



Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme

Analyse von Störgeräuschen im Automobil

Erhöhung der Prognosegüte auf Basis von Verfahren der nichtlinearen Schwingungslehre

Konrad Weisheit

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Karsten Stahl

Prüfer der Dissertation: 1. Prof. Dr.-Ing. Steffen Marburg
2. Prof. Dr.-Ing. Kai Willner

Die Dissertation wurde am 04.02.2020 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 13.10.2020 angenommen.

Kurzfassung

Störgeräusche im Innenraum eines Automobils vermindern die vom Kunden wahrgenommene Qualität. Maßnahmen zu ihrer Beseitigung sind um so teurer, je später sie bemerkt werden. Daher wird bei der Fahrzeugentwicklung angestrebt, Problemstellen so früh wie möglich zu erkennen und zu beseitigen. Zu diesem Zweck werden virtuelle Verfahren eingesetzt, um konzeptionelle Schwachstellen zu beseitigen und mit einem hohen Reifegrad die ersten Versuchsträger aufzubauen. Wenn diese Methoden verlässliche Ergebnisse liefern, leisten sie einen wertvollen Beitrag zur Vermeidung von Störgeräuschen. Die vorliegende Arbeit stellt ein neues Verfahren zur Prognose von Geräuschen vor, die durch das Aneinanderreiben von Bauteilen entstehen. Eine Erhöhung der Prognosegüte im Vergleich zum Stand der Technik wird durch die Anwendung nichtlinearer Verfahren zur Schwingungsberechnung erzielt. Die Methode der Harmonischen Balance wird auf ein dreidimensionales Finite Elemente Modell angewendet und die Systemantwort auf harmonische Anregung unter Berücksichtigung von Reibung in der Kontaktstelle berechnet. Es erfolgt der Abgleich zu einer etablierten aber weniger effizienten Berechnungsmethode sowie zu Versuchen. Auf Basis der Ergebnisse wird die vom System abgestrahlte Schalleistung als absolutes Maß für hervorgerufene Geräusche bestimmt. Sie macht verschiedene Konfigurationen vergleichbar und liefert eine notwendige Entscheidungsgrundlage bei der Auswahl von Maßnahmen zur Beseitigung von Störgeräuschen in der frühen Phase der Entwicklung.

Abstract

Noise in a car's interior reduces the quality experienced by the customer. Measures to remedy such noise are more expensive, the later they are detected. Therefore, it is the objective of the automotive industry to locate and eliminate major issues early on in the development process. To this end, simulation methods are applied in order to sort out problems and to achieve a high level of maturity when building first prototypes. Noise prevention highly benefits from these methods if their predictions are reliable. This work presents a new procedure of noise prediction for sounds that result from frictional tangential movements in the contact areas of adjacent parts. Compared to state of the art methods, improved results are achieved through nonlinear calculation of the underlying oscillations. The Harmonic Balance Method is applied to a three-dimensional finite element model in order to calculate the system's response to external excitation, taking friction in the contact area into account. Results are compared to an established but less efficient calculation method as well as to hardware tests. The sound power radiated by the system is estimated, yielding to an absolute measure for the sound to be expected. It allows for a comparison between different configurations and provides a necessary basis for decision-making on countermeasures against noise in an early stage of development.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als Doktorand und Berechner der virtuellen Auslegung im Fahrzeuginterieur bei der BMW Group München.

Mein herzlicher Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr. Steffen Marburg für die hervorragende Ausbildung in Dresden, die Möglichkeit diese Arbeit in Kooperation mit der Industrie durchzuführen, das entgegengebrachte Vertrauen, den fachlichen sowie zwischenmenschlichen Rat und die Einladungen zu Ausflügen und Feiern des Lehrstuhls. Ganz besonders danke ich Dir für Dein großartiges Maß an Freiraum und Führung und den angenehmen persönlichen Umgang.

Eberhard Kreppold und Christian Reitingen gebührt mein Dank für die Initialisierung dieses Projekts, die Aufnahme ins ProMotion-Programm der BMW Group und die Unterstützung bei der Durchführung dieser Arbeit.

Prof. Dr.-Ing. Kai Willner danke ich für das Interesse an dieser Arbeit, den freundlichen Austausch und die Erstellung des Zweitgutachtens.

Bei Dr.-Ing. habil. Kian Sepahvand, Marcus Mäder und Christian Geweth möchte ich mich für die Konstruktion des Prüfstandes und die Hilfe bei den Messungen bedanken. Den Mitarbeitern des Lehrstuhls für Akustik mobiler Systeme gilt mein Dank für den stets freundlichen Empfang, die gute Zusammenarbeit und die schöne gemeinsame Zeit.

Besonders dankbar bin ich Dr.-Ing. Patrick Langer für die Unterstützung, den fachlichen Austausch und die zahlreichen Impulse aus dem wissenschaftlichen Umfeld. Die Stunden im Labor zu teils außergewöhnlichen Arbeitszeiten kann ich nicht wieder gutmachen. In gleichem Maße danke ich Lukas Utzig für das Interesse und die intensive Einarbeitung in die Materie, den Austausch bis ins kleinste Detail, die Motivation und dafür, das Thema zukünftig in guten Händen zu wissen. Ein großer Dank geht an euch beide und Diane Weiß für das Gegenlesen dieser Schrift und die konstruktiven Vorschläge.

Zutiefst möchte ich meiner Familie danken, für die Möglichkeit diesen Weg einzuschlagen, für das Vertrauen, die Geduld und viel Verständnis. Ein herzlicher Dank gilt dabei meiner Tante Angela Kahle für die gelungene Gestaltung des Einbands.

Ganz besonders danke ich meiner Freundin Franziska für die extra Portion Motivation auf der Zielgeraden, die Geduld und ihre Liebe.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	vii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Stand der Technik	3
1.3 Ziele und Inhalt der Arbeit	5
2 Grundlagen	7
2.1 Anregung im Versuchs- und Simulationsumfeld	7
2.2 Methoden zur Berechnung von erzwungenen Schwingungen mit Reibung	8
2.3 Lösung der Bewegungsgleichungen	13
2.3.1 Umformung der Bewegungsgleichungen	13
2.3.2 Bestimmung der Fourierkoeffizienten	16
2.3.3 Berechnung der nichtlinearen Terme	17
2.4 Stabilität von periodischen Schwingungszuständen	21
2.5 Reduziertes Modell	24
2.6 Berechnung der abgestrahlten Schalleistung	27
2.6.1 Equivalent Radiated Power	28
2.6.2 Lumped Parameter Modell	29
3 Prüfstand	32
3.1 Anforderungen	32
3.2 Funktionsprinzip und Arbeitsweise	33
3.3 Simulationsmodell	35
3.3.1 Grundlegender Aufbau des Finite Elemente Modells	36
3.3.2 Sequentielle Validierung	37
3.3.3 Einfluss von Randbedingungen	42
3.3.4 Modellierung und Anbindung der Druckplatte	43
3.3.5 Modellierung der Kraftsensoren	45
3.3.6 Viskose Dämpfung	46
3.4 Modellreduktion	47
4 Verifikation von Berechnungsergebnissen	50
4.1 Vergleich zur direkten Zeitintegration	50
4.1.1 Ersatzmodell	50
4.1.2 Permanentes Haften	52
4.1.3 Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen	53
4.1.4 Gleiten mit ausgeprägten Haftphasen in den Umkehrpunkten	55
4.1.5 Gleiten mit mehr als zwei Haftphasen pro Periode	55
4.1.6 Fazit zum Vergleich mit der direkten Zeitintegration	57
4.2 Vergleich von Berechnungsergebnissen mit Experimenten	57
4.2.1 Permanentes Haften	58
4.2.2 Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen	59

4.2.3	Gleiten mit ausgeprägten Haftphasen in den Umkehrpunkten	61
4.2.4	Fazit zum Abgleich mit Versuchsergebnissen	62
5	Dynamisches Verhalten des Prüfstandes	64
5.1	Verhalten in der Kontaktstelle	64
5.1.1	Kontaktstatus in Abhängigkeit der Anregung	65
5.1.2	Kontaktstatus in Abhängigkeit der Reibung	66
5.1.3	Kontaktstatus für verschiedene Anregungspositionen.....	67
5.2	Pseudo-Übertragungsfunktionen	68
5.3	Betrachtung der Systemantwort anhand von Campbell-Diagrammen	71
6	Abgestrahlte Schalleistung als Bewertungsmaß für Störgeräusche	74
6.1	Vergleich zur Hörschwelle	74
6.1.1	Ersatzkonfiguration	75
6.1.2	Vergleich	76
6.2	Schalleistungsgesamtpegel	79
6.3	Campbell-Diagramme für Schalleistung	82
7	Zusammenfassung und Ausblick	86
A	Anhang	89
A.1	Gleichungen der Methode der Harmonischen Balance	89
A.2	Stabilitätsbetrachtung	94
A.3	Technische Daten des Prüfstandes	95
A.3.1	Positionen der Anregung am Balken	95
A.3.2	Belegung der Beschleunigungssensoren	95
A.3.3	Material und Abmessungen	95
A.4	Ersatzmodell	96
A.4.1	Schwingformen der modalen Freiheitsgrade	96
A.4.2	Materialien und Abmessungen des Ersatzmodells	96
A.5	Verwendete Reibkennlinien	97
A.6	Extrema harmonischer und periodischer Funktionen	97
A.7	Schalleistung und Schallfeld eines Dipols.....	98
	Abbildungsverzeichnis	99
	Tabellenverzeichnis	103
	Literaturverzeichnis	104

Symbolverzeichnis

Abkürzungen

DZI	Direkte Zeitintegration
EF	Eigenfrequenz
ERP	Equivalent Radiated Power
HBM	Methode der Harmonischen Balance, engl. Harmonic Balance Method
LPM	Lumped Parameter Model
PSD	Leistungsdichtespektrum, engl. Power Spectral Density
RF	Resonanzfrequenz

Griechische Buchstaben

α	Rayleighkoeffizient zur Massenmatrix
β	Rayleighkoeffizient zur Steifigkeitsmatrix
ϵ	Mittlere absolute Abweichung zweier zeitlicher Verläufe
γ	Koeffizient im Exponenten für eine kontinuierliche Reibkennlinie
μ	Reibungskoeffizient, allgemein
μ_G	Gleitreibungskoeffizient
μ_H	Haftreibungskoeffizient
ν	Querkontraktionszahl
ν_B	Querkontraktionszahl des Balkens

ν_S	Querkontraktionszahl der Balkenelemente (Kraftsensoren)
ν_K	Querkontraktionszahl des Kopfes
λ	Eigenwert
ϕ_m	Eigenvektor
Φ_c	Statisch kondensierte Steifigkeitsmatrix
Φ_m	Matrix der Eigenvektoren
ρ_B	Dichte des Balkens
ρ_f	Fluiddichte
ρ_K	Dichte des Kopfes
ρ_S	Dichte der Balkenelemente (Kraftsensoren)
ϑ	Winkel zur Dipolachse
ω	Kreisfrequenz

Lateinische Buchstaben

a	Abstand der Quellen eines Dipols
A_l	Oberfläche eines Elementes l
\mathbf{A}	Matrix der ersten Ableitungen
\hat{a}	Amplitude der Beschleunigung
\mathbf{B}	Dämpfungsmatrix
$\tilde{\mathbf{B}}$	Dämpfungsmatrix nach Anwendung der HBM

B_S	Dämpfungsmatrix des reduzierten Systems
c_f	Schallgeschwindigkeit im Fluid
c_k	Ausbreitungsgeschwindigkeit einer elastischen Welle
D_x	Differentialoperator
D	Lehr'sches Dämpfungsmaß
d_S	Durchmesser des Kreisquerschnitts der Balkenelemente (Kraftsensoren)
E	Elastizitätsmodul
E_B	Elastizitätsmodul des Balkens
E_S	Elastizitätsmodul der Balkenelemente (Kraftsensoren)
E_K	Elastizitätsmodul des Kopfes
f_a	Anregungsfrequenz
\hat{F}	Amplitude der Kraftanregung
\tilde{F}_L	Vektor der linearen äußeren Lasten
F_C	Vektor der konstanten äußeren Lasten
F_L	Vektor der linearen äußeren Lasten
\tilde{F}_{L-cl}	Vektor der Amplituden Cosinus-Anregung mit der l -ten Harmonischen
\tilde{F}_{L-sl}	Vektor der Amplituden Sinus-Anregung mit der l -ten Harmonischen
F_N	Normalkraft (1D)
\tilde{F}_{NL-cl}	Vektor der nichtlinearen Kräfte mit Cosinus-Anteil der l -ten Harmonischen

\tilde{F}_{NLsl}	Vektor der nichtlinearen Kräfte mit Sinus-Anteil der l -ten Harmonischen
\tilde{F}_{NL}	Vektor der nichtlinearen Kräfte nach Anwendung der HBM
F_{NL}	Vektor der nichtlinearen Kräfte
F_R	Reibkraft
$F_{R,m}$	Reibkraft zum Zeitpunkt t_m
$F_{R,max}$	Maximal übertragbare Reibkraft
F_S	Lastvektor des reduzierten Systems
F_r	Lastvektor des statisch reduzierten Systems
G	Green'sche Funktion
G_I	Imaginärteil der Green'schen Funktion
h	Anzahl der berücksichtigten Harmonischen in der Ansatzfunktion
E	Einheitsmatrix
I	Intensität
i	Imaginärzahl
K	Steifigkeitsmatrix
k	Wellenzahl
\tilde{K}	Steifigkeitsmatrix nach Anwendung der HBM
k_t	Federsteifigkeit
K_S	Steifigkeitsmatrix des reduzierten Systems

L_e	Charakteristische Elementlänge
$L_{W_{\text{ges}}}$	Gesamtpegel der Schalleistung
L_p	Schalldruckpegel
L_W	Schalleistungspegel
M	Massenmatrix
m_B	Masse des Balkens
m_K	Masse des Kopfes
\tilde{M}	Massenmatrix nach Anwendung der HBM
M_S	Massenmatrix des reduzierten Systems
n	Normalenvektor
n	Anzahl Freiheitsgrade
N_e	Anzahl der Oberflächenelemente
p	Schalldruck
P_D	Schalleistung eines Dipols
P_{ERP}	Schalleistung gemäß Equivalent Radiated Power
p_{fern}	Schalldruck im Fernfeld eines Dipols
$p_{\text{fern,eff}}$	Effektivwert des Schalldruckes im Fernfeld eines Dipols
p_l	Schallfeld der Quelle l
P_{LPM}	Schalleistung gemäß Lumped Parameter Model

\mathbf{q}	Vektor der Systemparameter
Q	Volumenfluss
q_l	Volumenfluss über dem Flächenelement l
R	Abstand eines Betrachtungspunktes vom Dipol
$\tilde{\mathbf{R}}$	Residuum
S	Hüllfläche bzw. Oberfläche
s	Federdeformation
s_0	Federdeformation zum Zeitpunkt 0
s_k	Kontaktstatus, 0 permanentes Haften, 1 zumindest zeitweise Gleiten im Kontakt
s_m	Federdeformation zum Zeitpunkt t_m
\mathbf{T}	Transformationsmatrix
Δt	Diskretes Zeitinkrement
Δt_{krit}	Kritisches diskretes Zeitinkrement
T	Periodendauer
t	Zeit
t_0	Zeitpunkt 0
t_m	Zeitpunkt m
\mathbf{U}	Implizite Form der Bewegungsgleichung
U	Übertragungsfunktion eines linearen Systems

\bar{U}	Pseudo-Übertragungsfunktion eines nichtlinearen Systems
v	Schallschnelle
v_n	Schallschnelle in Normalenrichtung
v_{n_l}	Mittlere Schallschnelle in Normalenrichtung eine Oberflächenelementes l
v_{rel}	Relativgeschwindigkeit (1D)
\tilde{x}_0	Startwert für die Amplituden der Ansatzfunktionen
\tilde{x}_l	Amplituden der Ansatzfunktionen in der l -ten Iteration
\tilde{x}	Vektor der Amplituden der Ansatzfunktionen
x	Vektor der generalisierten Koordinaten
x_h	Vektor Ansatzfunktionen für die generalisierten Koordinaten
x_h^k	Vektor Ansatzfunktionen für die generalisierten Koordinaten in der k -ten Iteration
x_{cl}	Vektor der Amplituden der Cosinus-Funktionen der l -ten Harmonischen
x_{sl}	Vektor der Amplituden der Sinus-Funktionen der l -ten Harmonischen
x_{min}	Minimale Auslenkung im zeitlichen Verlauf der Systemantwort
x_{max}	Maximale Auslenkung im zeitlichen Verlauf der Systemantwort
x_a	Vektor der äußeren Freiheitsgrade
x_b	Vektor der beibehaltenen Freiheitsgrade
x_i	Vektor der inneren Freiheitsgrade
x_m	Vektor der modalen Koordinaten

Y Fundamentalmatrix

y Störung des zu einem Grenzykel gehörenden Schwingungszustandes

Z_0 Schallkennimpedanz

1 Einleitung

1.1 Motivation

Störgeräusche im Innenraum von Fahrzeugen beeinträchtigen den Komfort und die vom Kunden wahrgenommene Qualität [1]. Besonders im Segment der Premium Automobile liegt eine niedrige Akzeptanz der Kunden gegenüber Qualitätsmängeln vor [2]. Das Auftreten von Störgeräuschen wird mit einem Defekt oder fehlerhaftem Zusammenbau assoziiert, die betroffenen Kunden sind unzufrieden mit dem Produkt und machen Mängel beim Hersteller geltend. Das Ansehen des Herstellers beim Kunden wird in jedem Fall beschädigt und die Wahrscheinlichkeit, dass dieser sich beim nächsten Kauf für ein Fahrzeug einer anderen Marke entscheidet steigt. Seit den 1980er Jahren werden Störgeräusche regelmäßig unter den Top 10 der häufigsten Ursachen für Kundenbeschwerden geführt und zählen zu den größten Verursachern von Gewährleistungskosten [3, 4]. Entsprechend groß ist das Interesse der Automobilhersteller sie zu vermeiden.

Laut Steinberg [5] führen Störgeräusche „zu einem Hörereignis, welches als unangenehm, lästig, störend, negative Assoziationen auslösend oder nicht zum Produkt passend empfunden wird“. Des weiteren definiert er: „Es wird ein Geräusch dann als Störgeräusch bezeichnet, wenn mindestens eine der folgenden Voraussetzungen erfüllt ist:

- Ein Geräusch (Funktionsgeräusch) kann unangenehm oder störend sein, selbst wenn ein Fahrzeuginsasse eben jenes Geräusch aufgrund seines Handelns erwartet.
- Die Geräuschqualität ist schlechter als erwartet.
- Der Grad der Störung (gering oder hoch) ist nicht relevant.
- Ein Geräusch tritt auf, ohne dass der Benutzer das Geräuschereignis durch sein Handeln erwarten kann (z. B. Anschläge von Innenraumverkleidungen).
- Das Geräusch ist kein Informationsträger im Sinne der Benutzerführung (z. B. Warngeräusch bei mangelnder Motorschmierung).“

Dabei wird der Grad der Störung mehr von der beeinträchtigten Befindlichkeit beeinflusst, als vom messbaren Schallpegel. So werden selbst leise Geräusche sehr unangenehm, wenn man sich ihnen nicht entziehen kann. Da es sich um ein subjektives Empfinden handelt, ist die Beurteilung eines Geräusches ferner von der Stimmung der Person abhängig, welche es wahrnimmt. Damit stellt jedes unerwartet auftretende, wahrnehmbare Schallereignis ein Störgeräuschproblem dar. Wird das Störgeräusch dagegen von den übrigen Geräuschen im Fahrzeug, zum Beispiel dem Motorenound überdeckt, sind keine Maßnahmen zu dessen Beseitigung notwendig.

Zu den unerwünschten Geräuschen im Fahrzeuginnenraum zählen unter anderem: Wind- und Abrollgeräusche, Geräusche aus dem Antriebsstrang, Bremsenquietschen und Störgeräusche wie Klappern und Knarzen. In den letzten Jahrzehnten wurde die Antriebsakustik stetig verbessert, sowie Abroll- und Windgeräusche reduziert und somit der Schalldruckpegel im Innenraum pro Fahrzeuggeneration um durchschnittlich 1,5 bis 2 dB gesenkt [6]. Durch die abnehmende Geräuschkulisse treten Klappern und Knarzen zunehmend in den Vordergrund. Mit der Einführung und steigenden Marktdurchdringung von Hybrid- und Elektrofahrzeugen wurde diese Entwicklung beschleunigt [7].

Störgeräusche im Fahrzeuginnenraum entstehen durch Relativbewegungen zwischen Bauteilen, wobei grundsätzlich zwei Entstehungsmechanismen unterschieden werden. Schlagen Bauteile aneinander, ruft dies Klappern, Schwirren und vergleichbare Geräusche hervor. Liegt eine tangentielle Relativbewegung in den Kontaktstellen vor, entstehen charakteristische Störgeräusche wie Knacken, Knarzen oder Quietschen [8]. Ursache dafür ist der so genannte „Stick-Slip-Effekt“ [9, 10], aufgrund dessen die Bauteile in ihren Kontaktstellen abwechselnd haften und gleiten. Der Fokus dieser Arbeit liegt ausschließlich auf Schallereignissen, die durch den „Stick-Slip-Effekt“ hervorgerufen werden. Die Gründe für diese Einschränkung werden in Abschnitt 1.2 erläutert. Der Begriff „Störgeräusche“ findet ab diesem Punkt äquivalent zu „Knarzen“ Verwendung und beschreibt deshalb immer jene Geräusche, die durch tangentielle Bewegung in Kontaktstellen hervorgerufen werden, auch wenn die Beschreibungen in vielen Fällen ebenfalls auf Klappern zutreffen.

Relativbewegungen zwischen den Bauteilen des Innenraums haben im Wesentlichen zwei Ursachen. Zum einen werden Komponenten wie Türen oder das Schiebedach gezielt bewegt, in den Scharnieren und Führungen gleiten die Kontaktpartner aneinander. Facht die dabei wirkende Reibung selbsterregte Schwingungen an, treten Störgeräusche auf. In den genannten Fällen sind sich berührende Bauteile in Scharnieren und Führungen nicht vermeidbar, Normalkräfte und Spiel sind durch die Funktionsweise des Bewegungsmechanismus definiert. Bei auftretenden Störgeräuschen bleibt eine geeignete Materialauswahl für die Kontaktpartner oder eine Oberflächenbehandlung beziehungsweise Schmierung, um das Problem zu beseitigen. Da die betreffenden Problemstellen leicht zu identifizieren und Maßnahmen zu deren Behebung nicht im konstruktiven Bereich zu suchen sind, werden sie in dieser Arbeit nicht behandelt.

Die zweite Ursache für Relativbewegungen sind Schwingungen der Bauteile, hervorgerufen durch Anregung aus dem Fahrwerk infolge von Fahrbahnunebenheiten sowie durch Vibrationen aus dem Antriebsstrang. Die Karosserie überträgt diese Anregung auf die Komponenten im Innenraum. Die Bauteile schwingen und in ihren Kontaktstellen kommt es zu Relativbewegungen. Zu den am häufigsten betroffenen Komponenten zählen Türverkleidungen, Instrumententafel, Mittelkonsole, Heckklappenverkleidung und Sitze [11]. Auch für diese Störgeräusche ist wechselndes Haften und Gleiten in den Kontaktstellen die Ursache, wobei nicht notwendigerweise Selbsterregung vorliegen muss. Selbst wenn die Reibung eine rein dämpfende Wirkung hat

können Haften und Gleiten im Wechsel auftreten. Die dadurch verursachten Störgeräusche stehen im Fokus dieser Arbeit. Ihnen liegen erzwungene Schwingungen zugrunde, welche Reibung durch Dämpfung erfahren. Eine Überlagerung selbsterregter Schwingungen ist möglich, jedoch nicht zwingend erforderlich für das Auftreten von Störgeräuschen.

In der Automobilindustrie wird erheblicher Aufwand betrieben, um Störgeräuschquellen zu beseitigen bevor die Auslieferung von Fahrzeugen an Kunden beginnt. Aus der Historie heraus werden dazu Versuche an Komponenten und Gesamtfahrzeugen durchgeführt, um Problemstellen zu identifizieren und zu beheben [11]. Während Versuche seit Jahrzehnten erfolgreich eingesetzt werden und grundsätzlich alle Problemstellen offenbaren, bietet dieses Vorgehen diverse Nachteile. So hängt das Auftreten von Störgeräuschen unter anderem von der Beschaffenheit der Fahrbahn, dem durchgeführten Fahrmanöver, der vorhandenen Ausstattung, aber auch von klimatischen Einflüssen (Temperatur, Luftfeuchtigkeit) und der Vorkonditionierung der Bauteile ab [12, 13, 14]. Zwar ließen sich alle dieser Varianten und Einflüsse in Versuchen darstellen, jedoch würde die dafür notwendige Anzahl an Prototypen, Labors und Versuchsstunden die Kosten und Entwicklungsdauer in unrealistische Höhen treiben [15], was eine vollständige Absicherung praktisch unmöglich macht.

Ein weiterer Nachteil ist, dass Versuche relativ spät im Entwicklungsprozess angesiedelt sind. Zu ihrer Durchführung sind Prototypenbaugruppen beziehungsweise -fahrzeuge erforderlich, zu deren Herstellung Versuchswerkzeuge benötigt werden. Zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Werkzeuge befinden sich die finalen Serienwerkzeuge bereits in Abstimmung und konstruktive Änderungen können aufgrund der engen Terminalschiene nur in begrenztem Ausmaß einfließen [16].

Damit beschränken sich Maßnahmen zur Behebung von Störgeräuschen auf das Anbringen von Filzen oder das Behandeln von Oberflächen mit Schmierstoffen oder Lacken [17]. Da diese Maßnahmen bei der Produktion jedes einzelnen Fahrzeuges einfließen, erhöhen sie die Kosten pro Stück. Auch bei einem geringen Einmalaufwand belaufen sich die Kosten bei den üblichen Stückzahlen eines Fahrzeugmodells über die Laufzeit schnell auf mehrere Millionen Euro. Konstruktive Änderungen hingegen werden im Werkzeug umgesetzt, die entsprechenden Kosten treten damit einmalig auf. Fließen die Maßnahmen rechtzeitig in die Konstruktion ein, kann die Umstellung kostenneutral erfolgen. Allgemein gilt, je früher ein Problem erkannt wird, desto geringer sind die Kosten für dessen Behebung [18]. Auch wenn Versuche auf absehbare Zeit unverzichtbar bleiben, setzt die Automobilindustrie deshalb vermehrt auf computergestützte Methoden, um Problemstellen möglichst früh zu erkennen und zu beheben sowie reif in die Erprobung mit Hardware zu gehen.

1.2 Stand der Technik

Bereits seit den 1990er Jahren werden numerische Methoden eingesetzt, um Störgeräuschprobleme früh im Entwicklungsprozess und ohne den Aufbau von Prototypen zu identifizieren

[19]. Bei dem am weitesten verbreiteten Vorgehen wird für die zu untersuchende Baugruppe eine Modalanalyse durchgeführt und anschließend die Systemantwort auf Fußpunkterregung berechnet [20, 21]. Die Anregung wird an den Schnittstellen zur Karosserie eingeleitet und spiegelt realistische Anwendungsszenarien wie die Fahrt über grobes Kopfsteinpflaster wider. Die notwendigen Daten werden im Vorlauf der Berechnungen durch Messungen bei Erprobungsfahrten mit Vergleichsfahrzeugen erfasst.

Modalanalyse und Ermittlung der Systemantwort sind lineare Berechnungen. Kontakt, Reibung, große Auslenkungen und weitere Nichtlinearitäten werden nicht abgebildet [22]. Die Ergebnisse werden mit spezieller Software analysiert, welche die Relativbewegungen der einzelnen Bauteile, aber auch deren Eigenfrequenzen sowie die Materialeigenschaften der Kontaktpartner berücksichtigt [23]. Es existieren verschiedene Anbieter solcher Software [23, 24, 25, 26], die Methoden zur Analyse der Ergebnisse sind geheim, basieren jedoch im wesentlichen auf empirischen Betrachtungen. So kann Knarzen nur dann entstehen, wenn Bauteile aneinanderliegen und eine tangentiale Relativbewegung in der Kontaktstelle stattfindet. Je größer die Verschiebung im Kontakt, desto höher das Risiko für Knarzen [27]. Zudem spielen die tribologischen Eigenschaften der Kontaktpartner und die damit verbundene Neigung zu Knarzen eine entscheidende Rolle. Diese Neigung wird experimentell untersucht (z.B. [28]) und fließt in die Auswertung der Ergebnisse mit ein.

Das beschriebene Vorgehen hat sich als Standardprozedur durchgesetzt, da es einfach anzuwenden ist und nahezu alle Schwachstellen aufzeigt. Die einfache Anwendung bringt jedoch wesentliche Nachteile mit sich. So liefern die linearen Berechnungen keine Aussagen darüber, ob es in einer Kontaktstelle tatsächlich zu Relativbewegungen kommt. Die Reibkraft wirkt diesen Bewegungen entgegen und nur wenn die aus den Deformationen der Bauteile resultierenden Tangentialkräfte im Kontakt die maximale Reibkraft (Haftreibung) übersteigen, setzt Gleiten zwischen den Bauteilen ein. Dieser Übergang zwischen Haften und Gleiten ist die Grundvoraussetzung für Knarzen. Aufgrund des diskreten Wechsels der beschreibenden Bewegungsgleichungen ist er stark nichtlinear und nicht durch eine lineare Betrachtungsweise abzuschätzen.

Auch aus Sicht der Akustik sind die Ergebnisse aus den beschriebenen Berechnungen wenig brauchbar. Aufgrund der verwendeten linearen Bewegungsgleichungen ist die Systemantwort auf harmonische Anregung stets eine harmonische Schwingung mit derselben Frequenz und strahlt Schall nur mit dieser Frequenz ab. In der Praxis zeigt sich jedoch, dass Störgeräusche meist bei Anregung mit <50 Hz auftreten, der hörbare Luftschall dagegen Frequenzen bis 10 kHz aufweist und höhere Harmonische der Anregungsfrequenz enthält [29]. Diese höheren Harmonischen sind unmittelbar auf das nichtlineare Systemverhalten zurückzuführen [30]. Eine verlässliche Störgeräuschprognose muss sie berücksichtigen, da sie maßgeblich das hörbare Geräusch verursachen. Die linearen Berechnungen vernachlässigen diese höheren Harmonischen vollständig. Eine Berechnung akustischer Größen auf Basis dieser Berechnungen ist daher nicht sinnvoll.

Stattdessen wird anhand der beschriebenen empirischen Betrachtungen ein Knarzindex berechnet. Dieser wird für jedes Kontaktpaar der Baugruppe ermittelt und ein Ranking entsprechend des Störgeräuschrisikos erstellt. Dabei erhält das Kontaktpaar mit dem höchsten Risiko den Index 1. Mit fallendem Risiko erhalten die folgenden Paare einen Index <1 bis hin zu unkritischen Stellen mit dem Wert 0. Während dieser Knarzindex hilft, Störgeräuschstellen zu priorisieren, liefert er keine Aussagen darüber, ob sie hörbaren Schall verursachen. Folglich ist nicht bekannt, ob die Stelle mit dem Wert 1 tatsächlich ein Problem darstellt und ab welchem Index <1 Kontaktstellen unkritisch sind. Da keine Betrachtung akustischer Größen erfolgt, fehlt der Bezug zur Wahrnehmung der Insassen. Entsprechend schwer fällt die Beurteilung, für welche Problemstellen Maßnahmen zu deren Behebung notwendig sind.

Die fehlenden Erkenntnisse aus linearen Berechnungen haben in der Vergangenheit dazu geführt, dass nichtlineare Methoden angewendet wurden, um eine bessere Störgeräuschprognose zu erzielen [31, 32]. Diese Ansätze konzentrieren sich auf Störgeräusche die durch Aneinanderschlagen von Bauteilen entstehen, wie Klappern und Schwirren. Die Berechnungen liefern die tatsächliche Systemantwort unter Berücksichtigung des Normalkontaktes zwischen Bauteilen und ermöglichen somit verlässliche Prognosen zum Auftreten von Störgeräuschen.

Da mit diesen nichtlinearen Betrachtungen ausreichend genaue Modelle zur Berechnung der zugrundeliegenden Schwingungen für Aneinanderschlagen vorliegen, wird in der vorliegenden Arbeit ein anderer Weg eingeschlagen und Störgeräusche, welche durch tangential Relativbewegungen in Kontaktstellen entstehen behandelt. Zusätzlich zur Berechnung der nichtlinearen Schwingungen wird die abgestrahlte Schalleistung bestimmt, um ein absolutes Bewertungsmaß für das von einer Kontaktstelle erzeugte Geräusch zu erhalten.

1.3 Ziele und Inhalt der Arbeit

In der vorliegenden Arbeit wird eine neue Methode zur Prognose von Störgeräuschen vorgestellt. Dabei werden Störgeräusche behandelt, die auf reibungsbehafteten, tangentialen Relativbewegungen in Kontaktstellen zwischen Bauteilen basieren. Die Ziele der Betrachtungen sind zum einen, das abwechselnde Auftreten von Haft- und Gleitphasen in den Kontaktstellen einer Baugruppe zu erkennen, was die Grundvoraussetzung für Störgeräusche darstellt. Zum anderen sollen die Berechnungen ein absolutes Maß für die zu erwartenden Störgeräusche liefern, um die Dringlichkeit von Maßnahmen auszuweisen. Da Bauteile mit einer großen Abstrahlfläche eher dazu neigen, hörbaren Schall abzustrahlen [33, 34], ist die Berechnung einer akustischen Größe notwendig, um das Störgeräuschrisiko verschiedener Kontaktstellen korrekt zu beurteilen und gegebenenfalls Maßnahmen abzuleiten.

Das Vorgehen setzt sich aus zwei wesentlichen Bestandteilen zusammen. Im ersten Schritt werden die Schwingungen berechnet, die sich am System einstellen, wenn es harmonisch angeregt wird. Im Gegensatz zu bisherigen Ansätzen werden die Bewegungsgleichungen unter Berücksichtigung von Reibkräften im Kontakt gelöst. Ein passendes mathematisches

Modell zur Beschreibung der Schwingungen vorausgesetzt, liefern diese Berechnungen die tatsächliche Antwort des Systems auf harmonische Anregung. Die Berechnungsergebnisse werden anhand von Versuchen verifiziert. Dazu wurde eigens ein Prüfstand entwickelt, der in dieser Arbeit als Referenzbeispiel dient. Berechnungsergebnisse für ein Finite Elemente Modell des Prüfstands werden mit Messergebnissen aus verschiedenen Versuchen verglichen.

Der zweite Schritt besteht aus der Berechnung der abgestrahlten Schalleistung auf Basis der zuvor erzielten Ergebnisse. Auch hier dient der Prüfstand als Beispiel, es erfolgt jedoch kein erneuter Abgleich zu Versuchsergebnissen. Die abgestrahlte Schalleistung stellt ein absolutes Maß für das von der Kontaktstelle verursachte Störgeräusch dar. Durch diese quantitative Größe werden verschiedene Störgeräuschprobleme vergleichbar und Varianten einer Konfiguration bezüglich der gewünschten Verbesserung bewertbar. Die Betrachtung nach akustischen Maßstäben ermöglicht Aussagen bezüglich der Hörbarkeit des Geräuschs. Letztlich ist das Ziel der virtuellen Behandlung von Störgeräuschen eine Entscheidungsgrundlage zu liefern, anhand derer sich die Notwendigkeit zu Maßnahmen gegen eine Problemstelle beurteilen lässt. Diese Grundlage wird durch die Berechnung der abgestrahlten Schalleistung geliefert.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: Zunächst liefert Kapitel 2 alle Grundlagen, die zur Anwendung der neuen Methode notwendig sind. In Kapitel 3 wird der bereits erwähnte Prüfstand vorgestellt und ein Finite Elemente Modell für diesen abgeleitet. Der Prüfstand dient der Verifikation von Berechnungsergebnissen in Kapitel 4. Im Anschluss daran dient das Finite Elemente Modell als Fallbeispiel für die Evaluierung von Einflussgrößen auf die Neigung eines Systems, Störgeräusche hervorzurufen. Da anhand von Bewegungsgrößen Aussagen bezüglich des Auftretens von Störgeräuschen möglich sind, erfolgen in Kapitel 5 zunächst Betrachtungen der berechneten Schwingungen, bevor in Kapitel 6 die abgestrahlte Schalleistung als akustische Größe berechnet und Möglichkeiten zur Interpretation der Ergebnisse vorgestellt werden. Die Zusammenfassung der Erkenntnisse und naheliegende Stoßrichtungen für zukünftige Arbeiten liefert Kapitel 7.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Methoden gezeigt, welche im Rahmen der vorliegenden Arbeit zur Prognose von Störgeräuschen Anwendung finden. Zunächst wird in Abschnitt 2.1 erläutert, wie die stochastischen Anregungssignale aus dem realen Fahrbetrieb in ein deterministisches Signal übertragen werden. Ausgehend von diesen Betrachtungen gliedert sich die anschließende Störgeräuschprognose in zwei wesentliche Teile. Im ersten Schritt werden die Schwingungen berechnet, die sich aufgrund der Anregung einstellen, siehe die Abschnitte 2.2 bis 2.4. Zur Steigerung der Effizienz wird das dabei zu lösende Gleichungssystem reduziert, was Abschnitt 2.5 zeigt. Die Ergebnisse der Schwingungsberechnung werden im zweiten Schritt verwendet, um die vom System abgestrahlte Schallleistung abzuschätzen. Abschnitt 2.6 stellt zwei verschiedene Methoden vor.

2.1 Anregung im Versuchs- und Simulationsumfeld

Während der Fahrt übertragen die Reifen eines Automobils die Unebenheiten des Untergrundes an das Fahrwerk, welches an den Aufhängungen Kräfte und Momente in die Karosserie einleitet. Der zeitliche Verlauf und die Beträge dieser Lasten hängen stark vom Untergrund, der Fahrgeschwindigkeit und der Fahrsituation ab. So entstehen bei der Fahrt über grobes Kopfsteinpflaster andere Lasten als auf einer Autobahn. Bei schneller Kurvenfahrt neigt das Fahrzeug zum Wanken (Rotation um die Fahrzeuglängsachse), wodurch sich die Lasten an den Aufhängungen der kurvenäußeren Seite erhöhen. Um die Lasten zu ermitteln, die das Gesamtfahrzeug in verschiedenen Situationen erfährt, werden Messfahrten durchgeführt. Dazu existieren spezielle Schlechtwegstrecken, die möglichst kritische, aber realistische und für den Kunden relevante Oberflächenprofile aufweisen. Typische Oberflächen sind feines und grobes Kopfsteinpflaster oder ausgeprägte Bodenwellen.

Bei der Fahrt auf Schlechtwegstrecken wird die Beschleunigung an bestimmten Stellen im Fahrzeug gemessen, zum Beispiel an den Federbeindomen, den Türscharnieren oder den Sitzschienen. Anschließend werden die Messdaten verwendet, um das Gesamtfahrzeug oder Einzelkomponenten an einem Prüfstand der gleichen Belastung auszusetzen wie auf dem Testgelände. Die Verlagerung der Versuche von der Teststrecke auf den Prüfstand verfolgt mehrere Ziele. So sind Tests ganzjährig bei verschiedenen klimatischen Bedingungen (Klimakammer) durchführbar und die Prüfung einzelner Komponenten, wie Türen oder Sitzen, erfolgt an der Baugruppe selbst, unabhängig von der Entwicklung des Gesamtfahrzeugs oder anderer Teilumfänge. Der Betrieb am Prüfstand erspart Kosten für den Bau von vollständigen Versuchsträgern sowie für Rüst- und Fahrzeiten. Des Weiteren ermöglicht er den direkten Vergleich verschiedener Konfigurationen. Die Messdaten eines Fahrzeuges werden außerdem für die Auslegung ähnlicher Fahrzeuge, wie zum Beispiel der nachfolgenden Modellgeneration verwendet. Dadurch ist man in der Lage, neue Komponenten zu entwickeln, bevor Prototypen

angefertigt sind und das Gesamtsystem existiert.

Die Unebenheiten einer Fahrbahn sind unregelmäßig verteilt. Daher sind die gemessenen Signale der Beschleunigungsaufnehmer stochastische Größen. In den meisten Fällen werden die im Zeitbereich erfassten Signale mittels Fast Fourier Transformation in den Frequenzbereich transformiert und als Leistungsdichtespektrum (Power Spectral Density, PSD) angegeben. Das PSD gibt an, welche Leistung die einzelnen Frequenzen zur Anregung beitragen [6]. Bei der Untersuchung von Baugruppen in Hinblick auf Störgeräusche erweisen sich stochastische Signale als wenig geeignet. Sie rufen zwar alle Störgeräusche hervor, die während der Erprobungsfahrt auftreten, allerdings kommen diese wie im Realversuch unregelmäßig vor, überlagern sich und ihre Ursachen bleiben schwer zu ermitteln. Deshalb verwendet man auf Prüfständen und in der virtuellen Auslegung bevorzugt den Sinussweep anstelle der Rauschanregung. Dabei wird das System abschnittsweise harmonisch angeregt und die Frequenz durchläuft den relevanten Bereich. Die Verwendung des Sinussweeps führt zu reproduzierbaren Störgeräuschen, denn es handelt sich um ein periodisches Signal, welches sich beliebig oft wiederholen lässt. Da Störgeräusche im Allgemeinen bei verschiedenen Frequenzen auftreten, werden sie vom Sinussweep nacheinander hervorgerufen und somit zeitlich voneinander getrennt. Ursache und Behebung von Störgeräuschen lassen sich so deutlich besser verstehen als mit Rauschanregung. Moosmayr zeigt in [35], wie man aus einem vorliegenden PSD einen Sinussweep erstellt, der dieselben Störgeräusche hervorruft wie das ursprüngliche Signal. Damit besteht die Möglichkeit Störgeräusche effektiv mit dem Sinussweep zu untersuchen, ohne dabei kritische Stellen zu übersehen.

Aufgrund der beschriebenen Vorteile und der weitverbreiteten Anwendung werden auch in dieser Arbeit harmonische Signale bei der Anregung von Systemen verwendet. Dabei wird, im Gegensatz zum Sinussweep, das Anregungsspektrum nicht kontinuierlich durchlaufen, sondern schrittweise eine jeweils konstante Frequenz eingesetzt und die Systemantwort bestimmt. Damit erzeugen harmonisch angeregte, erzwungene Schwingungen nichtlinearer Systeme die hier betrachteten Störgeräusche.

2.2 Methoden zur Berechnung von erzwungenen Schwingungen mit Reibung

Die in dieser Arbeit betrachteten Störgeräusche entstehen durch erzwungene Schwingungen von Systemen mit reibungsbehafteten Kontaktstellen. Zur Prognose dieser Störgeräusche werden im ersten Schritt die zugrundeliegenden Schwingungen berechnet, um anschließend anhand der Ergebnisse die Schalleistung zu bestimmen, die dabei vom System abgestrahlt wird. Da die genannten Störgeräusche im Fahrbetrieb wiederholt auftreten und sich nicht auf den Zeitraum zu Beginn der Anregung beschränken, liegt der Fokus auf dem eingeschwungenen Zustand. Damit werden Geräusche, die einmalig beim Losbrechen der Verbindung zweier Bauteile auftreten nicht gesondert betrachtet. Es wird jedoch davon ausgegangen,

dass sich das System bei Anregung mit sehr niedrigen Frequenzen ähnlich verhält wie beim Einschwingen. Daher wird eine Methode benötigt, mit der sich die stationäre Antwort des Systems effektiv berechnen lässt. Störgeräuschprobleme, die beim Einschwingen auftreten, lassen sich dann aus den Ergebnissen für Anregung mit niedrigen Frequenzen ableiten.

Zur Berechnung der Schwingungen von Systemen mit Kontakt und Reibung sind die zugehörigen Bewegungsgleichungen zu lösen. Dazu gibt es verschiedene Methoden, die je nach Beschaffenheit des Gleichungssystems ihre Vor- und Nachteile aufweisen. Wohl am weitesten verbreitet und vergleichsweise einfach anzuwenden ist die direkte Zeitintegration [36]. Dabei werden die Bewegungsgleichungen im Zeitbereich fortschreitend gelöst und die Ergebnisse für einen Zeitpunkt t_i aus den Werten zum vorherigen Zeitpunkt t_{i-1} berechnet. Der zeitliche Verlauf der Lösung hängt deshalb von den gewählten Anfangsbedingungen ab. Antwortet ein System mit periodischen Schwingungen auf harmonische Anregung, so bestimmen die Anfangsbedingungen wie lange es dauert, bis die berechnete Systemantwort ebenfalls periodisch ist. Da es a priori kaum möglich ist, Anfangsbedingungen zu definieren, die zu einem eingeschwingenen Zustand gehören, ist bei der Berechnung mittels direkter Zeitintegration stets der Zeitraum des Einschwingens mit zu bestimmen.

Das Zeitintervall $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ muss bei der direkten Zeitintegration unterhalb eines Maximalwertes liegen. Bei zu großem Zeitschritt Δt weichen die Berechnungsergebnisse stark von der tatsächlichen Lösung ab und die Berechnung wird instabil. Andererseits bevorzugt man in der Regel möglichst große Zeitschritte, da bei einer definierten Zeitspanne die Anzahl der notwendigen Inkremente und damit die Berechnungsdauer mit größerem Δt abnimmt. Man spricht auch vom maximal zulässigen Zeitschritt oder dem stabilen Inkrement. Wie groß Δt sein darf, definieren unter anderem die dynamischen Eigenschaften des Systems, die Art der Nichtlinearitäten und die gewünschte Genauigkeit der Berechnung. Bei diskretisierten Systemen, wie Finite Elemente Modellen, hat außerdem die Elementgröße erheblichen Einfluss auf den stabilen Zeitschritt. Dieser wird auf Basis der Zeit abgeschätzt, die eine elastische Spannungswelle benötigt, um im verwendeten Medium von einem Elementknoten zum nächsten zu gelangen [36]. Dabei wird für jedes vorhandene Material jeweils das kleinste Element im System für die Abschätzung verwendet. Mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle c_k und der charakteristischen Elementlänge L_e gilt für den stabilen Zeitschritt

$$\Delta t < \Delta t_{\text{krit}} = \min \left(\frac{L_e}{c_k} \right) . \quad (2.1)$$

Für ein bestimmtes Material ist der Zeitschritt demnach um so kleiner, je feiner das verwendete Finite Elemente Netz ist. Bei den im Automobilbereich üblichen Modellen liegt er im Bereich von $1 \cdot 10^{-6}$ s bis $1 \cdot 10^{-8}$ s.

Bei Störgeräuschen wie Knarzen sind aufgrund der niedrigen Anregungsfrequenzen [8] große Zeiträume zu betrachten. Folglich wird eine sehr große Anzahl an Inkrementen benötigt, um einen Lastfall zu berechnen. Verwendet man zum Beispiel periodische Anregung mit 5 Hz

und geht davon aus, dass das System beim fünften Durchlauf eingeschwingen ist, umfasst der betrachtete Zeitraum 1 s. Zur Berechnung dieses Lastfalls sind demnach 1 Million bis 100 Millionen Inkremente notwendig. Aufgrund der Kombination aus kleinen Zeitschritten mit langen Betrachtungszeiträumen beansprucht die direkte Zeitintegration enorme Rechenkapazitäten. Da die Lösung außerdem in kleinen Zeitabständen gespeichert werden muss, um sie später für die Bestimmung der abgestrahlten Schallleistung (und ihres Frequenzinhaltes) zu verwenden, entstehen enorme Datenmengen, die entsprechend Speicherplatz belegen. Hinzu kommt, dass die Systeme im Bereich der Eigenfrequenzen sehr sensitiv gegenüber Änderungen der Anregungsfrequenz sind. Deshalb werden die Berechnungen für benachbarte Frequenzen im Abstand von maximal 1 Hz wiederholt. Damit sind zahlreiche dieser aufwendigen Berechnungen durchzuführen. Aufgrund des hohen Verbrauchs von Ressourcen scheidet die direkte Zeitintegration zur Berechnung von Störgeräuschen in der Praxis aus.

Unter Einbeziehung der Eigenschaften der hier betrachteten Systeme lassen sich effizientere Methoden zur Berechnung der Schwingungen finden, die vergleichbar gute Ergebnisse liefern. Zu den nutzbaren Eigenschaften zählen besonders die harmonische Anregung (vgl. Abschnitt 2.1) und die Beschränkung der Nichtlinearitäten auf Kontakt und Reibung. Zu den besonderen Herausforderungen zählt die Notwendigkeit, Haftphasen und die damit verbundenen unstetigen Änderungen des Systemverhaltens abzubilden. Da sie die hier betrachteten Störgeräusche verursachen, muss die verwendete Methode diese Haftphasen prognostizieren.

Die ersten Untersuchungen zu derartigen Problemen gehen auf Den Hartog [37] zurück. Er untersucht ein System mit einem Freiheitsgrad, das viskos sowie durch Coulomb'sche Reibung gedämpft ist und eine harmonische Kraftanregung erfährt. Den Hartog liefert analytische Lösungen der Bewegungsgleichungen unter der Annahme, dass kein Haften auftritt und die Bewegung symmetrisch sowie periodisch ist. Gleichzeitig zeigt er Bedingungen für die Anregung auf, damit diese Voraussetzungen erfüllt sind. Bei den Näherungslösungen handelt es sich um einfache Harmonische ohne höherfrequente Anteile. Sie sind nicht in der Lage, Haftphasen abzubilden. Haftphasen sind jedoch eine notwendige Voraussetzung für Knarrgeräusche, womit Den Hartogs Vorgehen für die Prognose von Störgeräuschen nicht geeignet ist.

