

Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik
der Technischen Universität München

Anisotropiebasierte lagegeberlose Regelung von elektrischen Kleinantrieben in der Automobilindustrie

Marco Rötzer

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und
Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung
des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:

Prof. Dr. Franz Kreupl

Prüfende der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Ralph Kennel
2. Prof. Dr.-Ing. Dieter Gerling
(Universität der Bundeswehr München)

Die Dissertation wurde am 11.01.2021 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 18.05.2021 angenommen.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand bei der Robert Bosch GmbH in Schwieberdingen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Ralph Kennel für die Betreuung meiner Arbeit, den Freiraum, welchen er mir bei der Bearbeitung der Themenstellung einräumte, und die stets konstruktiven Anregungen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dieter Gerling danke ich für sein Interesse an meiner Arbeit, die Anfertigung des Gutachtens und die netten Diskussionen rund um die Maschinenwelt.

Darüberhinaus danke ich Herrn Prof. Dr. Franz Kreupl für die Übernahme des Vorsitzes für die Prüfungskommission.

Reichlich Dank gilt zudem all meinen Kollegen bei der Robert Bosch GmbH, welche mich in den vergangenen Jahren unterstützten, ein angenehmes Arbeitsklima schufen und somit zu dem Gelingen dieser Arbeit beitrugen. Insbesondere möchte ich an dieser Stelle Dr. Ulrich Vollmer danken, welcher die firmenseitige Betreuung übernahm, die Grundsteine für diese Arbeit legte und mir bei sämtlichen Problemstellungen weiterhalf.

Schließlich danke ich meiner Familie: Meinen Eltern, welche mich immer auf meinem Weg unterstützten, meiner Frau Sina, welche mir über all die Jahre den Rücken freihielt und immer an meiner Seite stand, sowie unseren Kindern Noah und Ida, welche stets für die nötige Ablenkung sorgten. Ihnen widme ich diese Arbeit.

Marco Rötzer

Trichtingen im Juli 2021

Kurzfassung

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf der Weiterentwicklung der lagegeberlosen Regelung von permanentmagneterregten Synchronmaschinen für den Niedrigdrehzahlbereich. Ziel der Arbeit ist es, einen hochdynamischen und geräuschoptimierten Betrieb in zukünftigen elektrischen Kleinantrieben in der Automobilindustrie auch im niedrigen Drehzahlbereich ohne die Verwendung eines Rotorlagegebers zu ermöglichen.

Zunächst wird ein Modell zur Beschreibung des elektrischen Verhaltens von dreiphasigen Antrieben auf Basis der energiebasierten Modellierung entwickelt. Hierbei werden Symmetrieeigenschaften der elektrischen Maschine ausgenutzt und der Einfluss von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen auf das Verhalten berücksichtigt. Die Beschreibung erfolgt für dreiphasige Antriebe, deren Wicklungen in Stern oder in Dreieck verschalten sind. Zudem wird das Modell für Maschinen mit mehreren Teilsystemen, wie sie in fehlertoleranten Antrieben zum Einsatz kommen, erweitert.

In einem weiteren Schritt wird eine Möglichkeit gezeigt, wie der Einfluss von Wirbelströmen in der Maschine auf das elektrische Verhalten anhand von Messungen bestimmt und in dem Maschinenmodell berücksichtigt werden kann.

Auf Basis der detaillierten Maschinenmodelle wird ein vereinfachtes Modell erstellt, mit welchem das für die anisotropiebasierten Verfahren relevante Hochfrequenzverhalten der eingesetzten Motoren analytisch beschrieben und analysiert werden kann.

Es wird gezeigt, dass die Art der hochfrequenten Anregung Einfluss auf die Menge an Rotorlageinformation, welche aus den gemessenen Strömen extrahiert werden kann, und die akustische Geräuschentwicklung hat. Hierbei wird insbesondere erläutert, wie der Einfluss von magnetischer Sättigung auf das Betriebsverhalten in anisotropiebasierten Verfahren ausgenutzt werden kann.

Auf Basis des entwickelten Maschinenmodells und den gesammelten Erkenntnissen wird schließlich ein anisotropiebasiertes Verfahren entwickelt, welches einen hochdynamischen und geräuschoptimierten Betrieb der Antriebe ermöglicht. Das Verfahren wird dabei gezielt für die Regler- und Timingstrukturen entworfen, wie sie üblicherweise in Anwendungen in der Automobilindustrie zum Einsatz kommen.

Zuletzt wird das Verfahren für den Einsatz in Antrieben, welche aus mehreren Teilsystemen bestehen, erweitert. Es wird gezeigt, dass die zusätzlichen Freiheitsgrade solcher Antriebe auch zusätzliche Möglichkeiten für die anisotropiebasierten Verfahren bieten.

Die Funktion der beschriebenen Verfahren wird anhand von Mess- und Simulationsergebnisse nachgewiesen.

Abstract

This work focuses on the further development of low-speed position estimation approaches for permanent magnet synchronous machines. Typically, these methods are used to control permanent magnet synchronous machines at low- and zero-speed without the use of a rotor position sensor. The aim of this work is to enable a highly dynamic and noise-optimized operation of sensorless motor drives in the automotive industry.

First, the electrical behavior of the considered drives is analytically described by means of an energy-based model. The proposed model takes advantage of symmetry properties of electrical machines. Furthermore, influences of magnetic saturation and flux harmonics on the electrical behavior are considered. The model can be used to describe both delta-connected and star-connected three-phase machines. Later, the model is extended to describe the electrical behavior of machines consisting of more than one set of windings.

In a next step, it is shown how the influence of eddy currents on the electrical behavior of the machine can be determined and considered in the machine model.

To analytically describe the high-frequency behavior of permanent magnet synchronous machines, a simplified model is derived from the energy-based model description. By means of this model, the sensorless capability of the investigated machines is analyzed.

It is shown that the amount of rotor position information contained in high-frequency current changes and the acoustic noise produced by a high-frequency excitation depend on how the machine is excited. In particular, it is explained how the influence of magnetic saturation on the operating behavior can be exploited in anisotropy-based position estimation approaches.

Based on the developed high-frequency model and the derived theory, an anisotropy-based position estimation approach is finally developed, which enables a highly dynamic and noise-optimized operation of the electric drives. The approach is specifically designed for controllers and timing structures commonly used in automotive applications.

Last, the approach is extended for electrical machines consisting of more than one set of windings (dual three-phase machines). Such machines are used in fail-operational drives and are therefore relevant for several automotive applications. It is shown that, compared to an ordinary three phase machine, this type of machine enables additional possibilities for sensorless position estimation approaches.

Measurement and simulation results show the effectiveness of the proposed methods.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	iii
Kurzfassung / Abstract	v
1. Einführung in den Forschungsgegenstand	1
1.1. Problemstellung	2
1.2. Beiträge und Übersicht	3
2. Elektrisch kommutierte Kleinantriebe in Automobilanwendungen	5
2.1. Dreiphasige Kleinantriebe	5
2.1.1. Dreiphasiger Zweipunkt-Wechselrichter	6
2.1.2. Generierung einer Dreiphasenspannung mit variabler Frequenz und Amplitude	7
2.1.3. Dreiphasige Permanentterregte Synchronmaschine	11
2.1.4. Sensorik	14
2.2. Zweimal-dreiphasiger elektrischer Kleinantrieb	15
3. Energiebasierte Modellierung von permanentmagneterregten Synchronmaschinen	17
3.1. Stand der Technik	18
3.1.1. Modelle für dreiphasige permanentterregte Synchronmaschinen	18
3.1.2. Modelle für zweimal-dreiphasige Maschinen	19
3.2. Elektrische Spannungsgleichungen	20
3.2.1. Dreiphasige Maschinen mit Sternschaltung und isoliertem Sternpunkt	20
3.2.2. Dreiphasige Maschinen mit Dreieckschaltung	23
3.2.3. Zweimal-dreiphasige Maschinen	27
3.3. Zusammenhang zwischen Maschinenströmen, Flussverkettungen und Drehmoment	30
3.3.1. Bekannte Abhängigkeiten	31
3.3.2. Getroffene Annahmen	31
3.3.3. Beschreibung der Energiefunktion	33
3.3.4. Zusammenhang zwischen magnetischer Feldenergie und magnetischer Koenergie	42
3.4. Symmetrieeigenschaften der Energiefunktion	44
3.4.1. Symmetrieeigenschaften von idealen Maschinen	44
3.4.2. Symmetrieeigenschaften des stromunabhängigen Anteils der Energiefunktion	45
3.4.3. Symmetrieeigenschaften des stromabhängigen Anteils der Energiefunktion einer dreiphasigen Maschine	46
3.4.4. Symmetrieeigenschaften des stromabhängigen Anteils der Energiefunktion einer zweimal-dreiphasigen Maschine	47
3.5. Approximation der Energiefunktion mit Hilfe einer Reihenentwicklung	49
3.5.1. Approximationsfunktion für eine dreiphasige Maschine mit Sternschaltung	49

3.5.2.	Approximationsfunktion für eine dreiphasige Maschine mit Dreieckschaltung	51
3.5.3.	Approximationsfunktion für eine zweimal-dreiphasige Maschine mit Sternschaltung	53
3.5.4.	Bestimmung der Approximationsparameter mittels der Methode der kleinsten Quadrate	56
3.5.5.	Bestimmung der Approximationsparameter aus einer Hochfrequenzvermessung	58
3.6.	Validierung der Modelle	62
3.6.1.	Validierung der Approximationsfunktionen einer dreiphasigen Maschine mit Sternschaltung	62
3.6.2.	Validierung der Approximationsfunktionen einer dreiphasigen Maschine mit Dreieckschaltung	63
3.6.3.	Validierung der Approximationsfunktionen einer zweimal-dreiphasigen Maschine	64
3.7.	Dynamisches Simulationsmodell	65
3.7.1.	Dreiphasige Maschine mit Sternschaltung	65
3.7.2.	Dreiphasige Maschine mit Dreieckschaltung	66
3.7.3.	Zweimal-dreiphasige Maschine mit Sternschaltung	66
3.8.	Zusammenfassung	67
4.	Identifikation und Modellierung von Wirbelströmen	69
4.1.	Stand der Technik	70
4.2.	Modell für die Identifikation von Wirbelströmen	71
4.3.	Durchführung der Identifikation	75
4.4.	Bestimmung der Modellparameter	76
4.5.	Berücksichtigung von Wirbelströmen in der energiebasierten Modellierung .	79
4.5.1.	Transformation der Identifikationsgrößen	79
4.5.2.	Zusammenhang zwischen Strom- und Flussänderung	80
4.5.3.	Aufstellen der Energiefunktion unter Berücksichtigung von Wirbelströmen	81
4.6.	Dynamisches Simulationsmodell für eine dreiphasige Maschine mit Sternschaltung	84
4.7.	Zusammenfassung	86
5.	Modellierung des Hochfrequenzverhaltens	87
5.1.	Getroffene Annahmen	87
5.2.	Stand der Technik	88
5.3.	Vereinfachung der Spannungsgleichung	89
5.3.1.	Dreiphasige Maschinen mit in Stern verschalteten Phasensträngen .	89
5.3.2.	Dreiphasige Maschinen mit in Dreieck verschalteten Phasensträngen	90
5.3.3.	Zweimal-dreiphasige Maschinen	92
5.4.	Modellierung der inversen Induktivitätsmatrix dreiphasiger Maschinen . . .	94
5.4.1.	Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Sternschaltung	94
5.4.2.	Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Dreieckschaltung	96

5.4.3.	Analytische Beschreibung der inversen Induktivitätsmatrix	98
5.5.	Bestimmung der Modellparameter aus Messdaten	104
5.6.	Erweiterung des Modells für zweimal-dreiphasige Maschinen	105
5.6.1.	Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix einer zweimal-dreiphasigen Maschine	105
5.6.2.	Analytische Beschreibung der inversen Induktivitätsmatrix einer zweimal-dreiphasigen Maschine	108
5.7.	Zusammenfassung	114
6.	Anisotropiebasierte Rotorlagegeschätzung für dreiphasige permanenterreichte Synchronmaschinen	115
6.1.	Relevanter Stand der Technik	115
6.2.	Injektionsorientiertes Koordinatensystem	118
6.3.	Extrahierbare Rotorlageinformation	119
6.3.1.	Beschreibung der inversen Induktivitäten in Abhängigkeit des Winkelfehlers	119
6.3.2.	Definition des Rotorlageinformationsgehalts	121
6.3.3.	Optimale Injektionsrichtung hinsichtlich des Rotorlageinformationsgehalts	123
6.4.	Verwendete Regler- und Timingstruktur	127
6.4.1.	Verwendete Timingstruktur	127
6.4.2.	Verwendete Reglerstruktur	128
6.5.	Hochfrequenzanregung	130
6.5.1.	Erzeugung beliebiger Spannungsformen	131
6.5.2.	Geräusentwicklung durch Hochfrequenzanregung	132
6.6.	Modifizierte Pulsweitenmodulation	134
6.7.	Extraktion der Rotorlageinformation	137
6.7.1.	Problemstellung	137
6.7.2.	Überführung des nichtlinearen Problems in ein lineares Gleichungssystem	139
6.7.3.	Reduktion des Rechenaufwands durch Linearisierung im mittleren Arbeitspunkt	143
6.7.4.	Direkte Anwendung der inversen Induktivitätsbestimmung auf die Leiterströme	145
6.7.5.	Berechnung des Grundwellenstroms	147
6.7.6.	Berechnung der Rauschunterdrückung der Winkelbestimmung	148
6.8.	zeitdiskret-entworfenen Winkelbeobachter	156
6.8.1.	Prädiktor-Korrektor-Struktur	157
6.8.2.	Prädiktor-Korrektor-Struktur als Winkelbeobachter	159
6.8.3.	Beobachtbarkeit	160
6.8.4.	Wahl der Rückführverstärkung	161
6.8.5.	Berechnung der verschiedenen Winkelwerte	161
6.9.	Initiale Rotorlagebestimmung und Kombination des Verfahrens mit einem EMK-basierten Verfahren	163
6.9.1.	Initiale Rotorlagebestimmung mittels Hochfrequenzanregung	163
6.9.2.	Kombination des Verfahrens mit einem EMK-basierten Verfahren	164
6.10.	Zusammenfassung	165

7. Funktionsnachweis des anisotropiebasierten Verfahrens	167
7.1. Dynamischer Betrieb	167
7.1.1. Dynamische Rotorlageschätzung bei Injektion in die optimale Injektionsrichtung	167
7.1.2. Dynamische Rotorlageschätzung bei direkter Bestimmung der inversen Induktivitäten aus den Leiterströmen	170
7.2. Dynamischer Betrieb mit Umschaltung	171
7.3. Verringerung des Winkelrauschens durch Injektion in die optimale Injektionsrichtung	173
7.4. Erhöhung der Stabilität durch Injektion in die optimale Injektionsrichtung	174
7.5. Einfluss von dynamischen Stromänderungen auf die Stabilität	177
7.6. Optimierung der Geräusentwicklung	178
7.6.1. Injektion unterhalb der Hörschwelle	178
7.6.2. Beliebige Verteilung der Geräusche im Frequenzspektrum	180
7.7. Zusammenfassung	181
8. Erweiterung der Rotorlageschätzung für zweimal-dreiphasige permanent-terregte Synchronmaschinen	183
8.1. Stand der Technik	183
8.2. Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens im injektionsorientierten Koordinatensystem	184
8.3. Hochfrequenzanregung	185
8.4. Regler- und Timingstruktur	186
8.5. Anpassung der anisotropiebasierten Rotorlageschätzung	187
8.6. Vergleich zwischen der parallelen und entgegengesetzten Injektion	190
8.6.1. Rotorlageinformationsgehalt	191
8.6.2. Drehmomentrippel	193
8.6.3. Geräusentwicklung und Vibrationen	196
8.7. Dynamischer Betrieb mit entgegengesetzter Injektion	197
8.8. Zusammenfassung	199
9. Abschlussbetrachtung	201
9.1. Zusammenfassung der Ergebnisse	201
9.2. Diskussion	203
9.3. Offene Punkte und Anregungen	204
Anhang	207
A. Veröffentlichungen, Patente und mitbetreute Arbeiten	207
B. Prüfstandssystem	209
B.1. Aufbau und verwendete Komponenten	209
B.2. Erfassung von Luft- und Körperschall	211
C. Herleitung Energiefunktion unter Berücksichtigung von Wirbelströmen	213
Nomenklatur und Verzeichnisse	215

1. Einführung in den Forschungsgegenstand

Elektrische Kleinantriebe in Kraftfahrzeugen sind heutzutage unabdingbar. Sie sind kompakt, effizient, leise und zuverlässig. Die Einsatzmöglichkeiten sind somit vielfältig. Neben dem Einsatz in verschiedensten Komfortfunktionen findet die elektromechanische Energiewandlung auch immer mehr Einsatz in sicherheitskritischen Funktionen. Elektrische Fensterheber, Scheibenwischer und Servolenkungen sind nur wenige Einsatzbeispiele. So unterschiedlich die Funktionen auch sind, die Anforderungen an die Kleinantriebe weisen einen gemeinsamen Trend auf: Die Antriebe sollen in Zukunft noch kleiner, noch effizienter, noch leiser und noch zuverlässiger werden. Zudem sollen sicherheitskritische Funktionen auch im Fehlerfall gewährleistet sein. Im autonomen Fahrzeug kann schließlich nicht mehr davon ausgegangen werden, dass der Fahrer diese Funktionen übernimmt.

Der Fokus richtet sich daher immer mehr auf elektronisch kommutierte Motoren, insbesondere auf permanenterregte Synchronmaschinen, welche gegenüber den bisher in vielen Gebieten eingesetzten Gleichstrommaschinen Vorteile bezüglich Effizienz, Bauraum, Dynamik und Zuverlässigkeit bieten. Die Wicklung dieser Maschinenart kann zudem in Teilwicklungen unterteilt werden, wodurch sich ein fehlertolerantes System für sicherheitskritische Anwendungen erzeugen lässt.

Allerdings sind die Systemkosten von elektrisch kommutierten Antrieben derzeit noch höher als die Kosten von vergleichbaren Systemen mit Gleichstrommotoren. In vielen Anwendungen kommen demzufolge immer noch Gleichstrommaschinen zum Einsatz. Bei permanenterregten Synchronmaschinen findet die Kommutierung elektronisch in Abhängigkeit der Rotorlage statt. Für die Kommutierung muss deshalb die aktuelle Lage des Maschinenrotors bekannt sein. In vielen Applikationen werden hierfür spezielle Sensoren zur Erfassung der Rotorlage benötigt. Diese verursachen zusätzliche Kosten und benötigen Bauraum.

Die Forschung beschäftigt sich folglich schon seit Jahrzehnten mit Verfahren, welche die Rotorlagesensorik überflüssig machen sollen. Schließlich besagt die Theorie, dass der Zusammenhang zwischen angelegten Phasenspannungen und resultierenden Phasenströmen von der Lage und der Rotationsgeschwindigkeit des Rotors abhängt. Sofern die elektrische Maschine bestimmte Kriterien erfüllt, enthalten die gemessenen Leiterströme somit alle für die Regelung benötigten Informationen.

In diesem Forschungsgebiet wurden auch schon deutliche Fortschritte erzielt: Im niedrigen bis hohen Drehzahlbereich haben sich Verfahren durchgesetzt, bei welchen mit Hilfe der in den Phasen induzierten Spannungen die Rotorlage bestimmt wird. Sie ermöglichen einen dynamischen Betrieb ohne spürbare Nachteile gegenüber Systemen mit Rotorlagesensorik. Diese Verfahren werden bereits heute in Serienanwendungen eingesetzt. Sie funktionieren allerdings nicht bei sehr niedrigen Drehzahlen.

Im Stillstand und bei sehr niedrigen Drehzahlen kommen in der Regel die anisotropiebasierten Verfahren zur Ermittlung der Rotorlage zum Einsatz. Bei dieser Art von Verfahren wird die elektrische Maschine hochfrequent angeregt, um die aktuellen Induktivitätswerte

der einzelnen Wicklungsstränge zu ermitteln. Sofern die Induktivitätswerte eine Rotorlageabhängigkeit aufweisen, kann somit aus den gemessenen Leiterströmen die Rotorlage bestimmt werden. Durch Kombination beider Verfahren lässt sich folglich eine elektrische Maschine geberlos im gesamten Drehzahlbereich betreiben.

1.1. Problemstellung

In vielen Anwendungen in der Automobilindustrie wird für den ordentlichen Betrieb des Antriebs die Kenntnis über die Rotorlage im gesamten Drehzahlbereich benötigt. Die in der Literatur veröffentlichten anisotropiebasierten Verfahren haben allerdings noch deutliche Nachteile gegenüber sensorbehafteten Systemen und erfüllen nicht die benötigten Anforderungen, um sie für den geberlosen Betrieb einsetzen zu können:

Insbesondere die bei Antrieben in der Automobilindustrie geforderten hohen Drehzahldynamiken, welche mit einem kostengünstigen System erreicht werden sollen, sind dabei problematisch. Die auftretenden Rotorbeschleunigungen können Werte von über 100.000 rad/s^2 erreichen. Die Rotorlageschätzung sollte auch bei solch hohen Winkelbeschleunigungen verlässliche Werte liefern. Auf Grund der begrenzten Rechenkapazität werden die eingesetzten Regelungen jedoch lediglich mit einer Frequenz von wenigen Kilohertz abgetastet, wodurch eine dynamische Rotorlagebestimmung zusätzlich erschwert wird. Die zeitdiskrete Abtastung der digitalen Regelung kann in diesem Fall nicht vernachlässigt werden.

Zudem gibt es bei vielen Anwendungen sehr harte Anforderungen bezüglich der akustischen Geräusentwicklung. Häufig dürfen durch die anisotropiebasierten Verfahren keine zusätzlichen Geräusche entstehen. Die durch die Hochfrequenzanregung erzeugten Geräusche sind jedoch in der Regel für Menschen hörbar.

Des Weiteren weichen die eingesetzten Maschinen aufgrund der geforderten hohen Leistungsdichten und der kostengünstigen Bauweise häufig von idealisierten Maschinen, wie sie in der Regel in der Literatur betrachtet werden, ab. Das Verhalten der in der Automobilbranche eingesetzten Kleinantriebe kann daher mit diesen vereinfachten Maschinenmodellen nicht ausreichend gut beschrieben werden. Für eine genaue Rotorlageschätzung im gesamten Betriebsbereich müssen Effekte wie magnetische Eisensättigung, Flussharmonische und Wirbelströme in den elektrisch leitfähigen Materialien berücksichtigt werden. Eine starke Ausprägung dieser Effekte führt bei den in der Literatur beschriebenen Verfahren üblicherweise zu einer Einschränkung des Betriebsbereichs. Häufig werden in der Automobilindustrie auch Maschinen mit in Dreieck verschalteten Wicklungssträngen eingesetzt. In sicherheitskritischen Systemen kommen zudem Maschinen zum Einsatz, deren Wicklungsstränge zu mehreren Wicklungssystemen verschaltet sind. Dies ist notwendig, um auch im Fehlerfall den Betrieb zu gewährleisten. Solche Verschaltungsarten liegen bisher jedoch nicht im Fokus der Forschung.

Viele bekannte Verfahren versuchen zudem, die Anzahl der benötigten Maschinenparameter möglichst gering zu halten. Dies wird gemacht, um mit wenig Maschinenkenntnissen einen geberlosen Betrieb zu realisieren. Bei Anwendungen in der Automobilindustrie ist das Verhalten der verwendeten Motoren allerdings genaustens bekannt. Die Maschinenkenntnisse könnten daher für die geberlose Regelung des Antriebs ausgenutzt werden.

Insbesondere aufgrund dieser Punkte haben sich anisotropiebasierten Verfahren in der Automobilindustrie noch nicht durchsetzen können.

1.2. Beiträge und Übersicht

Um den Einsatz von geberlosen Antrieben in vielen Anwendungen in der Automobilindustrie zu ermöglichen, bedarf es somit einem Verfahren, welches auch bei Verwendung von nicht-idealen Motoren und niedrigen Abtastfrequenzen eine dynamische Winkelschätzung erlaubt. Das Verfahren kann voraussetzen, dass das elektrische Verhalten der verwendeten Maschine bekannt ist. Gleichzeitig muss das Verfahren Möglichkeiten bieten, um Einfluss auf die akustische Geräuschentwicklung nehmen zu können. Das Verfahren sollte zudem auch in sicherheitskritischen Antrieben eine geberlose Rotorlagebestimmung ermöglichen.

Auf Basis der anisotropiebasierten Verfahren, welche bereits aus der Literatur bekannt sind, wird im Rahmen dieser Arbeit ein Verfahren, welches die genannten Eigenschaften aufweist, entwickelt.

Der Inhalt dieser Arbeit umfasst im Wesentlichen zwei Bereiche:

- **Modellbildung:** In diesem Teil der Arbeit wird auf Basis der energiebasierten Modellierung ein neuartiges Modell der permanentmagneterregten Synchronmaschine erstellt, welches das elektrische Verhalten unter Berücksichtigung sämtlicher für die anisotropiebasierten Verfahren relevanten Effekte abbilden kann. Es werden dabei Verschaltungsarten, wie sie bei Maschinen in der Automobilindustrie üblich sind, berücksichtigt. Neben dreiphasigen Maschinen welche in Stern oder Dreieck verschalten sind, werden auch Maschinen mit zwei Wicklungsgruppen, welche im Folgenden zweimal-dreiphasige Maschinen genannt werden, betrachtet. Zudem berücksichtigt das Modell Sättigungseffekte in den weichmagnetischen Materialien, nichtsinusförmige Flussverkettungen und auch Effekte, welche durch die in den elektrisch leitfähigen Materialien auftretenden Wirbelströmen verursacht werden. Aus dem energiebasierten Modell wird schließlich das Hochfrequenzverhalten der Maschine abgeleitet, welches für die anisotropiebasierte Verfahren relevant ist. Hierbei wird ein vereinfachtes Modell entwickelt, mit welchem sich das Hochfrequenzverhalten der Maschine hinsichtlich der geberlosen Regelbarkeit unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen analysieren lässt.
- **Verfahrenserweiterung:** Auf Basis des erstellten Modells wird in dieser Arbeit ein neuartiges anisotropiebasiertes Verfahren entwickelt, welches einen hochdynamischen Betrieb für hochausgenutzte Maschinen ermöglicht. Hierbei wird auf den in der Literatur bekannten Verfahren aufgesetzt. Es wird gezeigt, dass die Menge an Rotorlageinformation, welche aus hochfrequenten Strömen extrahiert werden kann, bei hochausgenutzten Maschinen von dem Betriebspunkt und der Art der hochfrequenten Anregung abhängt. Auf Basis dieser Erkenntnisse wird ein neuartiges anisotropiebasiertes Verfahren entwickelt, mit welchem durch Ausnutzung von magnetischen Sättigungseffekten das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der Rotorlageschätzung maximiert werden kann. Es wird zudem eine Möglichkeit gezeigt, wie Maschinen unter Berücksichtigung der neuen Erkenntnisse hinsichtlich ihrer Eignung für anisotropiebasierte Verfahren bewertet werden können. Des Weiteren wird gezeigt, wie die durch die hochfrequente Anregung erzeugten Geräusche im Frequenzspektrum nahezu beliebig verteilt werden können. Das anisotropiebasierte Verfahren wird in letzten Schritt für zweimal dreiphasige Maschinen erweitert. Hierbei werden die zusätzlichen Freiheitsgrade einer solchen

Maschine analysiert, um zusätzliche Vorteile gegenüber anisotropiebasierten Verfahren für dreiphasige Maschinen zu erhalten.

Alle im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Vorveröffentlichungen, relevante Patentschriften und mitbetreute Masterarbeiten sind in Anhang A gelistet.

Diese Arbeit ist wie folgt strukturiert:

Im zweiten Kapitel dieser Arbeit wird das betrachtete elektrische Antriebssystem, wie es üblicherweise in der Automobilindustrie eingesetzt werden, beschrieben. Hierbei wird zudem näher auf die für die geberlose Regelung relevante Eigenschaften des Antriebs eingegangen.

In Kapitel 3 werden Modelle vorgestellt, mit welchen das elektrische Verhalten der betrachteten permanenterregten Synchronmaschinen unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen auf Basis der energiebasierten Modellierung beschrieben werden kann.

Das vorgestellte Modell wird anschließend in Kapitel 4 erweitert. Hierbei wird eine Möglichkeit vorgestellt, wie Wirbelströme bei der energiebasierten Modellierung berücksichtigt werden können. Das Wirbelstromverhalten der Maschinen wird hierbei anhand von Messungen charakterisiert.

In Kapitel 5 wird ein vereinfachtes Modell vorgestellt, mit welchem das hochfrequente Verhalten der betrachteten Maschinen beschrieben werden kann.

Auf Basis des hochfrequenten Modells wird anschließend in Kapitel 6 das anisotropiebasierte Verfahren für dreiphasige Maschinen vorgestellt und analysiert.

In Kapitel 7 wird das Verhalten des anisotropiebasierten Verfahren anhand von Simulationen und Messungen validiert.

Zuletzt wird das Verfahren in Kapitel 8 für den Einsatz in zweimal-dreiphasigen Antrieben erweitert.

2. Elektrisch kommutierte Kleinantriebe in Automobilanwendungen

In diesem Kapitel wird näher auf die elektrisch kommutierten Kleinantriebe eingegangen, welche im Rahmen dieser Arbeit betrachtet werden. Als Kleinantriebe werden im Rahmen dieser Arbeit elektrische Antriebe mit einer maximalen mechanischen Leistung von bis zu wenigen hundert Watt bezeichnet. In der Automobilindustrie werden solche Antriebe üblicherweise in Applikation wie Pumpen, Scheibenwischanlagen, Lüfter, Bremsanlagen oder auch Servolenkungen verwendet und üblicherweise über das 12 V- oder auch das 48 V-Bordnetz versorgt.

2.1. Dreiphasige Kleinantriebe

Wie in anderen Bereichen, in welchen elektrische Antriebe eingesetzt werden, versteht man unter einem elektrischen Kleinantrieb in der Automobilindustrie die Kombination aus einem Wechselrichter, einer Recheneinheit, der notwendigen Sensorik und einer elektrischen Maschine. Ein Blockschaltbild eines einfachen geberlosen Antriebssystems ist in

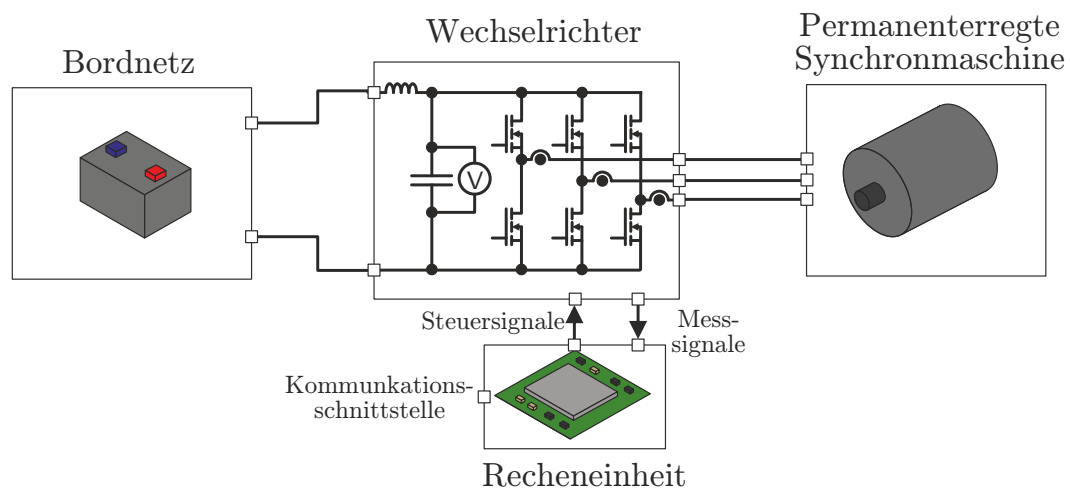


Abbildung 2.1.: Systemschaubild eines typischen geberlosen Kleinantriebs.

Abbildung 2.1 dargestellt. In dieser Arbeit werden Systeme betrachtet, in welchem der Kern der Recheneinheit aus einem Mikrocontroller besteht. Die Recheneinheit erlaubt hierbei insbesondere die Abtastung der Messsignale und Regelungssoftware im unteren Kilohertz-Bereich und das Erzeugen der Steuersignale für den Wechselrichter. Auf die Regler- und Timingstruktur, welche auf dem Mikrocontroller realisiert werden soll, wird in Kapitel 6 eingegangen. Zwar beschäftigt sich die Forschung auch mit der Realisierung von Regelungen auf FPGAs (engl. Field Programmable Gate Array), welche deutlich höhere Abtastfrequenzen als Mikrocontroller erlauben, allerdings werden diese aufgrund der

höheren Kosten in elektrischen Kleinantrieben in der Automobilindustrie zumindest derzeit noch nicht verwendet.

Die elektrische Energie, welche für die elektromechanische Energiewandlung benötigt wird, bezieht der elektrische Antrieb aus dem Bordnetz. In der vorliegenden Arbeit wird angenommen, dass der elektrische Antrieb niederimpedant an das Bordnetz angebunden ist und die Bordnetzspannung näherungsweise konstant ist. Mögliche Bordnetzschwankungen, welche durch weitere Verbraucher oder durch andere Effekte verursacht werden, werden nicht betrachtet. Das Bordnetz wird daher in dieser Arbeit als ideale Spannungsquelle interpretiert.

2.1.1. Dreiphasiger Zweipunkt-Wechselrichter

Um die Gleichspannung aus dem Bordnetz in eine Dreiphasenwechselspannung mit variabler Frequenz und Amplitude, welche für den optimalen Betrieb der elektrischen Maschine benötigt wird, umzurichten, wird ein Wechselrichter verwendet. Für die Realisierung eines dreiphasigen Wechselrichters gibt es mehrere Möglichkeiten (siehe z. B. [1]). Die verschiedenen Topologien unterscheiden sich hauptsächlich in der Anzahl an unterschiedlichen Phasenpotentialen, welche mit dem Umrichter erzeugt werden können. Mehrpunkt-Wechselrichter, welche mehr als zwei unterschiedliche Phasenpotentialen erzeugen können, haben den Vorteil, dass die erzeugte Wechselspannung einen sehr geringen Anteil an Spannungsüberschwingungen aufweist [2, 3]. Dies kann zu einer deutlichen Reduktion der Verluste in der Maschine führen [2]. Zudem können bei Mehrpunkt-Wechselrichter Transistoren mit geringerer Spannungsfestigkeit eingesetzt werden [4]. Dennoch werden in der kostengetriebenen Automobilindustrie bisher überwiegend Zweipunkt-Wechselrichter eingesetzt, welche einer der einfachsten Möglichkeiten darstellen, um eine Dreiphasenwechselspannung mit variabler Frequenz und Amplitude zu erzeugen.

Bei Kleinantrieben in der Automobilindustrie hat sich der Zweipunkt-Wechselrichter mit B6-Brückenschaltung etabliert. Im Folgenden werden daher lediglich Antriebssysteme mit Zweipunkt-Wechselrichtern betrachtet. Das elektrische Ersatzschaltbild des betrachteten

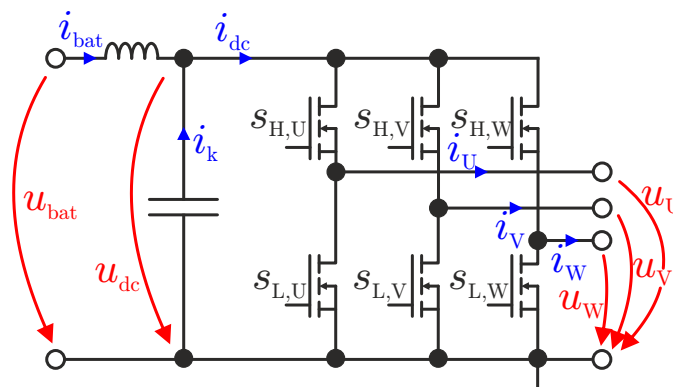


Abbildung 2.2.: Ersatzschaltbild eines dreiphasigen Zweipunkt-Wechselrichters.

Wechselrichters ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Der Wechselrichter besteht neben der B6-Brückenschaltung aus einem Eingangsfiler. Dieser Filter wird benötigt, um insbesondere die leitungsgebundenen Störungen, welche von dem Antrieb abgestrahlt werden, zu minimieren. Zudem wird durch den Filter die Zwischenkreisspannung u_{dc} stabilisiert.

Für eine genauere Beschreibung des Aufbaus und der Funktionsweise eines Zweipunkt-Wechselrichters mit B6-Brückenschaltung wird an dieser Stelle auf einschlägige Literatur verwiesen [5].

Als Schaltelemente in der B6-Brücke kommen heutzutage in elektrischen Kleinantrieben in der Automobilindustrie ausschließlich Feldeffekttransistoren auf Siliziumbasis (Si-MOSFETs) zum Einsatz. Diese Arbeit fokussiert sich demzufolge auf Wechselrichter, deren Schaltelemente mit Si-MOSFETs realisiert sind. Die Gates der MOSFETs werden mit Hilfe von Gate-Treiberbausteinen angesteuert, welche die Steuersignale aus der Recheneinheit in eine Versorgungsspannung für die Gates umsetzen. Die verwendeten Gate-Treiberbausteine sind in der Lage die Gates der MOSFETs in wenigen zehn bis wenigen hundert Nanosekunden aufzuladen oder auch zu entladen. In Kombination mit den Gate-Treiberbausteinen können die Transistoren daher als nahezu ideale Schalter betrachtet werden.

2.1.2. Generierung einer Dreiphasenspannung mit variabler Frequenz und Amplitude

2.1.2.1. Pulsweitenmodulation

Da ein Linearbetrieb der Transistoren zu hohen Verlusten führt, wird jeder der sechs Transistoren als Schalter betrieben. Im Normalbetrieb ist jeder Transistor somit entweder hochohmig, was im Folgenden als offen bezeichnet wird, oder niederohmig, was im Folgenden als geschlossen bezeichnet wird. Eine Halbbrücke kann somit insgesamt vier Zustände annehmen, wobei der Zustand, in welchem beide Schalter geschlossen sind, den Zwischenkreis kurzschließt. Dieser Zustand sollte zumindest im Normalbetrieb nicht vorkommen und ist somit für die Spannungserzeugung nicht relevant. Die drei anderen Zustände können nun genutzt werden, um eine Dreiphasenspannung mit variabler Frequenz und Amplitude zu erzeugen. Dies wird üblicherweise mit Hilfe der Pulsweitenmodulation (PWM) realisiert (siehe z.B. [6]). Hierbei werden die beiden Schaltelemente in einer Halbbrücke abwechselnd geschlossen, so dass sich im Mittel eine Phasenspannung zwischen 0V und u_{dc} ergibt. An dieser Stelle gilt es anzumerken, dass in dieser Arbeit die Phasenspannungen immer auf Masse bezogen sind, wie es in Abbildung 2.2 dargestellt ist.

2.1.2.2. Erzeugung der PWM-Signale

In elektrischen Kleinantrieben werden nun unterschiedlichste Verfahren basierend auf der PWM verwendet. Ziel ist es, die Pulsmuster so zu wählen, dass der Grundschwingungsanteil der Phasenspannung möglichst groß und der Oberschwingungsanteil möglichst klein ist [1]. Diese Arbeit befasst sich jedoch nur mit einer der gängigsten Varianten, welche auch in jedem modernen Steuergerät umgesetzt werden können:

Es wird davon ausgegangen, dass die PWM mit Hilfe eines digitalen Zähler-Bausteins in der Recheneinheit realisiert wird und die Ein- und Ausschaltzeitpunkte der Transistoren unabhängig voneinander zu Beginn der PWM-Periode festgelegt werden können. In der englischsprachigen Literatur ist diese Form der PWM unter dem Begriff „Regular-sampled PWM“ bekannt. In Abbildung 2.3 ist die Umsetzung der PWM, wie sie in dieser Arbeit verwendet wurde, beschrieben. Der Zähler-Baustein erhöht den Zählerwert mit einer konstanten Frequenz und wird beim Erreichen eines maximalen Zählerwertes zurückgesetzt.

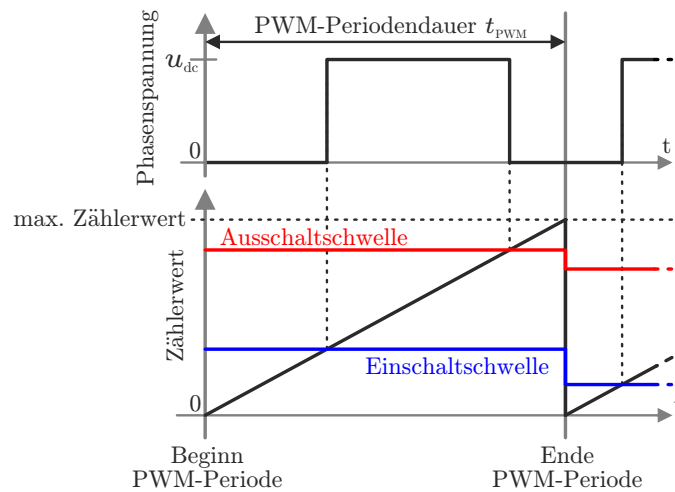


Abbildung 2.3.: Verwendete PWM-Methode zur Generierung variabler Phasenspannungen.

Über den maximalen Zählerwert lässt sich somit die PWM-Periodendauer t_{PWM} einstellen. Liegt der aktuelle Zählerwert zwischen der Einschaltsschwelle und der Ausschaltsschwelle, so soll das obere Schaltelement in einer Halbbrücke geschlossen werden. In jedem anderen Fall soll das untere Schaltelement geschlossen werden.

Die mittlere Umschaltfrequenz wird bei elektrischen Kleinantrieben üblicherweise über den von Menschen hörbaren Bereich angehoben. Dies wird unter anderem in dieser Arbeit ausgenutzt, um die für den Menschen hörbaren Geräusche bei Verwendung von anisotropiebasierten Verfahren zu minimieren.

Die PWM-Periodendauer t_{PWM} wird in dieser Arbeit als konstant angenommen. In manchen Fällen wird die mittlere Umschaltfrequenz in elektrischen Kleinantrieben auch bewusst variiert, um die elektromagnetische Störausstrahlung zu minimieren (siehe z.B. [7]). Diese Fälle werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

Es wird zudem davon ausgegangen, dass die Erzeugung der PWM-Signale für alle Wechselrichterphasen synchron erfolgt und die Ausgabe der PWM-Perioden für alle Phasen zum selben Zeitpunkt beginnt.

2.1.2.3. Berechnung der PWM-Tastverhältnisse

Das im Mittel über eine PWM-Periode anliegende Spannungspotential einer Wechselrichterphase skaliert nun aufgrund der konstanten Zwischenkreisspannung linear mit der PWM-Pulsbreite. Über das PWM-Tastverhältnis, welches das Verhältnis zwischen Einschaltdauer und PWM-Periodendauer t_{PWM} beschreibt, kann demzufolge das Spannungspotential einer Wechselrichterphase eingestellt werden. Ein sinusförmiger Spannungsverlauf kann daher im einfachsten Fall durch eine sinusförmige Variation der PWM-Tastverhältnis erzeugt werden.

Wird mit dem Wechselrichter eine elektrische Maschine ohne Sternpunktabgriff betrieben, so hat der Mittelwert der Spannungspotentiale der Wechselrichterphasen keinen Einfluss auf das Verhalten des Antriebs. Lediglich die Potentialunterschiede zwischen den Wechselrichterphasen (verkettete Spannungen) führen zu Spannungsabfällen über den Maschinenwicklungen und sind somit von Relevanz. Dieser Freiheitsgrad wird nun bei elektrischen Kleinantrieben ausgenutzt, um den Maximalwert der Grundschwingung der Phasenspan-

nungen und somit den Betriebsbereich des Antriebs zu erhöhen. Es sei angemerkt, dass durch eine Verschiebung des Mittelwerts parasitäre Effekte auftreten können, wie z. B. Lagerströme in der Maschine (siehe z.B. [8]).

Eine Möglichkeit, welche bei elektrischen Kleinantrieben häufig gewählt wird, um dies zu erreichen, ist die Injektion von Harmonischen in das Grundschwingungssignal (siehe [8]). Hierbei werden die gewünschten sinusförmigen Grundschwingungsspannungen und somit die PWM-Tastverhältnisse mit gleichphasigen Harmonischen dreifacher Frequenz überlagert. Diese Überlagerungen haben keine Auswirkung auf den Verlauf verketteten Spannungen. Sie vergrößert allerdings die Spannungsausnutzung um ca. 15%. Für eine genauere Erklärung wird an dieser Stelle auf [8] verwiesen.

Alternativ zu dieser Methode kann die Berechnung der PWM-Tastverhältnis mit Hilfe der Raumzeigermodulation erfolgen. In der englischsprachigen Literatur ist sie auch unter dem Namen „**S**pace **V**ector **P**ulse **W**idth **M**odulation“ (SVPWM) bekannt. Diese Methode hat sich im Gebiet der elektrisch kommutierten Antriebe etabliert und kann durch die immer steigende Rechenleistung der elektronischen Steuergeräte auch mittlerweile in kostengünstigen Kleinantrieben umgesetzt werden. In dieser Arbeit erfolgt die Berechnung der Tastverhältnisse auf diese Weise.

Der Schaltzustand, in welchem beide Schaltelemente in einer Halbbrücke offen sind, wird bei beiden Berechnungsmöglichkeiten nicht verwendet. Dieser Schaltzustand ist lediglich während der Verriegelungstotzeit aktiv, auf welche im Folgenden eingegangen wird. Es ergeben sich somit insgesamt acht Schaltzustände, welche der dreiphasige Zweipunkt-Wechselrichter einnehmen kann. Die Strangspannungen, welche durch einen Schaltzustand des Wechselrichters erzeugt werden, können nun in Form eines Raumzeigers beschrieben werden. Der Raumzeiger beschreibt dabei die Amplitude und Phasenlage der erzeugten Grundwellenspannungen. Die Überführung der Spannungen in die Raumzeigerdarstellung erfolgt mit Hilfe der CLARKE-Transformation (siehe [9]). An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass in dieser Arbeit die vektorielle und amplitudeninvariante Darstellung für die Spannungen in den stator- und rotorflussorientierten Koordinatensystemen gewählt wurde. Es handelt sich bei den Raumzeigern in dieser Arbeit somit nicht im klassischen Sinne um komplexe Zahlen, sondern um Vektoren.

Die Idee hinter der Raumzeigermodulation ist, dass sich ein gewünschter Spannungsraumzeiger, welcher sich zwischen den acht Raumzeigern, mit welchen die Spannungen der Schaltzustände beschrieben werden, befindet, durch eine Linearkombination von mindestens zwei der acht Spannungszeiger darstellen lässt. Die relative Dauer, wie lange die zu den acht Spannungszeigern zugehörigen Schaltzustände innerhalb einer PWM-Periode angelegt werden müssen, um den gewünschten Spannungszeiger zu erzeugen, ergibt sich aus den Gewichten der Linearkombination. Für eine detaillierte Beschreibung der Umsetzung der Raumzeigermodulation wird an dieser Stelle auf einschlägige Literatur verwiesen (Siehe z.B. [1, 10]).

Bei zwei der acht möglichen Schaltzustände werden die Außenleiter der Maschine über den Wechselrichter kurzgeschlossen. In diesem Fall entsprechen beide der erzeugten Spannungszeiger dem Nullvektor. Bei der Linearkombination können diese beiden Schaltzustände nun unterschiedlich gewichtet werden, ohne dabei einen Einfluss auf die im Mittel erzeugte Grundwellenspannung zu haben. Wird nur einer der beiden Schaltzustände verwendet, so kann eine Flat-Top-Modulation bzw. eine Flat-Bottom-Modulation realisiert

werden (siehe z.B. [11]). Bei diesen Modulationsverfahren wird der Schaltzustand von einer der drei Halbbrücke innerhalb einer PWM-Periode nicht verändert, was eine Reduktion der Schaltvorgänge und somit direkt eine Reduktion der Schaltverluste zur Folge hat. Üblicherweise werden die beiden Schaltzustände allerdings identisch gewichtet und die Pulse mittenzentriert erzeugt (engl. „center-aligned“), um die erzeugten Oberschwingungen zu minimieren. Allerdings ist die Mittenzentrierung nicht zwingend die beste Möglichkeit für anisotropiebasierte Verfahren, wie in dieser Arbeit später gezeigt wird. In Abschnitt 6.6 wird ein modifiziertes PWM-Muster vorgeschlagen, um die PWM bezüglich des entwickelten Verfahrens zu optimieren. Die beiden Schaltzustände, welche die Außenleiter der Maschine kurzschließen, werden in dieser Arbeit gleich gewichtet.

In dieser Arbeit werden die Tastverhältnisse zudem für jede PWM-Periodenhälfte mittels der Raumzeigermodulation bestimmt. In diesem Fall können in jeder PWM-Periodenhälfte unabhängig voneinander beliebige Spannungszeiger angelegt werden.

2.1.2.4. Verriegelungstotzeit

Halbleiter-Leistungsschalter in Kombination mit einer Gate-Treiberschaltung weisen lediglich ein nahezu ideales Schaltverhalten auf und benötigen daher eine kurze Zeit für den Ein- und Ausschaltvorgang. Um Kurzschlüsse in einer Halbbrücke zu vermeiden, wird deshalb üblicherweise zwischen dem Ausschalten eines Transistors und dem Einschalten des anderen Transistors, welcher sich in der gleichen Halbbrücke befindet, eine bestimmte Zeitdauer t_{VTZ} gewartet. Diese Wartezeit, in welcher beide Schaltelemente geöffnet sind, wird in dieser Arbeit in Anlehnung an [11] Verriegelungstotzeit genannt. Die Verriegelungstotzeit wird aktiv, sobald ein Schalter in einer Halbbrücke ausgeschaltet wird. Sie ist keine Totzeit im regelungstechnischen Sinne. Vielmehr wird mit dem Begriff Totzeit die Zeitspanne gemeint, in welcher kein Transistor in einer Halbbrücke eingeschaltet werden darf. Zwar kann durch die Verriegelungstotzeit eine zeitliche Verzögerung der Phasenspannungen und somit eine Totzeit im regelungstechnischen Sinne entstehen, allerdings ist dies abhängig von der Implementierung.

Während die Verriegelungstotzeit aktiv ist, stellen sich abhängig vom Phasenstrom unterschiedliche Phasenspannungen ein. Der Stromfluss innerhalb der Halbbrücke ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Ist der Phasenstrom bei aktiver Verriegelungstotzeit positiv, so fließt der gesamte Strom über die Body-Diode des MOSFETs s_L . In diesem Fall liegt

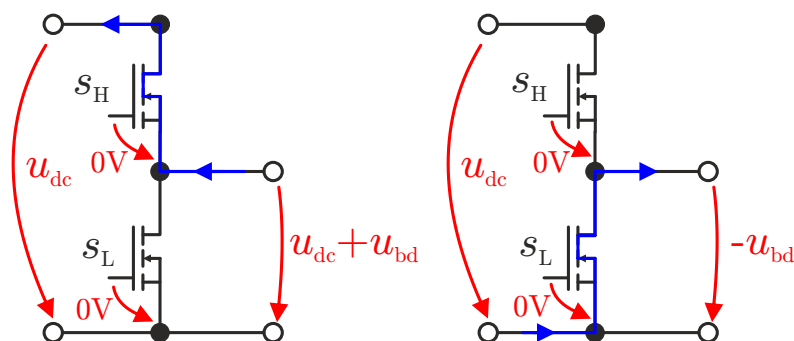


Abbildung 2.4.: Stromfluss durch die Halbbrücke und resultierende Phasenspannungen, wenn beide Schaltelemente geöffnet sind. **Links:** Stromfluss bei negativem Phasenstrom. **Rechts:** Stromfluss bei positivem Phasenstrom.

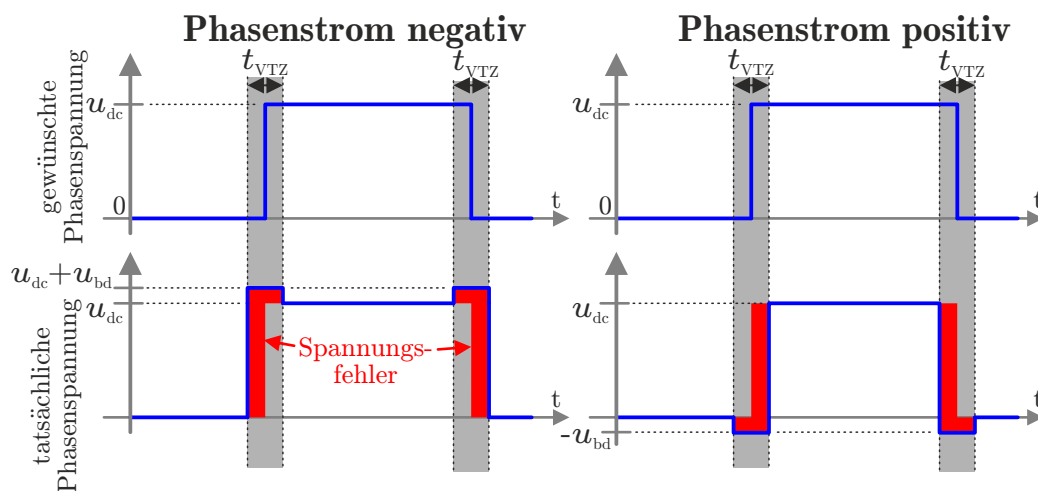


Abbildung 2.5.: Gewünschter und tatsächlicher Verlauf der Phasenspannung in Abhängigkeit von der Richtung des Phasenstroms bei idealisiertem Schaltverhalten und einer eingestellten Verriegelungstotzeitdauer von t_{VTZ} .

an der Phase unter Vernachlässigung des stromabhängigen Spannungsabfalls die negierte Durchlassspannung der Body-Diode $-u_{bd}$ an. Bei negativem Phasenstrom fließt der Strom über die Body-Diode des MOSFETs s_H und es liegt die Summenspannung aus Zwischenkreisspannung und Durchlassspannung der Body-Diode $u_{dc} + u_{bd}$ an. In Abbildung 2.5 ist der zeitliche Verlauf der gewünschten Phasenspannung und der tatsächlichen Phasenspannung in Abhängigkeit von der Stromrichtung dargestellt. Es wurde angenommen, dass die Schalter ein idealisiertes Schaltverhalten aufweisen. Tatsächlich ist dies allerdings nicht der Fall. Zudem müssen beim Ausschalten des Transistors erst die Ladungsträger aus dem Kanal entfernt werden, bevor der Kanal sperrt [12]. Hierdurch wird die effektive Dauer der Verriegelungstotzeit insbesondere bei kleinen Strömen stark verkürzt. Der Spannungsfehler ist somit etwas kleiner als in Abbildung 2.5 dargestellt. Zudem ist der Spannungsfehler temperaturabhängig [12].

Aufgrund der Stromrichtungsabhängigkeit des Spannungsfehlers ergeben sich nun im Betrieb Spannungsüberschwingungen. Dieser Effekt hat auch Auswirkungen auf die anisotropiebasierte Rotorlageschätzung (siehe z.B. [13]) und ist folglich nicht zu vernachlässigen.

In dieser Arbeit werden die Spannungsfehler, welche aus der Verriegelungstotzeit resultieren, als Störgrößen aufgefasst. Daher wird in dieser Arbeit auf ein detailliertes Modell dieser Spannungsfehler verzichtet.

2.1.3. Dreiphasige Permanentterregte Synchronmaschine

Als elektrische Maschinen werden in elektrischen Kleinantrieben üblicherweise dreiphasige Synchronmaschinen mit Permanentmagneterregung oder auch Gleichstrommaschinen verwendet. Da die Anforderungen an Bauraum, Effizienz, Gewicht und Zuverlässigkeit in der Automobilbranche stetig zunehmen, werden die Gleichstrommaschinen mittlerweile in vielen Anwendungen in der Automobilindustrie durch permanentmagneterregte Synchronmaschinen ersetzt. In dieser Arbeit werden demzufolge lediglich permanentmagneterregte Synchronmaschinen (PMSMs) betrachtet.

Bei elektrischen Maschinen unterscheidet man zwischen dem Aktivteil, welcher für die

elektromechanische Energiewandlung zuständig ist, und dem Inaktivteil, welcher alle restlichen Komponenten der Maschine umfasst [14, S. 15]. Die feststehenden Komponenten des Aktivteils werden im Folgenden als Stator und alle drehenden Komponenten als Rotor bezeichnet. Auf den Inaktivteil der Maschine wird im Folgenden nicht weiter eingegangen.

2.1.3.1. Stator

Neben den weichmagnetischen Materialien für die Flussführung besteht der Stator bei einer dreiphasigen Maschine zudem aus drei Wicklungssträngen, welche um 120° el.¹ zueinander versetzt sind.

Während in vielen Einsatzgebieten die Wicklungsstränge einer PMSM ausschließlich in Stern verschaltet werden, werden die Stränge bei elektrischen Kleinantrieben häufig auch in Dreieck verschaltet. Bei einer Verschaltung der Wicklungsstränge in Dreieck entfällt die Sternpunktkontaktierung und der Drahtdurchmesser kann verringert werden, wodurch sich Vorteile in der Fertigung der Maschinen ergeben. Die Kreisströme, welche bei einer solchen Verschaltung auftreten und zusätzliche Verluste verursachen, werden hierbei oft in Kauf genommen. In dieser Arbeit werden daher beide Verschaltungsarten berücksichtigt und es wird im nächsten Kapitel noch einmal genauer auf diese eingegangen.

Sind die Spulen, aus welchen ein Wicklungsstrang besteht, jeweils um einen Zahn gewickelt, so spricht man von einer konzentrierten Wicklung oder auch Einzelzahnwicklung. Bei elektrische Kleinantriebe, welche in der Regel eine sehr kurze axiale Baulänge aufweisen, werden üblicherweise konzentrierte Wicklungen verwendet. Hierdurch wird ein kompakteres Design aufgrund des kleineren Wickelkopfs ermöglicht. Zudem hat die konzentrierte Wicklung auch Vorteile bezüglich Kosten (Vgl. [15, S. 449]). In dieser Arbeit werden demzufolge lediglich Maschinen mit konzentrierten Wicklungen betrachtet.

Konzentrierte Wicklungen haben jedoch auch Nachteile: Die Durchflutungsverteilung, welche auch Felderregerkurve genannt wird, besteht bei einer solchen Wicklung üblicherweise aus sehr vielen Ordnungen, wodurch insbesondere zusätzliche Verluste und akustische Geräusche entstehen (Vgl. [15, S. 450]). Zudem kommt es hierdurch verstärkt zu einer lokalen Sättigung der flussführenden Maschinenteile und somit zu einer Arbeitspunktabhängigkeit der Wicklungsinduktivitäten (Vgl. [16]). Die Abhängigkeit der Wicklungsinduktivitäten von dem Rotorwinkel kann bei solchen Maschinen zusätzlich von einer idealen Sinusform abweichen (Vgl. [17, S. 26]). Im Folgenden wird ein solcher Induktivitätsverlauf als nicht-sinusförmiger Induktivitätsverlauf bezeichnet.

Die Arbeitspunkt- und komplexe Rotorpositionsabhängigkeiten der Wicklungsinduktivitäten können daher bei solchen Maschinen üblicherweise nicht vernachlässigt werden und werden in dieser Arbeit berücksichtigt.

An dieser Stelle gilt es anzumerken, dass in der Literatur bereits einige Ansätze beschrieben sind, wie sich die Durchflutungsverteilung bei Statoren mit konzentrierten Wicklungen verbessern lässt (siehe z.B. [15, 18]). Jedoch konnten sich solche Statoren in elektrischen Kleinantrieben zumindest bisher noch nicht durchsetzen.

¹In dieser Arbeit werden Winkel, welche sich auf das elektrische System beziehen, als elektrische Winkel bezeichnet und mit dem Kürzel el. oder elektr. gekennzeichnet. Der Zusammenhang zwischen mechanischem und elektrischem Winkel ist durch die Polpaarzahl der Maschine gegeben: Der elektrische Winkel kann durch Multiplizieren des mechanischen Winkels mit der Polpaarzahl bestimmt werden.

2.1.3.2. Rotor

Der Rotor einer PMSM besteht neben dem weichmagnetischen Material zur Flussführung aus Permanentmagneten. In elektrischen Kleinantrieben kommen je nach Leistungsdichte und Umgebungsbedingungen hierbei Ferritmagnete oder auch Seltene-Erde-Magnete zum Einsatz. Typischerweise werden als Seltene-Erde-Magnete Legierungen aus Neodym-Eisen-Bor (NdFeB) oder auch Samarium-Cobalt (SmCo) verwendet. Aufgrund der höheren Energiedichte und geringeren Kosten werden Neodym-Eisen-Bor-Magnete gegenüber Samarium-Cobalt-Magnete bevorzugt eingesetzt. Lediglich in Antrieben, in welchen eine hohe Betriebstemperatur und Korrosionsbeständigkeit für die Magnete gefordert werden, kommen Samarium-Cobalt-Magnete zum Einsatz. In kostengünstigen Kleinantrieben mit einer geringen Leistungsdichte werden zudem häufig Ferritmagnete verwendet. In dieser Arbeit wurden ausschließlich Maschinen mit Neodym-Eisen-Bor-Magneten untersucht. Es gilt an dieser Stelle allerdings anzumerken, dass die vorgestellte Theorie auch auf Maschinen, in welchen andere Magnetmaterialien verbaut sind, angewendet werden kann.

Die Magnete werden bei PMSMs entweder im weichmagnetischen Material vergrabene (vergrabene Magnete) oder auf der Oberfläche des weichmagnetischen Materials angebracht (Oberflächenmagnete). Beide Varianten werden in elektrischen Kleinantrieben eingesetzt. In dieser Arbeit werden deshalb sowohl Maschinen mit Oberflächenmagneten als auch Maschinen mit vergrabenen Magneten betrachtet.

2.1.3.3. Wirbelströme in der Maschine

Aufgrund der hohen elektrischen Leitfähigkeit der weichmagnetischen Materialien und der Permanentmagneten bilden sich in der Maschine bei Feldänderungen Wirbelströme aus. Um die Wirbelströme zu minimieren, werden daher in elektrischen Maschinen üblicherweise Elektrobleche für die Flussführung verwendet. In elektrischen Kleinantrieben sind aufgrund des geringen Preises Elektrobleche auf Basis einer Silizium-Eisen-Legierung üblich. Elektrobleche auf Basis einer Cobalt-Eisen-Legierung ermöglichen zwar deutlich höhere Leistungsdichten, sind allerdings durch die Verwendung von Cobalt auch deutlich teurer [19]. Eine weitere Alternative bieten weichmagnetische Pulververbundwerkstoffe, welche einen hohen spezifischen elektrischen Widerstand besitzen (siehe z.B. [20]). Die Pulververbundwerkstoffe sind besonders gut geeignet, wenn der magnetische Fluss dreidimensional geführt werden soll (siehe z.B. [21]). Dies ist zum Beispiel bei Axial- und Transversalflussmaschinen der Fall ist. Prinzipiell können alle der genannten Materialien auch in elektrischen Kleinantrieben eingesetzt werden. In dieser Arbeit wurden jedoch lediglich übliche Maschinen mit Elektroblechen auf Basis einer Silizium-Eisen-Legierung untersucht.

Die typischerweise eingesetzten Seltene-Erde-Magnete besitzen ebenfalls eine hohe elektrische Leitfähigkeit. In den Permanentmagneten werden durch die hochfrequenten Feldänderungen folglich ebenfalls Wirbelströme induziert. Die Anordnung der Magnete hat auf die Ausprägung der Wirbelströme Einfluss (siehe z.B. [22]).

Aufgrund der verwendeten Elektrobleche und der verwendeten Magnetanordnungen muss bei elektrischen Kleinantrieben davon ausgegangen werden, dass Wirbelströme einen hohen Einfluss auf das Hochfrequenzverhalten des Motors haben. In dieser Arbeit werden daher die Einflüsse der Wirbelströme auf anisotropiebasierte Verfahren untersucht.

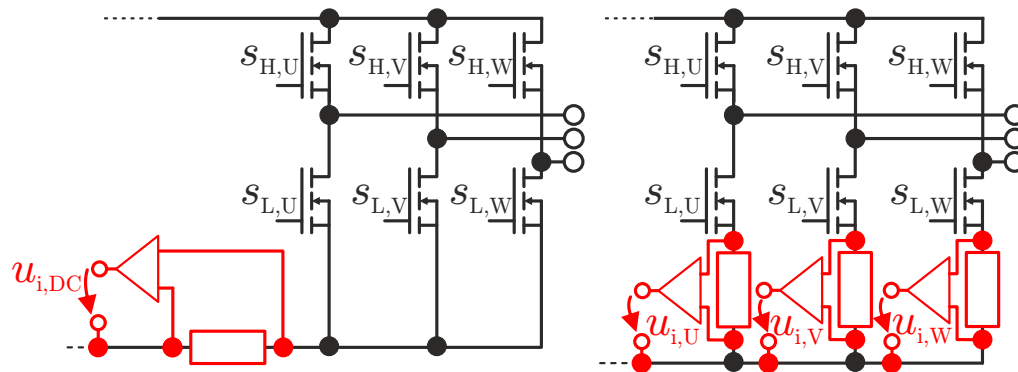


Abbildung 2.6.: Typische Messschaltungen zur Erfassung der Leiterströme in Kleinantrieben mit Hilfe von Shunts.

2.1.4. Sensorik

Zwar wird die Regelung für ein lagegeberloses Antriebssystem oft in der Literatur als sensorlose Regelung bezeichnet, allerdings bezieht sich „sensorlos“ in der Regel lediglich auf den Positionssensor. Es werden immer noch Sensoren für die Rotorlagebestimmung benötigt.

In dieser Arbeit werden Systeme betrachtet, welche sowohl die Ströme in den Außenleitern der Maschine als auch die Zwischenkreisspannung erfassen können, wie bereits in Abbildung 2.1 angedeutet.

2.1.4.1. Erfassung der Zwischenkreisspannung

Die Zwischenkreisspannung wird üblicherweise über einen Spannungsteiler skaliert, gefiltert und anschließend in der Recheneinheit digital gewandelt. Eine Zwischenkreisspannungsmessung wird in den betrachteten Systemen benötigt, um trotz schwankender Bordnetzspannungen mit dem Wechselrichter die gewünschten Dreiphasenspannungen möglichst exakt erzeugen zu können. In dieser Arbeit wird diese Messung als ideal angenommen und es wird im Folgenden nicht weiter darauf eingegangen.

2.1.4.2. Erfassung der Außenleiterströme

Bei anisotropiebasierten Verfahren ist insbesondere die Leiterstromerfassung von Relevanz. Schließlich wird bei solchen Verfahren üblicherweise die Rotorlage aus den gemessenen Strömen ermittelt. In elektrischen Kleinantrieben werden verschiedene Messkonzepte verwendet, welche im Folgenden näher erläutert werden:

Eine Möglichkeit, welche häufig eingesetzt wird, ist die Erfassung der Ströme mittels Messshunts im Massepfad. Hierbei wird durch eine Verstärkerschaltung der Spannungsabfall, welcher durch den Stromfluss verursacht wird, verstärkt und anschließend in der Recheneinheit digital gewandelt. In Abbildung 2.6 sind hierzu zwei verschiedene Ausführungen dargestellt. Auf der linken Seite werden die Leiterströme mit Hilfe lediglich eines Messshunts im Massepfad erfasst. Der Shunt befindet sich hierbei zwischen den Halbbrücken und dem Zwischenkreiskondensator. Es kann in diesem Fall immer genau ein Leiterstrom erfasst werden, sobald einer oder zwei der Transistoren, welche sich auf der Masseseite befinden, geschlossen sind. Um alle Leiterströme zu erfassen, müssen daher die Transistoren unterschiedliche Schaltzustände einnehmen. Eine gleichzeitige Erfassung aller Leiterströme ist nicht möglich.

In der Variante, welche auf der rechten Seite abgebildet ist, ist auf der Masseseite einer jeden Halbbrücke jeweils ein Shunt verbaut. Die einzelnen Leiterströme können in diesem Fall immer dann erfasst werden, wenn der entsprechende Transistor auf der Masseseite geschlossen ist. Sind alle drei Transistoren auf der Masseseite geschlossen, so können die Leiterströme gleichzeitig erfasst werden.

Eine weitere Variante, welche nicht abgebildet ist, ist die Erfassung der Leiterströme direkt in den Wechselrichterphasen. Hierbei werden neben Shunts auch indirekte Messprinzipien verwendet, um die Leiterströme zu erfassen. Bei den indirekten Messprinzipien wird üblicherweise das von den Leiterstrom erzeugte Magnetfeld erfasst und hierdurch auf den fließenden Strom geschlossen. Ein großer Vorteil bei der Erfassung der Leiterströme in den Wechselrichterphasen ist, dass der Strom unabhängig von den Schaltzuständen des Wechselrichters erfasst werden kann. Der Strom kann somit zu beliebigen Zeitpunkten innerhalb einer PWM-Periode erfasst werden.

In dieser Arbeit werden lediglich Arten der Stromerfassung betrachtet, welche eine gleichzeitige Erfassung der Leiterströme mit einer konstanten Abtastfrequenz erlauben. Dies ist bei Verwendung lediglich eines Shunts im Massepfad nicht möglich. Diese Variante wird deshalb nicht betrachtet. Mit den restlichen Varianten kann eine solche Stromerfassung jedoch realisiert werden.

Um Kosten zu sparen wird der Leiterstrom häufig lediglich in zwei der drei Halbbrücken erfasst. Wie später zu sehen ist, kann der nicht erfasste Leiterstrom durch die Kenntnis der anderen beiden Ströme mathematisch bestimmt werden. Dies hat jedoch Einfluss auf die anisotropiebasierte Rotorlageschätzung, wie ebenfalls später gezeigt wird.

Für die Validierung des Verfahrens wird in dieser Arbeit jedoch ausschließlich eine Stromerfassung in allen Wechselrichterphasen verwendet.

2.2. Zweimal-dreiphasiger elektrischer Kleinantrieb

Fehler in der Leistungselektronik oder auch in der Maschine führen bei klassischen dreiphasigen Antrieben in der Regel dazu, dass selbst ein eingeschränkter Betrieb nicht mehr möglich ist. In sicherheitskritischen Anwendungen, in welchen die Maschine auch im Fehlerfall ein gewisses Drehmoment erzeugen können muss, werden daher andere Antriebstopologien eingesetzt. Einen Anwendungsfall hierfür stellen zukünftige Servolenkungen dar.

Um auch im Fehlerfall einen eingeschränkten Betrieb zu ermöglichen, gibt es nun verschiedene Möglichkeiten. In [23] werden unterschiedliche Maschinentopologien für den Einsatz in einem Lenkungssystem verglichen, welche auch bei einem Fehler im Wechselrichter ein Restmoment erzeugen können. Eine der vorgestellten Varianten ist ein zweimal-dreiphasiger Kleinantrieb, wie er auch in dieser Arbeit betrachtet wird. Ein solches System wird ebenfalls in [24] für fehlertolerante Lenkungsantriebe untersucht. Bei einem solchen Antrieb können trotz eines defekten Transistors bis zu 50% des maximalen Drehmoments erzeugt werden (siehe [23, 24]).

Während die Wicklungen bei einer dreiphasigen Maschine zu einem Wicklungssystem mit drei Wicklungssträngen verschaltet werden, werden bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine die Wicklungen üblicherweise zu zwei getrennten Wicklungssystemen mit jeweils drei Wicklungssträngen verschaltet. Die beiden Wicklungssysteme werden von unterschiedlichen Wechselrichtern gespeist.

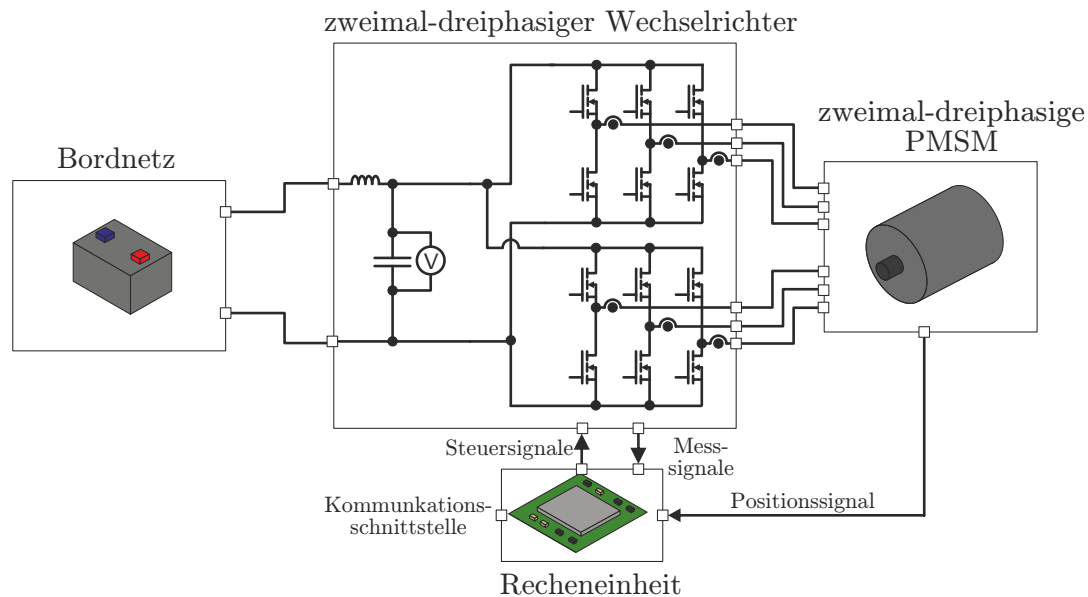


Abbildung 2.7.: Betrachtetes zweimal-dreiphasiges Antriebssystem.

Je nach Maschinentopologie können die Wicklungen unterschiedlich miteinander verschaltet werden. Die Wicklungssysteme können hierbei auch unterschiedlich zueinander räumlich verdreht sein. Typischerweise sind die Wicklungssysteme um 30° el. oder ein Vielfaches von 360° el. zueinander verdreht. Je nach Verdrehung ergeben sich insbesondere für die magnetischen Kopplungen zwischen den beiden Teilsystemen Unterschiede. Um den Umfang dieser Arbeit zu begrenzen, werden in dieser Arbeit jedoch lediglich Maschinen betrachtet, deren Wicklungssysteme um ein Vielfaches von 360° el. zueinander versetzt sind. Auf die Wicklungsverschaltung wird im nächsten Kapitel genauer eingegangen. Zudem wird angenommen, dass das Antriebssystem fehlerfrei betrieben wird.

Ein Blockschaltbild des betrachteten Antriebssystems ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Bei dem betrachteten System können beide Wechselrichter unabhängig voneinander betrieben werden. Beide Wechselrichter werden von derselben Spannungsquelle versorgt und besitzen einen gemeinsamen Zwischenkreis. Zudem werden die Leiterströme in beiden Teilsystemen erfasst. Die Regelung des elektrischen Antriebs wird des Weiteren von einer einzelnen Recheneinheit übernommen.

Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass in einem solchen System eine lagegeberlose Regelung üblicherweise nicht den Positionssensor ersetzt, sondern lediglich als zusätzliche Plausibilisierung und Rückfalloption im Fall eines Ausfalls des Positionssensors dient.

Es gilt zudem anzumerken, dass prinzipiell die in dieser Arbeit beschriebene Theorie sich auch auf zweimal-dreiphasige Antriebe übertragen lässt, welche von dem betrachteten System abweichen. Diese Arbeit fokussiert sich jedoch lediglich auf das beschriebene Antriebssystem.

3. Energiebasierte Modellierung von permanentmagneterregten Synchronmaschinen

In diesem Kapitel werden gleichungsbasierte Maschinenmodelle vorgestellt, mit Hilfe derer das elektrische und mechanische Verhalten von permanentmagneterregten Synchronmaschinen, wie sie in der Automobilindustrie eingesetzt werden, für die geberlose Regelung ausreichend gut beschrieben werden können.

In der Automobilindustrie werden oft hochausgenutzte Maschinen verwendet, deren Betriebsverhalten sich abhängig von dem Arbeitspunkt aufgrund von magnetischer Sättigung stark ändert. Zudem weicht der Verlauf der magnetischen Flussverkettung oft stark von der Sinusform ab. Effekte, wie magnetische Sättigung und nicht-sinusförmige Induktivitäten, müssen daher bei der Modellierung berücksichtigt werden, da sie einen nennenswerten Einfluss auf das Betriebsverhalten des geberlosen Antriebs haben. Des Weiteren werden in elektrischen Kleinantrieben auch Wicklungssysteme verwendet, welche als Dreieckschaltung realisiert sind.

Für die Entwicklung des anisotropiebasierten Verfahrens werden in dieser Arbeit zwei Maschinenmodelle mit unterschiedlichen Komplexitätsgraden verwendet:

1. **dynamisches Simulationsmodell:** Um das zeitliche Verhalten des elektrischen Antriebs simulieren zu können, wird ein zeitlich kontinuierliches Maschinenmodell entwickelt, welches alle relevanten physikalischen Domänen abbildet. In diesem Modell wird das elektrische und mechanische Verhalten der Maschine mit Hilfe von Differentialgleichungen beschrieben. Dieses Modell hat einen sehr hohen Detaillierungsgrad, um das geberlose Verfahren möglichst realitätsnah testen zu können. Einflüsse von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen werden berücksichtigt. Zudem wird das Modell in Kapitel 4 um die Berücksichtigung von Wirbelströmen in den elektrisch leitfähigen Materialien erweitert. Bei der Modellierung wird dabei stets darauf geachtet, dass die Energieerhaltung eingehalten wird.
2. **Hochfrequenzmodell:** Um das Verhalten von anisotropiebasierten Verfahren analytisch zu beschreiben, wird ein vereinfachtes Modell, welches lediglich das hochfrequente Verhalten der elektrischen Maschine abbildet, verwendet. Wie in Kapitel 5 gezeigt wird, ist dies ausreichend. Es wird angenommen, dass der Einfluss von Wirbelströmen auf das Verhalten der anisotropiebasierten Verfahren vernachlässigbar klein ist. Eine Methode, um diesen Einfluss zu minimieren, wird in Kapitel 6 erläutert. Der Einfluss der magnetischen Sättigung und Flussharmonischen werden berücksichtigt.

Die dynamischen Modelle der elektrischen Maschinen werden im Folgenden mit Hilfe der energiebasierten Modellierung erstellt.

3.1. Stand der Technik

In der Literatur wurden bereits verschiedene dynamische Maschinenmodelle zur Modellierung von PMSMs veröffentlicht, welche für Untersuchungen der geberlosen Regelung geeignet sind. Diese werden im Folgenden erläutert.

3.1.1. Modelle für dreiphasige permanenterrechte Synchronmaschinen

Um die anisotropiebasierten Verfahren simulativ untersuchen zu können, muss in dem Simulationsmodell mindestens die magnetische Anisotropie der Maschine abgebildet sein. Denn die magnetische Anisotropie wird schließlich bei diesen Verfahren ausgenutzt, um die Rotorlage zu bestimmen. Ein solches minimalistisches Modell für eine dreiphasige PMSM kann zum Beispiel in [25] gefunden werden.

Während in der Vergangenheit für anisotropiebasierte Verfahren relevante Effekte wie magnetische Sättigung und nicht-sinusförmige Induktivitäten vernachlässigt wurden, sind in den letzten Jahren einige Modelle veröffentlicht worden, welche auch diese Effekte abbilden.

In [26–31] werden zum Beispiel Modelle von dreiphasigen PMSMs gezeigt, welche den Einfluss von magnetischer Sättigung berücksichtigten. Das Oberwellenverhalten der Maschine wird jedoch vernachlässigt. Ein Modell, welches das Oberwellenverhalten abbildet, jedoch nicht das Sättigungsverhalten der Maschine, findet man zum Beispiel in [32]. Modelle, welche sowohl das Oberwellenverhalten der Maschine als auch Sättigungseffekte abbilden, werden in [29, 33–37] verwendet. Zudem wurde in [25] bereits ein einfaches Modell entwickelt, um die Einflüsse von parasitären Kapazitäten und in der Maschine auftretende Wirbelströme auf das Hochfrequenzverhalten der Maschine untersuchen zu können. Die Literatur stellt somit schon sehr viele Modelle bereit, um die wichtigsten Einflüsse auf die geberlose Regelung simulativ darzustellen. Fast alle der genannten Veröffentlichungen gehen jedoch davon aus, dass die Wicklungen der elektrischen Maschine in Stern verschaltet sind. Lediglich in [29] wird ein Ansatz beschrieben, wie eine in Dreieck verschaltete Maschine unter Berücksichtigung des Oberwellenverhaltens und der magnetischen Sättigung modelliert werden kann.

Diese Arbeit fokussiert sich auf die Modellierung der elektrischen Maschinen mittels der energiebasierten Modellierung. Eines der bekanntesten Werke zur Modellierung elektromechanischer Systeme mittels dieser Modellierungsart ist [38]. Hierbei wird versucht, elektromechanische Systeme mittels der im System gespeicherten Energie zu beschreiben. Auf Basis dieser Theorie wurden bereits dreiphasige Maschinen beschrieben [26–28, 34, 36]. Während die Beschreibung der Energiefunktion in [26–28, 34] abhängig von den Stromkomponenten des rotorflussorientierten Koordinatensystems stattfindet, wird die Energiefunktion in [36] als Fourierreihe abhängig von den Stromgrößen im Polarkoordinatensystem beschrieben. Modelle, welche die magnetischen Flussverkettungen als Zustände verwenden, sind bereits ebenfalls in der Literatur zu finden (siehe z. B. [27]).

In dieser Arbeit werden die Ansätze aus [27] und [29] als Basis verwendet, um das elektrische Verhalten der dreiphasigen Maschinen zu modellieren. Die Ansätze werden erweitert, um Flussharmonische, magnetische Sättigung und Wirbelströme für die relevanten Ma-

schinentypen zu berücksichtigen. Die Erweiterung um Wirbelströme erfolgt in Kapitel 4. Es werden neue Approximationsfunktionen für die Energiefunktion entwickelt, mit welchen das Verhalten der dreiphasigen Maschinen unter Berücksichtigung der genannten Effekte in ausreichender Form beschrieben werden kann. Zudem werden Möglichkeiten vorgestellt, wie die Parameter der Approximationsfunktionen aus FEM oder aus Hochfrequenzvermessungen ermittelt werden können.

Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass die in dieser Arbeit beschriebene Theorie bezüglich der Modellierung des Einflusses von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen für dreiphasige Maschinen sich stark an [29] anlehnt. Im Gegensatz zu [29] werden in dieser Arbeit jedoch die Energieschwankungen im unbestromten Zustand bei der energiebasierten Modellierung berücksichtigt, zur Vereinfachung der Modellierung die Mechanik außerhalb der Systemgrenzen gelegt und auch leicht unterschiedliche Transformationsmatrizen verwendet. Die Herleitung der Energiefunktionen unterscheiden sich daher. Des Weiteren werden in dieser Arbeit konkrete Approximationsfunktionen unter Berücksichtigung des Oberwellenverhaltens und des Einflusses von magnetischer Sättigung aufgestellt, deren Parameter anhand von realen Maschinendaten bestimmt werden. In [29] wird die vollständige Energiefunktion nur theoretisch betrachtet.

3.1.2. Modelle für zweimal-dreiphasige Maschinen

Die Literatur zur Modellierung zweimal-dreiphasiger PMSMs konzentriert sich nahezu ausschließlich auf zweimal-dreiphasige Maschinen, deren Wicklungssysteme um 30° elektrisch zueinander versetzt sind. In [39], [40] und [41] werden zum Beispiel elektrische Maschinenmodelle im rotorflussorientierten Koordinatensystem vorgestellt. Allerdings werden in diesen Veröffentlichungen Flussharmonische und auch der Einfluss von magnetischer Sättigung auf das Betriebsverhalten vernachlässigt.

Maschinenmodelle, welche sowohl Flussharmonische als auch Einflüsse von magnetischer Sättigung auf das elektrische Verhalten abbilden, sind in der Literatur nicht zu finden.

Maschinen, deren Wicklungssysteme um ein Vielfaches von 360° elektrisch zueinander versetzt sind, werden zwar in [42, 43] und [44] verwendet, jedoch fehlt in diesen Veröffentlichungen eine vollständige dynamische Beschreibung.

In dieser Arbeit wird daher der energiebasierte Ansatz, welcher für die Beschreibung von dreiphasigen Maschinen verwendet wird, erweitert, um zweimal-dreiphasige PMSMs beschreiben zu können. Hierbei liegt der Fokus auf der Beschreibung von Maschinen, deren Wicklungssysteme um ein Vielfaches von 360° elektrisch zueinander versetzt sind. Es kann allerdings an dieser Stelle angemerkt werden, dass die dynamischen Beschreibungen der Maschinen unabhängig von dem Versatz zwischen den Wicklungssystemen sehr ähnlich sind.

3.2. Elektrische Spannungsgleichungen

Die magnetischen und elektrischen Felder in einer elektrischen Maschine ändern sich zeitlich relativ langsam. Um das elektrische Verhalten der Maschine zu beschreiben, kann daher das Induktionsgesetz angewendet werden. Die parasitären Kapazitäten in der Maschine werden in dieser Arbeit als vernachlässigbar klein angenommen: Der Einfluss der parasitären Kapazitäten auf das elektrische Verhalten der Maschine ist nur direkt nach einer sprunghaften Änderung der Außenleiterpotentiale in Form von hochfrequenten, schnell abklingenden Umladungsvorgängen erkennbar (siehe [25]). Bei den Antrieben, welche im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden, ist dieser Effekt vernachlässigbar klein. Es wird somit im Folgenden angenommen, dass der durch einen Leiter fließende Strom über die gesamte Leiterlänge konstant ist und keine Energie im elektrischen Feld gespeichert wird. Für eine PMSM mit n Wicklungssträngen kann mit Hilfe des Induktionsgesetzes in diesem Fall die allgemeine Spannungsgleichung wie folgt aufgestellt werden:

$$\vec{u}_{\text{str}} - R_{\text{str}} \cdot \vec{i}_{\text{str}} = \frac{d\vec{\Psi}_{\text{str}}}{dt} \quad \begin{array}{l} \vec{u}_{\text{str}}, \vec{i}_{\text{str}}, \vec{\Psi}_{\text{str}} \in \mathbb{R}^n \\ R_{\text{str}} \in \mathbb{R} \end{array} \quad (3.1)$$

Es wird dabei angenommen, dass der elektrische Widerstandswert von allen Strängen identisch ist.

Die Stränge werden nun zu einem Wicklungssystem oder auch mehreren Wicklungssystemen miteinander verschaltet. Die Spannungsgleichungen für die unterschiedlichen Wicklungssysteme, wie sie im Abschnitt 2.1.3 beschrieben sind, werden in den folgenden Unterkapiteln hergeleitet.

3.2.1. Dreiphasige Maschinen mit Sternschaltung und isoliertem Sternpunkt

3.2.1.1. Zusammenhang zwischen Leitergrößen und Stranggrößen

Das Wicklungssystem einer dreiphasigen Maschine besteht in der Regel aus drei Wicklungssträngen, welche um jeweils $\frac{120^\circ}{n_p}$ räumlich zueinander versetzt sind. Die am häufigsten verwendete Verschaltungsart der Wicklungsstränge ist die Sternschaltung. Bei dieser Verschaltung werden die drei Wicklungsstränge an einem Ende zusammengeschaltet. Die Speisung der Außenleiter, welche in dieser Arbeit mit Leiter abgekürzt werden, erfolgt mit Hilfe des dreiphasigen Wechselrichters. Um die elektrischen Größen und Gleichungen der verschiedenen Verschaltungsarten ordentlich trennen zu können, werden im Folgenden bei dreiphasigen Maschinen mit Sternverschaltung die Subskripte der Größen um $_{3\lambda}$ ergänzt. Das elektrische Ersatzschaltbild einer dreiphasigen Maschine mit isoliertem Sternpunkt ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

Bei einer Sternschaltung stimmen die Leiterströme $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{uvw}}$, welche mit Hilfe der Stromsensoren gemessen werden, mit den Strangströmen $\vec{i}_{3\lambda, \text{str}}$ überein:

$$\vec{i}_{3\lambda}^{\text{uvw}} := \begin{pmatrix} i_{3\lambda, \text{U}} \\ i_{3\lambda, \text{V}} \\ i_{3\lambda, \text{W}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{3\lambda, 1} \\ i_{3\lambda, 2} \\ i_{3\lambda, 3} \end{pmatrix} =: \vec{i}_{3\lambda, \text{str}}. \quad (3.2)$$

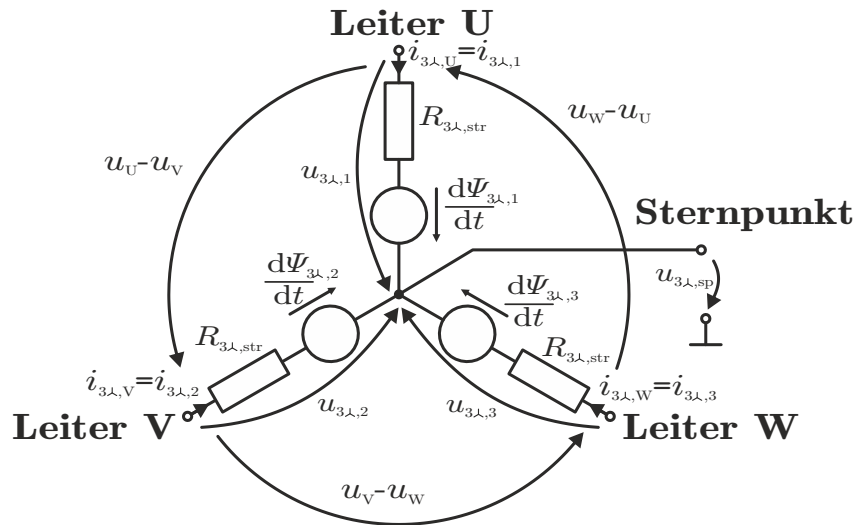


Abbildung 3.1.: Elektrisches Ersatzschaltbild einer dreiphasigen Maschine, welche in Stern verschaltet ist.

Mit Hilfe der KIRCHHOFF'schen Gesetze kann zudem gezeigt werden, dass aufgrund des isolierten Sternpunkts die Summe aller Strangströme und somit auch die Summe aller Leiterströme gleich null sein muss:

$$\begin{aligned} i_{3\lambda,U} + i_{3\lambda,V} + i_{3\lambda,W} &= 0 \\ i_{3\lambda,1} + i_{3\lambda,2} + i_{3\lambda,3} &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Aus (3.3) folgt, dass einer der drei Strangströme linear von den anderen beiden Strangströmen abhängt. Die Strangspannungen $\vec{u}_{3\lambda, \text{str}}$ können aus den angelegten Phasenspannungen u_U , u_V und u_W , welche in dieser Arbeit auf die Masse des Systems bezogen sind, und der Sternpunktspannung $u_{3\lambda, \text{sp}}$ wie folgt berechnet werden:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} u_{3\lambda,1} \\ u_{3\lambda,2} \\ u_{3\lambda,3} \end{pmatrix}}_{=:\vec{u}_{3\lambda, \text{str}}} = \underbrace{\begin{pmatrix} u_U \\ u_V \\ u_W \end{pmatrix}}_{=:\vec{u}^{uvw}} - u_{3\lambda, \text{sp}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{=:\vec{1}_{3 \times 1}}. \quad (3.4)$$

Um (3.2) zu erfüllen, nimmt die Sternpunktspannung $u_{3\lambda, \text{sp}}$ bei einer Maschine mit isoliertem Sternpunkt einen bestimmten Wert an. Diese Spannung kann mit Hilfe von (3.1), (3.2) und (3.4) berechnet werden:

$$u_{3\lambda, \text{sp}} = \frac{1}{3} \left(u_U - \frac{d\Psi_{3\lambda,1}}{dt} + u_V - \frac{d\Psi_{3\lambda,2}}{dt} + u_W - \frac{d\Psi_{3\lambda,3}}{dt} \right). \quad (3.5)$$

Die Sternpunktspannung beinhaltet somit Informationen über die Summe der zeitlichen Änderungen aller Flussverkettungen. Die in der Flussänderung enthaltene Rotorlageinformation kann nun genutzt werden, um die Rotorlage zu detektieren (siehe z. B. [45]). In dieser Arbeit wird allerdings davon ausgegangen, dass das Sternpunktpotential nicht gemessen werden kann. Zudem werden auch Maschinen verwendet, deren Wicklungen in Dreieck verschaltet sind. Bei solchen Maschinen gibt es keinen Sternpunkt.

Mit Hilfe von (3.4) und (3.5) kann zudem gezeigt werden, dass die Strangspannungen $\vec{u}_{3\lambda,\text{str}}$ nicht von dem Mittelwert der drei Phasenspannungen abhängig sind. Bei Antrieben, welche durch Wechselrichter mit konstantem Spannungszwischenkreis gespeist werden, wird dieser Freiheitsgrad ausgenutzt, um durch Verschiebung der Leiterpotentiale größere Strangspannungsamplituden zu ermöglichen (siehe z. B. [46]). Dieser Freiheitsgrad wird zum Beispiel bei der klassischen Raumzeigermodulation ausgenutzt.

3.2.1.2. Beschreibung im rotorfesten Ersatzkoordinatensystem

Um die Spannungsgleichungen zu vereinfachen, werden die Größen des Dreiphasensystems üblicherweise in das rotorflussorientierte Ersatzkoordinatensystem überführt, welches auch dq0-Koordinatensystem genannt wird. Die Überführung der Stranggrößen $\vec{x}_{3\lambda,\text{str}}$ in das Ersatzkoordinatensystem erfolgt mit Hilfe der PARK-Transformation [47]:

$$\vec{x}^{\text{dq0}} = \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{pmatrix} := \frac{2}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\phi_R) & \cos(\phi_R - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\phi_R + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin(\phi_R) & -\sin(\phi_R - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\phi_R + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{T}_{\text{dq0}}(\phi_R)} \cdot \vec{x}_{3\lambda,\text{str}}. \quad (3.6)$$

Wie in (3.6) zu erkennen ist, wird in dieser Arbeit die betragsinvariante Form der PARK-Transformation mit einer leichten Modifikation verwendet. Die Nullkomponente entspricht bei der verwendeten Variante nicht direkt dem Mittelwert aller drei Strangkomponenten, sondern der Mittelwert wird noch mit dem Faktor $\sqrt{2}$ multipliziert. Wie später in diesem Kapitel zu sehen ist, ist dies bei der Beschreibung der Energiefunktion im rotorflussorientierten System hilfreich. Ein Nachteil entsteht durch diese Skalierung nicht. Die Abbildung ist hierdurch immer noch bijektiv.

In diesem Koordinatensystem lassen sich die Spannungsgleichungen von idealen Maschinen (keine Flussoberwellen und magnetische Sättigung vorhanden) mit vorhandener magnetischer Anisotropie für eine konstante Drehzahl als lineares, zeitinvariantes System beschreiben. Ein weiterer Vorteil dieses Koordinatensystems ist, dass die Werte der Ersatzgrößen in einem festen Betriebspunkt konstant sind. Bei realen Maschinen gelten diese beiden Aussagen aufgrund von Oberwellen in der magnetischen Flussverkettung und magnetischer Sättigung allerdings nicht mehr. Dennoch wird in der einschlägigen Literatur - sowie in dieser Arbeit - ausschließlich die PARK-Transformation verwendet. Zumindest bei Maschinen mit Oberwellen in der magnetischen Flussverkettung, bei welchen der Einfluss von magnetischer Sättigung vernachlässigbar klein ist, gibt es laut der FLOQUET-Theorie eine winkelabhängige Transformationsmatrix, so dass die elektrischen Gleichungen einer solchen Maschine wieder als lineares, zeitinvariantes System formuliert werden können [48]. Dies wurde allerdings in dieser Arbeit nicht weiterverfolgt.

Die Spannungsgleichung, welche in (3.1) beschrieben ist, kann nun mit Hilfe von (3.6) im

dq0-Koordinatensystem wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{dq0} \cdot \left(\vec{u}_{3\lambda, \text{str}} - R_{3\lambda, \text{str}} \vec{i}_{3\lambda, \text{str}} \right) &= \mathbf{T}_{dq0} \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{3\lambda, \text{str}}}{dt} \\ \vec{u}^{\text{dq0}} - R_{3\lambda, \text{str}} \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq0}} &= \frac{d\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq0}}}{dt} + \omega_R \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{J}_{3 \times 3}} \cdot \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq0}}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Aufgrund von (3.3) ist die 0-Komponente des Stromvektors $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq0}}$ bei einer dreiphasigen Maschine mit isoliertem Sternpunkt immer gleich null. Sofern der Sternpunkt nicht abgegriffen wird, hat die 0-Komponente somit keine direkten Auswirkungen auf das Betriebsverhalten des Antriebs. Die Spannungsgleichung wird daher für Maschinen mit Sternpunkt auch oft ohne die 0-Komponente dargestellt:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix}}_{=: \vec{u}^{\text{dq}}} = R_{3\lambda, \text{str}} \underbrace{\begin{pmatrix} i_{3\lambda, d} \\ i_{3\lambda, q} \end{pmatrix}}_{=: \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}} + \frac{d}{dt} \underbrace{\begin{pmatrix} \Psi_{3\lambda, d} \\ \Psi_{3\lambda, q} \end{pmatrix}}_{=: \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} + \omega_R \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{J}_{2 \times 2}} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_{3\lambda, d} \\ \Psi_{3\lambda, q} \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Die PARK-Transformation und die inverse PARK-Transformation sehen bei der Vernachlässigung der 0-Komponente wie folgt aus:

$$\mathbf{T}_{dq}(\phi_R) := \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\phi_R) & \cos(\phi_R - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\phi_R + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin(\phi_R) & -\sin(\phi_R - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\phi_R + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{T}_{dq}^+(\phi_R) := \begin{bmatrix} \cos(\phi_R) & -\sin(\phi_R) \\ \cos(\phi_R - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\phi_R - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\phi_R + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\phi_R + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Die Gleichung (3.8) wird im Folgenden zur Beschreibung des elektrischen Verhaltens der dreiphasigen PMSM mit isoliertem Sternpunkt verwendet. Es gilt allerdings an dieser Stelle anzumerken, dass durch die Nichtberücksichtigung der 0-Komponente die dq-Größen nicht mehr eindeutig in Leitergrößen umgewandelt werden können. Dies gilt bei sternverschalteten Maschinen insbesondere für die magnetische Flussverkettung, deren 0-Komponente in der Regel ungleich null ist. Die Transformationsmatrix \mathbf{T}_{dq} hat lediglich vollen Zeilenrang und die Abbildung in das dq-Koordinatensystem ist somit lediglich surjektiv und nicht injektiv. Die Rücktransformationsmatrix \mathbf{T}_{dq}^+ ist somit lediglich die Pseudoinverse der Transformationsmatrix \mathbf{T}_{dq} . Es wird dabei angenommen, dass der Wert der 0-Komponente gleich null ist.

3.2.2. Dreiphasige Maschinen mit Dreieckschaltung

3.2.2.1. Zusammenhang zwischen Leitergrößen und Stranggrößen

Bei dreiphasigen Maschinen mit Dreieckschaltung werden die beiden Enden eines Wicklungsstrangs mit jeweils einem Ende der anderen beiden Stränge verbunden. An jedem Verbindungspunkt von zwei Strängen wird jeweils ein Außenleiter angeschlossen. Das

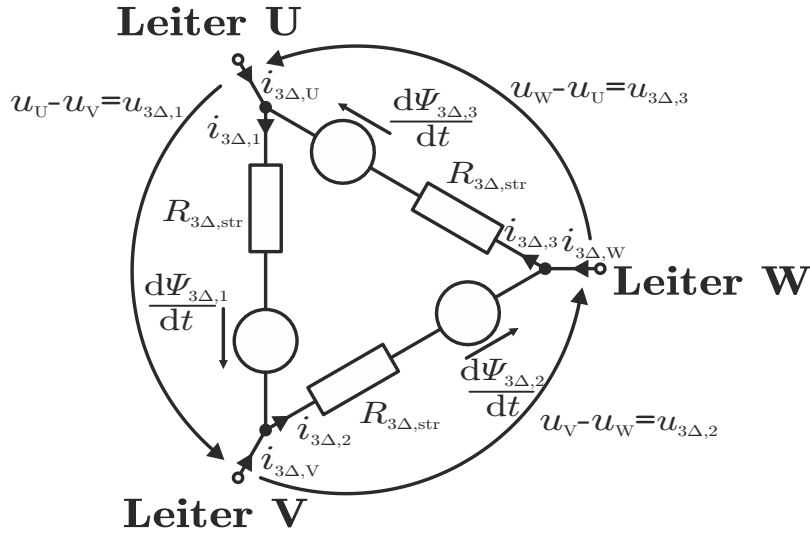


Abbildung 3.2.: Elektrisches Ersatzschaltbild einer dreiphasigen Maschine, deren Wicklungen in Dreieck verschaltet sind.

elektrische Ersatzschaltbild einer dreiphasigen Maschine mit Dreieckschaltung ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Um die elektrischen Größen von den anderen Verschaltungsarten zu unterscheiden, werden für die dreiphasige Maschine mit Dreieckschaltung die Subskripte um $_{3\Delta}$ erweitert. Aus den KIRCHHOFF'schen Gesetze folgt, dass, wie bei einer in Stern verschalteten Maschine, die Summe aller Leiterströme gleich null sein muss:

$$i_{3\Delta, U} + i_{3\Delta, V} + i_{3\Delta, W} = 0. \quad (3.11)$$

Somit ist es bei einer Dreieckschaltung auch ausreichend, lediglich zwei Leiterströme zu messen. Allerdings können bei einer Dreieckschaltung die Strangströme nicht direkt aus den Leiterströmen berechnet werden. Bei einer Dreieckschaltung muss die Summe der Strangströme nicht zwangsweise gleich null sein. Daher werden auch Informationen über den Kreisstrom $i_{3\Delta, KS}$ benötigt, welcher über die drei Stränge im Kreis fließt. In dieser Arbeit wird der Kreisstrom $i_{3\Delta, KS}$ als die Summe aller Strangströme definiert:

$$i_{3\Delta, KS} := i_{3\Delta, 1} + i_{3\Delta, 2} + i_{3\Delta, 3}. \quad (3.12)$$

Der Zusammenhang zwischen Leiterströmen, Kreisstrom und Strangströmen kann nun mit Hilfe der KIRCHHOFF'schen Gesetze hergeleitet werden:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_{3\Delta, U} \\ i_{3\Delta, V} \\ i_{3\Delta, W} \\ i_{3\Delta, KS} \end{pmatrix}}_{=: \vec{i}_{3\Delta}^{Uvwk}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_{3\Delta, S \rightarrow L}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} i_{3\Delta, 1} \\ i_{3\Delta, 2} \\ i_{3\Delta, 3} \end{pmatrix}}_{=: \vec{i}_{3\Delta, str}}. \quad (3.13)$$

Die Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{3\Delta, S \rightarrow L}$ hat nun lediglich vollen Spaltenrang. Dies resultiert aus der Tatsache, dass die Leiterströme linear voneinander abhängig sind. Alternativ könnten für die Transformation auch nur zwei der drei Leiterströme verwendet werden. Dann wäre die Abbildung bijektiv.

Die Rücktransformation in Stranggrößen erfolgt mit Hilfe der Pseudoinversen:

$$\mathbf{T}_{3\Delta,L\rightarrow S} := \left((\mathbf{T}_{3\Delta,S\rightarrow L})^T \mathbf{T}_{3\Delta,S\rightarrow L} \right)^{-1} (\mathbf{T}_{3\Delta,S\rightarrow L})^T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Der Zusammenhang zwischen Strangspannungen und Phasenspannungen ist in Abbildung 3.2 dargestellt und kann nun auch über eine Transformationsmatrix hergestellt werden. Es gilt allerdings zu beachten, dass sich die Transformationsmatrizen der Stromgrößen und den Spannungsgrößen unterscheiden. Für die Transformation der Phasenspannungen in die entsprechenden Strangspannungen muss die Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{3\Delta,L\rightarrow S}$ mit dem Faktor 3 skaliert werden:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} u_{3\Delta,1} \\ u_{3\Delta,2} \\ u_{3\Delta,3} \end{pmatrix}}_{=: \vec{u}_{3\Delta,\text{str}}} = 3\mathbf{T}_{3\Delta,L\rightarrow S} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} u_U \\ u_V \\ u_W \\ u_{KS} \end{pmatrix}}_{=: \vec{u}^{\text{uvwk}}}, \quad (3.15)$$

wobei aus den KIRCHHOFF'schen Gesetze folgt, dass die Summe aller Strangspannungen und somit u_{KS} gleich null sein muss:

$$u_{3\Delta,1} + u_{3\Delta,2} + u_{3\Delta,3} = 0 =: u_{KS}. \quad (3.16)$$

Um die Strangspannungen zurück in Phasenspannungen zu transformieren, werden Informationen über den Mittelwert der Phasenspannungen benötigt. Informationen über diese Größe sind nicht in den Strangspannungen enthalten. Die Rücktransformation kann somit unter Kenntnis der mittleren Phasenspannung und mit Hilfe der skalierten Matrix $\mathbf{T}_{3\Delta,S\rightarrow L}$ aus (3.13) erfolgen:

$$\vec{u}^{\text{uvwk}} - \vec{u}_{3\Delta,0} = \frac{1}{3} \mathbf{T}_{3\Delta,S\rightarrow L} \cdot \vec{u}_{3\Delta,\text{str}}, \quad (3.17)$$

wobei der Spannungsvektor $\vec{u}_{3\Delta,0}$ wie folgt definiert ist:

$$\vec{u}_{3\Delta,0} = \frac{1}{3} (u_U + u_V + u_W) \cdot (1 \ 1 \ 1 \ 0)^T. \quad (3.18)$$

Die Transformation aus (3.17) kann zudem auch auf die magnetischen Flussverkettungen angewandt werden, um die Stranggrößen in Ersatzleitergrößen umzuwandeln:

$$\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{uvwk}} = \frac{1}{3} \mathbf{T}_{3\Delta,S\rightarrow L} \cdot \vec{\Psi}_{3\Delta,\text{str}}, \quad (3.19)$$

wobei in diesem Fall angenommen werden kann, dass die Summe der Ersatzleitergrößen gleich null ist. Somit lassen sich alle Stranggrößen in Leitergrößen umrechnen und die Spannungsgleichung kann in Abhängigkeit der Leitergrößen wie folgt beschrieben werden:

$$\frac{1}{3} \mathbf{T}_{3\Delta,S\rightarrow L} \cdot \left(\vec{u}_{3\Delta,\text{str}} - R_{3\Delta,\text{str}} \vec{i}_{3\Delta,\text{str}} \right) = \frac{1}{3} \mathbf{T}_{3\Delta,S\rightarrow L} \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{3\Delta,\text{str}}}{dt} \quad (3.20)$$

$$\boxed{\vec{u}^{\text{uvwk}} - \vec{u}_{3\Delta,0} - \frac{1}{3} R_{3\Delta,\text{str}} \vec{i}_{3\Delta}^{\text{uvwk}} = \frac{d\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{uvwk}}}{dt}}$$

Eine permanentmagneterregte Synchronmaschine mit in Dreieck verschalteten Wicklungen lässt sich somit auch mit Leitergrößen beschreiben. Es bedarf lediglich eines zusätzlichen Zustands, mit welchem der Kreisstrom abgebildet wird.

3.2.2.2. Beschreibung im rotorflussorientierten Ersatzkoordinatensystem als äquivalente in Stern verschaltete Maschine

Die in Dreieck verschaltete PMSM kann nun ebenfalls in das rotorflussorientierte Koordinatensystem überführt werden. Für die Transformation der Stranggrößen in dq0-Größen kann wie bei einer Maschine mit Sternschaltung (3.6) verwendet werden (siehe z. B. [29]). Alternativ dazu kann eine Maschine mit Dreieckschaltung auch als äquivalente in Stern verschaltete Maschine beschrieben werden, wie im Folgenden gezeigt wird. Für die Berechnung der d- und q-Komponenten werden hierbei wie bei einer in Stern verschalteten Maschine die entsprechenden Zeilen der PARK-Transformationsmatrix verwendet und die Transformation auf die Leitergrößen angewendet. Es wird lediglich der für die Transformation verwendete Winkel um 30° el. verringert, um die Verdrehung, welche durch Matrix $\mathbf{T}_{3\Delta, S \rightarrow L}$ - und somit durch die Dreiecksverschaltung - entsteht, zu berücksichtigen. Das dqk-System ist somit, wie bei einer Sternverschaltung, an dem Wicklungsstrang 1 ausgerichtet.

Der Kreisstrom wird in dieser Arbeit zudem mit dem Faktor $\sqrt{2/3}$ skaliert, um in den folgenden Unterkapiteln die Energiefunktion einfacher beschreiben zu können. Die Leitergrößen \vec{x}^{uvwk} werden somit wie folgt in das dqk-Koordinatensystem überführt:

$$\vec{x}^{dqk} = \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \\ x_k \end{pmatrix} := \frac{2}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\phi_R - \frac{\pi}{6}) & \cos(\phi_R - \frac{5\pi}{6}) & \cos(\phi_R + \frac{\pi}{2}) & 0 \\ -\sin(\phi_R - \frac{\pi}{6}) & -\sin(\phi_R - \frac{5\pi}{6}) & -\sin(\phi_R + \frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_{dqk}(\phi_R)} \cdot \vec{x}^{uvwk}. \quad (3.21)$$

Die Rücktransformation in Leitergrößen lässt sich über die Pseudoinverse der Matrix \mathbf{T}_{dqk} realisieren:

$$\vec{x}^{uvwk} = \begin{pmatrix} x_d \\ x_q \\ x_k \end{pmatrix} := \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\phi_R - \frac{\pi}{6}) & -\sin(\phi_R - \frac{\pi}{6}) & 0 \\ \cos(\phi_R - \frac{5\pi}{6}) & -\sin(\phi_R - \frac{5\pi}{6}) & 0 \\ \cos(\phi_R + \frac{1}{2}\pi) & -\sin(\phi_R + \frac{1}{2}\pi) & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_{uvwk}(\phi_R)} \cdot \vec{x}^{dqk}. \quad (3.22)$$

Mit Hilfe der beiden Transformationsmatrizen aus (3.21) und (3.22) und der in (3.7) definierten $\mathbf{J}_{3 \times 3}$ -Matrix kann nun die Spannungsgleichung aus (3.20) in das dqk-Koordinatensystem überführt werden:

$$\mathbf{T}_{dqk} \cdot \left(\vec{u}^{uvwk} - \vec{u}_{3\Delta,0} - \frac{1}{3} R_{3\Delta, \text{str}} \vec{i}_{3\Delta}^{uvwk} \right) = \mathbf{T}_{dqk} \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{3\Delta}^{uvwk}}{dt} \quad (3.23)$$

$$\vec{u}^{dqk} - \frac{1}{3} R_{3\Delta, \text{str}} \vec{i}_{3\Delta}^{dqk} = \frac{d\vec{\Psi}_{3\Delta}^{dqk}}{dt} + \omega_R \mathbf{J}_{3 \times 3} \cdot \vec{\Psi}_{3\Delta}^{dqk}.$$

Die in (3.23) beschriebene Spannungsgleichung wird nun im Folgenden verwendet, um das dynamische Verhalten einer dreiphasigen permanentmagneterregten Synchronmaschine mit in Dreieck verschalteten Wicklungssträngen zu beschreiben.

