



Technische Universität München

Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik

Halbleiter großer Bandlückenenergie in Stromrichtern
mit Spannungszwischenkreis zur Ansteuerung
dynamischer Servoantriebe

Franz Johann Stubenrauch

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informations-
technik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen
Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Hans-Georg Herzog

Prüfer der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Ralph Kennel
2. Prof. Dr. techn. Norbert Seliger,
Hochschule Rosenheim

Die Dissertation wurde am 25.09.2018 bei der Technischen Universität München
eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
am 03.12.2018 angenommen.

Danksagung

Frau Prof. Dr. rer. nat. Doris Schmitt-Landsiedel sei herzlich für die Betreuung der vorliegenden Arbeit und die Einwilligung einer kooperativen Promotion gedankt. Es ist sehr schade, dass sie krankheitsbedingt die finale Version der vorliegenden Arbeit nicht bewerten konnten.

Weiterer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Ralph Kennel für die kurzfristige und reibungslose Betreuungsübernahme der vorliegenden Arbeit.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinem Mentor erster Stunde und Zweitprüfer Prof. Dr. techn. Norbert Seliger. Seit dem 5.ten Semester begleitet er mittlerweile meinen akademischen Werdegang. Ohne seine Begeisterung zur Leistungselektronik und Physik wäre meine wohl niemals soweit gewachsen. Er war in den letzten zehn Jahren nicht nur ein hervorragender Lehrer und hochkompetenter Diskussionspartner, sondern auch stets ein äußerst lustiger und gut gelaunter Wegbegleiter.

Zu weiterem Dank bin ich dem gesamten Projektteam der Hochschule Rosenheim verpflichtet, das fortwährend für eine gute Arbeitsatmosphäre sorgte und unvergessliche Projektausflüge ermöglichte. Ohne diese wären die phasenweise infinitesimalen Fortschritte dieser Forschungsarbeit wohl kaum zu ertragen gewesen. Ein besonderer Dank gilt außerdem Projektleiter Prof. Dr.-Ing. Rainer Hagl, ohne dessen unerbittlichen Einsatz dieses Forschungsprojekt nicht zustande gekommen wäre. Gesondert möchte ich mich ebenso bei meinem Promotionskollegen Josef Wittmann bedanken. Dabei sei besonders die „Freitags-Wurschtrund'n“ und die vielen Fachdiskussionen erwähnt, die uns Beiden nicht selten die Augen öffneten.

Zusätzlicher Dank gilt Julia Höllthaler, Eduard Dechant und Dr.-Ing. Christian Brendel für fachliche Anregungen und die kritische Durchsicht der vorliegenden Arbeit.

Abschließend möchte ich mich noch bei meiner Familie für ihre langjährige Unterstützung bedanken. Diese war nicht nur finanziell, sondern auch mental unabdingbar.

Rott am Inn, Dezember 2017

Franz Johann Stubenrauch

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit untersucht den Einsatz von Halbleitern großer Bandlückenenergie, wie Siliziumkarbid und Galliumnitrid, in Stromrichtern der Antriebstechnik. Diese Halbleiter weisen im Vergleich zu bipolaren IGBTs geringere Schaltverluste auf, wodurch die Schaltfrequenz deutlich erhöht werden kann. Das ermöglicht den Einsatz von Motorfiltern kompakter Bauform und geringen Kosten. Als Ergebnis erhält man einen Stromrichter mit hoher Stromreglerbandbreite und nahezu ideal sinusförmigen Ausgangsspannungen mit geringen Signalverzerrungen.

Abstract

The present work investigates the use of wide bandgap semiconductors, such as silicon carbide and gallium nitride, in motor drive inverters. These semiconductors have lower switching losses compared to bipolar IGBTs, whereby the switching frequency can be significantly increased. This enables the use of motor filters of compact size and low cost. The result is a power inverter with high current loop bandwidth and nearly ideal sinusoidal output voltages with low signal distortion.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Stand der Technik	2
1.2	Problemstellung und Beiträge dieser Arbeit	5
1.3	Struktur der Arbeit	6
2	Funktion und Aufbau moderner Stromrichter	7
2.1	Anforderungen beim Betrieb einer Drehstrommaschine	8
2.2	Quellen und Lasten von Stromrichtern	10
2.2.1	Permanentmagneterregte Synchronmaschine	10
2.2.2	Standardlast eines Stromrichters	14
2.3	Zweilevel Stromrichter mit Spannungszwischenkreis	16
2.3.1	Kurzzeitiger Mittelwert	20
2.3.2	Zeitkontinuierliche Beschreibung mit der Modulationsfunktion	20
2.3.3	Sollwertsignale und Modulationsverfahren	21
2.4	Exakte Beschreibung der Schaltsignale des zweilevel Stromrichters	27
2.4.1	Einfache Abtastung	29
2.4.2	Doppelte Abtastung	35
2.4.3	Spannungen des dreiphasigen Stromrichters	38
2.4.4	Ströme des dreiphasigen Stromrichters	39
2.4.5	Spannungs- und Stromverzerrungen	41
3	Feldorientierte Stromregelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine	45
3.1	Abtasten der Phasenströme	47
3.1.1	Abtastung mit der Trägerfrequenz	47
3.1.2	Multiratenabtastung	48
3.1.3	Problemstellung bei realen Lasten	49
3.1.4	Gleitender Mittelwertfilter	50
3.2	Verzögerungen des digitalen Stromregelkreises	51
3.2.1	Digitaler Pulsweitenmodulator	53
3.2.2	Digitaler gleitender Mittelwertfilter	55
3.3	Regler Entwurfsvorgabe	57
3.3.1	Modell des Standardregelkreises	57
3.3.2	Stabilität von Regelkreisen	59
3.3.3	Fundamentale Limitierungen von Regelkreisen	60

3.4	Rotorfeste Stromregelung	62
3.4.1	PI-Stromregler	64
3.4.2	Reglerauslegung mit Verzögerungstotzeit	65
3.4.3	Reglerauslegung ohne Verzögerungstotzeit	67
3.4.4	Vergleich der Stromregler Implementierungsvarianten	68
4	Leistungshalbleiter und die umgebende Aufbau- und Verbindungstechnik	71
4.1	Leistungshalbleiter mit großer Bandlückenenergie	72
4.1.1	Modellierung des Halbleiters	75
4.1.2	Problemstellungen mit kurzen Schaltzeiten	82
4.2	Aufbau- und Verbindungstechnik	83
4.2.1	Elektromagnetische Modellbildung	84
4.2.2	Thermische Modellbildung	90
4.2.3	Aufbaukonzepte der Schaltzelle	91
4.3	Ergebnisse des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis	94
4.3.1	Schaltmessungen	96
4.3.2	Thermische Messungen	99
5	Filter für Stromrichter mit Spannungszwischenkreis	101
5.1	Einfluss realer Motoren sowie Leitungen auf das Signal- und Filterverhalten . . .	105
5.2	Filter zur Begrenzung der Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten	109
5.3	Sinusfilter	111
5.3.1	Optimierung der Bauteilwerte	113
5.3.2	Spannungs- und Stromverzerrungen	121
5.3.3	Stromverlauf der Filterinduktivität	126
5.4	Modularität von Stromrichtern mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter . . .	132
5.4.1	Serienschaltung	132
5.4.2	Parallelschaltung	133
5.5	Eigenschaften und Einfluss realer Bauteile	135
5.6	Ergebnisse des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter	136
5.6.1	Signalverläufe	138
6	Regelung des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter	141
6.1	Digitaler Bandstoppfilter	143
6.1.1	Bilineare Transformation	143
6.1.2	Bilineare Transformation mit Prewarping	144
6.1.3	Pol-Nullstellen Abbildung	145
6.1.4	Vergleich der Bandstoppfiltervarianten	146
6.2	Hybrider Filter bei Parameterschwankungen des Sinusfilters	148
6.3	Stromregelung des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter . .	151
6.4	Ergebnisse des Gesamtsystems	159
6.4.1	Implementierung	161
6.4.2	Parametereinstellungen	168

6.4.3	Spannungsgesteuerter Betrieb	169
6.4.4	Stromgeregelter Betrieb	170
7	Schlussbetrachtung	175
7.1	Zusammenfassung	175
7.2	Ausblick	177
A	Doppelpulsschaltung	179
B	Parameterberechnung des Bandstopffilters	183
C	Sprungantwort eines Systems zweiter Ordnung mit Bandstopffilter	187
D	Fourier-Reihe der Sternpunktspannung bei Raumzeigermodulation	193
	Abkürzungsverzeichnis	195
	Symbolverzeichnis	197
	Literaturverzeichnis	199

1 Einleitung

Die Forderung nach stetig wachsender Produktivität in Industrieprozessen nimmt immer weiter zu. Um den steigenden Ansprüchen zu genügen sind Innovationen im Bereich der Messtechnik und der elektrischen Antriebstechnik unabdingbar. Gerade wenn große Dynamik bei gleichzeitig hoher Präzision und Energieeffizienz gefordert sind, kommen elektrische Antriebe mit den dazugehörigen Leistungselektroniken und Antriebsreglern zum Einsatz. Hochtechnologien, wie die Halbleiterlithographie zur Herstellung von elektronischen Strukturen im Nanometerbereich und die mechanische Präzisionsbearbeitung zur Herstellung hoher Oberflächengüten auf komplexen dreidimensionalen Strukturen in computergesteuerten numerischen Fräsmaschinen sind Beispiele, die höchste Ansprüche an Antriebssysteme stellen. Aber auch einfach wirkende Systeme, wie Hochgeschwindigkeitsantriebe in schnell rotierenden Frässpindeln von Werkzeugmaschinen, stellen aufgrund der benötigten hohen Drehfeldfrequenzen höchste Dynamikanforderungen an das Antriebssystem. Interessanterweise ermöglichen gerade Weiterentwicklungen im Hochtechnologiebereich der Mess- und Halbleitertechnik Verbesserungen in der Antriebstechnik. Umgekehrt tragen Weiterentwicklungen in der Antriebstechnik dazu bei, die Produktivität in der Messgeräte- und Halbleiterfertigung zu steigern. Nur dadurch können die enormen Entwicklungskosten im Hochtechnologiesektor finanziert werden. Durch die enge Verbundenheit zu den Hochtechnologien mit stetig steigenden Anforderungen liegt ein fortwährender Fokus auf innovativen Antriebssystemen die hohe Dynamik mit hoher Genauigkeit vereinen.

Grundvoraussetzung für eine hohe Dynamik in positions-, geschwindigkeits- oder stromgeregelten Servoantriebssystemen in Produktionsmaschinen ist dabei ein schneller Drehmoment- bzw. Kraftaufbau. Aufgrund der Proportionalität zwischen Motorstrom und Drehmoment bzw. Kraft ist der Drehmoment- bzw. Kraftaufbau hauptsächlich durch die erreichbare Stromreglerbandbreite des Antriebsreglers limitiert. Diese wird außerhalb der leistungselektronischen Stellgrößenbegrenzungen maßgeblich von der Schaltfrequenz des Stromrichters und der Rechenzeit des Antriebsreglers eingeschränkt.

Um eine hohe Genauigkeit in positions-, geschwindigkeits- oder stromgeregelten Servoantriebssystemen zu erreichen werden Präzisionsmessgeräte zur Erfassung der Zustandsgrößen benötigt, die nur sehr geringe absolute Messabweichungen aufweisen. Dies ermöglicht eine hohe Genauigkeit bei Positioniervorgängen. Für den Regelkreis dynamischer Antriebe ist zusätzlich die Auflösung und die differentielle Genauigkeit der Messgrößen von entscheidender Bedeutung, weil diese das Signal zu Rauschverhältnis beeinflussen. Ein großes Signal zu Rauschverhältnis trägt dabei zu geringen Drehmoment-, Drehzahl- und Positionsabweichungen des Antriebs bei.

Das Steigern der Systemdynamik zur Verbesserung des Führungs- und Störverhaltens elektrischer Antriebe lässt sich durch größere Verstärkungsfaktoren in den Regelkreisen erreichen. Dadurch werden aber Messwertabweichungen und Signalrauschen zusätzlich verstärkt, wodurch bei unveränderter Messtechnik die erreichbare Genauigkeit abnimmt. Aufgrund dieser Tatsache sind Verbesserungen der Dynamik und der Genauigkeit nur möglich, wenn eine grundlegende Weiterentwicklung des gesamten Servoantriebssystems erfolgt.

Ein Servoantriebssystem umfasst alle Komponenten, die zur dynamisch präzisen Positionierung eines Antriebs benötigt werden. Diese sind im Blockschaltbild aus Abbildung 1.1 dargestellt. Dazu zählen neben der vom Motor bewegten Mechanik, die Sensoren zur Erfassung der Zustandsgrößen, sowie der Stromrichter zur Ausgabe der elektrischen Stellenergie. Die Berechnung der Regelalgorithmen des Antriebsreglers erfolgt zumeist auf einem Mikroprozessor innerhalb des Servostromrichters. Aus den Reglerausgangsgrößen werden digitale Steuersignale für die Leistungshalbleiter im Stromrichter generiert, welche die gewünschten Motorströme $i(t)$ einstellen. Daraus resultiert ein Motordrehmoment $M_{Me}(t)$ bzw. eine Kraft $F_{Me}(t)$, die eine Änderung des Motordrehwinkels $\varphi_{Me}(t)$ bzw. der Position $x_{Me}(t)$ hervorruft. Zusammen mit dem Lastdrehmoment $M_L(t)$ bzw. der Kraft $F_L(t)$ resultiert daraus ein Drehwinkel $\varphi_{Me1}(t)$ bzw. eine Position $x_{Me1}(t)$ an der Mechanik. Eine übergeordnete Bahnplanung erzeugt die Positionssollwerte für die am Positionierprozess beteiligten Regler, die bei komplexen Bewegungsvorgängen mehrere Antriebssysteme umfasst. Der Datenaustausch zwischen der Steuerung und den Servostromrichtern erfolgt typischerweise über einen seriellen Hochgeschwindigkeitsbus.

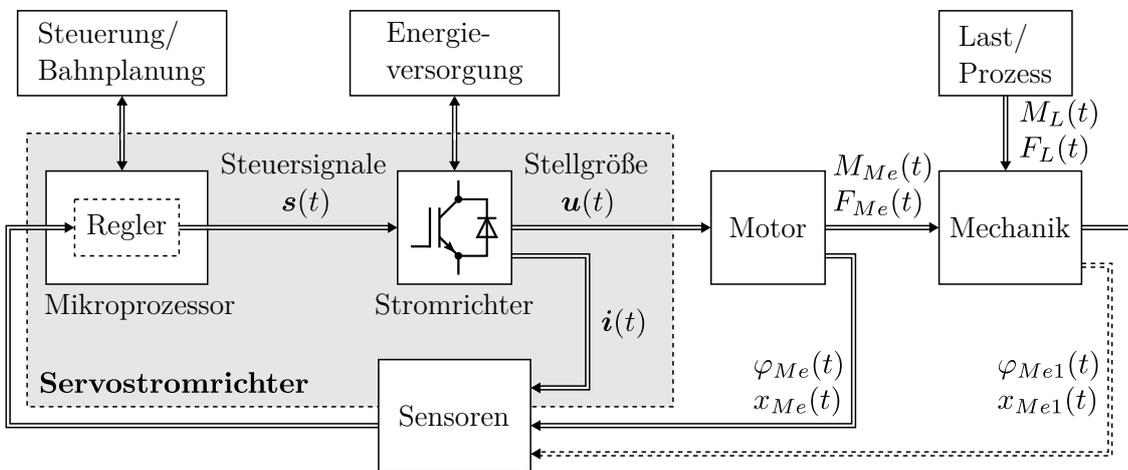


Abbildung 1.1: Blockschaltbild eines Servoantriebssystems.

1.1 Stand der Technik

Die Ansteuerung von Servoantrieben erfolgt im Niederspannungsbereich unter 1000 V typischerweise mit selbstgeführten Stromrichtern, die einen breiten Leistungsbereich von wenigen Watt bis mehrere Megawatt abdecken [1]. Dabei kommen überwiegend zweilevel IGBT-Stromrichter mit kapazitivem Spannungszwischenkreis zum Einsatz. Bei dreiphasigen Netzanwendungen arbeiten

diese gewöhnlich mit einer Zwischenkreisspannung von 600 V und einer Halbleiterschaltfrequenz von 4 bis 16 kHz [2]. Der damit erreichte Wirkungsgrad liegt bei Nennlast zwischen 95 und 99 %. Aufgabe des Stromrichters ist es, der Last die gewünschte Spannung bzw. den gewünschten Strom, der für die jeweilige Anwendung erforderlich ist, bereit zu stellen. In der Antriebstechnik ergeben sich dabei häufig sinusförmige Signalverläufe mit variabler Amplitude, Phasenlage und Frequenz. Durch die schaltende Arbeitsweise von Stromrichtern ist eine exakte Nachbildung der angestrebten Signalverläufe nicht möglich. Es entstehen Signalverzerrungen der Spannungen und Ströme, die Zusatzverluste im Stromrichter und in der Last verursachen. Bei motorischer Last führt dies zu unerwünschten Kraft- bzw. Drehmomentschwankungen des Antriebs [1]. Dies wirkt sich bei dynamischen Antrieben mit geringen Wicklungsinduktivitäten und kleiner Masse bzw. geringen Trägheitsmoment, sowie eisenlosen Linearmotoren mit minimaler mechanischer Reibung negativ auf die Positioniergenauigkeit aus [3]. Außerdem verursachen die Signalverzerrungen zusätzliche Wirbelstrom- und Hystereseverluste in den Wicklungen und im Blechpaket des Motors [4], was die Gesamteffizienz des Servoantriebssystems reduziert. Durch Erhöhen der Stromrichterschaltfrequenz und dem Einsatz komplexer Mehrleveltopologien können Signalverzerrungen und damit verbundene Zusatzverluste im Motor stark reduziert werden [5]. Generell kann durch Erhöhen der Stromrichterschaltfrequenz der Drehmomentrippel reduziert, der Motorwirkungsgrad gesteigert und die Stromreglerbandbreite erhöht werden. Schaltungserweiterungen mit kostengünstigen Analogfiltern kleiner Bauform sind ein zusätzlicher Vorteil, der durch höhere Schaltfrequenzen ermöglicht wird [6]. Eine deutliche Steigerung der aktuell verwendeten Stromrichterschaltfrequenzen von 4 bis 16 kHz ist aufgrund steigender Schaltverluste der bipolaren IGBTs aber energetisch ineffizient und unwirtschaftlich. Im Gegensatz zu Silizium (Si) weisen neue Halbleitermaterialien, wie Siliziumkarbid (SiC) und Galliumnitrid (GaN) eine größere Bandlückenenergie zwischen Valenz- und Leitungsband auf, was die Realisierung unipolarer Bauelemente mit geringem Einschaltwiderstand und Sperrspannungen bis mehrere Kilovolt ermöglicht. Unipolare Bauelemente erreichen im Vergleich zu bipolaren deutlich reduzierte Schaltzeiten und Schaltverluste, was den effizienten Mehrquadrantenbetrieb von Stromrichtern mit erhöhter Schaltfrequenz ermöglicht [6]. Ein weiterer Vorteil in Halbbrückenschaltungen ist die bidirektionale Leitfähigkeit des Halbleiterkanals, wodurch die bei IGBTs benötigten Paralleldioden entfallen [7, 8]. Der Einsatz von Halbleiterbauteilen mit großer Bandlückenenergie bringt aufgrund der damit erreichbaren kurzen Schaltzeiten aber mehrere Zusatzprobleme mit sich. Mit der klassischen Aufbau- und Verbindungstechnik treten Überspannungen an den Leistungshalbleitern auf, die durch Leitungsinduktivitäten in der Kommutierungszelle beim Schalten der Halbleiter verursacht werden [9]. Durch Integration der ungehäuteten Leistungshalbleiter in ein Leiterplattensubstrat ist aber eine dreidimensionale Anbindung der elektrischen Leitungen an den Zwischenkreis möglich, was die Induktivitäten stark reduziert und Spannungsüberhöhungen beim Schalten der Halbleiter unterdrückt [10, 11]. Im Gegensatz zu den Leitungsinduktivitäten verursachen parasitäre Kapazitäten des Aufbaus zusätzliche Schaltverluste in den Leistungshalbleitern, die vor allem bei hohen Schaltfrequenzen oberhalb eines Megahertz nicht zu vernachlässigen sind [12]. Zusätzlich haben unsymmetrische parasitäre Aufbaukapazitäten zum Kühlkörper Erdströme zur Folge, die zu Gleichtaktströmen führen und die elektromagnetische Störaussendung erhöhen [13]. Darüber hinaus stellt das Hochfrequenzverhalten der Last eine

zusätzliche Problemstellung bei Halbleitern mit kurzen Schaltzeiten dar. Dabei führen vor allem die Kabelkapazitäten der Zuleitung, zusammen mit den Wicklungskapazitäten des Motors, zu deutlich erhöhten Schaltverlusten der Halbleiter [14, 15]. Außerdem verursachen die transienten Spannungen am Stromrichterausgang Leitungsreflexionen, die Überspannungen an den Motorklemmen hervorrufen [16, 17]. Durch die kurzen Schaltzeiten und die damit verbundenen steilen Schaltflanken von SiC- und GaN-Halbleitern tritt dieser Effekt bereits bei Kabellängen mit wenigen Metern auf [18]. Zudem führen Spannungstransienten zu unerwünschten Lagerströmen, welche die Standzeit der Motorlager deutlich verringern können [19]. Eine Reduktion der Schaltflankensteilheit kann durch verringerte Schaltgeschwindigkeit oder durch den Einsatz analoger Filter erfolgen. Verlängerte Schaltzeiten resultieren in erhöhten Halbleiterschaltverlusten, wohingegen bei analogen Filtern Zusatzverluste in den passiven Bauteilen auftreten.

Die Regelung elektrischer Servoantriebe erfolgt üblicherweise mit einer Kaskadenstruktur aus innerer Stromregelung mit überlagerter Drehzahl- und Positionsregelung [20, 21]. Der Hauptgrund dafür ist die einfache und unabhängige Parametrierung vom innersten zum äußersten Regelkreis, wenn eine abnehmende Dynamik der Regelkreise von innen nach außen gewährleistet wird. Störungen werden dabei in den unterlagerten Kreisen ausgeregelt, bevor sie sich in den überlagerten Kreisen auswirken [21]. Die maximal erreichbare Bandbreite der überlagerten Regelkreise ist bei der Kaskadenstruktur untrennbar mit der Bandbreite des innersten Stromregelkreises verbunden. Bei Stromreglern unterscheidet man zwischen linearen und nichtlinearen Reglerverfahren [22]. Die größte Bandbreite und höchste Robustheit kann mit nichtlinearen direkten Stromreglerverfahren, wie der Hystereseregung, erreicht werden [1, 23]. Aufgrund der variablen Schaltfrequenz und den daraus resultierenden niederfrequenten Momentenschwingungen, sowie hohen Anforderungen an die A/D-Umsetzungszeit in digitalen Regelkreisen, werden diese nur in wenigen industriellen Antriebsreglern eingesetzt. Stattdessen wird in Industriestromrichtern eine lineare indirekte Stromregelung über pulsweitenmodulierte Spannungssignale realisiert, die eine konstante Schaltfrequenz der Leistungshalbleiter sicherstellt. Die Modulatorsollwerte werden am einfachsten mit Stromreglern im drehenden Rotor-Koordinatensystem berechnet [24].

Die erreichbare Reglerbandbreite bildet zusammen mit der Regelgenauigkeit das Fundament dynamisch präziser Servoantriebssysteme. Entscheidend für die erreichbare Genauigkeit ist eine möglichst geringe Messwertabweichung der Zustandsgrößenerfassung von Strömen, Geschwindigkeiten und Positionen. Je höher die Bandbreite des Reglers, desto empfindlicher reagiert der Regelkreis auf Messwertabweichungen [25, 26]. Dabei unterscheidet man grundsätzlich zwischen deterministischen und statistischen Abweichungen. Gerade statistisch zufällige Messwertabweichungen, die aufgrund von Sensorrauschen, Störeinkopplungen, analogen Signalverstärkern und der Quantisierung in A/D-Umsetzern entstehen, weisen ein breites Frequenzspektrum auf. Das führt nicht nur zu einer Regelungenauigkeit und der damit verbundenen Istwertschwankung, sondern verursacht Zusatzverluste durch erhöhte Blindleistungsanteile im Stromrichter und Motor. Außerdem hat Messrauschen häufig einen unerwünscht erhöhten Geräuschpegel im hörbaren Frequenzbereich zur Folge. Eine Verbesserung des Signal zu Rauschverhältnis kann nach [27, 28] durch Überabtastung und anschließende gleitende Mittelwertfilterung erfolgen, wodurch sich aber die Signalbandbreite reduziert.

1.2 Problemstellung und Beiträge dieser Arbeit

Die erreichbare Stromreglerbandbreite und Signalqualität ist in aktuellen hartschaltenden IGBT-Stromrichtern mit Spannungszwischenkreis durch die begrenzte Schaltfrequenz von 4 bis 16 kHz limitiert. Die Motivation dieser Arbeit basiert auf der Verfügbarkeit neuer Leistungshalbleiter aus SiC und GaN, die aufgrund geringer Schaltverluste neue Möglichkeiten bei der Energieumformung von Stromrichtern bieten. Durch den Einsatz von SiC- und GaN-Halbleitern lässt sich die Schaltfrequenz bei vergleichbarer Effizienz des hartschaltenden Stromrichters mehr als verzehnfachen. Durch diese Maßnahme kann man die Signalqualität der Phasenströme steigern und gleichzeitig die erreichbare Stromreglerbandbreite verzehnfachen. Deshalb werden in dieser Arbeit die Weiterentwicklungspotentiale von Stromrichtern durch den Einsatz von Halbleitermaterialien mit großer Bandlückenenergie in Antriebssystemen untersucht.

SiC- bzw. GaN-Halbleiter müssen bei erhöhter Schaltfrequenz des Stromrichters um ein vielfaches schneller ein- und ausgeschaltet werden, um die Schaltverluste zu reduzieren und einen energieeffizienten Betrieb zu ermöglichen. Während der Umschaltzeiten im Nanosekundenbereich treten deshalb große zeitliche Spannungs- und Stromänderungen auf. Über parasitäre Induktivitäten und Kapazitäten der Aufbau- und Verbindungstechnik Wechselwirken die Signaltransienten mit dem Schaltvorgang. Spannungsüberhöhungen an den Halbleitern, reduzierte Schaltgeschwindigkeit, gegenseitiges Einschalten der Halbleiter und damit verbundene Brückenkurzschlüsse sind Beispiele auftretender Probleme. Die klassische Aufbau- und Verbindungstechnik von Leistungsmodulen auf Keramiksubstraten, mit elektrischen Verbindungen über Bonddrähte, schränkt die erreichbare Leistungsfähigkeit der schnell schaltenden Leistungshalbleiter stark ein. Deshalb werden in dieser Arbeit neue Konzepte der Aufbau- und Verbindungstechnik erarbeitet, die sowohl eine gute thermische Wärmeabfuhr als auch kurze Schaltzeiten der Halbleiter ermöglichen. Für eine niederinduktive Anbindung des Ansteuer- und Leistungskreises wird eine dreidimensionale Aufbautechnik mit koplanarer Leiterbahnführung eingesetzt. Damit lassen sich trotz kurzer Schaltzeiten die Spannungsüberhöhungen an den Halbleitern vollständig unterdrücken und es tritt keine Instabilität bei der Ansteuerung auf.

Die transienten Signalverläufe am Phasenausgang des Stromrichters verursachen Wechselwirkungen zwischen dem Stromrichter und der Last. Schnelle Spannungsänderungen führen durch die enthaltenen hochfrequenten Spektralanteile zu Leitungsreflexionen und stehenden Wellen, wodurch Überspannungen an den Motorklemmen auftreten. Zusätzlich fließen hochfrequente Ströme über die parasitären Kapazitäten der Motorwicklung und der Motorleitung, die erhöhte elektromagnetische Störaussendung und steigende Schaltverluste verursachen. Die wirksame Entkopplung wird durch analoge Filterschaltungen zwischen dem Stromrichter und der Last erreicht. Im Gegensatz zu IGBT-Stromrichtern reduziert sich das Filtervolumen und Gewicht bei erhöhter Schaltfrequenz von SiC- und GaN-Stromrichtern auf einen Bruchteil. In dieser Arbeit werden unterschiedliche Filtertypen auf deren Wirksamkeit in schnellschaltenden Stromrichtern untersucht. Außerdem werden Möglichkeiten zur Dämpfung der Filtereigenresonanzen vorgestellt. Zusätzlich wird eine numerische Optimierung des Filters erarbeitet, welche bei vorgegebe-

ner Spannungsübertragungsfunktion die auftretende Verlustleistung des analogen Dämpfungsnetzwerks minimiert. Mit dem analogen Sinusfilter lässt sich die Signalqualität am Stromrichterausgang deutlich steigern. Zusätzlich besteht die Möglichkeit der Parallelschaltung mehrerer Module, wodurch man die Ausgangsstromfähigkeit erhöhen kann.

Der analoge Sinusfilter fügt dem Stromrichter mit Spannungszwischenkreis eine schwach gedämpfte Resonanzstelle hinzu, die zu Instabilität im Stromregelkreis führt und bei der Reglerauslegung berücksichtigt werden muss. Ein zusätzlicher digitaler Bandstoppfilter im Stromregler kompensiert die Instabilität, wodurch man trotz analogem Filter eine hohe Stromreglerbandbreite erzielt. Die hybride Dämpfung der Filterresonanz mit einem analogen Dämpfungsnetzwerk und einem digitalen Bandstoppfilter stellt die optimale Lösung dar. Diese Konfiguration ermöglicht den besten Kompromiss zwischen anfallenden Verlusten im Dämpfungsnetzwerk, erreichbarer Stromreglerbandbreite und robuster Stabilität des Regelkreises bei Parameterschwankungen der Filterbauteile. Als Ergebnis erhält man einen getakteten Stromrichter mit Spannungszwischenkreis, dessen Klemmverhalten bezüglich Signalqualität und erreichbarer Stromreglerbandbreite dem eines analogen Leistungsverstärkers nahe kommt. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass aus Sicht des Stromrichters der elektrische Antrieb einen Lastspezialfall darstellt und die vorgestellten Untersuchungen auf ein breites Anwendungsspektrum der Leistungselektronik und Energieversorgung übertragen werden können.

1.3 Struktur der Arbeit

Das Kapitel 2 führt in die Funktionsweise und den Aufbau moderner Stromrichter ein. Dabei werden die auftretenden Signalverläufe und Spektren analysiert um quantitative Aussagen über die Signalqualität abzuleiten. Anschließend wird in Kapitel 3 die Regelung der permanentmagnetenerregten Synchronmaschine untersucht. Der Fokus liegt dabei auf der maximal erreichbaren Bandbreite des Stromreglers. Kapitel 4 gibt einen Überblick über aktuell verfügbare Leistungshalbleiter, wobei speziell auf die Funktionsweise und die Problemstellungen von GaN-Halbleitern eingegangen wird. Diese ermöglichen sehr kurze Schaltzeiten, was eine Modifikationen der klassischen Aufbau- und Verbindungstechnik erfordert. Mögliche Aufbaukonzepte, die sowohl eine niederinduktive Anbindung der Halbleiter an den Zwischenkreis als auch eine gute Wärmeabfuhr ermöglichen werden detailliert untersucht. Die optimierte Aufbau- und Verbindungstechnik ermöglicht Schaltzeiten im Nanosekundenbereich ohne Spannungsüberhöhungen und Instabilitäten bei der Ansteuerung der Halbleiter. Zur Entkopplung der hochfrequenten Spektralanteile des Stromrichters von der Last werden in Kapitel 5 analoge Filterschaltungen untersucht. Die Filterdimensionierung berücksichtigt dabei sowohl die Dämpfung der Eigenresonanzfrequenzen des Filters als auch das reale Lastverhalten. Die Stromregelung des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Analogfilter wird in Kapitel 6 analysiert. Dabei werden real zu erwartende Parameterschwankungen der Filterbauteile berücksichtigt. In Kapitel 7 wird die vorliegende Arbeit zusammengefasst und zukünftige Aufgabenstellungen von Stromrichtern mit hohen Schaltfrequenzen gegeben.

2 Funktion und Aufbau moderner Stromrichter

In vielen Bereichen der elektrischen Antriebstechnik findet eine Energiewandlung zwischen dem Versorgungsnetz und der Last statt. Bei elektrischen Antrieben hat dies den Vorteil, dass die Drehzahl des Motors in weiten Bereichen variiert werden kann. Durch überlagerte Regelkreise und zusätzliche Positionsmessung ist dadurch eine genaue Positionierung des Antriebs möglich. Die Aufgabe des Stromrichters besteht dabei darin, die elektrische Energie so zu wandeln, dass diese den Anforderungen der Motorlast entspricht. Moderne Stromrichter bestehen dazu aus Leistungshalbleitern, die durch ihre schaltende Arbeitsweise den Energiefluss des Antriebs in gewünschter Weise steuern. Dabei unterscheidet man grundsätzlich zwischen selbstgeführten und fremdgeführten Stromrichtern. In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich selbstgeführte Stromrichter untersucht, bei denen die Kommutierung der Halbleiter zu jedem Zeitpunkt erfolgen kann. Dies wird beispielsweise mit IGBT- und FET-Bauelementen erreicht.

Bei Netzanwendungen wird mit Ausnahme von Direktstromrichtern zunächst die Gleichrichtung der Netzwechselspannung mit einer Frequenz von 50 – 60 Hz über den netzseitigen Stromrichter durchgeführt. Anschließend wandelt man die Gleichspannung über den lastseitigen Stromrichter in eine Wechselspannung variabler Amplitude und Frequenz, die an die Last angepasst ist. Der Energiespeicher, der sowohl kapazitiv als auch induktiv ausgeführt sein kann, dient der Entkopplung der beiden Stromrichter und ermöglicht eine unabhängige Steuerung dieser. Je nach Art des Energiespeichermediums wird er als Spannungs- bzw. Stromzwischenkreis bezeichnet. Der kapazitive Spannungszwischenkreis stellt den Stromrichtern eine annähernd konstante Spannung und der induktive Stromzwischenkreis einen annähernd konstanten Strom zur Verfügung. Das Prinzipschaltbild der gesamten Energiewandlungskette ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Als Frequenzumrichter bezeichnet man dabei nach [1] die über einen Energiespeicher entkoppelte Zusammenschaltung des netzseitigen mit dem lastseitigen Stromrichter. Aufgrund der begrenzten Speichergröße des Zwischenkreises muss im zeitlichen Mittel die von der Last aufgenommene Wirkleistung identisch mit der vom Netz aufgenommenen Wirkleistung sein, damit die Spannung

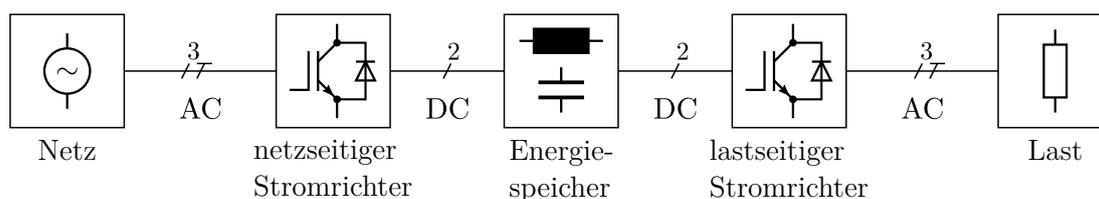


Abbildung 2.1: Prinzipschaltbild eines Frequenzumrichters.

bzw. der Strom des Speichers nicht unzulässig ansteigt oder abfällt. Dies gilt in umgekehrter Weise auch, wenn die Last im generatorischen Betrieb Energie in den Zwischenkreis einspeist. Im Gegensatz zu den Wirkleistungen kann man die Blindleistungen auf der Netz- bzw. Lastseite unabhängig voneinander einstellen.

2.1 Anforderungen beim Betrieb einer Drehstrommaschine

Bei der leistungselektronischen Versorgung von Drehstrommaschinen nach Abbildung 2.2(a) spricht man per Definition vom lastseitigen Stromrichter. Dieser ermöglicht eine variabel einstellbare Last- bzw. Statorfrequenz, wodurch die Motordrehzahl $n_{Me} = 2\pi/\omega_{Me}$ in weiten Bereichen variiert werden kann. In Abhängigkeit der mechanischen Drehzahl n_{Me} und des Drehmoments M_{Me} können dabei zwei Betriebszustände auftreten, die als motorischer- und generatorischer Betrieb bezeichnet werden. Je nach Betriebsquadrant nimmt der Antrieb im motorischen Betrieb Energie auf oder gibt im generatorischen Betrieb Energie ab, was in Abbildung 2.2(b) dargestellt ist. Deshalb ist es zwingend notwendig, dass der lastseitige Stromrichter einen bidirektionalen Energiefluss erlaubt. Da der Zwischenkreis aus Kosten- und Platzgründen nur eine begrenzte Energiespeicherung ermöglicht, muss im zeitlichen Mittel die gleiche Energie vom Versorgungssystem entnommen werden wie der Motor verbraucht und umgekehrt. Besitzt der netzseitige Stromrichter keine Rückspeisefähigkeit, muss die Bremsenergie des Motors über einen schaltbaren Widerstand aus dem Zwischenkreis abgeführt werden.

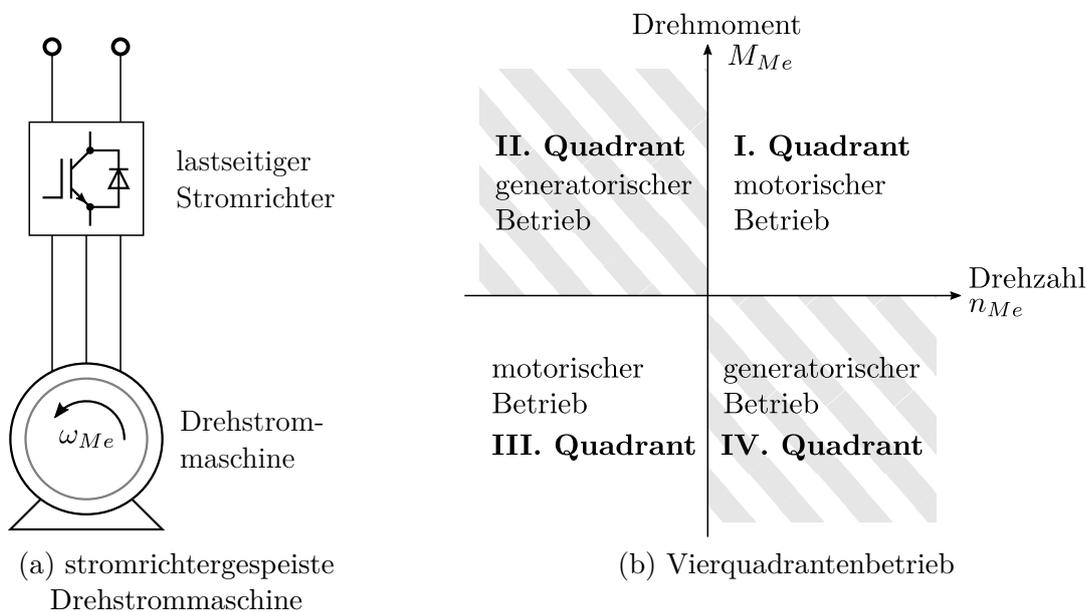


Abbildung 2.2: Blockschaltbild der stromrichterergespeisten Drehstrommaschine mit den zugehörigen Betriebsfällen im Vierquadrantenbetrieb.

Für den lastseitigen Stromrichter zur Versorgung einer Drehstrommaschine werden im Folgenden fünf relevante Anforderungen definiert. Die Gewichtung der jeweiligen Anforderungspunkte hängt dabei stark von der Zielsetzung und dem Einsatzzweck des Antriebs ab.

1) Energieeffizienz

Eine hohe Energieeffizienz ist gleichbedeutend mit geringen Energiewandlungsverlusten des Stromrichters. Sie trägt bei fortwährend steigenden Energiekosten zu einem wirtschaftlichen Betrieb mit geringen laufenden Kosten bei. Zusätzlich reduziert sich der Kühlbedarf und somit auch die Baugröße des Stromrichters.

2) Signalqualität

Im Gegensatz zum netzseitigen Stromrichter müssen lastseitige Stromrichter in der Regel keine genormten Signalqualitäten einhalten. Signaloberwellen führen bei Antriebslasten zu Drehmomentschwankungen und Zusatzverlusten im Antrieb, die wiederum eine unerwünschte Wärmeentwicklung zur Folge haben.

3) Dynamik

Die Dynamik ist ein Maß dafür, wie schnell der Stromrichter seine Ausgangsgrößen verändern kann. Damit wird im geregelten Betrieb sehr schnell auf Störungen, die von außen auf das System einwirken, reagiert und diesen entgegengewirkt. Zusätzlich besteht die Möglichkeit Spannungen und Ströme in weiten Frequenzbereichen einzustellen, was beispielsweise in schnell rotierenden Spindelantrieben gefordert ist.

4) Skalierbarkeit und Flexibilität

Die Skalierbarkeit von Stromrichtern bietet ein hohes Maß an Flexibilität. Dabei kann durch Serienschaltung die maximale Ausgangsspannung und durch Parallelschaltung der maximale Ausgangsstrom des Stromrichters vervielfacht werden. Dies erlaubt die Produktion von Stromrichterserien unterschiedlicher Leistungsklassen mit nur einer hoch optimierten Baugruppe. Die Frequenz, sowie die Spannungen und Ströme des Stromrichters sollen in weiten Bereichen von Null weg variabel einstellbar sein. Ein bidirektionaler Energiefluss ermöglicht dabei einen breiten Anwendungsbereich für viele Applikationen.

5) Kosten und Baugröße

Die Kosten des Stromrichters sind entscheidend für den späteren Absatz auf dem Handelsmarkt. Dabei sind sowohl der Einkaufspreis, die Herstell- und Einrichtungskosten, als auch die Kosten des laufenden Betriebs relevant. Eine kompakte Baugröße trägt in der Regel dazu bei, die Herstellungs- und Materialkosten des Stromrichters zu senken, was aufgrund des geringeren Platzbedarfs in der Regel auch die Installationskosten reduziert.

Bis auf den Wirkungsgrad, sowie die Kosten und der Baugröße werden die formulierten Anforderungen am besten von analogen elektrischen Stellgliedern, die auch als Linearregler bezeichnet werden erfüllt. Das ist ein Grund, dass analoge Leistungsverstärker in Bereichen höchster Anforderungen, wie der Positionierung von Halbleitermaschinen, immer noch zum Einsatz kommen. Dabei stellt sich natürlich die Frage, ob eine annähernd gute Dynamik und Signalqualität auch mit geschalteten Stromrichtern erreicht werden kann. Dazu müsste man die Filterung der Stromrichterausgangssignale und das Erhöhen der Halbleiterschaltfrequenz im Stromrichter anstreben. Durch diese Maßnahmen könnte man den Wirkungsgrad des Stromrichters im Vergleich zu analogen Stellgliedern bei gleichzeitiger Kostenreduktion deutlich erhöhen.

2.2 Quellen und Lasten von Stromrichtern

Obwohl diese Arbeit ausschließlich Stromrichter zur dynamischen Regelung elektrischer Antriebe analysiert, soll im Folgenden ein allgemeiner Überblick auf unterschiedliche Quellen und Lasten von Stromrichtern erfolgen. Dieses Vorgehen wird gewählt, da sich die Ideen der vorliegenden Arbeit größtenteils auf ein breites Anwendungsgebiet der Leistungselektronik ausdehnen lassen. Die im späteren ausführlich behandelte permanentmagneterregte Synchronmaschine ist deshalb nur ein Spezialfall möglicher Stromrichterlasten. Es ist auch denkbar, die entwickelten Konzepte für Stromrichter zum Gleichrichten der Netzwechselfspannung oder zum Wechselrichten der Gleichspannung aus Photovoltaik Modulen einzusetzen. Deshalb wird im Anschluss an die detaillierte Behandlung der permanentmagneterregten Synchronmaschine ein allgemeines Ersatzschaltbild für Dreiphasensysteme eingeführt, was die Synchronmaschine als Spezialfall enthält.

2.2.1 Permanentmagneterregte Synchronmaschine

In vielen Automatisierungsanwendungen der Industrie, wie Werkzeugmaschinen und Robotik, kommen mittlerweile permanentmagneterregte Synchronmaschinen zum Einsatz. In rotatorischen Antrieben besteht der Rotor dabei unter anderem aus Permanentmagneten, die aus seltenen Erden (z.B. NdFeB) gewonnen werden [29]. Die Permanentmagnete weisen eine sehr hohe magnetische Energiedichte auf. Deshalb können die damit bestückten Motoren trotz kleiner Bauform ein hohes Drehmoment erzeugen. Ein weiterer Vorteil ist, dass das Erregerfeld des Rotors nicht durch einen externen Strom aufgebaut werden muss, wodurch die ansonsten benötigten Schleifringe entfallen. Der fehlende Stromfluss im Rotor führt zusätzlich zu geringeren Verlustleistungen, womit man einen reduzierten Wärmeeintrag erreicht. Deshalb benötigen permanentmagneterregte Synchronmaschinen oftmals keine zusätzliche Lüfterkühlung und erlauben den Einsatz geschlossener Gehäuse, was das Eindringen von Schmutz und Wasser erschwert.

Um eine einfache Form der dynamischen Maschinengleichungen zu erhalten, die über komplexe Raumzeiger dargestellt werden können, trifft man nach [24] folgende Annahmen:

1. Nur das Grundwellenverhalten des Motors wird betrachtet.
2. Man vernachlässigt Stromverdrängungs-, Eisen- und Reibungsverluste ebenso wie kapazitive Verschiebestrome und nimmt alle Motorparameter als linear und zeitinvariant an.
3. Die räumlich verteilten Wicklungen werden hinreichend genau durch die konzentrierten Wicklungen A , B und C approximiert. Dabei erzeugen sie eine räumlich sinusförmige magnetische Flussdichte \mathbf{B} im Luftspalt.
4. Die Speisung des Motors erfolgt über drei Sinusspannungen u_A , u_B und u_C gleicher Amplitude deren Phasenwinkel sich um jeweils $\frac{2\pi}{3}$ unterscheiden. Die Summe der drei Spannungen und der drei Ströme i_A , i_B und i_C ist somit zu jedem Zeitpunkt Null.
5. Die Motorparameter werden durch Strangwerte charakterisiert.

Die Herleitung der Gleichungen für die Drehstrom Synchronmaschine erfolgt nach [24]. Die dabei vorausgesetzte idealisierte permanentmagneterregte Synchronmaschine ist in Abbildung 2.3 skizziert. Bei der Synchronmaschine tritt im Gegensatz zur Asynchronmaschine kein Schlupf auf und der Rotor dreht sich synchron zum Statorfeld. Dabei ist die elektrische Kreisfrequenz ω_{El} über die Polpaarzahl z_P des Motors proportional zur mechanischen Kreisfrequenz ω_{Me} .

$$\omega_{El} = z_P \omega_{Me} \quad (2.1)$$

Das dreisträngige symmetrische System lässt sich mathematisch als Raumzeiger \vec{x}_S in eine komplexe Zahl der Stranggrößen $x \in \{i, u, \psi\}$ überführen.

$$\vec{x}_S = \frac{2}{3} \left(x_A + x_B e^{j\frac{2\pi}{3}} + x_C e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right) \quad (2.2)$$

Durch den Vorfaktor $2/3$ erzwingt man die amplitudeninvariante Transformation der Stranggrößen ins statorfeste $\alpha\beta$ -System mit dem Index S . Der Spannungsabfall der Statorwicklung \vec{u}_S setzt sich aus dem ohmschen Anteil der Wicklung R und der zeitlichen Änderung des Statorflusses $\frac{d\vec{\psi}_S}{dt}$ zusammen. Die Statorspannung $\vec{u}_S = u_\alpha + ju_\beta$ wird dabei wie alle mit dem Pfeil gekennzeichneten Größen durch einen komplexen Raumzeiger repräsentiert.

$$\vec{u}_S = R \vec{i}_S + \frac{d\vec{\psi}_S}{dt} \quad (2.3)$$

Um den Flussterm des statorfesten Systems zu entkoppeln, wird das Bezugssystem am Rotor der Maschine orientiert. Dazu muss das statorfeste $\alpha\beta$ -System um den Winkel φ_{El} gedreht werden. Die d -Achse des rotorfesten dq -Systems wird dabei in Richtung des Permanentmagnetflusses ausgerichtet und als reale Achse definiert. Die zeitliche Änderung des Winkels φ_{El} bewirkt damit eine Drehung des rotorfesten dq -Systems. Aus Abbildung 2.3 lässt sich für die Drehung zwischen den Koordinatensystemen folgender mathematischer Zusammenhang ableiten.

$$\vec{u}_R = |\vec{u}| e^{j(\varphi_S - \varphi_{El})} = |\vec{u}| e^{j\varphi_S} e^{-j\varphi_{El}} = \vec{u}_S e^{-j\varphi_{El}} \quad (2.4)$$

Setzt man die Statorspannungsgleichung 2.3 in die Drehgleichung 2.4 ein, erhält man mit dem Index R und der Notation des rotorfesten dq -Systems die Rotorspannungsgleichung \vec{u}_R :

$$\vec{u}_R = R \vec{i}_R + \frac{d \left(\vec{\psi}_R e^{j\varphi_{El}} \right)}{dt} e^{-j\varphi_{El}} \quad (2.5)$$

Bei der zeitlichen Ableitung muss beachtet werden, dass sowohl die Amplitude des magnetischen Flusses ψ_R als auch der Drehwinkel φ_{El} zwischen den Koordinatensystemen zeitvariant ist. Durch Anwenden der Produktregel und der Kettenregel erhält man aus der Rotorspannungsgleichung 2.5 folgenden Ausdruck:

$$\vec{u}_R = R \vec{i}_R + \left(\frac{d\vec{\psi}_R}{dt} e^{j\varphi_{El}} + \vec{\psi}_R \frac{d\varphi_{El}}{dt} \frac{d}{d\varphi_{El}} e^{j\varphi_{El}} \right) e^{-j\varphi_{El}} \quad (2.6)$$

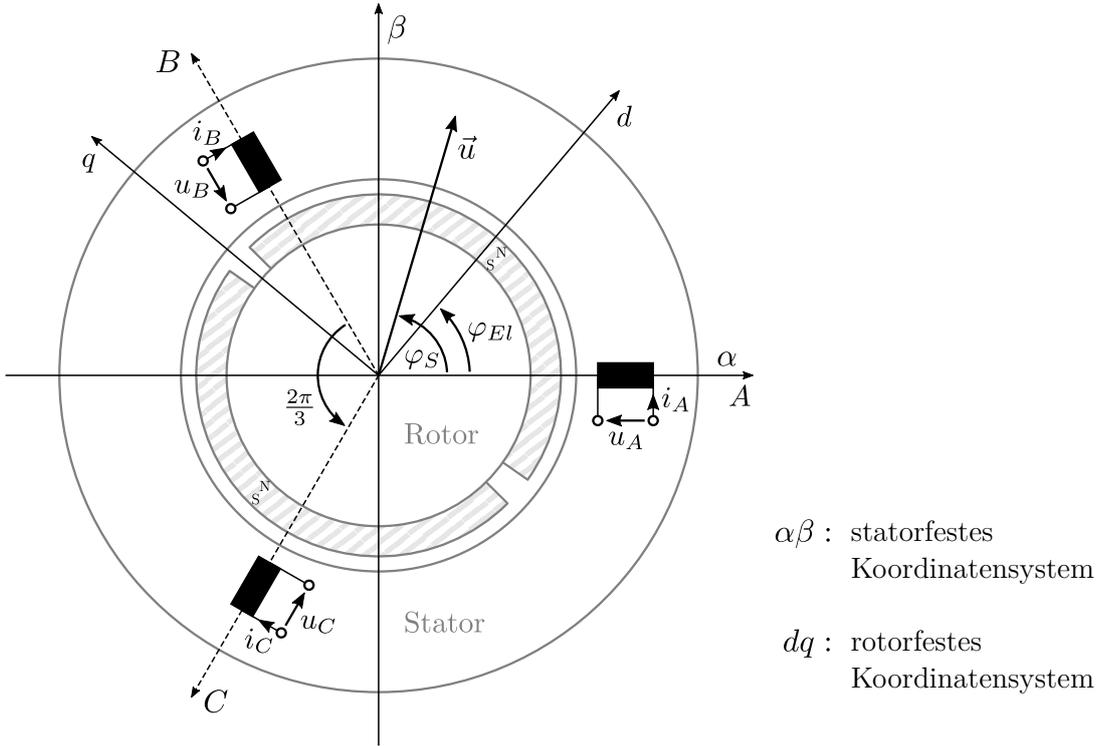


Abbildung 2.3: Idealisierte Darstellung der zweipoligen permanentmagneterregten Synchronmaschine mit oberflächenmontierten Magneten.

Die zeitliche Ableitung des elektrischen Drehwinkels entspricht dabei der elektrischen Winkelgeschwindigkeit $\omega_{EL} = \frac{d\varphi_{EL}}{dt}$. Somit lässt sich Gleichung 2.6 wie folgt vereinfachen.

$$\vec{u}_R = R\vec{i}_R + \frac{d\vec{\psi}_R}{dt} + j\omega_{EL}\vec{\psi}_R \quad (2.7)$$

Separiert man den komplexen Raumzeiger aus Gleichung 2.7 nach $\vec{u}_R = u_d + ju_q$ in Real- und Imaginärteil, erhält man zwei Spannungsgleichungen im rotorfesten dq -System.

$$u_d = Ri_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_{EL}\psi_q \quad (2.8)$$

$$u_q = Ri_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_{EL}\psi_d \quad (2.9)$$

Die magnetischen Flüsse ψ_d und ψ_q werden durch die Ströme i_d , i_q und den magnetischen Fluss des Permanentmagneten ψ_{PM} verursacht. Aufgrund der Flussorientierung des permanentmagneten im rotorfesten dq -System trägt dieser ausschließlich zum magnetischen Fluss der d-Komponente ψ_d bei. Mit den Induktivitäten L_d und L_q erhält man damit:

$$\psi_d = L_d i_d + \psi_{PM} \quad (2.10)$$

$$\psi_q = L_q i_q \quad (2.11)$$

Die stromabhängigen Rotorspannungsgleichungen erhält man durch Einsetzen der magnetischen

Flüsse ψ_d und ψ_q in Gleichung 2.8 und 2.9. Dabei ist der Fluss des Permanentmagneten ψ_{PM} im rotorfesten dq -System konstant und zeitinvariant, wodurch seine zeitliche Ableitung $\frac{d\psi_{PM}}{dt}$ null wird. Es folgt:

$$u_d = Ri_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_{El} L_q i_q \quad (2.12)$$

$$u_q = Ri_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_{El} L_d i_d + \omega_{El} \psi_{PM} \quad (2.13)$$

Das mechanisch erzeugte Drehmoment des Motors M_{Me} kann nach [24] aus dem konjugiert komplexen magnetischen Fluss des Rotors ψ_R^* und dem Rotorstrom i_R berechnet werden. Da die ursprünglichen Spannungsgleichungen amplitudeninvariant transformiert wurden, tritt bei leistungsbezogenen Größen wie dem Drehmoment ein Faktor von $3/2$ auf.

$$M_{Me} = \frac{3}{2} z_P \operatorname{Im} \{ \vec{\psi}_R^* \vec{i}_R \} = \frac{3}{2} z_P (\psi_d i_q - \psi_q i_d) = \frac{3}{2} z_P (\psi_{PM} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) \quad (2.14)$$

In permanentmagneterregten Synchronmaschinen mit oberflächenmontierten Magneten sind die Werte der Längsinduktivität L_d und der Querinduktivität L_q aufgrund des konstanten Luftspalts und symmetrischer Flussführung in guter Näherung identisch und konstant. Damit wird das mechanische Drehmoment nach Gleichung 2.14 ausschließlich durch die Querkomponente des Rotorstroms i_q erzeugt. Die Winkelbeschleunigung des Rotors erfolgt in Abhängigkeit des Lastdrehmoments M_L an der Motorwelle und dem vom Motor entwickelten mechanischen Drehmoments M_{Me} über dem Trägheitsmoment J_T .

$$\alpha_{Me} = \frac{d\omega_{Me}}{dt} = \frac{1}{J_T} (M_{Me} - M_L) \quad (2.15)$$

Für die in Kapitel 3 untersuchte Regelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine wird eine Frequenzbereichsdarstellung der Gleichungen 2.12 und 2.13 benötigt. Dazu werden die Rotorspannungsgleichungen LAPLACE transformiert. Unter Vernachlässigung der Anfangsbedingungen kann man alle Zeitableitungen $\frac{d}{dt}$ durch eine Multiplikation mit der komplexen Kreisfrequenz s ersetzen. Damit erhält man nachfolgende Ströme im rotorfesten dq -System.

$$i_d(s) = \frac{1/R}{1 + sL_d/R} (u_d(s) + \omega_{El} L_q i_q(s)) \quad (2.16)$$

$$i_q(s) = \frac{1/R}{1 + sL_q/R} (u_q(s) - \omega_{El} L_d i_d(s) - \omega_{El} \psi_{PM}) \quad (2.17)$$

Aus den Gleichungen 2.16 und 2.17 lässt sich der Signalflussplan aus Abbildung 2.4 ableiten. Dabei zeigt sich, dass die Rotorströme $i_d(s)$ und $i_q(s)$ nicht unabhängig voneinander über die entsprechenden Rotorspannungen $u_d(s)$ und $u_q(s)$ eingestellt werden können, da eine Kreuzverkopplung über die Induktivitäten vorliegt. Die Kopplung zwischen d -Strom und q -Strom kann durch Spannungsvorsteuerung eliminiert werden [24, 30]. Damit kann sowohl die drehmomentbildende Querstromkomponente i_q , als auch die flussbildende Längsstromkomponente i_d unabhängig voneinander mit separaten Reglern geregelt werden.

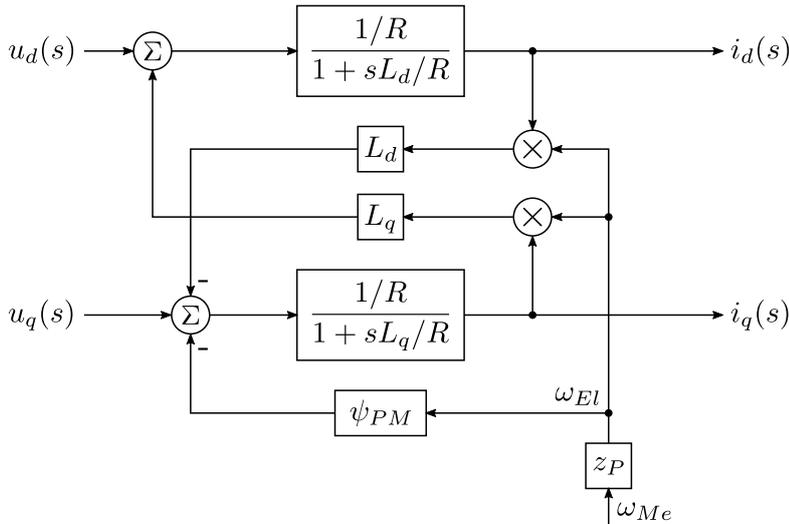
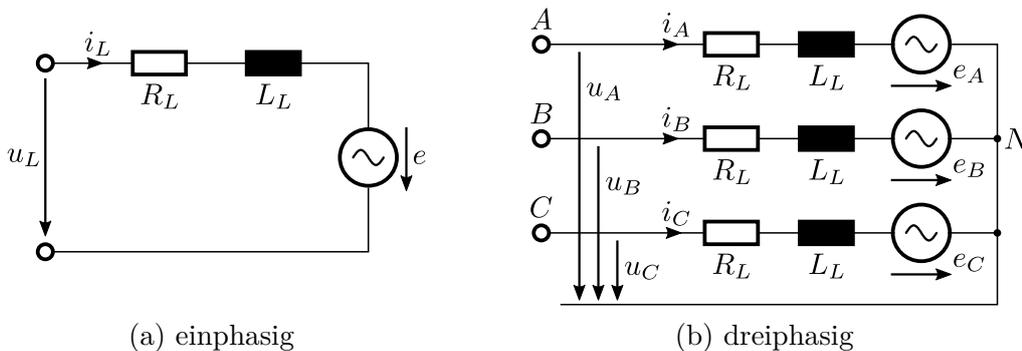


Abbildung 2.4: Signalflussplan der permanentmagneterregten Synchronmaschine nach [24].

2.2.2 Standardlast eines Stromrichters

Stromrichter nehmen aufgrund ihrer geringen Verluste und der hohen Flexibilität eine immer wichtigere Rolle bei der Wandlung elektrischer Energie ein. Daraus resultiert ein breites Spektrum an Quellen und Lasten. Umso bemerkenswerter ist die Tatsache, dass alle energietechnisch relevanten Quellen und Lasten von Stromrichtern auf ein gemeinsames elektrisches Ersatzschaltbild zurückgeführt werden können. Dieses gilt sowohl für elektrische Maschinen als auch für Transformatoren und das Versorgungsnetz. Das Ersatzschaltbild besteht pro Phase aus der Serienschaltung aus dem Widerstand R_L , der Induktivität L_L sowie der Wechselspannungsquelle e und wird als Standardlast des Stromrichters bezeichnet. Diese Definition wird in [1] sowohl für ein einphasiges, als auch ein dreiphasiges System eingeführt, was in Abbildung 2.5 dargestellt ist. Es wird im Weiteren angenommen, dass die Spannungsquellen e , e_A , e_B und e_C einen sinusförmigen Verlauf mit variabler Amplitude und Frequenz aufweisen. Die Ersatzschaltung wird außerdem als symmetrisch angenommen. Somit sind die Werte aller Widerstände und Induktivitäten identisch. Durch diese Annahmen können alle auftretenden Signalverzerrungen und Asymmetrien auf den Stromrichter zurückgeführt werden. Die Gültigkeit des allgemeinen



(a) einphasig

(b) dreiphasig

Abbildung 2.5: Standardlast des Stromrichters nach [1].

dreiphasigen Ersatzschaltbilds aus Abbildung 2.5(b) wird nachfolgend für den Spezialfall der permanentmagneterregten Synchronmaschine aus Abbildung 2.3 abgeleitet. Dabei gilt äquivalent zum vereinfachten zweiphasigen Modell, dass sich die Phasenspannungen u_A , u_B und u_C durch den ohmschen Spannungsabfall der Wicklung und der zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses ergeben. Der magnetische Fluss wird durch Ströme in den Wicklungen und dem magnetischen Fluss des Permanentmagneten hervorgerufen. Der magnetische Fluss, der aus den Wicklungsströmen i_A , i_B und i_C resultiert, kann ebenso über die Selbstinduktivitäten L_A , L_B und L_C , sowie die Koppelinduktivitäten L_{AB} , L_{AC} und L_{BC} der Wicklungen dargestellt werden. Dadurch erhält man für die Phasenspannungen folgendes Gleichungssystem.

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_A & 0 & 0 \\ 0 & R_B & 0 \\ 0 & 0 & R_C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_A & -L_{AB} & -L_{AC} \\ -L_{AB} & L_B & -L_{BC} \\ -L_{AC} & -L_{BC} & L_C \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{PMA} \\ \psi_{PMB} \\ \psi_{PMC} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Im Weiteren wird angenommen, dass der Wicklungswiderstand R_A , R_B sowie R_C aller Stränge gleich R_S ist und die Selbstinduktivitäten L_A , L_B sowie L_C der Wicklungen identisch mit L_S sind. Wenn die elektrische Maschine einen magnetischen Kreis besitzt, der nicht vom Drehwinkel abhängt, sind aufgrund der Maschinensymmetrie alle Koppelinduktivitäten L_{AB} , L_{AC} und L_{BC} zwischen den Phasen identisch der Hauptinduktivität L_H .

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = R_S \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_S & -L_H & -L_H \\ -L_H & L_S & -L_H \\ -L_H & -L_H & L_S \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{PMA} \\ \psi_{PMB} \\ \psi_{PMC} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Für die dreiphasige Sternschaltung ist die Summe der Phasenströme nach der KIRCHHOFFSCHEN-Knotenregel gleich Null.

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (2.20)$$

Damit vereinfacht sich die Induktivitätsmatrix. Außerdem kann man die zeitlichen Ableitungen des Permanentmagneten als Spannungsquellen e_A , e_B und e_C darstellen.

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \underbrace{R_S}_{R_L} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \underbrace{(L_S + L_H)}_{L_L} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \\ e_C \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Aus Gleichung 2.21 ist ersichtlich, dass die permanentmagneterregte Synchronmaschine der Ersatzschaltung aus Abbildung 2.5(b) entspricht.

Das Modell der Standardlast ist natürlich nicht uneingeschränkt gültig. Allerdings deckt es den regelungstechnisch relevanten Frequenzbereich bis etwa 10 kHz in guter Näherung ab. Für höhere Frequenzanteile, die beispielsweise beim schnellen Schalten der Halbleiter auftreten, müssen erweiterte Ersatzschaltbilder mit kapazitiven Kopplungen berücksichtigt werden [16, 31], die ausführlich in Kapitel 5 untersucht werden.

2.3 Zweilevel Stromrichter mit Spannungszwischenkreis

Der in Abbildung 2.6 dargestellte 2-Level Stromrichter mit Spannungszwischenkreis ist die am häufigsten eingesetzte Topologie zur Ansteuerung elektrischer Antriebe. Für Drehstromantriebe besteht der Stromrichter aus drei Halbbrücken, die sich aus jeweils zwei Halbleiterschaltenelementen S_+ und S_- zusammensetzen. Jedes Halbleiterschaltenelement S_x wird über ein Steuersignal s_x angesteuert und besteht aus der Parallelschaltung eines IGBTs T_x mit einer Diode D_x , um einen bidirektionalen Energiefluss zu ermöglichen. Bei positivem Phasenausgangsstrom i_A fließt der Strom je nach Schalterstellung entweder über den IGBT T_{A+} oder über die Diode D_{A-} . Umgekehrt fließt der Strom bei negativem Phasenstrom i_A in Abhängigkeit der Schalterstellung über den IGBT T_{A-} oder über die Diode D_{A+} . Die Mittelpunktspannungen u_{A0} , u_{B0} und u_{C0} werden durch das Schalten der Halbleiter aus der Zwischenkreisspannung u_d erzeugt. Je nach Last fließt damit ein Zwischenkreisstrom i_d , sowie die Phasenströme i_A , i_B und i_C .

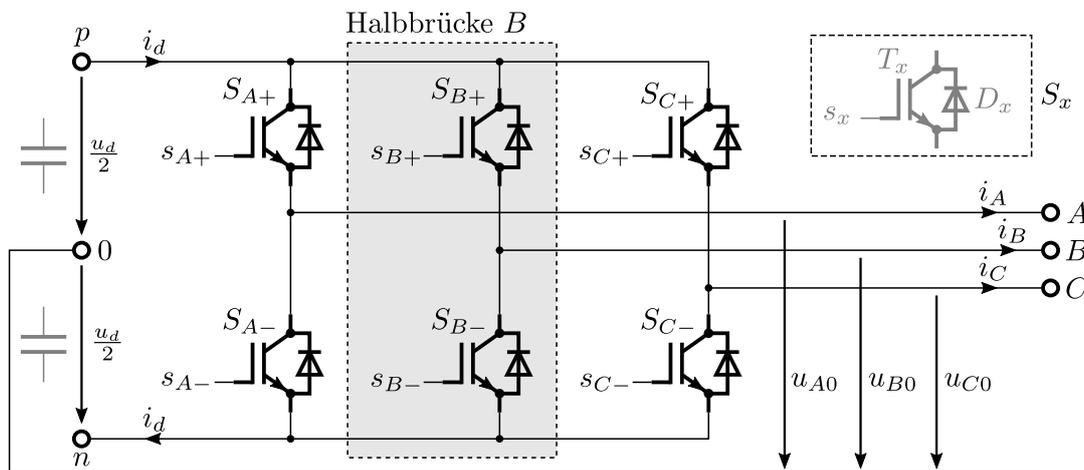


Abbildung 2.6: Dreiphasiger 2-Level Stromrichter mit Spannungszwischenkreis.

Zur vereinfachten Beschreibung definiert man, dass der IGBT eingeschaltet ist, wenn das Steuersignal den Wert eins besitzt und ausgeschaltet ist, wenn es den Wert null annimmt. Für jeden Brückenast ergeben sich in Abhängigkeit der Steuersignale s_x vier mögliche Schaltzustände, die nach [1] für die Halbbrücke A wie folgt definiert sind.

1. $s_{A+} = 0$ und $s_{A-} = 0$: Der Phasenstrom i_A fließt abhängig vom Vorzeichen im oberen Schaltelement S_{A+} oder im unteren S_{A-} . Die Mittelpunktspannung u_{A0} hängt damit von der Stromrichtung ab. Dieser Zustand wird in der Regel nur als Ruhezustand verwendet.
2. $s_{A+} = 1$ und $s_{A-} = 0$: Der Phasenstrom i_A fließt unabhängig vom Vorzeichen im oberen Schaltelement S_{A+} und die Mittelpunktspannung u_{A0} beträgt $u_d/2$.
3. $s_{A+} = 0$ und $s_{A-} = 1$: Der Phasenstrom i_A fließt unabhängig vom Vorzeichen im unteren Schaltelement S_{A-} und die Mittelpunktspannung u_{A0} beträgt $-u_d/2$.
4. $s_{A+} = 1$ und $s_{A-} = 1$: Dieser Zustand bewirkt einen Kurzschluss des Zwischenkreis und ist unter allen Umständen zu vermeiden.

Setzt man ausschließlich Schaltzustände ein, in denen genau ein Schalter eingeschaltet ist (2. und 3.), kann mit den Schaltfunktionen s_{A+} und s_{A-} die Mittelpunktsspannung u_{A0} berechnet werden. Die Beschreibung der Phasen B und C erfolgt identisch.

$$u_{A0} = (s_{A+} - s_{A-}) \frac{u_d}{2} \quad u_{B0} = (s_{B+} - s_{B-}) \frac{u_d}{2} \quad u_{C0} = (s_{C+} - s_{C-}) \frac{u_d}{2} \quad (2.22)$$

Unter diesen Voraussetzungen können die Halbbrücken durch ideale Schalter ersetzt werden, was in Abbildung 2.7 dargestellt ist. Die dabei auftretende Potentialdifferenz zwischen dem Sternpunkt N der Last und dem Nullpotential 0 des Stromrichters wird im Weiteren als Sternpunktspannung u_{N0} bezeichnet. Die Ersatzschaltung ist grundlegend für viele weitere Untersuchungen dieser Arbeit. Deshalb ist eine mathematische Beschreibung aller auftretenden Spannungen und Ströme in Abhängigkeit der Schalterstellungen erforderlich.

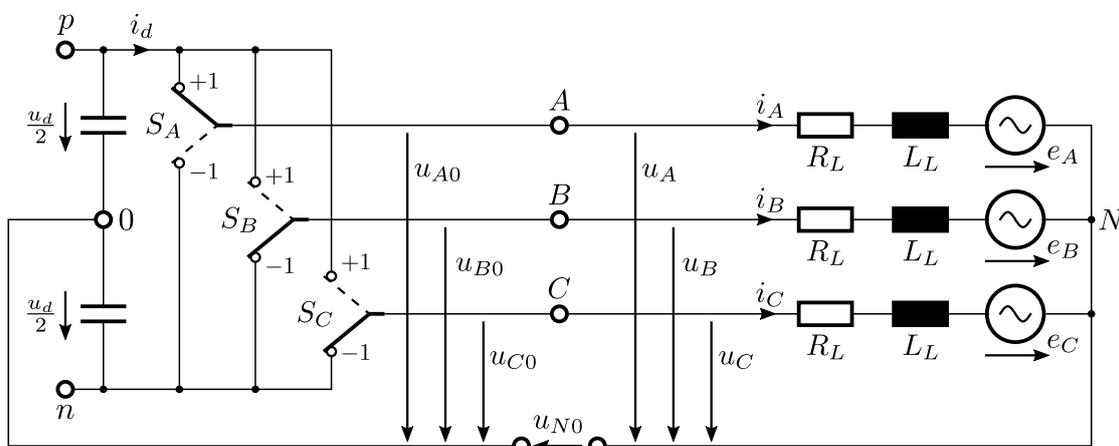


Abbildung 2.7: Dreiphasiger 2-Level Stromrichter mit Spannungszwischenkreis und idealen Schaltern an einer symmetrischen ohmsch-induktiven Last.

Je nach Schalterstellung ist der Phasenausgang entweder mit dem positiven p oder mit dem negativen n Zwischenkreispotential verbunden. Die Schaltfunktion s_A des idealen Schalters der Phase A ist plus Eins (+1) für $s_{A+} = 1$ und minus Eins (-1) für $s_{A-} = 1$. Das selbe gilt für die Phasen B und C:

$$s_A = s_{A+} - s_{A-} \quad s_B = s_{B+} - s_{B-} \quad s_C = s_{C+} - s_{C-} \quad (2.23)$$

Die definierten Schaltstellungen erzwingen, dass immer ein Schalter aktiv ist und die Summe des oberen und unteren Steuersignals $s_{A+} + s_{A-} = 1$ ist. Damit kann man die oberen Steuersignale wie folgt ausdrücken.

$$s_{A+} = \frac{1 + s_A}{2} \quad s_{B+} = \frac{1 + s_B}{2} \quad s_{C+} = \frac{1 + s_C}{2} \quad (2.24)$$

Die Mittelpunktsspannungen aus Gleichung 2.22 können als Produkt der Schaltfunktionen und der halben Zwischenkreisspannung $u_d/2$ dargestellt werden.

$$u_{A0} = s_A \frac{u_d}{2} \quad u_{B0} = s_B \frac{u_d}{2} \quad u_{C0} = s_C \frac{u_d}{2} \quad (2.25)$$

Die Differenzen aus den Mittelpunktspannungen aus Gleichung 2.25 ergeben die verketteten Spannungen u_{AB} , u_{BC} und u_{CA} .

$$u_{AB} = (s_A - s_B) \frac{u_d}{2} \quad u_{BC} = (s_B - s_C) \frac{u_d}{2} \quad u_{CA} = (s_C - s_A) \frac{u_d}{2} \quad (2.26)$$

Der Zwischenkreisstrom i_d ergibt sich aus den Phasenströmen i_A , i_B und i_C , welche über die Schalter mit dem positiven Zwischenkreispotential p verbunden sind.

$$\begin{aligned} i_d &= s_A i_A + s_B i_B + s_C i_C = \frac{1 + s_A}{2} i_A + \frac{1 + s_B}{2} i_B + \frac{1 + s_C}{2} i_C \\ &= \frac{1}{2} (i_A + i_B + i_C) + \frac{1}{2} (s_A i_A + s_B i_B + s_C i_C) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Durch Anwenden der Knotenregel aus Gleichung 2.20 vereinfacht sich die Gleichung 2.27 des Zwischenkreisstroms i_d .

$$i_d = \frac{1}{2} (s_A i_A + s_B i_B + s_C i_C) \quad (2.28)$$

Ist die Last des Stromrichters wie in Abbildung 2.7 dargestellt in Stern geschaltet, lassen sich die Phasenspannungen u_A , u_B und u_C aus den Mittelpunktspannungen und der Sternpunktspannung u_{N0} mit der KIRCHHOFFSCHEN-Maschenregel bestimmen.

$$u_A = u_{A0} - u_{N0} \quad u_B = u_{B0} - u_{N0} \quad u_C = u_{C0} - u_{N0} \quad (2.29)$$

Im allgemeinen kann die Sternpunktspannung in Abhängigkeit der Last einen beliebigen Verlauf annehmen. In den meisten praktischen Anwendungen findet man symmetrische Lasten vor. Dabei sind alle Phasenwiderstände R_L und alle Phaseninduktivitäten L_L identisch.

$$R_L i_A + L_L \frac{di_A}{dt} + e_A = u_{A0} - u_{N0} \quad (2.30)$$

$$R_L i_B + L_L \frac{di_B}{dt} + e_B = u_{B0} - u_{N0} \quad (2.31)$$

$$R_L i_C + L_L \frac{di_C}{dt} + e_C = u_{C0} - u_{N0} \quad (2.32)$$

Addiert man die drei Gleichungen, erhält man mit der Knotenregel aus Gleichung 2.20 folgenden Zusammenhang.

$$R_L \underbrace{(i_A + i_B + i_C)}_{=0} + L_L \underbrace{\left(\frac{di_A}{dt} + \frac{di_B}{dt} + \frac{di_C}{dt} \right)}_{=0} + e_A + e_B + e_C = u_{A0} + u_{B0} + u_{C0} - 3u_{N0} \quad (2.33)$$

Die Gegeninduktionsspannungen e_A , e_B und e_C weisen nach [1] in der Regel keine Gleichtakt-komponenten auf. Damit ist die Summe der Gegeninduktionsspannungen zu jedem Zeitpunkt

Null und die Sternpunktspannung u_{N0} vereinfacht sich wie folgt.

$$u_{N0} = \frac{1}{3}(u_{A0} + u_{B0} + u_{C0}) \quad (2.34)$$

Ersetzt man die Mittelpunktspannungen mit Gleichung 2.25, erhält man die Sternpunktspannung in Abhängigkeit der Steuersignale.

$$u_{N0} = (s_A + s_B + s_C) \frac{u_d}{6} \quad (2.35)$$

Für symmetrische Lasten, bei denen die Gegeninduktionsspannungen keine Gleichtaktkomponenten enthalten, lassen sich die Phasenspannungen aus Gleichung 2.29 mit der Sternpunktspannung aus Gleichung 2.34 berechnen. Ersetzt man anschließend die Mittelpunktspannungen durch Gleichung 2.25, erhält man die von den Steuersignalen abhängigen Phasenspannungen.

$$u_A = (2s_A - s_B - s_C) \frac{u_d}{6} \quad u_B = (2s_B - s_A - s_C) \frac{u_d}{6} \quad u_C = (2s_C - s_A - s_B) \frac{u_d}{6} \quad (2.36)$$

Die drei idealen Schalter s_A , s_B und s_C ermöglichen insgesamt $2^3 = 8$ unterschiedliche Stromrichterzustände Z_n . Diese sind für eine symmetrische und gleichtaktfreie Last mit den zugehörigen Spannungen in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

Tabelle 2.1: Schaltzustände und Spannungen des dreiphasigen 2-Level Stromrichters mit Spannungszwischenkreis.

Zustand Z_n	Steuersignale			Spannungen						
	s_A	s_B	s_C	u_{A0}	u_{B0}	u_{C0}	u_A	u_B	u_C	u_{N0}
0	-1	-1	-1	$-\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{2}u_d$	0	0	0	$-\frac{1}{2}u_d$
1	+1	-1	-1	$\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{2}u_d$	$\frac{2}{3}u_d$	$-\frac{1}{3}u_d$	$-\frac{1}{3}u_d$	$-\frac{1}{6}u_d$
2	+1	+1	-1	$\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{3}u_d$	$\frac{1}{3}u_d$	$-\frac{2}{3}u_d$	$\frac{1}{6}u_d$
3	-1	+1	-1	$-\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{3}u_d$	$\frac{2}{3}u_d$	$-\frac{1}{3}u_d$	$-\frac{1}{6}u_d$
4	-1	+1	+1	$-\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{2}{3}u_d$	$\frac{1}{3}u_d$	$\frac{1}{3}u_d$	$\frac{1}{6}u_d$
5	-1	-1	+1	$-\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{3}u_d$	$-\frac{1}{3}u_d$	$\frac{2}{3}u_d$	$-\frac{1}{6}u_d$
6	+1	-1	+1	$\frac{1}{2}u_d$	$-\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{3}u_d$	$-\frac{2}{3}u_d$	$\frac{1}{3}u_d$	$\frac{1}{6}u_d$
7	+1	+1	+1	$\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{2}u_d$	$\frac{1}{2}u_d$	0	0	0	$\frac{1}{2}u_d$

Aus Tabelle 2.1 ist ersichtlich, dass bei den Mittelpunktspannungen zwei, bei den Phasenspannungen fünf und bei der Sternpunktspannung vier Spannungsniveaus auftreten. Mit den Schaltzuständen Z_0 und Z_7 werden die Phasenausgänge kurzgeschlossen, wodurch eine Phasenspannung von Null resultiert. Aus diesem Grund bezeichnet man die Schaltzustände Z_0 und Z_7 als Nullzustände. Die Schaltzustände ($Z_1 \dots Z_6$) werden hingegen als spannungsbildende Zustände bezeichnet.

2.3.1 Kurzzeitiger Mittelwert

Die bisherigen Gleichungen des dreiphasigen Stromrichters sind exakt. Das heißt, wenn die Schaltfunktionen s_A , s_B und s_C mathematisch genau dargestellt werden können, ist auch das Ergebnis der Berechnungen exakt. Die genaue Darstellung der Schaltfunktionen ist aber relativ aufwändig und führt auf doppelte FOURIER-Reihen [32–34]. In vielen Fällen genügt es anfänglich die über eine Abtastperiode T des Stromrichters gemittelten Signale \bar{x} der Spannungen und Ströme zu analysieren.

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(\tau) d\tau \quad (2.37)$$

Ein Vergleich mit der exakten Beschreibung der Schaltfunktion zeigt dabei, dass der kurzzeitige Mittelwert in guter Näherung der Grundwelle des Sollwertsignals entspricht, wenn die Abtastzeit deutlich kleiner als die Periodendauer der Sollwertfunktion (Modulationsfunktion) $T \ll T_M$ ist. Bevor die aufwändigen Schaltfunktionen abgeleitet werden, ist es hilfreich eine Beschreibung des Stromrichters über zeitkontinuierliche Modulationsfunktionen durchzuführen.

2.3.2 Zeitkontinuierliche Beschreibung mit der Modulationsfunktion

Bei der zeitkontinuierlichen Beschreibung ersetzt man die Momentanwerte in den Gleichungen durch kurzzeitige Mittelwerte. Dabei wird angenommen, dass sich die Zwischenkreisspannung in einer Abtastperiode nicht nennenswert ändert und als konstant angenommen werden kann. Das gleiche gilt für die Phasenströme, die sich durch den Tiefpasscharakter der ohmsch-induktiven Last nicht sprunghaft ändern können. Die zeitlich gemittelte Mittelpunktspannung \bar{u}_{A0} lässt sich damit wie folgt aus Gleichung 2.25 darstellen.

$$\bar{u}_{A0} = s_A \frac{\bar{u}_d}{2} = \bar{s}_A \frac{\bar{u}_d}{2} \quad (2.38)$$

Der zeitliche Mittelwert der Schaltfunktion \bar{s}_A wird im Weiteren durch die zeitkontinuierliche Modulationsfunktion m_A , die proportional zum Spannungssollwert ist, ersetzt. Außerdem wird in der gesamten Arbeit davon ausgegangen, dass die gemittelte Zwischenkreisspannung \bar{u}_d einer vernachlässigbaren Spannungsschwankung unterliegt, weshalb diese im Folgenden durch die Gleichspannung U_d dargestellt wird. Aus Gleichung 2.25 folgt damit:

$$\bar{u}_{A0} = m_A \frac{U_d}{2} \quad \bar{u}_{B0} = m_B \frac{U_d}{2} \quad \bar{u}_{C0} = m_C \frac{U_d}{2} \quad (2.39)$$

Für den Zwischenkreisstrom aus Gleichung 2.28 folgt:

$$\bar{i}_d = \frac{1}{2} (m_A \bar{i}_A + m_B \bar{i}_B + m_C \bar{i}_C) \quad (2.40)$$

Die Sternpunktspannung aus Gleichung 2.35 ergibt:

$$\bar{u}_{N0} = (m_A + m_B + m_C) \frac{U_d}{6} \quad (2.41)$$

Ebenso können die Phasenspannungen aus Gleichung 2.36 mit den zeitkontinuierlichen Modulationsfunktionen dargestellt werden.

$$\begin{aligned}\bar{u}_A &= (2m_A - m_B - m_C) \frac{U_d}{6} & \bar{u}_B &= (2m_B - m_A - m_C) \frac{U_d}{6} \\ \bar{u}_C &= (2m_C - m_A - m_B) \frac{U_d}{6}\end{aligned}\tag{2.42}$$

Die Modulationsfunktion ist häufig sinusförmig, kann im Allgemeinen aber einen beliebigen Zeitverlauf annehmen. Entscheidend ist, dass die Modulationsfunktion einen begrenzten Wertebereich zwischen $[-1, 1]$ aufweist. Das Einhalten des Wertebereichs ist notwendig, um die Gültigkeit der vereinfachten Berechnung sicherzustellen, da die Mittelpunktspannung des Stromrichters durch die Zwischenkreisspannung ebenfalls auf $\pm U_d/2$ begrenzt ist. Ein Sollwert größer Eins könnte somit vom realen Stromrichter nicht ausgegeben werden.

2.3.3 Sollwertsignale und Modulationsverfahren

Ziel des Modulationsverfahrens bei Stromrichtern mit Spannungszwischenkreis ist es, in einer Schaltperiode der Halbleiter die gewünschte mittlere Phasenspannung einzustellen. Erreicht wird dies durch die Variation der Halbleitereinschaltzeiten. Dabei unterscheidet man grundsätzlich zwischen der Grundfrequenztaktung und den Trägerverfahren (Unterschwingungsverfahren) [1, 24]. Bei der Grundfrequenztaktung entspricht die Schaltfrequenz der Halbleiter der Grundfrequenz des Sollwertsignals. Mit diesem einfachen Verfahren erhält man die kleinstmögliche Schaltfrequenz. Sie führt aber auch zu einem sehr hohen Oberwellengehalt in den Phasenströmen und wird deshalb nicht weiter betrachtet. Die Trägerverfahren erzeugen die Schaltsignale der Halbleiter hingegen durch einen Vergleich des Sollwertsignals mit einem höherfrequenten Trägersignal. Dabei ist die Schaltfrequenz der Halbleiter identisch mit der Frequenz des Trägersignals. Die über eine Taktperiode gemittelte Phasenspannung entspricht in guter Näherung dem gewünschten Sollwert, solange die Trägerfrequenz deutlich größer als die größte im Sollwertsignal enthaltene Frequenz ist. Unter diesen Voraussetzungen ist eine vereinfachte zeitkontinuierliche Beschreibung möglich.

Unabhängig vom Modulationsverfahren wird in vielen Anwendungen von der Last des Stromrichters eine sinusförmige Phasenspannung bzw. ein sinusförmiger Phasenstrom benötigt. Deshalb ist es sinnvoll den Modulationsgrad M zu definieren, der das Verhältnis zwischen dem Scheitelwert der Phasenspannung $\hat{u}_{A/B/C}$ zur konstanten halben Zwischenkreisspannung $U_d/2$ beschreibt.

$$M = \frac{\hat{u}_{A/B/C}}{U_d/2}\tag{2.43}$$

In realen Stromrichtern besteht die Phasenspannung aus einer Vielzahl von Frequenzkomponenten. Bezieht man den Modulationsgrad auf die Grundwelle der Phasenspannung, kann man die Definition aufrecht erhalten.

Sinusmodulation

In vielen Anwendungen sind die stationären Sollwertsignale sinusförmig und weisen im dreiphasigen System eine Phasenverschiebung um je $\frac{2\pi}{3}$ rad auf. Unter diesen Voraussetzungen kann mit dem Modulationsgrad M , der Modulationskreisfrequenz ω_M und dem Phasenwinkel φ_M die allgemeine sinusförmige Modulationsfunktionen $m(t)$ definiert werden.

$$m(t) = M \sin(\omega_M t + \varphi_M) \quad \text{mit } |M| \leq 1 \quad (2.44)$$

Setzt man für die Phasenwinkel φ_M des Modulationssignals die Werte $\varphi_{M_A} = 0$, $\varphi_{M_B} = -2\pi/3$ und $\varphi_{M_C} = 2\pi/3$ ein, erhält man aus Gleichung 2.39 ein dreiphasiges Spannungssystem (Drehspannungssystem).

$$\bar{u}_{A0} = \frac{U_d}{2} M \sin(\omega_M t) \quad (2.45)$$

$$\bar{u}_{B0} = \frac{U_d}{2} M \sin\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.46)$$

$$\bar{u}_{C0} = \frac{U_d}{2} M \sin\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.47)$$

Die drei phasenverschobenen Mittelpunktspannungen \bar{u}_{A0} , \bar{u}_{B0} und \bar{u}_{C0} können wie die Statorspannungen der Synchronmaschine mit Gleichung 2.2 in das amplitudeninvariante statorfeste $\alpha\beta$ -System transformiert werden.

$$\bar{u}_S = \frac{2}{3} \left(\bar{u}_{A0} + \bar{u}_{B0} e^{j\frac{2\pi}{3}} + \bar{u}_{C0} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right) \quad (2.48)$$

Durch Einsetzen der Mittelspannungsgleichungen \bar{u}_{A0} , \bar{u}_{B0} und \bar{u}_{C0} erhält man unter Verwendung der EULERSCHEN-Identität $\sin(x) = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$ nach mehreren Umformungen folgende Gleichung.

$$\bar{u}_S = \frac{U_d}{2} M e^{j(\omega_M t - \frac{\pi}{2})} \quad (2.49)$$

Bei maximalem Modulationsgrad $M = 1$ der Sinusmodulation erhält man eine größtmögliche Statorspannungsamplitude von der halben Zwischenkreisspannung $U_d/2$.

Setzt man die Modulationsfunktion aus Gleichung 2.44 in die zeitlich gemittelte Sternpunktspannung aus Gleichung 2.41 ein, erhält man unter Berücksichtigung der Phasenwinkel:

$$\bar{u}_{N0} = M \left(\sin(\omega_M t) + \sin\left(\omega_M t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega_M t + \frac{2\pi}{3}\right) \right) \frac{U_d}{6} = 0 \quad (2.50)$$

Mit der EULERSCHEN-Identität $\sin(x) = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$ kann man zeigen, dass die mittlere Sternpunktspannung Null ist. Damit entsprechen bei der Sinusmodulation nach Gleichung 2.29 die mittleren Phasenspannungen \bar{u}_A , \bar{u}_B und \bar{u}_C den Mittelpunktspannungen \bar{u}_{A0} , \bar{u}_{B0} und \bar{u}_{C0} , was in Abbildung 2.10(a) dargestellt ist.

Raumzeigermodulation

Jeder Stromrichter mit Spannungszwischenkreis kann in Abhängigkeit der Schalterstellungen bestimmte Spannungsniveaus ausgeben. Die Variation der einzelnen Schaltzustände und deren Zeitdauer ermöglicht es, im zeitlichen Mittel einer Schaltperiode den vorgegebenen Spannungswert einzustellen. Die Raumzeigermodulation stellt den Sollwert des Stromrichters somit über die erlaubten Schalterstellungen ein und ist aus leistungselektronischer Sicht die natürlichste und intuitivste Art der Halbleiteransteuerung. Genau wie bei der Herleitung der permanentmagneterregten Synchronmaschine kann man die Momentanwerte der drei Phasenspannungen in Spannungsraumzeiger des statorfesten $\alpha\beta$ -Systems überführen. Zur Definition der Raumzeigermodulation ist in Abbildung 2.8(a) eine vereinfachte Darstellung des dreiphasigen Stromrichters mit idealen Schaltern abgebildet. Die damit einstellbaren Spannungsraumzeiger ($\vec{u}_0 \dots \vec{u}_7$) sind in Abbildung 2.8(b) dargestellt. Der dreiphasige Stromrichter erlaubt acht ($n = 0, 1, \dots, 7$) unterschiedliche Zustände Z_n . Unter den acht möglichen sind zwei Freilaufzustände Z_0 und Z_7 mit der Zeigerlänge null enthalten. Die sechs spannungsbildenden Raumzeiger ($Z_1 \dots Z_6$) mit den Zeigerlängen $\frac{2}{3}U_d$ spannen sechs gleiche Sektoren ($S_1 \dots S_6$) mit einem Öffnungswinkel von $\pi/3$ auf und bilden ein regelmäßiges Sechseck mit dem Inkreisradius $\frac{1}{\sqrt{3}}U_d$.

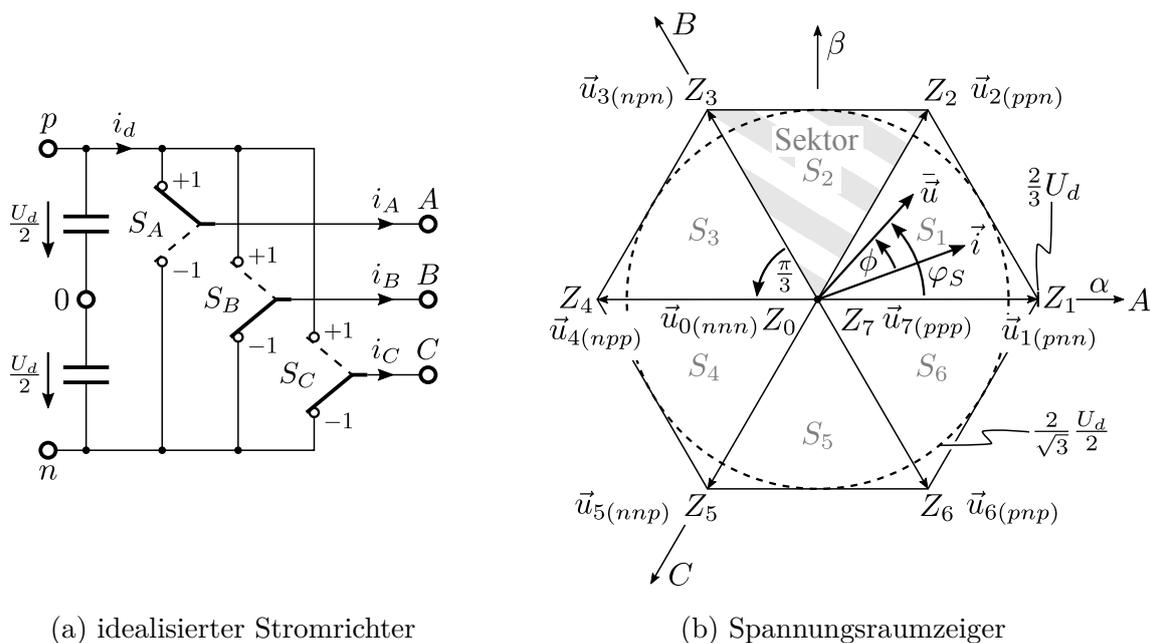


Abbildung 2.8: Dreiphasiger 2-Level Stromrichter mit Spannungszwischenkreis und idealen Schaltern bei konstanter Zwischenkreisspannung U_d und den damit möglichen Spannungsraumzeigern $\vec{u}_0 \dots \vec{u}_7$.

Zur vereinfachten Betrachtung der Raumzeigermodulation wird zunächst der zeitliche Mittelwert des Spannungsraumzeigers \vec{u}_S in einer Abtastperiode T gebildet. Dieser setzt sich aus der Summe der zeitlich gewichteten Spannungsraumzeiger \vec{u}_n innerhalb der Abtastperiode T zusammen.

$$\vec{u}_S = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \vec{u}(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \sum_n \vec{u}_n t_n \quad (2.51)$$

Zusätzlich muss die Summe der aktiven Einschaltzeiten t_n aller Zustände Z_n der Abtastzeit T entsprechen.

$$\sum_n t_n = T \quad (2.52)$$

Es ist immer möglich, den mittleren Spannungsraumzeiger $\bar{\vec{u}}$ aus den zwei benachbarten Spannungsraumzeigern und den Nullzeigern zu bilden. Dabei wird durch die Zeitdauer der aktiven Spannungsraumzeiger der Drehwinkel φ_S und die Länge $|\bar{\vec{u}}|$ des mittleren Spannungsraumzeigers $\bar{\vec{u}}$ festgelegt. Die maximale Länge des Spannungsraumzeigers über einer vollen Umdrehung ist durch den Inkreisradius in Abbildung 2.8(b) begrenzt. Der Kreis tangiert das Sechseck genau, wenn beide benachbarten Spannungsraumzeiger die halbe Abtastzeit aktiv und die Einschaltzeiten der Nullzustände gleich Null sind. Bildet man den Betrag aus Gleichung 2.51, kann mit den Spannungsraumzeigern $\vec{u}_1 = \frac{2}{3}U_d$ und $\vec{u}_2 = \frac{2}{3}U_d e^{j\pi/3}$ sowie den Einschaltzeiten $t_1 = t_2 = T/2$ im Sektor S_1 die maximale mittlere Zeigerlänge $|\bar{\vec{u}}|_{max}$ ohne Übermodulation berechnet werden.

$$|\bar{\vec{u}}_{Smax}| = \left| \frac{t_1}{T}\vec{u}_1 + \frac{t_2}{T}\vec{u}_2 \right| = \frac{1}{3}U_d \left| 1 + e^{j\pi/3} \right| = \frac{1}{3}U_d \left| 1 + \cos \frac{\pi}{3} + j \sin \frac{\pi}{3} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}U_d \quad (2.53)$$

Somit ist die maximale Amplitude der Phasenspannungen bei der Raumzeigermodulation um 15.47% größer als bei der Sinusmodulation.

Im Sektor S_1 wird ein beliebiger Spannungsraumzeiger mit den zeitlich skalierten Spannungsraumzeigern \vec{u}_1 und \vec{u}_2 gebildet.

$$\bar{\vec{u}}_S = \frac{t_1}{T}\vec{u}_1 + \frac{t_2}{T}\vec{u}_2 \quad (2.54)$$

Der mittlere Spannungsraumzeiger $\bar{\vec{u}}_S$ soll im Sektor S_1 mit der Amplitude $|\bar{\vec{u}}|$ und dem Statorwinkel φ_S liegen. Dann können über die Spannungsraumzeiger $\vec{u}_1 = \frac{2}{3}U_d$ und $\vec{u}_2 = \frac{2}{3}U_d e^{j\pi/3}$ die Einschaltzeiten t_1 und t_2 berechnet werden.

$$|\bar{\vec{u}}_S|e^{j\varphi_S} = \frac{1}{T}\frac{2}{3}U_d (t_1 + t_2 e^{j\pi/3}) \quad (2.55)$$

Bildet man den Real- und Imaginärteil der komplexen Gleichung 2.55, erhält man zwei reelle Gleichungen mit zwei Unbekannten. Mit dem Modulationsgrad $M = \frac{|\bar{\vec{u}}_S|}{U_d/2}$ aus Gleichung 2.43 ergeben sich daraus nach einigen Umformungen die Einschaltzeiten t_1 und t_2 im Sektor S_1 .

$$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}MT \sin\left(\frac{\pi}{3} - \varphi_S\right) \quad t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}MT \sin(\varphi_S) \quad (2.56)$$

Durch Berechnung der Einschaltzeiten in den Sektoren S_2 bis S_6 kann man zeigen, dass sich diese lediglich durch einen sektorabhängigen Winkel von denen im ersten Sektor S_1 unterscheiden. In Abhängigkeit vom Sektor S_m gilt dabei:

$$t_1(m) = \frac{\sqrt{3}}{2}MT \sin\left(m\frac{\pi}{3} - \varphi_S\right) \quad t_2(m) = \frac{\sqrt{3}}{2}MT \sin\left(\varphi_S - (m-1)\frac{\pi}{3}\right) \quad (2.57)$$

Die sektorabhängigen Einschaltzeiten aus Gleichung 2.57 sind zur einfacheren Zuordnung in Tabelle 2.2 dargestellt.

Tabelle 2.2: Einschaltzeiten des dreiphasigen 2-Level Stromrichters mit Spannungszwischenkreis in den sechs Sektoren.

