



Technische Universität München
Ingenieur fakultät Bau Geo Umwelt
Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut der Technischen Universität München (DGFI-TUM)

Verwendung von Schiffsgravimetermessungen für die verbesserte regionale Schwerefeldmodellierung

B.Sc. Kirsten Buße

Master's Thesis

Bearbeitung: 04.05.2015 - 03.11.2015

Studiengang: Geodäsie und Geoinformation (Master)

Betreuer: apl. Prof. Dr.-Ing. Michael Schmidt
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Florian Seitz
Dipl.-Ing. Verena Lieb

2015

Selbstständigkeitserklärung

Erklärung gemäß §18 Absatz 9 APSO der Technischen Universität München:

„Ich versichere, dass ich diese Master’s Thesis selbstständig verfasst und nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.“

Kirsten Buße
München, den 2. November 2015



Thema für eine Masterarbeit

Verwendung von Schiffsgravimetermessungen für die verbesserte regionale Schwerefeldmodellierung

Bearbeiterin: Kirsten Buße

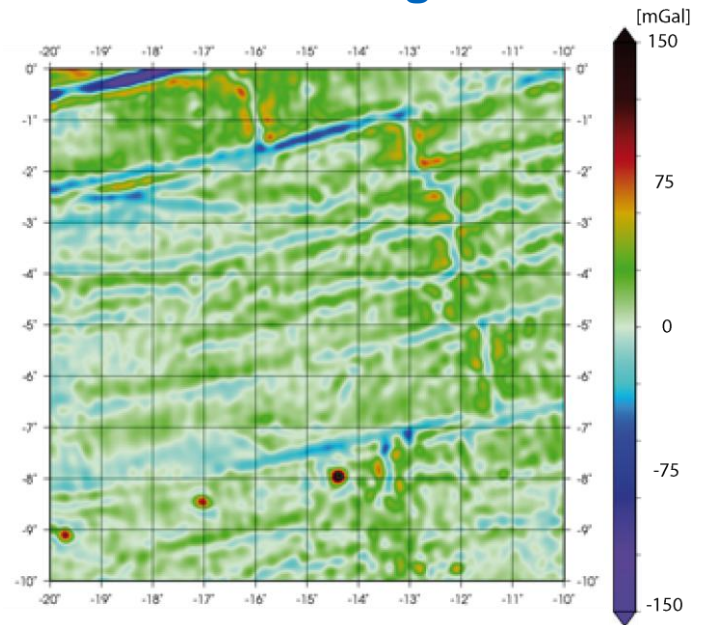
Das Ziel der Masterarbeit ist die Berechnung regionaler, hochgenauer, mariner Schwerefelder durch die Integration von Messdaten aus der Schiffsgravimetrie in eine bestehende Software-Anwendung für die regionale Schwerefeldmodellierung. Die zu integrierenden Daten wurden während der Messkampagnen SO230 und SO231 im Zeitraum vom 29.12.2013 bis 29.3.2014 durch das Alfred-Wegener-Institut und die Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe im Kanal von Mozambik erhoben.

Die Arbeit basiert auf der am DGFI entwickelten Software RegGRAV, die bisher die Integration der unterschiedlichen Beobachtungstypen Satelliten- und Fluggravimetrie, terrestrische Gravimetrie und Satellitenaltimetrie erlaubt. Abhängig von der Datenverfügbarkeit für die jeweilige Zielregion erzeugt die Software ein regionales Schwerefeldmodell über die gemeinsame Auswertung unterschiedlicher Beobachtungstypen. Für die Verbesserung der Ergebnisse im Bereich der Ozeane soll RegGRAV um den Beobachtungstyp Schiffsgravimetrie erweitert werden.

Im Rahmen der Arbeit soll zunächst die spektrale Sensitivität der während der Fahrt gemessenen Daten untersucht werden, um den zu erwartenden Informationsgewinn im Gebiet der Messkampagne abzuschätzen. Nach der Implementierung der benötigten Routinen in RegGRAV soll für diese Region ein möglichst hochaufgelöstes Schwerefeld berechnet werden. Dabei soll auch analysiert werden, inwieweit sich aus den geschätzten Koeffizienten des regionalen Schwerefeldmodells die Energieverteilung des Gravitationspotentials ableiten und interpretieren lässt. Abschließend wird das berechnete Schwerefeld über den Vergleich mit bisherigen regionalen und globalen Schwerefeldmodellen und ggf. Bathymetrie-Daten validiert.

Arbeitsschritte:

- Vorprozessierung der Schiffsgravimetermessungen
- Untersuchung des spektralen Gehaltes der Daten
- Integration des Beobachtungstyps Schiffsgravimetrie in die Software RegGRAV und Analyse der Energieverteilung
- Regionale Schwerefeldberechnung für das Gebiet der Messkampagne und Validierung



Produkt: Regionales marines Schwerefeld

Kurzfassung

In dieser Arbeit folgen wir dem Ansatz der sphärischen (radialen) Basisfunktionen (SBF) und verwenden Skalierungsfunktionen und Wavelets mit quasi-kompaktem Träger, um regionale Schwerfelder mittels Multiresolutionsdarstellung (MRD) zu erzeugen. Die bestehende Software zur Modellierung regionaler Schwerfelder RegGRAV ermöglicht bisher eine Kombination aus verschiedenen Beobachtungsarten wie Altimetrie, Satellitengravimetrie oder terrestrischen Schweremessungen zur Schätzung von Skalierungskoeffizienten der MRD. Das erste Ziel dieser Arbeit ist es, Beobachtungen des Typs Schiffsgravimetrie in die Software zu implementieren. Unter Hinzunahme des neuen Datentyps soll eine Verbesserung bei der Berechnung mariner Schwerfelder erreicht werden. Das Verfahren wird sowohl mit der beobachtungsabhängigen Gewichtung der Vorinformation als auch mit einer konstanten Gewichtung verwendet. Bisher wurde die Energie der geschätzten Skalierungskoeffizienten nicht untersucht. Möglicherweise kann man aus der Energieverteilung das Potential des Schwerfeldes ableiten. Dies ist ein weiterer wichtiger Aspekt der vorliegenden Arbeit.

Für die Schätzung der Skalierungskoeffizienten in RegGRAV im Bereich des Kanals von Mosambik werden Datensätze von zwei Forschungsreisen des Forschungsschiffs Sonne sowie dreier Altimetrie-Missionen (CryoSat-2, ERS-1, Jason-1) verwendet. Die Betrachtung der Ergebnisse aus der MRD und der Analyse der Skalierungskoeffizienten hat gezeigt, dass eine beobachtungsabhängige Gewichtung der Vorinformation einer konstanten Gewichtung vorzuziehen ist. Die Validierungsergebnisse legen nahe, dass die Hinzunahme von Schiffsgravimeter-Messungen marine Schwerfeldmodelle verbessern können.

Abstract

In this thesis, we use the approach of SBFs and apply quasi-compactly supported spherical scaling functions and wavelets to generate regional gravity fields in terms of multi-resolution representation (MRR). The existing regional gravity modeling software RegGRAV allows so far a combination of different observation types such as altimetry, satellite gravity or terrestrial gravity measurements to estimate scaling coefficients for the MRR. The first aim of this thesis is to include ship gravity measurements within the software for an improved estimation of marine gravity fields. The method is both used with observation weighted and constant weighted a priori information. The energy distribution of the resulting scaling coefficients is computed and analyzed for its ability to estimate the gravity potential field.

RegGRAV is used to estimate regional gravity fields in the Mozambique Channel from data collected during two cruises of the research vessel Sonne and three altimetry missions (CryoSat-2, ERS-1, Jason-1). In the light of the results of the MRR and the analysis of the coefficients we concluded, that the observation weighted solution is mostly the better choice in comparison to the constant weighting of the prior information. The results of the validation shows, that ship gravity measurements can improve regional gravity field models.

Akronyme

AWI	A lfred- W egener- I nstitut Helmholtz-Zentrum für Polar- und Meeresforschung
BGR	B undesanstalt für G eowissenschaften und R ohstoffe
CNES	C entre N ational d' E tudes S patiales
DNSC07	D anish N ational S pace C enter 2007
DNSC08GRA	D anish N ational S pace C enter 2008 G ravity
DTU13	D anmarks T ekniske U niversitet V ersion 13
EGM2008	E arth G ravitational M odel 2008
ESA	E uropean S pace A gency
GEBCO	G eneral B athymetric C hart of the O ceans
GOCO05s	G ravity O bservation C ombination 05 satellite-only
GRS80	G eodetic R eference S ystem 1980
MRD	M ultiresolutions d arstellung
NASA	N ational A eronautics and S pace A dministration
OpenADB	O pen A ltimeter D atabase
RegGRAV	Software-Programmpaket für die Erzeugung hochgenauer, regionaler Geoidmodelle als Höhenbezugsfläche
RV	r esearch v essel (dt.: Forschungsschiff)
SBF	s pherical (radial) b asis f unctions (dt.: sphärische (radiale) Basisfunktionen)
VCE	V ariance C omponent E stimation (dt.: Varianzkomponentenschätzung)
WGS84	W orld G eodetic S ystem 1984
ZGeoBW	Z entrum für G eoinformationswesen der B undeswehr

Einheiten

$$E = 10^{-9} s^{-2}$$

Eötvös

$$mGal = 10^{-5} m/s^2$$

Milli-Gal

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xiii
Tabellenverzeichnis	xiv
1 Einleitung	1
2 Theorie	3
2.1 Funktionale des Gravitationspotentials	4
2.2 Basisfunktionen	6
2.3 Level, maximaler Entwicklungsgrad, räumliche Auflösung	7
2.4 Lokalisierende Basisfunktionen	7
2.5 Gebietsdefinition	9
2.6 Varianzkomponentenschätzung	10
2.7 Energieverteilung	13
2.8 Multiresolutionsdarstellungen	14
2.9 Fourier-Reihe	17
2.10 Medianfilter	18
3 Daten	19
3.1 Schiffsgravimetrie	19
3.1.1 Erfassung	19
3.1.1.1 SO230	21
3.1.1.2 SO231	23
3.1.2 Vorprozessierung	23
3.1.2.1 SO230	25
3.1.2.2 SO231	26
3.2 Altimetrie	26
3.3 Globale Modelle	27
4 RegGRAV - Software	29
4.1 RegGRAV - Softwareaufbau	29
4.2 Datentyp „Schiffsgravimetrie“	30
4.3 RegGRAV - Softwareanwendung	32
4.3.1 Anlegen eines Projektes	32

4.3.2	Auswahl der Eingangsdaten	36
4.3.3	Kombination der Eingangsdaten	38
4.3.4	Ausgabe der Funktionale	38
4.3.5	Analyse Tool	39
5	Ergebnisse und Interpretation	41
5.1	Reine Altimetrie-Lösung	41
5.1.1	Koeffizienten	42
5.1.2	Energieverteilung	44
5.1.3	Multiresolutionsdarstellung	47
5.2	Reine Schiffsgravimetrie	49
5.2.1	Koeffizienten	49
5.2.2	Energieverteilung	50
5.2.3	Multiresolutionsdarstellung	52
5.3	Kombination: Altimetrie und Schiffsgravimetrie	54
5.3.1	Koeffizienten	54
5.3.2	Energieverteilung	57
5.3.3	Multiresolutionsdarstellung	59
5.4	Validierung	61
5.4.1	EGM2008	61
5.4.2	Kreuz-Validierung	65
5.4.3	Bathymetrie	68
6	Zusammenfassung und Ausblick	71
	Literaturverzeichnis	79

Abbildungsverzeichnis

2.1	Beziehung zwischen Größen des Erdschwerefeldes und Höhen	3
2.2	Auszug aus dem Frequenzraum, unterteilt in Level j	8
2.3	RegGRAV-Logo: Wavelet im sphärischen Raum	9
2.4	Abfolge der einzelnen Berechnungsschritte der iterativen Parameterschätzung	12
2.5	Werte der Legendre-Koeffizienten von Skalierungsfunktionen: Shannon und Blackman	15
2.6	Wavelets verschiedener Level in räumlicher Darstellung und im Frequenzraum	16
3.1	Bild des Gravimeterraums der RV Sonne	20
3.2	Schiffstrack der SO230-Reise	22
3.3	Schiffstrack der SO231-Reise	24
3.4	Zeitleiste zur Übersicht der verschiedenen Altimeter-Satellitenmissionen	26
4.1	Systemaufbau der Software RegGRAV	29
4.2	Auswahlbereich Schiffsgravimeterdaten	30
4.3	Auszug aus der Datei „combi_normals.html“	31
4.4	Graphische Zusammenfassung der Funktionsweise von RegGRAV	33
4.5	Schwereanomalien und Meerestiefen entlang der Profillinien BGR14-148 und BGR14-150	34
4.6	Amplitudenwerte zweier Profillinien	35
4.7	Räumliche Verteilung der verwendeten Beobachtungen	37
5.1	Koeffizienten und Standardabweichungen aus Lösungen unter Berücksichtigung von Altimetrie-Beobachtungen	43
5.2	Potentialdifferenzen des Signals bis Level 10 und Energie aller einzelnen Berechnungspunkte der Lösungen aus Altimetrie-Beobachtungen	45
5.3	Multiresolutionsdarstellung der Level 8 bis 10 der Altimetrie-Lösung	48
5.4	Koeffizienten und Standardabweichungen aus Lösungen unter Berücksichtigung von Schiffsgravimeter-Beobachtungen	50
5.5	Potentialdifferenzen des Signals bis Level 10 und Energie aller einzelnen Berechnungspunkte der Lösungen aus Schiffsgravimeter-Beobachtungen	51
5.6	Multiresolutionsdarstellung der Level 8 bis 10 der Schiffsgravimeter-Lösung	53
5.7	Koeffizienten und Standardabweichungen aus Lösungen unter Berücksichtigung von Altimetrie und Schiffsgravimetrie	56
5.8	Potentialdifferenzen des Signals bis Level 10 und Energie aller einzelnen Berechnungspunkte der Lösungen aus Altimetrie-Beobachtungen	58

5.9	Multiresolutionsdarstellung der Level 8 bis 10 der kombinierten Lösung	60
5.10	Differenzen verschiedener Lösungen zwischen MRD und EGM2008	62
5.11	Um das Hintergrundmodell vervollständigte Schwereanomalien aus Altimetrie und Kombination sowie Δg aus EGM2008	63
5.12	Kreuz-Validierung: gemessene und geschätzte Schwereanomalien und ihre Differenz .	66
5.13	Gemessene Meerestiefen aus der Bathymetrie und geschätzte Quasigeoidhöhen . . .	69

Tabellenverzeichnis

2.1	Parameterwerte vom GRS80 und WGS84	4
2.2	Zusammenhang zwischen räumlicher und spektraler Auflösung	7
3.1	Zusammenstellung der Parameter der verwendeten Altimeter-Missionen	27
5.1	Größenordnung der relativen Gewichte und Anzahl der benötigten Iterationen der Lösung aus reiner Altimetrie	42
5.2	Energie der Lösungen auf Basis von Altimetrie-Beobachtungen	47
5.3	Größenordnung der relativen Gewichte und Anzahl der benötigten Iterationen der Lösung aus reiner Schiffsgravimetrie	49
5.4	Energie der Lösungen auf Basis von Schiffsgravimeter-Beobachtungen	52
5.5	Größenordnung der relativen Gewichte und Anzahl der benötigten Iterationen der Lösung aus Altimetrie und Schiffsgravimetrie	54
5.6	Energie der Lösungen auf Basis von Altimetrie und Schiffsgravimetrie	59
5.7	Statistische Werte zu den Differenzen zwischen MRD und EGM2008	61
5.8	Mittelwert der Differenzen zwischen den verschiedenen Datensätzen an den Validierungspunkten	65

Kapitel 1

Einleitung

„Es ist zwar etwas spontan, aber magst du in 14 Tagen auf eine sechswöchige Forschungsschiffsreise auf der Polarstern mitkommen?“

So fing das 2013 mit den Forschungsschiffsreisen, an denen ich teilnehmen durfte, an. Nach der ersten Reise und meiner Arbeit in der Bathymetrie fragte man mich, ob ich noch eine Reise mitmachen wolle. Ich konnte nicht widerstehen.

Die zweite Reise war auf der **research vessel** (dt.: Forschungsschiff) (RV) Sonne mit dem Fahrtnamen SO230. Kurz vor Silvester 2013 ging es los: für sieben Wochen in den Kanal von Mosambik, die Meerenge zwischen Mosambik und Madagaskar. Ich arbeitete wieder in der Bathymetrie, die Gravimetrie war gleich nebenan. Durch die enge Zusammenarbeit entstand bei mir die Idee für diese Arbeit, in der ich die während der Reise erzeugten Daten aus der Bathymetrie und Gravimetrie verwenden wollte.

In meiner Zeit am **Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut der Technischen Universität München** (DGFI-TUM) hatte ich bereits mit dem Software-Programmpaket für die Erzeugung hochgenauer, regionaler Geoidmodelle als Höhenbezugsfläche (RegGRAV) gearbeitet. Daraus entstand die Motivation, die Daten der Schiffsreisen für die verbesserte Berechnung regionaler Schwerefelder, dem Thema dieser Arbeit, zu verwenden.

Ziel der Arbeit ist ein möglichst hochaufgelöstes regionales Schwerefeld in einem zu definierenden Untersuchungsgebiet.

Die verwendeten Schiffsgravimeter-Messungen der Forschungsreisen der RV Sonne, SO230 (Jokat (2014)) und anschließend SO231 (Franke et al. (2014)), geben den Kanal von Mosambik als größte mögliche Ausdehnung des Untersuchungsgebiets vor. Die Schiffsgravimeter-Messungen wurden vom **Alfred-Wegener-Institut Helmholtz-Zentrum für Polar- und Meeresforschung** (AWI) und der **Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe** (BGR) für diese Arbeit zur Verfügung gestellt. Die Beobachtungen sollen so vorprozessiert werden, dass sie in RegGRAV eingebunden werden können. Die Vorprozessierung beinhaltet u.a. eine Bereinigung der Daten um Ausreißer, eine Driftkorrektur und eine Filterung.

Die **Multiresolutionsdarstellung** (MRD) benutzt die Kombination von heterogenen Datentypen, indem die Frequenzbänder mit dem maximalen spektralen Informationsgehalt der verschiedenen Beobachtungstypen einander ergänzen und dadurch ein großes Frequenzspektrum ergeben. Daher wird ein wichtiger Teil der Arbeit die Untersuchung der Beobachtungen auf ihren spektralen Gehalt darstellen. Erst mit dem Wissen um den spektralen Gehalt können die Schiffsgravimeter-Daten sinnvoll in RegGRAV verwendet werden. In der RegGRAV-Software konnten bisher nur Satellitengravimetrie-Daten verschiedener Missionen, Altimetrie, terrestrische und Fluggravimetrie-Daten verarbeitet werden. Um die Schiffsgravimeter-Messungen in RegGRAV verwenden zu können, muss der neue Beobachtungstyp „Schiffsgravimetrie“ in der Software implementiert werden.

Seit über einem Jahrzehnt wird an der Berechnung von regionalen Schwerefeldern geforscht. Dabei werden verschiedene Ansätze wie z.B. Mascons (Rowlands et al. (2005)), least squares collocation (LSC) (Tscherning & Arabelos (2011)) oder sphärische (radiale) Basisfunktionen (SBFs) (Schmidt et al. (2007)) verwendet. In dieser Arbeit wird der Ansatz der spherical (radial) basis functions (dt.: sphärische (radiale) Basisfunktionen) (SBF) verfolgt. Dabei wird ein Gauß-Markov Modell um eine Variance Component Estimation (dt.: Varianzkomponentenschätzung) (VCE) (Koch & Kusche (2002)) erweitert und als MRD (Freedon et al. (1998)) dargestellt. Für die MRD eignen sich insbesondere SBF und Wavelets. In Schmidt (2001) wird unter anderem dargestellt, wie man Wavelets für geodätische Anwendungen definiert und wie man sie in der Geodäsie für den Zweck der Berechnung von Schwerefeldern einsetzen kann. Der Vorteil des regionalen Berechnungsansatzes von Schwerefeldern mit lokalisierenden Basisfunktionen mit quasi-kompaktem Träger gegenüber dem globalen Ansatz mit Kugelfunktionen ist, dass im regionalen Ansatz räumlich begrenzte gegebene Datensätze mit Datenlücken verwendet werden können. Die Anwendung der MRD hat den zusätzlichen Vorteil, dass heterogene Datentypen mit maximalem Informationsgehalt in verschiedenen Frequenzbändern bestmöglich miteinander kombiniert werden. In Schmidt (2005) wird die mathematische Vorgehensweise erklärt. Eine zusätzliche zeitliche Komponente in der Darstellung mittels MRD wird bei Schmidt et al. (2006) dargestellt. Für die MRD können verschiedene Skalierungsfunktionen und Wavelets verwendet werden. Schmidt et al. (2007) beschreiben ihren Lösungsansatz und zeigen Ergebnisse unter Verwendung vier verschiedener Skalierungsfunktionen und Wavelets. Dabei wird ersichtlich, dass die unterschiedlichen Wavelets durchaus Einfluss auf das Ergebnis haben. Bentel et al. (2013) untersuchen die Auswirkungen der Verwendung verschiedener Skalierungs- und Waveletfunktionen wie Shannon, Cubic Polynomial oder Blackman. RegGRAV ermöglicht die Berechnung regionaler Schwerefelder unter Verwendung der VCE und mit der Darstellung als MRD. In dieser Arbeit soll diese Software verwendet werden, um regionale Schwerefelder im Kanal von Mosambik zu berechnen. Das Ziel der Lösung des um die VCE erweiterten Gauß-Markov Modells ist die Schätzung der Skalierungskoeffizienten für die Skalierungsfunktionen (SBF) für die Darstellung als MRD. Die Skalierungskoeffizienten sollen auf ihre Energieverteilung hin untersucht werden. Dabei wird der Ansatz von Aster et al. (2011) gewählt, der von Michael Schmidt weiter entwickelt wurde. Die Analyse der Energieverteilung bei Skalierungskoeffizienten ist ein neuer Ansatz, der zur Bewertung der Ergebnisse mittels MRD beiträgt. Die Energieanalyse soll auch zeigen, ob sich aus der Energieverteilung der geschätzten Koeffizienten das Gravitationspotential ableiten lässt und ob die Energie ein aus den Skalierungskoeffizienten berechnetes Gravitationspotential abbilden kann. Neben der Berechnung eines regionalen Schwerefeldes rein aus Schiffsgravimetrie soll eine Lösung aus reiner Altimetrie als Referenz dienen. Es werden drei Altimetrie-Missionen verwendet: CryoSat-1, ERS-1 und Jason-1. Die Kombination beider Datentypen sollte eine bessere Lösung liefern als die Einzellösungen.

Um feststellen zu können, ob die Verwendung von Schiffsgravimeter-Daten eine Verbesserung der in RegGRAV berechneten MRD bewirken kann, sollen dahingehend verschiedene MRD erzeugt werden. Die Ergebnisse werden abschließend angemessen validiert. Wegen der Korrelation zwischen dem Erdschwerefeld und der Topographie können ggf. Bathymetrie-Daten verwendet werden.

In der vorliegenden Arbeit wird in Kapitel 2 auf die Theorie der verwendeten Methoden eingegangen, das anschließende Kapitel 3 beinhaltet die Beschreibung der verwendeten Daten und, im Falle der Schiffsgravimetrie, ihrer Vorprozessierung. Kapitel 4 gibt Einblick in die verwendete Software RegGRAV und das in dieser Arbeit verwendete Berechnungsprojekt. Die Ergebnisse, ihre Interpretation und die Validierung sind in Kapitel 5 nachzulesen. Im letzten Kapitel wird ein Fazit aus den Ergebnissen der Arbeit gezogen und ein Ausblick auf weitere mögliche Verbesserungen, Betrachtungen und Anwendungen gegeben.

Kapitel 2

Theorie

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen der vorliegenden Arbeit beschrieben. Die Grundlagen teilen sich in zwei große Bereiche auf. Im ersten sind die Grundlagen des Schwerefeldes und des Potentials sowie die Verknüpfung mit der Höhe erklärt (Kapitel 2.1). Aus dem Potential und der Höhe werden dann die für diese Arbeit wichtigen Funktionale abgeleitet. Der regionale Ansatz zur Berechnung von Schwerefeldern ist im zweiten Teil erklärt (Kapitel 2.2 ff). Die Grundlagen zu Basisfunktionen aus der Potentialtheorie werden erwähnt, um anschließend auf die verschiedenen Besonderheiten des regionalen Berechnungsansatzes einzugehen.

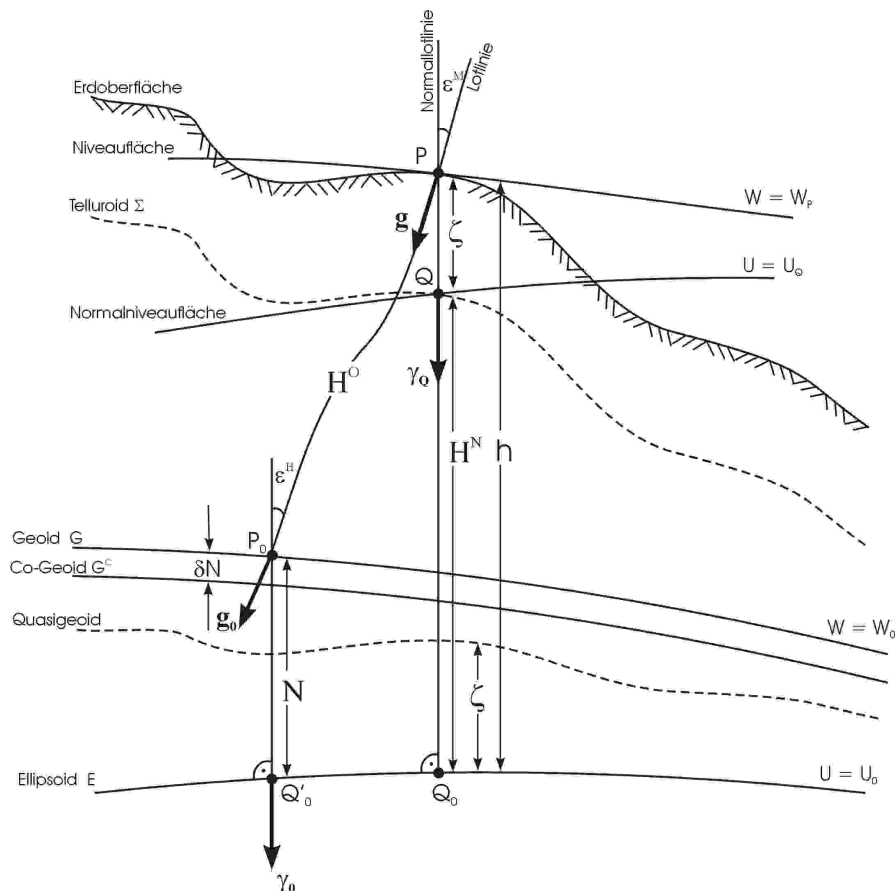


Abbildung 2.1 – Beziehung zwischen Größen des Erdschwerefeldes und Höhen
Quelle: nach Kuhn, 2000

2.1 Funktionale des Gravitationspotentials

Die Grundlage der geodätischen Randwertaufgabe zur Bestimmung des Geoids und des äußeren Erdschwerefeldes ist die Laplace'sche Differentialgleichung

$$\Delta V = 0 \quad (2.1)$$

mit dem Gravitationspotential V (siehe Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 7). Harmonische Funktionen sind Lösungen der Laplace-Gleichung. Das Potential der Gravitation muss im Außenraum des anziehenden Körpers, bei uns der Erde, der Laplace-Gleichung genügen und lässt sich daher mittels harmonischer Funktionen darstellen.

Das Normalschwerepotential U der Erde enthält nach Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 65, dominante Anteile des Gravitationspotentials V_E und des Zentrifugalpotentials Z_E der Erde:

$$U = V_E + Z_E \quad (2.2)$$

Das Normalschwerepotential ist in Abbildung 2.1 als unterste Ebene $U = U_0$ dargestellt. Mit dem Normalschwerepotential wird das Gravitationsfeld der Erde auf einer mathematisch einfachen Form approximiert, z.B. einem Rotationsellipsoid. Das Normalpotential auf dem Ellipsoid ist mit den vier Parametern

- GM Erd-Gravitationskonstante
- a große Halbachse des Rotationsellipsoids
- f Abplattung des Rotationsellipsoids und
- ω Rotationsgeschwindigkeit der Erde

eindeutig beschrieben. In dieser Arbeit werden das **World Geodetic System 1984** (WGS84) und das **Geodetic Reference System 1980** (GRS80) verwendet (siehe Tabelle 2.1), die sich in ihren vier Parametern leicht unterscheiden.

GRS80		WGS84	
GM	$= 3\,968\,005 \cdot 10^8 \, m^3/s^2$	GM	$= 3\,986\,004,418 \cdot 10^8 \, m^3/s^2$
a	$= 6\,378\,137 \, m$	a	$= 6\,378\,137 \, m$
$1/f$	$= 298,257\,222\,101$	$1/f$	$= 298,257\,223\,563$
ω	$= 0,729\,211\,51 \cdot 10^{-4} \, s^{-1}$	ω	$= 0,729\,211\,51 \cdot 10^{-4} \, s^{-1}$

Tabelle 2.1 – Parameterwerte vom GRS80 (Moritz (2000)) und WGS84 (National Imagery and Mapping Agency (2000))

Der Vektor der Normalschwere wird mit γ bezeichnet

$$\gamma = \text{grad } U \quad (2.3)$$

Im Folgenden werden, da die Hauptanteile des Vektors in der vertikalen Komponente enthalten sind, die horizontalen Komponenten des Vektors γ vernachlässigt. Daraus folgt γ als vertikaler Gradient von U entlang der Ellipsoidnormalen.

Für Einzelpunkte lässt sich γ nach Somigliana (1929) berechnen, z.B. entlang des Ellipsoides mit $\gamma = \gamma_0$,

$$\gamma_0 = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.4)$$

nach Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 72, mit

- a, b große und kleine Halbachse,
- γ_a, γ_b Normalschwere am Äquator und Pol und
- φ ellipsoidische Breite.

In Abbildung 2.1 ist γ_0 als nach unten gerichteter Vektor, senkrecht vom Ellipsoid ausgehend, eingezeichnet. Das Schwerepotential W enthält im Gegensatz zum Normalpotential U das gesamte Schwerefeld, also das vollständige Gravitationspotential V und Zentrifugalpotential Z .

Beobachtet man die Schwere auf der Erdoberfläche, so misst man die absolute Schwere \mathbf{g} . Diese ist in Abbildung 2.1 vom Punkt P ausgehend eingezeichnet. Der Absolutschwerevektor, auch Schwerebeschleunigungsvektor genannt, ist der Gradient des Schwerepotentials W (siehe Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 94)

$$\mathbf{g} = \text{grad } W \quad . \quad (2.5)$$

Auch hier werden die horizontalen Richtungskomponenten des Vektors vernachlässigt und daraus folgt die Absolutschwere g .

Die Messung der Absolutschwere ist aufwendig, deswegen werden häufiger die Abweichungen zu der Normalschwere betrachtet. Diese werden als Schwereanomalien Δg bezeichnet. Schwereanomalien werden, je nachdem auf welche Referenzfläche sie sich beziehen, auch als Freiluftschwereanomalien oder Freiluftanomalien bezeichnet.

Schwereanomalien ergeben sich aus der Differenz zwischen der Absolutschwere g an einem Punkt P auf der Erdoberfläche und der Normalschwere γ an einem Punkt Q auf dem Telluroid (siehe Abbildung 2.1). Beide Punkte unterscheiden sich um die Höhenanomalie ζ . Die Normalschwere wird um die Normalhöhe H^N , vom Ellipsoid ($U = U_0$) aus gemessen, auf die Höhe des Punktes Q angepasst

$$\Delta g_P = g_P - \gamma_Q \quad . \quad (2.6)$$

Ist die Absolutschwere auf das Geoid reduziert (g_0), wird zur Bildung der Schwereanomalie die Normalschwere γ_0 verwendet

$$\Delta g = g_0 - \gamma_0 \quad . \quad (2.7)$$

Richtungsunterschiede der verwendeten Vektoren werden in beiden Fällen vernachlässigt.

Betrachtet man das Schwerepotential der Erde relativ zu dem des Niveauellipsoids, so spricht man von Störpotential T . Es ist damit die Differenz aus Schwerepotential W und Normalschwerepotential U (nach Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 94)

$$T = W - U \quad . \quad (2.8)$$

Im Außenraum der Erde genügt das Störpotential der Laplace'schen Differentialgleichung (2.1). Daher kann man laut Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 94, schreiben:

$$\Delta T = 0 \quad . \quad (2.9)$$

Das Störpotential bildet die Ausgangsgröße zur Berechnung vieler anderer Funktionale, beispielsweise Höhen. Das „Theorem von Bruns“ beschreibt die Geoidhöhe N (siehe Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 93) ausgehend vom Störpotential:

$$N = \frac{T}{\gamma_0} \quad . \quad (2.10)$$

Trägt man die Normalhöhe H^N von dem Oberflächenpunkt P nach unten ab (vgl. Abbildung 2.1), so wird der Höhenunterschied als Quasigeoidhöhe bezeichnet. In Deutschland ist das Quasigeoid die

Höhenbezugsfläche.

Die Schwereanomalie kann ebenfalls aus dem Störpotential abgeleitet werden

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad . \quad (2.11)$$

Diese Schreibweise wird als „Fundamentalgleichung der physikalischen Geodäsie“ (Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 95) bezeichnet. Formel (2.11) wird nach der (ellipsoidischen) Höhe h , entlang der Ellipsoidnormalen, abgeleitet.

2.2 Basisfunktionen

Um Funktionale des Erdschwerefeldes global zu beschreiben, verwendet man aufsummierte, gewichtete Basisfunktionen. Eine Möglichkeit der globalen Beschreibung ist die Verwendung von Kugelflächenfunktionen f . Kugelflächenfunktionen sind nur abhängig von zwei Variablen (Länge λ und Breite φ) und beschreiben die Oberfläche einer Einheitskugel. Eine Schreibweise für Kugelflächenfunktionen lautet:

$$f(\lambda, \varphi) = \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^l c_{lm} \cdot \bar{Y}_{lm}(\lambda, \varphi) \quad . \quad (2.12)$$

c_{lm} enthält alle Koeffizienten und $\bar{Y}_{lm}(\lambda, \varphi)$ die globale Basisfunktion. Die Entwicklung läuft von Grad $l = 0$ bis zum maximalen Entwicklungsgrad L .

Kugelflächenfunktionen sind eine Untergruppe der Kugelfunktionen. Kugelfunktionen sind zusätzlich noch abhängig vom radialen Abstand r des Berechnungspunktes vom Koordinatenursprung. Globale Modelle, beispielsweise das Gravitationspotential der Erde im Außenraum ($r > \text{Erdradius } R = 6378136,6 \text{ m}$), lassen sich gut mit Kugelfunktionen darstellen. Diese Berechnung des Gravitationspotentials erfüllt außerdem die Laplace'sche Differentialgleichung (2.1). Das Potential auf der Kugel lässt sich nach Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006) wie folgt berechnen

$$V(\lambda, \varphi, r) = \frac{GM}{R} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} \sum_{m=0}^l c_{lm} \cdot \bar{Y}_{lm}(\lambda, \varphi) \quad . \quad (2.13)$$

Das Potential enthält einen Skalierungsterm mit der Erd-Gravitationskonstanten

$GM = 398600,4418 \frac{\text{km}^3}{\text{s}^2}$ und dem Erdradius R .

Die globalen Basisfunktionen $\bar{Y}_{lm}(\lambda, \varphi)$ sind abhängig von den assoziierten Legendre-Funktionen P_l^m .

Die Beschreibung der Legendre-Funktionen folgt der Darstellung auf den Seiten 14 und 15 in Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006).

Allgemein gilt für Legendre-Funktionen erster Art mit $\cos \vartheta$ als Argument und der Substitution

$$t = \cos \vartheta$$

$$P_l^m(t) = \frac{1}{2^n n!} (1-t^2)^{m/2} \frac{d^{n+m}}{dt^{n+m}} (t^2-1)^n \quad . \quad (2.14)$$

Für den Sonderfall $m = 0$ vereinfacht sich die Formel zu den Legendre-Polynomen

$$P_l(t) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dt^n} \left[(t^2-1)^n \right] \quad (2.15)$$

und wird Rodrigues-Formel genannt. Mit Hilfe der Rekursionsformel

$$l P_l(t) = (2l-1)t \cdot P_{l-1}(t) - (l-1) \cdot P_{l-2}(t)$$

und den Startbedingungen $l = 1 \dots L$, $P_0 = 1$ und $P_1 = t$ lassen sich alle Legendre-Polynome bestimmen.

2.3 Level, maximaler Entwicklungsgrad, räumliche Auflösung

Das Wissen um die räumliche Auflösung ρ der gegebenen Beobachtungen ist wichtig bei der Datenverarbeitung. ρ ist durch den Abstand zweier benachbarter Punkte gegeben. Wurden die Beobachtungen im zeitlichen Abstand von jeweils 1 s aufgenommen, so ist die räumliche Auflösung gleich der Geschwindigkeit v des Messgeräteträgers. In Kern (2003), Seite 105, sind die Formeln zur Be- und Umrechnung von räumlicher Auflösung ρ , sphärisch-harmonischem Entwicklungsgrad l und spektraler Auflösung f angegeben. Der Erdradius R wird in Metern gemessen.

	f [Hz]	l [-]	ρ [m]
spektrale Auflösung $f =$	1	$\frac{lv}{2\pi R}$	$\frac{v}{2\rho}$
sphärisch-harmonischer Entwicklungsgrad $l =$	$\frac{2\pi R f}{v}$	1	$\frac{\pi R}{\rho}$
räumliche Auflösung $\rho =$	$\frac{v}{2f}$	$\frac{\pi R}{l}$	1

Tabelle 2.2 – Zusammenhang zwischen räumlicher und spektraler Auflösung
Quelle: Kern (2003)

Der aus der minimalen räumlichen Auflösung berechnete sphärisch-harmonische Entwicklungsgrad ist der maximal zu berechnende Entwicklungsgrad \bar{l} .