Caughey [38], Iwan [39] und Masri [40] nutzen die Methode der langsam veränderlichen Phase und Amplitude (Bogoljubow und Mitropolski [41]), um Systeme mit bilinearer Hysterese, zu denen auch Systeme mit Coulomb'scher Reibung gehören, zu berechnen. Der Ansatz ist jedoch nur zulässig, solange die Schwingungen keine Haftphasen aufweisen [42]. Damit kommt auch die Methode der langsam veränderlichen Phase und Amplitude für die Berechnung von Störgeräuschen nicht in Frage.

Eine Erweiterung zu Den Hartogs Arbeit liefert Hundal [43]. Ebenfalls für ein System mit einem Freiheitsgrad liefert er analytische Lösungen der Bewegungsgleichungen für kontinuierliche Schwingungen sowie Schwingungen mit zwei Haftphasen pro Periode. Das bedeutet, dass der

Körper jeweils an den Umkehrpunkten für eine bestimmte Zeit haftet. Er berücksichtigt viskose Dämpfung und Coulomb'sche Reibung und grenzt die Gültigkeitsbereiche für kontinuierliche Bewegung und Bewegung mit zwei Haftphasen pro Periode ab. Pratt und Williams [44] behandeln ein System aus zwei Schwingern, jeweils mit einem Freiheitsgrad, die über einen Reibkontakt mit Coulomb'scher Reibung miteinander verbunden sind. Sie liefern geschlossene Lösungen für die Phasen mit positiver und negativer Relativgeschwindigkeit zwischen den Körpern, sowie für die Haftphasen. Die Zeitpunkte, zu denen das System zwischen den beiden Zuständen wechselt, bestimmen sie wie Hundal iterativ. Die Lösung für die gesamte Periode erhalten sie durch Aneinanderreihen der Teillösungen. Damit liegt die Lösung für Schwingungen von starren Körpern mit Reibkontakt und beliebig vielen Haftphasen pro Periode vor. Das Verfahren ist durch die Suche nach den Nullstellen der Geschwindigkeit jedoch umständlich und der Aufwand steigt mit zunehmender Anzahl der Haftphasen weiter an.

Untersuchungen an Systemen mit einem oder zwei Freiheitsgraden vermitteln ein Grundverständnis für erzwungene, reibungsgedämpfte Schwingen. Für komplexere Geometrien und in Hinblick auf die Berechnung der abgestrahlten Schalleistung sind diese Betrachtungen jedoch nicht ausreichend. Die Arbeiten von Dowell [45, 46] und Dowell und Ferri [47] liefern eine notwendige Erweiterung. Sie untersuchen Kontinuumsschwingungen am Beispiel von Balken, die mit einem Reibungsdämpfer verbunden sind. Die Systeme werden in modalen Koordinaten beschrieben und die Randbedingungen mit Hilfe von Lagrange'schen Multiplikatoren berücksichtigt. Die Bewegungsgleichungen lösen sie mit der Methode der Harmonischen Balance (engl. Harmonic Balance Method: HBM) [48, 49] näherungsweise. Dabei wird für die Lösung ein Ansatz in Form einer Fourierreihe eingesetzt und die entsprechenden Koeffizienten ermittelt. Die Methode basiert auf der Annahme, dass die Schwingungen auch bei zwischenzeitlichem Haften periodisch sind und die Periodendauer der Anregung entspricht. Eine solche Schwingung lässt sich grundsätzlich als Fourierreihe darstellen. Dowell und Ferri berücksichtigen bis zu 60 Moden und zeigen den Einfluss auf die Ergebnisqualität. Für die Berechnung der Näherungslösung mittels HBM benutzen sie allerdings nur die erste Harmonische. Deshalb können auch hier keine Haftphasen wiedergegeben werden.

Pierre et al. [50] führen die HBM mit einem Ansatz höherer Ordnung für Reibungsschwinger mit einem oder zwei Freiheitsgraden durch. So können sie Haftphasen mit sehr hoher Güte prognostizieren und zeigen damit das Potential dieser Methode auf. Menq [51] unterstreicht die Qualität der HBM, indem er die damit gefundenen Näherungslösungen den Ergebnissen einer direkten Zeitintegration gegenüberstellt. Die Kombination der HBM höherer Ordnung mit der modalen Betrachtungsweise für Kontinua wird schließlich von Ferri [52] gezeigt. Er betrachtet ein System aus zwei Balken, die durch einen Reibkontakt verbunden sind. Bei der Berechnung der Systemantwort verwendet er bis zu 9 Harmonische und zeigt, dass dadurch Haftphasen darstellbar sind. Der Vergleich zu Ergebnissen der direkten Zeitintegration zeigt gute Übereinstimmung, wenn ausreichend Harmonische berücksichtigt werden.

Die Untersuchungen von Den Hartog, sowie die darauf aufbauenden Arbeiten ([37, 43, 44, 45, 46, 47, 52]) benutzen ein vereinfachtes Coulomb'sches Reibungsgesetz, bei dem der Haftgleich dem Gleitreibungskoeffizienten ist. Zudem ist der Gleitreibungskoeffizient unabhängig von der Geschwindigkeit. Realistischere Reibgesetze behandeln Shaw [53] und Csernák [54] et al.. Sie verwenden das bekannte Coulomb'sche Modell, bei dem der Haft- größer als der Gleitreibungskoeffizient ist. Damit sind auch Schwingungen mit mehr als zwei Haftphasen pro Periode möglich. Csernák zeigt, bei welchen Anregungen diese Schwingungen auftreten. Allerdings nutzen sowohl Shaw als auch Csernák im wesentlichen das Vorgehen von Den Hartog, bei dem die analytisch ermittelten Teillösungen aneinandergereiht werden.

Cameron bietet schließlich in [55] an, die Methode der Harmonischen Balance mit der direkten Zeitintegration zu kombinieren. Dabei erfolgt die Betrachtung der Bewegungsgleichungen wie bei der Methode der Harmonischen Balance im Frequenzbereich. Die nichtlinearen Größen werden jedoch im Zeitbereich ermittelt und in den Frequenzbereich zurück transformiert, um sie in die Bewegungsgleichung einzusetzen. Damit sind nahezu beliebige Nichtlinearitäten sowie Kontaktformulierungen darstellbar, vorausgesetzt die Systemantwort ist periodisch. Die Methode von Cameron wird in zahlreichen Arbeiten verwendet, zum Beispiel bei der Betrachtung kubischer Nichtlinearität [56] oder in der Rotordynamik [57, 58]. Auch in der vorliegenden Arbeit bietet sie die Grundlage zur Berechnung der Schwingungen nichtlinearer Systeme. Das Vorgehen wird in Abschnitt 2.3 genauer erläutert. Ein guter Überblick über die Historie und die verschiedenen Varianten der Methode der Harmonischen Balance findet sich außerdem in [59]. Mit der Möglichkeit komplexe Geometrien zu betrachten, ausgeprägte Haftphasen darzustellen und detaillierte Kontaktformulierungen zu verwenden sind alle Voraussetzungen erfüllt, um die Schwingungen zu berechnen, die reibungsbasierten Störgeräuschen zugrunde liegen.

Neben den bisher genannten Methoden wird zur Berechnung von schwingungsfähigen Systemen mit Reibung oft die komplexe Eigenwertanalyse [60] eingesetzt. Dabei wird das System an bestimmten Betriebspunkten linearisiert und die Eigenwerte der Jacobi-Matrix des linearisierten Systems bestimmt. Hat mindestens einer dieser Eigenwerte einen positiven Realteil, ist das System am betrachteten Betriebspunkt instabil, wird zu Schwingungen angefacht und läuft in vielen Fällen in einen Grenzykel (vgl. zum Beispiel [61]). Die komplexe Eigenwertanalyse wird sehr häufig im Zusammenhang mit quietschenden Bremsen (z.B. [62, 63, 64]) angewendet. Bei bestimmten Rotationsgeschwindigkeiten der Bremsscheibe beginnt das System aus Bremssattel, Bremsscheibe, Bremsklötzen und Anbauteilen zu schwingen und strahlt dabei hörbar Schall ab. Die komplexe Eigenwertanalyse ermöglicht die Identifikation instabiler Betriebspunkte sowie die näherungsweise Berechnung der zugehörigen selbsterregten Schwingung.

Die komplexe Eigenwertanalyse dient zur Berechnung von Schwingungen, die durch Reibung verursacht werden. Die Störgeräusche verursachenden Schwingungen im Fahrzeuginnenraum entstehen jedoch nicht durch Reibung, sondern durch äußere Anregung. Erst in der Folge ist

Reibung dafür verantwortlich, dass Störgeräusche entstehen. Instabilität und Selbsterregung sind dabei nicht zwingend erforderlich. Dementsprechend werden Störgeräusche von stabilen Systemen mit der komplexen Eigenwertanalyse nicht erkannt. Sie deckt nur einen Teil der Störgeräuschprobleme ab und wird in dieser Arbeit nicht weiterverfolgt. Andererseits können selbsterregte Schwingungen die erzwungenen Schwingungen im Fahrzeuginneren überlagern und dabei Störgeräusche verursachen. Bei der Verwendung der Methode der Harmonischen Balance ist es deshalb erforderlich, solche Konstellationen zu identifizieren. In Abschnitt 2.4 wird dazu die Stabilität von Schwingungen untersucht und gezeigt, wie man bei vorliegenden HBM Ergebnissen Selbsterregung im System erkennt.

Von den in diesem Abschnitt genannten Methoden eignen sich grundsätzlich die direkte Zeitintegration sowie die Methode der Harmonischen Balance zur Berechnung der Schwingungen, die Störgeräuschen zugrunde liegen. Die direkte Zeitintegration ist zwar intuitiv einsetzbar und es existieren leistungsfähige kommerzielle Programme für ihre Anwendung, allerdings hat sie einen sehr hohen Bedarf an Rechenleistung und Speicherplatz. In Kapitel 4 wird deutlich, dass die Methode der Harmonischen Balance weniger rechenintensiv ist und vergleichbare Ergebnisse liefert. Deshalb wird sie in dieser Arbeit zur Prognose von Störgeräuschen eingesetzt und im folgenden Abschnitt im Detail erläutert.

2.3 Lösung der Bewegungsgleichungen

In diesem Abschnitt wird die Anwendung der Methode der Harmonischen Balance auf die nichtlinearen Bewegungsgleichungen der in dieser Arbeit betrachteten Schwingungen beschrieben. Dabei bilden diskretisierte Systeme, wie sie bei Anwendung der Finite Elemente Methode [65] erstellt werden, die Grundlage. In 2.3.1 werden die Gleichungen der Methode der Harmonischen Balance aus den Bewegungsgleichungen hergeleitet. Abschnitt 2.3.2 zeigt die Lösung des so gewonnenen nichtlinearen Gleichungssystems und in 2.3.3 wird die dabei notwendige Berechnung der nichtlinearen Terme erläutert.

2.3.1 Umformung der Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichung für ein diskretisiertes System mit n Freiheitsgraden lautet:

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + Kx(t) = F_L(t) + F_{NL}(x, \dot{x}, t) . \quad (2.2)$$

Dabei sind M , B und K jeweils die $n \times n$ Massen-, Dämpfungs-, und Steifigkeitsmatrix. Der Vektor x beinhaltet die generalisierten Koordinaten, F_L die linearen Lasten und F_{NL} alle nichtlinearen Terme des Systems. In den hier betrachteten Fällen ist F_L der Vektor der äußeren Kräfte und Momente, wobei es sich ausschließlich um statische Lasten und harmonische Anregung handelt. Die Reibungskräfte, welche an den Freiheitsgraden des Systems wirken, sind in F_{NL} zusammengefasst. Obwohl sie dem System eigen sind wie Dämpfungskräfte, werden sie hier als äußere Lasten behandelt, ähnlich Aktuatoren, die dem System entsprechend seiner Bewegung eine Last aufprägen. Deshalb stehen sie auf der

rechten Seite von Gleichung (2.2).

Bei der Anwendung der Methode der Harmonischen Balance wird vorausgesetzt, dass das System auf Anregung mit der Periodendauer T mit Schwingungen derselben Periodendauer antwortet. Auf dieser Basis wird für die Systemantwort der Ansatz $\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{x}_h(t)$ mit

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_h(t) &= \mathbf{x}_{c0} + \mathbf{x}_{s1} \sin(\omega t) + \mathbf{x}_{c1} \cos(\omega t) + \mathbf{x}_{s2} \sin(2\omega t) + \mathbf{x}_{c2} \cos(2\omega t) + \\ &\dots + \mathbf{x}_{sh} \sin(h\omega t) + \mathbf{x}_{ch} \cos(h\omega t) \\ &= \mathbf{x}_{c0} + \sum_{l=1}^h (\mathbf{x}_{sl} \sin(l\omega t) + \mathbf{x}_{cl} \cos(l\omega t)) \end{aligned} \quad (2.3)$$

formuliert. Dabei bezeichnet \mathbf{x}_{c0} die Deformation aufgrund statischer Lasten, \mathbf{x}_{sl} und \mathbf{x}_{cl} die Amplituden des Sinus- bzw. Cosinus-Anteils der l -ten Harmonischen und h ist die Anzahl der berücksichtigten Harmonischen. Bei einer Anzahl von n Freiheitsgraden in (2.2) beinhaltet der Ansatz (2.3) $(2h + 1)n$ Unbekannte für die Fourierkoeffizienten in \mathbf{x}_{c0} , \mathbf{x}_{sl} und \mathbf{x}_{cl} ($l = 1 \dots h$). Die Berechnung dieser Koeffizienten entspricht der näherungsweise Lösung der Bewegungsgleichung.

Die Ansatzfunktion (2.3) erfüllt die Bewegungsgleichung (2.2) im Allgemeinen nicht exakt. Deshalb wird nach Galerkin [66] versucht, die Bewegungsgleichung im integralen Mittel zu erfüllen, wobei die Ansatzfunktionen selbst mit Einheitsamplitude als Gewichtsfunktionen dienen [67]. Die dabei auf der linken Seite von (2.2) auftretenden Integrale sowie die Integrale für den Summand \mathbf{F}_L sind analytisch zu bestimmen. Setzt man den Ansatz (2.3) in die Bewegungsgleichung (2.2) ein, multipliziert jeweils mit einer der Gewichtsfunktionen ($1, \sin(l\omega t), \cos(l\omega t)$, mit $l = 1 \dots h$) und integriert über eine Schwingungsperiode, so erhält man durch Sortieren der Resultate nach $\sin(l\omega t)$ und $\cos(l\omega t)$ sowie konstanten Termen

$$\left(\tilde{\mathbf{M}} + \tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{K}} \right) \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{F}}_L + \tilde{\mathbf{F}}_{NL}(\tilde{\mathbf{x}}). \quad (2.4)$$

Es handelt sich dabei um ein System mit $(2h + 1)n$ Gleichungen für die unbekanntenen Fourierkoeffizienten. Der Vektor $\tilde{\mathbf{x}}$ entsteht durch Aneinanderreihen der einzelnen Vektoren aus dem Ansatz (2.3):

$$\tilde{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{x}_{c0}^T \quad \mathbf{x}_{s1}^T \quad \mathbf{x}_{c1}^T \quad \dots \quad \mathbf{x}_{sh}^T \quad \mathbf{x}_{ch}^T \right)^T. \quad (2.5)$$

Die Matrix $\tilde{\mathbf{M}}$ enthält auf ihrer Diagonalen die Massenmatrix des Ausgangssystems mit ent-

sprechenden Faktoren für die jeweiligen Harmonischen:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \frac{\pi}{\omega} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -1^2\omega^2\mathbf{M} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -1^2\omega^2\mathbf{M} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & -h^2\omega^2\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & -h^2\omega^2\mathbf{M} \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Gleiches gilt für die Matrix $\tilde{\mathbf{B}}$, wobei die Einträge mit der Dämpfungsmatrix des Systems auf den beiden Nebendiagonalen eingetragen sind:

$$\tilde{\mathbf{B}} = \frac{\pi}{\omega} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -1\omega\mathbf{B} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1\omega\mathbf{B} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -h\omega\mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & h\omega\mathbf{B} & \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Die Matrix $\tilde{\mathbf{K}}$ enthält auf ihrer Diagonalen $2h + 1$ mal die Steifigkeitsmatrix des Systems, wobei der erste Eintrag mit dem Faktor zwei multipliziert wird:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \frac{\pi}{\omega} \begin{pmatrix} 2\mathbf{K} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{K} \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Jeder Block auf den Diagonalen der Matrizen (2.6) bis (2.9) entspricht der Gewichtung der Bewegungsgleichungen mit einer der Ansatzfunktionen.

Im Vektor $\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{L}}$ stehen die Amplituden der äußeren Lasten. Sind nur einfache harmonische Anregung $F_{\mathbf{L}_{s1}}$ und $F_{\mathbf{L}_{c1}}$ sowie statische Lasten $F_{\mathbf{c}}$ zugelassen, ergeben sich alle Einträge für höhere Harmonische zu Null:

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{L}} = \frac{\pi}{\omega} \begin{pmatrix} 2F_{\mathbf{c}} \\ F_{\mathbf{L}_{s1}} \\ F_{\mathbf{L}_{c1}} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Bei beliebigen periodischen Lasten sind auch die Terme für höhere Ordnungen in (2.9) verschieden von 0. Die Herleitung der Gleichungen (2.6) bis (2.9) ist im Anhang A.1 detailliert beschrieben. Bis auf den Vektor $\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{NL}}$ sind damit alle Terme in Gleichung (2.4) vorhanden, um mit der Suche nach $\tilde{\mathbf{x}}$ zu beginnen. Dieser ist im Allgemeinen voll besetzt und enthält die Ergebnisse aus der Integration der nichtlinearen Kräfte, gewichtet mit den Ansatzfunktionen. Auf seine Berechnung wird in Abschnitt 2.3.3 ausführlicher eingegangen. Zunächst wird in 2.3.2 ein Schema zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems (2.4) vorgestellt, welches wiederholt auf die Berechnungen in 2.3.3 zurückgreift.

2.3.2 Bestimmung der Fourierkoeffizienten

Abschnitt 2.3.1 zeigt, wie mittels der Methode der Harmonischen Balance das nichtlineare Gleichungssystem (2.4) aufgestellt wird. Die Lösung $\tilde{\mathbf{x}}$ dieses Gleichungssystems liefert die Fourierkoeffizienten des Ansatzes (2.3). Sind sie bekannt, berechnet sich die Näherungslösung $x_h(t)$ für die Systemantwort $x(t)$ durch Einsetzen in den Ansatz. Für die Lösung des Gleichungssystems (2.4) existieren Algorithmen, die in kommerzieller Software zur Verfügung stehen. Im Rahmen dieser Arbeit wird MATLAB[®] [68] eingesetzt. Dabei wird die Routine *fsolve* genutzt, welche ein Trust-Region-Verfahren anwendet, das auf Powell [69] zurückgeht. Der Algorithmus entspricht dem von Moré [70]. Diese MATLAB[®] Routine benötigt keine analytische Jacobimatrix, sondern bestimmt diese bei jeder Iteration neu durch Finite Differenzen.

Der Programmablauf ist wie folgt: Zunächst wird das Gleichungssystem (2.4) umgestellt, zu:

$$\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}) = \left(\tilde{\mathbf{M}} + \tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{K}} \right) \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{L}} - \tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{NL}}(\tilde{\mathbf{x}}) = 0. \quad (2.10)$$

Ausgehend vom Startwert $\tilde{\mathbf{x}}_0$ wird der Ansatz $x_h(t)$ sowie $\dot{x}_h(t)$ bestimmt, um die nichtlinearen Terme $\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{NL}}$ zu berechnen, siehe Abschnitt 2.3.3. Liegt $\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{NL}}$ vor, wird damit die Abbruchbedingung $\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}) = 0$ geprüft. Sie ist im Allgemeinen nicht nach dem ersten Durchlauf erfüllt, so dass $|\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}_0)| > 0$ gilt. Der Algorithmus bestimmt eine Korrektur $\tilde{\mathbf{x}}_1$ für $\tilde{\mathbf{x}}_0$ mit $|\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}_1)| < |\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}_0)|$. Dieses Vorgehen wird so lange wiederholt, bis die Lösung $\tilde{\mathbf{x}}_l$ gefunden ist, welche Gleichung (2.4) mit der gewünschten Genauigkeit erfüllt. Der Ablauf entspricht dem in [55] geschilderten Verfahren und wird in Abbildung 1 verdeutlicht. Eine Lösung gilt als konvergiert, wenn $|\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}_l)| < \epsilon$, wobei ϵ eine numerisch sehr kleine Zahl, zum Beispiel

$\epsilon = 1 \cdot 10^{-16}$ darstellt. Weitere Iterationen erhöhen zwar die Genauigkeit, da $|\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}_l)|$ stets abnimmt, allerdings werden nur noch sehr geringe Verbesserungen der Lösung erzielt, was den zusätzlichen Berechnungsaufwand nicht rechtfertigt. Zudem stößt der Rechner bei derart kleinen Zahlen an die Grenzen seiner Präzision, so dass nicht mehr zwischen den Werten für $|\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}_l)|$ und $|\tilde{\mathbf{R}}(\tilde{\mathbf{x}}_{l+1})|$ unterschieden wird.

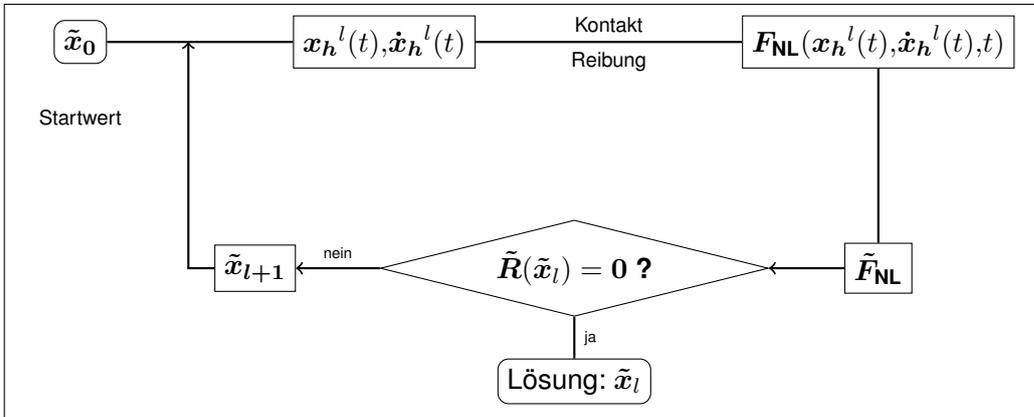


Abbildung 1 Programmablauf zur Lösung des mit der HBM gewonnenen nichtlinearen Gleichungssystems.

Zusätzlich zur Konvergenz bei der Lösungsfindung nach Abbildung 1 ist zu erwarten, dass die Genauigkeit einer Lösung mit steigendem h zunimmt, bis $x_h(t)$ die Schwingung des Systems vollständig beschreibt. Eine weitere Erhöhung von h steigert dann den Berechnungsaufwand, ohne positive Wirkung auf die Ergebnisqualität. Die Lösung konvergiert also bezüglich h . Die Beobachtungen im Rahmen dieser Arbeit zeigen, dass diese Konvergenz nicht zwingend stetig ist. Daher lässt sich auch kein allgemeingültiges Abbruchkriterium definieren, bei dessen Eintreten h nicht weiter erhöht wird. Durch eine Betrachtung der höheren Terme für die nichtlinearen Kräfte $\tilde{\mathbf{F}}_{NL_{sl}}$ und $\tilde{\mathbf{F}}_{NL_{cl}}$, mit $l > h$, auf deren Berechnung in 2.3.3 eingegangen wird, lässt sich der verbleibende Fehler bei einem Ansatz mit h Harmonischen jedoch abschätzen.

In der Anwendung interessiert man sich für das Schwingungsverhalten einer Struktur bei verschiedenen Anregungsfrequenzen (vgl. Abschnitt 2.1). Das heißt, der Ablauf nach Abbildung 1 wiederholt sich für jeden dieser Betrachtungspunkte. Bei den Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit zeigte sich, dass es vorteilhaft ist, am oberen Ende der Frequenzspanne zu beginnen und zunächst die Lösung des linearen Teils von (2.4) zu bestimmen, mit $\tilde{\mathbf{F}}_{NL}(\tilde{\mathbf{x}}) \equiv 0$. Das Ergebnis dient als Startwert für die Lösung des Gleichungssystems unter Berücksichtigung der nichtlinearen Terme am selben Frequenzpunkt. Für die weiteren Berechnungen dient die Lösung am zuvor berechneten benachbarten Frequenzpunkt als Startwert. Wird für einen Frequenzpunkt keine Konvergenz erreicht, hilft in manchen Fällen die Wahl anderer Startbedingungen, zum Beispiel die Lösung für permanentes Haften im Kontakt oder der Start in der Nulllage.

2.3.3 Berechnung der nichtlinearen Terme

In Abschnitt 2.3.1 wurde gezeigt, wie die Anwendung der Methode der Harmonischen Balance auf die Bewegungsgleichung zu einem nichtlinearen Gleichungssystem führt, dessen

Lösung die Fourierkoeffizienten der Ansatzfunktion für die Systemantwort sind. Alle Terme des nichtlinearen Gleichungssystems (2.4) setzen sich aus den ursprünglichen Größen in der Bewegungsgleichung (2.2) durch Permutation zusammen, mit Ausnahme des Vektors $\tilde{\mathbf{F}}_{\text{NL}}$ für die nichtlinearen Kräfte. Dessen Bestimmung wird hier an einem Beispiel gezeigt.

Die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems (2.4) erfolgt iterativ. Während sich die Terme $\tilde{\mathbf{M}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$, $\tilde{\mathbf{K}}$ und $\tilde{\mathbf{F}}_{\text{L}}$ während des Lösungsprozesses nicht ändern, wird der Vektor $\tilde{\mathbf{F}}_{\text{NL}}$ bei jeder Iteration neu bestimmt. Im Anhang A.1 wird gezeigt, dass dazu die Integrale

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\text{NL}_{sl}} = \int_0^T \mathbf{F}_{\text{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \sin(l\omega t) dt, \quad l = 1 \dots h, \quad (2.11)$$

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\text{NL}_{cl}} = \int_0^T \mathbf{F}_{\text{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \cos(l\omega t) dt, \quad l = 0 \dots h \quad (2.12)$$

zu berechnen sind. Ausgehend vom Ansatz $\mathbf{x}_h^k(t)$ für die k -te Iteration wird $\mathbf{F}_{\text{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t)$ im Zeitbereich ermittelt. Anschließend werden die Integrale in (2.11) und (2.12) bestimmt, um mit den Ergebnissen den Vektor

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\text{NL}} = \left(\mathbf{F}_{\text{NL}_{c0}}^T \quad \mathbf{F}_{\text{NL}_{s1}}^T \quad \mathbf{F}_{\text{NL}_{c1}}^T \quad \dots \quad \mathbf{F}_{\text{NL}_{sh}}^T \quad \mathbf{F}_{\text{NL}_{ch}}^T \right)^T \quad (2.13)$$

zusammensetzen.

Der zeitliche Verlauf von $\mathbf{F}_{\text{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t)$ ist nur in Ausnahmefällen analytisch beschreibbar, er liegt im Allgemeinen in Form von diskreten Werten zu Zeitpunkten t_m vor. Deswegen erfolgt die Integration in den Gleichungen (2.11) und (2.12) numerisch. Da die nichtlinearen Kräfte im Zeitbereich fortschreitend bestimmt werden, ist das Vorgehen sehr allgemein und auch für komplexe Kontaktformulierungen anwendbar [71]. Es wird am Beispiel eines Reibkontaktes mit konstanter Normalkraft und Coulomb'scher Reibung mit gleichem Koeffizienten für Haft- und Gleitreibung ($\mu = \mu_H = \mu_R$) erläutert. Wendet man dieses Reibmodell auf das in Abbildung 2 angedeutete Finite Elemente System an, ergibt sich für die Tangentialkraft

$$\mathbf{F}_R = -\text{sign}(v_{\text{rel}}) \cdot \mu \cdot \mathbf{F}_N. \quad (2.14)$$

Dabei ist v_{rel} die Relativgeschwindigkeit zwischen den Bauteilen in Kontakt und \mathbf{F}_N die an den beiden Knoten übertragene Normalkraft. Vereinfachend wird angenommen, dass die Normalkraft (und damit auch die übertragene Reibkraft) für beide Knoten gleich groß ist.

Während des Gleitens zeigt die Tangentialkraft in die der Relativgeschwindigkeit entgegengesetzte Richtung und es gilt Gleichung (2.14). Die Tangentialkraft bei Haften verhindert, dass eine Relativbewegung zwischen den Kontaktpartnern zustande kommt und passt permanent Betrag und Richtung dementsprechend an. Ihr Betrag ist durch die maximale Reibkraft $F_{R_{\text{max}}}$ begrenzt. Überschreitet sie diesen Wert, beginnen die Kontaktpartner aneinander zu glei-

ten. Um dieses Verhalten im Kontakt abzubilden, wird ein Federelement verwendet, welches die beiden Kontaktpartner miteinander verbindet. Bei einer Relativbewegung zwischen den Körpern A und B wird die Feder deformiert und die Federkraft wirkt annähernd wie die Haftreibungskraft. Bei Überschreitung der maximalen Reibkraft $F_{R_{\max}}$ wird die Verbindung gelöst und den beiden Kontaktpartnern die Gleitreibungskraft aufgeprägt, bis die Relativgeschwindigkeit zwischen den Körpern verschwindet und es erneut zum Haften kommt.

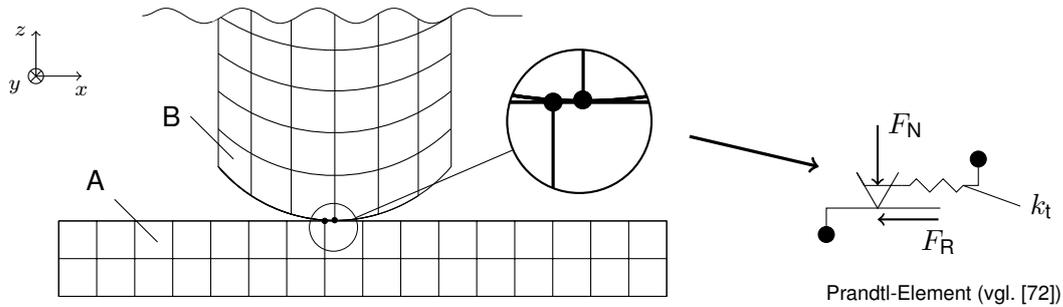


Abbildung 2 Modell für einen eindimensionalen Reibkontakt zwischen zwei Freiheitsgraden.

Durch die Verwendung einer Feder ist auch beim Haften eine Relativbewegung zwischen den Kontaktpartnern möglich. Um sie so gering wie möglich zu halten benötigt das Federelement eine hohe Steifigkeit k_t . Andererseits glättet ein nachgiebiges Federelement den Verlauf der Tangentialkraft im Kontakt und verbessert damit die Konvergenz bei der Lösung des Gleichungssystems (2.4). Ein guter Kompromiss aus beiden Anforderungen begrenzt die Relativbewegungen bei Haften im Kontakt auf sehr kleine Werte im Vergleich zur Relativbewegung beim Gleiten und ist so nachgiebig wie möglich, um gute Konvergenz zu erhalten. Die entsprechende Federsteifigkeit k_t ist dabei für jede Problemstellung neu zu definieren.

Mit den beschriebenen Annahmen berechnen sich die nichtlinearen Kräfte wie folgt: Ausgehend vom Zeitpunkt $t_0 = 0$ und einer Deformation der Feder $s_0 = 0$ wird angenommen, dass die Kontaktpartner aneinanderhaften. Für einen Zeitpunkt $t_m > 0$ gilt dann:

$$s_m = s_{m-1} + x_h^k(t_m)|_A - x_h^k(t_m)|_B - \left(x_h^k(t_{m-1})|_A - x_h^k(t_{m-1})|_B \right), \quad (2.15)$$

wobei das k in $x_h^k(t_m)$ auf den Durchlauf der k -ten Iteration hinweist. Ist $k_t \cdot s_m < F_{R_{\max}}$, haften die Kontaktpartner weiterhin aneinander und für die Haftreibungskraft gilt

$$F_{R_m} = k_t \cdot s_m. \quad (2.16)$$

Anderenfalls ist die Reibungskraft nicht stark genug, um Gleiten zwischen den Kontaktpartnern zu verhindern und folglich

$$F_{R_m} = -\text{sign} \left(x_h^k(t_m)|_A - x_h^k(t_m)|_B - \left(x_h^k(t_{m-1})|_A - x_h^k(t_{m-1})|_B \right) \right) F_{R_{\max}}. \quad (2.17)$$

Die Auslenkung s_m der Feder wird auf

$$s_m = \frac{F_{R_m}}{k_t} \quad (2.18)$$

gesetzt.

Die Berechnung schreitet in kleinen Schritten durch den Zeitbereich voran, bis zwei volle Perioden der Anregung durchlaufen sind und $t_m = 2T$. Die Ergebnisse für $F_{NL}(x, \dot{x}, t)$ liegen dann als diskrete Werte für die Zeitpunkte t_m vor und die Integrale in den Gleichungen (2.11) und (2.12) sind numerisch zu bestimmen, vgl. [73]. Dabei gehen nur die Ergebnisse für die zweite Schwingungsperiode in die Berechnung ein, um Fehler zu vermeiden, die aus der Annahme resultieren, dass die Körper zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ aneinanderhaften.

Die Bestimmung der nichtlinearen Terme im Zeitbereich wurde in diesem Abschnitt an einem sehr einfachen Beispiel gezeigt, welches auch in [74] zu finden ist. Grundsätzlich erlaubt das Vorgehen, beliebige Kontaktformulierungen zu implementieren, analog zu den Methoden der direkten Zeitintegration, siehe unter anderem [75]. Dies wird zum Beispiel in [76] demonstriert.

Neben dem Reibmodell aus Gleichung (2.14) kommt in dieser Arbeit ein weiteres Modell, mit von der Relativgeschwindigkeit v_{rel} abhängigen Reibkoeffizienten zum Einsatz. Es ist unter anderem [77] zu entnehmen und lautet:

$$F_R = -\text{sign}(v_{rel}) \cdot F_N \cdot \left(\mu_G + (\mu_H - \mu_G) e^{-\gamma |v_{rel}|} \right). \quad (2.19)$$

Auf diese Weise wird berücksichtigt, dass für die meisten trockenen Reibpaarungen $\mu_H \neq \mu_G$, wobei der Übergang kontinuierlich erfolgt. Der Koeffizient γ bestimmt dabei, wie schnell der Reibkoeffizient von μ_H zu μ_G übergeht.

Über die Verwendung der Kennlinien aus den Gleichungen (2.14) und (2.19) hinaus spielen Reibungsmodelle in der vorliegenden Arbeit eine untergeordnete Rolle. Reibung ist zwar die Ursache der behandelten Störgeräusche, allerdings reicht ihr Auftreten allein, um diese hervorzurufen. Die detaillierte Beschreibung von Reibung stellt ein sehr umfangreiches Forschungsgebiet dar, welches neben diversen physikalischen Modellen auch verschiedene Betrachtungsskalen beinhaltet [78]. Damit wird der Rahmen einer einzigen Forschungsarbeit bei weitem gesprengt. Anstatt in aller Tiefe auf das Thema einzugehen, wird sich daher auf die genannten Reibmodelle beschränkt und eine Methode entwickelt, diese bei der Prognose von Störgeräuschen zu berücksichtigen. Die Untersuchung verschiedener Gesetzmäßigkeiten der Reibung und ihrer Relevanz für das Auftreten von Störgeräuschen kann anschließend mit dieser Methode erfolgen und stellt eine Option für zukünftige Arbeiten dar.

2.4 Stabilität von periodischen Schwingungszuständen

In Abschnitt 2.3 wurde die näherungsweise Lösung der Bewegungsgleichung eines diskretisierten Systems mit Hilfe der Methode der Harmonischen Balance gezeigt. Die Berechnungen basieren auf der Annahme, dass das System auf harmonische Anregung mit periodischen Schwingungen antwortet. Es gibt jedoch diverse Beispiele für Systeme, für die diese Annahme nicht zutrifft. So ist zum Beispiel in der Rotordynamik (Unwuchterregung) die Stabilität von harmonischen Schwingungen Gegenstand zahlreicher Untersuchungen [79, 80]. Ein bekanntes Phänomen in Systemen mit Reibung ist Selbsterregung [81] in deren Folge die Antwort auf harmonische Anregung quasiperiodisch oder chaotisch ausfallen kann. Im Allgemeinen ist nicht a priori bekannt, in welcher Form ein System auf harmonische Anregung reagiert. Auch wenn der in Abschnitt 2.3.2 beschriebene Lösungsprozess konvergiert, also eine Näherungslösung für die Bewegungsgleichung (2.2) findet, ist nicht klar, ob das System in dem entsprechenden Schwingungszustand verharrt und die Schwingung stabil ist. Neigt das System dazu, den Zustand wieder zu verlassen, ist dieser instabil. Außerdem sind mehrere Lösungen möglich, welche die Bewegungsgleichung erfüllen. Für die Prognose von Störgeräuschen ist es jedoch wichtig, den in Bezug auf Schallabstrahlung kritischsten stabilen Schwingungszustand zu kennen. Äquivalent dazu ist die Kenntnis, ob eine gefundene Lösung die einzig mögliche zu einer Konfiguration darstellt und stabil ist. Stabilitätsbetrachtungen ermöglichen einen tieferen Einblick in das Systemverhalten und geben Antworten auf diese Fragen.

Bei den Lösungen der Bewegungsgleichung (2.2), die mit der Methode der Harmonischen Balance gefunden werden, handelt es sich um Grenzzykel [61]. Das heißt, die Lösungen beschreiben eine Kurve im Phasenraum, die nach endlicher Zeit wieder auf sich selbst trifft und anschließend erneut durchlaufen wird. Aufgrund des in Abschnitt 2.3 verwendeten Ansatzes (2.3) liefert die Methode ausschließlich periodische Lösungen. Dem System wird damit eine künstliche Zwangsbedingung hinzugefügt. Aus diesem Grund wird die Stabilität des Schwingungszustandes untersucht, der mit der Methode der Harmonischen Balance berechnet wurde. Ist er stabil, nimmt das System den zugehörigen Schwingungszustand auch in der Realität, ohne künstliche Periodizitätzwangsbedingung ein. Neigt das System dazu, den Grenzzykel zu verlassen, zum Beispiel in Folge einer kleinen Störung, ist die Lösung instabil. Es handelt sich zwar um eine gültige Lösung der Bewegungsgleichung. Allerdings erreicht das System diesen Schwingungszustand praktisch nicht.

Es existieren verschiedene Methoden, um zu untersuchen, ob ein Grenzzykel stabil ist. Unter anderem werden Lyapunov-Exponenten oder Poincarè-Abbildungen genutzt, um die Stabilität zu beurteilen [82]. In dieser Arbeit wird die von Nayfeh in [83] beschriebene Floquet-Theorie verwendet, um die Stabilität von Lösungen zu evaluieren. Dazu wird die Bewegungsgleichung (2.2) in eine allgemeine Form gebracht:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{U}(\mathbf{x}(t), t, \mathbf{q}). \quad (2.20)$$

In Gleichung (2.20) beschreibt $x(t)$ die Bewegungsgrößen und q beinhaltet die verschiedenen Parameter einer Konfiguration, zum Beispiel Frequenz und Amplitude der Anregung, die Reibungskoeffizienten oder die Normalkraft im Kontakt. Der Vektor q beschreibt daher sowohl Systemeigenschaften als auch die Einstellungen.

Liegt mit $x_h(t)$ eine periodische Lösung für (2.20) vor, wird entsprechend der Floquet-Theorie eine Störung $y(t)$ aufgebracht, wodurch sich die Bewegungsgrößen $x(t)$ des Systems zu

$$x(t) = x_h(t) + y(t) \quad (2.21)$$

ergeben. Das Einsetzen von (2.21) in (2.20) und Entwickeln einer Taylor-Reihe um $x_h(t)$, führt auf

$$\dot{y}(t) = D_x U(x_h(t), t, q) y(t) + O(\|y\|^2) . \quad (2.22)$$

Dabei ist D_x ein Differentialoperator für die Ableitung von $U(x_h(t), t, q)$ nach den Bewegungsgrößen $x(t)$, $O(\|y\|^2)$ beschreibt Terme der Größenordnung $\|y\|^2$ oder kleiner. Mit einer kleinen Störung $y(t)$ ergibt sich für Gleichung (2.22) näherungsweise

$$\dot{y}(t) \approx A(t, q) y(t) , \quad (2.23)$$

wobei A die ersten partiellen Ableitungen von $U(x_h(t), t, q)$ nach $x(t)$ enthält. Da die Taylor-Reihe in (2.22) nach dem ersten Glied abgebrochen wird, gilt die Stabilitätsuntersuchung nur lokal, in der direkten Umgebung von $x_h(t)$.

Ist Gleichung (2.23) n -dimensional, so existieren n linear unabhängige Störungen $y_1(t)$, ..., $y_n(t)$, die sich zur sogenannten Fundamentalmatrix arrangieren lassen:

$$Y(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \dots \ y_n(t)] . \quad (2.24)$$

Nach der Floquet-Theorie werden die Störungen so gewählt, dass die Fundamentalmatrix zum Zeitpunkt $t = 0$ gleich der Einheitsmatrix E ist:

$$Y(0) = E . \quad (2.25)$$

Anschließend wird Gleichung (2.23) mit den verschiedenen Startwerten für $y(t)$ von 0 bis T integriert, um so die Fundamentalmatrix zum Zeitpunkt T zu bestimmen. Die komplexen Eigenwerte λ_m von $Y(T)$ geben Aufschluss über die Stabilität der periodischen Lösung $x_h(t)$. Liegen sie alle innerhalb des Einheitskreises um den Ursprung der komplexen Zahlenebene, so ist $x_h(t)$ stabil und eine Störung $y(t)$ klingt mit der Zeit ab. Liegt einer oder mehrere Eigenwerte außerhalb des Einheitskreises, ist $x_h(t)$ instabil.

Die Stabilität eines Systems hängt von den Parametern q ab. Durch Änderung von q verschieben sich die Positionen der Eigenwerte in der komplexen Zahlenebene. Damit lässt sich die Stabilität eines Systems in Abhängigkeit bestimmter Systemparameter verfolgen. Geht man

von einem stabilen Zustand aus und ändert zum Beispiel die Frequenz, mit der das System angeregt wird, so können die Eigenwerte im weiteren Verlauf den Einheitskreis verlassen, vgl. Abbildung 3. Das System wird instabil. Der Übergang von stabil zu instabil, beziehungsweise umgekehrt, heißt Verzweigungspunkt oder auch Bifurkation. Man unterscheidet drei Wege aus dem Einheitskreis:

1. Ein Eigenwert verlässt den Kreis durch +1 (grün).
2. Ein Eigenwert verlässt den Kreis durch -1 (orange).
3. Ein Paar konjugiert komplexer Eigenwerte verlässt den Einheitskreis abseits der reellen Achse (gelb).

Zu jedem dieser Wege gehören verschiedene Arten der Bifurkation, auf die hier nicht näher eingegangen wird. Es ist jedoch wichtig zu wissen, dass ein System mit einem stabilen Grenzykel als einzige Lösung zu Gleichung (2.2), nach einer Verzweigung mehrere Lösungen aufweisen kann. Dazu gehören zum Beispiel periodische, quasiperiodische und chaotische Schwingungen, außerdem statische Lösungen (Fixpunkte) oder die Systemantwort wächst über alle Grenzen.

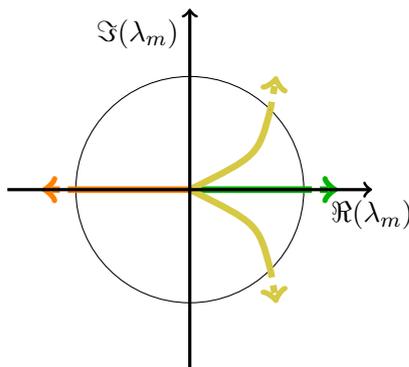


Abbildung 3 Qualitative Darstellung der Entwicklung der Eigenwerte in Abhängigkeit der Parameter q .

Stabilitätsuntersuchungen dienen der Beurteilung vorhandener Berechnungsergebnisse. Von besonderem Interesse ist dabei, ob ein gefundenes Ergebnis die einzige, stabile Lösung darstellt. Das Wissen darüber ist erforderlich, da instabile Schwingungszustände in der Realität praktisch nicht erreicht werden und deshalb keine Störgeräusche hervorrufen. Gibt es mehr als eine stabile Lösung, kann das System jeden der zugehörigen Schwingungszustände annehmen. Dementsprechend sind alle diese Zustände bei der Prognose von Störgeräuschen zu berücksichtigen.

Um Stabilität und Einzigartigkeit der berechneten Schwingungen zu gewährleisten, bietet sich folgendes Vorgehen an. Man beginnt mit der Antwort eines viskos gedämpften, linearen Systems auf harmonische Anregung. Diese ist ein stabiler Grenzykel [84]. Die zugehörigen Eigenwerte λ_m liegen alle innerhalb des Einheitskreises. Dann werden die Nichtlinearitäten in kleinen Schritten aufgebracht (zum Beispiel die Normalkraft im Kontakt erhöht) bis die

tatsächlichen Systemparameter des Betriebspunktes erreicht sind. Anschließend werden Frequenz und Amplitude der Anregung, entsprechend dem gewählten Anregungssignal, ebenfalls in kleinen Schritten durchlaufen. Währenddessen verändern die Eigenwerte λ_m ihre Positionen in der komplexen Zahlenebene. Ihr Weg wird analog zu Abbildung 3 aufgezeichnet. Solange alle Eigenwerte innerhalb des Einheitskreises bleiben, tritt keine Bifurkation auf. Alle berechneten Systemantworten sind die jeweils einzigen an ihrem Betriebspunkt und stabil. Damit sind auch die Berechnungsergebnisse der Methode der Harmonischen Balance uneingeschränkt nutzbar. Erst ab dem Punkt, an dem der erste Eigenwert den Einheitskreis verlässt, sind mehrere Lösungen oder Instabilität möglich. Die Berechnungsergebnisse der Methode der Harmonischen Balance sind nicht mehr verlässlich und es müssen andere Wege zur Bestimmung der Systemantwort oder des Störgeräuschriskos gefunden werden. So liefern möglicherweise die letzten stabilen Lösungen vor der Verzweigung Aufschluss über das Störgeräuschrisko oder man nutzt im Einzelfall die direkte Zeitintegration zur Berechnung der Schwingungen.

Die Anwendung der Floquet-Theorie zur Untersuchung der Stabilität von Grenzykeln bedeutet einen erheblichen Mehraufwand für die Berechnung der Fundamentalmatrix $Y(T)$ und ihrer Eigenwerte. Daher ist es ratsam, das in diesem Abschnitt beschriebene Vorgehen nur in solchen Fällen anzuwenden, bei denen die Stabilität berechneter Grenzykel von besonderem Interesse ist oder die Untersuchungen stichprobenartig für einzelne Berechnungsergebnisse durchzuführen. Der Anhang A.2 zeigt ein Beispiel.

2.5 Reduziertes Modell

Das Gleichungssystem (2.4) in Abschnitt 2.3 besteht aus $(2h + 1)n$ Gleichungen für ebenso viele Unbekannte. Der größte numerische Aufwand bei der Anwendung der Methode der Harmonischen Balance besteht in der Lösung dieses Gleichungssystems. Zur Steigerung der Effizienz der Berechnungen ist es deshalb vorteilhaft, das Systemverhalten durch möglichst wenige Gleichungen zu beschreiben. Dementsprechend werden so wenige Harmonische h wie möglich berücksichtigt. Aufgrund der Kombination aus niedrigen Anregungsfrequenzen (vgl. Abschnitt 2.2) und für das Störgeräusch verantwortlichen höherfrequenten Systemantworten kann h jedoch nicht beliebig klein gewählt werden. Daher wird versucht, neben h auch die Anzahl der zu berücksichtigenden Freiheitsgrade n zu reduzieren, ohne dabei die Genauigkeit der Betrachtung wesentlich zu beeinträchtigen. Dies wird durch den Einsatz von Kondensationsmethoden erreicht. Dabei wird sich der Umstand zunutze gemacht, dass in vielen Fällen nur an vereinzelt Knoten der Oberfläche nichtlineare Kräfte wirken. Zahlreiche Knoten im Inneren des Systems oder freie Knoten an der Oberfläche erfahren dagegen nur Schnittkräfte. Bei der Reduktion der Systemmatrizen wird das Verhalten an solchen „inneren“ Knoten durch die Bewegungen der „äußeren“ Knoten beschrieben. Das Gesamtsystem wird dann durch eine vergleichsweise geringe Anzahl an Knoten beschrieben. In dieser Arbeit wird dazu die Craig-Bampton Methode [85] verwendet, die in kommerzieller Software (ABAQUS®) zur Verfügung steht.

