}$ .

$\Delta t_{it, aktiv}$	$\Delta \bar{N}_{it, aktiv}$	$\Delta (\bar{N}_{it} t_{it})_{aktiv}$
-0,09%	6,64%	6,55%

Tabelle 4.2: Vergleich der Recheneffizienz. Für alle Werte ist die aktive Triebwerksmodellierung auf die passive Triebwerksmodellierung bezogen.

benötigt wird, um einen Integrationsschritt in Pseudo-Zeit auf einem einzelnen Rechenkern durchzuführen. Zum anderen wird die über alle instationären Simulationen kleiner Störungen gemittelte Anzahl der Iterationen zum Erreichen des Abbruchkriteriums  $\bar{N}_{it}$  ausgewertet. Darüber hinaus wird auch die gemittelte Gesamtsimulationszeit berücksichtigt, die sich aus dem Produkt von  $\bar{N}_{it}$  und  $t_{it}$  ergibt. Zum Vergleich werden alle Werte für die aktive Triebwerksmodellierung in Relation zu den entsprechenden Werten gesetzt, die für die passive Triebwerksmodellierung ermittelt sind. Tabelle 4.2 gibt eine vergleichende Übersicht hinsichtlich der Recheneffizienz beider Triebwerksmodellierungsansätze.

Die Rechenzeit für einen Iterationsschritt  $t_{it}$  nimmt im Falle der aktiven Triebwerksmodellierung geringfügig ab, da die Rechenzellen im inneren Bereich der Triebwerksgondel für diese Art der Modellierung entfallen. Da dieser Bereich jedoch nur einen kleinen Teil zur Gesamtzahl der Rechenzellen im Rechengitter beiträgt, ist der Unterschied in  $t_{it}$  vernachlässigbar. Die aktive Triebwerksmodellierung führt zu einem Anstieg von  $\bar{N}_{it}$  um etwa 6,6% im Vergleich zur passiven Triebwerksmodellierung. Dieser Effekt ist hauptsächlich für die Erhöhung der Gesamtsimulationszeit verantwortlich, die ebenfalls ca. 6,6% beträgt. Eine verbesserte Modellierung der aerodynamischen Triebwerkseffekte mittels aufgeprägter Randbedingungen am Triebwerkseinlass und Triebwerksauslass macht jedoch diesen geringfügigen Mehraufwand an Rechenzeit durchaus vertretbar. Somit benötigt ein einzelner Simulationslauf durchschnittlich 23,6 bzw. 25,1 Stunden auf einem Intel Xeon E5-2630 v3 Prozessor jeweils für die passive bzw. aktive Triebwerksmodellierung.

## 4.6 Zusammenfassung

Eine neuartige aerodynamische Modellierung der Triebwerkseffekte für linearisierte CFD-Verfahren wird vorgestellt. Der Modellierungsansatz basiert auf linearisierten numerischen Randbedingungen, die an der Einlass- und Auslassebene des Triebwerks aufgeprägt werden. Im Unterschied zum Einsatz einer Durchflussgondel können auf diese Weise aerodynamische Effekte eines aktiven Triebwerks mitberücksichtigt werden. Es wird eine flexible Modellierung unterschiedlicher Massenströme und Schübe des Triebwerks ermöglicht. Darüber hinaus bietet der Einsatz der randbedingungenbasierten Triebwerksmodellierung den Einfluss der modal induzierten Schubvektorzillationen in aeroelastische Untersuchungen von Flugzeugen einzubeziehen. Eine detaillierte Validierung der

Randbedingungen wird anhand einer zweidimensionalen Flugzeugkonfiguration mit einer Triebwerksgondel durchgeführt. Dabei werden die Ergebnisse der instationären zeitlichen und linearisierten CFD-Simulationen gegenübergestellt. Anschließend wird der randbedingungs-basierte Ansatz der Triebwerksmodellierung erfolgreich zur Flutteranalyse eines generischen transsonischen Verkehrsflugzeugs eingesetzt. Es wird gezeigt, dass die aerodynamischen Effekte des Triebwerks sowie die modal induzierten Schubvektorzillationen speziell für die hier betrachtete Flugzeugkonfiguration nur einen geringen Einfluss auf ihr Flatterverhalten haben. Dennoch können die Triebwerkseffekte insbesondere für viermotorige Konfigurationen und Flugzeuge mit großen Mantelstromtriebwerken von großer Bedeutung sein.

# 5 Aerodynamische Modellierung mittels Deep Learning

## 5.1 Motivation

Obwohl linearisierte CFD-Verfahren für viele praktische Fälle einsetzbar sind, weisen sie aufgrund der Annahme kleiner Störungen Limitierungen auf. Sobald ein Flugzeug Manöver mit starken Fluglageänderungen durchführt bzw. eine Flugzeugstruktur Schwingungen hoher Amplitude ausgesetzt ist, kann es zu nichtlinearen Effekten kommen. Die in solchen Fällen wirkenden aerodynamischen Kräfte hängen nicht mehr linear von den Auslenkungen der umströmten Struktur ab. Dies führt dazu, dass die Annahmen, die zur Herleitung linearisierter CFD-Verfahren getroffen werden, nicht mehr gelten. Daher können linearisierte CFD-Verfahren das Verhalten nichtlinearer aerodynamischer Systeme nicht richtig abbilden und es muss bei der numerischen Modellierung zu zeitechten CFD-Methoden zurückgegriffen werden, was zu einem erheblich erhöhten Rechenaufwand führt.

Ein alternativer Ansatz zur Modellierung nichtlinearer aerodynamischer Systeme basiert auf der Systemidentifikation. Dabei wird ein mathematisches Black-Box-Modell auf der Grundlage von Eingabe- und Ausgabedaten des Systems abgeleitet. Der Ansatz ist datengetrieben und steht daher im Gegensatz zu Modellierungstechniken, die auf der mathematischen Formulierung physikalischer Gesetze basieren. Die Black-Box-Modelle zeichnen sich durch eine geringere Anzahl von Freiheitsgraden aus im Vergleich zu dem System, das sie abbilden. Aus diesem Grund werden sie häufig als Modelle reduzierter Ordnung (ROMs, engl. Reduced-Order Models) bezeichnet.

Im Bereich des computerbasierten Sehens wurden große Fortschritte bei der Erkennung von Bildmustern durch den Einsatz von faltenden neuronalen Netzwerken (engl. Convolutional Neural Networks, CNNs) erzielt. Im Gegensatz zu konventionellen neuronalen Netzwerken, basieren CNNs auf Faltungsoperationen. Dadurch sind sie durch eine geringe Konnektivität zwischen Neuronen gekennzeichnet [37]. Besonders leistungsfähig sind dabei Netzwerkarchitekturen, die aus mehreren aufeinander folgenden Neuronenschichten aufgebaut sind. Solche Architekturen werden als tief (engl. deep) bezeichnet. Daher setzte sich für Methoden, die mehrschichtige neuronale Netzwerke einsetzen, der Begriff *Deep Learning* (deutsch tiefes Lernen) durch. Tiefe CNNs gelten als der neueste Stand der Technik für zahlreiche Anwendungen im Bereich des computerbasierten Sehens [37]. Solche neuronalen Netzwerke sind in der Lage sehr komplexe nichtlineare Zusammenhänge zu erkennen und sie für unterschiedlichste Problemstellungen zu verwenden.

Unter anderem wurden bemerkenswerte Ergebnisse bei der Vorhersage von Bildsequenzen aus Videos erzielt [25, 64, 109]. Anhand von Videoaufnahmen von Sportaktivitäten wurde in [68] demonstriert, dass CNNs in der Lage sind, die durch die Naturgesetze beeinflusste Dynamik von Sportlern und Sportgeräten zu erfassen. In [96] und [97] wurden rekurrente CNNs erfolgreich zur Niederschlagsvorhersage eingesetzt, womit ihre Fähigkeit aufgezeigt wurde, die komplexe räumlich-zeitliche Dynamik physikalischer Systeme abzubilden.

Die folgenden Ausführungen in diesem Kapitel basieren größtenteils auf der begutachteten Veröffentlichung „Data-Driven Prediction of Unsteady Pressure Distributions Based on Deep Learning“ im Journal of Fluids and Structures [88]. Inspiriert durch oben aufgeführte Forschungsaktivitäten ist das Ziel dieses Kapitels moderne tiefe CNN-Architekturen zum Aufbau eines Modells reduzierter Ordnung für eine genaue und effiziente Vorhersage komplexer bewegungsinduzierter instationärer Druckverteilungen an Tragflügeln einzusetzen. Die nichtlineare Identifikationsaufgabe des vorgestellten Modells besteht darin, die Momentaufnahme der Druckverteilung für den aktuellen Zeitschritt basierend auf Momentaufnahmen der Druckverteilung aus vorangegangenen Zeitschritten und aufgeprägter Anregung vorherzusagen. Das ROM wird auf der Grundlage von synthetischen Daten trainiert, die durch CFD-Simulationen erzeugt werden. Sobald ein ROM mithilfe von Trainingsdaten konditioniert ist, kann es Sequenzen der Druckverteilung auf der Grundlage des Anregungssignals von Zeitschritt zu Zeitschritt in rekurrenter Weise vorhersagen. Somit ist es in der Lage, die bewegungsinduzierte, nichtlineare, instationäre Aerodynamik für eine gegebene Konfiguration bei festen Anströmbedingungen zu erfassen. Auf diese Weise können rechenintensive CFD-Simulationen durch die Anwendung des effizienteren ROM ersetzt werden.

Die Leistungsfähigkeit des ROMs wird auf der Grundlage des LANN-Flügels [3] demonstriert, der eine Nickbewegung hoher Amplitude in transsonischer Strömung ausführt. Der betrachtete Testfall ist durch nichtlineare Effekte aufgrund komplexer sich bewegender Stoßstrukturen sowohl an der Ober- als auch an der Unterseite des Flügels dominiert. Wie gezeigt werden wird, erreicht das hier abgeleitete Modell eine ausgezeichnete Genauigkeit der Vorhersage bei einer Beschleunigung von mehr als drei Größenordnungen im Vergleich zur verwendeten CFD-Methode.

## 5.2 Generierung der Daten für das ROM-Training

Das Modell reduzierter Ordnung wird anhand von synthetischen Daten sowohl trainiert als auch evaluiert. Die Daten werden mit dem zeitechten nichtlinearen CFD-Löser AER-Eu/NS erzeugt, der nichtlineare Euler-Gleichungen (Gl. (2.6)) berechnet. Während die Details zum eingesetzten CFD-Löser im Abschnitt 2.1 zu finden sind, wird im vorliegenden Abschnitt der Anwendungsfall vorgestellt, anhand dessen die Leistungsfähigkeit des ROM demonstriert wird.

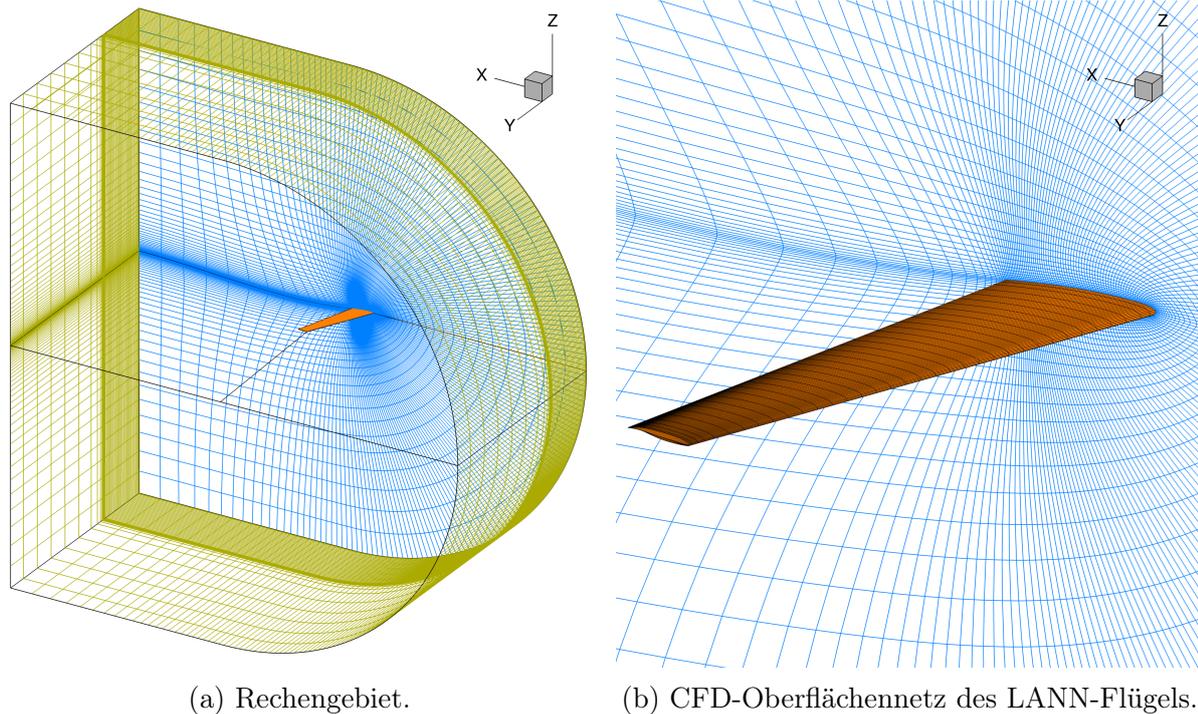
Als Anwendungsfall wird das LANN-Modell ausgewählt, welches ein Halbmodell eines Transportflugzeugflügels mit überkritischem Profil und moderater Streckung darstellt [3]. Das Modell wurde im Rahmen eines Kooperationsprogramms von Lockheed-Georgia, Air Force Flight Dynamics Laboratory, NASA-Langley und NLR entwickelt, wodurch der Name LANN abgeleitet ist. Der Flügel ist eine etablierte Testkonfiguration im Bereich der instationären Aerodynamik. Die wichtigsten Referenzwerte der LANN-Flügelgeometrie sind in Tabelle 5.1 aufgeführt.

Referenzfläche	$A_{ref}$	$0,2526 \text{ m}^2$
Modellspannweite	$b$	$1 \text{ m}$
Wurzelsehnenlänge	$c_{root}$	$0,36 \text{ m}$
Streckung	$\Lambda$	$7,92$
Vorderkantenpfeilung	$\phi_{LE}$	$27,493^\circ$
Pfeilung bei 0,25% der Sehnenlänge	$\phi_{1/4}$	$25^\circ$
Hinterkantenpfeilung	$\phi_{TE}$	$16,908^\circ$
Flügelverwindung	$\epsilon$	$-4,8^\circ$
Flügelzuspitzung	$\lambda$	$0,4$

Tabelle 5.1: Referenzgrößen der LANN-Flügelgeometrie [3].

Das Rechengebiet um den LANN-Flügel ist in strukturierter Weise mit 368640 Rechenzellen diskretisiert. Die Rechenzellen sind dabei in zwei Blöcken in C-H-Topologie angeordnet. Das Rechengebiet ist in Abb. 5.1a dargestellt. Die Flügelfläche ist jeweils mit 37- und 73-Zellen in Spannweiten- und Sehnenrichtung aufgelöst. Das CFD-Oberflächennetz des LANN-Flügels sowie der Symmetrieebene ist in Abb. 5.1b dargestellt. Eine Gittersensitivitätsstudie wurde in [56] durchgeführt, um eine Unabhängigkeit der Rechenlösung von der Gitterauflösung zu gewährleisten. Weiterhin wird hier eine Sensitivitätsstudie bezüglich des physikalischen Zeitschrittes  $\Delta\tau$  vorgenommen. Bei einer Zeitschrittweite von  $\Delta\tau = 0,3$  verändern sich Simulationsergebnisse nicht mehr mit einer weiteren Reduzierung der Zeitschrittweite. Die Wurzelsehnenlänge wird als Referenzlänge verwendet, um den Zeitschritt gemäß Gl. (2.4) zu entdimensionalisieren. Für jeden physikalischen Zeitschritt werden Iterationen in Pseudo-Zeit durchgeführt, bis die euklidische Norm der normierten Dichteänderung über eine Iteration unter  $10^{-5}$  fällt. Dabei wird die Dichteänderung nach der ersten Iteration als Normierungsfaktor verwendet.

CFD-Daten werden für eine Anströmung mit der Machzahl von  $Ma_\infty = 0,82$  und einem gemittelten Anstellwinkel von  $\alpha = 0,6^\circ$  generiert. Die gemittelte  $c_p$ -Verteilung des Flügels für die entsprechenden Anströmbedingungen ist in Abb. 5.2 dargestellt. Der Fall ist transsonisch. Der Druckbeiwert fällt unter den kritischen Wert von  $c_p^* = -1,17$ . Außerdem bildet sich auf der Saugseite des Flügels ein starkes  $\lambda$ -förmiges Stoßsystem aus.



(a) Rechengebiet.

(b) CFD-Oberflächennetz des LANN-Flügels.

Abbildung 5.1: Das Rechengebiet und CFD-Oberflächennetz des LANN-Flügels. Gitterflächen mit aufgeprägter Wand-, Symmetrie- und Fernfeldrandbedingung sind jeweils in Orange, Blau und Grün dargestellt.

Drei Datensätze werden auf der Grundlage der Lösung von Euler-Gleichungen mittels CFD-Simulationen generiert. Bei den ersten beiden Datensätzen wird das aerodynamische System durch erzwungene Nickbewegungen angeregt. Die Amplitude der Anstellwinkeländerung  $\Delta\alpha$  um  $\alpha$  wird durch amplitudenmodulierte pseudozufällige Binärsignale (APZBS) [71] vorgegeben. Analog zu [118] wird das ROM für den Bereich der Anstellwinkeländerung  $-2^\circ < \Delta\alpha < 2^\circ$  konditioniert. Dazu werden 25 Signalfolgen mit jeweils 213 Zeitschritten erzeugt. Die Anzahl und Länge der Signalfolgen ist aus Effizienzgründen so gewählt, dass eine ausreichende Datenmenge für die ROM-Konditionierung durch parallel auf mehreren Rechnern ausgeführte CFD-Simulationen berechnet werden kann.

Nach der Definition von APZBS werden Plateaus mit einer vordefinierten Mindesthaltezeit auf der Basis von pseudozufälligen binären Sequenzen moduliert. Anschließend werden jedem Plateau zufällige Amplituden zugeordnet. Für den Trainings- und Validierungsdatensatz wird eine Mindesthaltezeit von  $2\Delta\tau$  gewählt, da sie einen hohen Informationsgehalt der Signalfolgen gewährleistet und gleichzeitig stabile CFD-Simulationen sicherstellt. Die Amplitude der Anstellwinkeländerungen variiert um  $\alpha$  im Bereich von  $-2^\circ < \Delta\alpha < 2^\circ$ , so dass die zum Training und zur Validierung des ROMs verwendeten Daten den relevanten Bereich von  $\Delta\alpha$  vollständig abdecken. Ähnlich zu [121] wird zusätzlich eine Gauß-Filterung zur Glättung von Diskontinuitäten eingesetzt. Eine der verwendeten APZBS-Sequenzen ist in Abb. 5.3 präsentiert. Die geglätteten APZBS decken einen weiten Bereich von Amplituden sowie deren Änderungsraten ab. Sie erwiesen sich

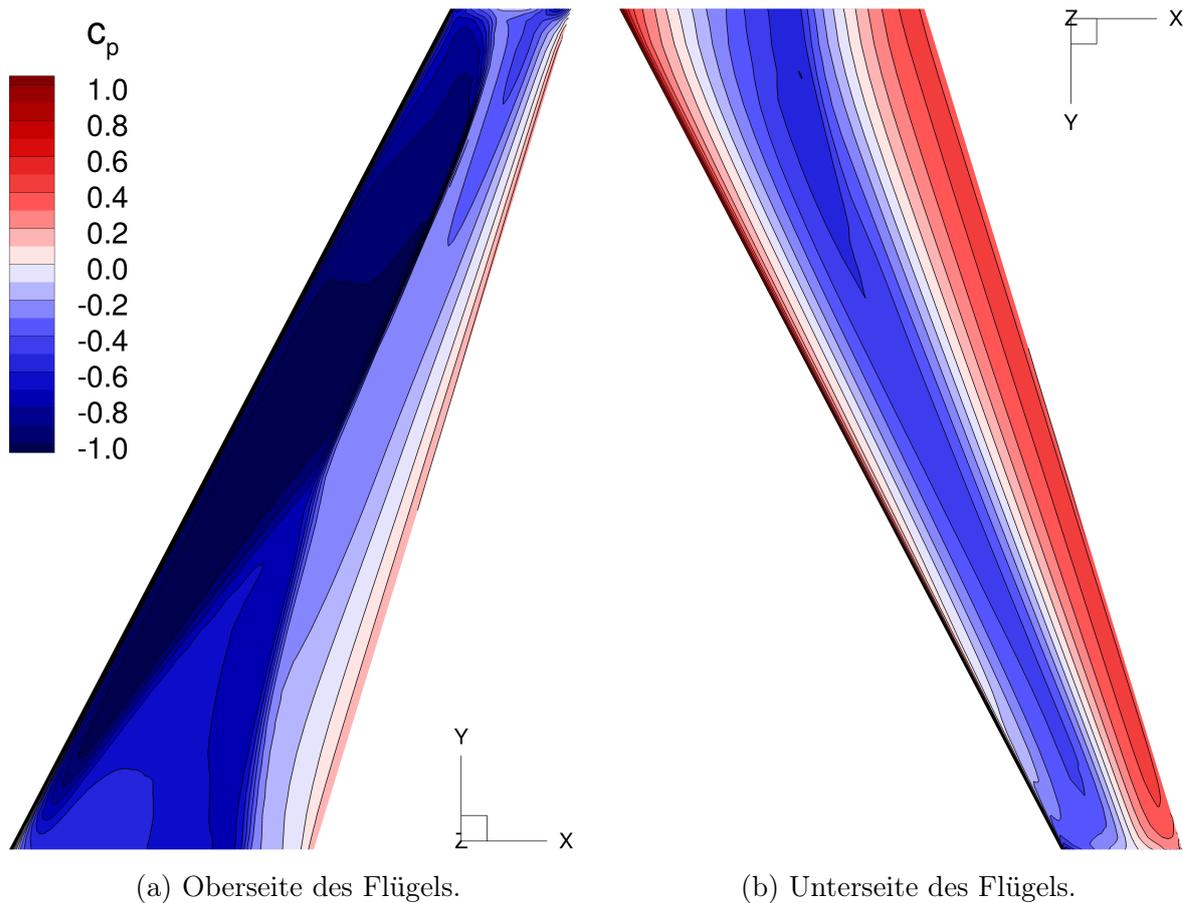


Abbildung 5.2: Gemittelte  $c_p$ -Verteilung des LANN-Flügels bei einer Anströmung mit  $Ma_\infty = 0,82$  und  $\alpha = 0,6^\circ$ .

