

Institut für Luft- und Raumfahrt  
Lehrstuhl für Flugantriebe  
Technische Universität München

Theoretische und experimentelle Untersuchungen an elektrostatischen  
Wechselstromgeneratoren mit flüssigen polaren Dielektrika

Roland Albers

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor - Ingenieurs genehmigten Dissertation

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Joachim Heinzl

Prüfer der Dissertation:

1. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Eduard Igenbergs i.R.
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulrich Wagner
3. apl. Prof. Dr. techn., Dr.-Ing. habil. Wolfgang Dittrich i.R.

Die Dissertation wurde am 29.01.2001 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Maschinenwesen am 29.10.2001 angenommen.



Theoretische und experimentelle Untersuchungen an elektrostatischen  
Wechselstromgeneratoren mit flüssigen polaren Dielektrika

Roland Albers

## Abstract

Die Arbeit beschreibt die Theorie, Konstruktion und die experimentelle Umsetzung elektrostatischer Hochspannungs-Wechselstromgeneratoren. Der mechanische Aufbau entspricht dem eines elektrostatischen Gleichstrom-Trommelgenerators. Zur Leistungssteigerung ist der Bereich zwischen Rotor und Stator mit einer polaren Flüssigkeit gefüllt. Die Frequenz des erzeugten Stromes ist gleich der Frequenz der Erregerspannung und unabhängig von der Drehzahl. Die Ergebnisse der Strom- und Spannungsberechnungen werden mit Hilfe der Meßdaten zweier Versuchsgeneratoren verifiziert. Im Vergleich zu elektromagnetischen Maschinen sind rechnerisch für verschiedene Anwendungsgebiete Gewichts- und Volumenvorteile zu erwarten.

The paper presents the theory, design and experimental implementation of electrostatic high voltage ac generators. The design is analogous to an electrostatic drum-type dc generator. To improve the power output, the space between rotor and stator is filled with a polar liquid. The frequency of the output current is equal to the frequency of the excitation voltage and independent of the rotor speed. The results of the calculation of the output voltage and current are verified by data of two experimental generators. Computations show that for various applications advantages in weight and size can be expected compared with electromagnetic machines.

# Inhaltsverzeichnis

	<b>Variablenindex.....</b>	<b>VIII</b>
<b>1.</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>Grundlegende Überlegungen für elektrostatische Maschinen.....</b>	<b>4</b>
2.1.	Gleichstromgenerator .....	4
2.2.	Wechselstromgenerator.....	5
2.2.1.	Lineargenerator .....	5
2.2.2.	Rotierender Wechselstromgenerator.....	7
<b>3.</b>	<b>Influenzstrom bei sinusförmigem Ladungsbelag.....</b>	<b>9</b>
3.1.	Modell für linienförmige Elektroden .....	9
3.2.	Erweitertes Modell für beliebige Influenzelektroden .....	13
3.3.	Influenzstrom bei kleinen Elektrodenabständen.....	19
<b>4.</b>	<b>Berechnung des Erregerstromes.....</b>	<b>21</b>
<b>5.</b>	<b>Influenz- und Erregerstrom von Mehrpolmaschinen .....</b>	<b>24</b>
5.1.	Einfache Erregung .....	24
5.2.	Mehrfache Erregung.....	26
<b>6.</b>	<b>Berechnung der Ladungsdichte.....</b>	<b>29</b>
<b>7.</b>	<b>Einfluß von Ladungsverlusten.....</b>	<b>32</b>
<b>8.</b>	<b>Leistungsberechnung .....</b>	<b>35</b>
8.1.	Spannungs- und Leistungsberechnung ohne innere Verluste .....	35
8.2.	Spannungs- und Leistungsberechnung mit inneren Verlusten .....	38
8.2.1.	Berechnung des inneren Scheinwiderstandes $Z_i$ .....	40
8.2.1.1.	Berechnung der inneren Kapazität $C_i$ .....	40
8.2.1.2.	Berechnung des inneren ohmschen Widerstandes $R_i$ .....	43
8.2.2.	Leistungsberechnung für $R_i \rightarrow \infty$ .....	43
8.2.2.1.	Leistungsberechnung bei vorgegebener Spannung $U_{\max}$ .....	46
8.2.2.2.	Leistungsberechnung bei maximaler tangentialer Feldstärke $E_{T\max}$ mit Berücksichtigung der Potentialsteuerung .....	47
8.2.3.	Leistungsberechnung für verschiedene Parameter .....	53
8.2.3.1.	Festlegung der Parameter.....	53
8.2.3.2.	Auswertung der Parametervariation .....	59

8.3.	Leistungsvergleich elektrostatischer mit elektromagnetischen Maschinen .....	77
8.3.1.	Leistung pro Volumen .....	77
8.3.2.	Leistung pro Gewicht .....	81
8.3.3.	Wirkungsgrad .....	84
<b>9.</b>	<b>Fluiddynamische Verluste .....</b>	<b>85</b>
9.1.	Theoretische Berechnungen .....	85
9.1.1.	Laminare Strömung .....	86
9.1.2.	Turbulente Strömung .....	86
9.1.2.1.	Innenrotor .....	86
9.1.2.2.	Außenrotor .....	87
9.1.3.	Vergleich Innenrotor zu Außenrotor .....	88
9.1.4.	Vergleich der elektrischen Leistung mit der fluidmechanischen Verlustleistung .....	89
9.2.	Experimentelle Ergebnisse .....	91
<b>10.</b>	<b>Experimentelle Grundlagen .....</b>	<b>94</b>
10.1.	Gemeinsame Konstruktionsmerkmale der Versuchsgeneratoren .....	94
10.2.	Versuchsgenerator 1 (VG1) .....	95
10.3.	Versuchsgenerator 2 (VG2) .....	97
10.4.	Aufbereitung des Propylencarbonats .....	100
10.5.	Elektrische Meßanordnung .....	102
<b>11.</b>	<b>Zusammenfassung der experimentellen Daten .....</b>	<b>105</b>
11.1.	Kurzschlußversuche .....	105
11.1.1.	Influenzstrom bei unterschiedlichen Erregerspannungen .....	105
11.1.2.	Influenzstrom bei unterschiedlichen Drehzahlen .....	107
11.1.3.	$I_1$ bei unterschiedlichen Drehzahlen .....	108
11.1.4.	Stromschwankungen durch unterschiedliche Stabkapazitäten .....	110
11.2.	Leistungsversuche .....	113
11.3.	Wirkungsgrad .....	115
<b>12.</b>	<b>Ausblick .....</b>	<b>120</b>
12.1.	Auswahl und Aufbereitung des Dielektrikums .....	120
12.2.	Verringerung der Ladungsverluste .....	120
12.3.	Verbesserung der Ladungsübertragung auf den Rotor .....	121
12.4.	Feldoptimierung / Potentialsteuerung .....	122
12.5.	Elektrostatischer Synchrongenerator .....	123
12.6.	potentielle Anwendungsgebiete .....	124

<b>13.</b>	<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>127</b>
<b>14.</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>130</b>
14.1.	Berechnung des Influenzstromes .....	130
14.2.	Berechnung des Influenzstromes für kleine Spalte .....	136
14.3.	Berechnung des maximalen Erreger- und Influenzstromes .....	139
<b>15.</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>141</b>

## Variablenindex

### Zehnerpotenzen:

Teilweise wird in den Graphen folgende Schreibweise für Zehnerpotenzen verwendet:

$1,00E+3 = 1,00 \cdot 10^{+3}$  etc.

### Zeichen Einheit Bedeutung

#### 1. Großbuchstaben:

A	$m^2$	Fläche
$A_{0,1,2}$		Faktoren zur Berechnung des Influenzstromes bei linienförmigen Elektroden (1 Polpaar)
$B_{0,1,2}$		Faktoren zur Berechnung des Influenzstromes bei zylinderschalenförmigen Elektroden (1 Polpaar)
C	As/V	Kapazität
$C_S$	As/V	Glättungskondensator
$C_i$	As/V	innere bzw. Eigenkapazität der Maschine (incl. Potentialsteuerung)
$C_{iSpalt}$	As/V	Kapazität zwischen zwei benachbarten Elektroden (ohne Potentialsteuerung)
D	$As/m^2$	elektrische Verschiebungsdichte
E	V/m	elektrische Feldstärke
$E_T$	V/m	elektrische Feldstärke in tangentialer Richtung
$E_R$	V/m	elektrische Feldstärke in radialer Richtung
H	A/m	magnetische Feldstärke
I	A	Stromstärke (Scheitelwert)
$I_K$	A	Kurzschlußstrom (Scheitelwert)
$I_{Ra}$	A	durch den Lastwiderstand fließender Strom (Scheitelwert)
$I_{err}$	A	Erregerstrom (Scheitelwert)
$I_{norm}$	$s^{-1}$	normierter Strom: $I_{norm} = I/(l \cdot r \cdot q_0)$ (Scheitelwert)
$I_1$	A	Influenzstrom, welcher der Elektrode 1 zugeführt wird (Scheitelwert)
$I_2$	A	Influenzstrom, welcher der Elektrode 2 zugeführt wird (Scheitelwert)
$K_{err}$	s	Faktor zur Anpassung der berechneten Werte von $I_1$ an die Meßwerte
$K_P$	$W \cdot \text{min}/m^3$	Faktor zur Berechnung der Leistung pro Volumen
M	Nm	Drehmoment
$P_b$	W	Blindleistung
$P_{bL}$	W	Blindleistung im Leerlauf
$P_w$	W	Wirkleistung

$P_s$	W	Scheinleistung
$Q$	As	Ladung
$Q_z$	As	Gesamtladung der Elektrode z
$Q_{xy}$	As	Ladung auf der Rotoroberfläche zwischen den Winkeln $\varphi_x$ und $\varphi_y$
$xyQ_z$	As	Anteil der Ladungen auf der Elektrode z, deren Gegenladungen sich auf der Rotoroberfläche zwischen den Winkeln $\varphi_x$ und $\varphi_y$ befinden
$R$	$\Omega$	elektrischer Widerstand
$R_S$	$\Omega$	Shunt (Meßwiderstand)
$R_a$	$\Omega$	Außenwiderstand (= Belastungswiderstand)
$R_i$	$\Omega$	Innenwiderstand
$Re$		Reynoldszahl
$U$	V	elektrische Spannung (Scheitelwert)
$U_L$	V	Leerlaufspannung (Scheitelwert)
$U_{err}$	V	Erregerspannung (Scheitelwert)
$V$	$m^3$	Volumen
$V_G$	$m^3$	Gesamtvolumen
$V_m$	$m^3$	Materialvolumen
$VG1$		Versuchsgenerator Nr. 1 (Außenrotor)
$VG2$		Versuchsgenerator Nr. 2 (Innenrotor)
$X_i$	$\Omega$	innerer Blindwiderstand
$Z_i$	$\Omega$	innerer Scheinwiderstand

## 2. Kleinbuchstaben:

$a$	m	Abstand zweier benachbarter Elektroden
$c_d$		Verhältnis des Abstandes $d_s$ zwischen Rotor und Stator zum Radius $r$ $= \frac{d_s}{r}$
$c_l$		Verhältnis der Rotorlänge $l$ zum Radius $r$ $= \frac{l}{r}$
$c_p$		Faktor zur Berücksichtigung der Potentialsteuerung $= \frac{C_i}{\Sigma C_{iSpalt}}$
$c_r$		Korrekturfaktor zur Bestimmung der Ladungsdichte des Rotors $= \frac{q_{0real}}{q_{0ideal}}$
$c_s$		Anteil der Elektrodenspalte am gesamten Umfang $= \frac{a}{a+x_E}$
$c_w$		Verhältnis der Wandstärken $d_w$ von Rotor und Stator zum Radius $r$ $= \frac{d_w}{r}$
$d_R$	m	Rotorwanddicke
$d_S$	m	Abstand zwischen Rotor und Stator (Spaltbreite)
$d_w$	m	Wandstärke von Stator und Rotor

f	s <sup>-1</sup>	Stromfrequenz
l	m	Rotorlänge
l <sub>G</sub>	m	Gesamtlänge der Maschine
m <sub>G</sub>	kg	Gesamtgewicht
n	min <sup>-1</sup>	Drehzahl
n <sub>E</sub>		Elektrodenanzahl
n <sub>P</sub>		Polpaarzahl
q	As/m <sup>2</sup>	Flächenladungsdichte
q <sub>0</sub>	As/m <sup>2</sup>	Amplitude der Flächenladungsdichte
q <sub>v</sub>	As/m <sup>2</sup>	Flächenladungsdichte mit Berücksichtigung von ohmschen Verlusten
r	m	Radius (in der Regel gilt: r = r <sub>i</sub> )
r <sub>a</sub>	m	Außenradius
r <sub>G</sub>	m	Außenradius der Maschine
r <sub>i</sub>	m	Innenradius
t	s	Zeit
v	m/s	Bewegungsgeschwindigkeit
x <sub>n</sub>		fortlaufende natürliche Zahl
x <sub>1</sub>	m	Abstand eines Punktes von der Elektrode 1
x <sub>2</sub>	m	Abstand eines Punktes von der Elektrode 2
x <sub>E</sub>	m	Bogenlänge einer Elektrode

### 3. griechische Buchstaben:

Δ		halber Elektrodenöffnungswinkel (= 0 für punktförmige Elektroden)
Ω	s <sup>-1</sup>	Stromfrequenz (= 2π·50 Hz)
β		Winkel zwischen den Mittelachsen zweier Elektroden
δ		Phasenwinkel
ε <sub>0</sub>	As/(Vm)	Dielektrizitätskonstante 8,85·10 <sup>-12</sup> As/(Vm)
ε <sub>R</sub>		relative Dielektrizitätszahl des Rotors
ε <sub>S</sub>		relative Dielektrizitätszahl im Spalt zwischen Rotor und Stator
ε <sub>r</sub>		relative Dielektrizitätszahl
η	Pa·s	dynamische Viskosität
φ		Umfangswinkel
φ <sub>S</sub>		Lage des Elektrodenspalt bei kleinen Elektrodenabständen im Bogenmaß
φ <sub>P</sub>		Phasenwinkel
λ		Widerstandszahl

$\pi$		Kreiszahl 3,14
$\rho$	$\text{kg/m}^3$	Dichte
$\rho_{el}$	$\Omega \cdot \text{m}$	spezifischer elektrischer Widerstand (z.T. auch in $\Omega \cdot \text{cm}$ )
$\tau$	$\text{N/m}^2$	Schubspannung
$\nu$	$\text{m}^2/\text{s}$	kinematische Viskosität
$\omega$	$\text{s}^{-1}$	Kreisfrequenz



## 1. Einleitung

Die ersten elektrischen Maschinen waren elektrostatische Generatoren, welche mit Hilfe der Reibungselektrizität Spannungen von einigen kV, aber nur minimale Ströme erzeugen konnten. Isolationstechnische Probleme führten dazu, daß ihre Leistungen gering blieben und sie schon bald von elektromagnetischen Maschinen verdrängt wurden. Die Forderung der Teilchenphysik nach Beschleunigungsspannungen im MV-Bereich rückten die elektrostatischen Generatoren Mitte dieses Jahrhunderts noch einmal in den Mittelpunkt des Interesses [3]. Diese wurden meist in Form von Bandgeneratoren (Van-de-Graaff-Generator) ausgeführt. Da die Durchschlagsfestigkeit von atmosphärischer Luft relativ gering ist ( $E_{\max} \approx 30 \text{ kV/cm}$ ), werden derartige Anlagen überwiegend in Gasen wie  $\text{SF}_6$  oder  $\text{H}_2$  unter hohem Druck betrieben. Durch diese Gase werden die durch elektrische Entladungen auftretenden Oxidationerscheinungen vermindert [18]. Die elektrische Leistung ist im Verhältnis zur Baugröße sehr gering. Für einen 25 MV Generator des Oak Ridge National Laboratory, USA, wird ein Maximalstrom von  $600 \mu\text{A}$  angegeben. Die Bauhöhe des Drucktanks beträgt ca. 30 m [3]. Deutliche Leistungssteigerungen sind durch die Verwendung einer Trommel anstelle des flexiblen Bandes möglich geworden. Diese Bauart wurde von Felici in den fünfziger Jahren entwickelt und von der Firma SAMES (Société Anonyme des Machines Electrostatiques) industriell hergestellt [18]. Mit einer kleineren Maschine werden Dauerleistungen von 30 W (100 kV; 0,3 mA) bei  $3000 \text{ min}^{-1}$  erzielt. Der Durchmesser und die Länge der Trommel beträgt jeweils 70 mm. Als Füllgas wird  $\text{H}_2$  bei einem Druck von etwa 16 bar verwendet. Abgesehen von einer Drehzahlerhöhung scheint mit konstruktiven Veränderungen keine deutliche Leistungssteigerung mehr möglich zu sein.

Im Gegensatz zu den elektrostatischen Generatoren werden elektrostatische Motoren in der Regel nur in extrem kleinen Baugrößen hergestellt. Gerade durch die Fortschritte auf dem Gebiet der Mikrostrukturtechnik finden elektrostatische Aktuatoren wieder verstärktes Interesse [22]. Aber auch hier gibt es noch zahlreiche ungelöste Probleme, insbesondere im Bereich der mechanischen Kraftübertragung. Deshalb sind zumindest in naher Zukunft keine durchgreifenden Erfolge bei der Übertragung größerer Kräfte und Leistungen zu erwarten.

Die im Vergleich zu elektromagnetischen Maschinen relativ geringen Leistungen lassen sich aus den Energieinhalten der jeweiligen Felder in dem Spalt zwischen Rotor und Stator erklären [26]. Beim magnetischen Feld ist eine Feldstärke von 1 T ohne Probleme zu erzielen, was eine Energiedichte im Spalt von  $4,0 \cdot 10^2 \text{ kJ/m}^3$  ergibt. Die maximal mögliche Feldstärke des elektrischen Feldes liegt für Gase bei ca. 250 kV/cm. Da die relative Dielektrizitätszahl der meisten Gase gleich 1 ist, ergibt sich eine Energiedichte von  $2,8 \text{ kJ/m}^3$ . Die Energiedichte des magnetischen Feldes ist demnach mehr als zwei Zehnerpotenzen größer als diejenigen des elektrischen Feldes. Da die Energiedichte direkt proportional zur Dielektrizitätszahl ist, verändert sich dieses Bild, wenn man als Dielektrika anstelle von Gasen polare Flüssigkeiten

mit hoher Dielektrizitätszahl verwendet. Ein weiterer Vorteil von Flüssigkeiten ist die mit bis zu 500 kV/cm höhere Durchschlagsfestigkeit [7]. Reines Wasser ist trotz der hohen Dielektrizitätszahl von 81 als Dielektrikum ungeeignet, da aufgrund der hohen Eigendissoziation der spezifische Leitwert und damit die Ladungsverluste deutlich zu groß sind. Untersuchungen von Felici und Dittrich [17] haben gezeigt, daß Alkylencarbonate als flüssige Dielektrika in Frage kommen. Derzeit lassen sich Dielektrizitätszahlen von 80 mit einem spezifischen Widerstand von über  $10^{11} \Omega\text{cm}$  erreichen. Bei einer Feldstärke von 500 kV/cm ergibt sich damit eine Energiedichte von  $8,9 \cdot 10^2 \text{ kJ/m}^3$ , welche damit deutlich höher als bei elektromagnetischen Maschinen ist.

Ein grundsätzlicher Vorteil für den Bau elektrostatischer Maschinen stellt die Rotationsfreiheit des elektrischen Feldes dar. Es ist kein geschlossener Kreis wie beim Magnetismus notwendig, welcher nur durch schwere ferromagnetische Materialien aufrecht erhalten werden kann. Dieser Kreis ist zum Teil die Ursache für das hohe Gewicht elektromagnetischer Maschinen. Im Gegensatz dazu sind bei elektrostatischen Maschinen für die Erzeugung des elektrischen Feldes im wesentlichen nur die elektrisch leitenden Oberflächen des Stators und des Rotors entscheidend. Die Forderung, daß große Teile einer derartigen Maschine aus elektrisch isolierenden Materialien hergestellt werden müssen, stellt aufgrund der heutigen Kunststofftechnologie kein Problem dar. Da bei flüssigen Dielektrika nur ein relativ geringer Druck zur Vermeidung von Kavitation notwendig ist, kann auf entsprechend schwere Druckbehälter verzichtet werden. Dies läßt die Hoffnung aufkommen, daß bei etwa gleichen geometrischen Abmessungen elektrostatische Maschinen deutlich leichter auszuführen sind als elektromagnetische.

Aufgrund dieser Möglichkeiten werden am Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik schon seit mehreren Jahren unter der Leitung von Prof. Dittrich verschiedene elektrostatische Generatoren entwickelt und auf ihr Betriebsverhalten untersucht [1; 9; 11; 14; 16;]. Als Dielektrikum wird eine Mischung aus hochisolierendem flüssigen Propylen- und Ethylencarbonat (PC/EC) verwendet. Die derzeit erzielbaren Dielektrizitätszahlen liegen in dem Bereich von 65 bis 80. Neben reinen Trommelgeneratoren (siehe auch Felici [18]) mit isolierenden Rotoren werden auch Anordnungen untersucht, deren Rotoroberflächen in Umfangsrichtung abwechselnd aus isolierenden und elektrisch leitenden Segmenten bestehen. Derartige Maschinen wurden auch auf ihre Eignung als Wechselstrom- und Impulsgeneratoren untersucht, im Gegensatz zu Bauarten mit Rotoren aus Isoliermaterialien, welche bisher nur als Gleichstromgeneratoren verwendet wurden [20]. Frühere Untersuchungen von Dittrich haben gezeigt, daß die Trommelgeneratoren prinzipiell ebenfalls als Wechselstromgeneratoren betrieben werden können [13].

In der vorliegenden Arbeit werden die Grundlagen für die theoretische Beschreibung der Wirkungsweise von elektrostatischen Trommelgeneratoren im Wechselstrombetrieb erarbeitet. Darüber hinaus werden die theoretischen Ergebnisse mit Messungen verglichen und diskutiert. In den Kapiteln 2 bis 7 wird die Stromerzeugung im Kurzschlußbetrieb für verschiedene Elektrodengeometrien behandelt. Dabei werden sowohl ein- als auch mehrpolige Generatoren untersucht. Das Kapitel 8 beinhaltet sämtliche Überlegungen zur Spannungs- und Leistungsgewinnung. Ausgehend von den Formeln zur Bestimmung der maximalen Spannung und Leistung eines verlustfreien Generators werden Gleichungen für den Fall des Generators mit Blindleistungsverlusten entwickelt. Mit Hilfe dieser Gleichungen wird eine theoretische Parameterstudie durchgeführt. Dazu erfolgt auch eine nähere Erläuterung des Einflusses verschiedener Größen auf das Leistungsvermögen der Generatoren. Auf der Basis dieser Studie wird ein Vergleich von elektrostatischen Maschinen mit elektromagnetischen Maschinen durchgeführt. Dabei werden jeweils die zu erwartende Leistung pro Volumen und die Leistung pro Gewicht gegenübergestellt. Da von der Verwendung flüssiger Dielektrika zwischen Rotor und Stator ausgegangen wird, werden im Kapitel 9 die dadurch bedingten hydraulischen Verluste abgeschätzt und mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Die Kapitel 10 und 11 beinhalten den experimentellen Teil dieser Arbeit mit den dazugehörigen elektrischen Messungen. Im Kapitel 10 werden zuerst die Versuchsgeneratoren und der grundlegende Versuchsaufbau beschrieben. Die Versuchsergebnisse selbst sind in Kapitel 11 dargestellt. Neben der Verifikation der theoretischen Aussagen werden die Auswirkungen von Fertigungstoleranzen auf den Influenzstrom aufgezeigt. Vor der Zusammenfassung (Kapitel 13) werden im Kapitel 12 mögliche Anwendungsgebiete elektrostatischer Energieumformer angesprochen und Hinweise für weiterführende Forschungsaktivitäten gegeben. Dies geschieht vor dem Hintergrund, daß aufgrund der Schließung des Forschungslaboratoriums für Elektrofluidmechanik, in welchem der experimentelle Teil dieser Arbeit durchgeführt wurde, keine kontinuierliche Fortführung der Forschungen gewährleistet ist. Um eventuellen Interessenten den Einstieg in dieses Forschungsgebiet zu erleichtern, sind deshalb auch die Konstruktion und Herstellung der Versuchsgeneratoren etwas ausführlicher beschrieben. Dasselbe gilt auch für einige theoretische Herleitungen, von denen insbesondere die Influenzstromberechnung zusätzlich im Anhang (Kapitel 14) eingehend erläutert wird.

## 2. Grundlegende Überlegungen für elektrostatische Maschinen

### 2.1. Gleichstromgenerator

Zum besseren Verständnis der Unterschiede zwischen elektrostatischen Gleich- und Wechselstromgeneratoren wird an dieser Stelle der wesentliche Aufbau und die Wirkungsweise eines Trommelgenerators für den Gleichstrombetrieb aufgezeigt:

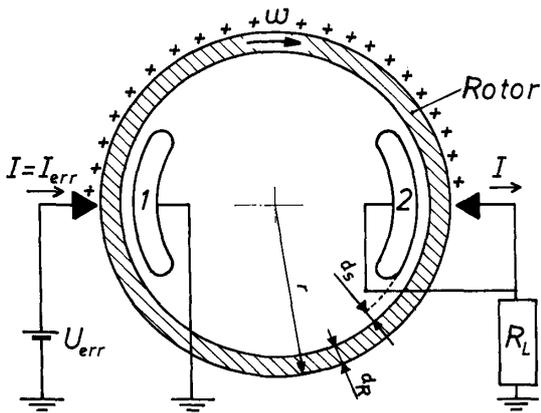


Abb. 1: Aufbau eines elektrostatischen Trommelgenerators

Um zwei feststehende Elektroden 1 und 2 kreist ein Rotor mit der Kreisfrequenz  $\omega$ . Der Rotor besteht aus einem Isoliermaterial mit der Dielektrizitätszahl  $\epsilon_R$ . Durch die Erregerspannung  $U_{err}$  werden bei der Elektrode 1 auf die Außenseite des Rotors Ladungen aufgebracht. Die Aufladung erfolgt in der Regel über eine Glimmentladung mit Hilfe von Saugbürsten oder -kämme. An der Elektrode 2 (Hochspannungselektrode) werden die Ladungen abgenommen und fließen über den Lastwiderstand  $R_L$  zur Erde zurück. In dem Spalt zwischen den Elektroden und dem Rotor befindet sich ein Fluid mit der Dielektrizitätszahl  $\epsilon_S$ . Hierfür kommen hauptsächlich Gase ( $SF_6$ ,  $H_2$  oder  $N_2$ - $CO_2$ -Mischungen) zur Anwendung, die mit einem Druck bis zu 30 bar beaufschlagt werden. Die Wirkungsweise der in der Teilchenphysik verwendeten Bandgeneratoren ist nahezu identisch. Anstelle des formstabilen Rotors wird ein flexibles Band eingesetzt. Dieses läuft um zwei Rollen, welche gleichzeitig die Funktionen der Elektroden 1 und 2 übernehmen.

Die Ladungsdichte  $q_0$  auf der Rotoroberfläche berechnet sich folgendermaßen [28]:

$$q_0 = \frac{1}{\frac{d_R}{\epsilon_0 \epsilon_R} + \frac{d_S}{\epsilon_0 \epsilon_S}} U_{err} \quad (1)$$

Daraus erhält man über die Umfangsgeschwindigkeit  $v = r \cdot \omega$  und die Rotorlänge  $l$  die auf der Rotoroberfläche pro Zeiteinheit transportierte Ladungsmenge  $\Delta Q/\Delta t$ . Unter der Voraussetzung, daß alle Ladungen an der Elektrode 2 wieder von der Rotoroberfläche abgenommen werden, ist diese Ladungsmenge identisch mit dem Strom  $I$  [28]:

$$I = q_0 \cdot l \cdot r \cdot \omega \quad (2)$$

Für die an dem Widerstand  $R_L$  abgegebene Leistung  $P$  gilt:

$$P = I^2 \cdot R_L \quad (3)$$

Im Vergleich zu elektromagnetischen Maschinen ist bei den elektrostatischen der Strom und nicht die Spannung die eingeprägte Größe. D.h. der Strom ist bei kleinen Belastungswiderständen nahezu konstant, während die Spannung entsprechend variiert. Aus den Gleichungen erkennt man, daß die Leistung im wesentlichen durch die Baugröße, Drehzahl und Beladungsdichte beeinflusst wird.

## 2.2. Wechselstromgenerator

### 2.2.1. Lineargenerator

Zur Veranschaulichung der Wirkungsweise einer elektrostatischen Wechselstrommaschine wird von folgendem Gedankenmodell ausgegangen (siehe auch [39]):

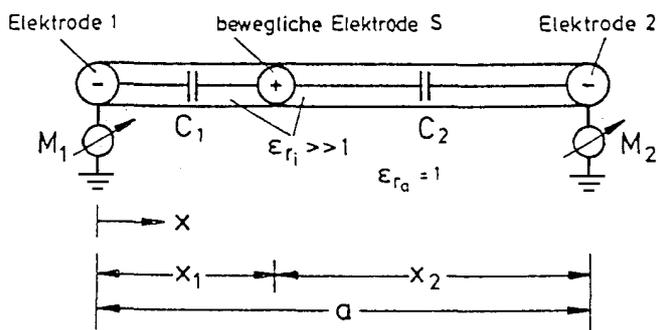


Abb. 2: Anordnung für linear bewegte Ladung

An den Enden eines Kanals mit der Erstreckung  $l$  senkrecht zur Papierebene sind die Elektroden 1 und 2 angebracht, welche über die Strommeßgeräte  $M_1$  und  $M_2$  mit der Erde verbunden sind. Im Kanal befindet sich die bewegliche Elektrode  $S$  mit der Ladung  $Q$ . Die Bereiche zwischen der beweglichen Elektrode und den Elektroden 1 und 2 sollen mit einem Fluid

hoher Dielektrizitätszahl gefüllt sein ( $\epsilon_{ri} \gg 1$ ). Unter der Annahme, daß die Dielektrizitätszahl der Umgebung deutlich niedriger ist ( $\epsilon_{ra} \approx 1$ ), kann die Kapazität der Elektrode S gegenüber der Erde vernachlässigt werden. Die Gegenladungen zur Ladung Q teilen sich demnach folgendermaßen auf die Elektroden 1 und 2 auf:

$$Q_i = -Q \cdot \frac{C_i}{C_1 + C_2} \quad i \in [1;2] \quad (4)$$

Mit A als Querschnittsfläche für den Kanal gilt für die Kapazitäten  $C_1$  bzw.  $C_2$ :

$$C_i = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{x_i} \quad i \in [1;2] \quad (5)$$

Zusammen mit dem Elektrodenabstand  $a = x_1 + x_2$  erhält man somit:

$$\frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{x_2}{a} \quad \text{bzw.} \quad \frac{C_2}{C_1 + C_2} = \frac{x_1}{a} \quad (6)$$

Daraus ergibt sich für die entsprechende Gegenladung:

$$Q_1 = -Q \cdot \frac{x_2}{a} \quad \text{bzw.} \quad Q_2 = -Q \cdot \frac{x_1}{a} \quad (7)$$

Die mit den Strommeßgeräten erfaßbaren Influenzströme  $I_1$  und  $I_2$  müssen bezüglich ihres Betrages gleich sein, da diejenigen Ladungen, welche von der Elektrode 1 abfließen, der Elektrode 2 zufließen. Es gilt daher:

$$I = I_1 = -I_2 \quad (8)$$

Der Influenzstrom berechnet sich aus der zeitlichen Ableitung der Ladungen  $Q_1$  bzw.  $Q_2$ :

$$I = \frac{dQ_1}{dt} = -Q \cdot \frac{d}{dt} \frac{x_2}{a} \quad (9)$$

Setzt man die Bewegungsgeschwindigkeit  $v = -dx_2/dt$  ein, so erhält man eine Beziehung zwischen der mit der Elektrode S bewegten Ladung Q und dem daraus resultierenden Influenzstrom:

$$I = Q \frac{v}{a} \quad \text{mit } v = -\frac{dx_2}{dt} \quad (10)$$

Der auf die Elektrode 1 fließende Influenzstrom ist also bei einer derartigen Anordnung direkt proportional zur Ladung der Elektrode  $S$  und deren Bewegungsgeschwindigkeit. Für die Bewegung einer positiven Ladung  $Q$  in positiver  $x$ -Richtung ist der Influenzstrom ebenfalls positiv. Die jeweilige Position der Elektrode  $S$  im Verhältnis zu den Influenzelektroden ist jedoch ohne Bedeutung. Befinden sich also mehrere Elektroden im Kanal, welche sich mit gleicher Geschwindigkeit und Richtung bewegen, ist für die Berechnung des Influenzstromes die Summe der auf diesen Elektroden sitzenden Ladungen zu wählen.

Da, wie oben schon erwähnt, die Dielektrizitätszahl des Fluides innerhalb des Kanals wesentlich größer als diejenige der Umgebung sein soll, läßt sich auch ein gekrümmter Kanal verwenden, ohne daß sich die oben aufgezeigten Zusammenhänge ändern. Für die  $x$ -Koordinate ist jedoch der von der Elektrode  $S$  zurückgelegte Weg entlang der gekrümmten Längsachse des Kanals bestimmend.

### 2.2.2. Rotierender Wechselstromgenerator

Auf Grundlage der bisher erläuterten theoretischen Zusammenhänge soll nun eine Möglichkeit für den Aufbau eines rotierenden elektrostatischen Wechselstromgenerators gezeigt werden.

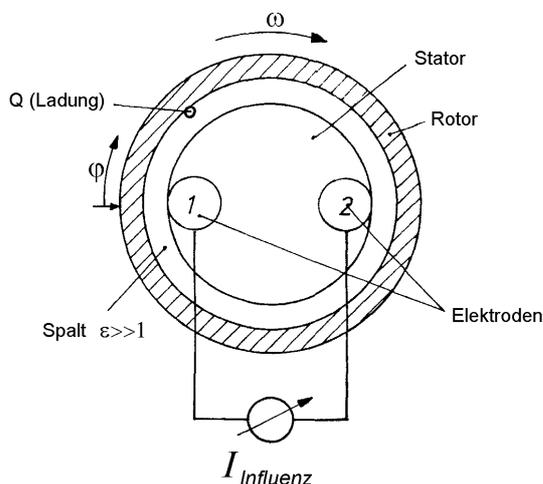


Abb. 3: Aufbau eines elektrostatischen Wechselstromgenerators

Zwischen dem Stator und dem Rotor befindet sich ein schmaler Spalt, welcher entsprechend der oben erwähnten Anordnung mit einem Fluid hoher Dielektrizitätszahl gefüllt ist. Der Stator wie auch der Rotor bestehen aus Isoliermaterial. An dem Stator sind die beiden Elektroden 1 und 2 genau entgegengesetzt angeordnet. Die Elektroden sind über ein Strommeßgerät miteinander verbunden. Auf der Innenseite des Rotors befindet sich eine Ladung  $Q$ , welche sich zusammen mit dem Rotor mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um den Stator bewegt.

Aufgrund der bisherigen Überlegungen kann man nun annehmen, daß sich bei konstanter Drehzahl ein konstanter Influenzstrom zwischen den beiden Elektroden einstellt, solange sich der Drehwinkel zwischen 0 und 180 Grad bewegt. Im Bereich von 180 bis 360 Grad erhält man einen gleich großen Influenzstrom mit umgekehrtem Vorzeichen. Es entsteht also ein rechteckförmiger Influenzstrom mit der Frequenz  $2 \cdot \omega \cdot \pi$ . Die Querschnittsfläche der Elektroden wird dabei vernachlässigt, d.h. die Elektroden sind Linien senkrecht zur Papierebene.

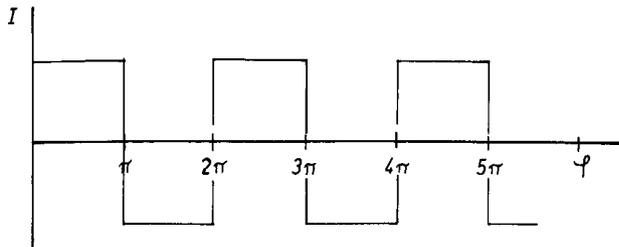


Abb. 4: Influenzstrom aufgrund einer kreisenden Einzelladung

Befinden sich mehrere auf dem Umfang verteilte Ladungen, so erhält man den Influenzstrom aus der Summe dieser Ladungen. Dabei ist zu beachten, daß die Ladungen auf dem unteren Halbbogen mit umgedrehtem Vorzeichen berücksichtigt werden müssen.

Neben der Möglichkeit zur Erzeugung von Rechteckschwingungen können auch, je nach Ladungsverteilung auf dem Rotor, andere Stromfunktionen erzeugt werden [10].

### 3. Influenzstrom bei sinusförmigem Ladungsbelag

#### 3.1. Modell für linienförmige Elektroden

Für die weiteren Überlegungen wird nun anstelle einer Einzelladung ein kontinuierlicher Ladungsbelag auf der Oberfläche des Rotors angenommen (siehe auch [13]).

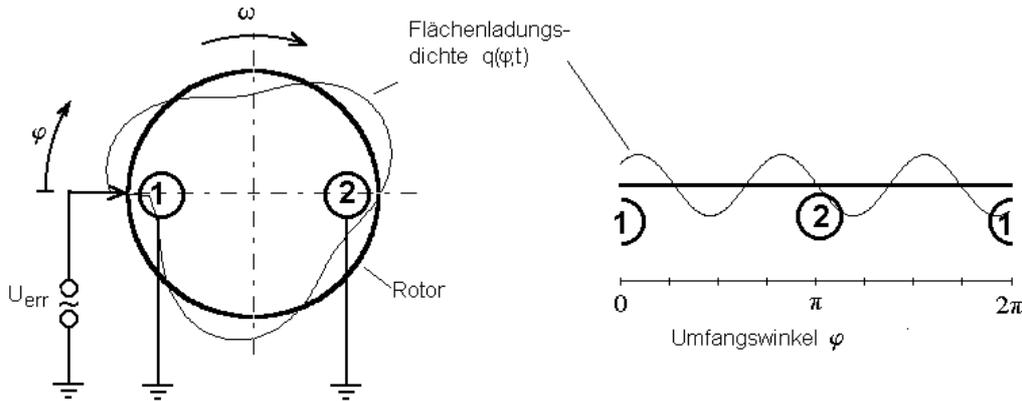


Abb. 5: Elektrostatischer Wechselstromgenerator mit linienförmigen Elektroden (1 und 2) (incl. Abwicklung)

Aufgrund einer sinusförmigen Erregerspannung gilt an der Stelle  $\varphi = 0$  (raumfestes Koordinatensystem) folgende Bedingung:

$$Q(\varphi=0,t) = Q_0 \sin(\Omega t) \quad (11)$$

Unter Berücksichtigung der Rotoroberfläche  $A$  erhält man die Flächenladungsdichte  $q(\varphi,t)$ . Diese wird im weiteren Verlauf als Ladungsdichte des Rotors bezeichnet:

$$q = \frac{Q}{A} \quad (12)$$

$$q(\varphi=0,t) = q_0 \sin(\Omega t) \quad (13)$$

Der Rotor besteht aus elektrisch isolierendem Material. Die Ladungen können sich also nicht entlang der Rotoroberfläche bewegen. Dreht sich der Rotor mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , so bewegt sich die Ladungswelle mit der Phasengeschwindigkeit  $r \cdot \omega$  mit. Im raumfesten Koordinatensystem gilt demnach entlang des Rotorumfangs die allgemeine Wellengleichung. Die Ladungsdichte für einen beliebigen Winkel  $\varphi$  zum Zeitpunkt  $t$  lautet:

$$q(\varphi;t) = q_0 \cdot \sin\left[\Omega\left(t - \frac{\varphi}{\omega}\right)\right] \quad (14)$$

Für den Wertebereich von  $\varphi$  gilt:  $\varphi \in [0; 2\pi[$ . Am Punkt  $\varphi = 0$  tritt in der Regel eine Unstetigkeitsstelle auf, d.h. es gilt vereinfacht ausgedrückt:  $q(0;t) \neq q(2\pi;t)$ . Durch die Erregerstromquelle findet ein Ladungsaustausch statt, so daß die Bedingung aus Gleichung 13 wiederhergestellt ist.

Aufgrund der Überlegungen aus Kapitel 2 ergibt sich aus Gleichung 10 nachfolgender Ausdruck zur Influenzstromberechnung. Eine ausführliche mathematische Herleitung der Influenzstromberechnung ist im Anhang aufgeführt.

$$I_{\text{infl}} = Q_{\text{oben}} \cdot \frac{v}{a} - Q_{\text{unten}} \cdot \frac{v}{a} \quad (15)$$

Der Faktor  $Q_{\text{oben}}$  stellt die Summe der Ladungen zwischen den Elektroden 1 und 2 auf dem oberen Halbbogen des Rotors dar; der Faktor  $Q_{\text{unten}}$  die Ladungssumme für den unteren Halbbogen. Ersetzt man die lineare Geschwindigkeit  $v$  durch die Umfangsgeschwindigkeit  $r \cdot \omega$  und den Elektrodenabstand  $a$  durch die Bogenlänge  $r \cdot \pi$  ergibt sich:

$$I_{\text{infl}} = \frac{\omega}{\pi} (Q_{\text{oben}} - Q_{\text{unten}}) \quad (16)$$

Unter der Annahme, daß der Elektrodenquerschnitt beliebig klein ist (= linienförmige Elektroden) erhält man die Faktoren  $Q_{\text{oben}}$  und  $Q_{\text{unten}}$  aus dem Ladungsintegral  $\int q dA$  mit den Integrationsgrenzen 0 und  $\pi$  für  $Q_{\text{oben}}$  bzw.  $\pi$  und  $2\pi$  für  $Q_{\text{unten}}$ .

