

Bewegungsübertragung ohne Zwang - eine Anwendung von Selbstsynchronisation

Thomas Thümmel*; Robert Wittmann*; Markus Roßner**

* TU München, Lehrstuhl für Angewandte Mechanik
thuemmel@tum.de

** Hilti Entwicklungsgesellschaft Kaufering, früher TUM*, AM

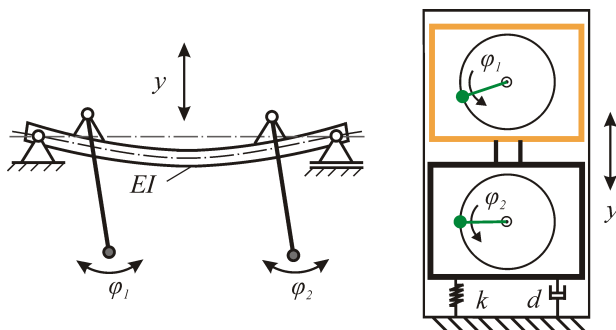


Abb. 1: Modelle mit Selbstsynchronisation

Kurzfassung

Unter Ausnutzung des Effektes der Selbstsynchronisation lassen sich Bewegungen und Kräfte im stationären Betrieb ohne Zwanglauf übertragen. Der Beitrag fasst einige theoretische Grundlagen zusammen und untersucht auch Bedingungen und Grenzen der Leistungsübertragung. Als Beispiel dient die Leistungsmessung für einen Rüttler im Tiefbau. Messungen am Funktionsmuster belegen die Machbarkeit eines solchen Konzepts.

Motion and Forces Transmission without constraint motion of a mechanism – an application of self-synchronisation

1 Einführung

In vielen schnelllaufenden Maschinen, Geräten und Anlagen erzeugen und übertragen Mechanismen Bewegungen zum technologischen Prozess an der Wirkstelle. Damit erfolgt häufig eine ungleichmäßige Übersetzung, z.B. von einer gleichmäßigen Drehbewegung in eine reversierende translatorische Bewegung. Unter der Annahme eines spielfreien Starrkörper-Mechanismus besteht ein Zwanglauf vom Antrieb zum Arbeitsorgan. Gleichzeitig realisiert ein Mechanismus die erforderliche Kraftwirkung und sichert die Aufnahme bzw. Abstützung der Kräfte und Momente durch das Maschinengestell.

Dieser Beitrag soll sich jedoch nicht mit den oben genannten Mechanismen beschäftigen, sondern der Frage nachgehen, wie Bewegung und Kräfte bzw. Momente ohne Zwanglauf und kinematische Kopplung umgewandelt und übertragen werden können.

Hier soll der Effekt der Selbstsynchronisation ausgenutzt werden. Zwei Beispiele liefert Abb. 1. Es müssen im stationären Betrieb mindestens zwei Freiheitsgrade über eine schwingende Struktur (dritter Freiheitsgrad) gekoppelt sein. Dann stellen sich gleiche mittlere Frequenzen und eine stabile konstante Phasendifferenz ein. Diese allgemeine Eigenschaft schwach gekoppelter nichtlinearer Schwingungssysteme ist spätestens seit 1673 mit den Beobachtungen von HUYGENS an Pendeluhren [1] bekannt und tritt in Natur und Technik vielseitig auf. Breite Anwendungsmöglichkeiten ergeben sich bei Vibrationsmaschinen mit rotierenden Unwuchten als Schwingungserreger. Selbstsynchronisation kann aber auch unerwünschte Erscheinungen erzeugen. Eine ausführliche Übersicht zur Anwendung und Theorie liefert die Dissertation von MERTEN [2] aus dem Jahr 1999, welche auf den Arbeiten seiner Lehrer BLECHMANN [3] und SPERLING [4], [5] basiert. Das Buch 'Maschinendynamik' von DRESIG, HOLZWEISSIG [6] widmet Kapitel 7.2.4.3 dem Effekt der Selbstsynchronisation das und leitet die Existenzbedingung an einem vertikal erregten physikalischen Pendel her.

Der jetzige Beitrag greift den Effekt der Selbstsynchronisation auf, nutzt Modellbildung und Simulation und beschreibt die praktische Umsetzung mit einem miniaturisierten Funktionsmuster.

Als Beispiel dient ein Rüttler (Abb. 2), dessen Rüttelleistung von ca. 470 kW unter Volllast und für über 100 Geräte pro Jahr gemessen werden soll, um sofort nach Neufertigung oder Reparatur im Werk die Funktion zu überprüfen. Ein Transport zur Baustelle und damit zeitversetzte Tests im Gelände können bei Fehlern recht aufwendig werden.