Aus dem maximalen sphärisch-harmonischen Entwicklungsgrad eines Schwerefeldmodells lässt sich die räumliche halbe Wellenlänge ableiten. Sie ergibt sich aus dem halben Erdumfang und dem maximalen Entwicklungsgrad zu $\frac{20.000 \text{ km}}{L}$. Diese Formel entspricht der Formel für die räumliche Auflösung in Tabelle 2.2.

Die Level sind über Zweier-Potenzen mit den Entwicklungsgraden verknüpft, da die später beschriebenen Berechnungen auf einer inversen Fourier-Transformation basieren, die wiederum auf der Basis von Potenzen zur Basis 2 definiert ist. Man kann zur Definition der Level auch eine andere Basis als 2 verwenden.

Ein Level entspricht einem Frequenzband aus der Fourier-Transformation. Die Level werden mit j bezeichnet.

Ein Level ist über den Zusammenhang

$$l_j = 2^j - 1 \quad (2.16)$$

mit den Entwicklungsgraden verknüpft. j ist der Laufindex, der vom niedrigsten Level j' bis zum höchsten Level J gezählt wird.

Der Zusammenhang zwischen den Level, den sphärisch-harmonischen Entwicklungsgraden und der räumlichen Auflösung ist in Abbildung 2.2 zusammengefasst. Dort ist auch dargestellt, welche Datentypen in welchem Frequenzbereich Signalanteile erwarten lassen.

2.4 Lokalisierende Basisfunktionen

Kugelflächenfunktionen benötigen zur Lösung global homogen verteilte Beobachtungen, da sie globale Basisfunktionen sind. Liegen einzelne Datensätze nur regional vor, gibt es große Datenlücken, wodurch Kugelflächenfunktionen zur Modellierung wegfallen. Lokalisierende Basisfunktionen mit quasi-kompaktem Träger haben gegenüber globalen Kugelflächenfunktionen den Vorteil, dass sie

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
l_j [deg]	1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023	2047	4095	...
ρ_{max} [km]	20000	6667	2857	1333	645	317	157	78	39	20	10	5	...
			Satellitengravimetrie										
			Altimetrie										
			Terrestrische, Flug-/Schiffsgravimetrie										


Frequenz 

Abbildung 2.2 – Auszug aus dem Frequenzraum mit verschiedenen Level j . Den verschiedenen Level sind die maximalen Auflösungsgrade l_j aus der Reihenentwicklung in Kugelfunktionen sowie die maximale räumliche halbe Wellenlänge ρ_{max} zugeordnet. Die verschiedenen Beobachtungstechniken in den unteren Zeilen können das Schwerfeld verschieden genau spektral auflösen. Die Überdeckung der Level gibt den empfohlenen Verwendungsbereich an: niedrige Level (Satellitengravimetrie in gelb), mittlerer Bereich (Altimetrie in grün) und hohe Level (Terrestrische, Flug- und Schiffsgravimetrie in orange).
Quelle: Verena Lieb

nur in einem räumlich begrenzten Gebiet starke Bewegungen aufweisen und auf dem Rest der Kugel hinreichend klein sind. Durch bestmögliche Kombination von verschiedenen Messtechniken können Datenlücken aufgefangen und außerdem die räumliche Auflösung erhöht werden.

Der lokale Berechnungsansatz geht von der reduzierten Beobachtungsgröße ΔZ aus, da kleine Werte in der Berechnung besser zu verarbeiten und die Randeffekte kleiner sind. Die reduzierte Beobachtungsgröße ist z.B. das Störpotential (siehe Gleichung (2.8)), das hier als Differenz eines Potentials V und des Potentials aus einem Hintergrundmodell V_{back} beschrieben wird. Die Berechnungspunkte $\mathbf{x} = r \cdot [\cos \varphi \cos \lambda, \cos \varphi \sin \lambda, \sin \varphi]^T$ werden mit Länge λ , Breite φ und Radius $r = R + h$ auf der Kugel angegeben. Der zugehörige Einheitsvektor wird mit \mathbf{r} dargestellt.

$$\Delta V(\mathbf{x}) = V(\mathbf{x}) - V_{back}(\mathbf{x}) \quad (2.17)$$

Durch die Reduktion des Signals um ein Hintergrundmodell bis zu einem gewissen Grad ist es als bandbegrenzte Funktion anzusehen. Es gilt: $\Delta Z(\mathbf{x}) = F(\mathbf{x})$. Dieses Signal kann beschrieben werden als

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^Q d_q b(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q) \quad (2.18)$$

d_q sind hierbei anfangs unbekannten, deswegen zu bestimmenden Skalierungskoeffizienten. Diese Koeffizienten spielen dieselbe Rolle wie die Stokes-Koeffizienten in dem sphärisch-harmonischen Ansatz (siehe Gleichung (2.13)). Der wesentliche Unterschied ist, dass im lokalen Ansatz pro Berechnungspunkt ein Skalierungskoeffizient bestimmt wird, der für alle berücksichtigten Frequenzen gilt, wohingegen die Stokes-Koeffizienten im globalen Ansatz globale Parameter sind und jedem Stokes-Koeffizienten c_{lm} eine Grad- und Ordnungszahl zugewiesen ist. $b(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q)$ sind SBF. Sie sind isotrop, d.h. rotationssymmetrisch, und damit die sphärische Analogie zu den radialen Basisfunktionen. Diese SBF werden als Reihenentwicklung auf Basis von Legendre-Polynomen (siehe Gleichung (2.15)) dargestellt

$$b(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} B_l P_l(\mathbf{r}^T \mathbf{r}_q) \quad (2.19)$$

Die Legendre-Polynome sind abhängig von dem sphärischen Abstand der Punkte \mathbf{r} und \mathbf{r}_q auf der Einheitskugel. Er wird als Winkel nach $\alpha = \arccos(\mathbf{r}^T \mathbf{r}_q)$ berechnet. \mathbf{r}_q sind die Quellpunkte, also die Punkte im Zentrum der Basisfunktionen (Mitte (senkrecht unter der Spitze) des „Hütchens“ in Abbildung 2.3), an dem die gesuchten Koeffizienten definiert sind. In der Analyse enthält \mathbf{x} die gegebenen Beobachtungspunkte, in der Synthese sind es die Berechnungspunkte, an denen die Ausgabe

erfolgt. Es gilt zudem $\mathbf{x}_q = R \cdot \mathbf{r}_q$.

Im Falle eines bandbegrenzten Signals oder einer zu erzeugenden bandbegrenzten Funktion wird die Reihenentwicklung (2.19) nur bis zum Grad L statt ∞ durchgeführt. Eine bandbegrenzte Basisfunktion hat den Vorteil, dass die Funktion im Frequenzraum einen kompakten Träger hat.

Die in Gleichung (2.19) enthaltenen B_l werden Legendre-Koeffizienten genannt. Für die einfachste Basisfunktion gilt:

$$B_l = \begin{cases} 1, & \text{bei } l = 0, \dots, L \\ 0, & \text{bei } l > L \end{cases} \quad (2.20)$$

Diese Definition liefert den Shannon-Kern (nach Einsetzen in Gleichung (2.19)). In der Parameterschätzung verwendet man $L = \bar{l}$. In der realen Anwendung wird die Schwelle etwas höher gewählt $L > \bar{l}$, um „Omission“-Fehler zu vermeiden.

In der Synthese werden andere Basisfunktionen bevorzugt, da Shannon-Kerne starke Oszillationen im räumlichen Bereich aufweisen, die das Ergebnis wesentlich beeinflussen können.



Abbildung 2.3 – RegGRAV-Logo: Wavelet im sphärischen Raum

2.5 Dreistufige Gebietsdefinition

In dieser Arbeit wird zwischen drei verschiedenen Gebietsdefinitionen unterschieden: Untersuchungsgebiet, Beobachtungsgebiet, Berechnungsgebiet. Die Gebietsgröße nimmt innerhalb der Aufzählung immer weiter zu.

Das Untersuchungsgebiet, das kleinste Gebiet, ist jenes, in dem die Zielgrößen, d.h. Funktionale des Erdschwerefeldes, berechnet werden sollen.

Das Beobachtungsgebiet ist größer als das vorherige und jenes, in dem die Beobachtungen vorliegen. Der Abstand η_J , um den das Beobachtungsgebiet größer ist als das Untersuchungsgebiet, lässt sich mit der empirisch ermittelten Formel

$$\eta_J = \frac{180^\circ}{2^{J-1} \cdot \cos(|\varphi|_{max})}$$

berechnen (siehe DGFI-TUM (2014)). $|\varphi|_{max}$ ist hierbei der Betrag der maximalen ellipsoidischen Breite des Untersuchungsgebiets. Der Abstand gilt für das maximal entwickelte Level J .

Das Berechnungsgebiet ist das größte Gebiet. Es ist noch einmal um den Abstand η_J größer als das Beobachtungsgebiet. Daraus folgt, dass der Abstand zwischen Untersuchungsgebiet und Berechnungsgebiet $2 \cdot \eta_J$ beträgt. Die beiden letzteren Gebiete werden größer als das Untersuchungsgebiet gewählt, damit Randeffekte reduziert werden.

In dem Berechnungsgebiet werden die Berechnungspunkte \mathbf{x}_q festgelegt. Es können verschiedene Punktsysteme verwendet werden, z.B. Geographisches Gitter, Reuter-Gitter, Kreisgitter. An dieser Stelle wird nur auf das Reuter-Gitter eingegangen, da die anderen in der vorliegenden Arbeit nicht verwendet werden. Nähere Ausführungen zu Punktgittern auf Kugeln sind bei Freedon et al. (1998), Seite 171, nachzulesen.

Das Reuter-Gitter nach Reuter (1982) zeichnet sich durch eine Gleichverteilung der Gitterpunkte auf der Kugeloberfläche aus. Dadurch, dass jedem Gitterpunkt ein gleich großes Flächenelement zugeordnet ist, nimmt die Punktdichte zu den Polen hin ab. Das Reuter-Gitter, wie es von Freedon et al. (1998) dargestellt wurde, ist flächentreu, jedoch nicht längentreu.

2.6 Varianzkomponentenschätzung

Ziel der Parameterschätzung durch eine **V**ariance **C**omponent **E**stimation (dt.: Varianzkomponentenschätzung) (VCE) ist die Bestimmung der bisher unbekannten Skalierungskoeffizienten d_q in Gleichung (2.18). Die Beobachtungsgleichung soll dabei für eine allgemeine Beobachtungsgröße $\Delta Z(\mathbf{x})$ aufgestellt werden. Die Beobachtungspunkte \mathbf{x}^p sind mit dem Index $p = 1, \dots, P$ versehen. Da, wie in Gleichung (2.17) beschrieben, um das Hintergrundmodell reduziert wird, folgt die Beobachtungsgleichung nach Gleichung (2.18), erweitert um den Messfehler der Beobachtung $e(\mathbf{x}^p)$, zu

$$\Delta Z(\mathbf{x}^p) + e(\mathbf{x}^p) = \sum_{q=1}^Q d_q b(\mathbf{x}^p, \mathbf{x}_q) \quad . \quad (2.21)$$

Im Folgenden sollen nun Beobachtungsgleichungen für verschiedene Beobachtungstypen aufgestellt werden. Dabei ist zu beachten, dass die Basisfunktion $b(\mathbf{x}^p, \mathbf{x}_q)$ entsprechend dem beobachteten Funktional des Erdschwerefeldes angepasst werden muss. Die für die einzelnen Funktionale geltenden Basisfunktionen werden mit $\tilde{b}(\mathbf{x}^p, \mathbf{x}_q)$ angegeben. Die Funktionale sind dabei alle auf das Störpotential bezogen. Radboud Koop (1993) hat mit seiner Promotionsarbeit eine übersichtliche Zusammenfassung von Transformationen geschaffen, die bei der Adaption der Basisfunktionen hilfreich ist. Aus der Schiffsgravimetrie werden Schwereanomalien Δg für die Verarbeitung bereitgestellt. Für sie gilt

$$\tilde{b}(\mathbf{x}^p, \mathbf{x}_q) = \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} \frac{l-1}{r} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} B_l P_l(\cos \alpha_q) \quad .$$

Die Altimetrie liefert ein Funktional des Störpotentials T . Es ergibt sich aus der Differenz von Sea Surface Height (SSH) und Dynamic Ocean Topography (DOT), multipliziert mit der Normalschwere: $T = (SSH - DOT) \cdot \gamma$ (siehe Formel (2.10)) . Für das Störpotential sieht die Basisfunktion wie folgt aus:

$$b = \tilde{b}(\mathbf{x}^p, \mathbf{x}_q) = \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} B_l P_l(\cos \alpha_q) \quad .$$

Mit diesem Vorwissen kann nun ein Gauß-Markov Modell aufgestellt werden. Es beinhaltet u.a. den Vektor der Beobachtungen $\mathbf{y} = (\Delta Z(x_1), \dots, \Delta Z(x_P))^T$ und den Fehlervektor der Beobachtungen \mathbf{e} :

$$\mathbf{y} + \mathbf{e} = \mathbf{A} \mathbf{d} \quad \text{mit} \quad D(\mathbf{y}) = \sigma^2 \mathbf{P}^{-1}. \quad (2.22)$$

\mathbf{d} ist der Vektor der zu schätzenden Skalierungskoeffizienten. Mit $D(\mathbf{y})$ wird die Varianz-Kovarianz-Matrix der Beobachtungen bezeichnet. Der Varianzfaktor σ^2 ist unbekannt. \mathbf{P}^{-1} ist die Inverse der Gewichtsmatrix. Diese Matrix ist positiv definit, da die Anzahl von Beobachtungspunkten größer als die Anzahl von Gitterpunkten sein muss. Die Koeffizientenmatrix, auch Designmatrix genannt,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \tilde{b}(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}_1) & \cdots & \tilde{b}(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}_Q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{b}(\mathbf{x}^P, \mathbf{x}_1) & \cdots & \tilde{b}(\mathbf{x}^P, \mathbf{x}_Q) \end{bmatrix}$$

enthält die Basisfunktionen bezüglich der Beobachtungs- und Gitterpunkte. Leider hat die Designmatrix auf Grund der Abhängigkeiten zwischen den SBF fast immer einen Rangdefekt. Wegen der

Fortsetzung des Erdschwerefeldes nach unten und Datenlücken kann das ganze Normalgleichungssystem, ausgehend von Gleichung (2.22), schlecht konditioniert sein. Um diese drei Probleme zu überbrücken, wird ein zweites Gauß-Markov Modell aus Vorinformationen, dem Hintergrundmodell, aufgestellt.

$$\boldsymbol{\mu}_d + \mathbf{e}_d = \mathbf{I}_d \mathbf{d} \quad \text{mit} \quad D(\boldsymbol{\mu}_d) = \sigma_d^2 \mathbf{P}_d^{-1}. \quad (2.23)$$

Die Anzahl der Pseudobeobachtungen $\boldsymbol{\mu}_d$ entspricht der Anzahl von Berechnungspunkten Q . Alle Pseudobeobachtungen werden aus dem Hintergrundmodell erzeugt. Da alle Beobachtungen um das Hintergrundmodell reduziert werden, ist der Vektor der Pseudobeobachtungen ein Null-Vektor. Die Koeffizientenmatrix \mathbf{I}_d ist eine Einheitsmatrix und hier nur der Vollständigkeit halber hingeschrieben. \mathbf{e}_d und σ_d^2 sind der unbekannte Fehlervektor und der unbekannte Varianzfaktor der Vorinformation.

Die Kombination der beiden linearen Gauß-Markov Modelle der Beobachtungen (2.22) und der Vorinformationen (2.23) führt dann, siehe Schmidt et al. (2007), zu einer eindeutigen Lösung.

Die Analyse beschreibt die Lösung des Schätzmodells für die unbekannten Skalierungskoeffizienten d_q . Um nun $k = 1, \dots, K$ verschiedene Beobachtungstypen gleichzeitig zu verarbeiten, muss die Beobachtungsgleichung (2.21) erweitert werden.

Für die Basisfunktionen $b(\mathbf{x}^p, \mathbf{x}_q)$ werden die angepassten Basisfunktionen $\tilde{b}(\mathbf{x}^p, \mathbf{x}_q)$ verwendet. Für alle Basisfunktionen ist jedoch die Verwendung der Legendre-Koeffizienten B_l (siehe Gleichung 2.20) gleich.

Das erweiterte Modell der Parameterschätzung ergibt sich aus k verschiedenen Gleichungen (2.22), in der letzten Zeile ergänzt um die Vorinformation aus Gleichung (2.23)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_K \\ \boldsymbol{\mu}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{e}_K \\ \mathbf{e}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_K \\ \mathbf{I}_d \end{bmatrix} \mathbf{d} \quad \text{mit} \quad D \left(\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_K \\ \boldsymbol{\mu}_d \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 \mathbf{P}_1^{-1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_2^2 \mathbf{P}_2^{-1} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \sigma_K^2 \mathbf{P}_K^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \sigma_d^2 \mathbf{P}_d^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Jede der Kovarianz-Block-Matrizen $D(\mathbf{y}_k) = \sigma_k^2 \mathbf{P}_k^{-1}$ enthält die positiv definite Gewichtsmatrix \mathbf{P}_k und den unbekannten Varianzfaktor σ_k^2 . Alle nebendiagonalen Blöcke der Matrix sind Null. Dies bedeutet, dass die verschiedenen Beobachtungstypen \mathbf{y}_k als unkorreliert angenommen werden.

Wegen der großen Anzahl an Beobachtungen wird das System in Normalgleichungsform überführt:

$$\left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{\sigma_k^2} \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k \right) + \frac{1}{\sigma_d^2} \mathbf{P}_d \right) \hat{\mathbf{d}} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{\sigma_k^2} \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{y}_k \right) + \frac{1}{\sigma_d^2} \mathbf{P}_d \boldsymbol{\mu}_d \quad . \quad (2.25)$$

Die Normalgleichung wird nun nach dem zu schätzenden Parameter $\hat{\mathbf{d}}$ in einer iterativen Lösung mittels der VCE nach Koch & Kusche (2002) gelöst:

$$\hat{\mathbf{d}} = \left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k \right) + \frac{1}{\hat{\sigma}_d^2} \mathbf{P}_d \right)^{-1} \left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{y}_k \right) + \frac{1}{\hat{\sigma}_d^2} \mathbf{P}_d \boldsymbol{\mu}_d \right) \quad (2.26)$$

Die angewendete Methode iteriert bis zur Konvergenz der Varianzkomponenten $\hat{\sigma}_k^2$ und $\hat{\sigma}_d^2$. Abbildung 2.4 zeigt den iterativen Ablauf der VCE.

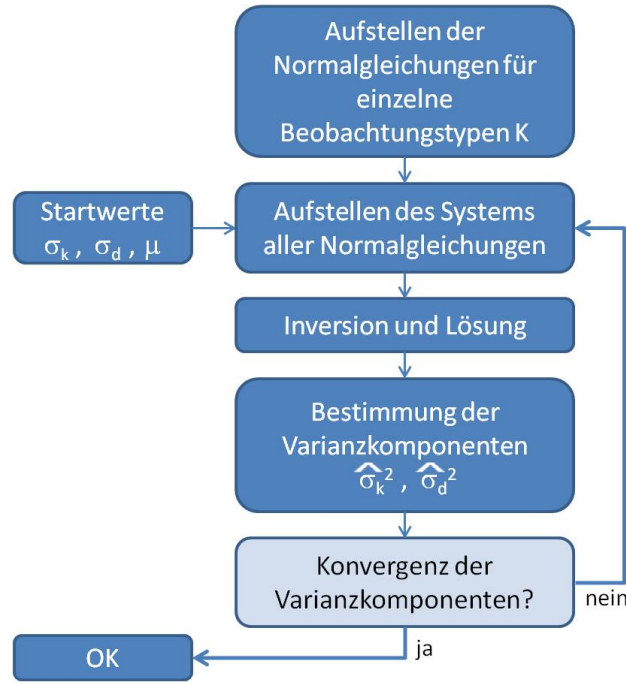


Abbildung 2.4 – Abfolge der einzelnen Berechnungsschritte der iterativen Parameterschätzung
Quelle: Verena Lieb

Die Genauigkeit der geschätzten Skalierungskoeffizienten d wird über eine Fehlerfortpflanzung bestimmt. Daraus folgt die Kovarianzmatrix der Parameter zu:

$$D(\hat{\mathbf{d}}) = \left(\sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k \right) + \frac{1}{\hat{\sigma}_d^2} \mathbf{P}_k \right)^{-1} = \begin{bmatrix} v(\hat{d}_1) & c(\hat{d}_1, \hat{d}_2) & \cdots & c(\hat{d}_1, \hat{d}_Q) \\ c(\hat{d}_2, \hat{d}_1) & v(\hat{d}_2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ c(\hat{d}_Q, \hat{d}_1) & \cdots & & v(\hat{d}_Q) \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

Die Kovarianzmatrix enthält auf der Hauptdiagonalen die Varianzen $v(\hat{d}_q)$ der geschätzten Skalierungskoeffizienten der einzelnen Beobachtungsgruppen. Die nebendiagonalen Elemente sind die Kovarianzen $c(\hat{d}_2, \hat{d}_1)$ zwischen jeweils zwei verschiedenen Skalierungskoeffizienten. Weiterführende Informationen dazu sind bei Lieb et al. (2015) ausgeführt.

Ziel der Berechnungen sind die Skalierungskoeffizienten d_q . Auf dem Weg zu ihrer Bestimmung können die Varianzkomponenten wie oben beschrieben mittels VCE geschätzt werden oder sie werden im Vorfeld auf feste Werte definiert. Im Zuge der Festlegung der Varianzkomponenten werden nicht nur die einzelnen Varianzkomponenten der verschiedenen Datensätze σ_k^2 , sondern auch die Varianzkomponenten der Vorinformation σ_d^2 gewählt. Damit die Lösungen der daraus folgenden Berechnungen die erwarteten Ergebnisse liefern, bedarf es einiger Erfahrung.

Das Hintergrundmodell (siehe Gleichung (2.23)) kann auf zwei verschiedene Arten in Gleichung (2.24) berücksichtigt werden. Die Arten unterscheiden sich in der Gewichtung des Hintergrundmodells für das Berechnungsgebiet. Es gibt zwei Möglichkeiten: konstant oder abhängig von der Beobachtungsverteilung. Bei der konstanten Gewichtung wird die Gewichtsmatrix \mathbf{P}_d^{-1} (siehe Gleichung (2.24)) als Einheitsmatrix definiert. So wird das Hintergrundmodell an jedem der Q Gitterpunkte mit dem Gewicht der Varianzkomponente σ_d^2 angesetzt. Die zweite Möglichkeit ist die Gewichtung des Hintergrundmodells in Abhängigkeit von der Beobachtungsverteilung. Dabei wird das Hintergrundmodell in Gebieten innerhalb des Berechnungsgebiets in den Bereichen niedriger gewichtet, wo

die Beobachtungen dicht verteilt liegen, und höher gewichtet, wo es Datenlücken gibt. Damit wird weiterhin ein σ_d^2 geschätzt, jedoch enthält die Gewichtsmatrix \mathbf{P}_d^{-1} einen für jeden Berechnungspunkt von 1 verschiedenen Wert.

2.7 Energieverteilung

Laut Lieb et al. (2015) geben die Skalierungskoeffizienten d_q im räumlichen Bereich die Höhe der Basisfunktionen an den Gitterpunkten q wieder. Dieser Ansatz legt eine weiterführende physikalische Interpretation der Koeffizienten nahe. In diesem Kapitel soll darauf näher eingegangen werden.

Wenn man die Werte der geschätzten Skalierungskoeffizienten als Energie betrachtet, sind nach Gleichung (2.18) die Skalierungskoeffizienten auch dort als Koeffizienten im Sinne einer Skalierung der Energie an einem Ort q anzusehen.

Die Idee der Energieberechnung basiert auf dem Ohmschen Gesetz $U = R \cdot I$ mit Spannung U , Widerstand R und Stromstärke I und der elektrischen Energie E , die man über die Spannung und die Stromstärke bzw. einer Integration über die Leistung P innerhalb einer bestimmten Zeit dt berechnen kann.

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 \quad \Rightarrow \quad E = U \cdot I \cdot t = \int P dt = \int R \cdot I^2 dt = R \int I^2 dt$$

Der hier verwendete Energieansatz geht davon aus, dass man ein geschätztes Schwerfeldfunktional, z.B. Potentialdifferenzen im drei-dimensionalen Raum, als Leistung interpretieren kann. Im Folgenden ist die Energie $E_{f_{3D}}$ des Signals f im drei-dimensionalen Raum $3D$ von Interesse.

$$E = R \int I^2 dt \quad \Rightarrow \quad E_{f_{1D}} = \frac{1}{b-a} \int_a^b |f(t)|^2 dt \quad \Rightarrow \quad E_{f_{3D}} = \int_{\Omega_R} |f(\lambda, \varphi)|^2 d\Omega_R \quad (2.28)$$

Die Entwicklung der Formel folgt Aster et al. (2011), Kapitel 5.1, Seite 131.

Das Signal $f(\mathbf{x})$, dessen Energie man berechnen möchte, lässt sich im regionalen Berechnungsansatz darstellen als Multiplikation von Koeffizienten d_q mit sphärischen Basisfunktionen $b(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q)$ (siehe Kapitel 2.4, Gleichungen (2.18) und (2.19)).

Formel (2.18) wird im Folgenden für f in Gleichung (2.28) eingesetzt.

$$E = \int_{\Omega_R} \left| \sum_{q=1}^Q d_q b(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q) \right|^2 d\Omega_R \quad (2.29)$$

Die Basisfunktionen werden nun eingesetzt und ausmultipliziert. Der nächste Schritt ist der Übergang von der Integralschreibweise hin zur Schreibweise in einer Summation. Wie in Kapitel 2.4 beschrieben, können Basisfunktionen eindeutig in Kugelflächenfunktionen \bar{Y} überführt werden. Dies wurde hier durchgeführt. Nach kurzer Umformung folgt daraus:

$$E = \sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^Q d_p d_q \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^L B_l B_m \cdot \sum_{a=-l}^l \sum_{b=-m}^m \underbrace{\bar{Y}_{l,a}(\mathbf{r}_q) \bar{Y}_{m,b}(\mathbf{r}_p)}_{\delta_{l,m} \cdot \delta_{a,b}} \int_{\Omega_R} \bar{Y}_{l,a}(\mathbf{r}) \bar{Y}_{m,b}(\mathbf{r}) d\Omega_R \quad (2.30)$$

Der hintere Integrationsteil δ beschreibt eine orthonormale Funktion (Laplace'sche Kugelflächenfunktion). Diese hat nach Hofmann-Wellenhof & Moritz (2006), Seite 21 f, folgende Eigenschaften:

$$\delta_{l,m} \text{ und } \delta_{a,b} = \begin{cases} 1, & \text{bei } l = m \text{ und } a = b \\ 0, & \text{bei } l \neq m \text{ und / oder } a \neq b. \end{cases}$$

Durch die Anwendung des Additionstheorems für Laplace'sche Kugelflächenfunktionen kann die Formel noch weiter vereinfacht werden:

$$E = \sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^Q d_p d_q \sum_{l=0}^L B_l^2 \underbrace{\sum_{a=-l}^l \bar{Y}_{l,a}(\mathbf{r}_q) \bar{Y}_{l,a}(\mathbf{r}_p)}_{(2.31)} \quad (2.31)$$

$$= \sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^Q d_p d_q \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} B_l^2 P_l(\mathbf{r}_q^T \mathbf{r}_p) \quad . \quad (2.32)$$

Die Energie E_{qp} jedes einzelnen Punktes q besteht aus dem Gewicht d der Basisfunktion an diesem Ort und ihrem Einfluss auf alle anderen Punkte $p = 1, \dots, Q$.

Nach Durchführung der inneren Summation über p erhält man die (zusammengezogene) Energie E_q jedes Berechnungspunktes.

Nach einer weiteren Summation über alle Berechnungspunkte q erhält man die Gesamtenergie E des Gebiets (Gleichung (2.32)).

Die Betrachtung des Fehlers, den man macht, wenn man in Gleichung (2.32) die hintere Summe über die Grade l weglässt, wird ebenfalls untersucht. Für jeden Berechnungspunkt ergibt sich, dass er seine Energie nur aus sich selbst bezieht und die Energien aller anderen Punkte vernachlässigt werden. Diese Energie wird hier mit E_{qq} bezeichnet.

Zahlenwerte und Ergebnisse zu diesen Annahmen sind in den Kapiteln zur Energieverteilung im Kapitel 5 zu finden.

Die Einheit der Energie folgt aus dem verwendeten Funktional. Bei Potentialdifferenzen ist die Einheit $\frac{m^4}{s^4}$.

2.8 Multiresolutionsdarstellungen

Die Synthese wird hier in Form der **Multiresolutionsdarstellung** (MRD) durchgeführt. Sie wird auch **Multiskalendarstellung** (MSD) oder **Multiskalenanalyse** (MSA) genannt. Bei einer MRD wird ein Signal $F(\mathbf{x}^p)$, z.B. das Gravitationspotential $V(\mathbf{x}^p)$, an einem Punkt \mathbf{x}^p auf der Erdoberfläche oder außerhalb der Erde in eine Summe von Detailsignalen $G_j(\mathbf{x}^p)$ zerlegt.

$$F(\mathbf{x}^p) \approx F_{J+1}(\mathbf{x}^p) = F_{j'}(\mathbf{x}^p) + \sum_{j=j'}^J G_j(\mathbf{x}^p) \quad (2.33)$$

Das höchste Level J ist folgendermaßen definiert:

$$\bar{l} < l_{J+1} = 2^{J+1} - 1 \quad \implies \quad J + 1 = \lfloor \log_2(l_{J+1} + 1) \rfloor \quad . \quad (2.34)$$

Das niedrigste Level j' hängt von der minimalen Ausdehnung des rechteckigen Berechnungsgebiets Π [km] ab:

$$l_{j'} = \left\lfloor \frac{\pi \cdot R \text{ [km]}}{2 \cdot \Pi} \right\rfloor \quad . \quad (2.35)$$

$F_{j'}(\mathbf{x}^p)$ enthält das Signal aus den Beobachtungen unterhalb von $2^{j'} - 1$, reduziert um das Hintergrundmodell aus Gleichung (2.17), und stellt eine Tiefpassfilterung des Gesamtsignals dar.

Das Signal wird mit einer Skalierungsfunktion bis zum höchsten Grad entwickelt. Eine Skalierungsfunktion wird nach Gleichung (2.19) als Reihenentwicklung auf Basis von Legendre-Polynomen entwickelt:

$$\phi_{J+1}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q) = \sum_{l=0}^{l'_{J+1}} \frac{2l+1}{4\pi} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} \Phi_{J+1,l} P_l(\mathbf{r}^T \mathbf{r}_q) \quad . \quad (2.36)$$

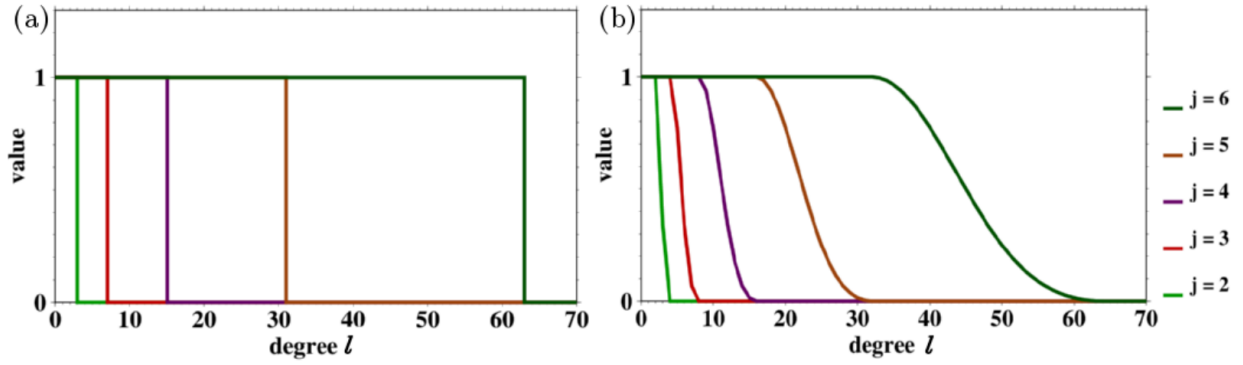


Abbildung 2.5 – Werte der Legendre-Koeffizienten von Skalierungsfunktionen: (a) Shannon und (b) Blackman. Beide Koeffiziententypen sind abhängig vom Grad l für verschiedene Level j dargestellt. Quelle: Lieb et al. (2015)

Legendre-Koeffizienten $\Phi_{J+1,l}$ beschreiben das Abklingverhalten des Tiefpassfilters (siehe Schmidt et al. (2007)). In Abbildung 2.5 sind die Auswirkungen der Wahl der Legendre-Koeffizienten dargestellt. Je nachdem wie die Legendre-Koeffizienten definiert werden, fällt die Funktion abrupt von 1 auf 0 ab (Shannon) (siehe Gleichung (2.37)) oder es gibt einen Übergangsbereich (Blackman) (siehe Gleichung (2.38)).

Die Legendre-Koeffizienten der Shannon-Skalierungsfunktion sind definiert als

$$\Phi_{J+1,l}^{Sha} = \begin{cases} 1, & \text{bei } l = 0, \dots, 2^j \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.37)$$

Vergleiche hierzu Gleichung (2.20) in Kapitel 2.4.

In dieser Arbeit wurden jedoch aufgrund der bei Bentel et al. (2013) beschriebenen Vorteile von Blackman-Skalierungsfunktionen ebendiese verwendet. Die Blackman-Skalierungsfunktion geht auf das Blackman-Fenster zurück, das häufig in der klassischen Signalanalyse verwendet wird (vgl. Mertins (1999)). Die Legendre-Koeffizienten der Blackman-Skalierungsfunktion sind definiert zu

$$\Phi_{J+1,l}^{Bla} = \begin{cases} 1, & \text{bei } l = 0, \dots, 2^{j-1} \\ A_j(l), & \text{bei } l = 2^{j-1}, \dots, 2^j \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.38)$$

mit $A_j(l) = \frac{21}{50} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi l}{2^j}\right) + \frac{2}{25} \cos\left(\frac{4\pi l}{2^j}\right)$.

Jedes Detailsignal aus Gleichung (2.33) bedeutet eine Entwicklung in sphärischen Wavelet-Funktionen. Eine Wavelet-Funktion ist definiert als Differenz zwischen zwei Skalierungsfunktionen der Level j und $j+1$. Diese Differenz zweier Tiefpassfilterungen ergibt eine Bandpassfilterung des Signals (siehe Abbildung 2.6, c). Die Legendre-Koeffizienten $\Psi_{j,l}$ einer Wavelet-Funktion ergeben sich aus der Differenz zweier Legendre-Koeffizienten der Skalierungsfunktionen

$$\Psi_{j,l} = \Phi_{j+1,l} - \Phi_{j,l} \quad (2.39)$$

Die Wavelet-Funktion wird wie Gleichung (2.36) nach Gleichung (2.19) entwickelt:

$$\psi_j(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q) = \sum_{l=0}^{l'_{j+1}} \frac{2l+1}{4\pi} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} \Psi_{j,l} P_l(\mathbf{r}^T \mathbf{r}_q) \quad (2.40)$$

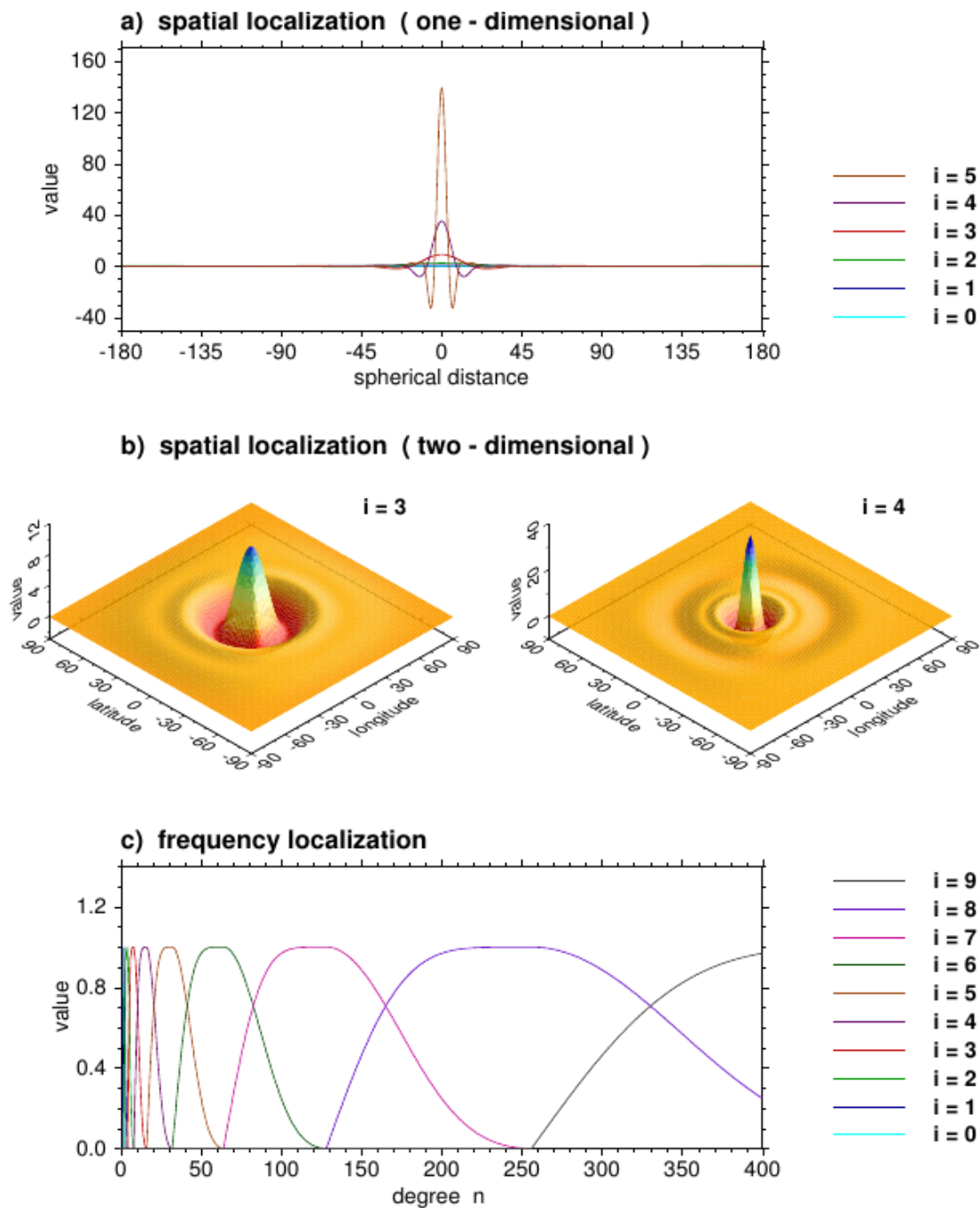


Abbildung 2.6 – Die Abbildung zeigt Wavelets verschiedener Level in räumlicher Darstellung (a) und b)) und im Frequenzraum (c)). In a) wird die lokalisierende Eigenschaft der Wavelets deutlich. Abbildungsteil b) zeigt das unterschiedliche Schwingungsverhalten der Wavelets verschiedener Level: je höher das Level, desto spitzer das „Hütchen“. In Abbildungsteil c) kann man sehen, dass ein Wavelet ein Bandpassfilter ist, und bedingt durch die Definition der Legendre-Koeffizienten (siehe Gleichung (2.38)), die unteren und oberen Randbereiche nicht mit vollem Gewicht eingehen.

