

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Lehrstuhl für  
Werkzeugmaschinen und Fertigungstechnik

## **Identifikation linearer Dämpfungsmodelle für Werkzeugmaschinenstrukturen**

**Klemens Konrad Niehues**

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Gunther Reinhart

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Michael Zäh
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian Brecher,  
RWTH Aachen

Die Dissertation wurde am 21.09.2015 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 24.11.2015 angenommen.



## Vorwort des Verfassers

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften (*iwb*) der Technischen Universität München. Herrn Prof. Dr.-Ing. Michael Zäh und Herrn Prof. Dr.-Ing. Gunther Reinhart, den Leitern dieses Instituts, gilt mein besonderer Dank für die wohlwollende Förderung und großzügige Unterstützung meiner Arbeit. Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Christian Brecher, dem Leiter des Lehrstuhls für Werkzeugmaschinen am Werkzeugmaschinenlabor WZL der RWTH Aachen, möchte ich mich herzlich für die Übernahme des Korreferats und die aufmerksame Durchsicht der Arbeit bedanken.

Darüber hinaus bedanke ich mich bei Matthias Waibel, der meinen Einstieg am *iwb* unterstützt hat, meinem Mentor Daniel Siedl sowie allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts für die angenehme und konstruktive Arbeitsatmosphäre. Besonders hervorheben möchte ich Stefan Schwarz, Christian Rebelein, Saskia Reinhardt, Tobias Maier, Oliver Rösch sowie die gesamte Themengruppe Werkzeugmaschinen des *iwb*, die mir in zahlreichen Diskussionen während der gemeinsamen Institutszeit mit Rat und Tat zur Seite gestanden haben. Bedanken möchte ich mich auch bei den Studierenden, die meine Forschung in Form von Studienarbeiten mit regem Interesse und tatkräftigem Engagement begleitet haben. Zudem danke ich der deutschen Forschungsgemeinschaft sowie sämtlichen Mitgliedern der DFG-Forschergruppe „Dämpfungseffekte in Werkzeugmaschinen“ für die Unterstützung und die angenehme Zusammenarbeit. Mein großer Dank gebührt Sophie Solchenbach, Stefan Schwarz, Christian Rebelein sowie meiner Mutter, Monika Niehues, die mit ihrer kritischen Begutachtung des Manuskripts wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Vor allem aber möchte ich Sophie, meinen Eltern Monika und Johannes, meinem Bruder Daniel und seiner Frau Christina, meinem Opa Konrad sowie meiner gesamten Familie und meinen Freunden danken, die immer an mich geglaubt und mir so den nötigen Rückhalt bei der Anfertigung dieser Arbeit gegeben haben.

München, im Januar 2016

Klemens Niehues



*In Gedenken an eine verstorbene Freundin*



# Inhalt

<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>V</b>
<b>Verzeichnis der Formelzeichen</b>	<b>VII</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Stand der Technik</b>	<b>5</b>
2.1 Auslegung von Werkzeugmaschinen . . . . .	5
2.2 Allgemeines zur Dämpfungsmodellierung . . . . .	8
2.2.1 Dämpfungsarten . . . . .	8
2.2.2 Dämpfungsmodelle . . . . .	9
2.2.3 Modellierungsbegriffe . . . . .	14
2.3 Theoretische Modelle und Identifikationsansätze . . . . .	15
2.3.1 Lineare Dämpfungsmodelle . . . . .	15
2.3.2 Dämpfungsmessung . . . . .	23
2.3.3 Identifikation von Dämpfungsmatrizen . . . . .	27
2.4 Dämpfungsmodellierung bei Werkzeugmaschinen . . . . .	30
2.4.1 Übersicht . . . . .	30
2.4.2 Strukturdämpfung . . . . .	31
2.4.3 Werkstoffdämpfung . . . . .	34
2.4.4 Fugendämpfung . . . . .	37
2.4.5 Dämpfung von Maschinenelementen . . . . .	42
2.5 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen . . . . .	49
<b>3 Zielsetzung und Vorgehensweise</b>	<b>51</b>
3.1 Ziel der Arbeit . . . . .	51
3.2 Vorgehensweise . . . . .	53
<b>4 Modellierungs- und Identifikationsmethodik</b>	<b>55</b>
4.1 Problemstellung und Lösungsansatz . . . . .	55
4.2 Superposition von Dämpfungsgradanteilen . . . . .	57
4.2.1 Modellannahmen . . . . .	57
4.2.2 Simulierte Dämpfungswirkung . . . . .	64
4.2.3 Identifikationsprinzip . . . . .	69

4.3	Vorgehensmethodik für reale Strukturen . . . . .	74
4.3.1	Übersicht . . . . .	74
4.3.2	Festlegung der Montagezustände . . . . .	76
4.3.3	Dämpfungsmodellierung . . . . .	79
4.3.4	Parameteridentifikation . . . . .	83
4.3.5	Validierung . . . . .	87
4.4	Einbeziehung modaler Messdaten . . . . .	90
4.4.1	Änderungen im Identifikationsprozess . . . . .	90
4.4.2	Angepasste Parameteridentifikation . . . . .	92
4.5	Schlussbetrachtung . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Erweiterungen und Grenzen des Superpositionsprinzips</b>	<b>99</b>
5.1	Allgemeines . . . . .	99
5.2	Berücksichtigung von Unsicherheiten . . . . .	100
5.2.1	Unsichere Parameter . . . . .	100
5.2.2	Fehlerfortpflanzung . . . . .	101
5.2.3	Monte-Carlo-Methode . . . . .	102
5.3	Einfluss nicht-proportionaler Dämpfungsanteile . . . . .	108
5.3.1	Komplexwertigkeit der Eigenvektoren . . . . .	108
5.3.2	Auswirkungen auf den Frequenzgang . . . . .	114
5.4	Schlussbetrachtung . . . . .	118
<b>6</b>	<b>Experimentelle Dämpfungsgradbestimmung</b>	<b>119</b>
6.1	Allgemeines . . . . .	119
6.2	Einflüsse des Versuchsaufbaus . . . . .	120
6.2.1	Aufstellung und Aufhängung . . . . .	120
6.2.2	Aktoren und Sensoren . . . . .	129
6.3	Messdatenauswertung . . . . .	133
6.3.1	Identifikation kleiner Dämpfungsgrade . . . . .	133
6.3.2	Dämpfungsgradbestimmung bei Nichtlinearitäten . . . . .	141
6.4	Handlungsempfehlungen . . . . .	149
<b>7</b>	<b>Anwendungsbeispiel</b>	<b>151</b>
7.1	Vorgehensweise . . . . .	151
7.2	Aufstellung und Material . . . . .	153
7.2.1	Strukturkomponenten auf Federn . . . . .	153
7.2.2	Maschinenbett auf Kugeln . . . . .	158
7.2.3	Maschinenbett auf Keilschuhen . . . . .	164
7.3	Verschraubte Fugen . . . . .	165
7.3.1	Führungsschienen und Lagerböcke . . . . .	165
7.3.2	Maschinenständer . . . . .	167

7.4	Linearachse . . . . .	169
7.4.1	Führungsschuhe . . . . .	169
7.4.2	Kugelgewindetrieb . . . . .	172
7.5	Gesamtmaschine . . . . .	178
7.6	Bewertung der Simulationszeiten . . . . .	185
7.7	Schlussbetrachtung . . . . .	189
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>193</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	193
8.2	Ausblick . . . . .	195
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>197</b>
A.1	Aufstellung eines modalen Zustandsraummodells . . . . .	197
A.2	Frequenzabhängigkeit allgemein linearer Dämpfungsmodelle . . . . .	199
A.3	Modelldaten der verwendeten Drei-Massen-Schwinger . . . . .	201
A.4	Identifikation am Beispiel eines Prüfstandes . . . . .	202
A.5	Grundlagen der Fehlerfortpflanzung . . . . .	204
A.6	Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes . . . . .	207
A.6.1	Identifikation einer Dissipationsquelle . . . . .	207
A.6.2	Identifikation mehrerer Dissipationsquellen . . . . .	210
A.7	Untersuchte Montagezustände . . . . .	211
A.8	Überprüfung der Messdaten auf Korrelation . . . . .	212
A.9	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen . . . . .	213
A.10	Verzeichnis betreuter Studienarbeiten . . . . .	214
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>215</b>



## Abkürzungsverzeichnis

<b>Abkürzung</b>	<b>Bedeutung</b>
Abb.	Abbildung
CE	complex-exponential
CZT	Chirp-Z-Transformation
DGL	Differenzialgleichung
DMS	Drei-Massen-Schwinger
dämpf.	dämpfend
DFT	diskrete Fourier-Transformation
EMS	Ein-Massen-Schwinger
EHD	elasto-hydrodynamisch
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFT	Fast-Fourier-Transformation
FRAC	Frequency Response Assurance Criterion
FRF	Frequency Response Function
Gl.	Gleichung
GUM	Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
hyst.	hysteretisch
Imp.	Impedanz
KGT	Kugelgewindetrieb
log.	logarithmisch
LSCF	Least-Squares-Complex-Frequency-Domain
LSEC	Least-Squares-Exponential-Complex
MAC	Modal Assurance Criterion
max	Maximum
min	Minimum
MDOF	Multi-Degree-of-Freedom
MKS	Mehrkörpersystem

MPC	Multi Point Constraint
MSC	Mode-Shape-Complexity-Kriterium
MZ	Montagezustand
RBE	Rigid Body Element
SDOF	Single-Degree-of-Freedom
Tab.	Tabelle
visk.	viskos
ZMS	Zwei-Massen-Schwinger
ZRM	Zustandsraummodell

# Verzeichnis der Formelzeichen<sup>1</sup>

## Notation

Symbol	Bedeutung
$\{0\}; [0]$	Null-Vektor bzw. Null-Matrix
$\dot{x}$	erste Ableitung von $x$ nach der Zeit
$\ddot{x}$	zweite Ableitung von $x$ nach der Zeit
$\bar{x}$	Amplitude von $x$
$\bar{x}$	Mittelwert von $x$
$[ \ ]$	Matrix
$[ ]^T; \{ \}^T$	Transponierte einer Matrix oder eines Vektors
$[ ]^*; \{ \}^*; ( )^*$	konjugiert Komplexe einer Matrix, eines Vektors oder eines Einzelelementes
$[ ]^H; \{ \}^H$	konjugiert komplex Transponierte einer Matrix oder eines Vektors
$[ ]^{-1}$	Inverse einer Matrix
$\{ \}$	Vektor
$\begin{bmatrix} \diagdown & \\ & \diagup \end{bmatrix}$	Diagonalmatrix
$  \  $	Betrag
$\  \ \ _{\bar{F}}$	Frobeniusnorm
sgn	Signum-Funktion
$\oint$	Kurvenintegral

---

<sup>1</sup>Die Einheiten beziehen sich i. d. R. auf die translatorischen Freiheitsgrade.

## Lateinische Buchstaben

Größe	Bedeutung
$\hat{a}$	Koeffizienten von $[\hat{A}]$
$\tilde{a}$	halbe Breite einer Rechteckverteilung
$a'$	untere Grenze einer Rechteckverteilung
$\check{a}$	Parameter von $\check{U}(t)$
$a_r$	$r$ -tes Diagonalelement der diagonalisierten Matrix $[A]$
${}_r A_{jk}$	modale Konstante des Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$ für die $r$ -te Mode in $\text{kg}^{-1}$
$A(\omega)$	Beschleunigbarkeit in $\text{m s}^{-2} \text{N}^{-1}$
$[A]$	Matrix des quadratischen Eigenwertproblems im Zustandsraum
$[\hat{A}]$	Matrix des linearen Gleichungssystems $[\hat{A}]\{\hat{x}\} = \{\hat{b}\}$
$[\tilde{A}]$	Systemmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$b'$	obere Grenze einer Rechteckverteilung
$\check{b}$	Parameter von $\check{U}(t)$
$b_r$	$r$ -tes Diagonalelement der diagonalisierten Matrix $[B]$
$\{\hat{b}\}$	Spaltenvektor mit den absoluten Gliedern des linearen Gleichungssystems $[\hat{A}]\{\hat{x}\} = \{\hat{b}\}$
$\{\tilde{b}_{mr}\}$	$r$ -te Zeile von $[\tilde{B}_m]$
$\hat{B}_i$	beobachtete Häufigkeiten einer empirischen Häufigkeitsverteilung
$[B]$	Matrix des quadratischen Eigenwertproblems im Zustandsraum
$[\tilde{B}]$	gesamte Eingangsmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\tilde{B}_m]$	modale Eingangsmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\tilde{B}_E]$	Eingangsmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$\hat{c}$	massennormierte modale viskose Dämpfung der $r$ -ten Mode in $\text{s}^{-1}$
$\check{c}$	Dämpfungskonstante eines viskosen Dämpfer-Elementes in $\text{N s m}^{-1}$

$c'$	Faktor
$\check{c}$	Parameter von $\check{U}(t)$
$\tilde{c}_{\hat{E}}$	äquivalente Ersatzdämpfungs konstante in $N \text{ s m}^{-1}$
$c_r$	nicht normierte modale viskose Dämpfung der $r$ -ten Mode in $N \text{ s m}^{-1}$
$\hat{c}_{\hat{N}rl}$	Dämpfungseintrag der $r$ -ten Zeile und der $l$ -ten Spalte mit $r \neq l$ von $[\hat{C}_m]$ bzw. $[\hat{C}_{m\hat{N}}]$ in $s^{-1}$
$\tilde{c}_{\hat{P}}$	Dämpfungskonstante des Prüfobjektes in $N \text{ s m}^{-1}$
$\tilde{c}_{xz}$	gemeinsame Dämpfungskonstante für die $x$ - und $z$ -Richtung in $N \text{ s m}^{-1}$
$\tilde{c}_y$	Dämpfungskonstante in $y$ -Richtung in $N \text{ s m}^{-1}$
$[C]$	viskose Dämpfungsmatrix in $N \text{ s m}^{-1}$
$[\tilde{C}]$	gesamte Ausgangsmatrix für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\acute{C}]$	identifizierte viskose Dämpfungsmatrix in $N \text{ s m}^{-1}$
$[\tilde{C}_{A\tilde{v}}]$	Ausgangsmatrix der Geschwindigkeit für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\tilde{C}_{A\tilde{x}}]$	Ausgangsmatrix des Weges für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[C_m]$	nicht normierte modale viskose Dämpfungsmatrix in $N \text{ s m}^{-1}$
$[\hat{C}_m]$	massennormierte modale viskose Dämpfungsmatrix in $s^{-1}$
$[\hat{C}_{m\hat{D}}]$	massennormierte modale viskose Dämpfungsmatrix mit ausschließlich Diagonalelementen in $s^{-1}$
$[\hat{C}_{m\hat{N}}]$	massennormierte modale viskose Dämpfungsmatrix mit ausschließlich Nebendiagonalelementen in $s^{-1}$
$[\tilde{C}_{m\tilde{v}}]$	modale Ausgangsmatrix der Geschwindigkeit für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$[\tilde{C}_{m\tilde{x}}]$	modale Ausgangsmatrix des Weges für ein Zustandsraummodell mit modalen Koordinaten
$\tilde{d}$	Dämpfungskoeffizient eines hysteretischen Dämpfer-Elementes in $N \text{ m}^{-1}$
$\check{d}$	Parameter von $\check{U}(t)$
$d_r$	nicht normierte modale hysteretische Dämpfung der $r$ -ten Mode in $N \text{ m}^{-1}$

$\hat{d}_{Nr l}$	Dämpfungseintrag der $r$ -ten Zeile und der $l$ -ten Spalte von $[\hat{D}_{mN}]$ in $s^{-2}$
$[D]$	hysteretische Dämpfungsmatrix in $N\ m^{-1}$
$[D_m]$	nicht normierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix in $N\ m^{-1}$
$[\hat{D}_m]$	massennormierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix in $s^{-2}$
$[\hat{D}_{m\hat{D}}]$	massennormierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix mit ausschließlich Diagonalelementen in $s^{-2}$
$[\hat{D}_{m\hat{N}}]$	massennormierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix mit ausschließlich Nebendiagonalelementen in $s^{-2}$
$e_{CZT}$	Fehler von $\zeta_{CZT}$ in %
$e_{\hat{C}}$	Fehler der identifizierten Dämpfungsmatrix in %
$e_{FFT}$	Fehler von $\zeta_{FFT}$ in %
$e_H$	Fehler des Dämpfungsgrades aufgrund der Hauptdämpfungshypothese in %
$e_{LMS}$	Fehler von $\zeta_{LMS}$ in %
$e_{\hat{R}}$	maximale Abweichung zwischen den Beträgen eines reellwertigen und eines komplexwertigen Eigenvektors in %
$e_{\alpha}$	Fehler des Nachgiebigkeitsfrequenzganges durch die Hauptdämpfungshypothese in %
$e_{ \alpha_p }$	relativer Amplitudenfehler des modal synthetisierten Frequenzganges in %
$e_{\zeta r}$	Fehler des simulierten Dämpfungsgrades der $r$ -ten Mode in %
$e_{qr}(\omega)$	modaler Fehler des Nachgiebigkeitsfrequenzganges der $r$ -ten Mode durch die Hauptdämpfungshypothese
$E$	Elastizitätsmodul in $N\ m^{-2}$
$\hat{E}_i$	erwartete Häufigkeiten einer angenommenen Verteilung
$E'(x'_i)$	Erwartungswert von $x'_i$
$\{E'(x'_i)\}$	Vektor mit den Erwartungswerten $E'(x'_i)$
$f$	Frequenz in Hz
$f_{\hat{a}}$	Abtastfrequenz in Hz
$f_l$	$l$ -te Frequenzlinie in Hz
$\Delta f$	Frequenzauflösung in Hz

$f'$	Funktionsbeziehung zwischen der Messgröße $Y'$ und den Eingangsgrößen $X'_i$ sowie zwischen dem Ausgangsschätzwert $y'$ und den Eingangsschätzwerten $x'_i$
$f_r$	$r$ -te Eigenfrequenz in Hz
$f_{signal}$	obere Grenze des nutzbaren Frequenzspektrums
$f(t)$	harmonische Anregung in N
$f(x)$	Kraft in Abhängigkeit vom Weg in N
$\{f(t)\}$	Kraftvektor in N
$\{\tilde{f}(t)\}$	Anregungsvektor des allgemein viskos gedämpften Systems in N
$F$	aktuelle Kraft der harmonischen Anregung in N
$F'$	allgemeine Funktion
$\bar{F}$	harmonische Anregungsamplitude in N
$F_{\bar{D}}$	nichtlineare Dämpferkraft in N
$\bar{F}_k$	harmonische Anregungsamplitude an der Anregungsstelle $k$ in N
$F_{\bar{N}}$	Normalkraft in N
$F(f)$	Fourier-Transformierte von $f(t)$ in N
$F(t)$	Kraft in Abhängigkeit von $t$ in N
$F(x)$	Rückstellkraft in Abhängigkeit von $x$ in N
$\{\bar{F}\}$	Vektor der harmonischen Anregungsamplituden in N
$\{F(\omega)\}$	Kraftvektor $\{f(t)\}$ im Frequenzbereich in N
$g$	Funktion
$\tilde{g}(\hat{\xi})$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von $\hat{\xi}$
$g(t)$	Signal im Zeitbereich
$g(\omega)$	Funktion abhängig von der Kreisfrequenz
$G'$	allgemeine Funktion
$G(f)$	Fourier-Transformierte von $g(t)$
$\hat{G}(f)$	gespiegelter Frequenzspektrum
$H_1(f)$	verbesserte Frequenzgangsschätzung für Antiresonanzen
$H_2(f)$	verbesserte Frequenzgangsschätzung für Resonanzen
$H_{jk}(\omega)$	einzelner Frequenzgang zwischen der Antwortstelle $j$ und der Anregungsstelle $k$
$\{H_{jk}(\omega)\}_M$	gemessener Frequenzgangsvektor zwischen der Antwortstelle $j$ und der Anregungsstelle $k$

$\{H_{jk}(\omega)\}_S$	simulierter Frequenzgangvektor zwischen der Antwortstelle $j$ und der Anregungsstelle $k$
$i$	imaginäre Einheit ( $\sqrt{-1}$ )
$[I]$	Einheitsmatrix
$J$	Dämpfungskoeffizient
$\tilde{k}$	Steifigkeit eines Feder-Elementes in $\text{N m}^{-1}$
$k'$	Erweiterungsfaktor
$\tilde{k}_n$	Steifigkeit eines hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes für die $n$ -te Dissipationsquelle in $\text{N m}^{-1}$
$\tilde{k}_{\bar{P}}$	Steifigkeit des Prüfobjektes in $\text{N m}^{-1}$
$k_r$	modale Steifigkeit der $r$ -ten Mode in $\text{N m}^{-1}$
$\tilde{k}_{\bar{R}}$	Steifigkeit des Referenzobjektes in $\text{N m}^{-1}$
$\tilde{k}_x$	Steifigkeit eines Feder-Elementes in $x$ -Richtung in $\text{N m}^{-1}$
$\tilde{k}_y$	Steifigkeit eines Feder-Elementes in $y$ -Richtung in $\text{N m}^{-1}$
$\tilde{k}_z$	Steifigkeit eines Feder-Elementes in $z$ -Richtung in $\text{N m}^{-1}$
$K_{jk}^R$	residuale Steifigkeit eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$ in $\text{N m}^{-1}$
$[K]$	reellwertige Steifigkeitsmatrix in $\text{N m}^{-1}$
$[K_e]$	reellwertige Steifigkeitsmatrix der hysteretisch dämpfenden Volumenelemente in $\text{N m}^{-1}$
$[K_m]$	modale Steifigkeitsmatrix in $\text{N m}^{-1}$
$l$	ganze Zahl
$L$	Anzahl unkorrelierter Größen
$\tilde{m}$	Masse in kg
$\hat{m}_1$	untere Grenze der berücksichtigten Moden eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$
$\hat{m}_2$	obere Grenze der berücksichtigten Moden eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$
$m_r$	modale Masse der $r$ -ten Mode in kg
$M'$	Anzahl der Monte-Carlo-Versuche (Ziehungen)
$M_{jk}^R$	residuale Masse eines synthetisierten Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{jk}(\omega)$ in kg
$MSC_r$	Mode-Shape-Complexity-Kriterium für die $r$ -te Mode
$[M]$	Massenmatrix in kg
$[M_m]$	modale Massenmatrix in kg
$\hat{n}$	Anzahl der Beobachtungen

$\tilde{n}$	ganze Zahl
$N$	Anzahl der Systemfreiheitsgrade
$\hat{N}$	Anzahl der Eingangsgrößen $X'_i$ von $Y'$
$\tilde{N}$	Anzahl der diskreten Abtastwerte im Messfenster $\hat{T}$
$N_A$	Anzahl der Ausgänge
$N_{\hat{A}}$	Anzahl der Aufstellelemente
$N_D$	Anzahl der Dissipationsquellen
$N_E$	Anzahl der Eingänge
$N_{\hat{F}}$	Anzahl der Freiheitsgrade beim Chi-Quadrat-Test
$N_K$	Anzahl der verwendeten Balken beim Chi-Quadrat-Test
$N_i$	Anzahl der berücksichtigten Summenglieder
$N_{\hat{M}}$	Anzahl der berücksichtigten Moden
$N_{\hat{Z}}$	Anzahl der Zwangsbedingungen beim Chi-Quadrat-Test
$\bar{o}'$	Mittelwert von $o'_i$
$o'_i$	Zufallsgröße
$p$	Eigenwerte des hysteretisch und viskos gedämpften Systems
$p'$	Überdeckungswahrscheinlichkeit
$\hat{p}_i$	positiver oder negativer ganzzahliger Exponent
$p_r$	Eigenwert der $r$ -ten Mode des hysteretisch und viskos gedämpften Systems
$P'$	Wahrscheinlichkeit
$P_n$	allgemeiner Dämpfungsparameter der $n$ -ten Dissipationsquelle ( $\tilde{c}_n$ , $\tilde{\eta}_n$ oder $\hat{\eta}_n$ )
$q$	Modalkoordinate in $\text{m kg}^{0.5}$ (bei Massennormierung), in $\text{m}$ (bei nicht normierten Eigenvektoren)
$\bar{q}'$	arithmetischer Mittelwert von $q'_i$
$q'_i$	zufällig schwankende Größe
$q_{pr}(\omega)$	Modalkoordinate der $r$ -ten Mode für den proportionalen Fall
$q_r(\omega)$	Modalkoordinate der $r$ -ten Zeile von $\{q(\omega)\}$
$\{q(t)\}$	zeitlicher Vektor der modalen Koordinaten
$\{q(\omega)\}$	Vektor der Modalkoordinaten im Frequenzbereich
$Q'_i$	unkorrelierte Eingangsgröße
$r$	Mode

$r'$	Index für den Zufallszahlenvektor $\{x'_Z\}$
$\hat{r}(x'_i, x'_l)$	geschätzter Korrelationskoeffizient zu $x'_i$ und $x'_l$
$[\hat{R}]$	obere Dreiecksmatrix
$R'(0, 1)$	Standard-Rechteckverteilung über dem Intervall $[0, 1]$
$R'(a', b')$	Rechteckverteilung über dem Intervall $[a', b']$
$s$	Laplace-Variable
$s_r$	$r$ -ter Eigenwert eines allgemein viskos gedämpften Systems
$\hat{s}(q'_i)$	empirische Standardabweichung
$\hat{s}^2(q'_i)$	empirische Varianz
$\hat{s}^2(\bar{q}'_i)$	geschätzte Varianz des Mittelwertes $\bar{q}'$
$\hat{s}(o'_i, z'_i)$	geschätzte Kovarianz von $o'_i$ und $z'_i$
$\hat{s}(\bar{o}', \bar{z}')$	geschätzte Kovarianz der Mittelwerte $\bar{o}'$ und $\bar{z}'$
$S_{f\dot{f}}$	Autoleistungsspektrum von $F(f)$ in $N^2$
$S_{f\dot{x}}$	Kreuzleistungsspektrum von $F(f)$ und $X(f)$ in $N$ m
$S_{\dot{x}\dot{f}}$	Kreuzleistungsspektrum von $X(f)$ und $F(f)$ in $N$ m
$S_{\dot{x}\dot{x}}$	Autoleistungsspektrum von $X(f)$ in $m^2$
$t$	Zeit in s
$t_{\bar{n}}$	$\bar{n}$ -ter Zeitschritt in s
$\hat{T}$	Länge des Zeitsignals in s
$\hat{u}(x'_i)$	Standardunsicherheit von $x'_i$
$\hat{u}_c(y')$	kombinierte Standardunsicherheit von $y'$
$\hat{u}^2(q'_i)$	geschätzte Varianz von $q'_i$
$\hat{u}^2(x'_i)$	geschätzte Varianz von $x'_i$
$\hat{u}_c^2(y')$	kombinierte Varianz von $y'$
$\hat{u}_c(y')/ y' $	relative kombinierte Standardunsicherheit von $y'$
$(\hat{u}(x'_i)/x'_i)^2$	geschätzte relative Varianz von $x'_i$
$(\hat{u}_c(y')/y')^2$	relative kombinierte Varianz von $y'$
$\hat{u}(x'_i, x'_l)$	geschätzte Kovarianz zu $x'_i$ und $x'_l$
$\{u\}$	Eingangsvektor
$\{u(\omega)\}$	Eingangsvektor im Frequenzbereich in $N$
$U$	Formänderungsenergie pro Lastzyklus in $N$ m
$U'$	erweiterte Unsicherheit
$\check{U}(t)$	Näherungsfunktion zur Ableitung eines Wertebereichs für gemessene Dämpfungsgrade bei Nichtlinearitäten

$U_{wr}$	modale Formänderungsenergie der $r$ -ten Mode des Systems $w$ in $s^{-2}$
$\Delta U_{wnr}$	lokale modale Formänderungsenergie der $n$ -ten Dissipationsquelle des Systems $w$ bei der $r$ -ten Mode in $s^{-2}$
$\Delta U_{Wr}$	modale Formänderungsenergie des dämpfenden Werkstoffes bei der $r$ -ten Mode in $s^{-2}$
$U_r(t)$	modale Formänderungsenergie der $r$ -ten Mode in Abhängigkeit von der Zeit in $s^{-2}$
$[\hat{U}]$	Unsicherheitsmatrix
$\hat{v}$	Koeffizient des allgemeinen Stoffgesetzes
$v'$	ganze Zahl
$V$	komplexwertige Steifigkeit in $N\ m^{-1}$
$V'$	Speichermodul in $N\ m^{-1}$
$V''$	Verlustmodul in $N\ m^{-1}$
$\hat{w}$	Koeffizient des allgemeinen Stoffgesetzes
$w'$	ganze Zahl
$W$	totale Dissipationsenergie pro Bauteil und Lastzyklus in $N\ m$
$W_{nr}$	modale Dissipationsenergie der $n$ -ten Dissipationsquelle bei der $r$ -ten Mode in $s^{-2}$
$W_h$	Dissipationsenergie eines hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes pro Lastzyklus in $N\ m$
$W_s$	spezifische Dissipationsenergie pro Volumenelement und Lastzyklus in $N\ m\ m^{-3}$
$W_v$	Dissipationsenergie eines viskosen Feder-Dämpfer-Elementes pro Lastzyklus in $N\ m$
$x$	$x$ -Koordinate im kartesischen Koordinatensystem in $m$
$\ddot{x}$	Beschleunigung in $m\ s^{-2}$
$x'_i$	Schätzung von $X'_i$
$\bar{x}_l$	$l$ -te Amplitude einer in der Eigenfrequenz ausschlagenden Impulsantwort in $m$
$x'_R$	Pseudozufallszahl aus $R'(0, 1)$
$x'_Z$	Zufallszahl
$x(t)$	Antwort auf die harmonische Anregung $f(t)$ in $m$
$\{\hat{x}\}$	Lösungsvektor des linearen Gleichungssystems $[\hat{A}]\{\hat{x}\} = \{\hat{b}\}$

$\{x'_R\}$	Zufallszahlenvektor mit $\hat{N}$ Zufallszahlen $x'_R$
$\{x(t)\}$	Verschiebungs- bzw. Verformungsvektor in m
$\{\dot{x}(t)\}$	Geschwindigkeitsvektor in $\text{m s}^{-1}$
$\{\ddot{x}(t)\}$	Beschleunigungsvektor in $\text{m s}^{-2}$
$X$	aktuelle harmonische Verformung in m
$\bar{X}$	harmonische Antwortamplitude in m
$X'_i$	$i$ -te Eingangsgröße von $Y'$
$\bar{X}_j$	harmonische Antwortamplitude an der Antwortstelle $j$ in m
$\Delta\bar{X}_{wnr}$	Relativbewegung eines Feder-Dämpfer-Elementes bei der $r$ -ten Mode als $n$ -te Dissipationsquelle des Systems $w$ in $\text{kg}^{-0.5}$
$X(f)$	Fourier-Transformierte von $x(t)$ in m
$ \dot{X} $	Geschwindigkeitsspektrum in $\text{m s}^{-1}$
$X_{jr}(t)$	harmonische Eigenvektorbewegung des Freiheitsgra- des $j$ bei der $r$ -ten Mode in Abhängigkeit von der Zeit in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\bar{X}\}$	harmonischer Antwortamplitudenvektor in m
$\{X_r(t)\}$	Vektor mit $X_{jr}(t)$ für jeden Freiheitsgrad $j$ in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{X(\omega)\}$	Verschiebungs- bzw. Verformungsvektor $\{x(t)\}$ im Fre- quenzbereich in m
$y$	$y$ -Koordinate im kartesischen Koordinatensystem in m
$y'$	Schätzwert von $Y'$
$y'_u$	untere Grenze des Überdeckungsintervalls der geschätz- ten Ausgangsgröße $y'$
$y'_o$	obere Grenze des Überdeckungsintervalls der geschätzten Ausgangsgröße $y'$
$\{y_A\}$	Ausgangsvektor
$Y'$	Messgröße
$Y(\omega)$	Beweglichkeit in $\text{m s}^{-1} \text{N}^{-1}$
$z$	$z$ -Koordinate im kartesischen Koordinatensystem in m
$\bar{z}'$	Mittelwert von $z'_i$
$z'_i$	Zufallsgröße
$z(t)$	zeitabhängige Zustandsgröße
$\{z\}$	Zustandsvektor

$\{\bar{Z}\}$  zeitunabhängiger Amplitudenvektor der Zustandsgröße  $z(t)$

## Griechische Buchstaben

<b>Größe</b>	<b>Bedeutung</b>
$ \bar{\alpha} $	Resonanzamplitude in $m N^{-1}$
$[\alpha(\omega)]$	Übertragungsfunktionsmatrix mit allen $\alpha_{jk}(\omega)$ in $m N^{-1}$
$\alpha_{\dot{d}_{jk}}(\omega)$	Nachgiebigkeitsfrequenzgang (direkte Frequenzgangberechnung mithilfe von Gl. 4.40) zwischen der Antwortstelle $j$ und der Anregungsstelle $k$ in $m N^{-1}$
$\alpha_{jk}(\omega)$	Nachgiebigkeitsfrequenzgang zwischen der Antwortstelle $j$ und der Anregungsstelle $k$ in $m N^{-1}$
$ \alpha_{kk}(\omega_r) $	maximale Amplitude des Anregungspunkt-Nachgiebigkeitsfrequenzganges $\alpha_{kk}(\omega)$ an der Anregungsstelle $k$ bei $\omega_r$ in $m N^{-1}$
$\alpha_{pjk}(\omega)$	modal synthetisierter proportionaler Nachgiebigkeitsfrequenzgang zwischen der Antwortstelle $j$ und der Anregungsstelle $k$ in $m N^{-1}$
$\beta$	Parameter der Caughey-Reihe
$\tilde{\beta}$	Parameter von $F(x)$ zur Erzeugung einer nichtlinearen Rückstellkraft
$\tilde{\beta}_{degr}$	Parameter von $F(x)$ zur Erzeugung einer degressiven Rückstellkraft
$\tilde{\beta}_{prog}$	Parameter von $F(x)$ zur Erzeugung einer progressiven Rückstellkraft
$\gamma$	Parameter des Dahl-Modells
$\gamma^2(f)$	Kohärenzfunktion
$\delta$	Abklingkonstante in $s^{-1}$
$\varepsilon$	Dehnung
$\varepsilon_{max}$	maximale Dehnung einer Hysterese
$\zeta$	Dämpfungsgrad
$\zeta_{CZT}$	mithilfe der Halbwertsbreitenmethode bestimmter Dämpfungsgrad (Frequenzspektrum basiert auf einer CZT)

$\zeta_{FFT}$	mithilfe der Halbwertsbreitenmethode bestimmter Dämpfungsgrad (Frequenzspektrum basiert auf einer FFT)
$\zeta_{LMS}$	mithilfe der PolyMax-Methode bestimmter Dämpfungsgrad unter Verwendung der kommerziellen Software LMS Test.Lab <sup>®</sup>
$\zeta_r$	Dämpfungsgrad der $r$ -ten Mode
$H\zeta_r$	berechneter Dämpfungsgrad basierend auf der Hauptdämpfungshypothese
$\zeta_{rM}$	gemessener Dämpfungsgrad
$\zeta_{rS}$	simulierter Dämpfungsgrad
$\zeta_{wr}$	Dämpfungsgrad der $r$ -ten Mode des $w$ -ten Systems oder Montagezustandes
$\Delta\zeta_{er}$	Dämpfungsgradanteil hysteretisch gedämpfter Volumenelemente
$\Delta\zeta_{hr}$	Dämpfungsgradanteil eines hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes
$\Delta\zeta_{wnr}$	Dämpfungsgradanteil der $n$ -ten Dissipationsquelle des Systems $w$ bei der $r$ -ten Mode
$\Delta\zeta_{vr}$	Dämpfungsgradanteil eines viskosen Feder-Dämpfer-Elementes
$\Delta\zeta_{Wr}$	Dämpfungsgradanteil eines Werkstoffes bei der $r$ -ten Mode
$\eta$	Verlustfaktor
$\hat{\eta}_n$	Verlustfaktor hysteretisch dämpfender Volumenelemente für die $n$ -te Dissipationsquelle
$\tilde{\eta}_n$	Verlustfaktor eines hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes für die $n$ -te Dissipationsquelle
$\eta_r$	Verlustfaktor der $r$ -ten Mode
$\hat{\eta}_W$	Verlustfaktor eines Werkstoffes
$\{\theta\}_r$	$r$ -ter Eigenvektor des allgemein viskos gedämpften Systems
$[\Theta]$	Eigenvektormatrix des allgemein viskos gedämpften Systems
$\kappa_{wnr}$	Verhältnis der lokalen Formänderungsenergie $\Delta U_{wnr}$ zur gesamten Formänderungsenergie $U_{wr}$
$\lambda$	Eigenwert des hysteretisch gedämpften Systems
$\lambda_r$	$r$ -ter Eigenwert des hysteretisch gedämpften Systems
$\Lambda$	logarithmisches Dekrement
$\mu$	Reibkoeffizient

$\nu$	massenproportionaler Parameter des Rayleigh-Ansatzes
$\hat{\xi}$	allgemeine Messgröße
$\{\xi\}$	Vektor der Dimension $\hat{N} \times 1$ mit je einer Zufallszahl für die korrelierten Eingangsgrößen $x'_i$
$\pi$	Kreiszahl
$\{\rho\}_r$	angenäherter, massennormierter Eigenvektor der $r$ -ten Mode für ein hysteretisch gedämpftes System in $\text{kg}^{-0.5}$
$\sigma$	Spannung in $\text{N m}^{-2}$
$\bar{\sigma}$	mittlere Spannung einer Hysterese in $\text{N m}^{-2}$
$\hat{\sigma}$	Ermüdungsfestigkeit in $\text{N m}^{-2}$
$\bar{\sigma}$	Spannungsamplitude bei zyklischer Belastung in $\text{N m}^{-2}$
$\tau$	Dämpfungsexponent
$\nu$	steifigkeitsproportionaler Parameter des Rayleigh-Ansatzes
$\phi_{jr}$	Eigenvektoreintrag des $r$ -ten massennormierten Eigenvektors $\{\phi\}_r$ an der Antwortstelle $j$ in $\text{kg}^{-0.5}$
$\phi_{kr}$	Eigenvektoreintrag des $r$ -ten massennormierten Eigenvektors $\{\phi\}_r$ an der Anregungsstelle $k$ in $\text{kg}^{-0.5}$
$\phi_{xjr}$	Eigenvektorbewegung in $x$ -Richtung an der Stelle $j$ bei der $r$ -ten Mode in $\text{kg}^{-0.5}$
$\phi_y$	massennormierte Eigenvektorbewegung eines Messpunktes oder FE-Knotens der Struktur in $y$ -Richtung in $\text{kg}^{-0.5}$
$\phi_{yjr}$	Eigenvektorbewegung in $y$ -Richtung an der Stelle $j$ bei der $r$ -ten Mode in $\text{kg}^{-0.5}$
$\phi_{zjr}$	Eigenvektorbewegung in $z$ -Richtung an der Stelle $j$ bei der $r$ -ten Mode in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\phi\}_r$	massennormierter Eigenvektor der $r$ -ten Mode in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\phi_e\}_r$	zu $K_e$ gehörender massennormierter Eigenvektor in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\phi_{\hat{K}}\}_r$	komplexwertiger massennormierter Eigenvektor der $r$ -ten Mode eines allgemein viskos gedämpften Systems in $\text{kg}^{-0.5}$
$\{\phi_{\hat{R}}\}_r$	reellwertiger massennormierter Eigenvektor der $r$ -ten Mode eines allgemein viskos gedämpften Systems in $\text{kg}^{-0.5}$
$[\Phi]$	massennormierte Modalmatrix in $\text{kg}^{-0.5}$
$\varphi$	Phasenverschiebung
$\varphi_{jr}$	Phase des $j$ -ten Eintrages eines komplexwertigen $r$ -ten Eigenvektors
$\chi^2$	Chi-Quadrat

$\tilde{\chi}_b^2$	reduziertes Chi-Quadrat
$\psi_{jr}$	$j$ -ter Eigenvektoreintrag des $r$ -ten unskalierten Eigenvektors $\{\psi\}_r$
$ \psi_{jr} $	Betrag des $j$ -ten Eintrages eines komplexwertigen $r$ -ten Eigenvektors
$\psi_{kr}$	$k$ -ter Eigenvektoreintrag des $r$ -ten unskalierten Eigenvektors $\{\psi\}_r$
$\{\psi\}_r$	unskalierter Eigenvektor der $r$ -ten Mode
$\{\hat{\psi}\}_r$	amplitudennormierter Eigenvektor der $r$ -ten Mode
$\{\psi_M\}_r$	gemessener Eigenvektor der $r$ -ten Mode
$\{\psi_S\}_r$	simulierter Eigenvektor der $r$ -ten Mode
$[\Psi]$	Modalmatrix
$\omega$	Kreisfrequenz in $\text{rad s}^{-1}$
$\Delta\omega$	Halbwertsbreite in $\text{rad s}^{-1}$
$\omega_a$	Abgleicheigenkreisfrequenz in $\text{rad s}^{-1}$
$\omega_d$	gedämpfte Eigenkreisfrequenz in $\text{rad s}^{-1}$
$\omega_r$	$r$ -te Eigenkreisfrequenz in $\text{rad s}^{-1}$
$\omega_{wr}$	$r$ -te Eigenkreisfrequenz des Systems $w$ in $\text{rad s}^{-1}$
$\lceil \omega_r^2 \rceil$	Eigenkreisfrequenzmatrix in $\text{rad s}^{-1}$

## Indizes

Größe	Bedeutung
$a$	abgeglichen
$\hat{a}$	abgetastet
$A$	Ausgang
$\hat{A}$	äußere
$\tilde{A}$	Aufstellelemente
$c$	kombiniert
$\dot{C}$	identifizierte Dämpfungsmatrix
$d$	gedämpft
$degr$	degressiv

---

$\hat{d}$	direkt
$D$	Dissipationsquellen
$\hat{D}$	Diagonalelemente
$e$	Element
$E$	Eingang
$\hat{E}$	Ersatz
$\hat{f}$	Kraftsignal
$\hat{F}$	Fuge
$\tilde{F}$	Frobenius
$FE$	Finite-Element-Knoten
$g$	gesucht
$h$	hysteretisch
$H$	Hauptdämpfungshypothese
$i$	Laufindex
$j$	Freiheitsgrad der Systemantwort
$k$	Freiheitsgrad der Anregung
$\hat{K}$	komplexer Eigenvektor
$l$	Laufindex
$m$	modal
$M$	Messung
$\hat{M}$	Mode
$n$	Nummer der Dissipationsquelle
$\tilde{n}$	ganze Zahl
$N$	Anzahl der Systemfreiheitsgrade
$\hat{N}$	Nebendiagonalelemente
$o$	obere
$p$	proportional
$prog$	progressiv
$\tilde{P}$	Prüfobjekt
$q$	modale Konstante
$r$	Nummer der aktuellen Mode
$R$	Rechteck
$\hat{R}$	reellwertiger Eigenvektor
$\tilde{R}$	Referenzobjekt

$s$	spezifisch
$S$	Simulation
$u$	untere
$\hat{u}$	Laufindex
$v$	viskos
$\hat{v}$	Laufindex
$\tilde{v}$	Geschwindigkeit
$w$	Nummer des untersuchten Systems oder Montagezustandes
$\hat{w}$	Laufindex
$W$	Werkstoff
$x$	translatorischer Freiheitsgrad in x-Richtung
$\hat{x}$	Wegsignal
$\tilde{x}$	Weg
$y$	translatorischer Freiheitsgrad in y-Richtung
$z$	translatorischer Freiheitsgrad in z-Richtung
$Z$	Zufall
$\alpha$	Nachgiebigkeit
$\zeta$	Dämpfungsgrad
$\theta_x$	Rotationsfreiheitsgrad um die x-Achse
$\theta_y$	Rotationsfreiheitsgrad um die y-Achse
$\theta_z$	Rotationsfreiheitsgrad um die z-Achse

# 1 Einleitung

*„Werkzeugmaschinen zählen zu den bedeutendsten Produktionsmitteln der metallverarbeitenden Industrie. Ohne die Entwicklung dieser Maschinengattung wäre der heutige hohe Lebensstandard der Industrienationen nicht denkbar.“*  
(WECK & BRECHER 2006, S. V)

Um den Lebensstandard zu erhalten und diesen auch den aufstrebenden Nationen zu ermöglichen, ist eine stetige Weiterentwicklung dieser Maschinengattung unabdingbar. Die Leistungsfähigkeit der Werkzeugmaschinen wird ständig durch neuartige Werkzeuge und Werkstoffe vorangetrieben, welche jedoch zu immer höheren Prozesskräften führen (BRECHER ET AL. 2009). Um die hohen Anforderungen bezüglich der Arbeitsgenauigkeit einzuhalten, müssen bei der Auslegung die Wechselwirkungen zwischen der nachgiebigen Maschinenstruktur, dem Zerspanungsprozess und den verschiedenen Regelungssystemen berücksichtigt werden (SCHWARZ 2010). Aufgrund des hohen Wettbewerbsdrucks sind zudem die Werkzeugmaschinenhersteller dazu gezwungen, möglichst kurze Entwicklungszeiten zu erreichen und auf kosten- und zeitintensive Versuche am realen Prototyp zu verzichten (SCHNEIDER 2000). Da das größte Potenzial zur Beeinflussung des Maschinenverhaltens in der Entwurfsphase liegt (ALBERTZ 1995), wird angestrebt, dieses bereits möglichst früh im Entwicklungsprozess anhand von virtuellen Prototypen bezüglich der Arbeitsgenauigkeit zu optimieren (ALTINTAS ET AL. 2005; FLEISCHER & BROOS 2004; KIPFMÜLLER 2009; MILBERG & GUSERLE 2005; WITT 2007).

Für die Auslegung von Werkzeugmaschinen stehen mittlerweile verschiedene Simulationstechniken zur Verfügung (ALTINTAS ET AL. 2005). So können für eine Regler- und eine Prozessoptimierung Simulationsmodelle von Struktur, Regelung und Prozess gekoppelt werden (SCHWARZ 2010; SIEDL 2008). Da die Dämpfung einen großen Einfluss auf die Nachgiebigkeit der Maschinenstruktur besitzt, muss in den Simulationsmodellen das Dämpfungsverhalten der Struktur berücksichtigt werden (ALBERTZ 1995; NEBELING 1999).

Die Modellierung der Dämpfung stellt aktuell ein großes Problem dar (GROSSMANN ET AL. 2010; KIPFMÜLLER 2009; VESELY & SULITKA 2009). Weder auf theoretischem noch auf empirischem Wege konnten bisher gesicherte Dämpfungsparameter für Werkzeugmaschinen bestimmt werden (FINKE 1977;

SCHNEIDER 2000; WITT 2007). Die Schwierigkeit besteht meist darin, die Dämpfungswirkung einzelner Bauteile von der Gesamtdämpfung zu trennen.

Eine Möglichkeit bietet der sequenzielle Aufbau einer Maschine (LÖWENFELD 1957). Die Dämpfung einer Drehmaschine für verschiedene Montageschritte ist in Abb. 1.1 veranschaulicht, womit die Dämpfungsänderungen für jeden Montageschritt aufgedeckt werden.

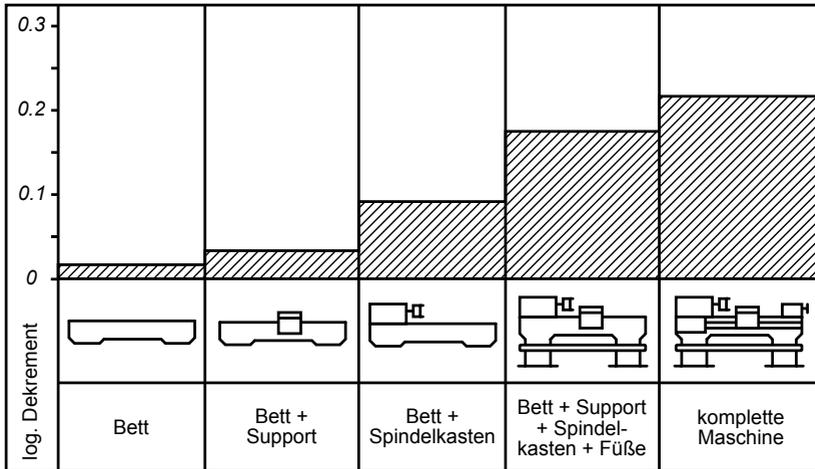


Abb. 1.1: Einfluss der Baukörper auf die Dämpfung einer Drehmaschine (LÖWENFELD 1957)

Daraus lässt sich beispielsweise ableiten, dass die Werkstoffdämpfung nur einen kleinen Anteil an der Dämpfung der Gesamtmaschine besitzt. Da sich jedoch das Schwingungsverhalten mit jedem Montageschritt ändert, lässt sich damit noch nicht identifizieren, wie sich die Dämpfung der Einzelteile verhält und wie sie sich für jeden Montageschritt genau zusammensetzt.

In dieser Arbeit soll das Prinzip des sequenziellen Aufbaus genutzt werden, um die Anteile der Dämpfung einer Werkzeugmaschine zu bestimmen und die Dämpfungswirkung einzelner Bauteile von der Gesamtdämpfung zu trennen. Die Dämpfungsanteile sollen dabei durch geeignete Modelle beschrieben werden. Hierfür soll eine allgemeine Methodik erarbeitet werden, welche auf beliebige Strukturen übertragbar ist. Zur Vereinfachung wird eine ruhende Werkzeugmaschinenstruktur betrachtet. Elektrische Antriebe, Kupplungen sowie jegliche Abdeckungen sind daher nicht Bestandteil des betrachteten Versuchsträgers, so dass die Dämpfung aus der Regelung sowie aus dem Prozess nicht untersucht wird.

---

Bevor die Methodik vorgestellt wird, soll zunächst im Kapitel 2 (S. 5) der Stand der Technik zur Dämpfungsmodellierung dargelegt werden. Um die Bedeutung der Dämpfung für die Werkzeugmaschinenauslegung genauer einordnen zu können, soll am Anfang ein Einblick in die Auslegungssystematik von Werkzeugmaschinen gegeben werden (Abschnitt 2.1, S. 5). Anschließend werden grundlegende Dämpfungsmodelle sowie Begrifflichkeiten eingeführt (Abschnitt 2.2, S. 8), deren Anwendung auf theoretische Modelle (Abschnitt 2.3, S. 15) sowie auf Werkzeugmaschinen (Abschnitt 2.4, S. 30) weiter vertieft wird. Aus dem Stand der Technik lassen sich konkrete Problemstellungen ableiten (Abschnitt 2.5, S. 49), denen in dieser Arbeit mit der in Kapitel 3 (S. 51) beschriebenen Zielsetzung und Vorgehensweise begegnet werden soll. In Kapitel 4 (S. 55) wird die neue Modellierungs- und Identifikationsmethodik zunächst an einfachen theoretischen Modellen erläutert und anschließend die Vorgehensweise speziell für Werkzeugmaschinen vorgestellt. Entsprechende Erweiterungen der Methodik werden in Kapitel 5 (S. 99) gesondert behandelt. Da die experimentelle Bestimmung der Dämpfung entscheidend die Qualität der identifizierten Dämpfungsmodelle beeinflusst, widmet sich Kapitel 6 (S. 119) den Einflüssen der Dämpfungsgradbestimmung. Alle erarbeiteten Methoden werden in Kapitel 7 (S. 151) auf eine Werkzeugmaschinenstruktur angewendet und deren Dämpfungsanteile bestimmt. Die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit werden abschließend in Kapitel 8 (S. 193) zusammengefasst und die zukünftigen Herausforderungen aufgezeigt.



## 2 Stand der Technik

### 2.1 Auslegung von Werkzeugmaschinen

Werkzeugmaschinen werden meist hinsichtlich ihrer Bearbeitungsaufgabe (z. B. Drehen, Fräsen, Bohren) ausgelegt. Aufgrund der Vielzahl an Anwendungsgebieten existieren mittlerweile ganz unterschiedliche Bauformen (WECK & BRECHER 2005). Grundsätzlich kann zwischen Werkzeugmaschinen mit seriell und parallel angeordneten Achsen unterschieden werden (KIPFMÜLLER 2009). Die Maschinenentwicklung von Systemen mit Parallelkinematik gestaltet sich deutlich schwieriger, weshalb sich diese Bauform nur in Ausnahmefällen auf dem Markt etabliert hat (KIPFMÜLLER 2009).

Um nachvollziehen zu können, worauf es bei der Auslegung von Werkzeugmaschinen ankommt, wird die Werkzeugmaschine zunächst gedanklich in ihre wesentlichen Bestandteile zerlegt. Anhand dieser Bestandteile sollen die wesentlichen auftretenden Phänomene erläutert werden. Anschließend wird auf verschiedene Modellierungsvarianten eingegangen. Da der Maschinenstruktur bei der Auslegung von Werkzeugmaschinen eine besondere Bedeutung zukommt, wird deren Modellierung noch einmal vertieft.

Werkzeugmaschinen können als mechatronische Gesamtsysteme betrachtet werden, für deren Modellierung sich Blockdarstellungen eignen (OERTLI 2008; SCHWARZ 2010). In Abb. 2.1 (S. 6) ist das Betriebsverhalten einer Werkzeugmaschine als Blockschaltbild veranschaulicht. Die wesentlichen Bestandteile sind dabei die Maschinenstruktur, die Regelung und der Prozess. Statische und dynamische Belastungen der Werkzeugmaschine, die aus der Achsregelung, dem Prozess sowie zusätzlichen Störkräften resultieren, führen zu ungewollten Verlagerungen und können den Bearbeitungsprozess maßgeblich stören (WECK & BRECHER 2006). Bei der dynamischen Belastung kann zwischen freien, fremderregten und selbsterregten Schwingungen unterschieden werden (MILBERG 1992). Freie Schwingungen entstehen beispielsweise beim ruckartigen Anfahren der Achsen durch kurzzeitige Motormomente. Fremderregte Schwingungen resultieren aus Störkräften, die auf die Maschine wirken, wie es bei Unwuchten oder Messereingriffstößen bei der Zerspanung mit geometrisch bestimmter Schneide der Fall ist. Selbsterregte Schwingungen werden durch die Kopplung des Zerspanungsprozesses mit der nachgiebigen Maschinenstruktur verursacht.

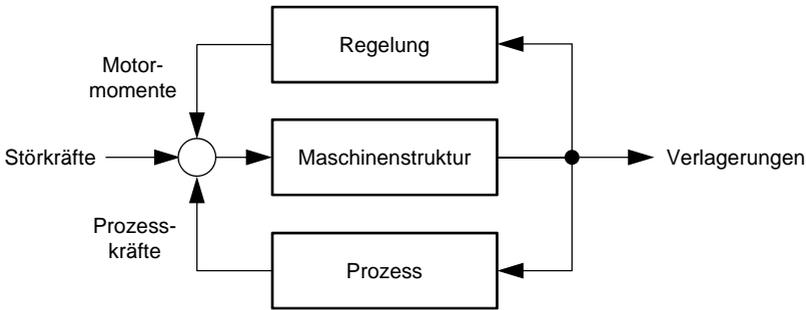


Abb. 2.1: Blockschaltbild einer Werkzeugmaschine in Anlehnung an SCHWARZ (2010)

Liegen die Anregungsfrequenzen in der Nähe von Eigenfrequenzen, können die dabei auftretenden Relativbewegungen zwischen Werkzeug und Werkstück zu einer welligen Oberfläche führen. Das Eintreten der Werkzeugschneide in diese Oberflächenwelligkeit bewirkt eine weitere Anregung der Maschinenstruktur in ihren Eigenfrequenzen, die zur Instabilität des Gesamtsystems führen kann.

Um die Werkzeugmaschine hinsichtlich der auftretenden Belastungen auslegen zu können, wird im Entwicklungsprozess zunehmend die Simulation eingebunden (ALBERTZ 1995; OERTLI 2008; SCHNEIDER 2000; SCHWARZ 2010; SIEDL 2008; ZIEHL 1996). Je nach Auslegungskriterium sind die Maschinenstruktur, die Regelung, der Prozess oder eine Kombination dieser zu berücksichtigen. Zur Strukturoptimierung oder Beurteilung von Änderungskonstruktionen ist es ausreichend, nur die Maschinenstruktur anhand von Frequenzgängen zu beurteilen (ALBERTZ 1995; PRÖSSLER 1981; ZIEHL 1996). Sollen die Regler ausgelegt werden, ist eine gekoppelte Simulation von Strukturodynamik und Regelung nötig (BERKEMER 2003; OERTLI 2008; QUEINS 2005). Die Neigung des Gesamtsystems zu selbsterregten Schwingungen aufgrund des Regenerativeffektes kann anhand von Relativnachgiebigkeiten zwischen Werkzeug und Werkstück beurteilt werden, wenn der geschlossene Regelkreis aus Struktur und Prozess berücksichtigt wird (ALBERTZ 1995; MENSE 2010). Die Simulation aller wesentlichen Effekte wird durch die Abbildung von Struktur, Regelung und Prozess erreicht. Damit lassen sich gezielt die Struktur- und die Prozesswechselwirkungen zwischen den Teilsystemen analysieren und Prozesse optimieren (SCHWARZ 2010; SIEDL 2008).

Das Systemverhalten einer Maschinenstruktur kann in ausreichender Näherung als linear betrachtet werden (GROSSMANN 1976), obwohl nichtlineare Anteile in den Koppelstellen nicht ausgeschlossen werden können (SABOTKE 1988; SCHMIDT 1995). Aufgrund der Massenverhältnisse hat die Achsposition einen

Einfluss auf das Maschinenverhalten, weshalb die lineare Annahme jeweils nur für eine definierte Achsposition zulässig ist (SCHWARZ 2010).

Das Übertragungsverhalten der Maschinenstruktur wird über die Bewegungsdifferenzialgleichung zweiter Ordnung beschrieben, deren mathematische Formulierung von Simulationssystemen übernommen wird (SCHNEIDER 2000). Hierfür stehen die starren Mehrkörpersysteme (MKS), die Finite-Elemente-Methode (FEM) und die flexiblen Mehrkörpersysteme zur Verfügung (SIEDL 2008). Bei den MKS werden die Körper als starr angenommen (BREMER & PFEIFFER 1992). Die FEM unterteilt die Struktur dagegen in eine endliche Zahl diskreter Elemente (STELZMANN ET AL. 2002). Die flexiblen MKS vereinen die beiden Ansätze. Somit kann die Struktur sowohl starre als auch flexible Körper enthalten (SIEDL 2008). Die Modellierungsvarianten führen zu einer unterschiedlichen Modellgröße, welche jedoch nachträglich durch verschiedene Verfahren wieder reduziert werden kann (DADALAU ET AL. 2009). MKS-Modelle besitzen meist nur wenige Freiheitsgrade (NEITHARDT 2004), wohingegen FE-Modelle von modernen Bearbeitungsmaschinen mehrere hunderttausend bis zu einigen Millionen Freiheitsgrade aufweisen (BONIN ET AL. 2009; SCHWARZ ET AL. 2014). Aufgrund der geringen Modellgröße ist es mit den MKS möglich, im Zeitbereich große Verfahrbewegungen zu simulieren (NEITHARDT 2004), deren Abbildungsgenauigkeit mit den flexiblen MKS weiter gesteigert werden kann (QUEINS 2005; SIEDL 2008). Zur Simulation des strukturemechanischen Verhaltens wird häufig die FEM eingesetzt, da aufgrund der hohen Systemordnung eine genaue Beschreibung im Frequenzbereich möglich ist (ALBERTZ 1995; ALTINTAS ET AL. 2005; OERTLI 2008; SCHWARZ 2010).

Für die Koppellemente wie Wälzlager, Wälzführungen und Kugelgewindetriebe (KGTs), welche die einzelnen Teilstrukturen verbinden, werden bei den MKS und der FEM Feder-Dämpfer-Elemente eingesetzt (FLEISCHER & BROOS 2004). Die Steifigkeits- und die Dämpfungseigenschaften haben dabei einen großen Einfluss auf das Schwingungsverhalten der Gesamtmaschine (ALBERTZ 1995). Aufgrund der Vielzahl an Einflussfaktoren ist die Lokalisierung und Parametrierung der verschiedenen Koppellemente jedoch für große Strukturen mit einem extrem hohen Rechenaufwand verbunden (WASMANN 1996). Für die FEM und für die flexiblen MKS stehen in der Literatur detaillierte Modellierungshinweise zur Verfügung (ALBERTZ 1995; QUEINS 2005; SCHWARZ 2010; SIEDL 2008). Die Steifigkeiten können über rechnerische Methoden wie überschlägige Formeln bzw. detaillierte FEM-Berechnungen oder über experimentelle Methoden wie einen Parameterabgleich von statischen und dynamischen Messungen an Teststrukturen bzw. Prototypen gewonnen werden (ALBERTZ 1995). Nichtlinearitäten werden dabei in einem Arbeitspunkt linearisiert (FINKE 1977). Wie der Dämpfung begegnet werden kann,

soll in den nächsten Abschnitten detailliert dargelegt werden. Dafür werden die Grundlagen zur Dämpfung aufbereitet und die analytischen, experimentellen und simulativen Ansätze verschiedener Fachdisziplinen betrachtet.

## 2.2 Allgemeines zur Dämpfungsmodellierung

### 2.2.1 Dämpfungsarten

In der Literatur gibt es eine Fülle von wissenschaftlichen Arbeiten, welche sich mit der Dämpfung befassen. Die Beschreibung und die Bezeichnungen der Dämpfung sind jedoch aufgrund unterschiedlicher Denkweisen, Objekte und Aufgabenstellungen nicht einheitlich (VDI 3830-1 2004). Um einige wichtige Begrifflichkeiten voneinander abzugrenzen, sollen hier häufig anzutreffende Einteilungen vorgestellt werden.

Jede Ursache für eine abklingende bzw. verminderte Schwingung kann zunächst als eine Form der Schwingungsreduktion verstanden werden. Die Maßnahmen zur Schwingungsreduktion werden in

- passive Systeme, ohne jedwede Energiezufuhr,
- semiaktive Systeme, deren passive Eigenschaften durch Zufuhr von Hilfsenergie geändert werden können und
- aktive Systeme, die mittels extern zugeführter Energie direkt Kräfte erzeugen,

eingeteilt (BAUR 2014; TOMLINSON 2001). In Werkzeugmaschinen werden diese Maßnahmen mithilfe von Zusatzsystemen umgesetzt (BAUR 2014; ROTH 2009; SIMNOFSKE 2009; WAIBEL 2013).

Die passiven Maßnahmen zur Schwingungsreduktion werden wiederum in

- Schwingungsisolierung,
- Schwingungstilgung und
- Schwingungsdämpfung

unterteilt (VDI 3833-1 2009).

Die Schwingungsisolierung dient der Reduzierung von übertragenen Schwingungen mithilfe von Isolierelementen (VDI 2062-1 2011). Dabei wird das Objekt so gelagert, dass es von der Umgebung schwingungstechnisch abgekoppelt ist. Bei der Schwingungstilgung erzeugen gezielt abgestimmte Zusatzmassen Gegenschwingungen, welche den unerwünschten Schwingungen

entgegenwirken (SIMNOFSKE 2009; VDI 2062-1 2011). Die Schwingungsdämpfung, im Folgenden nur noch als *Dämpfung* bezeichnet, kann im weitesten Sinne als *Energiedissipation* betrachtet werden (STÜHLER 1993). Dabei kann Energiedissipation die Umwandlung von Bewegungsenergie in andere, für das Schwingungssystem nicht mehr nutzbare Energieformen, oder das Wegführen der Energie in Bereiche außerhalb des Schwingungssystems sein. Diese Arbeit befasst sich ausschließlich mit dieser Form der Dämpfung.

Häufig wird in der Literatur zwischen äußerer und innerer Dämpfung unterschieden (DIETERLE 1981; KOLSCH 1993; OEXL 2003; OTTL 1981; VDI 3830-1 2004). Äußere Dämpfung liegt vor, wenn die Reaktionskraft außerhalb der Systemgrenzen auftritt. Bei innerer Dämpfung treten Dämpfungskräfte beim Freischneiden innerhalb der Systemgrenze auf (VDI 3830-1 2004). Jeder dieser Dämpfungsarten können unterschiedliche *Dämpfungsmechanismen* zugewiesen werden. Ein Dämpfungsmechanismus beschreibt die physikalische Ursache, welche zur Energiedissipation führt. Beispiele für äußere Dämpfungsmechanismen sind (OEXL 2003):

- Schallabstrahlung in die Luft oder
- Körperschallabstrahlung in den Boden.

Beispiele für innere Dämpfungsmechanismen sind (KOLSCH 1993):

- Relativverschiebungen in den Fügstellen der Struktur und
- Energiedissipation im Werkstoff.

### 2.2.2 Dämpfungsmodelle

Es gibt viele Modelle, mit denen die verschiedenen Dämpfungsmechanismen beschrieben werden können. Um die Dämpfungsmodelle einzuteilen, sollen einige Unterscheidungsmerkmale vorgestellt werden.

Ein perfekt elastisches Material, welches dem Hooke'schen Gesetz

$$\sigma = E \varepsilon \tag{2.1}$$

mit der Spannung  $\sigma$ , dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Dehnung  $\varepsilon$  folgt, weist eine rein lineare Spannungs-Dehnungs-Kurve auf und dissipiert damit keine Energie. Alles, was von diesem perfekten elastischen Verhalten abweicht, wird als inelastisches Verhalten bezeichnet (LAZAN 1968). Jedes Material oder jede Struktur besitzt ein inelastisches Verhalten, welches im Falle zyklischer Belastung zur Energiedissipation führt. Die zyklische Last-Verformungs-Kurve (Anregungskraft  $F$  über Verformung  $X$ ) bzw. Spannungs-Dehnungs-Kurve

(Spannung  $\sigma$  über Dehnung  $\varepsilon$ ) gibt dabei eine Hystereseschleife wieder. Einige typische Hystereseschleifen sind in Abb. 2.2 erläutert.

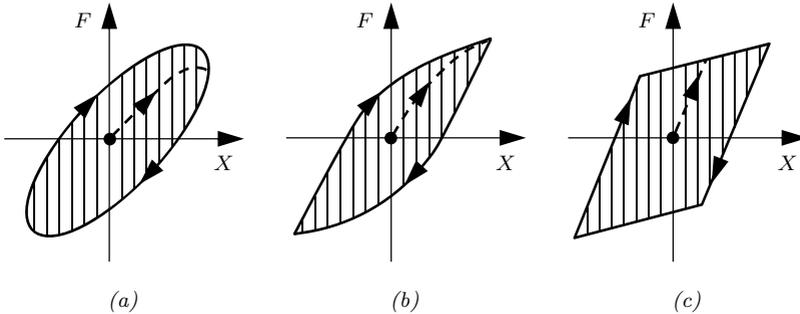


Abb. 2.2: Typische Hystereseschleifen: Metall unter niedriger Spannung (a), Metall unter hoher Spannung (b) und Struktur mit Fugen (c) in Anlehnung an LAZAN (1968)

Die Flächen innerhalb dieser Kurven sind proportional zur dissipierten Energie pro Schleifendurchlauf und können für ein komplettes Bauteil mit

$$W = \oint F dX \quad (2.2)$$

oder für ein Material über

$$W_s = \oint \sigma d\varepsilon \quad (2.3)$$

berechnet werden (LAZAN 1968). Dabei bezeichnet  $W$  die vollständige vom Bauteil dissipierte Energie pro Lastzyklus und  $W_s$  die spezifische, dissipierte Energie eines homogenen Materials pro Volumeneinheit. Eine weitere häufig genutzte Form zur Beschreibung der Dämpfung ist der Verlustfaktor  $\eta$ , der das Verhältnis der Dissipationsenergie  $W$  zur Formänderungsenergie  $U$  pro Lastzyklus beschreibt (LAZAN 1968):

$$\eta = \frac{W}{2\pi U}. \quad (2.4)$$

Die *Formänderungsenergie* entspricht dabei der gesamten potenziellen Energie, die im maximalen Verformungszustand des Bauteils gespeichert ist (LAZAN 1968):

$$U = \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon_{max}} \bar{\sigma} d\varepsilon. \quad (2.5)$$

Hierbei repräsentieren  $\bar{\sigma}$  die mittlere Spannung und  $\varepsilon_{max}$  die maximale Dehnung der Hysterese. Einige der Hysteresekurven in Abb. 2.2 können die gleiche Dissipationsenergie aufweisen, obwohl sie unterschiedliche Formen besitzen. Um das Dämpfungsverhalten richtig zu beschreiben, ist neben der dissipierten Energie auch die Form der Hysterese entscheidend. In der Literatur wird dafür zwischen statischer und dynamischer Hysterese unterschieden (DIETERLE 1981; GEISLER 2010; KOLSCH 1993; MAYER 2007).

Systeme mit *statischer Hysterese* besitzen eine scharfkantige Hystereseform. Sie sind von der Frequenz der Beanspruchung unabhängig und haben ein „perfektes Gedächtnis“, d. h. der Einfluss der zurückliegenden Beanspruchung bleibt bei monoton zu- oder abnehmender Beanspruchung erhalten. Auch bei langsamer (quasistatischer) Belastung wird Energie dissipiert. Gründe für ein derartiges, von der Zeit unabhängiges Verhalten sind beispielsweise lokale plastische Deformationen oder Wanderungen von Versetzungen innerhalb des Werkstoffes (KOLSCH 1993).

Bei Systemen mit *dynamischer* (viskoelastischer) *Hysterese* weisen die Hystereseformen abgerundete Ecken auf. Die Systeme sind von der Frequenz der Beanspruchung abhängig und haben ein „nachlassendes Gedächtnis“, d. h. im Verlauf der Zeit nimmt der Einfluss der zurückliegenden Beanspruchungen auf den aktuellen Zustand ab (KOLSCH 1993). Durch atomare, molekulare, kristalline und interkristalline Umordnungen tritt eine Erholung des Werkstoffes auf (VDI 3830-2 2004). Bei langsamer (quasistatischer) Belastung strebt die Dämpfungsarbeit gegen Null, wohingegen bei steigender Frequenz der Belastung die Dissipationsenergie ansteigt.

Beide Hysteresearten können mithilfe von *rheologischen Modellen* beschrieben werden, welche durch eine Kombination von Feder-, Dämpfer- und Coulomb-Elementen charakterisiert sind. Die Modelle der dynamischen Hysterese bestehen aus einer Reihen- oder Parallelschaltung von Feder- und Dämpfer-Elementen. Die Modelle der statischen Hysterese werden aus einer Reihen- oder Parallelschaltung von Feder- und Coulomb-Elementen gebildet. Die bekanntesten Beispiele dieser Modelle sind in Tab. 2.1 (S. 12) zusammengefasst. Im Hinblick auf eine weitere Unterteilung der statischen und dynamischen Hysterese ist es bedeutend, wie die Energiedissipation mit der Spannungsamplitude zusammenhängt.

Für eine große Anzahl an Materialien im kleinen bis mittleren Spannungsbereich (bis zu 70 % der Ermüdungsfestigkeit  $\hat{\sigma}$  bei  $2 \times 10^7$  Zyklen) genügt die spezifische Dissipationsenergie  $W_s$  annähernd der Beziehung

$$W_s = J \left( \frac{\bar{\sigma}}{\hat{\sigma}} \right)^\tau \quad (2.6)$$

Tab. 2.1: Typische rheologische Modelle für statische (1–2) und dynamische (3–5) Hysteresen in Anlehnung an DIETERLE (1981), BEERENS (1994) und LAZAN (1968)

Modell	Prinzipbild	Hystereseform
Coulomb-Modell (1)		
Elasto-Gleit-Element (2)		
Maxwell-Modell (3)		
Kelvin-Voigt-Modell (4)		
Poynting-Modell (5)		
Feder-Element  visk. Dämpfer-Element:  Reib-Element:		

mit  $\bar{\sigma}$  als Spannungsamplitude bei zyklischer Belastung (GOODMAN 2002). Die Materialkonstanten  $J$  und  $\tau$  beschreiben die Dämpfungskonstante und den Dämpfungsexponenten.

Für kleine Spannungsamplituden ist im Allgemeinen der Dämpfungsexponent  $\tau = 2$  und die Hystereseform ist elliptisch. In diesem Fall wird von *linearer Dämpfung* gesprochen.

Der Verlustfaktor nach Gl. 2.4 (S. 10) ist dann unabhängig von der Spannungsamplitude  $\bar{\sigma}$ , was für ein homogenes Material mit

$$\eta = \frac{J\bar{\sigma}^2}{2\pi\bar{\sigma}^2/2E} = \frac{JE}{\pi} \quad (2.7)$$

entsprechend Gl. 2.1 (S. 9), Gl. 2.5 (S. 10) und Gl. 2.6 gezeigt werden kann (LAZAN 1968).

Für höhere Spannungsamplituden werden zwei nichtlineare Effekte beobachtet: Die Hysterese hat keine elliptische Form mehr und der Dämpfungsexponent kann von 2 abweichen. In diesem Fall liegt *nichtlineare Dämpfung* vor. Entsprechend dieser Unterscheidung lassen sich die Modelle der statischen und dynamischen Hysterese weiter in lineare und nichtlineare Modelle unterteilen (LAZAN 1968), womit sich vier verschiedene Arten von Dämpfungsmodellen ergeben (Abb. 2.3).

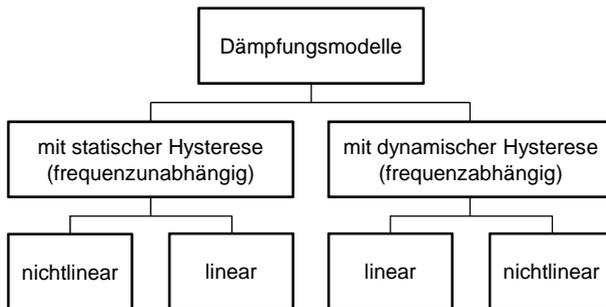


Abb. 2.3: Charakterisierung von Dämpfungsmodellen

Den frequenzunabhängigen, linearen Dämpfungsmodellen lässt sich das häufig in der Literatur genannte *hysteretische Dämpfungsmodell* zuordnen (DIETERLE 1981; EWINS 1984; GEISLER 2010; MAIA & SILVA 1997; NATKE 1988; STÜHLER 1993). Bei den frequenzabhängigen linearen Dämpfungsmodellen kann zwischen den allgemeinen linearen Modellen, wozu beispielsweise das Maxwell-Modell oder das Poynting-Modell gehören (vgl. Tab. 2.1), und dem viskosen Feder-Dämpfer-Element (Kelvin-Voigt-Modell) als Spezialfall unterschieden werden. Als lineare Dämpfungsmodelle ergeben sich demnach die folgenden drei Typen (LAZAN 1968):

- das hysteretische Dämpfungsmodell,
- das viskose Feder-Dämpfer-Modell und

- das allgemeine, frequenzabhängige lineare Dämpfungsmodell.

Die hier dargestellten linearen und nichtlinearen Dämpfungsmodelle verkörpern die Grundtypen der in der Literatur verwendeten Dämpfungsmodelle. Für den jeweiligen Anwendungsfall müssen die Modelle angepasst bzw. erweitert werden. Eine Übersicht über weitere lineare Modelle und deren Übertragung auf Strukturen bietet Abschnitt 2.3.1. Konkrete Anwendungsbeispiele, bei denen auch nichtlineare Modelle zum Einsatz kommen, werden in Abschnitt 2.4 (S. 30) behandelt.

### 2.2.3 Modellierungsbegriffe

In der Modellbildung haben sich einige Begrifflichkeiten etabliert, die im Folgenden kurz eingeführt werden sollen.

Bei einer Systembeschreibung kann grundsätzlich zwischen einem nichtparametrischen *Verhaltensmodell* (Black Box) und einem parametrischen *Strukturmodell* (White Box) unterschieden werden (BOSEL 1994; NATKE 1988; SAUERBIER 1999). Bei einem Strukturmodell wird angestrebt, die Abhängigkeiten aller Teilsysteme des Originalsystems mithilfe konstitutiver, physikalischer Gleichungen abzubilden. Bei einem Verhaltensmodell wird lediglich versucht, einen funktionalen Zusammenhang phänomenologisch mithilfe von Frequenzgängen tabellarisch oder grafisch wiederzugeben (NATKE 1988).

Das Strukturmodell ist prinzipiell dem Verhaltensmodell überlegen, da es auch Zustände prognostizieren kann, die bisher noch nicht beobachtet worden sind. Meist ist es jedoch nicht möglich, sämtliche Abhängigkeiten von Eingangsgrößen durch allgemeine konstitutive Gleichungen zu beschreiben (LAZAN 1968). Ab einer bestimmten Modellierungsebene muss daher auf Verhaltensmodelle zurückgegriffen werden. Beispielsweise kann die Reibung zweier Körper mit einem Schmiermittel nur empirisch ermittelt werden (SAUERBIER 1999). In Bezug auf Dämpfungsmodelle wird häufig nicht die Physik hinter dem Mechanismus abgebildet. Stattdessen wird ein möglichst einfaches Dämpfungsmodell gesucht, welches eine der realen Struktur äquivalente Energiedissipation aufweist (ARGYRIS & MLEJNEK 1988).

Die Parameter der Strukturmodelle von strukturdynamischen Systemen lassen sich in *direkte Parameter* wie die Trägheits-, die Dämpfungs- und die Steifigkeitsdaten und *indirekte Parameter* wie die Eigenfrequenzen, die Eigenvektoren und die Dämpfungsgrade einteilen (NATKE 1988). Bei der Parameterschätzung kann wiederum zwischen *direkten und indirekten Identifikationsverfahren* unterschieden werden. Bei den direkten Verfahren werden die Modellparameter in einem Rechenschritt bestimmt, wohingegen bei den indirekten Verfahren

die Parameter eines Rechenmodells iterativ angepasst werden, so dass die Abweichungen zwischen ausgewählten Kenngrößen des Modells und der getesteten Struktur minimiert werden (MEYER 2003). Das Vorgehen beider Varianten wird als *Modellkorrektur* („Model updating“) bezeichnet (FRISWELL & MOTTERSHEAD 1995).

Zur Qualitätssicherung von Simulationsmodellen wird grundsätzlich zwischen der *Verifikation* und der *Validierung* unterschieden (SAUERBIER 1999; SCHMIDT 1980). Bei der Modellverifikation werden die einzelnen Schritte des Modellierungsprozesses dahingehend kontrolliert, ob beispielsweise die Implementierung des Rechenmodells tatsächlich dem formalen Modell entspricht. Bei der Modellvalidierung wird das Modellkonzept sowie das Ergebnis überprüft. Dabei wird untersucht, ob das Modell wie gewünscht die Realität korrekt abbildet. Treten größere Abweichungen auf, muss das Modell geändert oder erneut hinterfragt werden. Ein Modell soll als *prognosefähig* betrachtet werden, wenn nach einer erfolgreichen Verifikation und Validierung ein noch nicht abgeglichener Zustand vorhergesagt werden kann.

## 2.3 Theoretische Modelle und Identifikationsansätze

### 2.3.1 Lineare Dämpfungsmodelle

Im vorliegenden Abschnitt sollen das lineare hysteretische Dämpfungsmodell und das lineare viskose Feder-Dämpfer-Modell weiter beleuchtet werden. Da in der Literatur viele unterschiedliche Notationen gebräuchlich sind, ist zunächst eine Festlegung auf eine einheitliche Notation erforderlich. Dieser Abschnitt orientiert sich an der Terminologie von MAIA & SILVA (1997), da diese auf der vorgeschlagenen Standardnotation von LIEVEN & EWINS (1992) für eine Modalanalyse aufbaut.

Ein lineares System, welches beide Dämpfungsmodelle enthält, kann mit der Bewegungsgleichung

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K + iD]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.8)$$

beschrieben werden (NATKE 1988). Darin bedeuten  $[M]$  die Massenmatrix,  $[C]$  die viskose Dämpfungsmatrix,  $[K]$  die Steifigkeitsmatrix und  $[D]$  die hysteretische Dämpfungsmatrix. Die Matrizen haben die Dimension  $N \times N$ , wobei  $N$  der Anzahl der Systemfreiheitsgrade entspricht. Die zeitabhängigen Vektoren  $\{\ddot{x}(t)\}$ ,  $\{\dot{x}(t)\}$ ,  $\{x(t)\}$  und  $\{f(t)\}$  für die Beschleunigung, die Geschwindigkeit, die Verschiebung und die Kraft sind von der Dimension  $N \times 1$ . Für den Fall

$[D] = [0]$  besitzt das System ausschließlich lineare viskose Feder-Dämpfer-Elemente und für den Fall  $[C] = [0]$  ein hysteretisches Dämpfungsmodell.

Je nachdem wie die Dämpfungsmatrizen gestaltet sind, lassen sich diese diagonalisieren und Gl. 2.8 (S. 15) kann entkoppelt werden. Entsprechend den Diagonalisierungseigenschaften können die Dämpfungsmodelle *proportional* oder *nicht-proportional* sein (EWINS 1984; MAIA & SILVA 1997). Ein Dämpfungsmodell, dessen Dämpfungsmatrix diagonalisierbar ist, wird als proportionales Dämpfungsmodell bezeichnet, wohingegen ein Dämpfungsmodell, dessen Dämpfungsmatrix nicht diagonalisierbar ist, ein nicht-proportionales Dämpfungsmodell beschreibt.

### 2.3.1.1 Proportionale Dämpfung

Wird zunächst das ungedämpfte System mit

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.9)$$

betrachtet, lassen sich für  $\{f(t)\} = \{0\}$  über den Ansatz

$$\{x(t)\} = \{\bar{X}\} e^{i\omega t} \quad (2.10)$$

die Eigenschwingungen des Systems berechnen. Der Ansatz führt auf das Eigenwertproblem

$$([K] - \omega^2[M]) \{\bar{X}\} = \{0\}, \quad (2.11)$$

dessen Eigenlösung  $N$  Moden aufweist. Jede Mode besteht aus einer Eigenkreisfrequenz  $\omega_r$  und einem Eigenvektor  $\{\psi\}_r$  mit  $r = 1, 2, \dots, N$ . Bei Werkzeugmaschinenstrukturen kann zwischen *Starrkörpermoden*, bei denen die Maschinenstruktur Starrkörperbewegungen ausführt, und *Strukturmoden*, die durch Verformungen des Maschinengestells und Verformungen der Einzelkomponenten gekennzeichnet sind, unterschieden werden (ALBERTZ 1995).

Die  $r$ -ten Eigenkreisfrequenzen  $\omega_r$  bzw.  $r$ -ten Eigenvektoren können in der Eigenkreisfrequenzmatrix

$$[\omega_r^2] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_N^2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

bzw. in der Modalmatrix

$$[\Psi] = [\{\psi\}_1 \quad \{\psi\}_2 \quad \dots \quad \{\psi\}_N] \quad (2.13)$$

zusammengefasst werden. Die zunächst nicht normierten Eigenvektoren repräsentieren die *Schwingungsformen* des Systems. Diese haben die Eigenschaft, die Massen- und die Steifigkeitsmatrix zu diagonalisieren:

$$\begin{aligned} [M_m] &= [\Psi]^T [M] [\Psi] = [\setminus m_r \setminus], \\ [K_m] &= [\Psi]^T [K] [\Psi] = [\setminus k_r \setminus]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Hierbei bezeichnen  $[M_m]$  die modale Massenmatrix mit der modalen Masse  $m_r$  der  $r$ -ten Mode und  $[K_m]$  die modale Steifigkeitsmatrix mit der modalen Steifigkeit  $k_r$  der  $r$ -ten Mode. Werden die Eigenvektoren über

$$\{\phi\}_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \{\psi\}_r \quad (2.15)$$

massennormiert, führt die Diagonalisierung der Massen- und der Steifigkeitsmatrix auf die Form:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I], \quad (2.16)$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\setminus \omega_r^2 \setminus]. \quad (2.17)$$

Dabei bezeichnet  $[\Phi]$  die massennormierte Modalmatrix. Die modale Masse  $m_r$  sowie die modale Steifigkeit  $k_r$  stehen mit der Eigenkreisfrequenz  $\omega_r$  mit

$$\omega_r^2 = \frac{k_r}{m_r} \quad (2.18)$$

im Zusammenhang.

