

# Erreichbarkeitsanalyse von Verkehrsteilnehmern zur Verbesserung von Fahrerassistenzsystemen

Matthias Althoff\* Olaf Stursberg\* Martin Buss\*

\* *Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik (LSR), Technische Universität München, 80290 München, Germany.*

---

Zusammenfassung: Das übergeordnete Ziel aktiver Fahrzeugsicherheitssysteme besteht in der Minimierung des Personenschadens in kritischen Verkehrssituationen. Damit zukünftige Fahrerassistenzsysteme in komplexen Verkehrssituationen eine sichere Fahrstrategie wählen können, wird ein Verfahren zu deren Sicherheitsbewertung vorgestellt. Der Ansatz basiert auf der Bestimmung der Erreichbarkeitsmengen von Verkehrsteilnehmern. Im Kontext der Sicherheitsbewertung von Verkehrssituationen werden Erreichbarkeitsmengen als Straßenbereiche verstanden, die ein Fahrzeug möglicherweise erreichen kann. Neben den Erreichbarkeitsmengen werden zusätzlich die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten innerhalb der Erreichbarkeitsmengen bestimmt, so dass eine Bewertung von Fahrstrategien auf Grundlage der Unfallwahrscheinlichkeit erfolgen kann.

---

## 1. EINLEITUNG

Es hat sich in den letzten Jahren gezeigt, dass aktive Sicherheitssysteme dazu beigetragen haben, die Zahl der Verkehrstoten (pro gefahrenem Kilometer) im Straßenverkehr zu verringern (Heißing [2003]). Aufgrund der Fortschritte im Bereich der Umfeldsensorik und der stetig steigenden Rechenleistung von Mikroprozessoren können immer umfassendere Fahrerassistenzsysteme entwickelt werden. Diese Entwicklung lässt sich bis zur Realisierung des autonomen Fahrens fortführen, dessen Erforschung schon seit Jahrzehnten verfolgt wird (Dickmanns [2007], Zhang and Shladover [2006], Stiller et al. [2007]).

Ein wesentlicher Unterschied zwischen modernen und etablierten aktiven Sicherheitssystemen besteht in der Zunahme der Sensierung des Fahrzeugumfeldes. Operieren Systeme, wie z.B. ABS oder ESP, nur mit Hilfe von fahrzeugeigenen Messungen, so ist z.B. bei der automatischen Notbremsung die Messung des Abstandes und der Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeuges nötig. Damit moderne Fahrerassistenzsysteme in zunehmendem Maße den Fahrer unterstützen können, müssen diese zukünftig in der Lage sein, bisher dem Fahrer überlassene Fähigkeiten zu übernehmen. Eine dieser Fähigkeiten ist das „vorausschauende Fahren“, bei dem der Fahrer die Auswirkungen seines Handelns in die Zukunft prädiziert, um sein Fahrverhalten zu hinterfragen. Dabei muss er die Verhaltensmöglichkeiten sich umgebender Verkehrsteilnehmer einschätzen. Die technische Umsetzung der menschlichen Fähigkeit zur Prädiktion von Verkehrssituationen, wird im Folgenden in dieser Arbeit vorgestellt. Eine Möglichkeit, den Handlungsspielraum einzelner Verkehrsteilnehmer zu präzisieren, besteht in der Simulation vieler möglicher Verhaltensentscheidungen (Monte-Carlo-Simulation), wie z.B. Beschleunigen, Abbremsen, Spurwechsel, Abbiegen, etc. Neben der Berücksichtigung dieser Handlungsprimitive ist es notwendig, diese unterschiedlich zu parametrieren, wie z.B. Abstufungen von leichtem bis

zu starkem Bremsen für das Handlungsprimitiv 'Bremsen'. Vorteile der Monte-Carlo-Simulation sind die intuitive Implementierung und die Möglichkeit komplexe Fahrdynamikmodelle anderer Verkehrsteilnehmer auf einfache Weise zu berücksichtigen. Allerdings ist eine große Anzahl an Simulationen nötig, um eine ausreichende Abdeckung möglicher Verhalten anderer Verkehrsteilnehmer abzudecken, siehe z.B. Broadhurst et al. [2005], Eidehall and Petersson [2006], Danielsson et al. [2007]. Des Weiteren ist es notwendig, die Interaktion von Verkehrsteilnehmern zu berücksichtigen. Daraus ergibt sich eine Steigerung der Rechenkomplexität, da man das Verhalten eines Fahrzeuges in Abhängigkeit anderer Verkehrsteilnehmer berücksichtigen muss. So ergeben sich z.B. im Falle einer Monte-Carlo-Simulation  $n^2$  Verhaltenskombinationen, wenn  $n$  unterschiedliche Verhalten pro Fahrzeug berücksichtigt werden. Die Komplexität erhöht sich zudem, um so länger der Prädiktionshorizont des Verkehrsszenarios ist, siehe z.B. Broadhurst et al. [2004]. Dies ist in Analogie zu einem Schachspiel zu sehen, bei dem die Zahl der möglichen Züge exponentiell mit dem Prädiktionshorizont zunimmt.

In der vorgestellten Arbeit wird ein alternativer Ansatz verfolgt: Anstatt einzelne mögliche Einzelverhalten zu simulieren, wird die Menge aller möglichen Verhalten direkt mit Hilfe von Erreichbarkeitsmengen berechnet. Erreichbarkeitsmengen sind formal als die Menge aller Zustände eines Systems definiert, die von einer Menge von Anfangszuständen unter der Wirkung von Störgrößen erreicht werden können. Im Bereich der Verkehrssicherheit, versteht man unter Erreichbarkeitsmengen die Straßenbereiche, die ein Verkehrsteilnehmer erreichen kann. Erste Untersuchungen haben gezeigt, dass eine effiziente und realzeitfähige Berechnung von Erreichbarkeitsmengen für Verkehrsszenarien möglich ist, siehe Althoff et al. [2007a,b, 2008b]. In diesen Untersuchungen wurde nicht nur die Menge aller erreichbaren Straßenregionen bestimmt, sondern auch eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit angegeben. Das Verfahren zur Prädiktion der Erreichbarkeitsmengen

von Verkehrsteilnehmern wurde zur Sicherheitsverifikation von Fahrstrategien autonomer (kognitiver) Fahrzeuge entwickelt. Es besteht jedoch die Möglichkeit dieses Verfahren auch für neuartige Fahrerassistenzsysteme einzusetzen.

## 2. PROBLEMBESCHREIBUNG

Ausgangspunkt der Sicherheitsbewertung ist die Kenntnis

- der Geometrie des betrachteten Straßenabschnittes,
- der Position und Geometrie etwaiger statischer Hindernisse,
- der Position, Geschwindigkeit und Klassifizierung von Verkehrsteilnehmern.