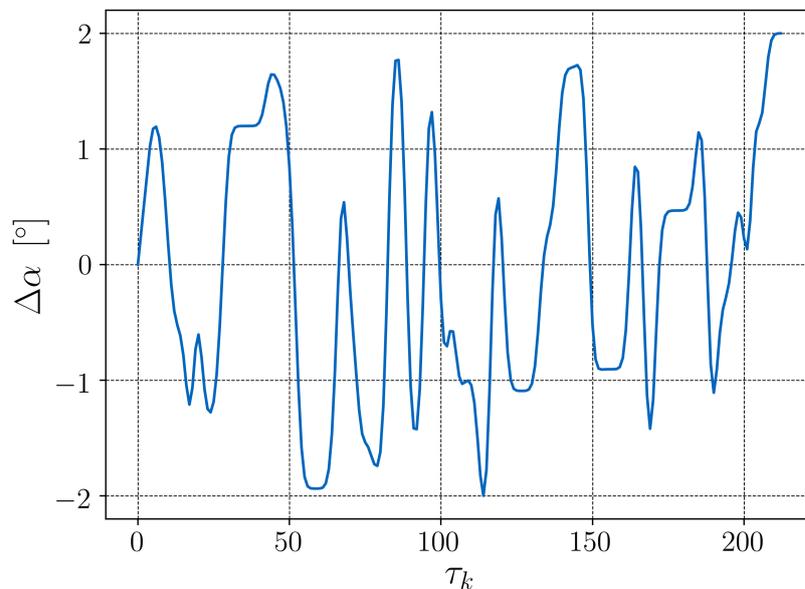


Abbildung 5.3: Geglättete APZBS-Sequenz, die bei der Generierung des Trainings- und Validierungsdatensatzes die Nickbewegung des Flügels vorschreibt.

als gut geeignet für nichtlineare Systemidentifikationen [118, 121]. Die aus den Simulationen gewonnenen Daten werden in den Trainings- und Validierungsdatensatz aufgeteilt.

Der Trainingsdatensatz besteht aus Daten, die mit 23 APZBS-Sequenzen assoziiert sind. Er dient zur Konditionierung freier Parameter des Modells beim Trainingsprozess. Die verbleibenden Daten werden als Validierungsdatensatz eingesetzt. Die Evaluierung des Modells am Validierungsdatensatz wird zur Überwachung des Trainingsprozesses vorgenommen. Außerdem wird der Validierungsdatensatz zur Anpassung der Hyperparameter des Modells herangezogen. Der dritte Datensatz wird durch die Anregung des aerodynamischen Systems mit harmonischen Nickbewegungen bei verschiedenen reduzierten Frequenzen erzeugt. Dieser Datensatz, der als Testdatensatz bezeichnet wird, wird dem Modell weder während des Trainingsprozesses noch zur Optimierung der Hyperparameter präsentiert. Die Evaluierung des Modells am Testdatensatz stellt das Anwendungsszenario dar, wobei die Fähigkeit des Modells bewertet werden kann, auf „ungesehene“ Daten zu generalisieren.

## 5.3 Aerodynamische Modellierung mittels Deep Learning

Dieser Abschnitt gibt einen Überblick über die Modellierung reduzierter Ordnung, die auf einer tiefen CNN-Architektur beruht. Details zur Datenaufbereitung von CFD-Ergebnissen zur ROM-Eingabe werden vorgestellt. Darüber hinaus werden sowohl die eingesetzten Netzwerkmodule als auch der Algorithmus zum Training des Modells diskutiert.

### 5.3.1 CFD-Datenaufbereitung

Das ROM hat zum Ziel, bewegungsinduzierte instationäre Oberflächendruckverteilungen auf eine effiziente Weise vorherzusagen. Aufgrund der eingesetzten Implementierung müssen die Eingaben des Modells mehrdimensionale Datenfelder darstellen.

Für jeden simulierten Zeitschritt  $k$  sind Druckverteilungen über Zellmittelpunkte des CFD-Oberflächennetzes  $c_p(\tau_k, x, y, z)$  verfügbar. Dabei bezeichnet  $\tau_k$  die dimensionslose Zeit beim Zeitschritt  $k$ . Da für den Simulationsprozess ein strukturiertes CFD-Netz verwendet wird, sind die Rechenzellen sowohl in Spannweiten- als auch in Sehnenrichtung entlang gerader Linien über den gesamten Flügel ausgerichtet. Darüber hinaus ist die Flügelgeometrie in Sehnenrichtung durch eine konstante Anzahl von Rechenzellen über die gesamte Spannweite aufgelöst. Daher entspricht die FV-Diskretisierung der Flügeloberfläche topologisch einem regelmäßigen rechteckigen Gitter, wobei jede Rechenzelle durch ihren Index  $(i, j)$  adressiert werden kann. Dabei bezeichnen die Indizes  $i$  und  $j$  die Nummer einer Rechenzelle in Sehnen- bzw. Spannweitenrichtung. Auf diese Weise kann die Druckverteilung  $c_p(\tau_k, x, y, z)$  über die Zellmittelpunkte des CFD-Oberflächennetzes topologisch entfaltet werden. Es ergibt sich dadurch ein zweidimensionales Datenfeld  $\mathbf{C}_{p,k}$ . Die Größe von  $\mathbf{C}_{p,k}$  ist  $H \times W$ , sofern der Flügel mit  $H/2$  und  $W$  Zellen jeweils in

Sehnen- und Spannweitenrichtung diskretisiert ist. Die notwendige räumliche Information bleibt nach der Entfaltung erhalten, da die Beziehung jeder Zelle zu ihren Nachbarn aus der Indexzuweisung abgeleitet werden kann. Die Koordinaten der Zellmittelpunkte können daher als Eingabe in das ROM vernachlässigt werden. Die Entfaltungsoperation ist in Abb. 5.4 dargestellt. Die Linien in Orange und Grün repräsentieren die Kanten jeweils der Ober- und Unterseite des Flügels. Es ist anzumerken, dass eine unstrukturier-

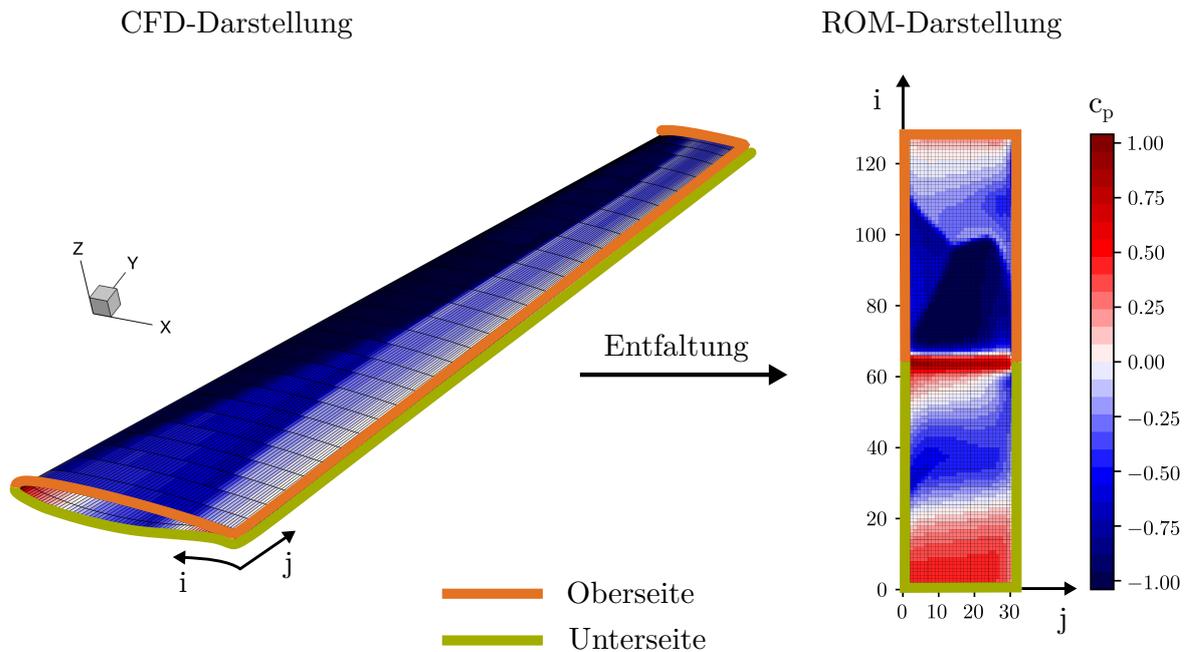


Abbildung 5.4: CFD-Datenaufbereitung für die ROM-Eingabe.

te Diskretisierung des CFD-Rechengebiets keine Einschränkung für die Verwendung des vorgeschlagenen Modells reduzierter Ordnung darstellt. In einem solchen Fall können die Eingaben ROM-kompatibel gemacht werden, indem strukturierte Daten aus unstrukturierten Daten mittels Interpolationsmethoden, wie z.B. [43], abgeleitet werden.

In einem weiteren Schritt wird die Feldgröße  $H \times W$  durch lineare Interpolation von  $146 \times 37$  auf  $128 \times 32$  ( $2^7 \times 2^5$ ) herunterskaliert. Während die etwas reduzierte Auflösung keinen Einfluss auf die räumliche Detailgenauigkeit der Druckverteilung hat, sind Zweierpotenzen als die Größe der Eingabefelder für die Verarbeitung durch das vorgestellte neuronale Netzwerk besser geeignet.

Im weiteren Aufbereitungsschritt werden alle drei Datensätze normalisiert. Zu diesem Zweck wird jede zeitliche Momentaufnahme der Druckverteilung  $C_{p,k}$  in zwei Anteile zerlegt:

$$C_{p,k} = \bar{C}_p + \Delta C_{p,k} \quad (5.1)$$

mit dem zeitunabhängigen Datenfeld  $\bar{C}_p$ , das der gemittelten Druckverteilung entspricht (siehe Abb. 5.2) und dem zeitabhängigen Datenfeld der momentanen Druckdifferenz  $\Delta C_{p,k}$ . Da  $\bar{C}_p$  über die Zeit konstant ist und daher keine zusätzliche Information bezüglich der instationären Aerodynamik des Flügels liefert, wird dieser Anteil von  $C_{p,k}$

subtrahiert. Als Eingabe für das ROM sind lediglich die momentanen Differenzen  $\Delta \mathbf{C}_{p,k}$  bezüglich der gemittelten Druckverteilung  $\overline{\mathbf{C}}_p$  relevant.

Letztendlich werden die im Trainingsdatensatz vorkommenden Minimal- und Maximalwerte  $\min \Delta \mathbf{C}_p^{train}$  und  $\max \Delta \mathbf{C}_p^{train}$  verwendet, um alle drei Datensätze zu normalisieren. Auf diese Weise wird der Wertebereich des Trainingsdatensatzes auf  $[-1; 1]$  skaliert. Der Wertebereich des Validierungs- und Testdatensatzes kann nach der Normalisierung etwas von  $[-1; 1]$  abweichen. Dennoch verhindert die Normalisierung aller Datensätze basierend auf dem Wertebereich des Trainingsdatensatzes ein Informationsleck von der Trainings- zur Validierungs- und Testphase.

Das aerodynamische System wird durch die erzwungene Nickbewegung angeregt. Aus diesem Grund wird das Signal der Nickbewegung  $\Delta \alpha(\tau)$  dem ROM als eine zusätzliche Eingabe bereitgestellt. Auch hier wird eine Normalisierung durchgeführt, um den Signalbereich von  $[-2^\circ; 2^\circ]$  auf  $[-1; 1]$  zu skalieren.

### 5.3.2 Faltungsoperationen

Das in dieser Arbeit entwickelte neuronale Netzwerk basiert auf Faltungsoperationen (engl. Convolutions). Daher setzte sich für diese Klasse von neuronalen Netzwerken der englische Begriff Convolutional Neural Networks (CNNs) durch. Die zugrunde liegende Operation ist für eine eindimensionale Funktion  $x(a)$  wie folgt definiert [37]:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(a)w(t-a)da \quad (5.2)$$

Nach der CNN-Terminologie werden die Funktionen  $x$ ,  $w$  und  $s$  jeweils als Eingabe, Kernel und Merkmalskarte bezeichnet. Sind die Funktionen  $x$  und  $w$  diskret, nimmt die Faltungsoperation folgende diskrete Form an:

$$s_t = \sum_{a=-\infty}^{+\infty} x_t w_{t-a} \quad (5.3)$$

Hier können alle Funktionen als Zahlenfolgen betrachtet werden. Daher wird die Indexnotation verwendet, um auf ihre Elemente zu verweisen. Aufgrund der Kommutativität der Faltungsoperation gilt ebenfalls die folgende Formulierung [18]:

$$s_t = \sum_{a=-\infty}^{+\infty} w_a x_{t-a} \quad (5.4)$$

In praktischen Anwendungen ist der Kernel kompakter im Vergleich zur Eingabe [37]. Daher ist die letztere Formulierung für Berechnungen zweckmäßiger. Im Rahmen dieses

Kapitels wird die Python-Bibliothek PyTorch [75] eingesetzt, die über eine umfangreiche Funktionalität für das Design, Training und Anwendung von neuronalen Netzwerken verfügt. Anstelle von Gl. (5.4) implementiert PyTorch folgende Operation:

$$s_t = \sum_{a=-\infty}^{+\infty} w_a x_{t+a} \quad (5.5)$$

Obwohl die Operation der Formulierung der diskreten Kreuzkorrelation [80] entspricht, wird sie im CNN-Kontext als Faltung bezeichnet.

In der praktischen Anwendung sind die Eingaben oft zweidimensionale Anordnungen von Datenelementen, die in einem Gitterlayout gespeichert sind. Ein Index-Tupel  $(i, j)$  kann verwendet werden, um auf jedes Element eines solchen Datenfeldes zu verweisen. Eine zweidimensionale Faltung für Eingaben dieses Typs ist wie folgt definiert:

$$S_{i,j} = \sum_{m=0}^{H_w-1} \sum_{n=0}^{W_w-1} W_{m,n} X_{i+m,j+n} \quad (5.6)$$

wobei  $X_{i,j}$ ,  $W_{i,j}$  Elemente des zweidimensionalen Eingabefeldes  $\mathbf{X}$  und des zweidimensionalen Kernels  $\mathbf{W}$  bezeichnen. Hier wird die nullbasierte Indexierung verwendet. Außerdem hängt die Obergrenze der Summen von der Kernelgröße  $H_w \times W_w$  ab. Im Allgemeinen beinhalten die zweidimensionalen Eingaben keine skalaren Werte, sondern vielmehr vektorwertige Angaben in zweidimensionaler Gitteranordnung [37]. Somit ergibt sich neben zwei räumlichen Dimensionen eine weitere Dimension. Sie wird als Kanaldimension bezeichnet. Daher verwenden CNNs gewöhnlich mehrkanalige Faltungen, die wie folgt definiert sind:

$$S_{k,i,j} = \sum_{l=0}^{C_{in}-1} \sum_{m=0}^{H_w-1} \sum_{n=0}^{W_w-1} W_{k,l,m,n} X_{l,i+m,j+n} \quad (5.7)$$

Der mit der mehrkanaligen Faltung verknüpfte vierdimensionale Kernel  $\mathbf{W}$  hat die Größe  $C_{out} \times C_{in} \times H_w \times W_w$ . Die Größe der Eingabe  $\mathbf{X}$  ist  $C_{in} \times H_x \times W_x$ . Hier bezieht sich  $C_{in}$  auf die Anzahl der Eingangskanäle. Darüber hinaus entspricht  $C_{out}$  der Anzahl der Merkmalskarten, die über die Kanaldimension der Ausgabe  $\mathbf{S}$  verteilt sind. Mit den jeweiligen Versätzen  $m$  und  $n$  in beiden räumlichen Richtungen zwischen den Elementen des Eingabefeldes und des Feldes der Merkmalskarten gibt  $W_{k,l,m,n}$  die Verbindungsstärke zwischen einem Element der Eingabe im Kanal  $l$  und einem Element der Merkmalskarte im Kanal  $k$  an [37].

Darüber hinaus wird eine allgemeinere Formulierung der Mehrkanalfaltung eingeführt, die in diesem Kapitel durchgängig verwendet wird:

$$S_{k,i,j} = \sum_{l=0}^{C_{in}-1} \sum_{m=0}^{H_w-1} \sum_{n=0}^{W_w-1} W_{k,l,m,n} X_{l,i \times s+m,j \times s+n} + b_k \quad (5.8)$$

Die Operation tastet jedes  $s$ -te Element in jeder Raumrichtung ab, wobei  $s$  als der Faltungsschritt bezeichnet wird. Die Ausgabe einer Faltung mit  $s > 1$  kann als eine „heruntergesampelte“ Ausgabe einer vollständigen Faltung mit  $s = 1$  betrachtet werden. Nach der Anwendung der Operation hat die Ausgabe im Vergleich zur Eingabe eine reduzierte Größe der räumlichen Dimensionen. Darüber hinaus kommt in Gl. (5.8) ein zusätzlicher additiver Term im Vergleich zu Gl. (5.7) hinzu. Im CNN-Kontext sind Elemente  $W_{k,l,m,n}$  und  $b_k$ , die mit Faltungsoperationen innerhalb des neuronalen Netzwerkes verknüpft sind, freie Parameter des Modells, die während des Trainingsverfahrens optimiert werden.

Bei einer vollständigen Faltung mit  $s = 1$  verringert sich die Größe der räumlichen Ausgabedimensionen jeweils um  $H_w - 1$  bzw.  $W_w - 1$ , wenn bei der Faltungsoperation der Kernel die Grenzen des Eingabefeldes nicht überschreiten darf (d.h. wenn zu allen Zeitpunkten jedes Kernelement mit einem Eingabeelement assoziiert ist). Dies ist ein limitierender Faktor für tiefe neuronale Netzwerkarchitekturen, die viele aufeinanderfolgende Faltungsoperationen aufweisen. Aus diesem Grund wird vor der Faltung eine Extrapolation nullter Ordnung durchgeführt, um das Eingabefeld um mehrere Elemente in beiden Raumdimensionen zu erweitern. Dieses Vorgehen, das im Zusammenhang mit CNN als Polsterung bezeichnet wird, stellt sicher, dass die Größen der räumlichen Dimensionen der Ein- und Ausgabe einer Faltungsoperation gleich groß sind.

### 5.3.3 Modellarchitektur

Die Zielsetzung der Modellierung reduzierter Ordnung ist die Vorhersage der Druckverteilung im Zeitschritt  $k + 1$  auf der Grundlage mehrerer aufeinanderfolgender Momentaufnahmen der Druckverteilung in den Zeitschritten  $k - n + 1$  bis  $k$ . Dabei ist  $n$  die Anzahl der für die Vorhersage verwendeten Zeitschritte. Daher werden als Modelleingabe Datenfelder  $\Delta C_{p,k-n+1}$  bis  $\Delta C_{p,k}$  zu einem dreidimensionalen Datenfeld  $\mathbf{X}_p^{(k)}$  entlang der Kanaldimension zusammengefügt. Die Größe des Eingabefeldes ist  $n \times 128 \times 32$ . Darüber hinaus werden Informationen hinsichtlich der Nickbewegung des Flügels als Eingabe bereitgestellt. Die Anstellwinkelamplituden zu den Zeitschritten  $k - n + 2$  bis  $k + 1$  werden zu einem zusätzlichen Eingabefeld  $\mathbf{X}_\alpha^{(k)}$  zusammengefügt. Um die Dimensionszuordnung der beiden Eingabefelder konsistent zu halten, ist  $\mathbf{X}_\alpha^{(k)}$  ebenfalls dreidimensional. Die skalarwertigen Größen  $[\Delta\alpha_{k-n+2}, \dots, \Delta\alpha_{k+1}]$  sind aus diesem Grund entlang der Kanaldimension des Datenfeldes angeordnet. Die räumlichen Dimensionen des Datenfeldes sind Scheindimensionen. Die effektive Größe von  $\mathbf{X}_\alpha^{(k)}$  ist folglich  $n \times 1 \times 1$ .