Im Falle proportionaler hysteretischer Dämpfung mit  $[C] = [0]$  erfüllt  $[D]$  die Eigenschaft, dass die modale hysteretische Dämpfungsmatrix  $[D_m]$

$$[D_m] = [\Psi]^T [D] [\Psi] = [\setminus d_r \setminus] \quad (2.19)$$

bzw. die massennormierte modale hysteretische Dämpfungsmatrix  $[\hat{D}_m]$

$$[\hat{D}_m] = [\Phi]^T [D] [\Phi] = [\setminus \eta_r \omega_r^2 \setminus], \quad (2.20)$$

eine Diagonalgestalt annimmt. Hierbei ist der Verlustfaktor über

$$\eta_r = \frac{d_r}{\omega_r^2 m_r} \quad (2.21)$$

definiert, wobei die Variable  $d_r$  die modale hysteretische Dämpfung charakterisiert (NATKE 1988).

Der proportionale viskose Fall mit  $[D] = [0]$  erfordert die modale viskose Dämpfungsmatrix  $[C_m]$  mit der Eigenschaft

$$[C_m] = [\Psi]^T [C] [\Psi] = \begin{bmatrix} c_r \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

bzw. die massennormierte modale viskose Dämpfungsmatrix  $[\hat{C}_m]$  mit der Eigenschaft

$$[\hat{C}_m] = [\Phi]^T [C] [\Phi] = \begin{bmatrix} 2\zeta_r \omega_r \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Die Größe  $c_r$  bezeichnet die modale viskose Dämpfung und  $\zeta_r$  den Dämpfungsgrad der  $r$ -ten Mode. Die modalen Größen hängen über

$$\zeta_r = \frac{c_r}{2\sqrt{k_r m_r}} \quad (2.24)$$

zusammen. Der Dämpfungsgrad kann zur Beurteilung der Schwingung eines Systems verwendet werden. Es werden dabei drei Dämpfungsfälle unterschieden (MAIA & SILVA 1997): unterkritische Dämpfung ( $\zeta_r < 1$ ), kritische Dämpfung ( $\zeta_r = 1$ ) und überkritische Dämpfung ( $\zeta_r > 1$ ). Bei einer Schwingung mit einer entsprechenden Anfangsauslenkung ohne Startgeschwindigkeit wird für den kritischen (aperiodischer Grenzfall) und den überkritischen Fall die Ruhelage nicht mehr durchlaufen. Für den unterkritischen Fall liegt dagegen eine abklingende Schwingung mit mehreren Nulldurchläufen vor (STELZMANN ET AL. 2002). In den meisten praktischen Fällen ist  $\zeta_r \ll 1$ . Systeme mit diesem Dämpfungsverhalten sollen als *schwach gedämpft* bezeichnet werden.

Für  $\zeta_r \ll 1$  kann der Dämpfungsgrad  $\zeta_r$  in den Verlustfaktor  $\eta_r$  mit

$$\eta_r = 2\zeta_r \quad (2.25)$$

umgerechnet werden (NATKE 1988).

Bei proportionaler Dämpfung entsprechen die reellwertigen Eigenvektoren denen des ungedämpften Systems (EWINS 1984; MAIA & SILVA 1997). Im Gegensatz zum hysteretisch gedämpften System schwingt ein viskos gedämpftes System in seinen gedämpften Eigenkreisfrequenzen  $\omega_d$  aus, welche über

$$\omega_d = \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \quad (2.26)$$

berechnet werden können. Eine Übersicht über die Eigenkreisfrequenzen je nach Dämpfungsmodell ist in EWINS (1984) angegeben.

Mit dem Ansatz

$$\{x(t)\} = [\Psi] \{q(t)\} \quad (2.27)$$

kann die Gl. 2.8 (S. 15) für den proportionalen hysteretischen bzw. proportionalen viskosen Fall in den modalen Raum überführt werden (GAWRONSKI

2004; MAIA & SILVA 1997). Hierbei bezeichnet  $\{q(t)\}$  den zeitlichen Vektor der modalen Koordinaten  $q$ . Die Gleichungen werden entkoppelt und können als Ein-Massen-Schwinger (EMS) behandelt werden. Die Antwort  $\{x(t)\}$  auf eine harmonische Anregung  $\{f(t)\} = \{\bar{F}\}e^{i\omega t}$  kann damit aus einer Überlagerung von EMS berechnet werden.

Der Nachgiebigkeitsfrequenzgang an der Anregungsstelle  $k$  und der Antwortstelle  $j$  ist für den proportional hysteretischen Fall mit

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\psi_{jr}\psi_{kr}}{k_r - \omega^2 m_r + i\eta_r k_r} \quad (2.28)$$

bzw.

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr}\phi_{kr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r\omega_r^2} = \sum_{r=1}^N \frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r\omega_r^2} \quad (2.29)$$

und für den proportional viskosen Fall mit

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\psi_{jr}\psi_{kr}}{k_r - \omega^2 m_r + i\omega c_r} \quad (2.30)$$

bzw.

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr}\phi_{kr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta\omega\omega_r} = \sum_{r=1}^N \frac{{}_r A_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\zeta\omega\omega_r} \quad (2.31)$$

gegeben. Die Größe  ${}_r A_{jk}$  mit

$${}_r A_{jk} = \phi_{jr}\phi_{kr} \quad (2.32)$$

repräsentiert hierbei die modale Konstante. Die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge für alle Freiheitsgradkombinationen werden in der Frequenzgangsmatrix  $[\alpha(\omega)]$  zusammengefasst. Charakteristisch für die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge sind die *Resonanzamplituden* sowie die zugehörigen Phasensprünge von  $-180^\circ$  in der Nähe der Eigenkreisfrequenzen von  $\omega \approx \omega_r$ . Zusätzlich können zwischen zwei Eigenkreisfrequenzen sogenannte *Antiresonanzen* auftreten, die einen Phasensprung von  $+180^\circ$  zur Folge haben. Entsprechend Gl. 2.31 sind Antiresonanzen dann zu erwarten, wenn sich die Terme aller aufeinanderfolgenden Moden aufheben (MAIA & SILVA 1997). Antiresonanzen können als invertierte Resonanzamplituden interpretiert werden, bei denen auch für ein ungedämpftes System keine Bewegung stattfindet.

Bisher ist die Frage offen geblieben, wie die Dämpfungsmatrix gestaltet werden kann, um Gl. 2.19 (S. 17) und Gl. 2.20 (S. 17) bzw. Gl. 2.22 (S. 18) und Gl. 2.23 (S. 18) zu erfüllen. Die wohl bekannteste Formulierung ist der Rayleigh-Ansatz, nach dem die Dämpfungsmatrix der Linearkombination

$$[C] = \nu[M] + v[K] \quad (2.33)$$

aus Massen- und Steifigkeitsmatrix entsprechen muss (RAYLEIGH 1877). Hierbei sind zwei gemessene Dämpfungsgrade ausreichend, um die Parameter  $\nu$  und  $v$  bestimmen zu können (WAGNER 2000). Der Rayleigh-Ansatz lässt sich in der Form

$$[C] = [M] \sum_{l=0}^{N_t-1} \beta_l ([M]^{-1}[K])^l \quad (2.34)$$

verallgemeinern (CAUGHEY & O'KELLY 1965). Mithilfe dieses Polynoms können beliebige modale Dämpfungsgrade  $\zeta_r$  vorgegeben werden (GROSSMANN & RUDOLPH 2008). Eine noch allgemeinere Form ist mit

$$\begin{aligned} [C] &= [M]g_1 ([M]^{-1}[K], [K]^{-1}[M]) + [K]g_2 ([M]^{-1}[K], [K]^{-1}[M]) \\ [C] &= g_3 ([K][M]^{-1}, [M][K]^{-1}) [M] + g_4 ([K][M]^{-1}, [M][K]^{-1}) [K] \end{aligned} \quad (2.35)$$

gegeben (ADHIKARI 2000). Die Funktionen  $g_l$  mit  $l = 1, 2, 3, 4$  können aus einer frei wählbaren Anzahl an Multiplikationen, Divisionen, Summen, Subtraktionen oder Potenzen einer beliebigen anderen Funktion bestehen. Beim Rayleigh-Ansatz kann gemäß Gl. 2.33 der Steifigkeitsteil als interne Dämpfung und die massenproportionale Dämpfung als äußere Reibung interpretiert werden. Die allgemeinere Form wie Gl. 2.34 ist nicht mehr physikalisch interpretierbar (EWINS 1984). Wegen der mathematischen Einfachheit haben diese proportionalen Ansätze jedoch ihre Berechtigung (LAMMENS 1995). Meist wird daher auch von *Bequemlichkeitshypothese* gesprochen (NATKE 1988).

Neben diesen Ansätzen, welche rein mathematisch eine Diagonalgestalt der Dämpfungsmatrix erzeugen, existiert noch eine weitere Methode, die auf einer lokalen Dämpfungsmodellierung beruht. Stehen beispielsweise Dämpfungskonstanten aus theoretischen oder experimentellen Untersuchungen zur Verfügung, kann eine Dämpfungsmatrix aufgebaut werden, die jedoch durch Gl. 2.22 (S. 18) bzw. Gl. 2.19 (S. 17) nicht diagonalisiert wird. Um dennoch eine Diagonalgestalt zu erhalten, werden die Nebendiagonalen einfach zu Null gesetzt (GROSSMANN 1990; GROSSMANN & RUDOLPH 2008; SHAHRUZ & MA 1988). Dieses Vorgehen wird als *Hauptdämpfungsmodellierung* bezeichnet, bei der die sogenannte *Hauptdämpfungshypothese* zugrunde gelegt wird.

### 2.3.1.2 Nicht-proportionale Dämpfung

Bei nicht-proportionaler Dämpfung sind die Dämpfungsmatrizen nicht diagonalisierbar. Um das DGL-System gemäß Gl. 2.8 (S. 15) mit  $[C] = [0]$  für hysteretische bzw. mit  $[D] = [0]$  für viskose Dämpfung dennoch entkoppeln zu können, ist für den jeweiligen Dämpfungsfall ein spezielles Vorgehen notwendig, welches im Folgenden vorgestellt werden soll.

Für den hysteretischen Fall ist das Eigenwertproblem vergleichbar mit Gl. 2.11 (S. 16), jedoch ist dabei in  $[D]$  ein komplexwertiger Steifigkeitsanteil enthalten:

$$[[K] + i[D] - \lambda^2[M]] \{\psi\}_r = \{0\}. \quad (2.36)$$

Gl. 2.36 führt neben komplexwertigen Eigenwerten auch zu komplexwertigen Eigenvektoren, mit denen die Matrizen diagonalisiert werden können:

$$\begin{aligned} [\Psi]^T [M] [\Psi] &= [m_r], \\ [\Psi]^T [K + iD] [\Psi] &= [k_r]. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Die generalisierten Massen- und Steifigkeitsparameter, welche ebenfalls komplexwertig sind, ergeben wiederum die Eigenwerte:

$$\lambda_r^2 = \frac{k_r}{m_r} = \omega_r^2(1 + i\eta_r). \quad (2.38)$$

Werden die Eigenvektoren  $\{\psi\}_r$  mit Gl. 2.15 (S. 17) massennormiert, kann bei harmonischer Anregung für den allgemeinen hysteretischen Fall der Nachgiebigkeitsfrequenzgang mit

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2} = \sum_{r=1}^N \frac{r A_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2} \quad (2.39)$$

berechnet werden (MAIA & SILVA 1997). Im Unterschied zu Gl. 2.29 (S. 19) sind die Elemente der Eigenvektoren  $\phi_{jr}$  bzw.  $\phi_{kr}$  sowie die modale Konstante  $r A_{jk}$  komplexwertige Größen.

Bei viskoser Dämpfung führt der Ansatz

$$\{x(t)\} = \{\bar{X}\} e^{st} \quad (2.40)$$

auf das quadratische Eigenwertproblem

$$[s^2[M] + s[C] + [K]] \{\bar{X}\} = \{0\}. \quad (2.41)$$

Um dieses zu lösen, kann mit dem Zustandsvektor

$$\{z(t)\} = \begin{Bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

ein Zustandsraummodell in der Form

$$[A]\{\dot{z}(t)\} + [B]\{z(t)\} = \{0\} \quad (2.43)$$

aufgestellt werden. Die Matrizen  $[A]$  und  $[B]$  besitzen die Dimension  $2N \times 2N$  und sind mit

$$\begin{aligned} [A] &= \begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix}, \\ [B] &= \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.44)$$

definiert. Der Ansatz

$$z(t) = \{\bar{Z}\} e^{st} \quad (2.45)$$

führt auf das verallgemeinerte Eigenwertproblem

$$[s[A] + [B]] \{\bar{Z}\} = \{0\}. \quad (2.46)$$

Dieses besitzt  $2N$  Eigenwerte, welche in den konjugiert komplexwertigen Paaren  $s_r$  und  $s_r^*$  auftreten. Die dazugehörigen Eigenvektoren

$$\{\theta\}_r = \begin{Bmatrix} \{\psi\}_r \\ \{\psi\}_r s_r \end{Bmatrix} \quad \{\theta\}_r^* = \begin{Bmatrix} \{\psi\}_r^* \\ \{\psi\}_r^* s_r^* \end{Bmatrix}, \quad (2.47)$$

welche in der Matrix  $[\Theta]$  der Dimension  $2N \times 2N$  zusammengefasst werden können, sind komplexwertig und besitzen die Eigenschaft, dass sie die Matrizen  $[A]$  und  $[B]$  diagonalisieren:

$$\begin{aligned} [\Theta]^T [A] [\Theta] &= \begin{bmatrix} a_r & \\ & \ddots \end{bmatrix}, \\ [\Theta]^T [B] [\Theta] &= \begin{bmatrix} b_r & \\ & \ddots \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Die Diagonalelemente ergeben dabei die Eigenwerte:

$$s_r = -\frac{b_r}{a_r} = \omega_r(-\zeta_r + i\sqrt{1 - \zeta_r^2}) \quad r = 1, \dots, 2N. \quad (2.49)$$

Für eine harmonische Anregung

$$\{\tilde{f}(t)\} = \begin{Bmatrix} \{f(t)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (2.50)$$

mit der Kraft

$$\{f(t)\} = \{\bar{F}\} e^{i\omega t} \quad (2.51)$$

ergibt sich für den allgemeinen viskosen Fall der Nachgiebigkeitsfrequenzgang (EWINS 1984):

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{\bar{X}_j}{\bar{F}_k} = \sum_{r=1}^N \left( \frac{\psi_{jr} \psi_{kr}}{a_r(i\omega - s_r)} + \frac{\psi_{jr}^* \psi_{kr}^*}{a_r^*(i\omega - s_r^*)} \right). \quad (2.52)$$

### 2.3.2 Dämpfungsmessung

Für die Untersuchung der Dämpfung spielt die Dämpfungsmessung eine entscheidende Rolle. Wie bei der Dämpfungsmodellierung liegt auch dem Messverfahren eine Modellvorstellung vom dynamischen Verhalten des untersuchten Objektes zugrunde (OTTL 1985). Die meisten Verfahren setzen ein lineares Dämpfungsverhalten voraus, so dass sie nur auf schwach gedämpfte Strukturen angewendet werden können. Klassischerweise wird die Dämpfung aus freien, gedämpften Schwingungen im sogenannten *Ausschwingversuch* ermittelt (VDI 3830-5 2005). Dabei wird die Struktur mit einem Impulshammer angeregt und die Schwingungsantwort mit einem Beschleunigungssensor oder einem Vibrometer erfasst. Für die Identifikation der Dämpfung aus den gemessenen Signalen stehen eine Vielzahl an Auswertemethoden zur Verfügung (EWINS 1984; HEYLEN ET AL. 1997; MAIA & SILVA 1997). Die Methoden arbeiten entweder im Zeit- oder im Frequenzbereich und unterscheiden sich meist darin, ob das reale System als Single-Degree-of-Freedom-(SDOF)- oder als Multi-Degree-of-Freedom-(MDOF)-System zu betrachten ist (COOPER 1995). SDOF-Systeme sind dadurch gekennzeichnet, dass sie lediglich eine dominante Eigenfrequenz aufweisen bzw. die Moden deutlich getrennt sind. Bei MDOF-Systemen liegen die Moden meist gekoppelt vor.

Im Zeitbereich kann der Dämpfungsgrad beispielsweise mithilfe des *logarithmischen Dekrements* aus der Ausschwingkurve bestimmt werden. Es repräsentiert das einfachste Zeitbereichsverfahren, welches auf SDOF-Systeme angewendet werden kann. Aufwendigere Verfahren für die Anwendung auf MDOF-Systeme sind beispielsweise die Complex-Exponential-(CE)-Methode oder die Least-Squares-Exponential-Complex-(LSEC)-Methode (MAIA & SILVA 1997).

Die Auswerteverfahren im Frequenzbereich beruhen auf gemessenen Frequenzgängen, die aus den Signalen des Ausschwingversuchs bestimmt werden können. Das einfachste Frequenzbereichsverfahren ist die *Halbwertsbreitenmethode*, welche die Resonanzamplitude einer Mode nutzt (MAIA & SILVA 1997). Eine verbesserte Identifikation kann mit der Circle-Fitting-Methode erreicht werden,

welche zusätzlich die Phase berücksichtigt (KIRCHKNOPF 1989; MAIA & SILVA 1997). Beide Verfahren können zur Auswertung von MDOF-Systemen erweitert werden (EWINS 1984). Ein speziell für MDOF-Systeme konzipiertes Verfahren stellt eine Erweiterung der Least-Squares-Complex-Frequency-Domain-(LSCF)-Methode dar, die auch als PolyMax-Methode bezeichnet wird (PEETERS ET AL. 2004). Es ist auch für Systeme mit gekoppelten Moden und großer Dämpfung geeignet.

Treten Amplituden- oder Frequenzabhängigkeiten auf, müssen alternative Messmethoden herangezogen werden. Eine Option bietet die Messung von Hysteresekurven (VDI 3830-5 2005). Dabei werden die Werkstoffe oder Strukturen harmonisch angeregt und die Kraft-Weg-Diagramme aufgezeichnet (vgl. Abb. 2.2, S. 10). Alternativ können die Frequenzabhängigkeiten mit der Power-Input-Methode untersucht werden (LIU & EWING 2007). Die Struktur wird dafür in kleine Massenabschnitte eingeteilt und deren Geschwindigkeiten werden erfasst. Über das Verhältnis von dissipierter Energie zur kinetischen Gesamtenergie kann der Verlustfaktor berechnet werden.

Im Folgenden sollen noch einige Begrifflichkeiten für die Dämpfungsmessung anhand der Auswertung mit dem logarithmischen Dekrement und der Halbwertsbreitenmethode eingeführt werden.

### 2.3.2.1 Logarithmisches Dekrement

Die Berechnung der Dämpfung über das logarithmische Dekrement  $\Lambda$  basiert auf der Ausschwingkurve eines viskos gedämpften Ein-Massen-Schwingers, die mit der gedämpften Eigenkreisfrequenz abklingt. Dabei werden die Amplituden  $\bar{x}_l$  der freien gedämpften Schwingung  $x(t)$  ausgewertet, welche entsprechend der Funktion  $g(t) = X e^{-\delta t}$  abnehmen (vgl. Abb. 2.4). Hierbei entsprechen die Größen  $X$  der Amplitude und  $\delta$  der Abklingkonstante

$$\delta = \zeta \omega_r. \quad (2.53)$$

Über den Zusammenhang

$$\Lambda = \frac{1}{\bar{n}} \ln \frac{\bar{x}_l}{\bar{x}_{l+\bar{n}}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.54)$$

kann auf den Dämpfungsgrad geschlossen werden (MAIA & SILVA 1997). Da die Ausschwingkurve eines realen Systems mehrere Frequenzen enthält, kann die Methode i. d. R. nicht direkt angewendet werden. Um trotzdem eine geeignete Ausschwingkurve zu erhalten, kann die Struktur harmonisch in der Eigenfrequenz angeregt und anschließend die Erregerkraft abgeschaltet werden

(NICOLAI 1988). Alternativ kann das Zeitsignal entsprechend gefiltert werden (SCHIERLING 1985).

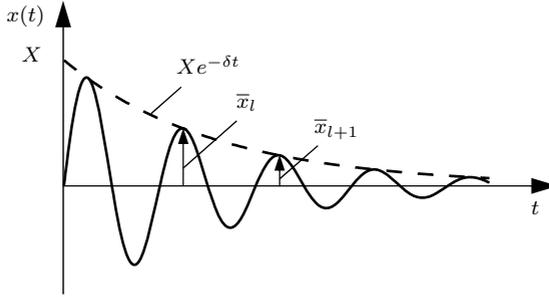


Abb. 2.4: Freie gedämpfte Ausschwingkurve in Anlehnung an MAIA & SILVA (1997) und EWINS (1984)

### 2.3.2.2 Halbwertsbreitenmethode

Die Halbwertsbreitenmethode beruht auf einem hysteretischen Dämpfungsansatz eines Ein-Massen-Schwingers unter harmonischer Anregung. Zur Berechnung des Verlustfaktors werden die Frequenzpunkte  $\omega_1$  und  $\omega_2$  des Nachgiebigkeitsfrequenzganges ausgewählt (vgl. Abb. 2.5, S. 26), bei denen die dissipierte Energie pro Zyklus der Hälfte der dissipierten Energie von der Resonanzamplitude  $|\bar{\alpha}|$  entsprechen. Über den Zusammenhang

$$\eta_r = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_r} = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \quad (2.55)$$

lässt sich der Verlustfaktor bestimmen (MAIA & SILVA 1997). Zur Berechnung eines Frequenzganges (Frequency Response Function, FRF)  $H(f)$  in Abhängigkeit der Frequenz  $f$  können die Berechnungsvorschriften

$$H_1(f) = \frac{S_{\hat{x}\hat{f}}(f)}{S_{\hat{f}\hat{f}}(f)} = \frac{X(f)F(f)^*}{F(f)F(f)^*} \quad (2.56)$$

oder

$$H_2(f) = \frac{S_{\hat{x}\hat{x}}(f)}{S_{\hat{f}\hat{x}}(f)} = \frac{X(f)X(f)^*}{X(f)F(f)^*} \quad (2.57)$$

verwendet werden (RANDALL 1987). Die Größen  $S_{\hat{f}\hat{f}}$  bzw.  $S_{\hat{x}\hat{x}}$  bezeichnen hierbei die Autoleistungsspektren und  $S_{\hat{f}\hat{x}}$  bzw.  $S_{\hat{x}\hat{f}}$  die Kreuzleistungsspektren

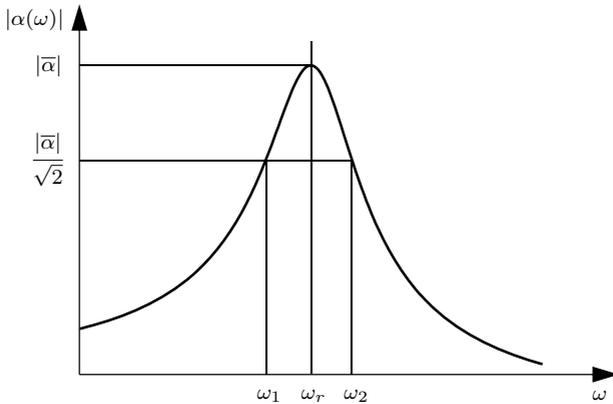


Abb. 2.5: Definition der Halbwertsbreite (MAIA & SILVA 1997)

für die zwei komplexwertigen Spektren der Schwingungsantwort  $X(f)$  und der Kraftanregung  $F(f)$ . Die Frequenz  $f$  kann über den Zusammenhang

$$\omega = 2\pi f \quad (2.58)$$

in die Kreisfrequenz  $\omega$  umgerechnet werden. Das komplexwertige Spektrum eines Zeitsignals  $g(t)$  wird über die Fouriertransformation mit

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.59)$$

ermittelt (RANDALL 1987). Während die Schätzung  $H_1(f)$  Störungen am Ausgang begrenzt, beschränkt die Schätzung  $H_2(f)$  Störungen am Eingang. Damit ist  $H_2(f)$  eher für die Resonanzamplituden und  $H_1(f)$  für die Antiresonanzen geeignet (EWINS 1984). Über das Verhältnis von  $H_1(f)$  und  $H_2(f)$  ergibt sich die Kohärenzfunktion  $\gamma^2(f)$  (EWINS 1984):

$$\gamma^2(f) = \frac{H_1(f)}{H_2(f)}. \quad (2.60)$$

Die Kohärenzfunktion kann Werte zwischen Null und Eins annehmen und repräsentiert ein wichtiges Gütekriterium für Messungen. Ist die Funktion nahe Eins, liegt Linearität zwischen dem Ausgang und dem Eingang vor. Ist sie dagegen Null, steht das Ausgangssignal in keinem Zusammenhang zum Eingangssignal. Werden die Frequenzgänge entsprechend Gl. 2.59 und

Gl. 2.56 (S. 25) bzw. Gl. 2.57 (S. 25) aus den Zeitsignalen gebildet, kann im Frequenzbereich leicht von der Beschleunigbarkeit  $A(\omega)$

$$A(\omega) = -\omega^2 \alpha(\omega) \quad (2.61)$$

bzw. von der Beweglichkeit  $Y(\omega)$

$$Y(\omega) = i\omega \alpha(\omega) \quad (2.62)$$

auf die Nachgiebigkeit  $\alpha(\omega)$  geschlossen werden (EWINS 1984).

### 2.3.3 Identifikation von Dämpfungsmatrizen

Nicht-proportionale viskose Dämpfungsmatrizen können aus Messdaten identifiziert werden (ADHIKARI & WOODHOUSE 2001). Dabei kann es jedoch vorkommen, dass verschiedene Dämpfungsmodelle zu den exakt gleichen Frequenzgängen führen können, wie ADHIKARI (2000, S.123) treffend formuliert:

*„Once the poles and residues of transfer functions are obtained, several damping models can be fitted. In other words, more than one damping model can reproduce some measured set of transfer functions exactly.“* (ADHIKARI 2000, S.123)

Die Möglichkeit, beliebige Dämpfungsgrade über der Frequenz durch eine Kombination von Massen- und von Steifigkeitsmatrizen abzubilden (vgl. Gl. 2.34, S. 20), scheint diese Aussage zu bekräftigen. Die erhaltenen Dämpfungsmatrizen sind zudem nur bedingt übertragbar:

*„(...) the disadvantage is that the identified models may have poor predictive power for changes to the system as the actual damping model is incorrect.“* (ADHIKARI 2000, S.187)

Deshalb ist es nötig, geeignete Modelle zu finden:

*„A correct physical description of the damping mechanism can be obtained only if a correct model is selected and fitted.“* (ADHIKARI 2000, S.120)

Um diesem Ziel näher zu kommen, kann auf eine Reihe von Veröffentlichungen zurückgegriffen werden, die sich mit der Identifikation von Dämpfungsmatrizen auf einem theoretischen Weg auseinandersetzen. Dabei steht die Ermittlung der korrekten Dämpfungsverteilung im Fokus. Existiert beispielsweise für ein reales System ein Frequenzgang ohne Antiresonanzen, kann ein Ersatzmodell als Kettenschwinger aufgestellt und können die Dämpfungskonstanten davon bestimmt werden (PIETRZKO 1992). Unter einem Kettenschwinger ist in diesem

Zusammenhang eine Reihenschaltung aus mehreren Feder-Dämpfer-Elementen zu verstehen.

Die Verfahren zur Identifikation nicht-proportionaler viskoser Dämpfungsmatrizen, welche auf Frequenzgängen beruhen, können in drei Gruppen klassifiziert werden (PHANI & WOODHOUSE 2007, 2009):

- Matrixmethoden, basierend auf der Frequenzgangmatrix,
- modale Methoden, basierend auf den modalen Parametern, welche aus den Frequenzgängen abgeleitet werden, sowie
- erweiterte Methoden, welche die genannten Verfahren kombinieren.

Meist werden die Methoden an einfachen numerischen Beispielen getestet (PRANDINA ET AL. 2009; WAGNER 2001). Um die Leistungsfähigkeit und Ergebnisgüte dieser Methoden zu demonstrieren, soll hier ein Beispiel von PRANDINA ET AL. (2009) vorgestellt werden, das

1. eine Matrixmethode von LEE & KIM (2001), welche eine Frequenzgangmatrix invertiert,

sowie zwei modale Methoden,

2. die geschlossene Lösung von LANCASTER & PRELLS (2005) und
3. die 1st-order-perturbation-Methode von ADHIKARI & WOODHOUSE (2001)

zu untersuchen erlaubt. Das Anwendungsbeispiel von PRANDINA ET AL. (2009) ist ein eingespannter Balken mit 20 Freiheitsgraden, der an drei Stellen über viskose Dämpfer gebunden ist (vgl. Abb. 2.6).

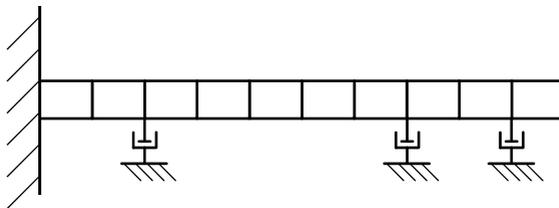


Abb. 2.6: Kragbalken mit drei viskosen Dämpfern (PRANDINA ET AL. 2009)

Die Dämpfungsmatrix wird mit jedem Verfahren geschätzt, wobei 5, 10, 15 oder 20 Moden vorgegeben werden. In Tab. 2.2 ist der Fehler  $e_{\dot{C}}$

$$e_{\dot{C}} = \frac{\| [C] - [\dot{C}] \|_{\bar{F}}}{\| [C] \|_{\bar{F}}} \times 100 \% \quad (2.63)$$

der identifizierten Dämpfungsmatrix  $[\dot{C}]$  für jede der drei Methoden in Abhängigkeit der bereitgestellten Moden angegeben.

Tab. 2.2: Fehler der identifizierten Dämpfungsmatrizen in Abhängigkeit der bereitgestellten Moden für verschiedene Identifikationsmethoden

Methode	Moden				
	5	10	15	20	
Matrix (LEE & KIM 2001)	●	●	●	●	● $e_{\dot{C}} < 20 \%$
modal (LANCASTER & PRELLS 2005)	○	●	●	●	● $e_{\dot{C}} = 20 - 60 \%$
modal (ADHIKARI & WOODHOUSE 2001)	○	○	○	●	○ $e_{\dot{C}} > 60 \%$

Bei der ersten Methode liegt bereits ab der 10. Mode der Fehler der identifizierten Dämpfungsmatrix unter 20 %, d. h. die lokale Dämpfungsverteilung sowie die Werte der Dämpfungskoeffizienten werden annähernd korrekt identifiziert. Der Fehler der zweiten Methode ist erst ab der 15. Mode unter 20 %. Für die dritte Methode ist für die identifizierte Dämpfungsmatrix selbst bis zur 15. Mode noch keine Korrelation mit der vorgegebenen Dämpfungsmatrix vorhanden. Erst wenn alle Moden verwendet werden, konvergieren alle Verfahren und können die Dämpfungsmatrix korrekt identifizieren.

Trotz dieses einfachen Beispiels lassen sich die Probleme dieser Verfahren erahnen. In der Realität ist es nicht möglich, alle Moden vorzugeben. Gleichermaßen können auch nicht alle Freiheitsgrade eines realen Objektes gemessen werden, wie in diesem Beispiel angenommen wurde. Um dieses Problem zu umgehen, kann das System vor der Dämpfungsidentifikation zunächst reduziert werden. Wird beispielsweise ein realer Versuchsbalken auf 7 Freiheitsgrade reduziert, kann anschließend die Dämpfungsmatrix identifiziert werden (PHANI & WOODHOUSE 2009). Obwohl damit ein genauer Abgleich des Frequenzganges erreicht werden kann, stellt dieses Vorgehen jedoch noch nicht die Erfassung der räumlichen Verteilung der Dämpfung sicher (PHANI & WOODHOUSE 2009). Alternativ kann eine identifizierte Dämpfungsmatrix mithilfe von Expansionsmethoden auf die Größe des Modells gebracht werden (OZGEN & KIM 2007). Wird ein FEM-Modell verwendet, ist es vor der Identifikation der Dämpfung ratsam, zuvor die Massen- und die Steifigkeitsmatrizen abzugleichen (ARORA ET AL. 2009).

Die genannten Arbeiten verdeutlichen, dass eine Identifikation der Dämpfungsmatrix prinzipiell möglich ist. Aus der Einfachheit der Beispiele kann jedoch abgeleitet werden, dass noch einiges an Anstrengungen unternommen werden muss, bis die Verfahren auf große Systeme anwendbar sind und korrekte Dämpfungsmodelle liefern.

## 2.4 Dämpfungsmodellierung bei Werkzeugmaschinen

### 2.4.1 Übersicht

Eine Werkzeugmaschine besteht aus einer Vielzahl an Komponenten, die zur Systemdämpfung beitragen. Eine geeignete Einteilung der Dämpfung ergibt sich, wenn die Dämpfungen ihrer lokalen Wirkstelle zugewiesen werden (GROSSMANN ET AL. 2012a). Dies scheint im Hinblick auf die Betrachtung einer gesamten Werkzeugmaschine sinnvoll, da eine Werkzeugmaschine aus einer begrenzten Anzahl an Komponenten besteht, die Dämpfung jeder Komponente sich jedoch aus einer Vielzahl von Dämpfungsmechanismen zusammensetzen kann. In diesem Zusammenhang soll jede Komponente, die Energie dissipiert, als *Dissipationsquelle* bezeichnet werden. Abb. 2.7 fasst die Dämpfungsarten zusammen, welche bei Werkzeugmaschinen auftreten können.

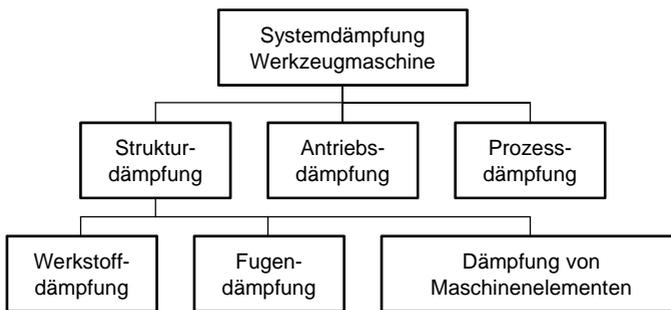


Abb. 2.7: Einteilung der Dämpfungsarten aus Sicht der Werkzeugmaschine in Anlehnung an GROSSMANN ET AL. (2012a)

Zur Systemdämpfung tragen im Wesentlichen die Struktur, der Antrieb und der Prozess bei, wobei sich die *Strukturdämpfung* weiter in die Dämpfungsanteile der Werkstoffe, der Fugen und der *Maschinenelemente* aufteilen lässt. Unter Maschinenelementen werden hier vorrangig Linearführungen, Wälzlager, Kugelgewindetriebe und Aufstellelemente verstanden. Diese Arbeit befasst sich ausschließlich mit der Strukturdämpfung. Der Dämpfungseinfluss der

Antriebe und des Prozesses wird nicht betrachtet. Die zugehörigen Dämpfungsmechanismen zur *Werkstoffdämpfung* sind beispielsweise bei festen Werkstoffen verformungsinduzierte Wärmeströme, Gleitvorgänge, mikroplastische Verformungen und Diffusionsvorgänge oder bei Fluiden Strömungsverluste infolge von Zähigkeit (VDI 3830-1 2004). Bei der *Fugendämpfung* (Kontaktflächen-dämpfung) treten Dämpfungsmechanismen wie Reibung durch Relativbewegungen in der Kontaktfläche auf (VDI 3830-1 2004). Bei der *Dämpfung von Maschinenelementen* wie Führungsschuhen oder Wälzlagern sind die Dämpfungsmechanismen meist Reibungsvorgänge, welche vom Schmierzustand der Komponenten dominiert werden (KLUMPERS 1980; SCHNEIDER 1991).

In der Literatur existieren eine Vielzahl an Arbeiten, die den verschiedenen Dämpfungsmechanismen auf der übergeordneten Ebene der Strukturdämpfung begegnen, oder die einen Teilbereich der Strukturdämpfung fokussiert betrachten. Im Folgenden sollen sowohl die übergeordneten Ansätze sowie die Untersuchungen zu den einzelnen Teilbereichen vorgestellt werden.

### 2.4.2 Strukturdämpfung

Für Werkzeugmaschinen ist bekannt, dass ein Großteil der Dämpfung in den Fugen konzentriert ist (KREMPEL 1984; OTTL 1985) und diese viel mehr zur inneren Dämpfung beitragen als das Material (OTTL 1981). Mit zunehmender Anzahl an dämpfungswirksamen Schnittstellen erhöht sich die Systemdämpfung (LÖWENFELD 1957). Bisher reicht jedoch das Wissen über die Dämpfung nicht aus, damit die Dämpfungsmatrix wie die Massen- und die Steifigkeitsmatrix aufgestellt werden kann (ADHIKARI 2000). Zudem summieren sich die Dämpfungsphänomene der Werkstoffe und Fugestellen in komplexen Strukturen auf, was eine Vorausberechnung unmöglich macht (OTTL 1985).

Um die Dämpfung in Werkzeugmaschinen dennoch zu berücksichtigen, kann zwischen der *globalen* und der *lokalen Dämpfungsmodellierung* unterschieden werden. Im Folgenden sollen die zwei Modellierungsansätze im Detail betrachtet werden.

#### 2.4.2.1 Globale Dämpfungsmodellierung

Bei der globalen Dämpfungsmodellierung wird üblicherweise die Struktur, welche bereits hinsichtlich der Steifigkeit abgeglichen ist, in ein Zustandsraummodell überführt und die Dämpfung für jede Mode in Form von Dämpfungsgraden vorgegeben (vgl. Anhang A.1, S. 197). Diese Modellierungsart ist besonders für große FE-Modelle geeignet, welche mit der Regelung bzw. mit

einem Zerspankraftmodell gekoppelt werden sollen (OERTLI 2008; SCHWARZ 2010). Obwohl zur globalen Modellierung prinzipiell der Rayleigh-Ansatz nach Gl. 2.33 (S. 20) zur Verfügung steht, werden die Dämpfungsgrade meist direkt vorgegeben (ALBERTZ 1995; OERTLI 2008). Das liegt darin begründet, dass die modalen Dämpfungswerte des Rayleigh-Ansatzes im Widerspruch zu der lokalen Dämpfungswirkung stehen und die realen Dämpfungseigenschaften einer Struktur nur schlecht repräsentieren (ARGYRIS & MLEJNEK 1988; LÜBECK 1988; ZIEHL 1996). Eine sehr genaue Abbildung der Dämpfung kann erreicht werden, wenn die zu modellierende Maschine als reales Objekt zur Verfügung steht und die Dämpfungsgrade direkt gemessen werden können (OERTLI 2008; ZIEHL 1996). Ist diese Möglichkeit nicht gegeben, können die Dämpfungsgrade aufgrund von Erfahrungswissen bzw. vorangegangenen Messungen an vergleichbaren Maschinen geschätzt werden (ALBERTZ 1995). Da bereits bei geringen geometrischen Änderungen von Maschinenkomponenten die Dämpfungsgrade stark schwanken, sind jedoch die Dämpfungsgrade aus vorherigen Fräsmaschinenbaureihen meist nicht übertragbar (MENSE 2010). Die einfachste, aber auch ungenaueste Möglichkeit besteht darin, einen Dämpfungsgrad für alle Moden anzunehmen, was für einige Anwendungsfälle ausreichend sein kann (BERKEMER 2003; NEUGEBAUER ET AL. 2010a).

### 2.4.2.2 Lokale Dämpfungsmodellierung

Bei der lokalen Dämpfungsmodellierung werden die lokalen Steifigkeits- und Dämpfungsparameter zunächst geschätzt und anschließend anhand eines Modellabgleichs angepasst. Die Methode wird sowohl in der FEM (LIU 1998; PRÖSSLER 1981) als auch bei den MKS (HOFFMANN 2008; QUEINS 2005) eingesetzt. Sind die lokalen Parameter bestimmt, kann auch ein Zustandsraummodell mit lokaler Dämpfung formuliert werden (NEUGEBAUER ET AL. 2010b). Die lokale Modellierung ist nötig, um die Einflüsse lokaler Koppellemente auf das Gesamtverhalten gezielt untersuchen zu können, wie es bei Variantenrechnungen der Fall ist (PRÖSSLER 1981).

Zur Modellierung der vorkommenden Werkstoffe, Fugen und Maschinenelemente stehen einige Modellansätze zur Verfügung, die auch für die Berechnung von großen Systemen wie Werkzeugmaschinen eingesetzt werden können.

Für die Werkstoffdämpfung von Werkzeugmaschinen kann über den Rayleigh-Ansatz nach Gl. 2.33 (S. 20) durch eine geeignete Wahl der Parameter für einen größeren Frequenzbereich ein konstanter Dämpfungsgrad modelliert werden (FINKE 1977). Die damit erhaltene Dämpfungsmatrix wird zu der Dämpfungsmatrix addiert, welche die Dämpfung der Fugen und der Maschinenelemente beschreibt. So entsteht eine nicht-proportionale Dämpfungsmatrix. Alternativ

kann ein hysteretischer Ansatz angewandt werden, wobei jedem Material ein eigener Verlustfaktor zugewiesen werden kann (KUNC 2013; WABNER ET AL. 2010). Da die Werkstoffdämpfung bei Werkzeugmaschinen meist nur 10 bis 20 Prozent der Gesamtdämpfung ausmacht (LÖWENFELD 1957), wird sie teilweise auch vernachlässigt (KIPFMÜLLER 2009).

Die Dämpfungen der Fugen und Maschinenelemente können durch Feder-Dämpfer-Elemente modelliert werden (FINKE 1977; LIU 1998; PETUELLI 1983; QUEINS 2005). Je nach Anwendungsfall ist zu überlegen, welche Freiheitsgrade relevant sind. Da Linearachsen meist mit 4 Wagen ausgestattet sind, werden die rotatorischen Eigenschaften des Tisches überwiegend durch dessen Hebelverhältnisse und die translatorischen Dämpfungsrichtungen abgebildet. Im Gegensatz zur Betrachtung eines Einzelwagens können dabei die rotatorischen Dämpfungseigenschaften vernachlässigt werden (HOFFMANN 2008). Da eine rechnerische Bestimmung der nötigen Dämpfungsparameter nicht möglich ist (FINKE 1977; SCHNEIDER 2000) und von den Herstellern keine Dämpfungswerte für Maschinenelemente angegeben werden (WITT 2007), müssen die Parameter basierend auf Erfahrungswissen geschätzt (PRÖSSLER 1981) oder messtechnisch aus Prüfständen gewonnen werden (HOFFMANN 2008; QUEINS 2005). Obwohl die Dämpfung i. Allg. von vielen Parametern abhängt, wie beispielsweise bei Wälzführungssystemen, wird ein konstanter Dämpfungswert angenommen (HOFFMANN 2008).

Die zuvor identifizierten Dämpfungswerte können lediglich als Startwerte für einen weiteren Modellabgleich betrachtet werden (QUEINS 2005; WITT 2007; ZIEHL 1996). Ähnliches gilt auch für die Steifigkeitswerte (ZIEHL 1996). Bevor die Dämpfung angepasst werden kann, sollten daher zunächst die Steifigkeiten abgeglichen werden, bis die gemessenen und simulierten Eigenfrequenzen näherungsweise übereinstimmen (LIU 1998; PRÖSSLER 1981).

Zur automatischen Modellkorrektur werden beispielsweise genetische oder evolutionäre Algorithmen eingesetzt, welche auf Nachgiebigkeitsfrequenzgängen basieren und meist zu sehr langen Rechenzeiten führen (HOFFMANN 2008; QUEINS 2005; WITT 2007). Werden zu viele Parameter freigegeben, besteht die Gefahr, dass ein Abgleich nicht gelingt bzw. nur lokale Minima gefunden werden (QUEINS 2005). Oft werden nicht die Parameter angepasst, welche den größten Fehler aufweisen, sondern die Parameter, welche besonders sensitiv auf die Abweichung reagieren (ZIEHL 1996). Es ist daher ratsam, nur wenige Parameter freizugeben, welche durch die Eigenvektoren tatsächlich aktiviert werden (WITT 2007). Um das Gesamtverhalten simulieren zu können, müssen des Weiteren Geometrievereinfachungen getroffen werden, welche die Modellgüte negativ beeinflussen (WASMANN 1996). Damit treten neben den Parameterfehlern auch Strukturfehler auf (LIU 1998). Die abgeglichenen Parameter sind daher

nur zum Teil auf andere Systeme übertragbar, weshalb meist ein erneuter Abgleich nötig ist (HOFFMANN 2008). Auch wenn die Messung und Simulation miteinander hinreichend genau übereinstimmen, können daraus noch keine Erkenntnisse für eine spätere Modellierung der Dämpfung gewonnen werden (WECK & QUEINS 2000).

Sowohl mit der globalen Modellierung als auch mit der lokalen Modellierung ist eine Prognose des dynamischen Verhaltens nur sehr eingeschränkt möglich. Erst wenn ein Versuchsträger vorhanden ist, kann die Dämpfung tatsächlich berücksichtigt werden (KIPFMÜLLER 2009). Damit das dynamische Verhalten von Werkzeugmaschinen beherrschbar wird, muss ein Wechsel vom Abgleichen zum Vorhersagen stattfinden (HOFFMANN 2008). Hierzu müssen für die unsicheren Modellparameter abgesicherte Streubänder angegeben werden (HOFFMANN 2008). Um die Vorhersagegenauigkeit zu steigern, sind zudem genauere Komponentenmodelle nötig. Welche Untersuchungen und Erkenntnisse es dazu bereits gibt, ist in den folgenden Abschnitten zusammengestellt.

### 2.4.3 Werkstoffdämpfung

Werkstoffdämpfung wird durch Energiedissipation bei der Verformung hervorgerufen (SCHAEFER 1966). Sie stellt meist den kleinsten Beitrag für die Bauteil- und Systemdämpfung dar (STÜHLER 1993).

Bei Metallen ist das Dämpfungsverhalten nur für sehr kleine Spannungsamplituden linear (OTTL 1981). Nichtlinearitäten sind vor allem bei hohen Beanspruchungsamplituden erkennbar (vgl. Abb. 2.2b, S. 10). Im linearen Bereich liegt in der Regel frequenzunabhängiges Verhalten vor, worauf freie Torsionsschwingversuche von Stahl (MÜLLER-VOGT 1959) und Ausschwingversuche von Metallstäben mit unterschiedlichen Längen für Werkstoffe wie Aluminium, Sphäroguss und Grauguss hindeuten (BOGRAD ET AL. 2007). Die Angabe von Dämpfungswerten ist äußerst fragwürdig und unsicher (STÜHLER 1993). In Tab. 2.3 sind die Verlustfaktoren für Aluminium, Stahl und Grauguss zusammengestellt. Die Wertebereiche, die sich aus verschiedenen Quellen ergeben, erstrecken sich dabei für den gleichen Werkstoff über mehrere Größenordnungen.

Aufgrund der meist sehr geringen Dämpfung der Werkstoffe spiegeln die Werte oft nicht die Verluste im untersuchten Material, sondern die Dämpfung der Messapparatur wider (MÖSER & KROPP 2010). Zudem lässt sich der Verlustfaktor von Metallen nicht als Materialkonstante betrachten, da sich die innere Dämpfung schon durch relativ kleine Änderungen im Gefüge verändern kann (MÖSER & KROPP 2010).

Tab. 2.3: Verlustfaktoren aus der Literatur für verschiedene Werkstoffe

Werkstoff	Verlustfaktor $\eta/-$	Quelle
Aluminium	$1.46 \times 10^{-5}$	(BICKEL 1953)
	$0.03 - 1 \times 10^{-4}$	(MÖSER & KROPP 2010)
	$1.65 \times 10^{-4}$	(BOGRAD ET AL. 2008)
	$1 \times 10^{-4}$	(KOLLMANN ET AL. 2006)
	$0.02 - 2 \times 10^{-3}$	(BEARDS 1996)
Stahl	$1 \times 10^{-4}$	(KOLLMANN ET AL. 2006)
	$0.2 - 3 \times 10^{-4}$	(MÖSER & KROPP 2010)
	$0.2 - 1 \times 10^{-3}$	(UNGAR & ZAPFE 2006)
	$1 - 8 \times 10^{-3}$	(BEARDS 1996)
	$0.2 - 2.8 \times 10^{-2}$	(STELZMANN ET AL. 2002)
Grauguss	$2 \times 10^{-3}$	(KOLLMANN ET AL. 2006)
	$2.39 \times 10^{-3}$	(BOGRAD ET AL. 2008)
	$0.3 - 3 \times 10^{-2}$	(BEARDS 1996)
	$3.6 - 4 \times 10^{-2}$	(NORDMANN 2007)
	$1 \times 10^{-1}$	(LAZAN 1968)

Aufgrund ihrer einstellbaren Materialeigenschaften stellen Polymere einen beliebten Konstruktionswerkstoff dar (AHRENS & OTTL 2000). Bei Polymeren ist das Dämpfungsverhalten für kleine bis mittlere Beanspruchungsamplituden linear (OTTL 1981), wobei sie im Gegensatz zu Metallen diesbezüglich frequenzabhängiges Verhalten aufweisen (AHRENS & OTTL 2000). Nichtlinearitäten werden meist durch Füllstoffe in den realen Anwendungen hervorgerufen (WALTZ 2005).

Zur Modellierung der inelastischen Eigenschaften von Werkstoffen stehen verschiedene Beschreibungsformen zur Verfügung (STÜHLER 1993):

- Stoffgesetze,
- rheologische Modelle,
- Energiebetrachtungen sowie
- Gedächtnisfunktionen.

Im Folgenden soll nur auf lineare Ansätze eingegangen werden. Für die Beschreibung nichtlinearer Effekte sei auf SCHAEFER (1966), KOLSCH (1993) und VDI 3830-2 (2004) verwiesen.

Die Grundlage für die Beschreibung des Werkstoffverhaltens stellt das allgemeine Stoffgesetz mit

$$\dots + \hat{v}_2 \ddot{\sigma} + \hat{v}_1 \dot{\sigma} + \hat{v}_0 \sigma = \hat{w}_0 \epsilon + \hat{w}_1 \dot{\epsilon} + \hat{w}_2 \ddot{\epsilon} + \dots \quad (2.64)$$

dar, woraus sich durch Nullsetzen aller Parameter vor den Zeitableitungen das elastische Stoffgesetz entsprechend Gl. 2.1 (S. 9) ergibt (STÜHLER 1993). Unter Berücksichtigung der ersten Zeitableitungen der Dehnung entsteht das viskoelastische Stoffgesetz, woraus das viskose und das hysteretische lineare Dämpfungsmodell abgeleitet werden können (STÜHLER 1993). Zur angenäherten Berechnung der erzwungenen Bewegungen von Schwingern mit sehr kleinen Energieverlusten reichen derartige Modelle aus (OTTL 1981), weshalb die Werkstoffdämpfung von Metallen mit einem hysteretischen Dämpfungsansatz modelliert werden kann (BOGRAD ET AL. 2007). Der hysteretische Ansatz ist dabei auch auf große Strukturen mit unterschiedlichen Materialien anwendbar (WAGNER ET AL. 2007). Soll das Dämpfungsverhalten eines Werkstoffs möglichst realistisch modelliert werden, ist ein Stoffgesetz mit mehreren Parametern aufzustellen. Dieser Aufwand ist für Werkstoffe mit hoher Dämpfung gerechtfertigt (GEISLER 2010). Eine Verallgemeinerung des Stoffgesetzes stellt die Formulierung mit *fraktionalen Ableitungen* dar. Damit können die Frequenzabhängigkeiten von technischen Kunststoffen über einen großen Frequenzbereich mit nur wenigen Parametern modelliert werden (GAUL & SCHMIDT 2007).

Über rheologische Modelle können die Stoffgesetze veranschaulicht werden. Ein rein elastischer Werkstoff entspricht einer Feder und damit einem 1-Parameter-Modell. Das rein viskoelastische Verhalten wird durch ein viskoses Feder-Dämpfer-Element als 2-Parameter-Modell repräsentiert (STÜHLER 1993).

Energiebetrachtungen basieren auf dem Energieverhältnis, wie in Gl. 2.4 (S. 10) angegeben. Dieser Kategorie kann eine Modellierungsmethode zugeordnet werden, die als *Modal Strain Energy Method* bekannt ist (JOHNSON & KIENHOLZ 1982; JOHNSON ET AL. 1981; UNGAR 1962). Dabei wird die potenzielle Energie des dämpfenden Materials mit einer Materialkonstante multipliziert und auf die Gesamtenergie bezogen. Die frequenzabhängigen Materialeigenschaften können über eine einfache empirische Korrekturfunktion berücksichtigt werden und lassen sich erfolgreich auf Balken, Platten und Ringe mit integrierten Dämpfungsschichten anwenden (JOHNSON & KIENHOLZ 1982; JOHNSON ET AL. 1981).

Die Gedächtnisfunktionen können als Integration des allgemeinen Stoffgesetzes verstanden werden (STÜHLER 1993). Eine äquivalente Beschreibung dazu ist eine Formulierung im Zeitbereich, welche auf inneren Variablen beruht und als Parallelschaltung von mehreren Maxwell-Modellen interpretiert werden kann (AHRENS & OTTL 1991, 2000). Die inneren Variablen stellen Deformationen dar, welche sich der unmittelbaren Beobachtung entziehen.

### 2.4.4 Fugendämpfung

Fügeverbindungen können in feste und sich bewegende Fügestellen unterteilt werden (MAYER 2007). Alle sich bewegenden Fügestellen führen im Betrieb makroskopische Gleitbewegungen aus. Die Reibung zwischen den zwei Bauteilen führt zur Energiedissipation und wird als *Makroschlupf* bezeichnet (MAYER 2007). Feste Verbindungen dienen der Kraft- und der Momentenübertragung, weshalb Makroschlupf in diesen Fügestellen unerwünscht ist (GÖRKE 2010). Eine Übersicht über die verschiedenartigen Fügeverbindungen ist in Tab. 2.4 gegeben.

Aufgrund ihrer Verbreitung ist die Schraubenverbindung Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen (IBRAHIM & PETTIT 2005). Für diese Verbindungsform sind bereits viele Effekte erforscht sowie Modelle entwickelt worden. Da sich die experimentellen Methoden und die eingesetzten Modelle der festen Fügestellen wie Schweißverbindungen (EISELE & DRUMM 1957; LÜBECK 1988; NICOLAI 1988) oder Pressverbindungen (GROSSMANN ET AL. 2012b) nicht wesentlich von denen der Schraubenverbindungen unterscheiden, sollen hier nur die Schraubenverbindungen weiter betrachtet werden.

Bewegungen werden in Werkzeugmaschinen meist mit standardisierten Maschinenelementen wie Führungen oder Wälzlagern umgesetzt. Die Untersuchungen zu diesen Maschinenelementen werden in Abschnitt 2.4.5 (S. 42) ausführlich behandelt, weshalb hier nur allgemein auf Reibmodelle zur Modellierung sich bewegender Fügestellen eingegangen werden soll.

Tab. 2.4: Einteilung von Fügestellen (MAYER 2007)

<b>feste Fügestellen</b>	<b>sich bewegende Fügestellen</b>
kraft- und reibschlüssig	Linear- und Drehführungen
• Schraubenverbindungen	• Gleitführungen
• Presspassverbindungen	• Kugel- u. Rollenführungen
• Klemmverbindungen	
formschlüssig	Radial- und Axiallagerungen
• Nietverbindungen	• Gleitlager
• Stift- und Keilverbindungen	• Kugel- und Rollenlager
• Bolzenverbindungen	
stoffschlüssig	Kupplungen und Bremsen
• Schweißverbindungen	• formschlüssige Kupplungen
• Lötverbindungen	• reibschlüssige Kupplungen
• Klebeverbindungen	• Trommel- und Scheibenbremsen

#### 2.4.4.1 Feste Fügestellen

Reibkontakte wie Schraubenverbindungen lassen sich hinsichtlich ihrer Funktion einteilen (POPP 1994). Zum einen können Schraubenverbindungen so ausgelegt werden, dass sie möglichst viel Energie dissipieren (GAUL & NITSCHE 2001; PANNING ET AL. 2007; SCHIERLING 1985; UHL 2004; WISSBROCK 1985). Zum anderen dienen sie der Kraftübertragung, wobei in Abhängigkeit der anliegenden Kraft zwischen normal- und tangentialbelasteten Verbindungen unterschieden werden kann (BOGRAD ET AL. 2011).

Im Folgenden wird auf einige experimentelle Untersuchungen von Fugen und ihrer Effekte eingegangen. Anschließend werden verschiedene Modellierungsmöglichkeiten von festen Fügestellen vorgestellt.

**Experimente und Effekte** Zur experimentellen Untersuchung von Fugen werden i. d. R. Prüfstände aufgebaut. Normalbelastete Schraubenverbindungen können beispielsweise anhand verschraubter Ständerkonstruktionen analysiert werden (GROTH 1972; PETUELLI 1983; SCHAIBLE 1976). Wird der Versuchstand mit der FEM und die Fuge durch ein einfaches Feder-Dämpfer-Element abgebildet, können mithilfe einer Modellkorrektur äquivalente Dämpfungskonstanten der Fuge identifiziert werden (OEXL 2003; PETUELLI 1983). Durch Veränderung der Randbedingungen, wie eine Variation des Anzugsmomentes, lassen sich für jeden Zustand konkrete Dämpfungskonstanten angeben. Dabei zeigen sich beispielsweise Abhängigkeiten der Dämpfung von der Flächenpressung, der Rauigkeit und der Schmierung (PETUELLI 1983). Neben Reibungsvorgängen sind auch elastoplastische Verformungen der rauen Oberflächen, Strömungsverluste von eingeschlossenen Medien und Stoßverluste für die Dämpfung verantwortlich. Tangentialbelastete Fugen können beispielsweise mithilfe eines Prüfstandes mit einer separierten Schrauben-Laschen-Verbindung gezielt untersucht werden (LENZ 1997). Bei Tangentialbelastung dominiert die Reibung der rauen Oberflächen (OEXL 2003). Diese führt zu nichtlinearen statischen Hysteresen, welche deutlich stärker als bei der Werkstoffdämpfung ausgeprägt sind (OTTL 1981). Solange die Fuge keine makroskopischen Gleitbewegungen ausübt, treten bei der tangentialen Belastung deutlich größere Dämpfungen als bei der normalen Belastung auf (BOGRAD ET AL. 2011). Eine typische Hystereseurve gibt Abb. 2.8 wieder (LENZ 1997). Der Hystereseurve lassen sich im Wesentlichen ein linearer Bereich sowie ein Mikro- und ein Makroschlupfbereich zuordnen (GÖRKE 2010): Da die Flächenpressung in der Kontaktzone durch Rauheiten und Formfehler unterschiedlich hoch sein kann, tritt nach Lastumkehr bereits bei kleinen Tangentialkräften und geringem Kontaktdruck lokales Gleiten auf. Die gleitenden Bereiche sind jedoch noch

so klein, dass das Verhalten annähernd linear beschrieben werden kann. Dies stellt den linearen elastischen Bereich dar. Mit wachsender Tangentialkraft nehmen die gleitenden Bereiche immer weiter zu, welches zu einem degressiven Verlauf der Kraft-Verschiebungs-Kurve führt. Dieser Zustand, bei dem einige Bereiche haften und andere gleiten, wird als *Mikroschlupf* bezeichnet. Steigt die Last weiter an, geht der Mikroschlupf in den Makroschlupf über.

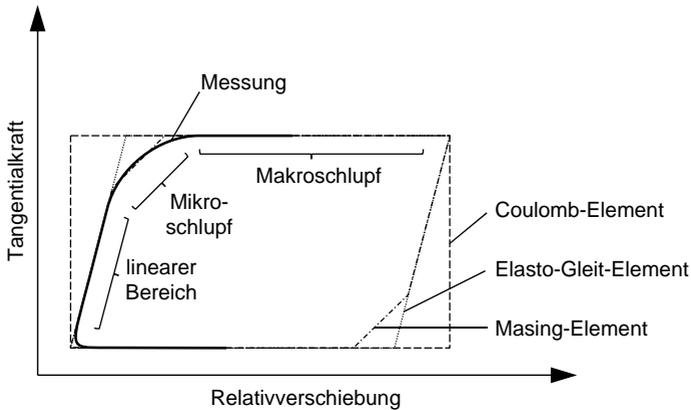


Abb. 2.8: Modellvergleich für die Abbildung des Mikro- und des Makroschlupfverhaltens von Fugen in Anlehnung an GEISLER (2010)

**Modellierungsmöglichkeiten** Das Verhalten der Fugen kann durch rheologische Modelle unterschiedlich gut dargestellt werden (vgl. Abb. 2.8). Da für das Coulomb-Modell nur zwei Zustände (Haften und Gleiten) existieren, bildet dieses Modell lediglich Makroschlupf ab. Bei kleinen Kräften unterhalb der Haftgrenze wird keine Energie dissipiert (LENZ 1997). Das Elasto-Gleit-Element beschreibt dagegen auch eine elastische Deformation. Wird die gemessene Hysterese durch eine Parallelschaltung einer Feder und mehrerer Elasto-Gleit-Elemente (*Masing-Element*) angenähert, kann Mikroschlupf modelliert werden. Geht die Anzahl der verwendeten Elemente gegen unendlich, entstehen kontinuierliche Hysteresekurven (MAYER 2007).

Eine Modellierung der Fugen in der FEM kann mithilfe von

- Punktkontaktmodellen (Node-to-Node-Kontakte),
- Zero-Thickness-Elementen oder
- Dünnschichtelementen (Thin-Layer-Elementen)

realisiert werden (BOGRAD ET AL. 2011).

Den Punktkontaktmodellen können die Eigenschaften von Elasto-Gleit-Elementen hinterlegt werden. Wird eine Schraubenverbindung mit mehreren Punktkontakten modelliert, lässt sich durch die lokale Anwendung der Effekt des Mikroschlupfes nachweisen, obwohl mit den Elasto-Gleit-Elementen nur Makroschlupfmodelle eingesetzt werden (LENZ 1997). Da diese Modellierung jedoch für große Strukturen zu aufwendig ist, kann alternativ auch für jede Schraube ein einziges Punktkontaktmodell verwendet werden, welches das Hystereseverhalten z. B. über eine Masing-Näherung phänomenologisch beschreibt (LENZ 1997).

Zero-Thickness-Elemente sind flächige FE-Elemente ohne Dicke, denen ein beliebiges dreidimensionales Kontaktverhalten hinterlegt werden kann (MAYER & GAUL 2007). Damit lassen sich beispielsweise Modelle umsetzen, welche die Mikrogeometrie und die Beschaffenheit der Fuge wie deren Härte abbilden (MAYER 2007). Für eine Gehäusestruktur können durch Abgleich der einzelnen Bauteile aber ohne Abgleich der Kontaktparameter die Dämpfungsgrade bereits gut prognostiziert werden, was jedoch mit rechenzeitintensiven Simulationen im Zeitbereich verbunden ist (MAYER & GAUL 2007). Ein weniger zeitaufwendiges Berechnungsverfahren stellt die Harmonische-Balance-Methode dar, welche eine Lösung schwach nichtlinearer Systeme im Frequenzbereich erlaubt (GEISLER 2010). Frequenzantworten von Fügeverbindungen in Abhängigkeit des Anzugsmomentes können damit effizient berechnet werden (GEISLER 2010).

Eine vergleichsweise einfache Modellierung von Fugen ist mit Thin-Layer-Elementen möglich. Diese haben eine geringe Dicke, bilden eine hysteretische Dämpfung ab und können auf große Systeme mit mehreren Millionen Freiheitsgraden angewendet werden (BOGRAD ET AL. 2011). Durch die lokale Modellierung liefern diese linearen Modelle im Vergleich zur globalen Modellierung wie dem Rayleigh-Ansatz deutliche bessere Ergebnisse (BOGRAD ET AL. 2011; SCHMIDT ET AL. 2012). Bei einer Fuge mit homogener Druckverteilung ist eine Zone mit einem Parameter ausreichend. Für Fugen mit heterogener Druckverteilung können zwei Zonen mit unterschiedlichen Fugenparametern definiert werden (BOGRAD ET AL. 2007).

### 2.4.4.2 Sich bewegende Fügestellen

Beim Makroschlupf der sich bewegenden Fugen tritt Reibung auf. Diese kann abhängig von Ort, Geschwindigkeit, Temperatur und Schmierung sein (REN 2012). Besonders relevant für die Reibung ist der Einfluss der Geschwindigkeit, der beim Übergang zwischen der Haft- und der Gleitreibung besonders

deutlich ausgeprägt ist. Die Stribeck-Kurve (vgl. Abb. 2.9) beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Reibkoeffizienten und der Relativgeschwindigkeit (RUDERMAN 2012). Der Reibkoeffizient nimmt zunächst mit wachsender Geschwindigkeit ab, durchläuft ein Minimum und steigt dann mit zunehmender Geschwindigkeit linear an. Der Beginn des linearen Verlaufs kennzeichnet den Übergang von der Mischreibung, bei der noch Wechselwirkungen zwischen den Rauheiten der Oberflächen auftreten, zur viskosen Reibung, bei der die Oberflächen durch einen Fluidfilm vollständig getrennt sind (MAYER 2007).

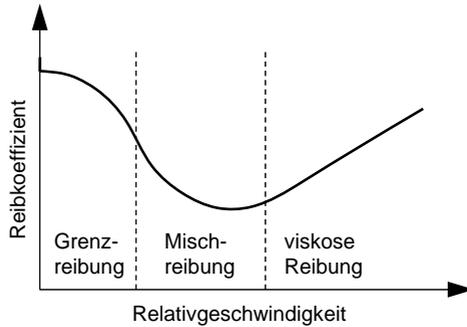


Abb. 2.9: Stribeck-Kurve (MAYER 2007)

Die nichtlineare Reibcharakteristik tritt bei hydrodynamischen Bewegungssystemen auf und führt zu Regelungsfehlern oder unerwünschten Stick-Slip-Bewegungen, welche durch einen permanenten Wechsel zwischen Haften und Gleiten gekennzeichnet sind (REN 2012; RUDERMAN 2012).

Die Reibkennlinie unter Geschwindigkeitseinfluss kann mithilfe von statischen Reibmodellen modelliert werden (GAUL & NITSCHKE 2001). Abb. 2.10 (S. 42) enthält verschiedene solcher Modelle, die zur Beschreibung der Stribeck-Kurve kombiniert werden können. Die Schwäche der statischen Reibmodelle stellt die Unstetigkeit bei der Geschwindigkeit Null dar. Das Reibungsverhalten wird nur für langsame Relativgeschwindigkeiten zufriedenstellend wiedergegeben, solange keine Richtungsänderung auftritt (RUDERMAN 2012).

Aus diesem Grund wurden dynamische Reibmodelle entwickelt, welche im Mikroschlupfbereich ein kontinuierliches Reibverhalten beschreiben sollen (MAYER 2007). Hier kann wieder zwischen nicht-integrierten Reibmodellen, bei denen zwischen Mikroschlupfbereich und Gleitbereich umgeschaltet werden muss, und integrierten Reibmodellen, bei denen beide Bereiche enthalten sind, unterschieden werden (MAYER 2007).

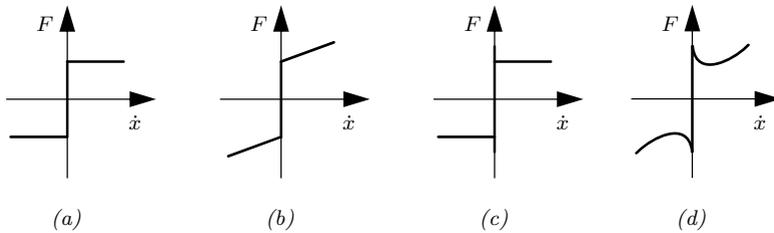


Abb. 2.10: Statische Reibmodelle (GAUL & NITSCHKE 2001): Coulomb-Modell (a), Coulomb-Modell mit viskoser Reibung (b), Haftreibung mit Coulomb-Modell (c) und Stribeck-Reibmodell (d)

Mit dem sogenannten Dahl-Modell ist ein glatter Übergang um den Null-Punkt der Geschwindigkeit möglich, wobei die statische Hysterese im Mikroschlupfbereich approximiert wird (RUDERMAN 2012). Das dynamische integrierte Modell basiert auf der Vorstellung, dass die Oberfläche zweier starrer Körper, die im Kontakt stehen, durch Bürsten repräsentiert werden kann (MAYER 2007). Wird eine Tangentialkraft aufgebracht, werden die Bürsten wie Federn ausgelenkt und erzeugen dadurch eine Reibkraft. Steigt die Kraft an, rutschen immer mehr Federn durch, bis der Körper beim Erreichen der Haftgrenze gleitet. Im Makroschlupfbereich kann jedoch damit nur Coulombsche Reibung abgebildet werden. Das LuGre-Modell stellt eine Erweiterung des Dahl-Modells dar, womit der komplette Stribeck-Effekt modellierbar ist (MAYER 2007).

## 2.4.5 Dämpfung von Maschinenelementen

In Werkzeugmaschinen werden meist standardisierte Komponenten wie Führungsschuhe, Wälzlager oder Aufstellelemente eingesetzt (KLUMPERS 1980; MEIDLINGER 2008; SCHNEIDER 1991). Das Steifigkeits- und das Dämpfungsverhalten der Komponenten beeinflusst stark das statische und dynamische Verhalten der Gesamtmaschine, weshalb sie für die Auslegung des Gesamtsystems von elementarer Bedeutung sind (ALBERTZ 1995; ISPAYLAR 1996; STIEFENHOFER 1977). In der Literatur wurden derartige Komponenten gezielt untersucht, um deren Eigenschaften zu identifizieren und zu beschreiben. Für die Ermittlung der Komponenteneigenschaften muss unterschieden werden, ob das Steifigkeits- oder das Dämpfungsverhalten analysiert wird. Mithilfe von Modellansätzen und Simulationsmodellen kann das Steifigkeitsverhalten für Komponenten wie Wälzlager (DIETL & VAN NIJEN 2001; VESSELINOV 2003) oder Führungsschuhe (DADALAU & VERL 2012; ISPAYLAR 1996) bereits gut prognostiziert werden. Eine Berechnung der Dämpfungseigenschaften ist jedoch meist nicht möglich (KLUMPERS 1980; SCHNEIDER 1991). Um solche

Berechnungsmodelle für die Dämpfung validieren bzw. aufstellen zu können, werden die Eigenschaften der Komponenten experimentell identifiziert. Die Steifigkeit von Komponenten kann über statische oder dynamische Versuche bestimmt werden (GROCHE & HOFMAN 2005), wohingegen Dämpfungskennwerte nur über dynamische Versuche ermittelt werden können (KLUMPERS 1980). Aufgrund der verschiedenartigen Randbedingungen der Komponenten hinsichtlich Geometrie, Funktionalität und Belastung unterscheiden sich die dafür notwendigen Prüfstände und Modelle. Daher soll separat auf die Eigenschaften, Modellsätze und Identifikationsmethoden der Komponenten

- Linearführungen,
- Wälzlager,
- Kugelgewindetriebe und
- Aufstellelemente

eingegangen werden. Da eine erfolgreiche Dämpfungsmodellierung meist an eine korrekte Steifigkeitsmodellierung gebunden ist (WAGNER ET AL. 2007), soll neben der Dämpfung auch die Steifigkeit behandelt werden.

### 2.4.5.1 Linearführungen

Bei Linearführungen kann zwischen Gleit- und Wälzführungen unterschieden werden (SCHNEIDER 1991). Gleitführungen werden in hydrodynamische, hydrostatische und aerostatische Führungen eingeteilt. Bei hydrodynamischen Gleitführungen wird der trennende Schmierfilm durch Relativbewegung der Komponenten aufgebaut. Bei den hydro- und aerostatischen Gleitführungen hingegen entsteht der Schmierpalt durch ein Pumpensystem, welches das Schmiermedium in den Spalt presst. Wälzführungen können hinsichtlich der eingesetzten Wälzelemente unterteilt werden. Hierbei werden Kugeln, Rollen, Nadeln oder Tonnen eingesetzt. Die Gleit- und die Wälzführungen erreichen ähnliche Steifigkeiten und Genauigkeiten, wobei die Gleitführungen deutlich höhere Dämpfungen aufweisen (RINKER 1988). Aufgrund der leichten Montierbarkeit und der geringen Wartungskosten sind Wälzführungen jedoch weiter verbreitet (GRUNAU & GIESE 1991; SCHNEIDER 1991). Um die positiven Dämpfungseffekte der Gleitführungen mit den genormten Abmessungen und Anschlussmaßen von Wälzführungssystemen zu verbinden, wurden hydrostatische Profilschienenführungssysteme entwickelt (BRECHER & PAEPENMÜLLER 2006; WECK ET AL. 2005). Die Dämpfungskennwerte sind im Vergleich zu Kugel- und Rollenführungen um ein Vielfaches höher (BRECHER & PAEPENMÜLLER 2006). Aufgrund ihrer Verbreitung in den letzten Jahren standen

jedoch die Wälzfürungen im Fokus der Untersuchungen, weshalb hier nur auf diesen Typ weiter eingegangen werden soll.

**Steifigkeitsbestimmung** Die Berechnung der Steifigkeiten von Wälzfürungen basiert auf der Hertz'schen Flächenpressung gekrümmter Ebenen (SCHNEIDER 1991). In Abhängigkeit vom Typ lässt sich damit die gesamte Verlagerung einer Führung näherungsweise ermitteln (ISPAYLAR 1996). Durch ein detailliertes FE-Modell, welches die einzelnen Kugeln sowie den Kontakt abbildet, kann die Prognosegenauigkeit gesteigert werden (DADALAU & VERL 2012). Aufgrund von Fertigungsschwankungen können die tatsächlichen Werte jedoch streuen (DADALAU & VERL 2012).

Die Messung der Drucksteifigkeit eines Schienen-Wagen-Systems kann einfach über eine Hebelpresse realisiert werden (SCHNEIDER 1991). Dafür wird die Nachgiebigkeit bei statischer, normaler Belastung gemessen und als Kurve aufgetragen. Die Steigung entspricht der Steifigkeit. Über Zug-, Seiten- und Momentenbelastungen können entsprechend die Steifigkeiten der anderen Richtungen bestimmt werden (ISPAYLAR 1996).

Neben diesem statischen Verfahren kann die Steifigkeit auch mithilfe eines dynamischen Prüfstandes identifiziert werden (GROCHE & HOFMAN 2005; QUEINS 2005). Dafür müssen die zu untersuchenden Führungsschuhe mit einer Masse belastet werden, wie es beispielsweise bei einem Profilschienenprüfstand mit einem geführten Tisch der Fall ist. Kann der Prüfstand als Ein-Massen-Schwinger betrachtet werden und ist die Masse des Tisches bekannt, lässt sich die Steifigkeit über den einfachen Zusammenhang entsprechend Gl. 2.18 (S. 17) berechnen. Die Eigenfrequenz kann dabei über einen Nachgiebigkeitsfrequenzgang experimentell gewonnen werden.

**Dämpfungsbestimmung** Bei Führungsschuhen übt das Schmierfett den wichtigsten und stärksten Dämpfungseinfluss aus, weshalb zur Berechnung der Dämpfung der *Squeeze-Film-Effekt* zugrunde gelegt werden kann (SCHNEIDER 1991). Bei diesem Dämpfungsmechanismus wird Energie dissipiert, indem das Öl in einem schmalen Spalt durch Relativbewegungen verdrängt wird (GRUNAU & GIESE 1991). Da die genauen Randbedingungen des Spalts meist nicht bekannt sind, ist eine analytische Berechnung nicht möglich (SCHNEIDER 1991). Ist jedoch ein Prüfstand vorhanden, bei dem der Spalt gezielt variiert werden kann, lassen sich die Parameter des theoretischen Zusammenhangs empirisch ermitteln und eine Dämpfungskonstante in Abhängigkeit von den Ölfilmparametern angeben (WANG ET AL. 1993). Meist wird jedoch versucht,

das Dämpfungsverhalten phänomenologisch in Form eines viskosen Feder-Dämpfer-Elementes zu erfassen (BRECHER ET AL. 2012b; GROCHE & HOFMAN 2005; WANG ET AL. 1993). Grundlage ist immer ein dynamischer Prüfstand mit einer Mode, welche den Führungsschuh in eine dominierende Richtung belastet.

Die Dämpfungsparameter können auf unterschiedlichen Wegen identifiziert werden. Eine Methode basiert darauf, dass im System gezielt an einer Stelle Dämpfung eingebracht wird, wie in Abb. 2.11 an einem Zwei-Massen-Schwinger (ZMS) demonstriert (WANG ET AL. 1993). Anhand von gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen kann die Änderung der Dämpfungskonstante  $\Delta\tilde{c}$  berechnet werden.

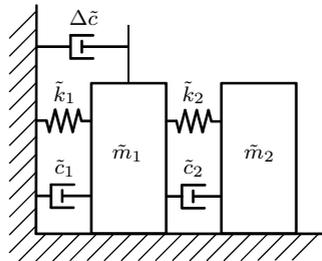


Abb. 2.11: Vereinfachtes Demonstrationsbeispiel von WANG ET AL. (1993) für die Identifikation einer zusätzlich eingebrachten Dämpfung

Wird dagegen der Prüfstand wie bei der Bestimmung der Steifigkeit als Ein-Massen-Schwinger betrachtet, kann die Dämpfungskonstante einfach über Gl. 2.18 (S. 17) und Gl. 2.24 (S. 18) berechnet werden (GROCHE & HOFMAN 2005; QUEINS 2005).

Eine weitere Methode besteht darin, den Prüfstand mit der FEM zu simulieren. Ist der Prüfstand derart ausgelegt, dass der Führungsschuh in jede Richtung eine dominante Mode aufweist, kann über einen Modellabgleich an der entsprechenden Mode der jeweilige Parameter indirekt bestimmt werden (BRECHER ET AL. 2012b). Um die Dämpfung des Prüfstandes zu berücksichtigen, kann das Simulationsmodell zunächst anhand von Messungen mit einem dämpfungsarmen Referenzobjekt abgeglichen werden.

Neben der phänomenologischen Betrachtungsweise mithilfe eines viskosen Feder-Dämpfer-Elementes kann der Führungsschuh auch als bewegte Fuge betrachtet werden. Wird die Reibkraft über den Weg aufgetragen, tritt bei Führungsschuhen statisches Hystereseverhalten auf (AL-BENDER & SYMENS 2005). Für die Messung der Reibkraft muss der dynamische Prüfstand über

eine angetriebene Achse verfügen (AL-BENDER & SYMENS 2005; KUNC 2013). Die Versuche an einem derartigen Prüfstand belegen, dass die Reibkraft neben betriebsbedingten Einflussfaktoren wie Auslenkung, Geschwindigkeit, Belastung und Schmierbedingungen auch von konstruktionsbedingten Einflussfaktoren wie Wälzkörperart, Abstreifer, Vorspannung und Baugröße abhängig ist (KUNC 2013). Wird der Prüfstand als Ein-Massen-Schwinger approximiert und die Hysteresen mit einem Maxwell-slip-Modell (Parallelschaltung von Elasto-Gleit-Elementen, vgl. GOLDFARB & CELANOVIC 1997) modelliert, kann das Dämpfungsverhalten in Form eines amplitudenabhängigen Dämpfungsgrades beschrieben werden (AL-BENDER & SYMENS 2005). Sollen jedoch alle relevanten Einflussfaktoren auf die Reibkraft abgebildet werden, ist ein Reibmodell mit 19 Parametern notwendig (KUNC 2013). Dieses kann wieder in ein viskoses Feder-Dämpfer-Element überführt werden, welches aber nur für einen konkreten Arbeitspunkt gilt (KUNC 2013).

### 2.4.5.2 Wälzlager

Das Wälzlager als Koppelement zwischen einer Welle und Lagerumbauteilen ist das häufigste Lagerprinzip für Spindellagerungen und Getriebewellen (WECK & BRECHER 2006). Aufgrund der unterschiedlichen Anforderungen hinsichtlich Belastbarkeit, Steifigkeit und Führungsgenauigkeit existiert eine Vielzahl an Bauformen (WECK & BRECHER 2006).

**Steifigkeitsbestimmung** Basierend auf den Kontaktbedingungen von Hertz können in Abhängigkeit von der Wälzlagergeometrie die Wälzlagersteifigkeiten für Lager wie Rillenkugel-, Schrägkugel-, Zylinderrollen- oder Kugelrollenlager berechnet werden (BREUER 1994). Hierfür sind bereits Programme verfügbar, welche eine dreidimensionale Berechnung und dynamische Analyse erlauben (DIETL & VAN NIJEN 2001; VESSELINOV 2003). Wie bei den Führungsschuhen können äquivalente Steifigkeiten auch über einen dynamischen Versuch identifiziert werden (BRECHER ET AL. 2012a; OPHEY 1986).

**Dämpfungsbestimmung** Zur Berechnung der Dämpfung kann die Theorie der elasto-hydrodynamischen (EHD) Schmierung und des Squeeze-Film-Effekts auf die speziellen Kontaktverhältnisse der Wälzlager angewendet werden (KLUMPERS 1980). Obwohl äquivalente Dämpfungskonstanten in Abhängigkeit des Ölfilms berechnet werden können, lassen sich damit nicht die experimentell bestimmten Dämpfungen erklären (WALFORD & STONE 1983). Aufgrund der hohen Passfugensteifigkeit der Wälzlager sind die Differenzen nicht in der Dämpfung der Fügestellen zu suchen (DIETL ET AL. 1996). Mit abgeglichenen

Kontaktparametern können zumindest Tendenzen für die Dämpfung in Abhängigkeit der Geschwindigkeit und der Belastung abgebildet werden (DIETL ET AL. 1996).

Zur experimentellen Bestimmung wird, wie bei den Führungsschuhen, die Lagerdämpfung phänomenologisch mit viskosen Feder-Dämpfer-Elementen modelliert, jedoch unterscheidet sich die Anzahl der Modellparameter pro Lager (BRECHER ET AL. 2012d; DIETL 1997; KLUMPERS 1980; OPHEY 1986). Entweder wird ein Dämpfungswert für das gesamte Lager (KLUMPERS 1980; OPHEY 1986), ein Dämpfungswert für jeden Freiheitsgrad (BRECHER ET AL. 2012d) oder ein Dämpfungswert für jede Kugel (DIETL 1997) verwendet. Dies ist vor allem bei einem Vergleich der angegebenen Dämpfungskonstanten zu beachten. Der dafür nötige Prüfstand ist meist ein Spindel-Lager-System. Er besteht aus einer Welle mit einer zusätzlichen Rotormasse, welche über mindestens zwei Lager an einem Gehäuse abgestützt ist (BRECHER ET AL. 2012d; DIETL ET AL. 1996; KLUMPERS 1980; OPHEY 1986). Um das System von der Umgebung dynamisch zu entkoppeln, wird es auf weiche Federn gestellt. Für höhere Geschwindigkeits- und Frequenzbereiche kann ein Prüfstand ohne Gehäuse realisiert werden, womit ein einzelnes Lager untersucht werden kann (DIETL ET AL. 2000).

Die äquivalenten Dämpfungskonstanten können wieder auf verschiedenen Wegen identifiziert werden. Zum einen lässt sich der Prüfstand auf einen Ein-Massen-Schwinger reduzieren und daraus eine Gleichung für die Dämpfungskonstante in Abhängigkeit vom gemessenen Dämpfungsgrad, der Resonanzfrequenz, der reduzierten Masse und der Prüfstandssteifigkeiten herleiten (KLUMPERS 1980; OPHEY 1986). Zum anderen ist eine indirekte Identifikation über einen Modellabgleich mit gemessenen Nachgiebigkeitsfrequenzgängen und einem FE-Modell des Prüfstandes möglich (BRECHER ET AL. 2012d; DIETL 1997). Die experimentellen Untersuchungen machen deutlich, dass die Dämpfungskonstanten abhängig von verschiedenen Faktoren wie Drehzahl, Belastung und Viskosität des Schmierstoffs sind (DIETL 1997; OPHEY 1986).

### 2.4.5.3 Kugelgewindetriebe

Der Kugelgewindetrieb (KGT) hat die Aufgabe, eine Drehbewegung in eine translatorische Bewegung (oder umgekehrt) umzuwandeln. Er besteht aus einer Spindel, einer Spindelmutter, Kugeln sowie weiteren Teilen wie Abstreifern oder Vorspannelementen (GOLZ 1990). Unterschiede in den Bauarten ergeben sich hinsichtlich der Art der Kugelrückführung und der Vorspannung. Hauptanwendungsgebiete sind Vorschubantriebe und Bewegungsachsen im Messgerätebau (WECK & BRECHER 2006).