Unter der Klassifizierung von Verkehrsteilnehmern wird die Einteilung in LKW, PKW, Motorräder, Fahrradfahrer und Fußgänger verstanden. Die initiale Position und Geschwindigkeit der Verkehrsteilnehmer wird als unsicher in einem gewissen Bereich angenommen. Zusätzlich wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung innerhalb des unsicheren Bereiches berücksichtigt. Neben den Anfangswerten sind auch die Eingangswerte (Beschleunigungswerte, Lenkwinkel) der Verkehrsteilnehmer beschränkt.

Aus der Beschränktheit der Anfangswerte und der Eingangswerte lässt sich die Menge der Positionen und Geschwindigkeiten berechnen, die jeder Verkehrsteilnehmer in der Zukunft erreichen kann. Diese Mengen werden auch als *Erreichbarkeitsmengen* bezeichnet. Wird neben den Erreichbarkeitsmengen auch die Wahrscheinlichkeitsverteilung innerhalb dieser bestimmt, so spricht man von *stochastischen Erreichbarkeitsmengen*. Die Erreichbarkeitsmengen von Verkehrsteilnehmern können zur Sicherheitsbewertung von Fahrstrategien benutzt werden: Führt das eigene Fahrzeug zu keinem Zeitpunkt in die Erreichbarkeitsmenge eines anderen Verkehrsteilnehmers, so kann die Fahrstrategie des eigenen Fahrzeuges als sicher garantiert werden. Ist dies nicht der Fall, so kann man aufgrund der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Erreichbarkeitsmengen, eine Kollisionswahrscheinlichkeit für eine geplante Fahrstrategie bestimmen. In Abb. 1 ist eine Situation dargestellt, die nicht als sicher garantiert werden kann, da die Erreichbarkeitsmenge des eigenen Fahrzeuges die des entgegenkommenden Fahrzeuges im zweiten Zeitintervall  $\tau_{i+2}$  schneidet. Die Berechnung von stochastischen Erreichbarkeitsmengen wird für einen Zeithorizont  $t_f$  durchgeführt und zu diskreten Zeitpunkten  $t_i$  mit neuen Messwerten der Fahrzeugumgebung wieder gestartet. Daraus ergeben sich Prädiktionsintervalle  $[t_i, t_i + t_f]$ , siehe Abb. 2.

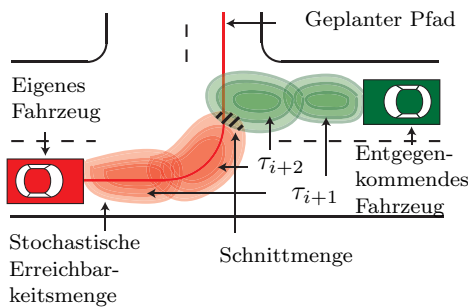


Abbildung 1. Beispielhafte Erreichbarkeitsmengen für ein Verkehrsszenario.

Für die Berechnung der Erreichbarkeitsmengen wird als Grundlage ein physikalisches Modell der Verkehrsteilneh-

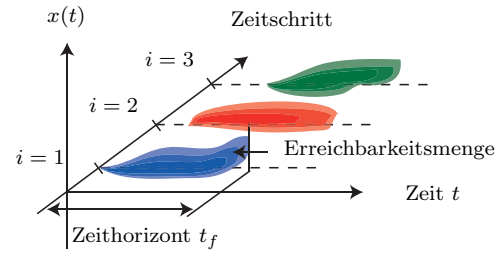


Abbildung 2. Prädizierter Zeithorizont.

mer benutzt. Verhält sich ein Verkehrsteilnehmer entsprechend der Straßenverkehrsordnung, wird zusätzlich angenommen, dass sich dieser während des Prädiktionshorizontes an die Verkehrsregeln hält. Das umfasst unter anderem die Beachtung der Höchstgeschwindigkeit, das Vermeiden von Unfällen und der Verzicht auf das Rückwärtsfahren auf einer Straße. Wird vom eigenen Fahrzeug erfasst, dass sich ein Verkehrsteilnehmer nicht an die Verkehrsregeln hält, so wird für diesen nur das physikalische Modell als Grundlage zur Bestimmung der Erreichbarkeitsmenge herangezogen. Das heißt z.B., es werden alle möglichen Beschleunigungswerte des Verkehrsteilnehmers berücksichtigt, wenn dieser die Geschwindigkeit nicht einhält, und bei Verlassen der Fahrspur wird angenommen, dass er auch in Zukunft nicht nur die eigene Fahrspur benutzen wird. Da sich die Bestimmung von probabilistischen Erreichbarkeitsmengen im Prinzip nicht davon unterscheidet, ob ein Verkehrsteilnehmer die Verkehrsregeln einhält, wird im Folgenden zur Vereinfachung angenommen, dass die Verkehrsregeln grundsätzlich eingehalten werden.

## 3. ÜBERSICHT ÜBER DEN VERIFIKATIONSANSATZ

Aufgrund der Anforderung, dass die Berechnung von stochastischen Erreichbarkeitsmengen anderer Verkehrsteilnehmer echtzeitfähig im Fahrzeug ablaufen muss, wird hier das Prinzip verfolgt, einen invarianten Teil der Erreichbarkeitsberechnung vorab durchzuführen. Die folgenden Abschnitte enthalten einen Überblick darüber, welche Berechnungen online und welche offline erfolgen.

### 3.1 Offline-Berechnungen

Um eine effiziente Berechnung der stochastischen Erreichbarkeitsmengen von Verkehrsteilnehmern zu ermöglichen, wird die Dynamik der Verkehrsteilnehmer auf Markov-Ketten abstrahiert. Markov-Ketten beschreiben Systeme mit einer endlichen Anzahl an diskreten Zuständen  $z \in \{1, \dots, l\}$ , wobei nicht exakt bekannt ist, in welchem diskreten Zustand sich das System befindet. Ein einfaches Beispiel einer Markov-Kette ist in Abb. 3 dargestellt. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich das System in Zustand  $j$  befindet, wird durch den Wert  $p_j = P(z = j)$ <sup>1</sup> angegeben. Der Wahrscheinlichkeitsvektor  $p$  enthält somit die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände. Bei Markov-Ketten, die wie in dieser Arbeit in diskreten Zeitschritten ausgeführt werden, hängt der Wahrscheinlichkeitsvektor

<sup>1</sup>  $P()$  ist ein Operator, der die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wiedergibt.

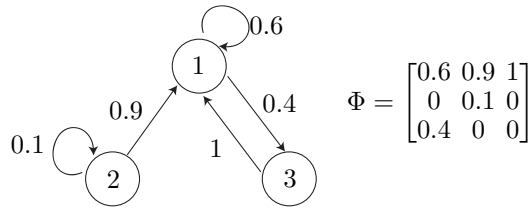


Abbildung 3. Beispielhafte Markov-Kette mit 3 Zuständen.