Quelle: Schmidt (2005)

Mit dieser Gleichung kann man ein Detailsignal G_J auf dem höchsten Level J berechnen

$$G_J = \sum_{q=1}^Q d_{J,q} \Psi_J(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q) \quad . \quad (2.41)$$

Die anfangs beschriebene Potentialdifferenz in Gleichung (2.17) lässt sich damit in einer MRD auf dem obersten Level $j = J$ wie folgt beschreiben:

$$\Delta V(\mathbf{x}) = \sum_{q=0}^Q d_{J,q} \phi_{J+1}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_q) = \Delta V_{J+1}(\mathbf{x}) \quad . \quad (2.42)$$

Aus dieser Gleichung lässt sich schlussfolgern, dass eine Berechnung des Gravitationsfeldes eine Schätzung der Skalierungskoeffizienten $d_{J,q}$ aus der Kombination von Schwerefeldbeobachtungen ist. Anschließend kann eine MRD erfolgen.

2.9 Fourier-Reihe

Die spektrale Untersuchung ausgewählter Datenabschnitte, hier der Schiffsgravimetrie, kann Auskunft über die beinhalteten Frequenzen geben. Nach einer Umrechnung der Frequenzen mittels Tabelle 2.2 werden sie als halbe räumliche Wellenlänge angegeben, da diese Größe eine schnelle Umrechnung in Level oder Grad ermöglicht (siehe Abbildung 2.2). Die Ergebnisse führen zu einer Einordnung der Schiffsgravimetrie in Abbildung 2.2.

Der zu untersuchende Datenabschnitt sollte Beobachtungen auf einer geraden Profillinie enthalten, da so die berechneten räumlichen Auflösungen direkt in metrischen Angaben auf dem Ellipsoid vorliegen.

Zur spektralen Untersuchung wird die harmonische Analyse verwendet. Die hier verwendete Darstellung folgt dem Vorlesungsskript von Pail (2012). Es wird davon ausgegangen, dass sich eine kontinuierliche zeitabhängige Funktion $f(t)$ als Summe einer unendlichen Reihe trigonometrischer Basisfunktionen darstellen lässt

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \frac{2\pi n t}{T} + b_n \sin \frac{2\pi n t}{T} \right] \quad . \quad (2.43)$$

a_n und b_n sind in der obigen Gleichung die Reihenkoeffizienten. Der Laufindex $n = 0, \dots, \infty$ gibt den verwendeten Koeffizienten an. Ein Messsignal ist keine kontinuierliche Funktion, sondern eine diskrete Zeitreihe mit äquidistanten Zeitschritten Δt , angegeben in Sekunden. Durch die endliche Länge der Datenreihe verringert sich die Anzahl der zu berechnenden Reihenkoeffizienten von ∞ auf m . Aus einer Datenreihe mit N Datenpunkten können $m = N/2$ bzw. $m = (N-1)/2$ harmonische Reihenkoeffizienten berechnet werden. Das Datenintervall T des Signals wird über die Anzahl der Datenpunkte N , multipliziert mit dem Punktabstand Δt , berechnet. t gibt an, wie viel Zeit seit dem Datenreihenbeginn schon verstrichen ist.

In einem diskreten Fall können für ein Signal $f_k = f(t_k)$ mit $t_k = k \cdot \Delta t$ und $k = 0, \dots, (N - 1)$ mit N Datenpunkten die zur Signaldarstellung benötigten Reihenkoeffizienten nach den folgenden Formeln berechnet werden:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \quad (2.44)$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \cos \frac{2\pi nk}{N} \quad (2.45)$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \sin \frac{2\pi nk}{N} \quad . \quad (2.46)$$

b_0 ist per definitionem 0, da (siehe Formel 2.46) bei $k = 0 \rightarrow \sin(0) = 0 \rightarrow b_0 = 0$.

Aus den ermittelten Koeffizienten kann nun das Amplitudenspektrum, bestehend aus den einzelnen Amplituden c_n ,

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (2.47)$$

berechnet werden. Die räumliche Ausdehnung eines Datenabschnitts wird auf dem Ellipsoid (WGS84) in Grad erhoben und anschließend in Kilometer umgerechnet. Diese Distanz wird nun jeweils durch alle Indizes n dividiert und dem jeweiligen Koeffizienten zugeordnet. Mittels dieser Zuordnung können die Amplituden den auslösenden halben Wellenlängen zugeordnet und anschaulich graphisch dargestellt werden (siehe Abbildung 4.6).

Um die Richtigkeit der berechneten harmonischen Koeffizienten zu überprüfen, wird das Eingangssignal aus einer diskreten Reihe der oben berechneten trigonometrischen Basisfunktionen nach Formel (2.43) dargestellt. Je mehr der m berechneten Koeffizienten zur Signalreproduktion verwendet werden, desto besser wird die Ausgabe $f(t)$ dem ursprünglichen Signal angepasst.

2.10 Medianfilter

Ein Medianfilter ist ein nichtlineare Filter zur Glättung eines Signals. Dabei wird der Median aller Datenpunkte aus der mit halber Länge definierten Nachbarschaft dem Berechnungspunkt zugeordnet. Das Medianfilter bewirkt eine Glättung des Signals, jedoch keine Kantenglättung (siehe Kapitel 1.4.2 in Bankman (2009)).

Kapitel 3

Daten

In diesem Kapitel sollen die Daten beschrieben werden, die in dieser Arbeit verwendet werden. Dabei soll auf die verschiedenen Datentypen, ihre Herkunft und Vorprozessierung, besonders der Schiffsgravimeter-Daten, eingegangen werden.

3.1 Schiffsgravimetrie

Die wesentliche Datengrundlage der vorliegenden Arbeit sind die Schiffsgravimeter-Messungen zweier Fahrten der RV Sonne Anfang 2014. Im September 2014 wurde auf der RV Sonne die Forschungstätigkeit eingestellt und das Schiff an Argentinien verkauft. Ein neues Forschungsschiff (FS), wieder mit dem Namen „Sonne“, wurde am 17. November 2014 in Wilhelmshaven in Dienst gestellt. In diesem Kapitel soll detailliert auf die Datenerfassung und ihre Vorprozessierung eingegangen werden.

3.1.1 Erfassung

Die Datenerfassung erfolgte für beide Datensätze auf der alten RV Sonne im Rahmen von geophysikalischen Forschungsreisen im Kanal von Mosambik (siehe Abbildungen 3.2 und 3.3). Das verwendete Gravimetersystem gehört der Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (BGR) und war dauerhaft seit Oktober 2013 auf der RV Sonne in Betrieb.

Bei dem Gravimetersystem handelte es sich um das Schiffsgravimetersystem KSS32M (S/N 22) (siehe Abbildung 3.1). Es ist ein hochpräzises Instrument zur maritimen Verwendung, gefertigt von der Bodensee Gravimeter Geosystem GmbH (BGGs). Nähere Informationen zum System und den einzelnen, verwendeten Hardwareteilen sind bei Jokat (2014) und Franke et al. (2014) nachzulesen. Im Handbuch zum Gravimetersystem (siehe Bayer (2011)) sind verschiedene Genauigkeiten der beobachteten vertikalen Beschleunigung in maximalen mittleren Fehlern (RMS) angegeben. Bei geraden Fahrten liegt der maximale RMS laut Handbuch bei 2 mGal, bei Manövern mit Kurven bei 2,5 mGal. Durch Datenprozessierung lässt sich der RMS auf geraden Stücken auf 0,8 mGal reduzieren, bei Kurvenfahrten ist durch eine Datenprozessierung keine Genauigkeitsverbesserung möglich. Das Gravimetersystem zeichnet eine Messung pro Sekunde auf, das entspricht einer Datenrate von 1 Hz.

Während der Forschungsreisen wurde das Gravimetersystem von Gravimetrie-Spezialisten betreut. Ihnen oblag die Überwachung des Systems sowie die erste Prozessierung der Daten. Hierzu gehörte es, den Landanschluss zu Fahrtbeginn herzustellen, die erfassten Signale während der Fahrt in Schwerefeldfunktionale umzurechnen und um grobe Ausreißer, z.B. bei Systemfehlfunktionen oder



Abbildung 3.1 – Bild des Gravimeterraums der RV Sonne. Im Hintergrund in grauer Farbe ist das Gravimeter des BGR zu sehen. Im Vordergrund in Orange steht das Gravimeter, das normalerweise auf dem Forschungseisbrecher Polarstern im Einsatz ist. Links im Bild sind die beiden Laptops zu sehen, die zur Steuerung der Messinstrumente benötigt werden.

großen Querbeschleunigungen, zu bereinigen, erste Ergebnisse zu präsentieren sowie den Landanschluss zu Fahrtende wieder zu vermessen.

Der Landanschluss wird benötigt, um die relativen Beobachtungen des Gravimetersystems in Absolutwerte umrechnen zu können. Im Hafen von Durban befindet sich ein Absolutschwerpunkt, der sich auf das IGSN71 (Morelli et al. (1972)) bezieht. Das IGSN71 zeichnet sich heutzutage besonders dadurch aus, dass es weltweit absolute Schwerewerte in einem einheitlichen Netz zur Verfügung stellt. Der Absolutschwerewert vom Festpunkt im Hafen wurde mit einem Relativgravimeter auf einen Ort gegenüber dem Gravimeterraum des Schiffes am Pier, wo die RV Sonne festgemacht hatte, übertragen. Der Gravimeterraum befindet sich in Höhe der Wasserlinie. Je nach Tide hat das Schiff, und damit auch das Gravimeter, einen anderen Höhenunterschied zur Pieroberkante. Dieser Höhenunterschied wird durch Messung des Wasserstandes zum Zeitpunkt der Schwereübertragung berücksichtigt und als Korrektur an den übertragenen Wert angebracht. Durch die Referenz eines stabilen Landpunktes kann die Drift des Gravimeters während der Fahrtzeit berechnet und die relativen Beobachtungen in absolute Werte überführt werden.

Die Gravimeterdrift ist von vielen Faktoren abhängig und damit bei jeder Fahrt anders. Da nur am Anfang und Ende ein Landanschluss vermessen werden kann, kann nur eine lineare Drift geschätzt werden, obwohl die Untersuchung der Differenzen an Kreuzungspunkten gezeigt hat, dass die Drift über den Fahrabschnitt nicht linear ist.

Im Folgenden wird auf die beiden Messkampagnen SO230 und SO231 näher eingegangen. Die Bezeichnung der Reisen setzt sich aus der Abkürzung des Schiffsnamens (Sonne → SO) und einer Zahl zusammen. Die Zahl gibt an, die wievielte Forschungsfahrt des Schiffes es ist.

3.1.1.1 SO230

Die Forschungsreise SO230 der RV Sonne startete am 29. Dezember 2013 im Hafen von Durban, Südafrika, und endete dort am 18. Februar 2014 wieder. Das geophysikalische Interesse lag auf der Erforschung des „asymmetrischen Aufbrechens Gondwanas im Mosambik Becken (MOCOM)“ (Jokat (2014)) und des „passiven und gescherten Kontinentrandes von Mosambik: Früher Zerfall Gondwanas und der rezente Einfluss des ostafrikanischen Riftsystems (Page-Four)“ (Franke et al. (2014)). Die Reise wurde von Prof. Dr. Wilfried Jokat, tätig am Alfred-Wegener-Institut (AWI), als Fahrtleiter wissenschaftlich geleitet. Während der SO230-Reise waren Dr. Ingo Heyde und Dr. Bernd Schreckenberger (beide BGR) für die Betreuung des Schiffsgravimetersystems zuständig. Die berechnete Instrumentendrift betrug $-0,02 \text{ mGal}/50,778 \text{ Tage} = -0,008 \text{ mGal}/\text{Tag}$ (siehe Jokat (2014), Seite 31).

Der Vergleich von Messergebnissen mit gegebenen Modellen, z.B. Sandwell & Smith (2009), Version 20.1 oder DTU10 Gravity (Andersen (2010)), lässt darauf schließen, dass die Messergebnisse realistisch sind und es durch sie möglich ist, die Modelle, vor allem in Küstennähe, zu verbessern (siehe Jokat (2014), Seite 41 ff.). Die Rohdaten dieser Fahrt wurden vom AWI für diese Arbeit zur Verfügung gestellt.

Da das Gravimeter an Bord von Fahrtbeginn bis -ende durchgehend Daten im Sekundentakt aufzeichnete, können etwa 4,28 Millionen Datenpunkte auf 67 Profilen mit einer Gesamtlänge von 12 185 km und zusätzlich etwa 3 000 km entlang der Transits verwendet werden. Die räumliche Ausdehnung ist im Trackplot der Reise (Abbildung 3.2) ersichtlich. Die Punktzahl wird bei der anschließenden Vorprozessierung durch die Bereinigung von kleineren Ausreißern und dem Senken der Datenrate deutlich reduziert.

Durch die Vermessung des Landanschlusses sind die Beobachtungen Absolutschwerewerte in mGal. Ein Berechnungsprodukt sind Schwereanomalien in mGal. Beide Funktionale sind mit zwei Nachkommastellen angegeben. Die durchschnittliche Genauigkeit beider Größen ist laut Jokat (2014), Seite 35, etwa 1,5 mGal.

Jeder Datenpunkt ist mit dem Zeitstempel seines Aufnahmezeitpunktes mit Jahr, Monat, Tag, Stun-

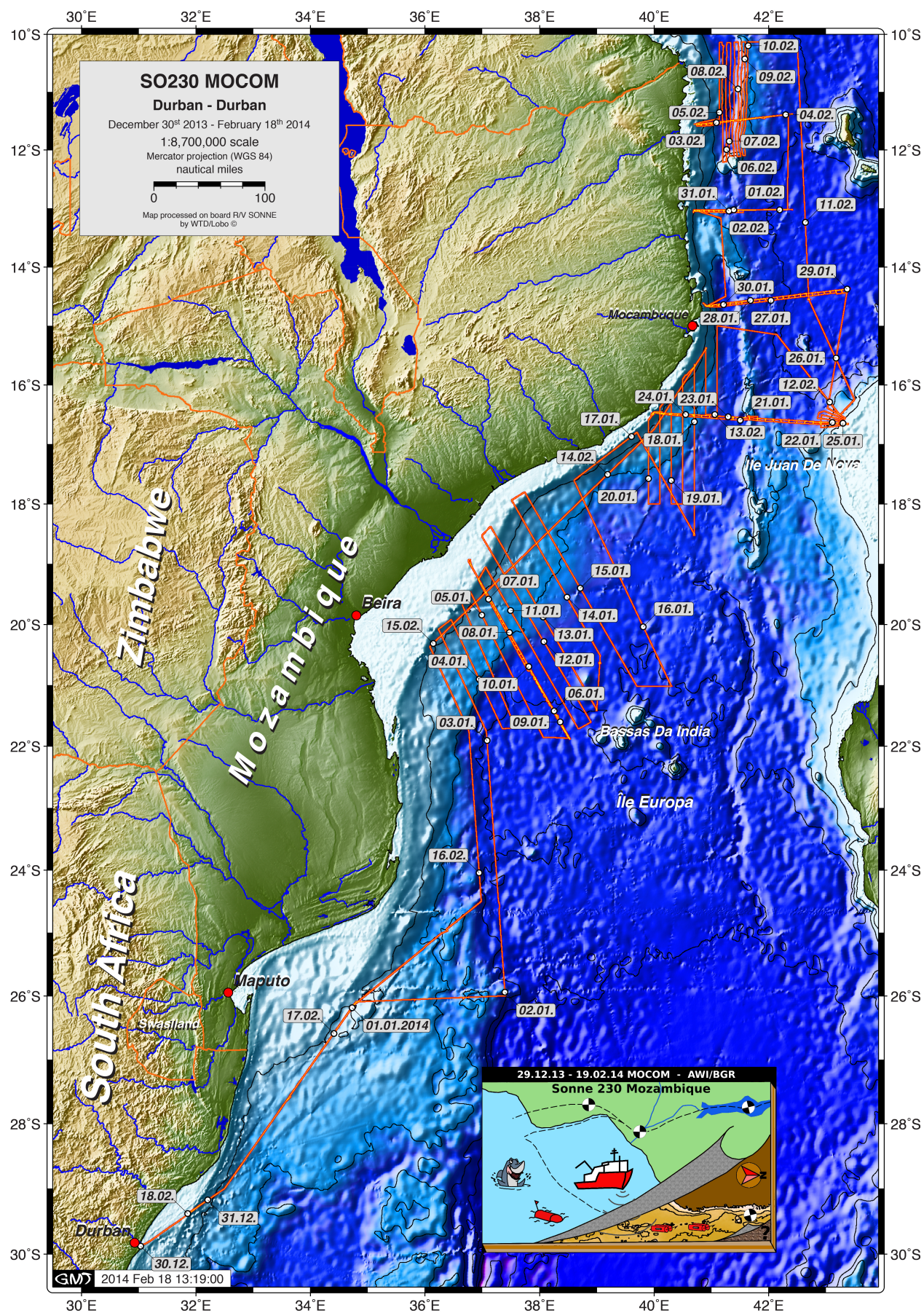


Abbildung 3.2 – Schiffstrack der SO230-Reise im Kanal von Mosambik. Start- und Zielhafen der Kampagne war Durban, Südafrika (links unten im Bild). Die rote Linie zeigt den zurückgelegten Weg, die Datumsmarkierungen lassen auf die Fahrtrichtung schließen.

Quelle: WTD auf SO230 - Wolfgang Borchert

de, Minute und Sekunde versehen. Außerdem wird jeder der sekundlichen Messpunkte mit ellipsoidischen Koordinaten (Breite und Länge in Grad [°]) im System WGS84 aus GPS-Beobachtungen verortet. Zusätzlich wird die auf der Fahrt durch die Bathymetrie gemessene Meerestiefe in Meter an jedem Ort angegeben. Auch sie bezieht sich auf das WGS84.

Zur späteren, erleichterten Auswertung, vor allem der Kombination von verschiedenen Messergebnissen, werden während der Reise für lange gerade Fahrabschnitte Profilnamen vergeben. Viele Punkte auf einer Geraden bilden ein Profil mit einem Namen, z.B. BGR14-146. Die ersten drei Buchstaben geben an, wer dieses Profil gemessen hat, hier das BGR, dann folgt das Jahr der Aufnahme. Nach dem Bindestrich steht eine Zahl, die innerhalb des BGR in dem Jahr nur einmal vergeben wird. So ist jeder Profilname einzigartig. Über ihn können verschiedenartigste Daten, z.B. Magnetik, Refraktionsseismik, Gravimetrie oder Bathymetrie, verknüpft werden. Eine Spalte der gegebenen Daten enthält diese Profilnamen.

3.1.1.2 SO231

Die Forschungsreise SO231 der RV Sonne schloss sich zeitlich wie inhaltlich an die vorangegangene Reise an. Sie startete am 20. Februar 2014 im Hafen von Durban, Südafrika, und endete dort am 29. März 2014 auch wieder. Das geophysikalische Interesse lag, wie auch bei der vorherigen Reise, auf der Erforschung des „passiven und gescherten Kontinentalrandes von Mosambik: Früher Zerfall Gondwanas und der rezente Einfluss des ostafrikanischen Riftsystems (Page-Four)“ (Franke et al. (2014)). Fahrtleiter und damit wissenschaftlicher Leiter der Reise war Dr. Dieter Franke (BGR). Das Schiffsgravimetersystem wurde von Dr. Bernd Schreckenberger, Hans-Otto Bargeloh und Felix Goldmann betreut.

Zwischen dem 25. Februar und dem 25. März wurden wissenschaftliche Schwerefeldmessungen durchgeführt. In dieser Zeit wurden etwa 2,07 Millionen Schwerefelddatenpunkte aufgezeichnet. Sie verteilen sich auf 42 Profile und erstrecken sich über 7.081 km Fahrstrecke.

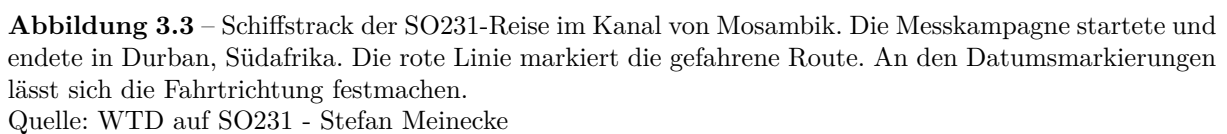
Durch Vermessung des Landanschlusses zu Beginn und am Ende der Reise konnte eine Instrumentendrift von $-4,15 \text{ mGal}/37,115 \text{ Tage}$ bzw. $-0.112 \text{ mGal}/\text{Tag}$ (siehe Seite 73 in Franke et al. (2014)) ermittelt werden.

Die Gravimeterdaten dieser Reise wurden vom BGR zur Verfügung gestellt. Jeder Messpunkt ist mit einem Zeitstempel (Jahr, Monat, Tag, Stunde, Minute, Sekunde) versehen. Diese geben den Messdaten eine chronologische Reihenfolge. Die räumliche Ordnung wird über Positionen hergestellt, die aus GPS-Messungen stammen und für jeden Punkt mit Breite und Länge in Grad [°] angegeben sind. Diese ellipsoidischen Koordinaten beziehen sich, bedingt durch ihre Erfassung mit GPS, auf das WGS84. Die übergebenen Daten enthalten drei Funktionale bzw. Bearbeitungsstufen von Funktionalen des Schwerefeldes, die jeweils mit zwei Nachkommastellen angegeben sind. Zum einen sind es nicht reduzierte und nicht bearbeitete Absolutschwerewerte in mGal, zum anderen Freiluftschwereanomalien in mGal, die sich in zwei Bearbeitungsstufen unterteilen. Beide Datensätze der Schwereanomalien wurden bereits um grobe Ausreißer reduziert, die dann, um die zeitliche Kontinuität zu wahren, durch 0 mGal Einträge ersetzt wurden. Der eine Satz Schwereanomalien ist nur driftkorrigiert, der andere Satz ist zusätzlich schon mit einem Medianfilter geglättet. Es wurde ein Filter mit einer Filterlänge von 300 s verwendet.

In diesem Datensatz waren keine Profilnamen angegeben.

3.1.2 Vorprozessierung

Für die Weiterverarbeitung der Messdaten wird meist das Funktional der Schwereanomalie Δg (nach Formel (2.6)) verwendet. Um die Schwereanomalie zu berechnen, benötigt man neben der Abso-



lutschwere g auch die Normalschwere γ an jenem Ort, beschrieben durch Breite φ und Höhe h , sowie die Eötvöskorrektur ϵ :

$$\Delta g = g - \gamma(\varphi, h) + \epsilon \quad . \quad (3.1)$$

Die Normalschwere berechnet sich nach Torge & Müller (2012), Seite 110, zu:

$$\gamma(\varphi, h) = 978032,7 \cdot (1 + 0,0053024 \cdot \sin^2(\varphi) - 0,0000058 \cdot \sin^2(2 \cdot \varphi)) \quad [\text{mGal}] \quad . \quad (3.2)$$

Diese konventionelle Reihenentwicklung der Normalschwere basiert auf Daten des GRS80.

Die Eötvöskorrektur lässt sich mittels α =Kurs über Grund in Grad [°], φ =geographische Breite in Grad [°] und v =Fahrt in Knoten [kn] berechnen:

$$\epsilon = 2 \cdot \left(0,0000729211583 \cdot 0,514444 \cdot v \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\varphi) + v^2 \cdot \frac{0,264653}{6371008,77} \right) \cdot 100000 \quad [\text{mGal}] \quad . \quad (3.3)$$

Sie setzt sich aus der Coriolisbeschleunigung (vorderer Teil) und der Transportrate (hinterer Teil) zusammen. Die Eötvöskorrektur berücksichtigt die horizontale Bewegung und die daraus erwachsende Inertialbeschleunigung des Gravimeters auf dem bewegten Träger gegenüber einem ruhenden Gravimeter auf der Erde (Torge & Müller (2012), Seite 192/f.). Sie ist deshalb unverzichtbar, wenn man Schiffsgravimetermessungen mit anderen Beobachtungstypen vergleichbar machen möchte.

In Kapitel 3.1.1.2 wurden die 0 mGal Einträge bei gelöschten Ausreißern erwähnt. Bevor eine Filterung erfolgen kann, müssen diese Datenabschnitte aus den Datensätzen entfernt werden. Die Beurteilung, welche Einträge durch Datenprozessierung entstanden sind und entfernt werden und welche wahrscheinlich so beobachtet wurden, wurde nach rein visuellem Eindruck durchgeführt.

Eine erste anschließende Datensichtung zeigte hochfrequentes Rauschen auf den Daten. Dem Fahrtbericht ist diese Tatsache ebenfalls zu entnehmen (siehe Seite 32/33, Abb. 3.5 in Jokat (2014) und Seite 74, Abb. 4.7-4 in Franke et al. (2014)). Zur Rauschminimierung wird ein Medianfilter (siehe Kapitel 2.10) mit 300 s Filterlänge angewendet. Torge & Müller (2012) geben auf Seite 193 eine Filterlänge von 1 bis 5 min als Richtwert an. Der Medianfilter wird eindimensional entlang der zeitlichen Aufnahme der Messpunkte auf die Beobachtungen angewendet.

Erste Versuche der Verwendung der Daten in der RegGRAV-Software in einem Gebiet nördlich der St. Lazarus Bank mit einer Datenrate von 1 Hz schlugen fehl. Bei einer gegebenen Genauigkeit der Daten von etwa 1,5 mGal und einer Auflösung von 1 Hz zeigt sich bei genauer Betrachtung der Daten, dass eine Änderung der Beobachtungsgröße in einer Größenordnung größer als die Genauigkeit bei durchschnittlicher Topographie und Struktur des Untergrundes erst nach einer Zeitspanne länger als 100 s eintritt. Dies spricht, im Sinne der Datenverarbeitung und der Prozessierungslaufzeiten, für eine Reduktion der Datenrate auf 0,01 Hz, also die Verwendung jedes 100. Punktes.

3.1.2.1 SO230

Die Messergebnisse von der SO230-Reise sind als qualitativ hochwertig einzustufen. Die geringe Drift von nur $-0,008 \text{ mGal/Tag}$ (siehe Kapitel 3.1.1.1) spricht für eine stabile Arbeitsweise des Gerätes während der Aufzeichnung. Da die gesamte Drift sehr gering und kleiner als die Standardabweichung ist, wurde sie nicht an die Daten angebracht.

Das hochfrequente Rauschen in den Daten wurde durch die Glättung mit einem 300 s Medianfilter gedämpft (siehe Kapitel 3.1.2).

Im Fahrtbericht von Jokat (2014) wurde darauf hingewiesen, dass während Kurvenfahrten, Abschnitten mit starker Geschwindigkeitsänderung, starkem Seegang o.ä. die Daten stärker verrauscht sind und damit auch die Datenqualität schlechter ist. Deswegen werden gravimetrische Vermessungen zumeist auf parallelen Profilen durchgeführt. Hinsichtlich der Qualitätsverbesserung der Daten

wurden deswegen hier nur Signale auf Profilen (siehe Kapitel 3.1.1.1) verwendet und Kurvenfahrten, Wendungen etc. ausgespart. In Abbildung 3.2 ist am oberen Bildrand an der Form der Fahrtroute zu erkennen, dass dort viele parallele Profile gemessen wurden. Die Daten in diesem Gebiet, etwa aufgenommen zwischen dem 3. und 10.02.2014, wurden durch die Beschneidung der Beobachtungen auf Profile um etwa 200 Datenpunkte reduziert.

Der letzte Schritt der Vorprozessierung der Beobachtungen der SO230-Reise ist die Reduktion der Datenrate auf 0,01 Hz.

3.1.2.2 SO231

Bei den Daten der SO230-Fahrt mussten noch einige Vorprozessierungen durchgeführt werden, die bei dem Datensatz der SO231-Fahrt schon durchgeführt worden waren. So entfielen die Anbringung der Drift, das Entfernen großer Ausreißer und die Glättung mit dem Medianfilter.

Da bei diesem Datensatz leider keine Profilnamen mitgeliefert worden waren, entfiel hier das Beschneiden der Daten auf gerade Profile. Die Daten wurden lediglich ausgedünnt auf eine Datenrate von 0,01 Hz.

3.2 Altimetrie

Die zweite Datensäule zur Erstellung regionaler Schwerefeldmodelle in RegGRAV sind Altimeter-Daten. Altimetrie-Missionen haben bereits eine lange Tradition (siehe Abbildung 3.4) und bilden auch dadurch eine wichtige Säule in der Erdbeobachtung. Für diese Arbeit wurden die **E**uropean **S**pace **A**gency (ESA)-Satelliten ERS-1 und CryoSat-2 sowie Jason-1, eine Kooperationsmission der **N**ational **A**eronautics and **S**pace **A**dministration (NASA) und des **C**entre **N**ational d'**E**tudes **S**patiales (CNES), verwendet.

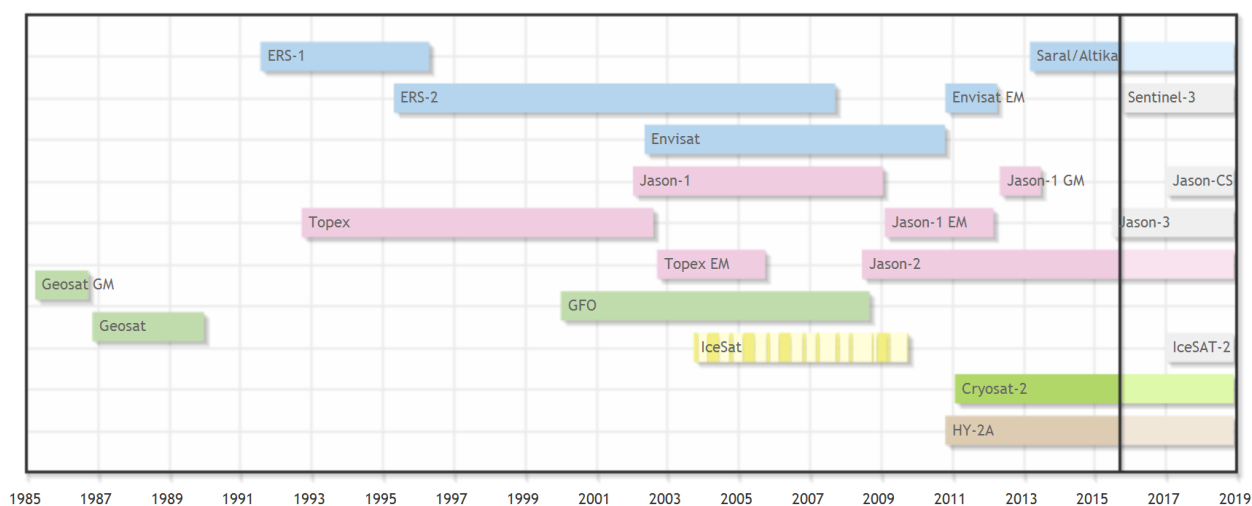


Abbildung 3.4 – Zeitleiste zur Übersicht der verschiedenen Altimeter-Satellitenmissionen

Quelle: OpenADB, Zugriff am 22.09.2015

Im Rahmen spezieller Missionsabschnitte wurde bei den verwendeten Satelliten der Wiederholungszyklus verlängert, um die Bodenauflösung zu erhöhen. Bei Jason-1 wird diese Phase „Geodätische Mission“ genannt und mit „GM“ gekennzeichnet. Die Beobachtungsphasen von ERS-1 wurden in

die Abschnitte A bis G unterteilt. Die in Tabelle 3.1 zusammengefassten Missionen bzw. Missionsabschnitte wurden wegen der langen Wiederholzyklen ausgewählt. Andere Missionsphasen weisen Wiederholzyklen von 3 und 35 (ERS-1) bzw. 9,9156 (Jason-1) auf. Durch die kurzen Wiederholzeiten wird der Abstand der Bodenspuren sehr groß und für die Berechnung von regionalen Schwerefeldern auf Grund der geringen Datendichte in räumlich begrenzten Gebieten eher uninteressant.

Die primäre Messgröße bei Altimetern ist der Abstand zwischen dem Satelliten und der Erd- bzw. Meeresoberfläche. Bei bekannter Position des Satelliten kann die Land- bzw. Meereshöhe ermittelt werden.

Die allgemeinen Daten zu den verwendeten Missionen sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Die Angaben stammen, bis auf den Abstand der Bodenspuren, aus der **Open Altimeter Database** (OpenADB). Der Abstand benachbarter Bodenspuren wurde am Äquator auf der Länge des Untersuchungsgebiets aus den in RegGRAV vorhandenen Datensätzen ermittelt. Da sich die Bahnen während der geodätischen Missionsteile nicht mehr wiederholen, sondern driften, ist der in Tabelle 3.1 angegebene Abstand nur für das in dieser Arbeit betrachtete Untersuchungsgebiet gültig. Andersen et al. (2010) geben an, dass die Satellitenmission ERS-1 einen Abstand der Bodenspuren von 8 km am Äquator hat. Dies trifft zu, wenn man die Missionsabschnitte ERS-1 E und ERS-1 F zusammen betrachtet.

	CryoSat-2 RADS	ERS-1 E	ERS-1 F	Jason-1 GM
Betreiber	ESA	ESA	ESA	NASA, CNES
Start der Phase	01.02.2011	11.04.1994	29.09.1994	07.05.2012
Ende der Phase	aktiv	29.09.1994	21.03.1995	01.07.2013
Inklination [°]	92,0007	98,491	98,491	66,042
Wiederholzyklus [Tage]	369 (30 subcycle)	168	168	406 (10,9 subcycle)
Abstand der Bodenspuren	6 km	17 km	16 km	8 km

Tabelle 3.1 – Zusammenstellung der Parameter der verwendeten Altimeter-Missionen bzw. der Missionsabschnitte

Quelle: OpenADB, außer Abstand der Bodenspuren

3.3 Globale Modelle

In dieser Arbeit werden verschiedene Globale Modelle verwendet.

Die **Gravity Observation Combination 05 satellite-only** (GOCO05s) wird in dieser Arbeit als Hintergrundmodell verwendet. GOCO05s ist ein globales Schwerefeldmodell, das nur satellitenbasierte Informationen verwendet. Bei seiner Erstellung flossen GOCE-Gradiometrie-Beobachtungen der gesamten Mission, GRACE-Beobachtungen, kinematische Orbits verschiedener Satellitenmissionen und SLR Beobachtungen ein (siehe Mayer-Gürr et al. (2015) und www.goco.eu). Die Modellkoeffizienten sind für eine sphärisch-harmonische Entwicklung bis Grad 280 gegeben.

Das **Earth Gravitational Model 2008** (EGM2008) wird als Validierungsdatensatz verwendet, da es bis Grad 2190 und Ordnung 2159 gegeben ist und damit das aktuell höchst aufgelöste, verfügbare Modell darstellt. Das in Kapitel 4 näher beschriebene Untersuchungsgebiet befindet sich in dem Küstenstreifen, der im EGM2008 mit Daten aus dem **Danish National Space Center 2007** (DNSC07) aufgefüllt wurde (siehe Absatz [62] in Pavlis et al. (2012)). Das Schwerefeldmodell DNSC07 ist bei Andersen et al. (2010) näher beschrieben. Das DNSC07 füllt die Küstenstreifen des EGM2008 auf und

das dänische Folgeprodukt **Danish National Space Center 2008 Gravity** (DNSC08GRA), ein globales marines Schwerefeld, benutzt das EGM2008, um die Landflächen zu füllen. Das DNSC08GRA ist auf einem globalen 1'x1'-Gitter gegeben. Es ist bis Grad und Ordnung 2160 entwickelt, was einer Auflösung von 5' entspricht (Andersen et al. (2010), Seite 192). Aus Satellitenaltimetrie-Missionen wurden Sea Surface Heights (SSH) und Sea Surface Slopes abgeleitet, die nach einem doppelten Retracking die Grundlage für das DNSC07 und das DNSC08GRA bilden.