**Steifigkeitsbestimmung** Ist die Steifigkeit in axialer Richtung bekannt, können die Steifigkeiten in den anderen Freiheitsgraden mit den geometrischen Parametern des Kugelgewindetriebes berechnet werden (OERTLI 2008). Das zugrunde gelegte Modell berücksichtigt dabei die Kopplung der axialen Steifigkeit mit der Torsionssteifigkeit des KGTs. Die axiale Steifigkeit kann ebenfalls über einen dynamischen Prüfstand und einen Modellabgleich eines FEM-Modells mit der Messung identifiziert werden (BRECHER ET AL. 2013). Dafür muss eine Mode des Prüfstandes vorhanden sein, welche die Spindelmutter axial belastet. Eine Steigerung der Abbildungsgenauigkeit kann erreicht werden, wenn weitere Koppelterme der Steifigkeitsmatrix berücksichtigt werden (OKWUDIRE & ALTINTAS 2009). Für KGTs, bei denen die Spindelmutter verhältnismäßig lang in Relation zur Spindel ist, dürfen die Deformationen der Spindel innerhalb der Spindelmutter nicht vernachlässigt werden (OKWUDIRE 2011).

**Dämpfungsbestimmung** Die Reibungsverhältnisse in Abhängigkeit von der Vorspannkraft und der Spindeldrehzahl können zwar berechnet werden, um das Betriebsverhalten von KGTs auszulegen (GOLZ 1990), jedoch stehen bisher keine Dämpfungswerte für KGTs zur Verfügung (BRECHER ET AL. 2013). Eine Dämpfungskonstante der Spindelmutter in axiale Richtung kann aber analog zur Steifigkeit experimentell identifiziert werden (BRECHER ET AL. 2013).

### 2.4.5.4 Aufstellelemente

Im Allgemeinen dienen Aufstellelemente der definierten Höheneinstellung bei starrer Aufstellung und besitzen i. d. R. Elemente mit speziellen elastischen und dämpfenden Eigenschaften (WECK & BRECHER 2006). Neben Nivellierschuhen und Stellfüßen zur Höheneinstellung (WECK & BRECHER 2006) existieren Luftfedersysteme (STÖTER 2001) und Flüssigkeitsdämpfer (SARROUH 1980) zur Schwingungsisolierung.

Die Ausführungsformen lassen sich in verankerungsfreie Aufstellungen und Fixatoren einteilen (MEIDLINGER 2008). Im Gegensatz zu verankerungsfreien Aufstellungen ergibt bei Fixatoren erst die Vorspannung zwischen den Gestellbauteilen und dem Fundament die erforderliche Maschinensteifigkeit (WECK & BRECHER 2006). Zur Erhöhung der Dämpfungswirkung werden die verankerungsfreien Aufstellungen meist auf der Unterseite mit Elastomerplatten ausgestattet (MEIDLINGER 2008).

**Steifigkeitsbestimmung** Auf Basis einer experimentellen Modalanalyse und einer Parameteroptimierung lassen sich die Steifigkeiten der Maschinen-

aufstellung berechnen (GAO & ROCKHAUSEN 2001). Wenn die Zahl der freien Parameter jedoch zu groß ist, können dabei mehrdeutige Lösungen auftreten. Alternativ kann die Steifigkeit an einem dynamischen Versuchsstand mithilfe eines Modellabgleichs mit gemessenen Nachgiebigkeiten ermittelt werden (MEIDLINGER 2008). Dabei ist bei Fixatoren eine starke Abhängigkeit von der Schraubenvorspannkraft festzustellen. Die identifizierte Steifigkeit wird durch die Nachgiebigkeit des Fundamentes und des Baugrundes reduziert, welche jedoch auch experimentell oder analytisch abgeschätzt werden kann (RICHART ET AL. 1970; WECK & BRECHER 2006). Verankerungsfreie Aufstellungen weisen aufgrund der Polymerplatten eine Abhängigkeit von der Frequenz und der Belastung auf. Die Frequenzabhängigkeit der Steifigkeit kann mit rheologischen Modellen abgebildet werden (STIEFENHOFER 1977). Ein Poynting-Modell (Parallelschaltung einer Feder mit einem Maxwell-Modell) ist hierfür jedoch ausreichend (MEIDLINGER 2008). Indem die Steifigkeit der parallelgeschalteten Feder durch eine wegabhängige Kraft ersetzt wird, kann zusätzlich die auftretende Lastabhängigkeit modelliert werden (MEIDLINGER 2008). Ein derartiges Modell ist nur für Simulationen im Zeitbereich anwendbar. Für Berechnungen im Frequenzbereich muss die Steifigkeit in einem Arbeitspunkt linearisiert werden (PETUELLI 1983).

**Dämpfungsbestimmung** Die Dämpfung lässt sich analog zur Steifigkeit am dynamischen Prüfstand identifizieren. Als Modell für einen Fixator ist ein einfaches Feder-Dämpfer-Element ausreichend (MEIDLINGER 2008). Um die Dämpfung der Elastomerplatten abbilden zu können, muss ein Dämpferelement zum Poynting-Modell parallelgeschaltet werden (MEIDLINGER 2008). Da der Dämpfer des Steifigkeitsmodells zur Anpassung der frequenzabhängigen Steifigkeit genutzt wird, liefert das Modell bereits einen Beitrag zur Dämpfung. Dieser Anteil muss entsprechend bei der Wahl des Dämpfungskoeffizienten des zusätzlichen Dämpfers berücksichtigt werden.

## 2.5 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die Simulation ist mittlerweile ein fester Bestandteil im Entwicklungsprozess von Werkzeugmaschinen. Für die dynamische Schwachstellenanalyse haben sich dabei die modale Theorie sowie die Analyse im Frequenzbereich mit der Berechnung von Frequenzgängen bewährt, bei der die Modelle der Maschinenstruktur im Arbeitspunkt linearisiert werden. Zur Modellierung der Maschinenstruktur müssen die genauen Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsverhältnisse bekannt sein, was bisher für die Dämpfung nicht gegeben ist. Die Versuche, die Dämpfungswerte mehrerer linearer Dämpfungsmodelle von

Werkzeugmaschinen mithilfe von Optimierungsverfahren gleichzeitig zu identifizieren, scheitern meist an zu langen Rechenzeiten. Übereinstimmungen von gemessenen und simulierten Frequenzgängen stellen zudem noch keine validen Dämpfungsmodelle sicher, da exakt gleiche Frequenzgänge durch unterschiedliche Dämpfungsverteilungen erreicht werden können. Bei der isolierten Untersuchung von Dissipationsquellen werden häufig andere Dämpfungseffekte vernachlässigt, um ein Ein-Massen-Schwinger-Verhalten zugrunde legen zu können. Da meist nur eine Dissipationsquelle untersucht wurde, konnte eine Übertragbarkeit auf ein Gesamtsystem, bei dem mehrere Dissipationsquellen zusammenwirken, nicht nachgewiesen werden. Lediglich nichtlineare Modelle, wie sie beispielsweise für Fugen existieren, lassen eine Prognose erhoffen. Aufgrund sehr langer Rechenzeiten können sie jedoch nicht auf eine gesamte Werkzeugmaschine angewendet werden. Eine große Schwierigkeit bei der Dämpfungsidentifikation liegt zudem in den auftretenden Streuungen, wie es an den großen Parameterbereichen der Werkstoffdämpfung deutlich wird. Um die Dämpfung von Werkzeugmaschinen richtig abzubilden, kann daher aktuell nicht auf einen Prototyp verzichtet werden.

Aus der Analyse zum Stand der Technik lassen sich somit folgende Schlussfolgerungen ziehen: Aktuell ist nicht bekannt, wie die Dämpfung in Werkzeugmaschinen verteilt ist und wie sie sich im Detail zusammensetzt. Dementsprechend fehlt auch das Wissen, welche Modelle die verschiedenen Dissipationsquellen in Werkzeugmaschinen hinreichend genau beschreiben. Um die Dämpfung ihren tatsächlichen Wirkstellen zuordnen zu können, bedarf es einer neuen Vorgehenssystematik. Anstatt mögliche Dämpfungsursachen von vornherein zu vernachlässigen, soll die Dämpfungswirkung aller potenziellen Dämpfungsursachen durch geeignete Modelle abgebildet werden. Die Modelle müssen auf Strukturmodelle lokal anwendbar sein, damit sie sich auf andere Strukturen übertragen lassen und grundsätzlich prognosefähig sind. Damit eine Anwendung auf Werkzeugmaschinen möglich ist, sind rechenzeitintensive Modelle zu vermeiden. Da es trotz der vielen Bemühungen bisher nicht geglückt ist, lokale Dämpfungsmodelle für Werkzeugmaschinen zu validieren, müssen die einzelnen Schritte von der Parameteridentifikation bis hin zur Validierung der Modelle detailliert betrachtet werden. Eine besondere Sorgfalt ist dabei auf die Einflussfaktoren zu legen, welche den Identifikationsprozess verfälschen oder stören können. Bei der Parameteridentifikation müssen dabei unvermeidbare Ungenauigkeiten in Form von Streuungen berücksichtigt werden können. Da eine Übereinstimmung von gemessenen und simulierten Frequenzgängen keine hinreichende Bedingung für gültige Modelle bedeutet, müssen alternative Beurteilungskriterien herangezogen werden.

## 3 Zielsetzung und Vorgehensweise

### 3.1 Ziel der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, die bisher als global verstandene Gesamtdämpfung mithilfe einer neuen Vorgehenssystematik in ihre Einzelteile zu zerlegen. Erst wenn bekannt ist, wie die Dämpfung sich in einer Werkzeugmaschinenstruktur zusammensetzt und wie die verschiedenen Dissipationsquellen zusammenwirken, kann eine Dämpfungsmodellierung funktionieren. Aus der Betrachtung zum Stand der Technik ist bekannt, dass das Material, die Fugen sowie die Maschinenelemente ein Dämpfungspotenzial besitzen. Es wird daher davon ausgegangen, dass diese Strukturbestandteile mögliche Dissipationsquellen in einer Werkzeugmaschine repräsentieren und einen Beitrag zur Strukturdämpfung liefern. Für die Dämpfungsmodellierung soll explizit auf nichtlineare Formulierungen verzichtet werden, damit die im Werkzeugmaschinenbau bewährte modale Theorie sowie die Analyse im Frequenzbereich weiterhin anwendbar bleiben. Zudem kann nur so eine möglichst einfache Modellierung erzielt werden, welche für große Systeme wie Werkzeugmaschinen erforderlich ist. Für jede Dissipationsquelle sollen daher lineare, lokale Ersatzmodelle gefunden werden, welche primär die jeweilige Dämpfungswirkung, nicht jedoch die tatsächlichen Dämpfungsmechanismen, abbilden. Die Dämpfung mehrerer physikalischer Mechanismen wird damit durch ein einfaches Dämpfungsmodell abstrahiert erfasst. Inwieweit diese linearen Modelle tatsächlich eine Prognosefähigkeit besitzen, gilt es entsprechend zu überprüfen und gegebenenfalls nachzuweisen.

Um grundsätzlich valide Dämpfungsmodelle identifizieren zu können, soll eine neue Vorgehensmethodik entwickelt werden, welche den Prozess von der Dämpfungsmessung über die Parameteridentifikation bis hin zur Dämpfungsmodellierung definiert. Da eine Struktur stets mehrere Dissipationsquellen aufweist, muss die Methodik geeignet sein, die Dämpfungswirkung aller Dissipationsquellen bei der Parameteridentifikation zu berücksichtigen. Ein besonderes Augenmerk soll dabei auf mögliche Fehlereinflüsse gelegt werden, welche dazu führen, dass Dämpfungsanteile falsch zugeordnet werden.

Da bei der Dämpfungsmessung stets mit Streuungen zu rechnen ist, sollen diese in den Identifikationsprozess eingebunden werden. Damit soll erreicht

werden, dass für Dämpfungswerte auch Vertrauensintervalle angegeben werden können. Die Methodik soll soweit allgemeingültig sein, dass sie auf beliebige, schwach gedämpfte Systeme mit mehreren Dissipationsquellen angewendet werden kann.

Da eine Übertragbarkeit von Dämpfungsmodellen bisher nicht gelungen ist, können keine konkreten Dämpfungswerte aus dem Stand der Technik verwendet werden. Es lassen sich jedoch Hinweise für mögliche Dämpfungsmodelle entnehmen. Für die Erprobung der neuen Vorgehenssystematik bedarf es einer Struktur mit mehreren potenziellen Dissipationsquellen. Um falsche bzw. zu stark vereinfachte Annahmen bereits bei der Wahl des Versuchsträgers zu vermeiden, soll eine Werkzeugmaschinenstruktur eines Standard-Vier-Achs-Bearbeitungszentrums betrachtet werden. Diese besteht aus mehreren Gusskomponenten und enthält neben verschraubten Fugen verschiedene Maschinenelemente wie Führungsschuhe, Kugelgewindetriebe und Aufstellelemente (siehe Abb. 3.1). Für alle auftretenden potenziellen Dissipationsquellen müssen die möglichen Dämpfungsmodelle mithilfe geeigneter Beurteilungskriterien überprüft und Dämpfungsparameter identifiziert werden.

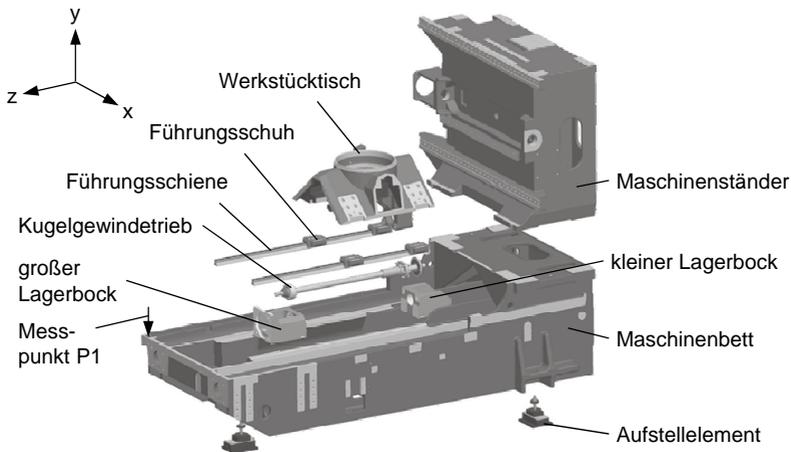


Abb. 3.1: Betrachteter Versuchsträger: Werkzeugmaschinenstruktur eines Standard-Vier-Achs-Bearbeitungszentrums mit einer Werkstücktisch-Achse

### 3.2 Vorgehensweise

Um den Dissipationsquellen Material, Fugen und Maschinenelementen die Dämpfungsanteile korrekt zuzuordnen zu können, soll die Werkzeugmaschinenstruktur analog zu LÖWENFELD (1957) sequenziell aufgebaut werden. Dabei soll für jeden Montagezustand die Dämpfung experimentell ermittelt werden. Unter einem *Montagezustand* werden alle Aufbauzustände verstanden, welche Komponenten der endgültigen Struktur enthalten und messtechnisch entsprechend den Methoden in Abschnitt 2.3.2 (S. 23) untersucht werden können. Der grundsätzliche Ansatz besteht darin, dass mit jedem Montagezustand nur eine potenzielle Dissipationsquelle hinzukommt. Aus der Änderung des Dämpfungsverhaltens zum vorhergehenden Zustand soll auf die lokale Dämpfungswirkung der hinzugefügten Dissipationsquelle geschlossen werden. Die Montage einer weiteren Komponente setzt voraus, dass die Dämpfungswirkung der bereits vorhandenen Dissipationsquelle hinreichend genau abgebildet ist.

Für die Dämpfungsmodellierung ist ein dynamisches Modell des jeweiligen Montagezustandes nötig. Dieses muss hinsichtlich der Massen- und der Steifigkeitsverhältnisse eine hohe Modellgüte aufweisen. Im Rahmen dieser Arbeit kann auf ein dynamisches FE-Modell zurückgegriffen werden, welches bereits mithilfe von Modalanalysen für verschiedene Montagezustände abgeglichen wurde und daher eine hohe Modellgüte besitzt. Mögliche Struktur- und Parameterfehler in der Modellierung der Massen- und der Steifigkeitsverhältnisse wurden systematisch untersucht und sukzessive beseitigt (SCHWARZ 2015; SCHWARZ ET AL. 2014). Die Vorgehensweise zur Ermittlung der lokalen Dämpfungsanteile der Werkzeugmaschinenstruktur ist in Abb. 3.2 zusammengefasst.

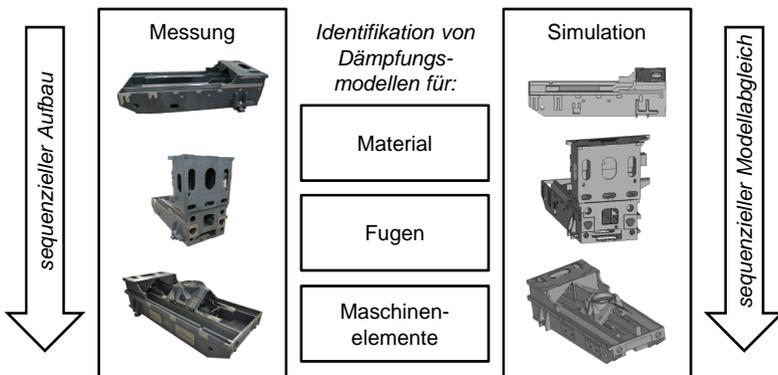


Abb. 3.2: Ansatz zur Ermittlung und Abbildung lokaler Dämpfungsanteile

Die weitere Arbeit ist in vier Hauptkapitel gegliedert. In Kapitel 4 (S. 55) wird eine neue Vorgehenssystematik präsentiert, mit der geeignete Dämpfungsmodelle ausgewählt und Dämpfungsparameter identifiziert werden können. Das Vorgehen ist allgemein formuliert, da es nicht auf Werkzeugmaschinen beschränkt ist. Es kann auf beliebige, schwach gedämpfte Systeme angewendet werden. In Kapitel 5 (S. 99) wird darauf eingegangen, wie die Unsicherheiten der Modellparameter berücksichtigt werden können. Zudem werden Methoden vorgestellt, mit denen die Anwendbarkeit der Modellierungsmethodik überprüft werden kann. Kapitel 6 (S. 119) behandelt konkrete Problemstellungen, welche bei der Dämpfungsmessung und -identifikation zu beachten sind. Da diese Probleme an dem Versuchsträger sowie an den vorliegenden Versuchsobjekten aufgetreten sind, haben die gegebenen Lösungsvorschläge keinen allgemeingültigen Charakter. Sie können jedoch hilfreiche Anhaltspunkte für ähnliche Problemstellungen geben. Die Anwendung der gesamten Vorgehenssystematik auf die Werkzeugmaschinenstruktur in Abb. 3.1 (S. 52) wird anschließend in Kapitel 7 (S. 151) beschrieben. Dabei werden für jede Dissipationsquelle anhand verschiedener Montagezustände geeignete Dämpfungsmodelle und Parameter identifiziert und schrittweise zu einem Gesamtmodell zusammengefügt.

## 4 Modellierungs- und Identifikationsmethodik

### 4.1 Problemstellung und Lösungsansatz

Im vorliegenden Abschnitt soll die Problemstellung sowie der Lösungsansatz zur lokalen Dämpfungszuordnung weiter konkretisiert werden.

Grundsätzlich ergibt sich für die lokale Dämpfungszuordnung folgende Problemstellung: Mit den Dämpfungsgraden, den Eigenfrequenzen und den Eigenvektoren aus einer experimentellen Modalanalyse kann das dynamische Systemverhalten vollständig beschrieben werden, jedoch liegen keine Informationen darüber vor, wie sich die Dämpfung zusammensetzt. Um Informationen über die Dämpfungsverteilung zu erhalten, müssen ein Strukturmodell vorhanden sein und Modellannahmen für die beteiligten Dissipationsquellen getroffen werden. Ein Modellabgleich anhand von gemessenen und simulierten Frequenzgängen, wie im Kapitel zum Stand der Technik beschrieben, birgt dabei grundsätzlich zwei Probleme: Zum einen treten je nach Qualität des Strukturmodells Unterschiede zwischen den gemessenen und simulierten Eigenfrequenzen auf. Zum anderen liegen die Dämpfungswirkungen aller beteiligten Dämpfungsmodelle stets kombiniert vor, wodurch die Resonanzamplituden durch eine beliebige Kombination der Dämpfungsparameter an die Messung angepasst werden können und es somit keine eindeutige Lösung gibt. Da im Allgemeinen Steifigkeit und Dämpfung miteinander wechselwirken und reale Strukturen meist sehr viele Komponenten und Dissipationsquellen aufweisen, scheitern manuelle oder auch automatische Modellkorrekturen in der Regel an der Vielzahl von Einflussfaktoren.

Dieser Problemstellung soll mit folgendem Lösungsansatz begegnet werden: Zunächst soll die Identifikation der Dämpfung von der Identifikation der Steifigkeiten strikt getrennt werden. Da im Gegensatz zum Frequenzgang Dämpfungsgrade ein direktes Maß für die Dämpfung darstellen, sollen ausschließlich gemessene Dämpfungsgrade zur Beurteilung der Dämpfungsmodelle herangezogen werden. Um die Zahl der freien Parameter auf ein Mindestmaß zu reduzieren, soll das System derart zusammengebaut werden, dass mit jedem Montagezustand lediglich eine Dissipationsquelle hinzukommt. Idealerweise muss dadurch lediglich ein freier Parameter angepasst werden. Obwohl nur die Gesamtdämpfung des jeweiligen Montagezustandes gemessen wird, kann

so auf die Dämpfungswirkung einer einzelnen Dissipationsquelle geschlossen werden. Dabei ist zu beachten, dass für jeden neuen Montagezustand ein anderes Schwingungsverhalten vorliegt, wodurch sich auch die Dämpfungswirkungen der bereits untersuchten Dissipationsquellen ändern. Insofern die bereits identifizierten Dämpfungsmodelle gültig sind, kann der verbleibende Dämpfungsunterschied des neuen Montagezustandes der hinzugefügten Dissipationsquelle zugeordnet werden. Bei ungültigen Modellen wird zwangsläufig ein falscher Dämpfungsanteil zugeordnet. Ist ein geeignetes Dämpfungsmodell ausgewählt und besitzt dieses lediglich einen Parameter, ist ein Dämpfungsgrad für den Abgleich ausreichend. Da reale Systeme stets eine Vielzahl von Eigenfrequenzen aufweisen, können die übrigen Dämpfungsgrade zur Validierung des Dämpfungsmodells herangezogen werden. Können die Dämpfungsgrade der anderen Moden durch das Modell ebenfalls abgebildet werden, ist das Modell prinzipiell geeignet. Ist die Übereinstimmung unzureichend, ist nach alternativen Dämpfungsmodellen zu suchen. Erst wenn ein geeignetes Modell gefunden wurde, kann eine weitere Dissipationsquelle hinzukommen, für die sich der eben beschriebene Identifikationsprozess wiederholt. Ob die identifizierten Dämpfungsmodelle tatsächlich valide sind, wird sich daran zeigen, inwiefern bei einer Änderung des Systemverhaltens die Änderung der Dämpfung tatsächlich prognostiziert werden kann.

Als einfaches Beispiel für die oben beschriebene Vorgehensweise soll eine Gussstruktur dienen, welche aus einem aufgestellten Maschinenbett und einem damit verschraubten Maschinenständer besteht (Abb. 4.1). Die Struktur sei schwach gedämpft und weise als potenzielle Dissipationsquellen das Material der Grundkörper, die Aufstellung sowie die verschraubte Fuge auf.

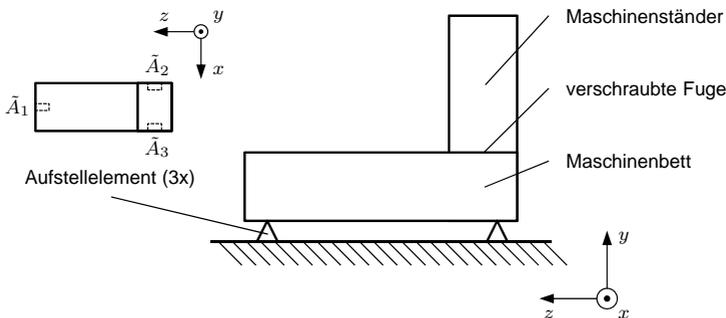


Abb. 4.1: Eine Werkzeugmaschinenstruktur als generisches Beispiel

Im Falle der Beispielstruktur seien bereits ein Dämpfungsmodell der Gusskomponenten sowie der Aufstellung gegeben. Ein Dämpfungsmodell der Fuge

soll identifiziert werden. Wird der Maschinenständer auf das Maschinenbett verschraubt, führt dies, im Vergleich zum Montagezustand des aufgestellten Maschinenbettes ohne Maschinenständer, zu einem anderen Schwingungsverhalten und einer veränderten Dämpfungswirkung der Aufstellung. Sind die Dämpfungsmodelle der Gusskomponenten sowie der Aufstellung valide, werden die veränderten Dämpfungswirkungen, hervorgerufen durch die Systemänderung, mithilfe der Modelle richtig abgebildet. Der bis dahin noch nicht zugeordnete Dämpfungsanteil ist dann durch die Fuge hinzugekommen und muss durch ein weiteres Dämpfungsmodell abgebildet werden. Wie geeignete Dämpfungsmodelle auch für das Material und die Aufstellung identifiziert werden können, ohne auf bereits bestehende Modelle zurückgreifen zu müssen, soll im Laufe der Arbeit geklärt werden.

Im nächsten Abschnitt soll zunächst gezeigt werden, dass sich die Dämpfungsgrade für lineare Dämpfungsansätze superponieren lassen. Daraus lässt sich ein einfaches, direktes Identifikationsverfahren ableiten, um lokale Dämpfungsmodelle und Parameter zu bestimmen. Anschließend wird in Abschnitt 4.3 (S. 74) und Abschnitt 4.4 (S. 90) eine detaillierte Vorgehensweise vorgestellt, womit die Dämpfungsgrade für Werkzeugmaschinenstrukturen in ihre Bestandteile zerlegt werden können.

## 4.2 Superposition von Dämpfungsgradanteilen

### 4.2.1 Modellannahmen

Damit die Dämpfungsgrade einer Struktur aufgeschlüsselt werden können, sind einige Annahmen zu treffen, die im Folgenden hergeleitet werden sollen. Zudem ist eine derartige Aufteilung nur für ausgewählte Dämpfungsmodelle möglich, die hier ebenfalls im Detail vorgestellt werden.

#### 4.2.1.1 Aufschlüsselung von Dämpfungsgraden

Allgemein kann die Dämpfung, wie in Abschnitt 2.2.2 (S. 9) gezeigt, über den Verlustfaktor mit

$$\eta = \frac{W}{2\pi U} \quad (4.1)$$

definiert werden, welcher einem Energieverhältnis aus dissipierter Energie  $W$  zur Formänderungsenergie  $U$  je Schwingungszyklus entspricht (LAZAN 1968). Die Größe  $U$  repräsentiert die Gesamtenergie des Schwingungssystems, die u. a. über die Summe der potenziellen und der kinetischen Energie je Schwingungszyklus berechnet werden kann (UNGAR 1962). Die Definitionen für die

Gesamtenergie sind nur für schwach gedämpfte Strukturen ( $\zeta_r \ll 1$ ) eindeutig, bei denen die Gesamtenergie annähernd konstant ist und nicht von Zyklus zu Zyklus erheblich fluktuiert. Bei stärker gedämpften Strukturen ( $\zeta_r < 1$ ) treten komplexwertige Eigenvektoren auf, so dass die verschiedenen Punkte einer Struktur nicht in Phase schwingen und somit die Gesamtenergie dieser Struktur schwankt. Die Definitionen der Gesamtenergie können dann selbst im eingeschwungenen Zustand zu unterschiedlichen Ergebnissen führen (UNGAR 1962), was unterschiedliche Verlustfaktoren zur Folge hätte. Besitzt das System eine Masse, ist die Gesamtenergie sogar nur in den Eigenfrequenzen konstant (UNGAR 1962).

Werden lediglich schwach gedämpfte Strukturen in ihren Eigenfrequenzen betrachtet, ist die Definition des Verlustfaktors mit Gl. 4.1 (S. 57) eindeutig, wobei dann die Gesamtenergie mit

$$U(t) = \frac{1}{2} \{x(t)\}^T [K] \{x(t)\} \quad (4.2)$$

berechnet werden kann (GROSSMANN 1976; NATKE 1988). Da es sich in Gl. 4.1 (S. 57) um Energien handelt, kann der Verlustfaktor auch als Summe von Teilenergien verstanden werden. Für ein Bauteil mit mehreren Dissipationsquellen lässt sich damit der Verlustfaktor als Summe von einzelnen Dissipationsenergien, bezogen auf die Gesamtenergie, mit

$$\eta = \frac{\sum_{\hat{u}} W_{W\hat{u}} + \sum_{\hat{v}} W_{\hat{F}\hat{v}} + \sum_{\hat{w}} W_{\hat{A}\hat{w}}}{2\pi U} \quad (4.3)$$

angeben (VDI 3830-3 2004). Hierbei entsprechen  $W_{W\hat{u}}$  der Werkstoffdämpfung,  $W_{\hat{F}\hat{v}}$  der Fugendämpfung und  $W_{\hat{A}\hat{w}}$  der äußeren Dämpfung. Obwohl über die Halbwertsbreitenmethode der Verlustfaktor direkt aus der Messung gewonnen werden kann (vgl. Abschnitt 2.3.2, S. 23), wird meist der Dämpfungsgrad als Messgröße verwendet (VDI 3830-5 2005). Wie auch der Verlustfaktor enthält er keine Detailinformationen mehr über den Dämpfungsmechanismus, weshalb er sich in der Strukturdynamik bewährt hat (MARKERT 2013). Liegt proportionale Dämpfung vor, besteht für eine Mode  $r$  ein Zusammenhang zwischen dem Verlustfaktor  $\eta_r$  und dem Dämpfungsgrad  $\zeta_r$  mit

$$\eta_r = 2\zeta_r \left| \sqrt{1 - \zeta_r^2} \right|, \quad (4.4)$$

der sich für  $\zeta_r \ll 1$  zu

$$\eta_r = 2\zeta_r \quad (4.5)$$

vereinfacht (NATKE 1988). In der Literatur wird meist der vereinfachte Zusammenhang entsprechend Gl. 4.5 angegeben (LIN & ZHU 2009; MAIA &

SILVA 1997; STELZMANN ET AL. 2002). Damit gilt für den Dämpfungsgrad der Zusammenhang

$$\zeta = \frac{W}{4\pi U} \quad (4.6)$$

(STELZMANN ET AL. 2002), der ebenfalls als Summe von einzelnen Dissipationsenergien  $W_{nr}$  von  $N_D$  Dissipationsquellen, bezogen auf die Gesamtenergie, mit

$$\zeta_{wr} = \frac{1}{4\pi} \frac{\sum_{n=1}^{N_D} W_{wnr}}{U_{wr}} = \sum_{n=1}^{N_D} \Delta\zeta_{wnr} \quad (4.7)$$

formuliert werden kann (NIEHUES & ZÄH 2012; NIEHUES ET AL. 2015). Da eine Betrachtung des Dämpfungsgrades  $\zeta_{wr}$  für ein System  $w$  nur in der Eigenfrequenz sinnvoll ist, können  $W_{wnr}$  und  $U_{wr}$  als modale Energien der  $r$ -ten Mode verstanden werden. Die modale Formänderungsenergie  $U_{wr}$  kann dabei für ein System  $w$  mit

$$U_{wr} = \frac{1}{2} \{\phi\}_r^T [K] \{\phi\}_r \quad (4.8)$$

berechnet werden (GROSSMANN 1976; MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a). Im Vergleich zu Gl. 4.2 beschreibt Gl. 4.8 die maximale modale potenzielle Energie, die in der  $r$ -ten Mode enthalten ist.

Der globale Dämpfungsgrad jeder Mode  $r$  kann damit als Summe von  $N_D$  Dämpfungsgradanteilen  $\Delta\zeta_{wnr}$  aufgefasst werden, welche durch  $N_D$  Dissipationsquellen verursacht werden. Sollen für eine Struktur mit mehreren Dissipationsquellen deren Dämpfungsgradanteile angegeben werden, muss für jede Dissipationsquelle ein Dämpfungsmodell gefunden werden. Dieses sollte bei einem definierten Schwingungszustand genauso viel Energie wie die Dissipationsquelle selbst dissipieren.

Als lineare Dämpfungsmodelle stehen nach LAZAN (1968) das hysteretische Dämpfungsmodell, das viskose Feder-Dämpfer-Modell und das allgemeine, frequenzabhängige lineare Dämpfungsmodell zur Verfügung (vgl. Abschnitt 2.2.2, S. 9). Für die lineare Dämpfungsbeschreibung im Frequenzbereich lassen sich jedoch nur das hysteretische Dämpfungsmodell und das viskose Feder-Dämpfer-Modell anwenden. Ein allgemeines lineares Dämpfungsmodell, wie das Poynting-Modell (vgl. Tab. 2.1, S. 12), führt auf eine frequenzabhängige Steifigkeit, womit eine Modalanalyse nicht mehr ohne Weiteres berechnet werden kann (AHRENS & OTTL 2000; LAZAN 1968). Hierfür muss dann beispielsweise auf eine Berechnung im Zeitbereich ausgewichen werden (MEIDLINGER 2008). Die Schwierigkeiten, die sich aus der Anwendung dieser Modelle ergeben, werden im Anhang A.2 (S. 199) noch einmal am Beispiel des Poynting-Modells

erläutert. Zur Dämpfungsmodellierung für Gl. 4.7 (S. 59) werden daher nur das hysteretische Dämpfungsmodell und das viskose Feder-Dämpfer-Modell weiter betrachtet, auf deren Modellannahmen im Folgenden eingegangen werden soll.

#### 4.2.1.2 Hysteretisches Dämpfungsmodell

Das hysteretische Dämpfungsmodell ist grundsätzlich nur für eine harmonische Anregung definiert (MAIA & SILVA 1997). Die Impulsantwort weist im Zeitbereich ein nicht-kausales und damit nicht-physikalisches Verhalten auf, d. h. bereits kurz vor der Impulsanregung liegt eine Auslenkung vor (WORDEN & TOMLINSON 2001). Da jedoch viele schwingungstechnische Problemstellungen im Frequenzbereich betrachtet werden können, ist der hysteretische Ansatz trotz dieser Einschränkung gerechtfertigt (EWINS 1984; MAIA & SILVA 1997).

Aus dem hysteretischen Dämpfungsmodell lassen sich drei Varianten ableiten, die jeweils zu einer komplexwertigen Steifigkeitsmatrix führen.

Die erste Variante ist ein hysteretisches Feder-Dämpfer-Element, welches aus einer Parallelschaltung einer Feder und eines Dämpfers mit der komplexwertigen Steifigkeit  $\tilde{d} = \tilde{\eta}\tilde{k}$  besteht. Die dissipierte Energie dieses hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes kann für einen Schwingungszyklus mit

$$W_h = \int_0^{2\pi/\omega} f(x) dx = \pi\bar{X}^2\tilde{d} \quad (4.9)$$

berechnet werden (MAIA & SILVA 1997). Der Verlustfaktor  $\tilde{\eta}$  ist in diesem Zusammenhang ein konstanter, lokaler Dämpfungsparameter, wobei  $\bar{X}$  der größten Auslenkung des Dämpfer-Elementes entspricht. Der Dämpfungsgradanteil  $\Delta\zeta_{wnr}$  des hysteretischen Dämpfer-Elementes als  $n$ -te Dissipationsquelle des Systems  $w$  ergibt sich damit für jede Mode  $r$  zu

$$\Delta\zeta_{wnr} = \frac{1}{4}\tilde{\eta}_n\tilde{k}_n\frac{\Delta\bar{X}_{wnr}^2}{U_{wr}}. \quad (4.10)$$

Eine weitere Variante des hysteretischen Dämpfungsmodells entsteht, wenn statt einer Feder einem Volumenelement  $e$  ein Verlustfaktor zugewiesen wird. In diesem Fall ist der lokale Steifigkeitsanteil dieses Volumenelementes komplexwertig. Der Dämpfungsgradanteil für Volumenelemente mit dem gleichen Verlustfaktor kann für jede Mode  $r$  als  $n$ -te Dissipationsquelle mit

$$\Delta\zeta_{wnr} = \frac{1}{2}\hat{\eta}_n\frac{\Delta U_{wnr}}{U_{wr}} = \frac{1}{2}\hat{\eta}_n\kappa_{wnr} \quad (4.11)$$

bestimmt werden (GROSSMANN 1976; NIEHUES & ZÄH 2012). Der Verlustfaktor  $\hat{\eta}_n$  erscheint als ein konstanter, lokaler Dämpfungsparameter für die dämpfenden Volumenelemente. Die Größe  $\kappa_{wnr}$  entspricht dem Energieverhältnis aus der Energie  $\Delta U_{wnr}$  der dämpfenden Volumenelemente zur Gesamtenergie  $U_{wr}$  und kann in Form von reellwertigen, massennormierten Eigenvektoren  $\{\phi\}_r$  mit

$$\kappa_{wnr} = \frac{\Delta U_{wnr}}{U_{wr}} = \frac{\{\phi_e\}_r^T [K_e] \{\phi_e\}_r}{\{\phi\}_r^T [K] \{\phi\}_r} \quad (4.12)$$

ausgedrückt werden (GROSSMANN 1976; JOHNSON ET AL. 1981). Dabei repräsentieren  $[K_e]$  die lokale Steifigkeitsmatrix der dämpfenden Volumenelemente und  $\{\phi_e\}_r$  die zugehörigen Eigenvektoren.

Als letzte Variante des hysteretischen Dämpfungsmodells soll der Fall definiert werden, bei dem jedem Feder- und jedem Volumenelement der gleiche Verlustfaktor zugewiesen wird. Dann ist die Dissipationsenergie proportional zur gesamten Steifigkeitsmatrix, womit das Energieverhältnis  $\kappa_{wnr}$  für jede  $r$ -te Mode zu Eins wird. In diesem Fall ist der Dämpfungsgrad für alle Moden gleich.

Die gegebenen Gleichungen für die Berechnung der Dämpfungsgrade enthalten eine Näherung, auf die kurz eingegangen werden soll. Es lässt sich zeigen, dass die vorgestellte Dämpfungsmodellierung mit hysteretischen Dämpfungsmodellen auf die Modal Strain Energy Method (vgl. Abschnitt 2.4.3, S. 34) zurückgeht und dass dabei die gleichen Annahmen wie bei der Hauptdämpfungsmodellierung (vgl. Abschnitt 2.3.1, S. 15) getroffen werden: Bei hysteretisch gedämpften Systemen besteht die Steifigkeitsmatrix aus der reellwertigen Steifigkeitsmatrix  $[K]$  und einem i. d. R. nicht-proportionalen komplexwertigen Anteil  $[D]$ . Im Falle einer nicht-proportionalen hysteretischen Dämpfungsmatrix  $[D]$  führt das Eigenwertproblem entsprechend Gl. 2.36 (S. 21) auf komplexwertige Eigenvektoren. Mit den komplexwertigen Eigenvektoren kann sowohl die Massens als auch die Steifigkeitsmatrix diagonalisiert werden (vgl. Gl. 2.37, S. 21). Aufgrund der Diagonalgestalt ergibt sich damit entsprechend Gl. 2.38 (S. 21) für jede Mode ein Verlustfaktor, ohne dass Nebendiagonalelemente vernachlässigt werden müssen. Eine alternative Formulierung von Gl. 2.38 (S. 21) mit komplexwertigen Eigenvektoren kann mit

$$\omega_r^2(1 + i\eta_r) = \frac{\{\psi\}_r^H [K] \{\psi\}_r}{\{\psi\}_r^H [M] \{\psi\}_r} + i \frac{\{\psi\}_r^H [D] \{\psi\}_r}{\{\psi\}_r^H [M] \{\psi\}_r}, \quad (4.13)$$

angegeben werden (JOHNSON & KIENHOLZ 1982). Damit diese Form der Darstellung möglich ist und die Brüche im Real- und im Imaginärteil reelle Werte annehmen, sind in Gl. 4.13 konjugiert komplexwertige transponierte Eigenvektoren zu verwenden. Werden für die Berechnung der Eigenwerte nun zur

Vereinfachung anstatt der komplexwertigen Eigenvektoren die reellwertigen Eigenvektoren des ungedämpften Systems verwendet, kann zwar die Massenmatrix diagonalisiert werden (vgl. Gl. 2.14, S. 17), der komplexwertige Anteil der Steifigkeitsmatrix jedoch nicht (vgl. Gl. 2.19, S. 17). Dieser führt auf eine vollbesetzte modale Dämpfungsmatrix  $[D_m]$ . Da im Zähler von Gl. 4.12 (S. 61) lediglich die jeweiligen Eigenvektoren der betrachteten Moden und nicht die vollständige Modalmatrix verwendet werden, kommt das einer Vernachlässigung der Nebendiagonalelemente der modalen Dämpfungsmatrix  $[D_m]$  gleich. Die Eigenwerte lassen sich damit vereinfacht mit

$$\omega_r^2 = \frac{\{\psi\}_r^T [K] \{\psi\}_r}{\{\psi\}_r^T [M] \{\psi\}_r}, \quad (4.14)$$

$$\omega_r^2 \eta_r = \frac{\{\psi\}_r^T [D] \{\psi\}_r}{\{\psi\}_r^T [M] \{\psi\}_r}. \quad (4.15)$$

berechnen, wobei hier die reellwertigen Eigenvektoren des ungedämpften Systems verwendet werden (JOHNSON & KIENHOLZ 1982). Die Zwangsdiagonalisierung im Zähler von Gl. 4.15 ergibt für jede Mode einen Skalar, welcher dem jeweiligen Hauptdiagonalelement der modalen Dämpfungsmatrix  $[D_m]$  entspricht. Eine Umformulierung von Gl. 4.14 und Gl. 4.15 führt wieder auf Gl. 4.6 (S. 59), welche dem Energieverhältnis der Modal Strain Energy Method genügt (vgl. Abschnitt 2.4.3, S. 34). Die beschriebene Näherung hat sich für die praktische Nutzung bereits als hinreichend genau erwiesen (JOHNSON ET AL. 1981), weshalb das hysteretische Dämpfungsmodell prinzipiell für eine lineare Dämpfungsmodellierung geeignet ist und hier weiterverfolgt werden soll.

#### 4.2.1.3 Viskoses Feder-Dämpfer-Modell

Zur viskosen Dämpfungsmodellierung kann ein einzelnes viskoses Dämpfer-Element verwendet werden, dessen Dissipationsenergie über

$$W_v = \int_0^{2\pi/\omega} f(x) dx = \pi \bar{X}^2 \tilde{c} \omega \quad (4.16)$$

berechnet werden kann (MAIA & SILVA 1997). Der Dämpfungsgradanteil dieses Dämpfer-Elementes ergibt sich zu (NIEHUES & ZÄH 2012):

$$\Delta \zeta_{wnr} = \frac{1}{4} \omega_{wr} \tilde{c}_n \frac{\Delta \bar{X}_{wnr}^2}{U_{wr}}. \quad (4.17)$$

Damit die Dämpfungsgradanteile in dieser Form berechnet werden können, müssen analog zum hysteretischen Dämpfungsmodell Annahmen getroffen werden, welche auf die Hauptdämpfungsmodellierung führen: Für den allgemein viskosen Fall ergibt das Eigenwertproblem Gl. 2.41 (S. 21) komplexwertige Eigenvektoren, welche in konjugiert komplexwertigen Paaren auftreten (vgl. Gl. 2.47, S. 22). Für eine viskose Dämpfungsmatrix ist der Dämpfungsgrad mit

$$2\omega_r\zeta_r = \frac{\{\psi^*\}_r^T [C] \{\psi\}_r}{\{\psi^*\}_r^T [M] \{\psi\}_r} = \frac{c_r}{m_r} \quad (4.18)$$

definiert (EWINS 1984). Die komplexwertigen Eigenvektoren erzielen eine Diagonalisierung, so dass der Dämpfungsgrad über die modalen reellwertigen Größen  $c_r$  und  $m_r$  sowie die Eigenkreisfrequenz exakt bestimmt werden kann. Gleichermaßen kann die Eigenkreisfrequenz mit

$$\omega_r^2 = \frac{\{\psi^*\}_r^T [K] \{\psi\}_r}{\{\psi^*\}_r^T [M] \{\psi\}_r} = \frac{k_r}{m_r} \quad (4.19)$$

ausgedrückt werden (EWINS 1984). Mit Gl. 4.18, Gl. 4.19, Gl. 2.15 (S. 17) und unter Verwendung massennormierter Eigenvektoren des ungedämpften Systems kann für den Dämpfungsgrad der Zusammenhang

$${}_H\zeta_r = \frac{\omega_r \{\phi\}_r^T [C] \{\phi\}_r}{2\{\phi\}_r^T [K] \{\phi\}_r} \quad (4.20)$$

angegeben werden, welcher wiederum auf das Energieverhältnis in Gl. 4.6 (S. 59) zurückgeführt werden kann. Da reellwertige Eigenvektoren verwendet werden, wäre die modale Dämpfungsmatrix in Gl. 2.23 (S. 18) zwar vollbesetzt, jedoch werden mit Gl. 4.20 lediglich die Hauptdiagonalelemente berücksichtigt. Die Nebendiagonalelemente werden vernachlässigt, welches der Näherung der Hauptdämpfungsmodellierung entspricht. Wie in Kapitel 2 (S. 5) bereits erwähnt, führt die Vernachlässigung der Nebendiagonalelemente der modalen Dämpfungsmatrix zu einer gängigen Methode, um die Bewegungsgleichungen linearer Systeme mit nicht-proportionaler Dämpfung zu berechnen (MARKERT 2013; SHAHRUZ 1990; SHAHRUZ & MA 1988). In den meisten praktischen Fällen ist der damit einhergehende Fehler für schwach gedämpfte Strukturen vernachlässigbar, auch wenn die Hauptdiagonalelemente nicht dominant sind (FINKE 1977; GAWRONSKI & SAWICKI 1997; GAWRONSKI 2004). Diese Form der viskosen Dämpfungsmodellierung soll daher ebenfalls weiterverfolgt werden.

Zusammenfassend lässt sich Folgendes festhalten: Für eine eindeutige Dämpfungsbeschreibung muss die Gesamtenergie der zu betrachteten Struktur konstant sein. Dies ist nur in der Eigenfrequenz und für schwach gedämpfte Strukturen zu erwarten, bei denen näherungsweise reellwertige Eigenvektoren

auftreten. Die Umrechnung zwischen dem Verlustfaktor und dem Dämpfungsgrad ist nur für proportionale Dämpfung zulässig. Aufgrund der Hauptdämpfungshypothese (vgl. Abschnitt 2.3.1, S. 15), die für die hysteretische und viskose Dämpfungsmodellierung zugrunde gelegt wird, liegen proportionale Dämpfungsmatrizen vor, so dass die Umrechnung entsprechend Gl. 4.5 (S. 58) gerechtfertigt ist. Die Dämpfungswirkung wird mit reellwertigen Eigenvektoren abgebildet, obwohl die Dämpfungsmatrizen nicht-proportional sind und zu komplexwertigen Eigenvektoren führen würden. Für die Dämpfungsmodellierung ist somit die einmalige Lösung des ungedämpften Eigenwertproblems ausreichend.

## 4.2.2 Simulierte Dämpfungswirkung

Mit Gl. 4.7 (S. 59) kann über die Dissipationsenergien in Gl. 4.9 (S. 60) und Gl. 4.16 (S. 62) ein Zusammenhang zwischen dem globalen Dämpfungsgrad und den lokalen Dämpfungsparametern hergestellt werden. Die Energiebetrachtung erlaubt es, dass die Anteile einzelner Dissipationsquellen am globalen Dämpfungsgrad separat betrachtet und mit den vorgestellten Dämpfungsansätzen modelliert werden können. Als wesentliche Einflussfaktoren auf die Dämpfungsgradanteile lassen sich

- die Eigenvektoren,
- die Eigenfrequenzen und
- das Dämpfungsmodell

ableiten, auf die jeweils kurz eingegangen werden soll. Um eine Vorstellung von den Dämpfungswirkungen der Dämpfungsmodelle zu erhalten, sollen diese unabhängig von der FEM zunächst an einfachen Beispielen demonstriert werden.

### 4.2.2.1 Eigenvektoren

Aufgrund der in Abschnitt 4.2.1 (S. 57) getroffenen Annahmen werden die Auslenkungen  $\bar{X}$  der Dämpfer-Elemente von den Eigenvektoren des ungedämpften Systems vorgegeben. An den Dämpfungsansätzen entsprechend Gl. 4.10 (S. 60) und Gl. 4.17 (S. 62) sowie dem Ansatz nach Gl. 4.11 (S. 60) im Zusammenhang mit Gl. 4.12 (S. 61) wird somit deutlich, dass die Eigenvektoren die Dämpfungswirkung der Dämpfungsmodelle bestimmen. Damit ist die Dämpfung eines Gesamtsystems, welches mit diesen Dämpfungsmodellen beschrieben wird, eigenvektorabhängig. Die Dissipationsquellen werden entsprechend den

Eigenvektoren unterschiedlich beansprucht, so dass sich für jede Mode eine unterschiedliche Dämpfungsverteilung ergibt. Änderungen am Schwingungssystem führen zu einer Änderung der Eigenvektoren und so zu einer Änderung des Dämpfungsverhaltens. Damit gilt: Eine Beschreibung bzw. Identifikation der Dämpfung ist nur zu erreichen, wenn ein Strukturmodell vorhanden ist, welches die Eigenvektoren hinreichend genau abbildet. Damit dies gelingt, müssen die Massen- und die Steifigkeitsverhältnisse korrekt modelliert sein. Auch zur Dämpfungsbeeinflussung lässt sich eine Aussage treffen: Eine hohe Dämpfung ist nicht nur von einem hohen Dämpfungswert abhängig. Die Dissipationsquelle muss auch große Relativbewegungen im Vergleich zur größten Auslenkung der jeweiligen Mode ausführen, damit sie einen großen Anteil zum globalen Dämpfungsgrad beiträgt.

#### 4.2.2.2 Eigenfrequenzen

Auch die Eigenfrequenzen besitzen einen großen Einfluss auf die Dämpfungsgradanteile: Im Falle massennormierter Eigenvektoren (Gl. 2.16, S. 17) kann die Diagonalisierbarkeit der Steifigkeitsmatrix entsprechend Gl. 2.17 (S. 17) ausgenutzt werden. Damit vereinfacht sich die Berechnung der Gesamtenergie (vgl. Gl. 4.8, S. 59) zu (MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a):

$$U_{wr} = \frac{\omega_{wr}^2}{2}. \quad (4.21)$$

Da für die Berechnung der Dämpfungsgradanteile die Gesamtenergie unabhängig vom gewählten Dämpfungsmodell im Nenner steht (Gl. 4.7, S. 59) und mit Gl. 2.58 (S. 26) die Eigenkreisfrequenz direkt proportional zur Eigenfrequenz ist, wird die Bedeutung von korrekt simulierten Eigenfrequenzen deutlich. Um Gl. 4.21 ausnutzen zu können, müssen für die Dämpfungsansätze ebenfalls massennormierte Eigenvektoren verwendet werden.

#### 4.2.2.3 Dämpfungsmodell

Jedes Dämpfungsmodell erzielt, über den gesamten Frequenzbereich betrachtet, eine unterschiedlich simulierte Dämpfungswirkung. Die Dissipationsenergie des hysteretischen Dämpfer-Elementes ist beispielsweise im Vergleich zur Dissipationsenergie des viskosen Dämpfer-Elementes frequenzunabhängig (vgl. Gl. 4.9, S. 60 und Gl. 4.16, S. 62). Die Parameter der beiden Modelle können so gewählt werden, dass sie in einer Eigenkreisfrequenz die gleiche Energie dissipieren. Für die übrigen Eigenkreisfrequenzen führen die Modelle jedoch

zu unterschiedlichen Dissipationsenergien und damit auch zu unterschiedlichen Dämpfungsgradanteilen. Es lässt sich ein Zusammenhang zwischen dem hysteretischen und dem viskosen Feder-Dämpfer-Modell herleiten, der die unterschiedliche Dämpfungswirkung der zwei Modelle beschreibt. Dafür werden die Dämpfungsgradanteile beider Modelle mit

$$\Delta\zeta_{va} = \Delta\zeta_{ha} \quad (4.22)$$

bei der Abgleichsmode  $a$  gleichgesetzt. Mit Gl. 4.10 (S. 60) und Gl. 4.17 (S. 62) führt dies auf die äquivalente Dämpfungskonstante

$$\tilde{c} = \frac{\tilde{\eta}k}{\omega_a}, \quad (4.23)$$

welche die hysteretische Dämpfung bei der Abgleichfrequenz  $\omega_a$  repräsentiert. Wird Gl. 4.23 in die Gl. 4.17 (S. 62) für den viskosen Dämpfungsgrad  $\Delta\zeta_{vr}$  eingesetzt und werden die Parameter, welche für den hysteretischen Dämpfungsgradanteil stehen, wieder durch  $\Delta\zeta_{hr}$  mit Gl. 4.10 (S. 60) ersetzt, kann der Zusammenhang

$$\Delta\zeta_{vr}(\omega_r) = \frac{\omega_r}{\omega_a} \Delta\zeta_{hr} \quad (4.24)$$

angegeben werden. Daran ist zu sehen, dass lediglich für  $\Delta\zeta_{vr}(\omega_r = \omega_a)$  die Dämpfungsgradanteile gleich sind. Für  $\zeta_{vr}(\omega_r \neq \omega_a)$  sind die Dämpfungsgradanteile verschieden. Der Sachverhalt, dass unterschiedliche Dämpfungsmodelle zu unterschiedlichen Dämpfungswirkungen führen, kann genutzt werden, um ein geeignetes Dämpfungsmodell für eine Dissipationsquelle auszuwählen.

#### 4.2.2.4 Dämpfungswirkungen am Beispiel eines Drei-Massen-Schwingers

Die Dämpfungswirkungen verschiedener Dämpfungsansätze sollen an einem Drei-Massen-Schwinger (DMS) veranschaulicht werden. Betrachtet wird je ein Drei-Massen-Schwinger mit

1. drei unterschiedlich parametrisierten viskosen Dämpfer-Elementen (Abb. 4.2a),
2. drei unterschiedlich parametrisierten hysteretischen Dämpfer-Elementen (Abb. 4.2b) und
3. drei gleich parametrisierten hysteretischen Dämpfer-Elementen, womit die Dämpfungsmatrix proportional zur Steifigkeitsmatrix ist (Abb. 4.2c).

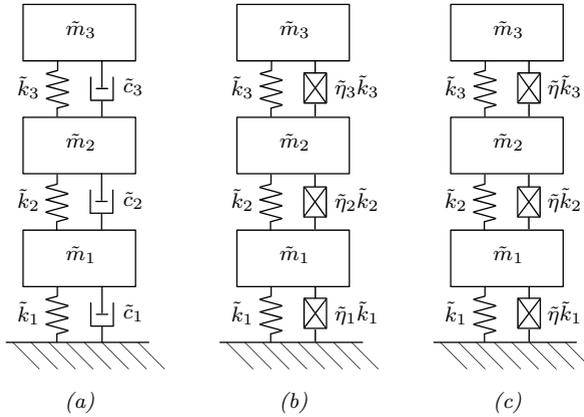


Abb. 4.2: Drei verschiedene Drei-Massen-Schwinger-Modelle ( $w = 1, 2, 3$ ): mit viskosen Dämpfer-Elementen (a), mit hysteretischen Dämpfer-Elementen (b), mit hysteretischen Dämpfer-Elementen bei gleichem Verlustfaktor (c)

Die zugehörigen Gleichungen und Parameter sind dem Anhang A.3 (S. 201) zu entnehmen. Um die Dämpfungsgrade der verschiedenen Modelle unterscheiden zu können, wird der Index  $w = 1, 2, 3$  eingeführt (vgl. Abb. 4.2). Beim ersten Drei-Massen-Schwinger (Abb. 4.2a) sind die Dämpfungsparameter so gewählt, dass

$$\tilde{c}_1 > \tilde{c}_2 > \tilde{c}_3$$

gilt. Dieses Modell soll als erster Montagezustand mit dem Index  $w = 1$  betrachtet werden, wobei die einzelnen Dämpfer die Dissipationsquellen mit  $n = 1, 2, 3$  darstellen. In Abb. 4.3 (S. 68) sind die globalen Dämpfungsgrade  $\zeta_{wr}$  jeder Mode  $r$  den Dämpfungsgradanteilen  $\Delta\zeta_{wnr}$  der einzelnen viskosen Dämpfer-Elemente  $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{c}_3$  gegenübergestellt. An den Dämpfungsgradanteilen ist zu sehen, welchen Einfluss jeder Dämpfer auf den globalen Dämpfungsgrad für jede Mode hat. Obwohl die Dämpfungsparameter frequenzunabhängig sind, ergeben sich aufgrund der unterschiedlichen Eigenvektoren für jede Eigenkreisfrequenz und jedes Dämpfer-Element unterschiedliche Dämpfungsgradanteile. Das Dämpfer-Element mit dem größten Dämpfungsparameter besitzt nicht zwangsläufig den größten Dämpfungsgradanteil, wie an der dritten Mode deutlich wird. In Abb. 4.4 (S. 68) werden die Dämpfungswirkungen der drei Dämpfungsmodelle aus Abb. 4.2 miteinander verglichen. Die Dämpfungsparameter des zweiten und dritten Modells wurden so gewählt, dass sie dem Dämpfungsgrad der zweiten Mode des viskosen Modells entsprechen. Entsprechend Gl. 4.24 ist die Dämpfung des viskosen Modells (Abb. 4.2a) unterhalb der abgeglichenen Eigenkreisfrequenz tendenziell kleiner und oberhalb ten-

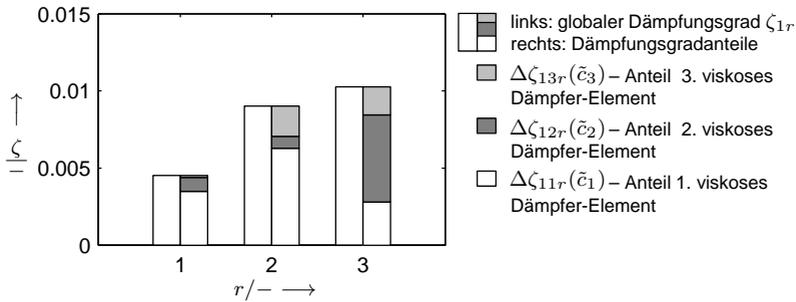


Abb. 4.3: Dämpfungsgradanteile des viskosen Drei-Massen-Schwingers aus Abb. 4.2c (S. 67)

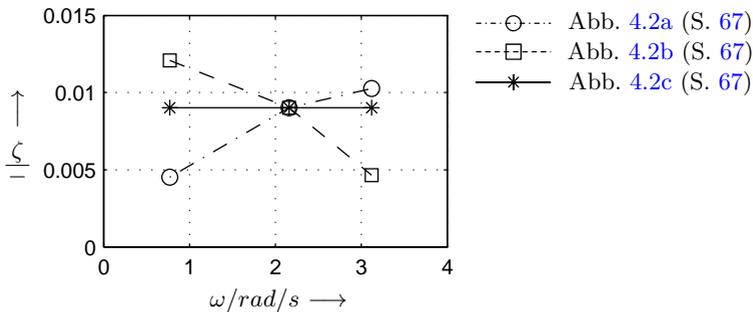


Abb. 4.4: Vergleich der globalen Dämpfungsgrade der drei Drei-Massen-Schwinger-Modelle aus Abb. 4.2 (S. 67)

denziell größer als die des hysteretischen Modells (Abb. 4.2b, S. 67). Das dritte Dämpfungsmodell (Abb. 4.2c, S. 67) besitzt für alle Moden den gleichen Dämpfungsgrad, da in diesem Fall entsprechend Gl. 4.12 (S. 61) für jede Mode  $\kappa_{wnr} = 1$  gilt.

Als letztes soll noch der Fall nachgestellt werden, dass eine falsche Annahme für eine Dämpfungsmodellierung getroffen wird. Dafür soll das Modell in Abb. 4.2b (S. 67) mit dem Index  $w = 2$  als wahr gelten und angenommen werden, dass die Dämpfung der zweiten Mode nur durch das erste hysteretische Dämpfer-Element verursacht wird. Da ein Abgleichparameter zur Verfügung steht, kann mit dieser vereinfachten Modellannahme bei der Abgleichfrequenz der gleiche Dämpfungsgrad erzeugt werden. Wie jedoch in Abb. 4.5 zu sehen ist, stimmen die Dämpfungsgrade  $\zeta_{2r}(\tilde{\eta}_a)$  der anderen Moden nicht mit  $\zeta_{2r}$  überein. Durch den höheren Dämpfungsparameter, der für den Abgleich nötig ist,

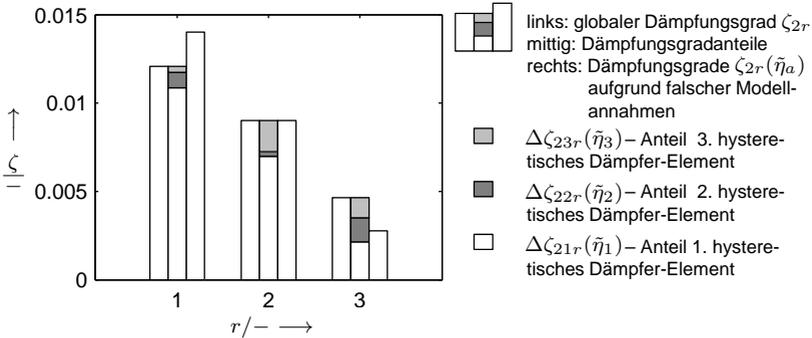


Abb. 4.5: Abgleich eines Modells mit einer falschen Modellannahme

werden die Dämpfungsgradanteile  $\Delta\zeta_{21r}(\tilde{\eta}_1)$  des ersten Dämpfers überschätzt. Tatsächlich setzt sich die Dämpfungsverteilung aus den Dämpfungsgradanteilen der drei hysteretischen Dämpfer-Elemente zusammen. Die mangelnde Übereinstimmung ist ein Indiz dafür, dass die vereinfachte Annahme nicht gültig bzw. nicht zulässig ist.

### 4.2.3 Identifikationsprinzip

Neben der Darstellung der Dämpfungsgradanteile kann Gl. 4.7 (S. 59) auch zur Identifikation von Dämpfungsparametern genutzt werden. Steht ein FEM-Modell der zu modellierenden Struktur zur Verfügung, welches die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren hinreichend genau abbildet, kann mithilfe der modalen Daten die Dämpfung des Gesamtsystems analytisch beschrieben werden. Dies ist vor allem für den Identifikationsprozess vorteilhaft, wie in diesem Abschnitt dargelegt werden soll.

Für jede vorhandene Dissipationsquelle muss zunächst ein Dämpfungsmodell angenommen werden. In Tab. 4.1 (S. 70) sind die Dämpfungsmodelle zusammengestellt, die dafür grundsätzlich zur Verfügung stehen. Außer dem Dämpfungsgrad und den Dämpfungsparametern können prinzipiell alle Parameter aus der Simulation gewonnen werden. Welche Parameter für welches Modell nötig sind, ist in Tab. 4.2 (S. 70) zusammengefasst. Wie die Modellparameter bestimmt und die Dämpfungsparameter identifiziert werden können, soll diskutiert und am einfachen Beispiel demonstriert werden.

Tab. 4.1: Formeln der einsetzbaren Dämpfungsmodelle für eine lineare Dämpfungsmodellierung

Dämpfungsmodell	Formel
visk. Feder-Dämpfer-Element	$\Delta\zeta_{wnr} = \frac{1}{4}\omega_{wr}\tilde{c}_n \frac{\Delta\bar{X}_{wnr}^2}{U_{wr}}$
hyst. Feder-Dämpfer-Element	$\Delta\zeta_{wnr} = \frac{1}{4}\tilde{\eta}_n\tilde{k}_n \frac{\Delta\bar{X}_{wnr}^2}{U_{wr}}$
hyst. dämpfende Volumenelemente	$\Delta\zeta_{wnr} = \frac{1}{2}\hat{\eta}_n \frac{\Delta U_{wnr}}{U_{wr}} = \frac{1}{2}\hat{\eta}_n\kappa_{wnr}$

Tab. 4.2: Übersicht über die benötigten Modellparameter für die verschiedenen Dämpfungsmodelle

gesuchter Dämpfungsparameter	nötige Modellparameter					
	$\tilde{k}_n$	$\Delta\bar{X}_{wnr}$	$\Delta U_{wnr}$	$\omega_{wr}$	$U_{wr}$	$\zeta_{wr}$
$\tilde{c}_n$ (visk. Feder-Dämpfer-Element)		o		o	o	o
$\tilde{\eta}_n$ (hyst. Feder-Dämpfer-Element)	o	o		o	o	o
$\hat{\eta}_n$ (hyst. dämpf. Volumenelemente)			o	o	o	o
<i>Simulationsparameter</i>	o	o	o	o	o	
<i>Messparameter</i>						o
o Modellparameter erforderlich						

#### 4.2.3.1 Identifikation der Modellparameter

Die Steifigkeit  $\tilde{k}_n$  wird für das hysteretische Dämpfer-Element benötigt und kann dem FEM-Modell entnommen werden. Die Größen  $\Delta\bar{X}_{wnr}$ ,  $\Delta U_{wnr}$ ,  $\omega_{wr}$  und  $U_{wr}$  lassen sich aus der Lösung des ungedämpften Eigenwertproblems mithilfe einer rechnerischen Modalanalyse ableiten. Der Parameter  $\Delta\bar{X}_{wnr}$  entspricht der relativen Verschiebung des viskosen oder hysteretischen Feder-Dämpfer-Elementes. Da diese Dämpfer-Elemente immer zwischen zwei Freiheitsgraden definiert sind, kann  $\Delta\bar{X}_{wnr}$  einfach über die Eigenvektoreinträge  $\phi_{jr}$  der zugehörigen Freiheitsgrade z. B.  $j = 1, 2$  mit

$$\Delta\bar{X}_{wnr} = |(\phi_{1r} - \phi_{2r})| \quad (4.25)$$

berechnet werden.

Über die Vorzeichen der Eigenvektoreinträge wird die Phasenbeziehung richtig berücksichtigt. Die modale potenzielle Energie der hysteretisch dämpfenden Volumenelemente kann über

$$\Delta U_{wnr} = \frac{1}{2} \{\phi_e\}_r^T [K_e] \{\phi_e\}_r \quad (4.26)$$

bestimmt werden (SNYDER & VENKAYYA 1989). Diese Energie kann vom FEM-Modell direkt ausgegeben werden (MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a). Die Eigenkreisfrequenzen ergeben sich direkt aus dem Eigenwertproblem. Die Gesamtenergie kann über Gl. 4.8 (S. 59) berechnet werden. Unter Verwendung massennormierter Eigenvektoren lässt sich Gl. 4.21 (S. 65) ausnutzen. Grundsätzlich können die Eigenvektoren beliebig reellwertig skaliert werden (NATKE 1988). Um eine Massennormierung zu erreichen, müssen die Eigenvektoren entsprechend Gl. 2.15 (S. 17) normiert werden. Mithilfe der massennormierten Eigenvektoren wird die Massenmatrix zur Einheitsmatrix (vgl. Gl. 2.16, S. 17). Bei FEM-Programmen ist diese Form der Normierung meist als Standard eingestellt (z. B. MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010b). Häufig wird eine alternative Normierung angeboten, bei der jeder Eigenvektor auf den betragsmäßig größten Eigenvektoreintrag mit

$$\{\hat{\psi}\}_r = \frac{1}{\max(|\{\psi\}_r|)} \{\psi\}_r \quad (4.27)$$

normiert wird (MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010b; NATKE 1988). Da bei den hier angegebenen Gleichungen die Eigenvektoren sowohl im Zähler wie auch im Nenner stehen (vgl. Tab. 4.1), kürzen sich die Skalierungsfaktoren wieder heraus. Somit ist jede Form der Normierung zulässig, solange sie einheitlich verwendet wird. Um Gl. 4.21 (S. 65) ausnutzen zu können, ist es jedoch ratsam, stets die Massennormierung zu verwenden.

Damit jede Dissipationsquelle einer Struktur separat identifiziert werden kann, sind mehrere Montagezustände nötig. Die Dämpfungsgrade  $\zeta_{wr}$  eines Systems oder auch eines Montagezustandes  $w$  können entsprechend Abschnitt 2.3.2 (S. 23) gemessen werden.

#### 4.2.3.2 Identifikation der Dämpfungsparameter

Zur Identifikation der Dämpfungsparameter muss Gl. 4.7 (S. 59) für einen Aufbauzustand aufgestellt werden. Jede vorhandene Dissipationsquelle muss dafür durch ein Dämpfungsmodell entsprechend Tab. 4.1 beschrieben sein. Sind alle nötigen Modellparameter gemäß Tab. 4.2 bestimmt, können die Dämpfungsparameter direkt identifiziert werden. Die Dämpfungsparameter treten

in den Gleichungen für die Dämpfungsmodelle lediglich als lineare Größen auf, sodass direkt nach ihnen umgestellt werden kann. Da die so erhaltenen Gleichungen für jede Mode gültig sind, stehen prinzipiell mehrere Gleichungen für eine Parameteridentifikation zur Verfügung. Bei einem linearen Modell und unter der Voraussetzung, dass die Modellannahmen korrekt sind, führt jede Mode auf den gleichen Dämpfungsparameter. Da bei nur einem einzigen unbekanntem Parameter eine Mode ausreichend ist, können die übrigen Moden zur Validierung des Modells verwendet werden (vgl. Abschnitt 4.2.2, S. 64). Sind mehrere Dämpfungsparameter unbekannt, werden so viele Moden wie Unbekannte benötigt. Zur Lösung bietet sich ein lineares Gleichungssystem an, wofür die Gleichungen in die Form

$$[\hat{A}] \{\hat{x}\} = \{\hat{b}\} \quad (4.28)$$

gebracht werden müssen. Werden die Koeffizienten der Dämpfungsmodelle mit  $\hat{a}$  und die Dämpfungsparameter der  $n$ -ten Dissipationsquelle mit  $P_n$  bezeichnet, lässt sich Gl. 4.7 (S. 59) für jede Mode  $r$  mit

$$\zeta_r = \hat{a}_{r1}P_1 + \hat{a}_{r2}P_2 + \dots + \hat{a}_{rn}P_n \quad (4.29)$$

beschreiben. Dies wiederum kann als Gleichungssystem mit

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_{11} & \hat{a}_{12} & \dots & \hat{a}_{1n} \\ \hat{a}_{21} & \hat{a}_{22} & \dots & \hat{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{a}_{r1} & \hat{a}_{r2} & \dots & \hat{a}_{rn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \vdots \\ \zeta_r \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

formuliert werden, welches die gleiche Form wie Gl. 4.28 besitzt. Für  $r = n$  liegt ein quadratisches lineares Gleichungssystem vor. Unter der Bedingung

$$\det [\hat{A}] \neq 0 \quad (4.31)$$

ist  $[\hat{A}]$  regulär und es existiert genau eine Lösung (PAPULA 2012). Zur Berechnung des Gleichungssystems stehen verschiedene Standardverfahren zur Verfügung, die in kommerziellen Programmen wie Matlab<sup>®</sup> oder MS-Excel<sup>®</sup> bereits angeboten werden bzw. umgesetzt werden können (ANGERMANN ET AL. 2005; FLECKENSTEIN ET AL. 2011).

#### 4.2.3.3 Identifikation am Beispiel eines Drei-Massen-Schwingers

Mit den Gleichungen in Abschnitt 4.2.3 (S. 69) können einzelne, aber auch mehrere Dämpfungsparameter gleichzeitig identifiziert werden. Die gleichzeitige

Identifikation aller beteiligten Dämpfungsparameter ist jedoch nur theoretisch möglich, insofern alle Modellannahmen gültig sind und keine signifikanten Messfehler auftreten. In den meisten praktischen Fällen ist dies nicht gegeben (vgl. Abschnitt 2.5, S. 49), so dass möglichst wenige Dämpfungsparameter gleichzeitig identifiziert werden sollten (WASMANN 1996). Im Idealfall wird jede Dissipationsquelle einzeln untersucht. Liegt ein System mit mehreren Dissipationsquellen vor, kann eine Trennung der Dissipationsquellen durch einen sequenziellen Aufbau erreicht werden. Das Identifikationsprinzip soll am Beispiel des Drei-Massen-Schwingers gemäß Abb. 4.2a (S. 67) erläutert werden. Dabei soll die Schnittstelle zwischen Masse  $\tilde{m}_2$  und  $\tilde{m}_3$  das Prüfobjekt darstellen, welches die zu untersuchende Dissipationsquelle repräsentiert. Der Steifigkeitsparameter des dazugehörigen Feder-Elementes soll mit  $\tilde{k}_{\bar{p}}$  und der Dämpfungsparameter des Dämpfer-Elementes mit  $\tilde{c}_{\bar{p}}$  bezeichnet werden. Die Dämpfer-Elemente  $\tilde{c}_1$  und  $\tilde{c}_2$  bilden die übrige Dämpfung des Systems, welche jedoch ebenfalls als unbekannt angenommen werden soll.

Beim sequenziellen Aufbau wird eine Dissipationsquelle zu einem bereits bekannten System hinzugefügt. Aus dem gemessenen Dämpfungsgrad des neuen Systems und den Dämpfungsgradanteilen der bekannten Dissipationsquellen entsteht eine Dämpfungsgraddifferenz, die der hinzugefügten Dissipationsquelle zugeordnet werden kann (vgl. Abschnitt 4.2.3, S. 69). Das Vorgehen am Beispiel des Drei-Massen-Schwingers ist in Abb. 4.6 zusammengefasst.

Zunächst muss der Parameter  $\tilde{c}_1$  anhand eines Ein-Massen-Schwingers bestimmt werden (Experiment 1 & Modell 1, Abb. 4.6).

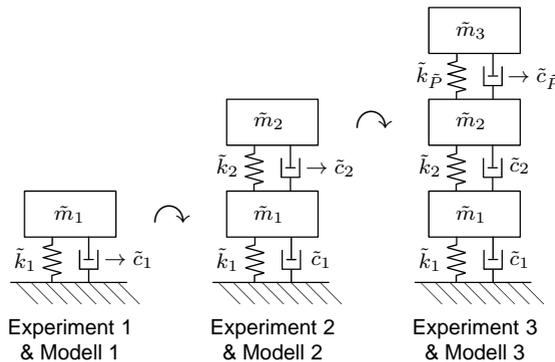


Abb. 4.6: Dämpfungsidentifikation mithilfe eines sequenziellen Aufbaus

Für den ersten Montagezustand  $w = 1$  ist damit nur die erste Dissipationsquelle  $n = 1$  des endgültigen Systems vorhanden, so dass über den gemessenen Dämpfungsgrad  $\zeta_{1r}$  mit

$$\zeta_{1r} = \Delta\zeta_{11r}(\tilde{c}_1) \Rightarrow \tilde{c}_1 \quad (4.32)$$

auf  $\tilde{c}_1$  geschlossen werden kann. Aufgrund der bekannten Dämpfungskonstante  $\tilde{c}_1$  kann die nächste Komponente aufgebaut werden, womit sich der zweite Dämpfungsparameter der zweiten Dissipationsquelle  $n = 2$  aus dem zweiten Montagezustand  $w = 2$  über

$$\Delta\zeta_{22r}(\tilde{c}_2) = \zeta_{2r} - \Delta\zeta_{21r}(\tilde{c}_1) \Rightarrow \tilde{c}_2 \quad (4.33)$$

ergibt (Modell 2 & Experiment 2, Abb. 4.6, S. 73). Durch den weiteren Aufbau kann zu guter Letzt der gesuchte Parameter  $\tilde{c}_{\bar{p}}$  des Prüfobjektes als dritte Dissipationsquelle  $n = 3$  unter Zuhilfenahme der bereits identifizierten Parameter anhand des dritten Montagezustand  $w = 3$  mit

$$\Delta\zeta_{33r}(\tilde{c}_{\bar{p}}) = \zeta_{3r} - \Delta\zeta_{31r}(\tilde{c}_1) - \Delta\zeta_{32r}(\tilde{c}_2) \Rightarrow \tilde{c}_{\bar{p}} \quad (4.34)$$

berechnet werden (Modell 3 & Experiment 3, Abb. 4.6, S. 73). Für die Identifikation ist jeweils nur eine Mode notwendig, wobei prinzipiell jede Mode verwendet werden kann.

Wie demonstriert, können Dämpfungsparameter mit einem sequenziellen Aufbau einzeln identifiziert werden. Grundsätzlich lässt sich das Identifikationsprinzip aus Abschnitt 4.2.3 (S. 69) auch auf einen Prüfstand übertragen, wie er beispielsweise in FEY (2015) verwendet wird. Ein entsprechendes Vorgehen dafür ist im Anhang A.4 (S. 202) skizziert. Da ein sequenzieller Aufbau eher zur Validierung von Dämpfungsmodellen geeignet ist, soll dieses Vorgehen hier weiterverfolgt werden (vgl. Anhang A.4, S. 202). Im nächsten Abschnitt wird eine Vorgehensmethodik vorgestellt, welche die Anwendung des Identifikationsprinzips mithilfe eines sequenziellen Aufbaus auf eine reale Struktur unterstützt.

## 4.3 Vorgehensmethodik für reale Strukturen

### 4.3.1 Übersicht

In Abschnitt 4.2.3 (S. 69) wurde eine Identifikationsmethodik entwickelt, die auf der Aufschlüsselung von Dämpfungsgraden beruht. In Kombination mit einem sequenziellen Aufbau lassen sich damit für eine Struktur lokale

Dämpfungsparameter identifizieren. Dabei werden im Wesentlichen folgende Annahmen getroffen:

- Die Struktur ist schwach gedämpft, das Schwingungsverhalten des Systems kann durch reellwertige Eigenvektoren beschrieben werden und eine Betrachtung der Dämpfung in der Eigenfrequenz ist ausreichend, so dass die Gesamtenergie des Systems als konstant angenommen werden kann.
- Der Dämpfungsgrad ist deutlich kleiner als Eins, so dass der Zusammenhang  $\eta_r = 2\zeta_r$  (vgl. Gl. 4.5, S. 58) gilt.
- Die Dissipationsquellen lassen sich durch lineare Dämpfungsmodelle beschreiben, die keine frequenzabhängige Steifigkeit aufweisen.
- Die Hauptdämpfungshypothese bildet das System hinreichend genau ab.

Nachdem das Prinzip bisher nur abstrakt dargestellt wurde, wird in den folgenden Abschnitten eine konkrete Vorgehensweise für reale Strukturen vorgeschlagen. In Abb. 4.7 sind die einzelnen Schritte aufgeführt, welche dafür nötig sind.

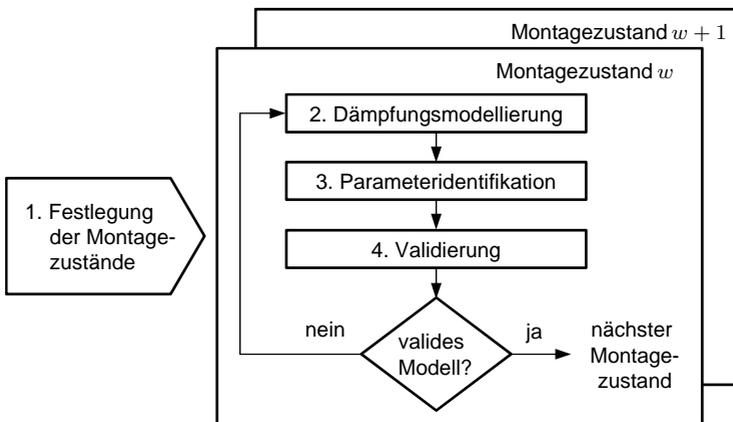


Abb. 4.7: Vorgehen zur Identifikation von linearen Dämpfungsmodellen

Als Voraussetzung für den Identifikationsprozess werden zunächst die Montagezustände festgelegt, an denen die Dissipationsquellen identifiziert werden sollen. Anschließend sind für jeden Montagezustand die Schritte *Dämpfungsmodellierung*, *Parameteridentifikation* und *Validierung* zu durchlaufen. Dabei werden für die zu identifizierende Dissipationsquelle ein Dämpfungsmodell

angenommen, dessen Dämpfungsparameter bestimmt und die Validität des Modelles getestet. Die Schritte sind solange zu wiederholen, bis ein geeignetes Modell gefunden wurde. Erst dann kann auf den nächsten Montagezustand übergegangen werden, für den sich der Identifikationsprozess wiederholt.

Grundsätzlich kann zwischen einem

- simulationsgestützten und einem
- experimentell gestützten

Identifikationsprozess unterschieden werden. Während beim simulationsgestützten Identifikationsprozess die benötigten Modellparameter größtenteils auf FE-Daten basieren, können beim experimentell gestützten Identifikationsprozess Dämpfungsparameter allein mithilfe von modalen Messdaten identifiziert werden. Da nicht immer alle Parameter gesichert aus der Messung gewonnen werden können, ist auch eine Kombination der zwei Varianten denkbar. Im Folgenden sollen zunächst die einzelnen Schritte der gesamten Vorgehenssystematik (vgl. Abb. 4.7, S. 75) basierend auf FE-Daten vorgestellt werden. Wie modale Messdaten in den Identifikationsprozess eingebunden werden können, soll in Abschnitt 4.4 (S. 90) behandelt werden.

### 4.3.2 Festlegung der Montagezustände

Zur Festlegung der Montagezustände sind zunächst die Dissipationsquellen zu definieren, für die anschließend ein entsprechender sequenzieller Aufbau abgeleitet werden muss. Die beiden Teilschritte werden im Folgenden näher ausgeführt.

#### 4.3.2.1 Definition der Dissipationsquellen

Um die Dämpfung einer beliebigen Struktur bestimmen zu können, muss zunächst das zu betrachtende System definiert werden. Dabei sollen die Komponenten der Struktur als Elemente des Systems aufgefasst werden, die nicht weiter unterteilt werden. Hierzu zählen die Strukturkomponenten, die Fugen sowie die Maschinenelemente. Auf diesem Abstraktionsniveau können nun potenzielle Dissipationsquellen definiert werden. Da mit den linearen Dämpfungsmodellen lediglich Dämpfungswirkungen abgebildet werden, können verschiedene Dämpfungseffekte in einer Dissipationsquelle zusammengefasst werden. Dies macht es jedoch erforderlich, dass genau festgelegt wird, welcher Kontakt zu welcher Dissipationsquelle gehört. Im Hinblick auf eine

Wiederverwendbarkeit der identifizierten Parameter ist darauf zu achten, welche Komponenten der Struktur standardisiert sind und sich daher auf andere Strukturen übertragen lassen. Ein Führungsschuh besitzt beispielsweise eine standardisierte Anbindung zur Führungsschiene und zum Anbauteil. Für dieses Bauteil ist es daher sinnvoll, die Dämpfung der Kontakte und die Dämpfung des Schuhs selbst zusammen als eine Dissipationsquelle zu betrachten. Für die genaue Zuordnung eignet sich eine Explosionsdarstellung, welche jede Komponente und jeden Kontakt in einer stark vereinfachten Form enthält. Für jede Dissipationsquelle lässt sich damit die Systemgrenze einzeichnen. In Abb. 4.8 ist dies beispielhaft für die Struktur aus Abschnitt 4.1 (S. 55) veranschaulicht, welche um einen Werkstücktisch mit einem entsprechenden Führungssystem ( $2 \times$  Führungsschienen aus Stahl und  $4 \times$  Führungsschuhe) erweitert wurde. Dabei werden die verschraubten Fugen, die Grundkörper, jedes Aufstellelement, die Führungsschienen und die Führungsschuhe als Dissipationsquellen betrachtet.