Die Modellausgabe ist das Datenfeld  $\tilde{\mathbf{Y}}^{(k)}$ , das eine Annäherung an das durch CFD errechnete Datenfeld  $\mathbf{Y}^{(k)} = \Delta C_{p,k+1}$  ist. Mit der durch das ROM definierten nicht-linearen Abbildungsfunktion  $\mathbf{f}$  gilt folgender Zusammenhang zwischen der Ein- und Ausgabe.

$$\tilde{\mathbf{Y}}^{(k)} = \mathbf{f}(\mathbf{X}_p^{(k)}, \mathbf{X}_\alpha^{(k)}, \boldsymbol{\theta}) \quad (5.9)$$

Freie Parameter des Modells werden zum Vektor  $\boldsymbol{\theta}$  zusammengefasst.

Die Modellarchitektur ist in Abb. 5.5 dargestellt. Ähnlich zu U-Net [87], besteht das vorgestellte Modell aus einem kontrahierenden Pfad (grün) und einem expandierenden Pfad (orange). Jeder Pfad ist in mehrere Ebenen unterteilt. Das Eingabefeld  $\mathbf{X}_p^{(k)}$  wird dem kontrahierenden Pfad zugeführt. Beim Datenfluss entlang des kontrahierenden Pfades werden auf jeder Ebene mehrere Operationen an eingehenden Datenfeldern durchgeführt, wodurch nutzbare Merkmale extrahiert werden. Die räumliche Auflösung der Merkmalskarten wird von Ebene zu Ebene gröber, wobei gleichzeitig ihr semantischer Gehalt steigt. Nach der letzten Ebene des kontrahierenden Pfades werden die Datenfelder dem expandierenden Pfad zugeführt. Entlang dieses Pfades wird die räumliche Auflösung der Merkmalskarten von Ebene zur Ebene wiederum feiner. Auf jeder Ebene werden außerdem die Merkmalskarten des expandierenden Pfades mit Merkmalskarten des kontrahierenden Pfades der jeweilig gleichen räumlichen Auflösung verknüpft. Diese Operation wird in Abb. 5.5 durch laterale Verbindungen zwischen beiden Pfaden repräsentiert. Auf der letzten Ebene des expandierenden Pfades wird schließlich die Vorhersage generiert.

Aufgrund der Netzwerkarchitektur entsteht entlang des kontrahierenden Pfades eine Hierarchie von Merkmalskarten unterschiedlicher räumlicher Auflösung, die relevanten semantischen Inhalt über mehrere Skalen abbilden. Entlang des expandierenden Pfades wird die Vorhersage generiert, wobei die Merkmalskarten des kontrahierenden Pfades die Merkmalskarten des expandierenden Pfades über alle Ebenen semantisch anreichert.

Die Reihe an Operationen auf jeder Ebene der Pfade lässt sich in eine sich wiederholende Operationssequenz unterteilen, die als Faltungsblock bezeichnet wird. Als erster Schritt in einer solchen Sequenz wird eine mehrkanalige Faltung mit dem Schritt  $s = 1$  durchgeführt. Die damit verknüpfte räumliche Kernelgröße beträgt  $3 \times 3$ . Die Polsterung mit einem Element wird angewandt, um die Größe der räumlichen Dimensionen zu erhalten. Im Anschluss an die Faltung wird eine als Schichtnormalisierung (SN) bezeichnete Operation [5] angewandt. Dabei wird im ersten Teilschritt beim betrachteten Datenfeld  $\mathbf{X}$  die Standardisierung über alle Elemente durchgeführt:

$$\tilde{X}_{l,i,j} = \frac{X_{l,i,j} - \mu}{\sigma} \quad (5.10)$$

mit

$$\mu = \frac{1}{CHW} \sum_{l=0}^{C_{in}-1} \sum_{i=0}^{H_w-1} \sum_{j=0}^{W_w-1} X_{l,i,j} \quad (5.11)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{CHW} \sum_{l=0}^{C_{in}-1} \sum_{i=0}^{H_w-1} \sum_{j=0}^{W_w-1} (X_{l,i,j} - \mu)^2} \quad (5.12)$$

Im zweiten Teilschritt wird die Ausgabe der Operation  $\mathbf{Y}$  berechnet, indem jedes Element des standardisierten Datenfeldes  $\tilde{\mathbf{X}}$  einer linearen Skalierung unterworfen wird:

$$Y_{l,i,j} = \gamma_{l,i,j} \tilde{X}_{l,i,j} + \beta_{l,i,j} \quad (5.13)$$

Die Parameter  $\gamma_{l,i,j}$  und  $\beta_{l,i,j}$  sind dabei freie Parameter der Operation, die während der Trainingsphase des neuronalen Netzwerkes optimiert werden. Wie in [5] empirisch demonstriert wurde, trägt die Schichtnormalisierung zur Beschleunigung der Trainingsphase neuronaler Netzwerke bei. Auch im Rahmen dieser Arbeit kann eine leichte Stabilisierung des Trainings mithilfe der Schichtnormalisierung verzeichnet werden.

Als letzte Operation des Faltungsblocks wird eine Nichtlinearität aufgeprägt. Hier wird die gleichgerichtete Lineareinheit (engl. rectified linear unit, ReLU) [36] auf jedes Element des eingehenden Datenfeldes nach der Schichtnormierung angewandt. Die nichtlineare Funktion ist folgendermaßen definiert:

$$f(x) = \max(0, x) \quad (5.14)$$

Der Faltungsblock wird zweimal auf jeder Ebene des kontrahierenden Pfades eingesetzt. Die Ausgabe der ersten Faltungsoperation innerhalb jeder Ebene hat stets doppelt so viele Kanäle als die jeweilige Eingabe. Eine Ausnahme stellt die erste Faltung dar, die direkt auf  $\mathbf{X}_p^{(k)}$  angewandt wird, wodurch sich die Anzahl der Kanäle von  $n$  auf 64 erhöht. Die zweite Faltung innerhalb jeder Ebene hält die Anzahl der Eingabe- und Ausgabekanäle konstant. Zwischen den Ebenen wird der sogenannte „Downsampling“-Schritt durchgeführt. Er besteht aus einer Faltung mit dem Faltungsschritt  $s = 2$ , wodurch die Größe der räumlichen Dimensionen des verarbeiteten Datenfeldes um den Faktor zwei reduziert wird. Die zugehörige räumliche Kernelgröße beträgt  $2 \times 2$ .

In der letzten Ebene des Netzwerkes werden die über den kontrahierenden Pfad verarbeiteten Informationen der Druckverteilungsdynamik mit Merkmalen kombiniert, die vom Signal der Nickbewegung stammen. Vor der Kombination wird die Eingabe  $\mathbf{X}_\alpha^{(k)}$  durch eine Reihe von Operationen verarbeitet. Dies hat zum Ziel, die Dimensionsgröße der Merkmalskarten aus beiden Eingabequellen vor ihrem Zusammenfügen aneinander anzugleichen. Zuerst wird  $\mathbf{X}_\alpha^{(k)}$  durch einen Faltungsblock geleitet, wodurch die Kanaldimension der Ausgabe auf die erforderliche Größe angepasst wird. Aufgrund der räumlichen Scheindimensionen des Eingabefeldes beträgt die räumliche Kernelgröße der entsprechenden Faltung  $1 \times 1$ . Anschließend werden alle skalarwertigen Kanaleinträge über die räumlichen Dimensionen des jeweiligen Kanals repliziert, um die passende Größe der räumlichen Dimensionen zu erhalten. Dieses Verfahren wird in [60] als räumliche Kachelung bezeichnet. Schließlich stimmen die Dimensionsgrößen der Merkmalskarten aus beiden Eingabequellen überein und können durch Summation kombiniert werden. Das resultierende Datenfeld wird dem expansiven Pfad zugeführt. Der expansive Pfad besteht ebenfalls aus mehreren Ebenen, wobei jede Ebene aus zwei Faltungsböcken aufgebaut ist. Eine transponierte Faltung wird zwischen den Ebenen eingesetzt, um die räumlichen Dimensionen der verarbeiteten Datenfelder zu vergrößern. Auf jeder Ebene wird vor der Verarbeitung durch Faltungsböcke die hochskalierte Ausgabe mit der Ausgabe der gleichen Ebene des kontrahierenden Pfades entlang der Kanaldimension zusammengefügt. Dies ermöglicht dem Netzwerk Informationen aus verschiedenen Ebenen

zu nutzen, um die finale Vorhersage zu erzeugen. Innerhalb jeder Ebene des expandierenden Pfades reduziert der erste Faltungsblock die Anzahl der Kanäle um den Faktor zwei. Der zweite Block behält die Anzahl der Kanäle des verarbeiteten Datenfeldes bei. Für den kontrahierenden und expandierenden Pfad sind räumliche Kernelgrößen, Werte des Faltungsschrittes und Polsterung für alle Faltungen der gleichen Ebene identisch.

Um die finale Vorhersage des Netzwerkes zu erhalten, wird die Ausgabe der obersten Ebene durch eine Faltung mit einer Kernelgröße von  $1 \times 1$ , gefolgt vom Tangens hyperbolicus (Tanh) verarbeitet. Folglich wird jeder Merkmalsvektor, der aus 64 Komponenten besteht, verwendet, um jeweils ein Element von  $\tilde{\mathbf{Y}}^{(k)}$  vorherzusagen. Tangens hyperbolicus als letzte nichtlineare Aktivierungsschicht wird gewählt, um sicherzustellen, dass alle Elemente des vorhergesagten Datenfeldes  $\tilde{\mathbf{Y}}^{(k)}$  im Bereich von  $[-1,1]$  liegen.

Die oben vorgestellte Architektur des neuronalen Netzwerkes erlaubt die Vorhersage eines Zeitschritts basierend auf der Information aus vorigen Zeitschritten. Dies wird als Einschrittvorhersage bezeichnet. Ein realistischeres Anwendungsszenario des Modells ist jedoch die Vorhersage von mehreren Zeitschritten. Diese Aufgabenstellung lässt sich durch eine rekurrente Anwendung des Netzwerkes realisieren. Dabei werden frühere Ausgaben gespeichert und anschließend als Eingaben in das Modell zurückgeführt. Dieses Vorgehen, das hier als Mehrschrittvorhersage bezeichnet wird, erlaubt es, in der Zeit voranzuschreiten und Momentaufnahmen der instationären Druckverteilung basierend auf einem vorgegebenen Signal der Nickbewegung vorherzusagen.

Beim Entwurf und der Konditionierung von neuronalen Netzwerken gibt es mehrere Parameter, die vom Entwickler oder Entwicklerin frei festgelegt werden können. Diese Parameter werden im Kontext von Deep Learning als Hyperparameter bezeichnet, um hier eine Verwechslung mit freien Parametern des Netzwerkes, die beim Training optimiert werden, zu vermeiden. Zu typischen Hyperparametern gehört die Anzahl der Ebenen, die die Tiefe der Netzwerkarchitektur bestimmt. Ein weiterer Hyperparameter im Rahmen der aktuellen Problemstellung ist die Anzahl der vorangegangenen Zeitschritte  $n$ , die zur Vorhersage eines aktuellen Zeitschrittes verwendet wird. Entsprechend der etablierten Vorgehensweise in Deep Learning werden Modelle mit unterschiedlichen Kombinationen von Hyperparametern trainiert. Anschließend wird die optimale Kombination der Hyperparameter gewählt, für die die Modellgenauigkeit ausgewertet am Validierungsdatensatz am höchsten ist. Darüber hinaus wird die Anzahl der zu betrachtenden Kombinationen dadurch erheblich eingeschränkt, dass für viele typische Hyperparameter durch empirische und theoretische Untersuchungen Richtwerte existieren. Im Rahmen dieser Arbeit werden entsprechend der oben beschriebenen Vorgehensweise die wichtigsten Hyperparameter anhand der Modellgenauigkeit bei Einschrittvorhersagen am Validierungsdatensatz ermittelt. Für die übrigen Hyperparameter, wenn nicht anders angegeben, werden etablierte Richtwerte verwendet.

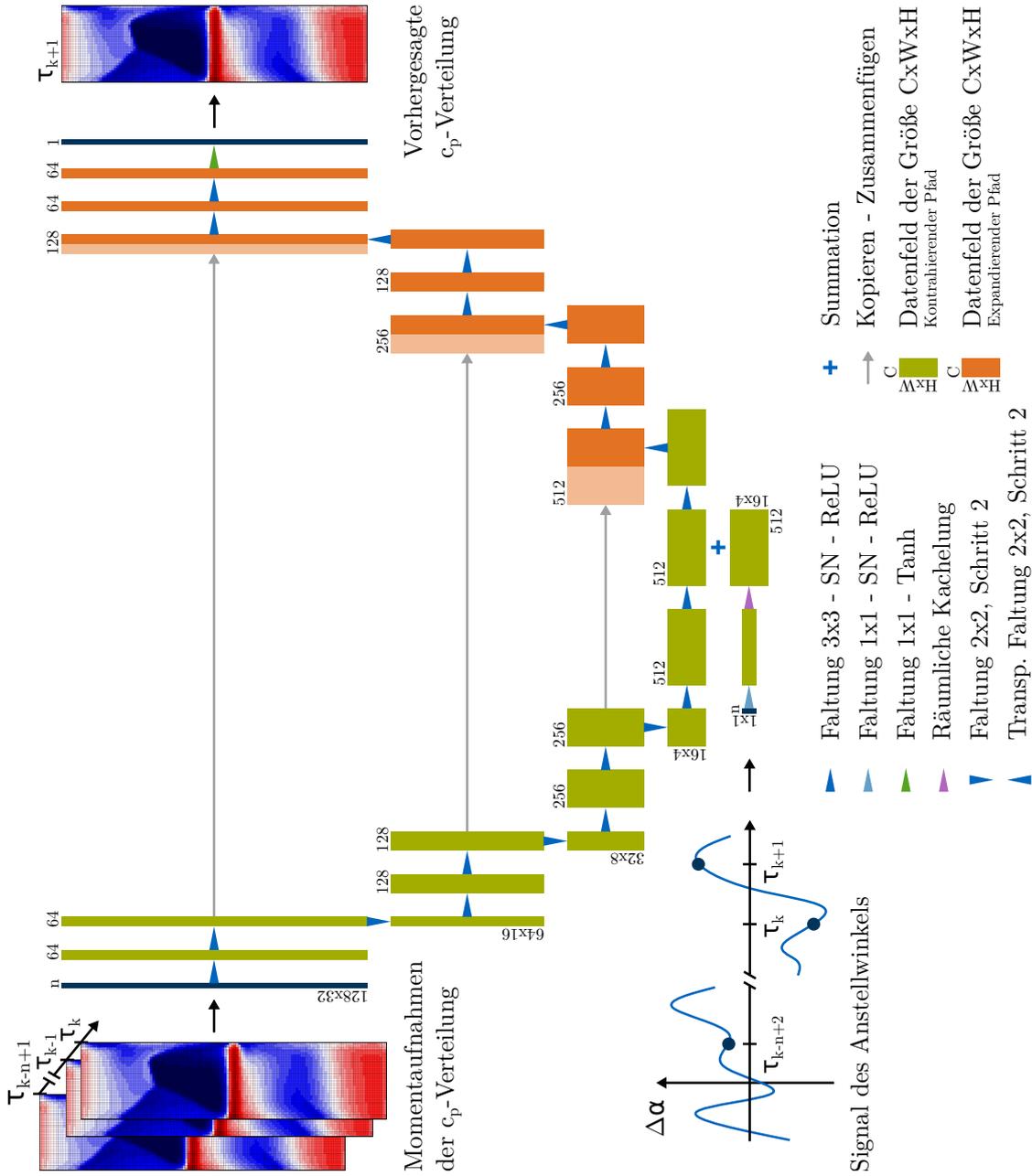


Abbildung 5.5: Architektur des tiefen neuronalen Netzwerks zur aerodynamischen Modellierung.

### 5.3.4 Modelltraining

Das Ziel des Trainingsprozesses ist es, die freien Parameter des Modells  $\boldsymbol{\theta}$  zu optimieren, so dass der Verlust  $L$  minimiert wird:

$$\boldsymbol{\theta}_{opt} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} L \quad (5.15)$$

Der Verlust erfasst dabei die Genauigkeit der Modellvorhersagen gemittelt über den Trainingsdatensatz und ist folgendermaßen definiert:

$$L = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N l(\mathbf{Y}^{(k)}, \tilde{\mathbf{Y}}^{(k)}) \quad (5.16)$$

wobei die Anzahl der Trainingsbeispiele mit  $N$  bezeichnet wird. Die Abweichung zwischen dem Zielwert und der Modellvorhersage wird mithilfe der Verlustfunktion  $l$  bestimmt. Für die vorliegende Problemstellung wird der quadratische Fehler  $\varepsilon$  als Verlustfunktion verwendet:

$$l(\mathbf{Y}^{(k)}, \tilde{\mathbf{Y}}^{(k)}) = l^{(k)} = \varepsilon^{(k)} = \left(\mathbf{Y}^{(k)} - \tilde{\mathbf{Y}}^{(k)}\right)^2 \quad (5.17)$$

Mit Gl. (5.16) und (5.17) ergibt sich folgende Definition des Verlustes:

$$L = \bar{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon^{(k)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\mathbf{Y}^{(k)} - \tilde{\mathbf{Y}}^{(k)}\right)^2 \quad (5.18)$$

Die freien Parameter  $\boldsymbol{\theta}$  werden durch einen gradientenbasierten Algorithmus optimiert. Die Gradienten des Verlustes  $L$  in Richtung von  $\boldsymbol{\theta}$  werden mit dem Algorithmus berechnet, der als Rückpropagierung bezeichnet wird. Der Algorithmus wird nachfolgend skizziert.

Wird ein tiefes neuronales Netzwerk betrachtet, das aus einem Stapel mehrerer aufeinander folgender Schichten von Neuronen aufgebaut ist, so kann der Zusammenhang zwischen der Ein- und Ausgabe  $\mathbf{X}_{i-1}$  und  $\mathbf{X}_i$  einer einzelnen Schicht  $i$  folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{X}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_i) \quad (5.19)$$

Hier bezeichnet  $\boldsymbol{\theta}_i$  die Teilmenge der freien Parameter des neuronalen Netzwerkes, die mit der Schicht  $i$  assoziiert ist. Die Eingabe  $\mathbf{X}_{i-1}$  ist gleichzeitig die Ausgabe der vorhergehenden Schicht  $i-1$  im Stapel. Die Gradienten des Verlustes bezüglich  $\boldsymbol{\theta}_i$  werden nach der Kettenregel der Differentialrechnung ausgewertet:

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}_i} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \Big|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_i} \quad (5.20)$$

Der letzte Term auf der rechten Seite der Gleichung ist dabei die Jacobi-Matrix von  $\mathbf{f}$  bezüglich  $\boldsymbol{\theta}$  ausgewertet am Punkt  $(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}_i)$ . Die Gradienten können außerdem durch eine Schicht hinweg mithilfe des folgenden Zusammenhangs rückpropagiert werden [70]:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}_{i-1}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}_i} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_i} \quad (5.21)$$

Gradienten des Verlustes in Bezug auf alle freien Parameter  $\boldsymbol{\theta}$  des Netzwerkes können durch rekursive Anwendung von Gl. (5.20) und (5.21) von der letzten bis zur ersten Schicht des Stapels berechnet werden. Die Bibliothek PyTorch, die zur Implementierung des hier eingesetzten Modells eingesetzt wird, bietet eine automatische Differenzierungsfunktionalität basierend auf der Gradientenrückführung.

Die Modellparameter  $\boldsymbol{\theta}$  werden iterativ durch den gradientenbasierten Optimierungsalgorithmus erster Ordnung Adam [52] optimiert. Adam ist eine Erweiterung des stochastischen Gradientenverfahrens (SGV). Der Algorithmus hat sich durch seine Robustheit bei unterschiedlichsten Einsatzszenarien im Bereich von Deep Learning bewährt.

Bei klassischen Gradientenverfahren wird der Verlust und somit seine Gradienten bei jeder Iteration basierend auf allen Trainingsbeispielen ausgewertet. Die Familie der stochastischen Gradientenverfahren zeichnet sich dadurch aus, dass hier im Unterschied zu klassischen Gradientenverfahren in jeder Iteration eine zufällig zusammengestellte Untergruppe der Trainingsbeispiele zur Berechnung des Verlustes und somit seiner Gradienten herangezogen wird. Somit ist der Verlust im SGV-Kontext folgendermaßen definiert:

$$L_{N^*} = \frac{1}{N^*} \sum_{k=1}^{N^*} l(\mathbf{Y}^{(k)}, \tilde{\mathbf{Y}}^{(k)}) \quad (5.22)$$

wobei  $N^*$  die Anzahl der zufällig ausgewählten Trainingsbeispiele bezeichnet, die für die Berechnung von  $L_{N^*}$  in jeder Iteration des Optimierungsalgorithmus verwendet werden. Somit wird während des Trainingsprozesses der gesamte Trainingsdatensatz dem Modell wiederholt in Gruppen von  $N^*$  Trainingsbeispielen zugeführt, während ein einziger Durchgang durch den gesamten Trainingsdatensatz als Epoche bezeichnet wird. Der Parameter  $N^*$  ist ein Hyperparameter des Modells. Er wird zu  $N^* = 4$  gewählt, da die auf dem Validierungsdatensatz ausgewertete Modellgenauigkeit für diesen Wert am besten ist.