3.2.3. Zweimal-dreiphasige Maschinen

3.2.3.1. Beschreibung des elektrischen Verhaltens mit Leiter- und Stranggrößen

Bei der zweimal-dreiphasigen Maschine gibt es nun sechs Wicklungsstränge, von denen jeweils drei Stränge zu einem Teilsystem verschaltet werden. Die Verschaltung der Stränge innerhalb eines Teilsystems erfolgt wie bei einer dreiphasigen Maschine entweder in Dreieck oder in Stern. In dieser Arbeit werden ausschließlich zweimal-dreiphasige Maschinen betrachtet, deren Teilsysteme um 360° el. zueinander verdreht sind.

In Abbildung 3.3 ist beispielhaft das elektrische Ersatzschaltbild einer zweimal-dreiphasigen Maschine dargestellt, deren Wicklungsstränge zu zwei Sternen verschaltet sind.

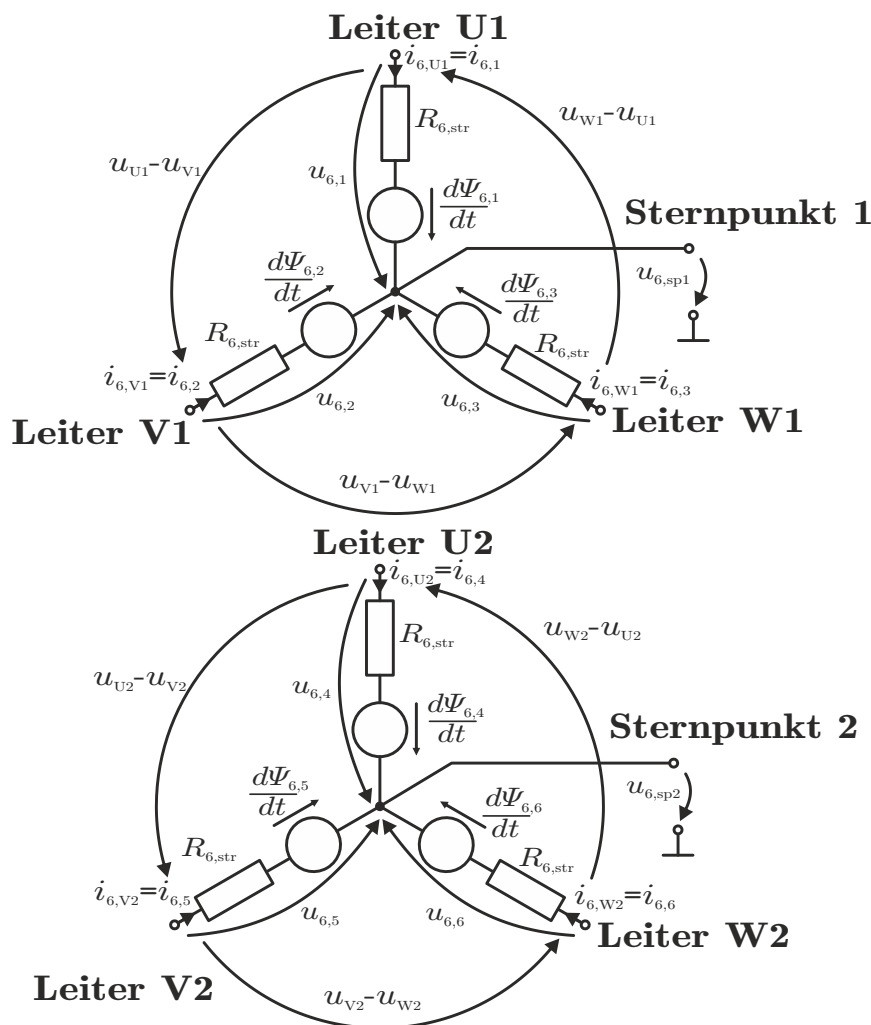


Abbildung 3.3.: Elektrisches Ersatzschaltbild einer zweimal-dreiphasigen Maschine, deren Teilsysteme in Stern verschaltet sind und die beiden Sternpunkte getrennt sind.

Die Größen eines jeden Teilsystems werden nun zu Vektoren zusammengefasst:

$$\begin{aligned}\vec{u}^{\text{uvw},1} &:= (u_{U1} \quad u_{V1} \quad u_{W1})^T \\ \vec{u}^{\text{uvw},2} &:= (u_{U2} \quad u_{V2} \quad u_{W2})^T,\end{aligned}\quad (3.24)$$

sowie

$$\begin{aligned}\vec{x}_{6,\text{str},1} &:= (x_{6,1} \quad x_{6,2} \quad x_{6,3})^T \\ \vec{x}_{6,\text{str},2} &:= (x_{6,4} \quad x_{6,5} \quad x_{6,6})^T\end{aligned}\quad x \in \{u, \Psi, i\}\quad (3.25)$$

und

$$\begin{aligned}\vec{x}_6^{\text{uvw},1} &:= (x_{6,U1} \quad x_{6,V1} \quad x_{6,W1})^T \\ \vec{x}_6^{\text{uvw},2} &:= (x_{6,U2} \quad x_{6,V2} \quad x_{6,W2})^T\end{aligned}\quad x \in \{\Psi, i\}.\quad (3.26)$$

Mit $\vec{x}_6^{\text{uvw},1}$ und $\vec{x}_{6,\text{str},1}$ werden somit im Folgenden die Leiter- und Stranggrößen des ersten Teilsystems bezeichnet und $\vec{x}_6^{\text{uvw},2}$ und $\vec{x}_{6,\text{str},2}$ bezeichnen die Leiter- und Stranggrößen des zweiten Teilsystems. Die Strangspannungsgleichung aus (3.1) kann nun mit Hilfe von (3.25) wie folgt für die zweimal-dreiphasige Maschine beschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} \vec{x}_{6,\text{str},1} \\ \vec{x}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix} - R_{6,\text{str}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_{6,\text{str},1} \\ \vec{i}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}.\quad (3.27)$$

Der Zusammenhang zwischen den Leiter- und Stranggrößen eines jeden Teilsystems ist nun identisch zu dem einer dreiphasigen Maschine, welcher in Unterabschnitt 3.2.1 beschrieben ist.

Mit Hilfe von (3.2), (3.4), (3.24), (3.26) und der Definition des Vektors $\vec{\mathbb{I}}_{3 \times 1}$ aus (3.4) lässt sich daher (3.27) in Abhängigkeit von den Leitergrößen darstellen:

$$\begin{pmatrix} \vec{u}^{\text{uvw},1} \\ \vec{u}^{\text{uvw},2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{6,\text{sp}1} \vec{\mathbb{I}}_{3 \times 1} \\ u_{6,\text{sp}2} \vec{\mathbb{I}}_{3 \times 1} \end{pmatrix} - R_{6,\text{str}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\text{uvw},1} \\ \vec{i}_6^{\text{uvw},2} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{uvw},1} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{uvw},2} \end{pmatrix}.\quad (3.28)$$

Die beiden Teilsysteme sind somit lediglich magnetisch miteinander gekoppelt. Die Kopplung wird in dem folgenden Unterkapitel detailliert beschrieben.

3.2.3.2. Beschreibung im rotorfesten Ersatzkoordinatensystem

Analog zu der Maschine mit drei in Stern verschalteten Wicklungssträngen kann nun jedes Teilsystem mit Hilfe der dq0-Transformation aus (3.6) in das rotorflussorientierte Koordinatensystem überführt werden. Da kein Versatz zwischen den beiden Teilsystemen besteht, wird für die dq0-Transformationen der gleiche Winkel verwendet. Die Überführung der Stranggrößen in dq0-Größen ist somit wie folgt definiert:

$$\begin{pmatrix} \vec{x}^{\text{dq}0,1} \\ \vec{x}^{\text{dq}0,2} \end{pmatrix} := \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\text{dq}0}(\phi_R) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_{\text{dq}0}(\phi_R) \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{T}_{2 \times \text{dq}0}(\phi_R)} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x}_{6,\text{str},1} \\ \vec{x}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}.\quad (3.29)$$

Die Inverse der Transformationsmatrix kann wie folgt berechnet werden:

$$\mathbf{T}_{2 \times dq0}^{-1}(\phi_R) = \left[\begin{array}{c|c} (\mathbf{T}_{dq0}(\phi_R))^{-1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & (\mathbf{T}_{dq0}(\phi_R))^{-1} \end{array} \right]. \quad (3.30)$$

Mit Hilfe dieser Transformationsmatrizen lässt sich nun (3.27) in das dq0-Koordinatensystem überführen:

$$\begin{pmatrix} \vec{u}^{dq0,1} \\ \vec{u}^{dq0,2} \end{pmatrix} - R_{6,\text{str}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_6^{dq0,1} \\ \vec{i}_6^{dq0,2} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{dq0,1} \\ \vec{\Psi}_6^{dq0,2} \end{pmatrix} + \omega_R \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{J}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_{3 \times 3} \end{array} \right] \cdot \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{dq0,1} \\ \vec{\Psi}_6^{dq0,2} \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Die 0-Komponente kann nun auch bei zweimal-dreiphasigen Maschinen mit Sternverschaltung vernachlässigt werden. Allerdings gehen auch hier die Informationen über die 0-Komponente in der magnetischen Flussverkettung verloren. Die Spannungsgleichungen in dem rotorflussorientierten Koordinatensystem würden sich somit nicht mehr eindeutig in Stranggrößen zurücktransformieren lassen. Soll die 0-Komponente dennoch vernachlässigt werden, so können die Stranggrößen mit Hilfe von (3.9) und (3.10) wie folgt in das dq-Koordinatensystem überführt werden:

$$\boxed{\begin{pmatrix} \vec{x}^{dq,1} \\ \vec{x}^{dq,2} \end{pmatrix} := \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{T}_{dq}(\phi_R) & \mathbf{0}_{2 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{T}_{dq}(\phi_R) \end{array} \right]}_{=: \mathbf{T}_{2 \times dq}(\phi_R)} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x}_{6,\text{str},1} \\ \vec{x}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}}, \quad (3.32)$$

und die Rücktransformation erfolgt mit Hilfe der Pseudoinversen der Matrix \mathbf{T}_{dq} :

$$\boxed{\begin{pmatrix} \vec{x}_{6,\text{str},1} \\ \vec{x}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix} := \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{T}_{dq}^+(\phi_R) & \mathbf{0}_{3 \times 2} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 2} & \mathbf{T}_{dq}^+(\phi_R) \end{array} \right]}_{=: \mathbf{T}_{2 \times dq}^+(\phi_R)} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x}^{dq,1} \\ \vec{x}^{dq,2} \end{pmatrix}}. \quad (3.33)$$

3.2.3.3. Ersatzkoordinatensystem mit gemittelten Größen

Liegt kein Fehler in dem elektrischen Antrieb vor, so stellt der Betrieb, in welchem beide Teilsysteme den gleichen Strom im rotorflussorientierten Koordinatensystem führen, den optimalen Betrieb bezüglich Effizienz dar. Dies ist damit zu begründen, dass die Kupfer- und Wirbelstromverluste quadratisch von der drehmomentbildenden Komponente des Stroms abhängen und somit diese Verluste bei gleicher Belastung beider Teilsysteme minimal werden.

Bei zweimal-dreiphasigen Maschinen bietet es sich daher an, die Mittelwerte der beiden d-Komponenten und die Mittelwerte der q-Komponenten beider Teilsysteme in jeweils einer Komponente in einem neuen Ersatzkoordinatensystem zusammenzufassen. Um die gemittelten Größen wieder eindeutig zurück in dq-Größen umwandeln zu können, werden neben den Mittelwerten auch die halbierten Differenzen zwischen den jeweiligen dq-Komponenten als Komponenten in dem neuen Koordinatensystem eingeführt. Die 0-Komponenten werden in dem neuen Koordinatensystem nicht berücksichtigt, da lediglich zweimal-dreiphasige Maschinen mit in Stern verschalteten Wicklungen betrachtet werden und die 0-Komponenten, wie später gezeigt wird, keinen Einfluss auf das Betriebsverhal-

ten solcher Maschinen haben.

Die elektrischen Größen im dq-System können somit wie folgt in das neue Koordinatensystem überführt werden:

$$\boxed{\begin{pmatrix} \vec{x}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{x}^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix} := \frac{1}{2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \mu\Delta}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{x}^{\text{dq},1} \\ \vec{x}^{\text{dq},2} \end{pmatrix} \quad x \in \{u, i, \Psi\}} \quad (3.34)$$

Das neue Koordinatensystem wird nun im Folgenden $\mu\Delta$ -Koordinatensystem genannt. Die Rücktransformation von dem $\mu\Delta$ -Koordinatensystem in das dq-Koordinatensystem erfolgt mit Hilfe der Inversen der Matrix $\mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \mu\Delta}$, welche wie folgt definiert ist:

$$\boxed{\mathbf{T}_{\mu\Delta \rightarrow \text{dq}} := 2(\mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \mu\Delta})^T} \quad (3.35)$$

Mit Hilfe von (3.34) und (3.35) lässt sich nun die Spannungsgleichung aus (3.31) in das $\mu\Delta$ -Koordinatensystem überführen:

$$\boxed{\begin{pmatrix} \vec{u}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{u}^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix} - R_{6,\text{str}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \\ \vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix} + \omega_R \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{J}_{2 \times 2} \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{J}_{\mu\Delta}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix}} \quad (3.36)$$

Die Spannungsgleichung im $\mu\Delta$ -Koordinatensystem hat somit die gleiche Form wie die Spannungsgleichung im $dq0$ -Koordinatensystem. Für die anisotropiebasierten Verfahren hat die Wahl des Koordinatensystems allerdings erheblichen Einfluss, da das Koordinatensystem die Beschreibung der magnetischen Flussverkettung beeinflusst. In Kapitel 5 wird deutlich, dass die Beschreibung der Maschine im $\mu\Delta$ -Koordinatensystem für die gerberlose Regelung von Vorteil ist, sofern kein Fehler in dem Antrieb vorliegt. Denn durch das $\mu\Delta$ -Koordinatensystem sind die μ -Komponenten von den Δ -Komponenten vollständig entkoppelt. Diese Transformation wurde erstmals in [49] für eine zweimal-dreiphasige Asynchronmaschine verwendet. In der englischsprachigen Literatur ist sie auch unter dem Namen „Vector Space Decomposition“ bekannt.

3.3. Zusammenhang zwischen Maschinenströmen, Flussverkettungen und Drehmoment

In diesem Unterkapitel wird mit Hilfe der energiebasierten Modellierung der Zusammenhang zwischen den magnetischen Flussverkettungen, den in der Maschine fließenden Strömen, der Rotorlage und dem von der Maschine erzeugtem Drehmoment beschrieben. Flussharmonische, der Einfluss von magnetischer Sättigung und die unterschiedlichen Verschaltungsarten der Wicklungen werden hierbei berücksichtigt. Die Modellierung unter Berücksichtigung von den in der Maschine auftretenden Wirbelströmen findet im nächsten Kapitel statt.

3.3.1. Bekannte Abhängigkeiten

Der Zusammenhang zwischen den Strangströmen und den magnetischen Flussverkettungen einer PMSM kann mit Hilfe der MAXWELL'schen Gleichungen hergestellt werden. Dieser Zusammenhang weist bekanntermaßen folgende Abhängigkeiten auf:

- **Rotorlage:** Aufgrund der in der Maschine verbauten Permanentmagneten und der über den Umfang des Luftspalts sich ändernden effektiven Luftspalthöhe ist der Zusammenhang abhängig von der Lage des Rotors. Dieser Effekt wird bei der anisotropiebasierten Rotorlageschätzung ausgenutzt.
- **Verlaufsgeschichte und Ableitung der Flussverkettung:** Aufgrund der magnetischen Hysterese und Wirbelströmen hängt der Zusammenhang auch von der Verlaufsgeschichte und der zeitlichen Ableitung der Flussverkettung selbst ab. Der Einfluss von magnetischer Hysterese auf anisotropiebasierte Verfahren wurde z. B. in [50] untersucht und der Einfluss von Wirbelströmen in [25] und in [51].
- **Magnettemperatur:** Die magnetischen Eigenschaften des Permanentmagneten hängen von der Magnettemperatur ab. Daher ist der Zusammenhang auch von der Magnettemperatur abhängig. Diese Abhängigkeit wird z. B. in [52] verwendet, um die Rotortemperatur mittels Hochfrequenzanregung zu schätzen.
- **Temperatur der Blechpakete:** Zwar ist die Temperaturabhängigkeit der Permeabilität von Eisenblech (Silizium-Eisen-Legierung) im Arbeitsbereich (-40°C bis 200°C) relativ gering, allerdings ist die elektrische Leitfähigkeit dieser Eisenbleche stark temperaturabhängig (siehe [53]). Diese Abhängigkeit hat wiederum Einfluss auf das Verhalten der in der Maschine auftretenden Wirbelströme. Der Zusammenhang ist daher auch von der Temperatur der Blechpakete abhängig.

Aufgrund von Sättigungseffekten in den Eisenblechen ist der Zusammenhang zwischen den magnetischen Flussverkettungen und den Strangströmen zudem nichtlinear.

3.3.2. Getroffene Annahmen

Für die Modellierung werden nun folgende Vereinfachungen getroffen:

In dieser Arbeit wird angenommen, dass Skin- und Proximity-Effekte in den Leitern vernachlässigbar klein sind und der elektrische Widerstand eines Stranges somit lediglich abhängig von der Wicklungstemperatur ist. Die Temperaturen im Motor werden als konstant angenommen und somit die Temperatureinflüsse vernachlässigt. Bei den Strangwiderständen handelt es sich somit um Modellkonstanten.

Der Effekt der magnetischen Hysterese in den weichmagnetischen Materialien wird zudem vernachlässigt. Die magnetische Feldstärke \vec{H} wird daher als Funktion der magnetischen Flussdichte \vec{B} , der Rotorlage ϕ_R , des Ortes \vec{p} und der Rotortemperatur ϑ_R definiert:

$$\vec{H} : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, (\vec{B}, \phi_R, \vec{p}, \vartheta_R) \mapsto \vec{H}(\vec{B}, \phi_R, \vec{p}, \vartheta_R). \quad (3.37)$$

In Abbildung 3.4 sind die B-H-Kurve eines idealisierten Elektrolechs und eines NdFeB-Magnets dargestellt, wie sie im Folgenden angenommen werden. Der Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte und magnetischer Feldstärke von Luft wird als linear

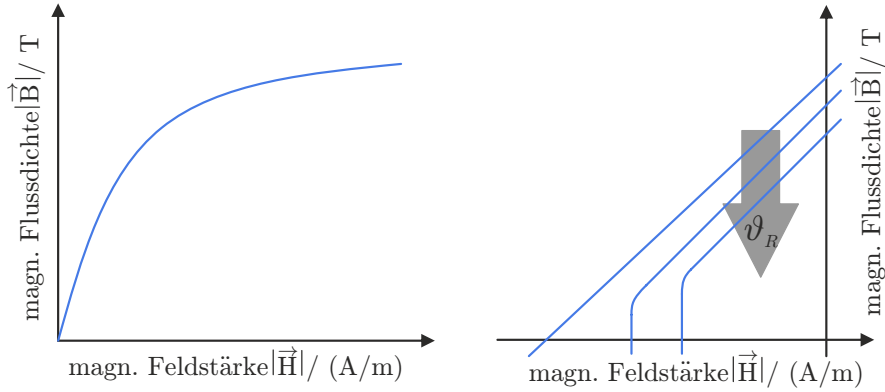


Abbildung 3.4.: Angenommener Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte und der magnetischen Feldstärke von Elektroblechen (links) und NdFeB-Magneten (rechts, Vgl. [54]).

angenommen. Es wird davon ausgegangen, dass keine Entmagnetisierung des Magneten stattfindet.

Des Weiteren werden in dieser Arbeit Vereinfachungen bei der Modellierung der Wirbelströme getroffen. Es wird angenommen, dass die weichmagnetischen Werkstoffe und die Permanentmagnete elektrische Nichtleiter sind. Um Wirbelströme dennoch in für anisotropiebasierte Verfahren ausreichender Form zu berücksichtigen, wird der energiebasierte Ansatz in Kapitel 4 erweitert. Zunächst allerdings werden Wirbelströme als vernachlässigbar klein angenommen.

Unter Vernachlässigung des Verschiebungsstroms und dem angenommenen Zusammenhang zwischen magnetischer Flussdichte und magnetischer Feldstärke folgt nun direkt aus den MAXWELL'schen Gleichungen, dass die magnetischen Felder lediglich von der aktuellen Rotorlage ϕ_R und den aktuellen Strangströmen \vec{i}_{str} abhängen. Es wird somit angenommen, dass es sich um ein magnetostatisches Feld handelt und die Verlaufsgeschichte und Ableitung der magnetischen Flussverkettung keinen Einfluss auf die Feldverteilung haben.

Zudem wird im Folgenden angenommen, dass die Abbildung von den magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{\text{str}}$ auf die Strangströme \vec{i}_{str} für jede beliebige Rotorlage ϕ_R bijektiv ist. Dies ist üblicherweise der Fall, wenn jeder Wicklungsstrang eine Streuinduktivität besitzt.

Daraus folgt die Annahme, dass die Strangströme \vec{i}_{str} , die magnetische Feldenergie \mathcal{E}_{mag} und das von der Maschine erzeugte Drehmoment M_{EM} für eine Maschine mit n Wicklungssträngen als Funktionen der magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_{\text{str}}$ und der Rotorlage ϕ_R beschrieben werden können:

$$\begin{aligned}
 \vec{i}_{\text{str}} &: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n, (\vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_R) \mapsto \vec{i}_{\text{str}}(\vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_R) \\
 \mathcal{E}_{\text{mag}} &: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (\vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_R) \mapsto \mathcal{E}_{\text{mag}}(\vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_R) \\
 M_{\text{EM}} &: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (\vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_R) \mapsto M_{\text{EM}}(\vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_R).
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

3.3.3. Beschreibung der Energiefunktion

3.3.3.1. Grundlagen

Bei der energiebasierten Modellierung wird davon ausgegangen, dass die Gesamtenergie in einem abgeschlossenen System konstant sein muss. Wird dem System Energie von außen hinzugeführt, so erhöht sich die Gesamtenergie des Systems um denselben Betrag. Bei Entnahme von Energie, verringert sich die Gesamtenergie dementsprechend. Bei elektrischen Maschinen sind insbesondere die folgenden Energieformen relevant:

- magnetische Feldenergie
- kinetische Energie
- elektrische Feldenergie
- thermische Energie

Für den Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussverkettung, den Leiterströmen und der Rotorlage ist jedoch lediglich die magnetische Feldenergie von Bedeutung:

Aufgrund von parasitären Kapazitäten in den Motorzuleitungen und in der Maschine ist auch Energie in den elektrischen Felder gespeichert. Jedoch ist die Energiedichte der elektrischen Felder üblicherweise sehr klein im Vergleich zu der Energiedichte der magnetischen Felder [55]. Das elektrische Verhalten wird hierdurch nur im sehr hohen Frequenzbereich beeinflusst (siehe z.B. [25]). Daher wird der Einfluss der in den elektrischen Feldern gespeicherte Energie auf das Verhalten der Maschine und somit auf die geberlose Regelung als vernachlässigbar klein eingestuft und die elektrischen Felder werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

Die Temperatur wird zudem als konstant angenommen. Es wird davon ausgegangen, dass die thermische Energie konstant ist und die in der Maschine auftretende Verlustenergie stets aus dem System abgeführt wird.

Die kinetische Energie wird von der magnetischen Feldenergie entkoppelt betrachtet. Die Mechanik wird daher außerhalb der Systemgrenzen gelegt. Um auch die Verluste der Kreisströme bei einer in Dreieck verschalteten Maschine abbilden zu können, wird zudem die Verschaltung der Maschinenwicklungen außerhalb der Systemgrenzen gelegt. In Abbildung 3.5 ist das betrachtete System und seine Wege des Energieaustauschs beschrieben.

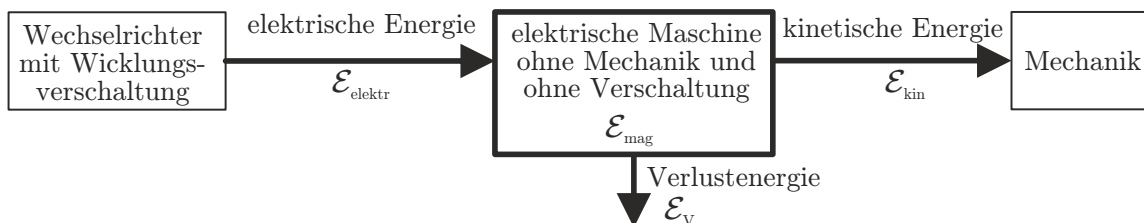


Abbildung 3.5.: Betrachtetes System für die Modellierung und seine Schnittstellen.

Es kann also angenommen werden, dass die in dem betrachteten System gespeicherte Energie der magnetischen Feldenergie entspricht. Gemäß der Energieerhaltung kann die magnetische Feldenergie aus den hinzugeführten und abgeführten Energien und einem Wert \mathcal{E}_0 , welcher der im System zu Beginn vorhandener Energie entspricht, berechnet werden:

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \mathcal{E}_{\text{elektr}} - \mathcal{E}_V - \mathcal{E}_{\text{kin}} + \mathcal{E}_0. \quad (3.39)$$

3.3.3.2. Allgemeine Beschreibung in Strangkoordinaten

Die elektrische Energie, welche dem System hinzugefügt wird, kann mit Hilfe der Strangspannungen \vec{u}_{str} und der Strangströme \vec{i}_{str} wie folgt berechnet werden:

$$\mathcal{E}_{\text{elektr}} := \int \vec{i}_{\text{str}} \cdot \vec{u}_{\text{str}} dt. \quad (3.40)$$

Aufgrund der Vernachlässigung der Eisenverluste und der festgelegten Systemgrenzen entspricht die Verlustenergie im betrachteten System den in den Wicklungen auftretenden ohmschen Verlusten:

$$\mathcal{E}_{\text{V}} := \int R_{\text{str}} \vec{i}_{\text{str}} \cdot \vec{i}_{\text{str}} dt. \quad (3.41)$$

Die kinetische Energie, welche dem System hinzugefügt wird, lässt sich durch die Integration der mechanischen Leistung über der Zeit berechnen:

$$\mathcal{E}_{\text{kin}} := \int \frac{\omega_{\text{R}}}{n_{\text{p}}} M_{\text{EM}} dt. \quad (3.42)$$

An dieser Stelle wird angemerkt, dass in dieser Arbeit ein positives Drehmoment M_{EM} bei gleichzeitig positiver Drehzahl ω_{R} bedeutet, dass dem System kinetische Energie entnommen wird.

Der Initialwert \mathcal{E}_0 lässt sich allerdings nur sehr schwer bestimmen: Die gesamte magnetische Feldenergie und somit auch die Energie \mathcal{E}_0 kann theoretisch direkt über das Volumenintegral der magnetischen Energiedichte berechnet werden (siehe z. B. [56]). Das Problem ist hierbei allerdings, dass die Feldverteilung in einer elektrischen Maschine in der Regel nur mit Hilfe von FEM-Simulationen oder analytischen Modellen ermittelt werden kann. Somit kann der absolute Wert der magnetischen Feldenergie nur mit Hilfe von diesen Berechnungen bestimmt werden. Wie später zu sehen ist, ist die Kenntnis über die Energie \mathcal{E}_0 zur Beschreibung der in dieser Arbeit relevanten Zusammenhänge nicht erforderlich. Im Folgenden wird daher die Energie \mathcal{E}_0 als unbekannte Größe betrachtet.

Die Gleichungen (3.40) und (3.41) können nun mit Hilfe der allgemeinen Spannungsgleichung aus (3.1) wie folgt zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{elektr}} - \mathcal{E}_{\text{V}} &= \int \vec{i}_{\text{str}} \cdot \vec{u}_{\text{str}} - R_{\text{str}} \vec{i}_{\text{str}} \cdot \vec{i}_{\text{str}} dt \\ &= \int \vec{i}_{\text{str}} \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{\text{str}}}{dt} dt. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Die magnetische Energie, welche in dem System gespeichert ist, kann somit mit Hilfe von (3.39), (3.42) und (3.43) wie folgt berechnet werden:

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \mathcal{E}_0 + \int \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{i}_{\text{str}} \\ -\frac{1}{n_{\text{p}}} M_{\text{EM}} \end{pmatrix}}_{=: \vec{f}_{\mathcal{E}}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{\Psi}_{\text{str}} \\ \phi_{\text{R}} \end{bmatrix}}_{=: \vec{z}_{\mathcal{E}}} \right) dt. \quad (3.44)$$

In dieser Arbeit werden nun die magnetischen Flussverkettungen der Wicklungsstränge $\vec{\Psi}_{\text{str}}$ und die Rotorlage ϕ_{R} als Zustände gewählt, welche somit als zeitabhängige Funktionen interpretiert werden können:

$$\begin{aligned}\vec{\Psi}_{\text{str}} &: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n, t \mapsto \vec{\Psi}_{\text{str}}(t), \\ \phi_{\text{R}} &: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \phi_{\text{R}}(t),\end{aligned}\tag{3.45}$$

Durch die in Unterabschnitt 3.3.2 getroffenen Annahmen, welche zu (3.38) führen, kann nun (3.44) als Kurvenintegral zweiter Art beschrieben werden:

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \mathcal{E}_0 + \int_{\zeta} \vec{f}_{\mathcal{E}}(\vec{z}_{\mathcal{E}}) \cdot d\vec{z}_{\mathcal{E}} \quad , \text{wobei } \zeta : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^{(n+1)}.\tag{3.46}$$

Da es sich bei der magnetischen Feldenergie \mathcal{E}_{mag} gemäß (3.38) um ein Skalarfeld handelt, wird zwangsweise gefordert, dass das Kurvenintegral in (3.46) wegunabhängig ist. Denn jedes Ringintegral über beliebige Randkurven muss null ergeben. Die Beschreibung der magnetischen Energie kann somit durch geschickte Wahl des Integrationsweges wie folgt vereinfacht werden:

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \mathcal{E}_0 + \underbrace{\int_0^{\phi_{\text{R}}} -\frac{1}{n_{\text{p}}} M_{\text{EM}}(\vec{\Psi}_{\text{str,PM}}(\phi'_{\text{R}}), \phi'_{\text{R}}) d\phi'_{\text{R}}}_{=:\mathcal{E}_{\text{mag,R}}(\phi_{\text{R}})} + \underbrace{\int_{\chi} \vec{i}_{\text{str}}(\vec{\Psi}'_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}) \cdot d\vec{\Psi}'_{\text{str}}}_{=:\mathcal{E}_{\text{mag,I}}(\vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}})}\tag{3.47}$$

wobei

$$\chi : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad \chi(0) = \vec{\Psi}_{\text{str,PM}}(\phi_{\text{R}}) \quad , \quad \chi(t) = \vec{\Psi}_{\text{str}}.$$

$\vec{\Psi}_{\text{str,PM}}$ beschreibt die magnetischen Flussverkettungen in allen Wicklungssträngen, während alle Strangströme gleich null sind. Der magnetische Fluss, welcher zu den Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{\text{str,PM}}$ führt, wird somit lediglich von den Permanentmagneten erzeugt.

Die Funktion $\mathcal{E}_{\text{mag,R}}$ beschreibt die Abhängigkeit der magnetischen Feldenergie von der Lage des Rotors im unbestromten Zustand. Die Abhängigkeit der magnetischen Feldenergie von den Strangflussverkettungen in einer bestimmten Rotorlage wird durch $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$ beschrieben. Um den Anteil $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$ zu berechnen, muss nun darauf geachtet werden, dass die Anfangs- und Endwerte der Kurve vorgegeben sind. Der Weg zwischen Anfangs- und Endwert ist weiterhin frei wählbar.

Aus (3.47) folgt, dass das Drehmoment, welches durch die Maschine unter Vernachlässigung der Mechanik erzeugt wird, durch partielles Ableiten der Energiefunktion ermittelt werden kann:

$$M_{\text{EM}} = -n_{\text{p}} \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag}}}{\partial \phi_{\text{R}}} = -n_{\text{p}} \underbrace{\frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,R}}}{\partial \phi_{\text{R}}}}_{=:M_{\text{R}}(\phi_{\text{R}})} - n_{\text{p}} \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,I}}}{\partial \phi_{\text{R}}},\tag{3.48}$$

wobei M_{R} das Rastmoment darstellt, welches das Rasten im stromlosen Zustand beschreibt.

Die Strangströme können ebenfalls durch partielles Ableiten der Energiefunktion, welche

in (3.47) beschrieben ist, ermittelt werden:

$$\boxed{\vec{i}_{\text{str}} = \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag}}}{\partial \vec{\Psi}_{\text{str}}} = \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,I}}}{\partial \vec{\Psi}_{\text{str}}}} \quad (3.49)$$

Um den Zusammenhang zwischen Flussverkettungen, Strömen und Rotorlage herzustellen, wird somit lediglich der Anteil $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$ der Energiefunktion \mathcal{E}_{mag} benötigt. Für die Berechnung des erzeugten Drehmoments werden die Anteile $\mathcal{E}_{\text{mag,R}}$ und $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$ der Energiefunktion benötigt. Die Kenntnis über den Initialwert der Energiefunktion \mathcal{E}_0 ist für keine Berechnung erforderlich und muss daher für die Untersuchungen in dieser Arbeit nicht bekannt sein. Wie im Folgenden gezeigt wird, kann die Energiefunktion nun für die betrachteten Verschaltungsarten in das jeweilige rotorflussorientierte Koordinatensystem transformiert werden.

3.3.3.3. Beschreibung im rotorflussorientierten Koordinatensystem für eine in Stern verschaltete dreiphasige Maschine

Der Anteil der Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$, welcher in (3.47) definiert ist, kann nun durch Substitution in Abhängigkeit von den dq0-Größen mit Hilfe von (3.6) dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}} &= \int_{\chi_{\text{dq0}}} \left[(\mathbf{T}_{\text{dq0}})^{-1} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq0}} \left(\vec{\Psi}', \phi_{\text{R}} \right) \right] \cdot \left[(\mathbf{T}_{\text{dq0}})^{-1} \cdot d\vec{\Psi}' \right] \\ &= \int_{\chi_{\text{dq0}}} \left[\left((\mathbf{T}_{\text{dq0}})^{-1} \right)^{\text{T}} (\mathbf{T}_{\text{dq0}})^{-1} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq0}} \left(\vec{\Psi}', \phi_{\text{R}} \right) \right] \cdot d\vec{\Psi}' \\ &= \frac{3}{2} \int_{\chi_{\text{dq0}}} \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq0}} \left(\vec{\Psi}', \phi_{\text{R}} \right) \cdot d\vec{\Psi}' \end{aligned} \quad (3.50)$$

mit

$$\chi_{\text{dq0}} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \chi_{\text{dq0}}(0) = \mathbf{T}_{\text{dq0}} \cdot \vec{\Psi}_{\text{str,PM}}(\phi_{\text{R}}) =: \vec{\Psi}_{3\lambda,\text{PM}}^{\text{dq0}}(\phi_{\text{R}}), \quad \chi_{\text{dq0}}(t) = \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq0}}.$$

Die gesamte Energiefunktion, welche in (3.47) beschrieben ist, lässt sich somit auch in Abhängigkeit der dq0-Größen darstellen. Bei einer Maschine, deren Wicklungen in Stern verschaltet sind und der Sternpunkt isoliert ist, muss nun aufgrund der Zwangsbedingung (3.3) die 0-Komponente des dq0-Stromvektors $i_{3\lambda,0}$ immer gleich null sein. Für jede Rotorlage ϕ_{R} kann die 0-Komponente der magnetischen Flussverkettung $\Psi_{3\lambda,0}$ somit in Abhängigkeit der d- und q-Komponenten des Stromvektors $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ beschrieben werden. Es kann nun zudem angenommen werden, dass der Zusammenhang zwischen d- und q-Komponente der magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ und der d- und q-Komponenten des Stromvektors $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ bijektiv ist und somit die 0-Komponente der magnetische Flussverkettung $\Psi_{3\lambda,0}$ als Funktion $f_{3\lambda,\Psi 0}$ in Abhängigkeit von der d- und q-Komponente der magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ und der Rotorlage ϕ_{R} beschrieben werden (Vgl. [57]):

$$f_{3\lambda,\Psi 0} : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) \mapsto f_{3\lambda,\Psi 0} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right). \quad (3.51)$$

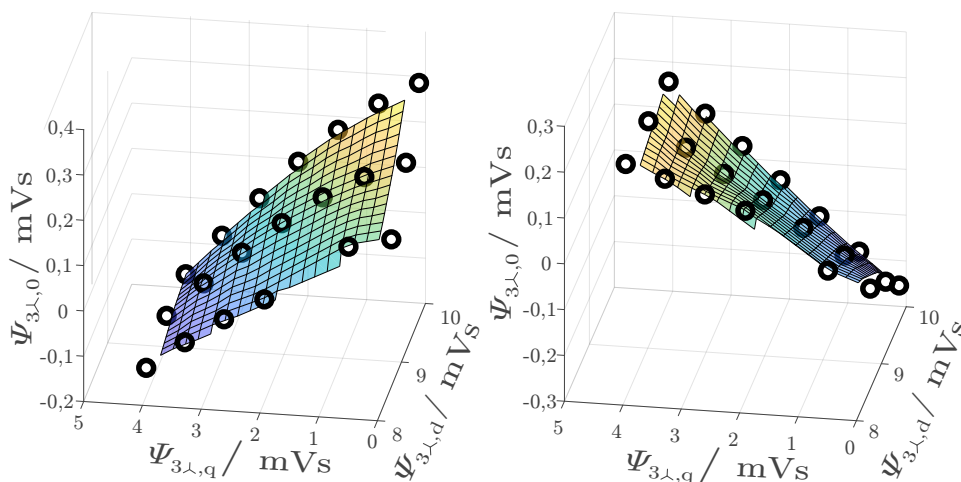


Abbildung 3.6.: Aus FEM-Daten ermittelte 0-Komponente der magnetischen Flussverketung in Abhängigkeit der magnetischen Flussverketung für zwei Rotorlagen (PMSM1, links: $\phi_R = -52,5^\circ$, rechts: $\phi_R = 15^\circ$).

Die Funktion $f_{3\lambda,\Psi_0}$ wird nun so definiert, dass die 0-Komponente des Stroms $i_{3\lambda,0}$ für beliebige Werte der d- und q-Komponenten der magnetischen Flussverketung $x_{\Psi,d}$ und $x_{\Psi,q}$ und für beliebige Rotorlagen x_ϕ null ergibt:

$$i_{3\lambda,0} \left(\left[\begin{array}{c} \vec{x}_{\Psi}^{\text{dq}} \\ \text{-----} \\ f_{3\lambda,\Psi_0}(\vec{x}_{\Psi}^{\text{dq}}, x_\phi) \end{array} \right], x_\phi \right) = 0 \quad \begin{array}{l} \vec{x}_{\Psi}^{\text{dq}} \in \mathbb{R}^2 \\ x_\phi \in \mathbb{R} \end{array} \quad (3.52)$$

Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 3.6 beispielhaft für eine bestimmte Maschine dargestellt. Die simulierte Arbeitspunkte sind in der Darstellung schwarz umkreist.

Bei einer Maschine, deren Wicklungen in Stern verschaltet sind, entspricht die 0-Komponente der magnetischen Flussverketung zu jedem Zeitpunkt dem Funktionswert $f_{3\lambda,\Psi_0}$. Es gilt somit:

$$\begin{aligned} \Psi_{3\lambda,0}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R) &= f_{3\lambda,\Psi_0}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R) \\ \frac{d\Psi_{3\lambda,0}}{dt}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R) &= \frac{\partial f_{3\lambda,\Psi_0}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R) \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}}{dt} + \frac{\partial f_{3\lambda,\Psi_0}}{\partial \phi_R}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R) \frac{d\phi_R}{dt} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Einsetzen von (3.52) und (3.53) in (3.50) führt zu:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}} &= \frac{3}{2} \int_{\chi_{\text{dq}}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}(\vec{\Psi}', \phi_R) + 0 \cdot \frac{\partial f_{3\lambda,\Psi_0}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}}(\vec{\Psi}', \phi_R) \right) \cdot d\vec{\Psi}' \\ &\quad + \frac{3}{2} \int_0^{\phi_R} 0 \cdot \frac{\partial f_{3\lambda,\Psi_0}}{\partial \phi_R}(\vec{\Psi}_{3\lambda,\text{PM}}^{\text{dq}}(\phi'_R), \phi'_R) d\phi'_R \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}} = \boxed{\frac{3}{2} \int_{\chi_{\text{dq}}} \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}(\vec{\Psi}', \phi_R) \cdot d\vec{\Psi}' =: \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R)}$$

mit

$$\chi_{dq} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \chi_{dq}(0) = \mathbf{T}_{dq} \cdot \vec{\Psi}_{\text{str,PM}}(\phi_R) =: \vec{\Psi}_{3\lambda,PM}^{dq}(\phi_R), \quad \chi_{dq}(t) = \vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}.$$

Die relevanten Anteile der Energiefunktion können somit für Maschinen mit isoliertem Sternpunkt ohne Berücksichtigung der Nullkomponente ermittelt werden. Die Leiterströme und das von der Maschine produzierte Drehmoment können, wie bei der Beschreibung in Strangkoordinaten, durch partielles Ableiten der Energiefunktion bestimmt werden:

$$\boxed{i_{3\lambda}^{dq} = \frac{2}{3} \frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{dq}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}}.} \quad (3.55)$$

Aus

$$\mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}(\vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_R) = \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{dq}(\mathbf{T}_{dq}(\phi_R) \cdot \vec{\Psi}_{\text{str}}, \phi_R) \quad (3.56)$$

und den Gleichungen (3.48), (3.54) und (3.55) folgt zudem für die Berechnung des Drehmoments:

$$\begin{aligned} M_{3\lambda,EM} &= M_R - n_p \frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}}{\partial \phi_R} \\ &= M_R - n_p \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{dq}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{T}_{dq}}{\partial \phi_R} \overbrace{\mathbf{T}_{dq}^+ \vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}}^{\vec{\Psi}_{3\lambda,\text{str}}} \right) + \frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{dq}}{\partial \phi_R} \right) \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\boxed{\begin{aligned} M_{3\lambda,EM} &= M_R(\phi_R) + \frac{3}{2} n_p \vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq} \times i_{3\lambda}^{dq}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R) - n_p \frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{dq}}{\partial \phi_R}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R) \\ &=: M_{3\lambda,EM}^{dq}(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R). \end{aligned}}$$

Die Gleichung (3.57) beschreibt somit die allgemeine Drehmomentgleichung unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung, Flussharmonischen und Rastmomenten. In diesem Kapitel wird nun die Energiefunktion im dq-Koordinatensystem verwendet, um eine Maschine, deren Wicklungsstränge in Stern verschaltet sind, zu modellieren.

3.3.3.4. Beschreibung im rotorflussorientierten Koordinatensystem für eine in Dreieck verschaltete dreiphasige Maschine

Für Maschinen, deren Wicklungsstränge in Dreieck verschaltet sind, kann der stromabhängige Anteil der Energiefunktion, welcher in (3.47) definiert ist, mit Hilfe von (3.14) und (3.21) analog zu (3.50) in das dqk-Koordinatensystem transformiert werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}} &= \int_{\chi_{dq0}} \left[\mathbf{T}_{3\Delta,L \rightarrow S} (\mathbf{T}_{dqk})^{-1} \cdot i_{3\Delta}^{dqk}(\vec{\Psi}', \phi_R) \right] \cdot \left[3 \mathbf{T}_{3\Delta,L \rightarrow S} (\mathbf{T}_{dqk})^{-1} \cdot d\vec{\Psi}' \right] \\ &= \boxed{\frac{3}{2} \int_{\chi_{dq0}} i_{3\Delta}^{dqk}(\vec{\Psi}', \phi_R) \cdot d\vec{\Psi}' =: \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{dqk}(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{dqk}, \phi_R)} \end{aligned} \quad (3.58)$$

mit

$$\begin{aligned}\chi_{\text{dqk}} &: [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ \chi_{\text{dqk}}(0) &= \mathbf{T}_{\text{dqk}} \mathbf{T}_{3\Delta, S \rightarrow L} \cdot \vec{\Psi}_{\text{str, PM}}(\phi_{\text{R}}) =: \vec{\Psi}_{3\Delta, \text{PM}}^{\text{dqk}}(\phi_{\text{R}}) \\ \chi_{\text{dqk}}(t) &= \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}.\end{aligned}$$

Bei einer Maschine mit in Dreieck verschalteten Wicklungssträngen lässt sich die Energiefunktion nun nicht mehr weiter vereinfachen. Die Ströme im dqk-Koordinatensystem $\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}$ sowie das von der Maschine produzierte Drehmoment $M_{3\Delta, \text{EM}}$ können nun ebenfalls durch partielle Ableiten der Energiefunktion ermittelt werden:

$$\boxed{\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}} = \frac{2}{3} \frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag, I}}^{\text{dqk}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}}} \quad (3.59)$$

und das Drehmoment $M_{3\Delta, \text{EM}}$ kann durch Einsetzen von (3.59) und (3.58) in (3.48) ermittelt werden:

$$\begin{aligned}M_{3\Delta, \text{EM}} &= M_{\text{R}} - n_{\text{p}} \frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag, I}}}{\partial \phi_{\text{R}}} \\ &= M_{\text{R}} + n_{\text{p}} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag, I}}^{\text{dqk}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}} \cdot \left(\mathbf{J}_{3 \times 3} \cdot \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}} \right) + \frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag, I}}^{\text{dqk}}}{\partial \phi_{\text{R}}} \right) \\ &= M_{\text{R}}(\phi_{\text{R}}) + \frac{3}{2} n_{\text{p}} \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \left(\mathbf{J}_{3 \times 3} \cdot \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}} \right) - n_{\text{p}} \frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag, I}}^{\text{dqk}}}{\partial \phi_{\text{R}}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} \right) \\ &=: M_{3\Delta, \text{EM}}^{\text{dqk}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} \right).\end{aligned} \quad (3.60)$$

In dieser Arbeit werden nun (3.60) und (3.59) verwendet, um den Zusammenhang zwischen magnetischer Flussverkettung, Rotorlage, Leiterströmen und Drehmoment zu beschreiben. Es werden sowohl Flussharmonische als auch Auswirkungen der magnetischen Sättigung berücksichtigt.

3.3.3.5. Beschreibung im rotorflussorientierten Koordinatensystem für eine zweimal-dreiphasige Maschine

Die Transformation des stromabhängigen Anteils der Energiefunktion einer zweimal-dreiphasigen Maschine erfolgt mit Hilfe von (3.29):

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{6, \text{mag, I}} &= \int_{\chi_{2 \times 3, \text{dq0}}} \left[\left(\mathbf{T}_{2 \times \text{dq0}} \right)^{-1} \cdot \left(\begin{array}{c} \vec{i}_6^{\text{dq0}, 1} \left(\vec{\Psi}', \phi_{\text{R}} \right) \\ \vec{i}_6^{\text{dq0}, 2} \left(\vec{\Psi}', \phi_{\text{R}} \right) \end{array} \right) \right] \cdot \left[\left(\mathbf{T}_{2 \times \text{dq0}} \right)^{-1} \cdot \text{d}\vec{\Psi}' \right] \\ &= \frac{3}{2} \int_{\chi_{2 \times 3, \text{dq0}}} \left(\begin{array}{c} \vec{i}_6^{\text{dq0}, 1} \left(\vec{\Psi}', \phi_{\text{R}} \right) \\ \vec{i}_6^{\text{dq0}, 2} \left(\vec{\Psi}', \phi_{\text{R}} \right) \end{array} \right) \cdot \text{d}\vec{\Psi}' =: \mathcal{E}_{6, \text{mag, I}}^{\text{dq0}} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq0}, 1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq0}, 2}, \phi_{\text{R}} \right)\end{aligned} \quad (3.61)$$

mit

$$\begin{aligned}\chi_{2 \times 3, \text{dq}0} &: [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^6 \\ \chi_{2 \times 3, \text{dq}0}(0) &= \mathbf{T}_{2 \times \text{dq}0} \cdot \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6, \text{str}, 1, \text{PM}}(\phi_{\text{R}}) \\ \vec{\Psi}_{6, \text{str}, 2, \text{PM}}(\phi_{\text{R}}) \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6, \text{PM}}^{\text{dq}0, 1}(\phi_{\text{R}}) \\ \vec{\Psi}_{6, \text{PM}}^{\text{dq}0, 2}(\phi_{\text{R}}) \end{pmatrix} \\ \chi_{2 \times 3, \text{dq}0}(t) &= \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq}0, 1} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq}0, 2} \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Der Anteil $\mathcal{E}_{6, \text{mag}, \text{I}}$ der Energiefunktion kann für beide Teilsysteme nur unabhängig voneinander berechnet werden, wenn es keine magnetische Kopplung zwischen den Wicklungen beider Teilsysteme gibt und somit die dq0-Ströme des einen Systems nicht von der magnetischen Flussverkettung des jeweils anderen Teilsystems abhängen. In der Regel sind die beiden Teilsysteme jedoch gekoppelt. Daher kann die allgemeine Form des Kurvenintegrals ohne eine Einschränkung des Integrationswegs nicht weiter vereinfacht werden.

Sind die Wicklungsstränge der beiden Teilsysteme in Stern verschaltet, so kann nun angenommen werden, dass der Zusammenhang zwischen den d- und q-Komponenten der magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}$ und $\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}$ und den d- und q-Komponenten der Ströme $\vec{i}_6^{\text{dq}, 1}$ und $\vec{i}_6^{\text{dq}, 2}$ für jede Rotorlage ϕ_{R} bijektiv ist. Analog zur dreiphasigen Maschine kann folglich die 0-Komponenten der magnetischen Flussverkettungen $\Psi_{6, 0, 1}$ und $\Psi_{6, 0, 2}$ als Funktionen der d- und q-Komponenten der magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}$ und $\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}$ und der Rotorlage ϕ_{R} beschrieben werden:

$$\begin{aligned}\Psi_{6, 0, 1} &: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}, \phi_{\text{R}} \right) \mapsto \Psi_{6, 0, 1} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}, \phi_{\text{R}} \right) \\ \Psi_{6, 0, 2} &: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}, \phi_{\text{R}} \right) \mapsto \Psi_{6, 0, 2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}, \phi_{\text{R}} \right).\end{aligned}\tag{3.62}$$

Die in (3.61) beschriebene Energiefunktion lässt sich durch Einsetzen von (3.62) wie folgt vereinfachen:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{6, \text{mag}, \text{I}} &= \frac{3}{2} \int_{\chi_{2 \times 3, \text{dq}}} \left[\begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\text{dq}, 1} \\ \vec{i}_6^{\text{dq}, 2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_{6, 0, 1}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}} & \frac{\partial \Psi_{6, 0, 1}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}} \\ \frac{\partial \Psi_{6, 0, 2}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}} & \frac{\partial \Psi_{6, 0, 2}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}} \end{pmatrix} \right] \cdot d\vec{\Psi}' \\ &= \frac{3}{2} \int_{\chi_{2 \times 3, \text{dq}}} \left(\begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\text{dq}, 1} \\ \vec{i}_6^{\text{dq}, 2} \end{pmatrix} \left(\vec{\Psi}', \phi_{\text{R}} \right) \right) \cdot d\vec{\Psi}' =: \mathcal{E}_{6, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2}, \phi_{\text{R}} \right)\end{aligned}\tag{3.63}$$

mit

$$\begin{aligned}\chi_{2 \times 3, \text{dq}} &: [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^4 \\ \chi_{2 \times 3, \text{dq}}(0) &= \mathbf{T}_{2 \times \text{dq}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6, \text{str}, 1, \text{PM}}(\phi_{\text{R}}) \\ \vec{\Psi}_{6, \text{str}, 2, \text{PM}}(\phi_{\text{R}}) \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6, \text{PM}}^{\text{dq}, 1}(\phi_{\text{R}}) \\ \vec{\Psi}_{6, \text{PM}}^{\text{dq}, 2}(\phi_{\text{R}}) \end{pmatrix} \\ \chi_{2 \times 3, \text{dq}}(t) &= \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 1} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq}, 2} \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Die Energiefunktionen einer zweimal-dreiphasigen Maschine, deren Wicklungen in Stern verschaltet sind, können somit ebenfalls ohne Kenntnis über die 0-Komponente der magnetischen Flussverkettung bestimmt werden. Die dq-Ströme der beiden Teilsysteme können nun durch partielles Ableiten der Funktion berechnet werden:

$$\begin{aligned} \vec{i}_6^{\text{dq},1} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2}, \phi_R \right) &= \frac{2}{3} \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},1}} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2}, \phi_R \right) \\ \vec{i}_6^{\text{dq},2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2}, \phi_R \right) &= \frac{2}{3} \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2}} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2}, \phi_R \right) \end{aligned} \quad (3.64)$$

und das Drehmoment $M_{6,\text{EM}}$ kann durch Einsetzen von (3.63) und (3.64) in (3.48) ermittelt werden:

$$\begin{aligned} M_{6,\text{EM}} &= M_R - n_p \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}}{\partial \phi_R} \\ &= M_R + n_p \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},1}} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2}} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} \mathbf{J}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{J}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq},1} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2} \end{bmatrix} \right) + \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\text{dq}}}{\partial \phi_R} \right) \\ &= M_R(\phi_R) + \frac{3}{2} n_p \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},1} \times \vec{i}_6^{\text{dq},1} + \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2} \times \vec{i}_6^{\text{dq},2} \right) - n_p \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\text{dq}}}{\partial \phi_R} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2}, \phi_R \right) \\ &=: M_{6,\text{EM}}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},1}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},2}, \phi_R \right). \end{aligned} \quad (3.65)$$

Die zweimal-dreiphasigen Maschinen können nun mit Hilfe der Gleichungen (3.63), (3.64) und (3.65) in Abhängigkeit der dq-Größen beschrieben werden.

3.3.3.6. Beschreibung mit gemittelten Größen für eine zweimal-dreiphasige Maschine

Die Energiefunktion einer zweimal-dreiphasigen Maschine kann auch in dem $\mu\Delta$ -Koordinatensystem, wie es in Unterabschnitt 3.2.3.3 definiert ist, beschrieben werden.

Mit Hilfe der Transformationsmatrizen (3.34) und (3.35) kann hierbei die Beschreibung der Energiefunktion (3.63) in das $\mu\Delta$ -Koordinatensystem überführt werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\text{dq}} &= \frac{3}{2} \int_{\chi_{2 \times 3, \mu\Delta}} \left[\mathbf{T}_{\mu\Delta \rightarrow \text{dq}} \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\text{dq},1} \left(\vec{\Psi}', \phi_R \right) \\ \vec{i}_6^{\text{dq},2} \left(\vec{\Psi}', \phi_R \right) \end{pmatrix} \right] \cdot \left[\mathbf{T}_{\mu\Delta \rightarrow \text{dq}} \cdot d\vec{\Psi}' \right] \\ &= 3 \int_{\chi_{2 \times 3, \mu\Delta}} \begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \left(\vec{\Psi}', \phi_R \right) \\ \vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} \left(\vec{\Psi}', \phi_R \right) \end{pmatrix} \cdot d\vec{\Psi}' =: \mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R \right) \end{aligned} \quad (3.66)$$

mit

$$\begin{aligned} \chi_{2 \times 3, \mu \Delta} &: [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^4 \\ \chi_{2 \times 3, \mu \Delta}(0) &= \mathbf{T}_{dq \rightarrow \mu \Delta} \cdot \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6, PM}^{dq, 1}(\phi_R) \\ \vec{\Psi}_{6, PM}^{dq, 2}(\phi_R) \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6, PM}^{dq, \mu}(\phi_R) \\ \vec{\Psi}_{6, PM}^{dq, \Delta}(\phi_R) \end{pmatrix} \\ \chi_{2 \times 3, \mu \Delta}(t) &= \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{dq, \mu} \\ \vec{\Psi}_6^{dq, \Delta} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Die Stromvektoren $\vec{i}_6^{dq, \mu}$ und $\vec{i}_6^{dq, \Delta}$ und das Drehmoment $M_{6, EM}$ können aus der Energiefunktion $\mathcal{E}_{6, mag, I}^{\mu \Delta}$ wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} \vec{i}_6^{dq, \mu} \left(\vec{\Psi}_6^{dq, \mu}, \vec{\Psi}_6^{dq, \Delta}, \phi_R \right) &= \frac{1}{3} \frac{\partial \mathcal{E}_{6, mag, I}^{\mu \Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{dq, \mu}} \left(\vec{\Psi}_6^{dq, \mu}, \vec{\Psi}_6^{dq, \Delta}, \phi_R \right) \\ \vec{i}_6^{dq, \Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{dq, \mu}, \vec{\Psi}_6^{dq, \Delta}, \phi_R \right) &= \frac{1}{3} \frac{\partial \mathcal{E}_{6, mag, I}^{\mu \Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{dq, \Delta}} \left(\vec{\Psi}_6^{dq, \mu}, \vec{\Psi}_6^{dq, \Delta}, \phi_R \right) \end{aligned} \quad (3.67)$$

und

$$\begin{aligned} M_{6, EM} &= M_R(\phi_R) + 3n_p \left(\vec{\Psi}_6^{dq, \mu} \times \vec{i}_6^{dq, \mu} + \vec{\Psi}_6^{dq, \Delta} \times \vec{i}_6^{dq, \Delta} \right) - n_p \frac{\partial \mathcal{E}_{6, mag, I}^{\mu \Delta}}{\partial \phi_R} \\ &=: M_{6, EM}^{\mu \Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{dq, \mu}, \vec{\Psi}_6^{dq, \Delta}, \phi_R \right). \end{aligned} \quad (3.68)$$

Mit Hilfe von (3.66), (3.67) und (3.68) wird das Verhalten der zweimal-dreiphasigen Maschine in dieser Arbeit beschrieben.

3.3.4. Zusammenhang zwischen magnetischer Feldenergie und magnetischer Koenergie

Der Zusammenhang zwischen Strangströmen und magnetischen Flussverkettungen in Abhängigkeit von der Rotorlage wird in dieser Arbeit als bijektiv angenommen. Dies bedeutet, dass die magnetische Flussverkettung im rotorflussorientierten Koordinatensystem $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}$ auch als Funktion der dq-Ströme $\vec{i}_{3\lambda}^{dq}$ und der Rotorlage ϕ_R beschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} \vec{f}_{str, \Psi} &: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n, \left(\vec{i}_{str}, \phi_R \right) \mapsto \vec{f}_{str, \Psi} \left(\vec{i}_{str}, \phi_R \right) \\ \vec{\Psi}_{str} &= \vec{f}_{str, \Psi} \left(\vec{i}_{str}, \phi_R \right). \end{aligned} \quad (3.69)$$

Die magnetische Feldenergie, welche in (3.47) beschrieben wurde, kann nun mit Hilfe von (3.69) durch partielle Integration wie folgt umgeformt werden:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{\text{mag,I}} &= \int \vec{i}_{\text{str}} \cdot \frac{d\vec{f}_{\text{str},\Psi}}{dt} (\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}) dt \\
&= \vec{f}_{\text{str},\Psi} (\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}) \cdot \vec{i}_{\text{str}} - \vec{f}_{\text{str},\Psi} (0, \phi_{\text{R}}) \cdot 0 - \int \vec{f}_{\text{str},\Psi} (\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}) \cdot \frac{d\vec{i}_{\text{str}}}{dt} dt \\
&= \vec{f}_{\text{str},\Psi} (\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}) \cdot \vec{i}_{\text{str}} - \underbrace{\int \vec{f}_{\text{str},\Psi} (\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}) \cdot d\vec{i}_{\text{str}}}_{\mathcal{E}_{\text{ko,I}}(\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}})}
\end{aligned} \tag{3.70}$$

mit

$$\chi_{\text{ko}} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad \chi_{\text{ko}}(0) = \vec{0} \quad \text{und} \quad \chi_{\text{ko}}(t) = \vec{i}_{\text{str}}.$$

Die magnetische Feldenergie kann somit auch abhängig von den Strangströmen \vec{i}_{str} und der Rotorlage ϕ_{R} beschrieben werden. Auch bei diesem Kurvenintegral ist der Integrationsweg bis auf die Start- und Endwerte nicht vorgegeben und kann daher beliebig gewählt werden. Aus der magnetischen Koenergie $\mathcal{E}_{\text{ko,I}}$ kann nun durch partielle Ableitung die magnetischen Flussverkettungen bestimmt werden:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{\text{ko,I}}}{\partial \vec{i}_{\text{str}}} (\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}) = \vec{f}_{\text{str},\Psi} (\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}) = \vec{\Psi}_{\text{str}}. \tag{3.71}$$

Das Drehmoment M_{EM} , welches von der elektrischen Maschine erzeugt wird, kann auch aus der magnetischen Koenergie $\mathcal{E}_{\text{ko,I}}$ bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
M_{\text{EM}} &= M_{\text{R}} (\phi_{\text{R}}) - n_{\text{p}} \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,I}}}{\partial \phi_{\text{R}}} \\
&= M_{\text{R}} (\phi_{\text{R}}) - n_{\text{p}} \left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{R}}} \mathcal{E}_{\text{mag,I}} (\vec{f}_{\text{str},\Psi} (\vec{i}_{\text{str}}, \phi_{\text{R}}), \phi_{\text{R}}) - \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,I}}}{\partial \vec{\Psi}_{\text{str}}} \frac{\partial \vec{f}_{\text{str},\Psi}}{\partial \phi_{\text{R}}} \right) \\
&= M_{\text{R}} (\phi_{\text{R}}) - n_{\text{p}} \left(\frac{\partial \vec{f}_{\text{str},\Psi}}{\partial \phi_{\text{R}}} \cdot \vec{i}_{\text{str}} - \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{ko,I}}}{\partial \phi_{\text{R}}} - \vec{i}_{\text{str}} \cdot \frac{\partial \vec{f}_{\text{str},\Psi}}{\partial \phi_{\text{R}}} \right) \\
&= M_{\text{R}} (\phi_{\text{R}}) + n_{\text{p}} \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{ko,I}}}{\partial \phi_{\text{R}}}
\end{aligned} \tag{3.72}$$

Die betrachteten elektrischen Maschinen könnten somit auch mit Hilfe der magnetischen Koenergie in Abhängigkeit der Strangströme beschrieben werden. Analog zu der magnetischen Energiefunktion kann auch die magnetische Koenergie mit Hilfe der in dieser Arbeit verwendeten Transformationsmatrizen in das dq-Koordinatensystem überführt werden. Zudem kann gezeigt werden, dass die Koenergiefunktion $\mathcal{E}_{\text{ko,I}}$ die gleichen Symmetrieeigenschaften besitzt wie die Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$, welche in Unterabschnitt 3.4 beschrieben sind. Dies ist allerdings nicht Teil dieser Arbeit und wurde bereits in [29, 57] ausführlich beschrieben.

3.4. Symmetrieeigenschaften der Energiefunktion

Die Maschinengeometrie erfüllt üblicherweise verschiedene Symmetrieeigenschaften, aus welchen wiederum Symmetrieeigenschaften für die Energiefunktion resultieren. Um die Anzahl an Parametern zu reduzieren, welche benötigt werden, um eine elektrische Maschine für anisotropiebasierte Verfahren ausreichend gut zu beschreiben, können diese Symmetrieeigenschaften nun ausgenutzt werden. In dieser Arbeit wird analog zu [29] angenommen, dass die untersuchten Maschinen die folgenden Symmetrieeigenschaften erfüllen.

3.4.1. Symmetrieeigenschaften von idealen Maschinen

Sowohl der Stator als auch der Rotor einer idealen Maschine erfüllen aufgrund ihres mechanischen Aufbaus und der Materialeigenschaften gewisse Symmetrieeigenschaften:

Drehsymmetrie des Rotors

Der Rotor ist üblicherweise drehsymmetrisch. Eine Drehung des Rotors um $\frac{360^\circ}{n_p}$ führt üblicherweise zur gleichen Rotorgeometrie. Oft führt sogar eine Drehung des Rotors um $\frac{180^\circ}{n_p}$ zu derselben Rotorgeometrie. In diesem Fall werden jedoch durch die Verdrehung die Magnetisierungsrichtungen der Magneten umgekehrt.

Anordnung der Wicklungsstränge

Bei idealen Maschinen sind alle Wicklungsstränge und die zugehörigen Nuten identisch aufgebaut. Die Wicklungsstränge eines Wicklungssystems sind bei dreiphasigen und zweimal-dreiphasigen Maschinen zudem jeweils um $x_m \cdot \frac{120^\circ}{n_p}$ zueinander versetzt angeordnet, wobei $x_m \in \mathbb{N}^+$. In Abbildung 3.7 ist der Statorquerschnitt einer Maschine mit drei Wicklungssträngen, drei Nuten und Polpaarzahl $n_p = 1$ beispielhaft dargestellt.

Achsen- bzw. Punktsymmetrien im Rotor und im Stator

Je nach Maschinentopologie besitzt die Rotor- und Statorgeometrie weitere Achsen- oder Punktsymmetrien. In Abbildung 3.8 sind die Symmetrieachsen für eine Maschine mit 6 Nuten und 4 Polen beispielhaft dargestellt. Es gilt allerdings zu beachten, dass in dem gezeigten Beispiel je nach Symmetrieachse die Stromrichtungen in den Wicklungen und die Magnetisierungsrichtungen der Magnete auf den gespiegelten Flächen lediglich gespiegelt oder auch gespiegelt und umgekehrt sind.

Elektrobleche haben oft aufgrund des Fertigungsprozesses eine ausgeprägte magnetische Anisotropie, welche zu einem unsymmetrischen magnetischen Verhalten führen kann (siehe z. B. [58]). Um einen Zusammenhang zwischen Geometrie und Energiefunktion herzustellen, muss im Folgenden nun zusätzlich angenommen werden, dass die magnetische

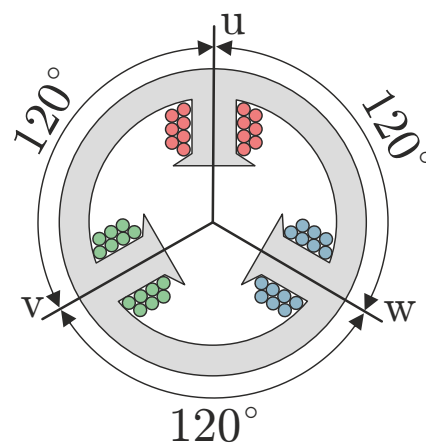


Abbildung 3.7.: Angenommener Versatz zwischen den Wicklungssträngen

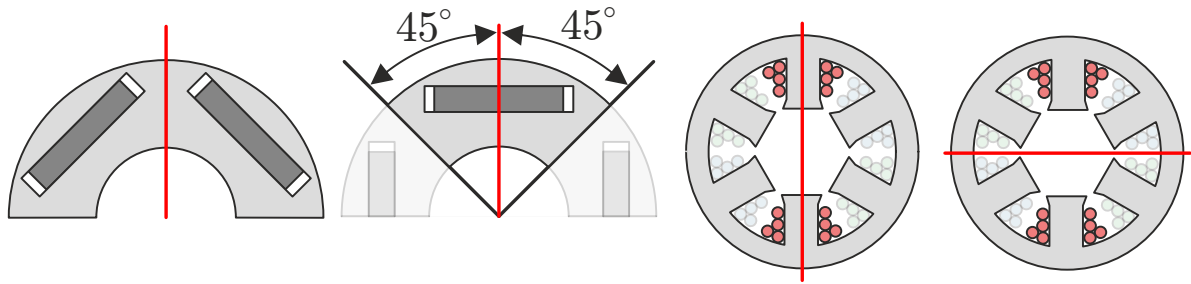


Abbildung 3.8.: Vorhandene Achsensymmetrien der Rotorpole (links) und des Stators (rechts) bei einer Maschine mit 6 Nuten und 4 Polen. Die Symmetrieachsen wurden in rot eingezeichnet.

Anisotropie der weichmagnetischen Materialien vernachlässigbar klein ist.

Die magnetische Feldenergie lässt sich mit Hilfe von (3.37) auch als Volumenintegral über die Energiedichtefunktion darstellen (siehe z. B. [56]):

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \iiint_V \int_0^{\vec{B}} \vec{H}(\vec{B}', \phi_R, \vec{p}', \vartheta_R) \cdot d\vec{B}' \, d\vec{p}', \quad (3.73)$$

wobei V das Integrationsvolumen darstellt.

Wird nun als Integrationsvolumen die gesamte Maschine betrachtet, so wird durch ein Drehen, Spiegeln oder Umkehren des Magnetfeldes die magnetische Feldenergie nicht beeinflusst. Aufgrund der Symmetrieeigenschaften kommt es nun in bestimmten Fällen zu einer solchen Drehung, Spiegelung beziehungsweise Umkehrung des Magnetfelds und somit zu identischen Werten für die magnetische Feldenergie. Diese Fälle werden nun im Folgenden erläutert.

3.4.2. Symmetrieeigenschaften des stromunabhängigen Anteils der Energiefunktion

Für eine dreiphasige Maschine mit Sternschaltung wurden die Symmetrieeigenschaften und ihre Auswirkungen auf die Eigenschaften der Energiefunktion bereits in [57] ausführlich beschrieben.

In [57] wurde allerdings der Anteil der Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag,R}}$, welcher für das Rastmoment verantwortlich ist, nicht berücksichtigt. Das Rastmoment muss aufgrund der Symmetrieeigenschaften bei einer Drehung um $360^\circ/\text{kgV}(n_{\text{Nuten}}, n_{\text{Pol}})$ unverändert bleiben (siehe z. B. [59]). Da das Rastmoment durch partielles Ableiten von $\mathcal{E}_{\text{mag,R}}$ gewonnen wird, muss auch der Anteil der Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag,R}}$ diese Periodizität aufweisen:

$$\mathcal{E}_{\text{mag,R}} \left(\phi_R + \frac{2\pi \cdot n_p}{\text{kgV}(n_{\text{Nuten}}, n_{\text{Pol}})} \right) = \mathcal{E}_{\text{mag,R}}(\phi_R), \quad (3.74)$$

wobei $\text{kgV}(n_{\text{Nuten}}, n_{\text{Pol}})$ das kleinste gemeinsame Vielfache von der Nutzahl n_{Nuten} und Polzahl n_{Pol} beschreibt.

Aufgrund der vorhandenen Symmetrien gilt zudem, dass das Negieren des Rotorwinkels den Anteil der magnetische Feldenergie $\mathcal{E}_{\text{mag,R}}$ nicht verändert:

$$\boxed{\mathcal{E}_{\text{mag,R}}(\phi_{\text{R}}) = \mathcal{E}_{\text{mag,R}}(-\phi_{\text{R}})}. \quad (3.75)$$

Unter Berücksichtigung von (3.74) und (3.75) kann nun die Approximationsfunktion für $\mathcal{E}_{\text{mag,R}}$ aufgestellt werden.

3.4.3. Symmetrieeigenschaften des stromabhängigen Anteils der Energiefunktion einer dreiphasigen Maschine

Für den Anteil der Energiefunktion $\mathcal{E}_{3,\text{mag,I}}$ einer dreiphasigen Maschine folgen direkt aus den Symmetrieeigenschaften der Maschine wiederum Symmetrieeigenschaften für die Energiefunktion. Diese Eigenschaften wurden bereits in [57] untersucht und werden im Folgenden beschrieben:

Ein Vertauschen der Anschlussklemmen und eine Rotation des Rotors um 120° elektrisch dreht das Magnetfeld in der Maschine um 120° elektrisch und lässt somit die magnetische Feldenergie unverändert:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{3,\text{mag,I}}(\vec{\Psi}_{3,\text{str}}, \phi_{\text{R}}) &= \mathcal{E}_{3,\text{mag,I}}\left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{P}_{\text{L}}} \cdot \vec{\Psi}_{3,\text{str}}, \phi_{\text{R}} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &= \mathcal{E}_{3,\text{mag,I}}\left(\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{P}_{\text{R}}} \cdot \vec{\Psi}_{3,\text{str}}, \phi_{\text{R}} + \frac{2\pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (3.76)$$

Zudem führt ein Invertieren der Flussverkettungen und Drehung des Rotors um 180° zu einer Umkehrung der magnetischen Flüsse in der Maschine und somit zu dem gleichen Wert für den stromabhängigen Anteil der magnetische Feldenergie $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$:

$$\mathcal{E}_{3,\text{mag,I}}(\vec{\Psi}_{3,\text{str}}, \phi_{\text{R}}) = \mathcal{E}_{3,\text{mag,I}}(-\vec{\Psi}_{3,\text{str}}, \phi_{\text{R}} + \pi). \quad (3.77)$$

Eine weitere Eigenschaft der Funktion $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$ ist, dass durch das Negieren des Rotorwinkels und vertauschen der Anschlussklemmen V und W das Ergebnis unverändert bleibt:

$$\mathcal{E}_{3,\text{mag,I}}(\vec{\Psi}_{3,\text{str}}, \phi_{\text{R}}) = \mathcal{E}_{3,\text{mag,I}}\left(\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{P}_{\text{vw}}} \cdot \vec{\Psi}_{3,\text{str}}, -\phi_{\text{R}}\right). \quad (3.78)$$

Dies kann damit begründet werden, dass durch einen solchen Vorgang das Magnetfeld in der Maschine gespiegelt wird. Unter Ausnutzung von (3.76), (3.77) und (3.78) wird in Abschnitt 3.5 eine Approximationsfunktion für $\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$ aufgestellt werden.

3.4.4. Symmetrieeigenschaften des stromabhängigen Anteils der Energiefunktion einer zweimal-dreiphasigen Maschine

Die Gleichungen (3.74) und (3.75), welche für die Beschreibung des Rastmoments relevant sind, sind unabhängig von der Wicklungstopologie gültig. Somit gelten diese ebenfalls für eine zweimal-dreiphasige Maschine.

Die Symmetrieeigenschaften der stromabhängigen Komponente der Energiefunktion unterscheiden sich jedoch in Abhängigkeit der Anordnung der Wicklungsgruppen. Für Gleichungen, welche nur für Maschinen mit räumlich verwobenen Wicklungssträngen gelten, wird daher das Subskript x_x und für Gleichungen, welche für Maschinen mit räumlich getrennten Teilsystemen gelten, wird das Subskript $x_{||}$ eingeführt. Bei Gleichungen, welche allgemein gültig sind, wird kein zusätzliches Subskript verwendet.

Bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich verwobenen Wicklungssträngen können nun ebenfalls die Anschlussklemmen innerhalb beider Teilsysteme getauscht werden und die Rotorposition um 120° elektrisch gedreht werden, ohne dass sich hierbei die magnetische Feldenergie $\mathcal{E}_{6x,\text{mag,I}}$ ändert:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{6x,\text{mag,I}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{array} \right), \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{6x,\text{mag,I}} \left(\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_L & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{P}_L \end{array} \right] \cdot \left(\begin{array}{c} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{array} \right), \phi_R - \frac{2\pi}{3} \right) \\ &= \mathcal{E}_{6x,\text{mag,I}} \left(\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_R & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{P}_R \end{array} \right] \cdot \left(\begin{array}{c} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{array} \right), \phi_R + \frac{2\pi}{3} \right), \end{aligned} \quad (3.79)$$

wobei \mathbf{P}_L und \mathbf{P}_R die in (3.76) definierten Permutationsmatrizen sind.

Dies kann damit begründet werden, dass bei einer verwobenen Wicklung die Wicklungsstränge eines Teilsystems symmetrisch in der Maschine verteilt sind und so die Wicklungsstränge eines Teilsystems zueinander, wie bei einer dreiphasigen Maschine, magnetisch symmetrisch gekoppelt sind. Bei einer Maschine mit räumlich getrennten Teilsystemen ist dies nicht der Fall. Der Unterschied zwischen den beiden Verschaltungsmöglichkeiten ist in Abbildung 3.9 für eine Maschine mit 6 Nuten und Einzelzahnwicklung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Wicklungsstränge eines Teilsystems bei einer Maschine mit räumlich getrennten Teilsystemen einen unterschiedlichen Abstand zueinander aufweisen und somit auch die magnetische Kopplung zwischen den Wicklungssträngen unterschiedlich ist. In diesem Fall muss die Symmetrieeigenschaft aus (3.79) eingeschränkt werden, denn sie gilt nur, wenn die Flussverkettungen in beiden Teilsystemen identisch sind und somit wieder eine symmetrische magnetische Kopplung der Wicklungsstränge im Gesamten entsteht:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{6||,\text{mag,I}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{x}_{||,\Psi} \\ \vec{x}_{||,\Psi} \end{array} \right), \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{6||,\text{mag,I}} \left(\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_L & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{P}_L \end{array} \right] \cdot \left(\begin{array}{c} \vec{x}_{||,\Psi} \\ \vec{x}_{||,\Psi} \end{array} \right), \phi_R - \frac{2\pi}{3} \right) \\ &= \mathcal{E}_{6||,\text{mag,I}} \left(\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_R & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{P}_R \end{array} \right] \cdot \left(\begin{array}{c} \vec{x}_{||,\Psi} \\ \vec{x}_{||,\Psi} \end{array} \right), \phi_R + \frac{2\pi}{3} \right), \end{aligned} \quad (3.80)$$

wobei $\vec{x}_{||,\Psi} \in \mathbb{R}^3$.

Außerdem führt ein Invertieren der Flussverkettungen in allen Teilsystemen und ein Dre-

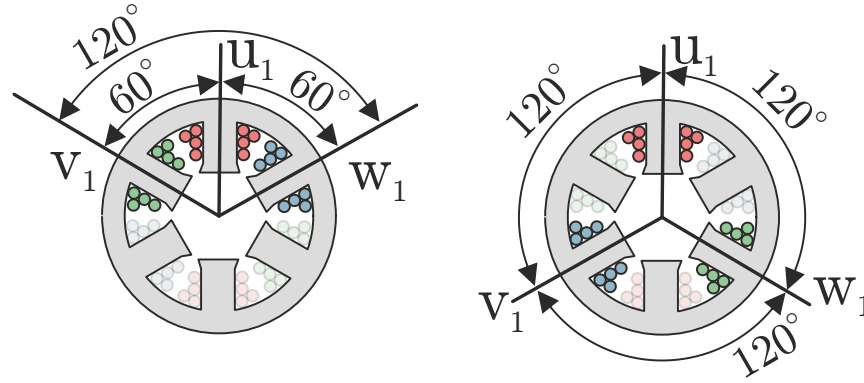


Abbildung 3.9.: Unterschiede in den Symmetrieeigenschaften der Wicklungsstränge innerhalb eines Teilsystems zwischen einer Maschine mit räumlich getrennten Teilsystemen (**links**) und einer Maschine mit verwobenen Wicklungssträngen (**rechts**).

hen des Rotors um 180° elektrisch zu einer Umkehrung der magnetischen Flüsse in der Maschine und somit zu identischen Werten für die magnetische Feldenergie $\mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}$:

$$\mathcal{E}_{6,\text{mag,I}} \left(\left(\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}, \phi_R \right) = \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}} \left(- \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}, \phi_R + \pi \right). \quad (3.81)$$

Das Vertauschen der Anschlussklemmen V1 und W1 sowie der Klemmen V2 und W2 bei gleichzeitiger Negierung des Rotorwinkels führen darüber hinaus zu einer Achsenspiegelung der magnetischen Flüsse in der Maschine und somit wiederum zu identischen Werten für die magnetische Feldenergie $\mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}$:

$$\mathcal{E}_{6,\text{mag,I}} \left(\left(\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}, \phi_R \right) = \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}} \left(\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{P}_{\text{vw}} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{P}_{\text{vw}} \end{array} \right] \cdot \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}, -\phi_R \right), \quad (3.82)$$

wobei \mathbf{P}_{vw} die in (3.78) definierte Permutationsmatrix ist.

Bei einer idealen zweimal-dreiphasigen Maschine kann ferner angenommen werden, dass sich beide Teilsysteme aus elektromagnetischer Sicht identisch verhalten. Dies bedeutet, dass ein Vertauschen der Flussverkettungen beider Teilsysteme bei gleichbleibender Rotorposition ϕ_R zu einer Spiegelung des Magnetfelds und somit zum selben Wert für die magnetische Feldenergie $\mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}$ führt:

$$\mathcal{E}_{6,\text{mag,I}} \left(\left(\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}, \phi_R \right) = \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}} \left(\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbb{I}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbb{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{array} \right] \cdot \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{6,\text{str},1} \\ \vec{\Psi}_{6,\text{str},2} \end{pmatrix}, \phi_R \right). \quad (3.83)$$

Unabhängig von der Verschaltung der Wicklungsstränge können somit die Symmetrieeigenschaften (3.81), (3.82) und (3.83) angenommen werden. Abhängig von der Verschaltungsweise kann zudem entweder (3.79) oder (3.80) angenommen werden.

3.5. Approximation der Energiefunktion mit Hilfe einer Reihenentwicklung

Im Folgenden wird für alle betrachteten Maschinentypen die Energiefunktion unter Berücksichtigung der dargestellten Symmetrieeigenschaften mittels einer Reihenentwicklung angenähert. Es werden dabei magnetische Sättigungseffekte und Flussharmonische berücksichtigt.

3.5.1. Approximationsfunktion für eine dreiphasige Maschine mit Sternschaltung

Die Approximation der Energiefunktion findet in dieser Arbeit im rotorflussorientierten Koordinatensystem statt, da sich hier die Symmetrieeigenschaften einfach abbilden lassen.

Mit Hilfe der dq-Transformationsmatrix und ihrer Pseudoinversen, welche in (3.9) und (3.10) definiert sind, können nun die aufgestellten Eigenschaften aus (3.76), (3.77) und (3.78) in Abhängigkeit von den dq-Größen und der Rotorlage beschrieben werden. Es gilt (Vgl. [57]):

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{dq} \left(\phi_R - \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \mathbf{P}_L \cdot \mathbf{T}_{dq}^+ (\phi_R) &= \mathbf{T}_{dq} \left(\phi_R + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \mathbf{P}_R \cdot \mathbf{T}_{dq}^+ (\phi_R) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{T}_{dq} (-\phi_R) \cdot \mathbf{P}_{vw} \cdot \mathbf{T}_{dq}^+ (\phi_R) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.84)$$

sowie

$$-\mathbf{T}_{dq} (\phi_R + \pi) \cdot \mathbf{T}_{dq}^+ (\phi_R) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.85)$$

Aus (3.76), (3.77), (3.78), (3.84) und (3.85) folgt für die Eigenschaften der Energiefunktion $\mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}$ (Vgl. [57]):

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R - \frac{2\pi}{3} \right) = \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R + \pi \right) \\ \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_R \right). \end{aligned} \quad (3.86)$$

Aus (3.74) und (3.75) folgt zudem, dass der Anteil der Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag}, R}$, welcher für das Rastmoment verantwortlich ist, mit Hilfe von trigonometrischen Funktionen wie folgt angenähert werden kann:

$$\mathcal{E}_{\text{mag}, R} \approx \sum_{k_R=1}^{k_{R,m}} a_{R, k_R} \cos \left(\frac{k_R}{n_p} \text{kgV}(n_{\text{Nuten}}, n_{\text{Pole}}) \phi_R \right) =: \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}, R} (\phi_R), \quad (3.87)$$

wobei a_{R, k_R} die Approximationsparameter beschreibt und die maximale mechanische Ordnung des Rastmoments, welche berücksichtigt wird, gleich $k_{R,m} \cdot \text{kgV}(n_{\text{Nuten}}, n_{\text{Pole}})$ ist. $\text{kgV}(n_{\text{Nuten}}, n_{\text{Pole}})$ ist das kleinste gemeinsame Vielfache von der Nutzahl und Polzahl und $k_{R,m} \in \mathbb{N}^+$ kann frei gewählt werden.

Der Anteil der Energiefunktion $\mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}}$ lässt sich nun unter Einhaltung von (3.86) mit folgender Reihenentwicklung annähern:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) &\approx \tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,GW}}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \right) + \tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,OW}}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) \\
 \tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,GW}}^{\text{dq}} &:= \sum_{k_{\text{d}}=1}^{k_{\text{d,m}}} a_{0,0,k_{\text{d}}} (\Psi_{3\lambda,\text{d}})^{k_{\text{d}}} + \sum_{k_{\text{q}}=1}^{\lfloor \frac{k_{\text{q,m}}}{2} \rfloor} \sum_{k_{\text{d}}=0}^{k_{\text{d,m}}} a_{0,k_{\text{q}},k_{\text{d}}} (\Psi_{3\lambda,\text{d}})^{k_{\text{d}}} (\Psi_{3\lambda,\text{q}})^{(2k_{\text{q}})} \\
 \tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,OW}}^{\text{dq}} &:= \sum_{h=1}^{h_{\text{m}}} \sum_{k_{\text{d}}=1}^{k_{\text{d,m}}} a_{h,0,k_{\text{d}}} \cos(6h\phi_{\text{R}}) (\Psi_{3\lambda,\text{d}})^{k_{\text{d}}} \\
 &+ \sum_{h=1}^{h_{\text{m}}} \sum_{k_{\text{q}}=1}^{\lfloor \frac{k_{\text{q,m}}}{2} \rfloor} \sum_{k_{\text{d}}=0}^{k_{\text{d,m}}} a_{h,k_{\text{q}},k_{\text{d}}} \cos(6h\phi_{\text{R}}) (\Psi_{3\lambda,\text{d}})^{k_{\text{d}}} (\Psi_{3\lambda,\text{q}})^{(2k_{\text{q}})} \\
 &+ \sum_{h=1}^{h_{\text{m}}} \sum_{k_{\text{q}}=0}^{\lfloor \frac{k_{\text{q,m}}-1}{2} \rfloor} \sum_{k_{\text{d}}=0}^{k_{\text{d,m}}} b_{h,k_{\text{q}},k_{\text{d}}} \sin(6h\phi_{\text{R}}) (\Psi_{3\lambda,\text{d}})^{k_{\text{d}}} (\Psi_{3\lambda,\text{q}})^{(1+2k_{\text{q}})}.
 \end{aligned} \tag{3.88}$$

Die höchste Ordnung der Oberwellen, welche in der Approximation berücksichtigt werden, ist $6h_{\text{m}}$.

Mit Hilfe des Anteils $\tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,GW}}^{\text{dq}}$ der Approximationsfunktion wird in dieser Arbeit das Grundwellenverhalten der Maschine und mit Hilfe des Anteils $\tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,OW}}^{\text{dq}}$ das Oberwellenverhalten der Maschine beschrieben. Besitzt eine elektrische Maschine keine Flussoberwellen, so ist die Funktion $\tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,OW}}^{\text{dq}}$ gleich null.

Die gesamte Energiefunktion \mathcal{E}_{mag} abzüglich des Konstantanteils \mathcal{E}_0 wird in dieser Arbeit mit Hilfe von (3.87) und (3.88) wie folgt approximiert:

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} - \mathcal{E}_0 \approx \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag,R}} + \tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,GW}}^{\text{dq}} + \tilde{\mathcal{E}}_{3\lambda,\text{mag,OW}}^{\text{dq}} =: \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}. \tag{3.89}$$

Das Verhalten der Maschine wird somit über die Parameter $a_{\text{R},k_{\text{R}}}$, $a_{h,k_{\text{q}},k_{\text{d}}}$ und $b_{h,k_{\text{q}},k_{\text{d}}}$ beschrieben. Die maximale Ordnungen der Approximationsfunktion können über die Parameter $k_{\text{d,m}}$ und $k_{\text{q,m}}$ beliebig eingestellt werden. Im Rahmen dieser Arbeit hat sich herausgestellt, dass die Werte für maximale Ordnungen der Approximationsfunktion, welche benötigt werden, um die Energiefunktion gut zu approximieren, sich von Maschine zu Maschine stark unterscheiden. Besonders bei Maschinen mit einem stark ausgeprägtem Sättigungsverhalten werden sehr hohe Werte für die maximalen Ordnungen benötigt, um eine ausreichend gute Approximation der Energiefunktion zu erhalten. Daher wird in dieser Arbeit die Annäherungsfunktion generisch gehalten, um die maximalen Ordnungen abhängig von der untersuchten Maschine anpassen zu können. Mit Hilfe von (3.89) wird im Folgenden das elektromagnetische Verhalten der dreiphasigen Maschine mit Sternschaltung beschrieben.

In Abschnitt 3.5.4 wird gezeigt, wie die Koeffizienten $a_{\text{R},k_{\text{R}}}$, $a_{h,k_{\text{q}},k_{\text{d}}}$ und $b_{h,k_{\text{q}},k_{\text{d}}}$ der Approximation der Energiefunktion aus FEM-Daten oder aus Messdaten mit Hilfe der Signalinjektion ermittelt werden können.

3.5.2. Approximationsfunktion für eine dreiphasige Maschine mit Dreieckschaltung

Auch die Approximation der Energiefunktion einer Maschine mit Dreieckschaltung findet in dieser Arbeit im rotorflussorientierten Koordinatensystem statt, da sich auch in diesem Fall die Symmetrieeigenschaften einfach abbilden lassen.

Mit Hilfe der Transformationsmatrizen (3.15), (3.17), (3.21) und (3.22) können die aufgestellten Eigenschaften aus (3.76), (3.77) und (3.78) in Abhängigkeit von den dqk-Größen und der Rotorlage beschrieben werden (Vgl. [57]):

$$\begin{aligned} & \mathbf{T}_{\text{dqk}} \left(\phi_{\text{R}} - \frac{2\pi}{3} \right) \mathbf{T}_{3\Delta, \text{S} \rightarrow \text{L}} \mathbf{P}_{\text{L}} \mathbf{T}_{3\Delta, \text{L} \rightarrow \text{S}} \mathbf{T}_{\text{uvwk}} (\phi_{\text{R}}) \\ &= \mathbf{T}_{\text{dqk}} \left(\phi_{\text{R}} + \frac{2\pi}{3} \right) \mathbf{T}_{3\Delta, \text{S} \rightarrow \text{L}} \mathbf{P}_{\text{R}} \mathbf{T}_{3\Delta, \text{L} \rightarrow \text{S}} \mathbf{T}_{\text{uvwk}} (\phi_{\text{R}}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.90)$$

sowie für die Eigenschaft (3.78) gilt

$$\mathbf{T}_{\text{dqk}} (-\phi_{\text{R}}) \mathbf{T}_{3\Delta, \text{S} \rightarrow \text{L}} \mathbf{P}_{\text{vw}} \mathbf{T}_{3\Delta, \text{L} \rightarrow \text{S}} \mathbf{T}_{\text{uvwk}} (\phi_{\text{R}}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

und für die Eigenschaft aus (3.77) gilt

$$-\mathbf{T}_{\text{dqk}} (\phi_{\text{R}} + \pi) \mathbf{T}_{3\Delta, \text{S} \rightarrow \text{L}} \mathbf{T}_{3\Delta, \text{L} \rightarrow \text{S}} \mathbf{T}_{\text{uvwk}} (\phi_{\text{R}}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.92)$$

Aus (3.76), (3.77), (3.78), (3.90), (3.91) und (3.92) folgt für die Eigenschaften der Energiefunktion $\mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}}$ (Vgl. [57]):

$$\boxed{\begin{aligned} \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}} (\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}}) &= \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} - \frac{2\pi}{3} \right) = \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}} (\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}}) &= \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} + \pi \right) \\ \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}} (\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}}) &= \mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, -\phi_{\text{R}} \right). \end{aligned}} \quad (3.93)$$

Der Anteil der Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag}, \text{R}}$ und somit auch das Rastmoment sind unabhängig von der Verschaltungsart. Dieser Anteil kann somit ebenfalls mit der Approximationsfunktion (3.87) angenähert werden.

Bei der Approximation des Anteils $\mathcal{E}_{3\Delta, \text{mag}, \text{I}}^{\text{dqk}}$ muss nun auch die k-Komponente der magnetischen Flussverkettung berücksichtigt werden. Denn durch den in den Wicklungen fließenden Kreisstrom wird nun ebenfalls die Energie im System verändert.

Unter Berücksichtigung von (3.93) wird der Anteil $\mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag},\text{I}}^{\text{dqk}}$ in dieser Arbeit mit folgender Reihenentwicklung angenähert:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag},\text{I}}^{\text{dqk}} &\approx \tilde{\mathcal{E}}_{3\Delta,\text{mag},\text{GW}}^{\text{dqk}} + \tilde{\mathcal{E}}_{3\Delta,\text{mag},\text{OW}}^{\text{dqk}} \\
\tilde{\mathcal{E}}_{3\Delta,\text{mag},\text{GW}}^{\text{dqk}} &:= \sum_{k_d=1}^{k_{d,\text{GW},\text{max}}} a_{0,0,k_d,0} (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} + \sum_{k_d=0}^{k_{d,\text{GW},\text{max}}} a_{0,0,k_d,k_k} (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} (\Psi_{3\Delta,k})^2 \\
&\quad + \sum_{k_q=1}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} \sum_{k_k=0}^1 a_{0,k_q,k_d,k_k} (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} (\Psi_{3\Delta,q})^{(2k_q)} (\Psi_{3\Delta,k})^{(2k_k)} \\
\tilde{\mathcal{E}}_{3\Delta,\text{mag},\text{OW}}^{\text{dqk}} &:= \sum_{k_d=1}^{k_{d,m}} a_{6,0,k_d,k_k} \cos(6\phi_R) (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} \\
&\quad + \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} a_{6,0,k_d,k_k} \cos(6\phi_R) (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} (\Psi_{3\Delta,k})^2 \\
&\quad + \sum_{k_q=1}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} \sum_{k_k=0}^1 a_{6,k_q,k_d,k_k} \cos(6\phi_R) (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} (\Psi_{3\Delta,q})^{(2k_q)} (\Psi_{3\Delta,k})^{(2k_k)} \\
&\quad + \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}-1}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} \sum_{k_k=0}^1 b_{6,k_q,k_d,k_k} \sin(6\phi_R) (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} (\Psi_{3\Delta,q})^{(1+2k_q)} (\Psi_{3\Delta,k})^{(2k_k)} \\
&\quad + \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} c_{3,k_q,k_d,0} \cos(3\phi_R) (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} (\Psi_{3\Delta,q})^{(2k_q)} \Psi_{3\Delta,k} \\
&\quad + \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}-1}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} d_{3,k_q,k_d,0} \sin(3\phi_R) (\Psi_{3\Delta,d})^{k_d} (\Psi_{3\Delta,q})^{(1+2k_q)} \Psi_{3\Delta,k}.
\end{aligned} \tag{3.94}$$

Um die Komplexität der Approximationsfunktion zu verringern, wurde die höchste Ordnung der Oberwellen auf 6 begrenzt. Prinzipiell lässt sich die Approximationsfunktion auch um höhere Ordnungen erweitern.

Für die Approximation der Energiefunktion einer Maschine mit Dreieckschaltung bedarf es somit an deutlich mehr Parametern als für die Approximation der Energiefunktion einer Maschine mit Sternschaltung. Neben der k-Komponente der Flussverkettung müssen nun auch Oberwellen mit Ordnungen, welche ungeraden Vielfachen von drei entsprechen, berücksichtigt werden.

Die höchste Potenz der k-Komponente der Flussverkettung $\Psi_{3\Delta,k}$ in der Approximationsfunktion wurde in dieser Arbeit auf zwei begrenzt. Dies ist der Minimalwert, um alle partiellen Ableitungen der Stromkomponenten nach den Komponenten der magnetischen Flussverkettungen mit dem Modell abbilden und somit das dynamische Verhalten der Maschine beschreiben zu können. Der Einfluss des Kreisstroms auf das Sättigungsverhalten der Maschine kann bei dieser Wahl jedoch nicht korrekt durch die Approximationsfunktion wiedergegeben werden. Hierzu muss die Approximationsfunktion auch höhere Potenzen

der k-Komponente beinhalten. In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass die Kreiströme klein sind und den Sättigungszustand der Maschine nicht beeinflussen.

Die maximalen Potenzen der d- und q-Komponenten der magnetischen Flussverkettungen können nun analog zu (3.88) ebenfalls über die Parameter $k_{d,m}$ und $k_{q,m}$ beliebig eingestellt werden.

Die Bestimmung der Parameter a_{6,k_q,k_d,k_k} , b_{6,k_q,k_d,k_k} , $c_{3,k_q,k_d,0}$ und $d_{3,k_q,k_d,0}$ erfolgt in dieser Arbeit ausschließlich mit Hilfe von FEM-Berechnungen. Eine Bestimmung der Parameter aus Messdaten ist schwierig. Dies erfordert eine Messung des Kreisstroms und somit die Platzierung eines Sensors in den Wicklungssträngen, welche häufig nicht zugänglich sind. Zudem kann der Kreisstrom bei einer bereits verschalteten Maschine nicht beliebig eingestellt werden, da die k-Komponente des Spannungsvektors \vec{u}^{dqk} bei einer in Dreieck verschalteten Maschine stets null ist. Der Kreisstrom kann lediglich über eine Veränderung der k-Komponente der magnetischen Flussverkettung angeregt werden.

Analog zu der Approximationsfunktion für Maschinen mit Sternschaltung, hängt auch (3.94) lediglich linear von den Parametern a_{6,k_q,k_d,k_k} , b_{6,k_q,k_d,k_k} , $c_{3,k_q,k_d,0}$ und $d_{3,k_q,k_d,0}$ ab. Diese Parameter können daher über die Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden.

3.5.3. Approximationsfunktion für eine zweimal-dreiphasige Maschine mit Sternschaltung

Eine allgemeine Approximationsfunktion für eine zweimal-dreiphasige Maschine mit Sternschaltung, welche auch bei unterschiedlichen Leiterströmen in beiden Teilsystemen verwendet werden kann, ist sehr komplex. In diesem Fall spielt neben der Anordnung der Wicklungsstränge, wie in Abbildung 3.9 gezeigt, auch eine Rolle, wie stark die beiden Teilsysteme miteinander magnetisch gekoppelt sind.

In dieser Arbeit werden Fehlerfälle nicht betrachtet und es wird somit angenommen, dass in beiden Teilsysteme die Leiterströme näherungsweise identisch sind. Es gilt an dieser Stelle auch noch zu wiederholen, dass in dieser Arbeit lediglich Maschinen betrachtet werden, deren Wicklungsgruppen um ein Vielfaches von 360° elektrisch zueinander räumlich versetzt sind. Der Versatz zwischen den Wicklungsgruppen hat Einfluss auf die Symmetrieeigenschaften und somit auch auf die Approximationsfunktion.

Analog zu den Symmetrieeigenschaften der dreiphasigen Maschinen, können auch bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine die Symmetrieeigenschaften, welche in (3.80), (3.81), (3.82) und (3.83) beschrieben sind, in das rotorflussorientierte Koordinatensystem überführt werden:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R + \pi \right), \\
 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, -\phi_R \right) \\
 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, -\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R \right).
 \end{aligned} \tag{3.95}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{6x,\text{mag},I}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{6x,\text{mag},I}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R - \frac{2\pi}{3} \right) \\
&= \mathcal{E}_{6x,\text{mag},I}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R + \frac{2\pi}{3} \right), \\
\mathcal{E}_{6||,\text{mag},I}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{0}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{6||,\text{mag},I}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{0}, \phi_R - \frac{2\pi}{3} \right) \\
&= \mathcal{E}_{6||,\text{mag},I}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{0}, \phi_R + \frac{2\pi}{3} \right),
\end{aligned}$$

Bei Maschinen mit verwobenen Wicklungsgruppen gilt die 120° Symmetrie der Energiefunktion somit unabhängig von den aktuellen Flussverkettungen im Δ -System. Lediglich bei Maschinen mit räumlich separierten Wicklungsgruppen muss die Gültigkeit dieser Symmetrieeigenschaft eingeschränkt werden: Sie gilt nur, wenn die Flussverkettungen im Δ -System gleich null sind und somit die Flussverkettungen in beiden Teilsystemen identisch sind.

Sofern die Komponenten der magnetischen Flussverkettungen im Δ -System gleich null sind, sind somit die Symmetrieeigenschaften bezüglich den μ -Komponenten für beide Anordnungen der Wicklungsgruppen identisch mit denen einer dreiphasigen Maschine. Für die Approximationsfunktion wird deshalb (3.88) als Basis verwendet.

Unter Berücksichtigung der restlichen Symmetrieeigenschaften, wird diese dann ergänzt:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{6,\text{mag},I}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R \right) &\approx \tilde{\mathcal{E}}_{6,\text{mag},\text{GW}}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \right) \\
&\quad + \tilde{\mathcal{E}}_{6,\text{mag},\text{OW}}^{\mu\Delta} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R \right)
\end{aligned} \tag{3.96}$$

mit

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathcal{E}}_{6,\text{mag},\text{GW}}^{\mu\Delta} &:= \sum_{k_d=1}^{k_{d,m}} a_{0,0,k_d,0,0} \left(\Psi_{6,d}^\mu \right)^{k_d} + \sum_{k_q=1}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} a_{0,k_q,k_d,0,0} \left(\Psi_{6,d}^\mu \right)^{k_d} \left(\Psi_{6,q}^\mu \right)^{(2k_q)} \\
&\quad + \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} a_{0,k_q,k_d,2,0} \left(\Psi_{6,d}^\mu \right)^{k_d} \left(\Psi_{6,q}^\mu \right)^{(2k_q)} \left(\Psi_{6,q}^\Delta \right)^2 \\
&\quad + \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} a_{0,k_q,k_d,0,2} \left(\Psi_{6,d}^\mu \right)^{k_d} \left(\Psi_{6,q}^\mu \right)^{(2k_q)} \left(\Psi_{6,d}^\Delta \right)^2 \\
&\quad + \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}-1}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} a_{0,k_q,k_d,1,1} \left(\Psi_{6,d}^\mu \right)^{k_d} \left(\Psi_{6,q}^\mu \right)^{(1+2k_q)} \left(\Psi_{6,q}^\Delta \right) \left(\Psi_{6,d}^\Delta \right)
\end{aligned} \tag{3.97}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathcal{E}}_{6,\text{mag,OW}}^{\mu\Delta} := & \sum_{k_d=1}^{k_{d,m}} a_{6,0,k_d,0,0} \cos(6\phi_R) (\Psi_{6,d}^{\mu})^{k_d} \\
& + \sum_{k_q=1}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} a_{6,k_q,k_d,0,0} \cos(6\phi_R) (\Psi_{6,d}^{\mu})^{k_d} (\Psi_{6,q}^{\mu})^{(2k_q)} \\
& + \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}-1}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} b_{6,k_q,k_d,0,0} \sin(6\phi_R) (\Psi_{6,d}^{\mu})^{k_d} (\Psi_{6,q}^{\mu})^{(1+2k_q)} \\
& + \sum_{h=1}^3 \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} \left[\cos(2h\phi_R) \left((\Psi_{6,q}^{\Delta})^2 a_{h,k_q,k_d,2,0} \right. \right. \\
& \left. \left. + (\Psi_{6,d}^{\Delta})^2 a_{h,k_q,k_d,0,2} \right) \cdot (\Psi_{6,d}^{\mu})^{k_d} (\Psi_{6,q}^{\mu})^{(2k_q)} \right] \\
& + \sum_{h=1}^3 \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}-1}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} a_{h,k_q,k_d,1,1} \cos(2h\phi_R) (\Psi_{6,d}^{\mu})^{k_d} (\Psi_{6,q}^{\mu})^{(1+2k_q)} \Psi_{6,q}^{\Delta} \Psi_{6,d}^{\Delta} \\
& + \sum_{h=1}^3 \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}-1}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} \left[\sin(2h\phi_R) \left((\Psi_{6,q}^{\Delta})^2 b_{h,k_q,k_d,2,0} \right. \right. \\
& \left. \left. + (\Psi_{6,d}^{\Delta})^2 b_{h,k_q,k_d,0,2} \right) \cdot (\Psi_{6,d}^{\mu})^{k_d} (\Psi_{6,q}^{\mu})^{(1+2k_q)} \right] \\
& + \sum_{h=1}^3 \sum_{k_q=0}^{\lfloor \frac{k_{q,m}}{2} \rfloor} \sum_{k_d=0}^{k_{d,m}} b_{h,k_q,k_d,1,1} \sin(2h\phi_R) \cdot (\Psi_{6,d}^{\mu})^{k_d} (\Psi_{6,q}^{\mu})^{(2k_q)} \Psi_{6,q}^{\Delta} \Psi_{6,d}^{\Delta}.
\end{aligned}$$

Wie in (3.96) zu sehen ist, beträgt die höchste Potenz der Δ -Komponenten zwei. Dies ist die minimale Ordnung, um alle Einträge der inversen Induktivitätsmatrix, welche durch zweimaliges Ableiten der Approximationsfunktion nach den Komponenten der Flussverkettung bestimmt wird, beschreiben zu können. Höhere Ordnungen werden in dieser Arbeit für die Δ -Komponenten der magnetischen Flussverkettung $\Psi_{6,d}^{\Delta}$ und $\Psi_{6,q}^{\Delta}$ nicht verwendet, da davon ausgegangen wird, dass diese Komponenten näherungsweise null sind und somit einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf das Sättigungsverhalten der Maschine haben.

Für Maschinen mit verwobenen Wicklungsgruppen kann des Weiteren angenommen werden, dass lediglich Oberwellen mit der sechsten Ordnung in der Approximationsfunktion auftauchen. In diesem Fall kann (3.96), welche auch auf Maschinen mit räumlich separierten Wicklungsgruppen angewendet werden kann, angepasst werden.

Die Approximationsfunktion, welche in (3.96) beschrieben ist, wird in dieser Arbeit nun für die Beschreibung von zweimal-dreiphasigen Maschinen verwendet.

3.5.4. Bestimmung der Approximationsparameter mittels der Methode der kleinsten Quadrate

Um die relevanten Parameter der Approximationsfunktionen bestimmen zu können, muss die magnetische Energie oder Größen, welche den partiellen Ableitungen dieser Energie nach den Zustandsgrößen entsprechen (Leiterströme, inverse Induktivitäten oder Drehmoment), in Abhängigkeit von den magnetischen Flussverkettungen und der Rotorlage an verschiedenen Arbeitspunkten bekannt sein. Mit Hilfe von FEM-Simulationen lässt sich zum Beispiel der Zusammenhang zwischen Leiterstrom, magnetischer Flussverkettung, inversen Induktivitäten und Drehmoment an verschiedenen Arbeitspunkten bestimmen.

Sind die Zusammenhänge bekannt, so können diese und die entsprechenden partiellen Ableitungen der Approximationsfunktion in ein lineares Gleichungssystem übertragen werden, in welchem die zu bestimmenden Parameter als Vektor zusammengefasst sind. Die Zusammenhänge zwischen Leiterströmen, Drehmoment und der Energiefunktion sind im Unterabschnitt 3.3.3 für die entsprechenden Wicklungsarten beschrieben.

Im Folgenden wird das lineare Gleichungssystem beispielhaft für eine dreiphasige Maschine mit Sternschaltung und für den Fall, dass der Zusammenhang zwischen den Leiterströmen, magnetischen Flussverkettungen und dem Drehmoment bekannt ist, aufgestellt:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_{d,1} \\ i_{d,2} \\ \vdots \\ i_{q,1} \\ i_{q,2} \\ \vdots \\ \frac{3}{2} \left(\vec{\Psi}_x^{\text{dq}} \times \vec{i}_x^{\text{dq}} \right) - \frac{1}{n_p} M_{\text{EM},x} \end{pmatrix}}_{=: \vec{b}_{\text{LS}}} = \mathbf{A}_{\text{LS}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a_{\text{R},1} \\ \vdots \\ a_{0,0,1,0} \\ \vdots \\ b_{h_{\text{max}},k_q,k_d} \end{pmatrix}}_{=: \vec{x}_{\text{LS}}}, \text{ wobei} \quad (3.98)$$

$$\mathbf{A}_{\text{LS}} := \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_d \partial a_{\text{R},1}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) & \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_d \partial a_{0,0,1}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) & \cdots & \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_d \partial b_{h_{\text{max}},k_q,k_d}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) \\ \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_d \partial a_{\text{R},1}} \left(\vec{\Psi}_2^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},2} \right) & \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_d \partial a_{0,0,1}} \left(\vec{\Psi}_2^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},2} \right) & \cdots & \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_d \partial b_{h_{\text{max}},k_q,k_d}} \left(\vec{\Psi}_2^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},2} \right) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_q \partial a_{\text{R},1}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) & \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_q \partial a_{0,0,1}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) & \cdots & \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_q \partial b_{h_{\text{max}},k_q,k_d}} \left(\vec{\Psi}_2^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},2} \right) \\ \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_q \partial a_{\text{R},1}} \left(\vec{\Psi}_2^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},2} \right) & \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_q \partial a_{0,0,1}} \left(\vec{\Psi}_2^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},2} \right) & \cdots & \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_q \partial b_{h_{\text{max}},k_q,k_d}} \left(\vec{\Psi}_2^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},2} \right) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \phi_{\text{R}} \partial a_{\text{R},1}} \left(\vec{\Psi}_x^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},x} \right) & \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \phi_{\text{R}} \partial a_{0,0,1}} \left(\vec{\Psi}_x^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},x} \right) & \cdots & \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \phi_{\text{R}} \partial b_{h_{\text{max}},k_q,k_d}} \left(\vec{\Psi}_x^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},x} \right) \end{bmatrix}$$

Die Einträge der Matrix \mathbf{A}_{LS} werden dabei durch partielles Ableiten der entsprechenden Approximationsfunktion nach den entsprechenden Komponenten ermittelt. Bezüglich der partiellen Ableitungen der Energiefunktion nach den Approximationsparametern gilt anzumerken, dass die Approximationsparameter zwar nicht explizit als Argumente der Approximationsfunktion in den Gleichungen aufgeführt werden, sie allerdings dennoch als Argumente gehandhabt werden.