Die **General Bathymetric Chart of the Oceans** ist ein globaler Datensatz bezüglich der Meerestiefe. Wissenschaftliche bathymetrische Daten bilden die Grundlage für die hochaufgelösten Tiefendaten. Die Meerestiefen sind auf einem globalen Raster von 30" x 30" gegeben. Landflächen wurden aus den Ergebnissen der Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) ergänzt (siehe GEBCO (n.d.)).

Kapitel 4

RegGRAV - Software

RegGRAV ist ein Software-Programmpaket für die Erzeugung hochgenauer, regionaler Geoidmodelle als Höhenbezugsfläche. Es wurde vom **D**eutschen **G**eodätischen **F**orschungsinstitut der **T**echnischen **U**niversität **M**ünchen (DGFI) für das **Z**entrum für **G**eoinformationswesen der **B**undeswehr (ZGeoBW) entwickelt.

4.1 RegGRAV - Softwareaufbau

In diesem Abschnitt soll auf den Systemaufbau der Software, also auf die Programme, eingegangen werden.

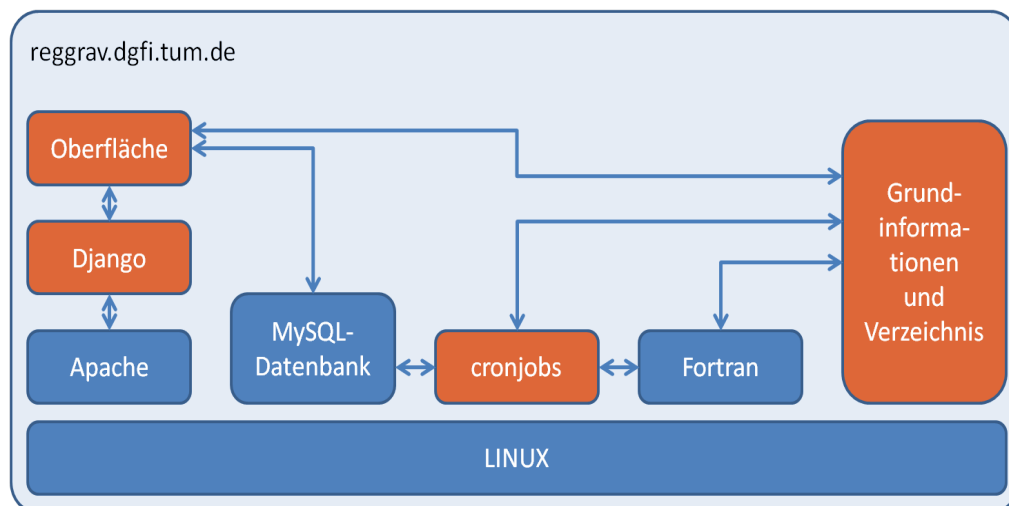


Abbildung 4.1 – Systemaufbau der Software RegGRAV in verschiedenen Ebenen. Das Betriebssystem LINUX ist die Grundlage. Die verschiedenen Systemkomponenten bauen darauf auf. Die Pfeile verdeutlichen den Zugriff der Komponenten untereinander. Rot eingefärbte Kästen wurden für diese Arbeit geändert, blaue blieben unangetastet.

Das System ist in mehrere Ebenen aufgeteilt (siehe Abbildung 4.1). Die unterste Ebene bildet das Linux-basierte Betriebssystem OpenSUSE Linux auf der Festplatte, auf der alles läuft. Die Adresse des Systems ist eine IP-Nummer oder eine zugeordnete Internetadresse (**reggrav.dgfi.tum.de**), wenn der Server frei zugänglich ist.

Der Apache Webserver bildet die Grundlage zur graphischen Benutzeroberfläche. Django ist das

Content-Management-System des Webserver und damit die Verwaltungssoftware für die graphische Oberfläche. Die hiermit erzeugte Oberfläche ermöglicht es dem Anwender, mit RegGRAV in Interaktion zu treten.

Auf der Oberfläche definiert der Anwender seinen gewünschten Auftrag und schickt ihn, sobald er auf Konformität mit den geforderten Eingabeparametern geprüft wurde, ab. In dem Auftrag sind die Rahmenbedingungen der gewünschten Berechnung definiert, z.B. welches Schwerefeld bis zu welchem Grad in welchem Gebiet entwickelt werden soll.

Im Verzeichnis befinden sich, abgelegt unter Auftragsnummern, alle bereits ausgeführten Aufträge. Sie sind über die graphische Benutzeroberfläche einsehbar. Parameter aus dem Auftrag landen in der MySQL Datenbank und werden abgespeichert. Die Auftragsverwaltung und Auftragsausführung wurden in Python-Skripten umgesetzt, die im Ordner `cronjobs` zusammengefasst sind. Die Python-Skripte, im weiteren `cronjobs` genannt, steuern von nun an den Ablauf der Berechnungen.

Die Ausführung der Berechnungen ist in Fortran-Programmen implementiert und im Ordner `Fortran` gesammelt. Fortran ist eine prozedurale Programmiersprache, die sich besonders zur effizienten Programmierung von Berechnungen eignet. Die Fortran-Programme holen sich aus den Grundinformationen und dem Verzeichnis die für die Berechnung notwendigen Daten, führen die Berechnungen aus und geben die Ergebnisse an den `cronjob` zurück. Dieser veranlasst die Abspeicherung der Ergebnisse im Auftragsverzeichnis und einer Notiz des erfolgreich ausgeführten Jobs in der Datenbank. In komplizierteren, mehrschrittigen Berechnungen werden nicht nur Daten, im Sinne von Beobachtungsdaten oder Grundinformationen, verwendet, sondern auch auf Ergebnisse vorangegangener Jobs zugegriffen. Damit werden flexible Kombinationen von Zwischenschritten und Ergebnissen ermöglicht.

4.2 Implementierung des Datentyps „Schiffsgravimetrie“

Der Datentyp „Schiffsgravimetrie“, im weiteren mit „shipborne“ bezeichnet, konnte bisher nicht in der Software verwendet werden. Um dem Anspruch der Verarbeitung heterogener Datensätze gerecht zu werden, wurde „Schiffsgravimetrie“ zu den bereits bestehenden Datentypen Altimeterdaten, Terrestrische Gravimeterdaten, Fluggravimeterdaten und Satelliten-Gravimeterdaten hinzugefügt.



Abbildung 4.2 – Auswahlbereich Schiffsgravimeterdaten mit Infobutton. Darunter ein ausgewählter Datensatz (SO230) und ein weiterer bereits erfolgreich verwendeter, deshalb grün hinterlegter, Datensatz (SO231).

Quelle: RegGRAV, Zugriff am 23.9.2015

Ziel der Implementierung war es, dass die mit dem Datentyp „Schiffsgravimetrie“ versehenen Eingangsdaten auf der Softwareoberfläche über anklickbare Kästchen in einem neuen Unterpunkt „Schiffsgravimeterdaten“ (siehe Abbildung 4.2) auf der Seite „Auswahl der Eingangsdaten“ sichtbar und verwendbar werden. Zusätzlich soll zu jedem auswählbaren Schiffsgravimeterdatensatz eine `meta.inf`-Datei vorliegen und einsehbar sein, die Auskunft über das Funktional, die angegebene Höhe und den Koordinatentyp, das Bezugsellipsoid und die Ausdehnung und Lage des Datensatzes gibt.

Schiffsgravimeterdaten liegen meist als Funktional „Schwereanomalie“ (siehe (2.7), (2.11)) vor. Die Daten müssen bereits mit den notwendigen Korrekturen und Reduktionen versehen sein, um Schiffsgravimeterdaten mit anderen Datentypen zu kombinieren (siehe Kapitel 3.1.2).

Um das Ziel der Einbindung des neuen Datentyps „shipborne“ zu erreichen, mussten in einigen Bereichen (siehe Abbildung 4.1, rot hervorgehoben) Änderungen bzw. Erweiterungen vorgenommen werden.

Da die bisherige Datenhaltung keinen Ablageplatz für Beobachtungsdaten vom Typ „shipborne“ bot, wurde ein neuer Ordner für Schiffsgravimeterdaten angelegt, auf den die neuen Programmteile der `cronjobs` zugreifen: `REGGRAV2/work/reggrav/data/gravity/shipborne/`. In diesen neuen Ordner wurden die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Daten der Reisen SO230 und SO231 in jeweils eigenen Ordnern abgelegt. Die Eingangsdaten müssen in ASCII-Dateien vorliegen und inhaltlich Länge, Breite und Schwereanomalie enthalten. Eine Höhe für die Daten kann ggf. auch enthalten sein. Die Beschreibung der Datensätze erfolgt im `Meta-file`, das für einen Datensatz existieren muss.

Die Schiffsgravimeterdaten waren nun auf dem Server in den Grundinformationen enthalten und konnten im Anschluss auf der Oberfläche sichtbar gemacht werden. Die Anpassung der graphischen Oberfläche musste also in Django durchgeführt werden. Drei Dateien mussten angepasst werden:

- `django/project/combi_normals/views.py`
Dieses Python Skript beinhaltet die Beschreibung der Oberfläche und enthält die Verknüpfungen zu den Inhalten, die angezeigt werden sollen.
- `django/project/combi_normals/templates/combi_normals.html`
In diesem html Skript (siehe Abbildung 4.3) wird die Darstellung der Oberfläche implementiert. Hier ist auch vermerkt, dass hinter dem Dateinamen die `meta.inf`-Datei einsehbar sein soll.

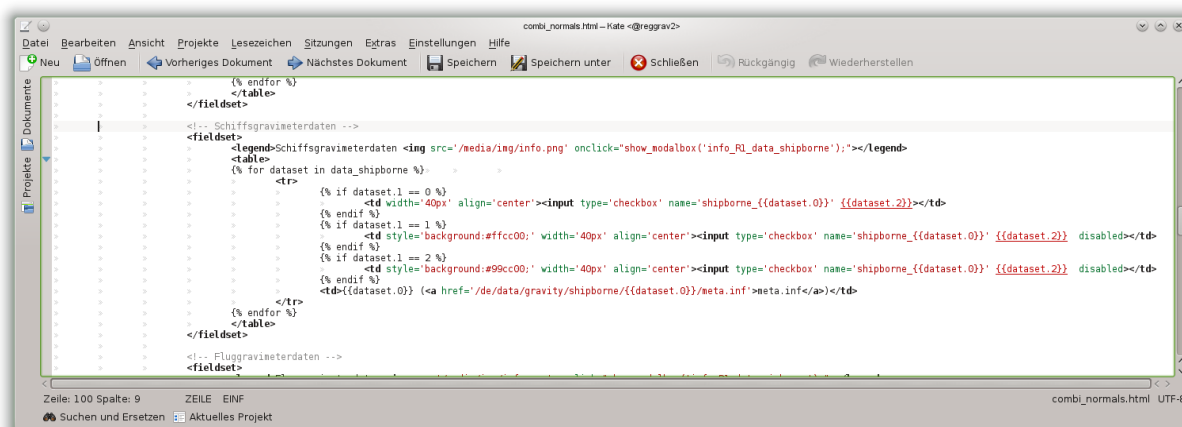



Abbildung 4.3 – Auszug aus der Datei „combi_normals.html“ zur Darstellung des Datentyps „shipborne“ auf der Softwareoberfläche
Quelle: RegGRAV-Server

- `django/project/modalbox/views.py`
Die `modalbox` enthält alle Hilfetexte, die über die Infobuttons  hinter den Schriftzügen der Datentypen (siehe Abbildung 4.2), hier Schiffsgravimeterdaten, abrufbar sind. Diese Infobuttons sind an vielen weiteren Stellen im Programm zu finden. In dieser Datei wurde der Hilfetext zu der Verwendung von Schiffsgravimeterdaten eingefügt.

Wie oben beschrieben, sind die Python-Skripte in den `cronjobs` für den Ablauf der Bearbeitung zuständig. Um nun den neuen Beobachtungstyp in der regionalen Schwerefeldberechnung verfügbar zu machen, muss er im Python-Skript `../cronjobs/run_combi_normals.py` eingefügt werden. Bevor die Datei `run_combi_normals.py` aufgerufen wird, muss auf der Oberfläche ein Projekt angelegt und darin die Definition der für den Auftrag relevanten Parameter durchgeführt werden. Werden Schiffsgravimeterdaten als Eingangsdaten ausgewählt, so werden für sie die Normalgleichungen aufgestellt.

1. Die Kontrolldatei `program.ctl` aus der Auftragspezifikation wird mit dem neuen Ordner verlinkt. Sie enthält die Eingaben, die der Nutzer zu dem auszuführenden Auftrag gemacht hat. Dazu zählen der Projektname, das verwendete Hintergrundmodell, das Untersuchungsgebiet, die Ausdehnung der Beobachtungen sowie Angaben zum Ausgabegitter.
2. Für Schwereanomalien vom Datentyp „shipborne“ wird das Fortran-Programm, das auch für Flug- und terrestrische Schweredaten benutzt wird, `neq_air_ter` verwendet.
3. Die Meta-Datei zu dem gewählten Datensatz wird ausgelesen.
4. Die Kontrolldatei zur Berechnung der Normalgleichungen `neq_air_ter.ctl` wird erstellt. Außerdem werden alle relevanten Inputinformationen aus den Metadaten hineingeschrieben (Funktional, Referenzellipsoid, Normalpotential, Entwicklungslevel und -grad).

4.3 RegGRAV - Softwareanwendung

Dieses Kapitel erläutert die Anwendung der oben beschriebenen Software-Struktur. Es wird darauf eingegangen, welche Berechnungen der Anwender durchführen kann, wie sie beeinflussbar sind und welche Ausgabeinformationen der Benutzer erhält.

In der Software wird zwischen zwei wesentlichen Bereichen unterschieden: Globale und Regionale Modelle. Der Bereich „Globale Modelle“ umfasst die „Berechnung und Ausgabe von Funktionalen“ und den „Vergleich zweier Schwerefeldmodelle“. Für diese Anwendungen liegen sphärisch-harmonische Koeffizienten verschiedener Schwerefeldmodelle vor, die in einer Synthese zu auswählbaren Funktionalen entwickelt werden. Da in dieser Arbeit das Hauptaugenmerk auf der regionalen Modellierung liegt, wird der Bereich „Globale Modelle“ nicht weiter beschrieben, dafür aber detailliert auf den Bereich „Regionale Modelle“ eingegangen.

Regionale Schwerefeldmodelle werden in RegGRAV in mehreren, aufeinander aufbauenden Bearbeitungs- und Berechnungsschritten geschätzt. Der Ablauf der Benutzung der fünf Software-Unterpunkte im Bereich „Regionale Modelle“ wird im Folgenden an Hand der Abbildung 4.4 und den für diese Arbeit gewählten Parametern erklärt.

Unabhängig von der regionalen oder globalen Berechnung muss ein Untersuchungsgebiet (siehe Kapitel 2.5) angelegt werden. Hier werden die räumlichen Ausdehnungen in Länge und Breite festgelegt.

Die Ergebnisse der einzelnen Berechnungsschritte können unter „Aufträge - regionale Modelle“ eingesehen und heruntergeladen werden. Ergebnisse globaler Modelle sind in einem anderen Menüpunkt zu finden.

4.3.1 Anlegen eines Projektes

Zu Beginn der Erstellung muss ein Name für das Projekt gewählt werden. Im Auftragsverzeichnis ist dieser dann, neben der Auftragsnummer, zum Wiederfinden der Aufträge angezeigt. Im nächsten Schritt wird das Untersuchungsgebiet ausgewählt. Es ist, wenn nicht wie in Kapitel 4.3.4 (Ausgabe der Funktionalen) beschrieben anders gewählt, das Ausgabegebiet der Ergebnisse. Außerdem muss hier der Gitterabstand des Ausgabegitters gewählt werden.

In der vorliegenden Arbeit wurde das Untersuchungsgebiet im Bereich des Kerimbass Grabens, nördlich der St. Lazarus Bank, festgelegt (siehe Abbildung 4.4). Es enthält keine Landflächen. Das

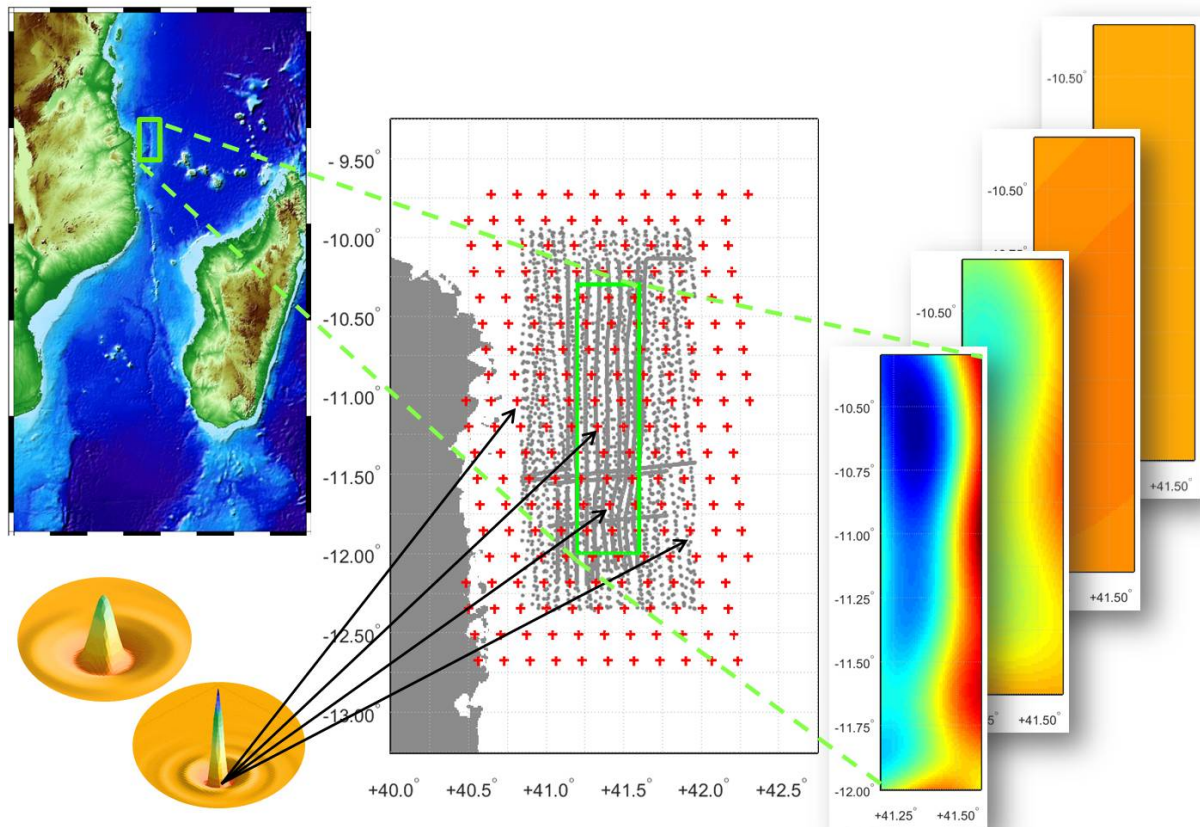


Abbildung 4.4 – Graphische Zusammenfassung der Funktionsweise von RegGRAV. In der topographischen Karte oben links auf Basis von GEBCO-Daten ist das Untersuchungsgebiet über dem Kerimbab Graben vor der Küste Mosambiks in grün hervorgehoben. Der Kartenausschnitt in der Bildmitte zeigt einen vergrößerten Kartenausschnitt der topographischen Karte mit der Küste von Mosambik (links) als Orientierungshilfe und dem Untersuchungsgebiet (grün). Außerdem sind die Berechnungspunkte (Reuter-Gitterpunkte) (rot) und die Beobachtungen aus Altimetrie und Schiffsgravimetrie (grau) gegeben. Auf jeden Reuter-Gitterpunkt werden „Blackman Skalierungsfunktionen“ (unten links) des gleichen Levels aufgesetzt. Rechts sind die geschätzten Schwereanomalien in mGal für die Level 10 (vorne) und die durch Tiefpassfilterung erzeugten niedrigeren Level 9 bis 7 dargestellt.

Untersuchungsgebiet hat eine Ausdehnung von etwa 8250 km^2 und befindet sich zwischen $41,2^\circ$ und $41,6^\circ$ östlicher Länge und $12,0^\circ$ und $10,3^\circ$ südlicher Breite. Die Topographie des Meeresbodens in diesem Gebiet ist von dem Kerimbab Graben mit seiner flachen Begrenzung im Westen und steilen Kante im Osten geprägt. Das Ausgabegitter für dieses Gebiet wird hochaufgelöst mit $0,01^\circ$ gewählt. Der Abstand zweier Gitterpunkte auf 11° südlicher Breite beträgt damit etwa $1,1 \text{ km}$.

Die Wahl des Untersuchungsgebiets gibt nach Formel (2.35) auch das minimale Level vor. Bei einer hier gewählten Gebietsbreite von $0,4^\circ$, was einer Breite von etwa $\Pi = 45,5 \text{ km}$ entspricht, führt das zu einem minimalen Grad von 229, der ein minimales Level $j' = 8$ vorgibt.

Um für den Auftrag den maximalen Entwicklungsgrad wählen zu können, muss der Anwender sich bereits etwas mit seinen verwendeten Daten und den zu erwartenden Ergebnissen auseinandergesetzt haben. Der maximale Entwicklungsgrad (siehe Kapitel 2.3) sollte den in den Daten enthaltenen Frequenzen angepasst sein (siehe Kapitel 2.9). Außerdem muss er den Zusammenhang zwischen Entwicklungsgrad und Level (siehe Abbildung 2.2) berücksichtigen.

Das bei den gegebenen Daten maximal zu lösende Entwicklungslevel kann nach der Formel für den sphärisch-harmonischen Entwicklungsgrad l in Tabelle 2.2 berechnet werden. Daraus ergibt sich für benachbarte Datenpunkte mit einem mittleren Punktabstand von etwa $\rho = 0,47 \text{ km}$ innerhalb einer in Abbildung 4.5 dargestellten Profillinie ein maximaler Grad von 7441, der nach dem Zusammenhang aus Formel (2.34) abgerundet ein Level $j = 12$ ermöglichen könnte. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Profillinien beträgt etwa $\rho = 8,4 \text{ km}$. Daraus folgt ein maximaler Grad von 2380, was einer Levellösung von $j = 10$ entspricht.

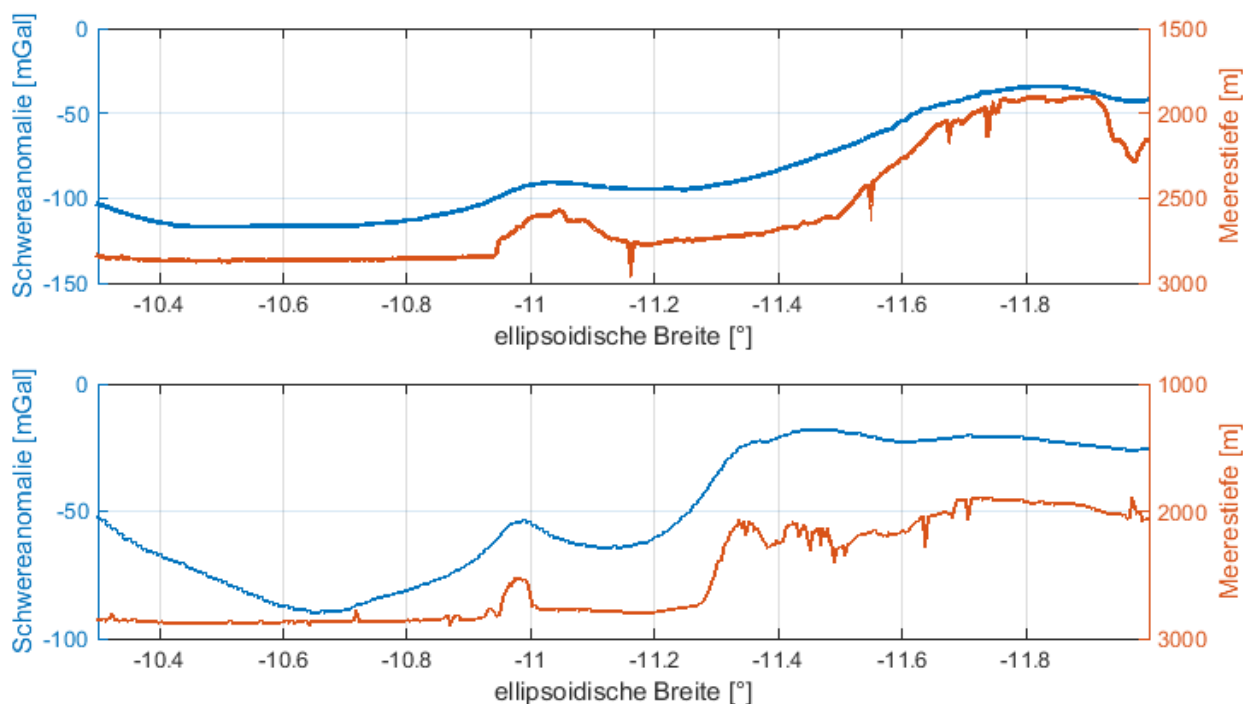


Abbildung 4.5 – Schwereanomalien und Meerestiefen entlang der Profillinien BGR14-148 (oben) und BGR14-150 (unten)

Um etwas über den spektralen Inhalt der Daten zu erfahren, wird eine Fourier-Reihe (siehe Kapitel 2.9) ausgewertet. Die Fourier-Reihe wurde für einige Profillinien im Bereich des Kerimbab Grabens innerhalb des Untersuchungsgebiets durchgeführt. In Abbildung 4.5 sind Schwereanomalien und Meerestiefen entlang zweier Profillinien der SO230-Mission dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der

Kurvenverlauf der Schwereanomalien dem der geglätteten Meeresbodentopographie entspricht. Die Profile BGR14-148 und BGR14-150 enthalten verhältnismäßig viel Topographie und wurden deswegen zur Bestimmung des in den Messungen vorhandenen, nutzbaren Frequenzbandes verwendet.

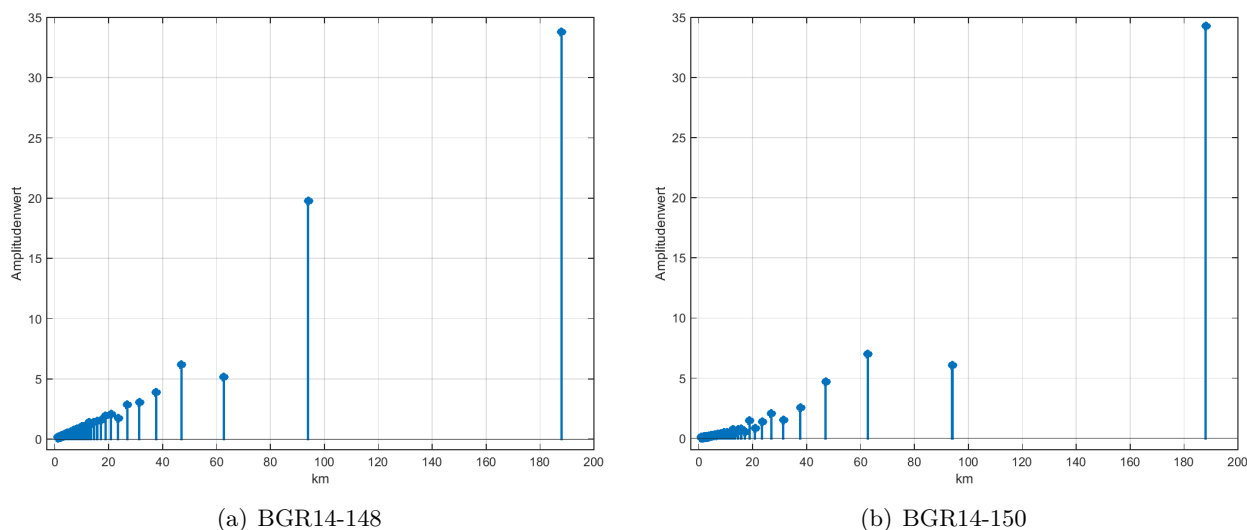


Abbildung 4.6 – Ergebnis der spektralen Untersuchung nach Kapitel 2.9. Aufgetragen sind die Amplitudenwerte der in Nord-Süd-Richtung verlaufenden Profillinien BGR14-148 (a) und BGR14-150 (b) gegen die räumliche Länge der Schwingung in km.

Die Ergebnisse der Fourier-Reihe (siehe Abbildung 4.6) zeigen den spektralen Inhalt in Abhängigkeit von der Wellenlänge, der in den Daten enthalten ist. Die räumliche Ausdehnung der größten Wellenlänge hängt von der Länge der untersuchten Profillinie ab. Diese beträgt im dargestellten Fall 188 km, was der Nord-Süd-Ausdehnung des Profils innerhalb des Untersuchungsgebiets entspricht. Der größte Anteil ist bei der rechten und bei der linken Graphik bei einer Wellenlänge von 188 km zu sehen. Bei kleineren Wellenlängen unterscheiden sich beide Graphiken deutlich. Die halbe Wellenlänge von 94 km ist im linken Bild (a) der zweitgrößte Wert, wohingegen im rechten Bild (b) der Amplitudenwert unter dem der nächstkleineren Wellenlänge liegt. 63 km Wellenlänge sind im rechten Bild das Maximum des zweiten, kleineren Bereichs starker Amplituden kleinerer Wellenlängen. Dieses Maximum des zweiten Amplitudenbereichs ist in der linken Graphik bei 47 km zu verorten. In beiden Abbildungen ist ein weiterer kleiner, dominanter Signalanteil bei einer Wellenlänge um 20 km zu sehen. Aus der zweiteiligen Abbildung 4.6 geht ebenfalls hervor, dass keine wesentlichen Signale bei Wellenlängen kleiner als 18 km zu erwarten sind. Die Umrechnung von räumlicher Auflösung zu Level fand gemäß der entsprechenden Formel in Tabelle 2.2 statt. Daraus folgt, dass Berechnungen für Level 8 bis 10 vorzunehmen sind, da in geringeren und höheren Level kein Signalgehalt gegeben ist. Der maximale Entwicklungsgrad L wurde auf Basis der eben beschriebenen Ergebnisse auf 1100 gesetzt (siehe Kapitel 2.4). So können später in der Ausgabe der Funktionale (siehe Kapitel 2.8 und 4.3.4) Lösungen bis Level $J + 1 = 10$ berechnet werden (siehe Abbildung 4.4).

Im RegGRAV-Prozessierungsschritt des Projektanlegens kann zwischen drei verschiedenen Berechnungsgittern unterschieden werden: Reuter-Gitter, Kreis-Gitter oder Geografisches Gitter (siehe Kapitel 2.5). Die Gitterpunkte können anschließend noch um einen beliebigen Prozentwert des Punktabstandes zufällig verschoben werden.

In dieser Arbeit wurde stets das Reuter-Gitter ohne eine zufällige Punktverschiebung gewählt und die Lage der Berechnungspunkte in der mittleren Graphik der Abbildung 4.4 mit roten Kreuzen markiert. Wie viele Gitterpunkte verwendet werden und wie dicht sie beieinander liegen, ist von

dem maximalen Level abhängig (siehe Freedon et al. (1998)).

In Kapitel 2.6 wird auf die Notwendigkeit der Berücksichtigung eines Hintergrundmodells eingegangen. Beim Anlegen des Projekts muss ein Hintergrundmodell ausgewählt werden sowie der davon zu verwendende Gradbereich. In dem für die Masterarbeit angelegten Projekt wurde das GOCO05s (siehe 3.3) verwendet, da es keine Altimetrie-Daten enthält. Damit ist sichergestellt, dass es zu keinen Korrelationen zwischen dem Signal der verwendeten Altimetrie-Missionen (siehe 3.2) und dem in dem Hintergrundmodell enthaltenen Signal derselben Mission kommt. Es wurde weitergehend festgelegt, dass das Hintergrundmodell von Grad 0 bis 255 verwendet werden soll.

4.3.2 Auswahl der Eingangsdaten

Der zweite Schritt in der Projektbearbeitung besteht darin, die Eingangsdaten für das Projekt auszuwählen. Hierzu muss als erster Schritt das gewünschte, zuvor angelegte Projekt aus einer Liste ausgesucht werden. Anschließend können die gewünschten Datensätze ausgewählt werden (siehe Abbildung 4.2). In der mittleren Graphik von Abbildung 4.4 ist die räumliche Verteilung der Beobachtungen (grau) innerhalb des Beobachtungsgebiets dargestellt. Die Beobachtungen aus der Altimetrie füllen das Beobachtungsgebiet vollständig aus, wohingegen die Schiffsgravimeterdaten nur auf einigen Profillinien vorhanden sind.

In diesem Projekt werden vier verschiedene Altimetrie-Missionen bzw. -Missionsteile (siehe Kapitel 3.2) als Referenzbeobachtungen verwendet: CryoSat-2 RADS, ERS-1 E, ERS-1 F und Jason-1 GM. Die räumliche Auflösung ist bei diesen Missionen dank der geodätischen Missionsabschnitte sehr hoch. Einen besonders großen Beitrag leistet CryoSat-2. Abbildung 4.7 zeigt die Verteilung der verwendeten Beobachtungen im Projektgebiet. Die Datenpunkte der CryoSat-2 Mission liegen sehr nah beieinander. Entlang der Bodenspuren sind die Punkte besonders dicht, der Abstand der Bodenspuren ist auch sehr gering. Die beiden ERS-1 Teilmissionen weisen einen Abstand zwischen den Bodenspuren von jeweils 16 km auf. Überlagert man beide Darstellungen, so verringert sich der Abstand auf die Hälfte. ERS-1 und Jason-1 weisen Datenlücken auf. Teilbereiche der Datenlücken auf der Westseite der Darstellungen können durch Ausmaskierung von Landflächen entstanden sein (vgl. Abbildung 4.4). Betrachtet man alle Altimetrie-Beobachtungen gemeinsam, so kann man von einer homogenen Datenverteilung mit hoher räumlicher Auflösung sprechen. Die MRD auf Basis dieser Altimetrie-Missionen wird deshalb als Referenz für die Lösung aus reiner Schiffsgravimetrie betrachtet.

Die beiden Graphiken unten rechts in Abbildung 4.7 zeigen die Beobachtungen aus den beiden verwendeten Schiffsgravimeterdatensätzen SO230 und SO231.

Das Abschicken des Auftrages startet das Aufstellen der Normalgleichungen (siehe Kapitel 2.6, Gleichung (2.25)). In einem Auftrag können mehrere Datensätze auch verschiedener Beobachtungstypen gemeinsam ausgewählt werden oder in verschiedenen Aufträgen nacheinander. Bedingt durch die lange Rechenzeit ist es in manchen Fällen sinnvoll, die Normalgleichungen nicht alle gleichzeitig, sondern separat aufstellen zu lassen.

Wird für ein Projekt der Softwareabschnitt des Auswählens der Eingangsdaten abermals aufgerufen, so erscheinen Eingangsdaten, für die in dem Projekt schon eine Normalgleichung erfolgreich aufgestellt wurde, grün (siehe Abbildung 4.2). Sie sind in diesem Projekt nicht noch einmal auswählbar. Orange hinterlegte Datensätze zeigen an, dass es für diesen Datensatz nicht gelungen ist eine Normalgleichung aufzustellen. Auch sie sind nicht mehr auswählbar.

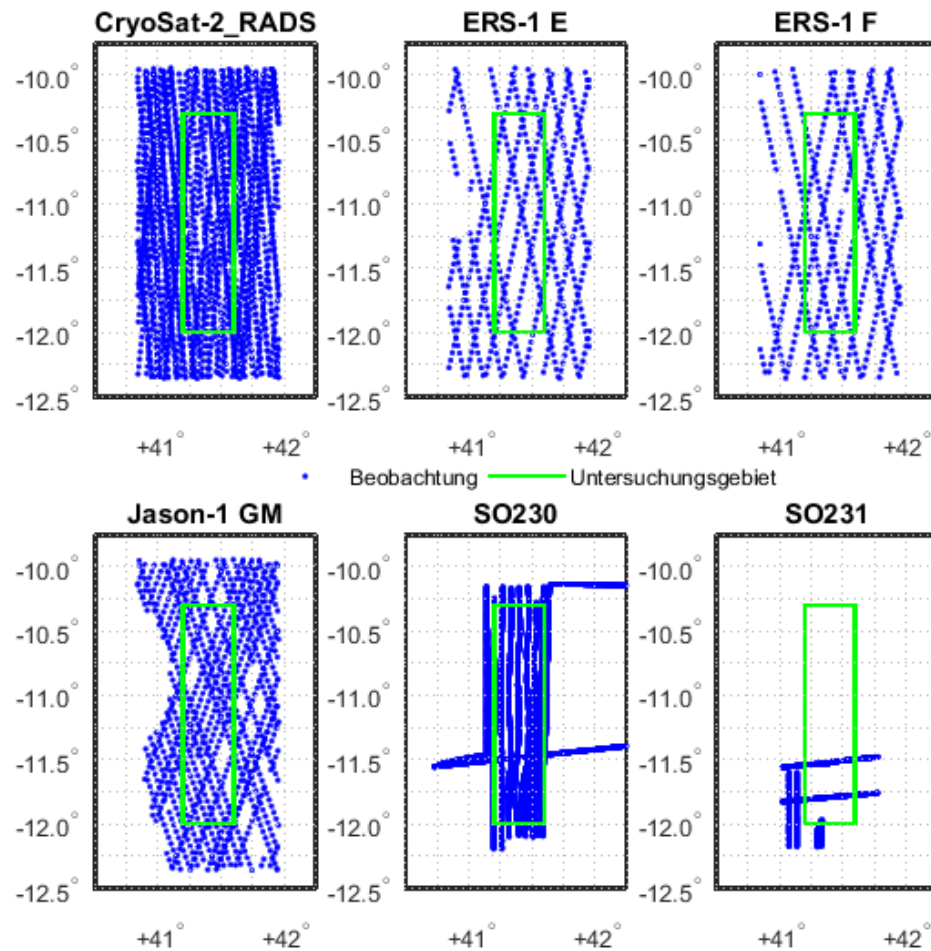


Abbildung 4.7 – Räumliche Verteilung der verwendeten Beobachtungen aus Altimetrie und Schiffsgravimetrie

4.3.3 Kombination der Eingangsdaten

Die Einstellungen zur VCE werden in diesem Programmteil vorgenommen. Das primäre Ergebnis sind Skalierungskoeffizienten mit der Varianz-Kovarianz-Matrix (2.27), aus der die Standardabweichung der Skalierungskoeffizienten berechnet wird. Weitere Ergebnisse sind im Auftragsverzeichnis zu finden.