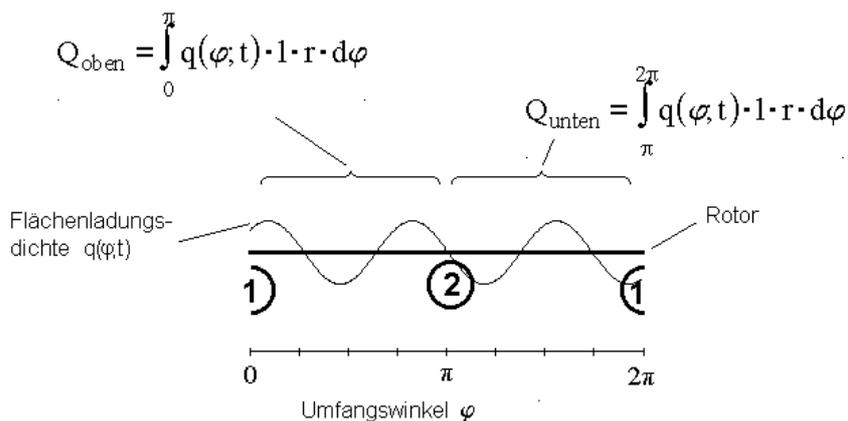


Abb. 6: Darstellung der Integrationsgrenzen zur Influenzstromberechnung (Abwicklung gem. Abbildung 5)

Mit der sinusförmigen Ladungsverteilung  $q(\varphi;t)$  (Gl. 14) sowie den Größen  $l$  für die Länge und  $r$  für den Radius des Rotors lauten die Formeln für die Ladungen des oberen und des unteren Halbbogens:

$$\begin{aligned}
Q_{\text{oben}} &= 1 \cdot r \cdot q_0 \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi}{\omega} \right) \right] d\varphi = \\
&= 1 \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) \right] + \cos(\Omega t) \left[ \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) - 1 \right] \right\}
\end{aligned} \tag{17}$$

$$Q_{\text{unten}} = 1 \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} 2\pi \right) - \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) \right] + \cos(\Omega t) \left[ \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} 2\pi \right) - \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) \right] \right\} \tag{18}$$

Damit ergibt sich aus Gleichung 16 für den Influenzstrom:

$$I_{\text{infl}} = 1 \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega^2}{\Omega \pi} \left\{ \sin(\Omega t) \underbrace{\left[ 2 \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) - \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} 2\pi \right) \right]}_{=A_1} + \cos(\Omega t) \underbrace{\left[ 2 \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) - \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} 2\pi \right) - 1 \right]}_{=A_2} \right\} \tag{19}$$

Diese Formel läßt sich auch in folgender Form darstellen:

$$I_{\text{infl}} = 1 \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega^2}{\pi \Omega} \cdot A_0 \cdot \sin(\Omega t + \delta) \tag{20}$$

Die beiden neuen Variablen  $A_0$  und  $\delta$  erhält man mit den Faktoren  $A_1$  und  $A_2$  aus Gleichung 19 über folgende Beziehungen:

$$A_0 = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \tag{21}$$

$$\tan \delta = \frac{A_2}{A_1} \tag{22}$$

$$\text{mit: } A_1 = 2 \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) - \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} 2\pi \right) \tag{23}$$

$$A_2 = 2 \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) - \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} 2\pi \right) - 1 \tag{24}$$

Wie man aus Gleichung 20 erkennen kann, ist der Influenzstrom bei sinusförmigem Ladungsbelag wiederum sinusförmig. Die Amplitude ist u. a. von dem Faktor  $A_0$  abhängig. In der folgenden Abbildung ist  $A_0$  als Funktion von der Drehzahl  $n = \omega \cdot 60 / (2\pi)$  dargestellt:

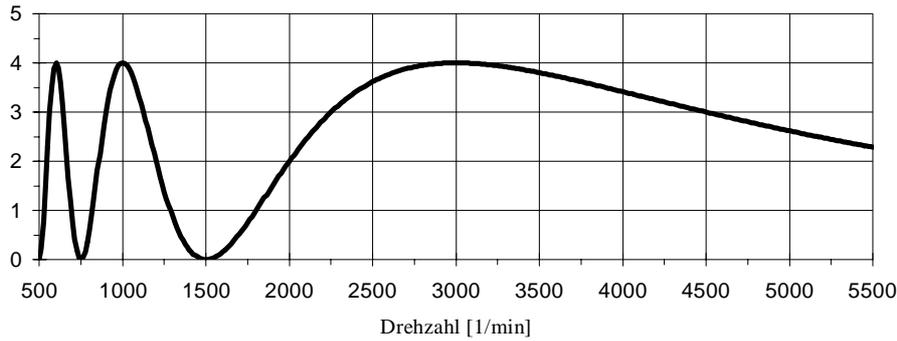


Abb. 7:  $A_0$  als Funktion der Drehzahl ( $n \sim \omega$ ). ( $\Omega = 50$  Hz)

Der Faktor  $A_0$  wechselt zwischen den Werten 0 und 4. Für die Lage der Nullstellen gilt:

$$\omega = \frac{1}{2 \cdot x_n} \Omega \quad x_n = 1; 2; 3 \dots \quad (25)$$

Die Stromfrequenz ist an diesen Stellen ein geradzahlig ganzes Vielfaches der Drehzahl. Das bedeutet, die Ladungsverteilung auf dem Rotor entspricht einer geradzahlig Anzahl vollständiger Sinuswellen. Sowohl auf dem oberen wie auch auf dem unteren Halbbogen befindet sich ein Vielfaches einer Ladungswelle. Auf beiden Halbbögen ist das jeweilige Ladungsintegral und damit auch der Influenzstrom gleich Null.

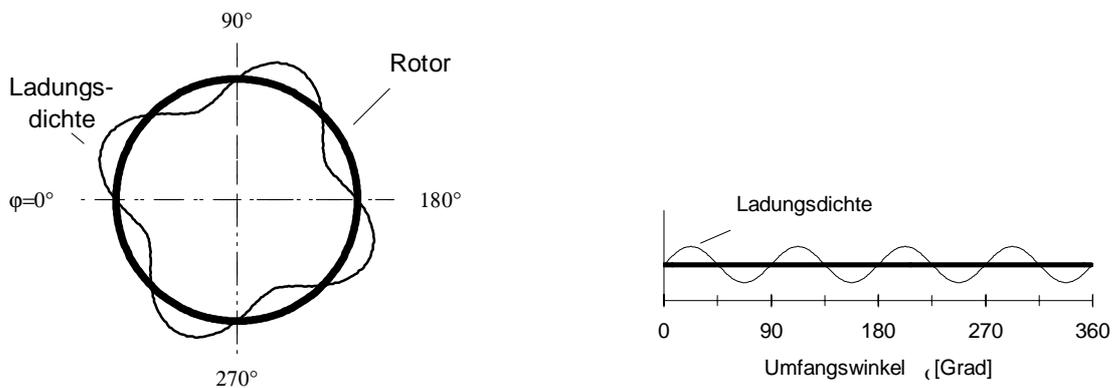


Abb. 8: Ladungsverteilung für  $x_n = 2$  mit Abwicklung ( $\Omega = 50$  Hz)

Für die nachfolgende und alle weiteren Darstellungen des Influenzstromes wird dieser auf die Länge  $l$ , den Durchmesser  $r$  des Rotors sowie auf die maximale Ladungsdichte  $q_0$  normiert. Es gilt:

$$I_{\text{norm}} = \frac{I}{l \cdot r \cdot q_0} \quad (26)$$

Die Einheit lautet:

$$[I_{\text{norm}}] = \left[ \frac{I}{l \cdot r \cdot q_0} \right] = \frac{A}{m \cdot m \cdot \frac{A \cdot s}{m^2}} = \frac{1}{s} \quad (27)$$

Ein Blick auf die eingangs erwähnten Gleichstrommaschinen zeigt, daß der normierte Strom für diese Maschinen gleich der Kreisfrequenz  $\omega$  ist (siehe Gleichung 2). Die Drehzahlabhängigkeit der hier untersuchten Wechselstromgeneratoren ist hingegen nicht linear. Der normierte Influenzstrom gemäß Gleichung 20 zeigt folgenden Verlauf:

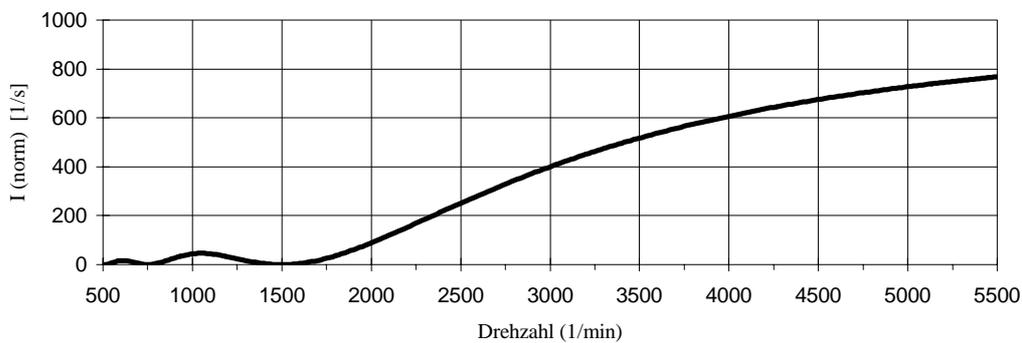


Abb. 9: Normierter Influenzstrom als Funktion von  $n$  ( $\Omega = 50$  Hz)

Es wird deutlich, daß der Influenzstrom im Gegensatz zu  $A_0$  bei hohen Drehzahlen nicht gegen Null geht, sondern einem Maximalwert zustrebt. Hohe Drehzahlen sind für eine konkrete Maschine jedoch ohne Belang, da durch die notwendige Verwendung flüssiger Dielektrika die Reibungsverluste überproportional ansteigen und damit der Gesamtwirkungsgrad gegen Null geht.

Aus den bisherigen Ergebnissen läßt sich festhalten, daß sich elektrostatische Generatoren im Wechselstrombetrieb völlig anders als im Gleichstrombetrieb verhalten. Neben der Drehzahl und der Erregerfrequenz sind, wie in den folgenden Kapiteln gezeigt wird, auch die Anordnung und die Geometrie der Elektroden für die Stärke des Influenzstromes entscheidend.

### 3.2. Erweitertes Modell für beliebige Influenzelektroden

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde vorausgesetzt, daß sich die Influenzelektroden an den Punkten  $\varphi = 0$  bzw.  $180$  Grad befinden. Ihre räumliche Ausdehnung in der Querschnittsebene wurde dabei vernachlässigt (= linienförmige Elektroden). Deshalb soll nun von zylind-

derschalenförmigen Elektroden mit einem Öffnungswinkel von  $2 \cdot \Delta$  ausgegangen werden. Der Winkel zwischen den beiden Mittelachsen der Elektroden sei  $\beta$ .

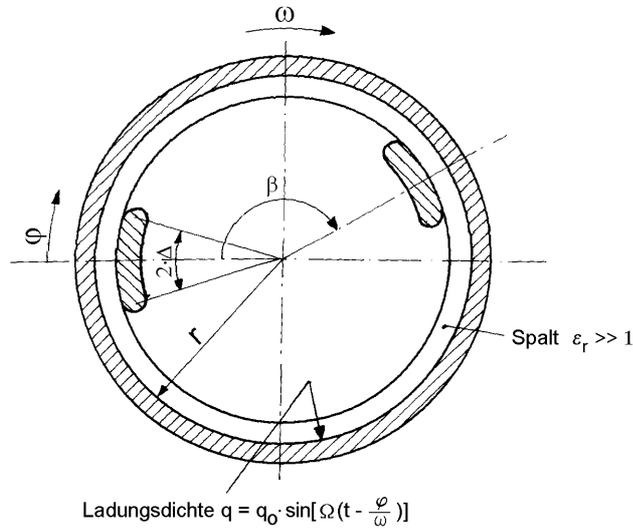


Abb. 10: Modell für zylinderschalenförmige Elektroden

Die Berechnung des Influenzstromes erfolgt sinngemäß ebenfalls mit Gleichung 15. Für die Ermittlung der Ladungsintegrale der beiden Halbbögen darf nur der Anteil des Ladungsbelages berücksichtigt werden, welcher sich in dem Bereich zwischen den Elektroden befindet. Die Integrationsgrenzen sind deshalb nicht 0 und  $\pi$  bzw.  $\pi$  und  $2\pi$  sondern  $\Delta$  und  $\beta - \Delta$  bzw.  $\beta + \Delta$  und  $2\pi - \Delta$ . Darüber hinaus ist die unterschiedliche Bogenlänge der beiden Halbbögen zu beachten. Die Formel für den Influenzstrom erhält damit folgende Form (Herleitung: siehe Anhang):

$$I_{\text{infl}} = l \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega^2}{\Omega} \cdot B_0 \cdot \sin(\Omega t + \delta) \quad (28)$$

Hierbei entspricht der Faktor  $B_0$  dem vorher eingeführten  $A_0$ . Es gilt wiederum:

$$B_0 = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \quad (29)$$

$$\tan(\delta) = \frac{B_2}{B_1} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \text{mit: } B_1 = & \left( \frac{1}{\beta - 2\Delta} \right) \cdot \left\{ \sin \left[ \frac{\Omega}{\omega} (\beta - \Delta) \right] - \sin \left[ \frac{\Omega}{\omega} \Delta \right] \right\} + \\ & + \left( \frac{1}{\beta + 2\Delta - 2\pi} \right) \cdot \left\{ \sin \left[ \frac{\Omega}{\omega} (2\pi - \Delta) \right] - \sin \left[ \frac{\Omega}{\omega} (\beta + \Delta) \right] \right\} \end{aligned} \quad (31)$$

$$B_2 = \left( \frac{1}{\beta - 2\Delta} \right) \left\{ \cos \left[ \frac{\Omega}{\omega} (\beta - \Delta) \right] - \cos \left[ \frac{\Omega}{\omega} \Delta \right] \right\} + \left( \frac{1}{\beta + 2\Delta - 2\pi} \right) \left\{ \cos \left[ \frac{\Omega}{\omega} (2\pi - \Delta) \right] - \cos \left[ \frac{\Omega}{\omega} (\beta + \Delta) \right] \right\} \quad (32)$$

Durch die Variation der Parameter  $\beta$  und  $\Delta$  soll nun ihr Einfluß auf den Influenzstrom untersucht werden. Bei der Variation der Elektrodenlänge (=  $\Delta$ ) bleibt  $\beta$  gleich  $180^\circ$ , d.h. die beiden Elektroden befinden sich genau gegenüber. Die folgenden Graphen zeigen den normierten Influenzstrom in unterschiedlichen Drehzahlbereichen für verschiedene Werte von  $\Delta$ . Dabei ist  $\Delta = 0^\circ$  gleichbedeutend mit linienförmigen Elektroden.  $\Delta = 90^\circ$  hingegen heißt, daß der Elektrodenabstand gegen Null geht.

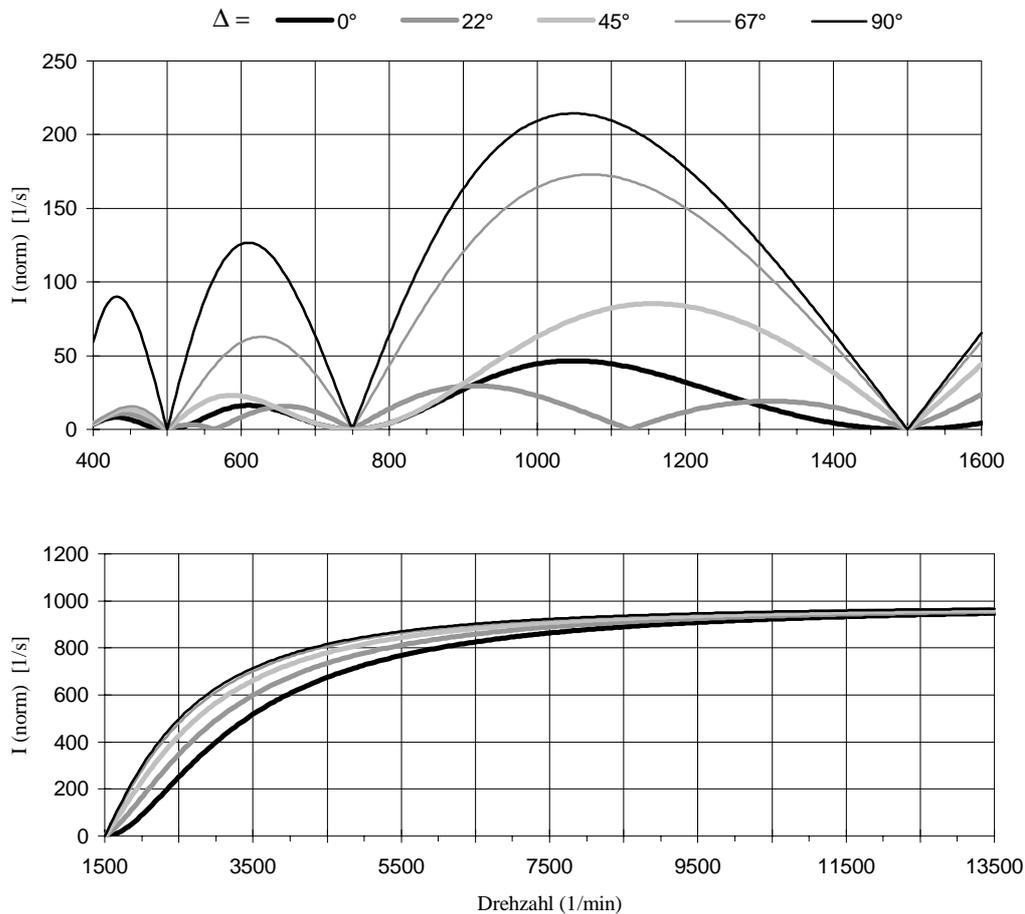


Abb. 11 a, b: Influenzstrom für verschiedene Elektrodenlängen (Angaben für  $\Delta$  in  $^\circ$ ) ( $\Omega = 50$  Hz)

Der Influenzstrom zeigt gerade bei niedrigen Drehzahlen deutliche Unterschiede für verschiedene Elektrodenlängen. Jenseits von  $1500 \text{ min}^{-1}$  streben alle Kurven einem gemeinsa-

men Grenzwert zu, dessen Berechnung im Anhang kurz skizziert wird. Augenfällig ist, daß die Kurve für  $\Delta = 90^\circ$  (Elektrodenabstand  $a \rightarrow 0$ ) im gesamten Drehzahlbereich die höchsten Werte erreicht. Dies wird exemplarisch für  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$  durch folgende Abbildung nochmals verdeutlicht:

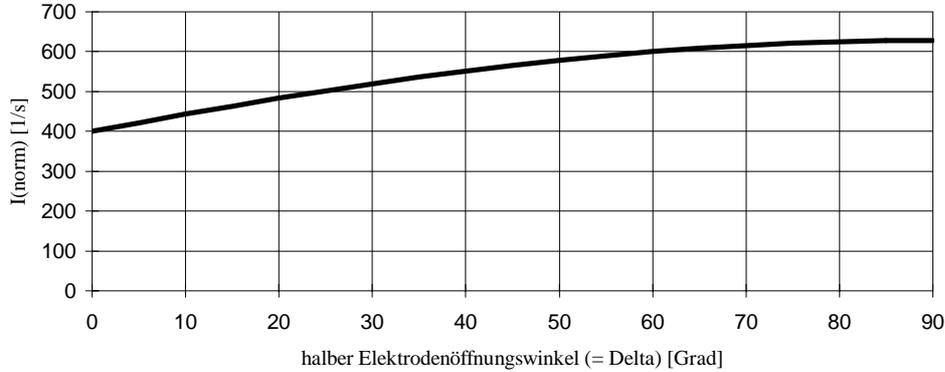


Abb. 12: Normierter Influenzstrom in Abhängigkeit von  $\Delta$  für  $n = 3000 \text{ min}^{-1}$

Für das Auftreten der Nullstellen in Abbildung 11 gibt es zwei unterschiedliche Ursachen. Zum einen wird der Influenzstrom immer dann gleich Null, wenn das Ladungsintegral zwischen den Elektroden gleich Null wird. Es muß also gelten, daß der Elektrodenabstand (Bogenlänge  $a = \pi - \Delta$ ) ein Vielfaches der Wellenlänge ( $\lambda = 2\pi \cdot r \cdot \omega / \Omega$ ) der Ladungswelle ist. Daraus folgt im Fall  $\beta = \pi$ :

$$\omega_1(I_{\text{infl}} = 0) = \frac{\Omega}{x_n} \left( \frac{1}{2} - \frac{\Delta}{\pi} \right) \quad x_n = 1; 2; 3, \dots \quad (33)$$

Desweiteren ergeben sich Nullstellen, wenn die Ladungsintegrale zwischen den beiden Elektrodenspalten gleich groß sind und sich die beiden Teilströme deshalb aufheben. Bei einer symmetrischen Elektrodenanordnung ( $\beta = \pi$ ) muß daher gelten:  $q(\varphi; t) = q(\varphi + \pi; t)$ , wobei die Elektrodengröße ohne Belang ist. Die Drehzahlen, bei welchen diese Bedingung erfüllt ist, sind identisch mit denjenigen, bei welchen die Funktion  $A_0$  gleich Null wird (siehe auch Gleichung 21 und 25).

$$\omega_2(I_{\text{infl}} = 0) = \frac{\Omega}{2 \cdot x_n} \quad x_n = 1; 2; 3, \dots \quad (34)$$

Zur Verdeutlichung dieser Zusammenhänge dient folgende Abbildung, welche die Abwicklung der Ladungswelle bei einer Drehzahl von  $1500 \text{ min}^{-1}$  in Verbindung mit zwei unterschiedlichen Elektrodengeometrien ( $\Delta = 0^\circ$  bzw  $45^\circ$ ) zeigt:

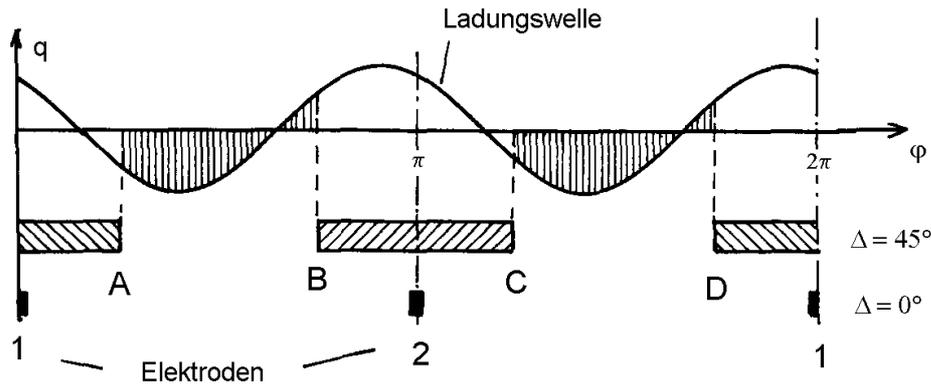


Abb. 13: Abwicklung der Ladungswelle und der Elektroden ( $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ )

Die gewählte Drehzahl von  $1500 \text{ min}^{-1}$  entspricht genau der Hälfte der Erregerfrequenz von 50 Hz. Es befinden sich also immer zwei vollständige Ladungswellen auf dem Rotor. Für den Fall  $\Delta = 45^\circ$  befinden sich die für die Erzeugung des Influenzstromes entscheidenden Anteile der Ladungswelle zwischen den Punkten A und B bzw. C und D. Das Ladungsintegral ist für beide Spalte gleich groß, wie auch unter Beachtung der Vorzeichen an der gestreiften Fläche zu erkennen ist. Durch die Eigenschaften der Sinusfunktion gilt das für jeden beliebigen Zeitpunkt  $t$ . Während sich die Ladungswelle im Bereich A - B von der Elektrode 1 zur Elektrode 2 bewegt, ist dies im Bereich C - D genau umgedreht. Daher heben sich die beiden Teilströme genau auf, weshalb der meßbare Influenzstrom gleich Null wird ( $\Rightarrow$  Gl. 34). Etwas anders verhält es sich bei linienförmigen Elektroden ( $\Delta = 0^\circ$ ). Für die Ladungsintegrale sind nun nicht mehr die Bereiche A-B und C-D, sondern die gesamten Halbbögen zwischen 0 und  $\pi$  bzw.  $\pi$  und  $2\pi$  zu berücksichtigen. Die Ladungsintegrale und somit auch der Influenzstrom sind jeweils gleich Null, da in beiden Bereichen eine komplette Ladungswelle liegt ( $\Rightarrow$  Gl. 33).

Prinzipiell lassen sich die geschilderten Entstehungsmechanismen der Nullstellen auch auf unsymmetrische Anordnungen ( $\beta \neq 180^\circ$ ) anwenden. In diesen Fällen sind die Bogenlängen der beiden Spalte unterschiedlich groß. Deshalb müssen hier die Influenzströme der beiden Spalte gesondert betrachtet werden. Daher können nun auch Minima beim Influenzstrom auftreten, welche keine Nullstellen sind. Dies wird auch in den folgenden Abbildungen deutlich.

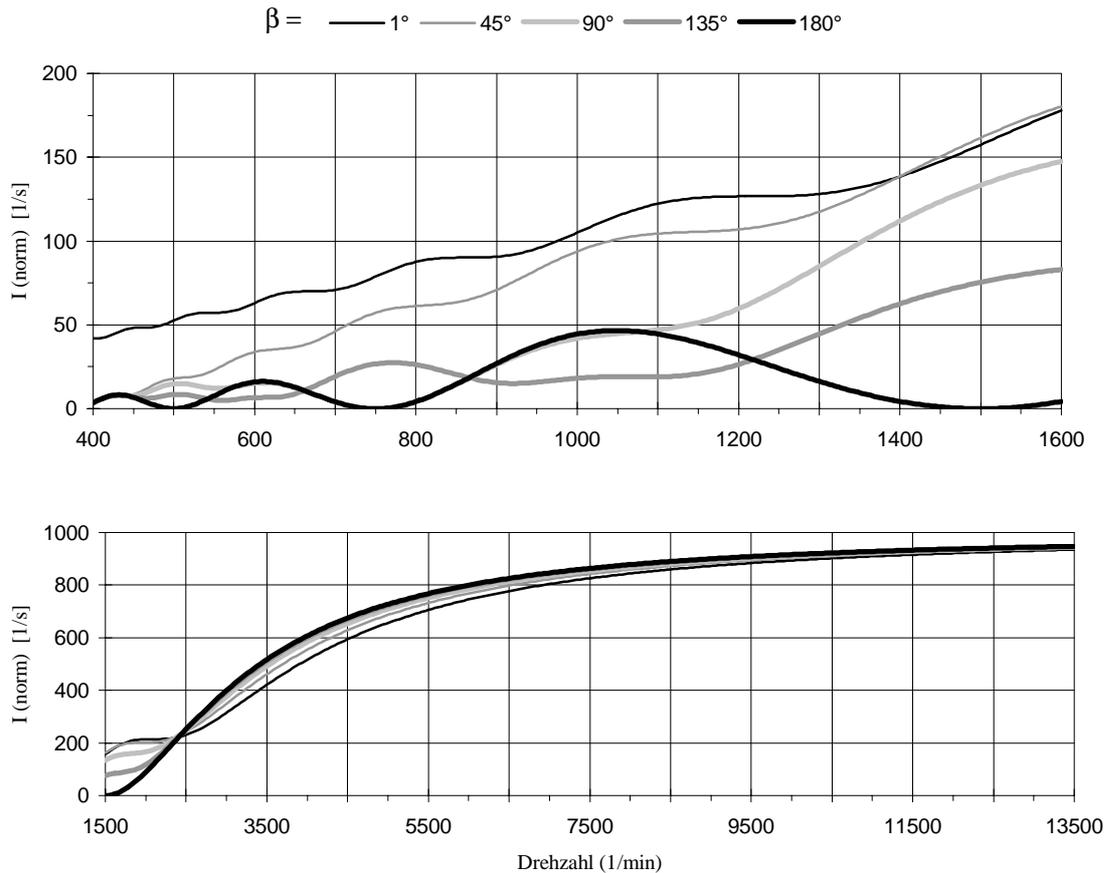


Abb. 14: Influenzstrom für verschiedene Elektrodenanordnungen (Angaben für  $\beta$  in  $^\circ$ )  
(linienförmige Elektroden:  $\Delta = 0^\circ$ ) ( $\Omega = 50$  Hz)

Bemerkenswert ist, daß auch hier die größten Influenzströme auftreten, wenn ein Elektroden-spalt sehr klein ist ( $\beta = 1^\circ$ ). Dies gilt zumindest für Drehzahlen kleiner als ca.  $2000 \text{ min}^{-1}$ . Das Verhalten bei größeren Drehzahlen ist für alle Werte von  $\beta$  nahezu gleich.

Aufgrund der bisherigen Untersuchungen läßt sich festhalten, daß im Hinblick auf einen maximalen Strom unter Vernachlässigung von Spannungs- und Leistungsaspekten möglichst geringe Abstände zwischen den Elektroden anzustreben sind. Dieses Ziel kann prinzipiell auch durch hohe Drehzahlen ( $n > 3000 \text{ min}^{-1}$ ) erreicht werden. Wie oben schon dargelegt wurde, steigen jedoch durch die Verwendung flüssiger Dielektrika die hydrodynamischen Verluste überproportional an, wodurch der Gesamtwirkungsgrad entsprechend sinkt. Bei kleineren Drehzahlen kann man in gewissen Grenzen den Generator durch unterschiedliche Elektrodengeometrien auf unterschiedliche Drehzahlen hin optimieren. Mit Hilfe beweglicher Elektroden ( $\beta$  variabel) läßt sich der nutzbare Drehzahlbereich erheblich erweitern [13]. Auf diese Weise besteht die Möglichkeit, auf eine aufwendige Drehzahlregulierung zu verzichten, was gerade bei der Ausnutzung natürlicher Energiequellen durch Windräder oder Wasserturbinen sehr vorteilhaft ist [24; 25; 34].

### 3.3. Influenzstrom bei kleinen Elektrodenabständen

Die bisherigen Untersuchungen des Influenzstromes in Abhängigkeit der Elektroden- und Spaltgrößen zeigen deutlich, daß kleine Abstände zwischen den Influenzelektroden ( $\Delta \rightarrow 90^\circ$  bzw.  $\beta \rightarrow 0^\circ$ ) in den meisten Fällen zu größeren Influenzströmen führen. Das läßt sich mit Hilfe der folgenden Abbildung auch anschaulich erklären:

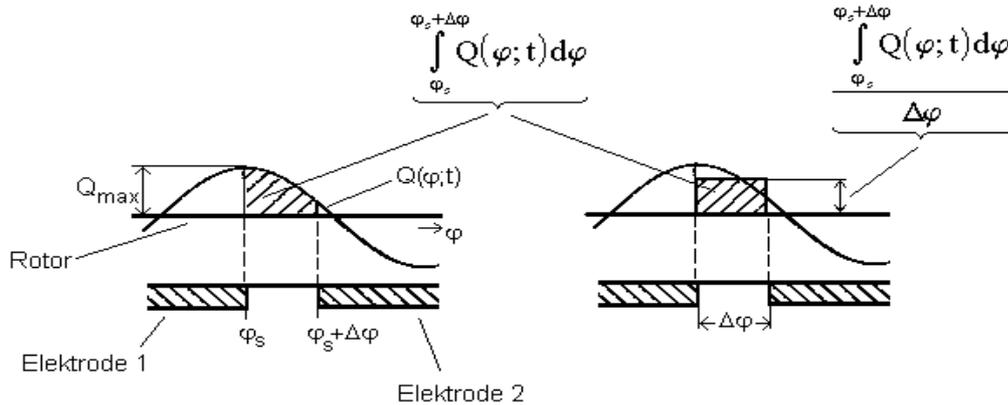


Abb. 15: Darstellung zur Berechnung des Influenzstromes für kleine Elektrodenabstände

Auf dem Rotor befindet sich die sinusförmige Ladungsverteilung  $Q(t, \varphi)$ . Die maximale Ladung  $Q_{\max}$  tritt bei dem betrachteten Zeitpunkt an der Stelle  $\varphi_s$  auf. Der für die Erzeugung des Influenzstromes entscheidende Spalt zwischen den Elektroden 1 und 2 beginnt an der Stelle  $\varphi_s$  und hat die Breite  $\Delta\varphi$  (= Elektrodenabstand). Damit berechnet sich der Influenzstrom folgendermaßen:

$$I_{\text{Spalt}} = \frac{\int_{\varphi_s}^{\varphi_s + \Delta\varphi} Q(t; \varphi) d\varphi}{\Delta\varphi} \omega \quad (35)$$

Das Ladungsintegral ist gleich der schraffierten Fläche unterhalb der Kurve (Abb. 15). Der Quotient aus dem Ladungsintegral und  $\Delta\varphi$  entspricht der Höhe eines flächengleichen Rechteckes mit der Basislänge  $\Delta\varphi$ . Die maximale Höhe (=  $Q_{\text{Max}}$ ) erhält man für  $\Delta\varphi \rightarrow 0$ . Damit wird auch der Influenzstrom maximal. Für diesen Fall lassen sich die Formeln zur Berechnung des Influenzstromes wesentlich vereinfachen. Nach einigen mathematischen Umformungen (siehe Anhang) ergibt sich folgende Gleichung für den Influenzstrom innerhalb eines Elektrodenspaltes:

$$I_{\text{Spalt}} = l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi_s}{\omega} \right) \right] \quad (36)$$

Dabei bezeichnet der Winkel  $\varphi_s$  die Stelle, an welcher sich der Spalt zwischen den Elektroden befindet. Für einen Generator sind mindestens zwei Elektroden und damit auch mindestens zwei Spalte an den Stellen  $\varphi_{s1}$  und  $\varphi_{s2}$  notwendig. Eine derartige Maschine mit geringen Elektrodenabständen wird im folgenden als Spaltmaschine bezeichnet.

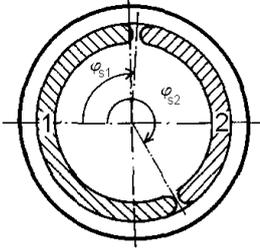


Abb. 16: Veranschaulichung der Größen  $\varphi_{s1}$  und  $\varphi_{s2}$  einer einpoligen Spaltmaschine

Der Influenzstrom für die Elektrode 1 berechnet sich in Übereinstimmung mit den bisherigen Überlegungen aus der Differenz der beiden Spaltströme (siehe Anhang).

$$\begin{aligned}
 I_{\text{inf}1} &= 1 \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \left\{ \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi_{s1}}{\omega} \right) \right] - \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi_{s2}}{\omega} \right) \right] \right\} = \\
 &= 2 \cdot 1 \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin \left[ \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_{s2} - \varphi_{s1}) \right] \cdot \sin \left[ \Omega \left[ t - \left( \frac{\varphi_{s2} + \varphi_{s1}}{2\omega} - \frac{\pi}{2\Omega} \right) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{37}$$

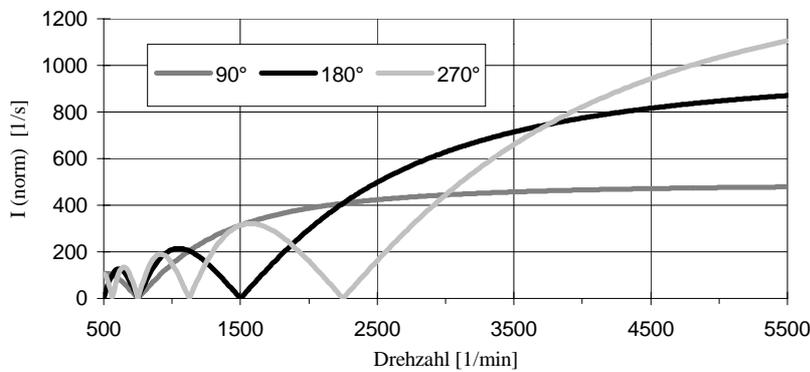


Abb. 17: Amplitude des Influenzstromes in Abhängigkeit von der Drehzahl für einpolige Spaltmaschinen mit verschiedenen Werten von  $(\varphi_{s2} - \varphi_{s1}) \in [90^\circ; 180^\circ; 270^\circ]$

Hier ergibt sich ebenfalls in Abhängigkeit von der Winkeldifferenz  $\varphi_{s2} - \varphi_{s1}$  ein Grenzwert für  $\omega \rightarrow \infty$ :

$$I_{\text{inf}1}(\omega \rightarrow \infty) = 1 \cdot r \cdot q_0 \cdot (\varphi_{s2} - \varphi_{s1}) \cdot \Omega \cdot \sin \left[ \Omega \left( t + \frac{\pi}{2\Omega} \right) \right] \tag{38}$$

Setzt man für die Differenz  $\varphi_{s2} - \varphi_{s1}$  den Wert  $2\pi$  ein, erhält man den gleichen Wert, wie für den Erregerstrom, dessen Berechnung im nachfolgenden Kapitel gezeigt wird.

## 4. Berechnung des Erregerstromes

Im folgenden Kapitel soll ausschließlich der aufgrund der Rotordrehung verursachte Erregerstrom  $I_{err}$  betrachtet werden. Der durch die Ladekapazität bedingte kapazitive Strom bleibt dabei unberücksichtigt. Unter der Ladekapazität ist diejenige Kapazität zu verstehen, welche zwischen der Kontaktstelle der Erregerstromquelle auf der Rotoroberfläche und der gegenüberliegenden Influenzelektrode (Elektrode 1) existiert. Da die Kontaktstelle auf der Rotoroberfläche relativ klein ist, kann die Ladekapazität vernachlässigt werden.

Die Berechnung von  $I_{err}$  erfolgt mit der ersten Kirchhoffschen Regel:

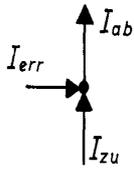


Abb. 18: Knotendarstellung der Stelle  $\varphi = 0$  bzw.  $2\pi$

$$I_{err} = I_{ab} - I_{zu} \quad (39)$$

Dabei sind die Stöme  $I_{ab}$  und  $I_{zu}$  die vom Rotor abgeführten bzw. dem Rotor zugeführten Ladungsmengen. Diese sind über die von der Strömungsmechanik bekannten Ansätze zur Berechnung von Massenströmen folgendermaßen zu bestimmen [45]:

$$I_{zu} = q(\varphi=2\pi, t) \cdot l \cdot r \cdot \omega \quad (40)$$

$$I_{ab} = q(\varphi=0, t) \cdot l \cdot r \cdot \omega \quad (41)$$

$$I_{err} = 2 \cdot l \cdot r \cdot \omega \cdot q_0 \cdot \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \pi\right) \cdot \sin\left(\Omega t - \pi\left(\frac{\Omega}{\omega} - \frac{1}{2}\right)\right) \quad (42)$$

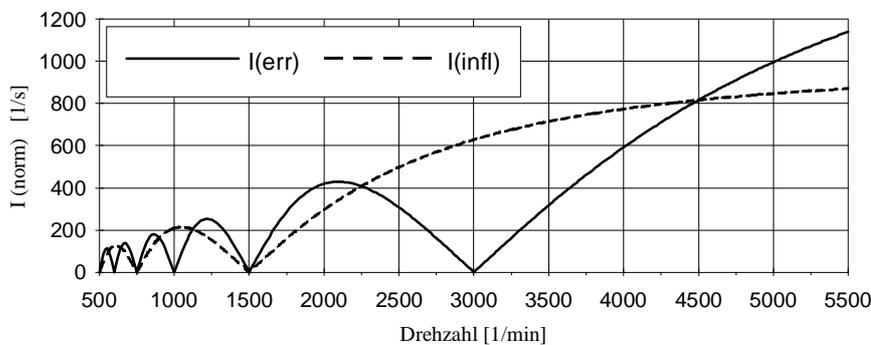


Abb. 19: Amplitude des normierten Erregerstromes in Abhängigkeit von der Drehzahl (incl. Influenzstrom einer einpoligen Spaltmaschine mit  $\varphi_{s1} - \varphi_{s2} = 180^\circ$ )

Die Amplitude des Erregerstromes weist ebenso wie der Influenzstrom Maxima und Minima auf. Die Lage der Nullstellen wird durch den Faktor  $\sin((\Omega/\omega)\pi)$  in der Gleichung 42 festgelegt. Die Nullstellen treten auf, wenn die Frequenz der Erregerspannung ein Vielfaches der Drehfrequenz des Rotors ist. Die Geometrie der Influenzelektroden ist dabei unerheblich. Die Ladungsverteilung auf dem Rotor entspricht bei diesen Drehzahlen einer oder mehrerer vollständiger Sinuswellen. Die Ladung an der Stelle  $\varphi = 2\pi$  hat deshalb den gleichen Wert wie an der Stelle  $\varphi = 0$ . Um den Ladungsbelag auf dem Rotor zu erhalten, müssen also nur die im Verlauf einer Umdrehung entstehenden Ladungsverluste ausgeglichen werden. Falls die Leitfähigkeit des Dielektrikums gleich Null ist, tritt bei diesen Drehzahlen kein Erregerstrom auf. Der Influenzstrom kann im Gegensatz sogar relative Maximalwerte erreichen (z.B.  $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ ). Im Hinblick auf die Vermeidung von Erregerstromverlusten sind daher diese Drehzahlen bei einer elektrostatischen Maschine von besonderem Interesse.

Die maximale Amplitude des Erregerstromes strebt für hohe Drehzahlen ebenfalls einem maximalen Grenzwert zu.

$$I_{\text{err}}(\omega \rightarrow \infty) = 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \Omega \cdot \pi \cdot \sin\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (43)$$

Wird dieser Ausdruck durch die Ladungsdichte  $q_0$  und die Variablen  $l$  und  $r$  dividiert, erhält man bei einer Erregerfrequenz von 50 Hz für die maximale Amplitude des normierten Erregerstromes den Wert  $1,97 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ :

$$\text{Norm } I_{\text{err}}(\omega \rightarrow \infty) = 2 \cdot \Omega \cdot \pi \cdot \sin\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (44)$$

$$\text{Norm } I_{\text{err}}(\omega \rightarrow \infty) = 1,97 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{s}} \cdot \sin\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{für } \Omega = 50 \text{ Hz}) \quad (45)$$

Im vorhergehenden Kapitel wurde schon erwähnt, daß der Erregerstrom identisch ist mit dem Influenzstrom einer einpoligen Spaltmaschine unter der Voraussetzung:  $\varphi_{s1} - \varphi_{s2} = 2\pi$ . Da bei dieser Konfiguration für  $\omega \rightarrow \infty$  auch die höchsten Influenzströme erzielt werden, stellt der Wert  $1,97 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$  ebenso das absolute Maximum für den normierten Influenzstrom dar ( $\Omega = 50 \text{ Hz}$ ).

Im stationären Betrieb findet aufgrund der Umladung der Rotoroberfläche ein periodischer Ladungsaustausch zwischen der Erregerstromquelle und dem Rotor statt. Solange keine Ladungsverluste auftreten, kann der Erregerstrom deshalb als Blindstrom aufgefaßt werden. Da sich die ohmschen Widerstände im Erregerstromkreis nicht vollständig vermeiden lassen,

stellt auch dieser Blindstrom eine Verlustquelle dar. Darüber hinaus bedeuten große Erregerströme auch entsprechend große Ladungsübergänge an der Kontaktstelle zum Rotor. Falls nun für die Ladungsübertragung auf den Rotor mechanische Kontakte verwendet werden, was im Falle flüssiger Dielektrika nahezu unumgänglich ist, wird sich Funkenbildung nicht gänzlich vermeiden lassen. Damit wird die Haltbarkeit des Kontaktes aufgrund der Funkenerosion deutlich herabgesetzt. Deshalb muß man sehr genau abwägen, inwieweit hohe Erregerströme den Gesamtwirkungsgrad einer elektrostatischen Maschine negativ beeinflussen. Dies läßt den Betrieb einer derartigen Maschine bei höheren Drehzahlen ( $\omega > \Omega$ ) fraglich erscheinen, zumal dabei auch die mechanischen und hydrodynamischen Verluste überproportional ansteigen.

## 5. Influenz- und Erregerstrom von Mehrpolmaschinen

### 5.1. Einfache Erregung

Mit Hilfe der bisherigen Überlegungen bezüglich eines Generators mit kleinen Elektrodenabständen läßt sich auf relativ einfache Weise auch der Influenzstrom von Maschinen mit mehreren Influenzelektroden berechnen. Wegen der geringen Elektrodenabstände werden diese Maschinen im folgenden mehrpolige Spaltmaschinen genannt. Die Anzahl der Pole (= Polpaare)  $n_P$  ist gleich der halben Elektrodenzahl  $n_E$ , d.h. eine einpolige Maschine besitzt zwei Elektroden etc. Anhand der folgenden Abbildung erkennt man, daß die Polzahl der Anzahl von Elektroden entspricht, welche mit der jeweiligen Anschlußklemme für  $I_1$  bzw.  $I_2$  verbunden sind.