Ausgangspunkt für die Modellreduktion ist die Bewegungsgleichung für ein lineares diskretisiertes System:

$$M\ddot{x}(t) + B\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) . \quad (2.26)$$

Zunächst wird analog zu Guyan [86] allein der statische Teil dieses Gleichungssystems betrachtet und nach äußeren und inneren Freiheitsgraden sortiert. Die äußeren Freiheitsgrade liegen nach der Reduktion unverändert vor, die inneren Freiheitsgrade werden durch die später definierten beibehaltenen Freiheitsgrade beschrieben. Mit den Indizes „a“ und „i“ für die äußeren beziehungsweise inneren Freiheitsgrade lautet das statische Gleichgewicht:

$$\begin{pmatrix} K_{aa} & K_{ai} \\ K_{ia} & K_{ii} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a \\ x_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_a \\ F_i \end{pmatrix} . \quad (2.27)$$

Die untere Zeile der Gleichung wird nach x_i umgestellt:

$$x_i = K_{ii}^{-1} F_i - K_{ii}^{-1} K_{ia} x_a = K_{ii}^{-1} (F_i - K_{ia} x_a) . \quad (2.28)$$

Einsetzen in Gleichung (2.27) und neu sortieren führt zu:

$$(K_{aa} - K_{ai} K_{ii}^{-1} K_{ia}) x_a = F_a - K_{ai} K_{ii}^{-1} F_i . \quad (2.29)$$

Eine rein statische Kondensation ist an dieser Stelle abgeschlossen und mit

$$\Phi_c = K_{aa} - K_{ai} K_{ii}^{-1} K_{ia} , \quad (2.30)$$

sowie

$$F_r = F_a - K_{ai} K_{ii}^{-1} F_i \quad (2.31)$$

liegen die Steifigkeitsmatrix beziehungsweise der Lastvektor des reduzierten Systems vor.

Um das dynamische Verhalten des System zu berücksichtigen, verwendet die Methode nach Craig-Bampton neben den zu x_a gehörenden Freiheitsgraden zusätzlich modale Koordinaten x_m , mit den zugehörigen Eigenvektoren ϕ_m . Ausgangspunkt ist dabei das Eigenwertproblem des Gesamtsystems mit den Randbedingungen $x_a = 0$:

$$\omega^2 M_{ii} - K_{ii} = 0 . \quad (2.32)$$

Die Lösung dieser Gleichung liefert die Eigenwerte λ_m sowie die Eigenvektoren ϕ_m . Ein Teil davon wird zur Beschreibung des reduzierten Systems verwendet. Die Anzahl der verwendeten Eigenvektoren muss hoch genug sein, um das Schwingungsverhalten des Systems im gewünschten Frequenzbereich ausreichend genau wiederzugeben. Andererseits sind vorzugsweise wenig modale Koordinaten zu verwenden, um die Modellreduktion möglichst effizient zu gestalten. Kriterien für eine geeignete Auswahl der modalen Koordinaten mit ihren Eigenvektoren

ren sind unter anderem in [87, 88] und [89] zu finden.

Definiert man mit x_a und x_m einen Vektor der beibehaltenen Freiheitsgrade

$$x_b = \begin{pmatrix} x_a \\ x_m \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

so sind mit

$$x = \begin{pmatrix} x_a \\ x_i \end{pmatrix} = T x_b \quad (2.34)$$

die generalisierten Koordinaten des ursprünglichen Systems näherungsweise gegeben. Gleichung (2.34) stellt eine Näherung dar, weil x_b nur einen Teil der modalen Koordinaten berücksichtigt. Die Matrix T ist durch

$$T = \begin{pmatrix} E & 0 \\ \Phi_c & \Phi_m \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

definiert, wobei die Eigenvektoren ϕ_m in Φ_m angeordnet sind. Setzt man Gleichung (2.34) in die Bewegungsgleichung (2.26) ein und multipliziert von links mit T^T , erhält man für das reduzierte System

$$M_S \ddot{x}_b + B_S \dot{x}_b + K_S x_b = F_S. \quad (2.36)$$

Die Matrizen auf der linken Seite von (2.36) sind durch

$$M_S = T^T M T, \quad (2.37)$$

$$B_S = T^T B T, \quad (2.38)$$

$$K_S = T^T K T \quad (2.39)$$

gegeben. Der reduzierte Lastvektor ist:

$$F_S = T^T F. \quad (2.40)$$

Mit den Gleichungen (2.36) bis (2.40) ist das reduzierte Gleichungssystem definiert. Die Matrizen M_S , B_S und K_S werden in Gleichung (2.2) als Systemmatrizen verwendet und F_S entspricht dem Vektor der äußeren Lasten.

2.6 Berechnung der abgestrahlten Schalleistung

In den bisherigen Betrachtungen wurde die Berechnung von Störgeräusche verursachenden Schwingungen gezeigt. Allerdings führt nicht jede dieser Schwingungen zwangsläufig zu einem wahrnehmbaren Geräusch und die alleinige Betrachtung der Bewegungsgrößen oder Energien lässt keinen Rückschluss auf das Schallereignis zu. Nach der Definition in 1.1 sind nur hörbare Geräusche auch störend. Damit ein Schallereignis hörbar ist, muss der Schalldruck am Ohr des Empfängers die Hörschwelle übersteigen. Diese Hörschwelle ist bei jedem Menschen verschieden und wird zum Beispiel durch vorhandene Hintergrundgeräusche erhöht. In [90] sind empirisch ermittelte Kurven für die Hörbarkeitsschwelle angegeben, die auf Versuchen mit Probanden basieren. Der Vergleich zu diesen Kurven, die für verschiedene Lautheiten [91] angegeben sind, ermöglicht Aussagen über die Hörbarkeit eines Schallereignisses.

Für realistische Konfigurationen wie den Innenraum eines Fahrzeuges wird das Schallfeld numerisch bestimmt, zum Beispiel mit der Finite Elemente Methode oder der Randelementmethode [92, 93]. Dafür sind jedoch genaue Kenntnisse, zum Beispiel über das Absorptions- und Reflexionsverhalten der Oberflächen notwendig. Außerdem müssen Ergebnisse für die Schwingungen aller Oberflächen des Innenraumes vorliegen, da nicht nur die in der Störgeräuschuntersuchung betrachteten Bauteile Schall abstrahlen, sondern auch die übrigen Bauteile. Erst das Schallfeld aller Quellen liefert das tatsächliche Ergebnis am Ohr des Insassen. Eine Bestimmung der Antwort des Gesamtfahrzeugs unter Berücksichtigung möglicher weiterer Anregungen geht jedoch weit über die Betrachtungen der Störgeräuschprognose hinaus. Ohne Kenntnis dieser Eigenschaften und Schwingungen der Oberflächen kann der Schalldruck jedoch nicht ausreichend genau bestimmt werden. Aufgrund dieser Schwierigkeiten und des grundsätzlich hohen Aufwandes bei der Bestimmung des Schallfeldes werden akustische Strahler häufig anhand der von ihnen abgestrahlten Schalleistung bewertet. Sie stellt ein absolutes Maß für das Schallereignis dar und ermöglicht den Vergleich zwischen verschiedenen Konfigurationen.

Die Schalleistung wird aus der Integration der Schallintensität über eine die Schallquelle umschließende Fläche berechnet, wobei keine weiteren Quellen im von der Fläche eingeschlossenen Volumen existieren dürfen. Als Referenzfläche wird die Oberfläche der Struktur selbst verwendet oder eine Kugeloberfläche, deren Radius sehr groß gegenüber den Abmessungen der Quelle ist. Die Schallintensität an einem Punkt \boldsymbol{x} im Schallfeld berechnet sich aus dem Druck $p(\boldsymbol{x})$ und der Schallschnelle $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x})$ durch

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2} \Re(p(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{v}^*(\boldsymbol{x})) . \quad (2.41)$$

Da bei der Beschreibung der Feldgrößen bevorzugt komplexe Größen verwendet werden, ist bei der Berechnung der Schallintensität der Realteil $\Re()$ zu bilden. Der Asterisk an der Schallschnelle in Gleichung (2.41) zeigt die Bildung des konjugiert komplexen Wertes an. Für

die Schalleistung ergibt sich damit

$$P = \int_S \mathbf{I}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \, dS(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \int_S \Re(p(\mathbf{x}) \mathbf{v}^*(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x})) \, dS(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \int_S \Re(p(\mathbf{x}) v_n^*(\mathbf{x})) \, dS(\mathbf{x}) , \quad (2.42)$$

wobei $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ den nach außen zeigenden Normalenvektor der Hüllfläche S anzeigt und $v_n(\mathbf{x})$ die Schnelle in Normalenrichtung der Oberfläche am Punkt \mathbf{x} .

Im Folgenden wird die Oberfläche der Struktur als einhüllende Fläche verwendet. Die Schnelle in Normalenrichtung ist dann gleich der Geschwindigkeit der Struktur normal zur Oberfläche. Die vorgestellten Methoden zur Abschätzung der abgestrahlten Schalleistung unterscheiden sich durch die Beschreibung des Druckes $p(\mathbf{x})$ an der Oberfläche der Struktur.

2.6.1 Equivalent Radiated Power

Bei der Abschätzung der Schalleistung mittels der Equivalent Radiated Power (ERP, [94], keine allgemein anerkannte Übersetzung) wird angenommen, dass die akustische Feldimpedanz an jedem Ort des Schallfeldes, also auch an der Oberfläche des Strahlers, gleich ist und mit $Z_0 = \rho_f c_f$ der Schallkennimpedanz des umgebenden Mediums entspricht. Dabei sind ρ_f und c_f die Dichte, beziehungsweise die Schallgeschwindigkeit im umgebenden Medium. Damit ergibt sich der Schalldruck aus der Schallschnelle v näherungsweise zu:

$$p(\mathbf{x}) \approx \rho_f c_f v(\mathbf{x}) . \quad (2.43)$$

Diese Annahme ist für ebene Wellen im Fernfeld und hohe Frequenzen zutreffend, [94]. Der Abstrahlgrad ist bei der Bestimmung der P_{ERP} an jedem Ort der Oberfläche und für alle Frequenzen gleich 1. Dadurch werden Effekte wie zum Beispiel Massenkurzschlüsse [95] vernachlässigt und die abgestrahlte Schalleistung vor allem für niedrige Frequenzen überschätzt.

Durch einsetzen von (2.43) in die Gleichung für die Schalleistung (2.42) erhält man:

$$P_{\text{ERP}} = \frac{1}{2} \rho_f c_f \int_S |v_n(\mathbf{x})|^2 \, dS(\mathbf{x}) , \quad (2.44)$$

wobei $v_n(\mathbf{x})$ die Geschwindigkeit in Normalenrichtung am Punkt \mathbf{x} der Oberfläche S ist.

Für ein diskretisiertes System kann man das Integral in (2.44) näherungsweise durch eine Summe ersetzen. Mit der mittleren Geschwindigkeit \bar{v}_{n_l} in Richtung der Oberflächennormale eines kleinen Oberflächenelementes l ergibt sich

$$P_{\text{ERP}} \approx \frac{1}{2} \rho_f c_f \sum_{l=1}^{N_e} A_l \bar{v}_{n_l}^2 , \quad (2.45)$$

mit der Anzahl Oberflächenelemente N_e und der Fläche eines Elementes A_l .

Auf dieser Basis kann die P_{ERP} nach Gleichung (2.45) direkt aus den Berechnungsergebnissen der Methode der Harmonischen Balance (vgl. 2.3) bestimmt werden.

2.6.2 Lumped Parameter Modell

Die ERP stellt eine sehr effiziente Abschätzung dar. Sie ist jedoch aufgrund der in 2.6.1 genannten Einschränkungen für niedrige Frequenzen ungenau. Eine Alternative bietet das Lumped Parameter Model (LPM, keine allgemein anerkannte Übersetzung) nach [96, 97, 98].

Dabei wird das von einem Oberflächenelement einer vibrierenden Struktur erzeugte Schallfeld aus dem gewichteten Integral der Normalgeschwindigkeit über die Elementfläche bestimmt:

$$p_l(\mathbf{x}) = -\frac{ik\rho_f c_f}{4\pi} \int_{S_l} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) v_n(\mathbf{x}_l) dS(\mathbf{x}_l). \quad (2.46)$$

In Gleichung (2.46) ist $k = \frac{\omega}{c_f}$ die Wellenzahl, ρ_f und c_f sind jeweils die Dichte und die Schallgeschwindigkeit im umgebenden Fluid und $v_n(\mathbf{x}_l)$ ist die Geschwindigkeit in Normalenrichtung am Punkt \mathbf{x}_l der Oberfläche S_l des Elementes l . Als Gewichtsfunktion $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l)$ wird die Green'sche Funktion für das Freifeld

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) = \frac{e^{ik|\mathbf{x}-\mathbf{x}_l|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_l|} \quad (2.47)$$

verwendet.

Durch Überlagerung der Schallfelder aller Oberflächenelemente erhält man damit das Schallfeld der Gesamtstruktur:

$$p(\mathbf{x}) = -\frac{ik\rho_f c_f}{4\pi} \sum_{l=1}^{N_e} \int_{S_l} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) v_n(\mathbf{x}_l) dS(\mathbf{x}_l). \quad (2.48)$$

Mit Gleichung (2.48) wird auch der Schalldruck an der Oberfläche der Struktur berechnet. Durch einsetzen in Gleichung (2.42) für die Schallleistung ergibt sich nach dem LPM:

$$P_{\text{LPM}} = \frac{1}{2} \int_S \Re \left(-\frac{ik\rho_f c_f}{4\pi} \sum_{l=1}^{N_e} \int_{S_l} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_l) v_n(\mathbf{x}_l) dS(\mathbf{x}_l) v_n^*(\mathbf{x}) \right) dS(\mathbf{x}). \quad (2.49)$$

Ersetzt man das Integral über die Gesamtoberfläche der Struktur durch die Summe der Integrale über die einzelnen Oberflächenelemente, so folgt:

$$P_{\text{LPM}} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N_e} \int_{S_m} \Re \left(-\frac{ik\rho_f c_f}{4\pi} \sum_{l=1}^{N_e} \int_{S_l} G(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_l) v_n(\mathbf{x}_l) dS(\mathbf{x}_l) v_n^*(\mathbf{x}_m) \right) dS(\mathbf{x}_m). \quad (2.50)$$

Dabei bezeichnet \mathbf{x}_m die Koordinaten auf der Oberfläche des Elementes m . Die Elemente l

der Oberfläche der Struktur erzeugen ein Schallfeld, welches an den Elementen m der selben Oberfläche berechnet wird, wobei $m = l$ zulässig ist. Durch Integration, beziehungsweise Summation über m wird damit die Schalleistung bestimmt.

Man kann zeigen (z.B. [97]), dass nur zum Imaginärteil $G_l(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_l)$ der Green'schen Funktion gehörende Terme einen Beitrag zur abgestrahlten Schalleistung liefern. Entwickelt man $G_l(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_l)$ für jedes Elementpaar m und l als Taylor-Reihe um den Abstand der Elementmittelpunkte und bricht nach dem ersten Glied ab, kann dieser konstante Term vor das Integral in Gleichung (2.50) gezogen werden. Es verbleibt die Integration der Normalgeschwindigkeiten über die Elementoberflächen. Mit dem Volumenfluss

$$q_l = \int_{S_l} v_n(\mathbf{x}_l) \, dS(\mathbf{x}_l), \quad (2.51)$$

und dem entsprechenden Ausdruck für q_m ergibt sich schließlich für die Schalleistung

$$P_{\text{LPM}} = \frac{k\rho_f c_f}{8\pi} \sum_{m=1}^{N_e} \sum_{l=1}^{N_e} q_l q_m^* \frac{\sin(k|\mathbf{x}_{0m} - \mathbf{x}_{0l}|)}{|\mathbf{x}_{0m} - \mathbf{x}_{0l}|}, \quad (2.52)$$

wobei \mathbf{x}_{0m} und \mathbf{x}_{0l} die Koordinaten der Oberflächenmittelpunkte der Elemente m beziehungsweise l sind. Für $m = l$ beinhaltet der Quotient in der Summe von Gleichung (2.52) eine Division durch Null. Die Grenzwertbetrachtung zeigt, dass die abgestrahlte Schalleistung dennoch endlich bleibt, da

$$\lim_{|\mathbf{x}_{0m} - \mathbf{x}_{0l}| \rightarrow 0} \frac{\sin(k|\mathbf{x}_{0m} - \mathbf{x}_{0l}|)}{|\mathbf{x}_{0m} - \mathbf{x}_{0l}|} = k. \quad (2.53)$$

Bei der Berechnung der Schwingungen der Struktur kommt die Finite Elemente Methode zum Einsatz (vgl. 2.3). Dabei entstehen sinnvollerweise Elemente, die deutlich kleiner sind als die Länge einer elastischen Welle in der Struktur [99]. Dementsprechend variieren auch die Feldgrößen innerhalb eines Elementes nur wenig. Daher ist die Integration bei der Bestimmung des Volumenflusses in Gleichung (2.51) durch gemittelte Werte ersetzbar:

$$q_l = \int_{S_l} v_n(\mathbf{x}_l) \, dS(\mathbf{x}_l) \approx \bar{v}_{n_l} S_l, \quad (2.54)$$

wobei \bar{v}_{n_l} die mittlere Geschwindigkeit des Elementes l in Normalenrichtung beschreibt. Damit lässt sich die abgestrahlte Schalleistung wie bei der P_{ERP} in Abschnitt 2.6.1 direkt aus den Werten des Finite Elemente Modells und den Ergebnissen der Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance aus Abschnitt 2.3 berechnen:

$$P_{\text{LPM}} = \frac{k\rho_f c_f}{8\pi} \sum_{m=1}^{N_e} \sum_{l=1}^{N_e} S_l S_m \bar{v}_{n_l} \bar{v}_{n_m}^* \frac{\sin(k|\mathbf{x}_{0m} - \mathbf{x}_{0l}|)}{|\mathbf{x}_{0m} - \mathbf{x}_{0l}|}. \quad (2.55)$$

In der hier gezeigten Form ist das LPM streng genommen nur für ebene Geometrien gültig.

Vergleiche zu Ergebnissen auf Basis der Randelemente [94] zeigen jedoch, dass es auch bei von der Ebene abweichenden Geometrien sehr gute Ergebnisse liefert. Im Vergleich zur P_{ERP} aus 2.6.1 ist die P_{LPM} aufgrund der Doppelsumme in (2.55) deutlich aufwendiger zu berechnen. Der Vorteil beim LPM liegt in der hohen Genauigkeit für niedrige Frequenzen, also genau in dem Bereich, in dem die ERP Schwächen aufweist. Es stellt daher eine ideale Erweiterung dar. Eine gute Approximation mit dem LPM setzt kleine Abmessungen der Elementoberflächen im Vergleich zur Schallwellenlänge im umgebenden Fluid sowie zur Länge einer elastischen Welle in der Struktur voraus.

3 Prüfstand

Kapitel 2 liefert die theoretische Basis für ein neues Verfahren zur Störgeräuschprognose. Um die Methode an einem realen Beispiel zu bewerten, wurde ein Prüfstand entwickelt. Dieser dient dem Abgleich von Berechnungsergebnissen mit Versuchen, wodurch die Leistungsfähigkeit und Grenzen der Schwingungsberechnung aufgezeigt werden. Der Prüfstand wurde so einfach wie möglich gestaltet, verfügt jedoch über alle für die Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit notwendigen Merkmale. Diese Merkmale werden in Abschnitt 3.1 erläutert. In Abschnitt 3.2 wird der Aufbau vorgestellt und in 3.3 ein Finite Elemente Modell hergeleitet. Dieses Modell basiert auf linearen, konventionellen Finite Elemente Methoden und beschreibt das dynamische Verhalten des Prüfstands mit sehr hoher Genauigkeit. Dabei werden keine Nichtlinearitäten berücksichtigt und die Methode der Harmonischen Balance kommt nicht zum Einsatz. In Abschnitt 3.4 wird die Reduktion des Modells beschrieben, welche die Systemmatrizen für die Berechnungen ab Kapitel 4 liefert.

3.1 Anforderungen

Während der Fahrt wird die Struktur eines Fahrzeuges zum Schwingen angeregt, zum Beispiel durch Unebenheiten in der Fahrbahn, den Antrieb oder Wind. Es kommt zu Relativbewegungen zwischen Bauteilen die einander berühren oder Bauteile die sich vorher nicht berührt haben treten in Kontakt. In beiden Fällen können ihre Oberflächen reibungsbehaftet aneinandergleiten und Knarzgeräusche verursachen. Die Anregung erfolgt räumlich getrennt vom Reibkontakt und die Schwingungen werden über das System zur Kontaktstelle übertragen. Es findet keine gezielte Bewegung der beiden Kontaktpartner statt. Entsprechend der Übertragungsfunktionen des Systems werden die Schwingungen bei einigen Frequenzen verstärkt oder abgeschwächt. Ändert sich die Anregungsfrequenz bei ansonsten gleichen Parametern kann dies zum Überwinden der Reibkraft in einem Kontakt führen (siehe auch Abschnitt 5.1). Die dynamischen Eigenschaften des Systems sind mit entscheidend, ob es bei einer bestimmten Anregung zu Relativbewegung im Kontakt kommt und haben daher maßgeblichen Einfluss auf die Entstehung von Störgeräuschen. Aus diesen Überlegungen wurden Anforderungen an einen Prüfstand abgeleitet, der dieses Verhalten wiedergibt. Diese lauten wie folgt:

- Der Prüfstand stellt ein schwingungsfähiges System dar.
- Er beinhaltet eine Kontaktstelle, in der die Partner reibungsbehaftet aneinandergleiten.
- Zur Berücksichtigung verschiedener Kontaktsituationen ist die Normalkraft im Kontakt einstellbar.
- Man kann verschiedene Materialpaarungen anbringen.
- Die Anregung erfolgt in einem definierten Abstand vom Reibkontakt und die Schwingungen

werden zur Kontaktstelle übertragen.

- Die Anregung ist regelbar und bei Bedarf stark genug, um die Haftreibung im Kontakt zu überwinden.

Es existieren bereits Prüfstände, mit denen das Reibverhalten verschiedener Materialpaarungen und deren Neigung zu Knarzen getestet wird (z.B. [28]). Sie verfolgen den Zweck, das Materialverhalten isoliert zu beurteilen und Einflüsse der Versuchskonfiguration zu minimieren. Dazu wird die Bewegung eines Kontaktpartners gezielt gesteuert. Durch Reibung erfolgt eine Kraftübertragung an den zweiten Kontaktpartner. Dieser wird ausgelenkt, bis die Rückstellkraft groß genug ist, um die Haftreibung im Kontakt zu überwinden. In der Folge beginnt der zweite Kontaktpartner zu schwingen. Anhand des zeitlichen Verlaufs von Auslenkung, Geschwindigkeit und Beschleunigung des schwingenden Partners schließt man auf das Knarzverhalten der Materialpaarung.

Dieses Vorgehen erweist sich als vorteilhaft, um Materialien unabhängig von einer Struktur zu beurteilen, zum Beispiel für den Einsatz in einem Fahrzeug. Ob es in einem bestimmten Einsatzszenario zu Störgeräuschen kommt, kann mit solchen Prüfständen jedoch nicht geklärt werden. An den Prüfständen kommt es in jedem Fall zur Überwindung der Haftreibung und mehr oder weniger stark ausgeprägten Stick-Slip Schwingungen. Die Voraussetzungen für Störgeräusche sind damit immer erfüllt. Ein Prüfstand, der Stick-Slip Schwingungen erzwingt, ist jedoch nicht geeignet zur Validierung einer Methode, welche diese prognostizieren soll. Er muss stattdessen alle Zustände im Kontakt, also permanentes Haften, Haften und Gleiten im Wechsel sowie dauerhaftes Gleiten zulassen. Eine geeignete Berechnungsmethode prognostiziert dieses Verhalten. Ob es in einer bestimmten Konfiguration zur Überwindung der Haftreibung und anschließenden Relativbewegungen mit Haft- und Gleitphasen kommt ist das Ergebnis der Berechnungen. Der Prüfstand dient der Kontrolle dieser Prognose. Bei den bekannten Prüfständen steht a priori fest, dass Gleiten auftritt. Deshalb wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Prüfstand neu entwickelt, der die hier genannten Anforderungen erfüllt. Dieser wird im nächsten Abschnitt vorgestellt.

3.2 Funktionsprinzip und Arbeitsweise

Ausgehend von den Forderungen aus Abschnitt 3.1 wurde der in Abbildung 4 gezeigte Prüfstand entwickelt. Er besteht aus einem steifen Gestell (E), an dem ein Balken (A) mit abgerundetem Kopf (B) und eine doppelwandige Druckplatte befestigt sind. Zwischen Platte 1 (C) und Platte 2 (D) sind vier Kraftsensoren (G, ALF250 [100]) zur Bestimmung der Normalkraft angebracht. Kopf und Platte 1 können mit verschiedenen Materialproben bestückt werden. Die Anregung erfolgt mittels Shaker (F) in z -Richtung an verschiedenen Positionen entlang der Balkenlängsachse. Sofern nicht explizit angegeben, wird an Position P1 entsprechend Abbildung 39 im Anhang A.3.1 angeregt.

Durch Verschieben der Druckplatte in x -Richtung wird der Kontakt zwischen ihr und dem Kopf

geschlossen oder geöffnet. Die Normalkraft zwischen beiden Kontaktpartnern ist von 0 N bis 100 N einstellbar. Der Mechanismus, welcher beides ermöglicht, ist nicht in Abbildung 4 dargestellt.

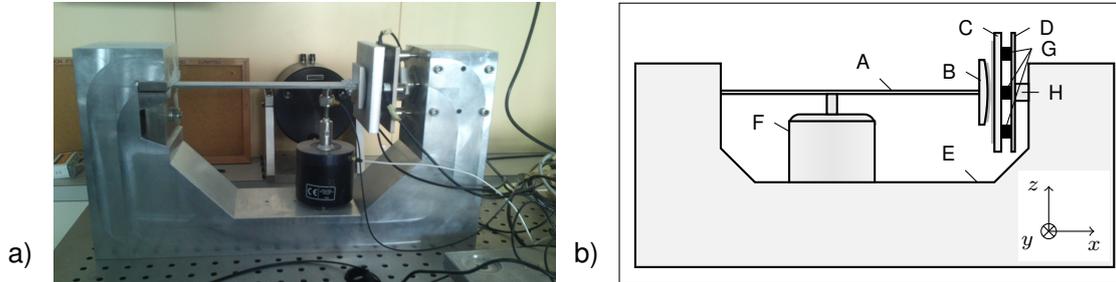


Abbildung 4 Prüfstand: a) Im Labor, b) Schematischer Aufbau (ohne Maßstab): A: Balken, B: Kopf mit Materialprobe, C: Platte 1 mit Materialprobe, D: Platte 2, E: Gestell, F: Shaker, G: Kraftsensoren zur Messung der Normalkraft, H: Zylinderstück zur Führung der Druckplatte.

Bei einem Versuch werden Platte 1 und Kopf mit Materialproben bestückt. Durch eine Hülse mit Gewinde im Inneren des Gestells wird die Druckplatte in x -Richtung verschoben, bis der Kontakt zwischen ihr und dem Kopf nahezu geschlossen ist. Anschließend wird der verbleibende Spalt durch Verstellen einer Mikrometerschraube geschlossen, die auf das Zylinderstück (H) der Druckplatte drückt. Ist der Kontakt hergestellt, wird die Vorspannung solange weiter erhöht, bis die gewünschte Normalkraft erreicht ist. Die Anregung erfolgt kraftgesteuert durch den Shaker mit einem ausgewählten Anregungsprofil. Mittels Beschleunigungssensoren (PCB 356 A33 [101]) wird die Antwort des Balkens an vier verschiedenen Positionen gemessen. Abbildung 5 zeigt die Positionen der Sensoren am System und ihre Nummern. Die Sensoren messen jeweils die Beschleunigung in z -Richtung. Aus der Beschleunigung werden Geschwindigkeit und Verschiebung durch Integration bestimmt.

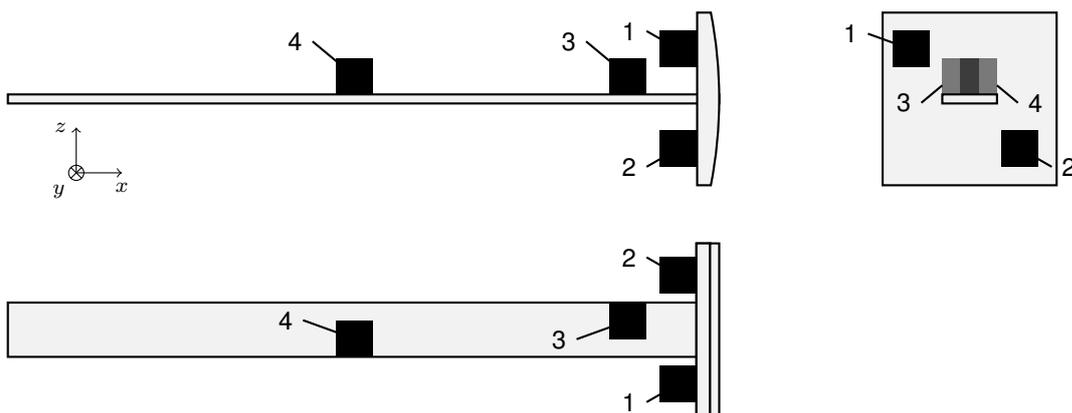


Abbildung 5 Positionen der Beschleunigungssensoren: 1: Kopf oben links, 2: Kopf unten rechts, 3: Balken vorn links, 4: Balken Mitte rechts.

Die größten Verschiebungen sind am Kopf und entlang des Balkens in z -Richtung zu erwarten. Daher wurden die vier Sensoren an den entsprechenden Stellen platziert. Sie konnten nicht in jedem Fall so angebracht werden, dass ihre Messachsen mit den Achsen des globalen

Koordinatensystems übereinstimmen. Dies wurde bei der Auswertung der Messsignale, insbesondere bei der Betrachtung ihrer Phasenlage, beachtet. Tabelle 7 im Anhang A.3.2 zeigt eine Übersicht der Sensoren mit ihrer Position und der Definition der Messrichtungen inklusive der entsprechenden Vorzeichen.

In einem Versuch stellen sich in der Kontaktstelle zwischen Kopf und Platte 1 verschiedene Zustände ein. So kann der Kopf permanent an der Platte haften, gleiten mit ausgeprägten Haftphasen in den Umkehrpunkten oder ähnlich wie bei einem viskos gedämpften System gleiten, mit sehr kurz verschwindender Relativgeschwindigkeit in den Umkehrpunkten. Schwingungen mit mehr als zwei Haftphasen, also mit Haften außerhalb der Umkehrpunkte, wurden während der Versuche nicht beobachtet. Wie die Berechnungen in Abschnitt 4.1 zeigen, sind dazu sehr niedrige Anregungsfrequenzen bei gleichzeitig hohen Anregungsamplituden notwendig. Diese Parameter waren im Versuch nicht realisierbar. Welches Verhalten sich im Kontaktbereich einstellt hängt ab von:

- der eingestellten Normalkraft,
- dem Reibverhalten der Kontaktpartner,
- der Frequenz und Amplitude der Anregung.

Durch Anpassung dieser Parameter wird in einem Versuch das gewünschte Verhalten in der Kontaktstelle eingestellt. Damit erfüllt der Prüfstand die Anforderungen aus 3.1. Für einen Abgleich zwischen Versuch und Simulation werden jeweils vergleichbare Randbedingungen verwendet. Weisen die Berechnungen das gleiche Verhalten in der Kontaktstelle aus, liefern sie eine gute Prognose.

3.3 Simulationsmodell

Zur Berechnung der Schwingungen des Prüfstandes mit der Methode der Harmonischen Balance wurde ein Finite Elemente Modell erstellt. Die Herleitung dieses Modells ist unabhängig von der späteren Verwendung mit der Methode der Harmonischen Balance und wird so oder ähnlich auch für andere Anwendungen durchgeführt, zum Beispiel für die direkte Zeitintegration. Deshalb ist sie Teil der Beschreibung des Prüfstandes und wird in diesem Abschnitt behandelt.

Das hier abgeleitete Modell soll die dynamischen Eigenschaften des Prüfstandes wiedergeben. Es liefert die Systemmatrizen, die wie in Abschnitt 2.3 gezeigt, als Eingangsgrößen der Methode der Harmonischen Balance dienen. Sie werden in allen späteren Berechnungen verwendet und nicht neu aufgebaut oder angepasst. Bei den Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance wird jede Abweichung zum realen Aufbau übernommen, die hier entsteht. Ein systematischer Fehler aus dem Modellaufbau pflanzt sich durch den gesamten Berechnungsprozess fort. Daher wurde erheblicher Aufwand betrieben, um das Finite Ele-

mente Modell auf den Prüfstand abzustimmen und Abweichungen so gering wie möglich zu halten.

Alle in diesem Abschnitt verwendeten Methoden sind linear und damit auch das abgeleitete Finite Elemente Modell. Nichtlinearitäten wie Reibung werden ab Kapitel 4, bei der Verwendung der Methode der Harmonischen Balance berücksichtigt.

3.3.1 Grundlegender Aufbau des Finite Elemente Modells

Der Prüfstand wurde auf Basis der Konstruktionsdaten vernetzt, welche für seine Fertigung erstellt wurden. Zum Einsatz kommen ausschließlich voll integrierte Hexaeder-Elemente mit quadratischen Ansatzfunktionen. Sofern im Folgenden nicht anders beschrieben, sind benachbarte Bauteile fest miteinander verbunden, durch blockieren aller Relativbewegungen zwischen den Knoten in den Kontaktflächen. Die Beschleunigungsaufnehmer 1 bis 4 wurden ebenfalls modelliert und, wenn im Versuch vorhanden, berücksichtigt. Die Anregung des Balkens mittels Shaker wurde durch konzentrierte Knotenlasten realisiert. Zwischen den Platten 1 und 2 wurden die Kraftsensoren durch Balkenelemente ersetzt, auf deren Modellierung in 3.3.5 eingegangen wird. Schrauben wurden im gesamten System nicht ausmodelliert, sondern durch geeignete Zwangsbedingungen zwischen den Bauteilen ersetzt. Sofern im Folgenden nicht näher beschrieben, wurden dazu die Kontaktflächen der verschraubten Bauteile vollständig miteinander verklebt. Abbildung 6 zeigt das vollständige Modell des Prüfstandes mit Beschleunigungssensoren.

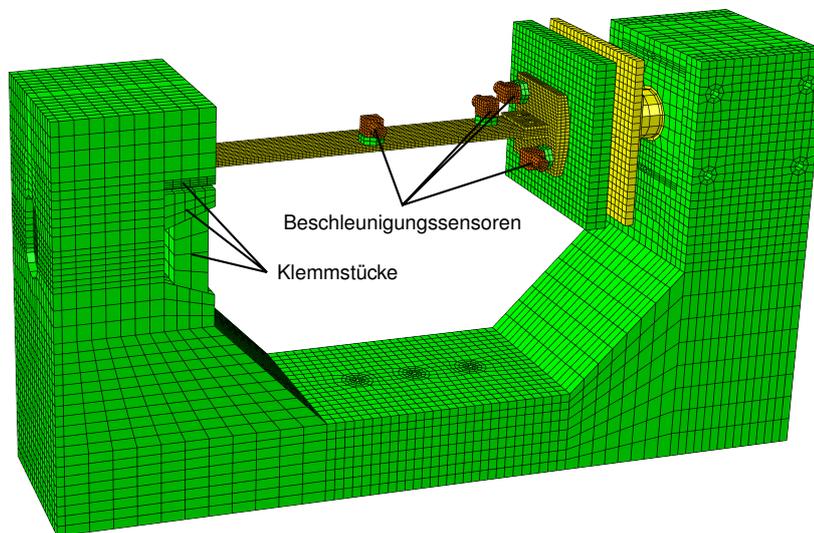


Abbildung 6 FE Modell des Prüfstandes: Aluminiumumfänge grün, Stahlumfänge gelb, Beschleunigungssensoren orange.

Die verwendeten Materialien sind farblich gekennzeichnet. Die zugehörigen Werte für Elastizitätsmodul E , Querkontraktionszahl ν und Dichte ρ sind im Anhang A.3.3 in Tabelle 8 gegeben. Sie entsprechen Standardwerten aus der Literatur [102, 103] oder wurden, wie im Folgenden beschrieben, durch direkte Messungen der Materialeigenschaften bestimmt, beziehungsweise bei der Anpassung des Simulationsmodells auf das gemessene Schwingungsverhalten eingestellt.

3.3.2 Sequentielle Validierung

Damit das Finite Elemente Modell das mechanische Verhalten des Versuchsaufbaus bestmöglich wiedergibt, wurde es an diesen angeglichen. Besonders Balken, Kopf und deren Verbindung, sowie die Einspannung des Balkens im Gestell haben großen Einfluss auf das Schwingungsverhalten des Gesamtmodells. Diese Bereiche wurden so modelliert, dass sie den Versuchsergebnissen verschiedener Messungen am Prüfstand entsprechen. Die Anpassung erfolgte in Detaillierungsgraden, um die Einflüsse der Bauteile und ihrer Verbindungen getrennt zu betrachten. Die verschiedenen Stufen zeigt Abbildung 7, sie werden im Folgenden behandelt.

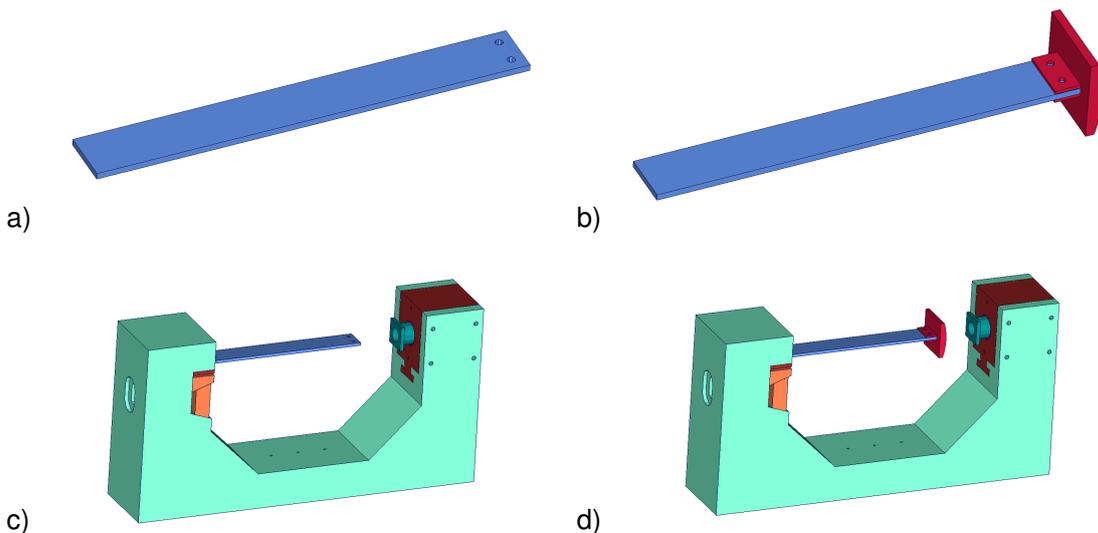


Abbildung 7 Stufen der Validierung: a) Balken, b) Balken mit Kopf, c) Balken ohne Kopf im Gestell, d) Balken mit Kopf im Gestell.

Zur Messung des dynamischen Verhaltens wurden experimentelle Schwingungsanalysen durchgeführt. Dabei wurde das jeweils untersuchte System mit einem Impulshammer angeregt und die Systemantwort mit einem Laser-Scanning-Vibrometer [104] berührungslos gemessen. Die Signale wurden mit dem Mess- und Analysesystem PAK [105] ausgewertet. Durch die Bestimmung der Übertragungsfunktionen wurden die Resonanzfrequenzen des Systems identifiziert.

Zunächst wurde der Balken ohne Anbauteile untersucht (Abbildung 7 a)). Er besteht aus Federstahl, dessen Elastizitätsmodul und Querkontraktionszahl mittels Ultraschallmessung (vgl. [106]) zu $E_B = 201,6$ GPa beziehungsweise $\nu_B = 0,2759$ bestimmt wurden. Die Genauigkeit dieser Messungen lässt eine relative Abweichung von $\Delta E_B = 0,77\%$ beziehungsweise $\Delta \nu_B = 1,42\%$ zu. Um die Dichte des Balkens zu bestimmen, wurde er gewogen. Aus seiner Masse $m_B = 232,2$ g und dem Volumen aus Konstruktionsdaten wurde die Dichte zu $\rho_B = 7,89 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ bestimmt.

Im Versuch mittels Hammermessung wurden die Resonanzfrequenzen (RF) des frei schwingenden Balkens ermittelt. Dazu wurde er an elastischen Bändern aufgehängt, um die Randbe-

dingungen frei-frei bestmöglich zu realisieren. Die Messwerte für die Resonanzfrequenzen wurden den Eigenfrequenzen (EF) aus einer numerischen Modalanalyse des Finite Elemente Modells gegenübergestellt. Dieser Vergleich ist zulässig, da die Resonanzen von Systemen mit schwacher Dämpfung sehr nah an den Eigenfrequenzen liegen [30, 107]. Tabelle 1 zeigt in der zweiten und dritten Spalte die Ergebnisse für Versuch und Simulation, die darin genannten Koordinaten entsprechen Abbildung 5. Die Beschreibung der Eigenschwingungsformen basiert auf den Ergebnissen der Berechnung.

Ordnung / Beschreibung	RF in Hz, Exp.	EF in Hz, Ber. 1	EF in Hz, Ber. 2
1. / 1. Biegung in z -Richtung	326,7	337,0 (3,15%)	326,3 (-0,12%)
2. / 2. Biegung in z -Richtung	898,7	927,6 (3,22%)	898,3 (-0,04%)
3. / 1. Torsion um Balkenlängsachse	1548,6	1623,5 (4,84%)	1560,1 (0,74%)
4. / 3. Biegung in z -Richtung	1758,3	1815,8 (3,27%)	1758,6 (0,02%)

Tabelle 1 Eigenfrequenzen des Balkens: Vergleich zwischen Versuch und Simulation, Berechnung 1: auf Basis CAD Daten, Berechnung 2: auf Basis gemessener Werte für die Geometrie, die relativen Abweichungen sind in Klammern angegeben.

Wie die in Klammern angegebenen relativen Abweichungen zeigen, ist die Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung nicht zufriedenstellend. Da die Materialwerte in diesem Fall bekannt sind und eine sehr hohe Genauigkeit aufweisen, bleiben nur die Abmessungen des Balkens als Parameter für die Anpassung, denn die tatsächlichen Abmessungen des Bauteils können aufgrund von Fertigungstoleranzen von den Konstruktionsdaten abweichen. Deshalb wurde der Balken mit einem Messschieber vermessen. Folgende geometrischen Unsicherheiten wurden ermittelt: Dicke 3,9 mm bis 4,0 mm, Breite 30,0 mm bis 30,3 mm, Länge 250,0 mm bis 250,2 mm. Die beste Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung wurde mit der Dicke von 3,9 mm, einer Breite von 30,3 mm und einer Länge von 250,2 mm erzielt. Daher werden diese Werte für das Finite Elemente Modell verwendet. Da die Masse des Balkens unverändert bleibt, wurde die Dichte entsprechend auf $\rho_B = 7,88 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ angepasst. Die Berechnungsergebnisse für diese Geometrie sind in Tabelle 1 in der letzten Spalte zu finden. Die Abweichungen für die vier ersten Eigenfrequenzen sind kleiner als 1%. Damit liegt sehr gute Übereinstimmung vor.

Im nächsten Schritt wurde das System aus Kopf und Balken betrachtet (Abbildung 7 b)). Dabei wurden die Materialparameter und Abmessungen des Balkens aus dem vorangegangenen Abgleich übernommen. Somit bleiben der Elastizitätsmodul E_K und die Querkontraktionszahl ν_K des Kopfes, sowie die Modellierung des Kontaktes zum Balken, um das Simulationsmodell auf den Versuch anzupassen. Berechnungen zeigen, dass die Masse der Schrauben, welche Balken und Kopf verbinden, einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Eigenfrequenzen des Systems haben. Selbiges gilt für eine Variation von E_K und ν_K innerhalb physikalisch sinnvoller Grenzen. Die Materialparameter sind nicht für eine Anpassung des Finite Elemente Modells geeignet. Eine Ultraschall-Messung zur Bestimmung von E_K und ν_K wie bei dem Balken war

aufgrund der Abmessungen des Kopfes nicht möglich. Deshalb wurden für den Kopf die selben Werte verwendet, wie für den Balken und die Dichte über das Volumen und seine Masse zu $\rho_K = 8,00 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ bestimmt. Damit bleibt die Anpassung der Kontaktformulierung zwischen Balken und Kopf, um eine gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Versuch zu erzielen. Im ersten Ansatz wurden die Knoten in beiden Kontaktflächen fest miteinander verbunden. Sie können sich somit nicht relativ zueinander bewegen. Abbildung 8 a) verdeutlicht die Formulierung für eine der beiden Kontaktflächen zwischen Kopf und Balken.

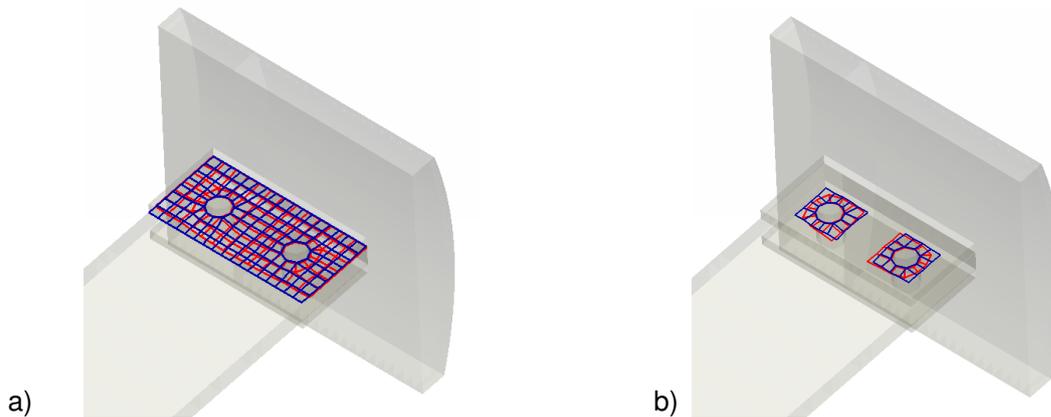


Abbildung 8 Kontaktformulierung zwischen Balken und Kopf (jeweils nur für die obere Kontaktfläche hervorgehoben): a) Steife Verbindung der vollständigen Kontaktflächen, b) Lokale Verbindung im Bereich der Schraubverbindungen.

Jeder Knoten der rot markierten Elementflächen ist starr mit dem ihm nächsten Knoten der benachbarten blauen Elementflächen verbunden. Wie die im Vergleich zum Versuch erhöhten Eigenfrequenzen in der dritten Spalte von Tabelle 2 zeigen, weist diese Verbindung ein zu steifes Gesamtverhalten auf.

Ordnung / Beschreibung	RF in Hz, Exp.	EF in Hz, Ber. 1	EF in Hz, Ber. 2
1. / 1. Biegung in z -Richtung	228	228 (0,0%)	228 (0,0%)
2. / 2. Biegung in z -Richtung	651	659 (1,2%)	652 (0,2%)
3. / 1. Torsion um Balkenlängsachse	894	915 (2,3%)	900 (0,7%)
4. / 3. Biegung in z -Richtung	1253	1290 (3,0%)	1255 (0,2%)

Tabelle 2 Eigenfrequenzen des Balkens mit Kopf: Vergleich zwischen Versuch und Simulation, Berechnung 1: Kontakt entsprechend Abbildung 8 a), Berechnung 2: Kontakt entsprechend Abbildung 8 b), die relativen Abweichungen sind in Klammern angegeben.

In einem zweiten Ansatz wurden nur Knoten im Bereich der Schraubverbindung fest miteinander verbunden. Diese Formulierung berücksichtigt, dass die Vorspannkraft einer Schraube lokal in einem begrenzten Bereich wirkt [108]. Dort ist die Normalkraft und damit die Reibkraft zwischen den Kontaktpartnern groß genug, um eine tangentielle Relativbewegung in der Kontaktfläche zu verhindern. In Abbildung 8 b) sind Elementflächen, die im Bereich der Verschraubung liegen, rot und blau markiert. Die zugehörigen Knoten sind starr miteinander

verbunden. Mit der verbesserten Kontaktformulierung wurden Abweichungen zwischen Versuch und Berechnung von unter 1% erreicht. Die Ergebnisse sind in der letzten Spalte von Tabelle 2 zu sehen.

Im nächsten Schritt wurde der Balken ohne Kopf im Gestell eingespannt (Abbildung 7 c)) und sowohl Messungen als auch Berechnungen durchgeführt. Dazu stand das System auf einem Tisch. Bei der Berechnung wurden diese Randbedingungen durch eine Einspannung der Knoten an der Unterseite des Prüfstandes berücksichtigt. In Abschnitt 3.3.3 wird gezeigt, dass der Einfluss von Randbedingungen aufgrund des hohen Gewichts des Gestells vernachlässigbar ist.