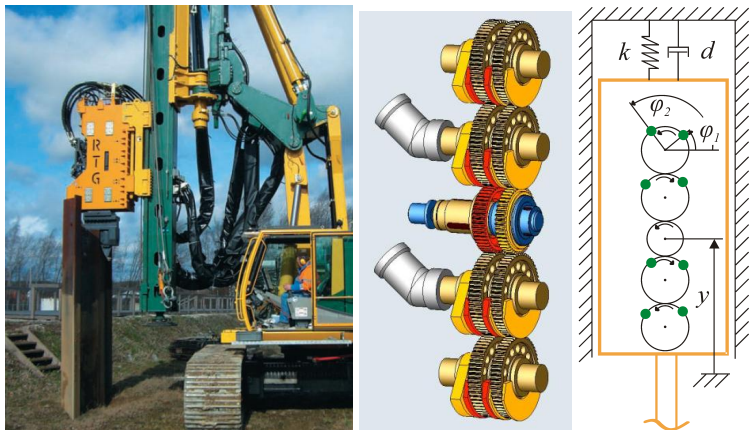


Abb. 2: Unwuchtrüttler für Spundwände mit Fünfwellensystem

Unter vielen Prüfstandsvarianten erschien die Rückwandlung der Vertikal-schwingungen des Rüttlers in eine Drehbewegung als am sinnvollsten. So kann mit einem Elektromotor die Last nachgebildet und die Leistung gemessen werden. Neben einer Wandlung der Bewegung über Zwanglauf wie im Kolbenmotor bietet das Konzept mit Selbstsynchronisation eine gute Alternative, darüber berichtet dieser Beitrag.

Der Abschnitt 2 beschreibt die Modellbildung des ursprünglichen Rüttlers. Das Konzept mit Selbstsynchronisation wird im Abschnitt 3 verbal erklärt und im Abschnitt 4 mit einem parametrisierten Minimalmodell beschrieben. Der Abschnitt 5 liefert die mathematischen Zusammenhänge bei der Selbstsynchronisation. Schließlich veranschaulicht Abschnitt 6 die praktische Anwendung und belegt die Realisierbarkeit dieses Konzeptes.

2 Minimalmodell des Rüttlers

Weltweit sind im Tiefbau Rüttler im Einsatz, welche durch Unwuchterregung mit einer Frequenz von etwa 40 Hz und mit einem Hub bis 12 mm Spundwände in die Erde rammen. Die Maximalkraft der betrachteten Baureihe beträgt ca. 1250 kN. Die Abb. 3 führt zum Minimalmodell des Rüttlers, abstrahiert auf die vertikale Bewegung y und Rotation φ (dof=2).

Aus der gesamten Unwuchtmasse m_u aller Scheiben und der Exzentrizität e resultiert die Unwucht U und vertikale Erregerkraft F_u . In die vertikale Bodenkraft F_B fließen noch zusätzlich die Gewichtskraft F_G und Vorschubkraft F_V entlang des Mastes ein.

$$U = m_u e \quad (1)$$

$$F_u = U \dot{\varphi}^2 \sin\varphi \quad (2)$$

$$F_B = F_u - F_G - F_V \quad (3)$$

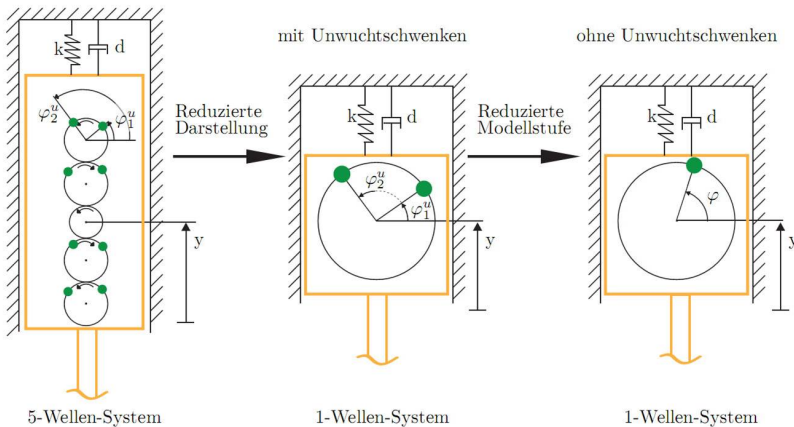


Abb. 3: Modell zum Unwuchtrüttler mit Fünfwellensystem -> dof =2

Die angegedeutete Zwischenstufe des Modells mit Unwuchtschwenken für den Hochlauf hat Bedeutung für die praktische Umsetzung, nicht für den Effekt der Selbstsynchronisation. Das stufenweise Hochfahren des Rüttlers bis zum stationären Betrieb bei maximaler Unwucht wird in diesem Beitrag deshalb nicht weiter ausgeführt.

3 Konzept mit Gegenrüttler und Selbstsynchronisation

Das Funktionsmuster des Leistungsprüfstandes setzt die Grundidee um, die translatorische Bewegung und Kraftwirkung eines Unwuchtrüttlers wieder in eine rotatorische Bewegung umzuwandeln und dann mit einem Generator die Leistung zu ermitteln. Zu diesem Zweck wird an das Rüttelwerkzeug ein identischer Gegenrüttler gekoppelt, der rotierende Unwuchten enthält, die frei (ohne Zwang) rotieren können (Abb. 4). Unter Einhaltung der Existenzbedingung von Selbstsynchronisation werden diese 'freien Unwuchten' im gleichen Takt rotieren, wie die Unwuchterreger des realen Rüttlers.