Nachdem das gewünschte Projekt ausgewählt wurde, muss entschieden werden, ob das Hintergrundmodell eine konstante Gewichtung oder eine Gewichtung abhängig von der Beobachtungsverteilung erhalten soll. Erst die Ergebnisse der VCE und die Analyse der Energieverteilung zeigen, welche Wahl besser sein könnte. Deswegen wurden im Projekt der Masterarbeit beide Gewichtungen verfolgt.

Die nächste Eingabe ist die Wahl, ob eine VCE durchgeführt werden soll oder ob alle Varianzkomponenten manuell gesetzt werden. In dem Projekt dieser Arbeit wurde auf eine händische Eingabe verzichtet, da eine lange Erfahrung mit dem System und den verschiedenen Datentypen nötig ist, um die Varianzkomponenten so zu wählen, dass die Berechnungen plausible Ergebnisse hervorbringen. Die Software ermöglicht in diesem Programmteil weitere Flexibilität, indem der Anwender aus den vorab aufgestellten Normalgleichungen nur einzelne oder alle auswählen kann. So können innerhalb eines Projekts Skalierungskoeffizienten auf Basis verschiedener Normalgleichungen geschätzt werden. Diese Möglichkeit wird auch im hier verfolgten Projekt wahrgenommen. Es werden drei verschiedene Kombinationen auf Basis der sechs zur Verfügung stehenden Normalgleichungen gerechnet. Der erste Koeffizientensatz wird aus einer reinen Altimetrie-Lösung geschätzt. Hierzu werden die vier oben angegebenen Missionen verwendet. Der zweite Datensatz wird nur aus Schiffsgravimeterdaten der Fahrten SO230 und SO231 erzeugt. Die Kombination von Altimetrie und Schiffsgravimetrie, also unter Verwendung aller Datensätze, ergibt den dritten Satz von Skalierungskoeffizienten.

Die hier geschätzten Skalierungskoeffizienten werden in den entsprechenden Unterkapiteln von Kapitel 5 dargestellt und anschließend für die Untersuchung der Energieverteilung verwendet.

4.3.4 Ausgabe der Funktionele

Dieser Programmteil beinhaltet die Ausgabe verschiedener Funktionele des Erdschwerefeldes mittels MRD (siehe Kapitel 2.8). In der MRD werden die im vorherigen Programmabschnitt geschätzten Skalierungskoeffizienten verwendet. An jeden Berechnungspunkt wird eines der in Abbildung 4.4 unten links gezeigten „Hütchen“ gesetzt und die Summe der Flächen an den Ergebnispunkten ausgewertet.

In Kapitel 4.3.1 wurde auf die in den Daten enthaltenen Frequenzen eingegangen und welche Level danach entwickelt werden sollten. Die dort beschriebenen Erkenntnisse werden in der Ausgabe der Funktionele angebracht. Es muss das niedrigste und das höchste Level der Darstellung ausgewählt werden. Wie in Abbildung 4.4 ganz rechts in der hintersten Graphik zu sehen ist, ist der Informationsgehalt bei Level 7, wie erwartet, sehr gering. Den Hauptanteil der Informationen erwartet man nach den Vorinformationen in den Level 8 bis 10. So wird im vorliegenden Projekt als minimales Level 8 und als maximales Level 10 angegeben.

Für die MRD muss noch ausgewählt werden, welcher Typ von SBF verwendet werden soll: Shannon, Blackman oder Cubic Polynomial. Wie in Kapitel 2.8 bereits ausgeführt, wird Blackman gewählt. Das gewünschte Ausgabefunktional muss noch aus einer Liste von möglichen Funktionalen ausgewählt werden. Wird als Ausgabegebiet das anfangs gewählte Ausgabegebiet verwendet, muss ggf. noch (abhängig vom gewählten Funktional) eine Berechnungshöhe angegeben werden. Eine andere Möglichkeit der Ausgabe ist die Berechnung der Ergebnisse auf Punkten einer selbst erstellten Punktliste. Im Normalfall wird das Ausgabegebiet als Ausgabegitter gewählt. Für die Erstellung der

besonderen Ergebnisse, z.B. der Kreuz-Validierung (siehe Kapitel 5.4.2), wird die Option der selbst erstellten Punktliste verwendet.

Das Ergebnis dieses Programmabschnitts sind Schwerefeldfunktionale verschiedener Level, dargestellt als Summe von Detailsignalen und einer Tiefpassfilterung des Gesamtsignals (siehe Gleichung (2.33)) auf Ausgabepunkten. Dabei werden die Ergebnisse der Tiefpassfilterungen ($j = 8, 9, 9 + 1$) und der Detailsignale ($j = 8, 9$) in eigenen Dateien abgelegt. Zusätzlich wird auch die Standardabweichung beider Ergebnisse für jeden Punkt in separaten Dateien ausgegeben.

Wie in der Gleichung (2.33) angegeben, sind die Ergebnisse nach Reduktion des Hintergrundmodells erzeugt worden. In einer weiteren Datei sind die Ergebnisse der Tiefpassfilterungen noch einmal mit hinzuaddiertem Hintergrundmodell niedergeschrieben. Alle beschriebenen Dateien werden unter einer Auftragsnummer geführt.

4.3.5 Analyse Tool

Das Analyse Tool ermöglicht den Vergleich von Ergebnissen der MRD mit in RegGRAV hinterlegten globalen Schwerefeldmodellen.

Der Anwender muss den Auftrag, den er vergleichen möchte, zusammen mit dem Level, das er vergleichen möchte, auswählen. Dabei wird auf das um das Hintergrundmodell vervollständigte Signalergebnis zugegriffen. Außerdem muss das Schwerefeldmodell mit einem maximalen Entwicklungsgrad gewählt werden. Auf das Schwerefeldmodell kann ein Blackmanfilter angewendet werden.

Das Ergebnis des Analyse Tools ist eine Datei mit den Differenzen des im untersuchten Auftrag gewählten Funktionals zwischen dem Ergebnis der MRD und einem anderen Schwerefeldmodell an den Ergebnispunkten der MRD.

Dieses Tool wird für die Validierung in Kapitel 5.4.1 eingesetzt.

Kapitel 5

Ergebnisse und Interpretation

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse vorgestellt. Die reine Altimetrie-Lösung in Kapitel 5.1 dient als Referenz für die Qualität der Lösung aus der Kombination von Altimetrie und Schiffsgravimetrie in Kapitel 5.3. Das Kapitel 5.2 über die Ergebnisse aus reiner Schiffsgravimetrie zeigt die Herausforderungen bei sehr unterschiedlicher Datendichte.

Die Betrachtung der geschätzten Skalierungskoeffizienten und Varianzkomponenten in den Kapiteln 5.1.1, 5.2.1 und 5.3.1 gibt einen ersten Einblick in die unterschiedlichen Ergebnisse aus den Lösungen mit konstanter und beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells.

Die Ergebnisse der in dieser Arbeit verwendeten Energieanalyse (siehe Kapitel 2.7, 5.1.2, 5.2.2 und 5.3.2) sind eine neue Betrachtung der Skalierungskoeffizienten zur Untersuchung ihrer physikalischen Bedeutung. Es besteht die Hoffnung, dass man auf Basis der Ergebnisse der Energieverteilung aus den geschätzten Skalierungskoeffizienten eine Aussage über die Qualität der Ergebnisse der MRD treffen kann.

Das Ziel der regionalen Schwerefeldmodellierung mit dem hier gewählten Ansatz ist die Darstellung von Funktionalen des Erdschwerefeldes mittels MRD. Die Ergebnisse sind in den entsprechenden Kapiteln dargestellt. Als Ausgabefunktional wurden stets Schwereanomalien gewählt.

Die Validierung in Abschnitt 5.4 zeigt die Ergebnisse der Untersuchung der Inhalte aus den vorigen Kapiteln 5.1-5.3 in Bezug auf ihre Plausibilität und im Vergleich zu anderen Datensätzen. Dabei werden drei verschiedene Methoden der Validierung angewendet.

5.1 Reine Altimetrie-Lösung

Wie oben bereits beschrieben dienen die Lösungen unter ausschließlicher Verwendung von Altimetrie-Beobachtungen als Referenz für die kombinierte Lösung. An ihnen soll festgemacht werden können, ob die Hinzunahme von Schiffsgravimeterdaten eine Verbesserung des regionalen Modells bewirkt. In diesem Kapitel werden nun die Referenzergebnisse dargestellt, die unter Verwendung der Altimetrie-Beobachtungen von CryoSat-2 RADS, ERS-1 E & F sowie Jason-1 GM (siehe Kapitel 3.2) entstanden sind.

		konstant	beobachtungsabhängig
Beobachtungstyp	Missionsname	relatives Gewicht	
Altimetrie	CryoSat-2 RADS	1	1
	ERS-1 E	10^{-1}	10^{-1}
	ERS-1 F	10^{-1}	10^{-1}
	Jason-1 GM	1	1
Vorinformation	GOCO05s	10^{-4}	10^{-1}
# Iterationen		15	8

Tabelle 5.1 – Größenordnung der relativen Gewichte (reziproke Werte der geschätzten Varianzkomponenten $\hat{\sigma}_k^2$ und $\hat{\sigma}_d^2$) relativ zu CryoSat-2 RADS sowie Anzahl der benötigten Iterationen zur Lösung der Normalgleichungen der Lösung aus reiner Altimetrie

5.1.1 Koeffizienten

Tabelle 5.1 zeigt die Ergebnisse der VCE für beide Lösungen: konstante und beobachtungsabhängige Gewichtung der Vorinformation. Die relativen Gewichte sind relativ zu der kleinsten geschätzten Varianzkomponente, die dem größten Gewicht entspricht, definiert. Man sieht, dass die relativen Gewichte der Altimetrie-Missionen bei beiden Gewichtungsarten des Hintergrundmodells gleich sind. Das Gewicht der Vorinformation ist bei der konstanten Gewichtung vier Größenordnungen kleiner als die hoch gewichteten Altimetrie-Beobachtungen. Die Größenordnung der Vorinformation wurde bei der beobachtungsabhängigen Gewichtung mit dem selben relativen Gewicht angesetzt wie die Altimetrie-Daten der ERS-1 Missionen. Die unterschiedlichen Größenordnungen der relativen Gewichte resultieren aus der verschiedenen Art der Gewichtung der Vorinformation. Bei der VCE mit beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells wird im Umkreis um jeden Berechnungspunkt nach Beobachtungen gesucht. Sind viele Beobachtungen vorhanden, wird das Hintergrundmodell heruntergewichtet, sind keine oder nur wenige Beobachtungen vorhanden, wird das Hintergrundmodell hochgewichtet. In der mittleren Graphik von Abbildung 4.4 ist zu sehen, dass die Beobachtungen nur im Beobachtungsgebiet gegeben sind, das Berechnungsgebiet jedoch größer ist. Wird nun an einem Reuter-Gitterpunkt am Rand nach Beobachtungen gesucht, können keine vorhanden sein. Daraus folgt, dass das Hintergrundmodell dort hochgewichtet wird. In der Berechnung werden reduzierte Beobachtungen verwendet, was bei Reduktion des Hintergrundmodells dazu führt, dass die Pseudobeobachtungen, die mit den Daten des Hintergrundmodells eingeführt wurden, gleich Null sind (siehe Kapitel 2.6). Dies führt dazu, dass die Koeffizienten in den Randbereichen des Berechnungsgebiets nach Null sein sollten, da dort keine Beobachtungen vorhanden sind und die Vorinformation mit Null eingeht. Daraus müsste für die Randbereiche außerdem eine sehr kleine Standardabweichung nahe Null folgen. Bei der konstanten Gewichtung sollten die Standardabweichungen in den Randbereichen größer werden, da dort keine Beobachtungen vorliegen und die Vorinformation mit geringerem relativen Gewicht verwendet wird.

Die Anzahl der für die Lösung der Normalgleichung benötigten Iterationsschritte ist bei konstanter Gewichtung um 7 höher als bei beobachtungsabhängiger Gewichtung. Dies zeigt, dass die Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells stabiler ist als die Lösung bei konstanter Gewichtung.

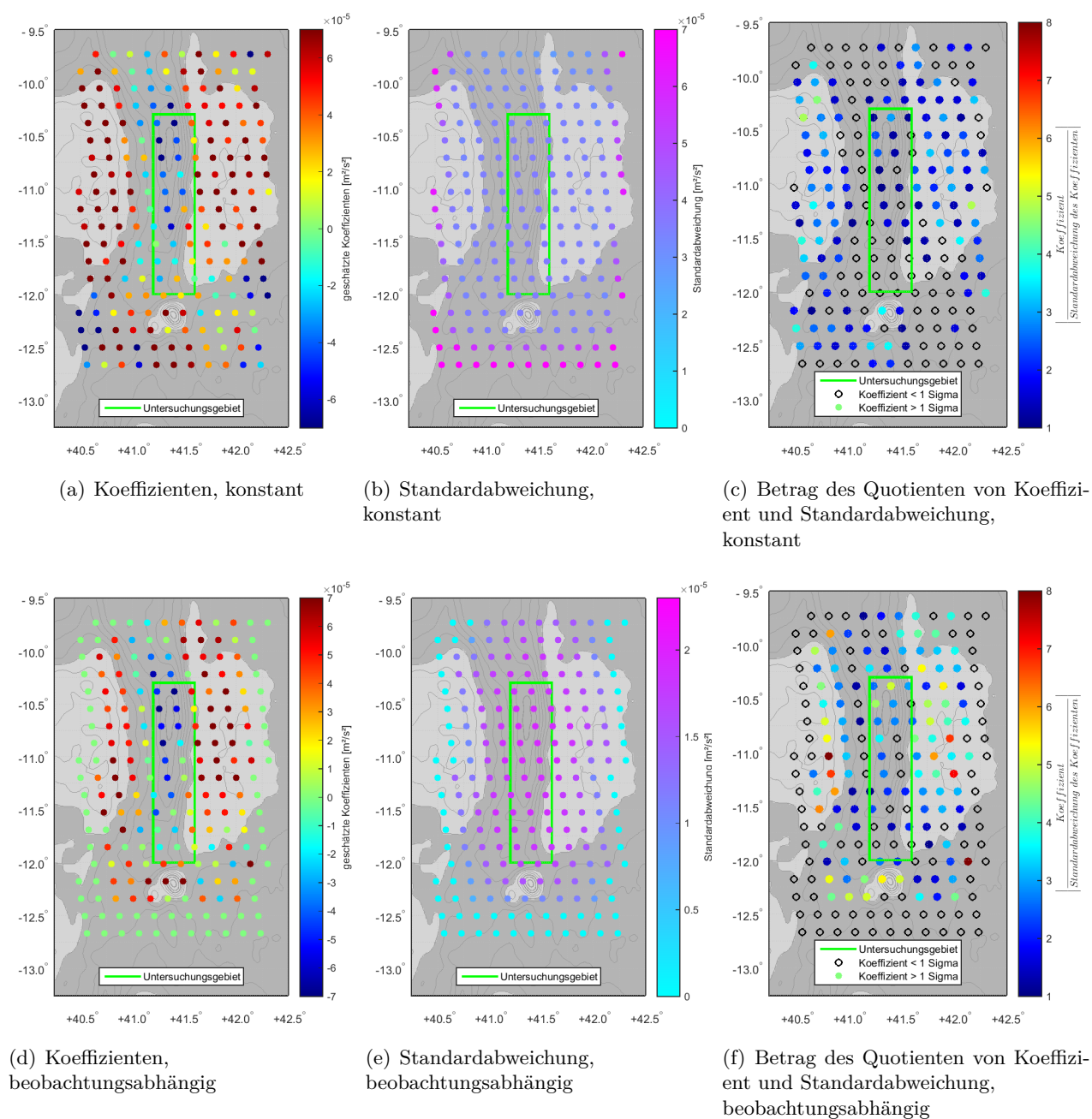


Abbildung 5.1 – Koeffizienten (a) & (d) und ihre Standardabweichungen (b) & (e) an den Reuter-Gitterpunkten der Lösung mit konstanter Gewichtung (obere Zeile: a bis c) und mit beobachtungsabhängiger Gewichtung (untere Zeile: d bis f) des Hintergrundmodells. Im Hintergrund sind Schwereanomalien des DTU13 dargestellt: Werte größer Null in hellerem Grau, Werte kleiner Null in dunklerem Grau. Dividiert man jeden Koeffizienten durch seine Standardabweichung und stellt den Betrag dar ((c) & (f)), so wird das Ergebnis eines einfachen Signifikanztests abgebildet. Punkte, die beim Signifikanztest nicht angenommen wurden, sind nur als schwarze Kreise dargestellt, angenommene Werte sind mit ihrem Wert gezeigt.

Die Lösung der VCE liefert die Skalierungskoeffizienten mit der Varianz-Kovarianz-Matrix. Die geschätzten Koeffizienten nach Formel (2.26) werden in Abbildung 5.1 (a) & (d) gezeigt. Die dazugehörigen Standardabweichungen 5.1 (b) & (e) sind jeweils die Wurzel der Elemente der Hauptdiagonalen der Matrix (2.27). Die Koeffizienten wurden mit zwei unterschiedlichen Festlegungen bezüglich des Hintergrundmodells geschätzt: Zum einen wurde eine konstante Gewichtung des Hintergrundmodells angenommen (obere Zeile), zum anderen wurde eine beobachtungsabhängige Gewichtung des Hintergrundmodells angesetzt (untere Zeile) (Theorie dazu im letzten Absatz von Kapitel 2.6). Die Werte der Skalierungskoeffizienten in den Abbildungen 5.1 (a) & (d) sind besonders innerhalb des grün markierten Untersuchungsgebiets von hohem Interesse. Am gesamten östlichen Rand und der südöstlichen Ecke des Untersuchungsgebiets sind die Skalierungskoeffizienten positiv, im Rest des Untersuchungsgebiets negativ. Als Hintergrund wurden aus dem DTU13 berechnete Schwereanomalien gewählt: Helles Grau bedeutet positive, dunkles Grau negative Werte. Zusätzlich sind Linien gleicher Schwereanomalie dargestellt. Es ist in beiden Abbildungen zu sehen, dass die positiven bzw. negativen Skalierungskoeffizientenwerte mit den positiven und negativen Schwereanomaliebereichen des DTU13 zusammenpassen.

Die Auswirkungen der verschiedenen Gewichtungen des Hintergrundmodells sind besonders in den Abbildungen 5.1 (b) & (e) zu sehen. Die konstante Gewichtung führt zu kleineren Standardabweichungen im grün gekennzeichneten Untersuchungsgebiet und großen Standardabweichungen an den Rändern des Berechnungsgebiets. Im Gegensatz dazu zeigt die Abbildung der Standardabweichungen aus der Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells ein umgekehrtes Bild: Innerhalb des Untersuchungsgebiets sind die Standardabweichungen am höchsten und am Rand des Berechnungsgebiets sind sie sehr klein und nahe Null. Zusätzlich sind hier auch die Werte der geschätzten Koeffizienten am Rand des Berechnungsgebiets nahe Null. Dies entspricht, nach den in Tabelle 5.1, den Ergebnissen der angegebenen Größenordnung der relativen Gewichte der Vorinformation. Im Falle der beobachtungsabhängigen Gewichtung des Hintergrundmodells in Abbildung 5.1 (e) sind die Standardabweichungen innerhalb des Untersuchungsgebiets etwa halb so groß wie die im Untersuchungsgebiet in Graphik 5.1 (b).

Die Graphiken (c) & (f) in der rechten Spalte von Abbildung 5.1 zeigen das Ergebnis eines einfachen Signifikanztests. Es wurde der Quotient aus Koeffizient und Standardabweichung gebildet und der Betrag des Wertes dargestellt. Ist die einfache Standardabweichung größer als der Wert des Koeffizienten, so wird der getestete Punkt abgelehnt. Diese Punkte werden in den beiden Graphiken nur als schwarze Kreise gezeigt. Ist der Wert des Koeffizienten jedoch größer als die einfache Standardabweichung, wird der getestete Punkt angenommen und sein Betrag als farbiger Punkt dargestellt. In der oberen Graphik (c) wurden knapp 60% der Quotienten angenommen. Vor allem im südlichen Teil des grün eingerahmten Gebiets sind einige Punkte abgelehnt. Die Mehrzahl der Punkte innerhalb des Untersuchungsgebiets wurde angenommen. In Graphik (f) wurden knapp 55% der Quotienten angenommen, dabei innerhalb des Untersuchungsgebiets vor allem im südlichen und mittleren Teil einige Punkte nicht.

Das Fazit der oben beschriebenen Ergebnisse lautet, dass die Ergebnisse den Erwartungen entsprechen und realistisch aussehen. Die Anzahl der Iterationen bestätigen die Werte der Standardabweichungen der Koeffizienten, was den Schluss nahelegt, dass im Weiteren eine beobachtungsabhängige Gewichtung der Vorinformation verfolgt werden sollte bzw. diese Gewichtung hier die besseren Ergebnisse liefert.

5.1.2 Energieverteilung

Die Energie jedes Punktes setzt sich, bedingt durch die doppelte Summation über p und dann q in Formel (2.32), aus dem Quadrat der Skalierungskoeffizienten am betrachteten Punkt $P(\mathbf{x}_q)$ und der Energie aller anderen Punkte $P(\mathbf{x}_p)$ relativ zum betrachteten Punkt zusammen. Es ist zu erwarten, dass das Quadrat der Skalierungskoeffizienten den größten Beitrag zur Energie des betrachteten

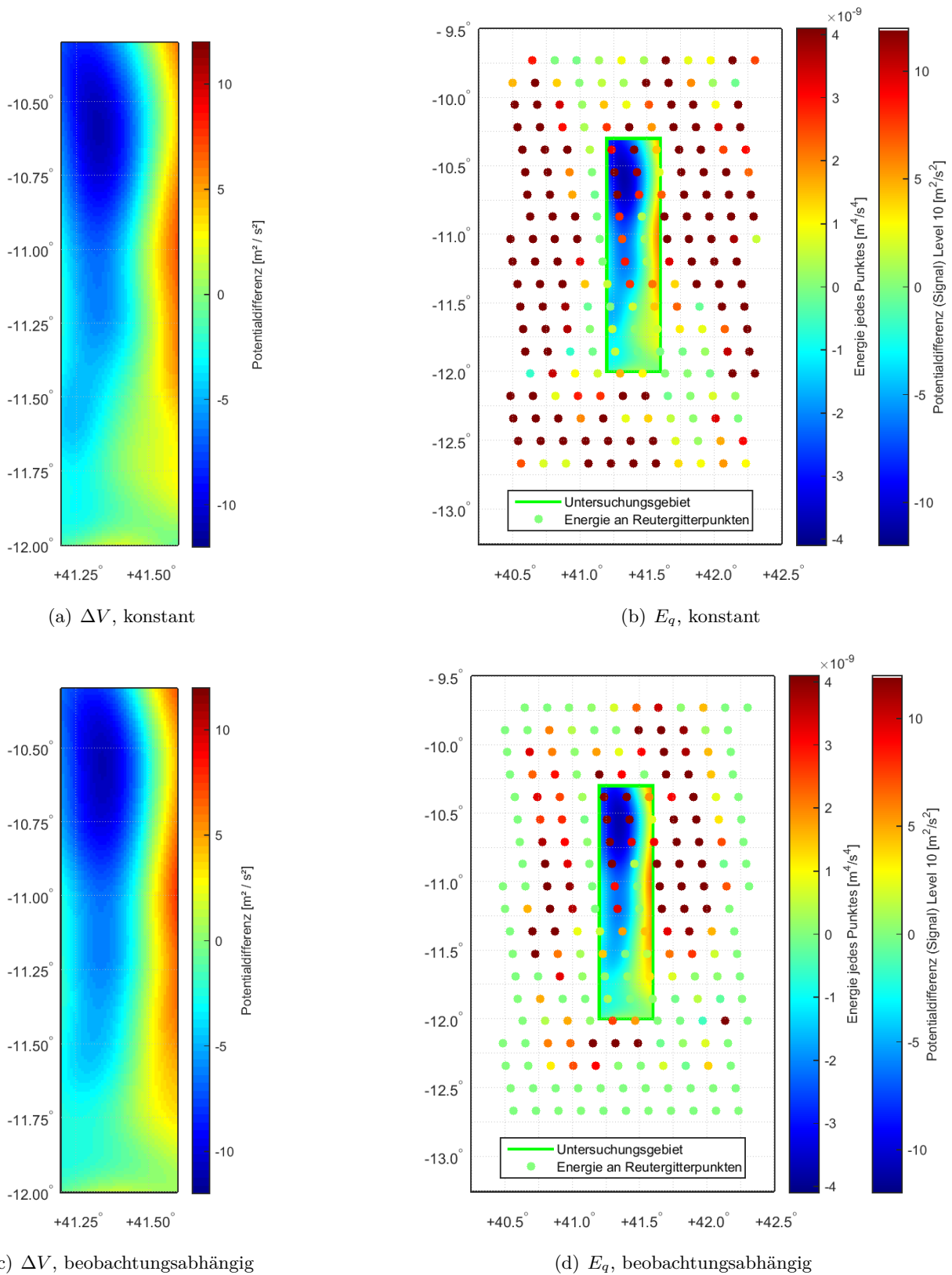


Abbildung 5.2 – linke Spalte: Potentialdifferenzen des Signals bis Level $j=10$ aus den Koeffizienten mit konstanter (a) und beobachtungsabhängiger (c) Gewichtung der Vorinformation. Wegen der Subtraktion des Hintergrundmodells spricht man von Differenzen.

rechte Spalte: Gesamtenergie jedes Punktes E_q aus konstanter (b) und beobachtungsabhängiger Gewichtung (d) des Hintergrundmodells. Im Hintergrund sind aus den jeweils zugrunde liegenden Skalierungskoeffizienten mittels MRD entwickelte Potentialdifferenzen ΔV des Signals bis Level 10 dargestellt (siehe (a) & (c)).

Punktes liefert.

In RegGRAV ist das Potential das Ausgangsfunktional (siehe Kapitel 2.1). Aus dem Potential können viele andere Funktionale, z.B. Schwereanomalien, ableiten werden.

Die Abbildung 5.2 zeigt in den Graphiken (a) & (c) Potentialdifferenzen ΔV des Signals bis Level 10 (F_{10}), entwickelt mit einem Shannon-Kern. Man sagt in diesem Fall Differenz, da es sich um die reduzierte Größe handelt, die noch nicht um das Hintergrundmodell vervollständigt wurde ($\Delta V = V_{j=10} - V_{back}$). In den Abbildungen sieht man am östlichen Rand des Untersuchungsgebiets positive Werte. Am südlichen Ende ist ebenfalls ein schmaler Bereich positiver Werte zu sehen. Im übrigen Gebiet sind die Werte negativ, besonders starke Potentialdifferenzen sind im nordwestlichen Bereich. Diese Aufteilung gilt sowohl für die Lösung mit konstanter (a) als auch mit beobachtungsabhängiger (c) Gewichtung des Hintergrundmodells. Unterschiede sind im südlichen Teil des Untersuchungsgebiets zu sehen. Die geschätzten Skalierungskoeffizienten aus Abbildung 5.1 (a) & (d) zeigen im Untersuchungsgebiet einen sehr ähnlichen Farbverlauf wie die Potentialdifferenzen der Abbildungen 5.2 (a) & (c), dabei unterscheidet sich der Wertebereich. Die Einheit der Skalierungskoeffizienten und der Potentialdifferenzen ist m^2/s^2 .

Betrachtet man die Einheiten von Energie und Potentialdifferenz, so erklärt dies, warum die Potentialdifferenzen als Abbildungshintergrund (siehe Abbildung 5.2 (b) & (d)) für die Energiewerte gewählt wurden. Die Ergebnisse der Energieanalyse sollen die aus den Skalierungskoeffizienten abgeleiteten Potentialdifferenzen darstellen.

Die Abbildungen 5.2 (b) & (d) zeigen die Energie E_q jedes Punktes nach der jeweiligen Summation über p . In der unteren Graphik (d) sind die Punkte mit hoher Energie auf den Bereich des Beobachtungsgebiets beschränkt. Die äußeren Punkte zeigen nur geringe Energien. Innerhalb des Untersuchungsgebiets bildet der Betrag der Energie den Betrag der in den Hintergrund gelegten Lösung der Potentialdifferenzen ab. Starke negative Potentialdifferenzen befinden sich am Nordende des Untersuchungsgebiets. Dort sind auch große Energien zu sehen. Gegen Süden werden die Potentialdifferenzen größer und gehen gegen Null. Auch die Energien werden kleiner, jedoch direkt südlich des Untersuchungsgebiets groß. Dies könnte mit dem dort gelegenen St. Lazarus Seamount zusammenhängen.

Die Werte der Energie an den verschiedenen Reuter-Gitterpunkten sind auf den Bereich des Untersuchungsgebiets und seine nähere Umgebung konzentriert, was gut zu dem Ergebnis in Abbildung 5.1 (d) & (e) der ebenfalls auf den inneren Bereich konzentrierten Werte passt.

Die Abbildung 5.2 (b) unterscheidet sich vor allem in den Randbereichen von der oben beschriebenen Abbildung 5.2 (d). Besonders hohe Energiewerte findet man hier in den westlichen und östlichen Bereichen sowie im Südwesten des Untersuchungsgebiets. Innerhalb des Untersuchungsgebiets zeigen die Energiebilder auf Basis der Skalierungskoeffizienten der unterschiedlichen Gewichtungen der Hintergrundmodelle Ähnlichkeit miteinander. Die hohen Energien sind auch hier in den Gebieten großer Potentialdifferenzen und kleinere Energien in den Bereichen der leicht positiven Potentialdifferenzen. Die Differenzen zwischen (b) und (d) sind hier in der unterschiedlichen Intensität der Energien sichtbar, die grobe Struktur innerhalb des Untersuchungsgebiets ist jedoch identisch. Die Energien der Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung der Vorinformation sind jedoch stärker auf den inneren Bereich konzentriert als die Energien aus der beobachtungsabhängigen Lösung.

Anschließend an die Betrachtung der Energien der einzelnen Skalierungskoeffizienten soll nun auf die Gesamtenergie des Untersuchungsgebiets eingegangen werden. In Tabelle 5.2 sind die Ergebnisse der Berechnungen für die Energie einer reinen Altimetrie-Lösung zusammengefasst. Dabei wird zwischen der Lösung mit konstanter Gewichtung und beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells unterschieden. Der Wertebereich der Ergebnisse befindet sich in derselben Größenordnung. Bei der Betrachtung der aufsummierten Gesamtenergie E kann man feststellen, dass sich die Ergebnisse nur wenig unterscheiden. Die Standardabweichungen der Ergebnisse sind in beiden Fällen eine Größenordnung kleiner als das Ergebnis. Die Energie E_{qq} bezeichnet die Energie,

	konstant	beobachtungsabhängig
Gesamtenergie E	$5,48 \cdot 10^{-8} \pm 2,57 \cdot 10^{-9}$	$5,53 \cdot 10^{-8} \pm 2,44 \cdot 10^{-9}$
Energie E_{qq}	$5,21 \cdot 10^{-8} \pm 2,63 \cdot 10^{-9}$	$4,87 \cdot 10^{-8} \pm 2,29 \cdot 10^{-9}$
Differenz: $E - E_{qq}$	$0,27 \cdot 10^{-8}$	$0,65 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 5.2 – Energie der Lösungen auf Basis von Altimetrie-Beobachtungen

die aus den Quadraten der Skalierungskoeffizienten unter Vernachlässigung der Energiebeiträge aller anderen Punkte berechnet wurde. Aus den Werten ist ersichtlich, dass die höchsten Energien tatsächlich in den Skalierungskoeffizientenquadraten zu finden sind. Die Differenz von Energie und E_{qq} ist eine Größenordnung kleiner als die der Gesamtenergie, jedoch etwa gleich groß wie die Standardabweichung. Daraus folgt, dass die Energie unter Berücksichtigung aller betragenden Punktenenergien berechnet werden muss, da der Fehler, den man bei der Vernachlässigung machen würde, signifikant ist.

5.1.3 Multiresolutionsdarstellung

Die Skalierungskoeffizienten aus Kapitel 5.1.1 wurden zur Berechnung der Schwereanomalien im Untersuchungsgebiet verwendet. In Abbildung 5.3 sind die Ergebnisse der MRD für die Level $j = 8, 9, 10$ dargestellt. Beide Lösungen aus den verschiedenen Gewichtungsarten der Vorinformation sind mit demselben Farbkeil dargestellt. Dies ermöglicht den direkten Vergleich. Es ist zu sehen, dass die groben Strukturen in beiden Varianten in den jeweils fünf Bildern identisch sind. Die korrespondierenden Levellösungen unterscheiden sich jedoch in der Intensität der dargestellten Struktur. Das Signal des höchsten Levels F_{10} zeigt negative Schwereanomalien bis zu -70 mGal konzentriert im Norden des Untersuchungsgebiets, die dort eine Art Tal bilden, das nach Süden hin ausläuft. Jeweils am östlichen Rand sind positive Schwereanomalien der Größenordnung bis 30 mGal zu sehen. Sie erstrecken sich über den gesamten östlichen Rand bis nach Süden. Deutlichere Unterschiede sind in den Signal- und Detailsignal-Lösungen des Levels 9 zu erkennen. In der Lösung aus beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells sind in der Detaillösung stärkere negative Schwereanomalien zu erkennen als in der entsprechenden Detaillösung aus konstanter Gewichtung. Es unterscheidet sich bei den beiden Detailsignalen G_9 auch die Ausprägung der räumlichen Ausdehnung der positiven Schwereanomalien am südöstlichen Ende des Untersuchungsgebiets. Sie sind in der Lösung mit konstanter Gewichtung stärker und von größerer räumlicher Ausdehnung. Das Signal F_9 in (b) zeigt zwei negative Täler, die durch einen Steg mit etwas größeren Schwereanomalien getrennt sind. In (a) ist das nördlichere negative Maximum stärker ausgeprägt, der südliche Bereich negativer Schwereanomalien dafür großflächiger. Der Wertebereich ist in Level 9 deutlich kleiner als in Level 10. In Level 8 ist der Wertebereich der Schwereanomalien noch einmal geringer. Das Signal zeigt für das Untersuchungsgebiet in beiden Lösungen fast homogene Werte in einer Größenordnung nahe um Null. Die beiden Detailsignale G_8 unterscheiden sich wieder voneinander. Das Detailsignal G_8 in (a) ist von negativen Schwereanomalien bis zu -40 mGal dominiert, wohingegen in (b) es minimal -30 mGal an gleicher Stelle sind. Außerdem sind die Schwereanomalien im Allgemeinen größer. Auf Grund des hohen und sehr ähnlichen Informationsgehalts von F_{10} kann man sagen, dass die Altimetrie große Signalanteile auf Level $j=10$ beinhaltet. Bei Level 8 sind keine Informationen mehr zu entnehmen. Auf Level 9 sieht man den unterschiedlichen Einfluss der Gewichtung der Vorinformation.