Die Berechnungen zeigen, dass ähnlich wie beim Balken mit Kopf, auch bei diesem System in den Moden der ersten Eigenfrequenzen nur der Balken deformiert wird, während das Gestell seine Form nahezu beibehält. Daher haben die Materialparameter des Gestells und der Klemmstücke geringen Einfluss auf die entsprechenden Eigenfrequenzen des Systems. Es bleibt erneut die Anpassung des Kontaktes, um das Simulationsmodell mit dem Versuch abzugleichen. Zunächst wurden die gesamten Kontaktflächen zwischen Balken und Klemmstücken fest miteinander verbunden. Wie schon bei der Verbindung zwischen Kopf und Balken ist diese Kontaktformulierung zu steif, alle berechneten Eigenfrequenzen sind zu hoch im Vergleich zur Messung, siehe Spalten zwei und drei in Tabelle 3.

Ordnung / Beschreibung	RF in Hz, Exp.	EF in Hz, Ber. 1	EF in Hz, Ber. 2
1. / 1. Biegung in z -Richtung	63	66 (4,8%)	64 (1,6%)
2. / 2. Biegung in z -Richtung	398	409 (2,8%)	401 (0,7%)
3. / 1. Torsion um Balkenlängsachse	881	905 (2,8%)	896 (1,7%)
4. / 3. Biegung in z -Richtung	1111	1142 (2,8%)	1120 (0,8%)

Tabelle 3 Eigenfrequenzen des Balkens ohne Kopf im Gestell: Vergleich zwischen Versuch und Simulation, Berechnung 1: Kontakt entsprechend Abbildung 9 a), Berechnung 2: Kontakt entsprechend Abbildung 9 b), die relativen Abweichungen sind in Klammern angegeben.

Die Ursachen sind wie folgt: Zum einen ist der Kontakt zwischen dem Balken und einem Klemmstück in der Realität nur auf Druck belastbar. Entfernt sich der Balken aufgrund von Biegung vom Klemmstück, kommt es zur Separation, es wirkt keine Rückstellkraft zwischen den beiden Kontaktpartnern. Ein solcher Kontakt ist mit linearen Methoden nicht darstellbar. Hier werden die Kontaktflächen fest miteinander verbunden. Versucht sich der Balken vom Klemmstück zu entfernen, wird er von diesem zurückgehalten, was einer unnatürlichen Versteifung entspricht. Die berechneten Eigenfrequenzen sind überhöht.

Der zweite Grund für Abweichungen sind Fertigungstoleranzen. Aufgrund leichter geometrischer Abweichungen der Bauteile vom Idealzustand wirkt die Klemmkraft nicht gleichmäßig

und ist somit nicht überall ausreichend stark, um den Balken fest einzuspannen. Um dem Rechnung zu tragen wurde eine Reihe Elemente im rechten Bereich der Kontaktfläche (vgl. Abbildung 9) aus dem Kontakt genommen. Damit erhöht sich die freie Länge des Balkens, die Werte für die Eigenfrequenzen werden niedriger. Mit dieser Anpassung verbesserte sich die Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung, die verbleibenden Abweichungen sind in der letzten Spalte von Tabelle 3 zu sehen. Sie überschreiten zwar eine relative Abweichung von 1%, genügen jedoch den an ein System mit Fügestellen gestellten Anforderungen.

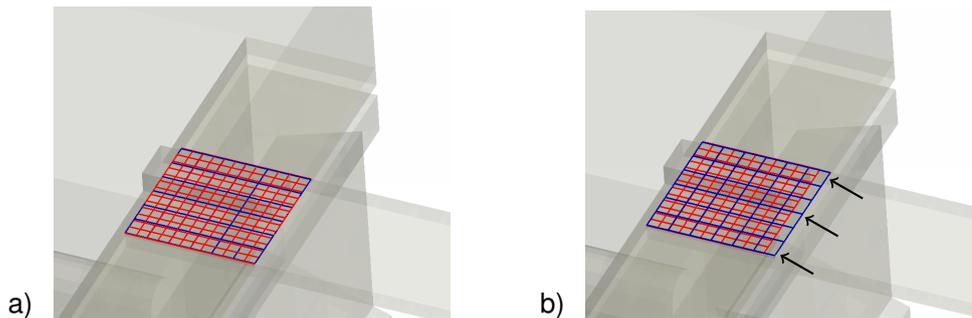


Abbildung 9 Kontaktformulierung zwischen Balken und Klemmstücken am Gestell: a) Steife Verbindung des vollständigen Kontaktbereiches, b) Knoten am rechten Rand des Bereiches wurden aus dem Kontakt genommen.

Neben den in Tabelle 3 aufgeführten Eigenschwingungsformen weisen die Berechnungen in diesem Fall noch eine Biegung des Balkens in y -Richtung aus, deren Eigenfrequenz zwischen den Werten für die zweite Biegung in z -Richtung und für die Torsion um die Balkenlängsachse liegt. Da die zugehörige Betriebsschwingungsform senkrecht zur Messrichtung des verwendeten Laser-Scanning-Vibrometers ausgeprägt ist, wurde sie im Versuch nicht erfasst und ein Abgleich zwischen Berechnung und Experiment ist nicht möglich.

Im letzten Schritt wurde die experimentelle Schwingungsanalyse für das System aus Balken mit Kopf im Gestell (Abbildung 7 d)) durchgeführt und entsprechenden Berechnungen gegenübergestellt. Dabei wurden jeweils die Kontaktformulierungen aus Abbildung 8 b) und 9 b) für die Verbindung zwischen Balken und Kopf, beziehungsweise zwischen Balken und Klemmstücken verwendet. Veränderungen im Vergleich zu den beiden vorangegangenen Konfigurationen wurden nicht vorgenommen. Die in der Berechnung erzielten Ergebnisse stimmen gut mit dem Versuch überein, wie Tabelle 4 zeigt.

Auch in diesem Fall liefert die Berechnung im unteren Frequenzbereich eine Eigenschwingungsform, welche aus der Biegung des Balkens in y -Richtung besteht. Die zugehörige Eigenfrequenz hat mit 223 Hz den zweitniedrigsten Wert. Aus den genannten Gründen konnte die zugehörige Betriebsschwingungsform im Experiment nicht beobachtet werden. Sie wird in Abbildung 10, zusammen mit den vier hier aufgeführten Eigenschwingungsformen des abgestimmten Systems dargestellt.

Ordnung / Beschreibung	RF in Hz, Exp.	EF in Hz, Ber.
1. / 1. Biegung in z -Richtung	30	31 (3,3%)
2. / 2. Biegung in z -Richtung	272	275 (1,1%)
3. / 1. Torsion um Balkenlängsachse	283	289 (2,1%)
4. / 3. Biegung in z -Richtung	775	784 (1,2%)

Tabelle 4 Eigenfrequenzen des Balkens mit Kopf im Gestell: Vergleich zwischen Versuch und Simulation, Kontakte entsprechend Abbildungen 8 b) und 9 b), die relativen Abweichungen sind in Klammern angegeben.

Damit ist die Modellbildung für das System aus Abbildung 7 d) abgeschlossen. Das abgeleitete Finite Elemente Modell gibt das mechanische Verhalten der Konfiguration mit der gewünschten Genauigkeit wieder. Für die ersten vier gemessenen Eigenfrequenzen beträgt die Abweichung zwischen Berechnungsmodell und Versuch maximal 3,3%, was einen akzeptablen Wert für ein System mit Klemm- und Schraubverbindungen darstellt. Bevor das Modell um weitere Komponenten ergänzt wird, erfolgt eine Untersuchung des Einflusses von Randbedingungen auf die Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen des Systems. Ziel dabei ist, geeignete Randbedingungen für den auf dem Tisch stehenden Prüfstand zu definieren und diese für die folgenden Abgleiche zu verwenden.

3.3.3 Einfluss von Randbedingungen

Randbedingungen haben im Allgemeinen einen entscheidenden Einfluss auf das Schwingungsverhalten eines Systems. Um das Verhalten des Prüfstandes richtig wiederzugeben ist es daher erforderlich, die Randbedingungen zu kennen und korrekt abzubilden. Im Labor steht der Prüfstand auf einem Tisch. Er ist nicht fest angebunden und auch nicht eingespannt. Für den Aufbau aus Abbildung 4 heißt das, er kann sich auf seiner Unterseite nicht in negativer z -Richtung bewegen, da er den Tisch sonst durchdringt. In positiver z -Richtung kann er vom Tisch abheben und sich frei bewegen. Aufgrund der Schwerkraft wirkt außerdem eine Normalkraft zwischen dem Tisch und der Unterseite des Prüfstandes. Diese sorgt dafür, dass die Bewegung in x - und y -Richtung reibungsbehaftet ist solange der Prüfstand nicht abhebt.

Diese nichtlinearen Randbedingungen sind in einer Modalanalyse nicht umsetzbar. In den linearen Berechnungen kann man Freiheitsgrade festhalten, frei lassen oder elastisch lagern. Im vorliegenden Fall gilt dies für die Knoten an der Unterseite des Prüfstandes, da sie in Kontakt zum Tisch stehen. Die beiden Extremfälle sind, entweder alle Freiheitsgrade auf der Unterseite festzuhalten oder alle loszulassen. Es ist zu erwarten, dass Wirkung aller anderen Modellierungen zwischen jenen dieser beiden Formulierungen liegt. Für das in Abschnitt 3.3.2 hergeleitete Finite Elemente Modell wurden die ersten fünf Eigenfrequenzen berechnet. Zunächst wurde das Modell an seiner Unterseite vollständig festgehalten, dann komplett frei gelassen. Die Ergebnisse zeigt Tabelle 5.

Ordnung / Beschreibung	EF fix	EF frei-frei	Abweichung
1. / 1. Biegung in z -Richtung	31	31	0,0%
2. / 1. Biegung in y -Richtung	223	226	1,3%
3. / 2. Biegung in z -Richtung	275	276	0,4%
4. / 1. Torsion um Balkenlängsachse	289	289	0,0%
5. / 3. Biegung in z -Richtung	784	784	0,0%

Tabelle 5 Eigenfrequenzen für Randbedingungen frei-frei sowie vollständige Einspannung an der Unterseite.

Anhand der Abweichungen in Tabelle 5 ist der geringe Einfluss der Randbedingungen für das vorliegende Modell zu erkennen. Aufgrund seiner hohen Masse und Steifigkeit im Vergleich zum Balken mit Kopf, wirkt das Gestell wie eine Lagerung und erfährt bei den betrachteten Frequenzen keine Verschiebungen. Für die Berechnungen ab Kapitel 4 wird ein statisch bestimmtes System benötigt. Deshalb und aufgrund der geringen Unterschiede zwischen den beiden Formulierungen in Tabelle 5 werden die Knoten an der Unterseite des Prüfstandes bei allen weiteren Betrachtungen festgehalten. Die zu den Eigenfrequenzen in Tabelle 5 gehörenden Eigenschwingungsformen sind in Abbildung 10 für diese Randbedingungen dargestellt.

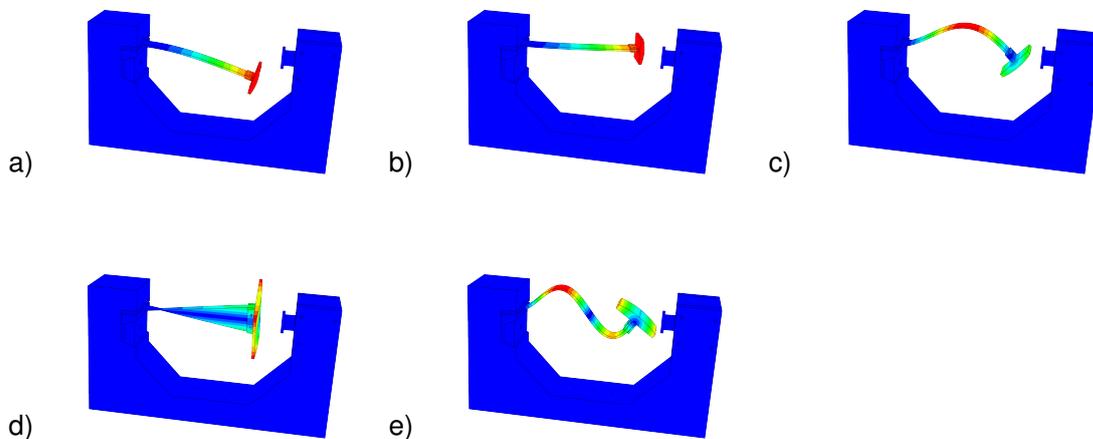


Abbildung 10 Eigenschwingungsformen des abgestimmten Systems mit fixierten Knoten an der Unterseite: a) 1. Biegung in z -Richtung (31 Hz), b) 1. Biegung in y -Richtung (223 Hz), c) 2. Biegung in z -Richtung (275 Hz), d) 1. Torsion um Balkenlängsachse (289 Hz), e) 3. Biegung in z -Richtung (784 Hz).

3.3.4 Modellierung und Anbindung der Druckplatte

In Abschnitt 3.3.2 wurde die Modellierung des im Gestell eingespannten Balkens mit Kopf detailliert gezeigt. Um das Modell weiter zu vervollständigen wird nun die Druckplatte mit ihrer Aufhängung im Gestell hinzugefügt. Wie Abbildung 11 zeigt, ist die Platte doppelwandig ausgeführt und mit Kraftsensoren (C) im Inneren ausgestattet. Mit ihnen wird die Normalkraft im Kontakt bestimmt. An der Rückseite von Platte 2 (B) ist ein Zylinderstück (D) angebracht. Es kann in einer Führungshülse (F) gleiten und sorgt dafür, dass die Druckplatte in x -Richtung

verschiebbar ist, während die y - und z -Bewegung sowie ein Kippen der Platte verhindert wird. Um die Rotation der Druckplatte um die Längsachse des Zylinderstücks zu unterbinden wurden zusätzlich zwei zylindrische Führungen (E) vorgesehen, welche in dafür vorgesehene Bohrungen im Gestell greifen.

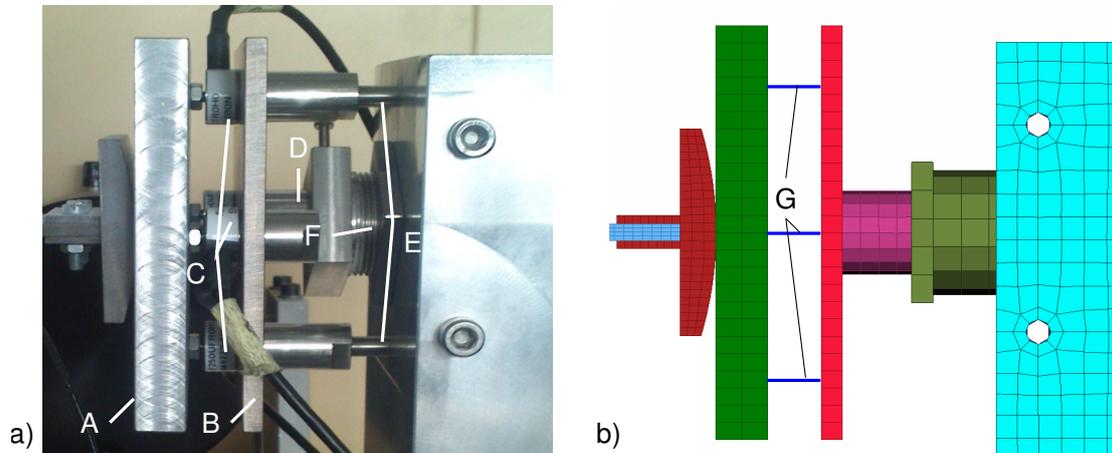


Abbildung 11 Druckplatte: a) im Labor: A: Platte 1, B: Platte 2, C: Kraftsensoren, D: Zylinderstück, E: Führungen gegen Verdrehen, F: Führungshülse, b) als FE-Modell: G: Balkenelemente.

Der beschriebene Aufbau beinhaltet Attribute, die für ein lineares Simulationsmodell nur schwer zu quantifizieren sind. Das betrifft vor allem die Kraftsensoren mit ihrer Quersteifigkeit, sowie das Spiel zwischen Zylinderstück und Hülse. Deshalb wurde das Teilsystem im Modell vereinfacht dargestellt. Es beinhaltet die beiden Platten, das Zylinderstück und die Führungshülse. Die zusätzlichen Führungen gegen das Verdrehen der Platte, sowie die in Abschnitt 3.2 beschriebene Mikrometerschraube, welche das Teilsystem in Position hält, sind nicht modelliert. Die Kraftsensoren werden durch Balkenelemente abgebildet. Auf die Definition dieser Elemente wird in 3.3.5 näher eingegangen.

Platte 1 besteht aus Stahl, Platte 2 aus Aluminium. Für ihre Modellierung wurden Standardmaterialwerte aus der Literatur [103] verwendet und die Geometrie auf Basis der Konstruktionsdaten vernetzt. Platte 2, das Zylinderstück, die Hülse und das Gestell wurden an ihren Kontaktstellen starr miteinander verbunden. Eine detaillierte Modellierung, analog zu Abschnitt 3.3.2 wurde nicht vorgenommen. Der Grund ist, dass sich die Kontaktflächen zwischen Hülse und Gestell, sowie zwischen Zylinderstück und Hülse mit jeder Verschiebung des Teilsystems ändern und somit nicht durch eine einzige detaillierte Modellierung beschreibbar sind. Daher wird bei den Berechnungen die sich ändernde Überdeckung berücksichtigt, welche sich aufgrund der Verschiebung des Teilsystems einstellt und die Bauteile in den verbleibenden Kontaktflächen starr miteinander verbunden. Ebenso wurde der Kontakt zwischen Zylinderstück und Platte 2 als ideal angenommen, da beide Körper bei den betrachteten Lastniveaus und Frequenzen kaum Deformationen aufweisen.

3.3.5 Modellierung der Kraftsensoren

Im bis zu diesem Punkt abgeleiteten Simulationsmodell sind Geometrie, Randbedingungen, die elastischen Materialeigenschaften der Bauteile und die Kontaktstellen ohne Relativbewegung des Prüfstandes definiert. Zur vollständigen Beschreibung des Systems fehlen die Modellierung der Kraftsensoren, sowie die tribologischen Eigenschaften im Kontakt. Letztere hängen von der jeweils gewählten Materialpaarung ab und sind nicht Teil des allgemeinen Modellaufbaus. Folglich werden sie nicht in diesem Kapitel betrachtet.

Die Kraftsensoren werden durch Balkenelemente mit kreisförmigem Querschnitt und linear-elastischem Materialverhalten mit $E_S = 211 \text{ GPa}$, $\nu_S = 0,29$ und $\rho_S = 7,85 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ abgebildet. Der Durchmesser des Querschnitts der Balkenelemente wird so gewählt, dass sie das Verhalten der Kraftsensoren am Prüfstand wiedergeben. Dazu sind Messungen erforderlich, bei denen die Systemantwort nicht vom Reibverhalten im Kontakt abhängt. Hammermessungen an der Druckplatte zur Bestimmung der Quersteifigkeit waren aufgrund der damit verbundenen Impulsbelastung in Querrichtung der sensiblen Sensoren nicht möglich. Daher wurden Messungen im Normalbetrieb des Prüfstandes, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, durchgeführt. Dabei wurden sehr hohe Normalkräfte im Kontakt zwischen Kopf und Druckplatte eingestellt, um permanentes Haften im Kontakt sicherzustellen.

Der Grundgedanke dieser Versuche ist, dass die Systemantwort nicht vom Reibverhalten im Kontakt abhängt, solange es nicht zum Gleiten kommt. Die Reibkraft ist dann stets so groß genug, um eine Relativbewegung der Kontaktpartner zu verhindern. Das System antwortet auf harmonische Anregung mit harmonischen Schwingungen. Die Ergebnisse wurden verwendet, um die Balkenelemente zwischen Platte 1 und Platte 2 so zu definieren, dass bestmögliche Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung vorliegt. Abbildung 12 zeigt die Ergebnisse.

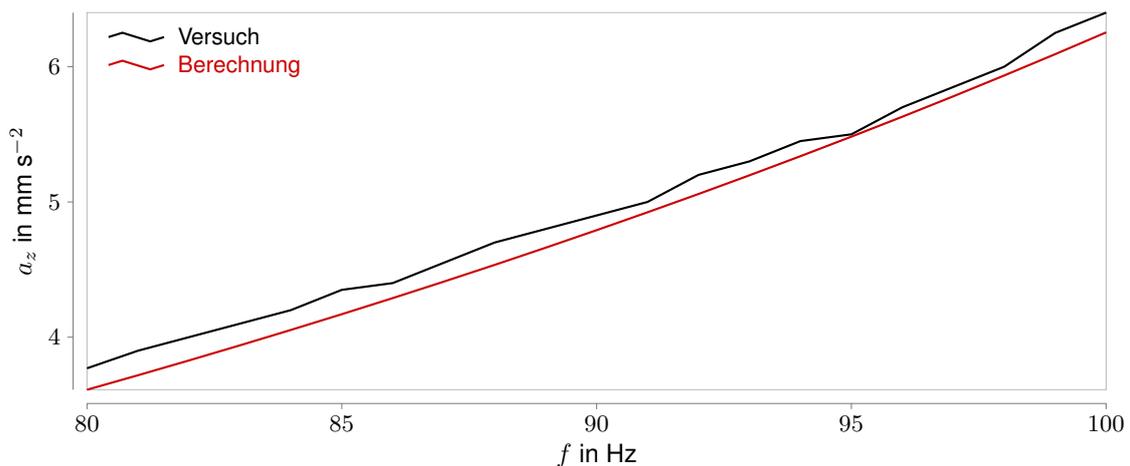


Abbildung 12 Frequenzgang der Beschleunigung in z -Richtung am Sensor 1: Vergleich der Amplituden aus Berechnung und Versuch.

Im Versuch wurde die Normalkraft auf $F_N = 50 \text{ N}$ eingestellt und das System harmonisch mit $\hat{F} = 7,75 \text{ N}$ angeregt. Die Systemantwort war im Bereich von 80 Hz bis 100 Hz harmonisch.

Bei niedrigeren Frequenzen kam es teilweise zum Gleiten im Kontakt. Zwar ermöglicht eine Reduktion der Anregungsamplitude auch bei niedrigeren Anregungsfrequenzen harmonische Systemantworten, jedoch ist dann der Signal-Rauschabstand (vgl. zum Beispiel [109]) der Beschleunigungssensoren sehr gering, was eine zuverlässige Auswertung verhindert. Deshalb wird der Frequenzbereich von 80 Hz bis 100 Hz für den Abgleich verwendet. Neben den Messwerten zeigt Abbildung 12 auch die Berechnungsergebnisse für die Balkendefinition, mit welcher die beste Übereinstimmung vorliegt. Sie wurden mit einem Durchmesser des Kreisquerschnitts von $d_S = 1,48$ mm erzielt.

3.3.6 Viskose Dämpfung

Reale Strukturen sind gedämpft, so dass freie Schwingungen nach endlicher Zeit abklingen. Schwache Dämpfung beeinflusst die Systemantwort besonders im Bereich der Resonanzfrequenzen [30]. Ohne Dämpfung würde die Systemantwort bei harmonischer Anregung mit einer Resonanzfrequenz über alle Grenzen wachsen und die Struktur zerstören. Bei dem bis hier betrachteten System ist von schwacher Dämpfung auszugehen, da alle Bauteile aus Metall bestehen, in den Kontaktstellen keine makroskopische reibungsbehaftete Relativbewegung stattfindet und keine weiteren dämpfenden Elemente vorhanden sind. Die Reibung zwischen Kopf und Druckplatte wird später, bei den Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance, berücksichtigt.

Um die Dämpfung im System ohne Kontakt zwischen Kopf und Druckplatte zu berücksichtigen, wird in dieser Arbeit das Rayleigh'sche Dämpfungsmodell [110] verwendet, bei dem sich die Dämpfungsmatrix als Linearkombination aus Massen- und Steifigkeitsmatrix ergibt:

$$\mathbf{B} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} . \quad (3.1)$$

Die Rayleigh-Koeffizienten α und β sind für beliebige Strukturen nicht a priori bekannt und auch nicht direkt durch Messungen bestimmbar. Sie wurden daher so gewählt, dass sich der modale Dämpfungsgrad (vgl. [111]) für die ersten beiden Eigenfrequenzen zu $D_{1,2} = D = 0,01$ ergibt, was schwacher Dämpfung für Metalle entspricht [112]. Diagonalisiert man die in Gleichung 3.1 definierte Dämpfungsmatrix analog zu dem Vorgehen für eine Massen- oder Steifigkeitsmatrix bei einer Modalanalyse und setzt die ersten beiden Einträge auf der Diagonalen der so gewonnenen Matrix mit denselben Termen für modale Dämpfung gleich, so erhält man nach wenigen Umformungen:

$$\beta = \frac{D}{\pi (f_1 + f_2)} , \quad (3.2)$$

$$\alpha = 4\pi^2 f_1 f_2 \beta . \quad (3.3)$$

Zur Berechnung der Eigenfrequenzen wurde das Modell aus Abbildung 6 verwendet, welches die Zusatzmassen der Beschleunigungssensoren wie im Versuch enthält. Mit $f_1 = 30$ Hz und $f_2 = 216$ Hz ergeben sich $\alpha = 3,31 \text{ s}^{-1}$ und $\beta = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ s}$.

Abbildung 13 zeigt den Frequenzgang der Rayleigh-Dämpfung für diese Werte. Die Kurve macht deutlich, dass die Dämpfung im Bereich zwischen der ersten und zweiten Eigenfrequenz am schwächsten ist. Für niedrige Frequenzen ist sie deutlich höher, aber noch immer schwach. Oberhalb der zweiten Eigenfrequenz steigt sie nahezu linear mit der Frequenz an.

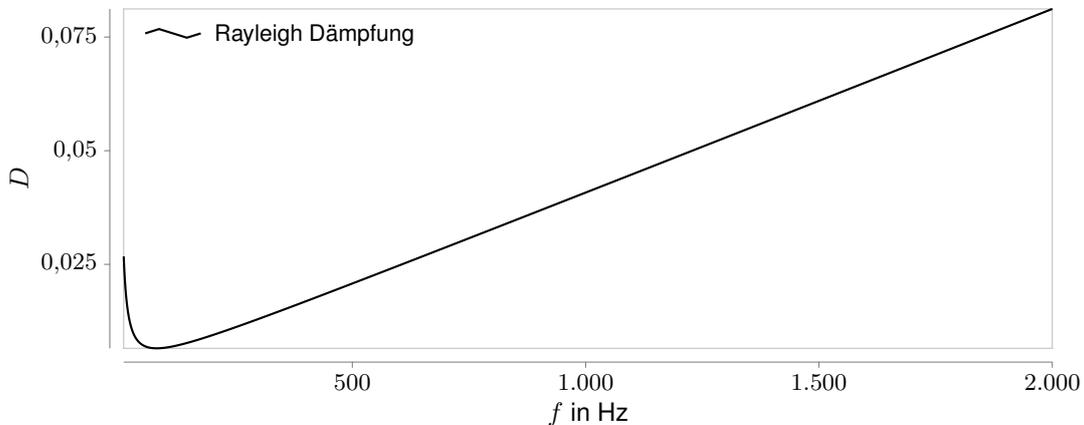


Abbildung 13 Frequenzgang der viskosen Dämpfung für $\alpha = 3,31 \text{ s}^{-1}$ und $\beta = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ s}$.

Um stets modale Dämpfungsgrade von $D_{1,2} = 0,01$ zu gewährleisten, sind die Rayleigh-Koeffizienten nach jeder Anpassung des Berechnungsmodells neu zu bestimmen, denn durch die damit verbundene Änderung der Eigenfrequenzen ändern sich auch die Werte für α und β entsprechend der Gleichungen 3.2 und 3.3. Die im weiteren Verlauf dieser Arbeit realisierten Modellüberarbeitungen beeinflussen die ersten beiden Eigenfrequenzen jedoch sehr geringfügig. Damit bleiben auch die Rayleigh-Koeffizienten nahezu konstant und bleiben im Folgenden unberührt. Der modale Dämpfungsgrad weicht deshalb im Einzelfall von dem hier herangezogenen Wert leicht ab.

3.4 Modellreduktion

In Abschnitt 2.5 wurde gezeigt, wie man ein System mittels der Craig-Bampton Methode reduziert. Diese Reduktion wird nun für den Prüfstand durchgeführt. Dafür sind Lagerung, Lasteinleitung und die beizubehaltenden Freiheitsgrade zu definieren.

In 3.3.3 wurde der Einfluss verschiedener Randbedingungen gezeigt und erläutert, warum der Prüfstand an seiner Unterseite festgehalten wird. Diese Randbedingungen werden bei der Reduktion des Modells direkt berücksichtigt und die zugehörigen Freiheitsgrade aus dem Gleichungssystem eliminiert. Das bedeutet, die Randbedingungen sind nach der Reduktion Teil des Modells und bleiben unverändert.

Die beizubehaltenden Freiheitsgrade beinhalten die äußeren Freiheitsgrade x_a , sowie modale Freiheitsgrade x_m . Äußere Freiheitsgrade sind im ursprünglichen System definiert und liegen nach der Reduktion unverändert vor. Sie werden beibehalten, da an ihnen die nichtlinearen Kräfte angreifen. Diese Kräfte werden bei den Berechnungen mit der Methode der Harmoni-

schen Balance aufgebracht und hängen von den Bewegungen der Knoten ab, an denen sie angreifen. Daher müssen die entsprechenden Freiheitsgrade während der Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance verfügbar sein. Da der Prüfstand mit Volumenelementen vernetzt wurde, handelt es sich bei diesen Freiheitsgraden um Knotenverschiebungen in x -, y - und z -Richtung.

Abbildung 14 zeigt die Knoten an Platte und Kopf, deren Freiheitsgrade beibehalten werden, um später Reibungskräfte an ihnen zu definieren. Kopf und Platte bilden die einzige Kontaktstelle mit Relativbewegung, deshalb wurden keine weiteren Knotenfreiheitsgrade beibehalten. Um die Kontaktformulierung zu vereinfachen, wurden Kopf und Platte 1 so vernetzt, dass zwei Paare koinzidenter Knoten vorliegen. Nichtlineare Kräfte werden später zwischen diesen Knotenpaaren definiert. Da Kopf und Platte 1 in sich steif sind und sich auch bei Kontakt kaum deformieren, wurden nicht alle Knoten im Kontaktbereich für die Kontaktdefinition genutzt.

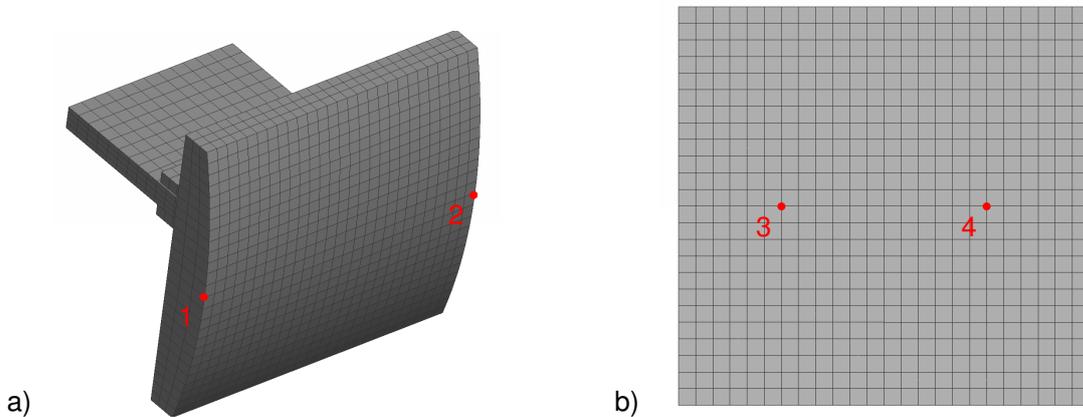


Abbildung 14 Knoten deren Freiheitsgrade beibehalten wurden: a) am Kopf, b) an der Platte.

Wie in Abschnitt 2.5 beschrieben, werden modale Freiheitsgrade verwendet, um das dynamische Verhalten einer Struktur auch im reduzierten Modell zu berücksichtigen. Bei der Auswahl der zu berücksichtigenden modalen Freiheitsgrade hilft das Wissen über die im Betrieb der Struktur auftretenden Frequenzen. Ist a priori nicht bekannt, welche Frequenzen vorkommen, sind sie abzuschätzen und gegebenenfalls die Modellreduktion mit angepasster Auswahl zu wiederholen.

In Kapitel 4 wird gezeigt, dass in einzelnen Fällen sehr viele Harmonische notwendig sind, um das Schwingungsverhalten des Prüfstands zu beschreiben. Erfahrungsgemäß treten mit zunehmender Anregungsfrequenz weniger und kürzere Haftphasen auf und die Systemantwort nähert sich einer harmonischen Funktion an. Dadurch nimmt die Anzahl für die Beschreibung benötigter Harmonischer ab und folglich die Ordnung der Harmonischen, die dem System durch vorhandene Nichtlinearitäten aufgeprägt werden. Es wird an dieser Stelle von maximal 200 Harmonischen ausgegangen, die im Bereich < 10 Hz notwendig sind, um das Schwingungsverhalten wiederzugeben. Die maximal in den Berechnungen auftretende Frequenz beträgt somit 2000 Hz. Da Schwingungen mit diesen Frequenzen Anteile aus Moden mit

höherer Eigenfrequenz beinhalten, werden in dieser Arbeit Eigenfrequenzen bis maximal 4000 Hz berücksichtigt.

Das Finite Elemente Modell weist im Bereich bis 4000 Hz 32 Eigenfrequenzen aus. Abbildung 15 zeigt die Eigenschwingungsformen der ersten sechs zugehörigen modalen Freiheitsgrade. Da Bewegungen der beibehaltenen äußeren Freiheitsgrade bei der notwendigen Modalanalyse fixiert sind, ergeben sich von den Erläuterungen in 3.3.2 abweichende Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen. Dabei ist zu beachten, dass das Modell des Prüfstands nur im Bereich bis circa 800 Hz und für den frei schwingenden Kopf validiert wurde. Die Werte für das System mit an der Platte haftendem Kopf wurden nicht erneut durch Versuche verifiziert.

Zu jedem der vier Knoten in Abbildung 14 gehören drei Freiheitsgrade. Zuzüglich der 32 modalen Freiheitsgrade ergeben sich 44 Freiheitsgrade für das reduzierte System.

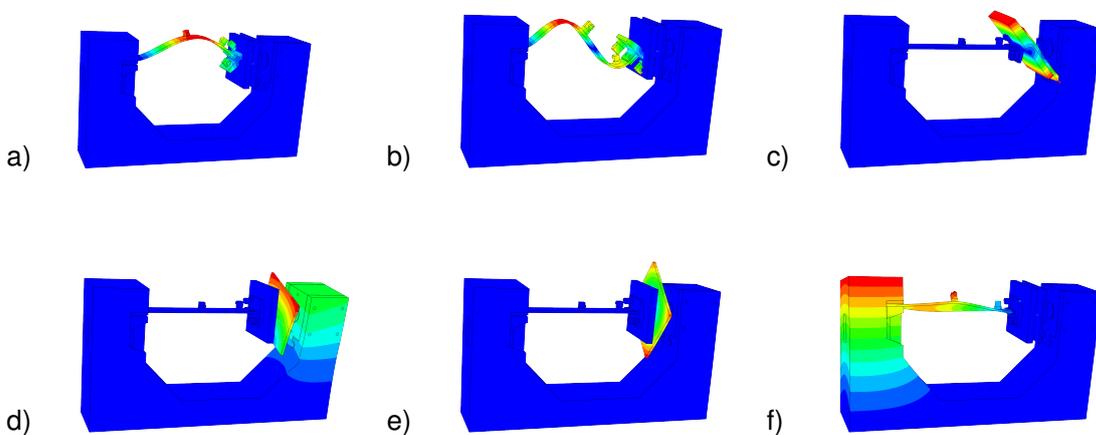


Abbildung 15 Eigenschwingungsformen zu den ersten sechs modalen Freiheitsgraden der Reduktion, zugehörige Eigenfrequenzen: a) 242 Hz, b) 735 Hz, c) 883 Hz, d) 1134 Hz, e) 1329 Hz, f) 1373 Hz.

In den Berechnungen ab Kapitel 4 wird der Prüfstand durch harmonische Kraftanregung zum Schwingen gebracht. Die Lasten greifen an den Freiheitsgraden des ursprünglichen Systems an. Der zugehörige Lastvektor wird durch Gleichung 2.40 in die Koordinaten des reduzierten Systems transformiert. Die Transformationsmatrix T hängt dabei von der Auswahl der beibehaltenen Freiheitsgrade ab und ist in Gleichung (2.35) definiert.

Mit den Systemmatrizen und dem transformierten Lastvektor für die Anregung liegen alle notwendigen Terme vor, um Berechnungen mittels der Methode der Harmonischen Balance durchzuführen. Ab diesem Punkt ist das System vollständig definiert. Änderungen an Geometrie, Materialien, Randbedingungen oder ähnlichem können nur durch Anpassung des ursprünglichen Systems erfolgen. Die Modellreduktion ist in einem solchen Fall erneut durchzuführen. Lediglich die Definition der nichtlinearen Terme sowie Amplitude und Frequenz der äußeren Lasten sind während der Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance veränderbar. In Kapitel 4 werden die nichtlinearen Kräfte entsprechend den Erläuterungen in 2.3.3 eingebracht und die Schwingungen des Prüfstandes unter Berücksichtigung von Reibung berechnet.

4 Verifikation von Berechnungsergebnissen

In Kapitel 3 wurde das Finite Elemente Modell des Prüfstands abgeleitet, welches der Berechnung der Systemmatrizen und Lastvektoren entsprechend Abschnitt 2.5 zugrunde liegt. Diese dienen als Eingangsgrößen für die Methode der Harmonischen Balance bei der Berechnung der Systemantwort auf harmonische Anregung. In diesem Kapitel werden die Fähigkeiten und Grenzen der Methode analysiert. Dazu erfolgt in Abschnitt 4.1 zunächst ein Abgleich mit der direkten Zeitintegration. Der Vergleich dient der Untersuchung, ob sich die Methode zum Lösen der Bewegungsgleichungen eignet, sowie der Überprüfung ihrer Umsetzung in MATLAB®. In Abschnitt 4.2 werden die Ergebnisse aus Simulation und Experiment für relevante Konfigurationen gegenübergestellt.

4.1 Vergleich zur direkten Zeitintegration

Bevor in Abschnitt 4.2 Ergebnisse der Methode der Harmonischen Balance mit Versuchen verglichen werden, erfolgt ein Vergleich mit Berechnungsergebnissen der direkten Zeitintegration. Beiden Methoden liegt das selbe mathematische Modell zugrunde, wobei den Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance die in Abschnitt 2.5 erläuterte Modellreduktion vorausgeht. Die direkte Zeitintegration ist eine weit verbreitete, etablierte Methode und wurde in verschiedenen kommerziellen Softwareprodukten umgesetzt [113, 114]. Sie dient in dieser Arbeit als Referenz für Berechnungsergebnisse. Das bedeutet: Stimmen die Ergebnisse der Methode der Harmonischen Balance mit der direkten Zeitintegration überein, so ist auch erstere geeignet für die vorliegende Klasse von mathematischen Problemen und wurde korrekt implementiert.

4.1.1 Ersatzmodell

Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance liefern Ergebnisse für periodische Schwingungen, also für den eingeschwungenen Zustand eines Systems. Um sie mit Ergebnissen der direkten Zeitintegration zu vergleichen, müssen auch diese für den eingeschwungenen Zustand vorliegen. Dafür sind im Allgemeinen Berechnungen über mehrere Perioden der Anregung notwendig. Diese Berechnungen über einen langen Zeitbereich sind sehr kostspielig, wobei der Aufwand mit kleiner werdendem stabilen Zeitschritt (vgl. Abschnitt 2.2) steigt.

Für das Finite Elemente Modell aus Kapitel 3 liegt dieser bei $\Delta t = 6,3 \cdot 10^{-9}$ s. Durch die Verwendung von Massenskalierung ließe sich der stabile Zeitschritt zwar vergrößern, allerdings wird dabei die Dichte in den kleinsten Elementen des Systems künstlich erhöht. Es wird Masse ins System eingebracht, während die elastischen Eigenschaften unverändert bleiben und somit das System gegenüber dem Ausgangszustand verstimmt. Da die Methode der Harmonischen Balance ohne Massenskalierung arbeitet, sind die mathematischen Modelle für direkte Zeitin-

tegration und HBM damit verschieden, was einen Vergleich von Berechnungsergebnissen auf dieser Basis ausschließt.

Berechnungen für das Prüfstandsmodell ohne Massenskalierung brachten in parallelisierten Rechnungen auf einem Hochleistungscluster mit mehr als 100 Prozessoren nach 10 Tagen Berechnungsdauer keinen eingeschwungenen Zustand hervor. Aufgrund dieses enormen Aufwandes wurde der Vergleich zwischen der Methode der Harmonischen Balance und der direkten Zeitintegration nicht am Modell des Prüfstandes aus Kapitel 3 durchgeführt, sondern ein Ersatzmodell aufgebaut. Damit sinkt der Aufwand bei den Berechnungen mit der direkten Zeitintegration erheblich.

Abbildung 16 zeigt das Ersatzmodell, welches dem Prüfstand nachempfunden ist und ein vergleichbares dynamisches Verhalten aufweist. Die Eigenschwingungsformen zu den sechs Eigenfrequenzen, welche für die modalen Freiheitsgrade verwendet wurden, sind in Abbildung 40 im Anhang A.4.1 zu sehen.

Das Modell besteht aus einem Balken mit abgerundetem Kopf sowie einer Platte. Die Platte ist an ihrem Rand, der Balken an dem Ende ohne Kopf fest eingespannt. Beide Komponenten sind mit Schalenelementen mit linearen Ansatzfunktionen vernetzt, als Material wurde Stahl mit Standardwerten aus der Literatur ([102, 103], vgl. Tabelle 9 im Anhang A.4.2) verwendet. Der stabile Zeitschritt für dieses System liegt bei $\Delta t = 2,0 \cdot 10^{-7}$ s. Da es mit 6114 Freiheitsgraden zudem deutlich kleiner ist als das Modell aus Kapitel 3 (131769 Freiheitsgrade), reduziert sich die Berechnungsdauer für den eingeschwungenen Zustand auf weniger als zehn Stunden. Die Berechnungen erfolgten dabei parallelisiert auf 4 Prozessoren.

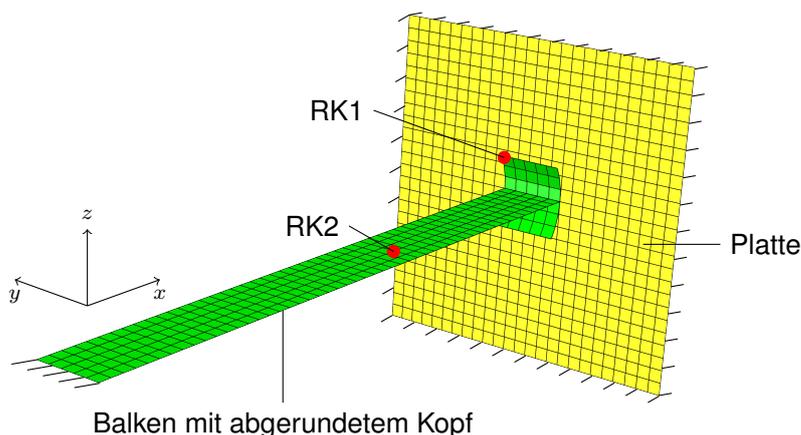


Abbildung 16 FE Modell des Ersatzsystems mit Referenzknoten RK1 und RK2.

Das System wird am Balken harmonisch in z -Richtung angeregt. Reibung ist zwischen Kopf und Platte an zwei Knotenpaaren definiert. Da das Ziel dieser Arbeit die Bestimmung der abgestrahlten Schalleistung schwingender Systeme ist, deren Berechnung auf der Geschwindigkeit in Normalenrichtung an der Oberfläche dieser Systeme basiert, erfolgt der Vergleich zwischen der Methode der Harmonischen Balance und der direkten Zeitintegration auf Basis

von Geschwindigkeiten. Diese werden an zwei Referenzknoten (RK1 und RK2 in Abbildung 16) des Systems betrachtet.

Für die Anwendung der Methode der Harmonischen Balance wurde das Modell reduziert. Dabei wurden die Freiheitsgrade der vier Knoten mit definierten nichtlinearen Kräften, sowie die modalen Freiheitsgrade der sechs niedrigsten Eigenfrequenzen beibehalten (siehe Abbildung 40 im Anhang A.4.1). Nach dem Modellaufbau und der Reduktion der Systemmatrizen sind Geometrie, Randbedingungen und Materialien für die Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance festgelegt. Es bleiben die Amplitude und Frequenz der Anregung, sowie die Definition des Reibkontaktes, um verschiedene Schwingungszustände am Modell einzustellen. Für den Abgleich wurde das einfache Coulomb'sche Reibgesetz aus Abschnitt 2.3.3 verwendet. Die Normalkraft im Kontakt beträgt in allen Rechnungen $F_N = 20$ N, der Reibkoeffizient wurde zu $\mu = 0,3$ gewählt. Die Anregung wurde jeweils so eingestellt, dass sich folgende vier Zustände im Kontakt ergeben:

1. Der Kopf haftet während der gesamten Schwingungsperiode an der Platte,
2. er gleitet dauerhaft, ohne ausgeprägte Haftphasen an den Umkehrpunkten der Bewegung,
3. pro Schwingungsperiode treten zwei Haftphasen in den Umkehrpunkten auf oder
4. der Kopf haftet mehr als zwei Mal pro Periode an der Platte.

Diese vier Fälle spiegeln ein weites Spektrum möglicher Schwingungen am Prüfstand wider. Liefert die Methode der Harmonischen Balance für jeden dieser Fälle eine gute Übereinstimmung mit der direkten Zeitintegration, ist davon auszugehen, dass sie auch in ähnlichen Fällen ausreichend genaue Ergebnisse liefert. Ein vollständiger Abgleich mit allen theoretisch erzielbaren Schwingungszuständen ist nicht möglich, da sich durch geeignete Wahl der Anregung die Anzahl der Haftphasen im Kontakt stets erhöhen lässt. Im Folgenden werden die Ergebnisse für jeden einzelnen Fall mit der direkten Zeitintegration verglichen. Zum Abgleich der Ergebnisse wird die mittlere absolute Abweichung ϵ definiert, für zwei zeitdiskrete Funktionen $f_{\text{HBM}}(x)$ und $f_{\text{DZI}}(x)$ mit l Abtaststellen ergibt sie sich durch:

$$\epsilon = \sum_{i=1}^l \frac{1}{l} |f_{\text{HBM}}(x_i) - f_{\text{DZI}}(x_i)| . \quad (4.1)$$

4.1.2 Permanentes Haften

Im ersten Fall haftet der Kopf während der gesamten Schwingungsperiode an der Platte. Dazu darf die Amplitude der Anregung ein gewisses Lastniveau nicht übersteigen. Dieses Lastniveau hängt von der Anregungsfrequenz ab und beträgt für das Ersatzmodell bei $f_a = 30$ Hz etwas mehr als $\hat{F} = 4$ N. In Abbildung 17 ist die Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2 für die Anregung mit $\hat{F} = 4$ N dargestellt. Die Systemantwort ist in

diesem Fall harmonisch, daher genügt bei der Berechnung mit der Methode der Harmonischen Balance ein Ansatz mit $h = 1$, um das Schwingungsverhalten wiederzugeben. Die Ergebnisse dieser Berechnungen stimmen sehr gut mit denen der direkten Zeitintegration überein, die mittlere absolute Abweichung beträgt am Referenzknoten 1 $\epsilon_1 = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ mm s}^{-1}$ und am Referenzknoten 2 $\epsilon_2 = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ mm s}^{-1}$.

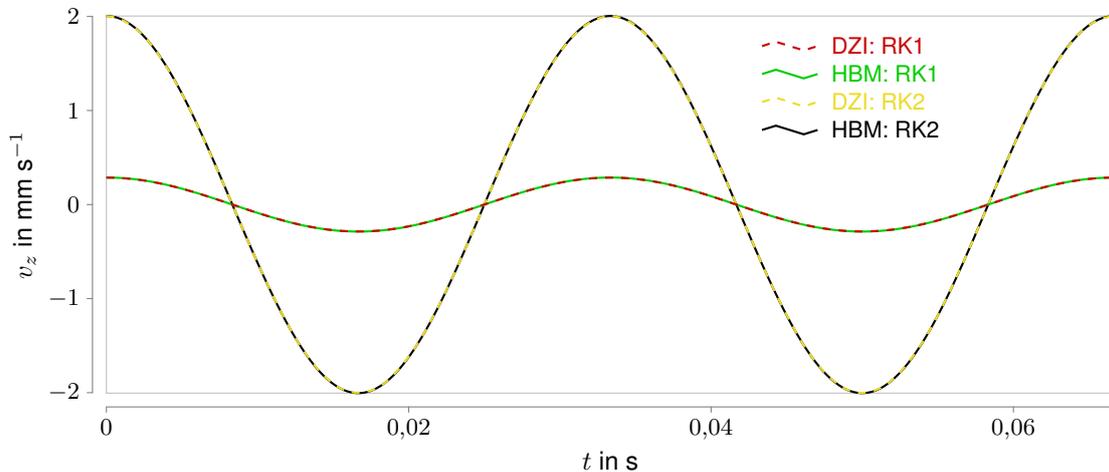


Abbildung 17 Permanentes Haften: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.