Die SGV-Erweiterung Adam verwendet den gleitenden Durchschnitt des Gradienten, der über Iterationen gemittelt wird. Außerdem wird die globale Lernrate für jeden Parameter basierend auf dem gleitenden Durchschnitt des quadrierten Gradienten angepasst. Für die exponentiellen Abklingraten  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  und den Parameter  $\epsilon$  werden die von den Autoren des Algorithmus empfohlenen Werte verwendet. Somit gilt  $\beta_1 = 0,9$ ,  $\beta_2 = 0,999$  und  $\epsilon = 10^{-8}$ . Die globale Lernrate wird am Anfang des Trainingsprozesses auf  $10^{-4}$  gesetzt und weiterhin alle 70 Epochen um eine Größenordnung reduziert. Diese Werte ergeben sich aus der Hyperparameteroptimierung.

Nach jeder Epoche wird der Verlust sowohl am Trainingsdatensatz, als auch am Validierungsdatensatz ausgewertet. Das Training wird solange fortgesetzt bis sich der Verlust am Validierungsdatensatz über 30 Trainingsepochen nicht mehr verbessert. Dieses Vorgehen zum Identifizieren eines geeigneten Zeitpunktes zum Anhalten des Trainings wird im Deep-Learning-Kontext als Early Stopping (deutsch: Frühzeitiges Anhalten) bezeichnet [37]. Das Modell, das den geringsten Verlust am Validierungsdatensatz aufweist wird abgespeichert und kommt im Weiteren zur Anwendung.

Wie aus Gl. (5.17) ersichtlich ist, wird die Genauigkeit der Einschrittvorhersage während des Modelltrainings ausgewertet. Die Bewertung der Leistungsfähigkeit des ROMs wird jedoch auf der Grundlage beider Betriebsarten, d.h. sowohl der Einschritt- als auch der Mehrschrittvorhersage vollzogen.

Die Konvergenzverläufe während des Trainings sind in Abb. 5.6 dargestellt. Die blaue Linie zeigt die Änderung des Trainingsverlustes über die Anzahl der Epochen  $n_e$ . Zusätzlich werden die Verluste Validierungsdatensatz sowohl für Einschritt- als auch für Mehrschrittvorhersagen des Modells betrachtet (grüne und orange Linie). Der Trainingsvorgang wird nach 192 Epochen gemäß dem Early Stopping angehalten. Das Modell mit dem geringsten Validierungsverlust für Einschrittvorhersagen wird für weitere Untersuchungen herangezogen.

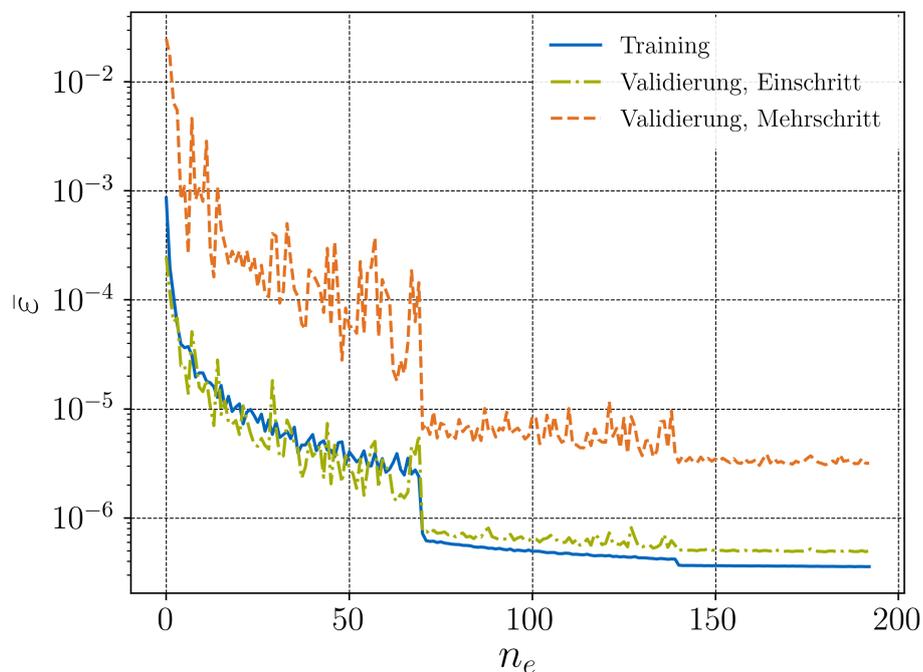


Abbildung 5.6: Konvergenzverläufe des Verlustes ausgewertet am Trainings- und Validierungsdatensatz.

## 5.4 Anwendung des Modells Reduzierter Ordnung

In diesem Abschnitt wird das Modell zur Vorhersage von Momentaufnahmen der instationären Druckschwankungen über dem LANN-Flügels angewendet. Zuerst wird die Dynamik der instationären  $c_p$ -Verteilung aufgrund der harmonischen Nickbewegung des Flügels diskutiert. Im zweiten Schritt wird die Vorhersagegenauigkeit des am Trainingsdatensatz konditionierten ROMs untersucht. Anschließend wird die rechnerische Effizienz des ROMs und der zur Synthese der Trainingsdaten verwendeten CFD-Methode für die Vorhersage von instationären  $c_p$ -Verteilungen gegenübergestellt.

### 5.4.1 Generierung der Testdaten

Das nach dem Trainingsverfahren konditionierte Modell wird am Testdatensatz ausgewertet. Um den ersten Teil des Testdatensatzes zu erhalten, wird das aerodynamische System durch die Nickbewegung angeregt, die durch zwei APZBS-Signale mit jeweils 213 Zeitschritten vorgegeben ist. Diese Signale werden hier als APZBS-T1 und APZBS-T2 bezeichnet. Die Mindesthaltezeit für APZBS-T1 und APZBS-T2 beträgt  $5\Delta\tau$  und unterscheidet sich damit von der Mindesthaltezeit der APZBS-Signale, die dem Trainingsdatensatz zugeordnet sind. Zur Erzeugung des zweiten Teils des Testdatensatzes wird das aerodynamische System durch harmonische Nickbewegungen mit unterschiedlichen Frequenzen angeregt. Die Testsignale unterscheiden sich somit deutlich von APZBS, die zur Erzeugung des Trainings- und Validierungsdatensatzes verwendet werden. Daher sind sie gut geeignet, um die Fähigkeit des ROMs zu beurteilen auf ungesehene Daten zu generalisieren.

Die hier betrachteten harmonischen Signale sind folgendermaßen definiert:

$$\Delta\alpha(\tau) = A \sin(k_{red}\tau) \quad (5.23)$$

mit der maximalen Amplitude des Anstellwinkels  $A$ . Die reduzierte Frequenz  $k_{red}$  hat für den betrachteten Fall folgende Definition:

$$k_{red} = \frac{\omega c_{root}}{U_\infty} = \frac{2\pi c_{root}}{TU_\infty} \quad (5.24)$$

wobei  $\omega$  und  $T$  jeweils die dimensionsbehaftete Kreisfrequenz und Periode der harmonischen Schwingung bezeichnen. Es werden drei reduzierte Frequenzen berücksichtigt,  $k_{red} = [0,102; 0,204; 1,5]$ . Die beiden niedrigeren reduzierten Frequenzen wurden im Rahmen der HKA-basierten Modellierung reduzierter Ordnung betrachtet, die zur Vorhersage der instationären  $c_p$ -Verteilung über dem LANN-Flügel eingesetzt wurde [118]. Zusätzlich wird die reduzierte Frequenz von  $k_{red} = 1,5$  berücksichtigt, um die Leistungsfähigkeit des Modells für den Fall einer hochfrequenten Anregung zu untersuchen. Darüber hinaus werden harmonische Nickbewegungen sowohl mit einer kleinen als auch

einer großen Amplitude  $A = [0,25^\circ; 2^\circ]$  untersucht. Instationäre CFD-Simulationen werden über sechs Schwingungsperioden für alle reduzierten Frequenzen durchgeführt.

Die Dynamik der  $c_p$ -Verteilung über die fünfte Schwingungsperiode für  $A = 2^\circ$  und alle betrachteten reduzierten Frequenzen ist in den Abb. 5.7a-5.7f veranschaulicht. Es werden zwei Schnitte in Sehnenrichtung bei  $y/b = 0,22$  und  $y/b = 0,7$  betrachtet. Für jeden Schnitt wird die Position in Sehnenrichtung mit der lokalen Sehnenlänge  $c_{loc}$  entdimensioniert. Jedem Phasenwinkel der fünften Schwingungsperiode  $\phi = k_{red}(\tau - 4T)$  ist eine Farbe aus einem kontinuierlichen Farbverlauf zugeordnet, wobei grün, gelb und rot jeweils  $\phi = [0; \pi; 2\pi]$  kennzeichnen. Wie zu erkennen ist, variiert für die beiden niedrigeren reduzierten Frequenzen die Dynamik der  $c_p$ -Verteilung nur geringfügig. Es werden jedoch signifikante Unterschiede im instationären Verhalten der  $c_p$ -Verteilung deutlich, wenn die beiden niedrigeren reduzierten Frequenzen mit der höheren reduzierten Frequenz von  $k_{red} = 1,5$  verglichen werden. Dies hebt die Abhängigkeit der instationären Flügelaerodynamik von der Frequenz der Nickbewegung hervor. Nichtsdestotrotz haben die instationären Druckschwankungen über verschiedene Anregungsfrequenzen hinweg gemeinsame Charakteristika, die im Folgenden noch näher erläutert werden.

Aufgrund des  $\lambda$ -förmigen Stoßsystems auf der Flügeloberseite sind bei  $y/b = 0,22$  zwei Stöße zu beobachten, während bei  $y/b = 0,7$  ein Stoß zu erkennen ist. Bei negativen Werten von  $\Delta\alpha$  in der zweiten Hälfte der Periode bildet sich eine Stoßfront auf der Druckseite des Flügels. Sie ist bei  $y/b = 0,22$  stärker ausgeprägt als weiter außen bei  $y/b = 0,7$ . Darüber hinaus ist diese Stoßfront für die höhere reduzierte Frequenz an der Position  $y/b = 0,7$  schwächer als für niedrigere reduzierte Frequenzen. Aufgrund der Nickbewegung des Flügels variiert über die Schwingungsperiode sowohl die Intensität der Stoßfronten als auch ihre Position in der Sehnenrichtung.

Auf der Basis der fünften Schwingungsperiode werden zusätzlich mittels der Fourierreihenzerlegung die höheren Harmonischen der  $c_p$ -Verteilung berechnet. In Abb. 5.8 sind Real- und Imaginärteile der ersten drei Harmonischen der  $c_p$ -Verteilung  $Re \hat{c}_p^n$  und  $Im \hat{c}_p^n$  mit  $n = [1; 2; 3]$  über der Flügeloberseite dargestellt. Dabei wird beispielhaft die instationäre Druckverteilung für den Fall mit  $A = 2^\circ$  und  $k_{red} = 0,102$  betrachtet. Die größten Amplituden sind beim Realteil der ersten Harmonischen von  $c_p$  zu beobachten. Die durch die harmonische Nickschwingung des Flügels induzierte Bewegung des  $\lambda$ -förmigen Stoßsystems äußert sich in allen hier betrachteten  $Re \hat{c}_p^n$ - und  $Im \hat{c}_p^n$ -Verteilungen. Bei  $Re \hat{c}_p^1$ - und  $Im \hat{c}_p^1$ -Verteilungen ist ein Vorzeichenwechsel über die Stoßstruktur zu erkennen. Die ausgeprägte Nichtlinearität, die mit der Bewegung des Stoßsystems einhergeht, macht sich in höheren Amplituden der zweiten und dritten Harmonischen von  $c_p$  bemerkbar. Hier sind sowohl beim Real- als auch beim Imaginärteil Bereiche hoher Amplituden präsent, die erkennbar auf das  $\lambda$ -förmige Stoßsystem zurückzuführen sind. Die durch eine harmonische Nickschwingung hoher Amplitude induzierte instationäre Druckverteilung verfügt somit über signifikante Anteile der höheren Harmonischen. Dadurch lassen sich linearisierte CFD-Verfahren (siehe Kapitel 2) nicht mehr einsetzen. Aus diesem Grund

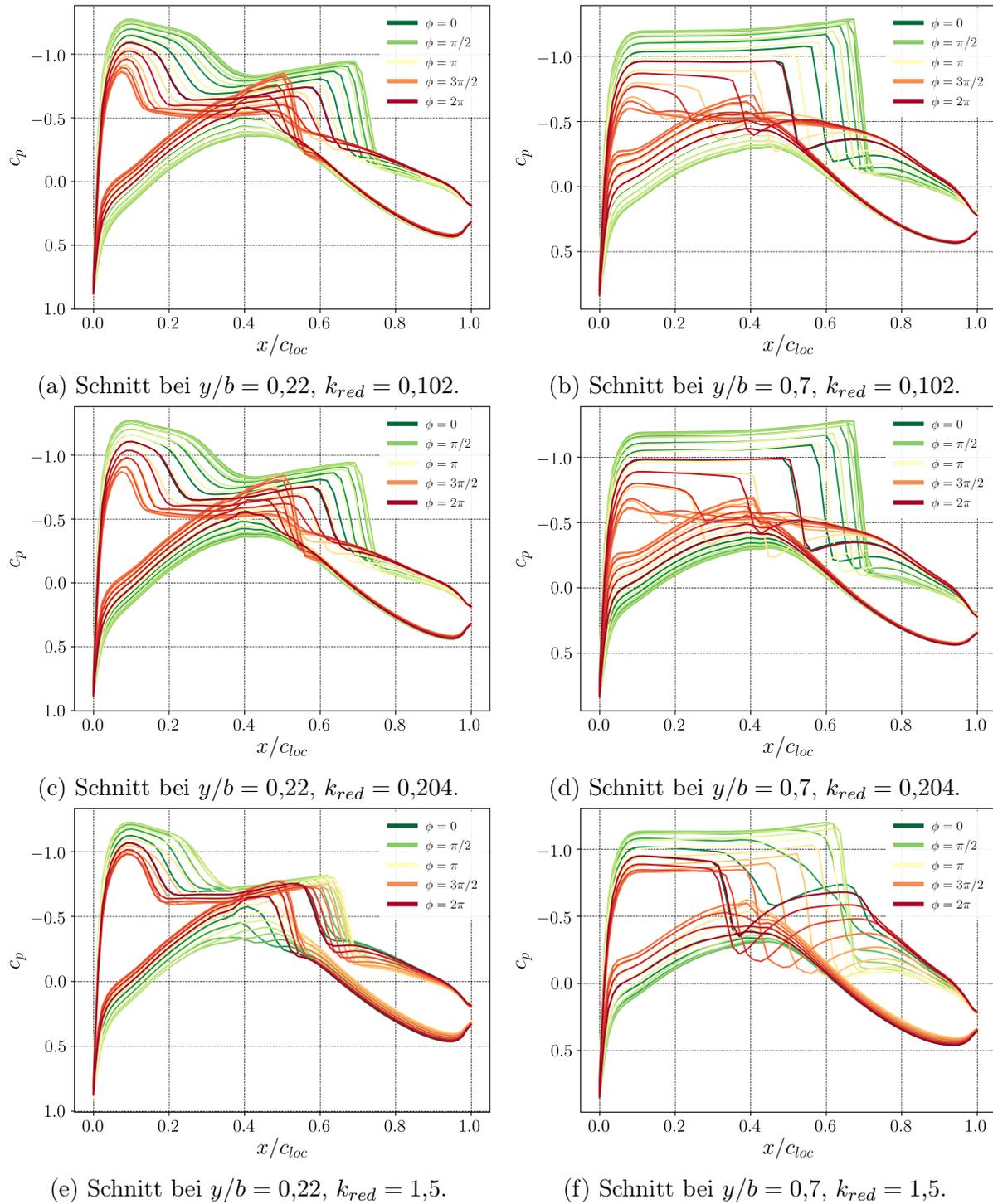


Abbildung 5.7: Dynamik der  $c_p$ -Verteilung über die fünfte Schwingungsperiode für  $A = 2^\circ$  an zwei Schnitten bei  $y/b = 0,22$  und  $y/b = 0,7$  aufgrund der harmonischen Nickbewegung des LANN-Flügels bei  $k_{red} = [0,102, 0,204, 1,5]$ ,  $Ma_\infty = 0,82$  und  $\alpha = 0,6^\circ$ .

muss es in solchen Fällen zur Modellierung reduzierter Ordnung auf die Klasse der nicht-linearen ROMs zurückgegriffen werden.

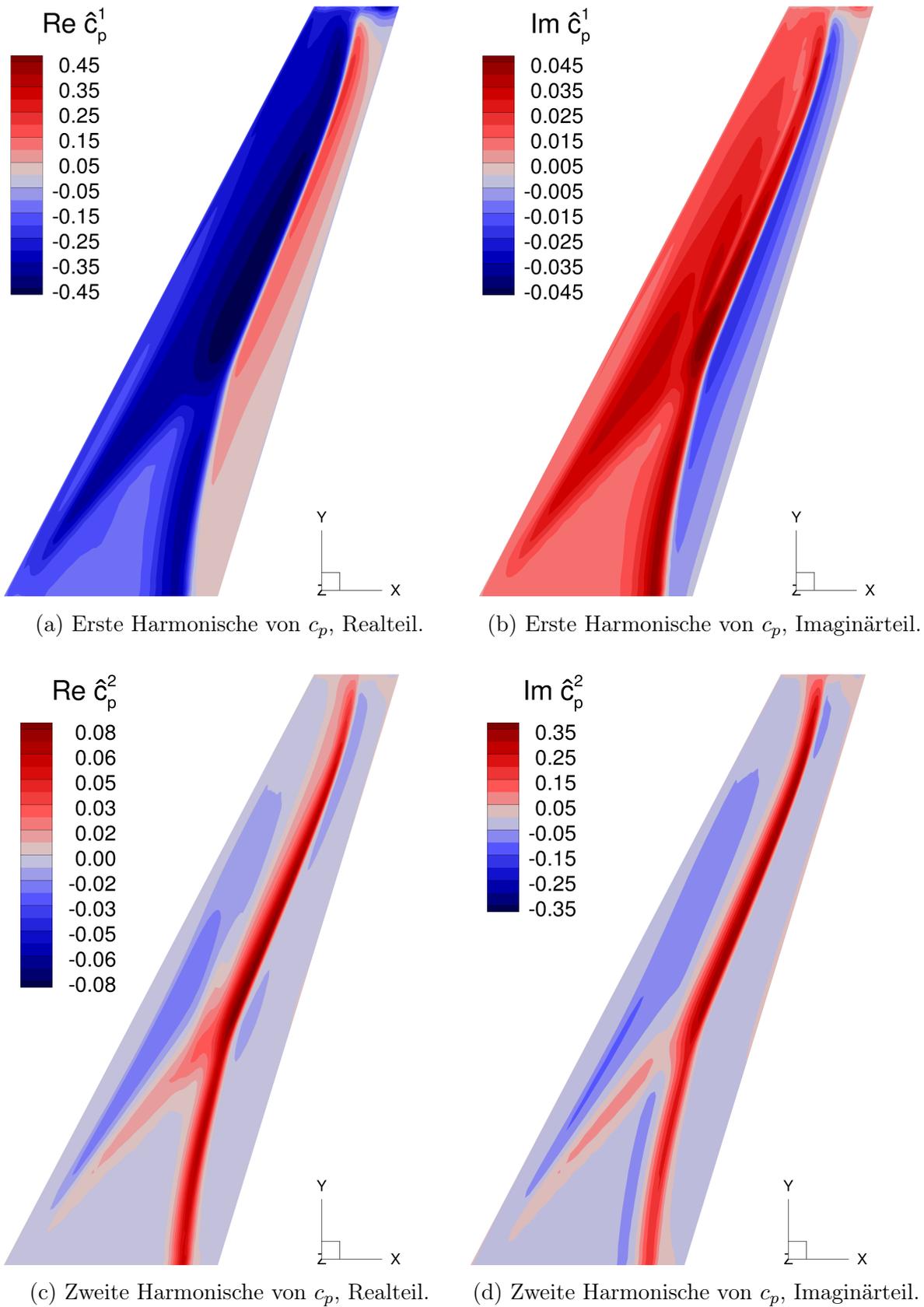


Abbildung 5.8: Real- und Imaginärteile der höheren Harmonischen der  $c_p$ -Verteilung über der Flügeloberseite.  $A = 2^\circ$ ,  $k_{red} = 0,102$ ,  $Ma_\infty = 0,82$ .