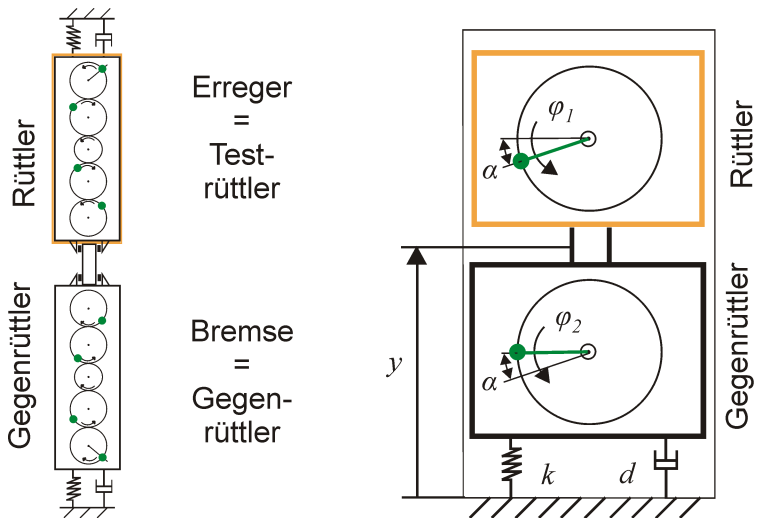


Abb. 4: Modell zum Prüfstand: Rüttler und Gegenrüttler -> dof =3

Das Minimalmodell zweier nicht gekoppelter rotierender Unwuchten in einem schwingenden Gestell mit dof=3 (entsprechend Abb. 4, rechts) wird in Abschnitt 4 parametrisiert, so dass später im Abschnitt 5 die Bedingungen eindeutig hergeleitet werden können.

Der Mitnahmeeffekt (Antrieb) für die rotierende Unwucht des Gegenrüttlers kann mit der Abb. 5 erklärt werden. Eine Beschleunigung des gemeinsamen Gehäuses von Rüttler und Gegenrüttler nach oben bewirkt eine Trägheitskraft an der Unwucht des Gegenrüttlers nach unten. Bei passen-

der Phasenlage der Unwuchten α erhält die Welle des Gegenrüttlers eine Drehbeschleunigung.

Ein stabiler Betriebszustand kann mit den Drehmomenten M_{zu} am Antrieb und M_{ab} am Abtrieb (Gegenrüttler) gesteuert und damit aufrechterhalten werden. Für den Prüfstand sollte gelten: $M_{zu} > 0$ und $M_{ab} < 0$.

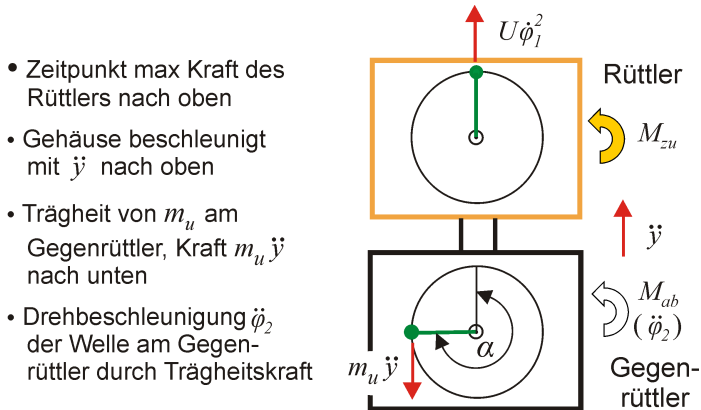


Abb. 5: Kraftwirkung durch Selbstsynchronisation

4 Modell mit Gegenrüttler und Selbstsynchronisation

Das Minimalmodell von Abb. 4 rechts erhält nun in Abb. 6 eine Parametrisierung. Die folgenden Annahmen vereinfachen für diesen Beitrag die Beschreibung der Theorie:

$$\begin{aligned}
 \text{Masse:} \quad m &= 2m_1 = 2m_2 \\
 \text{Unwucht:} \quad U &= m_u e = U_1 = U_2 \\
 \text{Drehträgheit:} \quad \Theta &= \Theta_1 + Ue = \Theta_2 + Ue
 \end{aligned} \tag{4}$$

Als Minimalkoordinaten dienen: y , φ_1 und φ_2 .

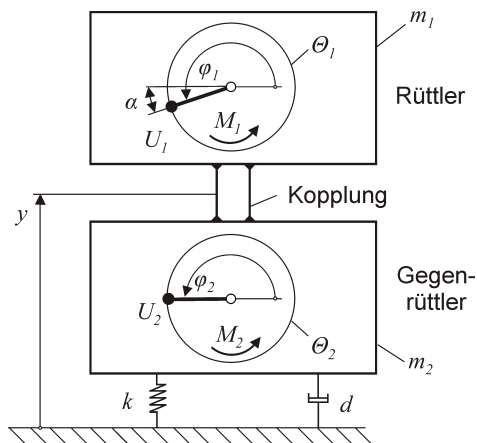


Abb. 6: Parametrisiertes Modell mit Rüttler und Gegenrüttler

Für die Drehmomente M_i ($i = 1, 2$) der Elektromotoren des Funktionsmusters soll näherungsweise eine lineare Kennlinie gelten:

$$M_i = \beta_i (\Omega_i - \dot{\varphi}_i) \tag{5}$$

Der Gegenrüttler eilt dem Rüttler mit dem Phasenwinkel α nach. Die Parameter k bzw. d fassen alle Steifigkeiten bzw. Dämpfungen der Abstützung zusammen. Viskose Drehdämpfung kann in β_i enthalten sein.

Nach Skalierung über Ähnlichkeitsgesetze besitzt das Funktionsmuster folgende Parameter: $F_{u,max} = 188 \text{ N}$, $m = 600 \text{ g}$, $y_{max} = 6 \text{ mm}$, $M_{zu} = M_{1,max} = 0.28 \text{ Nm}$, und $f_{err} = 40 \text{ Hz}$ mit $n = 2400 \text{ min}^{-1}$.