Sektor	Einschaltzeiten					
S_m	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
1	$t_1(m=1)$	$t_2(m=1)$				
2		$t_1(m=2)$	$t_2(m=2)$			
3			$t_1(m=3)$	$t_2(m=3)$		
4				$t_1(m=4)$	$t_2(m=4)$	
5					$t_1(m=5)$	$t_2(m=5)$
6	$t_2(m=6)$					$t_1(m=6)$

Der Statorwinkel φ_S des mittleren Spannungsraumzeigers \vec{u}_S kann auch zeitabhängig sein und beispielsweise mit der Modulationskreisfrequenz ω_M rotieren ($\varphi_S = \omega_M t$). Sind die Zeiten t_1 und t_2 bekannt, kann nach Gleichung 2.52 die Summe der Nullzeiger Einschaltzeiten t_0 und t_7 bestimmt werden.

$$t_0 + t_7 = T - (t_1 + t_2) \quad (2.58)$$

Außerdem erhält man durch Einsetzen der Einschaltzeiten t_1 und t_2 in Gleichung 2.54 den mittleren Spannungsraumzeiger. Dieser gilt für jeden Sektor ($S_1 \dots S_6$).

$$\vec{u} = \frac{U_d}{2} M e^{j\varphi_S} \quad (2.59)$$

Wenn die Schaltzustände innerhalb einer Taktperiode berechnet sind, muss man noch die Reihenfolge definieren, in der die Zustände geschaltet werden. Das am häufigsten eingesetzte Verfahren verwendet dazu zwei aktive Zustände ($Z_1 \dots Z_6$) zur Spannungsbildung und beide Nullzustände mit gleicher Einschaltdauer $t_0 = t_7$ pro Abtastperiode T . In jeder Abtastperiode schalten alle drei Schalter einmal, was in Abbildung 2.9 dargestellt ist. Nach zwei Abtastperioden $2T$ hat jeder Schalter zweimal geschaltet. Dies entspricht der Schaltperiodendauer $T_S = 2T$, bzw. der Schaltfrequenz $f_S = 1/T_S$. Die Umkehrung der Ablaufreihenfolge am Ende der Abtastperiode erzeugt eine symmetrische Signalabfolge. Varianten der Raumzeigermodulation mit nur einem

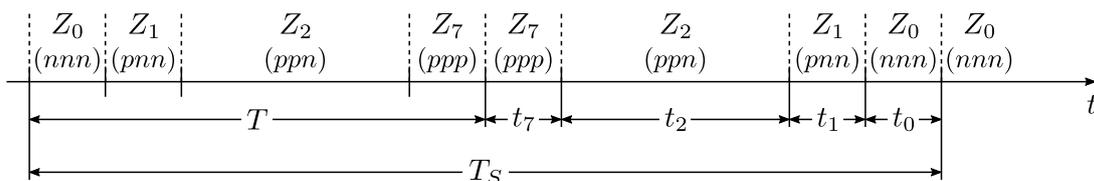


Abbildung 2.9: Zeitliche Abfolge der Schaltzustände Z_n innerhalb von zwei Abtastperioden $2T$ bei der Raumzeigermodulation im Sektor S_1 .

Nullzustand pro Taktperiode sind ebenfalls möglich. Damit reduziert sich die Taktfrequenz der Halbleiter auf zwei Drittel. Allerdings tritt dadurch gerade bei kleinen und mittleren Modulationsgraden ein erhöhter Oberwellengehalt der Phasenströme auf [1, 24].

Nach festlegen der Zustandsreihenfolge kann aus der Tabelle 2.1 die mittlere Sternpunktspannung im Sektor S_1 berechnet werden.

$$\bar{u}_{N0} = \frac{U_d}{2} \frac{1}{T} \left(-t_0 - \frac{t_1}{3} + \frac{t_2}{3} + t_7 \right) \quad (2.60)$$

Mit der festgelegten Konvention, dass beide Nullzustände die gleiche Einschaltdauer $t_0 = t_7$ aufweisen, kann man Gleichung 2.60 durch Einsetzen der Einschaltzeiten t_1 und t_2 vereinfachen.

$$\bar{u}_{N0} = \frac{U_d}{4} M \sin \left(\varphi_S - \frac{\pi}{6} \right) \quad (2.61)$$

Das gleiche Vorgehen ergibt ebenfalls die Sternpunktspannungen in den Sektoren S_2 bis S_6 . Die Ergebnisse sind sehr ähnlich und lassen sich als Funktion des Sektors m wie folgt darstellen.

$$\bar{u}_{N0}(m) = \frac{U_d}{4} M (-1)^{m+1} \sin \left(\varphi_S - (2m - 1) \frac{\pi}{6} \right) \quad (2.62)$$

Der Term $(-1)^{m+1}$ sorgt dafür, dass bei jedem Sektorübergang ein Vorzeichenwechsel der mittleren Sternpunktspannung auftritt. Dies führt zu einer annähernd dreieckförmigen Sternpunktspannung \bar{u}_{N0} in Abbildung 2.10(b). Die dreieckförmige Sternpunktspannung der Raumzeigermodulation wirkt als Gleichtaktkomponente und tritt lediglich in den Mittelpunktspannungen \bar{u}_{A0} , \bar{u}_{B0} und \bar{u}_{C0} auf. Im Gegensatz dazu bleiben die mittleren Phasenspannungen \bar{u}_A , \bar{u}_B und \bar{u}_C sinusförmig.

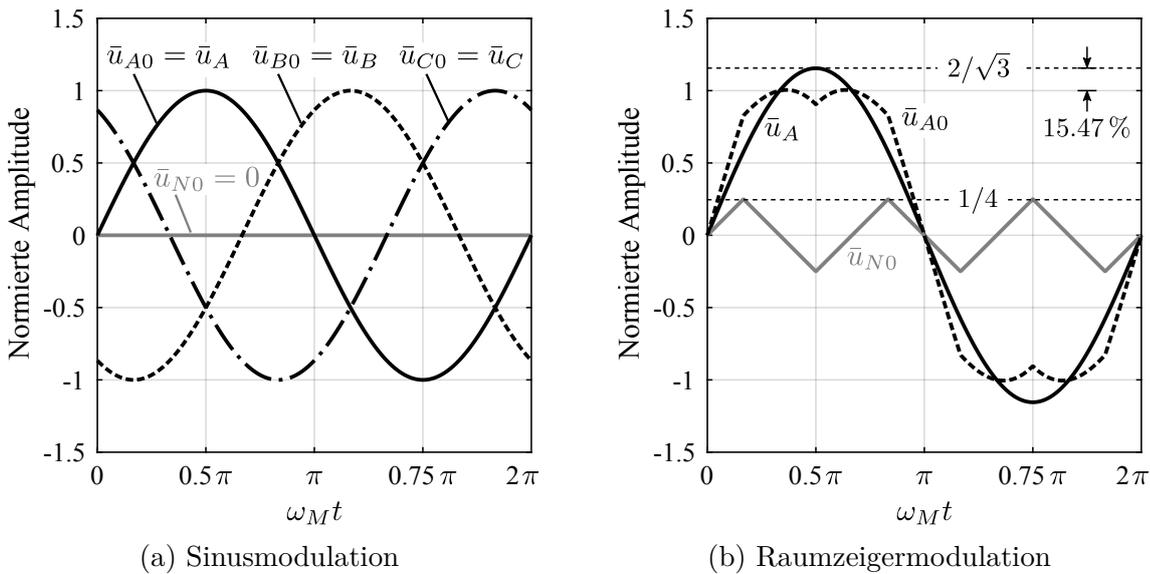


Abbildung 2.10: Simulierter Verlauf der mittleren Spannungen bei der Sinus- und Raumzeigermodulation mit maximalem Modulationsgrad M normiert auf die halbe Zwischenkreisspannung $U_d/2$.

2.4 Exakte Beschreibung der Schaltsignale des zweilevel Stromrichters

Die bisherigen Betrachtungen der Modulationsverfahren beruhen darauf, dass der Stromrichter mit Spannungszwischenkreis im zeitlichen Mittel die gewünschte Spannung am Phasenausgang bereitstellt. Für viele Überlegungen ist diese Vereinfachung zulässig und hilfreich. Allerdings tritt durch die schaltende Arbeitsweise des Stromrichters zwangsläufig ein breitbandiges Spannungs- und Stromspektrum auf. Zusätzlich führt das Abtasten des Modulationssignals (Sollwertsignals) in digitalen Reglern zu einer Ausgabeverzögerung zwischen dem Abtasten des Sollwerts und der Ausgabe des Stromrichters [33]. Diese Verzögerung verursacht niederfrequente Verzerrungen im Spannungsspektrum und reduziert außerdem die maximal erreichbare Stromreglerbandbreite, welche in Kapitel 3 untersucht wird. Um diese Zusammenhänge und die Funktionsweise der Filterschaltungen in Kapitel 5 zu bewerten, ist deshalb eine genaue mathematische Beschreibung der pulswidenmodulierten Stromrichterspannungen nötig. Dabei unterscheidet man bei pulswidenmodulierten Signalen zwischen Natural-Sampling und Uniform-Sampling.

Natural-Sampling: Beim Natural-Sampling werden die Schaltzeitpunkte aus den Schnittpunkten des zeitkontinuierlichen Träger- und Modulationssignalverlaufs ermittelt. Die Realisierung erfolgt in der Regel mit analoger Schaltungstechnik. Mit schnellen A/D-Umsetzern und sehr kurzen Rechenzeiten digitaler Hardware lässt sich das Prinzip des Natural-Sampling auch annähernd mit moderner Digitaltechnik (FPGAs) realisieren.

Uniform-Sampling: Beim Uniform-Sampling werden die Schaltzeitpunkte aus den Schnittpunkten zwischen zeitkontinuierlichem Trägersignal $x_T(t)$ und abgetastetem Modulationssignal $m_U(t)$ generiert. Der Vergleich zwischen abgetastetem Modulationssignal $m_U(t)$ mit dem Trägersignal $x_T(t)$ ergibt das Steuersignal $s(t)$. Die Abtastung des kontinuierlichen Modulationssignals $m(t)$ erfolgt bei einfacher Abtastung (Single-Edge-Sampling) zum Zeitpunkt des Trägermaximums und bei doppelter Abtastung (Double-Edge-Sampling) zu beiden Zeitpunkten des Trägerextremwerts, was in Abbildung 2.11 dargestellt ist. Damit ist bei einfacher Abtastung die Abtastfrequenz $1/T$ identisch mit der Trägerfrequenz f_T , wohingegen die Abtastfrequenz bei doppelter Abtastung zweimal so groß wie die Trägerfrequenz $1/T = 2f_T$ ist. Die höhere Abtastrate bei doppelter Abtastung ermöglicht eine bessere Nachbildung des Modulationssignals.

Eine umfangreiche Zusammenfassung der Spektren pulswidenmodulierter Signale für unterschiedliche Trägersignalformen mit beliebigen analogen bzw. abgetasteten Modulationssignalen wird in [35] dargestellt. Für sinusförmige Modulationssignale ergibt sich dabei eine doppelte FOURIER-Reihe, deren Koeffizienten nach [34] über zwei Ansätze berechnet werden können. Die ältere nach BLACK benannte Methode beruht auf einem geometrischen Ansatz, der die Periodizität des Träger- und Modulationssignals auf zwei unabhängige Variablen abbildet, was zu einer direkten Berechnung der doppelten FOURIER-Reihe führt [32]. Ein mathematisch eleganter Ansatz nutzt hingegen die POISSONSCHES Summenformel um Doppelintegrale zu vermeiden

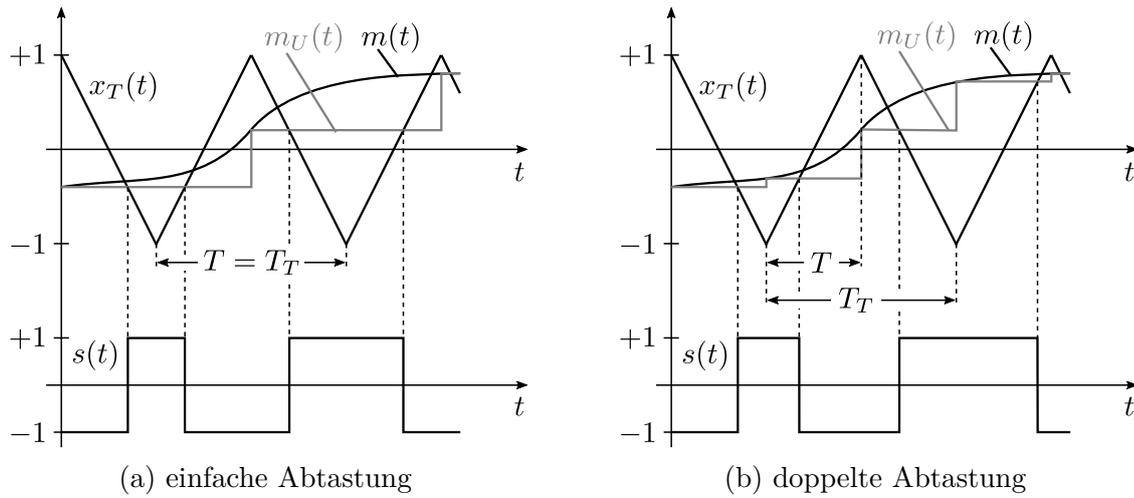


Abbildung 2.11: Uniform-Sampling Pulsweitenmodulation.

[36]. Eine umfangreiche Herleitung der Spannungs- und Stromspektren von einphasigen, zwei-phasigen und dreiphasigen pulswidenmodulierten Stromrichtern mit Spannungszwischenkreis wird in [34] gegeben. Dabei werden unter anderem die Raumzeigermodulation, sowie die Auswirkungen von Wechselperrzeiten der Halbleiter auf das Spannungsspektrum untersucht. Die Wechselperrzeiten der Halbleiter führen ebenso wie das Abtasten des Modulationssignals zu einem breitbandigerem Spektrum und niederfrequenten Verzerrungen.

Die Berechnung der Spannungsspektren erfolgt in dieser Arbeit nach [34]. Dabei müssen zunächst mathematische Formulierungen für das Trägersignal $x_T(t)$ und das abgetastete Modulationssignal $m_U(t)$ definiert werden. In dieser Arbeit wird stets ein normiertes dreieckförmiges Trägersignal x_T mit einer Amplitude von eins verwendet. Das zeitabhängige Trägersignal $x_T(t)$ nach Abbildung 2.12 kann wie folgt mathematisch dargestellt werden.

$$x_T(t) = \begin{cases} 1 - \frac{4(t - kT_T)}{T_T} & \text{für } kT_T \leq t < (k + \frac{1}{2})T_T \\ -3 + \frac{4(t - kT_T)}{T_T} & \text{für } (k + \frac{1}{2})T_T \leq t < (k + 1)T_T \end{cases} \quad (2.63)$$

Dabei ist $k \in \mathbb{Z}$ und die Trägerperiode $T_T = 2\pi/\omega_T$ gleich der Schaltperiode T_S des Stromrichters. Das kontinuierliche Modulationssignal $m(t)$ soll im Folgenden einen sinusförmigen Verlauf aufweisen und der Gleichung 2.44 genügen. Um das Übersteuern des Modulators zu verhindern, muss der Wertebereich des Modulationssignals $m(t)$ gleich dem des Trägersignals $x_T(t)$ sein ($-1 \leq m(t) \leq 1$). Die Definition des sinusförmigen Modulationssignals $m(t)$ stellt im Folgenden keine Einschränkung für die weitere Vorgehensweise dar, weil man durch Überlagerung von Sinusschwingungen beliebige periodische Modulationssignale generieren kann. Allerdings steigt die Komplexität und der Aufwand der analytischen Berechnung dabei nach [34] deutlich an. Zusätzlich soll stets gelten, dass die Trägerkreisfrequenz größer als die Modulationskreisfrequenz ist ($\omega_T > \omega_M$), was in realen Anwendungen aber keine Einschränkung darstellt.

2.4.1 Einfache Abtastung

Bei einfacher Abtastung wird das kontinuierliche Modulationssignal $m(t)$ periodisch einmal pro Trägerperiode kT_T für $k \in \mathbb{Z}$ am Maximalwert des Trägersignals x_T abgetastet. Das abgetastete Modulationssignal $m_U(t) = m(kT_T)$ mit $kT_T < t < (k+1)T_T$ wird für eine Trägerperiode konstant gehalten. Der Vergleich zwischen abgetasteten Modulationssignal m_U mit dem Trägersignal x_T ergibt das Steuersignal $s(t)$. Wenn das abgetastete Modulationssignal m_U größer dem Trägersignal x_T ist, soll das Steuersignal $s(t)$ den Wert Eins annehmen. Ist das Modulationssignal m_U hingegen kleiner als das Trägersignal x_T erhält das Steuersignal $s(t)$ den Wert minus Eins.

$$s(t) = \begin{cases} +1 & \text{wenn } m_U(t) > x_T(t) \\ -1 & \text{wenn } m_U(t) < x_T(t) \end{cases} \quad (2.64)$$

In jeder Trägerperiode T_T treten zwei Schaltzeitpunkte $t = \mathcal{A}_k$ und $t = \mathcal{B}_k$ auf, bei denen das abgetastete und für eine Trägerperiode konstant gehaltene Modulationssignal m_U die fallende bzw. die steigende Rampe des Trägersignals x_T schneidet. Damit tritt an jedem Schnittpunkt $x_T = m_U$ ein Vorzeichenwechsel des Steuersignals $s(t)$ auf, was in Abbildung 2.12 dargestellt ist. Die $k \in \mathbb{Z}$ abhängigen Schaltzeitpunkte lassen sich wie folgt beschreiben.

$$\mathcal{A}_k = kT_T + \frac{T_T}{4}(1 - M \sin(\omega_M kT_T + \varphi_M)) \quad (2.65)$$

$$\mathcal{B}_k = kT_T + \frac{T_T}{4}(3 + M \sin(\omega_M kT_T + \varphi_M)) \quad (2.66)$$

Der zeitliche Ablauf und die logischen Zusammenhänge der trägerbasierten Modulation sind für zwei Trägerperioden in Abbildung 2.12 dargestellt.

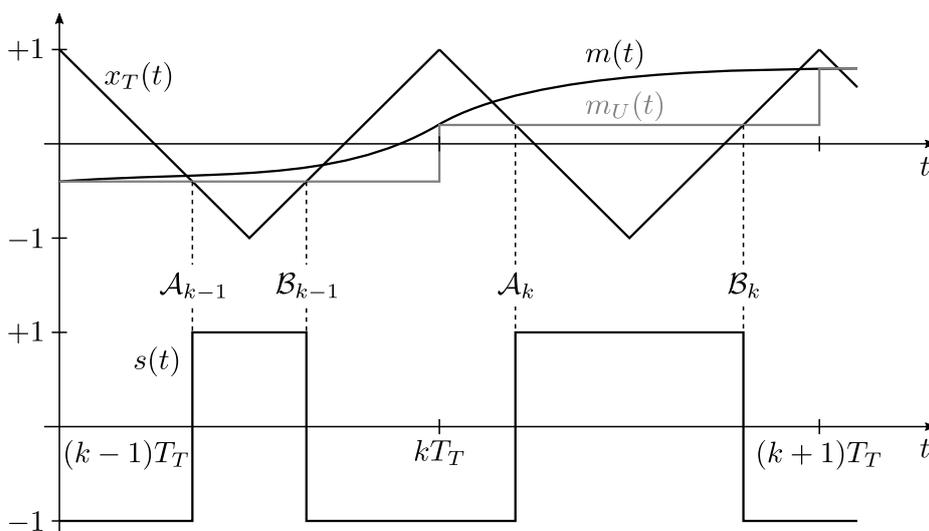


Abbildung 2.12: Signalverlauf des Steuersignals $s(t)$ bei der Pulsweitenmodulation mit dreieckförmigem Trägersignal $x_T(t)$ bei einfacher Abtastung des Modulationssignals $m(t)$ am positiven Maximalwert des Trägersignals.

Um die weiteren Berechnungen zu vereinfachen, wird die Hilfsfunktion $d(t)$ eingeführt, die einen Wertebereich zwischen Null und Eins besitzt. In leistungselektronischen Anwendungen wird diese oft als Tastverhältnis $d(t)$ bezeichnet.

$$d(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } \mathcal{A}_k < t < \mathcal{B}_k \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.67)$$

Zwischen der Schaltfunktion $s(t)$ und dem Tastverhältnis $d(t)$ gilt folgender Zusammenhang.

$$s(t) = -1 + 2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} d(\mathcal{A}_k, \mathcal{B}_k) = -1 + 2d(t) \quad (2.68)$$

Bei der vereinfachten Berechnung über die POISSONSCHES-SUMMENFORMEL nach [34, 36] wird die zeitabhängige Funktion des Tastverhältnisses $d(t)$ zunächst über die FOURIER-Transformation in eine frequenzabhängige Funktion $d(j\omega)$ überführt. Der Grund für die Einführung der Hilfsfunktion $d(t)$ wird hier ersichtlich, da sich die FOURIER-Transformation für das Tastverhältnis deutlich einfacher als für die Schaltfunktion durchführen lässt.

$$\begin{aligned} d(j\omega) = \mathcal{F}\{d(t)\} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d(\mathcal{A}_k, \mathcal{B}_k) e^{-j\omega t} dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[-\frac{1}{j\omega} e^{-j\omega t} \right]_{\mathcal{A}_k}^{\mathcal{B}_k} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{j\omega} (e^{-j\omega \mathcal{A}_k} - e^{-j\omega \mathcal{B}_k}) \quad \text{für } \omega \neq 0 \end{aligned} \quad (2.69)$$

Der bekannte Ausdruck innerhalb der Summe von Gleichung 2.69 entspricht der FOURIER-Transformierten der Rechteckfunktion, die mit der Periode T_T des Trägersignals x_T periodisch fortgesetzt wird. Um eine Zeitbereichsdarstellung der Gleichung 2.69 zu erhalten, wendet man die POISSONSCHES-SUMMENFORMEL nach [37] an.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{j2\pi k\tau/T} d\tau \quad (2.70)$$

Zusätzlich benötigt man kontinuierliche Zeitfunktionen der diskreten Schaltzeitpunkte.

$$\mathcal{A}(t) = t + \frac{T_T}{4} (1 - M \sin(\omega_M t + \varphi_M)) \quad (2.71)$$

$$\mathcal{B}(t) = t + \frac{T_T}{4} (3 + M \sin(\omega_M t + \varphi_M)) \quad (2.72)$$

Wendet man die POISSONSCHES-SUMMENFORMEL aus Gleichung 2.70 auf die FOURIER-Transformierte aus Gleichung 2.69 an, so erhält man für $\omega \neq 0$:

$$d(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\frac{2\pi}{T_T} kt}}{j\omega T_T} \left[e^{-j\omega [t + \frac{T_T}{4} (1 - M \sin(\omega_M t + \varphi_M))]} - e^{-j\omega [t + \frac{T_T}{4} (3 + M \sin(\omega_M t + \varphi_M))]} \right] dt \quad (2.73)$$

Ausmultiplizieren der Terme ergibt:

$$d(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\frac{2\pi}{T_T}kt}}{j\omega T_T} \left[e^{-j\omega\frac{T_T}{4}} e^{j\omega\frac{T_T}{4}M \sin(\omega_M t + \varphi_M)} - e^{-j\omega\frac{3T_T}{4}} e^{-j\omega\frac{T_T}{4}M \sin(\omega_M t + \varphi_M)} \right] e^{-j\omega t} dt \quad (2.74)$$

Die JACOBI-ANGER Expansion [37] der $e^{\pm j\omega\frac{T_T}{4}M \sin(\omega_M t + \varphi_M)}$ Terme führt zu einer unendlichen Summe von BESSEL-Funktionen J_n erster Ordnung. Den negativen Exponenten kann man dabei durch eine Phasendrehung um π im Argument der Sinusfunktion berücksichtigen.

$$e^{jz \sin \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{jn\theta} \quad (2.75)$$

Mit der JACOBI-ANGER Expansion vereinfacht sich die Gleichung 2.74 für $\omega \neq 0$.

$$d(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\frac{2\pi}{T_T}kt}}{j\omega T_T} J_n\left(\frac{\omega T_T M}{4}\right) e^{jn(\omega_M t + \varphi_M)} \left[e^{-j\omega\frac{T_T}{4}} - e^{jn\pi} e^{-j\omega\frac{3T_T}{4}} \right] e^{-j\omega t} dt \quad (2.76)$$

Konvergiert das Integral gleichmäßig im gesamten Zeitbereich, kann die Integration und Summation vertauscht werden. Mit der Definition der Trägerkreisfrequenz $\omega_T = 2\pi/T_T$ und der Substitution $\Omega_{kn} = k\omega_T + n\omega_M$ erhält man für $\omega \neq 0$ letztlich:

$$d(j\omega) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_T}{j\omega 2\pi} J_n\left(\frac{\pi\omega}{2\omega_T} M\right) \left[e^{-j\omega\frac{\pi}{2\omega_T}} - e^{jn\pi} e^{-j\omega\frac{3\pi}{2\omega_T}} \right] e^{j\Omega_{kn}t} e^{jn\varphi_M} e^{-j\omega t} dt}_{d(t)} \quad (2.77)$$

Lediglich die Kreisfrequenzen ω an den Stellen $\Omega_{kn} = k\omega_T + n\omega_M$ liefern Beiträge zur Doppelsumme. Damit erhält man für $\Omega_{kn} \neq 0$ folgenden Zeitverlauf für das Tastverhältnis $d(t)$.

$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_T}{j\Omega_{kn} 2\pi} J_n\left(\frac{\pi\Omega_{kn}}{2\omega_T} M\right) \left[e^{-j\Omega_{kn}\frac{\pi}{2\omega_T}} - e^{jn\pi} e^{-j\Omega_{kn}\frac{3\pi}{2\omega_T}} \right] e^{j\Omega_{kn}t} e^{jn\varphi_M} \quad (2.78)$$

Der Grenzwert des FOURIER-Koeffizienten an der Stelle $\Omega_{kn} \rightarrow 0$ berechnet sich mit der Regel von L'HOSPITAL. Dabei differenziert man den Zähler und den Nenner separat nach Ω_{kn} . Mit der Ableitung der BESSEL-Funktion $\frac{d}{dz} J_n(z) = J'_n(z)$ folgt:

$$\begin{aligned} & \lim_{\substack{\Omega_{kn} \rightarrow 0 \\ k\omega_T \rightarrow n\omega_M}} \frac{\omega_T}{j\Omega_{kn} 2\pi} J_n\left(\frac{\pi\Omega_{kn}}{2\omega_T} M\right) \left[e^{-j\Omega_{kn}\frac{\pi}{2\omega_T}} - e^{jn\pi} e^{-j\Omega_{kn}\frac{3\pi}{2\omega_T}} \right] \\ &= \lim_{\Omega_{kn} \rightarrow 0} \frac{M}{4j} J'_n\left(\frac{\pi\Omega_{kn}}{2\omega_T} M\right) \left[e^{-j\Omega_{kn}\frac{\pi}{2\omega_T}} - (-1)^n e^{-j\Omega_{kn}\frac{3\pi}{2\omega_T}} \right] \\ & \quad + \frac{1}{4} J_n\left(\frac{\pi\Omega_{kn}}{2\omega_T} M\right) \left[-e^{-j\Omega_{kn}\frac{\pi}{2\omega_T}} + 3(-1)^n e^{-j\Omega_{kn}\frac{3\pi}{2\omega_T}} \right] \end{aligned} \quad (2.79)$$

Ersetzt man die Ableitung der BESSEL-Funktion mit $\frac{d}{dz} J_n(z) = \frac{1}{2}(J_{n-1} - J_{n+1})$, kann der Grenzwert weiter vereinfacht werden. Bis auf die nullte BESSEL-Funktion $J_0(\Omega_{kn})|_{\Omega_{kn} \rightarrow 0}$ streben alle Funktionswerte und damit auch alle FOURIER-Koeffizienten gegen Null. Die Grenzwertbetrachtung reduziert sich deshalb auf die Werte $n = 0$ und $n = \pm 1$. Mit der zusätzlichen Einschränkung, dass $\omega_T > \omega_M$ ist, tritt kein Grenzwert an der Stelle $n = \pm 1$ auf. Somit ist es ausreichend den Fall $n = 0$ näher zu untersuchen.

$$\begin{aligned} \lim_{\Omega_{kn} \rightarrow 0} \frac{M}{8j} & \left(\underbrace{J_{n-1} \left(\frac{\pi \Omega_{kn}}{2\omega_T} M \right)}_{=0} - \underbrace{J_{n+1} \left(\frac{\pi \Omega_{kn}}{2\omega_T} M \right)}_{=0} \right) \underbrace{\left[e^{-j\Omega_{kn} \frac{\pi}{2\omega_T}} - (-1)^n e^{-j\Omega_{kn} \frac{3\pi}{2\omega_T}} \right]}_{=0} \\ & + \frac{1}{4} \underbrace{J_n \left(\frac{\pi \Omega_{kn}}{2\omega_T} M \right)}_{=1} \underbrace{\left[-e^{-j\Omega_{kn} \frac{\pi}{2\omega_T}} + 3(-1)^n e^{-j\Omega_{kn} \frac{3\pi}{2\omega_T}} \right]}_{=2} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2.80)$$

Der Grenzwert an der Stelle $n = 0$ tritt auf, wenn $k = 0$ erfüllt ist. Dies entspricht dem Gleichanteil des Tastverhältnis $d(t)$ mit einem Zahlenwert von $\frac{1}{2}$. Die zweite Möglichkeit zur Gleichanteilsbestimmung führt nach [34] über die Grenzwertbetrachtung der Zeitfunktion aus Gleichung 2.68. Der Vorteil der zweiten Variante liegt darin, dass diese nur einmal berechnet werden muss und für beliebige Modulationssignale und Abtastzeitpunkte ihre Gültigkeit behält.

Die finale Form des Tastverhältnis $d(t)$ erhält man durch Rücksubstitution von Ω_{kn} im Klammerausdruck $[\dots]$ der Gleichung 2.78 und den Umformungen $e^{-jk\pi/2} = j^{-k}$, $e^{jn\pi} = (-1)^n$ und $e^{-jk3\pi/2} = j^{-k}(-1)^k$.

$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_T}{j\Omega_{kn} 2\pi} J_n \left(\frac{\pi \Omega_{kn}}{2\omega_T} M \right) j^{-k} \left[e^{-jn\pi \frac{\omega_M}{2\omega_T}} - (-1)^{k+n} e^{-jn\pi \frac{3\omega_M}{2\omega_T}} \right] e^{j\Omega_{kn} t} e^{jn\varphi_M} \quad (2.81)$$

Die Schaltfunktion $s(t)$ kann durch die Gleichung 2.68 aus dem Tastverhältnis $d(t)$ berechnet werden. Sie ist gleichanteilsfrei und wird ebenso wie das Tastverhältnis mit einer doppelten FOURIER-Reihe beschrieben.

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn} t} e^{jn\varphi_M} \quad (2.82)$$

Für die FOURIER-Koeffizienten c_{kn} der Schaltfunktion gilt:

$$c_{kn} = \begin{cases} 0 & \text{für } \Omega_{kn} = 0 \\ \frac{\omega_T}{j\Omega_{kn} \pi} J_n \left(\frac{\pi \Omega_{kn}}{2\omega_T} M \right) j^{-k} \left[e^{-jn\pi \frac{\omega_M}{2\omega_T}} - (-1)^{k+n} e^{-jn\pi \frac{3\omega_M}{2\omega_T}} \right] & \text{für } \Omega_{kn} \neq 0 \end{cases} \quad (2.83)$$

Die Mittelpunktspannung $u_{A0}(t)$ ergibt sich nach Gleichung 2.25 aus dem Steuersignal $s_A(t)$, wenn dieses mit der halben Zwischenkreisspannung $U_d/2$ skaliert wird.

$$u_{A0}(t) = \frac{U_d}{2} s_A(t) = \frac{U_d}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn} t} e^{jn\varphi_{MA}} \quad (2.84)$$

In Abbildung 2.13 ist das einseitige Amplitudenspektrum des pulswellenmodulierten Steuersignals dargestellt. Aufgrund der Symmetrie des doppelseitigen Spektrums müssen zur Berechnung des einseitigen Spektrums die Beträge der FOURIER-Koeffizienten c_{kn} nach [38] mit Zwei multipliziert werden. Außerdem ist es für alle Berechnungen entscheidend, wie viele Reihenglieder man berücksichtigt. Für die komplexen FOURIER-Reihen wird deshalb definiert, dass die Indizes von $-K \leq k \leq K$ für den Träger und von $-N \leq n \leq N$ für die Modulationsgrundwelle verlaufen.

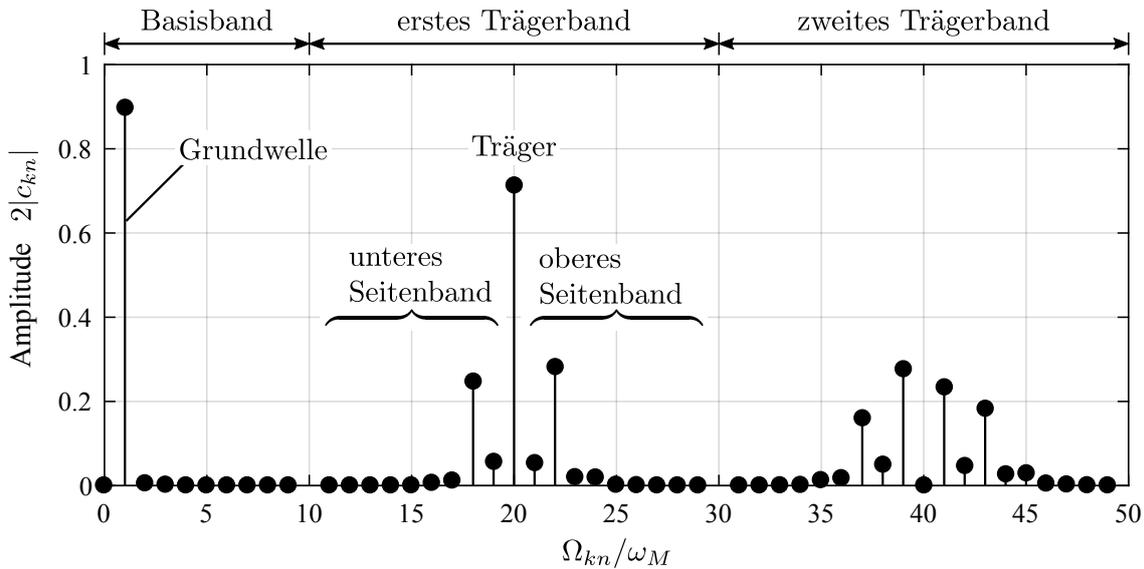


Abbildung 2.13: Simuliertes Amplitudenspektrum des Steuersignals s bei einfacher Abtastung des Modulationssignals m mit einem Modulationsgrad $M = 0.9$ und dem Kreisfrequenzverhältnis $\omega_T = 20\omega_M$ für $K = 2$ und $N = 9$.

Im Vergleich zum Natural-Sampling aus [1] entstehen bei einfacher Abtastung neben der Grundwelle von Null verschiedene Amplituden im Basisband, deren Amplituden im Vergleich zur Grundwelle gering sind. Im ersten Trägerband dominiert die Amplitude des Trägers, gefolgt von den Amplituden der Seitenbänder die um $2\omega_M$ symmetrisch um den Träger verteilt sind. Im Vergleich zum ersten ist beim zweiten Trägerband die dominante Amplitude um ω_M und $3\omega_M$ symmetrisch um den Träger verteilt. Für alle geradzahligen Trägerfrequenzen ($k = \pm 2, \pm 4, \dots$) ist die Trägeramplitude Null, was exemplarisch aus dem zweiten Trägerband hervorgeht. Für höhere Trägerbänder fallen die Amplituden der Seitenbänder aufgrund der geringen Abklingrate der BESSEL-Funktionen nur noch langsam ab und die Bänder verlaufen vermehrt ineinander.

Der zeitliche Verlauf des Steuersignals $s(t)$ ist in Abbildung 2.14 dargestellt. Er nimmt für Modulationsgrade M um Null ein Tastverhältnis von 50% ein und wird an den Maximal- und Minimalwerten ebenfalls maximal und minimal, was dem Erwartungswert entspricht. Interessanterweise besteht zwischen dem kontinuierlichen Modulationssignal $m(t)$ und der Grundwelle des Steuersignals $s_{01}(t)$ eine Phasenverschiebung die durch das Abtasten des Modulationssignals entsteht. Diese verzögerte Ausgabe wirkt als Totzeit im Regelkreis und reduziert die erreichbare Bandbreite des geschlossenen Regelkreises. In digitalen Regelkreisen führt der Modulator keine Abtastung durch, da er bereits ein abgetastetes Signal vom Regler erhält. Die Auswirkungen sind aber identisch. Deshalb wird im Folgenden der genaue Zahlenwert der Verzögerung berechnet.

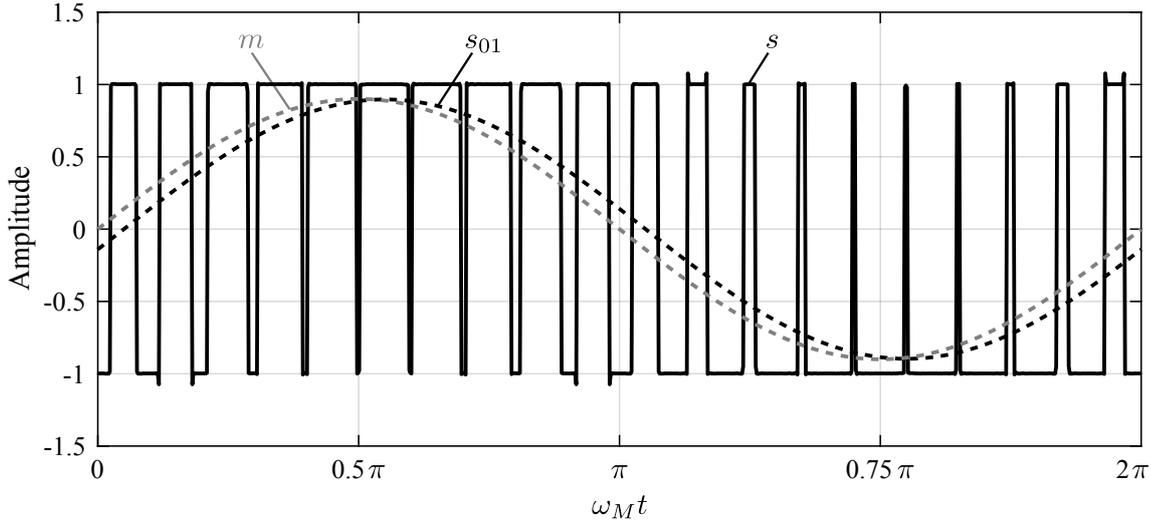


Abbildung 2.14: Simulierter Signalverlauf des Steuersignals s mit der Grundwelle s_{01} bei einfacher Abtastung des Modulationssignals m mit einem Modulationsgrad $M = 0.9$ und dem Kreisfrequenzverhältnis $\omega_T = 20\omega_M$ für $K = N = 1000$.

Phasenverschiebung der Grundwelle

Die Grundwellenverzögerung des Steuersignals wird aus Gleichung 2.82 für $k = 0$ und $n = \pm 1$ berechnet. Dazu muss man zunächst die FOURIER-Koeffizienten c_{01} und $c_{0(-1)}$ bestimmen.

$$c_{01} = \frac{\omega_T}{j\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}M\right) \left[e^{-j\frac{\pi}{2}\frac{\omega_M}{\omega_T}} + e^{-j\frac{\pi}{2}\frac{3\omega_M}{\omega_T}} \right] \quad (2.85)$$

$$c_{0(-1)} = \frac{\omega_T}{j\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}M\right) \left[-e^{j\frac{\pi}{2}\frac{\omega_M}{\omega_T}} - e^{j\frac{\pi}{2}\frac{3\omega_M}{\omega_T}} \right] \quad (2.86)$$

Die Darstellung der Grundwelle des Steuersignals $s_{01}(t)$ erfolgt über Gleichung 2.82 mit den FOURIER-Koeffizienten c_{01} und $c_{0(-1)}$.

$$s_{01}(t) = c_{01}e^{j\omega_M t} + c_{0(-1)}e^{-j\omega_M t} \quad (2.87)$$

Durch Einsetzen der FOURIER-Koeffizienten c_{01} und $c_{0(-1)}$ erhält man:

$$s_{01}(t) = \frac{\omega_T}{j\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}M\right) \left[e^{j\left(\omega_M t - \frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}\right)} + e^{j\left(\omega_M t - \frac{3\pi\omega_M}{2\omega_T}\right)} - e^{-j\left(\omega_M t - \frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}\right)} - e^{-j\left(\omega_M t - \frac{3\pi\omega_M}{2\omega_T}\right)} \right] \quad (2.88)$$

Mit der EULERSCHEN-Identität $\sin(x) = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$ kann man Gleichung 2.88 in eine reelle Funktion umformen.

$$s_{01}(t) = \frac{2\omega_T}{\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}M\right) \left[\sin\left(\omega_M t - \frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}\right) + \sin\left(\omega_M t - \frac{3\pi\omega_M}{2\omega_T}\right) \right] \quad (2.89)$$

Die Summe der Sinusfunktionen lässt sich in ein Produkt aus Sinus- und Kosinusfunktion umformen [39].

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (2.90)$$

Mit der Trägerkreisfrequenz $\omega_T = 2\pi/T_T$ der einfachen Abtastung erhält man den mathematischen Zusammenhang der Grundwelle des Steuersignals.

$$s_{01}(t) = \frac{4\omega_T}{\pi\omega_M} J_1 \left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T} M \right) \cos \left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T} \right) \sin \left(\omega_M \left(t - \frac{T_T}{2} \right) \right) \quad (2.91)$$

Aus dem letzten Term der Sinusfunktion in Gleichung 2.91 ist ersichtlich, dass die Grundwelle bei einfacher Abtastung um eine halbe Trägerperiode $T_T/2$ verzögert ist. Im Gegensatz zu vielen Literaturstellen [45] mit identischem Ergebnis wurde bei dieser Herleitung des Schaltsignals kein Kleinsignalverhalten des Modulationssignals vorausgesetzt. Somit gilt die Verzögerung einer halben Trägerperiode $T_T/2$ auch für das Großsignalverhalten.

2.4.2 Doppelte Abtastung

Bei doppelter Abtastung wird das Modulationssignal $m(t)$ periodisch zweimal pro Trägerperiode an den Extremwerten des Trägersignals x_T abgetastet. Der erste Schaltzeitpunkt \mathcal{A}_k hängt dabei vom abgetasteten Modulationssignal $m(kT_T)$ ab, während der zweite Schaltzeitpunkt \mathcal{B}_k von dem um eine halbe Trägerperiode verschobenen abgetasteten Modulationssignal $m((k + 1/2)T_T)$ abhängt. Damit lassen sich die Schaltzeitpunkte bei doppelter Abtastung wie folgt definieren.

$$\mathcal{A}_k = kT_T + \frac{T_T}{4} (1 - M \sin(\omega_M kT_T + \varphi_M)) \quad (2.92)$$

$$\mathcal{B}_k = kT_T + \frac{T_T}{4} \left(3 + M \sin(\omega_M (k + \frac{1}{2})T_T + \varphi_M) \right) \quad (2.93)$$

Zur Anwendung der POISSONSCHEN-Summenformel stellt man die diskreten Schaltzeitpunkte als kontinuierliche Funktionen dar.

$$\mathcal{A}(t) = t + \frac{T_T}{4} (1 - M \sin(\omega_M t + \varphi_M)) \quad (2.94)$$

$$\mathcal{B}(t) = t + \frac{T_T}{4} (3 + M \sin(\omega_M (t + \frac{T_T}{2}) + \varphi_M)) \quad (2.95)$$

Durch Anwenden der POISSONSCHEN-Summenformel aus Gleichung 2.70 auf die FOURIER-Transformierte aus Gleichung 2.69, erhält man für $\omega \neq 0$:

$$d(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{j\frac{2\pi}{T_T}kt}}{j\omega T_T} \left[e^{-j\omega\frac{T_T}{4}} e^{j\omega\frac{T_T}{4}} M \sin(\omega_M t + \varphi_M) - e^{-j\omega\frac{3T_T}{4}} e^{-j\omega\frac{T_T}{4}} M \sin(\omega_M (t + \frac{T_T}{2}) + \varphi_M) \right] e^{-j\omega t} dt \quad (2.96)$$

Mit der JACOBI-ANGER Expansion aus Gleichung 2.75 und $\omega_T = 2\pi/T_T$ folgt für $\omega \neq 0$:

$$d(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_T}{j\omega 2\pi} J_n \left(\frac{\pi\omega}{2\omega_T} M \right) \left[e^{-j\omega \frac{\pi}{2\omega_T}} - e^{jn\pi} e^{jn\pi \frac{\omega_M}{\omega_T}} e^{-j\omega \frac{3\pi}{2\omega_T}} \right] \cdot e^{j\omega_T k t} e^{jn(\omega_M t + \varphi_M)} e^{-j\omega t} dt \quad (2.97)$$

Konvergiert das Integral gleichmäßig im gesamten Zeitbereich, kann man Integration und Summation vertauschen. Mit der Substitution $\Omega_{kn} = k\omega_T + n\omega_M$ erhält man damit für $\omega \neq 0$:

$$d(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_T}{j\omega 2\pi} J_n \left(\frac{\pi\omega}{2\omega_T} M \right) \left[e^{-j\omega \frac{\pi}{2\omega_T}} - e^{jn\pi} e^{jn\pi \frac{\omega_M}{\omega_T}} e^{-j\omega \frac{3\pi}{2\omega_T}} \right] e^{j\Omega_{kn} t} e^{jn\varphi_M}}_{d(t)} e^{-j\omega t} dt \quad (2.98)$$

Lediglich die Kreisfrequenzen ω an den Stellen $\Omega_{kn} = k\omega_T + n\omega_M$ liefern Beiträge zur Doppelsumme. Damit erhält man für $\Omega_{kn} \neq 0$ folgenden Zeitverlauf für das Tastverhältnis $d(t)$.

$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_T}{j\Omega_{kn} 2\pi} J_n \left(\frac{\pi\Omega_{kn}}{2\omega_T} M \right) \left[e^{-j\Omega_{kn} \frac{\pi}{2\omega_T}} - e^{jn\pi} e^{jn\pi \frac{\omega_M}{\omega_T}} e^{-j\Omega_{kn} \frac{3\pi}{2\omega_T}} \right] e^{j\Omega_{kn} t} e^{jn\varphi_M} \quad (2.99)$$

Durch Rücksubstitution von Ω_{kn} im Klammerausdruck $[\dots]$ aus Gleichung 2.99 und den Umformungen $e^{-jk\pi/2} = j^{-k}$, $e^{jn\pi} = (-1)^n$ und $e^{-jk3\pi/2} = j^{-k}(-1)^k$ folgt für $\Omega_{kn} \neq 0$:

$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_T}{j\Omega_{kn} 2\pi} J_n \left(\frac{\pi\Omega_{kn}}{2\omega_T} M \right) j^{-k} e^{-jn\pi \frac{\omega_M}{\omega_T}} \left[1 - (-1)^{k+n} \right] e^{j\Omega_{kn} t} e^{jn\varphi_M} \quad (2.100)$$

Der Grenzwert $\Omega_{kn} \rightarrow 0$ berechnet sich mit der Regel von L'HOSPITAL. Für $\omega_T > \omega_M$ ist dieser nur an der Stelle $k = n = 0$ von Null verschieden. Dies entspricht dem arithmetischen Mittelwert des Tastverhältnis $d(t)$ mit dem Wert $\frac{1}{2}$. Die Schaltfunktion $s(t)$ kann nun mit Gleichung 2.68 berechnet werden. Für die FOURIER-Koeffizienten c_{kn} aus Gleichung 2.82 gilt dabei:

$$c_{kn} = \begin{cases} 0 & \text{für } \Omega_{kn} = 0 \\ \frac{\omega_T}{j\Omega_{kn} \pi} J_n \left(\frac{\pi\Omega_{kn}}{2\omega_T} M \right) j^{-k} e^{-jn\pi \frac{\omega_M}{\omega_T}} \left[1 - (-1)^{k+n} \right] & \text{für } \Omega_{kn} \neq 0 \end{cases} \quad (2.101)$$

Das Amplitudenspektrum des Steuersignals in Abbildung 2.15 ist bei doppelter Abtastung sehr ähnlich zu dem bei einfacher Abtastung. Aufgrund des Ausdrucks $[1 - (-1)^{k+n}]$ sind alle Frequenzkomponenten für geradzahlige $k + n$ gleich null. Für die geradzahligen Trägerbänder ($k = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$) sind damit alle Frequenzkomponenten null bei denen die Modulationskreisfrequenz ein geradzahliges Vielfaches ($n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$) der Grundwelle ist. Im Gegensatz dazu sind für ungeradzahlige Trägerbänder ($k = \pm 1, \pm 3, \dots$) alle Frequenzkomponenten null bei denen die Modulationskreisfrequenz ein ungeradzahliges Vielfaches ($n = \pm 1, \pm 3, \dots$) ist.

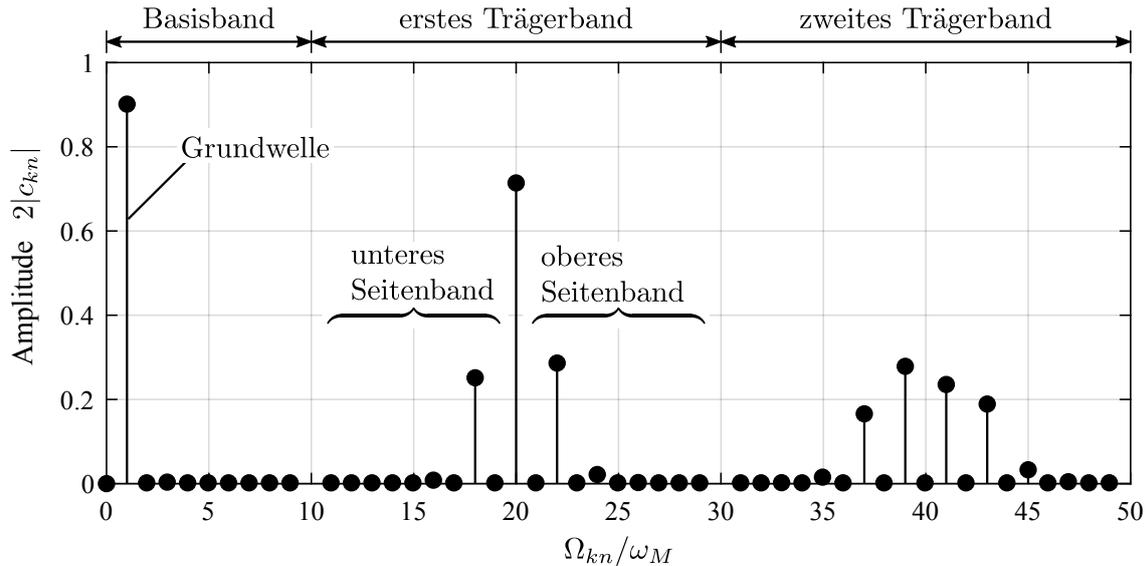


Abbildung 2.15: Simuliertes Amplitudenspektrum des Steuersignals s bei doppelter Abtastung des Modulationssignals m mit einem Modulationsgrad $M = 0.9$ und dem Kreisfrequenzverhältnis $\omega_T = 20\omega_M$ für $K = 2$ und $N = 9$.

Phasenverschiebung der Grundwelle

Die Berechnung der Grundwellenverzögerung des Steuersignals $s(t)$ erfolgt identisch zur einfachen Abtastung aus Gleichung 2.82 für $k = 0$ und $n = \pm 1$. Dazu bestimmt man zunächst die FOURIER-Koeffizienten c_{01} und $c_{0(-1)}$.

$$c_{01} = \frac{2\omega_T}{j\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T} M\right) e^{-j\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}} \quad (2.102)$$

$$c_{0(-1)} = -\frac{2\omega_T}{j\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T} M\right) e^{j\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}} \quad (2.103)$$

Die Berechnung der Grundwelle des Steuersignals $s_{01}(t)$ erfolgt über die Gleichung 2.87 mit den FOURIER-Koeffizienten c_{01} und $c_{0(-1)}$.

$$s_{01}(t) = \frac{2\omega_T}{j\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T} M\right) \left[e^{j\left(\omega_M t - \frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}\right)} - e^{-j\left(\omega_M t - \frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}\right)} \right] \quad (2.104)$$

Mit der EULERSCHEN-Identität $\sin(x) = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$, der Trägerkreisfrequenz $\omega_T = 2\pi/T_T$ bei doppelter Abtastung erhält man die Gleichung der Grundwelle des Steuersignals.

$$s_{01}(t) = \frac{4\omega_T}{\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T} M\right) \sin\left(\omega_M\left(t - \frac{T_T}{4}\right)\right) \quad (2.105)$$

Aus dem letzten Term Sinusfunktion in Gleichung 2.105 ist ersichtlich, dass die Grundwelle bei doppelter Abtastung um ein Viertel der Trägerperiode $T_T/4$ verzögert ist. Somit ist die Verzögerung bei doppelter Abtastung nur halb so groß wie die bei einfacher Abtastung. Das ermöglicht eine höhere Stromreglerbandbreite, was in Kapitel 3 gezeigt wird.

2.4.3 Spannungen des dreiphasigen Stromrichters

Durch Variation der Phasenwinkel φ_M des Modulationssignals $m(t)$ um die Werte $\varphi_{M_A} = 0$, $\varphi_{M_B} = -2\pi/3$ und $\varphi_{M_C} = 2\pi/3$ erhält man aus der Mittelpunktsspannung u_{A0} ein dreiphasiges Spannungssystem, das häufig als Drehspannungssystem bezeichnet wird.

$$u_{A0}(t) = \frac{U_d}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.106)$$

$$u_{B0}(t) = \frac{U_d}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \quad (2.107)$$

$$u_{C0}(t) = \frac{U_d}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} e^{jn\frac{2\pi}{3}} \quad (2.108)$$

Mit der Maschenregel erhält man aus den Mittelpunktsspannungen die verketteten Spannungen u_{AB} , u_{BC} und u_{CA} , die bei in Dreieck geschalteter Last den Phasenspannungen entsprechen.

$$u_{AB}(t) = u_{A0} - u_{B0} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{kn}^{\Delta} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.109)$$

$$u_{BC}(t) = u_{B0} - u_{C0} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{kn}^{\Delta} e^{j\Omega_{kn}t} e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \quad (2.110)$$

$$u_{CA}(t) = u_{C0} - u_{A0} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{kn}^{\Delta} e^{j\Omega_{kn}t} e^{jn\frac{2\pi}{3}} \quad (2.111)$$

Dabei gilt für den FOURIER-Koeffizienten u_{kn}^{Δ} :

$$u_{kn}^{\Delta} = c_{kn} \left(1 - e^{-jn\frac{2\pi}{3}}\right) \frac{U_d}{2} \quad (2.112)$$

Für eine symmetrische Last erhält man durch Einsetzen der Sternpunktsspannung u_{N0} aus Gleichung 2.34 in 2.29 unter Berücksichtigung der Winkelbeziehungen der Mittelpunktsspannungen $u_{B0}(t) = u_{A0}(t)e^{-jn\frac{2\pi}{3}}$ und $u_{C0}(t) = u_{A0}(t)e^{jn\frac{2\pi}{3}}$ die Phasenspannung $u_A(t)$.

$$u_A(t) = \frac{1}{3} \left(2 - e^{-jn\frac{2\pi}{3}} - e^{jn\frac{2\pi}{3}}\right) u_{A0}(t) \quad (2.113)$$

Mit der gleichen Vorgehensweise erhält man die Phasenspannungen u_B und u_C .

$$u_A(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{kn}^Y e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.114)$$

$$u_B(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{kn}^Y e^{j\Omega_{kn}t} e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \quad (2.115)$$

$$u_C(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{kn}^Y e^{j\Omega_{kn}t} e^{jn\frac{2\pi}{3}} \quad (2.116)$$

Für den FOURIER-Koeffizienten u_{kn}^Y gilt:

$$u_{kn}^Y = c_{kn} \frac{1}{3} \left(2 - e^{-jn \frac{2\pi}{3}} - e^{jn \frac{2\pi}{3}} \right) \frac{U_d}{2} \quad (2.117)$$

Durch mathematisches Umformen des FOURIER-Koeffizienten u_{kn}^Y mit der EULERSCHEN-Identität $\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx})$ erkennt man, dass dieser für alle dreifachen Vielfachen der Grundwellenmodulationskreisfrequenz ($n = 0, \pm 3, \pm 6, \dots$) gleich Null ist.

$$\begin{aligned} u_{kn}^Y &= c_{kn} \frac{1}{3} \frac{U_d}{2} \left(1 - \cos \left(n \frac{2\pi}{3} \right) \right) && \text{für } n \in \mathbb{Z} \\ &= 0 && n = 3p \quad \forall p \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (2.118)$$

Die Amplituden der Phasenspannungen der dreiphasigen symmetrischen Last besitzen im Gegensatz zu den Schaltsignalen und den Mittelpunktspannungen keine $n = 3p$ fachen Vielfachen.

2.4.4 Ströme des dreiphasigen Stromrichters

Die Berechnung der Phasenströme einer in Stern geschalteten Last erfolgt über die Phasenspannungsgleichungen. Für die Phase A gilt dabei Gleichung 2.30.

$$u_A(t) - e_A(t) = R_L i_A(t) + L_L \frac{di_A(t)}{dt}$$

Unter der Voraussetzung eines linearen zeitinvarianten Lastsystems kann der Phasenstrom i_A ebenso wie die Phasenspannung als doppelte FOURIER-Reihe dargestellt werden.

$$i_A(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.119)$$

Für die Zeitableitung $\frac{di_A(t)}{dt}$ des Phasenstroms i_A aus Gleichung 2.119 gilt dabei:

$$\frac{di_A(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} = j\Omega_{kn} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.120)$$

Setzt man die Phasenstromgleichung 2.119 und die der zeitlichen Ableitung aus Gleichung 2.120 in die Phasenspannungsgleichung ein, erhält man:

$$u_A(t) - e_A(t) = (R_L + j\Omega_{kn}L_L) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.121)$$

Vernachlässigt man Sättigungseffekte des Statoreisens und nimmt zusätzlich eine sinusförmige Feldverteilung im Luftspalt der Maschine an, so kann die Gegeninduktionsspannung $e_A(t)$ ebenfalls als doppelte FOURIER-Reihe dargestellt werden.

$$e_A(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.122)$$

Damit lassen sich die Phasenströme wie folgt berechnen.

$$i_A(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y - e_{kn}}{R_L + j\Omega_{kn}L_L} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.123)$$

$$i_B(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y - e_{kn}}{R_L + j\Omega_{kn}L_L} e^{j\Omega_{kn}t} e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \quad (2.124)$$

$$i_C(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y - e_{kn}}{R_L + j\Omega_{kn}L_L} e^{j\Omega_{kn}t} e^{jn\frac{2\pi}{3}} \quad (2.125)$$

Das Ergebnis der Phasenstromberechnung ist exemplarisch in Abbildung 2.16 dargestellt. Die Überprüfung der Phasenstromverläufe erfolgte dabei mittels einer dreiphasigen numerischen Schaltungssimulation in LTSPICE [40]. Die numerisch generierten Lösungen stimmen exakt mit den analytischen der doppelten FOURIER-Reihe überein.

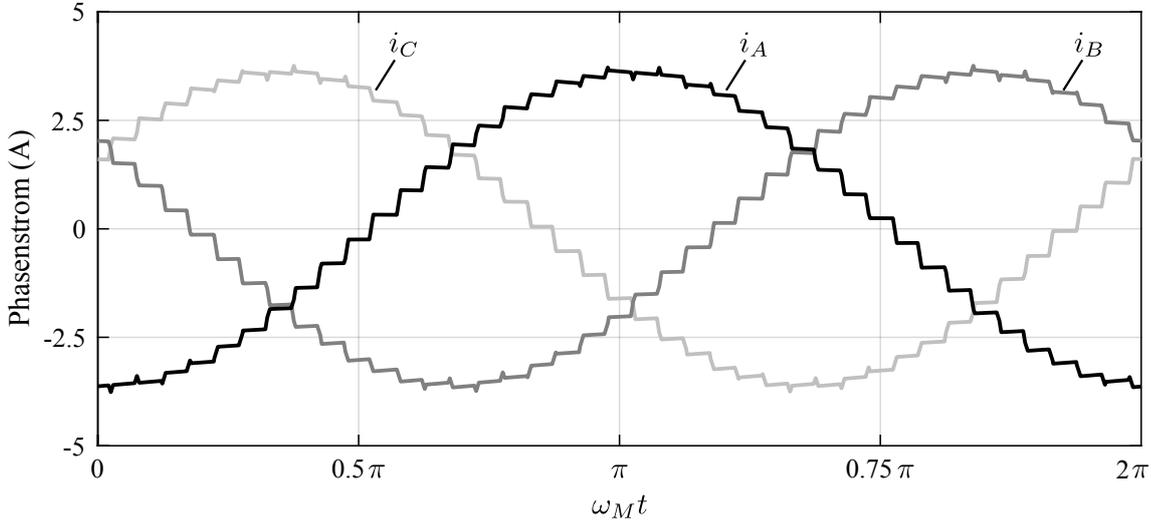


Abbildung 2.16: Simulierte Phasenströme bei einfacher Abtastung des Modulationssignals mit den Parametern $\omega_M = 2\pi \cdot 500$ Hz, $\omega_T = 2\pi \cdot 10$ kHz, $M = 0.2$, $U_d = 400$ V, $R_L = 1\ \Omega$, $L_L = 3.5$ mH und $e(t) = 0$ V für $K = N = 100$.

Der Phasenstrom setzt sich ebenso wie die Phasenspannungen aus der Grundwelle für $k = 0$ und $n = \pm 1$, sowie dem Verzerrungsanteil zusammen. Besitzt die Gegeninduktionsspannung $e_A(t)$ lediglich bei der Grundwelle eine von null verschiedene Amplitude, setzt sich der Verzerrungsstrom aus dem Basisbandanteil ($k = 0$) und den Anteilen der Trägerbänder ($k \neq 0$) zusammen.

$$i_{A,VZ}(t) = \underbrace{\sum_{\substack{n=-\infty \\ -1 > n > 1 \\ k=0}}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y}{R_L + j\Omega_{kn}L_L} e^{j\Omega_{kn}t}}_{\text{Basisband}} + \underbrace{\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y}{R_L + j\Omega_{kn}L_L} e^{j\Omega_{kn}t}}_{\text{Trägerbänder}} \quad (2.126)$$

Oftmals ist der Lastwiderstand R_L für die hochfrequenten Verzerrungsströme deutlich kleiner als die frequenzabhängige Impedanz der Lastinduktivität L_L und kann deshalb vernachlässigt werden. Mit dieser Annahme unterscheiden sich die Amplituden des Verzerrungsstroms lediglich um

den Faktor $1/(\Omega_{kn}L_L)$ von denen der Phasenspannungen. Aufgrund des induktiven Charakters tritt zusätzlich eine Phasendrehung der Koeffizienten um $-\pi/2$ auf.

$$i_{A,VZ}(t) \approx \sum_{\substack{n=-\infty \\ -1 > n > 1 \\ k=0}}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y}{\Omega_{kn}L_L} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\Omega_{kn}t} + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y}{\Omega_{kn}L_L} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.127)$$

Mit den Phasenströmen erfolgt die Berechnung des Zwischenkreisstroms i_d nach Gleichung 2.28.

$$\begin{aligned} i_d(t) = \frac{1}{2} & \left[\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y - e_{kn}}{R_L + j\Omega_{kn}L_L} e^{j\Omega_{kn}t} \right) \right. \\ & + \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y - e_{kn}}{R_L + j\Omega_{kn}L_L} e^{j\Omega_{kn}t} e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \right) \\ & \left. + \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} e^{jn\frac{2\pi}{3}} \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{u_{kn}^Y - e_{kn}}{R_L + j\Omega_{kn}L_L} e^{j\Omega_{kn}t} e^{jn\frac{2\pi}{3}} \right) \right] \quad (2.128) \end{aligned}$$

Der Zwischenkreisstrom i_d setzt sich aus dem Produkt der Schaltfunktionen s_A , s_B und s_C mit den Phasenströmen i_A , i_B und i_C zusammen. Da beide Terme über doppelte FOURIER-Reihen ausgedrückt sind und die Reihe des Schaltsignals aufgrund des rechteckförmigen Verlaufs nur langsam konvergiert, ist die Berechnung numerisch aufwändig. Es stellt aber das Standardvorgehen in der Literatur dar [41, 42]. Eine numerisch effizientere Berechnung lässt sich nach [34] durchführen, indem man die Phasenströme als diskrete Schaltfunktionen im Zeitbereich formuliert. Dieses analytisch aufwändigere Verfahren ermöglicht die Darstellung des Zwischenkreisstroms über die Summe von doppelten FOURIER-Reihen, womit das Produkt entfällt.

2.4.5 Spannungs- und Stromverzerrungen

Die schaltende Arbeitsweise des Stromrichters verursacht Spannungs- und Stromverzerrungen, die allgemein mit einem Signal $x(t)$ über doppelte FOURIER-Reihen dargestellt werden können.

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (2.129)$$

Die Größe dieser Verzerrungen im Verhältnis zum ideal sinusförmigen Sollwertsignal ist ein wichtiges Maß für die Signalgüte des Stromrichters. Ein Maß, das die Effektivwerte des Verzerrungsanteils ins Verhältnis zum Effektivwert des Gesamtsignals setzt, ist der Klirrfaktor. Feldgrößen wie Spannungen und Ströme gehen dabei quadratisch in die Berechnung ein. Der effektive Verzerrungsanteil X_{VZrms} kann ebenso über die Differenz aus dem Effektivwert des Gesamtsignals X_{rms} und dem der sinusförmigen Grundschwingung X_{01rms} berechnet werden.

$$k_x = \frac{X_{VZrms}}{X_{rms}} = \frac{\sqrt{X_{rms}^2 - X_{01rms}^2}}{X_{rms}} \quad (2.130)$$

Der Index des Klirrfaktors symbolisiert die zugrundeliegende physikalische Größe. Für Spannungen wird er mit u und für Ströme mit i gekennzeichnet. Bei der FOURIER-Reihen Signaldarstellung ist der quadratische Effektivwert (rms) des Signals als Summe der quadratischen Beträge der komplexen FOURIER-Koeffizienten c_{kn} definiert [43].

$$X_{rms}^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_{kn}|^2 \quad (2.131)$$

Mit dieser Definition erhält man für ein allgemeines Signal $x(t)$ nach Gleichung 2.129 folgenden Zusammenhang für den Klirrfaktor k_x .

$$k_x = \sqrt{\frac{\sum_{\substack{n=-\infty \\ -1 > n > 1 \\ k=0}}^{\infty} |c_{kn}|^2 + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_{kn}|^2}{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0, k=0}}^{\infty} |c_{kn}|^2 + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_{kn}|^2}} \quad (2.132)$$

Beide Summen sollen keinen Gleichanteil enthalten, weshalb die Komponente für $k = 0$ und $n = 0$ von der Berechnung ausgenommen ist. In der Zählersumme wird durch den Ausdruck $-1 < n < 1$ zusätzlich die Grundschwingungskomponente ausgeschlossen. Somit entspricht die Zählersumme dem Verzerrungsanteil des Signals.

In gleicher Weise kann man ein Maß für den effektiven Verzerrungsanteil X_{VZrms} im Verhältnis zum Grundwellenanteil X_{01rms} definieren, was der harmonischen Verzerrung (THD) entspricht.

$$THD_x = \frac{X_{VZrms}}{X_{01rms}} = \frac{\sqrt{X_{rms}^2 - X_{01rms}^2}}{X_{01rms}} \quad (2.133)$$

Drückt man die harmonische Verzerrung (THD) über FOURIER-Reihen aus, ergibt sich äquivalent zum Klirrfaktor nachfolgende Darstellung.

$$THD_x = \sqrt{\frac{\sum_{\substack{n=-\infty \\ -1 > n > 1 \\ k=0}}^{\infty} |c_{kn}|^2 + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_{kn}|^2}{\sum_{\substack{n=-1 \\ n \neq 0, k=0}}^1 |c_{kn}|^2}} \quad (2.134)$$

Zwischen dem Klirrfaktor k_x und dem THD besteht folgender mathematischer Zusammenhang.

$$k_x = \frac{THD_x}{\sqrt{1 + THD_x^2}} \quad (2.135)$$

Ist die gesamte harmonische Verzerrung viel kleiner als Eins ($THD_x \ll 1$), strebt ihr Wert

gegen den Klirrfaktor k_x , da der Ausdruck unter der Wurzel in Gleichung 2.135 gegen Eins strebt. Der Spannungs-Klirrfaktor k_u des dreiphasigen Stromrichters mit Spannungszwischenkreis ist für einfache Abtastung und unterschiedliche Modulationsgrade M in Abbildung 2.17(a) dargestellt. Dabei zeigt sich, dass der Spannungs-Klirrfaktor mit steigendem Modulationsgrad sinkt. Die Schaltzahl q des Stromrichters hat nur einen sehr geringen Einfluss auf die Verzerrungen und konvergiert bereits ab einer Schaltzahl $q > 10$ gegen den Endwert. Zusätzlich zum Klirrfaktor kann man wie in Abbildung 2.17(b) die Effektivwerte der Phasenspannungen über dem Modulationsgrad M auftragen. Dabei zeigt sich, dass der Effektivwert der Grundwelle U_{01rms} erwartungsgemäß linear mit dem Modulationsgrad ansteigt. Interessanterweise ist der Effektivwert der Spannungsverzerrungen U_{VZrms} in einem breiten Bereich des Modulationsgrads $0 \leq M \lesssim 0.8$ größer als der Effektivwert der Nutzspannung U_{01rms} und nahezu unabhängig von der Schaltzahl q . Der Unterschied zwischen einfacher und doppelter Abtastung ist nur geringfügig. Auf eine separate Darstellung wird verzichtet, da die Signalverläufe denen der einfachen Abtastung bei hohen Schaltzahlen entsprechen. Zusammenfassend stellt der Stromrichter mit Spannungszwischenkreis der Last eine sehr schlechte Spannungssignalqualität zur Verfügung.

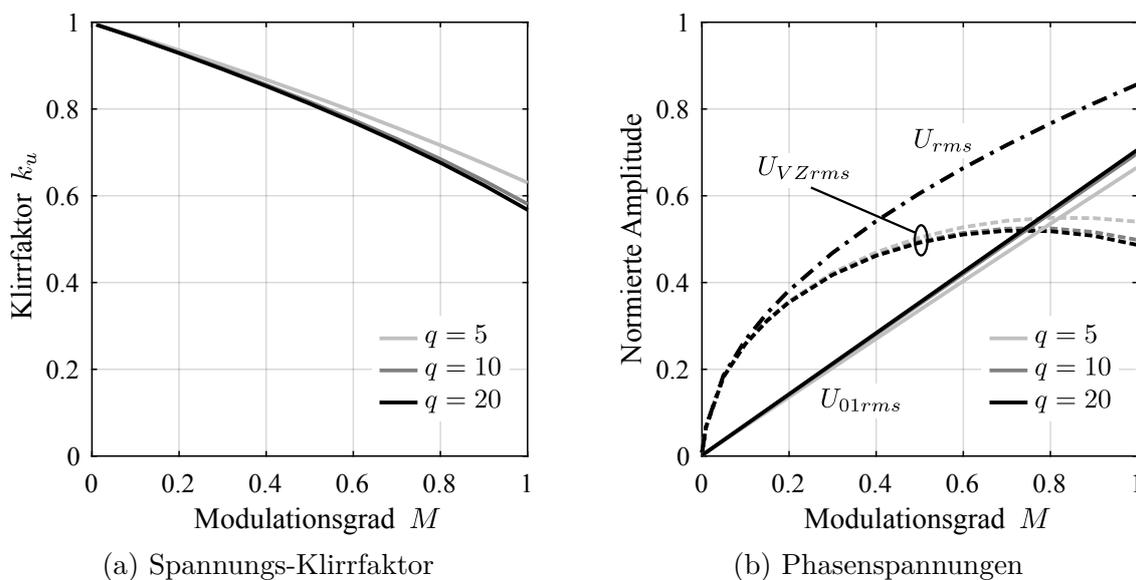


Abbildung 2.17: Simulierter Klirrfaktor k_u und Effektivwerte der Phasenspannungen normiert auf die halbe Zwischenkreisspannung $U_d/2$ des dreiphasigen 2-Level Stromrichters mit Spannungszwischenkreis für unterschiedliche Schaltzahlen $q = \omega_T/\omega_M$ mit $K = N = 100$.

Entscheidend für den Betrieb von elektrischen Antrieben ist die Signalqualität der Phasenströme, da Verzerrungsströme zu Abweichungen vom Grundwellenstrom führen und unerwünschte Drehmoment- und Drehzahlschwankungen, sowie Zusatzverluste durch Wirbelstrom- und Hystereseverluste im Motor verursachen. Aufgrund der filternden Eigenschaft der ohmsch-induktiven Motorwicklung ist die Phasenstromqualität deutlich besser als die Spannungssignalqualität. Die Bewertung der Phasenstromqualität kann grundsätzlich durch die zwei definierten Verzerrungsmaße erfolgen. Das entscheidende Gütekriterium bei motorischer Last ist, in welchem Verhältnis der Effektivwert des Verzerrungsstroms I_{VZrms} zu dem der Grundwelle I_{01rms} steht. Dies ent-

spricht nach Definition der harmonischen Verzerrung (THD). Die Phasenstromverzerrung I_{VZrms} hängt unter anderem von den Absolutwerten der Trägerkreisfrequenz ω_T , der Lastzeitkonstante $T_L = L_L/R_L$ und der Zwischenkreisspannung U_d ab. Klarerweise führt eine größere Motorinduktivität sowie eine erhöhte Trägerkreisfrequenz zu einem geringeren Verzerrungsstrom. Deshalb müssen für einen Vergleich identische Parameter gewählt werden. Im Folgenden wird anstatt der harmonischen Phasenstromverzerrung THD_i der Effektivwert der Phasenstromverzerrung I_{VZrms} angegeben. Mit dieser Darstellung kann über einfache Division durch einen beliebigen Grundwellenstrom I_{01rms} die jeweilige harmonische Phasenstromverzerrung THD_i berechnet werden.

Die numerische Untersuchung der Phasenstromverzerrung I_{VZrms} für einfache und doppelte Abtastung ist in Abbildung 2.18(a) und 2.18(b) dargestellt. Man erkennt deutlich, dass mit steigender Schaltzahl q der Verzerrungsanteil der Phasenströme abnimmt, da die erhöhte Schaltzahl eine Erhöhung der Schaltfrequenz mit sich bringt. Vergleicht man die unterschiedlichen Abtastvarianten, so erkennt man einen reduzierten Verzerrungsstrom bei doppelter Abtastung für kleine Schaltzahlen $q = 5$ des Stromrichters. Unabhängig von der Abtastvariante steigt der Verzerrungsanteil mit steigendem Modulationsgrad an. Damit sind die Phasenstromverzerrungen bei einer Drehzahl des Motors nahe an der Spannungsgrenze des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis am größten. Es ist davon auszugehen, dass bei diesem Arbeitspunkt der vom Stromrichter verursachte Drehmomentrippel maximal wird.

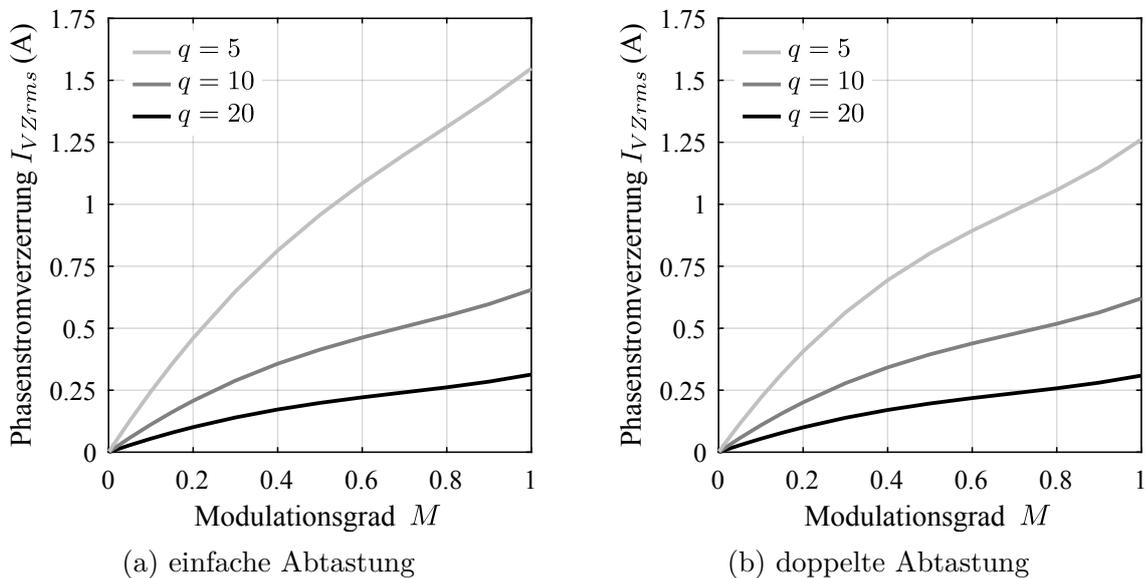


Abbildung 2.18: Simulierter Effektivwert der Phasenstromverzerrung I_{VZrms} bei einfacher und doppelter Abtastung des dreiphasigen 2-Level Stromrichters mit Spannungszwischenkreis für unterschiedliche Schaltzahlen $q = \omega_T/\omega_M$ mit $K = N = 100$, sowie den Parametern $\omega_M = 2\pi \cdot 500$ Hz, $U_d = 400$ V, $R_L = 1 \Omega$ und $L_L = 3.5$ mH.

3 Feldorientierte Stromregelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine

Im vorangegangenen Kapitel wurde der Stromrichter ausschließlich im gesteuerten Betrieb durch Sollwertvorgabe eines periodischen Modulationssignals untersucht. In realen Antriebssystemen werden die Sollwertsignale des Modulators aber vom vorangestellten Stromregler generiert. Moderne Antriebsregler für Servomotoren bestehen in der Regel aus einer Kaskadenstruktur, die einen Positions-, Geschwindigkeits- und Stromregler beinhaltet [1, 20]. Wie bei allen Kaskadenreglern wird durch den innersten Regelkreis die Dynamik und damit die maximal erreichbare Bandbreite des Gesamtsystems limitiert. Deshalb werden im Folgenden die Begrenzungen des Stromreglers für einen Stromrichter mit Spannungszwischenkreis und einer permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) erarbeitet. Der Aufbau des Gesamtsystems ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Dabei symbolisiert jeder Zahlenwert die Anzahl der benötigten Signale bzw. Leitungen. Außerdem werden Reglersollwerte mit w_x , Regelabweichungen mit e_x , Reglerstellgrade mit u_x , Regelgrößen mit x_x und Messgrößen mit y_x gekennzeichnet. Der Index symbolisiert dabei die physikalische Größe Position P , Geschwindigkeit (Speed) S und Strom (Current) C . Der Stromrichter ist wie in Abbildung 2.6 gezeigt aufgebaut. Die Ansteuerung der Halbleiter erfolgt mit sechs Steuersignalen, die über Treiber verstärkt werden. Durch Schalten der Halbleiter erzeugt der Stromrichter mit Spannungszwischenkreis im zeitlichen Mittel die vorgegebene

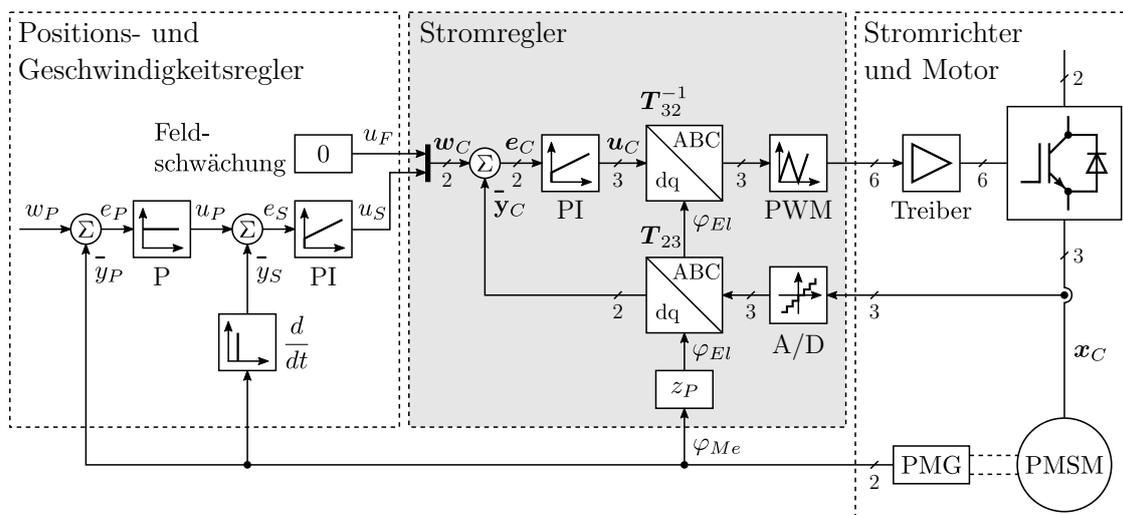


Abbildung 3.1: Digitale Antriebsregelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) mit Positionsmessgerät (PMG) und Stromrichter.

dreiphasige Spannung, wodurch die Phasenströme i_A , i_B und i_C durch die Wicklungen der permanentmagneterregten Synchronmaschine fließen. Die Regelgrößenerfassung der Phasenströme erfolgt mit Stromsensoren und die der Rotorposition mit dem Positionsmessgerät (PMG). Dabei werden die analogen Messsignale über A/D-Umsetzer an die digitalen Regler zurückgeführt. Die Stromregelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine kann im stationären Fall wie die der Gleichstrommaschine erfolgen [24], wenn sie im rotorfesten dq -System realisiert ist. Dazu muss man über Spannungsvorsteuerung [24, 30] den feldbildenden d -Strom vom drehmomentbildenden q -Strom entkoppeln, was eine unabhängige Regelung beider Größen ermöglicht. Die dabei auftretenden zweidimensionalen Stromreglergrößen sind im Folgenden fett gekennzeichnet. Für den Reglerstellgrad gilt beispielsweise $\mathbf{u}_C = [u_{Cd} \ u_{Cq}]^T$. Ohne Feldschwächung setzt man den Sollwert des d -Stroms u_F bzw. w_{Cd} auf null, wodurch lediglich der Sollwert des drehmomentbildenden q -Stroms w_{Cq} aus den Reglerstellgraden der überlagerten Regelkreise resultiert. Die Umrechnung der statorfesten dreiphasigen Ströme des ABC -Systems in das rotorfeste dq -System erfolgt über den elektrischen Drehwinkel φ_{El} der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit der Transformationsmatrix \mathbf{T}_{23} in Gleichung 3.1.

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{El}) & \cos(\varphi_{El} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\varphi_{El} + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\varphi_{El}) & -\sin(\varphi_{El} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\varphi_{El} + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{23}} \cdot \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Der elektrische Drehwinkel φ_{El} berechnet sich dabei aus dem mechanischen φ_{Me} über die Polpaarzahl z_P des Antriebs. Die amplitudeninvariante Transformationsmatrix \mathbf{T}_{23} wurde für symmetrische Dreiphasensysteme von Park [44] eingeführt und ist dadurch gekennzeichnet, dass die Summe der drei Phasenströme zu jedem Zeitpunkt null ist. Dies ist für Verbraucher in Sternschaltung ohne Sternpunktleiter immer gegeben und wird im Folgenden vorausgesetzt. Amplitudeninvarianz bedeutet, dass die Amplituden der sinusförmigen Phasenströme identisch mit der Amplitude des dq -Vektors sind. Dies erreicht man durch den Vorfaktor $2/3$ in Gleichung 3.1. Die Stromregelung im dq -System erfolgt oftmals über zwei unabhängige PI-Regler (PI). Die Stellgradausgaben \mathbf{u}_C der Stromregler müssen anschließend durch die Transformationsmatrix \mathbf{T}_{32}^{-1} aus Gleichung 3.2 in ein rotorfestes ABC -System überführt werden, um die Steuersignale der Halbleiter mit dem Pulsweitenmodulator (PWM) zu generieren.

$$\begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\varphi_{El}) & -\sin(\varphi_{El}) \\ \cos(\varphi_{El} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\varphi_{El} - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\varphi_{El} + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\varphi_{El} + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{32}^{-1}} \cdot \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Die Transformationsmatrix \mathbf{T}_{32}^{-1} wird häufig als inverse Park Transformation bezeichnet. Multipliziert man die Transformationsmatrix \mathbf{T}_{23} mit \mathbf{T}_{32}^{-1} , erhält man die Einheitsmatrix \mathbf{I}_2 .

$$\mathbf{T}_{23} \cdot \mathbf{T}_{32}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}_2 \quad (3.3)$$

Aus mathematischer Sicht spricht man bei der Transformationsmatrix \mathbf{T}_{32}^{-1} nicht von einer inversen Matrix. Der Grund dafür ist, dass die Inverse ausschließlich von quadratischen Matrizen gebildet werden kann, was für die Transformationsmatrix \mathbf{T}_{23} nicht zutrifft.

3.1 Abtasten der Phasenströme

Pulsweitenmodulierte Stromrichter mit Spannungszwischenkreis verursachen ein Spannungsspektrum, das sich nach Kapitel 2 aus einem niederfrequenten Basisband und hochfrequenten Trägerbändern zusammensetzt. Dieses führt je nach Last des Stromrichters zu einem Stromspektrum, welches sich in Amplitude und Phase unterscheidet. Die Amplitudendämpfung der Trägerbänder ergibt sich bei Motorlasten maßgeblich durch den induktiven Anteil der Wicklung. Je höher die Trägerfrequenz f_T des Stromrichters und je größer die Lastinduktivität L_L , desto geringer sind die Stromamplituden der Trägerbänder. Auswirkungen der Trägerbänder auf die Strommessung ergeben sich nur, wenn ihre Amplituden größer als die Auflösungsgrenze der A/D-Umsetzer sind, was in den meisten Anwendungen zutrifft. Aufgrund der Periodizität des diskreten Spektrums tritt Aliasing auf. Die Auswirkungen der Strommessung auf den digitalen Regelkreis werden im Folgenden vereinfacht an einer einphasigen induktiven Last untersucht. Dabei erfolgt die Abtastung der analogen Signale $x(t)$ periodisch mit der Abtastzeit T . Die abgetasteten Signale $x(t)|_{t=kT}$ werden dazu über diskrete Wertefolgen $x[k]$ mit $k \in \mathbb{Z}$ dargestellt.

$$x[k] = x(kT) \quad -\infty < k < \infty \quad (3.4)$$

3.1.1 Abtastung mit der Trägerfrequenz

Bei dieser Abtastvariante ist die Abtastfrequenz $f_A = 1/T$ identisch mit der Trägerfrequenz f_T , welche auch der Schaltfrequenz f_S des Stromrichters entspricht. Die qualitativen Signalverläufe und Spektren der Abtastvariante sind in Abbildung 3.2 dargestellt. Das Spektrum in Abbil-

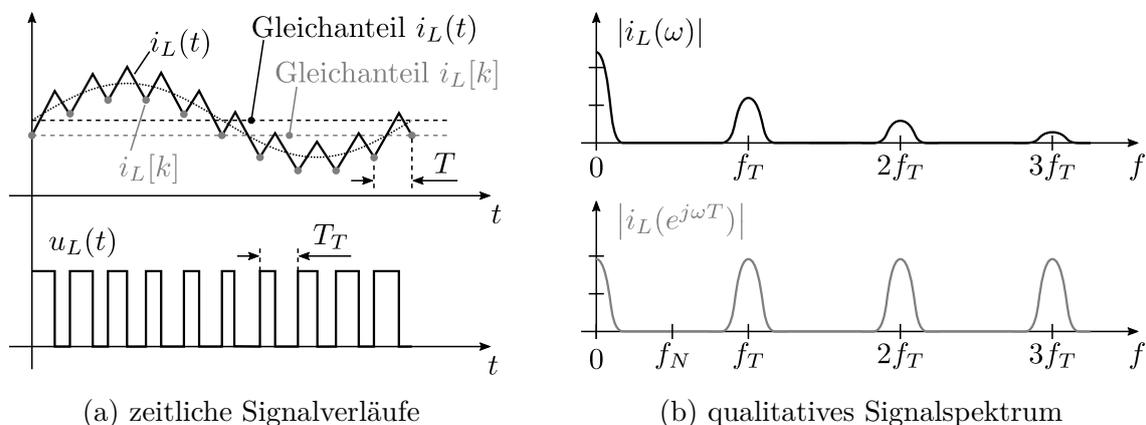


Abbildung 3.2: Qualitative Zeitverläufe und Signalspektren des einphasigen Laststroms i_L vor und nach dem Abtasten mit der Trägerfrequenz.

Abbildung 3.2(b) zeigt, dass keine Spiegelfrequenzen unterhalb der NYQUIST-Frequenz f_N auftreten, die vom Stromregler als Störung aufgefasst werden und eine Stellgradänderung verursachen. Allerdings tritt für das betrachtete stationäre Stromsignal Aliasing für die Gleichstromkomponente im Basisband auf. Dies ist sowohl aus dem Spektrum, als auch aus dem Zeitverlauf des abgetasteten Laststroms $i_L[k]$ ersichtlich. Für Antriebsregelungen ist es aber von entscheidender Bedeutung, den zeitlichen Mittelwert des Stroms korrekt zu erfassen, da dieser nach [29] maßgebend für den Drehmomentaufbau des Antriebs ist. Wählt man die Abtastzeitpunkte zu den Maximal- bzw. Minimalwerten des symmetrischen Trägersignals x_T , was in Abbildung 2.11 dargestellt ist, kann das Aliasing der Gleichstromkomponente eliminiert werden. Dazu ist nach [45] ein linearer nichtlückender Stromverlauf erforderlich, was für die meisten Motorarbeitspunkte gegeben ist. Nachteil der synchronen Strommessung ist die verzögerte Stellgradausgabe des Reglers [46], welche die erreichbare Bandbreite des Stromregelkreises reduziert.

3.1.2 Multiratenabtastung

Bei der Multiratenabtastung aus Abbildung 3.3 wird die Abtastfrequenz $1/T$ höher als die Trägerfrequenz f_T gewählt. Aufgrund der Periodizität des diskreten Spektrums mit der Abtastfrequenz verschiebt sich die Lage der Spiegelfrequenzen, was für $T = T_T/3$ in Abbildung 3.3(b) dargestellt ist. Die erhöhte Abtastfrequenz hat zur Folge, dass das erste Trägerband unterhalb der NYQUIST-Frequenz f_N liegt und vom Stromregler als Störsignal erfasst wird. Für dynamische Stromregler hoher Bandbreite erfolgt deshalb eine ungewünschte Stellgradänderung. Genau wie bei der Abtastung mit der Trägerfrequenz tritt auch bei der Multiratenabtastung Aliasing für die Gleichstromkomponente auf. Die Messwertabweichung reduziert sich aber stark mit Erhöhen der Abtastrate. Da die Frequenz der Trägerbänder bekannt ist, können die Trägerfrequenzkomponenten mit geeigneten Digitalfiltern wirksam unterdrückt werden. Wenn zusätzlich zur Abtastrate die Aktualisierungsrate des Pulsweitenmodulators erhöht wird, kann damit die Reglerbandbreite deutlich gesteigert werden, was in [47] gezeigt wurde. Durch zusätzliche Logik im Pulsweitenmodulator wird dabei verhindert, dass sich die Schaltfrequenz f_S erhöht.

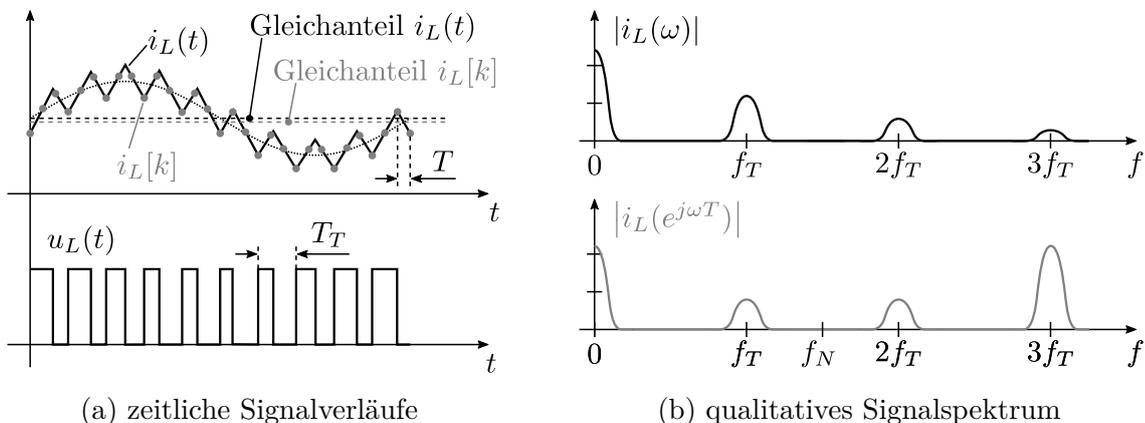


Abbildung 3.3: Qualitative Zeitverläufe und Signalspektren des einphasigen Laststroms i_L vor und nach dem Abtasten mit der dreifachen Trägerfrequenz.

3.1.3 Problemstellung bei realen Lasten

Theoretisch lässt sich durch Multiratenabtastung die Stromreglerbandbreite steigern. In realen Antriebssystemen ist dies aber schwer umsetzbar, da bei den Schaltvorgängen der Halbleiter Stromspitzen im Phasenstrom $i_A(t)$ auftreten. Diese werden durch Leitungs- und Wicklungskapazitäten C_L der Last am Stromrichterausgang verursacht, was für ein einphasiges Antriebssystem in Abbildung 3.4 dargestellt ist. Die Leitung kann über Ersatzschaltungen passiver Bauteile modelliert werden [17, 48]. Das selbe gilt für die Motorlast [16, 28, 31]. Die verlustlose Leitung wird dabei über den Induktivitätsbelag L' und Kapazitätsbelag C' pro Längeneinheit definiert. Vereinfacht betrachtet wirkt die angeschlossene Last kapazitiv für die hochfrequenten Spektralanteile des Schaltvorgangs. Damit treten zusätzlich zum niederfrequenten Grundwellenstrom Stromspitzen zum Laden und Entladen der Leitungs- und Lastkapazität an den Signalwechsellern der Steuersignale s_{A+} und s_{A-} im Phasenstrom $i_A(t)$ auf. Je nach Leitungslänge und Lastimpedanz entstehen auch resonante Schwingungen unterschiedlicher Periodendauer. Bei der Multiratenabtastung führen die Stromspitzen häufig zu Strommessabweichungen, die unerwünschte Reglerausgaben bewirken. Diese werden bei der Abtastung mit der Trägerfrequenz an den Umkehrpunkten des Trägersignals x_T auf einfache Weise vermieden. Das gleiche Messprinzip lässt sich auf die Multiratenabtastung erweitern, wenn man die Messung in einem

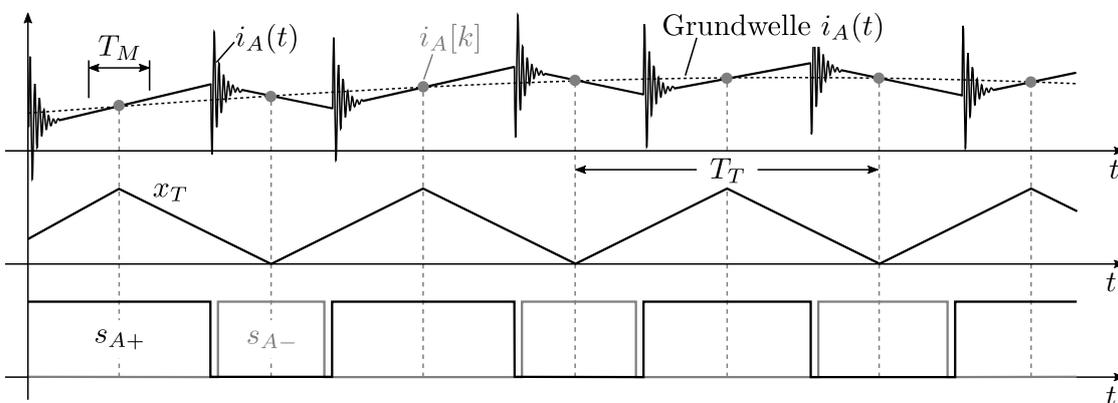
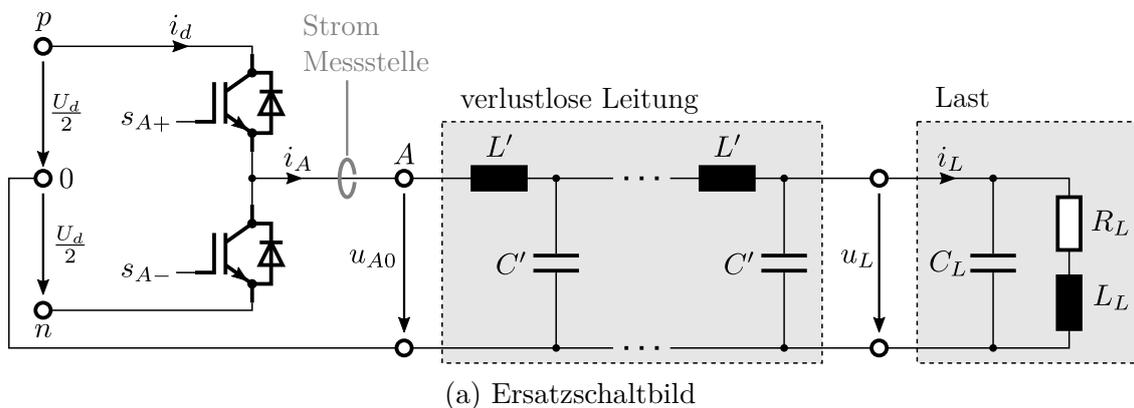


Abbildung 3.4: Qualitativer Verlauf des Phasenstroms $i_A(t)$ im realen Antriebssystem unter dem Einfluss von Leitungs- und Wicklungskapazitäten.

symmetrischen Zeitfenster T_M um die Umkehrpunkte des Trägersignals x_T durchführt. Damit geht die Möglichkeit der Bandbreitensteigerung der Multiratenabtastung aber verloren.

3.1.4 Gleitender Mittelwertfilter

Durch Multiratenabtastung im Zeitfenster T_M und gleitende Mittelwertbildung kann das Signal zu Rauschverhältnis verbessert werden [27]. Der digitale Tiefpassfilter verhindert dabei Aliasing und reduziert den Effektivwert des Stromrauschpegels. Dazu wird angenommen, dass dem Stromsignal unkorreliertes Rauschen überlagert ist. Der Erwartungswert des Messstroms sei unabhängig vom überlagerten Rauschsignal. Die damit entstehende stochastische Zufallsvariable der Messgröße X unterliegt für eine große Anzahl an Messwerten einer Verteilungsfunktion F , die über die Varianz $\text{Var}(X)$ bzw. die Standardabweichung σ charakterisiert ist. Die Standardabweichung ist dabei ein Maß für die Streuung des Messwerts um den Erwartungswert.

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 \quad (3.5)$$

Aufgrund des unkorrelierten Rauschens kann jeder Messwert durch eine stochastisch unkorrelierte Zufallsvariable X_1, X_2, \dots, X_N , die der Verteilungsfunktion F genügt beschrieben werden. Für die Varianz aus der Summe unkorrelierter Zufallsvariablen gilt [49]:

$$\text{Var}\left(\sum_{n=1}^N X_n\right) = \sum_{n=1}^N \text{Var}(X_n) \quad (3.6)$$

Mit der Definition des arithmetischen Mittelwerts einer diskreten Folge, die sich aus N Werten zusammensetzt, erhält man die Varianz des arithmetischen Mittelwerts.

$$\text{Var}(\bar{X}) = \text{Var}\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n\right) \quad (3.7)$$

Um Gleichung 3.7 weiter zu vereinfachen, wird die lineare Transformation der Wahrscheinlichkeitstheorie [49] mit der Proportionalitätskonstante c angewandt.

$$\text{Var}(cX) = c^2 \text{Var}(X) \quad (3.8)$$

Alle Zufallsvariablen X_1, X_2, \dots, X_N in Gleichung 3.7 besitzen die gleiche Varianz $\text{Var}(X)$, da sie der selben Verteilung F unterliegen. Mit Gleichung 3.8 folgt damit:

$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N \text{Var}(X_n) = \frac{N \text{Var}(X)}{N^2} = \frac{\text{Var}(X)}{N} = \frac{\sigma^2}{N} = \left(\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)^2 \quad (3.9)$$

Die Standardabweichung σ des arithmetischen Mittels \bar{X} über N Messwerte ist unter den getroffenen Annahmen um den Faktor $1/\sqrt{N}$ reduziert. Dabei ist die Standardabweichung definitionsgemäß identisch mit dem Effektivwert des Stromrauschens. Die Mittelung reduziert die zufälligen Messabweichungen und verbessert dadurch die Strommessung.