Erfreulich ist, dass die Lösungen keine grundsätzlichen Unterschiede in der Gebietsstruktur zeigen. In beiden Lösungen ist im Signal F_{10} und Detailsignal G_9 die Topographie des Untersuchungsgebiets

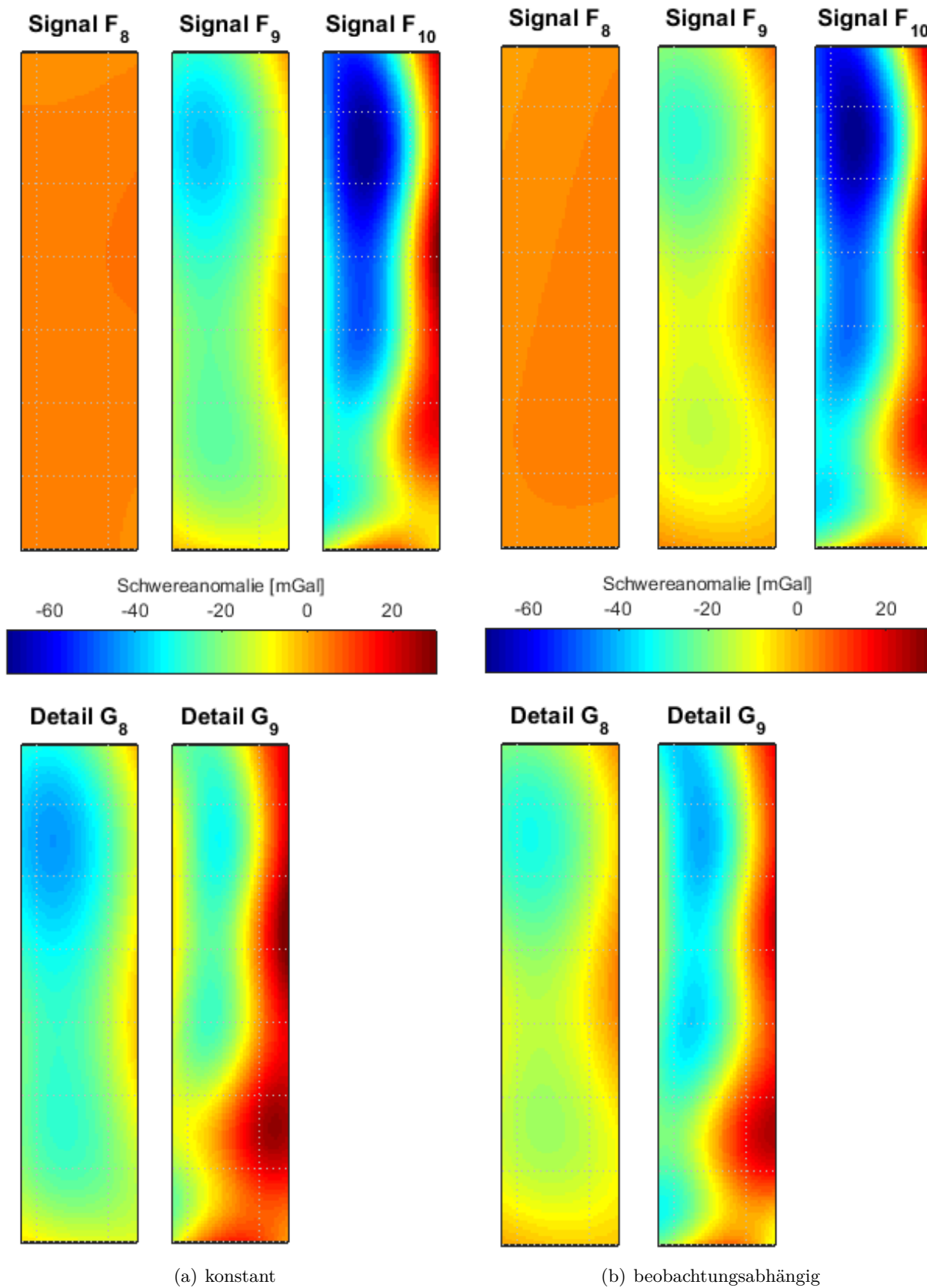


Abbildung 5.3 – MRD der Level 8 bis 10 der Altimetrie-Lösung der Lösung mit konstanter (a) und beobachtungsabhängiger (b) Gewichtung des Hintergrundmodells. Die Schwereanomalien sind in Detailsignale G und Signale F (vgl. Formel (2.33)) aufgeteilt.

zu erkennen: der Kerimbass Graben mit seinem Verlauf von Norden nach Süden, seine steile Flanke an der Ostseite und die geringere Meerestiefe im Süden durch den südlich des Untersuchungsgebiets gelegenen St. Lazarus Seamount.

Welche Lösung nun aber realistischer ist, kann man nur anhand der in Abbildung 5.3 gezeigten Graphiken nicht bestimmen. Die Untersuchung der Koeffizienten und der Energie hat ergeben, dass auch unter Berücksichtigung der Anzahl der Iterationen bis zur Konvergenz der Normalgleichungen beide Lösungen als stabil zu betrachten sind und die Lösung (b) möglicherweise etwas besser ist als (a). Um darüber genauer urteilen zu können, bedarf es eines Vergleichs mit externen Datensätzen (siehe Kapitel 5.4.1).

5.2 Reine Schiffsgravimetrie

Als nächstes wurden Berechnungen aus reinen Schiffsgravimetriedaten durchgeführt. Die Daten, wie in Kapitel 3.1 beschrieben, liegen mit hoher Auflösung entlang der Profillinien vor. Der Theorie in Kapitel 2.6 kann man entnehmen, dass eine gleichmäßige Datenverteilung wichtig für eine gute Lösung ist. Bei konstanter Gewichtung der Vorinformation wird nicht auf die Datenverteilung Rücksicht genommen. Bis zur Konvergenz der Normalgleichungen benötigte es hier fast 60 Iterationen, was für eine sehr instabile Lösung spricht, die nur eingeschränkt plausibel sein könnte. Die Ergebnisse der Koeffizienten und auch der MRD zeigen sehr deutlich, dass diese Gewichtung nicht zielführend ist. Ausgehend von dieser Erkenntnis werden im folgenden Kapitel nur die Ergebnisse der beobachtungsabhängigen Gewichtung des Hintergrundmodells präsentiert.

5.2.1 Koeffizienten

In Tabelle 5.3 sind die Ergebnisse der Varianzkomponentenschätzung für die beobachtungsabhängige Lösung zusammengefasst. Es ist ersichtlich, dass die beiden Schiffsgravimeter-Missionen, trotz unterschiedlicher Anzahl an Beobachtungen, mit gleichem Gewicht einfließen. Die Größenordnung des relativen Gewichts der Vorinformation ist zwei Größenordnungen kleiner als die relativen Gewichte der Schiffsgravimetrie-Missionen. Es wurden 16 Iterationen benötigt, um die Normalgleichungen zu lösen. Dies sind in etwa so viele, wie bei der Lösung aus Altimeter-Daten bei konstanter Gewichtung des Hintergrundmodells benötigt wurden.

		beobachtungsabhängig
Beobachtungstyp	Missionsname	relatives Gewicht
Schiffsgravimetrie	SO230	1
	SO231	1
Vorinformation	GOCO05s	10^{-2}
# Iterationen		16

Tabelle 5.3 – Größenordnung der relativen Gewichte (reziproke Werte der geschätzten Varianzkomponenten $\hat{\sigma}_k^2$ und $\hat{\sigma}_d^2$) relativ zu SO230 sowie Anzahl der benötigten Iterationen zur Lösung der Normalgleichungen der Lösung aus reiner Schiffsgravimetrie

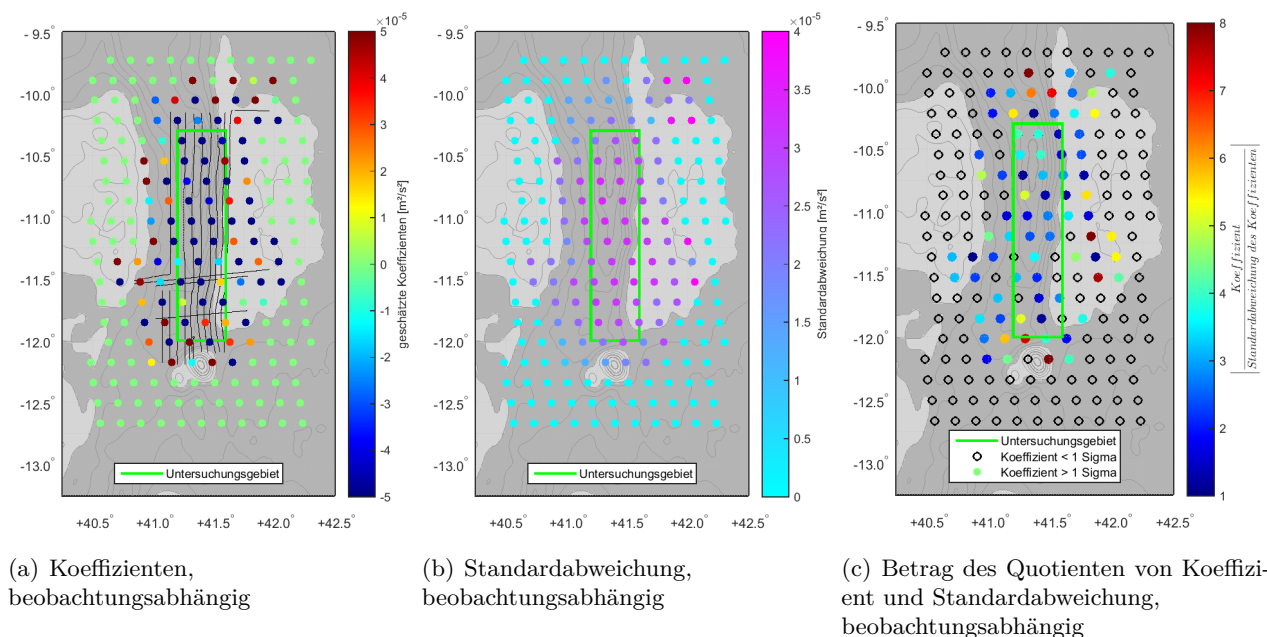


Abbildung 5.4 – Koeffizienten (a) und ihre Standardabweichungen (b) an den Reuter-Gitterpunkten der reinen Schiffsgravimetrie-Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells. Im Bild der Koeffizienten sind zusätzlich die verwendeten Schiffsgravimeterdaten mittels schwarzer Linien eingezeichnet. Im Hintergrund sind, analog zu Abbildung 5.1, Schwereanomalien des DTU13 dargestellt. (c) zeigt das Ergebnis eines einfachen Signifikanztests.

In Abbildung 5.4 werden die Koeffizienten (a), ihre Standardabweichungen (b) und das Ergebnis des Signifikanztests (c) dargestellt. Die Werte der Koeffizienten in (a) ungleich Null konzentrieren sich auf den Bereich des Untersuchungsgebiets, besonders auf den Bereich, in dem Schiffsbeobachtungen vorliegen. Das wird deutlich, wenn man die Lage der eingezeichneten Beobachtungen mit den geschätzten Skalierungskoeffizienten vergleicht. Innerhalb des Untersuchungsgebiets haben fast alle Skalierungskoeffizienten negative Werte. Die Oszillationen sind außerhalb des Untersuchungsgebiets zu sehen. Die Standardabweichungen in (b) zeigen ein mit Abbildung 5.1 (e) grob vergleichbares Bild. In den Randbereichen betragen die Standardabweichungen fast Null, im Bereich innerhalb des Untersuchungsgebiets und der eingeflossenen Daten weisen sie Werte ungleich Null auf. Dadurch ergibt sich ein unterschiedlich breiter Randbereich sehr kleiner Standardabweichungen im Norden und Süden. Die Konzentration auf das Untersuchungsgebiet entspricht den Erwartungen. Die Werte der Standardabweichungen innerhalb des Untersuchungsgebiets sind etwas größer als bei der Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung aus reiner Altimetrie und etwa genauso groß wie die Werte bei konstanter Gewichtung der Vorinformation ebenfalls aus reiner Altimetrie. Die Werte der Koeffizienten sind kleiner als die aus beiden Altimetrie-Lösungen. Die Standardabweichungen der Koeffizienten bei der Lösung mit reinen Schiffsgravimeterdaten ist nur etwas kleiner als die geschätzten Skalierungskoeffizienten. Das weist auf eine instabile Lösung hin. Eine Ursache könnte die inhomogene Datenverteilung sein. Das Ergebnis des Varianztests besagt, dass nur etwa 35% der Skalierungskoeffizienten angenommen wurden. Positiv ist jedoch anzumerken, dass sich die angenommenen Koeffizienten auf das Gebiet in und um das Untersuchungsgebiet konzentrieren.

5.2.2 Energieverteilung

Auch bezüglich der Ergebnisse aus der Energieberechnung werden nur die Energien aus beobachtungsabhängiger Gewichtung vorgestellt und diskutiert. Abbildung 5.5 zeigt in (a) die aus den Ska-

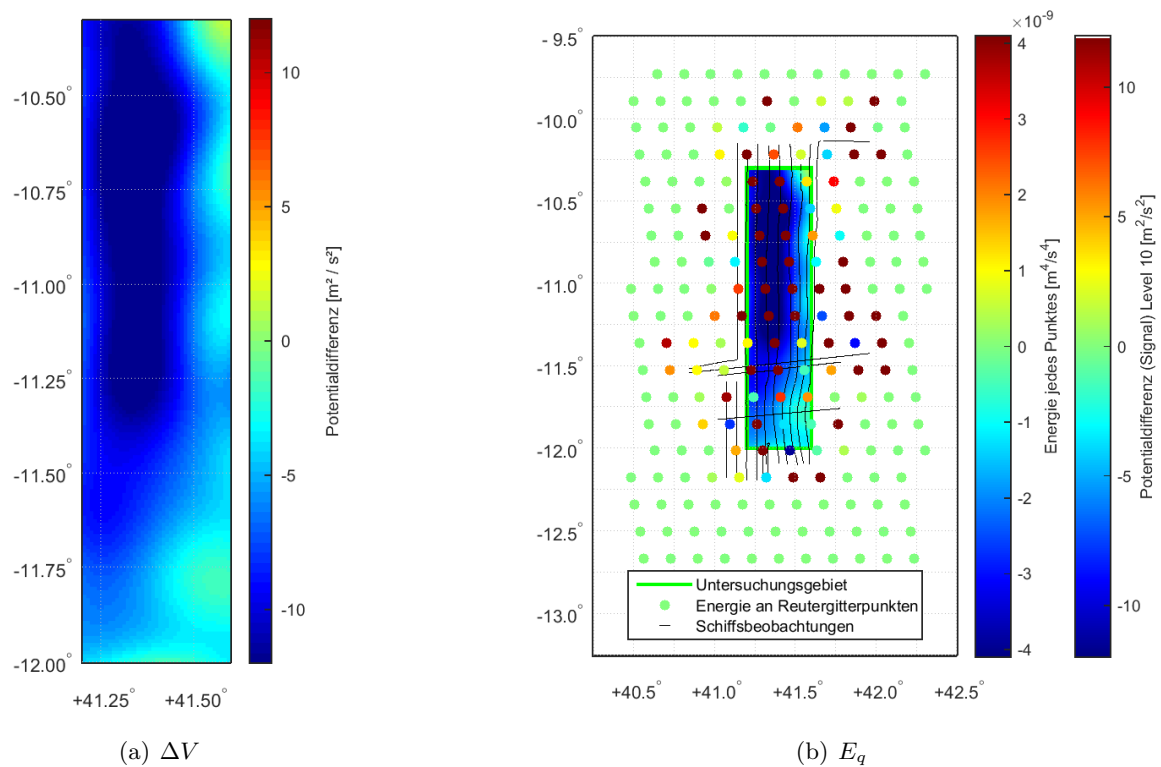


Abbildung 5.5 – Potentialdifferenzen ΔV (a) des Signals bis Level $j=10$ aus den Koeffizienten mit beobachtungsabhängiger Gewichtung der Vorinformation. Durch die Subtraktion des Hintergrundmodells spricht man von Differenzen. Die Gesamtenergie jedes Punktes E_q (b) aus beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells. Im Hintergrund sind aus den jeweils zugrunde liegenden Skalierungskoeffizienten mittels MRD entwickelte Potentialdifferenzen ΔV des Signals bis Level 10 dargestellt (siehe (a)).

lierungskoeffizienten mittels MRD mit einem Shannon-Kern entwickelte Potentialdifferenz ΔV des Signals F_{10} bis Level $j=10$. Allein in der äußersten nordöstlichen Ecke sind wenige positive Werte zu sehen, der Rest des Untersuchungsgebiets ist mit negativen Potentialdifferenzen beschrieben. Im Vergleich zur reinen Altimetrie-Lösung in Darstellung 5.2 (c) mit gleicher Gewichtung der Vorinformation ist festzustellen, dass die Lösung aus reiner Schiffsgravimetrie eine ähnliche Grobstruktur zeigt, jedoch insgesamt stärker negativ dominiert ist. Außerdem sind weniger Details sichtbar.

Das bereits beschriebene ΔV Signal ist als Hintergrund in Abbildung 5.5 (b) dargestellt. Zusätzlich zu den Energien der Skalierungskoeffizienten sind analog zu Abbildung 5.1 (a) die Beobachtungspunkte der Schiffsmissionen als Linien eingezeichnet. Die Energien ungleich Null sind auf das Untersuchungsgebiet konzentriert. Es sind größtenteils große positive Werte. Große Werte im nord-westlichen Teil des Gebiets passen zu den großen Potentialdifferenzen. Die Randbereiche des Berechnungsgebiets weisen geringe Energie auf. Die Konzentration auf die Mitte und die Energiearmen Randbereiche entsprechen den geschätzten Koeffizienten und ihren Standardabweichungen in den Abbildungen 5.4 (a) & (b).

Abschließend kann man zu Abbildung 5.5 sagen, dass die Koeffizientenwerte plausibel sind. Dies zeigt der Vergleich mit den Potentialdifferenzen. Außerdem kann man festhalten, dass die Koeffizienten das in den zugrunde liegenden Beobachtungen enthaltene Signal gut repräsentieren.

	beobachtungsabhängig
Gesamtenergie E	$1,64 \cdot 10^{-7} \pm 6,07 \cdot 10^{-9}$
Energie E_{qq}	$1,81 \cdot 10^{-7} \pm 7,53 \cdot 10^{-9}$
Differenz: $E - E_{qq}$	$-0,16 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 5.4 – Energie der Lösungen auf Basis von Schiffsgravimeter-Beobachtungen

Für die Betrachtung der berechneten Energien dieses Ansatztyps sind die Ergebnisse in Tabelle 5.4 zusammengefasst. Die Differenz der aufsummierten Gesamtenergie E und der aufsummierten Gesamtenergie bei ausschließlicher Verwendung der Skalierungskoeffizientenquadrate E_{qq} zeigt eine negative Differenz. Dies bedeutet, dass bei der Summation über alle Punkte (E) die um den betrachteten Punkt $P(\mathbf{x}_q)$ herumliegenden Punkte möglicherweise negative Energien aufweisen, was in Summe über alle Punkte dann zu einer kleineren Gesamtenergie führen konnte. Die Standardabweichungen der berechneten Gesamtenergien ist jeweils zwei Größenordnungen kleiner als die Energien. Es ist hier darauf hinzuweisen, dass nur die Verwendung der Quadrate der Skalierungskoeffizienten nicht ausreicht, da der Fehler, den man dadurch machen würde, eine Größenordnung kleiner als die Gesamtenergie bzw. eine Größenordnung größer als die Standardabweichung der Gesamtenergie ist. Im Vergleich zu den beobachtungsabhängigen Ergebnissen der Altimetrie in Tabelle 5.2 ist anzumerken, dass die Ergebnisse aus reiner Schiffsgravimetrie eine Größenordnung größer sind. Dies kann man mit der besseren Konzentration der Energie und mehr Signalinformationen aus den zugrunde liegenden Beobachtungen erklärt werden. Außerdem sind bei der reinen SchiffsLösung die Standardabweichungen zwei Größenordnungen kleiner als die Energien und nicht nur eine wie bei den Altimetrie-Lösungen.

5.2.3 Multiresolutionsdarstellung

Die Abbildung 5.6 zeigt die Schwereanomalien der Level $j = 8, 9, 10$, entwickelt mittels einer MRD. Das Signal F_{10} von $j = 10$ zeigt positive Schwereanomalien am östlichen und südlichen Rand des Untersuchungsgebiets. Das restliche Gebiet ist von negativen Werten bestimmt. Das Detailsignal G_9 von

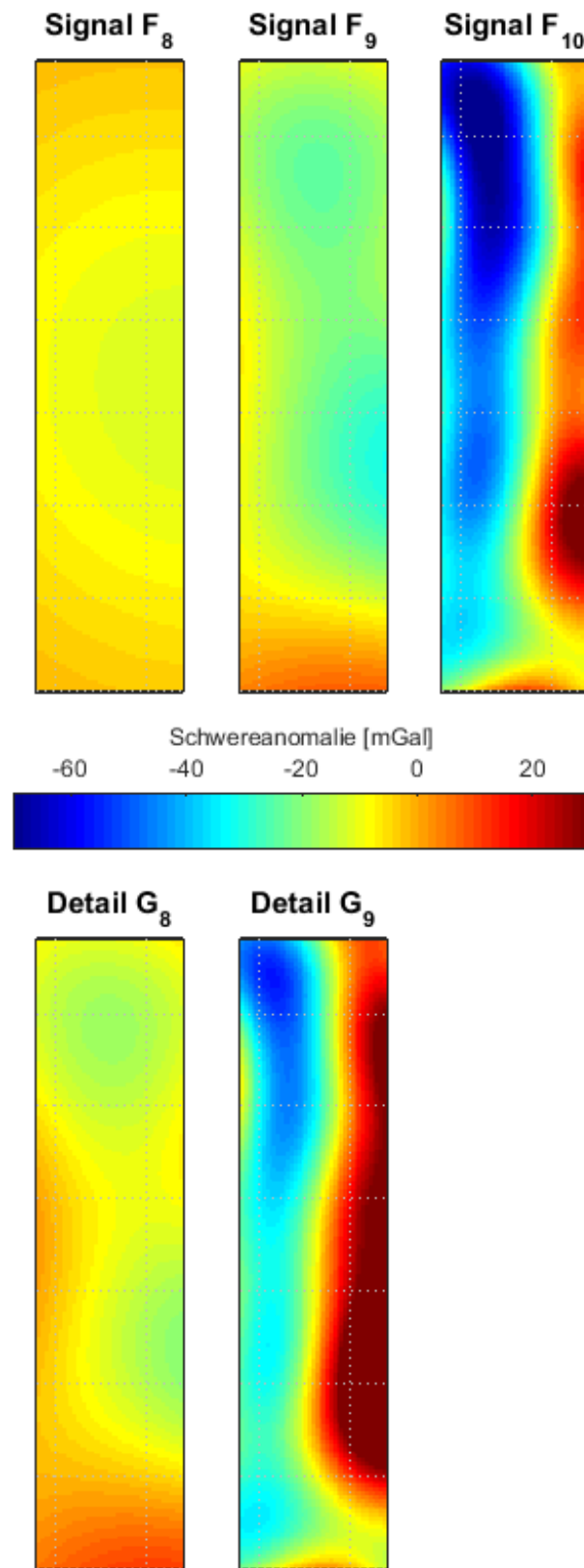


Abbildung 5.6 – MRD der Level 8 bis 10 der Altimetrie-Lösung der Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells. Die Schwereanomalien sind in Detailsignale G und Signale F (vgl. Formel (2.33)) aufgeteilt.

Level $j = 9$ enthält den Großteil der positiven Anomalien aus F_{10} . Das Signal F_8 zeigt ein gleichmäßiges Bild ohne starke Strukturen. Daraus folgt, dass diese Abbildung keine nutzbaren Informationen aus Schiffsgravimeterdaten enthält. G_9 und F_{10} enthalten den höchsten Informationsgehalt. G_8 zeigt durchaus zusätzliche Informationen. Die eingebrachten Schiffsgravimeter-Beobachtungen sind also vor allem in den Informationen der Level 9 bis 10 bzw. in den Graden $l = 512, \dots, 1023$ enthalten. Dies entspricht dem erwarteten Ergebnis aus der Fourier-Reihe (siehe Kapitel 2.9 und 4.3.1). Im Vergleich zu den aus reiner Altimetrie geschätzten Schwereanomalien (siehe Abbildung 5.3) ist festzustellen, dass bei der reinen Schiffsgravimetrie-Lösung die negativen Strukturen im Nordwesten und die positiven Strukturen im Südosten jeweils etwas stärker ausgeprägt sind. Die grobe Struktur ist aber sehr ähnlich.

Abschließend kann man zu der beobachtungsabhängig gewichteten Lösung aus reiner Schiffsgravimetrie sagen, dass es eine plausible und realistische Lösung ist.

5.3 Kombination: Altimetrie und Schiffsgravimetrie

Dieses Kapitel behandelt die Ergebnisse der Kombinationslösung. Es wurden Altimetrie-Beobachtungen der vier in Kapitel 3.2 beschriebenen Altimetrie-Missionen zusammen mit den zwei in Kapitel 3.1 beschriebenen Schiffsgravimeter-Missionen ausgewertet. Dabei wurden Lösungen mit konstanter und beobachtungsabhängiger Gewichtung der Vorinformation erzeugt, auf die im Folgenden eingegangen werden soll.

5.3.1 Koeffizienten

		konstant	beobachtungsabhängig
Beobachtungstyp	Missionsname	relatives Gewicht	
Altimetrie	CryoSat-2 RADS	1	1
	ERS-1 E	10^{-1}	10^{-1}
	ERS-1 F	10^{-1}	10^{-1}
	Jason-1 GM	1	1
Schiffsgravimetrie	SO230	1	1
	SO231	1	1
Vorinformation	GOCO05s	10^{-5}	10^{-3}
# Iterationen		26	32

Tabelle 5.5 – Größenordnung der relativen Gewichte (reziproke Werte der geschätzten Varianzkomponenten $\hat{\sigma}_k^2$ und $\hat{\sigma}_d^2$) relativ zu CryoSat-2 RADS sowie Anzahl der benötigten Iterationen zur Lösung der Normalgleichungen der Lösung aus Altimetrie und Schiffsgravimetrie

Die VCE dient der Schätzung der unbekannten Skalierungskoeffizienten. Dabei erhalten die Beobachtungen der verschiedenen Typen aus den unterschiedlichen Missionen verschiedene relative Gewichte (siehe Kapitel 2.6). Es soll hier zunächst auf die Größenordnung der relativen Gewichte

eingegangen werden, die in Tabelle 5.5 zusammengestellt sind. Alle Beobachtungen erhalten, bis auf die beiden ERS-1 Missionen, ein relatives Gewicht der gleichen Größenordnung. Die ERS-1-Beobachtungen bekommen ein um eine Größenordnung kleineres Gewicht. Man sieht, dass die Größenordnungen der relativen Gewichte der Beobachtungen für konstante und beobachtungsabhängige Gewichtung identisch sind. Die Größenordnung des relativen Gewichts der konstant gewichtete Lösung ist fünf Größenordnungen kleiner als das der hoch gewichteten Altimetrie-Missionen. Bei der beobachtungsabhängig gewichteten Lösung ist das relative Gewicht drei Größenordnungen kleiner als der Referenzwert. Dass das relative Gewicht bei der beobachtungsabhängigen Lösung größer ist als bei der konstant gewichteten, war auch bei der reinen Altimetrie-Lösung (siehe Kapitel 5.1.1) zu sehen. Die Verteilung der Größenordnungen der relativen Gewichte auf die verschiedenen Beobachtungen ist bei den fünf geschätzten Lösungen identisch. Die Größenordnung des relativen Gewichts der Vorinformation ist bei allen unterschiedlich.

Die Anzahl der benötigten Iterationen bis zur Konvergenz bei den Kombinationslösungen unterscheidet sich: Bei der konstant gewichteten Lösung wurden 26 Iterationen benötigt, bei der beobachtungsabhängig gewichteten Lösung waren es 32 Iterationen. Im Vergleich zu den in den vorherigen Kapiteln dargestellten Lösungen wurden bei der Kombination von Altimetrie und Schiffsgravimetrie doppelt so viele Iterationsschritte benötigt. 26 bzw. 32 Iterationen deuten auf nicht ganz stabile Lösungen hin, wobei die konstante Lösung als etwas stabiler zu betrachten ist.

In Abbildung 5.7 sind u.a. die Koeffizienten und ihre Standardabweichungen der konstant gewichteten und der beobachtungsabhängig gewichteten Lösung dargestellt. Betrachtet man die Standardabweichungen der Koeffizienten in Abbildung 5.7 (b) & (e), so ist festzustellen, dass hier die schon aus der Abbildung 5.1 (b) & (e) bekannten Muster auftreten: Bei der Lösung mit konstanter Gewichtung des Hintergrundmodells sind die Standardabweichungen innerhalb des Untersuchungsgebiets meist kleiner als in den Randbereichen, bei der beobachtungsabhängigen Lösung ist es genau umgekehrt. Die Standardabweichungen innerhalb des Untersuchungsgebiets in den Graphiken 5.7 (b) & (e) liegen in derselben Größenordnung, wobei die Standardabweichungen der konstant gewichteten Lösung etwas größer sind.

Die Koeffizientenwerte in Abbildung 5.7 (a) sind innerhalb des Untersuchungsgebiets positiv wie negativ gemischt verteilt und es ist keine Korrelation zwischen Koeffizientenwert und Hintergrund ersichtlich. In den Randbereichen des Berechnungsgebiets sind deutlich größere Werte zu sehen, die im Süden langwellige Oszillationen zeigen. Sie befinden sich in dem äußeren südlichen Streifen, der außerhalb des Beobachtungsgebiets liegt. Demzufolge sind dort keine Beobachtungen vorhanden. Die Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung der Vorinformation in Graphik (d) zeigt die Koeffizienten mit großen Werten auf das Untersuchungsgebiet konzentriert. Die Koeffizientenwerte sind bei der beobachtungsabhängigen Lösung größer als bei der Lösung mit konstanter Gewichtung. In den Randbereichen des Berechnungsgebiets treten kleine Werte auf. Die Werte der Koeffizienten zeigen keinen ähnlichen Werteverlauf wie die im Hintergrund dargestellten Schwereanomalien des DTU13. Negativ fällt zudem auf, dass die Koeffizientenwerte vor allem in der südlichen Hälfte des Untersuchungsgebiets stark oszillieren. Bei dem zur Schätzung verwendeten Shannon-Kern (siehe Formel (2.19) mit (2.20)) wird ein scharfer Schnitt im Frequenzraum durchgeführt, der zu Schwingungen im räumlichen Bereich führt. Das ist möglicherweise die Ursache der Oszillationen.

Die rechte Spalte der Graphiken in Abbildung 5.7 zeigt das Ergebnis des Betrags des Quotienten aus Koeffizient und Standardabweichung. Zudem sind nur die Punkte farblich dargestellt, die beim einfachen statistischen 1σ -Test angenommen wurden. In beiden Gewichtungsvarianten wurden jeweils etwa 60% der Koeffizienten angenommen. In der unteren Abbildung konzentrieren sich die angenommenen Koeffizienten auf den inneren Bereich des Berechnungsgebiets, in der oberen Graphik sind die angenommenen und abgelehnten Koeffizienten gleichmäßig durchmischt. Die Standardabweichungen im Untersuchungsgebiet von Abbildung 5.7 (b) als auch (e) zeigen die selbe Größenordnung wie die geschätzten Koeffizienten in (a) & (d). Diese Tatsache spricht für keines der beiden Ergebnisse. Da

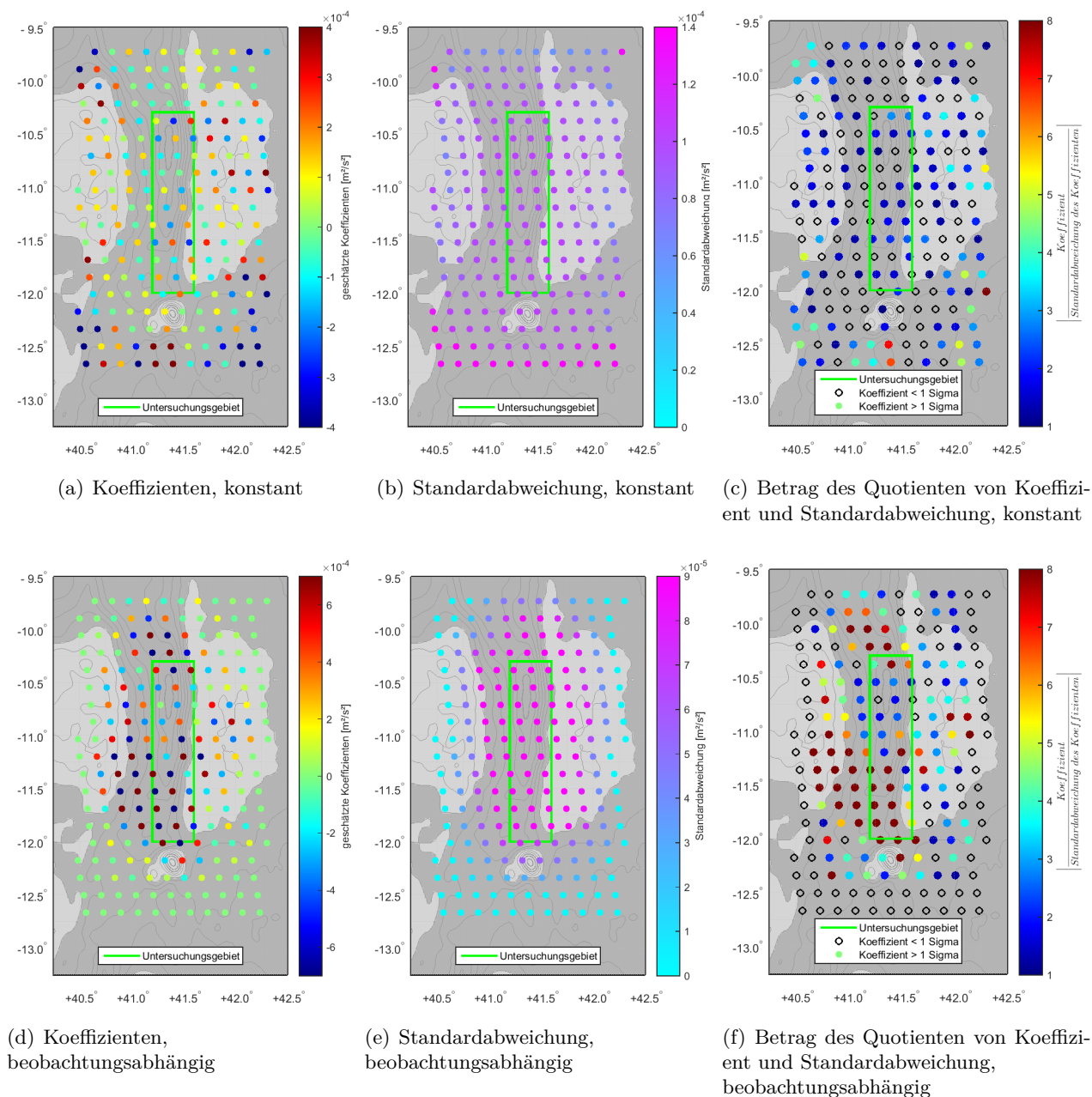


Abbildung 5.7 – Koeffizienten (a) & (d) und ihre Standardabweichungen (b) & (e) an den Reuter-Gitterpunkten der Lösung mit konstanter Gewichtung (obere Zeile: a bis c) und mit beobachtungsabhängiger Gewichtung (untere Zeile: d bis f) des Hintergrundmodells der Kombinations-Lösung aus Altimetrie und Schiffsgravimetrie. Im Hintergrund sind Schwereanomalien des DTU13 dargestellt: Werte größer Null in hellerem Grau, Werte kleiner Null in dunklerem Grau. Dividiert man jeden Koeffizienten durch seine Standardabweichung und stellt den Betrag dar ((c) & (f)), so wird das Ergebnis eines einfachen Signifikanztests abgebildet.

die geschätzten Skalierungskoeffizienten aus den reinen Altimetrie- und Schiffsgravimetrie-Lösungen plausibel waren, kann man hier Probleme bei der Kombination der beiden Beobachtungstypen feststellen. Eine Möglichkeit zur Lösung des Problems wäre es, die räumliche Auflösung beider Datentypen einander anzupassen. Dies würde eine Ausdünnung der Schiffsgravimeterdaten entlang der Profile bedeuten. Alternativ könnte auch die räumliche Auflösung durch weitere Beobachtungen zwischen den Profillinien erhöht werden. Eine andere Möglichkeit wäre es, die Varianzkomponenten nicht automatisch in der VCE zu schätzen, sondern manuell zu wählen. Wissenschaftliche Untersuchungen hierzu wären in weiteren Arbeiten denkbar.

Zu den Ergebnissen des Signifikanztests in Abbildung 5.7 (c) & (f) ist zu sagen, dass ein einfacher 1σ -Test bei der Anwendung auf die Koeffizienten aus der Kombinations-Lösung nicht aussagekräftig ist. Hier wäre ein komplexerer Ansatz sinnvoller. Außerdem sollte man beim Ergebnis des Signifikanztests berücksichtigen, wie viele angenommene/ abgelehnte Punkte innerhalb des Untersuchungsgebiets liegen und wie viele außerhalb.

5.3.2 Energieverteilung

Bei der Betrachtung der aus den Skalierungskoeffizienten berechneten Energien ist es an dieser Stelle nötig, auf die Entstehung der Energien E_q an den einzelnen Punkten einzugehen. Die Abbildung 5.8 (a) & (c) zeigt die zur Energie $E_{q=161}$ beitragenden Energien aller Punkte $P(\mathbf{x}_p)$. In Graphik 5.8 (a) aus der Lösung mit konstanter Gewichtung des Hintergrundmodells ist zu sehen, dass fast alle Punkte des Berechnungsgebiets zur Energie des einen Punktes beitragen. In der südlichen Hälfte sind dabei Oszillationen in West-Ost-Richtung zu erkennen. Die Energie des betrachteten Punktes $P(\mathbf{x}_{q=161})$ ist eine Größenordnung größer als die der umliegenden Punkte. Betrachtet man nun Abbildung 5.8 (c) für die Lösung aus beobachtungsabhängiger Gewichtung, so sieht man, dass die beitragenden Energien zum markierten Punkt auf den Bereich um das Untersuchungsgebiet konzentriert sind. Auch hier ist wieder die Energie des markierten Punktes etwa eine Größenordnung größer als die Energien der anderen Punkte. Der Wertebereich ist hier allerdings eine Größenordnung größer als bei der darüberstehenden Graphik (a). Der wesentliche Unterschied zwischen der Lösung mit konstanter und der mit beobachtungsabhängiger Gewichtung der Vorinformation ist, dass bei der konstanten Gewichtung fast alle Punkte einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zur Energie jedes einzelnen Punktes leisten, bei der beobachtungsabhängigen Gewichtung nur die Punkte in der Nachbarschaft beitragen und die Randbereiche des Berechnungsgebiets nichts. Aus den Graphiken 5.8 (a) & (c) folgt, dass in (c) die Energien besser konzentriert sind als in (a). Diese Aussage harmonisiert mit dem Fazit aus Kapitel 5.3.1. Es bedeutet auch, dass die Energien in 5.8 (c) auf den Bereich der beinhalteten Beobachtungen konzentriert sind.