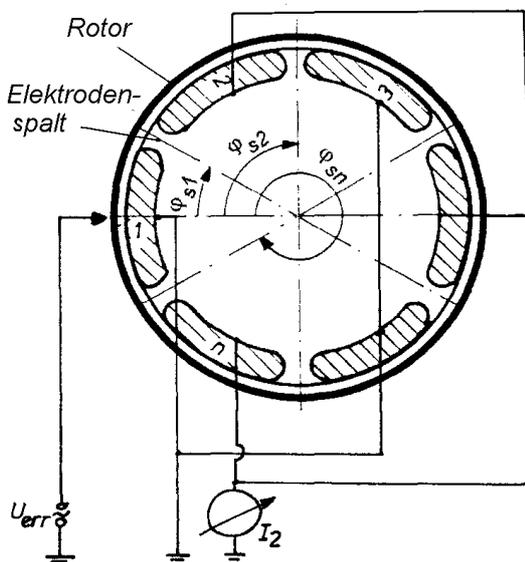


Abb. 20: Schematischer Aufbau einer dreipoligen Maschine mit einfacher Erregung

Ein derartiger Aufbau entspricht der Parallelschaltung einzelner Stromquellen, wobei jeder einzelne Spalt eine Stromquelle darstellt. Der Gesamtstrom errechnet sich aus der Summe der Einzelströme. Analog zu den Überlegungen aus der Influenzstromberechnung einpoliger Maschinen muß der Influenzstrom jedes zweiten Spaltes mit dem Faktor  $-1$  multipliziert werden. Die Formel für den Influenzstrom einer Mehrpolmaschine lautet damit:

$$I_{\text{infl}} = l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sum_{i=1}^{n_E} \left\{ (-1)^{n_E+1} \cdot \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi_{si}}{\omega} \right) \right] \right\} \quad (46)$$

Dabei ist  $n_E$  gleich der Elektrodenanzahl (= doppelte Polzahl).

Die folgende Abbildung zeigt die Amplitude des Influenzstromes für verschiedene Polpaarzahlen. Es werden ausschließlich Spaltmaschinen mit symmetrischen Elektrodenanordnungen und jeweils gleich großen Elektroden untersucht. Für den halben Elektrodenwinkel gilt idealisierterweise:  $\Delta = \pi/n_E$ . Ergänzend ist auch der Verlauf des Erregerstromes mit dargestellt.

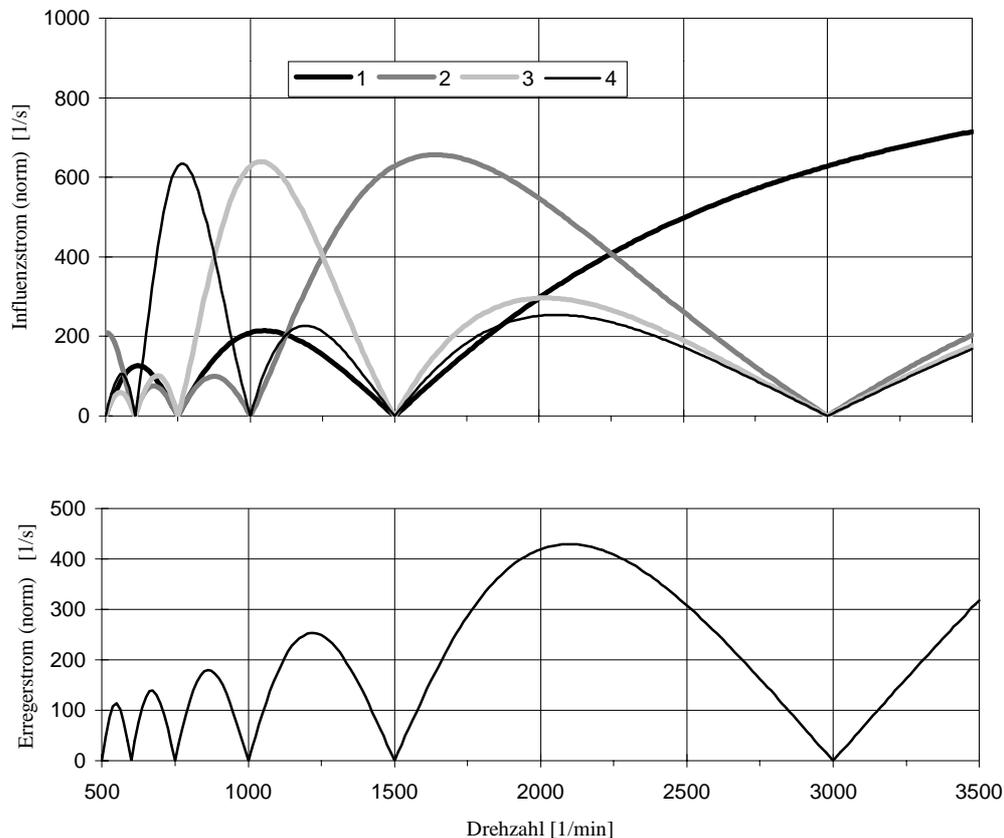


Abb. 21: Amplituden des Influenzstromes (oben) und des Erregerstromes (unten) verschiedener mehrpoliger Maschinen (1, 2, 3 bzw. 4 = Anzahl der Elektrodenpaare)

Die charakteristischen Maxima treten in der Nähe der Stellen  $\Omega/\omega = n_P$  bzw.  $n_E/2$  auf. Bei diesen Drehzahlen erstreckt sich eine auf dem Rotor sitzende Ladungswelle genau über ein Polpaar. Der Faktor  $\omega$  in Gleichung 46 bewirkt, daß die Maxima nicht genau bei den Punkten  $\Omega/\omega = n_P$ , sondern bei etwas höheren Drehzahlen liegen.

Da die Ladungsübertragung auf den Rotor für alle Polpaarzahlen identisch ist, ändert sich auch der Verlauf des Erregerstromes nicht und ist demnach für alle Polpaarzahlen gleich.

Durch die Anpassung der Polpaarzahl läßt sich somit eine Maschine ebenfalls bezüglich bestimmter Drehzahlbereiche optimieren.

## 5.2. Mehrfache Erregung

Bisher ist nur eine Erhöhung der Anzahl der Influenzelektroden betrachtet worden. Parallel dazu sind auch mehrere über den Rotorumfang verteilte Kontaktstellen (Schleifkontakte etc.) möglich. Die folgende Abbildung zeigt den schematischen Aufbau einer dreipoligen Maschine mit mehrfacher Erregung:

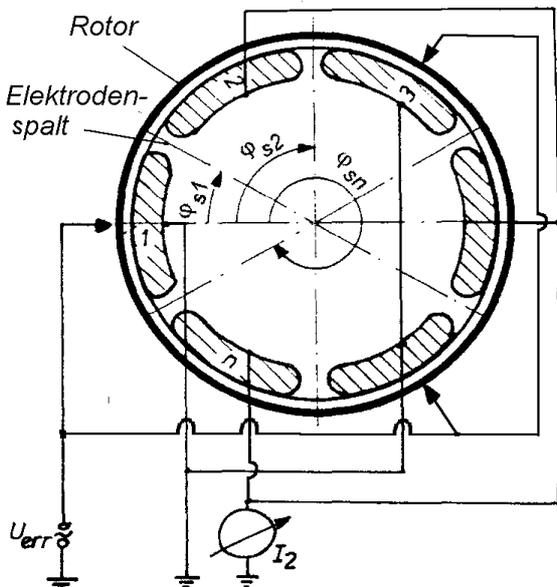


Abb. 22: Schematischer Aufbau einer dreipoligen Maschine mit mehrfacher Erregung

Die Funktionsweise einer derartigen Maschine lässt sich unmittelbar aus der Hintereinanderschaltung mehrerer einpoliger Maschinen ableiten. Im Falle einer symmetrischen Anordnung von gleichgroßen Elektroden kann bei genügend kleinen Elektrodenabständen die Gleichung zur Berechnung des Influenzstromes einpoliger Spaltmaschinen nahezu unverändert übernommen werden. Für eine Maschine mit  $n_p$  Polpaaren ergeben sich für die Spaltwinkel  $\varphi_{s1}$  und  $\varphi_{s2}$  folgende Werte:

$$\varphi_{s1} = \frac{\pi}{2n_p} \quad (47)$$

$$\varphi_{s2} = \frac{3}{2} \frac{\pi}{n_p} \quad (48)$$

Damit erhält man eine Formel für den Influenzstrom einer Mehrpolmaschine mit mehrfacher Erregung:

$$I_{\text{infl}} = 2 \cdot n_p \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{\Omega \pi}{2\omega n_p}\right) \cdot \sin\left\{\Omega t - \left[\frac{\pi}{\omega \cdot n_p} - \frac{\pi}{2\Omega}\right]\right\} \quad (49)$$

Da mit steigender Polpaarzahl die Anzahl von Kontaktstellen am Rotor steigt, ist der Erregerstrom nicht mehr unabhängig von der Polpaarzahl. Die Berechnung des Erregerstromes erfolgt wie bei einer einpoligen Maschine aus der Differenz der an jeder einzelnen Kontaktstelle vom Rotor zugeführten und abgeführten Ladungsmenge. Der gesamte Erregerstrom ergibt sich aus der Summe der Einzelströme. Da an jeder Kontaktstelle dieselbe Erregerspannung anliegt, ist auch die jeweils auf der Rotoroberfläche abtransportierte Ladungsmenge (=  $I_{ab}$ ) gleich. Geht man außerdem von einer symmetrischen Elektrodenanordnung aus, dann werden jeder einzelnen Kontaktstelle auch dieselbe Ladungsmenge von der Rotoroberfläche zugeführt (=  $I_{zu}$ ). Bei der Bestimmung der zugeführten Ladungsmenge muß beachtet werden, daß im Gegensatz zur einpoligen Maschine zwei benachbarte Kontaktstellen nur um den Winkel  $2\pi/n_p$  versetzt angeordnet sind. Für den gesamten Erregerstrom gilt demnach:

$$I_{err} = n_p \cdot (I_{ab} - I_{zu}) \quad (50)$$

$$I_{zu} = q(\varphi=2\pi/n_p, t) \cdot l \cdot r \cdot \omega \quad (51)$$

$$I_{ab} = q(\varphi=0, t) \cdot l \cdot r \cdot \omega \quad (52)$$

Im Falle einer sinusförmigen Ladungsverteilung erhält man zusammen mit der schon bekannten Formel für  $q(\varphi, t)$  einen Ausdruck für den Erregerstrom einer Mehrpolmaschine mit mehrfacher Erregung:

$$I_{err} = 2 \cdot n_p \cdot l \cdot r \cdot \omega \cdot q_0 \cdot \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \frac{\pi}{n_p}\right) \cdot \sin\left[\Omega t - \pi \left(\frac{\Omega}{\omega} \frac{1}{n_p} - \frac{1}{2}\right)\right] \quad (53)$$

Für die normierten Influenz- und Erregerströme ergeben sich bei verschiedenen Polpaarzahlen folgende Abhängigkeiten von der Drehzahl:

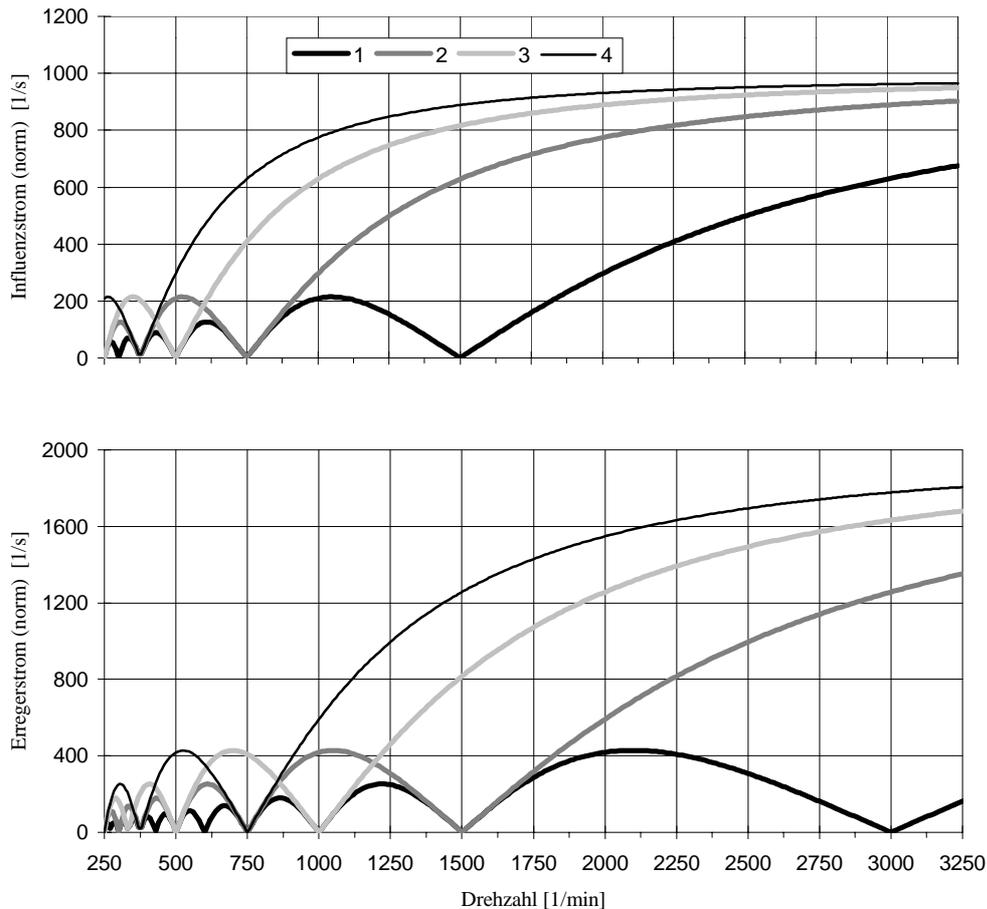


Abb. 23: Normierter Influenzstrom (oben) und Erregerstrom (unten) bei mehrfacher Erregung für verschiedene Polpaarzahlen in Abhängigkeit von der Drehzahl (1, 2, 3 und 4 = Anzahl der Polpaare)

Es zeigt sich, daß die Kurven sowohl des Influenzstromes als auch des Erregerstromes mit zunehmender Polpaarzahl entlang der x-Achse gestaucht werden. Die Eigenschaften einer Mehrpolmaschine mit mehrfacher Erregung entsprechen also prinzipiell denen einer einpoligen Maschine. Die jeweiligen Werte für den Erreger- bzw. Influenzstrom werden nur bei entsprechend niedrigeren Drehzahlen erreicht. Bei hohen Drehzahlen nähern sich dementsprechend auch alle Versionen denselben Grenzwerten an.

Durch die Verwendung mehrerer Erregerkontakte läßt sich bei einer Mehrpolmaschine erreichen, daß schon ab einer relativ geringen Drehzahl der Influenzstrom stetig mit der Drehzahl anwächst. Dies geht mit einer entsprechenden Steigerung des Erregerstromes einher. Dabei muß je nach Konstruktion entschieden werden, inwieweit der Erregerstrom den Wirkungsgrad der Maschine negativ beeinflusst. Dasselbe gilt auch für die konstruktiven Nachteile, welche die erhöhte Anzahl an Kontaktstellen mit sich bringt. Insbesondere Konstruktionen, die mechanischem Verschleiß unterworfen sind, wie z.B. Schleifkontakte begrenzen in der Praxis die maximal mögliche Anzahl von Kontaktstellen.

## 6. Berechnung der Ladungsdichte

Im folgenden Abschnitt sollen die wesentlichen Einflüsse für die Ladungsdichte  $q(\varphi, t)$  auf der Rotoroberfläche betrachtet werden. Dabei kann man im wesentlichen auf die bei Band- und Trommelgeneratoren bekannten Zusammenhänge zurückgreifen [28]. Es wird jedoch angenommen, daß der Beladungsvorgang des Rotors nicht über Spitzenentladung, sondern über eine direkte mechanische Verbindung erfolgt. Dies läßt sich zum Beispiel über Schleifkontakte erreichen. Im Gegensatz zur Spitzenentladung ist bei einem direkten mechanischen Kontakt gewährleistet, daß auch bei kleinen Erregerspannungen eine Ladungsübertragung auf den Rotor stattfindet.

Die Ladungsdichte  $q$  kann für erste Überlegungen über die Kapazität eines Zweischichtkondensators bestimmt werden. Die Berechnung soll quasistationär erfolgen, d.h. Auf- und Entladeeffekte bleiben dabei unberücksichtigt.

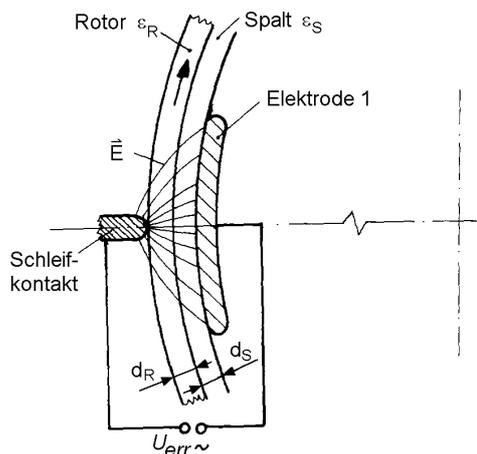


Abb. 24: Schematische Darstellung zum Beladungsvorgang des Rotors

Für die Ladungsdichte auf der Rotoroberfläche an der Kontaktstelle ( $\varphi = 0$ ; raumfestes Koordinatensystem) gilt:

$$q(\varphi = 0; t) = \frac{1}{\frac{d_R}{\epsilon_0 \epsilon_R} + \frac{d_S}{\epsilon_0 \epsilon_S}} U_{err}(t) \quad (54)$$

Hieraus läßt sich erkennen, daß kleine Spaltbreiten und geringe Rotorwanddicken sowie große relative Dielektrizitätszahlen die Ladungsdichte bei konstanter Erregerspannung  $U_{err}$  erhöhen. Da die Spaltbreite und die Rotorwanddicke aus konstruktiven und fertigungstechnischen Gründen nicht beliebig klein werden können, ist insbesondere für das dielektrische Fluid innerhalb des Spaltes ein möglichst hoher Wert anzustreben. Der Einfluß des Rotors

kann nahezu ausgeschaltet werden, wenn man den Ladungsbelag auf der Innenseite und nicht auf der Außenseite des Rotors aufbringt. Dies läßt sich durch die Verwendung eines anisotropen Rotormaterials, dessen elektrische Leitfähigkeit in radialer Richtung wesentlich größer als in tangentialer Richtung ist, erreichen. Derselbe Effekt wird bei genügend kleinem  $\Delta\varphi$  auch durch folgenden Rotoraufbau erzielt:

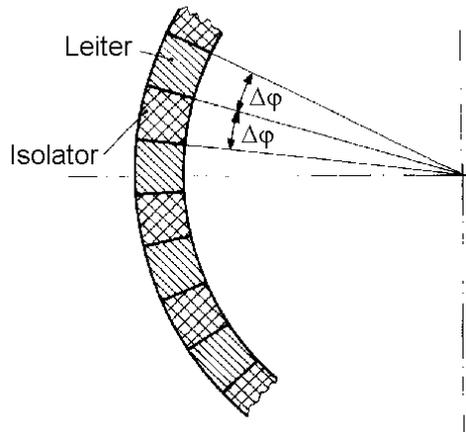


Abb. 25: Rotoraufbau mit innenliegendem Ladungsbelag

Ein Nachteil einer derartigen Konstruktion ist, daß nur ein Teil der Rotoroberfläche zum Ladungstransport beiträgt. Dies muß bei der Berechnung der Ladungsdichte durch einen entsprechenden Faktor  $c_r$  ( $< 1$ ) berücksichtigt werden.

Da sich die Ladungen auf der Rotoroberfläche nicht tangential bewegen können, bleibt die Ladung, welche sich aufgrund der Erregerspannung an der Stelle  $\varphi = 0$  befindet, im Verlaufe einer Rotorumdrehung erhalten. Dies gilt zumindest so lange, wie die Ladungsverluste hinreichend klein sind. Aufgrund der direkten Proportionalität zwischen Erregerspannung und Ladungsdichte hat demnach eine sinusförmige Erregerspannung eine sinusförmige Verteilung der Ladungsdichte entlang des Rotorumfanges zur Folge. Wird nun anstelle von  $U_{err}$  die Funktion

$$U_{err} = U_0 \sin(\Omega t) \quad (55)$$

verwendet, erhält man unter Berücksichtigung des Faktors  $c_r$  nachfolgende Formel zur Bestimmung der Ladungsdichte auf dem Rotor:

$$q(\varphi = 0; t) = c_r \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon_s}{d_s} \cdot U_0 \cdot \sin(\Omega t) \quad (56)$$

Die maximale Ladungsdichte  $q_0$  lautet:

$$q_0 = c_r \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon_s}{d_s} \cdot U_0 \quad (57)$$

Die maximale Ladungsdichte  $q_0$  ist demnach unabhängig von der Drehzahl  $\omega$  oder der Spannungsfrequenz  $\Omega$ . Anstelle des Quotienten aus Spannung und der Länge  $d_s$  kann man auch die radiale Feldstärke  $E_R$  einsetzen. Da außer der relativen Dielektrizitätszahl  $\epsilon_S$  keine weitere Dielektrizitätszahl mehr zu berücksichtigen sind, wird anstelle von  $\epsilon_S$  die allgemein bekannte Variable  $\epsilon_r$  ( $\neq \epsilon_R$ ) verwendet. Mit diesen Änderungen ergibt sich folgender Ausdruck:

$$q_0 = c_r \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R \quad (58)$$

Aus dieser Gleichung lassen sich unmittelbar diejenigen Faktoren ablesen, welche die maximal mögliche Beladungsdichte des Rotors beeinflussen.

## 7. Einfluß von Ladungsverlusten

Die bisherigen Betrachtungen wurden unter der Annahme gemacht, daß der Ladungsbelag des Rotors nur an der Stelle  $\varphi = 0$  (raumfestes Koordinatensystem) durch den Einfluß der Erregerspannung verändert wird. Da die Isolationswirkung des Fluides in dem Spalt zwischen Rotor und Stator nicht beliebig groß ist, wird im Laufe einer Rotorumdrehung ein Ladungsverlust auf der Rotoroberfläche eintreten.

Die Berechnung des Ladungsverlustes erfolgt am Beispiel einer Maschine mit einem Paar Influenzelektroden. Der Abstand  $a$  der Influenzelektroden soll möglichst gering sein. Der Lastwiderstand ist gleich Null, d.h. die Maschine befindet sich im Kurzschlußbetrieb. Bei einem hinreichend kleinen Abstand  $d_s$  zwischen dem Rotor und dem Stator kann man jedes Flächenelement einer derartigen Anordnung vereinfacht als Plattenkondensator mit der Fläche  $\delta A$  betrachten. Die Entladung dieses Kondensators erfolgt aufgrund des endlichen spezifischen Widerstandes  $\rho$  des Dielektrikums. Für die Kapazität  $C$  und den Entladewiderstand  $R$  gilt:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{\delta A}{d_s} \quad (59)$$

$$R = \rho \cdot \frac{d_s}{\delta A} \quad (60)$$

Die für die Entladekurve charakteristische Zeitkonstante  $\tau = R \cdot C$  ist demnach nur von den Materialkonstanten  $\epsilon_r$  und  $\rho$  abhängig, nicht jedoch von dem Abstand zwischen Rotor und Stator.

$$\tau = \rho \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \quad (61)$$

Die zum Zeitpunkt  $t$  an der Stelle  $\varphi = 0$  aufgebrachte Ladungsdichte  $q(0;t)$  hat sich zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  auf den Wert

$$q_v = q(0;t) \cdot e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \quad (62)$$

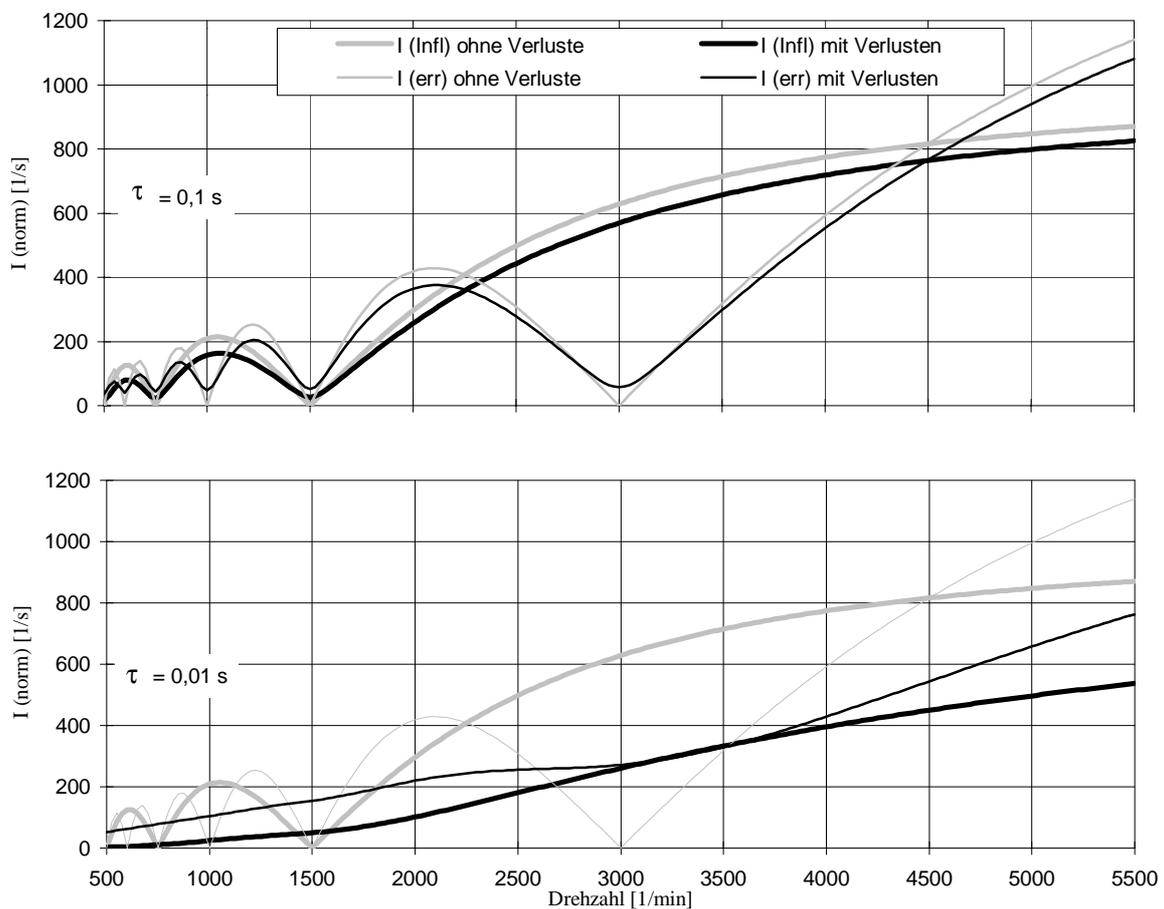
reduziert. In der Zeit  $\Delta t$  hat sich der Rotor um den Winkel  $\varphi = \omega \Delta t$  weitergedreht. Für die Ladungsdichte  $q_v$  an der Stelle  $\varphi$  und dem Zeitpunkt  $t$  gilt:

$$q_v(\varphi, t) = q_0 \cdot \sin\left(t - \frac{\varphi}{\omega}\right) \cdot e^{-\frac{\varphi}{\omega\tau}} \quad (63)$$

Die Amplitude beträgt:

$$q_{v0}(\varphi, t) = q_0 \cdot e^{-\frac{\varphi}{\omega\tau}} \quad (64)$$

Setzt man diesen Wert anstelle von  $q_0$  in die jeweiligen Gleichungen zur Berechnung des Influenzstromes einer Spaltmaschine ein, erhält man den Influenzstrom innerhalb eines Elektrodenspaltes bei einem endlichen elektrischen Widerstand des Dielektrikums. Auf die gleiche Weise läßt sich auch der Erregerstrom ermitteln. Die folgenden Abbildungen zeigen die so ermittelten Influenz- und Erregerströme einer einpoligen Spaltmaschine für verschiedene Werte von  $\tau$ . Zum Vergleich sind die jeweiligen Ströme ohne Ladungsverluste ebenfalls eingetragen.



Ab

b. 26 a, b: Vergleich der Influenz- und Erregerströme mit und ohne Ladungsverluste einer einpoligen Spaltmaschine ( $\tau = 0,1$  s bzw.  $0,01$  s)

Vergleicht man beide Abbildungen, zeigt sich, daß für  $\tau \geq 0,1$  s der Ladungsverlust nahezu keinen Einfluß auf den Influenz- bzw. Erregerstrom hat. Bei  $\epsilon_r = 80$  des Dielektrikums entspricht dies einem spezifischen Widerstand von mindestens  $1,41 \cdot 10^8 \Omega\text{m}$  bzw.  $1,41 \cdot 10^{10} \Omega\text{cm}$ . Eine deutliche Steigerung des spezifischen Widerstandes über diesen Wert hinaus

bringt demnach keine weitere Leistungssteigerung. Ein Unterschreiten dieses Wertes ist hingegen zu vermeiden, da sonst die Ladungsverluste zu groß werden. So befinden sich bei einer Drehzahl von  $3000 \text{ min}^{-1}$  nach einer Rotorumdrehung bei  $\tau = 0,1 \text{ s}$  noch 82 % der ursprünglichen Ladungen auf dem Rotor, während bei  $\tau = 0,01 \text{ s}$  nur noch 14 % vorhanden sind. Dieser Effekt ist bei geringen Drehzahlen noch deutlicher (siehe Gleichung 64).

Es stellt sich nun die Frage, ob man die Dielektrizitätszahl oder den spezifischen Widerstand des Dielektrikums möglichst hoch wählen soll. Bei der Berechnung des Influenzstromes zeigt sich, daß dieser direkt proportional von der Ladungsdichte des Rotors und damit auch direkt proportional von  $\epsilon$  abhängig ist. Für die Wahl des Dielektrikums ist deshalb auf eine möglichst hohe Dielektrizitätszahl zu achten.

## 8. Leistungsberechnung

### 8.1. Spannungs- und Leistungsberechnung ohne innere Verluste

Für die Berechnung der Leistung eines idealen elektrostatischen Generators ohne innere Verluste bietet sich nachfolgendes einfaches Ersatzschaltbild an. Zur Verdeutlichung, daß es sich bei einem elektrostatischen Generator um eine Stromquelle und nicht um eine Spannungsquelle handelt, wird als Generatorsymbol "I" verwendet [9].

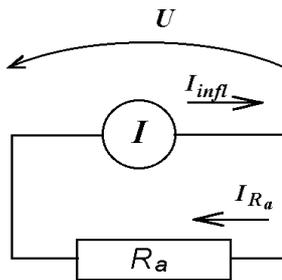


Abb. 27: Ersatzschaltbild eines idealen elektrostatischen Generators

Der Influenzstrom fließt durch einen äußeren Lastwiderstand  $R_a$ , wodurch sich eine Klemmenspannung  $U$  einstellt. Die Leistung ergibt sich wie gewohnt aus dem Produkt von Spannung und Strom. Neben dem Influenzstrom, welcher schon ausgiebig behandelt wurde, muß demnach noch die maximal mögliche Spannung bestimmt werden. Der limitierende Faktor ist die maximal zulässige elektrische Feldstärke innerhalb des Generators. Aufgrund des Potentialgefälles zwischen den Influenzelektroden wird das Feldstärkenmaximum im Bereich zwischen den Elektroden ( $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ ) auftreten (siehe Skizze).

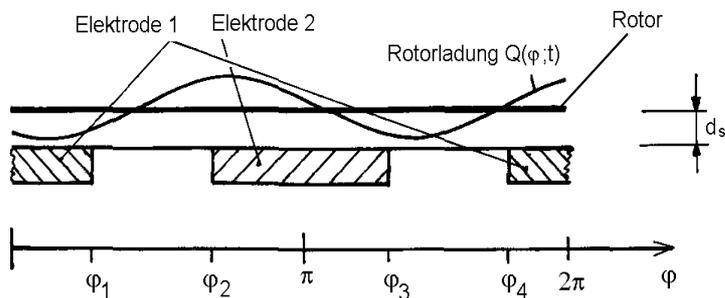


Abb. 28: Abgewickelte Darstellung einer symmetrischen Elektrodenanordnung (ein Polpaar)

Das elektrische Feld im Bereich zwischen  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  entsteht aus der Überlagerung zweier Einzelfelder. Zum einen ist dies das Feld, welches sich aufgrund der Klemmenspannung zwischen den Elektroden ausbildet. Zum anderen muß das Feld berücksichtigt werden, welches zwischen den Elektroden und den auf dem Rotor sitzenden Ladungen entsteht.

Es wird nun vorausgesetzt, daß der Abstand  $d_s$  zwischen Rotor und Stator im Verhältnis zum Elektrodenabstand  $a = r \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)$  hinreichend klein ist ( $d_s < a$ ). Da auch die Dielektrizitätszahl des Dielektrikums wesentlich größer als diejenige der Umgebung sein soll, kann man davon ausgehen, daß zwischen den Elektroden im wesentlichen nur Feldlinien in tangentialer Richtung auftreten. Die Rotorladungen lassen sich demnach vereinfacht ausgedrückt als Raumladungen innerhalb des Rotorspaltes auffassen. Für den Fall einer konstanten Raumladungsdichte  $\rho_q$  läßt sich folgende Gleichung zur Bestimmung der tangentialen elektrischen Feldstärke  $E_T$  verwenden [26]:

$$E_T = \frac{U}{a} + \frac{\rho_q \cdot a}{2 \cdot \epsilon_0 \epsilon_r} \quad (65)$$

Vernachlässigt man nun die sinusförmige Ladungsverteilung auf dem Rotor und ersetzt diese durch eine konstante Flächenladungsdichte mit dem Maximalwert  $q_0$  ergibt sich für die Raumladungsdichte:

$$\rho_q = \frac{q_0}{d_s} \quad (66)$$

Damit läßt sich obenstehende Gleichung (65) nach der maximalen Klemmenspannung auflösen. Die Variable  $E_{T_{\max}}$  steht dabei für die maximal zulässige Überschlagsfeldstärke im flüssigen Dielektrikum.

$$U_{\max} = a \cdot E_{T_{\max}} - \frac{q_0}{d_s} \cdot \frac{a^2}{2 \cdot \epsilon_0 \epsilon_r} \quad (67)$$

Multipliziert mit dem Influenzstrom  $I = l \cdot r \cdot q_0 \cdot I_{\text{norm}}$  erhält man die maximal mögliche elektrische Leistung für einen Generator ohne innere Verluste:

$$P = \frac{l \cdot r \cdot q_0 \cdot I_{\text{norm}}}{2} \left( a \cdot E_{T_{\max}} - \frac{q_0}{d_s} \cdot \frac{a^2}{2 \cdot \epsilon_0 \epsilon_r} \right) \quad (68)$$

Die Division durch 2 trägt der Tatsache Rechnung, daß die Werte für den Strom und die Spannung Scheitelwerte und keine Effektivwerte sind. Deshalb muß bei den hier angenommenen sinusförmigen Verläufen für die Leistungsberechnung jeder der beiden Werte mit dem Faktor  $\sqrt{2}$  multipliziert werden. Dieser Ausdruck stellt eine quadratische Gleichung dar, welche für einen bestimmten Wert von  $q_0$  ihr Maximum erreicht. Leitet man diese Gleichung nach  $q_0$  ab und setzt sie gleich Null, erhält man:

$$P_{\max} q_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_{T_{\max}} \frac{d_s}{a} \quad \text{für } P = P_{\max} \quad (69)$$

Im Rahmen der Berechnung der Ladungsdichte wurde für  $q_0$  der Ausdruck  $q_0 = c_r \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R$  verwendet. Wird diese Formel in obige Gleichung eingesetzt, ergibt sich folgende Bedingung für das Leistungsmaximum:

$$c_r \frac{a}{d_s} = \frac{E_{T_{\max}}}{E_{R_{\max}}} \quad \text{für } P = P_{\max} \quad (70)$$

Die geometrischen Größen  $a$  und  $d_s$  und die Beladungsdichte des Rotors ( $\sim c_r$ ) sind demnach im wesentlichen von dem Verhältnis der Überschlags- ( $E_T$ ) zur Durchschlagsfeldstärke ( $E_R$ ) abhängig. Für die Maximalleistung und die dabei auftretende Spannung gilt nach dem Einsetzen von  $q_0$ :

$$P_{\max} = \frac{l \cdot r \cdot I_{\text{norm}}}{4} \cdot d_s \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_{T_{\max}}^2 \quad (71)$$

$$U_{P_{\max}} = \frac{a \cdot E_{T_{\max}}}{2} \quad (72)$$

Die Tangentialfeldstärke aufgrund der Klemmenspannung ist bei maximaler Leistung halb so groß, wie die maximal zulässige Feldstärke. Die andere Hälfte der Feldstärke entsteht aufgrund der Raumladungen.

Für die Leistungsberechnung empfiehlt sich zusätzlich noch die Einführung des folgenden Parameters:

$$c_d = \frac{d_s}{r} \quad (73)$$

Dieser Faktor gibt das Verhältnis des Spaltes  $d_s$  zwischen Rotor und Stator und dem Radius des Stators an. Setzt man das Produkt  $c_d \cdot r$  anstelle von  $d_s$  in Gleichung 71 ein, sieht man unmittelbar, daß die maximale Leistung proportional zum Volumen der Maschine ist.

$$\frac{P_{\max}}{V} = \frac{I_{\text{norm}}}{4\pi} \cdot c_d \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_{T_{\max}}^2 \quad (74)$$

Neben der maximalen Überschlagsfeldstärke  $E_{Tmax}$ , welche sogar quadratisch eingeht, ist auch der Abstand zwischen Rotor und Stator entscheidend für die Maximalleistung. Ein großer Abstand hat aber eine Erhöhung der elektrischen Kapazität zwischen den Influenzelektroden und damit eine Erhöhung der Blindleistungsverluste zur Folge. Die daraus resultierenden Auswirkungen werden in den folgenden Kapiteln untersucht.

## 8.2. Spannungs- und Leistungsberechnung mit inneren Verlusten

Die bisherigen theoretischen Untersuchungen basieren auf der Annahme eines "idealen" Generators ohne innere Verluste. In der Realität ist jedoch das Maximum der Energieumwandlung bei elektrostatischen ebenso wie bei elektromagnetischen Maschinen durch die inneren Widerstände begrenzt. Im Vergleich zu den elektromagnetischen Maschinen gibt es dabei einige wesentliche Unterschiede, welche von W. Dittrich ausführlich beschrieben wurden [9].

Anstelle der Eigeninduktivität tritt bei elektrostatischen Maschinen die Eigenkapazität  $C_j$ . Dieser Blindwiderstand liegt parallel zu den beiden ohmschen Widerständen, dem inneren Verlustwiderstand  $R_i$  und dem äußeren Lastwiderstand  $R_a$  (= Verbraucher). Die innere Induktivität sowie äußere Blindwiderstände bleiben unberücksichtigt. Das Ersatzschaltbild eines elektrostatischen Generators hat demnach folgendes Aussehen:

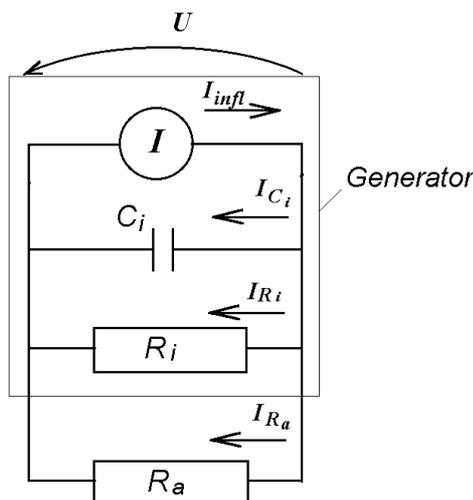


Abb. 29: Ersatzschaltbild eines verlustbehafteten elektrostatischen Generators

Der Strom  $I_{infl}$  ist der Kurzschlußstrom im Falle  $R_a = 0$ . Dieser ist identisch mit den bisher theoretisch bestimmten Influenzströmen  $I_1$  bzw.  $I_2$ . Für  $R_a \neq 0$  läßt sich die entsprechende Klemmenspannung  $U$  über den gesamten Scheinwiderstand  $Z_{ges}$  bestimmen.

$$Z_{\text{ges}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_a}\right)^2 + (\Omega C_i)^2}} \quad (75)$$

$$U = I_{\text{infl}} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_a}\right)^2 + (\Omega C_i)^2}} \quad (76)$$

Mit Hilfe dieser Formeln erhält man die am Verbraucher  $R_a$  abgegebene Wirkleistung  $P_w$ . Dabei muß beachtet werden, daß im Rahmen der bisherigen Berechnungen immer der Scheitelwert des Influenzstromes ermittelt wird. Deshalb erhält man mit der oben angegebenen Gleichung (76) den Scheitelwert der Spannung  $U$ . Für die Berechnung der Leistung sind jedoch die Effektivwerte entscheidend. In dem hier angenommenen Fall von sinusförmigen Strömen bzw. Spannungen läßt sich dies durch die Multiplikation mit dem Faktor 0,5 berücksichtigen:

$$\begin{aligned} P_w &= \frac{1}{2} \cdot \frac{U^2}{R_a} \\ &= \frac{1}{2} I_{\text{infl}}^2 \frac{R_a}{\left(\frac{R_a + R_i}{R_i}\right)^2 + (R_a \Omega C_i)^2} \end{aligned} \quad (77)$$

Das Maximum der Wirkleistung erhält man über die Ableitung nach  $R_a$ . Es muß gelten:

$$\frac{dP_w}{dR_a} = 0 \quad (78)$$

Für den optimalen Lastwiderstand ergibt sich daraus:

$$R_{a(\text{opt})} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_i}\right)^2 + (\Omega C_i)^2}} \quad (79)$$

Dies entspricht genau dem inneren Scheinwiderstand  $Z_i$  des Generators. Der Phasenwinkel  $\varphi_p$  zwischen Strom und Spannung berechnet sich folgendermaßen:

$$\tan \varphi_p = \frac{1}{\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_a}} \cdot \Omega \cdot C_i \quad (80)$$

Bei einem verlustbehafteten Generator können im wesentlichen folgende Faktoren leistungsbegrenzend sein:

- innerer Scheinwiderstand des Generators  $Z_i$ ,
- vorgegebene maximale Klemmenspannung  $U_{\max}$ ,
- maximale tangentielle Feldstärke zwischen den Elektroden  $E_{T\max}$ .

Somit müssen auch die Formeln zur Spannung und Leistungsberechnung entsprechend erweitert werden. Die Berechnungen hierzu werden in den nachfolgenden Abschnitten durchgeführt.