5 Theorie und Bedingungen zur Selbstsynchronisation

Für das parametrisierte Modell nach Abb. 6 gelten unter Vernachlässigung des Eigengewichtes ($\ddot{y}_{max} = 380 \text{ ms}^{-2} = 38,7 \text{ g} \gg g$) die folgenden gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen:

$$0 = m \ddot{y} + d \dot{y} + k y + U (\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1) + U (\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \sin \varphi_2) \quad (6)$$

$$M_1 = \Theta \ddot{\varphi}_1 + U \ddot{y} \cos \varphi_1 = \beta_1 (\Omega_1 - \dot{\varphi}_1) \quad (7)$$

$$M_2 = \Theta \ddot{\varphi}_2 + U \ddot{y} \cos \varphi_2 = \beta_2 (\Omega_2 - \dot{\varphi}_2) \quad (8)$$

Nun müssen für das 3-Freiheitsgrad-System Bewegungszustände und Parameter gesucht werden, die stationär bleiben, d.h. die Rüttelfunktion mit $y \approx \pm 6 \text{ mm}$ sichern und mit einem Antriebsmoment $M_1 = M_{zu}$ am Rüttler ein ausreichendes Lastmoment $M_2 = M_{ab}$ am Gegenrüttler liefern.

Um die Existenzbedingung des Synchronlaufes der Wellen von Rüttler und Gegenrüttler zu ermitteln, werden die Drehbewegungen mit einem Ansatz nach BLECHMANN und MERTEN [2], [3] in langsame Bewegung α_i und schnelle Drehbewegungen Ψ_i geteilt:

$$\varphi_i = \Omega t + \alpha_i(t) + \Psi_i(t, \Omega) \quad (9)$$

Dabei erfasst Ω die konstante mittlere Drehzahl. Der Phasenwinkel α ändert sich nur langsam mit der Zeit, wie eine Art von Drift, während sich $\Psi_i(t, \Omega)$ sehr schnell in der kurzen Periode $T_p = 2\pi/\Omega$ um den Mittelwert Null ändert, also einen reinen Wechselanteil bildet. Für die Zeitableitungen gilt:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_i &= \Omega + \dot{\alpha}_i + \dot{\Psi}_i \approx \Omega \\ \ddot{\varphi}_i &= \ddot{\alpha}_i + \ddot{\Psi}_i \approx 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Die Näherungen werden später besprochen. Auch die Drehmomente werden in langsame Anteile M_i^* und schnelle Anteile Φ_i aufgespalten:

$$M_i^*(\dot{\alpha}_i, \alpha_i, t) = \beta_i (\Omega_i - \Omega - \dot{\alpha}_i) \quad (11)$$

$$\Phi_i = -U \ddot{y} \cos(\Omega t + \alpha_i + \Psi_i) \quad (12)$$

Die 'langsame' Bewegungsgleichung für den i-ten Rotor lautet

$$\Theta_i \ddot{\alpha}_i = \beta_i (\Omega_i - \Omega - \dot{\alpha}_i) - V_i \quad (13)$$

wobei aus Φ_i die Vibrationsmomente V_i in der kurzen Periode $T_p = 2\pi/\Omega$ als zeitlich gemittelte Werte angenähert werden:

$$V_i = \frac{U\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Omega} \ddot{y} \cos(\Omega t + \alpha_i) dt \quad (14)$$

Damit die Synchronisation existieren kann, müssen die Phasenwinkel α_i konstant bleiben, also dürfen sich die langsamen Bewegungsgrößen α_i in der kurzen Periode $T_p = 2\pi/\Omega$ nicht ändern. So kann in der 'langsamen' Bewegungsgleichung (13) gesetzt werden:

$$\ddot{\alpha}_i = \dot{\alpha}_i = 0. \quad (15)$$

Mit diesen Vereinfachungen entsteht aus (13) die **Existenzbedingung** der Synchronisation:

$$V_i = \beta_i(\Omega_i - \Omega) = M_i. \quad (16)$$

Anschaulich bedeutet sie, dass die Motormomente M_i an den Rotoren die Vibrationsmomente V_i , die aus der Schwingung in y-Richtung entstehen, kompensieren müssen. Dann verläuft die Drehung der Wellen mit gleicher und konstanter Drehzahl, welche Ω entspricht. Nur die mittelwertfreien Oszillationen Ψ_i sind überlagert. Die Existenzbedingung (16) der Synchronisation für das Rotorsystem entspricht in der Form der DGL (7). Der Freiheitsgrad y des Gehäuses wird durch die Vibrationsmomente V_i als Koppelterm näherungsweise berücksichtigt.

Einen wichtigen Einfluss auf die Funktion haben die Motorkennlinien, wie z.B. mit Gl.(5) beschrieben. Selbstsynchronisation setzt mindestens eine lineare Motorkennlinie voraus, konstante drehzahlunabhängige Motormomente können die Physik nicht abbilden.