Üblicherweise ist das Gleichungssystem (3.98) deutlich überbestimmt. Um die Parameter der Approximationsfunktion bestimmen zu können, muss die Matrix \mathbf{A}_{LS} vollen Spaltenrang haben. Ist dies der Fall, so können die Parameter, welche im Vektor \vec{x}_{LS} zusammengefasst wurden, mit Hilfe der Pseudoinversen \mathbf{A}_{LS}^+ bestimmt werden (siehe z. B. [60], S. 233):

$$\vec{x}_{\text{LS}} \approx \underbrace{\left((\mathbf{A}_{\text{LS}})^{\text{T}} \mathbf{A}_{\text{LS}} \right)^{-1} (\mathbf{A}_{\text{LS}})^{\text{T}}}_{\mathbf{A}_{\text{LS}}^+} \cdot \vec{b}_{\text{LS}}. \quad (3.99)$$

Besitzt die Matrix \mathbf{A}_{LS} nicht vollen Spaltenrang, so muss das Gleichungssystem um weitere Gleichungen ergänzt werden oder es müssen die Parameter, welche nicht bestimmt werden können, aus dem Gleichungssystem entfernt werden.

Eine weitere Möglichkeit ist, das Model an die aus FEM-Simulationen bestimmten inversen Induktivitäten anzupassen. Dies ist insbesondere für die Untersuchung der anisotropie-basierten Verfahren sinnvoll, damit die Approximationsfunktion der magnetischen Energie möglichst gut die inversen Induktivitäten der Maschine abbildet. Wie später gezeigt wird, spielen die inversen Induktivitäten bei der Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens einer Maschine eine Schlüsselrolle. Die korrekte Wiedergabe des Hochfrequenzverhaltens ist für die Untersuchung von anisotropiebasierten Verfahren somit sehr wichtig.

Die inversen Induktivitäten sind als partielle Ableitung der Leiterströme nach den magnetischen Flussverkettungen definiert:

$$Y_{yz} := \frac{\partial i_y}{\partial \Psi_z} = \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_y \partial \Psi_z} \quad y, z \in \{\text{d}, \text{q}\}. \quad (3.100)$$

Das Gleichungssystem kann mit Hilfe von (3.100) in diesem Fall wie folgt aufgestellt werden:

$$\begin{pmatrix} Y_{\text{dd},1} \\ \vdots \\ Y_{\text{dq},2} \\ \vdots \\ Y_{\text{qq},x} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{\text{LS}} \cdot \begin{pmatrix} a_{0,0,2,0} \\ \vdots \\ b_{h_{\text{max}},k_{\text{q}},k_{\text{d}}} \end{pmatrix}, \quad \text{wobei} \quad (3.101)$$

$$\mathbf{A}_{\text{LS}} := \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \frac{\partial^3 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_{\text{d}}^2 \partial a_{0,0,2,0}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) & \cdots & \frac{2}{3} \frac{\partial^3 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_{\text{d}}^2 \partial b_{h_{\text{max}},k_{\text{q}},k_{\text{d}}}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{2}{3} \frac{\partial^3 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_{\text{d}} \partial \Psi_{\text{q}} \partial a_{0,0,2,0}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) & \cdots & \frac{2}{3} \frac{\partial^3 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_{\text{d}} \partial \Psi_{\text{q}} \partial b_{h_{\text{max}},k_{\text{q}},k_{\text{d}}}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},2} \right) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{2}{3} \frac{\partial^3 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_{\text{q}}^2 \partial a_{0,0,2,0}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) & \cdots & \frac{2}{3} \frac{\partial^3 \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \Psi_{\text{q}}^2 \partial b_{h_{\text{max}},k_{\text{q}},k_{\text{d}}}} \left(\vec{\Psi}_1^{\text{dq}}, \phi_{\text{R},1} \right) \end{bmatrix}.$$

Wird das Modell lediglich an die inversen Induktivitätswerte angepasst, wie in (3.101) dargestellt, so können nicht alle Parameter der Approximationsfunktion bestimmt werden. Denn die inversen Induktivitäten enthalten keine Information über das Rastmoment, die Flussverkettungen im Leerlauf und auch keine Informationen über den Kurzschlussstrom. Die fehlenden Parameter können in der Regel mit Hilfe einer Leerlaufmessung bzw. -simulation und den bisher bereits ermittelten Parametern bestimmt werden. Hierfür kann erneut ein Gleichungssystem aufgestellt werden, in welchem lediglich die fehlenden Para-

meter bestimmt werden. Das Modell kann anschließend um diese Werte ergänzt werden. In dieser Arbeit wurden die restlichen Parameter nach dem Lösen des Gleichungssystems ergänzt.

3.5.5. Bestimmung der Approximationsparameter aus einer Hochfrequenzvermessung

Die in diesem Kapitel definierten Approximationsfunktionen können auch an gemessene inverse Induktivitäten angepasst werden. Problematisch ist hierbei, dass die inversen Induktivitäten üblicherweise in Abhängigkeit von den Leiterströmen und der Rotorlage gemessen werden. Um die Approximationsparameter mittels des Gleichungssystems, welches in (3.101) definiert wurde, zu bestimmen, werden jedoch die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix Y_{dd} , Y_{dq} und Y_{qq} in Abhängigkeit von den magnetischen Flussverkettungen Ψ_q und Ψ_d und der Rotorlage ϕ_R benötigt. Im Folgenden werden nun Möglichkeiten gezeigt, wie dieses Problem gelöst werden kann. Zur Verbesserung der Lesbarkeit wird zunächst angenommen, dass es sich bei der Maschine um eine dreiphasige Maschine mit Sternschaltung handelt. Das Verfahren kann allerdings auch bei zweimal-dreiphasigen Maschinen angewendet werden.

Es wird nun angenommen, dass die Zusammenhänge zwischen den Einträgen der inversen Induktivitätsmatrix im rotorflussorientierten Koordinatensystem \mathbf{Y}^{dq} , dem Stromvektor $\vec{i}_{3\lambda}^{dq}$ und der Rotorlage ϕ_R aus einer Hochfrequenzvermessung bekannt sind:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^{dq} : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}, \left(\vec{i}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R \right) \mapsto \mathbf{Y}^{dq} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R \right) \\ \mathbf{Y}^{dq} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R \right) &= \begin{bmatrix} Y_{dd} & Y_{dq} \\ Y_{qd} & Y_{qq} \end{bmatrix} := \frac{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{dq}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}} \left(\vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{dq} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R \right), \phi_R \right) \end{aligned} \quad (3.102)$$

und wobei $\vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{dq}$ die magnetische Flussverkettung in Abhängigkeit der Leiterströme $\vec{i}_{3\lambda}^{dq}$ und des Rotorwinkels ϕ_R beschreibt:

$$\begin{aligned} \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{dq} : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^2, \left(\vec{i}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R \right) \mapsto \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{dq} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R \right) \\ \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{dq} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{dq}, \phi_R \right) &:= \vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}. \end{aligned} \quad (3.103)$$

Die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix werden in Kapitel 5 in Abhängigkeit von den Leiterströmen und der Rotorlage analytisch beschrieben. Dieses Modell kann im Folgenden verwendet werden, um die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix zu bestimmen. Des Weiteren wird in Kapitel 5 beschrieben, wie die Hochfrequenzvermessung durchzuführen ist.

Eine Möglichkeit, um das beschriebene Problem zu lösen, wurde bereits in [61] gezeigt: Durch Integration der differentiellen Induktivitätsmatrix über die Leiterströme können die magnetischen Flussverkettungen in Abhängigkeit von den Leiterströmen und dem Rotorwinkel bestimmt werden und somit die inverse Induktivitätsmatrix in Abhängigkeit der magnetischen Flussverkettungen beschrieben werden. Die differentielle Induktivitätsmatrix kann hierbei durch eine Invertierung der inversen Induktivitätsmatrix \mathbf{Y}^{dq} bestimmt werden. Auf diese Methode wird in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen und es wird an

dieser Stelle auf [61] verwiesen.

Eine weitere Möglichkeit, welche in dieser Arbeit zum Einsatz kommt, ist die Bestimmung des Zusammenhangs mittels des klassischen Runge-Kutta-Verfahrens.

Hierzu kann (3.102) wie folgt in das zu lösende Anfangswertproblem umformuliert werden:

$$\frac{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) = \mathbf{Y}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right), \phi_{\text{R}} \right), \quad (3.104)$$

mit der Anfangsbedingung

$$\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda, \text{PM}}^{\text{dq}}(\phi_{\text{R}}), \phi_{\text{R}} \right) = \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{\mathcal{E}}_{\text{mag}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda, \text{PM}}^{\text{dq}}(\phi_{\text{R}}), \phi_{\text{R}} \right) = \vec{0}.$$

Es wird angenommen, dass die magnetische Flussverkettung im Leerlauf $\vec{\Psi}_{3\lambda, \text{PM}}^{\text{dq}}(\phi_{\text{R}})$ bekannt ist.

Das Anfangswertproblem (3.104) wird nun mittels des 4-stufigen RUNGE-KUTTA-Verfahrens (siehe z. B. [62]) für beliebige Rotorwinkel ϕ_{R} gelöst:

Startwert:

$$\vec{\Psi}_0 = \vec{\Psi}_{3\lambda, \text{PM}}^{\text{dq}}(\phi_{\text{R}})$$

Rekursionsschritt:

$$\begin{aligned} \vec{\Psi}_{x+1} &:= \vec{\Psi}_x + \Delta \vec{\Psi} \\ \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{x+1}, \phi_{\text{R}} \right) &\approx \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_x, \phi_{\text{R}} \right) + \frac{1}{6} (\mathbf{K}_1 + 2\mathbf{K}_2 + 2\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4) \cdot \Delta \vec{\Psi} \end{aligned} \quad (3.105)$$

mit

$$\mathbf{K}_1 := \mathbf{Y}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_x, \phi_{\text{R}} \right), \phi_{\text{R}} \right)$$

$$\mathbf{K}_2 := \mathbf{Y}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_x, \phi_{\text{R}} \right) + \frac{1}{2} \mathbf{K}_1 \cdot \Delta \vec{\Psi}, \phi_{\text{R}} \right)$$

$$\mathbf{K}_3 := \mathbf{Y}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_x, \phi_{\text{R}} \right) + \frac{1}{2} \mathbf{K}_2 \cdot \Delta \vec{\Psi}, \phi_{\text{R}} \right)$$

$$\mathbf{K}_4 := \mathbf{Y}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_x, \phi_{\text{R}} \right) + \mathbf{K}_3 \cdot \Delta \vec{\Psi}, \phi_{\text{R}} \right).$$

Die Schrittweite kann hierbei mit dem Vektor $\Delta \vec{\Psi}$ eingestellt werden.

Über mehrere Rekursionsschritte kann nun mit Hilfe von (3.105) an verschiedenen Arbeitspunkten der Zusammenhang zwischen der transformierten magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ und den transformierten Leiterströmen $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ für bestimmte Rotorwinkel ϕ_{R} hergestellt werden. Somit kann auch die inverse Induktivitätsmatrix \mathbf{Y}^{dq} in Abhängigkeit der magnetischen Flussverkettung an diesen Arbeitspunkten bestimmt werden und das Gleichungssystem, welches in (3.101) beschrieben ist, für die Bestimmung der Approximationsparameter aufgestellt werden. In den Abbildungen 3.10 und 3.11 sind die Ergebnisse eines Vergleichs zwischen Simulation und Messung abgebildet.

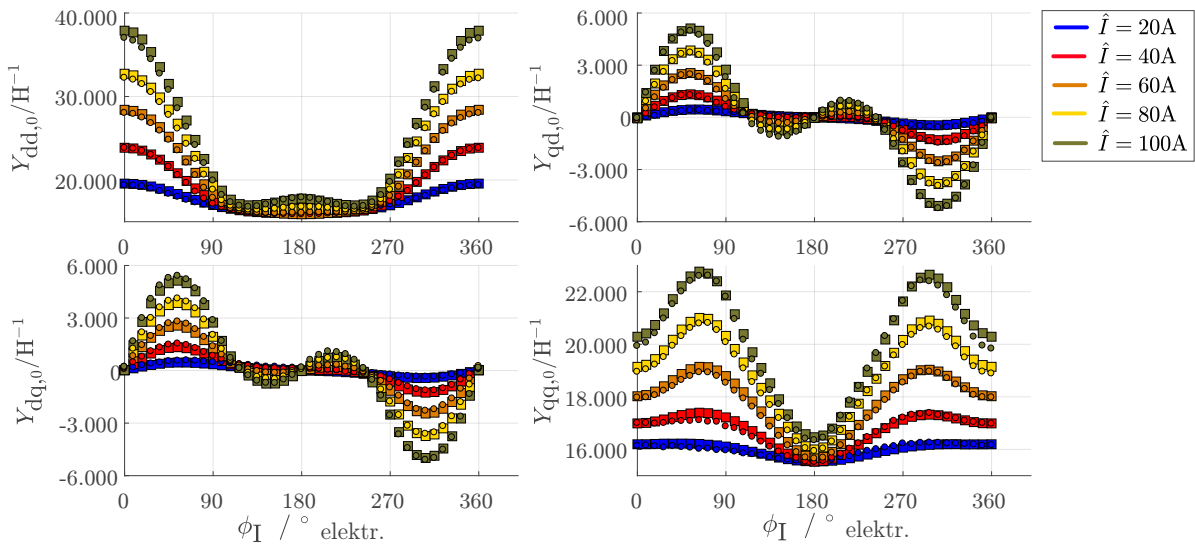


Abbildung 3.10.: Positionsunabhängige Anteile der inversen Induktivitätswerten in Abhängigkeit des Betriebspunkts (PMSM2, Vierecke: Messung, Kreise: Simulation mit einer Modellordnung von $k_{d,m} = 11$ und $k_{q,m} = 11$).

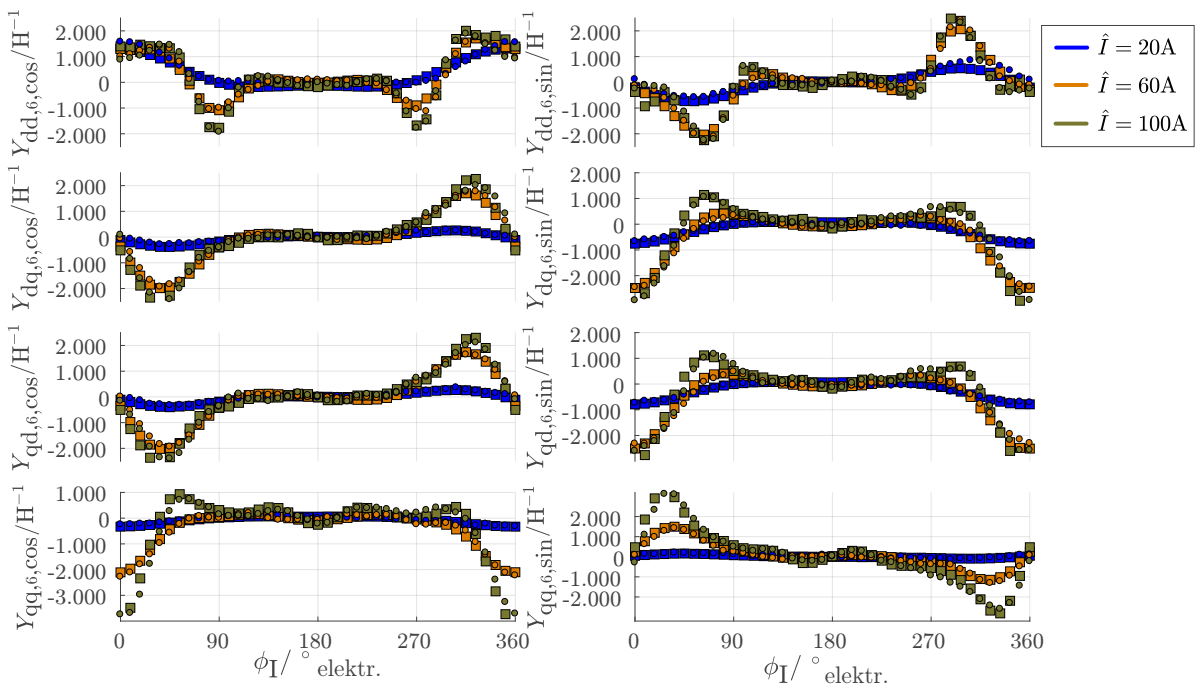


Abbildung 3.11.: Positionsabhängige Anteile der inversen Induktivitätswerten in Abhängigkeit des Betriebspunkts (PMSM2, Vierecke: Messung, Kreise: Simulation mit einer Modellordnung von $k_{d,m} = 11$ und $k_{q,m} = 11$), wobei $Y_{xy,6,\sin}$ und $Y_{xy,6,\cos}$ für $x, y \in \{d,q\}$ die Sinus- und Cosinus-Anteile der sechsten Ordnung der jeweiligen Einträge beschreiben.

Hierbei wurde die Hochfrequenzvermessung, aus welcher die ursprünglichen Daten für die Bestimmung der Approximationsparameter generiert wurden, in Simulation nachgestellt und die aus den Mess- und Simulationsdaten ermittelten inversen Induktivitätswerte miteinander verglichen. Die Hochfrequenzvermessung wird in Abschnitt 5.5 beschrieben. Für die Simulation wurde das in Abschnitt 3.7 beschriebene dynamische Simulationsmodell verwendet. Die Induktivitätswerte sind dabei in Abhängigkeit des Stromwinkels ϕ_I und der Stromamplitude \hat{i} abgebildet. Die Definition dieser Größen ist in (5.42) zu finden. Es ist zu erkennen, dass die in Simulation bestimmten Werte in allen Betriebspunkten sehr gut zu den gemessenen Werten passen und somit die Simulation das gemessene Verhalten ausreichend gut wiedergibt.

Ein großer Vorteil dieser Methode ist, dass die Bestimmung der inversen Induktivitäten im Stillstand durch eine Hochfrequenzvermessung erfolgen kann, wie sie später in dieser Arbeit beschrieben ist. Es muss hierfür lediglich der Rotor in verschiedenen Winkeln ϕ_R blockiert werden. Die elektrische Maschine kann somit auch vermessen werden, wenn sie bereits in dem Antriebssystem verbaut ist.

Zudem hat bei dieser Methode der elektrische Widerstand, sowie Spannungsfehler aufgrund des nichtidealen Schaltverhaltens des Wechselrichters weniger Einfluss auf den bestimmten Zusammenhang zwischen magnetischen Flussverkettungen und Leiterströmen [61].

Einen großen Nachteil hat diese Methode jedoch: Durch in der Maschine auftretende Wirbelströme sind die durch eine Hochfrequenzvermessung bestimmten inversen Induktivitäten frequenzabhängig, wie in Kapitel 4 gezeigt wird. Das niederfrequente Verhalten kann sich daher von dem hochfrequenten Verhalten, welches für die Parameterbestimmung verwendet wurde, unterscheiden.

Wie bereits angemerkt, kann das Verfahren auch für zweimal-dreiphasige Maschinen verwendet werden. In diesem Fall werden in beiden Teilmaschinen die gleichen Leiterströme eingeregelt und mit Hilfe der Hochfrequenzvermessung alle Einträge der inversen Induktivitätsmatrix in dem Arbeitspunkt bestimmt. Das in diesem Unterabschnitt beschriebene Verfahren wird anschließend auf die ermittelten μ -Größen angewendet. Denn für die Bestimmung der Parameter der Approximationsfunktion (3.96) mittels des Gleichungssystems (3.101) ist es ausreichend, den Zusammenhang zwischen magnetischer Flussverkettung $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}$ und Stromvektor $\vec{i}_6^{\text{dq},\mu}$ zu kennen. Die Δ -Größen $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}$ und $\vec{i}_6^{\text{dq},\Delta}$ können zu null angenommen werden.

Bei Maschinen mit Dreieckschaltung ist die Bedatung der Approximationsfunktion mittels Hochfrequenzvermessung nur möglich, wenn der Kreisstrom gemessen wird. Ansonsten können nicht alle Einträge der inversen Induktivitätsmatrix durch die Hochfrequenzvermessung bestimmt werden. Wird dieses Verfahren dennoch auf eine Maschine mit Dreieckschaltung angewandt, so kann das resultierende Modell als ein Maschinenmodell einer in Stern verschalteter Maschine betrachtet werden, welche ein zu der vermessenen Maschine äquivalentes Hochfrequenzverhalten aufweist.

3.6. Validierung der Modelle

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Anpassung der Approximationsfunktionen für die betrachteten Maschinen an Mess- und Simulationsdaten vorgestellt.

3.6.1. Validierung der Approximationsfunktionen einer dreiphasigen Maschine mit Sternschaltung

Die Ergebnisse der Modellanpassung einer dreiphasigen Maschine mit Sternschaltung sind in Abbildung 3.12 dargestellt. Hierbei wurde die Approximationsfunktion aus (3.88) verwendet und die Approximationsparameter wurden anhand der aus FEM-Simulationen ermittelten Zusammenhänge zwischen magnetischer Flussverkettungen, Phasenströmen und Rotorlage mit Hilfe der Methode, welche in (3.98) beschrieben ist, bestimmt. Anschließend wurden die mit Hilfe der Approximationsfunktion bestimmten Werte mit den ursprünglichen FEM-Daten verglichen.

Die oberen beiden Diagramme zeigen dabei die skalierten partiellen Ableitungen der Energiefunktion nach den beiden Komponenten der transformierten magnetischen Flussverkettungen, welche gemäß (3.55) den transformierten Leiterströmen $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ entsprechen. Das untere Diagramm zeigt das von der Maschine erzeugte Drehmoment.

Es ist zu erkennen, dass das Modell die Zusammenhänge sehr gut abbildet. Mit Hilfe der vorgeschlagenen Approximationsfunktion lässt sich die betrachtete Maschine somit sehr gut modellieren.

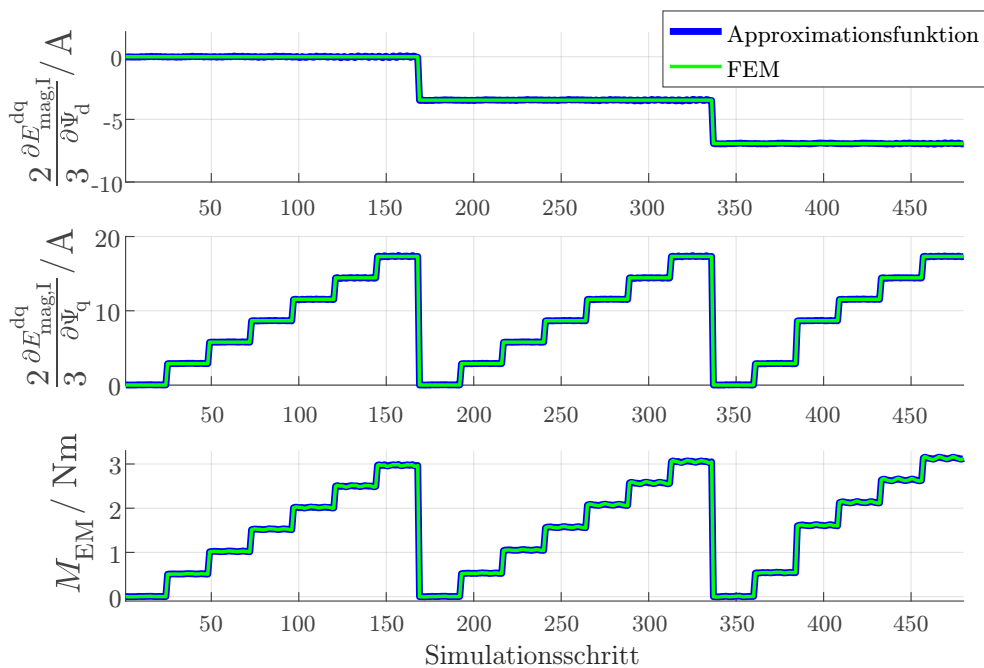


Abbildung 3.12.: Vergleich zwischen FEM-Ergebnissen und angepasstem Modell einer in Stern verschalteten Maschine (PMSM1, $k_{d,m} = 3$ und $k_{q,m} = 5$).

3.6.2. Validierung der Approximationsfunktionen einer dreiphasigen Maschine mit Dreieckschaltung

Die relevanten Ableitungen der Energiefunktion einer dreiphasigen Maschine mit Dreieckschaltung (inverse Induktivitäten, dq-Ströme und Drehmoment), welche zum einen direkt aus FEM-Daten und zum anderen aus der angepassten Approximationsfunktion bestimmt wurden, sind in Abbildung 3.13 dargestellt. Hierbei wurde die Approximationsfunktion aus (3.94) verwendet. Um die Approximationsparameter zu ermitteln, wurden zunächst die entsprechenden Ableitungen der Approximationsfunktion an die aus der FEM ermittelten inversen Induktivitätswerte angepasst, wie es in Unterabschnitt 3.5.4 beispielhaft beschrieben wird. Die restlichen Approximationsparameter, welche nicht über die inversen Induktivitätswerte bestimmt werden konnten, wurden aus einer Leerlaufsimulation ermittelt und ergänzt. Hierdurch wird erreicht, dass die Approximationsfunktion insbesondere die inversen Induktivitäten sehr gut abbildet.

In den oberen sechs Diagrammen sind die skalierten Werte der zweimal partiell abgelei-

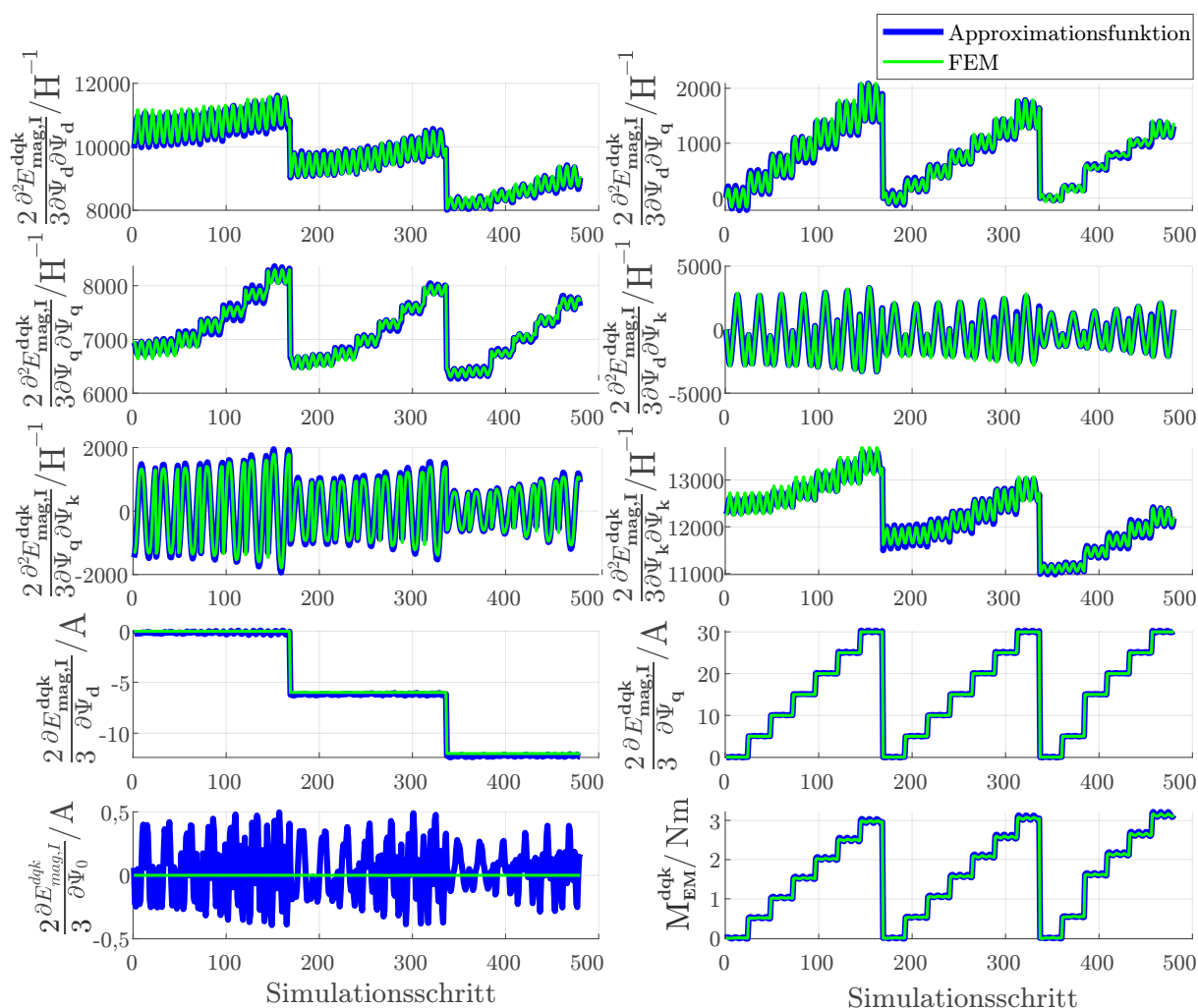


Abbildung 3.13.: Vergleich zwischen FEM-Ergebnissen und angepasstem Modell für alle relevanten Ableitungen der Energiefunktion einer in Dreieck verschalteten Maschine (PMSM1, $k_{d,m} = 3$ und $k_{q,m} = 5$).

teten Energiefunktion visualisiert. Diese Werte entsprechen gemäß (3.100) den inversen Induktivitäten der betrachteten Maschine. Die unteren vier Diagramme zeigen die skalierten partiellen Ableitungen der Energiefunktion nach den Komponenten der magnetischen Flussverkettungen, welche gemäß (3.59) den dq0-Stromkomponenten entsprechen, und das von der Maschine erzeugte Drehmoment.

Wie zu erkennen ist, kann mit der aufgestellten Approximationsfunktion das Verhalten der betrachteten Maschine sehr gut beschrieben werden. An dieser Stelle gilt es anzumerken, dass die Abweichungen in dem unteren linken Diagramm, in welchem die partielle Ableitung der Energiefunktion nach der 0-Komponente der Flussverkettung dargestellt ist, auf den ersten Blick sehr groß erscheinen. Jedoch liegt dies lediglich an der für dieses Diagramm gewählten Skalierung.

3.6.3. Validierung der Approximationsfunktionen einer zweimal-dreiphasigen Maschine

Die Abbildung 3.14 zeigt die relevanten Ableitungen der Energiefunktion (inverse Induktivitäten und dq-Ströme) einer zweimal-dreiphasigen Maschine, welche aus einer Messung und aus der angepassten Approximationsfunktion bestimmt wurden. Zur Approximation wurde die in (3.96) beschriebene Funktion verwendet. Die Approximationsfunktion wurde an Messdaten angepasst, welche aus einer Hochfrequenzvermessung der zweimal-dreiphasigen Maschine stammen. Hierbei wurde die in Unterabschnitt 3.5.5 beschriebene Methode angewendet, um die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix in Abhängigkeit der magnetischen Flussverkettungen zu bestimmen. Die Approximationsparameter wurden anschließend mit Hilfe des in Unterabschnitt 3.5.4 beschriebenen Vorgehens ermittelt.

Die oberen sechs Diagramme visualisieren die skalierten zweifachen partiellen Ableitungen der Energiefunktion nach den entsprechenden Komponenten der magnetischen Flussverkettung. Gemäß (3.67) und (3.102) entsprechen diese skalierten Ableitungen den Einträgen der inversen Induktivitätsmatrix. In dem unteren linken Diagramm ist die Rotorposition visualisiert, auf welche sich die dargestellten Werte beziehen. Das untere rechte Diagramm zeigt die skalierten partiellen Ableitungen der Energiefunktion nach den Komponenten der magnetischen Flussverkettung im Mittelwertsystem. Diese Ableitungen entsprechen gemäß (3.67) den Stromkomponenten im Mittelwertsystem.

Es ist zu erkennen, dass das Modell sehr gut an die Quelldaten angepasst werden kann und somit die aufgestellte Approximationsfunktion geeignet ist, um das arbeitspunkt- und positionsabhängige Verhalten der Maschine zu beschreiben.

Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass in Abbildung 3.14 lediglich Ausschnitte der Messdaten, welche für die Anpassung der Approximationsfunktion verwendet wurden, dargestellt sind. Aufgrund der sehr großen Anzahl an Datenpunkte wäre eine Darstellung des kompletten Datensatzes sehr unübersichtlich.

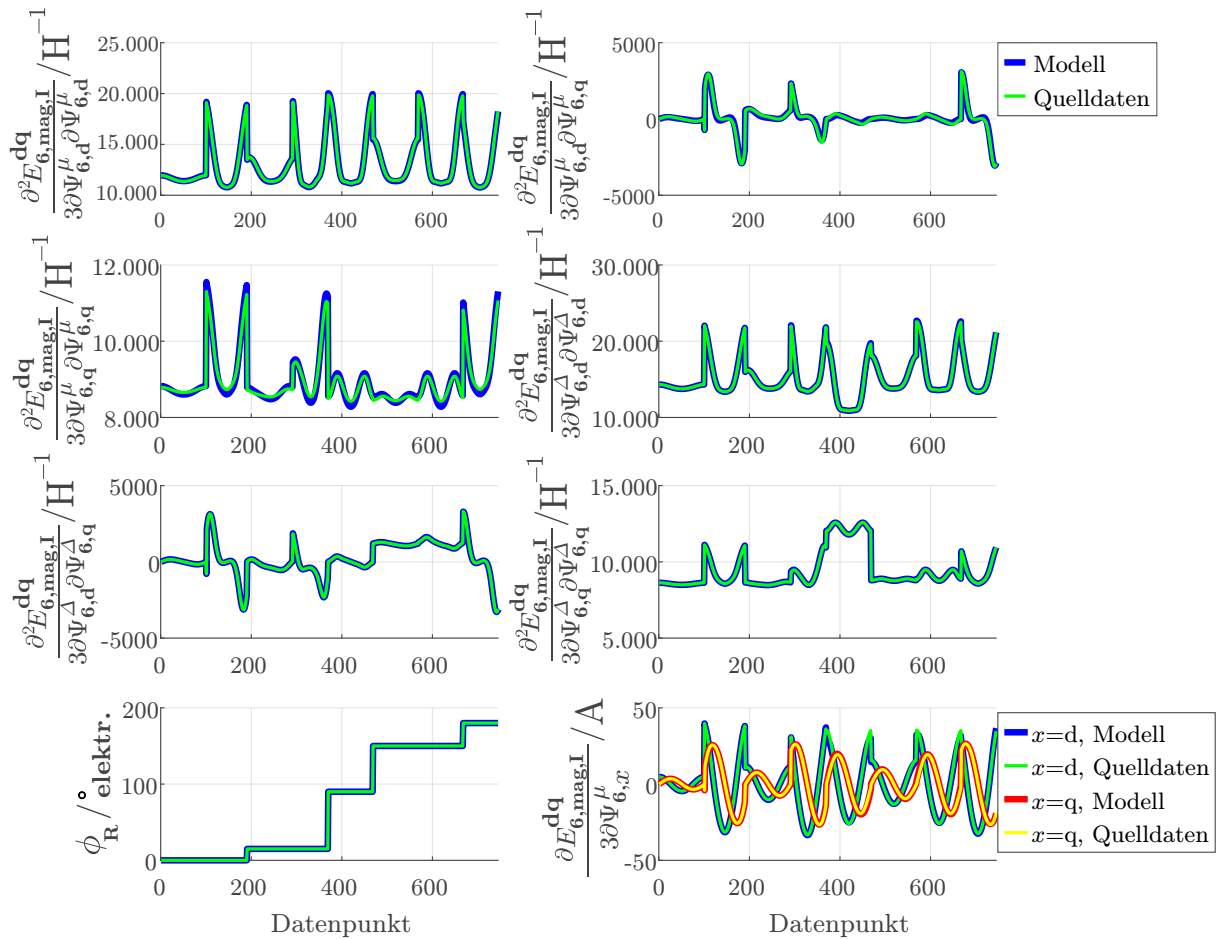


Abbildung 3.14.: Vergleich zwischen FEM-Ergebnissen und angepasstem Modell für alle relevanten Ableitungen der Energiefunktion einer zweimal-dreiphasigen Maschine (PMSM4, $k_{d,m} = 8$ und $k_{q,m} = 8$).

3.7. Dynamisches Simulationsmodell

Mit Hilfe der in diesem Kapitel beschriebenen Modelle kann nun ein dynamisches Simulationsmodell für die betrachteten Maschinen erstellt werden. Alle Modelle werden im Folgenden auf Basis der Gleichungen im rotorflussorientierten Koordinatensystem erstellt und verwenden die transformierten magnetischen Flussverkettungen als Zustände.

Der Anteil $\mathcal{E}_{\text{mag},R}$ der magnetischen Energie, mit welchem die Rastung beschrieben wird, wird zu null angenommen, da die Auswirkungen der Rastung auf die anisotropiebasierten Verfahren in dieser Arbeit als vernachlässigbar klein eingestuft werden. Die Simulationen in den folgenden Kapiteln werden mit den in diesem Abschnitt beschriebenen Modellen in der Simulationsumgebung MATLAB Simulink durchgeführt.

3.7.1. Dreiphasige Maschine mit Sternschaltung

Um die Leitergrößen in das rotorflussorientierte Koordinatensystem und wieder zurück in Leitergrößen zu überführen, werden die in (3.9) und (3.10) beschriebene Transformationsmatrizen verwendet. Mit Hilfe der Spannungsgleichung, welche in (3.8) definiert ist, kann aus den dq-Spannungen \vec{u}^{dq} und den dq-Strömen $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ die magnetische Flussverkettung $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$

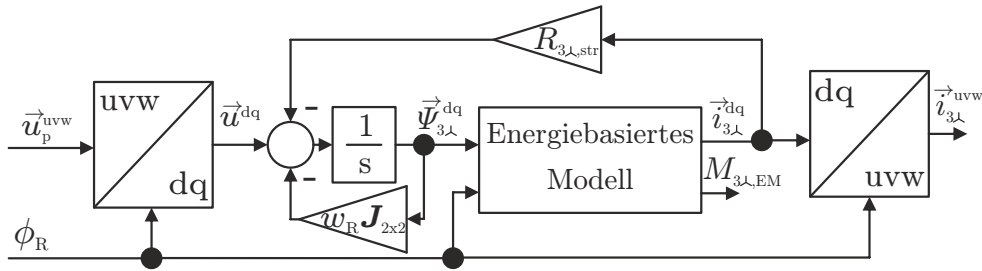


Abbildung 3.15.: Modell zur dynamischen Simulation einer dreiphasigen PMSM mit Sternschaltung.

berechnet werden.

Der Zusammenhang zwischen magnetischer Flussverkettung $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{dq}$, Rotorwinkel ϕ_R , dq-Strömen $\vec{i}_{3\lambda}^{dq}$ und Drehmoment $M_{3\lambda,EM}$ wird über das in diesem Kapitel beschriebene energiebasierte Modell hergestellt. Hierzu wurde (3.88) verwendet, um den Anteil $\mathcal{E}_{3\lambda,mag,I}^{dq}$ der magnetischen Energie zu approximieren. Mittels (3.55) und (3.57) wird aus der Approximationsfunktion der Stromvektor $\vec{i}_{3\lambda}^{dq}$ und das Drehmoment $M_{3\lambda,EM}$ berechnet. Ein Blockschaltbild des verwendeten Simulationsmodells ist in Abbildung 3.15 dargestellt.

3.7.2. Dreiphasige Maschine mit Dreieckschaltung

Um die Leitergrößen einer dreiphasigen PMSM mit Dreieckschaltung in das rotorflussorientierte Koordinatensystem und wieder zurück zu überführen, wird in dem Simulationsmodell (3.21) und (3.22) verwendet. Als Spannungsgleichung zur Ermittlung der magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_{3\Delta}^{dqk}$ wird (3.23) verwendet. Der relevante Anteil der Energiefunkti-

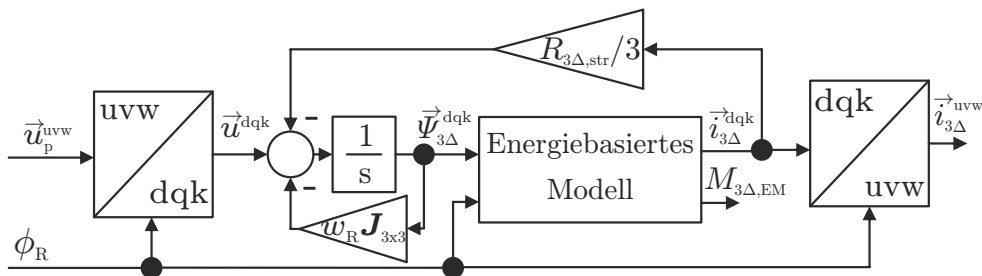


Abbildung 3.16.: Modell zur dynamischen Simulation einer dreiphasigen PMSM mit Dreieckschaltung.

on $\mathcal{E}_{3\Delta,mag,I}^{dqk}$ wird bei einer in Dreieck verschalteten Maschine mit der Approximationsfunktion (3.94) approximiert. Mit Hilfe von (3.59) und (3.60) werden aus der Energiefunktion der Stromvektor $\vec{i}_{3\Delta}^{dqk}$ und das Drehmoment $M_{3\Delta,EM}$ abgeleitet. Das Blockschaltbild für das verwendete Simulationsmodell einer dreiphasigen PMSM mit Dreieckschaltung ist in Abbildung 3.16 dargestellt.

3.7.3. Zweimal-dreiphasige Maschine mit Sternschaltung

Für die Simulation einer zweimal-dreiphasigen Maschine wird in dieser Arbeit das Modell auf Basis der aus beiden Wicklungsgruppen gemittelten Größen erstellt. Hierzu werden

die Größen mit Hilfe von (3.32) und (3.33) transformiert. Um die magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}$ und $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}$ zu bestimmen, wird (3.36) verwendet.

Der Zusammenhang zwischen den magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}$ und $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}$, den Stromvektoren $\vec{i}_6^{\text{dq},\mu}$ und $\vec{i}_6^{\text{dq},\Delta}$ und dem Drehmoment $M_{6,\text{EM}}$ in Abhängigkeit des Rotorwinkels ϕ_R wird mit Hilfe der Approximationsfunktion für die magnetische Energie, welche in (3.96) beschrieben ist, hergestellt. Mit Hilfe von (3.67) und (3.68) werden aus der Approximationsfunktion die Stromvektoren $\vec{i}_6^{\text{dq},\mu}$ und $\vec{i}_6^{\text{dq},\Delta}$ und das Drehmoment $M_{6,\text{EM}}$ berechnet.

Das Blockschaltbild des verwendeten Simulationsmodells ist in Abbildung 3.17 dargestellt.

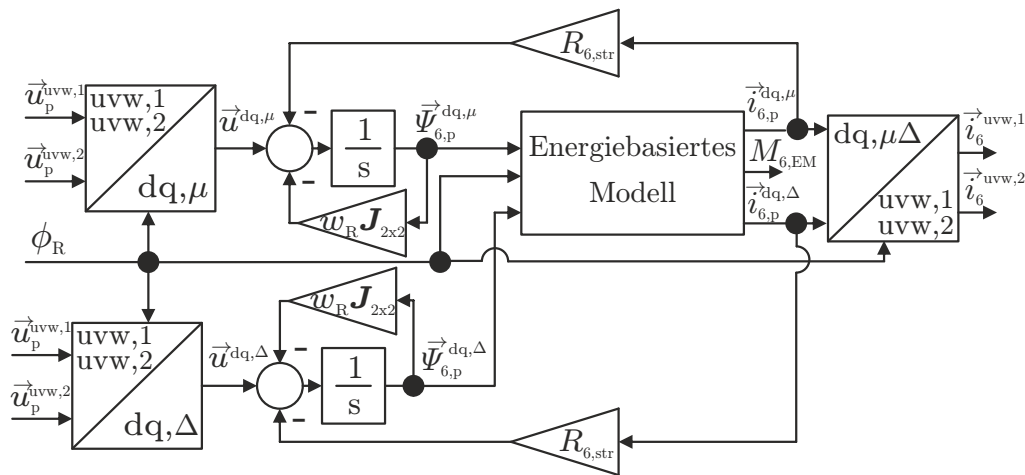


Abbildung 3.17.: Modell zur dynamischen Simulation einer zweimal-dreiphasigen PMSM mit jeweils in Stern verschalteten Wicklungsgruppen.

3.8. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das elektrische Verhalten von dreiphasigen und zweimal-dreiphasigen PMSMs beschrieben. Als Verschaltungsarten wurden hierbei die Stern- und Dreieckschaltung betrachtet. Neben der Verschaltungsart wurden für die Beschreibung auch Flussharmonische und der Einfluss von magnetischer Sättigung berücksichtigt. Die Beschreibung des elektrischen Verhaltens erfolgte im amplitudeninvarianten, rotorflussorientierten Koordinatensystem.

Der Zusammenhang zwischen magnetischen Flussverkettungen, Phasenströmen und Rotorlage wurde mit Hilfe der energiebasierten Modellierung für die betrachteten Maschinen hergeleitet. Zudem wurden die Symmetrieeigenschaften der Energiefunktionen, mit Hilfe welcher dieser Zusammenhang hergestellt wird, erläutert. Die Symmetrieeigenschaften wurden anschließend verwendet, um Approximationsfunktionen für die Energiefunktionen der betrachteten Maschinen zu erstellen. Die Approximationsfunktionen wurden dabei so einfach wie möglich gehalten. Hierbei wurde darauf geachtet, dass das Verhalten der Maschinen für die Untersuchung der anisotropiebasierten Verfahren in ausreichender Form beschrieben ist.

Es wurden zudem Möglichkeiten gezeigt, wie die Parameter der Approximationsfunktionen mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden können. Insbesondere wurde dabei auf die Möglichkeit eingegangen, wie die Parameter der Approximationsfunktion anhand einer Hochfrequenzvermessung bestimmt werden können.

Zuletzt wurden dynamische Simulationsmodelle für die betrachteten Maschinen vorgestellt, welche auf Basis der energiebasierten Modellierung erstellt wurden.

Für die Validierung wurden die Approximationsfunktionen der dreiphasigen Maschine aus FEM-Daten bedatet und die relevanten Ableitungen der Approximationsfunktion mit den Ursprungsdaten verglichen. Zudem wurden die Approximationsparameter der betrachteten Maschinen mit Sternschaltung aus einer Hochfrequenzvermessungen ermittelt. Anschließend wurde die Hochfrequenzvermessung unter Verwendung der Approximationsfunktion in Simulation durchgeführt und die Ergebnisse mit Messdaten verglichen. Es ist zu erkennen, dass die vorgestellten Modelle für die folgenden Untersuchungen der anisotropiebasierten Verfahren sehr gut geeignet sind.

Mit den vorgestellten Modellen können somit nahezu alle relevanten Effekte in Simulation berücksichtigt werden. Lediglich Effekte, welche von Wirbelströmen in der Maschine verursacht werden, werden nicht berücksichtigt. Im nächsten Kapitel wird eine Möglichkeit zur Modellerweiterung erläutert, um auch diese Effekte abbilden zu können.

4. Identifikation und Modellierung von Wirbelströmen

Sobald es zu einer zeitlichen Veränderung des magnetischen Flusses in einer elektrisch leitfähigen Umgebung kommt, bilden sich gemäß den MAXWELL'schen Gleichungen Wirbelströme aus, welche der Flussänderung entgegenwirken. Die Modellierung solcher Effekte ist hochkomplex, da in einer elektrischen Maschine in der Regel sowohl die weichmagnetischen Werkstoffe als auch die hartmagnetischen Werkstoffe elektrisch leitfähig sind und sich somit die Wirbelströme in der gesamten Maschine ausbilden. Für eine genaue Bestimmung der Wirbelströme sind somit die magnetischen Flussdichten an jedem Ort in der Maschine und zu jeder Zeit erforderlich. Diese können üblicherweise nur mit aufwendigen Berechnungen auf Basis der FEM bestimmt werden. In dieser Arbeit soll der Effekt der Wirbelströme jedoch mit einem phänomenologischen Ansatz abgebildet werden, der anhand von Messdaten parametrisiert wird. In Abbildung 4.1 ist der zeitliche

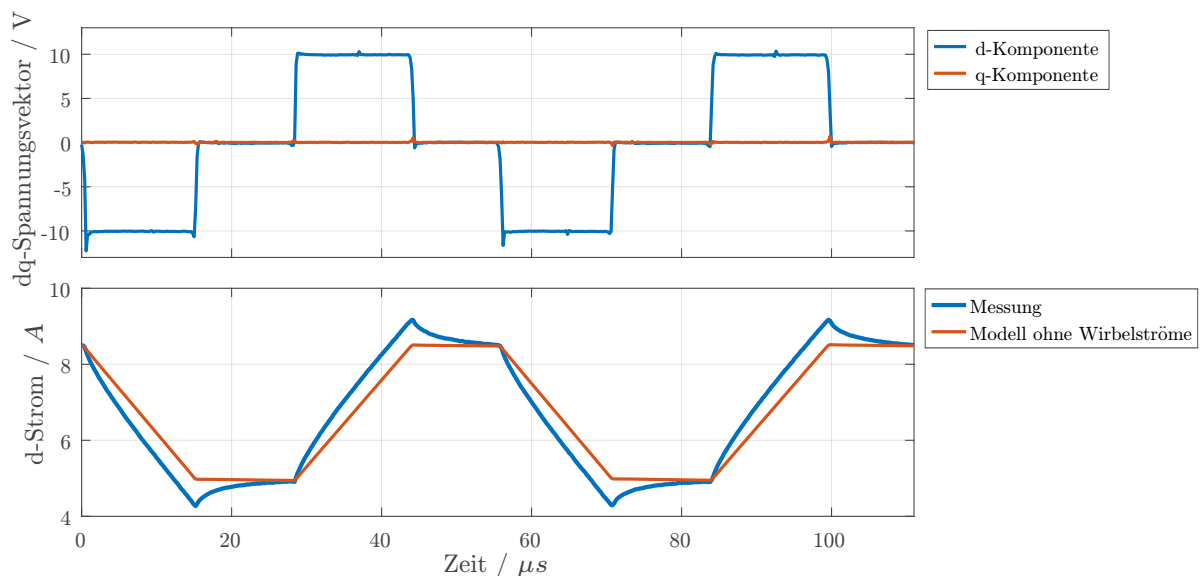


Abbildung 4.1.: Gemessener Stromverlauf bei Hochfrequenzanregung und Vergleich mit dem simulierten Verlauf.

Verlauf der gemessenen d-Komponente des Stromvektors und der angelegten Spannungen in dem rotorflussorientierten Koordinatensystem bei einer Hochfrequenzanregung in die d-Richtung dargestellt. Zudem wurde die Darstellung um Simulationsergebnisse ergänzt. Bei der Simulation wurde das Simulationsmodell aus Kapitel 3 verwendet und somit die Wirbelströme nicht berücksichtigt. Man kann in der Abbildung erkennen, dass die Messung von dem erwarteten Hochfrequenzverhalten abweicht. In der Simulation hängen die Stromänderungen in einem Zeitpunkt fast ausschließlich von den zu diesem Zeitpunkt angelegten Phasenspannungen ab. Dies ist in der Messung nicht der Fall. Ein kleiner Anteil des gemessenen Stroms hängt auch von dem zeitlichen Verlauf der angelegten Phasenspannung ab. Ein solches Verhalten kann durch Wirbelströme in der Maschine erklärt werden:

Einzelne Bereiche der elektrisch leitfähigen Materialien können als kurzgeschlossene Spulen interpretiert werden, welche mit den Statorwicklungen gekoppelt sind. Die Statorwicklungen und die kurzgeschlossenen Spulen sind dabei nicht vollständig gekoppelt, wodurch Streuflüsse entstehen. Durch das Anlegen einer Spannung an den Wicklungen wird nun auch in den kurzgeschlossenen Spulen eine Spannung induziert, welche zu einem Stromfluss führt. Durch den vorhandenen Streufluss besitzt die kurzgeschlossene Wicklung jedoch eine wirksame Induktivität, wodurch der Wirbelstrom sich nicht instantan aufbauen oder auch abbauen kann.

Streuflüsse bedeuten auch, dass die Wirbelströme Einfluss auf die magnetische Flussverteilung in der Maschine und somit auch auf die magnetische Energie haben. Es ist somit möglich, die Wirbelströme in der energiebasierten Modellierung zu berücksichtigen, wie in diesem Abschnitt gezeigt wird.

Um die Lesbarkeit zu verbessern, wird im Folgenden davon ausgegangen, dass es sich bei der Maschine um eine dreiphasige Maschine mit Sternverschaltung handelt. Prinzipiell lässt sich die Theorie allerdings auch auf die weiteren Verschaltungsarten anwenden.

Im ersten Schritt wird in diesem Kapitel ein vereinfachtes Modell vorgestellt, mit welchem das elektrische Verhalten der Maschine unter Berücksichtigung der Wirbelstromeinflüsse beschrieben werden kann. Dieses Modell wird anschließend verwendet, um die Parameter der Ersatzspulen anhand von Messdaten zu ermitteln. Im letzten Schritt wird der energiebasierte Ansatz aus Kapitel 3 erweitert, um die Wirbelstromeinflüsse in Simulation berücksichtigen zu können.

4.1. Stand der Technik

Die meisten Modelle zur Modellierung von Eisenverlusten konzentrieren sich auf die Berechnung der Verluste im stationären Betrieb und sind somit nicht geeignet, um die Auswirkungen der Wirbelströme auf den zeitlichen Verlauf der Leiterströme zu modellieren (siehe z. B. [63] und vgl. [25]). In [64] wird eine Methode vorgeschlagen, um die Auswirkungen der Eisenverluste im stationären Betrieb in der Spannungsgleichung zu berücksichtigen. Dieses Modell ist jedoch ebenfalls nicht geeignet, um die Auswirkungen der Wirbelströme auf die anisotropiebasierten Verfahren zu beschreiben.

In der Literatur sind lediglich wenige Modelle zu finden, mit welchen die Auswirkungen von Wirbelströmen auf die anisotropiebasierten Verfahren beschrieben werden können [25, 51].

In [51] wird angenommen, dass sich im Rotor für jede Richtung im rotorflussorientierten Koordinatensystem jeweils eine kurzgeschlossene Ersatzspule befindet und diese Ersatzspulen mit den Statorwicklungen gekoppelt sind. Unter dieser Annahme wird das Hochfrequenzverhalten einer Maschine im Frequenzbereich beschrieben.

In [25] wird ebenfalls die transformierte Spannungsgleichung um zwei Ersatzspulen ergänzt, welche mit den Statorwicklungen gekoppelt sind. Die Kopplungen der Ersatzspulen mit den Statorwicklungen werden lediglich für hochfrequente Anregungen berücksichtigt. Die Bestimmung der Spulenparameter erfolgt experimentell.

In dieser Arbeit wird das Modell aus [25] als Basis verwendet. Dieses Modell wurde zu-

nächst im Rahmen einer Masterarbeit [65] erweitert:

In [65] wurden einfache Modelle untersucht, um die Auswirkungen der Wirbelströme auf die anisotropiebasierten Verfahren in ausreichender Form zu beschreiben. Hierbei wird das Wirbelstromverhalten durch bis zu vier Ersatzspulen approximiert. Das Ergebnis dieser Arbeit ist jedoch, dass vier kurzgeschlossene Ersatzspulen nicht immer ausreichen, um die Auswirkungen der Wirbelströme auf den Verlauf der Leiterströme nachbilden zu können.

4.2. Modell für die Identifikation von Wirbelströmen

Um die Einflüsse der Wirbelströme auf das elektrische Verhalten beschreiben zu können, müssen diese zunächst einmal charakterisiert und identifiziert werden. Hierfür wird in diesem Kapitel ein vereinfachtes Modell entwickelt, mit welchem die Wirbelstromeinflüsse analytisch beschrieben werden können.

Im Stillstand kann das elektrische Verhalten der Maschine stark vereinfacht werden. Daher findet die Identifikation der Wirbelströme in dieser Arbeit im Stillstand statt. In diesem Fall können die drehzahlabhängigen Terme in der Statorspannungsgleichung aus (3.8) zu null angenommen werden:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} &= R_{3\lambda, \text{str}} \begin{pmatrix} i_{3\lambda, d} \\ i_{3\lambda, q} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_{3\lambda, d} \\ \Psi_{3\lambda, q} \end{pmatrix} + \underbrace{\omega_R}_{=0} \mathbf{J}_{2 \times 2} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_{3\lambda, d} \\ \Psi_{3\lambda, q} \end{pmatrix} \\ &= R_{3\lambda, \text{str}} \begin{pmatrix} i_{3\lambda, d} \\ i_{3\lambda, q} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_{3\lambda, d} \\ \Psi_{3\lambda, q} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Des Weiteren kann die Beschreibung des elektrischen Verhaltens weiter vereinfacht werden, wenn die Identifikation an einem Arbeitspunkt durchgeführt wird. Hierbei können die vereinfachte Spannungsgleichung (4.1) im Arbeitspunkt linearisiert werden. Der Zusammenhang zwischen magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ und Leiterströmen $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ wird daher mit Hilfe von (3.103) wie folgt linearisiert:

$$\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} = \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \approx \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda, \text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) + \frac{\partial \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{i}_{3\lambda, \text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \cdot \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} - \vec{i}_{3\lambda, \text{lin}}^{\text{dq}} \right), \quad (4.2)$$

wobei $\vec{i}_{3\lambda, \text{lin}}^{\text{dq}}$ den Arbeitspunkt und ϕ_R die Rotorposition beschreiben, in welchem die Linearisierung stattfindet.

Die Zeitableitung der magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ kann unter Berücksichtigung, dass die Maschine sich im Stillstand befindet, wie folgt angenähert werden:

$$\frac{d\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}}{dt} \approx \frac{\partial \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{i}_{3\lambda, \text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \cdot \frac{d\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}}{dt} \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}} = \begin{bmatrix} L_{dd} & L_{dq} \\ L_{dq} & L_{qq} \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

wobei L_{dd} , L_{dq} und L_{qq} die Einträge der differentiellen Induktivitätsmatrix beschreiben.

Des Weiteren wird angenommen, dass die Identifikation, um das Wirbelstromverhalten einer elektrischen Maschine zu charakterisieren, bei sehr kleinen Strömen durchgeführt wird. Sofern die Flussoberwellen nicht nennenswert ausgeprägt sind, kann in diesem Fall angenommen werden, dass die Kreuzkopplung, welche durch die differentielle Induktivität

L_{dq} beschrieben wird, vernachlässigbar klein ist:

$$L_{dq} \approx 0. \quad (4.4)$$

Dies kann damit begründet werden, dass aufgrund der Symmetrieeigenschaften der Maschine die Kreuzkopplung und somit die Koppelinduktivität L_{dq} im Mittel über eine elektrische Umdrehung gleich null sein muss, wenn die q-Komponente des Stroms gleich null ist.

Die Spannungsgleichung aus (4.1) lässt sich somit mit Hilfe von (4.3) und (4.4) weiter vereinfachen:

$$\begin{pmatrix} u_{L,d} \\ u_{L,q} \end{pmatrix} \approx \begin{bmatrix} L_{dd} & 0 \\ 0 & L_{qq} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{3\lambda,d} \\ i_{3\lambda,q} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \begin{pmatrix} u_{L,d} \\ u_{L,q} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} - R_{3\lambda, \text{str}} \begin{pmatrix} i_{3\lambda,d} \\ i_{3\lambda,q} \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

wobei $u_{L,d}$ und $u_{L,q}$ die angelegten Spannungen abzüglich des Spannungsabfalls über dem ohmschen Widerstand bezeichnen.

Die Gleichung (4.5) beschreibt nun das elektrische Verhalten einer PMSM unter Vernachlässigung des Wirbelstromeinflusses. Um diesen modellieren zu können, muss die Spannungsgleichung daher erweitert werden.

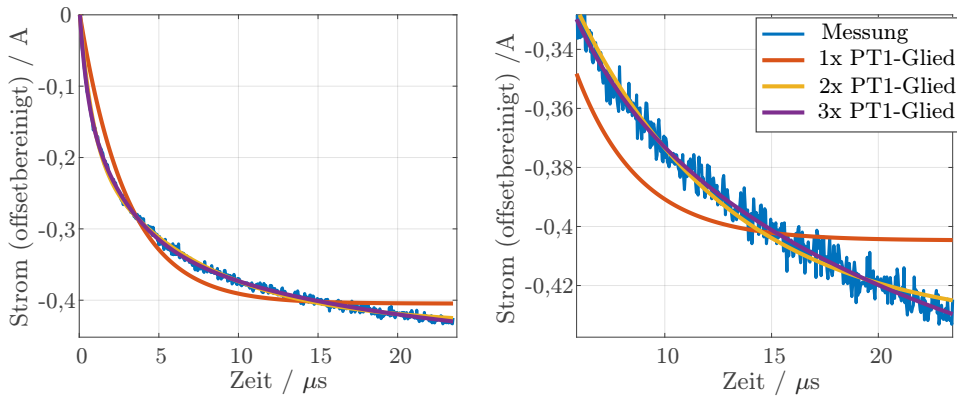


Abbildung 4.2.: Gemessener Abklingvorgang und Nachbildung mit verschiedenen Modellan-sätzen (**links:** Kompletter Abklingvorgang, **rechts:** Ausschnitt).

Hierfür wurde im Rahmen von [65] erarbeitet, dass sich der Verlauf des Abklingvorgangs, welcher sich aufgrund der Wirbelströme ausbildet, sehr gut durch parallelgeschaltete PT1-Glieder annähern lässt. In Abbildung 4.4 ist der Verlauf eines gemessenen Abklingvorgangs dargestellt. Mit verschiedenen Modellen wurde nun versucht, den zeitlichen Verlauf nachzubilden. Die verwendeten Modelle unterscheiden sich in der Anzahl an parallel geschalteten PT1-Gliedern. Die Parameter der PT1-Glieder wurden mit Hilfe eines Optimierers an die Messdaten angepasst. Es ist zu erkennen, dass ein PT1-Glied nicht ausreichend ist, um den Verlauf nachzubilden. Bei Verwendung von zwei PT1-Gliedern kann der Verlauf gut abgebildet werden, jedoch kommt es noch zu kleinen Abweichungen. Erst mit drei parallelen PT1-Gliedern kann der Verlauf nahezu exakt nachgebildet werden.

Das Verhalten von den parallelgeschalteten PT1-Gliedern lässt sich nun durch kurzgeschlossene Spulen im Motor, welche mit den Statorwicklungen verkoppelt sind, beschreiben, wie in Abbildung 4.3 dargestellt ist. Hierbei wird angenommen, dass die kurzgeschlossenen Spulen jeweils eine Streuinduktivität und einen Widerstand besitzen und lediglich mit den Statorwicklungen magnetisch gekoppelt sind. Die kurzgeschlossenen Spulen können nun als Reihenschaltungen aus jeweils einem Widerstand und einer Induktivität (RL-

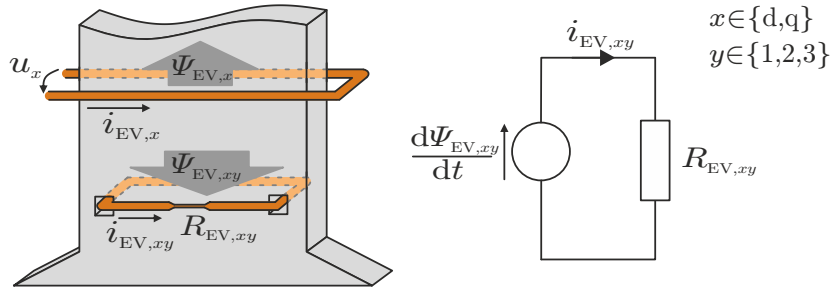


Abbildung 4.3.: Verwendetes Modell zur Untersuchung der Einflüsse von Wirbelströmen.

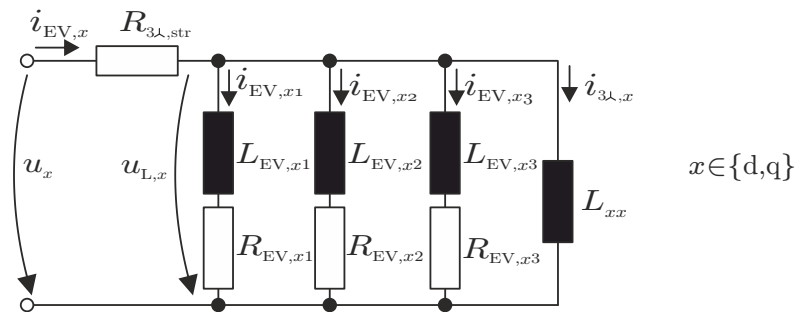


Abbildung 4.4.: Ersatzschaltbild zur Modellierung von Wirbelstromeinflüssen.

Glied), welche parallel zu den Statorinduktivitäten L_{dd} und L_{qq} aus (4.5) verschaltet sind, modelliert werden. Mit jeder kurzgeschlossenen Spule kann das Verhalten eines PT1-Glieds nachgebildet werden. Es werden daher drei kurzgeschlossenen Spulen pro Richtung im rotorflussorientierten Koordinatensystem angenommen.

Die resultierende Ersatzschaltung, welche im Folgenden für die Identifikation verwendet wird, ist in Abbildung 4.4 dargestellt, wobei $i_{EV,x1}$, $i_{EV,x2}$ und $i_{EV,x3}$ die Ersatzströme, $R_{EV,x1}$, $R_{EV,x2}$ und $R_{EV,x3}$ die Ersatzwiderstände und $L_{EV,x1}$, $L_{EV,x2}$ und $L_{EV,x3}$ die Ersatzinduktivitäten zur Abbildung der Wirbelstromeinflüsse bezeichnen. Die d- und q-Komponente des Leiterstroms $i_{EV,x}$ können unter Berücksichtigung von Wirbelströmen nun als Summe der Ersatzströme $i_{EV,x1}$, $i_{EV,x2}$ und $i_{EV,x3}$ und dem Strom $i_{3\lambda,x}$, welchen der entsprechenden Stromkomponente aus (4.5) entspricht, dargestellt werden:

$$i_{EV,x} := i_{3\lambda,x} + i_{EV,x1} + i_{EV,x2} + i_{EV,x3} \quad x \in \{d,q\}. \quad (4.6)$$

Die Spannungsgleichung für die einzelnen RL-Glieder, mit welchen die Wirbelströme abgebildet werden, können zudem mit Hilfe von (4.5) wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} u_{L,d} \\ u_{L,q} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R_{EV,dy} & 0 \\ 0 & R_{EV,qy} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{EV,dy} \\ i_{EV,qy} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} L_{EV,dy} & 0 \\ 0 & L_{EV,qy} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{EV,dy} \\ i_{EV,qy} \end{pmatrix} \quad y \in \{1, 2, 3\}. \quad (4.7)$$

Die Gleichungen (4.5) und (4.7) können nun für die d- und q-Komponente als Differentialgleichungssystem (DGL-System) formuliert werden:

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{pmatrix} i_{3\lambda,x} \\ i_{EV,x1} \\ i_{EV,x2} \\ i_{EV,x3} \end{pmatrix}}_{=: \vec{i}_{RL,x}} = \mathbf{A}_{EV} \cdot \begin{pmatrix} i_{3\lambda,x} \\ i_{EV,x1} \\ i_{EV,x2} \\ i_{EV,x3} \end{pmatrix} + \vec{b}_{EV} u_{L,x} \quad x \in \{d,q\} \quad (4.8)$$

$$\text{mit } \mathbf{A}_{\text{EV},x} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{\text{EV},x1}}{L_{\text{EV},x1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{\text{EV},x2}}{L_{\text{EV},x2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_{\text{EV},x3}}{L_{\text{EV},x3}} \end{bmatrix} \quad \text{und } \vec{b}_{\text{EV},x} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} \\ \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} \\ \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} \end{pmatrix}.$$

Bei der Identifikationsmessung werden die Leiterströme und -spannungen zeitdiskret abgetastet. Um das Modell besser an die Messdaten anpassen zu können, kann das DGL-System nun in die zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung überführt werden. Dies erfolgt mit Hilfe der Matrix-Exponentialfunktion (siehe z. B. [66], S.452). Der Verlauf des Leiterstroms $i_{\text{EV},x}$ kann somit unter Berücksichtigung von (4.6) wie folgt modelliert werden:

$$\begin{aligned} t_k &:= t_0 + t_{\text{AT}} \cdot k \\ \vec{i}_{\text{RL},\text{D},x}(t_{k+1}, \vec{p}_{1,x}, \vec{p}_{2,x}) &= \mathbf{A}_{\text{EV},\text{D},x}(\vec{p}_{1,x}) \cdot \vec{i}_{\text{RL},\text{D},x}(t_k) & k \in \mathbb{N}^+ \\ &+ \vec{b}_{\text{EV},\text{D},x}(\vec{p}_{1,x}, \vec{p}_{2,x}) u_{\text{L},\text{D},x}(t_k, \vec{p}_{2,x}) & x \in \{\text{d}, \text{q}\} \\ \tilde{i}_{\text{EV},\text{D},x}(t_k, \vec{p}_{1,x}, \vec{p}_{2,x}) &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{i}_{\text{RL},\text{D},x}(t_k, \vec{p}_{1,x}, \vec{p}_{2,x}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

mit

$$\vec{p}_{1,x} = \begin{pmatrix} p_{1,1,x} \\ p_{1,2,x} \\ p_{1,3,x} \\ p_{1,4,x} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \frac{t_{\text{AT}}}{L_{xx}} \\ e^{-\frac{R_{\text{EV},x1} t_{\text{AT}}}{L_{\text{EV},x1}}} \\ e^{-\frac{R_{\text{EV},x2} t_{\text{AT}}}{L_{\text{EV},x2}}} \\ e^{-\frac{R_{\text{EV},x3} t_{\text{AT}}}{L_{\text{EV},x3}}} \end{pmatrix}, \quad \vec{p}_{2,x} = \begin{pmatrix} p_{2,1,x} \\ p_{2,2,x} \\ p_{2,3,x} \\ p_{2,4,x} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} R_{3\lambda, \text{str}} \\ \frac{1}{R_{\text{EV},x1}} \\ \frac{1}{R_{\text{EV},x2}} \\ \frac{1}{R_{\text{EV},x3}} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{\text{EV},\text{D},x} := e^{\mathbf{A}_{\text{EV}} t_{\text{AT}}} = \text{diag}(1, p_{1,2,x}, p_{1,3,x}, p_{1,4,x})$$

$$\vec{b}_{\text{EV},\text{D},x} := \int_0^{t_{\text{AT}}} e^{\mathbf{A}_{\text{EV}} t} \cdot \vec{b}_{\text{EV}} dt$$

$$= \begin{pmatrix} p_{1,1,x} & p_{2,2,x}(1 - p_{1,2,x}) & p_{2,3,x}(1 - p_{1,3,x}) & p_{2,4,x}(1 - p_{1,4,x}) \end{pmatrix}^{\text{T}},$$

wobei t_{AT} die in der Messung verwendete Abtastschrittweite ist, t_0 dem Startzeitpunkt der Messung entspricht und $\text{diag}(\cdot)$ eine Diagonalmatrix beschreibt, deren Einträge den Argumenten entsprechen. $\vec{i}_{\text{RL},\text{D},x}$ beschreibt die modellierten Leiterströme.

Für die Bestimmung der Spannung $u_{\text{L},\text{D},x}$ wird in dieser Arbeit die gemessenen Leiterströme und -spannungen verwendet:

$$u_{\text{L},\text{D},x}(t_k, \vec{p}_{2,x}) := u_{\text{M},x}(t_k) - p_{2,1,x} i_{\text{M},x}(t_k), \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\} \quad (4.10)$$

wobei $i_{\text{M},x}$ und $u_{\text{M},x}$ die gemessenen und in das rotorflussorientierte Koordinatensystem transformierte Leiterströme und -spannungen bezeichnen.

Die Parametervektoren $\vec{p}_{1,x}$ und $\vec{p}_{2,x}$ können nun für einen Betriebspunkt als konstant angenommen werden und, wie im Folgenden gezeigt wird, über eine statische Optimierung aus Messdaten bestimmt werden. Aus den bestimmten Parametern können anschließend

die Induktivitätswerte L_{xx} , $L_{EV,x1}$, $L_{EV,x2}$ und $L_{EV,x3}$ wie folgt ermittelt werden:

$$\begin{array}{l} L_{xx} = \frac{t_{AT}}{p_{1,1,x}} \\ L_{EV,x1} = -\frac{t_{AT}}{\ln(p_{1,2,x})p_{2,2,x}} \\ L_{EV,x2} = -\frac{t_{AT}}{\ln(p_{1,3,x})p_{2,3,x}} \\ L_{EV,x3} = -\frac{t_{AT}}{\ln(p_{1,4,x})p_{2,4,x}} \end{array} \quad x \in \{d,q\}. \quad (4.11)$$

Die Widerstände $R_{3\lambda, \text{str}}$, $R_{EV,x1}$, $R_{EV,x2}$ und $R_{EV,x3}$ können aus dem Parametervektor $\vec{p}_{2,x}$ bestimmt werden:

$$R_{3\lambda, \text{str}} = p_{2,1,x} \quad R_{EV,x1} = \frac{1}{p_{2,2,x}} \quad R_{EV,x2} = \frac{1}{p_{2,3,x}} \quad R_{EV,x3} = \frac{1}{p_{2,4,x}} \quad x \in \{d,q\}. \quad (4.12)$$

4.3. Durchführung der Identifikation

Für die Identifikation der Modellparameter aus (4.9) werden in dieser Arbeit während einer hochfrequenten Anregung die zeitlichen Verläufe der Phasenspannungen und Leiterströme gemessen. Wie in Abbildung 4.5 dargestellt, werden hierfür alle Leiterströme und -spannungen mit Hilfe eines Oszilloskops (Lecroy MDA800A) zeitsynchron abgetastet und die resultierenden Verläufe gespeichert. Um die hochfrequenten Stromänderungen zu erfassen, wurden Lecroy CP150 Strommesszangen mit einer Bandbreite von 10Mhz verwendet. Die Phasenspannungen wurden mit Hilfe von Spannungstastköpfen erfasst. Die

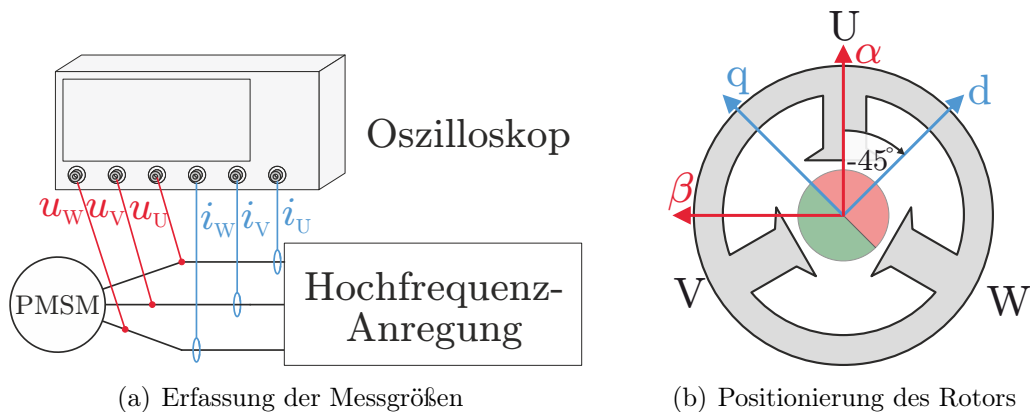


Abbildung 4.5.: Messaufbau für die Identifikation von Wirbelströmen.

PMSM wird während der Messung von einem Wechselrichter gespeist und die Rotorwelle bei einem Rotorwinkel von -45° fixiert, wie in Abbildung 4.5 dargestellt ist. Ein Stromregler regelt dabei den gewünschten Arbeitspunkt ein. Die niederfrequenten Ausgangsspannungen des Stromreglers werden mit alternierenden Spannungspulsen überlagert, wie in Abbildung 4.1 zu sehen ist. Die Hochfrequenzanregung findet in dieser Arbeit mit der PWM-Frequenz in α -Richtung¹, welche in Abbildung 4.5 eingezeichnet ist, statt. Hierbei wird in der ersten und der zweiten Hälfte der PWM-Periode jeweils in entgegengesetzte Richtung eine Spannung in gleicher Höhe injiziert². Auf die Hochfrequenzanregung mit

¹Die α -Richtung des statorfesten Koordinatensystem entspricht in dieser Arbeit der d-Richtung bei einem Rotorwinkel von 0° .

²Unter dem Begriff „injizieren“ bzw. „Injektion“ wird in dieser Arbeit das Überlagern der niederfrequenten Reglerausgangsspannungen durch zusätzliche Spannungszeiger bezeichnet.

PWM-Frequenz wird in Abschnitt 6.5 genauer eingegangen.

Die Spannungsamplitude der Anregung wurde dabei so gewählt, dass die Abklingvorgänge der Wirbelströme gut in den Stromverläufen zu sehen und zwischen zwei Pulsen nahezu abgeklungen sind. Durch die Injektion in die α -Richtung bei einem Rotorwinkel von -45° findet die Injektion gleichzeitig sowohl in d- und q-Richtung im rotorflussorientierten Koordinatensystem statt. Hierdurch können mit einer Messung alle Parameter aus (4.9) bestimmt werden, sofern davon ausgegangen wird, dass die zu ermittelten Ersatzgrößen keine Rotorlageabhängigkeit aufweisen.

Für die Identifikation wurde der zeitliche Verlauf der Leiterströme und -spannungen über zwei PWM-Perioden aufgezeichnet und anschließend mit Hilfe von (3.9) in das rotorflussorientierte Koordinatensystem überführt.

4.4. Bestimmung der Modellparameter

Aus den gemessenen und transformierten Messgrößen wird nun ein statisches Optimierungsproblem aufgestellt. Hierbei werden die optimalen Werte für die Parametervektoren $\vec{p}_{1,x}$ und $\vec{p}_{2,x}$ gesucht, so dass der gemessene Stromverlauf mit dem mit (4.9) modellierten Verlauf übereinstimmt. Als zu minimierende Kostenfunktion wird dabei die Summe der Fehlerquadrate gewählt. Das statische Optimierungsproblem kann somit gemäß [67] mit Hilfe des Modells aus (4.9) wie folgt formuliert werden:

$$\begin{array}{l} \min_{\vec{p}_{1,x}, \vec{p}_{2,x}} \quad f_{\text{opt}}(\vec{p}_{1,x}, \vec{p}_{2,x}) = \sum_k (\tilde{i}_{\text{EV,D},x}(t_k, \vec{p}_{1,x}, \vec{p}_{2,x}) - i_{\text{M},x}(t_k))^2 \\ \text{u.B.v.} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{p}_{1,x} + \begin{pmatrix} \epsilon \\ \epsilon \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \end{array} \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\} \quad (4.13)$$

wobei $i_{\text{M},x}$ die gemessenen und in das rotorflussorientierte Koordinatensystem transformierte Leiterströme bezeichnet.

Die in (4.13) formulierten Nebenbedingungen wurden in dieser Arbeit eingeführt, um sicherzustellen, dass die Lösung des Problems Ersatzströme mit unterschiedlichen Zeitkonstanten besitzt. Die Zeitkonstanten der Ersatzströme sind über die Parameter $\vec{p}_{1,x}$ gegeben. Der minimale Unterschied zwischen den Zeitkonstanten wird mit Hilfe des Parameters ϵ beeinflusst. In dieser Arbeit wurde $\epsilon = 0,01$ bei einer Abtastperiodendauer von $t_{\text{AT}} = 40\text{ns}$ gewählt.

Das Optimierungsproblem wird in dieser Arbeit mit Hilfe der Software MATLAB jeweils separat für die d- und q-Komponenten numerisch gelöst. Es wurde dabei die Funktion `fmincon` verwendet. Als Startwert wurde ein Messzeitpunkt gewählt, zu welchem die Wirbelströme bereits abgeklungen sind. Der Initialwert des Zustandsvektors wurde wie folgt festgelegt:

$$\vec{i}_{\text{RL},x}(t_0, \vec{p}_{1,x}, \vec{p}_{2,x}) := (i_{\text{M},x} \quad 0 \quad 0 \quad 0)^{\text{T}} \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\}. \quad (4.14)$$

Werden nur eine oder zwei Ersatzspulen zur Approximation der Wirbelströme verwendet, so kann das Problem auch mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate analytisch gelöst werden (siehe [65]).

Die ermittelten Modellparameter, welche aus den bestimmten Parametervektoren $\vec{p}_{1,x}$ und $\vec{p}_{2,x}$ mit Hilfe von (4.11) und (4.12) ermittelt wurden, sind in Tabelle 4.1 für eine PMSM

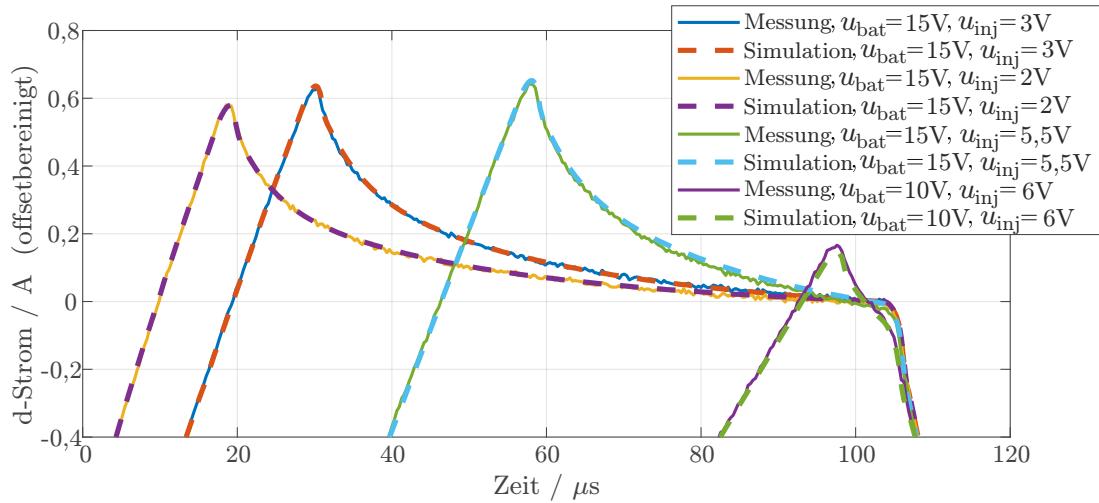


Abbildung 4.6.: Messung und Simulation des Stromverlaufs der d-Komponente bei einem Injektionsvorgang für verschiedene Batteriespannungen u_{bat} und verschiedene Amplituden der Injektionsspannung u_{inj} (PMSM5).

mit eingebetteten Magneten (PMSM5) dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass sich die Widerstands- und Induktivitätswerte der einzelnen Ersatzspulen stark unterscheiden. Die unterschiedlichen Werte in der d- und q-Komponente lassen vermuten, dass in den Wirbelströmen auch Informationen über die Rotorlage enthalten sind. Dieser Effekt soll allerdings in der vorliegenden Arbeit nicht zur Schätzung der Rotorlage ausgenutzt werden, da davon ausgegangen wird, dass das Wirbelstromverhalten aufgrund der hohen Abhängigkeit des spezifischen Widerstands der magnetischen Materialien von der Temperatur stark temperaturabhängig ist. Vielmehr wird in dieser Arbeit versucht, den Einfluss der Wirbelströme auf das anisotropiebasierte Verfahren zu minimieren, wie in Abschnitt 6.6 gezeigt wird.

Das Modell wurde für verschiedene Zwischenkreisspannungen u_{dc} und Amplituden der Injektionsspannungen u_{inj} mit Messdaten an einem Arbeitspunkt verglichen. Die Ergebnisse sind für die d-Komponente an dem Arbeitspunkt $i_q = 5A$ und $i_d = 0A$ in Abbildung 4.6 dargestellt. Für die Parametrisierung des Simulationsmodells wurden hierbei die Daten verwendet, welche aus der Identifikation bei einer Zwischenkreisspannung von $u_{dc} = 15V$ und einer Amplitude der Injektionsspannung von $u_{inj} = 3V$ ermittelt wurden. Es ist zu erkennen, dass die Ergebnisse des Simulationsmodells auch bei unterschiedlichen Zwischenkreisspannungen und Injektionsamplituden sehr gut mit den Messdaten übereinstimmen. Die Abhängigkeit der Modellparameter von der Zwischenkreis- und der Injektionsspannung kann somit als vernachlässigbar klein angenommen werden.

Wie in [65] beschrieben, sind die Parameter jedoch von dem Arbeitspunkt abhängig. Um ein gültiges Modell im gesamten Betriebsbereich zu erlangen, muss die Identifikation an

Ersatzparameter der d-Komponente			Ersatzparameter der q-Komponente				
$R_{EV,d1}$	134, 5Ω	$L_{EV,d1}$	1, 4μH	$R_{EV,q1}$	241, 1Ω	$L_{EV,q1}$	15, 4μH
$R_{EV,d2}$	55, 2Ω	$L_{EV,d2}$	49, 2μH	$R_{EV,q2}$	48, 3Ω	$L_{EV,q2}$	69, 4μH
$R_{EV,d3}$	18, 3Ω	$L_{EV,d3}$	102, 3μH	$R_{EV,q3}$	34, 7Ω	$L_{EV,q3}$	698, 1μH

Tabelle 4.1.: Aus einer Vermessung bestimmte Ersatzparameter zur Modellierung der Wirbelströme (PMSM5)

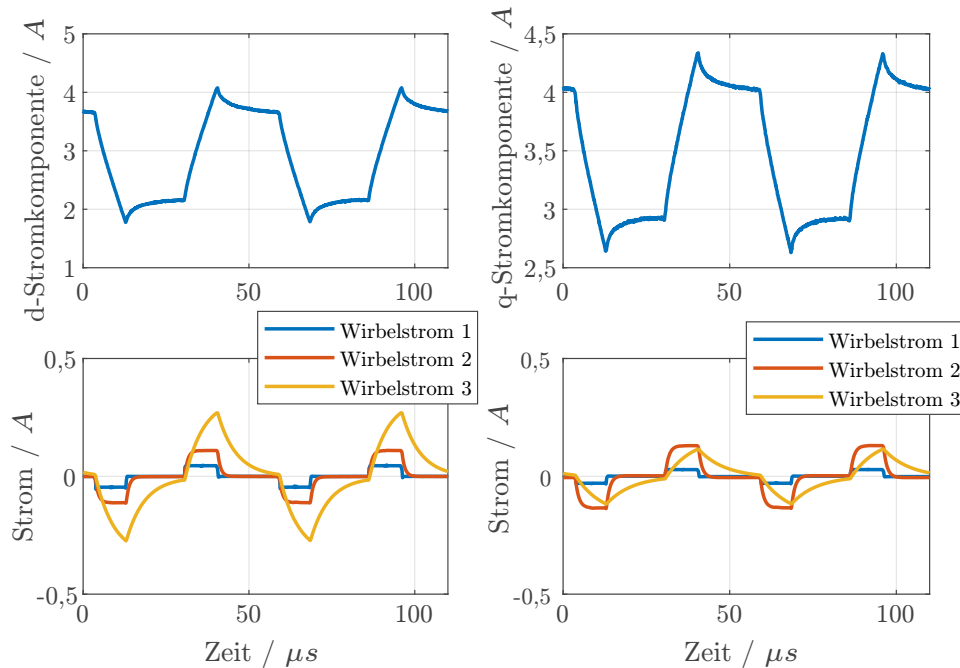


Abbildung 4.7.: Identifikation der Motorparameter unter Berücksichtigung der Wirbelströme in der elektrischen Maschine (PMSM5, **oben:** gemessene Stromkomponenten, **unten:** rekonstruierte Wirbelströme).

verschiedenen Arbeitspunkten und gegebenenfalls auch an verschiedenen Rotorpositionen durchgeführt werden. Dies ist allerdings nicht Bestandteil dieser Arbeit. In dieser Arbeit wird das Wirbelstromverhalten nur an einem Arbeitspunkt untersucht.

Der gemessene Stromverlauf und die rekonstruierten Ersatzströme für die d- und q-Komponenten sind in Abbildung 4.7 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich die Wirbelströme in d-Richtung stärker ausprägen als in q-Richtung. Dies kann damit begründet werden, dass die Permanentmagnete, welche eine hohe elektrische Leitfähigkeit besitzen, in der d-Richtung verbaut sind und sich somit bei einer Flussänderung in dieser Richtung verhältnismäßig mehr Wirbelströme ausprägen als bei einer Flussänderung in der q-Richtung. Die Vermutung, dass die Wirbelströme eine Abhängigkeit von der Anregungsrichtung aufweisen, wird zudem von [68] und [69] gestützt.

In Abbildung 4.7 wird zudem deutlich, dass die Ersatzströme unterschiedliche Zeitkonstanten besitzen. Während die ersten beiden Ersatzströme in d- und q-Richtung $i_{EV,d1}$, $i_{EV,d2}$, $i_{EV,q1}$ und $i_{EV,q2}$, welche mit Wirbelstrom 1 und Wirbelstrom 2 in Abbildung 4.7 gekennzeichnet sind, sich sehr schnell auf- und abbauen, ist die Zeitkonstante des dritten Ersatzstroms in beiden Richtungen $i_{EV,d3}$ und $i_{EV,q3}$ verhältnismäßig groß. Durch die Ersatzströme mit einer großen Zeitkonstante gibt es nur sehr kleine Bereiche innerhalb einer PWM-Periode, in welchen die Wirbelströme als vernachlässigbar klein angenommen werden können. In dieser Arbeit wird nun angenommen, dass in diesen Bereichen der Strom gemessen wird. Um dies zu erreichen, wird in Abschnitt 6.6 eine Methode vorgestellt, um den Einfluss von Wirbelströmen auf die anisotropiebasierten Verfahren zu minimieren.

4.5. Berücksichtigung von Wirbelströmen in der energiebasierten Modellierung

Das energiebasierte Modell wird nun im Folgenden erweitert, um die identifizierten Wirbelstromeinflüsse auf das Hochfrequenzverhalten des Antriebs zu berücksichtigen. Ziel der Modellierung ist es, die Auswirkungen der Wirbelstromeinflüsse auf die anisotropiebasierten Verfahren an einem Arbeitspunkt untersuchen zu können. Es werden nun folgende Vereinfachungen getroffen:

- Das Wirbelstromverhalten hängt nicht von der Rotorlage und nicht von dem Arbeitspunkt der Maschine ab.
- Die Wirbelströme haben keinen Einfluss auf das Sättigungsverhalten der Maschine.
- Lediglich eine Änderung der magnetischen Flussverkettung in den Statorwicklungen im rotorflussorientierten Koordinatensystem führt zu einer Anregung der Wirbelströme.

4.5.1. Transformation der Identifikationsgrößen

Zunächst jedoch werden die Größen des Identifikationsmodells transformiert, sodass der Zusammenhang zwischen den Leiterströmen und den Flussverkettungen der Statorwicklungen direkt aus den transformierten Größen ersichtlich ist.

Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass für die energiebasierte Modellierung die Größen des Identifikationsmodells nicht zwingend transformiert werden müssen. Das Modellverhalten wird durch die Transformationen nicht beeinflusst.

Um die Leiterströme als Komponente des Stromvektors zu erhalten, wird der Stromvektor aus dem Identifikationsmodell $\vec{i}_{\text{RL},x}$, welcher in (4.8) definiert wurde, unter Berücksichtigung von (4.6) wie folgt transformiert:

$$\vec{i}_{\text{EV}}^x := \begin{pmatrix} i_{\text{EV},x} \\ i_{\text{EV},x1} \\ i_{\text{EV},x2} \\ i_{\text{EV},x3} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_{\text{EV}}} \cdot \vec{i}_{\text{RL},x} \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\}. \quad (4.15)$$

Für die energiebasierte Modellierung werden nun ausschließlich die transformierten Vektoren $\vec{i}_{\text{EV}}^{\text{d}}$ und $\vec{i}_{\text{EV}}^{\text{q}}$ verwendet.

Die magnetischen Flussverkettungen der Spulen im Identifikationsmodell können zudem unter Berücksichtigung der getroffenen Annahmen wie folgt beschrieben werden:

$$\vec{\Psi}_{\text{RL}}^x := \begin{pmatrix} \Psi_{3\lambda,x} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{\text{EV},x1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{\text{EV},x2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{\text{EV},x3} \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{\text{RL},x} \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\}. \quad (4.16)$$

In dem Ersatzschaltbild (Abbildung 4.4) wurden die kurzgeschlossenen Spulen als RL-Glieder, welche parallel zur Statorinduktivität verschaltet sind, beschrieben. Hierbei wird angenommen, dass an den RL-Gliedern als auch an den Statorinduktivitäten dieselbe Spannung angelegt wird. Diese Spannungskopplung muss nun berücksichtigt werden, wenn

der Zusammenhang zwischen Statorflussverkettungen und Leiterströmen beschrieben werden soll. Alternativ hierzu können die kurzgeschlossenen Spulen auch als solche beschrieben und die im Identifikationsmodell eingeführte Parallelschaltung aufgehoben werden. Hierzu werden die magnetischen Flussverkettungen aus dem Identifikationsmodells $\vec{\Psi}_{\text{RL}}^{\text{d}}$ und $\vec{\Psi}_{\text{RL}}^{\text{q}}$, welche in (4.16) definiert sind, mit Hilfe der Transformation aus (4.15) wie folgt transformiert:

$$\vec{\Psi}_{\text{EV}}^x = \left(\Psi_{\text{EV},x} \quad \Psi_{\text{EV},x1} \quad \Psi_{\text{EV},x2} \quad \Psi_{\text{EV},x3} \right)^{\text{T}} := \left((\mathbf{T}_{\text{EV}})^{\text{T}} \right)^{-1} \cdot \vec{\Psi}_{\text{RL}}^x \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\}, \quad (4.17)$$

wobei $\vec{\Psi}_{\text{EV}}^{\text{d}}$ und $\vec{\Psi}_{\text{EV}}^{\text{q}}$ die transformierten Flussverkettungen beschreiben, welche im Folgenden für das energiebasierte Modell verwendet werden. Die Zustände $\Psi_{\text{EV},x1}$, $\Psi_{\text{EV},x2}$, $\Psi_{\text{EV},x3}$ entsprechen hierbei den magnetischen Flussverkettungen der Ersatzspulen und $\Psi_{\text{EV},x}$ der transformierten magnetischen Flussverkettung der Statorwicklungen.

4.5.2. Zusammenhang zwischen Strom- und Flussänderung

Der Zusammenhang zwischen den magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{\text{RL}}^{\text{d}}$ und $\vec{\Psi}_{\text{RL}}^{\text{q}}$ und den Strömen $\vec{i}_{\text{RL},\text{d}}$ und $\vec{i}_{\text{RL},\text{q}}$ im Identifikationsmodell kann alternativ zu (4.16) wie folgt beschrieben werden:

$$\vec{i}_{\text{RL},x} = \begin{pmatrix} i_{3\lambda,x} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{\text{RL}}^x \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\}. \quad (4.18)$$

In dem Identifikationsmodell kann der Zusammenhang zwischen Stromänderung und Flussänderung mit Hilfe der partiellen Ableitung des Zustandsvektors $\vec{i}_{\text{RL},x}$ nach den magnetischen Flussverkettungen aus (4.18) auf folgende Art beschrieben werden:

$$\frac{\partial \vec{i}_{\text{RL},x}}{\partial \vec{\Psi}_{\text{RL}}^x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{3\lambda,x}}{\partial \Psi_{3\lambda,x}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} \end{bmatrix} \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\}. \quad (4.19)$$

Die partiellen Ableitungen der transformierten Ströme $\vec{i}_{\text{EV}}^{\text{d}}$ und $\vec{i}_{\text{EV}}^{\text{q}}$ nach den transformierten magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{\text{EV}}^{\text{d}}$ und $\vec{\Psi}_{\text{EV}}^{\text{q}}$ können daher unter Berücksichtigung von (4.15), (4.17) und (4.19) wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{i}_{\text{EV}}^x}{\partial \vec{\Psi}_{\text{EV}}^x} &= \mathbf{T}_{\text{EV}} \frac{\partial \vec{i}_{\text{RL},x}}{\partial \vec{\Psi}_{\text{RL}}^x} (\mathbf{T}_{\text{EV}})^{\text{T}} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{3\lambda,x}}{\partial \Psi_{3\lambda,x}} + \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} + \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} + \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} & \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} & \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} & \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} \\ & \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} & 0 & 0 \\ & \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} & 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} \\ & \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad x \in \{\text{d}, \text{q}\}. \quad (4.20) \end{aligned}$$

In (4.20) wird nun direkt ersichtlich, dass die Wirbelströme den Zusammenhang zwischen den Leiterströmen $i_{\text{EV},\text{d}}$ und $i_{\text{EV},\text{q}}$ und den Flussverkettungen der Statorwicklungen $\Psi_{\text{EV},\text{d}}$ und $\Psi_{\text{EV},\text{q}}$ beeinflussen. Der Stromgradient in den Statorwicklungen hängt nun von dem

Wirbelstromverhalten ab. Wird die Phasenspannung sprunghaft verändert, so ist die Steigung direkt nach dem Sprung durch die Summe der Werte der inversen Induktivitäten $\frac{\partial \vec{i}_{EV}^x}{\partial \vec{\Psi}_{EV}^x} + \frac{1}{L_{EV,x1}} + \frac{1}{L_{EV,x2}} + \frac{1}{L_{EV,x3}}$ gegeben. Sind die Wirbelströme abgeklungen und entsprechen somit die Werte der Flussverkettungen der Ersatzspulen gleich dem negierten Wert der Flussverkettungen der Statorwicklungen, so ist die Stromsteigung durch die partiellen Ableitungen $\frac{\partial \vec{i}_{EV}^x}{\partial \vec{\Psi}_{EV}^x}$ gegeben und entspricht derjenigen, welche ohne Berücksichtigung von Eisenverlusten erwartet werden würde.

Die Kreuzkopplung kann zudem mit Hilfe von (4.18), (4.15) und (4.17) wie folgt beschrieben werden:

$$\frac{\partial \vec{i}_{EV}^d}{\partial \vec{\Psi}_{EV}^q} = \mathbf{T}_{EV} \frac{\partial \vec{i}_{RL,d}}{\partial \vec{\Psi}_{RL}^q} (\mathbf{T}_{EV})^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{3\lambda,d}}{\partial \Psi_{3\lambda,q}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{\partial \vec{i}_{EV}^q}{\partial \vec{\Psi}_{EV}^d}. \quad (4.21)$$

4.5.3. Aufstellen der Energiefunktion unter Berücksichtigung von Wirbelströmen

Für die Erweiterung des energiebasierten Modells werden nun die transformierten Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{EV}^d$ und $\vec{\Psi}_{EV}^q$ und die Rotorlage ϕ_R als Zustände verwendet. Um die kurzgeschlossenen Spulen und somit das Verhalten aus (4.20) in dem energiebasierten Ansatz abzubilden, kann die Energiefunktion einer dreiphasigen PMSM mit Sternschaltung, welche in (3.54) definiert wurde, um $\mathcal{E}_{mag,I,Erw}^{dq}$ erweitert werden (eine detaillierte Herleitung ist in Anhang C beschrieben):

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq} : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \left(\vec{\Psi}_{EV}^d, \vec{\Psi}_{EV}^q, \phi_R \right) \mapsto \mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq} \left(\vec{\Psi}_{EV}^d, \vec{\Psi}_{EV}^q, \phi_R \right) \\ &=: \mathcal{E}_{mag,I,Erw}^{dq} \left(\vec{\Psi}_{EV}^d, \vec{\Psi}_{EV}^q, \phi_R \right) \\ \mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq} &= \mathcal{E}_{3\lambda,mag,I}^{dq} \left(\left(\begin{array}{c} \Psi_{EV,d} \\ \Psi_{EV,q} \end{array} \right), \phi_R \right) + \frac{3}{2} \int_{\left(\begin{array}{c} \chi_{EV,d} \\ \chi_{EV,q} \end{array} \right)} \overbrace{\left(\begin{array}{c} \vec{i}_{EV}^d \left(\vec{\Psi}', \phi_R \right) \\ \vec{i}_{EV}^q \left(\vec{\Psi}', \phi_R \right) \end{array} \right)} d\vec{\Psi}' \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\chi_{EV,d} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad \chi_{EV,d}(0) = \Psi_{EV,d} [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1]^T, \quad \chi_{EV,d}(t) = \vec{\Psi}_{EV}^d$$

$$\chi_{EV,q} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad \chi_{EV,q}(0) = \Psi_{EV,q} [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1]^T, \quad \chi_{EV,q}(t) = \vec{\Psi}_{EV}^q.$$

Analog zu (3.55), kann nun auch für die erweiterte Energiefunktion $\mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq}$ der Zusammenhang zwischen Strömen und magnetischer Energie hergestellt werden:

$$\vec{i}_{EV}^x = \frac{2}{3} \frac{\partial \mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq}}{\partial \vec{\Psi}_{EV}^x} \quad \text{und somit} \quad \frac{\partial \vec{i}_{EV}^x}{\partial \vec{\Psi}_{EV}^y} = \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq}}{\partial \vec{\Psi}_{EV}^x \partial \vec{\Psi}_{EV}^y} \quad \text{für } x, y \in \{d, q\}. \quad (4.23)$$

Zudem können die partiellen Ableitungen der Ströme nach den magnetischen Flussverkettungen $\frac{\partial i_{3\lambda,d}}{\partial \Psi_{3\lambda,d}}$, $\frac{\partial i_{3\lambda,d}}{\partial \Psi_{3\lambda,q}}$ und $\frac{\partial i_{3\lambda,q}}{\partial \Psi_{3\lambda,q}}$, welche in (4.19), (4.20) und (4.21) verwendet werden, mit Hilfe der Energiefunktion $\mathcal{E}_{3\lambda,mag,I}^{dq}$ beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial i_{3\lambda,d}}{\partial \Psi_{3\lambda,d}} &= \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}} \left(\left(\begin{array}{c} \Psi_{\text{EV},d} \\ \Psi_{\text{EV},q} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right)}{\partial (\Psi_{\text{EV},d})^2}, & \frac{\partial i_{3\lambda,q}}{\partial \Psi_{3\lambda,q}} &= \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}} \left(\left(\begin{array}{c} \Psi_{\text{EV},d} \\ \Psi_{\text{EV},q} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right)}{\partial (\Psi_{\text{EV},q})^2}, \\ \frac{\partial i_{3\lambda,d}}{\partial \Psi_{3\lambda,q}} &= \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}} \left(\left(\begin{array}{c} \Psi_{\text{EV},d} \\ \Psi_{\text{EV},q} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right)}{\partial \Psi_{\text{EV},d} \partial \Psi_{\text{EV},q}}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Um den in (4.20) beschriebenen Zusammenhang wiedergeben zu können, muss nun die Erweiterung der Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag,I,Erw}}^{\text{dq}}$ unter Berücksichtigung von (4.22) und (4.24) folgende Eigenschaften besitzen:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{\text{mag,I,Erw}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{\text{EV}}^x \partial \vec{\Psi}_{\text{EV}}^x} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} + \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} + \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} & \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} & \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} & \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} \\ \frac{1}{L_{\text{EV},x1}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} & 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x2}} & 0 \\ \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} & 0 & 0 & \frac{1}{L_{\text{EV},x3}} \end{bmatrix}, & x \in \{d,q\} \\ \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{\text{mag,I,Erw}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{\text{EV}}^d \partial \vec{\Psi}_{\text{EV}}^q} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Die magnetischen Kopplungen der Spulen in dem transformierten System wurden in (4.17) festgelegt. Hieraus und aus dem angenommenen Zusammenhang zwischen magnetischen Flussverkettungen und Strömen in den Ersatzspulen aus (4.18) folgt, dass keine Ströme in den Ersatzspulen fließen, sobald die Flussverkettungen in den Ersatzspulen den negierten Flussverkettungen der Statorwicklungen entsprechen:

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,I,Erw}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{\text{EV}}^x} \left(\Psi_{\text{EV},d} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \Psi_{\text{EV},q} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \phi_{\text{R}} \right) = \vec{0}. \quad x \in \{d,q\} \quad (4.26)$$

Die einfachste Form der Erweiterung der Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag,I,Erw}}^{\text{dq}}$, welche (4.25), (4.26) und die in Unterabschnitt 4.5.1 getroffenen Annahmen erfüllt, lautet unter Berücksichtigung von (4.23) wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{mag,I,Erw}}^{\text{dq}} &= \frac{3}{4} \left(\frac{1}{L_{\text{EV},d1}} + \frac{1}{L_{\text{EV},d2}} + \frac{1}{L_{\text{EV},d3}} \right) (\Psi_{\text{EV},d})^2 \\ &+ \frac{3}{4} \frac{1}{L_{\text{EV},d1}} (\Psi_{\text{EV},d1})^2 + \frac{3}{4} \frac{1}{L_{\text{EV},d2}} (\Psi_{\text{EV},d2})^2 + \frac{3}{4} \frac{1}{L_{\text{EV},d3}} (\Psi_{\text{EV},d3})^2 \\ &+ \frac{3}{2} \Psi_{\text{EV},d} \left(\frac{1}{L_{\text{EV},d1}} \Psi_{\text{EV},d1} + \frac{1}{L_{\text{EV},d2}} \Psi_{\text{EV},d2} + \frac{1}{L_{\text{EV},d3}} \Psi_{\text{EV},d3} \right) \\ &+ \frac{3}{4} \left(\frac{1}{L_{\text{EV},q1}} + \frac{1}{L_{\text{EV},q2}} + \frac{1}{L_{\text{EV},q3}} \right) (\Psi_{\text{EV},q})^2 \\ &+ \frac{3}{4} \frac{1}{L_{\text{EV},q1}} (\Psi_{\text{EV},q1})^2 + \frac{3}{4} \frac{1}{L_{\text{EV},q2}} (\Psi_{\text{EV},q2})^2 + \frac{3}{4} \frac{1}{L_{\text{EV},q3}} (\Psi_{\text{EV},q3})^2 \\ &+ \frac{3}{2} \Psi_{\text{EV},q} \left(\frac{1}{L_{\text{EV},q1}} \Psi_{\text{EV},q1} + \frac{1}{L_{\text{EV},q2}} \Psi_{\text{EV},q2} + \frac{1}{L_{\text{EV},q3}} \Psi_{\text{EV},q3} \right). \end{aligned} \quad (4.27)$$

Mit Hilfe von (4.22), (4.23) und der Approximation aus (4.27) kann nun der Zusammenhang zwischen den magnetischen Flussverkettungen und den in der Maschine fließenden Strömen unter Berücksichtigung der Wirbelströme hergestellt werden.

Ein noch offener Punkt in diesem Abschnitt ist der Zusammenhang zwischen der erweiterten Energiefunktion und dem durch die Maschine erzeugten Drehmoment. Hierfür muss zunächst definiert werden, ob die Ersatzspulen sich mit der Rotation des Rotors mitdrehen oder ob die Ersatzspulen sich nicht bewegen. Prinzipiell sind beide Möglichkeiten zulässig und stehen nicht mit der in diesem Abschnitt hergeleiteten Theorie im Widerspruch. Die Entscheidung hat lediglich mit zunehmender Drehzahl Auswirkungen auf die angenommene elektrisch-mechanische Energiewandlung.

Da in dieser Arbeit weder hohe Drehzahlen noch eine genaue Abbildung der Auswirkungen der Wirbelströme auf das Drehmoment relevant sind, sind beide Möglichkeiten äquivalent einzustufen. Im Rahmen dieser Arbeit wird im Folgenden angenommen, dass die Ersatzspulen sich im Rotor befinden. Die Ersatzflüsse können somit direkt als Systemzustände betrachtet werden und es wird angenommen, dass diese nicht von der Rotorposition ϕ_R abhängen.

Analog zu (3.57) wird in diesem Fall das Drehmoment durch partielles Ableiten der Energiefunktion $\mathcal{E}_{\text{mag,I,EV}}^{\text{dq}}$ nach der Rotorlage ϕ_R berechnet:

$$\begin{aligned}
 M_{3\lambda,EM,EV}^{\text{dq}}(\vec{\Psi}_{EV}^{\text{d}}, \vec{\Psi}_{EV}^{\text{q}}, \phi_R) &:= M_R + \frac{3}{2} n_p \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,I,EV}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{EV}^{\text{d}}} \right) \cdot \left(\mathbf{J}_{EV} \cdot \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{EV}^{\text{d}} \\ \vec{\Psi}_{EV}^{\text{q}} \end{pmatrix} \right) - n_p \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,I,EV}}^{\text{dq}}}{\partial \phi_R} \\
 &= M_R + \frac{3}{2} n_p \begin{pmatrix} \Psi_{EV,d} \\ \Psi_{EV,q} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_{EV,d} \\ i_{EV,q} \end{pmatrix} - n_p \frac{\partial \mathcal{E}_{\text{mag,I,EV}}^{\text{dq}}}{\partial \phi_R}
 \end{aligned}
 \tag{4.28}$$

mit

$$\mathbf{J}_{EV} := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
 \tag{4.29}$$

Die Drehmomentberechnung ist somit von der Struktur her identisch mit (3.57), welche für die Drehmomentberechnung ohne Berücksichtigung der Wirbelströme gültig ist. An dieser Stelle gilt es allerdings anzumerken, dass der Zusammenhang zwischen den Flusskomponenten $\Psi_{EV,d}$ und $\Psi_{EV,q}$ und den Stromkomponenten $i_{EV,d}$ und $i_{EV,q}$ abhängig von den in der Maschine fließenden Wirbelströmen ist. Die Wirbelströme haben somit - auch unter den getroffenen Annahmen - Auswirkungen auf das von der Maschine erzeugte Drehmoment.

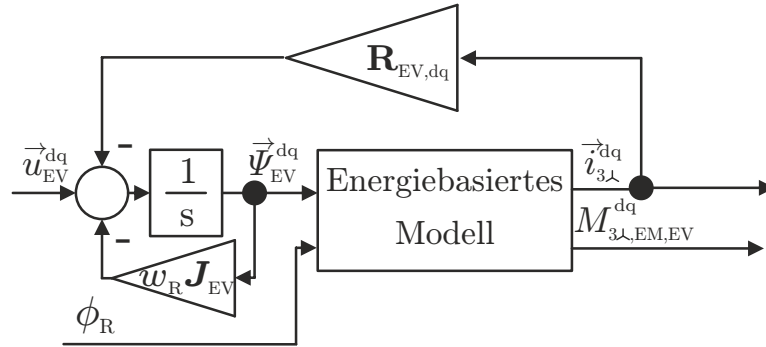


Abbildung 4.8.: Modell für die dynamische Simulation des elektrischen Verhaltens unter Berücksichtigung von Wirbelströmen.

4.6. Dynamisches Simulationsmodell für eine dreiphasige Maschine mit Sternschaltung

Mit Hilfe der Energiefunktion, welche im vorigen Abschnitt beschrieben ist, wird in diesem Abschnitt ein dynamisches Simulationsmodell für eine dreiphasige PMSM mit Sternschaltung erstellt. Ziel ist es, die Auswirkungen der in der Maschine auftretenden Wirbelströme auf das geberlose Verfahren in Simulation nachbilden zu können.