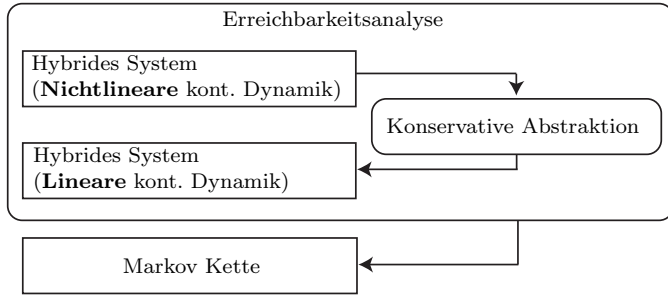


Abbildung 4. Übersicht zur Abstraktion auf Markov-Ketten.

des Zeitschrittes  $k + 1$  nur vom vorausgegangenen Zeitschritt  $k$  ab. Der Zusammenhang der Wahrscheinlichkeitsvektoren wird mit Hilfe einer Transitionsmatrix  $\Phi$  hergestellt:

$$p_i((k + 1)T) = \Phi_{ij}p_j(kT) \quad (1)$$

wobei  $T \in \mathbb{R}^+$  die Zeitschrittweite ist und  $k \in \mathbb{N}^+$  der Zeitschritt. Die Transitionswahrscheinlichkeit  $\Phi_{ij}$  beschreibt dabei die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zustandstransition vom Zustand  $j$  in den Zustand  $i$  stattfindet. In Abb. 3 ist beispielhaft die Transitionsmatrix der abgebildeten Markov-Kette angegeben.

Da die ursprüngliche Modellierung kontinuierliche Zustandsvariablen enthält, müssen diese diskretisiert werden, um die Abstraktion auf Markov-Ketten zu ermöglichen. Danach erfolgt die Abstraktion mittels Erreichbarkeitsmengen, wie es in Kap. 5 näher beschrieben wird. Da die direkte Bestimmung von Erreichbarkeitsmengen für Systeme mit unsicherem Eingang und nichtlinearer kontinuierlicher Dynamik schwierig ist, wird die nichtlineare kontinuierliche Dynamik auf eine lineare kontinuierliche Dynamik abstrahiert, siehe Abb. 4. Dabei wird der Fehler, der bei dieser Abstraktion gemacht wird, als zusätzlicher unsicherer Eingang für das abstrahierte lineare System berücksichtigt, so dass die Abstraktion konservativ ist. Das heißt, dass die Erreichbarkeitsmenge des abstrahierten linearen Systems, die des originalen Systems einschließt. Neben der Abstraktion der Dynamik der Verkehrsteilnehmer auf Markov-Ketten wird zudem die Interaktion von Verkehrsteilnehmern berücksichtigt. Dazu werden die Markov-Ketten mit Hilfe sogenannter Interaktionsmatrizen  $\Omega$  verknüpft, die ebenfalls offline bestimmt werden.

### 3.2 Online-Berechnungen

Die online-Ausführung der Markov-Ketten für eine momentane Situation führt nun auf stochastische Erreich-

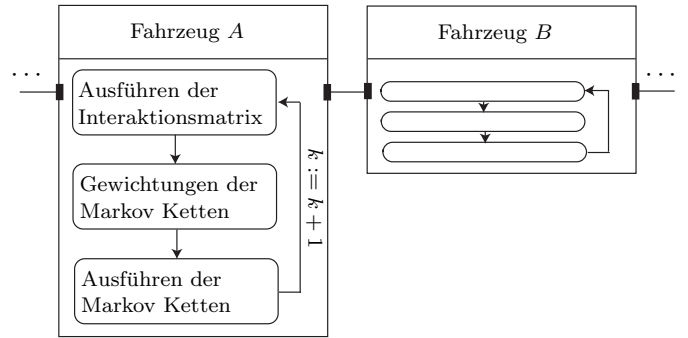


Abbildung 5. Online-Berechnung der stochastischen Erreichbarkeitsmengen.

barkeitsmengen. Die einfachste Möglichkeit die berechneten Markov-Kette auszuführen, ist die wiederholte Anwendung von (1). Diese einfache Form beschreibt die Berechnung der stochastischen Erreichbarkeitsmenge zum Zeitschritt  $k + 1$  für den Fall, dass keine Eingangsgrößen zu berücksichtigen sind (oder vorhandene Eingangsgrößen konstant bleiben). Für realistischere Abläufe ist jedoch die Erweiterung auf:

- stochastische Erreichbarkeitsmengen für Zeitintervalle,
- zeitveränderliche stochastische Eingangsgrößen,
- und die Interaktion von Verkehrsteilnehmern

erforderlich. Die Beachtung von Interaktion verlangt, dass die stochastischen Erreichbarkeitsmengen für ein Zeitintervall von den Erreichbarkeitsmengen des betrachteten und benachbarten Fahrzeuges zum vorigen Zeitpunkt abhängt, siehe Abb. 5.

## 4. MODELLIERUNG DER VERKEHRSTEILNEHMER

Die Fortbewegung der einzelnen Verkehrsteilnehmer wird in zwei Schritten modelliert. Zuerst werden mögliche Fahrwege/Pfade identifiziert, die sich direkt aus der gegebenen Straßengeometrie des betrachteten Verkehrsszenarios ergeben, wie es in Abb. 6(a) beispielhaft für eine Einmündung gezeigt ist. Diese Pfade werden in einem weiteren Schritt in äquidistante Pfadsegmente der Länge  $\Delta s$  unterteilt. Da die Verkehrsteilnehmer nicht genau den möglichen Fahrwegen folgen werden, wird die Abweichung von diesen mit einer stückweise konstanten Wahrscheinlichkeitsverteilung berücksichtigt, siehe Abb. 6(b). Es wird die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung der Abweichung für alle Fahrwegsegmente angenommen, jedoch wird diese an die unterschiedlichen Arten von Verkehrsteilnehmern angepasst: Während KFZ und LKW mit großer Wahrscheinlichkeit in der Mitte einer Fahrspur fahren, so kann für Radfahrer angenommen werden, dass diese sich eher am rechten Rand einer Fahrspur befinden.

In einem zweiten Schritt wird die Dynamik der Verkehrsteilnehmer berücksichtigt. Als Ergebnis werden die Wahrscheinlichkeiten der Pfadsegmente für zukünftige Zeitintervalle bestimmt. Die Längsdynamik der Verkehrsteilnehmer wird als hybrides System modelliert. Hybride Systeme besitzen eine Gesamtdynamik, die sich aus einer diskreten und kontinuierlichen Dynamik zusammensetzt. Dies lässt sich am Längsdynamikmodell der Verkehrsteilnehmer erklären, dessen diskrete Zustände als *Beschleunigen*,

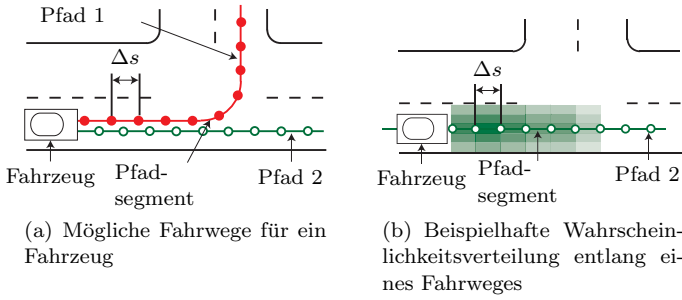


Abbildung 6. Pfadmodellierung und Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

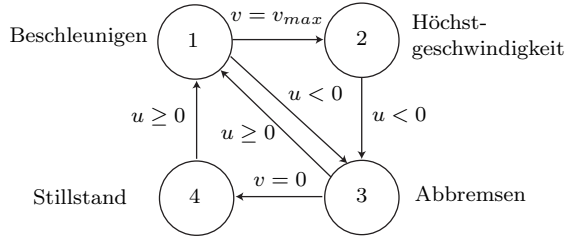


Abbildung 7. Hybride Längsdynamiken der Verkehrsteilnehmer.