4.1.3 Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen

In Abbildung 18 sind die Ergebnisse für eine Schwingung mit dauerhaftem Gleiten im Kontakt dargestellt. Dabei ist die Relativgeschwindigkeit im Kontakt nur an den Umkehrpunkten der Bewegung kurzzeitig null. Eine solche Schwingung stellt sich bei einer Anregungsfrequenz von $f_a = 50 \text{ Hz}$ und einer Amplitude von $\hat{F} = 25 \text{ N}$ ein. Obwohl keine ausgeprägten Haftphasen auftreten und der Verlauf der Geschwindigkeit im Zeitbereich kaum hochfrequente Anteile erahnen lässt, konvergieren die Lösungen mit der Methode der Harmonischen Balance erst bei der Verwendung von 91 Harmonischen. Die mittlere absolute Abweichung beträgt am Referenzknoten 1 $\epsilon_1 = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ mm s}^{-1}$ und am Referenzknoten 2 $\epsilon_2 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ mm s}^{-1}$.

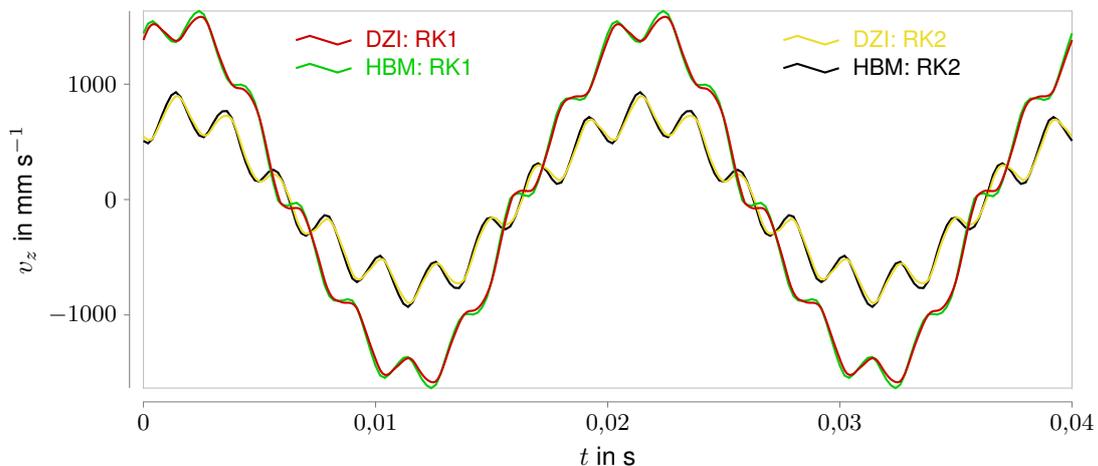


Abbildung 18 Gleiten: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.

Um zu verdeutlichen, warum so viele Harmonische bei der Berechnung mit der Methode der Harmonischen Balance zu berücksichtigen sind, wurde in Abbildung 19 der Vergleich der Geschwindigkeiten im Frequenzbereich aufgetragen. Die diskreten Werte für eine Harmonische l ergeben sich aus dem Betrag der Fourierkoeffizienten x_{ls} und x_{lc} des Ansatzes. Sie sind durch Markierungen mit jeweils einem „x“ in Abbildung 19 dargestellt.

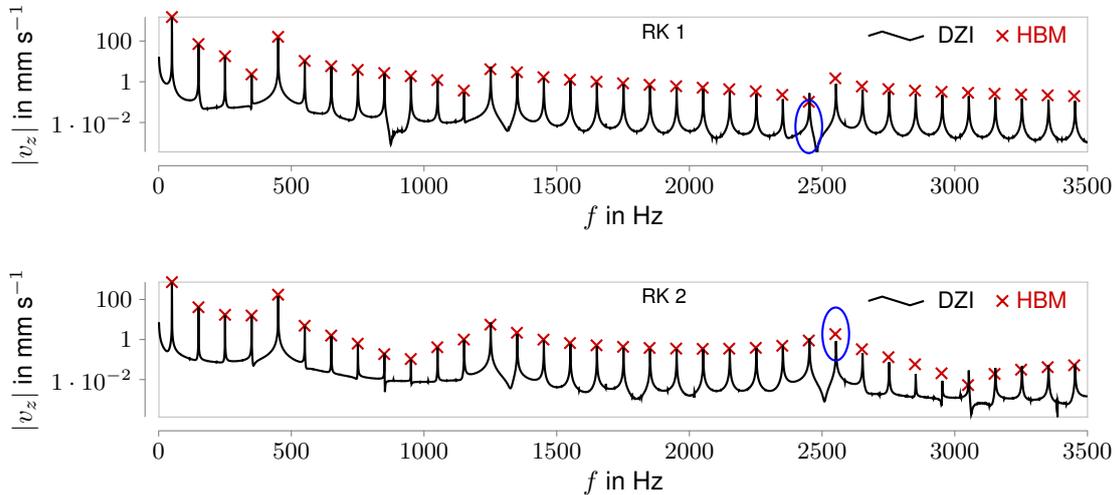


Abbildung 19 Gleiten: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung im Frequenzbereich an den Referenzknoten 1 und 2, oben Referenzknoten 1, unten Referenzknoten 2, gerade Harmonische aus den HBM Berechnungen sind wegen ihrer geringen Absolutwerte nicht abgebildet.

Übereinstimmung liegt vor, wenn das Ergebnis aus der Methode der Harmonischen Balance mit dem entsprechenden lokalen Maximum der direkten Zeitintegration zusammenfällt. Die Ergebnisse der beiden Berechnungsmethoden weichen auch im Frequenzbereich wenig voneinander ab. Erst in der 49. Harmonischen ergeben sich leichte Unterschiede am Referenzknoten 1, am Referenzknoten 2 in der 51. Harmonischen. Beide Peaks sind in Abbildung 19 durch blaue Ellipsen markiert.

Abbildung 19 verdeutlicht, warum die Lösung der Bewegungsgleichung mit der Methode der Harmonischen Balance einen hohen Ansatz erfordert, obwohl die Geschwindigkeit im Zeitbereich keine höherfrequenten Anteile erahnen lässt. Zwar wird das Signal von den ersten neun Harmonischen dominiert, allerdings haben die höheren Harmonischen nicht vernachlässigbare Werte und bleiben bis in den oberen Frequenzbereich auf einem hohen Niveau. Daher sind sie bei der Berechnung zu berücksichtigen.

Das Spektrum in Abbildungen 19 weist neben den Peaks der Grundschwingung und ihrer ungeradzahigen Vielfachen keine weiteren lokalen Maxima auf. Dies gilt sowohl für die Methode der Harmonischen Balance, als auch für die direkte Zeitintegration. Die geraden Harmonischen wurden in den Berechnungen zwar berücksichtigt, aber in den Abbildungen nicht mit dargestellt, da sie numerisch sehr kleine Zahlenwerte aufweisen und die logarithmische Darstellung sonst sehr unübersichtlich wird.

Der Grund für die verschwindend kleinen Amplituden der geraden Harmonischen liegt im verwendeten mathematischen Modell. Es wurde Knoten-zu-Knoten Kontakt mit konstanter Normalkraft und konstantem Reibungskoeffizienten angenommen. Die Reibkraft ergibt sich aus der Relativgeschwindigkeit der Knoten und dem Reibmodell entsprechend Abschnitt 2.3.3. Damit ist sie eine ungerade Funktion der Relativgeschwindigkeit. Die zu geraden Vielfachen der Anregungsfrequenz gehörenden Fourierkoeffizienten dieser ungeraden Funktion ergeben sich zu Null. Da die Reibkraft die einzige Nichtlinearität im System darstellt, sind auch die geraden Fourierkoeffizienten des Ansatzes (2.3) gleich Null. Dies gilt ebenso für die Spektren in den Abbildungen 21 und 23. Der Sachverhalt wird in Abschnitt 4.2 beim Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Versuchen erneut aufgegriffen.

4.1.4 Gleiten mit ausgeprägten Haftphasen in den Umkehrpunkten

Der dritte Lastfall ist durch zwei ausgeprägte Haftphasen in den Umkehrpunkten der Bewegung geprägt. Ein solches Verhalten stellt sich bei Anregung mit $f_a = 15$ Hz und $\hat{F} = 12$ N ein. Abbildung 20 zeigt die Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.

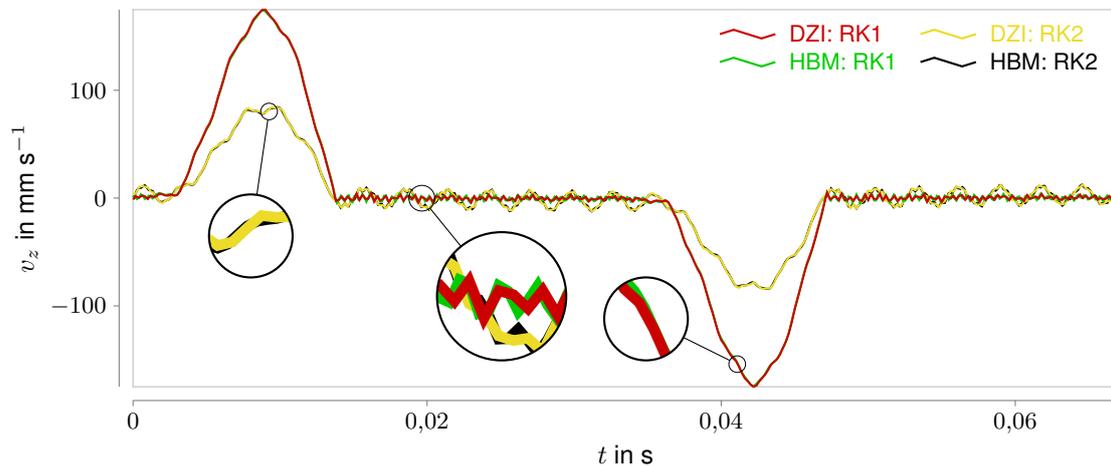


Abbildung 20 Haften in den Umkehrpunkten: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.

Bei den Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance stellt sich ab einer Anzahl von $h = 151$ Harmonischen Konvergenz ein. Aufgrund der sich plötzlich ändernden Verhältnisse im Kontakt beim Übergang zwischen Haften und Gleiten ist das Systemverhalten stark nichtlinear. Im Vergleich zum vorherigen Lastfall sind zur Beschreibung dieser Schwingung mehr Harmonische notwendig. Werden ausreichend Harmonische berücksichtigt, liegt auch in diesem Fall sehr gute Übereinstimmung mit der direkten Zeitintegration vor und die mittlere absolute Abweichung beträgt am Referenzknoten 1 $\epsilon_1 = 4,2 \cdot 10^{-4}$ mm s⁻¹ und am Referenzknoten 2 $\epsilon_2 = 2,9 \cdot 10^{-4}$ mm s⁻¹. Dasselbe gilt im Frequenzbereich, wie Abbildung 21 zeigt. Lediglich in der 79. Harmonischen ergeben sich erste Abweichungen.

4.1.5 Gleiten mit mehr als zwei Haftphasen pro Periode

Der letzte hier betrachtete Lastfall weist mehr als zwei Haftphasen pro Periode auf. Der Kopf haftet in den Umkehrpunkten der Bewegung an der Platte. Zusätzlich ist die Gleitbewegung

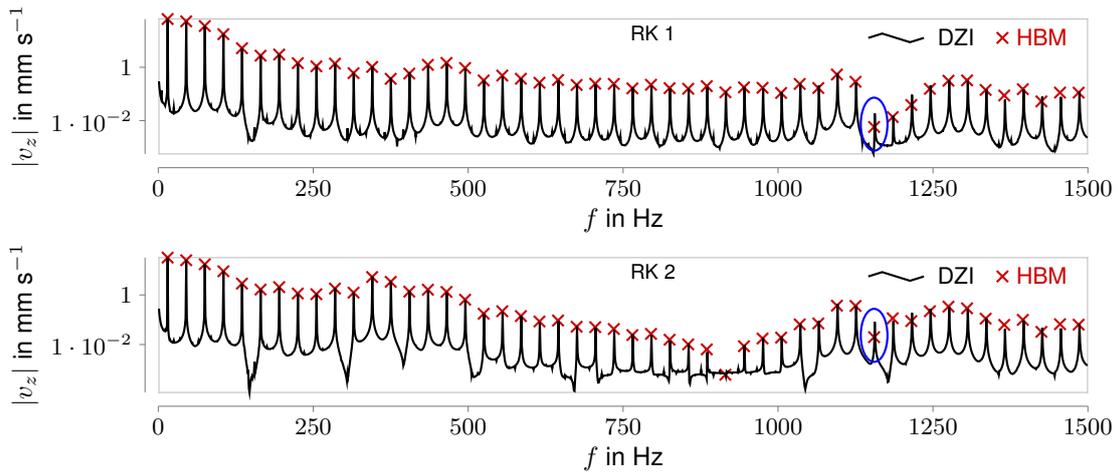


Abbildung 21 Haften in den Umkehrpunkten: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung im Frequenzbereich, oben Referenzknoten 1, unten Referenzknoten 2, gerade Harmonische aus den HBM Berechnungen sind wegen ihrer geringen Absolutwerte nicht abgebildet.

zwischen den Umkehrpunkten durch jeweils eine Haftphase unterbrochen. So kommt es zu insgesamt vier Haftphasen pro Periode. Ein solche Schwingung stellt sich bei Anregung mit $\hat{F} = 16 \text{ N}$ und $f_a = 10 \text{ Hz}$ ein. Abbildung 22 zeigt die Ergebnisse im Zeitbereich. Diese wurden durch einen Ansatz mit $h = 151$ Harmonischen gewonnen. Die mittlere absolute Abweichung beträgt in diesem Fall am Referenzknoten 1 $\epsilon_1 = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ mm s}^{-1}$ und am Referenzknoten 2 $\epsilon_2 = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ mm s}^{-1}$.

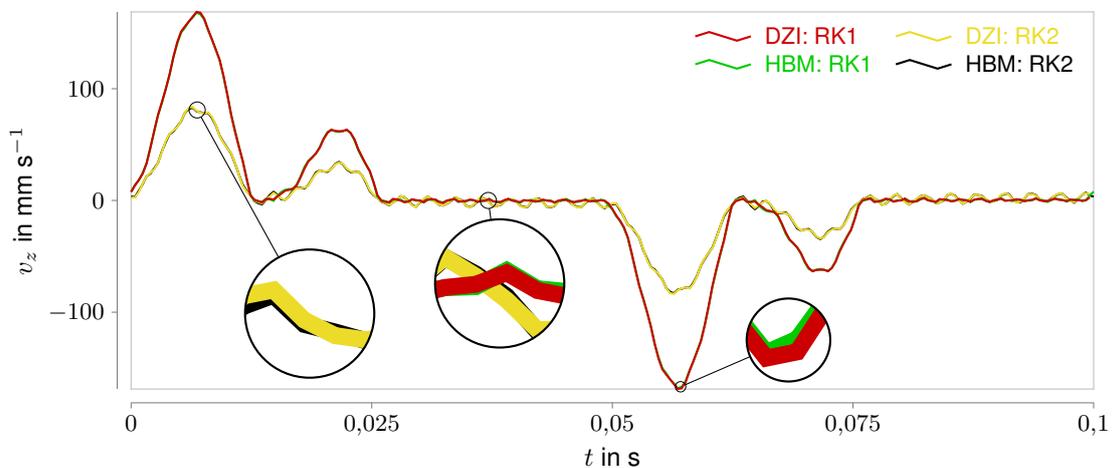


Abbildung 22 Vier Haftphasen pro Periode: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.

Abbildung 23 zeigt die Ergebnisse im Frequenzbereich. Im Vergleich zum vorherigen Fall ergeben sich Abweichungen zwischen den Ergebnissen ab der 35. Harmonischen. Allerdings nur vereinzelt, für die meisten höheren Harmonischen sind die Abweichungen sehr gering.

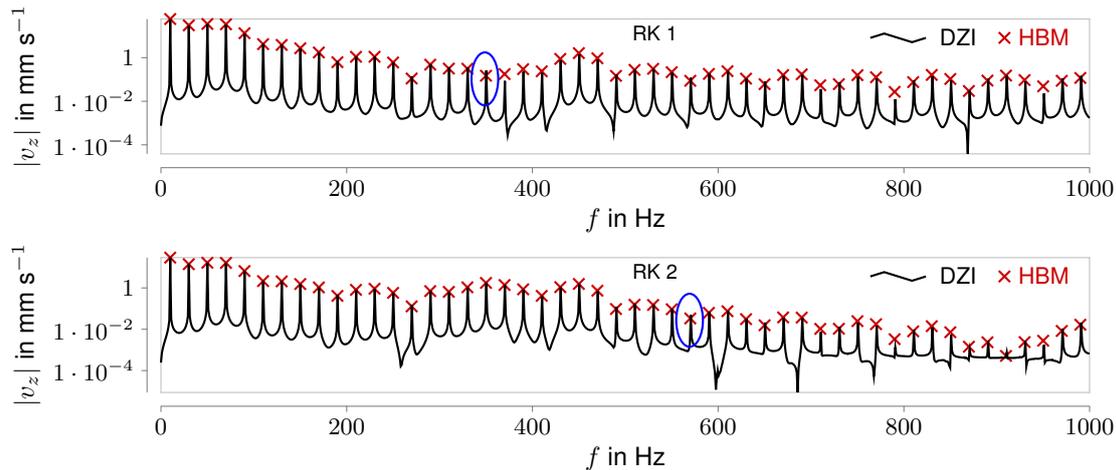


Abbildung 23 Vier Haftphasen pro Periode: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung im Frequenzbereich an den Referenzknoten 1 und 2, oben Referenzknoten 1, unten Referenzknoten 2, gerade Harmonische aus den HBM Berechnungen sind wegen ihrer geringen Absolutwerte nicht abgebildet.

4.1.6 Fazit zum Vergleich mit der direkten Zeitintegration

Die Berechnungen zu den Fällen 1 bis 4 belegen, dass die Methode der Harmonischen Balance sehr gute Ergebnisse im Vergleich zur direkten Zeitintegration liefert, wenn dasselbe mathematische Modell zugrunde liegt und genügend Harmonische berücksichtigt werden. Sie bestätigen außerdem, dass die Annahme, auf welcher die Methode der Harmonischen Balance basiert, gerechtfertigt ist. Laut dieser stellt sich am System ein periodischer Schwingungszustand ein, wenn es periodisch angeregt wird. Die direkte Zeitintegration setzt keine Periodizität voraus, sondern hat sie zum Ergebnis. Die periodischen Lösungen werden in den hier präsentierten Ergebnissen im Zeitbereich deutlich und sind im Frequenzbereich daran zu erkennen, dass das Spektrum durch die Anregungsfrequenz und deren ganzzahlige Vielfache dominiert wird. Dies zeigt, dass die Funktion durch eine Fourierreihe beschreibbar ist.

Anhand der hier betrachteten Lastfälle wurde demonstriert, dass die Methode der Harmonischen Balance in der Lage ist, die zugrundeliegenden Bewegungsgleichungen mit sehr hoher Genauigkeit zu lösen. Die Lastfälle wurden so gewählt, dass sie eine große Bandbreite an realistischen Schwingungszuständen abdecken. Wie bereits erwähnt, ist es nicht möglich alle Schwingungszustände zu prüfen, da sich die Anzahl der Haftphasen durch entsprechende Wahl der Parameter stets erhöhen lässt. Das letzte Beispiel hat jedoch verdeutlicht, dass mehr als zwei Haftphasen darstellbar sind und die Ergebnisse selbst dann noch sehr gut übereinstimmen.

4.2 Vergleich von Berechnungsergebnissen mit Experimenten

In Abschnitt 4.1 wurde die Methode der Harmonischen Balance auf ein Ersatzmodell für den Prüfstand angewendet und auf diesem Weg verdeutlicht, dass Berechnungsergebnisse der Methode der Harmonischen Balance sehr gut mit der direkten Zeitintegration übereinstim-

men, wenn dasselbe mathematische Modell zugrunde liegt. Der Vergleich erfolgte anhand von vier verschiedenen Zuständen, welche durch das Verhalten im Kontakt charakterisiert sind: permanentes Haften, Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen, Gleiten mit ausgeprägten Haftphasen in den Umkehrpunkten und Gleiten mit mehr als zwei Haftphasen pro Periode. Letzterer Zustand war am Prüfstand im Versuch nicht realisierbar. Damit bleiben drei Zustände für den Abgleich zwischen der Methode der Harmonischen Balance und Versuchsergebnissen. Dieser Abgleich wird hier behandelt.

In den Versuchen wurde der Prüfstand harmonisch am Balken angeregt und die Systemantwort mit den Beschleunigungssensoren entsprechend Abbildung 5 gemessen. Amplitude und Frequenz der Anregung, sowie die Normalkraft zwischen Kopf und Platte 1 (vgl. Abbildung 11) wurden so gewählt, dass sich das jeweils gewünschte Verhalten im Kontakt einstellte. Der Kopf wurde mit genarbtem PVC-Kunstleder, die Platte 1 mit genarbtem PC/ABS Kunststoff (siehe [115]) ausgestattet. Das tribologische Verhalten dieser Materialpaarung ist dem Autor unbekannt und wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht experimentell ermittelt. Damit fehlt eine entscheidende Information, um die Berechnungsergebnisse zu validieren. Daher werden in diesem Abschnitt Berechnungsergebnisse Versuchen gegenübergestellt und gezeigt, dass die Methode der Harmonischen Balance das am Prüfstand beobachtete Verhalten qualitativ wiedergibt. Das Reibgesetz wird dabei jeweils angepasst, um möglichst gute Übereinstimmung zu erzielen. Die Ergebnisse belegen, dass die Methode der Harmonischen Balance geeignet ist, um die Schwingungen am Prüfstand zu berechnen und dass die Annahme periodischer Schwingungen, auf welcher die Methode basiert, gerechtfertigt ist. Gleichzeitig werden Grenzen der aktuellen Formulierung ersichtlich, aus denen sich der Bedarf ableitet, die Methode weiter zu entwickeln. Die Berechnungen basieren auf dem in Kapitel 3 hergeleiteten Finite Elemente Modell.

4.2.1 Permanentes Haften

Wie bereits im vorherigen Abschnitt wird im ersten Fall eine Schwingung mit permanentem Haften im Kontakt betrachtet. Diese ist nahezu harmonisch, da kein makroskopisches Gleiten im Kontakt auftritt und sich damit das Verhalten im Kontakt nicht abrupt ändert. Für den Vergleich werden die Geschwindigkeiten an den Sensorpositionen 1 und 4 herangezogen.

Im Versuch wurde das System mit einer Frequenz von $f_a = 100$ Hz und einer Amplitude von $\hat{F} = 8,12$ N angeregt. Die Normalkraft im Kontakt betrug $F_N = 100$ N. Die Berechnung erfolgte mit denselben Werten, wobei das aus Abschnitt 2.3.3 bekannte Reibmodell verwendet wurde. Mit $\mu = 0,4$ haftet der Kopf während der gesamten Schwingungsperiode an Platte 1. Abbildung 24 zeigt die Ergebnisse. Für Sensor 4 liegt mit der aus Abschnitt 4.1 bekannten mittleren absoluten Abweichung $\epsilon_{S4} = 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ mm s}^{-1}$ sehr gute Übereinstimmung vor, an Position 1 beträgt diese $\epsilon_{S1} = 9,8 \cdot 10^{-5} \text{ mm s}^{-1}$. Die Abweichungen resultieren aus der in Abschnitt 3.3.5 erläuterten Definition der Balkenelemente zwischen Platte 1 und 2. Diese wurden so definiert, dass über einen Frequenzbereich von 80 Hz bis 100 Hz gute Übereinstimmung vorliegt. Das Vorgehen beinhaltet, dass Abweichungen bei einzelnen Frequenzen höher ausfallen, so auch

bei den hier verwendeten 100 Hz.

Der Abgleich für permanentes Haften liefert keine neuen Erkenntnisse im Vergleich zu Abschnitt 3.3.5. Er wurde an dieser Stelle mit anderen Parametern erneut durchgeführt, um einen vollständigen Abgleich der im Versuch realisierbaren Schwingungszustände mit der Berechnung zu erhalten.

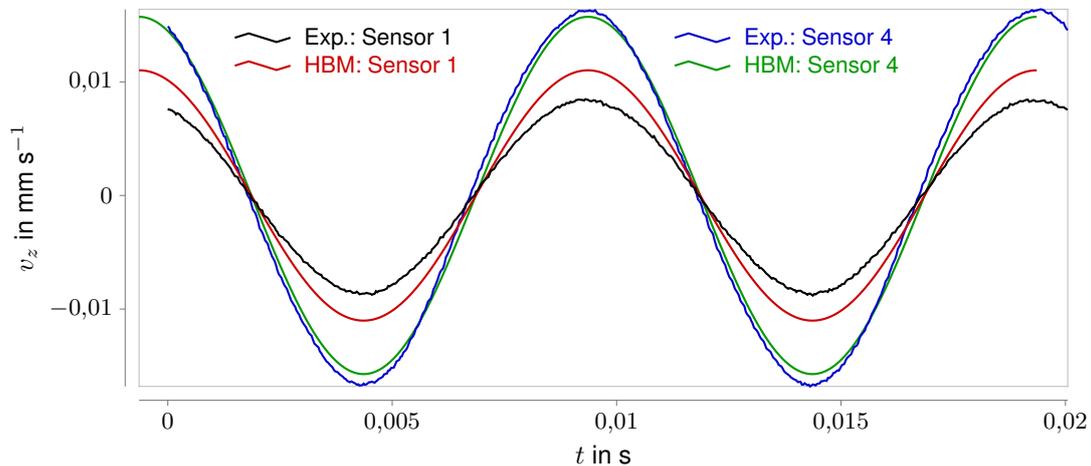


Abbildung 24 Vergleich zwischen Versuch und Berechnung für permanentes Haften.

4.2.2 Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen

Im nächsten Fall wird Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen betrachtet. Dabei hat die Relativgeschwindigkeit zwischen Kopf und Platte jeweils einen Nulldurchgang an den Umkehrpunkten der Bewegung, verweilt jedoch nicht in diesem Zustand, sodass es sich nicht um Haften im eigentlichen Sinne handelt. Bei Versuchen ist es nicht möglich, die Verhältnisse im Kontakt genau zu bestimmen. Dazu bedarf es des Wissens über die Geschwindigkeiten von Kopf und Platte an ihren Berührungspunkten. Diese sind im Betrieb mit geschlossenem Kontakt jedoch nicht messbar. Daher wurden für den hier gezeigten Vergleich Messergebnisse verwendet, bei denen auf Basis des gemessenen zeitlichen Verlaufs der Systemantwort ausgeprägte Haftphasen mit hoher Sicherheit ausgeschlossen sind. Eine solche Schwingung stellt sich bei einer Normalkraft im Kontakt von $F_N = 3 \text{ N}$ sowie Anregung mit $\hat{F} = 9,1 \text{ N}$ und $f_a = 100 \text{ Hz}$ ein.

Abbildung 25 zeigt die Messergebnisse für die Geschwindigkeit an den Sensorpositionen 1 und 4. Am Sensor 1 dominiert die erste Harmonische und ist in etwa eine Zehnerpotenz größer als das nächst kleinere lokale Maximum. Zusätzlich treten die Harmonischen 2 bis 5 deutlich in Erscheinung, bevor die Werte für höhere Frequenzen abnehmen.

Im Gegensatz zu Abschnitt 4.1 treten in den Messungen auch Harmonischer gerader Ordnung auf. Sie deuten darauf hin, dass neben Reibung weitere Nichtlinearitäten im System auftreten, beziehungsweise das bisher angenommene Reibverhalten mit konstanter Normalkraft und konstantem Reibkoeffizienten nicht auf das tatsächliche Verhalten im Kontakt zutrifft. So führt eine veränderliche Normalkraft oder eine geschwindigkeitsabhängige Reibkennlinie dazu, dass

die Reibkraft nicht mehr eine ungerade Funktion der Knotengeschwindigkeiten im Kontakt ist und somit auch die Werte der geraden Harmonischen verschieden von Null sind. Dies belegen auch die Berechnungsergebnisse in Abbildung 25.

Die Werte für „HBM1“ entstammen einer Berechnung mit $\mu = 0,45$ und konstanter Normalkraft, entsprechend Gleichung (2.14). Zur Berechnung der Ergebnisse „HBM2“ wurde das Reibmodell um eine geschwindigkeitsabhängige Reibkennlinie nach Gleichung (2.19) erweitert, wobei $\mu_H = 0,45$, $\mu_G = 0,42$ und $\gamma = 0,07 \text{ s mm}^{-1}$. Der Verlauf dieser Reibkennlinie ist im Anhang A.5 in Abbildung 41 gegeben. Da Kopf und Platte während der Gleitphasen unabhängig voneinander schwingen und folglich die Relativgeschwindigkeit im Kontakt veränderlich ist, variiert die Reibkraft entsprechend Gleichung (2.19) während dieser Phasen ebenfalls (siehe auch Abbildung 41 im Anhang). Sie ist keine rein ungerade, sondern eine beliebige Funktion der Knotengeschwindigkeiten und folglich ergeben sich von Null verschiedene Werte für die Fourierkoeffizienten zu den geraden Harmonischen.

Sowohl die Berechnung mit konstantem (HBM1) als auch die mit geschwindigkeitsabhängigem (HBM2) Reibkoeffizienten wurde mit $h = 25$ Harmonischen durchgeführt. Die Ergebnisse für die ungeraden Harmonischen sind bei beiden Rechnungen nahezu identisch und stimmen für die 1., 3. und 5. Harmonische sehr gut mit den Versuchen überein. Bereits ab der 7. Harmonischen treten deutliche Abweichungen zum Versuch auf. Die Ergebnisse aus der Berechnung HBM1 weisen aus den in Abschnitt 4.1 genannten Gründen keine Werte für die geraden Harmonischen auf. In der Berechnung HBM2, mit geschwindigkeitsabhängigem Reibkoeffizienten, sind die Werte für die ungeraden Harmonischen nicht mehr vernachlässigbar klein. Sie sind in Abbildung 25 dargestellt.

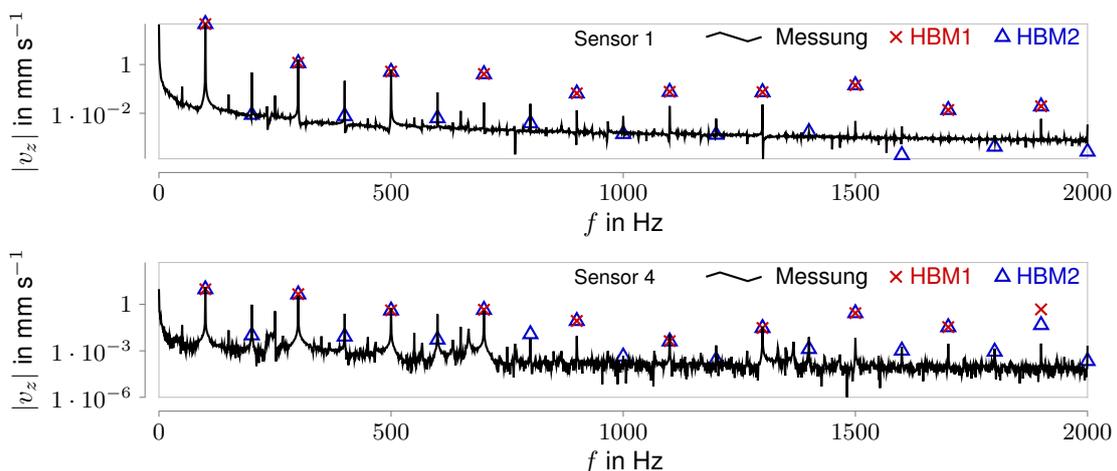


Abbildung 25 Vergleich zwischen Versuch und Berechnung für Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen, HBM1: Reibmodell entsprechend Gleichung (2.14), HBM2: Reibmodell entsprechend Gleichung (2.19), oben Sensorposition 1, unten Sensorposition 4.

Die Übereinstimmung zum Versuch ist jedoch sehr gering. Die Erweiterung des zugrundeliegenden mathematischen Modells um die Reibkraft nach Gleichung (2.19) ist folglich nicht ausreichend, um gute Ergebnisse für die geraden Harmonischen zu erzielen. Sie zeigt jedoch,

dass die Ursachen für Abweichungen zwischen Versuch und Rechnung an dieser Stelle im mathematischen Modell, insbesondere in der Formulierung des Kontaktes zwischen Kopf und Platte zu suchen sind. Abschnitt 4.2.4 geht näher auf diesen Sachverhalt ein.

Neben den Peaks für die Anregungsfrequenz und ihre höheren Harmonischen sind in Abbildung 25 weitere lokale Maxima zu erkennen, bei 50 Hz und Vielfachen davon. Diese sind bereits im Signal der Anregenden Kraft enthalten und resultieren aus der Netzspannung, mit der das System betrieben wird. Sie konnten nicht vollständig eliminiert werden. Da sie Teil der Anregung sind, tauchen sie auch in den Antwortspektren wieder auf. Es wird davon ausgegangen, dass sie die Ergebnisse abgesehen von den Peaks nicht beeinflussen, da diese jeweils um Größenordnungen kleiner sind als die benachbarten Peaks für die Harmonischen der Anregungsfrequenz.

4.2.3 Gleiten mit ausgeprägten Haftphasen in den Umkehrpunkten

Im letzten Abgleich wird eine Schwingung mit zwei ausgeprägten Haftphasen pro Periode betrachtet. Diese treten jeweils in den Umkehrpunkten der Bewegung auf. Auch hier gilt, dass solche Schwingungen am Messaufbau nicht eindeutig zu identifizieren sind. Die Bewegung der Reibpartner ist nicht direkt in ihren Kontaktstellen messbar. Daher wird für den Abgleich eine Messung verwendet, bei der auf Basis der gemessenen Daten mit hoher Sicherheit zwei Haftphasen pro Periode auftreten. Dies ist bei Anregung mit $f_a = 10$ Hz und $\hat{F} = 7,8$ N sowie einer Normalkraft von $F_N = 13,5$ N der Fall.

Abbildung 26 zeigt die Messergebnisse für die Geschwindigkeit in z -Richtung an den Sensorpositionen 1 und 4. Die beiden Spektren sind durch die Anregungsfrequenz und ihre höheren Harmonischen geprägt. Dabei überragen die ungeraden Harmonischen ihre geradzahigen Nachbarn im Bereich bis 200 Hz deutlich, während diese Tendenz bei höheren Frequenzen nachlässt. Ab der 74. Harmonischen sind die Peaks an Sensorposition 4 gegenüber dem Grundrauschen kaum noch ausgeprägt und zum Teil nicht mehr vorhanden. An Sensorposition 1 zeigt sich ein ähnliches Verhalten, wobei der Übergang fließend stattfindet und die Peaks weiterhin erkennbar bleiben. Neben der Anregungsfrequenz und höheren Harmonischen treten keine weiteren Frequenzen in Erscheinung.

In der Berechnung wurde wie zuvor in Abschnitt 4.2.2 zunächst ein konstanter Reibkoeffizient angenommen. Mit $\mu = 0,395$ liegt die beste Übereinstimmung zum Versuch vor. Für die ungeraden Harmonischen 1 bis 19 sind die Ergebnisse an Sensorposition 1 zufriedenstellend, auch wenn es in einzelnen Fällen, wie bei der 9. Harmonischen, zu größeren Abweichungen kommt. Die Harmonischen 21 bis 29 übertreffen die Versuchsergebnisse deutlich. Im Bereich von 300 Hz bis 700 Hz liegt keine eindeutige Tendenz vor. Die Berechnung über- und unterschätzt die gemessenen Werte und trifft sie in Einzelfällen sehr gut. Oberhalb von 700 Hz liefert die Berechnung durchgehend zu hohe Werte. An Sensorposition 4 ist das Verhalten ähnlich, wobei die Übereinstimmung für niedrige Frequenzen weniger gut ist als an Position 1.

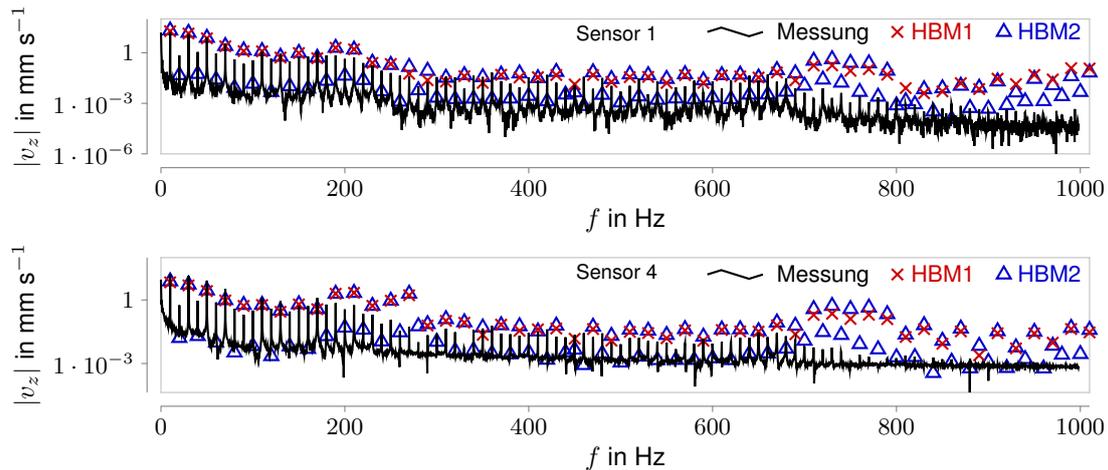


Abbildung 26 Vergleich zwischen Versuch und Berechnung für Gleiten mit ausgeprägten Haftphasen, HBM1: Reibmodell entsprechend Gleichung (2.14), HBM2: Reibmodell entsprechend Gleichung (2.19), oben Sensorposition 1, unten Sensorposition 4.

Wie bereits in Abschnitt 4.2.2 ruft die Verwendung einer geschwindigkeitsabhängigen Reibkennlinie entsprechend Gleichung (2.19) gerade Harmonische im berechneten Antwortspektrum hervor. Die Übereinstimmung ist jedoch auch in diesem Fall sehr gering und nur in Einzelfällen treffen die berechneten Werte den Versuch. Die Ergebnisse in Abbildung 26 verdeutlichen, dass die fehlenden geraden Harmonischen in der Berechnung aus dem mathematischen Modell resultieren und durch Erweitern der Beschreibung des Kontaktes bessere Ergebnisse zu erzielen sind. Dabei wurden für das Reibmodell nach Gleichung (2.19) die Werte $\mu_H = 0,395$, $\mu_G = 0,38$ und $\gamma = 0,007 \text{ s mm}^{-1}$ verwendet.

Die Werte für die ungeraden Harmonischen bleiben von der Umstellung des Reibmodells nahezu unberührt. Lediglich im Bereich über 700 Hz ergeben sich sichtbare Abweichungen. Auch mit dem Reibmodell nach Gleichung (2.19) liefert die Berechnung zu hohe Werte im Bereich über 700 Hz. Es ist anzunehmen, dass dies aus der angenommenen Dämpfung entsprechend Abschnitt 3.3.6 resultiert, welche die Proben aus PVC und PC/ABS nicht berücksichtigt. Durch die Proben erhöht sich die Dämpfung im System, was die Anteile höherer Frequenzen reduziert. Auf eine entsprechende Anpassung der Dämpfung wird an dieser Stelle verzichtet, da sie sich nur über eine Anpassung auf die vorliegenden Versuche realisieren lässt und keine neuen Erkenntnisse liefert.

4.2.4 Fazit zum Abgleich mit Versuchsergebnissen

In den Abschnitten 4.2.1 bis 4.2.3 wurden gemessene Schwingungen des Prüfstands mit Berechnungsergebnissen verglichen. Dabei wurden jeweils dieselben Werte für Amplitude und Frequenz der Anregung sowie die Normalkraft im Kontakt eingestellt. Da das Reibverhalten im Kontakt nicht bekannt ist, wurde es in der Berechnung so angepasst, dass die bestmögliche Übereinstimmung zum Versuch vorlag. Daher handelt es sich in diesem Abschnitt nicht um eine Validierung der verwendeten Methode. Vielmehr wird gezeigt, dass die Methode der Harmonischen Balance für die vorliegenden Probleme geeignet ist und das Schwingungsverhalten

des Prüfstandes qualitativ richtig wiedergibt.

Die Messergebnisse werden von der Anregungsfrequenz und höheren Harmonischen dominiert, was zeigt, dass die auftretenden Schwingungen durch eine Fourierreihe beschreibbar sind, welche periodische Funktionen approximiert. Das System antwortet auf harmonische Anregung mit periodischen Schwingungen. Damit ist die zwingend erforderliche Voraussetzung zur Anwendung der Methode der Harmonischen Balance erfüllt. Die Berechnungsergebnisse geben das Schwingungsverhalten am Prüfstand wieder und weisen nach der Anpassung des Reibkoeffizienten gute Übereinstimmung bis maximal zur 19. Harmonischen auf. Für höhere Harmonische sind die Abweichungen größtenteils deutlich.

Die Messergebnisse weisen Peaks für gerade und ungerade Harmonische auf, wobei die Werte für ungerade Harmonische, besonders im unteren Frequenzbereich, tendenziell höher sind. In den Berechnungen mit konstantem Reibkoeffizienten treten keine geraden Harmonischen auf, da die Reibkraft in diesem Fall eine ungerade Funktion der Knotengeschwindigkeiten im Kontakt darstellt. Bei Verwendung einer geschwindigkeitsabhängigen Reibkennlinie sind die Werte für gerade Harmonische auch in der Berechnung verschieden von Null. Die Schwingungen der Kontaktpartner während der Gleitphasen haben eine oszillierende Reibkraft zur Folge, die keine ungerade Funktion der absoluten Knotengeschwindigkeiten im Kontakt ist. Die resultierenden Fourierkoeffizienten für die geraden Harmonischen der Berechnung haben in der Regel jedoch zu geringe Werte und weisen keine gute Übereinstimmung zum Versuch auf.

Der Vergleich zu den Versuchen zeigt, dass die Annahme der Methode der Harmonischen Balance gerechtfertigt ist. Die am Prüfstand gemessenen Schwingungen sind periodisch und durch eine Fourierreihe beschreibbar. Jedoch erfüllt das den Berechnungen zugrunde liegende mathematische Modell nicht die Voraussetzungen, um die Verhältnisse im Kontakt zwischen Kopf und Platte 1 mit hoher Güte wiederzugeben. Die geschwindigkeitsabhängige Reibkennlinie ruft zwar die gewünschten geraden Harmonischen im Spektrum der Berechnung hervor, allerdings reicht dies nicht aus, um eine zufriedenstellende Übereinstimmung zum Versuch zu erzielen. Eine Erweiterung des mathematischen Modells zur Beschreibung des Kontakts ist notwendig, um die Übereinstimmung zu verbessern. Die Messergebnisse an den Kraftsensoren zwischen den Platten 1 und 2 (vgl. Abbildung 11) zeigen, dass die Normalkraft zwischen Kopf und Platte 1 nicht konstant ist, sondern eine schwellende Last darstellt, die mit der Frequenz der Anregung oszilliert. Daraus leitet sich die Notwendigkeit ab, das mathematische Modell um eine veränderliche Normalkraft oder besser, um eine geeignete Kontaktformulierung inklusive Reibung (z.B. [116]) zwischen Kopf und Platte 1 zu erweitern. Es ist zu erwarten, dass sich die Übereinstimmung zum Versuch deutlich verbessert, wenn die Berechnung in der Lage ist, eine variable Normalkraft im Kontakt wiederzugeben.

5 Dynamisches Verhalten des Prüfstandes

In den Kapiteln 2 bis 4 wurde die Methode der Harmonischen Balance zur Berechnung von Schwingungen reibungsbehafteter Systeme vorgestellt und auf ein reales System angewendet. Die Ergebnisse zeigen, dass die Methode das zugrundeliegende mathematische Modell sehr effizient und mit hoher Genauigkeit löst, wobei die direkte Zeitintegration als Referenz dient. Eine Weiterentwicklung des mathematischen Modells ist notwendig, um das Schwingungsverhalten des Prüfstandes adäquat zu beschreiben. Die Ergebnisse auf Basis des bisherigen Entwicklungsstandes werden in diesem Kapitel verwendet, um die Abhängigkeit der Systemantwort von verschiedenen Parametern zu untersuchen. Die Systemantwort gibt Aufschluss über das zu erwartende Störgeräuschrisko, auch ohne akustische Größen wie die abgestrahlte Schallleistung zu bestimmen. Dazu wird in Abschnitt 5.1 das Verhalten in der Kontaktstelle zwischen Kopf und Platte 1 in Abhängigkeit verschiedener Parameter untersucht. In Abschnitt 5.2 werden Pseudo-Übertragungsfunktionen des Systems betrachtet und 5.2 zeigt das Antwortspektrum in Form von Campbell-Diagrammen für verschiedene Anregungsamplituden. In jedem der Abschnitte werden mögliche Interpretationen der Ergebnisse in Bezug auf Störgeräusche diskutiert. In allen Betrachtungen erfolgt die Anregung im Frequenzbereich von 1 bis 2000 Hz, was deutlich über die üblichen Anregungsfrequenzen im Fahrzeuginnenraum hinausgeht. Der Grund für den erweiterten Beobachtungsbereich liegt in den vergleichsweise hohen Eigenfrequenzen des Prüfstands, wodurch einige Phänomene nur bei höheren Frequenzen auftreten.

5.1 Verhalten in der Kontaktstelle

Unter bestimmten Voraussetzungen lassen sich Aussagen bezüglich des Störgeräuschriskos eines Systems allein durch Betrachtung des Verhaltens in seinen Kontaktstellen treffen. So ist Klappern ausgeschlossen, wenn es zu keinem Zeitpunkt eines Schwingungsvorganges zu Kontakt zwischen benachbarten Bauteilen kommt oder wenn in Kontakt befindliche Bauteile nicht separieren. Knarzen tritt nicht auf, wenn die Bauteile in ihren Kontaktstellen permanent aneinanderhaften oder gar nicht in Kontakt treten. Sowohl für Klappern als auch für Knarzen fehlt in den genannten Fällen die Störgeräuschquelle. Das System kann hörbaren Schall abstrahlen, dieser wird jedoch als Betriebsgeräusch wahrgenommen und gilt nicht zwangsläufig als unangenehm. Aus dem Verhalten in den Kontaktstellen lassen sich somit Aussagen über das Störgeräuschrisko einer Baugruppe ableiten. Ist ein Störgeräusch aufgrund dieser Betrachtungen ausgeschlossen, entfällt die Berechnung der abgestrahlten Schallleistung und der damit verbundene zusätzliche Aufwand.

Die für Störgeräusche relevante Kontaktstelle am Prüfstand aus Kapitel 3 liegt zwischen Kopf und Platte 1 (vgl. Abbildung 4). Wenn beide Kontaktpartner permanent aneinanderhaften, kann das System nicht knarzen. Um das Verhalten zu evaluieren, wurde der Kontaktstatus s_K

definiert. Er nimmt den Wert 0 an, wenn zu keinem Zeitpunkt während einer Schwingungsperiode Gleiten auftritt, in allen anderen Fällen den Wert 1. Im Folgenden wird der Kontaktstatus in Abhängigkeit verschiedener Parameter ausgewertet. Auf Basis der Betrachtungen lässt sich beurteilen, welche Maßnahmen Gleiten im Kontakt verhindern und somit Störgeräuschen entgegenwirken.

5.1.1 Kontaktstatus in Abhängigkeit der Anregung

Bei gegebenem Reibmodell, definierter Normalkraft und festgelegtem Ort der Anregung bestimmen die Amplitude und Frequenz der Anregung, \hat{F} beziehungsweise f_a , das Verhalten im Kontakt. Für den Prüfstand wurden Berechnungen mit einer Normalkraft von $F_N = 20$ N und Coulomb'scher Reibung nach Gleichung (2.14) mit $\mu = 0,45$ durchgeführt. Mit diesen Parametern liegt die maximal übertragbare Tangentialkraft im Kontakt bei 9 N. Wird dieser Wert überschritten, setzt Gleiten ein.

Abbildung 27 zeigt den Kontaktstatus über der Anregungsfrequenz für verschiedene Amplituden. Bei $\hat{F} = 0,01$ N kommt es im gesamten betrachteten Frequenzbereich von 0 Hz bis 2000 Hz nicht zu einer Relativbewegung im Kontakt. Bereits ab einer Amplitude von $\hat{F} = 0,1$ N kann die Reibkraft den Kontakt zwischen Kopf und Platte 1 bei $f_a = 201$ Hz und $f_a = 724$ Hz nicht mehr halten und es tritt Gleiten auf. Wird die Amplitude weiter auf $\hat{F} = 1$ N erhöht, vergrößern sich die Bereiche in denen Gleiten auftritt und zu den bereits existierenden Bereichen kommen neue hinzu. Bezüglich des Risikos von Knarzen steigt die Anzahl und Breite kritischer Frequenzbereiche demnach mit stärker werdender Anregung. Im Umkehrschluss zeigt Abbildung 27 aber auch, dass selbst bei sehr starker Anregung von $\hat{F} = 100$ N (die den Prüfstand in der Realität beschädigen würde) Bereiche im Anregungsspektrum bleiben, in denen der Kopf permanent an Platte 1 haftet. Dabei handelt es sich um die Anregungsfrequenzen von 286 Hz bis 374 Hz, 1101 Hz bis 1289 Hz, 1708 Hz bis 1777 Hz und 1907 Hz bis 2000 Hz.