Die rechte Spalte der Abbildung 5.8 zeigt die Energien E_q nach der Summation über alle p . Im Untersuchungsgebiet in der oberen Abbildung (b) der Lösung mit konstanter Gewichtung des Hintergrunds entsprechen die Werte den im Hintergrund dargestellten Potentialdifferenzen bis Level 10. Am südlichen Rand des Berechnungsgebiets sind ausschließlich sehr große Energien zu finden. Sie liegen wieder in dem Bereich außerhalb des Beobachtungsgebiets. Die Energien der Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung der Vorinformation konzentrieren sich auf den Innenraum des Berechnungsgebiets (siehe auch 5.8 (c)). Sie korrespondieren nicht mit den Werten der im Hintergrund dargestellten Potentialdifferenzen und oszillieren stark. Oszillationen war auch schon bei den Werten der Skalierungskoeffizienten in Abbildung 5.7 (d) zu sehen, daher scheinen die dargestellten Energien realistisch im Bezug auf die Skalierungskoeffizienten, jedoch nicht im Vergleich zu anderen Lösungen aus reiner Altimetrie oder Schiffsgravimetrie.

In Tabelle 5.6 sind die Summen der Energien zusammengestellt. Dort zeigen sich auch die Unterschiede (z.B. Oszillationen) der beiden Gewichtungen, die schon bei der Analyse von Abbildung 5.8

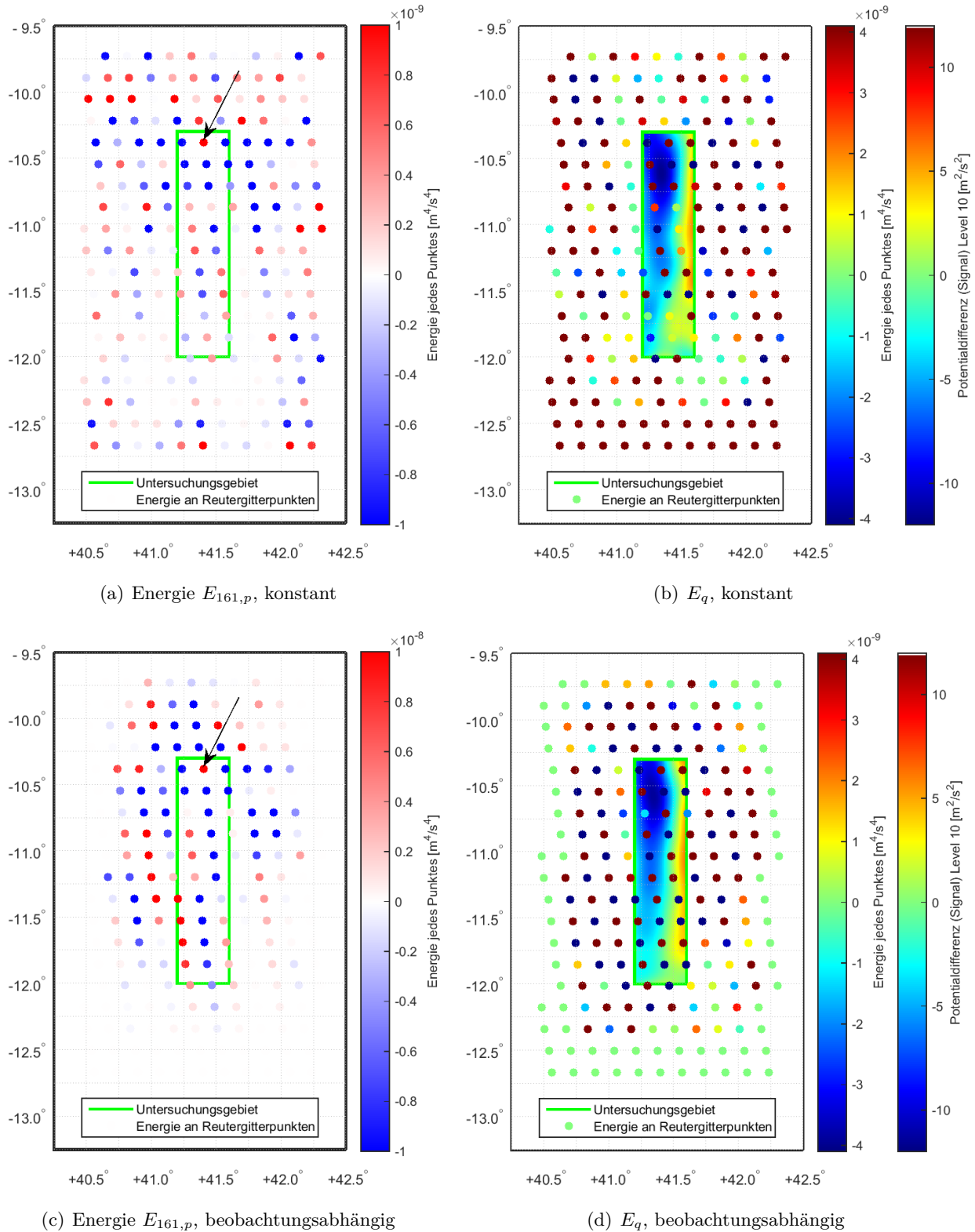


Abbildung 5.8 – linke Spalte: Energie $E_{161,p}$ eines Punktes $P(x_{q=161})$ (mit Pfeil markiert), der seine Gesamtenergie E_{161} aus allen Punkten p zusammenaddiert gewinnt, für Lösung mit konstanter (a) und beobachtungsabhängiger Gewichtung (c) des Hintergrundmodells. Achtung: unterschiedlicher Wertebereich.

rechte Spalte: Gesamtenergie jedes Punktes E_q aus konstanter (b) und beobachtungsabhängiger Gewichtung (d) des Hintergrundmodells. Im Hintergrund sind aus den jeweils zugrunde liegenden Skalierungskoeffizienten mittels MRD entwickelte Potentialdifferenzen ΔV des Signals bis Level 10 dargestellt.

	konstant	beobachtungsabhängig
Gesamtenergie E	$5,65 \cdot 10^{-8} \pm 8,40 \cdot 10^{-9}$	$9,27 \cdot 10^{-8} \pm 3,44 \cdot 10^{-8}$
Energie E_{qq}	$6,73 \cdot 10^{-7} \pm 2,24 \cdot 10^{-8}$	$2,59 \cdot 10^{-5} \pm 1,35 \cdot 10^{-6}$
Differenz: $E - E_{qq}$	$-6,17 \cdot 10^{-7}$	$-2,58 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 5.6 – Energie der Lösungen auf Basis von Altimetrie und Schiffsgravimetrie

aufgefallen sind. Die aufsummierten Gesamtenergien E passen von der Größenordnung her zu den aus reiner Altimetrie oder reiner Schiffsgravimetrie berechneten Energien für das Untersuchungsgebiet. Die Standardabweichung der aus der konstant gewichteten Kombinationslösung berechneten Energie ist nur eine knappe Größenordnung kleiner als die Energie selber. Bei der Energie aus der beobachtungsabhängig gewichteten Lösung beträgt die Standardabweichung etwa $1/3$ der berechneten Energie. Die Differenz zwischen E und E_{qq} bei der konstant gewichteten Lösung beträgt eine Größenordnung. Die Energie E_{qq} aus der beobachtungsabhängigen Lösung ist um drei Größenordnungen größer als das zugehörige E . Daraus folgt, dass die Energie E zwar gut auf das Untersuchungsgebiet konzentriert ist, die Energie jedes Einzelpunktes $P(\mathbf{x}_q)$ jedoch stark von den umliegenden Punkten mit negativen Werten beeinflusst wird. Die Vernachlässigung aller umliegenden Werte ergibt, dass die Skalierungskoeffizientenquadrate einzeln hohe Energien aufweisen.

Die Betrachtung der Energie beider Gewichtungsarten hat gezeigt, dass die berechneten Energien in ihrer räumlichen Verteilung zu den geschätzten Standardabweichungen der Skalierungskoeffizienten passen. Die unterschiedlichen Anzahlen der Iterationen in der VCE spiegeln sich in der Stabilität der Lösungen: Die Lösung bei beobachtungsabhängiger Gewichtung der Vorinformation und Verwendung von Altimetrie und Schiffsgravimetrie benötigte 32 Iterationen und zeigt stärkere Oszillationen in den Energien. Die Lösung bei konstant gewichteter Vorinformation derselben Kombination benötigte 26 Iterationen. Auch hier sind im Norden innerhalb des Untersuchungsgebiets Oszillationen zu sehen, jedoch bilden die Werte im Süden und an der Ostseite auch die berechneten Potentialdifferenzen ab.

Um zu bestätigen, dass die Energieanalyse dazu dienen kann, Aussagen über die Stabilität und Qualität des Schätzungsergebnisses zu treffen, werden die modellierten Ergebnisse in Kapitel 5.4 validiert.

5.3.3 Multiresolutionsdarstellung

In diesem Kapitel wird auf die mittels MRD berechneten Schwereanomalien der verschiedenen Gewichtungsmöglichkeiten eingegangen. In Abbildung 5.9 werden sie gezeigt. Die grundlegende Struktur ist in den korrespondierenden Graphiken gleich: Im Signal F_{10} bis Level 10 sind auf der westlichen Seite negative, auf der östlichen Seite positive Schwereanomalien sichtbar. Im Süden sind ebenfalls positive Werte zu sehen. Diese Verteilung der positiven und negativen Schwereanomalien korrespondiert mit der Topographie des untersuchten Gebiets: Der langgestreckte Kerimbas Graben mit seiner steilen Flanke an der Ostseite und dem südlich des Untersuchungsgebiets gelegenen St. Lazarus Seamount, dessen Auswirkungen im Süden zu sehen sind. F_8 zeigt sehr kleine Werte und auch der Informationsgehalt der Abbildungen F_9 und G_8 ist eher gering. Unterschiede zwischen den verschiedenen Gewichtungen in 5.9 (a) & (b) zeigen sich besonders im Detailsignal G_9 und in dem Signal F_{10} bis Level 10. In G_9 ist der Nulldurchgang im Süden und die räumliche Ausdehnung positiver

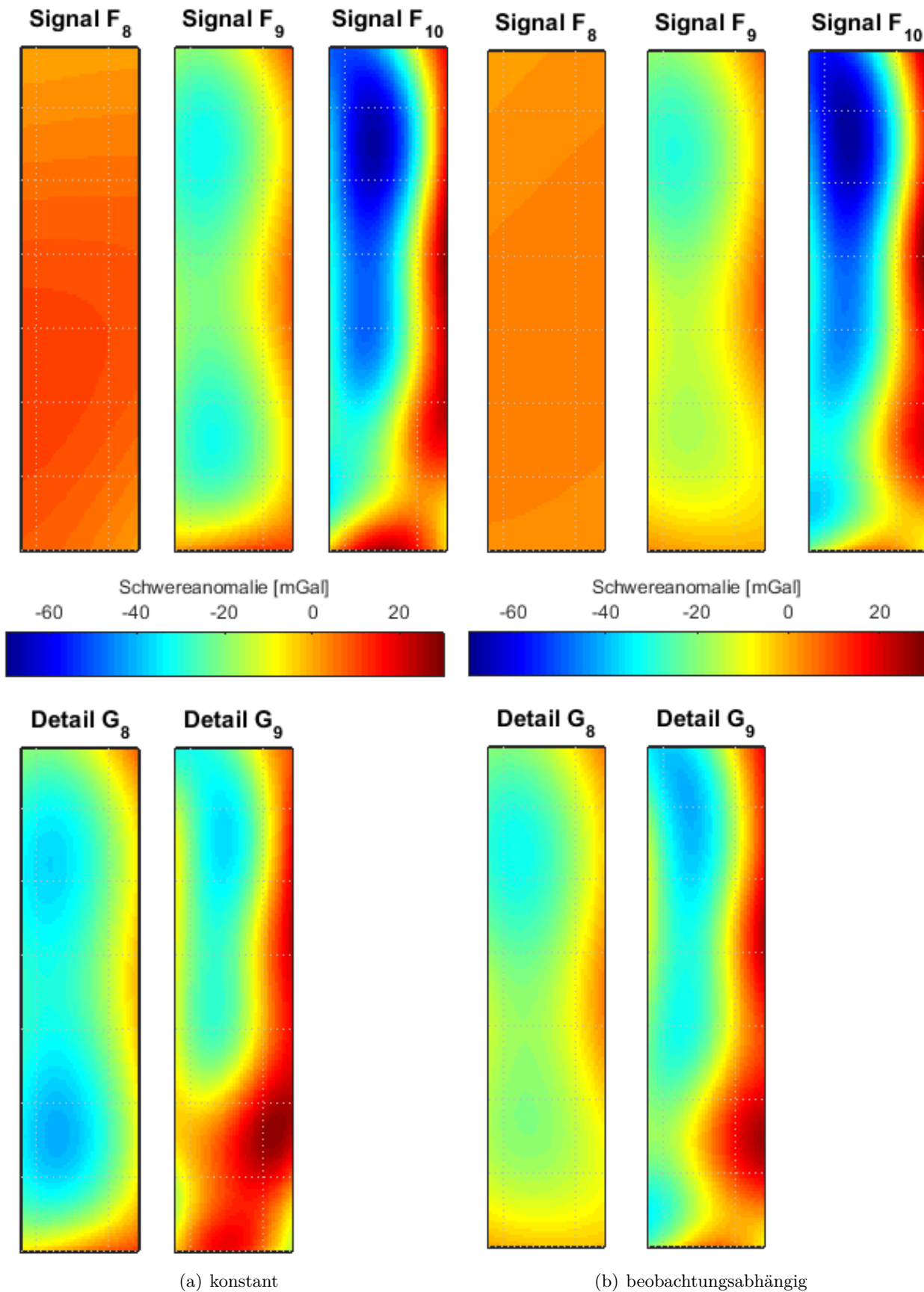


Abbildung 5.9 – MRD der Level 8 bis 10 der kombinierten Lösung aus Altimetrie und Schiffsgravimetrie der Lösung mit konstanter (a) und beobachtungsabhängiger (b) Gewichtung des Hintergrundmodells. Die Schwereanomalien sind in Detailsignale G und Signale F (vgl. Formel (2.33)) aufgeteilt.

Schwereanomalien unterschiedlich. In der Abbildung aus konstanter Lösung ist fast die ganze untere Hälfte positiv, wohingegen sich die positiven Schwereanomalien bei der beobachtungsabhängigen Lösung auf den östlichen, breit gefassten Rand beschränken.

Nach den Ergebnissen der Untersuchungen der Koeffizienten und der Energie (in Kapitel 5.3.1 und 5.3.2) waren plausible Ergebnisse, auch unter Berücksichtigung der Anzahl an Iterationen in der VCE beider Gewichtungsarten, nicht zwingend zu erwarten. Jedoch zeigen die Graphiken in Abbildung 5.9 ähnliche Strukturen wie die Abbildung 5.3 aus der Altimetrie und Abbildung 5.6 aus reiner Schiffsgravimetrie.

Welche Lösung nun plausibler ist und ob eine Verbesserung gegenüber der reinen Altimetrie-Lösung zu sehen ist, das soll im folgenden Kapitel untersucht werden.

5.4 Validierung

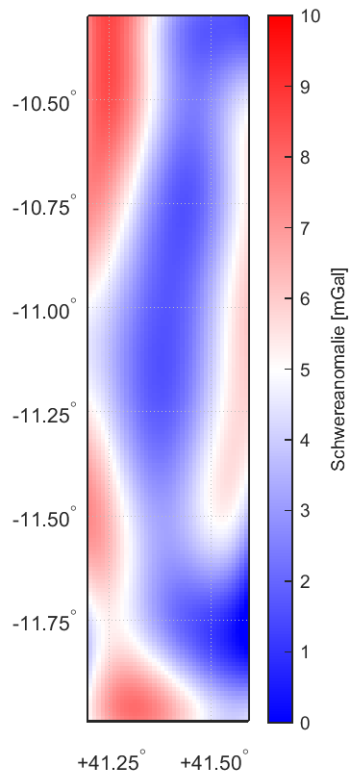
Die Ergebnisse der Validierung dienen der Einordnung der Qualität der in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Ergebnisse. Es werden verschiedene Methoden zur Validierung angewendet. In Kapitel 5.4.1 wird auf die Differenzen zwischen den Ergebnissen der MRD und des EGM2008 eingegangen. Das anschließende Kapitel zeigt die Ergebnisse der Kreuz-Validierung zwischen ausgewählten Berechnungspunkten und in situ-Messungen an diesen. Die Kreuzkorrelation zwischen geschätzten Quasigeoidhöhen und gemessener Bathymetrie bildet in Kapitel 5.4.3 den Abschluss der Validierung.

5.4.1 EGM2008

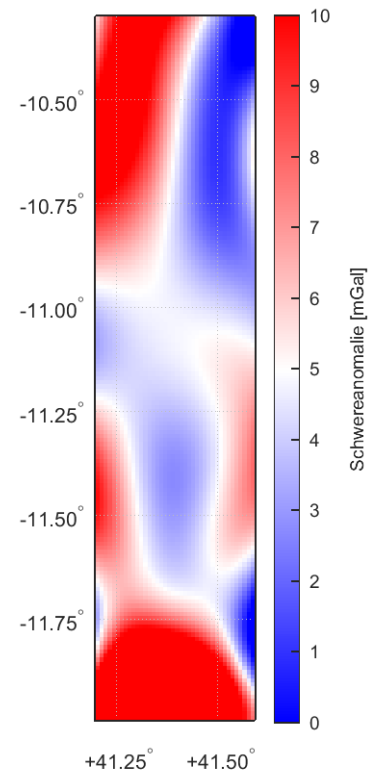
Δg [mGal]	konstant		beobachtungsabhängig
	Altimetrie		Schiffsgravimetrie
Mittelwert $\pm \sigma$	4,04 \pm 1,84	4,40 \pm 0,98	5,13 \pm 6,34
minimale Diff.	−0,35	1,34	−17,28
maximale Diff.	8,61	6,01	23,75

Δg [mGal]	konstant		beobachtungsabhängig
	Kombination: Altimetrie und Schiffsgravimetrie		
	volles Gebiet	nur bis -11,75°	
Mittelwert $\pm \sigma$	6,57 \pm 5,04	5,21 \pm 2,67	4,57 \pm 1,56
minimale Diff.	−2,29	−2,29	−0,50
maximale Diff.	28,21	11,92	8,33

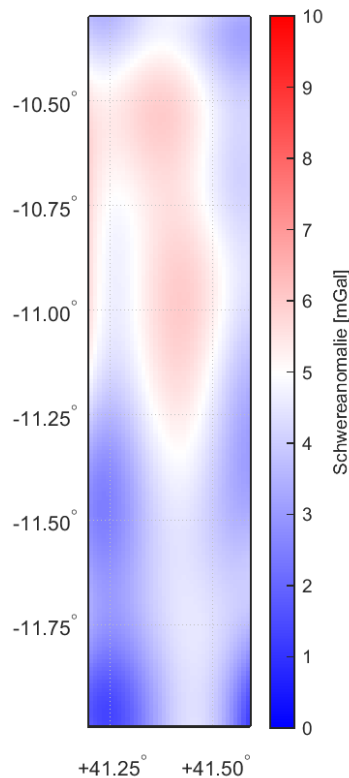
Tabelle 5.7 – Statistische Werte zu den in Abbildung 5.10 gezeigten Differenzen zwischen verschiedenen regionalen Modellen und EGM2008. Es werden bei der Kombinationslösung mit konstanter Gewichtung zusätzliche Werte für ein im Süden um 0,25° beschnittenes Untersuchungsgebiet angegeben.



(a) Altimetrie, konstant



(b) Kombination, konstant



(c) Altimetrie, beobachtungsabhängig

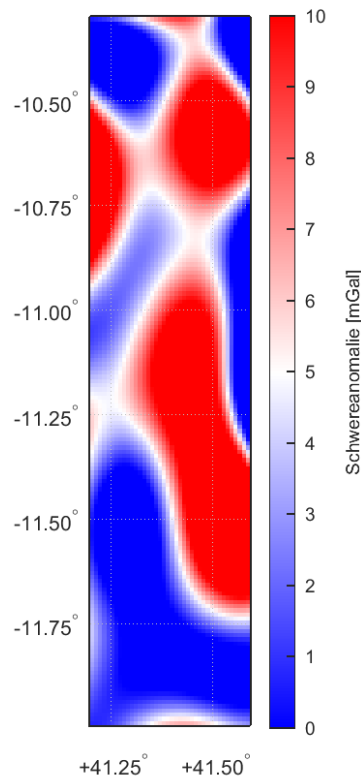
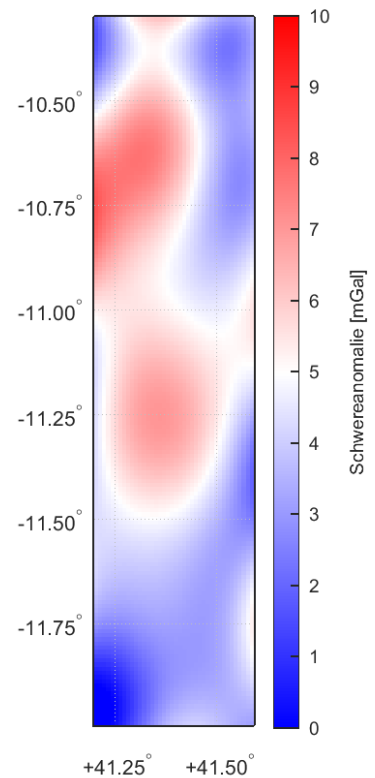
(d) Schiffsgravimetrie,
beobachtungsabhängig(e) Kombination,
beobachtungsabhängig

Abbildung 5.10 – Differenzen in Schwereanomalien zwischen MRD und EGM2008 der Lösungen aus reiner Altimetrie (a) & (c), reiner Schiffsgravimetrie (d) und der Kombination aus Altimetrie und Schiffsgravimetrie (b) & (e) bei konstanter (obere Zeile) und beobachtungsabhängiger (untere Zeile) Gewichtung der Vorinformation

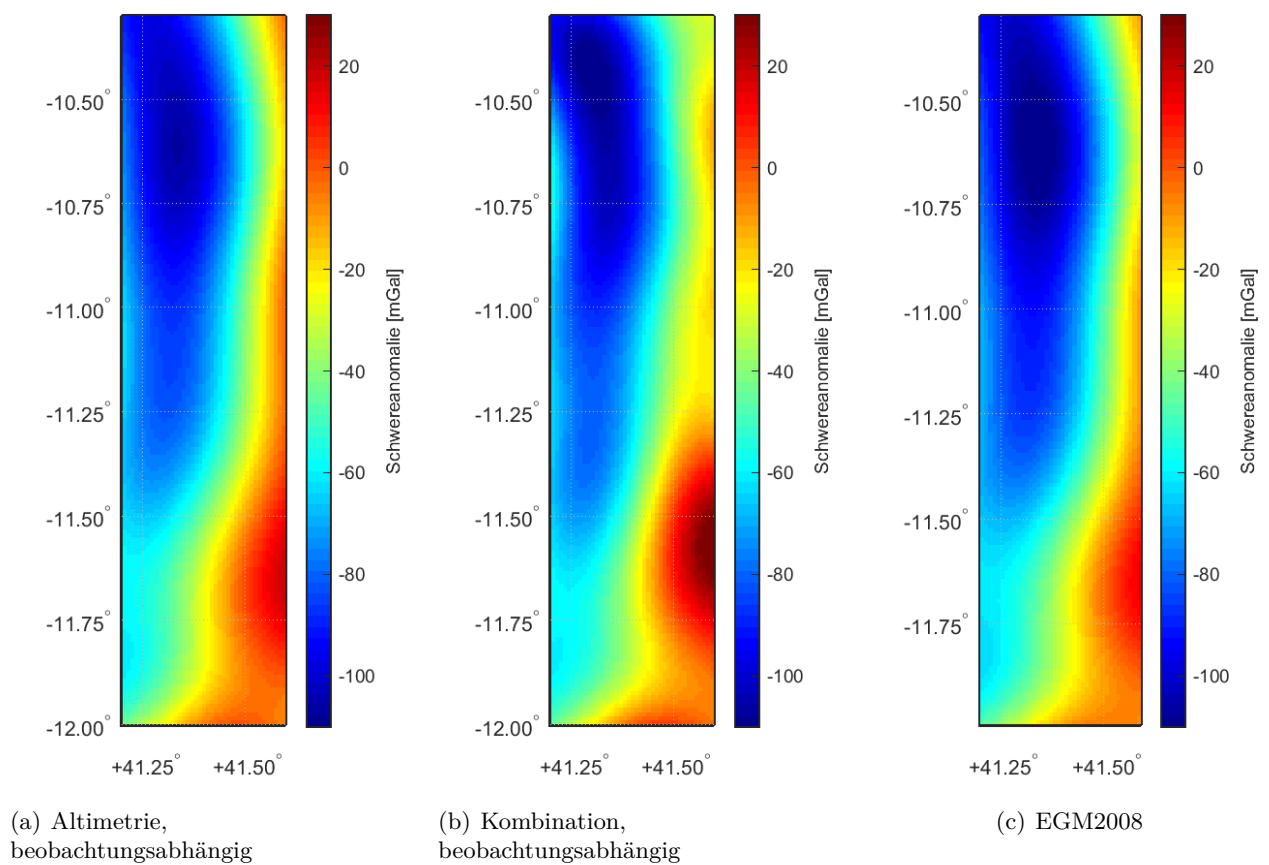


Abbildung 5.11 – Um das Hintergrundmodell vervollständigte Schwereanomalien aus den beobachtungsabhängigen Lösungen der Altimetrie (a) und der Kombinationslösung (b) und EGM2008 (c), mit Blackman-Filter Level 10 geglättet

In Abbildung 5.10 sind die Differenzen zwischen den geschätzten regionalen Schwerefeldmodellen und EGM2008 dargestellt. Bei den RegGRAV-Ergebnissen handelt es sich jeweils um das um das Hintergrundmodell ergänzte Signal F_{10} von Level 10, umgerechnet in Schwereanomalien. Das EGM2008 wurde auch in Schwereanomalien ausgegeben. Es wurde, um die Ergebnisse spektral konsistent zu machen, ein Blackman-Filter vom Level 10 angewendet. Die zur Differenzbildung verwendeten Gesamtsignale der beobachtungsabhängig gewichteten Altimetrie- und Kombinationslösungen sowie die gefilterten Schwereanomalien des EGM2008 sind in Abbildung 5.11 dargestellt. In Tabelle 5.7 sind der Mittelwert mit Standardabweichung sowie die minimale und maximale Differenz für alle Graphiken in Abbildung 5.10 zusammengefasst. Die statistischen Werte ergänzen das Bild der Differenzen und sollen im Folgenden auch zur Erklärung der Graphiken verwendet werden.

Abbildung 5.10 zeigt, dass fast alle Abweichungen in positiver Richtung gegeben sind. In Tabelle 5.7 ist zu sehen, dass die minimale Differenz nur bei der beobachtungsabhängig gewichteten Lösung aus reinen Schiffsgravimeterdaten stark negativ ist. Der ebenfalls in Tabelle 5.7 angegebene Mittelwert mit Standardabweichung zeigt, dass es bei allen geschätzten regionalen Schwerefeldern einen positiven Offset (Mittelwert) gibt. Er beträgt etwa 4 bis 5 mGal. Da ein regionales Modell aus regionalen Beobachtungen geschätzt wurde, ist ein Offset nicht verwunderlich. Von größerer Bedeutung hingegen sind die Standardabweichungen. Je größer der Wertebereich der Differenzen ist, desto größer ist auch die Standardabweichung. In Abbildung 5.11 sind die um das Hintergrundmodell vervollständigten Signale F_{10} dargestellt. Man sieht hier, dass die Schwereanomalien des Gesamtsignals zwischen +30 und -110 mGal liegen.

Die Standardabweichung des Mittelwertes von 0,98 mGal bei der beobachtungsabhängig gewichteten Altimetrie-Lösung prozentual zum Wertebereich des Gesamtsignals betrachtet ergibt, dass diese relative Standardabweichung weniger als 0,7% des Gesamtwertebereichs beträgt. Bei der beobachtungsabhängig gewichteten Kombinations-Lösung ergibt sich bei einer Standardabweichung des Mittelwertes von 1,56 mGal ein Wert von 1,1%. Dies spricht in beiden Fällen für ein sehr gutes Ergebnis.

Die Graphiken (a),(c) & (e) in Abbildung 5.10 zeigen mehrheitlich langwellige Differenzen. In der Tabelle 5.7 ist abzulesen, dass diese RegGRAV-Lösungen einen im Verhältnis zu den beiden anderen Lösungen kleinen Wertebereich der Differenzen haben und die Standardabweichung des Mittelwertes bei 1-2 mGal liegt. Der kleinste Wertebereich und die kleinste Standardabweichung sind laut Tabelle 5.7 bei der beobachtungsabhängigen Lösung aus reiner Altimetrie zu sehen. Das bestätigt auch der Blick auf Abbildung 5.10 (c). Es sind keine großen Abweichungen vorhanden. Es ist aber auch zu sehen, dass in den negativen Bereichen im Norden und der unteren Hälfte eine Schwingung in Ost-West-Richtung vorhanden ist. Die beobachtungsabhängig gewichtete Kombinationslösung zeigt die zweitkleinste Standardabweichung und den ebenfalls zweitkleinsten Wertebereich der Differenzen. In Abbildung 5.10 ist zu sehen, dass in (c) & (e) die Differenzen eine ähnliche Struktur haben. Dabei sind jeweils in der Mitte größere Differenzen zu erkennen. Diese passen zur Lage des Kerimbass Grabens. Die leicht unterschiedliche Modellierung dieses Gebiets ist auch in Abbildung 5.11 beim Vergleich der drei Graphiken auszumachen.

Der Wertebereich der Differenzen der Graphiken 5.10 (b) & (d) ist größer und auch die Standardabweichung beträgt 5-6 mGal. Die in der Abbildung dargestellten Differenzen alternieren und sind damit möglicherweise ein Hinweis auf Artefakte in der RegGRAV-Lösung.

Das EGM2008 ist nur ein hochaufgelöstes Modell des Erdschwerefeldes und keine zwangsläufig absolut richtige Referenz. Daher ist es möglich, dass im EGM2008 in diesem Gebiet nicht alle Frequenzen beinhaltet sind. Die reine Altimetrie-Lösung war dem EGM2008 am ähnlichsten. Das ist darauf zurückzuführen, dass das EGM2008 (hier mit Daten aus dem DNSC07) in diesem Gebiet primär auf Altimetrie-Beobachtungen beruht. Die zusätzlichen Frequenzinformationen aus der Schiffsgravimetrie im regionalen Schwerefeld der Kombinationslösung können also ggf. lokale Schwereanomalien besser visualisieren. Andersherum betrachtet ist es auch möglich, dass die Beobachtungen aus der

Schiffsgravimetrie von der räumlichen und spektralen Auflösung her den Beobachtungen der Altimetrie so unähnlich waren, dass trotz des Ansatzes mit SBF und MRD diese Unterschiede nicht zu einem guten Ergebnis kombiniert werden konnten. Fest steht aber, dass die beobachtungsabhängige Gewichtung der Daten zu regionalen Schwerefeldmodellen führt, die besser zum EGM2008 passen.

5.4.2 Kreuz-Validierung

In der Kreuz-Validierung werden Schwereanomalien für ausgewählte Punkte berechnet und mit in situ-Beobachtungen an diesen Punkten verglichen. Die hier gewählten Punkte befinden sich auf der Profillinie BGR14-150 (siehe Abbildung 4.5). Die ausgewählten Punkte haben einen zeitlichen Abstand von etwa 300 s bzw. einen räumlichen von etwa 1,4 km und sind nicht als Beobachtungen in die Berechnung in RegGRAV eingegangen.

In Abbildung 5.12 werden die beobachteten Schwereanomalien, die berechneten Werte verschiedener Lösungsansätze und Werte aus dem EGM2008, die mit einem Blackman-Filter vom Level 10 geglättet wurden, dargestellt. In Tabelle 5.8 sind die Mittelwerte der Differenzen zwischen den verschiedenen berechneten RegGRAV-Lösungen, den in situ-Beobachtungen aus der Schiffsgravimetrie und dem EGM2008 zusammengestellt.

$\Delta\bar{g}$ [mGal]	alti _k	combi _k	alti _o	combi _o	ship in situ	EGM2008
alti _k	0	-2,60	-1,86	-1,25	1,93	3,00
combi _k		0	0,74	1,35	4,52	5,60
alti _o			0	0,61	3,79	4,86
combi _o				0	3,17	4,25
ship in situ					0	1,08
EGM2008						0

Tabelle 5.8 – Mittelwert der Differenzen zwischen den verschiedenen Datensätzen an den Validierungspunkten (siehe Abbildung 5.12). Der Wert pro Eintrag entsteht durch die Subtraktion zwischen Zeile und Spalte z.B. combi_o – EGM2008 = 4,25.

Die RegGRAV-Ergebnisse passen untereinander gut zusammen. Die Differenzen der Mittelwerte weisen mit die kleinsten Unterschiede auf. Da alle Lösungen dieselben Altimetrie-Daten verwenden, können die kleinen Differenzen auf Korrelationen beruhen. Die konstant gewichtete Kombinationslösung (combi_k) schneidet im Vergleich mit der konstant gewichteten Altimetrie-Lösung (alti_k) am schlechtesten ab. Das passt gut zu den Ergebnissen aus den Kapitel 5.3.1 und 5.3.2 über die Koeffizienten und Energieanalyse. Die Differenzen der combi_k-Lösung zu den in situ-Beobachtungen und dem EGM2008 sind im Vergleich zu den anderen Lösungen die höchsten. Dies unterstreicht, dass die combi_k-Lösung eher instabil und von nicht guter Qualität ist.

Vergleicht man alle geschätzten regionalen Modelle mit den in situ-Beobachtungen aus der Schiffsgravimetrie, zeigt die alti_k-Lösung die geringste Differenz. Im Kapitel 5.4.1 war die beobachtungsabhängig gewichtete Altimetrie-Lösung (alti_o) mit den geringsten Abweichungen und der besten Standardabweichung aufgefallen. Bei den beobachtungsabhängig gewichteten Lösungen ist die Differenz der beobachtungsabhängig gewichteten Kombinationslösung (combi_o) zu den in situ-Beobachtungen geringer als die Differenz der alti_o-Lösung.

Beim Vergleich der regionalen Modelle mit dem EGM2008 zeigt wieder die alti_k-Lösung die kleinste Differenz. combi_o ist die nächstbessere, combi_k die schlechteste.

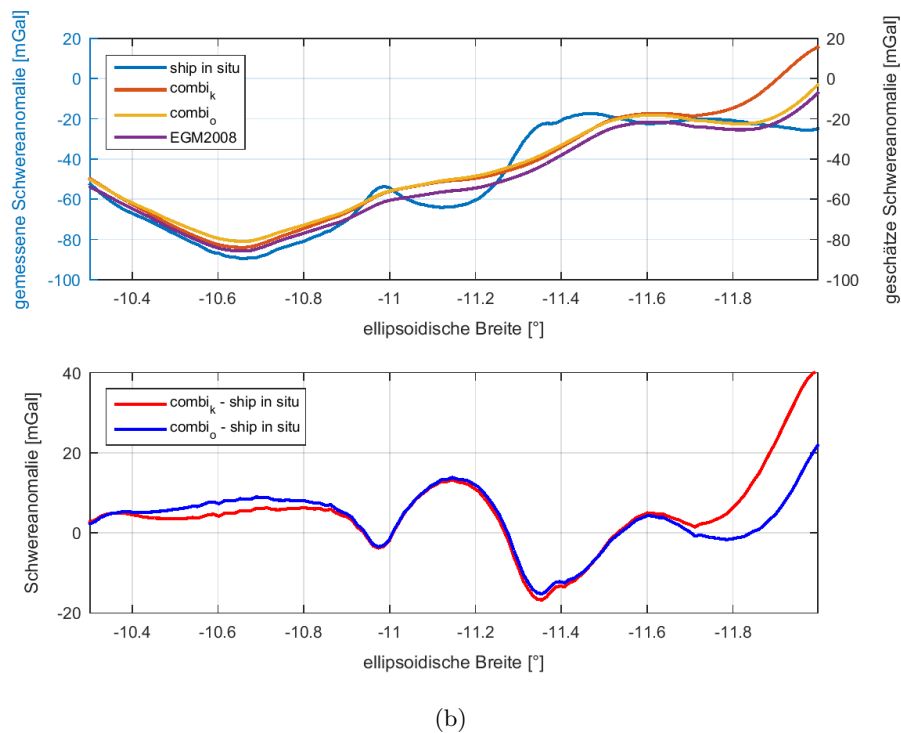
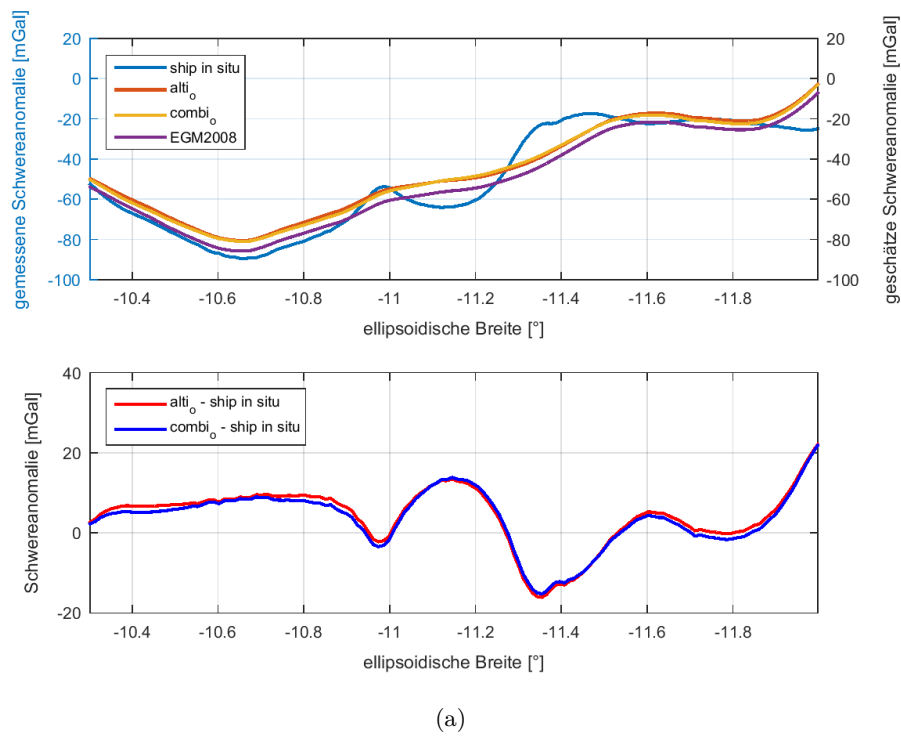


Abbildung 5.12 – Die jeweils oberen Graphiken in (a) und (b) zeigen die in situ Schiffsgravimetrie-Beobachtungen (ship in situ, blau), Schwereanomalien aus dem EGM2008 (EGM2008, lila) und verschiedene Lösungen aus RegGRAV: Altimetrie (alti_o, rot) und Kombinationslösung (combi_o, gelb) mit beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells und Kombinationslösung mit konstanter Gewichtung des Hintergrundmodells (combi_k, rot). In der jeweils unteren Zeile sind die Differenzen zwischen den darüber dargestellten RegGRAV-Lösungen und den in situ-Beobachtungen der Schiffsgravimetrie zu sehen.