*Höchstgeschwindigkeit*, *Abbremsen* und *Stillstand* bezeichnet werden. Innerhalb jedes diskreten Zustandes  $d$  (nummeriert wie in Abb. 7) wird eine kontinuierliche Dynamik spezifiziert, welche wechselt, sobald es einen Übergang zu einem anderen diskreten Zustand gibt. Bezeichnet man die Position mit  $s$ , die Geschwindigkeit mit  $v$  und den Systemeingang mit  $u$ , so kann die kontinuierliche Dynamik folgendermaßen geschrieben werden:

$$\dot{s} = v, \quad \dot{v} = f_d(v, u),$$

$f_1(v, u) = c_1 \cdot (1 - (v/c_2)^2) \cdot u$ ,  $f_2 = f_4 = 0$ ,  $f_3(u) = c_1 \cdot u$ , wobei der Index  $d$  die Abhängigkeit vom aktiven diskreten Zustand  $d$  kennzeichnet. Die Parameter  $c_1$  und  $c_2$  sind fahrzeugspezifische Konstanten und variieren für die betrachteten Fahrzeugkategorien (LKW, KFZ, Motorräder, Fahrradfahrer). Es sei angemerkt, dass diese Modellgleichungen nur als Beispiel gegeben sind und durch andere Modelle ausgetauscht werden können. Der Systemeingang  $u \in [-1, 1]$  ist normiert, wobei  $-1$  eine Vollbremsung repräsentiert und  $1$  das maximale Beschleunigungssignal. Für die Werte  $u \in [0, 1]$  befindet sich das System im Zustand *Beschleunigen* und für  $u \in [-1, 0]$  im Zustand *Abbremsen*. Wird die zulässige Höchstgeschwindigkeit erreicht bzw. der Stillstand, so sind die entsprechenden Zustände *Höchstgeschwindigkeit* und *Stillstand* aktiv, siehe Abb. 7.

## 5. ABSTRAKTION VON HYBRIDER DYNAMIK MITTELS MARKOV-KETTEN

Wie bereits in Kap. 3.1 erwähnt, besteht eine Markov-Kette nur aus diskreten Zuständen, wohingegen kontinuierliche Zustandsvariablen zur Modellierung der Längsdynamik von Verkehrsteilnehmern benutzt werden. Daher ist eine Diskretisierung des kontinuierlichen Zustandsraumes durchzuführen, bei der dieser in Zellen unterteilt wird. In dieser Arbeit wird der Zustandsraum in äquidistante und rechtwinklige Zellen unterteilt, wie in Abb. 8 dargestellt.

Der Index  $i \in \mathbb{N}^+$  jeder Zelle  $X_i$  bezeichnet den Wert des diskreten Zustands  $z$ , durch den jede Zelle eindeutig referenziert ist. Im Falle der untersuchten Verkehrsteilnehmer sind die Zellen  $X_i$  Rechtecke, wobei eine Dimension ein Fahrwegintervall  $[s^*, s^* + \Delta s]$  und die andere ein Geschwindigkeitsintervall  $[v^*, v^* + \Delta v]$  repräsentiert. Neben dem Zustandsraum wird auch noch der Eingangsraum diskretisiert, der für das Verkehrsteilnehmermodell nur durch das eindimensionale Beschleunigungskommando  $u \in [-1, 1]$  gegeben ist. Die Intervalle für das Beschleunigungskommando werden mit  $U_j$  bezeichnet, wobei  $j$  der Wert der diskreten Eingangsvariable  $y$  ist.

Als nächstes muss für jeden diskreten Eingangswert  $j$  eine Transitionsmatrix  $\Phi^j(T)$  bestimmt werden, die beschreibt, welche diskreten Zustände  $z$  von einem Zustand  $z(0) = i$  nach einem Zeitschritt  $\Delta t = T$  mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht werden. Unter der Annahme, dass die möglichen Trajektorien innerhalb einer Erreichbarkeitsmenge gleichverteilt sind, falls die Mengen der Anfangszustände und Eingangswerte ebenfalls mit Gleichverteilung vorliegen, können die Elemente der Transitionsmatrix folgendermaßen berechnet werden:

$$\Phi_{oi}^j(T) = \frac{V(R_i^j(T) \cap X_o)}{V(R_i^j(T))}.$$

Der Operator  $V()$  liefert das Volumen eines geometrischen Objektes und  $R_i^j(T)$  bezeichnet die Erreichbarkeitsmenge des Systems nach einem Zeitschritt  $\Delta t = T$ , wenn die Anfangswerte in  $X_i$  liegen und die Eingangswerte aus  $U_j$  entnommen sind. Somit wird die Transitionswahrscheinlichkeit bestimmt, indem man ausrechnet, welcher Anteil der Erreichbarkeitsmenge  $R_i^j(T)$  in die Zelle  $X_o$  gelangt, siehe Abb. 8. Um die Transitionsmatrix für das Systemverhalten innerhalb eines Zeitintervalles  $t \in [0, T]$  zu bestimmen, substituiert man die Erreichbarkeitsmenge  $R_i^j(T)$  durch die Erreichbarkeitsmenge für das Zeitintervall  $t \in [0, T]$ , die mit  $R_i^j([0, T])$  bezeichnet wird:

$$\Phi_{oi}^j([0, T]) = \frac{V(R_i^j([0, T]) \cap X_o)}{V(R_i^j([0, T]))}.$$

Ein numerisches Beispiel ist in Abb. 9(a) für eine zweidimensionale Erreichbarkeitsmenge eines Zeitintervalls gezeigt. Mit Hilfe dieser Erreichbarkeitsmenge werden die Transitionswahrscheinlichkeiten, wie oben beschrieben, für den untersuchten Anfangswert bestimmt. Berechnet man mit den gefundenen Transitionswahrscheinlichkeiten die stochastische Erreichbarkeitsmenge für dieselbe Anfangswertmenge, so erhält man das Ergebnis, das in Abb. 9(b) visualisiert ist.