3.2 Verzögerungen des digitalen Stromregelkreises

Der analog geregelte Stromrichter besitzt idealerweise keine Verzögerungszeiten [45]. Sowohl die Regelung, als auch die Pulsweitenmodulation erfolgen zeitkontinuierlich, womit sich Änderungen der Regelgröße unmittelbar auf die Steuersignale auswirken. Mit der stabilen PT₁-Stromregelstrecke der permanentmagneterregten Synchronmaschine erreicht man bereits mit einfachen analogen Reglern einen stabilen Regelkreis mit sehr hoher Stromreglerbandbreite.

Im Gegensatz zum Analogen, treten im digitalen Regelkreis Verzögerungen auf [45]. Diese setzen sich aus A/D-Umsetzungszeiten $T_{A/D}$, Rechenzeiten T_{Ctrl} und der Verzögerung aufgrund der Abtastung des digitalen Pulsweitenmodulators T_{DPWM} zusammen. Für ein einphasiges System mit einfacher Abtastung ist dies in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Zeitverzögerung zwischen der Abtastung des Phasenstroms und der daraus resultierenden Änderung des Modulationsgrads wirkt als Totzeit, die den Stromregelkreis destabilisiert [25, 26]. Zwischen der Abtastung des Phasenstroms $i_A[k]$, der Übernahme ins Messregister $y_C[k]$, der anschließenden Ausgabe des Reglerstellgrads $u_C[k]$ und der Aktualisierung des Vergleichsregisters im Pulsweitenmodulator $u_{HC}[k]$ vergeht eine halbe Trägerperiode $T_T/2$, die für die A/D-Umsetzung und die Berechnung des Regleralgorithmus zur Verfügung steht. Die Zeit zwischen der Abtastung des Phasenstroms bis zur Übernahme ins Vergleichsregister des Pulsweitenmodulators wird im Folgenden als Verarbeitungstotzeit T_P bezeichnet. Die Modulation und die damit verbundene Steuersignaländerung s_{A+} und s_{A-} ist nochmals um ein halbe Trägerperiode T_{DPWM} verzögert. Für den vorliegenden Fall ergibt sich damit eine Gesamtverzögerung von einer Träger- bzw. Abtastperiode $T_T = T$.

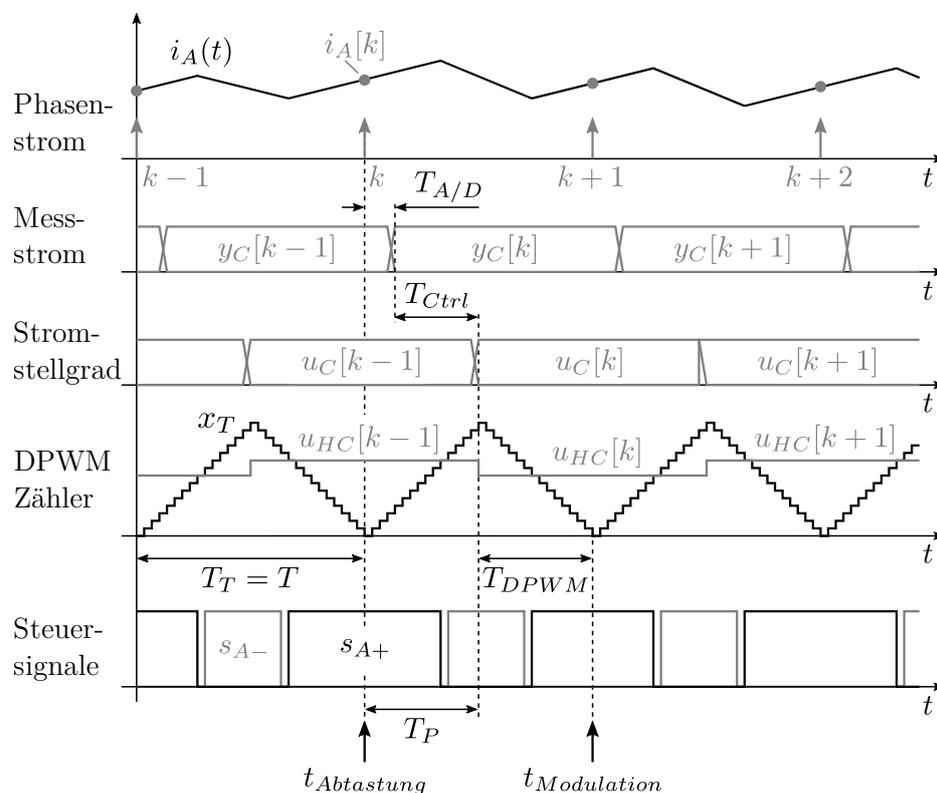


Abbildung 3.5: Verzögerungszeiten im digitalen Regelkreis bei einfacher Abtastung.

Die Gesamtverzögerung des digitalen Regelkreises hängt von der Leistungsfähigkeit der verwendeten Hardware ab. Systeme mit sehr kurzen A/D-Umsetzungs- und Rechenzeiten erlauben vorteilhafte Implementierungsmöglichkeiten. Für dynamische Regelungen lassen sich dabei vier Varianten realisieren, die bis auf die Erste bereits in [46] beschrieben sind.

1) Einfache Abtastung mit Verarbeitungstotzeit

Die Abtastung des Phasenstroms erfolgt einmal pro Trägerperiode T_T am Minimalwert des Pulsweitenmodulationszählers, wie in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Verarbeitungstotzeit T_P beträgt eine halbe Trägerperiode, womit der neue Reglerstellgrad u_C am Maximalwert des Pulsweitenmodulationszählers ins PWM Vergleichsregister u_{HC} geladen wird.

2) Einfache Abtastung ohne Verarbeitungstotzeit

Die Phasenstromerfassung findet einmal pro Trägerperiode T_T am Maximalwert des Pulsweitenmodulationszählers statt. Die Verarbeitungstotzeit T_P ist vernachlässigbar gering, weshalb der aktuelle Reglerstellgrad u_C unverzögert ins PWM Vergleichsregister u_{HC} geladen werden kann. Diese Variante erfordert schnelle A/D-Umsetzer und kurze Rechenzeiten, die man beispielsweise mit FPGAs erreicht.

3) Doppelte Abtastung mit Verarbeitungstotzeit

Die Abtastung des Phasenstroms erfolgt zweimal pro Trägerperiode T_T an beiden Extremwerten des Pulsweitenmodulationszählers. Die Verarbeitungstotzeit T_P beträgt eine halbe Trägerperiode und der neue Reglerstellgrad u_C wird um eine halbe Trägerperiode verzögert an beiden Extremwerten des Pulsweitenmodulationszählers ins PWM Vergleichsregister u_{HC} geladen.

4) Doppelte Abtastung ohne Verarbeitungstotzeit

Die Phasenstrommessung erfolgt zweimal pro Trägerperiode T_T an beiden Extremwerten des Pulsweitenmodulationszählers. Die Verarbeitungstotzeit T_P ist vernachlässigbar, weshalb der neue Reglerstellgrad u_C unverzögert ins PWM Vergleichsregister u_{HC} geladen wird.

Die Verzögerungszeiten der vier Implementierungsvarianten sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Dabei führt die doppelte Abtastung ohne Verarbeitungstotzeit ($T_P = 0$) zur geringsten Gesamtverzögerung von $T_T/4$.

Tabelle 3.1: Verzögerungszeiten unterschiedlicher Implementierungen.

Variante	Abtastung	T_P	T_{DPWM}
1	einfache ($T = T_T$)	$T_T/2$	$T_T/2$
2		0	$T_T/2$
3	doppelte ($T = T_T/2$)	$T_T/2$	$T_T/4$
4		0	$T_T/4$

3.2.1 Digitaler Pulsweitenmodulator

Regelungstechnisch wird der Pulsweitenmodulator oftmals durch ein Abtast-Halteglied nullter Ordnung angenähert [21, 50]. Deshalb wird im Weiteren geprüft, inwieweit diese Näherung mit der Grundwellenlösung des Pulsweitenmodulators aus Kapitel 2 übereinstimmt. Das Halteglied nullter Ordnung $G_{H_0}(s)$ mit der Abtastzeit T ist nach [21] wie folgt definiert.

$$G_{H_0}(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (3.10)$$

Ersetzt man zur harmonischen Analyse die komplexe Kreisfrequenz s durch $j\omega$, erhält man die frequenzabhängige Übertragungsfunktion für das Halteglied nullter Ordnung $F_{H_0}(j\omega)$.

$$F_{H_0}(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = T \underbrace{\frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}}}_{\text{Amplitude}} \underbrace{e^{-j\omega \frac{T}{2}}}_{\text{Phase}} \quad (3.11)$$

Aus dem Phasenterm des Halteglieds $F_{H_0}(j\omega)$ ist ersichtlich, dass dieser genau wie die Grundwelle des Pulsweitenmodulators s_{01} eine Verzögerung um die halbe Abtastperiode $T/2$ aufweist. Bei der Serienschaltung aus Abtast- und Halteglied entfällt nach [50, 51] der Amplitudenfaktor T . Dies lässt sich am einfachsten dadurch erklären, dass die Energie bzw. Leistung des Ausgangssignals $\bar{x}(t)$ nach dem Abtast-Halteglied gegen die des Eingangssignals $x(t)$ konvergieren muss, wenn die Abtastzeit T gegen null strebt. Das Funktionsprinzip und die dazugehörigen Signalverläufe des Abtast-Halteglieds sind in Abbildung 3.6 skizziert.

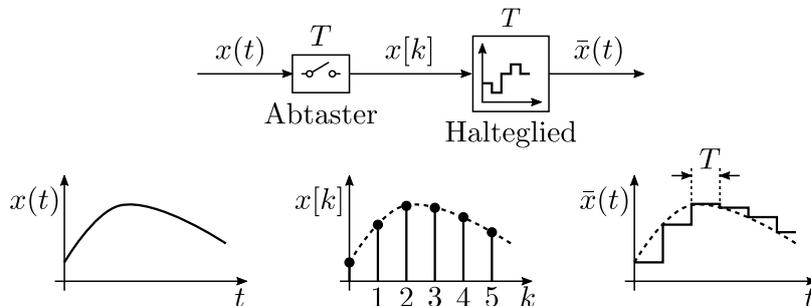


Abbildung 3.6: Signalverläufe des Abtast-Halteglieds.

Damit erhält man folgende Übertragungsfunktion $F_{AH_0}(j\omega)$ für das Abtast-Halteglied.

$$F_{AH_0}(j\omega) = \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\omega \frac{T}{2}} e^{-j\omega \frac{T}{2}} \quad (3.12)$$

Die Kreisfrequenz ω entspricht dabei der Modulationskreisfrequenz ω_M und die Abtastkreisfrequenz $\omega_A = 2\pi/T$. Der Betrag des Abtast-Halteglieds $|F_{AH_0}(j\omega)|$ lautet.

$$|F_{AH_0}(j\omega)| = \frac{\sin\left(\pi \frac{\omega_M}{\omega_A}\right)}{\pi \frac{\omega_M}{\omega_A}} \quad \text{für } \frac{\omega_M}{\omega_A} \leq 1 \quad (3.13)$$

Für die Amplituden der Grundwelle \hat{s}_{01} des digitalen Pulsweitenmodulators einfacher und doppelter Abtastung gelten Gleichung 2.91 und 2.105.

$$\text{einfache Abtastung } (\omega_A = \omega_T) : \quad \hat{s}_{01} = \frac{4\omega_T}{\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T} M\right) \cos\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T}\right) \quad (3.14)$$

$$\text{doppelte Abtastung } (\omega_A = 2\omega_T) : \quad \hat{s}_{01} = \frac{4\omega_T}{\pi\omega_M} J_1\left(\frac{\pi\omega_M}{2\omega_T} M\right) \quad (3.15)$$

Ein Vergleich der Amplituden zwischen der Grundwelle \hat{s}_{01} des Pulsweitenmodulators und der Abtast-Halteglied Approximation $M|F_{AH0}|$ ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Dabei ist die Modulationskreisfrequenz ω_M auf die Abtastkreisfrequenz $\omega_A = 2\pi/T$ normiert. Die frequenzabhängige Amplitude der Grundwelle kann beim Pulsweitenmodulator einfacher Abtastung nach Abbildung 3.7(a) mit geringem Fehler durch ein Abtast-Halteglied nullter Ordnung approximiert werden. Im Gegensatz dazu kommt es beim Pulsweitenmodulator doppelter Abtastung aus Abbildung 3.7(b) zu größeren Abweichungen für $\omega_M/\omega_A > 0.2$.

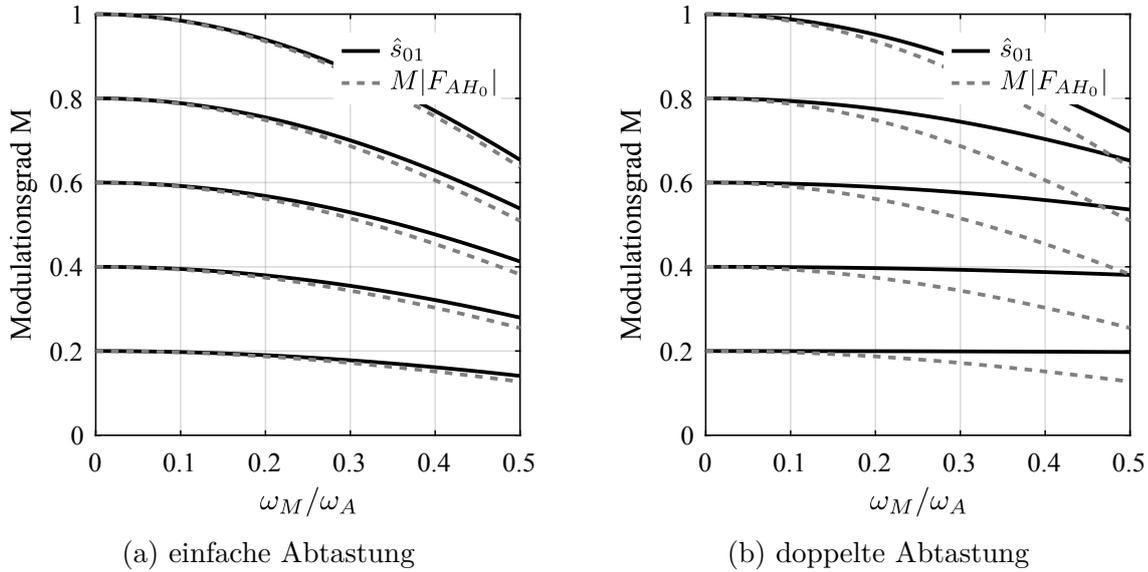


Abbildung 3.7: Frequenzabhängigkeit der Grundwellenamplitude \hat{s}_{01} im Vergleich zur Amplitude der Abtast-Halteglied Approximation $M|F_{AH0}|$ für unterschiedliche Modulationsgrade M .

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass auch die Grundwellenamplitude \hat{s}_{01} nur eine Näherung des realen Pulsweitenmodulators darstellt, da sie alle Amplituden der Seitenbänder vernachlässigt. Diese Vereinfachung wird unzulässig, wenn die Modulationskreisfrequenz ω_M in der Größenordnung der Trägerkreisfrequenz ω_T liegt, weil damit die Seitenbänder des ersten Trägerbands im Basisband liegen.

Zusammenfassend berücksichtigt die Abtast-Halteglied Approximation des digitalen Pulsweitenmodulators die exakte Verzögerung um eine halbe Abtastperiode $T/2$ und bildet zusätzlich den frequenzabhängigen Amplitudenabfall in guter Näherung ab. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit ausschließlich diese Approximation verwendet.

3.2.2 Digitaler gleitender Mittelwertfilter

Durch den Einsatz gleitender Mittelwertfilter lässt sich nach [27] das Signal zu Rauschverhältnis der Messgrößen Strom und Position verbessern. Im Allgemeinen erreicht man dies mit beliebigen digitalen Tiefpassfiltern. Allen gemein ist, dass die Signalfilterung eine Phasenverzögerung verursacht, die als Totzeit im Regelkreis wirkt. Dies wird im Folgenden exemplarisch für den in Kapitel 6 eingesetzten gleitenden Mittelwertfilter untersucht. Im englischsprachigen ist dafür auch die Bezeichnung Sinc-Filter geläufig. Mathematisch betrachtet ergibt sich der zeitdiskrete Wert am Filterausgang $y[k]$ dabei aus der Summe von N Messwerten $u[k-n]$ durch Multiplikation mit dem Kehrwert der Messwertanzahl $1/N$.

$$y[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u[k-n] \quad (3.16)$$

Möchte man die Differenzgleichung 3.16 in den Frequenzbereich transformieren, wird der Verschiebungssatz der \mathcal{Z} -Transformation benötigt. Dieser besagt, dass eine Verzögerung um n -Abtastschritte einer Multiplikation mit z^{-n} der z -Ebene entspricht. Damit folgt:

$$y[z] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u[z]z^{-n} \quad (3.17)$$

Um die Gleichung 3.17 in eine gebrochen rationale Übertragungsfunktion zu überführen, wird die geometrische Reihe benötigt [52].

$$\sum_{m=M_1}^{M_2} a^m = \frac{a^{M_1} - a^{M_2+1}}{1-a} \quad \text{für } a \neq 0 \text{ und } M_2 \geq M_1 \quad (3.18)$$

Mit der geometrischen Reihe und dem Zusammenhang $a = z^{-1}$, erhält man aus Gleichung 3.17 die Übertragungsfunktion $H_{MA}(z)$ des gleitenden Mittelwertfilters (moving average).

$$H_{MA}(z) = \frac{u(z)}{y(z)} = \frac{1}{N} \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}} \quad (3.19)$$

Die Kreisfrequenzabhängigkeit der Übertragungsfunktion $H_{MA}(z)$ ergibt sich mit dem Zusammenhang $z = e^{j\omega T}$. Mit der EULERSCHEN-Identität $\sin(x) = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$ folgt nach einigen Umformungen die Übertragungsfunktion $H_{MA}(e^{j\omega T})$.

$$H_{MA}(e^{j\omega T}) = \underbrace{\frac{1}{N} \frac{\sin\left(\frac{N\omega T}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}}_{\text{Amplitude}} \underbrace{e^{-j\omega T \frac{N-1}{2}}}_{\text{Phase}} \quad (3.20)$$

Der Frequenzgang des gleitenden Mittelwertfilters ist in Abbildung 3.8 für zwei unterschiedliche Filterbreiten N dargestellt. Dabei ist die Kreisfrequenz ω auf die Abtastkreisfrequenz $\omega_A = 2\pi/T$ normiert. Die Amplitude der Übertragungsfunktion $|H_{MA}(e^{j\omega T})|$ ist eins (0 dB) für die Kreisfre-

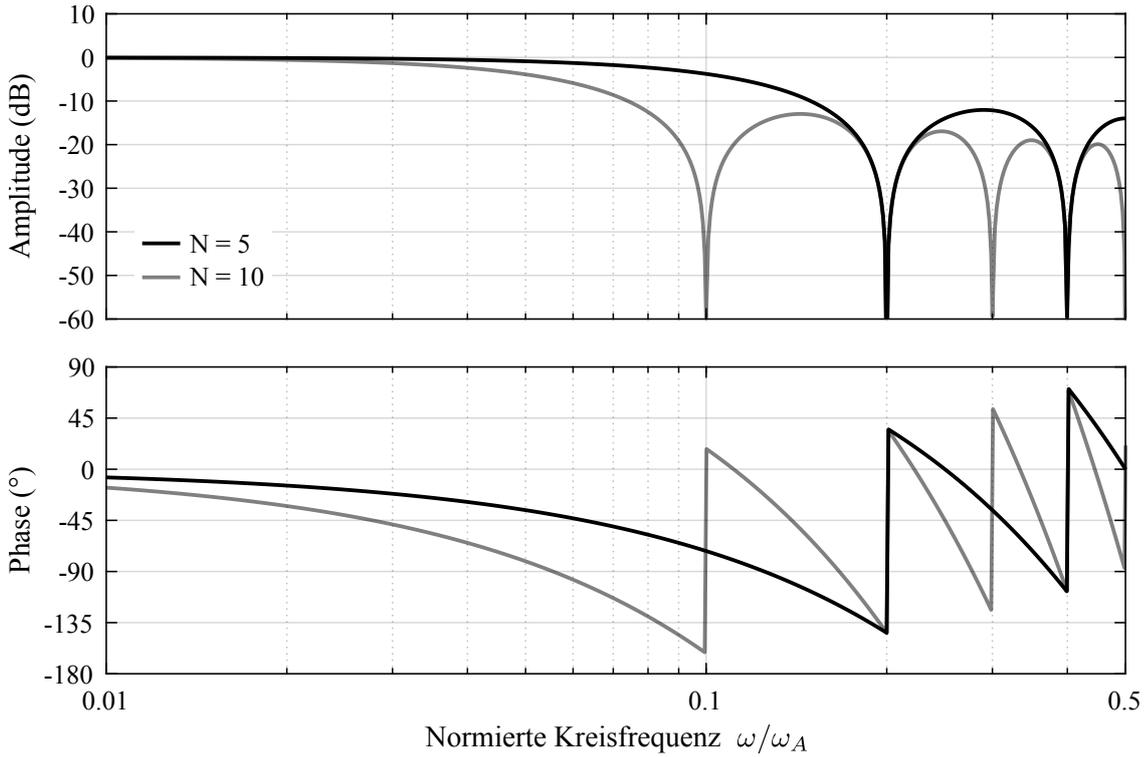


Abbildung 3.8: Simulierter Frequenzgang des gleitenden Mittelwertfilters $H_{MA}(e^{j\omega T})$.

quenz $\omega = 0$ und kleiner eins (< 0 dB) für höhere Kreisfrequenzen. Somit können niederfrequente Signale den Filter ungedämpft passieren, während hochfrequente Signale gedämpft werden. Die Amplitudendämpfung ist am größten, wenn die Amplitude $|H_{MA}(e^{j\omega T})|$ null ist. Dies ist für nachfolgende Werte der normierten Kreisfrequenz der Fall.

$$\frac{\omega}{\omega_A} = m \frac{1}{N} \quad \text{für } m = 1, 2, \dots \text{ und } m \neq N \quad (3.21)$$

Die Phase des gleitenden Mittelwertfilters $\angle H_{MA}(e^{j\omega T})$ fällt im gesamten Frequenzbereich linear, was durch die Logarithmierung der Kreisfrequenz in Abbildung 3.8 verzerrt wird. Des Weiteren enthält der Phasenverlauf Sprungstellen. Die Phasensprünge treten auf, wenn die Sinusfunktion im Zähler der Übertragungsfunktion negativ wird. Diese Vorzeichenänderung resultiert im Faktor $-1 = e^{j\pi}$ und damit in einer abrupten Phasendrehung um 180 Grad. Entscheidend für die Verzögerung im Regelkreis ist ausschließlich die Phasendrehung im Durchlassfrequenzbereich, vor der ersten Nullstelle der Sinusfunktion im Zähler. Für diesen Frequenzbereich gilt:

$$\angle H_{MA}(e^{j\omega T}) = -\omega T \underbrace{\frac{N-1}{2}}_{T_{MA}} = -\omega\pi \frac{N-1}{\omega_A} \quad \text{für } N \frac{\omega}{\omega_A} \leq 1 \quad (3.22)$$

Für die regelungstechnische Analyse approximiert man den annähernd konstanten Amplitudengang $|H_{MA}(e^{j\omega T})|$ im Durchlassbereich des Filters häufig mit eins und berücksichtigt lediglich den linearen Phasengang $\angle H_{MA}(e^{j\omega T})$ in diesem Frequenzbereich. Dabei vereinfacht sich der gleitende Mittelwertfilter zu einem Totzeitelement mit der Verzögerungszeit T_{MA} .

3.3 Regler Entwurfsvorgabe

Im Folgenden werden die grundlegenden Anforderungen an Regler, sowie die fundamentalen Limitierungen in Regelkreisen zusammengefasst. Damit soll gezeigt werden, dass die an den Regelkreis gestellten Anforderungen nicht unabhängig und teilweise kontrovers sind. Für alle Betrachtungen wird dabei ein lineares zeitinvariantes Verhalten des Reglers und der Regelstrecke vorausgesetzt. Die Analyse beschränkt sich außerdem auf einschleifige Regelkreise, wobei die Auslegung des Reglers und die Berechnung der charakteristischen Größen stets im Frequenzbereich erfolgen. Die entscheidenden Güteanforderungen an den Regler können nach Lunze [25] in vier Teilaspekte untergliedert werden, die nachfolgend aufgezählt sind.

1) Stabilitätsanforderung

Der geschlossene Regelkreis muss stabil sein. Damit reagiert der Regelkreis auf endliche Anregungen der Führungs- bzw. Störsignale mit einem endlichen Ausgangssignal.

2) Anforderung an Störkompensation und Sollwertfolge

Für definierte Führungs- und Störsignale soll die Regelgröße der Führungsgröße asymptotisch folgen, womit die Regeldifferenz gegen null strebt. Man spricht dabei auch von stationärer Genauigkeit. Für sprungförmige Sollwert- und Störsignale muss die offene Kette dazu integrales Verhalten aufweisen, was entweder durch die integrierende Wirkung der Strecke, oder durch einen entsprechenden Regler eingebracht werden kann.

3) Dynamikanforderungen

Das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises soll vorgegebene Güteanforderungen erfüllen. Im Frequenzbereich sind diese durch die maximale Amplitudenüberhöhung und die Bandbreite der Führungs- und Störübertragungsfunktionen definiert.

4) Robustheitsanforderungen

Die Anforderungen 1) – 3) sollen auch bei Modellunsicherheiten der Regelstrecke erfüllt werden. Dazu muss der an einem Modell der Regelstrecke entworfene Regler die Forderungen nach Stabilität, Störkompensation und Sollwertfolge sowie die Dynamikanforderungen erfüllen, auch wenn das verwendete Modell die reale Regelstrecke nicht exakt beschreibt.

3.3.1 Modell des Standardregelkreises

Für die mathematische Beschreibung der geforderten Regelkreiseigenschaften wird der Standardregelkreis nach Abbildung 3.9 betrachtet. Dabei ist w die Führungsgröße, e die Regelabweichung, u die Stellgröße, x die Regelgröße, y die Messgröße und z_1 , z_2 sowie z_3 die Störgrößen des Regelkreises. Trennt man den Regelkreis im Rückkopplungsweig auf, erhält man die Übertragungsfunktion $L(s)$ der offenen Kette, die in der englischsprachigen Literatur als open-loop bezeichnet wird.

$$L(s) = G_R(s) G_S(s) \tag{3.23}$$

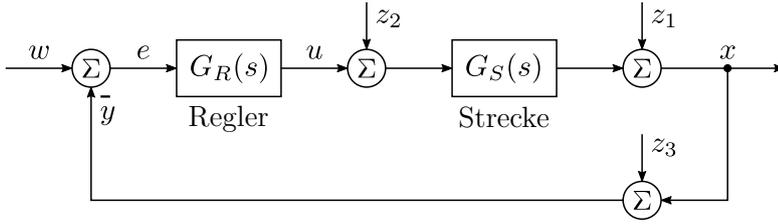


Abbildung 3.9: Standardregelkreis mit Einheitsrückführung.

Die Übertragungsfunktion der offenen Kette $L(s)$ hat regelungstechnisch große Bedeutung, da mit ihr die Stabilitätseigenschaften des Regelkreises definiert sind [25, 26]. Neben der offenen Kette ist vor allem der Einfluss der externen Signale (w, z_1, z_2, z_3) auf die Regelgröße x entscheidend. Für die Berechnung der Übertragungsfunktionen wird stets vorausgesetzt, dass bis auf das Anregungssignal alle externen Signale null sind.

$$\begin{aligned}
 G_w(s) &= \frac{x(s)}{w(s)} = \frac{L(s)}{1 + L(s)} & G_{z_1}(s) &= \frac{x(s)}{z_1(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} \\
 G_{z_2}(s) &= \frac{x(s)}{z_2(s)} = \frac{G_S(s)}{1 + L(s)} & G_{z_3}(s) &= \frac{x(s)}{z_3(s)} = -\frac{L(s)}{1 + L(s)}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Dabei ist $G_w(s)$ die Führungsübertragungsfunktion, $G_{z_1}(s)$ die Störübertragungsfunktion der Lastgröße, $G_{z_2}(s)$ die Störübertragungsfunktion der Versorgungsgröße und $G_{z_3}(s)$ die Störübertragungsfunktion der Messgröße. Die Gleichungen 3.24 zeigen, dass die Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$ bis auf das Vorzeichen identisch mit der Störübertragungsfunktion der Messgröße $G_{z_3}(s)$ ist. Damit wird das Sollwertsignal w mit gleicher Verstärkung wie die Störgröße des Messsystems z_3 auf die Regelgröße x übertragen.

Nach [26] kann man allgemein zeigen, dass sich die Übertragungsfunktionen aller Signalkombinationen aus Abbildung 3.9 mit lediglich vier Übertragungsfunktionen beschreiben lassen.

$$\begin{aligned}
 T(s) &= \frac{L(s)}{1 + L(s)} & S_1(s) &= \frac{1}{1 + L(s)} = S(s) \\
 S_2(s) &= \frac{G_S(s)}{1 + L(s)} & S_3(s) &= \frac{G_R(s)}{1 + L(s)}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Man bezeichnet $T(s)$ als komplementäre Sensitivität, $S(s)$ als Sensitivität, $S_2(s)$ als Versorgungssensitivität und $S_3(s)$ als Messfehlersensitivität. Auffällig ist, dass alle vier Übertragungsfunktionen aus den Gleichungen 3.25 den gemeinsamen Faktor der Sensitivität $S(s)$ enthalten. Die Summe aus Sensitivität $S(s)$ und komplementärer Sensitivität $T(s)$ ist dabei immer eins.

$$S(s) + T(s) = 1 \quad \Rightarrow \quad G_w(s) + G_{z_1}(s) = 1 \tag{3.26}$$

Aus Gleichung 3.26 geht hervor, dass das Führungsverhalten nicht unabhängig vom Störverhalten beeinflusst werden kann, weshalb man die Reglerstruktur in Abbildung 3.9 auch als Regelkreis mit einem Freiheitsgrad bezeichnet.

3.3.2 Stabilität von Regelkreisen

In dieser Arbeit wird die Stabilitätsprüfung des Regelkreises anhand der offenen Kette $L(s)$ durchgeführt. Dabei kommt das NYQUIST-Kriterium [53] zum Einsatz, was für die stabile offene Kette wie folgt definiert ist.

Satz 3.1 (Nyquistkriterium für die stabile offene Kette nach [26])

Es sei $L(s)$ die Übertragungsfunktion der offenen Kette, die keine Pole in der rechten Halbebene ($\text{Re}\{s\} \geq 0$), mit Ausnahme von einzelnen Polen auf der imaginären Achse ($\text{Re}\{s\} = 0$), besitzt. Wenn die Ortskurve der offenen Kette $L(j\omega)$ für $-\infty < \omega < \infty$ den kritischen Punkt $(-1 + j0)$ der komplexen Ebene nicht umschließt, ist der geschlossene Regelkreis E/A-stabil.

Im Gegensatz zu anderen Stabilitätskriterien, gibt das NYQUIST-Kriterium nicht nur eine binäre (ja, nein) Aussage über die Stabilität des geschlossenen Regelkreises, sondern liefert zusätzlich ein Maß für den Abstand zur Instabilität. Dieses Maß ist durch den Minimalabstand der stabilen offenen Kette $L(j\omega)$ zum kritischen Punkt $(-1 + j0)$ der Ortskurve im NYQUIST-Diagramm aus Abbildung 3.10(a) definiert und wird als Stabilitätsreserve $1/S_{max}$ bezeichnet. Je größer die Stabilitätsreserve, desto robuster ist der Regelkreis. Oftmals wird auch ein Wertepaar aus Amplitudenreserve A_R und Phasenreserve Φ_R angegeben, weil die Stabilitätsreserve nicht aus dem BODE-Diagramm der offenen Kette $L(j\omega)$ in Abbildung 3.10(b) hervorgeht. Nachteilig ist dabei, dass die Amplituden- und Phasenreserve lediglich an zwei Kreisfrequenzpunkten definiert ist, wo der Amplituden- und Phasenverlauf der offenen Kette die Amplitude von eins bzw. die Phase von -180 Grad das Erste mal durchläuft. Diese Definition ist ausschließlich bei monoton fallenden Amplituden- und Phasenverläufen gleichwertig zur Stabilitätsreserve. Deshalb wird im Weiteren die Stabilitätsreserve bevorzugt, da sie eindeutig über einen Zahlenwert definiert ist und zusätzlich den gesamten Kreisfrequenzbereich betrachtet.

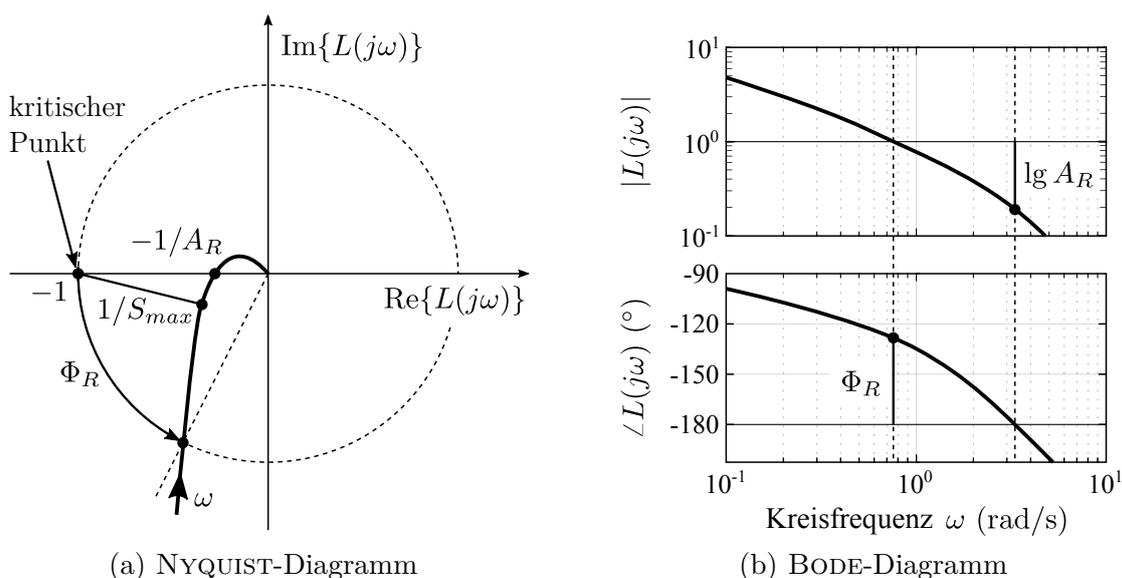


Abbildung 3.10: Definition der Stabilitätsreserve, sowie der Amplituden- und Phasenreserve.

3.3.3 Fundamentale Limitierungen von Regelkreisen

Die Sensitivitätsfunktion $S(j\omega)$ beschreibt den Einfluss von Störungen am Streckenausgang z_1 durch die Rückkopplung im Regelkreis [25, 26]. Dabei werden Störungen für Kreisfrequenzen, an denen $|S(j\omega)| < 1$ ist, abgeschwächt und Störungen für $|S(j\omega)| > 1$ verstärkt. Die maximal auftretende Sensitivität S_{max} ist ein Maß für die größte Störverstärkung des geschlossenen Regelkreises. Der Maximalwert des Sensitivitätsbetrags $|1/(1 + L(j\omega))|$ ist außerdem der Minimalwert von $|1 + L(j\omega)|$, was exakt der Definition der Stabilitätsreserve entspricht. Die Stabilitätsreserve $1/S_{max}$ ist dabei der Kehrwert der maximalen Sensitivität S_{max} . Der Mitkopplungsbereich II der Ortskurve aus Abbildung 3.11, für den $|S(j\omega)| > 1$ gilt, liegt innerhalb des Einheitskreises um den kritischen Punkt $(-1 + j0)$.

$$1^2 = (1 + \operatorname{Re}\{L(j\omega)\})^2 + \operatorname{Im}\{L(j\omega)\}^2 \quad \text{Kreisgleichung} \quad (3.27)$$

Die bisherigen Untersuchungen stellen noch keine grundsätzlichen Limitierungen des Regelkreises dar. Diese kommen erst durch das Gleichgewichtstheorem, was häufig auch als BODE-Integral bezeichnet wird, zum Vorschein.

Satz 3.2 (Gleichgewichtstheorem für die stabile offene Kette nach [26])

Die offene Kette $L(s)$ ist stabil und hat einen Polüberschuss von mindestens zwei. Wenn die offene Kette keine Pole in der rechten Halbebene aufweist, genügt die Sensitivität $S(j\omega)$ nachfolgender Integralgleichung.

$$\int_0^\infty \lg |S(j\omega)| d\omega = \int_0^\infty \lg \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| d\omega = 0 \quad (3.28)$$

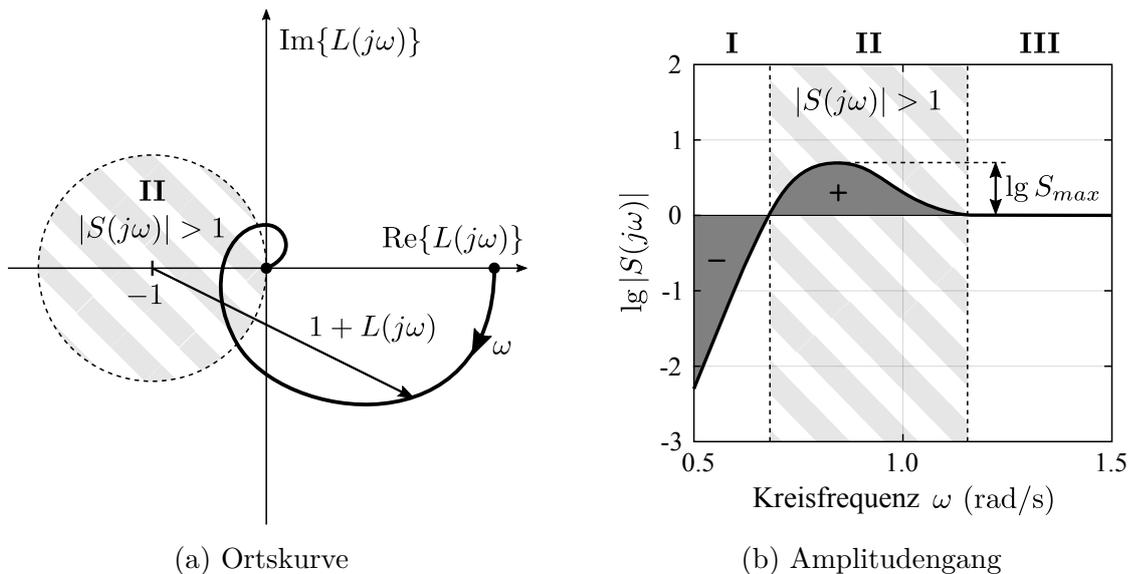


Abbildung 3.11: Interpretation des BODE-Integrals.

Der mathematische Zusammenhang aus Gleichung 3.28 ist auch als Wasserbetteffekt bekannt. Die geometrische Interpretation besagt dabei, dass die grau markierte Fläche des logarithmierten

Sensitivitätsbetrags $\lg |S(j\omega)|$ aus Abbildung 3.11(b) im Gegenkopplungsbereich I genauso groß ist, wie die im Mitkopplungsbereich II. Damit erzwingt jede Verbesserung des Regelkreisverhaltens im Gegenkopplungsbereich einer Verschlechterung im Mitkopplungsbereich und umgekehrt. Eine ausführliche Analyse und Interpretation dieses Sachverhalts ist in [25, 26, 54] dargestellt.

Zusammenfassend kann der Amplitudengang der Sensitivität $|S(j\omega)|$ in die drei nachfolgenden Bereiche unterteilt werden.

I. Gegenkopplungsbereich

Der Betrag der Sensitivität $|S(j\omega)|$ ist kleiner als eins. Die Regelgröße wird der Führungsgröße nachgeführt. Störungen am Streckenausgang werden mit einer entsprechend $|S(j\omega)|$ gedämpften Amplitude an den Ausgang des Regelkreises übertragen.

II. Mitkopplungsbereich

Der Betrag der Sensitivität $|S(j\omega)|$ ist größer als eins. Die Regelabweichung des geschlossenen Regelkreises ist größer als die des unregulierten Systems. Somit werden Störungen am Streckenausgang um den Faktor $|S(j\omega)|$ verstärkt an den Ausgang des Regelkreises übertragen. Der Maximalwert der Sensitivität S_{max} beschreibt dabei die größtmögliche Verstärkung von Störungen am Streckenausgang.

III. Unempfindlichkeitsbereich

Der Betrag der Sensitivität $|S(j\omega)|$ ist näherungsweise gleich eins. Störungen am Streckenausgang werden ungemindert an den Ausgang des Regelkreises übertragen und die Regelung ist wirkungslos.

In dynamischen Regelkreisen versucht man den Gegenkopplungsbereich zu möglichst großen Kreisfrequenzen auszudehnen, damit Störungen am Streckenausgang in einem breiten Kreisfrequenzbereich unterdrückt werden können. Dieses Vorgehen zieht entweder einen breiten Mitkopplungsbereich, oder eine geringe Stabilitätsreserve nach sich. In der Praxis muss für ein gutes Reglerverhalten dafür Sorge getragen werden, dass im Mitkopplungsbereich nur geringe Stör-Amplituden auftreten. Dies betrifft alle Störsignale im Regelkreis, da der Betrag jeder Störübertragungsfunktion proportional zu dem der Sensitivität $|S(j\omega)|$ ist.

Ein zusätzliches Merkmal der Übertragungsfunktion der Sensitivität $S(j\omega)$ und der komplementären Sensitivität $T(j\omega)$ ist, dass sie die Empfindlichkeit des Regelkreises gegenüber Parameterabweichungen bzw. Modellunsicherheiten der Strecke $G_S(j\omega)$ beschreiben. Diese Eigenschaft verleiht ihnen den Namen Sensitivität. Betrachtet man die Logarithmen der Führungs- und Störübertragungsfunktion $G_w(j\omega)$ und $G_{z_1}(j\omega)$, so gilt:

$$\frac{d \lg G_w}{d \lg G_S} = \frac{dG_w/G_w}{dG_S/G_S} = \frac{dG_w}{dG_S} \frac{G_S}{G_w} = \frac{1}{1 + G_R(j\omega) G_S(j\omega)} = S(j\omega) \quad (3.29)$$

$$\frac{d \lg G_{z_1}}{d \lg G_S} = \frac{dG_{z_1}/G_{z_1}}{dG_S/G_S} = \frac{dG_{z_1}}{dG_S} \frac{G_S}{G_{z_1}} = -\frac{G_R(j\omega) G_S(j\omega)}{1 + G_R(j\omega) G_S(j\omega)} = -T(j\omega) \quad (3.30)$$

3.4 Rotorfeste Stromregelung

Der digitale Stromregelkreis der permanentmagneterregten Synchronmaschine im rotorfesten dq -System kann vereinfacht wie in Abbildung 3.12 dargestellt werden. Er besteht aus einem digitalen Regler, einem Halteglied, der Regelstrecke und dem Abtaster. Dabei ist w_C die Führungsgröße, e_C die Regelabweichung, u_C die Stellgröße, x_C die Regelgröße, y_C die Messgröße, z_I die Störgröße am Streckenausgang und z_N die Messstörgröße. Die fett hervorgehobenen Signale in Abbildung 3.12 repräsentieren vektorielle Größen und bestehen aus einer d - und q -Komponente. Für das Sollwertsignal des Stroms gilt beispielsweise $w_C = [w_{Cd} \ w_{Cq}]^T$. Das Halteglied nullter Ordnung bildet die Charakteristik des digitalen Pulsweitenmodulators ab. Die Verzögerungstotzeit der A/D-Umsetzer und die der Algorithmenberechnung wird über die Totzeit T_P berücksichtigt und der Regelstrecke zugeordnet, da dies die Berechnung vereinfacht. Außerdem soll gelten, dass die Kopplung zwischen d -Strom und q -Strom, sowie die drehzahlabhängige Gegeninduktionsspannung der Maschine aus Abbildung 2.4 durch Spannungsvorsteuerung kompensiert wird. Unter diesen Voraussetzungen kann man die ohmsch-induktive Motorlast als PT_1 -System mit der Proportionalverstärkung K_L und der Lastzeitkonstanten T_L ansetzen.

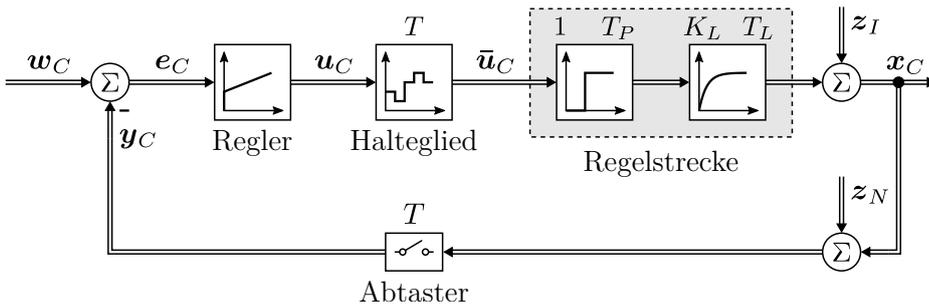


Abbildung 3.12: Blockschaltbild der zeitdiskreten Stromregelung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine im rotorfesten dq -System.

Da jedes Signal eine zweidimensionale Größe darstellt, müssen die Übertragungselemente aus einer Matrix der gleichen Dimension bestehen. Für den digitalen Regler $H_{2R}(z)$ folgt:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u_{Cd}(z) \\ u_{Cq}(z) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_C(z)} = \underbrace{\begin{bmatrix} H_{Rd}(z) & 0 \\ 0 & H_{Rq}(z) \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{2R}(z)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} e_{Cd}(z) \\ e_{Cq}(z) \end{bmatrix}}_{\mathbf{e}_C(z)} \quad (3.31)$$

Bei der permanentmagneterregten Synchronmaschine ist die Stromregelstrecke für beide Komponenten nahezu identisch, da die Längs- und Querinduktivität etwa gleich groß sind. Deshalb werden die Stromregler der d - und q -Komponente mit identischen Werten belegt. Der Einfachheit halber wird im Folgenden auf die übersichtlichere eindimensionale Darstellung gewechselt.

Der digitale Stromregler wird in diesem Kapitel stets mit der Übertragungsfunktion $H_R(z)$ beschrieben. Verzögerungszeiten der A/D-Umsetzer $T_{A/D}$ und die Berechnungsdauer des digitalen Reglers T_{Ctrl} können als gemeinsame kontinuierliche Totzeit T_P in der Übertragungsfunktion

$G_T(s)$ zusammengefasst werden.

$$G_T(s) = e^{-sT_{A/D}} e^{-sT_{Ctrl}} = e^{-sT_P} \quad (3.32)$$

Die ohmsch-induktive Motorlast wird als PT₁-System modelliert.

$$G_L(s) = \frac{K_L}{T_L s + 1} \quad (3.33)$$

Der Quotient aus Lastinduktivität und Widerstand entspricht der Lastzeitkonstante $T_L = L_L/R_L$ und der Kehrwert des Lastwiderstands der Proportionalverstärkung $K_L = 1/R_L$.

Die Übertragungsfunktion der Motorlast $G_L(s)$ und der Verarbeitungstotzeit $G_T(s)$ werden im Folgenden als Streckenübertragungsfunktion $G_S(s)$ zusammengefasst.

$$G_S(s) = G_L(s) G_T(s) \quad (3.34)$$

Die Regelstrecke $G_S(s)$ wird mit dem Halteglied nullter Ordnung $G_{H_0}(s)$ in den z -Bereich transformiert [21].

$$H_{HS}(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G_S(s)}{s} \right\} \quad (3.35)$$

Die Übertragungsfunktion der offenen Stromkette $L_C(z)$ (open-loop) lautet dabei:

$$L_C(z) = H_{HS}(z) H_R(z) \quad (3.36)$$

Die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreises berechnet sich nach Gleichung 3.24 wie folgt aus der der offenen Kette $L_C(z)$.

$$T_C(z) = \frac{x_C(z)}{w_C(z)} = \frac{L_C(z)}{1 + L_C(z)} \quad (3.37)$$

Für die vorliegende Reglerstruktur mit einem Freiheitsgrad entspricht die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreises der komplementären Empfindlichkeit bzw. der komplementären Sensitivität $T_C(z)$.

Die Störübertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreises berechnet sich nach Gleichung 3.24 wie folgt aus der der offenen Kette $L_C(z)$.

$$S_I(z) = \frac{x_C(z)}{z_I(z)} = \frac{1}{1 + L_C(z)} \quad (3.38)$$

Dabei ist die Störübertragungsfunktion der Lastgröße identisch mit der Empfindlichkeit bzw. der Sensitivität $S_I(z)$, weshalb im Weiteren diese Notation verwendet wird.

Im Anschluss an die mathematische Beschreibung der Übertragungsfunktionen erfolgt die Berechnung des häufig verwendeten PI-Reglers und dessen Parameterauslegung für die vier Implementierungsvarianten des digitalen Stromreglers aus Tabelle 3.1.

3.4.1 PI-Stromregler

Die Stromregelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine erfolgt häufig über PI-Regler. Dabei wird über die Proportionalverstärkung K_P des Reglers die Dynamik eingestellt und über die Integralverstärkung K_I eine bleibende Regelabweichung $e(t)$ verhindert. Im Zeitbereich ergibt sich für die Parallelstruktur des PI-Reglers nachfolgende Integralgleichung [55].

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(\tau) d\tau \quad (3.39)$$

Durch Anwenden der LAPLACE-Transformation erhält man unter Vernachlässigung der Anfangswerte die kontinuierliche Übertragungsfunktion des PI-Reglers in Parallelstruktur.

$$G_{PI}(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} \quad (3.40)$$

Die Gleichung 3.40 kann auf unterschiedliche Weise in die z-Ebene überführt werden. Die dabei üblichen Verfahren sind äquivalent zur Rechteck- bzw. Trapeznäherung der Integraloperation im Zeitbereich. Bei der im Weiteren verwendeten Rechtecknäherung ersetzt man die komplexe Kreisfrequenz der s-Ebene wie folgt [21]:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T} \quad (3.41)$$

Damit erhält man aus Gleichung (3.40) die diskrete Übertragungsfunktion $H_{PI}(z)$.

$$H_{PI}(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = K_P + \frac{K_I T}{1 - z^{-1}} \quad (3.42)$$

Dabei entspricht T der Abtastzeit des digitalen Reglers. Die Integrationsverstärkung K_I kann durch den Quotienten aus Proportionalverstärkung K_P und Nachstellzeit T_N ausgedrückt werden.

$$K_I = \frac{K_P}{T_N} \quad (3.43)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 3.43 in 3.42 erhält man die finale diskrete Form des PI-Reglers in Parallelstruktur.

$$H_{PI}(z) = K_P \frac{1 + \frac{T}{T_N} - z^{-1}}{1 - z^{-1}} = K_P \frac{\left(1 + \frac{T}{T_N}\right) z - 1}{z - 1} \quad (3.44)$$

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird die allgemeine Notation der Verstärkungsfaktoren des PI-Reglers verändert, um für den untersuchten Stromregelkreis einen physikalischen Bezug herzustellen. Dabei gilt:

$$K_P = K_C \quad T_N = T_{NC}$$

Der Index C steht dabei für die physikalische Größe Strom (current).

3.4.2 Reglerauslegung mit Verzögerungstotzeit

Mikroprozessor basierte Stromregler weisen je nach Abtastvariante eine Verzögerungstotzeit T_P von einer halben oder einer ganzen Abtastperiode T auf. Um beide Fälle zu berücksichtigen, wird die Berechnung aus [46] erweitert. Dazu überführt man die kontinuierliche Übertragungsfunktion $G_S(s)$ der Regelstrecke mit Halteglied in die diskrete z -Ebene $H_{HS}(z, m)$. Für beliebige Verzögerungstotzeiten $0 < T_P \leq T$ erfolgt dies mit der modifizierten \mathcal{Z} -Transformation \mathcal{Z}_{mod} .

$$H_{HS}(z, m) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G_L(s)e^{-sT_P}}{s} \right\} = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}_{mod} \left\{ \frac{G_L(s)}{s} \right\} \quad (3.45)$$

Mit der Transformationstabelle aus [56] folgt die diskrete Übertragungsfunktion $H_{HS}(z, m)$.

$$H_{HS}(z, m) = z^{-1} K_L \frac{\left(1 - e^{-m\frac{T}{T_L}}\right) z + e^{-m\frac{T}{T_L}} - e^{-\frac{T}{T_L}}}{z - e^{-\frac{T}{T_L}}} \quad \text{für } 0 \leq m < 1 \quad (3.46)$$

Dabei entspricht der Faktor $m = 1 - T_P/T$ einer normierten Verzögerung. Die Verzögerungstotzeit $T/2$ und T ergeben damit die Faktoren $m = 1/2$ sowie $m = 0$.

Die Übertragungsfunktion der offenen Kette $L_C(z)$ aus Gleichung 6.18 setzt sich aus der des PI-Reglers $H_{PI}(z)$ und der der Regelstrecke mit Halteglied $H_{HS}(z, m)$ zusammen.

$$L_C(z) = \underbrace{K_C \frac{\left(1 + \frac{T}{T_{NC}}\right) z - 1}{z - 1}}_{H_{PI}(z)} \underbrace{z^{-1} K_L \frac{\left(1 - e^{-m\frac{T}{T_L}}\right) z + e^{-m\frac{T}{T_L}} - e^{-\frac{T}{T_L}}}{z - e^{-\frac{T}{T_L}}}}_{H_{HS}(z, m)} \quad (3.47)$$

Die Nachstellzeit T_{NC} des PI-Reglers wird nach dem Betragsoptimum parametrisiert. Dabei kompensiert man die Nullstelle des Reglers mit der Polstelle der Regelstrecke.

$$T_{NC} = \frac{T}{e^{\frac{T}{T_L}} - 1} \quad (3.48)$$

Ist die Abtastzeit viel kleiner als die Lastzeitkonstante ($T \ll T_L$), kann Gleichung 3.48 mit der Näherung $e^x \approx 1 + x$ approximiert werden.

$$T_{NC} \approx T_L \quad \text{für } T \ll T_L \quad (3.49)$$

Durch Einsetzen der Übertragungsfunktion der offenen Kette $L_C(z)$ aus Gleichung 3.47 und der Nachstellzeit T_{NC} aus Gleichung 3.48 in die Gleichung 3.37, erhält man die Führungsübertragungsfunktion $T_C(z)$ des geschlossenen Stromregelkreis.

$$T_C(z) = \frac{K_C K_L e^{\frac{T}{T_L}} \left[\left(1 - e^{-m\frac{T}{T_L}}\right) z + e^{-m\frac{T}{T_L}} - e^{-\frac{T}{T_L}} \right]}{z^2 - z + K_C K_L e^{\frac{T}{T_L}} \left[\left(1 - e^{-m\frac{T}{T_L}}\right) z + e^{-m\frac{T}{T_L}} - e^{-\frac{T}{T_L}} \right]} \quad (3.50)$$

Die Gleichung 3.50 lässt sich mit nachfolgenden Substitutionen vereinfachen.

$$K_1 = K_L e^{\frac{T}{T_L}} \left(1 - e^{-m\frac{T}{T_L}}\right) \quad K_2 = K_L e^{\frac{T}{T_L}} \left(e^{-m\frac{T}{T_L}} - e^{-\frac{T}{T_L}}\right) \quad (3.51)$$

Damit reduziert sich die Führungsübertragungsfunktion $T_C(z)$.

$$T_C(z) = \frac{K_C K_1 z + K_C K_2}{z^2 - z(1 - K_C K_1) + K_C K_2} \quad (3.52)$$

Zur Berechnung der Proportionalverstärkung K_C wird die diskrete Übertragungsfunktion $T_C(z)$ nach [46] mit der bilinearen Transformation in eine kontinuierliche Form $T_C(s)$ überführt. Dabei gilt:

$$z = \frac{2 + Ts}{2 - Ts} \quad (3.53)$$

Mit der bilinearen Transformation aus Gleichung 3.53 erhält man nach mehreren algebraischen Umformungen die Übertragungsfunktion $T_C(s)$.

$$T_C(s) = \frac{K_C K_1 (4 - T^2 s^2) + K_C K_2 (2 - Ts)^2}{T^2 (2 - K_C K_1 + K_C K_2) s^2 + 4T(1 - K_C K_2) s + 4K_C (K_1 + K_2)} \quad (3.54)$$

Dabei entspricht die Form des Nennerpolynoms einem System zweiter Ordnung ($s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2$), mit dem Dämpfungsgrad D und der Kennkreisfrequenz ω_0 . Durch Koeffizientenvergleich kann man die Proportionalverstärkung in Abhängigkeit des Dämpfungsgrads D darstellen.

$$K_C = \frac{K_1 D^2 + K_2 (1 + D^2) - D \sqrt{K_1^2 (D^2 - 1) + 2K_1 K_2 (1 + D^2) + K_2^2 (3 + D^2)}}{K_1^2 D^2 + K_2^2 (1 - D^2)} \quad (3.55)$$

Ist die Abtastzeit viel kleiner als die Lastzeitkonstante ($T \ll T_L$), kann man mit der Näherung $e^x \approx 1 + x$ zeigen, dass für eine halbe Taktperiode Verzögerung ($m = 1/2$) die Konstanten K_1 und K_2 identisch sind. Damit lässt sich die Gleichung 3.55 wie folgt vereinfachen.

$$K_C = \frac{(1 + 2D^2) - 2D\sqrt{1 + D^2}}{K_2} \quad \text{für } m = 1/2 \quad (3.56)$$

Für den Fall, dass die Verarbeitungstotzeit eine Abtastperiode beträgt ($m = 0$), wird die Konstante $K_1 = 0$. Damit vereinfacht sich Gleichung 3.55 wie folgt:

$$K_C = \frac{(1 + D^2) - D\sqrt{3 + D^2}}{K_2 (1 - D^2)} \quad \text{für } m = 0 \quad (3.57)$$

In dynamischen Regelkreisen wird der Dämpfungsgrad D oftmals mit $1/\sqrt{2}$ festgelegt. Bei sprungförmiger Anregung bewirkt dies ein Überschwingen der Regelgröße. Vorteilhaft ist der im Vergleich zur überschwingungsfreien Konfiguration des aperiodischen Grenzfalls, mit dem Dämpfungsgrad $D = 1$, deutlich schnellere Anstieg der Regelgröße.

Mit dem Dämpfungsgrad $D = 1/\sqrt{2}$ vereinfacht sich Gleichung 3.56 und 3.57 wie folgt:

$$K_C(m = 1/2) = \frac{0.268}{K_2} \qquad K_C(m = 0) = \frac{0.354}{K_2}$$

Die vorgestellte Parametrierung gilt uneingeschränkt, solange die Abtastzeit T des Stromreglers viel kleiner als die Lastzeitkonstante T_L ist. Für $T_L \geq 10T$ ist dies bereits in guter Näherung erfüllt. Die unterschiedliche Größenordnung zwischen Abtast- und Lastzeitkonstante ist in realen Systemen überwiegend gewährleistet, da der Verzerrungsanteil der Phasenströme ansonsten sehr hoch wird.

3.4.3 Reglerauslegung ohne Verzögerungstotzeit

Mit FPGA basierten Stromreglern und schnellen A/D-Umsetzern ist bei Schaltfrequenzen im Kilohertzbereich eine Implementierung ohne Verzögerungstotzeit T_P möglich. In diesem Fall kann die kontinuierliche Regelstrecke $G_S(s)$ mit Halteglied über die klassische \mathcal{Z} -Transformation in die diskrete Übertragungsfunktion $H_{HS}(z)$ überführt werden.

$$H_{HS}(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G_S(s)}{s} \right\} = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \frac{G_L(s)}{s} \right\} \quad (3.58)$$

Mit der Transformationstabelle nach [56] folgt:

$$H_{HS}(z) = K_L \frac{1 - e^{-\frac{T}{T_L}}}{z - e^{-\frac{T}{T_L}}} \quad (3.59)$$

Kompensiert man die Nullstelle des PI-Reglers $H_{PI}(z)$ mit der Polstelle der Regelstrecke mit Halteglied $H_{HS}(z)$, erhält man aus Gleichung 3.37 die Führungsübertragungsfunktion $T_C(z)$.

$$T_C(z) = \frac{K_C K_L e^{\frac{T}{T_L}} \left(1 - e^{-\frac{T}{T_L}}\right)}{z - 1 + K_C K_L e^{\frac{T}{T_L}} \left(1 - e^{-\frac{T}{T_L}}\right)} \quad (3.60)$$

Wählt man die Proportionalverstärkung K_C nach [3], so folgt:

$$K_C = \frac{1}{K_L} \frac{e^{-\frac{T}{T_L}}}{1 - e^{-\frac{T}{T_L}}} = \frac{1}{K_L} \frac{1}{e^{\frac{T}{T_L}} - 1} \quad (3.61)$$

Damit wird der Zähler aus Gleichung 3.60 zu eins und es verbleibt lediglich ein z im Nenner. Dies entspricht einer Zeitverzögerung um eine Abtastperiode T .

$$T_C(z) = \frac{1}{z} = z^{-1} \quad (3.62)$$

Mit dieser Reglerparametrierung erhält man einen Regler endlicher Einstellzeit (Deadbeat). Bei sprungförmiger Sollwertanregung erreicht die Regelgröße bereits nach einer Abtastperiode T überschwingungsfrei seinen Sollwert, was in Abbildung 3.13 dargestellt ist.

3.4.4 Vergleich der Stromregler Implementierungsvarianten

Die Sprungantwort des Stromreglers bei Sprunganregung des Querstromsollwerts $w_{Cq} = 1$ A zum Zeitpunkt $t/T = 0$ ist für die unterschiedlichen Implementierungen in Abbildung 3.13 dargestellt. Dabei ist die Zeit t auf die Abtastzeit T normiert. Die Implementierungen mit Verzögerungstotzeit $T_P > 0$ zeigen ein Überschwingen der Regelgröße x_{Cq} von etwa 7%, während die totzeitfreie Variante $T_P = 0$ überschwingungsfrei nach einer Abtastperiode den Sollwert erreicht.

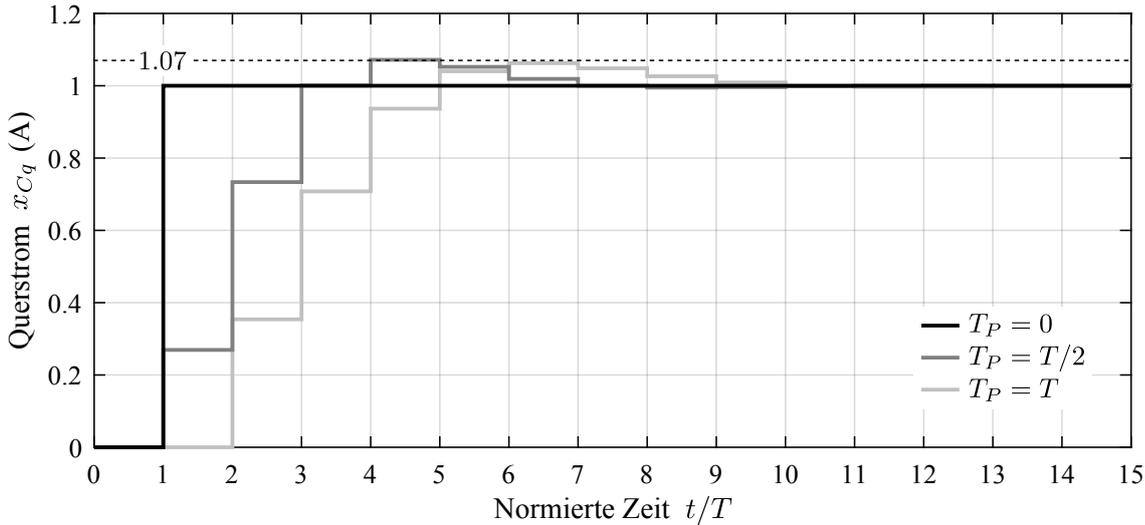


Abbildung 3.13: Simulierte Sprungantwort des Stromreglers bei einer Querstromanregung von $w_{Cq} = 1$ A zum Zeitpunkt $t/T = 0$.

Zusätzlich zur Sprungantwort im Zeitbereich kann die erreichbare Bandbreite des Stromregelkreises für die unterschiedlichen Implementierungen im Frequenzbereich gegenübergestellt werden. Zur übersichtlichen Darstellung normiert man dazu die Kreisfrequenz ω auf die Abtastkreisfrequenz $\omega_A = 2\pi/T$. Für den Absolutwertvergleich aus Tabelle 3.2 müssen die charakteristischen Größen der Frequenzbereichsdiagramme auf die gemeinsame Größe der Trägerperiode T_T bezogen werden. Bei doppelter Abtastung ($T = T_T/2$) der Variante 3 und 4 muss man deshalb die Zahlenwerte aus Abbildung 3.14 und 3.15 mit dem Faktor zwei multiplizieren. Die Bandbreite des Stromregelkreises ist je nach Definition durch das BODE-Diagramm des geschlossenen Regelkreises $T_C(e^{j\omega T})$ in Abbildung 3.14 oder über den Betragsgang der Sensitivität $|S_I(e^{j\omega T})|$ in Abbildung 3.15 festgelegt. Üblicherweise gibt man den -3 dB Amplitudenabfall des geschlossenen Regelkreises $|T_C(e^{j\omega T})|$ an. Für die vereinfachten Parameterberechnungen der überlagerten Regelkreise verwendet man teilweise auch die -45 Grad Phasendrehung der Übertragungsfunktion $\angle T_C(e^{j\omega T})$, um den Stromregelkreis mit einem PT₁-System anzunähern. Eine alternative Definition der Regelkreisbandbreite ist über die Störübertragungsfunktion bzw. die Sensitivität $|S_I(e^{j\omega T})|$ gegeben. Die charakteristische Frequenz ist dabei über den -3 dB Amplitudendurchtritt definiert. Bis zu dieser Frequenz können Störungen am Streckenausgang mit -3 dB unterdrückt werden, was für höhere Frequenzanteile nicht mehr gegeben ist. Zusätzlich kann die Stabilitätsreserve direkt aus dem Betragsgang der Sensitivität $|S_I(e^{j\omega T})|$ bestimmt werden, da sie dem Kehrwert des Maximalwerts S_{max} entspricht.

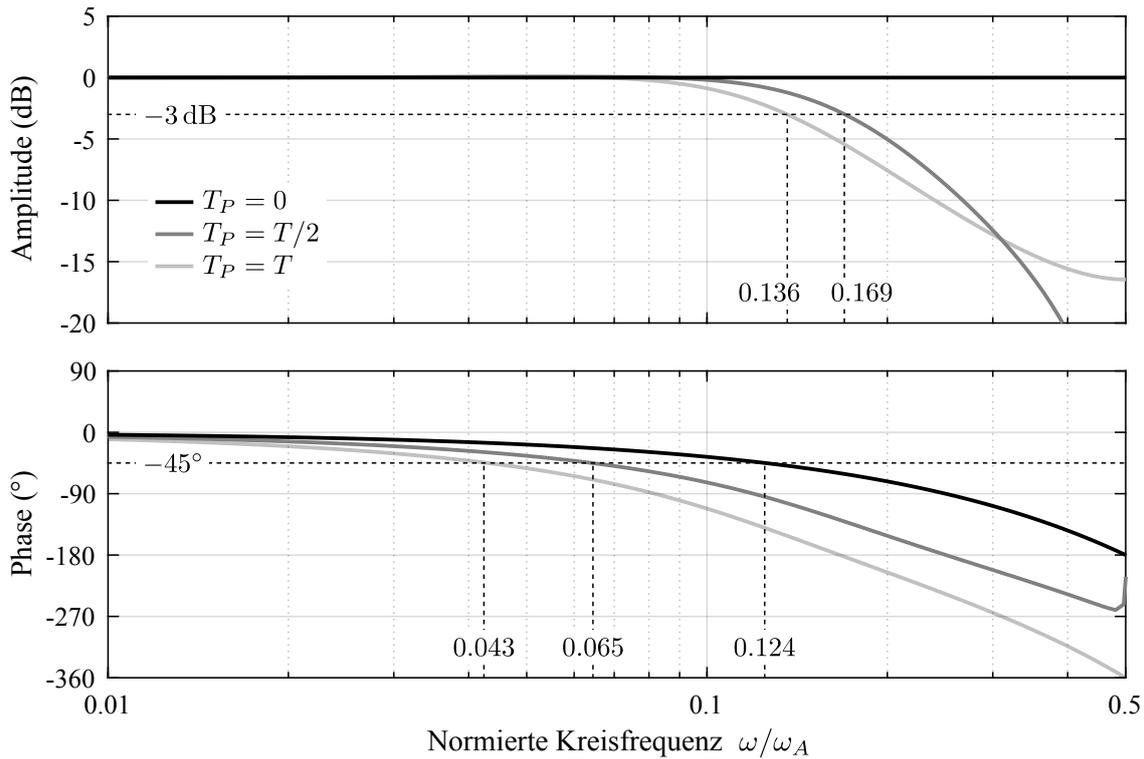


Abbildung 3.14: Simuliertes BODE-Diagramm des geschlossenen Stromregelkreises $T_C(e^{j\omega T})$.

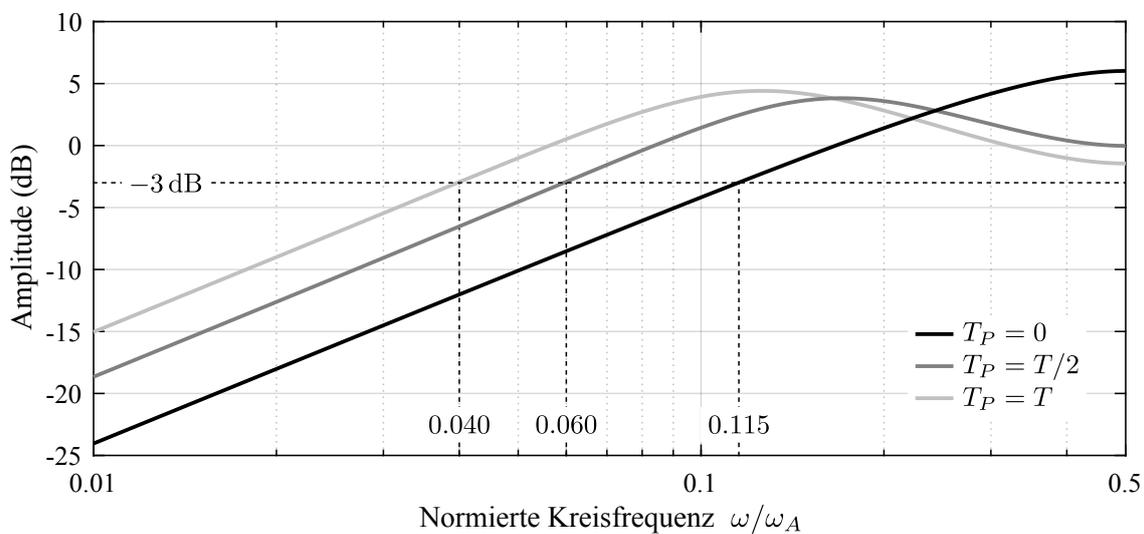


Abbildung 3.15: Simulierter Betragsgang der Sensitivität $|S_I(e^{j\omega T})|$.

In der Tabelle 3.2 sind die Ergebnisse der unterschiedlichen Implementierungsvarianten zusammengefasst. Die Stromreglerbandbreite hängt ausschließlich von der Trägerperiode T_T und somit von der Schaltfrequenz f_S des Stromrichters ab. Eine einfache und wirksame Methode zum Erhöhen der Stromreglerbandbreite ist damit das Steigern der Schaltfrequenz des Stromrichters.

Erwartungsgemäß lässt sich durch doppelte Abtastung die Bandbreite des Stromregelkreises, im Vergleich zur einfachen Abtastung, erhöhen. Weitere Verbesserungen erreicht man mit der totzeitfreien Implementierung. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die gewählte

Tabelle 3.2: Bandbreiten der unterschiedlichen Implementierungen.

Variante	Abtastung	T_P	$f_{-3\text{dB}}(T_C)$	$f_{-45^\circ}(\angle T_C)$	$f_{-3\text{dB}}(S_I)$
1	einfache ($T = T_T$)	$T/2$	$0.169/T_T$	$0.065/T_T$	$0.060/T_T$
2		0	–	$0.124/T_T$	$0.115/T_T$
3	doppelte ($T = T_T/2$)	T	$0.272/T_T$	$0.086/T_T$	$0.080/T_T$
4		0	–	$0.248/T_T$	$0.230/T_T$

Reglerparametrierung der totzeitfreien Varianten zu einer geringeren Stabilitätsreserve führen. Allerdings erreicht man mit den totzeitfreien Varianten auch bei identischer Stabilitätsreserve erhöhte Stromreglerbandbreite, was sich durch Ändern der Reglerparametrierung zeigen lässt.

In der Praxis konnte sich die totzeitfreie Stromregelung nicht durchsetzen. Das liegt vor allem an den deutlich höheren Kosten von FPGAs, im Vergleich zu Mikroprozessoren. Ein Weiterer Aspekt ist, dass die aktuell erreichbare Stromreglerbandbreite mit mikroprozessorbasierten Reglern in den meisten praxisrelevanten Antriebsanwendungen ausreichend ist.

Der Vollständigkeit halber sei abschließend erwähnt, dass auch die Varianten mit Verzögerungstotzeit $T_P > 0$ auf die identische Bandbreite der totzeitfreien Implementierung $T_P = 0$ erhöht werden können. Dazu sind komplexere Reglerstrukturen nötig. Beispielsweise kann die Verzögerungstotzeit mit prädiktiven Reglern kompensiert werden. Der nach seinem Erfinder benannte Smith Prädiktor [57] ist dabei ein Regelungsprinzip, das speziell für totzeitbehaftete Regelstrecken entwickelt wurde und mit einem inneren Streckenmodell arbeitet. Die Wirksamkeit der Totzeitkompensation für ein Servoantriebssystem ist in [58] dargestellt. Vergleicht man die totzeitfreie ($T_P = 0$) und die totzeitbehaftete prädiktive Variante, so stellt man beim prädiktiven Regelkreis eine erhöhte Sensitivität gegenüber Modellunsicherheiten der Regelstrecke fest, was sich negativ auf die Stabilität des Regelkreises auswirkt.

Zusammenfassend führt das Erhöhen der Abtast- und Schaltfrequenz des Stromrichters zur Steigerung der Stromreglerbandbreite oder zu einer größeren Stabilitätsreserve. Erhöht man die Abtast- und Schaltfrequenz um den Faktor zwei, verdoppelt sich die Stromreglerbandbreite bei gleichbleibender Stabilitätsreserve. Ein zusätzlicher Vorteil besteht in der besseren Signalqualität der Phasenströme, was in Kapitel 2 aufgezeigt wurde. Nachteilig wirken sich aber die steigenden Schaltverluste des hartschaltenden Stromrichters mit Spannungszwischenkreis aus, die direkt proportional zur Schaltfrequenz sind. Ein deutliches Anheben der aktuell üblichen Schaltfrequenzen von $f_S = 4 - 16$ kHz ist unter Beibehalten der Stromrichtereffizienz nur mit neuen Halbleitermaterialien (SiC, GaN) möglich, die im Folgenden untersucht werden.

4 Leistungshalbleiter und die umgebende Aufbau- und Verbindungstechnik

Aktuell werden in nahezu allen Motorstromrichtern mit Spannungszwischenkreis im Niederspannungsbereich unter 1000 V Si-IGBTs eingesetzt. Für eine bidirektionale Stromleitfähigkeit werden den IGBTs zusätzlich Si-Dioden parallel geschaltet. Die limitierte Schaltfrequenz dieser Bauteilkombination resultiert maßgeblich aus dem bipolaren Halbleiteraufbau [59]. Der bipolare pn-Übergang hat den Nachteil, dass bei jedem Schaltvorgang Minoritätsladungsträger aus dem Halbleiterkanal ausgeräumt werden müssen, was im Vergleich zu unipolaren Bauteilen deutlich höhere Schaltverluste verursacht. Deshalb geht man teilweise dazu über, die Paralleldiode als unipolare SiC-SCHOTTKY-Diode auszuführen. Der Leitungsmechanismus der SCHOTTKY-Diode basiert dabei ausschließlich auf Majoritätsladungsträgern, wodurch die Einschaltverluste der IGBTs reduziert werden können. Unabhängig von der Diodenausführung verbleibt der sogenannte Schweifstrom beim Ausschalten des IGBTs. Dieser lässt sich nur vermeiden, wenn der aktiv schaltende Halbleiter ebenfalls unipolar ausgeführt wird. Unipolare Bauteile der FET-Familie sind majoritätsladungsträgerbasiert und die Kanalsteuerung erfolgt über ein elektrisches Feld. Durch die fehlenden Minoritätsladungsträger im Halbleiterkanal weisen unipolare Bauteile deutlich geringere Schaltverluste auf und lassen sich bei höheren Schaltfrequenzen betreiben. Allerdings steigt bei unipolaren Halbleitern die Driftzonenweite und damit der spezifische Einschaltwiderstand überproportional mit der Durchbruchspannung an [60]. Der Einsatz von unipolaren Si-FETs mit Durchbruchspannungen von mehreren 100 V führt deshalb zu einem hohen spezifischen Einschaltwiderstand. Im Vergleich zu Si-IGBTs fallen mit Si-FETs deutlich erhöhte Durchlassverluste an. Deshalb finden Si-FETs in Motorstromrichtern mit Zwischenkreisspannungen von mehreren hundert Volt kaum Anwendung. Ersetzt man das Halbleitermaterial Silizium durch eines mit größerer Bandlückenenergie, wie Siliziumkarbid bzw. Galliumnitrid, so lassen sich unipolare FETs mit Durchbruchspannungen größer 1000 V herstellen, die einen geringen Einschaltwiderstand aufweisen. Der Grund für diese Eigenschaft ist die deutlich höhere kritische elektrische Feldstärke der Halbleiter mit größerer Bandlückenenergie. Durch den Einsatz der neuen Halbleitermaterialien reduzieren sich die Schaltverluste und die Taktfrequenzen können erhöht werden. Das erlaubt die Realisierung getakteter Schaltungen mit hoher Leistungsdichte und Effizienz. Im Vergleich zu hartschaltenden Motorstromrichtern mit Si-IGBTs kann mit SiC- und GaN-Halbleitern die Effizienz deutlich erhöht werden [2, 8]. Die damit realisierten Stromrichter erreichen bei identischer Schaltfrequenz der Halbleiter Wirkungsgrade über 99 %, was die auftretende Verlustleistung und Verlustwärme auf etwa die Hälfte reduziert. Durch das Steigern der Schaltfrequenz besteht außerdem die Möglichkeit den Stromrichter um einen Filter

zu erweitern, was mit GaN-Halbleitern bei Schaltfrequenzen von $f_S \geq 100$ kHz bereits in [61, 62] demonstriert wurde. Die erhöhte Schaltfrequenz verringert die Größe der passiven Filterbauteile und damit das Volumen sowie die Kosten des Filters. Zusätzlich steigert das Filter den Motorwirkungsgrad, da es hochfrequente Spektralanteile unterdrückt, die unerwünschte Wicklungs- und Magnetisierungsverluste im Motor verursachen. Aufgrund der genannten Vorteile und Möglichkeiten von Halbleitern mit großer Bandlückenenergie werden diese nachfolgend näher für Motoranwendungen untersucht.

4.1 Leistungshalbleiter mit großer Bandlückenenergie

Die eingesetzten Halbleiter haben den größten Einfluss auf die erreichbare Schaltfrequenz und Effizienz in elektronischen Schaltungen. Für Schaltfrequenzen deutlich oberhalb von 10 kHz werden dabei bevorzugt unipolare Halbleiter aus der FET-Familie eingesetzt. Diese weisen im Gegensatz zu bipolaren Bauteilen keinen pn-Übergang auf. Deshalb treten bei FETs keine Minoritätsladungsträger-Speichereffekte auf, wodurch nach [59] kürzere Schaltzeiten im Großsignalbetrieb ermöglicht werden. Bedingt durch den technologischen Fortschritt in der Halbleiterfertigung und den Materialwissenschaften nähert man sich immer weiter dem idealen elektrischen Schalter an. Dieser schaltet energielos in vernachlässigbar kurzer Zeit und hat im eingeschalteten Zustand keinen Widerstand. Für reale Halbleiter der Leistungselektronik sind die nachfolgenden Eigenschaften entscheidend.

1. Geringe Durchlassverluste
2. Geringe Schaltverluste
3. Hohe Durchbruchspannung
4. Hohe Stromtragfähigkeit
5. Kurzschlussfestigkeit
6. Hohe Wärmeleitfähigkeit

Eine Reduktion der Durchlass- und Schaltverluste führt zu einer geringeren Gesamtverlustleistung der Schaltung, welche über die hohe Wärmeleitfähigkeit gut abführbar ist, sodass sich der Halbleiter nur geringfügig erwärmt. Die Varianten der FETs lassen sich mit unterschiedlichen Halbleitermaterialien realisieren. Die eingesetzten Materialien haben dabei großen Einfluss auf die Leistungsfähigkeit der Bauelemente, da sie die thermischen und elektrischen Eigenschaften festlegen. Deshalb sind in Tabelle 4.1 die Materialeigenschaften der wichtigsten Leistungshalbleiter aufgelistet. Seit einigen Jahrzehnten beschäftigt sich die Forschung mit Halbleitern, bei denen die Bandlückenenergie E_G größer 1.7 eV ist. Diese gehören zu einer Familie von Materialien, welche Diamant, den IV-IV-Halbleiter Siliziumkarbid sowie den III-V-Halbleiter Galliumnitrid enthalten. Im Gegensatz zu Silizium weisen diese Materialien eine deutlich größere Bandlückenenergie zwischen dem nichtleitenden Valenzband und dem Leitungsband auf. Die Bindungsenergie

der Valenzelektronen an den Atomkern ist für diese Materialien größer und es wird mehr Energie benötigt, um ein Elektron aus dem Kristallgitter ins Leitungsband anzuheben. Der größere Bandabstand bewirkt einen Anstieg der kritischen elektrischen Feldstärke E_K .

Tabelle 4.1: Materialeigenschaften von Halbleitern [60].

Parameter		Si	4H-SiC	GaN	Diamant	Einheit
Bandlückenenergie	E_G	1.12	3.26	3.39	5.47	eV
kritische Feldstärke	E_K	0.23	2.2	3.3	5.6	MV/cm
Elektronenbeweglichkeit	μ_n	1400	950	800	1800	cm ² /(Vs)
relative Permittivität	ε_r	11.8	9.7	9.0	5.7	–
Wärmeleitfähigkeit	κ	150	380	130	2000	W/(mK)

Für FETs mit vertikalem Stromfluss und einem linearen Anstieg der elektrischen Feldstärke E in der Driftzonenweite w_D kann die Höhe der Durchbruchspannung U_{br} nach [60] anhand der kritischen Feldstärke E_K wie folgt berechnet werden.

$$U_{br} = \frac{1}{2} w_D E_K \quad (4.1)$$

Die Durchbruchspannung ist proportional zur kritischen elektrischen Feldstärke E_K und zur Driftzonenweite w_D . Für den 10-fachen Wert der kritischen elektrischen Feldstärke kann die Driftzonenweite bei gleichbleibender Durchbruchspannung auf 1/10 verringert und die Dotierstoffkonzentration N_D in der Driftregion um den Faktor 100 höher gewählt werden. Für eine n-dotierte Driftzone gilt mit der POISSON-Gleichung der Elektrostatik und der Elementarladung $q = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C:

$$qN_D = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E_K}{w_D} \quad (4.2)$$

Das Erhöhen der Dotierstoffkonzentration steigert die Anzahl der freien Ladungsträger in der Driftzone, womit die elektrische Leitfähigkeit zunimmt. Für unipolare Halbleiter, wie die SCHOTTKY-Diode und die Bauteile der FET-Familie, kann mit Halbleitern großer Bandlückenenergie der spezifische Einschaltwiderstand r_{on} stark reduziert werden. Bei Bauteilen mit Durchbruchspannungen über 100 V wird der spezifische Einschaltwiderstand durch den Anteil der Driftzone dominiert. Der spezifische Einschaltwiderstand ist auf die aktive Halbleiterfläche bezogen und kann aus dem Quotienten der Driftzonenweite und der elektrischen Leitfähigkeit in der Driftregion berechnet werden. Für eine n-dotierte Driftzone erhält man damit:

$$r_{on} = \frac{w_D}{qN_D\mu_n} = \frac{4U_{br}^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_n E_K^3} \quad (4.3)$$

Der materialabhängige Ausdruck im Nenner der Gleichung 4.3 wird als Bewertungsfaktor nach Baliga (BFOM) [63] bezeichnet. Damit kann für Halbleiter, bei denen die Durchlassverluste

dominieren, eine Materialbewertung erfolgen.

$$BFOM = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_n E_K^3 \quad (4.4)$$

In der Praxis wird der idealisiert berechnete spezifische Einschaltwiderstand r_{on} nicht erreicht, da sowohl die Elektronenbeweglichkeit μ_n , als auch die kritische Feldstärke E_K von der Dotierstoffkonzentration N_D der Driftzone abhängen. Außerdem berücksichtigt die Berechnung keine Sicherheitsreserven sowie den benötigten Flächenbedarf der elektrischen Anschlüsse. Empirische Untersuchungen zeigen, dass der Exponent der Durchbruchspannung realer FET-Bauteile mit vertikalem Stromfluss erhöht ist [64].

$$r_{on} \propto U_{br}^{2.5} \quad (4.5)$$

Die vereinfachten Berechnungen des spezifischen Einschaltwiderstands können auch auf Bauteile mit lateralem Stromfluss ausgedehnt werden [64]. Dabei zeigt sich, dass man sowohl mit der RESURF-Technologie als auch mit dem Heteroübergang von GaN-HEMTs nahezu identische Werte des spezifischen Einschaltwiderstands erhält. Die Problematik bei lateralen Halbleitern besteht aber darin, die hohen elektrischen Feldstärken an der Bauteiloberfläche über geeignete Passivierungsschichten von der Umgebung zu isolieren. Aufgrund der hohen Kosten von GaN-Wafern sind aktuell alle kommerziell hergestellten GaN-Bauteile mit lateralem Stromfluss ausgeführt. Dabei werden auf kostengünstigen Silizium-Wafern dünne Schichten Galliumnitrid epitaktisch aufgebracht. Die Isolation des Steueranschlusses wird beim GaN-HEMT durch einen Heteroübergang zwischen zwei Materialien unterschiedlicher Bandlückenenergie (AlGaN und GaN) erreicht, was in Abbildung 4.1 dargestellt ist. Die unterschiedliche Gitterkonstante von Alumini-

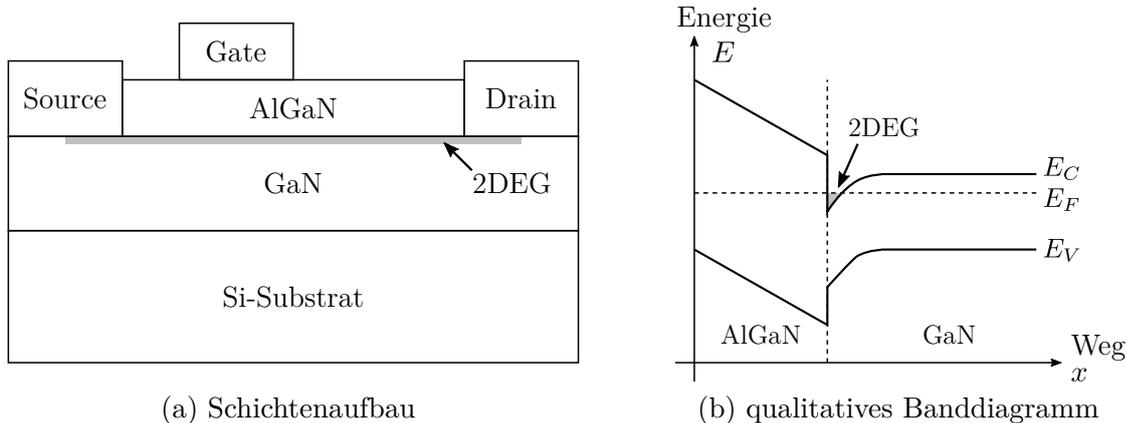


Abbildung 4.1: Schichtenaufbau des selbstleitenden GaN-HEMT aus AlGaN und GaN mit Silizium-Träger und dem dazugehörigen qualitativen Banddiagramm.

umgalliumnitrid und Galliumnitrid bewirkt eine hohe Ladungsträgerdichte an der Grenzschicht. Dabei überlagern sich die spontane und piezoelektrische Polarisierung additiv [65, 66]. Die spontane Polarisierung resultiert aus der hexagonalen Wurtzit-Kristallstruktur von GaN und AlGaN, während die piezoelektrische Polarisierung durch mechanische Spannungen auftritt, die aus den unterschiedlichen Gitterkonstanten der Materialien resultieren. Der laterale Stromfluss erfolgt

in einer mehrere Nanometer dünnen Grenzschicht im undotierten Galliumnitrid. Innerhalb des dünnen Halbleiterkanals bildet sich ein sogenanntes zweidimensionales Elektronengas (2DEG) mit einer hohen Elektronenbeweglichkeit zwischen 1200 und $2000 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ [66]. Dieser Wert liegt deutlich über dem von kristallinem Galliumnitrid von $800 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ aus Tabelle 4.1 und ist abhängig von der Aluminiumkonzentration in der AlGaN-Schicht. Zusammen mit der hohen Ladungsträgerdichte bildet sich eine sehr hohe Kanalleitfähigkeit in der Grenzschicht aus. Das Banddiagramm in Abbildung 4.1(b) zeigt die daraus resultierenden qualitativen Verläufe der Leitungsbandenergie E_C , der Valenzbandenergie E_V sowie der Fermienergie E_F des Heteroübergangs. Man erkennt die selbstleitende Charakteristik des GaN-HEMT, da die Leitungsbandkante an der Grenzschicht unterhalb der Fermienergie E_F liegt. Erst eine negative Steuerspannung zwischen dem Gate- und Sourceanschluss verhindert das Auftreten des zweidimensionalen Elektronengases. Um einen selbstsperrenden GaN-HEMT zu erhalten, kann zwischen die Gate-metallisierung und der AlGaN-Schicht eine p-dotierte GaN-Schicht eingebracht werden [67, 68]. Dabei rekombinieren die Löcher der p-dotierten Schicht mit den Elektronen im Kanal, was die Leitungsbandkante an der Grenzschicht zu einem höheren Energieniveau verschiebt.

Aufgrund des lateralen Stromflusses in der dünnen Grenzschicht ist nach [64] die maximale Stromtragfähigkeit auf einige 10 A begrenzt. Der Hersteller GaN-Systems hat aber bereits GaN-HEMTs mit einer Stromtragfähigkeit über 100 A bei einer Durchbruchspannung größer 650 V angekündigt [69]. Es ist daher realistisch, dass unipolare GaN-Bauteile mit lateralem Stromfluss im folgenden Jahrzehnt nahezu identische Ströme wie vertikal ausgeführte SiC-Bauteile schalten können. Im Gegensatz zu vertikalen Bauteilen entsteht bei lateralen GaN-HEMTs keine aufbaubedingte bipolare Paralleldiode. Dadurch entfällt die minoritätsladungsträgerbasierte Rückstromspitze der Diode beim Schaltvorgang, was die Schaltverluste nochmals reduziert. Trotz dieser Eigenschaft ist der Kanal von GaN-HEMTs bidirektional stromleitfähig. Im Gegensatz zu Si-IGBTs bzw. vertikalen SiC-FETs werden deshalb bei Motorstromrichtern je Halbbrücke nur zwei anstatt der üblichen vier Halbleiter benötigt. Zusätzlich ist anzunehmen, dass GaN-HEMTs durch das Trägermaterial Silizium in einigen Jahren deutlich kostengünstiger hergestellt werden können als vergleichbare SiC-Halbleiter. Aufgrund dieser Sachlage werden alle weiteren Untersuchungen der vorliegenden Arbeit mit GaN-HEMTs durchgeführt.

4.1.1 Modellierung des Halbleiters

Für die Beschreibung von Halbleitern stehen zwei unterschiedliche Simulationsverfahren zur Verfügung, die als physikalische und empirische Modelle bezeichnet werden. Diese unterscheiden sich in ihrer Genauigkeit und dem Simulationsaufwand. In der Halbleiterentwicklung setzt man weitestgehend die physikalische Modellierung ein. Dazu wird ein zwei- bzw. dreidimensionales Modell des Halbleiteraufbaus mit den zugehörigen Materialeigenschaften in einem FE-Simulationsprogramm definiert. Anschließend legt man die zu lösenden partiellen Differentialgleichungen fest. Diese Vorgehensweise unterstützt auch gekoppelte Simulationen, die das elektrische, das thermische und das mechanische Verhalten berücksichtigen. Der Rechenaufwand der physikalischen Modellbildung ist vergleichsweise hoch und man benötigt eine Vielzahl von

Materialparametern sowie die exakte Aufbaustruktur des Halbleiters. Das Simulationsergebnis ist dafür sehr genau und bietet tiefe Einblicke in das physikalische Funktionsprinzip des Halbleiters. Die Simulationszeit empirischer Modelle, die lediglich das Klemmverhalten des Halbleiters nachbilden, ist deutlich geringer als die der physikalischen Modelle. Aufgrund der großen Rechenzeit sind physikalische Modelle für die Schaltungsentwicklung ungeeignet. Sie werden aber von Halbleiterherstellern oftmals dazu verwendet, die Modellparameter für empirische Modelle abzuleiten. Grundsätzlich besteht aber auch die Möglichkeit, empirische Modelle aus Messungen des Klemmverhaltens zu generieren. Eine ausführliche Beschreibung zur messtechnischen Ermittlung der statischen und dynamischen Halbleitereigenschaften wird in [70] gegeben. Dabei versucht man analytische mathematische Funktionen zu definieren, die das Klemmverhalten bestmöglich nachbilden. Die so gewonnenen Funktionsvorschriften lassen sich anschließend in den Schaltungssimulator SPICE übertragen. Obwohl in dieser Arbeit kein empirisches Halbleitermodell entwickelt wird, ist dessen Aufbau und die Funktionsweise entscheidend für die weiteren Analysen. Deshalb wird die typische Struktur des Halbleitermodells näher beschrieben.

Modellierung im Schaltungssimulator SPICE

Der Schaltungssimulator SPICE wurde 1971 an der Berkeley Universität zum Lösen nichtlinearer elektrischer Schaltkreise entwickelt [71]. Seit der Einführung stellt SPICE das Standardprogramm zur Simulation elektrischer Schaltkreise dar. Mittlerweile wurde das Programm von verschiedenen Firmen weiterentwickelt, wobei der zentrale Kern weiterhin auf der Originalversion basiert. In dieser Arbeit werden alle Schaltungssimulationen mit dem frei erhältlichen Programm LTSPICE durchgeführt [40]. Die Modellierung von Halbleitern erfolgt in SPICE über gesteuerte Spannungs- und Stromquellen in Kombination mit passiven Bauteilen. Das Klemmverhalten von GaN-HEMTs kann wie in Abbildung 4.2 dargestellt modelliert werden [72, 73]. Die Halbleiter-

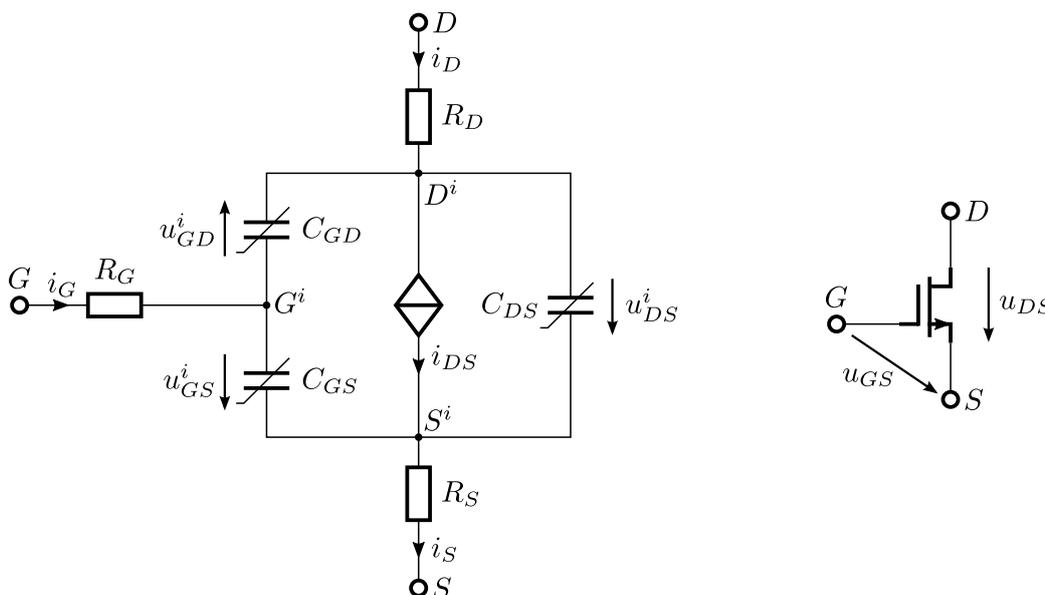


Abbildung 4.2: SPICE-Simulationsmodell des GaN-HEMT nach [72].

anschlüsse Gate (G), Drain (D) und Source (S) sind mit ihren Anfangsbuchstaben abgekürzt. Der hochgestellte Index i signalisiert halbleiterinterne Größen. Eine zusätzliche Erweiterung der elektrischen Modelle um das thermische Verhalten ist über äquivalente elektrische Ersatzschaltungen möglich [74], was zu einem späteren Zeitpunkt dieses Kapitels näher erläutert wird. Das Klemmverhalten des Halbleiters lässt sich in guter Näherung mit drei Kapazitäten, drei Widerständen und einer spannungsgesteuerten Stromquelle beschreiben. Die spannungsabhängigen Kapazitäten $C_{GS}(u_{GS}^i, u_{DS}^i)$, $C_{GD}(u_{GS}^i, u_{DS}^i)$ und $C_{DS}(u_{GS}^i, u_{DS}^i)$ sind maßgeblich für das dynamische Verhalten des Halbleiters verantwortlich, während die spannungsgesteuerte Stromquelle $i_{DS}(u_{GS}^i, u_{DS}^i)$ das statische Ausgangskennlinienfeld des Halbleiterkanals abbildet. Die Widerstände R_G , R_D sowie R_S berücksichtigen die elektrischen Verbindungen auf Halbleiterebene. Die spannungsgesteuerte Stromquelle i_{DS} ist zusätzlich von der Sperrschichttemperatur T_J des Halbleiters abhängig.