## 8.2.1. Berechnung des inneren Scheinwiderstandes $Z_i$

### 8.2.1.1. Berechnung der inneren Kapazität $C_i$

Die bisherigen Berechnungen zeigen, daß zur Bestimmung der maximalen Leistung einer elektrostatischen Maschine die Ermittlung der inneren Widerstände unumgänglich ist. Deshalb wird beginnend mit  $C_i$  eine Berechnungsmethode für  $Z_i$  entwickelt. Eine genaue Berechnung von  $C_i$  ist aufgrund der relativ komplizierten Elektrodenformen und der verschiedenen Konstruktionswerkstoffe nur mit aufwendigen numerischen Verfahren möglich. Daher soll hier ein vereinfachtes Modell zur Bestimmung von  $C_i$  vorgestellt werden.

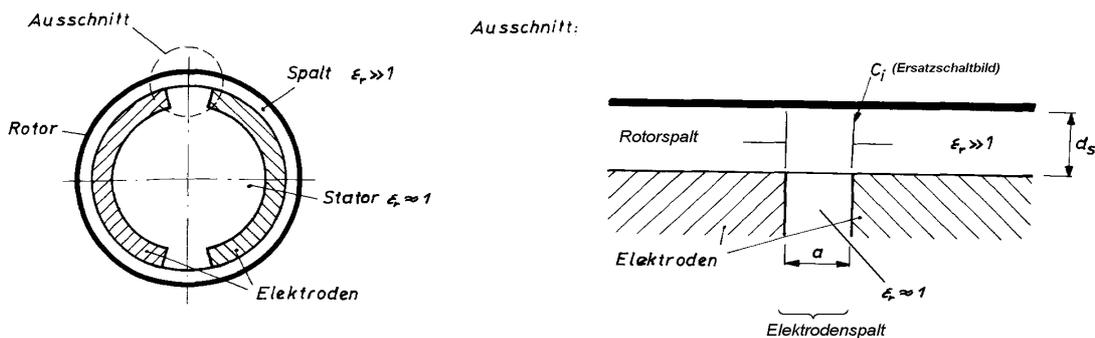


Abb. 30: Kondensatormodell zur Berechnung der inneren Kapazität  $C_i$

Unter der Annahme, daß die Dielektrizitätszahl des Stators und des Rotors vernachlässigbar zu der Dielektrizitätszahl des Fluides innerhalb des Spaltes ist, kann man sich bei der Kapazitätsberechnung im wesentlichen auf den gekennzeichneten Ausschnitt in der obenstehenden Abbildung konzentrieren. Die innere Kapazität  $C_i$  wird nun vereinfacht über die Kapazität eines Plattenkondensators berechnet. Dabei ist  $\epsilon_r$  die Dielektrizitätszahl des Fluides und  $l$  die Elektrodenlänge.:

$$C_{i_{\text{Spalt}}} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \frac{l \cdot d_s}{a} \quad (81)$$

Zur Überprüfung der Gültigkeit dieses Modelles wurden die Kapazitäten von verschiedenen Elektrodenanordnungen mit unterschiedlichen Werten von  $d_s$  und  $a$  bestimmt. Die Kapazitätsbestimmung erfolgte indirekt über die Leitfähigkeitsmessung von entsprechend zugeschnittenem Widerstandspapier [26]. Die folgende Abbildung zeigt die gemessenen Ströme für verschiedene Verhältnisse von  $d_s/a$ . Als Vergleich ist der ideale Kapazitätsverlauf gemäß Gleichung 81 als durchgezogene Linie eingetragen.

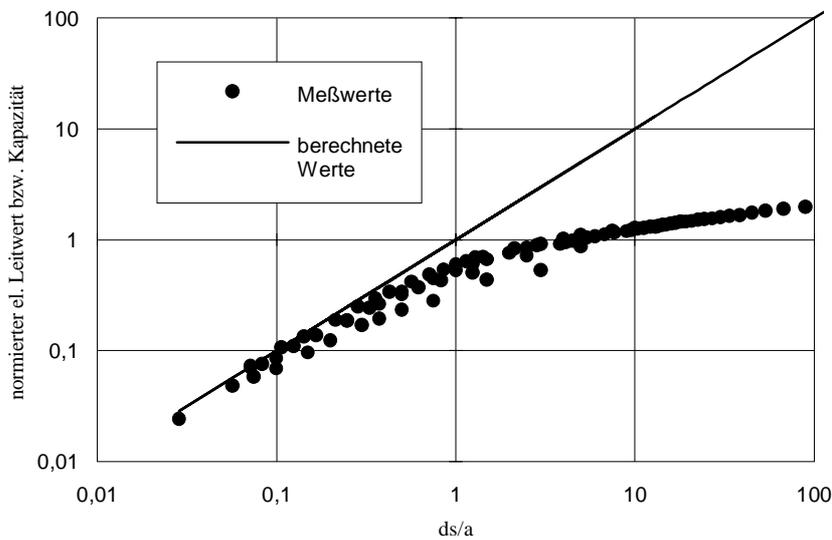


Abb. 31:  $C_i$  in Abhängigkeit von  $d_s/a$  (Meßwerte - vereinfachtes theoretisches Modell)

Die Messungen zeigen für den Bereich  $d_s/a < 1$  eine gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den theoretischen Werten. Das gewählte Modell ist demnach für diesen Bereich zur Bestimmung von  $C_i$  geeignet.

Bei einer Maschine mit  $n_p$  Polpaaren setzt sich die innere Kapazität aus der Summe der Einzelkapazitäten der einzelnen Elektrodenspalte zusammen:

$$\sum C_{i_{\text{Spalt}}} = 2n_p \cdot C_{i_{\text{Spalt}}} \quad (82)$$

Neben dem schon erwähnten Faktor  $c_d$ , welcher das Verhältnis des Spaltes  $d_s$  zwischen Rotor und Stator und dem Radius des Stators angibt, wird an dieser Stelle noch ein zusätzlicher Formfaktor  $c_s$  eingeführt. Dieser Faktor beschreibt den Anteil der Spalte zwischen den Elek-

troden am gesamten Statorumfang. Durch folgende Abbildung soll dies nochmals verdeutlicht werden:

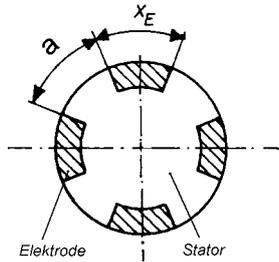


Abb. 32: Veranschaulichung von  $a$  und  $x_E$

$$C_S = \frac{a}{a + x_E} \quad (83)$$

Ausgehend von dieser Gleichung und dem Umfang  $2 \cdot r \cdot \pi$  kann bei einer Mehrpolmaschine  $a$  mit folgender Formel bestimmt werden:

$$a = r \cdot \frac{C_s \cdot \pi}{n_p} \quad (84)$$

Zusätzlich wird ein Proportionalitätsfaktor  $c_p$  eingeführt. Dieser Faktor dient dazu, Abweichungen des idealen Kondensatormodelles von den tatsächlichen Werten zu erfassen. Die realen Werte lassen sich entweder durch Messungen oder verfeinerte theoretische Berechnungen ermitteln. Darüber hinaus können mit dem Faktor  $c_p$  evtl. notwendige Maßnahmen zur Potentialsteuerung (= Beeinflussung des elektrischen Feldes zwischen den Elektroden, um Feldstärkenkonzentrationen zu vermeiden; siehe Kapitel 8.2.2.2.) berücksichtigt werden.

Mit den entsprechenden Faktoren läßt sich nun die gesamte innere Kapazität  $C_i$  wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} C_i &= c_p \cdot \sum C_{i_{\text{Spalt}}} = \\ &= 2 \cdot c_p \cdot n_p^2 \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{c_d \cdot l}{c_s \cdot \pi} \end{aligned} \quad (85)$$

Bemerkenswert an dieser Formel ist, daß die Kapazität zum einen unabhängig vom Radius ist, zum anderen quadratisch mit der Polpaarzahl wächst. Deshalb sind bei Maschinen mit hohen Polpaarzahlen große Blindleistungsverluste zu erwarten.

### 8.2.1.2. Berechnung des inneren ohmschen Widerstandes $R_i$

Bei der Berechnung von  $C_i$  wurde schon angesprochen, daß sich bei gleichen geometrischen Voraussetzungen die Gleichungen für die Kapazität und den Leitwert völlig analog verhalten. Unter der Annahme, daß der Großteil der ohmschen Verluste durch die Leitfähigkeit des Dielektrikums bedingt ist, lassen sich die obigen Formeln zur Kapazitätsbestimmung direkt übernehmen. Für die Leitwertberechnung ist lediglich anstelle des Produktes von  $\epsilon_0$  und  $\epsilon_r$  der Kehrwert des spezifischen Widerstandes  $\rho_{el}$  einzusetzen. Selbstverständlich muß der Faktor  $c_p$  gleich 1 gewählt werden. Die Formel für den inneren ohmschen Widerstand lautet demnach:

$$R_i = \rho_{el} \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{C_i (c_p = 1)} \quad (86)$$

Damit läßt sich auch das Verhältnis der beiden inneren Widerstände  $R_i$  und  $X_i = 1/(\Omega C_i)$  bestimmen. Im Rahmen dieser Arbeit wird als Dielektrikum eine Mischung von Ethylen- und Propylencarbonat mit einer Dielektrizitätszahl von 80 angenommen. Unter günstigen Umständen (hoher Reinheitsgrad und Temperatur  $< 20^\circ\text{C}$ ) ist ein spezifischer Widerstand von  $5 \cdot 10^{11} \Omega\text{cm}$  zu erreichen. In Verbindung mit der Stromfrequenz von 50 Hz ergibt sich folgendes Verhältnis:

$$\frac{R_i}{X_i} = \rho_{el} \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \Omega = 1,1 \cdot 10^3 \quad (87)$$

Der ohmsche Widerstand ist demnach mehr als 1000 mal größer als der Blindwiderstand. Da beide Widerstände parallel liegen, kann man daher den ohmschen Widerstand vernachlässigen; d.h.  $R_i \rightarrow \infty$ . Die Gültigkeit dieser Vereinfachung ist aber insbesondere dann nochmals nachzuprüfen, wenn der Widerstand der Statoroberfläche durch entsprechende Beschichtungen künstlich verringert wird. Eine derartige Maßnahme kann notwendig werden, um eventuelle statische Aufladungen des Stators abzuführen [18]. Diese von den Gleichstrommaschinen bekannte Methode wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht näher untersucht, da der Einfluß von statischen Aufladungen im Wechselstrombetrieb nicht zweifelsfrei nachzuweisen war.

### 8.2.2. Leistungsberechnung für $R_a = X_i$

Wie soeben gezeigt wurde, kann bei den Berechnungen der Einfluß des inneren ohmschen Widerstandes  $R_i$  im Vergleich zum Blindwiderstand  $X_i = 1/(\Omega C_i)$  vernachlässigt werden ( $R_i \rightarrow \infty$ ). Dadurch vereinfachen sich die oben genannten Gleichungen (Gl.: 75 - 80) und man erhält die von W. Dittrich veröffentlichten Formeln und Zusammenhänge zur Leistungsberechnung.

nung elektrostatischer Maschinen [9]. Wegen der guten Anschaulichkeit wird nachfolgende Abbildung übernommen, welche das Verhalten der leistungsbestimmenden Größen in Abhängigkeit des Phasenwinkels aufzeigt. Die Spannung  $U$  und der Strom  $I_{R_a}$  bzw.  $I_{C_i}$  sind dabei auf ihre jeweiligen Maximalwerte normiert. Die Wirkleistung  $P_w$ , die Blindleistung  $P_b$  und die Scheinleistung  $P_s$  sind auf den Maximalwert der Blindleistung bezogen.

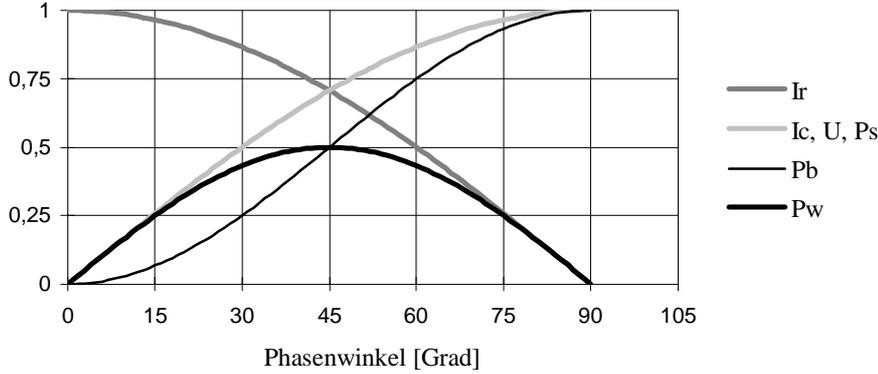


Abb. 33: Bezogene Spannung, Ströme und Leistungen in Abhängigkeit des Phasenwinkels für  $R_i \rightarrow \infty$  ( $\varphi = 0^\circ$ : Kurzschluß;  $\varphi = 90^\circ$ : Leerlauf) ( $I_r = I_{R_a}$ ;  $I_c = I_{C_i}$ )

Aus dieser Abbildung ist ersichtlich, daß das Maximum der Wirkleistung bei einem Phasenwinkel  $\varphi_p$  von  $45^\circ$  auftritt; d.h. der Belastungswiderstand  $R_a$  ist gleich dem Blindwiderstand  $X_i$  [ $R_a = 1/(\Omega C_i)$ ]. In diesem Fall gilt für die Amplitude des Stromes  $I_{R_a}$ :

$$I_{R_a} = \frac{I_{inf1}}{\sqrt{2}} \quad (88)$$

Die Formel für das Maximum der Wirkleistung lautet demnach:

$$P_{W_{max}} = \frac{1}{2} \cdot I_{inf1}^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \Omega C_i} \quad \text{für } R_a = X_i \quad (89)$$

Die dabei auftretende Spannung ist gleich dem  $1/\sqrt{2}$ -fachen der Leerlaufspannung  $U_L$  (Spannung für  $R_a \rightarrow \infty$ ). Diese Leerlaufspannung stellt zugleich die maximal zu erreichende Spannung dar. Die Herleitung der Gleichungen ist in der oben zitierten Veröffentlichung genauer dargestellt.

$$U_L = \frac{I_{inf1}}{\Omega \cdot C_i} \quad (90)$$

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{inf1}}{\Omega \cdot C_i} \quad \text{für } R_a = X_i \quad (91)$$

Aus der schon bekannten Formel für die Ladungsdichte  $q_0$  und der Definitionsgleichung für den normierten Strom  $I_{\text{norm}}$ :

$$q_0 = c_r \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R$$

$$I_{\text{norm}} = \frac{I_{\text{infl}}}{r \cdot l \cdot q_0}$$

ergibt sich für den Influenzstrom:

$$I_{\text{infl}} = r \cdot l \cdot c_r \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R \cdot I_{\text{norm}} \quad (92)$$

Mit diesem Ausdruck und der Gleichung 85 zur Bestimmung von  $C_i$  lassen sich die Formeln zur Berechnung der maximalen Leistung (Gl. 89) und der dabei auftretenden Spannung (Gl. 91) auch folgendermaßen schreiben:

$$P_{W_{\text{max}}} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{l \cdot r^2 \cdot \epsilon \cdot E_R^2 \cdot I_{\text{norm}}^2 \cdot c_r^2 \cdot c_s}{\Omega \cdot n_p^2 \cdot c_p \cdot c_d} \quad \text{für } R_a = X_i \quad (93)$$

$$U(P_{W_{\text{max}}}) = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{r \cdot E_R \cdot I_{\text{norm}} \cdot c_r \cdot c_s}{\Omega \cdot n_p^2 \cdot c_p \cdot c_d} \quad \text{für } R_a = X_i \quad (94)$$

Zur besseren Übersicht werden in untenstehender Tabelle die wichtigsten Faktoren nochmals zusammenfassend aufgeführt:

Tabelle 1: Zusammenfassung der wichtigsten neu definierten Faktoren:

Faktor		Beschreibung	Größenordnung
$c_d$ :	$= \frac{d_s}{r}$	Verhältnis des Spaltes $d_s$ zwischen Rotor und Stator (Rotor-spalt) zum Radius $r$	$\leq 1$
$c_p$ :	$= \frac{C_i}{\sum C_{i_{\text{Spalt}}}}$	Proportionalitätsfaktor zur Bestimmung der Kapazität $C_i$ (berücksichtigt evtl. notwendige Maßnahmen zur Potentialsteuerung)	$\geq 1$
$c_r$ :	$= \frac{q_{0_{\text{real}}}}{q_{0_{\text{ideal}}}}$	Korrekturfaktor zur Bestimmung der tatsächlichen Ladungsdichte auf der Rotoroberfläche	$\leq 1$
$c_s$ :	$= \frac{a}{a + x_E}$	Verhältnis der Elektrodenspalte (Summe der Abstände zwischen den Elektroden) zum gesamten Statorumfang	$\leq 1$

Die Wirkleistung gemäß Gleichung 93 direkt proportional zum Volumen der Maschine, aber umgekehrt proportional zum Quadrat der Polpaarzahl. Bei kleinen Polpaarzahlen treten jedoch aufgrund der geringen inneren Kapazität hohe Spannungen auf, welche meist die Ursache für das Überschreiten der zulässigen elektrischen Feldstärken in tangentialer Richtung innerhalb des Dielektrikums sind. Die dadurch bedingte Leistungsbegrenzung wird in den folgenden Kapitel näher untersucht.

### 8.2.2.1. Leistungsberechnung bei vorgegebener Spannung $U_{\max}$

Neben dem inneren Widerstand einer elektrostatischen Maschine können sich ebenso die maximal zulässige Spannung sowie die maximale elektrische Feldstärke innerhalb der Maschine leistungsbegrenzend auswirken. Bezüglich der maximalen Spannung sind hier im wesentlichen externe Faktoren gemeint, wie z.B. mangelnde Isolation der elektrischen Anschlüsse oder die maximale Spannung des angeschlossenen Stromnetzes. Während sich Isolationsprobleme oftmals mit konstruktiven Ansätzen lösen lassen, sind die Maximalspannungen von Stromnetzen in der Regel vorgegeben und daher nicht veränderbar.

Falls die maximal zulässige Spannung niedriger ist als die oben angegebene Spannung  $U$  im Fall  $R_a = X_1$ , muß bei der Berechnung der Wirkleistung von folgender allgemeingültiger Formel ausgegangen werden:

$$P_W = \frac{1}{2} \cdot U \cdot I_{R_a} \quad (95)$$

Den durch den Lastwiderstand fließende Strom  $I_{R_a}$  kann man direkt aus den von W. Dittrich veröffentlichten Gleichungen herleiten:

$$I_{R_a} = I_{\text{infl}} \sqrt{1 - \left( \frac{U}{U_L} \right)^2} \quad (96)$$

Zusammen mit den oben eingeführten Faktoren und der Gleichung 90 für die Bestimmung der Leerlaufspannung läßt sich nun die Leistung im Fall  $U = U_{\max}$  mit nachfolgender Formel bestimmen:

$$P_W(U_{\max}) = \frac{U_{\max}}{2} \cdot l \cdot r \cdot c_r \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R \cdot I_{\text{norm}} \cdot \sqrt{1 - \left( U_{\max} \frac{2\Omega \cdot n_p^2}{\pi \cdot r \cdot I_{\text{norm}} \cdot E_R} \cdot \frac{c_p \cdot c_d}{c_s \cdot c_r} \right)^2} \quad (97)$$

Diese Formel gilt nur für  $U_{\max} \leq U_L$ , da ansonsten der Ausdruck unterhalb der Wurzel negativ wird. Die Gleichung ist allgemeingültig und kann anstelle von Gleichung 93 für den Fall  $R_a = X_i$  verwendet werden. Die Spannung ist dabei gemäß Gleichung 94 zu berechnen.

### 8.2.2.2. Leistungsberechnung bei maximaler tangentialer Feldstärke $E_{t\max}$ mit Berücksichtigung der Potentialsteuerung

Durch die auftretenden hohen elektrischen Spannungen zwischen den Elektroden kann die maximal zulässige Feldstärke innerhalb der Maschine überschritten werden. Dies wurde bereits bei der Leistungsberechnung für den idealen elektrostatischen Generator angesprochen. Die dabei erfolgte Feldstärkenberechnung hat ebenfalls für den verlustbehafteten Generator Gültigkeit. Für die Berechnung der Raumladungsdichte wird hier jedoch nicht der absolute Maximalwert der Flächenladungsdichte des Rotors  $q_0$  (Gleichung 66) verwendet. Statt dessen wird zuerst das Maximum des Integrals der tatsächlich zwischen den Elektroden ( $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ ) vorhandenen Rotorladungen bestimmt ( $= \max Q_{12}$ ). Die Berechnung des Ladungsintegrals  $Q_{12}$  (bzw.  $Q_{xy}$ ) wurde schon im Rahmen der Influenzstromberechnung gezeigt (siehe auch Anhang). Für das Ladungsintegral und dessen Maximum gilt:

$$Q_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} q(\varphi; t) \cdot l \cdot r \cdot d\varphi =$$

$$= l \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right] + \cos(\Omega t) \left[ \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right] \right\} \quad (98)$$

$$\max Q_{12} = l \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \cdot \sqrt{\left[ \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right]^2 + \left[ \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right]^2}$$

$$= l \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \cdot 2 \sin\left[ \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_2 - \varphi_1) \right] \quad (99)$$

Die theoretisch angenommene Raumladungsdichte ergibt sich aus der Division mit dem dazugehörigen Spaltvolumen:

$$\rho_{q \max} = \frac{\max Q_{12}}{r(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot l \cdot d_s} \quad (100)$$

Unter Verwendung dieser Formeln erhält man in Verbindung mit Gleichung 65 eine Gleichung für die maximale elektrische Feldstärke zwischen den Elektroden. Für den Elektrodenabstand  $a$  wird die Bogenlänge  $r \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)$  eingesetzt.

$$E_T = \frac{U}{r(\varphi_2 - \varphi_1)} + \frac{r \cdot q_0}{d_s \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r} \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{2\omega}(\varphi_2 - \varphi_1)\right) \quad (101)$$

Auch in diese Formel lassen sich die Geometriefaktoren einsetzen. Zusätzlich ist auch noch der schon oben erwähnte Faktor  $c_p$  für die Potentialsteuerung zu berücksichtigen [19; 29]. Sinn dieser Potentialsteuerung ist es, ein möglichst homogenes elektrisches Feld zwischen der geerdeten Elektrode und der Hochspannungselektrode zu erhalten. Bei Bandgeneratoren werden dazu Metallringe (Potentialringe bzw. Sprühreifen) verwendet, welche das Transportband umschließen.

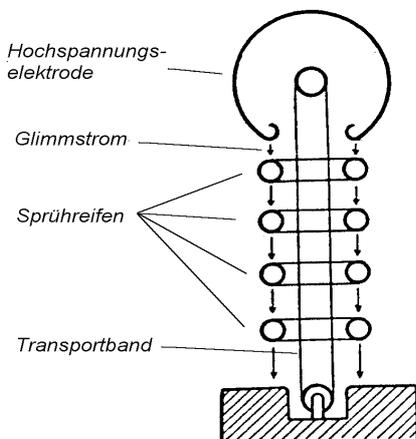


Abb. 34: Aufbau einer Potentialsteuerung eines Bandgenerators mit Sprühreifen (Abbildung leicht verändert aus [29] übernommen)

Zwischen den Potentialringen bildet sich je nach Krümmungsradius und Abstand ein Glimmstrom aus, welcher etwa  $1/3$  des gesamten Ladestromes beträgt. Die aufgrund der Potentialsteuerung auftretenden Verluste sind demnach nicht unerheblich. Für Scheibenmaschinen werden von Neubert [29] als Alternative zu den Glimmstrecken ohmsche Widerstände vorgeschlagen. Als theoretische Möglichkeit wird auch anstelle der Potentialringe die Verwendung von halbleitenden Schichten auf der Statoroberfläche zwischen den Elektroden erwähnt. Von Felici wurde diese Möglichkeit bei Trommelgeneratoren durch die Verwendung eines Statorträgers aus schwach leitendem Glas verwirklicht [18].

Da im Rahmen der hier gezeigten Untersuchungen von einem Wechselstrombetrieb ausgegangen wird, läßt sich anstelle der ohmschen Potentialsteuerung auch eine kapazitive Potentialsteuerung verwenden. Ein einfaches Beispiel für eine derartige Potentialsteuerung bei einem Trommelgenerator zeigt untenstehende Abbildung:

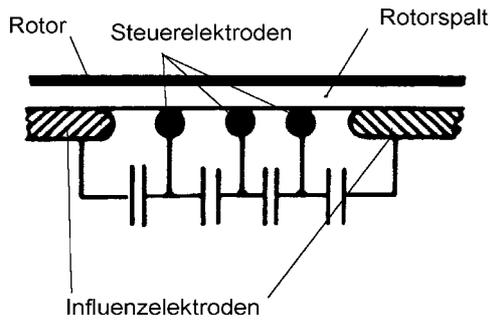


Abb. 35: Prinzipieller Aufbau einer einfachen kapazitiven Potentialsteuerung

Eine ähnliche Anordnung wird auch von Felici [19] für einen Trommelgenerator verwendet. Da es sich dabei um einen Gleichstromgenerator handelt, muß anstelle der kapazitiven Koppelung eine ohmsche Verbindung der Stäbe verwendet werden. Dies erfolgt durch ein schwach leitfähiges Statormaterial.

Für einzelne diskrete Drehzahlen ist auch folgender Aufbau der Potentialsteuerung denkbar:

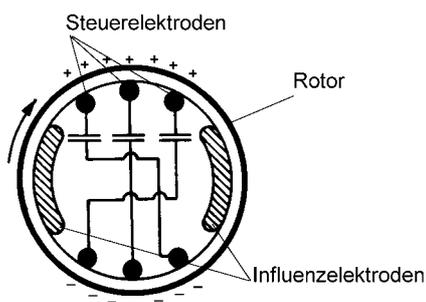


Abb. 36: Möglicher Aufbau einer kapazitiven Potentialsteuerung für bestimmte Drehzahlen (siehe Text)

Im Gegensatz zu der vorher gezeigten Darstellung (Abb. 35) sind hier nicht die benachbarten, sondern die gegenüberliegenden Stäbe über Kondensatoren miteinander verbunden. Bei dieser Form der Potentialsteuerung ist es erforderlich, daß auf dem Rotor jeweils ungleichnamige Ladungen gegenüber sitzen. Dies ist bei allen Drehzahlen der Fall, bei welchen der Erregerstrom minimal wird. Ein Vorteil dieser Anordnung liegt in der deutlich geringeren Kondensatoranzahl. Inwiefern dies den Blindwiderstand der Maschine beeinflußt, kann jedoch nur durch genauere Untersuchungen geklärt werden.

Anstelle der Verwendung einzelner, kapazitiv gekoppelter Steuerelektroden ist es ebenso denkbar, die Dielektrizitätszahl des Stators zu erhöhen. Um die Wirkungsweise dieser Art der Potentialsteuerung zu veranschaulichen, werden anhand eines einfachen Beispiels die Potentialverläufe zwischen dem Rotor und den Elektroden graphisch dargestellt. Dabei wird von folgender linearer Anordnung mit rechteckigen Elektroden ausgegangen:

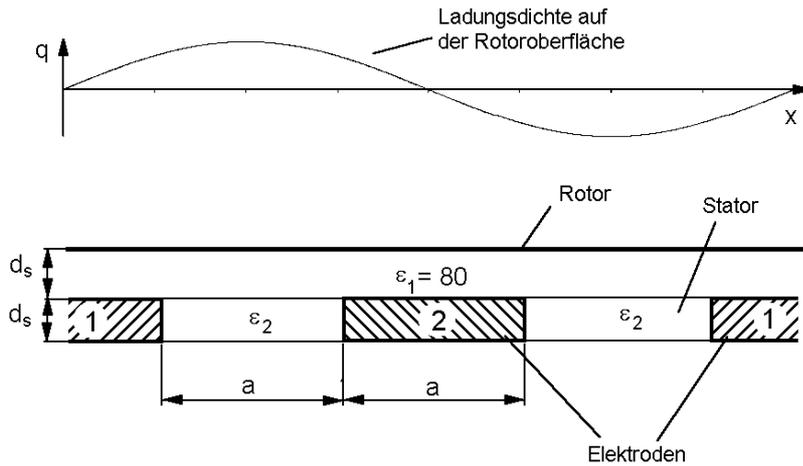


Abb. 37: Lineare Anordnung zur Potentialfeldbestimmung mit variablem  $\epsilon_2$

Die Potentialsteuerung erfolgt durch die Variation der Dielektrizitätszahl des Statormaterials zwischen den Elektroden. Zur Berechnung des Potentialfeldes wird die Gittermethode unter Berücksichtigung der Rotorladungen und der unterschiedlichen Dielektrizitätszahlen von Dielektrikum und Stator verwendet [33]. Da es bei der Darstellung der Potentialverläufe weniger auf die tatsächlichen Werte, sondern vielmehr auf die prinzipielle Veranschaulichung der Potentialsteuerung ankommt, wird auf eine Abrundung der Elektrodenenden und eine Netzverfeinerung in diesen Bereichen verzichtet. Das Potential beider Elektroden ist gleich Null (Kurzschlußfall), d.h. das Potentialfeld entsteht ausschließlich durch die Rotorladungen. Geht man von einer maximalen Durchschlagsfeldstärke von 250 kV/cm, einem Abstand  $d_s$  zwischen Rotor und Elektroden von 5 cm und einer 50-prozentigen Ladungsdichte auf dem Rotor aus ( $c_r = 0,5$ ), dann ergibt sich eine maximale Ladungsdichte von  $8,85 \cdot 10^{-3}$  As/m<sup>2</sup> (siehe Kapitel 6). Durch Variation von  $\epsilon_2$  ändert sich auch die innere Kapazität  $C_i$ . Wird das bisherige Berechnungsmodell für  $C_i$  zugrundegelegt (Gl. 81 und 85), erhält man folgende Zusammenhänge zwischen der Dielektrizitätszahl  $\epsilon_2$  und dem Faktor für die Potentialsteuerung  $c_p$ :  $\epsilon_2 = 1 \Rightarrow c_p \approx 1$ ;  $\epsilon_2 = 80 \Rightarrow c_p = 2$  und  $\epsilon_2 = 240 \Rightarrow c_p = 4$ . Die daraus resultierenden Potentialverläufe sind unten dargestellt. Der Abstand zweier Potentiallinien entspricht einer Potentialdifferenz von 100 kV. Die Maschenweite des eingezeichneten Rechengitters beträgt 1cm.

Bei der Betrachtung der Feldlinienbilder ist zu beachten, daß die Feldstärkenkonzentration im unmittelbaren Bereich der Elektrodenenden aufgrund der sehr vereinfachten Modellierung der Elektroden nur wenig realistisch ist. Aber auch mit dieser Einschränkung werden die Unterschiede zwischen den Abbildungen deutlich. Mit steigendem  $c_p$  ergibt sich nicht nur ein geringerer sondern auch wesentlich gleichmäßigerer Potentialgradient. Durch diese Art der Potentialsteuerung läßt sich demnach der Feldstärkenverlauf sowohl innerhalb des Stators, als auch im Bereich zwischen Rotor und Stator optimieren.

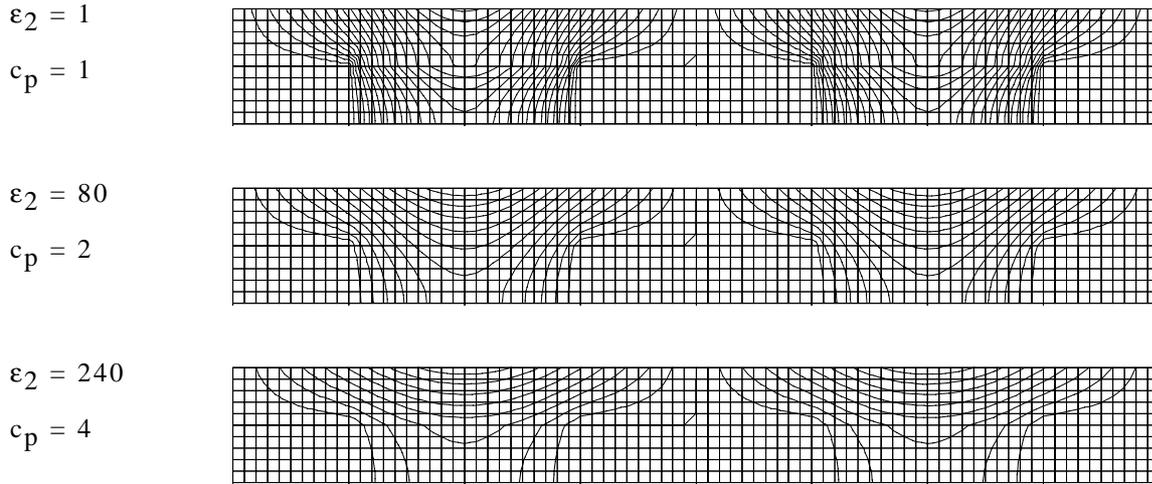


Abb. 38: Potentiellinien für lineare Elektrodenanordnung bei verschiedenen Werten von  $\epsilon_2$

Alle Maßnahmen zur kapazitiven Potentialsteuerung stellen aber auch eine Erhöhung der inneren Kapazität und damit eine Verringerung des Blindwiderstandes dar. Deshalb kann, wie auch bei der ohmschen Potentialsteuerung, eine Leistungsminderung eintreten. Die Auswahl und Optimierung der verschiedenen Möglichkeiten zur Potentialsteuerung stellt aufgrund der zahlreichen Einflußfaktoren sicherlich die schwierigste Aufgabe bei der Konstruktion einer elektrostatischen Maschine dar. Da im Rahmen dieser Arbeit erstmals die grundsätzlichen Zusammenhänge dargestellt werden sollen, wird auf eine ausführlichere Behandlung dieses komplexen Themengebietes verzichtet.

Für die Leistungsberechnungen wird von einer kapazitiven Potentialsteuerung ausgegangen, deren Einfluß durch eine proportionale Erhöhung der inneren Kapazität über den Faktor  $c_p$  berücksichtigt wird (Gl. 85). Gemäß den dargestellten Zusammenhängen wird nun andererseits folgende plausible Annahme gemacht: aufgrund der Potentialsteuerung beträgt der durch die Raumladungen bedingte Feldstärkeanteil nur noch das  $1/c_p$ -fache dessen, was er ohne Anwendung der Potentialsteuerung betragen würde.

Unter Verwendung der anderen Geometriefaktoren ergibt sich damit, ausgehend von Gleichung 101 und dem Elektrodenabstand  $a$  aus Gleichung 84 folgende Formel für die elektrische Feldstärke:

$$E_T = U \frac{n_p}{r \cdot c_s \cdot \pi} + \frac{c_r \cdot E_{r_{\max}}}{c_p \cdot c_d} \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{2\omega} \cdot \frac{c_s \cdot \pi}{n_p}\right) \quad (102)$$

(elektrische Feldstärke mit Potentialsteuerung)

Diese Gleichung läßt sich nun direkt nach der maximal möglichen Klemmenspannung auflösen:

$$U = \frac{r \cdot c_s \cdot \pi}{n_p} \cdot \left[ E_{T_{\max}} - \frac{c_r \cdot E_{r_{\max}}}{c_p \cdot c_d} \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{2\omega} \cdot \frac{c_s \cdot \pi}{n_p}\right) \right] \quad (103)$$

Wird dieser Spannungswert als Maximalspannung  $U_{\max}$  in Gleichung 97 eingesetzt, erhält man die maximale Leistung im Fall  $E_T = E_{T_{\max}}$ . Erste überschlägige Berechnungen haben jedoch gezeigt, daß bei niedrigen Polpaarzahlen schon alleine aufgrund der Raumladungen die höchstzulässige Tangentialfeldstärke überschritten wird. Um mit einer derartigen Konfiguration überhaupt noch eine Potentialdifferenz erzielen zu können, ist es notwendig, die Ladungsdichte des Rotors und damit auch den Influenzstrom durch die Reduzierung der Erregerspannung zu verringern. Die optimale Ladungsdichte  $q_0$  für das Maximum der Wirkleistung erhält man, wie schon bei der Leistungsberechnung für den verlustfreien Generator gezeigt wurde, aus der entsprechenden Ableitung  $dp_w/dq_0$ . Da für die bisherigen Berechnungen  $q_0$  schon in die einzelnen Faktoren aufgelöst wurde, empfiehlt es sich, die Ableitung für einen dieser Faktoren durchzuführen. Dazu wird im folgenden der Faktor  $c_r$  verwendet. Drückt man die Gleichung zur Leistungsbestimmung (Gl. 97 in Verbindung mit Gl. 103) als reine Funktion von  $c_r$  aus, ergibt sich folgende Formel:

$$P_w = (P_1 \cdot c_r - P_2 \cdot c_r^2) \cdot \sqrt{1 - \left(P_3 \cdot \frac{1}{c_r} - P_4\right)^2} \quad (104)$$

mit den Faktoren:

$$P_1 = \frac{\pi}{2 \cdot n_p} \cdot r^2 \cdot l \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R \cdot E_T \cdot I_{\text{norm}} \cdot c_s \quad (105)$$

$$P_2 = \frac{\pi}{2 \cdot n_p} \cdot r^2 \cdot l \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R^2 \cdot I_{\text{norm}} \cdot \frac{c_s}{c_p \cdot c_d} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \cdot \sin\left(\frac{\Omega}{2\omega} \cdot \frac{c_s \cdot \pi}{n_p}\right) \quad (106)$$

$$P_3 = \frac{E_T}{E_R} \cdot \frac{2\Omega \cdot n_p}{I_{\text{norm}}} \cdot c_p \cdot c_d \quad (107)$$

$$P_4 = \frac{2\omega \cdot n_p}{I_{\text{norm}}} \cdot \sin\left(\frac{\Omega}{2\omega} \cdot \frac{c_s \cdot \pi}{n_p}\right) \quad (108)$$

Die Ableitung der obigen Formel ergibt:

$$\frac{dP_w}{dc_r} = \frac{c_r^2 \cdot \overbrace{2P_2(P_4^2 - 1)}^{P_a} + c_r \cdot \overbrace{(P_1 - 3P_2P_3P_4 - P_1P_4^2)}^{P_b} + \overbrace{(P_2P_3^2 + P_1P_3P_4)}^{P_c}}{\sqrt{c_r^2 \cdot (1 - P_4^2) + c_r \cdot 2P_3P_4 - P_3^2}} \quad (109)$$

Mit den Faktoren  $P_{a-c}$  lassen sich die Nullstellen der Ableitung und damit das Extremum der Wirkleistung über die Nullstellen des Zählers bestimmen:

$$c_{r_{opt}} = \frac{-P_b \begin{matrix} (+) \\ - \end{matrix} \sqrt{P_b^2 - 4P_aP_c}}{2P_a} \quad (110)$$

Berechnungen an konkreten Beispielen zeigen, daß von den beiden auftretenden Fällen nur die Subtraktion der Wurzel einen physikalisch sinnvollen Wert liefert.

Für eine erste Abschätzung von  $c_r$  läßt sich bei einpoligen Generatoren auch die Gleichung für verlustlose Generatoren heranziehen (Gl. 70). Selbstverständlich gilt als obere Grenze weiterhin der im Rahmen der Kurzschlußversuche angenommene Maximalwert für  $c_r$ . Es muß daher bei der Berechnung der Spannung (Gl. 103) und der Leistung (Gl. 97) jeweils der kleinere der beiden Werte von  $c_r$  bzw.  $c_{ropt}$  verwendet werden.

### 8.2.3. Leistungsberechnung für verschiedene Parameter

#### 8.2.3.1. Festlegung der Parameter

Zur Leistungsbestimmung eines elektrostatischen Generators empfiehlt es sich, aufgrund der bisherigen Betrachtungen zuerst die in den oben aufgeführten Fällen auftretenden Spannungen zu berechnen. Dabei ist entscheidend, in welchem Fall die niedrigste Spannung auftritt. Daraus ergibt sich dann die entsprechende Formel für die Leistungsbestimmung. Wenn die Tangentialfeldstärke den limitierenden Faktor darstellt, ist darüber hinaus noch der optimale Wert von  $c_r$  zu berechnen (Gl. 110). Zur besseren Übersicht werden die entsprechenden Gleichungen nachfolgend in Tabelle 3 nochmals zusammen aufgeführt.

Mit Hilfe dieser Gleichungen wird der Einfluß einiger Parameter auf das Leistungsvermögen elektrostatischer Generatoren in Abhängigkeit von der Drehzahl untersucht. Es wird davon ausgegangen, daß die Spannung frei wählbar ist, d.h. es werden nur die Fälle  $R_a = X_i$  und  $E_T = E_{Tmax}$  betrachtet. Vor den Berechnungen ist es notwendig, zuerst realistische Größenordnungen für die verschiedenen Parameter festzulegen. Als Ausgangsdaten werden folgende Werte angenommen:

Tabelle 2: Ausgangswerte für die Parametervariation:

		Bemerkung:
$r =$	0,1m	
$l =$	1 m	d.h. alle Leistungsangaben können auch als W/m aufgefaßt werden
$c_s =$	0,5	Die Elektrodenoberfläche entspricht 50% der Statoroberfläche
$c_p =$	10	Potentialsteuerung erhöht die innere Kapazität um den Faktor 10
$c_r =$	0,5	maximale Ladungsdichte der Rotoroberfläche entspricht 50% vom theoretischen Idealwert
$c_d =$	0,01	Rotorspalt beträgt 1mm
$E_T =$	100 kV/cm	zulässiger Maximalwert
$E_R =$	250 kV/cm	zulässiger Maximalwert
$\epsilon_r =$	80	
$f =$	50 Hz	
$q_{0\max} =$	$8,85 \cdot 10^{-3} \text{ As/m}^2$	bzw.: $8,85 \cdot 10^{-7} \text{ As/cm}^2$ (berechnet aus $q_0 = c_r \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R$ )
$n_p =$	$60 \cdot \frac{f}{n}$	d.h. die Polpaarzahl ist abhängig von der Drehzahl und der Stromfrequenz

Tabelle 3: Zusammenfassung der Gleichungen zur Spannungs- und Leistungsberechnung:

limitierende Größe	Klemmenspannung	Wirkleistung
$R_a = X_i$	$U = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{r \cdot E_R \cdot I_{\text{norm}}}{\Omega \cdot n_p^2} \cdot \frac{c_r \cdot c_s}{c_p \cdot c_d}$ (94)	$P_w = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{l \cdot r^2 \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R^2 \cdot I_{\text{norm}}^2}{\Omega \cdot n_p^2} \cdot \frac{c_r^2 \cdot c_s}{c_p \cdot c_d}$ (93)
$U = U_{\max}$	$U = U_{\max}$	$P_w = \frac{U}{2} \cdot l \cdot r \cdot c_{r_{\text{opt}}} \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \cdot E_R \cdot I_{\text{norm}} \cdot \sqrt{1 - \left( U \frac{2\Omega \cdot n_p^2}{\pi \cdot r \cdot I_{\text{norm}} \cdot E_R} \cdot \frac{c_p \cdot c_d}{c_s \cdot c_{r_{\text{opt}}}} \right)^2}$ (97)
$E_T = E_{T\max}$	$U = \frac{r \cdot c_s \cdot \pi}{n_p} \cdot \left[ E_{T\max} - \frac{c_{r_{\text{opt}}} \cdot E_R}{c_p \cdot c_d} \frac{\omega}{\Omega} \sin \left( \frac{\Omega}{2\omega} \cdot \frac{c_s \cdot \pi}{n_p} \right) \right]$ (103)	

Die Annahmen, welche der Parameterauswahl zugrundeliegen, sind im nächsten Kapitel näher erläutert. Eine realistische Bestimmung der Parameter anhand existierender Maschinen ist in der Regel nicht möglich. Der Grund dafür ist die Tatsache, daß von den in dieser Arbeit beschriebenen elektrostatischen Generatoren mit flüssigen Dielektrika ausschließlich Labormodelle existieren, welche in keinster Weise auf hohe Leistungsausbeute hin optimiert sind.