Als Basis für die Beschreibung der Spannungsgleichung werden (3.8) und (4.7) verwendet. Mit Hilfe der Transformationen, welche in (4.15) und (4.17) definiert sind, und (4.29) kann die Spannungsgleichung abhängig von den Zustandsvektoren $\vec{\Psi}_{EV}^d$ und $\vec{\Psi}_{EV}^q$ wie folgt aufgestellt werden:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{EV}^d \\ \vec{\Psi}_{EV}^q \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{u}_{EV}^d \\ \vec{u}_{EV}^q \end{pmatrix}}_{=: \vec{u}_{EV}^{dq}} - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{EV,d} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{EV,q} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{EV,dq}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{i}_{EV}^d \\ \vec{i}_{EV}^q \end{pmatrix}}_{=: \vec{i}_{EV}^{dq}} - \omega_R \mathbf{J}_{EV} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{EV}^d \\ \vec{\Psi}_{EV}^q \end{pmatrix}}_{=: \vec{\Psi}_{EV}^{dq}} \quad (4.30)$$

mit

$$\vec{u}_{EV}^x = (u_x \ 0 \ 0 \ 0) \quad x \in \{d, q\} \quad (4.31)$$

und

$$\mathbf{R}_{EV,x} = \left((\mathbf{T}_{EV})^T \right)^{-1} \begin{bmatrix} R_{3\lambda, \text{str}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{EV,x1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{EV,x2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{EV,x3} \end{bmatrix} (\mathbf{T}_{EV})^{-1} \quad x \in \{d, q\}. \quad (4.32)$$

Hierbei wurde wie bei der Drehmomentberechnung in (4.28) angenommen, dass sich die Ersatzspulen zur Berücksichtigung der Wirbelströme mit dem Rotor mitdrehen und somit die identische Rotationsmatrix \mathbf{J}_{EV} verwendet. Für die dynamische Simulation der elektrischen Maschine wird nun die Energiefunktion in (3.88) um (4.27) erweitert. Der Zusammenhang zwischen den magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{EV}^{dq}$, der Rotorlage ϕ_R und den in der Maschine fließenden Strömen \vec{i}_{EV}^{dq} wurde mit Hilfe von (4.23) hergestellt. Des Weiteren wurde zur Modellierung des Zusammenhangs zwischen den magnetischen Fluss-

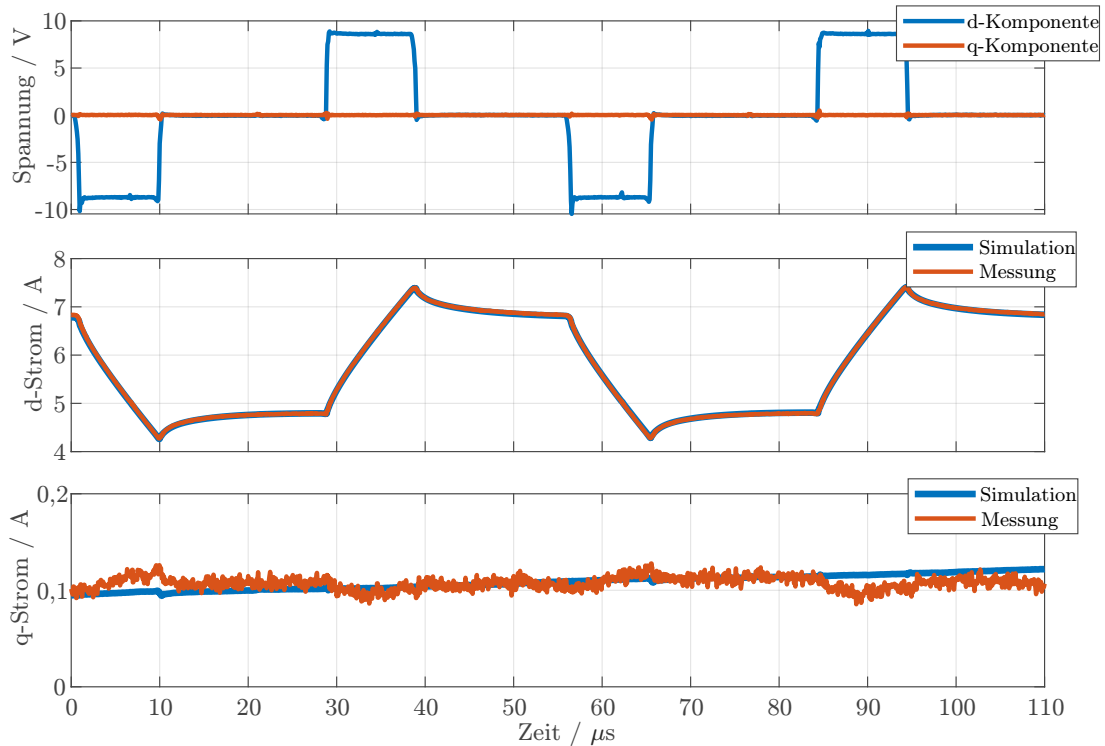


Abbildung 4.9.: Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen, welche mit Hilfe des erweiterten Simulationsmodells ermittelt wurden, und Messergebnissen bei einer Zwischenkreisspannung von $u_{dc} = 13V$ und einer Injektionsspannung von $u_{inj} = 3V$ (PMSM5).

verkettungen $\vec{\Psi}_{EV}^{dq}$, der Rotorlage ϕ_R und dem von der Maschine erzeugten Drehmoment $M_{3\lambda,EM,EV}^{dq}$ (4.28) verwendet. Zur Berechnung der zeitlichen Änderung der magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_{EV}^{dq}$ wurde (4.30) verwendet. Das Blockschaltbild des Modells ist in Abbildung 4.8 dargestellt und ist strukturell identisch mit dem Blockschaltbild des Modells, welches keine Wirbelströme abbildet.

Eine einfache Validierung des Modells ist in Abbildung 4.9 zu sehen. Hierbei wurden die gemessenen und transformierten Spannungen als Eingang für das Simulationsmodell verwendet und die resultierenden Leiterströme mit den gemessenen Leiterströmen verglichen. Die Messung fand im Stillstand statt. Das energiebasierte Modell wurde im Arbeitspunkt zudem linearisiert. Hierbei kann man erkennen, dass die simulierten Stromverläufe sehr gut zu den gemessenen Stromverläufen passen und somit das Modell die Auswirkungen der Wirbelströme auf die Leiterströme sehr gut abbilden kann. Es gilt allerdings anzumerken, dass die Modellparameter auch in diesem Arbeitspunkt identifiziert wurden. An anderen Arbeitspunkten kann das Wirbelstromverhalten von dem identifizierten Verhalten abweichen. In dieser Arbeit wird das Hochfrequenzverhalten lediglich für einen Arbeitspunkt modelliert, um die Auswirkungen der Wirbelströme auf die anisotropiebasierten Verfahren zu zeigen. Für eine exakte Modellierung im gesamten Betriebsbereich, müsste die Identifikation an mehreren Betriebspunkten durchgeführt werden und die Ordnung der Erweiterung der Energiefunktion in (4.27) erhöht werden.

Eine erweiterte Validierung des Modells ist zudem in Unterabschnitt 6.6 zu finden. Bei

der erweiterten Validierung wurde das ganze System inklusive Leistungselektronik und Stromabtastung simuliert und gegen Messdaten verglichen. Die Ergebnisse und eine detaillierte Beschreibung sind in dem entsprechenden Unterabschnitt zu sehen.

4.7. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde am Beispiel einer dreiphasigen Maschine mit Sternschaltung eine Möglichkeit gezeigt, wie man Wirbelströme identifizieren und in einer dynamischen Simulation berücksichtigen kann.

Es wurde ein Modell mit Ersatzspulen für die Wirbelströme entworfen, mit welchem die relevanten Parameter zur Charakterisierung dieser anhand von Messverläufen ermittelt werden können. Hierbei wurde angenommen, dass sich zusätzlich zu den Statorwicklungen in jeder Richtung drei kurzgeschlossene Spulen befinden, welche mit den Statorwicklungen gekoppelt sind.

Zudem wurde ein einfacher Messaufbau vorgestellt, mit welchem die Messdaten zur Bestimmung der relevanten Parameter ermittelt werden können. Das Modell wurde zur Ermittlung der Parameter über ein statisches Optimierungsproblem an die gemessenen Daten angepasst.

Um die Wirbelströme auch in der energiebasierten Modellierung zu berücksichtigen, wurde beispielhaft die Energiefunktion einer dreiphasigen PMSM mit Sternschaltung erweitert. Hierdurch lässt sich der Zusammenhang zwischen den in den Maschinen fließenden Strömen, den magnetischen Flussverkettungen, der Rotorlage und dem Drehmoment unter Berücksichtigung von Wirbelströmen beschreiben. Des Weiteren wurde das dynamische Simulationsmodell erweitert, um die Auswirkungen auf die anisotropiebasierten Verfahren simulieren zu können.

Das Modell wurde anhand von Messungen validiert und wird in Unterabschnitt 6.6 verwendet.

5. Modellierung des Hochfrequenzverhaltens

Bei anisotropiebasierten Verfahren, wie sie in dieser Arbeit betrachtet werden, wird die Rotorlageinformation aus den hochfrequenten Anteilen der Leiterströme extrahiert. Wird nun angenommen, dass die hochfrequenten Anteile des Stroms von den niederfrequenten Anteilen mittels Signalverarbeitung getrennt werden können, so reicht für die Extraktion der Rotorlageinformation aus den Strömen die Kenntnis über das Hochfrequenzverhalten der Maschine aus.

Für die Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens von permanentmagneterregten Synchronmaschinen können nun einige Gleichungen vereinfacht werden: Im Folgenden werden zunächst die Spannungsgleichungen der betrachteten Maschinentypen aus Kapitel 3 vereinfacht und anschließend der Zusammenhang zwischen hochfrequenten Strömen und Spannungen abhängig von dem Arbeitspunkt und der Rotorlage analytisch beschrieben. Hierbei werden die Symmetrieeigenschaften der Maschine, welche bereits bei der Beschreibung der Energiefunktion verwendet wurden, ausgenutzt, um die Komplexität des Modells zu reduzieren.

Das vereinfachte Modell hat in dieser Arbeit folgende drei Anwendungszwecke:

1. **Überprüfung der Maschineneignung:** Mit Hilfe des Hochfrequenzmodells der Maschine soll die Eignung der Maschine hinsichtlich anisotropiebasierter Rotorlage-schätzung überprüft werden können.
2. **Parametrierung der Verfahren:** Aus dem Hochfrequenzmodell soll die Parametrierung des anisotropiebasierten Verfahrens abgeleitet werden, so dass die Maschine optimal betrieben werden kann.
3. **Erstellung eines Motormodells:** Des Weiteren können mit Hilfe des Hochfrequenzmodells die Approximationsparameter der Energiefunktion ermittelt werden, wie in Unterabschnitt 3.5.5 beschrieben ist.

5.1. Getroffene Annahmen

Um das elektrische Verhalten im Hochfrequenzfall zu vereinfachen, werden folgende Annahmen getroffen: Es wird angenommen, dass das anisotropiebasierte Verfahren nur bei kleinen Drehzahlen zum Einsatz kommt. Deshalb soll das Hochfrequenzmodell auch lediglich in diesem Drehzahlbereich gültig sein. Als kleine Drehzahlen werden in dieser Arbeit Drehzahlen unterhalb von 20% der Nenndrehzahl bezeichnet. Bei Drehzahlen oberhalb dieser Schwelle kommen üblicherweise EMK-basierte Verfahren zum Einsatz.

Zudem wird angenommen, dass die durch die Hochfrequenzanregung entstehenden Ströme so klein sind, dass sie keinen Einfluss auf die magnetische Sättigung der Maschine haben. In dem Modell werden des Weiteren Wirbelströme in der elektrischen Maschine vernachlässigt.

Außerdem wird angenommen, dass die Symmetrieeigenschaften, welche in Abschnitt 3.4

beschrieben sind, erfüllt werden. Bei zweimal-dreiphasigen Maschinen wird nur der Fall betrachtet, in welchem die Phasenströme in beiden Teilsystemen nahezu identisch sind. Nur wenn diese Punkte erfüllt sind, können die im Folgenden vorgestellten Modelle angewendet werden.

5.2. Stand der Technik

Da die Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens einer PMSM für sämtliche Untersuchungen im Bereich der geberlosen Regelung essentiell ist, sind bereits viele Modelle in der Literatur zu finden: Werden Eisenverlusten und kapazitive Effekte in der Maschine vernachlässigt, so kann das Hochfrequenzverhalten einer elektrischen Maschine mit Hilfe der inversen Induktivitätsmatrix sehr gut beschrieben werden (siehe z. B. [17, 37, 57, 70, 71]).

Die Eigenschaften der Einträge auf der Nebendiagonale der inversen Induktivitätsmatrix unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung sind in [70] beschrieben. In [57] wird ein Modell vorgestellt, welches magnetische Sättigungseffekte analytisch abbildet. Der Zusammenhang zwischen den inversen Induktivitätswerten und den Leiterströmen wird hierbei über ein multivariates Polynom unter Berücksichtigung der Symmetrieeigenschaften dreiphasiger Maschinen analytisch beschrieben.

Das Oberwellenverhalten der inversen Induktivitäten wurde in [72] mit Hilfe einer Fourierreihe approximiert. Jedoch werden Sättigungseffekte vernachlässigt.

In [37, 73] und [71] werden Modelle vorgestellt, welche sowohl das Oberwellenverhalten als auch die Betriebspunktabhängigkeiten der inversen Induktivitäten abbilden. Keines dieser Modelle beschreibt jedoch den Zusammenhang zwischen Leiterströmen, Rotorlage und inversen Induktivitätswerten analytisch.

Erweiterungen, um auch Effekte der Eisenverluste auf das Hochfrequenzverhalten zu berücksichtigen, sind in [25, 74] und [68] veröffentlicht: In [25] wird ein einfaches Modell auf Basis eines PT1-Glieds zur Modellierung der Auswirkungen der Eisenverluste auf das zeitliche Verhalten der Leiterströme vorgeschlagen. Die Modelle in [74] und [68] verwenden zur Modellierung der Auswirkungen von Eisenverlusten auf das Hochfrequenzverhalten einer PMSM eine virtuelle Widerstandsmatrix.

Ein Modell zur Berücksichtigung der Einflüsse von parasitären Kapazitäten auf das Hochfrequenzverhalten wird zudem in [25] vorgeschlagen.

Während die Modellierung des Hochfrequenzverhaltens von dreiphasigen PMSMs in der Literatur bereits sehr fortgeschritten ist, beschränken sich die Maschinenmodelle für zweimal-dreiphasige Maschinen auf die Berücksichtigung der magnetischen Anisotropie (siehe zum Beispiel [75–77]). Lediglich in [42] wird auf die Betriebspunktabhängigkeit der inversen Induktivität eingegangen. Allerdings wird der Zusammenhang zwischen inversem Induktivitätswert und Betriebspunkt nicht analytisch beschrieben. Zudem werden in [42] nicht alle Dimensionen der inversen Induktivitätsmatrix betrachtet. Das Oberwellenverhalten wird bisher in der Literatur nicht berücksichtigt.

Es gilt zudem anzumerken, dass die meisten Veröffentlichungen Maschinen betrachten, deren Wicklungssysteme um 30° zueinander versetzt sind. In dieser Arbeit hingegen werden zweimal-dreiphasige Maschinen betrachtet, deren Wicklungssysteme um ein Vielfaches von 360° zueinander versetzt sind. Eine solche Maschine wurde bereits in [43] betrachtet.

5.3. Vereinfachung der Spannungsgleichung

5.3.1. Dreiphasige Maschinen mit in Stern verschalteten Phasensträngen

Der Zusammenhang zwischen Strangströmen und magnetischer Flussverkettung in Abhängigkeit von der Rotorlage wird in dieser Arbeit als bijektiv angenommen. Dies bedeutet, dass die magnetische Flussverkettung im rotorflussorientierten Koordinatensystem $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ auch als Funktion der dq-Ströme $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ und der Rotorlage ϕ_R beschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^2, \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \mapsto \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \\ \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} &= \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right). \end{aligned} \quad (5.1)$$

Die Beschreibung der magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ kann nun in einem beliebigen Arbeitspunkt $\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}$ wie folgt linearisiert werden:

$$\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} = \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \approx \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) + \frac{\partial \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \cdot \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} - \vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}} \right). \quad (5.2)$$

In dieser Arbeit wird von einer alternierenden Hochfrequenzanregung im geschätzten dq-Koordinatensystem ausgegangen. Die Modellvereinfachung basiert daher auf der dq-Spannungsgleichung, welche in (3.8) beschrieben wurde. Durch das Einsetzen von (5.1) in (3.8) kann die dq-Spannungsgleichung wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \vec{u}^{\text{dq}} &= R_{3\lambda,\text{str}} \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} + \frac{\partial \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \cdot \frac{d\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}}{dt} + \omega_R \frac{\partial \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \phi_R} + \omega_R \mathbf{J}_{2 \times 2} \cdot \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \\ \frac{d\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}}{dt} &= \underbrace{\left(\frac{\partial \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \right)^{-1}}_{=: \mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right)} \cdot \left(\vec{u}^{\text{dq}} - R_{3\lambda,\text{str}} \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} - \omega_R \left[\mathbf{J}_{2 \times 2} \cdot \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} + \frac{\partial \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \phi_R} \right] \right). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Mit Hilfe von (5.2) kann nun auch die Spannungsgleichung aus (5.3) im Arbeitspunkt, welcher über den dq-Stromvektor $\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}$ definiert ist, linearisiert werden:

$$\frac{d\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}}{dt} \approx \mathbf{A}_{3\lambda,\text{lin}} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} + \mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \cdot \left(\vec{u}^{\text{dq}} - \vec{u}_{3\lambda,\text{ind}}^{\text{dq}} \right) \quad (5.4)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{3\lambda,\text{lin}} &:= -\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \cdot \left(R_{3\lambda,\text{str}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \omega_R \mathbf{J}_{2 \times 2} \left(\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \right)^{-1} \right. \\ &\quad \left. + \omega_R \frac{\partial}{\partial \phi_R} \left(\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \right)^{-1} \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

und

$$\begin{aligned} \vec{u}_{3\lambda,\text{ind}}^{\text{dq}} := & \omega_{\text{R}} \mathbf{J}_{2 \times 2} \cdot \left(\vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) - \frac{\partial \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}} \right) \\ & + \omega_{\text{R}} \left(\frac{\partial \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \phi_{\text{R}}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) + \frac{\partial^2 \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \phi_{\text{R}}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}} \right). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Die Differentialgleichung (5.4) beschreibt nun das linearisierte Verhalten der elektrischen Maschine an beliebigen Arbeitspunkten. Die Eigendynamik des Systems ist durch die Matrix $\mathbf{A}_{3\lambda,\text{lin}}$ gegeben und kann sich somit abhängig von dem Arbeitspunkt, welcher durch den Stromvektor $\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}$ und die Rotationsgeschwindigkeit ω_{R} beschrieben wird, und von der Rotorlage ϕ_{R} ändern.

Für hohe Anregungsfrequenzen kann nun angenommen werden, dass die Eigendynamik der elektrischen Maschine gegenüber der Anregung träge ist. Außerdem kann angenommen werden, dass der Spannungsanteil $\vec{u}_{3\lambda,\text{ind}}^{\text{dq}}$ aus (5.6) im Verhältnis zur hochfrequenten Anregungsspannung sehr niederfrequent ist. Die Eigendynamik des Systems und der Spannungsanteil $\vec{u}_{3\lambda,\text{ind}}^{\text{dq}}$ haben somit einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf das Hochfrequenzverhalten und können daher für hochfrequente Anregungen vernachlässigt werden:

$$\boxed{\frac{d\vec{i}_{3\lambda,\text{HF}}^{\text{dq}}}{dt} \approx \mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}},} \quad (5.7)$$

wobei $\vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}}$ den angelegten hochfrequenten dq-Spannungsvektor und $\vec{i}_{3\lambda,\text{HF}}^{\text{dq}}$ den resultierenden hochfrequenten Stromvektor beschreiben.

Bei Maschinen mit Flussharmonische und ausgeprägter magnetischer Sättigung muss nun darauf geachtet werden, dass der Approximationsfehler, welcher durch die Vereinfachung der Spannungsgleichung entsteht, aufgrund der sich ändernden Eigendynamik neben der Rotationsgeschwindigkeit ω_{R} auch von dem Stromvektor $\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}$ und dem Rotorwinkel ϕ_{R} abhängt. In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass die Anregungsfrequenz so hoch gewählt wird, dass die vereinfachte Spannungsgleichung (5.7) unter allen Bedingungen zur Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens der Maschine ausreicht.

In den folgenden Kapiteln wird nun (5.7) verwendet, um das hochfrequente Verhalten zu beschreiben. Die inverse Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}$, welche von dem Stromvektor $\vec{i}_{3\lambda,\text{lin}}^{\text{dq}}$ und der Rotorlage ϕ_{R} abhängt, wird in Abschnitt 5.4 modelliert.

5.3.2. Dreiphasige Maschinen mit in Dreieck verschalteten Phasensträngen

Für eine Maschine mit Dreieckschaltung kann das Hochfrequenzverhalten analog zu dem Verhalten einer Maschine mit Sternschaltung hergeleitet werden:

Die Flussverkettungen im rotorflussorientierten Koordinatensystem $\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}$ werden zunächst als Funktion der dqk-Ströme $\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}$ und der Rotorlage ϕ_{R} beschrieben:

$$\begin{aligned} \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}} : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R}^3, \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} \right) \mapsto \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} \right) \\ \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}} & = \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_{\text{R}} \right). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Mit Hilfe von (5.8) wird in dieser Arbeit die magnetische Flussverkettung $\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}$ linearisiert im Arbeitspunkt wie folgt beschrieben:

$$\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}} = \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \approx \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) + \frac{\partial \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}}}{\partial \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \cdot \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}} - \vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}} \right). \quad (5.9)$$

Die Linearisierung der Spannungsgleichung findet dann durch Einsetzen von (5.9) in (3.23) statt:

$$\frac{d\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}}{dt} = \underbrace{\left(\frac{\partial \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}}}{\partial \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}} \right)^{-1}}_{=: \mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right)} \cdot \left(\vec{u}^{\text{dqk}} - \frac{1}{3} R_{3\Delta,\text{str}} \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}} - \omega_R \left[\mathbf{J}_{3 \times 3} \cdot \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}} + \frac{\partial \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}}}{\partial \phi_R} \right] \right). \quad (5.10)$$

Die Spannungsgleichung, welche in (5.10) beschrieben ist, wird nun analog zu (5.4) umgeformt:

$$\frac{d\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}}{dt} \approx \mathbf{A}_{3\Delta,\text{lin}} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}} + \mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \cdot \left(\vec{u}^{\text{dqk}} - \vec{u}_{3\Delta,\text{ind}}^{\text{dqk}} \right) \quad (5.11)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{3\Delta,\text{lin}} := & -\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \cdot \left(\frac{1}{3} R_{3\Delta,\text{str}} + \omega_R \mathbf{J}_{3 \times 3} \left(\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \right)^{-1} \right. \\ & \left. + \omega_R \frac{\partial}{\partial \phi_R} \left(\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \right)^{-1} \right) \end{aligned} \quad (5.12)$$

und

$$\begin{aligned} \vec{u}_{3\Delta,\text{ind}}^{\text{dqk}} := & \omega_R \mathbf{J}_{3 \times 3} \cdot \left(\vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) - \frac{\partial \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}}}{\partial \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \cdot \vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}} \right) \\ & + \omega_R \left(\frac{\partial \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}}}{\partial \phi_R} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) + \frac{\partial^2 \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}}}{\partial \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}} \partial \phi_R} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \cdot \vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}} \right). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Die Eigendynamik des Systems wird bei einer Maschine mit Dreieckschaltung durch die Matrix $\mathbf{A}_{3\Delta,\text{lin}}$ definiert, deren Einträge sich abhängig von dem Arbeitspunkt und der Rotorlage ändern können. Um die Gleichung vereinfachen zu können, wird nun angenommen, dass die Eigendynamik im Vergleich zur Anregung träge ist. Ist dies der Fall, so kann (5.11) wie folgt vereinfacht werden:

$$\frac{d\vec{i}_{3\Delta,\text{HF}}^{\text{dqk}}}{dt} \approx \mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta,\text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right) \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dqk}}, \quad (5.14)$$

wobei $\vec{i}_{3\Delta,\text{HF}}^{\text{dqk}}$ die aus einer Hochfrequenzanregung entstehenden resultierenden hochfrequenten Strömen beschreibt.

Die k-Komponente des Stroms ist jedoch üblicherweise nicht bekannt. Um sie zu ermitteln, bedarf es einer Messung oder Modellierung des Kreisstroms. In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass keine Informationen über den Kreisstrom vorliegen. Im Folgenden werden die Kreisströme nun als klein angenommen, so dass sie lediglich vernachlässigbar kleine Auswirkungen auf das Sättigungsverhalten der Maschine haben. In diesem Fall kann

angenommen werden, dass die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{3\Delta, \text{dqk}}$ lediglich von der d- und q-Komponente des Stromvektors abhängen. Des Weiteren ist das Hochfrequenzverhalten der k-Komponente des Stroms in dieser Arbeit nicht von Interesse und wird im Folgenden nicht berücksichtigt. Aus (3.16) folgt zudem, dass die k-Komponente der Spannung immer null ist und somit die Einträge der letzten Spalte der inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{3\Delta, \text{dqk}}$ für die Beschreibungen des Hochfrequenzverhaltens der d- und q-Ströme nicht relevant sind. Die Gleichung (5.14) kann somit folgendermaßen vereinfacht werden:

$$\frac{d\vec{i}_{3\Delta, \text{HF}}^{\text{dq}}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{d\vec{i}_{3\Delta, \text{HF}}^{\text{dqk}}}{dt} \approx \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{3\Delta, \text{dqk}} \left(\vec{i}_{3\Delta, \text{lin}}^{\text{dqk}}, \phi_R \right)}_{\approx \mathbf{Y}_{3\Delta, \text{dq}} \left(\vec{i}_{3\Delta, \text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}},$$

$$\boxed{\frac{d\vec{i}_{3\Delta, \text{HF}}^{\text{dq}}}{dt} \approx \mathbf{Y}_{3\Delta, \text{dq}} \left(\vec{i}_{3\Delta, \text{lin}}^{\text{dq}}, \phi_R \right) \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}},} \quad (5.15)$$

wobei

$$\vec{i}_{3\Delta, \text{lin}}^{\text{dq}} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta, \text{lin}}^{\text{dqk}}. \quad (5.16)$$

Die vereinfachte Gleichung zur Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens (5.15) gleicht nun sehr stark der Gleichung (5.7), welche das Hochfrequenzverhaltens einer in Stern verschalteten Maschine beschreibt. Das Verhalten wird durch die vier Einträge der inversen Induktivitätsmatrix vollständig beschrieben, sofern der Einfluss der Wirbelströme vernachlässigt werden kann.

Es gilt allerdings an dieser Stelle anzumerken, dass die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix abhängig von der Verschaltung sind und somit die Verschaltung bei der Berechnung der Einträge berücksichtigt werden muss.

Die Gleichungen (5.15) wird nun in den folgenden Kapiteln verwendet, um das Hochfrequenzverhalten einer Maschine mit in Dreieck verschalteten Strangwicklungen zu beschreiben.

5.3.3. Zweimal-dreiphasige Maschinen

Analog zu den dreiphasigen Maschinen kann auch eine vereinfachte Gleichung für die Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens von zweimal-dreiphasigen Maschinen aus der Spannungsgleichung abgeleitet werden. Als Basis für die Beschreibung wird die Spannungsgleichung aus (5.18) verwendet, welche in Abhängigkeit der Mittel- und Differenzwerte der dq-Vektoren beider Teilsysteme dargestellt ist ($\mu\Delta$ -Koordinatensystem). Um die Lesbarkeit im Folgenden zu erhöhen, werden die Vektoren, welche die Mittel- und Differenzwerte beschreiben, für die jeweiligen Größen zu einem Vektor zusammengefasst:

$$\vec{x}^{\text{dq}, \mu\Delta} := \begin{pmatrix} \vec{x}^{\text{dq}, \mu} \\ \vec{x}^{\text{dq}, \Delta} \end{pmatrix} \quad x \in \{u, i, \Psi\}. \quad (5.17)$$

Es wird nun angenommen, dass der Zusammenhang zwischen den transformierten magnetischen Flussverkettungen $\vec{\Psi}_6^{\text{dq}, \mu\Delta}$ und den Leiterströmen $\vec{i}_6^{\text{dq}, \mu\Delta}$, welche mit Hilfe der Transformation aus (3.34) transformiert wurden, durch eine bijektive Funktion abgebildet

werden kann:

$$\begin{aligned} \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}} : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^4, \left(\vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta}, \phi_{\text{R}} \right) \mapsto \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta}, \phi_{\text{R}} \right) \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta} &= \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta}, \phi_{\text{R}} \right). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Für die Linearisierung der magnetischen Flussverkettung im Arbeitspunkt wird nun angenommen, dass immer ein Arbeitspunkt gewählt wird, in welchem die Leiterströme in beiden Teilsystemen identisch sind und somit $\vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} = \vec{0}$ gilt. Der Arbeitspunkt ist somit durch $\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \in \mathbb{R}^2$ definiert. Die linearisierte Beschreibung der magnetischen Flussverkettung im Arbeitspunkt kann folglich mit Hilfe von (5.18) ausgedrückt werden:

$$\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta} \approx \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right) + \frac{\partial \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} \vec{i}_6^{\text{dq},\mu} - \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} \end{array} \right). \quad (5.19)$$

Die Spannungsgleichung kann nun - analog zu den Herleitungen für die dreiphasigen Maschinen - durch Einsetzen von (5.19) in (3.36) umgeformt werden:

$$\frac{d}{dt} \vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta} \approx \mathbf{Y}_{6,\text{dq}} \cdot \left(\vec{u}^{\text{dq},\mu\Delta} - R_{6,\text{str}} \cdot \vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta} - \omega_{\text{R}} \left[\mathbf{J}_{\mu\Delta} \cdot \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}} + \frac{\partial \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \phi_{\text{R}}} \right] \right), \quad (5.20)$$

wobei die inverse Induktivitätsmatrix als partielle Ableitung der Funktion $\vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}}$ nach dem Stromvektor $\vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta}$ an dem linearisierten Arbeitspunkt definiert ist:

$$\mathbf{Y}_{6,\text{dq}} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) := \left(\frac{\partial \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right) \right)^{-1}. \quad (5.21)$$

Die Terme in der Differentialgleichung aus (5.20) können nun nach ihren Abhängigkeiten sortiert werden:

$$\frac{d}{dt} \vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta} \approx \mathbf{A}_{6,\text{lin}} \cdot \vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta} + \mathbf{Y}_{6,\text{dq}} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \left(\vec{u}^{\text{dq},\mu\Delta} - \vec{u}_{6,\text{ind}}^{\text{dq}} \right) \quad (5.22)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{6,\text{lin}} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &:= -\mathbf{Y}_{6,\text{dq}} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \left[R_{6,\text{str}} \mathbb{I}_{4 \times 4} + \omega_{\text{R}} \mathbf{J}_{\mu\Delta} \left(\mathbf{Y}_{6,\text{dq}} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \right)^{-1} \right. \\ &\quad \left. + \omega_{\text{R}} \frac{\partial}{\partial \phi_{\text{R}}} \left(\mathbf{Y}_{6,\text{dq}} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \right)^{-1} \right] \end{aligned} \quad (5.23)$$

und den vom Stromvektor $\vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta}$ unabhängigen Termen

$$\begin{aligned} \vec{u}_{6,\text{ind}}^{\text{dq}} &:= \omega_{\text{R}} \mathbf{J}_{\mu\Delta} \cdot \left[\vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right) - \frac{\partial \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu\Delta}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right) \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dq}} \right] \\ &\quad + \omega_{\text{R}} \left[\frac{\partial \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \phi_{\text{R}}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right) + \frac{\partial^2 \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}}}{\partial \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dq}} \partial \phi_{\text{R}}} \left(\left(\begin{array}{c} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{array} \right), \phi_{\text{R}} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{array} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine ist die Eigendynamik des Systems somit durch die Matrix $\mathbf{A}_{6,\text{lin}}$ gegeben. Wie in (5.23) zu erkennen ist, ist die Eigendynamik des Systems

unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussoberwellen sowohl von dem Arbeitspunkt als auch von der Rotorlage abhängig. In dieser Arbeit wird auch bei zweimal-dreiphasigen Maschinen angenommen, dass die für die anisotropiebasierten Verfahren benötigte Hochfrequenzanregung sehr hochfrequent stattfindet und die Eigendynamik des Systems somit in jedem Arbeitspunkt und in jeder Rotorlage im Vergleich zur Anregung als träge eingestuft werden kann. Für die folgenden hochfrequenten Betrachtungen wird die Spannungsgleichung einer zweimal-dreiphasigen Maschine daher wie folgt angenommen:

$$\frac{d\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu\Delta}}{dt} \approx \mathbf{Y}_{6,\text{dq}} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq},\mu\Delta}, \quad (5.25)$$

wobei $\vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq},\mu\Delta}$ die hochfrequente Spannungen und $\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu\Delta}$ die daraus resultierenden hochfrequenten Ströme im $\mu\Delta$ -Koordinatensystem beschreiben.

5.4. Modellierung der inversen Induktivitätsmatrix dreiphasiger Maschinen

Wie im vorigen Abschnitt zu sehen ist, hängt das Hochfrequenzverhalten einer dreiphasigen Maschine ausschließlich von den vier Einträgen der inversen Induktivitätsmatrix ab. Um die Maschine für die Eignung hinsichtlich anisotropiebasierter Verfahren analysieren zu können, müssen diese Einträge nun für jeden Arbeitspunkt und jede Rotorlage bekannt sein. Eine analytische Beschreibung, welche mindestens einmal stetig differenzierbar ist, ist hierbei vorteilhaft, da durch partielles Ableiten der inversen Induktivitätsmatrix direkt die Abhängigkeiten von den Argumenten hervorgeht, welche, wie in Kapitel 6 zu sehen ist, bei der Maschinenanalyse von Relevanz sind. Im Folgenden wird daher ein analytisches Modell der inversen Induktivität entworfen.

5.4.1. Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Sternschaltung

Die inverse Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Sternschaltung $\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}$ kann aus der Energiefunktion mit Hilfe von (3.55) und (5.1) wie folgt abgeleitet werden:

$$\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right) = \frac{\partial \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} = \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right), \phi_{\text{R}} \right). \quad (5.26)$$

Um die Symmetrieeigenschaften der Matrix $\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}$ zu bestimmen, müssen zunächst die Symmetrieeigenschaften von $\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}}$ und $\vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}$ beschrieben werden.

Die Funktion $\vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}}$, welche die Abbildung des Stromvektors $\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ auf die Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ in Abhängigkeit der Rotorlage ϕ_{R} beschreibt, besitzt nun aufgrund von (3.86) gewisse Symmetrieeigenschaften. Zum Beispiel kann die dritte Symmetrieeigenschaft aus (3.86) mit Hilfe von (5.1) unter Berücksichtigung der mehrdimensionalen Kettenregel und der Tatsache, dass die Negierung der q-Komponente eine bijektive lineare Abbildung ist,

folgendermaßen umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_R \right) \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right), \phi_R \right) &= \frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right), -\phi_R \right). \end{aligned} \quad (5.27)$$

Aus der Annahme, dass die Abbildung zwischen der magnetischen Flussverkettung und den Strömen in jeder Rotorposition bijektiv ist, folgt $\frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right), \phi_R \right) = \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}$ und die linke Seite in (5.27) kann wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right), \phi_R \right) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}} \\ &= \frac{\partial \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_R \right), -\phi_R \right). \end{aligned} \quad (5.28)$$

Aufgrund der Bijektivität ergibt sich schließlich aus (5.27) und (5.28)

$$\vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_R \right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right). \quad (5.29)$$

Analog zu diesem Vorgehen können nun auch die anderen Symmetrieeigenschaften von $\vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}}$ aus (3.86) abgeleitet werden. Es ergeben sich folgende Eigenschaften:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_R \right) \\ \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R + \pi \right) \\ \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \vec{f}_{3\lambda, \Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R + \frac{2}{3}\pi \right) \end{aligned} \quad (5.30)$$

Die Symmetrieeigenschaften von $\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}}$ können direkt durch partielles Ableiten von (3.86) unter Berücksichtigung der mehrdimensionalen Kettenregel ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R + \pi \right) \\ \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_R \right) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda, \text{mag}, I}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_R \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Aus (5.26), (5.30) und (5.31) können nun direkt die Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{3\lambda, \text{dq}}$ bestimmt werden. Unter Verwendung der dritten Symmetrieeigenschaft aus (5.31) ergibt sich zum Beispiel:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}\left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}}\right) &= \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right), \phi_{\text{R}} \right) \\
&= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right), -\phi_{\text{R}} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\
&= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\lambda}^{\text{dq}}} \left(\vec{f}_{3\lambda,\Psi}^{\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_{\text{R}} \right), -\phi_{\text{R}} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_{\text{R}} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{5.32}$$

Für die Herleitung der anderen beiden Eigenschaften kann dasselbe Vorgehen angewendet werden. Insgesamt ergeben sich somit folgende Symmetrieeigenschaften für die inverse Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}$:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}\left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}}\right) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, -\phi_{\text{R}} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}\left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}}\right) &= \mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}\left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} + \pi\right) \\
\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}\left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}}\right) &= \mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}\left(\vec{i}_{3\lambda}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} + \frac{2}{3}\pi\right)
\end{aligned} \tag{5.33}$$

Die Symmetrieeigenschaften der Einträge der inversen Induktivitätsmatrix, welche in (5.33) beschrieben sind, haben somit eine starke Ähnlichkeit zu den Symmetrieeigenschaften der Energiefunktion $\mathcal{E}_{3\lambda,\text{mag,I}}^{\text{dq}}$, welche in (3.86) beschrieben sind: Wird die q-Komponente des Stromvektors i_q und der Rotorwinkel ϕ_{R} negiert, so hat dies keinen Einfluss auf die inversen Induktivitätswerte. Die Induktivitätswerte müssen zudem aufgrund der letzten beiden Symmetrieeigenschaften eine Periodizität in ϕ_{R} mit der Periodenlänge $\frac{\pi}{3}$ aufweisen. Diese Eigenschaften werden im Folgenden verwendet, um ein analytisches Modell für die inverse Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{3\lambda,\text{dq}}$ herzuleiten.

5.4.2. Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Dreieckschaltung

Die Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Dreieckschaltung können nahezu analog zu den Eigenschaften einer Maschine mit Sternschaltung hergeleitet werden, welche im vorherigen Unterabschnitt bestimmt wurden.

Die relevanten Einträge der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine $\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}}$ können aus der Energiefunktion mit Hilfe von (3.59) und (5.8) unter der Annahme, dass der Kreisstrom vernachlässigbar klein ist, wie folgt abgeleitet werden:

$$\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}}\left(\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}}\right) = \frac{\partial \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dq}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dq}}} \approx \frac{2}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\text{dqk}}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dq}} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dq}}} \left(\vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\text{dqk}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\text{dq}}, \phi_{\text{R}} \right), \phi_{\text{R}} \right), \tag{5.34}$$

wobei die Vektor $\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dq}}$ und $\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dq}}$ jeweils aus den ersten beiden Elementen der Vektoren $\vec{i}_{3\Delta}^{\text{dqk}}$ und $\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\text{dqk}}$ bestehen:

$$\vec{x}_{3\Delta}^{\text{dq}} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{x}_{3\Delta}^{\text{dqk}} \quad x \in \{\Psi, i\}. \tag{5.35}$$

Analog zu (5.27) und (5.29), können nun die Symmetrieeigenschaften für die Umkehrfunktion $\vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\vec{d}qk}$ mit Hilfe von (3.93) hergeleitet werden:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\vec{d}qk} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R \right) &= \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\vec{d}qk} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, -\phi_R \right) \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\vec{d}qk} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R \right) &= \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\vec{d}qk} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R + \pi \right) \\
\vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\vec{d}qk} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R \right) &= \vec{f}_{3\Delta,\Psi}^{\vec{d}qk} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R + \frac{2}{3}\pi \right).
\end{aligned} \tag{5.36}$$

Die Symmetrieeigenschaften von $\frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\vec{d}qk}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk}}$ können zudem durch zweifaches partielles Ableiten der Symmetrieeigenschaften aus (3.93) bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\vec{d}qk}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk}, \phi_R \right) &= \frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\vec{d}qk}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk}, \phi_R - \frac{2\pi}{3} \right) \\
&= \frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\vec{d}qk}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk}, \phi_R + \frac{2\pi}{3} \right) \\
\frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\vec{d}qk}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk}, \phi_R \right) &= \frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\vec{d}qk}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk}, \phi_R + \pi \right) \\
\frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\vec{d}qk}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q}} \left(\vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk}, \phi_R \right) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{E}_{3\Delta,\text{mag,I}}^{\vec{d}qk}}{\partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q} \partial \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}q}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{3\Delta}^{\vec{d}qk}, -\phi_R \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{5.37}$$

Analog zu dem Vorgehen in (5.32) können folglich die Symmetrieeigenschaften der reduzierten inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}}$ mit Hilfe von (5.36) und (5.37) ermittelt werden:

$$\boxed{
\begin{aligned}
\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R \right) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, -\phi_R \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R \right) &= \mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R + \pi \right) \\
\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R \right) &= \mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}} \left(\vec{i}_{3\Delta}^{\vec{d}q}, \phi_R + \frac{2}{3}\pi \right).
\end{aligned}
} \tag{5.38}$$

Unter der Voraussetzung, dass der Kreisstrom klein ist und sein Einfluss auf die relevanten Einträge der inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dqk}}$, welche in der Matrix $\mathbf{Y}_{3\Delta,\text{dq}}$ zusammengefasst sind, vernachlässigbar ist, sind die Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix identisch mit den Eigenschaften einer Maschine mit Sternschaltung.

Für eine analytische Beschreibung der inversen Induktivitätsmatrix kann somit ein gemeinsames Modell verwendet werden, welches im Folgenden vorgestellt wird.

5.4.3. Analytische Beschreibung der inversen Induktivitätsmatrix

In diesem Unterabschnitt wird ein analytisches Modell für die Beschreibung der inversen Induktivitätsmatrix von dreiphasigen Maschinen beschrieben. Als Basis für das Modell werden die Symmetrieeigenschaften aus (5.33) und (5.38) verwendet. Der Inhalt dieses Unterabschnitts ist im Wesentlichen an die Vorveröffentlichung [78] angelehnt.

Da das Modell unter den im vorigen Unterabschnitt getroffenen Annahmen unabhängig von der Verschaltungsart der Maschine verwendet werden kann, wird im Folgenden auf die Kennzeichnung ${}_{3\Delta}$ für eine in Dreieck verschaltete Maschine und ${}_{3\lambda}$ für eine in Stern verschaltete Maschine verzichtet.

Die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix können gemäß (5.26) und (5.34) wie folgt beschrieben werden [78]:

$$\mathbf{Y}_{dq} := \begin{bmatrix} Y_{dd} & Y_{dq} \\ Y_{qd} & Y_{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_d}{\partial \Psi_d} & \frac{\partial i_d}{\partial \Psi_q} \\ \frac{\partial i_q}{\partial \Psi_d} & \frac{\partial i_q}{\partial \Psi_q} \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

Aus (5.26) und (5.34) folgt zudem, dass die Einträge auf der Nebendiagonale identisch sein müssen [78]:

$$Y_{dq} = \frac{\partial i_d}{\partial \Psi_q} = \frac{\partial i_q}{\partial \Psi_d} = Y_{qd}. \quad (5.40)$$

Als Basis dieser Arbeit dient das Modell aus [57] in welcher bereits ein multivariater Polynomansatz vorgestellt wurde, mit welchem unter Berücksichtigung der Symmetrieeigenschaften die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix analytisch beschrieben werden können. In dem genannten Ansatz wurden jedoch keine Flussoberwellen berücksichtigt.

5.4.3.1. Beschreibung in Abhängigkeit von den dq-Komponenten

Der Ansatz aus [57] kann nun unter Berücksichtigung der Symmetrieeigenschaften aus (5.33) und (5.38) zur folgenden Reihenentwicklung verallgemeinert werden, sodass auch Flussoberwellen berücksichtigt werden können [78]:

$$\begin{aligned} Y_{dd} \left(\vec{i}^{dq}, \phi_R \right) &\approx \sum_{h \in \{0,6,\dots\}} \sum_{v=0}^{j_d} \sum_{k=0}^{j_q} \left[p_{dd,h,v,k} i_d^v i_q^{(2k)} \cos(h\phi_R) + r_{dd,h,v,k} i_d^v i_q^{(2k+1)} \sin(h\phi_R) \right] \\ Y_{dq} \left(\vec{i}^{dq}, \phi_R \right) &\approx \sum_{h \in \{0,6,\dots\}} \sum_{v=0}^{j_d} \sum_{k=0}^{j_q} \left[p_{dq,h,v,k} i_d^v i_q^{(2k+1)} \cos(h\phi_R) + r_{dq,h,v,k} i_d^v i_q^{(2k)} \sin(h\phi_R) \right] \\ Y_{qq} \left(\vec{i}^{dq}, \phi_R \right) &\approx \sum_{h \in \{0,6,\dots\}} \sum_{v=0}^{j_d} \sum_{k=0}^{j_q} \left[p_{qq,h,v,k} i_d^v i_q^{(2k)} \cos(h\phi_R) + r_{qq,h,v,k} i_d^v i_q^{(2k+1)} \sin(h\phi_R) \right], \end{aligned} \quad (5.41)$$

wobei die Parameter j_d und j_q die höchsten Potenzen der jeweiligen Stromkomponenten definieren, welche in dem multivariaten Polynomansatz vorkommen, und die Menge h alle betrachteten Ordnungen bezüglich Rotorlage beinhaltet. Die Modellparameter sind durch $p_{dd,h,v,k}$, $r_{dq,h,v,k}$, $p_{dq,h,v,k}$, $r_{dd,h,v,k}$, $p_{qq,h,v,k}$ und $r_{qq,h,v,k}$ gegeben. An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass die Approximationsfunktionen in (5.41) nicht gewährleisten, dass es sich bei \vec{i}^{dq} um ein konservatives Vektorfeld handelt, wie es bei der Modellierung der

elektrischen Maschine angenommen wurde. Damit es sich um ein konservatives Vektorfeld handelt, müssten die Modellparameter in (5.41) voneinander abhängig sein. Für die Untersuchungen hinsichtlich der anisotropiebasierten Verfahren ist dies jedoch nicht relevant. Lediglich für die Parameterbestimmung der Energiefunktion auf Basis der Approximationsfunktionen mittels des im Unterabschnitt 3.5.5 beschriebenen Verfahrens wäre es von Vorteil, dass diese Abhängigkeiten eingehalten werden. Es ist allerdings auch für diesen Fall nicht zwingend gefordert, dass es sich bei \vec{i}^{dq} um ein konservatives Vektorfeld handelt. Das energiebasierte Modell, welches aus dem im Unterabschnitt 3.5.5 beschriebenen Verfahren resultiert, erfüllt dennoch die Energieerhaltung. Lediglich das Verhalten des energiebasierten Modells kann von dem Hochfrequenzverhalten, welches durch (5.41) beschrieben ist, abweichen.

5.4.3.2. Beschreibung in Abhängigkeit von der Stromamplitude und des Stromwinkels

Für die Analyse der Maschine hinsichtlich der gerberlosen Regelbarkeit ist es nun von Vorteil, die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix Y_{dd} , Y_{dq} , Y_{qd} und Y_{qq} nicht in Abhängigkeit der d- und q-Komponenten des Stromvektors i_{d} und i_{q} zu beschreiben, sondern in Abhängigkeit von der Stromamplitude und dem Stromwinkel. Dies kann damit begründet werden, dass in einem gerberlosen System die tatsächliche Rotorposition ϕ_{R} unbekannt ist und somit auch die Komponenten des Stromvektors \vec{i}^{dq} . Lediglich die Stromamplitude kann auch ohne Kenntnis der Rotorposition bestimmt werden. Der Stromwinkel ϕ_{I} und die Stromamplitude \hat{i} sind in dieser Arbeit wie folgt definiert:

$$\phi_{\text{I}} := \angle \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{i}^{\text{dq}} \right) \quad \text{und} \quad \hat{i} := |\vec{i}^{\text{dq}}| = \sqrt{i_{\text{d}}^2 + i_{\text{q}}^2}, \quad (5.42)$$

wobei die Funktion $\angle(\cdot, \cdot)$ den Winkel zwischen den beiden Vektoren, welche als Argument übergeben werden, berechnet. Die Definition des Stromwinkels ϕ_{I} ist zudem in Abbildung 5.1 visualisiert.

Die inverse Induktivitätsmatrix und ihre Einträge können mit Hilfe von (5.42) als Funktion der Stromamplitude \hat{i} , des Stromwinkels ϕ_{I} und der Rotorposition ϕ_{R} beschrieben werden:

$$\mathbf{Y}_{\text{P,dq}}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}}) = \begin{pmatrix} Y_{\text{P,dd}} & Y_{\text{P,dq}} \\ Y_{\text{P,qd}} & Y_{\text{P,qq}} \end{pmatrix} := \mathbf{Y}_{\text{dq}} \left(\hat{i} \begin{pmatrix} \cos(\phi_{\text{I}}) \\ \sin(\phi_{\text{I}}) \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right) \quad (5.43)$$

Die Symmetrieeigenschaften, welche für die beiden Verschaltungsarten in (5.33) und (5.38) beschrieben sind, können nun auch in Abhängigkeit des Stromwinkels und der Stromam-

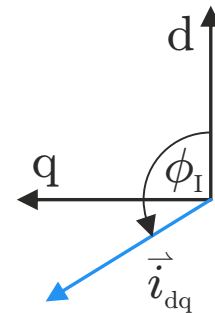


Abbildung 5.1.: Definition des Stromwinkels

plitude definiert werden:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}_{\text{P,dq}}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{\text{P,dq}}(\hat{i}, -\phi_{\text{I}}, -\phi_{\text{R}}) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{Y}_{\text{P,dq}}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}}) &= \mathbf{Y}_{\text{P,dq}}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}} + \pi) \\
 \mathbf{Y}_{\text{P,dq}}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}}) &= \mathbf{Y}_{\text{P,dq}}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}} + \frac{2}{3}\pi).
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

In dieser Arbeit wird nun folgende Reihenentwicklung verwendet, deren Struktur durch Einsetzen von $i_{\text{d}} = \hat{i} \cos(\phi_{\text{I}})$ und $i_{\text{q}} = \hat{i} \sin(\phi_{\text{I}})$ in (5.41) resultiert und welche die Symmetrieeigenschaften aus (5.44) erfüllt [78]:

$$\mathbf{Y}_{\text{P,dq}} = \begin{bmatrix} Y_{\text{P,dd},0}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}) + Y_{\text{P,dd},6}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}}) & Y_{\text{P,dq},0}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}) + Y_{\text{P,dq},6}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}}) \\ Y_{\text{P,dq},0}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}) + Y_{\text{P,dq},6}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}}) & Y_{\text{P,qq},0}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}) + Y_{\text{P,qq},6}(\hat{i}, \phi_{\text{I}}, \phi_{\text{R}}) \end{bmatrix} \tag{5.45}$$

mit den Funktionen $Y_{\text{P,dd},0}$, $Y_{\text{P,dq},0}$ und $Y_{\text{P,qq},0}$ für die Approximation der rotorlageunabhängigen Anteile der inversen Induktivitäten, definiert durch

$$\begin{aligned}
 Y_{\text{P,dd},0} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}^{(v+2k)} a_{\text{dd},0,v,k} \cos(v\phi_{\text{I}}) \\
 Y_{\text{P,dq},0} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}^{(v+2k)} b_{\text{dq},0,v,k} \sin(v\phi_{\text{I}}) \\
 Y_{\text{P,qq},0} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}^{(v+2k)} a_{\text{qq},0,v,k} \cos(v\phi_{\text{I}}),
 \end{aligned}$$

und mit den Funktionen $Y_{\text{P,dd},6}$, $Y_{\text{P,dq},6}$ und $Y_{\text{P,qq},6}$ für die Approximation der rotorlageabhängigen Anteile, definiert durch

$$\begin{aligned}
 Y_{\text{P,dd},6} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}^{(v+2k)} [a_{\text{dd},6,v,k} \cos(v\phi_{\text{I}}) \cos(6\phi_{\text{R}}) + b_{\text{dd},6,v,k} \sin(v\phi_{\text{I}}) \sin(6\phi_{\text{R}})] \\
 Y_{\text{P,dq},6} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}^{(v+2k)} [a_{\text{dq},6,v,k} \sin(v\phi_{\text{I}}) \cos(6\phi_{\text{R}}) + b_{\text{dq},6,v,k} \cos(v\phi_{\text{I}}) \sin(6\phi_{\text{R}})] \\
 Y_{\text{P,qq},6} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}^{(v+2k)} [a_{\text{qq},6,v,k} \cos(v\phi_{\text{I}}) \cos(6\phi_{\text{R}}) + b_{\text{qq},6,v,k} \sin(v\phi_{\text{I}}) \sin(6\phi_{\text{R}})],
 \end{aligned}$$

wobei j die Modellordnung festlegt und die Abrundungsfunktion $\lfloor \cdot \rfloor : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ wie folgt definiert ist: $\lfloor x \rfloor := \max \{m \in \mathbb{Z} : m \leq x\}$.

Die Rotorlageabhängigkeit des Modells wird in dieser Arbeit auf die nullte und sechste

Ordnung eingeschränkt, da es bei den betrachteten Motoren die mit Abstand dominantesten Ordnungen sind. Prinzipiell lässt sich (5.45) auch für höhere Ordnungen erweitern.

Mit Hilfe der Parameter a_{dd} , b_{dd} , a_{dq} , b_{dq} , a_{qq} und b_{qq} kann nun die inverse Induktivitätsmatrix von dreiphasigen Maschinen unabhängig von der Verschaltungsart in Abhängigkeit des Arbeitspunkts und der Rotorlage beschrieben werden. Im nächsten Unterabschnitt wird gezeigt, wie die Modellparameter aus Messdaten bestimmt werden können.

An dieser Stelle gilt es anzumerken, dass in dieser Arbeit für Maschinen, deren Wicklungsstränge in Dreieck verschaltet sind, die dq-Transformation aus (3.21) verwendet wird, welche den Rotorlageversatz von 30° , welcher aufgrund dieser Verschaltungsart entsteht, berücksichtigt. Wird dieser Versatz bei der Transformation nicht berücksichtigt und stattdessen (3.9) verwendet (wie zum Beispiel in [78]), so kann das Modell dennoch angewendet werden, da die Symmetrieeigenschaften aus (5.44) auch bei einem Winkelversatz von $\pm 30^\circ$ und somit trotz Nichtberücksichtigung der Verschaltungsart gültig sind: Aus der Kombination der Eigenschaften aus (5.44) folgt, dass

$$\mathbf{Y}_{P,dq} \left(\hat{i}, \phi_I, \phi_R \pm \frac{\pi}{6} \right) = \mathbf{Y}_{P,dq} \left(\hat{i}, \phi_I, \phi_R \mp \frac{\pi}{6} \right) = \mathbf{Y}_{P,dq} \left(\hat{i}, -\phi_I, -\phi_R \pm \frac{\pi}{6} \right). \quad (5.46)$$

Die Wahl der Transformation hat allerdings Auswirkungen auf die bestimmten Modellparameter.

Das Modell wurde im Rahmen dieser Arbeit sowohl aus Messdaten einer PMSM mit Sternschaltung als auch aus Messdaten einer PMSM mit Dreieckschaltung bedatet. In den Abbildungen 5.2 und 5.3 sind die Ergebnisse der vermessenen PMSM mit Sternschaltung dargestellt. Die Darstellungen zeigen die gemessenen und aus dem Modell berechneten Einträge der inversen Induktivitätsmatrix abhängig von dem Betriebspunkt. Für die Vermessung wurde die Maschine mit einer Frequenz von 9kHz hochfrequent angeregt. Die Amplitude der Anregung betrug 500mV. Die inversen Induktivitäten wurden mit dem Verfahren ermittelt, welches in Kapitel 6 beschrieben ist. Es ist zu erkennen, dass die gemessenen inversen Induktivitäten insbesondere bei großen Stromamplituden sehr stark von dem Betriebspunkt und dem Rotorwinkel abhängen. Außerdem ist zu erkennen, dass die gemessenen inversen Induktivitäten die Symmetrieeigenschaften, welche in (5.44) beschrieben sind, sehr gut erfüllen und somit das Modell die Abhängigkeit der Einträge der inversen Induktivitätsmatrix von der Rotorposition und von dem Arbeitspunkt sehr gut abbilden kann.

Die Ergebnisse einer Maschine mit in Dreieck verschalteten Wicklungssträngen sind in den Abbildungen 5.4 und 5.5 dargestellt. In diesem Fall wurde die Maschine mit einer Anregungsfrequenz von 18kHz, welche der verwendeten PWM-Frequenz entspricht, und einer Anregungsamplitude von 1V vermessen. Auch hier ist zu erkennen, dass die gemessenen Verläufe die in diesem Abschnitt definierten Symmetrieeigenschaften erfüllen und das Modell auch in diesem Fall die Arbeitspunkt- und Rotorlageabhängigkeiten sehr gut abbilden kann.

Das Modell kann somit die relevanten Abhängigkeiten der inversen Induktivitätsmatrix für die betrachteten Verschaltungsarten sehr gut beschreiben.

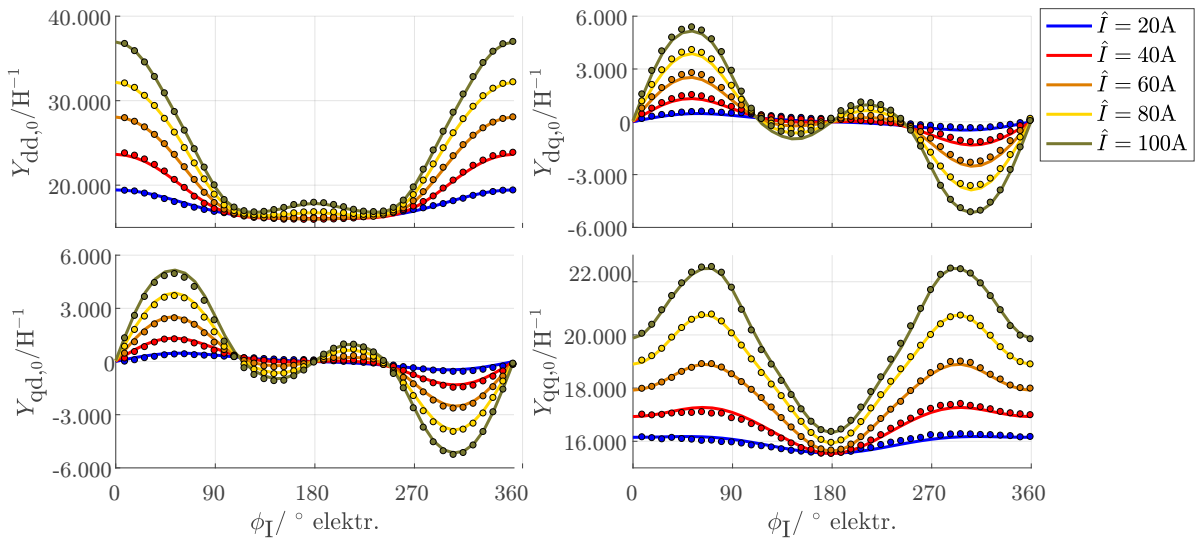


Abbildung 5.2.: Rotorpositionsunabhängige Anteile der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Sternschaltung (PMSM2, Punkte: gemessene Werte, Linien: berechnete Werte aus angepasstem Modell mit der Ordnung $j = 8$).

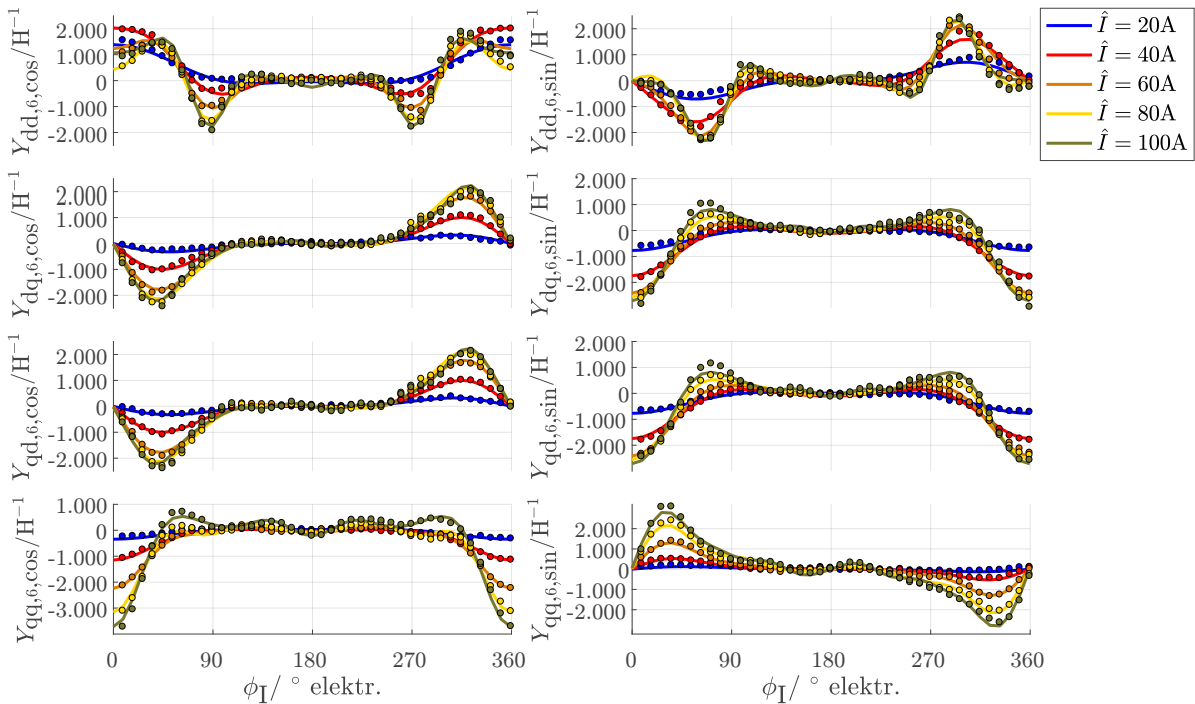


Abbildung 5.3.: Rotorpositionsabhängige Anteile (sechste Ordnung) der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Sternschaltung (PMSM2, Punkte: gemessene Werte, Linien: berechnete Werte aus angepasstem Modell mit der Ordnung $j = 8$), wobei $Y_{xy,6,\sin} := Y_{xy,6}|_{6\phi_R=90^\circ}$ und $Y_{xy,6,\cos} := Y_{xy,6}|_{6\phi_R=0^\circ}$ für $x, y \in \{d, q\}$.

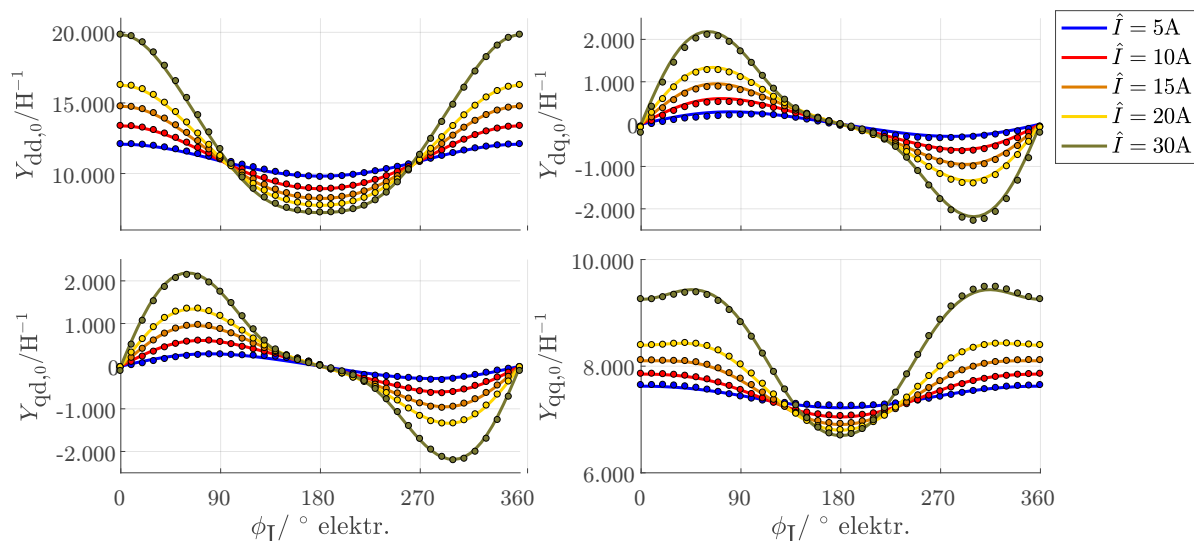


Abbildung 5.4.: Rotorpositionsunabhängige Anteile der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Dreieckschaltung (PMSM1, **Punkte:** gemessene Werte, **Linien:** berechnete Werte aus angepasstem Modell mit der Ordnung $j = 5$).

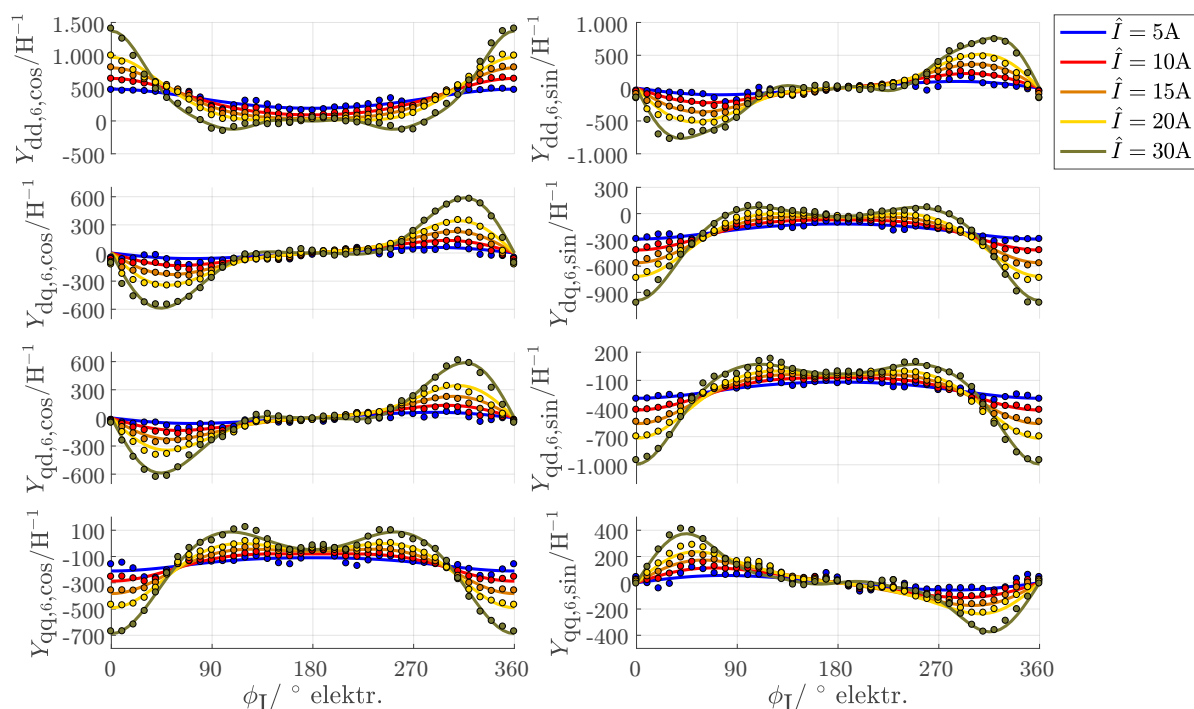


Abbildung 5.5.: Rotorpositionsabhängige Anteile (sechste Ordnung) der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Dreieckschaltung (PMSM1, **Punkte:** gemessene Werte, **Linien:** berechnete Werte aus angepasstem Modell mit der Ordnung $j = 5$), wobei $Y_{xy,6,\sin} := Y_{xy,6}|_{6\phi_R=90^\circ}$ und $Y_{xy,6,\cos} := Y_{xy,6}|_{6\phi_R=0^\circ}$ für $x, y \in \{d, q\}$.

5.5. Bestimmung der Modellparameter aus Messdaten

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie die Modellparameter des Hochfrequenzmodells, welches in (5.45) beschrieben ist, aus Messdaten ermittelt werden können. Hierbei wird das Modell mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate an die Messdaten angepasst.

Um die Einträge der inversen Induktivität an verschiedenen Arbeitspunkten und Rotorlagen zu bestimmen, muss die Maschine zunächst hochfrequent angeregt werden und die resultierenden Hochfrequenzströme ermittelt werden. Eine Möglichkeit, um die inversen Induktivitätswerte zu bestimmen, wird in Kapitel 6 beschrieben und ist Bestandteil der Vorveröffentlichung [79]. Eine weitere Möglichkeit wird zum Beispiel in [80] beschrieben (Vgl. [78]). Bei der Vermessung wird davon ausgegangen, dass die Rotorposition und die Leiterströme gemessen werden und somit die aktuelle Rotorposition ϕ_R , die Stromamplitude \hat{i} und der Stromwinkel ϕ_I bekannt sind.

Die einfachste Möglichkeit, die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix zu bestimmen ist es, die Maschine abwechselnd in d- und q-Richtung hochfrequent anzuregen und die Werte der inversen Induktivitäten $Y_{P,dd}$, $Y_{P,dq}$ und $Y_{P,qq}$ mit den oben genannten Verfahren an verschiedenen Arbeitspunkten zu bestimmen und diese Werte mit den zugehörigen Rotorlage- und Strominformationen zu speichern. Somit sind die einzigen Unbekannten in dem vorgestellten Modell, welches in (5.45) beschrieben ist, die Modellparameter. Da die Terme in (5.45) lediglich linear von den Modellparametern abhängen, kann das Modell nun in ein lineares Gleichungssystem überführt werden und die Modellparameter mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt werden (Vgl. [78]):

Für die Bestimmung der Modellparameter des Eintrags $Y_{P,dd}$ kann zum Beispiel folgendes lineares Gleichungssystem aufgestellt werden:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} Y_{P,dd} [1] \\ Y_{P,dd} [2] \\ \vdots \\ Y_{P,dd} [n] \end{pmatrix}}_{=:\vec{y}_{\text{mess}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \hat{i} [1] & \cdots & (\hat{i} [1])^j \sin(j\phi_I [1]) \sin(6\phi_R [1]) \\ 1 & \hat{i} [2] & \cdots & (\hat{i} [2])^j \sin(j\phi_I [2]) \sin(6\phi_R [2]) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \hat{i} [n] & \cdots & (\hat{i} [n])^j \sin(j\phi_I [n]) \sin(6\phi_R [n]) \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{A}_Y} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a_{dd,0,0,0} \\ a_{dd,0,0,1} \\ \vdots \\ b_{dd,6,j,1} \end{pmatrix}}_{=:\vec{p}_Y}, \quad (5.47)$$

wobei n die Anzahl der Messpunkte definiert. Der Index hinter den Variablen beschreibt hierbei den Index der Messung. Alle Messdaten mit demselben Index beziehen sich auf denselben Messzeitpunkt. Der Vektor \vec{y}_{mess} beinhaltet alle gemessenen inversen Induktivitätswerte und der Vektor \vec{p}_Y alle Modellparameter, welche für den betrachteten Eintrag der inversen Induktivitätsmatrix relevant sind.

Um das Problem eindeutig zu lösen, muss nun die Matrix \mathbf{A}_Y vollen Spaltenrang besitzen. Dies kann erreicht werden, indem die inversen Induktivitätswerte an unterschiedlichen Arbeitspunkten und verschiedenen Rotorlagen bestimmt werden. In diesem Fall können die Modellparameter mit Hilfe der Pseudoinversen analog zu dem Vorgehen in Abschnitt 3.5.4 bestimmt werden (siehe z. B. [60], S. 233):

$$\vec{p}_Y \approx \underbrace{\left((\mathbf{A}_Y)^T \mathbf{A}_Y \right)^{-1} (\mathbf{A}_Y)^T}_{=:\mathbf{A}_Y^\dagger} \cdot \vec{y}_{\text{mess}}. \quad (5.48)$$

Auf diese Weise können nun für jeden Eintrag der inversen Induktivitätsmatrix die Modellparameter bestimmt werden. In dieser Arbeit sind alle Modellparameter auf die hier beschriebene Art bestimmt worden.

5.6. Erweiterung des Modells für zweimal-dreiphasige Maschinen

5.6.1. Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix einer zweimal-dreiphasigen Maschine

Um die Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix einer zweimal-dreiphasigen Maschine zu beschreiben, werden zunächst die Symmetrieeigenschaften des Zusammenhangs zwischen magnetischer Flussverkettung und Leiterströmen betrachtet:

Die μ - und Δ -Komponenten der magnetischen Flussverkettungen, welche zu dem linearisierten Arbeitspunkt gehören, können über (5.18) ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}}) &:= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}} \left(\begin{pmatrix} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right) \\ \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\Delta}(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}}) &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \vec{f}_{6,\Psi}^{\text{dq}} \left(\begin{pmatrix} \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \\ \vec{0} \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right). \end{aligned} \quad (5.49)$$

Aus der letzten Symmetrieeigenschaft in (3.95) folgt, dass die Δ -Komponenten der magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}$ null sein müssen, wenn auch die Δ -Komponenten der transformierten Leiterströme $\vec{i}_6^{\text{dq},\Delta}$ gleich null sind:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},\text{I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}}(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_{\text{R}}) \\ \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},\text{I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}}(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_{\text{R}}) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},\text{I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}}(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, -\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_{\text{R}}) \\ -\frac{\partial \mathcal{E}_{6,\text{mag},\text{I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}}(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, -\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_{\text{R}}) \end{pmatrix} \\ \vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \left(\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right) &= \vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \left(\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \\ -\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right) \\ \vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} \left(\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right) &= -\vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} \left(\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \\ -\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right) \end{aligned} \quad (5.50)$$

Da die Abbildung zwischen Leiterströmen und magnetischen Flussverkettung bijektiv ist, folgt aus (5.50):

$$\vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} \left(\begin{pmatrix} \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \\ \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right) = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} = \vec{0}. \quad (5.51)$$

Die Δ -Komponente der magnetischen Flussverkettung im linearisierten Arbeitspunkt kann somit immer zu null angenommen werden:

$$\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\Delta} = \vec{0}. \quad (5.52)$$

An dieser Stelle wird angemerkt, dass (5.52) lediglich für zweimal-dreiphasige Maschinen gilt, deren Wicklungen um ein Vielfaches von 360° elektrisch zueinander versetzt sind.

Mit Hilfe von (3.67), (5.18), (5.49) und (5.52) kann nun die inverse Induktivitätsmatrix

einer zweimal-dreiphasigen Maschine beschrieben werden:

$$\mathbf{Y}_{6,\text{dq}} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) := \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) & \mathbf{Y}_{6,\mu\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \\ \hline \mathbf{Y}_{6,\mu\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) & \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \end{array} \right] \quad (5.53)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &:= \frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} = \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} \left(\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right), \vec{0}, \phi_{\text{R}} \right), \\ \mathbf{Y}_{6,\mu\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &:= \frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} = \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \left(\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right), \vec{0}, \phi_{\text{R}} \right), \\ \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &:= \frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} = \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \left(\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right), \vec{0}, \phi_{\text{R}} \right). \end{aligned}$$

Die Symmetrieeigenschaften der Funktion $\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}$ lassen sich nun analog zu denen einer dreiphasigen Maschine, welche in Unterabschnitt 5.4.1 beschrieben sind, herleiten: Unabhängig von der Wicklungstopologie kann jede Symmetrieeigenschaft in (3.95) nach den μ -Komponenten der magnetischen Flussverkettung abgeleitet werden und über die angenommene Bijektivität und (5.51) können anschließend die Symmetrieeigenschaften der Funktion $\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}$ bestimmt werden. Zum Beispiel kann die erste Symmetrieeigenschaft der Funktion $\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}$ aus (3.95) wie folgt abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{6\text{x},\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} \left(\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} + \frac{2}{3}\pi \right), \vec{0}, \phi_{\text{R}} + \frac{2}{3}\pi \right), \phi_{\text{R}} \right) \\ &= \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_{6\text{x},\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} \left(\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} + \frac{2}{3}\pi \right), \vec{0}, \phi_{\text{R}} \right), \phi_{\text{R}} \right) \\ &= \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} + \frac{2}{3}\pi \right). \end{aligned} \quad (5.54)$$

Insgesamt ergeben sich folgende Eigenschaften:

$$\begin{aligned} \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} + \frac{2}{3}\pi \right) \\ \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} + \pi \right) \\ \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, -\phi_{\text{R}} \right) \end{aligned} \quad (5.55)$$

Für die Bestimmung der Symmetrieeigenschaften der zweifach partiell abgeleiteten Energiefunktion $\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta} \partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta}}$ muss nun auf die Wicklungstopologie geachtet werden: Die Symmetrieeigenschaften aus (3.95) können für eine Maschine mit verwobenen Wicklungssystemen sowohl nach den Δ - als auch μ -Komponenten der magnetischen Flussverkettungen abgeleitet werden. Bei der eingeschränkten Symmetrieeigenschaft aus (3.95), welche lediglich für die Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen gilt, kann die Energiefunktion $\mathcal{E}_{6||,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}$ nur nach der μ -Komponente abgeleitet werden. Es ergeben sich somit

folgende Eigenschaften:

Allgemein gültige Eigenschaften:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right) &= \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R + \pi\right), \\
\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right) &= \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, -\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right), \\
\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right) &= \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, -\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right), \\
\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right) &= -\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, -\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right), \\
\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right) &= \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta}\right)^2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, -\phi_R \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. & \quad (5.56)
\end{aligned}$$

Eigenschaften für Maschinen mit räumlich verwobenen Wicklungssystemen:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6x,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R\right) = \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6x,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu\Delta}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}, \phi_R - \frac{2\pi}{3}\right). \quad (5.57)$$

Eigenschaften für Maschinen mit räumlich getrennten Wicklungssystemen:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6||,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{0}, \phi_R\right) = \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6||,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}\right)^2} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}, \vec{0}, \phi_R - \frac{2\pi}{3}\right). \quad (5.58)$$

Um die Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix zu bestimmen, können nun (5.52), (5.55), (5.56), (5.57) und (5.58) kombiniert werden. Aus (5.52), (5.55) und der letzten Eigenschaft aus (5.56) folgt nun, dass alle Einträge der Matrix $\mathbf{Y}_{6,\mu\Delta}$ gleich null sein müssen:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}_{6,\mu\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_R\right) &= \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \left(\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_R\right), \vec{0}, \phi_R\right) \\
&= -\frac{1}{3} \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \left(\vec{\Psi}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_R\right), \vec{0}, \phi_R\right) \\
&= -\mathbf{Y}_{6,\mu\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_R\right)
\end{aligned}$$

und somit

$$\boxed{\mathbf{Y}_{6,\mu\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_R\right) = \mathbf{0}_{2 \times 2}.} \quad (5.59)$$

Für das Hochfrequenzverhalten kann somit angenommen werden, dass das μ - und Δ -System voneinander vollständig entkoppelt sind. Diese Eigenschaft kann für die anisotropiebasierten Verfahren ausgenutzt werden, wie in Kapitel 8 gezeigt wird.

Alle weiteren allgemein gültigen Eigenschaften können nun durch Einsetzen von (5.55) und (5.56) in (5.53), (5.57) und (5.58) und einfaches Umformen, wie es bei den Eigenschaften für dreiphasige Maschinen gezeigt wurde, ermittelt werden. Es folgt für die Matrix $\mathbf{Y}_{6,\mu\mu}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} + \pi \right), \\ \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, -\phi_{\text{R}} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} - \frac{2}{3}\pi \right) \end{aligned} \quad (5.60)$$

und für die Matrix $\mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} + \pi \right), \\ \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, -\phi_{\text{R}} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Die dritte und vierte Eigenschaft in (5.56) sind aufgrund der Annahme (5.52) für die Betrachtungen in dieser Arbeit obsolet.

Für Maschinen mit räumlich verwobenen Wicklungssystemen folgt aus (5.57) zudem:

$$\mathbf{Y}_{6x,\Delta\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) = \mathbf{Y}_{6x,\Delta\Delta} \left(\vec{i}_{6,\text{lin}}^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} - \frac{2}{3}\pi \right). \quad (5.62)$$

Die Symmetrieeigenschaften der Teilmatrizen $\mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta}$ und $\mathbf{Y}_{6,\mu\mu}$ der inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{6,\mu\Delta}$ einer Maschine mit räumlich verwobenen Wicklungssystemen sind somit identisch mit denen einer dreiphasigen Maschine, welche in (5.33) beschrieben sind. Bei Maschinen mit räumlich getrennten Wicklungssystemen ist es ähnlich. Hier weist die Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta}$ lediglich keine 120°-Symmetrie auf.

5.6.2. Analytische Beschreibung der inversen Induktivitätsmatrix einer zweimal-dreiphasigen Maschine

Wie im vorigen Unterabschnitt gezeigt wurde, sind die Symmetrieeigenschaften der Teilmatrizen $\mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta}$ und $\mathbf{Y}_{6,\mu\mu}$ der inversen Induktivitätsmatrix einer zweimal-dreiphasigen Maschine und die Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix \mathbf{Y}_{dq} einer dreiphasigen Maschine nahezu identisch. Aufgrund dessen wird im Folgenden für die analytische Beschreibung der inversen Induktivitäten einer zweimal-dreiphasigen Maschine das Modell der dreiphasigen Maschinen übernommen und lediglich leicht angepasst.

Durch die Symmetrieeigenschaften der Maschine kann die Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens der Maschine vereinfacht werden. Da die Nebendiagonale der Blockmatrix $\mathbf{Y}_{6,\text{dq}}$, welche in (5.53) beschrieben ist, gemäß (5.59) aus Nullmatrizen besteht, kann das Hochfrequenzverhalten im μ - und Δ -System getrennt voneinander betrachtet werden. Die Spannungsgleichung in (5.25) kann somit unter Berücksichtigung von (5.53) und (5.59) in zwei nicht gekoppelte Gleichungen aufgesplittet werden:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{d\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu}}{dt} &\approx \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\vec{i}_6^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq},\mu}, \\ \frac{d\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\Delta}}{dt} &\approx \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} \left(\vec{i}_6^{\text{dq},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq},\Delta}. \end{aligned}} \quad (5.63)$$

Für die Modellierung wird nun analog zu (5.42) der Stromwinkel $\phi_{\text{I},\mu}$ und die Stromamplitude \hat{i}_μ verwendet, welche wie folgt definiert sind:

$$\phi_{\text{I},\mu} := \angle \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \right) \quad \text{und} \quad \hat{i}_\mu := \left| \vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \right|. \quad (5.64)$$

Die Definition des Stromwinkels ist identisch mit derjenigen, welche in dieser Arbeit für die dreiphasigen Maschinen verwendet wird und in Abbildung 5.1 visualisiert ist.

Die Teilmatrizen der inversen Induktivitätsmatrix und ihre Einträge können mit Hilfe von (5.64) als Funktion der Stromamplitude \hat{i}_μ , des Stromwinkels $\phi_{\text{I},\mu}$ und der Rotorposition ϕ_{R} beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{6\text{P},\mu\mu} \left(\hat{i}_\mu, \phi_{\text{I},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \begin{pmatrix} Y_{6\text{P}\mu,\text{dd}} & Y_{6\text{P}\mu,\text{dq}} \\ Y_{6\text{P}\mu,\text{dq}} & Y_{6\text{P}\mu,\text{qq}} \end{pmatrix} := \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} \left(\hat{i}_\mu \begin{pmatrix} \cos(\phi_{\text{I},\mu}) \\ \sin(\phi_{\text{I},\mu}) \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right), \\ \mathbf{Y}_{6\text{P},\Delta\Delta} \left(\hat{i}_\mu, \phi_{\text{I},\mu}, \phi_{\text{R}} \right) &= \begin{pmatrix} Y_{6\text{P}\Delta,\text{dd}} & Y_{6\text{P}\Delta,\text{dq}} \\ Y_{6\text{P}\Delta,\text{dq}} & Y_{6\text{P}\Delta,\text{qq}} \end{pmatrix} := \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} \left(\hat{i}_\mu \begin{pmatrix} \cos(\phi_{\text{I},\mu}) \\ \sin(\phi_{\text{I},\mu}) \end{pmatrix}, \phi_{\text{R}} \right). \end{aligned} \quad (5.65)$$

Unabhängig von den betrachteten Wicklungstopologien besitzt die Matrix $\mathbf{Y}_{6\text{P},\mu\mu}$ nun dieselben Symmetrieeigenschaften wie die inverse Induktivitätsmatrix einer dreiphasigen Maschine im dq-System. Zur Beschreibung dieser Matrix wird daher in dieser Arbeit das Modell aus (5.45) direkt übernommen. Für eine genaue Erklärung des Modells wird an dieser Stelle auf Abschnitt 5.4 verwiesen.

Aufgrund der fehlenden 120° -Symmetrie bei einer Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen können nun bei der Matrix $\mathbf{Y}_{6\text{P},\Delta\Delta}$ für die Rotorlageabhängigkeit alle geraden Ordnungen auftreten. Das Modell aus (5.45) muss für diesen Fall daher erweitert werden:

$$\boxed{\mathbf{Y}_{6\text{P},\Delta\Delta} = \begin{bmatrix} Y_{6\text{P}\Delta,\text{dd},0} + \sum_h Y_{6\text{P}\Delta,\text{dd},h} & Y_{6\text{P}\Delta,\text{qq},0} + \sum_h Y_{6\text{P}\Delta,\text{qq},h} \\ Y_{6\text{P}\Delta,\text{qq},0} + \sum_h Y_{6\text{P}\Delta,\text{qq},h} & Y_{6\text{P}\Delta,\text{dq},0} + \sum_h Y_{6\text{P}\Delta,\text{dq},h} \end{bmatrix}} \quad (5.66)$$

mit den Funktionen $Y_{6\text{P}\Delta,\text{dd},0}$, $Y_{6\text{P}\Delta,\text{qq},0}$ und $Y_{6\text{P}\Delta,\text{dq},0}$ für die Approximation der rotorlageunabhängigen Anteile der Teilmatrix, definiert durch

$$\boxed{\begin{aligned} Y_{6\text{P}\Delta,\text{dd},0} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}_\mu^{(v+2k)} a_{\text{dd},0,v,k} \cos(v\phi_{\text{I},\mu}) \\ Y_{6\text{P}\Delta,\text{dq},0} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}_\mu^{(v+2k)} b_{\text{dq},0,v,k} \sin(v\phi_{\text{I},\mu}) \\ Y_{6\text{P}\Delta,\text{qq},0} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}_\mu^{(v+2k)} a_{\text{qq},0,v,k} \cos(v\phi_{\text{I},\mu}), \end{aligned}}$$

und mit den Funktionen $Y_{6P\Delta,dd,h}$, $Y_{6P\Delta,qq,h}$ und $Y_{6P\Delta,dq,h}$ für die Approximation der rotorlageabhängigen Anteile, definiert durch

$$\begin{aligned}
 Y_{6P\Delta,dd,h} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}_{\mu}^{(v+2k)} [a_{dd,6,v,k} \cos(v\phi_{I,\mu}) \cos(h\phi_R) + b_{dd,6,v,k} \sin(v\phi_{I,\mu}) \sin(h\phi_R)] \\
 Y_{6P\Delta,dq,h} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}_{\mu}^{(v+2k)} [a_{dq,6,v,k} \sin(v\phi_{I,\mu}) \cos(h\phi_R) + b_{dq,6,v,k} \cos(v\phi_{I,\mu}) \sin(h\phi_R)] \\
 Y_{6P\Delta,qq,h} &:= \sum_{v=0}^j \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{j-v}{2} \rfloor} \hat{i}_{\mu}^{(v+2k)} [a_{qq,6,v,k} \cos(v\phi_{I,\mu}) \cos(h\phi_R) + b_{qq,6,v,k} \sin(v\phi_{I,\mu}) \sin(h\phi_R)],
 \end{aligned}$$

wobei $a_{dd,x,v,k}$, $b_{dd,x,v,k}$, $a_{dq,x,v,k}$, $b_{dq,x,v,k}$, $a_{qq,x,v,k}$ und $b_{qq,x,v,k}$ die Modellparameter der Approximationsfunktion $\mathbf{Y}_{6P,\Delta\Delta}$ sind.

Für Maschinen mit räumlich getrennten Wicklungssystemen müssen nun alle geraden Ordnungen berücksichtigt werden und somit $h \in \{2, 4, 6, \dots\}$ sein. Aufgrund der vorhandenen 120° -Symmetrie kann bei Maschinen mit räumlich verwobenen Wicklungssystemen wie für das μ -System $h \in \{6, 12, \dots\}$ angenommen werden.

Im letzteren Fall kann daher für das analytische Modell der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\Delta\Delta}$ dieselbe Struktur wie für die Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\mu\mu}$ verwendet werden. Es gilt allerdings anzumerken, dass, auch wenn die Strukturen gleich sind, die Modellparameter der Einträge der beiden Teilmatrizen nicht identisch sind. Die Identifikation muss immer für beide Teilmatrizen durchgeführt werden, sofern die Modellierung von beiden Teilmatrizen von Interesse ist.

Die Modellparameter der einzelnen Teilmatrizen können nun analog zu der für die dreiphasigen Maschine vorgestellten Methode, welche in Abschnitt 5.5 beschrieben ist, bestimmt werden. Für die Bestimmung der Modellparameter der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\Delta\Delta}$ muss hierfür das Δ -System hochfrequent angeregt werden und somit die Hochfrequenzanregung in beiden Wicklungssystemen in entgegengesetzter Richtung stattfinden. Für die Bestimmung der Modellparameter der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\mu\mu}$ hingegen muss das μ -System hochfrequent angeregt werden. Bei der Identifikation wird der Betriebspunkt in beiden Fällen über den Stromvektor im μ -System variiert. Aufgrund der starken Ähnlichkeit des Identifikationsvorgangs mit dem einer dreiphasigen Maschine wird in dieser Arbeit nicht weiter darauf eingegangen. Stattdessen wird an dieser Stelle auf Abschnitt 5.5 verwiesen, in welchem die Identifikation einer dreiphasigen Maschine beschrieben ist. In den Abbildungen 5.6 und 5.7 sind die aus Identifikationsmessung ermittelten dd-Komponenten der Teilmatrizen $\mathbf{Y}_{6P,\Delta\Delta}$ und $\mathbf{Y}_{6P,\mu\mu}$ in Abhängigkeit der Rotorlage ϕ_R zu sehen. Die in Abbildung 5.6 gezeigten Verläufe wurden mit einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit verwobenen Wicklungssystemen aufgenommen. Es ist zu erkennen, dass in beiden Teilmatrizen überwiegend eine Welligkeit mit der sechsten Ordnung auftritt und somit die in diesem Kapitel aufgestellte Theorie bestätigt. Bei den Einträgen einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen, welche in Abbildung 5.7 dargestellt sind, besitzt die dd-Komponenten der Teilmatrizen $\mathbf{Y}_{6P,\Delta\Delta}$ eine stark ausgeprägte zweite Ordnung. In der dd-Komponente der Teilmatrizen $\mathbf{Y}_{6P,\mu\mu}$ ist hingegen lediglich eine Welligkeit mit der sechsten Ordnung zu sehen. Diese Messungen stützten somit ebenfalls die in dieser Arbeit

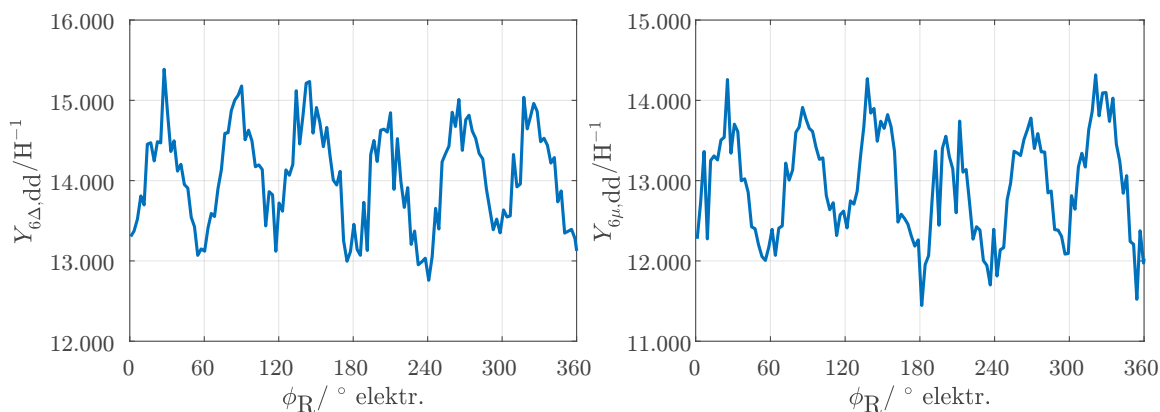


Abbildung 5.6.: Aus Messungen bestimmte Einträge der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit räumlich verwobenen Wicklungssystemen (PMSM3) in Abhängigkeit von der Rotorlage für den Betriebspunkt $\vec{i}_6^{\text{dq},\mu} = (3A \ 0A)^T$.

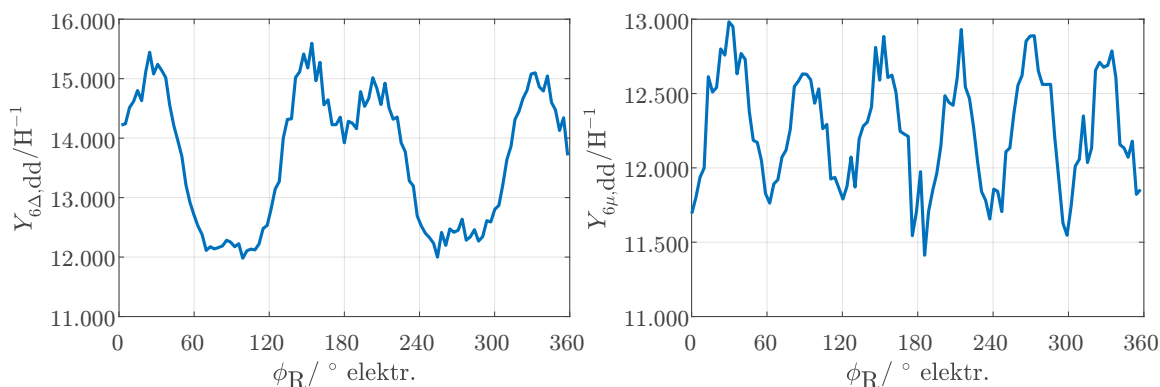


Abbildung 5.7.: Aus Messungen bestimmte Einträge der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen (PMSM4) in Abhängigkeit von der Rotorlage für den Betriebspunkt $\vec{i}_6^{\text{dq},\mu} = (2,5A \ 0A)^T$.

aufgestellte Theorie.

In den Abbildungen 5.8, 5.9, 5.10 und 5.11 sind die Ergebnisse der Identifikation für eine Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen dargestellt. Es sind die ermittelten rotorpositionsunabhängigen und rotorpositionsabhängigen Anteile der inversen Induktivitäten abhängig von dem Betriebspunkt zu sehen. Für die Einträge der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\Delta\Delta}$ sind lediglich die rotorlageunabhängigen und die zweite Ordnung der rotorlageabhängigen Anteile dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die ermittelten Induktivitätswerte die in diesem Kapitel bestimmten Symmetrieeigenschaften erfüllen und somit die Werte mit Hilfe der vorgeschlagenen analytischen Modelle sehr gut approximiert werden können. Die vorgeschlagenen Modelle sind daher für die Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens von zweimal-dreiphasigen Maschinen unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussoberwellen sehr gut geeignet.

In Kapitel 6 wird mit Hilfe dieser Modelle ein anisotropiebasiertes Verfahren entwickelt.

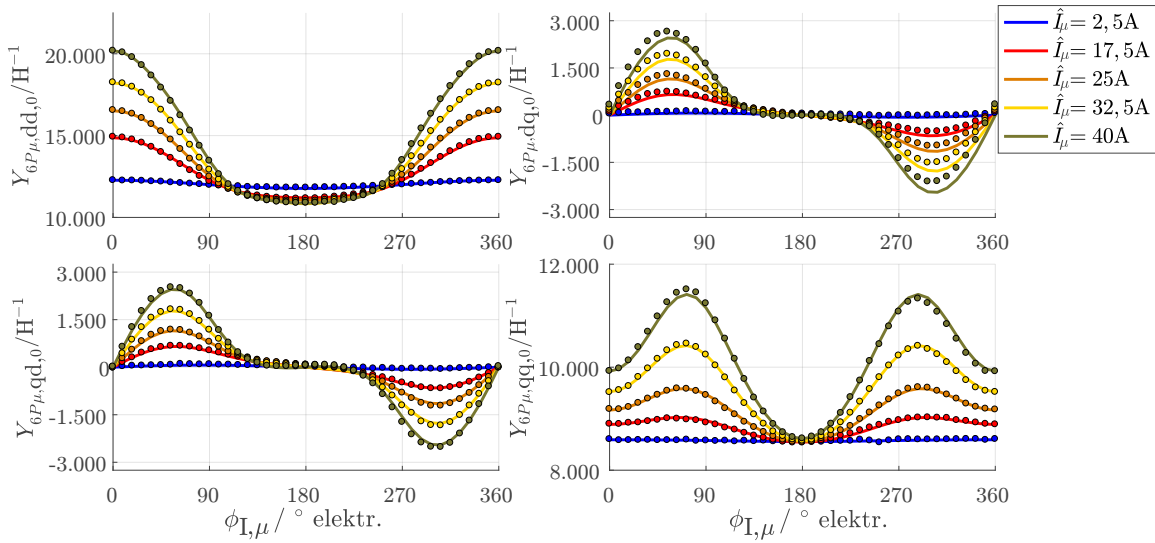


Abbildung 5.8.: Rotorpositionsunabhängige Anteile der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\mu\mu}$ einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen (PMSM4, **Punkte:** gemessene Werte, **Linien:** berechnete Werte aus angepasstem Modell mit der Ordnung $j = 6$).

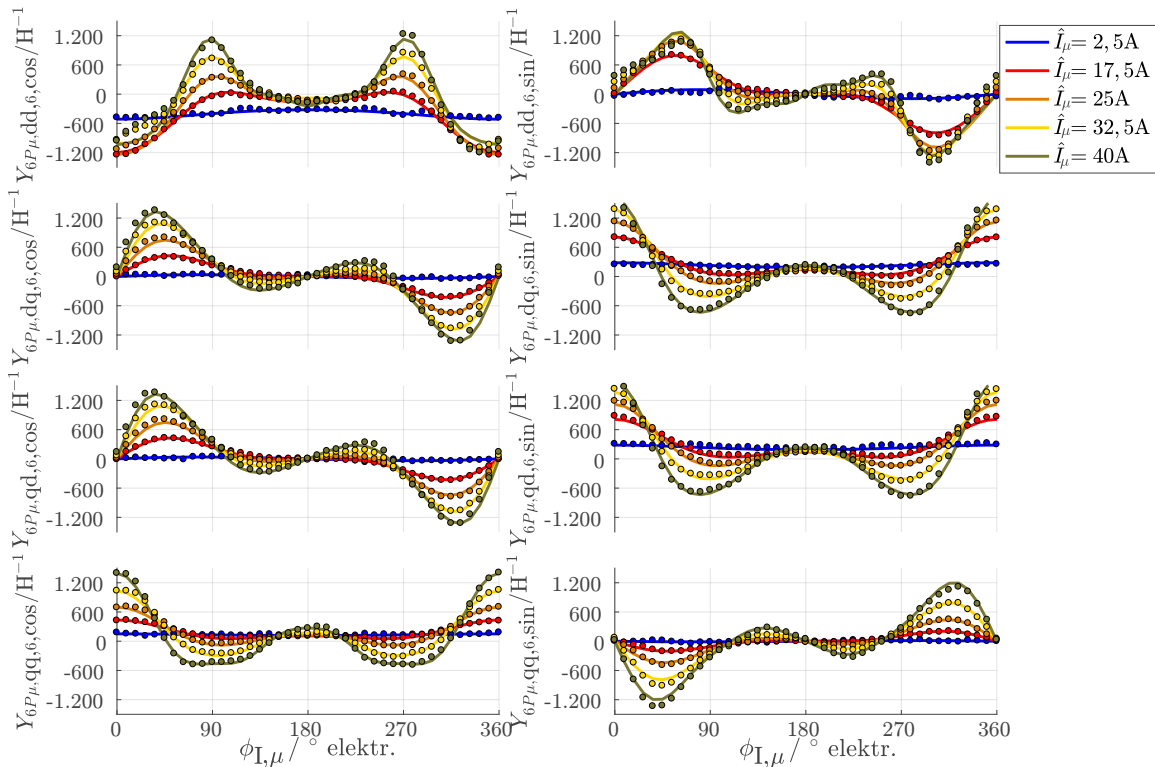


Abbildung 5.9.: Rotorpositionsabhängige Anteile (sechste Ordnung) der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\mu\mu}$ einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen (PMSM4, **Punkte:** gemessene Werte, **Linien:** berechnete Werte aus angepasstem Modell mit der Ordnung $j = 6$), wobei $Y_{6P,\mu,xy,6,\sin} := Y_{6P,\mu,xy,6}|_{6\phi_R=90^\circ}$ und $Y_{6P,\mu,xy,6,\cos} := Y_{6P,\mu,xy,6}|_{6\phi_R=0^\circ}$ für $x, y \in \{d, q\}$.

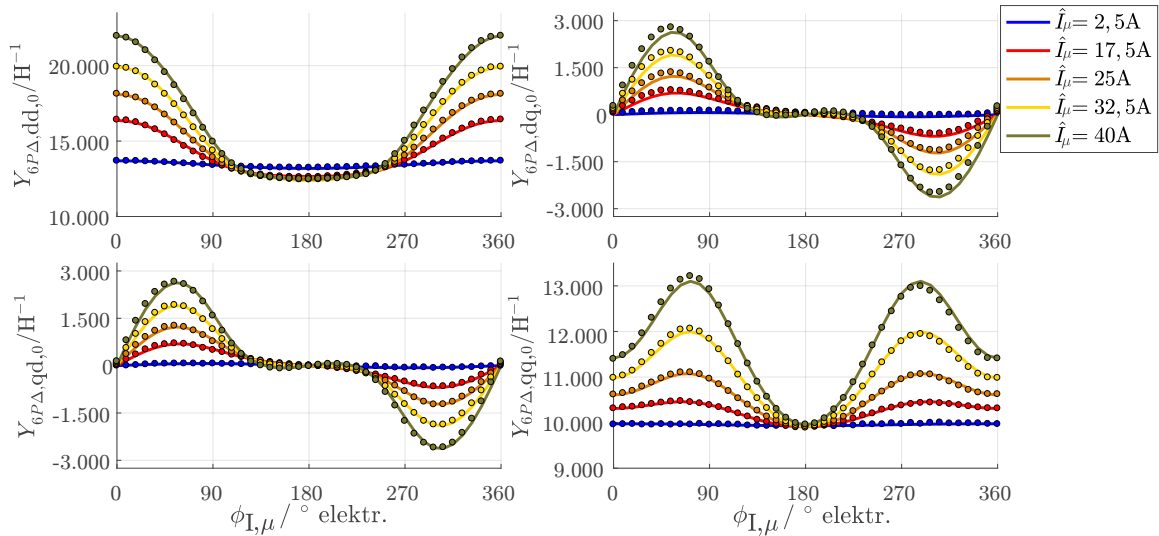


Abbildung 5.10.: Rotorpositionsunabhängige Anteile der Teilmatrix $Y_{6P,\Delta\Delta}$ einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen (PMSM4, **Punkte**: gemessene Werte, **Linien**: berechnete Werte aus angepasstem Modell mit der Ordnung $j = 6$).

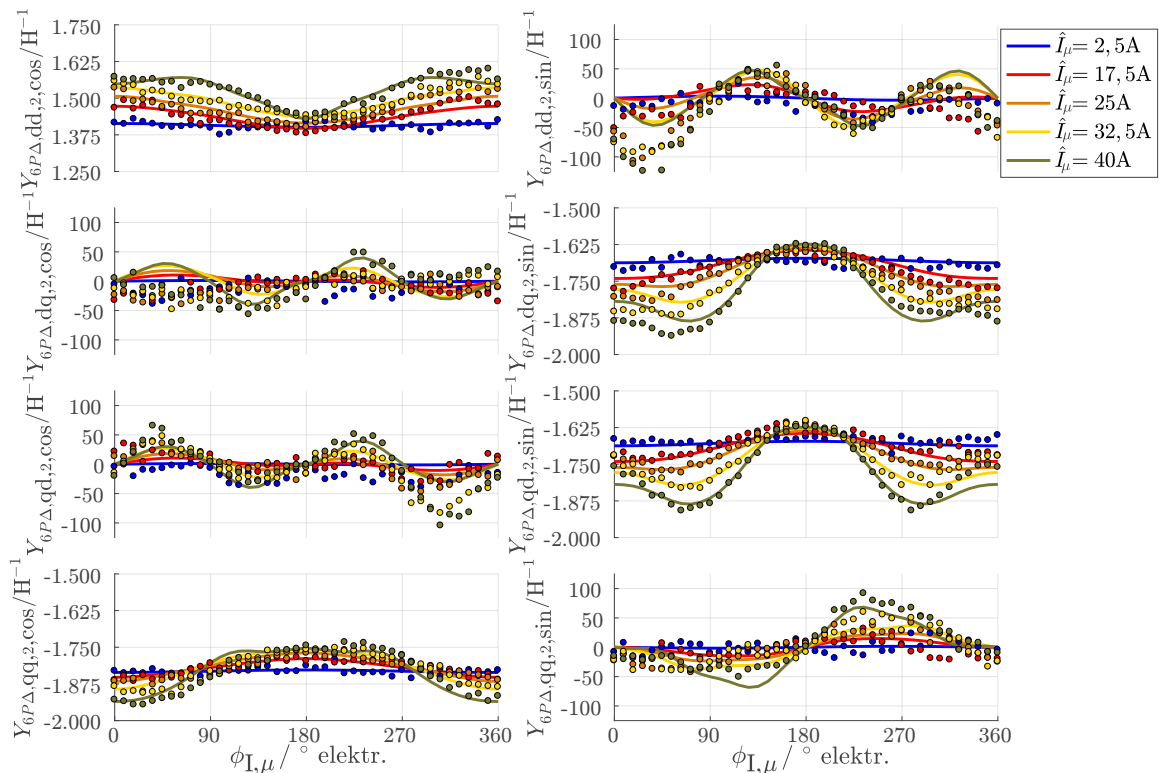


Abbildung 5.11.: Rotorpositionsabhängige Anteile (zweite Ordnung) der Teilmatrix $Y_{6P,\Delta\Delta}$ einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen (PMSM4, **Punkte**: gemessene Werte, **Linien**: berechnete Werte aus angepasstem Modell mit der Ordnung $j = 6$), wobei $Y_{6P,\mu,xy,2,\sin} := Y_{6P,\mu,xy,2}|_{2\phi_R=90^\circ}$ und $Y_{6P,\mu,xy,2,\cos} := Y_{6P,\mu,xy,2}|_{2\phi_R=0^\circ}$ für $x, y \in \{d, q\}$.

5.7. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das Hochfrequenzverhalten dreiphasiger und zweimal-dreiphasiger PMSMs unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussoberwellen beschrieben.

Für die betrachteten Maschinen wurden die vereinfachten Spannungsgleichungen durch Linearisierung im Arbeitspunkt hergeleitet. Hierbei wurde gezeigt, dass für kleine Drehzahlen, für hohe Anregungsfrequenzen und unter Vernachlässigung von Eisenverlusten das Hochfrequenzverhalten durch die inverse Induktivitätsmatrix definiert ist.

Zudem wurden die Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix von dreiphasigen Maschinen unter Berücksichtigung der Verschaltungsart aus den Symmetrieeigenschaften der magnetischen Energiefunktion abgeleitet. Ein Ergebnis hiervon ist, dass die inversen Induktivitäten unabhängig von der Verschaltungsart (Dreieck- oder Sternschaltung) die gleichen Symmetrieeigenschaften besitzen, sofern die Kreisströme als klein angenommen werden können.

Des Weiteren wurden die Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitätsmatrix von zweimal-dreiphasigen Maschinen, deren Wicklungssysteme um ein Vielfaches von 360° zueinander versetzt sind, bestimmt. Dabei wurde gezeigt, dass die Anordnung der Wicklungen der Wicklungssysteme Einfluss auf die Symmetrieeigenschaften hat: Bei einer Maschine mit verwobenen Wicklungssystemen sind die Symmetrieeigenschaften der Teilmatrizen der inversen Induktivitätsmatrix identisch mit denen einer dreiphasigen Maschine. Bei einer Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen hingegen können zusätzliche Ordnungen auftreten.

Zudem wurde gezeigt, dass die beiden Unterräume (Δ - und μ -System) bei den betrachteten zweimal-dreiphasigen Maschinen auch unter Berücksichtigung von Flussoberwellen und magnetischer Sättigung vollständig entkoppelt sind, sofern die Amplitude des Δ -Stromvektors klein ist.

Auf Basis der Symmetrieeigenschaften wurden für die betrachteten Maschinen analytische Modelle entwickelt, mit welchen die Zusammenhänge zwischen den inversen Induktivitätswerten, der Rotorlage und dem Betriebspunkt analytisch in Form einer Reihenentwicklung beschrieben werden können. Die inversen Induktivitäten wurden hierbei nicht in Abhängigkeit von den dq-Stromkomponenten beschrieben, sondern in Abhängigkeit von dem Stromwinkel und der Stromamplitude. Wie im nächsten Kapitel zu sehen ist, hat dies Vorteile für die Maschinenanalyse hinsichtlich der geberlosen Regelbarkeit.

Es wurde eine Methode gezeigt, wie die Modellparameter mit Hilfe einer Identifikationsmessung und der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden können.

Die beschriebene Theorie wurde durch Messungen mit den verschiedenen Maschinentypen validiert.