Statisches Halbleiterverhalten

Das statische Kennlinienfeld charakterisiert den Halbleiterkanal bei unterschiedlichen Ansteuerungen im stationären Betrieb. Zur besseren Unterscheidung zwischen stationären und zeitabhängigen Größen werden in diesem Kapitel alle stationären Größen durch Großbuchstaben dargestellt. Die Messung erfolgt standardisiert mit kurzen Impulsen, um die Eigenerwärmung des Bauteils durch die entstehende Verlustleistung gering zu halten. Bei Leistungshalbleitern ist die Pulslänge typischerweise kleiner $200\ \mu\text{s}$, was sich mit erhöhtem Messaufwand auf unter $1\ \mu\text{s}$ reduzieren lässt [75]. Das Ausgangskennlinienfeld aktiver bipolarer Bauteile unterscheidet sich deutlich von unipolaren, was in Abbildung 4.3 dargestellt ist. Der bipolare IGBT weist im Gegensatz zum unipolaren GaN-HEMT eine Flussspannung im ersten Quadranten auf (Vor-

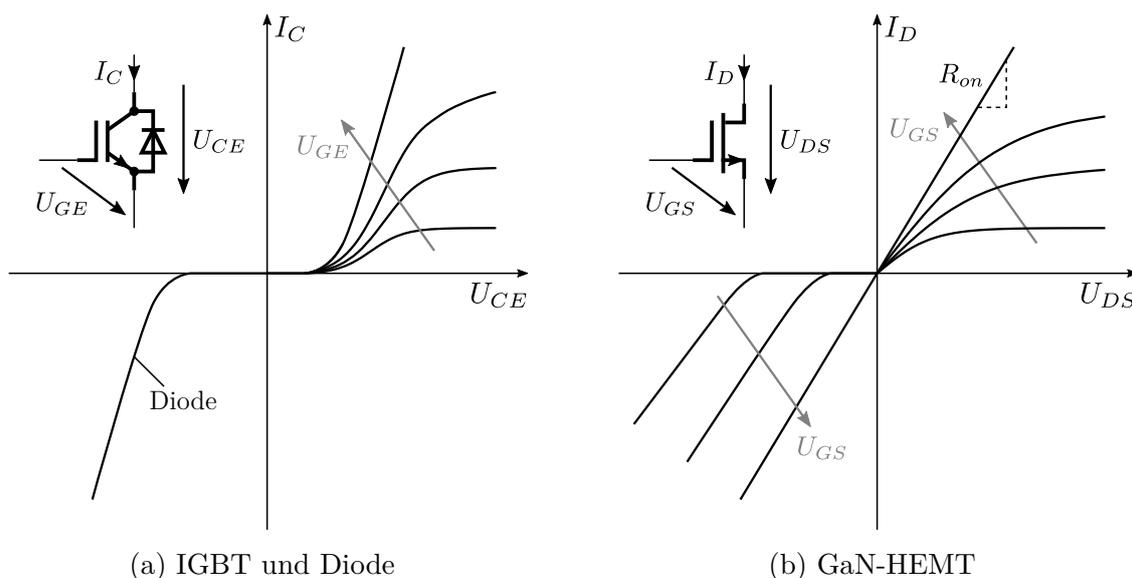


Abbildung 4.3: Vergleich des qualitativen Ausgangskennlinienfeldes eines IGBTs mit Paralleldiode und eines GaN-HEMTs.

wärtsbetrieb). Aufgrund des pn-Übergangs verhält sich die Durchlasskennlinie des IGBT mit steigender Steuerspannung U_{GE} wie die Durchlasskennlinie einer Diode. Im Vergleich dazu wird die Kennlinie des GaN-HEMT mit steigender Steuerspannung U_{GS} linear. Der eingeschaltete Halbleiter hat dann den Widerstand R_{on} . Aufgrund der fehlenden Rückwärtsleitfähigkeit des IGBTs muss diesem eine Diode parallel geschaltet werden. Dies führt im dritten Quadranten ebenfalls zu einer Flussspannung. Im Gegensatz dazu ist der GaN-HEMT bidirektional stromleitfähig. Für kleine Steuerspannungen U_{GS} weist er aber ebenfalls das charakteristische Diodenverhalten mit Flussspannung auf. Allerdings lässt sich dies durch das Erhöhen der Steuerspannung U_{GS} eliminieren, wodurch der Halbleiter auch im dritten Quadranten eine lineare Kennlinie mit dem Einschaltwiderstand R_{on} besitzt. Aufgrund des unipolaren Ladungstransports eignen sich GaN-HEMTs besonders für Anwendungen mit hohen Schaltfrequenzen, bei denen ein Mehrquadrantenbetrieb mit bidirektionalem Stromfluss erforderlich ist. Die lineare Durchlasskennlinie der GaN-HEMTs trägt außerdem zu einer Reduzierung der Durchlassverluste im kleinen und mittleren Lastbereich bei. Dabei gilt für die Durchlassverluste P_D nachfolgende Gleichung.

$$P_D = I_{D,rms}^2 R_{on} \quad (4.6)$$

Mit GaN-HEMTs lässt sich ein hoher Stromrichterwirkungsgrad über den gesamten Lastbereich erzielen. Bei Servoantrieben hat diese Eigenschaft große Bedeutung, weil typischerweise periodisch wiederkehrende Positions-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsprofile durchlaufen werden. Die Effizienz des Antriebsstrangs ist deshalb nicht allein vom Motor- und Stromrichter-nennpunkt abhängig, sondern auch vom Klein- und Teillastwirkungsgrad der Komponenten.

Dynamisches Halbleiterverhalten

Das dynamische Verhalten von Halbleitern wird maßgeblich durch deren Kapazitäten bestimmt. Die Kapazitätswerte C_{GS} , C_{GD} und C_{DS} sind typischerweise von der Gate-Source-Spannung u_{GS}^i sowie der Drain-Source-Spannung u_{DS}^i abhängig, wobei der Einfluss der zweitgenannten Größe dominiert. Die Spannungsabhängigkeit der Kapazitäten lässt sich sowohl aus physikalischen Bauteilsimulationen, als auch über Kapazitätswertmessungen bestimmen. Zur Messung verwendet man Spannungsrampen bzw. sinusförmige Wechselspannungen kleiner Amplitude, die einer Gleichspannung überlagert sind [70]. In Datenblättern von Leistungshalbleitern nutzt man überwiegend die Kleinsignal-Wechselspannungsanalyse. Für die Modellierung im Schaltungssimulator wird angenommen, dass die Kapazität C_x um einen Gleichspannungsarbeitspunkt U konstant ist [76, 77]. Damit gilt folgende Differentialgleichung:

$$i = C_x(U) \frac{du}{dt} \quad (4.7)$$

Mit der Kleinsignaldefinition kann die gespeicherte Energie E_x im spannungsabhängigen Kondensator C_x nach [77] wie folgt berechnet werden.

$$E_x = \int_U u C_x(u) du \quad (4.8)$$

Zusätzlich lässt sich die Ladung Q_x des spannungsabhängigen Kondensators C_x bestimmen.

$$Q_x = \int_U C_x(u) du \quad (4.9)$$

Die spannungsabhängigen Kapazitäten eines GaN-HEMTs sind in Abbildung 4.4(a) dargestellt. Dabei ist es in Datenblättern üblich, die Kapazitätswerte wie nachfolgend zusammenzufassen, da diese Größen direkt aus der Kleinsignalmessung erfasst werden können.

$$C_{ISS} = C_{GS} + C_{GD} \quad C_{OSS} = C_{DS} + C_{GD} \quad C_{RSS} = C_{GD} \quad (4.10)$$

Die berechnete Energie E_{OSS} und Ladung Q_{OSS} der Ausgangskapazität C_{OSS} ist in Abbildung 4.4(b) dargestellt. Für hartschaltende Halbbrücken, bei denen die Ausgangskapazitäten C_{OSS} über den Halbleiterkanal des jeweils gegenüberliegenden Halbleiters entladen werden, tragen die kapazitiven Ladungsverschiebungen maßgeblich zu den Schaltverlusten bei. Vor allem bei sehr kurzen Schaltzeiten in Schaltungen mit Halbleitersperrspannungen größer 100 V dominiert die Ausgangskapazität C_{OSS} die Schaltverluste. In [77] wird gezeigt, dass bei der hartschalten-

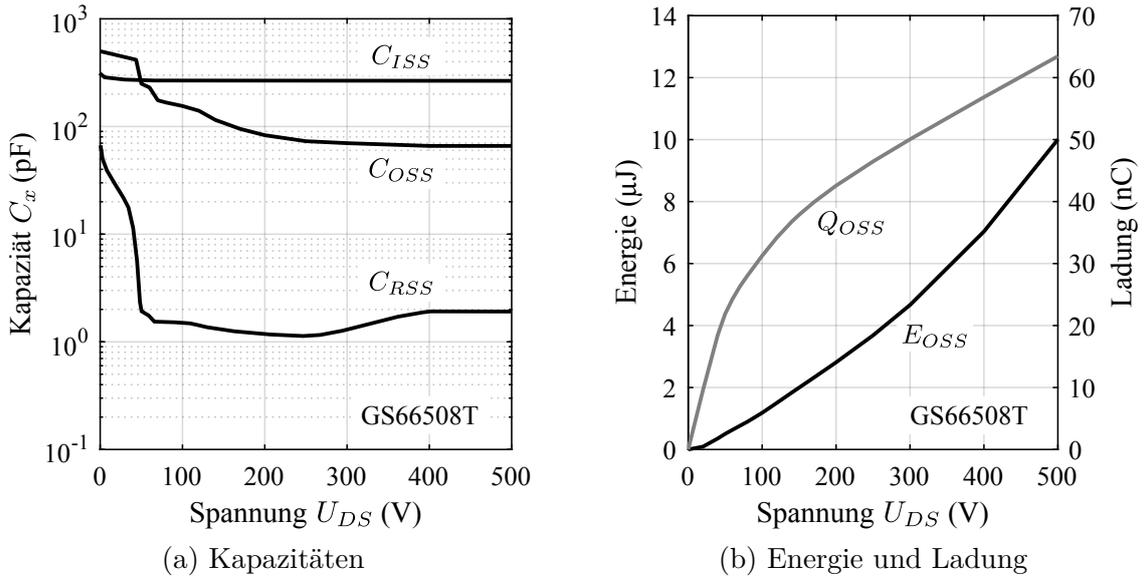


Abbildung 4.4: Spannungsabhängige Halbleiterkapazitäten des GaN-HEMT GS66508T [78] und die daraus berechnete Energie E_{OSS} und Ladung Q_{OSS} der Ausgangskapazität C_{OSS} .

den Halbbrücke mit zwei identischen Halbleitern alleine durch die Ausgangskapazität C_{OSS} bei jedem Einschaltvorgang des Halbleiters nachfolgende Schaltverlustleistung P_S entsteht.

$$P_S = f_S U_d \int_0^{U_d} C_{OSS}(u_{DS}) du_{DS} = f_S U_d Q_{OSS} \Big|_{U_{DS}=U_d} \quad (4.11)$$

Das sind exakt die Verluste, welche beim stromlosen Schalten der Halbbrücke nach Abbildung 4.5(a) für beide Halbleiter auftreten. Aufgrund der kurzen Wechselsperrzeiten von 30 ns arbeiten beide Halbleiter hartschaltend. Das heißt, dass vor jedem Einschaltvorgang die volle

Zwischenkreisspannung über den Halbleitern anliegt. Möchte man die Schaltverluste eines Halbleiters aus der Stromaufnahme des Gleichspannungsnetzteils berechnen, muss der Wert durch zwei dividiert werden. Ein Vergleich der berechneten und gemessenen Schaltverluste in Abbildung 4.5(b) zeigt eine gute Übereinstimmung. Die Abweichungen bei erhöhter Zwischenkreisspannung U_d resultieren aufgrund zusätzlicher Kapazitäten der Aufbau- und Verbindungstechnik, was in [12] untersucht wurde. Vergleicht man die maximale Schaltverlustleistung P_S des

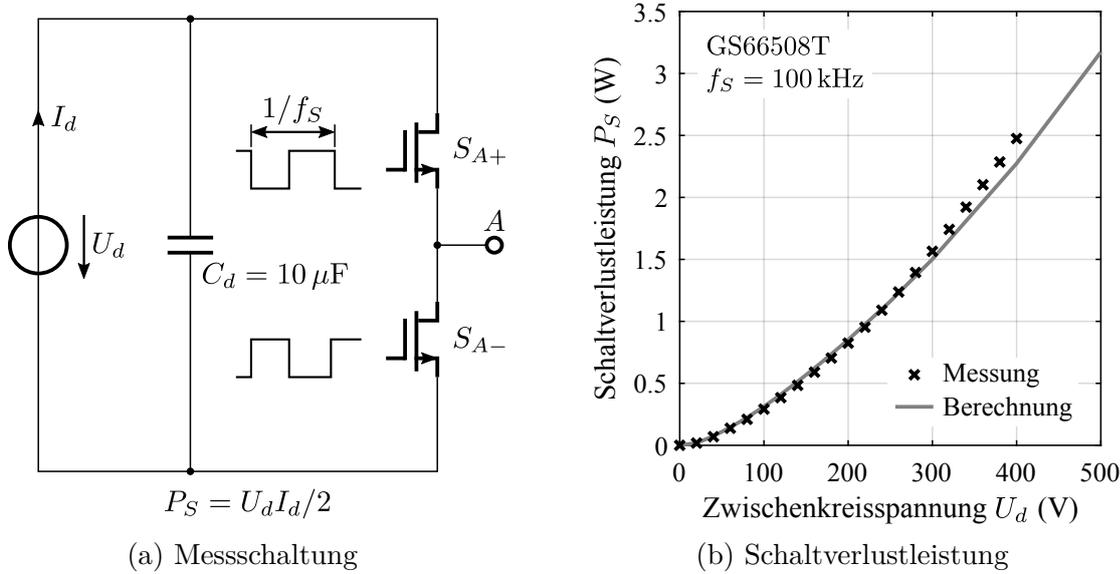


Abbildung 4.5: Messung der Schaltverlustleistung einer unbelasteten hartschaltenden Halbbrücke aus zwei GS66508T GaN-HEMTs [78].

GaN-HEMTs mit der Durchlassverlustleistung P_D aus Gleichung 4.12, überwiegen die Durchlassverluste deutlich. Dabei werden zur Berechnung die Datenblattwerte des Einschaltwiderstands R_{on} und des maximalen Drain-Stroms $I_{D,max}$ eingesetzt. Als Sperrschichttemperatur wird $T_J = 25^\circ\text{C}$ angenommen. Die so berechnete Durchlassverlustleistung entspricht dem Minimalwert, weil die Verlustleistung zu einer Erwärmung des Halbleiters und somit zu einer Erhöhung des Einschaltwiderstands R_{on} führt. Aus der Verlustleistungsbilanz des eingesetzten GaN-Halbleiters ist zu erwarten, dass auch für Schaltfrequenzen f_S oberhalb von 100 kHz ein effizienter Betrieb ermöglicht wird.

$$P_D = I_{D,max}^2 R_{on} = (30\text{ A})^2 50\text{ m}\Omega = 45\text{ W} \quad (4.12)$$

In realen Schaltungen erreicht man auch mit GaN-HEMTs keine unendlich kurzen Schaltzeiten, obwohl die Werte der Eingangskapazitäten C_{ISS} verhältnismäßig klein sind. Dabei limitiert vor allem die begrenzte Ansteuerleistung der Treiberschaltung die erreichbaren Schaltzeiten, da die maximale Stromtragfähigkeit des Halbleiterkanals vom Wert der Ansteuerspannung u_{GS} abhängt. Ein großer Widerstandswert R_{Gon} im Ansteuerkreis verlangsamt den Anstieg der Gate-Source-Spannung u_{GS} und erhöht damit auch die Schaltzeiten. Die längere Schaltzeit führt zwangsläufig zu höheren Schaltverlusten, was in Abbildung 4.6 dargestellt ist. Eine erhöhte Sperrschichttemperatur T_J des Halbleiters resultiert nach [79] ebenfalls in einer Steigerung der

Schaltenergie, da sich die Stromtragfähigkeit des Halbleiterkanals reduziert.

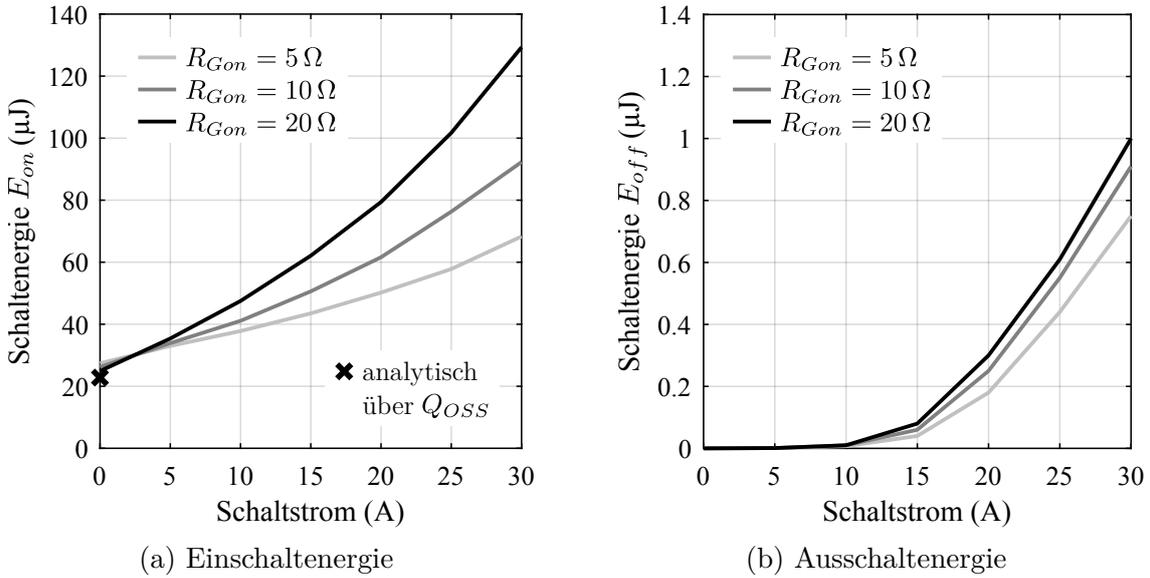


Abbildung 4.6: LTSPICE-Simulation der Schaltverlustleistung mit der Doppelpulsschaltung aus Anhang A für den GaN-HEMT GS66508T [78] und die Parameter $U_d = 400 \text{ V}$, $R_{Goff} = 1 \Omega$ sowie $T_J = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.

Die Schaltverlustleistung wird bei der Doppelpulsschaltung von den Einschaltverlusten dominiert. Die Ausschaltverluste können in guter Näherung vernachlässigt werden. Die Einschaltenergie E_{on} aus Abbildung 4.6(a) stimmt beim Schaltstrom von 0 A sehr gut mit der analytischen Berechnung über die Ladung Q_{OSS} überein. Allerdings nimmt die simulierte Einschaltenergie E_{on} mit steigendem Schaltstrom überproportional zu. Je größer der Gate-Widerstand R_{Gon} im Ansteuerkreis, desto höher sind die Schaltzeiten und damit auch die Schaltverluste. Die simulierte Schaltenergie $E_S = E_{on} + E_{off}$ stimmt in guter Näherung mit der vom Halbleiterhersteller gemessenen überein [79], weshalb auf eine erneute Messung verzichtet wird. Allerdings unterscheiden sich die Absolutwerte der Verlustenergien E_{on} und E_{off} zwischen Simulation und Messung erheblich. Der Grund dieser Abweichungen resultiert aus den unterschiedlichen Berechnungsmethoden. In der Simulation kann man die internen Größen des Kanalstroms i_{DS} und der Kanalspannung u_{DS}^i zur Berechnung heranziehen, während beim realen Aufbau lediglich die Klemmgrößen i_D und u_{DS} verwendet werden können. Es ist messtechnisch nicht möglich, den Verlustenergiebeitrag der halbleiterinternen Ausgangskapazität C_{OSS} zum Einschaltvorgang zu erfassen, da der kapazitive Entladestrom zu keiner Änderung des Drain-Stroms i_D an den Klemmen führt. Aus diesem Grund ist die messtechnisch ermittelte Einschaltenergie E_{on} um die gespeicherte Energie des Ausgangskondensators E_{OSS} zu gering. Beim Ausschaltvorgang wird die halbleiterinterne Ausgangskapazität C_{OSS} wieder geladen, was über den Drain-Strom i_D erfasst wird. Dieser kapazitive Ladevorgang führt aber zu keiner Verlustenergie im Halbleiterkanal, weshalb die messtechnisch ermittelte Ausschaltenergie E_{off} um die benötigte Ladeenergie des Ausgangskondensators E_{OSS} zu hoch ist. Für die hartschaltende Halbbrücke führt die falsche Zuordnung der Verlustenergien zu keinem Fehler, da die Summe aus der Ein- und Ausschaltenergie korrekt ist. Dies ändert sich aber bei resonanten und quasiresonanten Schaltvorgängen, bei

denen der Ein- bzw. Ausschaltvorgang entlastet ist. Für unipolare Bauteile ist maßgeblich das spannungslose Einschalten (Nullspannungsschalten) von Vorteil, weil dadurch die Einschaltverluste gegen Null streben. Die Ausgangskapazität C_{OSS} wird dabei vor jedem Einschaltvorgang des Halbleiters über eine externe Schaltung entladen. Die falsche Zuordnung der Verlustenergien führt damit zur fehlerhaften Berechnung der Schaltverluste. Die exakte Zuordnung der Verlustenergien ist für diese Arbeit von Bedeutung, da bei der Halbbrückenschaltung mit induktiver Last Nullspannungsschalten auftreten kann. Die Induktivität wirkt dabei im kurzen Zeitraum des Schaltvorgangs annähernd als Konstantstromquelle. Während der Wechselperrzeit der komplementären Halbleiter S_{A+} und S_{A-} werden die Ausgangskapazitäten C_{OSS} durch die Stromquelle ge- und entladen. In Abhängigkeit vom Vorzeichen des Phasenstroms kann immer ein Brückenthalbleiter nullspannungsschalten. Allerdings muss der Strom ausreichen, um die Halbleiterkapazitäten innerhalb der Wechselperrzeit vollständig zu laden bzw. entladen. Für positiven bzw. negativen Phasenstrom erreicht man jeweils für den unteren bzw. oberen Brückenthalbleiter Nullspannungsschalten. Beim Stromrichter mit sinusförmigen Phasenströmen gleichen sich die unterschiedlichen Schaltverluste im zeitlichen Mittel einer Phasenstromperiode aus. Unter dieser Voraussetzung ist die Verlustleistung und die thermische Belastung beider Brückenthalbleiter identisch. Für Betriebspunkte mit rein positiven bzw. negativen Phasenstrom gilt dies nicht.

4.1.2 Problemstellungen mit kurzen Schaltzeiten

Idealerweise liegen die Schaltzeiten unipolarer Halbleiter mit großer Bandlückenenergie im angestrebten Spannungsbereich kleiner 1000 V für den Phasenstrombereich von einigen 10 A unterhalb von 10 ns. Dabei ergeben sich Spannungsänderungen der Drain-Source-Spannung u_{DS} von mehreren 100 V/ns und Stromänderungen des Drain-Stroms i_D von mehreren 10 A/ns. Parasitäre Induktivitäten, die durch elektrische Leitungen im Ansteuer- und Leistungskreis entstehen, haben deshalb großen Einfluss auf das Schaltverhalten der Halbbrücke. Mit der klassischen Aufbau- und Verbindungstechnik über Bonddrahtverbindungen treten Überspannungen an den Leistungshalbleitern auf, die durch Leitungsinduktivitäten in der Schaltzelle beim Schalten der Halbleiter verursacht werden [9]. Aufgrund der sehr kurzen Schaltzeiten von GaN-Halbleitern führen bereits kleine Werte der Schaltzelleninduktivität L_σ im Leistungsteil zu Überspannungen, was in Abbildung 4.7 dargestellt ist. Mit der klassischen Aufbau- und Verbindungstechnik müssen RC-Snubberschaltungen zur Begrenzung der Anstiegsgeschwindigkeiten oder Halbleiter mit erhöhter Durchbruchspannung eingesetzt werden. Die erste Variante erhöht den Schaltungsaufwand sowie die Schaltverluste, während die zweite Variante einen unnötig hohen Einschaltwiderstand R_{on} des Halbleiters und damit steigende Durchlassverluste verursacht. Des Weiteren führt die Induktivität der Schaltzelle zu unerwünschten resonanten Schwingungen im Anschluss an den Schaltvorgang. Idealerweise lässt sich durch einen optimierten Aufbau eine Schaltzelleninduktivität $L_\sigma < 1$ nH erreichen, wodurch Spannungsüberhöhungen ohne Zusatzaufwand nahezu vollständig unterdrückt werden können. In ungünstigen Fällen können parasitäre Elemente der Aufbau- und Verbindungstechnik sogar zur Instabilität der Schaltung führen. Hervorgerufen wird

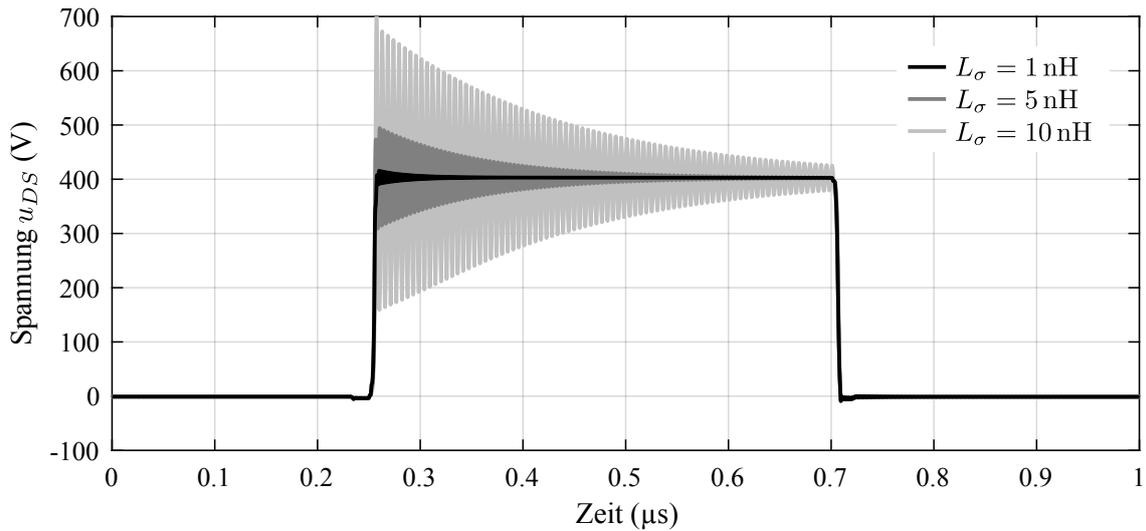


Abbildung 4.7: LTSPICE-Simulation der Drain-Source-Spannung u_{DS} des unteren Brückenhalleiters S_{A-} mit der inversen Doppelpulsschaltung aus Anhang A für den GaN-HEMT GS66508T [78] und die Parameter $U_d = 400\text{ V}$, $i_L = 20\text{ A}$, $R_{Gon} = 5\ \Omega$, $R_{Goff} = 1\ \Omega$ sowie $T_J = 25\text{ }^\circ\text{C}$.

dies beispielsweise durch eine gemeinsame Induktivität im Steuer- und Leistungskreis [70, 80]. Eine Stromänderung von 10 A/ns resultiert bei einer gemeinsamen Induktivität von 1 nH in einer Gegeninduktionsspannung von $L \frac{di}{dt} = 10\text{ V}$, was in der Größenordnung der maximalen Ansteuerspannung von GaN-HEMTs liegt. Zusätzlich kann der kapazitive Spannungsteiler aus der Gate-Drain-Kapazität C_{GD} und der Gate-Source-Kapazität C_{GS} bei schnellen Änderungen der Drain-Source-Spannung u_{DS} zu unerwünschten Einschaltvorgängen der Halbleiter führen. Dies verursacht kurzzeitige Brückenkurzschlüsse und führt zu erhöhten Schaltverlusten.

Zusammenfassend können die negativen Auswirkungen einer nicht optimierten Aufbau- und Verbindungstechnik nur durch eine Verlangsamung des Schaltvorgangs bzw. zusätzlichen Schaltungsaufwand behoben werden, wodurch sich unweigerlich die Schaltverluste erhöhen. Soll die Leistungsfähigkeit der GaN- und SiC-Halbleiter voll ausgenutzt werden, bedarf es einer Optimierung des Aufbaus. Mögliche Konzepte und Modifikationen der bestehenden Aufbau- und Verbindungstechnik wurden in den letzten Jahren vielfach diskutiert. Allerdings war bis zur Fertigstellung dieser Arbeit keine käufliche Lösung verfügbar, welche die benötigten Anforderungen erfüllt. Aus diesem Grund werden nachfolgend Konzepte moderner Aufbau- und Verbindungstechnik für einen optimalen Motorstromrichterentwurf analysiert.

4.2 Aufbau- und Verbindungstechnik

Aufgrund der beschriebenen Problemstellungen kurzer Schaltzeiten, zu denen Spannungsüberhöhungen, resonante Schwingungen und Instabilität zählen, nimmt die Aufbau- und Verbindungstechnik einen immer wichtigeren Stellenwert ein. Dabei können die theoretisch erreichbaren Schaltzeiten von GaN- und SiC-Halbleitern mit klassischer Leistungsmodultechnik, basierend

auf Keramiksubstraten und Bonddrahtverbindungen, nicht vollständig ausgenutzt werden. Dominant limitierend wirken dabei die Induktivitäten des Aufbaus. Neue Konzepte der Aufbau- und Verbindungstechnik für Halbleiter mit großer Bandlückenenergie wurden bereits mehrfach diskutiert und umgesetzt [10, 11, 68]. Allen gemein ist, dass man durch dreidimensionale planare Leiteranordnungen versucht, die parasitären Induktivitäten des Ansteuer- und Leistungskreises zu minimieren. Im Gegensatz zur klassischen Leistungsmodultechnik nutzt man dazu auch die Verdrahtungsebene oberhalb der Halbleiter. Die bestmöglichen Ergebnisse werden erzielt, wenn die Ansteuerschaltung sowie ein Teil des kapazitiven Zwischenkreises Bestandteil des Leistungsmoduls sind, weil sich dadurch die Leitungslängen verkürzen. Allgemein muss die zukünftige Aufbau- und Verbindungstechnik nachfolgende fünf Anforderungen bestmöglich erfüllen.

1. Hohe elektrische Isolationsfestigkeit zwischen Halbleiter und Kühlkörper
2. Hohe thermische Leitfähigkeit vom Halbleiter zum Kühlkörper
3. Geringe Induktivitäten im Ansteuer- und Leistungskreis
4. Gute Entkopplung zwischen Ansteuer- und Leistungskreis
5. Geringe parasitäre Kapazitäten

Die Anforderungspunkte 1. und 2. bestehen seit Beginn der Leistungselektronik. Diese lassen sich am besten mit anorganischen keramischen Materialien realisieren. Die keramischen Werkstoffe Aluminiumoxid (Al_2O_3) und Aluminiumnitrid (AlN) vereinen dabei eine hohe Spannungsfestigkeit mit hoher thermischer Leitfähigkeit. Die Anforderungen 3. bis 5. werden durch eine intelligente Anordnung der Bauteile und deren elektrische Verbindungen erreicht. Grundsätzlich gilt dabei, dass die Induktivitäten des Aufbaus durch verkleinerte Abmessungen abnehmen. Zusätzlich führen kürzere Leitungen bei identischen Isolationsabständen zu kleineren parasitären Aufbaukapazitäten. Dadurch wird einer erhöhten Schaltverlustleistung und elektromagnetischen Störaussendung vorgebeugt.

4.2.1 Elektromagnetische Modellbildung

Allgemein gelten für die elektrische Beschreibung der Aufbau- und Verbindungstechnik die vier MAXWELL'SCHEN Gleichungen. In differentieller Form lauten diese wie folgt [81].

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \end{aligned} \quad (4.13)$$

Dabei ist \mathbf{H} die magnetische Feldstärke, \mathbf{B} die magnetische Flussdichte, \mathbf{D} die dielektrische Verschiebung, \mathbf{E} die elektrische Feldstärke, \mathbf{J} die Stromdichte und ρ die Raumladungsdichte. Alle fett hervorgehobenen Größen sind Vektorfelder, die sowohl vom Ort als auch von der Zeit

abhängen. Für lineare, isotrope und homogene Materialeigenschaften gilt mit der Dielektrizitätskonstante ε und der Permeabilität μ nachfolgender Zusammenhang.

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (4.14)$$

Zur Lösung der MAXWELL'SCHEN Gleichungen stehen unterschiedliche numerische Verfahren zur Verfügung. Dabei unterscheidet man zwischen Lösungsverfahren, die auf der differenziellen bzw. integralen Form der Gleichungen basieren. Die Integralformulierung hat den Vorteil, dass sich das zu lösende Problem auf die Diskretisierung der Leiterelemente beschränkt. Das Gebiet außerhalb der elektrischen Leiterelemente bleibt unberücksichtigt, wodurch sich im Vergleich zu differentiellen Lösungsverfahren eine deutlich geringere Anzahl an Unbekannten ergibt. Deshalb werden integrale Lösungsverfahren bevorzugt zur Berechnung der MAXWELL'SCHEN Gleichungen eingesetzt. In vielen Fällen können die vollständigen Gleichungen vor dem Lösen weiter vereinfacht werden. Ist die kleinste im Signal enthaltene elektrische Wellenlänge λ deutlich größer als die Abmessungen der Anordnung, so kann die Retardierung der elektromagnetischen Felder vernachlässigt werden. Die Felder wirken dann unmittelbar ohne zeitliche Verzögerung. In der Literatur bezeichnet man diese Näherung häufig als elektromagnetisch-quasistationären-Ansatz (EMQS) [82, 83]. Vernachlässigt man zusätzlich den dielektrischen Verschiebestrom ($\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0$) als Quelle magnetischer Felder, erhält man den magnetisch-quasistationären-Ansatz (MQS). In Leistungsmodulen dominieren nach [84] die induktiven Effekte der Aufbau- und Verbindungstechnik, womit der MQS-Ansatz ausreicht. Ein integrales Lösungsverfahren ist die schaltkreisorientierte PEEC-Methode nach [83, 85]. Dabei werden die Leiterelemente als elektrische Netzwerke mit passiven Bauteilen (Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten) repräsentiert. Die Eigenschaften der Aufbau- und Verbindungstechnik können damit über Impedanznetzwerke im Schaltungssimulator SPICE berücksichtigt werden. Unter Vernachlässigung der Leitungswiderstände wird jedes Leiterstück als partielle Selbstinduktivität modelliert. Diese ist induktiv mit allen partiellen Selbstinduktivitäten des Schaltkreises verkoppelt. Für die Untersuchungen dieser Arbeit reicht es aber aus, die gekoppelten partiellen Selbstinduktivitäten jedes geschlossenen Stromkreises zu einer Schleifeninduktivität zusammenzufassen. Für einfache Anordnungen kann die Schleifeninduktivität analytisch berechnet werden. Eine ausführliche Beschreibung mit zahlreichen Beispielen ist in [86] gegeben.

Für die Schaltzelle in der Halbbrückenanordnung ist es entscheidend, dass die Schleifeninduktivitäten des Leistungsteils L_σ und die des Ansteueranteils L_G möglichst gering sind. Die Schleifeninduktivität des Laststromkreises wird im Folgenden als Kommutierungsinduktivität bezeichnet. Diese umfasst die Induktivitäten der Leitungen L_{A+} und L_{A-} sowie die der HF-Zwischenkreiskapazität ESL . Zwischen dem Leistungs- und Ansteuerstromkreis soll nach Möglichkeit keine induktive Kopplung bestehen. Die Schaltzelle beinhaltet beide Halbleiter S_{A+} und S_{A-} , die Zwischenkreiskondensatoren $C_{d,HF}$ und die elektrischen Leitungen zwischen den Bauteilen. Der prinzipielle Schichtenaufbau einer Schaltzelle mit dem daraus abgeleiteten Ersatzschaltbild ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Mit einem quasistationären elektromagnetischen Ansatz erhält man eine Vielzahl von aufbaubedingten Induktivitäten und Kapazitäten, die sich

nachteilig auf die Schaltvorgänge der Halbbrücke auswirken. Die parasitären Kapazitäten C_{A+} und C_{A-} parallel zu den Halbleitern verursachen zusätzliche Schaltverluste, welche aus den bereits beschriebenen Ladungsverschiebungen während der Schaltvorgänge resultieren. Dasselbe gilt für die Serienschaltung der Kapazitäten C_{AK} und C_{K+} sowie C_{AK} und C_{K-} , wenn der Kühlkörper elektrisch leitfähig ist. Die Kapazitäten zum Kühlkörper können zu unerwünschten elektromagnetischen Störströmen führen, die über das Erdpotential zum Zwischenkreis zurückfließen. Im Gegensatz zu den aufbaubedingten Kapazitäten erhöhen die Induktivitäten die Schwingungsneigung der Schaltung. Die Anregung der Schwingkreise erfolgt durch die kurzzeitigen Signaländerungen der Spannungen und Ströme beim Schalten der Halbleiter. Die Ziel-

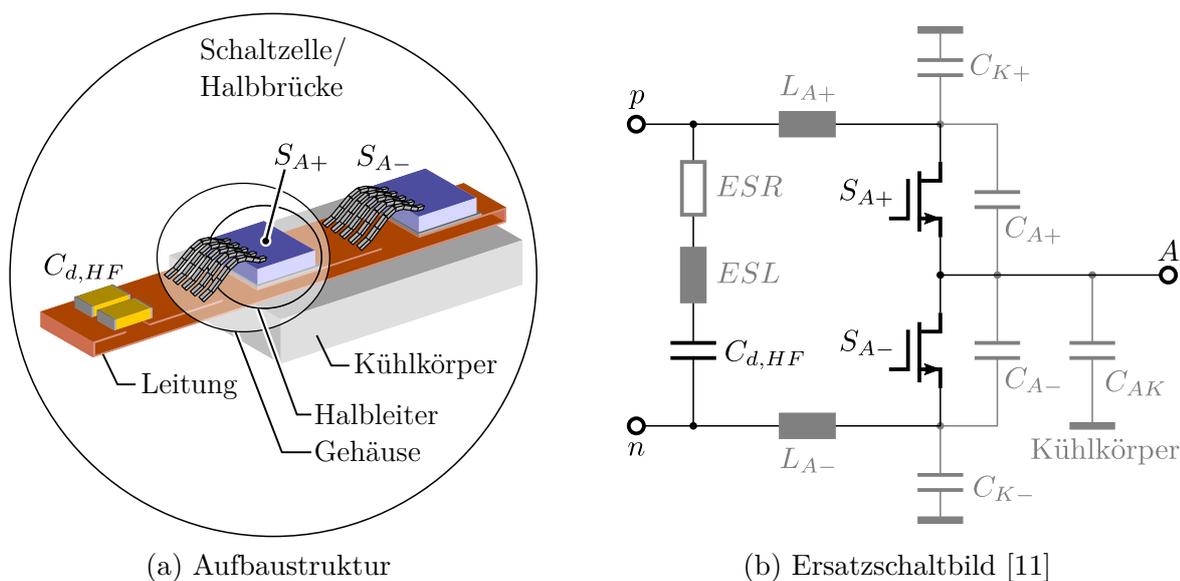


Abbildung 4.8: Schichtenaufbau einer Halbbrückenschaltung und das dazugehörige Ersatzschaltbild der idealen Schaltungszelle (schwarz) mit parasitären Elementen der Aufbau- und Verbindungstechnik (grau).

setzung einer elektrisch optimierten Aufbau- und Verbindungstechnik ist, die Kapazitäten und Induktivitäten der Schaltungszellenanordnung zu minimieren. Das gelingt bestmöglich, wenn die Bauteile der Schaltungszelle kompakt angeordnet sind. Um dies zu ermöglichen, nutzt man oftmals einen geteilten Zwischenkreis, der aus Keramikkondensatoren $C_{d,HF}$ zur Entkopplung der hochfrequenten Schaltvorgänge und aus Folien- bzw. Elektrolytkondensatoren C_d zur Begrenzung der niederfrequenten Spannungsschwankungen besteht. Die optimierte Schaltungszelle beinhaltet nur die Hochfrequenz (HF)-Zwischenkreiskondensatoren. Aufgrund der niederinduktiven Anbindung dieser fließt der gesamte hochfrequente Kommutierungsstrom beim Schalten der Halbleiter lokal in der Schaltungszelle. Für geringe Werte der Kommutierungsinduktivität L_σ wird die Spannung über den Halbleitern damit auf die Zwischenkreisspannung geklemmt. Offensichtlich steht die elektrische Optimierung im Widerspruch zur thermischen Optimierung, da die Erstgenannte eine Bauteilanordnung auf möglichst geringem Volumen anstrebt. Dies impliziert eine kompakte Anordnung der Halbleiter (Wärmequellen), was zwangsläufig zu einer erhöhten Verlustleistungsdichte des Aufbaus führt. Die Notwendigkeit einer thermischen Optimierung des Aufbaus geht daher direkt aus den Anforderungen der elektrischen Optimierung hervor.

Die kritischste Größe bei der elektrischen Optimierung der Schaltzelle ist durch die Kommutierungsinduktivität L_σ im Leistungskreis und die Gateinduktivität L_G im Ansteuerkreis gegeben. Den größten Einfluss auf die magnetisch gespeicherte Energie E_m des Aufbaus und damit auch der Induktivität hat dabei die räumliche Anordnung der Bauteile und Leitungen. Um die Induktivitäten der Schaltzelle so gering wie möglich zu halten, versucht man die Hin- und Rückleiter örtlich zu konzentrieren, sodass sich ihre magnetischen Flussdichten \mathbf{B} größtenteils kompensieren. Die koplanare Leiteranordnung nach Abbildung 4.9(a) erfüllt die Feldkompensation bestmöglich [10, 84]. Die Leitungsinduktivitäten pro Leitungslänge L/l sind für unterschiedliche Leiterabmessungen in Abbildung 4.9(b) dargestellt. Die Berechnung erfolgt dabei über eine zweidimensionale FE-Simulation mit FEMM [87]. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass die Lei-

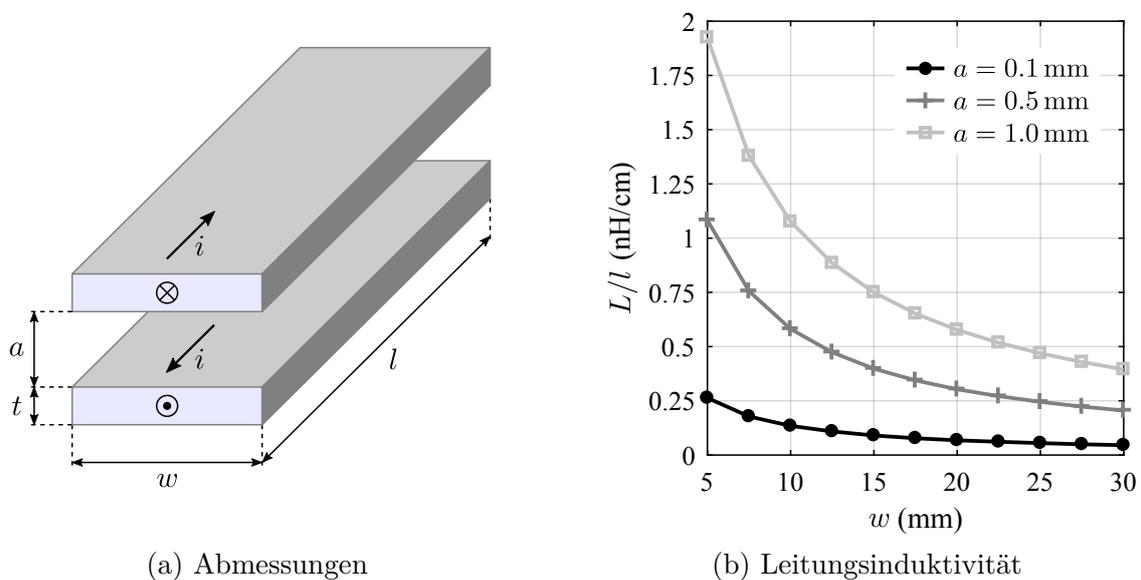


Abbildung 4.9: FEMM-Simulation der Leitungsinduktivität pro Leitungslänge einer koplanaren Leitung für unterschiedliche Leiterabstände a sowie Leiterbreiten w mit der Leiterhöhe $t = 0.1$ mm bei der Frequenz $f = 10$ MHz.

tungsinduktivität für geringe Leiterabstände a sowie breite Leitungen w am geringsten ist. Des Weiteren ermöglicht die koplanare Anordnung einen Absolutwert der Kommutierungsinduktivität von $L_\sigma < 1$ nH, was bereits in [10] gezeigt wurde. Für den untersuchten GaN-HEMT nach Abbildung 4.7 führt dies lediglich zu einer vernachlässigbar geringen Spannungsüberhöhung der Drain-Source-Spannung u_{DS} . Eine Leitungsinduktivität von $L < 1$ nH kann grundsätzlich als Anhaltspunkt der Optimierung definiert werden, um den angestrebten Wert der Kommutierungsinduktivität von $L_\sigma < 1$ nH zu erreichen. Mit Bonddrahtverbindungen in klassischen Leistungsmodulen ist eine Leitungsinduktivität von $L < 1$ nH nicht umsetzbar. Aus diesem Grund ist die elektrisch optimierte Aufbau- und Verbindungstechnik für Halbleiter großer Bandlückenenergie auf planare Aufbauverfahren beschränkt, bei der die HF-Zwischenkreisanbindung über eine koplanare Leiterbahnführung erfolgt.

Eine Kommutierungsinduktivität $L_\sigma < 1$ nH resultiert zwar in einer vernachlässigbaren Drain-Source-Spannungsüberhöhung, führt aber trotzdem zu einer Schwingung des Schaltzellenstroms.

Die Ursache dafür ist, dass sich der Strom in der Kommutierungsinduktivität L_σ nicht sprungförmig ändern kann und nach dem Schaltvorgang zusammen mit der Ausgangskapazität C_{OSS} des ausgeschalteten Halbleiters einen Serienschwingkreis mit der Kennfrequenz f_σ bildet.

$$f_\sigma = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_\sigma C_{OSS}} \Big|_{U_{DS}=U_d}} \quad (4.15)$$

Die ideale Halbbrücke bedämpft den Schwingkreis lediglich durch den Einschaltwiderstand R_{on} des eingeschalteten Halbleiters. Grundsätzlich ist ein schnelles Abklingen der Schwingung wünschenswert. Deshalb wird nachfolgend untersucht, ob Stromverdrängungseffekte zur Erhöhung der Schwingkreisdämpfung beitragen. Der Widerstand einer Leitung nimmt mit steigender Frequenz zu, da der Strom nur am Leitermantel fließt (Skin-Effekt). Dies wird durch die örtliche Nähe der koplanaren Leiteranordnung und der Gegentaktbestromung verstärkt. Die damit verbundene Feldverdrängung in den Leitungen führt dazu, dass sich der Stromfluss auf die Innenseiten der sich zugewandten Leiteroberflächen konzentriert (Proximity-Effekt). Durch die Feldverdrängung im Leiterinneren ändert sich sowohl der Widerstand R , als auch die Induktivität L der Leiteranordnung, was in Abbildung 4.10(a) und 4.10(b) dargestellt ist. Die Berechnung der frequenzabhängigen Eigenschaften wurde mit dem Simulationsprogramm FastHenry [82] durchgeführt, welches auf der numerischen Auswertung des MQS-Ansatz basiert. Dabei wird sowohl der Skin-Effekt, als auch der Proximity-Effekt der Leiteranordnung berücksichtigt.

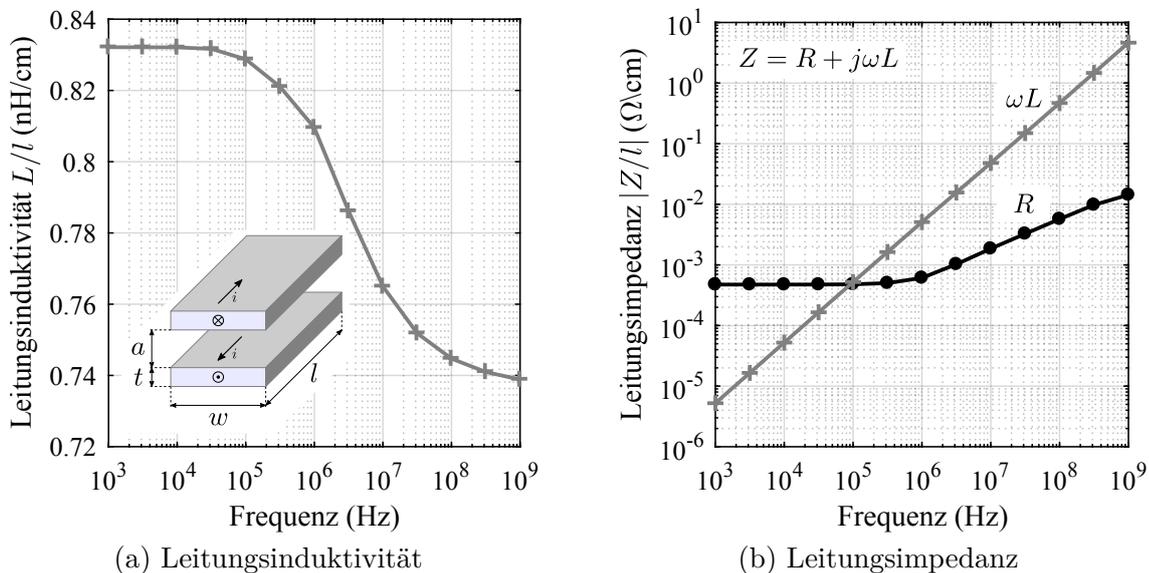


Abbildung 4.10: FastHenry-Simulation der frequenzabhängigen Leitungsinduktivität und Leitungsimpedanz pro Leitungslänge für eine koplanare Leitung mit dem Leiterabstand $a = 0.5$ mm, der Leiterbreite $w = 7.5$ mm sowie der Leiterhöhe $t = 0.1$ mm und der elektrischen Leitfähigkeit $\sigma_{Cu} = 58 \cdot 10^6$ 1/(Ωm).

Die Leitungsinduktivität reduziert sich für hohe Frequenzen um etwa 10 %. Oberhalb von 1 MHz steigt der Widerstand R der doppelt logarithmischen Darstellung aus Abbildung 4.10(b) linear an. Aus der Leitungsimpedanz geht hervor, dass der induktive Impedanzanteil L für Frequenzen

über 100 kHz überwiegt. Aufgrund der Größenunterschiede dominieren die Einflüsse der Leitungsinduktivität, mit den darin enthaltenen hohen Frequenzkomponenten, den Schaltvorgang. Eine geringe Kommutierungsinduktivität L_σ der Schaltzelle resultiert nach Gleichung 4.15 in einer erhöhten Kennfrequenz f_σ , wodurch der Wert des Leitungswiderstands R ebenfalls ansteigt. Für den untersuchten GaN-HEMT mit dem Kapazitätsverlauf nach Abbildung 4.4(a) sowie der Leitungsinduktivität nach Abbildung 4.10(a) erhält man mit der Leitungslänge $l = 1.5$ cm und der Zwischenkreisspannung $U_d = 400$ V nachfolgende Kennfrequenz.

$$f_\sigma = \frac{1}{2\pi\sqrt{1.11 \text{ nH} \cdot 68 \text{ pF}}} = 582 \text{ MHz} \quad (4.16)$$

Für den Leitungswiderstand R gilt nach Abbildung 4.10(b):

$$R \Big|_{f_\sigma=582 \text{ MHz}} \approx 1.5 \cdot 10^{-2} \Omega = 15 \text{ m}\Omega \quad (4.17)$$

Im gezeigten Beispiel beträgt der Wert des Leitungswiderstands lediglich 30 % des Halbleiterschaltwiderstandes R_{on} , was die Schwingkreisdämpfung nur geringfügig erhöht. Einen zusätzlichen Beitrag zur Dämpfung liefern die Polarisationsverluste der HF-Kapazitäten, die mit der Frequenz ansteigen und durch den äquivalenten Serienwiderstand ESR modelliert werden. Für die gesamte Schaltzelle ergibt sich damit nachfolgender frequenzabhängiger Widerstand R_σ .

$$R_\sigma(f) = ESR(f) + R(f) + R_{on} \quad (4.18)$$

Der Dämpfungsgrad D_σ der Schaltzelle entspricht dem des Serienschwingkreis.

$$D_\sigma = \frac{R_\sigma(f)}{2} \sqrt{\frac{C_{OSS} \Big|_{U_{DS}=U_d}}{L_\sigma}} \quad (4.19)$$

Im Idealfall ist der Wert des Dämpfungsgrads D_σ größer Eins. Dies entspricht dem aperiodischen Grenzfall, bei dem keine Schwingung auftritt. Vernachlässigt man den kapazitiven Verlustwiderstand $ESR(f)$, ergibt sich für das gezeigte Beispiel nur ein sehr geringer Dämpfungsgrad.

$$D_\sigma = \frac{65 \text{ m}\Omega}{2} \sqrt{\frac{68 \text{ pF}}{1.11 \text{ nH}}} = 8.0 \cdot 10^{-3} \quad (4.20)$$

Messungen an realen Schaltungen aus Abbildung 4.16 und [10] zeigen aber deutlich höhere Dämpfungsgrade $D_\sigma \approx 0.1$. Es wird angenommen, dass die Polarisationsverluste der eingesetzten Keramikkondensatoren den dominanten Dämpfungsanteil verursachen. Allerdings ist der Verlustfaktor von Keramikkondensatoren mit X7R-Dielektrikum im Frequenzbereich der resonanten Schwingung $f > 100$ MHz nicht in den Datenblättern spezifiziert.

4.2.2 Thermische Modellbildung

Für die Wärmeleitung in Festkörpern gilt die dreidimensionale Wärmeleitungsgleichung [88], die in differentieller Form nachfolgend angegeben ist.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(\kappa \nabla T) = g \quad (4.21)$$

Dabei ist ρ die Massendichte, c die spezifische Wärmekapazität, T die Temperatur, t die Zeit, ∇ der Nabla-Operator, κ die Wärmeleitfähigkeit und g die volumetrische Wärmestromdichte. Für homogene isotrope Materialien vereinfacht sich Gleichung 4.21.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \kappa \Delta T = g \quad (4.22)$$

Dabei ist Δ der LAPLACE-Operator. Im stationären Fall ist zusätzlich die Zeitableitung $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ und die Gleichung 4.22 genügt der POISSON-Gleichung.

$$-\kappa \Delta T = g \quad (4.23)$$

Zum Lösen der Wärmeleitungsgleichung müssen Randbedingungen definiert werden. Eine Möglichkeit besteht darin, die Temperatur T_B am Simulationsrand festzulegen, was unter dem Begriff DIRICHLET-Randbedingung bekannt ist.

$$T = T_B \quad (4.24)$$

Des Weiteren kann die Normalkomponente des Wärmeflusses $-\kappa \frac{\partial T}{\partial n}$ am Rand des Simulationsgebiets definiert werden, was als NEUMANN-Randbedingung bekannt ist.

$$-\kappa \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_A) \quad (4.25)$$

Dabei ist n die Normalkomponente des Randgebiets, α der Wärmeübergangskoeffizient und T_A die externe Umgebungstemperatur. Für einen Wärmeübergangskoeffizienten α gleich Null ist der Wärmefluss dieser Fläche ebenfalls Null. Die Fläche entspricht dann dem idealen thermischen Isolator und erzwingt einen tangentialen Wärmefluss. Die isolierende Randbedingung kann bei symmetrischen Problemstellungen auch als Symmetrieebene genutzt werden, um das Simulationsgebiet zu reduzieren. Aufgrund der unterschiedlichen Materialkombinationen und dem Auftreten mehrerer Wärmequellen wird das thermische Verhalten der Aufbau- und Verbindungstechnik mit FE-Simulationsprogrammen analysiert. Aus den Ergebnissen der FE-Simulation kann anschließend ein vereinfachtes thermisches Modell abgeleitet werden, welches nur die dominanten thermischen Pfade berücksichtigt. Die vereinfachten thermischen Modelle können über elektrische Ersatzschaltbilder aus Widerständen $R_{\Theta x}$ und Kapazitäten $C_{\Theta x}$ im Schaltungssimulator SPICE berücksichtigt werden. Für einen eindimensionalen Wärmefluss ist dies in Abbildung 4.11 dargestellt. Die auftretende Verlustleistung P_V des Halbleiters wird dabei über eine Konstantstromquelle in das äquivalente Netzwerk eingepreßt. Damit kann die zeitliche Änderung

der Halbleitersperrschichttemperatur T_J , bzw. der Gehäusetemperatur T_C bei unterschiedlichen Lastfällen und vorgegebener Umgebungstemperatur T_A bestimmt werden.

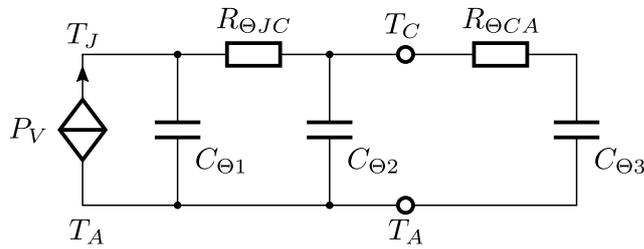


Abbildung 4.11: Äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild der eindimensionalen Wärmeleitung.

4.2.3 Aufbaukonzepte der Schaltzelle

Die elektrischen und thermischen Optimierungsziele schränken die Anordnung der Schaltzellenbauteile stark ein. Für einen niederinduktiven Aufbau des Ansteuer- und Leistungskreises werden koplanare Leitungen benötigt. Die magnetische Kopplung der beiden Stromkreise wird minimiert, indem man eine orthogonale Leiterbahnführung in einem Winkel von 90 Grad wählt. Als elektrische Isolierstoffe zwischen den Halbleitern und dem Kühlkörper kommen häufig Polyimid oder Keramiken zum Einsatz, deren Materialdaten in Tabelle 4.2 aufgelistet sind. Idealerweise nutzt man für den angestrebten Aufbau AlN-Keramik, da dieses Material mit Abstand die höchste thermische Leitfähigkeit besitzt. Aufgrund der mechanisch spröden Materialeigenschaften von Keramiken sind die Materialdicken typischerweise größer 0.3 mm. Damit ergibt sich für die homogene AlN-Keramik eine minimale Durchbruchspannung von 6 kV. Im Vergleich zu den sehr dünnen Materialschichten von Polyimid ($< 50 \mu\text{m}$) reduziert sich durch den Einsatz der Keramikwerkstoffe zusätzlich die kapazitive Kopplung zum Kühlkörper, da sich der Abstand zwischen Halbleiter und Kühlkörper vergrößert. In den vergangenen Jahren wurden von unterschiedlichen Universitäten, Forschungsinstituten und Firmen planare Aufbauverfahren entwickelt, die eine niederinduktive Anbindung der Schaltzellenbauteile und ein hohes Wärmeabführvermögen aufweisen. Das bei Siemens entwickelte planare Aufbauverfahren SiPLIT [89] war eines der ersten industriell umgesetzten Verfahren. Das Trägermaterial besteht dabei aus Keramik mit strukturierten Kupferoberflächen. Die Halbleiter werden durch Lötens elektrisch mit

Tabelle 4.2: Materialeigenschaften elektrischer Isolierstoffe ($\kappa_{Cu} = 394 \text{ W}/(\text{mK})$).

Parameter		Polyimid	Al_2O_3	AlN	Einheit
Wärmeleitfähigkeit	κ	0.37 – 0.52	20 – 30	180 – 200	$\text{W}/(\text{mK})$
relative Permittivität	ε_r	4.5	9 – 10	8 – 9	–
Durchbruchspannung	U_{br}	100	35	> 20	$\text{V}/\mu\text{m}$

den Kupferflächen verbunden. Im Anschluss wird die gesamte Schaltungsoberfläche mit einer Polyimidschicht elektrisch isoliert. Es folgt eine Photostrukturierung der Isolierschicht mit anschließender Galvanik. Durch Wiederholen dieser Prozesse erhält man ein dreidimensionales planares Leistungsmodul auf dessen Oberseite beispielsweise die Treiber und der HF-Zwischenkreis bestückt werden können. Eine ausführliche Zusammenfassung einer Vielzahl planarer Aufbau- und Verbindungstechniken sowie mögliche Realisierungen wird in [90] vorgestellt. Um hohe Kosten und Wartezeiten bei der Umsetzung zu vermeiden, wird in dieser Arbeit ein modifiziertes Aufbauverfahren gewählt, das sich mit Standardleiterplattentechnologie realisieren lässt. Für die definierten Anforderungen verbleiben nach [11] zwei mögliche Bauteilanordnungen. Eine Variante erfordert ein zweiseitiges Kühlkonzept, was mit einem erheblichen Mehraufwand verbunden ist. Aus diesem Grund wird für die vorliegende Arbeit der Aufbau mit einseitiger Kühlung gewählt. Ein Schnittbild des Schaltzellenaufbaus mit den zugehörigen Abmessungen ist in Abbildung 4.12 dargestellt. Die Strichpunktlinie kennzeichnet die Symmetrie des Aufbaus. Der Aufbau besteht aus einer 4-Lagen Standardleiterplatte aus FR4-Material und einer AlN-Keramik mit beidseitig strukturierten Kupferflächen. Die Halbleiter S_{A+} und S_{A-} werden über einen gemeinsamen Lötvorgang sowohl mit der Leiterplatte als auch mit den Kupferflächen der Keramik verbunden. Für einen guten Wärmeübergang zwischen der AlN-Keramik und dem Kupfer (Cu)-Kühler sorgt ein dünnes LMA mit der Wärmeleitfähigkeit von $\kappa_{LMA} = 80 \text{ W}/(\text{mK})$.

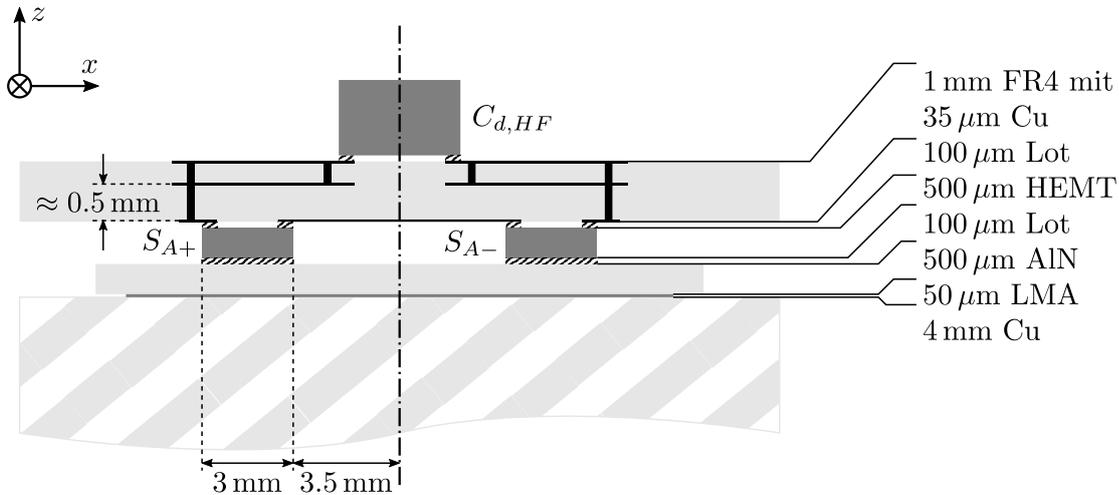


Abbildung 4.12: Schnittbild des planaren GaN-HEMT Schaltzellenaufbaus.

Zur Charakterisierung der elektrischen und thermischen Eigenschaften des Schaltzellenaufbaus werden nachfolgend dreidimensionale FE-Simulationen mit ElmerFEM [91] durchgeführt. Für die Simulation des elektrischen Verhaltens kann die Symmetrie der xz -Ebene und die der yz -Ebene genutzt werden, um das benötigte Simulationsgebiet zu reduzieren. Durch Einprägen eines stationären Stroms I in die Zwischenkreisleitungen kann die Schaltzelleninduktivität L_σ über die magnetische Feldenergie E_m der Anordnung nach Gleichung 4.26 bestimmt werden.

$$L_\sigma(f = 0 \text{ Hz}) = \frac{2E_m}{I^2} = \frac{2 \cdot 0.742 \text{ nJ}}{(1 \text{ A})^2} = 1.48 \text{ nH} \quad (4.26)$$

Außerdem wird die elektrische Leitfähigkeit des Halbleiters auf die von Kupfer gesetzt, um einen geschlossenen Stromkreis zu erhalten. Der Wert der Schaltzelleninduktivität stimmt für identische Leiterabmessungen von $t = 35 \mu\text{m}$, $a = 0.5 \text{ mm}$, $w = 6.5 \text{ mm}$ und $l = 1.5 \text{ cm}$ gut mit dem der FastHenry-Simulation der Leitungsinduktivität ($L = 1.43 \text{ nH}$) überein. Damit wirken sich die bei der Leiterplattentechnologie benötigten Durchkontaktierungen nicht auf die Induktivität der Leiterschleife aus. Das gilt aber ausschließlich, wenn über die gesamte Leiterbreite mehrere Durchkontaktierungen verteilt sind. Der geringe Wert der Leitungsinduktivität resultiert aus der Feldkompensation der Leiteranordnung. Dies ist für den magnetisch quasistationären Fall (MQS) in Abbildung 4.13 dargestellt. Die Feldverteilung der magnetischen Flussdichte $|\mathbf{B}|$ ist zwischen den Leitungen homogen und außerhalb vernachlässigbar gering. Ein Streufeld bildet sich lediglich am Rand der Leiter aus.

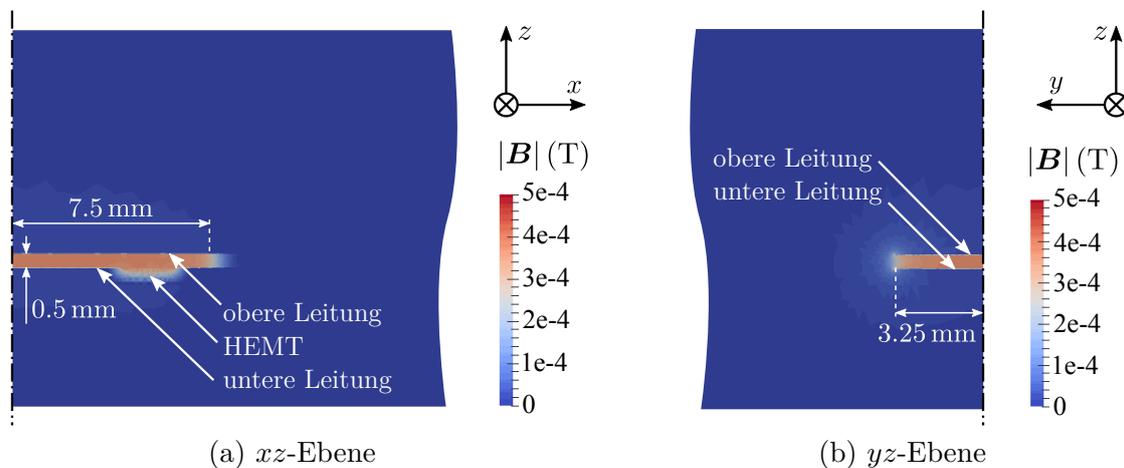


Abbildung 4.13: ElmerFEM-Simulation der magnetischen Flussdichte $|\mathbf{B}|$ der Schaltzellenanordnung bei harmonischer Anregung mit $I = \pm 1 \text{ A}$ und $f = 10 \text{ Hz}$.

Für die stationäre thermische FE-Simulation wird die POISSON-Gleichung 4.23 der Wärmeleitung numerisch gelöst. Dabei kann man mit der NEUMANN-Randbedingung aus Gleichung 4.25 die Symmetrie des Schaltzellenaufbaus aus Abbildung 4.12 berücksichtigen. Durch die Symmetrie der yz -Ebene verliert man aber den Freiheitsgrad, dass beiden Halbleitern eine unterschiedliche Verlustleistung einprägen werden kann. Im Folgenden werden beide Symmetrien genutzt und die Wärmeübergangskoeffizienten der Symmetrieebenen auf $\alpha = 0 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ gesetzt. Dies impliziert eine identische Verlustleistung in beiden Halbleitern der Halbbrücke. Der Wärmeübergangskoeffizient an der Unterseite der Kupferplatte wird wie in [13] auf einen Wert von $\alpha = 500 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ festgelegt. Für die natürliche Konvektion an den Oberflächen definiert man $\alpha = 10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Die Abmessungen der Kupferplatte betragen $16.5 \times 37 \times 4 \text{ mm}$. Die Umgebungstemperatur wird auf $T_A = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ festgelegt. Zusätzlich wird dem HEMT eine homogene volumetrische Wärmestromdichte g eingeprengt, dessen gesamte Verlustleistung $P_V = 10 \text{ W}$ beträgt. Die Simulationsergebnisse für einen Schaltzellenaufbau mit den elektrischen Isolierstoffen AlN-Keramik sowie Polyimid der Dicke t_x und der Wärmeleitfähigkeit κ_x sind in Abbildung 4.14 dargestellt. Die real vorhandene Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeiten κ_x ist in den Simulationen nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund ist der thermische Widerstand $R_{\Theta JA}$ zwischen Halbleiter und

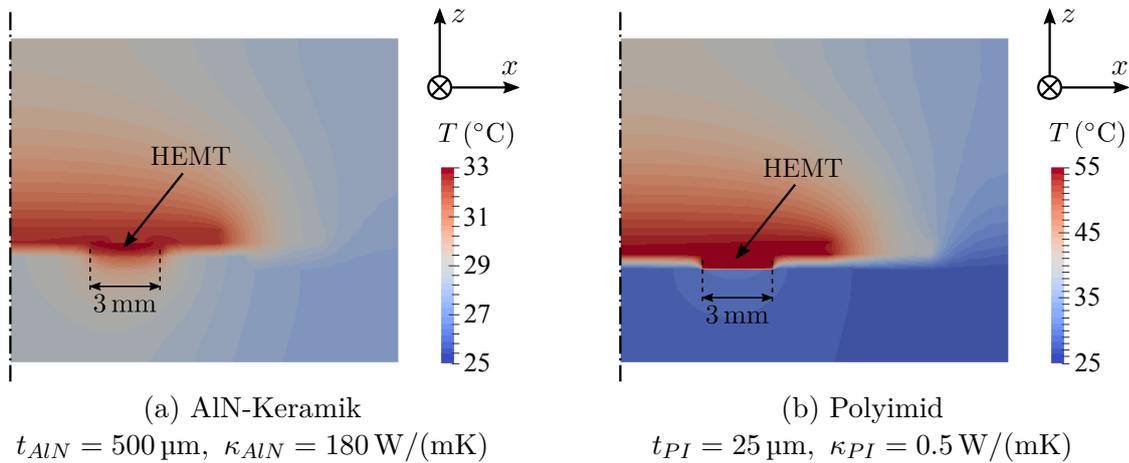


Abbildung 4.14: Elmer-Simulation des stationären thermischen Verhaltens des Schaltzellen-aufbaus mit unterschiedlichen elektrischen Isolierstoffen bei einer Halbleiter-verlustleistung $P_V = 10 \text{ W}$ und der Umgebungstemperatur $T_A = 25 \text{ }^\circ\text{C}$.

Umgebung konstant sowie unabhängig vom Absolutwert der Temperatur.

$$R_{\Theta JA} = \frac{T_J - T_A}{P_V} = \frac{\Delta T_{JA}}{P_V} \quad (4.27)$$

Mit der Sperrschichttemperatur T_J des HEMT aus Abbildung 4.14 lassen sich für beide Aufbauvarianten die thermischen Widerstände $R_{\Theta JA}$ nach Gleichung 4.27 berechnen.

$$\text{AlN-Keramik: } R_{\Theta JA} = 0.8 \text{ K/W} \quad \text{Polyimid: } R_{\Theta JA} = 3.0 \text{ K/W} \quad (4.28)$$

Der Aufbau mit AlN-Keramik besitzt im Vergleich zu dem mit Polyimid nur etwa ein Viertel des thermischen Widerstands $R_{\Theta JA}$. Damit kann der Keramikaufbau bei identischer Sperrschichttemperatur T_J die Vierfache Verlustleistung P_V abführen. Ist die Verlustleistung P_V der Halbleiter identisch, reduziert sich beim Keramikaufbau die Änderung der Sperrschichttemperatur ΔT_{JA} auf ein Viertel. Eine reduzierte Sperrschichttemperatur T_J verringert die Durchlass- und Schaltverluste des Halbleiters. Zusätzlich trägt eine geringere Temperaturbelastung zu einer erhöhten Lebensdauer der Halbleiter sowie der Aufbau- und Verbindungstechnik bei.

4.3 Ergebnisse des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis

Die Vorgehensweise bei der Realisierung der Schaltzelle mit AlN-Keramik gleicht dem des klassischen Leiterplattenprozess. Der entscheidende Unterschied besteht in der Bauteilbestückung. Um die Halbleiter sowohl mit der Leiterplatte als auch mit der Keramik zu verlöten, muss auf beide Träger Lötpaste aufgebracht werden. Nach dem Aufbringen der Lötpaste werden zunächst die Halbleiter auf die Leiterplatte bestückt und im Anschluss die Keramiken auf den Halbleitern platziert. Abschließend erfolgt ein gemeinsamer Lötvorgang. Die bestückte Leiterplatte wird über einen isolierenden Abstandshalter mit Schraubverbindungen auf dem Kühlkörper montiert.

Der Aufbau des entwickelten dreiphasigen zweilevel GaN-Stromrichters ist in Abbildung 4.15 dargestellt. Er beinhaltet eine galvanische Trennung der digitalen Steuersignale, sowie der Hilfsspannungsversorgung. Außerdem sind alle Treiberschaltungen der GaN-HEMTs und deren Spannungsversorgungen enthalten. Die Spannungsversorgungen der oberen Brückenhalbleiter werden über galvanisch getrennte DC/DC-Wandler generiert. Der HF-Zwischenkreis $C_{d, HF}$ mit jeweils 300 nF pro Halbbrücke, sowie ein erster Zwischenkreis C_d mit Keramikcondensatoren ($6 \mu\text{F}$) sind ebenso Bestandteil des Aufbaus. Die Phasenanschlüsse sind über Schraubverbindungen herausgeführt, was einen modularen Aufbau ermöglicht. Die Messgrößenerfassung ist bei Halbleitern mit kurzen Schaltzeiten sehr kritisch [92], weshalb alle Spannungsmesspunkte koaxial ausgeführt sind. Für die Temperaturerfassung der GaN-HEMTs befinden sich an den Halbleiterpositionen Bohrlöcher in der Leiterplatte. Die Kühlung der Halbleiter erfolgt über einen Cu-Kühlkörper mit Lüfter. Die Messungen der analogen Signalverläufe des Stromrichters erfolgen über ein 8-kanaliges YOKOGAWA DLM4058 Oszilloskop mit der Analogbandbreite von 500 MHz und einer Abtastrate von 2.5 GS/s.

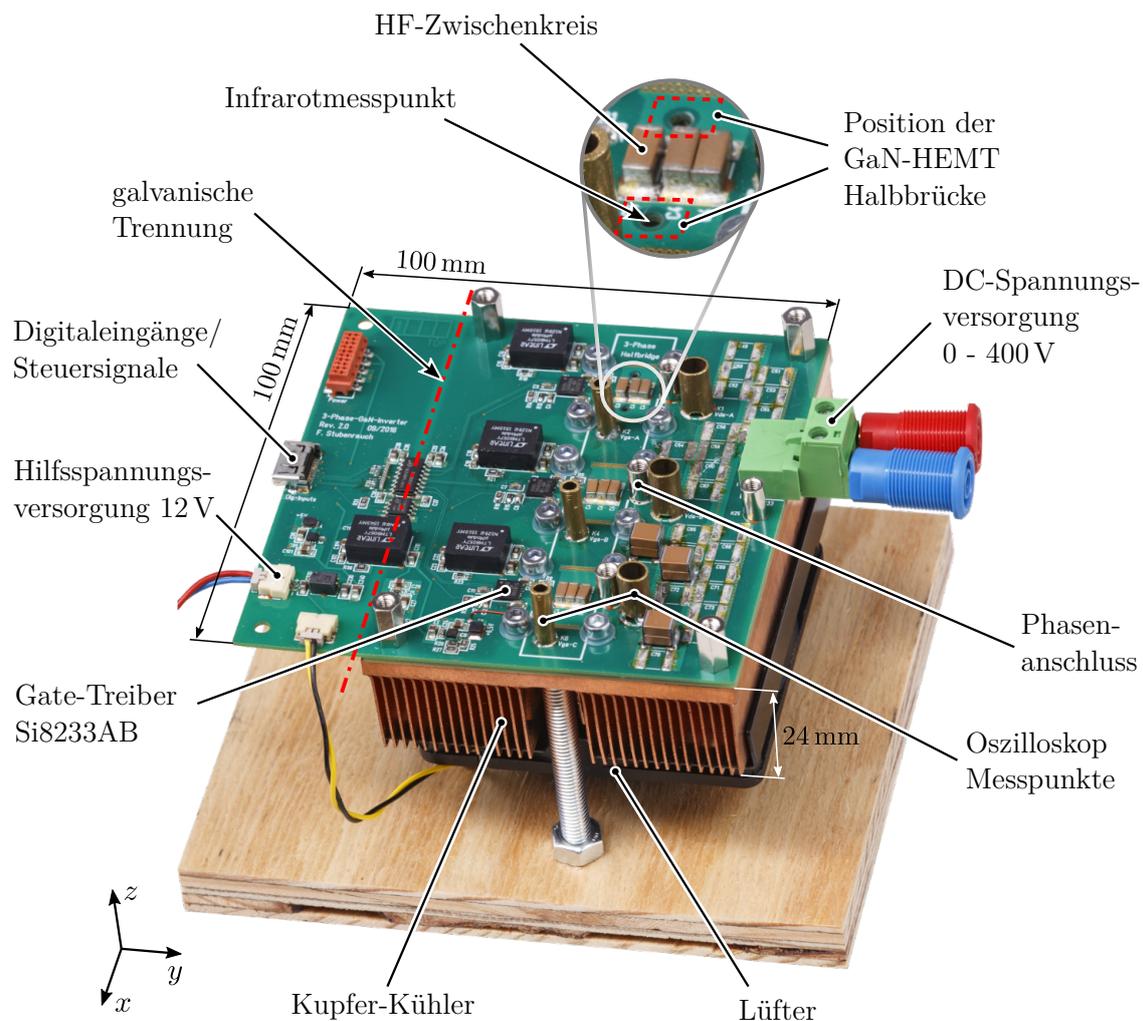


Abbildung 4.15: Prototyp des dreiphasigen GaN-Stromrichters mit AlN-Keramik.

4.3.1 Schaltmessungen

Die Charakterisierung des transienten Schaltzellenverhaltens erfolgt über Messungen mit der Doppelpulsschaltung aus Anhang A. Im Weiteren wird stets die inverse Doppelpulsschaltung eingesetzt. Dabei ist die Doppelpulsinduktivität zwischen Phasenausgang und negativem Zwischenkreispotential geschaltet, womit die kürzesten Schaltzeiten am unteren Brückenthalbleiter S_{A-} auftreten. Die Zwischenkreisspannungsversorgung U_d erfolgt über ein Gleichspannungsnetzteil vom Typ FUG MCL 350-650. Dadurch können die Spannungen des unteren Brückenthalbleiters u_{GS} und u_{DS} im Bezug auf das Massenpotential der Spannungsquelle erfasst werden. Vorteilhaft ist dabei, dass die Spannungsmessung mit größtmöglicher Bandbreite und geringstem Messaufwand (passive Spannungstastköpfe) erfolgt. Auf die Messung des Schaltzellenstroms wird verzichtet, da dies zu einer erhöhten Kommutierungsinduktivität L_σ führt. Alle Schaltmessungen werden mit den entsprechenden LTSPICE-Simulationen im Schaltungssimulator gegenübergestellt. Zur messtechnischen Ermittlung der Kommutierungsinduktivität L_σ der Schaltzelle wird die Drain-Source-Spannung u_{DS} des unteren Halbleiters S_{A-} gemessen, was in Abbildung 4.16 dargestellt ist. Für die Messung wird eine geringe Zwischenkreisspannung von $U_d = 100\text{ V}$ ge-

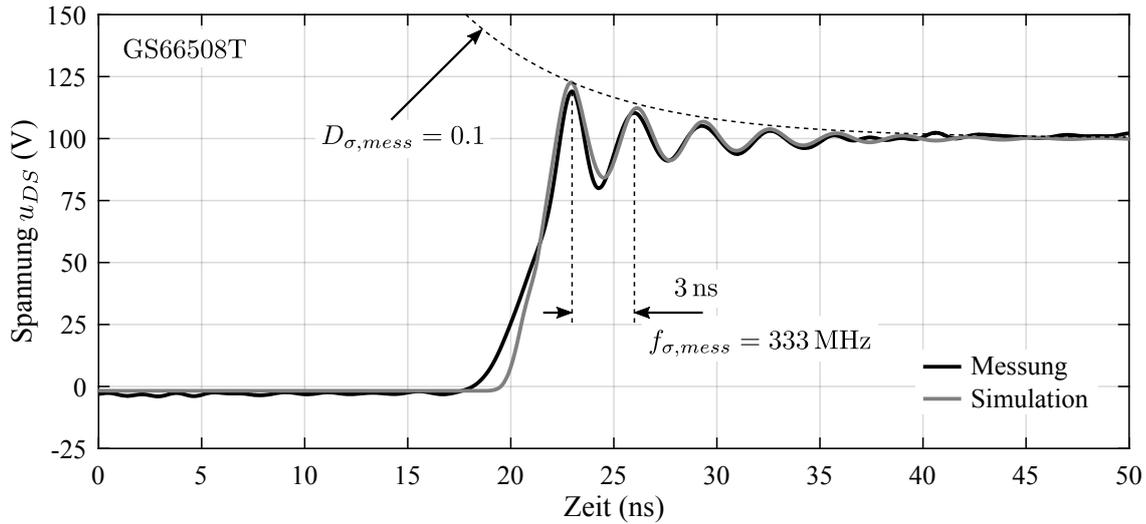


Abbildung 4.16: Messung der Drain-Source-Spannung u_{DS} mit der inversen Doppelpulsschaltung aus Anhang A und den Parametern $U_d = 100\text{ V}$, $i_L = 1\text{ A}$, $R_{Gon} = 5\ \Omega$, $R_{Goff} = 1\ \Omega$, $T_J = 25\text{ °C}$, $L_\sigma = 1.3\text{ nH}$ sowie $ESR = 0.4\ \Omega$.

wählt, weil die kapazitiven Ladungsverschiebungen der Halbleiterkapazitäten an diesem Arbeitspunkt gering sind und sehr kurze Schaltzeiten erreicht werden. Deshalb tritt eine vergleichsweise große Amplitude der resonanten Schaltzellenschwingung auf, was die Auswertung erleichtert. Mit dem messtechnisch ermittelten Wert der Kennfrequenz $f_{\sigma,mess}$ aus Abbildung 4.16 kann mit Gleichung 4.15 die Kommutierungsinduktivität $L_{\sigma,mess}$ berechnet werden. Bei der Berechnung muss die durch den passiven 500 MHz Tastkopf vom Typ YOKOGAWA 701943 eingebrachte Kapazität von $C_P = 14\text{ pF}$ zur Ausgangskapazität C_{OSS} addiert werden.

$$L_{\sigma,mess} = \frac{1}{(2\pi f_{\sigma,mess})^2 (C_{OSS}|_{U_{DS}=100\text{ V}} + C_P)} = 1.35\text{ nH} \quad (4.29)$$

Die messtechnisch ermittelte Kommutierungsinduktivität stimmt in guter Näherung mit den simulierten überein. Eine deutlich größere Abweichung ergibt sich zwischen dem theoretisch berechneten und gemessenen Dämpfungsgrad $D_{\sigma, mess}$. Eine Übereinstimmung der Spannungsverläufe u_{DS} erhält man durch Hinzufügen eines Verlustwiderstands $ESR = 0.4 \Omega$ im HF-Zwischenkreis der LTSPICE-Simulation. Naheliegend ist, dass die gemessene Dämpfung durch Polarisationsverluste im HF-Zwischenkreis verursacht werden. Ein Verlustmechanismus durch Polarisationsverluste der Halbleitersperrschicht ist aber ebenfalls möglich. Unabhängig von der Ursache hat die reale Dämpfung den positiven Effekt, dass die resonante Schwingung schnell abklingt.

Zur Charakterisierung des Schaltverhaltens der GaN-HEMTs werden nachfolgend Messungen bei unterschiedlichen Schaltströmen durchgeführt. Durch Mehrfachimpulse mit der inversen Doppelpulsschaltung aus Anhang A, erhält man die Signalverläufe aus Abbildung 4.17. Bei jedem

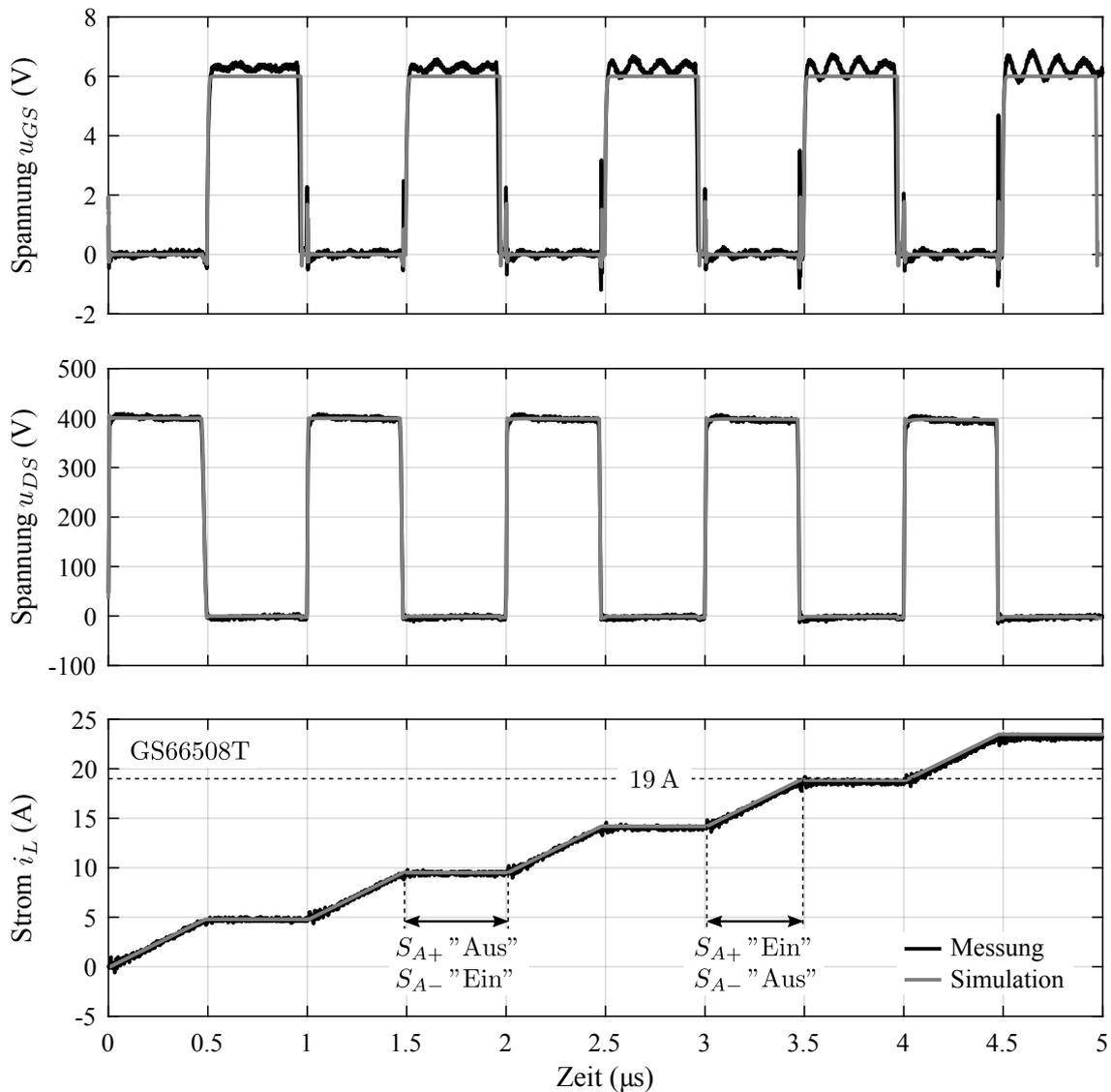


Abbildung 4.17: Mehrfachpulsmessung mit der inversen Doppelpulsschaltung aus Anhang A und den Parametern $U_d = 400 \text{ V}$, $R_{Gon} = 5 \Omega$, $R_{Goff} = 1 \Omega$, $T_J = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, $L_\sigma = 1.3 \text{ nH}$ sowie $ESR = 0.4 \Omega$.

Impuls des oberen Brückenhalbleiters S_{A+} wird die Zwischenkreisspannung U_d an die Doppelpulsinduktivität L_{DP} angelegt, wodurch sich in dieser ein linear ansteigender Stromverlauf i_L einstellt. Ist der untere Brückenhalbleiter S_{A-} eingeschaltet, befindet sich die Schaltung im Freilauf und der Strom in der Doppelpulsinduktivität i_L ist für kurze Impulszeiten in guter Näherung konstant. Im Folgenden wird der Ein- und Ausschaltvorgang des unteren Brückenhalbleiters S_{A-} für den Schaltstrom von 19 A näher untersucht. Die beim Schaltvorgang auftretenden Spannungen u_{GS} und u_{DS} sind in Abbildung 4.18(a) und 4.18(b) dargestellt.

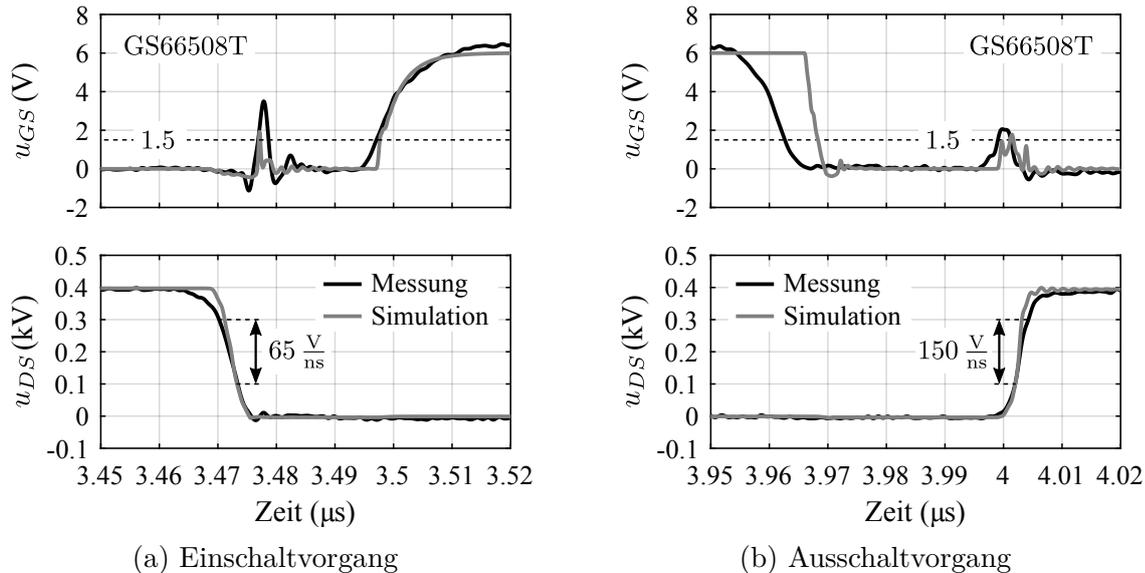


Abbildung 4.18: Messung des Ein- und Ausschaltverhaltens mit der inversen Doppelpulsschaltung aus Anhang A und den Parametern $U_d = 400 \text{ V}$, $i_L = 19 \text{ A}$, $R_{Gon} = 5 \Omega$, $R_{Goff} = 1 \Omega$, $T_J = 25^\circ\text{C}$, $L_\sigma = 1.3 \text{ nH}$ sowie $ESR = 0.4 \Omega$.

Beim Einschaltvorgang des unteren Brückenhalbleiters S_{A-} aus Abbildung 4.18(a) wird zunächst der obere Brückenhalbleiter S_{A+} ausgeschaltet, wodurch die Drain-Source-Spannung u_{DS} fällt. Bevor der untere Brückenhalbleiter aktiv eingeschaltet wird und dessen Gate-Source-Spannung u_{GS} ansteigt, wurde die Ausgangskapazität C_{OSS} des unteren Brückenhalbleiters bereits vom Strom der Doppelpulsinduktivität entladen, womit die Drain-Source-Spannung u_{DS} etwa 0 V beträgt. Der untere Brückenhalbleiter kann damit spannungslos einschalten (Nullspannungsschalten). Die abfallende Drain-Source-Spannung u_{DS} zieht die Gate-Source-Spannung u_{GS} über die Gate-Drain-Kapazität C_{GD} ins Negative. Die negative Spannung wird über die Schottky-Diode D_2 der Doppelpulsschaltung aus Anhang A parallel zum Gate-Source-Anschluss auf etwa -0.3 V begrenzt. Während des Drain-Source-Spannungsabfalls fließt durch die Schottky-Diode D_2 ein hoher Strom, der im Anschluss an den Schaltvorgang über die interne Gate-Induktivität des Halbleitergehäuses zu einer Gegeninduktionsspannung mit positiven Gate-Source-Spannungshub führt. Der untere Brückenhalbleiter wird dabei kurzzeitig eingeschaltet, weil die Einschaltspannung des GaN-HEMT von 1.5 V überschritten wird. Dies hat aber keine negativen Auswirkungen auf die Schaltung und deren Schaltverluste. Der Grund dafür ist, dass der obere Brückenhalbleiter zu diesem Zeitpunkt bereits ausgeschaltet ist und dadurch kein verlustbehafteter Brückenkurzschluss auftritt.

Der Ausschaltvorgang des unteren Brückenhalbleiters S_{A-} aus Abbildung 4.18(b) ist gefolgt vom hartschaltenden Einschaltvorgang des oberen Brückenhalbleiters S_{A+} , der einen sehr steilen Anstieg der Drain-Source-Spannung u_{DS} verursacht. Durch den halbleiterinternen kapazitiven Spannungsteiler aus Gate-Drain-Kapazität C_{GD} und Gate-Source-Kapazität C_{GS} resultiert aus der Änderung der Drain-Source-Spannung u_{DS} ein Spannungsanstieg der Gate-Source-Spannung u_{GS} . Diese überschreitet dabei kurzzeitig den Wert der Einschaltwellspannung des GaN-HEMT von 1.5 V, womit für wenige Nanosekunden beide Brückenhalbleiter Strom führen. Der damit verbundene Brückenkurzschluss verursacht aber nur geringfügig erhöhte Schaltverluste, weil sich der Zustand auf etwa 2 ns beschränkt.

Alle Schaltmessungen decken sich sehr gut mit den durchgeführten LTSPICE-Simulationen. Der messtechnisch ermittelte maximale Drain-Source-Spannungsanstieg beträgt 150 V/ns und gehört damit zu den bisher größten je gemessenen Spannungstransienten von Halbleitern mit einer Sperrspannung über 600 V. Hervorzuheben ist außerdem, dass trotz der sehr kurzen Schaltzeiten keine messbare Spannungsüberhöhung der Drain-Source-Spannung u_{DS} auftritt. Damit erfüllt die optimierte Aufbau- und Verbindungstechnik alle elektrisch gestellten Anforderungen.

4.3.2 Thermische Messungen

Die thermische Charakterisierung erfolgt für die Isolierstoffe Polyimid und AlN-Keramik über stationäre Temperaturmessungen mit der Infrarotkamera vom Typ FLIR T450sc. Vor Beginn der Messung wird das Messsystem bei Raumtemperatur ($T_A = 23^\circ\text{C}$) abgeglichen und dabei der Emissionsgrad des Halbleitermaterials bestimmt. Im Anschluss wird dem Halbleiter nach Abbildung 4.19(a) eine konstante Verlustleistung P_V eingeprägt und mit der Infrarotkamera die Sperrschichttemperatur T_J des Halbleiters erfasst. Als Polyimidmaterial wird das Hi-Flow[®] 300P von Bergquist eingesetzt, was beidseitig mit einem Phasenübergangsmaterial bedeckt ist. Die Polyimidschichtdicke beträgt dabei 25 bis 50 μm . Das Phasenübergangsmaterial verfestigt sich beim erstmaligen Überschreiten von 55 Grad, wodurch ein guter Wärmeübergang zwischen dem Halbleiter und dem Kühler gewährleistet wird. Die Gesamtdicke der Isolierschicht variiert dabei im Bereich von 102 bis 127 μm und ist mit einer Wärmeleitfähigkeit von 1.6 W/(mK) spezifiziert. Der keramische Aufbau entspricht exakt dem aus Abbildung 4.12. Die AlN-Keramik ist 500 μm dick und besitzt eine Wärmeleitfähigkeit von 180 W/(mK). Die Ergebnisse der thermischen Messungen sind in Abbildung 4.19(b), 4.19(c) und 4.19(d) dargestellt. Die Berechnung des thermischen Widerstands erfolgt nach Gleichung 4.27. Der Aufbau mit AlN-Keramik besitzt im Vergleich zu dem mit Polyimid lediglich ein Viertel des thermischen Gesamtwiderstands $R_{\Theta JA}$. Vergleicht man die Messergebnisse des thermischen Widerstands mit denen der Simulation aus Gleichung 4.28, so ist der messtechnisch ermittelte Wert beider Aufbauten um den Faktor 1.5 erhöht. Der dominante Anteil dieser Abweichungen resultiert aus dem Halbleitergehäuse des realen Aufbaus, welcher bei der Simulation nicht berücksichtigt wurde. Der Hersteller spezifiziert das Halbleitergehäuse mit einem thermischen Widerstand von $R_{\Theta JC} = 0.5 \text{ K/W}$. Falls die Produktion der Schaltzelle maschinell automatisiert wird, könnten ebenso ungehäuste Halblei-

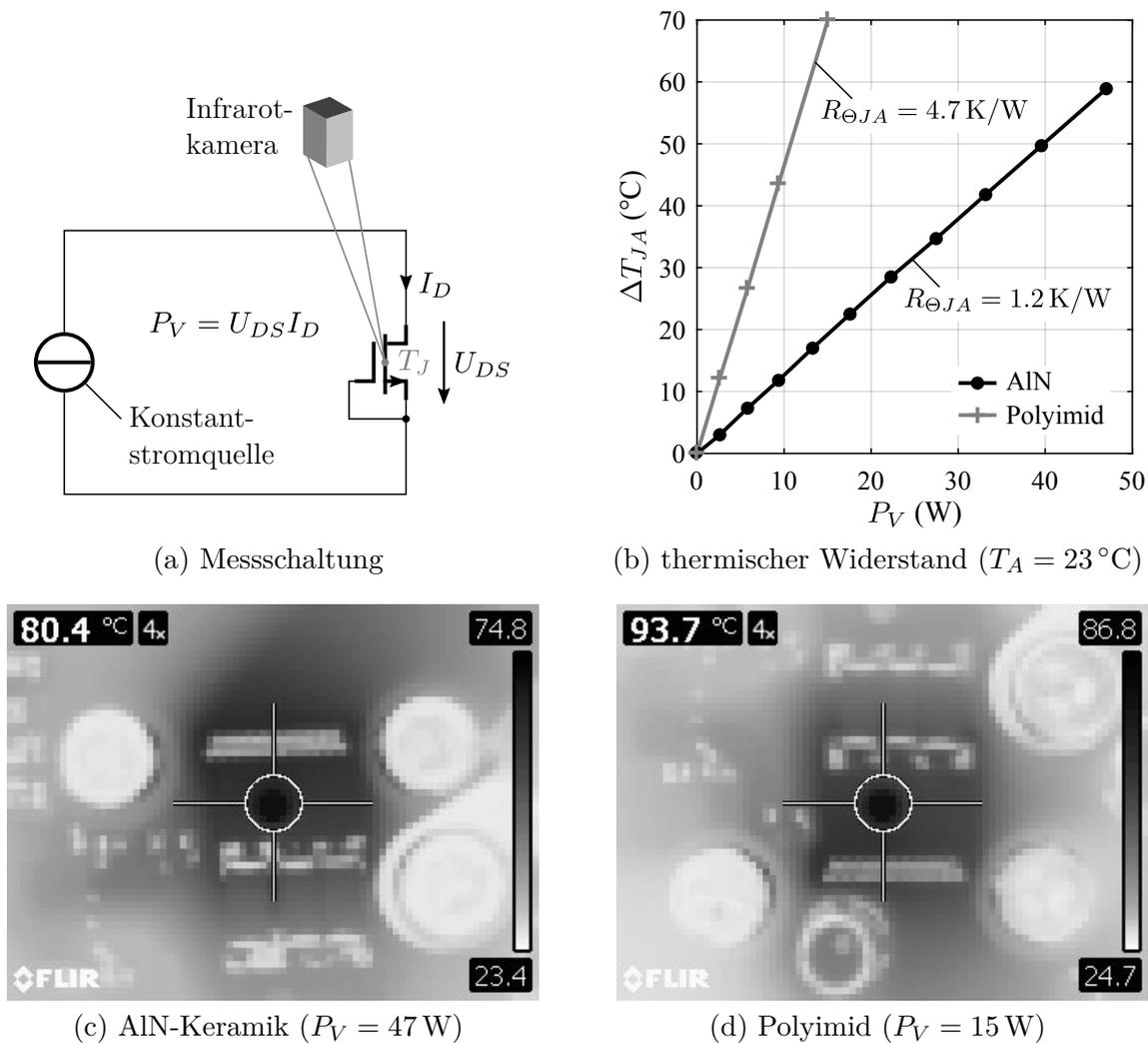


Abbildung 4.19: Messung der Halbleitersperrschichttemperatur T_J für unterschiedliche Verlustleistungen P_V mit dem GaN-HEMT GS66508T.

ter verarbeitet werden, wodurch sich das bereits erreichte sehr gute thermische Verhalten des Aufbaus nochmals verbessern lassen sollte.