Für die graphische Darstellung der Ergebnisse werden folgende Werte in Abhängigkeit von der Drehzahl aufgetragen:

- $P_w$  bzw.  $P_w/l$  (Wirkleistung bzw. Wirkleistung pro Länge)
- $P_b/P_w$  (Verhältnis Blindleistung zu Wirkleistung)
- $U$  (Klemmenspannung)
- $I_{Ra}$  bzw.  $I_{Ra}/l$  (Wirkstrom bzw. Wirkstrom pro Länge)
- $c_r$  bzw.  $c_{ropt}$  (Faktor für Ladungsdichte auf der Rotoroberfläche)

Da sowohl die Leistung als auch der Strom proportional zur Länge  $l$  sind, entspricht der gewählte Wert von einem Meter einer Normierung dieser Größen auf die Maschinenlänge.

Es werden zu vernachlässigende Ladungsverluste sowie eine einfache Erregung vorausgesetzt. Die Polpaarzahl  $n_p$  der Maschine wird abhängig von der Stromfrequenz und der Drehzahl jeweils so gewählt, daß bei einem Erregerstrom von Null der Influenzstrom maximal wird. Aufgrund der Ergebnisse aus Kapitel 5 hat dies, bei einer Stromfrequenz von 50 Hz und einer Drehzahl von  $3000 \text{ min}^{-1}$  eine Polpaarzahl gleich eins zur Folge, während beispielsweise bei  $n = 1000 \text{ min}^{-1}$   $n_p$  gleich drei ist (siehe nachfolgende Tabelle). Eine Interpolation zwischen den einzelnen Datenpunkten ist demnach strenggenommen nicht möglich (es wäre nur dann sinnvoll, wenn der Influenzstrom bei veränderlicher Drehzahl annähernd konstant bleibt; dies ist in bestimmten Grenzen bei der Anwendung von mehrfacher Erregung der Fall). Unterhalb von  $120 \text{ min}^{-1}$  bzw.  $n_p = 25$  sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mehr alle möglichen Datenpunkte aufgeführt.

Bei den meisten Abbildungen ist auf der x - Achse die Drehzahl aufgetragen. Zur leichteren Umrechnung sind in folgender Tabelle die entsprechenden Polpaarzahlen und die daraus resultierenden Elektrodenabstände aufgeführt. Die Zuordnung Drehzahl - Polpaarzahl gilt nur bei einer Stromfrequenz von 50 Hz, während die Kombination Polpaarzahl - Elektrodenabstand nur für  $r = 0,1 \text{ m}$  und  $c_s = 0,5$  gültig ist.

Tabelle 4: Umrechnung von Drehzahl  $n$  - Polpaarzahl  $n_p$  - Elektrodenabstand  $a$   
(gültig für  $r = 0,1$  m;  $c_s = 0,5$  und  $f = 50$  Hz)

Drehzahl [1/min]	Polpaar- zahl	Elektroden- abstand [mm]
3000	1	157
1500	2	78
1000	3	52
750	4	39
600	5	31
500	6	26
428	7	22
375	8	20
333	9	17

Drehzahl [1/min]	Polpaar- zahl	Elektroden- abstand [mm]
300	10	16
200	15	10
150	20	7,8
120	25	6,3
100	30	5,2
75	40	3,9
60	50	3,1
50	60	2,6
40	75	2,1
30	100	1,6

Mit dem gewählten Radius von 0,1 m ergeben sich bei hohen Polpaarzahlen sehr geringe Elektrodenabstände. Diese lassen sich aus fertigungstechnischen Gründen nur mit großem Aufwand realisieren. Es ist aber zu beachten, daß sich die wesentlichen Ergebnisse der Parametervariation auch auf andere Maschinengrößen mit entsprechenden Elektrodenabständen übertragen lassen. Weiterhin sind auch fertigungstechnische Lösungen aus dem Bereich der Mikrostrukturtechnik denkbar, mit deren Hilfe auch noch wesentlich kleinere Baugrößen in den Bereich des Möglichen rücken.

Die Abszissen- sowie ein Teil der Ordinatenachsen der folgenden Abbildungen sind logarithmisch aufgeteilt. Dabei wird z.B. für einen Wert von  $1 \cdot 10^3$  die Schreibweise 1,00E+3 verwendet. Der Buchstabe "E" darf nicht mit der Basis des natürlichen Logarithmus ( $e = 2,71$ ) verwechselt werden.

Mit den Ausgangsdaten aus Tabelle 2 erhält man die in Abbildung 39 gezeigten Zusammenhänge. Im Drehzahlbereich von  $n = 30 - 176$  ( $n_p = 100 - 17$ ) ist aufgrund der relativ hohen Polpaarzahlen die innere Kapazität  $C_i$  der limitierende Faktor; d.h. der optimale Lastwiderstand  $R_a$  ist gleich  $C_i$ . Daher läßt sich der Einfluß der Polpaarzahl auf die dargestellten Größen weitestgehend aus den Gleichungen 93 und 94 ablesen. Sowohl die Leistung als auch die Spannung verhalten sich umgekehrt proportional zum Quadrat der Polpaarzahl. Das Verhältnis von Blind- zur Wirkleistung ist gleich eins und der Phasenwinkel damit  $45^\circ$ . Da die Elektrodenabstände und die Spannung aufgrund der großen Polpaarzahlen relativ gering sind, liegt die tangentielle Feldstärke zwischen den Elektroden unterhalb des zulässigen Maximalwertes. Deshalb kann für  $c_r$  und somit für die Ladungsdichte des Rotors der Maximalwert verwendet werden. Definitionsgemäß wird bei diesen Berechnungen für jede Polpaarzahl die optimale Drehzahl vorausgesetzt, weshalb der Leerlaufstrom ( $= I_{infl}$ ) für alle Anordnungen gleich ist. Bei einem konstanten Phasenwinkel ist deshalb auch der durch den Lastwiderstand fließende Strom konstant. Bei einer weiteren Verringerung der Polpaarzahl ( $n_p < 17$  bzw.  $n > 176 \text{ min}^{-1}$ ) wird der Lastwiderstand relativ zum inneren Blindwiderstand reduziert, da ansonsten aufgrund der steigenden Klemmenspannung und des Raumladungseinflusses die

maximal zulässige tangentielle Feldstärke überschritten würde. Dadurch sinkt das Verhältnis von Blind- und Wirkleistung, d.h. der Phasenwinkel wird reduziert ( $\varphi_p < 45^\circ$ ). Dies ist die Ursache für die Spannungsabsenkung und die Stromsteigerung im Bereich von  $n = 200 \text{ min}^{-1}$  (siehe auch Abb. 33). Der Leistungszuwachs ist dabei nur noch minimal. Ab einer Polpaarzahl von 14 ( $n = 215 \text{ min}^{-1}$ ) bleibt das Verhältnis von Blind- und Wirkleistung konstant ( $\varphi_p = \text{konst.}$ ). Stattdessen wird die Ladungsdichte des Rotors über den Faktor  $c_r$  reduziert. Dies führt zu einer Absenkung des Stromes. Gleichzeitig ist aber wieder eine Spannungssteigerung aufgrund der geringeren Raumladungsdichte möglich. Diese beiden Effekte heben sich auf, so daß die Leistung unverändert bleibt.

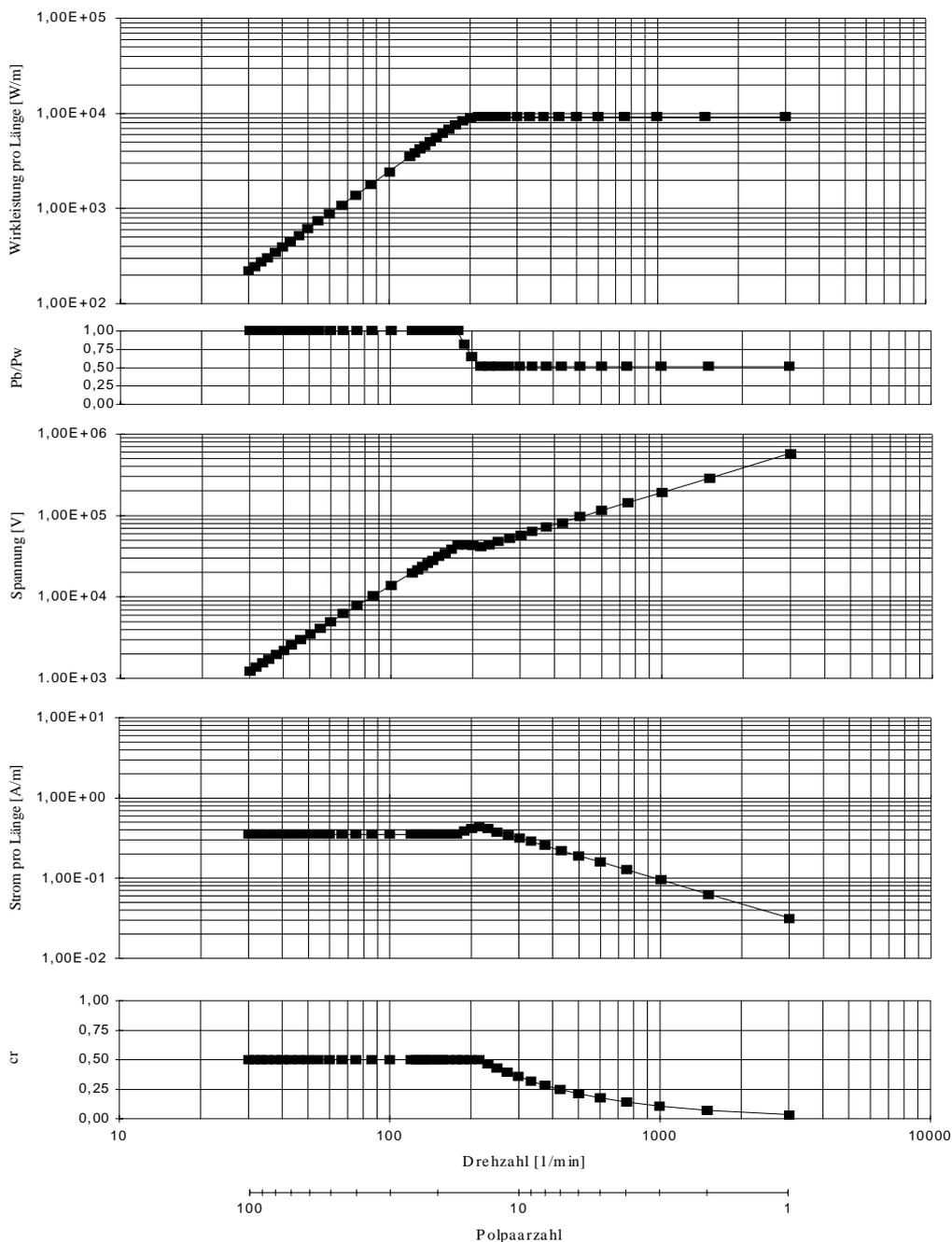


Abb. 39: Berechnungsergebnisse für Ausgangswerte von Tabelle 2

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß bei niedrigen Drehzahlen aufgrund des geringen Blindwiderstandes der Maschine der maximal mögliche Influenzstrom der limitierende Faktor ist. Bei hohen Drehzahlen hingegen wirkt sich die Kombination von Klemmenspannung und Raumladungsdichte leistungsbegrenzend aus. Verallgemeinert gilt, daß für hohe Leistungen bei niedrigen Drehzahlen eine möglichst große elektrische Verschiebung in radialer Richtung und bei hohen Drehzahlen in tangentialer Richtung anzustreben ist. Aus diesen grundsätzlichen Überlegungen kann man auch die Aussagen untenstehender Tabelle erklären, in welcher der Einfluß der wesentlichen Parameter auf die Wirkleistung aufgetragen ist. Nähere Erläuterungen hierzu werden im nächsten Kapitel gegeben.

Tabelle 5: Einfluß der Parameter auf die Wirkleistung bei niedrigen und hohen Drehzahlen:

<b>Parameter:</b>		<b>niedrige Drehzahl</b>	<b>hohe Drehzahl</b>
Radius	$r:$	↗	↗
Länge	$l:$	↗	↗
Elektrodenabstand	$c_s:$	↗	$\approx 0$
Potentialsteuerung	$c_p:$	↘	↗
Ladungsdichte des Rotors	$c_r:$	↗	0
Abstand Rotor - Stator	$c_d:$	↘	↗
maximale tangentielle Feldstärke	$E_{tmax}:$	0	↗
maximale radiale Feldstärke	$E_{rmax}:$	↗	0
Dielektrizitätszahl	$\epsilon:$	↗	↗
Strom- bzw. Spannungsfrequenz	$f:$	↘	↗
Polpaarzahl	$n_p:$	↘	0

(↗ bzw. ↘: höherer Parameterwert ergibt größere bzw. geringere Leistung; 0: ohne Einfluß)

### 8.2.3.2. Auswertung der Parametervariation

Um einen schnellen Überblick über die Auswirkungen der Rechenparameter auf die in Abbildung 39 dargestellten Größen zu bekommen, wird, ausgehend von den Werten aus Tabelle 2 jeweils ein Parameter zweimal variiert. Alle anderen Ausgangsdaten bleiben konstant. Die Darstellung der entsprechenden Berechnungsergebnisse erfolgt analog zu Abbildung 39, wobei jeweils eine von drei Kurven identisch mit dem entsprechenden Graphen aus dieser Abbildung ist. Zusätzlich werden noch einige Erläuterungen zu den zu erwartenden Größenordnungen der Parametern gegeben.

#### a) Radius $r$ und Länge $l$ (Abb. 40)

Der Radius  $r$  der Maschine wird auf 0,1m und die Länge  $l$  auf 1m festgelegt. Diese Werte sind frei gewählt. Die Wahl der Länge von 1m erlaubt es jedoch, die Leistungs- und Stromwerte ohne zusätzlichen Umrechnungsfaktor auch als W/m bzw. A/m zu interpretieren. Außerdem zeigen die entsprechenden Formeln (Gl. 94 und 97 mit 103), daß die Wirkleistung analog zum verlustlosen Generator direkt proportional zum Volumen  $V = r^2 \cdot \pi \cdot l$  ist. Die Ergebnisse können somit ohne Probleme auf andere Maschinengrößen skaliert werden. Da zudem die Spannung proportional zum Radius ist, ergibt sich die Möglichkeit, über den Radius das gewünschte Spannungsniveau zu erzielen.

#### b) Faktor für Rotoroberfläche: $c_r$ (Abb. 41)

Der Faktor  $c_r$  beeinflusst unmittelbar die maximale Ladungsdichte des Rotors und damit den zu erzielenden Influenzstrom. Daraus ergibt sich unmittelbar der entsprechenden Einfluß auf die Leistung bei niedrigen Drehzahlen. Ein Wert von 0,5 dürfte in der Praxis ohne Probleme zu erreichen sein. Inwieweit eine Optimierung dieses Parameters überhaupt sinnvoll ist, hängt von der angestrebten Drehzahl ab, da bei höheren Drehzahlen  $c_r$  durch  $c_{r\text{opt}}$  ersetzt wird, was einer Reduzierung der Ladungsdichte entspricht. Dies gilt zumindest dann, wenn aufgrund mangelnder Potentialsteuerung das Leistungsoptimum nicht erreicht werden kann (siehe auch Abb. 43). Es sei hier nochmals zur Verdeutlichung erwähnt, daß die Reduzierung von  $c_r$  nur eine rechentechnische Maßnahme zur Verringerung der Raumladungsdichte darstellt. Bei einer realen Maschine würde man einfach die Erregerspannung entsprechend herabsetzen.

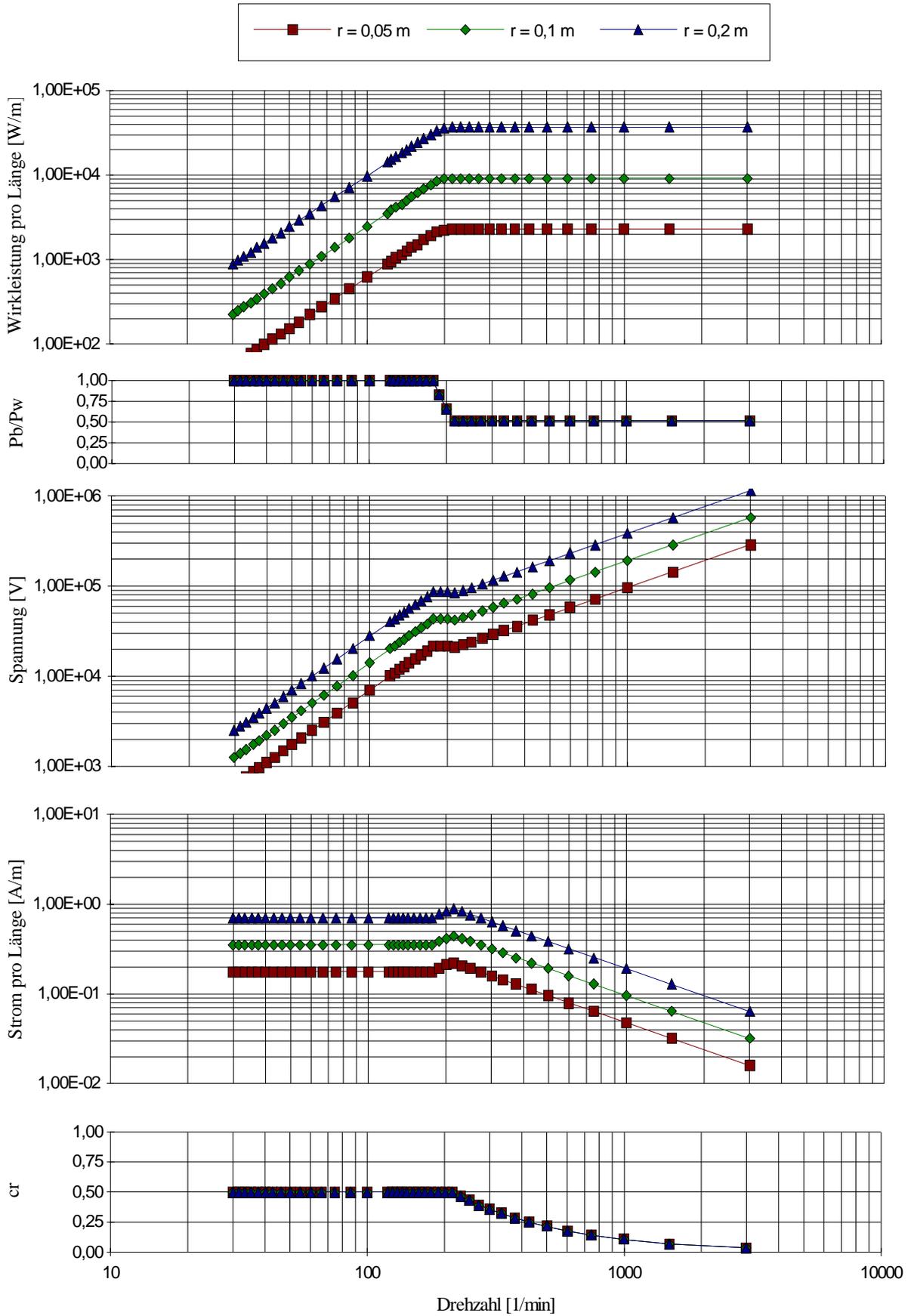
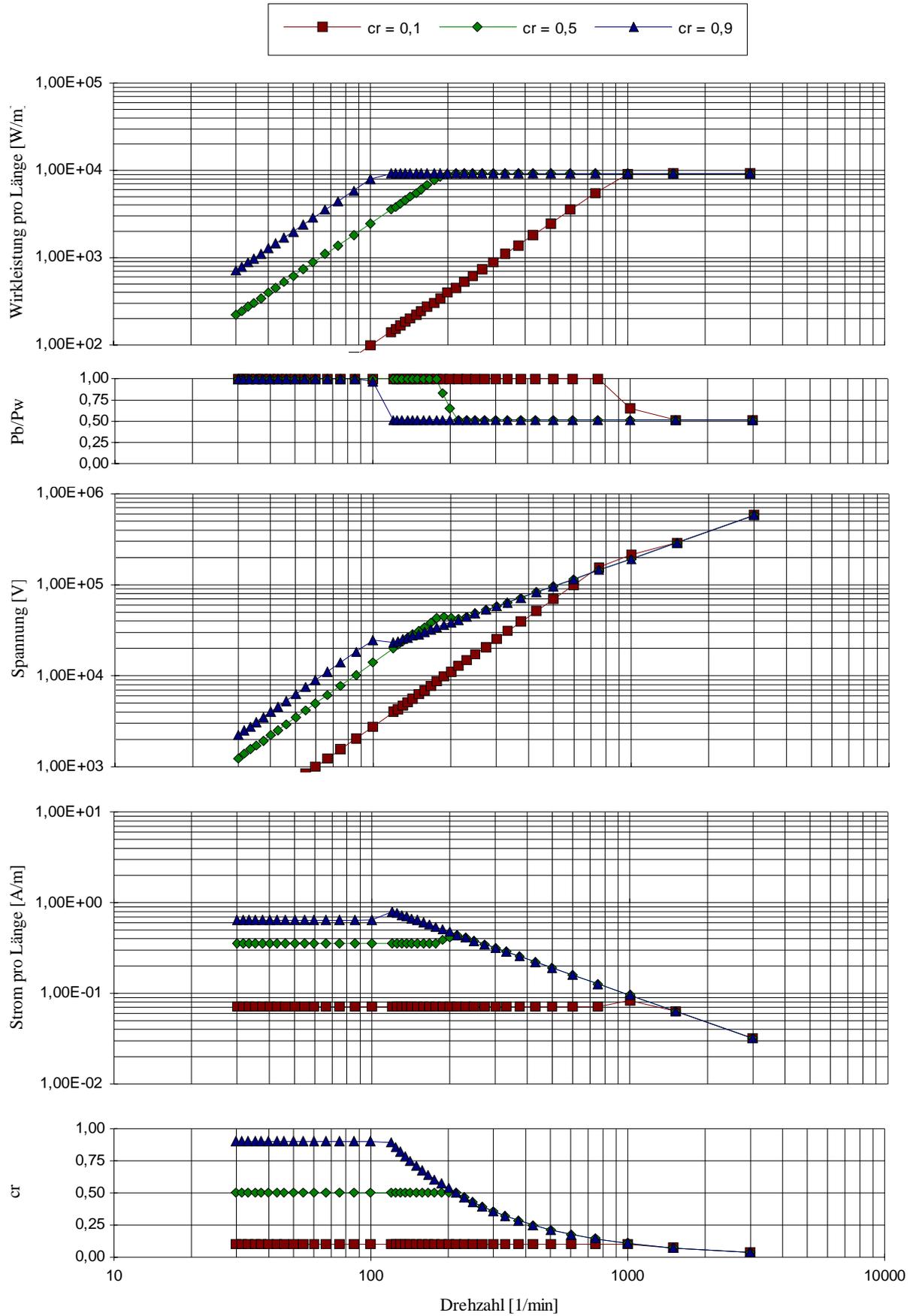


Abb. 40: r variabel

Abb. 41:  $c_r$  variabel

### c) Faktor für Elektrodenabstand: $c_s$

Der Faktor  $c_s$  ist ein Maß für den Abstand der Elektroden und beeinflusst dadurch unmittelbar die innere Kapazität der Maschine. Dies erklärt den Einfluß bei niedrigen Drehzahlen. Bei höheren Drehzahlen ist nur noch eine geringe Auswirkung auf die Wirkleistung erkennbar. Mit geringer werdendem Elektrodenabstand sinkt auch die maximal mögliche Spannung. Andererseits nimmt auch der Einfluß der Raumladungen auf die Tangentialfeldstärke ab. Dadurch wird ein größerer Influenzstrom möglich. Zusammen heben sich beide Effekte in etwa auf, wodurch die Wirkleistung nahezu konstant bleibt.

Bemerkenswert ist, daß allein die Variable  $c_s$  einen Einfluß auf das Verhältnis der Blindleistung zur Wirkleistung bei hohen Drehzahlen hat. Bei allen anderen Variablen strebt dieses Verhältnis auf einen Wert von etwa 0,5 zu. Ohne hier eine genaue mathematische Analyse machen zu wollen, sei zumindest folgende Beobachtung erwähnt. Die Berechnungen im Rahmen der Parametervariation haben gezeigt, daß das Leistungsverhältnis in sehr engem Zusammenhang mit der elektrischen Tangentialfeldstärke steht. Diese setzt sich, wie schon mehrfach erwähnt wurde, aus zwei Komponenten zusammen, deren Ursachen zum einen die Klemmenspannung und zum anderen die auf dem Rotor befindlichen "Raumladungen" sind. Das Verhältnis dieser beiden Komponenten wird dabei ebenso wie das Leistungsverhältnis ausschließlich von dem Parameter  $c_s$  beeinflusst.

Die bisherigen Aussagen bezüglich der Variablen  $c_s$  erscheinen in einem etwas anderen Licht, wenn die bisherigen Voraussetzungen (Polpaarzahl bzw. Drehzahl variabel, alle weiteren Parameter konstant) verändert werden. Führt man die Berechnungen bei konstanter Polpaarzahl in Abhängigkeit von der Variablen  $c_p$  (Potentialsteuerung) durch, ergeben sich die in Abbildung 43 gezeigten Kurven. Das absolute Leistungsmaximum wird hier für  $c_s = 0,7$  erreicht. Für alle Werte von  $c_s$  gilt, daß am Leistungsmaximum das Verhältnis von Blind- zur Wirkleistung kleiner eins ist. Der Faktor  $c_r$  und damit die Ladungsdichte auf dem Rotor ist nicht reduziert ( $c_{r\text{opt}} = c_r$ ). D.h. sowohl die tangentiale als auch die radiale Feldstärke sind gleich dem jeweils zulässigen Maximalwert.

Eine Leistungsoptimierung über den Faktor  $c_s$  ist wie beim verlustlosen Generator (Gl. 70), nur in Verbindung mit den übrigen Parametern ( $c_r$ ,  $c_p$  bzw.  $c_d$ ) möglich.

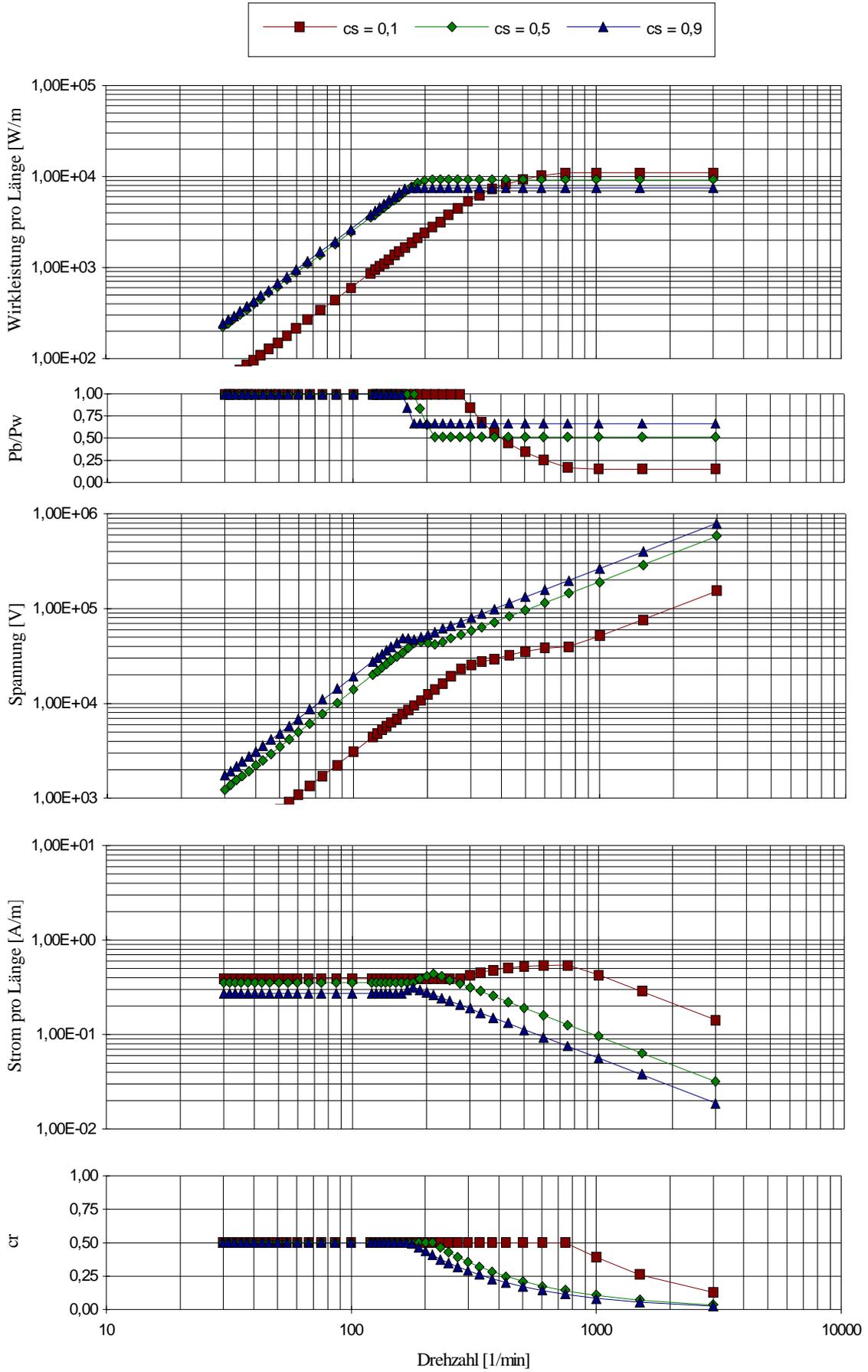


Abb. 42:  $c_s$  variabel

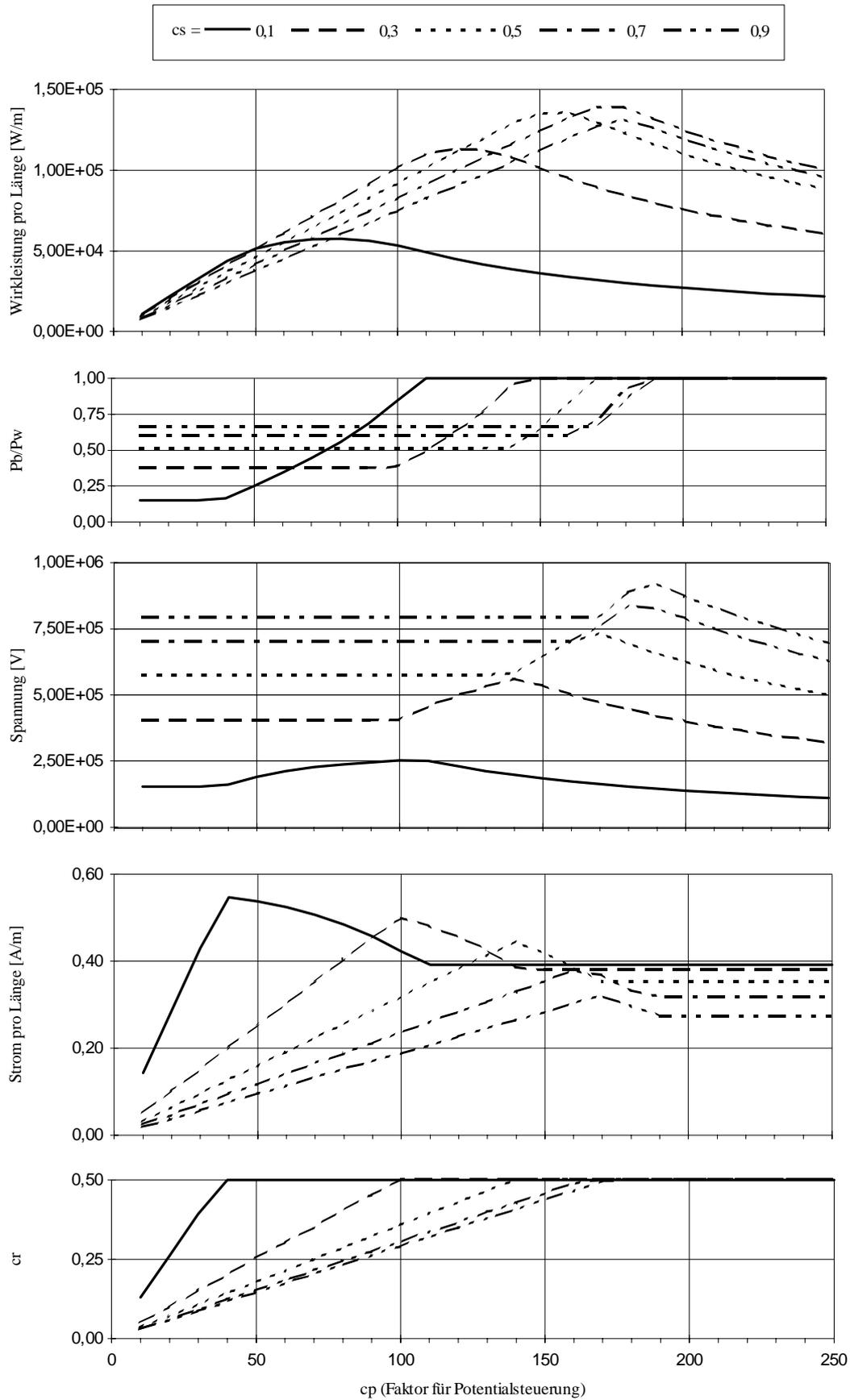
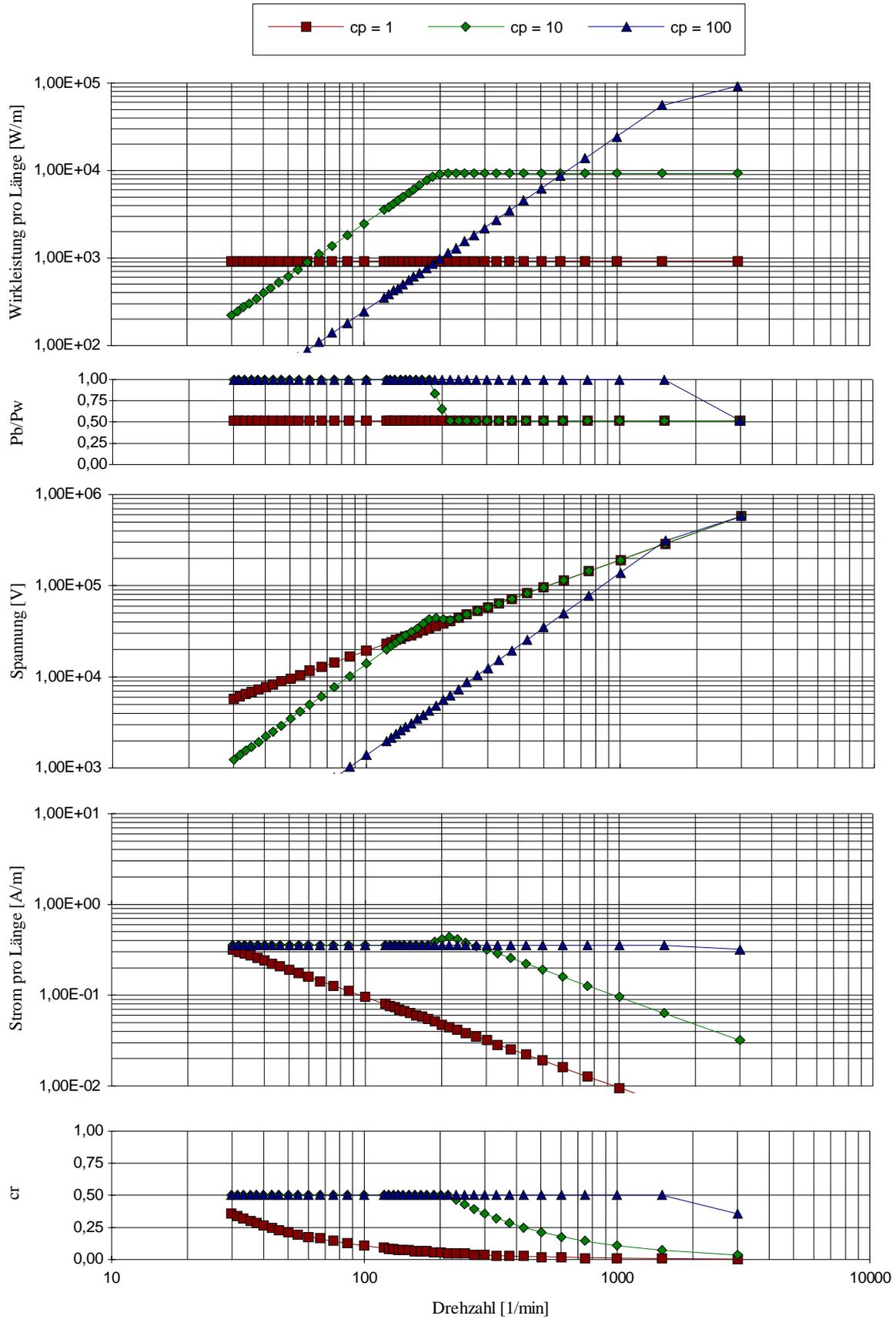


Abb. 43:  $c_s$  (Elektrodenabstand) variabel, alle Werte in Abhängigkeit von  $c_p$ ,  
 $n = 3000 \text{ min}^{-1}$ ,  $n_p = 1$

#### **d) Faktor für Potentialsteuerung: $c_p$ / Faktor für Abstand Rotor - Stator: $c_d$**

Die Wahl des Parameters  $c_p$  ist im Vergleich zu den übrigen Variablen mit den größten Unsicherheiten behaftet. Wie schon an früherer Stelle erwähnt, wird versucht, mit diesem Faktor den Einfluß von Maßnahmen zur Potentialsteuerung zu erfassen. Welche minimalen bzw. maximalen Werte sich tatsächlich erzielen lassen, kann sicherlich erst durch weitere umfangreiche Forschungen ermittelt werden. Der Wert 1 als untere Grenze ist nur ein theoretischer Wert, da hierbei die Kapazitäten des Stators und des Rotors sowie die Erdkapazitäten vernachlässigt werden. Die obere Grenze dürfte im Bereich von mehreren Zehnerpotenzen liegen. Durch die Zahl und Gestaltung der Steuerelektroden sowie durch die Wahl des Statormaterials hat man viele Möglichkeiten, den Verlauf der elektrischen Feldlinien und damit die Wirksamkeit der Potentialsteuerung zu beeinflussen. Der hier verwendete Faktor 10 für  $c_p$  stellt demnach eher eine untere Grenze dar und wird sich bei geringen Polpaarzahlen ohne Probleme erhöhen lassen. Anzumerken ist noch, daß der Faktor  $c_p$  bei den Gleichungen in Tabelle 3 ausschließlich als Produkt zusammen mit dem Faktor  $c_d$  (Abstand Rotor - Stator) in Erscheinung tritt. Unter den für die Berechnungen gemachten Voraussetzungen ist es deshalb möglich, anstelle der Erhöhung des Faktors  $c_p$ , eine Vergrößerung des Rotorspaltes in Erwägung zu ziehen. Diese Maßnahme hat unter anderem Einfluß auf das Maschinenvolumen, die Erregerspannung und auf die fluiddynamischen Verluste. Welche Variante man letztendlich wählt, ist vor allen Dingen davon abhängig, mit welchem konstruktivem Aufwand sich eine wirkungsvolle Potentialsteuerung realisieren läßt.

Der Faktor  $c_d$  ist ein Maß für den Abstand zwischen Rotor und Stator und beeinflusst durch die Änderung der inneren Tangentialkapazität den Blindwiderstand der Maschine. Daher gelten hier dieselben Aussagen, wie sie auch für die Variable  $c_p$  (= Potentialsteuerung) getroffen wurden. Problematisch dürften allein die bei niedrigen Drehzahlen anzustrebenden geringen Spaltbreiten sein. Dabei ist weniger die absolute Größe entscheidend, sondern vielmehr die im Betrieb auftretenden Änderungen der Spaltbreite. Insbesondere an der Erreger- elektrode hat eine Spaltänderung Amplitudenänderungen des Erregerstromes und damit einen schwankenden Influenzstrom zur Folge (siehe auch [18]). Anhand der Fertigungstoleranzen und den maximal erlaubten Amplitudenschwankungen des Stromes ergibt sich dann der Minimalwert für  $c_d$ . Der hier gewählte Wert für  $c_d$  von 0,01 dürfte ohne Probleme zu realisieren sein. Für konventionelle elektromagnetische Generatoren wird von Raabe ein um den Faktor 10 kleinerer Wert angegeben [34]. Dabei muß berücksichtigt werden, daß sich bei diesen Generatoren keine Flüssigkeit, sondern Luft zwischen dem Stator und dem Rotor befindet. Inwieweit die durch die Flüssigkeitsreibung bedingten Verluste eine Vergrößerung der Spaltbreite notwendig machen, wird im Kapitel 9 untersucht.