6. Anisotropiebasierte Rotorlageschätzung für dreiphasige PMSMs

In diesem Kapitel wird ein anisotropiebasiertes Verfahren vorgestellt, welches die Einflüsse von magnetischer Sättigung und nicht-sinusförmiger Verläufe der Flussverkettung berücksichtigt. Im Gegensatz zum Stand der Technik wird in dieser Arbeit nicht versucht, diese Effekte zu kompensieren, sondern sie bestmöglich auszunutzen. Da in diesem Kapitel alle Gleichungen von Relevanz sind, wird auf eine Umrahmung der wichtigen Gleichungen in diesem Kapitel verzichtet.

Unter dem Begriff der magnetischen Anisotropie versteht man eine Richtungsabhängigkeit der magnetischen Leitfähigkeit von Materialien. Anisotropien im Magnetkreis machen sich insbesondere durch Unterschiede in den Stranginduktivitätswerten bemerkbar und beeinflussen somit das Hochfrequenzverhalten der Maschine. Aufgrund von rotorpositionsabhängigen Anisotropien enthalten Ströme, welche durch hochfrequente Spannungen induziert werden, somit Rotorlageinformation. Durch Messen und Auswerten dieser hochfrequenten Ströme kann daher auf die Rotorlage rückgeschlossen werden. Der Zusammenhang zwischen angelegten hochfrequenten Spannungen und resultierenden Strömen muss hierfür allerdings bekannt sein. Wie im vorigen Kapitel gezeigt, ist dieser Zusammenhang aufgrund von Sättigungseffekten und Flussoberwellen bei den betrachteten Maschinen sehr komplex.

Im Folgenden wird dieser komplexe Zusammenhang nun in eine anschauliche Form gebracht und ein neuartiges Maß für die Rotorlageinformation definiert. Es wird gezeigt, dass die Rotorlageinformation, welche in den hochfrequenten Strömen enthalten ist, bei den betrachteten Maschinen auch von der Richtung der hochfrequenten Anregung abhängt. Mit Hilfe dieser Erkenntnisse wird die optimale Richtung für die hochfrequente Anregung bestimmt. Zudem wird ein passendes Verfahren entworfen, um die Rotorlageinformation aus gemessenen Stromverläufen zu extrahieren.

6.1. Relevanter Stand der Technik

Verfahren, welche eine Bestimmung der Rotorlage von permanentmagneterregten Synchronmaschinen ohne die Verwendung von Positionssensoren ermöglichen, wurden bereits vor über 40 Jahren veröffentlicht (siehe z. B. [81]).

Der Grundgedanke hinter der geberlosen Regelung ist einfach: Statt die Rotorlage über einen Positionssensor zu ermitteln, wird die Rotorlageinformation bei geberlosen Regelungen aus anderen Messgrößen extrahiert. Häufig werden hierfür die Leiterströme verwendet, welche aufgrund der Abhängigkeit der magnetischen Flussverkettung von der Rotorlage Rotorlageinformation beinhalten und bei Verwendung einer Stromregelung ohnehin schon erfasst werden müssen. Alternativ können auch die Phasenspannungen für die Positionsbestimmung verwendet werden, sofern zum Messzeitpunkt in der entsprechenden Phase kein Strom fließt (siehe z. B. [82]). Eine weitere genutzte Möglichkeit ist die Bestimmung der Rotorlage anhand der gemessenen Sternpunktspannung (siehe z. B. [30, 45]). Jedoch

wird hierfür eine Maschine benötigt, deren Wicklungsstränge in Stern verschaltet sind. Bei einer Maschine mit Dreieckschaltung hingegen kann der Kreisstrom für die Rotorlagebestimmung verwendet werden (siehe z. B. [83]).

Inzwischen gibt es eine Vielzahl an Veröffentlichungen, in welchen geberlose Verfahren vorgestellt, untersucht oder weiterentwickelt werden. Die meisten der bekannten Verfahren können in zwei Kategorien eingeordnet werden: Die EMK-basierten Verfahren, welche in der Literatur auch häufig grundwellenbasierte Verfahren genannt werden (siehe z. B. [12]), und die anisotropiebasierten Verfahren, welche häufig mit dem Begriff Signalinjektion in Verbindung gebracht werden. Bei den EMK-basierten Verfahren wird aus Messgrößen, welche von der EMK beeinflusst werden, die Rotorlageinformation extrahiert. Üblicherweise werden hierfür die zeitlichen Verläufe der Leiterströme und Phasenspannungen verwendet, um die EMK oder auch die magnetischen Flussverkettungen in den Wicklungen zu bestimmen. Aus den bestimmten Größen wird anschließend auf die Rotorlage rückgeschlossen (siehe z. B. [84]). Da die EMK mit der Drehzahl der elektrischen Maschine skaliert, kann das Prinzip im Stillstand und bei betragsmäßig sehr kleinen Drehzahlen jedoch nicht angewendet werden.

Im niedrigen Drehzahlbereich kommen daher üblicherweise die anisotropiebasierten Verfahren zum Einsatz, welche eine Positionsbestimmung auch im Stillstand ermöglichen. Aufgrund der benötigten Spannungsreserve und höherer auftretender Verluste werden diese Verfahren jedoch nicht bei hohen Drehzahlen eingesetzt.

Bei anisotropiebasierten Verfahren wird die Rotorlageabhängigkeit des Hochfrequenzverhaltens ausgenutzt. Das Hochfrequenzverhalten enthält aufgrund der Rotorgeometrie, aufgrund positionsabhängiger magnetischer Sättigung (siehe z. B. [73, 85]) sowie positionsabhängiger Eisenverluste (siehe z. B. [68, 74]) Rotorlageinformation.

Durch Ermittlung des Hochfrequenzverhaltens und Vergleich mit einem Referenzmodell kann daher auf die Rotorlage rückgeschlossen werden. Als Messgrößen werden bei diesem Verfahren üblicherweise die Leiterströme (siehe z. B. [13, 86]) oder die Sternpunktspannung (siehe z. B. [30]) verwendet. Die in der Literatur veröffentlichten Verfahren unterscheiden sich in der Art der Hochfrequenzanregung, der Anregungsfrequenz und der berücksichtigten Effekte.

Die Hochfrequenzanregung erfolgt üblicherweise pulsformig im Phasenkoordinatensystem [86], alternierend oder pulsformig im geschätzten rotorflussorientierten Koordinatensystem [13, 87] oder auch rotierend [88]. Bei den alternierenden oder pulsformigen Anregungen wird zur Vereinfachung der Auswertung typischerweise in die Richtung mit der geringsten magnetischen Leitfähigkeit, welche auch Anisotropieachse genannt wird (siehe z. B. [13, 87]), in die geschätzte d -Richtung (siehe z. B. [57, 74]) oder auch in die geschätzte q -Richtung (siehe z. B. [69]) injiziert. In diesen Fällen muss lediglich der hochfrequente Stromanteil, welcher in der Raumzeigerdarstellung quer zur Anregungsrichtung fließt, für die Positionsbestimmung ausgewertet werden. Während die Anregung in die geschätzte d -Richtung erfolgt, um den erzeugten Drehmomentrippel zu minimieren, können durch eine Anregung in q -Richtung die auftretenden Verluste minimiert werden [69]. Bei einer Injektion in d -Richtung können aufgrund von Sättigungseffekten abhängig vom Betriebspunkt allerdings ebenfalls Drehmomentrippel erzeugt werden. In [89] wird daher die Injektionsrichtung abhängig vom Betriebspunkt so variiert, dass durch die Hochfrequenzanregung unabhängig vom Betriebspunkt kein Drehmomentrippel entsteht.

Methoden, um aus beliebigen Anregungsformen die Rotorlageinformation zu extrahieren, werden in [32] und [90] vorgestellt. Zudem kann auch der Stromrippel, welcher aufgrund der PWM entsteht, für die Rotorlageschätzung verwendet werden (siehe z. B. [25, 91]). Hierbei müssen jedoch mehrmals pro PWM-Periode zu unterschiedlichen Zeitpunkten die Leiterströme abgetastet werden.

Die Anregungsfrequenzen variieren je nach Verfahren von wenigen hundert Hertz bis Frequenzen gleich der PWM-Frequenz. Ein großes Problem stellen dabei die durch die Anregungsfrequenzen erzeugten hörbaren Geräusche und Vibrationen dar. Um für Menschen hörbare Geräusche zu vermeiden, kann die Anregungsfrequenz entweder sehr niedrig (siehe z. B. [92]) oder über dem für Menschen hörbaren Bereich (siehe z. B. [93]) gewählt werden. Bei sehr niedrigen Anregungsfrequenzen ist allerdings die Bestimmung der hochfrequenten Stromanteile während transients Vorgänge problematisch ([17], S. 33). Eine weitere Möglichkeit zur Geräuschreduktion besteht darin, die Geräusche im Frequenzspektrum zu verteilen. In [94] wird dies zum Beispiel durch zufälliges Abwechseln zweier verschiedener Pulsmuster erreicht.

Viele Verfahren berücksichtigen bereits Effekte wie Flussharmonische, Eisenverluste und Einflüsse der magnetischen Sättigung auf das Hochfrequenzverhalten: In [17] wird zum Beispiel ein Verfahren vorgestellt, mit welchem Flussharmonische berücksichtigt und auch für die Rotorlagebestimmung ausgenutzt werden können. Die Abhängigkeit der inversen Induktivität vom Betriebspunkt wird in [57] durch einen multivariaten Polynomansatz analytisch beschrieben. Zudem wird in der genannten Veröffentlichung das nichtlineare Problem aufgestellt, welches es unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung für die Positionsbestimmung zu lösen gilt. Jedoch werden in diesem Ansatz keine Flussharmonischen berücksichtigt und auch keine Sättigungseffekte gezielt ausgenutzt. Ein Verfahren, welches sowohl Effekte der Flussharmonischen als auch der magnetischen Sättigung kompensiert, wird zum Beispiel in [71] vorgestellt. Eine gezielte Ausnutzung dieser Effekte findet jedoch nicht statt. Dieses Verfahren erfordert zudem eine pulsformige rotierende Anregung. In [25] wird zudem eine einfache Möglichkeit vorgestellt, wie die Auswirkungen von Wirbelstromeffekten auf den zeitlichen Verlauf der Leiterströme kompensiert werden können, um so die Rotorlageschätzung zu verbessern. Hierbei wird auf Basis der angelegten hochfrequenten Spannungen mit Hilfe eines Modells der zu kompensierende Stromwert berechnet.

Um die anisotropiebasierten Verfahren einsetzen zu können, muss die elektrische Maschine jedoch gewisse Eigenschaften erfüllen. Um die Eignung der Maschine zu überprüfen, wird häufig die Differenz der Eigenwerte der inversen Induktivitätsmatrix an den unterschiedlichen Arbeitspunkten betrachtet (siehe z. B. [95]). In der englischsprachigen Literatur ist diese Differenz unter dem Namen „saliency ratio“ bekannt. Hierbei wird jedoch die Abhängigkeit der Einträge der inversen Induktivitätsmatrix von dem Betriebspunkt vernachlässigt. Bei Maschinen, deren inverse Induktivitätsmatrix stark von dem Betriebspunkt abhängig ist, führt diese Theorie daher zu Fehleinschätzungen. In [73] wird die Eignung von Maschinen daher unter Berücksichtigung der Betriebspunktabhängigkeit der inversen Induktivitäten überprüft. Die Analyse beschränkt sich allerdings auf Verfahren, welche die Maschinen alternierend in Richtung der Anisotropieachse anregen.

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass die PWM-Frequenz um ein Vielfaches niedriger ist als die Abtastfrequenz der Stromregelung. In diesem Fall kann das hochfrequente

Verhalten der Maschine, welches durch die Hochfrequenzanregung entsteht und für die Positionsbestimmung verwendet wird, von dem niederfrequenten Verhalten durch Lösen eines linearen Gleichungssystems analytisch getrennt werden [80, 87]. Während in [80] der niederfrequente Stromanteil linear approximiert wird, wird in [87] für die Approximation ein Polynom zweiter Ordnung verwendet, um auch unter transienten Bedingungen eine saubere Trennung zu ermöglichen. Beide Ansätze berücksichtigen jedoch nicht den Einfluss von magnetischer Sättigung. Der Ansatz in [87] beschränkt sich zudem auf eine pulsformige Anregung mit konstanter Spannungsamplitude in Richtung der Anisotropieachse. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Ansätze aus [80] und [87] verallgemeinert und erweitert, um die Rotorlage bei Anregung durch beliebige Spannungsformen in beliebige Richtungen unter Berücksichtigung von magnetischen Sättigungseffekten und Flussharmonischen zu ermöglichen. Die hierdurch entstehenden Freiheitsgrade werden im Folgenden untersucht.

6.2. Injektionsorientiertes Koordinatensystem

Das Verhalten der anisotropiebasierten Verfahren wird in dieser Arbeit im injektionsorientierten Koordinatensystem beschrieben. Wie später zu sehen ist, kann das anisotropiebasierte Verfahren und die Analyse von PMSMs bezüglich der geberlosen Regelbarkeit in diesem Koordinatensystem sehr einfach beschrieben werden.

Die Richtung, in welche die Maschine hochfrequent angeregt wird, wird in dieser Arbeit mit γ bezeichnet und ist durch den Injektionswinkel ϕ_{inj} definiert. Die Definition des Injektionswinkels ϕ_{inj} erfolgt analog zum Stromwinkel ϕ_I und ist in Abbildung 6.1 beschrieben. Die orthogonal zur γ -Achse stehende Achse wird im Folgenden mit δ bezeichnet.

Die Größen aus dem dq-System können nun mit Hilfe der inversen Drehmatrix in das injektionsorientierte Koordinatensystem überführt werden:

$$\vec{x}^{\gamma\delta} := \mathbf{T}_{rot}(\phi_{inj}) \cdot \vec{x}^{dq} \quad x \in \{u, i\}, \quad (6.1)$$

wobei die Matrix \mathbf{T}_{rot} durch

$$\mathbf{T}_{rot}(\phi_{inj}) := \begin{bmatrix} \cos(\phi_{inj}) & \sin(\phi_{inj}) \\ -\sin(\phi_{inj}) & \cos(\phi_{inj}) \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

gegeben ist. Für das injektionsorientierte Koordinatensystem wird im Folgenden auch die Bezeichnung $\gamma\delta$ -System verwendet.

Sowohl die vereinfachte Spannungsgleichung einer Maschine mit Sternschaltung, welche in (5.7) beschrieben ist, als auch die vereinfachte Spannungsgleichung einer Maschine mit Dreieckschaltung, welche in (5.15) beschrieben ist, lassen sich nun mit Hilfe von (5.43), (6.1) und (6.2) in das $\gamma\delta$ -System überführen (Vgl. [78]):

$$\frac{d\vec{i}_{3,HF}^{\gamma\delta}}{dt} \approx \underbrace{\mathbf{T}_{rot}(\phi_{inj}) \mathbf{Y}_{P,dq}(\hat{i}, \phi_I, \phi_R) \mathbf{T}_{rot}^{-1}(\phi_{inj})}_{=:\mathbf{Y}_{P,\gamma\delta}} \cdot \vec{u}_{HF}^{\gamma\delta}, \quad (6.3)$$

wobei angenommen wird, dass die Injektionsrichtung ϕ_{inj} über den betrachteten Zeitraum näherungsweise konstant ist und somit $\frac{d\mathbf{T}_{rot}}{dt} \approx \mathbf{0}_{2 \times 2}$.

Im Folgenden wird, wie bereits in (6.3) zu sehen ist, nicht zwischen den Verschaltungs-

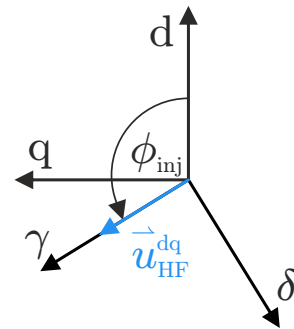


Abb. 6.1.: Definition des Injektionswinkels

arten unterschieden, da sich das elektrische Verhalten bei hochfrequenter Anregung mit denselben Gleichungen beschreiben lässt. Je nach verwendeter Verschaltungsart muss daher die Variable $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\text{dq}}$ durch $\vec{i}_{3\lambda,\text{HF}}^{\text{dq}}$ oder $\vec{i}_{3\Delta,\text{HF}}^{\text{dq}}$ ersetzt werden.

Aufgrund der Tatsache, dass die Anregung in δ -Richtung definitionsgemäß immer null ist, ist nur die erste Spalte der inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{\text{P},\gamma\delta}$ relevant und (6.3) kann weiter vereinfacht werden zu

$$\boxed{\frac{d\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}}{dt} \approx \mathbf{Y}_{\text{P},\gamma\delta} \cdot \begin{pmatrix} u_{\text{HF},\gamma} \\ 0 \end{pmatrix} = u_{\text{HF},\gamma} \underbrace{\left[\mathbf{Y}_{\text{P},\gamma\delta} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right]}_{=:\vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}}}. \quad (6.4)$$

Die hochfrequente Spannungsgleichung im $\gamma\delta$ -Koordinatensystem (6.4) kann nun verwendet werden, um elektrische Maschinen hinsichtlich der geberlosen Regelbarkeit zu untersuchen. Des Weiteren kann, wie im Folgenden gezeigt wird, auf Basis dieser Spannungsgleichung die Rotorlageinformation aus den gemessenen hochfrequenten Leiterströmen extrahiert werden.

6.3. Extrahierbare Rotorlageinformation

In diesem Abschnitt wird die Rotorlageinformation, welche aus dem gemessenen Hochfrequenzverhalten der Maschine extrahiert werden kann, beschrieben. Der Inhalt dieses Abschnitts basiert auf der Vorveröffentlichung [78].

6.3.1. Beschreibung der inversen Induktivitäten in Abhängigkeit des Winkelfehlers

In einem geberlosen Antriebssystem ist die tatsächliche Rotorlage ϕ_{R} unbekannt. Neben der Rotorlage ϕ_{R} sind somit auch der Stromwinkel ϕ_{I} und die Injektionsrichtung ϕ_{inj} unbekannt. Denn beide Winkel sind in dieser Arbeit auf die d-Richtung bezogen und somit abhängig von der Rotorlage ϕ_{R} .

Es sind somit lediglich die geschätzten Werte dieser Größen $\tilde{\phi}_{\text{R}}$, $\tilde{\phi}_{\text{I}}$ und $\tilde{\phi}_{\text{inj}}$ bekannt, welche in dieser Arbeit mit einer Tilde versehen sind. Der Zusammenhang zwischen den geschätzten und den tatsächlichen Werten kann nun in Abhängigkeit eines Winkelfehlers ϕ_{err} wie folgt beschrieben werden [78]:

$$\phi_{\text{R}} = \tilde{\phi}_{\text{R}} - \phi_{\text{err}}, \quad \phi_{\text{inj}} = \tilde{\phi}_{\text{inj}} + \phi_{\text{err}} \quad \text{und} \quad \phi_{\text{I}} = \tilde{\phi}_{\text{I}} + \phi_{\text{err}}. \quad (6.5)$$

Die inverse Induktivitätsmatrix, welche in (6.3) definiert wird, kann somit in Abhängigkeit der Stromamplitude \hat{i} , der geschätzten Winkel $\tilde{\phi}_{\text{R}}$, $\tilde{\phi}_{\text{inj}}$ und $\tilde{\phi}_{\text{I}}$ und des Winkelfehlers ϕ_{err} beschrieben werden [78]:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{\text{P},\gamma\delta} &: \left(\hat{i}, \tilde{\phi}_{\text{R}}, \tilde{\phi}_{\text{inj}}, \tilde{\phi}_{\text{I}}, \phi_{\text{err}} \right) \mapsto \mathbf{Y}_{\text{P},\gamma\delta} \left(\hat{i}, \tilde{\phi}_{\text{R}}, \tilde{\phi}_{\text{inj}}, \tilde{\phi}_{\text{I}}, \phi_{\text{err}} \right), \\ \mathbf{Y}_{\text{P},\gamma\delta} &:= \mathbf{T}_{\text{rot}} \left(\tilde{\phi}_{\text{inj}} + \phi_{\text{err}} \right) \mathbf{Y}_{\text{P,dq}} \left(\hat{i}, \tilde{\phi}_{\text{I}} + \phi_{\text{err}}, \tilde{\phi}_{\text{R}} - \phi_{\text{err}} \right) \mathbf{T}_{\text{rot}}^{-1} \left(\tilde{\phi}_{\text{inj}} + \phi_{\text{err}} \right). \end{aligned} \quad (6.6)$$

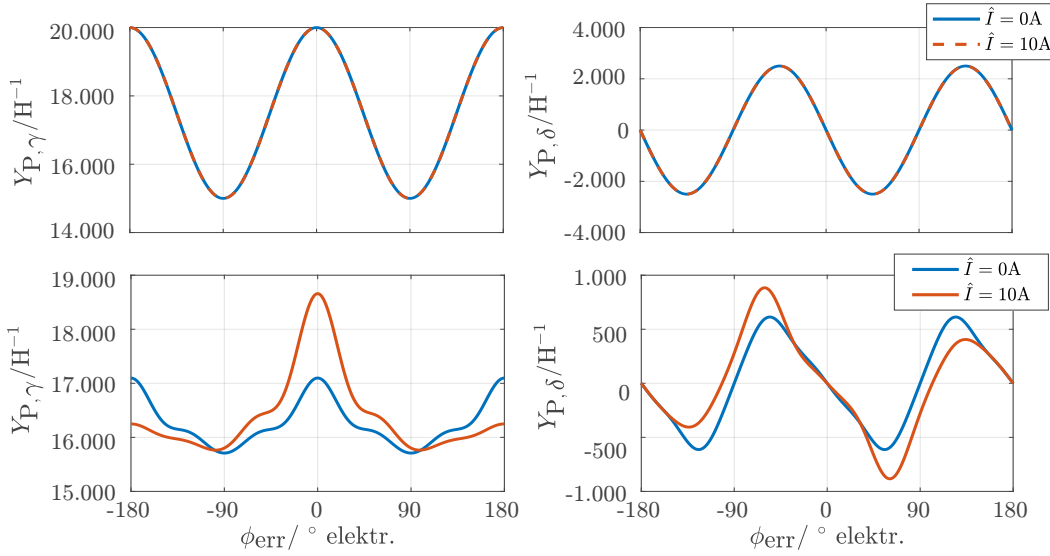


Abbildung 6.2.: Relevante Einträge der inversen Induktivitätsmatrix $Y_{P,\gamma}$ und $Y_{P,\delta}$ in Abhängigkeit eines Winkelfehlers ϕ_{err} für $\tilde{\phi}_{inj} = 0^\circ$, $\tilde{\phi}_I = 0^\circ$ und $\tilde{\phi}_R = 0^\circ$. **Oben:** Ideale Maschine mit konstanten inversen Induktivitäten $Y_{P,dd} = 20.000H^{-1}$, $Y_{P,dq} = 0H^{-1}$ und $Y_{P,qq} = 15.000H^{-1}$. **Unten:** Maschine mit ausgeprägtem Sättigungsverhalten und Flussharmonischen (PMSM2).

Unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen beeinflussen Rotorlagefehler somit nicht nur die Orientierung des $\gamma\delta$ -Koordinatensystems, sondern können ebenfalls Einfluss auf die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{P,dq}$ haben. Um die Abhängigkeit des Hochfrequenzverhaltens von Rotorlagefehlern zu beschreiben, müssen alle Abhängigkeiten berücksichtigt werden. Lediglich bei verhältnismäßig sehr kleinen Stromamplituden \hat{i} kann die Stromabhängigkeit der inversen Induktivitätsmatrix $\mathbf{Y}_{P,dq}$ vernachlässigt werden.

Wie bereits im vorigen Abschnitt beschrieben, sind für die Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens lediglich die linken Einträge der Matrix $\mathbf{Y}_{P,\gamma\delta}$ relevant. Diese können nun mit Hilfe von (5.43), (6.6) und (6.4) wie folgt beschrieben werden [78]:

$$\begin{aligned} \bar{y}_P^{\gamma\delta} &: \left(\hat{i}, \tilde{\phi}_R, \tilde{\phi}_{inj}, \tilde{\phi}_I, \phi_{err} \right) \mapsto \bar{y}_P^{\gamma\delta} \left(\hat{i}, \tilde{\phi}_R, \tilde{\phi}_{inj}, \tilde{\phi}_I, \phi_{err} \right), \\ \bar{y}_P^{\gamma\delta} &= \begin{pmatrix} Y_{P,\gamma} \\ Y_{P,\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Y_{P,qq} + Y_{P,dd}}{2} \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{Y_{P,qq} - Y_{P,dd}}{2} \begin{pmatrix} -\cos(2\phi_{inj}) \\ \sin(2\phi_{inj}) \end{pmatrix} + Y_{P,dq} \begin{pmatrix} \sin(2\phi_{inj}) \\ \cos(2\phi_{inj}) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Ziel eines anisotropiebasierten Verfahrens ist es nun, aus den bestimmten inversen Induktivitätswerten $\bar{y}_P^{\gamma\delta}$ den Winkelfehler ϕ_{err} und somit die Rotorlage ϕ_R zu bestimmen. In Abbildung 6.2 sind die Verläufe der relevanten inversen Induktivitäten $Y_{P,\gamma}$ und $Y_{P,\delta}$ dargestellt. Die oberen Diagramme zeigen dabei die Verläufe der inversen Induktivitäten einer idealen Maschine, bei welcher die Einflüsse von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen nicht abgebildet sind. Unter Kenntnis des Mittelwerts der inversen Induktivitäten $Y_{P,qq}$ und $Y_{P,dd}$ lässt sich in diesem Fall der Winkelfehler aus den ermittelten inversen Induktivitätswerten mit Hilfe der Arkustangens-Funktion sehr einfach bestimm-

men (siehe z. B. [96]). Bei einer Hochfrequenzanregung in die geschätzte d-Richtung, wie es in der Abbildung 6.2 dargestellt ist, kann zudem zur Positionsbestimmung lediglich die δ -Komponente der inversen Induktivität $Y_{P,\delta}$ verwendet werden, da sie sich für kleine Winkelfehler ϕ_{err} proportional zu diesem verhält. Bei solchen Maschinen gibt es bei der Bestimmung der Rotorlage jedoch eine 180°-Unsicherheit, da die Verläufe der inversen Induktivitätswerte \vec{y}_P^{δ} lediglich eine nullte und zweite Ordnung aufweisen. Auf diese wird später noch einmal eingegangen.

Wie in den unteren Diagrammen von Abbildung 6.2 zu sehen ist, ist der Zusammenhang zwischen den inversen Induktivitäten $Y_{P,\gamma}$, $Y_{P,\delta}$ und dem Winkelfehler ϕ_{err} bei Maschinen mit ausgeprägtem Sättigungsverhalten und Flussharmonischen deutlich komplizierter. Die Verläufe bestehen nun aus mehreren Ordnungen und sind von der Stromamplitude \hat{i} abhängig. Eine einfache Bestimmung des Winkelfehlers ist in diesem Fall nicht mehr möglich. Wie in Abbildung 6.2 zu erkennen ist, bilden sich bei größeren Stromamplituden zudem ungerade Ordnungen im Verlauf der inversen Induktivitäten aus, wodurch eine eindeutige Bestimmung der Rotorlage ermöglicht wird.

6.3.2. Definition des Rotorlageinformationsgehalts

In dieser Arbeit wird angenommen, dass der Winkelfehler ϕ_{err} zu jedem Zeitpunkt klein ist. Die Abhängigkeit der inversen Induktivitäten $Y_{P,\gamma}$ und $Y_{P,\delta}$ vom Winkelfehler ϕ_{err} kann in diesem Fall durch Linearisierung von (6.7) im Arbeitspunkt beschrieben werden [78]:

$$\vec{y}_P^{\delta} \approx \vec{y}_P^{\delta} \Big|_{\phi_{\text{err}}=0} + \phi_{\text{err}} \frac{\partial \vec{y}_P^{\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} \Big|_{\phi_{\text{err}}=0}. \quad (6.8)$$

Da der Vektor $\frac{\partial \vec{y}_P^{\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} \Big|_{\phi_{\text{err}}=0}$ den Zusammenhang zwischen Winkelfehler und den Werten der inversen Induktivitäten $Y_{P,\gamma}$ und $Y_{P,\delta}$ beschreibt, kann die Länge dieses Vektors r_{RPI} als Maß für den Rotorlageinformationsgehalt verwendet werden [78]:

$$r_{\text{RPI}} : \left(\hat{i}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj}}, \phi_{\text{I}} \right) \mapsto r_{\text{RPI}} \left(\hat{i}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj}}, \phi_{\text{I}} \right), \quad (6.9)$$

$$r_{\text{RPI}} := \left| \frac{\partial \vec{y}_P^{\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} \left(\hat{i}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj}}, \phi_{\text{I}}, 0 \right) \right|,$$

wobei die partielle Ableitung des Vektors \vec{y}_P^{δ} nach dem Winkelfehler ϕ_{err} mit Hilfe von (6.7) wie folgt ermittelt werden kann:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{y}_P^{\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} = & \left(\frac{1}{2} \frac{\partial (Y_{P,\text{dd}} + Y_{P,\text{qq}})}{\partial \phi_{\text{err}}} \right) + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial (Y_{P,\text{qq}} - Y_{P,\text{dd}})}{\partial \phi_{\text{err}}} - 2Y_{P,\text{dq}} \right) \begin{pmatrix} -\cos(2\phi_{\text{inj}}) \\ \sin(2\phi_{\text{inj}}) \end{pmatrix} \\ & + \left(Y_{P,\text{qq}} - Y_{P,\text{dd}} + \frac{\partial Y_{P,\text{dq}}}{\partial \phi_{\text{err}}} \right) \begin{pmatrix} \sin(2\phi_{\text{inj}}) \\ \cos(2\phi_{\text{inj}}) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Mit Hilfe von (6.9), (6.10) und dem inversen Induktivitätsmodell, welches im vorigen Kapitel vorgestellt wurde, kann nun der Rotorlageinformationsgehalt einer elektrischen Maschine in jedem Betriebspunkt, jeder Rotorlage und für jede Injektionsrichtung ermittelt werden.

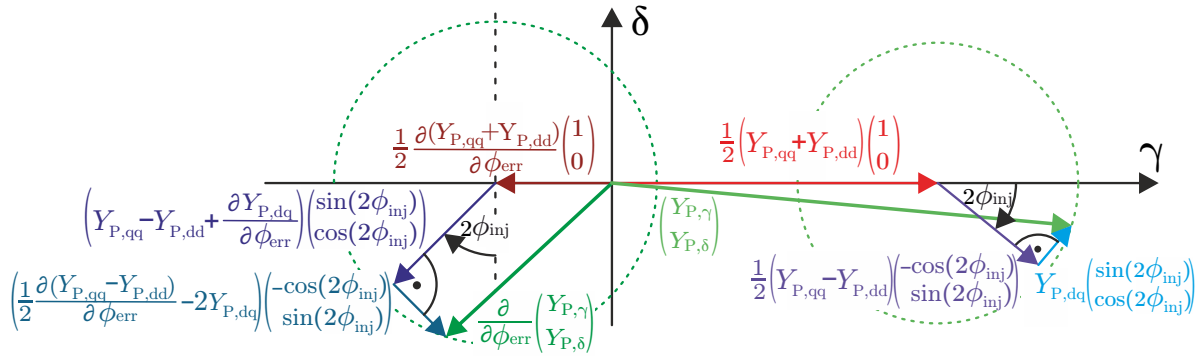


Abbildung 6.3.: Relevante Einträge der inversen Induktivitätsmatrix $Y_{P,\gamma}$ und $Y_{P,\delta}$ und ihre Abhängigkeit von einem Winkelfehler ϕ_{err} als Funktion der Injektionsrichtung [78].

Um die Gleichung (6.10) einfacher interpretieren zu können, wurde sie zusammen mit (6.7) in Abbildung 6.3 visualisiert. Es ist zu erkennen, dass die relevanten Einträge der inversen Induktivitätsmatrix $Y_{P,\gamma}$ und $Y_{P,\delta}$ und ihre partiellen Ableitungen $\frac{\partial Y_{P,\gamma}}{\partial \phi_{err}}$ und $\frac{\partial Y_{P,\delta}}{\partial \phi_{err}}$ in einem bestimmten Betriebspunkt und einer bestimmten Rotorlage abhängig von der Injektionsrichtung immer auf jeweils einem Kreis liegen. Die Mittelpunkte der Kreise liegen auf der γ -Achse. Aufgrund der Abhängigkeit der inversen dq-Induktivitäten $Y_{P,dd}$, $Y_{P,qq}$ und $Y_{P,dq}$ von dem Betriebspunkt und der Rotorlage - und somit vom Winkelfehler - können die partiellen Ableitungen der $\gamma\delta$ -Induktivitäten $\frac{\partial Y_{P,\gamma}}{\partial \phi_{err}}$ und $\frac{\partial Y_{P,\delta}}{\partial \phi_{err}}$ nicht direkt aus den Momentanwerten der inversen dq-Induktivitäten $Y_{P,dd}$, $Y_{P,qq}$ und $Y_{P,dq}$ in einem Betriebspunkt berechnet werden. Um eine Aussage über die geberlose Regelbarkeit der Maschine zu machen, muss daher zwangsweise die Abhängigkeit der Einträge $Y_{P,dd}$, $Y_{P,qq}$ und $Y_{P,dq}$ von dem Betriebspunkt und der Rotorlage bekannt sein. Lediglich die inversen Induktivitätswerte $Y_{P,dd}$, $Y_{P,qq}$ und $Y_{P,dq}$ in einem Betriebspunkt zu kennen, reicht für eine Bewertung unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen nicht aus.

Des Weiteren ist in Abbildung 6.3 zu erkennen, dass die Länge des Vektors $\frac{\partial \vec{y}_P^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{err}}$ und somit der Rotorlageinformationsgehalt abhängig von der Injektionsrichtung ϕ_{inj} ist, sobald der Mittelwert der inversen Induktivitäten $Y_{P,dd}$ und $Y_{P,qq}$ von Winkelfehlern abhängt. Dies ist durch den Einfluss von magnetischer Sättigung und Flussoberwellen üblicherweise der Fall und wird im Folgenden ausgenutzt, um die geberlose Lageschätzung zu verbessern.

In vielen Veröffentlichungen wird die Aussage getroffen, dass mittels eines anisotropiebasierte Verfahren die Rotorlage in Betriebspunkten nicht bestimmbar ist, in welchen die magnetische Anisotropie verschwindet und somit sobald $Y_{P,qq} = Y_{P,dd}$ und $Y_{P,dq}$ gleich null sind. Gemäß (6.10) können in diesem Fall die inversen Induktivitäten jedoch immer noch von Winkelfehlern ϕ_{err} abhängen und somit Rotorlageinformation im Hochfrequenzverhalten enthalten sein. Erst wenn die Bedingungen $Y_{P,qq} - Y_{P,dd} + \frac{\partial Y_{P,dq}}{\partial \phi_{err}} = 0$, $\frac{\partial(Y_{P,qq} - Y_{P,dd})}{\partial \phi_{err}} - 4Y_{P,dq} = 0$ und $\frac{\partial(Y_{P,dd} + Y_{P,qq})}{\partial \phi_{err}} = 0$ alle erfüllt sind, enthält das ermittelte Hochfrequenzverhalten der Maschine in dem betrachteten Betriebspunkt und der betrachteten Rotorlage unabhängig von der Injektionsrichtung keine Rotorlageinformation. In allen anderen Fällen gibt es Injektionsrichtungen, in welchen die bestimmten Induktivitätswerte von Winkelfehlern abhängen. Durch eine Optimierung der Injektionsrichtung kann somit der Betriebsbereich, in welchem eine geberlose Rotorlagebestimmung möglich

ist, vergrößert werden und es kann gegebenenfalls von einer Optimierung der Maschine hinsichtlich der geberlosen Regelbarkeit abgesehen werden.

Es gilt allerdings an dieser Stelle anzumerken, dass die Definition des Rotorlageinformati-
onsgehalts, wie sie in dieser Arbeit gewählt wurde, voraussetzt, dass ein exaktes Modell
der inversen Induktivitäten $Y_{P,\gamma}$ und $Y_{P,\delta}$ existiert und in der geberlosen Regelung zur Er-
mittlung des Winkelfehlers verwendet werden kann. In der Praxis besitzt das Modell der
inversen Induktivitäten je nach Komplexität gewisse Unsicherheiten. Um diese Unsicher-
heiten und somit Auswirkungen von Modellfehlern auf den Rotorlageinformati-
onsgehalt zu berücksichtigen, müsste die gewählte Definition erweitert werden. Dies ist allerdings
nicht Teil dieser Arbeit. Es wird stets davon ausgegangen, dass die Abhängigkeiten der
inversen Induktivitäten exakt bekannt sind.

6.3.3. Optimale Injektionsrichtung hinsichtlich des Rotorlageinformati- onsgehalts

Wie im vorigen Unterabschnitt bereits erwähnt, kann bei Maschinen mit ausgeprägter ma-
gnetischer Sättigung und Flussharmonischen der Rotorlageinformati-
onsgehalt, welcher in dem ermittelten Hochfrequenzverhalten der Maschine enthalten ist, von der Injektions-
richtung abhängen.

Die Injektionsrichtung kann nun nach verschiedenen Kriterien optimiert werden. Neben
dem Rotorlageinformati-
onsgehalt beeinflusst sie zudem den Batteriestrom- und Dreh-
momenttrippel. Eine Optimierung der Injektionsrichtung hinsichtlich Batteriestrom- und
Drehmomenttrippel wurde in [89] untersucht. In der vorliegenden Arbeit wird die optimale
Injektionsrichtung so gewählt, dass der in den hochfrequenten Strömen enthaltene Rotor-
lageinformati-
onsgehalt r_{RPI} maximal ist. Im Folgenden wird die Injektionsrichtung nun für
jeden Arbeitspunkt optimiert. Um den Rotorlageinformati-
onsgehalt in den hochfrequenten
Strömen zu maximieren, muss die Injektionsrichtung eigentlich in Abhängigkeit von
der geschätzten Rotorlage erfolgen. Um jedoch ein häufiges Ändern der Injektionsrichtung
zu vermeiden, wird in dieser Arbeit die Injektionsrichtung lediglich in Abhängigkeit der
gemessenen Leiterströme verändert (vgl. [78]). Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass
durch eine positionsabhängige Anpassung der Injektionsrichtung bei Maschinen mit aus-
geprägten Flussoberwellen der Rotorlageinformati-
onsgehalt noch weiter gesteigert werden
kann.

In Abbildung 6.3 ist zu sehen, dass, wenn der Rotorlageinformati-
onsgehalt r_{RPI} maximal
ist, die γ -Komponente des inversen Induktivitätsvektors $Y_{P,\gamma}$ immer den gesamten Infor-
mationsgehalt beinhaltet und die Komponente $Y_{P,\delta}$ keine Information über die Rotorlage
enthält. Um den Rotorlageinformati-
onsgehalt r_{RPI} in den Hochfrequenzströmen zu maxi-
mieren, muss daher lediglich der Informationsgehalt in der Komponente $Y_{P,\gamma}$ maximiert
werden.

In dieser Arbeit wird daher die optimale Injektionsrichtung $\phi_{inj,max}$ so gewählt, dass der
mittlere Rotorlageinformati-
onsgehalt über eine elektrische Umdrehung in der Kompen-
te $Y_{P,\gamma}$ maximal ist [78]:

$$\phi_{inj,max}(\hat{i}, \phi_I) = \arg \max_{\phi_{inj}} \{\bar{r}_{RPI}\} \quad \text{mit} \quad \bar{r}_{RPI} := \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial Y_{P,\gamma}}{\partial \phi_{err}} \Big|_{\phi_{err}=0} d\phi_R \right|. \quad (6.11)$$

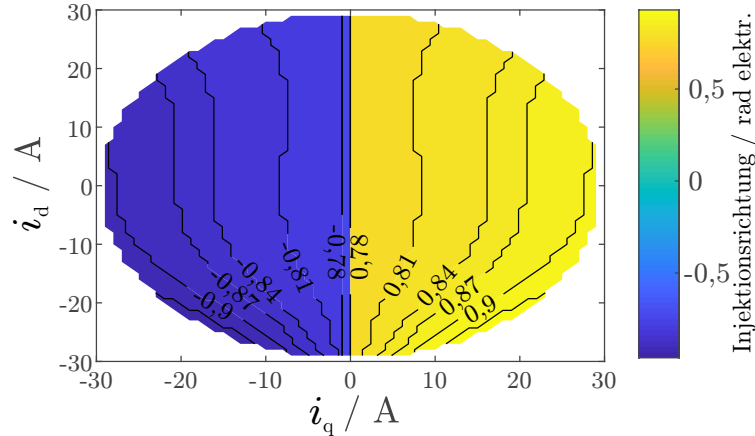


Abbildung 6.4.: Optimale Injektionsrichtung (PMSM1).

Die optimale Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,max}}$ in Abhängigkeit von dem Betriebspunkt ist für eine der untersuchten Maschinen in Abbildung 6.4 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass, wie erwartet, die optimale Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,max}}$ sich abhängig von dem Betriebspunkt ändert. Ein Vergleich des Rotorlageinformatiionsgehalts, welcher durch Anregung in die optimale Injektionsrichtung extrahiert werden kann, mit dem anderer Injektionsrichtungen ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Als Referenz wurden typische Injektionsrichtungen gewählt, wie sie üblicherweise in der Literatur verwendet werden: Die Injektion in die d-Richtung und Auswertung der δ -Komponente wird zum Beispiel in [57, 74] verwendet. Die Injektion in die Anisotropieachse und Auswertung der δ -Komponente wird zum Beispiel in [73] untersucht. Zudem sind die Ergebnisse für die Injektionsrichtung dargestellt, in welcher der Rotorlageinformatiionsgehalt in der δ -Komponente maximiert wird. Wie in Abbildung 6.3 zu sehen ist, ist diese Injektionsrichtung um 45° zu der optimalen Injektionsrichtung, welche in Abbildung 6.4 dargestellt ist, verdreht.

Für die alternativen Injektionsrichtungen, bei welchen die δ -Komponente der Ströme betrachtet wird, wurde dabei als Rotorlageinformatiionsgehalt lediglich der Anteil dargestellt, welcher in der ausgewerteten Komponente enthalten ist. Dieser Anteil $\bar{r}_{\text{RPI},\delta}$ wurde wie folgt berechnet:

$$\bar{r}_{\text{RPI},\delta} := \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial Y_{\text{P},\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} \Big|_{\phi_{\text{err}}=0} d\phi_{\text{R}} \right|. \quad (6.12)$$

In dem Vergleich ist für die untersuchte Maschine zu erkennen, dass bei Auswertung der δ -Komponente der in den hochfrequenten Strömen enthaltene Rotorlageinformatiionsgehalt für die betrachteten Injektionsrichtungen näherungsweise identisch ist. An Betriebspunkten mit hohen q-Strömen ist bei der Injektion in die Anisotropieachse am wenigsten Information in den Strömen enthalten. Vor allem an diesen Betriebspunkten ist der Rotorlageinformatiionsgehalt bei der vorgeschlagenen Injektionsrichtung und bei Auswertung der γ -Komponente sehr viel höher. Unabhängig von der Injektionsrichtung und der Auswertungsrichtung ist zu sehen, dass der Informationsgehalt durch eine Erhöhung des d-Stroms ebenfalls erhöht werden kann. Dies kann somit verwendet werden, um die geräuscharme Rotorlagebestimmung zu verbessern. Bei kleinen Werten für den q-Strom ist der Informationsgehalt zudem unabhängig von der Injektionsrichtung näherungsweise identisch. Dies kann damit begründet werden, dass gemäß dem Hochfrequenzmodell, welches in (5.45) beschrieben ist, die partiellen Ableitungen $\frac{\partial Y_{\text{P},\text{q},0}}{\partial \phi_{\text{err}}}$ und $\frac{\partial Y_{\text{P},\text{d},0}}{\partial \phi_{\text{err}}}$ und die Komponente $Y_{\text{P},\text{d},0}$ gleich null sind, wenn der q-Strom ebenfalls gleich null ist. Folglich gilt

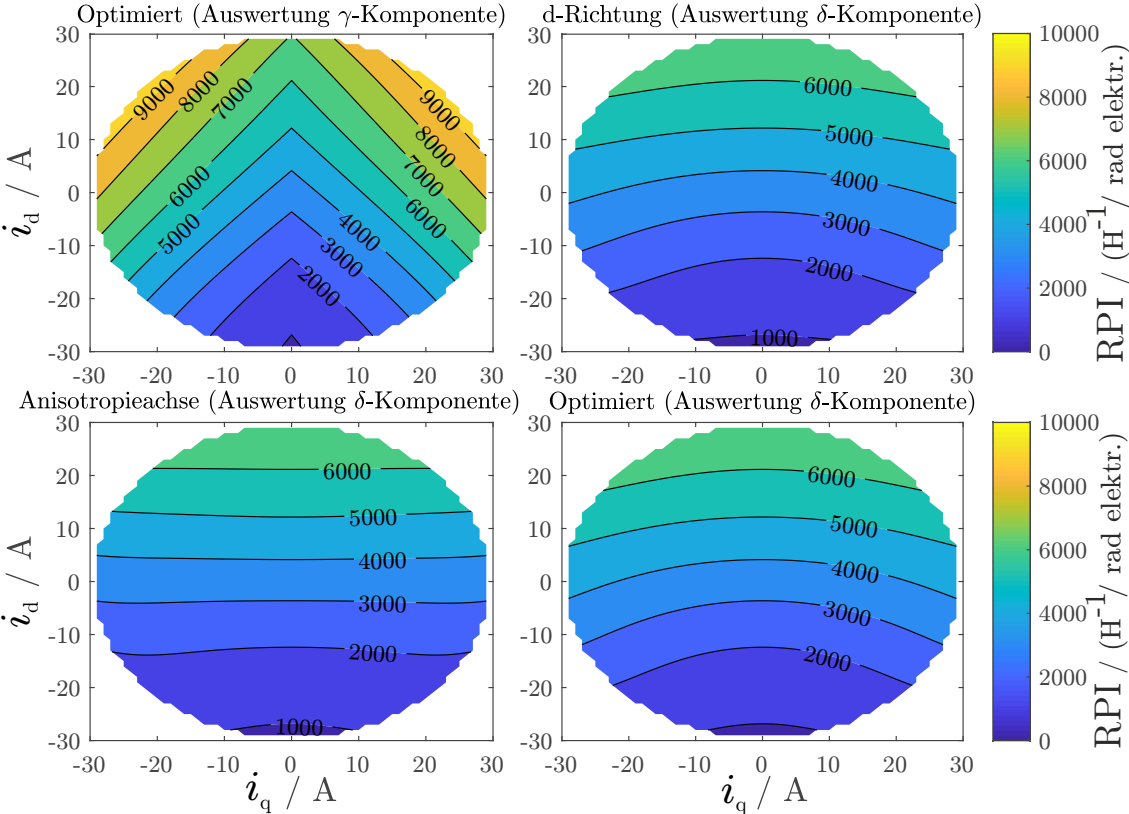


Abbildung 6.5.: Rotorlageinformation der PMSM1 für verschiedene Injektionsrichtungen.

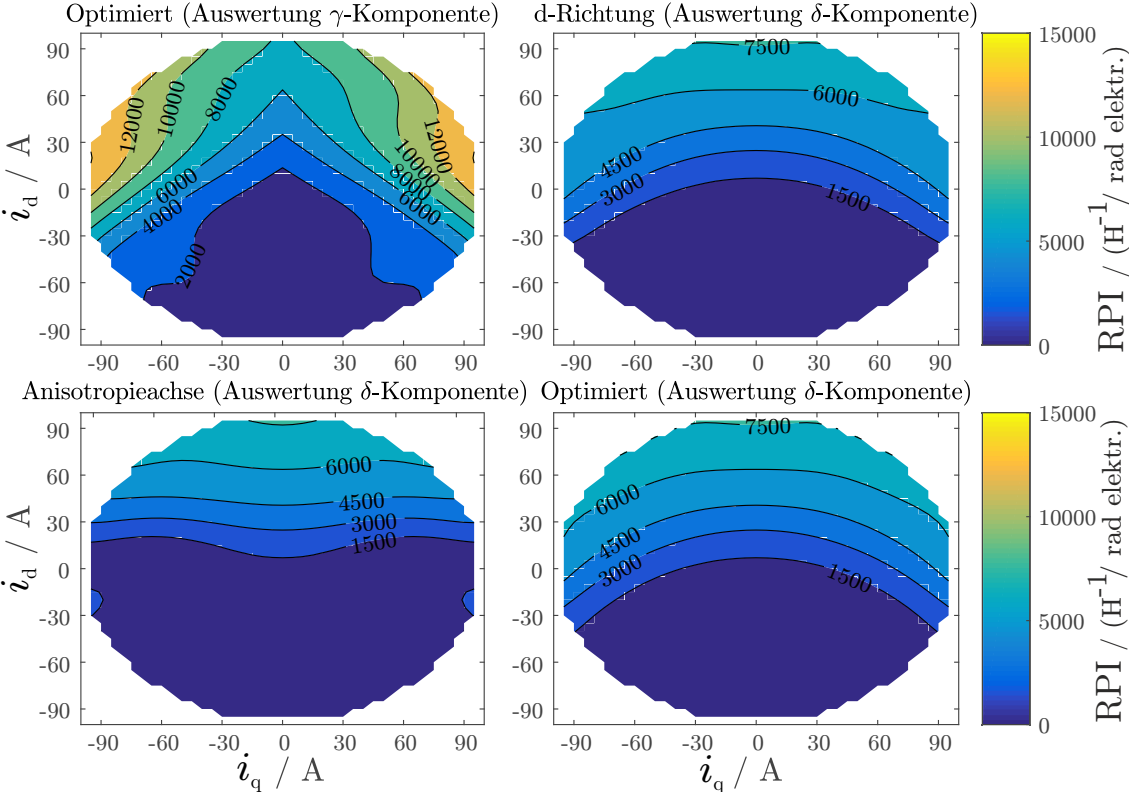


Abbildung 6.6.: Rotorlageinformation der PMSM2 für verschiedene Injektionsrichtungen.

$\frac{\partial(Y_{P,dd,0}+Y_{P,qq,0})}{\partial\phi_{\text{err}}} = 0$ und gemäß der Gleichung, welche in Abbildung 6.3 visualisiert ist, ist der mittlere Rotorlageinformationsgehalt in diesen Betriebspunkten unabhängig von der Injektionsrichtung. Da $Y_{P,dq,0} = 0$, findet die Injektion bei den betrachteten Alternativen in diesen Betriebspunkten zudem immer in die d-Richtung statt und die δ -Komponente des Stroms enthält hierbei sämtliche Rotorlageinformation. Dass der Informationsgehalt bei sehr kleinen q-Strömen für die alternativen Injektionsrichtungen näherungsweise identisch ist, ist daher unabhängig von der Maschine gültig.

In Abbildung 6.6 ist der Vergleich der Rotorlageinformation für die untersuchte Maschine PMSM2 dargestellt. Die bisher geäußerten Aussagen gelten auch hier. Wird die Hochfrequenzanregung bei dieser Maschine in die Anisotropieachse durchgeführt, so ist außerdem nur bei sehr hohen d-Strömen nennenswert Rotorlageinformation in der δ -Komponente der hochfrequenten Ströme enthalten. Ein Betrieb der Maschine unter Verwendung dieser Injektionsrichtung ist somit kritisch.

Durch die Verwendung der vorgeschlagenen Injektionsrichtung kann bei sehr hohen q-Strömen signifikant mehr Rotorlageinformation extrahiert werden als bei den gezeigten Alternativen. Dies kann damit begründet werden, dass in diesen Arbeitspunkten der Mittelwert der inversen Induktivitäten $Y_{P,dd,0}$ und $Y_{P,qq,0}$ stark von dem Positionsfehler ϕ_{err} abhängt und diese Positionsinformation lediglich durch Auswerten der γ -Richtung ausgenutzt werden kann.

Bei hohen q-Strömen und somit bei großen Drehmomenten ist ein Verfahren, welches in die vorgeschlagene Richtung injiziert und die γ -Komponente der Ströme für die Rotorlagebestimmung auswertet, Verfahren, welche die δ -Richtung auswerten, deutlich überlegen. Im Folgenden wird ein solches Verfahren vorgestellt, mit welchem die Anpassung der Injektionsrichtung an den Arbeitspunkt ermöglicht wird und hierdurch der Rotorlageinformationsgehalt in den Strömen gesteigert werden kann.

Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass der dargestellte Rotorlageinformationsgehalt die über eine elektrische Periode gemittelte Abhängigkeit der inversen Induktivitäten von Positionsfehlern ϕ_{err} beschreibt. Aufgrund von Flussoberwellen kann diese Abhängigkeit nun zudem stark abhängig von dem Rotorwinkel ϕ_R sein. Wie später gezeigt wird, ist dies bei der betrachteten Maschine PMSM2 der Fall. Bei Maschinen mit einem sehr stark ausgeprägten Oberwellenverhalten bietet es sich daher an, für die Bewertung auch den minimalen Rotorlageinformationsgehalt zu berücksichtigen, welcher wie folgt definiert wird:

$$r_{\text{RPI,min},x}(\hat{i}, \phi_I, \phi_{\text{inj}}) := \arg \min_{\phi_R} \left\{ \frac{\partial Y_{P,x}}{\partial \phi_{\text{err}}} \Big|_{\phi_{\text{err}}=0} \right\} \quad x \in \{\gamma, \delta\}. \quad (6.13)$$

Der minimale Rotorlageinformationsgehalt ist sowohl von dem Arbeitspunkt als auch der Injektionsrichtung abhängig und kann somit durch Anpassung des Betriebspunkts und der Injektionsrichtung beeinflusst werden, wie später bei der Validierung des Verfahrens in Kapitel 7 gezeigt wird.

Prinzipiell kann auch die Injektionsrichtung ϕ_{inj} so gewählt werden, dass der minimale Rotorlageinformationsgehalt $r_{\text{RPI,min},x}$ maximal ist. Dies wurde allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht näher untersucht, da die Maximierung des mittleren Rotorlageinformationsgehalts, wie es in (6.11) beschrieben ist, bei den betrachteten Maschinen zu sehr guten Ergebnissen geführt hat.

6.4. Verwendete Regler- und Timingstruktur

6.4.1. Verwendete Timingstruktur

Um den Rechenaufwand so gering wie möglich zu halten, wird die Abtastfrequenz der Regelung häufig niedriger als die PWM-Frequenz gewählt. Eine solche Struktur bietet allerdings auch Vorteile bezüglich der anisotropiebasierten Verfahren. Wie in [87] und [97] gezeigt wird, kann unter diesen Bedingungen die Rotorlage aus den resultierenden Strömen verhältnismäßig einfach bestimmt werden. Denn bei einer solchen Struktur können die hochfrequenten Ströme, welche für die Positionsbestimmung relevant sind, mit Hilfe eines FIR-Filters bestimmt werden. Es wird lediglich vorausgesetzt, dass die Leiterströme mehrmals pro Reglerabtastperiode gemessen werden können. In dieser Arbeit liegt der Fokus ebenfalls auf einer solchen Timingstruktur. Die geberlose Positionsschätzung erfolgt in dieser Arbeit anhand von den gemessenen Leiterströmen. Im Folgenden werden die getroffenen Annahmen bezüglich der Timingstruktur erläutert:

Abtastung der Regelung

Die Abtastfrequenz der Regelung wird in dieser Arbeit als konstant und die Abtastperiodendauer t_R immer als ein ganzes Vielfaches der PWM-Periodendauer t_{PWM} angenommen:

$$t_R = n_{PWM} t_{PWM} \quad n_{PWM} \in \mathbb{N} \setminus \{0\} . \quad (6.14)$$

Innerhalb einer Abtastperiode wird zudem angenommen, dass die Reglerausgangsspannungen \vec{u}_{GW}^{dq} konstant sind und durch die Hochfrequenzanregung \vec{u}_{HF}^{dq} überlagert werden. Zwischen dem Reglerabtastschritt und Ausgabe der in diesem Abtastschritt berechneten Spannungszeigern wird zudem eine Totzeit von einem Reglerabtastintervall angenommen. Die in einem Reglerabtastintervall bestimmten Spannungen werden somit erst in dem folgenden Reglerabtastintervall ausgegeben.

Erzeugung der Phasenspannung

Die Aktualisierungsrate der Phasenspannungen hängt von der verwendeten PWM-Methode und PWM-Frequenz ab. In dieser Arbeit wird angenommen, dass, wie in Unterabschnitt 2.1.2 beschrieben, das erzeugte PWM-Muster asymmetrisch sein kann und in jeder PWM-Periodenhälfte die Tastverhältnisse mittels Raumzeigermodulation berechnet werden. In diesem Fall ist es möglich, in jeder PWM-Periodenhälfte beliebige Spannungszeiger zu erzeugen, was zum Beispiel für eine Hochfrequenzanregung der Maschine mit der PWM-Frequenz benötigt wird (siehe z. B. [93]). Pro Reglerabtastperiode können somit $n_u = 2n_{PWM}$ verschiedene Spannungszeiger gestellt werden.

Abtastung der Leiterströme

Es wird angenommen, dass alle Leiterströme gleichzeitig und zeitlich äquidistant abgetastet werden. Um das Verfahren anwenden zu können, muss hierbei die Abtastfrequenz der Leiterströme ein ganzes Vielfaches der Reglerabtastfrequenz betragen. Für den Zusammenhang zwischen dem Abtastintervall der Leiterstrommessung t_I und dem Abtastintervall der Regelung t_R ergibt sich somit folgendes:

$$t_R = k t_I \quad k \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\} . \quad (6.15)$$

Der letzte Abtastzeitpunkt eines Reglerabtastschritts ist gleichzeitig der erste des nächsten Abtastschritts. Pro Reglerabtastschritt werden die Leiterströme somit an $n_i = k + 1$ Zeitpunkten abgetastet.

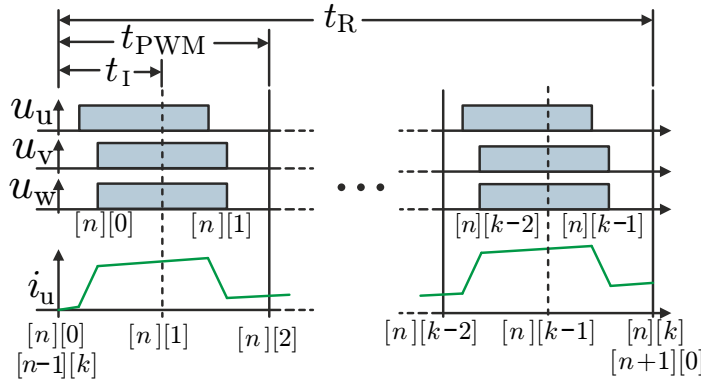


Abbildung 6.7.: Verwendete Timing-Struktur (Vgl. [79], ©2016IEEE).

Im Folgenden wird nun angenommen, dass die Leiterströme sowohl am Anfang als auch in der Mitte einer PWM-Periode abgetastet werden ($t_I = \frac{1}{2}t_{\text{PWM}}$). An dieser Stelle sei allerdings angemerkt, dass das Verfahren auch angewendet werden kann, wenn zum Beispiel nur einmal pro PWM-Periode die Ströme abgetastet werden, solange die genannten Timing-Bedingungen erfüllt werden.

In jedem Reglerabtastschritt werden somit verschiedene Phasenspannungen angelegt und die Leiterströme mehrmals gemessen. Die umgesetzte Timingstruktur und die Zuordnung der Indizes zu den Strom- und Spannungswerten, wie sie in dieser Arbeit verwendet werden, sind in Abbildung 6.7 für den Fall $t_I = \frac{1}{2}t_{\text{PWM}}$ dargestellt: In der Abbildung sind die zeitlichen Verläufe der Phasenspannungen und der resultierende Verlauf eines Leiterstroms zu sehen. An den entsprechenden Zeitpunkten sind die verwendeten Indizes eingezeichnet. Das Abtastintervall der Leiterstrommessung, das Abtastintervall der Regelung und die PWM-Periodendauer werden in dieser Arbeit entsprechend mit t_I , t_R und t_{PWM} bezeichnet.

Um die Spannungs- und Stromwerte besser zu den zugehörigen Zeitpunkten zuordnen zu können, werden im Folgenden, wie in Abbildung 6.7 zu sehen ist, die Strom- und Spannungsvariablen mit jeweils zwei Indizes $x[n][m]$ versehen. Der erste Index n sagt dabei aus, in welcher Reglerabtastperiode die Spannungen angelegt oder die Ströme gemessen wurden. Über den zweiten Index m werden die einzelnen Spannungs- und Stromwerte aus einer Reglerabtastperiode unterschieden.

6.4.2. Verwendete Reglerstruktur

Als Basis für die geberlose Regler-Struktur dient eine feldorientierte Stromregelung, welche im Rahmen dieses Kapitels um eine geberlose Positionsbestimmung erweitert wird. Bei der Regelung handelt es sich um eine zeitdiskret entworfene Stromregelung, deren Führungsverhalten einem PT2-Führungsverhalten entspricht. Die zeitdiskrete Übertragungsfunktion, welche das Führungsverhalten beschreibt, lautet somit wie folgt:

$$G_{\vec{i}_{\text{GW,Soll}} \rightarrow \vec{i}_{\text{GW}}^{\text{tdq}}}(z) = \frac{\vec{i}_{x,\text{GW}}}{\vec{i}_{x,\text{GW,Soll}}} = \left(\frac{1 - e^{-\omega_{i,\text{BW}} \cdot t_R}}{z - e^{-\omega_{i,\text{BW}} \cdot t_R}} \right)^2, \quad x \in \{d, q\}, \quad (6.16)$$

wobei die Bandbreite des Stromreglers mit Hilfe des Parameters $\omega_{i,\text{BW}}$ beliebig eingestellt werden kann und $\vec{i}_{\text{GW,Soll}}^{\text{tdq}}$ und $\vec{i}_{\text{GW}}^{\text{uvw}}$ jeweils die gewünschten und tatsächlichen Grundwellenanteile der Leiterströme beschreiben.

Auf die genaue Realisierung der feldorientierten Regelung wird in dieser Arbeit nicht ein-

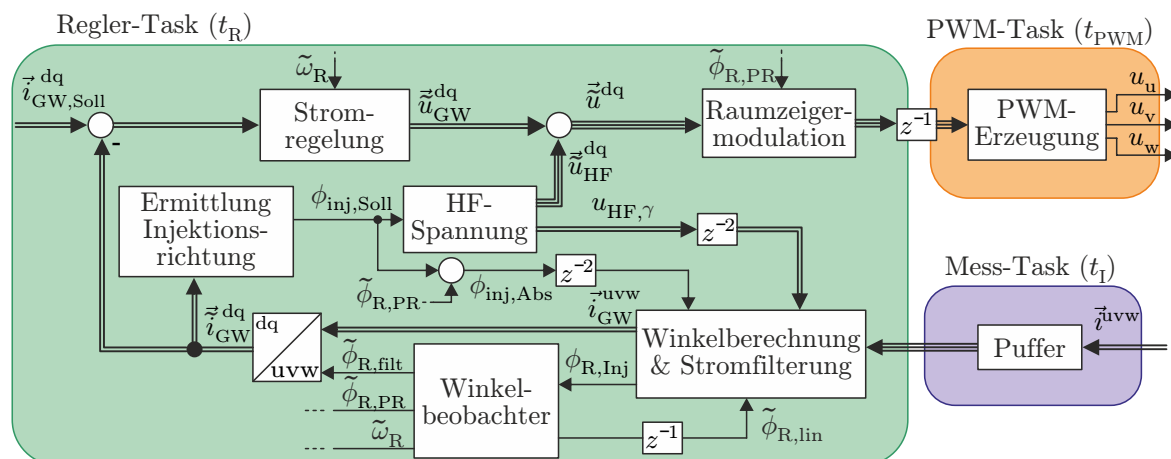


Abbildung 6.8.: Blockdiagramm der verwendeten Softwarestruktur (Vgl. [96]).

gegangen, da die Struktur und das Verhalten der Stromregelung für die weiteren Untersuchungen nicht relevant sind. Das Verfahren wird zudem so entwickelt, dass die geberlose Positionsbestimmung komplett von der Stromregelung entkoppelt ist.

Die verwendete Regler-Struktur ist in Abbildung 6.8 visualisiert. Die Hintergrundfarben geben dabei an, mit welcher Frequenz die Funktionen abgetastet werden.

Während eines Reglerabtastschritts werden die gemessenen Leiterströme in einem Puffer gesammelt. Im folgenden Reglerabtastschritt werden die gesammelten Stromwerte dann für die Winkelberechnung und die Stromfilterung verwendet. Bei der Winkelberechnung wird aus den gemessenen Stromverläufen \vec{i}^{uvw} , dem prädizierten Winkel $\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}$, der absoluten Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Abs}}$ und dem Verlauf der injizierten Spannung $u_{\text{HF},\gamma}$ die Rotorlage $\phi_{R,\text{Inj}}$ geschätzt. Auf diese Funktion wird in Abschnitt 6.7 näher eingegangen.

Bei der Stromfilterung wird aus dem Stromverlauf der drehmomentbildende Grundwellenanteil berechnet, welcher als Rückführung für die Stromregelung verwendet wird. Hierdurch wird der Einfluss der Hochfrequenzanregung auf die Stromregelung eliminiert. Die Beschreibung der Stromfilterung ist ebenfalls Bestandteil des Abschnitts 6.7.

Die geschätzte Rotorlage $\phi_{R,\text{Inj}}$ wird anschließend mit Hilfe eines Winkelbeobachters gefiltert. In dem Winkelbeobachter, welcher in dieser Arbeit mit drei Zuständen entworfen wurde, wird zudem die für die Stromregelung benötigte Drehzahl berechnet. Außerdem werden drei unterschiedliche Rotorlagewinkel $\tilde{\phi}_{R,\text{flit}}$, $\tilde{\phi}_{R,\text{PR}}$ und $\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}$ mit Hilfe der internen Beobachterzustände bestimmt. Der Winkel $\tilde{\phi}_{R,\text{flit}}$ ist dabei zu dem Zeitpunkt gültig, an welchem auch die bestimmten Grundwellenanteile der Leiterströme $\vec{i}_{\text{GW}}^{uvw}$ gültig sind und der Winkel $\tilde{\phi}_{R,\text{PR}}$ ist zu dem Zeitpunkt gültig, an welchem die berechneten Phasenspannungen angelegt werden. Mit Hilfe des Winkelbeobachters wird zudem der Winkel $\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}$ prädiziert, welcher im folgenden Reglerabtastschritt gültig ist und für die Rotorlagebestimmung, welche in Abschnitt 6.7 dokumentiert ist, verwendet wird. Der Winkelbeobachter wird in Abschnitt 6.8 beschrieben.

Mit Hilfe des gefilterten Winkels $\tilde{\phi}_{R,\text{flit}}$, des bestimmten Grundwellenanteils der Leiterströme und den in Abschnitt 3.2 definierten Transformationsmatrizen wird der dq-Stromvektor $\vec{i}_{\text{GW}}^{\text{dq}}$ berechnet. Dieser Stromvektor wird als Rückführung für den Stromregler und für die Ermittlung der optimalen Injektionsrichtung verwendet. Für die Ermittlung der optimalen Injektionsrichtung wird das Kennfeld verwendet, welches in Abbildung 6.4

visualisiert ist.

Aus der Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Soll}}$ wird die Richtung festgelegt, in welcher die Maschine hochfrequent angeregt werden soll. Der zeitliche Verlauf der hochfrequenten Spannung ist dabei in einem Kennfeld abgelegt. Aus diesen Informationen werden in der Funktion „HF-Spannung“ die zeitlichen Verläufe der Spannungskomponenten bestimmt. Die Bestimmung der hochfrequenten Spannungsanteile wird in Abschnitt 6.5 behandelt.

Der Ausgangsspannungsvektor der feldorientierten Regelung $\vec{u}_{\text{GW}}^{\text{dq}}$ wird anschließend mit den berechneten hochfrequenten Spannungen $\vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}}$ überlagert. Zuletzt wird die Summe der beiden Spannungsanteile mit Hilfe der Raumzeigermodulation für die entsprechenden PWM-Perioden in PWM-Tastverhältnisse umgewandelt. Für die Umwandlung wird dabei der gefilterte und vorausprädierte Winkel $\phi_{\text{R,PR}}$ verwendet. Im folgenden Reglerabtastschritt werden die berechneten Tastverhältnisse dann ausgegeben. Die Erzeugung der PWM-Signale wird in Abschnitt 6.6 näher behandelt.

Im Folgenden wird nun näher auf die einzelnen Funktionen eingegangen.

6.5. Hochfrequenzanregung

Um das Hochfrequenzverhalten der elektrischen Maschine bestimmen zu können, muss die Maschine zusätzlich hochfrequent angeregt werden. Zwar können auch die hochfrequenten Ströme, welche durch die PWM erzeugt werden, für die Rotorlageschätzung verwendet werden (siehe z. B. [25]), allerdings ist hierbei die Anregungsrichtung bereits durch den zu stellenden Spannungszeiger vordefiniert. Zudem ist die Amplitude der durch PWM erzeugten Stromrippel bei sehr kleinen Phasenspannungen und somit bei kleinen Drehzahlen und kleinen Leiterströmen sehr klein. Um das Hochfrequenzverhalten dennoch erfassen zu können, bedarf dies einer sehr rauscharmen Strommessung, welche zum Beispiel durch eine Überabtastung der Leiterströme realisiert werden kann (siehe z. B. [25]).

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf der alternierenden Hochfrequenzanregung, bei welcher die Maschine in einer bestimmten Richtung im geschätzten rotorflussorientierten Koordinatensystem durch einen alternierenden bzw. pulsierenden Spannungszeiger zusätzlich hochfrequent angeregt wird.

Wie in Abschnitt 6.3 gezeigt, hängt der Rotorlageinformationsgehalt, welcher aus dem Hochfrequenzverhalten extrahiert werden kann, von der Anregungsrichtung ab. Vorteilhaft bei einer alternierenden Hochfrequenzanregung ist somit, dass die in den induzierten Strömen enthaltene Rotorlageinformation in einem Arbeitspunkt konstant ist (sofern die durch Flussoberwellen erzeugte Rotorlageabhängigkeit der Rotorlageinformation klein ist) und diese sich in Abhängigkeit von der Zeit nicht ändert. Letzteres ist zum Beispiel bei einer rotierenden Hochfrequenzanregung der Fall, bei welcher die Maschine durch einen rotierenden Spannungszeiger hochfrequent angeregt wird und sich somit die Anregungsrichtung kontinuierlich ändert. Ein weiterer Vorteil der alternierenden Anregung ist, dass durch eine betriebspunktabhängige und gegebenenfalls auch positionsabhängige Anpassung der Injektionsrichtung der Rotorlageinformationsgehalt gesteigert werden kann, wie ebenfalls bereits in Abschnitt 6.3 gezeigt wurde. Aufgrund dieser Vorteile eignet sich aus Sicht des Autors die alternierende Anregung im rotorflussorientierten Koordinatensystem für hochausgenutzte PMSMs hervorragend.

6.5.1. Erzeugung beliebiger Spannungsformen

Wie in Abbildung 6.8 zu sehen ist, werden die berechneten hochfrequenten Spannungen $\vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}}$ auf die Reglerausgangsspannungen $\vec{u}_{\text{GW}}^{\text{dq}}$ addiert:

$$\vec{u}^{\text{dq}}[n][m] = \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}}[n][m] + \vec{u}_{\text{GW}}^{\text{dq}}[n]. \quad (6.17)$$

An dieser Stelle gilt es nochmals anzumerken, dass die Reglerausgangsspannungen $\vec{u}_{\text{GW}}^{\text{dq}}$ in dieser Arbeit über einen Reglerabtastschritt konstant gehalten werden.

Die hochfrequenten Spannungen im geschätzten rotorflussorientierten Koordinatensystem $\vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}}$ lassen sich in Abhängigkeit von der gewünschten Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Soll}}$ und dem Amplitudenverlauf der Injektionsspannung, welcher durch $u_{\text{HF},\gamma}$ gegeben ist, durch Umstellen von (6.1) berechnen:

$$\vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq}}[n][m] = \mathbf{T}_{\text{rot}}^{-1}(\phi_{\text{inj,Soll}}[n]) \cdot \begin{pmatrix} u_{\text{HF},\gamma}[n][m] \\ 0 \end{pmatrix} = u_{\text{HF},\gamma}[n][m] \begin{pmatrix} \cos(\phi_{\text{inj,Soll}}[n]) \\ \sin(\phi_{\text{inj,Soll}}[n]) \end{pmatrix}. \quad (6.18)$$

Wie bereits angemerkt, wird in dieser Arbeit die alternierende Hochfrequenzanregung im geschätzten rotorflussorientierten Koordinatensystem verwendet. Daher wird die gewünschte Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Soll}}$ innerhalb eines Reglerabtastschritts konstant gehalten. Das Verfahren, welches in dieser Arbeit vorgestellt wird, lässt nun beliebige Spannungsverläufe der Injektionsspannung $u_{\text{HF},\gamma}$ zu. Eine einfache Möglichkeit, einen Spannungsverlauf zu erzeugen, welcher aus definierten Frequenzanteilen besteht, ist die Summierung verschiedener kosinusförmiger Spannungsverläufe mit unterschiedlichen Frequenzen f_{HF,x_u} , Phasenlagen ϕ_{HF,x_u} und Amplituden \hat{u}_{HF,x_u} (Vgl. [96]):

$$u_{\text{HF},\gamma}[n][m] = \sum_{x_u=1}^{x_{u,\text{max}}} \hat{u}_{\text{HF},x_u} \cos\left(\pi t_{\text{PWM}} f_{\text{HF},x_u} \left[\frac{2t_{\text{R}}}{t_{\text{PWM}}}n + m + \frac{1}{2}\right] + \phi_{\text{HF},x_u}\right), \quad (6.19)$$

wobei $x_{u,\text{max}}$ die Anzahl der Komponenten beschreibt, aus welchen der erzeugte Spannungsverlauf $u_{\text{HF},\gamma}$ besteht.

Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass in (6.19) davon ausgegangen wird, dass die Spannung für jede PWM-Hälfte berechnet wird. Wie in Abbildung 6.7 zu sehen ist, wird der Spannungswert $u_{\text{HF},\gamma}[n][0]$ in der ersten Hälfte der ersten PWM-Periode des Reglerabtastschritts n ausgegeben.

Mit Hilfe von (6.19) lassen sich nun hochfrequente Spannungsverläufe mit beliebigen Frequenzanteilen erzeugen. Umgekehrt kann ebenso gesagt werden, dass jeder beliebige hochfrequente Spannungsverlauf mit Hilfe von (6.19) beschrieben werden kann. Die Frequenzanteile, aus welchen die Injektionsspannung besteht, können auch niedriger als die Reglerabtastfrequenz sein und müssen auch nicht zwangsweise ein ganzes Vielfaches der Reglerabtastfrequenz sein.

Wie im Folgenden gezeigt wird, hat die Wahl des Spannungsverlaufs jedoch Einfluss auf die durch den Antrieb erzeugten akustischen Geräusche und das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der gerberlosen Rotorlageschätzung.

6.5.2. Geräuscentwicklung durch Hochfrequenzanregung

Die Auswirkungen der Hochfrequenzanregung auf die Geräuscentwicklung wurden in dieser Arbeit anhand von Messungen untersucht. Die Ergebnisse einer Messung mit der Maschine PMSM1 sind in Abbildung 6.9 dargestellt. Hierbei wurde ein konstanter Betriebspunkt eingestellt und die Reglerausgangsspannungen eingefroren, sodass der Stromregler nicht auf die Hochfrequenzanregungen reagieren kann. Die konstanten Reglerausgangsspannungen wurden dann mit einer sinusförmiger Hochfrequenzanregung überlagert, deren Amplitude $\hat{u}_{\text{HF},1}$ konstant gewählt wurde und deren Frequenz $f_{\text{HF},1}$ langsam mit der Zeit bis zur PWM-Frequenz erhöht wurde. Für den Betrieb der Maschine wurde ein Rotorlagesensor verwendet und als Injektionsrichtung wurde die d-Richtung gewählt. Die Schalldruckpegel wurden mit einem Mikrofon aufgezeichnet. Der genaue Prüfaufbau ist in Anhang B beschrieben. Als PWM-Frequenz wurde eine Frequenz von 18 kHz verwendet. Da kein reflexionsarmer Raum verwendet wurde, wurde die Messung ohne Hochfrequenzanregung wiederholt und es wurden die Differenzen der gemessenen Schalldruckpegel der beiden Messungen betrachtet.

In der rechten Darstellung in Abbildung 6.9 sind die Differenzen der Schalldruckpegel der einzelnen Frequenzkomponenten des Geräuschs in Abhängigkeit von der Injektionsfrequenz bei einer konstanten Rotationsgeschwindigkeit dargestellt. Hierbei wurde lediglich der für Menschen hörbare Bereich dargestellt. Es ist zu erkennen, dass durch die Hochfrequenzanregung Geräusche entstehen. Das erzeugte Geräusch besteht hauptsächlich aus Komponenten, deren Frequenzen der Anregungsfrequenz oder einem Vielfachen der Anregungsfrequenz entsprechen. Aufgrund der PWM entstehen zusätzliche gespiegelte Frequenzen im hörbaren Bereich, deren Amplituden allerdings relativ klein sind. Die Amplituden der Geräuschkomponenten, deren Frequenz einem Vielfachen der Anregungsfrequenz entsprechen, sind zudem auch sehr klein. Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass bei elektrischen Kleinantrieben in der Automobilindustrie üblicherweise die PWM-Frequenz oberhalb des hörbaren Bereichs gewählt wird. Ist dies nicht der Fall, so können

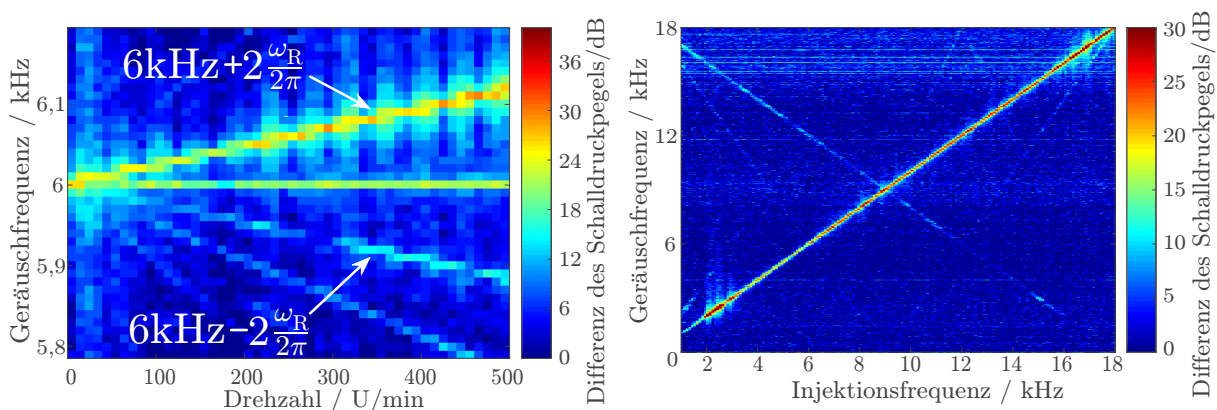


Abbildung 6.9.: Durch Hochfrequenzanregung erzeugtes Geräuschspektrum bei Injektion in d-Richtung ($\phi_{\text{inj}} = 0^\circ$) und 18 kHz PWM-Frequenz. **Links:** Geräuscentwicklung bei einer konstanten Injektionsfrequenz von 6 kHz in Abhängigkeit von der Drehzahl. **Rechts:** Geräuscentwicklung bei einer konstanten Drehzahl von 150 U/min in Abhängigkeit von der Injektionsfrequenz ([96], ©2018IEEE).

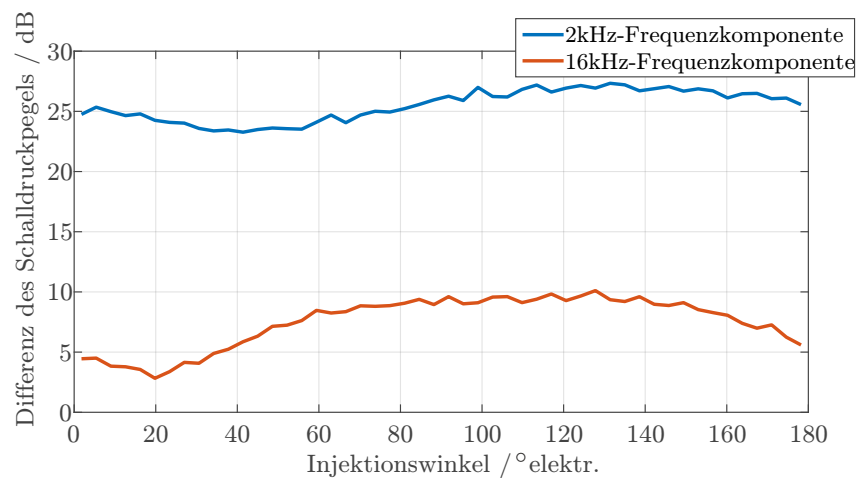


Abbildung 6.10.: Relevanteste Frequenzkomponenten des durch eine Injektion erzeugten Geräuschs in Abhängigkeit von der Injektionsrichtung bei einer Injektionsfrequenz von 2 kHz und einer PWM-Frequenz von 18 kHz.

durch die PWM oberhalb der Modulationsfrequenz weitere Spiegelfrequenzen im hörbaren Bereich entstehen.

Die Ergebnisse können damit begründet werden, dass die hochfrequenten Stromanteile, welche durch die Hochfrequenzanregung induziert werden, gemäß (6.4) hauptsächlich aus den Anregungsfrequenzen bestehen. Wird der Wirbelstromeinfluss als vernachlässigbar klein angenommen, so sind die magnetischen Felder und folglich auch die in der Maschine wirkenden Kräfte durch die Strangströme und die Rotorlage definiert. Wird nun zudem angenommen, dass die Rotorposition über eine Injektionsperiode näherungsweise konstant ist, so ergibt sich, dass auch die Kräfte und somit die geräuscherzeugende Vibrationen in der Maschine näherungsweise aus denselben Frequenzanteilen als die Anregungsfrequenz oder bei einem nichtlinearen Zusammenhang auch aus Vielfachen der Anregungsfrequenz bestehen. Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass es sich hierbei um eine Hypothese handelt, mit welcher die Messergebnisse erklärt werden können. Da für die folgenden Untersuchungen lediglich der Zusammenhang und nicht der Wirkzusammenhang zwischen Hochfrequenzanregung und erzeugten Geräusche relevant ist, wird der Wirkzusammenhang in dieser Arbeit nicht untersucht und die Hypothese nicht weiter gestützt.

In der linken Darstellung in Abbildung 6.9 sind die Differenzen der Schalldruckpegel der einzelnen Geräuschfrequenzen bei einer konstanten Anregungsfrequenz von 6 kHz in Abhängigkeit von der Rotordrehzahl dargestellt. Es ist zu erkennen, dass das durch die Anregung erzeugte Geräusch auch eine leichte Drehzahlabhängigkeit besitzt. Dies kann damit begründet werden, dass die Geräuscentwicklung in der Regel eine Abhängigkeit von der Rotorlage aufweist. Bei kleinen Drehzahlen, bei welchen auch das anisotropiebasierte Verfahren eingesetzt wird, und bei hohen Anregungsfrequenzen, wie sie in dieser Arbeit gewählt werden, kann die Drehzahlabhängigkeit jedoch in der Regel vernachlässigt werden. Denn die relevanten Frequenzanteile im relevanten Drehzahlbereich liegen bei den betrachteten Maschinen immer in der Nähe der Anregungsfrequenz.

In Abbildung 6.10 wurde bei einer konstanten Injektionsfrequenz von 2 kHz und bei einer konstanten Drehzahl von 150 U/min die Injektionsrichtung variiert, um die Abhängigkeit der Geräuscentwicklung von der Injektionsrichtung zu untersuchen. Es wurden lediglich

die beiden Frequenzkomponenten mit den höchsten Schalldruckpegeln dargestellt. Bei der Darstellung wurde - wie bereits in Abbildung 6.9 - die Differenzen der Schalldruckpegel zwischen dem Betrieb mit und ohne Injektion visualisiert. Wie zu erkennen ist, wird durch die Injektionsrichtung das erzeugte Geräusch leicht beeinflusst. Eine Optimierung der Akustik durch Anpassung der Injektionsrichtung wäre somit denkbar. Dies wurde allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht, da eine sehr starke Abhängigkeit der Geräuschentwicklung zumindest bei den betrachteten Maschinen nicht zu erkennen ist. Vielmehr wurde in dieser Arbeit bei der Wahl der Injektionsrichtung Fokus auf die Maximierung des Rotorlageinformationsgehalts gelegt.

Durch die Art der Hochfrequenzanregung kann somit die Geräuschentwicklung stark beeinflusst werden. Unter den betrachteten Bedingungen erzeugt eine Hochfrequenzanregung insbesondere Geräusche mit einer Frequenz, welche der Anregungsfrequenz entspricht. Eine Optimierung der Geräuschentwicklung durch Anpassung der injizierten Spannungssequenz $u_{\text{HF},\gamma} [n] [m]$ ist daher möglich. Im nächsten Kapitel werden diesbezüglich verschiedene Möglichkeiten aufgezeigt.

6.6. Modifizierte Pulsweitenmodulation

Aufgrund von Wirbelströmen in der Maschine ist die Rotorlageschätzung stark von dem Zeitpunkt der Messung abhängig:

Bei geringen Drehzahlen ist die durch die Rotordrehung verursachte Flussänderung in den elektrisch leitfähigen Materialien gering. Daher kann angenommen werden, dass die Wirbelströme in der Maschine überwiegend in den aktiven Schaltungszuständen angeregt werden, in welchen sich das Spannungspotenzial einer Wechselrichter-Halbbrücke von den Potenzialen der restlichen Halbbrücken unterscheidet. In den passiven Schaltzuständen, in welchen die angelegten Spannungszeiger dem Nullvektor entsprechen, klingen die Wirbelströme ab. Die unbekanntenen Wirbelströme beeinflussen nun den Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussverkettung, den Phasenströmen und der Rotorlage, wie in Kapitel 4 gezeigt. Je nach Zeitpunkt der Messung ergibt sich somit ein unterschiedlicher Zusammenhang. Die anisotropiebasierte Rotorlageschätzung wird somit von dem Zeitpunkt der Strommessung beeinflusst. Im Folgenden wird daher ein optimiertes Modulationsmuster vorgestellt, mit welchem der Einfluss von Wirbelströmen auf die Strommessung minimiert werden kann.

Üblicherweise wird bei elektrischen Kleinantrieben eine mittenzentrierte PWM verwendet. In diesem Fall sind die angelegten PWM-Muster spiegelsymmetrisch zur Periodenmitte. Die beiden passiven Schaltzustände werden zudem innerhalb einer PWM-Periode für die gleiche Zeitdauer angelegt, um den Effektivwert des Stromrippels zu minimieren.

Um zwei beliebige Spannungsvektoren innerhalb einer PWM-Periode zu stellen, wie es in dieser Arbeit der Fall ist, muss jedoch die Symmetriebedingung aufgegeben werden. Die Zeitintervalle, über welche die Spannungszeiger angelegt werden, müssen in diesem Fall für beide Periodenhälften unabhängig voneinander gewählt werden können.

Die in dieser Arbeit verwendeten PWM-Muster sind in Abbildung 6.11 dargestellt. In der Abbildung sind die zeitlichen Verläufe der Phasenspannungen und der Verlauf eines Leiterstroms für die betrachteten Modulationsmuster dargestellt. Der ideale Stromverlauf,

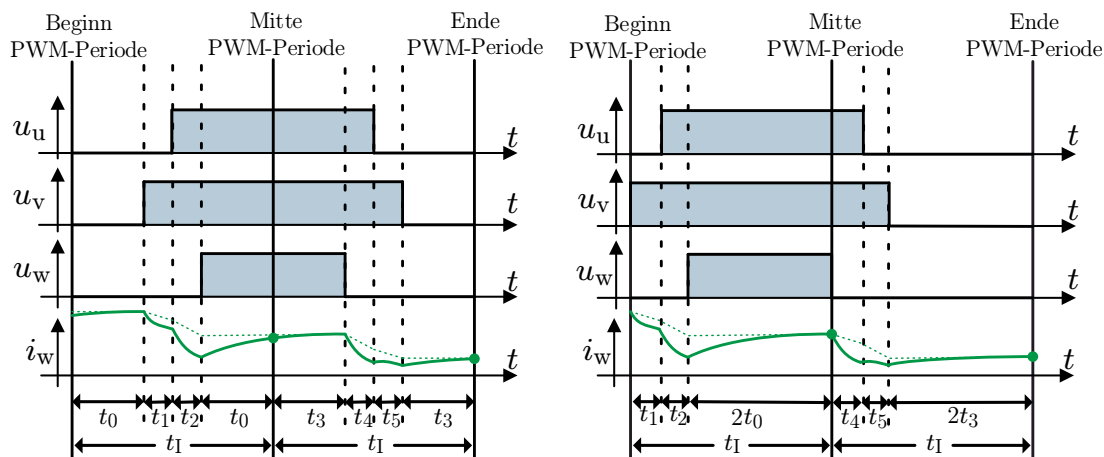


Abbildung 6.11.: Links: klassische asymmetrische PWM Rechts: vorgeschlagenes PWM-Muster zur Reduktion der Wirbelstromeinflüsse auf die Strommessung.

welcher unter Vernachlässigung der Wirbelströme auftreten würde, ist dabei gestrichelt eingezeichnet. Die linke Darstellung zeigt die klassische PWM, bei welcher die passiven Schaltzustände innerhalb einer Periodenhälfte gleich lange angelegt werden. Die Strommessung erfolgt immer am Periodenanfang und in der Periodenmitte. Hier ist zu erkennen, dass, nachdem die aktiven Schaltzustände angelegt und die Wirbelströme in der Maschine somit angeregt werden, die Leiterströme bereits nach einer Zeitdauer von t_0 bzw. t_3 gemessen werden. Klingen die Wirbelströme nicht in dieser Zeitdauer vollständig ab, so beeinflussen die Wirbelströme das aus den Strommesswerten bestimmte Hochfrequenzverhalten. Der Einfluss von Wirbelströmen auf das Hochfrequenzverhalten ist jedoch üblicherweise nicht erwünscht.

Eine Möglichkeit, um diesem Einfluss entgegenzuwirken, ist es, die Leiterströme verzögert und somit nicht mehr am Periodenanfang und in der Periodenmitte zu messen. Ein Problem hierbei ist jedoch, dass die Zeitintervalle t_0 und t_3 von den zu stellenden Spannungsvektoren abhängen und somit der Beginn der Phase, in welchem die aktiven Spannungszeiger gestellt und die Wirbelströme wieder angeregt werden, variiert. Um die minimale Zeitdauer der Zeitintervalle t_0 und t_3 zu begrenzen, muss der Bereich der erlaubten PWM-Tastverhältnisse eingeschränkt werden. Die Messung der Ströme kann daher nicht ohne Einschränkung der PWM-Tastverhältnisse um eine konstante Zeitdauer verzögert werden. Eine variable Verzögerung der Strommessung in Abhängigkeit der Zeitintervalle t_0 und t_3 wäre auch zur Minimierung der Wirbelstromeinflüsse denkbar. Das in dieser Arbeit verwendete Verfahren setzt jedoch voraus, dass die Ströme zeitlich äquidistant abgetastet werden und die Strommessung somit um einen konstanten Wert verzögert wird.

Um dieses Problem zu umgehen, wird daher ein modifiziertes PWM-Muster vorgeschlagen, welches in der rechten Darstellung in Abbildung 6.11 visualisiert ist. Hierbei werden die aktiven Schaltzustände immer zu Beginn einer PWM-Periodenhälfte ausgegeben und die Ströme ebenfalls am Periodenanfang und in der Periodenmitte abgetastet. Pro PWM-Periodenhälfte wird abwechselnd nur einer der passiven Schaltzustände verwendet. Wie in Abbildung 6.11 zu sehen ist, wird hierdurch die Zeitdauer, in welcher die Wirbelströme abklingen können, exakt verdoppelt.

Um die Auswirkungen der vorgeschlagenen Modifikation auf das erfasste Hochfrequenzverhalten zu ermitteln, wurde die Maschine an einem Arbeitspunkt mit unterschiedlichen

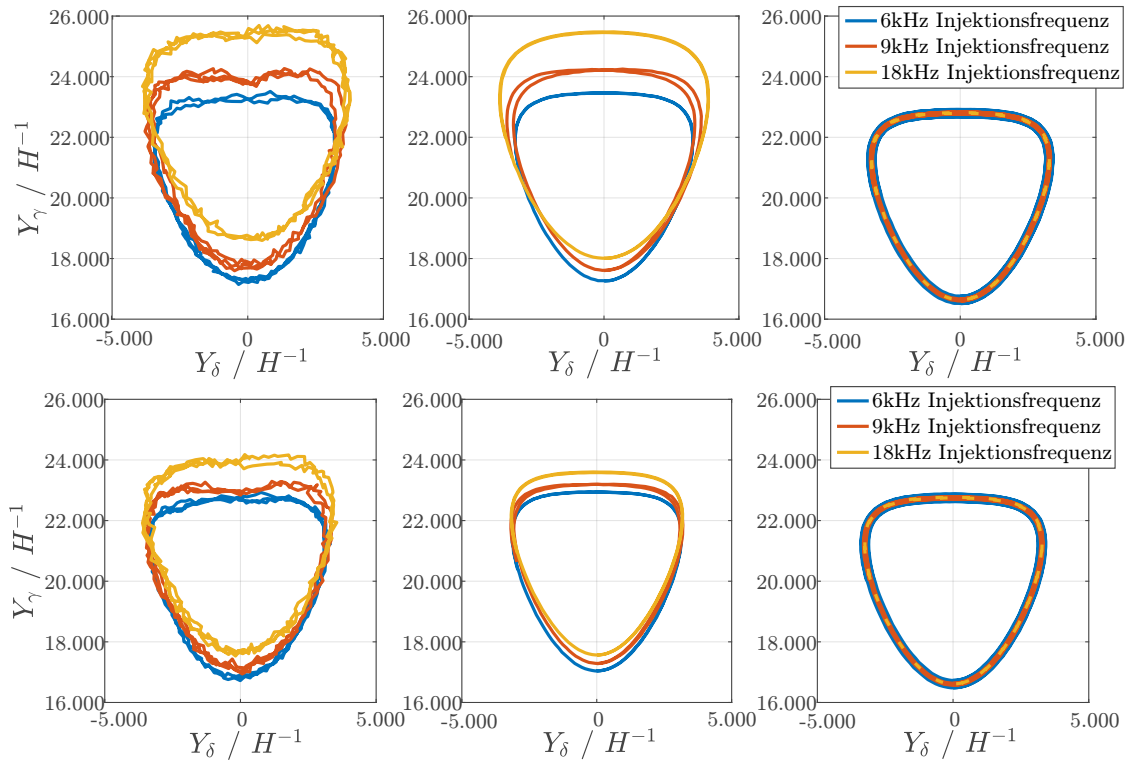


Abbildung 6.12.: Ermittelte inverse Induktivitätswerte in Abhängigkeit der Rotorlage und der Injektionsfrequenz. Als Injektionsrichtung wurde die α -Richtung gewählt (**Oben:** mittenzentriertes PWM-Muster, **Unten:** optimiertes PWM-Muster, **Links:** Messung mit dem dSPACE-System, **Mitte:** Simulation mit Berücksichtigung der Wirbelströme, **Rechts:** Simulation ohne Berücksichtigung der Wirbelströme).

Injektionsfrequenzen angeregt und die inversen Induktivitätswerte Y_γ und Y_δ mit Hilfe der in Abschnitt 6.7 vorgeschlagenen Methode ermittelt. Die Maschine wurde dabei mit einer konstanten Drehzahl angetrieben. Als Injektionsrichtung ϕ_{inj} wurde die α -Richtung des statorfesten Koordinatensystems gewählt ($\phi_{\text{inj}} = -\phi_{\text{R}}$). Der Verlauf der Injektionsspannung wurde mit Hilfe von (6.19) generiert, wobei die Phasenlage der hochfrequenten Spannung $\phi_{\text{HF},1}$ zu null gesetzt wurde. Das Experiment wurde sowohl mit dem modifizierten PWM-Muster als auch mit dem klassischen mittenzentrierten Muster, wie sie in Abbildung 6.11 dargestellt sind, durchgeführt. Zur Plausibilisierung wurde die Prüfstandsmessung in Simulation nachgestellt. Für die Simulation wurde das in Abschnitt 4.6 beschriebene Modell verwendet. Um den Einfluss der Wirbelströme auf die ermittelten inversen Induktivitätswerte zu ermitteln, wurde die Simulation einmal mit und einmal ohne Berücksichtigung der Wirbelstromeinflüsse durchgeführt. In Simulation wurde ein ideales Wechselrichtermodell (konstante Zwischenkreisspannung, ideale Schalter, keine Verriegelungstotzeit) verwendet. Die Stromsensoren wurden durch einen Tiefpassfilter erster Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 400 kHz, welche der Grenzfrequenz aus dem Datenblatt entspricht, approximiert. Für das Experiment wurde eine PWM-Frequenz von 18 kHz, eine Injektionsspannungsamplitude von 2 V, eine Zwischenkreisspannung von 13 V, eine Drehgeschwindigkeit von 200 U/min und eine Leiterstromamplitude von 5 A gewählt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.12 dargestellt.

In beiden Abbildungen ist zu erkennen, dass die bestimmten inversen Induktivitätswerte

Y_γ und Y_δ von der Injektionsfrequenz abhängen. Je größer die Injektionsfrequenz gewählt wird, desto größer ist der bestimmte Wert der inversen Induktivität. Lediglich in den Ergebnissen aus der Simulation, in welchem die Wirbelströme nicht berücksichtigt werden, ist die Frequenzabhängigkeit nicht zu erkennen. Zudem sind die bestimmten inversen Induktivitätswerte mit beiden PWM-Mustern identisch, sofern die Wirbelströme nicht berücksichtigt werden. Bei den Messungen und bei den Simulationen mit Berücksichtigung der Wirbelströme ist zu erkennen, dass die Frequenzabhängigkeit der bestimmten Werte deutlich kleiner ist, wenn das modifizierte PWM-Muster verwendet wird. Die Ergebnisse der Simulationen und der Messungen weisen hierbei ein sehr ähnliches Verhalten auf. Aus den Ergebnissen kann somit abgeleitet werden, dass die verwendete Hochfrequenzanregung und das gewählte PWM-Muster unter Vernachlässigung der Wirbelstromeinflüsse die Bestimmung der inversen Induktivitätswerte nicht beeinflussen. Die Frequenzabhängigkeit kann damit lediglich mit den in der Maschine auftretenden Eisenverlusten begründet werden. Wie erwartet, ist der Einfluss der Wirbelströme auf die Frequenzabhängigkeit bei Verwendung des modifizierten PWM-Musters aufgrund der verlängerten Abklingzeit geringer.

Durch die Verwendung des modifizierten PWM-Musters kann somit die Abhängigkeit der bestimmten inversen Induktivitätswerten von der Injektionsfrequenz reduziert werden. Auch bei hohen Injektionsfrequenzen kann der Einfluss der Wirbelströme auf die anisotropiebasierten Verfahren durch diese Maßnahme vernachlässigt werden.

Es folgt zudem, dass das in dem Abschnitt 4.6 vorgestellte Modell gut geeignet ist, um die Frequenzabhängigkeit der anisotropiebasierten Verfahren zu modellieren. Als mögliche Ursachen für die verbleibende Abweichung zwischen Simulation und Messung kommen das idealisierte Wechselrichtermodell, das vereinfachte Stromsensormodell und die vernachlässigte Positionsabhängigkeit der Wirbelströme in Frage. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die genauen Ursachen jedoch nicht untersucht.

6.7. Extraktion der Rotorlageinformation

In diesem Abschnitt wird eine Möglichkeit gezeigt, wie sämtliche Rotorlageinformation, welche in den hochfrequenten Stromanteilen enthalten ist und in Abschnitt 6.3 quantifiziert wurde, aus den gemessenen Verläufen der Leiterströme extrahiert werden kann. Der Inhalt dieses Abschnitts ist Teil der Vorveröffentlichungen [79], [78] und [96].

6.7.1. Problemstellung

Wie in Abschnitt 6.4 beschrieben, werden bei der verwendeten Timing-Struktur pro Reglerabtastrperiode die Leiterströme mehrmals erfasst. Die Zuordnung der Leiterströme zu den Messzeitpunkten erfolgt über zwei Indizes, wie es ebenfalls in Abschnitt 6.4 beschrieben ist.

Um die Rotorlage zu schätzen, werden die erfassten Leiterströme $\vec{i}^{uvw}[n][m]$ zunächst mit Hilfe von (3.9) und (6.1) und unter der Annahme, dass die Rotorlage über eine Reglerabtastrperiode näherungsweise konstant ist, in das injektionsorientierte Koordinatensystem

überführt:

$$\begin{aligned}\vec{i}_3^{\gamma\delta}[n][m] &= \mathbf{T}_{\text{rot}} \left(\phi_{\text{inj,Abs}}[n] - \tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n] \right) \mathbf{T}_{\text{dq}} \left(\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n] \right) \cdot \vec{i}^{\text{uvw}}[n][m] \\ &= \mathbf{T}_{\text{dq}} \left(\phi_{\text{inj,Abs}}[n] \right) \cdot \vec{i}^{\text{uvw}}[n][m],\end{aligned}\quad (6.20)$$

wobei $\phi_{\text{inj,Abs}}[n]$ und $\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n]$ den absoluten Injektionswinkel und die vom Winkelbeobachter prädizierte Rotorlage beschreiben, welche in der Reglerabtastperiode n gültig sind. Wie in (6.20) zu sehen ist, kann die Überführung der Ströme in das injektionsorientierte Koordinatensystem direkt mit dem absoluten Injektionswinkel $\phi_{\text{inj,Abs}}$ und der dq-Transformationsmatrix aus (3.9) durchgeführt werden. Der absoluten Injektionswinkel $\phi_{\text{inj,Abs}}$ ist in dieser Arbeit wie folgt definiert:

$$\phi_{\text{inj,Abs}}[n] = \tilde{\phi}_{\text{R,PR}}[n] + \phi_{\text{inj,Soll}}[n], \quad (6.21)$$

wobei der zur Kommutierung verwendete Rücktransformationwinkel $\tilde{\phi}_{\text{R,PR}}[n]$ und der gewünschte Injektionswinkel $\phi_{\text{inj,Soll}}[n]$ aufgrund des gewählten Timings bereits zum Reglerabstabschritt $n - 2$ bestimmt wurden.

Die transformierten Leiterströme $\vec{i}_3^{\gamma\delta}[n][m]$ können nun in zwei Anteile unterteilt werden:

$$\vec{i}_3^{\gamma\delta}[n][m] = \vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m] + \vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}[n][m], \quad (6.22)$$

wobei der Anteil $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ die hochfrequenten Ströme beschreibt, welche durch das Anlegen der hochfrequenten Spannung $u_{\text{HF},\gamma}[n][m]$ verursacht werden, und der Anteil $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ die restlichen Stromanteile beinhaltet.

Der Zusammenhang zwischen dem hochfrequenten Stromanteil $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ und der injizierten Spannungssequenz $u_{\text{HF},\gamma}$ kann nun mit Hilfe von (6.4) und (6.7) hergestellt werden:

$$\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m] \approx \vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][0] + \int_{t[n][0]}^{t[n][m]} u_{\text{HF},\gamma} \vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta} dt. \quad (6.23)$$

Aufgrund der Abhängigkeit der inversen Induktivitäten $\vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}$ von dem Winkelfehler ϕ_{err} , enthält der Stromverlauf $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}$ somit Rotorlageinformation.

Der restliche Anteil $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}$ beinhaltet niederfrequente Stromkomponenten, wodurch die vereinfachte Spannungsgleichung (6.4), welche das Hochfrequenzverhalten beschreibt, nicht angewendet werden kann. Stattdessen muss das Verhalten mit der allgemeinen Spannungsgleichung beschrieben werden.

Ziel ist es nun, aus dem gemessenen und transformierten Stromverlauf $\vec{i}_3^{\gamma\delta}[n][m]$ die Rotorlageinformation zu extrahieren. Hierbei soll diese gezielt aus dem hochfrequenten Stromanteil $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}$ entnommen werden. Zwar kann der niederfrequente Anteil $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}$ auch Informationen über die Rotorlage enthalten, allerdings ist der Zusammenhang zwischen der Rotorlage ϕ_{R} und dem Verlauf des niederfrequenten Stromanteils $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}$ komplex.

Im Folgenden werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie die Extraktion der Rotorlageinformation erfolgen kann.

6.7.2. Überführung des nichtlinearen Problems in ein lineares Gleichungssystem

Um den Rotorwinkel aus den gemessenen Strömen bestimmen zu können, wird zunächst die analytische Beschreibung der hochfrequenten Stromanteile $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ aus (6.23) zeitlich diskretisiert. In dieser Arbeit wurde hierfür die Tangententrapezformel verwendet:

$$\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m] \approx \vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][0] + t_{\text{I}} \sum_1^m u_{\text{HF},\gamma}[n][m-1] \vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}[n][m], \quad (6.24)$$

wobei der zeitdiskretisierte Verlauf der inversen Induktivitäten $\vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}[n][m]$ durch

$$\vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}[n][m] := \vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta} \left(\frac{\hat{i}[n][m] + \hat{i}[n][m-1]}{2}, \tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n], \tilde{\phi}_{\text{inj}}[n], \frac{\tilde{\phi}_{\text{I}}[n][m] + \tilde{\phi}_{\text{I}}[n][m-1]}{2}, \phi_{\text{err}}[n] \right)$$

definiert ist und die geschätzte Injektionsrichtung $\tilde{\phi}_{\text{inj}}[n]$ durch

$$\tilde{\phi}_{\text{inj}}[n] = \phi_{\text{inj,Abs}}[n] - \tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n] \quad (6.25)$$

gegeben ist. Wie in Abschnitt 6.3 gezeigt, ist der Zusammenhang zwischen den inversen Induktivitäten $\vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}$ und dem Winkelfehler ϕ_{err} nichtlinear. Somit ist auch der Zusammenhang zwischen den hochfrequenten Stromanteilen $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}$ und dem Winkelfehler ϕ_{err} nichtlinear. Eine analytische Bestimmung des Winkelfehlers ϕ_{err} mit Hilfe von (6.24) ist daher lediglich in Sonderfällen einfach möglich. Insbesondere ist dies möglich, wenn der Einfluss von magnetischer Sättigung und Flussharmonische auf die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix vernachlässigbar klein sind. In diesem Fall kann der Winkelfehler mit Hilfe von trigonometrischen Funktionen direkt aus dem ermittelten Hochfrequenzverhalten der Maschine bestimmt werden (siehe z. B. [96]).

Eine allgemeine Möglichkeit den Winkelfehler ϕ_{err} zu bestimmen, erhält man durch Linearisierung des Problems im geschätzten Arbeitspunkt. Hierfür kann analog zu (6.8) die Abhängigkeit der inversen Induktivitäten $\vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}$ von dem Winkelfehler ϕ_{err} linearisiert betrachtet werden. Die Beschreibung aus (6.24) kann in diesem Fall wie folgt umgeformt werden (Vgl. [78]):

$$\begin{aligned} \vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m] &\approx \vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][0] + t_{\text{I}} \underbrace{\sum_1^m u_{\text{HF},\gamma}[n][m-1] \vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}[n][m]}_{=:\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]} \\ &+ \phi_{\text{err}}[n] \underbrace{t_{\text{I}} \sum_1^m u_{\text{HF},\gamma}[n][m-1] \frac{\partial \vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}}[n][m]}_{=:\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]}, \end{aligned} \quad (6.26)$$

wobei $\vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}[n][m]$ und $\frac{\partial \vec{y}_{\text{P}}^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}}[n][m]$ die geschätzte Induktivitätswerte und deren geschätzten partiellen Ableitungen nach dem Winkelfehler ϕ_{err} beschreiben, welche in dieser Arbeit

unter Verwendung von (6.25) wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned}\vec{y}_P^{\gamma\delta}[n][m] &:= \vec{y}_P^{\gamma\delta} \left(\frac{\hat{i}[n][m] + \hat{i}[n][m-1]}{2}, \tilde{\phi}_{R,\text{lin}}[n], \tilde{\phi}_{\text{inj}}[n], \frac{\tilde{\phi}_I[n][m] + \tilde{\phi}_I[n][m-1]}{2}, 0 \right) \\ \frac{\partial \vec{y}_P^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}}[n][m] &:= \frac{\partial \vec{y}_P^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} \left(\frac{\hat{i}[n][m] + \hat{i}[n][m-1]}{2}, \tilde{\phi}_{R,\text{lin}}[n], \tilde{\phi}_{\text{inj}}[n], \frac{\tilde{\phi}_I[n][m] + \tilde{\phi}_I[n][m-1]}{2}, 0 \right).\end{aligned}$$

$\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ und $\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ bezeichnen die geschätzten hochfrequenten Stromanteile und deren partiellen Ableitungen nach dem Winkelfehler ϕ_{err} . Beides kann mit Hilfe von (6.7) und des in dieser Arbeit vorgestellten Hochfrequenzmodells, welches in (5.45) beschrieben ist, in Abhängigkeit der injizierten Spannungssequenz $u_{\text{HF},\gamma}[n][m]$, der Stromamplituden $\hat{i}[n][m]$, die für die Linearisierung verwendete geschätzte Rotorlage $\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}[n]$, des geschätzten Injektionswinkels $\tilde{\phi}_{\text{inj}}[n]$ und den geschätzten Stromwinkeln $\tilde{\phi}_I[n][m]$ ermittelt werden. Somit ist lediglich der Winkelfehler $\phi_{\text{err}}[n]$ in (6.26) unbekannt. Dieser kommt in (6.26) zudem lediglich linear vor, wodurch eine Bestimmung des Winkelfehlers mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ermöglicht wird.

Um das zu lösende Problem aufstellen zu können, muss jedoch erst der zeitliche Verlauf des restlichen Stromanteils $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}$, welcher auch niederfrequente Stromkomponenten enthält, analytisch beschrieben werden. Dies kann zum Beispiel abhängig von der Verschaltungsart mit Hilfe der im Arbeitspunkt linearisierten Spannungsgleichungen, welche in (5.4) und (5.11) beschrieben sind, erfolgen.

Aufgrund des gewählten Timings und der verwendeten Reglerstruktur und Hochfrequenzanregung können nun folgende Aussagen getroffen werden:

- Die induzierte Spannung, welche abhängig von der Verschaltungsart in (5.6) und (5.13) beschrieben ist, ist über eine Reglerabtastperiode nahezu konstant.
- Die Reglerausgangsspannungen $\vec{u}_{\text{GW}}^{\text{dq}}[n]$ sind über eine Reglerabtastperiode konstant.
- Die Eigendynamik des Systems ist bezogen auf die Dauer einer Reglerabtastperiode träge.
- Die Hochfrequenzanregung hat einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf den Sättigungszustand der Maschine und somit keinen direkten Einfluss auf den Stromanteil $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}$.