Zusammenfassend kann das Potential von Halbleitern mit großer Bandlückenenergie nur durch eine optimierte planare Aufbau- und Verbindungstechnik ausgenutzt werden. Der planare Mehrlagenaufbau ermöglicht die niederinduktive Anbindung des HF-Zwischenkreis und der Treiberschaltung durch koplanare Leiterführung, wodurch sehr kurze Schaltzeiten erzielt werden. Zusätzlich erreicht man durch den Einsatz von AlN-Keramik ein hohes Wärmeabführvermögen und geringe kapazitive Kopplungen zum Kühlkörper. Der umgesetzte Prototyp erfüllt alle gestellten Anforderungen im Hinblick auf die elektrischen und thermischen Eigenschaften. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass das Minimieren der Aufbaukapazitäten zum Vermeiden zusätzlicher Schaltverluste wertlos ist, wenn die parasitären Kapazitäten der Last überwiegen. Dies kann zu einer deutlichen Steigerung der Schaltverluste führen [14, 15]. Idealerweise entkoppelt man den Phasenausgang der Schaltzelle durch Filter von der Last, was in Kapitel 5 untersucht wird.

5 Filter für Stromrichter mit Spannungszwischenkreis

An das Filter am Phasenausgang der Halbbrücken werden unterschiedliche Anforderungen gestellt. Diese ergeben sich zumeist aus den Spezifikationen der anzuschließenden Last oder gesetzlich vorgeschriebene Normen. Für niederfrequente Verzerrungen gilt je nach Ausgangsstrom die IEC 61000-3-2 bis IEC 61000-3-5 [93] und für leitungsgebundene Störungen und Störabstrahlung die CISPR 11 [94]. Nachfolgend sind fünf häufig gestellte Anforderungen definiert.

1. Entkoppeln der transienten Schaltvorgänge von der Last
2. Erhöhen der Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten am Filterausgang
3. Erhöhen der Spannungs- und Stromsignalqualität am Filterausgang
4. Reduzieren der elektromagnetischen Störaussendung
5. Geringe Verlustleistung, Bauvolumen und Kosten des Filters

Zunächst ist entscheidend, welche Spannungsspektralanteile des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis vom Filter unterdrückt werden sollen und welche möglichst ungedämpft passieren müssen. Hierfür bietet sich ein Blick auf die berechneten Frequenzspektren in Abbildung 2.13 und 2.15 aus Kapitel 2 an. Die ideale Spannung ist dabei ausschließlich durch das Modulations-signal (Sollwertsignal) im Basisband gegeben. Alle weiteren Frequenzspektren der Trägerbänder sind unerwünscht, lassen sich aber durch die schaltende Arbeitsweise des Stromrichters nicht vermeiden. Für die gestellten Anforderungen muss das Filter die hochfrequenten Spektralanteile der Trägerbänder unterdrücken, was ausschließlich mit Tiefpassfiltern erreicht wird. Aufgrund des geforderten hohen Wirkungsgrads von Stromrichtern kann man Filterstrukturen mit resistiven Bauteilen von der Betrachtung ausschließen, da an diesen zu hohe Verluste anfallen. Es verbleiben drei mögliche Filtergrundstrukturen, die in Abbildung 5.1 dargestellt sind. Dabei ist

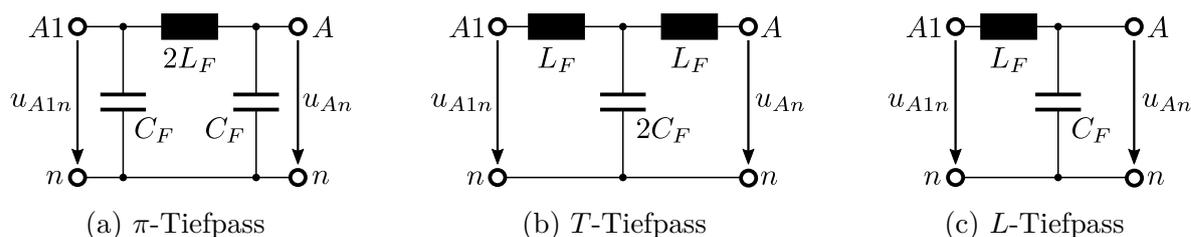


Abbildung 5.1: Einphasige LC-Tiefpassfilterstrukturen.

L_F die Filterinduktivität, C_F die Filterkapazität, u_{A1n} die Eingangsspannung und u_{An} die Ausgangsspannung der einphasigen Filter. Da die Schaltverluste der Halbleiter durch eine zusätzliche Parallelkapazität am Eingang des Filters nach Kapitel 4 ansteigen, scheidet der π -Tiefpass für Stromrichter mit Spannungszwischenkreis aus. Als sinnvolle Filterstrukturen verbleiben der T - und L -Tiefpass. Eine Serienschaltung mehrerer Tiefpässe erhöht die Filterordnung sowie die Filterdämpfung im Sperrbereich. Es steigen aber auch die Kosten und das Bauvolumen an.

Vernachlässigt man parasitäre kapazitive Kopplungen der Leitungen und der Last, ergibt sich bereits mit der Lastinduktivität L_L und der Filterstruktur des L -Tiefpasses eine T -Struktur. Unabhängig von der Filterstruktur unterscheidet man bei pulsweitenmodulierten Stromrichtern mit Spannungszwischenkreis zwischen Filtern zur Begrenzung der Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten (du/dt -Filtern) und Sinusfiltern [61, 95]. Die Bezeichnung ist abhängig von der Lage der Filterkennkreisfrequenz ω_0 . Ist diese höher als die Trägerkreisfrequenz ω_T , verwendet man den Begriff du/dt -Filter und im umgekehrten Fall den Begriff Sinusfilter. Grundsätzlich werden ausschließlich die Amplituden der Frequenzanteile oberhalb der Filterkennkreisfrequenz bedämpft. Die Unterschiede der beiden Filterdimensionierungen gehen aus den qualitativen Spektren und Signalverläufen in Abbildung 5.2 hervor. Dabei ist die Spannungsübertragungsfunktion des Filters $F_F(j\omega)$ bei harmonischer Anregung am Filtereingang wie folgt definiert.

$$F_F(j\omega) = \frac{u_{An}(j\omega)}{u_{A1n}(j\omega)} \quad (5.1)$$

Aus dem Spannungsspektrum in Abbildung 5.2(a) wird deutlich, dass der du/dt -Filter erst für die höheren Trägerbänder eine Amplitudendämpfung bewirkt und das erste Trägerband ungedämpft überträgt. Dadurch bleibt der rechteckförmige Signalverlauf der Filtereingangsspannung

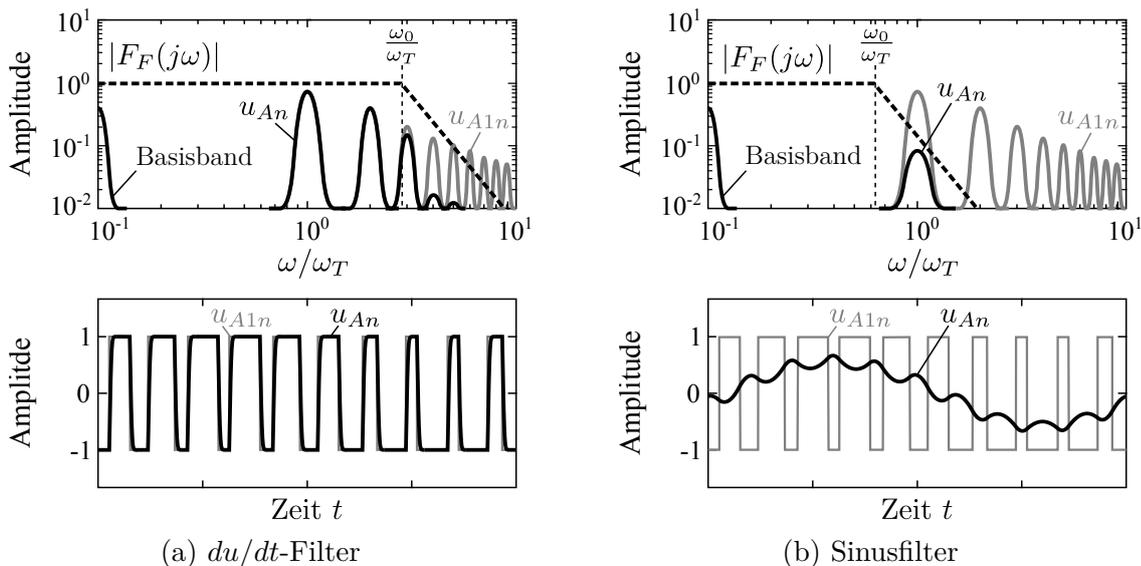


Abbildung 5.2: Qualitative Signalspektren sowie die Zeitverläufe der Spannungen eines du/dt -Filters und eines Sinusfilters beim Modulationsgrad $M = 0.5$ normiert auf die halbe Zwischenkreisspannung $U_d/2$.

u_{A1n} annähernd am Filterausgang u_{An} erhalten. Allerdings sind die Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten der Filterausgangsspannung u_{An} im Vergleich zur Eingangsspannung u_{A1n} reduziert, was dem Filter seinen Namen verleiht. Im Gegensatz zum du/dt -Filter werden beim Sinusfilter alle Trägerbänder bedämpft, was aus dem Spektrum in Abbildung 5.2(b) hervorgeht. Deshalb besteht der Spannungsverlauf am Filterausgang u_2 maßgeblich aus den Basisbandkomponenten, denen die Amplituden der gedämpften Trägerbänder überlagert sind. Je weiter die Filterkreisfrequenz ω_0 von der Trägerkreisfrequenz ω_T entfernt ist und je steiler der Amplitudenabfall im Sperrbereich des Filters, desto höher ist die Amplitudendämpfung der Trägerbänder und damit auch die Signalqualität der Ausgangsspannung. Für einen einfachen LC-Filter erster Ordnung fällt der Amplitudengang $|F_F(j\omega)|$ im Sperrbereich mit -40 dB/Dekade. Erwähnenswert ist außerdem, dass die Amplituden der Trägerbänder im Spektrum der pulswidenmodulierten Eingangsspannung u_1 aus Abbildung 5.2 mit etwa -20 dB/Dekade abfallen. Dies resultiert aus den FOURIER-Koeffizienten c_{kn} der Schaltfunktion aus Kapitel 2 und entspricht nach [96] dem Amplitudenabfall des Rechtecksignalspektrums mit dem konstanten Tastverhältnis von 50 %.

Im Dreiphasensystem können die Filter aus Abbildung 5.1 entweder in Stern (Y) oder in Dreieck (Δ) zusammengeschaltet werden, was in Abbildung 5.3 dargestellt ist. Die abgebildeten Dreiphasenfilter besitzen keinerlei Verbindung zu den Zwischenkreispotentialen n und p des Stromrichters sowie zum Erdpotential PE . Deshalb bleibt der rechteckförmige Verlauf der Stromrichterspannungen für alle Potentiale am Filterausgang A , B , C und am Filtersternpunkt N' gegenüber den Zwischenkreispotentialen, sowie dem Erdpotential erhalten. Eine Filterwirkung tritt ausschließlich für Gegentaktspannungen ein, bei denen die Ströme über i_A , i_B oder i_C zurückfließen. Durch die fehlende niederimpedante Verbindung zu den Zwischenkreispotentialen führt jede parasitäre kapazitive Kopplung C_{par} der Last zum Erdpotential zu unerwünschten Erdströmen i_E [97, 98]. Um auch für Gleichtaktspannungen eine Filterwirkung zu erzielen, muss der Filtersternpunkt N' des Y -Filters aus Abbildung 5.3(a) über eine niederimpedante Verbindung an ein Zwischenkreispotential angebunden werden. Dies kann sowohl über das positive p als

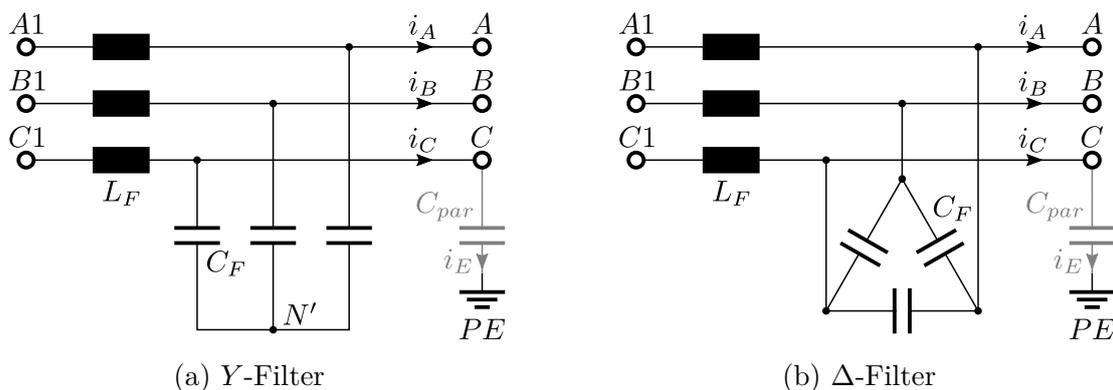


Abbildung 5.3: Filteranordnungen im Dreiphasensystem.

auch das negative n Zwischenkreispotential, sowie über das Nullpotential 0 erfolgen. Durch diese Maßnahme fließt der Großteil der Gleichtaktströme stromrichterintern zum Zwischenkreis zurück, was den Erdstrom reduziert. Das gilt aber nur solange, wie die Filterkapazität C_F deutlich

größer als die der parasitären Kapazität C_{par} am Filterausgang ist. Der verbleibende Erdstrom kann zusätzlich über einen Y-Kondensator zwischen Nullpotential 0 und Erdpotential PE zurückgeführt werden. Die Verbindung des Filtersternpunkts N' mit einem Zwischenkreispotential hat nach [98] einen erhöhten Stromrippel in der Filterinduktivität L_F zur Folge. Dadurch steigen die Durchlassverluste der Halbleiter, sowie die Zusatzverluste in den Filterinduktivitäten aufgrund erhöhter Magnetisierungs- und Wicklungsverluste an. Neue Studien der von GOOGLE initiierten „Little Box Challenge“ [99] zeigen aber, dass bei getakteten Schaltungen mit hohen Schaltfrequenzen und hohen Leistungsdichten trotz Zwischenkreisverbindung des Filters ein hoher Gesamtwirkungsgrad erzielt wird. Je nach Spezifikation der zulässigen Amplituden des Erdstromspektrums kann dadurch der Einsatz zusätzlicher Gleichtaktfilter entfallen. Klarerweise erfordert der höhere Stromrippel eine Anpassung des Ferritmaterials und des Wicklungsaufbaus der Filterinduktivität. In einigen Zeitabschnitten des Modulationssignals reduziert der erhöhte Stromrippel der Filterinduktivität aber die Schaltverluste der Halbleiter, da er Nullspannungsschalten ermöglicht. Nullspannungsschalten kann auftreten, wenn der Strom in der Filterinduktivität pro Schaltperiode einen Vorzeichenwechsel durchläuft und die intrinsischen Halbleiterkapazitäten vom Filterstrom ge- und entladen werden [100–102]. Aus den genannten Gründen werden im Folgenden ausschließlich Filterschaltungen untersucht, bei denen der Sternpunkt N' mit dem negativen Zwischenkreispotential n verbunden ist.

Eine wichtige Filteranforderung in Stromrichtern ist eine möglichst geringe Verlustleistung, um einen hohen Gesamtwirkungsgrad der getakteten Schaltung zu erzielen. Deshalb verwendet man ausschließlich induktive und kapazitive Bauteile. Dieses Vorgehen führt aber zu einer hohen Filtergüte Q , die zu unerwünschten Spannungsüberhöhungen um die Kennkreisfrequenz ω_0 am Filterausgang führt. Die Amplitudendämpfung um die Filterkennkreisfrequenz ω_0 ist ein entscheidender Beitrag dieser Arbeit, weshalb die Grundzusammenhänge an dem einfachen RLC -Filter mit dem Dämpfungswiderstand R_δ aus Abbildung 5.4(a) erörtert werden. Für die Spannungsübertragungsfunktion $F_F(j\omega)$ gilt dabei:

$$F_F(j\omega) = \frac{u_{An}(j\omega)}{u_{A1n}(j\omega)} = \frac{1}{(j\omega)^2 L_F C_F + j\omega R_\delta C_F + 1} \quad (5.2)$$

Über die Definition der Kennkreisfrequenz ω_0 , des Dämpfungsgrads D und der Filtergüte Q erhält man die Normalform eines schwingungsfähigen Systems 2. Ordnung.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_F C_F} \quad D = \frac{R_\delta}{2} \sqrt{\frac{C_F}{L_F}} \quad Q = \frac{1}{2D} \quad (5.3)$$

Damit wird aus Gleichung 5.2:

$$F_F(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + j\omega 2D\omega_0 + \omega_0^2} \quad (5.4)$$

Der Amplitudengang $|F_F(j\omega)|$ ist für unterschiedliche Werte der Filtergüte Q in Abbildung 5.4(b) dargestellt. Es zeigt sich, dass hohe Filtergüten $Q \gg 1$ eine große Spannungsverstärkung um die Kennkreisfrequenz ω_0 bewirken. Für ein schwingungsfähiges System 2. Ordnung entspricht die

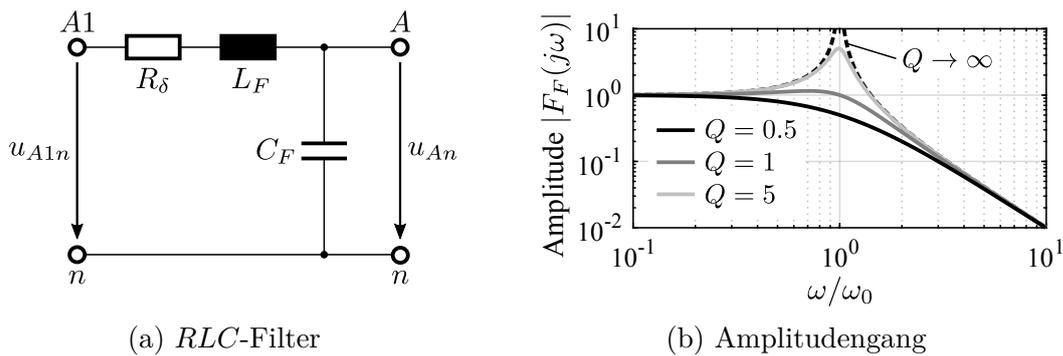


Abbildung 5.4: L -Tiefpassfilter mit Dämpfungswiderstand.

Filtergüte Q in guter Näherung der maximalen Überhöhung des Amplitudengangs. Bei einer Filtergüte von $Q \leq 0.5$ bzw. einem Dämpfungsfaktor von $D \geq 1$ tritt keine Spannungsüberhöhung auf. Dies entspricht dem aperiodischen Grenzfall bzw. dem Kriechfall. Die Anregung der Filterkennkreisfrequenz ω_0 erfolgt beim du/dt -Filter über die Trägerbänder und beim Sinusfilter über das Modulationssignal im Basisband. Die Lastimpedanz kann das Übertragungsverhalten des Filters erheblich verändern. Deshalb wird im Folgenden das typische Frequenzverhalten von Motorimpedanzen, die über Leitungen mit dem Stromrichter verbunden sind, analysiert.

5.1 Einfluss realer Motoren sowie Leitungen auf das Signal- und Filterverhalten

Für den regelungstechnisch relevanten Frequenzbereich unterhalb von 10 kHz konnte in Kapitel 2 ein Ersatzschaltbild der Standardlast abgeleitet werden, das nahezu alle relevanten elektrischen Lasten im Energiebereich abdeckt. Zur Dimensionierung des Filters stellt sich die Frage, ob das einfache Ersatzschaltbild für Frequenzen bis 30 MHz erweitert werden kann. In umfangreichen Studien [17, 31, 103] wurde gezeigt, dass dies zumindest für Motorlasten in einer breiten Leistungsklasse von 370 W bis 45 kW möglich ist. Dazu approximiert man das physikalische Verhalten der Motorwicklungen mit verteilten Ersatzschaltungen aus passiven Bauteilen. Für einen einphasigen Wicklungsabschnitt ist die Ersatzschaltung nach [31] in Abbildung 5.5(a) dargestellt. Dabei modelliert R_{Cu} den Wicklungswiderstand, R_e die Eisenverluste im Statorblech, L_d die Selbstinduktivität der Wicklung, C_{g1} und C_{g2} die Kopplungskapazität zwischen Wicklung und Stator, welche über die Widerstände R_{g1} und R_{g2} bedämpft sind. Bei dreiphasigen Antrieben sind die Induktivitäten L_d über k_{12} , k_{13} und k_{23} magnetisch verkoppelt. Je mehr Glieder der Ersatzschaltung man für die Wicklung verwendet, desto genauer wird das reale Verhalten nachgebildet. Für den angestrebten Frequenzbereich und die damit verbundenen Wellenlängen genügt nach [31] bereits ein π -Ersatzglied pro Phase, um das reale Motorklemmverhalten in Zeit- und Frequenzbereichssimulationen nachzubilden. Der Vorteil des π -Ersatzschaltbilds ist die einfache Parameterbestimmung der darin enthaltenen Bauteilwerte durch Messen der Gleich- und Gegentaktimpedanz nach Abbildung 5.5(b) und 5.5(c). Aufgrund der begrenzten Messbandbreite der zur Verfügung

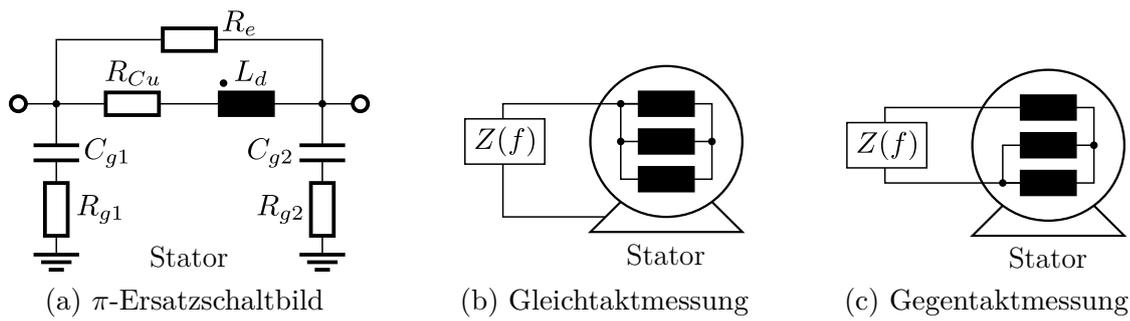


Abbildung 5.5: Einphasige Ersatzschaltung der Motorwicklung und die zwei benötigten Messanordnungen zur Parameterbestimmung nach [31].

stehenden Messgeräte werden die Impedanzmessungen mit zwei unterschiedlichen Messverfahren durchgeführt. Für den Frequenzbereich bis 500 kHz wird dazu die RLC-Brücke E4980AL und oberhalb der Vektornetzwerkanalysator (VNA) Mini-VNA PRO eingesetzt. Der Impedanzbetrag des Messobjekts ist beim Mini-VNA PRO zwischen $0.1 \Omega \leq |Z| \leq 1 \text{ k}\Omega$ beschränkt. Dies resultiert aus dem S -Parameter-Messprinzip, welches statt der Spannungen und Ströme die einlaufende und reflektierte Welle ins Verhältnis setzt. Bei einem Bezugssystem von $Z_0 = 50 \Omega$ ist die Impedanzfehanpassung außerhalb des Impedanzmessbereichs zu groß, sodass die Auflösung des VNA begrenzend wirkt. Das Ergebnis der Gleich- und Gegentaktimpedanzmessungen der permanentmagneterregten Synchronmaschine aus Tabelle 6.5 ist in Abbildung 5.6 dargestellt.

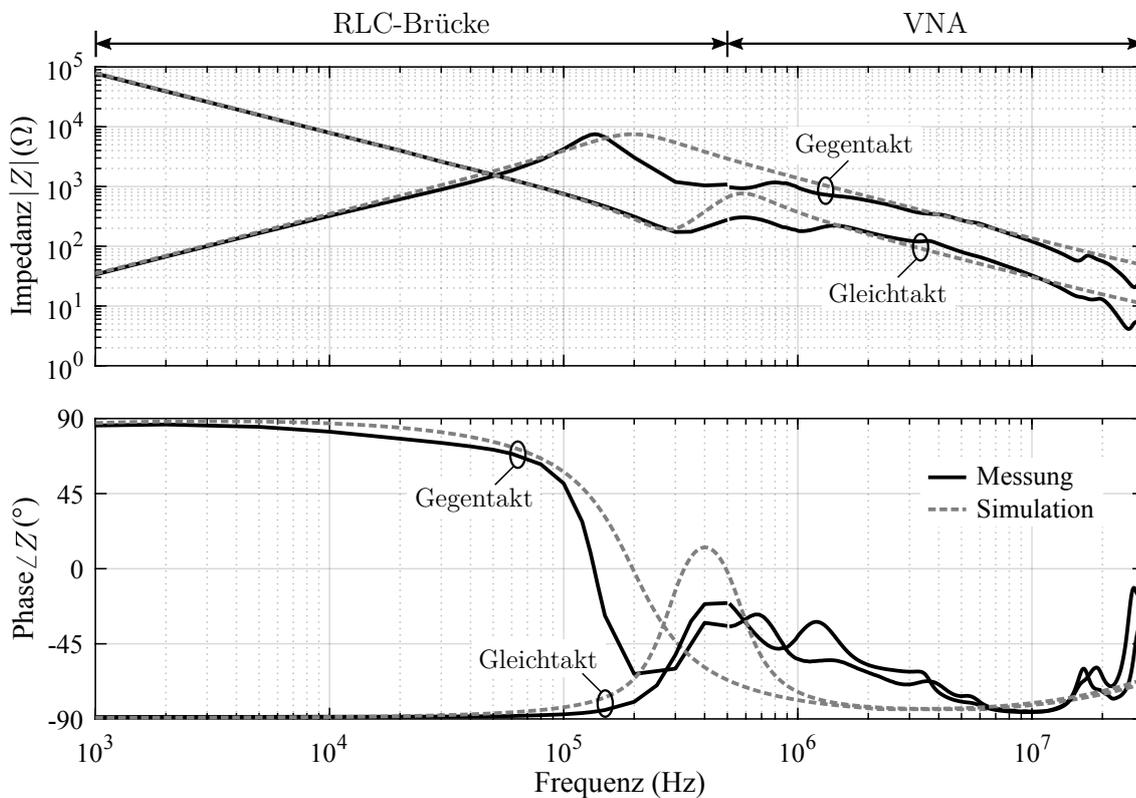


Abbildung 5.6: Messung der Gleich- und Gegentaktimpedanz der permanentmagneterregten Synchronmaschine vom Typ QSY 96 G.

Die prinzipiellen Impedanzverläufe stimmen in guter Näherung mit denen aus [31, 103] überein. Mit den Berechnungen nach [31] erhält man für Abbildung 5.5(a) nachfolgende Parameter.

$$\begin{aligned} R_{Cu} &= 1 \Omega & L_d &= 2.6 \text{ mH} & k_{12} &= k_{13} = k_{23} = -0.4 \\ R_e &= 5 \text{ k}\Omega & R_{g1} &= 13 \Omega & C_{g1} &= 167 \text{ pF} & R_{g2} &= 385 \Omega & C_{g2} &= 500 \text{ pF} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Der Betrag der Gegentaktimpedanz steigt in der doppelt logarithmischen Darstellung für Frequenzen unterhalb von 140 kHz linear an, was dem erwarteten induktiven Verhalten des Motors entspricht. Oberhalb dieser Frequenz wirkt der Motor dominant kapazitiv und die Impedanz $|Z|$ fällt linear. Dabei stellt sich eine Phase von etwa -90 Grad ein. Für Frequenzen über 25 MHz steigt der Betrag der Impedanz $|Z|$ erneut an und wird induktiv. Der Grund für dieses Verhalten sind die Zuleitungsinduktivitäten vom Motorklemmkasten zur Motorwicklung. Der Betrag der Gleichtaktimpedanz verhält sich bis etwa 300 kHz kapazitiv, wie die Parallelschaltung aus den beiden Kapazitäten C_{g1} und C_{g2} im Ersatzschaltbild der Wicklung. Oberhalb dieser Frequenz wird die Kapazität am Wicklungsausgang durch die steigende Impedanz der Motorwicklung L_d entkoppelt und die Kapazität reduziert sich auf C_{g1} . Allgemein gilt, dass die Motorimpedanzen für die Frequenzanteile der Schaltvorgänge $f > 1$ MHz dominant kapazitiv wirken. Die daraus resultierende Zusatzbelastung des Schaltvorgangs führt gerade bei GaN- und SiC-Leistungshalbleitern zu erhöhten Schaltverlusten [14, 15].

Typischerweise ist zwischen dem Stromrichter und der Motorlast eine Leitungsverbindung angeordnet, um die örtliche Trennung der beiden Komponenten zu ermöglichen. Je nach Länge und Impedanz hat die Leitung großen Einfluss auf die Impedanz des Gesamtsystems. Typische Leitungsimpedanzen liegen nach [104] zwischen 40 und 170 Ω . Verhindern lassen sich die Spannungsüberhöhungen nach [17, 105, 106] durch Anpassnetzwerke an den Motorklemmen bzw. durch Filterschaltungen am Stromrichterausgang. Bei Anpassnetzwerken an den Motorklemmen versucht man über einen möglichst breiten Frequenzbereich eine Anpassung zwischen Leitungs- und Lastimpedanz zu erzielen [104, 107], um Reflexionen am Leitungsende zu vermeiden. Im Gegensatz dazu wird mit Filterschaltungen an der Leitungseinspeisestelle versucht die Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten des Stromrichters zu erhöhen, was die Bandbreite des Spannungssignals begrenzt. Damit das Filter am Ausgang des Stromrichters universell einsetzbar ist und einen breiten Anwendungsbereich abdeckt, darf sich sein Übertragungsverhalten nicht durch das Anschließen der Leitungs- und Lastkombination verändern. Die dafür benötigten Dimensionierungskriterien sollen im Folgenden erarbeitet werden. Dazu ist in Abbildung 5.7 die gemessene Eingangsimpedanz des Motors mit der ungeschirmten Leitung (Ölflex Servo FD795, 4G1,5/16AWG) von 5 m Länge dargestellt. Die messtechnisch ermittelten Leitungsparameter, zwischen zwei Leiterpaaren bei der Messfrequenz von 500 kHz, sind nachfolgend zusammengefasst.

$$R' = 0.68 \Omega/\text{m} \quad L' = 680 \text{ nH}/\text{m} \quad C' = 46 \text{ pF}/\text{m} \quad Z_C = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \approx 122 \Omega \quad (5.6)$$

Dabei ist R' der Widerstandsbelag, L' der Induktivitätsbelag, C' der Kapazitätsbelag und Z_C die Leitungsimpedanz. Aufgrund der Impedanztransformation der fehlangepassten Leitung er-

hält man für die Gegentaktimpedanz des Motors mit Leitung in Abbildung 5.7 einen periodischen Impedanzwechsel zwischen annäherndem Leerlauf und Kurzschluss. Für eine unveränderte Spannungsübertragungsfunktion $F_F(j\omega)$ des L -Tiefpasses ist entscheidend, dass eine Impedanzfehl-anpassung zwischen der Filterkapazität und der Gegentaktimpedanz des Motors mit Leitung vorliegt. Die Schaltung verhält sich wie im Leerlauf, wenn die Impedanz der Filterkapazität deutlich geringer als die der angeschlossenen Last ist. Für den vorliegenden Motor mit 5 m Anschlussleitung ist dies für Filterkapazitätswerte $C_F \geq 10 \text{ nF}$ erfüllt. Bei größeren Kapazitätswerten verschiebt sich die Impedanzgerade der Filterkapazität hin zu kleineren Impedanzen in den grau schraffierten Bereich aus Abbildung 5.7. Der Impedanzunterschied ist minimal, wenn die Impedanztransformation der Leitung bei der Frequenz f_1 eine geringe Impedanz am Leitungsanfang bewirkt. Für diese Frequenz ist bei ideal angenommenem Impedanzverlauf der Filterkapazität der Impedanzabstand $|\Delta Z_{f_1}|$ am geringsten. Die kritische Frequenz f_1 verschiebt

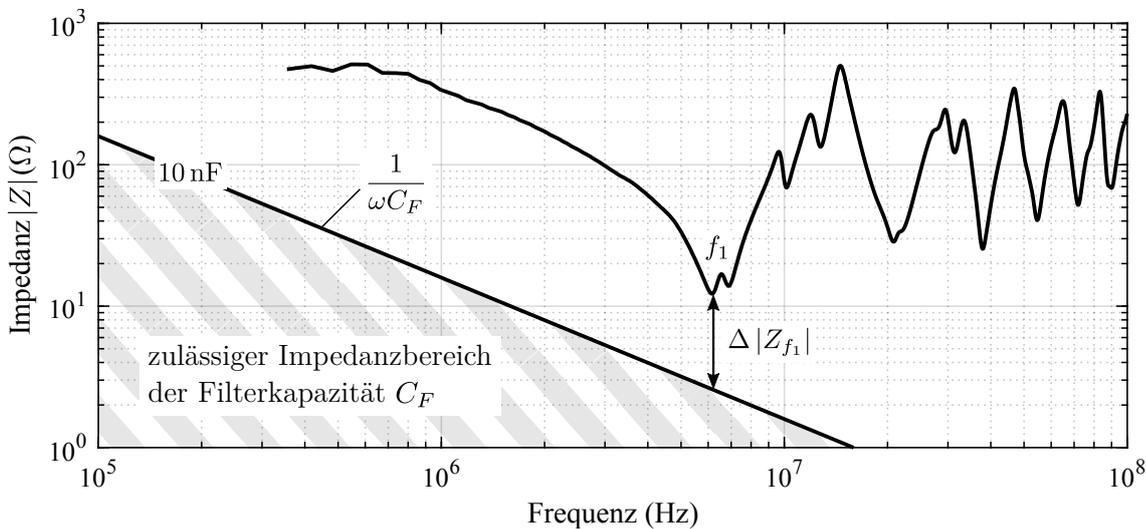


Abbildung 5.7: Messung der Gegentaktimpedanz der PMSM mit Leitung bei einer Leitungslänge von 5 m sowie der simulierten Impedanzverlauf der Filterkapazität C_F .

sich hin zu kleineren Frequenzen, wenn die Leitungslänge erhöht wird. Deshalb wird bei langen Leitungen eine größere Filterkapazität benötigt, um die Impedanzfehl-anpassung zu gewährleisten. Ist der Absolutwert der Gegentaktimpedanz der Motor- und Leitungskombination $|Z|$ bei der Frequenz f_1 zusätzlich sehr gering, kann die Leerlaufbedingung nicht aufrecht erhalten werden. Eine allgemeingültige Entkopplung für nahezu beliebige Motorlasten und Leitungslängen kann nur erfolgen, wenn das Filter als T -Glieder umgesetzt wird. Aus Sicht der Filterkapazität erhöht sich durch das zusätzliche Filterelement die Gegentaktimpedanz der Motor- und Leitungskombination $|Z|$. Der Ausgangszweig des T -Glieds kann aus einer Parallelschaltung von Induktivität und Widerstand bestehen. Damit bildet die zusätzliche Induktivität bei dominant kapazitiver Last keinen schwach gedämpften Schwingkreis. Wählt man den Widerstand ebenso groß wie die Leitungsimpedanz Z_C , werden zusätzlich alle hochfrequenten Leitungsreflexionen an der Kabeleinspeisung abgeschlossen. Für kleine Frequenzen überbrückt die Induktivität den Parallelwiderstand. Der Wert der Filterinduktivität wird so gewählt, dass für die maximale Modulationskreisfrequenz nur eine geringe Verlustleistung im Parallelwiderstand anfällt.

5.2 Filter zur Begrenzung der Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten

Bei der Versorgung von elektrischen Antrieben hat der du/dt -Filter die Hauptaufgabe Spannungsüberhöhungen an den Motorklemmen, verursacht durch Leitungsflexionen, zu unterdrücken. Diese entstehen durch die steilen Schaltflanken sowie der Impedanzfehlanspassung zwischen Motor und Leitung. Um die Spannungsüberhöhungen einzuschränken, müssen die Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten ein Vielfaches größer als die Kabelausbreitungsverzögerung sein [105, 108]. Die minimal erlaubte Anstiegs- und Abfallzeit der Spannungen am Filterausgang hängt damit maßgeblich von der maximal zulässigen Leitungslänge ab. Durch den du/dt -Filter werden zusätzlich die hohen Frequenzkomponenten der Schaltvorgänge, die aufgrund der kurzen Schaltzeiten von GaN- und SiC-Halbleitern auftreten, von der Last entkoppelt. Damit können erhöhte Schaltverluste durch niederimpedante Leitungs- und Lastimpedanzen vermieden werden und der Schaltvorgang ist unabhängig von der angeschlossenen Impedanz am Filterausgang [14, 15]. Die rechteckförmige Signalform bleibt beim du/dt -Filter am Filterausgang erhalten, weshalb der Filter lediglich zu einer geringfügigen Verbesserung der Signalqualität beiträgt. Positiv ist, dass der du/dt -Filter keinen Einfluss auf die Stromregelung ausübt, da die Reglerbandbreite deutlich unterhalb der Filterkennfrequenz liegt. Die Berechnung der Ausgangsspannung u_{An} des einphasigen Filters kann über die FOURIER-Reihen aus Kapitel 2 erfolgen. Dazu wird die komplexe Filterübertragungsfunktion $F_F(j\omega)$ wie nachfolgend mit der FOURIER-Reihe multipliziert.

$$u_{An}(t) = \frac{U_d}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_F(j\omega) \Big|_{\omega=\Omega_{kn}} c_{kn} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (5.7)$$

Die Auswirkungen der Filtergüte Q auf die Ausgangsspannung sind für den Filter aus Abbildung 5.4(a) in Abbildung 5.8 dargestellt. Es zeigt sich erwartungsgemäß, dass Filter hoher Güte Q eine Spannungsüberhöhung am Ausgang bewirken, die es bei der Dimensionierung zu verhin-

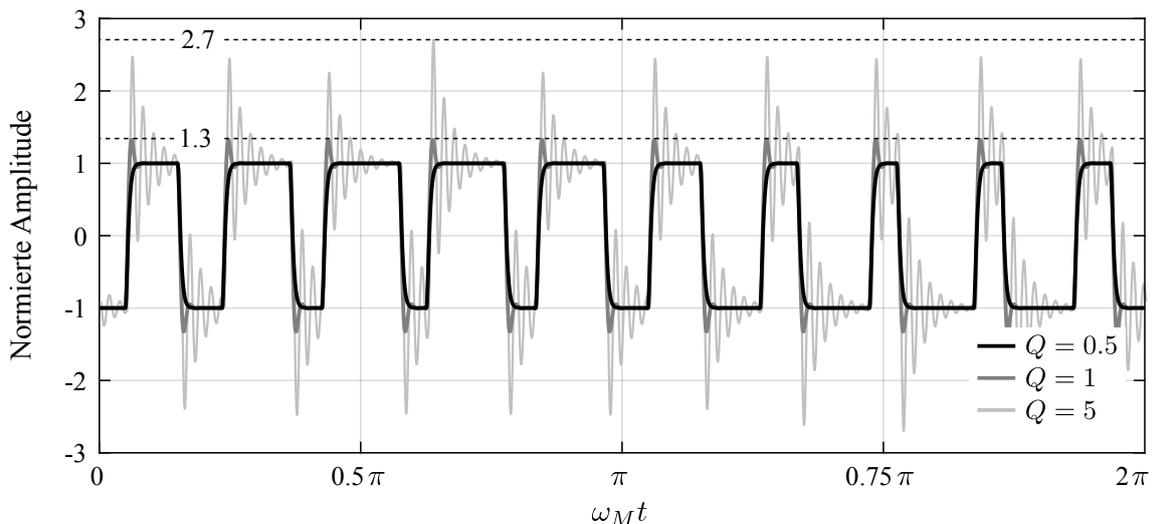


Abbildung 5.8: Simulierter Verlauf der Filterausgangsspannung u_{An} normiert auf die halbe Zwischenkreisspannung $U_d/2$ für unterschiedliche Filtergüten Q mit den Parametern $\omega_T = 10 \omega_M$, $M = 0.5$ und $K = N = 100$.

dem gilt. Anzustreben sind Filtergüten zwischen 0.5 und 1, da diese zu keiner bzw. lediglich zu geringfügigen Spannungsüberhöhungen führen. Der dazu benötigte resistive Anteil erhöht aber die Wirkleistungsverluste des Filters. Ein interessanter Alternativansatz ist die Unterdrückung der Spannungsüberhöhungen des ungedämpften du/dt -Filters über intelligente Pulsmuster [109]. Der Nachteil dieser Methode liegt in dem reduzierten maximalen Modulationsgrad und einer Verdreifachung der Halbleiterschaltfrequenz. Außerdem ist dieses Verfahren bei hohen Schaltfrequenzen $f_S > 100$ kHz aufgrund der benötigten zeitlichen Auflösung schwer umsetzbar. Deshalb werden im Weiteren unterschiedliche Möglichkeiten der passiven Dämpfung der Filterkennkreisfrequenz untersucht. Um die Verlustleistung im Dämpfungswiderstand R_δ so gering wie möglich zu halten, sollte dieser nicht, wie in Abbildung 5.4(a) dargestellt, in Serie zur Filterinduktivität L_F platziert werden. Dadurch verhindert man, dass der gesamte Phasenstrom Wirkleistungsverluste im Dämpfungswiderstand erzeugt. Nach [110] kann der Dämpfungswiderstand ebenso parallel bzw. in Serie zur Filterkapazität C_F eingefügt werden, was in Abbildung 5.9 dargestellt ist. Die Filtervariante 2 aus Abbildung 5.9(b) verursacht ebenfalls eine große Verlustleistung.

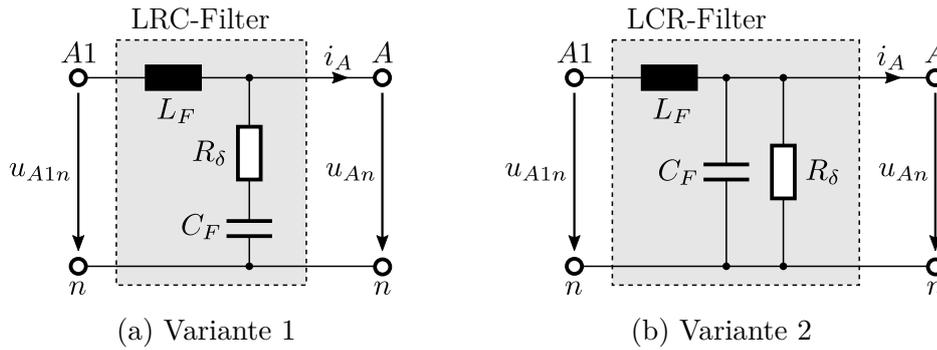


Abbildung 5.9: Spannungssteilheitsfilter (du/dt -Filter) mit Dämpfungswiderstand R_δ .

Der du/dt -Filter nach Variante 1 aus Abbildung 5.9(a) weist die geringsten Verluste im Dämpfungswiderstand R_δ auf. Für die Spannungsübertragungsfunktion gilt dabei:

$$F_F(j\omega) = \frac{u_{An}(j\omega)}{u_{A1n}(j\omega)} = \frac{j\omega R_\delta C_F + 1}{(j\omega)^2 L_F C_F + j\omega R_\delta C_F + 1} \quad (5.8)$$

Die Verlustleistung P_{R_δ} im Dämpfungswiderstand berechnet sich über die gespeicherte Energie des Kondensators $E_e = \frac{1}{2} C U^2$. Im vorliegenden Fall wird die Filterkapazität einmal pro Schaltperiode $1/f_S$ auf die Zwischenkreisspannung U_d geladen und anschließend wieder entladen.

$$P_{R_\delta} = f_S C_F U_d^2 \quad (5.9)$$

Allen du/dt -Filtern ist gemein, dass die Verlustleistung im Dämpfungsnetzwerk proportional mit der Schaltfrequenz ansteigt. Deshalb ist diese Art der Signalfilterung für die angestrebten Schaltfrequenzen $f_S > 100$ kHz unzureichend. Aus diesem Grund beschränkt sich die vorliegende Arbeit auf Sinusfilter, die im Folgenden näher untersucht werden.

5.3 Sinusfilter

Das Sinusfilter unterdrückt alle Amplituden der Trägerbänder, die aus den pulsweitenmodulierten Spannungen resultieren. Dadurch erhält man stark reduzierte Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten, was Leitungsreflexionen sowie die damit verbundenen Spannungsüberhöhungen an den Motorklemmen wirksam unterdrückt. Die Filterkennkreisfrequenz beträgt im Vergleich zum du/dt -Filter etwa ein Zehntel, wodurch sich die Spannungsanstiegs- und Abfallzeiten am Filterausgang um das Zehnfache erhöhen. Die kritische Leitungslänge, ab der Spannungsüberhöhungen am Leitungsende auftreten, steigt dabei ebenfalls um den Faktor Zehn an. Ein zusätzlicher Vorteil des Sinusfilters ist die höhere Signalqualität der Spannungen und Ströme am Filterausgang. Dies ist gerade bei dynamischen Antrieben mit kleiner Induktivität von entscheidender Bedeutung und reduziert die Motorverluste im Statorblech [111], sowie die Drehmomentschwankungen des Motors. Genau wie der du/dt -Filter wird der Stromrichter mit Spannungszwischenkreis durch den Sinusfilter von der Last entkoppelt und es entstehen keine zusätzlichen Schaltverluste in den Leistungshalbleitern. Damit kann man die Ein- und Ausschaltzeiten von GaN- und SiC-Halbleitern minimieren und ihre volle Leistungsfähigkeit nutzen. Beim Sinusfilter erfolgt die Anregung der Filterkennfrequenz f_0 über das Modulationssignal im Basisband, da die Trägerbänder deutlich oberhalb der Filterkennfrequenz liegen. Die Kennfrequenz f_0 des Filters liegt dabei typischerweise unterhalb der NYQUIST-Frequenz f_N des digitalen Reglers. Damit besteht die Möglichkeit der aktiven Schwingungsdämpfung der Resonanzüberhöhung. Zusätzlich lässt sich die Sollwertsignalanregung der Filterkennfrequenz mit geeigneten Sollwertfiltern unterdrücken. Eine hohe Reglerbandbreite bei gleichzeitig geringer Filterverlustleistung erzielt man nach [62] durch die Kombination aus analogem Dämpfungsnetzwerk und digitalem Filter. Die Regelung des Sinusfilters wird ausführlich in Kapitel 6 untersucht. Im Folgenden werden verlustarme Dämpfungsmöglichkeiten der Filterkennfrequenz passiver LC-Filter nach [112] analysiert. Zwei Varianten dieser Sinusfilterstrukturen sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Allgemein

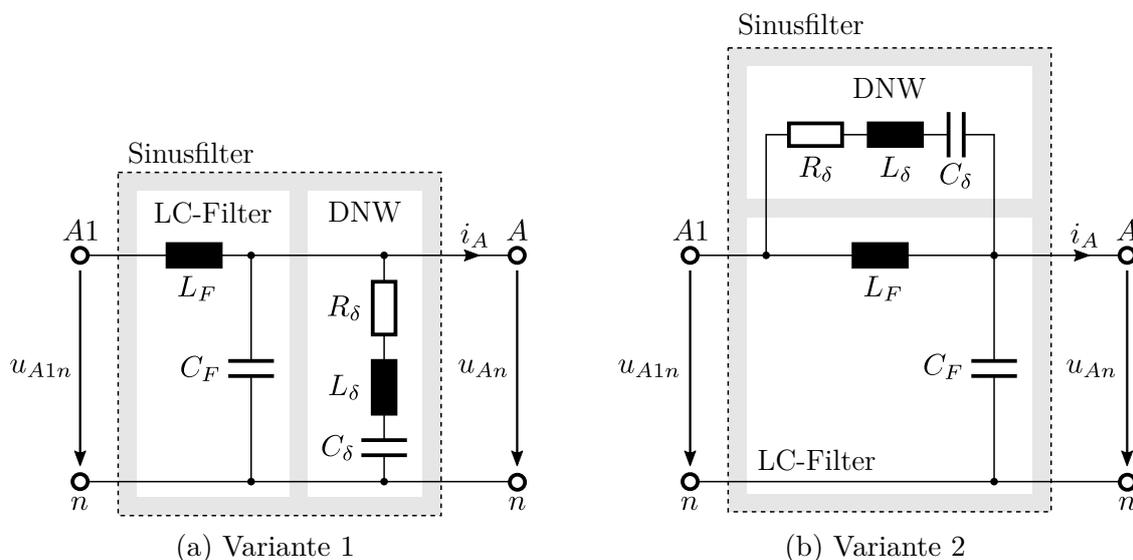


Abbildung 5.10: Sinusfiltervarianten mit RLC-Dämpfungsnetzwerk (DNW).

versucht man die Dämpfungswirkung des Dämpfungsnetzwerks frequenzabhängig zu gestalten und auf den Frequenzbereich der Filterkennfrequenz f_0 zu beschränken, um die Verlustleistung zu minimieren. Nach [112] werden dazu mehrere induktive, kapazitive und resistive Bauteile im Dämpfungsnetzwerk miteinander verschaltet. Eine detaillierte Berechnung und Analyse der frequenzabhängigen Dämpfungsnetzwerke wird bei der Filteroptimierung gegeben. Ebenso wichtig wie die Verlustleistung im Dämpfungsnetzwerk ist die resultierende Spannungsübertragungsfunktion des Filters. Die Übertragungsfunktionen der Sinusfilter aus Abbildung 5.10(a) und 5.10(b) vereinfachen sich, wenn man folgende Substitutionen einführt.

$$\omega_{0F}^2 = \frac{1}{L_F C_F} \quad \omega_{0\delta}^2 = \frac{1}{L_\delta C_\delta} \quad D_F = \frac{R\delta}{2} \sqrt{\frac{C_F}{L_F}} \quad D_\delta = \frac{R\delta}{2} \sqrt{\frac{C_\delta}{L_\delta}} \quad (5.10)$$

Die gewählten Substitutionen haben im Gegensatz zum System zweiter Ordnung keine sinnvolle physikalische Bedeutung. Deshalb wird ihnen auch keine Benennung zugeordnet. Mit den Substitutionen folgt für die Spannungsübertragungsfunktion $F_{SF1}(j\omega) = \frac{u_{An}(j\omega)}{u_{A1n}(j\omega)}$ des Sinusfilters nach Variante 1.

$$F_{SF1}(j\omega) = \frac{\omega_{0F}^2 ((j\omega)^2 + (j\omega)2D_\delta\omega_{0\delta} + \omega_{0\delta}^2)}{(j\omega)^4 + (j\omega)^3 2D_\delta\omega_{0\delta} + (j\omega)^2 (\omega_{0\delta}^2 + \omega_{0F}\omega_{0\delta} \frac{D_\delta}{D_F} + \omega_{0F}^2) + (j\omega) 2D_\delta\omega_{0\delta}\omega_{0F}^2 + \omega_{0F}^2\omega_{0\delta}^2} \quad (5.11)$$

Für den Sinusfilter nach Variante 2 erhält man nachfolgende Spannungsübertragungsfunktion $F_{SF2}(j\omega) = \frac{u_{An}(j\omega)}{u_{A1n}(j\omega)}$.

$$F_{SF2}(j\omega) = \frac{\omega_{0F}^2 \left((j\omega)^2 \left(1 + \frac{D_\delta\omega_{0\delta}}{D_F\omega_{0F}} \right) + (j\omega) 2D_\delta\omega_{0\delta} + \omega_{0\delta}^2 \right)}{(j\omega)^4 + (j\omega)^3 2D_\delta\omega_{0\delta} + (j\omega)^2 (\omega_{0\delta}^2 + \omega_{0F}\omega_{0\delta} \frac{D_\delta}{D_F} + \omega_{0F}^2) + (j\omega) 2D_\delta\omega_{0\delta}\omega_{0F}^2 + \omega_{0F}^2\omega_{0\delta}^2} \quad (5.12)$$

Die Signalqualität am Filterausgang kann weiter gesteigert werden, wenn man die Filterordnung erhöht. Dazu werden mehrere LC-Filter in Serie geschaltet. Für Antriebsanwendungen mit den angestrebten Stromrichterschaltfrequenzen $f_S > 100$ kHz ist ein LC-Filter erster Ordnung aber ausreichend. Allein das Erhöhen der Schaltfrequenz verbessert die Stromsignalqualität des Laststroms deutlich, was durch den Einsatz des Sinusfilters zusätzlich verstärkt wird. Die so erreichten harmonischen Verzerrungen (THD) der Phasenströme liegen nach [113] unterhalb von -90 dB und sind um Größenordnungen kleiner als die von klassischen IGBT-Stromrichtern. Eine weitere Steigerung der Signalqualität durch das Erhöhen der Filterordnung hat deshalb bei elektrischen Antrieben keinerlei technischen Nutzen und erhöht zusätzlich die Komplexität der Dimensionierung sowie die Kosten. Deshalb werden in der gesamten Arbeit ausschließlich Filterschaltungen erster Ordnung analysiert. In anderen Anwendungen und Lastfällen des Stromrichters mit Netzanbindung kann der Einsatz von Filtern höherer Ordnung nötig sein, weshalb die Thematik der Vollständigkeit halber kurz aufgegriffen wurde.

5.3.1 Optimierung der Bauteilwerte

Eine Vielzahl von Problemstellungen erfordert die Optimierung mehrerer widersprüchlicher Ziele. Dabei führt die Verbesserung einer Zielsetzung zu der Verschlechterung einer anderen. In der Mathematik bezeichnet man das Lösen der Optimierungsprobleme mit mehreren Zielen als Pareto- bzw. Vektoroptimierung. Die allgemeine mathematische Formulierung eines nichtlinearen Optimierungsproblems ist wie folgt definiert [114, 115].

$$\text{minimiere } \mathbf{f}(\mathbf{x}) \text{ mit} \quad (5.13)$$

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (5.14)$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.15)$$

$$\mathbf{x} \in S$$

Dabei sind \mathbf{f} , g_i , und h_j reellwertige Funktionen der unbekanntenen Variablen des n -dimensionalen Vektors $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Die Menge S ist Teilmenge des n -dimensionalen Raums $S \subset \mathbb{R}^n$ und beschreibt die Menge der zulässigen Lösungen, welche die Nebenbedingungen der Ungleichungen g_i und der Gleichungen h_j erfüllen. Der gesuchte Punkt $\mathbf{x}^* \in S$ heißt globaler Minimalpunkt, wenn für die Zielfunktion $\mathbf{f}(\mathbf{x}^*) \leq \mathbf{f}(\mathbf{x})$ für alle $\mathbf{x} \in S$ gilt.

Die Hauptaufgabe bei der Optimierung der Filterbauteile ist die sinnvolle Definition der Zielfunktionen $\mathbf{f}(\mathbf{x})$. Dabei ist es naheliegend, der Filterübertragungsfunktion ein bereits bekanntes Filterverhalten (BESSEL, TSCHEBYSCHEFF, Butterworth, Elliptisch) aufzuzwingen. Dieses Vorgehen scheitert daran, dass die Übertragungsfunktionen der Sinusfilter mit Dämpfungsglied aus Gleichung 5.11 und 5.12 Nullstellen im Zählerpolynom aufweisen und nicht der Standardform von Polynomfiltern [116] genügen. Es bietet sich somit an, separate Zielvorgaben für den Durchlass- und Sperrbereich zu definieren. Im Durchlassbereich soll der Betragsgang der Spannungsübertragungsfunktion idealerweise eins und im Sperrbereich null betragen. Mit dem realen LC-Tiefpass erster Ordnung erreicht man im Sperrbereich aber nur einen Amplitudenabfall von -40 dB/Dekade. Damit die Grundwelle unverzögert am Filterausgang auftritt, sollte die Phasendrehung im Durchlassbereich möglichst 0 Grad betragen. Sind diese Forderungen erfüllt, bleibt die Charakteristik der idealen variablen Spannungsquelle des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis für die Grundwelle am Filterausgang erhalten. Außerdem werden im Idealfall alle Frequenzkomponenten der Trägerbänder unterdrückt. Wird zusätzlich die Verlustleistung im Dämpfungsglied minimiert, erhält man nach [62] zwei Anforderungen für die Zielfunktion.

1. Betragsgang der Spannungsübertragungsfunktion:

Der Betragsgang der Spannungsübertragungsfunktion $|F_{SFx}(j\omega)|$ des Sinusfilters aus Gleichung 5.11 und 5.12 soll in einem festgelegten Frequenzbereich $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ mit der Kreisfrequenzschrittweite $\Delta\omega$ einem definierten Verlauf entsprechen.

2. Verluste im Dämpfungswiderstand:

Minimiere die frequenzabhängige Verlustleistung im Dämpfungswiderstand $P_{R_\delta}(\omega)$ für eine definierte maximale Modulationskreisfrequenz ω_M bei gegebener Trägerkreisfrequenz ω_T .

Betragsgang der Spannungsübertragungsfunktion

Die Spannungsübertragungsfunktionen der Sinusfilter $F_{SF1}(j\omega)$ und $F_{SF2}(j\omega)$ sollen nach Möglichkeit einen Betragsgang wie das allgemeine System zweiter Ordnung $F_{2O}(j\omega)$ aufweisen, weil dessen Resonanzüberhöhung ideal mit einem Bandstopffilter kompensiert werden kann (Anhang C). Der Bandstopffilter kann bei der praktischen Realisierung digital im Stromregler implementiert werden. Für die Übertragungsfunktion des Systems zweiter Ordnung mit dem Dämpfungsgrad D und der Kennkreisfrequenz ω_0 gilt dabei:

$$F_{2O}(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + (j\omega)2D\omega_0 + \omega_0^2} \quad (5.16)$$

Subtrahiert man für vorgegebene Kreisfrequenzen den Betragsgang des Systems zweiter Ordnung $|F_{2O}(j\omega)|$ von dem des Sinusfilters $|F_{SFx}(j\omega)|$, ergibt sich durch anschließendes Quadrieren das Fehlerquadrat $\| |F_{2O}(j\omega)| - |F_{SFx}(j\omega)| \|^2$, welches ein Maß für die Abweichung der Beträge am jeweiligen Kreisfrequenzpunkt darstellt. Die Summe über alle Fehlerquadrate kann als Funktion für die Optimierung des Betragsgangs eingesetzt werden. Ohne Normierung ist das Fehlerquadrat jedes Kreisfrequenzpunkts stark vom jeweiligen Absolutwert der Übertragungsfunktionen abhängig, was in Abbildung 5.11 dargestellt ist.

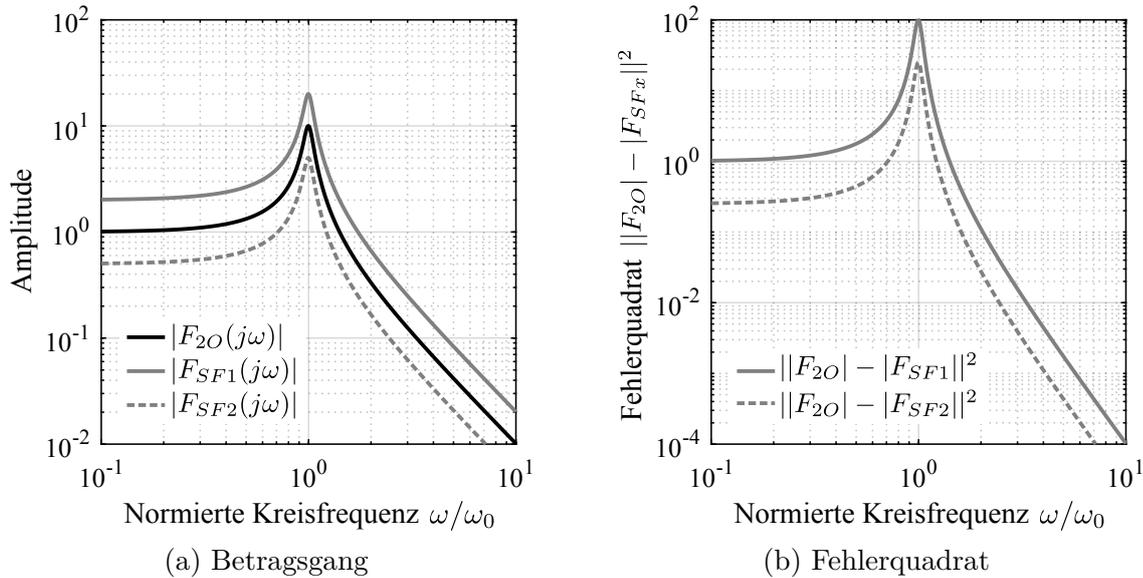


Abbildung 5.11: Abhängigkeit des Fehlerquadrats vom Absolutwert der Übertragungsfunktionen eines Systems zweiter Ordnung $F_{2O}(j\omega)$ und zweier beispielhafter Übertragungsfunktionen des Sinusfilters $F_{SF1}(j\omega)$ und $F_{SF2}(j\omega)$.

Abweichungen bei großen Werten der Übertragungsfunktionen gehen stärker in die Berechnung ein als kleine Werte, was zusätzlich durch das Quadrieren verstärkt wird. Für den vorliegenden Optimierungsfall erfüllt das absolutwertabhängige Fehlerquadrat aber genau den gewünschten Effekt, dass die Abweichungen um die Kennkreisfrequenz ω_0 , die maßgeblich für das dynamische Systemverhalten des Filters verantwortlich sind, mit höherer Gewichtung in die Fehlersumme eingehen. Eine normierte konstante Gewichtung erfüllt diese Anforderungen nicht.

Verluste im Dämpfungswiderstand

Um Spannungsüberhöhungen am Filterausgang zu vermeiden und eine robuste Regelung bei Parameterschwankungen der Bauteile sicher zu stellen, wird die Resonanzüberhöhung des unbelasteten LC-Filters über ein Dämpfungsnetzwerk gedämpft. Dies erfordert einen resistiven Anteil, wodurch zwangsläufig Verlustleistung entsteht. Im Idealfall wirkt der verlustbehaftete resistive Anteil des Dämpfungsnetzwerks ausschließlich bei der Kennkreisfrequenz ω_0 und ist für alle anderen Frequenzkomponenten gleich null. In realen Filtern wird diese Eigenschaft nur näherungsweise durch den Serienschwingkreis aus R_δ , L_δ und C_δ erreicht. Die Verlustleistungsberechnung des Dämpfungswiderstands erfolgt über den Spannungseffektivwert nach Gleichung 2.131. Bei periodischer Anregung lässt sich die gesamte Verlustleistung P_{R_δ} verallgemeinert als Summe der quadrierten Beträge der komplexen FOURIER-Koeffizienten u_{kn}^δ darstellen.

$$P_{R_\delta} = \frac{1}{R_\delta} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |u_{kn}^\delta|^2 \quad (5.17)$$

Da die Filter im Dämpfungsnetzwerk eine Kapazität C_δ in Reihe zum Dämpfungswiderstand besitzen, fällt bei Gleichspannung ($k = n = 0$) keine Verlustleistung an und die Eingangsspannung des Filters u_{A1n} entspricht der Mittelpunktspannung u_{A0} aus Gleichung 2.84 mit dem FOURIER-Koeffizienten $\frac{U_d}{2} c_{kn}$. Multipliziert man den frequenzabhängigen FOURIER-Koeffizienten der Mittelpunktspannung mit der Spannungsübertragungsfunktion $F_{R_\delta}(j\omega)$, ergibt sich der gesuchte FOURIER-Koeffizient u_{kn}^δ . Dabei stellt die Spannungsübertragungsfunktion $F_{R_\delta}(j\omega)$ das Verhältnis der Spannung über dem Dämpfungswiderstand $u_{R_\delta}(j\omega)$ zur Filtereingangsspannung $u_{A1n}(j\omega)$ dar und ermöglicht die Verlustleistungsberechnung anhand der bereits bekannten Filtereingangsspannung. Für die Verlustleistung P_{R_δ} folgt damit:

$$P_{R_\delta} = \frac{1}{R_\delta} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| \frac{U_d}{2} c_{kn} F_{R_\delta}(j\omega) \Big|_{\omega=\Omega_{kn}} \right|^2 = \frac{1}{R_\delta} \frac{U_d^2}{4} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_{kn}|^2 |F_{R_\delta}(j\Omega_{kn})|^2 \quad (5.18)$$

Abschließend muss noch die Spannungsübertragungsfunktion $F_{R_\delta}(j\omega)$ bestimmt werden. Für die Filtervariante 1 mit dem Dämpfungsnetzwerk parallel zum Filterkondensator C_F und der Spannungsübertragungsfunktion $F_{R_\delta 1}(j\omega)$ nutzt man dazu die bereits bekannte Spannungsübertragungsfunktion aus Gleichung 5.11 mit $u_{A1n}(j\omega) = u_{An}(j\omega)/F_{SF1}(j\omega)$.

$$\begin{aligned} F_{R_\delta 1}(j\omega) &= \frac{u_{R_\delta}(j\omega)}{u_{A1n}(j\omega)} = \frac{u_{R_\delta}(j\omega)}{u_{An}(j\omega)} F_{SF1}(j\omega) = \frac{R_\delta}{R_\delta + j\omega L_\delta + \frac{1}{j\omega C_\delta}} F_{SF1}(j\omega) \\ &= \frac{(j\omega)2D_\delta\omega_{0\delta}}{(j\omega)^2 + (j\omega)2D_\delta\omega_{0\delta} + \omega_{0\delta}^2} F_{SF1}(j\omega) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Die Spannungsübertragungsfunktion $F_{R_\delta 2}(j\omega)$ der Filtervariante 2 mit dem Dämpfungsnetzwerk parallel zur Filterinduktivität L_F wird über eine Zwischenrechnung bestimmt.

$$\frac{u_{R_\delta}(j\omega)}{u_{A1n}(j\omega) - u_{An}(j\omega)} = \frac{R_\delta}{R_\delta + j\omega L_\delta + \frac{1}{j\omega C_\delta}} = \frac{(j\omega)2D_\delta\omega_{0\delta}}{(j\omega)^2 + (j\omega)2D_\delta\omega_{0\delta} + \omega_{0\delta}^2} \quad (5.20)$$

Mit Gleichung 5.12 und dem Zusammenhang $u_{An}(j\omega) = F_{SF2}(j\omega) u_{A1n}(j\omega)$ erhält man durch algebraische Umformung die Lösung der Spannungsübertragungsfunktion $F_{R_\delta 2}(j\omega)$.

$$F_{R_\delta 2}(j\omega) = \frac{(j\omega)2D_\delta\omega_{0\delta}}{(j\omega)^2 + (j\omega)2D_\delta\omega_{0\delta} + \omega_{0\delta}^2} (1 - F_{SF2}(j\omega)) \quad (5.21)$$

Die theoretische Beschreibung der Filterverlustleistung ist damit abgeschlossen. Es stellt sich die Frage, wie viele Summenglieder berechnet werden müssen, um eine ausreichende Genauigkeit der Verlustleistung zu erhalten, da sich die Rechenzeit der Optimierung mit steigender Anzahl der Summenglieder erhöht. Zur Abschätzung sind in Abbildung 5.12 die charakteristischen Verläufe der Spannungsquadrate, welche proportional zur frequenzabhängigen Verlustleistung P_{R_δ} des Dämpfungswiderstands sind, für beide Filtervarianten dargestellt. Es ist gut zu erkennen, dass die Verlustleistung bei beiden Filtervarianten bis zur Filterkennkreisfrequenz ω_0 ansteigt und anschließend wieder abfällt. Die Steigung des frequenzabhängigen Anstiegs bzw. Abfalls der Verlustleistung unterscheidet sich zwischen den Filtervarianten. Bei gleicher Wahl der maximalen Modulationskreisfrequenz ω_M (Grundwelle) und der Trägerkreisfrequenz ω_T wird der dominierende Verlustleistungsanteil durch unterschiedliche Frequenzkomponenten hervorgerufen. Bei der Filtervariante 1 ist dies die maximale Grundwellenfrequenz, während bei der Filtervariante 2 die Trägerfrequenz die Verlustleistung dominiert. Da die Amplituden für höhere

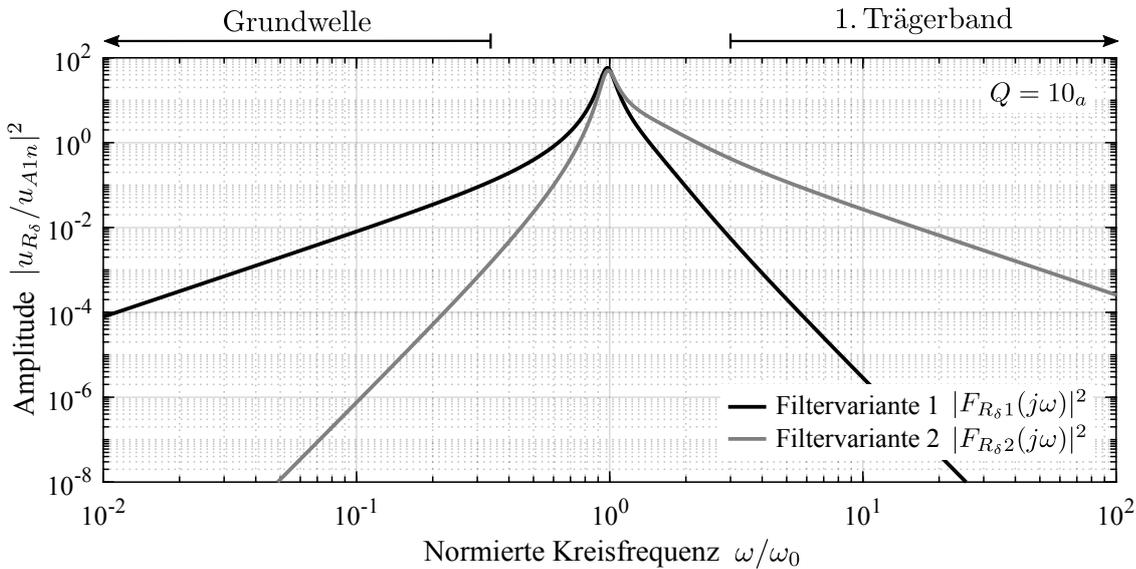


Abbildung 5.12: Schematischer Verlauf des zur Verlustleistung P_{R_δ} proportionalen Spannungsquadrats der beiden Filtervarianten normiert auf die Filtereingangsspannung u_{A1n} für die Bauteilwerte aus Tabelle 5.2 mit $Q = 10_a$.

Trägerbänder ($k = 2, 3, \dots$) abnehmen und zusätzlich durch die Spannungsübertragungsfunktion $|F_{R_\delta}(j\omega)|^2$ weniger gewichtet werden, reicht es für die beiden Filtervarianten bei sinnvoller Wahl der Filterresonanzkreisfrequenz $3\omega_M \leq \omega_0 \leq \frac{1}{3}\omega_T$ die Verlustbeiträge der Grundwelle, die des ersten Trägers und die der zweiten Seitenbänder im ersten Trägerband zu berücksichtigen. Am anschaulichsten ist die reduzierte Verlustleistungsberechnung mit der reellen FOURIER-Reihe in Amplituden-Phasen-Form. Dabei entsprechen die Amplituden der reellen FOURIER-Koeffizienten

den mit Zwei multiplizierten Beträgen der komplexen FOURIER-Koeffizienten c_{kn} . Durch diesen Zusammenhang erhält man aus Gleichung 2.83 folgende Scheitelwerte der Spannungsamplituden für die einfache Abtastung des Modulationssignals.

$$\hat{u}_{01} = 2|c_{01}| \frac{U_d}{2} = \frac{4 U_d}{\pi} \frac{1}{2} \left| \frac{\omega_T}{\omega_M} J_1 \left(\frac{\pi \omega_M}{2 \omega_T} M \right) \cos \left(\frac{\pi \omega_M}{2 \omega_T} \right) \right| \quad (5.22)$$

$$\hat{u}_{10} = 2|c_{10}| \frac{U_d}{2} = \frac{4 U_d}{\pi} \frac{1}{2} \left| J_0 \left(\frac{\pi}{2} M \right) \right| \quad (5.23)$$

$$\hat{u}_{12} = 2|c_{12}| \frac{U_d}{2} = \frac{4 U_d}{\pi} \frac{1}{2} \left| \frac{\omega_T}{\omega_T + 2\omega_M} J_2 \left(\frac{\pi(\omega_T + 2\omega_M)}{2\omega_T} M \right) \cos \left(\pi \frac{\omega_M}{\omega_T} \right) \right| \quad (5.24)$$

$$\hat{u}_{1(-2)} = 2|c_{1(-2)}| \frac{U_d}{2} = \frac{4 U_d}{\pi} \frac{1}{2} \left| \frac{\omega_T}{\omega_T - 2\omega_M} J_2 \left(\frac{\pi(\omega_T - 2\omega_M)}{2\omega_T} M \right) \cos \left(\pi \frac{\omega_M}{\omega_T} \right) \right| \quad (5.25)$$

Durch Superposition der einzelnen Verlustleistungsbeiträge ergibt sich mit der Kreisfrequenz $\Omega_{kn} = k\omega_T + n\omega_M$ in guter Näherung die Gesamtverlustleistung P_{R_δ} .

$$P_{R_\delta} \approx \frac{1}{R_d} \left(\frac{\hat{u}_{01}^2}{2} |F_{R_\delta}(j\Omega_{01})|^2 + \frac{\hat{u}_{10}^2}{2} |F_{R_\delta}(j\Omega_{10})|^2 + \frac{\hat{u}_{12}^2}{2} |F_{R_\delta}(j\Omega_{12})|^2 + \frac{\hat{u}_{1(-2)}^2}{2} |F_{R_\delta}(j\Omega_{1(-2)})|^2 \right) \quad (5.26)$$

Die größtmögliche Verlustleistung im Dämpfungswiderstand tritt bei der Filtervariante 1 mit maximalem Modulationsgrad $M = 1$ und bei der Filtervariante 2 mit minimalem Modulationsgrad $M = 0$ auf. Der Grund für dieses Verhalten ist der in Abbildung 5.12 dargestellte verschiedenartige frequenzabhängige Verlustleistungsverlauf der Filtervarianten.

Ergebnis der Optimierung

Anhand der beschriebenen Optimierungsziele kann die nachfolgende Zielfunktion $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ mit den unbekanntenen Variablen $\mathbf{x} = [C_F, R_\delta, L_\delta, C_\delta]$ aufgestellt werden. Die erste Zielfunktion beschreibt dabei die Abweichung des Amplitudengangs der Spannungsübertragungsfunktion und die zweite die Verlustleistung im Dämpfungswiderstand.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \left[\begin{array}{c} w_\omega \sum_{p=0}^{P-1} \left| |F_{2O}(\omega_0, D, j\omega)|_{\omega=\omega_1+p\Delta\omega} - |F_{SFx}(\mathbf{x}, j\omega)|_{\omega=\omega_1+p\Delta\omega} \right|^2 \\ w_P P_{R_\delta}(\mathbf{x}, M, \omega_M, \omega_T) \end{array} \right] \quad (5.27)$$

Dabei lässt sich die Priorität der einzelnen Zielfunktionen über die Gewichtungsfaktoren w_ω und w_P variieren. Die Kreisfrequenz ω wird von der Startkreisfrequenz ω_1 an mit dem ganzzahligen Inkrement $p = 0, 1, \dots, P - 1$ jeweils um $\Delta\omega$ erhöht. Die Summe sollte dabei die Modulationskreisfrequenz ω_M und die Trägerfrequenz ω_T beinhalten $\omega_1 \leq \omega_M < \omega_T \leq \omega_2 = \omega_1(P - 1)\Delta\omega$.

Für den umgesetzten Aufbau werden beispielhaft Sinusfilter für einen Stromrichter mit der Trä-

gerfrequenz $f_T = 200$ kHz und der maximalen Modulationsfrequenz $f_M = 5$ kHz bei einer Zwischenkreisspannung von $U_d = 400$ V optimiert. Die Filterkennfrequenz $f_0 = 30$ kHz liegt nach Vorgabe zwischen der Modulationsfrequenz und der Trägerfrequenz. Die Filterinduktivität wird bei der Optimierung auf einem konstanten Wert von $L_F = 40$ μ H gehalten. Der festgelegte Filterinduktivitätswert L_F ist um ein Vielfaches geringer als der von bekannten Motoren in der Leistungsklasse oberhalb 1 kW, womit der induktive Spannungsteiler aus Filter- und Lastinduktivität für die Grundwelle vernachlässigbar ist und eine annähernd ideale Spannungsquelle am Filterausgang zur Verfügung steht. Die Gesamtheit der zur Optimierung verwendeten Parameter ist in Tabelle 5.1 aufgelistet.

Tabelle 5.1: Definition der Parameterwerte und Wertebereiche sowie der gesuchten Variablen $\mathbf{x} = [C_F, R_\delta, L_\delta, C_\delta]$ zur Optimierung der Sinusfilter.

Parameter		Wert	Einheit
Zwischenkreisspannung	U_d	400	V
Filterkennkreisfrequenz	ω_0	$2\pi \cdot 30$	kHz
Modulationskreisfrequenz	ω_M	$2\pi \cdot 5$	kHz
Trägerkreisfrequenz	ω_T	$2\pi \cdot 200$	kHz
Startkreisfrequenz	ω_1	$2\pi \cdot 2$	kHz
Stoppkreisfrequenz	ω_2	$2\pi \cdot 200$	kHz
Kreisfrequenzschrittweite	$\Delta\omega$	$2\pi \cdot 100$	Hz
Filterinduktivität	L_F	40	μ H
Filterkapazität	C_F	0.5 – 10	μ F
Dämpfungswiderstand	R_δ	0.1 – 100	Ω
Dämpfungsinduktivität	L_δ	10 – 500	μ H
Dämpfungskapazität	C_δ	0.01 – 1	μ F

Die durch einen genetischen Algorithmus mit einer Populationsgröße von 1000 generierten Optimierungsergebnisse sind für unterschiedliche Gütefaktoren Q des Systems zweiter Ordnung sowohl für die Filtervariante 1 in Tabelle 5.2 als auch für die Filtervariante 2 in Tabelle 5.3 dargestellt. Beim Gütefaktor $Q = 1$ wird der Gewichtungsfaktor der Kreisfrequenz auf $w_\omega = 100$ erhöht, da ansonsten kein sinnvoller Betragsgang der Filterübertragungsfunktion zustande kommt. Um zu zeigen, dass durch Vergrößern des Leistungsgewichtungsfaktors die Verlustleistung des Filters reduziert werden kann, wird dieser bei der Filtergüte $Q = 10_b$ auf $w_P = 10$ gesetzt. Für alle anderen Optimierungen sind beide Gewichtungsfaktoren gleich eins ($w_\omega = 1, w_P = 1$). Die Verlustleistung im Dämpfungswiderstand P_{R_δ} zeigt für beide Filtervarianten das intuitiv erwartete Ergebnis, dass die Verluste für geringe Werte der Filtergüte Q erhöht sind und umgekehrt. Der Zusammenhang zwischen Filtergüte und Verlustleistung ist vor allem für kleine Filtergüten $Q < 10$ stark nichtlinear. In diesem Bereich führt eine Reduktion der Filtergüte zu einer stark

erhöhten Verlustleistung im Dämpfungswiderstand.

Tabelle 5.2: Parameteroptimierung der Sinusfiltervariante 1 für unterschiedliche Filtergüten Q mit dem Modulationsgrad $M = 1$.

Parameter		Wert						Einheit
Filtergüte	Q	1	3.16	10_a	10_b	31.6	100	–
Filterkapazität	C_F	966	696	680	615	658	675	nF
Dämpfungswiderstand	R_δ	6.3	22.1	50	34.1	47.4	36.1	Ω
Dämpfungsinduktivität	L_δ	21	107	165	295	353	222	μH
Dämpfungskapazität	C_δ	2676	254	94	55.5	32.6	25.4	nF
Verlustleistung	P_{R_δ}	983	31	9.3	2.2	1.1	0.5	W

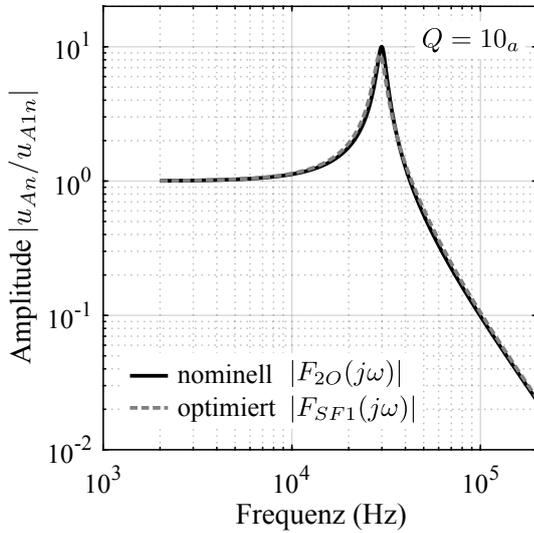
Tabelle 5.3: Parameteroptimierung der Sinusfiltervariante 2 für unterschiedliche Filtergüten Q mit dem Modulationsgrad $M = 0$.

Parameter		Wert						Einheit
Filtergüte	Q	1	3.16	10_a	10_b	31.6	100	–
Filterkapazität	C_F	2741	1034	780	824	774	774	nF
Dämpfungswiderstand	R_δ	2.9	11.3	40	25.5	23.3	8.7	Ω
Dämpfungsinduktivität	L_δ	15	109	373	452	447	468	μH
Dämpfungskapazität	C_δ	4236	486	144	102	313	394	nF
Verlustleistung	P_{R_δ}	274	20.9	6.3	2.8	2.5	0.9	W

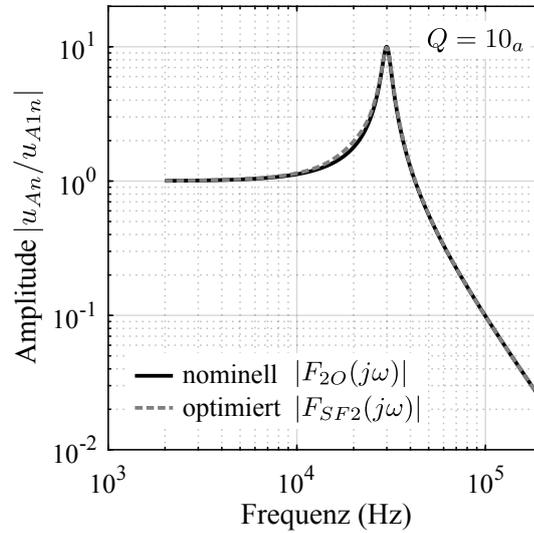
Vergleicht man die beiden Filterkonfigurationen, so ist die Verlustleistung für kleine Werte der Filtergüte $Q < 10$ bei der Filtervariante 2 geringer, während sie für große Werte der Filtergüte $Q > 10$ bei der Filtervariante 1 reduziert ist. Ein entscheidender Vorteil der Filtervariante 1 sind die deutlich kleineren Bauteilwerte der Filterinduktivität L_δ und der Filterkapazität C_δ , was eine kostengünstigere Realisierung bei kleinerem Volumen ermöglicht. Zusätzlich wird die Verlustleistung bei diesem Filtertyp größtenteils durch die Modulationskreisfrequenz ω_M (Grundwellenfrequenz) und den Wert des Modulationsgrads M beeinflusst, womit sich bei geringer Statorfrequenz bzw. bei kleinen Modulationsgraden die Verlustleistung deutlich reduziert. Für die Filtervariante 2 gilt dieser Zusammenhang nicht, da die Verlustleistung maßgeblich von der Trägerfrequenz verursacht wird.

Zur Bewertung der Spannungsübertragungsfunktionen sind in Abbildung 5.13 die Betragsgänge der Filtervarianten mit optimierten Parametern bei der Filtergüte $Q = 10$ dargestellt. Die höhere Gewichtung der Verlustleistung ($w_P = 10$) führt bei beiden Filtervarianten zu einer größeren

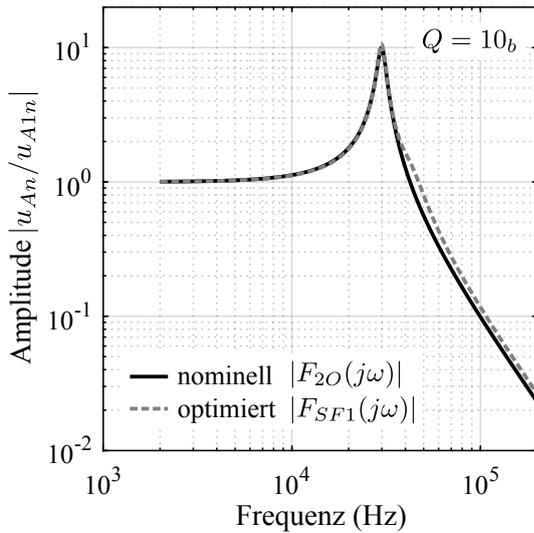
Abweichung der Spannungsübertragungsfunktionen $|F_{SFx}(j\omega)|$ vom nominellen System zweiter Ordnung $|F_{2O}(j\omega)|$, die aber problemlos toleriert werden kann.



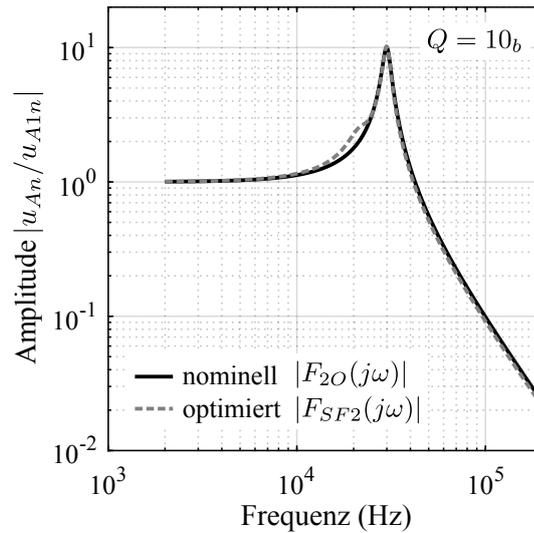
(a) Sinusfiltervariante 1 mit der Gewichtung: $w_\omega = 1$, $w_P = 1$



(b) Sinusfiltervariante 2 mit der Gewichtung: $w_\omega = 1$, $w_P = 1$



(c) Sinusfiltervariante 1 mit der Gewichtung: $w_\omega = 1$, $w_P = 10$



(d) Sinusfiltervariante 2 mit der Gewichtung: $w_\omega = 1$, $w_P = 10$

Abbildung 5.13: Simulierter Betragsgang des nominellen Systems zweiter Ordnung $|F_{2O}(j\omega)|$ und der optimierten Sinusfiltervarianten $|F_{SFx}(j\omega)|$ für unterschiedliche Gewichtungsfaktoren w_P bei konstanter Filtergüte $Q = 10$.

Die vorgestellte Parameteroptimierung der Filterbauteile ist ein gutes Hilfsmittel, um in sehr kurzer Zeit (≈ 10 s) die bestmöglichen Bauteilwerte des Filters zu bestimmen. Zukünftige Erweiterungen könnten außerdem das Volumen der Filterbauteile, die Kosten, sowie die Wicklungs- und Hystereseverluste der Filterinduktivität L_F bei der Optimierung berücksichtigen, womit sich eine gesamtheitliche Filteroptimierung erreichen lässt.

5.3.2 Spannungs- und Stromverzerrungen

Das Hauptargument für den Einsatz eines Sinusfilters ist die damit erreichbare Verbesserung der Signalqualität der Phasenspannungen- und Ströme. Für den quantitativen Nachweis muss man die analytische Berechnung des Klirrfaktors und der harmonischen Verzerrung aus Kapitel 2 auf den Stromrichter mit Sinusfilter erweitern. Der allgemeinste Fall wird durch den Sinusfilter in T -Struktur abgedeckt, was in Abbildung 5.14 dargestellt ist. Dabei ist Z_L der komplexe Widerstand der Motorwicklung $Z_L = R_L + j\omega L_L$. Die Impedanz der Motorleitung und die der parasitären Motorkapazitäten werden bewusst vernachlässigt, da diese aufgrund der Filterwirkung des Sinusfilters keinen relevanten Einfluss auf die Signale der Schaltung ausüben.

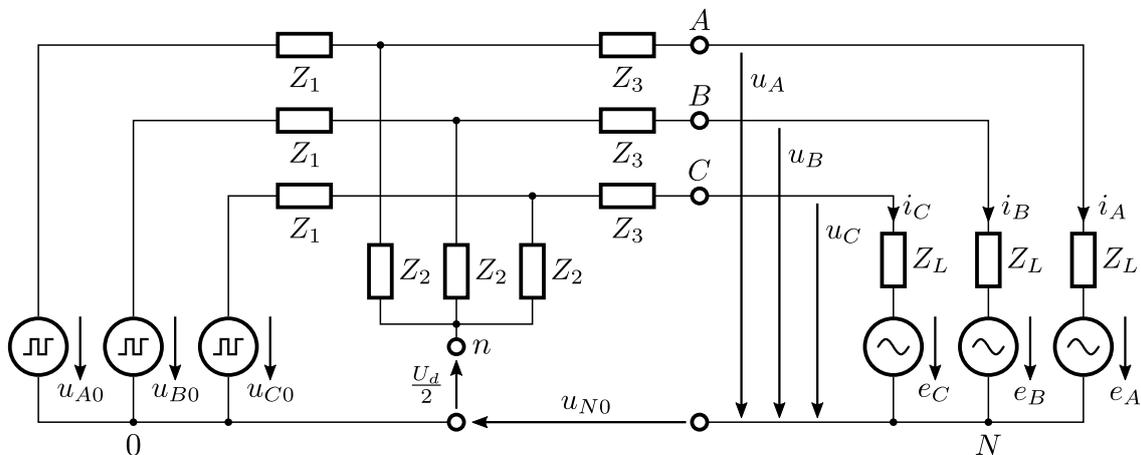


Abbildung 5.14: Ersatzschaltung des dreiphasigen Stromrichters mit Spannungszwischenkreis, symmetrischem Ausgangsfilter und symmetrischer Last.

Im Folgenden wird ein symmetrischer Filter vorausgesetzt, bei dem jeweils die drei Impedanzen Z_1 , Z_2 und Z_3 identisch sind. Außerdem sollen die Impedanzen ausschließlich aus idealen linearen Bauteilen bestehen. Damit gilt das Superpositionsprinzip und die Schaltung kann mit Hilfe von Ersatzspannungsquellen vereinfacht werden, was in Abbildung 5.15 dargestellt ist.

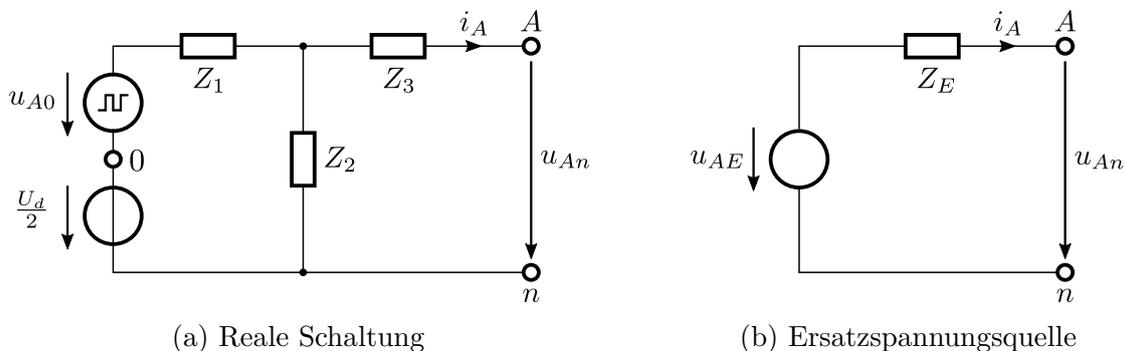


Abbildung 5.15: Äquivalente Ersatzspannungsquelle des Stromrichters mit Sinusfilter.

Die Ersatzquellenimpedanz Z_E berechnet sich durch Kurzschließen der Spannungsquellen u_{A0} und $U_d/2$. Damit sind die Filterimpedanzen Z_1 und Z_2 parallel geschaltet und liegen in Reihe

zur Filterimpedanz Z_3 .

$$Z_E = (Z_1 \parallel Z_2) + Z_3 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_3 \quad (5.28)$$

Die Quellspannung der Ersatzspannungsquelle u_{AE} ist die Spannung, welche im Leerlauf ($i_A = 0$) am Ausgang u_{An} anliegt. Diese ist identisch mit dem Spannungsabfall über der Impedanz Z_2 aus Abbildung 5.15(b). Mit der Gleichung des unbelasteten Spannungsteilers erhält man:

$$u_{AE} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \left(\frac{U_d}{2} + u_{A0} \right) \quad (5.29)$$

Für die betrachteten Filterschaltungen ist die Impedanz Z_2 immer kapazitiv. Im Vergleich zur induktiven Impedanz Z_1 besitzt Z_2 für den Gleichanteil einen deutlich größeren Absolutwert ($|Z_2|_{\omega=0} \gg |Z_1|_{\omega=0}$). Deshalb ist der Spannungsteiler für den Gleichanteil unwirksam und die gesamte Spannung fällt über der Impedanz Z_2 ab, womit sich Gleichung 5.29 vereinfacht.

$$u_{AE} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u_{A0} + \frac{U_d}{2} \quad (5.30)$$

Der mathematische Beweis dieses Sachverhalts erfolgt über den Grenzwert $\omega \rightarrow 0$ der jeweiligen Filtertopologie. Mit der identischen Vorgehensweise erhält man die Ersatzspannungsquellen u_{BE} und u_{CE} der Phasen B und C.

$$u_{BE} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u_{B0} + \frac{U_d}{2} \quad u_{CE} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u_{C0} + \frac{U_d}{2} \quad (5.31)$$

Bildet man die Maschengleichung der Phase A mit der Ersatzspannungsquelle u_{AE} über die Last zum Sternpunkt N und zurück, ergibt sich:

$$u_{AE} = Z_E i_A + Z_L i_A + e_A + u_{N0} + \frac{U_d}{2} \quad (5.32)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 5.30 in 5.32 entfällt die Gleichkomponente $U_d/2$. Die Maschengleichungen der Phase B und C werden äquivalent berechnet.

$$\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u_{A0} = Z_E i_A + \underbrace{Z_L i_A + e_A}_{u_A} + u_{N0} \quad (5.33)$$

$$\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u_{B0} = Z_E i_B + \underbrace{Z_L i_B + e_B}_{u_B} + u_{N0} \quad (5.34)$$

$$\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} u_{C0} = Z_E i_C + \underbrace{Z_L i_C + e_C}_{u_C} + u_{N0} \quad (5.35)$$

Addiert man alle drei Spannungsgleichungen 5.33, 5.34 und 5.35, erhält man:

$$\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} (u_{A0} + u_{B0} + u_{C0}) = (Z_E + Z_L) \underbrace{(i_A + i_B + i_C)}_{=0} + e_A + e_B + e_C + 3u_{N0} \quad (5.36)$$

Die Summe der Phasenströme i_A , i_B und i_C ist nach der KIRCHHOFFSCHEN-Knotenregel aus

Gleichung 2.20 gleich null. Zusätzlich sollen die Gegeninduktionsspannungen e_A , e_B und e_C , wie bereits in Kapitel 2 erläutert, keine Gleichtaktkomponenten aufweisen. Damit ist die Summe der Gegeninduktionsspannungen ebenfalls zu jedem Zeitpunkt null und die Sternpunktspannung u_{N0} vereinfacht sich mit $u_{B0} = u_{A0} e^{-jn\frac{2\pi}{3}}$ sowie $u_{C0} = u_{A0} e^{jn\frac{2\pi}{3}}$ wie folgt.

$$u_{N0} = \frac{1}{3} \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} (u_{A0} + u_{B0} + u_{C0}) = \frac{1}{3} \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \left(1 + 2 \cos\left(n \frac{2\pi}{3}\right)\right) u_{A0} \quad (5.37)$$

Den Phasenstrom i_A erhält man durch Einsetzen der Sternpunktspannung aus Gleichung 5.37 in die Maschengleichung 5.33.

$$i_A = \frac{2}{3} \frac{Z_2}{(Z_1 + Z_2)(Z_E + Z_L)} \left(1 - \cos\left(n \frac{2\pi}{3}\right)\right) u_{A0} - \frac{1}{Z_E + Z_L} e_A \quad (5.38)$$

Setzt man den Phasenstrom i_A und die Sternpunktspannung u_{N0} in die Maschengleichung 5.33 ein, erhält man durch algebraische Umformungen die Phasenspannung u_A .

$$u_A = \frac{2}{3} \left(1 - \cos\left(n \frac{2\pi}{3}\right)\right) \frac{Z_2 Z_L}{(Z_1 + Z_2)(Z_E + Z_L)} u_{A0} + \frac{Z_E}{Z_E + Z_L} e_A \quad (5.39)$$

Im Gegensatz zum Stromrichter ohne Filter hängt die Phasenspannung u_A mit Filter nicht nur von der Mittelpunktspannung u_{A0} , sondern auch von der Gegeninduktionsspannung e_A der Last ab. Der Grund dafür ist, dass die unabhängigen Spannungsquellen beim Stromrichter mit Filter über das Impedanznetzwerk Z_1 , Z_2 und Z_3 miteinander gekoppelt sind. Trotzdem kann man die Phasenspannung u_A des Stromrichters mit Filter als doppelte FOURIER-Reihe darstellen.

$$u_A(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{kn}^{YF} e^{j\Omega_{kn}t} \quad (5.40)$$

Dabei gilt für den FOURIER-Koeffizienten der Phasenspannung u_{kn}^{YF} mit Filter:

$$u_{kn}^{YF} = \frac{2}{3} \left(1 - \cos\left(n \frac{2\pi}{3}\right)\right) \frac{Z_2 Z_L}{(Z_1 + Z_2)(Z_E + Z_L)} \frac{U_d}{2} c_{kn} + \frac{Z_E}{Z_E + Z_L} e_{kn} \quad (5.41)$$

Bis auf den Phasenterm aus Gleichung 2.108 sind die Phasenspannungen der Phase B und C mit Gleichung 5.40 identisch, weshalb auf die erneute Darstellung verzichtet wird. Zusätzlich sei an dieser Stelle erwähnt, dass alle Impedanzen Funktionen der Kreisfrequenz Ω_{kn} sind und innerhalb der Reihenberechnung platziert werden müssen. Wenn die Gegeninduktionsspannung und damit der FOURIER-Koeffizient e_{kn} lediglich bei der Grundwelle (Modulationskreisfrequenz) von Null verschieden ist, so ist auch der Koeffizient des Stromrichters mit Filter u_{kn}^{YF} für alle dreifachen Vielfachen der Modulationskreisfrequenz ($n = 0, \pm 3, \pm 6, \dots$) gleich Null.

$$\begin{aligned} u_{kn}^Y &= \frac{2 U_d}{3} \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(n \frac{2\pi}{3}\right)\right) c_{kn} && \text{für } n \in \mathbb{Z} \\ &= 0 && n = 3p \quad \forall p \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (5.42)$$

Die Phasenspannungen der dreiphasigen symmetrischen Last besitzen deshalb keine $n = 3p$ Vielfachen der Modulationskreisfrequenz.