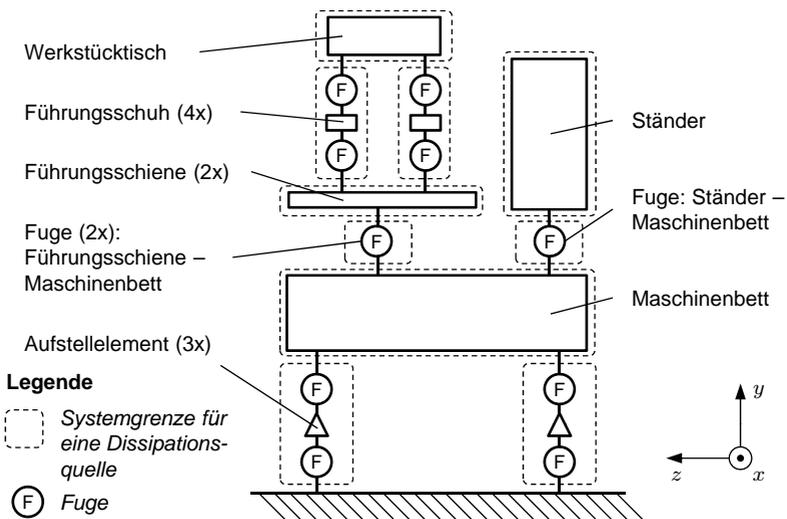


Abb. 4.8: Systemgrenzen für potenzielle Dissipationsquellen am Beispiel einer erweiterten Struktur aus Abb. 4.1 (S. 56)

#### 4.3.2.2 Ableitung des sequenziellen Aufbaus

Um für jede Dissipationsquelle ein geeignetes Dämpfungsmodell identifizieren zu können, sind mehrere Montagezustände nötig. Bedingt durch den sequenzi-

ellen Aufbau können sich Fehler bei der Identifikation einer Dissipationsquelle auf den darauf folgenden Montagezustand negativ auswirken. Es sollten daher alle Maschinenkomponenten vermieden werden, welche nicht unbedingt für den Montagezustand einer zu identifizierenden Dissipationsquelle nötig sind. Des Weiteren sind Komponenten zu bevorzugen, deren Dämpfungsmodell bereits ausreichend validiert wurde. Beispielsweise ist eine Aufstellung, welche Nichtlinearitäten aufweist, für eine weitere Identifikation ungeeignet. Im Sinne der Übertragbarkeit ist es zweckmäßig, für einige Dissipationsquellen die gleichen Dämpfungsmodelle anzunehmen. Beispielsweise kann angenommen werden, dass die Dämpfungen der Grundkörper (Bett, Ständer und Werkstücktisch), sofern sie aus dem gleichen Material bestehen, durch das gleiche Modell beschrieben werden können. Im Idealfall sollen auch standardisierte Maschinenelemente wie Führungsschuhe einer Bauart durch das gleiche Dämpfungsmodell beschrieben werden können. Es gilt daher festzulegen,

- welche Dissipationsquelle in welchem Montagezustand identifiziert werden soll,
- welche Dämpfungsmodelle und Parameter welcher Dissipationsquelle zugeordnet sind und
- welche Dämpfungsparameter für welchen Montagezustand nötig sind.

Dafür sind zunächst alle beteiligten Dissipationsquellen entsprechend der zuvor getroffenen Einteilung aufzulisten (vgl. Abb. 4.8, S. 77) und jeweils erste Modellannahmen zu treffen. Anschließend lassen sich daraus die benötigten Montagezustände für die Identifikation ableiten. In Tab. 4.3 ist für das Beispiel aus Abb. 4.8 (S. 77) gezeigt, wie eine derartige Zuordnung aussehen kann.

In der Übersicht sind die drei Kategorien *Dissipationsquellen*, *Dämpfungsparameter* und *Montagezustände* enthalten, deren Elemente einander zugeordnet werden müssen.

Als Dissipationsquellen werden die einzelnen Strukturkomponenten wie Maschinenbett und Ständer, deren Fugen sowie die Aufstellelemente und Führungsschuhe betrachtet. Die Dämpfungsparameter wurden für die Beispielstruktur aufgrund folgender Annahmen festgelegt: Da die Führungsschiene aus Stahl und die restlichen Strukturkomponenten aus Guss bestehen, sind zwei verschiedene Dämpfungsparameter nötig. Alle Aufstellelemente und alle Führungsschuhe bekommen jeweils denselben Dämpfungsparameter zugewiesen. Da die Fugengeometrien sich unterscheiden, sind dafür jeweils eigene Dämpfungsparameter nötig. Die Montagezustände ergeben sich unter der Maßgabe, dass möglichst nur ein Dämpfungsparameter neu identifiziert werden muss (in der Tabelle mit ● gekennzeichnet). Außer für den ersten Montagezustand

Tab. 4.3: Montagereihenfolge für die Beispielstruktur aus Abb. 4.8 (S. 77) zur Modellierung aller potenziellen Dissipationsquellen

Dissipationsquellen									
Maschinenbett									
Ständer									
Werkstücktisch									
Führungsschiene									
1. Fuge: Bett – Ständer									
2. Fuge: Bett – Schiene									
Aufstellelemente									
Führungsschuhe									
Dämpfungsparameter									
Guss $P_G$						○	○	○	
Stahl $P_S$						○			
Aufstellelemente $P_{\bar{A}}$		○							
1. Fuge $P_{F_1}$					○				
2. Fuge $P_{F_2}$			○						
Führungsschuhe $P_{FS}$	○								
Montagezustände									
MZ 1		○							●
MZ 2		○	○			○	○		●
MZ 3		○	○	○		○			●
MZ 4	○	○	○	○	○	○			●
MZ 5	○	○	○	○	○	○	○		●

○ zugewiesen  
 ● Parameter zu identifizieren  
 ● Parameter bereits identifiziert

(MZ 1) ist dies im Beispiel gegeben. Für Stahl wird hier davon ausgegangen, dass ein Parameter bereits zur Verfügung steht (mit ● gekennzeichnet). Der letzte Montagezustand (MZ 5) dient ausschließlich der Validierung.

Da anhand der Tabelle abgelesen werden kann, in welchem Montagezustand welche Modelle und Parameter beteiligt sind, kann sie als Unterstützung für den späteren Modellierungsprozess dienen.

Nachdem die Dissipationsquellen bekannt, die Dämpfungsmodelle und Parameter zugeordnet und die Montagezustände abgeleitet sind, können nun für jeden Montagezustand die Dämpfungsmodelle mithilfe der drei weiteren Schritte gemäß Abb. 4.7 (S. 75) identifiziert werden, die in den folgenden Abschnitten erläutert werden.

### 4.3.3 Dämpfungsmodellierung

Zur Dämpfungsmodellierung ist für jeden Montagezustand ein lineares FEM-Modell nötig, welches die Eigenfrequenzen und die Schwingungsformen ausrei-



der häufig zur Modellierung der Materialdämpfung verwendet wird (JOHNSON ET AL. 1981; KUNC 2013; WAGNER ET AL. 2007). Im FEM-Programm wird der Dämpfungswert meist als Verlustfaktor angegeben (MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a).

### 4.3.3.2 Dünnschichtmodell

Bei der Dünnschichtmodellierung entsprechend Modell 2 wird die hysteretische Dämpfung auf eine Elementschicht angewendet, welche ein Länge/Breite-zu-Höhe-Verhältnis von 1:100 bis teilweise 1:1000 haben kann (DESAI ET AL. 1984; PANDE & SHARMA 1979). Diese spezielle Form ist für die Modellierung von Fugen sehr gut geeignet (BOGRAD ET AL. 2007). Sie stellt dabei eine gute Näherung dar, solange sich die Fuge im Mikroschlupf befindet. Eine Gültigkeitsgrenze kann in Abhängigkeit der Normal- und der Tangentiallast angegeben werden (EHRlich ET AL. 2014).

### 4.3.3.3 Hysteretisches bzw. viskoses Feder-Dämpfer-Element

Das dritte und vierte Modell in Abb. 4.9 repräsentieren das hysteretische und das viskose Feder-Dämpfer-Element. Üblicherweise werden diese Dämpfer-Elemente über Starrkörperelemente (Rigid Body Elements, RBE) angebunden, wobei zwischen zwei Elementtypen (RBE2 und RBE3) unterschieden werden muss (SCHWARZ 2010). Die RBE2-Elemente führen zu einer starren Anbindung. Bei den RBE3-Elementen bleiben die Anbindungsflächen verformbar.

In Abb. 4.9 sind lediglich Dämpfer-Elemente eines Freiheitsgrades dargestellt. Je nachdem, welchen Freiheitsgraden ein Dämpfungsparameter zugewiesen wird, können verschiedene Varianten dieser Dämpfungsmodelle erzeugt werden. Diese Modelle können daher mehrere Dämpfungsparameter besitzen. In Tab. 4.4 sind einige Möglichkeiten zusammengefasst.

Tab. 4.4: Varianten für Dämpfungsmodelle mit viskosen und hysteretischen Dämpfer-Elementen (Auswahl)

Varianten	Freiheitsgrade					
	$x$	$y$	$z$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
I	–	$\tilde{c}_y   \tilde{\eta}_y$	–	–	–	–
II	$\tilde{c}_x   \tilde{\eta}_x$	$\tilde{c}_y   \tilde{\eta}_y$	$\tilde{c}_z   \tilde{\eta}_z$	$\tilde{c}_{\theta_x}   \tilde{\eta}_{\theta_x}$	$\tilde{c}_{\theta_y}   \tilde{\eta}_{\theta_y}$	$\tilde{c}_{\theta_z}   \tilde{\eta}_{\theta_z}$
III	$\tilde{c}_{xy}   \tilde{\eta}_{xy}$		–	–	–	–
IV	$\tilde{c}_{xyz}   \tilde{\eta}_{xyz}$			–	–	–
V	$\tilde{c}_{xy}   \tilde{\eta}_{xy}$		$\tilde{c}_z   \tilde{\eta}_z$	–	–	–
...						

Die erste Variante repräsentiert das einfachste Dämpfungsmodell für eine Dissipationsquelle, da lediglich einem Freiheitsgrad ein Dämpfungsparameter zugewiesen wird. Bei der zweiten Variante wird jedem Freiheitsgrad ein Dämpfungsparameter zugewiesen. Das bedeutet jedoch auch, dass 6 Parameter identifiziert werden müssen. Bei den Varianten 3 und 4 erhalten mehrere Freiheitsgrade den gleichen Dämpfungsparameter. Dadurch kann der Fall modelliert werden, dass die Dämpfung mit mehr als einem Freiheitsgrad korreliert. Es sind auch Kombinationen der Varianten möglich (Variante 5), so dass weitere Dämpfungsmodelle denkbar wären. Pro Dämpfungsparameter ist eine Mode für den Abgleich nötig.

#### 4.3.3.4 Dämpfungsmodellierung des Gesamtsystems

In Tab. 4.5 sind einige Anwendungsmöglichkeiten der Dämpfungsmodelle aus Abb. 4.9 (S. 80) für diverse Systeme zusammengefasst, die in der Literatur mittels der FEM umgesetzt wurden. Zur weiterführenden Beschreibung der Modelle sei auf die angegebenen Quellen verwiesen.

*Tab. 4.5: Anwendungsbeispiele für die Dämpfungsmodelle in Abb. 4.9 (S. 80)*

Dämpfungsmodell	Anwendungsbeispiel	Quelle
viskose Feder-Dämpfer- Elemente	Ständer (Fuge)	(PETUELLI 1983)
	Balken (Fuge)	(BRECHER ET AL. 2012c)
	Aufstellelement	(MEIDLINGER 2008)
	Führungsschuh	(BRECHER ET AL. 2012b)
	Spindellager	(BRECHER ET AL. 2012a)
	Werkzeugmaschine	(NEUGEBAUER ET AL. 2010b)
hysteretische Feder-Dämpfer- Elemente	Aufstellelement	(NIEHUES & ZÄH 2012)
	Pressverband	(GROSSMANN ET AL. 2012b)
	Führungsschuh	(BRECHER ET AL. 2013)
Dünnschicht- modelle	Ü-Profil (Fuge)	(BOGRAD ET AL. 2007)
	Flansch (Fuge)	(SCHMIDT ET AL. 2012)
	Balken (Fuge)	(BRECHER ET AL. 2012c)
hysteretisch dämpfende Volumenelemente	Balken	(JOHNSON ET AL. 1981)
	Platten, Ringe	(JOHNSON & KIENHOLZ 1982)
	Rohkarosserie	(WAGNER ET AL. 2007)
	Maschinenbett	(KUNC 2013)

Wurde ein Dämpfungsansatz für jedes unbekanntes Dämpfungsmodell ausgewählt, kann die Dämpfung des Montagezustandes modelliert werden. Hierfür stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

- Modellierung der Dämpfung mithilfe des FE-Programms;

- Modellierung der Dämpfung mithilfe der Gleichungen in Abschnitt 4.2.1 (S. 57).

Wie im Kapitel zum Stand der Technik gezeigt, wird die Dämpfung standardmäßig im FE-Programm modelliert. Mit den Gleichungen in Tab. 4.1 (S. 70) ist es jedoch möglich, die Dämpfung analytisch zu beschreiben, wenn ein modales Modell des ungedämpften Systems vorhanden ist. Da die Identifikation von Dämpfungsmodellen einen iterativen Prozess darstellt, sind dabei viele Rechnungen zu erwarten, welche in der FEM sehr zeitaufwendig sein können (QUEINS 2005). Da sich die Gleichungen leicht in z. B. Matlab<sup>®</sup> oder MS-Excel<sup>®</sup> umsetzen lassen und deutliche zeitliche Vorteile versprechen, wird der zweite Weg zur Dämpfungsmodellierung weiterverfolgt. Der globale Dämpfungsgrad der  $r$ -ten Mode berechnet sich damit für einen Montagezustand  $w$  mit

$$\zeta_{wr} = \sum_{n=1}^{N_D-1} \Delta\zeta_{nr} + \Delta\zeta_{N_D r}, \quad (4.35)$$

wobei für  $\Delta\zeta_{N_D r}$  ein geeigneter Dämpfungsansatz gesucht werden muss und für  $\Delta\zeta_{nr}$  die bereits bekannten Dämpfungsmodelle entsprechend Tab. 4.1 (S. 70) eingesetzt werden müssen. Wie die Parameter der Gleichung bestimmt werden können, wird im nächsten Abschnitt behandelt.

### 4.3.4 Parameteridentifikation

Die Parameteridentifikation stellt den zweiten Schritt des Identifikationsprozesses dar, der für einen Montagezustand durchgeführt werden muss. Um einzelne Dämpfungsparameter identifizieren zu können, müssen die Modellparameter für Gl. 4.35 bestimmt werden. Wie die Modellparameter genau ermittelt und die Dämpfungsparameter berechnet werden, wird im Folgenden ausgeführt.

#### 4.3.4.1 Bestimmung der Modellparameter

Die einzelnen Modellparameter in Tab. 4.2 (S. 70) können mithilfe der Ausführungen in Abschnitt 4.2.3 (S. 69) bestimmt werden. Im Folgenden soll lediglich auf die Besonderheiten eingegangen werden, die sich für reale Strukturen ergeben. Der vorgestellte Identifikationsprozess ist wesentlich von der Qualität der Eingangparameter abhängig. Da der Dämpfungsmessung dabei eine besondere Bedeutung zukommt, soll diese in Kapitel 6 (S. 119) gesondert behandelt werden.

Während der globale Dämpfungsgrad gemessen werden muss, lassen sich die restlichen Parameter aus einer FE-Simulation ermitteln. Hierfür ist eine rechnerische Modalanalyse nötig, aus der die Modellparameter wie Eigenvektorkomponenten, Eigenfrequenzen und Energien gewonnen werden können (vgl. Abschnitt 4.2.3, S. 69).

Aufgrund von vereinfachten Modellannahmen können die Modellparameter fehlerbehaftet sein. Da die berechneten Eigenfrequenzen beispielsweise abhängig von der verwendeten Elementgröße sind, kann ein Diskretisierungsfehler auftreten, der sich auch auf die Gesamtenergie für jede Mode auswirkt. Um eine hohe Genauigkeit der Modellparameter sicherzustellen, sind daher derartige Fehler in geeigneter Weise zu minimieren (SCHWARZ ET AL. 2014). Zusätzlich sollten die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren für jeden Montagezustand mithilfe einer Messung validiert werden. Da eine Überprüfung der Dämpfungsmodelle nur an weiteren Moden möglich ist, sind die Modellparameter für möglichst viele Moden zu bestimmen. In Betracht zu ziehen sind vor allem die Starrkörpermoden und die globalen Strukturmoden. Grund hierfür ist, dass höherfrequente Moden ein sehr lokales Schwingungsverhalten aufweisen. Diese sind nur durch sehr feine Netze abzubilden und schwer messtechnisch zu validieren. Eine pauschale Frequenzgrenze lässt sich allerdings nur bedingt angeben. Die globalen Eigenmoden liegen für Fräsmaschinen i. Allg. unterhalb von 500 Hz (QUEINS 2005). Bei Prüfständen können die Eigenmoden auch höher liegen (BRECHER ET AL. 2013).

#### 4.3.4.2 Identifikation einer Dissipationsquelle

Nachdem die sonstigen Modellparameter bestimmt sind, können die Dämpfungsparameter berechnet werden. Zunächst wird der Fall diskutiert, dass lediglich ein Dämpfungsmodell für eine Dissipationsquelle zu identifizieren ist, um daran das prinzipielle Vorgehen zu erläutern. Anschließend wird auf den Fall eingegangen, dass die Dämpfungsmodelle mehrerer Dissipationsquellen identifiziert werden müssen.

**Berechnung des Dämpfungsgradanteils** Ein Dämpfungsmodell kann für eine neue Dissipationsquelle nur identifiziert werden, wenn ihr tatsächlich auch ein Dämpfungsgradanteil zugeordnet werden kann. Beispielsweise kann es vorkommen, dass die Änderung der Dämpfungsgrade durch den neuen Montagezustand bereits durch die vorhandenen Dämpfungsmodelle beschrieben werden kann. Dies ist ein Indiz dafür, dass die neue Dissipationsquelle kaum einen Anteil zur Gesamtdämpfung beiträgt. Um den Dämpfungsgradanteil der

neuen Dissipationsquelle bestimmen zu können, müssen die Dämpfungsgradanteile  $\Delta\zeta_{nr}$  der bisherigen Dämpfungsmodelle in Gl. 4.35 (S. 83) berechnet und den gemessenen globalen Dämpfungsgraden des aktuellen Montagezustandes  $w$  gegenübergestellt werden. Gilt

$$\zeta_{wr} > \sum_{n=1}^{N_D-1} \Delta\zeta_{nr} \quad (4.36)$$

für alle Moden  $r$ , kann der neuen Dissipationsquelle ein Dämpfungsgradanteil zugeordnet werden. Für diesen Dämpfungsgradanteil muss nun untersucht werden, ob dieser durch das Dämpfungsmodell beschrieben werden kann, welches gemäß Abschnitt 4.3.3 (S. 79) ausgewählt wurde.

**Korrelationsüberprüfung** Um zu beurteilen, ob prinzipiell eine Korrelation zwischen der Messung und dem Modell vorliegt, kann der Dämpfungsgradanteil  $\Delta\zeta_{N_D r}$  für alle betrachteten Moden zunächst für die Modelle 1 und 2 dem Verhältnis

$$\kappa_{nr} = \frac{\Delta U_{nr}}{U_r} \quad (4.37)$$

bzw. für die Modelle 3 und 4

$$\phi_{jr}^2 / U_r \quad (4.38)$$

gemäß Abb. 4.9 (S. 80) gegenübergestellt werden. Die Verhältnisse sind proportional zu den Dämpfungsgraden der Dämpfungsansätze entsprechend Tab. 4.1 (S. 70), so dass sie als Beurteilungskriterium zur Auswahl eines geeigneten Dämpfungsmodells verwendet werden können. Für die Modelle, bei welchen mehreren Freiheitsgraden der gleiche Dämpfungswert zugewiesen wird (vgl. Tab. 4.4, S. 81), können die quadratischen Summen der Freiheitsgrade zur Gesamtenergie herangezogen werden, welches für Variante III in Tab. 4.4 (S. 81) dem Verhältnis  $(\phi_{xr}^2 + \phi_{yr}^2) / U_r$  entsprechen würde. Kann ein Zusammenhang festgestellt werden, sind die Modelle prinzipiell geeignet. Liegt kein erkennbarer Zusammenhang vor, kann eventuell mit alternativen Varianten und anderen Freiheitsgradkombinationen eine Korrelation zur Messung aufgedeckt werden.

**Ermittlung der Abgleichsmode** Die Verhältnisse in Gl. 4.37 und Gl. 4.38 können auch dafür genutzt werden, eine geeignete Mode für den Abgleich auszuwählen. Wird die Dissipationsquelle durch eine Schwingungsform besonders stark aktiviert, drückt sich dies in einem hohen Verhältnis aus. Ist das Verhältnis dagegen klein, besteht die Gefahr, dass der Dämpfungsgradanteil durch andere Effekte (Rauschen, Störungen usw.) dominiert wird. Moden mit

einem hohen Verhältnis sind somit für einen Abgleich zu bevorzugen. Ist eine geeignete Mode ausgewählt, kann mit Gl. 4.35 (S. 83) der Dämpfungsparameter direkt bestimmt werden.

### 4.3.4.3 Identifikation mehrerer Dissipationsquellen

Es kann der Fall eintreten, dass zwei Dämpfungsmodelle oder ein Dämpfungsmodell mit mehreren Dämpfungsparametern an einem Montagezustand identifiziert werden müssen. Hierfür bieten sich vier Möglichkeiten an, die im Folgenden diskutiert werden.

**Ausnutzen eines dominanten Einflusses** Eine Möglichkeit besteht darin, dass Moden zum Abgleich verwendet werden, bei denen ein Dämpfungsmodell oder ein Freiheitsgrad eine besonders große Dominanz gegenüber dem anderen Dämpfungsmodell bzw. den anderen Freiheitsgraden aufweist. Dafür können wieder die Verhältnisse der Gl. 4.37 (S. 85) und Gl. 4.38 (S. 85) betrachtet werden, indem diese für die verschiedenen Modelle bzw. Freiheitsgrade gegenübergestellt werden. Im Beispiel aus Abschnitt 4.3.2 (S. 76) besteht der erste Montagezustand aus einem aufgestellten Maschinenbett (vgl. Tab. 4.3, S. 79). In diesem Fall muss ein Dämpfungsmodell für das Material und die Aufstellung gleichzeitig gefunden werden. Hierzu kann das vorgeschlagene Prinzip ausgenutzt werden. Bei den Starrkörpermoden wird die Gesamtenergie von den Aufstellelementen dominiert, da sich das Material aufgrund der Schwingungsform kaum verformt. Somit kann zunächst die Aufstellung mithilfe der Starrkörpermoden identifiziert werden, indem der Dämpfungsgradanteil des Materials vernachlässigt wird. Ist ein passendes Modell gefunden, liegt nur noch eine Dissipationsquelle vor, für die wieder mit den zuvor beschriebenen Methoden ein Dämpfungsmodell gefunden werden kann.

**Ausnutzen von Schwingungsknoten** Gleichmaßen können Schwingungsknoten ausgenutzt werden. Ist beispielsweise eine Mode vorhanden, bei der die Aufstellung im Schwingungsknoten liegt, so kann diese Mode zur Identifikation der Materialdämpfung verwendet werden. Da in diesem Fall der Dämpfungsgradanteil der Aufstellung vernachlässigt werden muss, entsteht ein kleiner Fehler in Abhängigkeit von der Dominanz des identifizierten Dämpfungsmodells bei der Abgleichsmoden. Dieser Fehler kann jedoch minimiert werden, indem ein Gleichungssystem aufgestellt wird (vgl. Abschnitt 4.2.3, S. 69).

**Aufstellen eines Gleichungssystems** Hierfür ist für jede Unbekannte eine Mode nötig, die analog zur ersten beschriebenen Möglichkeit auszuwählen ist. Theoretisch wäre es auch denkbar, mehr Moden als Unbekannte zu verwenden. Durch die Überbestimmtheit des Gleichungssystems werden Dämpfungsparameter identifiziert, welche nicht mehr exakt die gemessenen Dämpfungsgrade wiedergeben, sondern es wird vielmehr eine bestmögliche Näherung über alle einbezogenen Moden erreicht. Da damit weniger Moden für die Validierung zur Verfügung stehen, sollten immer nur so viele Moden wie Unbekannte verwendet werden.

**Konstruktion von Prüfständen** Sind die ersten drei Varianten nicht zielführend, müssen die Dissipationsquellen durch einen veränderten Versuchsaufbau oder mithilfe eines Prüfstandes voneinander getrennt werden (FEY 2015).

### 4.3.5 Validierung

Die Dämpfungsmodelle, welche für einen Montageschritt identifiziert wurden, müssen auf ihre Gültigkeit hin überprüft werden. Es wird daher im Folgenden auf die Beurteilung der Dämpfungsmodelle eingegangen.

#### 4.3.5.1 Vergleich von Dämpfungsgraden

Mit den identifizierten Dämpfungsparametern lassen sich die Dämpfungsgrade mit Gl. 4.35 (S. 83) auch für die übrigen Moden berechnen und mit den gemessenen Dämpfungsgraden vergleichen. Als Vergleichskriterium kann der relative Fehler für jede Mode mit den gemessenen  $\zeta_{r_M}$  und berechneten Dämpfungsgraden  $\zeta_{r_S}$  mit

$$e_{\zeta_r} = \frac{|\zeta_{r_M} - \zeta_{r_S}|}{\zeta_{r_M}} \times 100 \% \quad (4.39)$$

bestimmt werden. Bei einer einzigen Abgleichsmode ist der Fehler bei dieser Mode Null, während er für die nicht abgeglichenen Moden möglichst klein sein sollte. Je mehr Moden in den Vergleich einbezogen werden, umso eher kann die Gültigkeit eines Dämpfungsmodelles nachgewiesen werden. Mit Gl. 4.35 (S. 83) ist es auch möglich, die Dämpfungsgradanteile für jede Mode darzustellen (vgl. Abschnitt 4.2.2, S. 64).

### 4.3.5.2 Vergleich von Frequenzgängen

Alternativ können die Dämpfungsmodelle auch anhand von Frequenzgängen validiert werden. Für eine qualitative Beurteilung eignet sich der visuelle Vergleich von gemessenen und berechneten Frequenzgängen. Hierbei sollen die Amplituden der gemessenen und simulierten Frequenzgänge bei den Eigenfrequenzen übereinstimmen. Eine wesentliche Voraussetzung für einen derartigen Vergleich ist jedoch, dass die simulierten Eigenfrequenzen näherungsweise den gemessenen Eigenfrequenzen entsprechen. Die Frequenzgänge können auf unterschiedliche Art und Weise berechnet werden, wobei zur Vereinfachung meist Annahmen getroffen werden müssen. Hier wird nur auf die direkte Berechnung und die modale Synthese eingegangen, wobei weitere Berechnungsarten im Abschnitt 5.3.2 (S. 114) diskutiert werden.

**Direkte Frequenzgangberechnung** Die direkte Berechnung stellt die genaueste Form der Frequenzgangberechnung dar. Dabei wird Gl. 2.8 (S. 15) in den Frequenzbereich mit

$$\left[-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K + iD]\right] \{X(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (4.40)$$

überführt und die Matrix auf der linken Seite für jede Kreisfrequenz invertiert (MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a). Die Berechnung kann vom FEM-Programm übernommen werden, wofür die identifizierten Dämpfungsmodelle jedoch im FEM-Programm modelliert werden müssen. Für große Systeme mit mehreren Millionen Freiheitsgraden kann die Berechnung aufgrund der schrittweisen Invertierung sehr rechenzeitintensiv sein.

**Modale Synthese** Alternativ können die Frequenzgänge auch mithilfe modaler Daten aus einer rechnerischen Modalanalyse mit Gl. 2.29 (S. 19) bzw. Gl. 2.31 (S. 19) synthetisiert werden, welches den einfachsten Berechnungsfall widerspiegelt. Die Verwendung der Gleichungen zur Synthese der Frequenzgänge ist insofern gerechtfertigt, als dass für die Dämpfungsmodellierung die Hauptdämpfungshypothese zugrunde gelegt wird. Mit dieser Berechnungsart sind folgende Näherungen verbunden:

1. Statt komplexwertiger Eigenvektoren werden reellwertige Eigenvektoren verwendet.
2. Die Nebendiagonalelemente der modalen Dämpfungsmatrix werden vernachlässigt.

3. Gl. 2.29 (S. 19) bzw. Gl. 2.31 (S. 19) sind strenggenommen nur für rein viskose bzw. rein hysteretische Dämpfungsmodelle definiert.
4. Moden außerhalb des betrachteten Frequenzbereichs werden vernachlässigt.

Die Fehler durch die ersten beiden Annahmen werden in Abschnitt 5.3 (S. 108) noch einmal gesondert diskutiert. Der Fehler der dritten Annahme ist in der Regel nicht relevant, was sich folgendermaßen begründen lässt: Zur Dämpfungsmodellierung eines Gesamtsystems ist davon auszugehen, dass sowohl hysteretische als auch viskose Dämpfungsmodelle kombiniert werden. Aufgrund der Annahme  $\eta \ll 1$  stimmen die Gleichungen in den Eigenfrequenzen überein. Unterschiede ergeben sich lediglich neben den Eigenfrequenzen, die jedoch vernachlässigbar klein sind (LIN & ZHU 2009). Die letzte Annahme besitzt einen großen Einfluss auf die Lage der Antiresonanzen und damit den Bereich zwischen den Eigenfrequenzen. Dieser wird auch als *Residueneinfluss* bezeichnet. In Abb. 4.10 ist dieser bei einer logarithmischen Darstellung für einen viskosen Drei-Massen-Schwinger bildlich dargestellt.

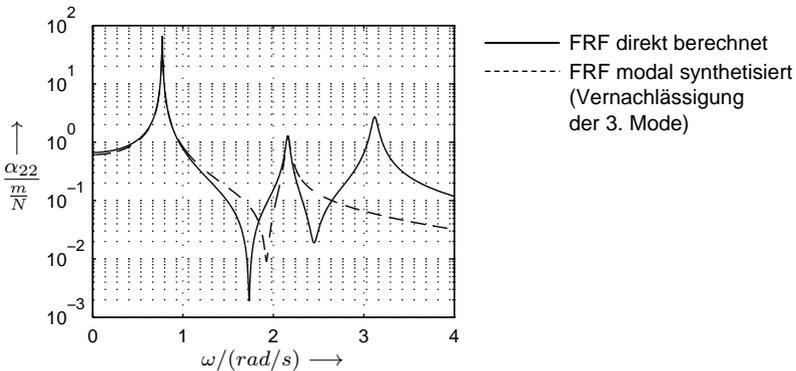


Abb. 4.10: Residueneinfluss durch die Vernachlässigung höherer Moden am Beispiel des DMS aus Abb. 4.2a (S. 67) – Nachgiebigkeitsfrequenzgänge  $\alpha_{jk}$  mit  $m_2$  als Anregungs- und Antwortstelle

Dabei wurde ein Frequenzgang zum einen direkt und zum anderen modal synthetisiert, wobei die dritte Mode vernachlässigt wurde. Prinzipiell kann der Fehler minimiert werden, indem möglichst viele Moden in die Berechnung der Frequenzgänge einbezogen werden. Hier tritt wieder das Problem auf, dass die Genauigkeit der höherfrequenten, lokalen Strukturmoden nicht sichergestellt werden kann (vgl. Abschnitt 4.3.4, S. 83). Als Faustregel sollten jedoch mindestens doppelt so viele Moden für die Synthese verwendet werden, wie

im betrachteten Frequenzbereich liegen. Der Einfluss der Moden, die außerhalb des betrachteten Frequenzbereichs liegen, kann zusätzlich in Form von Residuentermen berücksichtigt werden (EWINS 1984).

**Vergleichskriterium** Neben einer visuellen Beurteilung einzelner gemessener und berechneter Frequenzgänge kann für einen quantitativen Vergleich das FRAC-Kriterium (FRAC: Frequency Response Assurance Criterion) herangezogen werden. Dieses ist mit

$$FRAC = \frac{|\{H_{jk}(\omega)\}_S^T \{H_{jk}(\omega)\}_M^*|^2}{(\{H_{jk}(\omega)\}_S^T \{H_{jk}(\omega)\}_S^*) (\{H_{jk}(\omega)\}_M^T \{H_{jk}(\omega)\}_M^*)} \quad (4.41)$$

definiert, wobei  $\{H_{jk}(\omega)\}_S$  den simulierten Frequenzgangsvektor und  $\{H_{jk}(\omega)\}_M$  den gemessenen Frequenzgangsvektor beim Freiheitsgrad  $j$  und einer Anregung am Punkt  $k$  beschreibt (HEYLEN ET AL. 1997; LAMMENS 1995). Das FRAC-Kriterium kann Werte zwischen Eins und Null annehmen. Bei identischen Frequenzgängen ist die Funktion Eins. Liegen größere Frequenzunterschiede vor, ist die Funktion dagegen Null.

Basierend auf dem Vergleich der Dämpfungsgrade und der Frequenzgänge muss nun entschieden werden, ob die gewählten Dämpfungsmodelle für den betrachteten Montagezustand gültig sind. Ist die Genauigkeit ausreichend, kann der nächste Montagezustand betrachtet werden (Abschnitt 4.3.2, S. 76). Ist die Übereinstimmung nicht zufriedenstellend, ist der Identifikationsprozess zu wiederholen und ein alternatives Dämpfungsmodell zu wählen. Gegebenfalls müssen auch die Modellparameter sowie das Strukturmodell auf ihre Gültigkeit hin überprüft werden. Entspricht beispielsweise die Modenreihenfolge der Simulation nicht derjenigen der Messung, dann können aufgrund der Eigenvektorabhängigkeit der Dämpfungsmodelle zwangsläufig keine richtigen Dämpfungsgrade prognostiziert werden.

## 4.4 Einbeziehung modaler Messdaten

### 4.4.1 Änderungen im Identifikationsprozess

Die Dämpfungsbestimmung hängt wesentlich von der Qualität des FE-Modells ab. Jeder Fehler im FE-Modell wirkt sich direkt auf die Identifikation der Dämpfungsparameter aus. Mit der analytischen Beschreibung der Dämpfung besteht die Möglichkeit, statt der simulierten Parameter modale Messdaten für die Dämpfungsmodellierung und den Identifikationsprozess zu verwenden.

Beispielsweise lassen sich die Eigenvektoren und Eigenfrequenzen direkt aus einer experimentellen Modalanalyse gewinnen. Damit können Ungenauigkeiten des Simulationsmodells ausgeblendet werden. Während das Vorgehen für die Dämpfungsmodellierung bestehen bleibt, ergeben sich Änderungen bei der Parameteridentifikation und der Validierung.

#### 4.4.1.1 Parameteridentifikation

In Tab. 4.6 sind im Unterschied zu Tab. 4.2 (S. 70) die Modellparameter der Messung zugeordnet, die sich experimentell bestimmen lassen und daher zur Dämpfungsmodellierung verwendet werden sollen.

Tab. 4.6: Übersicht über die benötigten Modellparameter für die verschiedenen Dämpfungsmodelle

gesuchter Dämpfungsparameter	nötige Modellparameter					
	$\bar{k}_n$	$\Delta \bar{X}_{wnr}$	$\Delta U_{wnr}$	$\omega_{wr}$	$U_{wr}$	$\zeta_{wr}$
$\tilde{c}_n$ (visk. Feder-Dämpfer-Element)		o		o	o	o
$\tilde{\eta}_n$ (hyst. Feder-Dämpfer-Element)	o	o		o	o	o
$\hat{\eta}_n$ (hyst. dämpf. Volumenelemente)			o	o	o	o
<i>Simulationsparameter</i>	o		o			
<i>Messparameter</i>	o	o		o	o	o
o Modellparameter erforderlich						

Neben den Dämpfungsgraden gehören dazu die Eigenfrequenzen, die Eigenvektoren und die Gesamtenergie, die sich mit Gl. 4.21 (S. 65) aus den Eigenkreisfrequenzen berechnen lässt. Die Formänderungsenergie von Fugen lässt sich nur schwer messtechnisch identifizieren. Die Steifigkeit einzelner Maschinenelemente kann dagegen in Ausnahmefällen ohne zusätzlichen Prüfstand auch aus der Messung abgeleitet werden. Wie die genannten Größen im Detail bestimmt werden können, darauf soll in Abschnitt 4.4.2 (S. 92) eingegangen werden. Sind die Parameter ermittelt, lassen sich die Dämpfungsparameter entsprechend den Gleichungen in Abschnitt 4.2.3 (S. 69) identifizieren. Idealerweise sollten diese mit den Dämpfungsparametern übereinstimmen, die auf den Simulationsdaten basieren. Treten Unterschiede auf, gilt es im Einzelfall zu entscheiden, welchen Parametern mehr vertraut werden kann. Wurde eine besondere Sorgfalt auf die experimentelle Bestimmung der Modellparameter gelegt, dann kann jedoch davon ausgegangen werden, dass damit Dämpfungsparameter mit einer höheren Genauigkeit als mit FE-Daten gewonnen werden können.

### 4.4.1.2 Validierung

Zur Beurteilung der Dämpfungsmodelle wurde in Abschnitt 4.3.5 (S. 87) die Möglichkeit vorgestellt, gemessene Frequenzgänge mit synthetisierten Frequenzgängen zu vergleichen, die rein auf simulierten modalen Parametern beruhen (Abschnitt 4.3.5, S. 87). Da die modalen Parameter aus einer rechnerischen Modalanalyse i. d. R. fehlerbehaftet sind, können die Eigenfrequenzen und die Eigenvektoren stattdessen aus einer experimentellen Modalanalyse gewonnen werden. Die mit Gl. 4.35 (S. 83) berechneten Dämpfungsgrade sind dann die einzigen Parameter, die nicht aus der Messung stammen. Wird ein derart bestimmter Frequenzgang mit einem synthetisierten Frequenzgang verglichen, bei dem anstatt der berechneten Dämpfungsgrade die gemessenen Dämpfungsgrade verwendet werden, ist ein möglicher Unterschied nur noch auf unzureichend simulierte Dämpfungsgrade zurückzuführen. Da für die Identifikation der Dämpfungsparameter die gleichen modalen Daten verwendet werden, legt der synthetisierte Frequenzgang basierend auf rein experimentell bestimmten Parametern die erreichbare Genauigkeit fest. Kann beispielsweise der gemessene Frequenzgang bei einer Mode nicht durch die gemessenen modalen Parameter abgebildet werden, ist dies auch nicht von dem Frequenzgang mit simulierten Dämpfungsgraden zu erwarten. Durch einen Vergleich eines gemessenen Frequenzganges mit einem synthetisierten Frequenzgang, basierend auf rein experimentell bestimmten Parametern, lässt sich die Genauigkeit der modalen Schätzung mithilfe des FRAC-Kriteriums quantifizieren. Ein möglicher Residuenfehler sowie Fehler bei der Parameteridentifikation drücken sich dabei in einem niedrigen FRAC-Wert aus. Der Unterschied zu dem FRAC-Wert, der sich aus dem Vergleich des vollständig synthetisierten Frequenzganges mit simulierten Dämpfungsgraden zum gemessenen Frequenzgang ergibt, spiegelt den Fehler der eingesetzten Dämpfungsmodelle wider. Sofern die synthetisierten Frequenzgänge alle relevanten Eigenfrequenzen enthalten, kann die Qualität der Dämpfungsmodelle in geeigneter Weise beurteilt werden. Ein derartiger Vergleich bietet zudem den Vorteil, dass die Residuen vernachlässigt werden können, indem für die Synthese die gleiche Anzahl an Moden berücksichtigt wird.

### 4.4.2 Angepasste Parameteridentifikation

Im vorliegenden Abschnitt soll auf die Identifikation der Modellparameter eingegangen werden, die sich entsprechend Tab. 4.6 (S. 91) experimentell ermitteln lassen. Die Dämpfungsgradbestimmung wird in Kapitel 6 (S. 119) gesondert behandelt.

#### 4.4.2.1 Eigenfrequenzen und Eigenvektoren

Die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren lassen sich über eine experimentelle Modalanalyse bestimmen, wobei bei der Identifikation auf kommerzielle Software zurückgegriffen werden kann. Um auf Fehlermöglichkeiten hinweisen zu können, soll hier das prinzipielle Vorgehen anhand eines SDOF-Identifikationsverfahrens dargestellt werden. Der Fokus der Betrachtung liegt auf der Eigenvektorbestimmung. Die Identifikation der Eigenvektoren kann für alle Dissipationsquellen angewendet werden, die auf einem hysteretischen bzw. einem viskosen Feder-Dämpfer-Element beruhen.

**Definition der Messpunkte** Zur Bestimmung der Eigenvektorbeiträge einzelner Dissipationsquellen müssen nur ausgewählte Frequenzgänge gemessen werden. Die Messpunkte sind zum einen an den Anregungsstellen und zum anderen an den Dissipationsquellen zu definieren, so dass die Relativbewegungen der Dissipationsquellen erfasst werden können. Als Anregungspunkt empfiehlt sich ein Punkt der Struktur, bei dem keine Mode einen Schwingungsknoten besitzt. Eine grobe Vorauswahl geeigneter Punkte lässt sich anhand der simulierten Schwingungsformen des FE-Modells treffen. Für einen Vergleich der gemessenen und simulierten Eigenvektoren empfiehlt es sich, einen Anregungspunkt zu wählen, der einem FE-Knoten entspricht. Möglicherweise ist mehr als ein Anregungspunkt bzw. eine Anregungsrichtung nötig, um auch die Starrkörpermoden in geeigneter Weise anzuregen.

Die Messpunkte für die Dissipationsquellen sollten im Idealfall exakt an den Stellen liegen, an denen auch das Dämpfer-Element definiert ist. Andernfalls besteht die Gefahr, dass die Amplituden der Eigenvektoren falsch zugewiesen werden (vgl. Abb. 4.11).

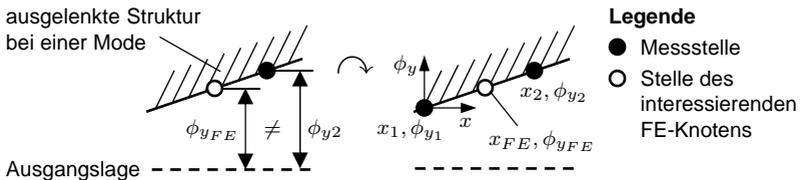


Abb. 4.11: Fehlerhafte Aufnahme von Eigenvektorbewegungen und mögliche Fehlerreduktion mithilfe einer weiteren Messstelle und einer linearen Interpolation

Meist lässt sich dies in der Praxis nicht umsetzen, da die Dissipationsquellen keine Möglichkeiten bieten, einen Sensor anzubringen. In diesem Fall sind beispielsweise zwei Messpunkte neben der Dissipationsquelle zu definieren.

Unter Berücksichtigung der Abstände zum Dämpfer-Element kann über eine entsprechende lineare Interpolation (vgl. Abb. 4.11, S. 93) mit

$$\frac{\phi_y - \phi_{y_1}}{x - x_1} = \frac{\phi_{y_2} - \phi_{y_1}}{x_2 - x_1} \quad (4.42)$$

für jede Raumrichtung auf den Amplitudenausschlag geschlossen werden (MERZIGER ET AL. 2007). In diesem Fall repräsentieren  $x$  die geometrische Länge und  $\phi_y$  die massennormierten Eigenvektorbewegungen mit entsprechendem Vorzeichen in Richtung der Koordinate  $y$ .

**Bestimmung der Eigenvektoren** Sind die Anregungs- und die Antwortsignale für alle zuvor definierten Messpunkte gemessen, können die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge  $\alpha_{ij}(\omega)$  entsprechend Abschnitt 2.3.2 (S. 23) berechnet werden. Hierbei entsprechen die Indizes  $i$  dem Freiheitsgrad der Antwort und  $j$  dem Freiheitsgrad der Anregung. Um störungsfreie Frequenzgänge für die weitere Auswertung zur Verfügung zu haben, ist auf eine hohe Kohärenz ( $\gamma^2(f) > 0.8$ ) gemäß Gl. 2.60 (S. 26) zu achten. Aus dem Anregungspunkt-Nachgiebigkeitsfrequenzgang  $\alpha_{kk}(\omega)$  kann mit

$${}_r A_{kk} = |\bar{\alpha}_{kk}(\omega_r)| \omega_r^2 \eta_r \quad (4.43)$$

die modale Konstante bestimmt werden (EWINS 1984), wobei das Amplitudenmaximum  $|\bar{\alpha}|$ , die Eigenkreisfrequenz  $w_r$  sowie der Verlustfaktor  $\eta_r$  direkt aus dem Frequenzgang gewonnen werden können (vgl. Abb. 2.5, S. 26 und Gl. 2.55, S. 25).

Werden die modalen Konstanten auch für die übrigen Frequenzgänge bestimmt, können über die Zusammenhänge

$${}_r A_{kk} = \phi_{kr}^2 \quad (4.44)$$

und

$${}_r A_{jk} = \phi_{jr} \phi_{kr} \quad (4.45)$$

die massennormierten Eigenvektorkomponenten  $\phi_{jr}$  der Dissipationsquellen berechnet werden (MAIA & SILVA 1997). Die Vorzeichen der Eigenvektorkomponenten ergeben sich aus der Phasenbeziehung zwischen dem Anregungspunkt-Frequenzgang und dem Antwort-Frequenzgang für jede Mode. Sind die Phasen in der Eigenfrequenz gleich, schwingen die Punkte gleichphasig und der Eigenvektoreintrag ist positiv. Ist die Phase dagegen um  $180^\circ$  phasenverschoben, schwingen die Punkte gegenphasig und der Eigenvektoreintrag ist negativ.

**Weitere Verfahren** Bei dem hier vorgestellten SDOF-Identifikations-Verfahren ist ein proportionales hysteretisches Modell entsprechend Gl. 2.29 (S. 19) zugrunde gelegt, womit rein reellwertige Eigenvektoren identifiziert werden. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Moden klar getrennt vorliegen. Doch selbst dann können die Nachbarmoden die Identifikation erheblich beeinflussen. Für diese Problematik existieren verschiedene Erweiterungen, um die Genauigkeit der Modellparameter zu steigern (EWINS 1984). Sind die Moden stark gekoppelt bzw. liegen aufeinander, dann versagen die SDOF-Verfahren. In diesem Fall kann auf erweiterte MDOF-Auswertemethoden wie z. B. die PolyMax-Methode zurückgegriffen werden (PEETERS ET AL. 2004).

**Vergleichskriterien** Die Qualität der modalen Identifikation kann anhand von synthetisierten Frequenzgängen beurteilt werden. Dafür kann das FRAC-Kriterium entsprechend Gl. 4.41 (S. 90) angewendet werden (vgl. Abschnitt 4.4.1, S. 90). Ist das modale Modell hinreichend genau, können mit den identifizierten Eigenvektorkomponenten die Relativbewegungen der Dissipationsquellen entsprechend Gl. 4.25 (S. 70) berechnet werden. Da die identifizierten Eigenvektoren massennormiert sind, können sie mit den massennormierten Eigenvektoren der Simulation mithilfe des Modal Assurance Criterion (MAC) verglichen werden (ALLEMANG 2003). Im Idealfall sollten die gemessenen und simulierten Eigenvektoren übereinstimmen. Unterschiede können in einer fehlerhaften Identifikation oder einem ungenauen FE-Modell begründet sein.

#### 4.4.2.2 Steifigkeiten

Werkzeugmaschinenkomponenten können stark nichtlineares Verhalten aufweisen, weshalb das Steifigkeitsverhalten idealerweise an einem statischen Prüfstand identifiziert werden sollte (vgl. Kapitel 2). Da für die lineare Dämpfungsmodellierung lineare Ersatzsteifigkeiten benötigt werden, müssen die nichtlinearen Steifigkeitskennlinien eines Prüfstandsversuches in einem geeigneten Arbeitspunkt linearisiert werden. Stehen derartige Prüfstände nicht zur Verfügung, können die Steifigkeiten auch in einigen Fällen dynamisch abgeschätzt werden (GAO & ROCKHAUSEN 2001). Bei der dynamischen Identifikation wird die Situation ausgenutzt, dass die verbauten Komponenten sich bereits in ihrem Arbeitspunkt befinden. Die daraus abgeleiteten Steifigkeiten sind dann für genau den Belastungszustand und die Einbaulage gültig.

Eine einfache Möglichkeit, die Steifigkeiten für Aufstellungen abzuschätzen, ergibt sich mit Hilfe von Gl. 4.21 (S. 65). Wird davon ausgegangen, dass sich

die Struktur bei den Starrkörpermoden nicht verformt, muss die Gesamtenergie durch die Aufstellelemente hervorgerufen werden. Dies ist vor allem der Fall bei Aufstellungen mit kleinen Steifigkeiten, z. B. Federn. Unter der Annahme, dass jedes Element durch eine Steifigkeit in jede Raumrichtung beschrieben werden kann und alle  $N_{\tilde{A}}$  Aufstellelemente das gleiche Steifigkeitsverhalten aufweisen, kann die Gesamtenergie für eine Starrkörpermode mit

$$\sum_{l=1}^{N_{\tilde{A}}} \frac{1}{2} \tilde{k}_x \phi_{xlr}^2 + \frac{1}{2} \tilde{k}_y \phi_{ylr}^2 + \frac{1}{2} \tilde{k}_z \phi_{zlr}^2 = \frac{\omega_r^2}{2} \quad (4.46)$$

berechnet werden. Hierbei sind  $\phi_{xlr}$ ,  $\phi_{ylr}$ ,  $\phi_{zlr}$  die massennormierten Eigenvektorbewegungen in die jeweilige Raumrichtung für das  $l$ -te Aufstellelement und die  $r$ -te Mode. Zur Bestimmung der drei unbekanntenen Steifigkeiten  $\tilde{k}_x$ ,  $\tilde{k}_y$ ,  $\tilde{k}_z$  sind drei Moden nötig. Dazu kann das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_{x1} & \hat{a}_{y1} & \hat{a}_{z1} \\ \hat{a}_{x2} & \hat{a}_{y2} & \hat{a}_{z2} \\ \hat{a}_{x3} & \hat{a}_{y3} & \hat{a}_{z3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{k}_x \\ \tilde{k}_y \\ \tilde{k}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

mit

$$\hat{a}_{xr} = \sum_{l=1}^{N_{\tilde{A}}} \phi_{xlr}^2, \quad \hat{a}_{yr} = \sum_{l=1}^{N_{\tilde{A}}} \phi_{ylr}^2, \quad \hat{a}_{zr} = \sum_{l=1}^{N_{\tilde{A}}} \phi_{zlr}^2 \quad (4.48)$$

für  $r = 1, 2, 3$  aufgestellt werden, welches entsprechend den Verfahren in Abschnitt 4.2.3 (S. 69) gelöst werden kann. Es können auch alle 6 Starrkörpermoden verwendet werden, wodurch sich ein überbestimmtes Gleichungssystem ergibt. Analog zur Dämpfungsbestimmung sollten jedoch idealerweise nur Moden verwendet werden, die jeweils in eine Richtung eine besonders große Dominanz aufweisen (vgl. Abschnitt 4.3.4, S. 83). Insofern aus Herstellerangaben Steifigkeiten bekannt sind, sollten diese in die Identifikation einbezogen werden, um die Zahl der Unbekannten zu reduzieren.

Werden mehr Gleichungen als Unbekannte verwendet, birgt die Lösung des Gleichungssystems stets ein gewisses Unsicherheitspotenzial (Überbestimmtheit). Es ist daher gleichzeitig ein Simulationsabgleich zu empfehlen, für den die identifizierten Parameter als Startwerte dienen können.

#### 4.4.2.3 Energien

Die Formänderungsenergie hängt von der Verformung und der Steifigkeit ab. Diese lässt sich mithilfe der Simulation für beliebige Strukturen und Einzelbereiche wie Fugen leicht berechnen. Eine experimentelle Bestimmung der

Formänderungsenergie ist jedoch i. d. R. nur mithilfe spezieller Prüfstände möglich (vgl. Abschnitt 2.4.4, S. 37). Für die Dämpfungsmodelle, welche entsprechend Tab. 4.6 (S. 91) Teilenergien benötigen, muss daher auf Simulationsdaten zurückgegriffen werden. Um die Konsistenz zu den Dämpfungsmodellen, welche auf Messdaten basieren, zu wahren, sollten die potenziellen Energien basierend auf massennormierten Eigenvektoren berechnet werden (vgl. Abschnitt 4.2.3, S. 69). Die Gesamtenergie kann jedoch über den Zusammenhang gemäß Gl. 4.21 (S. 65) bestimmt werden, indem die gemessenen Eigenkreisfrequenzen verwendet werden.

## 4.5 Schlussbetrachtung

In diesem Kapitel wurde ein Ansatz vorgestellt, der es ermöglicht, anhand eines sequenziellen Aufbaus die Gesamtdämpfung eines beliebig schwach gedämpften Systems in seine Bestandteile zu zerlegen sowie lineare Dämpfungsmodelle und deren Parameter zu identifizieren.

Um lange Rechenzeiten zu vermeiden, wurde die lineare Dämpfungsmodellierung auf einen analytischen Beschreibungsansatz zurückgeführt, der auf modalen Parametern und lokalen Dämpfungsparametern beruht. Dabei wurde die Tatsache ausgenutzt, dass sich die Dämpfungsgrade linearer Dämpfungsmodelle superponieren lassen. Jedes Dämpfungsmodell liefert dabei für jede betrachtete Mode einen Dämpfungsgradanteil, der sich additiv zu einem Systemdämpfungsgrad überlagern lässt. Daraus wurde ein einfaches, direktes Identifikationsverfahren abgeleitet, womit lokale Dämpfungsparameter anhand einfacher Modellgleichungen berechnet werden können. Für die lokale Dämpfungsmodellierung stehen prinzipiell ein viskoses bzw. hysteretisches Feder-Dämpfer-Modell und ein hysteretisches Volumenmodell zur Verfügung, die beliebig kombiniert werden können. Die vorgestellte Dämpfungsmodellierung kommt dabei einer Vernachlässigung der Nebendiagonalen der Dämpfungsmatrizen gleich. Die benötigten modalen Parameter können dabei aus einer rechnerischen oder einer experimentellen Modalanalyse gewonnen werden. Das Vorgehen wurde zum einen anhand eines Drei-Massen-Schwingers sowie einer generischen Werkzeugmaschinenstruktur erläutert, um eine Übertragung auf andere Strukturen zu erleichtern.

Im nächsten Kapitel soll den Fragen nachgegangen werden, wie Unsicherheiten im Identifikationsprozess berücksichtigt werden können und welche Fehler durch den linearen Ansatz im Nachgiebigkeitsfrequenzgang zu erwarten sind.



## 5 Erweiterungen und Grenzen des Superpositionsprinzips

### 5.1 Allgemeines

Für die lineare Dämpfungsmodellierung und die Identifikation von Dämpfungsparametern wurde in Kapitel 4 (S. 55) eine Methode vorgestellt, welche auf der Superposition von Dämpfungsgradanteilen beruht. Bisher wurde davon ausgegangen, dass für jeden Modellparameter ein Zahlenwert vorliegt. Das Berechnungsvorgehen ist damit rein deterministisch. In den Ausführungen zum Stand der Technik wurde jedoch bereits darauf hingewiesen, dass gerade die Dämpfungsidentifikation aufgrund vieler Einflussfaktoren mit großen Unsicherheiten verbunden ist (vgl. Abschnitt 2.5, S. 49). Jeder Modellparameter, ob aus der Simulation oder aus der Messung gewonnen, weist einen Grad an Unsicherheit auf. Aufgrund dieser Gegebenheiten ist eine deterministische Betrachtung der Identifikation von Dämpfungsparametern nicht mehr gerechtfertigt. Dies ist vor allem im Hinblick auf den sequenziellen Aufbau von besonderer Bedeutung, da sich die Fehler bereits identifizierter Dämpfungsparameter auf die weitere Identifikation auswirken können.

Des Weiteren beruht die vorgestellte Dämpfungsmodellierung auf der Hauptdämpfungshypothese. Dabei werden zur Dämpfungsberechnung reellwertige Eigenvektoren verwendet. Durch die lokale Modellierung sind die Dämpfungsmatrizen jedoch im Allgemeinen nicht-proportional, so dass das Eigenwertproblem auf komplexwertige Eigenvektoren führt (vgl. Abschnitt 2.3.1, S. 15). Treten komplexwertige Eigenvektoren auf, ist die Annahme, für die Identifikation reellwertige Eigenvektoren verwenden zu können, möglicherweise nicht mehr gerechtfertigt.

Im vorliegenden Kapitel soll daher die zuvor vorgestellte Methodik dahingehend erweitert werden, dass beim Identifikationsprozess Unsicherheiten berücksichtigt werden können (siehe Abschnitt 5.2, S. 100). Zudem sollen Kriterien bereitgestellt werden, mit denen die Anwendbarkeit der Methodik geprüft werden kann (siehe Abschnitt 5.3, S. 108).

## 5.2 Berücksichtigung von Unsicherheiten

### 5.2.1 Unsichere Parameter

Im Allgemeinen kann zwischen unsicheren Simulations- und Messparametern unterschieden werden. Für die Unsicherheiten der Simulationsparameter stehen kaum Werte in der Literatur zur Verfügung (HOFFMANN 2008). Die systematische Analyse der Unsicherheiten von Strukturdynamikmodellen stellt aktuell den Gegenstand der Forschung dar (SCHWARZ 2015; SCHWARZ ET AL. 2014). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sollen daher die Parameter aus der FE-Simulation, wie beispielsweise die Steifigkeitskennwerte von Maschinenelementen, rein deterministisch behandelt werden. Sofern zukünftig Streubreiten aus der FE-Simulation vorliegen, können sie jedoch ohne Weiteres mit den in diesem Kapitel vorgestellten Methoden berücksichtigt werden.

Für die Messparameter können die Unsicherheiten über Wiederholungsmessungen abgeschätzt werden. Zu den unsicheren Messparametern gehören entsprechend Tab. 4.6 (S. 91) die Dämpfungsgrade, die Eigenfrequenzen und die Eigenvektoren. Werden die Unsicherheiten dieser Größen bei der Identifikation einberechnet, kann auf die Unsicherheiten der Dämpfungsparameter geschlossen werden. Um Messstörungen zu vermeiden, sollten generell für jede Messung die Frequenzgänge über mindestens drei direkt aufeinander folgende Messungen gemittelt werden. Indem die modalen Parameter für jede Wiederholungsmessung identifiziert werden, stehen mehrere Zahlenwerte zur Verfügung, aus denen Unsicherheiten abgeleitet werden können. Eine detaillierte Vorgehensweise zur Ableitung von Streubereichen wird in den nächsten zwei Abschnitten vorgeschlagen. Als Unsicherheitsquellen werden hier

- die Montage,
- die Datenerfassung und
- die Datenauswertung

angesehen.

Um die Montagestreuungen zu erfassen, müssen die Montagezustände wiederholt montiert und gemessen werden. Aufgrund des sequenziellen Aufbaus sind diese Unsicherheiten von besonderer Relevanz.

Die Unsicherheiten der Datenerfassung können durch unbeabsichtigte Variationen der Mess- und der Anregungsstellen hervorgerufen werden. Auch die Ausrichtung der Sensoren oder die Anregungsrichtung kann für jede Messung

verschieden sein. Diese Unsicherheiten können durch wiederholte Messungen erfasst werden, bei denen der Montagezustand nicht verändert wird und lediglich die Sensoren vor jeder Messung erneut ausgerichtet werden.

Unsicherheiten durch die Messdatenauswertung kommen meist dadurch zustande, dass die Modellannahmen des Auswerteverfahrens verletzt werden. Bei nichtlinearem Verhalten werden aufgrund der Amplitudenabhängigkeit je nach Auswerteverfahren unterschiedliche Werte berechnet. Für die Dämpfungsgrade soll der Amplitudeneinfluss gezielt untersucht werden und in Form von Unsicherheiten berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit hierfür wird in Kapitel 6 (S. 119) vorgestellt. Ist eine Amplitudenabhängigkeit nicht gegeben, können verschiedene Auswerteverfahren angewendet werden, um einen Streubereich zu erhalten. Teilweise bieten auch MDOF-Verfahren mehrere Schätzwerte für die Modalparameter einer Mode an (PEETERS ET AL. 2004), welche als Grundlage verwendet werden können.

Die Verrechnung von Unsicherheiten kann grundsätzlich mit Hilfe der GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) behandelt werden (ENV 13005 2004), wobei die Monte-Carlo-Methode eine brauchbare Alternative für diese Aufgabe darstellt. Auf beide Verfahren wird in den folgenden zwei Abschnitten (vgl. Abschnitt 5.2.2 und Abschnitt 5.2.3, S. 102) eingegangen.

### 5.2.2 Fehlerfortpflanzung

Die Verrechnung von unsicheren Parametern beruht auf dem Unsicherheitsfortpflanzungsgesetz und ist ausführlich in ENV 13005 (2004) beschrieben. Die Grundlagen der Fehlerfortpflanzung sind im Anhang A.5 (S. 204) zusammengestellt. Basierend auf den dort angegebenen Gleichungen können die Unsicherheiten der Dämpfungsparameter zum einen empirisch und zum anderen analytisch anhand der in Kapitel 4 (S. 55) aufgeführten Modellgleichungen berechnet werden. Bedingt durch den sequenziellen Aufbau ergeben sich jedoch bei der Anwendung folgende Probleme:

- Für die Identifikation von Dämpfungsparametern ist bedingt durch den sequenziellen Aufbau mit einer großen Anzahl an Eingangsparametern zu rechnen.
- Zur Beurteilung der Unsicherheitsverteilung der eingehenden Messgrößen sind sehr viele Wiederholungsmessungen nötig, die aufgrund der großen Anzahl an Eingangsparametern mit einem großen Aufwand verbunden sind.

- Den identifizierten Dämpfungsparametern muss eine Gauß-Verteilung zugrunde gelegt werden.
- Die Fehlerfortpflanzung erfordert die Aufstellung von partiellen Ableitungen, deren Aufwand insbesondere für korrelierte Eingangsgrößen nicht mehr gerechtfertigt ist.

Zur Veranschaulichung wurde das Fehlerfortpflanzungsgesetz auf einen beispielhaften Montagezustand angewendet, an dem die dabei auftretenden Schwierigkeiten nachvollzogen werden können (vgl. Anhang A.6, S. 207).

Um dennoch Unsicherheiten mit verhältnismäßig geringen Aufwand berücksichtigen zu können, sollen folgende Annahmen bzw. Alternativen herangezogen werden: Zur Reduzierung der Messungen sollen im Rahmen der vorliegenden Arbeit für die Unsicherheiten der gemessenen Eingangsgrößen Rechteckverteilungen angenommen werden. Die Grenzen der Rechteckverteilungen  $a'$  und  $b'$  sollen über die Minimal- und die Maximalwerte von mindestens drei Messungen abgeschätzt werden. Ist die Differenz zwischen den Grenzen  $2\tilde{a}$ , so lässt sich die Varianz einer Eingangsgröße  $x'_i$  mit

$$\hat{u}^2(x'_i) = \frac{\tilde{a}^2}{3} \quad (5.1)$$

berechnen, wobei sich der Erwartungswert mit

$$E'(x'_i) = \frac{a' + b'}{2} \quad (5.2)$$

ergibt (DIN V ENV 13005-1 2010). Um eine Überdeckungswahrscheinlichkeit von 95 % zu erreichen, ist für eine Rechteckverteilung ein Erweiterungsfaktor von  $k' = 1.65$  nötig (ENV 13005 2004).

Zur Umgehung der partiellen Ableitungen kann die Monte-Carlo-Methode angewendet werden (DIN V ENV 13005-1 2010). Diese stellt einen allgemeinen, effizienten Ansatz dar, um eine Verteilung für eine einer Streuung unterliegende Zielgröße  $Y'$  (vgl. Gl. A.13, S. 204) zu bestimmen (DIN V ENV 13005-1 2010). Die Voraussetzung einer Gauß-Verteilung für die identifizierten Dämpfungsparameter ist dabei nicht nötig. Inwiefern sich diese Methode tatsächlich auf den Identifikationsprozess anwenden lässt, soll im nächsten Abschnitt behandelt werden.

### 5.2.3 Monte-Carlo-Methode

Bevor die Anwendung der Monte-Carlo-Methode auf den Identifikationsprozess beschrieben wird, soll eine kurze Übersicht über die Grundlagen der Methode

gegeben werden, welche auch in VDI 4008-6 (2004) und DIN V ENV 13005-1 (2010) ausführlich dargestellt sind.

### 5.2.3.1 Grundlagen der Monte-Carlo-Methode

Mit der Monte-Carlo-Methode kann durch Ziehen von Zufallszahlen aus vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen die Fortpflanzung der Unsicherheiten für beliebig komplexe Systeme simuliert werden (DIN V ENV 13005-1 2010). Das Vorgehen lässt sich dabei in drei Teilschritte einteilen, die im Folgenden vorgestellt werden (vgl. Abb. 5.1).

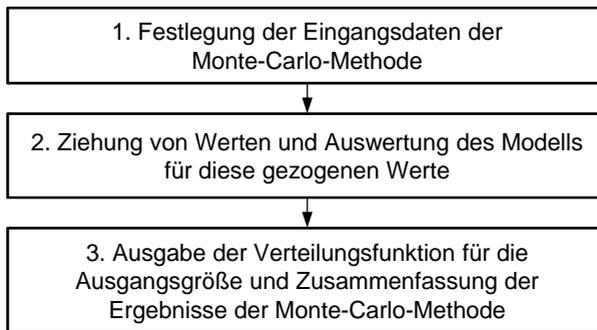


Abb. 5.1: Teilschritte der Monte-Carlo-Methode

**Teilschritt 1** Im ersten Teilschritt müssen

- das Modell  $Y' = f'(X'_1, X'_2, \dots, X'_N)$ ,
- die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Eingangsgrößen,
- die Anzahl der Monte-Carlo-Versuche (Ziehungen)  $M'$  sowie
- die Überdeckungswahrscheinlichkeit  $p'$

festgelegt werden. Im Gegensatz zur GUM können beliebige lineare und nicht-lineare Modelle sowie von einer Gauß-Verteilung abweichende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für die Eingangsgrößen definiert werden. Um jedoch statistisch abgesicherte Verteilungen für  $Y'$  zu erhalten, ist eine große Anzahl an Ziehungen notwendig. Ein Wert für  $M'$  sollte so gewählt werden, dass er im Vergleich zu  $1/(1-p')$  groß ist. Wenn  $M'$   $10^4$  mal größer als  $1/(1-p')$  ist, kann erwartet werden, dass die Bestimmung der Verteilung in den Endpunkten des Überdeckungsintervalls hinreichend genau ist (DIN V ENV 13005-1 2010).

**Teilschritt 2** Der zweite Teilschritt umfasst die Ziehung von Zufallszahlen und die Auswertung dieser Werte für das Modell. Für eine unkorrelierte Eingangsgröße, welche durch eine Rechteckverteilung  $R'(a', b')$  mit den Grenzen  $a'$  und  $b'$  beschrieben werden soll, kann die Zufallszahl  $x'_Z$  mit

$$x'_Z = a' + (b' - a')x'_R \quad (5.3)$$

berechnet werden. Die Größe  $x'_R$  entspricht dabei einer aus  $R'(0, 1)$  gezogenen Zufallszahl – auch Pseudozufallszahl genannt (DIN V ENV 13005-1 2010). Im Falle von korrelierten Eingangsgrößen muss ein Zufallszahlenvektor mit je einer Zufallszahl für jede Eingangsgröße  $x'_i$  mit

$$\{\xi\} = \{E'(x'_i)\} + [\hat{R}]^T \{x'_R\} \quad (5.4)$$

bestimmt werden (DIN V ENV 13005-1 2010). Hierbei entspricht  $\{E'(x'_i)\}$  einem Vektor mit den Erwartungswerten der Eingangsgrößen  $x'_i$  gemäß Gl. 5.2 (S. 102). Die Größe  $\{x'_R\}$  kommt einem Vektor mit  $\hat{N}$  Zufallszahlen gleich, welche aus einer Rechteckverteilung  $R'(0, 1)$  unabhängig voneinander gezogen werden. Die Matrix  $[\hat{R}]$  repräsentiert eine obere Dreiecksmatrix, welche über eine Cholesky-Zerlegung mit

$$[\hat{U}] = [\hat{R}]^T [\hat{R}] \quad (5.5)$$

aus der Unsicherheitsmatrix

$$[\hat{U}] = \begin{bmatrix} \hat{u}^2(x'_1) & \hat{u}(x'_1, x'_2) & \dots & \hat{u}(x'_1, x'_N) \\ \hat{u}^2(x'_2, x'_1) & \hat{u}^2(x'_2) & \dots & \hat{u}(x'_2, x'_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{u}(x'_N, x'_1) & \hat{u}(x'_N, x'_2) & \dots & \hat{u}^2(x'_N) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

gewonnen werden kann.

**Teilschritt 3** Sind die Ausgangswerte  $Y'$  für alle  $M'$  Zufallszahlen berechnet, können im dritten Teilschritt die Ergebnisse zu einer Häufigkeitsverteilung zusammengefasst werden (DIN V ENV 13005-1 2010). Indem die Häufigkeitsverteilung auf die Einheitsfläche normiert wird, ergibt sich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\tilde{g}$  von  $Y'$ . Schätzwerte für den Erwartungswert können mit Gl. A.16 (S. 204) bestimmt werden. Die Berechnung einer erweiterten Unsicherheit für eine Überdeckungswahrscheinlichkeit von beispielsweise 95 % mithilfe eines Erweiterungsfaktors ist nicht nötig. Ein symmetrisches Überdeckungsintervall, welches Werte der Ausgangsgrößen mit der Überdeckungswahrscheinlichkeit  $p'$  enthält, wird für einen ganzzahligen Wert  $v' = p' M'$  durch die Werte  $y'_u = Y'(w' = (M' - v')/2)$  und  $y'_o = Y'(w' + v')$  abgegrenzt (DIN

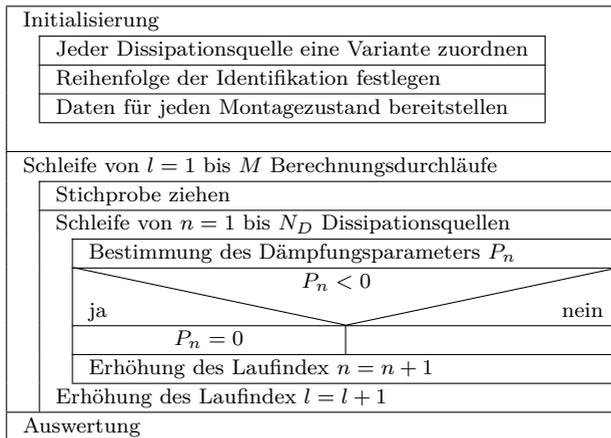
V ENV 13005-1 2010). Ist  $w'$  keine ganze Zahl, kann  $w' = (M' - v' + 1)/2$  verwendet werden. Insofern die Verteilung  $Y'$  einer Gauß-Verteilung entspricht, kann die Standardabweichung mit Gl. A.15 (S. 204) berechnet werden.

Die Anwendung der Monte-Carlo-Methode soll zunächst für den Fall diskutiert werden, dass die Eingangsgrößen unkorreliert vorliegen. Anschließend wird auf den Fall mit korrelierten Eingangsgrößen eingegangen.

### 5.2.3.2 Anwendung bei unkorrelierten Eingangsgrößen

Im Falle unkorrelierter Eingangsgrößen kann die Monte-Carlo-Simulation ohne Weiteres für den gesamten Identifikationsprozess umgesetzt werden. Im Unterschied zur deterministischen Identifikation sind lediglich aus vorgegebenen Intervallen für jede Eingangsgröße Zufallszahlen zu generieren, für die der Identifikationsprozess wiederholt durchlaufen wird. Damit wird für jeden Durchlauf ein Satz an Dämpfungsparametern bestimmt, der über alle Durchläufe eine Verteilung für jeden Dämpfungsparameter ergibt. Eine programmiertechnische Umsetzung ist in Tab. 5.1 als Struktogramm nach DIN 66261 (2004) dargestellt.

Tab. 5.1: Ablauf der Identifikation mithilfe der Monte-Carlo-Methode



Der Programmablauf ist an die drei Teilschritte von Abb. 5.1 (S. 103) angelehnt und besteht aus einem Initialisierungs-, einem Berechnungs- und einem Auswertungsteil, welche sequenziell durchlaufen werden. Im Folgenden soll lediglich

auf Besonderheiten eingegangen werden, die sich für den Identifikationsprozess ergeben.

**Initialisierungsteil** Im Initialisierungsteil muss zunächst jeder Dissipationsquelle eine Identifikationsvariante zugeordnet werden. Eine Identifikationsvariante beinhaltet die Identifikationsgleichungen eines Dämpfungsmodells, dessen Parameter an definierten Moden eines Montagezustandes bestimmt werden sollen. Ist jeder Dissipationsquelle eine Variante zugeordnet, muss die Reihenfolge der Identifikation festgelegt werden. Dabei ist darauf zu achten, dass die Dämpfungsparameter, von denen andere Dämpfungsparameter abhängen, zuerst identifiziert werden. In Abb. 5.2 sind die Reihenfolge der Identifikation für das Beispiel entsprechend Abb. 4.8 (S. 77) mit den Montagezuständen in Tab. 4.3 (S. 79) sowie die Abhängigkeiten der Dämpfungsparameter wiedergegeben. Zur Veranschaulichung wurden für die Dissipationsquellen bereits Dämpfungsmodelle ausgewählt und deren Parameter hier dargestellt. Im ersten Montagezustand werden die Dämpfungsparameter für die Aufstellung  $\tilde{c}_{\bar{A}}$  und den Gusswerkstoff  $\hat{\eta}_G$  identifiziert, welche für die weiteren Montagezustände benötigt werden. Im zweiten Montagezustand wird der Fugenparameter  $\hat{\eta}_{F_1}$  des Ständers bestimmt. Für den dritten und vierten Montagezustand wird zusätzlich der Dämpfungsparameter  $\hat{\eta}_{\bar{S}}$  für Stahl benötigt, um die Parameter der Führungsschuhe  $\tilde{d}_{FS}$  und der zweiten Fuge  $\hat{\eta}_{F_2}$  zu identifizieren.

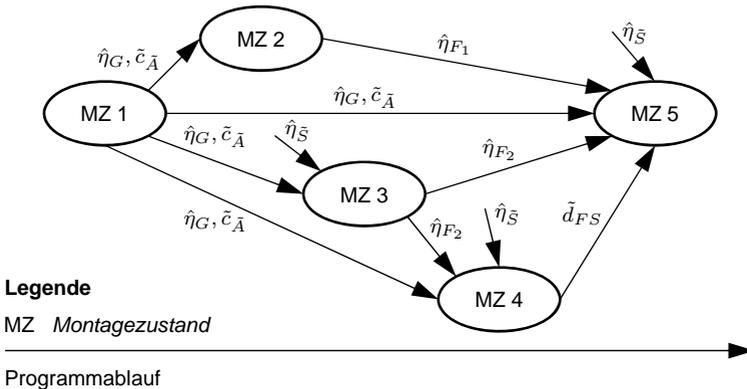


Abb. 5.2: Reihenfolge des Identifikationsprozesses

Der letzte Montagezustand beinhaltet alle Dissipationsquellen, weshalb sein Verhalten von allen Dämpfungsparametern abhängt. Anschließend müssen die Modellparameter für alle benötigten Montagezustände bereitgestellt werden

(vgl. Abb. 5.1, S. 103). Eine Bestimmung einer Verteilung für jeden Montagezustand ist zu aufwendig, so dass eine Rechteckverteilung für alle Messgrößen angenommen werden soll. Die jeweiligen Grenzen sollten jedoch aus mindestens drei Messungen abgeleitet werden.

**Berechnungsteil** Der Berechnungsteil wird  $M'$  mal durchlaufen, wobei für jeden Durchlauf und für jede Eingangsgröße eine Zufallszahl entsprechend Gl. 5.3 (S. 104) generiert wird. Zudem werden die Dämpfungsparameter mithilfe der Varianten für die  $N$  Dissipationsquellen berechnet. Sind die Dämpfungsparameter für alle Dissipationsquellen  $M'$  mal bestimmt, stehen für die Dämpfungsparameter und die Dämpfungsgrade für alle Montagezustände Verteilungen zur Verfügung. Abb. 5.2 kann somit auch als Wahrscheinlichkeitsnetzwerk interpretiert werden (HANSON 1999).

**Auswertungsteil** Im Auswertungsteil kann zur Beurteilung der Qualität der Dämpfungsmodelle das gleiche Vorgehen wie aus Abschnitt 4.3.5 (S. 87) angewendet werden. Für den Vergleich der gemessenen und prognostizierten Dämpfungsgrade besteht zusätzlich die Möglichkeit, die Überdeckungsintervalle einander gegenüberzustellen. Für die Berechnung der Fehler entsprechend Gl. 4.39 (S. 87) können die Mittelwerte mit Gl. A.16 (S. 204) verwendet werden. Mithilfe der minimalen und der maximalen Dämpfungsgrade können zudem zwei Frequenzgänge synthetisiert werden, die ein mögliches Streuband für die prognostizierten Amplituden angeben.

### 5.2.3.3 Anwendung bei korrelierten Eingangsgrößen

Im Falle von korrelierten Eingangsgrößen müssen die Zufallszahlen entsprechend Gl. 5.4 (S. 104) ermittelt werden. Dafür ist die Kenntnis der Unsicherheitsmatrix gemäß Gl. 5.6 (S. 104) erforderlich, welche die Kovarianzen aller Eingangsgrößen enthält. Die Kovarianzen lassen sich zum einen experimentell über eine große Anzahl an Wiederholungsmessungen mit Gl. A.23 (S. 205) abschätzen. Zum anderen können sie analytisch bestimmt werden, indem die Eingangsgrößen auf funktionale Zusammenhänge unkorrelierter Größen zurückgeführt werden. Beide Varianten sind für einen sequenziellen Aufbau mit mehreren Montagezuständen mit einem sehr großen Aufwand verbunden (vgl. Abschnitt 5.2.2, S. 101). Um diesen Aufwand zu vermeiden, sollte daher die Identifikation der modalen Parameter derart gestaltet werden, dass die Korrelationen vernachlässigt werden können. Es empfiehlt sich folgendes Vorgehen:

- Zunächst gilt es zu prüfen, inwiefern die eingesetzte modale Identifikationsmethode tatsächlich zu korrelierten Größen führt. Dafür sollten für einen Montagezustand die Korrelationskoeffizienten  $\hat{r}(\zeta_r, \phi_{jr})$ ,  $\hat{r}(\omega_r, \phi_{jr})$  und  $\hat{r}(\zeta_r, \omega_r)$  mit Gl. A.21 (S. 205) anhand mehrerer Wiederholungsmessungen berechnet werden. Sind diese vernachlässigbar, kann davon ausgegangen werden, dass die modale Identifikationsmethode zu unkorrelierten Größen führt.
- Alternativ können die Korrelationskoeffizienten auch mit den Gleichungen gemäß Abschnitt 5.2.2 (S. 101) anhand des SDOF-Verfahrens abgeschätzt werden.
- Sind die Korrelationskoeffizienten nicht vernachlässigbar, sollte darauf geachtet werden, dass die Identifikation der verschiedenen modalen Größen nicht auf den gleichen gemessenen Frequenzgängen basiert. Treten dennoch Korrelationen auf, kann dies eventuell auf das Messsystem zurückgeführt werden (ENV 13005 2004).

### 5.3 Einfluss nicht-proportionaler Dämpfungsanteile

#### 5.3.1 Komplexwertigkeit der Eigenvektoren

Die in Kapitel 4 (S. 55) vorgestellte Vorgehenssystematik zur Identifikation lokaler Dämpfungsmodelle beruht auf der Hauptdämpfungshypothese. Dabei werden zur Dämpfungsberechnung reellwertige Eigenvektoren verwendet. Durch die lokale Modellierung sind die Dämpfungsmatrizen jedoch im Allgemeinen nicht-proportional, so dass das Eigenwertproblem auf komplexwertige Eigenvektoren führt (vgl. Abschnitt 2.3.1, S. 15). Treten komplexwertige Eigenvektoren auf, ist die Annahme, für die Identifikation reellwertige Eigenvektoren verwenden zu können, möglicherweise nicht mehr gerechtfertigt. Damit geprüft werden kann, wie groß der komplexwertige Anteil der Moden tatsächlich ist, soll zunächst auf die Bestimmung der komplexwertigen Eigenvektoren eingegangen werden. Anschließend sollen Kriterien bereitgestellt werden, mit denen der Grad der Komplexität beurteilt werden kann. Die Kriterien geben einen ersten Hinweis darauf, ob die Anwendung der Hauptdämpfungshypothese dennoch gerechtfertigt ist.

##### 5.3.1.1 Bestimmung der komplexwertigen Eigenvektoren

Theoretisch können die komplexwertigen Eigenvektoren aus gemessenen Frequenzgängen ermittelt werden (WAGNER 2001). Bei der praktischen Anwen-

dung zeigt sich jedoch, dass komplexwertige Eigenvektoren i. d. R. nicht reproduzierbar bestimmt werden können (PHANI & WOODHOUSE 2009). Dies hat verschiedene Gründe: Bei komplexwertigen Eigenvektoren können grundsätzlich beliebige Phasenverschiebungen auftreten. Jede Phasendifferenz zwischen zwei Freiheitsgraden, die trotz der Berücksichtigung der benachbarten Moden bestehen bleibt, muss daher als komplexwertiger Eigenvektoreintrag interpretiert werden. Die Antiresonanzen sowie die Phase reagieren sehr sensitiv auf die Residuen. Es lässt sich daher nicht ausschließen, dass die Phasendifferenz durch die Vernachlässigung benachbarter Moden hervorgerufen wird. Eine Berücksichtigung der benachbarten Moden ist jedoch wiederum schwierig, da die komplexwertigen Eigenvektoren der benachbarten Moden nicht bekannt sind.

Obwohl komplexwertige Eigenvektoren aus der Messung nicht verlässlich identifiziert werden können, lassen sie sich bei gegebenen Dämpfungsmatrizen berechnen (vgl. Abschnitt 2.3.1, S. 15). Für den hysteretischen Fall besteht auch die Möglichkeit, die komplexwertigen Eigenvektoren mithilfe von modalen Parametern abzuschätzen (LIN ET AL. 1993). Da an diesem Berechnungsverfahren besonders gut die Einflüsse gezeigt werden können, welche zu komplexwertigen Eigenvektoren führen, wird dieses Verfahren kurz vorgestellt. Im Allgemeinen muss jedoch davon ausgegangen werden, dass bei der Dämpfungsmodellierung mehrere Dämpfungstypen kombiniert werden. Für diesen Fall ergeben sich Unterschiede bei der Berechnung, weshalb darauf ebenfalls eingegangen wird.

**Hysteretischer Fall** Für ein hysteretisch gedämpftes System lassen sich die komplexwertigen Eigenvektoren über eine Näherung erster Ordnung aus modalen Daten mit

$$\{\rho\}_r = \{\phi\}_r + i \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq r}}^N \frac{\{\phi\}_r^T [D] \{\phi\}_l}{\lambda_r - \lambda_l} \{\phi\}_l \quad (5.7)$$

berechnen (LIN ET AL. 1993). Der zweite Teil von Gl. 5.7 repräsentiert den komplexwertigen Anteil des geschätzten Eigenvektors  $\{\rho\}_r$ . Dieser besteht lediglich aus der hysteretischen Dämpfungsmatrix  $[D]$ , den reellwertigen Eigenvektoren  $\{\phi\}_r$  und den Eigenwerten  $\lambda$ , die aus einem reellen Eigenwertproblem gewonnen werden können. Wenn  $[D]$  proportional ist, dann ist  $\{\rho\}_r = \{\phi\}_r$ . Auch für den Fall, dass die Moden weit auseinanderliegen und der Skalar  $\{\phi\}_r^T [D] \{\phi\}_l$  kleine Werte annimmt, ist  $\{\rho\}_r$  annähernd reellwertig. Erst bei großer Dämpfung und nah beieinanderliegenden Moden ist mit hochgradig komplexwertigen Eigenvektoren zu rechnen.