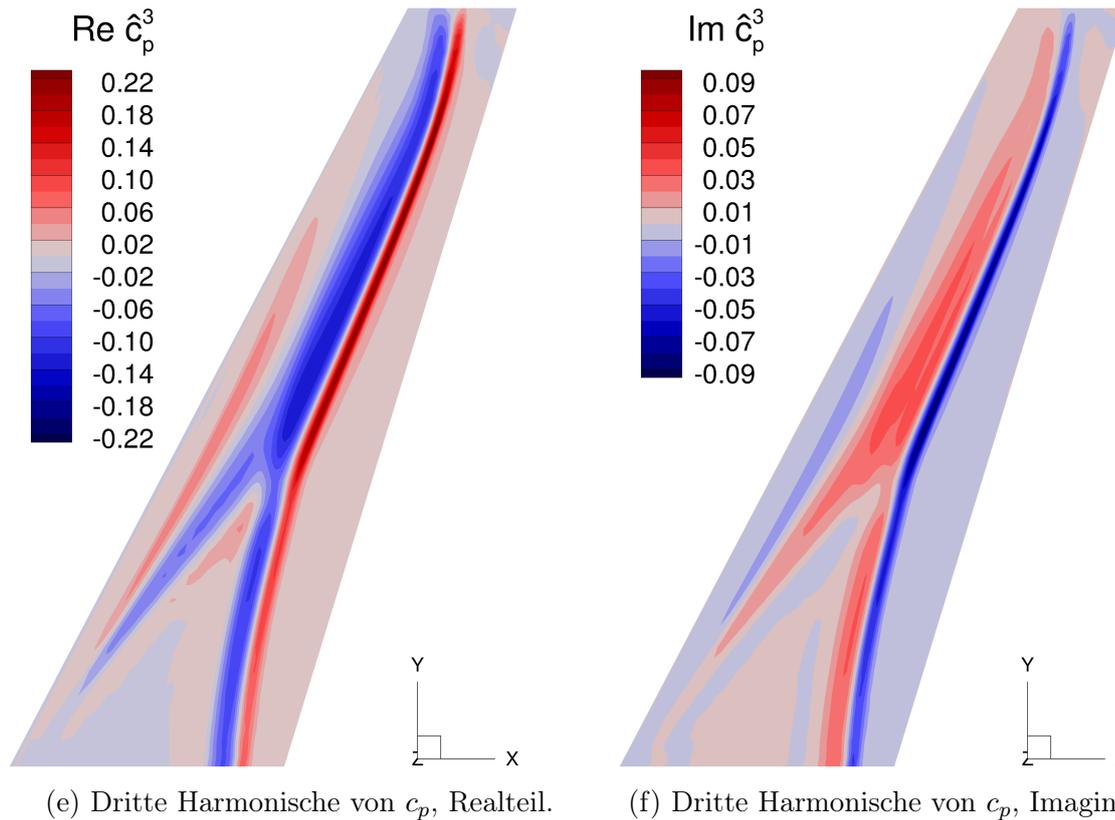


Abbildung 5.8: Real- und Imaginärteile der höheren Harmonischen der  $c_p$ -Verteilung über der Flügeloberseite.  $A = 2^\circ$ ,  $k_{red} = 0,102$ ,  $Ma_\infty = 0,82$ . (Fortsetzung)

### 5.4.2 Untersuchung der Vorhersagegenauigkeit

Um die Iteration der rekurrenten Zeitschrittvorhersagen im Mehrschrittmodus zu starten, werden drei Momentaufnahmen der  $c_p$ -Verteilung bereitgestellt, die aus der zuvor durchgeführten CFD-Simulation stammen. Diese Momentaufnahmen sind assoziiert mit den ersten drei Zeitschritten des Signals, der die Nickbewegung des Flügels vorgibt. Mit dem Fortschreiten der Vorhersagen von Zeitschritt zu Zeitschritt werden die Momentaufnahmen aus CFD sukzessive durch die vom Modell vorhergesagten Momentaufnahmen ersetzt. Somit, mit Ausnahme der oben beschriebenen „Aufwärmphase“, werden für Vorhersagen im Mehrschrittmodus keine CFD-Daten verwendet.

Die Vorhersagegenauigkeit des Modells wird anhand des mittleren quadratischen Fehlers (MQF)  $\bar{\varepsilon}$  beurteilt. Ein Überblick über MQF, der separat an allen verfügbaren Datensätzen ausgewertet ist, wird in Tabelle 5.2 gegeben. Die Testdaten, die mit APZBS-Signalen und harmonischen Signalen unterschiedlicher Maximalamplitude generiert sind, werden gesondert betrachtet.

Modellvorhersagen im Einzschritt- und Mehrschrittmodus liefern MQF-Werte im Bereich von jeweils  $10^{-7}$  bzw.  $10^{-6}$  für alle betrachteten Datensätze. Die höchsten MQF-Werte werden für die harmonische Nickbewegung mit  $A = 2^\circ$  ermittelt. Eine geringe

Überanpassung wird für die Trainings- und Validierungssätze beobachtet, da die jeweiligen MQF-Werte niedriger sind als die Werte für den Testdatensatz. Dies ist zum einen darauf zurückzuführen, dass der Trainingsdatensatz zur Optimierung freier Parameter des Modells verwendet wird und somit dem Modell während des Trainings ausgesetzt ist. Andererseits ist auch der Validierungsdatensatz implizit dem Modell exponiert, da er für die Hyperparameteroptimierung und das Early Stopping herangezogen wird. Weiterhin ist anzumerken, dass die Modellvorhersagen für Signale kleinerer maximaler Nickamplitude genauer sind. Dies wird mit einem niedrigeren MQF für die Daten des Testdatensatzes belegt, die mit der harmonischen Nickbewegung mit  $A = 0,25^\circ$  assoziiert sind. Die MQF-Werte für APZBS-Signale liegen zwischen den entsprechenden Werten der harmonischen Signale mit  $A = 0,25^\circ$  und  $A = 2^\circ$ .

	$\bar{\varepsilon}$ , Einschritt	$\bar{\varepsilon}$ , Mehrschritt
Trainingsdatensatz	$3,62 \cdot 10^{-7}$	$2,21 \cdot 10^{-6}$
Validierungsdatensatz	$4,94 \cdot 10^{-7}$	$3,03 \cdot 10^{-6}$
Testdatensatz, $A = 2^\circ$	$4,99 \cdot 10^{-7}$	$4,53 \cdot 10^{-6}$
Testdatensatz, $A = 0,25^\circ$	$1,34 \cdot 10^{-7}$	$1,95 \cdot 10^{-6}$
Testdatensatz, APZBS	$3,56 \cdot 10^{-7}$	$2,68 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 5.2: Überblick über MQF, ausgewertet separat für alle verfügbare Datensätze. Testdaten, die mit APZBS-Signalen und harmonischen Signalen unterschiedlicher Maximalamplitude der Nickbewegung generiert sind, werden gesondert betrachtet.

Des Weiteren wird mittlerer quadratischer Fehler  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$  der Modellvorhersagen am Testdatensatz für jeden Zeitschritt  $k$  ausgewertet. Die Trends sind in Abb. 5.9 und 5.10 dargestellt. Da die Schwingungsdauer für die harmonischen Signale von  $k_{red}$  abhängt, ergibt sich für jede einzelne reduzierte Frequenz eine unterschiedliche Anzahl von berechneten Zeitschritten. Für alle gegebenen Signale sind die Vorhersagen ab dem vierten Zeitschritt verfügbar. Die betrachteten Signale sind in den unteren Diagrammen der Teilabbildungen durch blaue Linien veranschaulicht. Die oberen Diagramme der Teilabbildungen zeigen die entsprechenden  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$ -Verläufe. Beide Betriebsarten des Modells werden untersucht. Die grünen Strichpunktlinien und orangenen Strichlinien zeigen die  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$ -Verläufe für jeweils die Einschritt- und Mehrschrittvorhersagen. Für die harmonischen Signale mit  $A = 0,25^\circ$  und  $A = 2^\circ$  liegt  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$  jeweils im Bereich von  $10^{-7}$  und  $10^{-6}$ . Einzelne Peaks sind für Zeitschritte zu beobachten, die mit dem maximalen Anstellwinkel assoziiert sind. Diese Phasen der Schwingungsperioden sind durch eine hohe Intensität der Stoßfront am hinteren Teil des Flügels gekennzeichnet (siehe  $\phi = \pi/2$  in Abb. 5.7). Für APZBS-Signale und harmonische Signale mit  $A = 2^\circ$  stimmt die Größenordnung von  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$  überein.

Für die Mehrschrittvorhersagen wird für alle betrachteten harmonischen Signale ein periodisches Verhalten von  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$  über die Zeit beobachtet. Der Fehler der Mehrschrittvorhersagen folgt jedoch nicht dem Verlauf des Fehlers der Einschrittvorhersagen. Der

höchste  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$ -Wert, der über alle vorhergesagten Sequenzen von  $c_p$ -Verteilungen beobachtet wird, ist nicht größer als  $3 \cdot 10^{-5}$ . Daraus kann gefolgert werden, dass das Modell auch im Mehrschrittmodus sehr genaue Vorhersagen liefert. Es ist ebenfalls anzumerken, dass sich die Vorhersagegenauigkeit auch bei langen Sequenzen nicht verschlechtert. Dies wird bei der Modellanwendung auf die Signale mit  $k_{red} = 0,102$  und  $k_{red} = 0,204$  deutlich, wobei die vorhergesagten Sequenzen von  $c_p$ -Verteilungen 1229 bzw. 613 Zeitschritte beinhalten.

Außerdem wird die lokale Genauigkeit der Mehrschrittvorhersagen untersucht. Dazu wird die Momentaufnahme der  $c_p$ -Verteilung ausgewählt, die den maximalen Wert für  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$  im ganzen Testdatensatz aufweist. Diese Momentaufnahme, die mit dem Zeitschritt  $\tau = 70$  ( $\phi \approx 0$  des Signals mit  $A = 2^\circ$  und  $k_{red} = 1,5$ ) assoziiert ist, wird mit der entsprechenden Momentaufnahme verglichen, die aus der CFD-Simulation stammt. In den Abb. 5.11 und 5.12 wird die  $c_p$ -Verteilung der Ober- und Unterseite des Flügels verglichen. Es ist deutlich zu erkennen, dass sogar die vom Modell vorhergesagte Momentaufnahme mit dem höchsten Wert für  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$  eine hervorragende Übereinstimmung mit dem CFD-Ergebnis aufweist.

Ergänzend werden zwei Schnitte der  $c_p$ -Verteilung in Sehnenrichtung bei  $y/b = 0,22$  und  $y/b = 0,7$  für den untersuchten Zeitschritt betrachtet. Dabei wird zum Vergleich mit dem CFD-Ergebnis sowohl die Einschnitt- als auch die Mehrschrittvorhersage herangezogen. Die vom Modell vorhergesagten  $c_p$ -Momentaufnahmen im Einschnitt- und Mehrschrittmodus sind von der durch die CFD-Simulation ermittelten  $c_p$ -Verteilung für beide Schnitte kaum zu unterscheiden (siehe Abb. 5.13).

Die lokale Verteilung des quadratischen Fehlers für die hier untersuchte Momentaufnahme, der im mehrstufigen Betriebsmodus vorhergesagt wird, ist in Abb. 5.14 dargestellt. Zunächst wird die Oberseite des Flügels betrachtet. Es ist zu erkennen, dass eine hervorragende Übereinstimmung der Modellvorhersage mit dem CFD-Ergebnis vorliegt. Der lokale quadratische Fehler ist in den meisten Bereichen der Oberfläche nahezu Null. Lediglich ein abgegrenzter Bereich mit geringfügigen Abweichungen ist zu erkennen. Dieser Bereich ist mit dem Teil der Stoßfront an der äußeren Hälfte des Flügels assoziiert. Der maximale lokale quadratische Fehler der Oberseitendruckverteilung liegt unter  $4 \cdot 10^{-3}$  und ist damit für praktische Anwendungen vernachlässigbar. Eine ausgezeichnete Übereinstimmung wird ebenfalls für die Unterseite des Flügels beobachtet. Ähnlich zu der Oberseite ist hier ein abgegrenztes Gebiet mit geringfügigen Abweichungen vorhanden, das auf die Stoßfront im inneren Bereich des Flügels zurückgeführt werden kann. Allerdings ist hier der maximale lokale quadratische Fehler mit  $4 \cdot 10^{-4}$  sogar um eine Größenordnung niedriger als bei der Oberseite des Flügels.

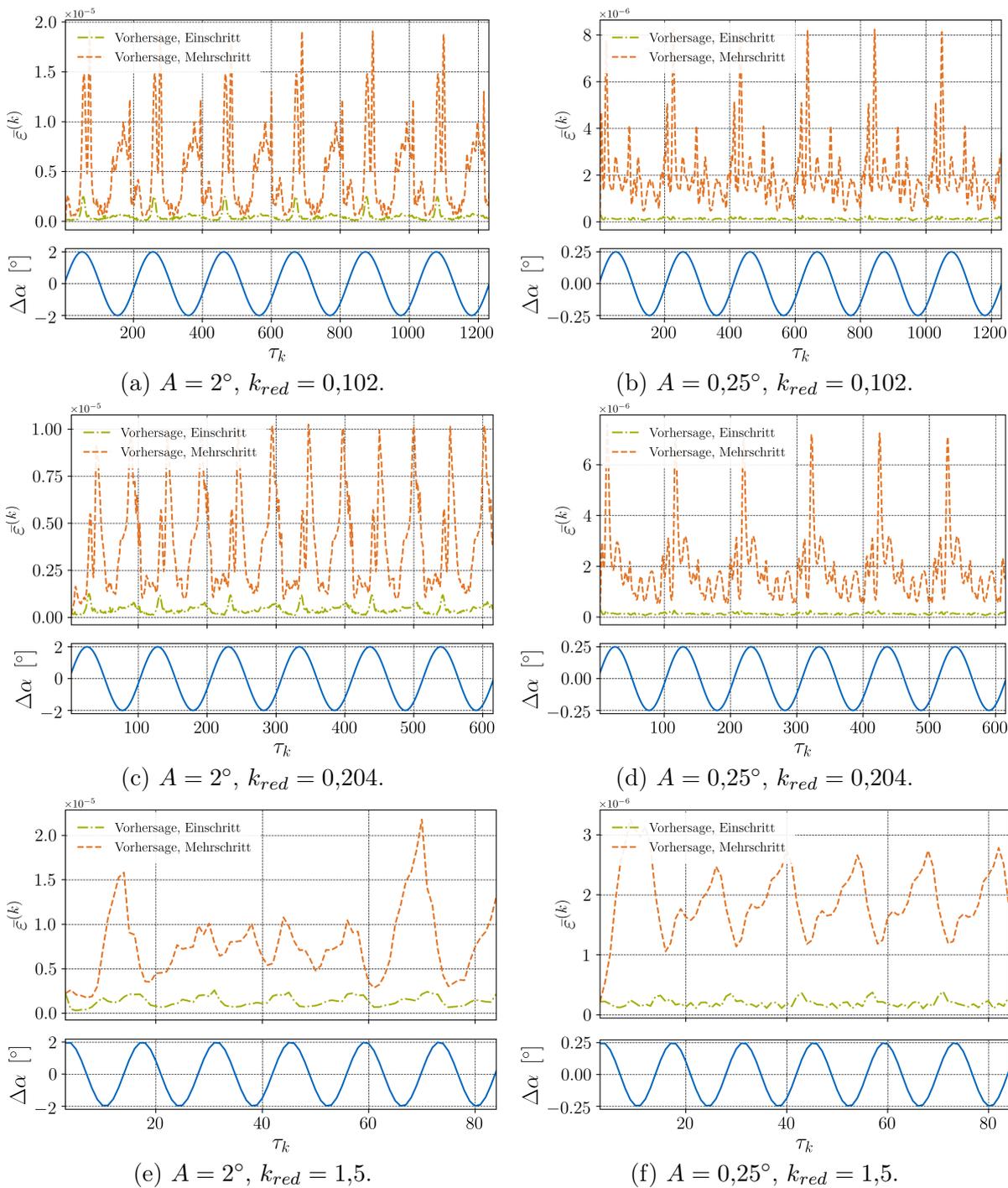


Abbildung 5.9: Mittlerer quadratischer Fehler  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$  der Modellvorhersagen ausgewertet für jeden Zeitschritt  $\tau_k$  des Testdatensatzes. Harmonische Signale mit  $k_{red} = [0,102; 0,204; 1,5]$  und  $A = [0,25^\circ, 2^\circ]$ .

### 5.4.3 Untersuchung der Modellstabilität für Mehrschrittvorhersagen

Das Stabilitätsverhalten des Modells wird für Vorhersagen im Mehrschrittmodus untersucht. Dazu wird die Modellvorhersage zu mehreren Zeitpunkten gestartet, wobei zwei verschiedene Arten der Initialisierung für die „Aufwärmphase“ herangezogen werden. Die

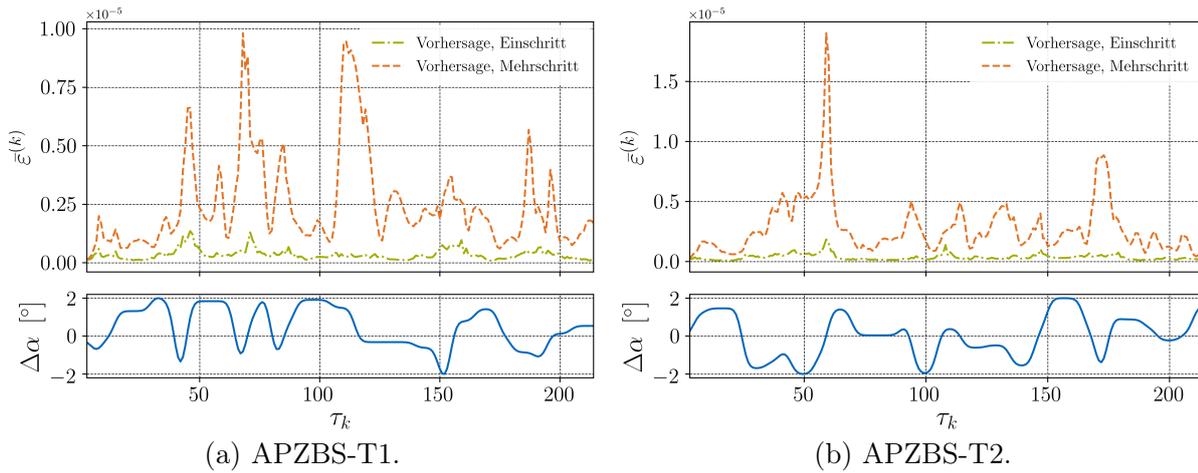


Abbildung 5.10: Mittlerer quadratischer Fehler  $\bar{\varepsilon}^{(k)}$  der Modellvorhersagen ausgewertet für jeden Zeitschritt  $\tau_k$  des Testdatensatzes. Signale APZBS-T1 und APZBS-T2.

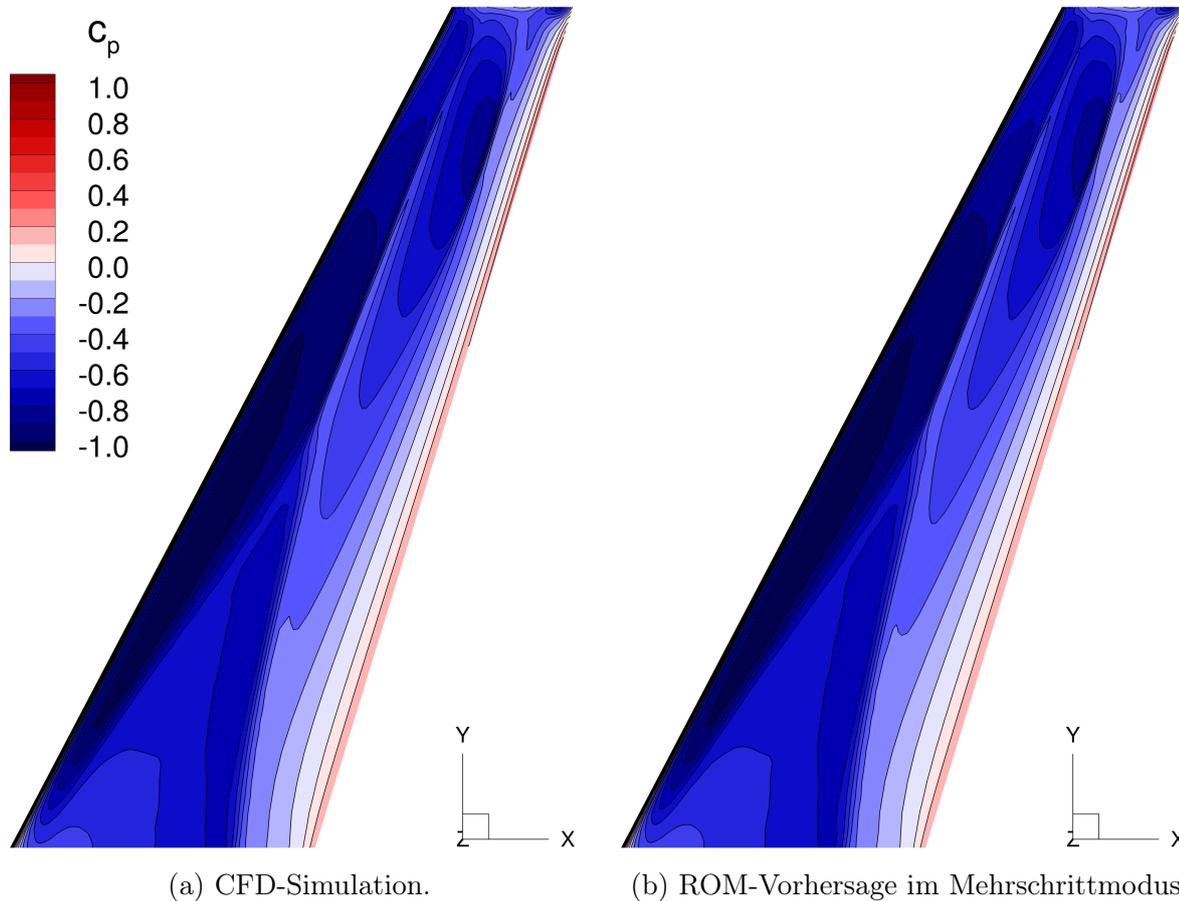


Abbildung 5.11: Vergleich der Momentaufnahme der  $c_p$ -Verteilung über der Flügeloberseite für den Zeitschritt mit dem höchsten MQF.  $A = 2^\circ$ ,  $k_{red} = 1,5$ ,  $\tau = 70$ ,  $Ma_\infty = 0,82$ .