Für die FOURIER-Koeffizienten i_{kn}^F der gefilterten Phasenströme gilt der selbe Zusammenhang wie in Gleichung 2.123.

$$i_{kn}^F = \frac{u_{kn}^{YF} - e_{kn}}{Z_L} = \frac{2}{3} \left(1 - \cos \left(n \frac{2\pi}{3} \right) \right) \frac{Z_2}{(Z_1 + Z_2)(Z_E + Z_L)} \frac{U_d}{2} c_{kn} - \frac{1}{Z_E + Z_L} e_{kn} \quad (5.43)$$

Damit kann der Phasenstrom wie folgt als FOURIER-Reihe dargestellt werden.

$$i_A(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i_{kn}^F e^{j\Omega_{kn}t} \quad (5.44)$$

Wie bei allen bisherigen Betrachtungen wird davon ausgegangen, dass die Verzerrungsanteile in den Phasenspannungen- und Strömen ausschließlich vom Stromrichter verursacht werden. Im Gegensatz zum Stromrichter aus Kapitel 2 sind bei der Variante mit Filter bereits die Phasenspannungen von den Filter- und Lastimpedanzen abhängig. Um den Einfluss des Sinusfilters zu untersuchen, müssen deshalb identische Werte für die Last verwendet werden. Der Spannungs-Klirrfaktor k_u der Phasenspannungen und der Effektivwert der Phasenstromverzerrungen I_{VZrms} ist für einfache Abtastung des Pulsweitenmodulators in Abbildung 5.16 dargestellt.

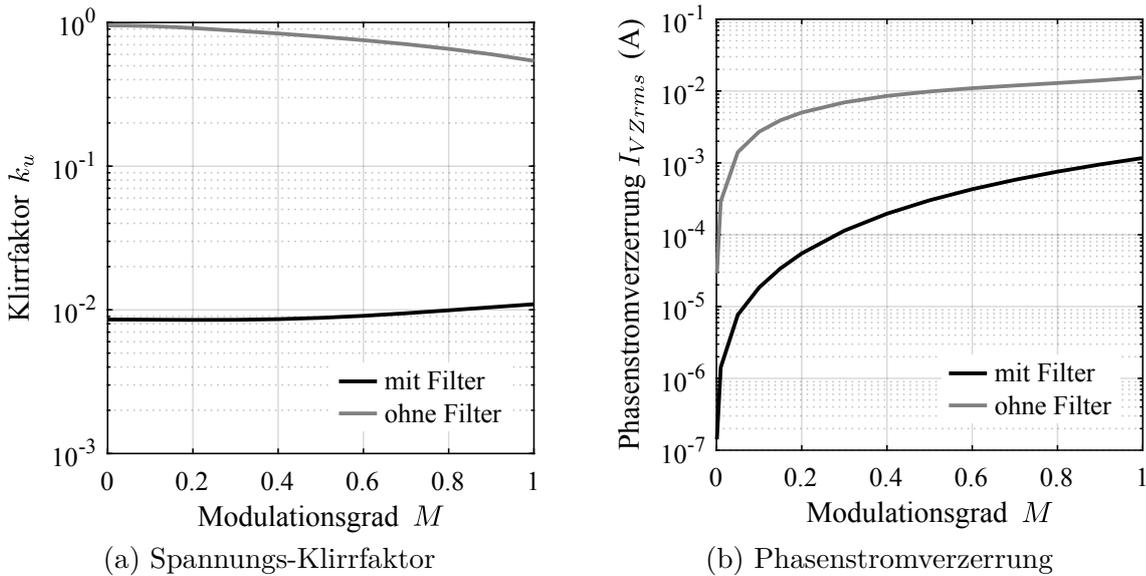


Abbildung 5.16: Simulation des Klirrfaktors k_u und der Phasenstromverzerrung I_{VZrms} des dreiphasigen 2-Level Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und dem Sinusfilter $Q = 10_a$ aus Tabelle 5.2 mit $K = N = 100$, sowie den Parametern $\omega_M = 2\pi \cdot 5$ kHz, $\omega_T = 2\pi \cdot 200$ kHz, $U_d = 400$ V, $R_L = 1$ Ω und $L_L = 3.5$ mH.

Der Spannungs-Klirrfaktor wird durch das Sinusfilter bei kleinen Modulationsgraden M auf über $1/100$ und bei großen auf etwa $1/50$ reduziert. Die reduzierte Phasenspannungsverzerrung wirkt sich ebenfalls positiv auf die Signalqualität der Phasenströme aus. Die Phasenstromverzerrung mit Sinusfilter beträgt für kleine Modulationsgrade M weniger als $1/100$ und für große weniger als $1/10$. Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass der Vergleich bei identischer Trägerfrequenz von $f_T = 200$ kHz dargestellt ist. Für geringere Trägerfrequenzen im Bereich von

$f_T = 4 - 16$ kHz aktueller IGBT-Motorstromrichter ist der Unterschied in der Phasenstromverzerrung bei identischer ohmsch-induktiver Last deutlich größer.

Der zeitliche Verlauf der Phasenspannungen- und Ströme mit und ohne Sinusfilter ist in Abbildung 5.17 dargestellt. Im Gegensatz zur rechteckförmigen Phasenspannung des Stromrichters ohne Sinusfilter gibt die um den Filter erweiterte Variante annähernd sinusförmige Phasenspannungen aus. Deshalb werden die durch den rechteckförmigen Phasenspannungsverlauf verursachten Leitungsreflexionen und die damit verbundenen Spannungsüberhöhungen am Motor unterdrückt. Zwischen der Grundwelle des Phasenstroms und der Phasenspannung liegt ein Lastwinkel von $-\pi/2$ rad, da der induktive Lastanteil dominiert. Die stromglättende Eigenschaft der ohmsch-induktiven Last wirkt auf beide Verläufe der Phasenspannung.

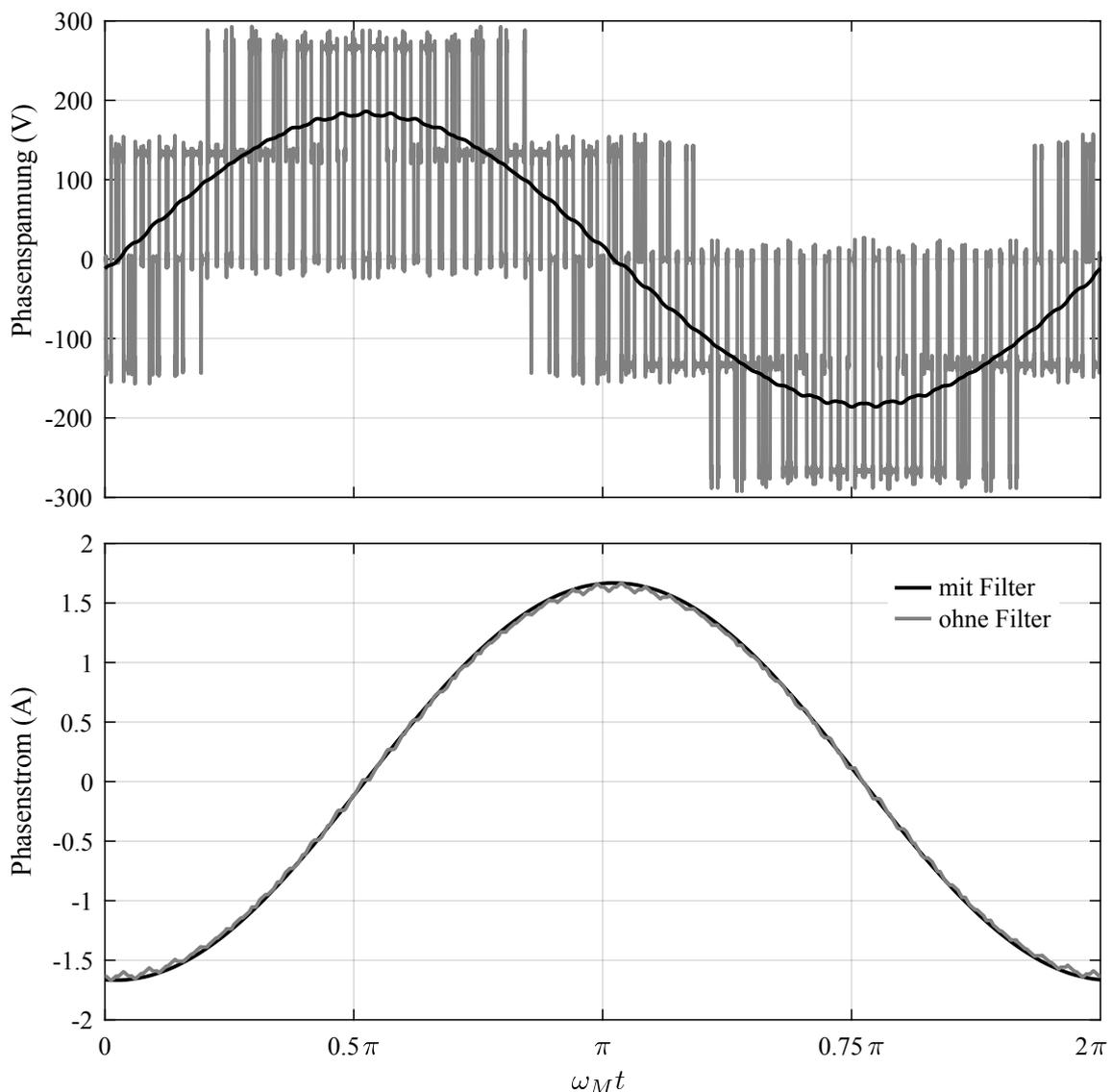


Abbildung 5.17: Simulierte Phasenspannungen- und Ströme des dreiphasigen 2-Level Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und dem Sinusfilter $Q = 10_a$ aus Tabelle 5.2 bei einem Modulationsgrad $M = 0.9$ mit $K = N = 100$, sowie den Parametern $\omega_M = 2\pi \cdot 5$ kHz, $\omega_T = 2\pi \cdot 200$ kHz, $U_d = 400$ V, $R_L = 1$ Ω , $L_L = 3.5$ mH und $e(t) = 0$ V.

5.3.3 Stromverlauf der Filterinduktivität

Der exakte Zeitverlauf des Filterinduktivitätsstroms i_{L_F} kann bei harmonischer Anregung ebenso wie alle anderen Stromrichtersignale über doppelte FOURIER-Reihen dargestellt werden. Darauf wird im Folgenden aber verzichtet und eine nützliche Approximation mit zeitlich gemittelten Signalen durchgeführt. Ziel ist es, die Extremwerte des Filterinduktivitätsstroms für unterschiedliche Lastfälle zu berechnen. Die untersuchten Filtervarianten sind jeweils mit dem negativen Zwischenkreispotential n verbunden. Dadurch treten im Vergleich zu dreiphasigen Filtern mit schwebenden Sternpunkt N' erhöhte Stromrippel in der Induktivität L_F auf. Dies führt zu einer Steigerung der Magnetisierungsverluste im ferromagnetischen Kernmaterial der Induktivität. Zusätzlich tritt ein erhöhter Maximalstrom in der Filterinduktivität auf, was eine erhöhte magnetische Feldstärke zur Folge hat. Dies muss bei der Auslegung der Induktivität berücksichtigt werden, um die Sättigung des Kernmaterials zu verhindern. Die Berechnung des Stromrippels Δi_{L_F} in der Filterinduktivität L_F erfolgt analog zu der des Abwärtswandlers (Buck-Converters), wie in Abbildung 5.18 dargestellt. Addiert bzw. subtrahiert man den Induktivitätsstromrip-

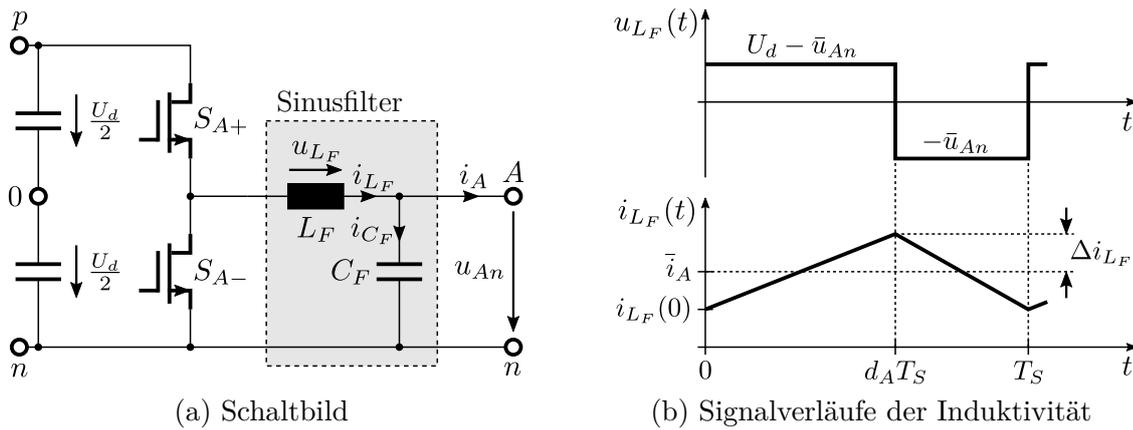


Abbildung 5.18: Schaltbild des Abwärtswandlers mit den zugehörigen Signalverläufen.

pel Δi_{L_F} von dem über eine Schaltperiode T_S gemittelten Phasenausgangsstrom \bar{i}_A und dem gemittelten Strom durch die Filterkapazität \bar{i}_{C_F} erhält man die Ober- bzw. Untergrenze des Induktivitätsstroms. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass der gemittelte niederfrequente Phasenausgangsstrom deutlich größer als der gemittelte Strom durch die Filterkapazität ist $\bar{i}_A \gg \bar{i}_{C_F}$. Dies gilt immer, wenn die Lastimpedanz bei der Modulationskreisfrequenz ω_M deutlich kleiner als die Impedanz der Filterkapazität ist. Für hocheffiziente Stromrichter muss dieser Zusammenhang gelten, da ein großer gemittelter Strom durch die Filterkapazität zu einem Blindleistungsfluss führt, der Zusatzverluste in den Halbleitern bewirkt. Deshalb soll stets gelten, dass der gemittelte Strom durch die Filterkapazität vernachlässigbar ist ($\bar{i}_{C_F} = 0$) und ausschließlich die hochfrequenten Trägerkomponenten über die Filterkapazität fließen. Damit gilt:

$$\text{obere Stromgrenze: } i_{O,L_F} = \bar{i}_A + \Delta i_{L_F} \quad (5.45)$$

$$\text{untere Stromgrenze: } i_{U,L_F} = \bar{i}_A - \Delta i_{L_F} \quad (5.46)$$

Unter der Annahme, dass sowohl die Zwischenkreisspannung U_d als auch die gemittelte Filterausgangsspannung \bar{u}_{An} in einer Schaltperiode $T_S = 1/f_S$ konstant sind, kann der Stromrippel Δi_{L_F} der Filterinduktivität L_F in Abhängigkeit vom Tastverhältnis d_A des oberen Brückenhalbleiters S_{A+} wie folgt berechnet werden [110].

$$\Delta i_{L_F} = \frac{U_d(1 - d_A)d_A}{2L_F f_S} \quad 0 \leq d_A \leq 1 \quad (5.47)$$

Der Zusammenhang in Gleichung 5.47 gilt nur für nichtlückenden Induktivitätsstrom i_{L_F} , was für die alternierend schaltende Halbbrücke mit zwei aktiven Halbleitern immer zutrifft. Das Tastverhältnis d_A soll im Weiteren durch die Modulationsfunktion m_A ausgedrückt werden.

$$d_A = \frac{1}{2}(m_A + 1) \quad (5.48)$$

Durch Einsetzen von Gleichung 5.48 in 5.47 erhält man die Abhängigkeit des Stromrippels Δi_{L_F} von der Modulationsfunktion m_A .

$$\Delta i_{L_F} = \frac{U_d(1 - m_A^2)}{8L_F f_S} \quad -1 \leq m_A \leq 1 \quad (5.49)$$

Der maximale Stromrippel $\Delta i_{L_F, max}$ in der Filterinduktivität L_F tritt auf, wenn die Modulationsfunktion $m_A = 0$ ist.

$$\Delta i_{L_F, max} = \frac{U_d}{8L_F f_S} \quad (5.50)$$

Anhand des Rippelstroms Δi_{L_F} in der Filterinduktivität L_F kann die obere und untere Stromgrenze für die Sinus- und Raumzeigermodulation berechnet werden. Man benötigt dazu noch den zeitlichen Verlauf des Modulationssignals $m_A(t)$ und den des mittleren Phasenstroms $\bar{i}_A(t)$.

Sinusmodulation

Bei der Sinusmodulation ist die Sollwertvorgabe nach Gleichung 2.44 sinusförmig mit der Grundkreisfrequenz ω_M , wodurch die Modulationsfunktion $m_A(t)$ der Phase A über den Modulationsgrad M und den Modulationswinkel φ_{M_A} dargestellt werden kann. Das Einsetzen der zeitabhängigen Modulationsfunktion $m_A(t)$ aus Gleichung 2.44 in 5.49 ergibt die Zeitabhängigkeit des Stromrippels $\Delta i_{L_F}(t)$ in der Filterinduktivität.

$$\Delta i_{L_F}(t) = \frac{U_d}{8L_F f_S} \left(1 - \underbrace{\left(M \sin(\omega_M t + \varphi_{M_A}) \right)^2}_{m_A(t)} \right) \quad (5.51)$$

Durch die Winkelbeziehung $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$ erhält man:

$$\Delta i_{L_F}(t) = \frac{U_d}{8L_F f_S} \left(1 - \frac{M^2}{2} (1 - \cos(2(\omega_M t + \varphi_{M_A}))) \right) \quad (5.52)$$

Aus Gleichung 5.52 ist ersichtlich, dass der zeitabhängige Stromrippel $\Delta i_{L_F}(t)$ die doppelte Frequenz wie die Modulationsfunktion $m_A(t)$ aufweist. Um die obere und untere Grenze des Induktivitätsstroms i_{L_F} zu berechnen, wird zusätzlich zum Stromrippel der mittlere Phasenausgangsstrom $\bar{i}_A(t)$ benötigt. Der mittlere Phasenausgangsstrom $\bar{i}_A(t)$ hat ebenso wie das Modulationssignal $m_A(t)$ einen sinusförmigen Verlauf mit der Grundkreisfrequenz ω_M und der Amplitude \hat{i}_A . Allerdings kann zwischen dem Modulationssignal $m_A(t)$ und dem Phasenausgangsstrom $\bar{i}_A(t)$ je nach Last ein Phasenwinkel ϕ_A auftreten.

$$\bar{i}_A(t) = \hat{i}_A \sin(\omega_M t + \phi_A + \varphi_{M_A}) \quad (5.53)$$

Für die in dieser Arbeit behandelten ohmsch-induktiven Lasten kann der Phasenwinkel ϕ_A Werte zwischen 0 rad bei ohmscher Last und $-\pi/2$ rad bei induktiver Last annehmen. Addiert bzw. subtrahiert man Gleichung 5.52 vom mittleren Phasenausgangsstrom in Gleichung 5.53, ergibt sich die zeitabhängige Ober- und Untergrenze des Induktivitätsstroms.

$$\begin{aligned} i_{O,L_F}(t) &= \Delta i_{L_F,max} \left(1 - \frac{M^2}{2} \right) \\ &\quad + \hat{i}_A \sin(\omega_M t + \phi_A + \varphi_{M_A}) + \Delta i_{L_F,max} \frac{M^2}{2} \cos(2(\omega_M t + \varphi_{M_A})) \end{aligned} \quad (5.54)$$

$$\begin{aligned} i_{U,L_F}(t) &= \Delta i_{L_F,max} \left(\frac{M^2}{2} - 1 \right) \\ &\quad + \hat{i}_A \sin(\omega_M t + \phi_A + \varphi_{M_A}) - \Delta i_{L_F,max} \frac{M^2}{2} \cos(2(\omega_M t + \varphi_{M_A})) \end{aligned} \quad (5.55)$$

Für ohmsche Lasten mit dem Phasenwinkel $\phi_A = 0$ rad überlagern sich die Sinusschwingung und die Kosinusschwingung doppelter Frequenz gerade so, dass bei maximalem Phasenausgangsstrom der Stromrippel minimal ist. Deshalb ist der maximal auftretende Induktivitätsstrom bei ohmscher Last kleiner als bei induktiver Last, was Abbildung 5.19(a) und 5.19(c) verdeutlichen.

Bei induktiver Last und einem Phasenwinkel von $\phi_A = -\pi/2$ rad ist das Maximum der Sinusschwingung identisch mit dem der Kosinusschwingung doppelter Frequenz. Somit tritt bei diesem Phasenwinkel der Maximalwert des Stromrippels zum gleichen Zeitpunkt wie der Maximalwert des Phasenausgangsstroms auf, was Abbildung 5.19(b) und 5.19(d) veranschaulicht. Der maximal mögliche Induktivitätsstrom tritt bei einem Modulationsgrad von $M = 1$ auf. Der Beitrag des Stromrippels Δi_{L_F} am Maximalwert des Induktivitätsstroms i_{O,L_F} hängt stark vom Quotienten aus dem maximalen Stromrippel $\Delta i_{L_F,max}$ und der Amplitude des Phasenausgangsstroms \hat{i}_A ab. Je kleiner der Stromrippel, desto geringer ist dessen Beitrag zum maximalen Induktivitätsstrom, was in Abbildung 5.19(c) und 5.19(d) dargestellt ist.

Der Induktivitätsstromverlauf hat nicht nur Auswirkungen auf die Dimensionierung der Filterinduktivität, sondern beeinflusst ebenfalls die Verluste in den Leistungshalbleitern der Halbbrücke. Große Stromrippel erhöhen die Effektivwerte der Schalterströme und damit die Durchlassverluste der Leistungshalbleiter. Interessanterweise hat der Stromverlauf der Filterinduktivität zusätzlich Einfluss auf die Schaltverluste der Halbbrücke. In den Zeitbereichen, in denen der Indukti-

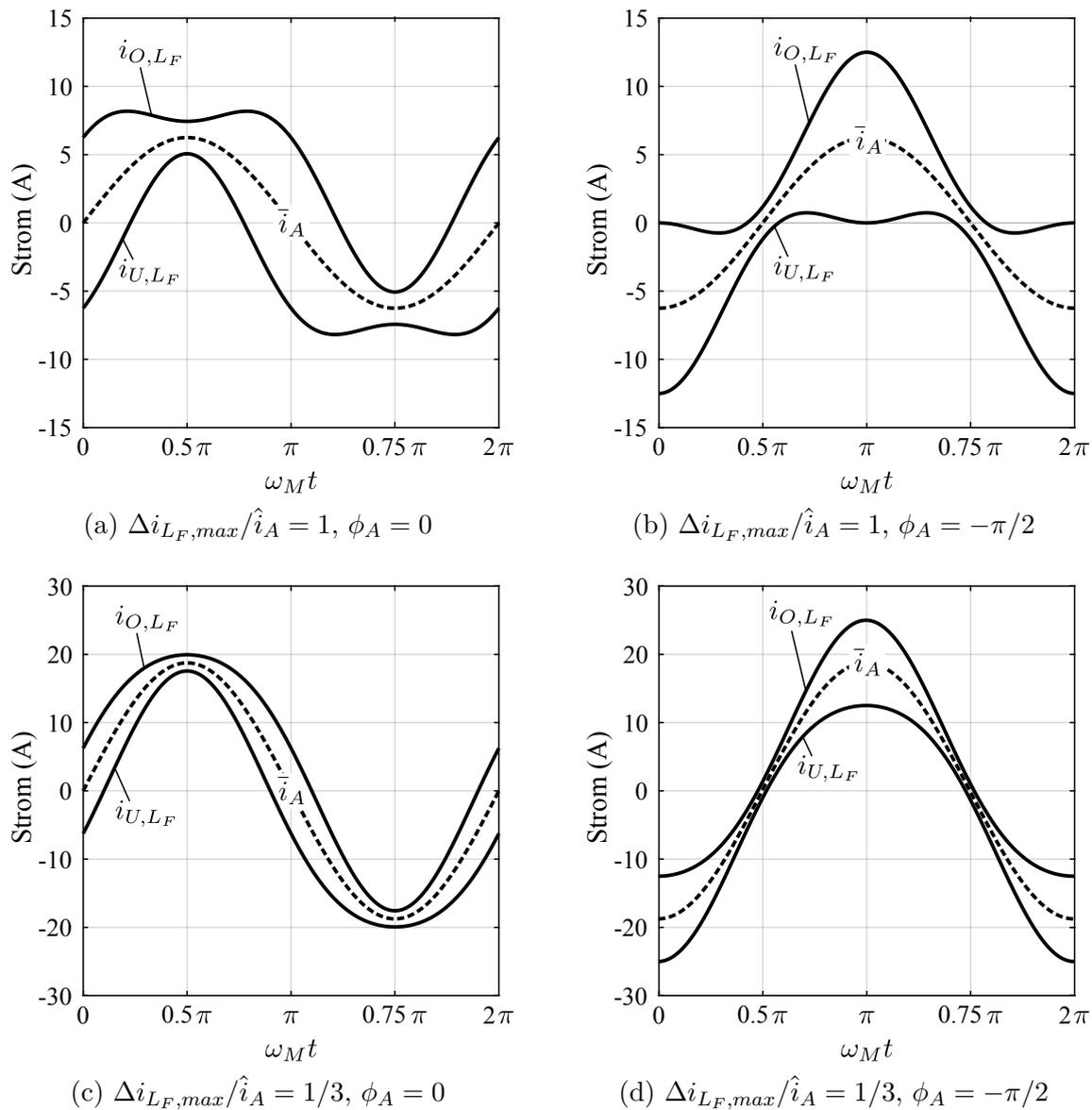


Abbildung 5.19: Simulierter Verlauf des Filterinduktivitätsstroms i_{L_F} der Sinusmodulation für unterschiedliche Verhältnisse aus maximalem Ripplestrom $\Delta i_{L_F,max}$ zum Scheitelwert des Ausgangsstroms \hat{i}_A bei ohmscher- und induktiver Last ($\phi_A = 0, \phi_A = -\pi/2$) mit dem Modulationsgrad $M = 0.9$ sowie den Parametern $U_d = 400 \text{ V}$, $f_S = 200 \text{ kHz}$ und $L_F = 40 \mu\text{H}$.

itätsstrom i_{L_F} innerhalb einer Schaltperiode T_S sowohl positives als auch negatives Vorzeichen annimmt, können die Leistungshalbleiter quasiresonant schalten. Dabei wird der Strom der Filterinduktivität während der Wechselsperzeiten der Halbleiter zum Umladen der intrinsischen Halbleiterkapazitäten verwendet. Die Leistungshalbleiter können damit spannungslos einschalten (Nullspannungsschalten). Für Halbleiter, bei denen die Kanalleitfähigkeit ausschließlich über Majoritätsladungsträger gebildet wird, reduzieren sich damit die Schaltverluste auf ein Minimum und können in der Regel vernachlässigt werden.

Raumzeigermodulation

Im Gegensatz zur Sinusmodulation weist die Raumzeigermodulation keine sinusförmige Modulationsfunktion $m_A(t)$ auf. Das Modulationssignal besteht aus der Überlagerung eines sinusförmigen Sollwertsignals mit abschnittsweise definierten Sinussignalen dreifacher Frequenz. Die abschnittweisen Funktionen können, wie in Anhang D gezeigt, in eine FOURIER-Reihe entwickelt werden. Normiert man die Amplitude der mittleren Sternpunktspannung \bar{u}_{N0} auf die halbe Zwischenkreisspannung $U_d/2$, ergibt sich mit einer zusätzlichen Phasenverschiebung um $-\pi/2$ rad das benötigte Gleichtaktsignal. Aus der Überlagerung der Sinusgrundwelle mit der FOURIER-Reihe der abschnittweisen Sinusfunktionen erhält man für einen Modulationsgrad zwischen $0 \leq M \leq 2/\sqrt{3}$ die zeitabhängige Modulationsfunktion $m_A(t)$ der Raumzeigermodulation.

$$m_A(t) = M \sin(\omega_M t + \varphi_{M_A}) + \underbrace{\frac{3\sqrt{3}}{2\pi} M \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(n\pi)}{1 - (3n)^2} \cos\left(3n\left(\omega_M t - \frac{\pi}{2}\right)\right)}_{\text{abschnittsweise Sinusfunktion}} \quad (5.56)$$

Bei der Raumzeigermodulation weisen die Mittelpunktspannungen u_{A0} , u_{B0} und u_{C0} keinen sinusförmigen Verlauf auf, da ihnen ein Gleichtaktsignal überlagert ist. Trotzdem sind die Phasenspannungen u_A , u_B und u_C der in Stern geschalteten Last weiterhin sinusförmig, was in Kapitel 2 gezeigt wurde. Somit fließt durch die Last, genau wie bei der Sinusmodulation, ein sinusförmiger mittlerer Phasenausgangsstrom \bar{i}_A . Mit dem Modulationswinkel $\varphi_{M_A} = 0$ erhält man durch Einsetzen des mittleren Phasenausgangsstroms \bar{i}_A aus Gleichung 5.53 und der Modulationsfunktion aus 5.56 in die Gleichung 5.45 und 5.46 die Ober- und Untergrenze des Induktivitätsstroms.

$$i_{O,L_F}(t) = \hat{i}_A \sin(\omega_M t + \phi_A) + \Delta i_{L_F,max} \left[1 - M^2 \left(\sin(\omega_M t) + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(n\pi)}{1 - (3n)^2} \cos\left(3n\left(\omega_M t - \frac{\pi}{2}\right)\right) \right) \right] \quad (5.57)$$

$$i_{U,L_F}(t) = \hat{i}_A \sin(\omega_M t + \phi_A) - \Delta i_{L_F,max} \left[1 - M^2 \left(\sin(\omega_M t) + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(n\pi)}{1 - (3n)^2} \cos\left(3n\left(\omega_M t - \frac{\pi}{2}\right)\right) \right) \right] \quad (5.58)$$

Die simulierten Grenzen des Induktivitätsstroms sind in den Abbildungen 5.20 dargestellt. Dabei zeigt die Abbildung 5.20(a) und 5.20(c) die Induktivitätsstromgrenzen bei ohmscher Last und die Abbildung 5.20(b) und 5.20(d) bei induktiver Last. Im Vergleich zur Sinusmodulation treten bei der Raumzeigermodulation mit ohmscher Last deutlich größere Maximalwerte des Induktivitätsstroms auf, wohingegen die Extremwerte bei induktiver Last identisch sind. Tendenziell erhöht die Raumzeigermodulation aber den Stromrippel in der Filterinduktivität.

Bei der Versorgung von dynamischen Drehstromsynchronmotoren tritt sowohl der ohmsche Lastfall bei konstanter Drehzahl, wie auch der induktive Lastfall beim Beschleunigen bzw. Abbremsen

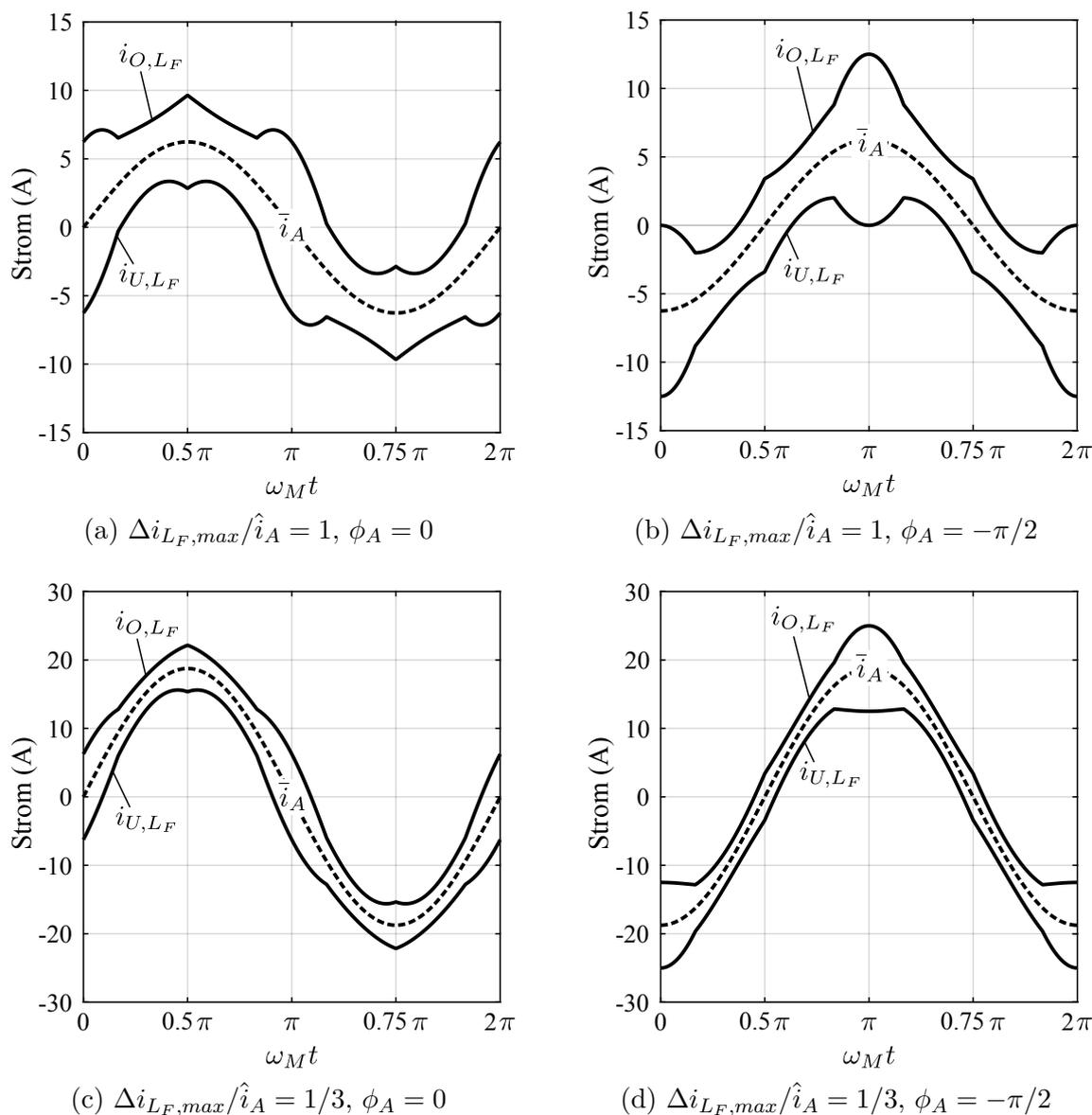


Abbildung 5.20: Simulierter Verlauf des Filterinduktivitätsstroms i_{L_F} der Raumzeigermodulation für unterschiedliche Verhältnisse aus maximalem Ripplestrom $\Delta i_{L_F,max}$ zum Scheitelwert des Ausgangsstroms \hat{i}_A bei ohmscher- und induktiver Last ($\phi_A = 0, \phi_A = -\pi/2$) mit dem Modulationsgrad $M = 0.9$ mit den Parametern $U_d = 400 \text{ V}$, $f_S = 200 \text{ kHz}$ und $L_F = 40 \mu\text{H}$.

des Motors auf. Die Filterinduktivität L_F muss dabei in jedem Fall so dimensioniert werden, dass das Ferritmaterial der Induktivität für alle auftretenden Betriebsfälle nicht sättigt. Die Sättigung des Kernmaterials hätte einen schlagartigen Abfall des Induktivitätswerts zur Folge, womit der Strom in der Filterinduktivität sehr abrupt ansteigt. Ohne schnelle Überstromabschaltung werden dadurch die Halbleiter irreversibel beschädigt. Am kritischsten ist hierbei der Extremwert des Filterinduktivitätsstroms, da dort die größte magnetische Feldstärke \mathbf{H} im Kernmaterial auftritt. Die zur Filterdimensionierung benötigten Extremwerte treten mit identischen Amplituden unabhängig vom Modulationsverfahren bei induktiver Last auf.

5.4 Modularität von Stromrichtern mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter

Die Modularität leistungselektronischer Schaltungen ermöglicht es, durch die Verschaltung mehrerer identischer Baugruppen die zulässigen Spannungs- oder Stromwerte des Gesamtsystems zu erhöhen. Dadurch wird eine hohe Flexibilität erreicht und ein breiter Anwendungs- und Leistungsbereich abgedeckt. Entscheidend ist dabei, dass bei modularen Systemen für die Skalierung keine Neudimensionierung der Baugruppe erforderlich ist. Deshalb wird im Folgenden untersucht, inwieweit der Sinusfilter zur Modularität von Stromrichtern beitragen kann.

5.4.1 Serienschaltung

Durch die Serienschaltung von N Halbbrücken mit Sinusfiltern können Stromrichter Spannungen ausgeben, die N mal so groß wie die Sperrspannungen der einzelnen Halbleiter sind. Im Allgemeinen benötigt man dazu aber einen Zwischenkreis, der aus N galvanisch getrennten Spannungsquellen besteht [117]. Die Serienschaltung aus einem gemeinsamen Zwischenkreis ist nur für $N = 2$ möglich, was in Abbildung 5.21 dargestellt ist. Die Schaltung besteht dabei aus zwei identischen Halbbrücken, an denen jeweils die halbe Zwischenkreisspannung $U_d/2$ anliegt.

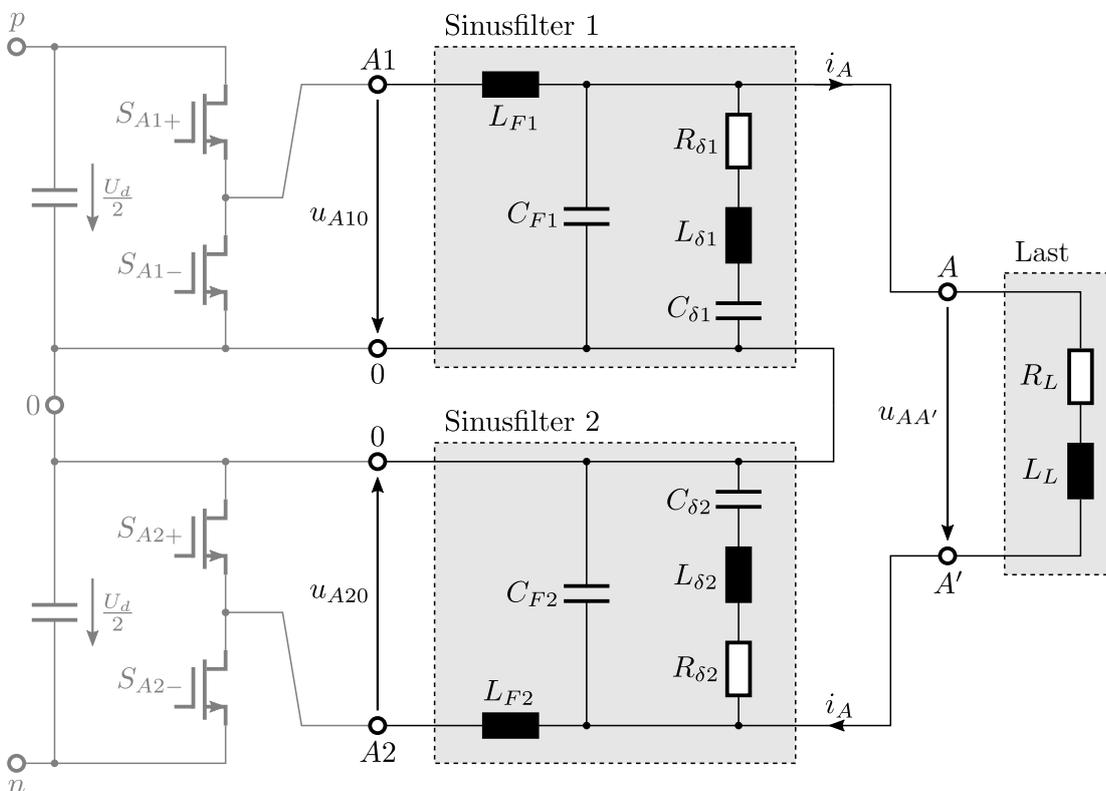


Abbildung 5.21: Serienschaltung von zwei Halbbrücken mit Sinusfilter aus einem gemeinsamen Spannungszwischenkreis.

Man erkennt, dass der Sinusfilter 2 gespiegelt zum Sinusfilter 1 aufgebaut ist. Außerdem sind beide Sinusfilter mit dem gemeinsamen Nullpotential 0 verbunden. Diese Schaltung erzeugt zwei Ausgangspotentiale zwischen denen die Spannung $u_{AA'}$ anliegt. Damit ist ausschließlich der Anschluss einer einphasigen Last möglich. Eine Erweiterung auf das Dreiphasensystem wäre nur realisierbar, wenn jede Phase einzeln versorgt wird. Anstatt der üblichen drei Leitungen benötigt man damit aber sechs.

5.4.2 Parallelschaltung

Durch das Parallelschalten von N Halbbrücken mit Sinusfiltern kann der maximale Phasengsamtstrom i_{Ages} um den Faktor N erhöht werden. Die Spannungsversorgung der N Halbbrücken erfolgt dabei mit der gemeinsamen Zwischenkreisspannung U_d . Das Prinzip der modularen Parallelschaltung am Phasenausgang ist in Abbildung 5.22 schematisch dargestellt. Dabei sind alle N Halbbrücken parallel zum gemeinsamen Zwischenkreis geschaltet und besitzen jeweils einen Sinusfilter. Die Phasenausgänge aller N Sinusfilter sind miteinander verbunden und ebenfalls parallel geschaltet. Es stellt sich die Frage, ob diese Verschaltung Auswirkungen auf die Spannungsübertragungsfunktion des Sinusfilters hat. Dies wird nachfolgend für die in Abbildung 5.22 dargestellte Sinusfiltervariante 1 näher untersucht. Zur Berechnung der Gesamtübertragungs-

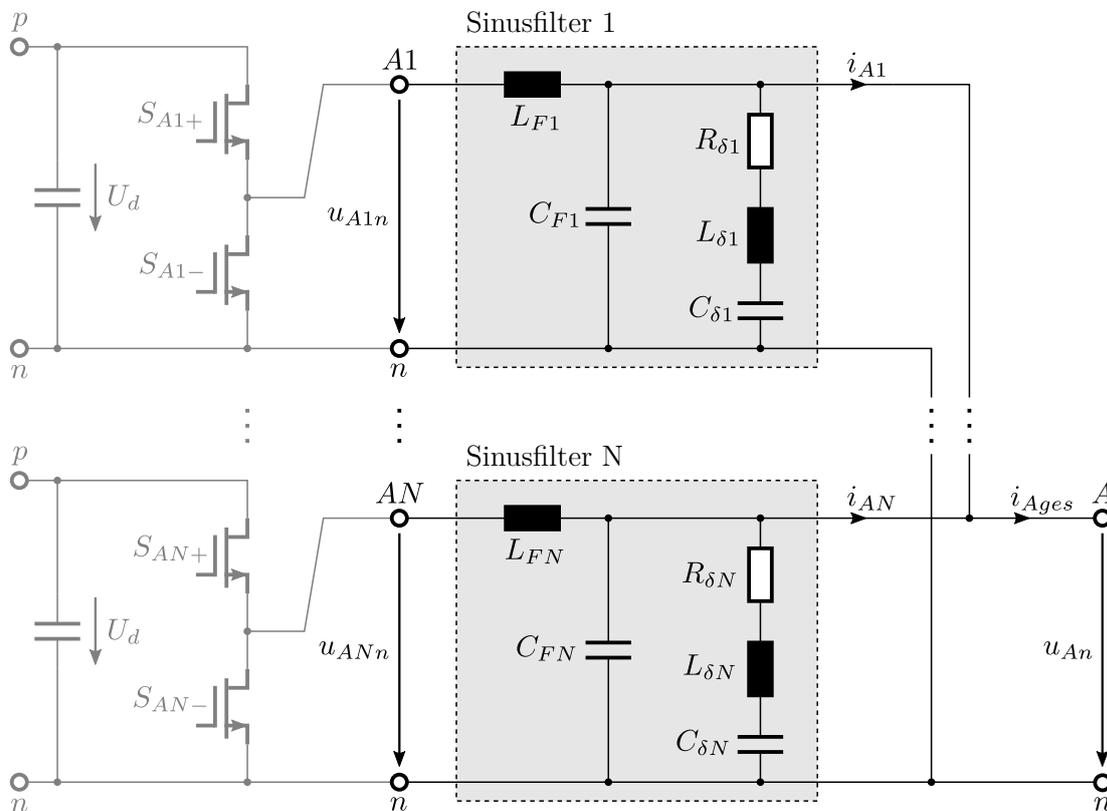


Abbildung 5.22: Parallelschaltung von N unabhängigen Halbbrücken mit Sinusfilter aus einem gemeinsamen Spannungszwischenkreis.

funktion gilt die Annahme, dass alle Bauteilwerte der Filter identisch sind. Damit gilt:

$$L_{F1} = L_{F2} = \dots = L_{FN} = L_F \quad (5.59)$$

$$C_{F1} = C_{F2} = \dots = C_{FN} = C_F \quad (5.60)$$

$$R_{\delta 1} = R_{\delta 2} = \dots = R_{\delta N} = R_\delta \quad (5.61)$$

$$L_{\delta 1} = L_{\delta 2} = \dots = L_{\delta N} = L_\delta \quad (5.62)$$

$$C_{\delta 1} = C_{\delta 2} = \dots = C_{\delta N} = C_\delta \quad (5.63)$$

Die Eingangsspannungen u_{A1n} bis u_{ANn} der Sinusfilter sind bei gleicher Ansteuerung der Halbbrücken identisch. Deshalb können zur weiteren Berechnung die Eingangsklemmen ebenso wie die Ausgangsklemmen als parallel geschaltet betrachtet werden. Alle Längsinduktivitäten L_{Fx} liegen damit parallel zueinander, wodurch sich folgende Gesamtinduktivität L_{Fges} ergibt:

$$\frac{1}{L_{Fges}} = \frac{1}{L_{F1}} + \frac{1}{L_{F2}} + \dots + \frac{1}{L_{FN}}$$

$$L_{Fges} = \frac{L_F}{N} \quad (5.64)$$

Das heißt, die effektiv wirkende Gesamtinduktivität L_{Fges} verringert sich indirekt proportional zur Anzahl N der parallel geschalteten Sinusfilter.

Alle Filterkapazitäten C_{Fx} sind ebenfalls parallel angeordnet, womit für die Gesamtkapazität C_{Fges} gilt:

$$C_{Fges} = C_{F1} + C_{F2} + \dots + C_{FN}$$

$$C_{Fges} = N C_F \quad (5.65)$$

Erwartungsgemäß erhöht sich der Wert der effektiven Filterkapazität C_{Fges} direkt proportional zur Anzahl N der parallel geschalteten Sinusfilter. Für die Bauteilwerte des Dämpfungsnetzwerks gilt außerdem:

$$R_{\delta ges} = \frac{R_\delta}{N} \quad L_{\delta ges} = \frac{L_\delta}{N} \quad C_{\delta ges} = N C_\delta \quad (5.66)$$

Unter der Annahme, dass alle Halbbrücken einen identischen Phasenstrom i_A führen, kann der Gesamtstrom am Filterausgang um den Faktor N gesteigert werden.

$$i_{Ages} = i_{A1} + i_{A2} + \dots + i_{AN} \quad (5.67)$$

$$i_{Ages} = N i_A \quad (5.68)$$

Nimmt man weiter eine statistische Verteilung der Filterbauteilwerte an, so bewirkt die Parallelschaltung eine Mittelung der Bauteilvarianz. Damit reduziert sich die Varianz der Spannungsübertragungsfunktion durch die Parallelschaltung der Sinusfilter.

Der Wert der Filterinduktivität wurde bei der Dimensionierung mit $L_F = 40 \mu\text{H}$ klein gegenüber der Lastinduktivität L_L gewählt. Damit führt der induktive Spannungsteiler aus Filter- und Lastinduktivität nur zu einem geringen Spannungsabfall an der Filterinduktivität. Ein kleiner Wert der Filterinduktivität L_F resultiert aber in einem verhältnismäßig großen Stromrippel Δi_{L_F} . Die Gesamtinduktivität L_{Fges} nimmt bei der Parallelschaltung indirekt proportional mit der Anzahl N der Baugruppen ab. Deshalb ist es durch Parallelschaltung von Halbbrücken mit Sinusfiltern möglich, die Wirkung der ursprünglichen Gesamtinduktivität L_{Fges} beizubehalten, obwohl die Werte der einzelnen Filterinduktivitäten L_F um den Faktor N erhöht werden. Damit nimmt der Stromrippel Δi_{L_F} in den Filterinduktivitäten nach Gleichung 5.49 ebenfalls um das N -fache ab. Häufig versetzt man zusätzlich die Trägersignale der N Halbbrücken um einen Phasenwinkel von $2\pi/N$ rad. Damit erhöht sich die effektive Frequenz f_{Sges} an den Filter- und Zwischenkreiskondensatoren auf Nf_S , wodurch ihr Spannungsrippel abnimmt. Diese Maßnahme führt zu einer weiteren Verbesserung der Signalqualität des Stromrichters [113].

Problematisch ist bei der Parallelschaltung die gleichmäßige Verteilung der einzelnen Phasenströme i_{Ax} im stationären als auch im dynamischen Betrieb. Eine ungleiche Verteilung entsteht beispielsweise durch Parameterschwankungen der Filterbauteile sowie durch unterschiedliche Ein- und Auszeiten der Ansteuersignale. Ein Vergleich unterschiedlicher Methoden, die zu einer gleichmäßigen Verteilung der Phasenströme führen, wird in [118] gegeben. Die einfachste Möglichkeit besteht darin, die N Phasenströme einzeln zu messen und separat zu regeln. Weitere Methoden berechnen die Verteilung der Phasenströme über eine Messung der Zwischenkreisspannung mit anschließender FOURIER-Transformation [119]. Dadurch wird der Messaufwand deutlich reduziert, aber die benötigte Rechenleistung nimmt stark zu.

5.5 Eigenschaften und Einfluss realer Bauteile

Bis zum jetzigen Zeitpunkt wurden alle passiven Bauteile als ideale lineare zeitinvariante Komponenten betrachtet, weil dies die mathematische Beschreibung deutlich vereinfacht. Der Vollständigkeit halber werden im Folgenden Abweichungen vom Idealfall untersucht. Für diese Arbeit sind dazu zwei Bauteileigenschaften entscheidend.

1. Hochfrequenzeigenschaften
2. Nichtlineare Eigenschaften

Die Hochfrequenzeigenschaften der Bauteile können für Frequenzen bis 100 MHz in guter Näherung durch Ersatzschaltungen mit idealen passiven Bauteilen angenähert werden [96]. Die reale Induktivität bildet aufgrund von Wicklungskapazitäten einen Parallelschwingkreis hoher Güte. Die Dämpfung der Eigenresonanz ist nach Gleichung 5.3 umso höher, je kleiner der Wert der parasitären Wicklungskapazität ist. Die Eigenkreisfrequenz verschiebt sich damit zu höheren Frequenzen, an denen Zusatzverluste durch Stromverdrängungseffekte die Dämpfung weiter verstärken. Bei der Realisierung einer Induktivität ist deshalb die parasitäre Wicklungskapazität so klein wie möglich zu halten. Dies gelingt nach [120] durch einen einlagigen Wicklungsaufbau.

Vor allem bei der Filterinduktivität L_F am Phasenausgang der Halbbrücken sollte dies berücksichtigt werden, da diese Wicklungskapazität erhöhte Schaltverluste in den Leistungshalbleiter verursacht. Die reale Kapazität bildet aufgrund der Anschlussinduktivitäten (ESL) einen Serienschwingkreis, der über einen äquivalenten Serienwiderstand (ESR) bedämpft ist. Für Frequenzen oberhalb der Eigenresonanzfrequenz nimmt die Impedanz des realen Kondensators wieder zu. Das muss bei der Auswahl der Filterkapazität C_F berücksichtigt werden. Allgemein führt das reale Hochfrequenzverhalten der Bauteile zu verändertem Filterverhalten im hohen Frequenzbereich, was aber mit Schaltungssimulatoren wie LTSPICE [40] berücksichtigt werden kann.

Deutlich komplexer ist es, nichtlineares Bauteilverhalten und Hysterese abzubilden. Nichtlinear bedeutet dabei, dass sich die Bauteilwerte- und Eigenschaften in Abhängigkeit der Klemmgrößen verändern. Durch die Hysterese hängt das Verhalten zusätzlich von den in der Vergangenheit anliegenden Klemmgrößen ab. Die Modellierung und Simulation dieser Effekte ist häufig nur im Zeitbereich möglich. Für den Sinusfilter wirken sich Nichtlinearitäten besonders nachteilig aus. Bei Induktivitäten mit ferromagnetischen Kernmaterialien ist der Induktivitätswert abhängig vom Strom, der durch die Induktivität fließt. Die Ursache für dieses Verhalten ist ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen magnetischer Feldstärke \mathbf{H} und Flussdichte \mathbf{B} [121]. Weitere Nichtlinearitäten treten beim Einsatz von Keramik Kondensatoren mit ferrielektrischen Dielektrikum auf, die im Vergleich zu Elektrolyt- und Folienkondensatoren eine deutlich höhere Energiedichte aufweisen. Die relative Permittivität ϵ_r ferrielektrischer Dielektrika [122, 123] ist dabei stark von der elektrischen Feldstärke \mathbf{E} im Dielektrikum abhängig. Deshalb variiert der Kapazitätswert ferrielektrischer Kondensatoren mit der angelegten Kondensatorspannung und kann bei Nennspannung auf bis zu 20 % des Kapazitätsnennwerts fallen. Für den entworfenen Sinusfilter führen Nichtlinearitäten dazu, dass sich die Kennkreisfrequenz ω_0 des Filters in Abhängigkeit der Spannungen- und Ströme verschiebt, was die Dämpfungswirkung des Dämpfungsnetzwerks reduziert. Dadurch wird die Stabilitätsreserve und die erreichbare Bandbreite des Stromrichters mit Sinusfilter eingeschränkt, was in Kapitel 6 gezeigt ist. Aus diesem Grund sollten die Filterbauteile im vorgegebenen Betriebsbereich keine starken Nichtlinearitäten aufweisen.

5.6 Ergebnisse des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter

Die theoretischen Berechnungen des Stromrichters mit Sinusfilter werden mit dem Prototyp aus Abbildung 5.23, der bereits in [62] eingesetzt wurde, verifiziert. Die drei Halbbrücken des Stromrichters bestehen aus sechs GaN-HEMTs vom Typ GS66506T [124]. Die Leistungshalbleiter sind über das elektrisch isolierende Polyimid vom Typ Hi-Flow[®] 300P auf den Aluminiumkühlkörper montiert und werden über drei Si8233 Gate-Treiber Bausteine, die zwei unabhängige galvanisch getrennte Treiberendstufen enthalten, angesteuert. Das Sinusfilter besteht aus drei Ringspulen, die sich jeweils aus zwei gestapelten Micrometals T157-2 Eisenpulverkernen zusammensetzen. Der verteilte Luftspalt der Eisenpulverkern bewirkt einen flachen Sättigungsverlauf, wodurch

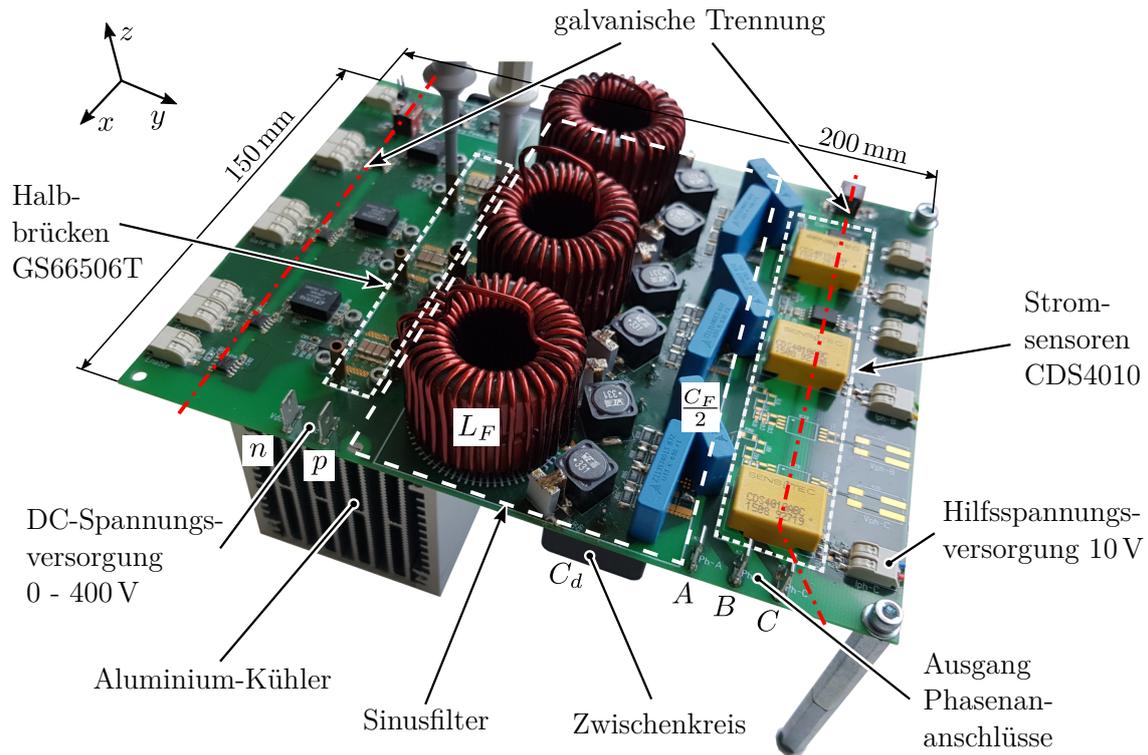


Abbildung 5.23: Prototyp des dreiphasigen GaN-Stromrichters mit Sinusfilter.

sich ein annähernd lineares Verhalten des Sinusfilters ergibt. Die Eisenpulverkerne sind einlagig mit 38 Wicklungen Kupferdraht mit 1.6 mm Durchmesser gewickelt, was die parasitäre Kapazität der Filterinduktivität reduziert und Schwingungen unterdrückt, die durch die kurzen Schaltvorgänge der GaN-HEMTs angeregt werden. Für ein möglichst lineares Verhalten des Sinusfilters werden anstatt der deutlich kompakteren Keramikcondensatoren Foliencondensatoren eingesetzt, da bei diesen der Kapazitätswert nur geringfügig mit der Spannung variiert. Die Bauteilwerte des Sinusfilters entsprechen denen aus Tabelle 5.4. Damit ergibt sich eine Kennfrequenz

Tabelle 5.4: Parameter des 2-Level Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter.

Teilsystem	Parameter	Wert	Einheit
Stromrichter	Zwischenkreisspannung	U_d	400 V
	Zwischenkreiskapazität	C_d	30 μF
	Schaltfrequenz	f_S	200 kHz
Sinusfilter	Filterinduktivität	L_F	40 μH
	Filterkapazität	C_F	680 nF
	Dämpfungswiderstand	R_δ	50 Ω
	Dämpfungsinduktivität	L_δ	165 μH
	Dämpfungskapazität	C_δ	94 nF

von $f_0 = 30 \text{ kHz}$ und eine Filtergüte von $Q = 10$. Diese Filtergüte resultiert in einer maximalen Überhöhung von 20 dB (Faktor 10) in der Spannungsübertragungsfunktion des Sinusfilters. Die Phasenstrommessung am Ausgang der Sinusfilter erfolgt über drei magnetoresistive Stromsensoren von Typ Sensitec CDS4010 [125]. Der Schaltplan des dreiphasigen Stromrichters mit symmetrischem Sinusfilter ist in Abbildung 5.24 dargestellt.

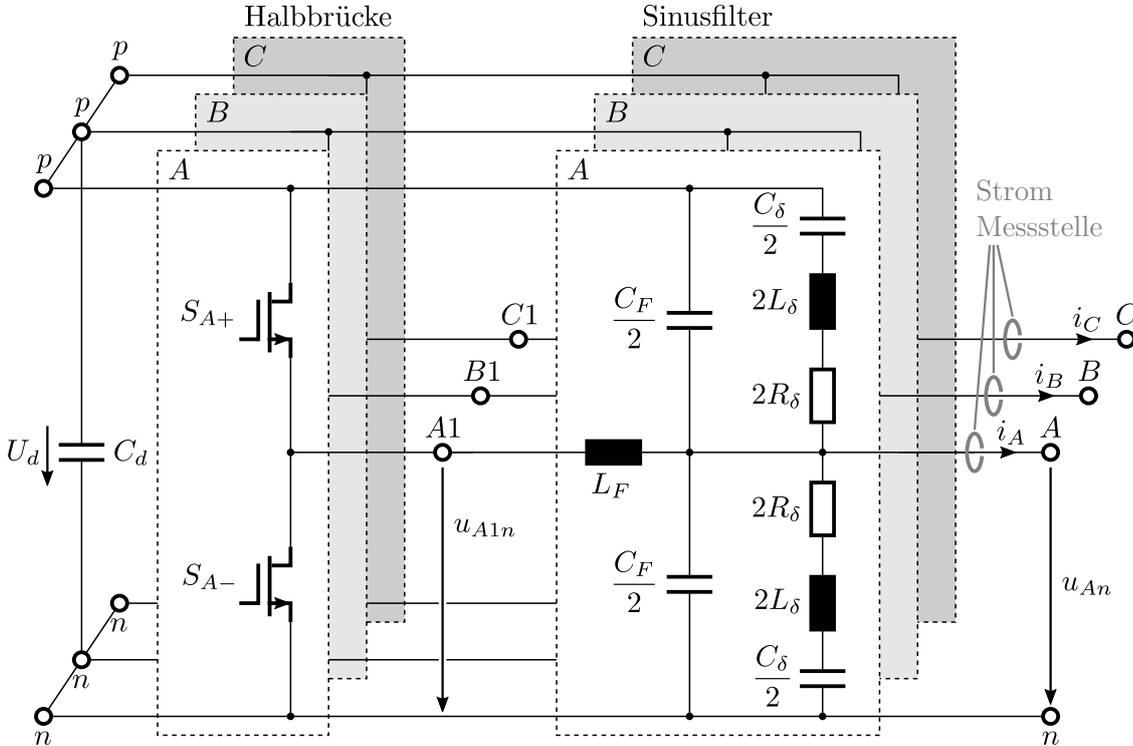


Abbildung 5.24: Schaltplan des 2-Level Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und symmetrischem Sinusfilter.

5.6.1 Signalverläufe

Die berechneten Spannungs- und Stromverläufe des Sinusfilters lassen sich im spannungsgesteuerten Betrieb des Stromrichters verifizieren. Dazu speist man ein sinusförmiges Sollwertsignal (Modulationssignal) direkt am Eingang des Pulsweitenmodulators ein. Die Messungen der analogen Signalverläufe des Stromrichters erfolgen dabei über ein 8-kanaliges YOKOGAWA DLM4058 Oszilloskop mit der Analogbandbreite von 500 MHz und einer Abtastrate von 2.5 GS/s. Die Filterausgangsspannung wird mit einem 150 MHz Differenzastkopf vom Typ YOKOGAWA 701927 und die Ströme mit 100 MHz Stromzangen vom Typ YOKOGAWA 701928 gemessen. Für die Phase A ist dies mit dem Motornennstrom der Amplitude \hat{i}_A in Abbildung 5.25 dargestellt. Aufgrund der hohen Modulationskreisfrequenz wirkt die Motorlast dominant induktiv und der Phasenstrom i_A eilt der Filterspannung u_{A_n} um den Lastwinkel $\phi_A = -\pi/2$ nach.

$$i_A = \hat{i}_A \sin(\omega_M t + \phi_A) = -\hat{i}_A \cos(\omega_M t) \quad (5.69)$$

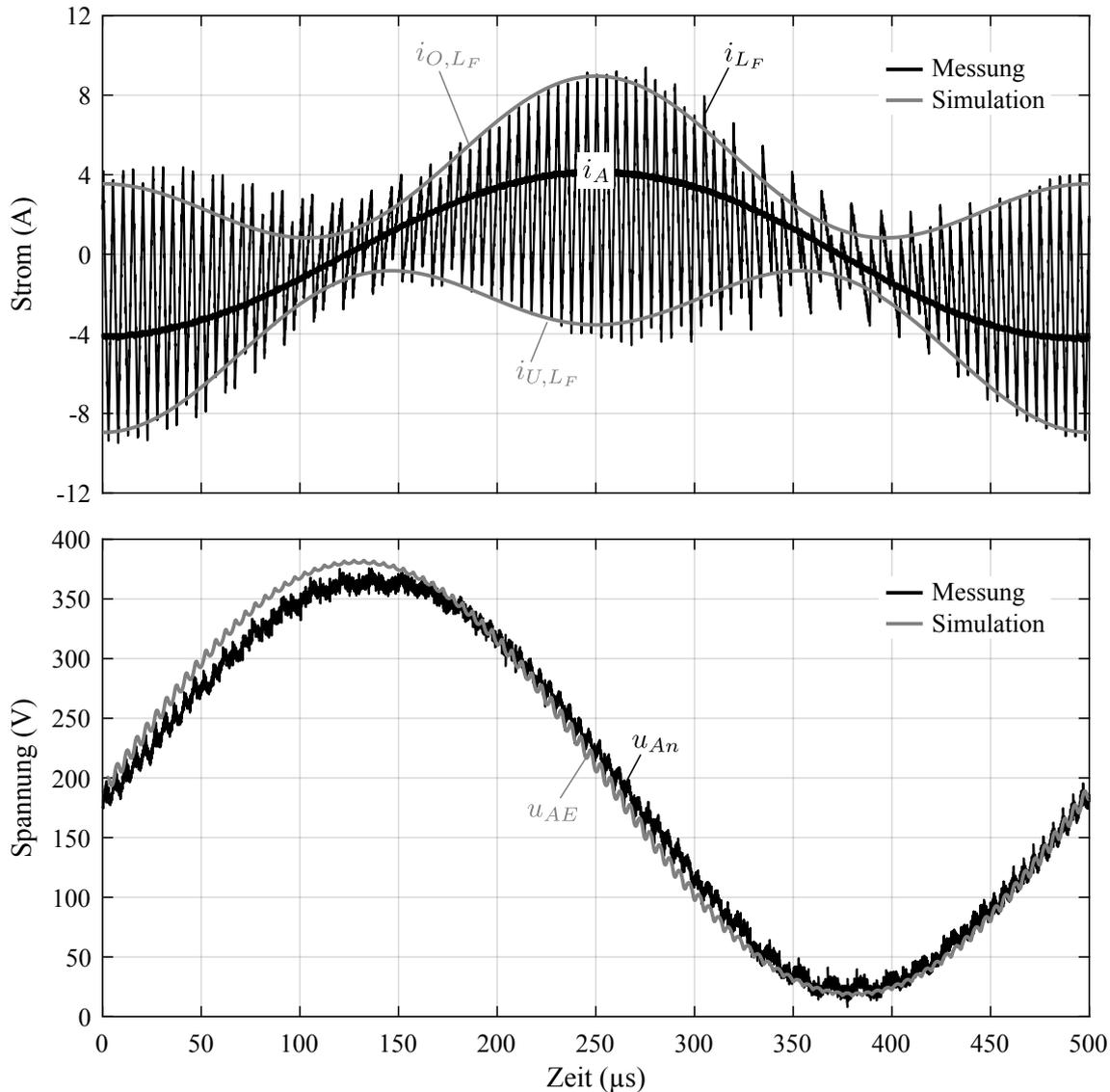


Abbildung 5.25: Messung des Filterinduktivitätsstroms i_{LF} , des Phasenstroms i_A und der Filterspannung u_{An} bei sinusförmiger Aussteuerung mit dem Modulationsgrad $M = 0.9$, der Modulationskreisfrequenz $\omega_M = 2\pi \cdot 2 \text{ kHz}$ und dem Motornennstrom $\hat{i}_A = \sqrt{2} \cdot 3 \text{ A}$. Zum Vergleich sind zusätzlich die berechneten Ober- und Untergrenzen $i_{O,LF}$ und $i_{U,LF}$ des Filterinduktivitätsstroms, sowie die Ersatzquellenleerlaufspannung u_{AE} aufgetragen.

Die vereinfacht berechneten Ober- und Untergrenzen des Induktivitätsstroms $i_{O,LF}$ und $i_{U,LF}$ aus Gleichung 5.45 und 5.46 stimmen gut mit den gemessenen überein, wenn die Gleichungen um den mittleren Filterkapazitätsstrom \bar{i}_{CF} erweitert werden. Diese Erweiterung wird aufgrund der hohen Modulationskreisfrequenz von $\omega_M = 2\pi \cdot 2 \text{ kHz}$ benötigt. Mit der Differentialgleichung des Kondensators $i = C \frac{du}{dt}$ und der über eine Taktperiode gemittelten Kondensatorspannung nach Gleichung 2.45 ergibt sich für den mittleren Filterkapazitätsstrom \bar{i}_{CF} nachfolgender Zusammenhang.

$$\bar{i}_{CF} = \omega_M C_F M \frac{U_d}{2} \cos(\omega_M t) = \hat{i}_{CF} \cos(\omega_M t) \quad (5.70)$$

Bei induktiver Last ist der mittlere Strom durch die Filterkapazität \bar{i}_{C_F} exakt gegenphasig zum Phasenstrom i_A aus Gleichung 5.69. Das heißt er ist um den Winkel π phasenverschoben. Der mittlere Induktivitätsstrom \bar{i}_{L_F} ergibt sich dabei aus der Summe des Phasenstroms i_A und des mittleren Kapazitätsstroms \bar{i}_{C_F} .

$$\begin{aligned}\bar{i}_{L_F} &= i_A + \bar{i}_{C_F} = -\underbrace{(\hat{i}_A - \hat{i}_{C_F})}_{\hat{i}_{L_F}} \cos(\omega_M t) \\ &= -(\sqrt{2} \cdot 3 \text{ A} - 1.54 \text{ A}) \cos(\omega_M t) = -2.7 \text{ A} \cos(\omega_M t)\end{aligned}\quad (5.71)$$

Die Amplitude des mittleren Filterkapazitätsstroms \bar{i}_{C_F} verringert somit bei induktiver Last die Amplitude des mittleren Induktivitätsstroms \hat{i}_{L_F} und damit auch die Obergrenze des Induktivitätsstroms i_{O,L_F} .

An einigen Stellen überschreitet der gemessene Induktivitätsstrom i_{L_F} die berechneten Grenzen. Die Ursache für dieses Verhalten konnte nicht aufgeklärt werden. Der Effekt tritt weder in der dreiphasigen LTSPICE, noch in der Simulink[®] Simulation auf.

Die gemessene Filterausgangsspannung u_{An} in Abbildung 5.25 stimmt ebenfalls in guter Näherung mit der berechneten Leerlaufspannung der Ersatzspannungsquelle u_{AE} überein. Der Grund dafür ist, dass sich der Stromrichter mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter annähernd wie eine ideale Spannungsquelle mit vernachlässigbar kleiner Quellimpedanz verhält. Der mittlere Spannungsabfall \bar{u}_{L_F} der Filterinduktivität L_F ist relativ gering.

$$\bar{u}_{L_F} = L_F \frac{d\bar{i}_{L_F}}{dt} = \hat{i}_{L_F} \omega_M L_F \sin(\omega_M t) = 1.36 \text{ V} \sin(\omega_M t) \quad (5.72)$$

Im Spannungsbereich zwischen 100 und 300 V ist der gemessene Verlauf der Filterspannung u_{An} annähernd deckungsgleich mit dem simulierten. Größere Abweichungen zwischen Messung und Simulation treten um die Extremwerte der Filterspannung auf. Eine plausible Erklärung dafür ist die beschriebene Anomalie des Filterinduktivitätsstroms, die an den Extremwerten der Filterspannung ebenfalls am größten ist.

Zusammenfassend kann durch den zusätzlichen Sinusfilter am Ausgang der Halbbrücke die Signalqualität und damit auch das elektromagnetische Störverhalten des Stromrichters verbessert werden. Im Gegensatz zum Stand der Technik ist der Stromrichter mit Sinusfilter modular und kann ohne Änderungen der Hardware am Phasenausgang parallel geschaltet werden, wodurch sich der maximale Ausgangsstrom vervielfacht. Damit können prinzipiell ganze Stromrichterfamilien unterschiedlicher Leistung mit nur einer Baugruppe realisiert werden. Zusammen mit dem effizienten Betrieb von GaN- und SiC-Halbleitern bei Schaltfrequenzen $f_S > 100 \text{ kHz}$ lässt sich weiterhin das Filtervolumen und die Filterverlustleistung minimieren. Damit erreicht man eine hohe Leistungsdichte der optimierten Baugruppe.

6 Regelung des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter

Durch die Erweiterung des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis um den Sinusfilter wird dem System eine schwach gedämpfte Resonanzstelle hinzugefügt, die zu Instabilität im Regelkreis führt und bei der Reglerauslegung berücksichtigt werden muss. Die Anregung der Resonanzstelle erfolgt im vorliegenden System beispielsweise durch Spannungsschwankungen im Zwischenkreis des Stromrichters, durch Störungen des Laststroms, durch Messrauschen der Phasenströme oder durch die Sollwertvorgabe des Reglers. Die Anregung der Resonanzfrequenz durch den Sollwertsignalverlauf des Reglers lässt sich mit digitalen Filtern auf einen vernachlässigbaren Wert reduzieren. Diese Arte der Filterung wird häufig als Sollwertfilter oder als Führungsgrößenfilter bezeichnet. Die von Außen auf das System einwirkenden Störungen können im Gegensatz zum Sollwertsignal nicht ohne weiteres über Filter beeinflusst werden. Im Allgemeinen ist es möglich diese durch aktive Schwingungsdämpfung zu bedämpfen. Dabei wird vom Regler ein zum Störsignal gegenphasiges Signal generiert. Aufgrund der Resonanzüberhöhung wird dazu bereits bei kleinen Störsignalpegeln eine große Stellenergie benötigt. Im vorliegenden Sinusfilter verursacht das gegenphasige Signal zusätzliche unerwünschte Verluste im Dämpfungsnetzwerk des Filters, die bei der Auslegung nicht berücksichtigt wurden. Aufgrund dieser Tatsache wird für das vorliegende System keine aktive Schwingungsdämpfung untersucht, bei der die Reglerbandbreite oberhalb der Resonanzstelle des Sinusfilters liegt.

In Anwendungen, die eine hohe Signalqualität der Ausgangsspannungen und Ströme erfordern, wird die Regelung ähnlicher Stromrichtersysteme mit schwach gedämpften LC-Filtern bereits seit Jahrzehnten eingesetzt. Beispiele hierfür sind die verteilte Stromerzeugung, aktive Filter, Energiespeichersysteme und unterbrechungsfreie Stromversorgungen. Die entwickelten Reglerverfahren unterscheiden sich dabei in der Komplexität des Reglers, sowie in der Anzahl der gemessenen Zustandsgrößen und damit auch hinsichtlich der benötigten Rechenleistung und des Hardwareaufwands zur Istgrößenerfassung. Die meisten Reglerverfahren nutzen einen Kaskadenansatz, um hohe Dynamik und Stabilität bei gleichzeitig geringer stationärer Regelabweichung zu erzielen [126, 127]. Dem innersten und dynamischsten Regelkreis, der über den Filterinduktivitätsstrom geschlossen ist, wird dabei ein äußerer Regelkreis geringerer Dynamik zur Regelung der Filterinduktivitätsspannung überlagert. Der innere Stromregelkreis garantiert ein schnelles Ausregeln von Laststörungen und Änderungen des Sollwertsignals, während der Spannungsregler die stationären Spannungsabweichungen minimiert. Diese Reglervariante wird bei einphasigen DC-DC Abwärtswandlern mit hohen Dynamikanforderungen bereits seit vielen Jahrzehnten ein-

gesetzt, erfordert aber jeweils eine Strom- und Spannungsmessung pro Phase. Das Dimensionieren der Regler kann in digitalen Regelkreisen beispielsweise über den Kompensationsregler für endliche Einstellzeit (Dead-Beat-Regler) [128, 129] erfolgen. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Reglerauslegung vom Laststrom und der Lastimpedanz abhängt. Deshalb führt jede Abweichung zu nicht optimalem Verhalten. Ein weiterer Ansatz, der hohe Dynamik ermöglicht, sind prädiktive Reglerverfahren [130, 131]. Dabei versucht man über Beobachterstrukturen nicht gemessene Zustandsgrößen möglichst exakt dynamisch zu schätzen und stationäre Abweichungen über die gemessenen Istgrößen auf null zu regeln. Möchte man komplexe Reglerstrukturen und die Messung mehrerer Zustandsgrößen vermeiden, bietet sich eine einschleifige Regelung an, bei der die schwach gedämpften Polstellen der Regelstrecke durch die Nullstellen des Reglers kompensiert werden. Dazu wird in [132] ein digitaler Bandstoppfilter eingesetzt, der eine schwach gedämpfte Regelstrecke eines Gleichrichters am Versorgungsnetz mit LCL-Sinuseingangsfiler stabilisiert.

Im Gegensatz zu Stromrichteranwendungen zur Netzeinspeisung sind bei der Regelung elektrischer Antriebe die Phasenströme entscheidend, da sie physikalisch für den Drehmoment- bzw. Kraftaufbau der Maschine verantwortlich sind. Deshalb erfolgt die elektrische Zustandsgrößenerfassung in klassischen filterlosen Servostromrichtern ausschließlich über die Phasenströme. Um die beschriebenen Kaskadenstrukturen einzusetzen, könnte man den Stromrichter mit Sinusfilter um die Zustandsgrößenerfassung der Phasenspannungen und der Filterinduktivitätsströme erweitern. Diese Maßnahme führt im Vergleich zum klassischen Stromrichter zu einem erheblichen Mehraufwand der Istgrößenerfassung und resultiert in einer komplexeren Reglerstruktur. Deshalb soll in diesem Kapitel gezeigt werden, dass auch der um einen LC-Filter erweiterte Stromrichter nur anhand der Phasenströme dynamisch stromregelbar ist. Das vorliegende System mit seinen schnellen stabilen Polstellen kann nach [26] nur mit hoher Dynamik geregelt werden, wenn man die Polstellen der Regelstrecke mit Nullstellen des Reglers kompensiert. Möchte man die bekannte PI-Stromreglerstruktur des Stromrichters ohne Sinusfilter beibehalten, muss man dem Regler zusätzlich ein Übertragungssystem in Serie schalten, welches die Resonanzstelle des Sinusfilters manipuliert. Dies kann beispielsweise über einen digitalen Bandstoppfilter erfolgen. Im Idealfall kompensiert der Bandstoppfilter mit seinem doppelt konjugiert komplexen Nullstellenpaar das schwach gedämpfte konjugiert komplexe Polstellenpaar des Sinusfilters. Das Polstellenpaar des Sinusfilters sollte seine Lage durch den Anschluss der Last nicht verändern, was man durch geeignete Filterauslegung sicherstellt. Die doppelte Polstelle des Bandstoppfilters ist beliebig wählbar. Wählt man die Polstellen reell, verhält sich das ursprünglich schwach gedämpfte System wie ein System zweiter Ordnung im aperiodischen Grenzfall oder Kriechfall. Abweichungen der Regelstrecke führen zu verändertem dynamischen Systemverhalten, das sich destabilisierend auswirkt. Deshalb wird im Anschluss an die Untersuchung des digitalen Bandstoppfilters eine ausführliche Analyse des Regelungssystems unter Berücksichtigung von Parameterschwankungen des Sinusfilters durchgeführt.

6.1 Digitaler Bandstoppfilter

Die Übertragungsfunktion des analogen Bandstoppfilters $G_{BF}(s)$ ist nach [132] wie folgt definiert.

$$G_{BF}(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s^2 + 2D_Z\omega_{0B}s + \omega_{0B}^2}{s^2 + 2D_N\omega_{0B}s + \omega_{0B}^2} \quad (6.1)$$

Dabei sind D_Z und D_N die Dämpfungsgrade des Zählers, sowie des Nenners und ω_{0B} die Filterkreisfrequenz. Die Wahl der Dämpfungsgrade erfolgt nach der Berechnungsvorschrift in Anhang B, oder aufgrund der Lage der schwach gedämpften Polstellen der Regelstrecke. Grundsätzlich kann man die Übertragungsfunktion des analogen Bandstoppfilters $G_{BF}(s)$ auf unterschiedliche Weise in die digitale Form $H_{BF}(z)$ überführen.

$$H_{BF}(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}} \quad (6.2)$$

Dabei sind a_1, a_2, b_0, b_1 und b_2 die Filterkoeffizienten des digitalen Bandstoppfilters. Die Transformationsvorschrift hat dabei einen erheblichen Einfluss auf das Filterverhalten [133]. Deshalb wird für das Bandstoppfilter die bilineare Transformation, die bilineare Transformation mit Prewarping und die Pol-Nullstellen Abbildung nach [38, 51] gegenübergestellt.

6.1.1 Bilineare Transformation

Bei der bilinearen Transformation ersetzt man die komplexe Kreisfrequenz s durch [38, 52]:

$$s = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (6.3)$$

Dabei ist T die Abtastzeit des digitalen Filters. Bei der bilinearen Transformation werden alle Punkte der linken s -Ebene ($s = \sigma + j\omega$) mit negativem Realteil in Punkte innerhalb des Einheitskreises der z -Ebene ($z = r e^{j\Omega}$) abgebildet. Deshalb bleibt ein stabiles analoges System auch nach der bilinearen Transformation stabil. Für die harmonische Analyse ist die imaginäre Achse der s -Ebene mit $\sigma = 0$ von Bedeutung. Diese wird durch die bilineare Transformation auf den Einheitskreis $|z| = r = 1$ der z -Ebene abgebildet. Der Frequenzbereich $-\infty \leq \omega \leq \infty$ der analogen Übertragungsfunktion wird dabei nichtlinear auf den Bereich $-\pi \leq \Omega \leq \pi$ komprimiert.

$$\omega = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\Omega}{2}\right) \quad \Omega = 2 \arctan\left(\frac{\omega T}{2}\right) \quad (6.4)$$

Setzt man Gleichung 6.3 in 6.1 ein, so erhält man durch algebraische Umformungen und der Substitution $x = \frac{2}{\omega_{0B}T}$ die diskrete Übertragungsfunktion $H_{BF}(z)$.

$$H_{BF}(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{x^2 + 2D_Zx + 1 + 2(-x^2 + 1)z^{-1} + (x^2 - 2D_Zx + 1)z^{-2}}{x^2 + 2D_Nx + 1 + 2(-x^2 + 1)z^{-1} + (x^2 - 2D_Nx + 1)z^{-2}} \quad (6.5)$$

Da jede Multiplikation mit z^{-k} einer Zeitverzögerung um k Abtastschritte entspricht, ergibt sich aus Gleichung 6.5 nachfolgende Differenzengleichung.

$$y[k] = - \underbrace{\frac{2(-x^2 + 1)}{x^2 + 2D_N x + 1}}_{a_1} y[k-1] - \underbrace{\frac{x^2 - 2D_N x + 1}{x^2 + 2D_N x + 1}}_{a_2} y[k-2] + \underbrace{\frac{x^2 + 2D_Z x + 1}{x^2 + 2D_N x + 1}}_{b_0} u[k] + \underbrace{\frac{2(-x^2 + 1)}{x^2 + 2D_N x + 1}}_{b_1} u[k-1] + \underbrace{\frac{x^2 - 2D_Z x + 1}{x^2 + 2D_N x + 1}}_{b_2} u[k-2] \quad (6.6)$$

Gleichung 6.6 kann mit einer IIR-Filterstruktur, wie in Abbildung 6.1 dargestellt, implementiert werden. Die Berechnung des Filterausgangs im Zeitbereich erfordert lediglich Additions-, Multiplikations- und Speicheroperationen, die sich sehr effizient auf FPGAs oder auf digitalen Signalprozessoren realisieren lassen.

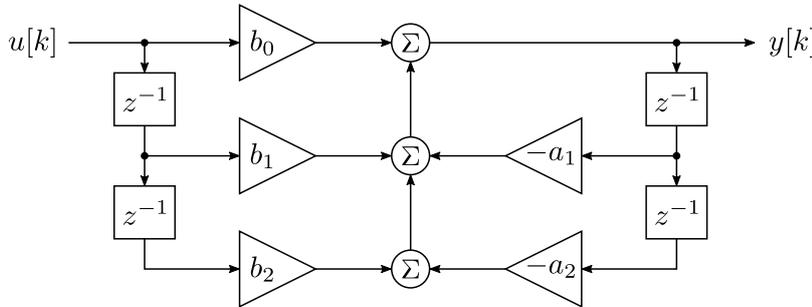


Abbildung 6.1: Direkt-Form des IIR-Filters.

6.1.2 Bilineare Transformation mit Prewarping

Die nichtlineare Frequenzkomprimierung der bilinearen Transformation führt beim Bandstoppfilter zur Verschiebung der Filterkennkreisfrequenz. Mit einer Vorverzerrung (Prewarping) kann dieser nachteilige Effekt bei der Kreisfrequenz ω_P behoben werden. Dabei gilt:

$$s = \frac{\omega_P}{\tan\left(\frac{\omega_P T}{2}\right)} \frac{z-1}{z+1} \quad (6.7)$$

Die bilineare Transformation mit Prewarping bildet die imaginäre Achse der s -Ebene ($\sigma = 0$) ebenso auf den Einheitskreis der z -Ebene $|z| = r = 1$ ab. Die Punkte der linken s -Halbebene werden dabei in das Innere des Einheitskreises der z -Ebene abgebildet, wodurch die Stabilitätseigenschaft des Systems erhalten bleibt. Für das Bandstoppfilter legt man die Vorverzerrungskreisfrequenz auf die Filterkennkreisfrequenz $\omega_P = \omega_{0B}$. Durch die Substitution $x = \frac{1}{\tan(\omega_{0B} T/2)}$ genügt die bilineare Transformation mit Prewarping ebenfalls der Differenzengleichung 6.6, womit die Filterkoeffizienten berechnet werden können.

6.1.3 Pol-Nullstellen Abbildung

Eine weitere Methode analoge Filter in möglichst äquivalente digitale Filter zu transformieren ist es, die Pol- und Nullstellen der analogen Übertragungsfunktion $G(s)$ direkt in Pol- und Nullstellen der digitalen Übertragungsfunktion $H(z)$ zu überführen. Die allgemeine faktorisierte Form der kontinuierlichen Übertragungsfunktion lautet dabei [38]:

$$G(s) = \frac{\prod_{k=1}^M (s - z_k)}{\prod_{k=1}^N (s - p_k)} \quad (6.8)$$

Mit M Nullstellen z_k und N Polstellen p_k des analogen Filters. Die faktorisierte Übertragungsfunktion des diskreten Filters kann wie folgt definiert werden [38].

$$H(z) = \frac{\prod_{k=1}^M (1 - e^{z_k T} z^{-1})}{\prod_{k=1}^N (1 - e^{p_k T} z^{-1})} \quad (6.9)$$

Dabei entspricht T der Abtastzeit des digitalen Systems. Bei der Pol-Nullstellen Abbildung wird jeder Faktor $(s - a)$ der s -Ebene auf $(1 - e^{aT} z^{-1})$ der z -Ebene abgebildet. Um die Frequenzcharakteristik des analogen Filters beizubehalten muss, nach [38] die Abtastzeit der Pol-Nullstellen Abbildung geeignet klein gewählt werden, um Aliasing zu vermeiden.

Zur eindeutigen Faktorisierung der Übertragungsfunktion aus Gleichung 6.1 ist ein beschränkter Definitionsbereich des Zähler- und Nennerdämpfungsgrads notwendig. Da das Bandstoppfilter, wie in Anhang C gezeigt, ein schwach gedämpftes System zweiter Ordnung stabilisieren soll, kann man den Definitionsbereich des Zählerdämpfungsgrads auf $0 \leq D_Z < 1$ und den des Nennerdämpfungsgrads auf $D_N > 1$ einschränken. Somit ergibt sich für den Bandstoppfilter ein konjugiert komplexes Nullstellenpaar im Zähler und zwei verschieden reelle Nennernullstellen.

$$G_{BF}(s) = \frac{(s - \omega_{0B} (-D_Z + j\sqrt{1 - D_Z^2})) (s - \omega_{0B} (-D_Z - j\sqrt{1 - D_Z^2}))}{(s - \omega_{0B} (-D_N + \sqrt{D_N^2 - 1})) (s - \omega_{0B} (-D_N - \sqrt{D_N^2 - 1}))} \quad (6.10)$$

Mit der Übertragungsfunktion aus Gleichung 6.10 erhält man folgende diskrete Form.

$$\begin{aligned} H_{BF}(z) &= K \frac{\left(1 - e^{-\omega_{0B} (D_Z - j\sqrt{1 - D_Z^2}) T} z^{-1}\right) \left(1 - e^{-\omega_{0B} (D_Z + j\sqrt{1 - D_Z^2}) T} z^{-1}\right)}{\left(1 - e^{-\omega_{0B} (D_N - \sqrt{D_N^2 - 1}) T} z^{-1}\right) \left(1 - e^{-\omega_{0B} (D_N + \sqrt{D_N^2 - 1}) T} z^{-1}\right)} \\ &= K \frac{1 - 2e^{-D_Z \omega_{0B} T} \cos\left(\omega_{0B} T \sqrt{1 - D_Z^2}\right) z^{-1} + e^{-2D_Z \omega_{0B} T} z^{-2}}{1 - 2e^{-D_N \omega_{0B} T} \cos\left(\omega_{0B} T \sqrt{D_N^2 - 1}\right) z^{-1} + e^{-2D_N \omega_{0B} T} z^{-2}} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Dabei kann man über die Konstante K die Filterverstärkung für eine beliebige Kreisfrequenz

vorgeben. Mit der Forderung, dass der digitale Bandstopffilter für die Gleichkomponente ($\omega = 0$) identisch mit der analogen Variante ist, bestimmt sich die Konstante K wie folgt:

$$H_{BF}(z)\Big|_{z=1} = G_{BF}(s)\Big|_{s=0} = 1$$

$$K = \frac{1 - 2e^{-D_N\omega_0BT} \cos(\omega_0BT\sqrt{D_N^2 - 1}) + e^{-2D_N\omega_0BT}}{1 - 2e^{-D_Z\omega_0BT} \cos(\omega_0BT\sqrt{1 - D_Z^2}) + e^{-2D_Z\omega_0BT}} \quad (6.12)$$

Durch Umformen der Gleichung 6.11 in eine Differenzgleichung erhält man:

$$y[k] = \underbrace{2e^{-D_N\omega_0BT} \cos(\omega_0BT\sqrt{D_N^2 - 1})}_{-a_1} y[k-1] - \underbrace{e^{-2D_N\omega_0BT}}_{a_2} y[k-2] \quad (6.13)$$

$$+ \underbrace{K}_{b_0} u[k] - \underbrace{K 2e^{-D_Z\omega_0BT} \cos(\omega_0BT\sqrt{1 - D_Z^2})}_{-b_1} u[k-1] + \underbrace{K e^{-2D_Z\omega_0BT}}_{b_2} u[k-2]$$

Das lässt sich wieder wie in Abbildung 6.1 darstellen.

6.1.4 Vergleich der Bandstopffiltervarianten

Mit $z = e^{j\Omega} = e^{j\omega T}$ erhält man aus den diskreten Filterübertragungsfunktionen $H_{BF}(z)$ den Frequenzgang der Bandstopffiltervarianten, die in Abbildung 6.2 dargestellt sind.

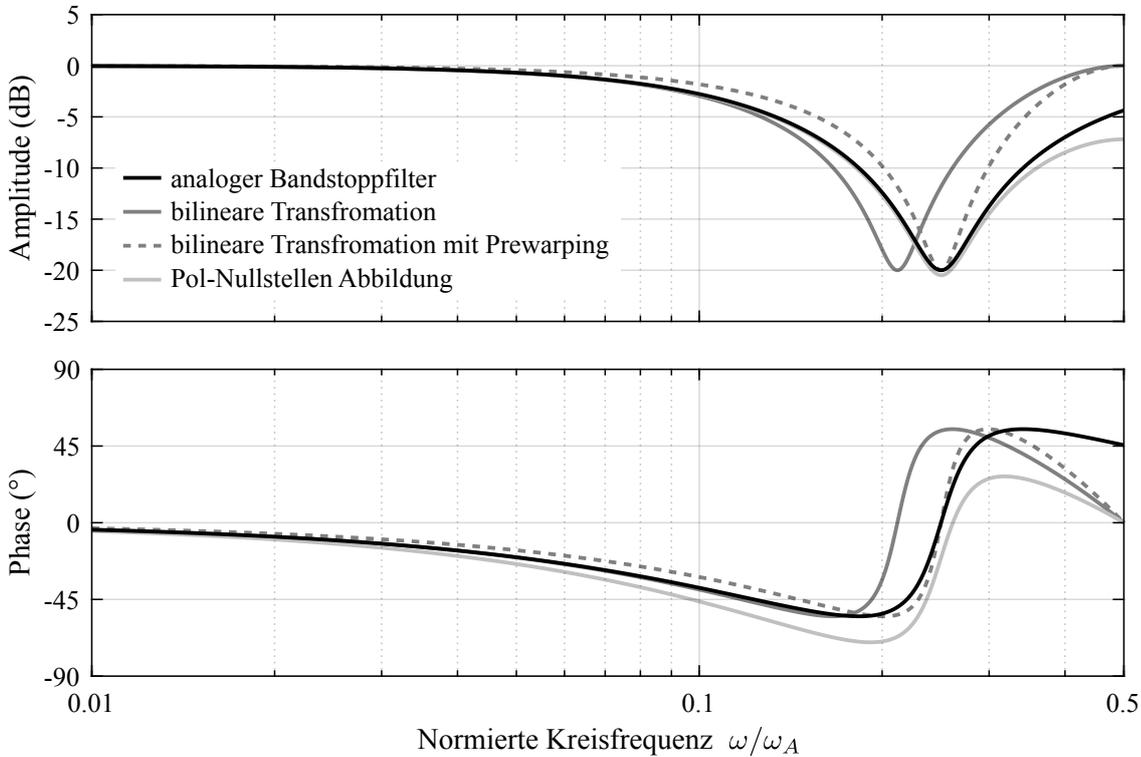


Abbildung 6.2: Simulierter Frequenzgang der Bandstopffiltervarianten für die Parameter $T = 10 \mu\text{s}$, $\omega_A = 2\pi/T$, $\omega_0B = \omega_A/4$, $D_Z = 0.1$ und $D_N = 1.01$.

Dabei entspricht ω_A der Abtastkreisfrequenz. Die Transformationsmethode hat einen erheblichen Einfluss auf das Filterverhalten, wenn die Filterkennkreisfrequenz ω_{0B} die gleiche Größenordnung wie die Abtastkreisfrequenz ω_A aufweist. Unter diesen Voraussetzungen ist die bilineare Transformation unbrauchbar, da ihre Filterkennkreisfrequenz nicht der vorgegebenen entspricht. Die bilineare Transformation mit Prewarping verhindert die Verschiebung der Filterkennkreisfrequenz, weist aber im Vergleich zum analogen Filter einen deutlich kleineren Dämpfungskreisfrequenzbereich auf. Der Amplitudenverlauf der Pol-Nullstellen Abbildung passt am besten mit dem des analogen Filters überein und wird deshalb für alle Folgebetrachtungen verwendet. Die leicht erhöhte Phasenverschiebung dieser Transformationsmethode wirkt sich lediglich in einer geringfügig reduzierten Phasenreserve des geschlossenen Regelkreises aus.

Ist die Filterkennkreisfrequenz ω_{0B} deutlich kleiner als die Abtastkreisfrequenz $\omega_{0B} \leq \omega_A/10$, gehen die Verläufe aller diskreter Implementierungen in den der analogen Funktion über. Für diesen Fall konvergieren die einzelnen Filterparameter a_1 , a_2 , b_0 , b_1 und b_2 der unterschiedlichen Transformationen gegen einen gemeinsamen Wert. Dies ermöglicht eine beliebige Wahl der Transformationsmethode.

Zusätzlich zum Frequenzgang ist das Zeitverhalten des Bandstopfilters von Bedeutung. Deshalb ist in Abbildung 6.3 der Zeitverlauf des Filterausgangs nach Einheitssprunganregung am Eingang dargestellt. Der digitale Bandstopfilter schwächt die Ausgabe der ersten Abtast Schritte nach der Sprunganregung ab. Dadurch wird im Idealfall verhindert, dass ein schwingungsfähiges System angeregt wird. Eine ausführliche analytische Beschreibung dieses Sachverhalts ist in Anhang C gegeben. Dabei zeigt sich, dass durch die Kombination eines schwingungsfähigen Systems zweiter Ordnung mit Bandstopfilter ein beliebig einstellbares dynamisches Gesamtsystemverhalten zweiter Ordnung resultiert.

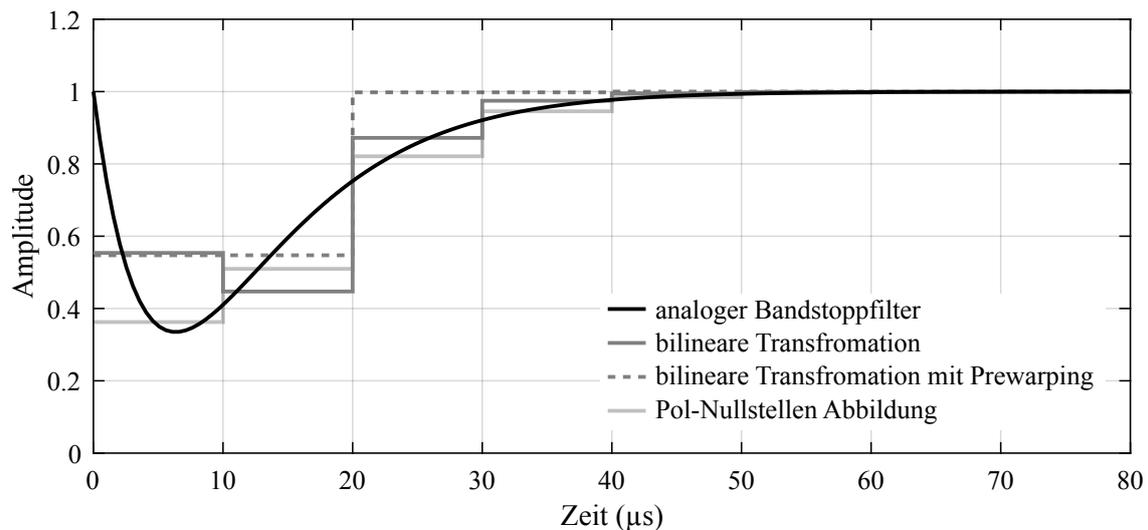


Abbildung 6.3: Simulierte Sprungantwort der Bandstopfiltervarianten bei Einheitssprunganregung für die Parameter $T = 10 \mu\text{s}$, $\omega_A = 2\pi/T$, $\omega_{0B} = \omega_A/4$, $D_Z = 0.1$ und $D_N = 1.01$.

6.2 Hybrider Filter bei Parameterschwankungen des Sinusfilters

Die Kombination aus Sinusfilter und digitalem Bandstopffilter wird als hybrider Filter bezeichnet. Im Idealfall wird das Bandstopffilter wie in [62] beschrieben konfiguriert. Damit kompensiert sich das konjugiert komplexe Nullstellenpaar des Bandstopffilters mit dem konjugiert komplexen Polstellenpaar des Sinusfilters. Der gemeinsamen Übertragungsfunktion wird damit das Verhalten des Bandstopffilternennernenners aufgezogen (Anhang C). Das Nennerpolynom des Bandstopffilters kann so gestaltet werden, dass sich der hybride Filter wie ein kritisch gedämpftes System zweiter Ordnung verhält. Abweichungen des Sinusfilters, hervorgerufen durch Parameterschwankungen der Bauteile, beeinflussen das ideale System und müssen deshalb näher untersucht werden.

Für ein reales System stellt sich die Frage, ob das Dämpfungsnetzwerk des Sinusfilters beim Einsatz des digitalen Bandstopffilters überhaupt notwendig ist, oder ob auf die zusätzlichen Bauteile und Verluste im Dämpfungswiderstand verzichtet werden kann. Im Grenzfall bestünde der Sinusfilter lediglich aus der Filterinduktivität L_F und der Filterkapazität C_F und die Filtergüte Q des Netzwerks wäre nur durch die realen Bauteileigenschaften beschränkt. Diese Begrenzung hängt maßgeblich von den frequenzabhängigen Wicklungs- und Ummagnetisierungsverlusten der realen Filterinduktivität L_F ab. Die damit erreichbare Filtergüte erstreckt sich bei diskreten Bauteilen maximal zwischen 100 und 500. Um die Auswirkungen von Parameterschwankungen auf das Systemverhalten zu analysieren, werden exemplarisch zwei Sinusfilter der Variante 1 nach Abbildung 5.10 mit den Filtergüten $Q = 10$ und $Q = 100$ aus Tabelle 6.1 untersucht. Die hohe Filtergüte $Q = 100$ steht dabei repräsentativ für ein System ohne Dämpfungsnetzwerk. Die Bauteilwerte der optimierten Sinusfilter aus Tabelle 6.1 werden für die Analyse im Bereich von $\pm 20\%$ für Induktivitäten, $\pm 10\%$ für Kapazitäten und $\pm 5\%$ für den Dämpfungswiderstand um den Nominalwert variiert. Dabei werden alle Kombinationen der Minimalwerte, Nominalwerte und Maximalwerte berechnet.