Es müssen nun im nächsten Schritt die Vibrationsmomente hergeleitet werden. Dazu wird die Impulsbilanz aus DGL (6) mit den Näherungen entsprechend (9) und (10) verwendet. Aus der Sicht des Beobachters für die 'langsamen' Bewegungen folgt:

$$m \ddot{y} + d \dot{y} + k y = U\Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha_i). \quad (17)$$

Die reellfizierte Lösung dieser Gleichung für den Einfluss des k-ten Rotors auf y lautet:

$$y_k(t) = U_k \Omega^2 [A \sin(\Omega t + \alpha_k) + \bar{A} \cos(\Omega t + \alpha_k)] \quad (18)$$

mit den beiden Gewichtungsfaktoren bzw. Vergrößerungsfunktionen

$$A = \frac{1}{m} \frac{(\omega_0^2 - \Omega^2)}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + d^2 \Omega^2} \quad \bar{A} = \frac{1}{m} \frac{-d\Omega}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + d^2 \Omega^2}. \quad (19)$$

Unter der Berücksichtigung von beiden Rotoren mit unterschiedlichen Phasenwinkeln α_1 ergibt die Überlagerung von beiden Teillösungen:

$$y(t) = U \Omega^2 \sum_{k=1}^2 [A \sin(\Omega t + \alpha_k) + \bar{A} \cos(\Omega t + \alpha_k)] \quad (20)$$

Nach Einführung der Winkeldifferenz

$$\hat{\alpha} = \alpha_1^0 - \alpha_2^0 \quad (21)$$

folgen aus (14) die beiden Vibrationsmomente

$$V_1 = \frac{U^2 \Omega^4}{2} [A \sin \hat{\alpha} - \bar{A} (1 + \cos \hat{\alpha})] \quad \text{und} \quad (22)$$

$$V_2 = \frac{U^2 \Omega^4}{2} [-A \sin \hat{\alpha} - \bar{A} (1 + \cos \hat{\alpha})].$$

Es können nun endgültig entsprechend (16) die beiden **Existenzbedingungen für die Selbstsynchronisation** geschrieben werden zu

$$M_{zu} = \beta_1 (\Omega_1 - \Omega) = \frac{U^2 \Omega^4}{2} [A \sin \hat{\alpha} - \bar{A} (1 + \cos \hat{\alpha})] \quad (23)$$

$$M_{ab} = \beta_2 (\Omega_2 - \Omega) = \frac{U^2 \Omega^4}{2} [-A \sin \hat{\alpha} - \bar{A} (1 + \cos \hat{\alpha})]$$

Mit der Vorgabe eines bestimmten Moments M_{zu} kann aus der ersten Gleichung die Winkeldifferenz bestimmt werden, die sich zwischen den beiden Rotoren bzw. Rüttlern einstellt. Diese kann anschließend in der zweiten Gleichung zur Bestimmung des Moments M_{ab} herangezogen

werden. Unter Kenntnis von β_i und Ω_i kann zudem die gemeinsame mittlere Winkelgeschwindigkeit Ω bestimmt werden.

Die Existenzbedingungen sind genauso erfüllt, wenn eines der beiden Momente negativ wird. Dadurch ist es möglich, Leistung zwischen zwei Wellen ohne eine Zwangskopplung, z.B. eine Zahnradstufe, zu übertragen. Sie wird stattdessen über die gemeinsamen Gehäuseschwingungen bzw. Vibrationsmomente V_i der beiden Wellen übertragen. Dieses Prinzip wird auch in diesem Beitrag verfolgt, um die translatorischen Vibrationen des Rüttlers in eine Rotation zurückzuwandeln und so durch ein Drehmoment den Widerstand des Bodens zu simulieren.

Die grafische Aufbereitung der Existenzbedingungen aus Gl.(23) als Drehmomentenverläufe in Abhängigkeit vom relativen Phasenwinkel $\hat{\alpha}$ entsprechend Abb. 7 kann als Entwurfshilfe dienen. Die vertikale Linie bei $\hat{\alpha} = 253^\circ$ kennzeichnet einen möglichen Arbeitspunkt mit Selbstsynchronisation und damit Leistungsübertragung ohne Zwang. Bei den Messungen in Abschnitt 6 wird darauf nochmals Bezug genommen.

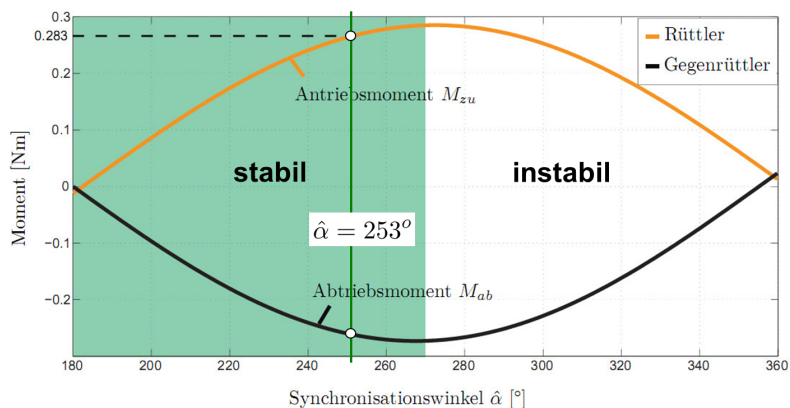


Abb. 7: Momentenverläufe zur Sicherung der Selbstsynchronisation

Ein anderes Vorgehen unter Nutzung der beiden Existenzbedingungen (23) wäre, beide Momente für eine vorgegebene Winkeldifferenz, die sich einstellen soll, zu berechnen. Dadurch könnte zum Beispiel ein Rüttler entwickelt werden, der seine Unwucht über zwei Momente steuern und

verstellen kann. Es wäre keine mechanische Umsetzung der Unwuchtschwenkvorrichtung nötig.