**Kombinierter Fall** Bei gleichzeitig hysteretischer und viskoser Dämpfung mit  $[D] \neq 0$  und  $[C] \neq 0$  müssen die komplexwertigen Eigenvektoren über das quadratische Eigenwertproblem

$$[-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K + iD]] \{\bar{X}\} = \{0\}. \quad (5.8)$$

bestimmt werden (BARKANOV 1993). Das Vorgehen ist dabei analog zum viskosen Fall, wobei das quadratische Eigenwertproblem mithilfe eines ZRM auf das verallgemeinerte Eigenwertproblem gemäß Gl. 2.46 (S. 22) überführt wird. In diesem Fall muss jedoch zu Gl. 2.44 (S. 22) der komplexwertige Steifigkeitsanteil  $[iD]$  hinzugefügt werden. Es ergeben sich  $2N$  Eigenwerte

$$p = -\delta + i\omega_d, \quad (5.9)$$

wobei der Realteil als Abklingkonstante und der Imaginärteil als gedämpfte Eigenfrequenz interpretiert werden können (MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a). Im Gegensatz zur rein viskosen Dämpfung treten die Eigenwerte nicht mehr in konjugiert komplexwertigen Paaren auf. Für große FEM-Modelle bietet sich zur Lösung des quadratischen Eigenwertproblems die Complex Lanczos Method an (MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a). Dabei werden die komplexwertigen Eigenvektoren in der Nähe einer vorgegebenen Frequenz geschätzt. Für die Berechnung hochgenauer Werte kann die Complex Inverse Power Method angewendet werden, welche jedoch mit einem sehr hohen Rechenaufwand verbunden ist.

### 5.3.1.2 Beurteilung der Komplexwertigkeit von Eigenvektoren

Um die Gültigkeit der in Abschnitt 4.3.3 (S. 79) getroffenen Annahmen zu überprüfen, muss die Komplexwertigkeit der Eigenvektoren beurteilt werden. Da Eigenvektoren in der komplexen Zahlenebene beliebig gedreht werden können, ist eine reine Betrachtung der Imaginärteile nicht aussagekräftig (KORUK & SANLITURK 2013). Im Folgenden sollen drei alternative Beurteilungskriterien vorgestellt werden:

- die Darstellung in der komplexen Zahlenebene,
- die Darstellung im Zeitbereich und
- das MSC-(Mode-Shape-Complexity)-Kriterium.

**Darstellung in der komplexen Zahlenebene** Eine sehr einfache visuelle Möglichkeit besteht darin, dass die Real- und die Imaginärteile eines Eigenvektors in der komplexen Zahlenebene dargestellt werden (NEBELING 1999).

Dabei sollte darauf geachtet werden, dass jeder Eigenvektoreintrag durch eine Linie vom Nullpunkt aus repräsentiert ist und die Achsen gleich skaliert sind. Entsteht eine beliebig gedrehte Gerade, ist der Eigenvektor reellwertig. Sind dagegen Abweichungen von einer Geraden zu erkennen, spricht dies für komplexwertige Anteile im Eigenvektor. In Abb. 5.3a (S. 112) ist diese Variante beispielhaft für die dritte Mode des viskos gedämpften DMS aus Abschnitt 4.2.2 (S. 64) gezeigt. Wird das 10-fache der Dämpfungswerte angenommen, ergibt sich das Diagramm in Abb. 5.3b (S. 112). Beim ersten Fall können die Eigenvektoren als annähernd reellwertig betrachtet werden, wohingegen beim zweiten Fall die Anteile als komplexwertig einzustufen sind.

**Darstellung im Zeitbereich** Eine alternative Darstellungsform ergibt sich, indem die Eigenvektorbewegung  $X_{jr}(t)$  aller Freiheitsgrade für einige Schwingungszyklen über der Zeit mit

$$X_{jr}(t) = |\psi_{jr}| \cos(2\pi f_r t + \varphi_{jr}) \quad (5.10)$$

in einem Diagramm abgebildet sind. Hierbei entsprechen  $f_r$  der Eigenfrequenz des betrachteten Eigenvektors und  $|\psi_{jr}|$  dem Betrag bzw.  $\varphi_{jr}$  der Phase des  $j$ -ten Eintrages eines komplexwertigen  $r$ -ten Eigenvektors. Durchlaufen alle Freiheitsgrade gleichzeitig ihr Maximum oder Minimum, sind die Eigenvektoren reellwertig. Treten Extrema zu unterschiedlichen Zeitpunkten im Schwingungszyklus auf, dann sind die Eigenvektoren komplexwertig. Die entsprechenden Diagramme sind für die zwei viskosen Fälle des DMS in Abb. 5.3c (S. 112) und Abb. 5.3d (S. 112) gegeben.

**MSC-Kriterium** Für eine quantitative Beurteilung bietet sich das MSC- (Mode-Shape-Complexity)-Kriterium an, welches auf der potenziellen Formänderungsenergie beruht (KORUK & SANLITURK 2013). In Abb. 5.4 (S. 112) sind die Verläufe der Formänderungsenergie für eine rein reellwertige, eine rein komplexwertige und eine typische komplexwertige Mode dargestellt. Als Kriterium wird das Verhältnis von Minimum zu Maximum der Formänderungsenergie definiert (KORUK & SANLITURK 2013):

$$MSC_r = \frac{\min(U_r(t))}{\max(U_r(t))}. \quad (5.11)$$

Die Formänderungsenergie lässt sich dabei mit Gl. 5.10 und

$$U_r(t) = \frac{1}{2} \{X_r(t)\}^T [K] \{X_r(t)\} \quad (5.12)$$

berechnen.

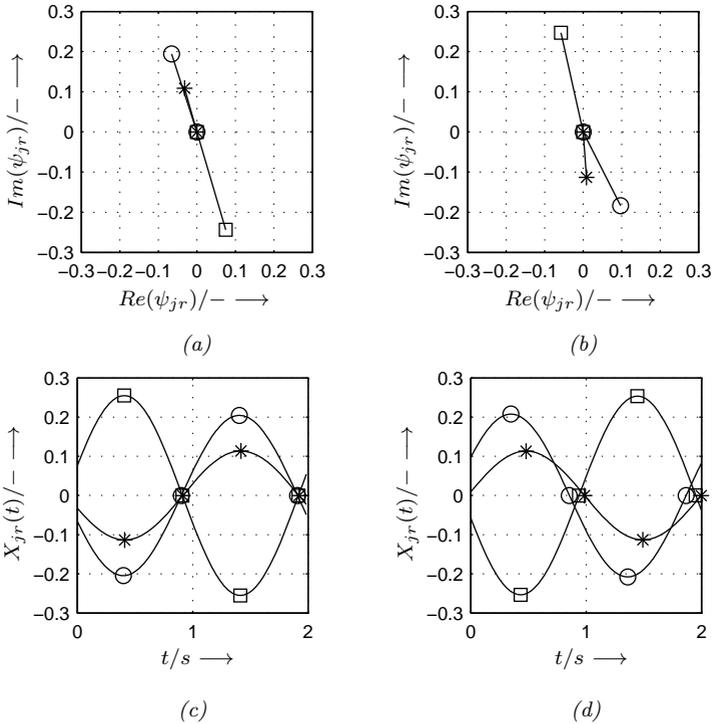


Abb. 5.3: Darstellung der komplexwertigen Eigenvektoren in der komplexen Zahlenebene (a, b) und im Zeitbereich (c, d) für den viskosen DMS (a, c) entsprechend Abb. 4.2a und für die 10-fache Dämpfung (b,d);  $\circ$   $\psi_{13}$  bzw.  $X_{13}$ ,  $\square$   $\psi_{23}$  bzw.  $X_{23}$ ,  $*$   $\psi_{33}$  bzw.  $X_{33}$

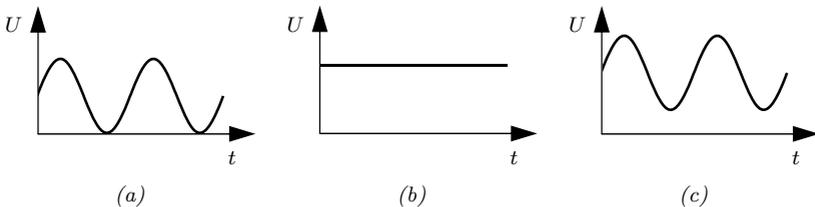


Abb. 5.4: Potenzielle Energie als Funktion der Zeit: vollständig reellwertig (a), vollständig komplexwertig (b) und typisch komplexwertig (c) in Anlehnung an KORUK & SANLITURK (2013)

Das Kriterium kann Werte zwischen Null (vgl. Abb. 5.4a) und Eins (vgl. Abb. 5.4b) annehmen, womit der Grad der Komplexität beurteilt werden kann.

In Tab. 5.2 sind die MSC-Werte sowie die Dämpfungsgrade für einen schwach (Modell 1), einen stark (Modell 2) und einen sehr stark gedämpften viskosen DMS (Modell 3) angegeben.

Tab. 5.2: Unterschiede zwischen einem schwach (Modell 1), einem stark (Modell 2) und einem sehr stark (Modell 3) gedämpften viskosen DMS

Modell	Mode	Gleichung				
		Gl. 5.11 (S. 111)	Gl. 4.18 (S. 63)	Gl. 4.20 (S. 63)	Gl. 5.13	Gl. 5.14
	$r$	$MSC_r/-$	$\zeta_r/-$	$H\zeta_r/-$	$e_H/\%$	$e_{\hat{R}}/\%$
1 – Abb. 4.2a (S. 67)	1	$0.3 \times 10^{-3}$	0.0045	0.0045	< 0.01	< 0.01
	2	$0.2 \times 10^{-3}$	0.0090	0.0090	< 0.01	0.05
	3	$0.2 \times 10^{-3}$	0.0103	0.0103	< 0.01	0.01
2 – Abb. 4.2a (S. 67) mit $10 \times \tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{c}_3$	1	$2.3 \times 10^{-3}$	0.0452	0.0452	0.07	0.07
	2	$20.7 \times 10^{-3}$	0.0902	0.0902	0.08	4.83
	3	$10.0 \times 10^{-3}$	0.1029	0.1027	0.22	1.34
3 – Abb. 4.2a (S. 67) mit $50 \times \tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{c}_3$	1	0.06	0.222	0.226	2.1	2.2
	2	0.26	0.346	0.451	30.2	52.5
	3	0.12	0.651	0.513	21.2	107.6

Die Dämpfungsgrade wurden dabei einmal mit komplexwertigen Eigenvektoren entsprechend Gl. 4.18 (S. 63) und einmal mit reellwertigen Eigenvektoren entsprechend Gl. 4.20 (S. 63) berechnet. Der relative Fehler  $e_H$  des Dämpfungsgrades

$$e_H = \frac{|\zeta_r - H \zeta_r|}{\zeta_r} \times 100 \% \quad (5.13)$$

repräsentiert den Fehler der Hauptdämpfungshypothese. Die angegebene maximale relative Amplitudenabweichung  $e_{\hat{R}}$  zwischen den komplexwertigen und reellwertigen Eigenvektoren wurde mit

$$e_{\hat{R}} = \max \left( \frac{(|\{\phi_{\hat{K}}\}_r| - |\{\phi_{\hat{R}}\}_r|)}{|\{\phi_{\hat{K}}\}_r|} \right) \times 100 \% \quad (5.14)$$

berechnet. Beim schwach (Modell 1) und stark (Modell 2) gedämpften Drei-Massen-Schwinger ergeben sich nur kleine MSC-Werte, obwohl Dämpfungsgrade bis zu 10 % auftreten. Trotz der Abweichungen der Eigenvektoren von 5 % liegen die Abweichungen der Dämpfungsgrade dabei deutlich unter 1 %. Erst beim sehr stark gedämpften Drei-Massen-Schwinger (Modell 3) mit

Dämpfungsgraden von bis zu 65 % sind zweistellige relative Abweichungen der Dämpfungsgrade zu erwarten.

Werden im Vergleich dazu die MSC-Werte betrachtet, so fällt auf, dass bei der ersten Mode der MSC-Wert deutlich kleiner als bei der zweiten und dritten Mode ist und dass der relative Fehler in diesem Fall nur bei 2 % liegt. Das Beispiel verdeutlicht, dass die Gültigkeit der Hauptdämpfungshypothese für jede Mode separat anhand des MSC-Kriteriums beurteilt werden kann.

### 5.3.2 Auswirkungen auf den Frequenzgang

In Abschnitt 4.2.1 (S. 57) wurde bereits auf einige Arbeiten hingewiesen, nach denen die Nebendiagonalen der Dämpfungsmatrizen für schwach gedämpfte Strukturen vernachlässigt werden können. Teilweise wird dabei vorausgesetzt, dass die Diagonalelemente dominant vorliegen müssen (SHAHRUZ 1990; SHAHRUZ & MA 1988). Da der Fehler der Hauptdämpfungsmodellierung jedoch mit steigender Dominanz der Diagonalelemente zunehmen kann, stellt diese Annahme nicht sicher, dass die Hauptdämpfungshypothese anwendbar ist (MORZFELD ET AL. 2009). Im Folgenden soll daher der Fehler, der durch die Hauptdämpfungshypothese entsteht, abgeschätzt werden. Um den Fehler vom Residueneinfluss zu trennen, werden zunächst verschiedene Berechnungsalternativen diskutiert. Basierend auf einer geeigneten Berechnungsmethode wird darauf aufbauend eine Fehlerfunktion abgeleitet.

#### 5.3.2.1 Berechnungsalternativen für Frequenzgänge

Frequenzgänge können auf verschiedene Art und Weise berechnet werden. Bisher wurde die Synthese mit einem proportionalen Ansatz sowie die direkte Berechnung beschrieben (vgl. Abschnitt 4.3.5, S. 87). Ein Vergleich der so berechneten Frequenzgänge enthält neben dem Fehler durch die Hauptdämpfungshypothese zusätzlich den Einfluss vernachlässigter Moden (vgl. Abschnitt 4.3.5, S. 87). Um den Residueneinfluss von dem Fehler zu trennen, der durch die Hauptdämpfungshypothese entsteht, ist der Vergleich der so berechneten Frequenzgänge ungeeignet. Eine alternative Berechnung ergibt sich, wenn die Bewegungsdifferentialgleichung entsprechend Gl. 2.8 (S. 15) mithilfe Gl. 2.27 (S. 18) in den modalen Raum transformiert und anschließend in den Frequenzbereich überführt wird (GAWRONSKI 2004; MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a):

$$\begin{aligned} & (-\omega^2[\Psi]^T[M][\Psi] + i\omega[\Psi]^T[C][\Psi] + \dots \\ & [\Psi]^T[K][\Psi] + i[\Psi]^T[D][\Psi]) \{q(\omega)\} = [\Psi]^T[\tilde{B}_E]\{u(\omega)\}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Bezeichnet  $N_{\hat{M}}$  die Anzahl der berücksichtigten Moden, dann besitzt der Vektor der Modalkoordinaten  $\{q(\omega)\}$  die Dimension  $N_{\hat{M}} \times 1$ . Wie im Anhang A.1 (S. 197) ist die Eingangsmatrix  $\tilde{B}_E$  von der Dimension  $N \times N_E$  und der Eingangsvektor  $\{u(\omega)\}$  von der Dimension  $N_E \times 1$ . Im Allgemeinen sind die viskose Dämpfungsmatrix und die komplexwertige Steifigkeitsmatrix nicht durch die Modalmatrix diagonalisierbar, so dass das Gleichungssystem 5.15 gekoppelt vorliegt. Werden jedoch die Nebendiagonalen der modaltransformierten Dämpfungsmatrizen in Gl. 5.15 vernachlässigt, sind die Gleichungen entkoppelt. Dies führt direkt auf den proportionalen Ansatz. Da aus Gl. 5.15 sowohl der nicht-proportionale als auch der proportionale Fall abgeleitet werden kann, lässt sich daraus der Fehler der Hauptdämpfungshypothese ermitteln. Eine entsprechende Fehlerfunktion soll im Folgenden hergeleitet werden. Die Gl. 5.15 bringt zudem den Vorteil mit sich, dass die Anzahl der berücksichtigten Moden meist kleiner als die Anzahl der Freiheitsgrade ist. So führt eine frequenzschrittweise Invertierung im Vergleich zur direkten Lösung zu einem deutlich reduzierten numerischen Aufwand.

### 5.3.2.2 Ableitung einer Fehlerfunktion

Mit Gl. 5.15 ist ein Zusammenhang gegeben, aus dem die Berechnungsvarianten für den proportionalen und den nicht-proportionalen Dämpfungsfall abgeleitet werden können. Damit kann der Fehler durch die Hauptdämpfungshypothese berechnet werden. Für ein rein viskos gedämpftes System ist dieser Fehler in GAWRONSKI & SAWICKI (1997) formuliert. Hier soll der Fehler für den kombinierten Fall mit viskoser und hysteretischer nicht-proportionaler Dämpfung hergeleitet werden.

Im Allgemeinen führen die Dämpfungsmatrizen  $[C]$  und  $[D]$  zu vollbesetzten massennormierten modalen Dämpfungsmatrizen  $[\hat{C}_m]$  und  $[\hat{D}_m]$ . Diese lassen sich in einen Term  $[\hat{C}_{m\hat{D}}]$  mit nur Diagonalelementen und einen Term  $[\hat{C}_{m\hat{N}}]$  mit nur Nebendiagonalelementen auftrennen, so dass die massennormierten modalen Dämpfungsmatrizen mit

$$\begin{aligned} [\Phi]^T [C] [\Phi] &= [\hat{C}_m] = [\hat{C}_{m\hat{D}}] + [\hat{C}_{m\hat{N}}] \\ [\Phi]^T [D] [\Phi] &= [\hat{D}_m] = [\hat{D}_{m\hat{D}}] + [\hat{D}_{m\hat{N}}] \end{aligned} \quad (5.16)$$

beschrieben werden können. Die Diagonalterme  $[\hat{C}_{m\hat{D}}]$  und  $[\hat{D}_{m\hat{D}}]$  repräsentieren den proportionalen Fall (vgl. Gl. 2.20, S. 17 und Gl. 2.23, S. 18). Mit Gl. 5.16, Gl. 2.16 (S. 17), Gl. 2.17 (S. 17) und einer Linksmultiplikation von  $[M_m]^{-1}$ , was einer Massennormierung entspricht, kann Gl. 5.15 in die Form

$$\begin{aligned} &(-\omega^2[I] + i\omega [\hat{C}_{m\hat{N}}] + i\omega[\hat{C}_{m\hat{N}}] + \dots \\ & i [\hat{D}_{m\hat{N}}] + [\hat{D}_{m\hat{N}}] + [\hat{D}_{m\hat{N}}]) \{q(\omega)\} = [\hat{B}_m]\{u(\omega)\} \end{aligned} \quad (5.17)$$

überführt werden. Die Dimension von  $\hat{B}_m$  ist hierbei  $N_{\hat{M}} \times N_E$ . Sind die Matrizen  $[\hat{C}_{m\hat{N}}]$  und  $[\hat{D}_{m\hat{N}}]$  Nullmatrizen, lassen sich daraus direkt die entkoppelten Gleichungen für den proportionalen Fall mit

$$(-\omega^2 + i\omega 2\zeta_r \omega_r + i\eta_r \omega_r^2 + \omega_r^2) q_{pr}(\omega) = \{\tilde{b}_{mr}\}\{u(\omega)\} \quad (5.18)$$

für  $r = 1, \dots, N$  ableiten. Die Größe  $\{b_{mr}\}$  entspricht dabei der  $r$ -ten Zeile von  $[\hat{B}_m]$  und die Größe  $q_{pr}$  der  $r$ -ten Modalkoordinate, welche sich aus der Lösung von Gl. 5.17 für  $[\hat{C}_{m\hat{N}}] = [0]$  und  $[\hat{D}_{m\hat{N}}] = [0]$  ergibt. Wird ein modaler Fehler mit

$$e_{qr}(\omega) = q_r(\omega) - q_{pr}(\omega) \quad (5.19)$$

definiert und Gl. 5.18 von Gl. 5.17 abgezogen, ergibt sich daraus der Zusammenhang

$$e_{qr}(\omega) = \frac{-\sum_l (i\omega \hat{c}_{\hat{N}rl} + i\hat{d}_{\hat{N}rl}) q_l(\omega)}{-\omega^2 + i\omega 2\zeta_r \omega_r + i\eta_r \omega_r^2 + \omega_r^2}. \quad (5.20)$$

Die Größen  $\hat{c}_{\hat{N}rl}$  und  $\hat{d}_{\hat{N}rl}$  stellen dabei die  $r$ -ten Zeilen von  $[\hat{C}_{m\hat{N}}]$  bzw.  $[\hat{D}_{m\hat{N}}]$  dar. Mit Gl. 5.20 ist für jede Mode der Fehler gegeben, der durch die Vernachlässigung der Nebendiagonalelemente entsteht. Um diesen berechnen zu können, müssen die modalen Verschiebungen  $\{q(\omega)\}$  bekannt sein. Unter Verwendung von Gl. 5.17 lässt sich  $\{q(\omega)\}$  über ein lineares Gleichungssystem mit

$$\{\hat{b}\} = [\hat{A}]\{q(\omega)\} \quad (5.21)$$

und den Koeffizienten

$$\begin{aligned} \hat{b}_r &= \frac{\{\tilde{b}_{mr}\}\{u(\omega)\}}{-\omega^2 + i\omega 2\zeta_r \omega_r + i\eta_r \omega_r^2 + \omega_r^2} \\ \hat{a}_{rl} &= \begin{cases} \frac{i\omega \hat{c}_{\hat{N}rl} + i\hat{d}_{\hat{N}rl}}{-\omega^2 + i\omega 2\zeta_r \omega_r + i\eta_r \omega_r^2 + \omega_r^2}, & \text{für } r \neq l \\ 1, & \text{für } r = l \end{cases} \end{aligned} \quad (5.22)$$

bestimmen. Das Gleichungssystem muss dabei für jedes  $\omega$  gelöst werden. Durch eine Modaltransformation der modalen Fehler  $\{e_{qr}(\omega)\}$  kann mit

$$e_{\alpha_p}(\omega) = [\Phi]\{e_{qr}(\omega)\} \quad (5.23)$$

der Fehler in den nodalen Raum überführt werden. Mit

$$e_{|\alpha_p|}(\omega) = \frac{||\alpha_p(\omega) + e_{\alpha_p}(\omega)| - |\alpha_p(\omega)||}{|\alpha_p(\omega) + e_{\alpha_p}(\omega)|} \times 100 \% \quad (5.24)$$

kann damit beispielsweise der Amplitudenfehler eines Nachgiebigkeitsfrequenzganges berechnet werden, der durch die Anwendung der Hauptdämpfungshypothese zu erwarten ist.

Für einen Drei-Massen-Schwinger, bei dem alle drei Dämpfungsmodelle aus Abb. 4.2 (S. 67) kombiniert sind, ist in Abb. 5.5a der direkte berechnete Frequenzgang dem modal synthetisierten Frequenzgang gegenübergestellt.

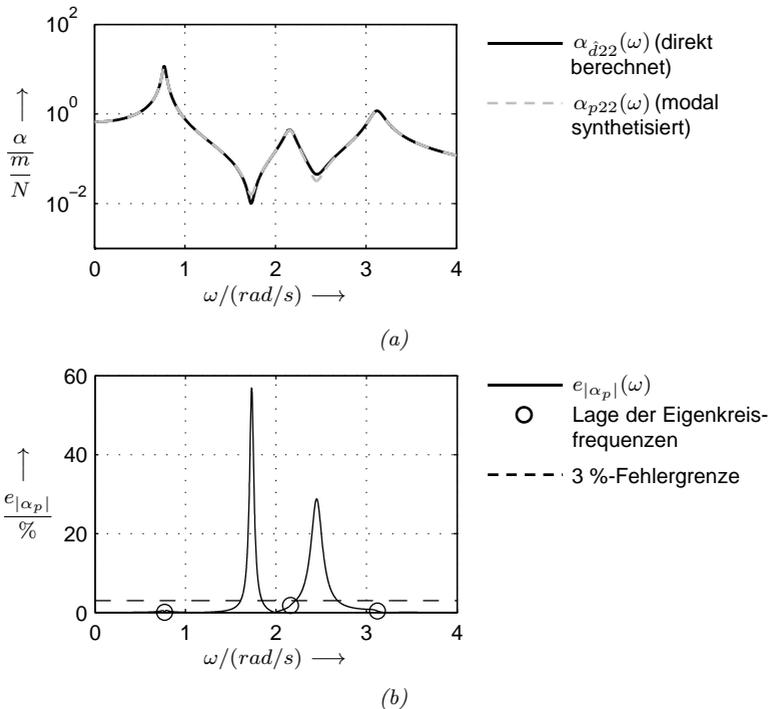


Abb. 5.5: Vergleich zwischen einem direkten und einem modal synthetisierten Frequenzgang (a) und entsprechender relativer Amplitudenfehler (b) am Beispiel eines Drei-Massen-Schwingers

Die Frequenzgänge liegen dabei nahezu übereinander. Der dazugehörige relative Amplitudenfehler ist in Abb. 5.5b aufgetragen. Daran wird deutlich,

dass die größten Abweichungen bei den Antiresonanzen auftreten. Bei den Eigenkreisfrequenzen liegt der relative Fehler unterhalb von 3 %.

### 5.4 Schlussbetrachtung

Das Superpositionsprinzip von Dämpfungsgradanteilen beruht zum einen auf linearen Dämpfungsmodellen und zum anderen auf der Verwendung reellwertiger Eigenvektoren. Bei der Anwendung auf reale Strukturen ergeben sich grundsätzlich zwei Fragestellungen, welche in diesem Kapitel behandelt wurden: Wie können Unsicherheiten im Identifikationsprozess berücksichtigt werden und inwiefern ist die Annahme der Hauptdämpfungshypothese gerechtfertigt?

Bedingt durch den sequenziellen Aufbau und die Vielzahl an Einflussfaktoren ist die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf die linearen Identifikationsgleichungen zur Berücksichtigung von Unsicherheiten mit einem sehr hohen Aufwand verbunden. Eine geeignete Alternative hierzu stellt die Monte-Carlo-Methode dar. Aufgrund der analytischen Dämpfungsbeschreibung können die Unsicherheiten der Dämpfungsparameter bei beliebig vielen Eingangsgrößen effizient berechnet werden. Die Anwendung auf den Modellierungsprozess wurde diskutiert und eine programmtechnische Umsetzung wurde vorgestellt.

Die lokale Anwendung der linearen Dämpfungsmodelle führt i. d. R. auf komplexe Eigenvektoren. Während die Komplexität der Eigenvektoren qualitativ in der komplexen Ebene oder im Zeitbereich beurteilt werden kann, bietet sich für eine quantitative Bewertung das MSC-Kriterium an. Um beurteilen zu können, wie sich die Vernachlässigung der Nebendiagonalen der Dämpfungsmatrizen tatsächlich auf den Frequenzgang auswirkt, wurde eine Fehlerfunktion hergeleitet. Mithilfe dieser Funktion kann für Systeme mit viskoser und hysteretischer Dämpfung bewertet werden, inwiefern die Genauigkeit der Hauptdämpfungshypothese für den eigenen Anwendungsfall ausreichend ist.

## 6 Experimentelle Dämpfungsgradbestimmung

### 6.1 Allgemeines

Der zuvor dargestellte Identifikationsansatz beruht auf gemessenen Dämpfungsgraden. Einer gesicherten experimentellen Dämpfungsgradbestimmung kommt daher eine besondere Bedeutung zu. Aus dem Kapitel zum Stand der Technik ist bekannt, dass gemessene Dämpfungswerte stark streuen können (vgl. Kapitel 2, S. 5). Der Grund hierfür ist meist im Einfluss des Versuchsaufbaus zu suchen (MÖSER & KROPP 2010). Auch die Signalverarbeitung der gemessenen Daten kann je nach Auswertemethode zu unterschiedlichen Ergebnissen führen (OTTLE 1985). Der prinzipielle Aufbau einer Messkette zur Dämpfungsgradbestimmung ist in Abb. 6.1 dargestellt. Dabei ist der Versuchsaufbau weiter in die Lagerung des Messobjektes und die Anbindung der Sensoren und Aktoren unterteilt. Die Signalverarbeitung setzt sich aus der Signalerfassung und der Signalauswertung zusammen.

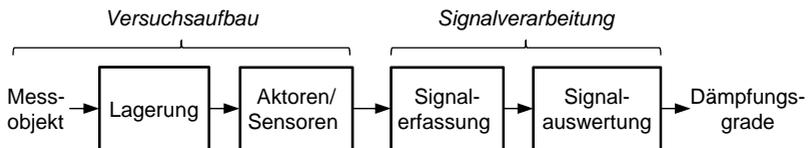


Abb. 6.1: Messkette zur experimentellen Dämpfungsgradbestimmung

Alle Bestandteile der Messkette können die Dämpfungsgradbestimmung beeinflussen, weshalb sie detailliert untersucht werden sollen. Anhand eines Vergleichs gängiger Versuchsaufbauten an verschiedenen Versuchsobjekten sollen in Abschnitt 6.2 (S. 120) verschiedene Einflussfaktoren auf die gemessenen Dämpfungsgrade aufgezeigt werden. Neben der Sensibilisierung für die Einflüsse des Versuchsaufbaus lassen sich aus dem Vergleich konkrete Handlungsempfehlungen zur Vermeidung ungewollter Dämpfungseinflüsse ableiten. Da beim sequenziellen Aufbau, wie er im Rahmen der vorliegenden Arbeit vorgeschlagen wurde, Dämpfungsgrade von sehr schwach gedämpften Montagezuständen und zum Teil auch von Montagezuständen mit nichtlinearen Dämpfungsverhalten zuverlässig identifiziert werden müssen, werden in Abschnitt 6.3 (S. 133) spezielle Auswertemethoden hierfür vorgestellt.

## 6.2 Einflüsse des Versuchsaufbaus

### 6.2.1 Aufstellung und Aufhängung

Um die Einflüsse des Versuchsaufbaus zu untersuchen, wird zunächst der Dämpfungsgrad der ersten Biegemode eines einfachen Stahlbalkens für verschiedene Lagerungen bestimmt. Damit wird das Ziel verfolgt, einen Wert für die Materialdämpfung von Stahl zu erhalten. Gleichzeitig soll die Frequenzunabhängigkeit der Dämpfung von Stahl geprüft werden. Anschließend wird untersucht, inwiefern sich die daraus gewonnenen Erkenntnisse auf große Strukturen übertragen lassen. Die Dämpfungsgrade der folgenden Versuchsaufbauten wurden mithilfe der Methoden in Abschnitt 2.3.2 (S. 23) und Abschnitt 6.3.1 (S. 133) bestimmt.

#### 6.2.1.1 Dämpfung von Stahl

**Versuchsaufbau** Der untersuchte Stahlbalken besteht aus C45 (Werkstoffnummer: 1.0503) und besitzt eine Länge von 1004 mm sowie einen rechteckigen Querschnitt von 100 mm × 50 mm. Für die Montage von Aufstellelementen und die Anbringung von Anschlagmitteln ist der Balken mit diversen Bohrungen versehen. Zur Auswahl geeigneter Versuchsaufbauten wurde sich an den Lagerungen orientiert, welche bisher im Stand der Technik eingesetzt wurden. Tab. 6.1 (S. 122) fasst hierzu einige häufig anzutreffende Aufbauten zusammen. Beispielsweise wurden balkenähnliche Strukturen vorrangig im Schwingungsknoten aufgehängt, wobei sich auch Quellen mit einer Aufhängung außerhalb des Schwingungsknoten und einer Lagerung auf Schneiden finden lassen (vgl. Tab. 6.1, S. 122). Werkzeugmaschinenähnliche Teile wurden meist auf Federn oder Gummielementen gelagert. In Abb. 6.2 sind die Versuchsaufbauten zusammengestellt, die im Rahmen dieser Arbeit für einen Balken verwendet wurden. Neben verschiedenen Aufstellungen wie Federn, Stahlspitzen und Gummipuffern wurden zur Aufhängung eine Klaviersaite, Schnüre und ein elastisches Seil eingesetzt. In Anlehnung an BOGRAD ET AL. (2007) wurde der Balken mit einem Impulshammer angeregt, die Schwingungsantwort berührungslos mit einem Vibrometer erfasst und die erste Biegemode (bei ca. 264 Hz) ausgewertet. Um beurteilen zu können, welche Streuungen jede Lagerung verursacht, wurde jeder Versuchsaufbau fünf Mal montiert und dabei die Dämpfung jeweils erneut bestimmt.

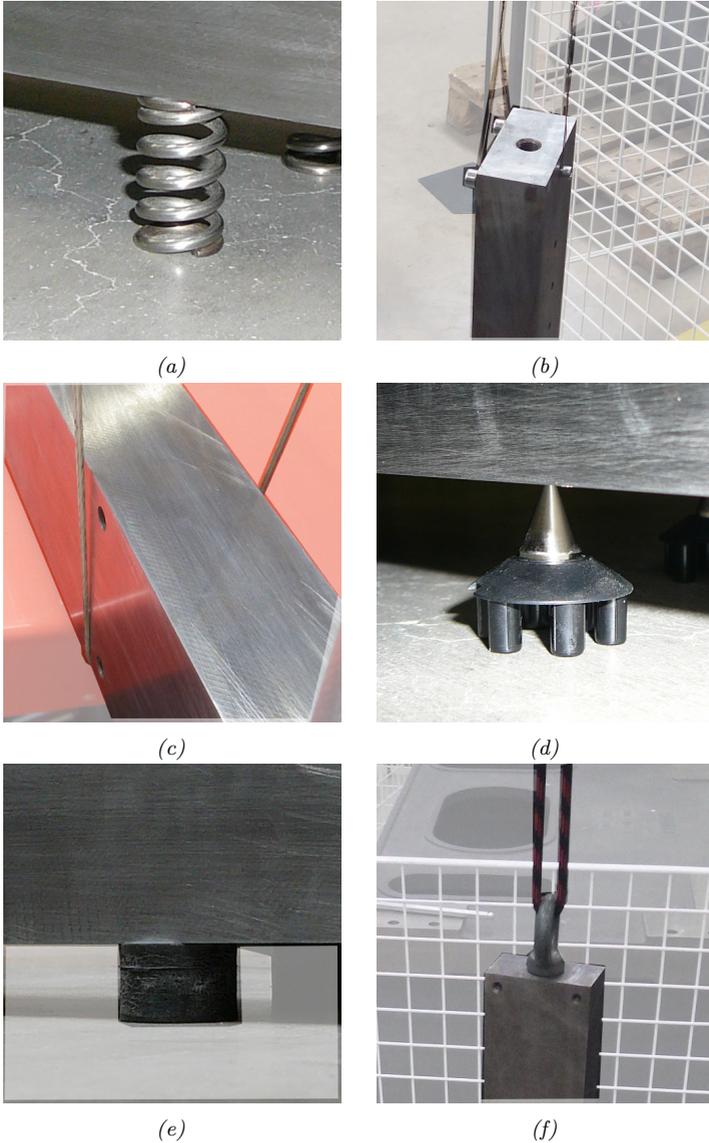


Abb. 6.2: Versuchsaufbauten für den untersuchten Stahlbalken: Federn (a), Klaviersaite (b), Schnüre (c), Stahlspitzen (d), Gummipuffer (e), elastisches Seil (f)

Tab. 6.1: In der Literatur verwendete Versuchsaufbauten für die Dämpfungsmessung

Versuchsobjekt	Aufstellung/Aufhängung	Quelle
Balken	Seil/Draht (im Schwingungsknoten)	(GEISLER 2010) (BOGRAD ET AL. 2007) (BEERENS 1994)
Balken	Seil (nicht im Schwingungsknoten)	(SCHIERLING 1985)
Sandwichbalken	Schneidenlagerung	(EBERLE 1980)
kastenförmige Gussbauteile	Gummielemente	(SCHAIBLE 1976)
geführter Schlitten	Federn	(ISPAYLAR 1996) (BRECHER ET AL. 2013)
aufgeschraubter Ständer	einlagige Blattfedern	(PETUELLI 1983)

**Vergleich der gemessenen Dämpfungsgrade** In Abb. 6.3 sind die Dämpfungsgrade der verschiedenen Aufbauten einander gegenübergestellt, wobei neben den Mittelwerten die Minimal- und die Maximalwerte der fünf Messungen angegeben sind. Mit der Lagerung des Balkens auf Federn konnten die niedrigsten Dämpfungsgrade gemessen werden.

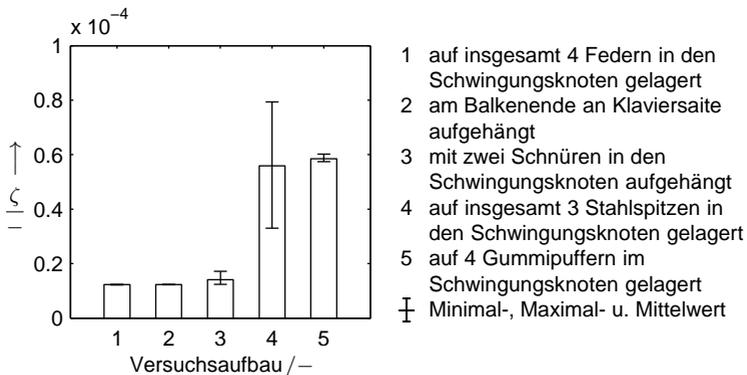


Abb. 6.3: Dämpfungsgrade der ersten Biegemode eines Versuchsbalkens für verschiedene Versuchsaufbauten

Die Lagerung auf Gummipuffern wies im Vergleich zu den ersten vier Versuchsaufbauten im Durchschnitt die größten Dämpfungsgrade auf, wobei wiederum die größten Streuungen bei der Lagerung auf Stahlspitzen auftraten. Die gemessenen Dämpfungsgrade für die Aufhängung am elastischen Seil (vgl. Abb. 6.2f, S. 121) sind um das 25-fache höher als mit der Federaufstellung, weshalb auf deren Darstellung in Abb. 6.3 verzichtet wurde. Der maximal

gemessene Dämpfungsgrad weicht dabei um 145 % vom Mittelwert ab (Mittelwert:  $3.04 \times 10^{-4}$ , Minimalwert:  $1.06 \times 10^{-4}$ , Maximalwert:  $7.4 \times 10^{-4}$ ). Die unterschiedlich gemessenen Dämpfungsgrade der verschiedenen Versuchsaufbauten belegen den gravierenden Einfluss der Prüfstandsämpfung, der beispielsweise für die Bestimmung der Materialdämpfung nicht vernachlässigt werden darf. Wird der Mittelwert der gemessenen Dämpfungsgrade für die Federaufstellung ( $\zeta = 1.23 \times 10^{-5}$ ) mit Gl. 4.5 (S. 58) in einen Verlustfaktor ( $\eta = 2.45 \times 10^{-5}$ ) umgerechnet, so liegt dieser an der unteren Grenze des Bereiches für Stahl, der in Tab. 2.3 (S. 35) angegeben wird. Neben möglichen Dämpfungseinflüssen des Federkontaktes kann bei Verlustfaktoren in dieser Größenordnung bereits die Abstrahlung von Luftschallenergie eine weitere Quelle für unerwünschte Dämpfung sein (MÖSER & KROPP 2010), so dass die Materialdämpfung von Stahl möglicherweise noch kleiner anzunehmen ist. Um den Effekt der Luftdämpfung ebenfalls auszuschließen, müsste dafür im Vakuum gemessen werden (VDI 3830-5 2005).

### Untersuchung zur auftretenden Wahrscheinlichkeitsverteilung

Um die Werte für die Materialdämpfung weiter abzusichern und eine Aussage zur Wahrscheinlichkeitsverteilung zu erhalten, wurden die Versuche der Federaufstellung 100 Mal wiederholt montiert und die Dämpfungsgrade erneut gemessen. Aufgrund des vorangegangenen Vergleichs der verschiedenen Versuchsaufbauten (vgl. Abb. 6.3) kann davon ausgegangen werden, dass der Dämpfungseinfluss der Federn vernachlässigt werden kann. Die resultierende empirische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion sowie einige approximierte Verteilungen sind in Abb. 6.4 aufgetragen. Im Gegensatz zur Weibull-Verteilung scheinen die Normal- sowie die Beta-Verteilung die empirische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion am besten wiederzugeben.

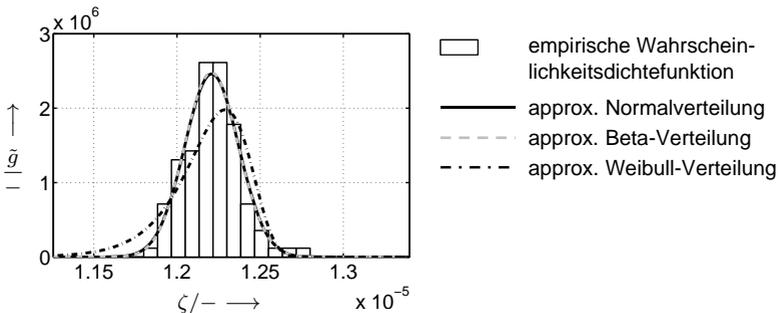


Abb. 6.4: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion sowie approximierte Verteilungen aus 100 Dämpfungsmessungen des ersten Versuchsaufbaus in Abb. 6.3

Zur quantitativen Beurteilung der Verteilungen bietet sich der Chi-Quadrat- $(\chi^2)$ -Test an. Damit ist es möglich, Verteilungen mit einem definierten Signifikanz-Niveau auszuschließen. Als Prüfgröße wird dafür das reduzierte Chi-Quadrat  $\tilde{\chi}_b^2$  mit

$$\tilde{\chi}_b^2 = \frac{1}{N_{\hat{F}}} \sum_{i=1}^{N_K} \frac{(\hat{B}_i - \hat{E}_i)^2}{\hat{E}_i} \quad (6.1)$$

berechnet (TAYLOR 1988), wobei  $N_K$  die Anzahl der verwendeten Kategorien (eine Kategorie entspricht einem Balken in Abb. 6.4, S. 123),  $N_{\hat{F}}$  die Anzahl der Freiheitsgrade,  $\hat{B}_i$  die beobachteten Häufigkeiten der empirischen Häufigkeitsverteilung und  $\hat{E}_i$  die erwarteten Häufigkeiten der angenommenen Verteilung repräsentieren. Die Anzahl der Freiheitsgrade  $N_{\hat{F}}$  ergibt sich über die Anzahl der Kategorien  $N_K$  und die Anzahl der Zwangsbedingungen  $N_{\hat{Z}}$  mit

$$N_{\hat{F}} = N_K - N_{\hat{Z}}. \quad (6.2)$$

Die erwartete Häufigkeit lässt sich wiederum mit der entsprechenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\tilde{g}(\hat{\xi})$  für die Messgröße  $\hat{\xi}$  im Bereich der Intervalle  $\tilde{g}_i < \hat{\xi} < \tilde{g}_{i+1}$  mit

$$\hat{E}_i = \hat{n} P'(\tilde{g}_i < \hat{\xi} < \tilde{g}_{i+1}) = \hat{n} \int_{\tilde{g}_i}^{\tilde{g}_{i+1}} \tilde{g}(\hat{\xi}) d\hat{\xi} \quad (6.3)$$

ermitteln (TAYLOR 1988). Ist die Wahrscheinlichkeit  $P'$  für eine  $\chi^2$ -Verteilung kleiner als 1 %, ein  $\chi^2$  größer als  $\tilde{\chi}_b^2$  zu erhalten, also

$$P'(\chi^2 \geq \tilde{\chi}_b^2) < 1 \%, \quad (6.4)$$

muss die angenommene Verteilung verworfen werden. In Tab. 6.2 sind die Wahrscheinlichkeiten für die drei approximierten Verteilungen in Abb. 6.4 (S. 123) für unterschiedlich viele Messwerte berechnet. Für  $\hat{n} = 50$  kann die Weibull-Verteilung noch nicht verworfen werden.

Tab. 6.2: Beurteilung der Dämpfungsverteilung in Abb. 6.4 (S. 123) anhand eines  $\chi^2$ -Tests

<b>angenommene Verteilung</b>	$N_K/-$	$N_{\hat{Z}}/-$	$P'(\chi^2 \geq \tilde{\chi}_b)/\%$ für $\hat{n} = 50$	$P'(\chi^2 \geq \tilde{\chi}_b)/\%$ für $\hat{n} = 100$
Normalverteilung	10	3	86	50
Beta-Verteilung	10	3	85	52
Weibull-Verteilung	10	3	61	$\ll 1$

Erst für  $\hat{n} = 100$  ist ein Ausschluss der Verteilung mit einem Signifikanz-Niveau von 1 % möglich. Da für eine statistische Absicherung deutlich größere Stichproben notwendig sind (SIEBERTZ ET AL. 2010), kann mit 100 Messwerten keine endgültige Aussage zur Verteilung getroffen werden. Es lässt sich lediglich festhalten, dass mit den vorliegenden Daten eine Normal bzw. eine Beta-Verteilung nicht auszuschließen ist.

**Untersuchung der Frequenzabhängigkeit** Nach den bisherigen Erkenntnissen (Stand der Technik) kann bei Metallen von frequenzunabhängigem Dämpfungsverhalten ausgegangen werden (vgl. Abschnitt 2.4.3, S. 34). Um diese Aussage zu überprüfen, wurden neben der ersten Biegemode auch die zweite Biegemode bei 714 Hz und die erste Torsionsmode bei 1182 Hz für den Balken auf Federn (Versuchsaufbau 1 in Abb. 6.3, S. 122) ausgewertet (vgl. Abb. 6.5).

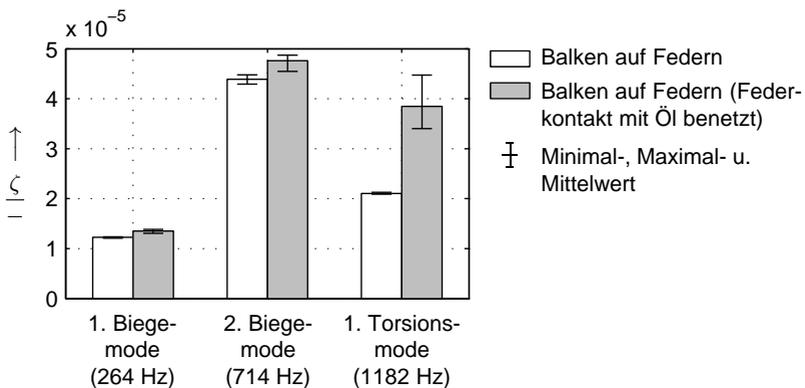


Abb. 6.5: Einfluss des Federkontaktes auf die Dämpfungsgrade des Balkens für den ersten Versuchsaufbau in Abb. 6.3 (S. 122)

Die Dämpfungsgrade der beiden höheren Moden weichen dabei deutlich von denen der ersten Mode ab. Hierfür könnte eine Komponente des Versuchsaufbaus, wie beispielsweise der Federkontakt zum Balken, verantwortlich sein und eine ungewollte Dämpfungswirkung verursachen. Um diesen Einfluss zu untersuchen, wurde die Oberseite der Federn mit Öl benetzt und die Dämpfungsgrade wurden wieder für fünf Wiederholungsmessungen mit jeweils erneuter Montage der Federn ermittelt (vgl. Abb. 6.5). Bei der ersten Mode ist nur eine kleine Dämpfungserhöhung festzustellen. Für die Torsionsmode ergibt sich dagegen eine starke Dämpfungserhöhung mit großen Streuungen. Dies spricht dafür, dass der Kontakt bei der Torsionsmode einen großen Einfluss

hat. Für die zweite Biegemode lassen sich die großen Dämpfungsgrade nicht eindeutig mit dem Kontakt begründen, da der Dämpfungszuwachs mit Öl nur gering ist. Da der Einfluss des Federkontaktes scheinbar abhängig von der Mode ist, wurden in einem weiteren Experiment drei Balken unterschiedlicher Länge untersucht. Indem lediglich die erste Mode ausgewertet wurde, kann die Frequenzabhängigkeit bei etwa gleichem Kontaktverhalten beurteilt werden. Für drei Balken mit den Längen von 1200 mm, 984 mm und 800 mm wurden die Dämpfungsgrade der ersten Mode bestimmt. Wie in Abb. 6.6 zu sehen, sind die gemessenen Dämpfungsgrade für die drei Frequenzen in etwa gleich, so dass in diesem Fall die Frequenzunabhängigkeit der Dämpfung von Stahl bestätigt werden kann (Abb. 6.6).

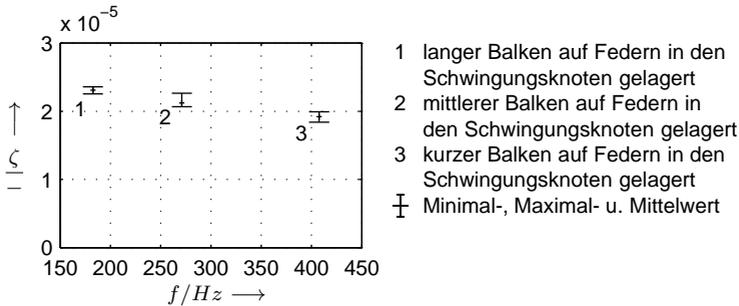


Abb. 6.6: Dämpfungsgrade der ersten Biegemode für drei Balken unterschiedlicher Länge

Das leicht erhöhte Dämpfungslevel im Vergleich zum Versuchsbalken mit dem Versuchsaufbau 1 (vgl. Abb. 6.3, S. 122) ist darauf zurückzuführen, dass die Balken des hier beschriebenen Versuches aus einer anderen Stahlsorte (St37K, Werkstoffnummer: 1.0037) gefertigt waren.

### 6.2.1.2 Übertragung auf große Strukturen

Als nächstes soll untersucht werden, inwiefern sich die Federaufstellung für große Strukturen eignet und ob auch hier eine Frequenzunabhängigkeit der Materialdämpfung nachgewiesen werden kann.

**Vergleich verschiedener Aufstellungen** Als Versuchsobjekte standen die Gussstrukturen der Werkzeugmaschinenstruktur in Abb. 3.1 (S. 52) zur Verfügung. Als größte Strukturkomponente bot sich hierfür das Maschinenbett

an, welches eine Masse von 3.2 t besitzt und aus Grauguss (GJS-600-3) besteht. Das Maschinenbett ist eigensteif, so dass eine Lagerung auf drei Aufstellelementen ohne Verankerung ausreichte. Neben einer weichen Federaufstellung (E 1546/50×89 von Meusburger Georg GmbH & Co KG) wurde zum Vergleich das Maschinenbett auf Keilschuhe (Schwerlastanker DK-3 von Nivell AG) und auf Kugeln ( $\varnothing$  92 mm) aufgestellt (vgl. Abb. 6.7). Die Federn waren so abgestimmt, dass die Starrkörpermoden unterhalb von 10 Hz lagen. Die konstruierte Kugelaufstellung wies nur wenige Kontakte auf, so dass eine definierte, dämpfungsarme Aufstellung möglich war, welche gleichzeitig hohe Belastungen zuließ (ZÄH ET AL. 2011). Die gemessenen Dämpfungsgrade der ersten acht Strukturmoden sind für die verschiedenen Aufstellungsarten in Abb. 6.8 aufgetragen.

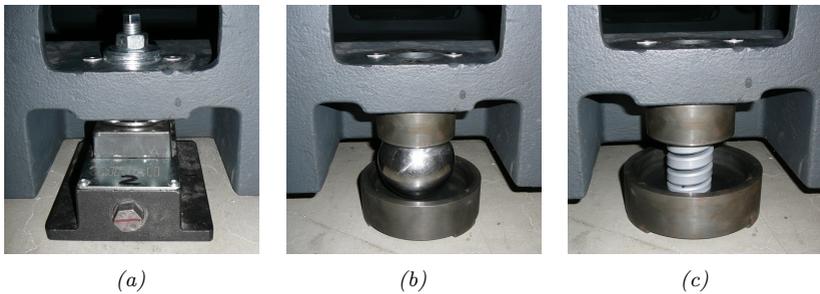


Abb. 6.7: Maschinenbettaufstellungen: Keilschuhe (a), Kugeln (b) und Federn (c)

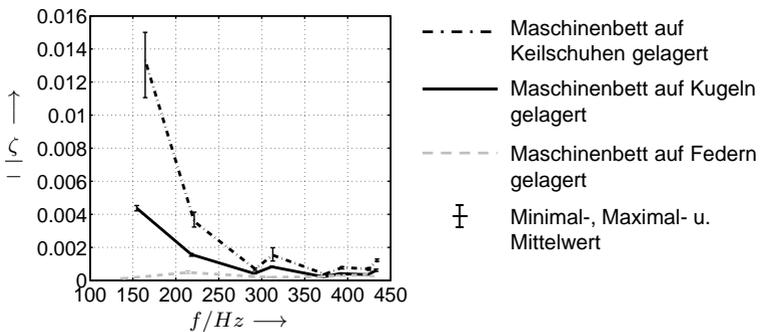


Abb. 6.8: Einfluss des Versuchsaufbaus am Beispiel des Maschinenbettes (die Linien dienen der besseren Dämpfungsgradzuordnung zu den jeweiligen Versuchsaufbauten)

Die Minimal-, Maximal- und Mittelwerte wurden aus drei Wiederholungsmessungen mit erneuter Montage berechnet. Aus den unterschiedlichen Dämpfungsgraden der ersten beiden Moden wird deutlich, dass nicht das Material, sondern vielmehr die Aufstellung das Dämpfungsverhalten dominiert. Zu höheren Moden hin nimmt dieser Einfluss ab. Mit den Federn wurden über den gesamten Frequenzbereich die niedrigsten Dämpfungsgrade gemessen, wobei gleichzeitig auch die kleinsten Streuungen zu verzeichnen waren. Die größten Streuungen traten bei den Keilschuhen auf.

**Untersuchung der Frequenzunabhängigkeit** Um die Einflüsse der Federaufstellung über einen größeren Frequenzbereich zu untersuchen, wurde der Maschinenständer, der aus dem gleichen Material wie das Maschinenbett besteht, auf vier weichen Federn (E 1545/40×102 von Meusburger Georg GmbH & Co KG) gemessen. Die Starrkörpermoden liegen hierbei ebenfalls unterhalb von 10 Hz. Der Maschinenständer besitzt im Frequenzbereich von 400 Hz bis 1350 Hz über 30 Strukturmoden und bietet damit ausreichend Moden zur Auswertung. In Abb. 6.9 sind die Dämpfungsgrade für zehn ausgewählte Moden wieder für drei Wiederholungsmessungen mit erneuter Montage angegeben. Aufgrund der hohen Modendichte wurden die Moden eines Frequenzganges ausgewählt, welche deutlich getrennt vorlagen und die größten Amplituden aufwiesen.

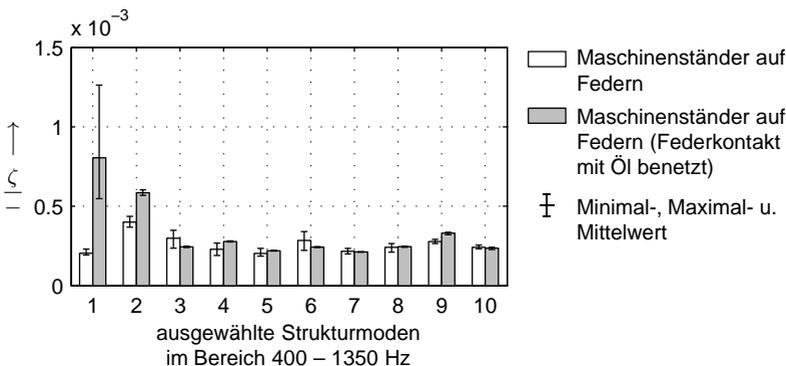


Abb. 6.9: Einfluss des Federkontaktes auf die Dämpfungsgrade des Maschinenständers

Diesen Dämpfungsgraden sind die Dämpfungsgrade von denjenigen Messungen gegenübergestellt, bei denen zusätzlich, analog zu den Balkenversuchen, der obere Federkontakt zum Ständer hin mit Öl benetzt wurde. Die Dämpfungsunterschiede bei den ersten beiden dargestellten Moden deuten darauf

hin, dass der Kontakt einen großen Einfluss besitzt, der jedoch bei höheren Moden nicht mehr festzustellen ist. Dieser Effekt lässt sich damit erklären, dass der Maschinenständer bei höheren Moden sehr lokale Plattenschwingungen besitzt, womit die Federkontakte zunehmend in Schwingungsknoten liegen. Nichtsdestoweniger ist der Einfluss der Federn bei einem trockenen Kontakt vergleichsweise klein. Unter der Voraussetzung, dass der Einfluss der Federn tatsächlich vernachlässigt werden kann, belegen die Versuche in Abb. 6.8 (S. 127) und Abb. 6.9, dass auch die Materialdämpfung für Guss annähernd frequenzunabhängig ist.

## 6.2.2 Aktoren und Sensoren

Zur Schwingungsanregung und Schwingungserfassung sind Aktoren und Sensoren notwendig, die je nach Anbindung ebenfalls eine ungewollte Dämpfung einbringen können. Im Folgenden sollen die Einflüsse der Aktoren und Sensoren separat betrachtet werden. Zur Bestimmung der Dämpfungsgrade wurde wieder auf die in Abschnitt 2.3.2 (S. 23) und Abschnitt 6.3.1 (S. 133) beschriebenen Methoden zurückgegriffen.

### 6.2.2.1 Aktoreinflüsse

In der Literatur sind verschiedene Möglichkeiten der Schwingungsanregung zu finden (vgl. Tab. 6.3). Grundsätzlich kann zwischen folgenden Anregungsarten unterschieden werden: solchen, die bei der Schwingungsmessung weiterhin mit der Struktur verbunden sind (berührend), und solchen, welche nach der Anregung keinen Kontakt mehr zur Struktur aufweisen (berührungslos).

Tab. 6.3: In der Literatur verwendete Aktoren für die Dämpfungsmessung

<p><b>Aktoren für eine berührende Anregung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Shaker (EIBELSHÄUSER 1990; GEISLER 2010; WISSBROCK 1985)</li> <li>• elektrohydraulischer Relativanreger (PRÖSSLER 1981)</li> </ul>
<p><b>Aktoren für eine berührungslose Messung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Impulsanregung (MENSE 2010; PETUELLI 1983; RICHTER 2012)</li> <li>• Abschneiden eines Gewichtes (MÜLLER-VOGT 1959)</li> <li>• elektromagnetischer Krafterreger (EBERLE 1980; KLUMPERS 1980)</li> <li>• Anregung durch Luftschall (SCHIERLING 1985)</li> </ul>

Ein typischer Vertreter der berührenden Anregung ist beispielsweise ein Shaker (elektrodynamischer Schwingkrafterreger), der über einen Stößel mit der Struktur verbunden ist (vgl. Abb. 6.10a, S. 130). Eine Alternative stellt ein Inertialaktor dar, der direkt mit der Struktur verschraubt wird (vgl. Abb. 6.10b, S. 130).

Die durchgehende Anbindung erlaubt die Aufschaltung beliebiger harmonischer Anregungssignale, um gezielt Energie bei bestimmten Frequenzen in die Struktur einzubringen. Für eine berührungslose Schwingungsmessung wird für gewöhnlich ein Impulshammer eingesetzt, der lediglich eine spektrale Anregung zulässt.

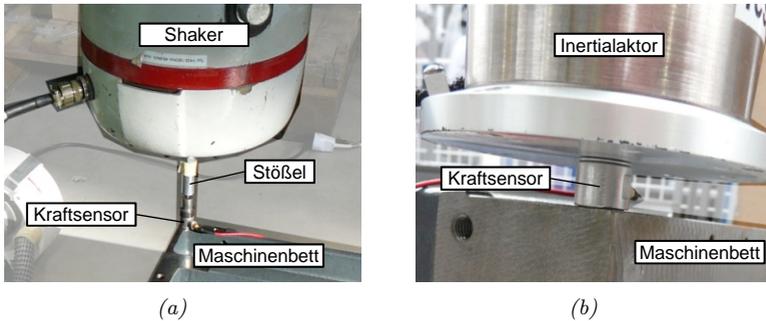


Abb. 6.10: Aktoranbindungen an eine Maschinenstruktur: für einen Shaker (a) und für einen Inertialaktor (b)

**Aktoreinfluss beim Versuchsbalken** Um den Dämpfungseinfluss der berührenden Anregung gegenüber der vollständig berührungslosen Schwingungsmessung zu vergleichen, wurde der Versuch mit Versuchsaufbau 1 in Abb. 6.3 (S. 122) auch mit einem Inertialaktor (SA-10 von CSA Engineering) und einem Shaker (V455/6 von Ling Dynamic Systems GmbH) durchgeführt. Als Anregungssignal diente ein linearer Sweep (Inertialaktor: Anregungsspannung von 0.15 V im Bereich 200–300 Hz, Shaker: Anregungsspannung von 0.2 V im Bereich 150–350 Hz), wobei die Schwingungsantwort wieder mit einem Vibrometer erfasst wurde. Die Dämpfungsgrade aus fünf Wiederholungsmessungen für die drei Anregungsarten sind in Abb. 6.11 einander gegenübergestellt. Aufgrund der Aktoranbindung verschiebt sich die Eigenfrequenz vom ersten Versuchsaufbau von 264 Hz auf 240 Hz beim Inertialaktor und auf 249 Hz beim Shaker. Da nach den vorangegangenen Untersuchungen die Dämpfung eines Stahlbalkens frequenzunabhängig ist, kann dieser Einfluss vernachlässigt werden. Um lediglich den Montageeinfluss des Inertialaktors bzw. des Shakers zu sehen, wurde die Federaufstellung der ersten Messung beibehalten. Der Balken der Impulsanregung ist in Abb. 6.11 nicht mehr zu erkennen, da die Dämpfungsgrade eine Größenordnung kleiner als die der Inertialaktoranregung sind. Die großen Unterschiede in den Dämpfungsgraden machen deutlich, dass

die berührende Form der Anregung für Dämpfungsuntersuchungen an einem Stahlbalken, wie er hier verwendet wird, ungeeignet ist.

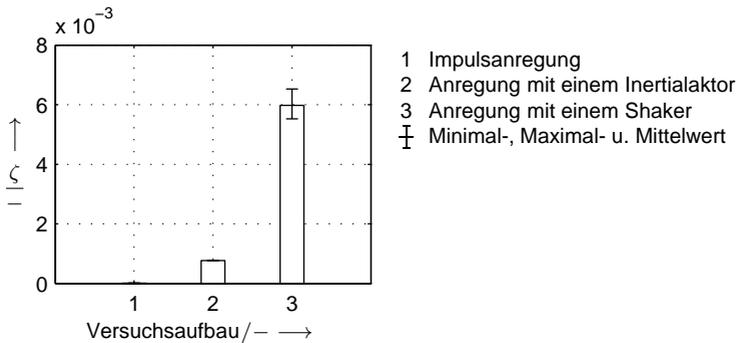


Abb. 6.11: Einfluss verschiedener Aktoren auf den Dämpfungsgrad der ersten Biegemode des Versuchsbalkens

**Aktoreinfluss bei großen Strukturen** Zur Untersuchung des Aktoreinflusses bei großen Strukturen wurde der Montagezustand MZ A (Maschinenbett auf Kugeln mit Führungsschienen und einem Lagerbock) in Tab. A.2 (S. 211) betrachtet. Werden die Dämpfungsgrade der verschiedenen Anregungsarten für diesen Montagezustand miteinander verglichen (Abb. 6.12), ist ein Einfluss zwar für alle betrachteten Moden erkennbar, jedoch gestaltet er sich nicht so gravierend wie für den Versuchsbalken. Auch bei diesen Versuchen wurde fünf Mal gemessen, wobei die Aktoren für jede Messung erneut montiert wurden.

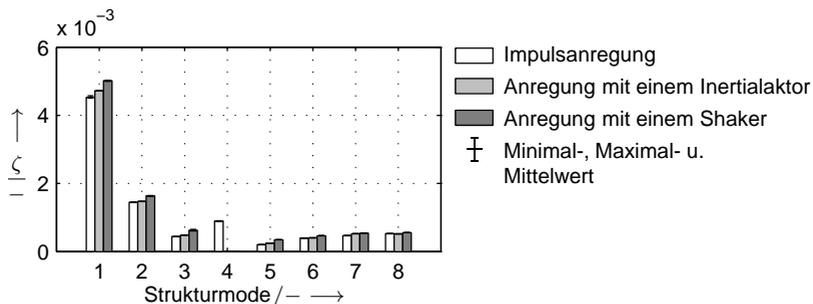


Abb. 6.12: Einfluss verschiedener Aktoren auf die Dämpfungsgrade einer Maschinenstruktur (Montagezustand MZ A: Maschinenbett auf Kugeln inklusive von zwei montierten Führungsschienen und einem Lagerbock)

Die Aufstellung der Maschinenstruktur wurde dabei nicht verändert. Die Dämpfungsgrade der 4. Mode konnten aufgrund eines großen Rauschanteils sowohl für die Inertialaktor- wie auch die Shakermessung nicht ausgewertet werden.

### 6.2.2.2 Sensoreinflüsse

Auch für die Sensoren kann zwischen berührenden und berührungslosen Sensoren zur Schwingungsmessung unterschieden werden. Eine Übersicht über die in der Literatur aufgeführten Sensoren ist in Tab. 6.4 gegeben.

Tab. 6.4: In der Literatur verwendete Sensoren für die Dämpfungsmessung

---

<b>Sensoren für eine berührende Messung</b>
• angeschraubter Beschleunigungssensor (SCHMIDT 1995)
• mit Gewindestiften befestigter Beschleunigungssensor (GROTH 1972)
<b>Sensoren für eine berührungslose Messung</b>
• kapazitive Wegaufnehmer (SCHAIBLE 1976)
• induktive Wegaufnehmer (ISPAYLAR 1996)
• Laser-Doppler-Vibrometer (BOGRAD ET AL. 2008)

---

Beschleunigungssensoren als Vertreter der berührenden Sensoren werden entweder an die Struktur angeschraubt oder mit Wachs bzw. Magneten an der Struktur befestigt, wobei in der Literatur in den seltensten Fällen die Anbringungsart genau spezifiziert ist. Für eine berührungslose Messung werden Laser-Doppler-Vibrometer oder induktive bzw. kapazitive Wegaufnehmer eingesetzt. Um den Einfluss eines berührenden Sensors gegenüber einem berührungslosen Sensor darzustellen, wurde der Balkenversuch auf Federn (Abb. 6.3, S. 122: Versuchsaufbau 1) wieder als Referenz verwendet. Abb. 6.13 veranschaulicht den Dämpfungseinfluss eines Haftmagneten im Vergleich zur Messung mit einem 1D-Laser-Doppler-Vibrometer. Um lediglich die Streuungen des Haftmagneten zu sehen, wurde für die fünf durchgeführten Wiederholungsmessungen der Sensor jedes Mal neu angebracht, jedoch die Federaufstellung nicht verändert. Bei der berührenden Messung sind die Dämpfungsgrade doppelt so groß wie für die berührungslose Messung. Gleichermaßen treten mit der berührenden Messung deutlich größere Streuungen auf. Der Vergleich veranschaulicht, dass selbst Haftmagnete die Messung verfälschen können. Um den Dämpfungseinfluss bei einem deutlich größeren Dämpfungsniveau zu sehen, wurde das gleiche Experiment für den Montagezustand MZ A der Maschinenstruktur (vgl. Tab. A.2, S. 211) durchgeführt. Aus dem Vergleich der Dämpfungsgrade wird deutlich, dass kein Dämpfungszuwachs mit der berührenden Messung im Vergleich zur berührungslosen Messung festzustellen ist (siehe Abb. 6.14).

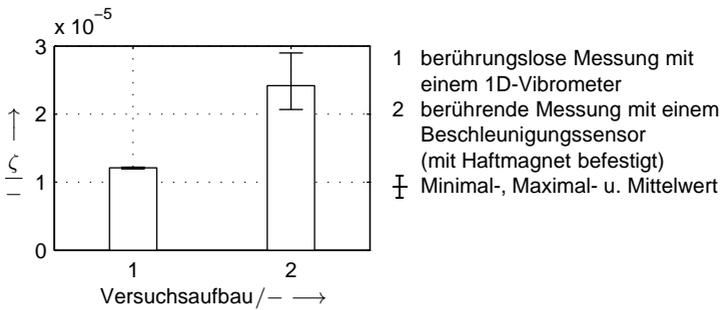


Abb. 6.13: Einfluss einer Magnetbefestigung auf den Dämpfungsgrad der ersten Biegemode des Versuchsbalkens

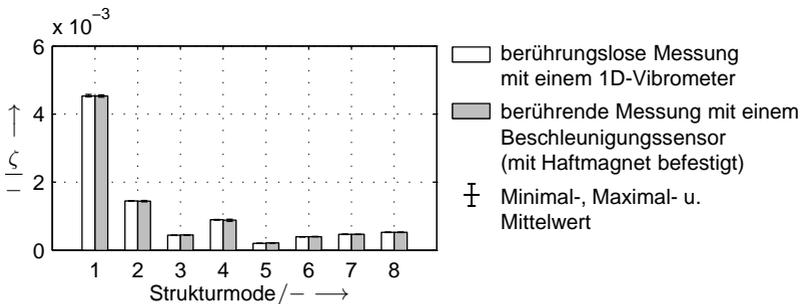


Abb. 6.14: Einfluss einer Magnetbefestigung auf die Dämpfungsgrade einer Maschinenstruktur (Montagezustand wie in Abb. 6.12)

## 6.3 Messdatenauswertung

### 6.3.1 Identifikation kleiner Dämpfungsgrade

Neben dem Versuchsaufbau kann auch die Signalauswertung das Ergebnis der Dämpfungsgradermittlung verfälschen, wie bereits in NIEHUES & ZÄH (2012) dargestellt. Für sehr kleine Dämpfungsgrade besteht das Problem, dass die gemessene Frequenzauflösung nicht ausreicht, um die Halbwertsbreitenmethode anzuwenden. Der Effekt wird zunächst an einem einfachen Beispiel verdeutlicht. Anschließend wird eine Methode vorgestellt, mit der die Frequenzauflösung künstlich erhöht werden kann. Die Wirkungsweise wird an generierten Signalen sowie realen Messdaten demonstriert.

## 6.3.1.1 Problemstellung

Zur Veranschaulichung der Problemstellung soll zunächst die Ausschwingkurve eines Lagerbocks dienen, die nach zwei Sekunden von einem Rauschen überlagert wird (Abb. 6.15a).

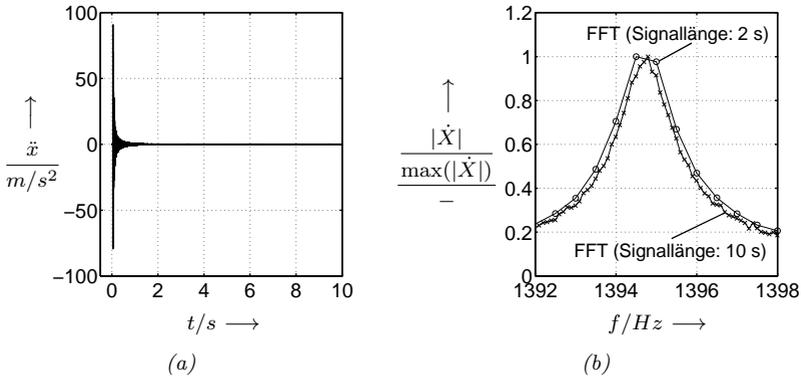


Abb. 6.15: Ausschwingkurve eines Lagerbocks (a) und ihre Fourier-Transformierte für eine Signallänge von 2 bzw. 10 s im Bereich einer Strukturmode (b)

Soll zur Dämpfungsgradbestimmung die Halbwertsbreitenmethode (vgl. Abschnitt 2.3.2, S. 23) eingesetzt werden, muss das Zeitsignal zunächst in den Frequenzbereich überführt werden. Indem statt einer FRF lediglich das Geschwindigkeitsspektrum verwendet wird (VDI 3830-5 2005), können zusätzliche Rauscheinflüsse aus dem Kraftsignal vermieden werden. Unter Verwendung der gesamten Zeitlänge ergibt sich eine stark verrauschte Resonanzamplitude (vgl. Abb. 6.15b), die für eine weitere Auswertung ungeeignet ist. Wird dagegen nur eine Zeitlänge von zwei Sekunden ausgewertet, reicht die Frequenzauflösung nicht aus, die Resonanzamplitude fehlerfrei abzubilden. Da die Halbwertsbreitenmethode die maximale Amplitude benötigt, können in beiden Fällen keine gesicherten Dämpfungsgrade bestimmt werden. Der Fehler, der dadurch entsteht, dass die Resonanzamplitude nicht korrekt abgebildet wird, soll an einem synthetisierten Signal quantifiziert werden. Dafür wurde aus der betrachteten Mode ein modaler Ein-Massen-Schwinger generiert und eine zunächst rauschfreie Impulsantwort erzeugt. Als Dämpfungsgrad wurde ein Wert von 0.05 % angenommen. Indem die Zeitlänge der Impulsantwort zwischen 2 und 20 Sekunden variiert wurde, konnten Frequenzspektren mit einer Frequenzauflösung zwischen 0.5 Hz und 0.05 Hz erzeugt werden. In Abb. 6.16a sind die Spektren für die Grenzwerte gezeigt. Während mit einer Frequenzauflösung von 0.5 Hz die Resonanzamplitude nicht abgebildet werden

kann, kann mit einer Frequenzauflösung von 0.05 Hz auf die tatsächliche Amplitude geschlossen werden. Werden die Dämpfungsgrade anhand der Spektren mithilfe der Halbwertsbreitenmethode berechnet, ergeben sich die relativen Fehler zum Referenzwert entsprechend Abb. 6.16b in Abhängigkeit von der Frequenzauflösung. Je nach Frequenzauflösung kann hier ein maximaler Fehler von 12 % auftreten, der erst mit kleiner werdender Frequenzauflösung gegen einen vernachlässigbaren Fehler konvergiert.

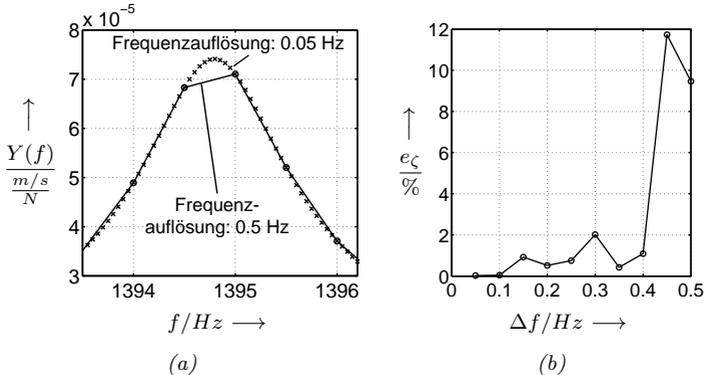


Abb. 6.16: Resonanzamplituden bei unterschiedlicher Frequenzauflösung (a) und der Fehlereinfluss auf die Dämpfungsgradbestimmung mithilfe der Halbwertsbreitenmethode (b) am Beispiel eines synthetisierten Ein-Massen-Schwingers (basierend auf den modalen Messdaten aus Abb. 6.15)

Um die Resonanzamplitude korrekt abzubilden, ist daher eine ausreichende Messzeit notwendig, welche jedoch wiederum durch das Rauschniveau begrenzt wird. Die fehlerhafte Dämpfungsgradbestimmung lässt sich somit auf eine unzureichende Frequenzauflösung zurückführen.

### 6.3.1.2 Erhöhung der Frequenzauflösung

Um eine ausreichende Frequenzauflösung zu erreichen, stehen verschiedene modellbasierte und messdatenbasierte Möglichkeiten zur Verfügung. Beispielsweise kann ein Circle-Fit-Verfahren in der komplexen Zahlenebene oder ein modellgestützter nichtlinearer Fit am Amplitudenfrequenzgang angewendet werden (GROSSMANN ET AL. 2012a, b). Lediglich auf Messdaten basierende Methoden beruhen auf der Berechnung von Spektren verschiedener Zeitlängen, deren Spektrallinien superponiert werden (BOUSMAN & WINKLER 1981). Durch das Anhängen von Nullen kann die Zeitlänge ebenfalls künstlich erhöht werden (VERDUN ET AL. 1988).

Eine einfache Alternative basiert auf der Auswertung einer Ausschwingkurve, mit der für jede Resonanzamplitude ein Spektrum mit einer geforderten Frequenzauflösung berechnet werden kann. Die Berechnungsvorschrift dieses Spektrums soll im Folgenden hergeleitet werden:

Die Umwandlung eines diskreten Zeitsignals in den Frequenzbereich beruht auf der diskreten Fourier-Transformation (DFT)

$$G(f_i) = \frac{1}{N} \sum_{\tilde{n}=0}^{\tilde{N}-1} g(t_{\tilde{n}}) e^{-i \frac{2\pi \tilde{n} l}{N}}, \quad (6.5)$$

welche üblicherweise als rechenzeiteffiziente Fast-Fourier-Transformation (FFT) implementiert ist (RANDALL 1987). Gl. 6.5 erzeugt ein zweiseitiges Frequenzspektrum, welches zum Nullpunkt der Frequenzachse symmetrisch ist. Da in der Praxis nur positive Frequenzen relevant sind, wird zur Erhaltung des Energieinhaltes das Spektrum an der y-Achse gespiegelt, indem das Spektrum (außer bei  $f = 0 \text{ Hz}$ ) mit 2 multipliziert wird. Die obere Grenze des nutzbaren Frequenzspektrums wird durch das Abtasttheorem

$$f_{\text{Signal}} = \frac{f_{\tilde{a}}}{2} \quad (6.6)$$

festgelegt (SHANNON 1998). Die Abtastung eines Zeitsignals mit der Abtastfrequenz  $f_{\tilde{a}}$  erzeugt periodische Antwortspektren, welche sich ohne Beachtung von Gl. 6.6 überlagern können und somit die Amplituden verfälschen (*Aliasing-Effekt*). Da i. d. R. auch höhere Frequenzen als die nutzbare Frequenz im Signal enthalten sind, sollte deutlich höher, als in Gl. 6.6 gefordert, abgetastet werden oder das Signal durch einen analogen Tiefpassfilter auf die nutzbare Frequenz  $f_{\text{Signal}}$  beschränkt werden.

Die Zeitlänge des Signals definiert zwei weitere Einflüsse: Da die Fourier-Transformation das Zeitsignal als periodisches Signal auffasst, darf zwischen dem Anfang und dem Ende des Zeitsignals kein Sprung auftreten. Wird dies bei der Wahl des Zeitfensters nicht beachtet, entstehen im Spektrum Seitenbänder, welche die Amplituden verfälschen. Dieser Effekt wird als *Leakage* bezeichnet. Zudem bestimmt die Länge des Zeitsignals  $\hat{T}$  die kleinste Frequenz, deren Periodendauer gerade noch im Zeitfenster erfasst werden kann. Diese Frequenz ist die kleinste unterscheidbare Frequenz im Zeitsignal und definiert damit die Frequenzauflösung:

$$\Delta f = \frac{1}{\hat{T}}. \quad (6.7)$$

Wie zuvor gezeigt, wird die maximale Messzeit einer abklingenden Schwingungsantwort jedoch durch das Rauschlevel begrenzt. Das Rauschlevel ist dabei vom verwendeten Messequipment abhängig. Damit entsteht eine definierte

Frequenzauflösung, welche die Resonanzamplituden nur unzureichend abbildet. Ist dagegen die Messzeit unendlich, entsteht ein kontinuierliches Spektrum  $G(f)$  (RANDALL 1987):

$$G(f) = \sum_{\tilde{n}=-\infty}^{\infty} g(t_{\tilde{n}}) e^{-i2\pi f t_{\tilde{n}}}. \quad (6.8)$$

Wird davon ausgegangen, dass das System vor der Anregung in Ruhe ist und nach der Anregung in endlicher Zeit ausschwingt, konvergiert die Summe in Gl. 6.8 für nur wenige Summanden, so dass wiederum gilt (RABINER ET AL. 1969):

$$G(f) = \sum_{\tilde{n}=1}^{\tilde{N}} g(t_{\tilde{n}}) e^{-i2\pi f t_{\tilde{n}}}. \quad (6.9)$$

Gl. 6.9 basiert auf der Chirp-Z-Transformation (CZT). Damit kann ohne Verlust der Allgemeingültigkeit ein kontinuierliches Spektrum durch ein begrenztes Zeitsignal erzeugt werden. Das endgültige Amplitudenspektrum für die Frequenzlinien  $f_i$  lässt sich somit für ein begrenztes Zeitsignal und  $\tilde{N}$  Abtastwerten mit

$$\hat{G}(f_i) = 2G(f_i) = 2 \frac{1}{\tilde{N}} \sum_{\tilde{n}=1}^{\tilde{N}} g(t_{\tilde{n}}) e^{-i2\pi f_i t_{\tilde{n}}} \quad (6.10)$$

berechnen. In Gl. 6.10 ist die Spiegelung des Spektrums bereits berücksichtigt. Der Term  $1/\tilde{N}$  ist nötig, um das Signal entsprechend auf die Signallänge zu skalieren. Die Frequenzlinien können so nah wie nötig gelegt werden, um die Resonanzamplitude fehlerfrei abzubilden. Um die Genauigkeit der Halbwertsbreitenmethode weiter zu steigern, können die Halbwertspunkte zusätzlich über eine lineare Interpolation zwischen zwei Stützpunkten des Spektrums ermittelt werden.

### 6.3.1.3 Anwendung auf verrauschte Signale

Um die Wirkungsweise der Methode zu demonstrieren, werden die Dämpfungsgrade für verschiedene Signale mithilfe der Halbwertsbreitenmethode bestimmt, wobei die Spektren zum einen mit der FFT und zum anderen mit der CZT erzeugt werden. Da in der Praxis die Signale stets verrauscht sind, sollen Signale verschiedener Rauschlevels ausgewertet werden. Als Demonstrationsbeispiel dient erneut das zuvor synthetisierte Signal des Ein-Massen-Schwingers, welches mit einem unterschiedlich starken weißen Rauschsignal überlagert ist (vgl. Abb. 6.17a, c, e, S. 138).

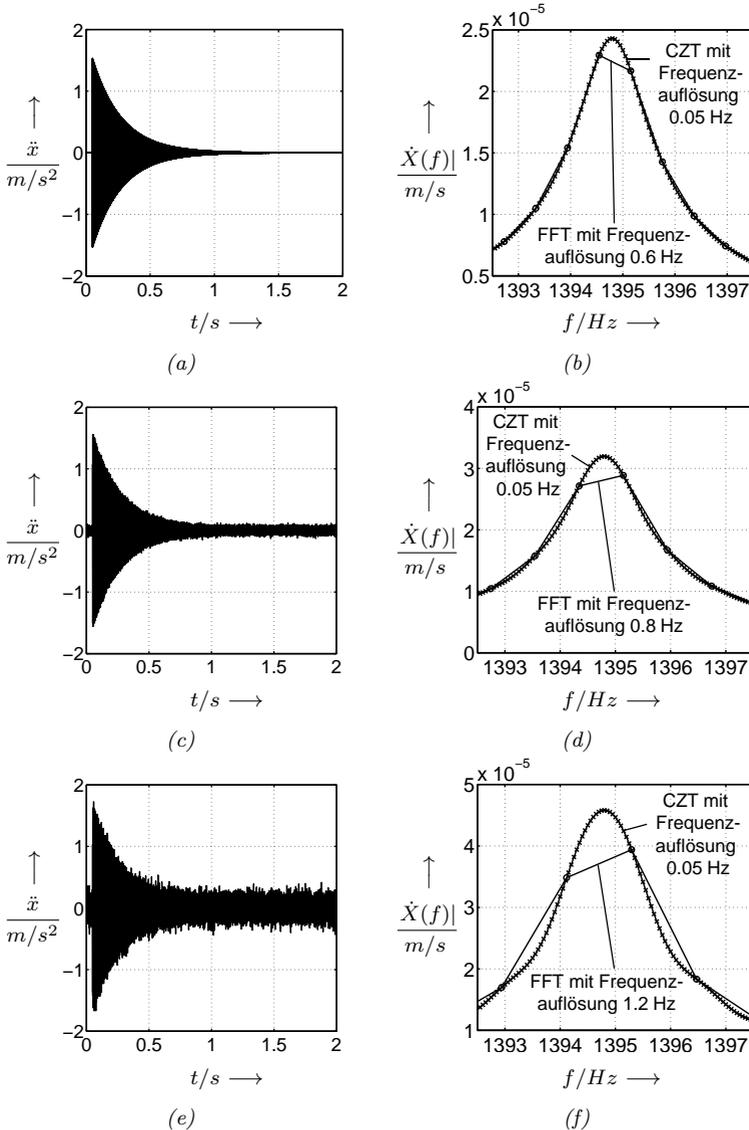


Abb. 6.17: Impulsantworten eines EMS mit unterschiedlich stark überlagertem Rauschen (a,c,e) und deren Geschwindigkeitsspektren (b,d,f), erzeugt mithilfe einer FFT bzw. einer CZT (die verwendete Messzeit ist abhängig vom Rauschlevel)

Das Rauschsignal wurde mithilfe von Matlab generiert. Seine Intensität wurde über die Impedanz variiert. Die Leistung des Rauschsignals entspricht 1 dBW. Das so überlagerte Schwingungssignal wurde anschließend über eine FFT bzw. über die CZT in den Frequenzbereich überführt. Mithilfe einer Integration im Frequenzbereich wurden die entsprechende Geschwindigkeitsspektren erzeugt (Abb. 6.17b, d, f). Die dafür verwendeten Zeitsignale wurden dabei jedes Mal auf die Messzeit  $T_N$  begrenzt, bei der das Schwingungssignal vom Rauschsignal vollständig überlagert wird. Für die FFT ist die Frequenzauflösung somit entsprechend Gl. 6.7 (S. 136) festgelegt. Für das Spektrum, basierend auf der CZT, wurde eine Frequenzauflösung von  $\Delta f = 0.05 \text{ Hz}$  ausgewählt, da mit dieser Frequenzauflösung die Resonanzamplituden ausreichend abgebildet sind. Tab. 6.5 fasst die eingestellten Parameter zusammen und gibt zudem die Dämpfungsgrade  $\zeta_{FFT}$  und  $\zeta_{CZT}$  wieder, die sich aus der Anwendung der Halbwertsbreitenmethode auf die verschiedenen Spektren ergeben. Die relativen Fehler  $e_{FFT}$  und  $e_{CZT}$  beziehen sich auf den Referenzwert von  $\zeta = 5.0 \times 10^{-4}$ .