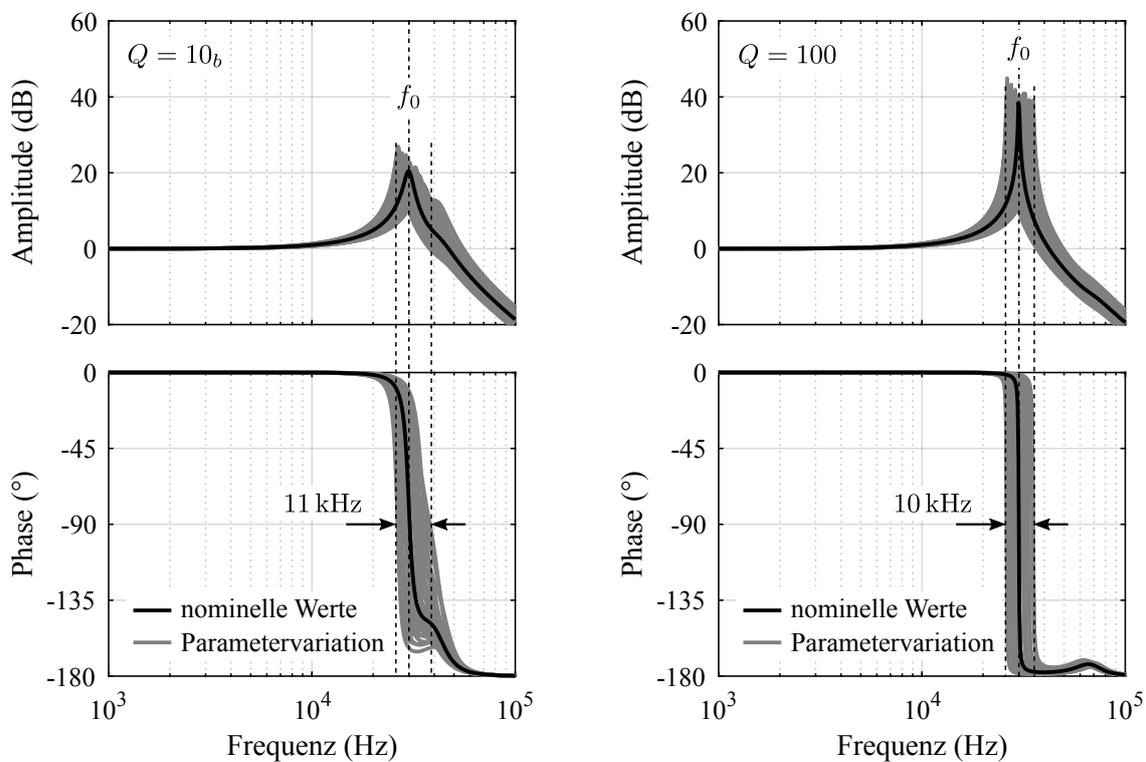
Tabelle 6.1: Bauteiltoleranzen der Sinusfiltervariante 1 aus Tabelle 5.2.

Parameter		Toleranz	Nominalwert		Einheit
Filtergüte	Q	–	10_b	100	–
Kennkreisfrequenz	ω_0	–	$2\pi \cdot 30$	$2\pi \cdot 30$	kHz
Filterinduktivität	L_F	$\pm 20\%$	40	40	μH
Filterkapazität	C_F	$\pm 10\%$	615	675	nF
Dämpfungswiderstand	R_δ	$\pm 5\%$	34.1	36.1	Ω
Dämpfungsinduktivität	L_δ	$\pm 20\%$	295	222	μH
Dämpfungskapazität	C_δ	$\pm 10\%$	55.5	25.4	nF

Die aktuelle Untersuchung berücksichtigt nur typische Toleranzen diskreter Bauteile. Die Erweiterung um zeitlich langsam auswirkende Alterungseffekte kann durch Vergrößerung der To-

leranzbereiche ebenso berücksichtigt werden. Im Gegensatz dazu muss man nichtlineares Systemverhalten aufgrund des vorausgesetzten linearen zeitinvarianten Systemverhaltens von den Untersuchungen ausschließen. Nichtlineares Filterverhalten kann beispielsweise durch Sättigung des Kernmaterials in der Filterinduktivität oder durch die Spannungsabhängigkeit keramischer Dielektrika im Filterkondensator auftreten.

Die Spannungsübertragungsfunktionen der Sinusfiltervariante 1 mit den Parameterschwankungen aus Tabelle 6.1 sind in Abbildung 6.4 dargestellt. Wie zu erwarten, verschiebt sich durch die Parametervariation der Bauteile die Kennfrequenz der Sinusfilter im Bereich von 10 bis 11 kHz um die nominelle Kennfrequenz $f_0 = 30$ kHz. Die maximalen und minimalen Kennfrequenzen treten genau dort auf, wo die Filterinduktivität L_F und die Filterkapazität C_F minimal bzw. maximal sind. Für den Sinusfilter mit geringer Filtergüte $Q = 10_b$ tritt mit ± 10 dB eine stärkere Variation der Amplitudenüberhöhung auf als bei der hohen Filtergüte $Q = 100$. In beiden Fällen steigt die Amplitudenüberhöhung bei Kennfrequenzen kleiner der nominellen Filterkennfrequenz f_0 an, während sie bei größeren Kennfrequenzen abnimmt. Die Phasenverschiebung ist für beide Werte der Filtergüte bis zu einer Frequenz von etwa 20 kHz gleich 0 Grad, was die Grundvoraussetzung zum Erreichen einer hohen Reglerbandbreite ist. Wie vom idealen schwingungsfähigen System zweiter Ordnung bekannt, dreht die Phase an der Resonanzstelle auf -90 Grad und erreicht bei Frequenzen oberhalb dieser einen Endwert von -180 Grad. Je höher die Filtergüte, desto schmalbandiger ist der Frequenzbereich in dem die Phasendrehung stattfindet.



(a) Sinusfilter: $f_0 = 30$ kHz, $Q = 10$

(b) Sinusfilter: $f_0 = 30$ kHz, $Q = 100$

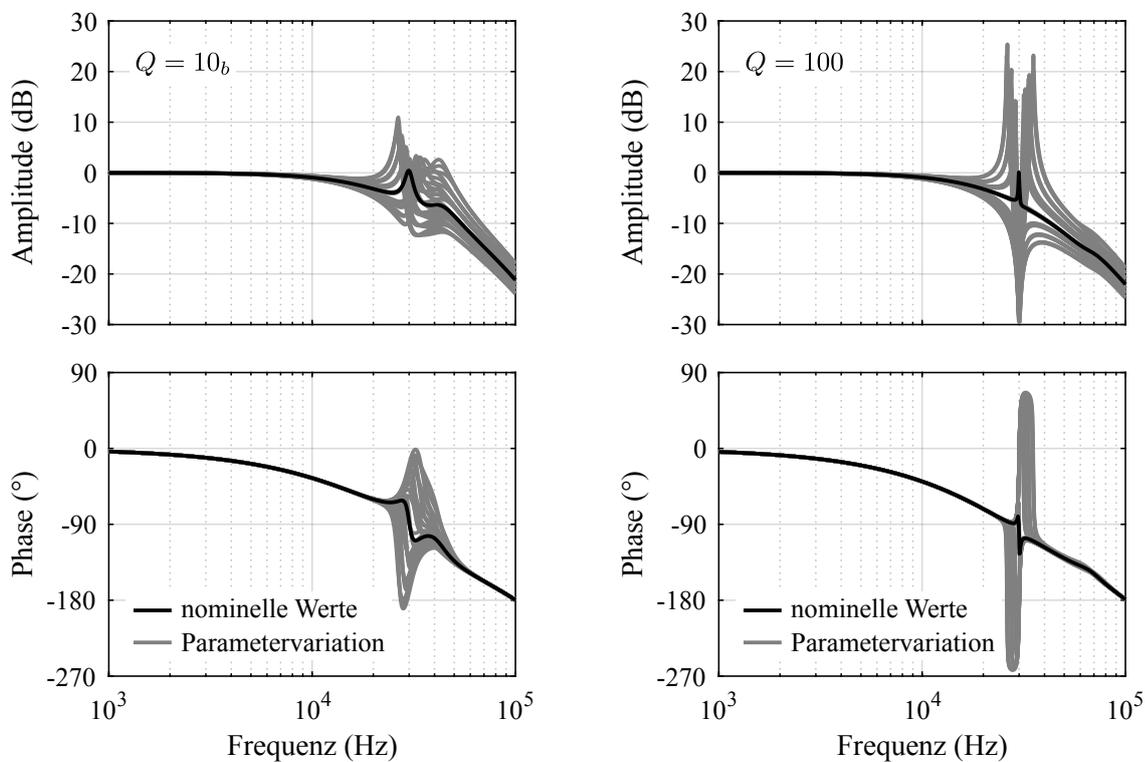
Abbildung 6.4: Simulierte Übertragungsfunktionen $F_{SF1}(j\omega)$ der Sinusfiltervariante 1 bei Parameterschwankungen der Bauteile mit den Werten aus Tabelle 6.1.

Bei der Serienschaltung aus digitalem Bandstoppfilter und Sinusfilter wirken sich Parameterschwankungen des Sinusfilter auch auf den hybriden Filter aus. Um die theoretisch größtmögliche Reglerbandbreite zu erreichen, werden zwei Bandstoppfilter mit den Werten nach Tabelle 6.2 parametrisiert. Dabei kompensiert man das konjugiert komplexe Polstellenpaar des Sinusfilters bei nominellen Bauteilwerten mit dem konjugiert komplexen Nullstellenpaar des Bandstoppfilters.

Tabelle 6.2: Parameter der idealen Bandstoppfilter.

Parameter	Wert	Einheit
Filtergüte	Q	100
Kennkreisfrequenz	ω_{0B}	$2\pi \cdot 30$
Zählerdämpfungsgrad	D_Z	0.01
Nennerdämpfungsgrad	D_N	1.01

Mit der Pol-Nullstellen Abbildung des Bandstoppfilters bei der Abtastzeit $T = 5 \mu\text{s}$ erhält man die Filterparameter ($a_1 = -0.765, a_2 = 0.149, b_0 = 0.512, b_1 = -0.551, b_2 = 0.423$) für $Q = 10_b$ und ($a_1 = -0.765, a_2 = 0.149, b_0 = 0.470, b_1 = -0.548, b_2 = 0.461$) für $Q = 100$. Die resultierende Übertragungsfunktion $H_{BF}(e^{j\omega T})F_{SF1}(j\omega)$ des hybriden Filters ist für die zwei untersuchten Werte der Filtergüte in Abbildung 6.5 dargestellt.



(a) Sinusfilter: $f_0 = 30 \text{ kHz}$, $Q = 10$

(b) Sinusfilter: $f_0 = 30 \text{ kHz}$, $Q = 100$

Abbildung 6.5: Simulierte Übertragungsfunktion des hybriden Filters $H_{BF}(e^{j\omega T})F_{SF1}(j\omega)$ bei Parameterschwankungen der Bauteile mit den Werten aus Tabelle 6.1.

Der Frequenzgang für nominelle Werte entspricht nur annähernd dem des aperiodischen Systems zweiter Ordnung und weicht um die Filterkennfrequenz f_0 leicht vom idealen Verlauf ab. Grund dafür ist, dass das reale Sinusfilter kein ideales System zweiter Ordnung repräsentiert. Beim Sinusfilter hoher Güte ($Q = 100$) führt die gewählte Bandstoppfilterparametrierung aus Tabelle 6.2 zu einem schmalbandigen Dämpfungsfrequenzbereich des Bandstoppfilters. Die dabei maximal auftretende Amplitude des hybriden Filters ist mit 25 dB für die hohe Filtergüte $Q = 100$ deutlich ausgeprägter als die 10 dB bei geringer Filtergüte $Q = 10$. Auch die Phasenabweichung vom nominellen Verlauf ist beim hybriden Filter hoher Güte stärker ausgeprägt als bei dem mit geringer Güte. Unabhängig von der Filtergüte zeigt sich, dass im Frequenzbereich der Resonanz die Phase bei Parameterschwankungen nacheilt, falls die Filterkennfrequenz f_0 des Sinusfilters kleiner als die des Bandstoppfilters ist und im umgekehrten Fall voreilt.

6.3 Stromregelung des Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter

Die Stromregelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine erfolgt analog zu Kapitel 3 im rotorfesten dq -System. Dabei wird im Folgenden der PI-Stromregler um einen digitalen Bandstoppfilter und die Regelstrecke um den Sinusfilter erweitert. Ein vereinfachtes Blockschaltbild der Stromregelung ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Es gilt dabei weiterhin, dass die fett hervorgehobenen Signale vektorielle Größen repräsentieren und aus einer d - und einer q -Komponente bestehen. Für das Sollwertsignal des Stroms gilt beispielsweise $\mathbf{w}_C = [w_{Cd} \ w_{Cq}]^T$.

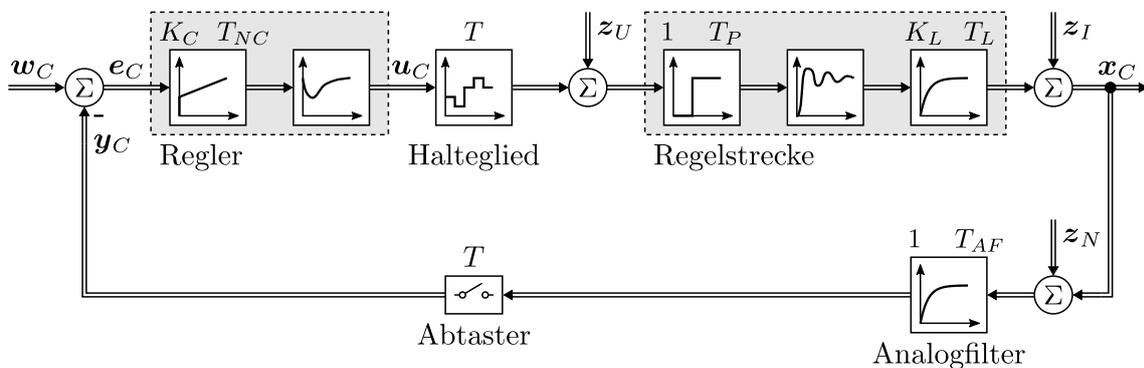


Abbildung 6.6: Blockschaltbild des Stromregelkreis für den Stromrichter mit Sinusfilter und digitalem Bandstoppfilter.

Der digitale Stromregler $H_R(z)$ besteht im Folgenden aus einem PI-Regler $H_{PI}(z)$ und einem Bandstoppfilter $H_{BF}(z)$.

$$H_R(z) = H_{PI}(z)H_{BF}(z) \quad (6.14)$$

Für den Backward-Euler transformierten PI-Regler $H_{PI}(z)$ gilt Gleichung 3.44 und für den digitalen Bandstoppfilter $H_{BF}(z)$ mit den Filterkoeffizienten a_1 , a_2 , b_0 , b_1 und b_2 gilt Gleichung 6.2. Die Berechnung der Filterkoeffizienten erfolgt dabei über die Pol-Nullstellen Abbildung.

Verzögerungszeiten der A/D-Umsetzer $T_{A/D}$, die Berechnungsdauer des digitalen Reglers T_{Ctrl} , sowie die Verzögerung T_{MA} durch Überabtastung der Phasenströme mit einem gleitenden Mittelwertfilter können als gemeinsame kontinuierliche Totzeit T_P in der Übertragungsfunktion $G_T(s)$ zusammengefasst werden.

$$G_T(s) = e^{-sT_{A/D}} e^{-sT_{MA}} e^{-sT_{Ctrl}} = e^{-sT_P} \quad (6.15)$$

Die Streckenübertragungsfunktion $G_S(s)$ ergibt sich aus der Übertragungsfunktion der Verarbeitungstotzeit $G_T(s)$, der Last $G_L(s)$ und der des Sinusfilters $G_{SFx}(s)$.

$$G_S(s) = G_{SFx}(s) G_L(s) G_T(s) \quad (6.16)$$

Für die Übertragungsfunktionen des Sinusfilters $G_{SFx}(s)$ gelten die in Kapitel 5 hergeleiteten Spannungsübertragungsfunktionen, wobei man $j\omega$ mit der komplexen Kreisfrequenz s ersetzt. Für die ohmsch-induktive Motorlast wird wie in Kapitel 3 ein System erster Ordnung nach Gleichung 3.33 angesetzt.

Um hochfrequentes Signalrauschen im Rückkopplungsweig des Stromreglers zu unterdrücken, werden die gemessenen Phasenströme über einen analogen RC-Tiefpass erster Ordnung $G_{AF}(s)$ mit der Filterzeitkonstante T_{AF} gefiltert.

$$G_{AF}(s) = \frac{1}{T_{AF}s + 1} \quad (6.17)$$

Die Übertragungsfunktionen des analogen Tiefpassfilters $G_{AF}(s)$ und der Regelstrecke $G_S(s)$ werden mit dem Halteglied nullter Ordnung in den z -Bereich transformiert. Durch Multiplikation der genannten Übertragungsfunktionen mit der des digitalen Reglers $H_R(z)$ erhält man die Übertragungsfunktion der offenen Stromkette $L_C(z)$.

$$L_C(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s} G_S(s) G_{AF}(s) \right\} H_R(z) \quad (6.18)$$

Die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreises berechnet sich wie folgt aus der offenen Kette $L_C(z)$.

$$T_C(z) = \frac{y_C(z)}{w_C(z)} = \frac{L_C(z)}{1 + L_C(z)} \quad (6.19)$$

Für die vorliegende Reglerstruktur mit einem Freiheitsgrad entspricht die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreises der komplementären Empfindlichkeit bzw. der komplementären Sensitivität $T_C(z)$. Im Gegensatz zur Führungsübertragungsfunktion aus Kapitel 3 wird anstatt der Regelgröße x_C die Messgröße y_C ins Verhältnis zur Führungsgröße w_C gesetzt. Der Grund dieser Modifikation ist, dass diese Übertragungsfunktion mit der messtechnisch ermittelbaren im digitalen System übereinstimmt.

Von großer Bedeutung ist zusätzlich das Reglerverhalten im Hinblick auf Störungen der Versorgungsgröße z_U , der Lastgröße z_I und der Messgröße z_N . Diese treten beispielsweise durch

Spannungsschwankungen im kapazitiven Zwischenkreis des Stromrichters, durch die nichtlineare Magnetisierungskennlinie ferromagnetischer Materialien der Lastinduktivität und durch Messwertabweichungen bzw. Messrauschen der Stromsensoren auf. Die Systemanalyse über diskrete Übertragungsfunktionen lässt sich nur für Störsignale mit vorgegebenen Verlauf (z.B. Sprungfunktion) anwenden. Physikalisch analoge Störsignale weisen in der Regel einen stetigen sowie zeitkontinuierlichen Verlauf auf. Deshalb bietet sich für die Analyse der Störübertragungsfunktionen ein harmonischer Ansatz an, bei dem man die diskreten Übertragungsfunktionen der z -Ebene mit dem Zusammenhang $z = e^{j\omega T}$ in Abhängigkeit der Kreisfrequenz dargestellt. Die Übertragungsfunktionen der s -Ebene werden mit $s = j\omega$ ebenfalls Funktionen der Kreisfrequenz ω . Als Ergebnis der harmonischen Analyse erhält man unübersichtliche Übertragungsfunktionen, deren Amplituden- und Phasengang problemlos durch numerische Rechenprogramme an festgelegten Frequenzpunkten berechnet werden kann. Die Abtastung muss dabei nach [51] bzw. der Beschreibung aus Kapitel 3 mit dem Skalierungsfaktor $1/T$ berücksichtigt werden. Mit dem Halteglied nullter Ordnung $G_{H_0}(j\omega)$ aus Gleichung 3.11 erhält man die nachfolgende harmonische Übertragungsfunktion der offenen Stromkette $L_C(j\omega)$.

$$L_C(j\omega) = H_R(e^{j\omega T}) G_S(j\omega) G_{AF}(j\omega) \frac{1}{T} G_{H_0}(j\omega) \quad (6.20)$$

Die Übertragungsfunktion der offenen Kette $L_C(j\omega)$ ist Teil jeder Störübertragungsfunktion. Setzt man bis auf das Störsignal $z_I(j\omega)$ alle Anregungssignale gleich null, erhält man die Störübertragungsfunktion der Lastgröße. Diese ist identisch mit der Sensitivität $S_I(j\omega)$.

$$S_I(j\omega) = \frac{x_C(j\omega)}{z_I(j\omega)} = \frac{1}{1 + L_C(j\omega)} \quad (6.21)$$

Ist ausschließlich das Störsignal $z_U(j\omega)$ von null verschieden, kann man die Störübertragungsfunktion der Versorgungsgröße bestimmen. Diese wird auch als Versorgungssensitivität $S_U(j\omega)$ bezeichnet.

$$S_U(j\omega) = \frac{x_C(j\omega)}{z_U(j\omega)} = \frac{G_S(j\omega)}{1 + L_C(j\omega)} \quad (6.22)$$

Die Auswirkungen von Messwertabweichungen und Messrauschen werden üblicherweise auf den Reglerausgang $u_C(j\omega)$ bezogen. Diese Darstellung erlaubt eine von der Regelstrecke unabhängige Untersuchung der vom Regler verursachten Fehlerverstärkung. Sind bis auf das Störsignal $z_N(j\omega)$ alle Anregungssignale null, erhält man so die Messfehlersensitivität $S_N(j\omega)$.

$$S_N(j\omega) = -\frac{u_C(j\omega)}{z_N(j\omega)} = \frac{G_R(j\omega)}{1 + L_C(j\omega)} \quad (6.23)$$

Ziel der Reglerauslegung ist es, mit den in Tabelle 6.1 vorgegebenen Parameterschwankungen eine Stabilitätsreserve $1/S_{max} \geq 1/\sqrt{2}$ sicherzustellen. Dazu muss der minimale Abstand zwischen der Ortskurve der offenen Stromkette L_C und dem kritischen Punkt $(-1, j0)$ im NYQUIST-Diagramm größer gleich der Stabilitätsreserve sein, was in Abbildung 6.7 dargestellt ist. Mit dem vorliegenden System erhält man aus Abbildung 6.8 für beide Werte der Filtergüte eine Ampli-

Tabelle 6.3: Parameter der Stromregelkreisanalyse.

Parameter		Wert		Einheit
Sinusfilter (Tab. 6.1)	Q	10_b	100	–
Last	R_L	1.0	1.0	Ω
	L_L	3.5	3.5	mH
digitaler PI-Regler	K_C	90	45	V/A
	T_{NC}	3.5	3.5	ms
digitaler Bandstoppfilter	ω_{0B}	$2\pi \cdot 27$	$2\pi \cdot 29$	kHz
	D_Z	0.1	0.035	–
	D_N	1.01	3.50	–
Abtastzeit Digitalsystem	T	5	5	μs
Verzögerungstotzeit	T_P	2.5	2.5	μs
analoger Filter	T_{AF}	1.59	1.59	μs

tudenreserve $A_R \geq 10$ dB und eine Phasenreserve $\Phi_R \geq 60$ Grad. Die verwendeten Parameter dieser Reglerauslegung sind in Tabelle 6.3 aufgelistet.

Alle weiteren Untersuchungen dieses Kapitels werden mit den Parametern aus Tabelle 6.3 durchgeführt, um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse sicherzustellen.

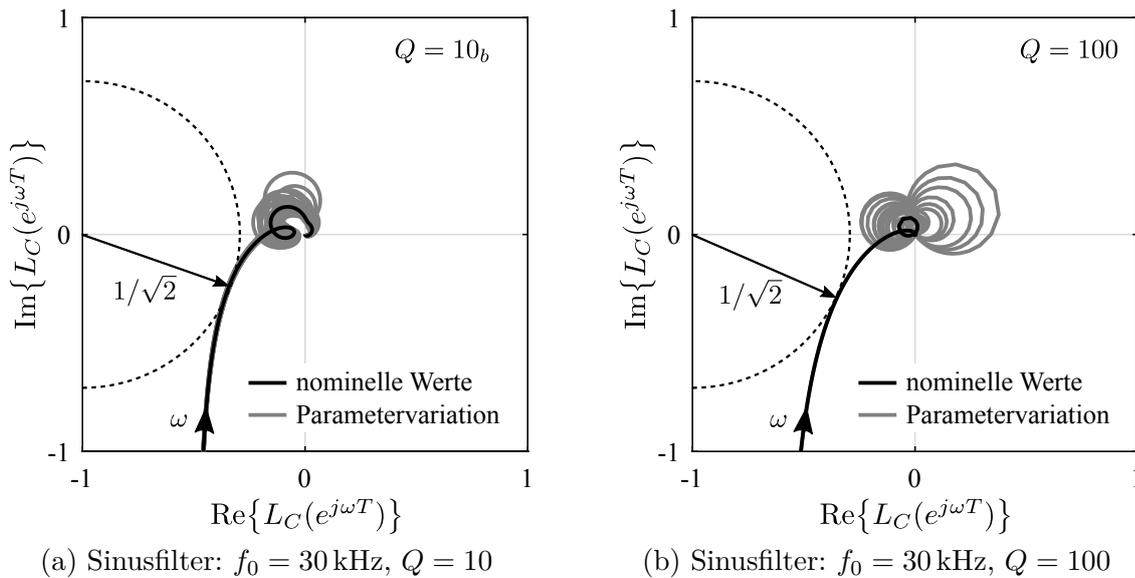


Abbildung 6.7: Simuliertes NYQUIST-Diagramm der offenen Kette $L_C(e^{j\omega T})$ für Kreisfrequenzen bis zur halben Abtastkreisfrequenz $\omega \leq \omega_A/2$ bei Parameterschwankungen der Bauteile mit den Parametern aus Tabelle 6.3.

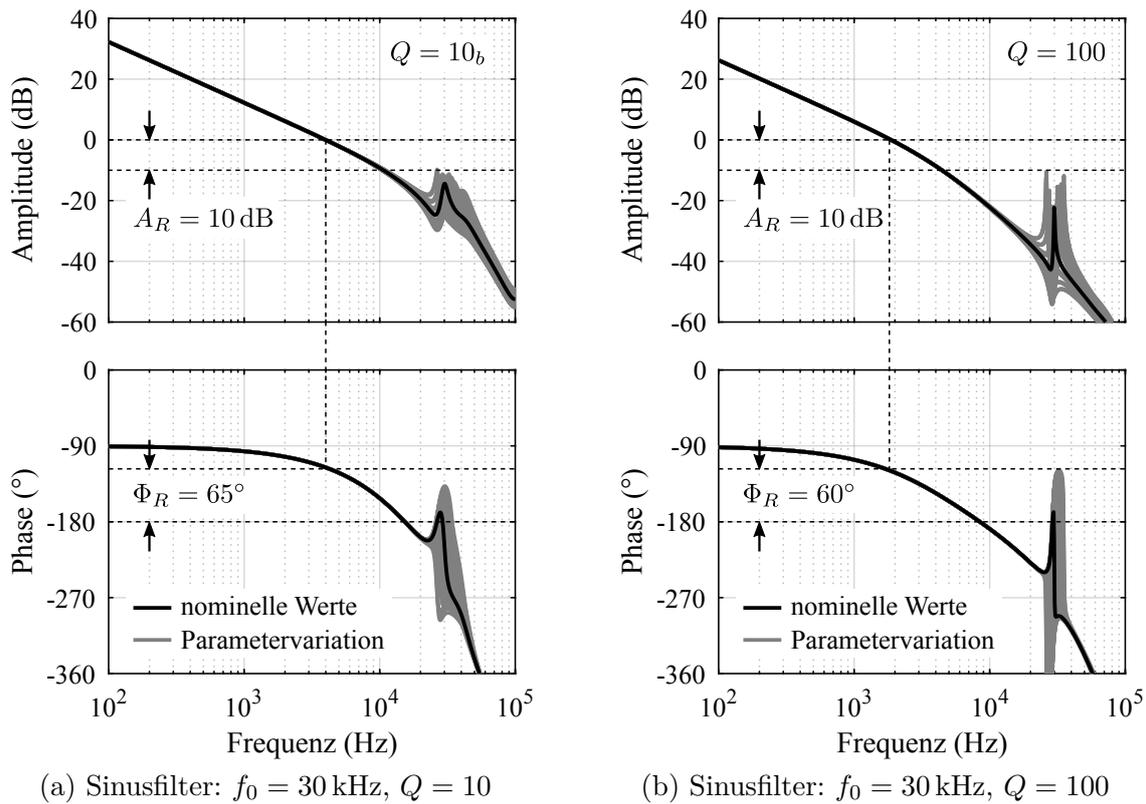


Abbildung 6.8: Simuliertes BODE-Diagramm der offenen Kette $L_C(e^{j\omega T})$ bei Parameterschwankungen der Bauteile mit den Parametern aus Tabelle 6.3.

Das BODE-Diagramm der Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises ist in Abbildung 6.9 dargestellt. Die -3 dB Eckfrequenz des Amplitudengangs liegt beim Sinusfilter geringer Güte ($Q = 10_b$) mit 7.3 kHz mehr als doppelt so hoch wie die 3.2 kHz beim Sinusfilter hoher Güte ($Q = 100$). Der Phasengang beider Führungsübertragungsfunktionen eilt bei der -3 dB Amplitudendurchtrittsfrequenz bereits um -105 Grad nach. Damit stellt der Regler bis zur -3 dB Eckfrequenz in guter Näherung die gewünschte Amplitude, während die Phase dem Sollwert bereits stark nachweilt. Aus diesem Grund ist in Abbildung 6.9 zusätzlich die Frequenz markiert, bei der die Phase -45 Grad durchläuft. Sowohl der Amplituden- als auch der Phasengang zeigen bei Frequenzen nahe der Sinusfilterkennkreisfrequenz erhebliche Abweichungen der Übertragungsfunktion vom nominellen Verlauf.

Wie bereits in Kapitel 3 erläutert gibt man die Bandbreite von Regelkreisen häufig über den -3 dB Amplitudendurchtritt der Sensitivität $|S_I(j\omega)|$ an. Durch die Reglerparametrierung mit einer Stabilitätsreserve $\geq 1/\sqrt{2}$ erhält man über dessen Kehrwert $\sqrt{2} = 3 \text{ dB}$ den Maximalwert der Sensitivität. Zu hohen Frequenzen fällt der Betrag der Sensitivität auf 0 dB zurück und der Regler ist wirkungslos. Verwendet man den -3 dB Amplitudendurchtritt der Sensitivität für die Definition der Reglerbandbreite, so ist diese beim Sinusfilter geringer Güte ($Q = 10_b$) mit 3.0 kHz ebenfalls mehr als doppelt so hoch wie die 1.4 kHz beim Sinusfilter hoher Güte ($Q = 100$), was in Abbildung 6.10 dargestellt ist. Im Gegensatz zur Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises $T_C(e^{j\omega T})$ weist die Sensitivitätsfunktion $|S_I(j\omega)|$ bei Parametervariation lediglich

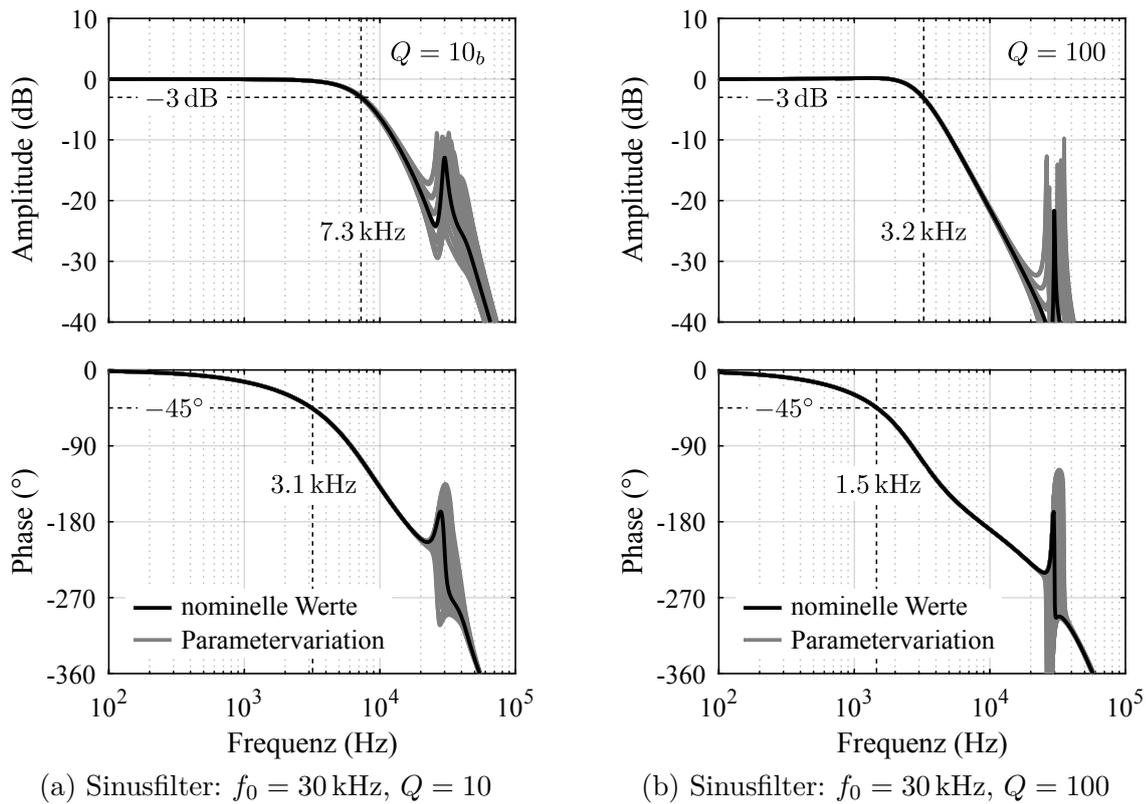


Abbildung 6.9: Simuliertes BODE-Diagramm des geschlossenen Regelkreises $T_C(e^{j\omega T})$ bei Parameterschwankungen der Bauteile mit den Parametern aus Tabelle 6.3.

geringe Abweichungen vom nominellen Verlauf auf.

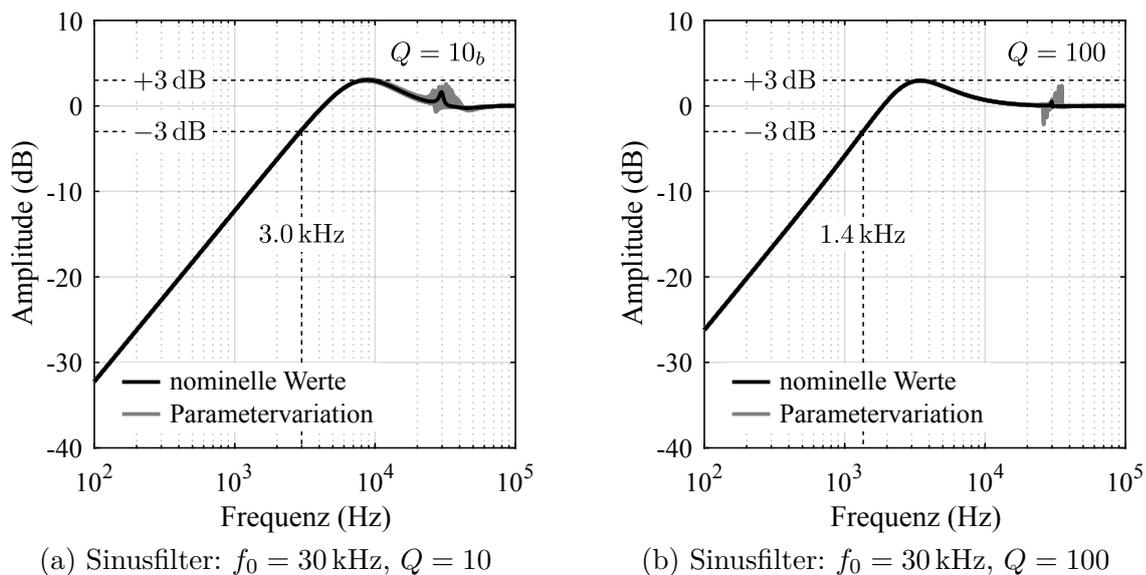


Abbildung 6.10: Simulierter Betragsgang der Sensitivität $|S_I(j\omega)|$ bei Parameterschwankungen der Bauteile mit den Parametern aus Tabelle 6.3.

Als Nächstes werden die Auswirkungen von Störungen am Streckeneingang, die beispielsweise

se durch Schwankungen der Zwischenkreisspannung entstehen, untersucht. Der häufig auch als Versorgungssensitivität $|S_U(j\omega)|$ bezeichnete Betragsgang ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Störungen am Streckeneingang können die Resonanzstelle des Sinusfilters anregen, wodurch um die Filterkennfrequenz f_0 ein großer Einfluss bei Parametervariation entsteht. Da die Bandbreite des Reglers unterhalb der Filterkennfrequenz f_0 liegt, können diese Störungen nicht aktiv gedämpft werden. Vergleicht man die Sinusfilter unterschiedlicher Güte, stellt man fest, dass die Auswirkungen des Filters geringer Güte ($Q = 10_b$) an der Kennfrequenz um etwa -20 dB A/V niedriger als die des Filters höherer Güte ($Q = 100$) sind. Störungen innerhalb der Reglerbandbreite werden vom Filter geringer Güte um 6 dB A/V mehr unterdrückt, was exakt dem Faktor zwei Unterschied der Proportionalverstärkung K_C entspricht.

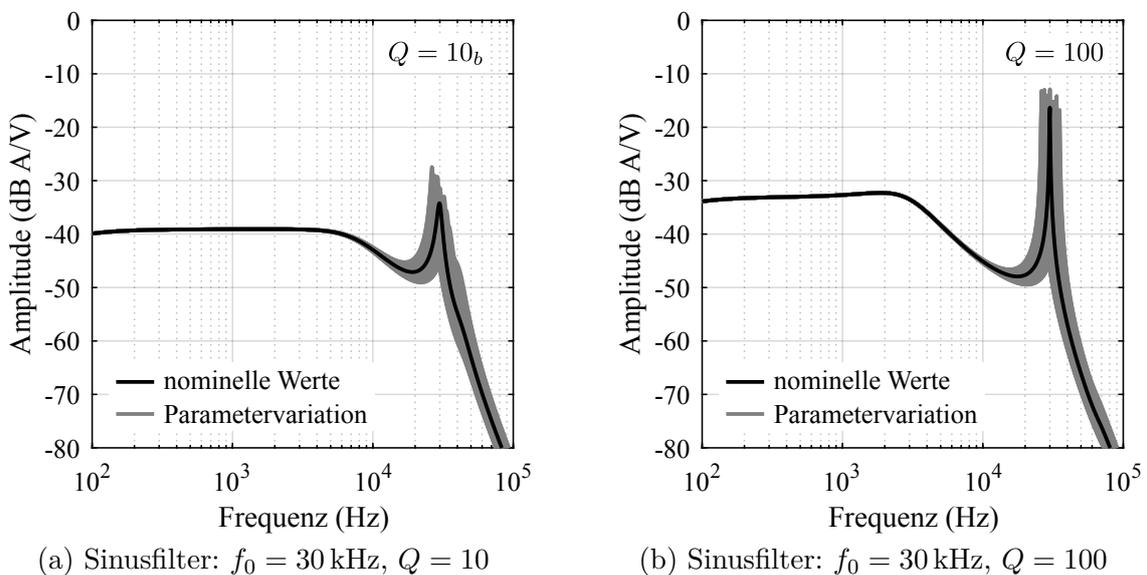


Abbildung 6.11: Simulierter Betragsgang der Versorgungssensitivität $|S_U(j\omega)|$ bei Parameter-schwankungen der Bauteile mit den Parametern aus Tabelle 6.3.

Nicht nur Störungen am Streckenein- und ausgang sondern auch die des Messsignals haben Einfluss auf den Regelkreis. Deshalb wird in Abbildung 6.12 abschließend die Störübertragung von Messwertabweichungen auf den Reglerausgang u_C , oder kurz Messfehlersensitivität $|S_N(j\omega)|$, untersucht. Man erkennt, dass Störungen des Messsignals mit kleinen Frequenzen weniger verstärkt werden als die bei großen. Für den Sinusfilter geringer Güte ($Q = 10_b$) werden die Störungen maximal um 40 dB V/A verstärkt, was einem Faktor von 100 V/A entspricht. Eine Messwertabweichung von 100 mA führt damit bei Frequenzen von 6 bis 10 kHz zu einer Reglerausgabe von 10 V. Aufgrund der halben Proportionalverstärkung K_C des Filters hoher Güte ($Q = 100$) ist die maximale Verstärkung der Messwertabweichung mit 34 dB V/A um etwa 6 dB V/A kleiner als die des Sinusfilters geringer Güte. Für Frequenzen größer der maximalen Messwertabweichungsverstärkung ist die Auswirkung des digitalen Bandstoppfilters klar ersichtlich. Dieser bewirkt eine deutliche Reduzierung der Messwertabweichungsverstärkung um -20 dB V/A bzw. -40 dB V/A. Aufgrund der hohen Messwertabweichungsverstärkung ist bei Regelungen hoher Bandbreite eine Istgrößenerfassung mit geringer Messwertabweichung erforderlich.

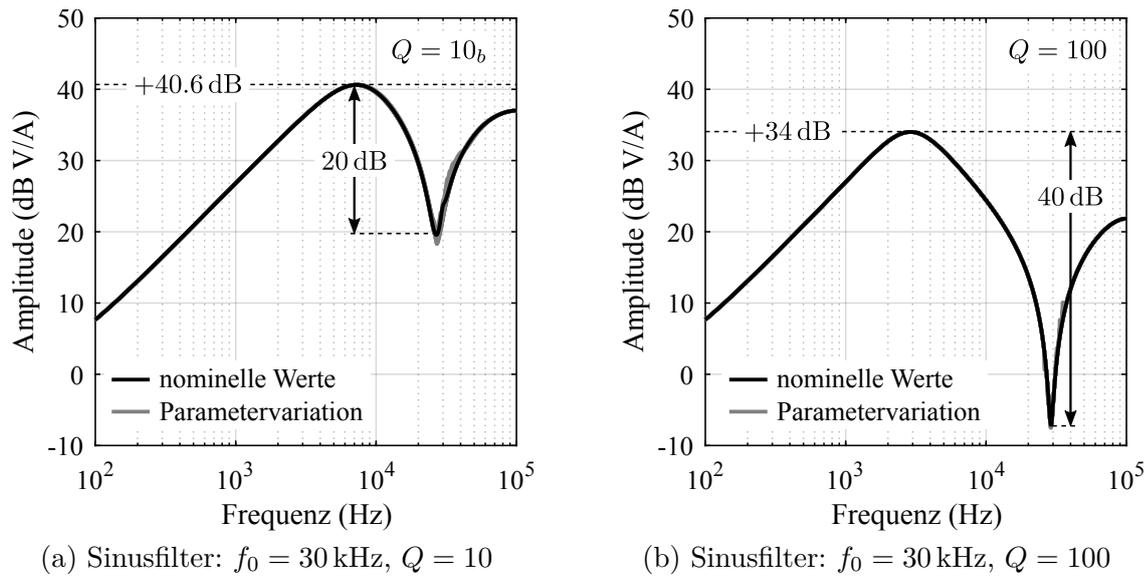


Abbildung 6.12: Simulierter Betragsgang der Messfehlersensitivität $|S_N(j\omega)|$ bei Parameterschwankungen der Bauteile mit den Parametern aus Tabelle 6.3.

Der Sinusfilter geringer Güte ($Q = 10_b$) ist dem mit hoher Güte ($Q = 100$) regelungstechnisch überlegen. Einerseits erreicht man damit mehr als die doppelte Reglerbandbreite und andererseits wirken sich Störungen am Streckeneingang deutlich geringer auf die Regelgröße aus.

Es sei an dieser Stelle ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Regelkreisuntersuchungen kein nichtlineares Systemverhalten berücksichtigen. Für den realisierten Aufbau ist dies auch nicht erforderlich, da bei der Dimensionierung der Filterbauteile ein nahezu lineares Verhalten mit vernachlässigbar kleinen Nichtlinearitäten umgesetzt wurde. Verwendet man für die Filterinduktivitäten anstatt der in Kapitel 5 eingesetzten Eisenpulverkerne mit verteiltem Luftspalt hochpermeable Ferritkerne mit diskretem Luftspalt, resultiert ein deutlich ausgeprägteres Sättigungsverhalten. Damit hängt der Induktivitätswert $L(I)$ stark von der Amplitude des Induktivitätsstroms I ab. Ein ähnlicher Zusammenhang ergibt sich durch die Spannungsabhängigkeit keramischer Dielektrika der Filterkondensatoren, bei denen der Kapazitätswert $C(U)$ stark mit der angelegten Kondensatorspannung U variiert. Mit starken Nichtlinearitäten der Filterbauteile ist zu erwarten, dass die Filterdämpfung des analogen Dämpfungsnetzwerks nicht im gesamten Arbeitsbereich wie gewünscht funktioniert. Für eine allgemeine Beschreibung beliebiger Filterbauteile müssen die Nichtlinearitäten sowohl bei der Reglerauslegung als auch bei der Berechnung der Signalverzerrungen berücksichtigt werden. Dies lässt sich nur mit numerischen Simulationen durchführen. Ein möglicher regelungstechnischer Lösungsansatz ist dabei die Adaption der Filterparameter des Bandstopffilters über prädiktive Modelle, oder eine aktive Schwingungsdämpfung durch das Messen weiterer Zustandsgrößen. Beide Varianten sind aber mit einem erheblichen Mehraufwand verbunden und werden im Folgenden nicht näher untersucht.

6.4 Ergebnisse des Gesamtsystems

Die abschließenden Messungen dieser Arbeit erfolgen am Gesamtsystem. Dazu zählt der Stromrichter mit Sinusfilter aus Kapitel 5 und der digitale FPGA basierte Stromregler mit Bandstoppfilter. Die Beschreibung des Prüfstands und die detaillierte Implementierung des Stromreglers werden den Messungen vorangestellt. Der im Weiteren verwendete Prüfstand zur Verifikation des Gesamtsystems ist in Abbildung 6.13 dargestellt. Er besteht aus zwei Gleichspannungsnetzteilen

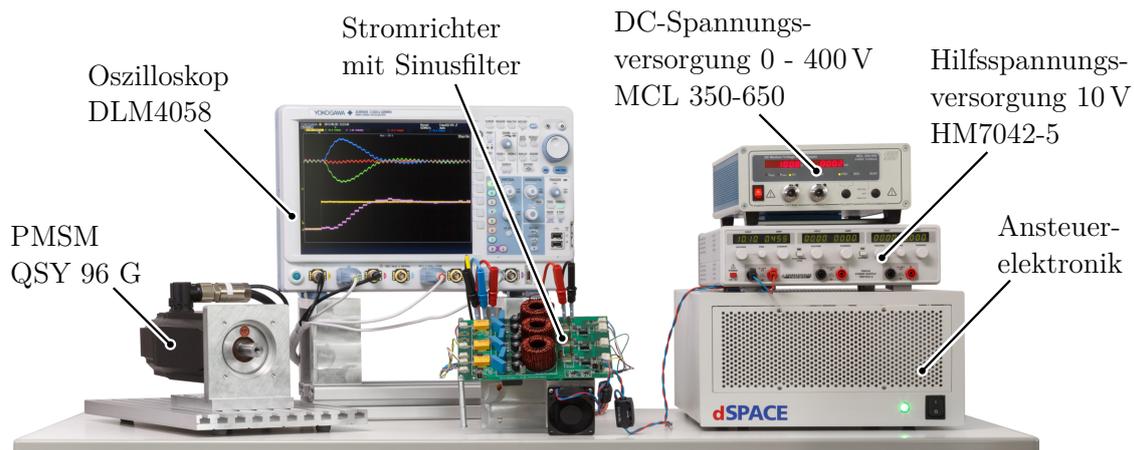


Abbildung 6.13: Prüfstand bestehend aus dem dreiphasigen 2-Level GaN-Stromrichters mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter, permanentmagneterregter Synchronmaschine, Oszilloskop und Ansteuerelektronik.

vom Typ Hameg HM7042-5 und FUG MCL 350-650, die zum einen die Hilfsspannung und zum anderen die Zwischenkreisspannung des Stromrichters bereitstellen. Die Leistungselektronik des Prüfstands besteht aus dem in dieser Arbeit entwickelten Stromrichter mit Sinusfilter. Als Last dient die permanentmagneterregte Synchronmaschine vom Typ HEIDENHAIN QSY 96 G. Der Motor ist über eine 5 m lange ungeschirmte Leitung vom Typ Ölflex Servo FD795 4G1,5/16AWG mit dem Stromrichter verbunden. Außerdem beinhaltet der Motor ein optoelektronisches Positionsmessgerät vom Typ HEIDENHAIN EQN 1325, das zwei um 90 Grad phasenverschobene Sinusspannungen mit einer Amplitude von jeweils 0.5 V ausgibt. Die Messung der analogen Signalverläufe des Stromrichters, sowie der digitalen Reglersignale erfolgt über ein 8-kanaliges YOKOGAWA DLM4058 Oszilloskop mit einer Analogbandbreite von 500 MHz und einer Abtastrate von 2.5 GS/s. Die Ansteuerelektronik des Stromrichters besteht aus einem modularen dSPACE[®] System. Dieses beinhaltet ein DS1005 Prozessorboard, ein DS3002 Inkrementalencoderinterfaceboard und ein freiprogrammierbares DS5203 FPGA Board. Die relevanten technischen Daten des modularen dSPACE[®] Systems sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst. Alle Einsteckkarten des modularen Systems sind über einen PHS-Bus miteinander verbunden, was in Abbildung 6.14 skizziert ist. Der Datenaustausch wird dabei vom Prozessor des DS1005 gesteuert. Der Algorithmus zur feldorientierten Stromregelung ist auf dem FPGA des DS5203 implementiert. Dieser enthält zusätzlich die digitalen Steuerausgänge für die Leistungshalbleiter des Stromrichters, sowie A/D-Umsetzer zur Phasenstrommessung und D/A-Umsetzer zur Ausgabe der digitalen Daten. Die Motorposition wird mit dem Positionsmessgerät (PMG) über das DS3002 erfasst

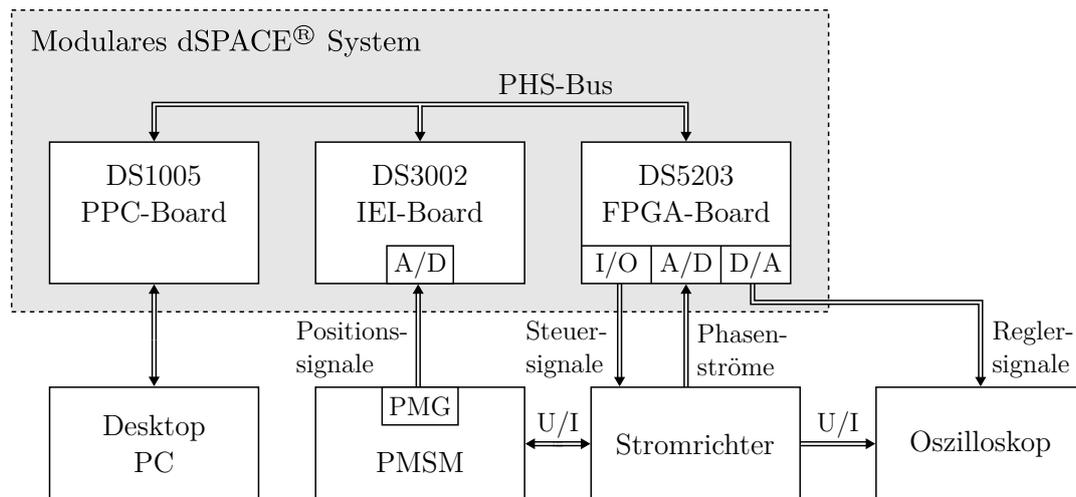


Abbildung 6.14: Blockschaltbild des modularen Prüfstands.

und anschließend dem Prozessor des DS1005 übergeben. Die Sollwertsignale für den Stromregler werden im Prozessor des DS1005 generiert und zusammen mit der Motorposition und den Reglerparametern über Register an den FPGA des DS5203 übergeben. Die Bedienung und Parametrierung der Ansteuerelektronik erfolgt mit dem Desktop PC über die ControlDesk[®] Bedienoberfläche von dSPACE[®]. Die Regleralgorithmen des Prozessors auf dem DS1005 und die des FPGAs auf dem DS5203 werden modellbasiert entwickelt und über MATLAB[®] Embedded Coder[®] beziehungsweise über XILINX[®] System Generator umgesetzt.

Tabelle 6.4: Technische Daten des modularen dSPACE[®] Systems.

Einsteckkarte	Technische Daten
DS1005	Power PC-Board (PPC-Board) PowerPC 750GX Prozessor mit 1 GHz Taktrate und 128 MB SDRAM
DS3002	Incremental Encoder Interface Board (IEI-Board) 6 unabhängige Inkrementalencodereingänge für 1 V _{SS} Signale 12-Bit A/D-Umsetzer mit maximal 4096-facher Signalunterteilung
DS5203	FPGA-Board Xilinx Kintex 7K325 mit 100 MHz Taktrate 6 A/D-Umsetzer / ±5 V / 14 Bit / 10 MSPS / 700 ns Umsetzungszeit 6 D/A-Umsetzer / ±10 V / 14 Bit / 10 MSPS / 500 ns Anstiegszeit 16 digital I/Os / 5 V-TTL / 100 MHz max. Abtastrate

6.4.1 Implementierung

In Abbildung 6.15 ist die Implementierung der Servoantriebsregelung des entwickelten Prototypen dargestellt. Dabei symbolisiert jeder Zahlenwert die Anzahl der real benötigten Signale. Die Antriebshardware besteht aus dem in dieser Arbeit entwickelten dreiphasigen Stromrichter mit Sinusfilter und einer permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) mit Positionsmessgerät (PMG). Das optoelektronische Positionsmessgerät generiert zwei um 90 Grad phasenverschobene sinusförmige Messsignale mit je 0.5 V Amplitude, die auf dem DS3002 mit 12 Bit A/D-Umsetzern digitalisiert werden. Die 4096-fache Unterteilung der Positionssignale erfolgt über eine Arkustangens (atan2) Berechnung mit einer Lookup-Tabelle auf dem IEI-Board des DS3002. Der berechnete mechanische Drehwinkel φ_{Me} des Motors wird mit dessen Polpaarzahl z_P in den elektrischen Drehwinkel φ_{El} umgerechnet und anschließend für die feldorientierte Stromregelung über ein Register an den FPGA des DS5203 übergeben. Der Datenaustausch der Sollwertsignale des Stromreglers u_F und u_S erfolgt ebenfalls über Register. Der gesamte Stromregler ist auf dem FPGA des DS5203 implementiert und läuft bei einfacher Abtastung des Pulsweitenmodulators mit einer Abtastzeit von $T = 5 \mu\text{s}$. Die FPGA Implementierung umfasst die Istgrößenerfassung der Phasenströme mit anschließender gleitender Mittelwertfilterung (MA), die Koordinatentransformationen T_{23} und T_{32}^{-1} , den PI-Regler (PI), den Bandstopffilter (BF) und den digitalen Pulsweitenmodulator (PWM). Die Anordnung des Bandstopffilters (BF) nach der Transformation T_{32}^{-1} hat keinen funktionalen Einfluss. Allerdings wird dadurch im spannungsgesteuerten Betrieb eine Sollwertvorgabe von drei unabhängigen Spannungen an den Eingängen der Bandstopffilter ermöglicht. Die zu den erfassten Phasenströmen x_C proportionalen Messspannungen werden vor der A/D-Umsetzung über analoge Tiefpassfilter (AF)

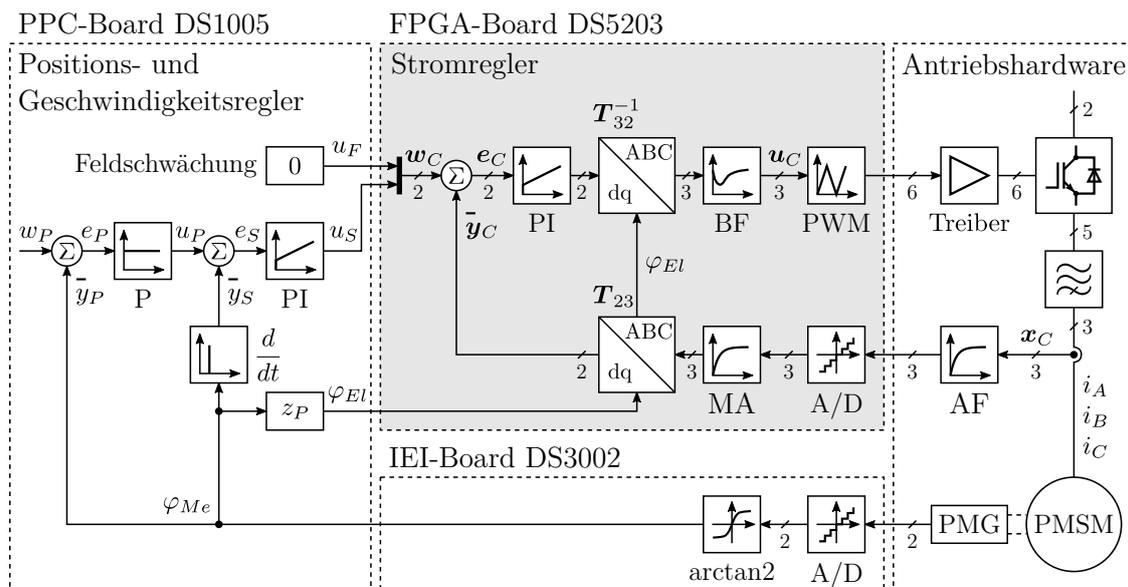


Abbildung 6.15: Blockschaltbild des implementierten Servoantriebssystems der permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) mit Positionsmessgerät (PMG), sowie dem Stromrichter mit Spannungszwischenkreis und Sinusfilter.

geführt. Der vom Regler generierte Sollwert u_C erzeugt im Pulsweitenmodulator digitale Steuersignale zur Ansteuerung der Halbleiter, die im Stromrichter über Treiber verstärkt werden. Die Reglerbandbreite des Positions- und Geschwindigkeitsreglers ist geringer als die des innersten Stromregelkreises. Deshalb ist dieser Teil der Implementierung mit einer höheren Abtastzeit von $T = 15 \mu\text{s}$ auf dem Prozessor des DS1005 implementiert.

Skalierung der Signale und Reglerparameter

Bis zum jetzigen Zeitpunkt wurden für alle Reglerberechnungen physikalische Größen, wie Spannungen und Ströme, vorausgesetzt. Die in [45] beschriebenen Verstärkungsfaktoren des zählerbasierten digitalen Pulsweitenmodulators (DPWM), der A/D-Umsetzer und der Sensoren blieben dabei unberücksichtigt. Des Weiteren wurde die real vorhandene Begrenzung der Datentypen und die damit verbundene Wertquantisierung der Signale, sowie der Regler- und Filterkoeffizienten vernachlässigt. Da der Regleralgorithmus mit Festkommaarithmetik auf digitaler Hardware (FPGA) berechnet werden soll, muss man die beschriebenen Problemstellungen bei der Implementierung berücksichtigen.

Das Ziel der Implementierung mit Festkommazahlen ist, einen Regler mit begrenzter Genauigkeit zu entwerfen, bei dem die Abweichungen zum idealen Reglerverhalten vernachlässigbar gering sind. Dazu müssen Datentypenüberläufe verhindert werden. Zusätzlich dürfen Rundungsfehler keine negativen Auswirkungen auf die Reglergenauigkeit bewirken. Sinnvollerweise passt man dazu den Wertebereich der Datentypen an die begrenzten Ein- und Ausgangswertebereiche der Hardware an. Im vorliegenden Fall werden die Begrenzungen von der Auflösung der A/D-Umsetzer und der des zählerbasierten digitalen Pulsweitenmodulators, die wiederum von der zeitlichen Auflösung von 10 ns des FPGAs abhängt, festgelegt. Eine vereinfachte einphasige Darstellung der Signal- und Reglerparameterskalierung der FPGA basierten Stromregelung ist in Abbildung 6.16 dargestellt. Dabei kennzeichnen die grauen Blöcke die durch Hardware festgelegten Verstärkungsfaktoren, die keiner Rechenoperation bedürfen. Aufgrund der amplitudeninvarianten Koordinatentransformationen der feldorientierten Regelung T_{23} und T_{32}^{-1} entspricht das vereinfachte Blockschaltbild auch dem des realen dreiphasigen Systems.

Zunächst wird der Messstrom i_M über einen Stromsensor mit dem Verstärkungsfaktor R_M in eine Messspannung u_M gewandelt und anschließend über den A/D-Umsetzer als binärer vorzeichenbehafteter ganzzahliger Integerwert dargestellt. Die dabei auftretende A/D-Verstärkung ist durch den vollen Eingangsspannungsbereich U_{FS} und die Auflösung von $n_{A/D}$ -Bit des A/D-Umsetzers festgelegt. Nach der A/D-Umsetzung erfolgt die Istwertskalierung des ganzzahligen Integers auf einen Wertebereich zwischen $[-1 \dots 1 - 2^{-n_{A/D}+1}]$, oder vereinfacht $[-1 \dots 1[$. Die dazu benötigte Multiplikation mit $1/2^{n_{A/D}-1}$ lässt sich auf dem FPGA ressourcenschonend durch arithmetisches Schieben um $(n_{A/D} - 1)$ Bit implementieren. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die Istwertskalierung nicht funktionsrelevant ist. Sie ist nur eine von vielen Skalierungsmöglichkeiten, die aber das Begrenzen der Datentypenwertebereiche erleichtert. Um aus dem skalierten Istwert y_C^* die korrekt skalierte Reglerdifferenz e_C^* zu bilden, muss der Sollstrom

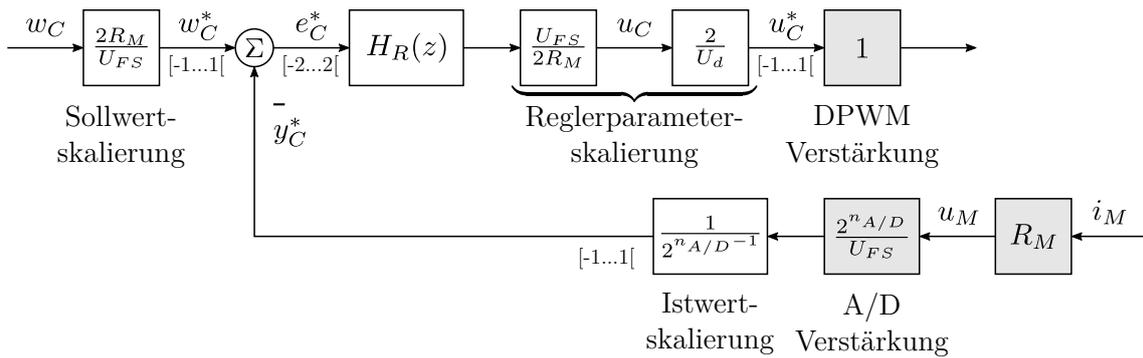


Abbildung 6.16: Skalierung der Stromsignale und der Reglerparameter.

w_C mit dem gleichen Skalierungsfaktor wie der Messstrom i_M multipliziert werden, was über die Sollwertskalierung erfolgt. Skaliert man den Reglerausgang mit dem Kehrwert der Sollwertskalierung erhält man den physikalischen Reglerstellgrad u_C . Bei der Sinusmodulation ist der Reglerstellgrad u_C auf die halbe Zwischenkreisspannung $\pm U_d/2$ begrenzt, was in Kapitel 2 gezeigt wurde. Um den Reglerstellgrad u_C auf den Wertebereich von $[-1 \dots 1[$ des digitalen Pulsweitenmodulators zu skalieren muss er mit $2/U_d$ multipliziert werden. Abschließend stellt sich die Frage, welche Reglerparameter von der Reglerparameterskalierung betroffen sind. Der skalierte digitale Regler $H_R^*(z)$ berechnet sich aus der Reglerparameterskalierung, der Übertragungsfunktion des PI-Reglers und der des Bandstopffilters aus Gleichung 3.44 und 6.2.

$$H_R^*(z) = \frac{u_C^*(z)}{e_C^*(z)} = K_C \underbrace{\frac{\left(1 + \frac{T}{T_{NC}}\right) - z^{-1}}{1 - z^{-1}}}_{H_{PI}(z)} \underbrace{\frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}}_{H_{BF}(z)} \frac{U_{FS}}{2R_M} \frac{2}{U_d} \quad (6.24)$$

Ordnet man die Reglerparameterskalierung der Übertragungsfunktion des PI-Reglers $H_{PI}(z)$ zu, erhält man:

$$H_R^*(z) = \frac{u_C^*(z)}{e_C^*(z)} = \underbrace{\frac{U_{FS}}{R_M U_d} K_C}_{H_{PI}^*(z)} \frac{\left(1 + \frac{T}{T_{NC}}\right) - z^{-1}}{1 - z^{-1}} \underbrace{\frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}}_{H_{BF}(z)} \quad (6.25)$$

Die Skalierung der Reglerparameter betrifft damit ausschließlich die Proportionalverstärkung K_C des PI-Reglers. Für die skalierte Proportionalverstärkung K_C^* gilt dabei:

$$K_C^* = \frac{U_{FS}}{R_M U_d} K_C \quad (6.26)$$

Die Berechnung des skalierten Reglerparameters K_C^* erfolgt ebenso wie die Sollwertskalierung $2R_M/U_{FS}$ auf dem Prozessor des DS1005. Deshalb muss lediglich die Istwertskalierung auf dem FPGA des DS5203 implementiert werden.

Mittelwertfilter

Das Signal zu Rauschverhältnis der gemessenen Phasenströme kann durch Überabtastung und anschließende Filterung erhöht werden. Dazu ist für alle drei Phasenströme ein gleitender Mittelwertfilter nach Abbildung 6.17 implementiert.

Die A/D-Umsetzer werden über den A/D Trigger mit der Abtastfrequenz N/T abgetastet. Dabei entspricht N dem Faktor der Überabtastung. Nach der Berechnung des arithmetischen Mittelwerts über N Werte erfolgt mit dem Regler Trigger eine Abtastratenreduzierung auf die des digitalen Reglers $1/T$. Bei genauer Analyse der Filterstruktur erkennt man, dass ausschließlich nach der Abtastung des N -ten Strommesswerts der korrekte Mittelwert $\bar{y}_C[n]$ am Ausgang des Multiplizierers anliegt. Damit dieser Wert für die Stromregelung abgetastet wird müssen die beiden Triggersignale zeitlich synchron zueinander sein, was im Zeitablaufdiagramm aus Abbildung 6.19 dargestellt ist. Um den Einsatz des Mittelwertfilters sowohl für einfache als auch für doppelte Abtastung zu ermöglichen, muss die Abtastzeit T/N der A/D-Umsetzer ein ganzzahliges Vielfaches der halben Trägertaktperiode $T_T/2$ betragen. Eine Zusatzbedingung ist dabei, dass sowohl die halbe Trägerperiode als auch die Abtastzeit des A/D-Umsetzers ein ganzzahliges Vielfaches der FPGA-Taktperiode T_{FPGA} sind.

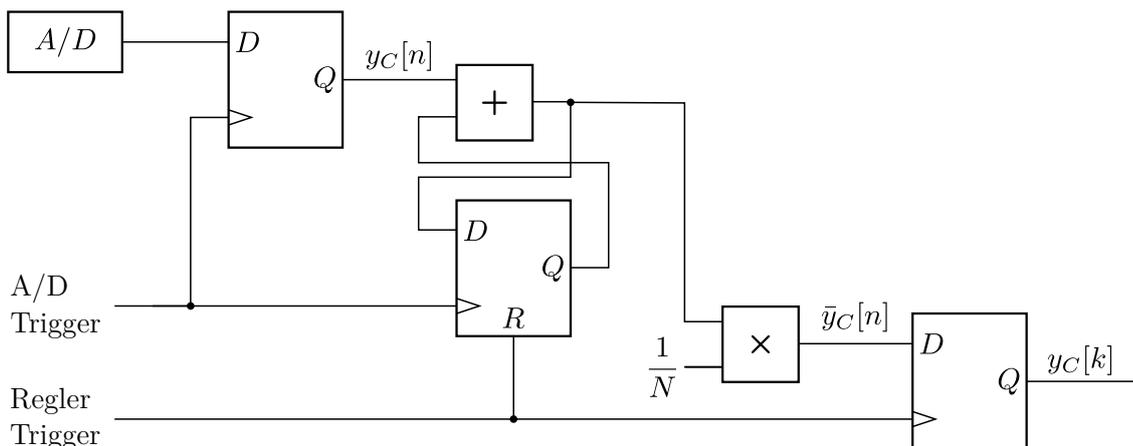


Abbildung 6.17: FPGA Implementierung des Mittelwertfilters.

Die gewählte Implementierungsvariante kann als Blockmittelwert aufgefasst werden, der ausschließlich mit nachgeschalteter Abtastratenreduzierung fehlerfrei arbeitet. Diese Implementierung ist im Vergleich zur klassischen gleitenden Mittelwertbildung bereits für Überabtastfaktoren von $N \geq 3$ ressourcenschonender auf dem FPGA zu realisieren, weil man lediglich drei D-Flipflops, einen Addierer und einen Multiplizierer benötigt. Im Gegensatz dazu erfordert der klassische Mittelwertfilter N D-Flipflops, $N - 1$ Addierer und einen Multiplizierer. Ein weiterer Vorteil ist, dass die Implementierung unabhängig vom Faktor N der Überabtastung ist. Damit entfällt bei einer Änderung des Überabtastfaktors N eine erneute zeitaufwändige FPGA-Synthetisierung.

Um die Divisionsoperation $1/N$ auf dem FPGA zu vermeiden, wird diese auf dem Prozessor des DS1005 durchgeführt und über ein Register an den FPGA des DS5203 übergeben.

Stromregler

Die Stromregelung des Stromrichters mit Sinusfilter erfolgt durch die Kombination eines digitalen PI-Reglers und eines Bandstopffilters. Die FPGA Implementierung des Stromreglers mit skalierten Reglerparametern ist auf ein einphasiges System reduziert in Abbildung 6.18 dargestellt.

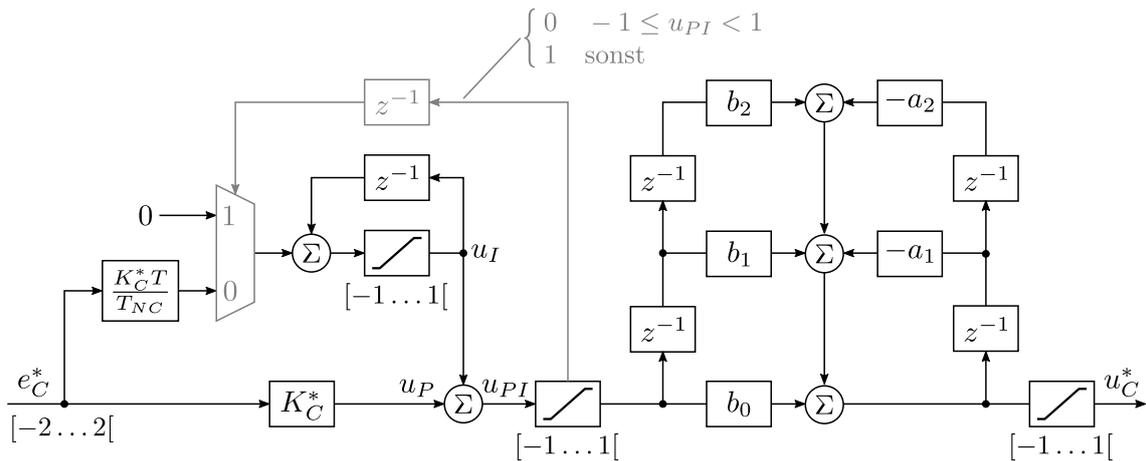


Abbildung 6.18: FPGA Implementierung des digitalen PI-Reglers mit Bandstopffilter.

Der links angeordnete digitale PI-Regler ist in Parallelstruktur implementiert und enthält zwei Begrenzungsblöcke, die zum einen den Datentypenüberlauf des Integrators u_I und zum anderen den Überlauf am PI-Reglerausgang verhindern. Erreicht das interne Signal u_{PI} die Wertebereichsgrenzen $[-1 \dots 1[$ des Begrenzungsblocks wird ein Steuersignal generiert, welches die Integration des Reglers anhält (anti-windup).

Der in Abbildung 6.18 rechts angeordnete digitale Bandstopffilter ist wie in Abbildung 6.1 als IIR-Filterstruktur implementiert. Sein Ein- und Ausgangswertebereich ist ebenfalls auf $[-1 \dots 1[$ beschränkt.

Bei der FPGA Implementierung entsprechen alle Verzögerungsblöcke z^{-1} einer zeitlichen Verzögerung um eine Abtastperiode T des Reglers. Im realen System wird die Verzögerung über flankengesteuerte D-Flipflops, die mit dem Regler Trigger abgetastet werden, realisiert.

Alle Datentypen am Ausgang der Begrenzungselemente sind auf den Wertebereich von $[-1 \dots 1[$ begrenzt und besitzen eine Wortbreite von 16 Bit. Die Datentypen der reglerinternen Signale sind so angepasst, dass auch in Extremfällen kein Datentypenüberlauf erfolgt. Damit ist die intern benötigte Wortbreite oftmals deutlich höher zu wählen als die nach den Begrenzungselementen.

Die Reglerparameter K_C^* und K_C^*T/T_{NC} , sowie die Filterkoeffizienten a_1 , a_2 , b_0 , b_1 und b_2 werden ausnahmslos auf dem Prozessor des DS1005 berechnet und über Register an den FPGA des DS5203 übergeben. Die verwendete Wortbreite der Parameter beträgt 16 Bit. Allerdings unterscheiden sich die Datentypen der Parameter in der Wahl der Kommastelle.

Zeitlicher Ablauf der Stromregelung

Für die korrekte Funktion des digitalen Stromreglers ist der zeitliche Ablauf der Implementierung entscheidend. Deshalb ist in Abbildung 6.19 das Zeitablaufdiagramm des implementierten Stromreglers dargestellt.

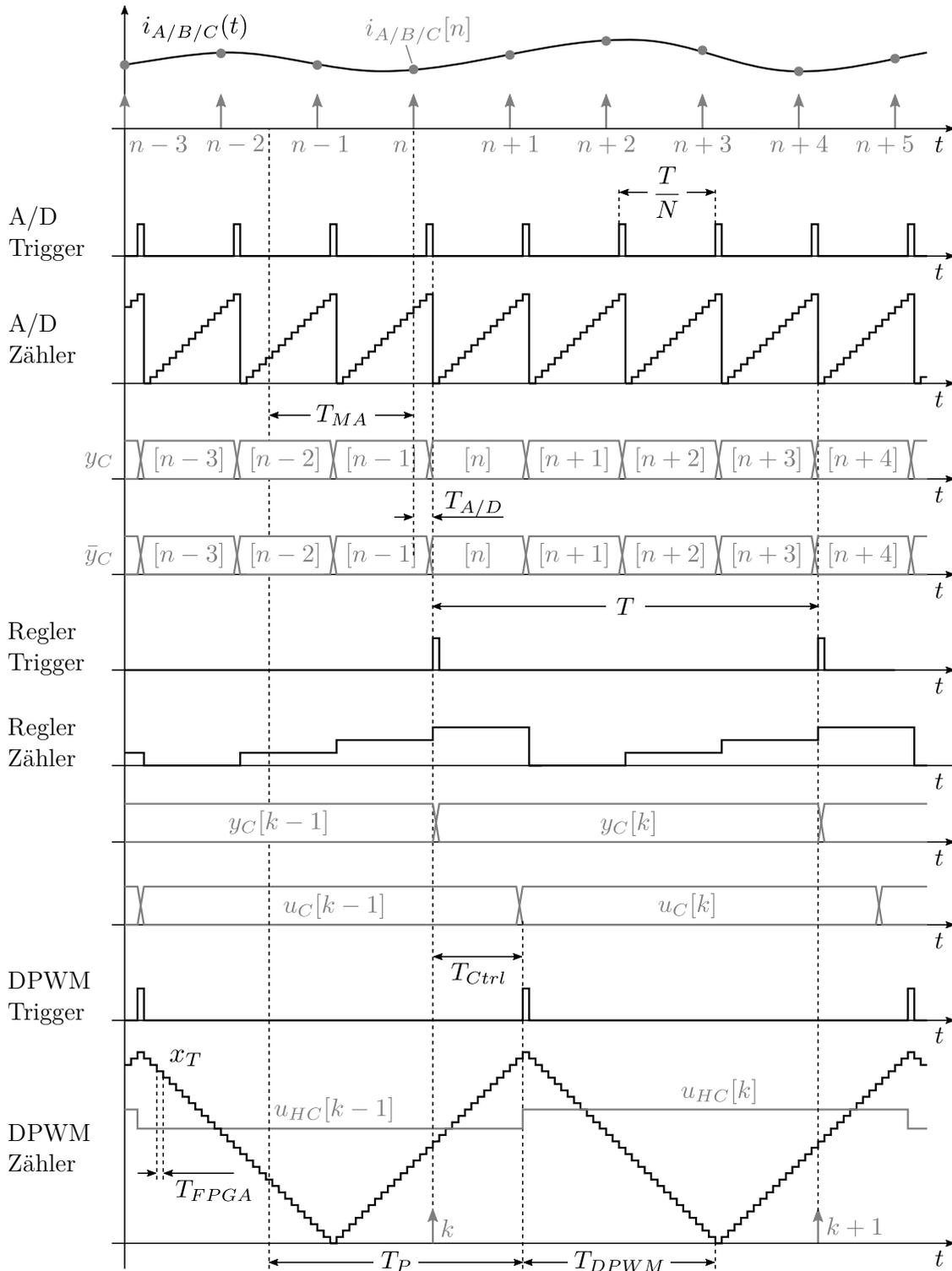


Abbildung 6.19: Zeitablaufdiagramm des Stromreglers im FPGA bei einfacher Abtastung.

Die Basis des zeitlichen Ablaufs ist über das Trägersignal x_T des DPWM Zählers festgelegt. Daraus leiten sich auch die Impulse des DPWM Triggers ab, an denen neue Sollwerte in das Vergleichsregister $u_{HC}[k]$ des Pulsweitenmodulators übernommen werden. Um ein zeitinvariantes Verhalten des Stromreglers sicherzustellen sind alle Prozesse synchron zum Trägersignal x_T . Der einzig asynchrone Prozess ist hardwarebedingt durch die A/D-Umsetzer zur Phasenstrommessung gegeben. Die A/D-Umsetzer laufen dabei mit einer maximalen Abtastzeit von 10 MSPS, was einer Abtastzeit von 100 ns entspricht. Die Synchronisation zum Trägersignal x_T erfolgt nachträglich über den A/D Trigger. Der A/D Trigger wird beim Erreichen des A/D Zähler Endwerts für eine FPGA Taktperiode gesetzt. Die Synchronisation zwischen A/D- und DPWM Zähler erfolgt dabei über eine Zählerfreigabe mit dem ersten Impuls des DPWM Trigger, weshalb der A/D Zähler um einen FPGA Takt verzögert ist. Im Vergleich zum A/D Trigger sind die abgetasteten Phasenströme maximal um die A/D-Umsetzungszeit $T_{A/D}$ von 700 ns verzögert. Damit die Berechnung der arithmetischen Mittelwertbildung abgeschlossen ist und dem Stromregler der korrekte Wert übergeben wird, muss der Regler Trigger um einen FPGA Takt verzögert zum A/D Trigger einsetzen. Der Regler Trigger mit der Abtastzeit T lässt sich am einfachsten durch Zählen der A/D Trigger Impulse realisieren. Dadurch ist er synchron zum A/D- und DPWM Zähler. Die Rechenzeit des Regelalgorithmus darf maximal $T_{Ctrl} = T/N$ betragen, damit der neu berechnete Stellgrad $u_C[k]$ zum erst möglichen Zeitpunkt in das Vergleichsregister $u_{HC}[k]$ des digitalen Pulsweitenmodulators übernommen wird.

Die drei arithmetischen Mittelwertströme $y_C[k]$ werden zu den Zeitpunkten der Regler Trigger Impulse ins rotorfeste dq-System transformiert. Im Anschluss erfolgt die Berechnung des digitalen PI-Reglers und die Rücktransformation ins dreiphasige ABC-System. Danach passieren die Signale den Bandstoppfilter und werden zum Reglerstellgrad $u_C[k]$, der abschließend ins Vergleichsregister des digitalen Pulsweitenmodulators $u_{HC}[k]$ übernommen wird. Die komplette Stromregelung benötigt exakt 24 Taktperioden des FPGAs. Mit der gewählten Trägerperiode von $T_T = 5 \mu\text{s}$, die zu einer Schaltfrequenz von 200 kHz führt, erreicht man beim FPGA Takt von $T_{FPGA} = 10 \text{ ns}$ einen maximalen Überabtastfaktor von $N = 20$ für einfache bzw. $N = 10$ für doppelte Abtastung des Pulsweitenmodulators. Die von der Rechenzeit verursachte Verzögerung T_{Ctrl} hängt nicht direkt von der Anzahl der benötigten FPGA-Rechentakte ab, sondern von der Zeitspanne zwischen dem Auftreten des Regler- und DPWM Trigger. Der Grund dafür ist, dass eine Änderung des Stromrichter Stellgrads erst eintreten kann, sobald der neue Reglerstellgrad mit dem DPWM Trigger ins Vergleichsregister $u_{HC}[k]$ des DPWM Zähler übernommen wird. Deshalb ordnet man der Rechenzeit des Regelalgorithmus im folgenden die Zeit $T_{Ctrl} = T/N$ zu.

Im Zeitablaufdiagramm aus Abbildung 6.19 sind zusätzlich alle Verzögerungszeiten des Stromreglers dargestellt. Diese umfassen die A/D-Umsetzungszeit $T_{A/D}$, die Verzögerung durch den Mittelwertfilter T_{MA} und die Rechenzeit T_{Ctrl} . Die Abtastung des digitalen Pulsweitenmodulators T_{DPWM} führt zu einer zusätzlichen Verzögerung im Regelkreis, die über das Halteglied nullter Ordnung berücksichtigt ist. Für den gesamten Stromregler ergibt sich bei einfacher Abtastung eine Totzeit, die größer als eine Abtastperiode T des Reglers ist.

6.4.2 Parametereinstellungen

Die Messungen des Gesamtsystems beruhen alle auf dem Stromrichter mit Sinusfilter aus Tabelle 5.4. An den Stromrichter ist im folgenden stets eine dreiphasige permanentmagneterregte Synchronmaschine mit den Parametern aus Tabelle 6.5 angeschlossen.

Tabelle 6.5: Parameter der permanentmagneterregten Synchronmaschine QSY 96 G.

Parameter	Wert	Einheit
Strangwiderstand	R_L	1.0 Ω
Stranginduktivität	L_L	3.5 mH
Nennspannung	U_N	290 V
Nennstrom	I_N	3.0 A
Nennleistung	P_N	1.3 kW
Polpaarzahl	z_P	3
Trägheitsmoment	J_T	6.6 kg cm ²

Alle Messungen und Vergleichssimulationen des Stromreglers werden mit 10-facher Überabtastung der Phasenströme sowie einfacher Abtastung des Pulsweitenmodulators mit den Parametern aus Tabelle 6.6 durchgeführt.

Tabelle 6.6: Parameter des FPGA basierten digitalen Stromreglers.

Teilsystem	Parameter	Wert	Einheit
Hardware	FPGA Taktperiode	T_{FPGA}	10 ns
	Rechenzeit Regelalgorithmus	T_{Ctrl}	500 ns
	Abtastzeit Regler	T	5 μ s
Strommessung	Analogfilter Zeitkonstante	T_{AF}	1.59 μ s
	A/D-Umsetzungszeit	$T_{A/D}$	700 ns
	Faktor der Überabtastung	N	10
	Verzögerung Mittelwertfilter	T_{MA}	2.25 μ s
PI-Regler	Proportionalverstärkung	K_C	90 V/A
	Nachstellzeit	T_{NC}	3.5 ms
Bandstopppfilter	Kennkreisfrequenz	ω_{0B}	$2\pi \cdot 30$ kHz
	Zählerdämpfungsgrad	D_Z	0.1
	Nennerdämpfungsgrad	D_N	1.01

6.4.3 Spannungsgesteuerter Betrieb

Im gesteuerten Betrieb des Stromrichters mit Sinusfilter soll bestätigt werden, dass der digitale Bandstoppfilter bereits im unregulierten Betrieb einen sicheren Überspannungsschutz der Filterbauteile und des Motors gewährleistet. Für die Messung ohne digitalen Bandstoppfilter wird dazu bei deaktiviertem Stromregler eine sprungförmige Sollwertänderung am Eingang des Pulsweitenmodulators vorgegeben und die Filterausgangsspannung u_{An} gemessen. Anschließend wird die identische Messung bei sprungförmiger Sollwertänderung am Eingang des digitalen Bandstoppfilters wiederholt. Das Ergebnis der Messungen ist in Abbildung 6.20 dargestellt. Dabei ist die Filterausgangsspannung u_{An} auf die mittlere Filtereingangsspannung \bar{u}_{A1n} normiert. Beschädigungen der Filterkondensatoren durch erhöhte Spannungsbelastungen wird mit einer

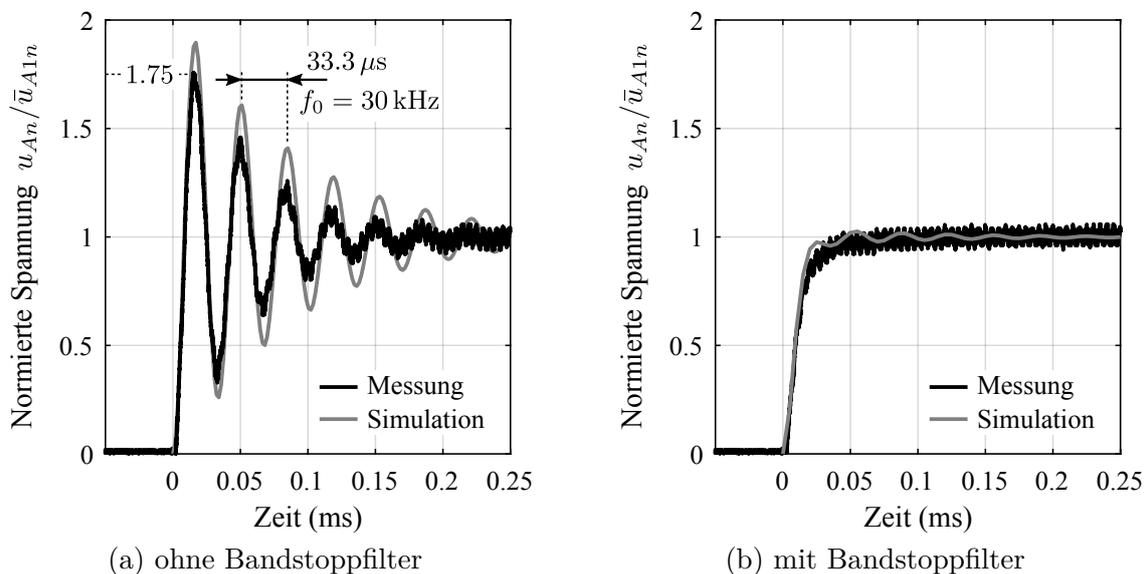


Abbildung 6.20: Messung der normierten Spannungssprungantwort des Sinusfilters mit und ohne digitalen Bandstoppfilter bei einer Zwischenkreisspannung von $U_d = 100 \text{ V}$ und einem Tastverhältnissprung von 0 auf 50 %.

reduzierten Zwischenkreisspannung von $U_d = 100 \text{ V}$ vorgebeugt. Bei einem linear zeitinvarianten System hat dies aber keinerlei Auswirkungen auf das Ergebnis. Aus dem Signalverlauf in Abbildung 6.20(a) ist deutlich die Eigenfrequenz $f_0 = 30 \text{ kHz}$ des Sinusfilters und eine maximale Amplitudenüberhöhung um den Faktor 1.75 zu erkennen, während die resonante Schwingung durch den digitalen Bandstoppfilter in Abbildung 6.20(b) vollkommen unterdrückt wird.

Im Gegensatz zu den simulierten ist den gemessenen Signalverläufen aus Abbildung 6.20 eine hochfrequente Schwingung mit der Frequenz des Pulsweitenmodulators überlagert. Ursache dieser Abweichungen ist die vereinfachte Simulation mit idealer Sprunganregung am Filtereingang unter Vernachlässigung der Pulsweitenmodulation. Aufgrund der Parameterabweichungen des realen Sinusfilters von den nominellen Bauteilwerten besteht zusätzlich eine erkennbare Abweichung zwischen der maximalen Amplitude sowie der Abklingrate des simulierten und des gemessenen Signalverlaufs in Abbildung 6.20(a).

6.4.4 Stromregelter Betrieb

Die Messungen des geschlossenen Stromregelkreises der permanentmagneterregten Synchronmaschine aus Tabelle 6.5 schließen die Charakterisierung des Stromrichters mit Sinusfilter aus Tabelle 5.4 ab. Für den Regler und das Digitalsystem gelten dabei die Parameter aus Tabelle 6.6. Der Stromregelkreis wird wie bisher üblich mit stillstehender Motorwelle und damit ohne Gegeninduktionsspannung analysiert. Außerdem wird der Sollwert des Longitudinalstroms w_{Cd} stets auf null gesetzt. Durch sprungförmige Änderung des Querstromsollwerts w_{Cq} zum Zeitpunkt $t = 0$ erhält man die in Abbildung 6.21 gemessenen Signalverläufe. Der gemessene Querstrom y_{Cq} steigt um drei Abtastschritte verzögert an und erreicht nach $45 \mu\text{s}$ die 63% des Sollwertsignals. Etwa $80 \mu\text{s}$ nach Änderung des Sollwertsignals w_{Cq} erreicht das Istwertsignal y_{Cq} überschwingungsfrei den Sollwert. Die genaue Analyse der Signalverläufe zeigt, dass bereits die

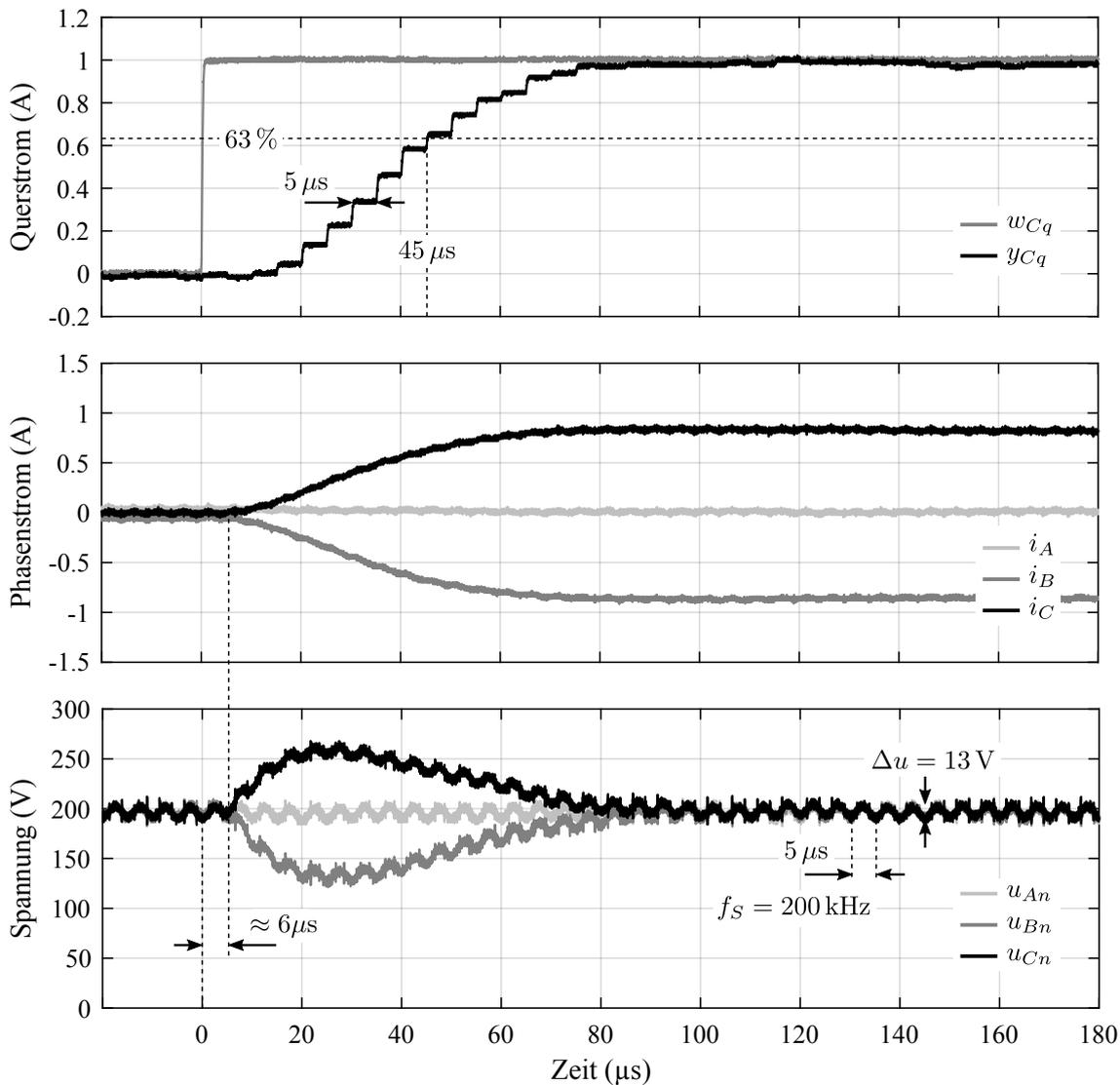


Abbildung 6.21: Messung der Stromreglersprungantwort bei einer Querstromanregung von $w_{Cq} = 1 \text{ A}$.

Filterspannungen u_{An} , u_{Bn} und u_{Cn} um etwa $6 \mu\text{s}$ verzögert zur Sollwertänderung w_{Cq} sind. Der Grund dafür ist die in Kapitel 3 beschriebene Ausgabeverzögerung des digitalen Pulsweitenmodulators, sowie die Verzögerungszeit durch den gleitenden Mittelwertfilter und die Rechenzeit des Regleralgorithmus. Die analogen Phasenströme i_A , i_B und i_C folgen ohne Zeitverzögerung den Filterspannungen. Die dominant induktive Last der permanentmagneterregten Synchronmaschine wirkt als Integrator, der den Stromanstieg abflacht. Deshalb hat es fälschlicherweise den Anschein, dass der abgetastete Querstrom y_{Cq} erst nach drei Abtastperioden ansteigt.

Die Filterspannungen u_{An} , u_{Bn} und u_{Cn} weisen einen dominanten Spannungsrippel mit der Schaltfrequenz der Halbleiter ($f_S = 200 \text{ kHz}$) auf. Der Spannungsrippel ist maximal wenn das Tastverhältnis der Halbleiter 50% und der Modulationsgrad $M = 0$ beträgt, was sich etwa $100 \mu\text{s}$ nach der Sollwertänderung einstellt. Nach dieser Zeit ist die Eingangsspannung des Sinusfilters u_{A1n} rechteckförmig und setzt sich ausschließlich aus den Trägerkomponenten zusammen. Die erste Harmonische des Trägers hat nach Gleichung 5.22 eine Amplitude von $\hat{u}_{10} = \frac{4}{\pi} \frac{U_d}{2}$. Bei der Schaltfrequenz von 200 kHz beträgt die berechnete Amplitudendämpfung $|F_{SF1}(j\omega)|$ des Sinusfilters -32 dB , was $1/40$ entspricht. Der damit berechnete Spannungsrippel Δu der ersten Trägerfrequenz aus Gleichung 6.27 stimmt sehr gut mit den gemessenen 13 V überein.

$$\Delta u = 2 \frac{4}{\pi} \frac{U_d}{2} |F_{SF1}(j\omega)| \Big|_{\omega=2\pi \cdot 200 \text{ kHz}} = 2 \frac{4}{\pi} \frac{400 \text{ V}}{2} \frac{1}{40} = 12.7 \text{ V} \quad (6.27)$$

Eine zusätzliche Messung zeigt die in Abbildung 6.22 dargestellten Signalverläufe der Filterspannungen und Phasenströme bei sinusförmiger Drehstromanregung. Erzeugt werden die Si-

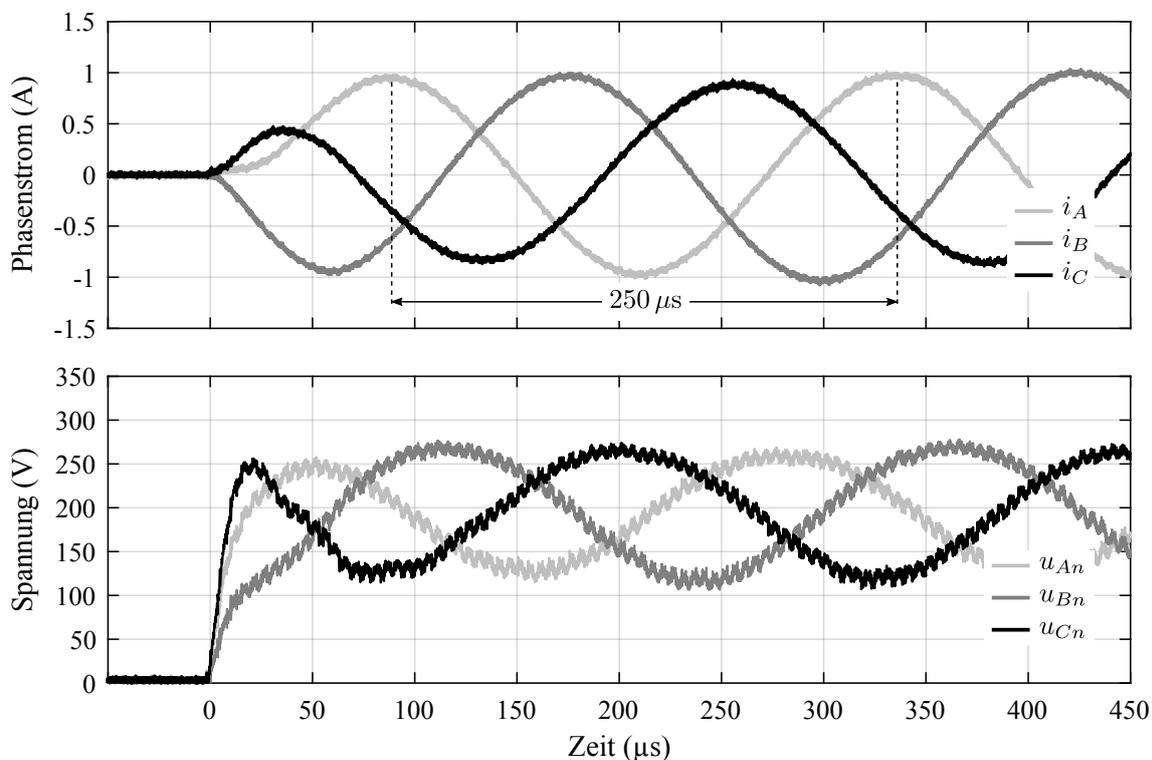


Abbildung 6.22: Messung des Stromreglers bei sinusförmiger Anregung mit 1 A Amplitude bei der Statorfrequenz von 4 kHz .

gnalverläufe mit konstanter Sollwertvorgabe der Querstromkomponente $w_{Cq} = 1 \text{ A}$, durch lineares Erhöhen des elektrischen Winkels φ_{El} zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ in der Implementierung. Wie bei den bisherigen Untersuchungen steht die Motorwelle dabei still. Um die Dynamik und das Einschwingverhalten des Stromregelkreises bei der gewählten Anregung zu untersuchen, beginnt die Messung bereits vor der Winkeländerung. Sowohl die Filterspannungen, als auch die Phasenströme erreichen nach etwa $80 \mu\text{s}$ überschwingungsfrei ihren Sollwert. Die Spannungen am Ausgang des Sinusfilters u_{An} , u_{Bn} und u_{Cn} sind dabei nahezu ideal sinusförmig. Das Gleiche gilt auch für die Phasenströme i_A , i_B und i_C . Da die eingestellte Statorfrequenz von 4 kHz oberhalb der Stromreglerbandbreite liegt, kann der zu geringe Strom der Phase C nicht vom Stromregler korrigiert werden. Die Zeitbereichsanalyse des geschlossenen Stromregelkreises ist damit abgeschlossen und es folgen Untersuchungen im Frequenzbereich.