erste Art entspricht dem in Abschnitt 5.4.2 verwendeten Ansatz. In diesem Fall wird der Prozess der Mehrschrittvorhersage basierend auf CFD-Daten mit drei aufeinanderfolgenden Momentaufnahmen der  $c_p$ -Verteilung initialisiert. Im Gegensatz dazu werden bei

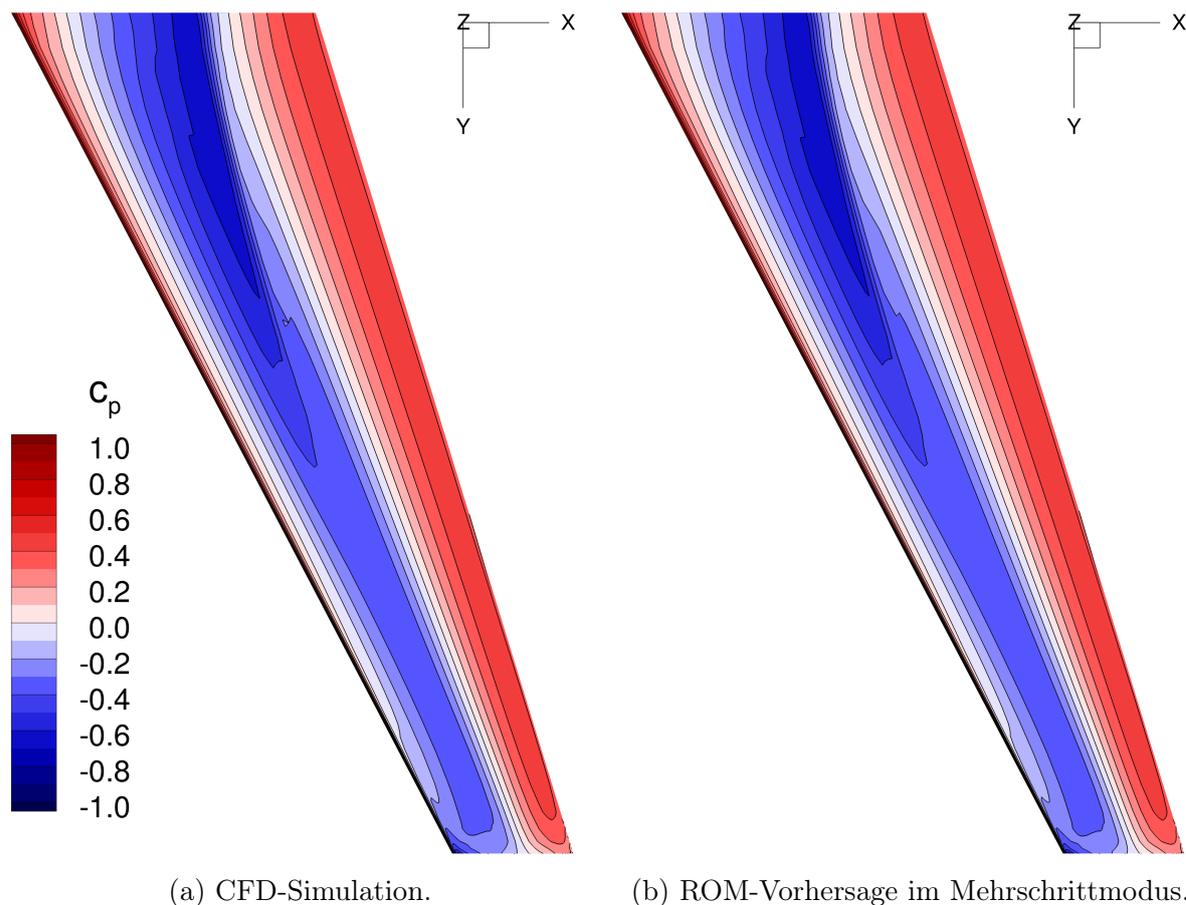


Abbildung 5.12: Vergleich der Momentaufnahme der  $c_p$ -Verteilung über der Flügelunterseite für den Zeitschritt mit dem höchsten MQF.  $A = 2^\circ$ ,  $k_{red} = 1,5$ ,  $\tau = 70$ ,  $Ma_\infty = 0,82$ .

der zweiten Art der Initialisierung anstelle von drei  $c_p$ -Momentaufnahmen drei Matrizen verwendet, die mit Zufallszahlen aus einer stetigen Gleichverteilung auf dem Intervall  $[-0,1; 0,1)$  gefüllt sind. Diese Art der Initialisierung wird hier als zufallsbasierte Initialisierung bezeichnet. Sie wird dazu angewandt, die Fähigkeit des ROMs zu beurteilen, nach der Einbringung eines großen Fehlers im Mehrschrittmodus die Vorhersagegenauigkeit wiederherzustellen.

Die Ergebnisse der Untersuchung werden exemplarisch für das Signal APZBS-T1 dargestellt. Die Mehrschrittvorhersage wird bei vier verschiedenen Zeitpunkten mit der Initialisierung bei Zeitschritten  $25l$  bis  $25l + 2$  mit  $l = [0; 1; 2; 3]$  gestartet. Jeder Durchlauf wird für 100 Schritte ausgeführt. In Abb. 5.15 werden die  $\varepsilon^{(k)}$ -Verläufe über die Anzahl der sukzessiven Vorhersageschritte für beide Initialisierungsarten in halblogarithmischer Darstellung gezeigt. Wie zu erwarten, wird durch die zufallsbasierte Initialisierung ein großer Fehler im Bereich von  $\varepsilon^{(k)} \propto 10^{-2}$  eingeführt. Bei der zufallsbasierten Initialisierung werden jedoch keine Instabilitäten beobachtet. Über mehrere Vorhersageschritte hinweg nimmt der Fehler der zufallsbasiert initialisierten Durchläufe monoton ab bis

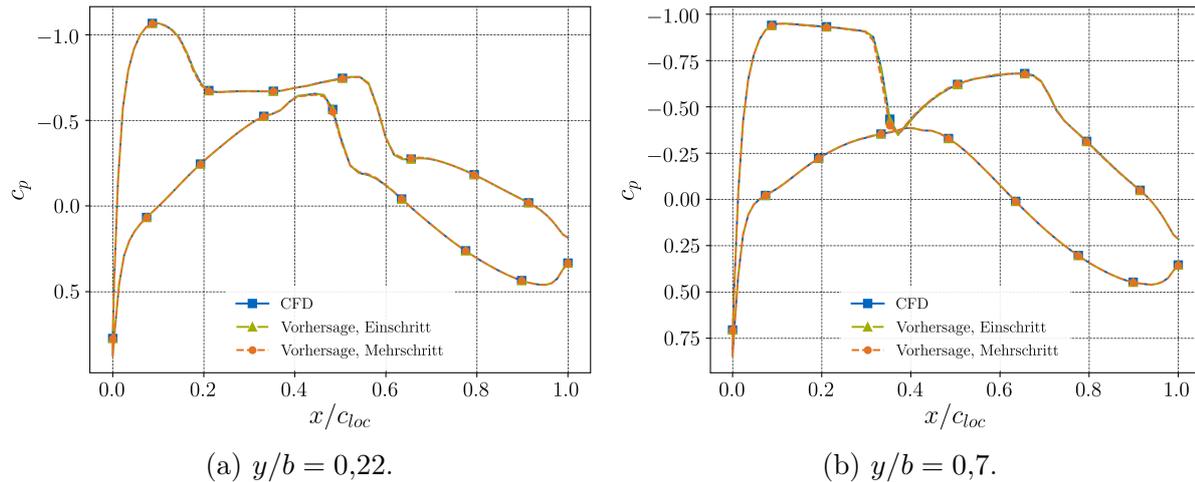


Abbildung 5.13: Vergleich der Momentaufnahme der  $c_p$ -Verteilung über der Flügelunterseite für den Zeitschritt mit dem höchsten MQF an zwei Schnitten in Sehnenrichtung bei  $y/b = 0,22$  und  $y/b = 0,7$ .  $A = 2^\circ$ ,  $k_{red} = 1,5$ ,  $\tau = 70$ ,  $Ma_\infty = 0,82$ .

nach maximal 20 bis 30 Schritten die volle Vorhersagegenauigkeit des Modells wiedererlangt ist. Dieser Fehlerkorrekturmechanismus des im Mehrschrittmodus betriebenen ROMs wird für alle betrachteten Signale beobachtet.

#### 5.4.4 Rechnerische Effizienz

Der Zugewinn an Recheneffizienz, der sich durch die Verwendung des vorgestellten ROMs für die Vorhersage instationärer  $c_p$ -Verteilungen im Vergleich zur CFD-Simulation ergibt, wird hier quantifiziert. Um einen genauen Vergleich zu gewährleisten, wird sowohl die CFD-Simulation als auch die Modellinferenz auf einem einzelnen AMD EPYC 7401P Prozessor durchgeführt. Der Vergleich wird in Bezug auf die CPU-Zeit vorgenommen, die benötigt wird, um einen Zeitschritt mit dem CFD-Löser bzw. mit dem ROM zu berechnen. Das ROM wird im Mehrschrittmodus betrieben, was einem realistischen Anwendungsszenario entspricht. Im Durchschnitt benötigt die Berechnung eines Zeitschritts mit CFD 168 Sekunden, während die Vorhersage eines einzelnen Zeitschritts mittels ROM lediglich 0,136 Sekunden in Anspruch nimmt. Somit ergibt sich durch den Einsatz des in dieser Arbeit vorgestellten Modells reduzierter Ordnung eine rechnerische Effizienzsteigerung von mehr als 1200 im Vergleich zur CFD-Simulation. Das Training des Modells benötigt etwa 60 Sekunden für eine Epoche auf einer einzelnen GeForce RTX 2080 Grafikkarte.

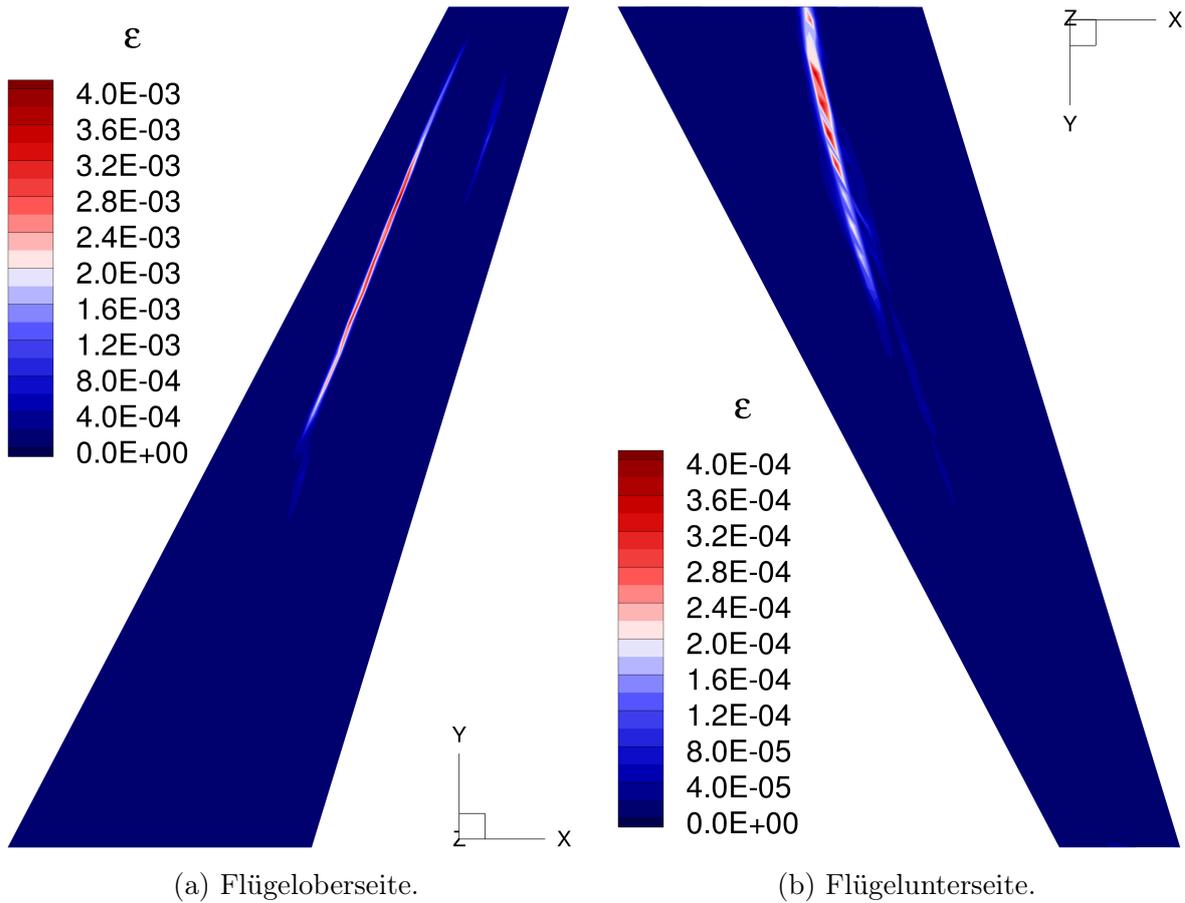


Abbildung 5.14: Lokale Verteilung des quadratischen Fehlers für die Mehrschrittvorhersage der  $c_p$ -Verteilung mit dem höchsten MQF.  $A = 2^\circ$ ,  $k_{red} = 1,5$ ,  $\tau = 70$ ,  $Ma_\infty = 0,82$ .

### 5.4.5 Vergleich der Leistungsfähigkeit mit einem HKA-basierenden ROM

Das in diesem Kapitel vorgestellte ROM wird hinsichtlich seiner Leistungsfähigkeit mit einem bereits etablierten ROM zur Modellierung instationärer Druckverteilungen verglichen. Das zum Vergleich herangezogene ROM verwendet ein neuronales Netzwerk, das auf dem rekurrenten lokal linearen Neuro-Fuzzy-Ansatz in Kombination mit HKA basiert [118]. Das Modell wird hier als HKA-NN bezeichnet. Zum Training von HKA-NN wird sowohl der Trainings- als auch der Validierungsdatensatz eingesetzt. Da auch HKA-NN die Ausgaben auf eine rekurrente Weise berechnet, werden zur Vorhersage von jedem Zeitschritt  $n$  vorangegangene Zeitschritte als Eingabe benötigt. Die optimale Anzahl  $n$  wird entsprechend der in [45, 118] beschriebenen Methodik anhand der Trainingsdaten ermittelt und beträgt hier  $n = 5$ .

Die Vorhersagegenauigkeit beider Modelle wird in Bezug auf den über alle vorhergesagten  $c_p$ -Momentaufnahmen gemittelten quadratischen Fehler  $\bar{\varepsilon}$  gegenübergestellt. Beide Modelle werden am Testdatensatz im Mehrschrittmodus ausgewertet. Tabelle 5.3 gibt einen Überblick über  $\bar{\varepsilon}$ . Die Fehler für APZBS-Signale und harmonische Signale

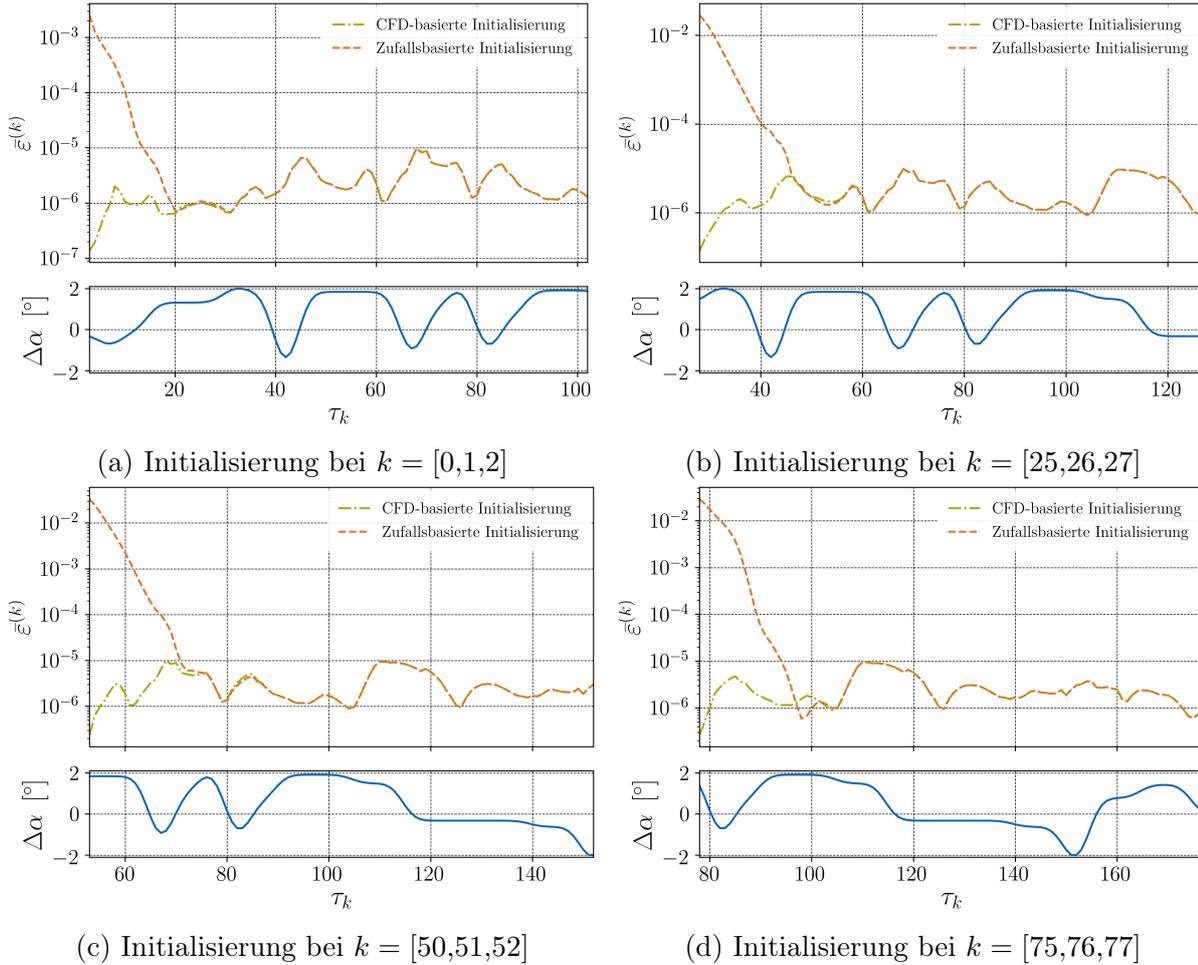


Abbildung 5.15: Vergleich der  $\varepsilon^{(k)}$ -Verläufe für Mehrschrittvorhersagen mit der CFD-basierten und der zufallsbasierten Initialisierung.

unterschiedlicher Maximalamplitude werden dabei gesondert betrachtet. Über alle im Testdatensatz betrachteten Signale liefert das CNN-basierte ROM in Bezug auf den MQF um zwei Größenordnungen genauere Vorhersagen als HKA-NN. Dabei verfügen beide ROM-Ansätze über eine ähnliche rechnerische Effizienzsteigerung von drei Größenordnungen im Vergleich zu CFD.

	$\bar{\varepsilon}$ , HKA-NN	$\bar{\varepsilon}$ , CNN
Testdatensatz, $A = 2^\circ$	$5,65 \cdot 10^{-4}$	$4,53 \cdot 10^{-6}$
Testdatensatz, $A = 0,25^\circ$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$1,95 \cdot 10^{-6}$
Testdatensatz, APZBS	$3,92 \cdot 10^{-4}$	$2,68 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 5.3: Vergleich von MQF für das HKA-NN- und CNN-basiertes ROM, ausgewertet am Testdatensatz im Mehrschrittmodus. APZBS-Signale und harmonische Signale unterschiedlicher Maximalamplitude werden gesondert betrachtet.

In Abb. 5.16 wird die Vorhersagegenauigkeit beider ROM-Ansätze anhand der  $c_p$ -Verteilung am Schnitt in Sehnenrichtung bei  $y/b = 0,7$  anschaulich mit CFD verglichen. Dazu wird die mit CFD berechnete  $c_p$ -Verteilung den Vorhersagen von CNN-

und HKA-NN-basierten ROMs gegenübergestellt. Berücksichtigt sind zwei Phasenwinkel  $\phi = [\pi/2; 3\pi/2]$  der fünften Schwingungsperiode der harmonischen Nickbewegung mit  $k_{red} = [0,102; 0,204; 1,5]$  und  $A = 2^\circ$ . Die Vorhersagen für beide ROM-Ansätze sind im Mehrschrittmodus ermittelt. Für HKA-NN sind Versatzfehler bei  $\phi = \pi/2$  und Überschwüngen bei  $\phi = 3\pi/2$  erkennbar. Im Gegensatz dazu wird für CNN-basiertes ROM über alle Zeitschritte hinweg eine perfekte Übereinstimmung mit CFD verzeichnet.