Tab. 6.5: Einfluss des Rausch-Levels auf die Dämpfungsgradbestimmung basierend auf einer FFT und einer CZT (Referenzwert:  $\zeta = 5.0 \times 10^{-4}$ )

Signal	Imp./ $\Omega$	$\hat{T}/s$	$\zeta_{FFT}/-$	$\zeta_{CZT}/-$	$e_{FFT}/\%$	$e_{CZT}/\%$
Abb. 6.17a	$10^{-6}$	1.65	$5.71 \times 10^{-4}$	$5.00 \times 10^{-4}$	14.2	< 0.1
Abb. 6.17c	$10^{-3}$	1.25	$6.57 \times 10^{-4}$	$5.02 \times 10^{-4}$	31.4	0.4
Abb. 6.17e	$10^{-2}$	0.85	$8.28 \times 10^{-4}$	$5.54 \times 10^{-4}$	65.6	10.7

Für die Signale aus Abb. 6.17a und Abb. 6.17c führt die Anwendung der FFT auf einen Dämpfungsgradfehler  $\zeta_{FFT}$  von bis zu 31.4 %. Durch die künstliche Erhöhung der Frequenzauflösung mithilfe der CZT bleibt der Fehler  $\zeta_{CZT}$  unter 1 % und damit vernachlässigbar gering (vgl. Tab. 6.5). Wird jedoch das Rauschen zu groß, wie im Falle des Signals aus Abb. 6.17e, tritt ein deutlich größerer Fehler von knapp 11 % auf. Damit lässt sich festhalten, dass mithilfe einer CZT die Genauigkeit der Dämpfungsgradbestimmung im Gegensatz zur FFT zwar deutlich gesteigert werden kann, jedoch ein Fehler durch einen zu hohen Rauschanteil im Signal nicht vollständig kompensierbar ist. Als Indiz für die eingeschränkte Gültigkeit bietet sich die Betrachtung des Spektrums an. Bei einem zu großen Rauschen weicht das Spektrum der CZT an den Flanken von dem typischen Verlauf einer Resonanzamplitude ab (Abb. 6.17f).

### 6.3.1.4 Anwendung bei größeren Dämpfungsgraden

Bei größeren Dämpfungsgraden und geringem Rauschlevel ist die Frequenzauflösung der FFT in der Regel ausreichend, um die Resonanzamplitude in

geeigneter Weise abzubilden. In diesem Fall führen unterschiedliche Verfahren zum gleichen Ergebnis. Um dies zu zeigen, wurden die Dämpfungsgrade des Montagezustandes MZ A entsprechend Tab. A.2 (S. 211) basierend auf der FFT und der CZT bestimmt. Da die PolyMax-Methode eine Standardauswertemethode darstellt (vgl. Abschnitt 2.3.2, S. 23), soll diese in den Vergleich einbezogen werden. Für die Anwendung der PolyMax-Methode wurde auf die kommerzielle Software LMS Test.Lab<sup>®</sup> zurückgegriffen. In Tab. 6.6 sind die Dämpfungsgrade für drei Moden gegenübergestellt, die mit den drei verschiedenen Auswerteverfahren basierend auf denselben Messdaten bestimmt wurden.

Tab. 6.6: Vergleich der Dämpfungsgrade verschiedener Auswerteverfahren (für den Montagezustand entsprechend Abb. 6.12 (S. 131) mit  $\zeta_{CZT}$  als Referenz)

Mode	$f/Hz$	$\zeta_{CZT}/-$	$\zeta_{FFT}/-$	$\zeta_{LMS}/-$	$e_{FFT}/\%$	$e_{LMS}/\%$
1	154.8	$4.6 \times 10^{-3}$	$4.6 \times 10^{-3}$	$4.4 \times 10^{-3}$	< 0.1	2.8
3	287.4	$4.4 \times 10^{-4}$	$4.5 \times 10^{-4}$	$4.7 \times 10^{-4}$	2.1	6.2
5	370.3	$2.0 \times 10^{-4}$	$2.1 \times 10^{-4}$	$1.5 \times 10^{-4}$	3.2	33

Um einen Fehler bzw. eine Abweichung angeben zu können, wurden die Dämpfungsgrade  $\zeta_{CZT}$  als Referenz verwendet. Aufgrund des erhöhten Dämpfungsgrades werden bei der Mode 1 mit den unterschiedlichen Auswerteverfahren in etwa die gleichen Dämpfungsgrade berechnet. Bei der Mode 3 und Mode 5 sind die Dämpfungsgrade um eine Zehner-Potenz kleiner. Hier gehen die berechneten Dämpfungsgrade deutlich auseinander. In diesem Fall muss entschieden werden, welchem Auswerteverfahren mehr vertraut wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass bei kleinen Dämpfungsgraden, bei denen bei der Auswertung die Problematik der Frequenzauflösung besteht, stets eine Auswertung über die CZT die genauesten Dämpfungsgrade liefert.

### 6.3.1.5 Praktische Hinweise

Bei realen Systemen sind in einer Ausschwingkurve stets mehrere Eigenfrequenzen enthalten, welche in der Regel ganz unterschiedliche Dämpfungsgrade aufweisen. Für eine gesicherte Dämpfungsgradbestimmung ist daher grundsätzlich eine modenspezifische Auswertung zu empfehlen. Auf einige Besonderheiten soll im Folgenden noch einmal eingegangen werden: Um unnötigen Rechenaufwand zu vermeiden, ist es sinnvoll, die Frequenzauflösung nur bei den Moden gezielt zu erhöhen, bei denen die Resonanzamplitude unzureichend abgebildet ist. Grundsätzlich sollte die Ausschwingkurve stets solange aufgezeichnet werden, bis das Nutzsignal vom Rauschen überlagert wird. Da höher gedämpfte Moden im Zeitsignal jedoch schneller abklingen, kann es manchmal nützlich

sein, die Signallänge gezielt zu verkürzen, um den Rauschanteil für diese Moden zu reduzieren. Im Falle des Balkens auf Federn ist beispielsweise die erste Mode extrem schwach gedämpft, wohingegen die höheren Moden stärker gedämpft sind. Damit ist die erste Mode deutlich länger im Zeitsignal enthalten als die höheren Moden. Wird das Zeitsignal auf die Messzeit beschränkt, bei der die höheren Moden abgeklungen sind, kann die Qualität der Resonanzamplituden gesteigert werden. Im Spektrum der erste Mode tritt zwar Leakage auf, jedoch hat dieses keinen Einfluss auf die höheren Moden. Wenn nötig, kann dann die Frequenzauflösung für die höheren Moden mithilfe der CZT wieder gezielt gesteigert werden.

### 6.3.2 Dämpfungsgradbestimmung bei Nichtlinearitäten

Wie dem Kapitel zum Stand der Technik entnommen werden kann, können bei Werkzeugmaschinen Nichtlinearitäten im Dämpfungsverhalten auftreten (SABOTKE 1988; SCHMIDT 1995). Dabei ergibt sich das Problem, dass die Dämpfungsgrade abhängig von der Amplitude sind (DIETERLE 1981) und lineare Auswertemethoden ihre Gültigkeit verlieren. Um nichtlineare Modelle zu vermeiden, sollten die Nichtlinearitäten in Form von Dämpfungsgradbereichen berücksichtigt werden. Ausgehend von bestehenden Ansätzen zur Behandlung von Nichtlinearitäten wird eine einfache Auswertemethode zur Abschätzung derartiger Wertebereiche vorgestellt. Zudem erlaubt die Methode, auf die Art der Nichtlinearität zu schließen, welches an synthetisierten EMS-Signalen demonstriert wird.

#### 6.3.2.1 Ansätze zur Behandlung von Nichtlinearitäten

In Frequenzgängen signalisieren nach links oder rechts geneigte Resonanzamplituden die Anwesenheit von Nichtlinearitäten, welche u. a. durch nichtlineare Steifigkeiten oder nichtlineare Reibeffekte hervorgerufen werden (EWINS 1984; MEYER 2003; SABOTKE 1988). Eine nichtlineare Resonanzamplitude, die beim Montagezustand des Maschinenbettes und des Werkstücktisches (mit Führungsschuhen ohne KGT) auf Federn auftritt, illustriert Abb. 6.18a (S. 142). Die kleine Amplitude an der Seite repräsentiert in diesem Fall keine Eigenfrequenz, sondern vielmehr einen Scheinpeak, der aus einer Nichtlinearität resultiert (SABOTKE 1988). Ein ähnlicher Verlauf kann für den Frequenzgang eines Ein-Massen-Schwingers erzeugt werden (vgl. Abb. 6.18b, S. 142), bei dem die Reibkraft eines Dahl-Modells hinterlegt ist (vgl. Abschnitt 2.4.4, S. 37). Um derartige nichtlineare Modelle zu parametrieren, werden üblicherweise spezielle

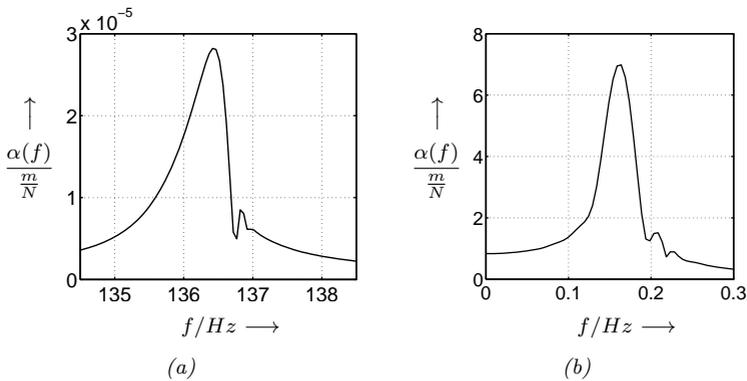


Abb. 6.18: Nichtlineare Mode für den Montagezustand Bett mit Lagerböcken, Führungsschienen und Werkstücktisch auf Federn (a) und FRF eines Ein-Massen-Schwingers mit einem hinterlegten Dahl-Modell (b)

Prüfstände verwendet, womit die nichtlinearen Effekte gezielt untersucht werden können (vgl. Abschnitt 2.4, S. 30). Da jedoch im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine nichtlinearen Modelle gefunden werden sollen, sind derartige Untersuchungen hier nicht zielführend. Auswertemethoden zur Detektion und Quantifizierung von Nichtlinearitäten, wie die Hilberttransformation oder die Berechnung von Klirrfaktoren, setzen eine harmonische Daueranregung voraus (GEISLER 2010; SABOTKE 1988). Hierfür sind jedoch wieder Aktoren wie Shaker oder Inertialaktoren notwendig, welche das Dämpfungsverhalten beeinflussen können (vgl. Abschnitt 6.2.2, S. 129). Diese Methoden sind daher ebenfalls ungeeignet. Werden lineare Auswertemethoden, wie die Halbwertsbreitenmethode, auf die Signale in Abb. 6.18a angewandt, können bestenfalls Schätzwerte für die Dämpfungsgrade bestimmt werden, welche von der Länge des ausgewerteten Signals abhängig sind. Da keine der hier erwähnten Auswertemethoden zur Behandlung von Nichtlinearitäten angewendet werden kann, bedarf es einer neuen Auswertemethode, womit Dämpfungsgradbereiche für jede Mode abgeschätzt werden können.

### 6.3.2.2 Identifikation von Dämpfungsgradbereichen

**Alternativer Ansatz** Eine Methode zur Untersuchung von Nichtlinearitäten sollte prinzipiell drei Aufgaben erfüllen (LIN 1990):

- Die Nichtlinearität detektieren,
- ihr Ausmaß quantifizieren und

- ihren physikalischen Charakter identifizieren.

Übertragen auf die Bestimmung von Dämpfungsgraden lassen sich diese Kriterien wie folgt interpretieren: Werden amplitudenabhängige Dämpfungsgrade identifiziert, liegen Nichtlinearitäten vor. Der dabei auftretende Dämpfungsgradbereich bei einer Mode quantifiziert das Ausmaß der Nichtlinearität. Besitzt der Bereich zudem eine bestimmte Charakteristik, kann möglicherweise auf den physikalischen Charakter der Nichtlinearität geschlossen werden. Um diese Kriterien zu erfüllen, ist lediglich die Auswertung einer einzigen Ausschwingkurve im Zeitbereich notwendig. In der Ausschwingkurve sind bedingt durch das Abklingverhalten unterschiedliche Amplituden enthalten. Werden diese Amplituden über der Zeit mithilfe des logarithmischen Dekrements ausgewertet (vgl. Abschnitt 2.3.2, S. 23), können Dämpfungsgrade in Abhängigkeit der Amplitude bestimmt werden. Auf die genaue Vorgehensweise soll im Folgenden eingegangen werden.

**Extrahieren einer Mode aus einer Ausschwingkurve** Damit das logarithmische Dekrement auf MDOF-Systeme angewendet werden kann, muss das Zeitsignal zunächst gefiltert werden. Damit kann die Impulsantwort einer einzigen Mode aus der Ausschwingkurve extrahiert werden. Hierfür bietet sich ein digitaler Bandpassfilter mit sehr steilen Flanken an (NIEHUES ET AL. 2012). Die Übertragungsfunktion eines derartigen Filters ist in Abb. 6.19a bildlich veranschaulicht. Die Messdaten basieren auf dem Montagezustand MZ B des Versuchsträgers entsprechend Tab. A.2 (S. 211). Um die Steilheit der Flanken zu erreichen, wurde eine Filterordnung von 4500 gewählt.

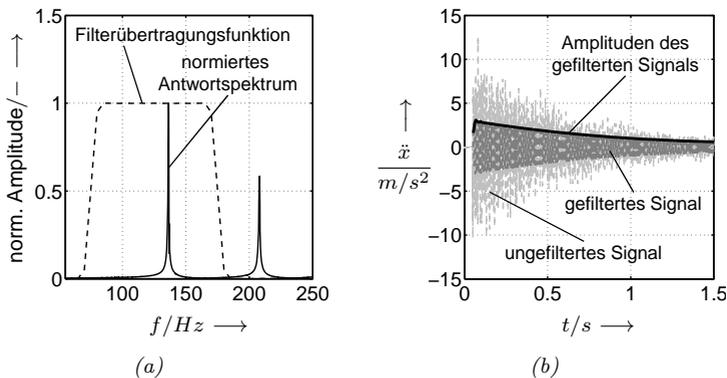


Abb. 6.19: Separieren einer einzelnen Mode mithilfe eines Bandpassfilters

Das gefilterte Zeitsignal ist zusammen mit dem Ausgangssignal (ungefiltertes

Signal) in Abb. 6.19b (S. 143) wiedergegeben. Die schwarze Linie symbolisiert die Amplituden des gefilterten Signals. Im Gegensatz zum ungefilterten Signal enthält das gefilterte Signal nur noch eine dominante Frequenz. Zu Beginn des gefilterten Signals ist zunächst ein Anstieg der Amplituden zu beobachten (schwarze Linie). Dies ist durch das Abschneiden der Seitenbänder des Resonanzpeaks bedingt. Je schmaler die Grenzen des Filters gesetzt werden, umso weniger Frequenzen stehen für eine Abbildung der Impulsantwort zur Verfügung und umso ungenauer kann der vordere Bereich der Impulsantwort abgebildet werden. Die Filtergrenzen sollten daher ein möglichst großes Frequenzband aufspannen.

**Detektieren der Nichtlinearität** Nachdem die Ausschwingkurve nur noch eine Frequenz enthält, lassen sich die Amplituden der Ausschwingkurve weiter auswerten. Werden die Amplituden der abklingenden Ausschwingkurve logarithmiert aufgetragen, sollte im linearen Fall (also bei einer exponentiellen Ausschwingkurve) eine Gerade vorliegen. Treten Abweichungen von einer Geraden auf, ist dies als ein Indiz für eine mögliche Nichtlinearität zu sehen (EN ISO 6721-1 2002). In Abb. 6.20a sind die Amplituden des gefilterten Signals aus Abb. 6.19b (S. 143) logarithmisch aufgetragen.

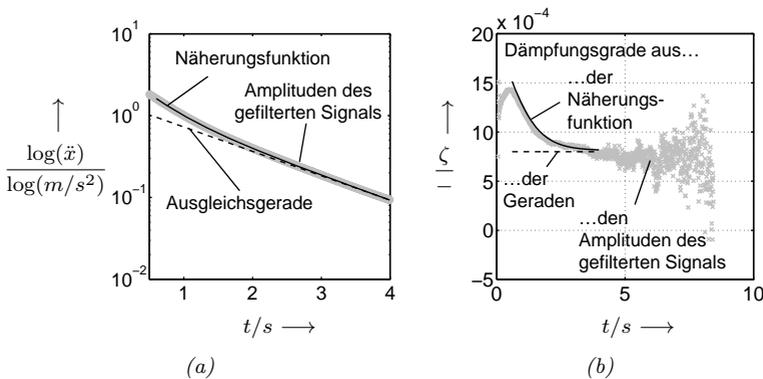


Abb. 6.20: Logarithmierte Amplituden der gefilterten Ausschwingkurve (vgl. Abb. 6.19b, S. 143) inklusive approximierter Kurven (a) und die dazugehörigen Dämpfungsgradverläufe (b)

Wie zu erkennen ist, weichen die Amplituden des gefilterten Signals von der dargestellten Ausgleichsgeraden ab. Die Ausgleichsgerade dient lediglich dazu, die Abweichungen von einer Geraden deutlich zu machen. Als Abgleichsbereich für die Gerade wurde das Zeitintervall zwischen 3.5 s und 4 s

gewählt. Aufgrund des Verlaufs der Amplituden des gefilterten Signals kann bereits davon ausgegangen werden, dass Nichtlinearitäten auftreten und die Dämpfungsgrade amplitudenabhängig sind.

**Anwendung des logarithmischen Dekrements** Um die Dämpfungsgrade zu berechnen, sind zur Anwendung des logarithmischen Dekrements nach Gl. 2.54 (S. 24) die Amplitudenverhältnisse  $\bar{x}_l/\bar{x}_{l+\tilde{n}}$  nötig (vgl. Abb. 2.4, S. 25). Indem ein fester Abstand zwischen den betrachteten Amplituden  $\bar{x}_l$  und  $\bar{x}_{l+\tilde{n}}$  des gefilterten Signals z. B. mit  $\tilde{n} = 30$  festgelegt wird, stehen über der Zeit eine Vielzahl an Amplitudenverhältnissen zur Verfügung. Werden die Dämpfungsgrade für alle Amplitudenverhältnisse so berechnet, ergeben sich die Dämpfungsgrade in Abb. 6.20b (graue Kreuze). Im Falle eines linearen Systems sollte sich für jedes Amplitudenverhältnis über die gesamte Zeit der gleiche Dämpfungsgrad einstellen, wie es für die Ausgleichsgerade zutrifft. Die Dämpfungsgrade aus den Amplituden des gefilterten Signals ergeben jedoch ab einer Zeitlänge von 1 s vielmehr einen abklingenden Dämpfungsgradverlauf, der ab der Zeitlänge von fünf Sekunden stark streut. Die starken Streuungen am Ende sind auf die immer kleiner werdenden Amplitudenverhältnisse zurückzuführen, bei denen sich Diskretisierungsfehler und Rauscheffekte bemerkbar machen. Der Dämpfungsgradverlauf beschreibt die Amplitudenabhängigkeit der Dämpfungsgrade, welche durch die vorliegende Nichtlinearität hervorgerufen wird.

**Ableitung eines Wertebereichs** Mit dem Ziel einen gesicherten Bereich für die Dämpfungsgrade ableiten zu können, lassen sich die Streuungen reduzieren, indem die Amplituden des gefilterten Signals durch eine Näherungsfunktion beschrieben werden. Hierfür hat sich die Funktion

$$\check{U}(t) = \check{a}e^{\check{b}t} + \check{c}e^{\check{d}t} \quad (6.11)$$

bewährt, welche die innerhalb der vorliegenden Arbeit gemessenen Verläufe gut abbilden kann (Abb. 6.20a). Die Dämpfungsgrade aus der Näherungsfunktion ergeben einen glatten Verlauf, welcher zunehmend gegen die Dämpfungsgrade der Ausgleichsgeraden konvergiert (Abb. 6.20b). Mit der Darstellung in Abb. 6.20a ist es somit möglich, Nichtlinearitäten zu detektieren, welche mit den Dämpfungsgradverläufen in Abb. 6.20b entsprechend quantifiziert werden können.

**Praktische Hinweise** Die vorgestellte Auswertemethode besitzt einige Einschränkungen, auf die kurz eingegangen werden soll. Ist eine Mode sehr stark

gedämpft, ist die Ausschwingkurve bereits nach wenigen Schwingungen abgeklungen. Aufgrund des Abschneideeffekts des Filters kann die Impulsantwort dann nicht mehr korrekt abgebildet werden. Zudem reichen dann die wenigen zur Verfügung stehenden Amplitudenverhältnisse nicht mehr aus, gesichert Dämpfungsgrade zu bestimmen. In diesem Fall empfiehlt es sich, die Struktur an der Stelle mit unterschiedlichen Impulskräften anzuregen und die Schwingungsantwort aufzuzeichnen, an der im Frequenzgang die Mode als Resonanzamplitude zu erkennen ist. Mithilfe der Halbwertsbreitenmethode können anschließend aus den FRFs für die unterschiedlichen Kräfte Schätzwerte für die Dämpfungsgrade bestimmt werden, um einen Dämpfungsgradbereich abzuleiten. Gleiches gilt für Moden, die aufgrund einer zu hohen modalen Dichte nicht durch einen Filter separiert werden können.

### 6.3.2.3 Charakterisierung der Nichtlinearität

Als nächstes soll überprüft werden, ob aus dem Dämpfungsgradverlauf (vgl. Abb. 6.20b, S. 144) Aussagen über die Art der Nichtlinearität gewonnen werden können. Hierfür bieten sich Modellversuche am Ein-Massen-Schwinger an, dem verschiedene Nichtlinearitäten hinterlegt werden. Mögliche Einflüsse des Filters können dadurch gezielt ausgeblendet werden. Ein Vergleich der theoretischen Verläufe des Ein-Massen-Schwingers mit den tatsächlich gemessenen Dämpfungsgradverläufen lässt dann möglicherweise Rückschlüsse auf die vorliegende Nichtlinearität zu. Ein einfacher nichtlinearer Ein-Massen-Schwinger kann mit

$$\tilde{m}\ddot{x} + F_{\bar{D}}(x, \dot{x}) + F(x) = F(t) \quad (6.12)$$

beschrieben werden (DRESIG & HOLZWEISSIG 2009). Hierbei kann eine nichtlineare Rückstellkraft  $F(x)$  oder auch eine nichtlineare Dämpfungskraft  $F_{\bar{D}}$  integriert werden.

**Dämpfungsgradverläufe von nichtlinearen Federkräften** Zunächst soll der Fall einer degressiven und progressiven Federkraft  $F(x)$  betrachtet werden, welche mit

$$F(x) = \tilde{k}(x + \tilde{\beta}x^3) \quad (6.13)$$

über eine geeignete Wahl des Parameters  $\tilde{\beta}$  erreicht werden kann (EWINS 1984). Ist  $\tilde{\beta}$  negativ, ist die Federkraft degressiv. Bei einem positiven Wert  $\tilde{\beta}$  nimmt die Federkraft einen progressiven Verlauf an. In Abb. 6.21a sind zwei beispielhafte Verläufe nichtlinearer Federkräfte aufgetragen. Um zu sehen, welche Dämpfungsgradverläufe die nichtlinearen Federkräfte in Abb. 6.21a hervorrufen, wird die Ausschwingkurve des EMS entsprechend Gl. 6.12 unter

Berücksichtigung von Gl. 6.13 berechnet. Damit eine abklingende Schwingungsantwort entsteht, wird eine lineare Dämpfungskraft mit  $F_{\bar{D}} = \tilde{c}\dot{x}$  angenommen. Wird das logarithmische Dekrement auf diese Ausschwingkurven angewendet, ergeben sich die Dämpfungsgradverläufe in Abb. 6.21b.

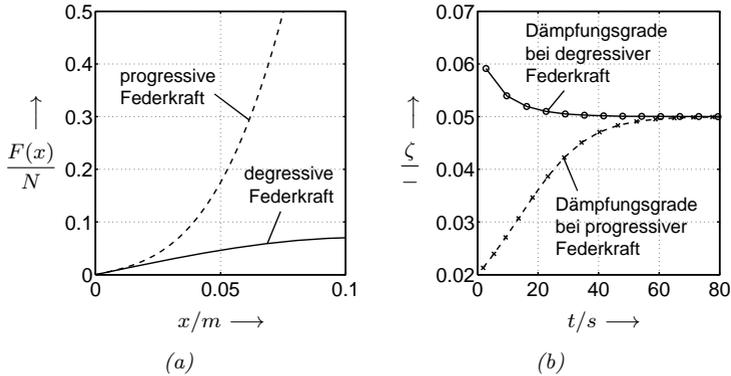


Abb. 6.21: Nichtlineare Steifigkeiten eines Ein-Massen-Schwinger-Modells (a) und die sich daraus ergebenden Dämpfungsgradverläufe (b) mit den Parametern  $\tilde{m} = 1$ ,  $\tilde{k} = 1$ ,  $\tilde{c} = 0.1$ ,  $\tilde{\beta}_{degr} = -30$ ,  $\tilde{\beta}_{prog} = 1000$

Bei einer degressiven Federkraft nehmen die Dämpfungsgrade mit der Zeit und damit mit der Schwingungsamplitude ab. Bei der progressiven Federkraft steigen die Dämpfungsgrade degressiv an. Aufgrund der kleiner werdenden Amplituden am Ende der Ausschwingkurve sind die Unterschiede der Federkräfte nur noch marginal, so dass die Verläufe gegen einen Dämpfungsgrad von  $\zeta = 0.05$  konvergieren. Dies entspricht dem Dämpfungsgrad, der durch den linearen viskosen Dämpfer verursacht wird.

**Dämpfungsgradverläufe von nichtlinearen Dämpfungskräften** Um die Auswirkungen nichtlinearer Dämpfungskräfte beurteilen zu können, werden zwei Modelle betrachtet: Zum einen wird zum viskosen Feder-Dämpfer-Element des zuvor verwendeten EMS eine Coulomb-Reibkraft

$$F_{\bar{D}} = \mu F_N \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (6.14)$$

parallel geschaltet, wobei  $\mu$  den Reibkoeffizienten und  $F_N$  die Normalkraft repräsentiert. Zum anderen soll die Dämpferkraft durch die Reibkraft eines Dahl-Modells

$$\dot{F}_{\bar{D}} = \gamma \dot{x} \left( 1 - \frac{F_{\bar{D}}}{\mu F_N} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right) \quad (6.15)$$

beschrieben werden (GAUL & NITSCHKE 2001; MAYER 2007). Der Parameter  $\gamma$  dient hier der Einstellung der Hystereseform. Im Gegensatz zu den vorherigen Modellen wird eine lineare Federkraft angenommen. Die sich daraus ergebenden Dämpfungsgradverläufe veranschaulichen Abb. 6.22a bzw. Abb. 6.22b.

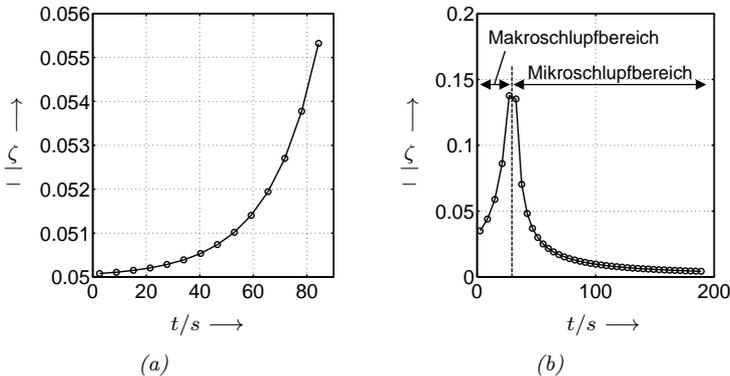


Abb. 6.22: Dämpfungsgradverläufe eines viskosen EMS-Modells mit Coulomb-Dämpfung mit den Parametern  $\tilde{m} = 1$ ,  $\tilde{k} = 1$ ,  $\tilde{c} = 0.1$ ,  $F_N = 1$ ,  $\mu = 1 \times 10^{-5}$  (a) und eines Dahl-Modells (b) mit den Parametern  $\tilde{m} = 1$ ,  $\tilde{k} = 1$ ,  $\mu F_N = 0.01$ ,  $\gamma = 1$

Der Dämpfungsgradverlauf für das Coulomb-Modell steigt über der Zeit mit kleiner werdenden Amplituden progressiv an (vgl. Abb. 6.22a). Beim Dahl-Modell sind zwei Verläufe zu erkennen (vgl. Abb. 6.22b): Nach einem progressiven Dämpfungsgradanstieg fällt der Dämpfungsgrad ab einer bestimmten Amplitude wieder deutlich ab. Dies lässt sich damit begründen, dass die Hysterese des Dahl-Modells im Wesentlichen aus zwei Bereichen besteht. Im Makro-Schlupf ist eine Coulomb-Reibung hinterlegt, wohingegen die Hysterese im Mikroschlupf einen degressiven Verlauf aufweist (vgl. Abschnitt 2.4.4, S. 37). Da zu Beginn der Ausschwingkurve große Amplituden vorliegen, befindet sich der EMS zunächst im Makroschlupf und geht mit kleiner werdenden Amplituden in den Mikroschlupf über. Der Dämpfungsgradverlauf des Dahl-Modells (vgl. Abb. 6.22b) lässt sich somit aus dem Dämpfungsgradverlauf des Coulomb-Modells (vgl. Abb. 6.22a) und dem Dämpfungsgradverlauf (Kurve mit Kreisen) in Abb. 6.21b (S. 147) zusammensetzen. Die maximale Amplitude in Abb. 6.22b beschreibt den Übergang vom Makro- zum Mikroschlupf.

**Anwendung auf reale Messdaten** Wird nun der gemessene Dämpfungsgradverlauf in Abb. 6.20b (S. 144) mit den generierten Verläufen verglichen, lässt sich folgendes feststellen: Die exponentiell abklingenden Dämpfungsgrade

der Näherungsfunktion sind auf ein degressives Verhalten zurückzuführen, welches durch eine degressive Federkraft oder eine nichtlineare Dämpferkraft wie das Dahl-Modell hervorgerufen werden kann. Der Anstieg der Dämpfungsgrade aus den Amplituden des gefilterten Signals zu Beginn zeigt eine deutlichere Ähnlichkeit zum Dahl-Modell. Für genauere Aussagen sind weiterführende Untersuchungen mit speziellen Prüfständen notwendig, welche die Nichtlinearität separieren. Da die Nichtlinearitäten im Rahmen der vorliegenden Arbeit erst bei dem Montagezustand des Werkstücktisches auf dem Maschinenbett aufgetreten sind, kann jedoch davon ausgegangen werden, dass die Führungsschuhe die Nichtlinearität verursachen. Dies deckt sich mit den bisherigen Erkenntnissen aus dem Stand der Technik, nach dem bei Führungsschuhen durch Reibeffekte nichtlineares Verhalten zu beobachten ist (vgl. Abschnitt 2.4.5, S. 42). Obwohl diese Auswertemethode lediglich Anhaltspunkte für eine mögliche Nichtlinearität liefert, erfüllt sie den gewünschten Zweck, Dämpfungsgradbereiche abzuleiten.

## 6.4 Handlungsempfehlungen

Die experimentelle Bestimmung von Dämpfungsgraden kann sowohl vom Versuchsaufbau als auch von der Auswertung negativ, d. h. verfälschend, beeinflusst werden. Die folgenden Ausführungen fassen die in diesem Kapitel gewonnenen Erkenntnisse zusammen, wobei die dabei genannten Lösungsvorschläge eine Hilfestellung für ähnliche Problemstellungen liefern sollen.

Anhand verschiedener Versuche konnte gezeigt werden, dass die Lagerung des jeweiligen Versuchsobjektes einen signifikanten Einfluss auf die gemessenen Dämpfungsgrade besitzt. Sowohl für kleine als auch große Strukturen können allerdings mit weichen Federn reproduzierbare Messungen erzielt werden. Obwohl mit den Federn für die untersuchten Komponenten die kleinsten Dämpfungsgrade gemessen wurden, kann ein möglicher Dämpfungseinfluss des Federkontaktes nicht ausgeschlossen werden. Bei großen Strukturen nimmt dieser Dämpfungseinfluss jedoch zu höheren Frequenzen ab.

Zudem konnte gezeigt werden, dass sowohl die berührenden Aktoren wie auch die berührenden Sensoren die gemessenen Dämpfungsgrade verfälschen können. Dabei spielt das Dämpfungsniveau eine entscheidende Rolle. Bei kleinen Dämpfungsgraden, wie sie bei Versuchen zur Bestimmung der Materialdämpfung auftreten, sollte daher stets berührungslos angeregt und gemessen werden. Bei einem höheren Dämpfungsniveau fallen die Dämpfungseinflüsse von Sensoren deutlich geringer aus. Der Sensoreinfluss eines Haftmagneten kann für Strukturen mit einem größeren Dämpfungsniveau vernachlässigt

werden. Der Aktoreinfluss eines Shakers oder Inertialaktors ist dagegen auch bei größeren Dämpfungen nachweisbar. Um diesen Einfluss zu vermeiden bzw. zu minimieren, sollte daher eine Anregung angestrebt werden, die bei der Schwingungsmessung keinen Kontakt mehr zur Struktur aufweist. Sollen sehr kleine Dämpfungsgrade bestimmt werden, verhindert eine unzureichende Frequenzauflösung die Anwendung der Halbwertsbreitenmethode. Wird das Spektrum einer abklingende Schwingungsantwort mithilfe einer CZT erzeugt, kann die Frequenzauflösung künstlich erhöht werden. Gegenüber einer FFT kann somit die Genauigkeit der Halbwertsbreitenmethode auch unter Rauscheinfluss deutlich gesteigert werden.

Bei nichtlinearem Dämpfungsverhalten sind die Dämpfungsgrade amplitudenabhängig. Um Dämpfungsgrade trotz Nichtlinearitäten abschätzen zu können, kann das logarithmischen Dekrement auf eine gefilterte Ausschwingkurve angewendet werden. Das Ergebnis dessen ist ein Dämpfungsgradverlauf, aus dem sich ein Dämpfungsgradbereich ableiten lässt. Neben der Detektion von Nichtlinearitäten erlaubt die Methode das Ausmaß der Nichtlinearität zu quantifizieren und Rückschlüsse auf die Art der Nichtlinearität zu ziehen.

## 7 Anwendungsbeispiel

### 7.1 Vorgehensweise

Um die praktische Anwendung der in den Kapiteln zuvor beschriebenen Methoden demonstrieren zu können, wurde die Werkzeugmaschinenstruktur gemäß Abb. 3.1 (S. 52) einer entsprechenden Untersuchung und Auswertung hinsichtlich der Dämpfung unterzogen. Das vorliegende Kapitel beinhaltet alle Schritte, die dazu notwendig waren. Dabei wurde das Ziel verfolgt, geeignete Dämpfungsmodelle und -parameter für die in dieser Maschine enthaltenen potenziellen Dissipationsquellen wie

- das Material,
- die Aufstellung,
- die Fugen,
- die Führungsschuhe und
- den Kugelgewindetrieb

zu identifizieren. Die dafür untersuchten Montagezustände sind in Tab. A.2 (S. 211) im Anhang A.7 (S. 211) zusammengefasst. Während die Montagezustände MZ 1 bis 8 lediglich der Identifikation dienten, wurde der 9. Montagezustand zur Validierung der identifizierten Dämpfungsmodelle verwendet. Auf die verschiedenen Montagezustände und den dazugehörigen Identifikationsprozess soll in den folgenden Abschnitten detaillierter eingegangen werden, wobei jeweils die Besonderheiten herausgestellt werden.

Grundsätzlich wurde sich an der nachstehenden Vorgehensweise orientiert:

- Zur Schwingungsmessung wurden Impulshämmer sowie Drei-Achs-Beschleunigungssensoren eingesetzt.
- Um Streuungen zu erhalten, wurden die Messungen für jeden Montagezustand mindestens drei Mal wiederholt. Bei gravierenden Montageeinflüssen wurde der Montagezustand rückgängig gemacht und erneut hergestellt. Zudem wurden die gemessenen Frequenzgänge über drei Hammerschläge gemittelt.

- Zur Identifikation der modalen Parameter wurde auf die kommerzielle Software LMS Test.Lab<sup>®</sup> sowie die darin enthaltene PolyMax-Methode zurückgegriffen (PEETERS ET AL. 2004). Für die Montagezustände, für die sehr kleine Dämpfungsgrade bzw. Nichtlinearitäten auftraten, wurden die Auswerteverfahren (die Halbwertsbreitenmethode basierend auf einer CZT und die amplitudenabhängige Auswertung mit dem logarithmischen Dekrement) aus Abschnitt 6.3 (S. 133) verwendet.
- Für den Identifikationsprozess stand ein dynamisches FE-Modell der Maschinenstruktur zur Verfügung, welches bereits für verschiedene Montagezustände abgeglichen wurde (SCHWARZ 2015; SCHWARZ ET AL. 2014). Die nötigen Modellparameter der Dämpfungsmodelle wurden nach Möglichkeit aus einer experimentellen Modalanalyse gewonnen. War eine gesicherte Bestimmung nicht möglich, wurden die Modellparameter aus einer rechnerischen Modalanalyse verwendet.
- Um die korrekte Zuordnung der gemessenen und simulierten Schwingungsformen zueinander sicherzustellen, wurde für jeden Montagezustand eine experimentelle Modalanalyse durchgeführt. Hierfür war es teilweise nötig, mehrere Anregungspunkte zu verwenden, um alle Moden experimentell identifizieren zu können.
- Entsprechend der Vorgehenssystematik in Kapitel 4 (S. 55) wurde bei der Wahl der Dämpfungsmodelle iterativ vorgegangen. In den meisten Fällen wird allerdings lediglich das endgültige Modell vorgestellt.
- Wie sich im folgenden Abschnitt noch zeigen wird, treten bei Starrkörpermoden (Aufstellungsschwingungen) große Unsicherheiten bzgl. der Dämpfung auf. Aus diesem Grund wurden nach Möglichkeit Strukturmoden für eine Identifikation bevorzugt.
- Während beim Identifikationsprozess der Dämpfungsmodelle für die Monte-Carlo-Simulation zunächst nur 500 Ziehungen ausreichend waren, sind die Dämpfungsparameter sowie die entsprechenden Diagramme zur Absicherung der Vertrauensintervalle für  $2 \times 10^5$  Ziehungen angegeben.

Zusätzlich wurden folgende Annahmen getroffen:

- Aufgrund der niedrigen Verlustfaktoren von Stahl (vgl. Abschnitt 6.2.1, S. 120) wird das Dämpfungsverhalten aller Stahlkomponenten vernachlässigt.
- Die Messgrößen für die Identifikation der modalen Parameter werden als unkorreliert angenommen. Eine Begründung dieser Annahme ist im Anhang A.8 (S. 212) gegeben.

## 7.2 Aufstellung und Material

### 7.2.1 Strukturkomponenten auf Federn

Zunächst wurden für das Material und verschiedene Aufstellungen geeignete Dämpfungsmodelle identifiziert. Da jedweder Versuchsaufbau stets beide Dissipationsquellen enthält, konnten sie nicht getrennt voneinander untersucht werden. In Kapitel 6 (S. 119) hat sich jedoch gezeigt, dass die Federn nur einen sehr kleinen Dämpfungseinfluss aufweisen. Es wurde daher versucht, zunächst ein Dämpfungsmodell für die in Abschnitt 6.2.1 (S. 120) verwendeten Federn abzuleiten, womit anschließend die Materialdämpfung identifiziert werden konnte. Zur Identifikation der Dämpfungsmodelle wurde das Maschinenbett auf drei Federn gelagert (MZ 1a in Tab. A.2, S. 211). Dies stellt den ersten Montagezustand dar.

#### 7.2.1.1 Identifikation eines Dämpfungsmodells für die Federn

**Dämpfungsmodell** Da alle drei Federn identisch sind, wurde für sie jeweils das gleiche Dämpfungsmodell angesetzt. Als Dämpfungsmodell hat sich bei den Vorversuchen ein viskoses Feder-Dämpfer-Modell mit einem Parameter in Zug-Druck-Richtung und einem gemeinsamen Parameter in die Querrichtung bewährt.

**Identifikation der Modellparameter** Als Modellparameter wurden für das angesetzte Dämpfungsmodell die Eigenkreisfrequenzen, die Eigenvektorbewegungen der Federn, die Gesamtenergien sowie die Dämpfungsgrade des Montagezustandes benötigt, welche alle aus einer experimentellen Modalanalyse bestimmt wurden (vgl. Tab. 4.6, S. 91). Für jede Wiederholungsmessung wurde das Maschinenbett angehoben und erneut abgestellt.

**Identifikation der Dämpfungsparameter** Um Moden für den Abgleich auszuwählen, wurden die Energieanteile der Federn berechnet. Hierfür waren zusätzlich die Steifigkeitsparameter der Federn nötig. Für die Zug-Druck-Richtung konnte auf einen Katalogwert zurückgegriffen werden. Die Steifigkeiten der Querrichtungen wurden mithilfe des in Abschnitt 4.4.2 (S. 92) beschriebenen Vorgehens abgeschätzt und zusätzlich über einen Modellabgleich validiert (vgl. Tab. 7.1, S. 154). Aus den gemessenen Eigenfrequenzen und Eigenvektoren sowie den Steifigkeiten der Federn konnten damit für jede Mode zum einen die Gesamtenergie und zum anderen die Energie der Federn berechnet werden.

Für die ersten sechs Starrkörpermoden liegt der Energieanteil der Federn oberhalb von 99.7 %. Die Differenz aus der Gesamtenergie und der Federenergie entspricht der potenziellen Formänderungsenergie, die im Material enthalten ist. Da diese im vorliegenden Fall unterhalb von 0.3 % liegt, wurde die Materialdämpfung für diese Moden vernachlässigt. Damit standen die ersten 6 Starrkörpermoden für den Abgleich zur Verfügung. Die Dämpfungsparameter der Federn wurden über ein Gleichungssystem anhand der Starrkörpermoden 3 bis 6 berechnet. Daraus ergeben sich die Dämpfungsgradanteile in Abb. 7.1. Es sei hier noch einmal explizit darauf hingewiesen, dass die angegebenen Dämpfungsgradanteile sich nur auf die Simulation (rechter Balken) beziehen. Der linke Balken stellt den global gemessenen Dämpfungsgrad dar (weißer, linker Balken).

Tab. 7.1: Modellparameter der Federn

Parameter	Zug/Druck	quer
$\tilde{k}/N\ m^{-1}$	$1.61 \times 10^6$	$7.52 \times 10^5$
$\tilde{c}/N\ s\ m^{-1}$	9.05 – 9.87 – 10.76	40.47 – 49.6 – 59.24 (1)
(1) 2.5 %-Quantil – Mittelwert – 97.5 %-Quantil		

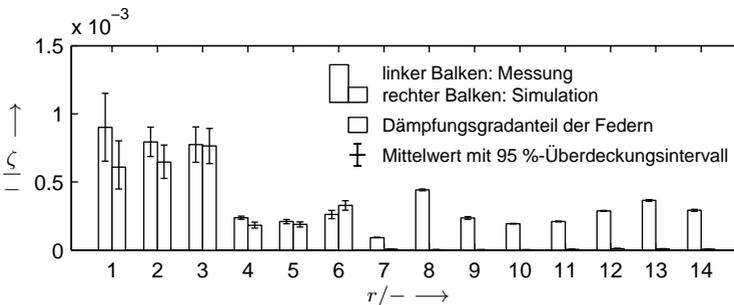


Abb. 7.1: Dämpfungsgradanteile der Federn (ohne Modell für die Materialdämpfung) für den Montagezustand MZ 1a entsprechend Tab. A.2 (S. 211)

**Validierung** Das Dämpfungsmodell der Federn gibt das Dämpfungsverhalten der Starrkörpermoden (Moden 1 bis 6) annähernd wieder, wobei die Federn bei den Strukturmoden (Moden 7 bis 14) nur einen sehr geringen Dämpfungsanteil beisteuern (vgl. Abb. 7.1). Unter der Voraussetzung, dass das Dämpfungsmodell der Federn gültig ist, muss der Dämpfungsgradunterschied bei den Strukturmoden durch die Werkstoffdämpfung bedingt sein. Der

Energieanteil des Materials liegt bei den Strukturmoden bei über 99 %, was diese Annahme bekräftigt. Obwohl der Dämpfungseinfluss der Federkontakte (Boden – Federn, Federn – Maschinenbett) nicht vernachlässigt werden kann, stellt das verwendete Dämpfungsmodell die bis dahin beste bekannte Schätzung des Federeinflusses dar. Die Differenzen bei den Strukturmoden zwischen Messung und Simulation können daher der Materialdämpfung zugeordnet werden (vgl. Abb. 7.1). Die entsprechenden Dämpfungsparameter der Federn sind Tab. 7.1 zu entnehmen.

### 7.2.1.2 Identifikation der Materialdämpfung

**Dämpfungsmodell** Aus den Ausführungen zum Stand der Technik und den in Kapitel 6 (S. 119) beschriebenen Untersuchungen kann für Metalle von frequenzunabhängigem Dämpfungsverhalten ausgegangen werden. Unter der Voraussetzung eines hysteretischen Volumenmodells, welches ein derartiges Dämpfungsverhalten abbildet, sollte ein geeigneter Dämpfungsparameter identifiziert werden.

**Identifikation der Dämpfungsparameter** Um einen Dämpfungsparameter für Grauguss zu erhalten, der nicht nur für das Maschinenbett gilt, wurden die anderen Strukturkomponenten der Gesamtstruktur einbezogen. Für die Identifikation wurde wie folgt vorgegangen:

- Zunächst wurden zusätzlich zum Maschinenbett die Dämpfungsgrade der Strukturmoden für den Maschinenständer, den Werkstücktisch, den X-Schlitten sowie den Spindelschlitten auf Federn gemessen.
- Aufgrund des geringen Dämpfungseinflusses der Federn bei den Strukturmoden wurde dieser hier vernachlässigt.
- Aus den gemessenen Dämpfungsgraden wurde eine Verteilung für die Materialdämpfung abgeleitet, woraus ein Dämpfungsparameter mit einem entsprechenden Vertrauensintervall bestimmt werden konnte.

Aus mehreren Strukturmoden und mindestens drei Wiederholungsmessungen je Komponente auf Federn wurden 249 Dämpfungsgrade bestimmt, welche die empirische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in Abb. 7.2 (S. 156) ergeben. Analog zu Abschnitt 6.2.1 (S. 120) wurden verschiedene Verteilungen angenommen, wobei hier nur eine Normalverteilung und eine logarithmische Normalverteilung dargestellt sind. Die Parameter der Verteilungen sowie die Ergebnisse eines Chi-Quadrat-Testes sind in Tab. 7.2 (S. 156) zusammengefasst. Die entsprechenden Formeln der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen sind in

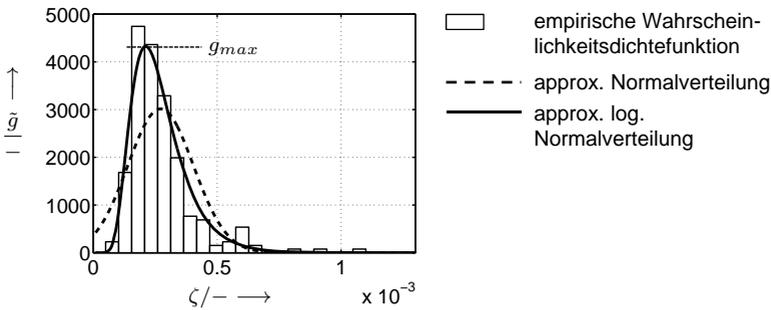


Abb. 7.2: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion sowie approximierte Verteilungen aus 249 gemessenen Dämpfungsgraden für die Strukturkomponenten auf Federn (Betrachtung der Strukturmoden der Montagezustände MZ 1a bis 1e in Tab. A.2, S. 211)

Tab. 7.2: Beurteilung der Dämpfungsgradverteilung in Abb. 7.2 anhand eines  $\chi^2$ -Tests (mit  $N_K = 20$  und  $N_{\hat{z}} = 3$ )

angenommene Verteilung	$\mu' / -$	$\sigma' / -$	$P'(\chi^2 \geq \tilde{\chi}_b) / \%$ für $\hat{n} = 249$
Normalverteilung	$2.72 \times 10^{-4}$	$1.32 \times 10^{-4}$	$\ll 1$
log. Normalverteilung	-8.2994	0.4023	90

Tab. A.4 (S. 213) gegeben. Aufgrund der Wahrscheinlichkeit  $P'(\chi^2 \geq \tilde{\chi}_b)$  kann im Gegensatz zur log. Normalverteilung eine Normalverteilung mit einem Signifikanzniveau von 1 % ausgeschlossen werden. Bedingt durch den Versuchsaufbau werden tendenziell eher zu große als zu kleine Dämpfungsgrade gemessen. Größere Werte lassen sich auf ungewollte Dämpfungseinflüsse wie den Federkontakt zurückführen, wobei kleinere Werte durch die tatsächliche Materialdämpfung begrenzt sind. Dieser Effekt kann durch die schiefsymmetrische log. Normalverteilung abgebildet werden, bei der Werte unterhalb des Maximums deutlich unwahrscheinlicher als Werte oberhalb des Maximums sind. Das Maximum bei  $g_{max}$  mit dem Dämpfungsgrad von  $\zeta = 2.1151 \times 10^{-4}$  kann daher als bester Schätzwert für die Materialdämpfung angesehen werden. Unter Verwendung von Gl. 2.25 (S. 18) lässt sich dieser in einen Verlustfaktor  $\hat{\eta} = 4.23$  für die Materialdämpfung von Grauguss (GJS) umrechnen. Zur Identifikation eines Vertrauensintervalls für den Dämpfungsparameter des Materials wurde die Verteilung in der Monte-Carlo-Simulation hinterlegt. Indem für jede Ziehung ein Verlustfaktor mit Gl. 2.25 (S. 18) berechnet wurde, konnte über alle Iterationen ein entsprechendes Vertrauensintervall abgeleitet werden.

**Validierung** Um das Dämpfungsmodell und den Dämpfungsparameter des Materials zu validieren, wurden die Dämpfungsgrade für das Maschinenbett auf Federn berechnet. Sie setzen sich dabei für jede Mode lediglich aus dem Anteil der Federn und dem Anteil des Maschinenbettes zusammen. Entsprechend des hysteretischen Dämpfungsmodells ergeben sich die Dämpfungsgradanteile des Maschinenbettes aus der Verrechnung der Verlustfaktoren für jede Ziehung mit den Energieanteilen des Materials. Um die Materialdämpfung für spätere Montagezustände mit mehreren Gusskomponenten aufschlüsseln zu können, wurden die Energieanteile des Materials aus der FE-Simulation mithilfe einer rechnerischen Modalanalyse und nicht aus der Messung bestimmt. In Abb. 7.3 sind die Dämpfungsgradanteile basierend auf den gefundenen Dämpfungsmodellen und die gemessenen Dämpfungsgrade einander gegenübergestellt.

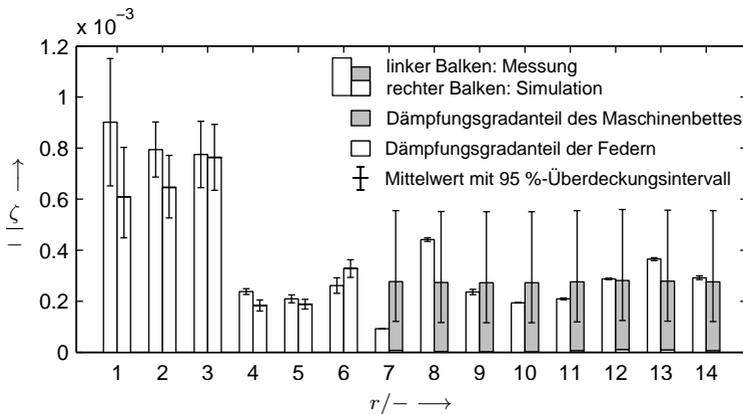


Abb. 7.3: Dämpfungsgradanteile für den Montagezustand MZ 1a (vgl. Tab. A.2 (S. 211): Maschinenbett auf Federn)

Mit Ausnahme der 7. Strukturmode liegen die Dämpfungsgrade der Strukturmoden im angegebenen 95 %-Überdeckungsintervall. Die Steifigkeitsparameter der Federn sowie die Dämpfungswerte für die Federn und das Material aus der Monte-Carlo-Simulation sind in Tab. 7.3 (S. 158) zusammengefasst. Für die Dämpfungswerte entsprechen die angegebenen Grenzen dem 2.5 %- bzw. 97.5 %-Quantil der resultierenden Verteilung, welche ein Überdeckungsintervall mit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von 95 % aufspannen. Zusätzlich ist für den Verlustfaktor des Gusses der Wert für  $g_{max}$  (vgl. Abb. 7.2) angegeben.

Tab. 7.3: Modellparameter für den Guss (GJS)

Parameter	
$\hat{\eta}/-$	$2.25 \times 10^{-4} - 4.23 \times 10^{-4} - 10.90 \times 10^{-4}$ (1)
(1) 2.5 %-Quantil $- 2\zeta$ bei $g_{max}$ (vgl. Abb. 7.2, S. 156) $- 97.5$ %-Quantil	

## 7.2.2 Maschinenbett auf Kugeln

In Kapitel 6 (S. 119) hat sich bereits gezeigt, dass die Kugelaufstellung ein gänzlich anderes Dämpfungsverhalten als die Federn aufweist. Da die Aufstellung speziell für reproduzierbare und dämpfungsarme Messungen konstruiert wurde (ZÄH ET AL. 2011), wurde auch für die Kugelaufstellung ein Dämpfungsmodell identifiziert. Als Montagezustand wurde das Maschinenbett auf Kugeln verwendet (MZ 2 in Tab. A.2, S. 211). Da bereits ein Dämpfungsmodell für die Materialdämpfung zur Verfügung stand, kam lediglich eine Dissipationsquelle hinzu.

### 7.2.2.1 Dämpfungsmodell und Modellparameter

Die Kugeln wurden in der FEM als Federn abgebildet, weshalb als Dämpfungsmodell viskose oder hysteretische Feder-Dämpfer-Elemente in Frage kamen. Die Kugelaufstellung sowie die entsprechende Modellierung in der FEM sind in Abb. 7.4 verdeutlicht. Ein Modellabgleich ergab für die vordere Kugelaufstellung  $\hat{A}_1$  eine andere Steifigkeit in vertikaler Richtung ( $y$ -Richtung) als für die hinteren Aufstellungen  $\hat{A}_2$  und  $\hat{A}_3$  (vgl. Abb. 4.1, S. 56 und Tab. 7.5, S. 164). Dies kann auf eine unterschiedliche Gewichtsbelastung der Kugeln zurückgeführt werden. Die übrigen Modellparameter wurden experimentell bestimmt. Im Vergleich zur Federaufstellung besitzen die Kugeln aufgrund ihrer höheren Steifigkeiten einen größeren Einfluss auf die Strukturmoden. Bedingt durch den lokalen Schwingungscharakter der Strukturmoden können die Eigenvektorbewegungen der Aufstellung nicht mehr ohne Weiteres gemessen werden, worauf im Folgenden eingegangen werden soll.

### 7.2.2.2 Bestimmung der Eigenvektoren

Im Idealfall wird die Bewegung der Aufstellung direkt an der Stelle des FEM-Knotens gemessen, an dem sich die Feder der Aufstellung befindet. Aufgrund einer Bohrung kann nicht direkt an dieser Stelle gemessen werden, weshalb drei Messpunkte um die Bohrung definiert wurden (vgl. Abb. 7.4a). Um zu prüfen, ob einer der Messpunkte die Bewegung der Federaufstellung am

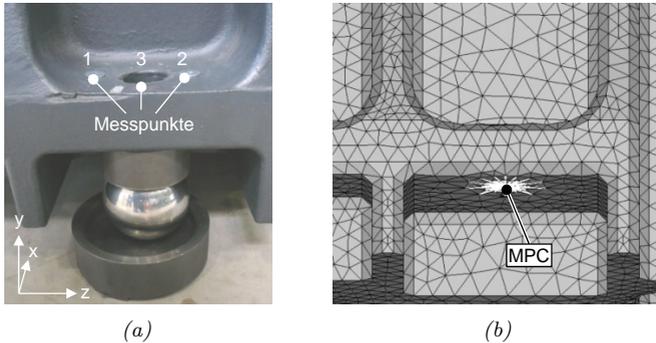


Abb. 7.4: Messpunkte zur Erfassung der Aufstellbewegungen des Maschinenbettes auf Kugeln (a) sowie das Modell der Kugelaufstellung (b)

Tab. 7.4: Einfluss der gewählten Messpunkte (vgl. Abb. 7.4a) auf die damit bestimmten Eigenvektorbewegungen der Kugelaufstellung (Abschätzung anhand des FE-Modells Maschinenbett auf Kugeln mit dem MPC (vgl. Abb. 7.4b) als Referenz)

betrachtete Messpunkte	rel. Fehler von $\phi_y$ in % für die Moden 7–14							
	7	8	9	10	11	12	13	14
1	27	4	1	2	11	15	12	18
2	19	5	1	2	17	6	19	16
3	554	2	20	14	103	103	125	6
1,2*	4	<1	1	<1	3	4	4	<1

\* Berechnung der Eigenvektoren entspr. Gl. 4.42 (S. 94)

Punkt MPC (Multi Point Constraint) widerspiegelt (vgl. Abb. 7.4b), wurde der Fehler für die vertikale Richtung anhand simulierter Eigenvektoren abgeschätzt. In Tab. 7.4 sind die relativen Abweichungen der Eigenvektoreinträge, die den Messstellen entsprechen, gegenüber dem Eigenvektoreintrag der Feder für die ersten acht Strukturmoden angegeben. Dabei treten besonders für den 3. Messpunkt enorme Unterschiede von bis zu 554 % auf, weshalb die Verwendung eines einzelnen Messpunktes zur Bestimmung der Aufstellbewegung nicht gerechtfertigt wäre. Werden dagegen die Messpunkte 1 und 2 entsprechend Gl. 4.42 (S. 94) verrechnet, liegen die Abweichungen für alle Strukturmoden unterhalb von 5 %. Somit kann erwartet werden, dass unter Verwendung der Messpunkte 1 und 2 die Eigenbewegungen der Aufstellelemente mit einer Genauigkeit von 5 % experimentell bestimmt werden können. Aus dem Vergleich zwischen den so experimentell bestimmten Einvektorbewegungen und den simulierten Eigenvektorbewegungen kann die Genauigkeit des FEM-Modells

beurteilt werden. In Abb. 7.5 sind die gemessenen und die simulierten Eigenvektorbewegungen in vertikaler Richtung für das zweite Aufstellelement einander gegenübergestellt.

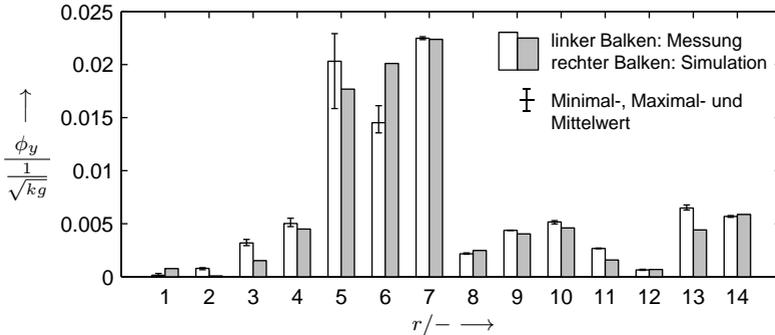


Abb. 7.5: Vergleich der gemessenen und der simulierten Eigenvektoren am MPC der Kugelaufstellung (vgl. Abb. 7.4b, S. 159) für den Montagezustand MZ 2 (für die Messung wurde das Maschinenbett drei Mal erneut aufgestellt)

Für das verwendete FEM-Modell liegen die Eigenfrequenzunterschiede zwischen Messung und Simulation unterhalb von 2 %. Trotz dieser guten Übereinstimmung treten beim Vergleich des Eigenvektors eines Freiheitsgrades beispielsweise für die 11. und die 13. Mode Abweichungen von über 30 % auf (vgl. Abb. 7.5). Für die Starrkörpermoden ist der Unterschied noch deutlich größer. Da diese Abweichungen größer als die Fehler der Messposition sind, müssen sie durch die Qualität des Simulationsmodells bedingt sein. Aus diesem Grund wurden für die Identifikation die gemessenen den simulierten Aufstellbewegungen vorgezogen.

### 7.2.2.3 Konkretisierung des Dämpfungsmodells

Bisher wurde zwar als Dämpfungsmodell ein hysteretisches bzw. viskoses Feder-Dämpfer-Element vorausgewählt, jedoch wurde noch nicht spezifiziert, welche Richtungen einen Dämpfungsparameter erhalten sollen (vgl. Tab. 4.4, S. 81). Um festzustellen, mit welcher Bewegungsrichtung die Dämpfungsgrade der Kugelaufstellung korrelieren, sind die gemessenen Dämpfungsgrade des Montagezustandes, die bereits bekannten Dämpfungsanteile des Maschinenbettes sowie die Verhältnisse  $\phi_{xjr}^2/U_r$ ,  $\phi_{yjr}^2/U_r$ ,  $\phi_{zjr}^2/U_r$  als Summe über alle drei Kugelaufstellungen einander gegenübergestellt (vgl. Abb. 7.6).

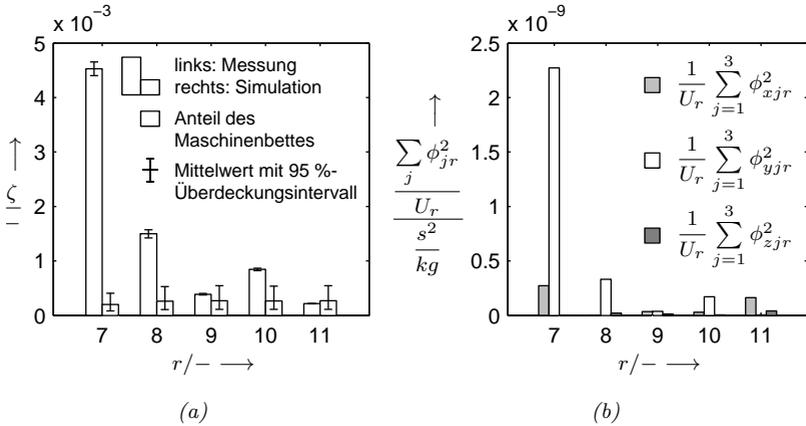


Abb. 7.6: Gemessene Dämpfungsgrade des Montagezustandes MZ 2 sowie simulierte Dämpfungsgrade ohne ein Modell der Kugeln (a) und die quadratischen Summen der Aufstellbewegungen im Verhältnis zur Gesamtenergie, aufgeschlüsselt in die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung (b)

Aus dem Vergleich wird deutlich, dass die simulierten Dämpfungsgrade einen Unterschied zu den gemessenen Dämpfungsgraden aufweisen, welcher mit dem Verhältnis in  $y$ -Richtung korreliert. Dies ist ein Indiz dafür, dass die Kugelaufstellung am ehesten mit einem Feder-Dämpfer-Element in diese vertikale Richtung beschrieben werden kann. Da sich die Steifigkeit der vorderen Aufstellung  $\tilde{A}_1$  in vertikaler Richtung von den Steifigkeiten der hinteren beiden Aufstellungen ( $\tilde{A}_2$  und  $\tilde{A}_3$ ) unterscheidet, wurde daher ein Dämpfungsparameter für die vordere Aufstellung und ein gemeinsamer Dämpfungsparameter für die hinteren beiden Aufstellungen identifiziert.

#### 7.2.2.4 Ermittlung der Abgleichsmoden

Um zwei Dämpfungsparameter identifizieren zu können, sind zwei Moden auszuwählen. Dafür müssen die Verhältnisse  $\phi_{yjr}^2/U_r$  in die vertikale Richtung noch einmal für jede Aufstellung  $j$  aufgeschlüsselt werden (vgl. Abb. 7.7, S. 162). Da bei der 7. und der 8. Mode jeweils entweder die vordere Aufstellung ( $j = 1$ ) oder die hinteren Aufstellungen ( $j = 2, j = 3$ ) dominant sind bzw. im Schwingungsknoten liegen, sind diese Moden für den Abgleich besonders geeignet. Über ein entsprechendes Gleichungssystem mit Gl. 4.30 (S. 72) konnten so die Dämpfungsparameter berechnet werden.

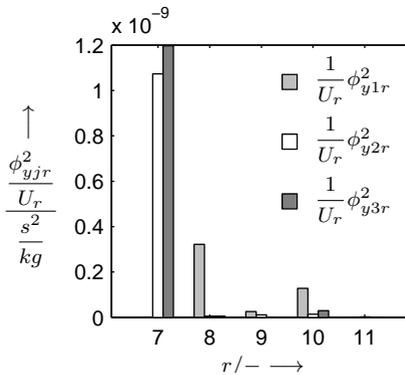


Abb. 7.7: Quadratische Summen der Eigenvektorbewegungen für die Aufstellungswingungen  $\phi_{yjr}$  für jedes Aufstellelement in  $y$ -Richtung im Verhältnis zur Gesamtenergie (Montagezustand MZ 2: Maschinenbett auf Kugeln)

### 7.2.2.5 Wahl des endgültigen Dämpfungsmodells

In Abb. 7.8 sind die simulierten Dämpfungsgrade für die zwei Modellvarianten und die gemessenen Dämpfungsgrade vergleichend gegenübergestellt. Die angegebenen Mittelwerte sind lediglich zur besseren Zuordnung als Linie verbunden. Zum einen wurde die Kugelaufstellung mit einem hysteretischen und zum anderen mit einem viskosen Feder-Dämpfer-Element modelliert. Die Materialdämpfung wurde in beiden Fällen mit dem Modell aus Abschnitt 7.2.1 (S. 153) abgebildet. Da an der 7. und der 8. Mode bei 155 Hz und 218 Hz abgeglichen

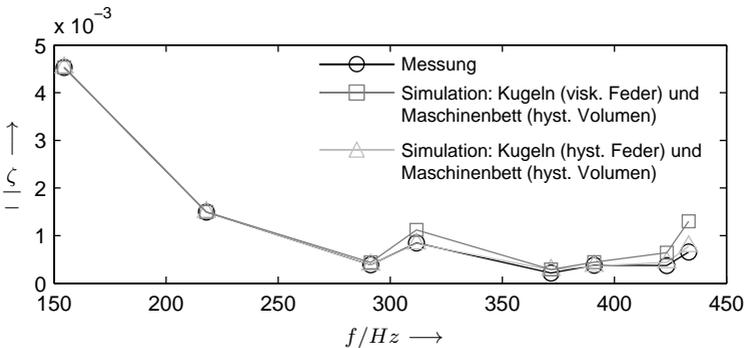


Abb. 7.8: Vergleich eines hysteretischen und eines viskosen Modells für die Kugeln gegenüber der Messung (Montagezustand MZ 2: Maschinenbett auf Kugeln)

wurde, stimmen die simulierten und gemessenen Dämpfungsgrade überein. Die Dämpfungsgrade der übrigen Moden sind prognostiziert. Wie bereits aus dem Vergleich ersichtlich wird, ist der Fehler entsprechend Gl. 4.39 (S. 87) für alle prognostizierten Moden für das hysteretische Dämpfungsmodell der Kugeln kleiner als für das viskose Dämpfungsmodell. Aus diesem Grund wurde das viskose Dämpfungsmodell verworfen und das hysteretische Dämpfungsmodell für die weiteren Untersuchungen der Kugelaufstellung verwendet.

### 7.2.2.6 Validierung des Dämpfungsmodells

Werden für die hysteretische Variante die Dämpfungsgradanteile mit Streuungen hinterlegt, so überschneiden sich alle Streubalken für alle 8 Strukturmoden (vgl. Abb. 7.9). An den geringen Streuungen zeigt sich zudem die gute Reproduzierbarkeit der Kugelaufstellung. Aus den Dämpfungsgradanteilen wird ersichtlich, dass die Dämpfung bei diesem Montagezustand vor allem bei der 7. und der 8. Mode durch die Aufstellung dominiert wird, wobei die 11. Mode beispielsweise allein von der Materialdämpfung bestimmt wird. Dies deckt sich mit den Untersuchungen aus Abb. 6.8 (S. 127), bei denen verschiedene Aufstellungen für die 11. Mode (bei ca. 370 Hz) zum gleichen Dämpfungsgrad führten. In Tab. 7.5 (S. 164) sind die Steifigkeitsparameter sowie die Dämpfungsparameter mit entsprechenden Streuungen für die Kugeln angegeben.

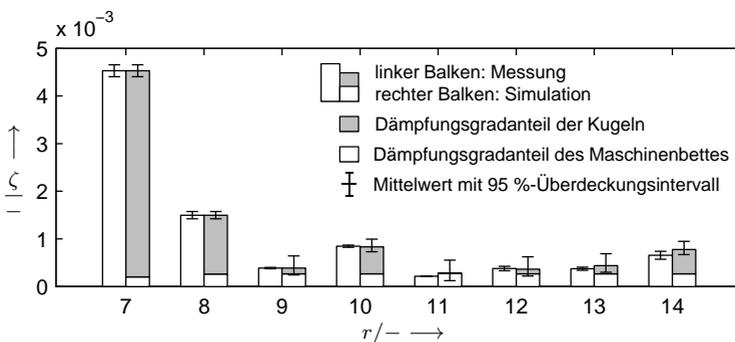


Abb. 7.9: Vergleich zwischen Messung und Simulation sowie Dämpfungsgradanteile für den Montagezustand MZ 2 (Maschinenbett auf Kugeln)

Tab. 7.5: Modellparameter der Kugeln

Parameter	x-Richtung	y-Richtung	z-Richtung
$\tilde{k}/N \text{ m}^{-1}$ für $\tilde{A}_1$	$2.07 \times 10^7$	$1.81 \times 10^8$	$1.62 \times 10^7$
$\tilde{k}/N \text{ m}^{-1}$ für $\tilde{A}_2$	$3.48 \times 10^7$	$2.23 \times 10^8$	$2.82 \times 10^7$
$\tilde{k}/N \text{ m}^{-1}$ für $\tilde{A}_3$	$3.48 \times 10^7$	$2.22 \times 10^8$	$3.29 \times 10^7$
$\tilde{\eta}/-$ für $\tilde{A}_1$		0.064 – 0.083 – 0.096 (1)	
$\tilde{\eta}/-$ für $\tilde{A}_2, \tilde{A}_3$		0.032 – 0.034 – 0.036 (1)	
(1) 2.5 %-Quantil – Mittelwert – 97.5 %-Quantil			

### 7.2.3 Maschinenbett auf Keilschuhen

Standardmäßig wird die Werkzeugmaschinenstruktur auf drei Keilschuhen aufgestellt (vgl. Abschnitt 6.2.1, S. 120). Analog zum Vorgehen der Kugelaufstellung wurde daher auch versucht, Dämpfungsmodelle für die Keilschuhe zu identifizieren. Hierbei ergab sich jedoch das Problem, dass für das Maschinenbett auf Keilschuhen keine reproduzierbaren Messungen möglich sind (Montagezustand MZ 3 in Tab. A.2, S. 211). Um die Ursache der geringen Reproduzierbarkeit näher zu untersuchen, wurden die Dämpfungsgrade der ersten 14 Moden für diesen Montagezustand unter folgenden Randbedingungen drei Mal wiederholt:

- keine Veränderung des Montagezustandes (reine Wiederholungsmessung),
- Maschinenständer montiert und demontiert ohne eine Veränderung an den Keilschuhen (Setzungseinfluss),
- erneute Montage der Keilschuhe (Montageeinfluss: Anheben und Absetzen des Maschinenbettes, erneute Höheneinstellung, erneutes Anziehen der Schrauben),
- Vertauschen der Keilschuhe (Exemplareinfluss).

Da bei den hier aufgeführten Messungen Eigenfrequenzstreuungen von bis zu 10 % aufgetreten sind und sich dadurch die Modenreihenfolge verändert hat, wurde die Zuordnung der Moden durch experimentelle Modalanalysen abgesichert. In Abb. 7.10 sind die erweiterten Unsicherheiten der Dämpfungsgrade aus den verschiedenen Messungen zusammengefasst. Die Unsicherheiten wurden mithilfe von Gl. 5.1 (S. 102) unter Annahme einer Rechteckverteilung für ein Überdeckungsintervall von 95 % berechnet. Im Durchschnitt über alle Moden treten bei den Wiederholungsmessungen mit ca.  $\pm 5\%$  die kleinsten Streuungen auf. Die Streuungen durch die Montage und Demontage des Maschinenständers liegen mit durchschnittlich ca.  $\pm 7\%$  in der Nähe der Streuungen der Wiederholungsmessungen. Durch die erneute Montage

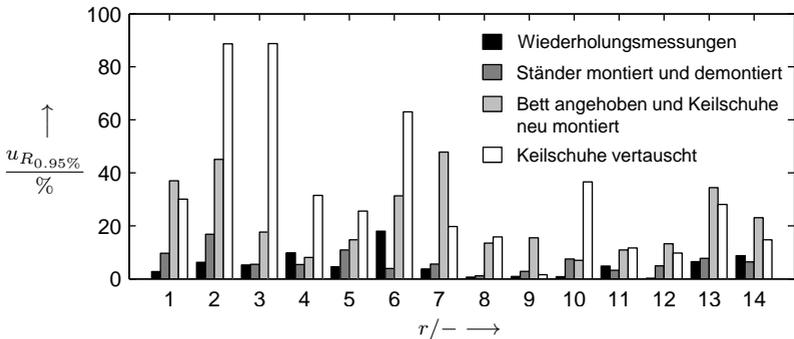


Abb. 7.10: Streuungen der Dämpfungsgrade für die ersten 14 Moden des Maschinenbettes auf Keilschuhen in Abhängigkeit von verschiedenen Montagebedingungen

der Keilschuhe sowie das Vertauschen der Keilschuhe treten Streuungen von durchschnittlich  $\pm 23$  % bzw.  $\pm 33$  % auf. Die maximalen Abweichungen liegen bei den Starrkörpermoden bei knapp  $\pm 90$  % und bei den Strukturmoden bei knapp  $\pm 50$  %. Aufgrund dieser großen Streuungen konnte für die Keilschuhe kein übertragbares Dämpfungsmodell identifiziert werden. Wird dennoch ein Dämpfungsmodell identifiziert, ist es nur dann gültig, solange an den Keilschuhen nichts verändert wird. Da für die weiteren Untersuchungen eine erneute Montage unabdingbar war, wurden für die weiteren Montagezustände nur noch Federn bzw. Kugeln verwendet.

## 7.3 Verschraubte Fugen

### 7.3.1 Führungsschienen und Lagerböcke

Zur Untersuchung des Dämpfungseinflusses von verschraubten Fugen wurden zunächst die zwei Montagezustände MZ 4 und MZ 5 (Maschinenbett mit Führungsschienen und Maschinenbett mit Lagerböcken) entsprechend Tab. A.2 (S. 211) betrachtet. Da die Federn gegenüber den Kugeln ein geringeres Dämpfungsvermögen aufweisen, wurde das Maschinenbett auf Federn gestellt. Während für die Federn sowie das Material bereits Dämpfungsmodelle vorlagen, kamen lediglich die Fugen als unbekannte potenzielle Dissipationsquellen hinzu. Um zu sehen, ob den Fugen ein Dämpfungseinfluss zugeordnet werden kann, wurden die Dämpfungsgrade mit den bereits bekannten Dämpfungsmodellen simuliert und mit den gemessenen Dämpfungsgraden verglichen.

Weder für den Montagezustand mit Führungsschienen (vgl. Abb. 7.11) noch für den Montagezustand mit Lagerböcken (vgl. Abb. 7.12) liegt ein gemessener Dämpfungsgrad oberhalb der simulierten Vertrauensintervalle. Damit ist kein Dämpfungsgradunterschied vorhanden, welcher der Fuge zugewiesen werden könnte. Der Dämpfungseinfluss dieser verschraubten Fugen geht in den Streuungen des Materials unter. Das Dämpfungsvermögen dieser Fugen kann somit vernachlässigt werden. Der geringe Dämpfungseinfluss ist möglicherweise auf die hohen Anzugsmomente und die dichte Anordnung der Schrauben zurückzuführen. Die Führungsschienen werden beispielsweise jeweils mit 27 Schrauben und 144 Nm Anziehdrehmoment montiert und die Lagerböcke werden jeweils mit 6 Schrauben und 600 Nm Anziehdrehmoment verschraubt. Der Dämpfungseinfluss der Lagerböcke ist aufgrund des geringen Energieanteils ebenfalls sehr klein (vgl. Abb. 7.12).

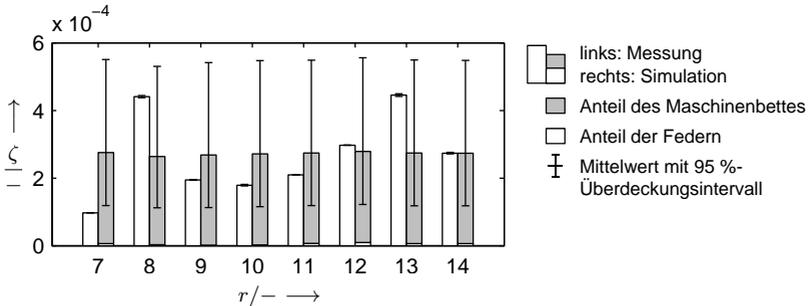


Abb. 7.11: Dämpfungsgradanteile der Federn und des Maschinenbettes ohne ein Modell für die Führungsschienen für den Montagezustand MZ 4 (Maschinenbett auf Federn mit verschraubten Führungsschienen)

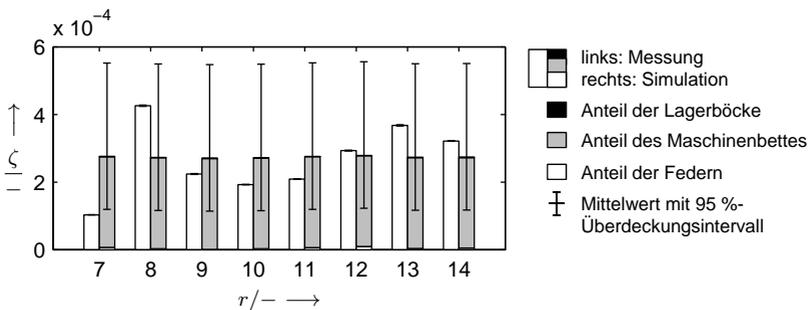


Abb. 7.12: Dämpfungsgradanteile der Federn und des Maschinenbettes ohne ein Modell für die Lagerböcke für den Montagezustand MZ 5 (Maschinenbett auf Federn mit verschraubten Lagerböcken)

### 7.3.2 Maschinenständer

Aufgrund der gänzlich anderen Fugengeometrie sowie anderer Massenverhältnisse wurde auch der Fugeneinfluss zwischen Maschinenständer und Maschinenbett untersucht. Der Maschinenständer saß auf vier bearbeiteten Flächen auf dem Maschinenbett auf und wurde mit insgesamt 18 Schrauben und 200 Nm verschraubt (vgl. Abb. 3.1, S. 52). In der Fuge befanden sich zusätzlich Abstimmlatten zum Höhenausgleich. Um einen sicheren Stand dieses Montagezustandes zu gewährleisten, wurde das Maschinenbett mit dem Ständer auf Kugeln gestellt (MZ 6 in Tab. A.2, S. 211). Als weitere Dissipationsquellen kamen für diesen Montagezustand die Materialdämpfung des Ständers und der Dämpfungseinfluss der gesamten Fuge hinzu. Mit der Montage des Maschinenständers verändert sich das Schwingungsverhalten gegenüber dem Montagezustand ohne Maschinenständer erheblich. Dies wird aus dem Vergleich der Dämpfungsgrade für die beiden Montagezustände deutlich (vgl. Abb. 7.13). Für die jeweils ersten acht Strukturmoden treten sowohl bei den Eigenfrequenzen als auch bei den Dämpfungsgraden große Unterschiede auf.

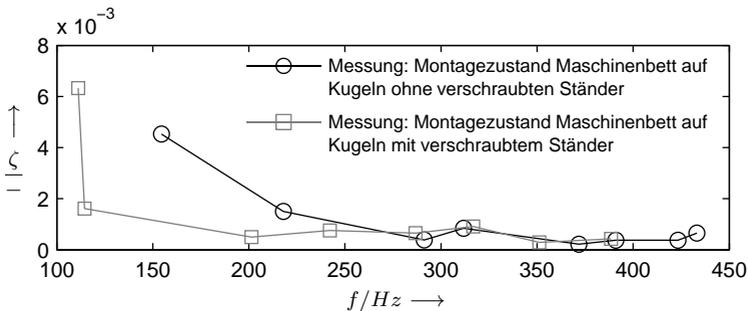


Abb. 7.13: Dämpfungsgrade des Montagezustandes Maschinenbett auf Kugeln ohne verschraubten Ständer im Vergleich zum Montagezustand mit verschraubtem Ständer

Im Vergleich zu den Montagezuständen in Abschnitt 7.3.1 (S. 165), bei denen die Schwingungsformen mit und ohne Führungsschienen und Lagerböcke in etwa erhalten bleiben, lassen sich die Schwingungsformen für den Montagezustand mit und ohne Maschinenständer nur noch bedingt miteinander vergleichen. Der neue Montagezustand mit Maschinenständer muss daher als eigenes Schwingungssystem betrachtet werden, welches teilweise veränderte, aber auch neue Schwingungsformen aufweist. Um den Dämpfungseinfluss der hinzugekommenen Fuge zu sehen, wurden mit den bereits vorhandenen Dämpfungsmodellen für die Kugeln und das Material des Maschinenbettes und

des Maschinenständers die Dämpfungsgrade simuliert. Die entsprechenden Modellparameter wurden dafür analog zu den vorhergehenden Montagezuständen experimentell bestimmt bzw. der Simulation entnommen. Aus dem Vergleich zwischen den gemessenen und den simulierten Dämpfungsgraden wird ersichtlich, dass dieser Montagezustand ohne einen erneuten Abgleich und ohne eine Anpassung der Dämpfungsparameter bereits mit den vorhandenen Dämpfungsmodellen hinreichend beschrieben wird (Abb. 7.14).