Die Berechnung der Erreichbarkeitsmengen  $R_i^j(T)$  und  $R_i^j([0, T])$  erfolgt dabei in zwei Stufen: Zuerst wird die nichtlineare kontinuierliche Dynamik der Verkehrsteilnehmer

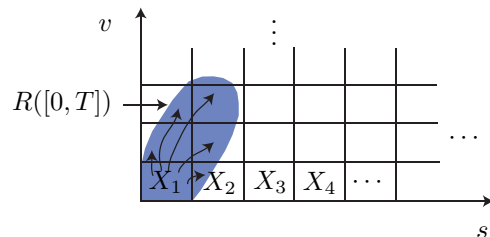


Abbildung 8. Diskretisierung des Zustandsraumes.

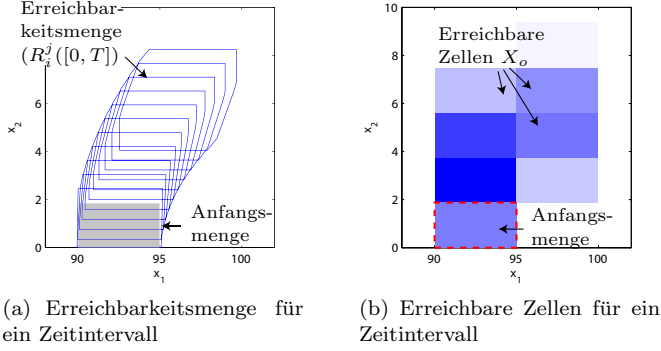


Abbildung 9. Erreichbarkeitsmenge des ursprünglichen Systems und stochastische Erreichbarkeitsmenge der abstrahierenden Markov-Kette.

mer konservativ linearisiert. Das heißt, es wird eine überapproximierende Menge von Linearisierungsfehlern bestimmt, die anschließend als zusätzlicher unsicherer Systemeingang dem linearisierten System aufgeschaltet wird. Eine genauere Beschreibung dieser Methode findet sich in Althoff et al. [2007a]. Als zweites wird die Erreichbarkeitsmenge der kontinuierlichen linearen Dynamik bestimmt, wie in Althoff et al. [2007c] beschrieben. Die notwendige Erweiterung auf hybride Systeme ist in Althoff et al. [2008a] vorgestellt.

Dadurch, dass man Transitionsmatrizen für das Verhalten zu diskreten Zeitpunkten und zu Zeitintervallen herleiten kann, lässt sich somit auch die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Markov-Ketten wie in (1) zu Zeitpunkten und Zeitintervallen bestimmen, wenn das Eingangsintervall  $U_j$  bekannt ist:

$$\begin{aligned} p((k+1)T) &= \Phi^j(T)p(kT), \\ p([kT, (k+1)T]) &= \Phi^j([0, T])p(kT), \end{aligned} \quad (2)$$

wobei die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p$  die stochastische Erreichbarkeitsmenge repräsentiert. Neben dem Systemzustand ist in vielen Fällen auch der Eingang eines Systems unsicher. Bei Verkehrsszenarien trifft dies zu, da nicht bekannt ist, ob und wie stark die Verkehrsteilnehmer beschleunigen oder bremsen werden. Aus diesem Grund wird analog zum diskreten Systemzustand ein Wahrscheinlichkeitsvektor  $q_j = P(y = j)$  für den diskreten Eingang  $y$  bestimmt. Ist die Wahrscheinlichkeit der Eingangsintervalle  $q_j([kT, (k+1)T])$  für  $t \in [kT, (k+1)T]$  bekannt, so lässt sich basierend auf (2) das Systemverhalten folgendermaßen beschreiben:

$$\begin{aligned} p((k+1)T) &= \sum_j \Phi^j(T)q_j([kT, (k+1)T])p(kT), \\ p([kT, (k+1)T]) &= \sum_j \Phi^j([0, T])q_j([kT, (k+1)T])p(kT). \end{aligned}$$

Dieser Ansatz lässt sich noch erweitern, indem man den Wahrscheinlichkeitsvektor  $q$  in Abhängigkeit des Systemzustandes einer anderen Markov-Kette bestimmt. Auf diese Weise kann die Interaktion zwischen Verkehrsteilnehmern realisiert werden. Dazu wird zunächst eine  $j \times m$  Anordnung von  $i \times o$  Interaktionsmatrizen  $\Omega_{io}^{jm}$  eingeführt. Ein Element von  $\Omega_{io}^{jm}$  enthält die bedingte Wahrscheinlichkeit  $P(y^A = j | y^B = m, z^A = i, z^B = o)$ , wobei wie bereits eingeführt,  $y$  den diskreten Eingang und  $z$  den diskreten Zustand bezeichnet. Die hochgestellten Indizes

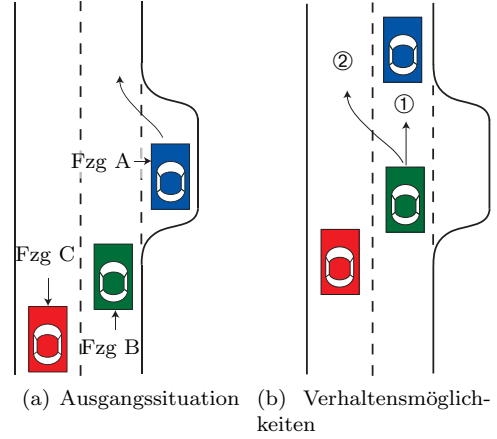


Abbildung 10. Demonstrationsszenario zur Sicherheitsbewertung alternativer Fahrstrategien.

$A$  und  $B$  referenzieren zwei unterschiedliche Fahrzeuge, wobei Fahrzeug  $A$  auf das Verhalten von Fahrzeug  $B$  reagiert. Zur Bestimmung der Werte der Interaktionsmatrizen wird auf Althoff et al. [2008b] verwiesen. In der selbigen Veröffentlichung wird auch gezeigt, dass sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p^A$  von Fahrzeug  $A$  aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p_o^{B,m} := P(y^B = m, z^B = o)$  von Fahrzeug  $B$  folgendermaßen ergibt:

$$\begin{aligned} M^j(kT) &= \sum_m \Omega^{jm} p_o^{B,m}(kT), \\ p^A((k+1)T) &= \sum_j \Phi^j(T) \text{diag}(M^j(kT)) p^A(kT), \\ p^A([kT, (k+1)T]) &= \sum_j \Phi^j([0, T]) \text{diag}(M^j(kT)) p^A(kT). \end{aligned}$$

## 6. NUMERISCHES BEISPIEL

Zur Demonstration der Methoden wird ein Szenario untersucht, bei dem ein ausparkendes Auto (Fzg. A) das ankommende Fahrzeug (Fzg. B) missachtet, siehe Abb. 10(a), so dass Fahrzeug B mit Fahrzeug A zu kollidieren droht. Da sich Fahrzeug B auf einer zweispurigen Straße befindet, bestehen zwei Möglichkeiten: Zum einen kann das Fahrzeug auf der Spur bleiben und eine Vollbremsung durchführen (Strategie ①). Die andere Möglichkeit besteht in einem Fahrspurwechsel, allerdings muss beachtet werden, dass sich ein anderes Fahrzeug (Fzg. C) auf der benachbarten Spur befindet (Strategie ②). Die beiden Möglichkeiten sind in Abb. 10(b) aufgezeigt.