Abb. 44:  $c_p$  variabel

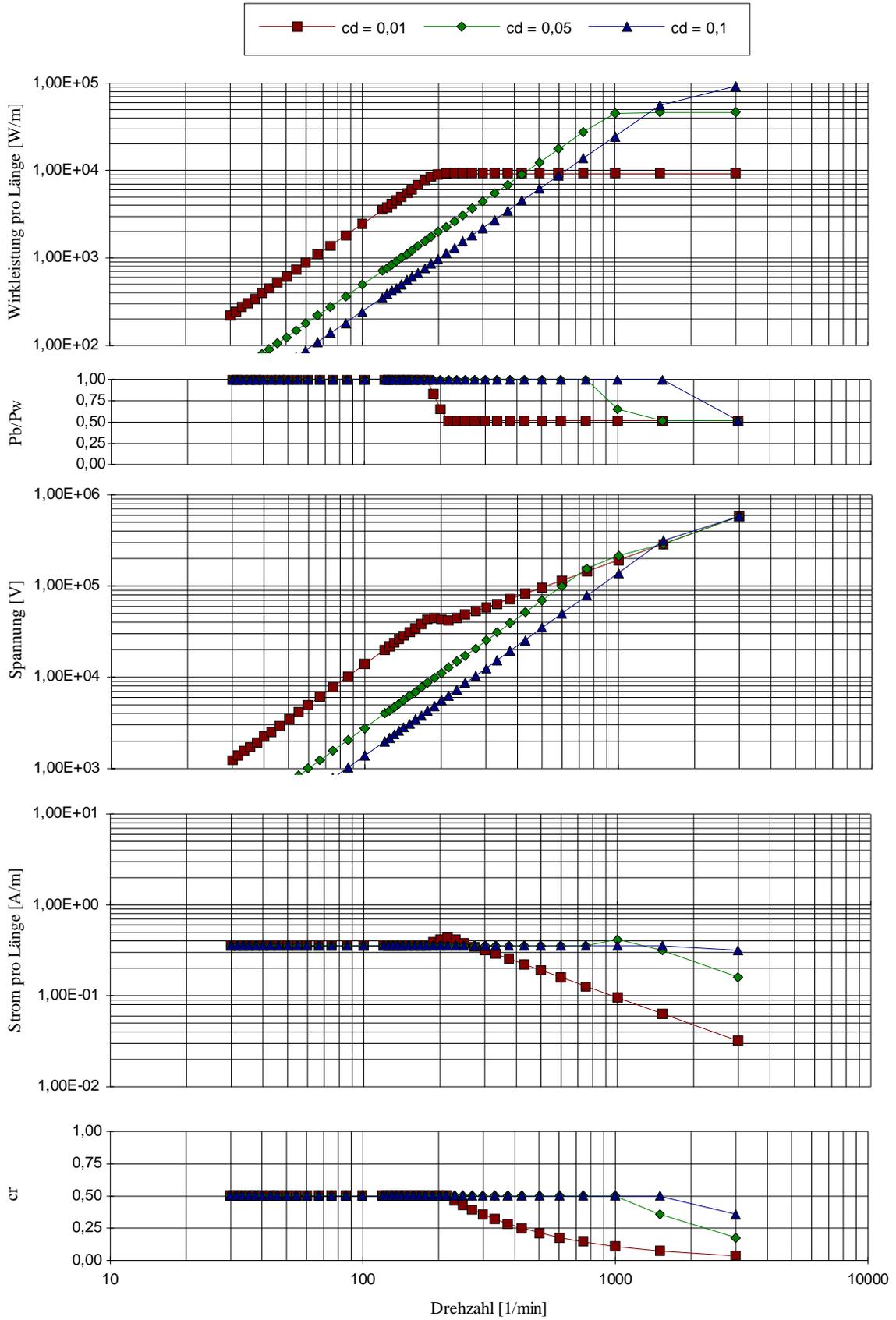


Abb. 45:  $c_d$  variabel

**e) Faktor für Potentialsteuerung  $c_p$  mit maximalen Elektrodenabstand  $a$  ( $\Rightarrow c_s \leq 0,5$ )**

Es soll an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben, daß bisher noch keine experimentellen Erfahrungen mit größeren Elektrodenabständen vorliegen. Der Elektrodenabstand  $a$  der verwendeten Versuchsgeneratoren (siehe Kapitel 10) liegt in der Größenordnung von 1 cm. Die damit erzielte Klemmenspannung beträgt etwa 50 kV. Deshalb werden in nachfolgender Abbildung die Berechnungsergebnisse auf Grundlage dieser Maximalwerte dargestellt. Alle anderen Werte entsprechen den Ausgangsdaten von Tabelle 2. Bei großen Polpaarzahlen ( $n_p \geq 16 \Rightarrow \text{Drehzahl } n < 187 \text{ min}^{-1}$ ) wird weiterhin mit dem Faktor  $c_s = 0,5$  gerechnet. Deshalb sind bis zu dieser Drehzahl keine Unterschiede zu Abbildung 44 zu erwarten. Erst wenn mit sinkender Polpaarzahl der Elektrodenabstand den Wert von 1 cm übersteigen würde, wird  $a$  gleich 1 cm gesetzt. Der Faktor  $c_s$  wird dann aus dem Radius  $r$ , der Polpaarzahl  $n_p$  und dem maximalen Elektrodenabstand  $a$  berechnet (Gl. 84). Damit ergeben sich abweichend von Tabelle 4 folgende Zuordnungen:

Drehzahl [1/min]	Polpaarzahl	Elektrodenabstand [mm]
3000	1	10
1500	2	10
1000	3	10
750	4	10
600	5	10
500	6	10
428	7	10
375	8	10
333	9	10
300	10	10

Drehzahl [1/min]	Polpaarzahl	Elektrodenabstand [mm]
200	15	10
187	16	10
150	20	7,8
120	25	6,3
100	30	5,2
75	40	3,9
60	50	3,1
50	60	2,6
40	75	2,1
30	100	1,6

Bei der Variation des Parameters  $c_s$  wurde gezeigt, daß der Elektrodenabstand bei geringen Polpaarzahlen nur einen geringen Einfluß auf die Wirkleistung hat. Daraus erklärt sich die Tatsache, daß die Leistungskurven in den Abbildungen 44 und 46 auch bei größeren Drehzahlen sowohl für  $c_p = 1$  als auch für  $c_p = 10$  nahezu identisch sind. In beiden Fällen ist spätestens ab einer Drehzahl von etwa  $200 \text{ min}^{-1}$  eine Reduzierung der Rotorladungen durch den Faktor  $c_r$  notwendig, um das Überschreiten der maximalen Tangentialfeldstärke zu verhindern (für  $c_p = 1$  gilt dies im gesamten untersuchten Drehzahlbereich). Durch den geringeren Elektrodenabstand wird der Feldstärkenanteil der Rotorladungen an der Tangentialfeldstärke reduziert, wodurch die Verringerung der Rotorladungsdichte entsprechend geringer ausfallen kann. Dieselbe Wirkung hat auch die Spannungsbegrenzung auf 50 kV. Deshalb tritt bei höheren Drehzahlen im Vergleich zu Abbildung 44 kein weiterer Abfall des Stromes auf.

Im Gegensatz dazu ergibt sich für  $c_p = 100$  bei höheren Drehzahlen eine deutliche Leistungsminderung. Durch den konstanten Elektrodenabstand wird die innere Kapazität mit sinkender Polpaarzahl nicht so stark reduziert, wie dies bei konstantem  $c_s$  der Fall ist. Dies erklärt die

hohen Blindleistungsverluste. Bei einer Drehzahl von  $3000 \text{ min}^{-1}$  wirkt sich im Gegensatz zu den oben geschilderten Fällen die Spannungsbegrenzung zusätzlich leistungsmindernd aus, da diese nicht durch eine höhere Rotorladungsdichte kompensiert werden kann ( $c_{r\text{max}} = 0,5$ ).

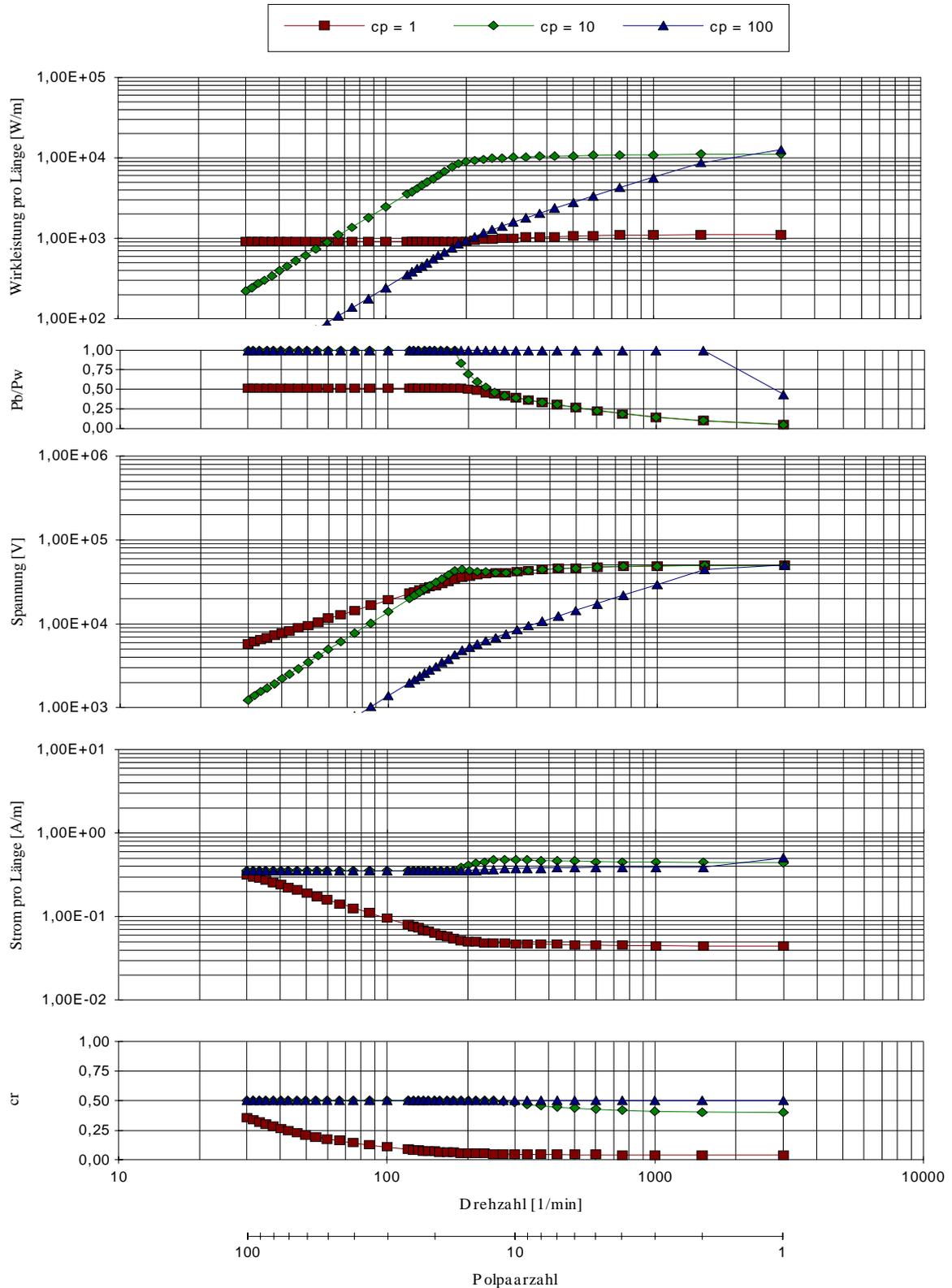


Abb. 46:  $c_p$  variabel (maximaler Elektrodenabstand  $a = 1 \text{ cm}$ , maximale Klemmenspannung  $U = 50 \text{ kV}$ )

### f) Maximal zulässige tangentielle und radiale Feldstärke $E_T$ und $E_R$

Der Einfluß der maximal zulässigen elektrischen Feldstärke auf die Leistung ist aufgrund der allgemeinen Aussagen am Beginn dieses Kapitels unmittelbar einleuchtend. Die Feldstärke  $E_R$  beeinflusst die Ladungsdichte des Rotors und ist daher nur bei niedrigen Drehzahlen von Bedeutung.  $E_T$  hingegen ist maßgebend für die maximal mögliche "Raumladungsdichte" und die maximal mögliche Klemmenspannung. Der Einfluß von  $E_T$  ist deshalb nur bei höheren Drehzahlen maßgebend. Entscheidend ist nun, welche absoluten Größenordnungen man für die jeweiligen Feldstärken erwarten kann. Die überwiegende Anzahl von Veröffentlichungen über die maximalen Feldstärken in flüssigen Isolierstoffen bezieht sich dabei auf Untersuchungen von Isolierölen bzw. -flüssigkeiten für den Transformatorenbau [3; 48]. Je nach dem Wassergehalt der Öle werden effektive Durchschlagsfeldstärken von 200 bis 350 kV/cm angegeben. Dies entspricht etwa den Werten, welche am Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik bei blanken Elektroden mit flüssigen Alkylencarbonaten erreicht wurden. Es hat sich jedoch gezeigt, daß trotz guter Isolationswerte des Dielektrikums größere Ladungsverluste aufgrund von Injektionsströmen an den Elektrodenoberflächen auftreten. Zur Verringerung dieser Ladungsverluste wurden von Dittrich [8; 12] neben der Konditionierung von blanken Elektroden auch die Wirkung verschiedener Dialysemembranen und Lacküberzüge auf den Elektrodenoberflächen untersucht [15]. Im Rahmen dieser Experimente konnten bei Gleichstromversuchen Feldstärken bis zu 568 kV/cm aufrechterhalten werden. Dabei muß ausdrücklich betont werden, daß sich die Forschungen zur Elektrodenbeschichtung erst am Anfang befinden. Es existieren leider noch keinerlei Erkenntnisse darüber, welche Art von Oberflächenbehandlung der Elektroden (Dialysemembranen, Lacküberzüge etc.) sich letztendlich als geeignet für den Einsatz in einer elektrostatischen Maschine erweisen wird. Deshalb wird für die Parametervariation von einem konservativen Wert für die Durchschlagsfeldstärke von 250 kV/cm ausgegangen. Aufgrund der bisherigen Ergebnisse besteht jedoch die begründete Hoffnung, daß sich zumindest bei Gleichspannungsversuchen in Alkylencarbonaten elektrische Durchschlagsfeldstärken von 500 kV/cm erreichen lassen.

Problematischer sind Aussagen zur maximalen Überschlagsspannung zu machen, da in diesem Fall zusätzlich noch das Material und die Oberfläche des zweiten Isolators (Statoroberfläche) eine Rolle spielen. Wie oben schon angesprochen, gibt es auch noch große Unsicherheiten bezüglich der notwendigen Restleitfähigkeit der Statoroberfläche. Deshalb wurden bisher keine gezielten Untersuchungen zur Überschlagfestigkeit von flüssigen Dielektrika durchgeführt. Aus den Veröffentlichungen zur Überschlagfestigkeit von flüssigen und auch gasförmigen Isolierstoffen [48] lassen sich aber sicherlich Parallelen ziehen. Ein wesentliches Kriterium für die Überschlagfestigkeit ist die Oberflächengüte des festen Isolierkörpers [3; 31]. Bei glatten Oberflächen kann die Überschlagsspannung durchaus genauso groß wie die Durchschlagsspannung sein. Dies ist vor allen Dingen dann zu erwarten, wenn die Grenzschicht zwischen dem festen und dem flüssigen Isolator parallel zu den elektrischen

Feldlinien verläuft [23]. Leider wird sich diese Forderung bei einer elektrostatischen Wechselstrommaschine nicht erfüllen lassen, da sich aufgrund der wechselnden Rotorladungen und der Potentialänderungen zwischen den Statorelektroden ständig ein veränderliches Feldlinienbild ergibt. Deshalb wird mit einer Überschlagsfeldstärke von 100 kV/cm ein verhältnismäßig niedriger Wert angenommen, welcher bei Mischungen aus Propylen- und Ethylencarbonat experimentell problemlos erreicht werden kann.

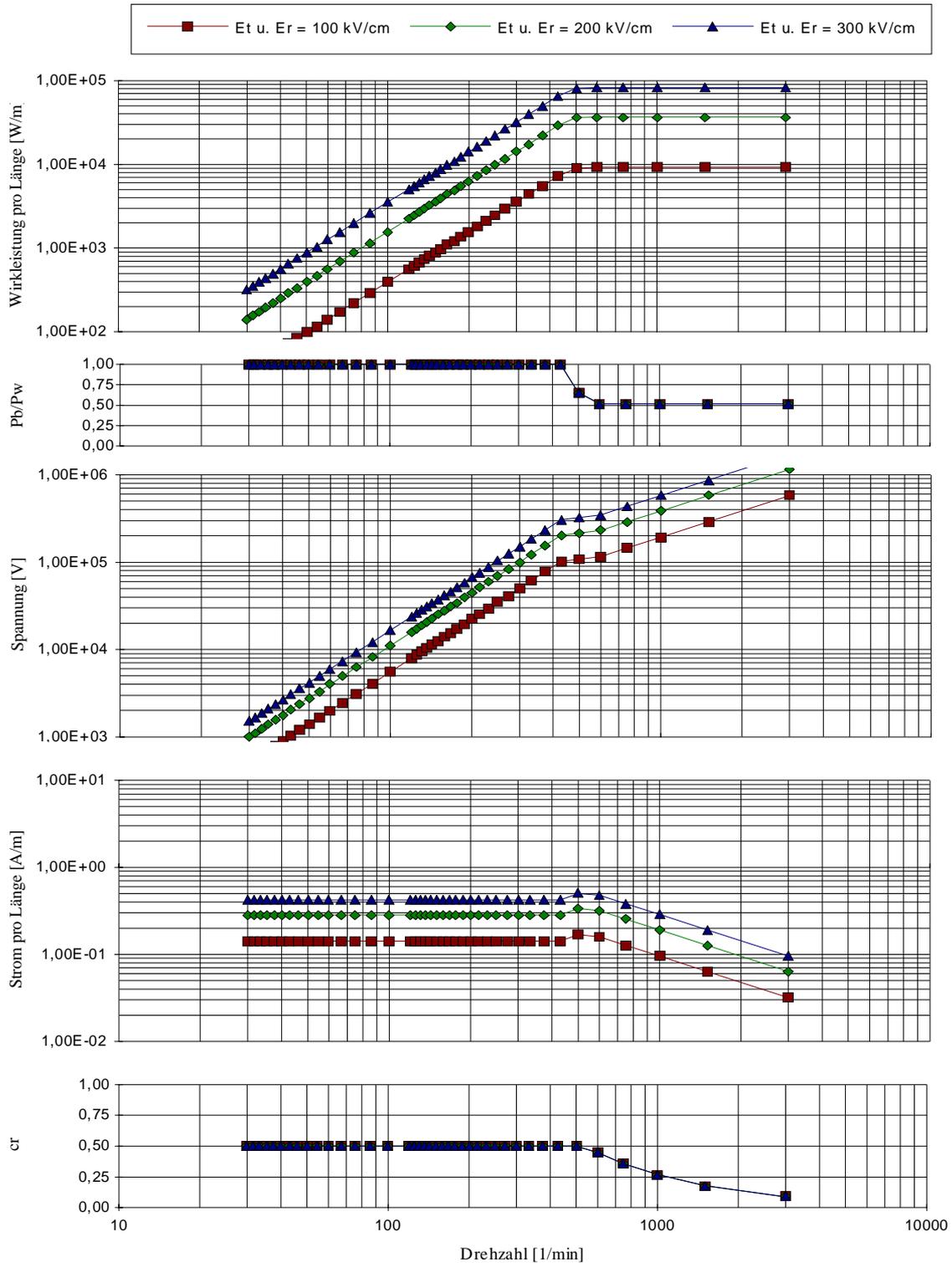


Abb. 47:  $E_{Tmax}$  und  $E_{Rmax}$  variabel

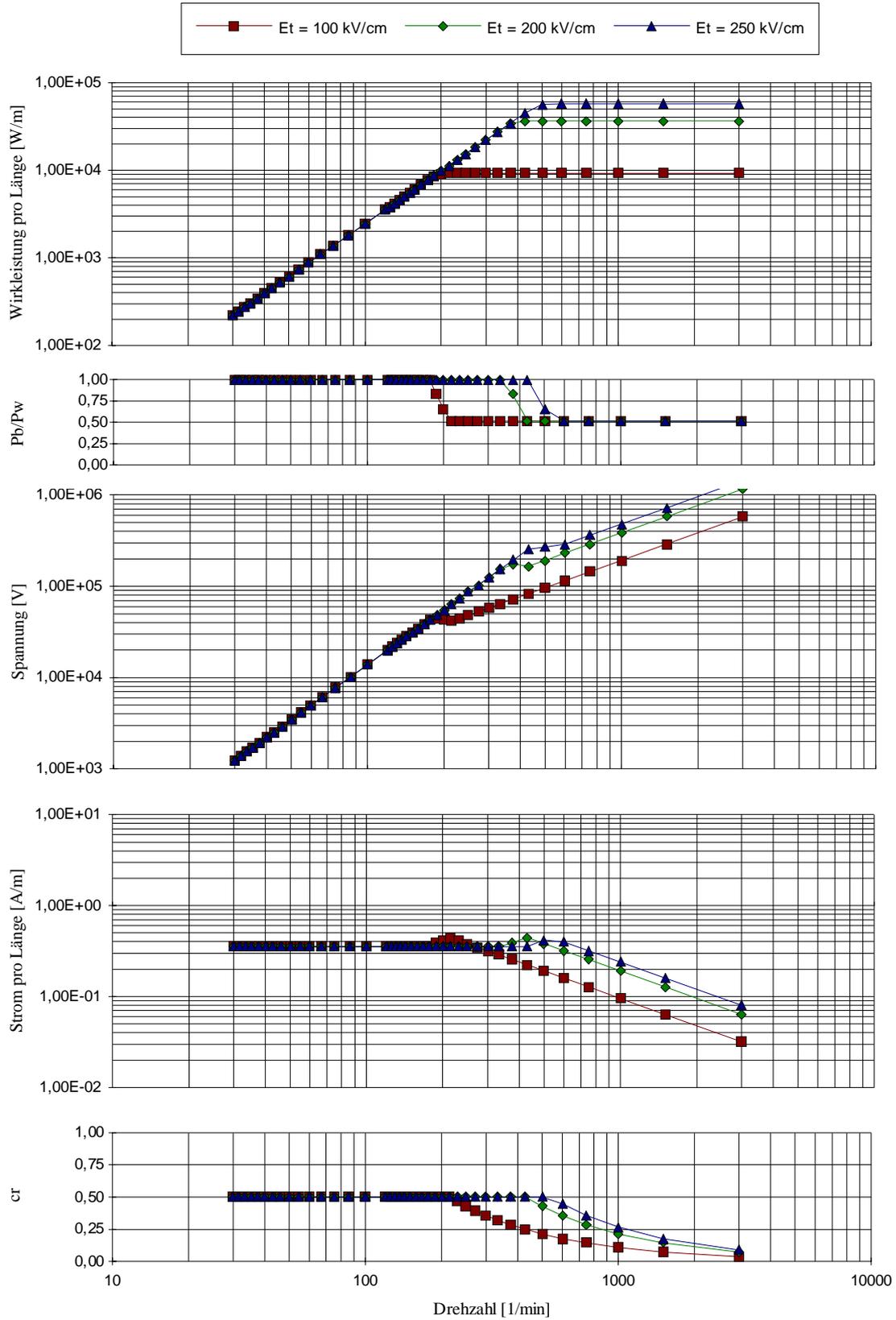
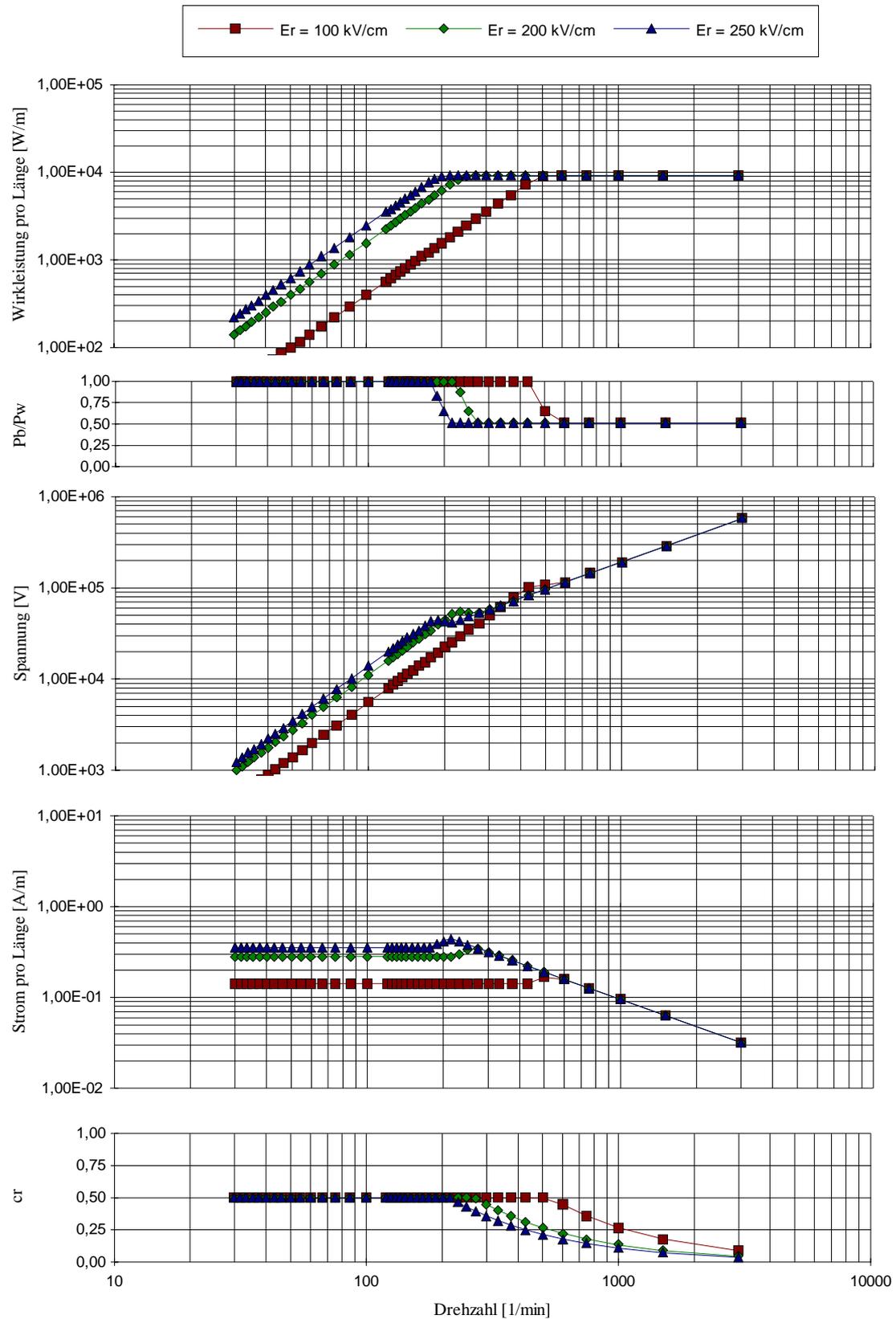


Abb. 48:  $E_{Tmax}$  variabel

Abb. 49:  $E_{Rmax}$  variabel

### g) Relative Dielektrizitätszahl $\epsilon_r$ (Abb. 50)

Der Einfluß von  $\epsilon$  beruht auf denselben Grundlagen wie bei  $E_R$  und  $E_T$ . Eine Erhöhung von  $\epsilon_r$  bewirkt durch die Erhöhung der elektrischen Verschiebung sowohl in radialer als auch in tangentialer Richtung eine drehzahlunabhängige Leistungssteigerung. Die am Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik verwendeten flüssigen Dielektrika bestehen aus Mischungen verschiedener Alkylencarbonaten, deren Dielektrizitätszahl zwischen 65 und 80 liegt. Derzeit sind keine weiteren geeigneten hochisolierenden Flüssigkeiten mit höheren Dielektrizitätszahlen bekannt. Bisher sind auf diesem Gebiet aber auch keine größeren Forschungsvorhaben bekannt geworden. Es ist deshalb durchaus zu hoffen, daß noch weitere hochisolierende flüssige Dielektrika mit höheren Dielektrizitätszahlen hergestellt werden können [siehe auch 35]. Dies dürfte einer der erfolgversprechendsten Wege sein, die Leistungsfähigkeit elektrostatischer Maschinen zu verbessern.

### h) Stromfrequenz $f$ (Abb. 51)

Wie bei allen Wechselstrommaschinen hat die Veränderung der Stromfrequenz Einfluß auf die Leistungsfähigkeit. Eine Frequenzerhöhung wirkt sich aber nur bei höheren Drehzahlen leistungssteigernd aus. Bei konstanter Drehzahl ist mit steigender Stromfrequenz eine höhere Polpaarzahl erforderlich, welche zu einer größeren inneren Kapazität führt. Diese hat, wie auch die höhere Stromfrequenz selbst, eine Verringerung des kapazitiven Blindwiderstandes zur Folge. Da der Blindwiderstand im Gegensatz zu elektromagnetischen Maschinen parallel zum Verbraucher liegt, ergibt eine Erhöhung der Frequenz bei niedrigen Drehzahlen eine Leistungsminderung. Dagegen sind bei höheren Drehzahlen Leistungssteigerungen zu erwarten, wobei aber nicht übersehen werden darf, daß bei höheren Drehzahlen die fluiddynamischen Verluste überproportional ansteigen. In der Praxis dürfte die Frequenz in den meisten Fällen vorgegeben sein, wodurch diese Möglichkeit zur Leistungsbeeinflussung in der Regel nicht in Frage kommt. Andererseits ergeben sich gerade in denjenigen Fällen vielversprechende Möglichkeiten, bei welchen man alleine aufgrund der hohen Wärme- und Magnetisierungsverluste elektromagnetischer Maschinen auf höhere Stromfrequenzen verzichten muß.

Es sei an dieser Stelle nochmals auf die eingangs erwähnte Voraussetzung hingewiesen, daß die Polpaarzahl direkt proportional zur Stromfrequenz ist (siehe Tabelle 2). Die Zuordnung Drehzahl - Polpaarzahl aus Tabelle 4 gilt daher nur für  $f = 50$  Hz.

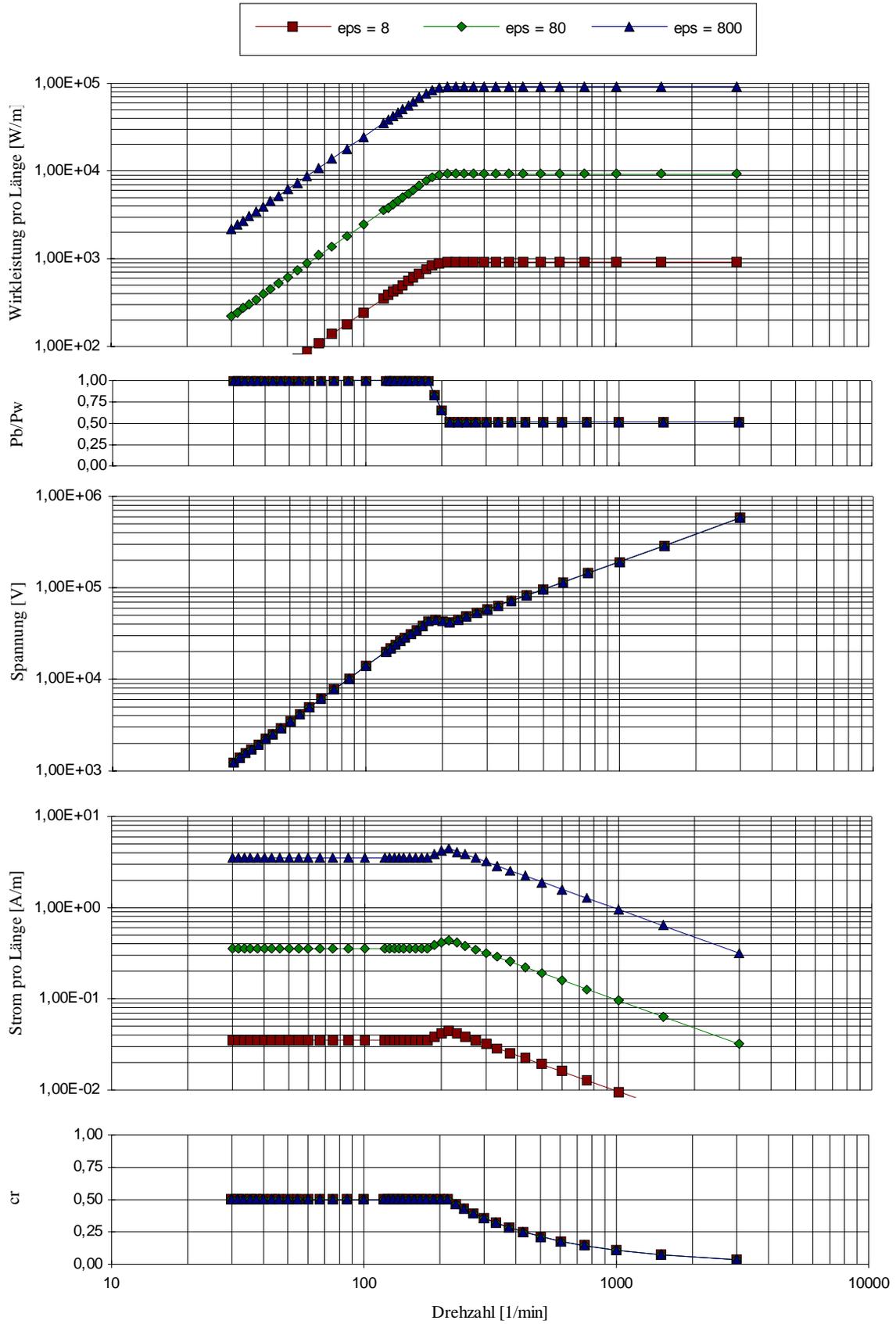


Abb. 50:  $\epsilon_r$  variabel

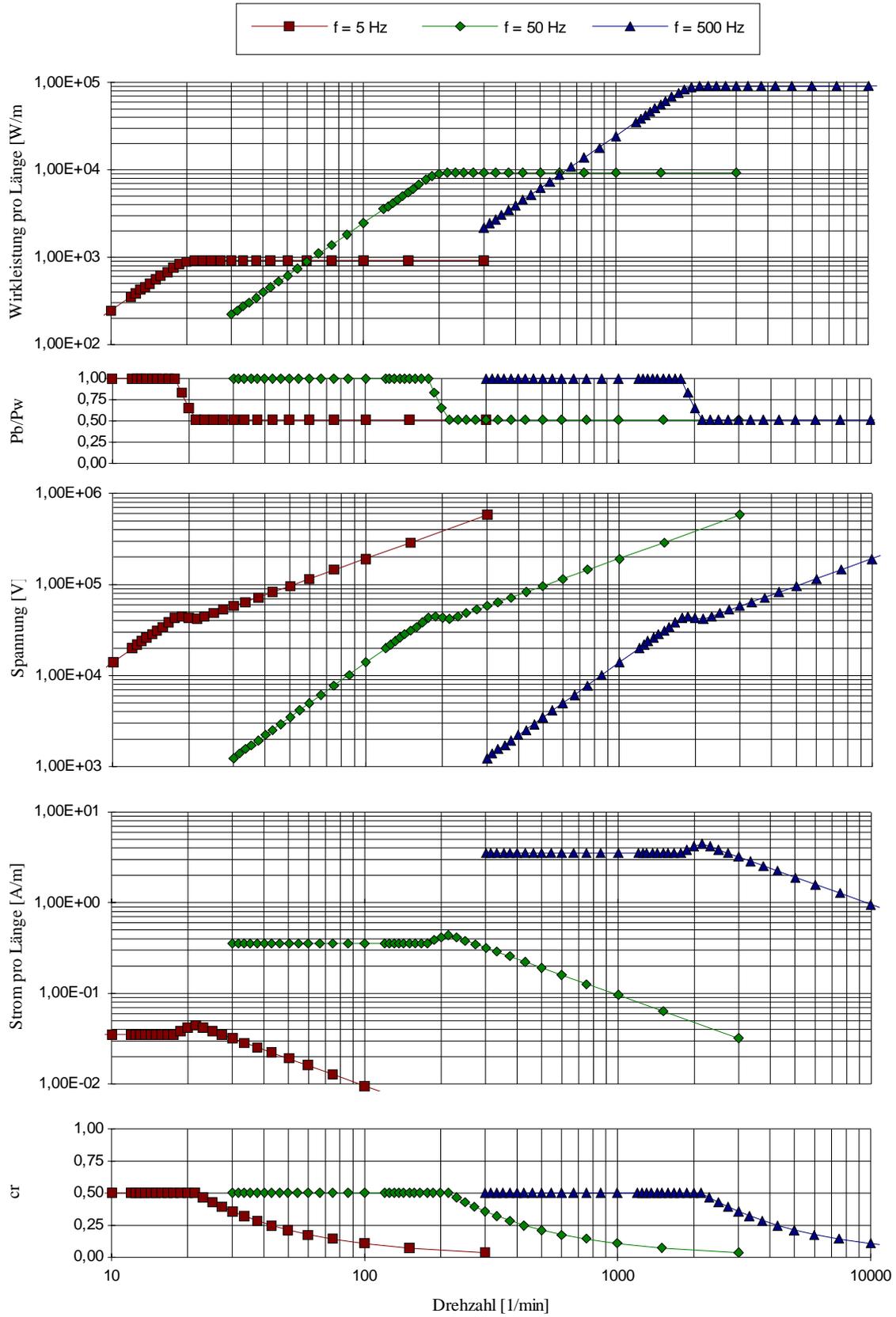


Abb. 51: f variabel

### 8.3. Leistungsvergleich elektrostatischer mit elektromagnetischen Maschinen

#### 8.3.1. Leistung pro Volumen

Für einen Leistungsvergleich ist man überwiegend auf theoretische Überlegungen angewiesen, da die wenigen existierenden elektrostatischen Maschinen im wesentlichen auf die Erzeugung von Hoch- und Höchstspannung, nicht aber auf hohe Leistungen ausgelegt sind. Die dabei notwendigen großen Isolationsabstände haben große Volumina der Anlagen zur Folge, wodurch die Leistung pro Volumen minimal wird. Erste nähere Überlegungen zur möglichen spezifischen Leistungsfähigkeit elektrostatischer Maschinen wurden von Felici vorgestellt [19]. Für einen Gleichstromgenerator wird ein möglicher Wert von  $2000 \text{ kW/m}^3$  angegeben. Die dabei zugrunde gelegte Feldstärke beträgt  $425 \text{ kV/cm}$ , wobei eine Druckbeaufschlagung des gasförmigen Dielektrikums vorausgesetzt wird. Als Volumen wird der Raumbedarf der Stator- und Rotorelektroden ohne Berücksichtigung des Gehäuses und eventueller Zusatzgeräte herangezogen. In einer neueren Studie von Sanborn [37] wird das Konzept einer Vakuummaschine untersucht. Diese erzeugt einen pulsierenden Wechselstrom, welcher über Kondensatoren und Gleichrichter in Gleichstrom umgewandelt wird. Die erzeugte spezifische Leistung soll  $4400 \text{ kW/m}^3$  bei einer Feldstärke von  $250 \text{ kV/cm}$  betragen. Zum Vergleich wird für konventionelle elektromagnetische Maschinen ein Wert von  $3400 \text{ kW/m}^3$  angenommen. Die Drehzahl des elektrostatischen Generators beträgt  $9600 \text{ min}^{-1}$ . Die Volumina beziehen sich dabei auf komplette Generatoren einschließlich Gehäuse, aber ohne Zusatzgeräte (z.B. Vakuumpumpen, Transformatoren etc). Sanborn weist auch darauf hin, daß ein elektrostatischer Generator im Wechselstrombetrieb deutlich schlechter abschneiden würde, da die maximale Drehzahl aufgrund der festgelegten Stromfrequenz limitiert sei. Diese Drehzahlbegrenzung verliert durch die Ergebnisse der hier vorliegenden Arbeit ihre Gültigkeit. Leistungssteigernd wirkt sich auch die Verwendung flüssiger Dielektrika mit hoher Dielektrizitätszahl aus. Daher ist im Vergleich zu den bisherigen Veröffentlichungen mit einer deutlichen Steigerung der Leistung pro Volumen zu rechnen.

Zur Ermittlung der spezifischen Leistung elektrostatischer Maschinen empfiehlt es sich, zuerst als Bezugsgröße das Rotorvolumen heranzuziehen, da dieses direkt proportional zur Leistung ist (Gleichung 94 und 97 mit 103). Für die Leistungsberechnung werden dieselben Ausgangsdaten, wie sie für die Parametervariation verwendet wurden (Tabelle 2), herangezogen. Abweichend davon wird jedoch für jede Polpaarzahl der optimale Wert für  $c_p$  (= Potentialsteuerung) durch mehrere Iterationsschritte ermittelt. In der folgenden Abbildung sind die Ergebnisse für unterschiedliche Werte von  $E_t$  und  $E_r$  aufgetragen. Es wird nochmals darauf hingewiesen, daß es sich bei den Graphen, wie bei der vorangegangenen Parametervariation auch, nicht um die Werte eines Generators handelt. Vielmehr werden die Ergebnisse von Generatoren mit unterschiedlichen Polpaarzahlen dargestellt und die Punkte durch eine Linie

verbunden. Strenggenommen ist der Graph nur bei Drehzahlen  $n = 3000 \cdot n_p^{-1}$  ( $n_p$  = Polpaarzahl) definiert. Auf die Darstellungen der einzelnen Punkte wird aber aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

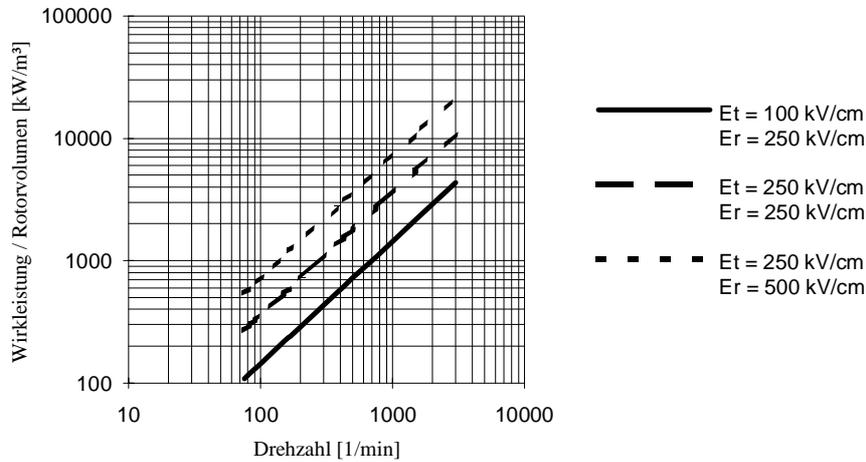


Abb. 52: Spezifische Leistung (Leistung / Rotorvolumen) von elektrostatischen Maschinen bei optimalen Wert für  $c_p$

Die Steigung der Linien für die elektrostatischen Maschinen ist in allen Fällen gleich Eins. In Verbindung mit der doppelt-logarithmischen Darstellung bedeutet dies, daß die Leistung pro Rotorvolumen bei jeweils optimaler Potentialsteuerung direkt proportional zur Drehzahl ist. Deshalb läßt sich für Überschlagsrechnungen folgende einfache Formel verwenden:

$$\frac{P}{V} = K_p \cdot n \quad (\text{mit Rotorvolumen } V = r^2 \cdot \pi \cdot l) \quad (111)$$

Der Leistungsfaktor  $K_p$  nimmt für die verschiedenen maximalen Feldstärken untenstehende Werte an:

- $K_p = 1,4 \cdot 10^3 \text{ Wmin/m}^3$  für  $E_t = 100 \text{ kV/cm}$   $E_r = 250 \text{ kV/cm}$
- $K_p = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Wmin/m}^3$  für  $E_t = 250 \text{ kV/cm}$   $E_r = 250 \text{ kV/cm}$
- $K_p = 7,3 \cdot 10^3 \text{ Wmin/m}^3$  für  $E_t = 250 \text{ kV/cm}$   $E_r = 500 \text{ kV/cm}$

Um die Leistung pro Gesamtvolumen bestimmen zu können, ist es notwendig, zusätzliche Annahmen für die zu erwartenden Gehäuseabmessungen elektrostatischer Maschinen zu treffen. Für die Volumenberechnung wird von nachfolgendem Aufbau ausgegangen. Diese Darstellung mit innenliegendem Rotor unterscheidet sich etwas von den bisher gezeigten Anordnungen, bei denen der Rotor um einen innenliegenden Stator rotiert. Prinzipiell sind beide Bauformen möglich und auch schon realisiert worden (siehe Kapitel 10). Jedoch über-

nimmt bei einem innenliegenden Rotor der Stator gleichzeitig die Funktion des Gehäuses, weshalb der Aufbau aus Abbildung 53 Volumen- und Gewichtsvorteile erwarten läßt.