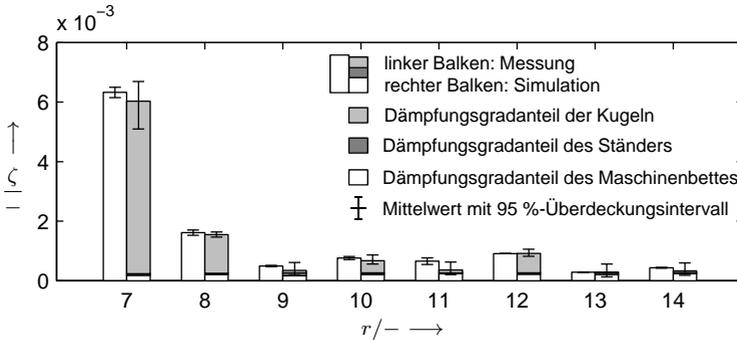


Abb. 7.14: Dämpfungsgradanteile der Kugeln und der Materialdämpfung aus dem Maschinenbett und dem Ständer ohne ein Modell für die verschraubte Fuge für den Montagezustand MZ 6 (Maschinenbett auf Kugeln mit verschraubtem Ständer)

Da sich die Streubereiche für alle Strukturmoden überschneiden, kann auch bei diesem Montagezustand der Fuge keine Dämpfung zugewiesen werden. Die Dämpfungsänderungen in Abb. 7.13 (S. 167) werden somit allein durch die veränderten Schwingungsformen hervorgerufen. Ähnlich zum Montagezustand MZ 2 (Maschinenbett auf Kugeln) existieren Moden (wie die Moden 7, 8, 10 und 12), die von der Aufstellung dominiert werden. Zum anderen sind Moden (wie die Moden 9, 11, 13 und 14) vorhanden, deren Dämpfungsverhalten von der Materialdämpfung bestimmt wird. Der Dämpfungsgradanteil der Materialdämpfung ist dabei für das Maschinenbett und den Maschinenständer aufgeschlüsselt dargestellt (Abb. 7.14). Im Vergleich zum Montagezustand mit Lagerbock ist der Dämpfungsgradanteil des Maschinenständers bei jeder Mode erkennbar, jedoch ist er bei diesen Moden kleiner als die Materialdämpfung des Maschinenbettes.

Damit lässt sich aus diesem Montagezustand folgendes festhalten: Die bisherigen Dämpfungsmodelle für die Kugeln und das Material konnten weiter bestätigt werden. Der Dämpfungseinfluss der Fuge zwischen Maschinenbett und Maschinenständer kann vernachlässigt werden.

## 7.4 Linearachse

### 7.4.1 Führungsschuhe

Zur Identifikation eines Dämpfungsmodells für die Führungsschuhe wurde der Montagezustand MZ 7 (vgl. Tab. A.2, S. 211: Bett auf Federn mit Führungsschienen, Führungsschuhen und Werkstücktisch) betrachtet, wobei der Werkstücktisch an eine definierte Achsposition gefahren wurde (vgl. Abb. 3.2, S. 53). Aus den Messungen in Abschnitt 6.3.2 (S. 141) ist bereits bekannt, dass die Führungsschuhe zum Teil Nichtlinearitäten hervorrufen. Aus diesem Grund wird der Identifikationsprozess detailliert beleuchtet.

#### 7.4.1.1 Dämpfungsmodell

Grundsätzlich besitzt der Montagezustand MZ 7 als potenzielle Dissipationsquellen die Federn, das Material, die Fugen sowie die Führungsschuhe. Für das Material und die Federn wurden die zuvor identifizierten Dämpfungsmodelle verwendet. Das Dämpfungsverhalten aller verschraubten Fugen wurde für diesen Montagezustand vernachlässigt (vgl. Abschnitt 7.3, S. 165). Die Führungsschuhe wurden im FE-Modell als Federn modelliert, so dass zur Modellierung des Dämpfungsverhaltens hysteretische oder viskose Feder-Dämpfer-Elemente in Frage kamen. Da die Führungsschuhe hinsichtlich der Bauform und Größe standardisiert sind, sollten alle Führungsschuhe durch die gleichen Dämpfungsparameter beschrieben werden.

#### 7.4.1.2 Identifikation der Modellparameter

Für die Steifigkeitsparameter der Führungsschuhe in Zug-Druck- sowie in Querrichtung standen Werte entsprechend der Identifikationsmethode in BRECHER ET AL. (2013) zur Verfügung. Eine zusätzliche Steifigkeit in Verfahrriichtung wurde über einen Modellabgleich bestimmt. Bei dem betrachteten Montagezustand konnte hierfür eine reine Starrkörpermode des Werkstücktisches (Bewegung des WST in Verfahrriichtung) verwendet werden. Um gesicherte Eigenvektorbewegungen der Führungsschuhe zu erhalten, wurde analog zur Kugelaufstellung auch versucht, die benötigten Eigenvektoreinträge an den Freiheitsgraden der Führungsschuhe experimentell zu bestimmen. Dafür wurden jeweils vier Messpunkte auf der Maschinenbett- und der Werkstückseite an den Ecken eines Führungsschuhs definiert, mit denen über eine entsprechende lineare Interpolation auf die Eigenvektorbewegung des Führungsschuhs geschlossen werden konnte. Die Fehler dieser Interpolation wurden zunächst

analog zu Abschnitt 7.2.2 (S. 158) mithilfe der Simulation abgeschätzt. Lediglich für die Verfahrerrichtung liegt der Fehler für die ersten Strukturmoden unterhalb von 10 %. Für die anderen Richtungen übersteigt der Fehler teilweise 100 %. Aus diesem Grund wird davon ausgegangen, dass die Simulation genauere Schätzwerte für die Eigenvektorbewegungen liefert als die Messung. Zur Wahrung der Konsistenz wurden die übrigen Modellparameter wie die Eigenfrequenzen und Gesamtenergien ebenfalls aus der Simulation verwendet. Bereiche für die Dämpfungsgrade wurden aufgrund der aufgetretenen Nichtlinearitäten mithilfe der in Abschnitt 6.3.2 (S. 141) beschriebenen Methoden experimentell identifiziert.

### 7.4.1.3 Konkretisierung des Dämpfungsmodells

Um den Dämpfungseinfluss der Führungsschuhe zu veranschaulichen, sind in Abb. 7.15 die Dämpfungsgrade, die mit den bekannten Dämpfungsmodellen bestimmt wurden, den gemessenen Dämpfungsgraden gegenübergestellt.

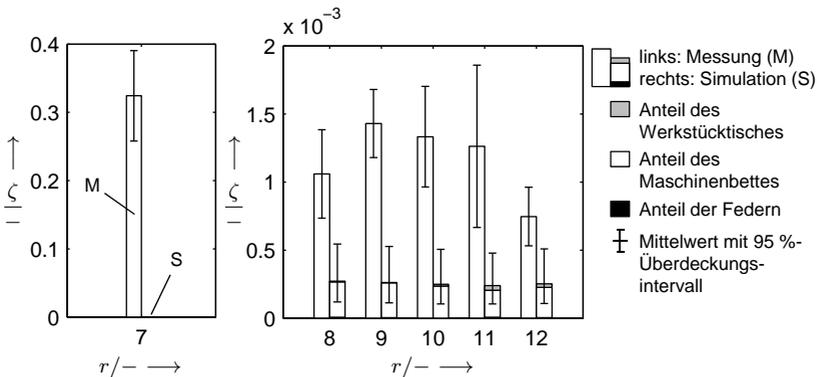


Abb. 7.15: Vergleich der gemessenen und der simulierten Dämpfungsgrade ohne ein Modell für die Führungsschuhe (Montagezustand MZ 7: Maschinenbett auf Federn mit montiertem Werkstücktisch)

Die großen Streubereiche der Messung sind auf die vorhandenen Nichtlinearitäten zurückzuführen, welche vor allem für die 7. Mode stark ausgeprägt sind. Im Mittel liegen die simulierten Dämpfungsgrade unterhalb der gemessenen Fehlerbereiche. Damit sind für alle Moden Dämpfungsgradunterschiede zwischen Messung und Simulation vorhanden, welche den Führungsschuhen zuzuordnen sind. Die 7. Mode entspricht der Starrkörpermode des Werkstücktisches, weshalb für diese Mode die bisherigen Dämpfungsmodelle keinen Beitrag

leisten. Werden die Bewegungsanteile  $\phi^2/U_r$  der Führungsschuhe in die  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung aufgeschlüsselt, zeigt sich für alle Moden eine Dominanz der  $z$ -Richtung, welche der Verfahrrichtung entspricht (vgl. Abb. 7.16). Da vor allem die  $z$ -Richtung mit den Dämpfungsgradunterschieden in Abb. 7.15 korreliert, ist davon auszugehen, dass der große Dämpfungseinfluss auf die Verfahrrichtung zurückzuführen ist. Für die Zug-Druck-Richtung oder die Quer-Richtung besitzt bei diesem Montagezustand keine Mode einen dominanten Anteil, so dass für diese Richtungen kein Dämpfungsparameter identifiziert werden kann.

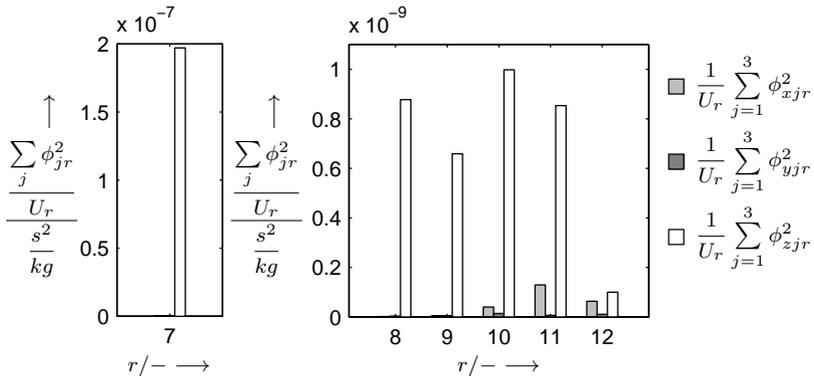


Abb. 7.16: Bewegungsanteile des Führungsschuhe in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung für das auf Federn aufgestellte Maschinenbett mit Werkstücktisch und Führungsschuhen

Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit auf die Dämpfungsparameter von BRECHER ET AL. (2012b, 2013) zurückgegriffen. Unter Berücksichtigung dieser Dämpfungsparameter hat sich gezeigt, dass das Dämpfungsverhalten der Verfahrrichtung besser durch einen hysteretischen Ansatz im Vergleich zum viskosen Ansatz modelliert werden kann. Es wird daher lediglich das hysteretische Modell weiter betrachtet.

#### 7.4.1.4 Auswahl einer Abgleichsmode

Für den Abgleich des Dämpfungsparameters kann jede Mode mit einem großen Bewegungsanteil  $\phi^2/U_r$  in  $z$ -Richtung verwendet werden (vgl. Abb. 7.16). Aufgrund der großen Streuungen der 7. Mode wurde der Abgleich an der 10. Mode mit dem zweitgrößten Bewegungsanteil vollzogen.

## 7.4.1.5 Validierung

Werden für den Montagezustand MZ 7 die Dämpfungsgradanteile mit den ausgewählten Dämpfungsmodellen berechnet, überschneiden sich die Streubreiche von der 7. bis zur 19. Mode bei 470 Hz (vgl. Abb. 7.17). Dabei wurde lediglich an einer einzigen Mode abgeglichen.

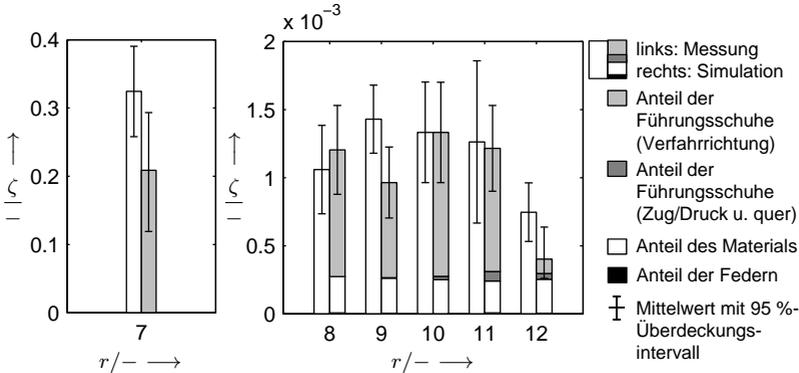


Abb. 7.17: Validierung des Führungsschuhmodells anhand eines Vergleichs von gemessenen und simulierten Dämpfungsgraden

Zur besseren Übersichtlichkeit sind hier nur die Dämpfungsgrade bis zur 12. Mode wiedergegeben. Wie aus Abb. 7.15 (S. 170) und Abb. 7.16 (S. 171) zu erwarten war, wird das Dämpfungsverhalten der Strukturmoden 7 bis 11 von der Verfahrriichtung dominiert. Ein Einfluss der Zug-Druck- und der Quer-Richtung ist erst ab der 10. Mode bei 270 Hz sichtbar. Ein Dämpfungseinfluss der Federn ist für die Strukturmoden wie bei den Montagezuständen zuvor nicht auszumachen. Die aus der Monte-Carlo-Simulation resultierenden empirischen Verteilungen für den Dämpfungsparameter in Verfahrriichtung und die Dämpfungsgrade der 7. Mode sind in Abb. 7.18 wiedergegeben. Die Steifigkeits- und die Dämpfungsparameter der Führungsschuhe sind in Tab. 7.6 zusammengefasst.

## 7.4.2 Kugelgewindetrieb

Als letztes wurde der Dämpfungseinfluss des Kugelgewindetriebes untersucht. Dafür wurde der Montagezustand für die Führungsschuhe um die Lagerböcke sowie einen Kugelgewindetrieb mit einer Fest-Los-Lagerung erweitert (MZ 8 in

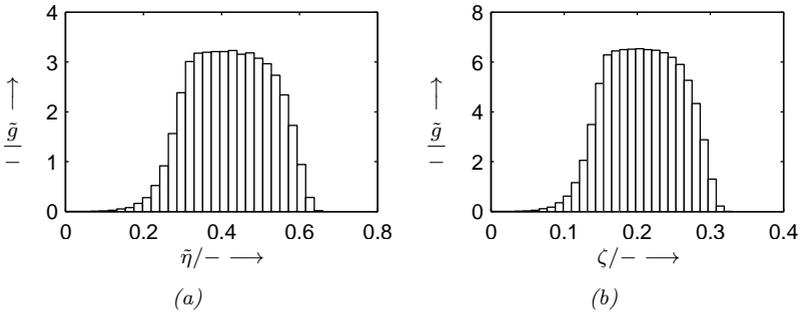


Abb. 7.18: Aus der Monte-Carlo-Simulation resultierende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für die Dämpfungsparameter des Führungsschuhs in Verfahr- richtung (a) und für die Dämpfungsgrade der 7. Mode (b)

Tab. 7.6: Modellparameter der Führungsschuhe

Parameter	quer	Zug/Druck	Verfahrrichtung
$\tilde{k}/N \text{ m}^{-1}$	$1.51 \times 10^9$	$2.15 \times 10^9$	$1 \times 10^7$
$\tilde{\eta}/-$	–	–	0.24 – 0.42 – 0.60 (1)
$\tilde{c}/N \text{ s m}^{-1}$	1050	1220	–
Parameter	Nicken	Gieren	Rollen
$\tilde{k}/N \text{ m rad}^{-1}$	$1.9 \times 10^6$	$1.6 \times 10^6$	$9.5 \times 10^5$
(1) 2.5 %-Quantil – Mittelwert – 97.5 %-Quantil			

Tab. A.2, S. 211). Für diesen Montagezustand ergaben sich folgende Problemstellungen: Zum einen kommen viele unbekannte Dissipationsquellen hinzu, deren Dämpfungseinfluss nicht separat untersucht werden kann. Dazu gehören das Fest- und das Loslager, deren Passungen, die Anbindung der KGT-Mutter an den Werkstücktisch sowie der Kontakt zwischen KGT-Mutter und Spindelwelle. Zum anderen sind bei diesem Montagezustand die Nichtlinearitäten noch stärker ausgeprägt als zuvor. Zu der stark gedämpften 7. Mode beim Montagezustand aus Abschnitt 7.4.1 (S. 169) kommt eine weitere stark gedämpfte Mode hinzu, an der die Nichtlinearitäten ebenfalls deutlich ersichtlich werden. Um diese Moden in der Messung zu sehen, wurde gezielt am Werkstücktisch angeregt und die Schwingungsantwort direkt an einem Führungsschuh gemessen. Die Frequenzgänge für drei Kraftimpulse mit verschiedenen maximalen Anregungskräften sind in Abb. 7.19 (S. 174) dargestellt. Sowohl die 7. Mode bei ca. 100 Hz als auch die 9. Mode im Bereich zwischen 150 Hz und 200 Hz weisen eine deutliche Amplitudenabhängigkeit auf. Aufgrund der Amplitudenabhängigkeit kann nicht zwingend davon ausgegangen werden, dass der zuvor

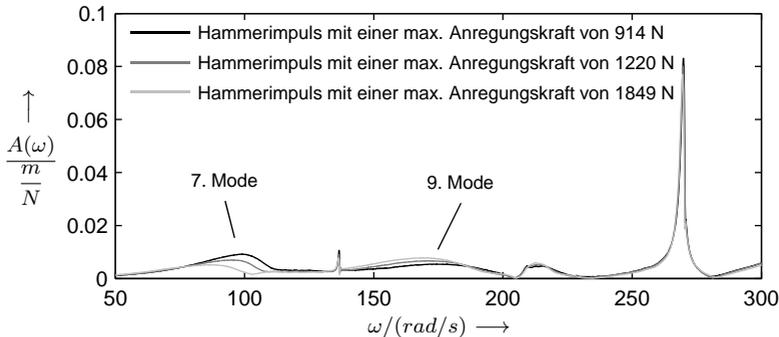


Abb. 7.19: Frequenzgänge von drei Hammerimpulsen mit verschiedenen maximalen Anregungskräften für das auf Federn aufgestellte Maschinenbett mit Werkstücktisch, Führungsschuhen und Kugelgewindetrieb

mit relativen Schwingungsamplituden identifizierte Dämpfungsparameter für den Führungsschuh weiterhin gültig ist. Mit dem Einbau des KGTs ändert sich das Dämpfungsverhalten und damit ändern sich wiederum die absoluten Schwingungsamplituden, womit sich die Führungsschuhe in einem anderen Arbeitspunkt befinden. Somit lässt sich für den neuen Montagezustand nicht mit Sicherheit sagen, ob die Dämpfungsänderung aus einer Änderung des Dämpfungsparameters des Führungsschuhs herrührt oder auf die zusätzlichen Dissipationsquellen zurückzuführen ist. Dieser Problemstellung könnte mit nichtlinearen Reibmodellen (KUNC 2013) oder speziellen Prüfständen (BRECHER ET AL. 2013) begegnet werden.

Um hier bereits eine erste Abschätzung für den Einfluss des KGTs angeben zu können, wurden folgende Annahmen getroffen:

- Basierend auf der linearen Theorie soll auch für den neuen Montagezustand der bereits identifizierte Dämpfungsparameter des Führungsschuhs gelten.
- Die Lagerdämpfung wird durch die Dämpfungsparameter beschrieben, welche anhand von Prüfständen bereits identifiziert wurden (BRECHER ET AL. 2012a, BRECHER ET AL. 2012d).
- Der Dämpfungseinfluss der Passungen und verschraubten Fugen kann vernachlässigt werden.

Dieser Annahmen entsprechend wurde nach einem Dämpfungsmodell für den KGT gesucht.

#### 7.4.2.1 Modellierung und Modellparameter

**KGT-Modell** Der KGT wurde im FE-Modell entsprechend den Ausführungen in OKWUDIRE & ALTINTAS (2009) und SCHWARZ (2015) modelliert. Für den Kontakt zwischen der KGT-Mutter und der Spindelwelle wurde eine Steifigkeitsmatrix hinterlegt. Deren Werte ergeben sich aus einer axialen Steifigkeit sowie der Geometrie des vorliegenden KGTs. Die Lagersteifigkeiten basieren auf einer Identifikation am Prüfstand (BRECHER ET AL. 2012a, d). Die Spindelwelle wurde mit mehreren Balken approximiert. Da für die Drehung der Spindelwelle ohne Werkstücktisch ein Moment als Folge der Haftreibung vorhanden ist, wurde der Drehfreiheitsgrad der Spindelwelle mit einer zusätzlichen Rotationsfeder gesperrt. Der Steifigkeitsparameter wurde dafür über einen Modellabgleich ermittelt.

**Eigenvektoren** Für eine messtechnische Bestimmung der Eigenvektorbeiträge bieten die Wälzlager sowie die KGT-Mutter keine geeigneten Messpunkte, so dass die Modellparameter für die Dämpfungsmodelle wiederum aus der Simulation bestimmt wurden.

**Dämpfungsgrade** Die Dämpfungsgrade wurden mit Ausnahme der 7. und der 9. Mode mithilfe des logarithmischen Dekrements (vgl. Abschnitt 6.3.2, S. 141) identifiziert. Aufgrund der großen Dämpfung dieser beiden Moden ist die Zahl der Amplituden in der Ausschwingkurve für eine Auswertung mit dem log. Dekrement nicht ausreichend. Um dennoch Streubereiche für die Dämpfungsgrade zu erhalten, wurden daher die Frequenzgänge bei unterschiedlichen Hammerschlägen mithilfe der Halbwertsbreitenmethode ausgewertet.

#### 7.4.2.2 Korrelationsüberprüfung und Auswahl einer Abgleichsmode

Um den Dämpfungseinfluss des KGTs zu veranschaulichen, sind in Abb. 7.20a (S. 176) die mit den bereits bekannten Dämpfungsmodellen simulierten Dämpfungsgrade für den neuen Montagezustand angegeben. Als Rest sind die Dämpfungsgradanteile des Materials und der Federn zusammengefasst, welche jedoch im Diagramm verschwindend gering sind. Aus dem Vergleich mit den gemessenen Dämpfungsgraden fällt auf, dass lediglich bei der 9. und der 10. Mode ein Dämpfungsgradunterschied vorhanden ist, welcher dem KGT zugewiesen werden kann. Die 7. Mode wird bereits durch das Modell des Führungsschuhs beschrieben. Um den Dämpfungsgradunterschied der 9. und

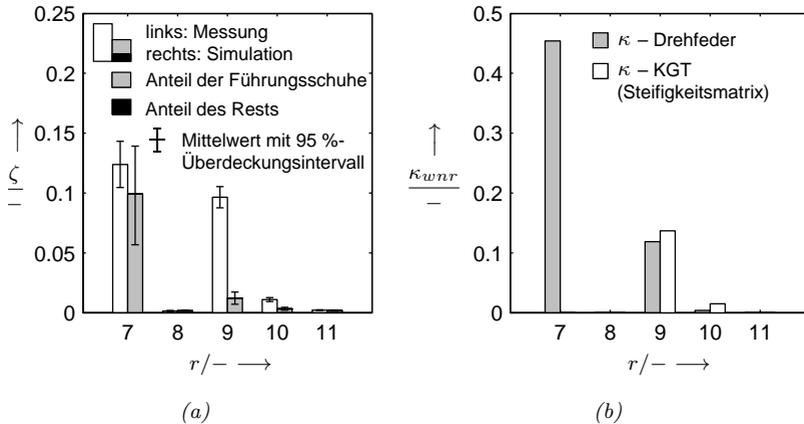


Abb. 7.20: Gemessene Dämpfungsgrade des Montagezustandes MZ 8 (Maschinenbett auf Federn mit Werkstücktisch und KGT) sowie simulierte Dämpfungsgrade ohne ein Modell des KGTs (a); Energieverhältnisse einer modellierten Drehfeder bzw. des verwendeten KGT-Steifigkeits-Modells (b)

der 10. Mode abzubilden, stehen verschiedene Alternativen zur Auswahl. Zum einen kann der Drehfeder ein viskoses oder hysteretisches Dämpfer-Element zugeordnet werden. Dieses Modell entspricht der Vorstellung, dass der Dämpfungseinfluss aus der Reibung der Spindelwelle resultiert. Zum anderen kann die Steifigkeitsmatrix für einen hysteretischen Ansatz verwendet werden. Dies geht mit der Vorstellung einher, dass die dominante Dämpfungswirkung aus der Verbindung von Spindelwelle und KGT-Mutter stammt. In Abb. 7.20b sind die jeweiligen Anteile für die Drehfeder sowie die Steifigkeitsmatrix wiedergegeben. Da die Drehfeder bei der 7. Mode einen großen Bewegungsanteil besitzt, bei der kein Dämpfungsunterschied (Abb. 7.20a) vorhanden ist, ist dieses Modell für die Dämpfungsmodellierung nicht geeignet und kann daher verworfen werden. Die  $\kappa$ -Werte der Steifigkeitsmatrix korrelieren dagegen mit den Dämpfungsunterschieden der 9. und der 10. Mode, weshalb als Dämpfungsmodell die Steifigkeitsmatrix zugrunde gelegt wurde. Zur Identifikation des entsprechenden Verlustfaktors bietet sich die 9. Mode an.

### 7.4.2.3 Validierung

Die simulierten Dämpfungsgradanteile inklusive des KGT-Modells sind in Abb. 7.21 den gemessenen Dämpfungsgraden gegenübergestellt. Zusätzlich ist in Abb. 7.22 (S. 178) der Vergleich bis zur 19. Mode wiedergegeben. Wie aus

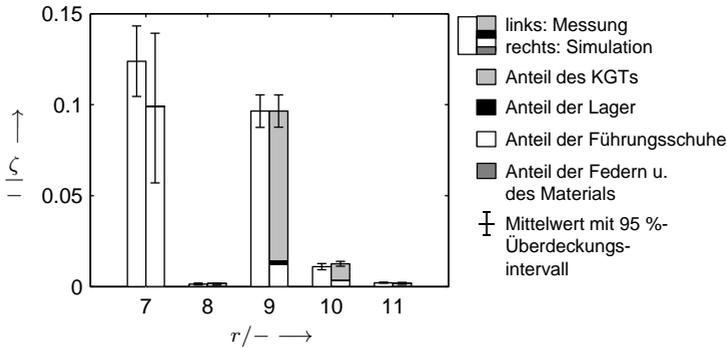


Abb. 7.21: Vergleich von gemessenen und simulierten Dämpfungsgraden der Moden 7 bis 11 unter Berücksichtigung eines Dämpfungsmodells für den KGT (Montagezustand MZ 8: Maschinenbett auf Federn mit Werkstücktisch, Führungsschuhen und KGT)

Abb. 7.20b abgeleitet werden kann, liefert der KGT keinen Dämpfungsgradanteil bei der 7. Mode (vgl. Abb. 7.21). Die Streubereiche überschneiden sich für alle Moden, außer für die 16. und die 18. Mode (vgl. Abb. 7.22, S. 178). Die 16. Mode liegt bereits oberhalb einer Frequenz von 400 Hz, ab der die Schwingungsmoden einen zunehmend stark lokalen Schwingungscharakter aufweisen. Damit ist auch der größere Dämpfungsanteil des KGTs ab der 16. Mode zu erklären. Die verwendeten Modellparameter für die Wälzlager sowie den KGT sind in Tab. 7.7 zusammengefasst.

Tab. 7.7: Modellparameter der Wälzlager und des Kugelgewindetriebs

Parameter		axial	radial	Kippen
Loslager	$\tilde{k}/N \text{ m}^{-1}$	–	$2.85 \times 10^8$	–
	$\tilde{\eta}/-$	–	0.044	–
Festlager	$\tilde{k}/N \text{ m}^{-1}$	$1.32 \times 10^9$	$1.84 \times 10^8$	–
	$\tilde{k}/N \text{ m rad}^{-1}$	–	–	$7.09 \times 10^5$
	$\tilde{\eta}/-$	0.053	0.044	0.017
Parameter		axial	Rollen	
KGT	$\tilde{k}/N \text{ m}^{-1}$	$6.3 \times 10^8$ (1)	–	
	$\tilde{k}/N \text{ m rad}^{-1}$	–	366	
	$\tilde{\eta}/-$	1.0355 – 1.1986 – 1.3619 (2)		

(1) Steifigkeitsmatrix des KGTs entsprechend SCHWARZ (2015)

(2) 2.5 %-Quantil – Mittelwert – 97.5 %-Quantil

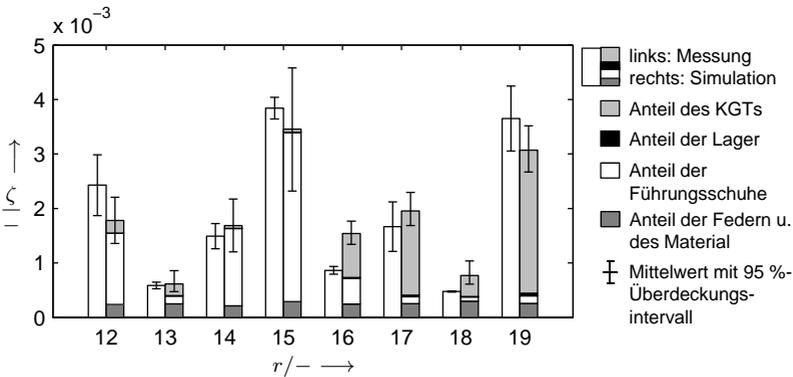


Abb. 7.22: Vergleich von gemessenen und simulierten Dämpfungsgraden der Moden 12 bis 19 unter Berücksichtigung eines Dämpfungsmodells für den KGT (Montagezustand MZ 8: Maschinenbett auf Federn mit Werkstücktisch, Führungsschuhen und KGT)

## 7.5 Gesamtmaschine

### 7.5.1 Allgemeines

Nachdem für alle potenziellen Dissipationsquellen geeignete Dämpfungsmodelle gefunden werden konnten, wurde der Aufbau in Abb. 3.1 (S. 52) zur Validierung genutzt (MZ 9 in Tab. A.2, S. 211). Anstatt der Keilschuhe wurden jedoch Kugeln verwendet. Für diesen Montagezustand wurden die Dämpfungsgrade ohne einen weiteren Abgleich prognostiziert. Diese wurden mit den gemessenen Dämpfungsgraden verglichen, um Rückschlüsse auf die Qualität der identifizierten Dämpfungsmodelle ziehen zu können. Zudem wurde die Qualität des gesamten Strukturmodells anhand eines ausgewählten Frequenzgangs und der Kriterien entsprechend Abschnitt 5.3 (S. 108) untersucht. Alle Komponenten wie Führungsschienen, Lagerböcke, Führungsschuhe sowie die gesamte Kugelgewindetriebeinheit wurden für diesen letzten Montagezustand erneut montiert. Damit sollte geprüft werden, ob die Dämpfungsmodelle auch die Montageeffekte berücksichtigen. Um die Streuungen zu erfassen, die allein aus der Ausrichtung des Werkstücktisches resultieren, wurden drei Wiederholungsmessungen durchgeführt. Dabei wurde der Werkstücktisch für jede Messung von Hand verschoben und wieder in die Ausgangslage zurückgebracht. Die Dämpfungsgrade wurden mithilfe der angepassten Halbwertsbreitenmethode und dem logarithmischen Dekrement entsprechend Abschnitt 6.3 (S. 133) aus

mehreren Frequenzgängen identifiziert. Um alle Moden dieses Montagezustandes zu sehen sowie die Schwingungsformen der Simulation zuordnen zu können, waren drei Anregungsstellen nötig. Für die Prognose der Dämpfungsgrade mussten alle Modellparameter für alle Dämpfungsmodelle ermittelt werden. Aufgrund der stark gedämpften Moden konnten die Aufstellbewegungen der Kugeln nicht gesichert aus der Messung bestimmt werden. Es wurden daher alle Modellparameter aus der Simulation ermittelt. Die Gesamtdämpfungsgrade ergaben sich analog wie zuvor aus einer Superposition aller Anteile.

## 7.5.2 Validierung

### 7.5.2.1 Vergleich der Dämpfungsgrade

In Abb. 7.23 und Abb. 7.24 (S. 180) sind für die Moden 7 bis 18 die gemessenen sowie die simulierten Dämpfungsgrade wiedergegeben. Damit ist ein Frequenzbereich bis 400 Hz abgedeckt.

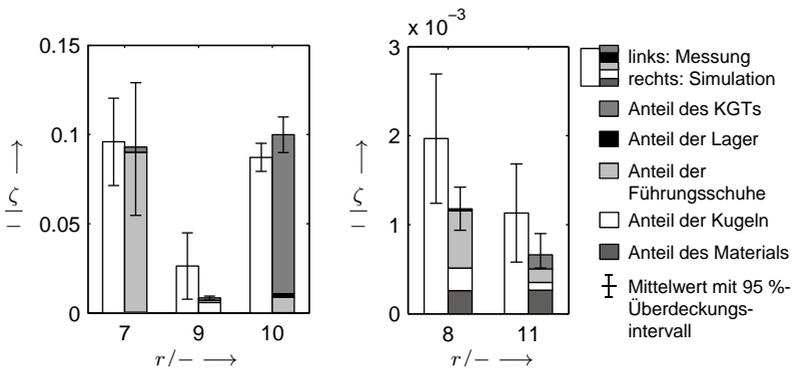


Abb. 7.23: Vergleich der gemessenen und simulierten Dämpfungsgrade für die Gesamtstruktur entsprechend Abb. 3.1 (S. 52) auf Kugeln für die Moden 7 bis 11 (Trennung der Moden zur Verwendung unterschiedlicher Skalen)

Um die Anteile für jede Mode besser sehen zu können, wurden die Diagramme unterschiedlich skaliert sowie die Modenreihenfolge verändert. Mit Ausnahme der 12. Mode überschneiden sich alle Streubereiche. Aus den Dämpfungsgradanteilen wird ersichtlich, dass sich jeder Dämpfungsgrad stets aus mehreren Anteilen zusammensetzt. Einige Moden, wie die 7. und die 10. Mode, werden durch eine Dissipationsquelle dominiert. Bei anderen Moden, wie die 11., die 16. und die 18. Mode, resultieren die Dämpfungsgrade aus mehreren Dissipationsquellen zu etwa gleichen Anteilen. Obwohl der KGT und die Führungsschuhe

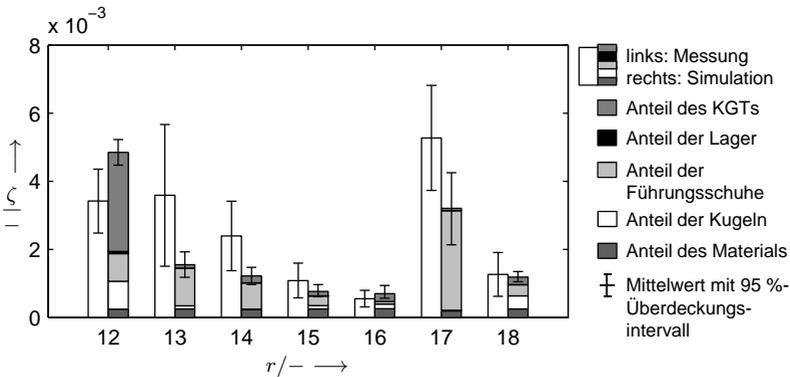


Abb. 7.24: Vergleich der gemessenen und simulierten Dämpfungsgrade für die Gesamtstruktur entsprechend Abb. 3.1 (S. 52) auf Kugeln für die Moden 12 bis 18

bei vielen Moden einen großen Anteil besitzen, ist der Dämpfungsanteil des Materials oder der Aufstellung für alle Moden mit Ausnahme der 7. und der 10. Mode nicht zu vernachlässigen.

### 7.5.2.2 Vergleich von Frequenzgängen

Des Weiteren sollte die Qualität des Simulationsmodells sowie der simulierten Dämpfungsgrade anhand eines Frequenzganges beurteilt werden. Dafür wurde der Anregungspunkt-Frequenzgang am Punkt P1 entsprechend Abb. 3.1 (S. 52) in vertikaler Richtung betrachtet. Um die Einflüsse der Fehler aus der FE-Simulation, z. B. Abweichungen der gemessenen und simulierten Eigenfrequenzen, von den Unterschieden aus der Dämpfungsgradprognose zu trennen, wurden die Frequenzgänge auf zwei unterschiedlichen Wegen bestimmt: Zum einen wurden alle Dämpfungsmodelle im FEM-Modell hinterlegt und ein Frequenzgang entsprechend Gl. 5.15 (S. 114) mithilfe des FEM-Programms simuliert. Eine vom FEM-Programm zur Verfügung gestellte Residuenkorrektur wurde dabei berücksichtigt. Zum anderen wurde ein Frequenzgang anhand von gemessenen Eigenfrequenzen, gemessenen Eigenvektoren und mit simulierten Dämpfungsgraden entsprechend Gl. 2.29 (S. 19) modal synthetisiert. In beiden Fällen wurden für die Dämpfungsparameter bzw. die Dämpfungsgrade die entsprechenden Mittelwerte verwendet. Den Vergleich der beiden Frequenzgänge mit dem entsprechenden gemessenen Frequenzgang gibt Abb. 7.25 wieder. Im angegebenen Frequenzbereich sind alle Moden aus Abb. 7.23 (S. 179) und Abb. 7.24 enthalten.

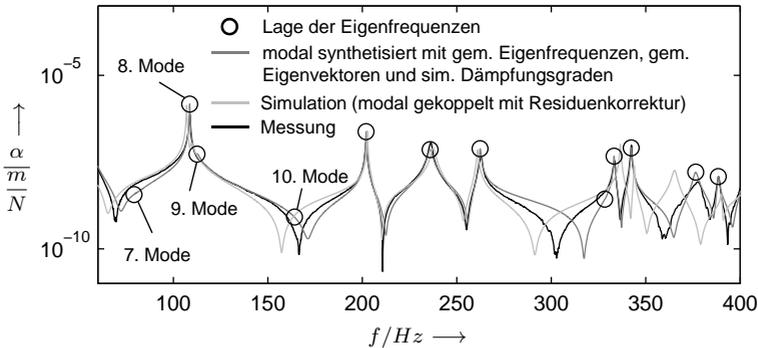


Abb. 7.25: Vergleich eines gemessenen mit zwei auf unterschiedlichen Wegen simulierten Frequenzgängen für den Punkt P1 in vertikaler Richtung (vgl. Abb. 3.1, S. 52)

Damit die Moden richtig einander zugeordnet werden können, sind die Eigenfrequenzen am modalsynthetisierten Frequenzgang als Kreise markiert. Bedingt durch die großen Dämpfungsgrade sind die 7. und die 10. Mode im Frequenzgang nicht als Amplituden-Peaks erkennbar. Bis zu einem Frequenzbereich von 300 Hz stimmt der mit dem FE-Programm simulierte Frequenzgang gut mit der Messung überein. Oberhalb dieses Frequenzbereichs treten aufgrund der größeren Modendichte Eigenfrequenzunterschiede zwischen Messung und Simulation auf. Deshalb spiegelt der modal synthetisierte Frequenzgang den gemessenen Frequenzgang qualitativ besser wider. Wird das FRAC-Kriterium zur quantitativen Beurteilung der Übereinstimmung der Frequenzgänge mit der Messung herangezogen, so liegt die Übereinstimmung für den simulierten Frequenzgang unterhalb von 1 % und für den modal synthetisierten Frequenzgang bei 80 %. Für einen modal synthetisierten Frequenzgang aus rein gemessenen Daten ergibt sich ein Wert von 93 %. Da für dieses modale Modell die gleiche Anzahl an Moden wie für den Frequenzgang mit simulierten Dämpfungsgraden berücksichtigt ist, lässt sich anhand der Unterschiede in den FRAC-Werten die Genauigkeit der Amplituden über den gesamten Frequenzbereich quantifizieren. Dass der FRAC-Wert des modalen Modells keinen höheren Wert erreicht, ist auf die nah beieinanderliegenden Moden (Moden 8 und 9) sowie die stark gedämpften nichtlinearen Moden (Moden 7 und 10) zurückzuführen. Bei diesen Moden ist keine gesicherte Eigenvektorschätzung möglich.

Aus dem Vergleich der gemessenen und simulierten Dämpfungsgrade sowie dem gezeigten Vergleich der Frequenzgänge lässt sich ableiten, dass die identifizierten Dämpfungsmodelle die Dämpfungsgrade der betrachteten Gesamtstruktur gut wiedergeben können. Das heißt, das Dämpfungsverhalten kann mit linea-

ren Modellen abgeschätzt werden. In Kapitel 5 (S. 99) wurden jedoch auch Methoden vorgestellt, welche die Grenzen der linearen Modellierung aufzeigen. Da die 12. Mode nicht in geeigneter Weise prognostiziert werden kann, wurde geprüft, inwiefern dies auf die Komplexität dieser Mode zurückzuführen ist.

### 7.5.2.3 Komplexität der Eigenvektoren

Um die Komplexität der Eigenvektoren zu beurteilen, wurde zunächst versucht, das MSC-Kriterium anzuwenden. Für dessen Bestimmung müssen entsprechend Gl. 5.11 (S. 111) und Gl. 5.12 (S. 111) die komplexwertigen Eigenvektoren mit der Steifigkeitsmatrix der Gesamtstruktur verrechnet werden. Die komplexwertigen Eigenvektoren wurden mithilfe der FEM berechnet und in Matlab<sup>®</sup> eingelesen. Das Einlesen der Steifigkeitsmatrix ist jedoch nicht gelungen. Das FE-Modell für diesen Zustand besitzt  $4.7 \times 10^6$  Freiheitsgrade, was einer Steifigkeitsmatrix mit  $2.2 \times 10^{13}$  Einträgen entspricht. Da dies die Anzahl der Werte übersteigt, die Matlab<sup>®</sup> gleichzeitig verarbeiten kann, konnte das Kriterium nicht angewendet werden. Eine Darstellung der komplexwertigen Eigenvektoren in der komplexen Ebene konnte jedoch umgesetzt werden. In Abb. 7.26a sind die komplexwertigen Eigenvektoren für die 12. Mode (234.8 Hz), bei der die Dämpfungsgrade nicht in geeigneter Weise prognostiziert werden konnten, und für die 16. Mode (343 Hz), bei der eine Prognose gelungen ist, abgebildet. Der Übersichtlichkeit halber sind lediglich die Freiheitsgrade der Knoten dargestellt, welche für die Dämpfungsmodelle benötigt werden. Bei der 16. Mode bildet sich eine Gerade aus. Bei der 12. Mode dagegen sind einige Freiheitsgrade vorhanden, die von einer Geraden abweichen.

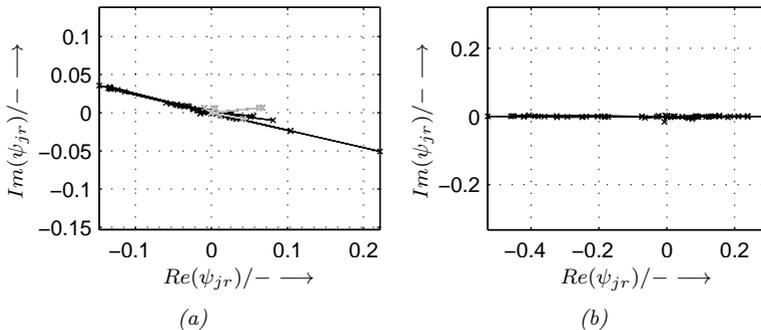


Abb. 7.26: Darstellung der komplexwertigen Eigenvektoren in der komplexen Zahlenebene für die 12. Mode (a) und die 16. Mode (b) – die grauen Punkte in (a) entsprechen den Freiheitsgraden des KGTs

Da bei der 12. Mode entsprechend Abb. 7.24 (S. 180) der KGT den größten Dämpfungsgradanteil besitzt, wurden dessen Freiheitsgrade grau hinterlegt. Bei genauer Betrachtung von Abb. 7.26a fällt auf, dass die Freiheitsgrade, die von der Gerade abweichen, u. a. dem KGT zugewiesen werden können. Die fehlerhafte Dämpfungsgradprognose der 12. Mode lässt sich daher möglicherweise darauf zurückzuführen, dass eine reellwertige Approximation der Eigenvektoren nicht gerechtfertigt ist.

### 7.5.3 Genauigkeit der modalen Synthese

Als nächstes wurde der Residueneinfluss sowie der Einfluss durch die Vernachlässigung der Nebendiagonalen anhand des Montagezustandes MZ 9 untersucht. Daraus sollte abgeschätzt werden, ob eine modale Synthese mithilfe Gl. 2.29 (S. 19) zur Berechnung eines Frequenzganges ausreichend ist.

#### 7.5.3.1 Residueneinfluss

Zur Abschätzung des Residueneinflusses sind in Abb. 7.27 zwei Frequenzgänge angegeben, die mit und ohne eine Residuenkorrektur berechnet wurden. Für den Frequenzgang mit Residuenkorrektur wurde auf das FE-Programm zurückgegriffen. Die Frequenzgangberechnung ohne Residuenkorrektur wurde in Matlab<sup>®</sup> umgesetzt. Die Frequenzgänge basieren auf Gl. 5.15 (S. 114), wobei Moden bis 1000 Hz berücksichtigt wurden. Die Residuen besitzen einen deutlichen Einfluss auf die Lage der Antiresonanzen. Eine Vernachlässigung der Residuen führt jedoch nur zu kleinen Amplitudenunterschieden, welche zu höheren Frequenzen hin zunehmen. In Abhängigkeit des betrachteten Frequenz-

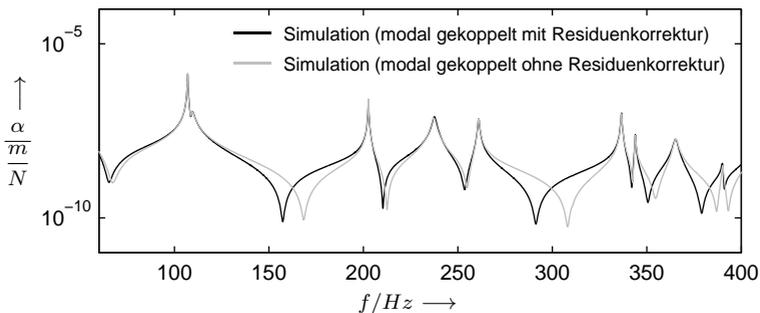


Abb. 7.27: Residueneinfluss für einen modal gekoppelt berechneten Frequenzgang unter Berücksichtigung von Moden bis 1000 Hz

bereichs und der benötigten Genauigkeit muss daher je nach Anwendungsfall entschieden werden, ob der Residueneinfluss vernachlässigt werden kann.

### 7.5.3.2 Vernachlässigung der Nebendiagonalen

Dass eine Vernachlässigung der Nebendiagonalen der Dämpfungsmatrizen nur einen kleinen Einfluss auf den Frequenzgang hat, zeigt sich in Abb. 7.28a. Hierfür ist der modal gekoppelte (Gl. 5.17, S. 116) dem modal entkoppelten (Gl. 5.18, S. 116) Frequenzgang gegenübergestellt. Lediglich bei den Antiresonanzen ist ein Amplitudenunterschied festzustellen. Wird dazu noch der Fehler entsprechend Gl. 5.24 (S. 117) betrachtet, lässt sich der Fehler zudem quantifizieren (vgl. Abb. 7.28b). Zur besseren Zuordnung sind nur die Eigenfrequenzen als Kreise markiert, die im Frequenzgang in Abb. 7.28a als Amplitudenmaxima zu sehen sind. Der Amplitudenfehler dieser Eigenfrequenzen liegt unterhalb von 7 %. Bei den Antiresonanzen treten allerdings deutlich größere Amplitudenfehler auf.

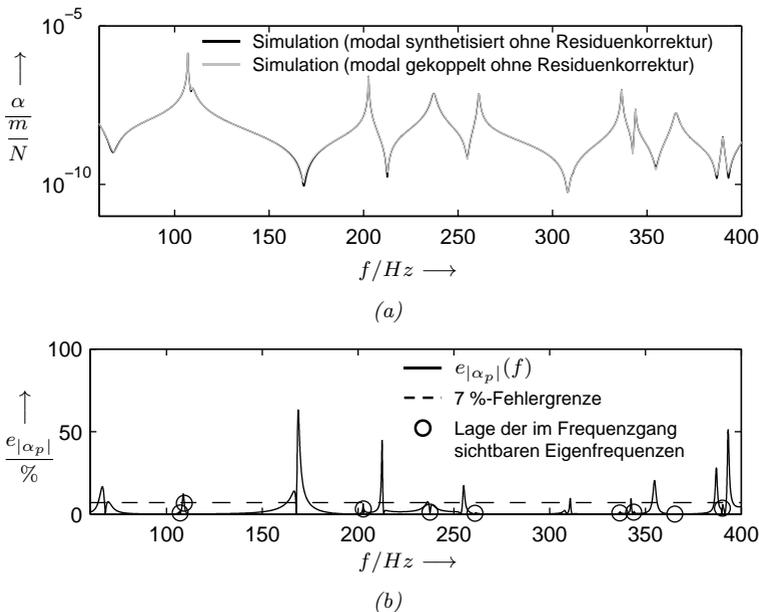


Abb. 7.28: Vergleich zweier Frequenzgänge mit und ohne Vernachlässigung der Nebendiagonalen der Dämpfungsmatrizen (a) und der entsprechende Amplitudenfehler (b)

Da die Antiresonanzen in der Praxis keine besondere Relevanz besitzen, ist für diesen Montagezustand eine Vernachlässigung der Nebendiagonalen gerechtfertigt. Wenn der Residueneinfluss vernachlässigt werden kann, ist eine Berechnung eines Frequenzganges basierend auf einer modalen Synthese für diesen Montagezustand somit ausreichend.

## 7.6 Bewertung der Simulationszeiten

Die Dämpfung in einem Gesamtsystem zu modellieren und zu identifizieren, scheidet nach den bisherigen Erkenntnissen häufig an zu langen Rechenzeiten (vgl. Abschnitt 2.5, S. 49). Mit der hier vorgestellten Vorgehenssystematik können deutliche Rechenzeitvorteile erreicht werden, was im Folgenden anhand verschiedener Berechnungsszenarien demonstriert wird.

### 7.6.1 Bewertungsansatz

Um die Rechenzeit der hier vorgestellten Dämpfungsmodellierung einordnen zu können, soll ein Vergleich zu dem Standardvorgehen entsprechend dem bisherigen Stand der Technik angestellt werden. Als Standardvorgehen wird die Dämpfungsmodellierung mithilfe eines FEM-Programms verstanden, bei der die Dämpfungsmodelle anhand von Frequenzgängen beurteilt und identifiziert werden. Die Dämpfungsmodellierung wird dabei von kommerziellen Softwarelösungen unterstützt. Die Dämpfungsmodellierung entsprechend dieser Arbeit ist als prototypisches Softwaretool in Matlab<sup>®</sup> umgesetzt. Die Dämpfungsmodelle müssen dabei entsprechend den gegebenen Gleichungen manuell hinterlegt werden. Teile der Auswertung, wie das Auslesen der Simulationsdaten, sind jedoch automatisiert. Da die Modellierungsaufwände beider Modellierungsmethoden stark von der Erfahrung der ausführenden Person abhängig sind, sollen hier lediglich die benötigten Rechenkapazitäten betrachtet werden. Hierfür werden vier Berechnungsszenarien definiert und die Berechnungszeiten für beide Methoden abgeschätzt. Anhand der Gegenüberstellung der Rechenzeiten kann abgeleitet werden, ob eine Umsetzung der Dämpfungsmodellierung entsprechend dieser Arbeit gerechtfertigt ist.

### 7.6.2 Berechnungsszenarien

Folgende Berechnungsszenarien werden betrachtet:

1. Identifikation eines Dämpfungsparameters für einen Montagezustand;

2. Identifikation aller Dämpfungsparameter anhand zweier Modellalternativen und der hier verwendeten Montagezuständen ohne die Berücksichtigung von Unsicherheiten;
3. Berechnung der Dämpfungsgradanteile für den gesamten Versuchsträger bei gegebenen Modellen;
4. Szenario 1 unter Berücksichtigung von gegebenen Parameterunsicherheiten.

### 7.6.3 Annahmen

Als Berechnungsgrundlage für beide Methoden werden die Berechnungszeiten für eine rechnerische Modalanalyse und einen modal gekoppelten Frequenzgang sowie die Berechnungszeit für die Dämpfungsberechnung in Matlab<sup>®</sup> angesetzt. In Tab. 7.8 sind dafür die benötigten Zeiten für einen Montagezustand mit 3.7 Millionen Freiheitsgraden entsprechend Abschnitt 7.4.2 (S. 172) und für das Gesamtsystem entsprechend Abschnitt 7.5 (S. 178) mit 4.7 Millionen Freiheitsgraden angegeben.

Tab. 7.8: Rechenzeiten für verschiedene Berechnungsaufgaben

Berechnungsaufgabe	Berechnungszeit $t_B/s$	
	MZ 8	MZ 9
Modell für MZ in Tab. A.2 (S. 211)		
Freiheitsgrade	$3.7 \times 10^6$	$4.7 \times 10^6$
rechnerische Modalanalyse (FEM)	4686	8340
modal gekoppelte FRF (FEM)	11493	26340
Dämpfungsberechnung (Matlab)	5	10

Sowohl für die rechnerische Modalanalyse als auch für die Berechnung der Frequenzgänge wurde analog zu Abschnitt 7.5 (S. 178) ein Frequenzbereich bis 1000 Hz berücksichtigt. Dabei wurde für die Frequenzgänge eine Frequenzauflösung von 0.1 Hz gewählt. Aufgrund der deutlich höheren Berechnungszeiten für eine direkte Frequenzgangberechnung wird diese Berechnungsart nicht zum Vergleich herangezogen. Die Zeiten für die Dämpfungsberechnung sind stark von der Zahl der verwendeten Ziehungen abhängig. Hier sind die Zeiten für 500 Ziehungen angegeben, da sich diese Zahl für eine Abschätzung der Unsicherheiten in der Praxis bewährt hat. Alle Simulationen wurden auf einem Simulationsserver mit 4 Kernen (3.3 GHz) und 128 GB RAM berechnet.

Um eine Größenordnung für das Standardvorgehen angeben zu können, werden folgende Annahmen getroffen:

Für Szenario 1 und 2:

- Zum Abgleich von Eigenfrequenzen und Schwingungsformen wird für jeden Montagezustand eine rechnerische Modalanalyse durchgeführt.
- Das Dämpfungsverhalten wird anhand von drei Frequenzgängen validiert. Damit soll sichergestellt werden, dass alle Moden in den Frequenzgängen enthalten sind. Eine derartige Validierung ist jeweils vor und nach einer jeweiligen Parameteridentifikation nötig.
- Die Parameter werden dabei über Frequenzgänge abgeglichen, wobei für eine Identifikation eines Parameters jeweils drei Iterationsschleifen angenommen werden.

Für Szenario 3:

- Dämpfungsgrade werden aus einer rechnerische Modalanalyse bestimmt.
- Die Dämpfungsgradanteile werden berechnet, indem immer nur das jeweilige Dämpfungsmodell im FEM-Programm berücksichtigt wird, für das der Anteil berechnet werden soll.

Für Szenario 4:

- Die Parameterunsicherheiten sollen mit weiteren 50 Rechnungen berücksichtigt werden.

### 7.6.4 Szenariovergleich

Die sich daraus ergebenden Berechnungszeiten sind in Abb. 7.29 (S. 188) denen der neuen Methode gegenübergestellt. Der Vergleich zeigt, dass für jedes Szenario die neue Methode deutlich weniger Rechenzeit in Anspruch nimmt. Werden die Berechnungszeiten des Standardvorgehens auf die Zeiten der neuen Methode bezogen, wird mit dem Standardvorgehen für das 1. Szenario das 30-fache, für das 2. Szenario das 38-fache, für das 3. Szenario das 6-fache und für das 4. Szenario das 65-fache der Rechenzeit gegenüber dem neuen Vorgehen benötigt. Die Berechnungszeiten der neuen Methode hängen von der Zeit ab, die für die rechnerische Modalanalyse benötigt wird. Für jeden Montagezustand ist eine Modalanalyse erforderlich. Die Berechnungen der analytischen Dämpfungsmodelle fallen dabei nicht ins Gewicht (vgl. Tab. 7.8). Beim Standardvorgehen müssen dagegen mehrere Modalanalysen oder Frequenzgänge berechnet werden, die sich je nach Szenario zu großen Berechnungszeiten kumulieren. Der Zeitvorteil der neuen Methode bei der Identifikation eines Parameters (Szenario 1) macht sich dabei vor allem bemerkbar, wenn alle

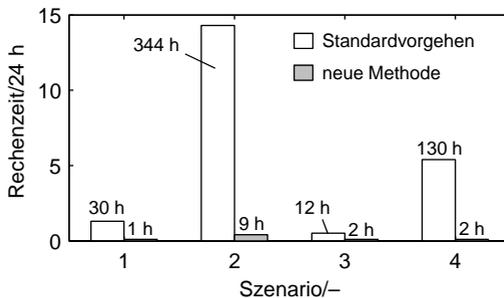


Abb. 7.29: Vergleich der benötigten Rechenzeiten für die neue Methode gegenüber einem Standardvorgehen anhand verschiedener Berechnungsszenarien

Dämpfungsparameter eines Gesamtsystems identifiziert werden müssen (Szenario 2). Hier muss sich zusätzlich vor Augen gehalten werden, dass bei dem Standardvorgehen lediglich eine deterministische Berechnung angenommen wurde, bei der das Dämpfungsverhalten lediglich in Form von Frequenzgängen vorliegt. Eine Berechnung von Dämpfungsgradanteilen (Szenario 3) sowie eine zusätzliche Berücksichtigung von Unsicherheiten (Szenario 4) bedürfen für jeden Montagezustand weiterer Rechenzeiten, welche bei der neuen Methode bereits enthalten ist. Die Zeiten zur Berechnung der Dämpfungsgradanteile entsprechend Szenario 3 sind beim Standardvorgehen direkt abhängig von der Zahl der Dämpfungsgradanteile. Im Szenario 4 wird die Berechnungszeit maßgeblich von der Anzahl der berücksichtigten Ziehungen bestimmt. Eine statistische Absicherung mit mehr als 500 oder sogar  $2 \times 10^5$  Ziehungen wäre für ein Gesamtsystem dieser Modellgröße mit dem Standardvorgehen nicht umsetzbar.

### 7.6.5 Fazit

Der Vergleich der Berechnungszeiten hat gezeigt, dass mit der neuen Methode deutliche Rechenzeitvorteile gegenüber dem Vorgehen gemäß dem bisherigen Stand der Technik erreicht werden können, welche den Aufwand für eine entsprechende Implementierung rechtfertigen. Es lassen sich jedoch noch weitere Vorteile nennen: Sobald für einen Montagezustand die Daten einer rechnerischen Modalanalyse zur Verfügung stehen, können daraus ohne nennenswerten Rechenaufwand alle benötigten Frequenzgänge generiert werden. Für jeden modal gekoppelten Frequenzgang des Gesamtsystems wäre in der FEM wieder eine Berechnungszeit von ca. 7 h nötig. Dass über eine modale Synthese eine vergleichbare Genauigkeit erreicht werden kann, wurde bereits in Ab-

schnitt 7.5 (S. 178) gezeigt. Gleichermaßen können Parameterstudien für alle Dämpfungsparameter durchgeführt sowie alternative Dämpfungsmodelle getestet werden, ohne auf das FEM-Programm ein weiteres Mal zurückgreifen zu müssen. Die simulierten Dämpfungsgrade können anschließend über ein Zustandsraummodell weiterführenden Rechnungen zugänglich gemacht werden, wie es beispielsweise für die Regler- und die Prozessauslegung von Werkzeugmaschinen üblich ist. Die Gleichungen für eine entsprechende Umsetzungsvariante sind im Anhang A.1 (S. 197) zusammengestellt.

## 7.7 Schlussbetrachtung

In diesem Kapitel wurde die Anwendung der zuvor vorgestellten Methoden auf die Werkzeugmaschinenstruktur in Abb. 3.1 (S. 52) beschrieben. Für die Komponenten der Struktur konnten anhand eines sequenziellen Aufbaus geeignete Dämpfungsmodelle sowie deren Parameter mit entsprechendem Vertrauensintervall identifiziert werden. Die Parameterstreuungen resultieren dabei aus den Streubereichen der Modellparameter, die aus Wiederholungsmessungen und aus den aufgetretenen Nichtlinearitäten abgeschätzt wurden. Obwohl die Dämpfungsparameter meist nur an ein bis zwei Moden abgeglichen wurden, konnten mit den identifizierten Modellen die Dämpfungsgrade der übrigen Moden beschrieben werden.

Aus den Untersuchungen an den verschiedenen Montagezuständen kann Folgendes abgeleitet werden:

- Für alle untersuchten Montagezustände wurde der Versuchsträger auf Federn bzw. Kugeln gestellt, für die geeignete Dämpfungsmodelle identifiziert werden konnten. Eine Verwendung der standardmäßig eingesetzten Keilschuhe war nicht möglich, da mit dieser Aufstellung keine reproduzierbaren Messungen möglich waren.
- Unter der Annahme eines frequenzunabhängigen hysteretischen Dämpfungsmodells konnte aus den Dämpfungsgraden aller Gusskomponenten auf Federn ein statistisch abgesicherter Dämpfungsparameterbereich für Guss angegeben werden. Die Federaufstellung ergab für die Strukturmoden nur einen sehr geringen Dämpfungsanteil, so dass auf diese Weise auf die Materialdämpfung der Gussstrukturen geschlossen werden konnte.
- Für die Kugelaufstellung konnte eine deutliche Schwingungsformabhängigkeit nachgewiesen werden. Basierend auf einem Dämpfungsmodell für die Kugeln und des Materials konnte das Dämpfungsverhalten eines

weiteren Montagezustandes mit gänzlich anderen Schwingungsformen ohne einen weiteren Abgleich prognostiziert werden.

- Der Dämpfungseinfluss der verschraubten Fugen kann für den untersuchten Versuchsträger vernachlässigt werden. Für keine der drei untersuchten verschraubten Fugen (Maschinenbett – Führungsschienen, Maschinenbett – Lagerbock, Maschinenbett – Maschinenständer) war ein nennenswerter Dämpfungseinfluss festzustellen.
- Nichtlineare Effekte treten mit der Montage der Führungsschuhe auf, die sich mit dem Einbau des Kugelgewindetribs weiter verstärken. Werden aus den vorhandenen Nichtlinearitäten Streubereiche für die Dämpfungsgrade identifiziert, liefern die identifizierten linearen Modelle dennoch brauchbare Abschätzungen für deren Dämpfungsverhalten.

Für eine endgültige Validierung wurde der Versuchsträger erneut montiert und die gemessenen Dämpfungsgrade wurden den simulierten Dämpfungsgraden gegenübergestellt. Der Systemdämpfungsgrad wurde dabei für jede Mode aus den Dämpfungsmodellen der Aufstellung, des Materials, der Führungsschuhe, der Wälzlager und des Kugelgewindetribs berechnet. Abgesehen von einer Mode zeigte sich für 12 Moden bis zu einem Frequenzbereich von 400 Hz ohne weiteren Abgleich eine gute Überdeckung der Streubereiche. Als mögliche Ursache für die mangelnde Übereinstimmung dieser einen Mode wurde die Komplexität des Eigenvektors identifiziert, die bei dieser Mode besonders stark ausgeprägt war. Aus den berechneten Dämpfungsgradanteilen lässt sich ableiten, dass die Dämpfungsgrade jeder Mode sich zu unterschiedlichen Anteilen aus den verschiedenen Dissipationsquellen zusammensetzen. Einige Moden werden von den Führungsschuhen oder dem KGT dominiert, wohingegen andere Moden existieren, die von der Materialdämpfung bestimmt werden.

Unter Verwendung simulierter Dämpfungsgrade und gemessener Modalparameter konnte ein Frequenzgang modal synthetisiert werden, der die Messung bis 400 Hz in geeigneter Weise abbildet und damit die Gültigkeit der identifizierten Dämpfungsmodelle demonstriert. Die Genauigkeit modalsynthetisierter Frequenzgänge ist i. d. R. ausreichend, wobei der Einfluss der höheren Moden nicht vernachlässigt werden darf.

Eine Vernachlässigung der Nebendiagonalen wirkte sich im betrachteten Frequenzbereich bis 400 Hz größtenteils nur auf die Amplituden der Antiresonanzen aus, so dass die Gültigkeit der Hauptdämpfungshypothese hier nachgewiesen werden konnte. Die analytische Berechnung des Amplitudenfehlers des Nachgiebigkeitsfrequenzganges durch die Vernachlässigung der Nebendiagonalen ergab bei den betrachteten Moden für den Versuchsträger einen

maximalen Fehler von 7 %. Es ist somit ausreichend, Frequenzgänge modal zu synthetisieren, sofern genügend Moden berücksichtigt werden.

Werden die Dämpfungsgrade von Werkzeugmaschinen mithilfe der hier vorgestellten Modellierungssystematik berechnet, können damit deutliche Rechenzeitvorteile bei der Identifikation und Validierung von Dämpfungsmodellen gegenüber dem bisherigen Frequenzgangabgleich erreicht werden. Dies konnte an verschiedenen Berechnungsszenarien nachgewiesen werden.



## 8 Zusammenfassung und Ausblick

### 8.1 Zusammenfassung

Um die Entwicklungszeiten von Werkzeugmaschinen zu verkürzen, wird heute i. Allg. auf Möglichkeiten der Simulation zurückgegriffen. Für die Auslegung des dynamischen Schwingungsverhaltens ist dabei die Abbildung des Dämpfungsverhaltens zwingend erforderlich. Während sich bereits verschiedene Dämpfungsmodelle etabliert haben, konnten bisher weder auf theoretischem noch auf empirischem Wege gesicherte Dämpfungsparameter bestimmt werden. Aktuell kann daher nicht auf einen Prototyp verzichtet werden. Der Versuch, Dämpfungsparameter am Gesamtsystem über einen Abgleich von Frequenzgängen zu identifizieren, scheiterte am fehlenden Wissen über die genaue Dämpfungsverteilung sowie an der Vielzahl an Einflussfaktoren, die sich in der Messung meist in Form von großen Streuungen widerspiegeln. Aufgrund der Schwierigkeit, die Dämpfungswirkung einzelner Bauteile von der Gesamtdämpfung zu trennen, ist es bisher nicht gelungen, Parameter aus Prüfstandsversuchen auf Werkzeugmaschinen zu übertragen.

Ziel der vorliegenden Dissertation war daher die Erarbeitung einer allgemeinen Methodik, die es erlaubt, die Dämpfungswirkung einzelner Bestandteile einer Werkzeugmaschine ihrer tatsächlichen Wirkstelle zuzuordnen, diese durch lokale Modelle abzubilden und dafür statistisch abgesicherte Parameter zu identifizieren. Um die für Werkzeugmaschinen bewährte modale Theorie sowie die Auswertung im Frequenzbereich zu erhalten, sollte lediglich auf lineare Modelle zurückgegriffen werden. Die Prognosefähigkeit der linearen Dämpfungsmodelle galt es anschließend an einem Gesamtsystem zu überprüfen.

Zur Vermeidung langer Rechenzeiten wurde die Dämpfungsmodellierung auf einen analytischen Beschreibungsansatz zurückgeführt, der auf modalen Parametern und lokalen Dämpfungsparametern beruht. Jedes Dämpfungsmodell liefert dabei für jede betrachtete Mode einen Dämpfungsgradanteil, der sich additiv zu einem Systemdämpfungsgrad überlagern lässt. Die Methode ist dabei allgemein formuliert, so dass sie auf beliebige schwach gedämpfte Strukturen wie Prüfstände oder ganze Werkzeugmaschinen angewendet werden kann. Da Frequenzgänge die Unsicherheit der unbekanntenen Modellparameter vereinen und abgeglichene Frequenzgänge allein keine korrekte Dämpfungsverteilung

sicherstellen, wurden grundsätzlich zur Beurteilung der Dämpfungsmodelle gemessene Dämpfungsgrade herangezogen. Die Identifikation basierend auf Dämpfungsgraden bringt wesentliche Vorteile gegenüber einem Frequenzgangabgleich mit sich: Die Dämpfungsgrade des Gesamtsystems inklusive der genauen Dämpfungsverteilung können mit minimalem numerischem Aufwand berechnet werden. Gleichzeitig konnte daraus ein einfaches direktes Parameteridentifikationsverfahren abgeleitet werden, bei dem ein Dämpfungsparameter anhand einfacher Modellgleichungen berechnet werden kann. Die dafür nötigen Modellparameter können entweder aus einer rechnerischen Modalanalyse oder ausschließlich aus einer experimentellen Modalanalyse gewonnen werden, um mögliche Modellierungsfehler zu vermeiden. Aufgrund der analytischen Dämpfungsbeschreibung können zudem die Streuungen der Modellparameter entsprechend einer Monte-Carlo-Methode berücksichtigt und Dämpfungsparameter mit einem entsprechenden Vertrauensintervall angegeben werden.

Damit jedoch gesicherte Dämpfungsparameter identifiziert werden können, müssen die Dämpfungsgrade des Systems zuverlässig bestimmt werden. Da der Versuchsaufbau und die Messdatenauswertung maßgeblich die gemessenen Dämpfungsgrade beeinflussen, wurden zunächst deren Einflüsse gezielt untersucht. Anhand verschiedener Versuchsaufbauten konnte der signifikante Einfluss des Versuchsaufbaus auf die Dämpfungsgradbestimmung an einfachen Balkenstrukturen sowie großen Gussstrukturen nachgewiesen werden. Die gemessenen Dämpfungsgrade werden dabei maßgeblich von der Aufstellung sowie der Aktor- und der Sensoranbindung beeinflusst. Ein Einfluss der Messdatenauswertung auf die zu bestimmenden Dämpfungsgrade erwies sich für sehr schwach und sehr stark gedämpfte Strukturen als relevant. Bei sehr kleinen Dämpfungsgraden verhindert eine zu geringe Frequenzauflösung eine gesicherte Dämpfungsgradbestimmung. Durch die Verwendung einer Chirp-Z-Transformation kann die Frequenzauflösung jedoch erhöht werden. Sehr stark gedämpfte Strukturen gehen meist mit Nichtlinearitäten einher, so dass die Dämpfungsgrade von der Amplitude abhängig sind und lineare Identifikationsmethoden wie die Halbwertsbreitenmethode ihre Gültigkeit verlieren. Um jedoch eine lineare Abschätzung treffen zu können, wurde eine Methode vorgestellt, mit der aus einer Ausschwingkurve mithilfe des logarithmischen Dekrements Dämpfungsgradbereiche abgeleitet werden können. An Signalen nichtlinearer Ein-Massen-Schwinger sowie realen Messdaten wurde die Wirkungsweise dieser Auswertemethode demonstriert.

Um die Praxistauglichkeit der gesamten Identifikationsmethodik nachzuweisen, wurde diese auf eine Gussstruktur eines Vier-Achs-Bearbeitungszentrums angewandt. Die Werkzeugmaschinenstruktur besteht im Wesentlichen aus einem Maschinenbett mit einem verschraubten Maschinenständer sowie ei-

ner Werkstücktischachse. Eine Trennung der darin enthaltenen potenziellen Dissipationsquellen wie Material, Fugen und Maschinenelemente wurde erreicht, indem die Werkzeugmaschinenstruktur sequenziell aufgebaut wurde. Aus der Änderung des Dämpfungsverhaltens konnte so von einem Montageschritt zum nächsten auf die lokale Dämpfungswirkung der hinzugefügten Dissipationsquelle geschlossen werden. Für alle Komponenten der vorliegenden Werkzeugmaschinenstruktur wurden Dämpfungsmodelle mit entsprechenden Parameterbereichen identifiziert. Die Gültigkeit der Modelle wurde an verschiedenen Montagezuständen sowie der gesamten Werkzeugmaschinenstruktur demonstriert.

## 8.2 Ausblick

Damit Simulationsmodelle von Werkzeugmaschinen tatsächlich belastbare Prognosen liefern, müssen für weitere Anwendungsfälle geeignete Dämpfungsmodelle und Parameter mit einem abgesicherten Vertrauensintervall identifiziert werden. Neben der Identifikation der Modelle kommt dabei der Validierung der Modelle an einem Gesamtsystem eine entscheidende Bedeutung zu. Damit die Dämpfungswerte vergleichbar sind, muss auf eine detaillierte Beschreibung der Dämpfungsmodelle sowie der hinterlegten Strukturmodelle geachtet werden. Zudem muss der Dämpfungseinfluss des verwendeten Prüfstandes genau modelliert werden. Hierfür ist eine dämpfungsarme Aufstellung mit geringen Streuungen hilfreich, die sich hinsichtlich ihres Dämpfungsverhaltens möglichst linear über einen großen Frequenzbereich verhält.

Um die Genauigkeit der Dämpfungsmodellierung weiter zu steigern, bieten sich verschiedene Ansatzpunkte an: Da die Eigenvektoren einen direkten Einfluss auf die simulierten Dämpfungsgrade besitzen, sind Strukturmodelle nötig, welche die Schwingungsformen des Systems sehr genau wiedergeben. Eine Übereinstimmung der Eigenfrequenzen stellt dies noch nicht sicher, weshalb weitere Kriterien herangezogen werden sollten. Zusätzlich sollte geprüft werden, inwiefern komplexwertige Eigenvektoren in geeigneter Weise reellwertig approximiert werden können. Aufgrund der aufgetretenen Nichtlinearitäten kann die Genauigkeit der Parameteridentifikation möglicherweise auch gesteigert werden, indem für die Führungsschuhe und den KGT nichtlineare Modelle identifiziert werden. Hier muss es jedoch das Ziel sein, die linearen und nichtlinearen Modelle lediglich für Identifikationszwecke zu kombinieren. Aus diesen Modellen sollten anschließend wieder geeignete lineare Modelle mit entsprechenden Parametern für die Dämpfungsmodellierung von Werkzeugmaschinen abgeleitet werden.

Da mit den Dämpfungsgradanteilen die genaue Dämpfungsverteilung für jede Mode bekannt ist, lassen sich daraus direkt die Einflussfaktoren ableiten, die das Dämpfungsverhalten einer Mode bestimmen. Dieses Wissen kann genutzt werden, um gezielt auf das Dämpfungsverhalten von Werkzeugmaschinen Einfluss zu nehmen. Neben dem Einsatz von Maschinenelementen mit einem höheren Dämpfungsvermögen könnte auch versucht werden, die Schwingungsformen so zu verändern, dass sie die Dämpfungswirkung einzelner Komponenten erhöhen.

Um zukünftig das gesamte Betriebsverhalten einer Werkzeugmaschine simulieren zu können, müssen weitere Komponenten wie die elektrischen Antriebe, die Kupplungen sowie jegliche Abdeckungen ebenfalls betrachtet und geeignete Dämpfungsmodelle hierfür identifiziert werden. Die Untersuchung des Bewegungseinflusses sowie der Einflüsse aus der Regelung und aus dem Prozess stellen dabei eine besondere Herausforderung dar.

## A Anhang

### A.1 Aufstellung eines modalen Zustandsraummodells

Basierend auf der Hauptdämpfungshypothese kann die Bewegungsdifferentialgleichung (Gl. 2.8, S. 15) entkoppelt werden. Dies ermöglicht, ein dynamisches Modell des Systems in Form eines Zustandsraummodells aufzustellen, welches eine deutlich kleinere Dimension als das Originalsystem hat. Dies wird häufig für die Auslegung von Werkzeugmaschinen genutzt (OERTLI 2008; SCHWARZ 2010). Da mithilfe der Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit Dämpfungsgrade zuverlässig bestimmt werden können, bietet sich hierfür die Aufstellung eines modalen Zustandsraummodells an. Das ZRM kann in der Form

$$\begin{aligned} \{\dot{z}\} &= [\tilde{A}]\{z\} + [\tilde{B}]\{u\}, \\ \{y_A\} &= [\tilde{C}]\{z\} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

mit den Zustandsgrößen

$$\{z\} = \begin{Bmatrix} \{z_1\} \\ \{z_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [\omega_{r\setminus}] \{q\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix}$$

und den Matrizen

$$\begin{aligned} [\tilde{A}] &= \begin{bmatrix} [0] & [\omega_{r\setminus}] \\ -[\omega_{r\setminus}] & -2[\zeta_{r\setminus}][\omega_{r\setminus}] \end{bmatrix}, \\ [\tilde{B}] &= \begin{bmatrix} [0] \\ [\tilde{B}_m] \end{bmatrix}, \\ [\tilde{C}] &= \begin{bmatrix} [\tilde{C}_{m\bar{x}}][\omega_{r\setminus}]^{-1} & [\tilde{C}_{m\bar{v}}] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} [\tilde{B}_m] &= [M_m]^{-1}[\Psi]^T[\tilde{B}_E], \\ [\tilde{C}_{m\bar{x}}] &= [\tilde{C}_{A\bar{x}}][\Psi], \\ [\tilde{C}_{m\bar{v}}] &= [\tilde{C}_{A\bar{v}}][\Psi] \end{aligned}$$

definiert werden (GAWRONSKI 2004). Bezeichnet  $N_A$  die Zahl der Ausgänge und  $N_E$  die Zahl der Eingänge, dann sind  $\{u\}$  der Eingangsvektor mit der

Dimension  $N_E \times 1$ ,  $y_A$  der Ausgangsvektor mit  $N_A \times 1$ ,  $[\tilde{B}_E]$  die Eingangsmatrix mit  $N \times N_E$ ,  $[\tilde{C}_{A\bar{x}}]$  die Ausgangsmatrix des Weges mit  $N_A \times N$  und  $[\tilde{C}_{A\bar{v}}]$  die Ausgangsmatrix der Geschwindigkeit mit  $N_A \times N$ .

## A.2 Frequenzabhängigkeit allgemein linearer Dämpfungsmodelle

Allgemein lineare Dämpfungsmodelle führen auf eine frequenzabhängige Steifigkeit, womit die modale Theorie ihre Gültigkeit verliert. Eine Anwendung dieser Modelle auf den in Abschnitt 4.2.1 (S. 57) vorgestellten Modellierungsansatz ist daher nicht ohne Weiteres möglich. Die Schwierigkeiten, die sich dabei ergeben, sollen am Beispiel des Poynting-Modells (vgl. Tab. 2.1, S. 12) erläutert werden.

Ein lineares System antwortet bei einer Anregung

$$f(t) = \bar{F} \sin \omega t \quad (\text{A.2})$$

mit einer Amplitude  $\bar{X}$  und einer Phasenverschiebung  $\varphi$  gemäß

$$x(t) = \bar{X} \sin(\omega t - \varphi). \quad (\text{A.3})$$

Das Verhältnis aus Anregung  $f(t)$  und Antwort  $x(t)$  ergibt mit dem Speichermodul  $V'$  und dem Verlustmodul  $V''$  die komplexwertige Steifigkeit  $V$ :

$$V = V' + iV'' = \frac{f(t)}{x(t)} = \frac{\bar{F}}{\bar{X}} e^{i\varphi}, \quad (\text{A.4})$$

wobei

$$\tan \varphi = V''/V' \quad (\text{A.5})$$

gilt (LAZAN 1968). Für ein hysteretisches Dämpfungsmodell und ein viskoses Feder-Dämpfer-Modell ist das Speichermodul  $V'$  unabhängig von der Frequenz. Beim allgemein linearen Dämpfungsmodell liegt eine Frequenzabhängigkeit  $V' = g(\omega)$  vor. Für ein einzelnes Dämpfungsmodell kann das frequenzabhängige Speichermodul  $V'$  als frequenzabhängige Steifigkeit interpretiert werden. Die komplexwertige Steifigkeit  $V$  eines Poynting-Modells (vgl. Tab. 2.1, S. 12) kann beispielsweise mit

$$V = \tilde{k}_2 + \frac{\tilde{k}_1 i \tilde{c}_1 \omega}{\tilde{k}_1 + i \tilde{c}_1 \omega} \quad (\text{A.6})$$

angegeben werden. Der zugehörige frequenzabhängige Steifigkeitsverlauf des Speichermoduls  $V'$  (Realteil der komplexwertigen Steifigkeit  $V$ ) ist in Abb. A.1 (S. 200) visualisiert.

Da zur Beschreibung der Bewegung des Feder-Elementes  $\tilde{k}_1$  und des Dämpfer-Elementes  $\tilde{c}_1$  (vgl. Abb. A.1, S. 200) eine weitere innere Variable nötig ist, kann ein System mit mehr als einem Freiheitsgrad nicht mehr mit generalisierten (unabhängigen) Koordinaten beschrieben werden, was für eine Betrachtung im

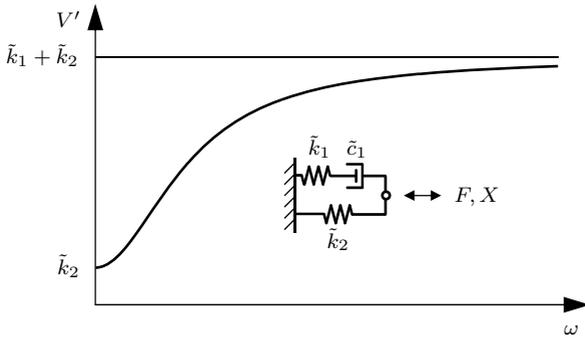


Abb. A.1: Steifigkeitsverlauf eines Poynting-Modells

Frequenzbereich zu nichtlinearen Gleichungen führen kann (LAZAN 1968). Die Frequenzabhängigkeit dieser Modelle überträgt sich auf die Koeffizienten der Bewegungsdifferentialgleichung, so dass eine Modalanalyse nicht mehr ohne Weiteres berechnet werden kann (AHRENS & OTTL 2000). Zur Berechnung der nichtlinearen Gleichungen ist eine Betrachtung im Zeitbereich oder eine frequenzpunktweise Berechnung im Frequenzbereich notwendig (AHRENS & OTTL 2000; MEIDLINGER 2008).

### A.3 Modelldaten der verwendeten Drei-Massen-Schwinger

Die Gleichungen für die verwendeten Drei-Massen-Schwinger-Modelle in Abschnitt 4.2.2 (S. 64) orientieren sich an den Ausführungen in GAWRONSKI (2004). Die Massenmatrix  $[M]$  mit  $\tilde{m}_1 = \tilde{m}_2 = \tilde{m}_3 = 1$  und die Steifigkeitsmatrix  $[K]$  mit  $\tilde{k}_1 = \tilde{k}_2 = \tilde{k}_3 = 3$ , also

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

sind für alle Modelle identisch. Es unterscheiden sich lediglich die Dämpfungsmatrizen, welche sich wie folgt zusammensetzen:

- Dämpfungsmatrix für den Drei-Massen-Schwinger mit viskosen Dämpfer-Elementen ( $\tilde{c}_1 = 0.05$ ,  $\tilde{c}_2 = 0.02$  und  $\tilde{c}_3 = 0.01$ ):

$$[C] = \begin{bmatrix} 0.07 & -0.02 & 0 \\ -0.02 & 0.03 & -0.01 \\ 0 & -0.01 & 0.01 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

- Dämpfungsmatrix für den Drei-Massen-Schwinger mit hysteretischen Dämpfer-Elementen ( $\tilde{\eta}_1 = 0.04$ ,  $\tilde{\eta}_2 = 0.005$  und  $\tilde{\eta}_3 = 0.0065$ ):

$$[D] = \begin{bmatrix} 0.135 & -0.015 & 0 \\ -0.015 & 0.0345 & -0.0195 \\ 0 & -0.0195 & 0.0195 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.9})$$

- Dämpfungsmatrix für den Drei-Massen-Schwinger mit hysteretischen Dämpfer-Elementen bei gleichem Verlustfaktor ( $\tilde{\eta}_1 = \tilde{\eta}_2 = \tilde{\eta}_3 = 0.018$ ):

$$[D] = \begin{bmatrix} 0.1082 & -0.0541 & 0 \\ -0.0541 & 0.1082 & -0.0541 \\ 0 & -0.0541 & 0.0541 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

### A.4 Identifikation am Beispiel eines Prüfstandes

Das Identifikationsprinzip gemäß Abschnitt 4.2.3 (S. 69) lässt sich auch auf einen Prüfstand anwenden, wie er in FEY (2015) verwendet wird. Das Vorgehen ist in Abb. A.2 skizziert.