Aus Abbildung 27 ist ersichtlich, dass das System bei den Anregungsfrequenzen $f_a = 201$ Hz und $f_a = 724$ Hz am sensitivsten bezüglich Gleiten im Kontakt ist. Bereits geringe Anregungsamplituden reichen aus, um eine Relativbewegung im Kontakt zu verursachen und damit Knarzen zu ermöglichen. Die kritischen Frequenzen korrelieren mit den Resonanzfrequenzen des Systems für den Fall permanenten Haftens. Diese sind für Anregung mit $\hat{F} = 0,01$ N aus Abbildung 30 in Abschnitt 5.2 ersichtlich. Das System neigt demnach im Bereich dieser Resonanzen besonders dazu Störgeräusche hervorzubringen.

Alle Frequenzen mit dem Kontaktstatus $s_k = 0$ sind aus Sicht der Störgeräuschprognose für die entsprechende Anregung unkritisch. Dabei gilt jedoch zu beachten, dass von Idealbedingungen ausgegangen wird. Eine geringfügige Erhöhung der Anregungsamplitude kann bei bestimmten Frequenzen Gleiten im Kontakt und damit Knarzen hervorrufen, wie unter anderem der Status für $\hat{F} = 1$ N bei 276 Hz, 1009 Hz zeigt.

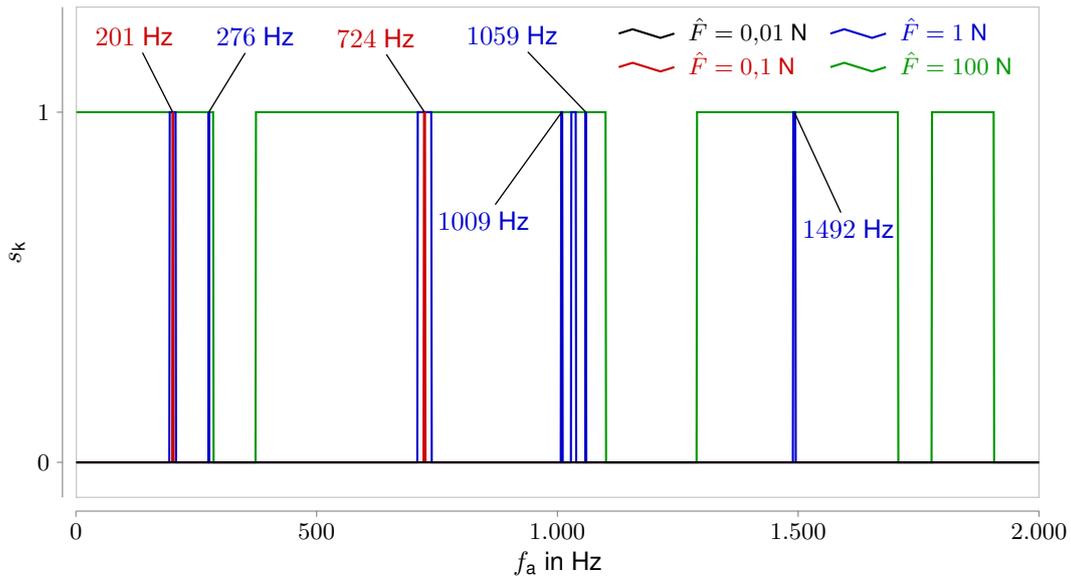


Abbildung 27 Kontaktstatus in Abhängigkeit von Amplitude und Frequenz der Anregung.

5.1.2 Kontaktstatus in Abhängigkeit der Reibung

Neben der Anregungsfrequenz und -amplitude beeinflussen auch der Haftreibungskoeffizient und die Normalkraft im Kontakt das Verhalten zwischen Kopf und Platte 1. Bei dem Reibmodell nach Gleichung (2.14), ergibt sich die maximal übertragbare Reibkraft im Kontakt zu $|\hat{F}_R| = \mu \cdot F_N$. Damit ist es gleichbedeutend, ob die Normalkraft F_N oder der Reibungskoeffizient μ verändert wird, um eine bestimmte Reinkraft zu erzielen. Am Beispiel der Normalkraft zeigt Abbildung 28, wie eine Erhöhung von $|\hat{F}_R|$ das Verhalten im Kontakt beeinflusst.

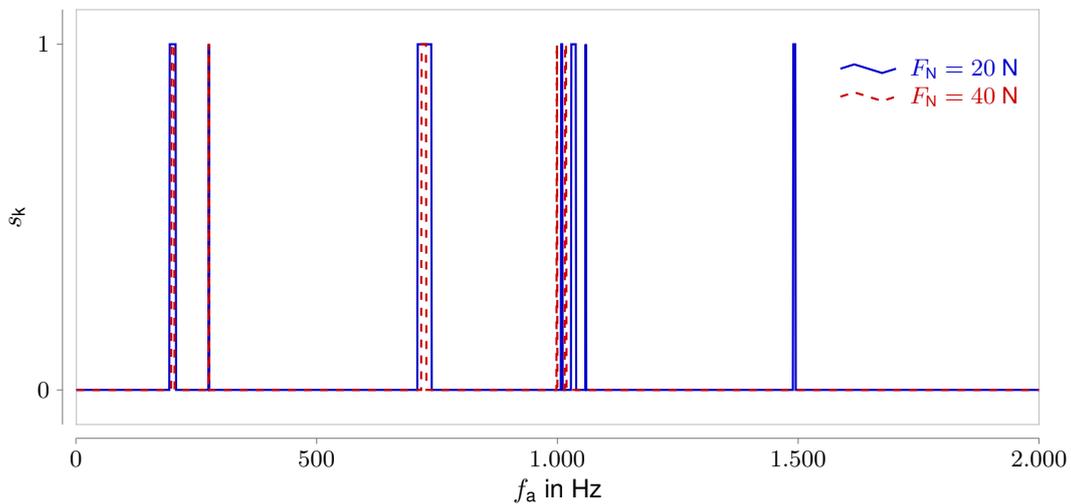


Abbildung 28 Kontaktstatus für verschiedene Normalkräfte unter ansonsten gleichen Randbedingungen.

Ausgehend von dem in Abbildung 27 betrachteten Fall mit $\hat{F} = 1 \text{ N}$ und $F_N = 20 \text{ N}$ wurde die Normalkraft auf 40 N verdoppelt. Trotz der deutlichen Erhöhung verändert sich das Verhalten im Kontakt nur geringfügig. Zwar entfallen die Peaks bei 1059 Hz und 1492 Hz (vgl. Abbildung 27), bei allen anderen kritischen Frequenzen treten jedoch kaum Abweichungen beziehungsweise Verschiebungen um wenige Hz auf. Berechnungen mit weiter erhöhter

Normalkraft zeigen, dass erst bei $F_N > 295$ N im gesamten betrachteten Frequenzbereich kein Gleiten auftritt. Auf Basis dieser Erkenntnisse lässt sich das Störgeräuschrisko durch eine Erhöhung der Normalkraft zwar für weite Frequenzbereiche reduzieren, allerdings sind sehr hohe Normalkräfte oder besser formschlüssige Verbindungen notwendig, um Knarzen auszuschließen, wenn im Betrieb kritische Frequenzen auftreten.

5.1.3 Kontaktstatus für verschiedene Anregungspositionen

Der Prüfstand aus Abbildung 4 wurde so konzipiert, dass der Shaker an drei verschiedenen Positionen entlang der Balkenlängsachse montierbar ist. Die daraus resultierenden Anregungspositionen sind in Abbildung 39 im Anhang A.3.1 angegeben. In den bisherigen Berechnungen wurde an Position P1 angeregt. Mit zunehmendem Abstand vom Kopf folgen die Positionen P2 und P3, in einer Distanz von jeweils 37 mm. Zum Vergleich wird erneut der Fall aus Abschnitt 5.1.1 mit $\hat{F} = 1$ N betrachtet. Abbildung 29 stellt die Ergebnisse für die verschiedenen Anregungspositionen gegenüber.

Es zeigt sich, dass der Ort der Anregung einen geringen Einfluss auf das Verhalten im Kontakt hat. Die Bereiche kritischer Frequenzen bleiben gleich (A), werden etwas schmaler (B), verschieben sich leicht (C) oder vergrößern sich geringfügig (D). Bei der Vermeidung von Störgeräuschen spielen diese Veränderungen kaum eine Rolle, da kritische Frequenzen mit ausreichend Abstand im Frequenzbereich zu vermeiden sind.

Es ist jedoch wichtig zu bemerken, dass die hier abgeleiteten Erkenntnisse nur für das betrachtete System gelten. Bei komplexeren Strukturen und insbesondere bei Änderung der Anregungsrichtung sind deutlichere Abweichungen bis hin zu einem völlig anderen Systemverhalten zu erwarten.

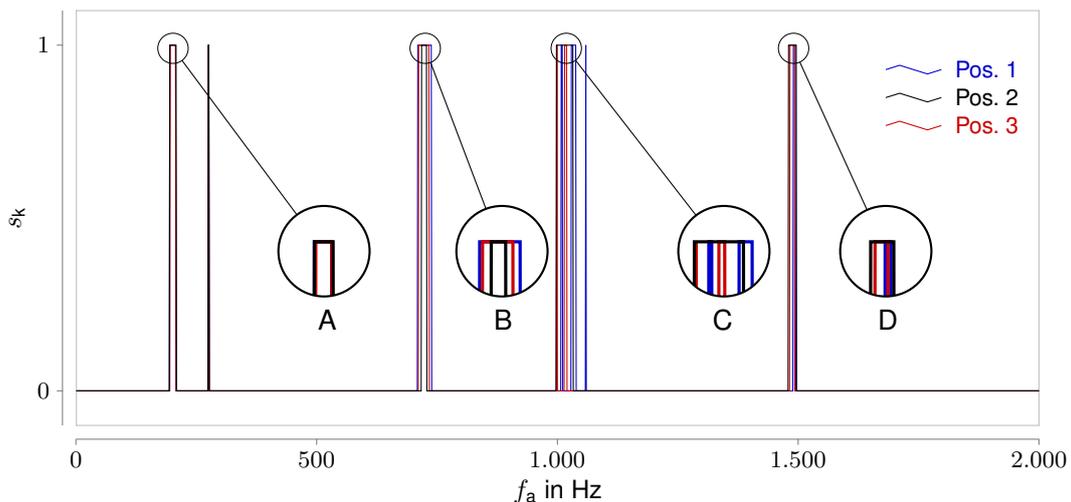


Abbildung 29 Kontaktstatus für verschiedene Anregungspositionen.

Betrachtungen des Kontaktstatus sind hilfreich, wenn es darum geht Sensitivitäten einer Baugruppe zu ermitteln. Zudem sind sie mit sehr wenig Aufwand durchführbar, da sich das System für permanentes Haften linear verhält und damit eine Harmonische ausreicht, um

die Antwort zu berechnen. In diesem Fall liefern die Berechnungen für s_k den Wert 0 und die Ergebnisse geben die Schwingungen ausreichen genau wieder. Kommt es hingegen zu Gleiten, nimmt s_k den Wert 1 an, auch wenn die Berechnungsergebnisse aufgrund des für diesen Fall zu niedrigen Ansatzes mit $h = 1$ unbrauchbar sind. Folglich lässt sich der Kontaktstatus sehr effizient bestimmen.

Ist das Ziel einer Auslegung, jegliches Gleiten in den Kontaktstellen einer Baugruppe zu vermeiden, liefert der Kontaktstatus alle notwendigen Informationen, um das System entsprechend zu konstruieren. Allerdings zeigen die Berechnungen nur, ob die notwendige Bedingung für Störgeräusche erfüllt ist. Ob es in der Folge tatsächlich zu einem hörbaren Geräusch kommt lässt sich nicht beurteilen. Daher besteht bei der Betrachtung des Kontaktstatus allein das Risiko, Zeit und Kosten in Kontaktstellen zu investieren, welche keine Störgeräusche hervorrufen.

5.2 Pseudo-Übertragungsfunktionen

Der im vorherigen Abschnitt betrachtete Kontaktstatus lässt sich mit vergleichsweise geringem numerischem Aufwand bestimmen. Für kleine Anregungsamplituden liefert er hilfreiche Erkenntnisse zum Verhalten des Systems und dessen Neigung Störgeräusche zu produzieren. Die Ergebnisse für Anregung mit $\hat{F} = 100$ N in Abbildung 27 zeigen jedoch, dass der Kontaktstatus wenig aussagefähig ist, wenn über weite Bereiche des Anregungsspektrums Gleiten auftritt. Mehr Verständnis für das Systemverhalten vermitteln Pseudo-Übertragungsfunktionen, die in diesem Abschnitt definiert und am Beispiel der Maximalamplitude des Kopfes betrachtet werden. Da aus ihnen nicht direkt ersichtlich ist, ob Gleiten im Kontakt auftritt, bietet der Kontaktstatus aus Abschnitt 5.1 eine wichtige Hilfe bei der Interpretation der Ergebnisse.

Die von linearen Systemen bekannten Übertragungsfunktionen $U(f_a)$ ergeben sich aus dem Quotienten eines Ausgangssignals mit einer Eingangsgröße. Häufig dient die Amplitude \hat{F} der Anregung als Eingangssignal und die Amplitude einer Bewegungsgröße (z.B. Beschleunigung $a(t)$) an einem bestimmten Ort der Struktur wird als Ausgangsgröße verwendet, so dass

$$U(f_a) = \frac{\hat{a}(f_a)}{\hat{F}(f_a)}. \quad (5.1)$$

Nichtlineare Systeme schwingen im Allgemeinen nicht harmonisch, wodurch keine entsprechende Amplitude definiert ist. Die Amplitude der 1. Harmonischen vermittelt zwar einen ungefähren Eindruck von der Systemantwort, kann in manchen Fällen aber deutlich von dieser abweichen, was Abbildung 42 im Anhang A.6 verdeutlicht. Selbiges gilt für die Amplituden der übrigen Harmonischen. Die Summe aller Harmonischen hat keinen physikalischen Bezug und eignet sich deshalb ebenfalls nicht für die Bestimmung einer Übertragungsfunktion.

Daher werden im Folgenden die maximale und minimale Auslenkung im zeitlichen Verlauf, x_{\max} beziehungsweise x_{\min} (siehe dazu Abbildung 42) zur Berechnung einer Pseudo-

Übertragungsfunktion $\bar{U}(f_a)$ (in Anlehnung an die Bezeichnung aus [76]) verwendet. Diese wird durch folgenden Quotienten definiert:

$$\bar{U}(f_a) = \frac{x_{\max}(f_a) - x_{\min}(f_a)}{2 \cdot \hat{F}(f_a)} \quad (5.2)$$

Abbildung 30 zeigt den Verlauf der Pseudo-Übertragungsfunktion für verschiedene Anregungsamplituden und das bereits in Abschnitt 5.1 verwendete Reibmodell. In schwarz ist sie für die Auslenkung in z -Richtung an einem Knoten des Kopfes im Kontakt (vgl. Abbildung 14) für $\hat{F} = 0,01$ N dargestellt. Aus Abschnitt 5.1 ist bekannt, dass es bei dieser Anregung im gesamten betrachteten Frequenzbereich nicht zu Gleiten kommt, das System verhält sich linear. Die Resonanzen bei $f_a = 201$ Hz und $f_a = 724$ Hz, bei denen das System besonders empfindlich für Gleiten im Kontakt ist, wurden markiert.

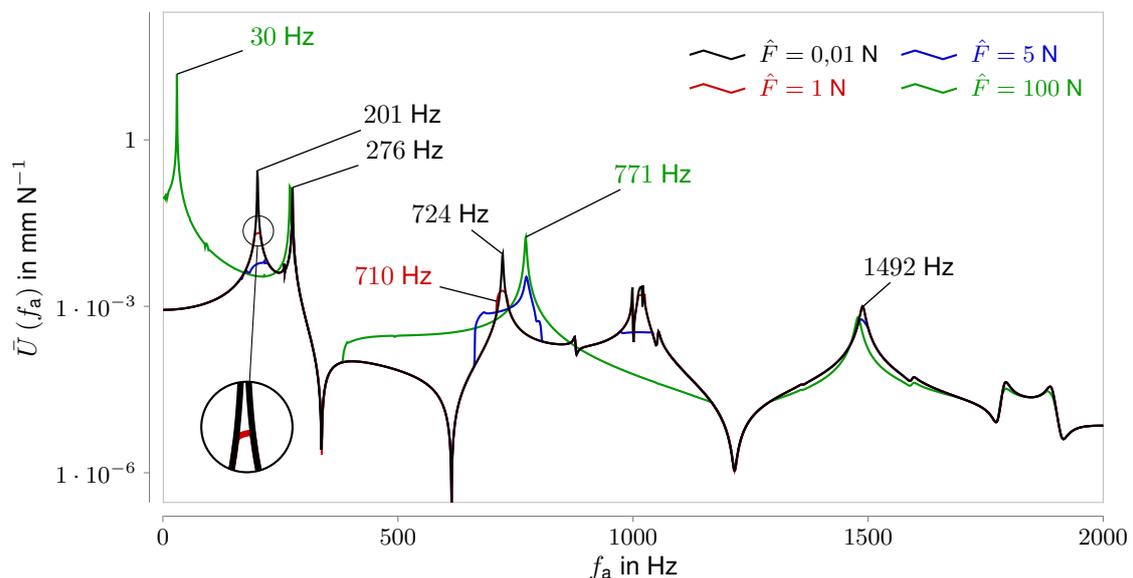


Abbildung 30 Pseudo-Übertragungsfunktionen für die Auslenkung am Kopf in z -Richtung.

Wird die Amplitude auf $\hat{F} = 1$ N erhöht, kommt es entsprechend Abbildung 27 an sieben Stellen des Anregungsspektrums zu Gleiten im Kontakt. Davon sind in Abbildung 30 drei zu erkennen, wobei die Stelle bei $f_a = 201$ Hz stellvertretend vergrößert wurde. An den vier Stellen bei $f_a = 276$ Hz, $f_a = 1009$ Hz, $f_a = 1059$ Hz und $f_a = 1492$ Hz sind die Abweichungen zu gering, um sie in Abbildung 30 aufzulösen. Bei diesen Frequenzen tritt Gleiten nur sehr kurz während einer Schwingungsperiode auf und beeinflusst die Systemantwort nicht nennenswert.

Für die meisten Frequenzen, an denen Abweichungen zu erkennen sind, nimmt die Pseudo-Übertragungsfunktion kleinere Werte an, als im linearen Fall. Die dämpfende Wirkung der Reibung überwiegt den Effekt, dass der Balken an seinem Ende kurzzeitig frei wird. Durch die zusätzliche Dämpfung steigt die Systemantwort nicht proportional zur Erhöhung der Anregung, sondern in geringerem Maße, was zu einer Absenkung der Pseudo-Übertragungsfunktion in diesen Bereichen führt. Nur in einem schmalen Bereich um 710 Hz führt die Relativbewegung zwischen Kopf und Platte 1 zu einer überproportionalen Zunahme der Auslenkung am

betrachteten Knoten.

Bei Erhöhung der Amplitude auf $\hat{F} = 5$ N nehmen die Abweichungen zum linearen Fall zu. Es kommt im Bereich zwischen 700 Hz und 800 Hz zu einer sprunghaften Erhöhung der Auslenkung im Vergleich zum linearen System, sowie zum Entfall der Resonanz bei 724 Hz. In diesen Bereichen haftet der Kopf während einer Schwingungsperiode nur kurzzeitig an der Platte. Da während der langanhaltenden Gleitphasen große Verschiebungen auftreten, erhöht sich die Pseudo-Übertragungsfunktion deutlich.

Die Ursache für den Entfall der Resonanz wird am Verlauf der Pseudo-Übertragungsfunktion für $\hat{F} = 100$ N ersichtlich. Bei dieser starken Anregung wird in weiten Bereichen des Anregungsspektrums die Haftreibung zwischen Kopf und Platte überwunden. In den Gleitphasen schwingt der Kopf als sei er frei und die Reibung wirkt näherungsweise wie viskose Dämpfung. Damit weist der Prüfstand die Resonanzen des Systems ohne Kontakt auf, was daran zu erkennen ist, dass diese Resonanzen in etwa den Eigenfrequenzen des Prüfstandes mit freiem Kopf in Abbildung 10 entsprechen. In den Bereichen, in denen der Effekt des freien Balkenendes die dämpfende Wirkung der Reibung überwiegt, verschieben sich daher die Resonanzen. Wird der gesamte Frequenzbereich betrachtet, so verhält sich die Struktur abschnittsweise wie eine Kombination aus dem System mit Kontakt und jenem mit freiem Balkenende.

Neben dem beschriebenen Verhalten stellt auch Anfachung, zum Beispiel durch Reibung, eine mögliche Ursache für die überproportionale Zunahme der Maximalamplitude und der damit verbundenen Überhöhung der Pseudo-Übertragungsfunktion an verschiedenen Stellen in Abbildung 30 dar. Aus Kapitel 2 ist bekannt, dass die Methode der Harmonischen Balance zur Berechnung von Schwingungen mit Anfachung geeignet ist, solange diese periodisch sind. Um zu überprüfen, ob der Überhöhung der Maximalamplitude in Abbildung 30 stabile Grenzzykel zugrunde liegen (und damit periodische Schwingungen), wurde eine Stabilitätsuntersuchung entsprechend Abschnitt 2.4 exemplarisch für $\hat{F} = 1$ N und $f_a = 710$ Hz durchgeführt. Alle Eigenwerte bleiben innerhalb des Einheitskreises und es handelt sich um einen stabilen Schwingungszustand. Die Ergebnisse dieser Betrachtung sind im Anhang A.2 dargestellt.

Die Pseudo-Übertragungsfunktionen in Abbildung 30 zeigen, dass das Verhalten der Struktur maßgeblich vom Verhältnis zwischen der Amplitude der Anregung und den Reibkräften in den Kontaktstellen des Systems abhängt. Sind die Kräfte, welche eine Relativbewegung in den Kontakten verhindern vergleichsweise stark, schwingt die Struktur als seien die Bauteile fest miteinander verbunden. Sind sie schwach, wirken sie wie viskose Dämpfung und das System verhält sich, als seien seine Kontaktstellen frei. Ein solches Verhalten wurde für Balken mit reibungsbehafteten Kontaktstellen bereits in Versuchen beobachtet [117]. Bei der Vermeidung von Störgeräuschen bedeutet dies eine Abhängigkeit der kritischen Frequenzbereiche von den Reibkräften, denn die Resonanzen und damit die stärkste zu erwartende Schallabstrahlung treten an verschiedenen Stellen im Frequenzspektrum auf.

In dieser Erkenntnis liegt der Vorteil der Betrachtung von Pseudo-Übertragungsfunktion gegenüber dem Kontaktstatus. Sie zeigen nicht nur auf welche Frequenzbereiche kritisch sind, sondern weisen auch die Ursachen dafür aus. Zudem geben sie das Systemverhalten für den Fall wieder, dass über weite Frequenzbereiche Gleiten auftritt. Damit ermöglichen sie eine gesamthafte Betrachtung des Schwingungsverhaltens, und die Einbeziehung aller möglichen Betriebszustände.

Bei den Betrachtungen in diesem Abschnitt wurden die höheren Harmonischen in der Berechnung berücksichtigt, ihr Anteil bei der Betrachtung der Ergebnisse jedoch nicht gesondert ausgewertet. Wie in Kapitel 6 erläutert wird, kommt diesen bei der Entstehung von Störgeräuschen eine entscheidende Rolle zu. Je stärker sie im Vergleich zur ersten Harmonischen ausgeprägt sind, desto kritischer ist der zugehörige abgestrahlte Schall in Bezug auf Störgeräusche. Folglich lässt sich zum Beispiel nicht sagen, ob die Absenkung der Pseudo-Übertragungsfunktion für $\hat{F} = 1 \text{ N}$ im Bereich der Resonanzen einen abschwächenden oder verstärkenden Effekt auf den abgestrahlten Schall hat. Schließlich dämpft die auftretende Reibung das System zusätzlich, ruft dabei aber höhere Frequenzen im Antwortspektrum hervor. Der nächste Abschnitt zeigt Betrachtungen, welche die Anteile der höheren Harmonischen mit einbeziehen und somit fundiertere Aussagen bezüglich Störgeräuschen ermöglichen.

5.3 Betrachtung der Systemantwort anhand von Campbell-Diagrammen

Ein Campbell-Diagramm [118] ist wie eine Matrix aufgebaut. Die Spalten der Matrix sind den einzelnen Anregungsfrequenzen zugeordnet, die Zeilen den Frequenzen der Systemantwort. Diese beinhaltet die Anregungsfrequenz und höhere Harmonische. An den verschiedenen Einträgen der Matrix werden die Amplituden der Harmonischen farblich gekennzeichnet, so dass sich ihr Wert aus einer Farbskala ablesen lässt. Im vorliegenden Fall, in dem die Systemantwort durch eine Fourierreihe beschrieben wird, entsprechen diese Amplituden den Beträgen der einzelnen Harmonischen. Sie sind deshalb diskret über das Antwortspektrum verteilt, im Gegensatz zu Campbell-Diagrammen für Messergebnisse, bei denen für jeden Frequenzpunkt der abgetasteten Signale ein von Null verschiedener Wert vorliegt. Daher sind die Zwischenräume in Abbildung 31 in weiß gehalten und nicht wie üblich mit Farben für niedrige Werte gefüllt.

Die Abbildung 31 zeigt die Campbell-Diagramme für Anregung mit $\hat{F} = 0,01 \text{ N}$, $\hat{F} = 5 \text{ N}$ und $\hat{F} = 100 \text{ N}$ unter Verwendung des Reibmodells aus Abschnitt 5.1. Dargestellt werden die Ergebnisse für die Geschwindigkeit in z -Richtung am Kopf des Prüfstandes (Knoten 1 entsprechend Abbildung 14 a)). Aufgrund der in Abschnitt 3.4 durchgeführten Modellreduktion, liefern die Berechnungen im Bereich bis 2000 Hz verlässliche Ergebnisse. Für höhere Frequenzen enthält das Modell nicht genügend modale Freiheitsgrade und die Ergebnisse sind nicht validiert. Dies ist in den Campbell-Diagrammen entsprechend gekennzeichnet.

Aus den bisherigen Betrachtungen ist bekannt, dass bei $\hat{F} = 0,01$ N im gesamten Anregungsspektrum kein Gleiten auftritt. Daher ist die Systemantwort harmonisch und die Werte für höhere Harmonische in Abbildung 31 a) näherungsweise Null. In diesem Fall liefert das Campbell-Diagramm keine neuen Erkenntnisse im Vergleich zum entsprechenden Frequenzgang in Abschnitt 5.2. Das Beispiel veranschaulicht jedoch, wodurch eine unkritische Konfiguration gekennzeichnet ist. Da es im gesamten Frequenzbereich nicht zu Gleiten kommt, treten keine Störgeräusche auf. Die erste Harmonische dominiert im gesamten Frequenzbereich und die Beträge der höheren Harmonischen sind vernachlässigbar gering. Zum besseren Verständnis sind die Ordnungen der 1. und der 21. Harmonischen in Abbildung 31 a) angegeben.

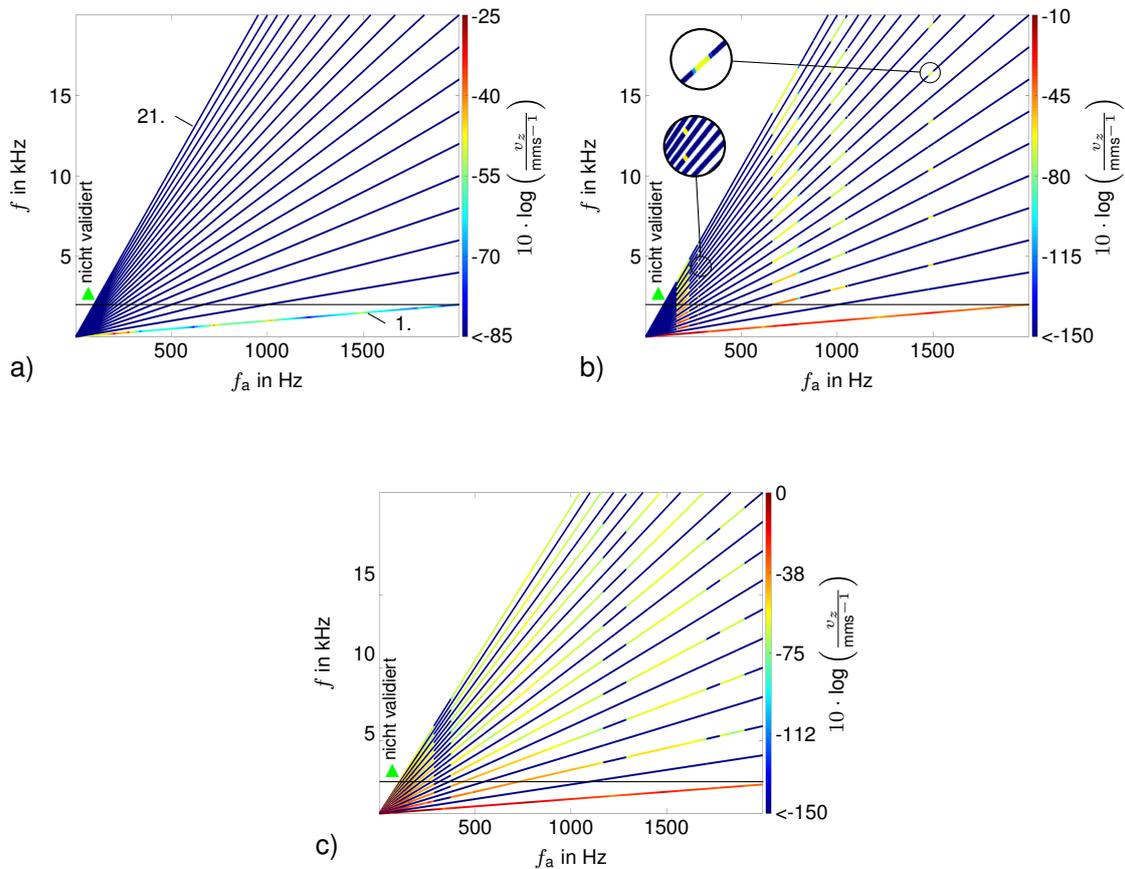


Abbildung 31 Campbell Diagramme für die Geschwindigkeit in z -Richtung eines Knotens im Kontakt, a) Anregung mit $\hat{F} = 0,01$ N, b) Anregung mit $\hat{F} = 5$ N, c) Anregung mit $\hat{F} = 100$ N.

Im Gegensatz dazu tritt bei Anregung mit $\hat{F} = 5$ N in mehreren Bereichen des Anregungsspektrums Gleiten auf. Diese Bereiche sind an den Amplituden und der damit verbundenen Färbung der höheren Harmonischen zu erkennen. Es werden auch Frequenzbereiche mit Gleiten im Kontakt sichtbar, die in Abbildung 30 aufgrund der unmerklichen Abweichungen der Pseudo-Übertragungsfunktionen nicht in Erscheinung treten, bei $f_a = 276$ Hz und $f_a = 1492$ Hz. Sie sind sehr schmal und deshalb in Abbildung 31 b) durch Vergrößerung hervorgehoben.

Neben dem Ausweisen aller Bereiche mit Gleiten hat die Betrachtung im Campbell-Diagramm

den Vorteil, dass die Beträge der höheren Harmonischen ablesbar sind. Diese geben Aufschluss über deren Beitrag zum abgestrahlten Schall. Je höher ihre Beträge im Vergleich zur ersten Harmonischen sind, desto mehr treten die zugehörigen Töne gegenüber dem Grundton in Erscheinung. Das entstehende Geräusch weicht stärker vom harmonischen Betriebsgeräusch ab und wird als störend empfunden [5]. Die Betrachtung der Knotengeschwindigkeit im Campbell-Diagramm zeigt daher, dass trotz der in Abbildung 30 abzulesenden Dämpfung, zum Beispiel bei $f_a = 201$ Hz, ein erhöhtes Störgeräuschrisiko vorliegt.

Ähnlich stellt sich der Fall in Abbildung 31 c), für $\hat{F} = 100$ N dar. Die Bereiche mit Gleiten aus Abbildung 27 spiegeln sich darin wider. Sie sind durch Frequenzbereiche, in denen der Kopf permanent an der Platte 1 haftet, unterbrochen. In den Bereichen mit Gleiten treten die höheren Harmonischen deutlich in Erscheinung. Wie schon bei Anregung mit $\hat{F} = 5$ N nimmt ihr Betrag mit steigender Anregungsfrequenz im Vergleich zur ersten Harmonischen ab. Es ist zu erwarten, dass dadurch auch die abgestrahlte Schallleistung der entsprechenden Harmonischen abnimmt. Sie treten in der Gesamtschwingung weniger in Erscheinung und folglich dürfte der Grundton das hervorgerufene Geräusch mit steigender Frequenz dominieren. Dabei handelt es sich jedoch um eine Abschätzung, da Schall abhängig von den dynamischen Eigenschaften des Systems für die verschiedenen Harmonischen unterschiedlich stark abgestrahlt wird, siehe Kapitel 6. Zur Bewertung des tatsächlichen Störgeräuschrisikos sind akustische Größen, wie die vom System abgestrahlte Schallleistung, zu bestimmen.

Die Campbell-Diagramme für Bewegungsgrößen sind im Vergleich zu jenen für akustische Größen mit deutlich weniger Aufwand zu erstellen. Sie liefern jedoch nur Anhaltspunkte darüber, ob der abgestrahlte Schall zu einem hörbaren Geräusch führt. Zudem wird je Diagramm nur ein Punkt der Struktur betrachtet, an anderen Positionen können sich die Verhältnisse unterschiedlich darstellen. Die Auswertung verschiedener Stellen des Systems ermöglicht dennoch eine weitere Sortierung und Priorisierung der Ergebnisse, welche für die Berechnung der abgestrahlten Schallleistung in Kapitel 6 verwendet werden. Damit lässt sich der Aufwand für jene Berechnungen erheblich reduzieren.

6 Abgestrahlte Schalleistung als Bewertungsmaß für Störgeräusche

In Kapitel 5 wurde das dynamische Verhalten des Prüfstands aus Kapitel 3 betrachtet und die Ergebnisse in Bezug auf Störgeräusche interpretiert. Die Auswertungen ermöglichen Rückschlüsse auf das Störgeräuschrisko verschiedener Betriebszustände, ohne akustische Größen zu berechnen. Liegt ein Risiko vor, dient die abgestrahlte Schalleistung als Bewertungsmaß für das zu erwartende Störgeräusch. Sie wird in diesem Kapitel berechnet, um Schallereignisse zu quantifizieren und einen Vergleich verschiedener Konfigurationen zu ermöglichen. Die in Kapitel 5 demonstrierte Aussortierung unkritischer Betriebszustände wird hier nicht berücksichtigt, einerseits um jene Erkenntnisse zu bestätigen, andererseits um die Verständlichkeit der Betrachtungen zu erhalten. Sofern nicht explizit angegeben, erfolgte die Berechnung der Schalleistung nach dem Lumped Parameter Modell. Die Ergebnisse werden im Folgenden auf drei verschiedene Weisen ausgewertet, die je nach Anwendungsfall ihre Vorteile bieten.

6.1 Vergleich zur Hörschwelle

Für die Wahrnehmung eines Schallereignisses durch den Menschen ist der Schalldruck am Ohr des Empfängers maßgeblich. Beim Schalldruck handelt es sich um orts- und zeitabhängige Schwankungen p des Luftdrucks, die dem statischen Luftdruck p_0 überlagert sind, so dass für den Gesamtluftdruck $p_G = p_0 + p$ gilt. Diese Schwankungen werden durch sich im Gas ausbreitende Longitudinalwellen verursacht und sind um mehrere Zehnerpotenzen kleiner als der statische Luftdruck [95]. Luftschallwellen sind vom Menschen in einem Frequenzbereich von etwa 16 Hz bis 16kHz wahrnehmbar, wobei der Effektivwert von p im zeitlichen Verlauf je nach Frequenz einen Mindestwert aufweisen muss. Durch zahlreiche Probandenversuche wurde diese frequenzabhängige Schwelle für reine Sinustöne ermittelt und unter anderem in DIN 389-7 festgehalten [119]. Der Vergleich des Schalldrucks reiner Sinustöne zu dieser Hörbarkeitsschwelle ermöglicht die Unterscheidung zwischen hörbaren und nicht hörbaren Tönen.

Während der Schalldruck am Ohr eines Menschen für die Hörbarkeit eines Schallereignisses entscheidend ist, liefern die Berechnungen der in dieser Arbeit gezeigten Störgeräuschbetrachtung die Schalleistung einer Geräuschquelle. Zur Bestimmung des Schalldruckes an einem bestimmten Ort bedarf es der Berechnung des zugehörigen Schallfeldes. Wie bereits in Abschnitt 2.6 beschrieben, ist die Berechnung dieses Schallfeldes in einem Fahrzeuginnenraum sehr aufwendig und wird hier nicht durchgeführt. Stattdessen wird eine Ersatzkonfiguration verwendet, für welche eine einfache Beziehung zwischen der Schalleistung der Quelle und dem Schalldruck an einem bestimmten Ort im Abstand R besteht.

6.1.1 Ersatzkonfiguration

Die gesamte von einem System abgestrahlte Schalleistung ergibt sich entsprechend der Gleichungen (2.45) und (2.55) aus der Summe der Anteile aller Oberflächenelemente. Wird der Beitrag eines einzelnen Elementes auf dessen Fläche bezogen, ergibt sich daraus die Dichte der abgestrahlten Schalleistung. Diese ist für die Summe aller Harmonischen in Abbildung 32 für die P_{ERP} dargestellt.

Aus den Verteilungen ist ersichtlich, dass der Großteil der Schallabstrahlung über den Balken erfolgt. Im Fall von Gleiten im Kontakt leisten außerdem die obere und untere Stirnfläche des Kopfes einen Beitrag. Aufgrund der kleinen Abstrahlfläche wird dieser Anteil als gering gegenüber dem des Balkens angesehen. Zur Beschreibung einer Schallquelle, die aus einer dünnwandigen Struktur wie dem Balken besteht, bietet sich ein Dipol [120] an. Dieser wird im folgenden als Ersatzkonfiguration verwendet.

Die Überlegungen zur Schallabstrahlung führen auf das genannte Ersatzmodell, für die Berechnung der abgestrahlten Schalleistung wird hingegen Gesamtoberfläche des Prüfstandes berücksichtigt. Anhand des Schallfeldes des Dipols wird der Schalldruck an einem bestimmten Ort aus den Schalleistungsergebnissen berechnet.

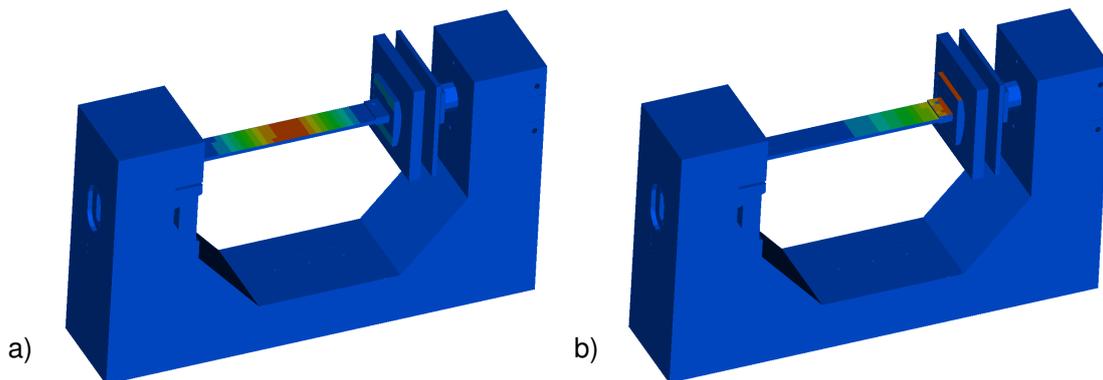


Abbildung 32 Summe der ERP-Dichte aller Harmonischen für a) permanentes Haften und b) Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen.

Ein Dipol besteht aus zwei entgegengerichteten Einzelquellen. Mit der aus Abschnitt 2.6.2 bekannten Wellenzahl k , dem Abstand a der Quellen und dem Volumenfluss Q einer Einzelquelle gilt für den Schalldruck im Fernfeld und tiefe Frequenzen [95]:

$$p_{\text{fern}} \approx ka \frac{\omega \rho_0}{4\pi R} Q e^{-ikR} \cos(\vartheta) , \quad (6.1)$$

wobei ϑ den Winkel zu der Achse beschreibt, welche durch beide Quellen verläuft und R den Abstand des Betrachtungspunktes von der Quelle kennzeichnet. Das Schallfeld ist rotationssymmetrisch zu dieser Achse. Fernfeldbedingungen gelten für $R \gg a$ und tiefe Frequenzen liegen für Wellenlängen λ mit $\frac{a}{\lambda} \ll 1$ vor. Wird die Balkendicke von 2 mm zur Abschätzung von a herangezogen, ist in einem Abstand $R > 200$ mm die ersten Bedingung in guter Näherung erfüllt. Die Annahme tiefer Frequenzen gilt im gesamten Frequenzbereich

hörbaren Schalls, solange $a < 170$ mm.

Die Schalleistung des Dipols ergibt sich unter diesen Bedingungen zu (siehe Anhang A.7):

$$P_D \approx \frac{(ka\omega)^2 \rho_f Q^2}{24\pi c_f} . \quad (6.2)$$

Daraus lässt sich mit dem Effektivwert des Schalldrucks

$$|p_{\text{eff}}|^2 \approx \frac{3\rho_f c_f}{4\pi R^2} \cos^2(\vartheta) P_D \quad (6.3)$$

eine Beziehung zwischen dem Schalleistungspegel L_W des Dipols und dem Schalldruckpegel L_p im Abstand R herstellen. Die Schallabstrahlung ist auf der Dipolachse maximal und mit $\vartheta = 0$ gilt in Pegeln ausgedrückt:

$$L_p = L_W + 10 \cdot \log \left(\frac{3\rho_f c_f}{400\pi} \frac{\text{m}^2 \text{s}}{\text{kg}} \right) - 20 \cdot \log \left(\frac{R}{\text{m}} \right) . \quad (6.4)$$

Für Luft nimmt der zweite Term in Gleichung (6.4) einen Wert von 0,06 dB an, so dass:

$$L_p \approx L_W - 20 \cdot \log \left(\frac{R}{\text{m}} \right) . \quad (6.5)$$

Durch die Verwendung einer Ersatzkonfiguration geht der Bezug zum Realsystem verloren. Allerdings ermöglicht dieses Vorgehen die Einordnung des Schallereignisses im Vergleich zum menschlichen Hörvermögen. Dadurch wird es als Geräusch bewertbar.

6.1.2 Vergleich

Um die Hörbarkeit eines Geräusches zu beurteilen, wird der zugehörige Schalldruckpegel in Relation zu bekannten Werten gesetzt. Es liegt nahe, für diesen Vergleich die bereits erwähnte Hörschwelle aus DIN389-7 heranzuziehen. Dies stellt jedoch eine sehr hohe Anforderung dar, weil unter anderem die in einem Fahrzeug stets präsenten Wind- und Abrollgeräusche Schallereignisse überdecken. Dadurch werden sie nicht zwangsläufig wahrgenommen, auch wenn der von ihnen erzeugte Schalldruckpegel die Hörschwelle übersteigt.

Deshalb wird in dieser Arbeit die 50 phon Kurve als zweite Referenz herangezogen. In Abhängigkeit der Frequenz gibt sie den Schalldruckpegel eines Sinustons an, der notwendig ist, damit dieser genauso laut wahrgenommen wird wie ein Sinuston mit 50 dB bei 1000 Hz. Wie die Hörschwelle wurden diese und andere Kurven gleicher Lautheit in Probandenversuchen ermittelt und sind der ISO-Norm 226 [90] zu entnehmen. Laut einer Abschätzung in [6] beträgt der durchschnittliche Schallpegel in einem modernen Automobil etwa 55 dB(A). Im Sinne einer konservativen Auslegung wurde daher mit 50 phon die nächst niedrige Kurve gleicher Lautheit aus der Norm als Referenz gewählt.

Abbildung 33 zeigt sowohl die Hörschwelle als auch die 50 phon Kurve. Zusätzlich sind die nach Gleichung (6.5) aus der P_{LPM} bestimmten Schalldruckpegel für zwei Konfigurationen (vgl.

Tabelle 6) am Prüfstand dargestellt. Dabei wurde $\vartheta = 0$ und $R = 30$ cm angenommen, wobei letzterer Wert in etwa dem Mindestabstand zwischen dem Ohr eines Insassen im Fahrzeug und Umgebungsbauteilen entspricht.

Beispiel/Verhalten	f_a in Hz	\hat{F} in N	F_N in N	μ_H / μ_G	γ in $s \text{ mm}^{-1}$
1/Haften	100	8,12	100	0,4/-	-
2/Gleiten mit 2 Hapftphasen	10	7,8	13,5	0,395/0,38	0,007

Tabelle 6 Parameter der Beispielkonfigurationen.

Im ersten Beispiel wurde die Konfiguration für permanentes Haften aus Abschnitt 4.2.1 verwendet. In diesem Fall treten keine höheren Harmonischen auf und das Schallereignis ist ein Sinuston mit einem Schalldruckpegel von 68,5 dB bei einer Frequenz von 100 Hz. Er liegt über der Hörschwelle und ist wahrnehmbar. Andererseits ist der Schalldruckpegel geringer als der entsprechende Wert der 50 phon Kurve. Damit ist das Schallereignis leiser als die Hintergrundgeräusche im Fahrzeug und wird mit hoher Wahrscheinlichkeit durch dieses überdeckt. Zudem ist ein Sinuston bei harmonischer Anregung erwartbar. Da dieser relativ leise ist handelt es sich nicht um ein Störgeräusch laut der Definition in Kapitel 1.

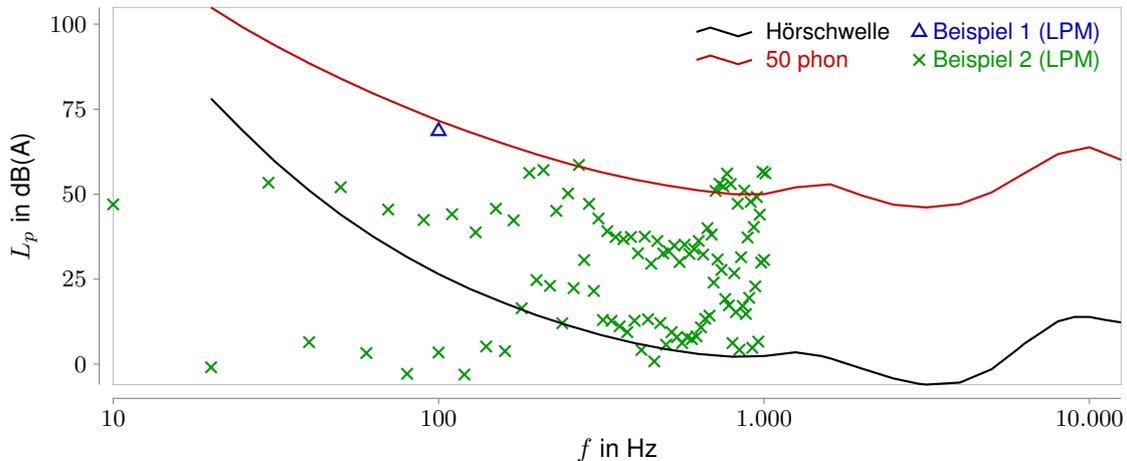


Abbildung 33 Referenzkurven und berechneter Schalldruckpegel aus Schalleistung nach dem Lumped Parameter Modell.

Als zweites Beispiel wurde die Konfiguration aus Abschnitt 4.2.3 (HBM2) mit geschwindigkeitsabhängiger Reibkennlinie entsprechend Gleichung (2.19) herangezogen. Dabei treten zwischen Kopf und Platte des Prüfstandes Haften und Gleiten im Wechsel auf. In diesem Fall schwingt das System periodisch, aber nicht harmonisch, so dass Schall im Frequenzbereich oberhalb der Anregungsfrequenz abgestrahlt wird. Keiner der Einzelwerte übersteigt die 68,5 dB Schalldruckpegel aus Beispiel 1. Da die höheren Harmonischen jedoch in einem Frequenzbereich auftreten, in dem das menschliche Gehör deutlich empfindlicher ist als bei 100 Hz, liegen zahlreiche Beiträge oberhalb der 50 phon Kurve. Das Geräusch ist für einen Fahrzeuginsassen wahrnehmbar. Da bei einer Anregungsfrequenz von 10 Hz hörbare Frequenzen mit

mehr als 800 Hz nicht erwartbar sind, stellt es ein charakteristisches Störgeräusch dar.

Hörschwelle und 50 phon Kurve wurden für reine Sinustöne ermittelt. Daher ist nur der Vergleich von reinen Sinustönen mit diesen Referenzen wirklich aussagefähig. Bei Schallereignissen wie in Beispiel 2 treten die Einzeltöne hingegen gleichzeitig auf und so ist nicht auszuschließen, dass ein Geräusch wahrgenommen wird, auch wenn alle Einzelwerte unterhalb der Hörschwelle liegen. Besonders bei geringen Abständen der Werte zur Hörschwelle ist deshalb keine definitive Aussage bezüglich der Wahrnehmbarkeit möglich.