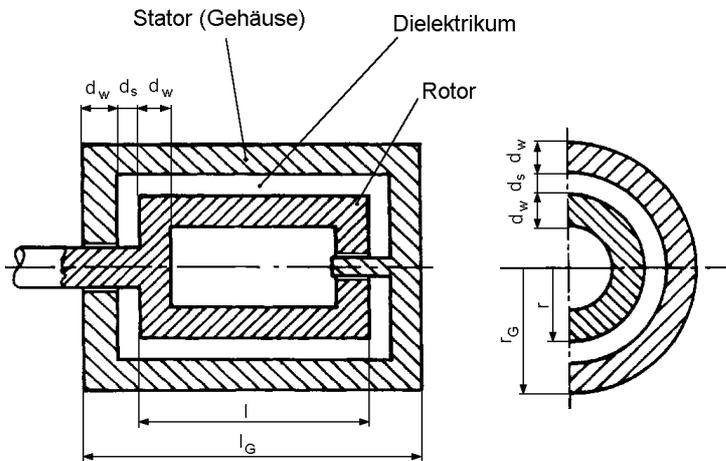


Abb. 53: Darstellung der geometrischen Größen zur Volumen- und Gewichtsberechnung elektrostatischer Maschinen

Sowohl der Rotor wie auch der Stator (= Gehäuse) besitzen überall die Wandstärke  $d_w$ . Der Spalt zwischen Rotor und Stator sei in axialer und radialer Richtung gleich der bekannten Größe  $d_s$ . Für das Gehäusevolumen  $V_G$  ergibt sich:

$$V_G = \pi \cdot \underbrace{(r + d_s + d_w)^2}_{=r_G^2} \cdot \underbrace{(l + 2d_s + 2d_w)}_{=l_G} \quad (112)$$

Neben dem schon bekannten Parameter  $c_d$  für den Rotorspalt werden auch für die Wandstärke und die Rotorlänge Proportionalitätsfaktoren eingeführt.

$$c_d = \frac{d_s}{r} \quad (d_s = \text{Rotorspalt}) \quad (113)$$

$$c_l = \frac{l}{r} \quad (l = \text{Rotorlänge}) \quad (114)$$

$$c_w = \frac{d_w}{r} \quad (d_w = \text{Wandstärke}) \quad (115)$$

Damit ergibt sich für das Gesamtvolumen  $V_G$ :

$$V_G = \pi \cdot r^3 \cdot (1 + c_d + c_w)^2 \cdot (c_l + 2c_d + 2c_w) \quad (116)$$

Aus dem Rotorvolumen  $V = \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot c_l$  und der Leistung pro Rotorvolumen (Gl. 111) läßt sich die Leistung pro Gesamtvolumen folgendermaßen berechnen:

$$\frac{P}{V_G} = \frac{P}{V} \cdot \frac{V}{V_G} =$$

$$= K_P \cdot n \cdot \frac{c_1}{(1 + c_d + c_w)^2 \cdot (c_1 + 2c_d + 2c_w)} \quad (117)$$

Für die Berechnungen wird eine Wandstärke von 20% und ein Abstand zwischen Rotor und Stator von 10% des Rotorradius angenommen ( $\Rightarrow c_w = 0,2$  bzw.  $c_d = 0,1$ ). Der im Vergleich zu den Leistungsberechnungen größere Rotorspalt ist zumindest bei größeren Drehzahlen sinnvoll, um den Aufwand für die Potentialsteuerung möglichst gering zu halten. Die Länge  $l$  des Rotors sei gleich dessen Durchmesser, d.h.  $c_1 = 2$ .

Bei den in der untenstehenden Abbildung zu Vergleichszwecken herangezogenen elektromagnetischen Maschinen handelt es sich zum einen um standardisierte handelsübliche Drehstromasynchronmotoren (Käfigläufer) mit Leistungen von 0,1 kW bis ca. 1000 kW [42]. Aus Vereinfachungsgründen wird angenommen, daß die Leistung genau bei der Bemessungsdrehzahl erzielt wird. Zum anderen sind auch die spezifischen Leistungen einiger elektromagnetischer Generatoren dargestellt. Es handelt sich überwiegend um Generatoren für Wasserkraftwerke, deren Leistung man in erster Näherung ebenfalls proportional zum Volumen annehmen kann [34]. Zusätzlich sind bei  $n = 1500 \text{ min}^{-1}$  und  $3000 \text{ min}^{-1}$  auch noch die Werte von Turboläufern angegeben [38]. Die Generatorabmessungen wurden meist aus Schnittzeichnungen entnommen. Bei der Interpretation der Ergebnisse ist deshalb zu beachten, daß die Generatorvolumina nur als Richtwerte zu verstehen sind, da die Kombination aus Generatorläufer, Antriebswelle und Turbinenläufer in der Regel als Einheit anzusehen ist. Außerdem sind die Gehäuseabmessungen nicht immer vergleichbar, da notwendige Zusatzaggregate, wie z.B. Kühlmittelpumpen und Wärmetauscher, zum Teil nicht Bestandteil des Generatorgehäuses sind.

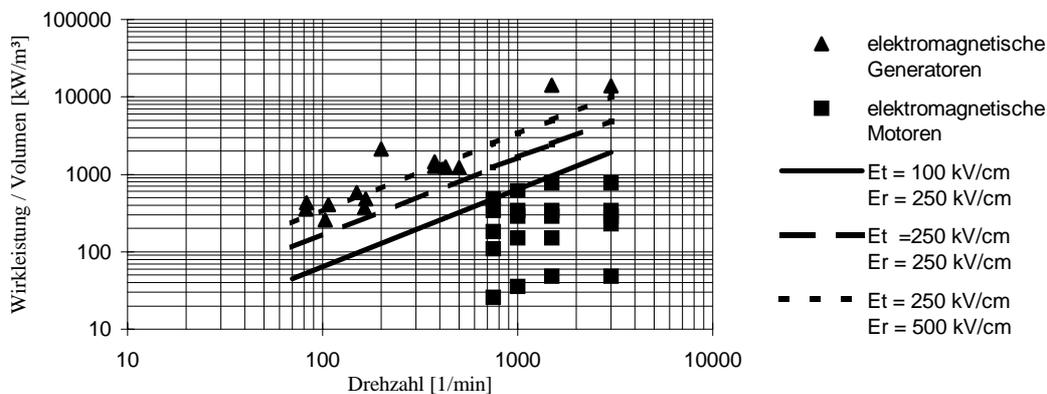


Abb. 54: Vergleich der Leistung pro Volumen von elektromagnetischen (Punkte bzw. Dreiecke) und elektrostatischen (Linien) Maschinen

Die Abbildung 54 zeigt, daß die Leistungsfähigkeit konventioneller Generatoren nur mit sehr hohen Feldstärken annähernd zu erreichen ist. Insbesondere bei hohen Drehzahlen sind die Fortschritte in der Kühlungstechnologie bei den konventionellen Generatoren deutlich spürbar. Andererseits sind die spezifischen Leistungen wesentlich höher, als sie nach den bisherigen Berechnungen für elektrostatische Generatoren zu erwarten wären. Noch deutlicher wird das erwartete Leistungsvermögen elektrostatischer Maschinen, wenn man zum Vergleich anstelle der Generatoren die elektromagnetischen Drehstrommotoren heranzieht. Hier ergeben sich selbst bei niedrigen Feldstärken spürbare Vorteile für die elektrostatischen Maschinen. Der Grund dafür ist die Tatsache, daß bei elektromagnetischen Maschinen die Leistung pro Volumen abhängig von der Höhe der Leistung ist, was bei elektrostatischen Maschinen gemäß den hier durchgeführten Untersuchungen nicht der Fall ist. Diese Zusammenhänge werden auch durch die untenstehende Abbildung verdeutlicht. Dabei sind sowohl Werte für elektrostatische und elektromagnetische Maschinen bei einer Drehzahl von  $1500 \text{ min}^{-1}$  aufgetragen.

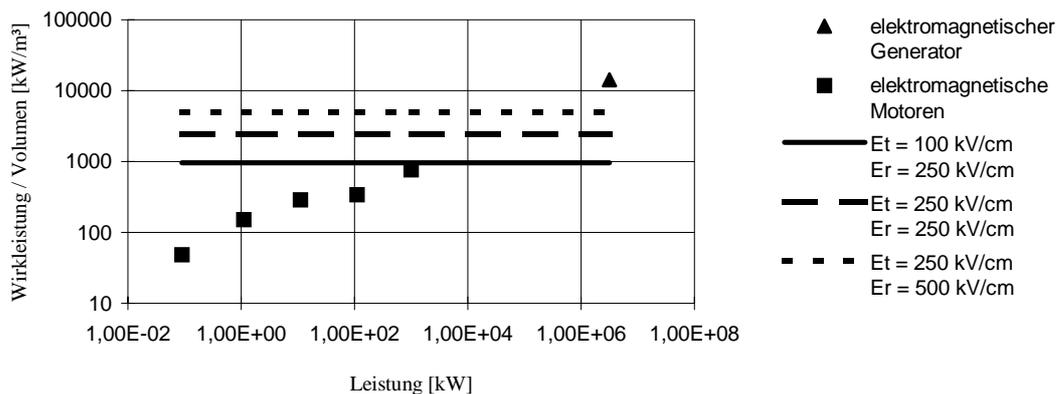


Abb. 55: Vergleich der Leistung pro Volumen von elektromagnetischen (Punkte bzw. Dreieck) und elektrostatischen (Linien) Maschinen ( $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ )

Aufgrund dieser Ergebnisse kann erwartet werden, daß zumindest bei geringeren Leistungen elektrostatische Maschinen deutlich kleiner als elektromagnetische gebaut werden können. Dies deckt sich auch mit den Aussagen von Felici [18]. Während Felici einen Vorteil für elektrostatische Maschinen nur bis etwa  $1 \text{ kW}$  sieht, ist gemäß dieser Untersuchung mit Vorteilen bis in den Bereich von  $1000 \text{ kW}$  zu rechnen.

### 8.3.2. Leistung pro Gewicht

Neben der Leistung pro Volumen ist natürlich auch die erzielbare Leistung pro Gewicht von Interesse. Aussagen zum Gewicht sind im Vergleich zum Volumen mit noch größeren Unsicherheiten behaftet, da derzeit noch unklar ist, welche Materialien sich für die Herstellung einer elektrostatischen Maschine am besten eignen. Da der Großteil der Maschine aus nicht-

leitenden Materialien bestehen muß, kann von einer überwiegenden Verwendung von leichten Kunststoffen oder Keramiken ausgegangen werden. Außerdem sind aufgrund der geringen Ströme nur relativ dünne metallische Oberflächen für die Elektroden und elektrischen Anschlüsse notwendig. Daher ist zu erwarten, daß eine elektrostatische Maschine wesentlich leichter gebaut werden kann als eine elektromagnetische Maschine.

Für die Berechnung der Leistung pro Gewicht wird der Rotor der elektrostatischen Maschine als zylindrischer Hohlkörper gemäß Abbildung 53 mit einer Wandstärke  $d_w$  von  $0,2 \cdot r$  und einer Länge  $l$  von  $2 \cdot r$  angenommen. Die im Rahmen dieser Untersuchungen verwendeten Versuchsgeneratoren bestehen zum überwiegenden Teil aus Polyamid mit einem spezifischen Gewicht  $\rho$  von etwa  $1,1$  bis  $1,2 \text{ g/cm}^3$ . Zusätzlich muß noch das Gewicht des flüssigen Dielektrikums berücksichtigt werden. Das spezifische Gewicht des als Dielektrikum verwendeten Propylencarbonats ist mit  $1,2 \text{ g/cm}^3$  nahezu identisch mit dem Gewicht der Rotor und Statorwerkstoffe. Deshalb wird auf eine gesonderte Erfassung des Gewichtes des Dielektrikums verzichtet. Darüberhinaus sind aber auch Bauelemente aus Metall mit entsprechend höherem spezifischen Gewicht notwendig. Dies können u.a. die Antriebswelle, Lagersitze, Verbindungselemente und elektrisch leitende Bauteile sein. Um diese Gewichtseinflüsse nicht gesondert erfassen zu müssen, wird daher von einem durchschnittlichen spezifischen Gewicht der Rotor- und Statormaterialien sowie des Dielektrikums von  $2,0 \text{ g/cm}^3$  ausgegangen. Für die Gewichtsberechnung kann demnach die elektrostatische Maschine als homogener zylindrischer Hohlkörper mit dem Innenradius  $r-d_w$  und der Innenlänge  $l-2d_w$  sowie den Außenmaßen  $r_G$  und  $l_G$  aufgefaßt werden. In Verbindung mit dem Materialvolumen  $V_m$  folgt daraus für das Gesamtgewicht  $m_G$  und somit auch für die Leistung pro Gewicht:

$$\begin{aligned}
 m_G &= \rho \cdot V_m = \\
 &= \rho \cdot \left\{ \underbrace{[r+d_s+d_w]^2}_{r_G} \cdot \underbrace{\pi \cdot [1+2 \cdot (d_w+d_s)]}_{l_G} - [r-d_w]^2 \cdot \pi \cdot [1-2 \cdot d_w] \right\} \\
 &= \rho \cdot \pi \cdot r^3 \left\{ [1+c_d+c_w]^2 \cdot [c_1+2 \cdot (c_w+c_d)] - [1-c_w]^2 \cdot [c_1-2 \cdot c_w] \right\}
 \end{aligned} \tag{118}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{P}{m_G} &= \frac{P}{V} \cdot \frac{V}{m_G} = \\
 &= \frac{K_p \cdot n}{\rho} \cdot \frac{c_1}{[1+c_d+c_w]^2 \cdot [c_1+2 \cdot (c_w+c_d)] - [1-c_w]^2 \cdot [c_1-2 \cdot c_w]}
 \end{aligned} \tag{119}$$

Verwendet man für die Faktoren  $c_d$ ,  $c_l$  und  $c_w$  dieselben Werte wie bei der Volumenberechnung, ergibt der Vergleich mit elektromagnetischen Maschinen folgendes Bild:

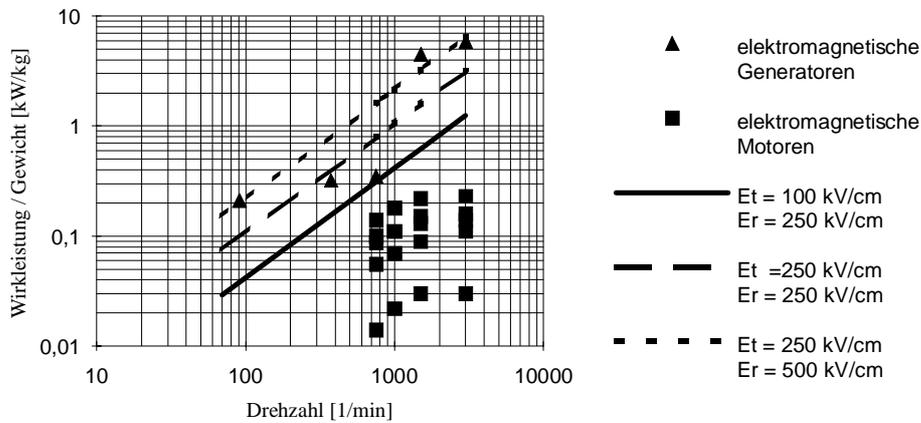


Abb. 56: Vergleich der spezifischen Leistungen (Leistung / Gewicht) von elektromagnetischen (Punkte bzw. Dreiecke) und elektrostatischen (Linien) Maschinen

Die Aussagen, welche bei der Gegenüberstellung der Leistung pro Volumen gemacht wurden, gelten sinngemäß auch für die Leistung pro Gewicht. Der Vergleich mit Generatoren ergibt nur bei sehr hohen Feldstärken einen Gewichtsvorteil für elektrostatische Maschinen. Der Grund dafür liegt in der Tatsache, daß elektrostatische Maschinen bei sehr hohen Leistungen große Volumina benötigen (siehe Abb. 54). Dadurch wird der Vorteil der leichteren Materialien wieder zunichte gemacht. Gegenüber elektromagnetischen Motoren hingegen weisen elektrostatische Maschinen wesentlich bessere Werte auf. So beträgt z.B. das Gewicht einer elektrostatischen Maschine bei einer Drehzahl von  $3000 \text{ min}^{-1}$  weniger als ein Fünftel desjenigen eines elektromagnetischen Motors mit gleicher Leistung. Die Ursache für diese Unterschiede ist ähnlich wie beim Volumenvergleich eine deutliche Leistungsabhängigkeit elektromagnetischer Maschinen, wie durch nachfolgende Abbildung gezeigt wird:

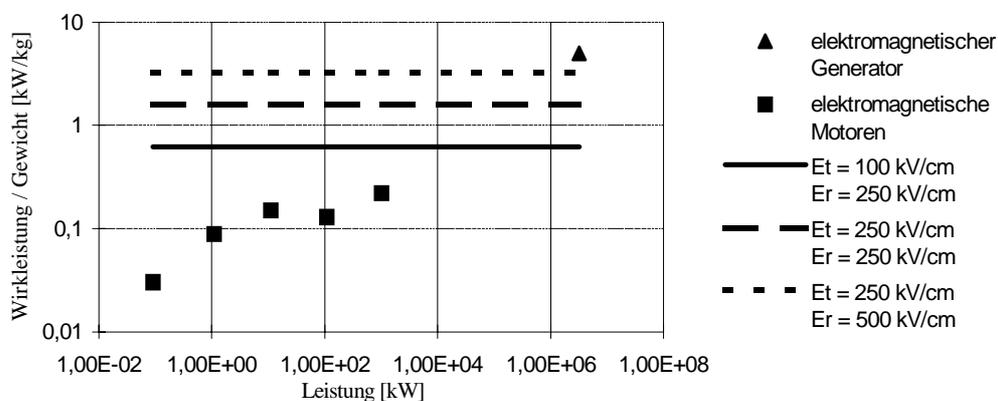


Abb. 57: Vergleich der Leistung pro Gesamtgewicht von elektromagnetischen (Punkte bzw. Dreieck) und elektrostatischen (Linien) Maschinen ( $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ )

Außer bei sehr hohen Leistungen ergeben sich aufgrund der leichten Materialien und der geringeren Volumina bei allen Feldstärken höhere spezifische Leistungen elektrostatischer Maschinen. Es können demnach auch dann noch deutliche Gewichtsvorteile erwartet werden, wenn sich Zusatzeinrichtungen zur kontinuierlichen Aufbereitung des flüssigen Dielektrikums als notwendig erweisen sollten. Außerdem kann durch die Möglichkeit elektrostatischer Generatoren, hohe Spannungen direkt zu erzeugen, unter Umständen auf die Verwendung eines Transformators verzichtet werden, wodurch sich auch bei hohen Leistungsniveaus spürbare Gewichtsvorteile für elektrostatische Generatoren ergeben können.

### **8.3.3. Wirkungsgrad**

Ein weiteres wichtiges Vergleichskriterium stellen die jeweiligen Gesamtwirkungsgrade dar. Bisherige Veröffentlichungen gehen bei elektrostatischen Generatoren von gleichen, zum Teil sogar besseren Wirkungsgraden wie bei elektromagnetischen Maschinen aus [37; 17]. Auch die Verwendung flüssiger Dielektrika hat nach den bisherigen Untersuchungen (siehe Kapitel 9: "fluiddynamische Verluste") keine übermäßigen Strömungsverluste und damit eine Verringerung des mechanischen Wirkungsgrades zur Folge. Problematisch erweisen sich jedoch die Ladungsverluste aufgrund von Injektionsströmen an den Elektrodenoberflächen. Gerade die Verwendung von Wechselspannung wirft dabei noch viele Fragen auf [8]. Aus diesem Grund ist die in Kapitel 11 ("Zusammenfassung der experimentellen Daten") am Beispiel zweier Versuchsgeneratoren durchgeführte Wirkungsgradberechnung eher zur Darstellung der grundsätzlichen Zusammenhänge geeignet. Realistische Aussagen zum tatsächlich erreichbaren Wirkungsgrad sind, solange das Problem der Ladungsverluste nicht hinreichend gelöst ist, kaum möglich.

## 9. Fluiddynamische Verluste

### 9.1. Theoretische Berechnungen

Wie bereits erwähnt wurde, ist für die Aufrechterhaltung genügend hoher Energiedichten des elektrischen Feldes die Verwendung eines Fluides hoher Dielektrizitätszahl notwendig. Um eine Relativbewegung zwischen Rotor und Stator ermöglichen zu können, kommen nur flüssige Dielektrika in Frage, da die Dielektrizitätszahl bei Gasen bzw. Gasgemischen nur unwesentlich größer als 1 ist. Daher ergeben sich deutlich größere fluiddynamische Verluste als bei elektromagnetischen Maschinen, die in der Regel mit einem Luftspalt arbeiten [41].

Erste überschlägige Berechnungen zur fluiddynamischen Verlustleistung elektrostatischer Maschinen wurden von Felici und Dittrich durchgeführt [17]. Die Ergebnisse zeigen, daß die zu erwartenden hydrodynamischen Verluste relativ gering sind. Eine elektrostatische Gleichstrommaschine mit 0,5 m Länge und 0,1 m Durchmesser würde bei einer Drehzahl von 10000  $\text{min}^{-1}$  einen Wirkungsgrad von 98 % erzielen. Einer erwarteten elektrischen Leistung von 225 kW stehen demnach hydrodynamische Verluste von etwa 5 kW entgegen.

Diese Berechnungen basieren auf Formeln, welche F. Wendt [47] aufgrund umfangreicher Meßreihen aufgestellt hat. Dabei wurden die Reibungsmomente zwischen zwei koaxialen Zylindern gemessen. Zwischen den Zylindern befand sich Wasser bzw. eine Wasser-Glyzerinmischung. Eine Besonderheit dieser Meßreihen ist, daß sowohl Messungen bei rotierendem Innenzylinder (Innenrotor) als auch bei rotierendem Außenzylinder (Außenrotor) durchgeführt wurden. Die Messungen erfolgten im laminaren und im turbulenten Strömungsbereich. Ähnliche Untersuchungen wurden schon von G. I. Taylor gemacht [44]. Im Gegensatz zu Wendt verzichtete er jedoch auf die Herleitung brauchbarer empirischer Formeln.

Die Berechnung des zwischen den Zylindern und der Flüssigkeit übertragenen Drehmomentes  $M$  erfolgt über die Wandschubspannung  $\tau(r)$ .

$$M = 2\pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \tau(r) \quad (120)$$

Zur Bestimmung von  $\tau$  wird die dimensionslose Widerstandszahl  $\lambda$  eingeführt:

$$\lambda = \frac{\tau(r)}{\frac{1}{2} \rho \cdot \omega^2 r_i^2} \quad (121)$$

Aufgrund empirischer Untersuchungen ergeben sich bei verschiedenen Versuchsbedingungen (laminar - turbulent; Außenrotor - Innenrotor) unterschiedliche Formeln für die Bestimmung der Widerstandszahl.

### 9.1.1. Laminare Strömung

Im Bereich der laminaren Strömung läßt sich die Widerstandszahl  $\lambda$  mit der Reynoldszahl  $Re$  und der kinematischen Viskosität  $\nu$  direkt über die Formeln zur Bestimmung der Couette-Strömung ermitteln [46].

$$\lambda_{\text{lam}} = \frac{r_a^2}{(r_a^2 + r_i^2)r_i} \cdot \frac{4}{Re} \quad (122)$$

$$Re = \frac{r_i \cdot \omega \cdot (r_a - r_i)}{\nu} \quad (123)$$

Wird die kinematische Viskosität  $\nu$  durch die dynamische Viskosität  $\eta$  ersetzt, ergibt sich für das auf den Zylinder wirkende Drehmoment folgende Beziehung:

$$M_{\text{lam}} = 4\pi \cdot \eta \cdot l \cdot \omega \cdot \left( \frac{r_i^2 \cdot r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \right) \quad (124)$$

Die Größen  $r_i$  und  $r_a$  sind der Innen- bzw. Außenradius des Spaltes zwischen den Zylindern. Diese Formel gilt unter Beachtung des Vorzeichens sowohl für Außenrotoren als auch für Innenrotoren.

### 9.1.2. Turbulente Strömung

Etwas aufwendiger ist die Berechnung im Falle einer turbulenten Strömung. Eine wesentliche Aufgabe stellt die Ermittlung des Umschlagpunktes (= kritische Reynoldszahl  $Re_{\text{krit}}$ ) zwischen laminarer und turbulenter Strömung dar. Dabei ist es von großer Bedeutung, ob der Rotor innen- oder außenliegend ist. Im Falle des Innenrotors haben die auf die Flüssigkeit wirkenden Fliehkräfte destabilisierenden Einfluß. Dies hat zur Folge, daß der Umschlagpunkt zur turbulenten Strömung deutlich früher auftritt als bei einem Außenrotor. Deshalb werden beide Fälle getrennt betrachtet.

#### 9.1.2.1. Innenrotor

Im Falle des drehenden Innenzylinders tritt der Umschlag zur turbulenten Strömung schon bei Reynoldszahlen von etwa 100 auf [40]. Von Prandtl [32] wird zur näherungsweisen Bestimmung der kritischen Reynoldszahl folgende Formel angegeben:

$$\text{Re}_{\text{krit}} \approx 41,2 \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{r_a + r_i}{r_a - r_i}} \quad (125)$$

Für turbulente Strömungen mit Reynoldszahlen kleiner als  $10^4$  gilt für die Widerstandszahl näherungsweise:

$$\lambda \approx 0,46 \cdot \left[ \frac{(r_a - r_i)r_a}{r_i^2} \right]^{0,25} \cdot \frac{1}{\text{Re}^{0,5}} \quad (\text{Re} < 10^4) \quad (126)$$

Bei größeren Reynoldszahlen nimmt deren Einfluß auf die Widerstandszahl etwas ab:

$$\lambda \approx 0,073 \cdot \left[ \frac{(r_a - r_i)r_a}{r_i^2} \right]^{0,25} \cdot \frac{1}{\text{Re}^{0,3}} \quad (\text{Re} > 10^4) \quad (127)$$

Diese Formel basiert auf Versuchen mit Reynoldszahlen von maximal  $10^5$ . Eine Verwendung der Formel bei höheren Reynoldszahlen ist sicherlich nur für erste Überschlagsrechnungen sinnvoll.

Mit Hilfe dieser Widerstandszahlen erhält man aus den Gleichungen 120 und 121 folgende Formeln für das Drehmoment eines Innenrotors ( $d_s = r_a - r_i$ ):

$$M_{\text{turb}} \approx 0,46 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot v^{0,5} \cdot \omega^{1,5} \cdot r_i^3 \cdot d_s^{-0,25} \cdot r_a^{0,25} \quad (\text{Re} < 10^4) \quad (128)$$

$$M_{\text{turb}} \approx 0,073 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot v^{0,3} \cdot \omega^{1,7} \cdot r_i^{3,2} \cdot d_s^{-0,05} \cdot r_a^{0,25} \quad (\text{Re} > 10^4) \quad (129)$$

### 9.1.2.2. Außenrotor

Im Vergleich zum Innenrotor liegt die kritische Reynoldszahl beim Außenrotor deutlich höher. Bei geringen Spaltweiten wurde von Wendt durch Extrapolation experimenteller Daten ein Wert von etwa  $2,0 \cdot 10^3$  ermittelt [47]. Die Widerstandszahl für den turbulenten Bereich ist von der Reynoldszahl unabhängig:

$$\lambda \approx 0,0013 \cdot \left[ 0,04 + \left( \frac{r_i}{r_a} \right)^{10} \right] \quad (130)$$

Damit lautet die Gleichung für das Drehmoment bei einem rotierenden Außenrotor:

$$M_{\text{turb}} \approx 0,0013 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_i^2 \cdot r_a^2 \cdot \left[ 0,04 + \left( \frac{r_i}{r_a} \right)^{10} \right] \quad (131)$$

### 9.1.3. Vergleich Innenrotor zu Außenrotor

Um die Auswirkungen der unterschiedlichen Bauweisen besser abschätzen zu können, ist in der folgenden Graphik die Verlustleistung in Abhängigkeit von der Reynoldszahl aufgetragen. Dabei werden die untenstehenden Geometriedaten verwendet. Diese Daten entsprechen auch den geometrischen Abmessungen, wie sie für die Berechnungen der elektrischen Leistung verwendet wurden (Kapitel 8).

Rotorlänge $l$ :	1,0 m
Innenradius $r_i$ :	0,1 m
Abstand Rotor - Stator $d_s$ :	1 mm
Fluidichte $\rho$ :	$1,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
dynamische Viskosität $\eta$ :	$2,76 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Mit diesen Daten entspricht der dargestellte Reynoldszahlenbereich einem Drehzahlbereich von  $22 \text{ min}^{-1}$  bis  $2,2 \cdot 10^4 \text{ min}^{-1}$ .

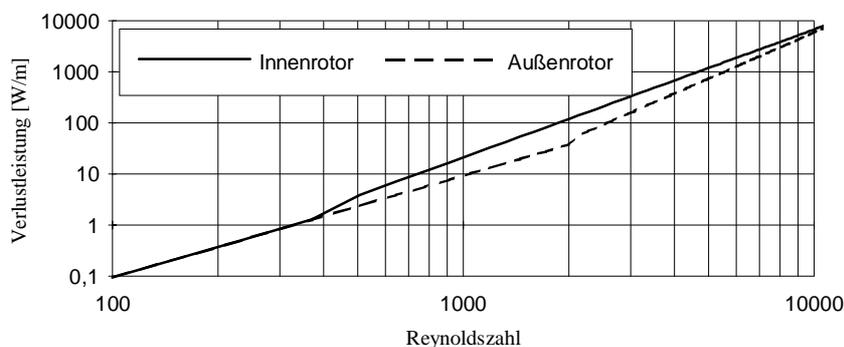


Abb. 58: Theoretische fluidmechanische Verlustleistung in Abhängigkeit von der Reynoldszahl

Auffällig ist der deutliche Unterschied zwischen den beiden Bauformen im mittleren Reynoldszahlenbereich. Dies ist darauf zurückzuführen, daß beim Innenrotor der Übergang zur turbulenten Strömung sehr früh erfolgt, was sich unmittelbar an der kritischen Reynoldszahl von 413 ablesen läßt. Demgegenüber ist die kritische Reynoldszahl eines Außenrotors mit 2000 erheblich größer. Bei höheren Reynoldszahlen schwindet der fluidmechanische Nachteil des Innenrotors. Theoretisch ist bei sehr hohen Reynoldszahlen sogar ein Vorteil für den In-

nenrotor zu erwarten. Ob jedoch die verwendeten Formeln in diesem Bereich überhaupt noch gültig sind, muß noch untersucht werden.

#### 9.1.4. Vergleich der elektrischen Leistung mit der fluidmechanischen Verlustleistung

Wesentlich aussagekräftiger als die absolute Verlustleistung ist der Vergleich mit der zu erwartenden elektrischen Wirkleistung. Legt man dieselben Ausgangsdaten wie bei der oben durchgeführten Parametervariation zur Bestimmung der elektrischen Leistungsfähigkeit zugrunde, ergibt sich folgende Graphik:

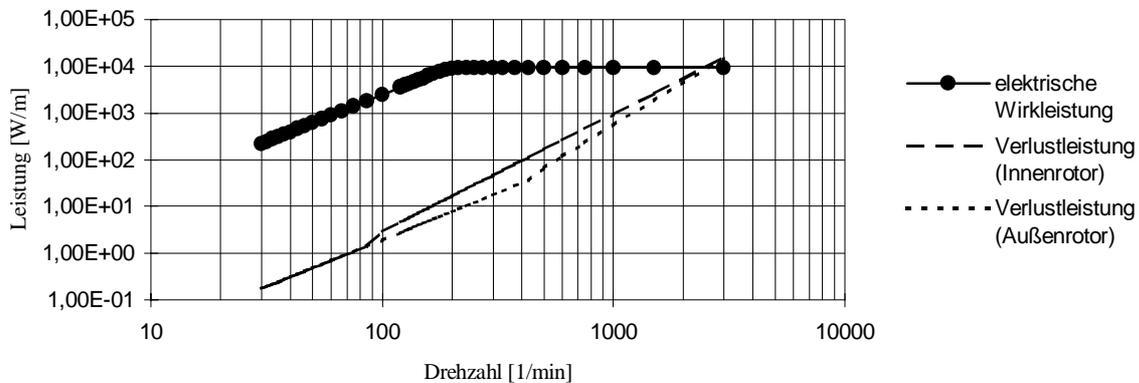


Abb. 59: Vergleich der Wirkleistung mit der fluiddynamischen Verlustleistung ( $c_d = 0,01$ )

Es zeigt sich, daß bis etwa  $1000 \text{ min}^{-1}$  die elektrische Leistung deutlich größer als die fluidmechanische Verlustleistung ist. Andererseits bewegt man sich bei höheren Drehzahlen in einem Bereich, in welchem ein größerer Abstand zwischen Rotor und Stator sowohl eine Erhöhung der elektrischen Leistung als auch eine Verminderung der Verlustleistung zur Folge hat. Dies wird in nachfolgender Graphik gezeigt (Spaltbreite 5 mm;  $c_d = 0,05$ ):

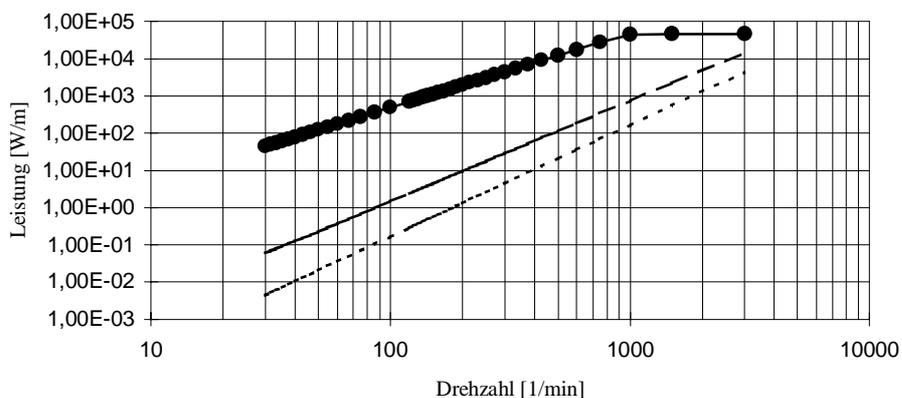


Abb. 60: Vergleich der Wirkleistung mit der fluiddynamischen Verlustleistung ( $c_d = 0,05$ )

Die Graphik macht deutlich, daß eine Vergrößerung des Rotorspaltes bei einem Außenrotor die Verlustleistung deutlich stärker vermindert als bei einer Anordnung mit rotierender innenliegender Welle (Innenrotor). Die fluidmechanischen Verluste betragen in dem gesamten untersuchten Drehzahlbereich weniger als 10% der elektrischen Leistung, in weiten Bereichen sogar weniger als 1%. Bei der Interpretation der Ergebnisse ist aber zu beachten, daß aufgrund der unterschiedlichen Werte von  $c_d$  die elektrischen Leistungen in den Abbildungen 59 und 60 nicht identisch sind.

Noch deutlicher werden diese Aussagen, wenn die elektrische und die fluidmechanische Leistung über einen vereinfachten Wirkungsgrad direkt zueinander in Verbindung gesetzt wird. Geht man davon aus, daß, abgesehen von den fluidmechanischen Verlusten alle anderen elektrischen und mechanischen Verluste vernachlässigbar sind, ergibt sich der Wirkungsgrad eines Generators aus dem Quotienten der elektrischen Wirkleistung und der Antriebsleistung. Die Antriebsleistung ist unter diesen diesen Annahmen gleich der Summe der elektrischen Leistung und der fluidmechanischen Verlustleistung. Untenstehende Abbildung zeigt das Ergebnis einer derartigen „Wirkungsgradberechnung“. Für die Bestimmung der elektrischen Leistung wird im Gegensatz zu den obigen Abbildungen jeweils optimale Potentialsteuerung und Polpaarzahl vorausgesetzt. Der Abstand zwischen Rotor und Stator beträgt  $0,1 \cdot r$ , d.h.  $c_d = 0,1$ . Die fluidmechanischen Berechnungen basieren auf einem Innenrotor mit ideal glatten Oberflächen von Rotor und Stator.

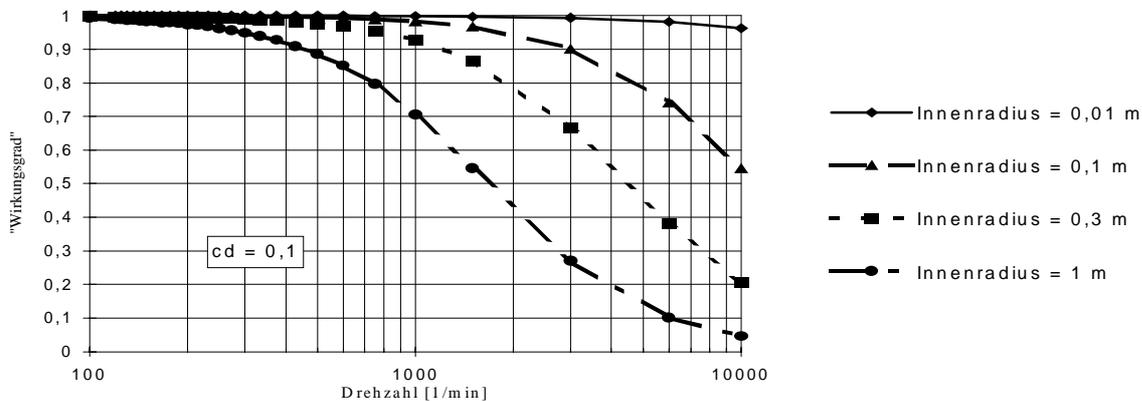


Abb. 61: Verhältnis von el. Leistung zur Summe von el. Leistung und fluidmechanischer Verlustleistung (=„Wirkungsgrad“) für strömungstechnisch idealen Innenrotor bei optimaler Potentialsteuerung und Polpaarzahl ( $c_d = 0,1$ )

Auch hier zeigen sich zumindest bei kleinen und mittleren Baugrößen nur geringe fluidmechanische Verluste. Hohen Drehzahlen in Verbindung mit großen Rotorradien sind schon allein aus Stabilitätsgründen nur von geringem Interesse. Bei Drehzahlen jenseits von  $3000 \text{ min}^{-1}$  ist zu beachten, daß die entsprechenden elektrischen Leistungen nur durch eine Erhöhung der Erregerfrequenz zu erreichen sind.

Aufgrund dieser Ergebnisse ist zumindest im Hinblick auf den Wirkungsgrad die Verwendung flüssiger Dielektrika ohne Probleme möglich. Es muß dabei aber berücksichtigt werden, daß die auftretende Verlustleistung zu einer Erwärmung des Dielektrikums führt. Inwieweit dies eine Beeinträchtigung der elektrischen Isolationseigenschaften des Dielektrikums zur Folge hat, ist im Bedarfsfall näher zu untersuchen. Eventuell sind zusätzliche Kühlungsmaßnahmen notwendig.

## 9.2. Experimentelle Ergebnisse

Zur Verifikation der theoretischen Daten sind auch experimentelle Werte für die fluiddynamischen Verluste ermittelt worden. Die Meßdaten für den Außenrotor basieren auf früheren Untersuchungen von Dittrich [7]. Bei diesen Untersuchungen wird die Verlustleistung nach dem Prinzip einer Pendelmaschine [30] über das auf einen drehbar gelagerten Stator ausgeübte Drehmoment bestimmt. Die Drehmomentmessung erfolgt mit einem an dem Stator befestigten Hebelarm und einer induktiven Kraftmeßdose. Auf diesem Weg wird zuerst die gesamte Verlustleistung einschließlich der fluiddynamischen Verluste erfaßt. Um die durch die Lagerung und Dichtung auftretenden Reibungsverluste annähernd bestimmen zu können, werden zuerst Messungen mit sehr dünnem Stator ( $r_i \rightarrow 0$ ) durchgeführt. Die Bestimmung der auf die Stirnfläche des Stators wirkenden Reibungskräfte erfolgt mit Hilfe einer flachen Scheibe ( $l \rightarrow 0$ ). Die so bestimmten Werte werden von den ursprünglichen Meßwerten abgezogen. Auf diesem Weg erhält man die Reibungsverluste, welche durch die Fluidreibung innerhalb des Spaltes zwischen Stator und Rotor verursacht werden. Dies entspricht auch im wesentlichen der Meß- und Auswertungsmethode von Wendt [47].

Alle Messungen erfolgen mit einem glatten, zylinderförmigen Stator. Für den Rotor werden zwei unterschiedliche Varianten verwendet. Im ersten Fall wird ein ebenfalls glatter Hohlzylinder ("Büchse") herangezogen. Die mit dieser Anordnung erzielten Ergebnisse sollten mit den theoretischen Werten übereinstimmen, was in der folgenden Abbildung auch deutlich gezeigt wird. Bei der zweiten Rotorvariante befinden sich zwischen der Rotorinnenwand und dem Stator kreisförmig um den Stator angeordnete nierenförmige Stäbe ("Nieren"). Die Stäbe sind mit ihren Stirnflächen am Rotor befestigt und drehen sich mit diesem mit. Diese Anordnung ist vergleichbar mit dem Käfigläufer eines elektromagnetischen Asynchrongenerators. Die Bauweise kommt einer möglichen Bauform eines elektrostatischen Generators wesentlich näher als zwei glatte koaxiale Zylinder. Erwartungsgemäß ist in diesem Fall die Verlustleistung wesentlich höher.

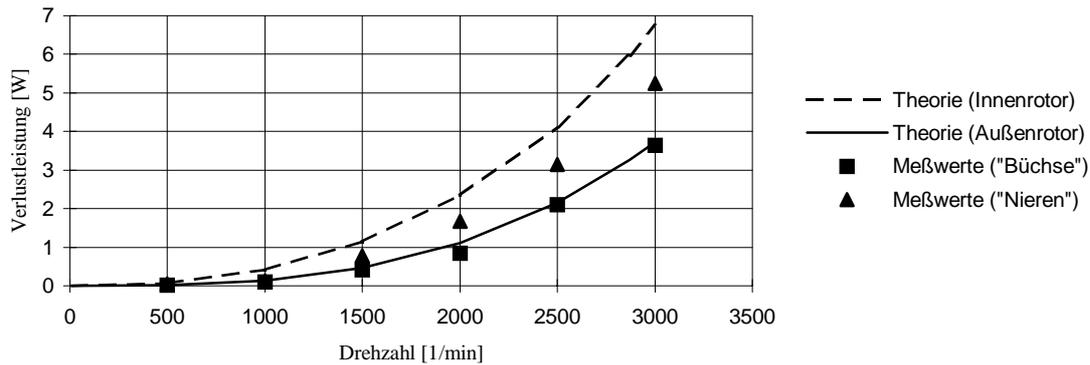


Abb. 62: Gemessene Verlustleistung eines Außenrotors (für zwei unterschiedliche Rotorbauformen) im Vergleich zu den theoretisch berechneten Werten (zusätzlich sind auch die theoretischen Werte eines Innenrotors mit eingetragen)

Um einige Vergleichsdaten für einen Innenrotor zu bekommen, wurden auch Messungen an einem entsprechenden Generator durchgeführt (Versuchsgenerator 2; siehe Kapitel 10). Die Drehmomentenmessung erfolgt im Gegensatz zu der oben beschriebenen Versuchsanordnung über die Ermittlung der Abstützkräfte eines Umlaufgetriebes, welches zwischen Antriebsmotor und Generator eingebaut ist. Die Kraftmessung selbst wird mit verschiedenen Federwaagen vorgenommen. Zur Bestimmung der Summe aus Lagerreibungs-, Dichtungs- und Getriebeverluste ist die Maschine anfangs nur mit einer minimalen Menge des Fluides gefüllt, um ein Trockenlaufen der Dichtung zu vermeiden. Auf eine gesonderte Erfassung der Stirnflächenverluste wird hier verzichtet.