Die probabilistischen Erreichbarkeitsmengen der ersten Fahrstrategie, bei der kein Fahrspurwechsel stattfindet, sind in Abb. 11 für 4 Zeitintervalle dargestellt. Dabei wurde beachtet, dass das eigene Fahrzeug eine gewisse Zeit benötigt (Annahme: 0.5 sec), um die Vollbremsung einzuleiten. Die probabilistischen Erreichbarkeitsmengen der zweiten Fahrstrategie sind für die selben Zeitintervalle in Abb. 12 visualisiert. Hierbei wurde die Interaktion zwischen Fahrzeug C und Fahrzeug B mit Hilfe der Interaktionsmatrizen  $\Omega$  berücksichtigt. Dies äußert sich darin, dass Fahrzeug C stark abbremst und somit eine eingeschränkte Erreichbarkeitsmenge gegenüber dem ersten Szenario in Abb. 11 aufweist. Die Kollisionswahrscheinlichkeiten bei-



Tabelle 1. Unfallwahrscheinlichkeiten.

Unfall- wahrscheinlichkeit	Zeitintervalle in sec			
	[0,0.5]	[0.5,1]	[1,1.5]	[1.5,2]
Fahrstrategie ①				
Fzg. B mit Fzg. A	0	0.156	0.271	0.234
Fzg. B mit Fzg. C	0	0	0	0
Fzg. B gesamt	0	0.156	0.271	0.234
Fahrstrategie ②				
Fzg. B mit Fzg. A	0	0.030	0.027	0.012
Fzg. B mit Fzg. C	0	0.001	0.017	0.080
Fzg. B gesamt	0	0.031	0.045	0.092

der Fahrstrategien sind in Tab. 1 für alle Zeitintervalle aufgeführt. In diesem Szenario ist somit Fahrstrategie ② aufgrund der geringeren Unfallwahrscheinlichkeit zu empfehlen. Diese Aussage könnte noch präzisiert werden, indem man die Unfallschwere aufgrund der Relativgeschwindigkeiten der Fahrzeuge miteinbezieht, was hier jedoch noch nicht betrachtet wurde. Die Rechenzeit zur Bestimmung der probabilistischen Erreichbarkeitsmenge für beide Fahrstrategien betrug insgesamt 0.45 sec in Matlab auf einem Single-Core-Desktop-Rechner (3.7GHz). Das Ergebnis der Sicherheitsanalyse kann auf zwei Arten umgesetzt werden. Eine besteht in der Übernahme aller Fahrfunktionen durch das Fahrzeug, dass somit dieses Manöver autonom ausführt. Eine andere Möglichkeit besteht in der Unterstützung des Fahrers, z.B. durch eine Momentenvorgabe am Lenkrad, siehe Brandt et al. [2007].

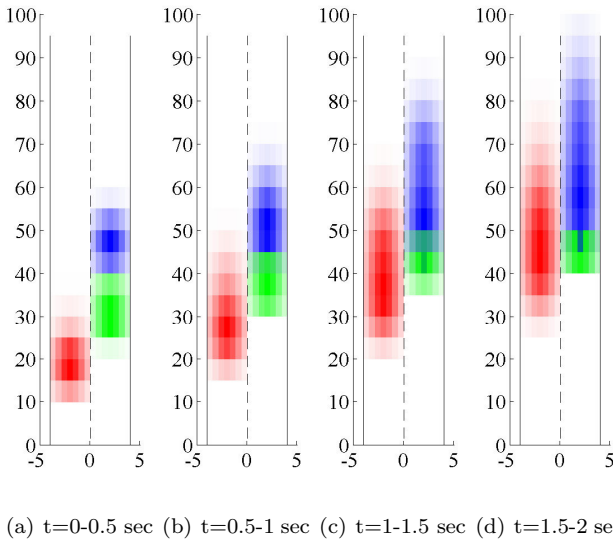


Abbildung 11. Probabilistische Erreichbarkeitsmengen der ersten Fahrstrategie ohne Fahrspurwechsel (Abstandsangaben der Achsen in [m]).

## 7. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Es wurde ein Verfahren vorgestellt, das Fahrmanöver bezüglich deren Sicherheit bewertet. Aufgrund der Verwendung von Methoden der Erreichbarkeitsanalyse kann die Sicherheit einer Fahrstrategie garantiert werden, falls deren Unfallwahrscheinlichkeit Null ist. Besteht die Möglichkeit eines Unfalls, so lässt sich mit Hilfe der berechneten Unfallwahrscheinlichkeit die Sicherheit alterna-

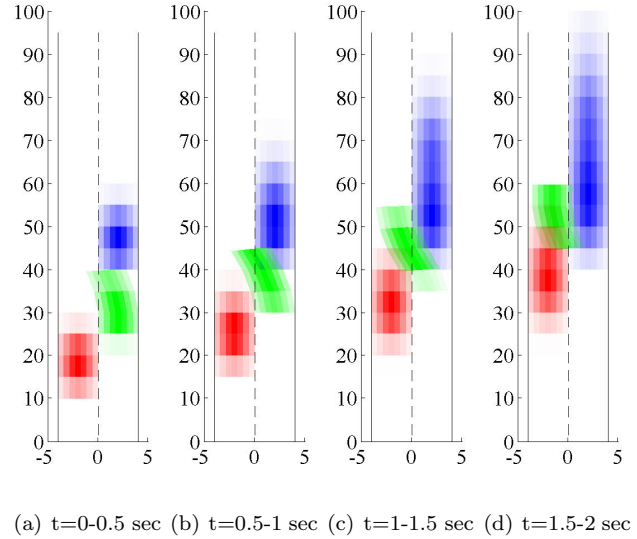


Abbildung 12. Probabilistische Erreichbarkeitsmengen der zweiten Fahrstrategie mit Fahrspurwechsel (Abstandsangaben der Achsen in [m]).

tiver Fahrmanöver bewerten. Das Verfahren spielt seine Stärken insbesondere in komplexen Verkehrssituationen und bei unsicheren Messwerten aus. Ist die Verkehrssituation einfach, wie z.B. bei einer einspurigen Straße ohne Gegenverkehr mit nur einem anderen Fahrzeug (bei geringen Messunsicherheiten), so kann die Sicherheit für diese Verkehrssituation auch mit einem analytischen Modell für den Bremsweg bewertet werden. Bei Verwendung einfacher analytischer Modelle benötigt man allerdings eine Vielzahl von Modellen, um einen Großteil möglicher Verkehrssituationen bewerten zu können, wobei die Gefahr besteht, dass man für gewisse Situationen kein passendes Modell entwickelt hat.