Aus (5.4), (5.11) und den aufgelisteten Aussagen folgt, dass der Verlauf des Stromanteils $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}$ als nahezu linear angenommen werden kann. Zum Beispiel durch eine Änderung des Sättigungszustands (Vgl. [87]) oder eine sich leicht ändernde induzierte Spannung kann der Stromverlauf allerdings auch leicht gekrümmt sein.

Die Approximation des zeitlichen Verlaufs des restlichen Stromanteils $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}$ kann nun mit Hilfe eines Polynoms niedriger Ordnung erfolgen. Unter der Annahme, dass die Abtastung der Ströme zeitlich äquidistant erfolgt, kann die Approximation wie folgt beschrieben werden (Vgl. [78]):

$$\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}[n][m] = \sum_{i=0}^{h_{\text{NF}}} \left[m^i \begin{pmatrix} a_{\text{NF},\gamma,i}[n] \\ a_{\text{NF},\delta,i}[n] \end{pmatrix} \right], \quad (6.27)$$

wobei $a_{\text{NF},i}$ die Polynomkoeffizienten und h_{NF} die Polynomordnung beschreiben.

Im Rahmen dieser Arbeit haben sich Polynome erster und zweiter Ordnung als sinnvoll herausgestellt ($h_{\text{NF}} = 1$ oder $h_{\text{NF}} = 2$).

Die Abhängigkeit des gemessenen Stromverlaufs $\vec{i}_3^{\gamma\delta}[n][m]$ von dem Winkelfehler ϕ_{err} kann somit mit Hilfe von (6.15), (6.22), (6.26) und (6.27) als lineares Gleichungssystem beschrieben werden (Vgl. [78]):

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_x[n][0] - \tilde{i}_{\text{HF},x}[n][0] \\ i_x[n][1] - \tilde{i}_{\text{HF},x}[n][1] \\ \vdots \\ i_x[n][k] - \tilde{i}_{\text{HF},x}[n][k] \end{pmatrix}}_{=:\vec{b}_{\text{p},x}[n]} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0^0 & \dots & 0^{h_{\text{NF}}} & 0 \\ 1^0 & \dots & 1^{h_{\text{NF}}} & \frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \tilde{i}_{\text{HF},x}[n][1] \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ k^0 & \dots & k^{h_{\text{NF}}} & \frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \tilde{i}_{\text{HF},x}[n][k] \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{A}_{\text{p},x}[n]} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a_{\text{NF},x,0}[n] \\ \vdots \\ a_{\text{NF},x,h_{\text{NF}}}[n] \\ \phi_{\text{err}}[n] \end{pmatrix}}_{=:\vec{p}_{\text{p},x}[n]}, \quad x \in \{\gamma, \delta\}, \quad (6.28)$$

wobei $\tilde{i}_{\text{HF},x}[n][m]$ die entsprechende Komponente des Vektors $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ bezeichnet.

Die Komponenten des Vektors \vec{b}_{p} und die Einträge der Matrix $\mathbf{A}_{\text{p},x}$ beinhalten lediglich Größen, welche in einem geberlosen System bekannt sind. Der Vektor \vec{p}_{p} aus (6.28), welcher unter anderem aus dem Rotorlagefehler ϕ_{err} besteht, kann daher mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt werden (Vgl. [78]):

$$\vec{p}_{\text{p},x}[n] \approx \vec{\tilde{p}}_{\text{p},x}[n] = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{\text{NF},x,0}[n] \\ \vdots \\ \tilde{a}_{\text{NF},x,h_{\text{NF}}}[n] \\ \phi_{\text{err}}[n] \end{pmatrix} = \underbrace{\left(\tilde{\mathbf{A}}_{\text{p},x}^{\text{T}}[n] \tilde{\mathbf{A}}_{\text{p},x}[n] \right)^{-1} \tilde{\mathbf{A}}_{\text{p},x}[n]}_{\tilde{\mathbf{A}}_{\text{p},x}^+[n]} \cdot \vec{b}_{\text{p},x}[n], \quad x \in \{\gamma, \delta\} \quad (6.29)$$

wobei der Vektor $\vec{\tilde{b}}_{\text{p},x}$ und die Matrix $\tilde{\mathbf{A}}_{\text{p},x}$ den mit Hilfe von den gemessenen Strömen und geschätzten Winkelgrößen bestimmten Größen $\vec{b}_{\text{p},x}$ und $\mathbf{A}_{\text{p},x}$ entsprechen. $\vec{\tilde{p}}_{\text{p},x}$ ist der Kleinste-Quadrate-Schätzer.

An dieser Stelle gilt es anzumerken, dass das in diesem Unterabschnitt beschriebene Vorgehen stark dem Vorgehen bei Anwendung des GAUSS-NEWTON-Verfahrens ähnelt (siehe hierfür z. B. [98]). Wie beim GAUSS-NEWTON-Verfahren könnten auch hier mehrere Iterationen in einem Zeitschritt durchgeführt werden, um die Schätzgüte zu verbessern. Dies wurde jedoch nicht im Rahmen dieser Arbeit untersucht.

Um die Pseudoinverse $\tilde{\mathbf{A}}_{\text{p},x}^+$ bestimmen zu können, muss die Matrix $\mathbf{A}_{\text{p},x}$ vollen Spaltenrang haben. Dies kann durch eine passende Wahl der Anzahl der Strommesswerten pro Reglerabtastschritt $k + 1$, der Spannungssequenz $\vec{u}_{\text{GW}}^{\text{dq}}[n]$ und der Polynomordnung h_{NF} erreicht werden. Es müssen hierfür folgende Bedingungen erfüllt sein [96]:

$$k \geq h_{\text{NF}} + 1 \quad (6.30)$$

und die letzte Spalte der Matrix $\mathbf{A}_{\text{p},x}$ muss linear unabhängig von den restlichen Spalten sein.

Es gilt anzumerken, dass der Kleinste-Quadrate-Schätzer $\vec{\tilde{p}}_{\text{p},x}$, welcher in (6.29) zur Bestimmung des Winkelfehlers bestimmt wird, nur unter gewissen Voraussetzungen der beste

lineare erwartungstreue Schätzer für $\vec{p}_{p,x}$ ist und somit die Varianz des geschätzten Winkelfehlers minimal ist und der Erwartungswert des geschätzten Winkelfehlers dem tatsächlichen Winkelfehler entspricht. Damit dies der Fall ist, müssen die GAUSS-MARKOW-Annahmen erfüllt sein [99]: Die zufälligen Störgrößen (Fehler) müssen unkorreliert, mittelwertfrei und die Varianz der Störgrößen endlich und konstant sein. Für das gegebene Problem muss deshalb insbesondere folgendes gelten:

- Das Rauschen auf den gemessenen Leiterströmen ist normalverteilt und mittelwertfrei. Innerhalb einer Reglerabtastperiode ist es zudem zeitlich unkorreliert.
- Das Hochfrequenzmodell, welches für die Berechnung von $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}$ und $\frac{\partial}{\partial\phi_{\text{err}}}\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}$ verwendet wird, ist frei von Modellfehlern.
- Der Verlauf des niederfrequenten Stromanteils $\vec{i}_{3,\text{NF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ kann durch das Polynom wiedergegeben werden.
- Das Rauschen auf den gemessenen Leiterströme hat einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf die Bestimmung der geschätzten Werte $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]$ und $\frac{\partial}{\partial\phi_{\text{err}}}\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\gamma\delta}[n][m]$.

Ist das Rauschen auf der Strommessung zum Beispiel zeitlich korreliert oder die Varianz des Rauschens unterscheidet sich in Abhängigkeit des Messwerts und dieses Verhalten bekannt, dann sollte zum Lösen von (6.28) die verallgemeinerte Methode der kleinsten Quadrate verwendet werden. Dies wird jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt. In dieser Arbeit wird angenommen, dass die GAUSS-MARKOW-Annahmen erfüllt werden.

Um Rechenzeit zu sparen, wird in der vorliegenden Arbeit für die Bestimmung des Winkelfehlers ϕ_{err} zudem immer nur entweder die γ - oder die δ -Richtung verwendet. Dies bedeutet, dass das Gleichungssystem aus (6.28) immer nur für eine Richtung gelöst wird. Hierbei wird die Richtung gewählt, welche die meisten Rotorlageinformationen beinhaltet. Bei Injektion in die optimale Injektionsrichtung, wie sie in Unterabschnitt 6.3.3 vorgestellt wird, steckt die gesamte Rotorlageinformation in der γ -Richtung. Eine Auswertung der δ -Richtung ist in diesem Fall ohnehin nicht zielführend.

Mit Hilfe von (6.29) kann nun der Winkelfehler ϕ_{err} und somit auch die Rotorlage $\phi_{\text{R,Inj}}$ mit Hilfe des anisotropiebasierten Verfahrens bestimmt werden. Gemäß (6.5) muss hierfür lediglich der bestimmte Winkelfehler $\phi_{\text{err}}[n]$ von dem für die Linearisierung verwendete Rotorlage $\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n]$ subtrahiert werden:

$$\phi_{\text{R,Inj}}[n] := \tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n] - \tilde{\phi}_{\text{err}}[n], \quad (6.31)$$

wobei $\phi_{\text{R,Inj}}[n]$ der von dem anisotropiebasierten Verfahren bestimmte Winkel zum Zeitschritt n bezeichnet (Vgl. [78]). In Abbildung 6.13 ist das Blockdiagramm des beschriebenen Verfahrens dargestellt, in welchem die Auswertung in einer Abbildung zusammengefasst wurde. Hierbei wurde angenommen, dass die γ -Komponente des gemessenen Stromverlaufs für die Rotorlageschätzung verwendet wird. Bei Auswertung der δ -Richtung müssen lediglich an den entsprechenden Stellen die δ -Komponenten anstatt der γ -Komponenten verwendet werden.

Durch die Bestimmung der hochfrequenten Stromanteile $\tilde{i}_{\text{HF},x}[n][m]$ und deren partiellen Ableitungen nach dem Winkelfehler $\frac{\partial}{\partial\phi_{\text{err}}}\tilde{i}_{\text{HF},x}[n][m]$ für jeden Messzeitpunkt und durch

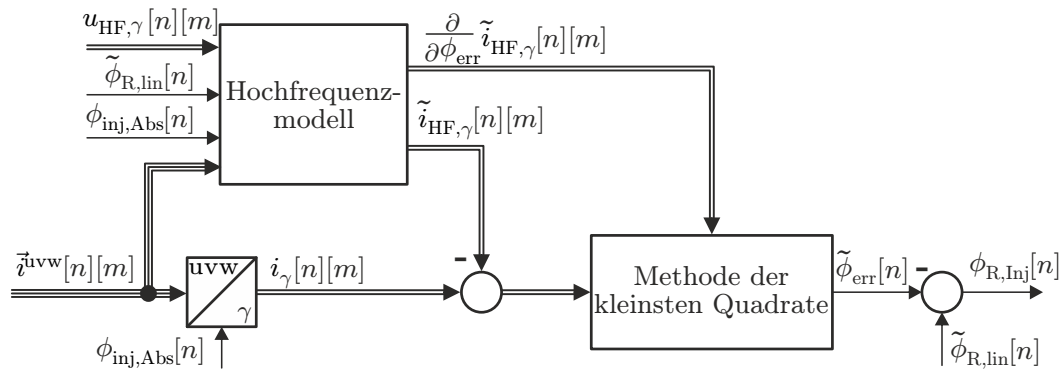


Abbildung 6.13.: Blockdiagramm der Winkelbestimmung bei Auswertung der γ -Komponente (Vgl. [78]).

das Lösen des Gleichungssystems aus (6.28) in jedem Zeitschritt ist der Rechenaufwand des beschriebenen Verfahrens sehr hoch und für viele Anwendungen, in welchen nur Mikrocontroller mit wenig Rechenleistung zur Verfügung stehen, nicht anwendbar. In dem folgenden Unterabschnitt werden daher zusätzliche Annahmen getroffen, wodurch das Verfahren stark vereinfacht werden kann.

6.7.3. Reduktion des Rechenaufwands durch Linearisierung im mittleren Arbeitspunkt

Um das im vorigen Unterabschnitt vorgestellte Verfahren zu vereinfachen, wird nun zusätzlich angenommen, dass der Betriebspunkt konstant ist und sich die inversen Induktivitätswerte $\vec{y}_P^{\gamma\delta}[n][m]$ über eine Reglerabtastrperiode nur sehr wenig ändern. Die Beschreibung der hochfrequenten Stromanteile aus (6.23) kann daher wie folgt vereinfacht werden (Vgl. [96]):

$$\vec{i}_{3,HF}^{\gamma\delta}[n][m] \approx \underbrace{\vec{i}_{3,HF}^{\gamma\delta}[n][0]}_{=:\vec{y}_P^{\gamma\delta}[n]} + \underbrace{\left(\begin{array}{c} \bar{Y}_{P,\gamma}[n] \\ \bar{Y}_{P,\delta}[n] \end{array} \right)}_{=:\Psi_{HF,\gamma}[n][m]} t_I \sum_1^m u_{HF,\gamma}[n][m-1], \quad (6.32)$$

wobei $\vec{y}_P^{\gamma\delta}[n]$ die über einen Reglerabtastrschritt im Mittel wirkenden inversen Induktivitätswerte und $\Psi_{HF,\gamma}[n][m]$ den Verlauf der durch die Hochfrequenzanregung erzeugten Veränderung der Flussverkettung in γ -Richtung beschreiben.

In diesem Fall kann zuerst mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate der relevante Eintrag des inversen Induktivitätsvektors $\vec{y}_P^{\gamma\delta}$ bestimmt und anschließend aus dem ermittelten Induktivitätswert auf die Rotorlage geschlossen werden. Die Approximation des niederfrequenten Stromanteils $\vec{i}_{3,NF}^{\gamma\delta}$ erfolgt hierbei ebenso mit Hilfe des Polynoms aus (6.27).

Das zu lösende lineare Gleichungssystem kann somit mit Hilfe von (6.23), (6.27) und

(6.32) analog zu (6.28) wie folgt aufgestellt werden (Vgl. [96]):

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_x[n][0] \\ i_x[n][1] \\ \vdots \\ i_x[n][k] \end{pmatrix}}_{=:\vec{b}_{p,x,Y}[n]} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0^0 & \dots & 0^{h_{\text{NF}}} & 0 \\ 1^0 & \dots & 1^{h_{\text{NF}}} & \Psi_{\text{HF},\gamma}[n][1] \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ k^0 & \dots & k^{h_{\text{NF}}} & \Psi_{\text{HF},\gamma}[n][k] \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{A}_{p,Y}[n]} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a_{\text{NF},x,0}[n] \\ \vdots \\ a_{\text{NF},x,h_{\text{NF}}}[n] \\ \bar{Y}_{p,x}[n] \end{pmatrix}}_{=:\vec{p}_{p,x,Y}[n]} \quad x \in \{\gamma, \delta\}, \quad (6.33)$$

Das Problem kann analog zu (6.29) gelöst werden:

$$\vec{p}_{p,x,Y}[n] \approx \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{a}_{\text{NF},x,0}[n] \\ \vdots \\ \tilde{a}_{\text{NF},x,h_{\text{NF}}}[n] \\ \tilde{Y}_{p,x}[n] \end{pmatrix}}_{=:\vec{\tilde{p}}_{p,x,Y}[n]} = \underbrace{\left(\tilde{\mathbf{A}}_{p,Y}^{\text{T}}[n] \tilde{\mathbf{A}}_{p,Y}[n] \right)^{-1} \tilde{\mathbf{A}}_{p,Y}[n]}_{\tilde{\mathbf{A}}_{p,Y}^+[n]} \cdot \vec{\tilde{p}}_{p,x,Y}[n], \quad x \in \{\gamma, \delta\} \quad (6.34)$$

Es ist zu erkennen, dass die Matrix $\mathbf{A}_{p,Y}[n]$ nun im Gegensatz zu $\mathbf{A}_{p,\gamma}[n]$ und $\mathbf{A}_{p,\delta}[n]$, welche in (6.28) definiert sind, nicht mehr von den gemessenen Strömen und der auszuwertenden Richtung abhängt. Sie hängt lediglich von dem zeitlichen Verlauf des hochfrequenten Spannungsvektors ab. Ist dieser Verlauf bereits bei der Code-Generierung bekannt, so kann die Pseudoinverse $\tilde{\mathbf{A}}_{p,Y}^+[n]$, welche zum Lösen des Problems benötigt wird, bereits vorberechnet werden. Zudem wird für die Berechnung der mittleren inversen Induktivität $\bar{Y}_{p,x}[n]$ nur die letzte Zeile der Pseudoinversen $\tilde{\mathbf{A}}_{p,Y}^+[n]$ benötigt. Die Berechnung der inversen Induktivität kann somit durch einen FIR-Filter erfolgen, welcher auf den transformierten Verlauf der gemessenen Ströme $\vec{b}_{p,x,Y}[n]$ angewandt wird (Vgl. [73]).

Nachdem die mittlere inverse Induktivität in der gewünschten Richtung bestimmt ist, kann der Winkelfehler ϕ_{err} mit Hilfe von dem Hochfrequenzmodell und der Linearisierung der inversen Induktivität nach dem Winkelfehler, welche in (6.8) beschrieben ist, bestimmt werden:

$$\tilde{\phi}_{\text{err}} \approx \left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{p,x}[n] \right)^{-1} \cdot \left(\tilde{Y}_{p,x}[n] - \bar{Y}_{p,\text{Ref},x}[n] \right) \quad x \in \{\gamma, \delta\}, \quad (6.35)$$

wobei die aus dem Modell bestimmte mittlere inverse Induktivität am Arbeitspunkt $\bar{Y}_{p,\text{Ref},x}[n]$ und deren Ableitung nach dem Winkelfehler $\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{p,x}[n]$ unter Verwendung von (6.7) und (6.25) berechnet werden:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{Y}_{p,\text{Ref},\gamma}[n] \\ \bar{Y}_{p,\text{Ref},\delta}[n] \end{pmatrix} &:= \tilde{y}_p^{\gamma\delta} \left(\hat{i}[n], \tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n], \tilde{\phi}_{\text{inj}}[n], \tilde{\phi}_{\text{I}}[n], 0 \right) \\ \left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{p,\gamma}[n] \right) &:= \frac{\partial \tilde{y}_p^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} \left(\hat{i}[n], \tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n], \tilde{\phi}_{\text{inj}}[n], \tilde{\phi}_{\text{I}}[n], 0 \right). \end{aligned}$$

\hat{i} und $\tilde{\phi}_{\text{I}}$ beschreiben die über den Reglerabtastschritt n im Mittel anliegende Stromamplitude und den im Mittel anliegenden Stromwinkel.

Die Elemente der inversen Induktivitätsmatrix $Y_{p,\text{dd}}$, $Y_{p,\text{qq}}$ und $Y_{p,\text{dq}}$ und deren partiellen

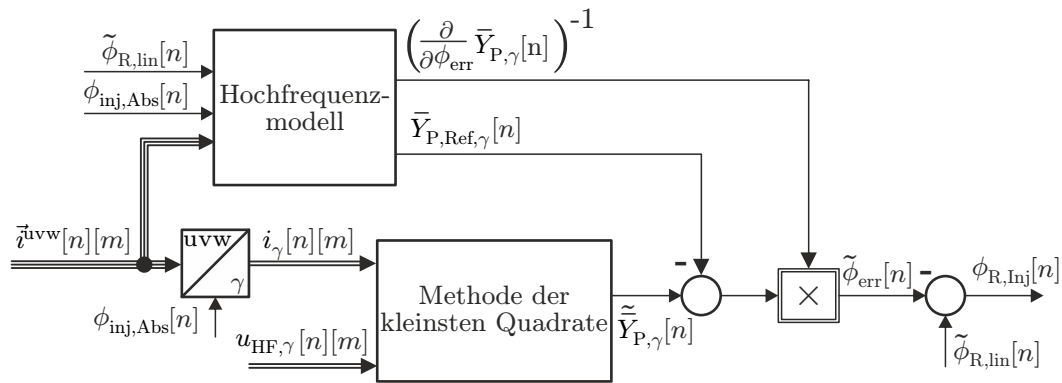


Abbildung 6.14.: Blockdiagramm der vereinfachten Winkelbestimmung bei Auswertung der γ -Komponente (Vgl. [100]).

Ableitungen nach dem Winkelfehler, welche zur Berechnung des Winkelfehlers in (6.35) benötigt werden, können zudem als Tabellen auf dem Mikrocontroller abgelegt werden, wodurch zusätzlich Rechenzeit gespart wird.

Das Blockschaltbild der vereinfachten Winkelbestimmung, welches alle beschriebenen Schritte noch einmal zusammenfasst, ist in Abbildung 6.14 dargestellt.

Das vereinfachte Verfahren kann auch verwendet werden, um das Hochfrequenzverhalten einer Maschine zu identifizieren. Hierbei wird auf die Implementierung eines Hochfrequenzmodells und Winkelfehlerberechnung verzichtet und lediglich die bestimmten inversen Induktivitätswerte aufgezeichnet. Die Bestimmung der Rotorlage und somit der Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Abs}}$ erfolgt in diesem Fall auf Basis des gemessenen Winkels.

Bei dieser Bestimmungsmethode gilt zudem Anzumerken, dass der Schätzer $\tilde{p}_{p,x,Y}[n]$, welcher in (6.34) bestimmt wird, der beste lineare erwartungstreue Schätzer ist, sofern das Rauschen auf der Strommessung mittelwertfrei und normalverteilt ist und die Fehler des gewählten Modellansatzes vernachlässigbar klein sind. In diesem Fall sind die zufälligen Störgrößen (Fehler) gemäß dem Satz von GAUSS-MARKOW unkorreliert, im Mittel null und haben eine endliche konstante Varianz [99].

6.7.4. Direkte Anwendung der inversen Induktivitätsbestimmung auf die Leiterströme

Eine weitere Möglichkeit, das Verfahren zu realisieren, ist es, die Methode der kleinsten Quadrate direkt auf die Leiterströme $\vec{i}^{\text{uvw}}[n][m]$ anzuwenden und die Transformation in das injektionsorientierte Koordinatensystem erst auf die bestimmten Induktivitätswerte anzuwenden. Dies ist möglich, wenn, wie in dieser Arbeit angenommen wird, der Injektionswinkel $\phi_{\text{inj,Abs}}$ über eine Reglerabtastperiode näherungsweise konstant ist [96].

In diesem Fall können die Leiterströme $\vec{i}^{\text{uvw}}[n][m]$ in einen hochfrequenten Anteil $\vec{i}_{\text{HF}}^{\text{uvw}}[n][m]$, welcher durch die Hochfrequenzanregung induziert wird, und einen Anteil $\vec{i}_{\text{NF}}^{\text{uvw}}[n][m]$, welcher die restlichen Anteile beinhaltet, unterteilt werden:

$$\vec{i}^{\text{uvw}}[n][m] = \vec{i}_{\text{HF}}^{\text{uvw}}[n][m] + \vec{i}_{\text{NF}}^{\text{uvw}}[n][m], \quad (6.36)$$

Der Anteil $\vec{i}_{\text{NF}}^{\text{uvw}}[n][m]$ wird dabei analog zu (6.27) durch ein Polynom mit der Ordnung $h_{\text{NF},\text{UVW}}$ angenähert [96]:

$$\vec{i}_{\text{NF}}^{\text{uvw}}[n][m] = \sum_{i=0}^{h_{\text{NF}}} \left[m^i \begin{pmatrix} a_{\text{NF},\text{U},i}[n] \\ a_{\text{NF},\text{V},i}[n] \\ a_{\text{NF},\text{W},i}[n] \end{pmatrix} \right], \quad (6.37)$$

wobei die $a_{\text{NF},\text{U},i}$, $a_{\text{NF},\text{V},i}$ und $a_{\text{NF},\text{W},i}$ die Polynomkoeffizienten beschreiben und die Polynomordnung durch h_{NF} definiert wird.

Die hochfrequenten Stromanteile $\vec{i}_{\text{HF}}^{\text{uvw}}[n][m]$ können nun mit Hilfe der Transformation aus (6.20) und der Beschreibung im injektionsorientierten Koordinatensystem aus (6.32) approximiert werden:

$$\vec{i}_{\text{HF}}^{\text{uvw}}[n][m] \approx \left[\vec{i}_{\text{HF}}^{\text{uvw}}[n][0] + \begin{pmatrix} \bar{Y}_{\text{P},\text{U}}[n] \\ \bar{Y}_{\text{P},\text{V}}[n] \\ \bar{Y}_{\text{P},\text{W}}[n] \end{pmatrix} \Psi_{\text{HF},\gamma}[n][m] \right], \quad (6.38)$$

wobei $\bar{Y}_{\text{P},\text{U}}$, $\bar{Y}_{\text{P},\text{V}}$ und $\bar{Y}_{\text{P},\text{W}}$ die mittleren inversen Leiterinduktivitäten beschreiben.

Analog zu (6.33) kann nun mit Hilfe von (6.33), (6.36), (6.37) und (6.38) das zu lösende Gleichungssystem aufgestellt werden:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_x[n][0] \\ i_x[n][1] \\ \vdots \\ i_x[n][k] \end{pmatrix}}_{=: \vec{b}_{\text{p},x,\text{Y}}[n]} = \mathbf{A}_{\text{p},\text{Y}}[n] \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a_{\text{NF},x,0}[n] \\ \vdots \\ a_{\text{NF},x,h_{\text{NF}}}[n] \\ \bar{Y}_{\text{P},x}[n] \end{pmatrix}}_{=: \vec{p}_{\text{p},x,\text{Y}}[n]} \quad x \in \{\text{U},\text{V},\text{W}\}. \quad (6.39)$$

Die Werte der inversen Induktivitäten $\bar{Y}_{\text{P},\text{U}}[n]$, $\bar{Y}_{\text{P},\text{V}}[n]$ und $\bar{Y}_{\text{P},\text{W}}[n]$ können nun analog zu (6.34) mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt werden.

Die resultierenden Schätzwerte $\tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{U}}[n]$, $\tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{V}}[n]$ und $\tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{W}}[n]$ können anschließend mit Hilfe der Transformation aus (6.20) in das injektionsorientierte Koordinatensystem überführt werden:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\gamma}[n] \\ \tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\delta}[n] \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{\text{dq}}(\phi_{\text{inj},\text{Abs}}[n]) \cdot \begin{pmatrix} \tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{U}}[n] \\ \tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{V}}[n] \\ \tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{W}}[n] \end{pmatrix}. \quad (6.40)$$

Zuletzt erfolgt die Bestimmung des Winkelfehlers $\tilde{\phi}_{\text{err}}$ mit Hilfe von (6.35).

Es hat Vorteile, die inversen Leiterinduktivitäten zu bestimmen und diese erst im Anschluss in das injektionsorientierte Koordinatensystem zu transformieren: In diesem Fall können die inversen Induktivitätswerte $\tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{U}}[n]$, $\tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{V}}[n]$ und $\tilde{\tilde{Y}}_{\text{P},\text{W}}[n]$ ohne Kenntnis der Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj},\text{Abs}}$ bestimmt werden. Hierdurch kann der FIR-Filter direkt auf die ADC-Rohwerte angewandt und somit hardwarenah realisiert werden, sofern der zeitliche Verlauf der Hochfrequenzanregung bereits vor der Code-Generierung bekannt ist. Ein Blockdiagramm dieser Methode ist in Abbildung 6.15 dargestellt, wobei der Vektor \vec{a}_{Y} der letzten Zeile der Pseudoinversen $\tilde{\tilde{\mathbf{A}}}_{\text{p},\text{Y}}^+[n]$ aus (6.34) entspricht.

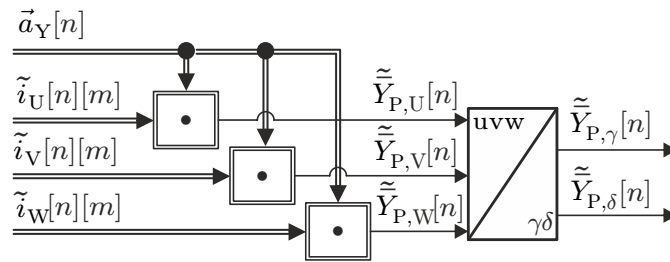


Abbildung 6.15.: Blockdiagramm der direkten Bestimmung der inversen Induktivitäten [96].

6.7.5. Berechnung des Grundwellenstroms

Damit der Stromregler nicht durch die Hochfrequenzanregung beeinflusst wird, darf die Rückführung des Stromreglers keine hochfrequenten Stromanteile, welche durch die Hochfrequenzanregung erzeugt werden, enthalten. Um dies zu erreichen, können verschiedene Ansätze aus der Literatur verwendet werden:

- **Einfacher Tiefpassfilter (IIR-Filter):** Der gemessene Stromverlauf kann mit Hilfe eines einfachen IIR-Tiefpassfilters (z. B. PT1-Filter) gefiltert werden und somit die hochfrequenten Stromanteile bei entsprechender Wahl der Filterbandbreite aus dem Signal entfernt werden (siehe z. B. [13]). Hierdurch wird das Stromsignal jedoch verzögert, wodurch die maximale Bandbreite des Stromreglers limitiert wird [87].
- **Methode der kleinsten Quadrate (FIR-Filter):** Der niederfrequente Stromanteil $\vec{i}_{\text{NF}}^{\text{uvw}}$ wird für die Rotorlagebestimmung mit Hilfe eines Polynoms, welches in (6.36) beschrieben ist, angenähert. Die Polynomkoeffizienten können analog zu der für die Rotorlagebestimmung benötigte Schätzgröße mit der entsprechenden Pseudoinversen bestimmt werden. Mittels der geschätzten Polynomkoeffizienten kann der niederfrequente Stromanteil $\vec{i}_{\text{NF}}^{\text{uvw}}$ zu jeder beliebigen Zeit rekonstruiert werden und dieser dann als Rückführung für den Stromregler verwendet werden (siehe [87]). Vorteilhaft hierbei ist, dass das Stromsignal nicht verzögert wird und hierdurch die maximale Bandbreite des Stromreglers nicht eingeschränkt wird [87].

Es gibt allerdings auch noch weitere Möglichkeiten:

Eine Möglichkeit, um den niederfrequenten Stromanteil zu bestimmen, ist es, mit Hilfe der für die Rotorlageschätzung benötigten Größen den hochfrequenten Stromanteil $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\text{dq}}[n][m]$ zu bestimmen und anschließend von den gemessenen Strömen $\vec{i}^{\text{dq}}[n][m]$ zu subtrahieren:

$$\vec{i}_{\text{GW}}^{\text{dq}}[n][m] := \vec{i}^{\text{dq}}[n][m] - \vec{i}_{3,\text{HF}}^{\text{dq}}[n][m]. \quad (6.41)$$

Bei dem komplexen Verfahren, welches in Unterabschnitt 6.7.2 beschrieben wird, erfolgt die Berechnung des hochfrequenten Stromanteils $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\text{dq}}[n][m]$ mit Hilfe von (6.4) und (6.26). Da bereits einige dieser Berechnungen für die Schätzung der Rotorlage benötigt werden, ist der zusätzliche Rechenaufwand daher sehr gering.

Bei dem vereinfachten Verfahren, kann die Berechnung des hochfrequenten Stromanteils $\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\text{dq}}[n][m]$ mit Hilfe von (6.32) oder (6.38) erfolgen.

Die einfachste Möglichkeit ist es jedoch, einen Messwert zu verwenden, bei welchem aufgrund des gewählten Verlaufs der Injektionsspannung der hochfrequente Stromanteil

$\vec{i}_{3,\text{HF}}^{\text{dq}}[n][m]$ gleich null ist. In diesem Fall kann der gemessene und transformierte Strommesswert $\vec{i}^{\text{dq}}[n][m]$ direkt für die Rückführung verwendet werden. In dieser Arbeit wird diese Möglichkeit bevorzugt verwendet. Ist dies aufgrund des gewählten Injektionsmusters nicht möglich, so wird der geschätzte Hochfrequenzstrom gemäß (6.41) von den Messwerten subtrahiert.

6.7.6. Berechnung der Rauschunterdrückung der Winkelbestimmung

In einem realen System ist die Messung der Leiterströme in der Regel rauschbehaftet. Daher gibt es bei der Berechnung des Rotorlagefehlers Unsicherheiten. Da eine Unsicherheit bei der Bestimmung des Rotorlagefehlers direkte Auswirkungen auf die Qualität der Winkelschätzung hat, ist es von Interesse, diese Unsicherheiten zu kennen und gegebenenfalls auch zu minimieren. Im Folgenden wird daher der Zusammenhang zwischen dem Messrauschen auf den Leiterströmen, der injizierten Spannungssequenz und dem resultierenden Rauschen des bestimmten Rotorlagefehlers analytisch beschrieben. Mit Hilfe dieser Theorie kann die injizierte Spannungssequenz optimiert werden und der Winkelbeobachter, welcher für die Filterung des Winkels und für die Berechnung der Drehzahl benötigt wird, optimal ausgelegt werden.

6.7.6.1. Beschreibung des Stromrauschens

Die Messserie, welche zum Zeitschritt n gemessen wird, besteht aus den gemessenen Leiterstromwerten $\vec{i}_{\text{M}}^{\text{uvw}}[n][0] \dots \vec{i}_{\text{M}}^{\text{uvw}}[n][k]$. Die gemessenen Strommesswerte $\vec{i}_{\text{M}}^{\text{uvw}}$ innerhalb einer Messserie sind nun als die Summe der tatsächlich fließenden Ströme \vec{i}^{uvw} und Messrauschen, welches mittels den Zufallsvariablen \vec{v}^{uvw} beschrieben wird, definiert:

$$\vec{i}_{\text{M}}^{\text{uvw}}[n][m] := \vec{i}^{\text{uvw}}[n][m] + \vec{v}^{\text{uvw}}[n][m] \quad \text{für } m \in \{0 \dots k\} . \quad (6.42)$$

Es wird angenommen, dass die Verteilungsfunktionen der Zufallsvariablen stetig sind und die Momente der Zufallsvariablen existieren. Zudem wird angenommen, dass die Zufallsvariablen \vec{v}^{uvw} und die Leiterströme \vec{i}^{uvw} nicht korrelieren.

In Abbildung 6.16 ist die Dichtefunktion eines gemessenen Leiterstroms und die zu den Messdaten angepasste Dichtefunktion einer Normalverteilung abgebildet. Die Messung fand bei ausgeschaltetem Wechselrichter statt. Es ist zu erkennen, dass eine an die Messdaten angepasste Normalverteilung eine gute Näherung des gemessenen Stromrauschens ist. An dieser Stelle muss allerdings angemerkt werden, dass es sich bei dem in Abbildung 6.16 dargestellten Rauschen um reines Sensor-Messrauschen handelt. Im normalen Betrieb mit Wechselrichter kann sich das Rauschen verändern, da die Phasenspannungen bei konstanten Sollwerten für die PWM-Tastverhältnisse aufgrund einer schwankenden Zwischenkreisspannung oder auch aufgrund von Jitter-Effekten von den Gate-Ansteuersignalen zeitlich leicht variieren können. Oft wird auch die Zwischenkreisspannung gemessen und für die Skalierung der PWM-Tastverhältnisse verwendet. In diesem Fall hat auch das Messrauschen des Spannungssignals Einfluss auf das gemessene Stromrauschen.

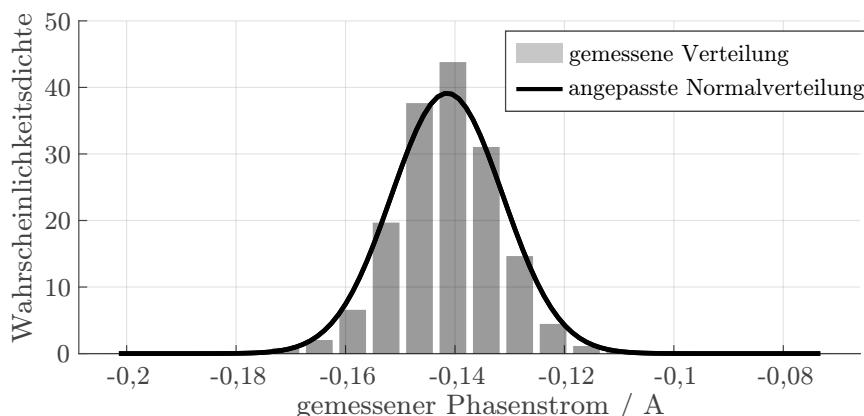


Abbildung 6.16.: Wahrscheinlichkeitsverteilung des gemessenen Leiterstroms.

Das gemessene Stromrauschen ist somit eine Überlagerung aus dem tatsächlich Stromschwankungen und dem Messrauschen. Es wird im Folgenden angenommen, dass das Messrauschen normalverteilt ist und die tatsächlichen Stromschwankungen aufgrund der genannten Effekte vernachlässigbar klein sind.

Die Varianz des Messrauschens σ_1^2 muss nicht zwangsweise für jede Wechselrichterphase identisch sein. Zum Beispiel kann die Strommessung so gestalten, dass die Varianz des Messrauschens in dem Leiter, dessen Strom die meisten Rotorlageinformationen enthält, minimal ist. Dies kann unter anderem erreicht werden, indem dieser Leiterstrom häufiger abgetastet wird als die anderen Leiterströme. Ziel hierbei ist es, die Varianz der geschätzten Rotorlage zu minimieren [101].

Aufgrund von gemeinsamen Störquellen kann das Messrauschen auf den einzelnen Stromsignalen auch korreliert sein. Dies wird im Folgenden berücksichtigt. Es wird allerdings angenommen, dass das Strommessrauschen eines einzelnen Leiters zeitlich nicht korreliert ist.

Im Idealfall ist jedoch die Varianz des Stromrauschens auf allen drei Leiterstromsignalen identisch und das Rauschen der einzelnen Leiter unkorreliert. Bei einer dreiphasigen Maschine und einer Drei-Leiter-Strommessung kann unter diesen Vereinfachungen somit die Kovarianzmatrix des Messrauschens wie folgt beschrieben werden:

$$\text{Cov}(\vec{v}_{3L, \text{Ideal}}^{uvw}[n][m]) = \sigma_{I, \text{Ideal}}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.43)$$

wobei $\sigma_{I, \text{Ideal}}^2$ die Varianz des unkorrelierten Messrauschens der gemessenen Leiterströme beschreibt.

Ein Sonderfall stellt zudem die Zwei-Leiter-Strommessung dar. Bei einer solchen Strommessung wird der dritte Strommesswert aus den zwei gemessenen Werten mit Hilfe von (3.11) bestimmt. Die Varianz des berechneten Strommesswerts ist daher größer als die Varianz der gemessenen Werte und die Kovarianz von dem berechneten Wert und den gemessenen Werten ist ungleich null. Wird zum Beispiel der Strom im Leiter W berechnet, so ergibt sich für die Kovarianzmatrix unter der Annahme, dass die Varianzwerte der gemessenen Leiterstromsignale identisch sind und das Messrauschen unkorreliert ist,

folgendes:

$$\text{Cov}(\vec{v}_{2L,UV, \text{Ideal}}^{\text{uvw}}[n][o]) = \sigma_{I, \text{Ideal}}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}^T = \sigma_{I, \text{Ideal}}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (6.44)$$

Der Varianzwert des Messrauschens des berechneten Stromwerts ist somit gleich der Summe der Varianzwerte der beiden gemessenen Leiterstromsignale.

Der Unterschied zwischen der Drei-Leiter- und der Zwei-Leiter-Strommessung wird nun deutlich, wenn man die Varianz des Messrauschens der γ -Stromkomponente, welche für die Bestimmung des Winkelfehlers verwendet wird, berechnet. Der gemessene Strom im injektionsorientierten Koordinatensystem kann nun durch Transformation von (6.42) mit Hilfe von (6.20) erfolgen:

$$\vec{i}_M^{\gamma\delta}[n][m] = \vec{i}_3^{\gamma\delta}[n][m] + \underbrace{\mathbf{T}_{\text{dq}}(\phi_{\text{inj,Abs}}[n]) \cdot \vec{v}^{\text{uvw}}[n][m]}_{=: \vec{v}^{\gamma\delta}[n][m]}. \quad (6.45)$$

Die Varianz des Messrauschens im $\gamma\delta$ -Koordinatensystem kann somit mit Hilfe von (6.45) für eine bestimmte Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Abs}}[n]$ wie folgt ermittelt werden:

$$\text{Cov}(\vec{v}^{\gamma\delta}[n][m]) = \begin{bmatrix} \sigma_{I,\gamma}^2 & \cdot \\ \cdot & \sigma_{I,\delta}^2 \end{bmatrix} = \text{Cov}(\mathbf{T}_{\text{dq}}(\phi_{\text{inj,Abs}}[n]) \cdot \vec{v}^{\text{uvw}}[n][m]) \\ = \mathbf{T}_{\text{dq}}(\phi_{\text{inj,Abs}}[n]) \text{Cov}(\vec{v}^{\text{uvw}}[n][m]) \mathbf{T}_{\text{dq}}(\phi_{\text{inj,Abs}}[n])^T, \quad (6.46)$$

wobei $\sigma_{I,\gamma}^2$ die Varianz des Messrauschens der γ -Stromkomponente und $\sigma_{I,\delta}^2$ die Varianz des Messrauschens der δ -Stromkomponente beschreiben.

Die Varianz des Messrauschens ist beispielhaft für die γ -Komponente und die beiden betrachteten Fälle in Tabelle 6.1 dargestellt. Zudem ist sie in Abbildung 6.17 visualisiert.

	Zwei-Leiter-Messung (Leiter U und V)	Drei-Leiter-Messung
$\sigma_{I,\gamma}^2$	$\frac{2}{3}\sigma_I^2 \cdot (\cos(2(\phi_{\text{inj,Abs}} - \frac{\pi}{3}))) + 2$	$\frac{2}{3}\sigma_I^2$

Tabelle 6.1.: Varianz des Messrauschens der γ -Komponente für die Zwei-Leiter- und Drei-Leiter-Strommessung.

Es ist zu erkennen, dass bei einer Drei-Leiter-Strommessung die Varianz des Messrauschens der γ -Stromkomponente $\sigma_{I,\gamma}^2$ im Idealfall konstant und somit unabhängig von der Auswertungsrichtung, welche durch den Winkel $\phi_{\text{inj,Abs}}$ definiert wird, ist. Bei der Zwei-Leiter-Messung hängt die Varianz der γ -Komponente auch im Idealfall stark von der Auswertungsrichtung ab und ist zudem im Mittel doppelt so groß als bei einer Drei-Leiter-Strommessung. Eine solch starke Abhängigkeit des Messrauschens von der Auswertungsrichtung ist eigentlich unerwünscht, da die Auswertungsrichtung bei dem betrachteten geberlosen Verfahren mit der elektrischen Winkelgeschwindigkeit rotiert und somit das Signal-zu-Rausch-Verhältnis sich kontinuierlich ändert. Eine Drei-Leiter-Messung ist des-

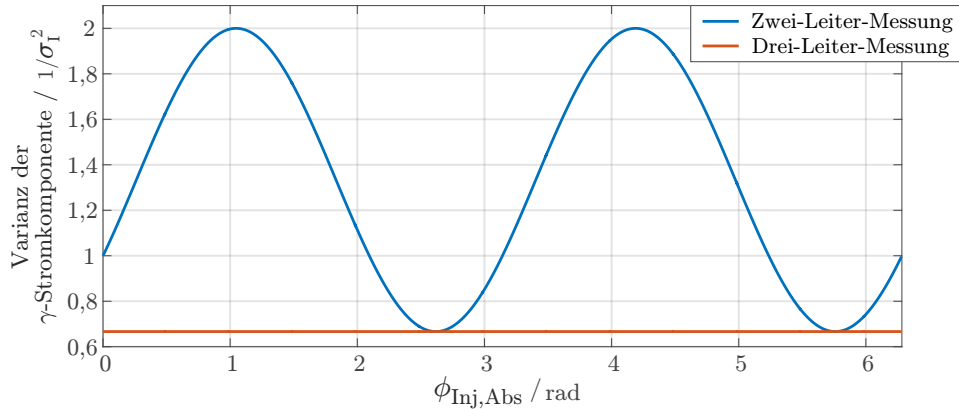


Abbildung 6.17.: Varianz des Messrauschens der γ -Komponente in Abhängigkeit von der Auswertungsrichtung.

halb besser für das in dieser Arbeit verwendete Verfahren geeignet. Wird ein Verfahren zur Lagebestimmung verwendet, bei denen die Auswertungsrichtung konstant ist, so bietet es sich bei einer Zwei-Leiter-Messung an, eine Richtung zu wählen, in welchem die Varianz der Komponente in Auswertungsrichtung klein ist. Bei einer Auswertung der δ -Komponente gelten diese Aussagen ebenfalls.

Es gilt an dieser Stelle zu erwähnen, dass die Transformation in das injektionsorientierte Koordinatensystem bei dem betrachteten Verfahren von der geschätzten Rotorlage abhängt. Da die geschätzte Rotorlage mit Hilfe der rauschbehafteten Ströme berechnet wird, ist das Rotorlagesignal und somit auch der Transformationswinkel rauschbehaftet. Jedoch kann angenommen werden, dass das Rauschen der Rotorlage über ein Reglerabtastschritt konstant ist, da die Rotorlageschätzung nur einmal pro Reglerabtastschritt durchgeführt wird. Wird nur das Strommessrauschen innerhalb eines Reglerabtastschritts betrachtet, so kann die Injektionsrichtung und der Winkelfehler als konstant angenommen werden und die Gleichung (6.46) beschreibt durchaus die Varianz des Messrauschens $\bar{v}^{\gamma\delta}$.

6.7.6.2. Beschreibung des Rauschens der geschätzten Rotorlage

Zur Verbesserung der Lesbarkeit wird im Folgenden lediglich das vereinfachte Verfahren aus Unterabschnitt 6.7.3 für die Beschreibung des Rauschens betrachtet. Bei dieser Variante wird die Methode der kleinsten Quadrate auf die gemessenen und in das injektionsorientierte transformierte Strommesswerte angewandt. Die Berechnungen können analog zur folgenden Beschreibung für die anderen Verfahren durchgeführt werden.

Die Ermittlung der inversen Induktivitätswerte $\tilde{Y}_{P,\gamma}$ und $\tilde{Y}_{P,\delta}$ erfolgt durch Bildung des Skalarprodukts von dem gemessenen Stromverlauf und dem Vektor \vec{a}_Y , welcher der letzten Zeile der Pseudoinversen $\hat{\mathbf{A}}_{p,Y}^+$ aus (6.34) entspricht, und kann somit mit Hilfe von (6.45) wie folgt beschrieben werden:

$$\tilde{Y}_{P,x}[n] = \underbrace{\vec{a}_Y[n] \cdot \begin{pmatrix} i_x[n][0] \\ \vdots \\ i_x[n][k] \end{pmatrix}}_{=\bar{Y}_{P,x}[n]} + \underbrace{\vec{a}_Y[n] \cdot \begin{pmatrix} v_{I,x}[n][0] \\ \vdots \\ v_{I,x}[n][k] \end{pmatrix}}_{=:v_{Y,x}[n]} \quad x \in \{\gamma, \delta\}, \quad (6.47)$$

wobei $v_{I,x}$ die entsprechende Komponente des Vektors $\vec{v}^{\gamma\delta}$ und $v_{Y,x}$ die daraus resultierende transformierte Störgröße beschreiben.

Die Varianzen der transformierten Störgrößen $v_{Y,\gamma}$ und $v_{Y,\delta}$ können nun unter der Annahme, dass der verwendete Kleinste-Quadrate Schätzer $\vec{p}_{p,x,Y}[n]$ der beste lineare erwartungstreue Schätzer ist, mit Hilfe von (6.46) wie folgt bestimmt werden [99]:

$$\text{Var}(v_{Y,x}[n]) = \left(\vec{a}_Y[n] (\vec{a}_Y[n])^T \right) \sigma_{I,x}^2 \quad x \in \{\gamma, \delta\}, \quad (6.48)$$

wobei der Vektor \vec{a}_Y der letzten Zeile der Pseudoinversen $\tilde{\mathbf{A}}_{p,Y}^+[n]$ aus (6.34) entspricht.

Die entsprechenden Einträge der Pseudoinversen haben somit auch Einfluss auf den Varianzwert der geschätzten inversen Induktivität $\tilde{Y}_{P,x}$. Neben dem Varianzwert $\sigma_{I,x}^2$, welcher das Rauschen des Stroms in Auswertungsrichtung charakterisiert, haben somit auch die Amplitude und Form der Hochfrequenzanregung, die Polynomordnung für Approximation des niederfrequenten Stromanteils, die Reglerabtastperiodenlänge und die Anzahl der Messpunkte innerhalb eines Reglerabstastschritts Einfluss auf den Varianzwert der geschätzten inversen Induktivität.

Insbesondere bei der Amplitude der Hochfrequenzanregung kann der Zusammenhang zwischen Skalierungsfaktor und Varianzwert sehr einfach analytisch beschrieben werden:

Alle Einträge der letzten Zeile der Pseudoinversen \vec{a}_Y hängen linear von dem Kehrwert der Amplitude der Hochfrequenzanregung ab. Eine Änderung der Amplitude um Faktor $k_{u,\text{inj}}$ führt somit gemäß (6.48) zu einer Veränderung des Varianzwertes $\text{Var}(v_{Y,x}[n])$ um den Faktor $(k_{u,\text{inj}})^{-2}$. Eine Erhöhung der Reglerabtastperiodenlänge bei gleichbleibender Anzahl von Messpunkten hat dieselbe Skalierung zur Folge. Bei den anderen Einflüssen ist dieser Zusammenhang deutlich komplexer und muss individuell betrachtet werden.

In Abbildung 6.18 ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der ermittelten inversen Induktivität $\tilde{Y}_{P,x}$ für zwei unterschiedliche Hochfrequenzanregungen dargestellt. Die Ermittlung erfolgte im Stillstand an einem konstanten Betriebspunkt ($\vec{i}^{\text{dq}} = (5\text{A} \ 0\text{A})^T$) bei einer Reglerabtastfrequenz von 3 kHz und einer PWM-Frequenz von 18 kHz. Die Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Abs}}$ wurde konstant gehalten und für die Polynomordnung zur Approximation der niederfrequenten Stromanteile wurde $h_{\text{NF}} = 1$ gewählt. Es kann daher angenommen werden, dass der Wert der inversen Induktivität $\tilde{Y}_{P,x}[n]$ konstant ist und das gemessene Rauschen ausschließlich aus der transformierten Störgröße $v_{Y,x}$ resultiert.

Das erste Injektionsmuster $u_{\text{HF},\gamma,V1}$ besteht lediglich aus 18 kHz-Pulsen mit einer Spannungsamplitude von 2 V:

$$u_{\text{HF},\gamma,V1}[n][m] = \begin{cases} 2\text{V} & \text{falls } m \text{ ungerade} \\ -2\text{V} & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.49)$$

Das zweite Injektionsmuster $u_{\text{HF},\gamma,V2}$ ist eine Überlagerung des ersten Injektionsmusters $u_{\text{HF},\gamma,V1}$ mit 3 kHz-Pulsen, welche eine Amplitude von 0,5 V besitzen:

$$u_{\text{HF},\gamma,V2}[n][m] = \begin{cases} u_{\text{HF},\gamma,V1}[n][m] + 0,5\text{V} & \text{falls } m < \frac{k}{2} \\ u_{\text{HF},\gamma,V1}[n][m] - 0,5\text{V} & \text{sonst} \end{cases}, \quad (6.50)$$

wobei das Verhältnis zwischen Abtastfrequenz der Ströme und Abtastfrequenz der Regelung in diesem Fall mit $k = \frac{36\text{kHz}}{3\text{kHz}} = 12$ gegeben ist. Die dargestellten Messergebnisse wur-

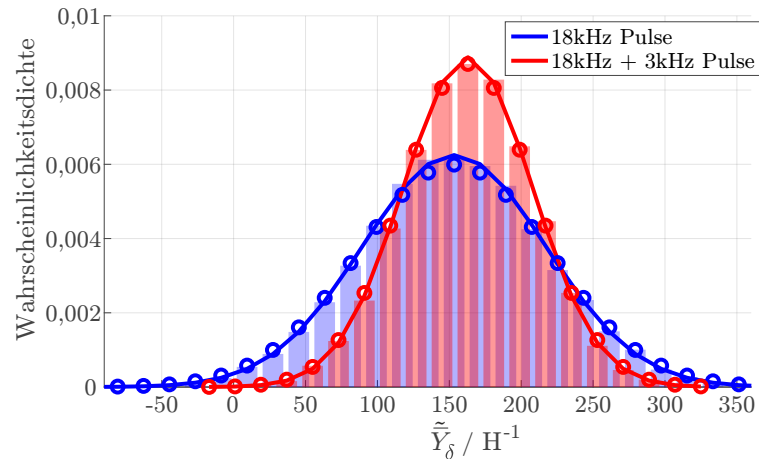


Abbildung 6.18.: Wahrscheinlichkeitsverteilung des aus Messungen bestimmten Induktivitätswerts $\tilde{Y}_{P,\delta}$ bei unterschiedlichen Injektionsmustern (**Balken:** Gemessene Verteilung, **durchgezogene Linie:** An die Messdaten angepasste Normalverteilung, **Kreise:** Aus dem gemessenen Leiterstromrauschen analytisch bestimmte Verteilungsfunktion, Vgl. [96]).

den um eine an die Messdaten angepasste Normalverteilung ergänzt. Es ist zu erkennen, dass eine Normalverteilung bei beiden Injektionsmustern eine gute Näherung darstellt.

Des Weiteren wurden die Messergebnisse um eine Normalverteilung ergänzt, deren Varianz mit Hilfe von (6.46) und (6.48) aus dem Messrauschen der Leiterströme bestimmt wurde. Es ist zu erkennen, dass die analytisch berechneten Verteilungen sehr gut zu den gemessenen Verteilungen passen und somit die vorgestellte Theorie sich gut eignet, um die Varianz der transformierten Störgrößen analytisch zu bestimmen.

Die Messung bestätigt zudem die Aussage, dass der Varianzwert der transformierten Störgröße von der gewählten Spannungsform abhängt. Die Spannungsform kann mit Hilfe der vorgestellten Theorie nun dahingehend optimiert werden, dass der Varianzwert der geschätzten Größe minimal ist. Jedoch hat das Injektionsmuster auch Auswirkungen auf die akustische Geräusentwicklung, wie später gezeigt wird. Eine Veränderung der Spannungsform hat daher noch weitere Auswirkungen.

Die Bestimmung des Winkelfehlers $\tilde{\phi}_{\text{err}}$ aus den bestimmten Werten der inversen Induktivitäten kann nun mit Hilfe von (6.35) und (6.48) abhängig von der ausgewerteten Komponente wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\phi}_{\text{err},x}[n] &\approx \left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{P,x}[n] \right)^{-1} \cdot \left(\tilde{Y}_{P,x}[n] - \bar{Y}_{P,\text{Ref},x}[n] \right) \\
 &= \left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{P,x}[n] \right)^{-1} \cdot \left(\bar{Y}_{P,x}[n] + v_{Y,x}[n] - \bar{Y}_{P,\text{Ref},x}[n] \right) \quad x \in \{\gamma, \delta\}. \quad (6.51) \\
 &\approx \phi_{\text{err}}[n] + \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{P,x}[n] \right)^{-1} v_{Y,x}[n]}_{=: v_{\phi,x}[n]},
 \end{aligned}$$

wobei $v_{\phi,x}$ die Auswirkungen der transformierten Störgröße $v_{Y,x}$ auf den geschätzten Winkelfehler $\tilde{\phi}_{\text{err}}$ beschreibt.

Die Berechnungen in (6.51) setzen voraus, dass das Messrauschen auf den Strömen einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf die bestimmten Werte $\tilde{Y}_{P,x}[n]$ und $\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}}\tilde{Y}_{P,x}[n]$ hat und diese Werte auch frei von Modellfehlern sind. Zudem muss angenommen werden, dass die Linearisierung im Arbeitspunkt aus (6.48) für alle auftretenden Winkelfehlerwerte angenommen werden kann.

Die mittels dem anisotropiebasieren Verfahren bestimmte Rotorlage $\phi_{R,\text{Inj}}[n]$ kann somit mit Hilfe von (6.31) und (6.51) abhängig von der ausgewerteten Komponente wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \phi_{R,\text{Inj},x}[n] &= \tilde{\phi}_{R,\text{lin}}[n] - \tilde{\phi}_{\text{err},x}[n] \\ &= \phi_R[n] + \phi_{\text{err}}[n] - \tilde{\phi}_{\text{err},x}[n] \quad x \in \{\gamma, \delta\}. \\ &\approx \phi_R[n] + v_{\phi,x}[n] \end{aligned} \quad (6.52)$$

Der tatsächliche Winkelfehler ϕ_{err} hat somit im Idealfall keine Auswirkungen auf die geschätzte Rotorlage. Ist das für die Bestimmung der Rotorlage verwendete Referenzmodell jedoch fehlerbehaftet, so gilt diese Aussage nicht mehr. Ein Rauschen auf der für die Linearisierung verwendete Rotorlage $\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}$ und somit auf dem tatsächlichen Winkelfehler ϕ_{err} hat in diesem Fall wiederum Auswirkungen auf das Rauschverhalten der von dem Verfahren geschätzte Rotorlage $\phi_{R,\text{Inj}}$.

Die Auswirkungen der transformierten Störgröße $v_{Y,x}$ auf den geschätzten Winkel $\phi_{R,\text{Inj},x}$ kann nun mit Hilfe von (6.51) und (6.52) bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \text{Var}(v_{\phi,x}[n]) &\approx \text{Var}\left(\left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}}\tilde{Y}_{P,x}[n]\right)^{-1} v_{Y,x}[n]\right) \\ &\approx \left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}}\tilde{Y}_{P,x}[n]\right)^{-2} \text{Var}(v_{Y,x}[n]) \end{aligned} \quad x \in \{\gamma, \delta\}. \quad (6.53)$$

Die partielle Ableitung $\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}}\tilde{Y}_{P,x}[n]$ ist nun von dem verwendeten Motor, dem Arbeitspunkt, der Rotorlage, der Injektionsrichtung und der Auswertungsrichtung abhängig, wie in Abschnitt 6.3 beschrieben. Alle genannten Abhängigkeiten haben somit ebenfalls Einfluss auf die Störgröße $v_{\phi,x}$ und somit das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der geschätzten Rotorlage.

Die Optimierung der Injektionsrichtung, wie sie in diesem Kapitel beschrieben ist, ist somit eine gute Möglichkeit das Rauschen auf der Rotorlageschätzung zu minimieren. Des Weiteren kann - abhängig von den Motoreigenschaften - auch durch Anpassung des Betriebspunkts das Rauschen minimiert werden.

Zur Validierung der beschriebenen Theorie wurden Simulationen mit einer idealisierten Maschine, deren Einträge der inverse Induktivitätsmatrix konstant sind ($Y_{\text{dd}} = (40 \mu\text{H})^{-1}$, $Y_{\text{dq}} = 0\text{H}^{-1}$ und $Y_{\text{qq}} = (60 \mu\text{H})^{-1}$), durchgeführt. Die Maschine befand sich im Stillstand und der Antrieb wurde mit der lagegeberlosen Regelung, wie sie in Abbildung 6.8 dargestellt ist, betrieben. Als Hochfrequenzanregung wurden 18 kHz Pulse, wie sie in (6.49) definiert sind, in die geschätzte d-Richtung injiziert. Die Rotorlage wurde durch Auswerten der δ -Richtung bestimmt. Die Reglerabtastfrequenz betrug 3 kHz. Für die Polynomordnung zur Approximation der niederfrequenten Stromanteile wurde $h_{\text{NF}} = 2$ gewählt.

Als Sollwerte für die Stromregelung wurde $\vec{i}_{\text{GW,Soll}}^{\text{dq}} = (0\text{A } 0\text{A})^T$ verwendet. Die Winkelfilterung wurde mit dem Winkelbeobachter realisiert, welcher im nächsten Abschnitt beschrieben ist. Die Bandbreite des Winkelbeobachters - und somit die Filterwirkung - wurde bei der Simulation variiert. Das Strommessrauschen der einzelnen Wechselrichterphasen wurde unkorreliert angenommen und der Varianzwert des Strommessrauschens wurde für alle Wechselrichterphasen identisch zu $\sigma_I^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{A}^2$ gewählt. Die ermittelten Werte der empirischen Varianzen sind in Tabelle 6.2 dargestellt, wobei diese wie folgt bestimmt wurden:

$$\text{Var}_E(x) = \frac{1}{n_{\text{max}}-1} \sum_{n=1}^{n_{\text{max}}} |x[n] - \mu_x|^2 \quad \text{mit} \quad \mu_x = \frac{1}{n_{\text{max}}} \sum_{n=1}^{n_{\text{max}}} x[n], \quad (6.54)$$

wobei n_{max} die Anzahl der Datenpunkte beschreibt und für die Bestimmung des Wertes jeweils mehr als 10.000 Datenpunkte verwendet wurden. Es ist zu erkennen, dass durch eine Erhöhung der Beobachterbandbreite die Varianz des für die Linearisierung verwendeten Rotorwinkels $\text{Var}_E(\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n])$ ebenfalls erhöht wird. Dies ist zu erwarten, da durch eine Erhöhung der Bandbreite die Filterwirkung des Winkelbeobachters abnimmt.

Wie erwartet, hängt die Varianz der geschätzten Rotorlage $\text{Var}_E(\phi_{\text{R,Inj},\delta})$ nicht von der Varianz des für die Linearisierung verwendeten Rotorwinkels $\text{Var}_E(\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n])$ ab. Die analytisch berechnete Varianz beträgt unter den gewählten Bedingungen

$$\text{Var}(v_{\phi,x}[n]) = 1,63(^{\circ})^2.$$

Sofern das für die Rotorlagebestimmung verwendete Hochfrequenzmodell nicht fehlerhaft ist, kann somit die hier vorgestellte Theorie sehr gut verwendet werden, um die Varianz der geschätzten Rotorlage zu beschreiben.

Die Varianz des geschätzten Rotorlagefehlers $\text{Var}_E(\tilde{\phi}_{\text{err},\delta})$ ist zudem abhängig von der Varianz des für die Linearisierung verwendeten Rotorwinkels $\text{Var}_E(\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n])$.

Somit kann mit diesem Wert keine direkte Aussage über die Varianz der geschätzten Rotorlage $\text{Var}_E(\phi_{\text{R,Inj},\delta})$ gemacht werden.

Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass bei der gewählten Timingstruktur die innerhalb eines Reglerabtastschritts zuletzt gemessene Strommesswerte auch im darauffolgenden Zeitschritt für die Rotorlagebestimmung verwendet werden ($\vec{i}_{\text{M}}^{\delta}[n-1][k] = \vec{i}_{\text{M}}^{\delta}[n][0]$). Durch Modellfehler bei der Bestimmung der Rotorlage hängt der geschätzte Winkel $\tilde{\phi}_{\text{err}}[n]$ zudem von dem für die Linearisierung verwendeten Winkel $\phi_{\text{R,Inj},\delta}[n]$ ab, welcher üblicherweise auf Basis des geschätzten Winkels aus einem vorherigen Zeitschritt ermittelt wurde. Aufgrund dieser beiden Punkte sind die geschätzten Rotorlagewerte $\tilde{\phi}_{\text{err}}[n]$ zeitlich korre-

	Beobachterbandbreite		
	50rad/s	500rad/s	1000rad/s
$\text{Var}_E(\tilde{\phi}_{\text{R,lin}})$	0,06(^{\circ})^2	0,66(^{\circ})^2	1,46(^{\circ})^2
$\text{Var}_E(\tilde{\phi}_{\text{err},\delta})$	1,68(^{\circ})^2	2,25(^{\circ})^2	3,03(^{\circ})^2
$\text{Var}_E(\phi_{\text{R,Inj},\delta})$	1,62(^{\circ})^2	1,63(^{\circ})^2	1,61(^{\circ})^2

Tabelle 6.2.: Aus einer Simulation ermittelte empirische Varianzen der verschiedenen Winkel- und Winkelfehlersignale bei unterschiedlichen Beobachterbandbreiten.

liert. Die Filterwirkung des Winkelbeobachters wird durch diese Korrelation üblicherweise negativ beeinflusst und muss bei der analytischen Berechnung der Rauschunterdrückung des Winkelbeobachters berücksichtigt werden. Dies ist allerdings nicht Teil dieser Arbeit. Der Zusammenhang zwischen dem Strommessrauschen und der Varianz der Störgröße der geschätzten Rotorlage wird somit im Wesentlichen durch folgende Punkte beeinflusst:

- Varianz der gemessenen Strommesswerte und Korrelation zwischen den Strommesswerten $\text{Cov}(\vec{v}^{uvw})$,
- Anzahl der Stromsensoren (Zwei-Leiter- oder Drei-Leiter-Strommessung),
- Auswertungsrichtung $\phi_{\text{inj,Abs}}$, sofern eine Korrelation zwischen den Strommesswerten vorhanden ist,
- Amplitude und Form der Hochfrequenzanregung $u_{\text{HF},\gamma}$,
- Polynomordnung h_{NF} , welche für die Approximation der niederfrequenten Stromanteile verwendet wird,
- Reglerabtastperiodenlänge t_{R} und Anzahl der Messpunkte innerhalb eines Reglerabtastschritts k ,
- Modellfehler des zur Bestimmung der Rotorlage verwendeten Hochfrequenzmodells,
- Varianz des für die Linearisierung verwendeten Rotorwinkels $\text{Var}_{\text{E}}(\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n])$, sofern das Hochfrequenzmodell nicht frei von Modellfehlern ist,
- Modellfehler, welche durch die für die Bestimmung der Rotorlage durchgeführte Linearisierung im Arbeitspunkt, entstehen,
- Hochfrequenzeigenschaften der verwendeten PMSM, welche in dieser Arbeit durch die Approximationsparameter aus (5.45) gegeben sind,
- Arbeitspunkt, welcher durch den Stromvektor $\vec{i}_{\text{GW}}^{\text{dq}}$ definiert ist, und Rotorlage ϕ_{R} , sofern das Hochfrequenzverhalten von diesen Variablen abhängt,
- Injektionsrichtung ϕ_{inj} und Wahl der Stromkomponente, welche für die Bestimmung der Rotorlage verwendet wird.

Der Zusammenhang ist daher komplex und es gibt viele Möglichkeiten, die Varianz der Störgröße der geschätzten Lage zu minimieren. In dieser Arbeit wird jedoch aufgrund der hohen Komplexität nicht weiter auf die Optimierung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses eingegangen. Es soll lediglich ein Überblick gegeben werden, welche Einflüsse und somit welche Optimierungsmöglichkeiten es für die vorgestellten anisotropiebasierten Verfahren gibt.

6.8. zeitdiskret-entworfener Winkelbeobachter

Die Rotorlage, welche mit Hilfe eines anisotropiebasierten Verfahrens geschätzt wird, kann üblicherweise aufgrund des schlechten Signal-zu-Rausch-Verhältnisses nicht direkt für die Strom-, Drehzahl- und Positionsregelung verwendet werden. Ein unruhiger Lauf der Maschine und zusätzliche hörbare Geräusche wären die Folge. Lediglich bei Antrieben mit einer sehr rauscharmen Strommessung und einer für die anisotropiebasierten Verfahren gut geeigneten Maschine kann auf eine zusätzliche Filterung verzichtet werden. In der

Regel ist dies jedoch nicht der Fall.

Um zusätzliche Geräusche zu vermeiden, ist es daher notwendig, die geschätzte Rotorlage zu filtern, bevor sie für die Stromregelung verwendet wird. Eine zu starke Filterung ist allerdings ebenfalls von Nachteil, da dies bei dynamischen Vorgängen zu großen Winkel Fehlern führt. Ein idealer Filterentwurf gestaltet sich somit oft schwierig.

Für die Strom- und Drehzahlregelung sind zudem Kenntnisse über die aktuelle Drehzahl erforderlich. Da bei den anisotropiebasierten Verfahren lediglich Informationen über den geschätzten Winkel vorliegen, muss die Drehzahl aus dem Verlauf der geschätzten Rotorlage bestimmt werden.

In der Literatur haben sich für die Rotorlagefilterung und die Drehzahlbestimmung Beobachterstrukturen durchgesetzt, bei welchen die geschätzte Rotorlage als Eingang und die Position, die Drehzahl und auch oft die Rotorbeschleunigung als Zustände gewählt werden. Diese Beobachter ermöglichen neben der Drehzahlbestimmung eine Filterung der Rotorlage und gleichzeitiger Kompensation der mit der Filterung verbunden zeitlichen Verzögerung des Signals. Zudem kann das mechanische System in dem Beobachter mit abgebildet werden [102–104]. Die Adaption der unbekanntenen Größen des mechanischen Systems, wie zum Beispiel das Lastmoment und das Trägheitsmoment, können online adaptiert werden [102]. Des Weiteren besteht auch die Möglichkeit, die Filtereigenschaften an die Drehzahldynamik zu adaptieren. Somit kann bei niedriger Drehzahldynamik die Injektionsspannung verringert werden (siehe z. B. [105]).

In diesem Abschnitt wird ein Winkelbeobachter für das in diesem Kapitel vorgestellte Verfahren entworfen. Da in vielen Anwendungen eine hohe Dynamik gefordert wird, allerdings die Regelung sehr langsam abgetastet wird, wird der Beobachter zeitdiskret entworfen. Hierbei kommt die vom KALMAN-Filter bekannte Prädiktor-Korrektor-Struktur zum Einsatz. Die Bestimmung der Rückführverstärkung erfolgt durch Polvorgabe. Dies ist ein übliches Vorgehen bei dem Entwurf von Beobachtern (siehe z. B. [106]).

6.8.1. Prädiktor-Korrektor-Struktur

Ein Beobachter für zeitdiskrete Systeme mit einer skalaren Messgröße, skalarer Steuergröße und den Anfangszuständen \vec{x}_0 hat die folgende Struktur [106, S. 436]:

$$\begin{aligned} \vec{x}_{\text{WB,D}}[n+1] &= \mathbf{A}_{\text{WB,D}} \cdot \vec{x}_{\text{WB,D}}[n] + \vec{b}_{\text{WB,D}} \cdot \vec{e}_{\text{WB,D}}[n] + \vec{e}_{\text{R}}[n], & \vec{x}_{\text{WB,D}}[0] &= \vec{x}_0 \\ \vec{y}_{\text{WB,D}}[n] &= \vec{c}_{\text{WB,D}} \cdot \vec{x}_{\text{WB,D}}[n], \end{aligned} \quad (6.55)$$

wobei $\mathbf{A}_{\text{WB,D}}$ die Systemmatrix, $\vec{x}_{\text{WB,D}}$ den Zustandsvektor, $\vec{b}_{\text{WB,D}}$ den Steuervektor, $\vec{e}_{\text{WB,D}}$ die Steuerfunktion, $\vec{c}_{\text{WB,D}}$ den Beobachtungsvektor und $\vec{y}_{\text{WB,D}}$ den Ausgangsvektor und \vec{e}_{R} die Rückführung beschreiben.

Bei der Wahl der Rückführung \vec{e}_{R} gibt es nun verschiedene Möglichkeiten. Zum Beispiel wird in [106] die Rückführung so gewählt, dass der Messwert aus dem Zeitschritt n mit dem aus den Zuständen berechneten Wert verglichen wird und die Differenz für die Korrektur der Zustände des nächsten Zeitschritts verwendet wird. Eine Messung in einem Zeitschritt n hat somit keinen Einfluss auf die geschätzten Zustände desselben Zeitschritts. Bei sehr hohen Dynamiken kann dies nachteilhaft sein.

Eine weitere Möglichkeit zur Gestaltung der Rückführung ist, den Messwert aus dem

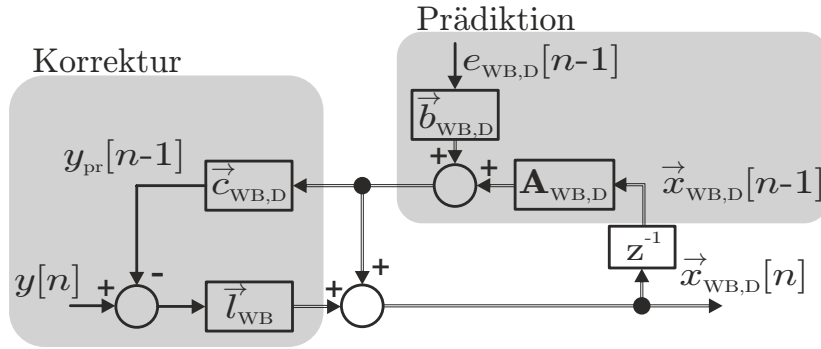


Abbildung 6.19.: Blockdiagramm des verwendeten Winkelbeobachters.

Zeitschritt n mit dem erwarteten Wert, welcher mit Hilfe der Zustände aus dem vorherigen Zeitschritt berechnet wird, zu vergleichen und die Differenz für die Korrektur der Zustände des Zeitschritts n zu verwenden:

$$\begin{aligned}\vec{e}_R[n] &:= \vec{l}_{WB} \cdot (y[n+1] - y_{pr}[n]) \\ y_{pr}[n] &:= \vec{c}_{WB,D} \cdot (\mathbf{A}_{WB,D} \cdot \vec{x}_{WB,D}[n] + \vec{b}_{WB,D} \cdot \vec{e}_{WB,D}[n]).\end{aligned}\quad (6.56)$$

Diese Art von Rückführung wird üblicherweise bei KALMAN-Filtern verwendet. Damit hat der Messwert des aktuellen Zeitschritts einen direkten Einfluss auf die Zustandsschätzung desselben Zeitschritts. In dieser Arbeit wird daher die in (6.56) beschriebene Rückführung verwendet.

Die erste Gleichung in (6.55) kann durch Einsetzen von (6.56) somit wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{aligned}\vec{x}_{WB,D}[n] &= \underbrace{\mathbf{A}_{WB,D} \cdot \vec{x}_{WB,D}[n-1] + \vec{e}_R \cdot u[n-1]}_{\text{Prädiktion}} + \underbrace{\vec{l}_{WB} (y[n] - y_{pr}[n-1])}_{\text{Korrektur}} \\ &= \left(\mathbb{I}_{3 \times 3} - \vec{l}_{WB} \vec{c}_{WB,D} \right) \mathbf{A}_{WB,D} \cdot \vec{x}_{WB,D}[n-1] \\ &\quad + \left(\mathbb{I}_{3 \times 3} - \vec{l}_{WB} \vec{c}_{WB,D} \right) \vec{b}_{WB,D} \cdot e_{WB,D}[n-1] + \vec{l}_{WB} \cdot y[n].\end{aligned}\quad (6.57)$$

Die Gleichung (6.57) verdeutlicht, warum diese Struktur Prädiktor-Korrektor-Struktur genannt wird. Die Zustände für den neuen Zeitschritt werden zuerst mit Hilfe der Zustandswerten aus dem vorhergehenden Schritt prädiziert und anschließend wird der erwartete Messwert, welcher aus den prädizierten Zustand berechnet wird, mit dem tatsächlichen Messwert verglichen und die Differenz als Korrektur verwendet. In Abbildung 6.19 ist das Blocksaltbild dieser Beobachterstruktur dargestellt.

Vorteilhaft bei der Wahl dieser Struktur in Kombination mit der in diesem Kapitel vorgestellten Rotorlageschätzung ist zudem, dass die Prädiktion vor der Rotorlageschätzung durchgeführt werden kann und die prädizierten Rotorlage für die Linearisierung am Arbeitspunkt verwendet werden kann.

6.8.2. Prädiktor-Korrektor-Struktur als Winkelbeobachter

In dieser Arbeit wird die Prädiktor-Korrektor-Struktur zur Filterung und Prädiktion des Winkelsignals verwendet. Als Zustände des Beobachters werden im Folgenden die geschätzte Rotorlage $\phi_{R,WB}$, die geschätzte Rotationsgeschwindigkeit $\omega_{R,WB}$ und die geschätzte Winkelbeschleunigung $\xi_{R,WB}$ verwendet. Prinzipiell ist es auch möglich lediglich die Rotorlage und die Rotationsgeschwindigkeit als Zustände zu verwenden. Bei Verwendung von nur zwei Zuständen gibt es allerdings während Beschleunigungsvorgängen eine bleibende Abweichung zwischen dem von dem geberlosen Verfahren geschätzten Winkel $\phi_{R,Inj}$ und dem gefilterten Winkel $\phi_{R,WB}$ (siehe z. B. [107]). Da die in dieser Arbeit untersuchten Antriebe auch in Beschleunigungsvorgängen optimal funktionieren sollen, wird daher im Folgenden ein Beobachter mit drei Zuständen verwendet.

Der Zustandsvektor wird somit wie folgt definiert:

$$\vec{x}_{WB,D}[n] := (\phi_{R,WB}[n] \quad \omega_{R,WB}[n] \quad \xi_{R,WB}[n])^T. \quad (6.58)$$

Die Systemmatrix der Prädiktor-Korrektor-Struktur $\mathbf{A}_{WB,D}$ und der Steuervektor $\vec{b}_{WB,D}$ können aus der zeitkontinuierlichen Beschreibung des Systems gemäß [106, S. 444] ermittelt werden. Das zeitkontinuierliche System wird wie folgt beschrieben:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi}_R \\ \dot{\omega}_R \\ \dot{\xi}_R \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{A}_{WB}} \cdot \begin{pmatrix} \phi_R \\ \omega_R \\ \xi_R \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_R} \\ 0 \end{bmatrix}}_{=:\vec{b}_{WB}} (M_{EM} - M_L), \quad (6.59)$$

wobei ϕ_R die Rotorlage, ω_R die Rotationsfrequenz und ξ_R die Winkelbeschleunigung beschreiben. M_{EM} und M_L bezeichnen das von der Maschine erzeugte Moment und das Lastmoment.

Somit kann bei einer gegebenen Reglerabstastperiodendauer t_R die Systemmatrix $\mathbf{A}_{WB,D}$ und der Steuervektor $\vec{b}_{WB,D}$ wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{WB,D} &:= e^{\mathbf{A}_{WB} \cdot t_R} = \begin{bmatrix} 1 & t_R & \frac{1}{2}t_R^2 \\ 0 & 1 & t_R \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \vec{b}_{WB,D} &:= \int_0^{t_R} e^{\mathbf{A}_{WB} \cdot t} dt \cdot \vec{b}_{WB} = \frac{1}{J_R} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}t_R^2 \\ t_R \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.60)$$

Als Steuergröße $e_{WB,D}$ wird die im Mittel in einem Reglerabstastschritt anliegende Differenz zwischen den vom Motor erzeugten Drehmoment M_{EM} und dem Lastmoment M_L verwendet:

$$e_{WB,D}[n] := \frac{1}{t_R} \int_{t[n]}^{t[n+1]} M_{EM} - M_L dt. \quad (6.61)$$

In vielen Anwendungen ist das Lastmoment M_L und das Trägheitsmoment J_R allerdings unbekannt. Zudem können sich diese unbekanntenen Größen sehr schnell ändern. Als ein Bei-

spiel hierfür kann das mechanische Blockieren der Welle genannt werden. Des Weiteren kann in einem geberlosen System das Motormoment M_{EM} nicht exakt berechnet werden, da für die Berechnung die tatsächliche Rotorlage bekannt sein muss. In vielen Anwendungen wird daher die Steuergröße zu null gesetzt und sämtliche Beschleunigungsvorgänge als Störungen aufgefasst. Sind allerdings das Lastmoment M_L , das Trägheitsmoment J_R und das Motormoment M_{EM} bekannt, so sollte die Steuergröße, wie in (6.61) beschrieben, verwendet werden. Im Folgenden wird die Steuergröße zu null gesetzt.

Der Ausgangsvektor des zeitdiskreten Systems ist zudem identisch mit dem Ausgangsvektor des zeitkontinuierlichen Systems:

$$\vec{c}_{WB,D} := \vec{c}_{WB} = (1 \ 0 \ 0). \quad (6.62)$$

Zur Korrektur wird der von dem anisotropiebasierten Verfahren geschätzten Winkel verwendet:

$$y[n] := \phi_{R,Inj}[n] \quad (6.63)$$

Die Zustände des Winkelbeobachters sind somit zum Zeitpunkt gültig zu welchem auch die von dem anisotropiebasierten Verfahren geschätzte Rotorlage gültig ist.

Der in dieser Arbeit verwendete Winkelbeobachter kann nun mit (6.57), (6.60), (6.62) und (6.63) beschrieben werden. Die verwendete Wahl der Rückführverstärkung \vec{l}_{WB} wird im Folgenden erläutert.

6.8.3. Beobachtbarkeit

Die Pole des Beobachters sind durch die Eigenwerte der Matrix $(\mathbb{I}_{3 \times 3} - \vec{l}_{WB} \vec{c}_{WB,D}) \mathbf{A}_{WB,D}$ gegeben. Die Rückführverstärkung \vec{l}_{WB} hat somit Einfluss auf die Lage der Pole und kann verwendet werden, um die Systemdynamik beliebig zu verändern. Voraussetzung hierfür ist allerdings, dass das System $(\mathbf{A}_{WB,D}, \vec{c}_{WB,D})$ vollständig beobachtbar ist. In diesem Fall können die Pole des Beobachters beliebig platziert werden (siehe z. B. [108, S. 74]). Dies gilt sowohl für kontinuierliche als auch zeitdiskrete Systeme [106, S. 466].

Die vollständige Beobachtbarkeit kann nach KALMAN nachgewiesen werden, in dem man die Beobachtbarkeitsmatrix aufstellt und überprüft, ob diese Matrix vollen Spaltenrang hat. Hat die Beobachtbarkeitsmatrix vollen Spaltenrang, so ist das System vollständig beobachtbar.

In dem betrachteten Fall kann die Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{S}_{WB} wie folgt beschrieben werden:

$$\mathbf{S}_{WB} := \begin{bmatrix} \vec{c}_{WB,D} \\ \vec{c}_{WB,D} \mathbf{A}_{WB,D} \\ \vec{c}_{WB,D} \mathbf{A}_{WB,D}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & t_R & \frac{1}{2} t_R^2 \\ 1 & 2t_R & 2t_R^2 \end{bmatrix}. \quad (6.64)$$

Die Determinante der Beobachtbarkeitsmatrix ist somit $\det(\mathbf{S}_{WB}) = t_R^3$. Sofern die Abtastperiodendauer t_R ungleich null ist, was im Folgenden angenommen wird, ist auch die Determinante ungleich null und damit hat die Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{S}_{WB} vollen Spaltenrang. Das System ist somit vollständig beobachtbar und die Pole des Beobachters können beliebig platziert werden.

6.8.4. Wahl der Rückführverstärkung

Die Systemdynamik dieser Struktur ist nun durch die Matrix $\left(\mathbb{I}_{3 \times 3} - \vec{l}_{\text{WB}} \vec{c}_{\text{WB,D}}\right) \mathbf{A}_{\text{WB,D}}$ gegeben. Die Dynamik kann daher mit Hilfe der Rückführverstärkung \vec{l}_{WB} verändert werden. Da das System $(\mathbf{A}_{\text{WB,D}}, \vec{c}_{\text{WB,D}})$ vollständig beobachtbar ist, können die Pole des Beobachters beliebig platziert werden und somit auch die Beobachterdynamik beliebig eingestellt werden. In dieser Arbeit werden nun alle Pole z_i des zeitdiskreten Beobachters auf einer Stelle z_p platziert, so dass die Grenzfrequenz des gefilterten Winkelsignals ω_{WB} einen gewünschten Wert aufweist.

Die Übertragungsfunktion zwischen dem Eingangs- und Ausgangssignal des zeitdiskreten Beobachters kann im z -Bereich für die gewählte Struktur wie folgt dargestellt werden:

$$G_{\phi_{\text{R,Inj}} \rightarrow \phi_{\text{R,WB}}}(z) = \frac{\phi_{\text{R,WB}}(z)}{\phi_{\text{R,Inj}}(z)} = \vec{c}_{\text{WB,D}} \left(\mathbb{I}_{3 \times 3} - \frac{1}{z} \mathbf{A}_{\text{WB,D}} + \frac{1}{z} \vec{l}_{\text{WB}} \vec{c}_{\text{WB,D}} \mathbf{A}_{\text{WB,D}} \right)^{-1} \vec{l}_{\text{WB}}. \quad (6.65)$$

Das Nennerpolynom der Übertragungsfunktion ist nun durch die Determinante der Matrix $\left(z \mathbb{I}_{3 \times 3} - \mathbf{A}_{\text{WB,D}} + \vec{l}_{\text{WB}} \vec{c}_{\text{WB,D}} \mathbf{A}_{\text{WB,D}}\right)$ gegeben. Die Polstellen z_i können somit durch einen Koeffizientenvergleich ermittelt werden [96]:

$$\det \left(z \mathbb{I}_{3 \times 3} - \mathbf{A}_{\text{WB,D}} + \vec{l}_{\text{WB}} \vec{c}_{\text{WB,D}} \mathbf{A}_{\text{WB,D}} \right) = \prod_{i=1}^3 (z - z_i). \quad (6.66)$$

Wird nun angenommen, dass alle Pole auf dieselbe Stelle gelegt werden, so kann die Gleichung (6.66) unter Annahme von (6.60) und (6.62) stark vereinfacht werden und die Rückführverstärkung \vec{l}_{WB} in Abhängigkeit der gewählten Polstelle wie folgt berechnet werden [96]:

$$\vec{l}_{\text{WB}} = \begin{pmatrix} 1 - z_p^3 \\ \frac{3}{2t_{\text{R}}} (z_p - 1)^2 (z_p + 1) \\ -\frac{1}{t_{\text{R}}} (z_p - 1)^3 \end{pmatrix}, \text{ wobei } z_1 = z_2 = z_3 = z_p. \quad (6.67)$$

Mit Hilfe von (6.67) können nun alle Pole an eine beliebige Stelle platziert werden. Der Zusammenhang zwischen Polstelle z_p und Grenzfrequenz des gefilterten Winkelsignals ω_{WB} ist dabei durch die folgende Gleichung gegeben [96]:

$$z_p = e^{-\omega_{\text{WB}} t_{\text{R}}}. \quad (6.68)$$

Übliche Werte für die Grenzfrequenz ω_{WB} , wie sie im Rahmen dieser Arbeit gewählt wurden, sind zwischen $100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ und $1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

6.8.5. Berechnung der verschiedenen Winkelwerte

Mit Hilfe der Beobachterzustände können nun die verschiedenen Winkelwerte berechnet werden, welche für den geberlosen Betrieb des Antriebs benötigt werden.

In dieser Arbeit werden mit Hilfe des Beobachters drei unterschiedliche Rotorlagewerte berechnet:

Um den niederfrequenten Stromanteil $\vec{i}_{\text{GW}}^{\text{dq}}[n]$, welcher als Rückführung für die Stromregelung verwendet wird, in das rotorflussorientierte Koordinatensystem zu überführen, wird

der Winkelwert $\tilde{\phi}_{R,\text{flt}}[n]$ berechnet, welcher zum selben Zeitpunkt gültig ist wie die zu transformierenden Stromwerte.

Des Weiteren wird mit den Zuständen der Winkel $\tilde{\phi}_{R,\text{PR}}$ berechnet, welcher für die Rücktransformation der Spannungskomponenten in der Raumzeigermodulation und für die Bestimmung der absoluten Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Abs}}[n]$ benötigt werden. Dieser Winkelwert ist zu den Zeitpunkten gültig, an welchem die gewünschten Spannungen tatsächlich angelegt werden.

Um die Linearisierung im Arbeitspunkt durchführen zu können, welche für die Rotorlageschätzung benötigt wird, wird zudem mit Hilfe der Zustände der Winkel $\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}[n]$ berechnet, welcher zum Zeitpunkt, an welchem die Linearisierung durchgeführt wird, gültig ist.

Es wird nun angenommen, dass der von dem anisotropiebasierten Verfahren geschätzte Rotorwinkel $\tilde{\phi}_R$ im Mittel in der Mitte der Reglerabtastperiode gültig ist, in welchem die zur Bestimmung des Winkels verwendeten Strommesswerte gemessen wurden. Dies kann damit begründet werden, dass die Gewichtung, mit welchen die Strommesswerte zur Rotorlageschätzung multipliziert werden, in der Regel symmetrisch ist. Die Beobachterzustände sind somit aufgrund der gewählten Struktur zum selben Zeitpunkt gültig.

Bei der verwendeten Timingstruktur werden die berechneten Spannungen in der folgenden Reglerabtastperiode mit Hilfe des Wechselrichters erzeugt. Zwischen dem Zeitpunkt, an welchem die Beobachterzustände $\vec{x}_{\text{WB,D}}$ gültig sind, und dem Zeitpunkt, an welchem die Spannungen \vec{u}^{dq} erzeugt werden, liegen somit exakt zwei Reglerabtastperiodenlängen $2t_R$. Der Winkel $\tilde{\phi}_{R,\text{PR}}[n]$ kann somit mit Hilfe der Beobachterzustände $\vec{x}_{\text{WB,D}}[n]$ wie folgt berechnet werden (Vgl. [96]):

$$\tilde{\phi}_{R,\text{PR}}[n+2] := \left(1 \quad 2t_R \quad \frac{1}{2}(2t_R)^2\right) \cdot \vec{x}_{\text{WB,D}}[n]. \quad (6.69)$$

In dieser Arbeit werden die letzten Stromwerte, welcher innerhalb einer Reglerabtastperiode gemessen werden, für die Berechnung des niederfrequenten Stromanteils $\vec{i}_{\text{GW}}^{\text{dq}}[n]$ verwendet. Zwischen dem Zeitpunkt, an welchem die Beobachterzustände $\vec{x}_{\text{WB,D}}$ gültig sind, und dem Zeitpunkt, an welchem die Strommesswerte gültig sind, liegt somit eine halbe Reglerabtastperiode $\frac{1}{2}t_R$. Der Winkelwert $\tilde{\phi}_{R,\text{flt}}[n]$ wird in dieser Arbeit somit wie folgt berechnet (Vgl. [96]):

$$\tilde{\phi}_{R,\text{flt}}[n] := \left(1 \quad \frac{1}{2}t_R \quad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}t_R\right)^2\right) \cdot \vec{x}_{\text{WB,D}}[n]. \quad (6.70)$$

Bei Injektion in die optimale Injektionsrichtung wird in dieser Arbeit für die Linearisierung des nichtlinearen Problems, welches zur Rotorlageschätzung gelöst werden muss, die Ergebnisse der Beobachterprädiktion verwendet, welche wie folgt definiert sind:

$$\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}[n+1] := \vec{c}_{\text{WB,D}} \cdot (\mathbf{A}_{\text{WB,D}} \cdot \vec{x}_{\text{WB,D}}[n]). \quad (6.71)$$

Sofern die Injektion in eine andere Richtung stattfindet, kann diese Wahl ebenfalls getroffen werden. Bei der Injektion in die geschätzte d-Richtung und der Auswertung der δ -Komponente des Stroms bietet sich allerdings an, den Winkel für die Linearisierung gleich dem Rotorwinkel zu wählen, welcher für die Raumzeigermodulation verwendet wird ($\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}[n] := \tilde{\phi}_{R,\text{PR}}[n]$). In diesem Fall ist die geschätzte Injektionsrichtung $\tilde{\phi}_{\text{inj}}$ ge-

mäß (6.25) gleich null, wodurch die Anzahl der für die Rotorlagebestimmung benötigten Berechnungen reduziert wird. In dieser Arbeit wird daher bei Injektion in die geschätzte d-Richtung die zuletzt genannte Möglichkeit verwendet.

6.9. Initiale Rotorlagebestimmung und Kombination des Verfahrens mit einem EMK-basierten Verfahren

In diesem Abschnitt wird kurz auf zwei wichtige Punkte eingegangen, welche nicht im Fokus dieser Arbeit stehen, jedoch für die Verwendung von anisotropiebasierten Verfahren wichtig sind.

6.9.1. Initiale Rotorlagebestimmung mittels Hochfrequenzanregung

Die geometriebedingten Symmetrieeigenschaften der inversen Induktivitäten einer dreiphasigen PMSM sind in (5.44) beschrieben. Durch einfache Umformung kann nun gezeigt werden, dass die inversen Induktivitäten im injektionsorientierten Koordinatensystem, welche in (6.7) definiert sind, im unbestromten Zustand mindestens zweimal pro elektrischer Umdrehung dieselben Werte annehmen:

$$\bar{y}_P^{\gamma\delta} \left(0, \tilde{\phi}_R, \tilde{\phi}_{inj}, \tilde{\phi}_I, \phi_{err} \right) = \bar{y}_P^{\gamma\delta} \left(0, \tilde{\phi}_R, \tilde{\phi}_{inj}, \tilde{\phi}_I, \phi_{err} + \pi \right), \quad (6.72)$$

wobei das erste Argument der Funktion $\bar{y}_P^{\gamma\delta}$ die Stromamplitude \hat{i} ist.

Bei der anisotropiebasierten Rotorlageschätzung im unbestromten Zustand besteht somit eine Unsicherheit, welche in der Regel durch Einprägen sättigender Leiterströme und somit durch Ausnutzung der Betriebspunktabhängigkeit der inversen Induktivitäten aufgelöst werden kann. Denn die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix hängen bei hohen Stromamplituden üblicherweise charakteristisch von dem Stromwinkel ab, wie in Kapitel 5 zu sehen ist.

Es genügt normalerweise, diese Unsicherheit einmal beim Starten des Antriebs aufzulösen. Anschließend ist die ungefähre Rotorlage bekannt. Die Kenntnis über die ungefähre Rotorlage reicht in den folgenden Schätzungen aus, um die Unsicherheit direkt aufzulösen. Deshalb ist die eindeutige Bestimmung der Rotorlage in der Literatur auch unter dem Namen „initiale Rotorlagebestimmung“ bekannt.

In der Literatur wurden bereits einige unterschiedliche Verfahren vorgestellt, welche eine eindeutige Lagebestimmung ermöglichen (siehe z. B. [109–111]). Bei dem Verfahren aus [111] werden im Stillstand hintereinander Spannungsvektoren in unterschiedliche Richtungen injiziert. Sofern die injizierten Spannungen groß genug sind, weisen die resultierende Strompulse aufgrund der Abhängigkeit der inversen Induktivitäten von dem Stromwinkel abhängig von der Injektionsrichtungen unterschiedliche Amplituden auf. Durch Auswerten der Amplitudenwerte kann die Rotorlage somit eindeutig bestimmt werden.

In [110] und [109] wird zunächst die d-Achse durch Injektion in die geschätzte d-Richtung

und Auswertung der δ -Komponente bestimmt. Hierbei wird ausgenutzt, dass an Arbeitspunkten an welchen die q -Komponente des Stroms gleich null ist, die δ -Komponente des hochfrequenten Stromanteils aufgrund der Symmetrieeigenschaften im Mittel über eine elektrische Umdrehung ebenfalls null sein muss. Ist die d -Achse gefunden, so wird in [110] eine hochfrequente Spannung in die geschätzte d -Achse eingepreßt. Aufgrund von Sättigungseffekten ist der Zusammenhang zwischen der d -Komponente der Flussverkettungen und d -Komponente der transformierten Leiterströme nichtlinear. Der durch die Hochfrequenzanregung induzierte Stromverlauf besitzt hierdurch eine Komponente, deren Frequenz gleich der doppelten Injektionsfrequenz entspricht. Durch Auswerten der Phasenlage dieser Komponente kann die Unsicherheit in der Rotorlageschätzung ohne Maschinenkenntnisse aufgelöst werden.

In [109] wird nach Auffinden der d -Achse ein Betriebspunkt mit reinem positiven d -Strom eingeregelt. Vor und nach dem Arbeitspunktwechsel werden durch Injektion in die geschätzte d -Richtung die Werte der inversen Induktivität Y_{dd} an beiden Betriebspunkten geschätzt. Durch Vergleichen der bestimmten Werte wird die Unsicherheit in der Rotorlageschätzung ohne Maschinenkenntnisse aufgelöst. Hierbei wird davon ausgegangen, dass mit steigendem d -Strom die inverse Induktivität Y_{dd} zunimmt (monoton steigender Zusammenhang). Es gilt an dieser Stelle jedoch anzumerken, dass bei Maschinen mit vergrabenen Magneten diese Annahme nicht zwingend gilt, wie in [112] gezeigt wird. Durch einen positiven d -Strom kann es zu einer Verringerung der Flussdichten in den Rotorflusspfaden und somit zu einer Entsättigung des Eisens im Rotor kommen. Dies kann zu einer Erhöhung der differentiellen Induktivität Y_{dd} und daher zu einer fehlerhaften initialen Rotorlagebestimmung führen. Diesen Effekt gilt es daher bei Verwendung eines Verfahrens zur initialen Rotorlagebestimmung stets zu berücksichtigen.

In dieser Arbeit wurde das Prinzip aus [109] verwendet, um die Rotorlage eindeutig zu bestimmen. Die Bestimmung der inversen Induktivitäten an den Arbeitspunkten wurde lediglich angepasst. Es wurde hierfür das Verfahren aus Unterabschnitt 6.7.4 verwendet. Da die initiale Rotorlagebestimmung nicht im Fokus dieser Arbeit steht, wird auf eine detaillierte Beschreibung des Verfahrens im Folgenden nicht eingegangen und es wird an dieser Stelle auf [109] verwiesen.

6.9.2. Kombination des Verfahrens mit einem EMK-basierten Verfahren

Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis bei EMK-basierten Verfahren skaliert mit dem Betragswert der Drehzahl. Zudem entfällt bei Verwendung einer EMK-basierten Winkelbestimmung die zusätzliche benötigte Hochfrequenzanregung, welche unter anderem zu zusätzlichen akustischen Geräuschen und Eisenverlusten führt. Es ist daher sinnvoll, ein EMK-basiertes Verfahren einzusetzen, sobald die EMK für die Positionsbestimmung ausreichend groß ist. Um eine lagegeberlose Regelung im gesamten Drehzahlbereich zu realisieren, wird daher üblicherweise ein EMK-basiertes Verfahren mit einem anisotropiebasierten Verfahren kombiniert.

Für die Kombination beider Verfahren gibt es nun mehrere Möglichkeiten, welche bereits in der Literatur zu finden sind: In [113] wird ein Verfahren vorgeschlagen, welches zwischen den beiden Verfahren in Abhängigkeit der geschätzten Drehzahl umschaltet. Überschreitet die geschätzte Drehzahl einen ersten Wert, so wird das EMK-basierte Verfahren verwendet

und die Hochfrequenzanregung deaktiviert. Unterschreitet die geschätzte Drehzahl einen zweiten Wert, so wird die Hochfrequenzanregung aktiviert und nachdem diese aktiv ist, wird auf das anisotropiebasierte Verfahren für die Positionsschätzung verwendet.

In [74] wird in einem Übergangsbereich der Rotorwinkel mit Hilfe beider Verfahren bestimmt und die bestimmten Winkelwerte über eine gewichtete Summe fusioniert. Die Gewichte werden dabei in Abhängigkeit der geschätzten Drehzahl gewählt.

In [25] werden die bestimmten Winkelwerte ebenfalls über eine gewichtete Summe fusioniert. Die Gewichte werden in diesem Fall allerdings in Abhängigkeit des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses der geschätzten Winkelwerte bestimmt, so dass der resultierende Winkelwert das maximale Signal-zu-Rausch-Verhältnis aufweist.

Diese Art der Winkelfusion kann mit beliebigen Verfahren erfolgen. Sind die geschätzten Winkel der beiden Verfahren allerdings zu unterschiedlichen Zeitpunkten gültig, so muss dies bei der Fusion berücksichtigt werden.

Wird als EMK-basiertes Verfahren ein Flusschätzer (engl.: Flux Estimator) verwendet, bei welchem der Rotorwinkel aus den geschätzten magnetischen Flussverkettungen bestimmt wird, so kann dieser auch durch den geschätzten Winkel des anisotropiebasierten Verfahrens bei niedrigen Drehzahlen stabilisiert werden (siehe z.B. [25]).

Das in dieser Arbeit beschriebene Verfahren lässt sich prinzipiell mit allen den genannten Varianten kombinieren. Das Verfahren wurde auch bereits erfolgreich mit Hilfe der beiden Möglichkeiten aus [113] und [74] mit verschiedenen EMK-basierten Verfahren kombiniert. Vorteilhaft bei dem Verfahren aus [113] ist, dass lediglich ein Verfahren während eines Reglerabstabschritts aktiv ist und somit der Rechenaufwand relativ gering ist.

Da die EMK-basierten Verfahren nicht Bestandteil dieser Arbeit sind und das Verhalten der Kombination aus beiden Verfahren stark von dem verwendeten EMK-basierten Verfahren abhängig ist, wird im Folgenden nicht weiter die Kombination der Verfahren eingegangen. Im nächsten Kapitel wird lediglich simulativ gezeigt, dass ein direktes Umschalten auf das vorgeschlagene anisotropiebasierte Verfahren unter extremen Bedingungen sehr gut funktioniert.

6.10. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein neuartiges anisotropiebasiertes Verfahren vorgestellt.

Zunächst wurde das Hochfrequenzverhalten der Maschine im injektionsorientierten Koordinatensystem beschrieben. Dies ermöglicht eine sehr einfache Beschreibung und Analyse des hochfrequenten Verhaltens. Anschließend wurde die Abhängigkeit des Hochfrequenzverhaltens von Rotorlagefehlern, welche in dieser Arbeit als Rotorlageinformationsgehalt bezeichnet wird, unter Berücksichtigung von Flussharmonischen und magnetischen Sättigungseffekten analysiert. Es wurde gezeigt, dass diese Abhängigkeit aufgrund von Flussharmonischen und magnetischer Sättigung durch die Injektionsrichtung, den Arbeitspunkt und die Rotorlage beeinflusst wird. Durch eine Anpassung der Injektionsrichtung und des Arbeitspunkts kann daher die Abhängigkeit der hochfrequenten Ströme von Winkelfehlern erhöht und somit die Rotorlageschätzung verbessert werden. Anhand dieser Erkenntnisse wurde die optimale Injektionsrichtung in Abhängigkeit des Arbeitspunkts bestimmt. Es wurde gezeigt, dass der Rotorlageinformationsgehalt durch die Verwendung der optimalen

Injektionsrichtung gegenüber den in der Literatur verwendeten Injektionsrichtungen bei den betrachteten Maschinen gesteigert werden kann. Durch die Erhöhung des Rotorlageinformatiionsgehalts kann der Einfluss von Strommessrauschen auf die Winkelschätzung reduziert und der Betriebsbereich von kritischen Maschinen erweitert werden.

In diesem Kapitel wurde zudem auf die Regler- und Timingstrukturen eingegangen, wie sie üblicherweise bei Anwendungen in der Automobilindustrie zum Einsatz kommen. Es wurde zudem gezeigt, wie sich mit solchen Strukturen eine Hochfrequenzanregung der Maschine, welche aus beliebigen Frequenzkomponenten besteht, realisieren lässt. Zudem wurde auf die Veränderung der akustischen Geräuscentwicklung durch die Hochfrequenzanregung eingegangen.

Es wurde des Weiteren eine Möglichkeit vorgestellt, um die Einflüsse von den in der Maschine auftretenden Wirbelströme auf die Rotorlageschätzung zu minimieren. Anhand von Simulationen und Messungen konnte gezeigt werden, dass die Abhängigkeit des bestimmten Hochfrequenzverhaltens von der Injektionsfrequenz durch eine Verschiebung der PWM-Pulse reduziert werden kann. Durch die gute Übereinstimmung der Messungen mit den Simulationen kann zudem darauf geschlossen werden, dass die Frequenzabhängigkeit der bestimmten inversen Induktivitätswerte durch Wirbelströme in der Maschine verursacht werden.

Um sämtliche Rotorlageinformation aus dem Hochfrequenzverhalten der Maschine extrahieren zu können, wurde ein neuartiges Verfahren vorgestellt. Hierbei wurde zunächst das nichtlineare Problem, welches es zur Extraktion der Rotorlageinformation zu lösen gilt, im geschätzten Arbeitspunkt linearisiert. Auf Basis des linearisierten Problems wurde eine Möglichkeit vorgestellt, wie mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate der vorhandene Rotorlagefehler geschätzt werden kann. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, wurde das Verfahren weiter vereinfacht. Der Zusammenhang zwischen dem Rauschen auf dem geschätzten Rotorlagefehler und dem vorhandenen Strommessrauschen wurde für das vorgestellte Verfahren außerdem analytisch beschrieben. In der Analyse wurde die Anzahl der verwendeten Stromsensoren, die Art der Hochfrequenzanregung, der Arbeitspunkt und die Timingstruktur der Regelung mit berücksichtigt. Die gemessenen Verteilungsfunktionen der inversen Induktivitäten, welche für die Bestimmung der Rotorlage verwendet werden, zeigen hierbei eine sehr gute Übereinstimmung mit den analytisch bestimmten Verteilungsfunktionen. Die Theorie wurde zudem mit Hilfe eines vereinfachten Maschinenmodells in Simulation validiert.

Um die geschätzte Rotorlage zu filtern, wurde der zeitdiskret-entworfener Winkelbeobachter vorgestellt, welcher in dieser Arbeit verwendet wird. Hierbei wurde eine Prädiktor-Korrektor-Struktur mit drei Zuständen verwendet, welche eine direkte Korrektur der Rotorlageschätzung im selben Zeitschritt erlaubt und auch bei hohen Beschleunigungen eine Filterung ohne Phasenverschiebung des Winkelsignals erlaubt.

Zuletzt wurde auf die initiale Rotorlageschätzung und die Kombination des anisotropiebasierten Verfahrens mit einem Hochdrehzahlverfahren eingegangen. Hierbei wurde im Wesentlichen der aktuellen Stand der Technik wiedergegeben. Für die initiale Rotorlageschätzung wurde in der vorliegenden Arbeit ein Verfahren aus der Literatur verwendet, auf welches in diesem Unterabschnitt verwiesen wird.

7. Funktionsnachweis des anisotropiebasierten Verfahrens

In diesem Kapitel wird die Validierung des entwickelten anisotropiebasierten Verfahrens vorgestellt. Der Funktionsnachweis wurde sowohl in Simulation als auch auf dem Prüfstand durchgeführt. Der hierfür verwendete Prüfaufbau ist im Anhang B detailliert beschrieben.

Für die folgenden Untersuchungen wurde die Regler- und Timingstruktur, wie im letzten Kapitel beschrieben, umgesetzt. Es wurde eine einheitliche Reglerabtastrfrequenz von 3 kHz und eine PWM-Frequenz von 18 kHz gewählt. Die Leiterströme wurden sowohl am Anfang als auch in der Mitte jeder PWM-Periode gemessen. Bei allen Experimenten wurde zudem eine Zwischenkreisspannung von 13 V verwendet.

7.1. Dynamischer Betrieb

7.1.1. Dynamische Rotorlageschätzung bei Injektion in die optimale Injektionsrichtung

Um die im vorigen Kapitel aufgestellte Theorie bezüglich der optimalen Injektionsrichtung zu validieren, wurde das komplexe Verfahren, welches in Unterabschnitt 6.7.2 beschrieben ist, verwendet, um die Maschine PMSM1 geberlos zu betreiben. Für die Approximation des niederfrequenten Stromanteils wurde für die Polynomordnung $h_{NF} = 2$ gewählt. Als Hochfrequenzanregung wurden Spannungspulse mit einer Frequenz von 18 kHz und einer Amplitude von 2V, wie in (6.49) beschrieben, injiziert. Als Injektionsrichtung wurde die optimale Injektionsrichtung verwendet, wie sie in (6.11) definiert ist.

Um sehr hohe Beschleunigungswerte zu erreichen, wurde das Trägheitsmoment am Prüfstand so weit wie möglich reduziert. Hierzu wurde die Lastmaschine und der Drehmomentensensor von dem Antrieb abgekoppelt. Die Sollwerte der Stromregelung werden während des Experiments dabei zeitlich so variiert, dass der Antrieb zwischen dem Arbeitspunkt mit maximalem Drehmoment (2,5 Nm) und dem Arbeitspunkt mit minimalem Drehmoment (-2,5 Nm) ständig hin- und herwechselt. Die Frequenz, mit welcher der Arbeitspunkt wechselt, steigt dabei mit der Zeit. Damit die beschriebene Theorie überprüft werden, wurde die Bandbreite des Winkelbeobachters zudem so eingestellt ($\omega_{WB} = 800 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$), dass während der hohen Drehzahldynamik bewusst kleine Winkelfehler entstehen. Hierdurch kann nach dem Experiment überprüft werden, ob der Winkelfehler ϕ_{err} von dem Verfahren korrekt geschätzt wird.

Zur Plausibilisierung wurde das Experiment zusätzlich in Simulation nachgestellt. Hierfür wurde das in Unterabschnitt 3.7.2 beschriebene dynamische Simulationsmodell verwendet. Die Approximationsparameter der Energiefunktion wurden aus FEM-Daten ermittelt. Hierbei wurde die Approximationsfunktion, wie in (3.101) beschrieben, an die aus FEM-Daten bestimmten inversen Induktivitätswerte angepasst. Das Messrauschen der Strommessung wurde berücksichtigt. Zudem wurde die Zwischenkreisspannung des

Wechselrichters als konstant angenommen. Die Verriegelungstotzeit wurde, wie sie in Unterabschnitt 2.1.2 beschrieben ist, in Simulation berücksichtigt.