Im Gegensatz dazu ist davon auszugehen, dass ein Geräusch hörbar ist, wenn einer der Einzelwerte die Hörschwelle übersteigt. Das gleichzeitige Auftreten weiterer Töne desselben Schallereignisses beeinträchtigt die Wahrnehmbarkeit nicht. Der Vergleich von Berechnungsergebnissen zur Hörschwelle ermöglicht in diesem Sinne die Prognose auftretender Störgeräusche, gänzlich ausschließen lassen sich hörbare Geräusche damit in zahlreichen Fällen nicht. Diese Bemerkungen gelten analog für den Vergleich zur 50 phon Kurve.

Die zwei Beispiele in Abbildung 33 zeigen sehr anschaulich, warum nichtlineare Berechnungen für eine aussagefähige Störgeräuschprognose unumgänglich sind. Nur durch die Berücksichtigung von Nichtlinearitäten wird die Schallabstrahlung höherer Harmonischer prognostiziert. Der von diesen abgestrahlte Schall liegt in einem Frequenzbereich, in dem das menschliche Gehör besonders empfindlich ist. Deshalb und weil ihr Auftreten bei Harmonischer Anregung unerwartet ist, haben sie für Störgeräusche eine essenzielle Bedeutung. Mit linearen Modellen lassen sich die Beiträge der höheren Harmonischen nicht bestimmen. Berechnungen akustischer Größen liefern ohne diese Anteile keine brauchbaren Aussagen, wie Beispiel 2, bei dem das hörbare Geräusch allein durch die höheren Harmonischen hervorgerufen wird, eindrücklich zeigt.

Abbildung 33 veranschaulicht, wie Berechnungsergebnisse für einzelne Konfigurationen effektiv bewertbar sind. Liegt das berechnete Schalldruckspektrum oberhalb der 50 phon Kurve, so ist das zugehörige Geräusch als kritisch zu bewerten. Liegen die Berechnungsergebnisse deutlich darunter, überdecken Wind- und Abrollgeräusche das Schallereignis. Mit diesem Vorgehen ist das zweite Ziel dieser Arbeit erreicht und eine Absolutaussage bezüglich der Hörbarkeit von Störgeräuschen gegeben. Dabei gilt zu beachten, dass die Ergebnisse aufgrund der verwendeten Ersatzkonfiguration aus Abschnitt 6.1.1 eine gewisse Unschärfe aufweisen. Ohne die Berechnung des tatsächlichen Schallfeldes bleiben die Aussagen zum Störgeräuschrisiko eine Abschätzung.

Eine Darstellung wie in Abbildung 33 wird bei der gleichzeitigen Betrachtung mehrerer Ergebnisse schnell unübersichtlich. Für die Störgeräuschauslegung in einem Fahrzeuginnenraum werden Anregungsfrequenzen bis mindestens 50 Hz betrachtet und in 1 Hz Schritten durchlaufen. Das zugehörige Schaubild ist mit so vielen Ergebnissen nicht mehr lesbar, eine Betrachtung in Einzeldiagrammen entsprechend aufwendig. Deshalb werden Geräusche häu-

fig anhand des Gesamtpegels quantifiziert. Dieser ermöglicht die Auswertung zahlreicher Konfigurationen, die sich zum Beispiel durch die Anregungsfrequenz unterscheiden, in einem einzigen Schaubild und wird im folgenden Abschnitt behandelt.

6.2 Schalleistungsgesamtpegel

Zur Berechnung des Schalleistungsgesamtpegels werden die Frequenzanteile eines Geräusches addiert, so dass sich ein skalarer Wert zur Bemessung der Schallabstrahlung ergibt. Berechnungsergebnisse der Methode der Harmonischen Balance beschreiben Geräusche, die aus einer Überlagerung von reinen Sinustönen bestehen. Die Pegel der einzelnen Anteile werden wie folgt addiert:

$$L_{W_{\text{ges}}} = 10 \cdot \lg \left(\sum_{l=1}^h 10^{\frac{L_{W_l}}{10}} \right), \quad (6.6)$$

wobei L_{W_l} der Schalleistungspegel der l -ten Harmonischen ist und $\lg()$ für den dekadischen Logarithmus steht.

Der Gesamtpegel wurde für die vier in Abschnitt 5.2 betrachteten Fälle ($F_N = 20 \text{ N}$, $\mu = 0,45$), welche sich durch die Amplitude der Anregung unterscheiden, bestimmt. Die Berechnung der Ergebnisse erfolgte mit der Methode der Harmonischen Balance unter Verwendung von $h = 21$ Harmonischen. Für jede der Anregungsfrequenzen zwischen 1 Hz und 2000 Hz wurde der Gesamtpegel aus den Schalleistungsanteilen (P_{LPM}) der einzelnen Harmonischen entsprechend Gleichung (6.6) bestimmt und die Ergebnisse in Abbildung 34 über der Anregungsfrequenz aufgetragen.

Erwartungsgemäß steigt der Schalleistungspegel mit zunehmender Amplitude der Anregung. Für $\hat{F} = 0,01 \text{ N}$ weist er nur im Bereich der Resonanzen nennenswerte Beträge auf. Das Maximum mit 62 dB liegt bei $f_a = 201 \text{ Hz}$.

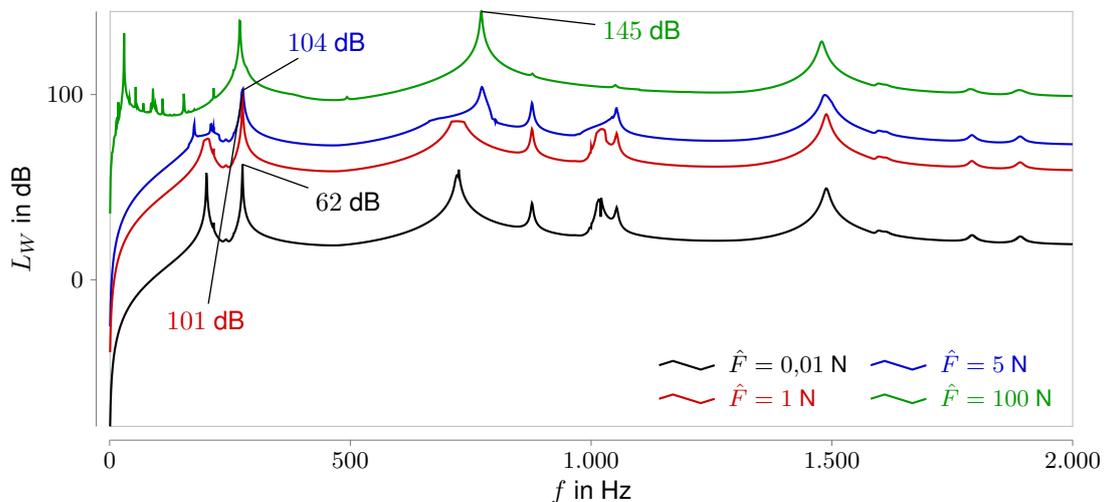


Abbildung 34 Frequenzgang der Schalleistung für verschiedene Amplituden der Anregung.

Auch bei den übrigen Anregungsamplituden erfolgt die stärkste Schallabstrahlung im Bereich der Resonanzen, die Maximalwerte sind in Abbildung 34 eingetragen. Allerdings weist der Gesamtpegel auch abseits davon ein hohes Niveau auf und der Prüfstand strahlt wahrscheinlich hörbaren Schall ab. Für diese Konfigurationen sind deshalb weite Bereiche des Anregungsspektrums als kritisch bezüglich der Wahrnehmbarkeit des zugehörigen Geräusches anzusehen, wenn der Gesamtpegel als Bewertungsmaß herangezogen wird. Es ist jedoch wichtig zu bemerken, dass eine Anregung mit $\hat{F} = 100$ N und im Bereich der Resonanzen auch mit $\hat{F} = 5$ N, lediglich theoretischer Natur ist. Aufgrund der geometrisch linearen Betrachtungen und des verwendeten linear-elastischen Materialverhaltens kann das berechnete Schwingungsverhalten deutlich von der Realität abweichen. So wird der Prüfstand bei einer Anregung mit $\hat{F} = 100$ N in Resonanz sicher beschädigt.

Entsprechend den Erläuterungen in Abschnitt 6.1.2 ist nicht jedes hörbare Geräusch störend. So strahlt der Prüfstand bei Anregung mit $\hat{F} = 0,01$ N im Bereich der Resonanz zwar nennenswert Schall ab, allerdings ist aus Abschnitt 5.1 bekannt, dass sich dabei ein harmonischer Schwingungszustand einstellt. Bei dem erzeugten Geräusch handelt es sich um einen Sinuston, der bei dieser Anregung erwartbar ist und nicht stört [5]. Zudem zeigt Beispiel 2 in Abbildung 33, dass den höheren Harmonischen bei der Entstehung von Störgeräuschen eine besondere Bedeutung zukommt. Deshalb wurde ihr Anteil an der abgestrahlten Schallleistung berechnet und in Abbildung 35 dem Pegel der ersten Harmonischen gegenübergestellt.

Für Anregung mit $\hat{F} = 0,01$ N ist der Beitrag der höheren Harmonischen an der abgestrahlten Schallleistung vernachlässigbar gering. Aus Abschnitt 5.1 ist bekannt, dass es im gesamten Frequenzbereich nicht zu Gleiten im Kontakt kommt. Folglich handelt es sich durchweg um harmonische Schwingungen, die keine nennenswerten Anteile höherer Harmonischer aufweisen. Die Schallleistung der höheren Harmonischen ist für diese Anregung nur aufgrund der begrenzten numerischen Präzision beim Lösen der Bewegungsgleichungen verschieden von null.

Bereits bei Anregung mit 1 N kommt es an mehreren Stellen im Frequenzspektrum zu Gleiten im Kontakt. Diese Stellen sind durch einen sprunghaften Anstieg der Schallleistung höherer Harmonischer gekennzeichnet. Allerdings erfolgt nicht bei allen Anregungsfrequenzen mit Gleiten im Kontakt eine Schallabstrahlung höherer Harmonischer. So ist aus Abbildung 27 ersichtlich, dass bei Anregung mit $f_a = 1492$ Hz Gleiten auftritt, in diesem Bereich erfolgt jedoch kein nennenswerter Anstieg der abgestrahlten Schallleistung der Obertöne.

Das Beispiel zeigt, dass eine Konfiguration nicht zwingend kritisch ist, wenn Gleiten im Kontakt auftritt. Das Geräusch wird durch die erste Harmonische dominiert, wenn überhaupt, ist nur der Grundton der Schwingung wahrnehmbar. Auch wenn es hörbar ist, handelt es sich deshalb um ein unkritisches Geräusch im Sinne der in dieser Arbeit betrachteten Phänomene. Im Gegensatz dazu hat die abgestrahlte Schallleistung der höheren Harmonischen bei Anregung mit $f_a = 201$ Hz oder $f_a = 276$ Hz einen ähnlichen Betrag wie die des Grundtons. Die höheren

Frequenzanteile treten deutlich in Erscheinung und das Schallereignis stellt ein typisches Beispiel für ein Störgeräusch dar.

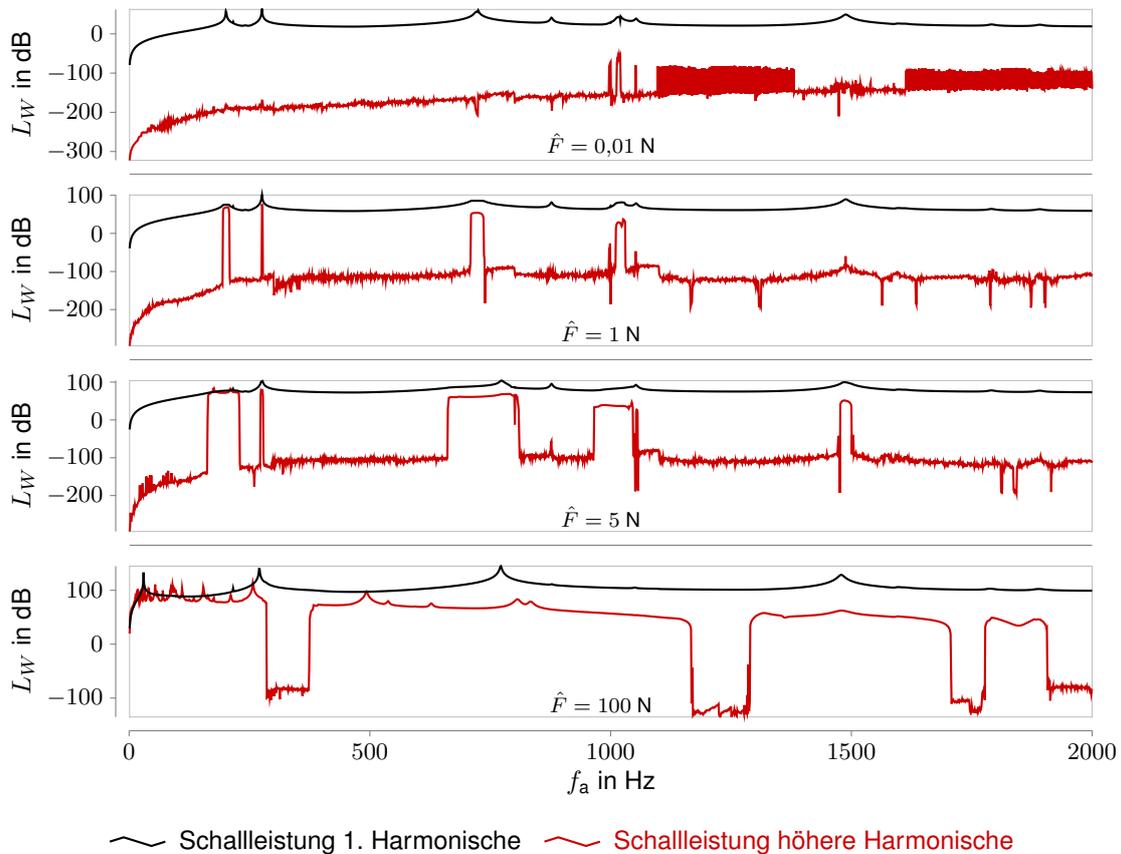


Abbildung 35 Frequenzgang der Schalleistung der ersten und höherer Harmonischer für verschiedene Amplituden der Anregung.

Für Gleiten im Kontakt zeigt sich der Trend, dass der Anteil höherer Harmonischer am Gesamtpegel mit steigender Anregungsfrequenz abnimmt. Die Berechnungsergebnisse der zugrundeliegenden Schwingungen weisen seltenere und weniger ausgeprägte Haftphasen auf. Das heißt, der Anteil der Haftphasen an der Gesamtperiode wird geringer. Die Schwingung nähert sich mit steigender Frequenz einer harmonischen Form an, die Beträge der höheren Harmonischen nehmen ab.

Erwartungsgemäß werden die Bereiche mit hohen Beiträgen der höheren Harmonischen bei Anregung mit $\hat{F} = 5 \text{ N}$ breiter. Außerdem tritt ein weiterer Bereich hinzu. Erstmals übersteigt die abgestrahlte Schalleistung der höheren Harmonischen an zwei Stellen den Beitrag der ersten Harmonischen. Das Störgeräusch wird durch die höheren Frequenzanteile dominiert und stellt sich nicht nur aufgrund der Absolutwerte kritischer dar, als das Störgeräusch bei einer Anregung von 1N. Die vorliegende Auswertung ermöglicht somit eine zusätzliche Differenzierung der einzelnen Störgeräusche.

Für $\hat{F} = 100 \text{ N}$ dominiert Gleiten in weiten Teilen des Spektrums. Die Frequenzen, für die der Kopf permanent an Platte 1 haftet, sind durch eine sprunghafte Absenkung des Pegels

höherer Harmonischer zu erkennen. Im Pegel der ersten Harmonischen treten zahlreiche zusätzliche Resonanzen in Erscheinung, der Grund dafür wurde bereits in Abschnitt 5.2 erörtert. Erneut zeigt sich der Trend eines geringer werdenden Anteils höherer Harmonischer an der abgestrahlten Schalleistung mit steigender Anregungsfrequenz. Allerdings weist der Schalleistungspegel der höheren Harmonischen bei Anregung mit 100 N selbst lokale Überhöhungen auf, so dass deren Beitrag für einige Anregungsfrequenzen deutlich steigt, wie zum Beispiel bei $f_a = 493$ Hz. Entsprechend können sich für den Gleitfall schon bei geringfügiger Änderung der Anregungsfrequenz signifikante Unterschiede im abgestrahlten Schall ergeben.

Der Gesamtpegel fasst die abgestrahlte Schalleistung einer Baugruppe zusammen und ermöglicht den effektiven Vergleich zahlreicher Konfigurationen, so wie in diesem Abschnitt für Anregungsfrequenzen von 1 Hz bis 2000 Hz. Der Vergleich der beiden Schalleistungsteile weist besonders kritische Konfigurationen aus, wenn die höheren Harmonischen das Schallereignis dominieren. Die höhere Übersichtlichkeit wird durch den Verlust von Informationen über den Frequenzinhalt der Schalleistung erkauft. Eine Alternative, die sowohl den Vergleich zahlreicher Konfigurationen auf einen Blick ermöglicht als auch den spektralen Inhalt des Schallereignisses ausweist, bieten die aus Abschnitt 5.3 bekannten Campbell-Diagramme, die im nächsten Abschnitt für den Schalleistungspegel betrachtet werden.

6.3 Campbell-Diagramme für Schalleistung

Campbell-Diagramme wurden bereits in Abschnitt 5.3 verwendet, um Knotengeschwindigkeiten auszuwerten. Sie werden in diesem Abschnitt zur Betrachtung der abgestrahlten Schalleistung genutzt und sind in Abbildung 36 für die vier Beispiele aus Abschnitt 6.2 dargestellt. In den Campbell-Diagrammen wird der Anteil jeder Harmonischen für sich bewertet. Der jeweilige Schalleistungspegel wird durch eine entsprechende Einfärbung angegeben. Die Frequenz mit der Schall abgestrahlt wird, zeigen die vertikalen Achsen der Diagramme in Abbildung 36 an. Die Campbell-Diagramme ermöglichen einen tiefen Einblick in das akustische Verhalten der Baugruppe und eine granulare Beurteilung der verschiedenen Betriebszustände.

Wie bereits in Abschnitt 5.3 erläutert, enthält das zugrundeliegende Berechnungsmodell nicht genügend modale Freiheitsgrade für Frequenzen höher als 2000 Hz. Diese Ergebnisse werden als nicht validiert angesehen und in den Campbell-Diagrammen entsprechend gekennzeichnet.

Das Campbell-Diagramm für $\hat{F} = 0,01$ N liefert die bereits aus dem vorherigen Abschnitt bekannte Erkenntnis, dass das System harmonisch schwingt und nur mit dem Grundton Schall abstrahlt. Das Diagramm wurde der Vollständigkeit halber in Abbildung 36 mit angegeben.

Für Anregung mit $\hat{F} = 1$ N zeigen sich Bereiche mit Gleiten im Kontakt anhand der Einfärbung in den höheren Harmonischen. Dabei erweisen sich Anregungsfrequenzen um 201 Hz als

besonders kritisch, da zahlreiche höhere Harmonische erheblich Schall abstrahlen. Dagegen sind bei Anregung mit circa 725 Hz nur noch die dritte und fünfte Harmonische nennenswert vertreten. Auch wenn dadurch deutlich weniger Obertöne zu hören sind, handelt es sich um ein Störgeräusch, da diese unerwartet auftreten. Bei Anregung im Bereich knapp über 1000 Hz strahlt das System trotz Gleiten nur geringfügig Schall höherer Harmonischer ab, so dass diese Anteile am Gesamtgeräusch kaum in Erscheinung treten. Anhand einer Darstellung wie in Abbildung 36 b) lässt sich deshalb sehr genau differenzieren, ob bei einer Anregungen kritische Schallabstrahlung erfolgt oder nicht.

Ein ähnliches Verhalten zeigt sich bei Anregung mit $\hat{F} = 5$ N. Jedoch weisen die höheren Harmonischen bei allen Konfigurationen mit Gleiten im Kontakt nennenswerte Beträge auf. Darunter ist erneut der Bereich um $f_a = 1000$ Hz am wenigsten kritisch. Der Schallleistungspegel der dritten Harmonischen liegt dort bei etwa 40 dB.

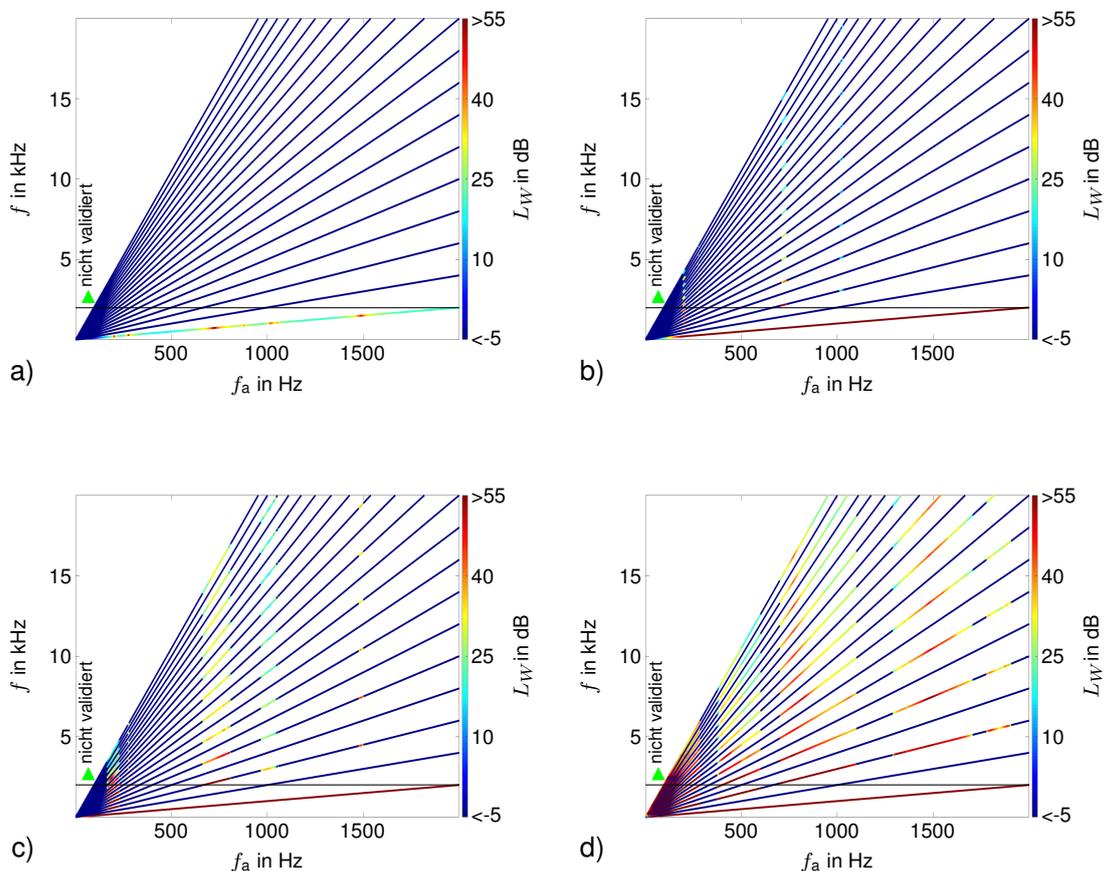


Abbildung 36 Campbell-Diagramme für die vom Prüfstand abgestrahlte Schallleistung: a) Anregung mit $\hat{F} = 0,01$ N, b) Anregung mit $\hat{F} = 1$ N, c) Anregung mit $\hat{F} = 5$ N, d) Anregung mit $\hat{F} = 100$ N.

Bei der starken Anregung mit $\hat{F} = 100$ N erfolgt in weiten Teilen des Anregungsspektrums eine starke Schallabstrahlung durch die Oberschwingungen, im Gegensatz zu den vorherigen Beispielen auch von den höchsten berücksichtigten Harmonischen mit einer abgestrahlten Schallleistung zwischen 40 dB und 55 dB. Bei allen Beispielen in Abbildung 36 liegt der Großteil der höheren Harmonischen im Frequenzbereich über 2000 Hz. Die Ergebnisse sind in diesem

Bereich nicht validiert, was in den Campbell-Diagrammen entsprechend gekennzeichnet wurde.

In den bisherigen Betrachtungen wurde die Anregungsfrequenz variiert und alle übrigen Systemparameter konstant gehalten. Dieses Vorgehen entspricht dem der Störgeräuschauslegung, bei dem zusätzlich die Amplitude der Anregung veränderlich ist. Campbell-Diagramme eignen sich jedoch hervorragend, um den Einfluss der übrigen Parameter des Systems zu bewerten. Daraus lassen sich wichtige Erkenntnisse für die Behebung von Störgeräuschen ableiten. Dies wird am Beispiel der Reibeigenschaften in der Kontaktstelle demonstriert.

Aus Abschnitt 5.1 ist bekannt, dass das System bei Anregung mit $f_a = 201$ Hz besonders stark zu Gleiten im Kontakt neigt. Es wurde außerdem erklärt, dass bei dem verwendeten Reibmodell eine Erhöhung der Normalkraft äquivalent zur Erhöhung des Reibkoeffizienten ist. Deshalb wird für das Beispiel eine Anregung mit $f_a = 201$ Hz und $\hat{F} = 1$ N verwendet und bei einem Reibkoeffizienten von $\mu = 0,45$ die Normalkraft ausgehend von $F_N = 0$ N erhöht, bis es zu permanentem Haften im Kontakt kommt. Dieser Fall tritt bei $F_N > 295$ N ein.

Abbildung 37 zeigt die Ergebnisse. Dabei bilden die Harmonischen horizontale Linien, da die Anregungsfrequenz in allen Fällen dieselbe ist. Es zeigt sich, dass die Konfigurationen mit $F_N = 0$ N und $F_N > 295$ N unkritisch in Bezug auf Störgeräusche sind, da die höheren Harmonischen vernachlässigbare Werte aufweisen. Wird die Normalkraft von $F_N = 0$ N beginnend erhöht, nimmt die durch Oberschwingungen abgestrahlte Schallleistung zu. Die Beträge in den höheren Ordnungen steigen kontinuierlich an, wobei die fünfte Harmonische besonders stark ausgeprägt ist. Nach einem Übergang mit abnehmender Schallabstrahlung höherer Harmonischer im Bereich $250 \text{ N} \lesssim F_N < 295$ N verschwindet diese für $F_N > 295$ N vollständig.

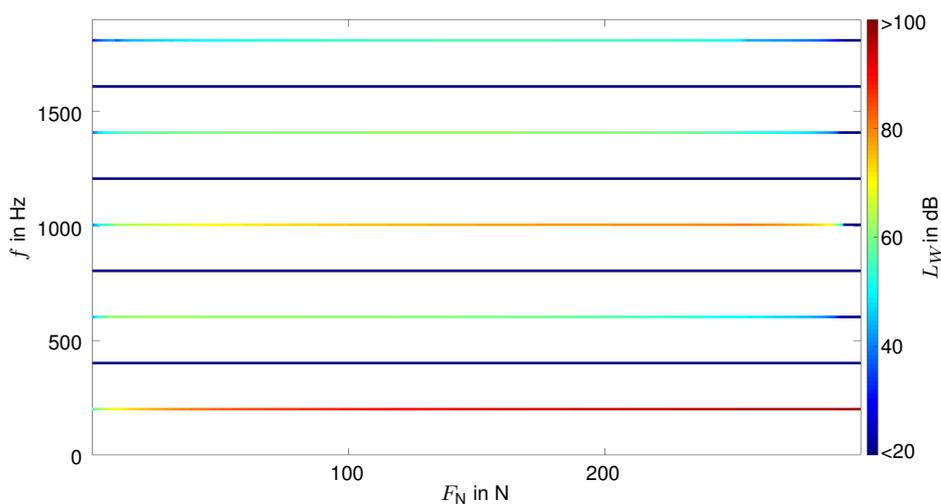


Abbildung 37 Campbell-Diagramme für die vom Prüfstand abgestrahlte Schallleistung in Abhängigkeit der Normalkraft im Kontakt bei Anregung mit $f_a = 201$ Hz, $\hat{F} = 1$ N und $\mu = 0,45$.

Das Beispiel zeigt, wie Maßnahmen zur Vermeidung von Störgeräuschen bezüglich ihrer Eignung zu bewerten sind. So lassen sich für den Prüfstand Störgeräusche nur durch Auflösen der Kontaktstelle oder Gewährleisten permanenten Haftens sicher ausschließen.

Ist ein Kontakt mit Relativbewegung zwischen den Bauteilen konstruktionsbedingt erforderlich, reduziert eine abnehmende Normalkraft das Störgeräuschrisiko, da die abgestrahlte Schalleistung in diesem Fall kleinere Anteile der Oberschwingungen enthält. Bei der Beseitigung von Störgeräuschen durch Unterbinden der Relativbewegung im Kontakt ist sicherzustellen, dass die gewählte Normalkraft im Kontakt ausreichend groß ist. Gelingt dies nicht vollständig, steigt die Schallabstrahlung der höheren Harmonischen, wodurch sich das akustische Verhalten noch verschlechtert.

Es ist wichtig zu bemerken, dass auch die abgestrahlte Schalleistung der ersten Harmonischen mit steigender Normalkraft im Kontakt zunimmt und sehr hohe Werte erreicht, obwohl die Anregung gleich bleibt und das System durch die zunehmende Reibung mehr Dämpfung erfährt. Auch bei $F_N > 295$ N und harmonischen Schwingungen übersteigt die abgestrahlte Schalleistung den Wert für $F_N = 0$ N. Dieses Verhalten lässt sich mit der Resonanz erklären, welche das System im Fall permanenten Haftens bei $f_a = 201$ Hz aufweist. Mit zunehmender Normalkraft nähert es sich diesem Zustand schrittweise an, wodurch die abgestrahlte Schalleistung zunimmt.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit stellt ein neues Verfahren zur simulationsbasierten Prognose von Störgeräuschen im Innenraum von Automobilen vor. Dabei liegt der Fokus auf Störgeräuschen, die durch tangential Relativbewegungen in den Kontaktstellen von Bauteilen entstehen. Die Bewegungen werden durch erzwungene Schwingungen hervorgerufen und zeichnen sich durch abwechselndes Haften und Gleiten im Kontakt aus.

Der Vorteil von Störgeräuschprognosen auf Basis virtueller Methoden liegt in der frühen Erkennung und folglich kostengünstigen Beseitigung von Problemstellen. Dies setzt jedoch verlässliche Aussagen der Berechnungen voraus. Mit den Erkenntnissen dieser Arbeit ist es möglich, deutlich verbesserte Prognosen im Vergleich zum Stand der Technik zu treffen, dadurch wird der Vertrauensbereich von Simulationsergebnissen vergrößert.

Eine wesentliche Neuerung gegenüber aktuellen Methoden besteht in der nichtlinearen Berechnung der zugrundeliegenden Schwingungen, was eine Identifikation von Haft- und Gleitbewegungen in den Kontaktstellen und damit der notwendigen Bedingung für das Auftreten von Störgeräuschen ermöglicht. Zudem liefert die Berechnung der vom schwingenden System abgestrahlten Schalleistung ein absolutes Bewertungsmaß für das zu erwartende Geräusch. Diese Quantifizierung gestattet den Vergleich verschiedener Konfigurationen sowie die gezielte Optimierung einer vorhandenen Konstruktion. Des Weiteren dient sie im Entwicklungsprozess als Entscheidungsgrundlage für Gegenmaßnahmen.

Im ersten Schritt wird die Systemantwort auf harmonische Anregung berechnet. Die Anwendung der Methode der Harmonischen Balance ermöglicht die Berücksichtigung von Reibung in den Kontaktstellen. Das Vorgehen wurde anhand eines Beispiels demonstriert und die Ergebnisse mit denen der direkten Zeitintegration sowie Versuchen verglichen. Der Vergleich zu der etablierten Berechnungsmethode weist deutlich niedrigere Berechnungszeiten der Methode der Harmonischen Balance bei vernachlässigbaren Abweichungen in den Ergebnissen aus. Zudem bestätigen die Berechnungen der direkten Zeitintegration die Annahme, dass sich infolge harmonischer Anregung periodische Schwingungen einstellen. Auch in den Versuchen zeigt sich dieses Verhalten, was den Einsatz der Methode der Harmonischen Balance rechtfertigt. Allerdings offenbart der Vergleich zu Versuchen die Grenzen des gewählten mathematischen Modells und die Notwendigkeit, dieses um eine geeignete Kontaktformulierung zu erweitern.

Die Berechnungsergebnisse der direkten Zeitintegration sowie die Versuche sprechen für den Einsatz der Methode der Harmonischen Balance. Sie stellen jedoch keinen Beweis dar, dass die Annahme periodischer Schwingungen stets erfüllt ist. Zum Nachweis periodischer Schwingungen wurden daher Stabilitätsbetrachtungen vorgestellt und für ein Beispiel durchgeführt. Mit Hilfe dieser Untersuchungen lässt sich feststellen ob eine berechnete Lösung einmalig sowie stabil ist und so die Anwendung der Methode der Harmonischen Balance legitimieren.

Die Resultate der Schwingungsberechnung geben Aufschluss über das Risiko von Störgeräuschen. Allein anhand von Bewegungsgrößen lassen sich Probleme für zahlreiche Konfigurationen ausschließen. Allerdings bleibt bei einem ausgewiesenen Risiko unklar, ob tatsächlich ein hörbares Geräusch entsteht. Diese Frage wird im zweiten Schritt durch die Berechnung der abgestrahlten Schalleistung beantwortet.

Anhand der abgestrahlten Schalleistung werden Geräusche quantifiziert und eine Abschätzung bezüglich der Hörbarkeit getroffen. Die Berechnungsergebnisse weisen im Allgemeinen Frequenzen auf, die deutlich über der Anregungsfrequenz und in einem für den Menschen sehr gut wahrnehmbaren Bereich liegen. Dies deckt sich zum einen mit empirischen Beobachtungen diverser Autoren und bestätigt zum anderen die Notwendigkeit nichtlineare Verfahren anzuwenden. Die Berücksichtigung höherer Frequenzanteile ist zwingend erforderlich für die quantitative Bewertung von Störgeräuschen und bildet eine Grundvoraussetzung für belastbare Aussagen. Da dem Verfahren die Methode der Finiten Elemente zugrunde liegt, welche bezüglich der maximal darstellbaren Frequenz limitiert ist, wird nicht der gesamte Bereich des hörbaren Schalls abgedeckt. Aussagen über die Hörbarkeit eines Schallereignisses gelten daher für den validierten Frequenzbereich.

Es wurden verschiedene Verfahren zur Bewertung von Schalleistungsergebnissen vorgestellt. Die Betrachtungen zeigen, dass abwechselndes Haften und Gleiten in den Kontaktstellen nicht zwangsläufig Störgeräusche hervorruft und ermöglichen die Differenzierung zwischen verschiedenen Geräuschen. Am Beispiel der Normalkraft im Kontakt wurde demonstriert, wie Maßnahmen zur Behebung einer Problemstelle evaluiert werden, um sie zielführend einzusetzen. Dabei stellt die abgestrahlte Schalleistung als Bewertungsmaß für Störgeräusche eine geeignete Zielfunktion dar.

Die vorliegende Arbeit leistet einen wesentlichen Beitrag auf dem Weg zu einer höheren Prognosegüte bei der Berechnung von Störgeräuschen. Ausgehend von diesem Fundament liegen weitere Entwicklungsschritte nahe, um das Verfahren zu etablieren und die Anwendbarkeit zu erhöhen. Daher sind in naher Zukunft diverse Entwicklungen auf dem Gebiet geplant.

Selbst die genaueste Methode ist von geringem Nutzen, wenn sie nicht zum Einsatz kommt. Daher besteht der nächste logische Schritt darin, das Verfahren in den Entwicklungsprozess einzubinden und somit die Potentiale der erhöhten Prognosegüte zu nutzen. In der aktuellen Implementierung ist dies nur unter erheblichem Aufwand und Eingriff in den Programmcode möglich und wurde neben dem Prüfstand nur vereinzelt für Baugruppen im Fahrzeuginterieur praktiziert. Deshalb wird die Umsetzung des Verfahrens in einer Softwareumgebung angestrebt, um die Anwendbarkeit und die Leistungsfähigkeit zu erhöhen. Dies beinhaltet insbesondere die Realisierung eines Pre- und Postprozessors, die Optimierung des Lösungsprozesses für das nichtlineare Gleichungssystem und die flexible Gestaltung des Programmablaufs. Letzteres beinhaltet eine Steigerung der Effizienz, beispielsweise

durch eine adaptive Anpassung der Anzahl berücksichtigter Harmonischer je nach Bedarf oder das automatische Aussortieren unkritischer Konfigurationen vor der Berechnung der abgestrahlten Schalleistung. Außerdem ermöglicht eine automatische Variation verschiedener Systemparameter, wie der Anregungsfrequenz und –amplitude oder der Reibkraft im Kontakt, die flächendeckende Untersuchung von Einflussfaktoren auf das hervorgerufene Geräusch.

Dadurch ergibt sich direkt eine weitere Option für zukünftige Betrachtungen. Reibung stellt die Ursache für die in dieser Arbeit behandelten Störgeräusche dar. Es ist notwendig, das Reibverhalten einer Kontaktpaarung zu kennen, um eine verlässliche Prognose zu treffen. Da für eine solche Aussage allein die Hörbarkeit eines Schallereignisses entscheidend ist, bieten sich Untersuchungen an, wie detailliert das Reibverhalten vorliegen muss. Die Erkenntnisse aus solchen Untersuchungen ermöglichen eine gezielte Ermittlung der benötigten Parameter und damit die kosteneffiziente Bestimmung der Daten für verschiedene Materialpaarungen.

Weiteres Potential zur Erhöhung der Prognosegüte bietet der lückenlose Einsatz der Stabilitätsbetrachtung. Da die Berechnungsergebnisse der Methode der Harmonischen Balance Grenzykel darstellen und die Anzahl der Freiheitsgrade reduziert wurde, ist die Stabilitätsbetrachtung effizient einsetzbar und stellt sicher, dass vorliegende Ergebnisse einen realen Schwingungszustand des Systems widerspiegeln. Diese Berechnungen lassen sich in eine Softwareumgebung so einbetten, dass sie direkt an die Berechnungen mit der Methode der Harmonischen Balance anschließen.

Der wichtigste Aspekt für zukünftige Entwicklungen ist jedoch die Erweiterung des mathematischen Modells zur Schwingungsberechnung um eine geeignete Kontaktformulierung. Die Messungen am Prüfstand haben gezeigt, dass die Normalkräfte im Kontakt nur in erster Näherung konstant sind. Deshalb ist eine Kontaktformulierung zur Berücksichtigung veränderlicher Normalkräfte erforderlich, um die Systemantwort mit hoher Genauigkeit zu berechnen. Dadurch ist eine verbesserte Aussage über die geraden Harmonischen zu erwarten, was sich positiv auf die Prognosegüte bezüglich der Störgeräusche auswirkt.

Außerdem erleichtert die Implementierung einer Kontaktformulierung die Anwendung der Methode, da nichtlineares Verhalten nicht mehr von Hand zwischen Knotenpaaren festgelegt, sondern über den Preprozessor definiert wird. Die Normalkraft wird anschließend im Laufe der Lösungsfindung bestimmt und während der Iterationen an das Schwingungsverhalten des Systems angepasst. Neben der erhöhten Prognosegüte und der erleichterten Anwendung erweitert eine Kontaktformulierung das Einsatzgebiet der Methode. So lassen sich unter Berücksichtigung von Separation und Aneinanderschlagen von Kontaktpartnern auch Störgeräusche wie Klappern behandeln, womit dann ein Großteil der Probleme im Fahrzeuginterieur abgedeckt ist.

A Anhang

A.1 Gleichungen der Methode der Harmonischen Balance

Die Bewegungsgleichung des diskretisierten Systems lautet:

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + B\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}_L(t) + \mathbf{F}_{NL}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) . \quad (\text{A.1})$$

Es wird angenommen, dass die Systemantwort bei harmonischer Anregung periodisch ist. Die Periodendauer T entspricht der Anregung. Für die Systemantwort wird ein Ansatz $\mathbf{x}_h(t)$ in Form einer Fourierreihe angenommen:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_h(t) &= \mathbf{x}_{c0} + \mathbf{x}_{s1}\sin(\omega t) + \mathbf{x}_{c1}\cos(\omega t) + \mathbf{x}_{s2}\sin(2\omega t) + \mathbf{x}_{c2}\cos(2\omega t) + \\ &\quad \dots + \mathbf{x}_{sh}\sin(h\omega t) + \mathbf{x}_{ch}\cos(h\omega t) \\ &= \mathbf{x}_{c0} + \sum_{l=1}^h (\mathbf{x}_{sl}\sin(l\omega t) + \mathbf{x}_{cl}\cos(l\omega t)) . \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Die erste und zweite Ableitung nach der Zeit sind:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_h(t) &= \omega\mathbf{x}_{s1}\cos(\omega t) - \omega\mathbf{x}_{c1}\sin(\omega t) + 2\omega\mathbf{x}_{s2}\cos(2\omega t) - 2\omega\mathbf{x}_{c2}\sin(2\omega t) + \\ &\quad \dots + h\omega\mathbf{x}_{sh}\cos(h\omega t) + h\omega\mathbf{x}_{ch}\sin(h\omega t) \\ &= \sum_{l=1}^h (l\omega\mathbf{x}_{sl}\cos(l\omega t) - l\omega\mathbf{x}_{cl}\sin(l\omega t)) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

und

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}_h(t) &= -\omega^2\mathbf{x}_{s1}\sin(\omega t) - \omega^2\mathbf{x}_{c1}\cos(\omega t) - 4\omega^2\mathbf{x}_{s2}\sin(2\omega t) - 4\omega^2\mathbf{x}_{c2}\cos(2\omega t) + \\ &\quad \dots - h^2\omega^2\mathbf{x}_{sh}\sin(h\omega t) - h^2\omega^2\mathbf{x}_{ch}\cos(h\omega t) \\ &= -\sum_{l=1}^h (l^2\omega^2\mathbf{x}_{sl}\sin(l\omega t) + l^2\omega^2\mathbf{x}_{cl}\cos(l\omega t)) . \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Mit dem Ansatz wird versucht, die Bewegungsgleichung im gewichteten Mittel über eine Schwingungsperiode zu erfüllen. Als Gewichtsfunktionen dienen die trigonometrischen Funktionen aus der Ansatzfunktion. Der Ansatz wird in die Bewegungsgleichung eingesetzt, mit jeweils einer Gewichtsfunktion multipliziert und anschließend über eine Schwingungsperiode integriert. Für die einzelnen Summanden der linken Seite der Bewegungsgleichung folgt mit

$l, r \in \mathbb{N}$ jeweils:

$$\int_0^T -\mathbf{M} (l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \sin(r\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l \neq r, \quad (\text{A.5})$$

$$\int_0^T -\mathbf{M} (l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \sin(r\omega t) dt = -\pi l^2 \omega \mathbf{M} \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \quad \forall l = r > 0, \quad (\text{A.6})$$

$$\int_0^T -\mathbf{M} (l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l \neq r, \quad (\text{A.7})$$

$$\int_0^T -\mathbf{M} (l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = -\pi l^2 \omega \mathbf{M} \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \quad \forall l = r > 0, \quad (\text{A.8})$$

$$\int_0^T -\mathbf{M} (l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + l^2 \omega^2 \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l = r = 0 \quad (\text{A.9})$$

und

$$\int_0^T \mathbf{B} (l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \cos(l\omega t) - l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \sin(l\omega t)) \sin(r\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l \neq r, \quad (\text{A.10})$$

$$\int_0^T \mathbf{B} (l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \cos(l\omega t) - l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \sin(l\omega t)) \sin(r\omega t) dt = -\pi l \mathbf{B} \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \quad \forall l = r > 0, \quad (\text{A.11})$$

$$\int_0^T \mathbf{B} (l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \cos(l\omega t) - l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \sin(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l \neq r, \quad (\text{A.12})$$

$$\int_0^T \mathbf{B} (l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \cos(l\omega t) - l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \sin(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = \pi l \mathbf{B} \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \quad \forall l = r > 0, \quad (\text{A.13})$$

$$\int_0^T \mathbf{B} (l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \cos(l\omega t) - l\omega \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \sin(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l = r = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\int_0^T \mathbf{K} (\mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \sin(r\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l \neq r, \quad (\text{A.15})$$

$$\int_0^T \mathbf{K} (\mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \sin(r\omega t) dt = \frac{\pi}{\omega} \mathbf{K} \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \quad \forall l = r > 0, \quad (\text{A.16})$$

$$\int_0^T \mathbf{K} (\mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l \neq r, \quad (\text{A.17})$$

$$\int_0^T \mathbf{K} (\mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = \frac{\pi}{\omega} \mathbf{K} \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \quad \forall l = r > 0, \quad (\text{A.18})$$

$$\int_0^T \mathbf{K} (\mathbf{x}_{\mathbf{s}l} \sin(l\omega t) + \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} \cos(l\omega t)) \cos(r\omega t) dt = \frac{2\pi}{\omega} \mathbf{K} \mathbf{x}_{\mathbf{0}c} \quad \forall l = r = 0. \quad (\text{A.19})$$

Es bleiben nur die Terme, die der jeweiligen Gewichtungsfunktion entsprechen.

Sind nur konstante und einfach harmonische äußere Lasten zulässig, gilt mit $\mathbf{F}_{\mathbf{L}}(t) = \mathbf{F}_{\mathbf{c}} +$

$\mathbf{F}_{\mathbf{L}_{s1}} \sin(\omega t) + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{c1}} \cos(\omega t)$:

$$\int_0^T (\mathbf{F}_{\mathbf{c}} + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{s1}} \sin(\omega t) + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{c1}} \cos(\omega t)) \sin(l\omega t) dt = \frac{\pi}{\omega} \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{s1}} \quad \forall l = 1, \quad (\text{A.20})$$

$$\int_0^T (\mathbf{F}_{\mathbf{c}} + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{s1}} \sin(\omega t) + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{c1}} \cos(\omega t)) \sin(l\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l \neq 1, \quad (\text{A.21})$$

$$\int_0^T (\mathbf{F}_{\mathbf{c}} + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{s1}} \sin(\omega t) + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{c1}} \cos(\omega t)) \cos(l\omega t) dt = \frac{2\pi}{\omega} \mathbf{F}_{\mathbf{c}} \quad \forall l = 0, \quad (\text{A.22})$$

$$\int_0^T (\mathbf{F}_{\mathbf{c}} + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{s1}} \sin(\omega t) + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{c1}} \cos(\omega t)) \cos(l\omega t) dt = \frac{\pi}{\omega} \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{c1}} \quad \forall l = 1, \quad (\text{A.23})$$

$$\int_0^T (\mathbf{F}_{\mathbf{c}} + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{s1}} \sin(\omega t) + \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{c1}} \cos(\omega t)) \cos(l\omega t) dt = \mathbf{0} \quad \forall l > 1. \quad (\text{A.24})$$

Für jede einzelne Gewichtsfunktion, ergibt sich ein Gleichungssystem. Für $\cos(r\omega t)$ mit $l = r = 0$:

$$\frac{2\pi}{\omega} \mathbf{K} \mathbf{x}_{\mathbf{c}0} = \frac{2\pi}{\omega} \mathbf{F}_{\mathbf{c}} + \int_0^T \mathbf{F}_{\mathbf{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) dt. \quad (\text{A.25})$$

Für $\sin(r\omega t)$ mit $l = r \neq 0$:

$$-\pi l^2 \omega \mathbf{M} \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} - \pi l \mathbf{B} \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} + \frac{\pi}{\omega} \mathbf{K} \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} = \frac{\pi}{\omega} \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{s1}} + \int_0^T \mathbf{F}_{\mathbf{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \sin(l\omega t) dt \quad (\text{A.26})$$

und für $\cos(r\omega t)$ mit $l = r \neq 0$:

$$-\pi l^2 \omega \mathbf{M} \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} - \pi l \mathbf{B} \mathbf{x}_{\mathbf{s}l} + \frac{\pi}{\omega} \mathbf{K} \mathbf{x}_{\mathbf{c}l} = \frac{\pi}{\omega} \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{c1}} + \int_0^T \mathbf{F}_{\mathbf{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \cos(l\omega t) dt. \quad (\text{A.27})$$

Die Gleichungen werden in einem neuen Gleichungssystem zusammengefasst, mit

$$\left(\tilde{\mathbf{M}} + \tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{K}} \right) \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{L}} + \tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{NL}}(\tilde{\mathbf{x}}). \quad (\text{A.28})$$

Mit der Anzahl der Freiheitsgrade n und der Anzahl h der berücksichtigten Harmonischen im Ansatz (A.2) hat das neue Gleichungssystem die Dimension $(2h + 1)n \times (2h + 1)n$. Die Matrizen und Vektoren in (A.28) ergeben sich durch sortieren der Gleichungen (A.25) bis

(A.27) nach den verwendeten Ansatzfunktionen und werden wie folgt gebildet:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \frac{\pi}{\omega} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1^2\omega^2\mathbf{M} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1^2\omega^2\mathbf{M} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -h^2\omega^2\mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -h^2\omega^2\mathbf{M} \end{pmatrix}_{(2h+1)n \times (2h+1)n}, \quad (\text{A.29})$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \frac{\pi}{\omega} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1\omega\mathbf{B} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1\omega\mathbf{B} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h\omega\mathbf{B} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h\omega\mathbf{B} & 0 \end{pmatrix}_{(2h+1)n \times (2h+1)n}, \quad (\text{A.30})$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \frac{\pi}{\omega} \begin{pmatrix} 2\mathbf{K} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{K} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{K} \end{pmatrix}_{(2h+1)n \times (2h+1)n}, \quad (\text{A.31})$$

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{L}} = \frac{\pi}{\omega} \begin{pmatrix} 2\mathbf{F}_{\mathbf{c}} \\ \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{\mathbf{s}1}} \\ \mathbf{F}_{\mathbf{L}_{\mathbf{c}1}} \\ 0 \end{pmatrix}_{(2h+1)n \times 1}, \quad (\text{A.32})$$

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{NL}} = \begin{pmatrix} \int_0^T \mathbf{F}_{\mathbf{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) dt \\ \int_0^T \mathbf{F}_{\mathbf{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \sin(\omega t) dt \\ \int_0^T \mathbf{F}_{\mathbf{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \cos(\omega t) dt \\ \dots \\ \int_0^T \mathbf{F}_{\mathbf{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \sin(h\omega t) dt \\ \int_0^T \mathbf{F}_{\mathbf{NL}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) \cos(h\omega t) dt \end{pmatrix}_{(2h+1)n \times 1}, \quad (\text{A.33})$$

A.2 Stabilitätsbetrachtung

Entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 2.4 sind periodische Schwingungen stabil, wenn alle Eigenwerte λ_m der Fundamentalmatrix innerhalb des Einheitskreises in der komplexen Zahlenebene liegen. Für die Konfiguration mit $\hat{F} = 1$ N, $f_a = 710$ Hz, $F_N = 20$ N und $\mu = 0,45$ aus 5.2 wurde die Stabilität untersucht. Dazu wurde ausgehend von der bekanntermaßen stabilen Schwingung mit $F_N = 0$ N (viskos gedämpfte lineare Schwingung) die Normalkraft F_N in 0,2 N Schritten erhöht. Bei $F_N = 0$ N liegen alle λ_m innerhalb des Einheitskreises. Abbildung 38 zeigt die Bahn, welchen die Eigenwerte bei Erhöhung der Normalkraft einschlagen. Es sind nur diejenigen Verläufe dargestellt, bei denen sich λ_m signifikant verändert. Anhand der Symmetrie um die Abszisse ist das Auftreten konjugiert komplexer Eigenwerte zu erkennen. Da keine Spur in Abbildung 38 den Einheitskreis verlässt, handelt es sich um eine stabile Schwingung.