Die aus der Existenzbedingung ermittelten Phasenwinkel $\hat{\alpha}$ können als Gleichgewichtslagen des Systems interpretiert werden. Diese können ähnlich wie bei einem Pendel mit bewegtem Aufhängepunkt stabil oder instabil (stehendes Pendel) sein.

Deshalb muss die Winkeldifferenz $\hat{\alpha}$ zusätzlich auf **Stabilität** überprüft werden. Es ergibt sich die Stabilitätsbedingung:

$$A \cos \hat{\alpha} + \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{(\beta_1 + \beta_2)} \bar{A} \sin \hat{\alpha} > 0 \quad (24)$$

Die Bedingung vereinfacht sich mit $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ zu

$$\begin{aligned} \Omega < \omega^0 &\Rightarrow \hat{\alpha} \in [270, 90] \\ \Omega > \omega^0 &\Rightarrow \hat{\alpha} \in [90, 270]. \end{aligned} \quad (25)$$

In Abb. 7 ist der stabile Bereich farbig (grün) hinterlegt und zusätzlich gekennzeichnet.

Auf die Herleitung der Stabilitätsgrenzen für $\hat{\alpha}$ von 90° und 270° wird in diesem Beitrag verzichtet, diese kann speziell aus der studentischen Arbeit von WITTMANN [7, Kap.4] entnommen werden, ist aber auch allgemein bei MERTEN [2] oder SPERLING [4] zu finden.

In [7] werden auch alle Schritte bis zur Existenzbedingung ausführlich beschrieben. Der Beitrag entspricht einer Kurzfassung daraus.

6 Beispiel und Experimente

Die theoretischen Erkenntnisse der bisherigen Abschnitte dienen zur Auslegung und Konstruktion eines miniaturisierten Funktionsmusters im Labor des Lehrstuhles für Angewandte Mechanik, einen Teil zeigt Abb. 8. Massen und Kräfte sind bei diesem Gerät in Tischgröße um den Faktor 6666 kleiner als beim Originalrüttler.

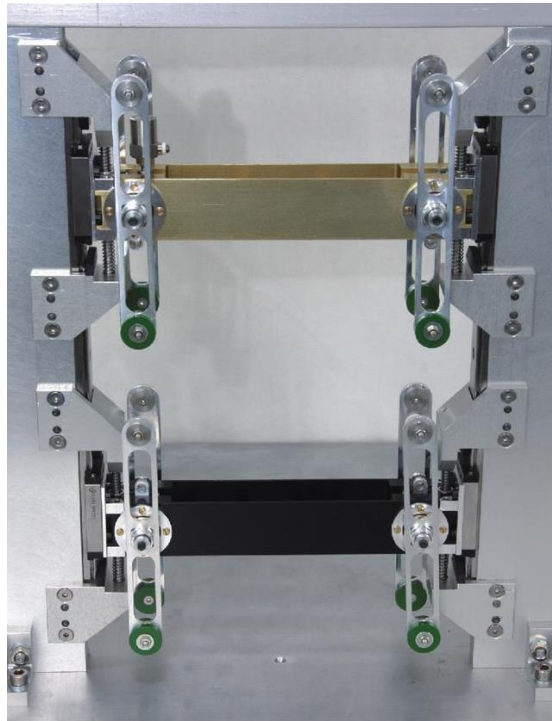


Abb. 8: Funktionsmuster des Rüttlerprüfstandes im Labor

Der Messschrieb in Abb. 9 zeigt Signale des relativen Phasenwinkels und der zu- bzw. abgeführten Drehmomente. Bei allen Versuchen drehen die Wellen immer mit ca. 2400 min^{-1} .

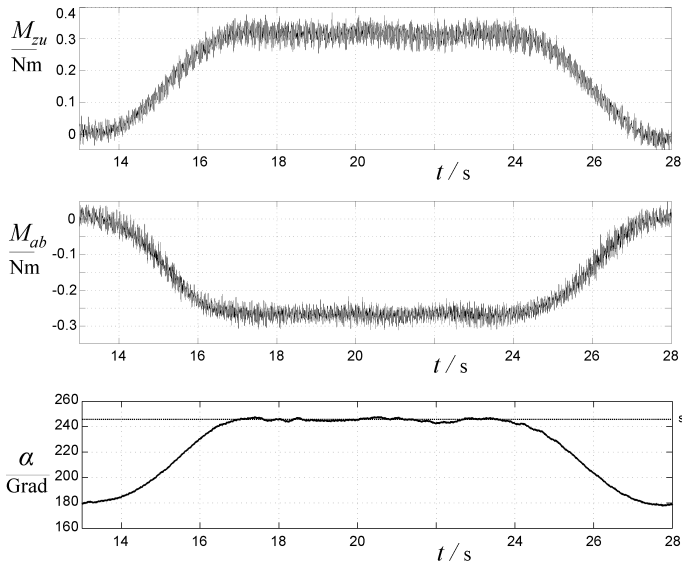


Abb. 9: Momentenverläufe zur Sicherung der Selbstsynchronisation

Wie entsprechend Abb. 7 zu erwarten, steigt mit Aufschalten der vorausgerechneten Drehmomente M_{zu} und M_{ab} der relative Phasenwinkel $\hat{\alpha}$ gleichmäßig an, bis er im speziellen Versuch den Arbeitspunkt von 246° erreicht. Ohne Drehmomente liegt dieser bei 180° . Somit bewirkt der Verbund von Rüttler und Gegenrüttler im Ausgangszustand keine vertikalen Schwingungen y , denn mit 180° Phasenlage kompensiert sich die Unwuchterregung durch Rüttler und Gegenrüttler.