## 5.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird ein neuartiges, auf Deep Learning basierendes Modell reduzierter Ordnung vorgestellt, das zur Vorhersage instationärer bewegungsinduzierter Druckverteilungen an einem Tragflügel eingesetzt wird. Die etablierte LANN-Flügelkonfiguration wird zur Demonstration der Leistungsfähigkeit des Modells verwendet. Ein instationäres nichtlineares CFD-Verfahren wird zur Erzeugung der Trainingsdaten zur Konditionierung des Modells reduzierter Ordnung verwendet. Ein Überblick über die Systemidentifikationstechnik, der ein tiefes neuronales Netzwerk mit Faltungsoperationen zugrunde liegt, wird gegeben. Spezifische Module des neuronalen Netzwerkes werden erörtert und relevante Informationen zum Trainingsalgorithmus bereitgestellt. Das Modell reduzierter Ordnung wird zur Vorhersage von Momentaufnahmen der instationären Druckverteilung am LANN-Flügel bei harmonischen Nickschwingungen in transsonischer Strömung eingesetzt. Es wird demonstriert, dass das Modell eine bisher unerreichte Vorhersagegenauigkeit für alle betrachteten Testfälle bei einer rechnerischen Effizienzsteigerung von mehr als drei Größenordnungen im Vergleich zu CFD liefert.

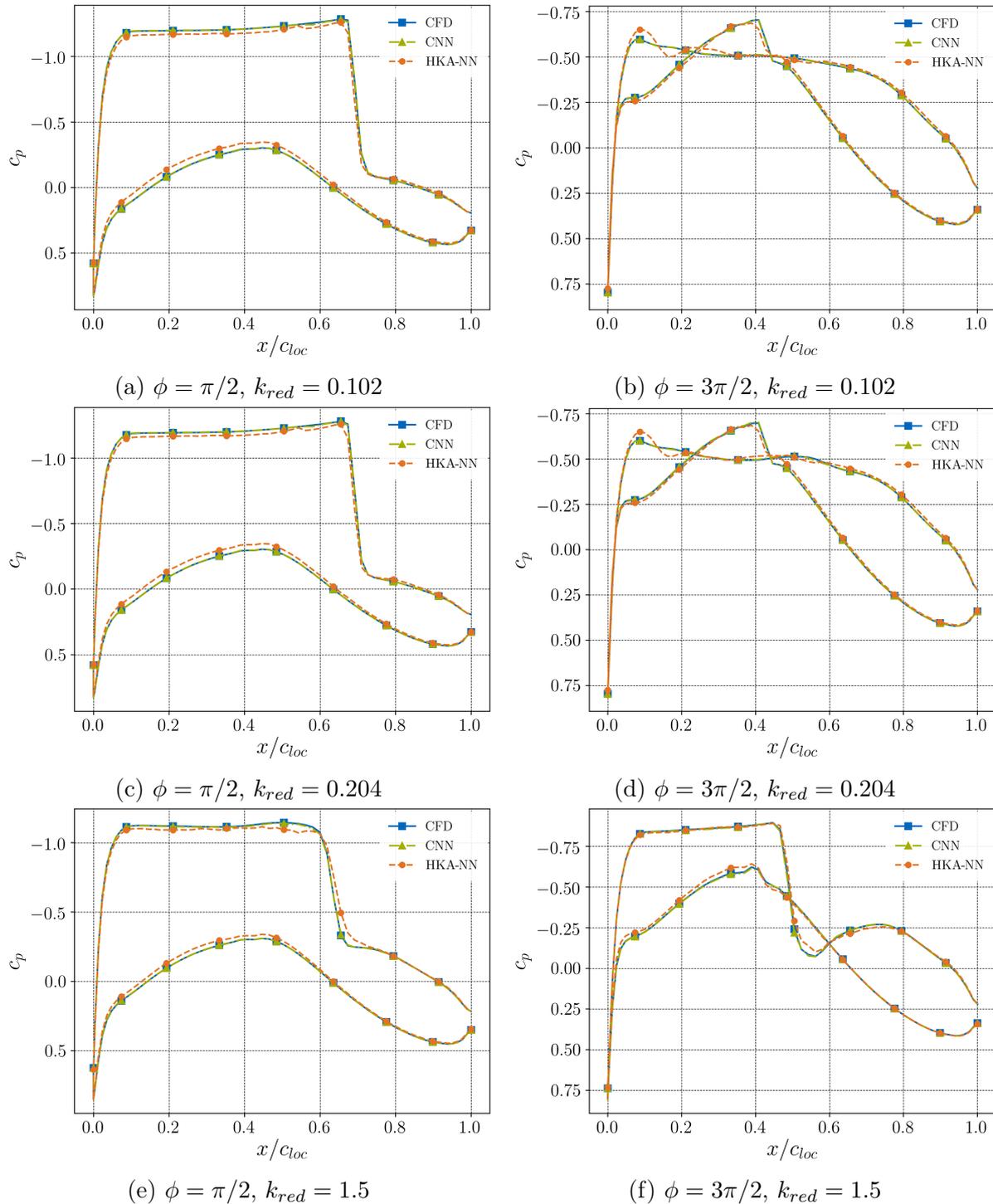


Abbildung 5.16: Vergleich der Vorhersagegenauigkeit beider ROM-Ansätze mit CFD anhand der  $c_p$ -Verteilung am Schnitt in Sehnenrichtung bei  $y/b = 0,7$ . Zwei Phasenwinkel  $\phi = [\pi/2; 3\pi/2]$  der fünften Schwingungsperiode der harmonischen Nickbewegung mit  $k_{red} = [0,102; 0,204; 1,5]$  und  $A = 2^\circ$  sind berücksichtigt.

# 6 Zusammenfassung und Ausblick

Der Fokus dieser Arbeit lag auf der Verbesserung der Effizienz und Genauigkeit von rechnergestützten Modellen reduzierter Ordnung zur Vorhersage instationärer aerodynamischer Kräfte für aeroelastische Untersuchungen.

Zu Beginn des Kapitels 1 wurde ein Überblick über die Forschungsdisziplin der Aeroelastik gegeben. Zur Motivation der vorliegenden Arbeit wurden aktuelle und zukünftige Trends der Luftfahrttechnik im aeroelastischen Kontext aufgezeigt. Um die vorliegende Arbeit in der Forschungslandschaft einzuordnen, wurde der aktuelle Entwicklungsstand der Methoden zur Modellierung instationärer Aerodynamik beleuchtet. Es wurde sowohl auf CFD-basierte Methoden als auch auf datengetriebene Modelle reduzierter Ordnung eingegangen. Anschließend wurde die Zielsetzung der Arbeit formuliert.

In Kapitel 2 wurde ein Überblick über die theoretischen Grundlagen gegeben, auf denen sich der Großteil dieser Arbeit aufbaut. Zuerst wurden Euler-Gleichungen rekapituliert, die reibungsfreie kompressible Strömungen beschreiben. Daraufhin wurde der Ansatz kleiner Störungen im Zusammenhang mit linearisierten Euler-Gleichungen eingeführt. Die numerischen Aspekte und Randbedingungen sowohl des nichtlinearen Euler-Lösers als auch des linearisierten Euler-Lösers wurden diskutiert. Anschließend wurde ein Überblick über die Gleichungen der Aeroelastik gegeben, die Trägheitskräfte, elastische Kräfte und aerodynamische Kräfte in Beziehung zueinander setzten.

In Kapitel 3 wurde eine neuartige antimetrische Randbedingung für linearisierte CFD-Verfahren entwickelt. Die Randbedingung ermöglicht die Berechnung der durch antimetrische modale Strukturauslenkungen induzierten aerodynamischen Kräfte anhand eines Halbmodells für spiegelsymmetrische Konfigurationen bei einer Anströmung ohne Schiebewinkel. Somit reduziert der Ansatz den Speicherbedarf als auch den Rechenaufwand der linearisierten CFD-Simulationen etwa um die Hälfte. Die numerische Formulierung der Randbedingung wurde motiviert und hergeleitet. Außerdem wurde die zur Randbedingung dazugehörige Methodik zur Vorverarbeitung von Rechengittern ausgearbeitet. Die antimetrische Randbedingung wurde in den bestehenden linearisierten CFD-Löser AER-SDEu/NS implementiert und anschließend auf der Basis des AGARD 445.6-Flügels und des „NASA Common Research Models“ validiert. Für beide Fälle wurde eine perfekte Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen des Voll- und Halbmodells für alle betrachteten Strukturauslenkungen und reduzierten Frequenzen nachgewiesen. Die Randbedingung zusammen mit der Methodik zur Vorverarbeitung von Rechengittern kann mit einem geringen Aufwand in bestehende linearisierte CFD-Löser integriert werden.

Kapitel 4 hat zum Ziel den Detaillierungsgrad von auf linearisierten CFD-Verfahren basierenden aeroelastischen Untersuchungen zu erhöhen. Zu diesem Zweck wurde ein Modell entwickelt, das die Berücksichtigung von aerodynamischen Triebwerkseffekten ermöglicht. Dabei lag der Fokus auf reibungsfreier Strömung, die durch Euler-Gleichungen abgebildet wird. Die numerische Modellierung der Effekte wurde durch das Aufprägen

von physikalisch sinnvollen Strömungsbedingungen am Einlass und Auslass des Triebwerks umgesetzt. Im ersten Schritt wurden etablierte numerische Randbedingungen zur Modellierung von Strömungsein- und -auslässen innerhalb des zeitechten nichtlinearen CFD-Löser AER-Eu/NS implementiert. Zur konsistenten Triebwerksmodellierung innerhalb des linearisierten CFD-Lösers AER-SDEu/NS wurden im weiteren Schritt die entsprechenden Randbedingungen linearisiert und anschließend implementiert. Eine umfassende Validierung der Triebwerksmodellierung wurde anhand einer zweidimensionalen Flugzeugkonfiguration mit einer Triebwerksgondel vorgenommen. Die Resultate der instationären zeitechten und linearisierten CFD-Simulationen wurden gegenübergestellt. Im Anschluss wurde der Einfluss von Triebwerkseffekten auf das Flatterverhalten der generischen Transportflugzeugkonfiguration „NASA Common Research Models“ mittels einer Flatteranalyse auf Basis des CFD-Verfahrens kleiner Störungen untersucht. Es wurde demonstriert, dass die aerodynamischen Effekte des Triebwerks sowie die modal induzierten Schubvektorschwingungen nur einen geringen Einfluss auf das Flatterverhalten speziell für die betrachtete Flugzeugkonfiguration haben.

Weitergehende Forschungsaktivitäten können darauf abzielen, die linearisierte Triebwerksmodellierung für reibungsbehaftete Strömungen zu erweitern. Die Triebwerkseffekte können insbesondere bei viermotorigen Konfigurationen und Flugzeugen mit großen Mantelstromtriebwerken signifikanten Einfluss auf die Aeroelastik haben. Aus diesem Grund wären für solche Konfigurationen umfassende Untersuchungen mittels linearisierter CFD-Verfahren mit Triebwerksmodellierung von großer Bedeutung.

In Kapitel 5 wurde basierend auf modernen neuronalen Netzwerkarchitekturen ein Modell reduzierter Ordnung zur Vorhersage bewegungsinduzierter instationärer Aerodynamik entwickelt. Ein Überblick über die Grundlagen der auf Faltungsoperationen basierenden tiefen neuronalen Netzwerken wurde gegeben. Spezifische Module des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten neuronalen Netzwerkes wurden erörtert und die Details der Netzwerkkonditionierung wurden diskutiert. Das Modell reduzierter Ordnung ist in der Lage die Nichtlinearität instationärer Druckverteilungen abzubilden, die bei großen strukturellen Auslenkungen auftreten kann. Die Leistungsfähigkeit des Modells wurde anhand des LANN-Flügels bei transsonischer Anströmung demonstriert. Dabei wurde das Modell zur rekurrenten Vorhersage von Momentaufnahmen der instationären Druckverteilung abhängig vom Signal der Nickbewegung konditioniert. Die Daten für das Training, Validierung und Testen des Modells wurden mittels des zeitechten nichtlinearen CFD-Löser AER-Eu/NS erzeugt. Basierend auf dem Testdatensatz wurde eine ausgezeichnete Vorhersagegenauigkeit des Modells für alle betrachteten Signale der Nickbewegung demonstriert. Die aus der Verwendung des Modells reduzierter Ordnung resultierende Steigerung der Recheneffizienz beträgt mehr als drei Größenordnungen im Vergleich zu CFD.

Tiefe neuronale Netzwerke, die auf Faltungsoperationen basieren, werden sehr erfolgreich in der Bildverarbeitung eingesetzt. Daher ist die in diesem Kapitel vorgestellte

---

Modellarchitektur sehr gut dafür geeignet auf der Basis aerodynamischer Daten konditioniert zu werden, die mit optischen experimentellen Messmethoden erfasst werden. Beispiele für solche Datenquellen sind Messungen mittels Particle Image Velocimetry und drucksensitiver Farbe.

Anstelle von skalaren Eingaben, die Starrkörperauslenkungen beschreiben, kann das auf Faltungsoperationen basierte neuronale Netzwerk problemlos lokale Strukturauslenkungen als Eingabe verarbeiten. Daher kann das Modell anhand der instationären Druckverteilung konditioniert werden, die durch überlagerte modale Strukturauslenkungen induziert wird. In diesem Fall sind die Modelleingaben durch Momentaufnahmen der strukturellen Auslenkungsverteilung und der aerodynamischen Druckverteilung repräsentiert. Aufgrund der Implementierung in PyTorch wird die Gradientenrückführung durch das neuronale Netzwerk bis hin zu Modelleingaben unterstützt. Dadurch kann das Modell reduzierter Ordnung unter Verwendung gradientenbasierter Optimierungsalgorithmen auf eine effiziente Weise zur Lösung inverser aerodynamischer Probleme eingesetzt werden. Damit lassen sich z.B. Außengeometrien für günstigere Zieldruckverteilungen anpassen (z.B. zur Reduzierung des Wellenwiderstandes).

In weiteren Forschungsaktivitäten kann außerdem die hier vorgestellte Modellarchitektur um rekurrente neuronale Schichten, vgl. [96,98] erweitert werden, um bei solchen Phänomenen wie Buffet und Brummen auftretende Langzeitabhängigkeiten der instationären Aerodynamik zu erfassen.



# Literaturverzeichnis

- [1] *ANSYS ICEM CFD User Manual*. ANSYS, Inc., Canonsburg, United States, 2012.
- [2] *Aeroelastic Analysis User's Guide*. MSC/Software Corporation, Newport Beach, CA, United States, 2018.
- [3] AGARD. *Compendium of Unsteady Aerodynamic Measurements: Addendum No. 1*. North Atlantic Treaty Organization, Advisory Group for Aerospace Research & Development, Neuilly sur Seine, France, 1985.
- [4] Albano, Edward and Rodden, William P. A Doublet-Lattice Method for Calculating Lift Distributions on Oscillating Surfaces in Subsonic Flows. *AIAA Journal*, 7(2):279–285, 1969.
- [5] J. L. Ba, J. R. Kiros, and G. E. Hinton. Layer Normalization. *arXiv Preprint arXiv:1607.06450*, 2016.
- [6] M. Baker, W. Boyd, and R. Scott. *High Speed Research (HSR) Multi-Year Summary Report for Calendar Years 1995-1999*. Boeing Phantom Works, Hampton, VA, United States, 1999.
- [7] J. T. Batina. Efficient Algorithm for Solution of the Unsteady Transonic Small-Disturbance Equation. *Journal of Aircraft*, 25(7):598–605, 1988.
- [8] M. Beck. Die Knicklast des Einseitig Eingespannten, Tangential Gedrückten Stabes. *ZAMP Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, 3(3):225–228, 1952.
- [9] J. Blazek. A Multigrid LU-SSOR Scheme for the Solution of Hypersonic Flow Problems. In *32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, 1994.
- [10] R. Bombardieri, R. Cavallaro, and L. Demasi. A Historical Perspective on the Aeroelasticity of Box Wings and Prandtlplane with New Findings. *57th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 2015.
- [11] D. C. Bowman. High-Lift Aerodynamic Wing Design Tested at NASA Langley Tunnel. <https://www.nasa.gov/image-feature/langley/high-lift-aerodynamic-wing-design-tested-at-nasa-langley-tunnel>, 2018. [Online; besucht am 16.05.2021].
- [12] J.-R. Carlson. Inflow/Outflow Boundary Conditions with Application to FUN3D. Technical Report No. NASA/TM-2011-217181.

- [13] P. C. Chen. Damping Perturbation Method for Flutter Solution: The g-Method. *AIAA Journal*, 38(9):1519–1524, 2000.
- [14] P.-C. Chen and D. D. Liu. A Harmonic Gradient Method for Unsteady Supersonic Flow Calculations. *Journal of Aircraft*, 22(5):371–379, 1985.
- [15] A. R. Collar. The Expanding Domain of Aeroelasticity. *The Journal of the Royal Aeronautical Society*, 50(428):613–636, 1946.
- [16] M. Como. Lateral Buckling of a Cantilever Subjected to a Transverse Follower Force. *International Journal of Solids and Structures*, 2(3):515–523, 1966.
- [17] A. Da Ronch, A. McCracken, K. J. Badcock, M. Widhalm, and M. S. Campobasso. Linear Frequency Domain and Harmonic Balance Predictions of Dynamic Derivatives. *Journal of Aircraft*, 50(3):694–707, 2013.
- [18] S. Damelin. *The Mathematics of Signal Processing*. Cambridge University Press, Cambridge New York, 2012.
- [19] F. Dorbath. *A Flexible Wing Modeling and Physical Mass Estimation System for Early Aircraft Design Stages*. Dissertation, Technische Universität Hamburg-Harburg, 2014.
- [20] J. Duchon. Splines Minimizing Rotation-Invariant Semi-Norms in Sobolev Spaces. In W. Schempp and K. Zeller, editors, *Constructive Theory of Functions of Several Variables*, pages 85–100, Berlin, Heidelberg, 1977. Springer Berlin Heidelberg.
- [21] G. Dufour, F. Sicot, G. Puigt, C. Liauzun, and A. Dugeai. Contrasting the Harmonic Balance and Linearized Methods for Oscillating-Flap Simulations. *AIAA Journal*, 48(4):788–797, 2010.
- [22] A. F. El-Sayed. *Fundamentals of Aircraft and Rocket Propulsion*. Springer-Verlag London, 2016.
- [23] W. E. Faller and S. J. Schreck. Unsteady Fluid Mechanics Applications of Neural Networks. *Journal of Aircraft*, 34(1):48–55, 1997.
- [24] S. A. Fazelzadeh, A. Mazidi, and H. Kalantari. Bending-Torsional Flutter of Wings with an Attached Mass Subjected to a Follower Force. *Journal of Sound and Vibration*, 323(1-2):148–162, 2009.
- [25] C. Finn, I. Goodfellow, and S. Levine. Unsupervised Learning for Physical Interaction through Video Prediction. In D. D. Lee, M. Sugiyama, U. V. Luxburg, I. Guyon, and R. Garnett, editors, *Advances in Neural Information Processing Systems 29*, pages 64–72. Curran Associates, Inc., 2016.

- [26] D. Fleischer. *Verfahren Reduzierter Ordnung zur Ermittlung Instationärer Luftkräfte*. Dissertation, Technische Universität München, München, 2014.
- [27] D. Fleischer and C. Breitsamter. Efficient Computation of Unsteady Aerodynamic Loads using Computational-Fluid-Dynamics Linearized Methods. *Journal of Aircraft*, 50(2):425–440, 2013.
- [28] H. Foersching. *Grundlagen der Aeroelastik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1974.
- [29] M. Förster. *Aeroelastische Stabilitäts- und Antwortanalyse auf Basis numerischer Strömungssimulation*. Dissertation, Technische Universität München, 2016.
- [30] A. Frediani, V. Cipolla, K. A. Salem, V. Binante, and M. P. Scardaoni. Conceptual Design of PrandtlPlane Civil Transport Aircraft. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 234(10):1675–1687, 2020.
- [31] I. E. Garrick and W. H. Reed. Historical Development of Aircraft Flutter. *Journal of Aircraft*, 18(11):897–912, 1981.
- [32] R. Gasch, K. Knothe, and R. Liebich. *Strukturdynamik: Diskrete Systeme und Kontinua*. Springer, Berlin and Heidelberg, 2012.
- [33] J. Giesing and T. Kalman. Oscillatory Supersonic Lifting Surface Theory Using a Finite Element Doublet Representation. In *16th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Denver, Colorado, USA*, pages 1–17. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1975.
- [34] J. P. Giesing, T. P. Kalman, and W. P. Rodden. Subsonic Unsteady Aerodynamics for General Configurations; Part I, Vol. I - Direct Application of the Nonplanar Doublet-Lattice-Method. Technical Report AFFDL-TR-71-5, Part I, Vol. I.
- [35] B. Glaz, L. Liu, and P. P. Friedmann. Reduced-Order Nonlinear Unsteady Aerodynamic Modeling Using a Surrogate-Based Recurrence Framework. *AIAA Journal*, 48(10):2418–2429, 2010.
- [36] X. Glorot, A. Bordes, and Y. Bengio. Deep sparse rectifier neural networks. In *Proceedings of the Fourteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, pages 315–323, 2011.
- [37] I. Goodfellow, Y. Bengio, and A. Courville. *Deep Learning*. MIT Press, 2016.
- [38] W. J. Gordon and C. A. Hall. Construction of Curvilinear Co-Ordinate Systems and Applications to Mesh Generation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 7(4):461–477, 1973.