## DANKSAGUNG

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit im Rahmen des Sonderforschungsbereiches-Transregio 28 „Kognitive Automobile“.

## LITERATUR

- M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Safety assessment of autonomous cars using verification techniques. In *Proc. of the American Control Conference*, pages 4154–4159, 2007a.
- M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Online verification of cognitive car decisions. In *Proc. of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 728–733, 2007b.
- M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Reachability analysis of linear systems with uncertain parameters and inputs. In *Proc. of the 46th Conference on Decision and Control*, pages 726–732, 2007c.
- M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Verification of uncertain embedded systems by computing reachable sets based on zonotopes. In *Proc. of the 17th IFAC World Congress (accepted)*, 2008a.

- M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Stochastic reachable sets of interacting traffic participants. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium (accepted)*, 2008b.
- T. Brandt, T. Sattel, and M. Böhm. Combining haptic human-machine interaction with predictive path planning for lane-keeping and collision avoidance systems. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 582–587, 2007.
- A. Broadhurst, S. Baker, and T. Kanade. Monte carlo road safety reasoning. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 319–324, 2005.
- Adrian E Broadhurst, Simon Baker, and Takeo Kanade. A prediction and planning framework for road safety analysis, obstacle avoidance and driver information. In *Proc. of the 11th World Congress on Intelligent Transportation Systems*, October 2004.
- S. Danielsson, L. Petersson, and A. Eidehall. Monte carlo based threat assessment: Analysis and improvements. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 233–238, 2007.
- E. D. Dickmanns. *Dynamic Vision for Perception and Control of Motion*. Springer, 2007.
- A. Eidehall and L. Petersson. Threat assessment for general road scenes using monte carlo sampling. In *Proc. of the Intelligent Transportation Systems Conference*, pages 1173–1178, 2006.
- B. Heißing. Fahrsicherheit und elektronik. In *Proc. of fahrwerk.tech*, 2003.
- C. Stiller, G. Färber, and S. Kammel. Cooperative cognitive automobiles. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 215–220, 2007.
- W.-B. Zhang and S. E. Shladover. Path innovative research on its technologies and methodologies for multimodal transportation solutions. In *Proc. of the IEEE Intelligent Transportation Systems Conference*, pages 23–29, 2006.

# Reachability Analysis of Traffic Participants for the Improvement of Driver Assistance Systems

Matthias Althoff\* Olaf Stursberg\* Martin Buss\*

\* *Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik (LSR), Technische Universität München, 80290 München, Germany.*

---

**Abstract:** This document is an English written extended abstract of the publication "Erreichbarkeitsanalyse von Verkehrsteilnehmern zur Verbesserung von Fahrerassistenzsystemen" presented at the 3<sup>rd</sup> Conference on Active Safety through Driver Assistance.

---

## 1. INTRODUCTION

In recent years, it has been shown that active safety systems in automobiles have decreased the number of accidents per driven kilometer (Heißing [2003]). Continuous progress in the field of environment sensing systems and microprocessor capabilities pushes the development of more intelligent active safety systems which can be continued to the design of fully autonomous cars (Dickmanns [2007], Zhang and Shladover [2006], Stiller et al. [2007]). A major difference between intelligent active safety systems and autonomous cars is that the latter are more extensively using the concept of prediction. Prediction is necessary in autonomous cars, e.g. in order to plan its path through the dynamic traffic environment. Foresighted behavior is also applied by human drivers and should improve the capabilities of actual driver assistance systems. For this reason, the possible behavior of traffic participants is predicted in this work, in order to verify the safety of planned actions of driver assistance systems.

A possibility to predict the possible behavior of other traffic participants, is given by Monte Carlo simulation. The advantage of Monte Carlo simulation is the intuitive implementation and the consideration of complex physical models of other traffic participants. However, many simulations have to be executed to assure a satisfying coverage of the set of possible behaviors, see Broadhurst et al. [2005], Eidehall and Petersson [2006], Danielsson et al. [2007]. Additionally, it is required to consider interaction between vehicles. From this follows an increase in the computational complexity, e.g. in case of a Monte Carlo simulation, there exist  $n^2$  behavior combinations of two cars if  $n$  behaviors are simulated of each car. This complexity is increasing, the longer the prediction horizon is, see e.g. Broadhurst et al. [2004].

In this work, a different paradigm is used: Instead of simulating different behaviors, the set of possible behaviors is obtained using reachable sets. Reachable sets are defined as the set of states that a system can reach, given the set of initial states and the set of possible disturbances. For the traffic scenarios, reachable sets are understood as the regions on a street that other traffic participants can reach. First results have shown that an efficient and real-time capable computation of reachable sets for traffic scenarios is feasible, see Althoff et al. [2007a,b, 2008]. In

these previous works, not only the reachable sets have been obtained, but also the probability distribution of the traffic participants within the reachable sets.

## 2. PROBLEM DESCRIPTION

The starting point for the computation of reachable sets of traffic participants is the knowledge of

- the geometry of the investigated section of the road network,
- the position and geometry of possible static obstacles,
- the position, velocity and classification of traffic participants.

Classification is understood as the allocation of traffic participants to the groups *trucks*, *cars*, *motorbikes*, *bicycles* and *pedestrians*. The initial position and velocity of traffic participants is considered as uncertain within certain regions. Additionally, the initial probability distribution is given within these sets. Besides the initial states, the input (acceleration) of the traffic participants is uncertain and limited by a bounded set.

Due to the restriction of initial states and inputs to bounded sets, it is possible to compute the positions and velocities traffic participants can reach within a certain time interval. These sets are also referred to as *reachable sets*. Additionally, if the probability distribution within the reachable sets is known, one denotes these sets as *stochastic reachable sets*. The reachable sets of traffic participants can be used for the safety assessment of driving strategies: In case the own vehicle avoids hitting the reachable sets of other traffic participants at any time, the driving strategy can be guaranteed to be safe. Is this not the case, one can derive a collision probability for the planned driving strategy based on the probability distribution within the reachable sets. A situation, which can not be classified as safe is presented in Fig. 1 as the reachable set of the own vehicle intersects the one of the other vehicle in the second time interval  $\tau_{i+2}$ . The computation of stochastic reachable sets is performed for a time horizon  $t_f$  and is reset at time points  $t_i$  with new measurements of the vehicle environment. This results in prediction intervals  $[t_i, t_i + t_f]$  as shown in Fig. 2.