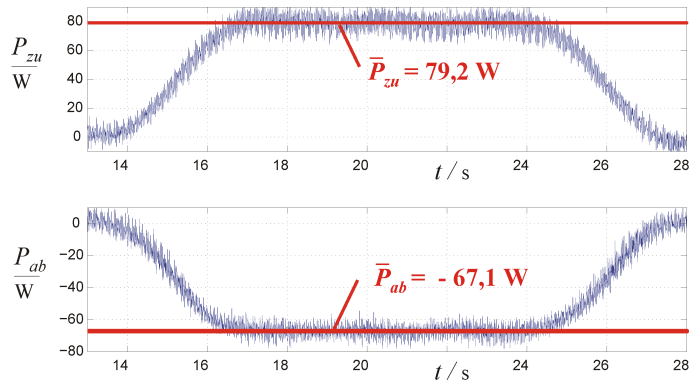


Abb. 10: Leistung am Antrieb und Abtrieb bei Selbstsynchronisation

Für das gleiche Experiment veranschaulicht Abb. 10 die Leistung P_{zu} bzw. P_{ab} im Antriebsstrang bzw. am Abtrieb, welche jeweils um einen konstanten Betrag durch die Reibleistung korrigiert wurde.

Am Abtrieb kann mit diesem Prüfstandskonzept also Leistung entnommen und damit auch gemessen werden, ohne das Antrieb und Abtrieb kinematisch mit Zwanglauf gekoppelt sind.

Abschließend wird zwei Fragen nachgegangen, was passiert, erstens wenn das Moment am Abtrieb plötzlich nach 6s auf 50% abfällt und zweitens, wenn die übertragbaren Momente überschritten werden. Diese Untersuchungen basieren auf Simulationen.

Die Zeitverläufe zum ersten Test demonstriert Abb. 11.

Infolge eines Abfalls des Drehmomentes M_{ab} um 50% stellt sich eine neue etwas höhere Drehzahl von 2407 min^{-1} ein und der Synchronisationswinkel liegt bei 225° .

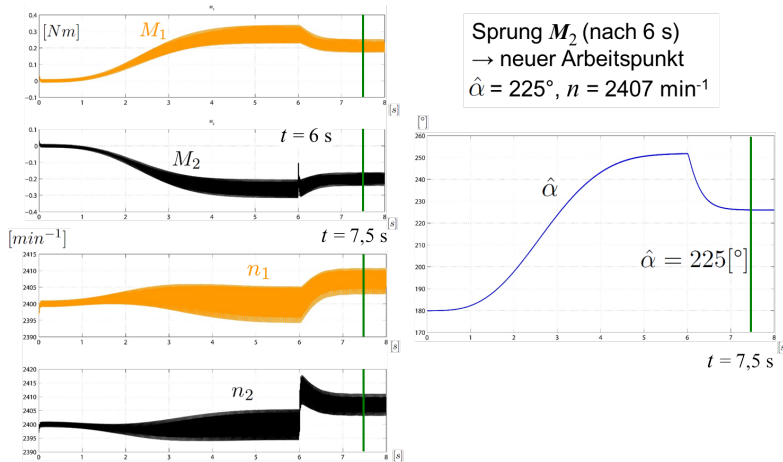


Abb. 11: Neuer Arbeitspunkt bei Momentenabfall

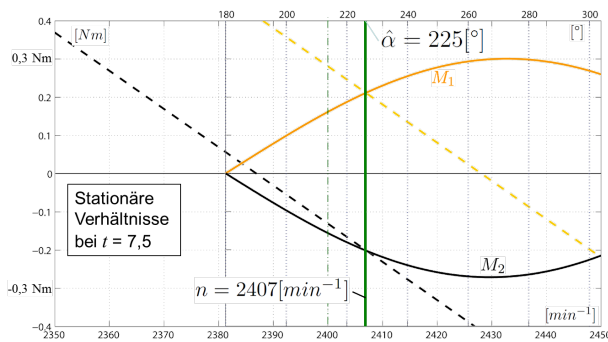


Abb. 12: Prüfung der Existenzbedingung für Test 1

In diesem Fall wird ein neuer synchroner Arbeitspunkt gefunden, was aus Abb. 12 hervor geht. Diese Darstellung enthält zwei Abszissen, oben mit dem Winkel $\hat{\alpha}$ und unten mit der Drehzahl der Wellen, die Ω entspricht. Es existieren Schnittpunkte zwischen den gestrichelten 'Motorkennlinien' $M_i(\Omega)$ und den Momentenverläufen $M_i(\hat{\alpha})$ aus der Existenzbedingung.

Im zweiten Versuch werden die Drehmomente zu stark erhöht, die zulässige Grenze wird überschritten.