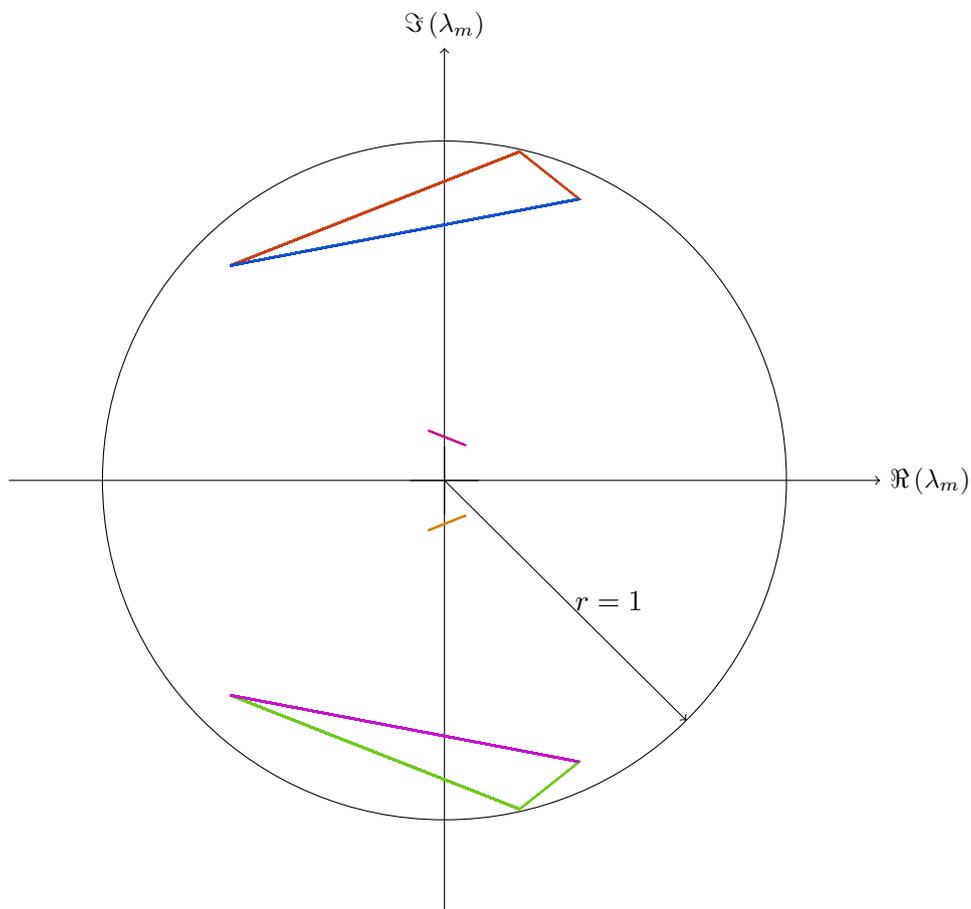


Abbildung 38 Verlauf der Eigenwerte bei Erhöhung der Normalkraft von 0 N auf 20 N, Zuordnung verschiedener Eigenwerte über Farbgebung.

A.3 Technische Daten des Prüfstandes

A.3.1 Positionen der Anregung am Balken

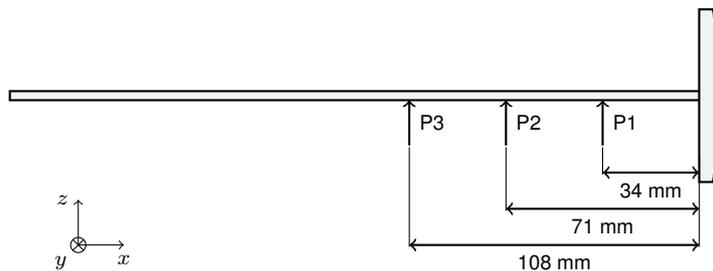


Abbildung 39 Anregungspositionen am Balken.

A.3.2 Belegung der Beschleunigungssensoren

Sensor	Position	1. Messrichtung	2. Messrichtung
1	Kopf oben links	$-x$	$-z$
2	Kopf unten rechts	$-x$	$+z$
3	Balken vorne links	$-x$	$+z$
4	Balken Mitte rechts	$+x$	$+z$

Tabelle 7 Belegung der Beschleunigungssensoren im globalen Koordinatensystem.

A.3.3 Material und Abmessungen

Bauteil	Material	Abmessungen in mm	Dichte in $\frac{g}{cm^3}$	E-Modul in N/mm^2	Poissonzahl
Gestell	Aluminium	X:470, Y:100, Z:250	2,70 ¹⁾	70000 ¹⁾	0,34 ¹⁾
Balken	Stahl	X:250, Y:30, Z:4	7,89 ²⁾	201600 ³⁾	0.2759 ³⁾
Messplatte	Aluminium	X:5, Y:100, Z:100	2,70 ¹⁾	70000 ¹⁾	0,34 ¹⁾
Kopf	Stahl	Y:50, R:90	8,00 ²⁾	201600 ⁴⁾	0.2759 ⁴⁾
Klemmstücke	Aluminium	-	2,70 ¹⁾	70000 ¹⁾	0,34 ¹⁾
Balkenelemente	Stahl	Ø:1,48, L:12	7,85 ¹⁾	210000 ¹⁾	0,30 ¹⁾

Tabelle 8 Materialkennwerte und Abmessungen der Bauteile des Prüfstandes: ¹⁾ Standardwerte aus Literatur [102, 103], ²⁾ aus Messung von Masse und Volumen, ³⁾ aus Ultraschallmessung, ⁴⁾ Übernahme der Werte des Balkens.

A.4 Ersatzmodell

A.4.1 Schwingformen der modalen Freiheitsgrade

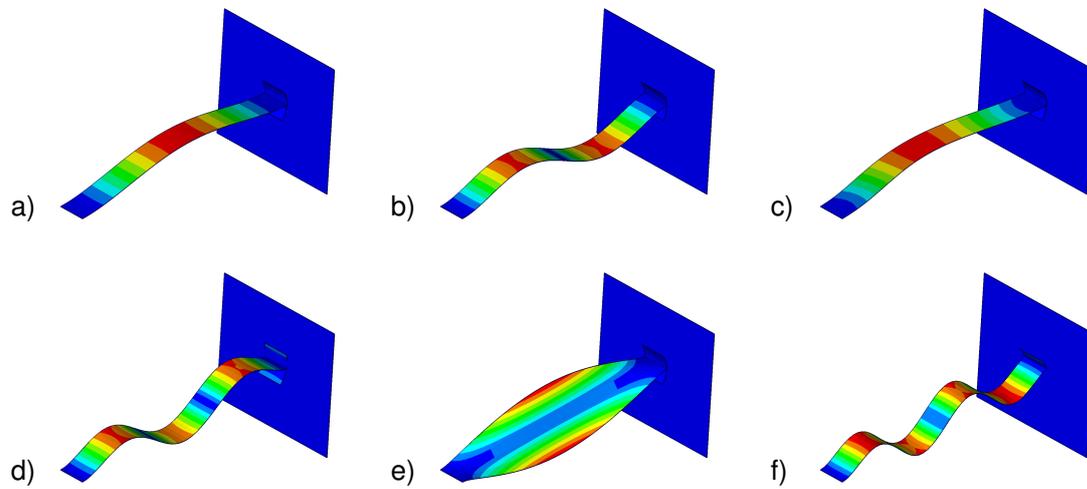


Abbildung 40 Ersatzmodell: Eigenschwingformen der ersten sechs modalen Freiheitsgrade der Reduktion, zugehörige Eigenfrequenzen: a) 500 Hz, b) 1382 Hz, c) 2463 Hz, d) 2711 Hz, e) 3014 Hz, f) 4480 Hz.

A.4.2 Materialien und Abmessungen des Ersatzmodells

Bauteil	Material	Abmessungen in mm	Dichte in $\frac{g}{cm^3}$	E-Modul in N/mm^2	Poissonzahl
Balken	Stahl	L:200, B:20, T:1	7,85 ¹⁾	210000 ¹⁾	0,30 ¹⁾
Platte	Stahl	B:100, B:100, T:4	7,85 ¹⁾	210000 ¹⁾	0,30 ¹⁾

Tabelle 9 Materialkennwerte und Abmessungen der Bauteile des Ersatzmodells: ¹⁾ Standardwerte aus Literatur [102, 103].

A.5 Verwendete Reibkennlinien

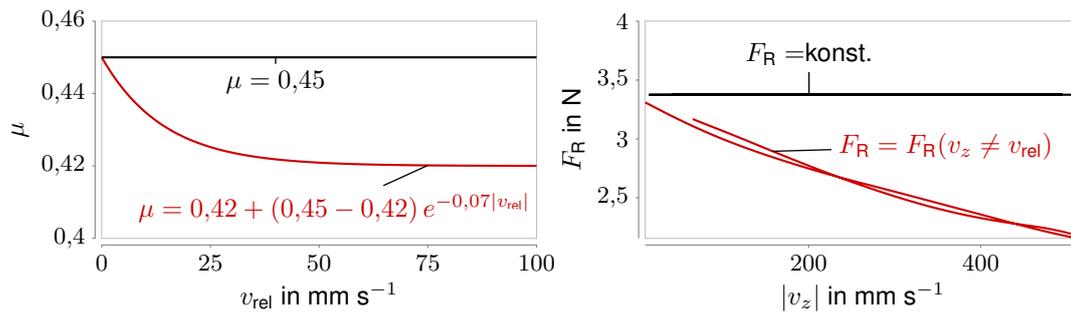


Abbildung 41 Reibkennlinien $\mu(v_{\text{rel}})$ (links) und resultierende Reibkräfte $F_R(v_z)$ (rechts) für verschiedene Reibmodelle, Oszillationen der Reibpartner führen aufgrund des geschwindigkeitsabhängigen Reibkoeffizienten zu einer Reibkraft, die keine ungerade Funktion der absoluten Knotengeschwindigkeit v_z ist.

A.6 Extrema harmonischer und periodischer Funktionen

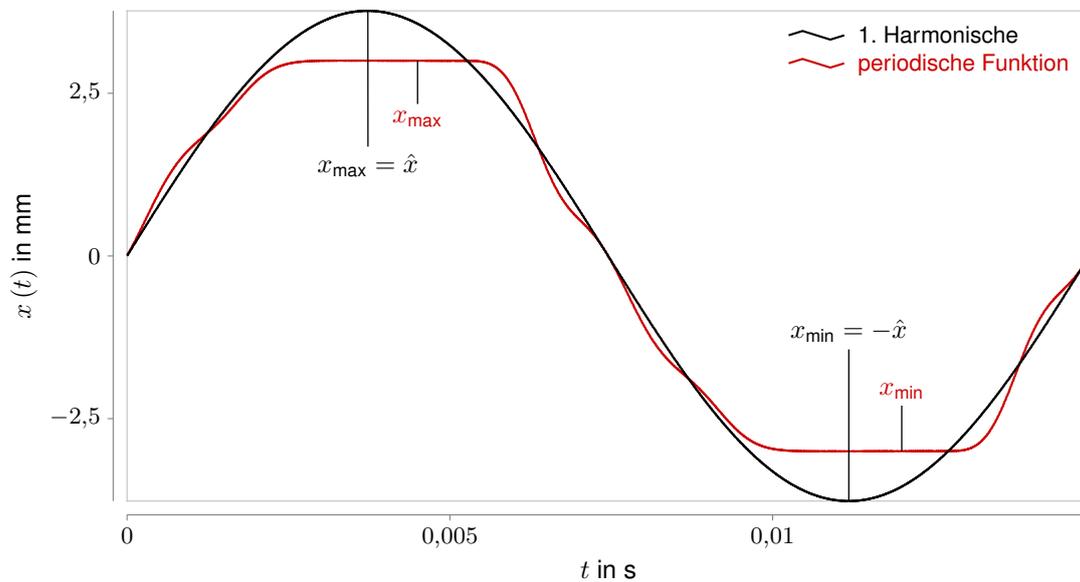


Abbildung 42 Maximum und Minimum im zeitlichen Verlauf einer harmonischen und einer nicht harmonischen Funktion.

A.7 Schalleistung und Schallfeld eines Dipols

Für den Schalldruck im Abstand R eines Dipols gilt im Fernfeld laut [95]:

$$p_{\text{fern}} \approx ka \frac{\omega \rho_f}{4\pi R} Q e^{-ikR} \cos(\vartheta), \quad (\text{A.34})$$

mit der Wellenzahl k , dem Abstand a der Quellen und dem Volumenfluss einer Einzelquelle Q . Fernfeldbedingungen liegen für $R \gg a$ und Wellenlängen λ mit $\frac{a}{\lambda} \ll 1$ vor.

Die Schalleistung berechnet sich unter diesen Bedingungen aus:

$$P_D = \frac{1}{2\rho_f c_f} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |p_{\text{fern}}|^2 R^2 \sin(\vartheta) d\vartheta d\varphi \approx \frac{1}{2\rho_f c_f} \frac{k^2 a^2 \omega^2 \rho_f^2}{12\pi} Q^2. \quad (\text{A.35})$$

Mit dem Betrag des Schalldrucks im Fernfeld

$$|p_{\text{fern}}|^2 \approx \frac{k^2 a^2 \omega^2 \rho_f^2}{16\pi^2 R^2} Q^2 \cos^2(\vartheta), \quad (\text{A.36})$$

beziehungsweise dessen Effektivwert

$$|p_{\text{fern,eff}}|^2 \approx \frac{k^2 a^2 \omega^2 \rho_f^2}{32\pi^2 R^2} Q^2 \cos^2(\vartheta) \quad (\text{A.37})$$

ergibt sich durch Umstellen nach Q^2 , Einsetzen in Gleichung (A.35) und erneutes Umstellen eine Beziehung zwischen der Schalleistung des Dipols und dem Effektivwert des Schalldrucks im Fernfeld:

$$|p_{\text{fern,eff}}|^2 \approx \frac{3\rho_f c_f}{4\pi R^2} \cos^2(\vartheta) P_D. \quad (\text{A.38})$$

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1	Programmablauf zur Lösung des mit der HBM gewonnenen nichtlinearen Gleichungssystems.....	17
Abbildung 2	Modell für einen eindimensionalen Reibkontakt zwischen zwei Freiheitsgraden.....	19
Abbildung 3	Qualitative Darstellung der Entwicklung der Eigenwerte in Abhängigkeit der Parameter q	23
Abbildung 4	Prüfstand: a) Im Labor, b) Schematischer Aufbau (ohne Maßstab): A: Balken, B: Kopf mit Materialprobe, C: Platte 1 mit Materialprobe, D: Platte 2, E: Gestell, F: Shaker, G: Kraftsensoren zur Messung der Normalkraft, H: Zylinderstück zur Führung der Druckplatte.	34
Abbildung 5	Positionen der Beschleunigungssensoren: 1: Kopf oben links, 2: Kopf unten rechts, 3: Balken vorn links, 4: Balken Mitte rechts.	34
Abbildung 6	FE Modell des Prüfstandes: Aluminiumumfänge grün, Stahlumfänge gelb, Beschleunigungssensoren orange.	36
Abbildung 7	Stufen der Validierung: a) Balken, b) Balken mit Kopf, c) Balken ohne Kopf im Gestell, d) Balken mit Kopf im Gestell.	37
Abbildung 8	Kontaktformulierung zwischen Balken und Kopf (jeweils nur für die obere Kontaktfläche hervorgehoben): a) Steife Verbindung der vollständigen Kontaktflächen, b) Lokale Verbindung im Bereich der Schraubenverbindungen.....	39
Abbildung 9	Kontaktformulierung zwischen Balken und Klemmstücken am Gestell: a) Steife Verbindung des vollständigen Kontaktbereiches, b) Knoten am rechten Rand des Bereiches wurden aus dem Kontakt genommen.	41
Abbildung 10	Eigenschwingungsformen des abgestimmten Systems mit fixierten Knoten an der Unterseite: a) 1. Biegung in z -Richtung (31 Hz), b) 1. Biegung in y -Richtung (223 Hz), c) 2. Biegung in z -Richtung (275 Hz), d) 1. Torsion um Balkenlängsachse (289 Hz), e) 3. Biegung in z -Richtung (784 Hz).....	43

Abbildung 11	Druckplatte: a) im Labor: A: Platte 1, B: Platte 2, C: Kraftsensoren, D: Zylinderstück, E: Führungen gegen Verdrehen, F: Führungshülse, b) als FE-Modell: G: Balkenelemente.	44
Abbildung 12	Frequenzgang der Beschleunigung in z -Richtung am Sensor 1: Vergleich der Amplituden aus Berechnung und Versuch.	45
Abbildung 13	Frequenzgang der viskosen Dämpfung für $\alpha = 3,31 \text{ s}^{-1}$ und $\beta = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ s}$	47
Abbildung 14	Knoten deren Freiheitsgrade beibehalten wurden: a) am Kopf, b) an der Platte.	48
Abbildung 15	Eigenschwingungsformen zu den ersten sechs modalen Freiheitsgraden der Reduktion, zugehörige Eigenfrequenzen: a) 242 Hz, b) 735 Hz, c) 883 Hz, d) 1134 Hz, e) 1329 Hz, f) 1373 Hz.	49
Abbildung 16	FE Modell des Ersatzsystems mit Referenzknoten RK1 und RK2.	51
Abbildung 17	Permanentes Haften: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.	53
Abbildung 18	Gleiten: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.	53
Abbildung 19	Gleiten: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung im Frequenzbereich an den Referenzknoten 1 und 2, oben Referenzknoten 1, unten Referenzknoten 2, gerade Harmonische aus den HBM Berechnungen sind wegen ihrer geringen Absolutwerte nicht abgebildet.	54
Abbildung 20	Haften in den Umkehrpunkten: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.	55
Abbildung 21	Haften in den Umkehrpunkten: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung im Frequenzbereich, oben Referenzknoten 1, unten Referenzknoten 2, gerade Harmonische aus den HBM Berechnungen sind wegen ihrer geringen Absolutwerte nicht abgebildet. ..	56
Abbildung 22	Vier Haftphasen pro Periode: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung an den Referenzknoten 1 und 2.	56

Abbildung 23	Vier Haftphasen pro Periode: Vergleich zwischen HBM und DZI anhand der Geschwindigkeit in z -Richtung im Frequenzbereich an den Referenzknoten 1 und 2, oben Referenzknoten 1, unten Referenzknoten 2, gerade Harmonische aus den HBM Berechnungen sind wegen ihrer geringen Absolutwerte nicht abgebildet.....	57
Abbildung 24	Vergleich zwischen Versuch und Berechnung für permanentes Haften.	59
Abbildung 25	Vergleich zwischen Versuch und Berechnung für Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen, HBM1: Reibmodell entsprechend Gleichung (2.14), HBM2: Reibmodell entsprechend Gleichung (2.19), oben Sensorposition 1, unten Sensorposition 4.	60
Abbildung 26	Vergleich zwischen Versuch und Berechnung für Gleiten mit ausgeprägten Haftphasen, HBM1: Reibmodell entsprechend Gleichung (2.14), HBM2: Reibmodell entsprechend Gleichung (2.19), oben Sensorposition 1, unten Sensorposition 4.....	62
Abbildung 27	Kontaktstatus in Abhängigkeit von Amplitude und Frequenz der Anregung.	66
Abbildung 28	Kontaktstatus für verschiedene Normalkräfte unter ansonsten gleichen Randbedingungen.	66
Abbildung 29	Kontaktstatus für verschiedene Anregungspositionen.	67
Abbildung 30	Pseudo-Übertragungsfunktionen für die Auslenkung am Kopf in z -Richtung.	69
Abbildung 31	Campbell Diagramme für die Geschwindigkeit in z -Richtung eines Knotens im Kontakt, a) Anregung mit $\hat{F} = 0,01$ N, b) Anregung mit $\hat{F} = 5$ N, c) Anregung mit $\hat{F} = 100$ N.	72
Abbildung 32	Summe der ERP-Dichte aller Harmonischen für a) permanentes Haften und b) Gleiten ohne ausgeprägte Haftphasen.	75
Abbildung 33	Referenzkurven und berechneter Schalldruckpegel aus Schallleistung nach dem Lumped Parameter Modell.	77
Abbildung 34	Frequenzgang der Schallleistung für verschiedene Amplituden der Anregung.	79
Abbildung 35	Frequenzgang der Schallleistung der ersten und höherer Harmonischer für verschiedene Amplituden der Anregung.....	81

Abbildung 36	Campbell-Diagramme für die vom Prüfstand abgestrahlte Schalleistung: a) Anregung mit $\hat{F} = 0,01$ N, b) Anregung mit $\hat{F} = 1$ N, c) Anregung mit $\hat{F} = 5$ N, d) Anregung mit $\hat{F} = 100$ N.....	83
Abbildung 37	Campbell-Diagramme für die vom Prüfstand abgestrahlte Schalleistung in Abhängigkeit der Normalkraft im Kontakt bei Anregung mit $f_a = 201$ Hz, $\hat{F} = 1$ N und $\mu = 0,45$	84
Abbildung 38	Verlauf der Eigenwerte bei Erhöhung der Normalkraft von 0 N auf 20 N, Zuordnung verschiedener Eigenwerte über Farbgebung.	94
Abbildung 39	Anregungspositionen am Balken.	95
Abbildung 40	Ersatzmodell: Eigenschwingformen der ersten sechs modalen Freiheits- grade der Reduktion, zugehörige Eigenfrequenzen: a) 500 Hz, b) 1382 Hz, c) 2463 Hz, d) 2711 Hz, e) 3014 Hz, f) 4480 Hz.	96
Abbildung 41	Reibkennlinien $\mu(v_{rel})$ (links) und resultierende Reibkräfte $F_R(v_z)$ (rechts) für verschiedene Reibmodelle, Oszillationen der Reibpartner führen auf- grund des geschwindigkeitsabhängigen Reibkoeffizienten zu einer Reib- kraft, die keine ungerade Funktion der absoluten Knotengeschwindigkeit v_z ist.	97
Abbildung 42	Maximum und Minimum im zeitlichen Verlauf einer harmonischen und einer nicht harmonischen Funktion.....	97

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1	Eigenfrequenzen des Balkens: Vergleich zwischen Versuch und Simulation, Berechnung 1: auf Basis CAD Daten, Berechnung 2: auf Basis gemessener Werte für die Geometrie, die relativen Abweichungen sind in Klammern angegeben.	38
Tabelle 2	Eigenfrequenzen des Balkens mit Kopf: Vergleich zwischen Versuch und Simulation, Berechnung 1: Kontakt entsprechend Abbildung 8 a), Berechnung 2: Kontakt entsprechend Abbildung 8 b), die relativen Abweichungen sind in Klammern angegeben.....	39
Tabelle 3	Eigenfrequenzen des Balkens ohne Kopf im Gestell: Vergleich zwischen Versuch und Simulation, Berechnung 1: Kontakt entsprechend Abbildung 9 a), Berechnung 2: Kontakt entsprechend Abbildung 9 b), die relativen Abweichungen sind in Klammern angegeben.	40
Tabelle 4	Eigenfrequenzen des Balkens mit Kopf im Gestell: Vergleich zwischen Versuch und Simulation, Kontakte entsprechend Abbildungen 8 b) und 9 b), die relativen Abweichungen sind in Klammern angegeben.	42
Tabelle 5	Eigenfrequenzen für Randbedingungen frei-frei sowie vollständige Einspannung an der Unterseite.....	43
Tabelle 6	Parameter der Beispielkonfigurationen.	77
Tabelle 7	Belegung der Beschleunigungssensoren im globalen Koordinatensystem.....	95
Tabelle 8	Materialkennwerte und Abmessungen der Bauteile des Prüfstandes: ¹⁾ Standardwerte aus Literatur [102, 103], ²⁾ aus Messung von Masse und Volumen, ³⁾ aus Ultraschallmessung, ⁴⁾ Übernahme der Werte des Balkens.	95
Tabelle 9	Materialkennwerte und Abmessungen der Bauteile des Ersatzmodells: ¹⁾ Standardwerte aus Literatur [102, 103].....	96

Literaturverzeichnis

- [1] Styliadis, K., Wickman, C., und Söderberg, R., "Defining Perceived Quality in the Automotive Industry: An Engineering Approach," *Procedia CIRP* 36, S. 165–170, 2015.
- [2] Styliadis, K., Hoffenson, S., Wickman, C., Söderman, M., und Söderberg, R., "Corporate and Customer Understanding of Core Values Regarding Perceived Quality: Case studies on Volvo Car Group and Volvo Group Truck Technology," *Procedia CIRP* 21, S. 172–176, 2014.
- [3] Kavarana, F. und Rediers, B., "Squeak and Rattle - State of the Art and Beyond," *SAE International*, 1999, doi:10.4271/1999-01-1728.
- [4] JDPower, "Car Ratings & Reviews From Real Owners & Experts," URL <https://www.jdpower.com/>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [5] Steinberg, K. F., "Mit allen Sinnen: Das große Buch der Störgeräuschakustik," (edition anderswo), 2004, ISBN 978-3-935861-09-0.
- [6] Zeller, P., "Handbuch Fahrzeugakustik," (Springer Vieweg), 3. Ed., 2018, ISBN 978-3-658-18519-0, doi:10.1007/978-3-658-18520-6.
- [7] Cerrato, G., "Automotive Sound Quality - Powertrain, Road and Wind Noise," *Sound & Vibration*, S. 16–24, 2009.
- [8] Moosmayr, T., "Objektivierung von transienten Störgeräuschen im Fahrzeuginnenraum," , Dissertation, TU München, 2008.
- [9] Bowden, F. P. und Leben, L., "Nature of Sliding and the Analysis of Friction," *Nature*, Vol. 141(3572):S. 691–692, 1938.
- [10] Hinrichs, N., Oestreich, M., und Popp, K., "On the Modelling of Friction Oscillators," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 216:S. 435–459, 1998.
- [11] Trapp, M. und Chen, F., "Automotive Buzz, Squeak and Rattle : Mechanisms, Analysis, Evaluation and Prevention," (Elsevier Science & Technology), 1. Ed., 2012, ISBN 0750684968.
- [12] Kim, Y. K., Kwon, H., Choi, W. J., Woo, C. S., und Park, H. S., "Environmental Considerations of Plastic Behaviors for Automobile Applications," *Procedia Engineering*, Vol. 10:S. 1029–1034, 2011.

- [13] Lee, G.-J., Kim, J., und Kim, K., "An Algorithm to Automatically Detect and Distinguish Squeaks and Rattles," *Sound & Vibration*, Vol. 49:S. 8–10, 2015.
- [14] Xiong, J. Q., "Research on Subjective Rating Attenuation Analysis of Automobile NVC Characteristics," *Procedia Computer Science*, Vol. 154:S. 383–388, 2019.
- [15] El-Essawi, M., Lin, J. Z., Sobek, G., Naganarayana, B. P., und Shankar, S., "Analytical Predictions and Correlation with Physical Tests for Potential Buzz, Squeak and Rattle Regions in a Cockpit Assembly," *SAE Technical Paper*, 2004-01-0393:S. 35–41, 2004.
- [16] Kreppold, E., "A Modern Development Process to Bring Silence into Interior Components," *Proceedings of the 2007 SAE World Congress*, 2007.
- [17] Zuleeg, J., "Controlling Stick-Slip Noise Generation with Lubricants," *Sound & Vibration*, S. 12–16, 2016.
- [18] Benhayoun, I., "Squeak & Rattle Prevention Why You Should not Wait for Your First Prototype," *Proceedings of the Automotive CAE Grand Challenge*, 2017.
- [19] Hsieh, S.-R., Borowski, V. J., Her, J. Y., und Shaw, S. W., "A CAE Methodology for Reducing Rattle in Structural Components," *SAE Technical Paper*, 1997, doi:10.4271/972057.
- [20] Sohmshtetty, R., Kappagantu, R., Naganarayana, B. P., und Shankar, S., "Automotive Body Structure Enhancement for Buzz, Squeak and Rattle," *SAE Technical Paper*, 2004, doi:10.4271/2004-01-0388.
- [21] Naganarayana, B. P., Shankar, S., Bhattachar, V. S., Brines, R. S., und Rao, S. R., "N-Hance: Software for Identification of Critical BSR Locations in Automotive Assemblies using Finite Element Models," *SAE Technical Paper*, 2003, doi:10.4271/2003-01-1522.
- [22] Caamano, E., Lama, I., Rousounelos, A., und Vinas, J., "Improved Methodology for Squeak & Rattle Analysis with ABAQUS and Correlation with Test Results," *SIMULIA Customer Conference*, 2011.
- [23] iXtronics GmbH, "Analysesoftware zur Vermeidung von Squeak And Rattle," URL <https://ix.ixtronics.com/de/edware>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [24] Altair, "Squeak and Rattle Director," URL <https://altairhyperworks.com/product/squeak-rattle-director>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [25] Applus IDIADA, "Simulates Vehicle Squeaks and Rattles with SIMULIA So-

lutions,” URL <https://www.3ds.com/fileadmin/customer-stories/import/pdf/IDIADA-flyer-English-2.pdf>, letzter Aufruf: 12/2019.

- [26] BETA CAE Systems, “ANSA & META for Squeak and Rattle Model Set Up and Analysis with the E-LINE Method,” URL https://www.beta-cae.com/pdf/ansa_meta_squeak_and_rattle.pdf, letzter Aufruf: 12/2019.
- [27] Weber, J. und Benhayoun, I., “Squeak & Rattle Correlation in Time Domain using the SAR-LINE™ Method,” *SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.*, Vol. 202:S. 321–336, 2012, doi:10.4271/2012-01-1553.
- [28] Ziegler Instruments, “Stick-Slip Prüfstände,” URL <https://www.zins-ziegler-instruments.com/de/portfolio-view/ssp-04-stick-slip-pruefstand/>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [29] Her, J.-Y. und Hsieh, S.-R., “A Review of Squeak and Rattle Prevention - A Personal Perspective,” *Proceedings of the Noise-CON 1998*, S. 157–162, 1998.
- [30] Ewins, D. J., “Modal Testing: Theory and Practice,” (Research Studies Press LTD., Taunton, Somerset, England), 1995, ISBN 0-471-53840-X.
- [31] Her, J., Hsieh, S.-R., Li, W., und Haddow, A., “Quantitative Prediction of Rattle in Impacting System,” *SAE Technical Paper*, 972059:S. 157–162, 1997, doi:10.4271/972059.
- [32] Fegelman, K. J. L. und Grosh, K., “Dynamics of a Flexible Beam Contacting a Linear Spring at Low Frequency Excitation: Experiment and Analysis,” *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 124:S. 237–249, 2002, doi:10.1115/1.1426073.
- [33] Gosavi, S. S., “Automotive Buzz, Squeak and Rattle (BSR) Detection and Prevention,” *SAE Technical Paper*, 2005-26-056, 2005, doi:10.4271/2005-26-056.
- [34] Pawar, V. T., “Automotive Buzz, Squeak and Rattle (BSR) Detection and Prevention,” *Vishwakarma Journal of Engineering Research*, Vol. 1:S. 30–39, 2017.
- [35] Moosmayr, T., Schilp, A., und Ruske, G., “Design of a Swept Sine for a Realistic S & R Reproduction - Evaluation and Analysis of Rattle Noise in Car Environment,” *Proc. 5th Int. Styrian NVH Congress*, 2008.
- [36] Klein, B., “FEM,” (Springer Vieweg), 10. Ed., 2015, ISBN 978-3-658-06053-4, doi:10.1007/978-3-658-06054-1.

- [37] DenHartog, J. P., "Forced Vibrations with Combined Viscous and Coulomb Damping," *Transactions of the ASME*, Vol. 53:S. 107–115, 1931.
- [38] Caughey, T., "Sinusoidal Excitation of a System with Bilinear Hysteresis," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 27:S. 640–643, 1960.
- [39] Iwan, W., "The Steady-State Response of a Two-Degree-of-Freedom Bilinear Hysteretic System," *ASME Journal of Applied Mechanics*, S. 151–156, 1965.
- [40] Masri, S., "Forced Vibration of the Damped Bilinear Hysteretic Oscillator," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 57:S. 106–112, 1975.
- [41] Bogoljubow, N. N. und Mitropolski, J. A., "Asymptotische Methoden in der Theorie der nichtlinearen Schwingungen," (Akademie-Verlag, Berlin), 1965.
- [42] Hagedorn, P., "Über Kombinationsresonanz bei parametererregten Systemen mit Coulomb'scher Dämpfung," *ZAMM* 60, S. 228–231, 1970.
- [43] Hundal, M., "Response of a Base Excited System with Coulomb and Viscous Friction," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 64:S. 371–378, 1979.
- [44] Pratt, T. und Williams, R., "Non-Linear Analysis of Stick/Slip Motion," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 74:S. 531–542, 1981.
- [45] Dowell, E. H., "Component Mode Analysis of a Simple Non-Linear, Non-Conservative System," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 80:S. 233–246, 1982.
- [46] Dowell, E. H., "The Behavior of a Linear, Damped Modal System with a Non-Linear Spring-Mass-Dry Friction Damper System Attached," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 89:S. 65–84, 1983.
- [47] Ferri, A. und Dowell, E. H., "The Behavior of a Linear, Damped Modal System with a Non-Linear Spring-Mass-Dry Friction Damper System Attached: Part 2," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 101:S. 55–74, 1985.
- [48] Nayfeh, A. H. und Mook, D. T., "Nonlinear Oscillations," (Wiley-Interscience, New York), 1979.
- [49] Mickens, R., "Comments on the Method of Harmonic Balance," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 94:S. 456–460, 1984.
- [50] Pierre, C., A.Ferri, und Dowell, E., "Multi-Harmonic Analysis of Dry Friction Damped

Systems Using an Incremental Harmonic Balance Method,” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52:S. 958–964, 1985.

- [51] Menq, C. und Griffin, J., “A Comparison of Transient and Steady State Finite Element Analyses of the Forced Response of a Frictionally Damped Beam,” *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, Vol. 107:S. 19–25, 1985.
- [52] Ferri, A. und Dowell, E., “Frequency Domain Solutions to Multi-Degree-of-Freedom, Dry Friction Damped Systems,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 124:S. 207–224, 1988.
- [53] Shaw, S., “On the Dynamic Response of a System with Dry Friction,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 108:S. 305–325, 1986.
- [54] Csernák, G. und Stépán, G., “On the Periodic Response of a Harmonically Excited Dry Friction Oscillator,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 295:S. 649–658, 2006.
- [55] Cameron, T. und Griffin, J., “An Alternating Frequency/Time Domain Method for Calculating the Steady-State Response of Nonlinear Dynamic Systems,” *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1989.
- [56] Cheung, Y., Chen, S., und Lau, S., “Application of the Incremental Harmonic Balance Method to Cubic Nonlinearity Systems,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 140:S. 273–286, 1990.
- [57] von Groll, G. und Ewins, D., “The Harmonic Balance Method with Arc-Length Continuation in Rotor/Stator Contact Problems,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 241(2):S. 223–233, 2001.
- [58] Sinou, J.-J. und Lees, A., “A Non-Linear Study of a Cracked Rotor,” *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 26:S. 152–170, 2007.
- [59] Süß, D., “Multi-Harmonische-Balance-Methoden zur Untersuchung des Übertragungsverhaltens von Strukturen mit Fügstellen,” , Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 2016.
- [60] Sinou, J.-J., Thouverez, F., und Jezequel, L., “Stability Analysis and Non-Linear Behaviour of Structural Systems Using the Complex Non-Linear Modal Analysis (CNLMA),” *Computers and Structures*, Vol. 84:S. 1891–1905, 2006.
- [61] Magnus, K. und Popp, K., “Schwingungen,” (Teubner, Wiesbaden), 7. Ed., 2005.

- [62] Oberst, S., Lai, J., und Marburg, S., "Guidelines for Numerical Vibration and Acoustic Analysis of Disc Brake Squeal Using Simple Models of Brake Systems," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332:S. 2284–2299, 2013.
- [63] Kinkaid, N. M., O'Reilly, O., und Papadopoulos, P., "Automotive Disc Brake Squeal," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 267:S. 105–166, 2003.
- [64] AbuBakar, A. und Ouyang, H., "A Prediction Methodology of Disk Brake Squeal using Complex Eigenvalue Analysis," *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 46:S. 416–435, 2008.
- [65] Bathe, K.-J., "Finite-Elemente-Methoden," (Springer, Berlin u.a.), 2. Ed., 2002.
- [66] Reddy, J. N., "Energy Principles And Variational Methods In Applied Mechanics," (John Wiley & Sons), 2. Ed., 2002, ISBN 978-0-471-17985-6.
- [67] Urabe, M. und Reiter, A., "Numerical Computation of Nonlinear Forced Oscillations by Galerkin's Procedure," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 14:S. 107–140, 1966.
- [68] MathWorks, "MATLAB Documentation," URL <http://www.mathworks.de/help/techdoc/>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [69] Rabinowitz, P., "Numerical Methods for Nonlinear Algebraic Equations," (Gordon & Breach, London), 1970.
- [70] Moré, J. J., Garbow, B. S., und Hillstom, K. E., "User Guide for MINPACK-1," (Argonne National Laboratory), 1980.
- [71] Guillen, J. und Pierre, C., "An Efficient, Hybrid, Frequency-Time Domain Method for the Dynamics of Large-Scale Dry-Friction Damped Structural Systems," *IUTAM Symposium on Unilateral Multibody Contact*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.
- [72] Hetzler, H., "Bifurcations in Autonomous Mechanical Systems under the Influence of Joint Damping," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333:S. 5953–5969, 2014.
- [73] Papula, L., "Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 1," (Vieweg + Teubner, Wiesbaden), 12. Ed., 2009.
- [74] Poudou, O. J., "Modeling and Analysis of the Dynamics of Dry-Friction-Damped Structural Systems," , Dissertation, The University of Michigan, 2007.

- [75] Konyukhov, A. und Schweizerhof, K., "Computational Contact Mechanics," (Springer Berlin Heidelberg), 2013, doi:10.1007/978-3-642-31531-2.
- [76] Süß, D. und Willner, K., "Investigation of a Jointed Friction Oscillator Using the Multiharmonic Balance Method," *Mechanical Systems and Signal Processing*, S. 73–87, 2015.
- [77] Oden, J. T. und Martins, J., "Models and Computational Methods for Dynamic Friction Phenomena," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 52:S. 527–634, 1985.
- [78] Popov, V., "Kontaktmechanik und Reibung," (Springer, Heidelberg Dordrecht London New York), 2. Ed., 2010.
- [79] Gasch, R., Nordmann, R., und Pfützner, H., "Rotordynamik," (Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York), 2002, ISBN 3-540-07046-X.
- [80] Childs, D., "Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis," (John Wiley & Sons, NY), 1993, ISBN 0-471-53840-X.
- [81] Hetzler, H., "On the Effect of Nonsmooth Coulomb Friction on Hopf Bifurcations in a 1-DoF Oscillator with Self-Excitation Due to Negative Damping," *Nonlinear Dynamics*, Vol. 69:S. 601–614, 2012, doi:10.1007/s11071-011-0290-1.
- [82] Moon, F. C., "Chaotic and Fractal Dynamics: An Introduction for Applied Scientists and Engineers," (John Wiley & Sons), 2. Ed., 1992, ISBN 978-0471545712.
- [83] Nayfeh, A. H. und Balachandran, B., "Applied Nonlinear Dynamics - Analytical, Computational, and Experimental Methods," (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim), 2004.
- [84] Kauderer, H., "Nichtlineare Mechanik," (Springer, Berlin Göttingen Heidelberg), 1. Ed., 1958.
- [85] Craig, R. und Bampton, M., "Coupling of Substructures for Dynamic Analyses," *AIAA Journal, American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 6:S. 1313–1319, 1968.
- [86] Guyan, R.-J., "Reduction of Stiffness and Mass Matrices," *AIAA Journal*, Vol. 3:S. 380, 1965, doi:10.2514/3.2874.

- [87] Hurty, W. C., "Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes," *AIAA Journal*, Vol. 3:S. 678–685, 1965, doi:10.2514/3.2947.
- [88] Hasselman, T. K. und Hart, G. C., "A Minimization Method for Treating Convergence in Modal Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 12:S. 316–323, 1974, doi:10.2514/3.49227.
- [89] Geradin, M., "Error Bounds for Eigenvalue Analysis by Elimination of Variables," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 19:S. 111–132, 1971.
- [90] ISO 226:2003(E), Acoustics – Normal equal-loudness-levelcontours, Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH, 2003.
- [91] Veit, I., "Technische Akustik: Grundlagen der physikalischen, physiologischen und Elektroakustik," , Vol. 6 (Kamprath-Reihe Vogel), 2005, ISBN 9783834330130.
- [92] Marburg, S. und Nolte, B., "Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids," (Springer, Berlin Heidelberg), 2008, doi:10.1007/978-3-540-77448-8.
- [93] Marburg, S. und Amini, S., "Cat's Eye Radiation with Boundary Elements: Comparative Study on Treatment of Irregular Frequencies," *Journal of Computational Acoustics*, Vol. 13:S. 21–45, 2005, doi:10.1142/S0218396X05002566.
- [94] Fritze, D., Marburg, S., und Hardtke, H.-J., "Estimation of Radiated Sound Power: A Case Study on Common Approximation Methods," *Acta Acustica united with Acustica*, Vol. 95:S. 833–842, 2009.
- [95] Möser, M., "Technische Akustik," (Springer Heidelberg, Dordrecht, London, New York), 8. Ed., 2009, doi:10.1007/978-3-540-89818-4.
- [96] Koopmann, G. H. und Fahnlne, J. B., "Designing Quiet Structures - A Sound Power Minimization Approach," (Academic Press, San Diego, London), 1. Ed., 1997, ISBN 0-12-419245-9.
- [97] Fahnlne, J. B. und Koopmann, G. H., "A Lumped Parameter Model for the Acoustic Power Output from a Vibrating Structure," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 100:S. 3539–3547, 1996, doi:10.1121/1.419781.
- [98] Fahnlne, J. B. und Koopmann, G. H., "Numerical Implementation of the Lumped Parameter Model for the Acoustic Power Output of a Vibrating Structure," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 102:S. 179–192, 1997, doi:10.1121/1.417330.
- [99] Langer, P., Mäder, M., Guist, C., Krause, M., und Marburg, S., "More than Six Elements

per Wavelength: The Practical Use of Structural Finite Element Models and their Accuracy in Comparison with Experimental Results,” *Journal of Computational Acoustics*, Vol. 25:S. 1750025–(1–23), 2017, doi:10.1142/S0218396X17500254.

- [100] Althen Sensors & Controls, “ALF250 Miniaturkraftaufnehmer,” URL <https://www.althensensors.com/de/sensoren/kraftsensoren-kraftaufnehmer-und-kraftmessdosen/miniaturkraftaufnehmer/4306/alf250-miniaturkraftaufnehmer/>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [101] PCB Piezotronics, “Modell 356 A33,” URL <https://www.pcb.com/products?m=356a33>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [102] Fischer, U., Kilgus, R., Leopold, B., Röhrer, W., und Schilling, K., “Tabellenbuch Metall,” (Verlag Europa Lehrmittel), 36. Ed., 1987, ISBN 3-8085-1076-5.
- [103] Hornbogen, E., Warlimont, H., und Skrotzki, B., “Metalle,” (Springer, Berlin Heidelberg), 7. Ed., 2019, ISBN 978-3-662-57763-9.
- [104] Polytec, “Laser-Scanning-Vibrometer,” URL <https://www.polytec.com/de/vibrometrie/produkte/full-field-vibrometer/psv-500-scanning-vibrometer/>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [105] Müller-BBM, “Mess- und Analysesystem PAK,” URL <https://www.muellerbbm-vas.de/produkte/datenerfassung/anwendungsorientiertes-messen/>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [106] Langer, P., Sepahvand, K., Guist, C., Bär, J., Peplow, A., und Marburg, S., “Matching Experimental and Three Dimensional Numerical Models for Structural Vibration Problems with Uncertainties,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 417:S. 294–305, 2018, doi:10.1016/j.jsv.2017.11.042.
- [107] Henke, A.-S., Noack, M., Geyer, T. F., Heinrich, C. R., Beirow, B., Sarradj, E., und Kühhorn, A., “Calculation of the Modal Behavior of Structured Sheet Metal,” *International Journal of Lightweight Materials and Manufacture*, Vol. 2:S. 186–192, 2019, doi:10.1016/j.ijlmm.2019.01.004.
- [108] Langer, P., Hoppe, K.-H. A., Guist, C., und Marburg, S., “From Theory to Three-Dimensional Finite Element Models: An Innovative Method for Validation,” *SAE Technical Paper*, 2018, doi:10.4271/2018-01-1536.

- [109] Möser, M., "Körperschall-Messtechnik," (Springer Berlin Heidelberg), 2018, ISBN 978-3-662-56620-6.
- [110] John William Strutt, 3rd Baron Rayleigh, "Theory of Sound," (Dover Publications, New York), 1945 re-issue, 2. Ed., 1877.
- [111] Dresig, H. und Holzweißig, F., "Maschinendynamik," (Springer, Heidelberg Dordrecht London New York), 10. Ed., 2010.
- [112] Stelzmann, U., Groth, C., und Müller, G., "FEM für Praktiker - Band 2: Strukturdynamik," (expert verlag), 5. Ed., 2008, ISBN 978-3816928423.
- [113] Simulia, "ABAQUS/EXPLICIT," URL <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/abaqusexplicit/>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [114] MORE, D., "LS-DYNA," URL <https://www.dynamore.de/de/produkte/dyna>, letzter Aufruf: 12/2019.
- [115] Schröder, B., "Kunststoffe für Ingenieure," (Springer Fachmedien Wiesbaden), 1. Ed., 2014, ISBN 978-3-658-06398-6, doi:10.1007/978-3-658-06399-3.
- [116] Willner, K., "Constitutive Contact Laws in Structural Dynamics," *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, S. 303–336, 2009.
- [117] Celik, C. E., "Modeling and Identification of Friction in Dynamic Systems," , Dissertation, Carnegie Mellon University, 2000.
- [118] Campbell, W., "Protection of Steam Turbine Disk Wheels from Axial Vibration," (American Society of Mechanical Engineers, New York), 1. Ed., 1924.
- [119] DIN EN ISO 387-7:2005 + A1:2016, Akustik - Standard-Bezugspegel für die Kalibrierung von audiometrischen Geräten - Teil 7: Bezugshörschwellen unter Freifeld und Diffusfeldbedingungen, Standard, Deutsches Institut für Normung, [ISO 389-7:2005 + Amd 1:2016].
- [120] Möser, M. und Kropp, W., "Körperschall," (Springer Heidelberg, Dordrecht, London, New York), 3. Ed., 2009, ISBN 978-3-540-40336-4.