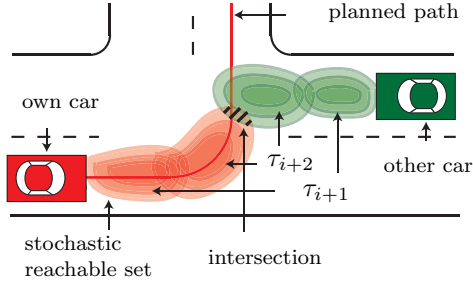


Fig. 1. Stochastic reachable sets for a traffic scenario

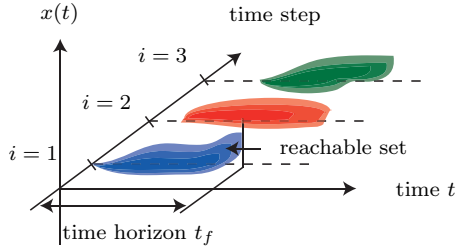


Fig. 2. Predicted time horizon

Table 1. Probabilities of a crash

Probability of a crash	Time intervals in sec			
	[0,0.5]	[0.5,1]	[1,1.5]	[1.5,2]
Driving strategy ①				
Car B with car A	0	0.156	0.271	0.234
Car B with car C	0	0	0	0
Car B total	0	0.156	0.271	0.234
Driving strategy ②				
Car B with car A	0	0.030	0.027	0.012
Car B with car C	0	0.001	0.017	0.080
Car B total	0	0.031	0.045	0.092

Reachable sets of traffic participants are computed based on a physical model. For traffic participant driving according to the traffic regulations, it is additionally assumed that traffic regulations are met within the computed prediction horizon. This includes, e.g. the consideration of the speed limit or the avoidance of accidents. An exemplary traffic scenario is given in the following section.

### 3. NUMERICAL EXAMPLE

In the investigated scenario, a car leaving its parking position (Car. A) is overseeing the oncoming car (Car B), which is the own car as shown in Fig. 3(a). Car B can stay on its lane or try to avoid a possible collision with car A, by changing the lane. Both strategies (① and ②) are visualized in Fig. 3(b). The probabilistic reachable sets of strategy ① and ② are visualized in Fig. 4 and Fig. 5 respectively. Note that the interaction of car C with car B is considered. This can be recognized as car C is braking when car B performs strategy ② and thus has a limited reachable set compared to strategy ①, see Fig. 4. The collision probabilities of both strategies are listed in in Tab. 1 for all time intervals. The total computation time for the probabilistic reachable sets of both strategies was 0.45 sec in Matlab using a Single-Core desktop computer (3.7GHz).

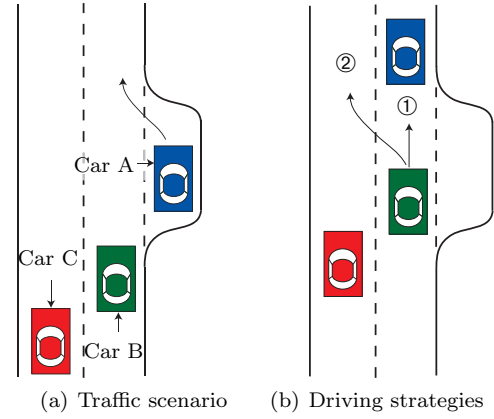


Fig. 3. Demonstration scenario for the safety assessment of driving strategies

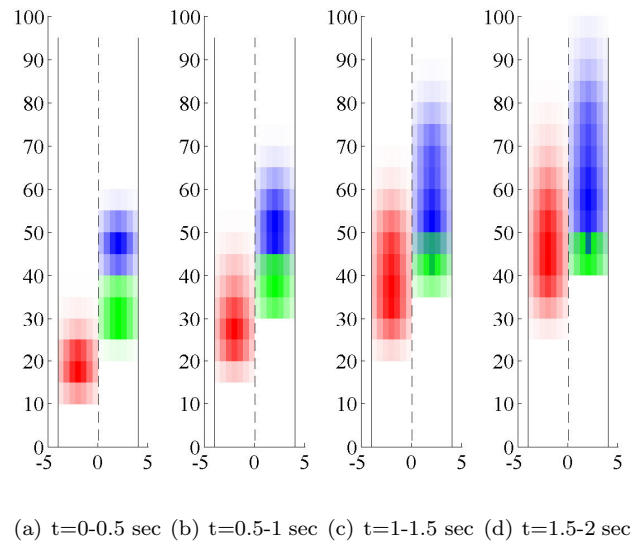
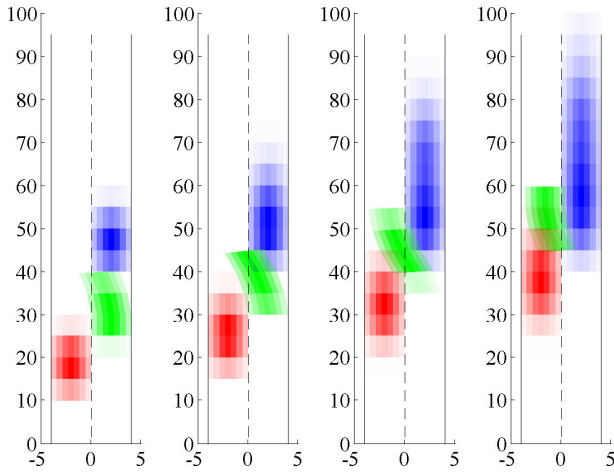


Fig. 4. Probabilistic reachable sets of the first driving strategy (distances of the axes in [m])

### REFERENCES

- M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Safety assessment of autonomous cars using verification techniques. In *Proc. of the American Control Conference*, pages 4154–4159, 2007a.
- M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Online verification of cognitive car decisions. In *Proc. of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 728–733, 2007b.
- M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Stochastic reachable sets of interacting traffic participants. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium (accepted)*, 2008.
- A. Broadhurst, S. Baker, and T. Kanade. Monte carlo road safety reasoning. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 319–324, 2005.
- Adrian E Broadhurst, Simon Baker, and Takeo Kanade. A prediction and planning framework for road safety analysis, obstacle avoidance and driver information. In *Proc. of the 11th World Congress on Intelligent Transportation Systems*, October 2004.
- S. Danielsson, L. Petersson, and A. Eidehall. Monte carlo based threat assessment: Analysis and improvements. In



(a)  $t=0-0.5$  sec (b)  $t=0.5-1$  sec (c)  $t=1-1.5$  sec (d)  $t=1.5-2$  sec

Fig. 5. Probabilistic reachable sets of the second driving strategy (distances of the axes in [m])

*Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 233–238, 2007.

E. D. Dickmanns. *Dynamic Vision for Perception and Control of Motion*. Springer, 2007.

A. Eidehall and L. Petersson. Threat assessment for general road scenes using monte carlo sampling. In *Proc. of the Intelligent Transportation Systems Conference*, pages 1173–1178, 2006.

B. Heißing. Fahrtsicherheit und elektronik. In *Proc. of fahrwerk.tech*, 2003.

C. Stiller, G. Färber, and S. Kammel. Cooperative cognitive automobiles. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 215–220, 2007.

W.-B. Zhang and S. E. Shladover. Path innovative research on its technologies and methodologies for multimodal transportation solutions. In *Proc. of the IEEE Intelligent Transportation Systems Conference*, pages 23–29, 2006.