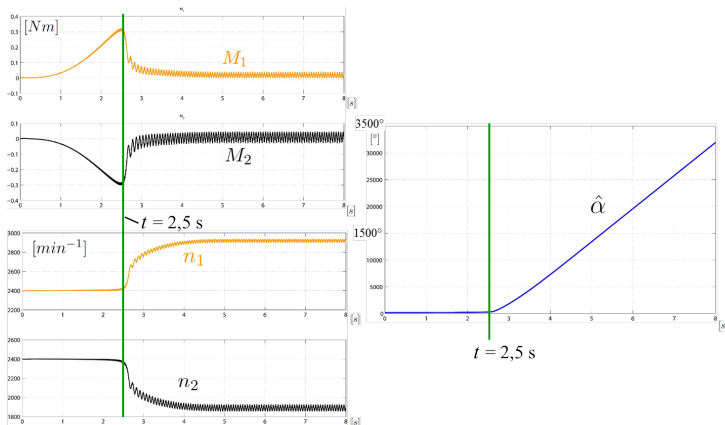


Abb. 13: Zusammenbruch der Selbstsynchronisation

Die Selbstsynchronisation bricht nach ca. 2,5 s zusammen (Abb. 13). Der Antrieb wird schneller, da keine Energie auf den Abtrieb übertragen wird.

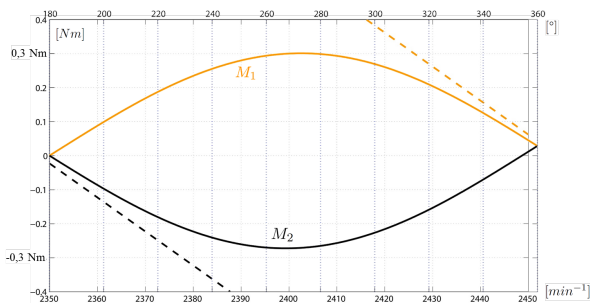


Abb. 14: Prüfung der Existenzbedingung für Test 2

Beide Wellen haben eine unterschiedliche Drehzahl und der relative Phasenwinkel steigt kontinuierlich an. Die Momente schwingen um der konstanten Mittelwert infolge Reibung und Dämpfung.

Die Drehmomente werden bei Test 2 zu stark erhöht. Wie Abb. 14 veranschaulicht, gibt es keine Schnittpunkte der gestrichelten 'Motorkennlinien' mit den Momentenverläufen aus der Existenzbedingung im stabilen Bereich und mit $M_{ab} < 0$ wie beim ersten Versuch. Es kann kein Arbeitspunkt gefunden werden.

7 Fazit und Ausblick

Mit dem Beitrag wird das Phänomen der Selbstsynchronisation mechanischer Schwingungssysteme beschrieben und auf ein Beispiel angewendet. Die praktische Realisierung mit einem Funktionsmuster eines Leistungsprüfstandes für Unwuchtrüttler macht die Herausforderungen deutlich. Der Funktionsnachweis ist erbracht. Am drehenden Antrieb kann mit diesem Prüfstandskonzept Leistung entnommen und damit auch gemessen werden, ohne das Antrieb und Abtrieb kinematisch mit Zwanglauf gekoppelt sind. Auf zwei Fragen wird kurz eingegangen: Was passiert bei zu hoher Belastung und was geschieht bei zu geringem Antriebsmoment.

Für eine Umsetzung des Konzeptes in Originalgröße mit 470 kW Leistung und Hydraulikmotoren anstelle Elektromotoren im Labor sind sicher noch viele Details zu klären, denn es ist nicht nur die eine Phase des stationären synchronen Testbetriebes sicher zu beherrschen. Hochlauf, Unwuchtschwenken, Lastaufbringung und andere Betriebsphasen müssen auch konzipiert und für den zuverlässigen praktischen Einsatz erprobt werden.

8 Danksagung

Die Realisierung des Funktionsmusters eines Leistungsprüfstandes für Unwuchtrüttler in den Jahren 2008 bis 2010 wäre ohne ein hervorragendes Team nicht möglich gewesen. Die studentischen Arbeiten von Chr. Mair, M. Roßner, M. Maierthaler und R. Wittmann unter Leitung von Th. Thümmel brachten das Projekt voran. Zu danken ist aber auch dem Laboringenieur und Werkstattpersonal des Lehrstuhles für Angewandte Mechanik und nicht zuletzt der Fa. BAUER Maschinen GmbH für die unkomplizierte und großzügige Unterstützung.

Literatur

- [1] HUYGENS, Chr.: *Horoloquium Oscilatorium*. Paris 1673
- [2] MERTEN, F.W.: *Untersuchungen zur Synchronisation unwuchtiger Rotoren*. Dissertationsschrift, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg 1999
- [3] BLECHMANN, I.I.: *Vibrational Mechanics: Nonlinear Dynamic Effects, General Approach, Applications*. World Scientific Publishing Co. Pte, Ltd., 2000. ISBN 981-02-3890-8
- [4] SPERLING, L.: *Selbstsynchronisation statisch und dynamisch unwuchtiger Vibratoren*. Technische Mechanik 14 (1994) Teil 1 in Heft 1, S.61-76, Teil 2 in Heft 2, S.85-96
- [5] SPERLING, L.; MERTEN, F.W.; DUCKSTEIN, H.: *Rotation und Vibration in Beispielen zur Methode der direkten Bewegungsteilung*. Technische Mechanik 17 (1997) Heft 3, S.231-243
- [6] DRESIG, H.; HOLZWEISSIG, F.: *Maschinendynamik*. 11. Auflage, neu bearbeitet, unter Mitarbeit von L. ROCKHAUSEN, Springer Verlag 2012
- [7] WITTMANN, R.: *Konstruktion und Simulation eines Leistungsprüfstands für Unwuchtrüttler*. Semesterarbeit am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik, Technische Universität München 2010