Die Ergebnisse des Experiments sind in Abbildung 7.1 dargestellt. In den oberen Diagrammen sind die aus dem Positionssensorsignal und dem geberlosen Verfahren bestimmten Drehzahlverläufe ω_R und $\tilde{\omega}_R$ abgebildet. Zudem sind die Winkelfehler ϕ_{err} , welche durch Vergleichen des geschätzten und gefilterten Winkels mit dem gemessenen Winkel bestimmt wurden, und der von dem anisotropiebasierten Verfahren geschätzte Winkelfehler $\tilde{\phi}_{\text{err}}$ dargestellt. Die verwendete absolute Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Abs}}$, die gemessene Rotorlage ϕ_R und der geschätzte und gefilterte Rotorwinkel $\tilde{\phi}_R$ sind in weiteren Diagrammen dargestellt. Der geschätzte und gefilterte Rotorwinkel entspricht hierbei dem Zustand des Winkelbeobachters ($\tilde{\phi}_R := \phi_{R,\text{WB}}$). In den untersten Diagrammen sind die Sollwerte der Stromregelung $i_{\text{GW,Soll}}^{\text{dq}}$ und die transformierten niederfrequenten Stromanteile $i_{\text{GW}}^{\text{dq}}$ zu sehen. Es ist zu erkennen, dass das Verfahren trotz der hohen Strom- und Drehzahldynamik den Winkelfehler ϕ_{err} und somit den Rotorwinkel ϕ_R und die Rotationsgeschwindigkeit ω_R sehr gut schätzt. Wie bereits erwähnt, sind die aufgrund der Drehzahldynamik auftretenden Winkelfehler in dem Experiment gewünscht, um die Winkelfehlerschätzung zu überprüfen. Durch eine Erhöhung der Beobachterbandbreite können diese Fehler weiter

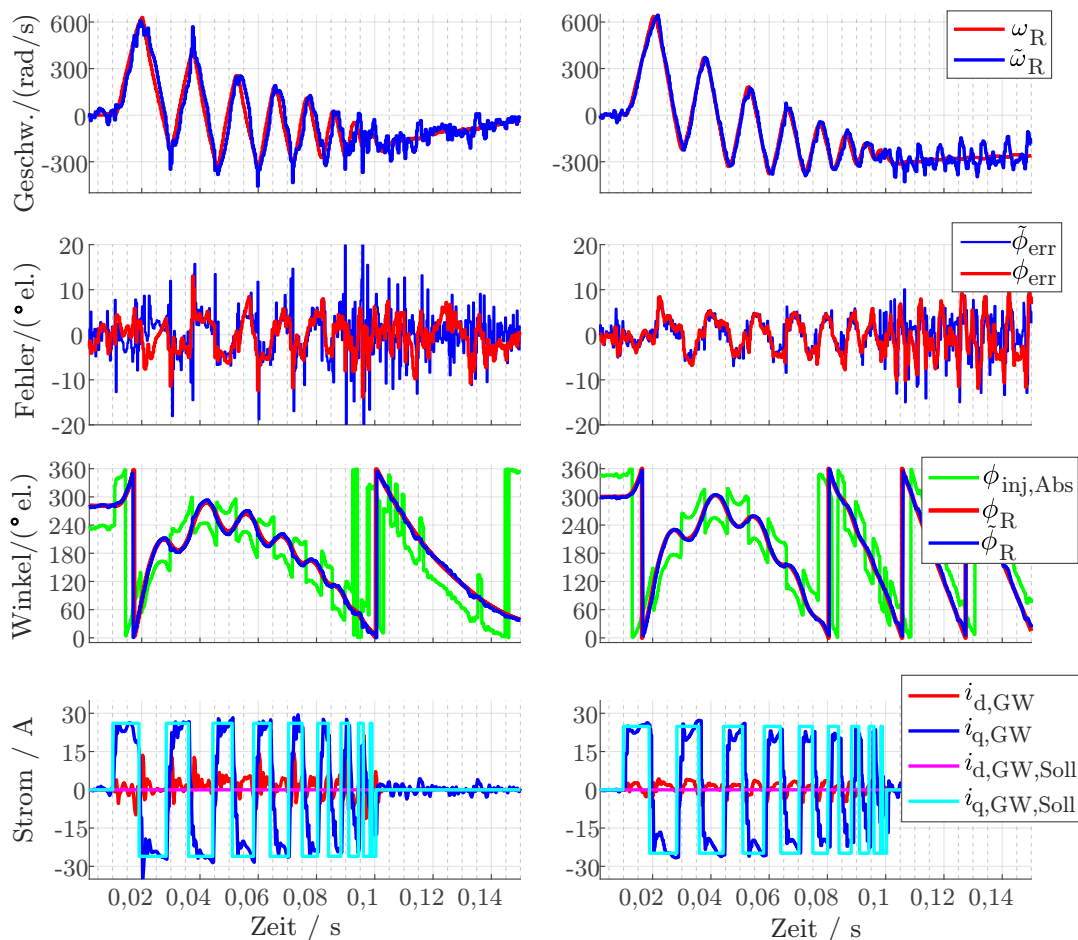


Abbildung 7.1.: Dynamisches Verhalten des komplexen Verfahrens (PMSM1, links: Messung, rechts: Simulation mit Berücksichtigung von Messrauschen und der Verriegelungstotzeit, Vgl. [78]).

reduziert werden.

Die in dem Experiment erreichten Beschleunigungswerte von über $100.000 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ sind für die meisten Anwendungen in der Automobilindustrie ausreichend. Mit dem Verfahren sind jedoch auch deutlich höhere Beschleunigungswerte möglich. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Grenzwert allerdings nicht ermittelt.

Lediglich im unbestromten Zustand, welcher nach ca. 100 ms in der Messung erreicht ist, entstehen sowohl in der Simulation als auch in der Messung größere Winkelfehler, welche aus den durch die Verriegelungstotzeit entstehenden Spannungsfehlern resultieren. Dies ist ein bekanntes Problem bei Verwendung von anisotropiebasierten Verfahren (siehe z. B. [114]). Durch Deaktivieren dieses Effekts in Simulation kann ein solcher Effekt nicht mehr beobachtet werden.

Zudem ist zu erkennen, dass die Injektionsrichtung abhängig von dem Arbeitspunkt angepasst wird und somit das Verfahren stets in die optimale Richtung injiziert. Die hochdynamische Anpassung der Injektionsrichtung stellt kein Problem für das Verfahren dar.

Die Simulations- und Messergebnisse sehen sehr ähnlich aus. Ein sichtbarer Unterschied zwischen den Ergebnissen aus der Simulation und den Messungen ist bei dem Arbeitspunktwechsel zu erkennen. In der Simulation funktioniert die Rotorlageschätzung auch bei den auftretenden hohen Stromgradienten sehr gut. In der Messung enthält der Ver-

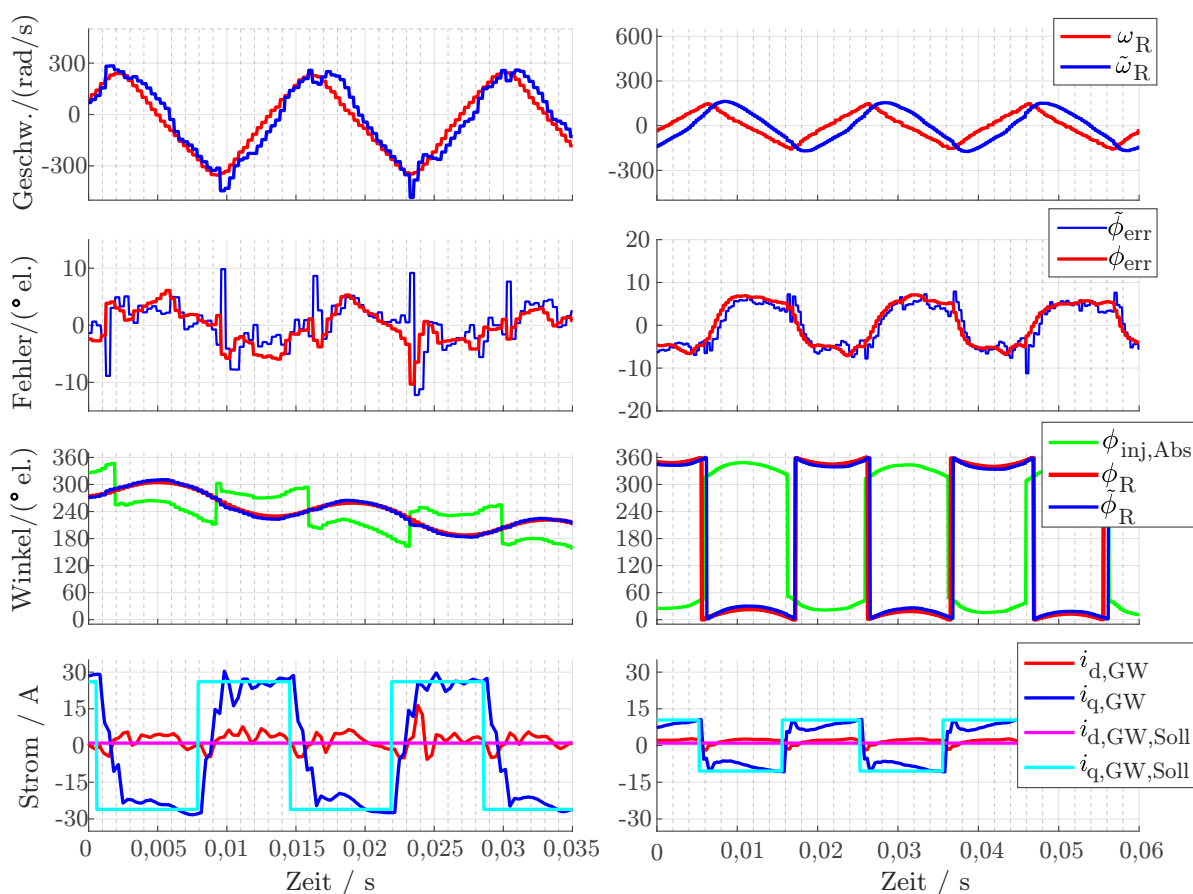


Abbildung 7.2.: Gemessenes Verhalten des komplexen Verfahrens bei alternierender Sollwertvorgabe des Stroms und unterschiedlichen Beobachterbandbreiten (PMSM1, links: $\omega_{WB} = 1.000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, rechts: $\omega_{WB} = 400 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$).

lauf des geschätzten Winkelfehlers zu diesen Zeitpunkten Spitzen. Der Schätzfehler wird somit durch eine nicht-modellierte Störung im Prüfstandsystem verursacht. Die genaue Ursache wurde im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht untersucht.

In Abbildung 7.2 sind zudem weitere Messungen mit unterschiedlichen Beobachterbandbreiten dargestellt. In der Messung, welche in den rechten Diagrammen visualisiert wurde, wurde zudem die Höhe des Stromsollwertes reduziert, um das Verhalten im Teillastbereich zu überprüfen. In beiden Messungen ist zu erkennen, dass das Verfahren den Winkelfehler ϕ_{err} sehr gut schätzt und somit eine ordentliche Rotorlageschätzung ermöglicht.

Das entwickelte Verfahren funktioniert somit wie erwartet und erlaubt eine hochdynamische Winkelschätzung. Hohe Stromgradienten und hohe Winkelbeschleunigungen stellen kein Problem dar. Die korrekte Schätzung des Winkelfehlers $\tilde{\phi}_{\text{err}}$ ist zudem eine Bestätigung der in dieser Arbeit aufgestellten Theorie bezüglich des Rotorlageinformationsgehalts. Denn gemäß (6.26) wird für die Beschreibung des Zusammenhangs zwischen einem Winkelfehler ϕ_{err} und dem hochfrequenten Stromanteil $i_{3,\text{HF}}^{\delta}$ die partielle Ableitung der inversen Induktivitäten nach dem Winkelfehler $\frac{\partial \tilde{y}_{\text{P}}^{\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}}$ verwendet, deren Betragswerte in dieser Arbeit als Maß für die Rotorlageinformationsgehalte der einzelnen Komponenten verwendet werden.

7.1.2. Dynamische Rotorlageschätzung bei direkter Bestimmung der inversen Induktivitäten aus den Leiterströmen

Um die vereinfachte Variante des Verfahrens zu testen, wurde der identische Prüfaufbau wie in Unterabschnitt 7.1.1 gewählt. Auch die Reglerstruktur und -parametrierung ist bis auf die folgenden Punkte identisch: Für die Bestimmung der Induktivitäten wurde das Verfahren aus Unterabschnitt 6.7.4 verwendet. Die Hochfrequenzanregung fand zudem in die geschätzte d-Richtung statt und es wurde die δ -Komponente für die Bestimmung der Rotorlage verwendet. Als Winkelbeobachterbandbreite wurde $\omega_{\text{WB}} = 600 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ gewählt. Das Referenzmodell wurde lediglich abhängig von der q-Stromkomponente i_{q} und dem Rotorwinkel $\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}$, welcher für die Linearisierung verwendet wird, gewählt. Als Rotorwinkel für die Linearisierung wurde, wie in Unterabschnitt 6.8.5 beschrieben, zur Reduktion des Rechenaufwands $\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n] := \tilde{\phi}_{\text{R,PR}}[n]$ gewählt.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.3 dargestellt. In der Messung, welche in den linken Diagrammen dargestellt ist, wurde zum Zeitpunkt $t = 10 \text{ ms}$ die Drehmomentsollwertvorgabe auf $1,6 \text{ Nm}$ erhöht. Nach einer kurzen Beschleunigungsphase wurde der Drehmomentsollwert negiert. Zum Zeitpunkt $t = 50 \text{ ms}$ wurde schließlich der Sollwert zu null gesetzt.

In den rechten Diagrammen ist eine Messung dargestellt, in welcher der Drehmomentsollwert zwischen $1,6 \text{ Nm}$ und $-1,6 \text{ Nm}$ wechselt. In beiden Messungen ist zu erkennen, dass auch die stark vereinfachte Implementierung des Verfahrens noch zu sehr guten Ergebnissen führt. Trotz der relativ hohen Strom- und Drehzahldynamik kommt es lediglich zu kleinen Winkelfehlern ϕ_{err} . Lediglich bei sehr kleinen Leiterströmen kommt es zu oszillierenden Winkelfehlern. Wie bei dem komplexen Verfahren, sind diese Winkelfehler ebenfalls auf die Verriegelungstotzeit des Wechselrichters zurückzuführen. Um diesen Effekt zu minimieren, wurde in der Messung, welche auf der linken Seite von der Abbildung 7.3 visualisiert ist, der Sollwert der d-Stromkomponente leicht negativ gewählt. Hierdurch soll die Anzahl an Nulldurchgängen der Leiterströme minimiert werden, welche aufgrund

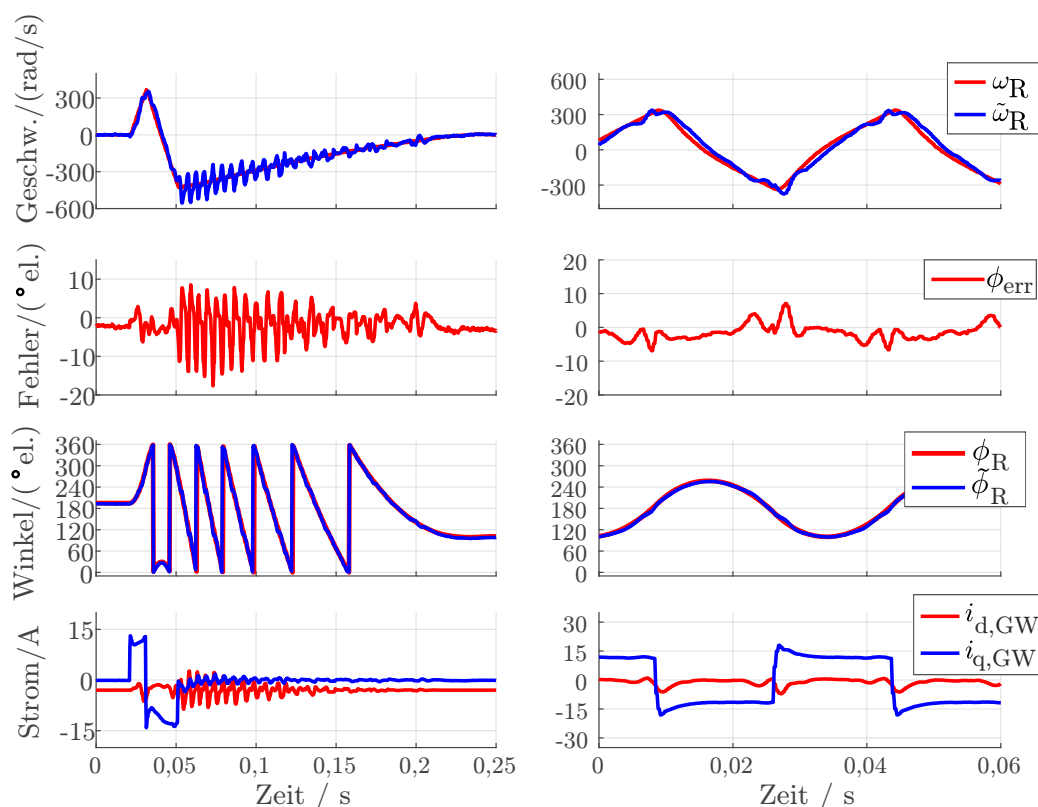


Abbildung 7.3.: Gemessenes Verhalten des vereinfachten Verfahrens bei verschiedenen Sollwertvorgaben (PMSM1, Vgl. [96]).

der Hochfrequenzanregung bei kleinen Leiterströmen sehr hoch ist. Gemäß der in Unterabschnitt 2.1.2 erklärten vereinfachten Beschreibung der Verriegelungstotzeit kommt es bei einem Nulldurchgang des Leiterstroms zu einer Änderung des Spannungsfehlers. Diese Änderung führt nun zu einer hochfrequenten Änderung der Phasenspannung und somit zu einem Schätzfehler bei der Winkelbestimmung. Trotz der Maßnahme ist der durch die Verriegelungstotzeit entstehende Schätzfehler immer noch sehr groß (Vgl. [96]).

7.2. Dynamischer Betrieb mit Umschaltung

In diesem Abschnitt wird das Verhalten des vorgeschlagenen Verfahrens beim direkten Einschalten unter hoher Dynamik simulativ untersucht. Wie bereits in Unterabschnitt 6.9.2 erwähnt, kann das Verfahren auch mit einem EMK-basierten Verfahren kombiniert werden. Hier entstehen üblicherweise beim direkten Umschalten zwischen den Verfahren Probleme. Im Folgenden wird daher das Verhalten des anisotropiebasierten Verfahrens beim Einschalten näher untersucht.

Die Simulationen fanden unter nahezu identischen Bedingungen wie bei den Messungen, welche in dem linken Diagramm in Abbildung 7.2 dargestellt sind, statt: Es wird ständig zwischen den Drehmomentsollwerten $-2,5 \text{ Nm}$ und $2,5 \text{ Nm}$ hin- und hergewechselt. Die Periodenlänge der alternierenden Sollwertvorgabe beträgt 36 ms . Für die Bandbreite des Winkelbeobachters wird $\omega_{WB} = 1.000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ und für die Rotorlageschätzung das komplexe Verfahren verwendet. Die Hochfrequenzanregung findet in die optimale Injektionsrichtung statt. Die Verriegelungstotzeit des Inverters und Strommessrauschen werden in dieser Simulation nicht berücksichtigt. Um den Einschaltvorgang unter Dynamik zu simulieren,

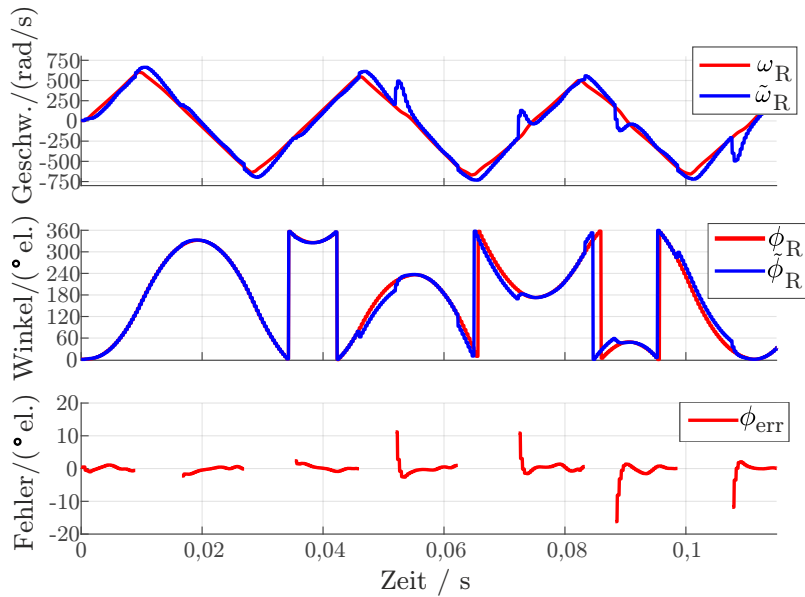


Abbildung 7.4.: Simuliertes Verhalten beim direkten Einschalten des Injektionsverfahrens unter hoher Dynamik (PMSM1).

wird eine drehzahlabhängige Umschaltung auf den Betrieb mit Positionssensor verwendet. Ab einer Rotationsgeschwindigkeit von $500 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ wird auf den Betrieb mit Positionssensor umgeschaltet. Fällt die Drehzahl unter $250 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, so wird wieder das Injektionsverfahren aktiviert und der geschätzte Winkel für den Betrieb verwendet. Wie bereits erwähnt, wird in [113] eine solche Umschaltung zwischen den gerberlosen Verfahren vorgeschlagen. Um das Verhalten beim Einschalten bei vorhandenem Winkelfehler zu simulieren, wurde nach der ersten Periode die für die Regelung verwendete Position während des Betriebs mit Sensor manipuliert. In der zweiten Periode der Drehmomentsollwertvorgabe wurde hierbei der Wert des Positionssignal um 25° el. gegenüber dem tatsächlichen Rotorwinkel verringert. In der dritten Periode wurde der Winkelwert gegenüber dem tatsächlichen Rotorwinkel um 25° el. vergrößert.

Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 7.4 dargestellt. In den oberen beiden Diagrammen sind der gemessene Rotorwinkel ϕ_R , der geschätzte Rotorwinkel $\tilde{\phi}_R$, die aus Messung bestimmte Drehzahl ω_R und die geschätzte Drehzahl $\tilde{\omega}_R$ dargestellt. Das untere Diagramm zeigt den Winkelfehler ϕ_{err} , während das anisotropiebasierte Verfahren aktiv ist. Es ist zu erkennen, dass ein direktes Umschalten auf das anisotropiebasierte Verfahren keine Probleme darstellt. Auch bei vorhandenen Winkelfehlern konvergiert das Verfahren nach dem Aktivieren sehr schnell und der Winkelfehler ist nach kürzester Zeit vernachlässigbar klein.

Dieses Verhalten kann auch beobachtet werden, wenn das Verfahren mit einem EMK-basierten Verfahren kombiniert wird. Wie bereits erwähnt, hängt das Verhalten der kombinierten Positionsschätzung stark von dem verwendeten EMK-basierten Verfahren ab. Da die EMK-basierten Verfahren in dieser Arbeit nicht behandelt werden, wird daher nicht auf die Kombination der Verfahren eingegangen. Es gilt an dieser Stelle allerdings anzumerken, dass das vorgestellte anisotropiebasierte Verfahren mit der Umschaltlogik, welche auch für die Simulation verwendet wurde, bereits mit unterschiedlichen EMK-basierten Verfahren erfolgreich realisiert wurde.

7.3. Verringerung des Winkelrauschens durch Injektion in die optimale Injektionsrichtung

Wie in Unterabschnitt 6.7.6 beschrieben, wird das Rauschen der geschätzten Rotorlage, welches durch Strommessrauschen verursacht wird, von dem Rotorlageinformationsgehalt der Maschine beeinflusst. Da der Rotorlageinformationsgehalt bei hohen Phasenströmen insbesondere aufgrund von Sättigungseffekten von der Injektionsrichtung abhängt, wird durch Anpassung der Injektionsrichtung das Rauschen der geschätzten Rotorlage verändert. Durch Verwendung der in dieser Arbeit beschriebene optimale Injektionsrichtung wird der Rotorlageinformationsgehalt maximiert. Es kann somit davon ausgegangen werden, dass in diesem Fall das Rauschen der geschätzten Rotorlage, welches durch Strommessrauschen verursacht wird, minimal ist.

Um dies zu überprüfen, wurden verschiedene Simulationen im Stillstand und bei einer konstanten Drehzahl von 100 U/min mit unterschiedlichen Sollwerten für das Drehmoment durchgeführt. Der Antrieb wurde geberlos betrieben und für die Rotorlageschätzung wurde hierbei das vereinfachte Verfahren verwendet. Die Simulationen wurden sowohl mit Injektion in die optimale Injektionsrichtung (γ -Richtung als Auswertungsrichtung) als auch mit der Injektion in die geschätzte d-Richtung (δ -Richtung als Auswertungsrichtung) durchgeführt. In der Simulation wurde angenommen, dass das Strommessrauschen auf allen Leiterströmen eine Varianz von $\sigma_{I, \text{Ideal}}^2 = (50 \text{ mA})^2$ besitzt. Als Bandbreite für Winkelbeobachter wurde $\omega_{\text{WB}} = 300 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ verwendet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.5

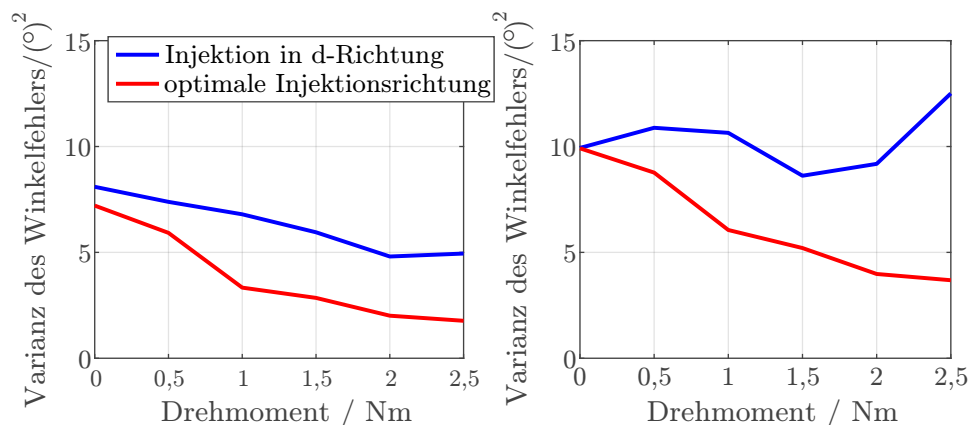


Abbildung 7.5.: Simuliertes Winkelrauschen **links:** im Stillstand **rechts:** bei einer Drehzahl von 100 U/min (PMSM1).

dargestellt. In den Diagrammen ist die empirisch ermittelte Varianz des Winkelfehlers $\text{Var}(\phi_{\text{R, WB}} - \phi_{\text{R}})$ in Abhängigkeit des Drehmoments M_{EM} dargestellt. Es ist zu erkennen, dass bei kleinen Strömen die Varianz des Winkelfehlers bei beiden Injektionsrichtungen nahezu identisch ist. Dies kann damit begründet werden, dass, wie bereits in Abschnitt 6.3 gezeigt, die Rotorlageinformation bei kleinen Strömen unabhängig von der Injektionsrichtung ist. Der mittlere Rotorlageinformationsgehalt in Abhängigkeit des Arbeitspunkts für den verwendeten Motor ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Bei höheren Drehmomenten ist der Rotorlageinformationsgehalt in den hochfrequenten Strömen bei Verwendung der optimalen Injektionsrichtung hingegen deutlich größer. Dies ist nun auch in dem dargestellten Verlauf der Varianz des Winkelrauschens in Abbildung 7.5 sichtbar. Gemäß (7.6) müsste bei einem Drehmoment von 2,5 Nm die Varianz des geschätzten Winkels $\phi_{\text{R, Inj}}$

im Mittel um den Faktor 3,26 kleiner sein, wenn statt der geschätzten d-Richtung die optimalen Injektionsrichtung verwendet wird. Es kann nun angenommen werden, dass die Filterwirkung des Winkelbeobachters unabhängig von der Injektionsrichtung ist. Für den simulierten Fall müsste somit auch die Varianz des Winkelfehlers um diesen Faktor kleiner sein. In den betrachteten Fällen, welche in Abbildung 7.5 dargestellt sind, ist die Varianz des Winkelfehlers bei einem Drehmoment von 2,5 Nm um ca. Faktor 3 kleiner. Der theoretisch bestimmte Wert passt somit gut zu den simulierten Ergebnissen. Die leichte Abweichung zu der Theorie kann durch kleine Fehler im Hochfrequenzmodells und Linearisierungsfehlern bei der Rotorlageschätzung aufgrund des relativ starken Rauschens, welches in der Simulation verwendet wurde, erklärt werden. Wie in Unterabschnitt 6.7.6 beschrieben, haben auch unter anderem diese Fehler Einfluss auf den Zusammenhang zwischen Strommess- und Winkelrauschen.

Die Erhöhung des Rotorlageinformationsgehalts durch Optimierung der Injektionsrichtung führt auch im geberlosen Betrieb des elektrischen Antriebs zu einer Verringerung der Varianz des Winkelfehlers. Die Auswirkungen von Strommessrauschen auf das Rauschen des geschätzten und gefilterten Winkels $\phi_{R,WB}$ können somit minimiert werden.

7.4. Erhöhung der Stabilität durch Injektion in die optimale Injektionsrichtung

Die Maximierung des Rotorlageinformationsgehalts durch Anpassung der Injektionsrichtung kann zum einen erfolgen, um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der geschätzten Rotorlage zu verbessern. Dies kann allerdings auch erfolgen, um den Betriebsbereich des Antriebs zu erweitern:

Wie bereits in Unterabschnitt 6.3.3 beschrieben, hängt der Rotorlageinformationsgehalt, welcher aus dem Hochfrequenzverhalten extrahiert werden kann, bei Maschinen mit stark ausgeprägtem Sättigungsverhalten von dem Arbeitspunkt und der Injektionsrichtung ab. Aufgrund von Flussoberwellen ist der Informationsgehalt zudem abhängig von dem Rotorwinkel.

Es kann daher vorkommen, dass das Antriebssystem in einem bestimmten Arbeitspunkt lediglich durch Hochfrequenzanregung des Systems in bestimmte Richtungen mit einem anisotropiebasierten Verfahren geberlos betreibbar ist. Als Beispiel hierfür kann die betrachtete Maschine PMSM2 genannt werden, deren mittlere Rotorlageinformationsgehalte für verschiedene Injektionsrichtungen in Abbildung 6.6 dargestellt sind. Es ist zu erkennen, dass der Rotorlageinformationsgehalt in den hochfrequenten Strömen bei Injektion in die geschätzte Anisotropieachse und Auswertung der δ -Stromkomponente sehr gering ist und durch Wahl einer anderen Injektionsrichtung steigt. Die Maschine besitzt jedoch auch ausgeprägte Flussoberwellen, wodurch der Rotorlageinformationsgehalt sich auch stark abhängig von dem Rotorwinkel ändert. Der minimale Rotorlageinformationsgehalt ist in Abbildung 7.6 für die Injektion in die geschätzte d-Richtung und Auswertung der δ -Richtung und für die Injektion in die optimale Injektionsrichtung und Auswertung der γ -Richtung in Abhängigkeit des Arbeitspunkts dargestellt. Die minimale Rotorlageinformationsgehalte wurden mit Hilfe von (6.13) bestimmt.

Es ist zu erkennen, dass auch der minimale Rotorlageinformationsgehalt von der Injekti-

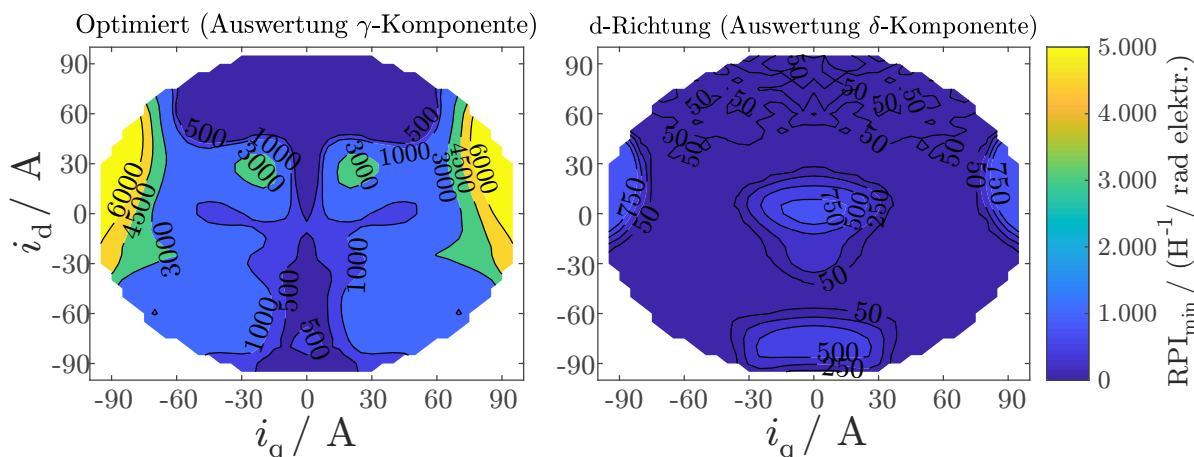


Abbildung 7.6.: Minimale Rotorlageinformation für die betrachteten Injektionsrichtungen (PMSM2).

onsrichtung abhängig ist. Während bei Injektion in die geschätzte d-Richtung ab einem q-Strom von 30 A der Rotorlageinformationsgehalt verschwindend gering wird, wird bei Injektion in die optimale Injektionsrichtung der Rotorlageinformationsgehalt mit zunehmendem q-Strom größer.

Der geberlose Betrieb des Antriebs sollte somit lediglich mit einer Hochfrequenzanregung in die optimale Injektionsrichtung möglich sein. Um dies zu überprüfen, wurden Simulationen bei einer sehr niedrigen und konstanten Drehzahl mit den betrachteten Injektionsrichtungen durchgeführt. Als Verfahren wurde das vereinfachte Verfahren, welches die inversen Induktivitätswerte direkt aus den gemessenen Leiterströmen bestimmt und in Unterabschnitt 6.7.4 beschrieben wird, verwendet. In den Simulationen wurden Verriegelungstotzeiteffekte, Strommessrauschen und Wirbelstromeinflüsse nicht modelliert, um einen Einfluss dieser Effekte auf das Ergebnis ausschließen zu können. Der Sollwert des q-Stroms wurde dabei stetig erhöht, um den kritischen Betriebsbereich zu erreichen. Um den Regelkreis zu stabilisieren wurde die Bandbreite des Winkelbeobachters auf einen sehr kleinen Wert gesetzt. Zudem wurden die mit Hilfe des Hochfrequenzmodells berechneten Werte $\left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{P,x}[n]\right)^{-1}$, welche den Zusammenhang zwischen der inversen Induktivitätswerten und Winkelfehlern beschreiben, künstlich verkleinert. Dies ist nötig, da aufgrund des sehr kleinen Rotorlageinformationsgehalts diese Werte sehr groß werden und das System somit destabilisieren können.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.7 dargestellt. In den oberen Diagrammen sind die Sollwerte der Stromregelung $\vec{i}_{\text{GW,Soll}}^{\text{dq}}$ und die mit dem tatsächlichen Rotorwinkel ϕ_{R} transformierten niederfrequenten Stromanteile $\vec{i}_{\text{GW}}^{\text{dq}}$ dargestellt. Die mittleren Diagramme zeigen den tatsächlichen Rotorwinkel ϕ_{R} , den von dem Verfahren geschätzten Rotorwinkel $\hat{\phi}_{\text{R}}$ und die absolute Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj,Abs}}$. Die unteren Diagramme zeigen die Verläufe der tatsächlichen und der von dem Verfahren geschätzten Winkelfehler ϕ_{err} und $\hat{\phi}_{\text{err}}$.

In den linken Diagrammen ist dabei der Betrieb bei Injektion in die geschätzte d-Richtung zu sehen, wobei der Sollwert der q-Stromkomponente langsam erhöht wird. Bei einem Stromwert der q-Komponente von $i_q = 45 \text{ A}$ divergiert die Rotorlageschätzung. Für eine zusätzliche Plausibilisierung wurde die gleiche Simulation noch einmal durchgeführt. Allerdings wurde diesmal die Simulation bei dem maximalen q-Stromwert gestartet und

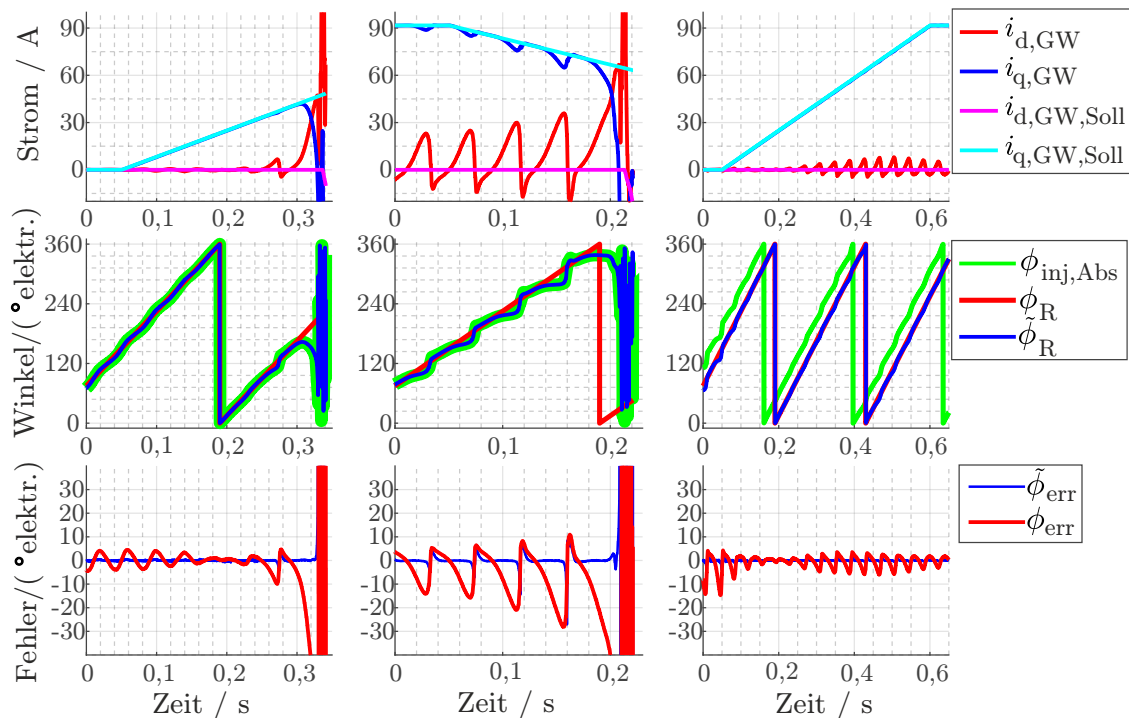


Abbildung 7.7.: Stabilitätsuntersuchungen in Simulation (PMSM2, **links und Mitte:** Injektion in geschätzte d-Richtung und Auswertung der δ -Komponente **rechts:** Injektion in die optimale Richtung und Auswertung der γ -Richtung).

der Stromsollwert langsam reduziert. Die Ergebnisse sind in der Mitte dargestellt. In dieser Simulation divergiert das Verfahren bei einem Stromwert von ca. $i_q = 70$ A. Die Simulationsergebnisse passen somit sehr gut zu den analytisch bestimmten Rotorlageinformationen, welche in Abbildung 7.6 visualisiert sind. Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass der Winkel lediglich in bestimmten Rotorlagen wegdriftet. Dies kann damit begründet werden, dass in manchen Rotorlagen immer noch Rotorlageinformation in den hochfrequenten Strömen vorhanden ist.

Die Ergebnisse für die Simulation, in welcher die optimale Injektionsrichtung, wie sie im vorigen Kapitel definiert wurde, verwendet wird, sind in den rechten Diagrammen zu sehen. Es ist zu erkennen, dass in diesem Fall die Sollwerttrappe bis zum Maximalstromwert komplett durchfahren werden kann, ohne dass die Winkelschätzung divergiert.

Durch Injektion in die optimale Injektionsrichtung ist es somit möglich, den möglichen Betriebsbereich von anisotropiebasierten Verfahren zu erweitern. Zudem kann gesagt werden, dass die Bewertung von hochausgenutzten Maschinen hinsichtlich der geberlosen Regelbarkeit abhängig von der Injektionsrichtung und der verwendeten Auswertungsrichtung erfolgen muss.

7.5. Einfluss von dynamischen Stromänderungen auf die Stabilität

Um den Einfluss von dynamischen Stromänderungen auf die Positionsschätzung in Abhängigkeit des verwendeten Verfahrens zu untersuchen, wurden Simulationen durchgeführt. Hierbei wurde das in Unterabschnitt 6.7.2 beschriebene Verfahren mit dem in Unterabschnitt 6.7.4 beschriebenen vereinfachten Verfahren verglichen. Die Ordnung des Polynoms, welches für die Approximation der niederfrequenten Stromanteile verwendet wird, wurde zudem variiert. Als Reglerabtastfrequenz wurde eine Frequenz von 3 kHz verwendet. Die PWM-Frequenz betrug 18 kHz und die Abtastfrequenz der Ströme 36 kHz.

Um hohe Stromdynamiken zu erreichen, wurde die Stromregelung deaktiviert und stattdessen die Spannung in der geschätzte q-Richtung hochfrequent variiert. Der Rotorwinkel wurde während der gesamten Simulationsdauer konstant gehalten ($\phi_R = 0^\circ$).

Die Ergebnisse der insgesamt vier Simulationen sind in Abbildung 7.8 dargestellt. Die jeweils direkt übereinanderliegenden Diagramme sind die Ergebnisse eines Simulationsdurchlaufs. Für jede Simulation sind die niederfrequenten Stromanteile im rotorflussorientierten Koordinatensystem und die geschätzten und tatsächlichen Winkelfehler dargestellt.

In den Simulationen, welche links dargestellt sind, wurde das vereinfachte Verfahren aus 6.7.4 für die Rotorlageschätzung verwendet. Die rechten Diagramme zeigen die Simulationsergebnisse bei Verwendung des komplexen Verfahrens aus Unterabschnitt 6.7.2. Bei den Simulationen, welche in den oberen Diagrammen dargestellt sind, wurden für die Approximation der niederfrequenten Stromanteile Polynome mit der Ordnung 2 verwendet ($h_{NF} = 2$). In den unteren Diagrammen sind die Simulationen bei Verwendung eines Polynoms mit der Ordnung 3 dargestellt ($h_{NF} = 3$).

Es ist zu erkennen, dass die Simulationsergebnisse mit dem vereinfachten Verfahren unabhängig von der Polynomordnung identisch aussehen. Zudem ist zu erkennen, dass in beiden Simulationen bei hohen Stromdynamiken große Schätzfehler entstehen. Bei Verwendung des komplexen Verfahrens hängen die Ergebnisse von der verwendeten Polynomordnung ab. Die Rotorlageschätzung funktioniert trotz hoher Stromdynamiken ohne nennenswerte Schätzfehler, wenn eine Polynomordnung von $h_{NF} = 3$ verwendet wird. Wird die Polynomordnung auf $h_{NF} = 2$ reduziert, so funktioniert die Positionsschätzung immer noch gut. Es sind allerdings kleine Schätzfehler zu erkennen. Eine Polynomordnung von $h_{NF} = 2$ reicht offenbar bei sehr hohen Stromdynamiken nicht mehr aus, um die niederfrequenten Stromanteile ausreichend gut zu approximieren. Da die Schätzfehler bei dem vereinfachten Verfahren auch bei einer Modellordnung von $h_{NF} = 3$ auftreten, kann davon ausgegangen werden, dass die Winkelfehler nicht durch eine zu niedrig gewählte Polynomordnung verursacht werden.

Das vereinfachte Verfahren unterscheidet sich von dem komplexeren Verfahren durch die Linearisierung des Referenzmodells im mittleren Arbeitspunkt. Dieser Unterschied führt offensichtlich dazu, dass sich beide Verfahren bei hohen Stromdynamiken unterschiedlich verhalten. Die für die Vereinfachung getroffene Annahme, dass der Sättigungszustand sich über einen Reglerabtastschritt nur sehr langsam ändert, kann somit nicht pauschal angenommen werden. Das Verhalten unter hohen Stromdynamiken kann abhängig von dem verwendeten System hierdurch beeinflusst werden.

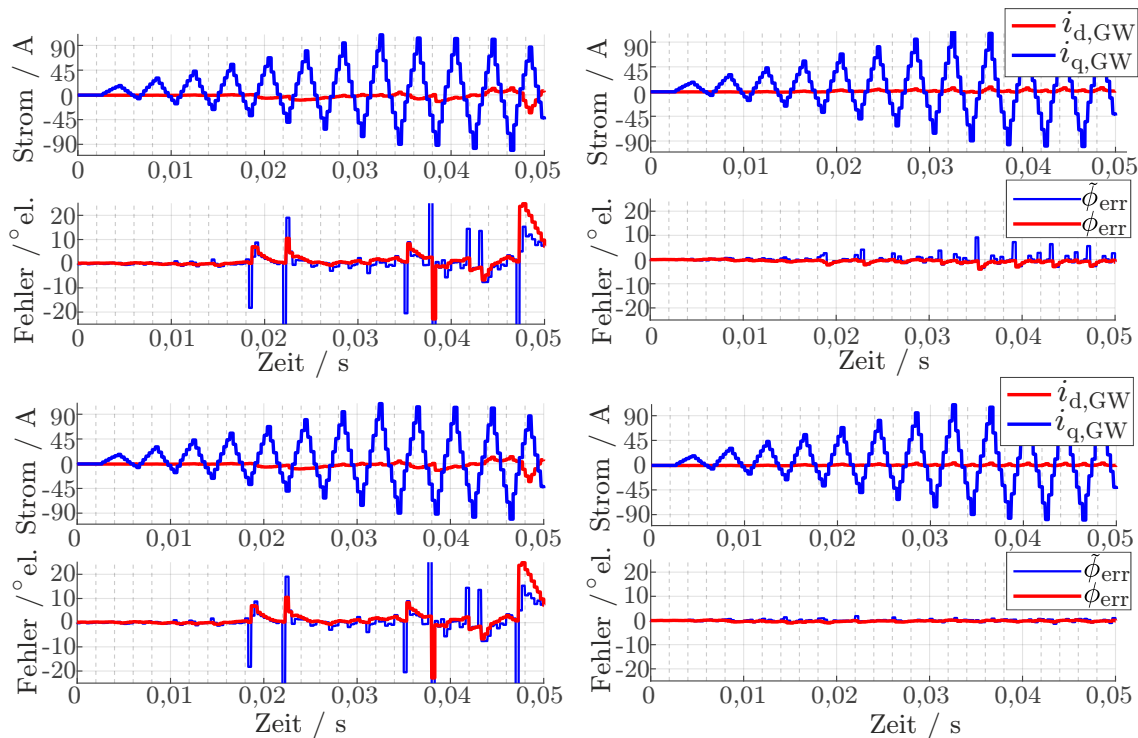


Abbildung 7.8.: Stabilitätsuntersuchungen im Stillstand bei hoher Stromdynamik in Simulation (PMSM2, **links:** Vereinfachtes Verfahren, **rechts:** Komplexes Verfahren, **oben:** Polynomordnung $h_{NF} = 2$, **unten:** Polynomordnung $h_{NF} = 3$).

7.6. Optimierung der Geräuscentwicklung

Wie in Abschnitt 6.5 beschrieben, hat die Art der Hochfrequenzanregung Einfluss auf die akustische Geräuscentwicklung des elektrischen Antriebs. Im Folgenden werden nun verschiedene Möglichkeiten gezeigt, wie die Geräuscentwicklung mit Hilfe des beschriebenen Verfahrens optimiert werden kann.

7.6.1. Injektion unterhalb der Hörschwelle

Eine Möglichkeit das akustische Verhalten des Antriebs zu verbessern, ist es, die Hochfrequenzanregung unterhalb der Hörschwelle durchzuführen. Gemäß [115] liegt der für Menschen wahrnehmbare Frequenzbereich üblicherweise zwischen 20 Hz und 20 kHz. Die Hörschwelle, welche durch den Schalldruckpegel definiert ist, ab welchem Geräusche gerade noch wahrnehmbar sind, nimmt jedoch in der Regel bereits ab einer Frequenz von 16 kHz stark zu (siehe z. B. [116]). Werden durch die Injektion Geräusche erzeugt, welche oberhalb von 16 kHz liegen, so kann man daher von einer geräuschlosen Hochfrequenzanregung sprechen, sofern die entsprechenden Schalldruckpegel unterhalb der Hörschwelle liegen.

Die Ergebnisse aus Abschnitt 6.5 zeigen, dass eine geräuschlose Hochfrequenzanregung zum Beispiel erreicht werden, wenn die Injektionsfrequenz gleich der PWM-Frequenz gewählt wird und die PWM-Frequenz mindestens 16 kHz beträgt. In diesem Fall besteht das erzeugte Geräusch hauptsächlich aus Anteilen, deren Frequenzen mindestens so groß sind wie die PWM-Frequenz. Bei einer solchen hohen Injektionsfrequenz ist jedoch das

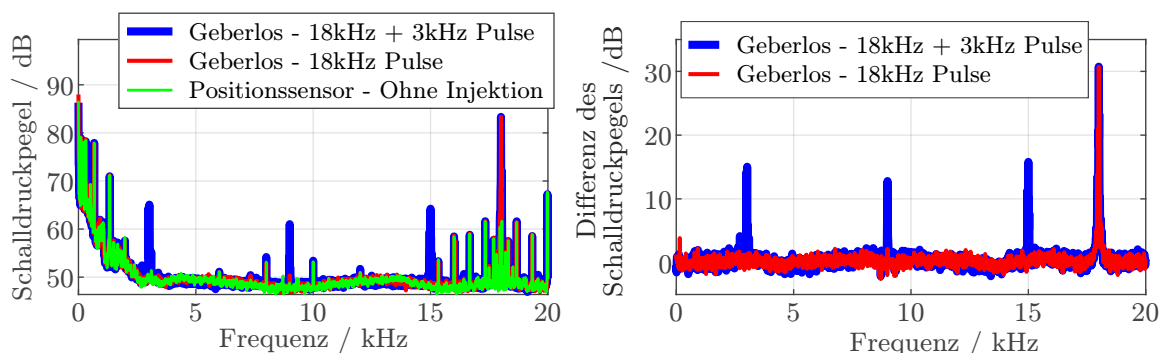


Abbildung 7.9.: Vergleich der Geräuschentwicklung zwischen dem geberlosen Betrieb mit verschiedenen Hochfrequenzanregungen und dem Betrieb mit Positionssensor bei einer Rotationsgeschwindigkeit von 100 U/min und einem Drehmoment von 1Nm (PMSM1, vgl. [96]).

Rauschen der geschätzten Rotorlage verhältnismäßig groß, wie mit Hilfe der Theorie aus Unterabschnitt 6.7.6 gezeigt werden kann. Um das Winkelrauschen zu verringern, kann nun die Hochfrequenzanregung durch weitere niederfrequente Spannungsanteile erweitert werden, deren Amplituden relativ klein sind. Die durch die niederfrequenten Anregungsfrequenzen erzeugten Geräusche sind aufgrund der niedrigen Amplituden relativ leise und somit nur schwer wahrnehmbar.

In Abbildung 7.9 sind Messungen dargestellt, welche diese Aussagen belegen. Der Antrieb wurde hierbei mit dem in Unterabschnitt 6.7.4 beschriebenen vereinfachten Verfahren und zwei unterschiedlichen Injektionsmustern geberlos betrieben. Als Hochfrequenzanregung wurden die in (6.49) und (6.50) definierten Spannungssequenzen verwendet. Die in (6.49) definierte Sequenz besteht dabei lediglich aus 18 kHz-Pulsen und die in (6.50) definierte Sequenz besteht aus 18 kHz- und 3 kHz-Pulsen. Es wurde eine PWM-Frequenz von 18 kHz verwendet. Als Referenz dient eine Messung bei Betrieb mit Sensor und ohne Verwendung einer Hochfrequenzanregung. In der linken Darstellung sind die gemessenen Schalldruckpegel in Abhängigkeit der Frequenz dargestellt und in der rechten Darstellung die Differenzen der Schalldruckpegel zwischen den Messungen mit geberlosem Betrieb und der Referenzmessung, bei welchem der Positionssensor verwendet wurde.

Es ist zu erkennen, dass bei der Injektion mit 18 kHz-Pulsen lediglich ein Geräusch mit einer Frequenz von 18 kHz entsteht und somit von einer geräuschlosen Hochfrequenzanregung gesprochen werden kann. Durch das Überlagern der 18 kHz-Pulse mit 3 kHz-Pulse sind zusätzliche Anteile mit geringerer Amplitude im Geräusch vorhanden, deren Frequenzen denen entsprechen, aus welchen die 3 kHz-Pulse bestehen. An dieser Stelle gilt es anzumerken, dass durch das zusätzliche Injizieren von 3 kHz-Pulsen die Varianz des geschätzten Winkels um den Faktor 0,474 gemäß der im vorigen Kapitel beschriebenen Theorie reduziert wird, sofern für die Approximation des niederfrequenten Stromanteils ein Polynom mit der Ordnung $h_{NF} = 1$ verwendet wird.

Das gemessene und das erwartete Geräuschverhalten stimmen somit überein. Mit Hilfe des vorgestellten Verfahrens kann eine lagegeberlose Regelung realisiert werden, deren Geräuschentwicklung unterhalb der Hörschwelle von Menschen liegt. Durch die Möglichkeit, beliebige Spannungsverläufe für die Positionsbestimmung auswerten zu können, können zudem mehrere Spannungssequenzen überlagert werden und somit das akustische Verhalten und das Winkelrauschen optimiert werden.

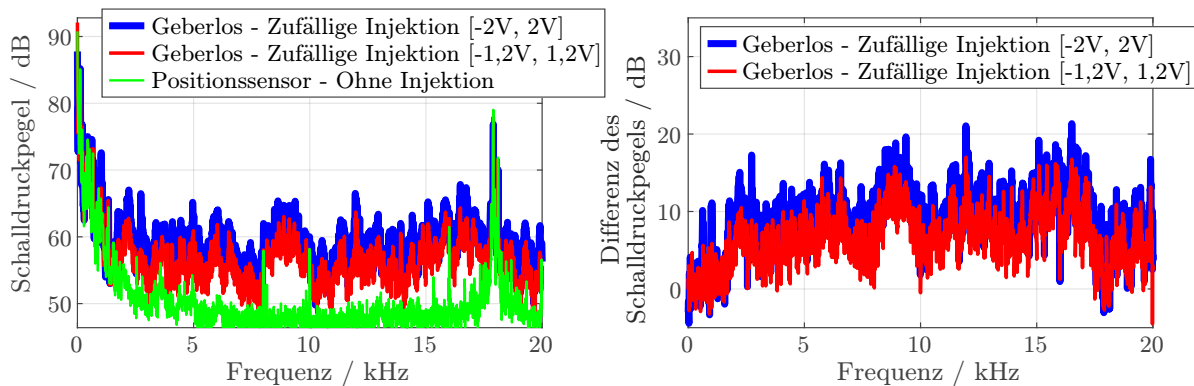


Abbildung 7.10.: Vergleich der Geräuschentwicklung zwischen dem geberlosen Betrieb mit zufälliger Spannungsinjektion und dem Betrieb mit Positionssensor bei einer Rotationsgeschwindigkeit von 100U/min und einem Drehmoment von 1Nm (PMSM1, vgl. [96]).

7.6.2. Beliebige Verteilung der Geräusche im Frequenzspektrum

In vielen Anwendungen ist die maximale Anregungsfrequenz, welche für die Positionsschätzung verwendet werden kann, jedoch limitiert. Eine anisotropiebasierte Rotorlage-schätzung mit einer Hochfrequenzanregung, welche Geräusche unterhalb der Hörschwelle erzeugt, ist in diesem Fall nicht möglich, da entweder die maximal mögliche PWM-Frequenz zu niedrig ist oder die Abtastung der Ströme nicht mit einer so hohen Frequenz erfolgen kann. Geräusche mit spezifischen Frequenzanteilen, wie sie üblicherweise von anisotropiebasierten Verfahren verursacht werden, werden jedoch häufig von Menschen als sehr lästig empfunden, sofern sie oberhalb der Hörschwelle liegen. Eine weitere Möglichkeit ist es nun, die Geräusche im Frequenzspektrum zu verteilen und somit breitbandige Geräusche zu erzeugen, welche von Menschen in der Regel als angenehmer empfunden werden. Dies kann zum Beispiel mit dem vorgestellten Verfahren erreicht werden, indem als Hochfrequenzanregung ein Pseudozufallsrauschen oder eine Anregung, welche aus sehr vielen Frequenzanteilen besteht, verwendet wird. Messungen, in welchen ein geberloser Betrieb mit unterschiedlich starkem Pseudozufallsrauschen realisiert wurde, sind in Abbildung 7.10 visualisiert. Es ist zu erkennen, dass durch eine solche Anregung die Geräusche unabhängig von der Anregungshöhe über den gesamten Frequenzbereich verteilt werden und somit ein sehr breitbandiges Geräusch entsteht.

Mit Hilfe des Verfahrens lassen sich somit auch Hochfrequenzanregungen zur Rotorlage-schätzung verwenden, welche sehr breitbandige Geräusche erzeugen. Das Verfahren ermöglicht daher viele Möglichkeiten in der psychoakustischen Optimierung von geberlosen Antrieben.

7.7. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Verfahren, welche in Kapitel 6 beschrieben sind, durch Simulationen und Messungen validiert.

Zunächst wurde das dynamische Verhalten des komplexen Verfahrens, welches in Unterabschnitt 7.1.1 vorgestellt wird, untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass das Verfahren auch bei den geforderten hohen Drehzahldynamiken und schnellen Stromänderungen eine genaue Rotorlageschätzung ermöglicht. Auch die dynamische Anpassung der Injektionsrichtung bei Verwendung der optimalen Injektionsrichtung stellt unter diesen Bedingungen kein Problem dar. Das Verhalten am Prüfstand wird zudem durch das in Kapitel 3 vorgestellte Maschinenmodell sehr gut abgebildet. Die exakte Schätzung des Winkelfehlers bei Injektion in die optimale Injektionsrichtung untermauert zudem die in Abschnitt 6.3 beschriebene Theorie über den extrahierbaren Rotorlageinformationsgehalt.

Es wurde zudem gezeigt, dass auch das vereinfachte Verfahren, bei welchem das lineare Gleichungssystem bereits vor dem Kompilieren der Software gelöst werden kann, einen hochdynamischen Betrieb zulässt. Anhand von Simulationen konnte allerdings gezeigt werden, dass die bei dem vereinfachten Verfahren getroffenen Annahmen bei hohen Stromdynamiken zu einer Verschlechterung der Positionsschätzung führen können.

Außerdem wurde simulativ das Rauschen der geschätzten Rotorlage für die optimale Injektionsrichtung untersucht. Hierbei wurde bestätigt, dass durch die zusätzliche Menge an Rotorlageinformation, welche die hochfrequenten Ströme durch Injektion in die optimale Injektionsrichtung enthalten, das Rauschen auf der geschätzten Rotorlage reduziert wird. Gegenüber der Injektion in die geschätzte d-Richtung konnte das Winkelrauschen unter den gegebenen Bedingungen deutlich reduziert werden.

Des Weiteren konnte in Simulation gezeigt werden, dass durch die Injektion in die optimale Injektionsrichtung der Betriebsbereich, bei welchem eine lagegeberlose Rotorlageschätzung ermöglicht wird, erweitert werden kann. Eine Bewertung von hochausgenutzten Maschinen hinsichtlich der geberlosen Regelbarkeit sollte daher immer in Abhängigkeit von der Injektionsrichtung und der Auswertungsrichtung erfolgen.

Zuletzt wurde gezeigt, dass sich mit dem Verfahren eine lagegeberlose Regelung realisieren lässt, deren Geräuschentwicklung durch die Hochfrequenzanregung unterhalb der menschlichen Hörschwelle liegt. Durch die Möglichkeit, Spannungen, welche aus mehreren Frequenzanteilen bestehen, zu injizieren, kann mit dem Verfahren sowohl das Geräuschverhalten als auch das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der geschätzten Rotorlage optimiert werden. Zudem ist es möglich, die erzeugten Geräusche über das gesamte Frequenzspektrum zu verteilen.

8. Erweiterung der Rotorlageschätzung für zweimal-dreiphasige permanenterregte Synchronmaschinen

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der anisotropiebasierten Rotorlageschätzung bei zweimal-dreiphasigen PMSMs. Hierfür wird das im vorigen Kapitel vorgestellte anisotropiebasierte Verfahren angepasst, um eine geberlose Rotorlageschätzung bei solchen Maschinen zu ermöglichen. Der Inhalt dieses Kapitels ist im Wesentlichen an der Vorveröffentlichung [100] angelehnt.

Bei zweimal-dreiphasigen Antrieben werden lageberlose Verfahren häufig nicht eingesetzt, um einen geberfreien Antrieb zu realisieren, sondern um eine redundante Rotorbestimmung zu ermöglichen. Solche Antriebe werden in der Automobilindustrie nämlich oft in sicherheitskritischen Anwendungen, wie zum Beispiel in der Servolenkung, eingesetzt, um einen fehlertoleranten Betrieb zu ermöglichen. Für solche sicherheitskritischen Anwendungen in Kraftfahrzeugen wurde jüngst die ISO-Norm ISO26262 [117] veröffentlicht, welche unter anderem Methoden zur Erkennung und Minimierung von Sicherheitsrisiken beschreibt. Eine einfache Möglichkeit die Verfügbarkeit eines Systems und somit die Sicherheit zu erhöhen, ist es, Teile des Antriebs redundant auszuführen. Eine Verdopplung aller Komponenten würde zu sehr hohen Kosten führen. Das Ziel ist es jedoch ein sicheres System so günstig wie möglich zu erschaffen. Dieses Ziel kann zum Beispiel durch den Einsatz einer lagegeberlosen Regelung als Überwachungsfunktion und Rückfalloption erreicht werden. In diesem Fall kann die Rotorlageerfassung ohne zusätzliche Kosten abgesichert werden (Vgl. [100]).

8.1. Stand der Technik

Die meisten Veröffentlichungen, welche geberlose Verfahren für zweimal-dreiphasige Maschinen beschreiben, verwenden Maschinen, deren Wicklungsgruppen um 30° elektrisch zueinander versetzt sind. In der Literatur sind zudem lediglich wenige anisotropiebasierte Verfahren für zweimal-dreiphasige Antriebe zu finden [43, 118]. Das Verfahren, welches in [118] beschrieben ist, verwendet hierbei eine rotierende Injektion in beiden Teilsystemen und die Sternpunktspannungen, um den Rotorwinkel zu bestimmen. In [43] wurde die gemessenen Leiterströme und eine alternierende Injektion in die geschätzte d-Richtung beider Teilsysteme verwendet, um die Position zu bestimmen. Zudem wird gezeigt, dass die geberlose Regelung auch noch funktioniert, wenn eines der beiden Teilsystemen abgeschaltet ist. Der Einfluss von magnetischer Sättigung und nichtsinusförmigen Flussverkettungen wird jedoch nicht berücksichtigt.

In [76] wurde bereits eine gegenphasige Injektion für zweimal-dreiphasige Asynchronmaschinen mit um 30° elektrisch versetzten Teilsystemen vorgestellt. Auch in dieser Veröffentlichung wurden der Einfluss von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen auf die Positionsschätzung vernachlässigt.

Im Folgenden wird nun die in dieser Arbeit beschriebene Theorie für die dreiphasigen Maschinen auf die zweimal-dreiphasige Maschinen erweitert. Einflüsse von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen werden hierbei berücksichtigt. Zudem wird auf die zusätzlichen Freiheitsgrade, welche sich durch das zweimal-dreiphasige System ergeben, eingegangen.

8.2. Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens im injektionsorientierten Koordinatensystem

Wie in Unterabschnitt 5.6.2 beschrieben, kann bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine, deren Wicklungsgruppen um ein Vielfaches von 360° elektrisch zueinander versetzt sind, das Hochfrequenzverhalten der μ - und Δ -Komponenten unter den getroffenen Annahmen getrennt voneinander betrachtet werden: Wird an die Außenleiter der beiden Systeme dieselbe hochfrequente Spannung angelegt und somit im μ -System angeregt, so führt dies zu derselben Stromänderung in beiden Teilsystemen und somit lediglich zu einer Stromänderung im μ -System. Zeigen die angelegten hochfrequenten Spannungsvektoren in den beiden Teilsystemen in entgegengesetzte Richtungen und haben dieselbe Amplitude, so entspricht dies einer Anregung im Δ -System und führt zu Stromänderungen in den beiden Teilsystemen, deren Richtungen ebenfalls entgegengesetzt sind und deren Höhe identisch ist. Es kommt somit in diesem Fall lediglich zu einer Stromänderung im Δ -System.

Die beiden Gleichungen aus (5.63), welche das Hochfrequenzverhalten im $\mu\Delta$ -Koordinatensystem beschreiben, können nun unabhängig voneinander und analog zu (6.3) mit Hilfe der Drehmatrix aus (6.2) in das injektionsorientierte Koordinatensystem überführt werden:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\gamma\delta,x}}{dt} &\approx \mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi_{\text{inj},x}) \cdot \frac{d\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},x}}{dt} \\ &\approx \mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi_{\text{inj},x}) \mathbf{Y}_{6\text{P},xx} \mathbf{T}_{\text{rot}}^{-1}(\phi_{\text{inj},x}) \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\gamma\delta,x} \quad x \in \{\mu, \Delta\} \\ &= u_{\text{HF},x,\gamma} \vec{y}_{6\text{P},x}^{\gamma\delta} \end{aligned} \quad (8.1)$$

mit

$$\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\gamma\delta,x} := \mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi_{\text{inj},x}) \cdot \vec{i}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},x} \quad , \quad \vec{u}_{\text{HF}}^{\gamma\delta,x} = \begin{pmatrix} u_{\text{HF},x,\gamma} \\ 0 \end{pmatrix} := \mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi_{\text{inj},x}) \cdot \vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq},x} \quad ,$$

$$\vec{y}_{6\text{P},x}^{\gamma\delta} : \left(\hat{i}_\mu, \tilde{\phi}_R, \tilde{\phi}_{\text{inj},x}, \tilde{\phi}_{\text{I},\mu}, \phi_{\text{err}} \right) \mapsto \vec{y}_P^{\gamma\delta} \left(\hat{i}_\mu, \tilde{\phi}_R, \tilde{\phi}_{\text{inj},x}, \tilde{\phi}_{\text{I},\mu}, \phi_{\text{err}} \right)$$

$$\vec{y}_{6\text{P},x}^{\gamma\delta} := \mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi_{\text{inj},x}) \mathbf{Y}_{6\text{P},xx} \left(\hat{i}_\mu, \phi_{\text{I},\mu}, \phi_R \right) \mathbf{T}_{\text{rot}}^{-1}(\phi_{\text{inj},x}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und wobei $\phi_{\text{inj},\mu}$ und $\phi_{\text{inj},\Delta}$ die Injektionswinkel im μ - und Δ -System beschreiben. Die inversen Induktivitäten $\vec{y}_{6\text{P},\mu}^{\gamma\delta}$ und $\vec{y}_{6\text{P},\Delta}^{\gamma\delta}$ sind in Abhängigkeit der Stromamplitude $\phi_{\text{I},\mu}$,

den geschätzten Winkeln $\tilde{\phi}_R$, $\tilde{\phi}_{\text{inj},\mu}$ und $\tilde{\phi}_{I,\mu}$ und dem Winkelfehler ϕ_{err} definiert.

Das Hochfrequenzverhalten der μ - und Δ -Systeme kann somit analog zu einer dreiphasigen Maschine im injektionsorientierten Koordinatensystem beschrieben werden. Daher kann auch für beide Systeme die Theorie aus den vorherigen Kapiteln angewandt werden, um die Maschine zu bewerten und geberlos zu regeln.

8.3. Hochfrequenzanregung

Während bei einer dreiphasigen Maschine die Hochfrequenzanregung durch die Injektionsrichtung $\phi_{\text{inj}}[n]$ und das Injektionsmuster $u_{\text{HF},\gamma}[n][m]$ eindeutig definiert ist, gibt es nun bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine zusätzliche Freiheitsgrade: Bei einer solchen Maschine kann die Injektionsrichtung und das Injektionsmuster in beiden Teilsystemen nämlich unabhängig voneinander gewählt werden. Übertragen auf die Beschreibung mit Hilfe der $\mu\Delta$ -Darstellung bedeutet dies, dass sowohl im μ - als auch im Δ -System die Injektionsrichtungen $\phi_{\text{inj},\mu}[n]$ und $\phi_{\text{inj},\Delta}[n]$ und die Injektionsmuster $u_{\text{HF},\mu,\gamma}[n][m]$ und $u_{\text{HF},\Delta,\gamma}[n][m]$ frei gewählt werden können.

Im Folgenden wird die Hochfrequenzanregung im μ -System mit der Anregung im Δ -System verglichen und die unterschiedlichen Auswirkungen auf das Antriebssystem analysiert.

Eine gleichzeitige Injektion im μ - und Δ -System ist denkbar, da diese sich gemäß (8.1) nicht beeinflussen und somit unabhängig voneinander zur Rotorlagebestimmung ausgewertet werden können. Dies wird jedoch nicht im Rahmen dieser Arbeit untersucht.

Für die Hochfrequenzanregung im μ -System, welche im Folgenden als „parallele Injektion“ bezeichnet wird, wird in dieser Arbeit eine kosinusförmige Spannung verwendet, welche in Anlehnung an (6.19) wie folgt definiert ist:

$$u_{\text{HF},\mu,\gamma}[n][m] = \hat{u}_{\text{HF},\mu} \cos \left(\pi t_{\text{PWM}} f_{\text{HF},\mu} \left[\frac{2t_R}{t_{\text{PWM}}} n + m + \frac{1}{2} \right] + \phi_{\text{HF},\mu} \right), \quad (8.2)$$

wobei $\hat{u}_{\text{HF},\mu}$ die Spannungsamplitude, $f_{\text{HF},\mu}$ die Anregungsfrequenz und $\phi_{\text{HF},\mu}$ die Phasenlage der parallelen Injektion bezeichnen.

Analog zu (8.2) wird zudem die Hochfrequenzanregung im Δ -System, welche im Folgenden als „entgegengesetzte Injektion“ bezeichnet wird, definiert:

$$u_{\text{HF},\Delta,\gamma}[n][m] = \hat{u}_{\text{HF},\Delta} \cos \left(\pi t_{\text{PWM}} f_{\text{HF},\Delta} \left[\frac{2t_R}{t_{\text{PWM}}} n + m + \frac{1}{2} \right] + \phi_{\text{HF},\Delta} \right), \quad (8.3)$$

wobei $\hat{u}_{\text{HF},\Delta}$ die Spannungsamplitude, $f_{\text{HF},\Delta}$ die Anregungsfrequenz und $\phi_{\text{HF},\Delta}$ die Phasenlage der entgegengesetzten Injektion bezeichnen.

Wie in (6.19) für dreiphasige Maschinen beschrieben, können auch bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine Spannungen, welche aus mehreren Frequenzanteilen bestehen, für die Hochfrequenzanregung verwendet werden. Im Folgenden wird eine solche Hochfrequenzanregung jedoch nicht verwendet.

8.4. Regler- und Timingstruktur

In dieser Arbeit wird für die geberlose Regelung von zweimal-dreiphasigen Systemen dieselbe Timingstruktur verwendet, wie sie für dreiphasige Antriebe verwendet wird. Für eine genaue Beschreibung der Timingstruktur wird an dieser Stelle daher auf Abschnitt 6.4 verwiesen.

Als Ergänzung gilt es an dieser Stelle anzumerken, dass die PWM-Ausgabe und auch die Leiterstromabtastung in beiden Teilsystemen zeitgleich erfolgt. Sofern die Teilsysteme einen gemeinsamen Zwischenkreis besitzen, kann durch einen zeitlichen Versatz zwischen der Spannungsausgabe in dem ersten Teilsystem und der Ausgabe im zweiten Teilsystem die Belastung des Zwischenkreiskondensators reduziert werden (siehe z. B. [44]). Ein solcher Versatz in der Spannungsausgabe wurde in dieser Arbeit jedoch nicht berücksichtigt.

Auch die Softwarestruktur für das zweimal-dreiphasige System wird in dieser Arbeit weitgehend von dem dreiphasigen System übernommen. Das angepasste Blockdiagramm der Softwarestruktur ist in Abbildung 8.1 dargestellt. Die Änderungen gegenüber der Regler-

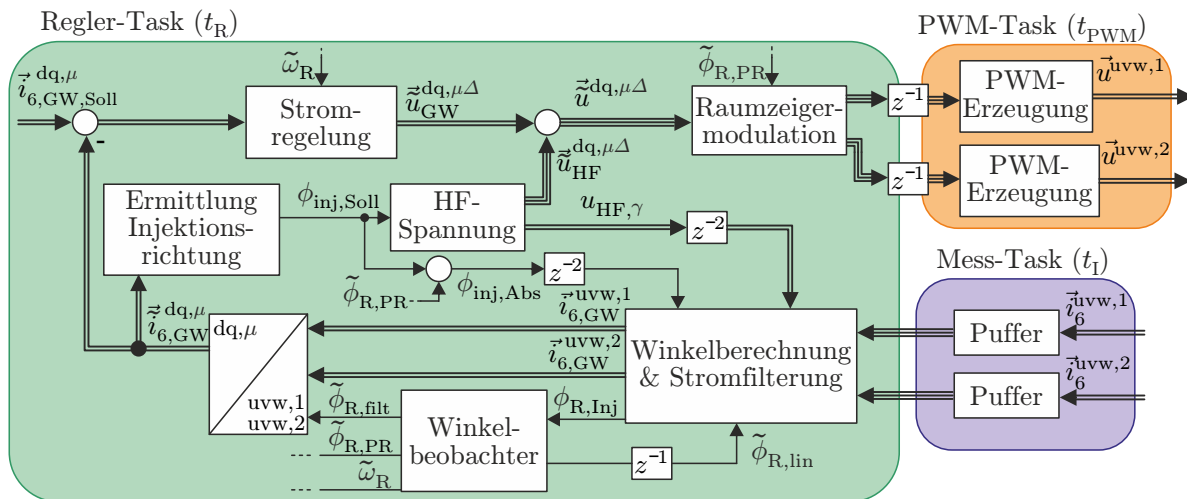


Abbildung 8.1.: Blockdiagramm der verwendeten Softwarestruktur für zweimal-dreiphasige Antriebe.

struktur einer dreiphasigen Maschine werden im Folgenden erläutert:

Die Strommesswerte eines jeden Teilsystem $\vec{i}_{6}^{\text{uvw},1}$ und $\vec{i}_{6}^{\text{uvw},2}$ werden zwischen den Reglerabstabschritten gepuffert, um sie anschließend für die Winkelberechnung und Stromfilterung zu verwenden. Für die Winkelbestimmung werden die Strommesswerte aus beiden Teilsystemen verwendet.

In der Stromfilterung werden die Grundwellenanteile der Leiterströme beider Teilsysteme $\vec{i}_{6,GW}^{\text{uvwm},1}$ und $\vec{i}_{6,GW}^{\text{uvwm},2}$ bestimmt. Diese werden anschließend mit Hilfe des gefilterten Winkels $\vec{\phi}_{R,\text{filt}}$ und der Transformationen aus (3.32) und (3.34) in das rotorflussorientierte Koordinatensystem überführt und die μ -Komponenten $\vec{i}_{6,GW}^{\text{dq},\mu}$ bestimmt.

Wie bereits in Unterabschnitt 3.2.3 beschrieben, stellt der Betrieb, in welchem beide Teilsysteme dieselben Leiterströme führen, das Optimum hinsichtlich Effizienz dar. Bezogen auf die Beschreibung im $\mu\Delta$ -System bedeutet dies, dass die Stromkomponenten im Δ -System gleich null sein sollten. Da das Δ -System und das μ -System bei den betrachteten

Maschinen voneinander entkoppelt sind, kann davon ausgegangen werden, dass die Stromkomponenten im Δ -System gleich null sind, sofern dieses Ersatzsystem nicht angeregt wird. Wie in (5.52) beschrieben, ist die Flussverkettung im Δ -System gleich null, sofern der Stromvektor im Δ -System dem Nullvektor entspricht. Gemäß der Spannungsgleichung aus (5.20) folgt daher, dass das Δ -System lediglich durch Anlegen einer Phasenspannung im Δ -System angeregt werden kann. Wird nun davon ausgegangen, dass es sich hierbei um ein asymptotisch stabiles System handelt, so klingt der Stromfluss im Δ -System automatisch zu null ab, sofern dieses System nicht angeregt wird. Ein Stromregler für das Δ -System ist für die betrachteten Maschinen deshalb nicht zwingend erforderlich. In dieser Arbeit bleibt das Δ -System daher ungeregt.

Das elektrische Verhalten der Maschine im μ -System gleicht dem Verhalten einer dreiphasigen Maschine. Es wird daher dieselbe feldorientierte Stromregelung für dieses System verwendet als für den Betrieb der dreiphasigen Maschinen. Als Regelgrößen und Führungsgrößen werden die tatsächlichen und gewünschten Grundwellenanteile der μ -Komponenten der transformierten Leiterströme $\vec{i}_{6,GW}^{\text{dq},\mu}$ und $\vec{i}_{6,GW,\text{Soll}}^{\text{dq},\mu}$ verwendet. Die transformierten Leiterströme $\vec{i}_{6,GW}^{\text{dq},\mu}$ werden zudem für die Bestimmung der Injektionsrichtung verwendet.

Die Ausgangsspannungen des Stromreglers $\vec{u}_{GW}^{\text{dq},\mu\Delta}$ werden von dem gewünschten Injektionsmuster $\vec{u}_{\text{HF}}^{\text{dq},\mu\Delta}$ überlagert. Die resultierende Spannungen $\vec{u}^{\text{dq},\mu\Delta}$ wird anschließend mit Hilfe der Raumzeigermodulation in PWM-Tastverhältnisse umgewandelt. Hierfür wird für jedes Teilsystem die dreiphasige Raumzeigermodulation (SVPWM) verwendet. Die berechneten Tastverhältnisse beider Teilsysteme werden anschließend verwendet, um die Phasenspannungen $\vec{u}^{\text{uvw},1}$ und $\vec{u}^{\text{uvw},2}$ zu erzeugen.

Die Änderungen in der Winkelbestimmung und Stromfilterung werden im Folgenden erläutert. Die geänderte Hochfrequenzanregung wurde bereits in Abschnitt 8.3 beschrieben. Alle weiteren Funktionen wurden von der Regelung für dreiphasige Systeme übernommen. Für eine Erklärung dieser Funktionen wird an dieser Stelle auf Kapitel 6 verwiesen.

8.5. Anpassung der anisotropiebasierten Rotorlageschätzung

Wie bereits erwähnt, kann die Rotorlageschätzung eines dreiphasigen Systems verwendet werden, um die geberlose Regelung einer zweimal-dreiphasigen PMSM zu ermöglichen. Es muss lediglich die Transformationsmatrix der Ströme und das Referenzmodell angepasst werden:

Die Rotorlageschätzung findet in dieser Arbeit im $\mu\Delta$ -System statt. Hierdurch lässt, wie im Folgenden gezeigt wird, für das μ - und das Δ -System die Theorie der anisotropiebasierten Rotorlageschätzung aus dem vorigen Kapitel unabhängig von der Hochfrequenzanregung direkt übertragen.

Die gemessenen Leiterströme können mit Hilfe der Drehmatrix aus (6.2), der Transformationsmatrix aus (3.32), die für die Linearisierung verwendete Rotorlage $\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}$ und dem absoluten Injektionswinkel $\phi_{\text{inj,Abs}}$ in das injektionsorientierte Koordinatensystem über-

führt werden:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\gamma\delta,\mu} \\ \vec{i}_6^{\gamma\delta,\Delta} \end{pmatrix} &:= \mathbf{T}_{2 \times \text{rot}} \left(\phi_{\text{inj,Abs}}[n] - \tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n] \right) \mathbf{T}_{2 \times \text{dq}} \left(\tilde{\phi}_{\text{R,lin}}[n] \right) \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\text{uvw},1} \\ \vec{i}_6^{\text{uvw},2} \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{T}_{2 \times \text{dq}} \left(\phi_{\text{inj,Abs}}[n] \right) \cdot \begin{pmatrix} \vec{i}_6^{\text{uvw},1} \\ \vec{i}_6^{\text{uvw},2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (8.4)$$

mit

$$\mathbf{T}_{2 \times \text{rot}}(\phi) := \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi) & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi) \end{bmatrix}.$$

Das Hochfrequenzverhalten der Maschine sowohl im μ -Systems als auch im Δ -Systems ist nun gemäß (8.1) identisch mit dem Hochfrequenzverhalten einer dreiphasigen Maschine. Da die Systeme nicht gekoppelt sind, ist es sinnvoll, lediglich die Ströme des Systems, welches hochfrequent angeregt wird, auszuwerten. Wird die parallele Injektion verwendet, so sollten die μ -Komponenten des Stroms $\vec{i}_6^{\gamma\delta,\mu}$ für die Positionsschätzung verwendet werden. Bei der entgegengesetzten Injektion sollten entsprechend die Δ -Komponenten des Stroms $\vec{i}_6^{\gamma\delta,\Delta}$ verwendet werden. Werden beide Systeme gleichzeitig angeregt, so kann theoretisch auch aus beiden Stromverläufen $\vec{i}_6^{\gamma\delta,\mu}[n][m]$ und $\vec{i}_6^{\gamma\delta,\Delta}[n][m]$ die Rotorlage extrahiert werden. Dies ist jedoch nicht Teil dieser Arbeit.

Die Rotorlage kann nun durch Anwenden des in Abschnitt 6.7 beschriebenen Verfahrens aus einem der gemessenen Stromverläufe $\vec{i}_6^{\gamma\delta,\mu}[n][m]$ oder $\vec{i}_6^{\gamma\delta,\Delta}[n][m]$ bestimmt werden. Abhängig von dem auszuwertendem System wird hierbei das injizierte Spannungsmuster $u_{\text{HF},\mu,\gamma}[n][m]$ oder $u_{\text{HF},\Delta,\gamma}[n][m]$ für die Auswertung verwendet. Als Referenzmodell werden entsprechend die relevanten Einträge der inversen Induktivitätsmatrix $\vec{y}_{6\text{P},\mu}^{\gamma\delta}$ oder $\vec{y}_{6\text{P},\Delta}^{\gamma\delta}$ verwendet.

Wird zum Beispiel das vereinfachte Verfahren aus Unterabschnitt 6.7.3 verwendet, so kann das zu lösende Problem analog zu (6.33) in Form eines linearen Gleichungssystems formuliert werden:

Die gemessenen Stromverläufe $\vec{i}_6^{\gamma\delta,\mu}$ und $\vec{i}_6^{\gamma\delta,\Delta}$ können als Summe der hochfrequenten Stromanteile $\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\gamma\delta,\mu}$ und $\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\gamma\delta,\Delta}$, welche durch die Hochfrequenzanregung verursacht werden, und den restlichen Stromanteilen $\vec{i}_{6,\text{NF}}^{\gamma\delta,\mu}$ und $\vec{i}_{6,\text{NF}}^{\gamma\delta,\Delta}$ beschrieben werden:

$$\vec{i}_6^{\gamma\delta,z}[n][m] = \vec{i}_{6,\text{HF}}^{\gamma\delta,z}[n][m] + \vec{i}_{6,\text{NF}}^{\gamma\delta,z}[n][m] \quad z \in \{\mu, \Delta\}. \quad (8.5)$$

Die niederfrequenten Stromanteile $\vec{i}_{6,\text{NF}}^{\gamma\delta,\mu}$ und $\vec{i}_{6,\text{NF}}^{\gamma\delta,\Delta}$ werden jeweils durch ein Polynom mit der Ordnung h_{NF} approximiert:

$$\vec{i}_{6,\text{NF}}^{\gamma\delta,z}[n][m] \approx \sum_{i=0}^{h_{\text{NF}}} \left[m^i \begin{pmatrix} a_{\text{NF},z,\gamma,i}[n] \\ a_{\text{NF},z,\delta,i}[n] \end{pmatrix} \right] \quad z \in \{\mu, \Delta\}. \quad (8.6)$$

Die hochfrequenten Anteile können mit Hilfe von (8.1) beschrieben werden:

$$\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\gamma\delta,z}[n][m] \approx \underbrace{\vec{i}_{6,\text{HF}}^{\gamma\delta,z}[n][0]}_{=:\vec{y}_{6\text{P},z}^{\gamma\delta}[n]} + \underbrace{t_1 \sum_1^m u_{\text{HF},z,\gamma}[n][m-1]}_{=:\Psi_{\text{HF},z,\gamma}[n][m]} \quad z \in \{\mu, \Delta\}, \quad (8.7)$$

wobei der Vektor $\vec{y}_{6P,z}^{\gamma\delta}$ die im Mittel wirkenden Induktivitätswerte $\bar{Y}_{6P,z,\gamma}$ und $\bar{Y}_{6P,z,\delta}$ beinhaltet und $\Psi_{\text{HF},z,\gamma}$ den Anteil der Flussverkettung beschreibt, welcher durch die Hochfrequenzanregung beeinflusst wird.

Mit Hilfe von (8.5), (8.6) und (8.7) kann nun das Gleichungssystem aufgestellt werden, mit welchem die von Winkelfehlern abhängigen Induktivitätswerte $\bar{Y}_{6P,\mu,\delta}$, $\bar{Y}_{6P,\Delta,\delta}$, $\bar{Y}_{6P,\mu,\gamma}$ und $\bar{Y}_{6P,\Delta,\gamma}$ bestimmt werden können [100]:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} i_{6,z,x}[n][0] \\ i_{6,z,x}[n][1] \\ \vdots \\ i_{6,z,x}[n][k] \end{pmatrix}}_{=:\vec{b}_{6P,z,x,Y}[n]} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0^0 & \dots & 0^{h_{\text{NF}}} & 0 \\ 1^0 & \dots & 1^{h_{\text{NF}}} & \Psi_{\text{HF},z,\gamma}[n][1] \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ k^0 & \dots & k^{h_{\text{NF}}} & \Psi_{\text{HF},z,\gamma}[n][k] \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{A}_{6P,z,Y}[n]} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} a_{\text{NF},z,x,0}[n] \\ \vdots \\ a_{\text{NF},z,x,h_{\text{NF}}}[n] \\ \bar{Y}_{6P,z,x}[n] \end{pmatrix}}_{=:\vec{p}_{6P,z,x,Y}[n]} \quad \begin{matrix} x \in \{\gamma, \delta\} \\ z \in \{\mu, \Delta\} \end{matrix}, \quad (8.8)$$

wobei die Anzahl der Strommesspunkte durch $k+1$ gegeben ist. Die Stromwerte $i_{6,z,x}[n][m]$ beschreiben hierbei die entsprechenden Komponenten des Stromvektors $\vec{i}_6^{\gamma\delta,z}[n][m]$.

Der Vektor $\vec{p}_{6P,z,x,Y}[n]$ lässt sich nun mit Hilfe der Pseudoinversen von der Matrix $\mathbf{A}_{6P,z,Y}[n]$ und den gemessenen und transformierten Strommesswerten bestimmen:

$$\vec{p}_{6P,z,x,Y}[n] \approx \underbrace{\begin{pmatrix} \tilde{a}_{\text{NF},z,x,0}[n] \\ \vdots \\ \tilde{a}_{\text{NF},z,x,h_{\text{NF}}}[n] \\ \tilde{Y}_{6P,z,x}[n] \end{pmatrix}}_{=:\vec{\tilde{p}}_{6P,z,x,Y}[n]} = \tilde{\mathbf{A}}_{6P,z,Y}^+[n] \cdot \vec{b}_{6P,z,x,Y}[n] \quad \begin{matrix} x \in \{\gamma, \delta\} \\ z \in \{\mu, \Delta\} \end{matrix} \quad (8.9)$$

mit

$$\tilde{\mathbf{A}}_{6P,z,Y}^+[n] := \left(\tilde{\mathbf{A}}_{6P,z,Y}^{\text{T}}[n] \tilde{\mathbf{A}}_{6P,z,Y}[n] \right)^{-1} \tilde{\mathbf{A}}_{6P,z,Y}[n],$$

wobei der Vektor $\vec{b}_{6P,z,x,Y}$ und die Matrix $\tilde{\mathbf{A}}_{6P,z,Y}$ den mit Hilfe von den gemessenen Strömen und geschätzten Winkelgrößen bestimmten Größen $\vec{b}_{6P,z,x,Y}$ und $\mathbf{A}_{6P,z,Y}$ entsprechen. $\vec{\tilde{p}}_{6P,z,x,Y}$ ist der Kleinste-Quadrate-Schätzer.

Wie bei dem Verfahren für einen dreiphasigen Antrieb kann der Zusammenhang zwischen inversen Induktivitätswerten und Rotorlagefehlern am geschätzten Arbeitspunkt linearisiert werden, um die Rotorlage zu ermitteln. Analog zu (6.35) kann somit anhand von einem der bestimmten inversen Induktivitätswerte der Rotorlagefehler ϕ_{err} ermittelt werden:

$$\tilde{\phi}_{\text{err}} \approx \left(\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{6P,z,x}[n] \right)^{-1} \cdot \left(\tilde{Y}_{6P,z,x}[n] - \bar{Y}_{6P,\text{Ref},z,x}[n] \right) \quad \begin{matrix} x \in \{\gamma, \delta\} \\ z \in \{\mu, \Delta\} \end{matrix}, \quad (8.10)$$

wobei die aus dem Modell bestimmte mittlere inverse Induktivität am Arbeitspunkt $\bar{Y}_{6P,\text{Ref},z,x}[n]$ und deren Ableitung nach dem Winkelfehler $\frac{\partial}{\partial \phi_{\text{err}}} \bar{Y}_{6P,z,x}[n]$ mit Hilfe von (8.1) und der analytischen Beschreibung der inversen Induktivitätsmatrix aus Unterabschnitt

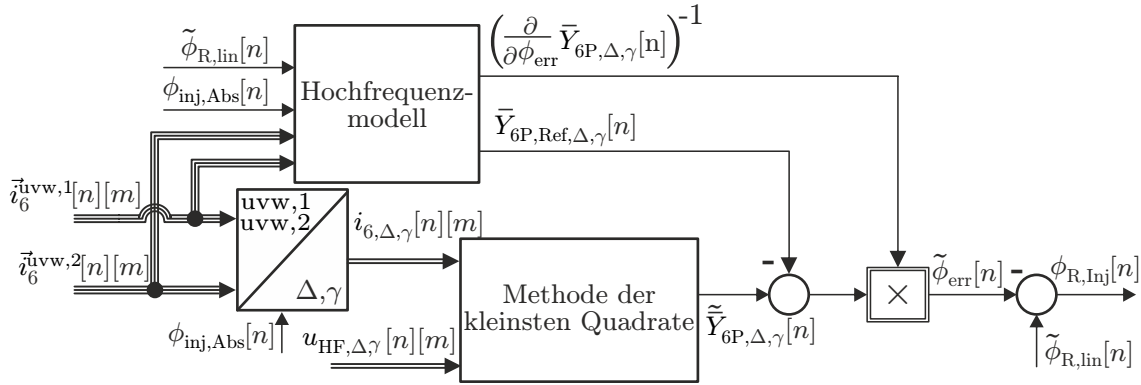


Abbildung 8.2.: Blockdiagramm der vereinfachten Winkelbestimmung für zweimal-dreiphasige Antriebe bei Auswertung der γ -Komponente und entgegengesetzter Injektion (Vgl. [100]).

5.6.2 wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{Y}_{6P,Ref,z,\gamma}[n] \\ \bar{Y}_{6P,Ref,z,\delta}[n] \end{pmatrix} &:= \bar{y}_{6P,z}^{\gamma\delta} \left(\hat{i}_\mu[n], \tilde{\phi}_{R,lin}[n], \tilde{\phi}_{inj,z}[n], \tilde{\phi}_{I,\mu}[n], 0 \right) \\ \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \phi_{err}} \bar{Y}_{6P,z,\gamma}[n] \\ \frac{\partial}{\partial \phi_{err}} \bar{Y}_{6P,z,\delta}[n] \end{pmatrix} &:= \frac{\partial \bar{y}_{6P,z}^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{err}} \left(\hat{i}_\mu[n], \tilde{\phi}_{R,lin}[n], \tilde{\phi}_{inj,z}[n], \tilde{\phi}_{I,\mu}[n], 0 \right), \end{aligned} \quad z \in \{\mu, \Delta\}$$

wobei \hat{i}_μ die über den Reglerabstabschritt n im Mittel anliegende Stromamplitude im μ -System und $\tilde{\phi}_{R,lin}$ den im Mittel anliegenden Stromwinkel im μ -System beschreiben.

Das Blockdiagramm des Verfahrens ist in Abbildung 8.2 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Struktur identisch mit dem vereinfachten Verfahren für dreiphasige Antriebe ist und somit lediglich kleine Anpassungen notwendig sind. Das in diesem Unterabschnitt beschriebene Verfahren wird im Folgenden verwendet, um eine zweimal-dreiphasige Maschine zu betreiben.

8.6. Vergleich zwischen der parallelen und entgegengesetzten Injektion

In diesem Abschnitt wird einer der zusätzlichen Freiheitsgrade von zweimal-dreiphasigen Antrieben untersucht: Es wird die entgegengesetzte Injektion mit der parallelen Injektion verglichen. Im Folgenden werden die Auswirkungen der Injektionsmöglichkeiten auf den in den hochfrequenten Strömen enthaltenen Rotorlageinformationsgehalt, den hochfrequenten Drehmomentrippel und die Geräuschentwicklung untersucht. Die Untersuchungen erfolgen beispielhaft mit einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit verwobenen und 360° elektrisch zueinander versetzten Wicklungssystemen. Das Vorgehen kann jedoch auch auf Maschinen mit räumlich getrennten Wicklungssystemen angewandt werden. Der Prüfstands Aufbau ist in Anhang B beschrieben.

Es gilt an dieser Stelle anzumerken, dass in der Vorveröffentlichung [100] auch die Auswirkungen der Injektionsmethode auf den Batteriestromrippel unter Vernachlässigung des Einflusses der PWM untersucht wurden. Hierbei wurde festgestellt, dass bei der entgegengesetzten Injektion die durch die Hochfrequenzanregung erzeugten Batteriestromrippel

im Bereich der Anregungsfrequenz unabhängig von der Injektionsrichtung vernachlässigbar klein sind. Bei der parallelen Injektion ist der erzeugte Batteriestromrippel abhängig von der Injektionsrichtung. Allerdings sind für eine vollständige Untersuchung der Auswirkungen auch die Einflüsse von der PWM zu berücksichtigen. Dies wurde jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht. Daher wird im Folgenden nicht weiter auf die Auswirkungen der Injektionsmethode auf den Batteriestromrippel eingegangen und es wird stattdessen an dieser Stelle auf [100] verwiesen.

8.6.1. Rotorlageinformationsgehalt

Die Analyse des Rotorlageinformationsgehalts erfolgt mit Hilfe der in Abschnitt 6.3 vorgestellten Theorie. Da in der $\mu\Delta$ -Beschreibung das μ - und das Δ -Teilsystem bei den betrachteten Maschinen unter den getroffenen Annahmen nicht gekoppelt sind, kann die Analyse für jedes Teilsystem unabhängig voneinander erfolgen.

Werden beide Teilmaschinen identisch angeregt und somit die parallele Injektion verwendet, so sind für die Beschreibung des hochfrequenten Verhaltens gemäß (8.1) die inversen Induktivitäten, welche der Vektor $\vec{y}_{6P,\mu}^{\gamma\delta}$ beinhaltet, relevant. Der Rotorlageinformationsgehalt wird nun analog zu (6.9) durch die Abhängigkeit des Vektors $\vec{y}_{6P,\mu}^{\gamma\delta}$ von Winkelfehlern ϕ_{err} beschrieben. Hierbei wird die Länge des Vektors, welcher sich durch partielles Ableiten von $\vec{y}_{6P,\mu}^{\gamma\delta}$ nach dem Winkelfehler ϕ_{err} ergibt, als Maß verwendet. Der Rotorlageinformationsgehalt für die parallele Injektion $r_{\text{RPI},\mu}$ wird mit Hilfe von (8.1) wie folgt bestimmt [100]:

$$\begin{aligned} r_{\text{RPI},\mu} &: \left(\hat{i}_{\mu}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj},\mu}, \phi_{\text{I},\mu} \right) \mapsto r_{\text{RPI},\mu} \left(\hat{i}_{\mu}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj},\mu}, \phi_{\text{I},\mu} \right), \\ r_{\text{RPI},\mu} &:= \left| \frac{\partial \vec{y}_{6P,\mu}^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} \left(\hat{i}_{\mu}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj},\mu}, \phi_{\text{I},\mu}, 0 \right) \right|. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Werden in beide Teilmaschinen die hochfrequenten Spannungen gegenphasig injiziert und somit die entgegengesetzte Injektion verwendet, so ist für die Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens der inverse Induktivitätsvektor $\vec{y}_{6P,\Delta}^{\gamma\delta}$ relevant. Die Bestimmung des Rotorlageinformationsgehalts erfolgt analog zu (8.11) [100]:

$$\begin{aligned} r_{\text{RPI},\Delta} &: \left(\hat{i}_{\mu}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj},\Delta}, \phi_{\text{I},\mu} \right) \mapsto r_{\text{RPI},\Delta} \left(\hat{i}_{\mu}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj},\Delta}, \phi_{\text{I},\mu} \right), \\ r_{\text{RPI},\Delta} &:= \left| \frac{\partial \vec{y}_{6P,\Delta}^{\gamma\delta}}{\partial \phi_{\text{err}}} \left(\hat{i}_{\mu}, \phi_{\text{R}}, \phi_{\text{inj},\Delta}, \phi_{\text{I},\mu}, 0 \right) \right|. \end{aligned} \quad (8.12)$$

Die Berechnung der partiellen Ableitungen der inversen Induktivitäten nach dem Winkelfehler kann durch Verwenden der in Kapitel 5 vorgestellten analytischen Modelle für die inversen Induktivitäten und des in (6.10) beschriebenen Zusammenhangs sehr einfach erfolgen.

Auch bei zweimal-dreiphasigen Antrieben hängen nun die Rotorlageinformationsgehalte $r_{\text{RPI},\mu}$ und $r_{\text{RPI},\Delta}$ von den Injektionsrichtungen $\phi_{\text{inj},\mu}$ und $\phi_{\text{inj},\Delta}$ ab. Die Injektionsrichtungen können daher auch bei solchen Maschinen so gewählt werden, dass die Rotorlageinformationsgehalte maximal sind. Da die Beschreibung der Abhängigkeit der Einträge der

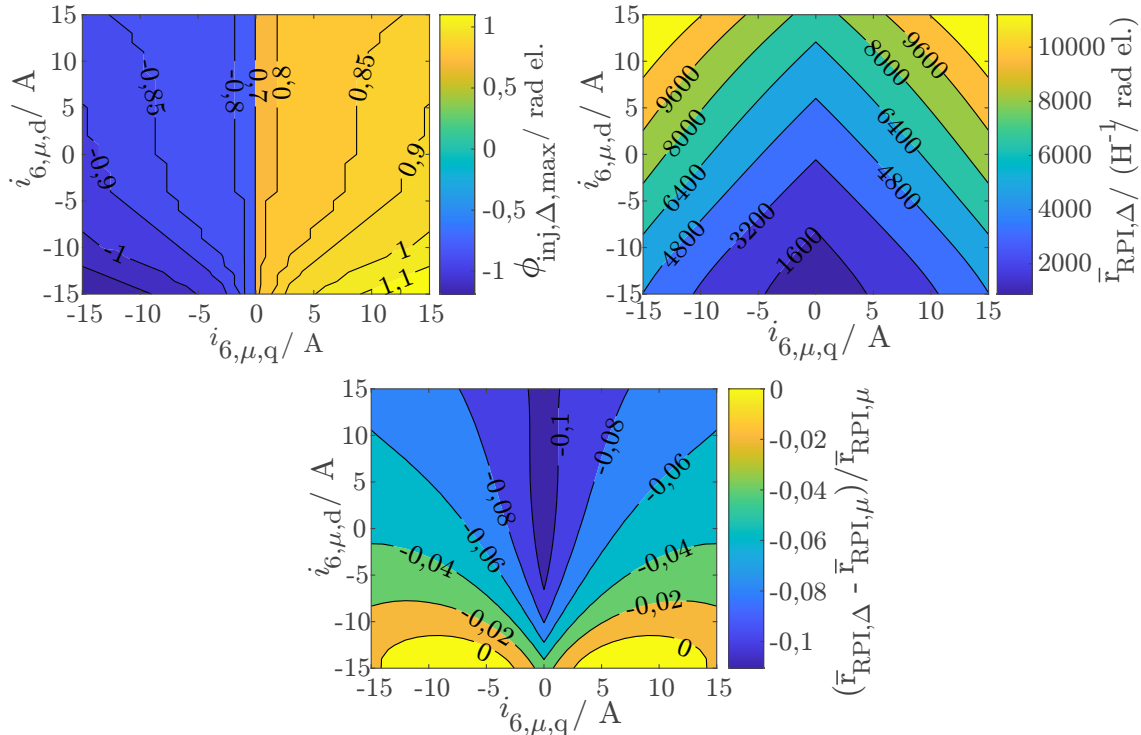


Abbildung 8.3.: **Oben:** Optimale Injektionsrichtung und Rotorlageinformationsgehalt der PMSM3 für die entgegengesetzte Injektion bei einer Injektionsfrequenz von $f_{\text{HF},\Delta} = 9 \text{ kHz}$ und einer Injektionsspannung von $\hat{u}_{\text{HF},\Delta} = 1,5 \text{ V}$, **Unten:** Vergleich zwischen paralleler und entgegengesetzter Injektion bezüglich Rotorlageinformationsgehalt (PMSM3, [100]).

inversen Induktivitätsmatrix von Winkelfehlern aus (6.10) auch für zweimal-dreiphasige Maschinen gültig ist, können für die parallele und entgegengesetzte Injektion auch dieselben Aussagen wie für die dreiphasige Maschinen getroffen werden: Wird in die Richtung injiziert, in welcher der Rotorlageinformationsgehalt maximal ist, so beinhaltet die γ -Richtung, welche in Richtung der Injektion zeigt, sämtliche Rotorlageinformation. Für die Maximierung des Rotorlageinformationsgehalts genügt es somit, den Informationsgehalt in der γ -Richtung zu maximieren. Die optimale Injektionsrichtungen für beide Injektionsmöglichkeiten werden daher analog zu (6.11) wie folgt ermittelt [100]:

$$\phi_{\text{inj},z,\text{max}}(\hat{i}_\mu, \phi_{\text{I},\mu}) := \arg \max_{\phi_{\text{inj},z}} \left\{ \underbrace{\left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial Y_{6\text{P},z,\gamma}}{\partial \phi_{\text{err}}} \Big|_{\phi_{\text{err}}=0} d\phi_{\text{R}}} \right|}_{=:\bar{r}_{\text{RPI},z}} \right\}, \quad z \in \{\mu, \Delta\} \quad (8.13)$$

wobei $Y_{6\text{P},\mu,\gamma}$ und $Y_{6\text{P},\Delta,\gamma}$ den γ -Komponenten der Vektoren $\vec{y}_{6\text{P},\mu}^\delta$ und $\vec{y}_{6\text{P},\Delta}^\delta$ entsprechen. $\bar{r}_{\text{RPI},z}$ beschreibt den mittleren Rotorlageninformationsgehalt.

Die bestimmten optimalen Injektionsrichtungen $\phi_{\text{inj},\Delta,\text{max}}$ und die zugehörigen Rotorlageinformationsgehalte $\bar{r}_{\text{RPI},\Delta}$ in Abhängigkeit des Arbeitspunktes sind in den oberen Diagrammen der Abbildung 8.3 visualisiert, wobei die Ströme $i_{6,\mu,d}$ und $i_{6,\mu,q}$ den entsprechenden Komponenten des Stromvektors $\vec{i}_6^{\text{dq},\mu}$ beschreiben. In dem unteren Diagramm werden die Rotorlageinformationsgehalte der parallelen und entgegengesetzten Injektion

miteinander in Abhängigkeit des Arbeitspunkts verglichen.

Es ist zu erkennen, dass das Verhalten des Rotorlageinformationsgehalts der betrachteten Maschine bei entgegengesetzter Injektion in die optimale Injektionsrichtung sehr ähnlich zu dem Verhalten des Informationsgehalts einer dreiphasigen Maschine ist: Der Informationsgehalt hängt stark von dem Betriebspunkt ab und steigt mit betragsmäßig zunehmenden q-Strom im μ -System $i_{6,\mu,q}$ an. Zudem kann durch einen positiven d-Strom im μ -System $i_{6,\mu,d}$ der Rotorlageinformationsgehalt in den hochfrequenten Strömen vergrößert werden.

In dem Vergleich der Rotorlageinformationsgehalte für beide Injektionsmöglichkeiten kann man erkennen, dass diese sich bei der betrachteten Maschine nicht stark unterscheiden. Bei sehr kleinen Strömen im μ -System ist der Rotorlageinformationsgehalt bei der entgegengesetzten Injektion etwa zehn Prozent kleiner als bei Verwendung der parallelen Injektion. Dieser Abstand wird mit steigendem q-Strom kleiner.

Die Rotorlageinformationsgehalte unterscheiden sich somit abhängig von der verwendeten Injektionsmethode. Der Unterschied zwischen den Injektionsmöglichkeiten hängt jedoch von der verwendeten Maschine ab. Es kann somit keine allgemeine Aussage getroffen werden, ob der Rotorlageinformationsgehalt unabhängig von der Maschine in jedem Arbeitspunkt bei der entgegengesetzten Injektion immer niedriger ist als bei der parallelen Injektion.

8.6.2. Drehmomentrippel

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Injektionsmethode auf den Drehmomentrippel untersucht. Dieser Einfluss wurde für einen dreiphasigen Antrieb bereits in [89] untersucht. In der genannten Veröffentlichung wurde eine Abhängigkeit des von der hochfrequenten Anregung erzeugten Drehmoment- und Batteriestromrippels von der Injektionsrichtung festgestellt. Durch geschickte Wahl der Injektionsrichtung konnte der erzeugte Drehmomentrippel minimiert werden. Im Folgenden wird diese Untersuchung für zweimal-dreiphasige Antriebe durchgeführt.

Die allgemeine Drehmomentgleichung unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen in Abhängigkeit von den $\mu\Delta$ -Größen ist in (3.68) beschrieben. Durch die Hochfrequenzanregung ergibt sich abhängig von der Injektionsmethode eine hochfrequente Änderung der μ -Komponenten der magnetischen Flussverkettungen $\Psi_{\text{HF},\mu,\gamma}$ und $\Psi_{\text{HF},\Delta,\gamma}$. Bei einer parallelen Injektion kommt es zu einer hochfrequenten Änderung in $\Psi_{\text{HF},\mu,\gamma}$ und bei der entgegengesetzten Injektion zu einer Änderung in $\Psi_{\text{HF},\Delta,\gamma}$. Das durch die Injektion verursachte hochfrequente Drehmoment $M_{6,\text{HF}}^{\mu\Delta}$ kann nun durch Linearisierung der Drehmomentgleichung aus (3.68) bezüglich der magnetischen Flussverkettung $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}$ und $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}$ im Arbeitspunkt approximiert werden:

$$M_{6,\text{HF}}^{\mu\Delta} \approx \frac{\partial M_{6,\text{EM}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} \cdot \underbrace{\mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi_{\text{inj},\mu})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_{\text{HF},\mu,\gamma} \\ 0 \end{pmatrix}}_{=:\vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu}} + \frac{\partial M_{6,\text{EM}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \cdot \underbrace{\mathbf{T}_{\text{rot}}(\phi_{\text{inj},\mu})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_{\text{HF},\Delta,\gamma} \\ 0 \end{pmatrix}}_{=:\vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\Delta}}, \quad (8.14)$$

Zur Untersuchung des Einflusses der parallelen Injektion auf das Drehmoment, ist die partielle Ableitung der Drehmomentgleichung aus (3.68) nach den Flussverkettungen im

μ -System $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}$ relevant. Unter Verwendung von (3.67), (5.51), (5.53), (5.52) und (5.59) kann diese wie folgt bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_{6,\text{EM}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} &= 3n_p \frac{\partial}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \times \vec{i}_6^{\text{dq},\mu} + \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} \times \vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} \right) - n_p \frac{\partial^2 \mathcal{E}_{6,\text{mag,I}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \partial \phi_R} \\
&= 3n_p \left[\left(\vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \right)^T \mathbf{J}_{2 \times 2} + \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \right)^T (\mathbf{J}_{2 \times 2})^T \frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} - \left(\frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu}}{\partial \phi_R} \right)^T \right] \\
&= 3n_p \left[\left(\vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \right)^T \mathbf{J}_{2 \times 2} + \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \right)^T (\mathbf{J}_{2 \times 2})^T \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} - \left(\frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu}}{\partial \phi_R} \right)^T \right].
\end{aligned} \tag{8.15}$$

Das durch eine parallele Injektion erzeugte hochfrequente Drehmoment $M_{6,\text{HF},\mu}^{\mu\Delta}$ kann somit durch Einsetzen von (8.15) in (8.14) wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{aligned}
M_{6,\text{HF},\mu}^{\mu\Delta} &\approx \frac{\partial M_{6,\text{EM}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} \cdot \vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu} + \frac{\partial M_{6,\text{EM}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \cdot \cancel{\vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\Delta}} \\
&= 3n_p \left[\left(\vec{i}_6^{\text{dq},\mu} \right)^T \mathbf{J}_{2 \times 2} + \left(\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu} \right)^T (\mathbf{J}_{2 \times 2})^T \mathbf{Y}_{6,\mu\mu} - \left(\frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu}}{\partial \phi_R} \right)^T \right] \cdot \vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu}.
\end{aligned} \tag{8.16}$$

Analog zu (8.15) und (8.16) kann nun auch das durch eine entgegengesetzte Injektion erzeugte hochfrequente Drehmoment $M_{6,\text{HF},\Delta}^{\mu\Delta}$ approximiert werden:

$$\begin{aligned}
M_{6,\text{HF},\Delta}^{\mu\Delta} &\approx \frac{\partial M_{6,\text{EM}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} \cdot \cancel{\vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu}} + \frac{\partial M_{6,\text{EM}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta}} \cdot \vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\Delta} \\
&= 3n_p \left[\left(\cancel{\vec{i}_6^{\text{dq},\mu}} \right)^T \mathbf{J}_{2 \times 2} + \left(\cancel{\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}} \right)^T (\mathbf{J}_{2 \times 2})^T \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta} - \left(\cancel{\frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu}}{\partial \phi_R}} \right)^T \right] \cdot \vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\Delta} \\
&= 0.
\end{aligned} \tag{8.17}$$

Für die Vereinfachung spielt hierbei (5.51) und (5.52) eine wichtige Rolle. Denn hieraus folgt, dass $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} = \vec{0}$ im Arbeitspunkt angenommen werden kann und für $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\Delta} = \vec{0}$, $\vec{i}_6^{\text{dq},\Delta} = \vec{0}$ und $\frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\Delta}}{\partial \phi_R} = \vec{0}$ folgt.