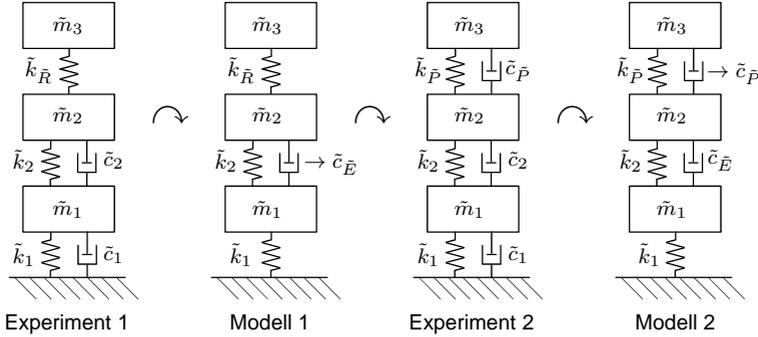


Abb. A.2: Identifikation des Dämpfungsparameters  $\tilde{c}_P$  des Prüfobjektes mithilfe eines Referenzobjektes mit  $\tilde{k}_R \approx \tilde{k}_P$

Im Experiment 1 entsprechen  $\tilde{c}_1$  und  $\tilde{c}_2$  der *Prüfstandsämpfung*, welche zunächst identifiziert werden muss. Als Prüfstandsämpfung soll diejenige Dämpfung bezeichnet werden, die über die Dämpfung des Prüfobjektes hinaus im System vorliegt. Eine Identifikation der Prüfstandsämpfung gelingt, wenn das Prüfobjekt zunächst durch ein Referenzobjekt mit der Steifigkeit  $\tilde{k}_R$  ersetzt wird, welches in etwa die gleiche Steifigkeit ( $\tilde{k}_R \approx \tilde{k}_P$ ) wie das Prüfobjekt besitzt, jedoch kaum Dämpfung aufweist (BRECHER ET AL. 2012b). Die Dämpfung des Prüfstandes ( $\tilde{c}_1$  und  $\tilde{c}_2$ ) kann durch ein beliebiges Dämpfungsmodell aus Tab. 4.1 (S. 70) abgebildet werden. Wird der Dämpfungsgrad  $\zeta_{w1}$  dieses ersten Systemzustandes  $w = 1$  gemessen (Experiment 1) und ein viskoses Modell zugrunde gelegt, ergibt sich für Gl. 4.7 (S. 59) der vereinfachte Zusammenhang

$$\zeta_{1r} = \Delta \zeta_{11r}(\tilde{c}_{\tilde{E}}) \Rightarrow \tilde{c}_{\tilde{E}}, \quad (\text{A.11})$$

woraus eine äquivalente viskose Ersatzdämpfungs-konstante  $\tilde{c}_{\tilde{E}}$  für die erste Dissipationsquelle  $n = 1$  bestimmt werden kann (Modell 1). Somit werden die Dissipationsenergien der ersten beiden Dämpfer-Elemente mit  $\tilde{c}_1$  und  $\tilde{c}_2$  durch lediglich ein Dämpfer-Element mit  $\tilde{c}_{\tilde{E}}$  abgebildet. Dieses sogenannte *Ersatzmodell* ist dann jedoch nur für die Mode gültig, für die der Dämpfungsparameter identifiziert wurde. Wird das Referenzobjekt wieder durch das Prüfobjekt ersetzt und werden die Dämpfungsgrade  $\zeta_{2r}$  dieses zweiten

Systemzustandes  $w = 2$  gemessen (Experiment 2), ergibt sich mithilfe des Modells 2 und mit dem Dämpfungsgradanteil der ersten Dissipationsquelle  $\Delta\zeta_{21r}$  der Dämpfungsgradanteil des Prüfobjektes  $\Delta\zeta_{22r}$ :

$$\Delta\zeta_{22r} = \zeta_{2r} - \Delta\zeta_{21r}(\tilde{c}_{\hat{E}}) \Rightarrow \tilde{c}_{\hat{P}}. \quad (\text{A.12})$$

Insofern sich der Eigenvektor vom System mit Referenzobjekt (Experiment 1) zum System mit dem Prüfobjekt (Experiment 2) bei der abgeglichenen Mode tatsächlich nicht ändert und die Dämpfung des Referenzobjektes vernachlässigbar ist, kann der Dämpfungsgradanteil  $\Delta\zeta_{22r}$  dem Prüfobjekt zugeordnet werden. Mithilfe dieses Anteils und einer Modellannahme entsprechend Tab. 4.1 (S. 70) kann somit der gesuchte Dämpfungsparameter  $\tilde{c}_{\hat{P}}$  identifiziert werden.

Da mit dem Ersatzmodell die Dämpfungswirkungen der anderen Moden nicht richtig abgebildet werden, können mit diesem Ansatz lediglich Dämpfungsparameter identifiziert werden. Eine Überprüfung des Dämpfungsmodells ist jedoch nicht möglich. Wird dagegen anstatt eines Ersatzmodells die Prüfstandsämpfung mithilfe geeigneter Modelle korrekt berücksichtigt, können die anderen Moden zur Überprüfung des Modells herangezogen werden. Der wesentliche Vorteil der Identifikation am Prüfstand besteht darin, dass die Dämpfung des Prüfobjektes von der Prüfstandsämpfung getrennt werden kann, was jedoch aufgrund der Konstruktion des Referenzobjektes mit hohem Aufwand verbunden ist.

Im Vergleich zum sequenziellen Aufbau entsprechend Abschnitt 4.2.3 (S. 69) werden trotz des vereinfachten Beispiels die wesentlichen Unterschiede der zwei Varianten deutlich: Der Vorteil des Prüfstandsbaus liegt darin, dass die Modellierung der Prüfstandsämpfung durch ein Ersatzmodell ausreicht und dennoch der Dämpfungsgradanteil des Untersuchungsobjektes bestimmt werden kann. Nachteilig ist jedoch, dass dieses Vorgehen im Gegensatz zum sequenziellen Aufbau für eine Validierung der Dämpfungsmodelle ungeeignet ist. Beim sequenziellen Aufbau können die Dämpfungsmodelle validiert werden. Dazu müssen alle enthaltenen Dissipationsquellen richtig abgebildet sein, d. h. es dürfen keine Ersatzmodelle wie beim Prüfstandsbaus verwendet werden.

## A.5 Grundlagen der Fehlerfortpflanzung

Für eine Funktion  $f'$  mit  $\hat{N}$  Eingangsgrößen  $X'_i$

$$Y' = f'(X'_1, X'_2, \dots, X'_{\hat{N}}) \quad (\text{A.13})$$

ergibt sich die kombinierte Standardunsicherheit  $\hat{u}_c(y')$  mit

$$\hat{u}_c^2(y') = \sum_{i=1}^{\hat{N}} \left( \frac{\partial f'}{\partial x'_i} \right) \hat{u}^2(x'_i), \quad (\text{A.14})$$

wobei  $\hat{u}(x'_i)$  der Standardunsicherheit der geschätzten Eingangsgröße  $x'_i$  von  $X'_i$  entspricht (ENV 13005 2004). Das Quadrat der Standardunsicherheit wird als Varianz bezeichnet. Ein Schätzwert der Varianz  $\hat{u}^2(x'_i)$  kann mithilfe des Quadrates der empirischen Standardabweichung  $\hat{s}(q'_i)$

$$\hat{s}^2(q'_i) = \frac{1}{\hat{n} - 1} \sum_{l=1}^{\hat{n}} (q'_l - \bar{q}')^2 \quad (\text{A.15})$$

angegeben werden. Hierbei repräsentiert  $q'_i$  eine zufällig schwankende Größe mit dem arithmetischen Mittelwert

$$\bar{q}' = \frac{1}{\hat{n}} \sum_{l=1}^{\hat{n}} q'_l \quad (\text{A.16})$$

und  $\hat{n}$  die Anzahl der Beobachtungen. Für die Varianz des Mittelwertes gilt:

$$\hat{s}^2(\bar{q}') = \frac{\hat{s}^2(q'_i)}{\hat{n}}. \quad (\text{A.17})$$

Besitzt die Funktion  $Y'$  die Form

$$Y' = c' X'^{\hat{p}_1}_1 X'^{\hat{p}_2}_2 \dots (X'_{\hat{N}})^{\hat{p}_{\hat{N}}}, \quad (\text{A.18})$$

dann lässt sich eine relative kombinierte Standardunsicherheit  $\hat{u}_c(y')/|y'|$  als relative kombinierte Varianz  $[\hat{u}_c(y')/y']^2$  mit

$$[\hat{u}_c(y')/y']^2 = \sum_{i=1}^{\hat{N}} [\hat{p}_i \hat{u}(x'_i)/x'_i]^2 \quad (\text{A.19})$$

berechnen. Der Term  $[\hat{u}(x'_i)/x'_i]^2$  stellt die relative Varianz von  $x'_i$  dar. Die Gl. A.14 und Gl. A.19 sind nur dann gültig, wenn die Eingangsgrößen unabhän-

gig voneinander sind. Besteht eine Korrelation zwischen den Eingangsgrößen, muss der Term

$$2 \sum_{i=1}^{\hat{N}-1} \sum_{l=i+1}^{\hat{N}} \frac{\partial f'}{\partial x'_i} \frac{\partial f'}{\partial x'_l} \hat{u}(x'_i) \hat{u}(x'_l) \hat{r}(x'_i, x'_l) \quad (\text{A.20})$$

mit dem Korrelationskoeffizienten

$$\hat{r}(x'_i, x'_l) = \frac{\hat{u}(x'_i, x'_l)}{\hat{u}(x'_i) \hat{u}(x'_l)} \quad (\text{A.21})$$

zu Gl. A.14 hinzugefügt werden. Der Korrelationskoeffizient kann Werte zwischen  $-1$  und  $1$  annehmen. Ist  $\hat{r}(x'_i, x'_l) \approx 0$ , können die betrachteten Größen als unkorreliert betrachtet werden. Eine leichtere Interpretation dafür, ob die Korrelation vernachlässigt werden kann, erlaubt das Quadrat des Korrelationskoeffizienten  $\hat{r}^2$  (DROSG 2009). Für einen vermeintlich großen Korrelationskoeffizienten von  $\hat{r} = \pm 0.5$  ist  $\hat{r}^2 = 0.25$ , womit 25 % der Messgrößen korreliert sind und 75 % nicht. Lassen sich zwei korrelierte Eingangsgrößen  $X'_1$  und  $X'_2$  durch eine Menge unkorrelierter Größen  $Q'_l$  mit  $l = 1, 2, \dots, L$  als Funktionen  $F'$  und  $G'$  mit  $X'_1 = F'(Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_L)$  und  $X'_2 = G'(Q'_1, Q'_2, \dots, Q'_L)$  ausdrücken, kann die Kovarianz  $\hat{u}(x'_1, x'_2)$  mit

$$\hat{u}(x'_1, x'_2) = \sum_{l=1}^L \frac{\partial F'}{\partial q'_l} \frac{\partial G'}{\partial q'_l} \hat{u}^2(q'_l) \quad (\text{A.22})$$

berechnet werden. Liegen lediglich Messwerte vor, lässt sich die Kovarianz zweier Zufallsgrößen  $o'_i$  und  $z'_i$  mit

$$\hat{s}(o'_i, z'_i) = \frac{1}{\hat{n} - 1} \sum_{i=1}^{\hat{n}} (o'_i - \bar{o}') (z'_i - \bar{z}') \quad (\text{A.23})$$

und den Mittelwerten  $\bar{o}'$  und  $\bar{z}'$  entsprechend Gl. A.16 abschätzen. Die geschätzte Kovarianz der beiden Mittelwerte ist mit

$$\hat{s}(\bar{o}', \bar{z}') = \hat{s}(o'_i, z'_i) / \hat{n} \quad (\text{A.24})$$

gegeben. Ein Korrelationskoeffizient kann somit zum einen analytisch (Gl. A.21, Gl. A.14 und Gl. A.22) und zum anderen empirisch (Gl. A.21, Gl. A.15 und Gl. A.23) bestimmt werden.

Die bisher gegebenen Gleichungen für die kombinierte Unsicherheit beruhen auf einer Näherung erster Ordnung einer Taylor-Reihe von  $Y' = f'(X'_1, X'_2, \dots, X'_N)$ . Im Falle von signifikanten Nichtlinearitäten von  $f'$  müssen die Glieder höherer Ordnung in der Taylor-Reihenentwicklung im Ausdruck

für  $\hat{u}_c^2(y')$  berücksichtigt werden (ENV 13005 2004). Für korrelierte Eingangsgrößen, welche signifikante nichtlineare Abhängigkeiten aufweisen, werden von der GUM keine Berechnungsvorschriften zur Verfügung gestellt (DIN V ENV 13005-1 2010).

Ein Bereich, der das Ergebnis  $Y'$  mit einer definierten Überdeckungswahrscheinlichkeit  $p'$  enthält, kann mithilfe der erweiterten Unsicherheit  $U'$  und dem Erweiterungsfaktor  $k'$  mit

$$U' = k' \hat{u}_c(y') \quad (\text{A.25})$$

berechnet werden. Die Überdeckungswahrscheinlichkeit beschreibt dabei die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert einer Größe innerhalb eines festgelegten Überdeckungsintervalls enthalten ist (DIN V ENV 13005-1 2010). Ein Überdeckungsintervall für  $Y$  kann damit mit

$$Y' = y' \pm U' \quad (\text{A.26})$$

angegeben werden. Häufig wird in der Praxis unter der Voraussetzung einer Normalverteilung  $k' = 2$  gewählt. Mit diesem Erweiterungsfaktor liegt die Überdeckungswahrscheinlichkeit bei annähernd 95 % (ENV 13005 2004). Die Anwendung der hier gegebenen Gleichungen ist im Wesentlichen an zwei Bedingungen geknüpft: Zum einen muss  $Y'$  angemessen durch eine Gauß-Verteilung beschrieben werden können. Zum anderen müssen die Eingangsgrößen  $X'_i$  im Falle von nichtlinearen Termen voneinander unabhängig sein.

## A.6 Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes

Im Folgenden sollen die Methoden der GUM auf den Identifikationsprozess gemäß Kapitel 4 (S. 55) angewendet werden. Um die Anwendbarkeit beurteilen zu können, soll zunächst der Fall betrachtet werden, dass lediglich eine Dissipationsquelle vorliegt. Anschließend wird auf den Fall mit mehreren Dissipationsquellen eingegangen.

### A.6.1 Identifikation einer Dissipationsquelle

**Bestimmung der Parameterunsicherheit** Die Anwendung der GUM auf die Gleichungen des Identifikationsprozesses soll anhand des Beispiels in Abschnitt 4.1 (S. 55) diskutiert werden. Hierfür wird der Montagezustand des Maschinenbettes auf Aufstellelementen betrachtet, wobei die Aufstellelemente die dominanten Dissipationsquellen darstellen. Es soll angenommen werden, dass die Aufstellelemente mit einem viskosen Dämpfer-Element in vertikaler Richtung und dem gleichen Dämpfungsparameter hierfür beschrieben werden können. Des Weiteren soll angenommen werden, dass eine Starrkörpermode zur Verfügung steht, bei der alle Aufstellelemente die gleiche vertikale Bewegung ausführen. Für die Identifikation dieser Dissipationsquelle ist lediglich ein Montagezustand nötig. Für diesen Montagezustand können die Eigenfrequenzen, Eigenvektoren und Dämpfungsgrade entsprechend dem Vorgehen in Abschnitt 4.4.2 (S. 92) und Abschnitt 5.2.1 (S. 100) für eine große Anzahl an Wiederholungsmessungen bestimmt werden. Alle Messgrößen sollen dabei einer Gauß-Verteilung folgen. Ausgehend von drei Aufstellelementen kann entsprechend Tab. 4.1 (S. 70) unter Ausnutzung von Gl. 4.7 (S. 59), Gl. 4.25 (S. 70) und Gl. 4.21 (S. 65) die Dämpfungskonstante  $\tilde{c}$  mit

$$\tilde{c} = \frac{2\zeta_r\omega_r}{3|\phi_{jr}|^2} \quad (\text{A.27})$$

an der vertikalen Starrkörpermode  $r$  identifiziert werden. Da jedes Aufstellelement modellseitig auf der Fundamentseite fest eingespannt ist, entspricht die Bewegung dieser Elemente direkt dem Betrag des Eigenvektoreintrages  $\phi_{jr}$ . Die Gl. A.27 besitzt die Form von Gl. A.18 (S. 204), sodass die relative kombinierte Unsicherheit für  $\tilde{c}$  mit Gl. A.19 (S. 204) berechnet werden kann. Werden die Unsicherheiten der Eingangsgrößen  $\zeta_r$ ,  $\omega_r$  und  $\phi_{jr}$  mithilfe der empirischen Standardabweichung entsprechend Gl. A.15 (S. 204) geschätzt, ergibt sich für den Anwendungsfall die relative kombinierte Unsicherheit mit

$$\left(\frac{\hat{u}_c(\tilde{c})}{\tilde{c}}\right)^2 = \left(\frac{\hat{u}(\zeta_r)}{\zeta_r}\right)^2 + \left(\frac{\hat{u}(\omega_r)}{\omega_r}\right)^2 + \left(\frac{-2\hat{u}(|\phi_{jr}|)}{|\phi_{jr}|}\right)^2. \quad (\text{A.28})$$

Dieser relative Fehler gilt jedoch nur, wenn die Eingangsgrößen unkorreliert sind.

**Überprüfung der Eingangsgrößen auf Korrelation** Da beim SDOF-Verfahren in Abschnitt 4.4.2 (S. 92) mehrere modale Parameter aus dem gleichen Frequenzgang identifiziert werden, können durchaus Abhängigkeiten zwischen den modalen Parametern auftreten. Steht eine große Anzahl an Wiederholungsmessungen zur Verfügung, können die Korrelationen anhand eines geschätzten Korrelationskoeffizienten nach Gl. A.21 (S. 205) beurteilt werden. Die Kovarianz  $\hat{u}(x'_i, x'_j)$  lässt sich dabei mit Gl. A.23 (S. 205) abschätzen. Ist  $\hat{r}$  nahe Null, kann die Kovarianz vernachlässigt werden. Diese Variante kann prinzipiell für jedes beliebige Identifikationsverfahren angewendet werden. Für das SDOF-Verfahren ist jedoch auch eine analytische Behandlung mit Gl. A.22 (S. 205) möglich. Dafür müssen die Eingangsgrößen auf unkorrelierte Größen zurückgeführt werden. Als unkorreliert soll die Resonanzamplitude  $|\bar{\alpha}|$ , die Lage der Resonanz  $\omega_r$  sowie die Halbwertsbreite  $\Delta\omega$  betrachtet werden. Da alle nötigen Parameter für Gl. A.27 (S. 207) anhand zweier Frequenzgänge  $\alpha_{kk}(\omega)$  und  $\alpha_{jk}(\omega)$  identifiziert werden können, lassen sich die Eingangsgrößen  $\zeta_r$ ,  $|\phi_{jr}|$  und  $\omega_r$  mit Gl. 2.55 (S. 25), Gl. 4.5 (S. 58), Gl. 4.43 (S. 94), Gl. 4.44 (S. 94) und Gl. 4.45 (S. 94) für die Dämpfungskonstante  $\tilde{c}$  mit

$$\begin{aligned}\zeta_r(\Delta\omega, \omega_r, |\bar{\alpha}_{kk}|, |\bar{\alpha}_{jk}|) &= \frac{\Delta\omega}{2\omega_r} \\ |\phi_{jr}|(\Delta\omega, \omega_r, |\bar{\alpha}_{kk}|, |\bar{\alpha}_{jk}|) &= \frac{|\bar{\alpha}_{jk}| \sqrt{\Delta\omega\omega_r}}{\sqrt{|\bar{\alpha}_{kk}|}} \\ \omega_r(\Delta\omega, \omega_r, |\bar{\alpha}_{kk}|, |\bar{\alpha}_{jk}|) &= \omega_r\end{aligned}\tag{A.29}$$

ausdrücken. Alle modalen Größen beziehen sich hierbei auf die betrachtete Starrkörpermode. Für die Berechnung der Kovarianzen nach Gl. A.22 (S. 205) müssen die partiellen Ableitungen nach allen unkorrelierten Eingangsgrößen bestimmt werden. Für die Abhängigkeiten entsprechend Gl. A.29 sind diese in Tab. A.1 zusammengefasst. Mithilfe der Tabelle ergibt sich eine Kovarianz für  $\hat{u}(\zeta_r, \omega_r)$  mit

$$\hat{u}(\zeta_r, \omega_r) = -\frac{\Delta\omega}{2\omega_r^2} \hat{u}^2(\omega_r),\tag{A.30}$$

wobei die Kovarianzen  $\hat{u}(\zeta_r, \phi_{jr})$  und  $\hat{u}(\phi_{jr}, \omega_r)$  analog bestimmt werden können. Aus den Gleichungen kann abgeleitet werden, dass die Kovarianz bei vorhandenen Unsicherheiten der Eingangsgrößen nicht Null ist und diese daher korrelieren. Wie stark die Korrelation tatsächlich ist, lässt sich jedoch erst anhand des Korrelationskoeffizienten für konkrete Zahlenwerte beurteilen. Ist

dieser nicht zu vernachlässigen, muss Gl. A.20 (S. 205) für die kombinierte Unsicherheit  $\hat{u}_c(c)$  berücksichtigt werden.

Tab. A.1: Zu Gl. A.29 gehörende partielle Ableitungen

unkorrellierte Größen	korrellierte Größen		
	$\zeta_r$	$\phi_{jr}$	$\omega_r$
$\frac{\partial}{\partial \Delta\omega}$	$\frac{1}{2\omega_r}$	$\frac{ \bar{\alpha}_{jk} \sqrt{\omega_r}}{2\sqrt{ \bar{\alpha}_{kk} \Delta\omega}}$	0
$\frac{\partial}{\partial \omega_r}$	$-\frac{\Delta\omega}{2\omega_r^2}$	$\frac{ \bar{\alpha}_{jk} \sqrt{\Delta\omega}}{2\sqrt{ \bar{\alpha}_{kk} \omega_r}}$	1
$\frac{\partial}{\partial  \bar{\alpha}_{kk} }$	0	$-\frac{ \bar{\alpha}_{jk} \sqrt{\Delta\omega\omega_r}}{2 \bar{\alpha}_{kk} ^{\frac{3}{2}}}$	0
$\frac{\partial}{\partial  \bar{\alpha}_{jk} }$	0	$\frac{\sqrt{\Delta\omega\omega_r}}{\sqrt{ \bar{\alpha}_{kk} }}$	0

**Erweiterung des Beispiels** Bisher wurde die vereinfachende Annahme getroffen, dass eine Starrkörpermode existiert, bei der alle Aufstellbewegungen an den Aufstellelementen gleich sind. In den meisten praktischen Fällen ist dies jedoch nicht gegeben. Wird diese Annahme verworfen, muss die Dämpfungs-konstante mit

$$\tilde{c} = \frac{2\omega_r\zeta_r}{\sum_{j=1}^3 |\phi_{jr}|^2} \quad (\text{A.31})$$

berechnet werden. Da Gl. A.31 nicht mehr der Form von Gl. A.18 (S. 204) entspricht, muss Gl. A.14 (S. 204) angewendet werden. Hierfür ist Gl. A.31 nach jeder Eingangsgröße partiell abzuleiten, womit 5 partielle Ableitungen bestimmt werden müssen. Für die Korrelationsberechnung muss zusätzlich jede Eingangsgröße nach jeder unkorrelierten Eingangsgröße partiell abgeleitet werden. Wird davon ausgegangen, dass sich die 5 Eingangsgrößen durch die 6 unkorrelierten Größen  $\Delta\omega$ ,  $\omega_r$ ,  $|\bar{\alpha}_{kk}|$ ,  $|\bar{\alpha}_{1k}|$ ,  $|\bar{\alpha}_{2k}|$ ,  $|\bar{\alpha}_{3k}|$  beschreiben lassen, sind somit 30 partielle Ableitungen nötig.

### A.6.2 Identifikation mehrerer Dissipationsquellen

Als erweitertes Beispiel sollen die Aufstellelemente zusätzlich eine Dämpfung in  $x$ - und  $z$ -Richtung besitzen. Beide Richtungen sollen jedoch den gleichen Dämpfungswert aufweisen. Der Dämpfungsgrad des Montagezustandes mit den unbekanntem Dämpfungsparametern  $\tilde{c}_y$  und  $\tilde{c}_{xz}$  ergibt sich damit zu

$$\zeta_r = \frac{\tilde{c}_y \sum_{j=1}^3 |\phi_{yjr}|^2}{2\omega_r} + \frac{\tilde{c}_{xz} \sum_{j=1}^3 (|\phi_{xjr}|^2 + |\phi_{zjr}|^2)}{2\omega_r}. \quad (\text{A.32})$$

Da die Dissipationsquellen nicht voneinander getrennt werden können, sind entsprechend dem Vorgehen in Abschnitt 4.2.3 (S. 69) die Parameter anhand zweier Moden mithilfe eines Gleichungssystems zu bestimmen. Für die Fehlerrechnung wird jedoch eine Gleichung benötigt, so dass Gl. A.32 für beispielsweise die beiden Moden  $r = 1$  und  $r = 2$  ineinander eingesetzt werden muss. Die Identifikationsgleichung eines Dämpfungsparameters ist damit von 22 Eingangsparametern abhängig. Für die Berechnung der kombinierten Standardunsicherheit eines Dämpfungsparameters sind nach Gl. A.14 (S. 204) somit 22 partielle Ableitungen nötig, solange die Eingangsparameter unkorreliert sind. Sind die Eingangsparameter dagegen korreliert, müssen sie auf unkorrelierte Größen zurückgeführt werden. Wird erneut vorausgesetzt, dass die modalen Parameter mithilfe des SDOF-Verfahrens identifiziert werden, ergeben sich 24 unabhängige Größen und somit  $22 \times 24 = 528$  partielle Ableitungen. Soll anschließend die Werkstoffdämpfung an einer Strukturmode identifiziert werden, ist zu Gl. A.32 der Term

$$\Delta\zeta_{Wr} = \frac{\hat{\eta}_W \Delta U_{Wr}}{2U_r} \quad (\text{A.33})$$

hinzuzufügen. Aufgrund der erweiterten Gleichung müssen die partiellen Ableitungen erneut bestimmt werden. Es können jedoch nun die Dämpfungsparameter  $\tilde{c}_y$  und  $\tilde{c}_{xz}$  als Eingangsparameter der neuen Identifikationsgleichung betrachtet werden. Damit die Methoden der Fehlerfortpflanzung weiterhin angewendet werden können, muss für  $\tilde{c}_y$  und  $\tilde{c}_{xz}$  eine Gauß-Verteilung vorausgesetzt werden.



## A.8 Überprüfung der Messdaten auf Korrelation

Um die Annahme unkorrelierter Messdaten zu untermauern, wurden für den Montagezustand MZ A (vgl. Tab. A.2, S. 211: Maschinenbett auf Kugeln mit Führungsschienen und einem kleinen Lagerbock) zwei Frequenzgänge 50 Mal wiederholt aufgenommen. Als Anregungspunkt diente der Punkt P1 (vgl. Abb. 3.1, S. 52). Die Schwingungsantwort wurde am Anregungspunkt sowie an einem Aufstellelement gemessen. Die Sensoren wurden für jede Messung erneut ausgerichtet. Analog zum Vorgehen in Abschnitt 5.2.2 (S. 101) wurden die modalen Parameter für die ersten acht Strukturmoden bestimmt und die Korrelationskoeffizienten zum einen analytisch und zum anderen empirisch berechnet (vgl. Anhang A.5, S. 204). In Tab. A.3 sind die Quadrate der Korrelationskoeffizienten als Mittelwert über alle Moden angegeben.

Tab. A.3: Analytische und empirische Schätzung des Korrelationskoeffizienten für den Montagezustand Maschinenbett auf Kugeln mit Führungsschienen und einem Lagerbock (angegeben sind die über acht Strukturmoden gemittelten Quadrate der Korrelationskoeffizienten)

Berechnungsart	$r^2(\zeta_r, \phi_{jr})$	$r^2(\zeta_r, \omega_r)$	$r^2(\phi_{jr}, \omega_r)$
empirisch	0.02	0.25	0.02
analytisch	0.03	< 0.01	< 0.01

Dabei fällt auf, dass beide Berechnungsansätze auf unterschiedliche Ergebnisse führen. Für den analytischen Ansatz besteht die größte Korrelation zwischen dem Dämpfungsgrad  $\zeta_r$  und der Eigenvektorbewegung  $\phi_{jr}$  mit  $r^2(\zeta_r, \phi_{jr}) = 0.03$ , was einer Korrelation von 3 % entspricht. Für die empirische Berechnung sind der Dämpfungsgrad  $\zeta_r$  und die Eigenfrequenz  $\omega_r$  mit  $r^2(\zeta_r, \omega_r) = 0.25$  zu 75 % unkorreliert. Aufgrund dieser geringen Korrelationen sollen die Messdaten als unkorreliert betrachtet werden.

Es soll jedoch noch der Frage nachgegangen werden, weshalb auf empirischem und analytischem Wege unterschiedliche Korrelationskoeffizienten berechnet werden. Um dies zu prüfen, wurde die Anzahl an Werten bestimmt, für die beide Berechnungsverfahren auf die gleichen Ergebnisse führen. Dafür wurden zufällige Messdaten generiert, die einer Rechteckverteilung folgen. Der Vergleich hat ergeben, dass erst ab  $2 \times 10^5$  Werten die analytisch und experimentell bestimmten Korrelationskoeffizienten übereinstimmen. Für deutlich weniger Messwerte ergeben sich klare Unterschiede. Damit lässt sich festhalten, dass die auf empirischem Wege bestimmten Korrelationskoeffizienten, sofern nicht genügend Messwerte zur Verfügung stehen, mit Vorsicht zu genießen sind.

**A.9 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen***Tab. A.4: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen*

---

Normalverteilung	$f(x) = \frac{1}{\sigma' \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu'}{\sigma'}\right)^2\right)$
log. Normalverteilung	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma'x} \exp\left(-\frac{(\ln(x) - \mu')^2}{2\sigma'^2}\right) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$

---

## A.10 Verzeichnis betreuter Studienarbeiten

Im Rahmen dieser Dissertation entstanden am Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften (*iwb*) der Technischen Universität München unter der wissenschaftlichen Anleitung des Autors die in Tab. A.5 aufgeführten studentischen Arbeiten, deren Ergebnisse in Teilen in die vorliegende Dissertation eingeflossen sind. Der Autor dankt allen Studierenden für ihr Engagement bei der Unterstützung dieser wissenschaftlichen Arbeit.

*Tab. A.5: Betreute Studienarbeiten*

<b>Studierende(r)</b>	<b>Studienarbeit</b>
Wellmann, H.	Validierung von Dämpfungsmodellen an einer Werkzeugmaschinenstruktur, Diplomarbeit (2015)
Rebelein, C.	Identifikation prognosefähiger Dämpfungsmodelle für Werkzeugmaschinenkomponenten, Master's Thesis (2013)
Kleinwort, R.	Active Damping of Heavy Duty Milling Operations, Master's Thesis (2013)
Reimer, P.	Ermittlung und Sensitivitätsanalyse von lokalen Dämpfungsparametern an einer Werkzeugmaschinenstruktur, Semesterarbeit (2013)
Wolf, P.	Konstruktion einer viskosen Aufstellung zur Dämpfungsmessung, Bachelor's Thesis (2013)
Kapp, M.	Anwendung der Energiedissipationsmethode zur Identifikation der Dämpfung mechanischer Strukturen, Semesterarbeit (2012)
Rozov, V.	Strukturmechanische Dämpfungsmodellierung mit lokalen Dämpfungsparametern, Bachelor's Thesis (2012)
Sing, A.	Experimentelle Identifikation der Dämpfung am Beispiel einfacher Balkenstrukturen, Semesterarbeit (2011)
Sauerer, B.	Untersuchung von Dämpfungsmodellen schwingungstechnischer Systeme, Semesterarbeit (2011)

## Literaturverzeichnis

ADHIKARI 2000

Adhikari, S.: Damping Models for Structural Vibration. Diss. University of Cambridge, UK (2000).

ADHIKARI & WOODHOUSE 2001

Adhikari, S.; Woodhouse, J.: Identification of Damping: Part 1, Viscous Damping. *Journal of Sound and Vibration* 243 (2001) 1, S. 43–61.

AHRENS & OTTL 1991

Ahrens, R.; Ottl, D.: Freie und erzwungene Schwingungen mechanischer Systeme aus linear-viskoelastischem Material. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* 71 (1991) 4, S. 52–55.

AHRENS & OTTL 2000

Ahrens, R.; Ottl, D.: Modalanalyse trotz frequenzabhängiger Steifigkeiten und Dämpfungen? In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Experimentelle und rechnerische Modalanalyse sowie Identifikation dynamischer Systeme, VDI-Schwingungstagung. Kassel, 14. und 15. Juni 2000. Düsseldorf: VDI-Verlag 2000, S. 151–168. (VDI-Berichte Nr. 1550).

AL-BENDER & SYMENS 2005

Al-Bender, F.; Symens, W.: Characterization of Frictional Hysteresis in Ball-Bearing Guideways. *Wear* 258 (2005) 11–12, S. 1630–1642.

ALBERTZ 1995

Albertz, F.: Dynamikgerechter Entwurf von Werkzeugmaschinen-Gestellstrukturen. Diss. Technische Universität München (1995). Berlin: Springer 1995. (Forschungsberichte IWB Band 93).

ALLEMANG 2003

Allemang, R. J.: The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse. *Sound and Vibration* 37 (2003) 8, S. 14–23.

ALTINTAS ET AL. 2005

Altintas, Y.; Brecher, C.; Weck, M.; Witt, S.: Virtual Machine Tool. *CIRP Annals – Manufacturing Technology* 54 (2005) 2, S. 115–138.

ANGERMANN ET AL. 2005

Angermann, A.; Beuschel, M.; Rau, M.; Wohlfarth, U.: Matlab – Simulink – Stateflow. München: Oldenbourg 2005. ISBN: 3-486-57719-0.

ARGYRIS & MLEJNEK 1988

Argyris, J.; Mlejnek, H.-P.: Die Methode der finiten Elemente in der elementaren Strukturmechanik: Band III Einführung in die Dynamik. Braunschweig: Vieweg 1988. ISBN: 3-528-08921-0.

ARORA ET AL. 2009

Arora, V.; Singh, S.; Kundra, T.: Finite Element Model Updating with Damping Identification. Journal of Sound and Vibration 324 (2009) 3–5, S. 1111–1123.

BARKANOV 1993

Barkanov, E. N.: Natural Vibrations of a System with Hysteretic and Viscous Damping. Mechanics of Composite Materials 29 (1993) 6, S. 613–616.

BAUR 2014

Baur, M.: Aktives Dämpfungssystem zur Ratterunterdrückung an spanenden Werkzeugmaschinen. Diss. Technische Universität München (2014). München: Utz 2014. (Forschungsberichte IWB Band 290).

BEARDS 1996

Beards, C. F.: Structural Vibration: Analysis and Damping. London: Arnold 1996. ISBN: 0-340-64580-6.

BEERENS 1994

Beerens, C.: Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik. Ruhr-Universität Bochum, Bochum 1994.

BERKEMER 2003

Berkemer, J.: Gekoppelte Simulation von Maschinendynamik und Antriebsregelung unter Verwendung linearer Finite Elemente Modelle. Diss. Universität Stuttgart (2003). Stuttgart: Institut für Statik und Dynamik der Luft- und Raumfahrtkonstruktionen (ISD) 2003. (Bericht ISD Nr. D93).

BICKEL 1953

Bickel, E.: Die metallischen Werkstoffe des Maschinenbaues. Berlin: Springer 1953.

BOGRAD ET AL. 2007

Bograd, S.; Schmidt, A.; Gaul, L.: Modeling of Damping in Bolted Structures. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Schwingungsdämpfung, Tagung. Wiesloch, 16. und 17. Oktober 2007. Düsseldorf: VDI-Verlag 2007, S. 97–110. (VDI-Berichte Nr. 2003).

BOGRAD ET AL. 2008

Bograd, S.; Schmidt, A.; Gaul, L.: Experimentelle Ermittlung von Kennwerten zur Werkstoff- und Fügstellendämpfung sowie deren Berücksichtigung in Finite-Elemente-Berechnungen (Vorhaben Nr. 877). In: Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen (FVV) (Hrsg.): Informationstagung Motoren. Frankfurt, 3. April 2008. Frankfurt: FVV 2008, S. 341–364. (FVV Heft R 541).

BOGRAD ET AL. 2011

Bograd, S.; Reuss, P.; Schmidt, A.; Gaul, L.; Mayer, M.: Modeling the Dynamics of Mechanical Joints. Mechanical Systems and Signal Processing 25 (2011) 8, S. 2801–2826.

BONIN ET AL. 2009

Bonin, T.; Zäh, M. F.; Soppa, A.; Faßbender, H.; Saak, J.; Benner, P.: Modale versus moderne Ordnungsreduktionsverfahren: Effiziente Simulation von Werkzeugmaschinen. Mechatronik 117 (2009) 11–12.

BOSSEL 1994

Bossel, H.: Modellbildung und Simulation: Konzepte, Verfahren und Modelle zum Verhalten dynamischer Systeme. 2. Auflage. Braunschweig: Vieweg 1994. ISBN: 3-528-15242-7.

BOUSMAN & WINKLER 1981

Bousman, W. G.; Winkler, D. J.: Application of the Moving-Block Analysis. In: American Institute of Aeronautics and Astronautics (Hrsg.): 22nd AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Atlanta, 9–10 April 1981. Reston: AIAA 1981, S. 755–763.

BRECHER & PAEPENMÜLLER 2006

Brecher, C.; Paepenmüller, F.: Hydrostatische Kompaktführungssystem für Werkzeugmaschinen. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Elektrisch-mechanische Antriebssysteme. Düsseldorf: VDI-Verlag 2006, S. 707–719. (VDI-Berichte Nr. 1963).

BRECHER ET AL. 2009

Brecher, C.; Witt, S.; Hoffmann, F.: Ganzheitliche Simulation und Optimierung von Werkzeugmaschinen – Möglichkeiten und bestehende Hindernisse. In: Brecher, C.; Krüger, J.; Uhlmann, E.; Verl, A. (Hrsg.): Effiziente Methodiken und durchgängige Werkzeuge zur Modellerstellung digitaler Produktionseinrichtungen. Düsseldorf: VDI-Verlag 2009, S. 91–99. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 2 Nr. 671).

BRECHER ET AL. 2012a

Brecher, C.; Bäumlner, S.; Habermann, R.: Damping Behavior of Spindle Bearings. In: Dvorak, R. (Hrsg.): MM Science Journal – Special issue, 9th International Conference on Machine Tools, Automation, Technology and Robotics (MATAR), Prague, September 12–14, 2012.

BRECHER ET AL. 2012b

Brecher, C.; Fey, M.; Bäumlner, S.: Identification Method for Damping Parameters of Roller Linear Guides. Production Engineering 6 (2012) 4–5, S. 505–512.

BRECHER ET AL. 2012c

Brecher, C.; Großmann, K.; Zäh, M. F.; Fey, M.; Niehues, K.; Rudolph, H.; Schwarz, S.: Lineare Dynamikmodelle für verschraubte Fugen: Vergleichende Untersuchung von Modellen mit unterschiedlichem Abstraktionsgrad. wt Werkstattstechnik online 102 (2012) 5, S. 276–281.

BRECHER ET AL. 2012d

Brecher, C.; Habermann, R.; Fey, M.: Ermitteln der Dämpfung eines Spindellagerpakets: Prüfstand zur Bestimmung des Dämpfungskoeffizienten. wt Werkstattstechnik online 102 (2012) 5, S. 282–287.

BRECHER ET AL. 2013

Brecher, C.; Fey, M.; Bäumlner, S.: Damping Models for Machine Tool Components of Linear Axes. CIRP Annals – Manufacturing Technology 62 (2013) 1, S. 399–402.

BREMER & PFEIFFER 1992

Bremer, H.; Pfeiffer, F.: Elastische Mehrkörpersysteme. Stuttgart: B.G. Teubner 1992. ISBN: 3-519-02374-1.

BREUER 1994

Breuer, M.: Theoretische und experimentelle Bestimmung der Wälzlagersteifigkeit. Diss. Universität Hannover (1994). Düsseldorf: VDI-Verlag 1994. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 1 Nr. 241).

CAUGHEY & O'KELLY 1965

Caughey, T. K.; O'Kelly, M. E. J.: Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems. *Journal of Applied Mechanics* 32 (1965) 3, S. 583–588.

COOPER 1995

Cooper, J. E.: Parameter Estimation Methods for Flight Flutter Testing. In: Advisory Group for Aerospace Research & Development (Hrsg.): *Advanced Aeroservoelastic Testing and Data Analysis*, 80th Meeting of the AGARD Structures and Materials Panel. Rotterdam, 8–10 May 1995. Neuilly-sur-Seine: AGARD 1995, S. 10-1–10-12. (AGARD Conference Proceedings 566).

DADALAU & VERL 2012

Dadalau, A.; Verl, A.: Modeling Linear Guide Systems with CoFEM: Experimental Validation. *Production Engineering* 6 (2012) 3, S. 259–265.

DADALAU ET AL. 2009

Dadalau, A.; Wosnik, N.; Croon, N.; Wadehn, W.; Verl, A.: Steigerung der Effizienz bei der Modellierung und Simulation von komplexen Werkzeugmaschinen. In: Brecher, C.; Krüger, J.; Uhlmann, E.; Verl, A. (Hrsg.): *Effiziente Methodiken und durchgängige Werkzeuge zur Modellerstellung digitaler Produktionseinrichtungen*. Düsseldorf: VDI-Verlag 2009, S. 1–24. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 2 Nr. 671).

DESAI ET AL. 1984

Desai, C. S.; Zaman, M. M.; Lightner, J. G.; Siriwardane, H. J.: Thin-Layer Element for Interfaces and Joints. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 8 (1984) 1, S. 19–43.

DIETERLE 1981

Dieterle, R.: Modelle für das Dämpfungsverhalten von schwingenden Stahlbetonträgern im ungerissenen und gerissenen Zustand. Diss. ETH Zürich (1981). Basel: Birkhäuser 1981. (Bericht/ Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich Nr. 111).

DIETL 1997

Dietl, P.: Damping and Stiffness Characteristics of Rolling Element Bearings: Theory and Experiment. Diss. Technische Universität Wien (1997).

DIETL & VAN NIJEN 2001

Dietl, P.; van Nijen, G.: Transient Analysis of Rotating Machinery Using Advanced Models for Rolling Bearings. In: Irretier, H.; Nordmann, R.; Springer, H. (Hrsg.): Schwingungen in rotierenden Maschinen, 5. SIRM-Tagung. Wien, 26. bis 28. Februar 2001. Braunschweig: Vieweg 2001, S. 3–11.

DIETL ET AL. 1996

Dietl, P.; Zeilinger, R.; Springer, H.: Experimentelle Identifikation und Berechnung des Dämpfungsvermögens von Kugellagern. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Schwingungen in Maschinen, Fahrzeugen und Anlagen, Tagung. Veitshöchheim, 10. und 11. Oktober 1996. Düsseldorf: VDI-Verlag 1996, S 259–273. (VDI-Berichte Nr. 1285).

DIETL ET AL. 2000

Dietl, P.; Wensing, J.; van Nijen, G. C.: Rolling Bearing Damping for Dynamic Analysis of Multi-Body Systems – Experimental and Theoretical Results. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics 214 (2000) 1, S. 33–43.

DIN 66261 2004

DIN 66261: Sinnbilder für Struktogramme nach Nassi-Shneiderman. Berlin: Beuth 2004.

DIN V ENV 13005-1 2010

DIN V ENV 13005-1: Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen – Beiblatt 1: Fortpflanzung von Verteilungen unter Verwendung einer Monte-Carlo-Methode. Berlin: Beuth 2010.

DRESIG & HOLZWEISSIG 2009

Dresig, H.; Holzweißig, F.: Maschinendynamik. Berlin: Springer 2009. ISBN: 978-3-540-87693-9.

DROSG 2009

Drosg, M.: Dealing with Uncertainties – A Guide to Error Analysis. Dordrecht: Springer 2009. ISBN: 978-3-642-01383-6.

EBERLE 1980

Eberle, K.: Rechnergestützte Dämpfungsuntersuchungen geklebter und punktgeschweißter Verbindungsfugen. Diss. Universität Stuttgart (1980).

EHRlich ET AL. 2014

Ehrlich, C.; Schmidt, A.; Gaul, L.: Microslip Joint Damping Prediction Using Thin-Layer Elements. In: Allen, M.; Mayes, R.; Rixen, D. (Hrsg.): Dynamics of Coupled Structures, Volume 1. Cham: Springer 2014, S. 239–244.

EIBELSHÄUSER 1990

Eibelshäuser, P.: Rechnerunterstützte experimentelle Modalanalyse mittels gestufter Sinusanregung. Diss. Technische Universität München (1990). Berlin: Springer-Verlag 1990. (iwb Forschungsberichte Band 26).

EISELE & DRUMM 1957

Eisele, F.; Drumm, H.: Steifigkeit und Dämpfung geschweißter Bauelemente. In: Eisele, F. (Hrsg.): Der Maschinenmarkt: Werkzeugmaschinen-Praxis, Drittes Forschungs- und Konstruktionskolloquium Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaft der Technischen Hochschule München I. Band, München, 29. und 30. Oktober 1957. München: Vogel 1957, S. 125–128.

EN ISO 6721-1 2002

EN ISO 6721-1: Bestimmung dynamisch-mechanischer Eigenschaften – Allgemeine Grundlagen. Berlin: Beuth 2002.

ENV 13005 2004

ENV 13005: Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen. Berlin: Beuth 2004.

EWINS 1984

Ewins, D. J.: Modal Testing: Theory and Practice. Taunton: Research Studies Press 1984. ISBN: 0-86380-017-3.

FEY 2015

Fey, M.: Identifikation geeigneter parametrierter Dämpfungsmodelle für Komponenten einer Linearachse. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (2015). Aachen: Apprimus 2015.

FINKE 1977

Finke, R.: Berechnung des dynamischen Verhaltens von Werkzeugmaschinen. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1977).

FLECKENSTEIN ET AL. 2011

Fleckenstein, J.; Fricke, W.; Georgi, B.: Excel das Zauberbuch: Raffinierte Zaubereien für Excel-Kenner. München: Markt+Technik 2011. ISBN: 978-3-8272-4695-0.

FLEISCHER & BROOS 2004

Fleischer, J.; Broos, A.: Parameteroptimierung bei Werkzeugmaschinen – Anwendungsmöglichkeiten und Potenziale. 1. Weimarer Optimierungs- und Stochastiktage. Weimar, 2. und 3. Dezember 2004.

FRISWELL & MOTTERSHEAD 1995

Friswell, M. I.; Mottershead, J. E.: Finite Element Model Updating in Structural Dynamics. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers 1995. ISBN: 0-7923-3431-0.

GAO & ROCKHAUSEN 2001

Gao, X.; Rockhausen, L.: Eigenfrequenzen und -formen von Maschinenstellen bei geänderten Aufstellbedingungen auf der Basis gemessener Modaldaten. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Schwingungen in Anlagen und Maschinen, Tagung. Veitshöchheim, 16. und 17. Mai 2001. Düsseldorf: VDI-Verlag 2001, S. 1–12. (VDI-Berichte Nr. 1606).

GAUL & NITSCHKE 2001

Gaul, L.; Nitsche, R.: Dynamics of Structures with Joint Connections. In: Ewins, D.; Inman, D. (Hrsg.): Structural Dynamics @ 2000: Current Status and Future Directions. Baldock: Research Studies Press 2001, S. 29–48.

GAUL & SCHMIDT 2007

Gaul, L.; Schmidt, A.: Experimental Determination and Modeling of Material Damping. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Schwingungsdämpfung, Tagung. Wiesloch, 16. und 17. Oktober 2007. Düsseldorf: VDI-Verlag 2007, S. 17–40. (VDI-Berichte Nr. 2003).

GAWRONSKI & SAWICKI 1997

Gawronski, W.; Sawicki, J. T.: Response Errors of Non-Proportionally Lightly Damped Structures. Journal of Sound and Vibration 200 (1997) 4, S. 543–550.

GAWRONSKI 2004

Gawronski, W. K.: Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures. New York: Springer 2004. ISBN: 0-387-40649-2.

GEISLER 2010

Geisler, J.: Numerische und experimentelle Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Strukturen mit Fügestellen. Diss. Universität Erlangen-Nürnberg (2010). Erlangen: Universität Erlangen-Nürnberg 2010. (Schriftenreihe Technische Mechanik Band 1).

GOLDFARB & CELANOVIC 1997

Goldfarb, M.; Celanovic, N.: A Lumped Parameter Electromechanical Model for Describing the Nonlinear Behavior of Piezoelectric Actuators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 119 (1997) 3, S. 478–485.

GOLZ 1990

Golz, H. U.: Analyse, Modellbildung und Optimierung des Betriebsverhaltens von Kugelgewindetrieben. Diss. Universität Karlsruhe (1990). Karlsruhe: Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebstechnik (wbk) 1990. (Forschungsberichte wbk Band 31).

GOODMAN 2002

Goodman, L.: Material Damping and Slip Damping. In: Harris, C. M.; Piersol, A. G. (Hrsg.): *Harris' Shock and Vibration Handbook*. New York: McGraw-Hill 2002, S. 36.1–36.30.

GÖRKE 2010

Görke, D.: Experimentelle und numerische Untersuchung des Normal- und Tangentialkontaktverhaltens rauher metallischer Oberflächen. Diss. Universität Erlangen-Nürnberg (2010). Erlangen: Universität Erlangen-Nürnberg 2010. (Schriftenreihe Technische Mechanik Band 3).

GROCHE & HOFMAN 2005

Groche, P.; Hofman, T.: A New Method to Determine the Dynamic Properties of Profiled Guideways and Guide Slide Bearings. *Production Engineering* 12 (2005) 2, S. 187–190.

GROSSMANN 1976

Großmann, K.: Ein Beitrag zur Modellfindung und -berechnung für die dynamische Analyse von Werkzeugmaschinen-Strukturen. Diss. TU Dresden (1976).

GROSSMANN 1990

Großmann, K.: Dynamische Verhaltensanalyse an spanenden Werkzeugmaschinen. Habilitationsschrift TU Dresden (1990).

GROSSMANN & RUDOLPH 2008

Großmann, K.; Rudolph, H.: Dämpfungsbeschreibung für die modellgestützte dynamische Strukturanalyse: Modellierungsansätze zur Beschreibung struktureller Dämpfung an Werkzeugmaschinen. *Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb* 103 (2008) 11, S. 767–773.

GROSSMANN ET AL. 2010

Großmann, K.; Rudolph, H.; Brecher, C.; Fey, M.; Zäh, M. F.; Niehues, K.; Schwarz, S.: Dämpfungseffekte in Werkzeugmaschinen. Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb 105 (2010) 7–8, S. 676–680.

GROSSMANN ET AL. 2012a

Großmann, K.; Rudolph, H.; Weishart, H.: Verfahren zur Bestimmung modaler Dämpfungsmaße an Werkzeugmaschinen-Strukturen. Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb 107 (2012) 3, S. 168–173.

GROSSMANN ET AL. 2012b

Großmann, K.; Rudolph, H.; Weißhart, H.: Parameteridentifikation für die Dämpfungsbeschreibung: Vergleichende Untersuchung zur Bestimmung von Dämpfungsparametern. Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb 107 (2012) 7–8, S. 497–502.

GROTH 1972

Groth, W. H.: Die Dämpfung in verspannten Fugen und Arbeitsführungen von Werkzeugmaschinen. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1972).

GRUNAU & GIESE 1991

Grunau, A.; Giese, P.: Schwingungsverhalten von Linearwälzführungen für Werkzeugmaschinen. Konstruktion 43 (1991) 1, S. 111–116.

HANSON 1999

Hanson, K. M.: A Framework for Assessing Uncertainties in Simulation Predictions. Physica D: Nonlinear Phenomena 133 (1999) 1–4, S. 179–188.

HEYLEN ET AL. 1997

Heylen, W.; Lammens, S.; Sas, P.: Modal Analysis Theory and Testing. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven 1997. ISBN: 90-73802-61-X.

HOFFMANN 2008

Hoffmann, F.: Optimierung der dynamischen Bahngenauigkeit von Werkzeugmaschinen mit der Mehrkörpersimulation. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (2008). Aachen: Apprimus 2008. (Ergebnisse aus der Produktionstechnik Band 8/2008).

IBRAHIM & PETTIT 2005

Ibrahim, R. A.; Pettit, C. L.: Uncertainties and Dynamic Problems of Bolted Joints and Other Fasteners. Journal of Sound and Vibration 279 (2005) 3–5, S. 857–936.

ISPAYLAR 1996

Ispaylar, M. H.: Betriebseigenschaften von Profilschienen-Wälzführungen. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1996). Würzburg: compuTEAM 1996.

JOHNSON & KIENHOLZ 1982

Johnson, C. D.; Kienholz, D. A.: Finite Element Prediction of Damping in Structures with Constrained Viscoelastic Layers. *AIAA Journal* 20 (1982) 9, S. 1284–1290.

JOHNSON ET AL. 1981

Johnson, C. D.; Kienholz, D. A.; Rogers, L. C.: Finite Element Prediction of Damping in Beams with Constrained Viscoelastic Layers. In: *The Shock and Vibration Information Center (Hrsg.): The Shock and Vibration Bulletin Part 1, 51st Symposium on Shock and Vibration*. San Diego, October 21–23, 1980. Washington, D. C.: Naval Research Laboratory 1981, S. 71–81.

KIPFMÜLLER 2009

Kipfmüller, M.: Aufwandsoptimierte Simulation von Werkzeugmaschinen. Diss. Universität Karlsruhe (2009). Karlsruhe: Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebstechnik (wbk) 2009. (Forschungsberichte wbk Band 153).

KIRCHKNOPF 1989

Kirchknopf, P.: Ermittlung modaler Parameter aus Übertragungsfrequenzgängen. Diss. Technische Universität München (1989). Berlin: Springer-Verlag 1989. (iwv Forschungsberichte Band 20).

KLUMPERS 1980

Klumpers, K. J.: Theoretische und experimentelle Bestimmung der Dämpfung spielfreier Radialwälzlager. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1980). Düsseldorf: VDI-Verlag 1980. (Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften Reihe 1 Nr. 74).

KOLLMANN ET AL. 2006

Kollmann, F. G.; Schösser, T. F.; Angert, R.: *Praktische Maschinenakustik*. Berlin: Springer 2006. ISBN: 978-3-540-20094-9.

KOLSCH 1993

Kolsch, H.: Schwingungsdämpfung durch statische Hysterese: Modellierung von Bauteilen, Parameteridentifikation, Schwingungsberechnungen. Diss. TU Braunschweig (1993). Düsseldorf: VDI-Verlag 1993. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 Nr. 190).

KORUK & SANLITURK 2013

Koruk, H.; Sanliturk, K. Y.: A Novel Definition for Quantification of Mode Shape Complexity. *Journal of Sound and Vibration* 332 (2013) 14, S. 3390–3403.

KREMPEL 1984

Krempel, R.: Ermittlung linearer Steifigkeitskennwerte von Verbindungsstellen an Werkzeugmaschinen. Diss. Technische Hochschule Karl-Marx-Stadt, Chemnitz (1984).

KUNC 2013

Kunc, M.: Identifikation und Modellierung von nichtlinearen Dämpfungseffekten in Vorschubachsen für Werkzeugmaschinen. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (2013). Aachen: Apprimus 2013. (Ergebnisse aus der Produktionstechnik 11/2013).

LAMMENS 1995

Lammens, S.: Frequency Response Based Validation of Dynamic Structural Finite Element Models. Diss. Katholieke Universiteit Leuven (1995).

LANCASTER & PRELLS 2005

Lancaster, P.; Prells, U.: Inverse Problems for Damped Vibrating Systems. *Journal of Sound and Vibration* 283 (2005) 3–5, S. 891–914.

LAZAN 1968

Lazan, B. J.: *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics*. Oxford: Pergamon Press 1968.

LEE & KIM 2001

Lee, J.-H.; Kim, J.: Development and Validation of a New Experimental Method to Identify Damping Matrices of a Dynamic System. *Journal of Sound and Vibration* 246 (2001) 3, S. 505–524.

LENZ 1997

Lenz, J.: *Strukturodynamik unter dem Einfluss von Mikro- und Makroschlupf in Fügestellen*. Diss. Universität der Bundeswehr Hamburg (1996). Stuttgart: Universität Stuttgart 1997. (Bericht aus dem Institut A für Mechanik 1997/1).

LIEVEN & EWINS 1992

Lieven, N. A. J.; Ewins, D. J.: Call for Comments: a Proposal for Standard Notation and Terminology in Modal Analysis. *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis* 7 (1992) 2, S. 151–156.

LIN 1990

Lin, R.: Identification of the Dynamic Characteristics of Nonlinear Structures. Diss. University of London (1990).

LIN & ZHU 2009

Lin, R. M.; Zhu, J.: On the Relationship between Viscous and Hysteretic Damping Models and the Importance of Correct Interpretation for System Identification. *Journal of Sound and Vibration* 325 (2009) 1–2, S. 14–33.

LIN ET AL. 1993

Lin, R. M.; Ewins, D. J.; Lim, M. K.: Identification of Nonlinearity from Analysis of Complex Modes. *Modal Analysis: the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis* 8 (1993) 4, S. 285–299.

LIU & EWING 2007

Liu, W.; Ewing, M. S.: Experimental and Analytical Estimation of Loss Factors by the Power Input Method. *AIAA Journal* 45 (2007) 2, S. 477–484.

LIU 1998

Liu, Z.: Bildung und Korrektur eines schwingungstechnischen Modells von Werkzeugmaschinen. Diss. Universität Hannover (1998). Düsseldorf: VDI-Verlag 1998. (Fortschritt-Berichte Reihe 1 Nr. 300).

LÖWENFELD 1957

Löwenfeld, K.: Die Dämpfung bei Werkzeugmaschinen. *Der Maschinenmarkt* 63 (1957) 10, S. 11–13.

LÜBECK 1988

Lübeck, K.-H.: Schwingungsdämpfung geschweißter Gestellteile des Werkzeug- und Verarbeitungsmaschinenbaus. Diss. Technische Hochschule Karl-Marx-Stadt, Chemnitz (1988).

MAIA & SILVA 1997

Maia, N. M. M.; Silva, J. M. M.: *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Taunton: Research Studies Press 1997. ISBN: 0-86380-208-7.

MARKERT 2013

Markert, R.: *Strukturdynamik*. Aachen: Shaker 2013. ISBN: 978-3-8440-2098-4.

MAYER 2007

Mayer, M.: Zum Einfluss von Fügstellen auf das dynamische Verhalten zusammengesetzter Strukturen. Diss. Universität Stuttgart (2007). Töning: Der Andere Verlag 2007. (Bericht aus dem Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik 2007/1).

MAYER & GAUL 2007

Mayer, M. H.; Gaul, L.: Segment-to-Segment Contact Elements for Modelling Joint Interfaces in Finite Element Analysis. *Mechanical System and Signal Processing* 21 (2007) 2, S. 724–734.

MEIDLINGER 2008

Meidlinger, R.: Einfluss der Aufstellung auf das dynamische Verhalten von Werkzeugmaschinen. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (2008). Aachen: Shaker 2008. (Berichte aus der Produktionstechnik Band 7/2008).

MENSE 2010

Mense, C.: Ermittlung, Berechnung und Optimierung des strukturmeechanischen Verhaltens am Beispiel von Fräsmaschinen. Diss. Technische Universität Berlin (2010). Stuttgart: Fraunhofer 2010. (Berichte aus dem Produktionstechnischen Zentrum Berlin).

MERZIGER ET AL. 2007

Merziger, G.; Mühlbach, G.; Wille, D.; Wirth, T.: Formeln + Hilfen zur höheren Mathematik. Springe: Binomi 2007. ISBN: 3-923-923-35-X.

MEYER 2003

Meyer, S.: Modellbildung und Identifikation von lokalen nichtlinearen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften in komplexen strukturdynamischen Finite-Elemente-Modellen. Diss. Universität Kassel (2003). Kassel: Kassel Univ. Press 2003.

MILBERG 1992

Milberg, J.: Werkzeugmaschinen - Grundlagen: Zerspantechnik, Dynamik, Baugruppen und Steuerungen. Berlin: Springer 1992. ISBN: 3-540-54538-7.

MILBERG & GUSERLE 2005

Milberg, J.; Guserle, R.: Integrative Use of CAx-Tools in the Mechatronic Development Process of Maschine Tools. *Production Engineering* 12 (2005) 2, S. 205–210.

MORZFIELD ET AL. 2009

Morzfeld, M.; Ajavakom, N.; Ma, F.: Diagonal Dominance of Damping and the Decoupling Approximation in Linear Vibratory Systems. *Journal of Sound and Vibration* 320 (2009) 1–2, S. 406–420.

MÖSER & KROPP 2010

Möser, M.; Kropp, W.: Körperschall: Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen. Heidelberg: Springer 2010. ISBN: 978-3-540-40336-4.

MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010a

MSC.Software Corporation (Hrsg.): MD/MSC Nastran Dynamic Analysis User's Guide. Santa Ana, CA, USA: 2010.

MSC.SOFTWARE CORPORATION 2010b

MSC.Software Corporation (Hrsg.): MD/MSC Nastran Quick Reference Guide. Santa Ana, CA, USA: 2010.

MÜLLER-VOGT 1959

Müller-Vogt, G.: Die Amplitudenabhängige Dämpfung von Stahl, ihre Ursachen und ihre Beziehungen zur Spröbruchneigung. Diss. Technische Hochschule München (1959).

NATKE 1988

Natke, H. G.: Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse: Identifikation schwingungsfähiger elastomechanischer Systeme. 2. Auflage. Braunschweig: Vieweg 1988. ISBN: 3-528-18145-1.

NEBELING 1999

Nebeling, P. H.: Abgleich der dynamischen Eigenschaften numerischer Modelle mit realen mechanischen Strukturen. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1998). Aachen: Shaker 1999. (Berichte aus der Produktionstechnik Band 5/99).

NEITHARDT 2004

Neithardt, W.: Methodik zur Simulation und Optimierung von Werkzeugmaschinen in der Konzept- und Entwurfsphase auf Basis der Mehrkörpersimulation. Diss. Universität Karlsruhe (2004). Karlsruhe: wbk Institut für Produktionstechnik Universität Karlsruhe 2004. (Forschungsberichte aus dem wbk Band 124).

NEUGEBAUER ET AL. 2010a

Neugebauer, R.; Scheffler, C.; Wabner, M.: Verbesserte Berechnung von statischen und dynamischen Steifigkeiten an Werkzeugmaschinen. *wt Werkstattstechnik online* 100 (2010) 5, S. 354–361.

NEUGEBAUER ET AL. 2010b

Neugebauer, R.; Scheffler, C.; Wabner, M.; Schulzen, M.: Advanced State Space Modeling of Non-Proportional Damped Machine Tool Mechanics. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* 3 (2010) 1, S. 8–13.

NICOLAI 1988

Nicolai, D.: Beeinflussung der Fugendämpfung an geschweißten Gestellen von Be- und Verarbeitungsmaschinen. Diss. Technische Hochschule Karl-Marx-Stadt, Chemnitz (1988).

NIEHUES & ZÄH 2012

Niehues, K.; Zäh, M. F.: Lokale Dämpfungsmodellierung an Werkzeugmaschinenstrukturen: Methode zur Identifikation von Dämpfungsparametern. Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb 107 (2012) 7–8, S. 513–517.

NIEHUES ET AL. 2012

Niehues, K.; Schwarz, S.; Zaeh, M. F.: Reliable Material Damping Ratio Determination in Machine Tool Structures. Production Engineering 6 (2012) 4–5, S. 475–484.

NIEHUES ET AL. 2015

Niehues, K.; Rebelein, C.; Zäh, M. F.: Identification of Local Damping Models of Machine Tools by a Sequential Assembling Process. In: Altintas, Y. (Hrsg.): 4th International Conference on Virtual Machining Process Technology (VMPT), Vancouver, June 2–5, 2015.

NORDMANN 2007

Nordmann, R.: Maschinendynamik. In: Dubbel, H.; Grote, K.-H.; Feldhusen, J. (Hrsg.): Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau. Berlin: Springer 2007, S. O9–O27.

OERTLI 2008

Oertli, T.: Strukturmechanische Berechnung und Regelungssimulation von Werkzeugmaschinen mit elektromechanischen Vorschubantrieben. Diss. Technische Universität München (2008). München: Utz 2008. (Forschungsberichte IWB Band 216).

OEXL 2003

Oexl, S.: Untersuchungen zum dynamischen Verhalten normalbelasteter Schraubverbindungen. Diss. Universität Stuttgart (2003). Osnabrück: Der Andere Verlag 2003. (Bericht aus dem Institut A für Mechanik 2003/2).

OKWUDIRE 2011

Okwudire, C. E.: Improved Screw-Nut Interface Model for High-Performance Ball Screw Drives. Journal of Mechanical Design 133 (2011) 4, S. 041009–1–041009–10.

OKWUDIRE & ALTINTAS 2009

Okwudire, C. E.; Altintas, Y.: Hybrid Modeling of Ball Screw Drives With Coupled Axial, Torsional, and Lateral Dynamics. *Journal of Mechanical Design* 131 (2009) 7, S. 071002–1–071002–9.

OPHEY 1986

Ophey, L.: Dämpfungs- und Steifigkeitseigenschaften vorgespannter Schrägkugellager. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1986). Düsseldorf: VDI-Verlag 1986. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 1 Nr. 138).

OTTL 1981

Ottl, D.: Schwingungen mechanischer Systeme mit Strukturdämpfung. Düsseldorf: VDI-Verlag 1981. (VDI-Forschungsheft Nr. 603).

OTTL 1985

Ottl, D.: Nichtlineare Dämpfung in Raumfahrtstrukturen: Sammlung u. Auswertung von experimentellen Ergebnissen. Düsseldorf: VDI-Verlag 1985. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 Nr. 73).

OZGEN & KIM 2007

Ozgen, G. O.; Kim, J. H.: Direct Identification and Expansion of Damping Matrix for Experimental-Analytical Hybrid Modeling 308 (2007) 1–2, S. 348–372.

PANDE & SHARMA 1979

Pande, G. N.; Sharma, K. G.: On Joint/Interface Elements and Associated Problems of Numerical Ill-Conditioning. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 3 (1979) 3, S. 293–300.

PANNING ET AL. 2007

Panning, L.; Kröger, M.; Wallaschek, J.: Schwingungsdämpfung durch Reibung: Theorie, Experiment, Anwendungen. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Schwingungsdämpfung, Tagung. Wiesloch, 16. und 17. Oktober 2007. Düsseldorf: VDI-Verlag 2007, S. 71–95. (VDI-Berichte Nr. 2003).

PAPULA 2012

Papula, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2*. Wiesbaden: Vieweg 2012. ISBN: 978-3-8348-1589-7.

PEETERS ET AL. 2004

Peeters, B.; Van der Auweraer, H.; Leuridan, J.; Vassel, T.: PolyMAX Modal Parameter Estimation: Challenging Automotive and Aerospace Applications. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Modalanalyse und Identifikation, VDI-Schwingungstagung. Wiesloch, 25. und 26. Mai 2004. Düsseldorf: VDI-Verlag 2004, S. 1–13. (VDI-Berichte Nr. 1825).

PETUELLI 1983

Petueli, G.: Theoretische und experimentelle Bestimmung der Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften normalbelasteter Fügestellen. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1983).

PHANI & WOODHOUSE 2007

Phani, S. A.; Woodhouse, J.: Viscous Damping Identification in Linear Vibration. *Journal of Sound and Vibration* 303 (2007) 3–5, S. 475–500.

PHANI & WOODHOUSE 2009

Phani, S. A.; Woodhouse, J.: Experimental Identification of Viscous Damping in Linear Vibration. *Journal of Sound and Vibration* 319 (2009) 3–5, S. 832–849.

PIETRZKO 1992

Pietrzko, S. J.: Verfahren zur Identifikation der Dämpfungsmatrix mechanischer Systeme. Diss. ETH Zürich (1992). Dübendorf: Eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt 1992. (EMPA-Bericht Nr. 223).

POPP 1994

Popp, K.: Nichtlineare Schwingungen mechanischer Strukturen mit Füge- oder Kontaktstellen. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* 74 (1994) 3, S. 147–165.

PRANDINA ET AL. 2009

Prandina, M.; Mottershead, J. E.; Bonisoli, E.: An Assessment of Damping Identification Methods 323 (2009) 3–5, S. 662–676.

PRÖSSLER 1981

Prössler, E.-K.: Experimentell-rechnerische Analyse von Maschinenschwingungen: Wege zur gezielten Verbesserung des dynamischen Verhaltens von Werkzeugmaschinen. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (1980). Düsseldorf: VDI-Verlag 1981. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 Nr. 36).

QUEINS 2005

Queins, M.: Simulation des dynamischen Verhaltens von Werkzeugmaschinen mit Hilfe flexibler Mehrkörpermodelle. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (2005). Aachen: Shaker 2005. (Berichte aus der Produktionstechnik Band 12/2005).

RABINER ET AL. 1969

Rabiner, L. R.; Schafer, R. W.; M., R. C.: The Chirp z-Transform Algorithm. IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics 17 (1969) 2, S. 86–92.

RANDALL 1987

Randall, R. B.: Frequency Analysis. 3. Auflage. Nærum: Brüel & Kjær 1987. ISBN: 87-87355-07-8.

RAYLEIGH 1877

Rayleigh, J. W. S.: The Theory of Sound (two volumes). London: Macmillan 1877.

REN 2012

Ren, Z.: Zur Identifikation mechatronischer Stellglieder mit Reibung bei Kraftfahrzeugen. Diss. Universität Kassel (2012). Kassel: kassel university press 2012. (Schriftenreihe Mess- und Regelungstechnik der Universität Kassel Band 2).

RICHART ET AL. 1970

Richart, F. E.; Woods, R. D.; Hall, J. R.: Vibrations of Soils and Foundations. Englewood Cliffs: Prentice-Hall 1970.

RICHTER 2012

Richter, M.: Virtual Reality-unterstützte Optimierung des dynamischen Verhaltens von Werkzeugmaschinen. Diss. Technische Universität Chemnitz (2012). Auerbach: Wissenschaftliche Scripten 2012. (Berichte aus dem IWU 67).

RINKER 1988

Rinker, U.: Werkzeugmaschinen - Führungen. Ziele künftiger Entwicklungen. VDI-Z 130 (1988) 3, S. 67–74.

ROTH 2009

Roth, M.: Einsatz und Beurteilung eines aktiven Strukturdämpfers in einem Bearbeitungszentrum. Diss. TU Darmstadt (2009). Aachen: Shaker 2009. (Schriftenreihe des PTW: Innovation Fertigungstechnik D17).

RUDERMAN 2012

Ruderman, M.: Zur Modellierung und Kompensation dynamischer Reibung in Aktuatorssystemen. Diss. Technische Universität Dortmund (2012).

SABOTKE 1988

Sabotke, J.: Erkennen und Erfassen von Nichtlinearitäten im dynamischen Verhalten von Werkzeugmaschinen. Diss. Universität Hannover (1988). Düsseldorf: VDI-Verlag 1988. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 Nr. 102).

SARROUH 1980

Sarrouh, R.: Untersuchung und Berechnung der dynamischen Eigenschaften viskoelastischer Schwingungsdämpfer. Diss. Technische Universität Berlin (1980).

SAUERBIER 1999

Sauerbier, T.: Theorie und Praxis von Simulationssystemen: Eine Einführung für Ingenieure und Informatiker. Braunschweig: Vieweg 1999. ISBN: 3-528-03866-7.

SCHAEFER 1966

Schaefer, G.: Ein Beitrag zum Schwingungs- und Dämpfungsverhalten von Werkstoffmodellen. Diss. Technische Hochschule Hannover (1966).

SCHAIBLE 1976

Schaible, B.: Ermittlung des statischen und dynamischen Verhaltens insbesondere der Dämpfung von verschraubten Fugenverbindungen für Werkzeugmaschinen. Diss. Technische Universität München (1976).

SCHIERLING 1985

Schierling, R.: Die Reibungsdämpfung in Konstruktionsfugen betrachtet an verschraubten Balkensystemen. Diss. Technische Hochschule Darmstadt (1985). Düsseldorf: VDI-Verlag 1985. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 Nr. 64).

SCHMIDT ET AL. 2012

Schmidt, A.; Bograd, S.; Gaul, L.: Measurement of Joint Patch Properties and their Integration into Finite-Element Calculations of Assembled Structures. *Shock and Vibration* 19 (2012) 5, S. 1125–1133.

SCHMIDT 1980

Schmidt, G.: *Simulationstechnik*. München: Oldenbourg 1980. ISBN: 3-486-25181-3.

SCHMIDT 1995

Schmidt, M.: Einflüsse auf das Schwingungsverhalten von Maschinenstrukturen durch Rollenumlaufschuh-Führungen. Diss. Universität Kaiserslautern (1995). Düsseldorf: VDI-Verlag 1995. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 N. 220).

SCHNEIDER 2000

Schneider, C.: Strukturmechanische Berechnungen in der Werkzeugmaschinenkonstruktion. Diss. Technische Universität München (2000). München: Utz 2000. (Forschungsberichte iwB Band 144).

SCHNEIDER 1991

Schneider, M.: Statistisches und dynamisches Verhalten beim Einsatz linearer Schienenführungen auf Wälzlagerbasis im Werkzeugmaschinenbau. Diss. Technische Hochschule Darmstadt (1991). München: Carl Hanser 1991. (Darmstädter Forschungsberichte für Konstruktion und Fertigung Nr. D17).

SCHWARZ 2010

Schwarz, F.: Simulation der Wechselwirkungen zwischen Prozess und Struktur bei der Drehbearbeitung. Diss. Technische Universität München (2010). München: Utz 2010. (Forschungsberichte IWB Band 242).

SCHWARZ 2015

Schwarz, S.: Prognosefähigkeit dynamischer Simulationen von Werkzeugmaschinenstrukturen. Diss. Technische Universität München (2015). München: Utz 2015. (eingereicht am 02.04.2015).

SCHWARZ ET AL. 2014

Schwarz, S.; Sing, A.; Zäh, M. F.: Identification and Evaluation of Uncertainties and Errors in Dynamic Models of Casted Machine Tool Components. *Production Engineering* 8 (2014) 1–2, S. 175–185.

SHAHRUZ 1990

Shahruz, S. M.: Approximate Decoupling of the Equations of Motion of Damped Linear Systems. *Journal of Sound and Vibration* 136 (1990) 1, S. 51–64.

SHAHRUZ & MA 1988

Shahruz, S. M.; Ma, F.: Approximate Decoupling of the Equations of Motion of Linear Underdamped Systems. *Journal of Applied Mechanics* 55 (1988) 3, S. 716–720.

SHANNON 1998

Shannon, C. E.: Communication in the Presence of Noise. Proceedings of the IEEE 86 (1998) 2, S. 447–457.

SIEBERTZ ET AL. 2010

Siebertz, K.; van Bebbber, D.; Hochkirchen, T.: Statistische Versuchsplanung: Design of Experiments (DOE). Heidelberg: Springer 2010. ISBN: 978-3-642-05492-1.

SIEDL 2008

Siedl, D. J.: Simulation des dynamischen Verhaltens von Werkzeugmaschinen während Verfahrbewegungen. Diss. Technische Universität München (2008). München: Utz 2008. (Forschungsberichte IWB Band 213).

SIMNOFSKE 2009

Simnofske, M.: Adaptronische Versteifung von Werkzeugmaschinen durch strukturintegrierte aktive Module. Diss. TU Braunschweig (2009). Essen: Vulkan-Verlag 2009. (Schriftenreihe des Instituts für Werkzeugmaschinen und Fertigungstechnik der TU Braunschweig).

SNYDER & VENKAYYA 1989

Snyder, B. D.; Venkayya, V. B.: Modal Strain Energies in Cosmic Nastran. In: National Aeronautics and Space Administration (Hrsg.): 17th NASTRAN Users' Colloquium. San Antonio, Texas, April 24–28, 1989. Springfield: National Technical Information Service 1989, S. 363–381.

STELZMANN ET AL. 2002

Stelzmann, U.; Groth, C.; Müller, G.: FEM für Praktiker – Band 2: Strukturodynamik. Renningen: expert 2002. ISBN: 3-8169-1817-4.

STIEFENHOFER 1977

Stiefenhofer, R.: Beitrag zur Berechnung des Einflusses der Aufstellung auf das dynamische Verhalten von Werkzeugmaschinen. Diss. Technische Universität München (1977).

STÖTER 2001

Stöter, B.: Luftfedersysteme zur niederfrequenten Schwingungsisolierung. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Schwingungen in Anlagen und Maschinen, Tagung. Veitshöchheim, 16. und 17. Mai 2001. Düsseldorf: VDI-Verlag 2001, S. 401–415. (VDI-Berichte Nr. 1606).

STÜHLER 1993

Stühler, W.: Dämpfung – Entstehung, Beschreibungsformen, Auswirkungen und Abhängigkeiten, Grundsatzreferat. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Dämpfung und Nichtlinearität, Tagung. Darmstadt, 12. und 13. Oktober 1993. Düsseldorf: VDI-Verlag 1993, S. 85–105. (VDI-Berichte Nr. 1082).

TAYLOR 1988

Taylor, J. R.: Fehleranalyse: Eine Einführung in die Untersuchung von Unsicherheiten in physikalischen Messungen. 1. Auflage. Weinheim: VCH 1988. ISBN: 3-527-26878-2.

TOMLINSON 2001

Tomlinson, G. R.: SD2000 State of the Art Review: Damping. In: Ewins, D.; Inman, D. (Hrsg.): Structural Dynamics @ 2000: Current Status and Future Directions. Baldock: Research Studies Press 2001, S. 369–388.

UHL 2004

Uhl, A.: Zur Fugenreibung für die Schwingungsminderung bei Verbundträgern. Diss. Universität Hannover (2004).

UNGAR 1962

Ungar, E. E.: Loss Factors of Viscoelastic Systems in Terms of Energy Concepts. The Journal of the Acoustical Society of America 34 (1962) 7, S. 954–957.

UNGAR & ZAPFE 2006

Ungar, E. E.; Zapfe, J. A.: Structural Damping. In: Vér, I. L.; Beranek, L. L. (Hrsg.): Noise and Vibration Control Engineering. Hoboken, New Jersey: Wiley 2006, S. 579–609.

VDI 2062-1 2011

VDI 2062-1: Schwingungsisolierung – Begriffe und Methoden. Berlin: Beuth 2011.

VDI 3830-1 2004

VDI 3830-1: Werkstoff- und Bauteildämpfung – Einteilung und Übersicht. Berlin: Beuth 2004.

VDI 3830-2 2004

VDI 3830-2: Werkstoff- und Bauteildämpfung – Dämpfung in festen Werkstoffen. Berlin: Beuth 2004.

VDI 3830-3 2004

VDI 3830-3: Werkstoff- und Bauteildämpfung – Dämpfung von Baugruppen. Berlin: Beuth 2004.

VDI 3830-5 2005

VDI 3830-5: Werkstoff- und Bauteildämpfung – Versuchstechniken zur Ermittlung von Dämpfungskenngrößen. Berlin: Beuth 2005.

VDI 3833-1 2009

VDI 3833-1: Schwingungsdämpfer und Schwingungstilger – Begriffe, Kenngrößen, Realisierung, Anwendung. Berlin: Beuth 2009.

VDI 4008-6 2004

VDI 4008-6: Monte-Carlo-Methode. Berlin: Beuth 2004.

VERDUN ET AL. 1988

Verdun, F. R.; Giancaspro, C.; Marshall, A. G.: Effects of Noise, Time-Domain Damping, Zero-Filling and the FFT Algorithm on the “Exact” Interpolation of Fast Fourier Transform Spectra. Applied Spectroscopy 42 (1988) 5, S. 715–721.

VESELY & SULITKA 2009

Vesely, J.; Sulitka, M.: Maschine Tool Virtual Model. Modern Machinery (MM) Science Journal (2009) 12, S. 146–151.

VESSELINOV 2003

Vesselinov, V.: Dreidimensionale Simulation der Dynamik von Wälzlagern. Diss. Universität Karlsruhe (2003). Karlsruhe: Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau der Universität Karlsruhe 2003. (Forschungsberichte mkl Band 9).

WABNER ET AL. 2010

Wabner, M.; Neugebauer, R.; Scheffler, C.; Schulten, M.: Zustandsraummodellierung nicht-proportionaler passiver Dämpfung von Werkzeugmaschinen. NAFEMS Magazin 17 (2010) 3, S. 58–69.

WAGNER ET AL. 2007

Wagner, F.; Schedlinski, C.; Bohnert, K.; Kaufmann, M.; Küsel, M.; Lehmann, R.; Stein, C.: Computerunterstützte Dämpfungsidentifikation einer Rohkarosserie mit Anbauteilen auf Basis gemessener Frequenzgänge. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Schwingungsdämpfung, Tagung. Wiesloch, 16. und 17. Oktober 2007. Düsseldorf: VDI-Verlag 2007, S. 179–193. (VDI-Berichte Nr. 2003).

WAGNER 2000

Wagner, N.: Identifikation von Dämpfungseffekten und ihre mathematische Modellierung in der Strukturdynamik. Industriekolloquium zum SFB 349. Universität Stuttgart (2000).

WAGNER 2001

Wagner, N.: Parameteridentifikation bei viskos gedämpften Fachwerkstrukturen. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 81 (2001) Suppl. 2, S. 431–432.

WAIBEL 2013

Waibel, M.: Aktive Zusatzsysteme zur Schwingungsreduktion an Werkzeugmaschinen. Diss. Technische Universität München (2012). München: Utz 2013. (Forschungsberichte IWB Band 273).

WALFORD & STONE 1983

Walford, T. L. H.; Stone, B. J.: The Sources of Damping in Rolling Element Bearings under Oscillating Conditions. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Mechanical Engineering Science 197 (1983) 4, S. 225–232.

WALTZ 2005

Waltz, M.: Dynamisches Verhalten von gummigefederten Eisenbahnradern. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (2005).

WANG ET AL. 1993

Wang, Q. Y.; Jiang, Z.; Qian, W. M.; Qi, H. S.; Zheng, H. W.: Research on Machine Tools Rolling Slideways Assembly with Damping Oil-Films. CIRP Annals - Manufacturing Technology 42 (1993) 1, S. 441–444.

WASMANN 1996

Wasmann, U.: Versuchsgestützte Modellierung von Werkzeugmaschinen auf der Grundlage statischer Nachgiebigkeiten. Diss. Universität Hannover (1996). Dusseldorf: VDI-Verlag 1996. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 1 Nr. 263).

WECK & BRECHER 2005

Weck, M.; Brecher, C.: Werkzeugmaschinen: Maschinenarten und Anwendungsbereiche. Berlin: Springer 2005. ISBN: 3-540-22504-8. (Kompendium Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme Band 1).

WECK & BRECHER 2006

Weck, M.; Brecher, C.: Werkzeugmaschinen: Konstruktion und Berechnung. Berlin: Springer 2006. ISBN: 3-540-22502-1. (Kompendium Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme Band 2).

WECK & QUEINS 2000

Weck, M.; Queins, M.: Abgleich experimenteller und virtueller Modalanalysen von Werkzeugmaschinen. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Experimentelle und rechnerische Modalanalyse sowie Identifikation dynamischer Systeme. Düsseldorf: VDI-Verlag 2000, S. 95–118. (VDI-Berichte Nr. 1550).

WECK ET AL. 2005

Weck, M.; Brecher, C.; Paepenmüller, F.: Development of a Modular Hydrostatic Guideway System. *Production Engineering* 12 (2005) 2, S. 197–200.

WISSBROCK 1985

Wißbrock, H.: Untersuchungen zur Fugendämpfung zusammengesetzter Bauteile. Diss. Universität Hannover (1985). Düsseldorf: VDI-Verlag 1985. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 Nr. 68).

WITT 2007

Witt, S. T.: Integrierte Simulation von Maschine, Werkstück und spanendem Fertigungsprozess. Diss. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (2007). Aachen: Shaker 2007. (Berichte aus der Produktionstechnik Band 31/2007).

WORDEN & TOMLINSON 2001

Worden, K.; Tomlinson, G. R.: *Nonlinearity in Structural Dynamics: Detection, Identification and Modelling*. Bristol: Institute of Physics Publishing 2001. ISBN: 0-7503-0356-5.

ZÄH ET AL. 2011

Zäh, M. F.; Niehues, K.; Schwarz, S.: Struktur- und Fügestellendämpfung in Werkzeugmaschinenstrukturen. In: VDI-Wissensforum (Hrsg.): Schwingungsdämpfung, 2. VDI-Fachtagung. Leonberg, 16. und 17. November 2011. Düsseldorf: VDI-Verlag 2011, S. 21–34. (VDI-Berichte Nr. 2164).

ZIEHL 1996

Ziehl, A.: Berechnung des dynamischen Strukturverhaltens von Portalfräsmaschinen. Diss. Universität Kaiserslautern (1996). Düsseldorf: VDI-Verlag 1996. (Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 Nr. 229).