Der Vergleich der Differenzen zwischen ship in situ, EGM2008 und den regionalen Modellen zeigt, dass die alt_k -Lösung in beiden Fällen die kleinste Differenz aufweist, mit etwas Abstand gefolgt von der combi_o -Lösung. Die alt_o -Lösung ist immer etwas schlechter als die der Kombination. combi_k zeigt in beiden Vergleichen die größten Differenzen. Dieses Ergebnis harmonisiert nicht mit dem Ergebnis der Differenzenbildung mit dem EGM2008 im vorangegangenen Kapitel. Dort zeigte die beobachtungsabhängige Lösung durchweg kleinere Differenzen zum EGM2008, die Lösung aus reiner Altimetrie war aber auch hier etwas besser als die der Kombination. Die Werte in der Tabelle 5.8 zeigen, dass scheinbar die negativen Aspekte der Kombination von Altimetrie und Schiffsgravimetrie dominanter sind als der Mehrgewinn an Informationen durch den neuen Datentyp. Das Problem, dass es zur Überwindung dieser negativen Aspekte zu Lösen gilt, ist wahrscheinlich einerseits der Umgang mit Datenlücken und andererseits die manuelle Wahl, bzw. Schätzung der Varianzkomponenten (siehe Kapitel 5.3.1).

In der oberen Graphik in Abbildung 5.12 (a) sind die beobachtungsabhängigen Lösungen aus Altimetrie und Kombination, die aus dem EGM2008 berechneten Schwereanomalien und die Schiffsgravimetriebeobachtungen dargestellt. Der bereits in Kapitel 5.4.1 angesprochene Offset der RegGRAV-Lösungen zum EGM2008 ist hier deutlich sichtbar. Er beträgt laut Tabelle 5.8 im Mittel 4,86 mGal für die Altimetrie-Lösung und 4,25 mGal für die Kombinationslösung. Die RegGRAV-Lösungen passen in ihrem Verlauf sehr gut zueinander. Im Mittel beträgt die Differenz zwischen den beiden 0,61 mGal. In der unteren Graphik in Abbildung 5.12 (a) sind die Differenzen zwischen den RegGRAV-Lösungen und den beobachteten Schwereanomalien gezeigt. In der Mitte der Profillinie zwischen etwa -11° und $-11,6^\circ$ sind die geschätzten Schwereanomalien der beiden Lösungen sehr ähnlich, jedoch die Differenzen zur realen Beobachtung sehr groß. Die starken lokalen Schwereanomalieänderungen können von den beiden geschätzten Lösungen nicht aufgelöst werden. Aus den Ergebnissen der Fourier-Reihe (siehe Kapitel 4.3.1) ist bekannt, dass die Schiffsgravimeterdaten signifikanten Informationsgehalt von Strukturen mit einer minimalen Auflösung von etwa 18 m beitrage können. Die Struktur in den in situ-Beobachtungen zwischen $-10,9^\circ$ und $-11,1^\circ$ hat eine Ausdehnung von umgerechnet etwa 22 km. Damit müssten die Informationen zu beiden Strukturen in der Mitte der Profillinie im Kombinationsmodell enthalten sein. Schwereanomalien aus dem EGM2008, die nicht mit dem Level 10 Blackman-Filter gefiltert wurden, können die in situ-Beobachtungen entlang der Profillinie besser approximieren. Daraus ist zu schließen, dass die Verwendung der Blackman-Kerns zur Glättung des Signals führt. In Abbildung 2.5 sind die Werte der beiden Skalierungsfunktionen Shannon (a) und Blackman (b) dargestellt. In Abbildung 2.5 (b) ist zu sehen, dass die Signalinformationen höherer Grade nicht mit demselben Gewicht verwendet werden wie die Informationen niedrigerer Grade. Bei der Shannon-Skalierungsfunktion findet diese Filterung hochfrequenter Signalinhalte nicht statt, dafür müssen starke Oszillationen im räumlichen Bereich in Kauf genommen werden. Für die in Abbildung 5.12 gezeigten geschätzten Schwereanomalien wurde die Blackman-Skalierungsfunktion verwendet. Wegen der beschriebenen Unterschiede zwischen Blackman und Shannon kann man annehmen, dass die lokale Struktur in den in situ-Beobachtungen bei einer erneuten Berechnung der RegGRAV-Lösungen mittels Shannon-Skalierungsfunktion sichtbar sein müsste. Auch eine sinnvollere manuelle Wahl der Skalierungskoeffizienten könnte dazu führen, dass die lokale Struktur in den geschätzten Lösungen stärker sichtbar wird. Laut Tabelle 5.8 betragen die mittleren Differenzen zwischen der Altimetrie-Lösung und den Schiffsgravimetrie-Beobachtungen 3,79 mGal, bei der Kombinationslösung sind es 3,17 mGal. Die Abbildung 5.12 (b) enthält u.a. die beiden Kombinationslösungen combi_k und combi_o aus RegGRAV. Auch hier ist der eben angesprochene Offset zwischen RegGRAV-Lösung und EGM2008 sichtbar ($\text{combi}_k = 5,60$ mGal). Die beiden Kombinationslösungen zeigen einen ähnlichen Verlauf entlang der Profillinie, jedoch sind kleinere Unterschiede am nördlichen Ende und große Differenzen am südlichen Ende der Profillinie zu erkennen. Diese Unterschiede zeigen sich deutlich in der unteren Graphik von Abbildung 5.12 (b). Im nördlichen Bereich der Profillinie sind die Differenzen der konstant gewichteten Lösung kleiner.

Der Unterschied zur beobachtungsabhängigen Lösung beträgt dort etwa 5 mGal. Am südlichen Ende rechts in der Graphik sind Differenzen bis zu etwa 20 mGal vorhanden. Beide Lösungen zeigen im Vergleich zu den Schiffsgravimetrie-Beobachtungen größere Differenzen, die Kombinationslösung mit konstanter Gewichtung jedoch deutlich größere. Diese großen Differenzen zwischen der Kombinationslösung mit konstanter Gewichtung und Referenzdaten sind schon in Abbildung 5.10 (b) zu beobachten gewesen. Die mittlere Differenz zwischen combi_k und den beobachteten Schwereanomalien beträgt 4,52 mGal und ist damit größer als die zwischen combi_o und den Beobachtungen.

Zusammenfassend kann man zu Abbildung 5.12 sagen, dass, wenn die Schiffsgravimeterdaten mit einer höheren räumlichen Verteilung vorlägen, also zwischen den Profillinien aus den SO230- und SO321-Missionen weitere Schiffsgravimeterdaten vorhanden wären, man die lokalen Strukturen, die in den in situ-Beobachtungen entlang des Profils sichtbar sind, mit dem in RegGRAV gewählten Ansatz in geschätzten Schwerefeldmodellen zeigen könnte. Da bisher keine weiteren Schiffsgravimeterdaten aus dieser Region vorliegen, ist nach der Kreuz-Validierung zu urteilen die Lösung aus reiner Altimetrie besser als die aus einer Kombination mit Schiffsgravimeterdaten.

Ob die Schätzergebnisse mit der Topographie des Untersuchungsgebiets korrelieren, wird im nächsten Kapitel mittels einer Kreuzkorrelation von geschätzten Quasigeoidhöhen und bathymetrischen Daten untersucht.

5.4.3 Bathymetrie

Die mit den Schiffsgravimetrie-Beobachtungen zeitgleich erzeugten Tiefenmessungen aus der Bathymetrie werden in diesem Kapitel für eine Kreuzkorrelation mit in RegGRAV erzeugten Quasigeoidhöhen (siehe Kapitel 2) genutzt. Die Quasigeoidhöhen sind um das Hintergrundmodell vervollständigt. Die betrachteten Punkte entlang der Profillinie BGR14-150 sind dieselben, die auch in Kapitel 5.4.2 verwendet wurden. Die Meerestiefe entspricht der Distanz zwischen der aktuellen Meeresoberfläche und dem Meeresboden. Die Quasigeoidhöhe ist bezüglich der mittleren Meereshöhe definiert.

Die Kreuzkorrelation ergibt den stochastischen Korrelationskoeffizient. Er drückt den linearen Zusammenhang zwischen zwei Signalen aus. Nähere Informationen zur Kreuzkorrelation sind u.a. bei Koch (1997) nachzulesen.

In Abbildung 5.13 sind Meerestiefen (linke y-Achse, blau) und Quasigeoidhöhen (rechte y-Achse, schwarz) dargestellt. Die berechneten Quasigeoidhöhen sind über einen Wertebereich von -26 m bis -31 m verteilt. Die gemessenen Meerestiefen betragen zwischen 1750 m und 3000 m. Zwischen den beiden dargestellten RegGRAV-Lösungen alti_o und combi_o sind nur sehr geringe Unterschiede erkennbar. Die Quasigeoidhöhen aus dem EGM2008 wurden mit einem Blackman-Filter vom Level 10 geglättet. Sie zeigen einen Offset zu den RegGRAV-Lösungen von -41 cm. Dieser Offset ist möglicherweise durch einen Fehler in der Datenvorprozessierung noch vergrößert worden. In Kapitel 3.1.1.1 wird darauf eingegangen, dass die Schiffspositionen mit GNSS erfasst wurden und damit im WGS84 vorliegen. Bei der Vorprozessierung (siehe Kapitel 3.1.2) wurde die Normalschwere jedoch auf Basis der Parameter des GRS80 subtrahiert. Dieser Teil der Datenprozessierung war in den zur Verfügung gestellten Daten bereits abgeschlossen. In Tabelle 2.1 sind die Parameter der beiden Ellipsoide zusammengefasst. Es ist zu sehen, dass GM und $1/f$ unterschiedlich sind. Ausgehend davon könnte man untersuchen, ob die Wahl des falschen Ellipsoides signifikante Auswirkungen auf die berechneten Schwereanomalien hat. Diese Schwereanomalien sind anschließend als Beobachtungen in RegGRAV zur Berechnung der Quasigeoidhöhen verwendet worden.

Für die Darstellung der Quasigeoidhöhen und Meerestiefen wurden die Achsen so angepasst, dass eine überlagerte Darstellung entstand. Es ermöglicht den Vergleich der unterschiedlichen metrischen Wertebereiche. Am nördlichen Ende der Profillinie am linken Bildrand sind in allen Lösungen kleinere Werte als am rechten Bildrand zu sehen. Die geschätzten, beobachtungsabhängig gewichteten Lösungen aus der Altimetrie und der Kombination zeigen genau wie das EGM2008 einen

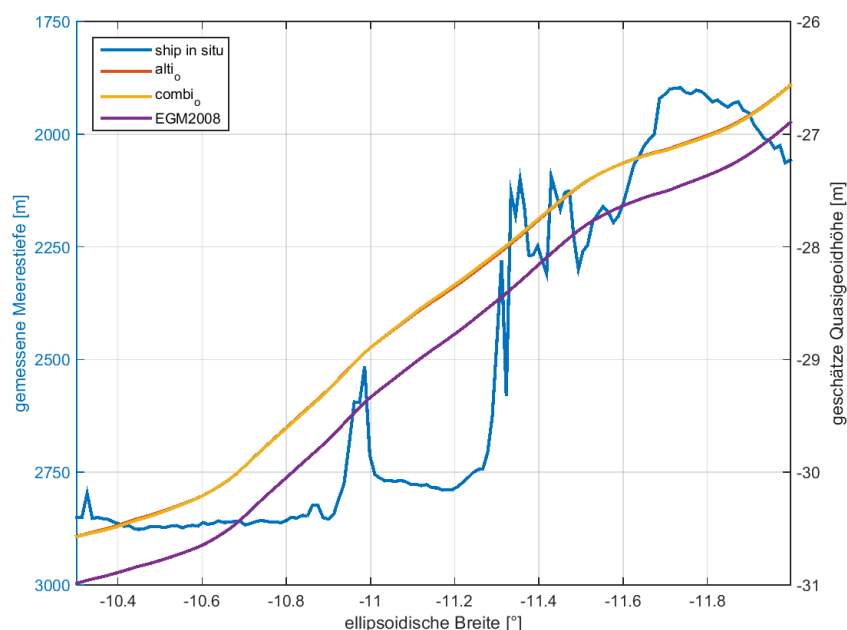


Abbildung 5.13 – Es sind die gemessenen Meerestiefen aus der Bathymetrie als in situ-Beobachtungen (ship in situ, blau), Quasigeoidhöhen aus dem EGM2008 (EGM2008, lila) und zwei Lösungen mit beobachtungsabhängiger Gewichtung aus RegGRAV (Altimetrie (alti_o , rot)) und Kombinationslösung (combi_o , gelb) dargestellt.

eher glatten Verlauf mit einer annähernd konstanten Steigung. Die beobachtete Topographie ist von Norden her gesehen bis etwa $-10,9^\circ$ waagrecht, es folgt eine kleine Erhebung und danach weiter konstanter Meeresboden. Ab etwa $-11,2^\circ$ ist ein Anstieg des Geländes zu sehen. Die Korrelation zwischen der Meeresbodentopographie und den in RegGRAV berechneten Quasigeoidhöhen ergab für die Altimetrie-Lösung einen Wert von 0,8988 und für die Kombinationslösung 0,8971, d.h. dass die RegGRAV-Ergebnisse mit der Bathymetrie hoch korreliert sind. Die Korrelationen der beiden RegGRAV-Lösungen unterscheiden sich nur sehr gering voneinander, was zu den sehr ähnlichen Kurvenverläufen in Abbildung 5.13 passt. Der Verlauf der geschätzten Quasigeoidhöhen aus dem EGM2008 ist dem der Quasigeoidhöhen aus den regionalen Modellen sehr ähnlich. Zusätzlich zu den in Abbildung 5.13 dargestellten Lösungen wurde die Kreuzkorrelation zwischen der konstant gewichteten Altimetrie-Lösung und der Topographie berechnet. Sie ergab einen Wert von 0,9000. Die Korrelation zwischen EGM2008 und in situ-Meerestiefen ergab eine Übereinstimmung von 0,9028. Damit ist die Lösung aus dem EGM2008 auf Basis der Kreuzkorrelation etwas besser ausgefallen als die Lösungen aus den regionalen Modellen.

Neben der Korrelation der RegGRAV-Ergebnisse mit den in situ-Beobachtungen ist auch die Korrelation der RegGRAV-Ergebnisse mit der EGM2008-Lösung von hoher Bedeutung. Hier wurde für die beobachtungsabhängig gewichtete Kombinationslösung eine Korrelation von 0,9927 und für die ebenfalls beobachtungsabhängig gewichtete Lösung aus reiner Altimetrie 0,9928 berechnet. Die Kreuzkorrelation zwischen konstant gewichteter Altimetrie und EGM2008 ergab einen Wert von 0,9928.

Abschließend kann man sagen, dass das geschätzte regionale Schwerefeldmodell bei beobachtungsabhängiger Gewichtung der Vorinformation aus reiner Altimetrie etwas besser ist als das aus der Kombinationslösung. Die Lösung bei konstanter Gewichtung aus reiner Altimetrie zeigt jedoch noch etwas bessere Korrelationsergebnisse. Das wurde auch schon im vorangegangenen Kapitel 5.4.2 gezeigt. Die beobachtungsabhängige Kombinationslösung ist jedoch nicht signifikant unrealistischer.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Dieses abschließende Kapitel fasst die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf mögliche weitere Arbeitsschritte, Untersuchungen und Anwendungen.

Der erste Arbeitsschritt der vorliegenden Arbeit war die Implementierung des Datentyps Schiffsgravimetrie in das Programmpaket RegGRAV zur Berechnung regionaler Schwerefelder. Erst nach der erfolgreichen Ergänzung der bestehenden Software war es möglich, die in der Arbeit präsentierten Ergebnisse zu berechnen.

Die Vorprozessierung der Schiffsgravimeterdaten war der zweite Arbeitsschritt. Durch die Datenaufbereitung konnten u.a. Ausreißer eliminiert und die Datenrate angepasst werden. Außerdem wurden die Daten der SO230-Reise auf Profillinien zugeschnitten. Man könnte für die Datenaufbereitung noch mehr Aufwand betreiben, was die Qualität der Schwereanomalien aus der Schiffsgravimetrie möglicherweise etwas verbessert und damit anschließend auch die geschätzten regionalen Schwerefelder. Im Umfang dieser Arbeit war eine weiterführende Datenanalyse, z.B. durch Berechnung der Differenzen an Kreuzungspunkten, aber nicht möglich.

Nach der erfolgreichen Implementierung des Datentyps Schiffsgravimetrie in die Software und der Vorprozessierung wurden Altimetrie- und Schiffsgravimeter-Daten einzeln und gemeinsam in der RegGRAV-Software verarbeitet. In RegGRAV gibt es viele Optionen zur Parametereinstellung, durch die der Anwender den Verlauf der Berechnungen beeinflussen kann. Aufgrund dieser hohen Flexibilität muss der Nutzer, damit er ein plausibles Schätzergebnis erhält, entsprechende Vorkenntnisse aufweisen. Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit sind vielfältig und unterschiedlich, auch weil zu ihrer Erzeugung in der RegGRAV-Software für die verschiedenen Parameter unterschiedliche Festlegungen getroffen wurden. In die **V**ariance **C**omponent **E**stimation (dt.: Varianzkomponentenschätzung) (VCE) kann die Vorinformation auf zwei Weisen einfließen: entweder konstant oder beobachtungsabhängig gewichtet. Sowohl die Lösung mit konstanter, als auch die mit beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells aus reiner Altimetrie dienen zum Vergleich und als Referenz für die Lösungen bei der Kombination von Altimetrie und Schiffsgravimetrie.

Bei der Bewertung der in der VCE geschätzten Skalierungskoeffizienten wurden mehrere Faktoren berücksichtigt: die räumliche Konzentration der Koeffizientenwerte, Oszillationen, kleine Standardabweichungen und das Ergebnis des Signifikanztests. Die beobachtungsabhängig gewichteten Lösungen aus reiner Schiffsgravimetrie (Abbildung 5.4 (a)) und der Kombination (Abbildung 5.7 (d)) liefern vom visuellen Eindruck her die beste räumliche Konzentration der Skalierungskoeffizienten ungleich Null. Oszillationen waren bei den konstant gewichteten Lösungen meist am äußeren Rand des Berechnungsgebiets zu sehen, bei der Kombinationslösung mit beobachtungsabhängiger

Gewichtung (Abbildung 5.7 (d)) auch innerhalb des Untersuchungsgebiets. Bei der konstant gewichteten Kombinationslösung (Abbildung 5.7 (c)) wurden zwar über das ganze Berechnungsgebiet verteilt 60% der Koeffizienten angenommen, innerhalb des Untersuchungsgebiets allerdings einige abgelehnt. Die beobachtungsabhängig gewichtete Kombinationslösung (Abbildung 5.7 (f)) zeigt ein besseres Ergebnis: 61% der Koeffizienten wurden angenommen, innerhalb des Untersuchungsgebiets wurde nur einer abgelehnt. Für die reine Altimetrie-Lösung mit beobachtungsabhängiger Gewichtung (Abbildung 5.1 (f)) wurde eine Annahmequote von 59% erreicht. An dieser Stelle wäre es für die Zukunft denkbar, den Signifikanztest auf eine statistisch gesichere Basis zu stellen.

Die Analyse der Energien der Skalierungskoeffizienten hat gezeigt, dass sich aus der Energieverteilung der Koeffizienten bei Verwendung reiner Altimetrie-Beobachtungen eine Gravitationspotentialdifferenz ($\Delta V = V_{j=10} - V_{back}$) ableiten lässt (siehe Abbildung 5.2). Bei der Lösung aus reiner Schiffsgravimetrie mit beobachtungsabhängiger Gewichtung des Hintergrundmodells (Abbildung 5.5 (b)) wird die Energie sehr stark auf den Bereich, in dem Beobachtungen vorhanden sind, konzentriert. Die Struktur der hinterlegten Potentialdifferenzen ist dabei zu erkennen. Die Energieverteilung sieht bei den Kombinationslösungen (Abbildung 5.8 (b) & (d)) anders aus: Bei der beobachtungsabhängigen Lösung ist die Energie auf den inneren Bereich des Berechnungsgebiets konzentriert, jedoch sieht man bei den Energien innerhalb des Untersuchungsgebiets starke Oszillationen. In der konstant gewichteten Lösung ist besonders viel Energie in den Randbereichen ohne Beobachtungen gebunden. Die hohe Zahl an benötigten Iterationen in der VCE lässt auf eine instabile Lösung bei den Kombinationen schließen, die Energieanalyse unterstreicht dies. Abschließend kann man dazu sagen, dass die Energieanalyse ein sinnvolles Werkzeug zur Beurteilung der Qualität und Stabilität von geschätzten Skalierungskoeffizienten ist.

Die Validierung gegenüber dem EGM2008 zeigt, dass die Wahl der beobachtungsabhängigen Gewichtung der Vorinformation bei einer reinen Altimetrie-Lösung als auch bei der Kombinationslösung die kleineren Abweichungen zeigt. Besonders die reine Altimetrie-Lösung (siehe Abbildung 5.10 (c)) weist eine artefaktfreie Differenzkarte auf. Auch der aus den Differenzen berechnete Mittelwert mit Standardabweichung ist der kleinste der verglichenen Lösungen.

Über den minimalen Punktabstand der Beobachtungen der Schiffsgravimetrie wurde in Kapitel 4.3.1 das maximal auflösende Level bestimmt: $j = 12$. Da die Beobachtungen nur entlang der Profillinien mit einer hohen räumlichen Auflösung vorliegen und die Abstände zwischen den Profillinien deutlich größer sind, kann nicht die volle spektrale Information der Daten genutzt werden, erkennbar in der Darstellung 5.12 zur Kreuz-Validierung um -11° Breite herum. Wäre der Abstand der Profillinien geringer, könnte man mehr spektrale Information der Daten nutzen.

Die Ergebnisse der Kreuz-Validierung und der Kreuzkorrelation der RegGRAV-Lösungen mit in situ-Beobachtungen und EGM2008 besagen, dass die konstant gewichtete reine Altimetrie-Lösung die plausibelste Lösung der regionalen Schwerefelder ist. Die beobachtungsabhängig gewichtete Kombinationslösung liegt knapp dahinter.

Abschließend kann man sagen, dass bei der Verwendung von RegGRAV, die reinen Altimetrie-Lösungen (konstant oder beobachtungsabhängig gewichtet) bisher die stabilsten regionalen Schwerefelder liefern, auch wenn sie qualitative Unterschiede haben. Hätte man Schiffsgravimeterdaten in einer homogenen, hohen räumlichen Auflösung vorliegen, ist es bestimmt möglich, bei einer beobachtungsabhängig gewichteten Kombinationslösung realistischere Ergebnisse als aus reinen Altimetrie-Lösungen zu erzielen.

Im Folgenden wird auf Verbesserungsmöglichkeiten des RegGRAV-Programmpakets eingegangen.

Im Bereich der Energieanalyse wäre es auf Basis der vorgestellten Ergebnisse lohnenswert weiterführende Untersuchungen anzustellen, da der Bereich der physikalischen Interpretation der Skalierungskoeffizienten bisher wenig betrachtet wurde. Eine Möglichkeit wäre, die Koeffizienten nicht

auf Gittern anzuordnen, sondern abhängig von der Beobachtungsverteilung. Bei dieser adaptiven Punktverteilung könnte man eine „Hütchen“-Größe für das ganze Berechnungsgebiet festlegen oder, abhängig von Beobachtungsverteilung, lokal unterschiedliche Level.

Eine weiterführende Entwicklung in RegGRAV wäre die Einführung eines pyramidalen Algorithmus. Dabei wird die Anzahl der (Reuter-)Gitterpunkte Q (Anzahl unbekannter, zu schätzender Koeffizienten) abhängig vom Level j festgelegt. Das bedeutet, dass es zu einer Variation der Anzahl der geschätzten Skalierungskoeffizienten kommt. Für jedes Level würde ein eigener Satz Skalierungskoeffizienten geschätzt und die Beobachtungen könnten auf dem Level eingeführt werden, wo sie die höchste spektrale Information enthalten (siehe Schmidt et al. (2015)). Damit wäre das ganze System levelabhängig und nicht nur an die Skalierungskoeffizienten des höchsten Levels gebunden. Diese Umgestaltung könnte eventuell zu einer Verbesserung der Energieverteilung bei heterogenen Datensätzen (mit stark unterschiedlichem spektralen Gehalt) führen.

Die Ergebnisse der Kreuzkorrelation (siehe Kapitel 5.4.3) zwischen Bathymetrie und Quasigeoidhöhe haben gezeigt, dass die Topographie stark mit der Struktur des Erdschwerefeldes korreliert. Das ist auch in Abbildung 4.5 zu sehen. In RegGRAV werden momentan für die Vorinformation dieselben Daten wie für das Hintergrundmodell verwendet. Wegen der Korrelation zwischen Topographie und Schwerefeld wäre es gut denkbar, die Vorinformation aus hochaufgelösten topographischen Modellen abzuleiten. Die wesentlich höhere Auflösung des Hintergrundmodells erlaubt eine Nutzung auch in höheren Level und könnte, durch entsprechend hohe Gewichtung, Datenlücken, wie z.B. in der Schiffsgravimetrie, bei einer Kombinationslösung besser schließen.

Aktuell wird in RegGRAV die Basis 2 verwendet (siehe Formel (2.16)). Andere Basen verändern die Breite der Frequenzbänder (siehe Schmidt et al. (2007)). Dadurch könnte eine bessere Auflösung höherer Level erreicht werden.

Der Offset der berechneten Lösungen erschwert den Vergleich mit Ergebnissen anderer Methoden. Daher wäre es ein geeigneter Ansatz, abhängig von den gewählten Datentypen in der Berechnung einen oder mehrere Offsets zu schätzen und optional anbringen zu können.

In der vorliegenden Arbeit wurden die regionalen Schätzergebnisse aus RegGRAV gegen Ergebnisse aus dem global definierten EGM2008 validiert. Die unterschiedliche räumliche Definition (regional gegen global) und die der Basisfunktionen (SBF gegen globale Kugelfunktionen) macht Vergleiche schwieriger. Schließlich ist es das Ziel regionaler Modelle, mehr Informationen aus den Beobachtungen zu extrahieren als es globale Modelle ermöglichen. Dies soll dadurch erreicht werden, dass im Falle einer regionalen Modellierung die regional definierten Modellparameter besser auf die Daten angepasst werden können als es die globale definierten Parameter der Kugelfunktionsdarstellung erlauben. Der Vergleich mit einem anderen regionalen Modell kann zeigen, ob der hier gewählte Ansatz Vorteile gegenüber anderen Methoden hat.

Bei der Kombination der verschiedenen Beobachtungstypen in RegGRAV hat sich gezeigt, dass das erzielte Ergebnis der Kombinationslösung nicht den Erwartungen auf Basis der Einzellösungen entsprach. Hier könnte die manuelle Wahl der Varianzkomponenten für die verschiedenen Beobachtungstypen möglicherweise der Schätzung der Varianzkomponenten in der VCE vorzuziehen sein.

Danksagung

Zunächst möchte ich mich an dieser Stelle bei all denjenigen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Master's Thesis unterstützt und motiviert haben.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen Betreuern apl. Prof. Dr.-Ing. Michael Schmidt, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Florian Seitz und Dipl.-Ing. Verena Lieb. Ihr Interesse an meiner Arbeit, ihre stets hilfreichen Antworten und Ideen unterstützten mich während des Anfertigens der Arbeit sehr.

Ganz herzlich möchte ich mich außerdem bei Dr. Dieter Franke (BGR), Dr. Ingo Heyde (BGR) und Prof. Dr. Wilfried Jokat (AWI) für die Bereitstellung der Schiffsgravimeter- und Bathymetrie-Daten, die eine wesentliche Grundlage dieser Arbeit darstellen, bedanken.

Daneben gilt mein Dank Eva Börgens und Gisela Buße für die zahlreichen Stunden Korrekturlesen dieser Arbeit.

Großer Dank gebührt auch meinem Mann Alexander Buße, der während des letzten halben Jahres klaglos auf viel gemeinsame Zeit verzichtet hat.

Abschließend möchte ich mich bei meinen Eltern Gisela und Jobst Buße für die unermüdliche Unterstützung während des Studiums bedanken.

Literaturverzeichnis

- Andersen, Ole Baltazar. 2010. The DTU10 Gravity field and Mean sea surface. *In: Second international symposium of the gravity field of the Earth (IGFS2), Fairbanks, Alaska.*
- Andersen, Ole Baltazar, Knudsen, Per, & Berry, Philippa A. M. 2010. The DNSC08GRA global marine gravity field from double retracked satellite altimetry. *Journal of Geodesy*, **84**, 191–199.
- Andersen, Ole Baltazar, Stenseng, Lars, Knudsen, Per, & Jain, Maulik. 2013. *Arctic marine gravity and bathymetry from 3 years of Cryosat-2 SAR altimetry (DTU13 Gravity)*. G11B-0922.
- Aster, Richard C., Borchers, Brian, & Thurber, Clifford H. 2011. *Parameter Estimation and Inverse Problems*. Academic Press.
- Bankman, Isaac N. 2009. *Handbook of Medical Image Processing and Analysis*. Elsevier Inc.
- Bayer, Franz. 2011. *Marine Gravity Meter KSS32-M Instruction Manual Vol.2 Hardware*. Tech. rept. Bodensee Gravimeter Geosystem GmbH (BGGS).
- Bentel, Katrin, Schmidt, Michael, & Gerlach, Christian. 2013. Different radial basis functions and their applicability for regional gravity field representation on the sphere. *GEM-International Journal on Geomathematics*, **4**(1), 67–96.
- DGFI-TUM, Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut der Technischen Universität München. 2014. *Algorithmenbeschreibung*. DGFI-RegGRAV-06 Ausgabe 1.2 edn.
- Franke, Dieter, Bargeloh, Hans-Otto, Behrens, Thomas, Berglar, Kai, Chaheire, Mohamed, Damm, Volkmar, Demir, Uemit, Ebert, Timo, Ehrhardt, Axel, & Engels, Martin. 2014. *Der passive und der gescherte Kontinentrand vor Mosambik: Früher Zerfall Gondwanas und der rezente Einfluss des ostafrikanischen Riftsystems (PAGE-Four), Report of RV „Sonne“ cruise SO-231, Project PAGE-Four, 20. February 2014 to 29. March 2014.*
- Freeden, Willi, Gervens, Theodor, & Schreiner, Michael. 1998. *Constructive Approximation on the Sphere (With Applications for Geomathematics)*. Oxford University Press, Oxford.
- GEBCO. *General Bathymetric Chart of the Oceans (GEBCO)*. www.gebco.net. Daten-download: 23.04.2015.
- Heyde, Ingo. *persönliche Kommunikation*. April, Juni, September 2015.
- Hofmann-Wellenhof, Bernhard, & Moritz, Helmut. 2006. *Physical geodesy*. Springer Science & Business Media.
- Jokat, Wilfried. 2014. *The expedition of the research vessel „Sonne“ to the Mozambique Basin in 2014 (SO230)*.
- Kern, Michael. 2003. *An analysis of the combination and downward continuation of satellite, airborne and terrestrial gravity data*. Ph.D. thesis, University of Calgary, Department of Geomatics Engineering.

- Koch, Karl-Rudolf. 1997. *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen*. Dümmler.
- Koch, Karl-Rudolf, & Kusche, Jürgen. 2002. Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components. *Journal of Geodesy*, **74**(5), 259–268.
- Koop, Radboud. 1993. *Global Gravity Field Modeling using Satellite Gravity Gradiometry*. Ph.D. thesis, Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy, New Series, No.38.
- Lieb, Verena, Schmidt, Michael, Dettmering, Denise, & Börger, Klaus. 2015. *Combination of various observation techniques for regional modeling of the gravity field*. unpublished.
- Mayer-Gürr, Torsten, et al. 2015. *The combined satellite gravity field model GOCO05s*. Presentation at EGU 2015, Vienna, April 2015.
- Mertins, Alfred. 1999. *Signal analysis: wavelets, filter banks, time-frequency transforms and applications*. Wiley, Chichester.
- Morelli, Carlo, Gantar, C, McConnell, RK, Szabo, B, & Uotila, U. 1972. *The International Gravity Standardization Net 1971 (I.G.S.N. 71)*. Tech. rept. International Association of Geodesy. IUGG IAG Special Publications, 4.
- Moritz, Helmut. 2000. Geodetic Reference System 1980. *Journal of Geodesy*, **74**(1, März 2000), 128–133.
- National Imagery and Mapping Agency. 2000 (January). *Department of Defense World Geodetic System 1984*. Tech. rept. 8350.2, 3rd edition. Bethesda, Maryland.
- Pail, Roland. 2012. *Signalanalyse in der Satellitengeodäsie*. Vorlesungsskript, Stand: SoSe 2012. Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München. unpublished.
- Pavlis, Nikolaos K., Holmes, Simon A., Kenyon, Steve C., & Factor, John K. 2012. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978-2012)*, **117**(B4).
- Reuter, Richard. 1982. *Über Integralformeln der Einheitssphäre und harmonische Splinefunktionen*. Ph.D. thesis, Aachen. Zugl.: Aachen, Techn. Hochschul., Diss., 1982.
- Rowlands, D.D., Luthcke, S. B., Klosko, S. M., Lemoine, F. G. R., Chinn, D. S., McCarthy, J. J., Cox, C. M., & Anderson, O. B. 2005. Resolving mass flux at high spatial and temporal resolution using GRACE intersatellite measurements. *Geophysical Research Letters*, **32**, L04310.
- Sandwell, David T, & Smith, Walter HF. 2009. Global marine gravity from retracked Geosat and ERS-1 altimetry: Ridge segmentation versus spreading rate. *Journal of Geophysical Research*, **114**.
- Sandwell, David T, Müller, R Dietmar, Smith, Walter HF, Garcia, Emmanuel, & Francis, Richard. 2014. New global marine gravity model from CryoSat-2 and Jason-1 reveals buried tectonic structure. *Science*, **346**(6205), 65–67.
- Schmidt, Michael. 2001. *Grundprinzipien der Wavelet-Analyse und Anwendungen in der Geodäsie*. Habilitationsschrift. Shaker, Aachen.
- Schmidt, Michael. 2005. *Estimation of a Multi-Resolution Representation of Gravity Field Based on Spherical Wavelets*. unpublished.

- Schmidt, Michael, Han, Shin-Chan, Kusche, Jürgen, Sanchez, Laura, & Shum, Che-Kwan. 2006. Regional high-resolution spatiotemporal gravity modeling from GRACE data using spherical wavelets. *Geophysical Research Letters*, **33**(8).
- Schmidt, Michael, Fengler, Martin, Mayer-Gürr, Torsten, Eicker, Annette, Kusche, Jürgen, Sánchez, Laura, & Han, Shin-Chan. 2007. Regional gravity modeling in terms of spherical base functions. *Journal of Geodesy*, **81**(1), 17–38.
- Schmidt, Michael, Göttl, Franziska, & Heinkelmann, Robert. 2015. Towards the Combination of Data Sets from Various Observation Techniques. *Pages 35–43 of: Kutterer, Hansjörg, Seitz, Florian, Alkhatib, Hamza, & Schmidt, Michael (eds), The 1st International Workshop on the Quality of Geodetic Observation and Monitoring Systems (QuGOMS'11)*. International Association of Geodesy Symposia, vol. 140. Springer International Publishing.
- Torge, Wolfgang, & Müller, Jürgen. 2012. *Geodesy*. Walter de Gruyter.
- Tscherning, Carl C., & Arabelos, Demetrious N. 2011. Gravity anomaly and gradient recovery from GOCE gradient data using LSC and comparisons with known ground data. *4th GOCE user workshop, München, März 31-April 1, 2011*.