Es ist zu erkennen, dass das bei der parallelen Injektion erzeugte hochfrequente Drehmoment $M_{6,\text{HF},\mu}^{\mu\Delta}$ von der Injektionsrichtung ($\vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu}$) und von dem Arbeitspunkt und der Rotorlage ($\vec{i}_6^{\text{dq},\mu}$, $\vec{\Psi}_6^{\text{dq},\mu}$ und $\frac{\partial \vec{i}_6^{\text{dq},\mu}}{\partial \phi_R}$) abhängt. Bei der entgegengesetzten Injektion ist das erzeugte Drehmoment immer sehr klein. Es besteht keine lineare Abhängigkeit zwischen den hochfrequenten Flussverkettungen $\vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\Delta}$ und dem Drehmoment $M_{6,\text{HF},\Delta}^{\mu\Delta}$.

Die entgegengesetzte Injektion hat bezüglich des erzeugten Drehmomentrippels somit deutliche Vorteile. Zwar kann bei der parallelen Injektion die Injektionsrichtung so ge-

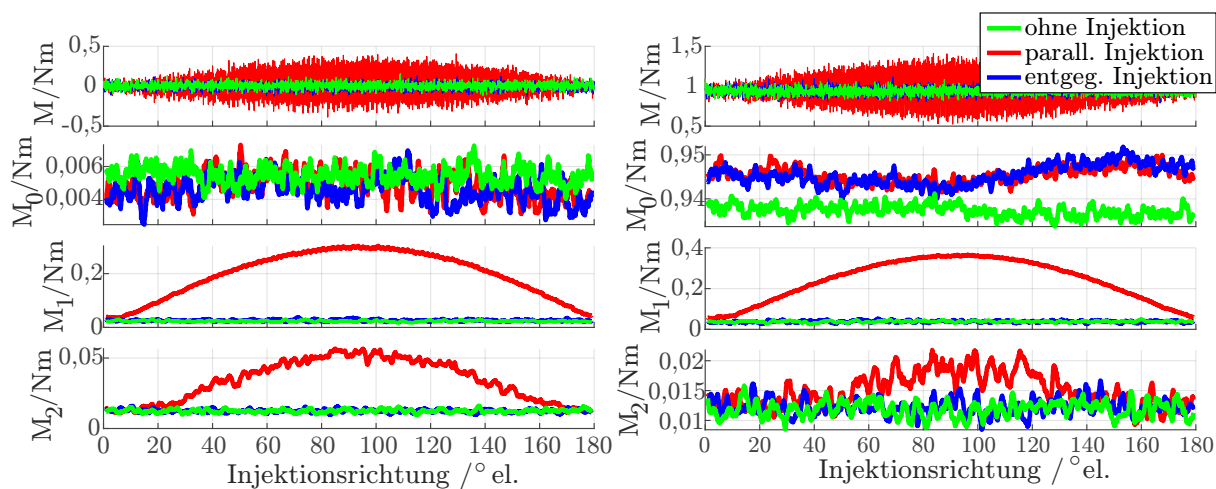


Abbildung 8.4.: Gemessenes Drehmoment in Abhängigkeit der Injektionsrichtung bei einer Geschwindigkeit von 200 U/min, einer Injektionsfrequenz von $f_{\text{HF}} = 200$ Hz und einer Injektionsamplitude von $\hat{u}_{\text{HF}} = 0,5$ V. **Links:** Arbeitspunkt mit 0 Nm Drehmoment, **rechts:** Arbeitspunkt mit 1 Nm Drehmoment (PMSM3, Vgl. [100]).

wählt werden, dass das Skalarprodukt $\frac{\partial M_{6,\text{EM}}^{\mu\Delta}}{\partial \vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu}} \cdot \vec{\Psi}_{6,\text{HF}}^{\text{dq},\mu}$ und folglich der erzeugte Drehmomenttrippel gleich null sind, jedoch ist dann die Injektionsrichtung nicht mehr frei wählbar.

Um diese Aussagen zu validieren, wurden Messungen am Prüfstand durchgeführt. In Abbildung 8.4 sind das gemessene Drehmoment und die relevanten Frequenzkomponenten des gemessenen Drehmoments für beide Injektionsmöglichkeiten in Abhängigkeit von der Injektionsrichtung dargestellt, wobei M das gemessene Drehmoment und M_x die Amplitude der Frequenzkomponente des Drehmoments mit der Frequenz $x \cdot f_{\text{HF}}$ bezeichnet. f_{HF} beschreibt die Injektionsfrequenz. Bei der Messung wurde die Injektionsrichtung langsam verändert. Zu Beginn der Messung wurden zudem die Reglerausgangsspannungen des Stromreglers eingefroren, um eine Beeinflussung der Ergebnisse durch den Stromregler auszuschließen.

Es ist zu erkennen, dass - wie erwartet - das gemessene Drehmoment unabhängig von dem Betriebspunkt und der Injektionsrichtung nicht von der entgegengesetzten Injektion beeinflusst wird. Die Messungen, welche ohne Injektion und mit entgegengesetzter Injektion durchgeführt wurden, unterscheiden sich somit nicht. Bei der parallelen Injektion hingegen entsteht abhängig von der Injektionsrichtung ein hochfrequentes Drehmoment. Dieses besteht hauptsächlich aus einer Frequenzkomponente, deren Frequenz der Injektionsfrequenz entspricht. Es gibt allerdings eine Injektionsrichtung, bei welcher der erzeugte Drehmomenttrippel vernachlässigbar klein wird. Verwendet man jedoch die optimale Injektionsrichtung, welche in Abbildung 8.3 in Abhängigkeit des Arbeitspunkts dargestellt ist, so kann man in Abbildung 8.4 erkennen, dass bei einer solchen Injektion ein nennenswerter Drehmomenttrippel entsteht. Die Messungen entsprechen somit genau den Erwartungen.

Die Gleichungen (8.16) und (8.17) und somit die getätigten Aussagen gelten auch für Maschinen mit räumlich getrennten Wicklungen. In Abbildung 8.5 sind die Messungen bei Verwendung einer solchen Maschine dargestellt. Es ist zu erkennen, dass das Verhalten nahezu identisch ist mit dem Verhalten einer Maschine mit verwobenen Wicklungen.

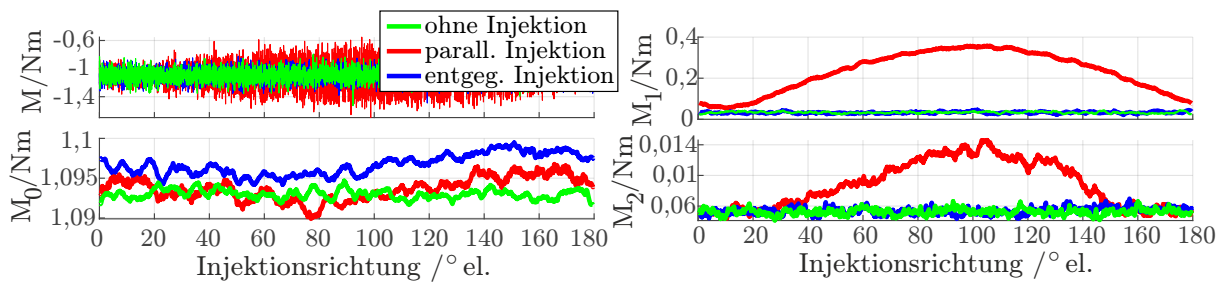


Abbildung 8.5.: Gemessenes Drehmoment in Abhängigkeit der Injektionsrichtung für eine Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen bei einer Injektionsfrequenz von $f_{\text{HF}} = 150 \text{ Hz}$ und einer Injektionsamplitude von $\hat{u}_{\text{HF}} = 0,3 \text{ V}$ (PMSM4).

8.6.3. Geräusentwicklung und Vibrationen

In dem vorigen Kapitel wurde bereits gezeigt, dass durch Hochfrequenzanregung Geräusche erzeugt werden, welche je nach Wahl des Injektionsmusters auch für Menschen hörbar sind. Wie im Folgenden gezeigt wird, haben die beiden Injektionsmöglichkeiten bei zweimal-dreiphasigen Antrieben auch Auswirkungen auf die Geräusentwicklung.

Da bei der entgegengesetzten Injektion kein Drehmomenttrippel erzeugt wird, kann davon ausgegangen werden, dass hörbare Geräusche hauptsächlich durch schwankende Axial- und Radialkräfte in der Maschine verursacht und von dem Gehäuse abgestrahlt werden. Um dies zu untersuchen, wurden sowohl die Schalldruckpegel mit einem Mikrofon als auch die Gehäusevibrationen mit Beschleunigungssensoren gemessen. Für den Betrieb der Maschine wurde ein Rotorlagesensor verwendet und als Injektionsrichtung die d-Richtung gewählt. Als PWM-Frequenz wurde eine Frequenz von 18kHz gewählt. Damit der Stromregler die Messungen nicht beeinflusst, wurden jeweils vor den Messungen die Reglerausgangsspannungen eingefroren. Die Injektionsfrequenz wurde anschließend langsam von 1000Hz auf 18kHz erhöht. Die Messungen wurden nacheinander sowohl mit paralleler als auch entgegengesetzter Injektion durchgeführt. In Abbildung 8.6 sind die Differenzen der gemessenen Schalldruckpegel und der gemessenen Gehäusevibrationen dargestellt. Hierbei wurden die gemessenen Pegel und Amplituden bei paralleler Injektion von den bei entgegengesetzter Injektion gemessenen Pegeln und Amplituden abgezogen. Ein negativer Wert bedeutet daher, dass die entgegengesetzte Injektion bei der entsprechenden Injektionsfrequenz und in dem entsprechenden Frequenzbereich weniger Geräusche beziehungsweise Vibrationen erzeugt (Vgl. [100]).

Es ist zu erkennen, dass bei niedrigen Injektionsfrequenzen die Gehäusebeschleunigungen und Schalldruckpegel bei der entgegengesetzten Injektion deutlich größer sind als bei der parallelen Injektion. Werden sehr hohe Frequenzen injiziert, so ist das Verhalten genau umgekehrt. Die gemessenen Gehäusebeschleunigungen und Schalldruckpegel korrelieren zudem sehr gut.

Das unterschiedliche Verhalten kann wie folgt erklärt werden: In dem Stator sind die beiden Wicklungssysteme bei der betrachteten Maschine gegenüberliegend angeordnet. Die gegenüberliegenden Statorzähne führen bei paralleler Injektion somit betragsmäßig dieselben magnetischen Flüsse. Wird die entgegengesetzte Injektion verwendet, so führt dies normalerweise zu unterschiedlichen Flüssen in den gegenüberliegenden Zähnen. Die ma-

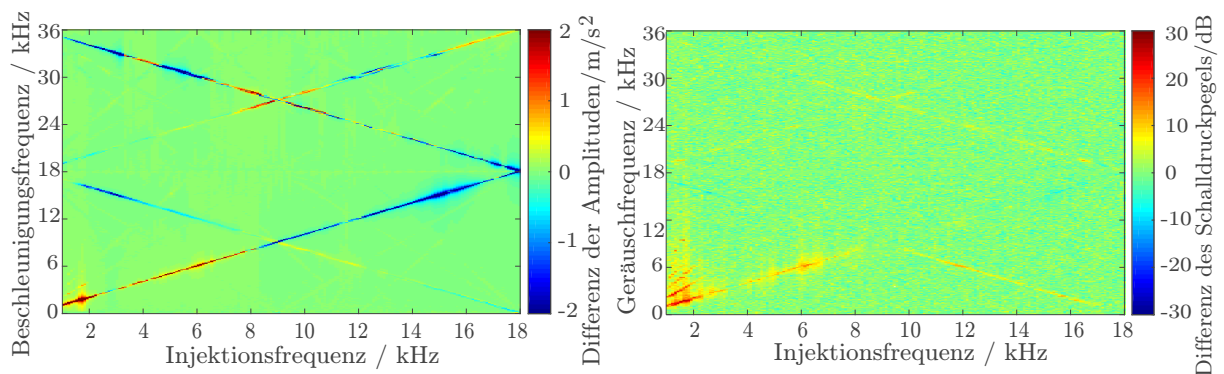


Abbildung 8.6.: Vergleich zwischen den durch die beiden Injektionsmöglichkeiten erzeugten Geräusch- und Vibrationsspektren in Abhängigkeit der Injektionsfrequenz bei Injektion in d-Richtung (PMSM3, [100], ©2018IEEE).

gnetische Flussdichteverteilungen im Luftspalt unterscheidet sich somit bei den beiden Injektionsmöglichkeiten. Gemäß dem MAXWELL'schen Spannungstensor steht die magnetische Flussdichteverteilung im Luftspalt in einem direkten Zusammenhang zu den Radialkräften. Es kann daher davon ausgegangen werden, dass die beiden Injektionsmöglichkeiten Radialkräfte mit unterschiedlichen räumlichen Ordnungen erzeugen. Die durch die Radialkräfte verursachten Schwingungen besitzen je nach räumlicher Ordnung unterschiedliche Resonanzfrequenzen (siehe z. B. [119]). Die durch die beiden Injektionsmöglichkeiten verursachten Vibrationen können somit ein unterschiedliches frequenzabhängiges Verhalten aufweisen.

Die Auswirkungen beider Injektionsmöglichkeiten auf die Geräuschentwicklung unterscheiden sich bei der betrachteten Maschine somit deutlich. Es kann zudem keine Aussage getroffen werden, welche der beiden Injektionsmöglichkeiten hinsichtlich der Geräuschentwicklung besser ist. Bei hohen Injektionsfrequenzen hat die entgegengesetzte Injektion Vorteile und bei niedrigen Injektionsfrequenzen erzeugt die parallele Injektion weniger akustische Geräusche. An dieser Stelle gilt es noch einmal anzumerken, dass sich die Ergebnisse von Maschine zu Maschine unterscheiden können. Das akustische Verhalten aller im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Maschinen (sowohl Maschinen mit verwobenen als auch räumlich getrennten Wicklungssystemen) ähnelte jedoch dem in Abbildung 8.6 dargestellten Verhalten sehr stark.

8.7. Dynamischer Betrieb mit entgegengesetzter Injektion

Der geberlose Betrieb mit paralleler Injektion wurde bereits in [43] untersucht. Es wird daher im Folgenden lediglich der Funktionsnachweis des Betriebs mit entgegengesetzter Injektion erbracht. Ein Vergleich beider Injektionsmöglichkeiten hinsichtlich des Verhaltens im dynamischen Betrieb ist ebenfalls nicht Bestandteil dieser Arbeit. Am Prüfstand konnten bei dem dynamischen Betrieb mit beiden Injektionsmöglichkeiten keine nennenswerten Unterschiede festgestellt werden.

Um das dynamische Verhalten des Verfahrens mit entgegengesetzter Injektion zu testen,

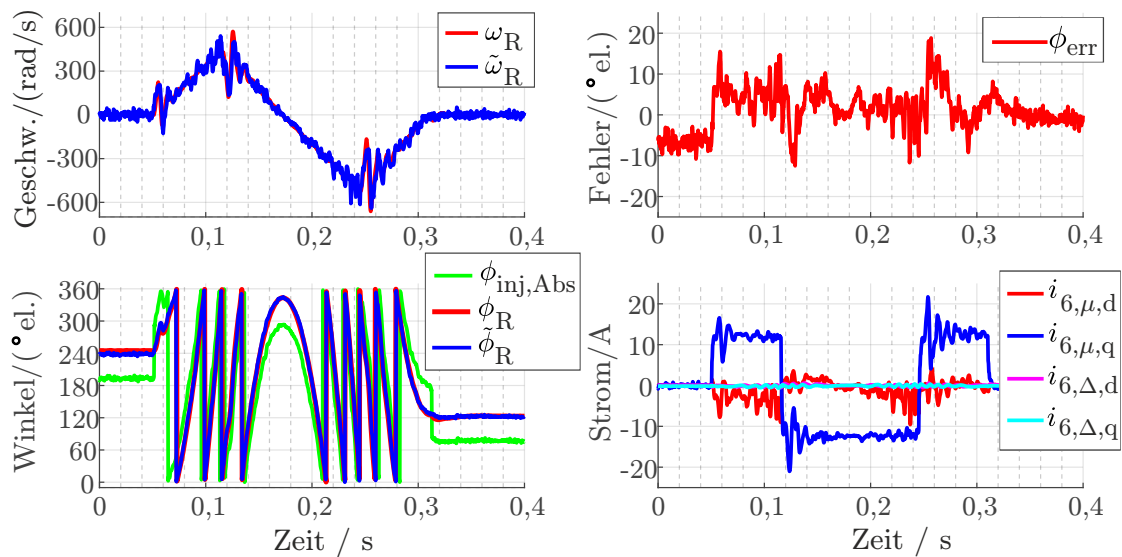


Abbildung 8.7.: Gemessenes Verhalten des Verfahrens für zweimal-dreiphasige Maschinen bei Verwendung der entgegengesetzten Injektion (PMSM3, Vgl. [100]).

wurde eine zweimal-dreiphasige Maschine mit der in Abbildung 8.2 dargestellten Schätzmethode am Prüfstand geberlos mit den folgenden Einstellungen betrieben:

Die Polynomordnung zur Approximation des zeitlichen Verlaufs der Grundwellenströme wurde auf $h_{NF} = 2$ und die Bandbreite des Winkelbeobachters auf 700 rad/s gesetzt. Als Hochfrequenzanregung wurde eine Spannung mit einer Frequenz von $f_{HF,\Delta} = 9\text{kHz}$ und einer Amplitude von $\hat{u}_{HF,\Delta} = 2\text{V}$ in die gemäß (8.12) optimale Injektionsrichtung injiziert. Die PWM-Frequenz betrug 18 kHz.

Während der Messung wurden die Sollwerte der Stromregelung dynamisch verändert. Die Sollwerte wurden dabei so gewählt, dass sich ein zwischen 2,5 Nm und -2,5 Nm alternierendes Drehmoment ergab (Vgl. [100]).

Als Maschine wurde eine PMSM mit verwobenen Wicklungssystemen verwendet (PMSM3). Die lagegeberlos geregelte Maschine wurde über eine Welle-Nabe-Verbindung mit der Lastmaschine verbunden. Der genaue Prüfstandsaufbau ist in Anhang B beschrieben. Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.7 dargestellt. In dem oberen linken Diagramm ist der Verlauf der geschätzten und tatsächlichen Rotordrehfrequenz ω_R und $\tilde{\omega}_R$ dargestellt. Die tatsächliche Drehfrequenz wurde hierbei aus dem gemessenen Rotorwinkel bestimmt. Das obere rechte Diagramm zeigt den Verlauf des Winkelfehlers ϕ_{err} . Die Verläufe des geschätzten Rotorwinkels $\tilde{\phi}_R$ ($\tilde{\phi}_R := \phi_{R,WB}$), des tatsächlichen Winkels ϕ_R und der absoluten Injektionsrichtung $\phi_{inj,Abs}$ sind im unteren linken Diagramm visualisiert. Des Weiteren sind die gemessenen und transformierten Ströme im unteren rechten Diagramm dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass trotz der schnellen Stromänderungen und der hohen Drehzahldynamiken der Rotorwinkel sehr gut geschätzt werden kann. Insbesondere nach den Drehmomentsprüngen kommt es aufgrund des mechanischen Spiels in der Welle-Nabe-Verbindung zu Schwingungen, welche in den Drehzahlverläufen sehr gut zu erkennen sind. Das Verfahren ist dabei in der Lage trotz den auftretenden Schwingungen dem Rotorwinkel sehr gut zu folgen. Eine dynamische Anpassung der Injektionsrichtung an den Arbeitspunkt stellt zudem kein Problem dar. Des Weiteren ist zu erkennen, dass die

Ströme in beiden Teilsystemen auch im dynamischen Betrieb immer nahezu identisch sind und somit die Δ -Komponenten des Stromvektors vernachlässigbar klein sind. Die in dieser Arbeit getroffenen Annahme, dass die Δ -Komponenten des Stroms im normalen Betrieb vernachlässigbar klein sind, wird somit bestätigt.

Die beschriebene Theorie lässt sich somit auch auf zweimal-dreiphasige Antriebe übertragen. Bei solchen Systemen kann zudem ein anisotropiebasiertes Verfahren durch Hochfrequenzanregung im Δ -System (entgegengesetzte Injektion) realisiert werden.

8.8. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das anisotropiebasierte Verfahren, welches in Kapitel 6 vorgestellt wurde, für zweimal-dreiphasige Antriebe erweitert.

Zunächst wurde darauf eingegangen, welche Möglichkeiten es bei der Hochfrequenzanregung einer zweimal-dreiphasigen Maschine gibt. Anschließend wurde die Reglerstruktur und das vereinfachte anisotropiebasierte Verfahren aus Kapitel 6 für den Betrieb von zweimal-dreiphasigen Maschinen erweitert.

Um die zusätzlichen Freiheitsgrade für die Hochfrequenzanregung zu untersuchen, welche es bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine gibt, wurden die zwei erfolgversprechendsten Möglichkeiten miteinander verglichen. Hierbei wurden entweder beide Teilsysteme identisch angeregt (parallele Injektion) oder es wurden in beiden Teilsystemen in die entgegengesetzten Richtungen injiziert (entgegengesetzte Injektion). Beide Möglichkeiten wurden hinsichtlich dem in den hochfrequenten Strömen enthaltenen Rotorlageinformationsgehalt, den durch die Hochfrequenzanregung verursachten Drehmomentrippeln und den erzeugten akustischen Geräuschen verglichen. In allen Kategorien gab es Unterschiede: Abhängig von der Injektionsmöglichkeit und dem Arbeitspunkt unterscheidet sich der Rotorlageinformationsgehalt. Bei der betrachteten Maschine enthielt der hochfrequente Strom bei entgegengesetzter Injektion weniger Rotorlageinformation als bei paralleler Injektion. Es wurde gezeigt, dass die entgegengesetzte Injektion keinen zusätzlichen Drehmomentrippel erzeugt. Bei der parallelen Injektion ist der erzeugte Drehmomentrippel hingegen wie bei einer dreiphasigen Maschine abhängig von der Injektionsrichtung. Bei den erzeugten akustischen Geräuschen und Vibrationen unterscheiden sich beiden Injektionsmöglichkeiten deutlich. Bei kleinen Anregungsfrequenzen erzeugt die parallele Injektion deutlich weniger Geräusche und Vibrationen und bei großen Anregungsfrequenzen die entgegengesetzte Injektion.

Zuletzt wurde eine zweimal-dreiphasige Maschine mit verwobenen Wicklungssystemen am Prüfstand mit der entgegengesetzten Injektion und dem vorgestellten anisotropiebasierten Verfahren betrieben. Es wurde gezeigt, dass das Verfahren auch für solche Maschinen einen hochdynamischen Betrieb ermöglicht.

9. Abschlussbetrachtung

In dieser Arbeit wurde die Theorie der anisotropiebasierten Verfahren weiterentwickelt, um solche Verfahren in verschiedensten Kleinantrieben in der Automobilindustrie einsetzen zu können. Hierbei wurde der Fokus insbesondere auf die analytische Beschreibung der Einflüsse von magnetischer Sättigung, Flussharmonischen und Wirbelströmen auf das elektrische Verhalten gelegt. Diese Effekte können bei den betrachteten Maschinen nicht vernachlässigt werden. Auf Basis der analytischen Beschreibungen wurde ein Verfahren entwickelt, welches eine hochdynamische und geräuschoptimierte Rotorlageschätzung für die betrachteten Antriebe ermöglicht, ohne nennenswerte Anforderungen an die Hardware zu stellen. Die in Abschnitt 1.1 beschriebenen Probleme konnten somit gelöst werden.

9.1. Zusammenfassung der Ergebnisse

Um die für die anisotropiebasierten Verfahren relevanten Effekte abbilden zu können, wurden zunächst neuartige Maschinenmodelle auf Basis der energiebasierten Modellierung vorgestellt. Hierbei wurden die in der Literatur vorhandenen Ansätze erweitert. Mit den Maschinenmodellen lässt sich das elektrische Verhalten von dreiphasigen und zweimal-dreiphasigen Maschinen unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung, Flussharmonischen und Wirbelströmen in Abhängigkeit von der Verschaltungsart der Wicklungen analytisch beschreiben. Die Energiefunktionen wurde hierbei durch multivariate Polynome approximiert, deren Anzahl an Termen durch die Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften reduziert wurde. Die neuartigen Approximationsfunktionen konnten sehr gut an FEM-Ergebnisse und Messdaten angepasst werden. Es wurde zudem ein neuartiges Verfahren gezeigt, mit welchem sich die Parameter der Approximationsfunktionen durch eine Hochfrequenzvermessung bestimmen lassen. Das resultierende Modell konnte das gemessene Hochfrequenzverhalten sehr gut wiedergeben.

Des Weiteren wurde eine neuartige Methode gezeigt, mit welcher die Einflüsse von Wirbelströmen auf das elektrische Hochfrequenzverhalten durch Messungen identifiziert und in der Energiefunktion berücksichtigt werden können. Um das Wirbelstromverhalten nachzubilden zu können, mussten für beide Richtungen im rotorflussorientierten Koordinatensystem ersatzweise jeweils drei zusätzliche kurzgeschlossene Spulen angenommen werden, welche mit den Statorwicklungen magnetisch gekoppelt sind. Mit Hilfe des Modells konnte gezeigt werden, dass sich die Frequenzabhängigkeit des Hochfrequenzverhaltens durch Eisenverluste erklären und durch eine neuartige Anpassung der PWM minimieren lässt.

Aus dem energiebasierten Modell wurde eine neuartige analytische Beschreibung des elektrischen Hochfrequenzverhaltens abgeleitet. Hierbei werden die Arbeitspunkt- und Rotorlageabhängigkeiten der für die Beschreibung relevanten inversen Induktivitäten durch Reihenentwicklungen angenähert. Der gewählte Ansatz eignet sich dabei besonders gut, um das Hochfrequenzverhalten in Abhängigkeit von Winkelfehlern zu beschreiben. Es wurde gezeigt, dass für eine in Dreieck verschaltete Maschine der gleiche Reihenansatz verwendet werden kann als für eine in Stern verschaltete Maschine, sofern der Einfluss der Kreisströme auf die magnetische Sättigung als klein angenommen werden kann. Eine ebenfalls neue Erkenntnis war, dass das Hochfrequenzverhalten einer zweimal-dreiphasigen Maschine sich sehr gut in dem $\mu\Delta$ -Koordinatensystem, in welchem die Mittelwerte und Diffe-

renzen der d- und q-Größen beider Teilsysteme betrachtet werden, modellieren lässt. In diesem Fall kann der Ansatz, welcher für dreiphasige Maschinen verwendet wurde, auf zweimal-dreiphasige Maschinen übertragen werden. Des Weiteren wurde gezeigt, dass bei einer zweimal-dreiphasigen Maschine die Art der Verschaltung bei der Modellierung des Hochfrequenzverhaltens berücksichtigt werden muss. Das Hochfrequenzverhalten bei einer Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen kann mehr positionsabhängige Ordnungen aufweisen als bei einer Maschine mit verwobenen Wicklungssystemen. Es wurde zudem gezeigt, dass die analytischen Hochfrequenzmodelle das gemessene positions- und betriebspunktabhängige Hochfrequenzverhalten von allen untersuchten Maschinen sehr gut wiedergeben können.

Mit Hilfe des Hochfrequenzmodells erfolgte die Analyse der geberlosen Regelbarkeit. Als neuartiges Maß für den Rotorlageinformationsgehalt wurde die Abhängigkeit der inversen Induktivitäten von Winkelfehlern verwendet. Es wurde gezeigt, dass es für die Bestimmung der Abhängigkeit der inversen Induktivitäten von Winkelfehlern nicht ausreicht, lediglich die Momentanwerte der inversen Induktivitäten zu kennen. Es müssen zusätzlich die Betriebspunkt- und Rotorwinkelabhängigkeit der inversen Induktivitäten bekannt sein. Aufgrund von Flussharmonischen und magnetischen Sättigungseffekten hängt der Rotorlageinformationsgehalt von dem Rotorwinkel, dem Arbeitspunkt und der Injektionsrichtung ab. Insbesondere die Abhängigkeit des Rotorlageinformationsgehalts von der Injektionsrichtung war bisher in der Literatur nicht bekannt. Durch Anpassung des Arbeitspunkts und der Injektionsrichtung kann somit der Rotorlageinformationsgehalt gesteigert werden. Es wurde erstmals eine Methode beschrieben, mit welcher die Injektionsrichtung in Abhängigkeit des Betriebspunkts optimiert werden kann, so dass der Rotorlageinformationsgehalt in den gemessenen Strömen maximiert wird. Es wurde gezeigt, dass der Rotorlageinformationsgehalt durch die optimierte Injektionsrichtung insbesondere bei großen Stromamplituden gegenüber den Injektionsrichtungen, welche üblicherweise bei den Verfahren in der Literatur verwendet werden, deutlich gesteigert werden kann. Anhand von Messungen wurde zudem die Erkenntnis gewonnen, dass die durch die Hochfrequenzanregung verursachten hörbare Geräusche bei den betrachteten Antrieben hauptsächlich aus den Anregungsfrequenzen bestehen und nur leicht von der Injektionsrichtung abhängen.

Um die Erkenntnisse auszunutzen, wurde ein neuartiges Verfahren für Systeme mit einer niedrigen Stromreglerabtastrfrequenz entwickelt, welches die Rotorlage unter Berücksichtigung von magnetischer Sättigung und Flussharmonischen bestimmen kann. Das Verfahren kann dabei die Rotorlageinformation aus zusätzlichen Hochfrequenzanregungen mit einer beliebigen Spannungsform und Injektionsrichtung extrahieren. Um Rechenzeit zu sparen, wurde das Verfahren zudem vereinfacht. Es wurde eine Möglichkeit vorgestellt, mit welchem das Rauschen des geschätzten Winkels, welches aufgrund von Strommessrauschen verursacht wird, bestimmt werden kann. Hierbei wurde gezeigt, dass das Rauschen des geschätzten Winkels durch sehr viele Faktoren beeinflussbar ist. Ein wichtiger Faktor bei den betrachteten Maschinen ist hierbei die Injektionsrichtung. Um die geschätzte Rotorlage zu filtern, diese zu präzisieren und die Rotationsgeschwindigkeit zu bestimmen, wurde zudem ein passender zeitdiskret-entworfener Winkelbeobachter vorgestellt, mit welchem die Filterwirkung beliebig eingestellt werden kann.

Anhand von Messungen und Simulationen wurde gezeigt, dass das Verfahren einen hochdynamischen Betrieb zulässt. Trotz großen Strom- und Drehzahlgradienten kann der Ro-

torwinkel sehr gut geschätzt werden. Die geforderten Beschleunigungswerte von über 100.000rad/s^2 stellen für das Verfahren trotz einer verwendeten Abtastfrequenz von lediglich 3kHz kein Problem dar. Auch die dynamische Anpassung der Injektionsrichtung, um den Rotorlageinformationsgehalt zu maximieren, stellt dabei kein Problem dar. Es wurde außerdem gezeigt, dass bei dem betrachteten Motor der Betriebsbereich durch Verwendung der optimierten Injektionsrichtung erweitert werden kann und, dass das vereinfachte Verfahren ebenfalls einen hochdynamischen Betrieb erlaubt. Bei sehr hohen Stromdynamiken kann es durch die Vereinfachungen jedoch zu einer fehlerhaften Winkelschätzung kommen. Mit dem Verfahren ist es zudem möglich, die akustischen Geräusche in dem Frequenzspektrum beliebig zu verteilen. Durch die Hochfrequenzanregung mit PWM-Frequenz kann zudem eine geräuschlose Anregung unterhalb der menschlichen Hörschwelle realisiert werden.

Bei zweimal-dreiphasigen Antrieben gibt es zusätzliche Freiheitsgrade, welche für die anisotropiebasierten Verfahren ausgenutzt werden können. Hierbei wurden zwei Möglichkeiten untersucht: Die Hochfrequenzanregung, bei welcher beide Teilsysteme entgegengesetzt angeregt werden und die Anregung bei welcher beide Teilsysteme identisch angeregt werden. In dieser Arbeit wurde erstmals gezeigt, dass bei einer entgegengesetzten Hochfrequenzanregung in beiden Teilsystemen kein Drehmomentrippel durch die Hochfrequenzanregung entsteht. Zudem wurde erstmals gezeigt, dass sich der extrahierbare Rotorlageinformationsgehalt bei beiden Anregungsmöglichkeiten unterscheidet. Es wurde des Weiteren gezeigt, dass sich beide Anregungsmöglichkeiten auch hinsichtlich der erzeugten akustischen Geräusche und Vibrationen unterscheiden. Abhängig von der Anregungsfrequenz produzierte eine der beiden Anregungsmöglichkeiten bei der betrachteten Maschine weniger Geräusche und Vibrationen.

Um einen lagegeberlosen Betrieb für zweimal-dreiphasige Antriebe zu realisieren, wurde das neuartige Verfahren, welches für dreiphasige Antriebe verwendet wurde, erweitert. Es wurde gezeigt, dass dieses Verfahren einen dynamischen Betrieb von zweimal-dreiphasigen Antrieben auch bei Verwendung der entgegengesetzten Hochfrequenzanregung ermöglicht.

9.2. Diskussion

Widersprüche zu anderen Publikationen

Die in dieser Arbeit erarbeitete Theorie bezüglich der Regelbarkeit von elektrischen Maschinen mittels anisotropiebasierten Verfahren steht teilweise im Widerspruch zu anderen Veröffentlichungen zu diesem Thema (siehe z.B. [30, 95, 120, 121]).

Aus Sicht des Autors hängt dies allerdings mit dem Hintergrund zusammen, dass in den genannten Veröffentlichungen häufig wichtige Effekte vernachlässigt werden, welche diese Arbeit berücksichtigt. Insbesondere die Vernachlässigung der Arbeitspunktverschiebung bei vorhandenen Winkelfehlern und die Vernachlässigung des Einflusses der Injektionsrichtung auf die Abhängigkeit der hochfrequenten Stromanteile von Winkelfehlern führten zu anderen Ergebnissen. Wie in dieser Arbeit gezeigt wurde, haben beide Effekte einen nennenswerten Einfluss, sofern die Einträge der inversen Induktivitätsmatrix im rotorflussorientierten Koordinatensystem eine Rotorwinkel- oder Stromabhängigkeit aufweisen. Bei realen Maschinen ist dies üblicherweise der Fall.

Dass die bisherigen Analysen bezüglich geberloser Regelbarkeit nicht vollständig sind,

wurde mittlerweile auch in weiteren Veröffentlichungen ([122], [123] und [124]) bestätigt. In diesen Publikationen wurde ebenfalls gezeigt, dass die Injektions- und Auswerterichtung die Stabilität der geberlosen Positionsschätzung beeinflusst. Diese Veröffentlichungen stützen somit die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Theorie, mit welcher die Regelbarkeit der Maschine in jedem Arbeitspunkt bewertet werden kann.

Wahl der optimalen Injektionsrichtung

Als Maß für den Rotorlageinformationsgehalt, welcher in den hochfrequenten Strömen enthalten ist, wurde die linearisierte Abhängigkeit der hochfrequenten Ströme von Winkelfehlern verwendet. Die Injektionsrichtung wurde dabei so gewählt, dass der Rotorlageinformationsgehalt maximiert wird. Hierbei wird davon ausgegangen, dass sowohl das hinterlegte Referenzmodell, als auch die Sensorik frei von Fehlern ist. Die Auswirkungen von Modell- und Sensorfehlern auf die Rotorlagebestimmung sind jedoch auch abhängig von der Injektionsrichtung. Zwar kann mit der in dieser Arbeit bestimmten optimalen Injektionsrichtung das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der geschätzten Rotorlage maximiert und die maximal mögliche Menge an Rotorlageinformation aus den Strömen extrahiert werden, jedoch kann sich durch diese Wahl die Empfindlichkeit des mittleren Winkelfehlers gegenüber bestimmten Fehlern, wie zum Beispiel Linearitätsfehlern in der Strommessung, erhöhen. Unter Berücksichtigung solcher Fehler ist die gewählte Injektionsrichtung somit gegebenenfalls nicht optimal. Insbesondere an Betriebspunkten mit kleinen Stromamplituden ist die Steigerung des Rotorlageinformationsgehalts mit der vorgeschlagenen Optimierung der Injektionsrichtung sehr gering. In diesen Betriebspunkten könnte auf eine andere Anregungsrichtung umgeschaltet werden. Eine Optimierung unter Berücksichtigung mehrerer Kriterien wäre auch denkbar.

9.3. Offene Punkte und Anregungen

Erweiterung des Ansatzes zur Modellierung von Wirbelströmen

Die Rückwirkungen der Wirbelströme auf die Phasenströme sind aus Sicht des Autors auch von dem Rotowinkel und dem Arbeitspunkt abhängig. Diese Abhängigkeiten werden nicht in dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Modell berücksichtigt. Der gewählte Ansatz könnte aus Sicht des Autors allerdings dahingehend erweitert werden.

Ausnutzung von Wirbelstromeffekten

Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, dass Wirbelströme in der Maschine das Hochfrequenzverhalten der Maschine beeinflussen. In den Messungen ist zu erkennen, dass die Rückwirkung der Wirbelströme auf den Phasenstrom eine Abhängigkeit von der Anregungsrichtung besitzt. Wirbelstromeffekte könnten somit eventuell ausgenutzt werden, um die Positionsschätzung weiter zu verbessern.

Erweiterung des Hochfrequenzmodells

Das Hochfrequenzverhalten wurde in dieser Arbeit lediglich in Abhängigkeit von den transformierten Leiterströmen und dem Rotorwinkel beschrieben. Weitere Einflüsse wie die Maschinentemperatur wurde vernachlässigt. Eine noch offene Frage ist, ob der vorgeschlagene Reihenansatz sich erweitern lässt, um auch die weiteren Einflüsse berücksichtigen zu können.

Weitere Kriterien zur Optimierung der Injektionsrichtung

Wie bereits angemerkt wurde, könnte die Optimierung der Injektionsrichtung auch nach mehreren Kriterien erfolgen. Insbesondere die Abhängigkeit von Linearitätsfehler in der Strommessung könnten hierbei noch berücksichtigt und die Auswirkungen untersucht werden. Zudem könnte das Verfahren um eine Online-Adaption von Messfehlern ergänzt werden, um die Robustheit gegenüber Sensorfehlern zu steigern.

Erweiterung der Theorie zu zweimal-dreiphasigen Maschinen für verschiedene Fehlerfälle

Bei zweimal-dreiphasigen Maschinen könnte sowohl bei der Modellierung als auch bei dem geberlosen Betrieb der Fall betrachtet werden, in welchem die Leiterströme in beiden Teilsystemen sich deutlich unterscheiden. Dieser Fall kann zum Beispiel bei Fehlern in einem Teilsystem auftreten.

Zudem könnte die in dieser Arbeit beschriebene Theorie auf zweimal-dreiphasige Maschinen erweitert werden, deren Teilsysteme um 30° elektr. zueinander versetzt sind.

Möglichkeiten zur Minimierung des Einflusses der Verriegelungstotzeit

Wie in den Messergebnissen zu sehen ist, hat der Spannungsfehler aufgrund der Verriegelungstotzeit einen sehr starken Einfluss auf die Positionsschätzung. Eine Möglichkeit, diesen Einfluss zu minimieren, wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht gefunden.

Weitere Messungen zur Validierung der aufgestellten Theorie

Leider war es dem Autor aus Gründen der Prüfstandsverfügbarkeit nicht mehr möglich, die Simulationen, welche in den Abschnitten 7.2, 7.3, 7.4 und 7.5 zur erweiterten Validierung des entwickelten Verfahrens durchgeführt wurden, am Prüfstand nachzustellen. An dieser Stelle kann allerdings angemerkt werden, dass die Simulationsergebnisse die Erfahrungen, welche der Autor im Rahmen seiner Untersuchungen am Prüfstand gemacht hat, widerspiegeln. Aus den Darstellungen der restlichen Validierungsergebnissen wird zudem ersichtlich, dass die Simulations- und Messergebnisse gut miteinander übereinstimmen. Dies kann damit begründet werden, dass sämtliche relevante Effekt im Simulationsmodell abgebildet sind. Die dargestellten Simulationsergebnisse sind aus Sicht des Autors somit sehr aussagekräftig.

Anhang

A. Veröffentlichungen, Patente und mitbetreute Arbeiten

Im Folgenden sind die im Rahmen dieser Arbeit entstandene Veröffentlichungen, Patente und mitbetreute Masterarbeiten gelistet:

Liste der Vorveröffentlichungen:

- [79]: M. Roetzer, U. Vollmer und R. Kennel. “Demodulation approach for slowly sampled sensorless field-oriented control systems enabling multiple-frequency injections”. In: *2016 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. 2016, S. 1–9
- [78]: M. Roetzer, U. Vollmer und R. Kennel. “Anisotropy-based position estimation for highly-saturated permanent magnet synchronous machines in slowly-sampled control systems”. In: *2017 19th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'17 ECCE Europe)*. 2017, S. 1–10
- [100]: M. Roetzer u. a. “Anisotropy-based position estimation approach for symmetrical dual three-phase permanent magnet synchronous machines”. In: *2017 IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED)*. 2017, S. 157–164
- [96]: M. Roetzer, U. Vollmer und R. M. Kennel. “Demodulation Approach for Slowly Sampled Sensorless Field-Oriented Control Systems Enabling Multiple-Frequency Injections”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 54.1 (2018), S. 732–744
- [112]: L. Chen u. a. “Impact of bridge-saturation on anisotropy-based initial rotor polarity detection of interior permanent-magnet synchronous machines”. In: *2016 19th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*. 2016, S. 1–6
- [122]: L. Chen u. a. “Design of highly-saturated permanent magnet synchronous machines for torque ripple optimized self-sensing control”. In: *2017 IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED)*. 2017, S. 1–6

Liste der mitbetreuten Masterarbeiten:

- [125]: Y. Zhang. “Parameteridentifikation zur gerberlosen Regelung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine”. Masterarbeit. Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik, Technische Universität München, 2016
- [65]: H. L. Thai. “Parameteridentifikation von permanentmagneterregten Synchronmaschinen unter Berücksichtigung von Wirbelströmen”. Masterarbeit. Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik, Technische Universität München, 2018

Liste der relevanten Patentschriften:

- [126]: M. Roetzer und U. Vollmer. “Verfahren zur Bestimmung einer Rotorlage einer mittels eines PWM-gesteuerten Wechselrichters gespeisten, rotierenden, mehrphasigen, elektrischen Maschine”. Pat. DE102016205462A1. Robert Bosch GmbH. 2017
- [101]: M. Roetzer, M. Bendel und U. Vollmer. “Verfahren zur Ermittlung von Phasenströmen einer mittels eines PWM-gesteuerten Wechselrichters gespeisten, rotierenden, mehrphasigen, elektrischen Maschine”. Pat. DE102017210071. Robert Bosch GmbH. 2017
- [127]: M. Roetzer und U. Vollmer. “Verfahren zur Bestimmung einer Rotorlage einer elektrischen, rotierenden Maschine sowie eine elektrische, rotierende Maschine zur Durchführung eines solchen Verfahrens”. Pat. DE102017213069A1. Robert Bosch GmbH. 2019

B. Prüfstandssystem

Alle Messungen in dieser Arbeit sind an einem Prüfstand unter idealisierten Bedingungen durchgeführt worden.

B.1. Aufbau und verwendete Komponenten

Die Prüfstandsaufbauten für die unterschiedlichen Tests sind in den Abbildungen B.1, B.2 und B.3 dargestellt.

Die Regelung der zu untersuchenden Maschine und die Datenerfassung wurden auf einem dSPACE-System realisiert. Für die Untersuchungen wurden im Wesentlichen die dSPACE-Karten DS2004, DS5203 und DS1005 verwendet. Die Karte DS2004 wurde dabei für die AD-Wandlung der Zwischenkreisspannung und des Drehmoments verwendet. Mit der FPGAs-Karte DS5203 wurden alle weiteren Sensorsignale, welche die Leiterströme, die Luftschalldruckpegel und die Gehäusevibrationen repräsentieren, synchron zur PWM-Ausgabe erfasst und vorverarbeitet. Die FPGAs-Karte wurde ebenfalls verwendet, um die Steuersignale des Wechselrichters zu erzeugen.

Die Mikrocontrollerkarte DS1005 wurde verwendet, um die geberlose Regelung und die Identifikationsroutinen in Echtzeit zu berechnen. Für die Modellierung und Code-Generierung wurde Matlab Simulink und die entsprechende dSPACE-Software verwendet. Für die Datenerfassung wurde das dSPACE-System verwendet. Die Bedienung der Reglersoftware und die Datenspeicherung erfolgte auf einem Desktop-PC mit Hilfe der dSPACE-Software ControlDesk.

Der verwendete Si-MOSFET-Wechselrichter besteht aus sechs Halbbrücken, welche über einen gemeinsamen Zwischenkreis versorgt werden.

Der Referenzwinkel wurde mit Hilfe des Absolutencoders CEH 58S von TR-Electronic erfasst. Das Drehmoment wurde mit Hilfe des Drehmomentsensors 4503B von Kistler erfasst.

Als Belastungsmaschine wurde eine Asynchronmaschine (Motor DV7-12-4-IOF-1500 AMK) verwendet, welche durch den passenden Industriewechselrichter der Firma AMK (KE10 / KW5) drehzahl geregelt betrieben wurde.

Für die Erfassung der Leiterströme wurden für den kleinen Strommessbereich Kompensationswandler des Typs LA 55-P der Firma LEM verwendet. Für den mittleren und großen Strombereich wurden wahlweise Kompensationswandler des Typs IT 200-S ULTRASTAB von LEM oder Stromsensoren des Typs CMS3100 von der Firma Sensitec verwendet.

Auf die Erfassung des Schalldruckpegels und der Vibrationen wird im folgenden Abschnitt genauer eingegangen.

Alle Maschinen-, Umrichter und Reglerparameter sind in Tabelle B.1 aufgelistet.

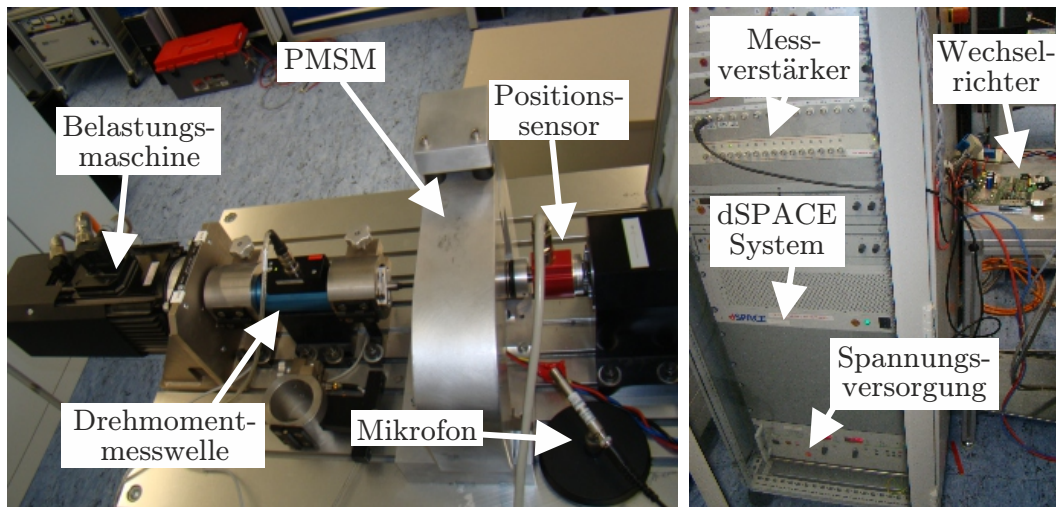


Abbildung B.1.: Typischer Versuchsaufbau zur Vermessung von dreiphasigen Maschinen [96].

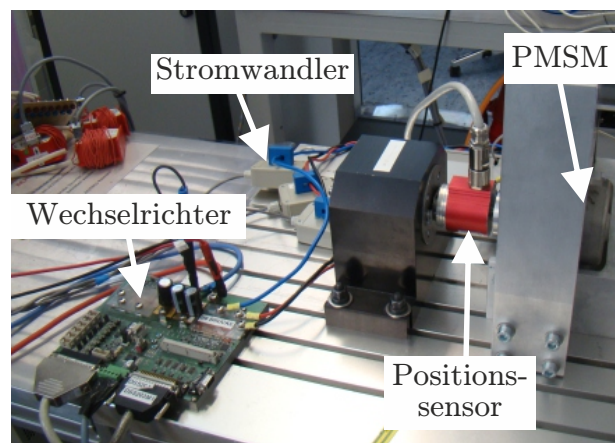


Abbildung B.2.: Versuchsaufbau zur Durchführung der dynamischen Messungen mit den dreiphasigen PMSMs [78].

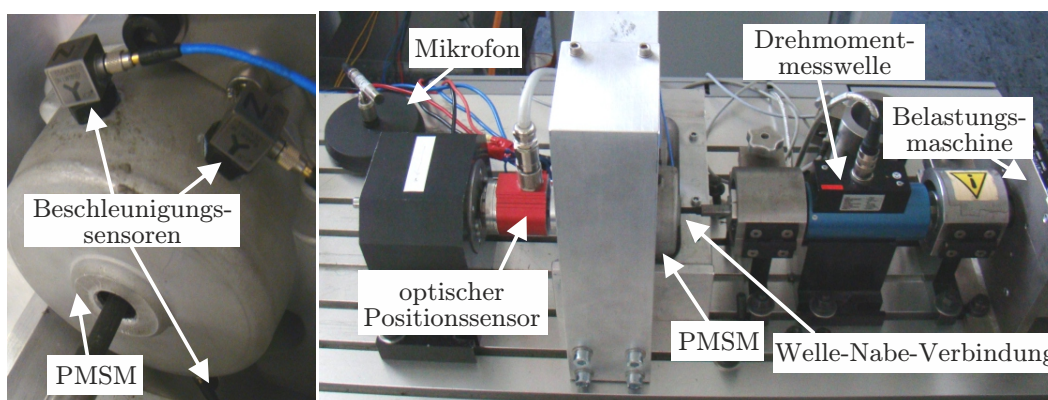


Abbildung B.3.: Versuchsaufbau zur Durchführung der Messungen mit den zweimal-dreiphasigen PMSMs [100].

B.2. Erfassung von Luft- und Körperschall

Um akustische Geräusche und auch Vibrationen an der Gehäuseoberfläche zu erfassen, wurden in dieser Arbeit Beschleunigungssensoren und ein Messmikrofon verwendet. Das verwendete System zur Erfassung der Geräusche und Vibrationen ist in Abbildung B.4 dargestellt.

Das Messmikrofon wurde bei den Messungen nahe an der zu untersuchenden PMSM platziert. Als Mikrofon wurde das Messmikrofon MM 210 der Firma Microtech Gefell eingesetzt. Die Beschleunigungssensoren wurden, wie in Abbildung B.3 dargestellt, an verschiedenen Stellen des Gehäuses angebracht. Als Beschleunigungssensoren wurden die triaxiale ICP-Miniatur-Vibrationssensoren PCB-356A32 der Firma PCB Piezotronics verwendet. Für die Messung der Gehäusevibrationen wurde lediglich die radialen Komponenten ausgewertet. Für die Versorgung und Signalaufbereitung wurde der ISOTRON signal conditioner Model 2973 der Firma Megitt Sensing Systems verwendet. Die aufbereiteten Signale wurden anschließend mit Hilfe des FPGA-Erweiterungsboards DS5203M1 der Firma dSPACE erfasst und mit Hilfe des FPGA-Boards DS5203 vorverarbeitet. Das System zur Vermessung der akustischen Geräusche wurde mit Hilfe des akustischen Kalibrators 4000 der Firma Microtech Gefell justiert.

Der Schalldruckpegel ist in dieser Arbeit wie üblich als zehnfacher dekadischer Logarithmus des Verhältnisses des Quadrates des Schalldrucks zum Quadrat des Bezugswertes angegeben. Als Bezug wurde der Wert $20\mu\text{Pa}$ verwendet. Für die Bestimmung der Beschleunigungswerte wurden die entsprechenden Umrechnungsfaktoren aus den Kalibrier-Zertifikaten verwendet. Die Zerlegung in Frequenzkomponenten erfolgte nach Abschluss der Messung.

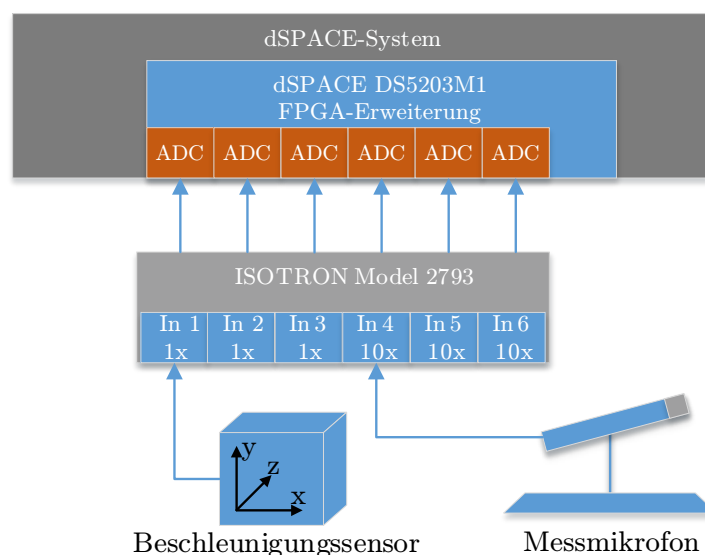


Abbildung B.4.: Verwendetes System zur Erfassung von akustischen Geräuschen und Vibrationen.

Parameter	Symbol	Verwendete Werte
Wechselrichter		
Verriegelungstotzeit	t_{VTZ}	1 μ s
Zwischenkreisspannung	u_{dc}	10-15V
PWM-Frequenz	$1/t_{PWM}$	18kHz
geberlose Regelung		
Reglerabtastfrequenz	$1/t_R$	3kHz
Stromabtastfrequenz	$1/t_I$	36kHz
PMSM1: Dreiphasige Maschine mit vergrabenen Magneten		
Polpaarzahl	n_p	7
Topologie	-	18 Nuten / 14 Pole
Statorwiderstand	R_{str}	51m Ω
Induktivitäten im unbestromten Zustand	L_{dd} / L_{qq}	90 μ H / 130 μ H
Flussverkettung im unbestromten Zustand	ψ_{PM}	9, 5mVs
PMSM2: Dreiphasige Maschine mit Oberflächenmagnete		
Polpaarzahl	n_p	4
Topologie	-	12 Nuten / 8 Pole
Statorwiderstand	R_{str}	21m Ω
Induktivitäten im unbestromten Zustand	L_{dd} / L_{qq}	60 μ H / 64 μ H
Flussverkettung im unbestromten Zustand	ψ_{PM}	8, 1mVs
PMSM3: Zweimal-dreiphasige Maschine mit verwobenen Wicklungssystemen		
Polpaarzahl	n_p	7
Topologie	-	18 Nuten / 14 Pole
Statorwiderstand	R_{str}	50m Ω
Induktivitäten im unbestromten Zustand	$L_{6\mu,dd} / L_{6\mu,qq}$	90 μ H / 130 μ H
Flussverkettung im unbestromten Zustand	$L_{6\Delta,dd} / L_{6\Delta,qq}$	80 μ H / 110 μ H
	$\psi_{6\mu,PM}$	9, 5mVs
PMSM4: Zweimal-dreiphasige Maschine mit separierten Wicklungssystemen		
Polpaarzahl	n_p	4
Topologie	-	12 Nuten / 8 Pole
Statorwiderstand	R_{str}	32m Ω
Induktivitäten im unbestromten Zustand	$L_{6\mu,dd} / L_{6\mu,qq}$	83 μ H / 117 μ H
Flussverkettung im unbestromten Zustand	$L_{6\Delta,dd} / L_{6\Delta,qq}$	75 μ H / 100 μ H
	$\psi_{6\mu,PM}$	7,0mVs
PMSM5: Dreiphasige Maschine mit vergrabenen Magneten		
Polpaarzahl	n_p	4
Topologie	-	12 Nuten / 8 Pole
Statorwiderstand	R_{str}	27m Ω
Induktivitäten im unbestromten Zustand	L_{dd} / L_{qq}	40 μ H / 55 μ H
Flussverkettung im unbestromten Zustand	ψ_{PM}	7, 0mVs

Tabelle B.1.: Maschinen-, Umrichter und Reglerparameter

C. Herleitung Energiefunktion unter Berücksichtigung von Wirbelströmen

Die Herleitung der Energiefunktion unter Berücksichtigung von Wirbelströmen kann analog zu dem in Unterabschnitt 3.3.3 beschriebenen Vorgehen erfolgen:

Es wird angenommen, dass jeder Wicklungsstrang mit drei kurzgeschlossenen Spulen gekoppelt ist und sich somit die drei Ersatzspulen im rotorflussorientierten Koordinatensystem durch Transformation ergeben. Die Strom-, Spannungs- und Flussverkettungsvektoren \vec{i}_{str} , \vec{u}_{str} und $\vec{\Psi}_{\text{str}}$ mit den Stranggrößen können nun um die Ströme, Spannungen und Flussverkettungen der kurzgeschlossenen Spulen erweitert werden. Die erweiterten Variablen werden im Folgenden entsprechend mit $\vec{i}_{\text{str,EV}}$, $\vec{u}_{\text{str,EV}}$ und $\vec{\Psi}_{\text{str,EV}}$ bezeichnet. Zudem kann der Strangwiderstand R_{str} und die Widerstände der Ersatzspulen in einer Widerstandsmatrix $\mathbf{R}_{\text{str,EV}}$ zusammengefasst werden. Die Berechnung der elektrischen Energie $\mathcal{E}_{\text{elektr}}$ und Verlustenergie \mathcal{E}_{V} aus (3.40) und (3.41) können nun wie folgt erweitert werden:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\text{elektr,EV}} &:= \int \vec{i}_{\text{str,EV}} \cdot \vec{u}_{\text{str,EV}} dt \\ \mathcal{E}_{\text{V,EV}} &:= \int \vec{i}_{\text{str,EV}} \mathbf{R}_{\text{str,EV}} \vec{i}_{\text{str,EV}} dt.\end{aligned}\tag{C.1}$$

Es gilt zudem analog zu (3.43):

$$\mathcal{E}_{\text{elektr,EV}} - \mathcal{E}_{\text{V,EV}} = \int \vec{i}_{\text{str,EV}} \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{\text{str,EV}}}{dt} dt.\tag{C.2}$$

Die Beschreibungen der magnetischen Energie \mathcal{E}_{mag} aus (3.39), (3.44) und (3.46) können somit wie folgt erweitert werden:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\text{mag,EV}} &= \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{elektr,EV}} - \mathcal{E}_{\text{V,EV}} - \mathcal{E}_{\text{kin}} \\ &= \mathcal{E}_0 + \int \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{i}_{\text{str,EV}} \\ -\frac{1}{n_p} \vec{M}_{\text{EM,EV}} \end{pmatrix}}_{=: \vec{f}_{\mathcal{E},\text{EV}}} \cdot \left(\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{\Psi}_{\text{str,EV}} \\ \phi_{\text{R}} \end{bmatrix}}_{=: \vec{z}_{\mathcal{E},\text{EV}}} \right) dt \\ &= \mathcal{E}_0 + \int_{\zeta_{\text{EV}}} \vec{f}_{\mathcal{E},\text{EV}}(\vec{z}_{\mathcal{E},\text{EV}}) \cdot d\vec{z}_{\mathcal{E},\text{EV}},\end{aligned}\tag{C.3}$$

wobei $\zeta_{\text{EV}} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^{13}$.

Der Integrationsweg kann nun analog zu (3.47) gewählt werden:

$$\mathcal{E}_{\text{mag,EV}} = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{mag,R}}(\phi_{\text{R}}) + \underbrace{\int_{\chi_{\text{EV}}} \vec{i}_{\text{str,EV}}(\vec{\Psi}'_{\text{str,EV}}, \phi_{\text{R}}) \cdot d\vec{\Psi}'_{\text{str,EV}}}_{=: \mathcal{E}_{\text{mag,I,EV}}(\vec{\Psi}_{\text{str,EV}}, \phi_{\text{R}})}\tag{C.4}$$

wobei $\chi_{\text{EV}} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^{12}$, $\chi_{\text{EV}}(0) = \vec{\Psi}_{\text{str,EV,PM}}(\phi_{\text{R}})$, $\chi_{\text{EV}}(t) = \vec{\Psi}_{\text{str,EV}}$.

$\vec{\Psi}_{\text{str,EV,PM}}$ beschreibt die magnetischen Flussverkettungen in allen Wicklungssträngen, während alle Strangströme gleich null sind.

Mit den entsprechenden Einträgen der dq-Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{\text{dq}0}$ aus (3.6) kann nun

eine Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{dq0,EV} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ erschaffen werden, mit welcher die Stranggrößen $\vec{\Psi}_{str,EV}$ und $\vec{i}_{str,EV}$ in die entsprechenden dq-Größen überführt werden können:

$$\vec{x}_{EV}^{dq0} := \begin{pmatrix} \vec{x}_{EV}^d \\ \vec{x}_{EV}^q \\ \vec{x}_{EV}^0 \end{pmatrix} = \mathbf{T}_{dq0,EV}(\phi_R) \cdot \vec{x}_{str,EV} \quad x \in \{\Psi, i\}. \quad (C.5)$$

Analog zu (3.50) und (3.54) lässt sich nun die Energiefunktion $\mathcal{E}_{mag,I,EV}$ in Abhängigkeit der transformierten Größen beschreiben:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{mag,I,EV} &= \int_{\chi_{dq0,EV}} \left[(\mathbf{T}_{dq0,EV})^{-1} \cdot \vec{i}_{EV}^{dq0}(\vec{\Psi}', \phi_R) \right] \cdot \left[(\mathbf{T}_{dq0,EV})^{-1} \cdot d\vec{\Psi}' \right] \\ &= \frac{3}{2} \int_{\chi_{dq0,EV}} \vec{i}_{EV}^{dq0}(\vec{\Psi}', \phi_R) \cdot d\vec{\Psi}' =: \mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq0}(\vec{\Psi}_{EV}^{dq0}, \phi_R), \end{aligned} \quad (C.6)$$

$$\chi_{dq0,EV} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^{12}, \quad \chi_{dq0,EV}(0) = \mathbf{T}_{dq0,EV} \cdot \vec{\Psi}_{str,EV,PM}(\phi_R), \quad \chi_{dq0,EV}(t) = \vec{\Psi}_{EV}^{dq0}.$$

Es wird nun davon ausgegangen, dass in dem 0-System der Ersatzspulen, wie bei in Stern verschalteten Wicklungssträngen, keine magnetische Energie gespeichert wird. Die Energiefunktion kann in diesem Fall wie folgt vereinfacht werden:

$$\mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq0} = \frac{3}{2} \int_{\chi_{dq0,EV}} \vec{i}_{EV}^{dq0}(\vec{\Psi}', \phi_R) \cdot d\vec{\Psi}' = \frac{3}{2} \int_{\chi_{dq,EV}} \vec{i}_{EV}^{dq}(\vec{\Psi}', \phi_R) \cdot d\vec{\Psi}', \quad (C.7)$$

$$\chi_{dq,EV} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^{12}, \quad \chi_{dq,EV}(0) = \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{EV,PM}^d(\phi_R) \\ \vec{\Psi}_{EV,PM}^q(\phi_R) \end{pmatrix}, \quad \chi_{dq,EV}(t) = \begin{pmatrix} \vec{\Psi}_{EV}^d \\ \vec{\Psi}_{EV}^q \end{pmatrix}.$$

Der Integrationsweg ist nun zwischen Anfangs- und Endwerten frei wählbar und kann auch aufgeteilt werden. Im ersten Schritt wird nun bis zu den Flussverkettungen integriert, welche sich ohne Berücksichtigung von Eisenverluste einstellen würde. Anschließend wird bis zu der gewünschten Flussverkettung integriert:

$$\mathcal{E}_{mag,I,EV}^{dq0} = \frac{3}{2} \int_{\underbrace{\begin{pmatrix} \chi_{EV,d1} \\ \chi_{EV,q1} \end{pmatrix}}_{=\mathcal{E}_{3\lambda,mag,I}^{dq}}} \vec{i}_{EV}^{dq}(\vec{\Psi}', \phi_R) \cdot d\vec{\Psi}' + \frac{3}{2} \int_{\begin{pmatrix} \chi_{EV,d2} \\ \chi_{EV,q2} \end{pmatrix}} \vec{i}_{EV}^{dq}(\vec{\Psi}', \phi_R) \cdot d\vec{\Psi}' \quad (C.8)$$

$$\chi_{EV,d1} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad \chi_{EV,d}(0) = \vec{\Psi}_{EV,PM}^d(\phi_R), \quad \chi_{EV,d}(t) = \Psi_{EV,d} [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1]^T$$

$$\chi_{EV,q1} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad \chi_{EV,q}(0) = \vec{\Psi}_{EV,PM}^q(\phi_R), \quad \chi_{EV,q}(t) = \Psi_{EV,q} [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1]^T$$

$$\chi_{EV,d2} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad \chi_{EV,d}(0) = \Psi_{EV,d} [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1]^T, \quad \chi_{EV,d}(t) = \vec{\Psi}_{EV}^d$$

$$\chi_{EV,q2} : [0, t] \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad \chi_{EV,q}(0) = \Psi_{EV,q} [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1]^T, \quad \chi_{EV,q}(t) = \vec{\Psi}_{EV}^q.$$

Der erste Teil der Integration aus (C.8) entspricht der magnetischen Energie $\mathcal{E}_{3\lambda,mag,I}^{dq}$, welche bereits aus dem energiebasierten Modell ohne Berücksichtigung der Wirbelströme bekannt ist.

Abkürzungsverzeichnis

PMSM	Permanentmagneterregte Synchronmaschine
PWM	Pulsweitenmodulation (engl. Pulse-Width-Modulation)
SVPWM	Raumzeigermodulation (engl. Space Vector Pulse Width Modulation)
FEM	Finite-Elemente-Methode
MOSFET	Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor (engl. Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor)
DGL	Differentialgleichung
EMK	Elektromotorische Kraft
FPGA	Field Programmable Gate Array
FIR-Filter	Filter mit endlicher Impulsantwort (engl. Finite Impulse Response Filter)
IIR-Filter	Filter mit unendlicher Impulsantwort (engl. Infinite Impulse Response Filter)
RPI	Rotorlageinformation (engl. Rotor Position Information)
RL-Glied	Reihenschaltung bestehend aus einem Widerstand (R) und einer Induktivität (L)

Nomenklatur

Allgemeine Größen

Ψ	magnetische Flussverkeftung	$V \cdot s$
\vec{B}	magnetische Flussdichte	T
\vec{H}	magnetische Feldstärke	A/m
u	Spannung	V
i	Strom	A
\mathcal{E}	Energie	J
M	Drehmoment	$N \cdot m$
ϕ	Winkel	rad
ω	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
ξ	Winkelbeschleunigung	rad/s ²

ϑ	Temperatur	$^{\circ}\text{C}$
f	Funktion	1
σ^2	Varianz	
n	Zeitschritt	
χ	Integrationsweg	
Y	inverse Induktivität	1/H
L	Induktivität	H
R	elektrischer Widerstand	Ω
a, b	Koeffizienten	
V	Integrationsvolumen	m^3

Kennzeichnung von Skalaren, Vektoren und Matrizen

\mathbf{X}	Matrix
\vec{x}	Vektor
x	Skalar

Diakritische Zeichen

\bar{x}	Mittelwert
\hat{x}	Amplitudenwert
\tilde{x}	Schätzwert

Superskripte

\vec{x}^{uvw}	Vektor bestehend aus Phasengrößen
\vec{x}^{dq0}	Vektor bestehend aus dq0-Größen
\vec{x}^{dq}	Vektor bestehend aus dq-Größen
\vec{x}^{uvwk}	Vektor bestehend aus Phasengrößen und Mittelwert der Stranggrößen
\vec{x}^{dqk}	Vektor bestehend aus dqk-Größen
$\vec{x}^{\gamma\delta}$	Vektor bestehend aus $\gamma\delta$ -Größen (Injektionsorientiertes Koordinatensystem)
$\vec{x}_6^{uvw,1}, \vec{x}_6^{uvw,2}$	Stranggrößen des ersten und zweiten Teilsystems einer zweimal-dreiphasigen Maschine
$\vec{x}^{dq0,1}, \vec{x}^{dq0,2}$	dq0-Größen des ersten und zweiten Teilsystems einer zweimal-dreiphasigen Maschine

$\vec{x}^{\text{dq},1}, \vec{x}^{\text{dq},2}$ dq-Größen des ersten und zweiten Teilsystems einer zweimal-dreiphasigen Maschine

$\vec{x}^{\mu\Delta}$ Vektor bestehend aus $\mu\Delta$ -Größen einer zweimal-dreiphasigen Maschine

$\vec{x}^{\mu}, \vec{x}^{\Delta}$ Vektor bestehend aus μ - bzw. Δ -Größen einer zweimal-dreiphasigen Maschine

\mathbf{X}^+ Pseudoinverse

Subskripte

\vec{x}_{str} Vektor, welcher aus Stranggrößen besteht

x_1, x_2, x_3 Stranggrößen

x_U, x_V, x_W Phasengrößen

$x_{3\lambda}$ Größe einer in Stern verschalteten dreiphasigen Maschine

$x_{3\Delta}$ Größe einer in Dreieck verschalteten dreiphasigen Maschine

x_d, x_q, x_0 Komponenten der Vektorgröße \vec{x} im rotorflussorientierten Koordinatensystem

x_γ, x_δ Komponenten der Vektorgröße \vec{x} im injektionsorientierten Koordinatensystem

x_μ, x_Δ μ - und Δ -Größen einer zweimal-dreiphasigen Maschine

x_6 Größe einer zweimal-dreiphasigen Maschine

x_{6x} Größe einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit verwobenen Wicklungssystemen

$x_{6||}$ Größe einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit getrennten Wicklungssystemen

x_{lin} Größe zur Beschreibung eines linearisierten Verhaltens

x_{GW} Größe einer elektrischen Maschine zur Beschreibung des Grundwellenverhaltens

x_{HF} Größe einer elektrischen Maschine zur Beschreibung des Hochfrequenzverhaltens

x_M gemessene Größe

x_{EV} Größe einer elektrischen Maschine unter Berücksichtigung von Wirbelströmen

$x_{\text{WB}}, x_{\text{WB,D}}$ Größe zur Beschreibung des Winkelbeobachters bzw. des zeitdiskreten Winkelbeobachters

Ausgewählte spezifische Größen

ϕ_R Rotorwinkel rad

ϕ_{err} Winkelfehler rad

ϕ_{inj} Injektionswinkel im dq-System rad

$\phi_{\text{inj,Abs}}$ Injektionswinkel bezogen auf Phase U rad

$\tilde{\phi}_{R,\text{lin}}$	für die Linearisierung verwendeter Rotorwinkel	rad
$\tilde{\phi}_{R,\text{PR}}$	Prädizierter Rotorwinkel	rad
ϕ_{I}	Stromwinkel	rad
ϕ_{HF}	Phasenlage der Hochfrequenzanregung	rad
ω_{R}	Winkelgeschwindigkeit des Rotors	rad/s
ω_{WB}	Grenzfrequenz des gefilterten Winkelsignals	rad/s
ξ_{R}	Winkelbeschleunigung des Rotors	rad/s ²
M_{EM}	Von der Maschine erzeugtes Drehmoment	N · m
M_{R}	Rastmoment	N · m
M_{L}	Lastmoment	N · m
\mathcal{E}_{mag}	magnetische Feldenergie	J
$\mathcal{E}_{\text{mag,EV}}$	magnetische Feldenergie unter Berücksichtigung von Wirbelströmen	J
$\mathcal{E}_{\text{mag,I}}$	stromabhängiger Anteil der magnetische Feldenergie	J
$\mathcal{E}_{\text{ko,I}}$	magnetische Koenergie	J
$\mathcal{E}_{\text{mag,R}}$	Anteil der magnetische Feldenergie, welcher für die Rastung verantwortlich ist	J
$\mathcal{E}_{\text{elektr}}$	elektrische Energie	J
\mathcal{E}_{V}	Verlustenergie	J
\mathcal{E}_{kin}	kinetische Energie	J
u_{bat}	Batteriespannung	V
u_{dc}	Zwischenkreisspannung	V
$u_{3\lambda,\text{sp}}$	Sternpunktspannung	V
$u_{\text{HF},\gamma}$	Spannungsverlauf der Hochfrequenzanregung	V
$i_{3\Delta,\text{KS}}$	Kreisstrom	A
$L_{\text{dd}}, L_{\text{dq}}, L_{\text{qq}}$	Komponenten der dq-Induktivitätsmatrix	H
$Y_{\text{dd}}, Y_{\text{dq}}, Y_{\text{qq}}$	Komponenten der inversen dq-Induktivitätsmatrix	1/H
$Y_{\text{P,dd}}, Y_{\text{P,dq}}, Y_{\text{P,qq}}$	modellierte inversen Induktivitäten	1/H
$\mathbf{Y}_{\text{P,dq}}$	Modell der inversen Induktivitätsmatrix	1/H
$\mathbf{Y}_{6\text{P},\mu\mu}, \mathbf{Y}_{6\text{P},\Delta\Delta}$	Modelle der Teilmatrizen der inversen Induktivitätsmatrix einer zweimal-dreiphasigen Maschine	1/H

$\mathbf{Y}_{6,\mu\mu}, \mathbf{Y}_{6,\Delta\Delta}$	Teilmatrizen der inversen Induktivitätsmatrix einer zweimal-dreiphasigen Maschine	1/H
$\vec{f}_{\text{str},\Psi}$	Funktion, welche die Strangflussverkettungen in Abhängigkeit der Leiterströme und der Rotorlage beschreibt	V · s
$f_{3\lambda,\Psi 0}$	Funktion, welche die mittlere Strangflussverkettung bei einer dreiphasigen Maschine mit Sternschaltung wiedergibt	V · s
$\Psi_{3\lambda,0}$	Mittlere Strangflussverkettung bei einer dreiphasigen Maschine mit Sternschaltung	V · s
$\mathbf{T}_{\text{dq}0}$	dreiphasige PARK-Transformationsmatrix	
\mathbf{T}_{dq}	reduzierte dreiphasige PARK-Transformationsmatrix	
\mathbf{T}_{dqk}	erweiterte PARK-Transformationsmatrix für in Dreieck verschaltete Maschinen	
\mathbf{T}_{uvwk}	Pseudoinverse der erweiterten PARK-Transformationsmatrix	
$\mathbf{T}_{2 \times \text{dq}0}$	PARK-Transformationsmatrix für zweimal-dreiphasige Maschinen	
$\mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \mu\Delta}, \mathbf{T}_{\mu\Delta \rightarrow \text{dq}}$	$\mu\Delta$ -Transformationsmatrix für zweimal-dreiphasige Maschinen und ihre Inverse	
\mathbf{T}_{rot}	Rotationsmatrix	
$\mathbf{T}_{2 \times \text{rot}}$	Rotationsmatrix für zweimal-dreiphasige Maschinen	
t_{R}	Reglerabtastperiodendauer	s
t_{AT}	Abtastschrittweite	s
t_{I}	Stromabtastschrittweite	s
t_{VTZ}	Verriegelungstotzeit	s
t_{PWM}	PWM-Periodendauer	s
\mathbf{A}	Systemmatrix	
\vec{b}	Eingangsvektor	
\vec{c}	Ausgangsvektor	
n_{p}	Polpaarzahl der Maschine	
n_{Nuten}	Anzahl der Nuten	
n_{Pole}	Anzahl der Pole	
r_{RPI}	Rotorlageinformationsgehalt	1/H/rad
J_{R}	Trägheitsmoment des Rotors	kg · m ²

\vec{l}_{WB}	Rückführverstärkung des Winkelbeobachters	
\mathbf{S}_{WB}	Beobachtermatrix	
z_p, z_1, z_2, z_3	Polstellen des Winkelbeobachters	
h_{NF}	Polynomordnung zur Approximation des niederfrequenten Stromanteils	
j_d, j_q	Höchste Potenzen des Modellansatzes (Hochfrequenzmodell)	
ϑ_R, ϑ_S	Rotor- und Statortemperatur	°C
s_L, s_H	Zustand des masse- und spannungsseitigen Transistors	

Abbildungsverzeichnis

2.1.	Systemschaubild eines typischen geberlosen Kleinantriebs.	5
2.2.	Ersatzschaltbild eines dreiphasigen Zweipunkt-Wechselrichters.	6
2.3.	Verwendete PWM-Methode zur Generierung variabler Phasenspannungen.	8
2.4.	Stromfluss durch die Halbbrücke und resultierende Phasenspannungen bei geöffneten Schaltelementen.	10
2.5.	Gewünschter und tatsächlicher Verlauf der Phasenspannung unter Berücksichtigung der Verriegelungstotzeit	11
2.6.	Typische Messschaltungen zur Erfassung der Leiterströme in Kleinantrieben mit Hilfe von Shunts.	14
2.7.	Betrachtetes zweimal-dreiphasiges Antriebssystem.	16
3.1.	Elektrisches Ersatzschaltbild einer dreiphasigen Maschine, welche in Stern verschaltet ist.	21
3.2.	Elektrisches Ersatzschaltbild einer dreiphasigen Maschine, deren Wicklungen in Dreieck verschaltet sind.	24
3.3.	Elektrisches Ersatzschaltbild einer zweimal-dreiphasigen Maschine, deren Teilsysteme in Stern verschaltet sind und die beiden Sternpunkte getrennt sind.	27
3.4.	Angenommener Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte und der magnetischen Feldstärke von Elektroblechen und NdFeB-Magneten.	32
3.5.	Betrachtetes System für die Modellierung und seine Schnittstellen.	33
3.6.	Aus FEM-Daten ermittelte 0-Komponente der magnetischen Flussverkettung.	37
3.7.	Angenommener Versatz zwischen den Wicklungssträngen	44
3.8.	Vorhandene Achsensymmetrien der Rotorpole und des Stators bei einer Maschine mit 6 Nuten und 4 Polen.	45
3.9.	Unterschiede in den Symmetrieeigenschaften der Wicklungsstränge innerhalb eines Teilsystems in Abhängigkeit der Verschaltung.	48
3.10.	Positionsunabhängige Anteile der inversen Induktivitätswerten in Abhängigkeit des Betriebspunkts.	60
3.11.	Positionsabhängige Anteile der inversen Induktivitätswerten in Abhängigkeit des Betriebspunkts.	60
3.12.	Vergleich zwischen FEM-Ergebnissen und angepasstem Modell einer in Stern verschalteten Maschine.	62
3.13.	Vergleich zwischen FEM-Ergebnissen und angepasstem Modell für alle relevanten Ableitungen der Energiefunktion einer in Dreieck verschalteten Maschine.	63
3.14.	Vergleich zwischen FEM-Ergebnissen und angepasstem Modell für alle relevanten Ableitungen der Energiefunktion einer zweimal-dreiphasigen Maschine.	65
3.15.	Modell zur dynamischen Simulation einer dreiphasigen PMSM mit Sternschaltung.	66
3.16.	Modell zur dynamischen Simulation einer dreiphasigen PMSM mit Dreieckschaltung.	66

3.17. Modell zur dynamischen Simulation einer zweimal-dreiphasigen PMSM mit jeweils in Stern verschalteten Wicklungsgruppen.	67
4.1. Gemessener Stromverlauf bei Hochfrequenzanregung und Vergleich mit dem simulierten Verlauf.	69
4.2. Gemessener Abklingvorgang des Leiterstroms und Nachbildung mit verschiedenen Modellansätzen.	72
4.3. Verwendetes Modell zur Untersuchung der Einflüsse von Wirbelströmen.	73
4.4. Ersatzschaltbild zur Modellierung von Wirbelstromeinflüssen.	73
4.5. Messaufbau für die Identifikation von Wirbelströmen.	75
4.6. Messung und Simulation des Stromverlaufs der d-Komponente bei einem Injektionsvorgang.	77
4.7. Identifikation der Motorparameter unter Berücksichtigung der Wirbelströme in der elektrischen Maschine.	78
4.8. Modell für die dynamische Simulation des elektrischen Verhaltens unter Berücksichtigung von Wirbelströmen.	84
4.9. Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen, welche mit Hilfe des erweiterten Simulationsmodells ermittelt wurden, und Messergebnissen bei einer Zwischenkreisspannung.	85
5.1. Definition des Stromwinkels	99
5.2. Rotorpositionsunabhängige Anteile der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Sternschaltung.	102
5.3. Rotorpositionsabhängige Anteile (sechste Ordnung) der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Sternschaltung.	102
5.4. Rotorpositionsunabhängige Anteile der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Dreieckschaltung.	103
5.5. Rotorpositionsabhängige Anteile (sechste Ordnung) der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit Dreieckschaltung.	103
5.6. Aus Messungen bestimmte Einträge der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit räumlich verwobenen Wicklungssystemen in Abhängigkeit von der Rotorlage.	111
5.7. Aus Messungen bestimmte Einträge der inversen Induktivitätsmatrix einer Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen in Abhängigkeit von der Rotorlage.	111
5.8. Rotorpositionsunabhängige Anteile der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\mu\mu}$ einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen.	112
5.9. Rotorpositionsabhängige Anteile (sechste Ordnung) der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\mu\mu}$ einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen.	112
5.10. Rotorpositionsunabhängige Anteile der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\Delta\Delta}$ einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen.	113
5.11. Rotorpositionsabhängige Anteile (zweite Ordnung) der Teilmatrix $\mathbf{Y}_{6P,\Delta\Delta}$ einer zweimal-dreiphasigen Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen.	113
6.1. Definition des Injektionswinkels	118

6.2. Relevante Einträge der inversen Induktivitätsmatrix in Abhängigkeit eines Winkelfehlers.	120
6.3. Relevante Einträge der inversen Induktivitätsmatrix und ihre Abhängigkeit von einem Winkelfehler als Funktion der Injektionsrichtung.	122
6.4. Optimale Injektionsrichtung in Abhängigkeit des Betriebspunkts.	124
6.5. Rotorlageinformation der PMSM1 für verschiedene Injektionsrichtungen.	125
6.6. Rotorlageinformation der PMSM2 für verschiedene Injektionsrichtungen.	125
6.7. Verwendete Timing-Struktur.	128
6.8. Blockdiagramm der verwendeten Softwarestruktur.	129
6.9. Durch Hochfrequenzanregung erzeugtes Geräuschkpektrum bei Injektion in d-Richtung.	132
6.10. Relevanteste Frequenzkomponenten des durch eine Injektion erzeugten Geräuschs in Abhängigkeit von der Injektionsrichtung.	133
6.11. Vorgeschlagenes PWM-Muster zur Reduktion der Wirbelstromeinflüsse auf die Strommessung.	135
6.12. Ermittelte inverse Induktivitätswerte in Abhängigkeit der Rotorlage und der Injektionsfrequenz.	136
6.13. Blockdiagramm der Winkelbestimmung bei Auswertung der γ -Komponente.	143
6.14. Blockdiagramm der vereinfachten Winkelbestimmung bei Auswertung der γ -Komponente.	145
6.15. Blockdiagramm der direkten Bestimmung der inversen Induktivitäten.	147
6.16. Wahrscheinlichkeitsverteilung des gemessenen Leiterstroms.	149
6.17. Varianz des Messrauschens der γ -Komponente in Abhängigkeit von der Auswertungsrichtung.	151
6.18. Wahrscheinlichkeitsverteilung des bestimmten Induktivitätswerts bei unterschiedlichen Injektionsmustern.	153
6.19. Blockdiagramm des verwendeten Winkelbeobachters.	158
7.1. Dynamisches Verhalten des komplexen Verfahrens.	168
7.2. Gemessenes Verhalten des komplexen Verfahrens bei alternierender Sollwertvorgabe des Stroms und unterschiedlichen Beobachterbandbreiten.	169
7.3. Gemessenes Verhalten des vereinfachten Verfahrens bei verschiedenen Sollwertvorgaben.	171
7.4. Simuliertes Verhalten beim direkten Einschalten des Injektionsverfahrens unter hoher Dynamik.	172
7.5. Simuliertes Winkelrauschen bei vorhandenem Strommessrauschen.	173
7.6. Minimale Rotorlageinformation für die betrachteten Injektionsrichtungen (PMSM2).	175
7.7. Stabilitätsuntersuchungen in Simulation.	176
7.8. Stabilitätsuntersuchungen im Stillstand bei hoher Stromdynamik in Simulation.	178
7.9. Vergleich der Geräuschkentwicklung zwischen dem geberlosen Betrieb mit verschiedenen Hochfrequenzanregungen und dem Betrieb mit Positionssensor.	179
7.10. Vergleich der Geräuschkentwicklung zwischen dem geberlosen Betrieb mit zufälliger Spannungsinjektion und dem Betrieb mit Positionssensor.	180

8.1.	Blockdiagramm der verwendeten Softwarestruktur für zweimal-dreiphasige Antriebe.	186
8.2.	Blockdiagramm der vereinfachten Winkelbestimmung für zweimal-dreiphasige Antriebe.	190
8.3.	Optimale Injektionsrichtung und Rotorlageinformationsgehalt der PMSM3 für die entgegengesetzte Injektion.	192
8.4.	Gemessenes Drehmoment in Abhängigkeit der Injektionsrichtung.	195
8.5.	Gemessenes Drehmoment in Abhängigkeit der Injektionsrichtung für eine Maschine mit räumlich getrennten Wicklungssystemen.	196
8.6.	Vergleich zwischen den durch die beiden Injektionsmöglichkeiten erzeugten Geräusch- und Vibrationsspektren bei Injektion in d-Richtung.	197
8.7.	Gemessenes Verhalten des Verfahrens mit entgegengesetzter Injektion.	198
B.1.	Versuchsaufbau zur Vermessung von dreiphasigen Maschinen.	210
B.2.	Versuchsaufbau zur Durchführung der dynamischen Messungen mit der dreiphasigen PMSM.	210
B.3.	Versuchsaufbau zur Durchführung der Messungen mit den zweimal-dreiphasigen PMSMs.	210
B.4.	Verwendetes System zur Erfassung von akustischen Geräuschen und Vibrationen.	211

Tabellenverzeichnis

4.1.	Aus einer Vermessung bestimmte Ersatzparameter zur Modellierung der Wirbelströme (PMSM5)	77
6.1.	Varianz des Messrauschens der γ -Komponente für die Zwei-Leiter- und Drei-Leiter-Strommessung.	150
6.2.	Aus einer Simulation ermittelte empirische Varianzen der verschiedenen Winkel- und Winkelfehlersignale bei unterschiedlichen Beobachterbandbreiten.	155
B.1.	Maschinen-, Umrichter und Reglerparameter	212

Literatur

- [1] D. Schröder. *Elektrische Antriebe - Grundlagen*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [2] D. Liang u. a. “Evaluation of high-speed permanent magnet synchronous machine drive with three-level and two-level inverter”. In: *2015 IEEE International Electric Machines Drives Conference (IEMDC)*. 2015, S. 1586–1592.
- [3] M. Soleimanipour, H. S. Goughari und N. Sargolzaei. “Analysis and Comparison of Multi-level Inverters Based on Two-Level Space Vector PWM”. In: *2012 UK-Sim 14th International Conference on Computer Modelling and Simulation*. 2012, S. 464–469.
- [4] B. A. Welchko, M. B. R. Correa und T. A. Lipo. “A three-level MOSFET inverter for low power drives”. In: *IEEE 2002 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society. IECON 02*. Bd. 2. 2002, 1267–1272 vol.2.
- [5] Richard Marenbach, Dieter Nelles und Christian Tuttas. “Leistungselektronik”. In: *Elektrische Energietechnik: Grundlagen, Energieversorgung, Antriebe und Leistungselektronik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2013, S. 117–159.
- [6] J. Richardson und O. T. Kukrer. “Implementation of a PWM regular sampling strategy for AC drives”. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 6.4 (1991), S. 645–655.
- [7] Z. Wang, K. T. Chau und C. Liu. “Improvement of Electromagnetic Compatibility of Motor Drives Using Chaotic PWM”. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 43.6 (2007), S. 2612–2614.
- [8] A. M. Khambadkone und A. Binder. “Selbstgeführte Wechselrichter mit eingepprägter Spannung (U-Wechselrichter)”. In: *Leistungselektronische Schaltungen: Funktion, Auslegung und Anwendung*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008, S. 526–775.
- [9] E. Clarke. *Circuit Analysis of A-C Power Systems; Symmetrical and Related Components*. Circuit Analysis of A-C Power Systems; Symmetrical and Related Components Bd. 1. Wiley, 1943.
- [10] Joachim Specovius. “Steuerverfahren für UWR”. In: *Grundkurs Leistungselektronik: Bauelemente, Schaltungen und Systeme*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2009, S. 253–270.
- [11] D. Schröder. *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [12] Jan Friedmann. “Reduktion des Sensorikbedarfs in der industriellen Antriebstechnik”. Dissertation. München: Technische Universität München, 2016.
- [13] M. Linke, R. Kennel und J. Holtz. “Sensorless speed and position control of synchronous machines using alternating carrier injection”. In: *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC’03. IEEE International*. Bd. 2. 2003, 1211–1217 vol.2.

- [14] Hans Otto Seinsch. “Einteilung und Bedeutung der Maschinenarten”. In: *Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 1993, S. 11–14.
- [15] Dieter Gerling. “Concentrated Windings”. In: *Electrical Machines: Mathematical Fundamentals of Machine Topologies*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015, S. 449–462.
- [16] A. Pouramin u. a. “Inductances of a fractional-slot concentrated-winding interior PM synchronous machine considering effects of saturation and cross magnetization”. In: *2015 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*. 2015, S. 6075–6081.
- [17] Dirk Paulus. “Beliebige Injektion für permanent erregte Synchronmaschinen”. Dissertation. München: Technische Universität München, 2015.
- [18] G. Dajaku und D. Gerling. “A novel 12-teeth/10-poles PM machine with flux barriers in stator yoke”. In: *2012 XXth International Conference on Electrical Machines*. 2012, S. 36–40.
- [19] A. Krings u. a. “Magnetic Materials Used in Electrical Machines: A Comparison and Selection Guide for Early Machine Design”. In: *IEEE Industry Applications Magazine* 23.6 (2017), S. 21–28.
- [20] M. Persson u. a. “Soft magnetic composite materials-use for electrical machines”. In: *1995 Seventh International Conference on Electrical Machines and Drives (Conf. Publ. No. 412)*. 1995, S. 242–246.
- [21] A. Krings u. a. “Soft Magnetic Material Status and Trends in Electric Machines”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64.3 (2017), S. 2405–2414.
- [22] K. Yamazaki u. a. “Effect of Eddy Current Loss Reduction by Segmentation of Magnets in Synchronous Motors: Difference Between Interior and Surface Types”. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 45.10 (2009), S. 4756–4759.
- [23] M. Naidu, S. Gopalakrishnan und T. W. Nehl. “Fault-Tolerant Permanent Magnet Motor Drive Topologies for Automotive X-By-Wire Systems”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 46.2 (2010), S. 841–848.
- [24] B. Basler, T. Greiner und P. Heidrich. “Fault-tolerant strategies for double three-phase PMSM used in Electronic Power Steering systems”. In: *2015 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC)*. 2015, S. 1–6.
- [25] Peter Landsmann. “Sensorless Control of Synchronous Machines by Linear Approximation of Oversampled Current”. Diss. Technische Universität München, 2014.
- [26] T. Glueck. “Zustands- und Parameterschätzung für eine Synchronmaschine unter Berücksichtigung von magnetischen Sättigungseffekten”. Diplomarbeit. Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik, Universität Stuttgart, 2007.
- [27] A. K. Jebai u. a. “Energy-based modeling of electric motors”. In: *53rd IEEE Conference on Decision and Control*. 2014, S. 6009–6016.
- [28] S. Kuehl, P. Landsmann und R. M. Kennel. “Bivariate polynomial approximation of cross-saturated flux curves in synchronous machine models”. In: *2012 IEEE International Energy Conference and Exhibition (ENERGYCON)*. 2012, S. 219–224.
- [29] Pascal Combes. “Signal Injection and “sensorless” control of electric motors”. Diss. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2015.

-
- [30] Sebastian Paulus. “Ein neues Konzept für die geberlose Regelung von Permanentmagnet-Synchronmaschinen für Hybrid- und Elektrofahrzeuge”. 37.98.11; LK 01. Diss. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2019. 160 S.
- [31] C. M. Hackl. “Current Control of Electric Synchronous Machines”. In: *Non-identifier Based Adaptive Control in Mechatronics: Theory and Application*. Cham: Springer International Publishing, 2017, S. 495–558.
- [32] Dirk Paulus. “Arbitrary injection for Permanent Magnet Synchronous machines with multiple Saliencies”. In: *Energy Conversion Congress and Exposition (2013)*.
- [33] F. Poltschak und W. Amrhein. “A dynamic nonlinear model for permanent magnet synchronous machines”. In: *2008 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. 2008, S. 724–729.
- [34] Y. Kano u. a. “A Novel Approach for Circuit-Field-Coupled Time-Stepping Electromagnetic Analysis of Saturated Interior PM Motors”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 45.4 (2009), S. 1325–1333.
- [35] G. Weidenholzer u. a. “A flux-based PMSM motor model using RBF interpolation for time-stepping simulations”. In: *2013 International Electric Machines Drives Conference*. 2013, S. 1418–1423.
- [36] Z. Zhong u. a. “Magnetic Coenergy Based Modelling of PMSM for HEV/EV Application”. In: *Progress In Electromagnetics Research M* Vol. 50 (2016), p. 11–22.
- [37] M. Seilmeier, S. Ebersberger und B. Piepenbreier. “PMSM model for sensorless control considering saturation induced secondary saliencies”. In: *2013 IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives and Predictive Control of Electrical Drives and Power Electronics (SLED/PRECEDE)*. 2013, S. 1–8.
- [38] D. C. S. White und H. H. Woodson. *Electromechanical Energy Conversion*. [The M.I.T. core curriculum program in electrical engineering]. John Wiley & Sons, 1959.
- [39] J. Karttunen u. a. “Dual three-phase permanent magnet synchronous machine supplied by two independent voltage source inverters”. In: *International Symposium on Power Electronics Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*. 2012, S. 741–747.
- [40] X. Kuang and H. Guo, J. Xu und T. Zhou. “Research on a six-phase permanent magnet synchronous motor system at dual-redundant and fault tolerant modes in aviation application”. In: *Chinese Journal of Aeronautics* 30.4 (2017), S. 1548 – 1560.
- [41] M. L. Woldesemayat u. a. “Modeling and Verification of a Six-Phase Interior Permanent Magnet Synchronous Motor”. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 33.10 (2018), S. 8661–8671.
- [42] M. Barcaro u. a. “Predicted and experimental anisotropy of a dual three-phase interior permanent magnet motor for sensorless rotor position control”. In: *6th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2012)*. 2012, S. 1–6.
- [43] M. Barcaro u. a. “Sensorless Rotor Position Detection Capability of a Dual Three-Phase Fractional-Slot IPM Machine”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 48.6 (2012), S. 2068–2078.

- [44] B. Basler, T. Greiner und P. Heidrich. “Reduction of DC link capacitor stress for double three-phase drive unit through shifted control and phase displacement”. In: *2015 IEEE 11th International Conference on Power Electronics and Drive Systems*. 2015, S. 887–889.
- [45] Y. Iwaji u. a. “Position Sensorless Control Method at Zero-Speed Region for Permanent Magnet Synchronous Motors Using the Neutral Point Voltage of Stator Windings”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 52.5 (2016), S. 4020–4028.
- [46] M. Schermann und M. Schroedl. “Methods of generating the voltage space-vector by fast real-time pulsewidth modulation”. In: *Conference Record of the Power Conversion Conference - Yokohama 1993*. 1993, S. 322–327.
- [47] R. H. Park. “Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part I”. In: *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* 48.3 (1929), S. 716–727.
- [48] D. Youla und J. Bongiorno. “A Floquet theory of the general linear rotating machine”. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 27.1 (1980), S. 15–19.
- [49] Yifan Zhao und T. A. Lipo. “Space vector PWM control of dual three-phase induction machine using vector space decomposition”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 31.5 (1995), S. 1100–1109.
- [50] J. Cordier, P. Landsmann und R. Kennel. “The influence of magnetic hysteresis on HF injection based inductance calculation”. In: *2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*. 2011, S. 638–645.
- [51] L. Alberti, N. Bianchi und S. Bolognani. “High frequency d-q model of synchronous machines for sensorless control”. In: *2014 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*. 2014, S. 4147–4153.
- [52] M. Ganchev u. a. “Sensorless rotor temperature estimation of permanent magnet synchronous motor”. In: *IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. 2011, S. 2018–2023.
- [53] Cheng-Ju Wu u. a. “Temperature Effects on the Magnetic Properties of Silicon-Steel Sheets Using Standardized Toroidal Frame”. In: *The Scientific World Journal* 2014 (2014).
- [54] M. Meyer. “Wirkungsgradoptimierte Regelung hoch ausgenutzter Permanentmagnet-Synchronmaschinen im Antriebsstrang von Automobilen”. Diss. Paderborn: Universität Paderborn, 2010.
- [55] Dieter Gerling. *Electrical Machines*. Bd. 4. Mathematical Engineering. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015.
- [56] H. Henke. *Elektromagnetische Felder: Theorie und Anwendung*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 2015.
- [57] Al Kassem Jebai. “Sensorless control of synchronous permanent magnet motors by signal injection”. Diss. École Nationale Supérieure des mines de Paris, 2013.
- [58] Jeong-Jong Lee u. a. “Cogging Torque Analysis of the PMSM for High Performance Electrical Motor Considering Magnetic Anisotropy of Electrical Steel”. In: *World Electric Vehicle Journal* 3.2 (2009), S. 365–369.
- [59] Szilárd Jagasics und I. Vajda. “Cogging torque reduction by magnet pole pairing technique”. English. In: *Acta Polytechnica Hungarica* 13.4 (2016), S. 107–120.

-
- [60] Peter Knabner und Wolf Barth. “Matrizen und lineare Abbildungen”. In: *Lineare Algebra: Grundlagen und Anwendungen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013, S. 145–317.
- [61] P. Combes u. a. “Obtaining the current-flux relations of the saturated PMSM by signal injection”. In: *IECON 2017 - 43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. 2017, S. 2097–2103.
- [62] Sören Bartels. “Runge–Kutta-Verfahren”. In: *Numerik 3x9: Drei Themengebiete in jeweils neun kurzen Kapiteln*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2016, S. 187–197.
- [63] P. Sergeant u. a. “Losses in Sensorless Controlled Permanent-Magnet Synchronous Machines”. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 46.2 (2010), S. 590–593.
- [64] Sven Ludwig Kellner. “Parameteridentifikation bei permanenterregten Synchronmaschinen”. Diss. Nürnberg: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), 2012.
- [65] H. L. Thai. “Parameteridentifikation von permanentmagneterregten Synchronmaschinen unter Berücksichtigung von Wirbelströmen”. Masterarbeit. Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik, Technische Universität München, 2018.
- [66] Bernd Marx und Werner Vogt. “Gewöhnliche Differenzialgleichungen (DGL)”. In: *Dynamische Systeme: Theorie und Numerik*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2011, S. 67–126.
- [67] K. Graichen. *Methoden der Optimierung und optimalen Steuerung*. Vorlesungsskriptum. Vorlesungsskriptum. Institut für Mess-, Regel- und Mikrotechnik, Universität Ulm, 2012.
- [68] S. Yang und R. D. Lorenz. “Surface permanent magnet synchronous machine position estimation at low speed using eddy-current-reflected asymmetric resistance”. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 27.5 (2012), S. 2595–2604.
- [69] S. Jung und J. I. Ha. “Carrier signal injection method in three shunt sensing inverter for sensorless AC machine drive”. In: *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2014 IEEE*. 2014, S. 4154–4161.
- [70] D. Mingardi u. a. “On the Proprieties of the Differential Cross-Saturation Inductance in Synchronous Machines”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 53.2 (2017), S. 991–1000.
- [71] L. Chen u. a. “Self-sensing control of permanent-magnet synchronous machines with multiple saliencies using pulse-voltage-injection”. In: *2015 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. 2015, S. 1–9.
- [72] D. Paulus u. a. “Arbitrary injection for permanent magnet synchronous machines with multiple saliencies”. In: *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2013 IEEE*. 2013, S. 511–517.
- [73] W. Hammel, P. Landsmann und R. M. Kennel. “Operating point dependent anisotropies and assessment for position-sensorless control”. In: *2016 18th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'16 ECCE Europe)*. 2016, S. 1–10.
- [74] M. Seilmeier und B. Piepenbreier. “Sensorless Control of PMSM for the Whole Speed Range Using Two-Degree-of-Freedom Current Control and HF Test Current

- Injection for Low-Speed Range”. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 30.8 (2015), S. 4394–4403.
- [75] S. Kallio u. a. “Decoupled d-q Model of Double-Star Interior-Permanent-Magnet Synchronous Machines”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60.6 (2013), S. 2486–2494.
- [76] J. Zhang u. a. “Sensorless control of dual three phase induction machines by anti-phase high frequency signal injection”. In: *Proceedings of the CSEE*. Bd. 35. Dez. 2015, S. 6162–6171.
- [77] J. Karttunen u. a. “Decoupled Vector Control Scheme for Dual Three-Phase Permanent Magnet Synchronous Machines”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 61.5 (2014), S. 2185–2196.
- [78] M. Roetzer, U. Vollmer und R. Kennel. “Anisotropy-based position estimation for highly-saturated permanent magnet synchronous machines in slowly-sampled control systems”. In: *2017 19th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'17 ECCE Europe)*. 2017, S. 1–10.
- [79] M. Roetzer, U. Vollmer und R. Kennel. “Demodulation approach for slowly sampled sensorless field-oriented control systems enabling multiple-frequency injections”. In: *2016 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. 2016, S. 1–9.
- [80] V. Petrovic, A. M. Stankovic und V. Blasko. “Position estimation in salient PM synchronous motors based on PWM excitation transients”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 39.3 (2003), S. 835–843.
- [81] J.R. Frus. *Closed-loop Control of Step Motors Using Waveform-detection Feedback*. University of Illinois., 1976.
- [82] K. Iizuka u. a. “Microcomputer Control for Sensorless Brushless Motor”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* IA-21.3 (1985), S. 595–601.
- [83] F. Briz u. a. “Rotor and flux position estimation in delta-connected AC Machines using the zero-sequence carrier-signal current”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 42.2 (2006), S. 495–503.
- [84] P. P. Acarnley und J. F. Watson. “Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 53.2 (2006), S. 352–362.
- [85] T. C. Lin und Z. Q. Zhu. “Sensorless Operation Capability of Surface-Mounted Permanent-Magnet Machine Based on High-Frequency Signal Injection Methods”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 51.3 (2015), S. 2161–2171.
- [86] M. Schroedl. “Sensorless control of AC machines at low speed and standstill based on the INFORM method”. In: *Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., Conference Record of the 1996 IEEE*. Bd. 1. 1996, 270–277 vol.1.
- [87] W. Hammel und R. M. Kennel. “High-resolution sensorless position estimation using delta-sigma-modulated current measurement”. In: *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2011 IEEE*. 2011, S. 2717–2724.
- [88] P. L. Jansen und R. D. Lorenz. “Transducerless position and velocity estimation in induction and salient AC machines”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 31.2 (1995), S. 240–247.

-
- [89] L. Chen, G. Gotting und I. Hahn. “Dc-link current and torque ripple optimized self-sensing control of interior permanent-magnet synchronous machines”. In: *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*. 2016, S. 1029–1035.
- [90] S. Ogasawara und H. Akagi. “Implementation and position control performance of a position-sensorless IPM motor drive system based on magnetic saliency”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 34.4 (1998), S. 806–812.
- [91] V. Petrovic und A. M. Stankovic. “Saliency-based position estimation in PM synchronous motors”. In: *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No.01CH37248)*. Bd. 2. 2001, 801–806 vol.2.
- [92] J. Bonifacio, N. Amann und R. Kennel. “Silent low speed self-sensing strategy for permanent magnet synchronous machines based on subtractive filtering”. In: *2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)*. 2017, S. 1–6.
- [93] S. Kim, J. I. Ha und S. K. Sul. “PWM Switching Frequency Signal Injection Sensorless Method in IPMSM”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 48.5 (2012), S. 1576–1587.
- [94] G. Wang u. a. “Sensorless Control of IPMSM Drives Using a Pseudo-Random Phase-Switching Fixed-Frequency Signal Injection Scheme”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 65.10 (2018), S. 7660–7671.
- [95] P. Guglielmi, M. Pastorelli und A. Vagati. “Cross-Saturation Effects in IPM Motors and Related Impact on Sensorless Control”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 42.6 (2006), S. 1516–1522.
- [96] M. Roetzer, U. Vollmer und R. M. Kennel. “Demodulation Approach for Slowly Sampled Sensorless Field-Oriented Control Systems Enabling Multiple-Frequency Injections”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 54.1 (2018), S. 732–744.
- [97] Y. d. Yoon u. a. “High bandwidth sensorless algorithm for AC machines based on square-wave type voltage injection”. In: *Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009. IEEE*. 2009, S. 2123–2130.
- [98] W. Dahmen und A. Reusken. “Nichtlineare Ausgleichsrechnung”. In: *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008, S. 213–225.
- [99] W. Dahmen und A. Reusken. “Lineare Ausgleichsrechnung”. In: *Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008, S. 117–157.
- [100] M. Roetzer u. a. “Anisotropy-based position estimation approach for symmetrical dual three-phase permanent magnet synchronous machines”. In: *2017 IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED)*. 2017, S. 157–164.
- [101] M. Roetzer, M. Bendel und U. Vollmer. “Verfahren zur Ermittlung von Phasenströmen einer mittels eines PWM-gesteuerten Wechselrichters gespeisten, rotierenden, mehrphasigen, elektrischen Maschine”. Pat. DE102017210071. Robert Bosch GmbH. 2017.

- [102] K. Ohnishi, N. Matsui und Y. Hori. “Estimation, identification, and sensorless control in motion control system”. In: *Proceedings of the IEEE* 82.8 (1994), S. 1253–1265.
- [103] Hyunbae Kim und R. D. Lorenz. “Carrier signal injection based sensorless control methods for IPM synchronous machine drives”. In: *Conference Record of the 2004 IEEE Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting*. Bd. 2. 2004, 977–984 vol.2.
- [104] S. C. Yang und R. D. Lorenz. “Surface Permanent-Magnet Machine Self-Sensing at Zero and Low Speeds Using Improved Observer for Position, Velocity, and Disturbance Torque Estimation”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 48.1 (2012), S. 151–160.
- [105] Yuki Tauchi. “Audible Noise Reduction Method in IPMSM Position Sensorless Control based on High-Frequency Current Injection”. In: *International Power Electronics Conference* (2014).
- [106] Jan Lunze. *Regelungstechnik 2*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014.
- [107] J. S. Park u. a. “Design and Analysis of Position Tracking Observer Based on Instantaneous Power for Sensorless Drive of Permanent Magnet Synchronous Motor”. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 27.5 (2012), S. 2585–2594.
- [108] F.W. Fairman. *Linear Control Theory: The State Space Approach*. Wiley, 1998.
- [109] M. Seilmeier und B. Piepenbreier. “Initial start-up and magnet polarity estimation method for HF test current injection based sensorless control of PMSM”. In: *2014 16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition*. 2014, S. 59–64.
- [110] S. Zossak u. a. “Initial Position Detection of PMSM”. In: *2018 IEEE 9th International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED)*. 2018, S. 12–17.
- [111] P. Champa u. a. “Initial Rotor Position Estimation for Sensorless Brushless DC Drives”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 45.4 (2009), S. 1318–1324.
- [112] L. Chen u. a. “Impact of bridge-saturation on anisotropy-based initial rotor polarity detection of interior permanent-magnet synchronous machines”. In: *2016 19th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*. 2016, S. 1–6.
- [113] N. Patel u. a. “Encoderless IPM traction drive for EV/HEV’s”. In: *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No.01CH37248)*. Bd. 3. 2001, 1703–1707 vol.3.
- [114] J. M. Guerrero u. a. “Inverter nonlinearity effects in high-frequency signal-injection-based sensorless control methods”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 41.2 (2005), S. 618–626.
- [115] Thomas Rossing. “Introduction to Acoustics”. In: *Springer Handbook of Acoustics*. Hrsg. von Thomas D. Rossing. New York, NY: Springer New York, 2007, S. 1–6.
- [116] Kaoru Ashihara. “Hearing thresholds for pure tones above 16 kHz”. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 122 (Okt. 2007), EL52.
- [117] *ISO 26262: Road vehicles - Functional safety*. ISO.

-
- [118] A. H. Almarhoon, Z. Q. Zhu und P. Xu. “Improved Rotor Position Estimation Accuracy by Rotating Carrier Signal Injection Utilizing Zero-Sequence Carrier Voltage for Dual Three-Phase PMSM”. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64.6 (2017), S. 4454–4462.
 - [119] Matthias Bösing. “Acoustic modeling of electrical drives : noise and vibration synthesis based on force response superposition; 1. Aufl.” Diss. Aachen: RWTH Aachen, 2014.
 - [120] N. Bianchi und S. Bolognani. “Influence of Rotor Geometry of an IPM Motor on Sensorless Control Feasibility”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 43.1 (2007), S. 87–96.
 - [121] N. Bianchi, E. Fornasiero und S. Bolognani. “Effect of Stator and Rotor Saturation on Sensorless Rotor Position Detection”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 49.3 (2013), S. 1333–1342.
 - [122] L. Chen u. a. “Design of highly-saturated permanent magnet synchronous machines for torque ripple optimized self-sensing control”. In: *2017 IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED)*. 2017, S. 1–6.
 - [123] Y. Kwon, J. Lee und S. Sul. “Full torque-range low-speed sensorless drive for heavily saturated IPMSMs by manipulation of convergence point”. In: *2017 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*. 2017, S. 865–872.
 - [124] Y. Kwon, J. Lee und S. Sul. “Extending Operational Limit of IPMSM in Signal-Injection Sensorless Control by Manipulation of Convergence Point”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 55.2 (2019), S. 1574–1586.
 - [125] Y. Zhang. “Parameteridentifikation zur geberlosen Regelung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine”. Masterarbeit. Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik, Technische Universität München, 2016.
 - [126] M. Roetzer und U. Vollmer. “Verfahren zur Bestimmung einer Rotorlage einer mittels eines PWM-gesteuerten Wechselrichters gespeisten, rotierenden, mehrphasigen, elektrischen Maschine”. Pat. DE102016205462A1. Robert Bosch GmbH. 2017.
 - [127] M. Roetzer und U. Vollmer. “Verfahren zur Bestimmung einer Rotorlage einer elektrischen, rotierenden Maschine sowie eine elektrische, rotierende Maschine zur Durchführung eines solchen Verfahrens”. Pat. DE102017213069A1. Robert Bosch GmbH. 2019.