- [39] D. R. Greatrix. *Powered Flight*. Springer London, London, 2012.
- [40] K. C. Hall. *A Linearized Euler Analysis of Unsteady Flows in Turbomachinery*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1987.
- [41] K. C. Hall and W. S. Clark. Linearized Euler Predictions of Unsteady Aerodynamic Loads in Cascades. *AIAA Journal*, 31(3):540–550, 1993.
- [42] K. C. Hall and E. F. Crawley. Calculation of Unsteady Flows in Turbomachinery Using the Linearized Euler Equations. *AIAA Journal*, 27(6):777–787, 1989.
- [43] R. L. Harder and R. N. Desmarais. Interpolation Using Surface Splines. *Journal of Aircraft*, 9(2):189–191, 1972.
- [44] H. J. Hassig. An Approximate True Damping Solution of the Flutter Equation by Determinant Iteration. *Journal of Aircraft*, 8(11):885–889, 1971.
- [45] X. He and H. Asada. A New Method for Identifying Orders of Input-Output Models for Nonlinear Dynamic Systems. In *1993 American Control Conference*, pages 2520–2523. IEEE, 1993.
- [46] D. H. Hodges, M. J. Patil, and S. Chae. Effect of Thrust on Bending-Torsion Flutter of Wings. *Journal of Aircraft*, 39(2):371–376, 2002.
- [47] C. Howcroft, D. Calderon, L. Lambert, M. Castellani, J. E. Cooper, M. H. Lowenberg, and S. Neild. Aeroelastic Modelling of Highly Flexible Wings. In *15th Dynamics Specialists Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [48] M. Iatrou. *Ein Navier-Stokes-Verfahren kleiner Störungen für instationäre Vorgänge - Anwendung auf Transportflugzeuge*. Dissertation, Technische Universität München, München, 2010.
- [49] K. Isogai. Calculation of Unsteady Transonic Flow over Oscillating Airfoils Using the Full Potential Equation. In *Dynamics Specialists Conference, San Diego, California, USA*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1977.
- [50] L. Katzenmeier, C. Vidy, and C. Breitsamter. Using a Proper Orthogonal Decomposition Representation of the Aerodynamic Forces for Stochastic Buffeting Prediction. *Journal of Fluids and Structures*, 99:103178, 2020.
- [51] E. Katzer. Numerical Analysis of Unsteady Forces on Oscillating Ring Airfoils and Jet Engines. In *Proceedings of the European Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, pages 151–158, 1989.
- [52] D. P. Kingma and J. Ba. Adam: A Method for Stochastic Optimization. *arXiv Preprint arXiv:1412.6980*, 2014.

- [53] T. Klimmek. *Mode Shapes FERMAT C1 and C2*. Institute of Aeroelasticity, DLR German Aerospace Center, Göttingen, Germany, 2013.
- [54] T. Klimmek. Parametric Set-Up of a Structural Model for FERMAT Configuration for Aeroelastic and Loads Analysis. *Journal of Aeroelasticity and Structural Dynamics*, 3(2):31–49, 2014.
- [55] J. Kou, W. Zhang, and M. Yin. Novel Wiener Models with a Time-Delayed Nonlinear Block and Their Identification. *Nonlinear Dynamics*, 85(4):2389–2404, 2016.
- [56] E. Kreiselmaier. *Berechnung Instationärer Tragflügelumströmungen auf der Basis der zeitlinearisierten Eulergleichungen*. Dissertation, Technische Universität München, München, 1998.
- [57] E. Kreiselmaier and B. Laschka. Small Disturbance Euler Equations: Efficient and Accurate Tool for Unsteady Load Prediction. *Journal of Aircraft*, 37(5):770–778, 2000.
- [58] B. Lee. Vertical Tail Buffeting of Fighter Aircraft. *Progress in Aerospace Sciences*, 36(3):193–279, 2000.
- [59] R. J. LeVeque. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2007.
- [60] S. Levine, P. Pastor, A. Krizhevsky, J. Ibarz, and D. Quillen. Learning Hand-Eye Coordination for Robotic Grasping with Deep Learning and Large-Scale Data Collection. *The International Journal of Robotics Research*, 37(4-5):421–436, 2017.
- [61] R. H. Liebeck. Design of the Blended Wing Body Subsonic Transport. *Journal of Aircraft*, 41(1):10–25, 2004.
- [62] J. C. Lin, L. G. P. Melton, S. Viken, M. Y. Andino, M. Koklu, J. Hannon, and V. N. Vatsa. High Lift Common Research Model for Wind Tunnel Testing: An Active Flow Control Perspective. In *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Grapevine, Texas, USA*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017.
- [63] K. Lindhorst, M. C. Haupt, and P. Horst. Efficient Surrogate Modelling of Nonlinear Aerodynamics in Aerostructural Coupling Schemes. *AIAA Journal*, 52(9):1952–1966, 2014.
- [64] W. Lotter, G. Kreiman, and D. Cox. Deep Predictive Coding Networks for Video Prediction and Unsupervised Learning. *arXiv Preprint arXiv:1605.08104*, 2016.
- [65] Z. Lyu and J. R. R. A. Martins. Aerodynamic Design Optimization Studies of a Blended-Wing-Body Aircraft. *Journal of Aircraft*, 51(5):1604–1617, 2014.

- [66] A. Mannarino and P. Mantegazza. Nonlinear Aeroelastic Reduced Order Modeling by Recurrent Neural Networks. *Journal of Fluids and Structures*, 48:103–121, 2014.
- [67] F. Marques and J. Anderson. Identification and Prediction of Unsteady Transonic Aerodynamic Loads by Multi-Layer Functionals. *Journal of Fluids and Structures*, 15(1):83–106, 2001.
- [68] M. Mathieu, C. Couprie, and Y. LeCun. Deep Multi-Scale Video Prediction Beyond Mean Square Error. In *4th International Conference on Learning Representations, ICLR 2016*, 2016.
- [69] A. McCracken, A. Da Ronch, S. Timme, and K. J. Badcock. Solution of Linear Systems in Fourier-Based Methods for Aircraft Applications. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 27(2):79–87, 2013.
- [70] G. Montavon. *Neural Networks: Tricks of the Trade*. Springer, Berlin New York, 2012.
- [71] O. Nelles. *Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks and Fuzzy Models*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2001.
- [72] J. Neumann and H. Mai. Gust Response: Simulation of an Aeroelastic Experiment by a Fluid–Structure Interaction Method. *Journal of Fluids and Structures*, 38:290–302, 2013.
- [73] P. Okonkwo and H. Smith. Review of Evolving Trends in Blended Wing Body Aircraft Design. *Progress in Aerospace Sciences*, 82:1–23, 2016.
- [74] K. H. Park, S. O. Jun, S. M. Baek, M. H. Cho, K. J. Yee, and D. H. Lee. Reduced-Order Model with an Artificial Neural Network for Aerostructural Design Optimization. *Journal of Aircraft*, 50(4):1106–1116, 2013.
- [75] A. Paszke, S. Gross, F. Massa, A. Lerer, J. Bradbury, G. Chanan, T. Killeen, Z. Lin, N. Gimelshein, L. Antiga, A. Desmaison, A. Kopf, E. Yang, Z. DeVito, M. Raison, A. Tejani, S. Chilamkurthy, B. Steiner, L. Fang, J. Bai, and S. Chintala. PyTorch: An Imperative Style, High-Performance Deep Learning Library. In *Advances in Neural Information Processing Systems 32*, pages 8026–8037. Curran Associates, Inc., 2019.
- [76] A. Pechloff. *Harmonische Luftkräfte am Flügel kleiner Streckung mittels eines Navier-Stokes-Verfahrens kleiner Störungen*. Dissertation, Technische Universität München, 2018.

- [77] A. Pechloff and B. Laschka. Small Disturbance Navier-Stokes Method: Efficient Tool for Predicting Unsteady Air Loads. *Journal of Aircraft*, 43(1):17–29, 2006.
- [78] S. Pines, J. Dugundji, and J. Neuringer. Aerodynamic Flutter Derivatives for a Flexible Wing with Supersonic and Subsonic Edges. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 22(10):693–700, 1955.
- [79] M. Price, S. Raghunathan, and R. Curran. An Integrated Systems Engineering Approach to Aircraft Design. *Progress in Aerospace Sciences*, 42(4):331–376, 2006.
- [80] L. Rabiner. *Theory and Application of Digital Signal Processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1975.
- [81] Y. Revalor, L. Daumas, and N. Forestier. Industrial Use of CFD for Loads and Aero-Servo-Elastic Stability Computations at Dassault Aviation. In *14th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Paris, France*, 2011.
- [82] M. Rivers and A. Dittberner. Experimental Investigations of the NASA Common Research Model. *Journal of Aircraft*, 51(4):1183–1193, 2014.
- [83] M. S. Rivers, C. Hunter, and V. N. Vatsa. Computational Fluid Dynamics Analyses for the High-Lift Common Research Model Using the USM3D and FUN3D Flow Solvers. In *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017.
- [84] B. A. Robinson, J. T. Batina, and H. T. Y. Yang. Aeroelastic Analysis of Wings Using the Euler Equations with a Deforming Mesh. *Journal of Aircraft*, 28(11):781–788, 1991.
- [85] W. P. Rodden, J. P. Giesing, and T. P. Kalman. Refinement of the Nonplanar Aspects of the Subsonic Doublet-Lattice Lifting Surface Method. *Journal of Aircraft*, 9(1):69–73, 1972.
- [86] P. L. Roe. Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, And Difference Schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2):357–372, 1981.
- [87] O. Ronneberger, P. Fischer, and T. Brox. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation. In *Lecture Notes in Computer Science*, pages 234–241. Springer International Publishing, 2015.
- [88] V. Rozov and C. Breitsamter. Data-Driven Prediction of Unsteady Pressure Distributions Based on Deep Learning. *Journal of Fluids and Structures*, 104:103316, 2021.
- [89] V. Rozov, M. Stuhlpfarrer, M. F. Osma, and C. Breitsamter. Engine Modeling for Small-Disturbance-CFD Related to Aircraft Flutter Investigations. *Journal of Fluids and Structures*, 96:103045, 2020.

- [90] V. Rozov, A. Volmering, A. Hermanutz, M. Hornung, and C. Breitsamter. CFD-Based Aeroelastic Sensitivity Study of a Low-Speed Flutter Demonstrator. *Aerospace*, 6(3), 2019.
- [91] V. Rozov, M. Winter, and C. Breitsamter. Antisymmetric Boundary Condition for Small Disturbance CFD. *Journal of Fluids and Structures*, 85:229–248, 2019.
- [92] J. Scheelhaase, W. Grimme, M. O’Sullivan, T. Naegler, M. Klötzke, U. Kugler, B. Scheier, and T. Standfuß. Klimaschutz im Verkehrssektor — Aktuelle Beispiele aus der Verkehrsforschung. *Wirtschaftsdienst*, 98(9):655–663, Sep 2018.
- [93] D. M. Schuster, D. D. Liu, and L. J. Huttzell. Computational Aeroelasticity: Success, Progress, Challenge. *Journal of Aircraft*, 40(5):843–856, 2003.
- [94] W. Send. Unsteady Lift and Moment Coefficients of an Engine Nacelle. In *Proceedings of the European Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, pages 159–168, 1989.
- [95] M. J. Sheu and G. J. Hancock. A Simplified Model for External Loading on an Engine Nacelle Enclosing an Engine, Part I: For the Nacelle at a Steady Incidence. Part II: For the Nacelle in Oscillating Motion. *Aeronautical Journal*, 88(880):431–446, 1984.
- [96] X. Shi, Z. Chen, H. Wang, D.-Y. Yeung, W.-K. Wong, and W.-c. Woo. Convolutional LSTM Network: A Machine Learning Approach for Precipitation Nowcasting. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 28:802–810, 2015.
- [97] X. Shi, Z. Gao, L. Lausen, H. Wang, D.-Y. Yeung, W.-k. Wong, and W.-c. Woo. Deep Learning for Precipitation Nowcasting: A Benchmark and a New Model. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, pages 5617–5627, 2017.
- [98] M. Siam, S. Valipour, M. Jagersand, and N. Ray. Convolutional Gated Recurrent Networks for Video Segmentation. In *2017 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pages 3090–3094. IEEE, 2017.
- [99] W. A. Silva. Application of Nonlinear Systems Theory to Transonic Unsteady Aerodynamic Responses. *Journal of Aircraft*, 30(5):660–668, 1993.
- [100] W. A. Silva, P. Chwalowski, and B. Perry. Evaluation of Linear, Inviscid, Viscous, and Reduced-Order Modelling Aeroelastic Solutions of the AGARD 445.6 Wing Using Root Locus Analysis. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 28(3-4):122–139, 2014.
- [101] J. Spurk. *Strömungslehre: Einführung in die Theorie der Strömungen*. Springer, Berlin, 2006.

- [102] A. Stück and R. Heinrich. Towards the Simulation of Trimmed Flight Conditions with Active Engines. In *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics X*, pages 597–606. Springer International Publishing, 2016.
- [103] R. Thormann and M. Widhalm. Linear-Frequency-Domain Predictions of Dynamic-Response Data for Viscous Transonic Flows. *AIAA Journal*, 51(11):2540–2557, 2013.
- [104] H. M. Tsai, A. S. F. Wong, J. Cai, Y. Zhu, and F. Liu. Unsteady Flow Calculations with a Parallel Multiblock Moving Mesh Algorithm. *AIAA Journal*, 39(6):1021–1029, 2001.
- [105] J. Vassberg, M. DeHaan, M. Rivers, and R. Wahls. Development of a Common Research Model for Applied CFD Validation Studies. In *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Reston, Virginia, 2008. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [106] J. C. Vassberg, E. N. Tinoco, M. Mani, B. Rider, T. Zickuhr, D. W. Levy, O. P. Brodersen, B. Einfeld, S. Crippa, R. A. Wahls, J. H. Morrison, D. J. Mavriplis, and M. Murayama. Summary of the Fourth AIAA Computational Fluid Dynamics Drag Prediction Workshop. *Journal of Aircraft*, 51(4):1070–1089, 2014.
- [107] C. Vidy, L. Katzenmeier, M. Winter, and C. Breitsamter. Verification of the Use of Small-Disturbance CFD Aerodynamics in Flutter and Gust Analyses for Simple to Highly Complex Configurations. In *16th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Saint Petersburg, Russia*, 2015.
- [108] O. Voitcu and Y. S. Wong. Neural Network Approach for Nonlinear Aeroelastic Analysis. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26(1):99–105, 2003.
- [109] K. Vougioukas, S. Petridis, and M. Pantic. End-to-End Speech-Driven Facial Animation with Temporal GANs. *arXiv Preprint arXiv:1805.09313*, 2018.
- [110] S. Waitz. The Aeroelastic Behaviour of a Forward-Swept Wing Configuration With Focus on Engine Gyroscopics and T-Tail Flutter. In *17th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Como, Italy*, 2017.
- [111] Q. Wang, C. E. Cesnik, and K. Fidkowski. Multivariate Recurrent Neural Network Models for Scalar and Distribution Predictions in Unsteady Aerodynamics. In *AIAA Scitech 2020 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2020.
- [112] C. Weishäupl. *Tragflügelprofile in inhomogener Strömung*. Dissertation, Technische Universität München, München, 1998.

- [113] C. Weishäupl and B. Laschka. Small Disturbance Euler Simulations for Delta Wing Unsteady Flows due to Harmonic Oscillations. *Journal of Aircraft*, 41(4):782–789, 2004.
- [114] H. Weyl. *Symmetry*. Princeton University Press, Princeton, 1952.
- [115] D. Whitfield. Three-Dimensional Unsteady Euler Equations Solution using Flux Vector Splitting. In *17th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics, and Lasers Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1984.
- [116] M. Widhalm and R. Thormann. Efficient Evaluation of Dynamic Response Data with a Linearized Frequency Domain Solver at Transonic Separated Flow Condition. In *35th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Denver, Colorado, United States*, 2017.
- [117] M. Winter and C. Breitsamter. Reduced-Order Modeling of Unsteady Aerodynamic Loads using Radial Basis Function Neural Networks. In *Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2014*, Bonn, 2014. Deutsche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt-Lilienthal-Oberth e. V.
- [118] M. Winter and C. Breitsamter. Efficient Unsteady Aerodynamic Loads Prediction Based on Nonlinear System Identification and Proper Orthogonal Decomposition. *Journal of Fluids and Structures*, 67:1–21, 2016.
- [119] M. Winter and C. Breitsamter. Neurofuzzy-Model-Based Unsteady Aerodynamic Computations Across Varying Freestream Conditions. *AIAA Journal*, 54(9):2705–2720, 2016.
- [120] M. Winter and C. Breitsamter. Application of Unsteady Aerodynamic Reduced-Order-Modeling Techniques to a Complex Configuration. In *17th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Como, Italy*, 2017.
- [121] M. Winter and C. Breitsamter. Nonlinear Identification via Connected Neural Networks for Unsteady Aerodynamic Analysis. *Aerospace Science and Technology*, 77:802–818, 2018.
- [122] M. Winter, F. M. Heckmeier, and C. Breitsamter. CFD-Based Aeroelastic Reduced-Order Modeling Robust to Structural Parameter Variations. *Aerospace Science and Technology*, 67:13–30, 2017.
- [123] J. R. Wright and J. E. Cooper. *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*. John Wiley & Sons, 2008.
- [124] S. Xu, S. Timme, and K. J. Badcock. Enabling Off-Design Linearised Aerodynamics Analysis Using Krylov Subspace Recycling Technique. *Computers & Fluids*, 140:385–396, 2016.

- [125] E. C. Yates Jr. AGARD Standard Aeroelastic Configuration for Dynamic Response. Candidate Configuration I.-Wing 445.6: NASA Technical Memorandum 100492 (1987). 1987.
- [126] W. Zhang, J. Kou, and Z. Wang. Nonlinear Aerodynamic Reduced-Order Model for Limit-Cycle Oscillation and Flutter. *AIAA Journal*, 54(10):3304–3311, 2016.
- [127] W. Zhang, B. Wang, Z. Ye, and J. Quan. Efficient Method for Limit Cycle Flutter Analysis Based on Nonlinear Aerodynamic Reduced-Order Models. *AIAA Journal*, 50(5):1019–1028, 2012.
- [128] ZONA Technology, Inc., 9489 E. Ironwood Square Drive, Scottsdale, AZ 85258-4578. *ZAERO - Theoretical Manual*, Second edition, 2017.



# Liste der Veröffentlichungen

## Begutachtete Veröffentlichungen

### Rechnergestützte Aeroelastik

- **V. Rozov**, C. Breitsamter, “Data-Driven Prediction of Unsteady Pressure Distributions Based on Deep Learning”, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 104, 2021. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2021.103316
- **V. Rozov**, M. Stuhlpfarrer, M. Fernández Osma, C. Breitsamter, “Engine Modeling for Small-Disturbance-CFD Related to Aircraft Flutter Investigations”, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 96, 2020. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2020.103045
- **V. Rozov**, A. Volmering, A. Hermanutz, M. Hornung, C. Breitsamter, “CFD-Based Aeroelastic Sensitivity Study of a Low-Speed Flutter Demonstrator”, *Aerospace*, Vol. 6, No. 3, 2019. DOI: 10.3390/aerospace6030030
- **V. Rozov**, M. Winter, C. Breitsamter, “Antisymmetric Boundary Condition for Small Disturbance CFD”, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 85, pp. 229-248, 2019. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2018.12.006

### CFD-basierte Modellierung

- J. Weirather\*, **V. Rozov**\*, M. Wille, P. Schuler, C. Seidel, N. A. Adams, “A Smoothed Particle Hydrodynamics Model for Laser Beam Melting of Ni-based Alloy 718”, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 78, No. 7, pp. 2377-2394, 2019. DOI: 10.1016/j.camwa.2018.10.020  
\* gleicher Beitrag
- F. S. Schraner, **V. Rozov**, N. A. Adams, “Optimization of an Implicit Large-Eddy Simulation Method for Underresolved Incompressible Flow Simulations”, *AIAA Journal*, Vol. 54, No. 5, 2016. DOI: 10.2514/1.J054741

## Konferenzbeiträge

### Rechnergestützte Aeroelastik

- **V. Rozov**, M. Stuhlpfarrer, M. Fernández Osma, C. Breitsamter, “Small-Disturbance-CFD-based Aircraft Flutter Investigation Including Powered Engine Model”, *International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics (IFASD)*, Savannah, Georgia, USA, 2019.

- C. Roessler, P. Stahl, F. Sendner, A. Hermanutz, S. Koeberle, J. Bartasevicius, **V. Rozov**, C. Breitsamter, M. Hornung, Y. M. Meddaikar, J. Dillinger, J. Sodja, R. De Breuker, C. Koimtzoglou, D. Kotinis, P. Georgopoulos, “Aircraft Design and Testing of FLEXOP Unmanned Flying Demonstrator to Test Load Alleviation and Flutter Suppression of High Aspect Ratio Flexible Wings”, *AIAA Scitech 2019 Forum*, San Diego, California, USA, 2019.
- Y. M. Meddaikar, J. Dillinger, T. Klimmek, W. Krueger, M. Wuestenhagen, T. M. Kier, A. Hermanutz, M. Hornung, **V. Rozov**, C. Breitsamter, J. Alderman, B. Takarics, B. Vanek, “Aircraft Aeroservoelastic Modelling of the FLEXOP Unmanned Flying Demonstrator”, *AIAA Scitech 2019 Forum*, San Diego, California, USA, 2019.
- **V. Rozov**, A. Hermanutz, C. Breitsamter, Mirko Hornung, “Aeroelastic Analysis of a Flutter Demonstrator With a Very Flexible High-Aspect-Ratio Swept Wing”, *International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics (IFASD)*, Como, Italy, 2017.

## CFD-basierte Modellierung

- F. S. Schraner, **V. Rozov**, N. A. Adams, “Optimization of an Implicit LES Method for Underresolved Simulations of Incompressible Flows”, *AIAA Aerospace Sciences Meeting*, San Diego, California, USA, 2016.