Das Modell des Stromregelkreises wird im folgenden durch eine sinusförmige Anregung des Querstromsollwerts w_{Cq} mit einer Amplitude von 1.0 A an mehreren Frequenzpunkten verifiziert. Der Wert des Longitudinalstromsollwerts w_{Cd} ist dabei konstant 0 A . Der Aufbau einer Gegeninduktionsspannung der permanentmagneterregten Synchronmaschine wird durch die feststehende Motorwelle verhindert. Die Querströme des abgetasteten Soll- und Istwertstroms werden über D/A-Umsetzer vom FPGA ausgegeben und mit dem Oszilloskop die Amplituden und Phasenlagen ausgewertet. Die berechneten Messpunkte repräsentieren dabei den Mittelwert aus 100 Signalperioden der Anregungsfrequenz. Mit Gleichung 6.19 erhält man damit die Führungsübertragungsfunktion $T_C(e^{j\omega T})$ des geschlossenen Stromregelkreises, der in Abbildung 6.23 dargestellt ist.

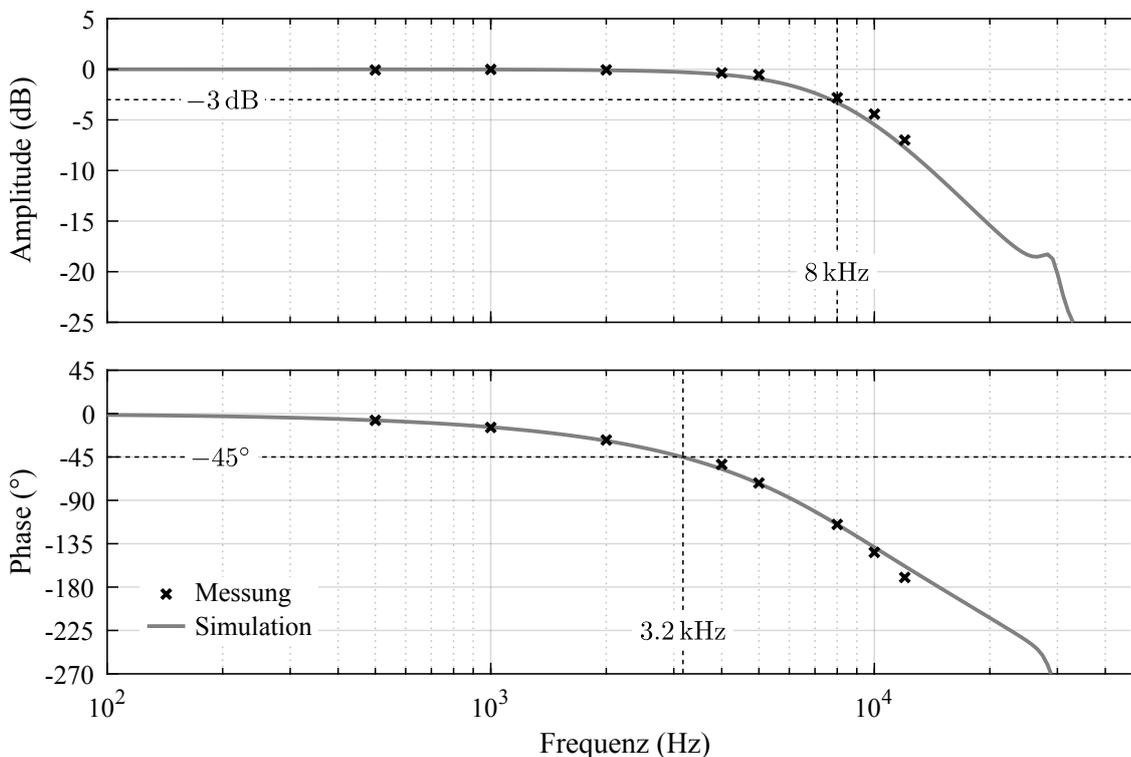


Abbildung 6.23: BODE-Diagramm des geschlossenen Stromregelkreises $T_C(e^{j\omega T})$.

Die Messung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit dem simulierten Verlauf der Übertragungsfunktion. Lediglich bei Frequenzen oberhalb 5 kHz ist die Amplitude der gemessenen Übertragungsfunktion etwas größer als die der simulierten. Verursacht wird diese Abweichung durch das Absinken der realen Motorinduktivität bei hohen Frequenzen, die in der Simulation unberücksichtigt ist. Die Messergebnisse bestätigen die hohe -3 dB Bandbreite des Stromregelkreises von 8 kHz und eine -45 Grad Phasendrehung bei 3.2 kHz.

Um den Messaufwand an dieser Stelle gering zu halten, wird sowohl die Übertragungsfunktion der offenen Kette L_C als auch die der Sensitivität S_I aus den Messwerten der Führungsübertragungsfunktion T_C berechnet. Voraussetzung dafür ist, dass alle Störsignale des Stromregelkreises gegenüber dem Sollwertsignal w_{Cq} vernachlässigbar klein sind. Dadurch kann man die Übertragungsfunktion der offenen Kette L_C aus Gleichung 6.19 berechnen.

$$L_C(z) = \frac{y_C(z)}{w_C(z) - y_C(z)} \quad (6.28)$$

Als Resultat erhält man mit den bereits gemessenen Daten die Übertragungsfunktion der offenen Kette $L_C(e^{j\omega T})$, die in Abbildung 6.24 dargestellt ist.

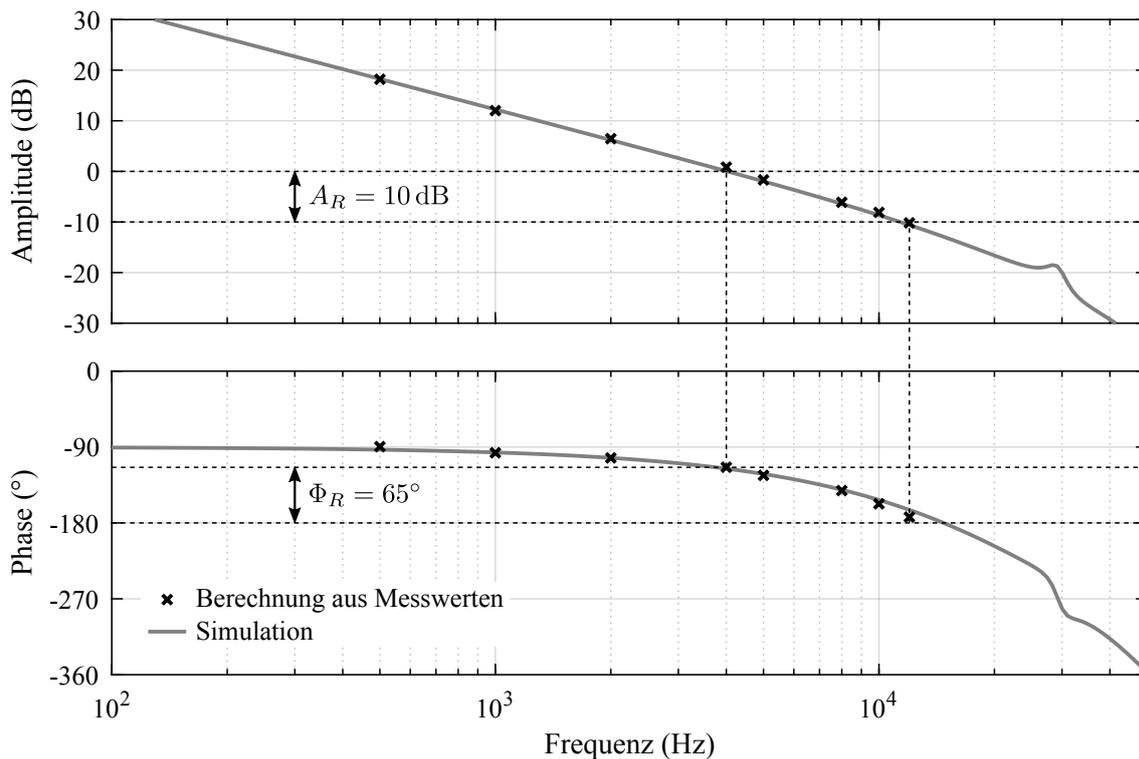


Abbildung 6.24: BODE-Diagramm der offenen Stromkette $L_C(e^{j\omega T})$.

Die aus den Messungen berechneten Werte der offenen Stromkette stimmen sehr gut mit der Simulation überein. Dabei bestätigt sich die vorgegebene Amplitudenreserve A_R von 10 dB und die Phasenreserve Φ_R von 65 Grad.

Die Übertragungsfunktion der Sensitivität S_I kann nur durch eine Näherung aus den Messdaten der Führungsübertragungsfunktion berechnet werden. Dazu nimmt man an, dass der analoge

Filter aufgrund seiner hohen Filtereckfrequenz in guter Näherung vernachlässigbar ist. Damit ergibt sich ein Stromregelkreis mit Einheitsrückführung, der die Berechnung ermöglicht. Mit Gleichung 6.19 lässt sich im Anschluss näherungsweise die Sensitivität S_I des Stromregelkreises aus den Messdaten des geschlossenen Regelkreises bestimmen.

$$S_I(z) \approx 1 - T_C(z) = 1 - \frac{y_C(z)}{w_C(z)} \quad (6.29)$$

Aus den Messwerten w_{Cq} und y_{Cq} folgt mit der Näherung aus Gleichung 6.29 der in Abbildung 6.25 dargestellte Amplitudengang der Sensitivität $|S_I|$.

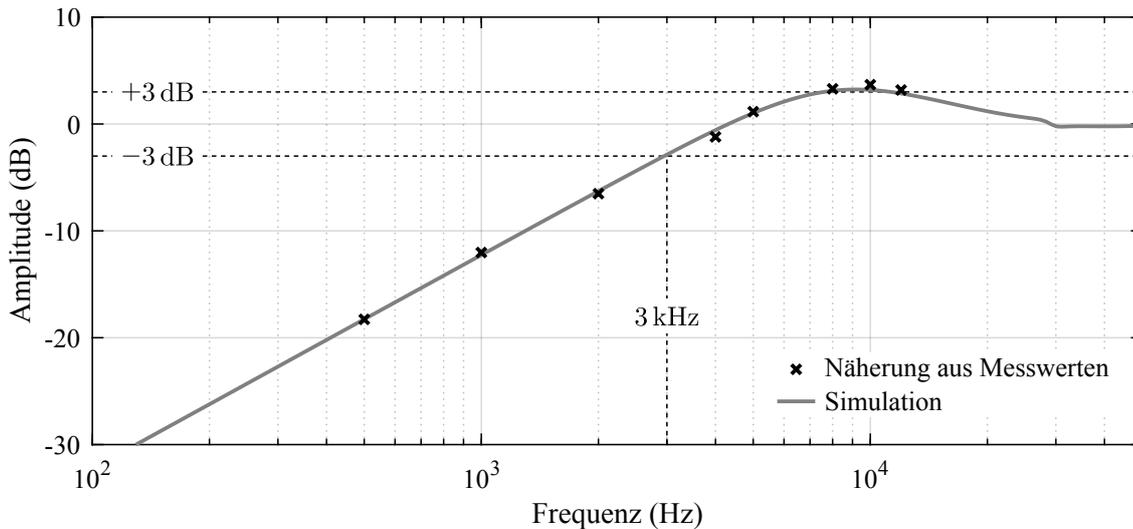


Abbildung 6.25: Amplitudengang der Stromreglersensitivität $|S_I(e^{j\omega T})|$.

Die aus den Messwerten berechnete Sensitivität stimmt gut mit der simulierten überein und bestätigt die Gültigkeit der getroffenen Näherung. Die maximale Sensitivität S_{max} beträgt etwa 3 dB, womit die definierte Stabilitätsreserve $1/S_{max}$ von $1/\sqrt{2}$ eingehalten wird.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Untersuchungen des Stromreglers mit einfacher Abtastung des Pulsweitenmodulators wurden ebenfalls mit doppelter Abtastung durchgeführt. Die Abtastzeit des Stromreglers halbiert sich dabei auf $T = 2.5 \mu\text{s}$. Außerdem halbiert sich die Verzögerung des digitalen Pulsweitenmodulators und die des gleitenden Mittelwertfilters. Im Vergleich zur einfachen Abtastung lässt sich damit die Stromreglerbandbreite bei gleicher Stabilitätsreserve um etwa 26 % erhöhen. Die prinzipiellen Kurvenverläufe sind identisch zu denen bei einfacher Abtastung, weshalb auf eine erneute Darstellung verzichtet wird.

Erste Untersuchungen des Positions- und Geschwindigkeitsregelkreises aus [134] zeigten, dass die höhere Stromreglerbandbreite des vorgestellten Systems zu keiner Steigerung der Positions- und Geschwindigkeitsreglerbandbreite führt. Die Limitierung wird durch mechanische Resonanzen des Motors verursacht. In typischen Antriebssystemen mit nachgeschalteter Mechanik ist deshalb zu erwarten, dass man mit dem entwickelten Stromrichter von einer höheren Signalqualität und nicht von einer erhöhten Bandbreite des Gesamtsystems profitiert. Durch die erhöhte Signalqualität der Phasenströme steigt aber auch der Wirkungsgrad des Motors.

7 Schlussbetrachtung

7.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden Halbleiter mit großer Bandlückenenergie, wie Siliziumkarbid (SiC) und Galliumnitrid (GaN), in Stromrichtern der Antriebstechnik untersucht. Die Motivation war dabei, dass sich durch das Erhöhen der Schaltfrequenz aktuell verfügbarer Stromrichter sowohl die erreichbare Stromreglerbandbreite als auch die Signalqualität steigern lassen sollte. Im Vergleich zu IGBT-Stromrichtern konnte dabei die typische Stromrichterschaltfrequenz von 4 bis 16 kHz auf 200 kHz gesteigert werden, was durch die geringeren Schaltverluste von unipolaren SiC- und GaN-Halbleitern ermöglicht wird. In Kapitel 2 wurde gezeigt, dass das Erhöhen der Schaltfrequenz die Signalverzerrungen in den Phasenströmen elektrischer Antriebe reduziert. Damit nehmen auch die Drehmomentschwankungen und die durch hochfrequente Stromanteile verursachten Zusatzverluste im Antrieb ab. Skaliert man die Abtastfrequenz der digitalen feldorientierten Regelung mit der Schaltfrequenz des Stromrichters, kann die Stromreglerbandbreite ebenfalls erhöht werden, was in Kapitel 3 dargestellt wurde. Allerdings erfordern die kleinen Abtastzeiten bei hohen Schaltfrequenzen den Einsatz schneller Mikroprozessoren oder die Verwendung von digitaler Hardware in Form von FPGAs. Für den effizienten Einsatz von SiC- und GaN-Halbleitern müssen diese im Nanosekundenbereich ein- und ausgeschaltet werden, was zu Spannungsüberhöhungen der Halbleiter, unerwünschten Brückenkurzschlüssen sowie zu Instabilitäten in der Ansteuerschaltung führen kann. In Kapitel 4 wurde deshalb gezeigt, dass die minimal möglichen Schaltverluste der eingesetzten GaN-HEMTs nur mit einer optimierten planaren Aufbau- und Verbindungstechnik erreichbar sind. Durch eine koplanare Leiterbahnführung konnte eine Kommutierungsinduktivität der Halbbrücke kleiner 1.5 nH realisiert werden, was zu einer vollständigen Unterdrückung der Spannungsüberhöhungen beim Schalten der Halbleiter führt. Zusammen mit der niederimpedanten Ansteuerschaltung wurden Spannungsanstiegsgeschwindigkeiten der Drain-Source-Spannung von 150 V/ns erzielt. Für Bauteile mit einer Durchbruchspannung größer 600 V ist dieser Wert einer der höchsten je gemessenen. Die elektrische Isolation zwischen den Halbleitern und dem Kühlkörper wurde mit einer thermisch hochleitfähigen Aluminiumnitrid (AlN)-Keramik umgesetzt. Mit dem realisierten Kühlaufbau konnte für eine Halbleiterfläche von 3×6.5 mm ein geringer thermischer Widerstand $R_{\Theta JA}$ von 1.2 K/W zwischen Halbleitersperrschicht und Umgebung erzielt werden. Eine optimierte Aufbau- und Verbindungstechnik löst jedoch nicht die Probleme, die durch die kurzen Schaltzeiten der Halbleiter am Phasenausgang der Halbbrücke auftreten können. Dabei verursachen die hochfrequenten Signalanteile der Stromrichterspannungen Wechselwirkungen zwischen dem Stromrichter und der

Last. Die transienten Spannungsverläufe führen zu Leitungsreflexionen und stehenden Wellen, wodurch Überspannungen an den Motorklemmen auftreten. Außerdem resultieren die parasitären Kapazitäten der Leitung und der Motorwicklung in einer zusätzlichen kapazitiven Belastung der Halbleiter, sodass deren Schaltverluste ansteigen. Um die hochfrequenten Signalanteile der Schaltvorgänge von der Last zu entkoppeln, wurden in Kapitel 5 analoge Filterschaltungen untersucht. Die bestmögliche Entkopplung konnte über einen LC-Sinusfilter erreicht werden, der alle Trägerbänder der pulswertenmodulierten Stromrichterspannungen bedämpft. Der Sinusfilter beinhaltet dabei ein analoges Dämpfungsnetzwerk zur Begrenzung der Spannungsüberhöhungen um die Filterkennfrequenz. Ein Vorteil des analogen Dämpfungsnetzwerks ist, dass sich dieses positiv auf die robuste Stabilität des Stromregelkreises und die erreichbare Stromreglerbandbreite auswirkt. Die Berechnung der Bauteilwerte des Sinusfilters erfolgte mit einem neuartigen numerischen Optimierungsverfahren, das sowohl die Spannungsübertragungsfunktion des Filters als auch die Filterverluste im Dämpfungsnetzwerk berücksichtigt. Für den entwickelten Stromrichter mit der Schaltfrequenz von 200 kHz wurde ein Sinusfilter mit der Kennfrequenz von 30 kHz optimiert. Es zeigte sich, dass eine auf Zehn begrenzte Spannungsüberhöhung der Filterübertragungsfunktion ohne nennenswerte Verluste im Dämpfungsnetzwerk umsetzbar ist. Die somit erreichte Filterdämpfung liegt etwa eine Zehnerpotenz über der von ungedämpften LC-Filtern, wodurch sich die robuste Regelung bei Parameterschwankungen der Filterbauteile verbessert. Mit dem optimierten Sinusfilter konnte die Amplitude der ersten Trägerfrequenz von 200 kHz am Filterausgang auf 1/40 reduziert werden. Durch den 200 kHz Stromrichter mit Sinusfilter lassen sich die Phasenstromverzerrungen bei einer Modulationsfrequenz von 500 Hz im Vergleich zum filterlosen 10 kHz Stromrichter um das 250-fache verringern. Die gesteigerte Schaltfrequenz reduziert dabei das benötigte Filtervolumen und Gewicht auf einen Bruchteil. Ein Nachteil des Sinusfilters ist aber, dass er dem Stromrichter eine schwach gedämpfte Resonanzstelle hinzufügt, welche den Stromregelkreis destabilisiert. Durch einen zusätzlichen digitalen Bandstopppfilter im Stromregler konnte der Destabilisierung in Kapitel 6 entgegengewirkt werden. Die durchgeführten Untersuchungen zeigten, dass die hybride Dämpfung der Filterresonanz mit dem analogen Dämpfungsnetzwerk im Sinusfilter und dem digitalen Bandstopppfilter im Stromregler die optimale Lösung darstellt. Mit dieser Kombination fallen die geringsten Verluste im Dämpfungsnetzwerk an und es wird die höchste Stromreglerbandbreite erreicht. Unter Berücksichtigung der real zu erwartenden Parameterschwankungen der Filterbauteile erzielt man mit dem berechneten analogen Dämpfungsnetzwerk bei identischer Stabilitätsreserve des Stromregelkreises die doppelte Stromreglerbandbreite. Mit dem gewählten Stromregleransatz ist es ausreichend, die Phasenströme am Filterausgang zu messen, wodurch Zusatzkosten einer erweiterten Istgrößenerfassung entfallen. Bei einer Schaltfrequenz des Stromrichters von 200 kHz beträgt die Abtastzeit des entwickelten FPGA-basierten Stromreglers 5 μ s. Mit der festgelegten Stabilitätsreserve von $1/\sqrt{2}$ wurde damit eine -3 dB Stromreglerbandbreite der Führungsübertragungsfunktion von 8 kHz erreicht. Das vorgestellte Schaltungskonzept aus Stromrichter und Sinusfilter löst alle Problemstellungen, die aus den sehr kurzen Schaltzeiten von Halbleitern mit großer Bandlückenenergie resultieren. Das Ergebnis ist ein getakteter Stromrichter mit hohem Wirkungsgrad, dessen Klemmverhalten bezüglich Signalqualität und erreichbarer Stromreglerbandbreite annähernd dem von analogen Leistungsverstärkern entspricht.

7.2 Ausblick

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass eine optimierte Aufbau- und Verbindungstechnik entscheidend ist, um die theoretisch mögliche Leistungsfähigkeit von GaN bzw. SiC-Halbleitern vollständig zu nutzen. Eine bisher unbeantwortete Frage ist, wie sich der vorgeschlagene Aufbau in eine industrielle Massenfertigung übertragen lässt. Dies erfordert eine Vielzahl weiterer Untersuchungen, bei denen die mechanische Dauerfestigkeit und die kostengünstige Fertigung im Fokus stehen. Außerdem könnte man die Optimierung der Aufbau- und Verbindungstechnik auf Mehrleveltopologien erweitern. Diese haben den Vorteil, dass sie im Vergleich zur zweilevel Halbbrücke geringere Schaltverluste aufweisen. Nachteilig ist aber der höhere Bauteilaufwand, wodurch die Kosten zumeist ansteigen. Allerdings verbessert sich durch die höhere Spannungsauflösung am Phasenausgang die Signalqualität und die maximale Zwischenkreisspannung kann erhöht werden. Für das vorgestellte Stromrichtersystem mit Sinusfilter könnte so der Stromrippel in der Filterinduktivität und die damit verbundene Verlustleistung reduziert, bzw. die aktuelle Zwischenkreisspannung von 400 V auf die üblichen 600 V angehoben werden. Außerdem verringert sich dadurch das Bauvolumen und die Kosten der Filterinduktivität. Das übergeordnete Ziel zukünftiger Optimierungen könnte ein Schaltwandler mit möglichst hoher Leistungsdichte und Signalqualität sein, sodass das Klemmverhalten bezüglich Signalqualität und erreichbarer Reglerbandbreite dem eines analogen Leistungsverstärkers entspricht. Weiterführende Arbeiten könnten aber auch die Untersuchungen am Gesamtsystem ausweiten. Eine zentrale Fragestellung ist dabei, wie sich die verbesserte Signalqualität des Stromrichters auf die Gesamteffizienz des Antriebssystems, bestehend aus Stromrichter und Motor, auswirkt. Für eine sinnvolle Bewertung müssen dazu repräsentative Beschleunigungsprofile und Lastfälle definiert werden, sodass das Antriebssystem auch außerhalb des Nennbetriebspunkts charakterisiert wird. Aufgrund der ohmschen Durchlasskennlinie von GaN- bzw. SiC-Halbleitern ist zu erwarten, dass sich die Gesamteffizienz von Antriebssystemen gerade bei kleiner und mittlerer Leistung deutlich erhöht. Weiterhin könnte man untersuchen, ob sich das modulare Parallelschalten einzelner Stromrichter mit Sinusfilter zur Steigerung des maximalen Phasenausgangsstroms negativ auf die Leistungsfähigkeit der einzelnen Module auswirkt.

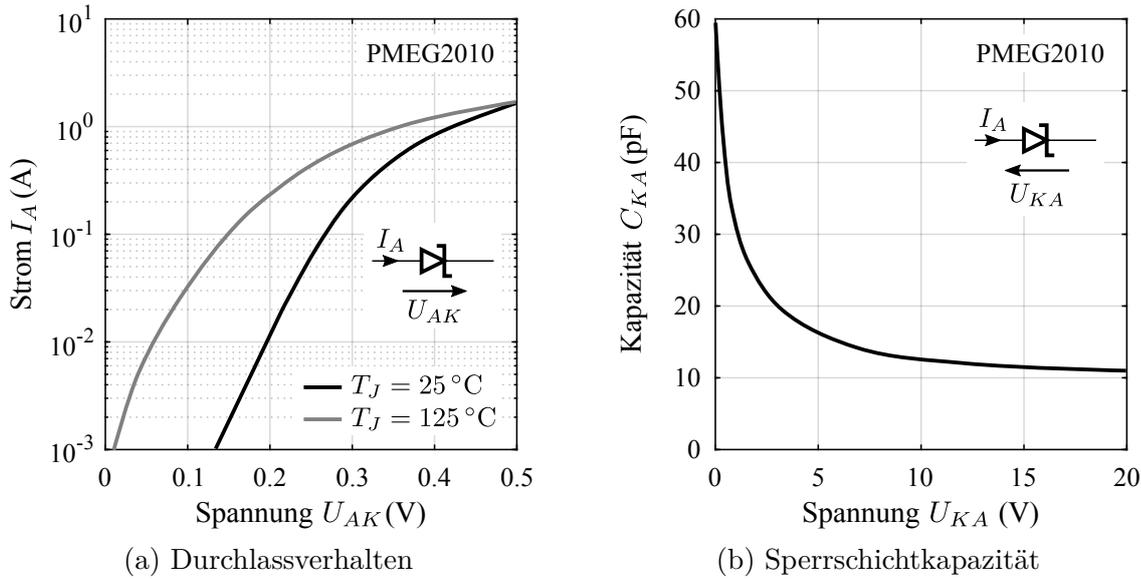


Abbildung A.2: Datenblattwerte der SCHOTTKY-Dioden im Ansteuerkreis [135].

Durch Mehrfachpulse erhält man zusätzlich das Schaltverhalten für unterschiedliche Schaltströme. Dabei werden Steuerspannungen mit identischem Tastverhältnis eingesetzt, was in Abbildung A.3 dargestellt ist. Um Brückenkurzschlüsse zu vermeiden sind die Ansteuerpulse um die

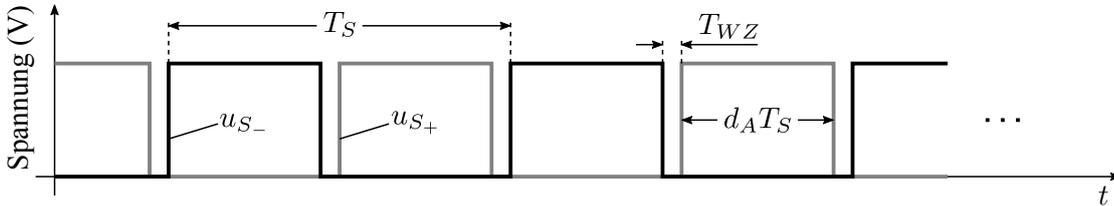


Abbildung A.3: Ansteuersignale der Doppelpulsschaltung bei Mehrfachpulsen.

Wechselperrzeit T_{WZ} verkürzt. Pro Ansteuerpuls steigt der Strom in der Doppelpulsinduktivität L_{DP} um Δi_L an.

$$\Delta i_L = \frac{U_d}{L_{DP}} [(1 - d_A) T_S - 2T_{WZ}] \quad (\text{A.1})$$

Die Induktivitäten der Schaltzelle L_{A+} und L_{A-} haben den identischen Wert, wenn nicht explizit etwas anderes angegeben wird. Für die Gesamtinduktivität der Schaltzelle L_σ folgt unter Vernachlässigung der äquivalenten Induktivität ESL des HF-Zwischenkreiskapazität $C_{d,HF}$:

$$L_\sigma = L_{A+} + L_{A-} \quad (\text{A.2})$$

In der vorliegenden Arbeit soll der Stromanstieg Δi_L pro Ansteuerpuls 5 A betragen. Die Anzahl der Ansteuerpulse wird anhand der Stromtragfähigkeit des Halbleiters festgelegt. Für alle durchgeführten Simulationen und Messungen der Doppelpulsschaltung gelten die Parameter aus Tabelle A.1, wenn nicht explizit anders angegeben. Die Angaben der intrinsischen Halbleiterwi-

derstände R_G , R_D und R_S sind dem verwendeten empirischen LTSPICE-Halbleitermodell von GaN-Systems [136] entnommen. Der spannungsabhängige Verlauf der intrinsischen Halbleiterkapazitäten ist in Abbildung 4.4(a) dargestellt. Die Struktur des Halbleitermodells entspricht dem aus Abbildung 4.2 und ist um ein zusätzliches äquivalentes elektrisches Ersatzschaltbild nach Abbildung 4.11 erweitert.

Tabelle A.1: Parameter der Doppelpulsschaltung

Parameter		Wert	Einheit
Schaltzeit	T_S	1	μs
Wechselsperrzeit	T_{WZ}	30	ns
Zwischenkreisspannung	U_d	400	V
Zwischenkreiskapazität	C_d	10	μF
HF-Zwischenkreiskapazität	$C_{d,HF}$	300	nF
äquivalenter Serienwiderstand	ESR	0	Ω
äquivalente Serieninduktivität	ESL	0	nH
Doppelpulsinduktivität	L_{DP}	40	μH
Schaltzelleninduktivität	L_σ	1	nH
Gateinduktivität	L_G	1	nH
intrinsischer Gate-Widerstand	R_G	1.1	Ω
intrinsischer Drain-Widerstand	R_D	0.1	$\text{m}\Omega$
intrinsischer Source-Widerstand	R_S	0.1	$\text{m}\Omega$

Alle LTSPICE-Optionen für die Simulationen des Halbleiterschaltverhaltens, die von den Standardeinstellungen abweichen, sind in Tabelle A.2 aufgelistet.

Tabelle A.2: Optionseinstellungen der LTSPICE Simulationen

Option		Wert	Einheit
relative Fehlertoleranz	reitol	10^{-4}	–
Absolutwert der Stromfehlertoleranz	abstol	10^{-8}	A
absolute Ladungstoleranz	chgtol	10^{-12}	C
Absolutwert der Spannungsfehlertoleranz	vntol	10^{-6}	V
Faktor der transienten Fehlertoleranz	trtol	5	–
Integrationsmethode	method	gear	–

B Parameterberechnung des Bandstoppfilters

Die harmonische Übertragungsfunktion des Bandstoppfilters lautet nach [132].

$$F_{BF}(j\omega) = \frac{(j\omega)^2 + j\omega 2D_Z\omega_{0B} + \omega_{0B}^2}{(j\omega)^2 + j\omega 2D_N\omega_{0B} + \omega_{0B}^2} \quad (\text{B.1})$$

Der Betrag $|F_{BF}(j\omega)|$ kann aus den Beträgen des Zählers und des Nenners gebildet werden.

$$|F_{BF}(j\omega)| = \frac{|-\omega^2 + \omega_{0B}^2 + j\omega 2D_Z\omega_{0B}|}{|-\omega^2 + \omega_{0B}^2 + j\omega 2D_N\omega_{0B}|} = \underbrace{\left(\frac{\omega^4 - 2\omega^2\omega_{0B}^2 + \omega_{0B}^4 + 4\omega^2\omega_{0B}^2D_Z^2}{\omega^4 - 2\omega^2\omega_{0B}^2 + \omega_{0B}^4 + 4\omega^2\omega_{0B}^2D_N^2} \right)^{\frac{1}{2}}}_{|F_{BF}(j\omega)|^2} \quad (\text{B.2})$$

Gesucht ist die Kreisfrequenz ω , für die der Betragsgang $|F_{BF}(j\omega)|$ Extremwerte annimmt. Da die Wurzelfunktion im kompletten Definitionsgebiet der Kreisfrequenz $\omega \in \mathbb{R}_0^+$ monoton steigt, reicht es die Extremwerte des Ausdrucks in Klammern $|F_{BF}(j\omega)|^2$ zu berechnen. Dies erhält man durch Differenzieren nach ω und anschließend null setzen.

$$0 = \frac{d}{d\omega} |F_{BF}(j\omega)|^2 = \frac{4\omega (\omega^2 - \omega_{0B}^2 + 2\omega_{0B}^2 D_Z^2) (\omega^4 - 2\omega^2\omega_{0B}^2 + \omega_{0B}^4 + 4\omega^2\omega_{0B}^2 D_N^2) - 4\omega (\omega^2 - \omega_{0B}^2 + 2\omega_{0B}^2 D_N^2) (\omega^4 - 2\omega^2\omega_{0B}^2 + \omega_{0B}^4 + 4\omega^2\omega_{0B}^2 D_Z^2)}{(\omega^4 - 2\omega^2\omega_{0B}^2 + \omega_{0B}^4 + 4\omega^2\omega_{0B}^2 D_N^2)^2} \quad (\text{B.3})$$

Damit ergeben sich folgende Zählernullstellen:

$$\begin{aligned} 0 &= 8\omega\omega_{0B}^2 \left(-\omega^4 D_Z^2 + \omega^4 D_N^2 + \omega_{0B}^4 D_Z^2 - \omega_{0B}^4 D_N^2 \right) \\ &= \omega \left(\omega^4 - \omega_{0B}^4 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Die Nennernullstellen unterscheiden sich von den Zählernullstellen, wodurch der Betragsgang $|F_{BF}(j\omega)|$ Extremwerte bei $\omega = 0$ und $\omega = \omega_{0B}$ aufweist.

$$|F_{BF}(j\omega)| \Big|_{\omega=0} = 1 \quad (\text{B.5})$$

$$|F_{BF}(j\omega)| \Big|_{\omega=\omega_{0B}} = \left| \frac{D_Z}{D_N} \right| \quad (\text{B.6})$$

Der Dämpfungsgrad des Zählers $D_Z \in \mathbb{R}^+$ und des Nenners $D_N \in \mathbb{R}^+$ sind stets positiv größer Null zu wählen. Für alle relevanten Dämpfungsgrade $D_Z \neq D_N$ nimmt die Betragsfunktion $|F_{BF}(j\omega)|$ einen globalen Extremwert an. Die Stelle $\omega = 0$ ist lediglich ein lokaler Extremwert

am Rand des Definitionsgebiets. Bandstopffilter erhält man nur unter der Voraussetzung, dass der Betragsgang $|F_{BF}(j\omega)|$ kleiner eins wird. Aus dem globalen Extremwert wird dadurch ein globales Minimum bei $\omega = \omega_{0B}$. Damit kann die normierte Amplitudendämpfung $a_{\omega_{0B}}$ definiert werden.

$$D_N > D_Z \quad (\text{B.7})$$

$$a_{\omega_{0B}} = \frac{|F_{BF}(j\omega)|\big|_{\omega=\omega_{0B}}}{|F_{BF}(j\omega)|\big|_{\omega=0}} = \frac{D_Z}{D_N} \quad (\text{B.8})$$

Zur Dimensionierung des Bandstoppfilters ist es sinnvoll einen Kreisfrequenzsperrbereich $2\Delta\omega$ zu definieren, indem der Amplitudengang $|F_{BF}(j\omega)|$ einer vorgegebenen minimalen normierten Dämpfung Δa , mit $0 < a_{\omega_{0B}} < \Delta a < 1$ unterliegt.

$$\Delta a > \frac{|F_{BF}(j\omega)|}{|F_{BF}(j\omega)|\big|_{\omega=0}} = \frac{|F_{BF}(j\omega)|}{|F_{BF0}|} \quad (\text{B.9})$$

Der Amplitudengang $|F_{BF}(j\omega)|$ nimmt genau den Wert von Δa an, wenn gilt:

$$\Delta a = \left(\frac{\omega^4 - 2\omega^2\omega_{0B}^2 + \omega_{0B}^4 + 4\omega^2\omega_{0B}^2 D_Z^2}{\omega^4 - 2\omega^2\omega_{0B}^2 + \omega_{0B}^4 + 4\omega^2\omega_{0B}^2 D_N^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{B.10})$$

Mit der Substitution $x = \omega^2$ erhält man:

$$0 = x^2(1 - \Delta a^2) + x2\omega_{0B}^2(2D_Z^2 - 1 + \Delta a^2 - 2D_N^2\Delta a^2) + \omega_{0B}^4(1 - \Delta a^2) \quad (\text{B.11})$$

Durch Einsetzen von $D_Z = a_{\omega_{0B}} D_N$ erhält man:

$$0 = x^2(1 - \Delta a^2) + x2\omega_{0B}^2(1 - \Delta a^2) \left(2D_N^2 \frac{a_{\omega_{0B}}^2 - \Delta a^2}{1 - \Delta a^2} - 1 \right) + \omega_{0B}^4(1 - \Delta a^2) \quad (\text{B.12})$$

Aus $0 < \Delta a < 1$ folgt $0 < \Delta a^2 < 1$. Deshalb ist auch $1 - \Delta a^2 > 0$ und es folgt:

$$0 = x^2 + x2\omega_{0B}^2 \left(2D_N^2 \frac{a_{\omega_{0B}}^2 - \Delta a^2}{1 - \Delta a^2} - 1 \right) + \omega_{0B}^4 \quad (\text{B.13})$$

Somit ergeben sich folgende Nullstellen des Polynoms:

$$x_{1,2} = -\omega_{0B}^2 \left(2D_N^2 \frac{a_{\omega_{0B}}^2 - \Delta a^2}{1 - \Delta a^2} - 1 \right) \pm \omega_{0B}^2 2D_N \frac{a_{\omega_{0B}}^2 - \Delta a^2}{1 - \Delta a^2} \sqrt{D_N^2 - \frac{1 - \Delta a^2}{a_{\omega_{0B}}^2 - \Delta a^2}} \quad (\text{B.14})$$

Da $\omega \in \mathbb{R}_0^+$ folgt, dass $x \in \mathbb{R}_0^+$. Somit erhält man durch Rücksubstitution $\omega = \sqrt{x}$ die Nullstellen des Ursprungspolynoms.

$$\omega_{1,2} = \sqrt{x_{1,2}} \quad (\text{B.15})$$

Die Kreisfrequenzweite $2\Delta\omega$ des Bandstoppfilters kann nun wie folgt berechnet werden.

$$\begin{aligned} 2\Delta\omega &= |\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| \\ (2\Delta\omega)^2 &= \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} - 2\sqrt{x_1x_2} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Die Berechnung von $\sqrt{x_1x_2}$ ergibt:

$$\sqrt{x_1x_2} = \sqrt{\omega_{0B}^4} = \omega_{0B}^2 \quad (\text{B.17})$$

Damit erhält man:

$$\begin{aligned} (2\Delta\omega)^2 &= -2\omega_{0B}^2 \left(2D_N^2 \frac{a_{\omega_{0B}}^2 - \Delta a^2}{1 - \Delta a^2} - 1 \right) - 2\omega_{0B}^2 \\ &= -4\omega_{0B}^2 D_N^2 \frac{a_{\omega_{0B}}^2 - \Delta a^2}{1 - \Delta a^2} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Auflösen nach D_N ergibt:

$$D_N^2 = -\frac{\Delta\omega^2}{\omega_{0B}^2} \frac{1 - \Delta a^2}{a_{\omega_{0B}}^2 - \Delta a^2} = \frac{\Delta\omega^2}{\omega_{0B}^2} \frac{1 - \Delta a^2}{\Delta a^2 - a_{\omega_{0B}}^2} \quad (\text{B.19})$$

Da der Dämpfungsgrad des Nenners $D_N \in \mathbb{R}^+$ nach Definition größer null ist, hat nur das Ergebnis der positiven Wurzel Bedeutung. Man erhält damit:

$$D_N = \frac{\Delta\omega}{\omega_{0B}} \sqrt{\frac{1 - \Delta a^2}{\Delta a^2 - a_{\omega_{0B}}^2}} \quad (\text{B.20})$$

$$D_Z = a_{\omega_{0B}} D_N \quad (\text{B.21})$$

Der Amplitudengang eines typischen Bandstoppfilters und die Bedeutung der Parameter sind in Abbildung B.1 logarithmisch dargestellt.

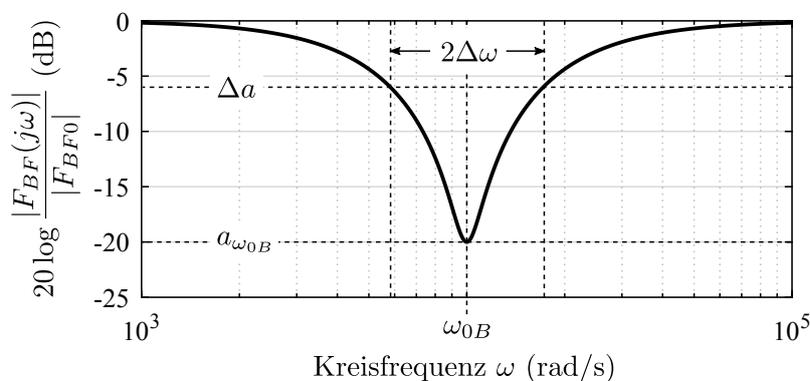


Abbildung B.1: Betragsgang des Bandstoppfilters mit den Parametern $a_{\omega_{0B}} = 0.1$, $\Delta a = 0.5$, $\omega_{0B} = 10^4$ rad/s und $2\Delta\omega = 11.3 \cdot 10^3$ rad/s.

C Sprungantwort eines Systems zweiter Ordnung mit Bandstoppfilter

Durch den Einsatz eines Bandstoppfilters kann ein schwingfähiges System zweiter Ordnung gezielt manipuliert werden. Im Idealfall kann dadurch der aperiodische Grenzfall eingestellt werden, bei dem der gewünschte Ausgangswert nach sprungförmiger Anregung am schnellsten, ohne Überschwingen erreicht wird. Die Laplace Übertragungsfunktion des Bandstoppfilters $G_{BF}(s)$ mit den Dämpfungsgraden D_Z und D_N lautet:

$$G_{BF}(s) = \frac{s^2 + 2D_Z\omega_{0B}s + \omega_{0B}^2}{s^2 + 2D_N\omega_{0B}s + \omega_{0B}^2} \quad (\text{C.1})$$

Die Laplace transformierte $G_{2O}(s)$ eines linear zeitinvarianten Systems zweiter Ordnung mit Kennkreisfrequenz ω_0 und Dämpfungsgrad D ist unter Vernachlässigung der Anfangswerte wie folgt definiert:

$$G_{2O}(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0s + \omega_0^2} \quad (\text{C.2})$$

Die Übertragungsfunktion des Bandstoppfilters $G_{BF}(s)$ wird seriell zu der des Systems zweiter Ordnung $G_{2O}(s)$ geschaltet, was in Abbildung C.1 dargestellt ist. Man erhält das Ausgangs-

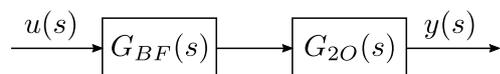


Abbildung C.1: Blockschaltbild des Übertragungssystems bestehend aus einem Bandstoppfilter $G_{BF}(s)$ und einem System zweiter Ordnung $G_{2O}(s)$.

signal $y(s)$ bei Einheitssprunganregung $u(s) = 1/s$, indem man die Übertragungsfunktionen miteinander multipliziert.

$$\begin{aligned}
 y(s) &= G_{BF}(s) G_{2O}(s) u(s) \\
 &= \underbrace{\frac{s^2 + 2D_Z\omega_{0B}s + \omega_{0B}^2}{s^2 + 2D_N\omega_{0B}s + \omega_{0B}^2}}_{\text{Bandstoppfilter}} \underbrace{\frac{\omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0s + \omega_0^2}}_{\text{System 2.Ordnung}} \underbrace{\frac{1}{s}}_{\text{Sprunganregung}} \quad (\text{C.3})
 \end{aligned}$$

1. Fall:

Das Zählerpolynom des Bandstopffilters ist gleich dem Nennerpolynom des Systems zweiter Ordnung. Damit die Polynome identisch sind, müssen ihre Eigenkreisfrequenzen $\omega_0 = \omega_{0B}$ und ihre Dämpfungsgrade $D_Z = D$ identisch sein. Damit erhält man:

$$y(s) = \frac{\omega_0^2}{\underbrace{s^2 + 2D_N\omega_0s + \omega_0^2}_{G(s)}} \frac{1}{s} \quad (\text{C.4})$$

Die resultierende Übertragungsfunktion $G(s)$ genügt ebenso einem System zweiter Ordnung, dessen Systemverhalten beliebig über den frei wählbaren Dämpfungsgrad D_N des Bandstopffilters eingestellt werden kann. Für $D_N = 1$ erhält man beispielsweise den aperiodischen Grenzfall.

2. Fall:

Das Zählerpolynom des Bandstopffilters ist ungleich dem Nennerpolynom des Systems zweiter Ordnung, was in realen Systemen mit Parameterschwankungen dem Normalfall entspricht. Mit $(s - s_i)$ Nullstellen des Nennerpolynoms $N(s)$ erhält man folgende Übertragungsfunktion:

$$y(s) = \omega_0^2 \frac{s^2 + 2D_Z\omega_{0B}s + \omega_{0B}^2}{(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)(s - s_4)(s - s_5)} = \omega_0^2 \frac{Z(s)}{N(s)} \quad (\text{C.5})$$

Der Grad des Zählerpolynoms $Z(s)$ ist größer als der des Nennerpolynoms $N(s)$, womit eine echt gebrochen rationale Übertragungsfunktion vorliegt. Ziel des Bandstopffilters ist, dem schwingungsfähigen System zweiter Ordnung eine höhere Dämpfung aufzuzwingen. Deshalb werden die Nullstellen s_1 und s_2 des Bandstopffilter Nennerpolynoms immer reell gewählt. Daraus folgt, dass der Dämpfungsgrad $D_N > 1$ ist. Die Nullstellen s_4 und s_5 des Nennerpolynoms zweiter Ordnung sind immer konjugiert komplex, weil sonst der Bandstopffilter unnötig ist. Damit hat das Nennerpolynom $N(s)$ der Übertragungsfunktion $y(s)$ bei Sprunganregung drei verschieden reelle Nullstellen und eine konjugiert komplexe Nullstelle. Für die Partialbruchzerlegung kann deshalb folgender Ansatz verwendet werden.

$$y(s) = \omega_0^2 \left(\underbrace{\frac{A_1}{s - s_1} + \frac{A_2}{s - s_2} + \frac{A_3}{s - s_3} + \frac{B + Cs}{s^2 + 2D\omega_0s + \omega_0^2}}_{Z(s)/N(s)} \right) \quad (\text{C.6})$$

$$s_1 = \omega_{0B} \left(-D_N + \sqrt{D_N^2 - 1} \right) \quad s_2 = \omega_{0B} \left(-D_N - \sqrt{D_N^2 - 1} \right) \quad (\text{C.7})$$

$$s_3 = 0 \quad (\text{C.8})$$

$$s_4 = \omega_0 \left(-D + j\sqrt{1 - D^2} \right) \quad s_5 = \omega_0 \left(-D - j\sqrt{1 - D^2} \right) \quad (\text{C.9})$$

Mithilfe des Entwicklungssatzes nach Heaviside [137] können die Koeffizienten A_i der n einfach reellen Nennernullstellen nach folgender Vorschrift berechnet werden:

$$A_i = \lim_{s \rightarrow s_i} \frac{Z(s)}{N(s)} (s - s_i) \quad \text{für } i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{C.10})$$

Durch Anwenden des Entwicklungssatzes erhält man die drei Koeffizienten A_1 , A_2 und A_3 der reellen Nennernullstellen:

$$A_1 = \frac{s_1^2 + 2D_Z\omega_{0B}s_1 + \omega_{0B}^2}{(s_1^2 - \omega_{0B}^2)(s_1^2 + 2D\omega_0s_1 + \omega_0^2)} \quad (\text{C.11})$$

$$A_2 = \frac{s_2^2 + 2D_Z\omega_{0B}s_2 + \omega_{0B}^2}{(s_2^2 - \omega_{0B}^2)(s_2^2 + 2D\omega_0s_2 + \omega_0^2)} \quad (\text{C.12})$$

$$A_3 = \frac{1}{\omega_0^2} \quad (\text{C.13})$$

Anschließend können die Koeffizienten B und C des Nennerpolynoms $N(s)$ durch Koeffizientenvergleich bestimmt werden.

$$\frac{A_1}{s - s_1} + \frac{A_2}{s - s_2} + \frac{A_3}{s - s_3} + \frac{B + Cs}{s^2 + 2D\omega_0s + \omega_0^2}$$

$$\frac{A_1(s - s_2)(s - s_3)(s^2 + 2D\omega_0s + \omega_0^2) + A_2(s - s_1)(s - s_3)(s^2 + 2D\omega_0s + \omega_0^2) + A_3(s - s_1)(s - s_2)(s^2 + 2D\omega_0s + \omega_0^2) + (B + Cs)(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)}{(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)(s^2 + 2D\omega_0s + \omega_0^2)}$$

$$\Rightarrow C = -A_1 - A_2 - A_3 \quad (\text{C.14})$$

$$\Rightarrow B = -A_1s_1 - A_2s_2 - 2D\omega_0(A_1 + A_2 + A_3) \quad (\text{C.15})$$

Mit dem komplexen LAPLACE Wegintegral kann die LAPLACE Transformierte $y(s)$ zurück in den Zeitbereich transformiert werden. Für die Hin- und Rücktransformation gilt:

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = \int_0^{\infty} y(t)e^{-st} dt = y(s) \quad (\text{C.16})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{y(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} y(s)e^{st} ds = \begin{cases} y(t) & \text{für } t > 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases} \quad (\text{C.17})$$

Häufig auftretende Rücktransformationen sind in sogenannten LAPLACE- Tabellen tabellarisiert [39]. Ein Auszug der hier benötigten Rücktransformationen ist in Tabelle C.1 aufgelistet. Das

Tabelle C.1: LAPLACE- Tabelle.

$y(s)$	$y(t)$, für $t > 0$
$\frac{1}{s}$	1
$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$
$\frac{1}{s^2+2\alpha s+\beta^2}$	$\frac{1}{\sqrt{\beta^2-\alpha^2}} \sin(\sqrt{\beta^2-\alpha^2} t) e^{-\alpha t}$
$\frac{s}{s^2+2\alpha s+\beta^2}$	$\left(\cos(\sqrt{\beta^2-\alpha^2} t) - \frac{\alpha}{\sqrt{\beta^2-\alpha^2}} \sin(\sqrt{\beta^2-\alpha^2} t)\right) e^{-\alpha t}$

Anwenden der Rücktransformationvorschriften ergibt die Zeitfunktion $y(t)$ für $t > 0$.

$$y(t) = \omega_0^2 \left[A_1 e^{(-D_N + \sqrt{D_N^2 - 1})\omega_0 B t} + A_2 e^{(-D_N - \sqrt{D_N^2 - 1})\omega_0 B t} + A_3 \right. \\ \left. + B \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - D^2}} \sin(\sqrt{1 - D^2} \omega_0 t) e^{-D\omega_0 t} \right. \\ \left. + C \left(\cos(\sqrt{1 - D^2} \omega_0 t) - \frac{D}{\sqrt{1 - D^2}} \sin(\sqrt{1 - D^2} \omega_0 t) \right) e^{-D\omega_0 t} \right] \quad (\text{C.18})$$

Bevor Gleichung C.18 interpretiert wird, können zur Vereinfachung mehrere Näherungen getroffen werden. Der Dämpfungsgrad des Systems zweiter Ordnung $G_{2O}(s)$ ist viel kleiner als Eins ($D \leq 0.1 \ll 1$), da sonst kein schwingungsfähiges Systemverhalten auftritt. Daraus folgt:

$$\sqrt{1 - D^2} \approx 1, \quad \text{für } D \ll 1 \quad (\text{C.19})$$

Die Approximation von Gleichung C.18 ergibt:

$$y(t) \approx \omega_0^2 \left[A_1 e^{(-D_N + \sqrt{D_N^2 - 1})\omega_0 B t} + A_2 e^{(-D_N - \sqrt{D_N^2 - 1})\omega_0 B t} + A_3 \right. \\ \left. + B \frac{1}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) e^{-D\omega_0 t} + C \left(\cos(\omega_0 t) - D \sin(\omega_0 t) \right) e^{-D\omega_0 t} \right] \quad (\text{C.20})$$

Gleichung C.20 kann weiter vereinfacht werden, da die Amplitude einer Sinusfunktion mit dem Dämpfungsgrad $D \ll 1$ gewichtet ist.

$$C \left(\cos(\omega_0 t) - D \sin(\omega_0 t) \right) e^{-D\omega_0 t} \approx C \cos(\omega_0 t) e^{-D\omega_0 t} \quad (\text{C.21})$$

Die überlagerte Oszillation aus Sinus- und Kosinusterm lässt sich anschließend wie folgt zusammenfassen:

$$a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t) = \begin{cases} -A \sin(\omega t + \varphi) & \text{für } a < 0 \wedge b < 0 \\ A \sin(\omega t + \varphi) & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{C.22})$$

$$\text{mit } A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (\text{C.23})$$

$$\text{und } \varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad \text{für } a \neq 0 \quad (\text{C.24})$$

Aufgrund der Fallunterscheidung in (C.22) müssen die Wertebereiche der Koeffizienten A_1 , A_2 , A_3 , B und C näher untersucht werden.

$$-\omega_{0B} < \underbrace{\left(-D_N + \sqrt{D_N^2 - 1} \right) \omega_{0B}}_{s_1} \leq 0, \quad \text{für } D_N > 1 \quad (\text{C.25})$$

$$A_1 = \frac{\overbrace{s_1^2 + 2D_Z\omega_{0B}s_1 + \omega_{0B}^2}^{>0}}{\underbrace{(s_1^2 - \omega_{0B}^2)}_{<0} \underbrace{(s_1^2 + 2D\omega_0s_1 + \omega_0^2)}_{>0}} < 0 \quad (\text{C.26})$$

$$\underbrace{\left(-D_N - \sqrt{D_N^2 - 1}\right)\omega_{0B}}_{s_2} < -\omega_{0B}, \quad \text{für } D_N > 1 \quad (\text{C.27})$$

$$A_2 = \frac{\overbrace{s_2^2 + 2D_Z\omega_{0B}s_2 + \omega_{0B}^2}^{>0}}{\underbrace{(s_2^2 - \omega_{0B}^2)}_{>0} \underbrace{(s_2^2 + 2D\omega_0s_2 + \omega_0^2)}_{>0}} \geq 0 \quad (\text{C.28})$$

Durch den Wertebereich von s_1 und s_2 folgt außerdem, dass der Betrag von A_1 immer größer dem Betrag von A_2 ist. Gleichheit würde sich beim Grenzübergang $D_N \rightarrow 1$ mit $s_1 = s_2 = \omega_{0B}$ einstellen, was aber außerhalb des Definitionsbereichs liegt.

$$|A_1| > |A_2| \quad (\text{C.29})$$

Für die Koeffizienten B und C ist keine einfache Begrenzung bestimmbar und beide können im Parameterbereich sowohl positive als auch negative Werte annehmen. Deshalb muss in Abhängigkeit der Koeffizientenvorzeichen B und C eine Fallunterscheidung durchgeführt werden. Sind beide negativ bekommt die Sinusschwingung ebenfalls ein negatives Vorzeichen. Für alle weiteren Kombinationen ist das Vorzeichen positiv. Damit folgt aus Gleichung C.20 die Approximation:

$$y_{Appr}(t) = 1 + \underbrace{\omega_0^2 A_1 e^{(-D_N + \sqrt{D_N^2 - 1})\omega_{0B}t} + \omega_0^2 A_2 e^{(-D_N - \sqrt{D_N^2 - 1})\omega_{0B}t}}_{\text{Systemdynamik}} \underbrace{\mp \omega_0 \sqrt{B^2 + (\omega_0 C)^2} \sin(\omega_0 t + \arctan(\omega_0 C/B))}_{\text{überlagerte Oszillation}} \underbrace{e^{-D\omega_0 t}}_{\text{Abklingrate}} \quad (\text{C.30})$$

Die Amplitude $\omega_0 \sqrt{B^2 + (\omega_0 C)^2}$ der überlagerten Oszillation klingt mit $e^{-D\omega_0 t}$ ab. Eine geringe Dämpfungsrate D des Systems zweiter Ordnung $G_{2O}(s)$ führt bei nicht idealen Bandstopppfilterparametern zu einer sehr langsam abklingenden Oszillation am Ausgang nach Sprunganregung am Eingang. Abbildung C.2 zeigt die sehr gute Übereinstimmung der approximierten $y_{Appr}(t)$ mit der exakten Lösung $y(t)$. Für viele praktische Anwendungen ist die Amplitude der überlagerten Oszillation von großer Bedeutung, weil sie maßgeblich für den auftretenden Maximalwert verantwortlich ist. Dieser kann zu unerwünschten Bauteilbelastungen führen. Deshalb wird im folgenden eine parametrische Studie durchgeführt, bei der das System zweiter Ordnung Parameterschwankungen unterliegt. Die Auswirkungen auf die Amplitude der überlagerten Oszillationen sind für zwei unterschiedliche Dämpfungsgrade des Bandstopppfilters in Abbildung C.3 dargestellt. Dabei zeigt sich erwartungsgemäß, dass ein größerer Nennerdämpfungsgrad D_N des Bandstopppfilters zu geringeren Oszillationsamplituden führt. Allerdings verschlechtert sich da-

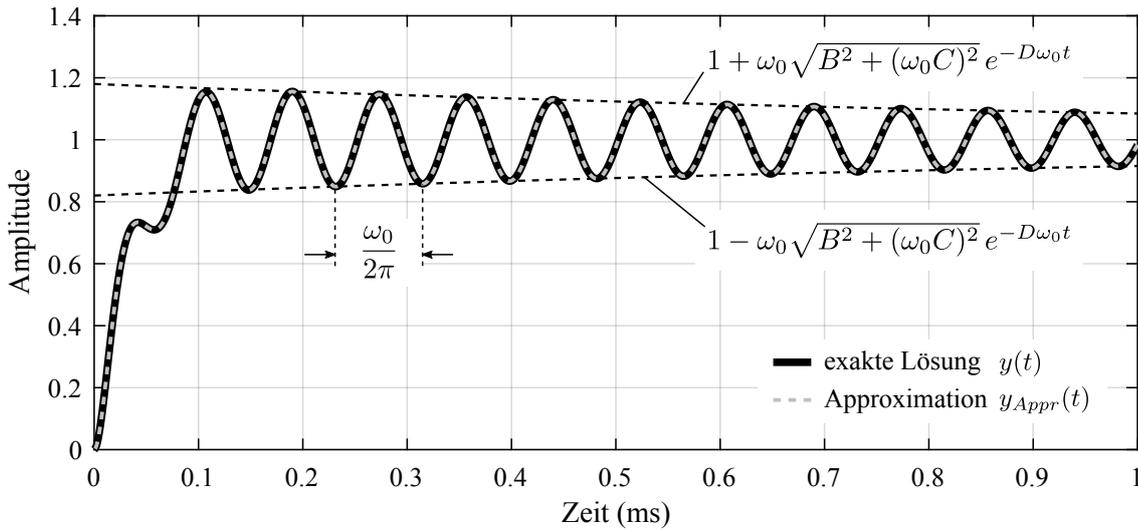


Abbildung C.2: Sprungantwort des Übertragungssystems aus dem Bandstopffilter und dem schwingungsfähigen System 2. Ordnung bei Einheitsprunganregung mit den Parametern $D = 0.01$, $\omega_0 = 2\pi \cdot 12 \text{ kHz}$, $D_Z = 0.01$, $D_N = 1.01$ und $\omega_{0B} = 2\pi \cdot 10 \text{ kHz}$.

durch auch die Systemdynamik und der Ausgangswert $y(t)$ erreicht langsamer den Endwert. In Abhängigkeit der dynamischen Anforderungen und der zu erwartenden Parameterschwankungen ist deshalb ein Kompromiss zu finden.

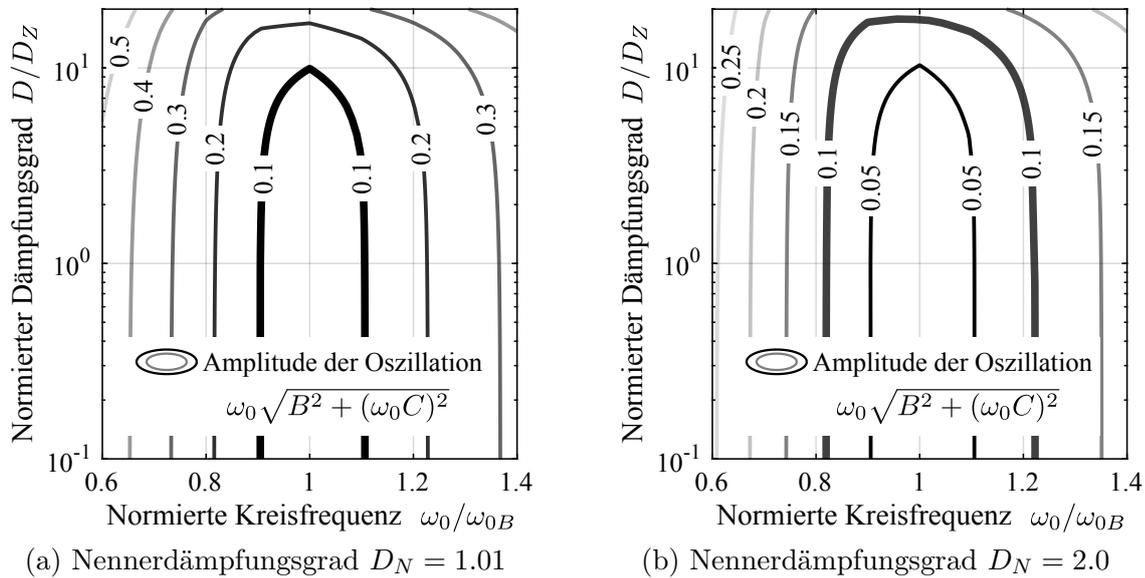


Abbildung C.3: Amplitude der überlagerten Oszillation bei Parameterschwankungen des Filters zweiter Ordnung für unterschiedliche Dämpfungsgrade D_N des Bandstopffilters mit den Parametern $D_Z = 0.01$ und $\omega_{0B} = 2\pi \cdot 10 \text{ kHz}$.

D Fourier-Reihe der Sternpunktspannung bei Raumzeigermodulation

Die mittlere Sternpunktspannung \bar{u}_{N0} setzt sich bei der Raumzeigermodulation aus abschnittsweise definierten stetigen Sinusfunktionen zusammen, die in Abhängigkeit vom Sektor durch Gleichung 2.62 in Kapitel 2 gegeben sind. Für harmonische Untersuchungen ist es oftmals hilfreich die FOURIER-Reihe der periodischen Funktion zu bestimmen. Dazu ist in Abbildung D.1 ein Ausschnitt des periodischen Verlaufs der Sternpunktspannung skizziert.

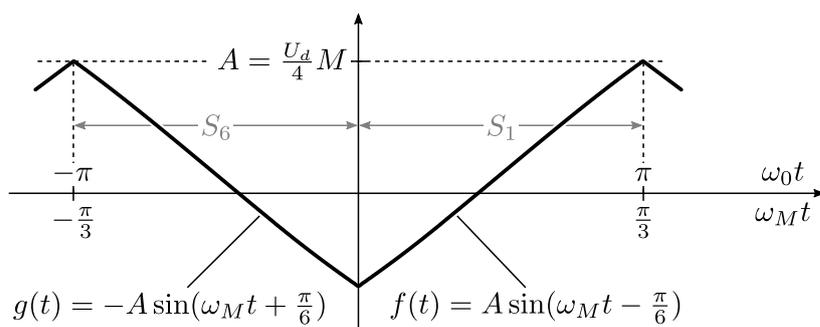


Abbildung D.1: Simulierter Zeitverlauf der Sternpunktspannung bei der Raumzeigermodulation im Sektor S_1 und S_6 mit $\omega_0 = 3\omega_M$.

Die FOURIER-Reihe $x(t)$ konvergiert gegen die abschnittsweise definierten Sinusfunktionen, da diese stetig und beschränkt im Intervall von $-\pi < \omega_0 t < \pi$ sind. Damit gilt:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \quad (\text{D.1})$$

Die Berechnung der FOURIER-Koeffizienten a_n und b_n wird erleichtert, wenn es sich um eine gerade Funktion handelt für die $x(t) = x(-t)$ gilt. Diese Forderung ist erfüllt, wenn man für die abschnittsweise definierte Funktion $f(t)$ im Definitionsbereich $[0, \pi]$ die negative Variable $-t$ einsetzt und als Ergebnis die Funktion $g(t)$ im Definitionsbereich $[-\pi, 0]$ erhält und umgekehrt.

$$f(-t) = A \sin\left(-\frac{\omega_0 t}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = -A \sin\left(\frac{\omega_0 t}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = g(t) \quad (\text{D.2})$$

Für die gerade Funktion $x(t)$ vereinfacht sich die Berechnung der FOURIER-Koeffizienten.

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(t) \cos(n\omega_0 t) d\omega_0 t \quad b_n = 0 \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{D.3})$$

Bei geraden Funktionen sind alle FOURIER-Koeffizienten b_n und somit auch die Sinusterme der Reihe gleich Null. Außerdem reduziert sich die Berechnung der FOURIER-Koeffizienten a_n auf die Hälfte des Intervalls $0 < \omega_0 t < \pi$.

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{U_d}{4} M \sin\left(\frac{\omega_0 t}{3} - \frac{\pi}{6}\right) \cos(n\omega_0 t) d\omega_0 t \quad (\text{D.4})$$

Unter Verwendung der trigonometrischen Umformung aus Gleichung D.5 lässt sich das Integral auf einfache Weise berechnen.

$$\sin(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)) \quad (\text{D.5})$$

$$\sin(\alpha) \sin(\beta) = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)) \quad (\text{D.6})$$

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)) \quad (\text{D.7})$$

Damit erhält man:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \frac{U_d}{4} M \int_0^\pi \sin\left(\left(\frac{1}{3} - n\right)\omega_0 t - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\left(\frac{1}{3} + n\right)\omega_0 t - \frac{\pi}{6}\right) d\omega_0 t \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{U_d}{4} M \left[-\frac{1}{\frac{1}{3} - n} \cos\left(\left(\frac{1}{3} - n\right)\omega_0 t - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{\frac{1}{3} + n} \cos\left(\left(\frac{1}{3} + n\right)\omega_0 t - \frac{\pi}{6}\right) \right]_0^\pi \\ &= \frac{3}{\pi} \frac{U_d}{4} M \left[-\frac{(1 + 3n) (\cos(\frac{\pi}{6} - n\pi) - \cos(\frac{-\pi}{6})) + (1 - 3n) (\cos(\frac{\pi}{6} + n\pi) - \cos(\frac{-\pi}{6}))}{(1 - 3n)(1 + 3n)} \right] \\ &= \frac{3}{\pi} \frac{U_d}{4} M \left[\frac{\sqrt{3} - (\cos(\frac{\pi}{6} - n\pi) + \cos(\frac{\pi}{6} + n\pi) + 3n (\cos(\frac{\pi}{6} - n\pi) - \cos(\frac{\pi}{6} + n\pi)))}{1 - (3n)^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Mit den trigonometrischen Zusammenhängen aus Gleichung D.6 und D.7 erhält man:

$$a_n = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} U_d M \left[\frac{1 - \cos(n\pi)}{1 - (3n)^2} \right] \quad (\text{D.9})$$

Da der FOURIER-Koeffizient $a_0 = 0$ ist, kann die Funktion $x(t)$ wie folgt dargestellt werden.

$$x(t) = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} U_d M \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(n\pi)}{1 - (3n)^2} \cos(n\omega_0 t) \quad (\text{D.10})$$

Substituiert man die Kreisfrequenz ω_0 zurück auf die Modulationskreisfrequenz $\omega_0 = 3\omega_M$, erhält man aus Gleichung D.10 den Zeitverlauf der über eine Taktperiode gemittelten Sternpunktspannung \bar{u}_{N0} bei Raumzeigermodulation.

$$\bar{u}_{N0} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} U_d M \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos(n\pi)}{1 - (3n)^2} \cos(3n\omega_M t) \quad (\text{D.11})$$

Abkürzungsverzeichnis

A/D	Analog- Digital
AlGaN	Aluminiumgalliumnitrid
AlN	Aluminiumnitrid
Al₂O₃	Aluminiumoxid
BFOM	Baligas Figure Of Merit
Cu	Kupfer
D/A	Digital- Analog
DNW	Dämpfungsnetzwerk
EMQS	Electro Magneto Quasi Static
FE	Finite-Elemente
FET	Field Effect Transistor
FPGA	Field Programmable Gate Array
GaN	Galliumnitrid
HEMT	High Electron Mobility Transistor
HF	Hochfrequenz
IEI	Incremental Encoder Interface
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor
IIR	Infinite Impulse Response
LMA	Liquid Metal Alloy
MQS	Magneto Quasi Static
NdFeB	Neodym-Eisen-Bor
PEEC	Partial Element Equivalent Circuit
PHS	Peripheral High Speed

PI	Proportional- Integral
PMG	Positionsmessgerät
PMSM	permanentmagneterregte Synchronmaschine
PPC	Power PC
PT₁	Verzögerungsglied 1. Ordnung
PWM	Pulsweitenmodulation
RESURF	Reduced Surface Field
Si	Silizium
SiC	Siliziumkarbid
SPICE	Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis
THD	Total Harmonic Distortion
VNA	Vektornetzwerkanalysator
2DEG	zweidimensionales Elektronengas

Symbolverzeichnis

Allgemeine Konventionen

$x(t)$	kontinuierliche Momentanwerte
$x[k]$	zeitdiskrete Momentanwerte $x[k] = x(kT)$
\hat{x}	Amplituden (Scheitelwerte)
\bar{x}	kurzzeitige Mittelwerte
x_{01}	Grundwelle von $x(t)$
X	lineare Mittelwerte (Gleichanteil)
X_{rms}	quadratische Mittelwerte (Effektivwerte)
\vec{x}	komplexe Raumzeiger
\mathbf{x}	mehrdimensionale Größen $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$
\mathbf{X}_{mn}	Matrizen der Dimension $m \times n$
\mathbf{X}_n	quadratische Matrizen der Dimension $n \times n$
\mathbf{X}	Vektorfelder $\mathbf{X}(x, y, z, t)$
$x(j\omega)$	FOURIER-Transformierte $\mathcal{F}\{x(t)\}$
$x(s)$	LAPLACE-Transformierte $\mathcal{L}\{x(t)\}$
$F(j\omega)$	FOURIER-Übertragungsfunktion
$G(s)$	LAPLACE-Übertragungsfunktion
$H(z)$	z -Übertragungsfunktion

Literaturverzeichnis

- [1] JENNI, F. ; WÜEST, D.: *Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter*. vdf Hochschulverlag an der ETH Zürich, 1995
- [2] BIELA, J. ; SCHWEIZER, M. ; WAFFLER, S. ; KOLAR, J. W.: SiC versus Si - Evaluation of Potentials for Performance Improvement of Inverter and DC-DC Converter Systems by SiC Power Semiconductors. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 58 (2011), July, Nr. 7, S. 2872–2882
- [3] KLARENBACH, C. ; KRAH, J. O.: Fast and High Precision Motor Control for High Performance Servo Drives. In: *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, 2010, S. 326–333
- [4] BOGLIETTI, A. ; CAVAGNINO, A. ; IONEL, D. M. ; POPESCU, M. ; STATON, D. A. ; VASCHETTO, S.: A General Model to Predict the Iron Losses in PWM Inverter-Fed Induction Motors. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 46 (2010), Sept, Nr. 5, S. 1882–1890
- [5] SCHWEIZER, M. ; FRIEDLI, T. ; KOLAR, J. W.: Comparative Evaluation of Advanced Three-Phase Three-Level Inverter/Converter Topologies Against Two-Level Systems. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60 (2013), Dec, Nr. 12, S. 5515–5527
- [6] SHIRABE, K. ; SWAMY, M. ; KANG, J. ; HISATSUNE, M. ; WU, Y. ; KEBORT, D. ; HONEA, J.: Advantages of high frequency PWM in AC motor drive applications. In: *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, 2012, S. 2977–2984
- [7] CHEN, K. J. ; HÄBERLEN, O. ; LIDOW, A. ; TSAI, C. I. ; UEDA, T. ; UEMOTO, Y. ; WU, Y.: GaN-on-Si Power Technology: Devices and Applications. In: *IEEE Transactions on Electron Devices* 64 (2017), Mar, Nr. 3, S. 779–795
- [8] MORITA, T. ; TAMURA, S. ; ANDA, Y. ; ISHIDA, M. ; UEMOTO, Y. ; UEDA, T. ; TANAKA, T. ; UEDA, D.: 99.3% Efficiency of three-phase inverter for motor drive using GaN-based Gate Injection Transistors. In: *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 2011, S. 481–484
- [9] TEULINGS, W. ; SCHANEN, J. L. ; ROUDET, J.: MOSFET switching behaviour under influence of PCB stray inductance. In: *IEEE Industry Applications Conference Bd. 3*, 1996, S. 1449–1453

- [10] HOENE, E. ; OSTMANN, A. ; LAI, B. T. ; MARCZOK, C. ; MÜSING, A. ; KOLAR, J. W.: Ultra-Low-Inductance Power Module for Fast Switching Semiconductors. In: *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, 2013, S. 198–205
- [11] HOENE, E. ; OSTMANN, A. ; MARCZOK, C.: Packaging Very Fast Switching Semiconductors. In: *International Conference on Integrated Power Electronics Systems*, 2014, S. 1–7
- [12] SELIGER, N. ; STUBENRAUCH, F. ; SCHMITT-LANDSIEDEL, D.: Impact of circuit carrier technologies on MHz-switching of GaN half-bridge circuits. In: *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, 2017, S. 1407–1415
- [13] FEIX, G. ; HOENE, E. ; ZEITER, O. ; PEDERSEN, K.: Embedded Very Fast Switching Module for SiC Power MOSFETs. In: *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, 2015, S. 1–7
- [14] ZHANG, Z. ; WANG, F. ; TOLBERT, L. M. ; BLALOCK, B. J. ; COSTINETT, D.: Understanding the limitations and impact factors of wide bandgap devices' high switching-speed capability in a voltage source converter. In: *IEEE Workshop on Wide Bandgap Power Devices and Applications*, 2014, S. 7–12
- [15] ZHANG, Z. ; WANG, F. ; TOLBERT, L. M. ; BLALOCK, B. J. ; COSTINETT, D.: Decoupling of interaction between WBG converter and motor load for switching performance improvement. In: *IEEE Power Electronics Conference and Exposition*, 2016, S. 1569–1576
- [16] MIRAFZAL, B. ; SKIBINSKI, G. L. ; TALLAM, R. M. ; SCHLEGEL, D. W. ; LUKASZEWSKI, R. A.: Universal Induction Motor Model With Low-to-High Frequency-Response Characteristics. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 43 (2007), Sept, Nr. 5, S. 1233–1246
- [17] MOREIRA, A. F. ; LIPO, T. A. ; VENKATARAMANAN, G. ; BERNET, S.: High-frequency modeling for cable and induction motor overvoltage studies in long cable drives. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 38 (2002), Sep, Nr. 5, S. 1297–1306
- [18] SCOTT, M. J. ; BROCKMAN, J. ; HU, B. ; FU, L. ; XU, L. ; WANG, J. ; ZAMORA, R. D.: Reflected wave phenomenon in motor drive systems using wide bandgap devices. In: *IEEE Workshop on Wide Bandgap Power Devices and Applications*, 2014, S. 164–168
- [19] MUETZE, A.: *Bearing Currents in Inverter-Fed AC-Motors*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2004
- [20] ELLIS, G. ; LORENZ, R.: Comparison of motion control loops for industrial applications. In: *IEEE Industry Applications Conference Bd. 4*, 1999, S. 2599–2605

- [21] LUTZ, H. ; WENDT, W.: *Taschenbuch der Regelungstechnik: mit MATLAB und Simulink*. Europa Lehrmittel Verlag, 2014
- [22] KAZMIERKOWSKI, M. P. ; MALESANI, L.: Current control techniques for three-phase voltage-source PWM converters: a survey. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 45 (1998), Oct, Nr. 5, S. 691–703
- [23] MALESANI, L. ; TOMASIN, P.: PWM current control techniques of voltage source converters-a survey. In: *International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation* Bd. 2, 1993, S. 670–675
- [24] SCHRÖDER, D.: *Elektrische Antriebe: Regelung von Antriebssystemen*. 3. Springer Berlin Heidelberg, 2009
- [25] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Springer Berlin Heidelberg, 2010
- [26] ÅSTRÖM, K. J. ; MURRAY, R. M.: *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Bd. 2. Princeton University Press, 2009
- [27] GRÖLING, C. ; SCHUMACHER, W. ; AMLANG, B.: Modelling of quantization effects in current control for a synchronous servo drive. In: *European Conference on Power Electronics and Applications*, 2007, S. 1–11
- [28] LANDSMANN, P.: *Sensorless Control of Synchronous Machines by Linear Approximation of Oversampled Current*, Technische Universität München, Diss., 2014
- [29] BINDER, A.: *Elektrische Maschinen und Antriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten*. Springer Berlin Heidelberg, 2012
- [30] LEONHARD, W.: *Control of Electrical Drives*. Springer Berlin Heidelberg, 2001
- [31] SCHINKEL, M. ; WEBER, S. ; GUTTOWSKI, S. ; JOHN, W. ; REICHL, H.: Efficient HF modeling and model parameterization of induction machines for time and frequency domain simulations. In: *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 2006, S. 1181–1186
- [32] BLACK, H. S.: *Modulation Theory*. Van Nostrand New York, 1953
- [33] HOLMES, D. G. ; LIPO, T. A.: *Pulse Width Modulation for Power Converters*. Wiley Interscience, 2003
- [34] AINSLIE-MALIK, G. R.: *Mathematical Analysis of PWM Processes*, University of Nottingham, Diss., 2013
- [35] SONG, Z. ; SARWATE, D. V.: The Frequency Spectrum of Pulse Width Modulated Signals. In: *Signal Processing - Special section: Security of data hiding technologies* 83 (2003), Oct, Nr. 10, S. 2227–2258

- [36] COX, S. M.: Voltage and current spectra for a single-phase voltage source inverter. In: *IMA Journal of Applied Mathematics* 74 (2009), Oct, S. 782–805
- [37] COURANT, R. ; HILBERT, D.: *Methoden der mathematischen Physik*. Springer Berlin Heidelberg, 1993
- [38] PROAKIS, J. G. ; MANOLAKIS, D. G.: *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications*. 3. Prentice Hall New Jersey, 1996
- [39] BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDJAJEW, K. A. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik*. 3. Harri Deutsch, 1997
- [40] ENGELHARDT, M.: LTSpice/SwitcherCAD IV. In: *Linear Technology Corporation* (2011)
- [41] EVANS, P. D. ; HILL-COTTINGHAM, R. J.: DC link current in PWM inverters. In: *IEE Proceedings B - Electric Power Applications* 133 (1986), July, Nr. 4, S. 217–224
- [42] PARK, Y. ; LEE, D. ; SEOK, J.: Spectral analysis of DC link ripple currents in three-phase AC/DC/AC PWM converters feeding AC machines. In: *IEEE Conference of the Industrial Electronics Society* Bd. 2, 2001, S. 1055–1060
- [43] CESCHI, R. ; GAUTIER, J.: *Fourier Analysis*. ISTE + John Wiley & Sons, 2017
- [44] PARK, R. H.: Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part I. In: *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* 48 (1929), July, Nr. 3, S. 716–727
- [45] CORRADINI, L. ; MAKSIMOVIĆ, D. ; MATTAVELLI, P. ; ZANE, R.: *Digital Control of High-Frequency Switched-Mode Power Converters*. John Wiley & Sons, 2015
- [46] GRÖLING, C.: *Optimierungspotenzial bei Servoumrichtern für permanenterregte Synchronmaschinen*, Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Diss., 2009
- [47] CORRADINI, L. ; MATTAVELLI, P. ; TEDESCHI, E. ; TREVISAN, D.: High-Bandwidth Multisampled Digitally Controlled DC–DC Converters Using Ripple Compensation. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 55 (2008), Apr, Nr. 4, S. 1501–1508
- [48] WANG, L. ; HO, C. N. M. ; CANALES, F. ; JATSKEVICH, J.: High-frequency cable and motor modeling of long-cable-fed induction motor drive systems. In: *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, 2010, S. 846–852
- [49] FAHRMEIR, L. ; HEUMANN, C. ; KÜNSTLER, R. ; PIGEOT, I. ; TUTZ, G.: *Statistik: Der Weg zur Datenanalyse*. Springer Berlin Heidelberg, 2009
- [50] SCHÖNFELD, R. ; HOFMANN, W.: *Elektrische Antriebe und Bewegungssteuerungen*. VDE Verlag, 2005
- [51] ÅSTRÖM, K. J. ; WITTENMARK, B.: *Computer Controlled Systems: Theory and Design*. 3. Prentice Hall, 2011

- [52] OPPENHEIM, A. V. ; SCHAFER, R. W.: *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice-Hall, 1989
- [53] NYQUIST, H.: Regeneration theory. In: *The Bell System Technical Journal* 11 (1932), Jan, Nr. 1, S. 126–147
- [54] STEIN, G.: Respect the unstable. In: *IEEE Control Systems* 23 (2003), Aug, Nr. 4, S. 12–25
- [55] ÅSTRÖM, K. J. ; HÄGGLUND, T.: *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. 2. Isa, 1995
- [56] BARKER, R. H.: The pulse transfer function and its application to sampling servo systems. In: *Proceedings of the IEE - Part IV: Institution Monographs* 99 (1952), Dec, Nr. 4, S. 302–317
- [57] SMITH, O. J.: Closer Control of Loops with Dead Time. In: *Chemical Engineering Progress* 53 (1957), Aug, Nr. 5, S. 217–219
- [58] SCHMIRGEL, H. ; KRAH, J. O. ; BERGER, R.: Delay Time Compensation in the Current Control Loop of Servo Drives – Higher Bandwidth at no Trade-off. In: *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, 2006, S. 541–546
- [59] SZE, S. M. ; NG, K. K.: *Physics of Semiconductor Devices*. 3. John Wiley & Sons, 2007
- [60] KAMINSKI, N.: State of the art and the future of wide band-gap devices. In: *European Conference on Power Electronics and Applications*, 2009, S. 1–9
- [61] SHIRABE, K. ; SWAMY, M. ; KANG, J. ; HISATSUNE, M. ; WU, Y. ; KEBORT, D. ; HONEA, J.: Efficiency Comparison Between Si-IGBT-Based Drive and GaN-Based Drive. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 50 (2014), Jan, Nr. 1, S. 566–572
- [62] STUBENRAUCH, F. ; SELIGER, N. ; SCHMITT-LANDSIEDEL, D.: Design and Performance of a 200 kHz GaN Motor Inverter with Sine Wave Filter. In: *International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, 2017, S. 664–672
- [63] BALIGA, B. J.: Semiconductors for high-voltage, vertical channel field-effect transistors. In: *Journal of Applied Physics* 53 (1982), Apr, Nr. 3, S. 1759 – 1764
- [64] KAMINSKI, N. ; HILT, O.: SiC and GaN Devices - Competition or Coexistence? In: *International Conference on Integrated Power Electronics Systems*, 2012, S. 1–11
- [65] AMBACHER, O. ; MAJEWSKI, J. ; MISKYS, C. ; LINK, A. ; HERMANN, M. ; EICKHOFF, M. ; STUTZMANN, M. ; BERNARDINI, F. ; FIORENTINI, V. ; TILAK, V. ; SCHAFF, B. ; EASTMAN, L. F.: Pyroelectric properties of Al(In)GaN/GaN hetero- and quantum well structures. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 14 (2002), Apr, S. 3399–3434

- [66] VASALLI, D.: *Optimization of GaN-on-Si HEMTs for high voltage applications*, Katholieke Universiteit Leuven, Diss., 2011
- [67] UEMOTO, Y. ; HIKITA, M. ; UENO, H. ; MATSUO, H. ; ISHIDA, H. ; YANAGIHARA, M. ; UEDA, T. ; TANAKA, T. ; UEDA, D.: Gate Injection Transistor (GIT) – A Normally-Off AlGa_N/Ga_N Power Transistor Using Conductivity Modulation. In: *IEEE Transactions on Electron Devices* 54 (2007), Dec, Nr. 12, S. 3393–3399
- [68] LIDOW, A. ; STRYDOM, J. ; DE ROOIJ, M. ; REUSCH, D.: *GaN Transistors for Efficient Power Conversion. 2*. John Wiley & Sons, 2015
- [69] *GaN Systems showcases high current 650V, 100A gallium nitride power transistors for first time at Energy Conversion Congress and Expo*. [Online] Retrieved [02.12.2017], from. http://www.gansystems.com/_uploads/news/384109_0915%20GaN%20Systems%20showcases%20high%20current%20650V%20100A%20GaN%20power%20transistors%20at%20EPE15.pdf
- [70] LÓPEZ, T. ; ELFERICH, R. ; ALARCÓN, E.: *Voltage Regulators for Next Generation Microprocessors*. Springer New York, 2011
- [71] NAGEL, L. ; PEDERSON, D.: SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) / EECS Department, University of California, Berkeley. 1973. – Forschungsbericht
- [72] ANGELOV, I. ; ZIRATH, H. ; ROSMAN, N.: A new empirical nonlinear model for HEMT and MESFET devices. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 40 (1992), Dec, Nr. 12, S. 2258–2266
- [73] LI, H. ; ZHAO, X. ; SU, W. ; SUN, K. ; YOU, X. ; ZHENG, T. Q.: Nonsegmented PSpice Circuit Model of Ga_N HEMT With Simulation Convergence Consideration. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 64 (2017), Nov, Nr. 11, S. 8992–9000
- [74] STOFFELS, S. ; OPRINS, H. ; MARCON, D. ; GEENS, K. ; KANG, X. ; VAN HOVE, M. ; DECOUTERE, S.: Coupled electro-thermal model for simulation of Ga_N power switching HEMTs in circuit simulators. In: *IEEE International Workshop on Thermal Investigation of ICs and Systems*, 2012, S. 1–6
- [75] JENKINS, K. A. ; SUN, J. Y. C.: Measurement of I-V curves of silicon-on-insulator (SOI) MOSFET's without self-heating. In: *IEEE Electron Device Letters* 16 (1995), Apr, Nr. 4, S. 145–147
- [76] DROFENIK, U. ; MÜSING, A. ; KOLAR, J. W.: Voltage-dependent capacitors in power electronic multi-domain simulations. In: *International Power Electronics Conference*, 2010, S. 643–650
- [77] COSTINETT, D. ; MAKSIMOVIC, D. ; ZANE, R.: Circuit-Oriented Treatment of Nonlinear Capacitances in Switched-Mode Power Supplies. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 30 (2015), Feb, Nr. 2, S. 985–995

- [78] *GS66508T Top-side cooled 650V E-mode GaN transistor*. [Online] Retrieved [02.12.2017], from. <http://www.gansystems.com/datasheets/GS66508T%20DS%20Rev%20171101.pdf>
- [79] *Application Brief: GaN Switching Loss Simulation using LTSpice*. [Online] Retrieved [02.12.2017], from. http://www.gansystems.com/_uploads/whitepapers/896508_GN008%20GaN_Switching_Loss_Simulation_LTspice_20170612.pdf?pdf=GN008%20GaN%20Switching%20Loss%20Simulation%20Using%20LTSpice
- [80] MERIENNE, F. ; ROUDET, J. ; SCHANEN, J. L.: Switching disturbance due to source inductance for a power MOSFET: analysis and solutions. In: *IEEE Power Electronics Specialists Conference* Bd. 2, 1996, S. 1743–1747
- [81] PAUL, C. R. ; NASAR, S. A.: *Introduction to Electromagnetic Fields*. 2. McGraw-Hill, 1982
- [82] KAMON, M.: *Fast Parasitic Extraction and Simulation of Three-dimensional interconnects via Quasistatic Analysis*, M.I.T. Massachusetts, Diss., Feb. 1998
- [83] RUEHLI, A. ; ANTONINI, G. ; JIANG, L.: *Circuit Oriented Electromagnetic Modeling using the PEEC Techniques*. John Wiley & Sons, 2014
- [84] GUTSMANN, B.: *Charakterisierung und Einfluß parasitärer elektromagnetischer Effekte in leistungselektronischen Systemen*, Universität Bremen, Diss., 2006
- [85] RUEHLI, A. E.: Equivalent Circuit Models for Three-Dimensional Multiconductor Systems. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 22 (1974), Mar, Nr. 3, S. 216–221
- [86] PAUL, C. R.: *Inductance: Loop and Partial*. John Wiley & Sons, 2009
- [87] MEEKER, D.: *Finite element method magnetics*. Version 4.2, 2010
- [88] HAHN, D. W. ; ÖZİŞİK, M. N.: *Heat Conduction*. 3. John Wiley & Sons, 2012
- [89] WEIDNER, K. ; KASPAR, M. ; SELIGER, N.: Planar Interconnect Technology for Power Module System Integration. In: *International Conference on Integrated Power Electronics Systems*, 2012, S. 1–5
- [90] SEAL, S. ; MANTOOTH, H. A.: High Performance Silicon Carbide Power Packaging - Past Trends, Present Practices, and Future Directions. In: *Energies* 10 (2017), Nr. 3, S. 1–30
- [91] *ElmerFEM, Open Source Finite Element Software for Multiphysical Problems*. [Online] Retrieved [02.12.2017], from. <https://www.csc.fi/web/elmer/elmer>
- [92] SHELTON, E. ; HARI, N. ; ZHANG, X. ; ZHANG, T. ; ZHANG, J. ; PALMER, P.: Design and Measurement Considerations for WBG Switching Circuits. In: *European Conference on Power Electronics and Applications*, 2017, S. 1–10
- [93] *IEC 61000-3-2: Electromagnetic compatibility (EMC) - Part 3-2: Limits - Limits for harmonic current emissions (equipment input current ≤ 16 A per phase)*. 2014

- [94] CISPR 11: *Industrial, scientific and medical equipment - Radio-frequency disturbance characteristics - Limits and methods of measurement (0.15 – 30 MHz)*. 2016
- [95] SWAMY, M. ; KANG, J. ; SHIRABE, K.: Power loss, system efficiency, and leakage current comparison between Si IGBT VFD and SiC FET VFD with various filtering options. In: *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, 2014, S. 5828–5835
- [96] PAUL, C. R.: *Introduction to Electromagnetic Compatibility*. 2. John Wiley & Sons, 2006
- [97] STEINKE, J. K.: Use of an LC filter to achieve a motor-friendly performance of the PWM voltage source inverter. In: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 14 (1999), Sept, Nr. 3, S. 649–654
- [98] HARTMANN, M. ; ERTL, H. ; KOLAR, J. W.: EMI filter design for high switching frequency three-phase/level PWM rectifier systems. In: *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 2010, S. 986–993
- [99] KOLAR, J. W. ; BORTIS, D. ; NEUMAYR, D.: The ideal switch is not enough. In: *International Symposium on Power Semiconductor Devices and ICs*, 2016, S. 15–22
- [100] ACHARYA, B. S. ; GASCOIGNE, R. W. ; DIVAN, D. M.: Active power filters using resonant pole inverters. In: *IEEE Industry Applications Conference* Bd. 1, 1989, S. 967–973
- [101] BIELA, J. ; HASSLER, D. ; MINIBÖCK, J. ; KOLAR, J. W.: Optimal design of a 5kW/dm³ / 98.3% efficient TCM resonant transition single-phase PFC rectifier. In: *International Power Electronics Conference*, 2010, S. 1709–1716
- [102] MARXGUT, C. ; BIELA, J. ; KOLAR, J.: Interleaved Triangular Current Mode (TCM) resonant transition, single phase PFC rectifier with high efficiency and high power density. In: *International Power Electronics Conference*, 2010, S. 1725–1732
- [103] WEBER, S. P. ; HOENE, E. ; GUTTOWSKI, S. ; JOHN, W. ; REICHL, H.: Modeling induction machines for EMC-Analysis. In: *IEEE Power Electronics Specialists Conference* Bd. 1, 2004, S. 94–98
- [104] SKIBINSKI, G.: Design methodology of a cable terminator to reduce reflected voltage on AC motors. In: *IEEE Industry Applications Conference* Bd. 1, 1996, S. 153–161
- [105] VON JOUANNE, A. ; ENJETI, P. N.: Design considerations for an inverter output filter to mitigate the effects of long motor leads in ASD applications. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 33 (1997), Sept, Nr. 5, S. 1138–1145
- [106] LESCOW, N.: *Verfahren zur Überspannungsreduktion an wechselrichtergespeisten Maschinen - Das Schirmabschlussverfahren*, TU Braunschweig, Diss., 2011
- [107] VON JOUANNE, A. ; RENDUSARA, D. A. ; ENJETI, P. N. ; GRAY, J. W.: Filtering techniques to minimize the effect of long motor leads on PWM inverter-fed AC motor drive systems. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 32 (1996), July, Nr. 4, S. 919–926

- [108] PERSSON, E.: Transient effects in application of PWM inverters to induction motors. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 28 (1992), Sept, Nr. 5, S. 1095–1101
- [109] STRÖM, J. ; TYSTER, J. ; KORHONEN, J. ; RAUMA, K. ; SAREN, H. ; SILVENTOINEN, P.: Active du/dt filtering for variable-speed AC drives. In: *European Conference on Power Electronics and Applications*, 2009, S. 1–10
- [110] ERICKSON, R. W. ; MAKSIMOVIĆ, D.: *Fundamentals of Power Electronics*. 2. Springer US, 2001
- [111] BOGLIETTI, A. ; FERRARIS, P. ; LAZZARI, M. ; PROFUMO, F.: Energetic behavior of induction motors fed by inverter supply. In: *Industry Applications Society Annual Meeting* Bd. 1, 1993, S. 331–335
- [112] AHMED, K. H. ; FINNEY, S. J. ; WILLIAMS, B. W.: Passive Filter Design for Three-Phase Inverter Interfacing in Distributed Generation. In: *Compatibility in Power Electronics*, 2007, S. 1–9
- [113] MAUERER, M. ; TÜYSÜZ, A. ; KOLAR, J. W.: Distortion analysis of low-THD/high-bandwidth GaN/SiC class-D amplifier power stages. In: *IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, 2015, S. 2563–2571
- [114] CHONG, E. K. P. ; ŽAK, S. H.: *An Introduction to Optimization*. 3. John Wiley & Sons, 2008
- [115] LUENBERGER, D. ; YE, Y.: *Linear and Nonlinear Programming*. 4. Springer US, 2008
- [116] TIETZE, U. ; SCHENK, C.: *Halbleiter-Schaltungstechnik*. 12. Springer Vieweg, 2002
- [117] MALINOWSKI, M. ; GOPAKUMAR, K. ; RODRIGUEZ, J. ; PEREZ, M. A.: A Survey on Cascaded Multilevel Inverters. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 57 (2010), July, Nr. 7, S. 2197–2206
- [118] LUO, S. ; YE, Z. ; LIN, R. ; LEE, F. C.: A classification and evaluation of paralleling methods for power supply modules. In: *IEEE Power Electronics Specialists Conference* Bd. 2, 1999, S. 901–908
- [119] EIREA, G. ; SANDERS, S. R.: Phase Current Unbalance Estimation in Multiphase Buck Converters. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 23 (2008), Jan, Nr. 1, S. 137–143
- [120] MASSARINI, A. ; KAZIMIERCZUK, M. K. ; GRANDI, G.: Lumped parameter models for single- and multiple-layer inductors. In: *IEEE Power Electronics Specialists Conference* Bd. 1, 1996, S. 295–301 vol.1
- [121] FAYNMAN, R. P. ; LEIGHTON, R. B. ; SANDS, M.: *Feynman-Vorlesungen über Physik: Elektromagnetismus und Struktur der Materie*. Oldenbourg München Wien, 2007 (5)

- [122] OGIHARA, H. ; RANDALL, C. A. ; TROLLIER-MCKINSTRY, S.: High-Energy Density Capacitors Utilizing 0.7 BaTiO₃-0.3 BiScO₃ Ceramics. In: *Journal of the American Ceramic Society* 92 (2009), June, Nr. 8, S. 1719-1724
- [123] NETO, L. P. S. ; ROSSI, J. O. ; SILVA, A. R.: Characterization of dielectric properties of commercial ceramic capacitors for pulsed power applications. In: *Brazilian Power Electronics Conference*, 2011, S. 347-351
- [124] *GS66506T Top-side cooled 650V E-mode GaN transistor*. [Online] Retrieved [02.12.2017], from. <http://www.gansystems.com/datasheets/GS66506T%20DS%20Rev%20171101.pdf>
- [125] *CDS4010 Magnetoresistive Current Sensor*. [Online] Retrieved [02.12.2017], from. https://www.sensitec.com/fileadmin/sensitec/Service_and_Support/Downloads/Data_Sheets/CDS4000/SENSITEC_CDS4010_DSE_09.pdf
- [126] LOH, P. C. ; NEWMAN, M. J. ; ZMOOD, D. N. ; HOLMES, D. G.: A comparative analysis of multiloop voltage regulation strategies for single and three-phase UPS systems. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 18 (2003), Sept, Nr. 5, S. 1176-1185
- [127] LOH, P. C. ; HOLMES, D. G.: Analysis of multiloop control strategies for LC/CL/LCL-filtered voltage-source and current-source inverters. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 41 (2005), Mar, Nr. 2, S. 644-654
- [128] KAWABATA, T. ; MIYASHITA, T. ; YAMAMOTO, Y.: Digital control of three-phase PWM inverter with LC filter. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 6 (1991), Jan, Nr. 1, S. 62-72
- [129] KUKRER, O.: Deadbeat control of a three-phase inverter with an output LC filter. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 11 (1996), Jan, Nr. 1, S. 16-23
- [130] CHO, J. ; LEE, S. ; MOK, H. ; CHOE, G.: Modified deadbeat digital controller for UPS with 3-phase PWM inverter. In: *Industry Applications Conference Bd. 4*, 1999, S. 2208-2215
- [131] CORTÉS, P. ; ORTIZ, G. ; YUZ, J. I. ; RODRÍGUEZ, J. ; VAZQUEZ, S. ; FRANQUELO, L. G.: Model Predictive Control of an Inverter With Output LC Filter for UPS Applications. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 56 (2009), June, Nr. 6, S. 1875-1883
- [132] DANNEHL, J. ; LISERRE, M. ; FUCHS, F. W.: Filter-Based Active Damping of Voltage Source Converters With LCL Filter. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 58 (2011), Aug, Nr. 8, S. 3623-3633
- [133] YEPES, A. G. ; FREIJEDO, F. D. ; DOVAL-GANDOY, J. ; LÓPEZ, Ó. ; MALVAR, J. ; FERNANDEZ-COMESAÑA, P.: Effects of Discretization Methods on the Performance of Resonant Controllers. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 25 (2010), July, Nr. 7, S. 1692-1712

-
- [134] STUBENRAUCH, F. ; WITTMANN, J. ; KIERMAYER, A. ; SELIGER, N. ; HAGL, R. ; SCHMITTLANDSIEDEL, D. ; KENNEL, R.: FPGA-based High Dynamic Servo Drive Control with a 200 kHz Gallium Nitride Inverter. In: *European Conference on Power Electronics and Applications*, 2017
- [135] *PMEG2010BELD: 20 V, 1 A low VF MEGA Schottky barrier rectifier*. [Online] Retrieved [02.12.2017], from. <https://assets.nexperia.com/documents/data-sheet/PMEG2010BELD.pdf>
- [136] *LTSpice model GS66508T*. [Online] Retrieved [02.12.2017], from. <http://www.gansystems.com/gs66508t.php>
- [137] WEBER, H. ; ULRICH, H.: *Laplace-, Fourier- und z-Transformation: Grundlagen und Anwendungen für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 9. Vieweg + Teubner, 2012