Die folgende Abbildung zeigt die Ergebnisse mehrerer Messungen. Die fluidmechanischen Verluste ergeben sich direkt aus der Differenz der Meßwerte und den vorher bestimmten mechanischen Verlusten.

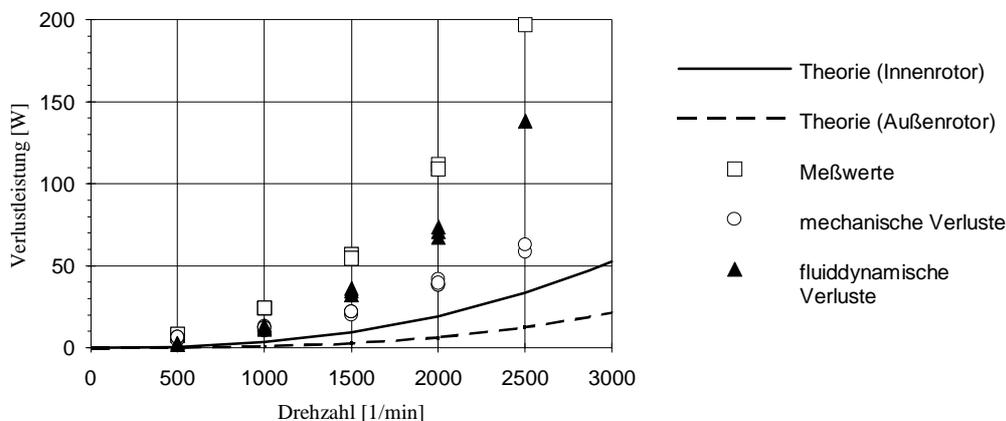


Abb. 63: Gemessene Verlustleistung eines Innenrotors im Vergleich zu den theoretisch berechneten Werten (zusätzlich sind auch die theoretischen Werte eines Außenrotors mit eingetragen)

Bei der Betrachtung der Ergebnisse fallen vor allen Dingen die um den Faktor drei bis vier größeren experimentellen Werte der Strömungsverluste im Vergleich zu den theoretischen Werten ins Auge. Dabei muß jedoch beachtet werden, daß es sich im Unterschied zu den bisherigen Messungen um einen voll funktionsfähigen Generator handelt, d.h. weder der Rotor noch der Stator haben, wie in der Theorie gefordert, glatte Wände ohne Vorsprünge oder Nischen. Auffällig sind auch die relativ hohen mechanischen Verluste. Da es sich bei den Lagern um Wälzlager handelt, kann die Lagerreibung vernachlässigt werden. Auch die Verluste durch die Gleitringdichtung liegen nach Herstellerangaben [5] auch bei  $3000 \text{ min}^{-1}$  deutlich unter 20 W. Ein Großteil dieser Verluste ist daher auf das Umlaufgetriebe zurückzuführen, was sich durch eine deutlichen Erwärmung während der Messungen bemerkbar machte.

Ein direkter Vergleich der beiden vorangegangenen Abbildungen ist nicht möglich, da es sich um zwei unterschiedliche Versuchsanordnungen mit verschiedenen geometrischen Abmessungen handelt.

Als Fazit der Untersuchungen läßt sich festhalten, daß für erste Auslegungsrechnungen die vorgeschlagenen Formeln geeignet sind, die fluiddynamischen Strömungsverluste eines elektrostatischen Generators zu bestimmen. Um praxisnahe Werte zu erhalten, müssen die theoretisch ermittelten Werte mit einem Faktor multipliziert werden, welcher gemäß den Experimenten je nach Oberflächengestaltung des Rotors und des Stators zwischen 1 und 4 liegt.

## 10. Experimentelle Grundlagen

### 10.1. Gemeinsame Konstruktionsmerkmale der Versuchsgeneratoren

Parallel zu den theoretischen Berechnungen wurden Experimente mit zwei verschiedenen elektrostatischen Versuchsgeneratoren durchgeführt. Die Entwicklung und Herstellung beider Generatoren fand weitgehend am Forschungslabor für Elektrofluidmechanik statt. Aus Kostengründen kamen dabei im wesentlichen nur zerspanende Bearbeitungsweisen in Frage. Zweifach gekrümmte Oberflächen konnten deshalb in den meisten Fällen nur durch manuelle Bearbeitung realisiert werden. Deshalb mußte immer ein Kompromiß zwischen den fertigungstechnischen Möglichkeiten und den Anforderungen der Elektrostatik, wie z.B. große Krümmungsradien und fehlende scharfe Kanten aller elektrisch relevanten Teile, gefunden werden.

Ein weiterer wesentlicher Gesichtspunkt der Konstruktion ist die Tatsache, daß viele Teile aus nichtleitenden Materialien bestehen müssen. Um verschiedene Effekte wie z.B. Funkenbildung oder Kavitation besser beobachten zu können, wurden die Gehäuse aus durchsichtigem Polystyrol hergestellt. Die übrigen Teile bestehen aus Polyamid, wobei für den Rotor aus Festigkeitsgründen eine faserverstärkte Variante gewählt wurde. Andere Kunststoffe werden in der Regel von Propylencarbonat angelöst. Plexiglas und PVC zeigen sich nur zum Teil gegenüber Propylencarbonat beständig, je nachdem von welchem Hersteller die Materialien bezogen werden. Von den Halbzeugherstellern konnte keine schlüssige Erklärung für diesen Effekt geliefert werden. Es ist jedoch zu vermuten, daß verschiedene Syntheseverfahren unterschiedliche Beständigkeit gegenüber Propylencarbonat zur Folge haben.

Die Metallteile bestehen im wesentlichen aus Messing. Ausschlaggebend dafür sind die geringe Korrosionsanfälligkeit und die gute Zerspanbarkeit dieses Werkstoffes. Des weiteren zeigt Messing nach Aussagen von Dittrich [8; 12] günstige Eigenschaften hinsichtlich der Passivierung von Elektroden. Die Passivierung ist notwendig, um hohe Injektionsströme und damit Ladungsverluste der Elektroden zu vermeiden. Für die Versuchsgeneratoren wird jedoch auf eine gezielte Passivierung verzichtet, da die Untersuchungen hierzu noch keine endgültigen Aussagen zulassen.

Zur Lagerung des Rotors werden handelsübliche Wälzlager verwendet. Die von den Herstellern zum Teil verwendeten Kunststoffkäfige zeigen sich ohne Ausnahme gegenüber PC beständig. Vor dem Einbau müssen die Lager jedoch sorgfältig entfettet werden, da jegliche Verunreinigung des PC's die Leitfähigkeit drastisch heraufsetzt. Eine Schmierung der Lager ausschließlich durch das PC ist zumindest im Laborbetrieb völlig ausreichend.

Bei der Abdichtung des Gehäuses und Rotorwelle ist ebenfalls die Beständigkeit des Dichtungsmaterials gegenüber PC ausschlaggebend. Für die ruhenden Dichtungen haben sich O-Ringe aus EPDM bewährt. Aus dem gleichen Material gibt es auch Wellendichtringe für die Abdichtung des Rotors. In jüngster Zeit wurde deshalb ein Generator mit einem teflonbeschichteten Wellendichtring realisiert. Erste Ergebnisse lassen vermuten, daß sich auch damit bei entsprechend vorsichtiger Montage gute Dichtwirkungen erzielen lassen. Diese Dichtungen verlangen jedoch besondere Sorgfalt beim Ein- und Ausbau. Da die hier vorgestellten Versuchsgeneratoren jedoch relativ oft umgebaut wurden, finden zur Rotorabdichtung die zwar teureren aber deutlich robusteren Gleitringdichtungen Anwendung.

Der Antrieb beider Versuchsgeneratoren erfolgt über Elektromotoren mit kontinuierlicher Drehzahlregelung. Für die Drehzahlmessung wird ein berührungsloses optisches System verwendet.

## 10.2. Versuchsgenerator 1 (VG1)

Bei diesem Modell handelt es sich um eine Version mit Außenrotor. Folgende Zeichnung zeigt den prinzipiellen Aufbau.

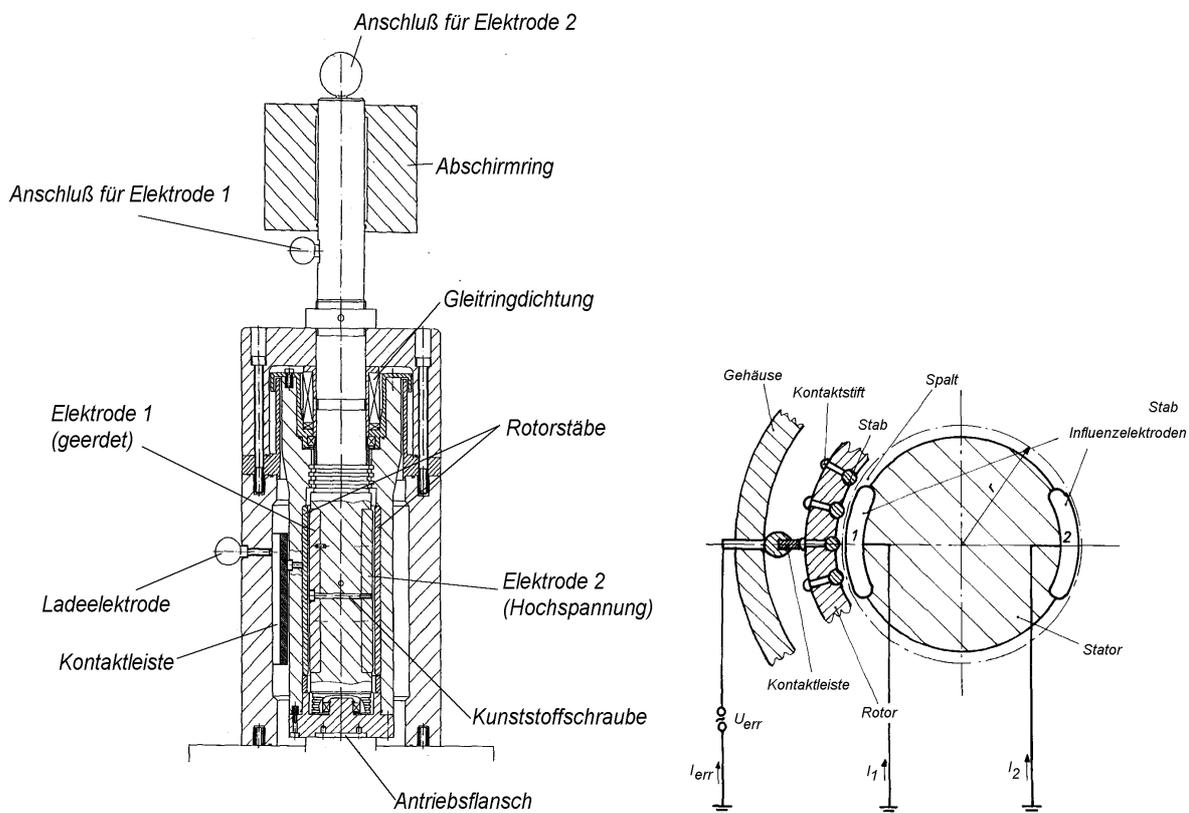


Abb. 64: Aufbau und elektrische Anschlüsse des Versuchsgenerators 1

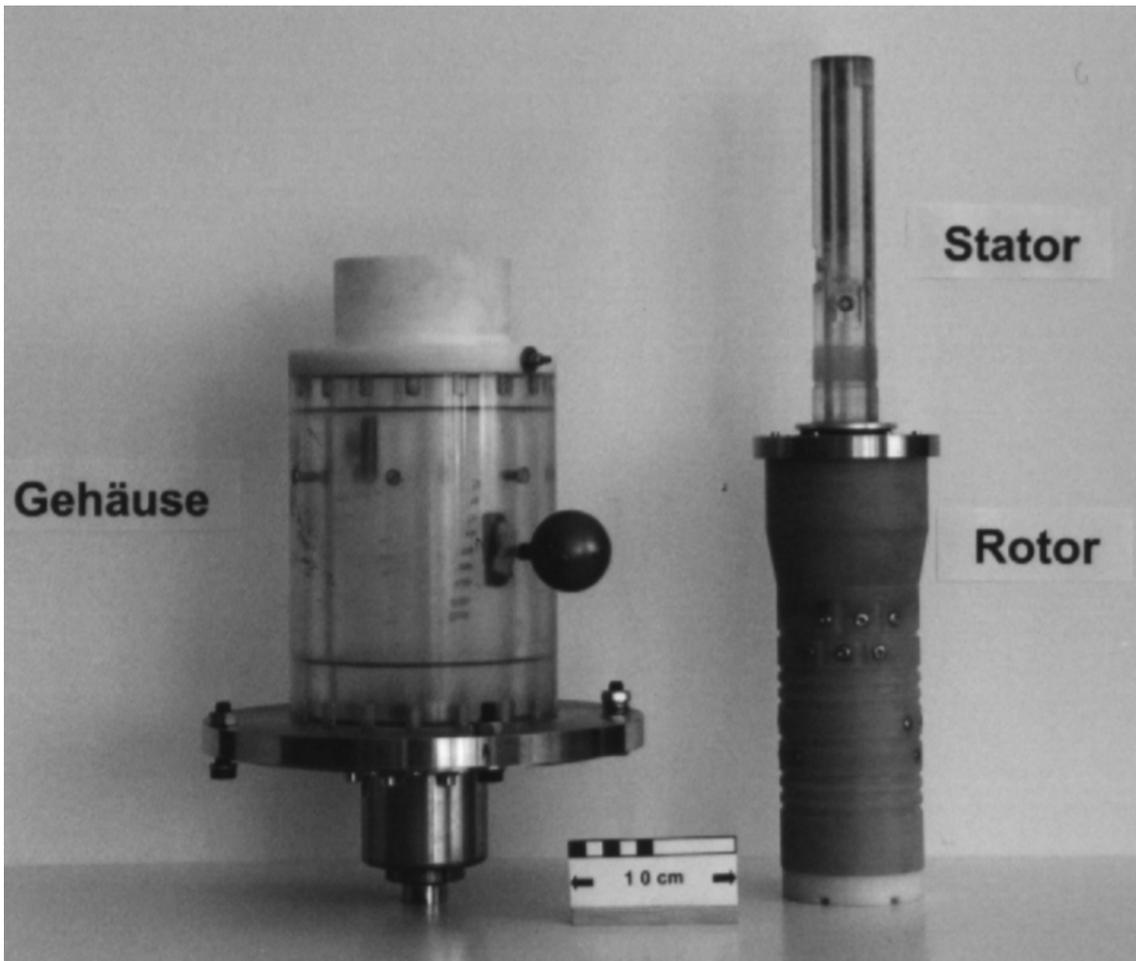


Abb. 65: Versuchsgenerator 1 (Rotor – Statoreinheit aus Gehäuse entfernt)



Abb. 66: Rotor und Stator von Versuchsgenerator 1;  
 linke Abb: Rotor und Stator getrennt  
 rechte Abb.: Blick von unten auf Rotor mit Stator (Bodenplatte des Rotors entfernt)

Die grundsätzliche Konstruktionsform entspricht der eines konventionellen elektrostatischen Trommelgenerators. Im Gegensatz zu diesem befinden sich auf der Innen- und der Außenseite des Rotors unterschiedliche Medien. Innerhalb des Rotors befindet sich flüssiges PC als Dielektrikum. Zwischen Rotor und Gehäuse wird Stickstoff, z.T. unter Druck ( $< 5$  bar), zur Unterdrückung der Funkenbildung eingeblasen. Frühere Versuche von Dittrich zeigen, daß Rotoren aus Isoliermaterial mit hohem  $\epsilon_r$ , wie z.B. Keramikzylinder, große Festigkeitsprobleme aufwerfen. Aus diesem Grund wird hier eine Bauform mit Kunststoffzylinder und Messingstäben gewählt. Die Kontaktstifte auf der Außenseite des Rotors sind in der Höhe versetzt angeordnet. Deshalb ist der Abstand zweier benachbarter Kontaktstifte deutlich größer als der Abstand der dazugehörigen Stäbe auf der Rotorinnenseite. Dadurch kann die Überschlagsfestigkeit zwischen zwei Stäben trotz der geringeren Durchschlagsfestigkeit des Gases verbessert werden. Der Kontakt zwischen Stab und Erregerstromquelle erfolgt mit einer elektrisch leitenden Gummileiste.

Der große Vorteil der gewählten Bauform liegt darin, daß das Propylencarbonat nicht mit den Abriebspartikeln der Kontaktleiste in Verbindung kommt. Darüber hinaus sind die zu erwartenden fluiddynamischen Verluste geringer als bei einem Innenrotor. Diese Vorteile gehen aber mit einem erhöhten Aufwand bei der Rotorlagerung und -abdichtung einher. Außerdem wird die maximal erreichbare Spannung entweder von der Durchschlagsfestigkeit des flüssigen Dielektrikums oder der Durchschlagsfestigkeit des Gases zwischen Rotor und Gehäuse begrenzt. Die Durchschlagsfestigkeit von Gasen läßt sich aber im wesentlichen nur durch hohe Drücke steigern, wodurch wiederum stabile und schwere Gehäuse notwendig werden.

Für die Influenzelektroden stehen verschieden große Ausführungen zur Verfügung. Abgesehen von einer Version mit unterschiedlich großen Influenzelektroden ist ein Umbau zu einem mehrpoligen Generator nicht möglich. Dazu wäre ein völlig neuer Stator nötig gewesen. Dieser kann aber aufgrund mehrerer sehr langer Bohrungen z.T. nur auf Spezialmaschinen hergestellt werden. Deshalb wurde aus Kostengründen auf einen Neubau verzichtet.

### **10.3. Versuchsgenerator 2 (VG2)**

Erste Vorversuche mit dem VG1 zeigen, daß eine Aufladung der Stäbe über einen Schleifkontakt innerhalb des PC's möglich ist. Die Leitfähigkeit des PC's steigt trotz der unvermeidlichen Funkenbildung und der Abriebspartikel nicht unzumutbar an. Deshalb wurde ein zweiter Versuchsgenerator in Form eines Innenrotors entwickelt und gebaut.

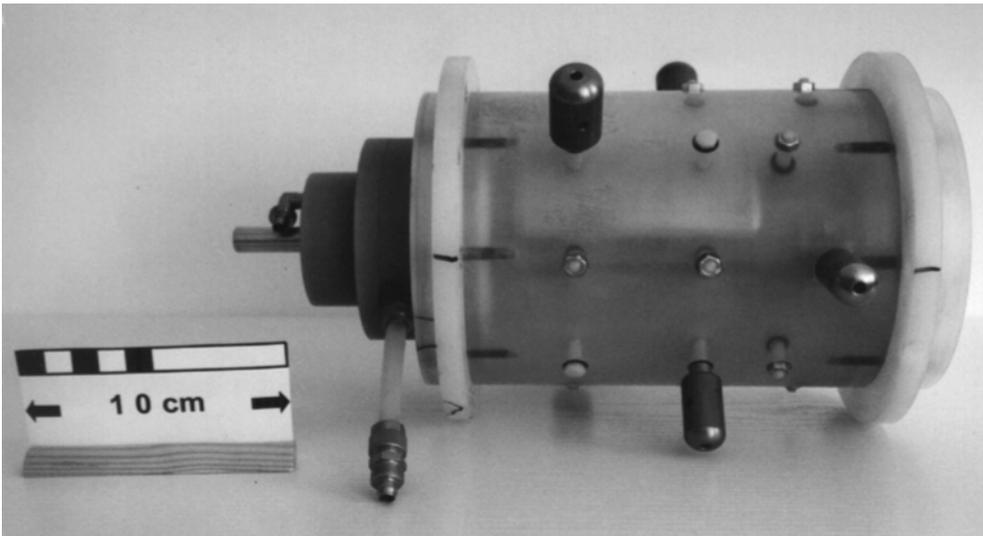


Abb. 67: Versuchsgenerator 2

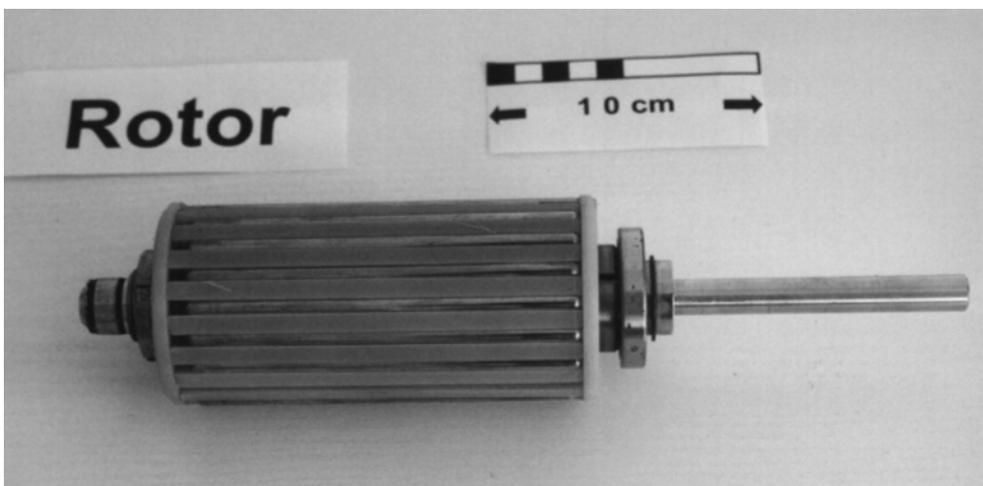


Abb. 68: Rotor von Versuchsgenerator 2

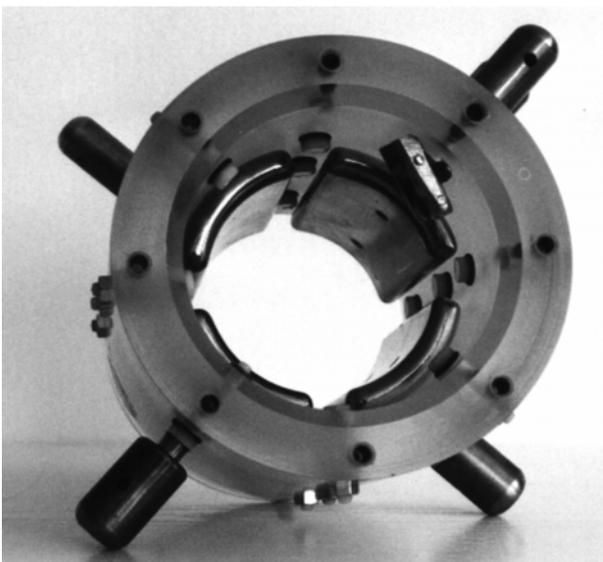


Abb. 69: Stator von Versuchsgenerator 1 (oben rechts befindet sich eine Wippe mit Rolle; später durch Schleifkontakt ersetzt)

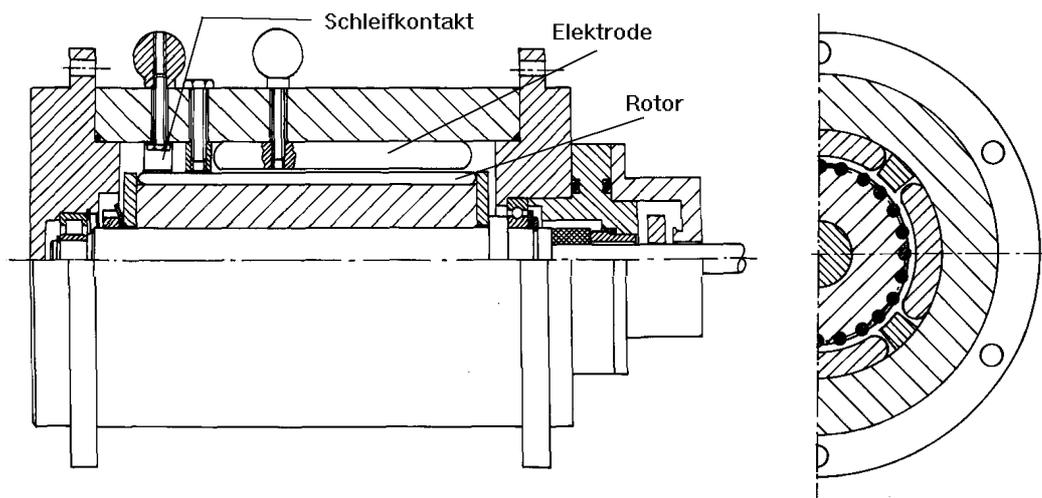


Abb. 70: Aufbau des Versuchsgenerators 2 (VG2)

Diese Bauform verspricht einen einfachen Aufbau in Verbindung mit vielen Variationsmöglichkeiten. Besondere Vorteile ergeben sich bei der Herstellung des Rotors. Für den Rotor des Versuchsgenerators 1 müssen zuerst die Aufnahmebohrungen für die Stäbe gebohrt werden. Erst anschließend wird der Rotor innen ausgedreht. Dies bringt gerade durch die Verwendung faserverstärkter Werkstoffe mehrere Probleme. Aufgrund der Ausrichtung der Fasern sind die Materialeigenschaften nicht isotrop. Dadurch ist das Einhalten der Lagetoleranz der Bohrungsachse extrem schwierig. Letztendlich ist dadurch die maximale Baulänge des Rotors bestimmt. Nach dem Ausdrehen des Rotors stehen an den Längskanten der Bohrungen einzelne Fasern hervor. Da aber gerade solche Fasern durch ihre Spitzenwirkung erheblichen Einfluß auf die elektrische Durchschlagsfestigkeit haben, müssen diese sorgfältig entfernt werden. Dies ist nur von Hand möglich, da eine maschinelle Bearbeitung aufgrund des kleinen Rotorinnendurchmessers ausscheidet. Der Rotor des VG2 ist erheblich einfacher herzustellen. Die Aufnahmenuten der Stäbe können auf der Rotoraußenseite mit einem Formfräser gefräst werden. Das ist mit großer Genauigkeit auf nahezu beliebiger Länge möglich. Auch das Entgraten der Kanten ist wesentlich einfacher als bei dem VG1. Der mehrteilige Aufbau des Rotors mit zentraler Stahlwelle gestattet es, die Rotoren schnell und einfach auszutauschen.

Auf der Innenseite des durchsichtigen Gehäusemantels (= Stator) sind die Influenzelektroden über durchgehende Bohrungen befestigt. Dadurch können unterschiedliche Elektroden verwendet und ohne Ausbau des Rotors ausgetauscht werden.

Für die Aufladung der Stäbe wurden verschiedene Methoden untersucht. Die Verwendung eines elastisch gelagerten Rollenkontaktes ist nur bei Drehzahlen unterhalb von ca.  $600 \text{ min}^{-1}$  sinnvoll. Darüber hinaus ist kein ausreichender elektrischer Kontakt gewährleistet. Als sicherste Methode zur Aufladung der Stäbe hat sich die Verwendung einer elastischen Schlaufe aus Messingblech erwiesen. Der elektrische Kontakt kann bis zur maximalen Drehzahl von

2900 min<sup>-1</sup> sicher aufrechterhalten werden. Das Messingband muß nach etwa drei bis vier Stunden Betriebsdauer aus Verschleißgründen ausgewechselt werden. Die Ursache ist dabei nicht der mechanische Verschleiß, sondern die durch die Funkenbildung auftretende Erosion. An den Stäben ist dabei nahezu kein Verschleiß erkennbar. Zur Verringerung des Abriebs sind langfristig andere Werkstoffe als Messing zu bevorzugen. Andere Gleitpaarungen zeigen jedoch nach den bisherigen Untersuchungen schlechtere Eigenschaften hinsichtlich der Passivierung der Oberflächen. Daher wird hier auf die Verwendung anderer Gleitwerkstoffe verzichtet.

Die folgende Tabelle faßt die wichtigsten Daten der beiden Versuchsgeneratoren zusammen:

Tabelle 6: Vergleich der Versuchsgeneratoren VG1 und VG2:

	VG1	VG2
Bauform:	Außenrotor	Innenrotor
Radius r:	2,8 cm	3,4 cm
Elektrodenlänge l:	13,5cm	10,0 cm
Stabanzahl:	24	19, 20, 24
Stabdurchmesser:	6 mm	5 mm
Abstand Stab - Elektrode:	1 mm	1 mm
Kapazität eines Stabes gegenüber Erregerelektrode (gemessen):	300 pF	300 pF
innere Kapazität der Maschine C <sub>i</sub> :	100 - 150 pF	100 - 150 pF
Aufladung der Stäbe über:	Gummileiste in N <sub>2</sub> - Atmosphäre	Messingblech in PC
Drehzahlbereich des Prüfstandes:	450 - 4000 min <sup>-1</sup>	200 - 2900 min <sup>-1</sup>
Drehzahlregelung des Prüfstandes:	mechanisch	elektronisch
Drehzahlmessung (berührungslos):	optisch	optisch

#### 10.4. Aufbereitung des Propylencarbonats (PC)

Wie bereits erwähnt, ist für das Erreichen größerer Leistungen elektrostatischer Maschinen ein geeignetes Dielektrikum erforderlich. Die Versuchsgeneratoren wurden anfangs mit flüssigem Propylencarbonat ( $\epsilon_r = 65$ ), später mit einer Mischung aus Propylen- und Ethylencarbonat ( $\epsilon_r \approx 80$ ) gefüllt. Zur Minimierung der Ladungsverluste ist ein möglichst hoher spezifischer Widerstand notwendig, welcher mit Hilfe der Elektrodialyse erreicht werden kann [16; 2]. Dabei wird das Fluid einem elektrischen Feld ausgesetzt, wodurch sich die Anzahl der Ionen und damit auch die Leitfähigkeit deutlich reduzieren läßt. Durch die Verwendung

spezieller Dialysemembranen kann der Reinigungseffekt noch verbessert werden. Die folgende Abbildung zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Dialysekreislaufes:

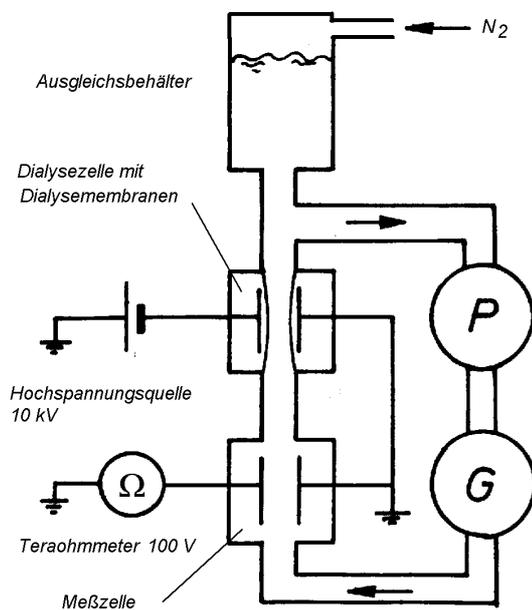


Abb. 71: Aufbau eines PC-Elektrodialysekreislaufes (P = Umwälzpumpe, G = Generator)

Dieser Kreislauf läuft ununterbrochen, unabhängig davon, ob Versuche durchgeführt werden oder nicht. Nur wenn für Umbauten der Generator leergepumpt werden muß, wird der Kreislauf abgeschaltet. Nach jedem Umbau ist es jedoch erforderlich, mindestens drei bis vier Tage zu warten, bis die Leitfähigkeit des PC's durch die Elektrodialyse wieder genügend klein geworden ist. Der Grund dafür sind Verunreinigungen, welche im Rahmen der Umbauarbeiten in den Generator gelangen. Die Verunreinigungen können auch durch sorgfältiges Entfetten der Bauteile nicht verhindert werden. Dies läßt den Schluß zu, daß schon der Kontakt der Oberflächen mit der Umgebungsluft ausreicht, die Leitfähigkeit des PC's heraufzusetzen.

Der spezifische Widerstand soll, wie zuvor theoretisch nachgewiesen wurde, mindestens  $1,4 \cdot 10^{10} \Omega \text{cm}$  betragen. Dieser Wert war durch die notwendigen Umbaumaßnahmen am Generator nicht immer zu erreichen. Die Experimente zeigen jedoch, daß der Nachweis der grundsätzlichen Zusammenhänge auch bei niedrigeren spezifischen Widerständen möglich ist. Erste brauchbare Ergebnisse können ab etwa  $4,0 \cdot 10^9 \Omega \text{cm}$  erzielt werden. Bei den Kurzschlußmessungen wird überwiegend mit Werten zwischen  $5,0 \cdot 10^9$  und  $1,0 \cdot 10^{10} \Omega \text{cm}$  gearbeitet. Höhere Widerstandswerte können nur erreicht werden, wenn die Elektrodialyse über einen Mindestzeitraum von ein bis zwei Wochen durchgeführt wird. Dabei muß im Verlauf des Reinigungsprozesses die PC-Füllung mindestens einmal vollständig ausgetauscht werden. Es lassen sich so spezifische Widerstandswerte von  $5,0 \cdot 10^{10} \Omega \text{cm}$  erzielen. Allerdings

fallen im Verlauf der Kurzschlußmessungen die Werte relativ bald wieder unter  $1,0 \cdot 10^{10} \Omega \text{cm}$ . Andererseits tritt nach dem Anschließen eines ohmschen Lastwiderstandes sowohl bei Gleichstrom- als auch bei Wechselstromversuchen eine Eigenreinigung des Dielektrikums auf. Wird ein elektrostatischer Generator mit einem Verbraucher belastet, so entsteht ein Spannungsgefälle (= Klemmenspannung) innerhalb des Generators, welches meist um ein Vielfaches größer ist als die verwendete Spannung an der Dialysezelle. Dies hat zur Folge, daß innerhalb des Generators eine zusätzliche Reinigung des PC's stattfindet. Dadurch steigt der spezifische Widerstand des PC's während der Versuche teilweise bis zum Doppelten des Ausgangswertes an. Jedoch ist es nicht ohne weiteres möglich, auf den restlichen PC-Kreislauf zu verzichten. Der Grund liegt in der Erwärmung des PC's innerhalb des Generators aufgrund der Flüssigkeitsreibung. Bei Drehzahlen von mehr als  $2000 \text{ min}^{-1}$  reicht auf Dauer auch die Kühlung durch den restlichen Kreislauf nicht aus. Innerhalb weniger Minuten fällt der spezifische Widerstand deutlich unter den Ausgangswert ab. Aussagen über die tatsächliche Leistungsfähigkeit der Versuchsgeneratoren bei höheren Drehzahlen und guten Widerstandswerten sind deshalb nur durch ein entsprechendes Hochskalieren der Meßwerte möglich. Schon allein aus Temperaturgründen wird man für einen auf Leistung optimierten Generator, trotz der oben beschriebenen Eigenreinigung des PC's, zumindest auf einen eigenständigen Kühlkreislauf nicht verzichten können.

## 10.5. Elektrische Meßanordnung

Zur Bestimmung der wichtigsten elektrischen Größen einer elektrostatischen Maschine lassen sich prinzipiell dieselben Verfahren wie bei elektromagnetischen Maschinen heranziehen [30]. Dabei sind jedoch die grundsätzlichen physikalischen Unterschiede bei der Leistungserzeugung zu beachten. Daraus ergeben sich auch unterschiedliche Bedeutungen der einzelnen Meßgrößen. Erste Aufschlüsse über das Leistungsvermögen elektrischer Generatoren erhält man, wenn der Generator ohne Last betrieben wird. Im Idealfall läßt sich dabei die eingeprägte Größe direkt messen. Für einen elektromagnetischen Generator bedeutet dies, daß die Strombelastung gleich Null ist, d.h. der Lastwiderstand  $R$  geht gegen unendlich (Leerlauf). Für den elektrostatischen Generator hingegen muß die Spannungsbelastung gleich Null sein. Der Lastwiderstand sollte daher einen möglichst kleinen Wert haben (Kurzschluß). Will man nun nicht nur die Höhe des Influenzstromes, sondern auch die Funktion  $I(t)$  bestimmen, so bietet sich die Verwendung eines Kathodenstrahlzillographen (KO) an. Den Wert des Influenzstromes ergibt sich aus dem Spannungsabfall an einem geeigneten Meßwiderstand (Shunt). Der Widerstand muß zum einen so groß sein, daß ein genügend großer Spannungsabfall auftritt, zum anderen muß er für eine Kurzschlußmessung deutlich unterhalb des Eigenwiderstandes des Generators liegen. Dieser wird hauptsächlich von der Eigenkapazität  $C_i$  bestimmt, welche bei beiden Versuchsgeneratoren je nach Elek-

trodenanordnung bei 100 bis 150 pF liegt. Mit einer Netzfrequenz von 50 Hz ergibt sich ein Eigenwiderstand von mindestens 21 M $\Omega$ . Der für die Messungen verwendete Shunt von 10 k $\Omega$  liegt also deutlich unter diesem Wert. Eine besondere Korrektur der Meßwerte ist deshalb nicht erforderlich. Die folgende Abbildung zeigt die wichtigsten elektrischen Anschlüsse und Meßeinrichtungen.

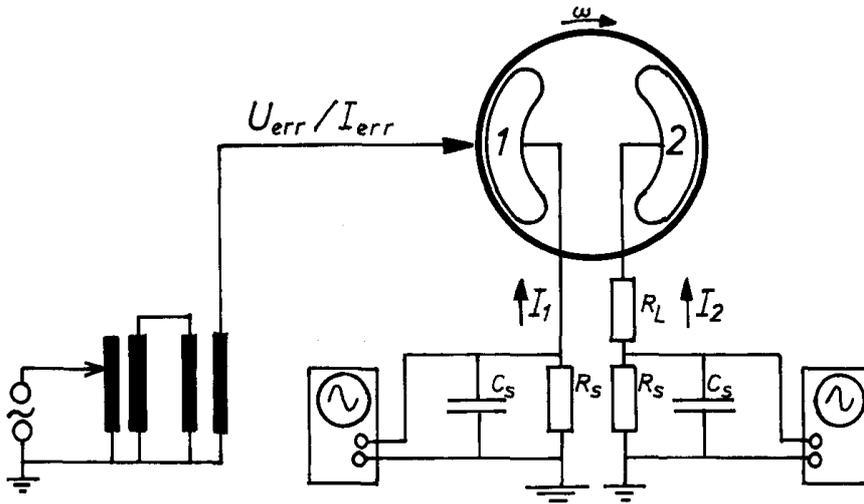


Abb. 72: Elektrische Anschlüsse und Meßaufbau

Der Lastwiderstand  $R_L$  fällt bei Kurzschlußmessungen weg. Parallel zu den Meßwiderständen  $R_S$  müssen noch Glättungskondensatoren  $C_S$  (0,1  $\mu$ F) geschaltet werden. Aufgrund des Aufbaus der Rotoren aus einzelnen Stäben ergeben sich bei jedem neuen Kontakt eines Stabes mit dem Schleifkontakt ausgeprägte Stromspitzen. Vor der Verwendung dieser Kondensatoren führten diese Stromspitzen bei der Messung von  $I_1$  in einem Fall zur Zerstörung des Oszillographen. Zur Veranschaulichung ist unten ein Beispiel des Stromverlaufes von  $I_1$  dargestellt. Genau genommen handelt es sich dabei um den mit dem Oszillographen erfaßten Spannungsverlauf. Da aber diese beiden Größen direkt proportional sind, soll weiterhin vom Stromverlauf gesprochen werden. Die Umrechnung ergibt sich direkt aus der Größe des Meßwiderstandes.

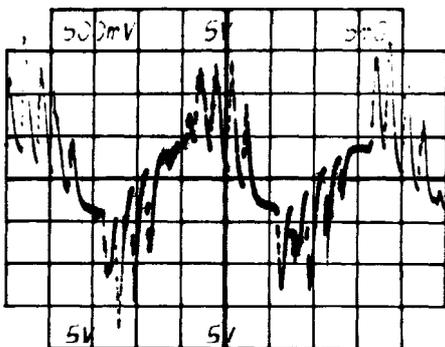


Abb. 73:  $I_1$  mit ausgeprägten Stromspitzen (mit Kondensator)  
( $n = 1400 \text{ min}^{-1}$ , Zeitbasis 5 ms)

Die zur Aufladung der Rotorstäbe notwendige Erregerspannung erhält man über einen zwei-stufigen Transformator, wobei eine Stufe kontinuierlich regelbar ist. Im Rahmen der Ver-suchsreihen werden damit Erregerspannungen von 0 V bis 10 kV erzeugt. Die Spannung wird bei Werten bis 1 kV direkt mit einem Drehspulinstrument gemessen. Größere Erregerspan-nungen werden nach der ersten Transformatorstufe ebenfalls mit einem Drehspulinstrument bestimmt und anschließend hochgerechnet. Die meisten Messungen werden mit einer Erre-gerspannung von 1kV durchgeführt. Dadurch können für die Stromzuführung einfache Meß-kabel ohne besondere zusätzliche Isolierungen verwendet werden.

Die Erregerfrequenz ist gleich der Netzfrequenz von 50 Hz und nicht weiter beeinflussbar. Der Erregerstrom läßt sich nur indirekt über die Messung von  $I_1$  bestimmen. Eine direkte Messung im Hochspannungsteil ist wegen der unzureichenden Isolation der Meßinstrumente aus Sicherheitsgründen nicht möglich. Messungen im Niedervoltteil brachten keine aussage-kräftigen Ergebnisse.

## 11. Zusammenfassung der experimentellen Daten

### 11.1. Kurzschlußversuche

#### 11.1.1. Influenzstrom bei unterschiedlichen Erregerspannungen

Wie schon im vorausgegangenen Kapitel erwähnt wurde, lassen sich die wichtigsten Maschinenparameter bei elektrostatischen Generatoren am besten aus Kurzschlußmessungen bestimmen. Die Klemmenspannung ist bei Kurzschlußmessungen, abgesehen von dem geringen Spannungsabfall an den Meßwiderständen, gleich Null. Deshalb bleibt die innere Kapazität des Generators ohne Einfluß. Die wichtigste Meßgröße ist der erzeugte Influenzstrom in Abhängigkeit von der Erregerspannung und der Drehzahl.

Die folgende Abbildung zeigt die gemessenen Ströme  $I_1$  und  $I_2$  in Abhängigkeit von der Erregerspannung.

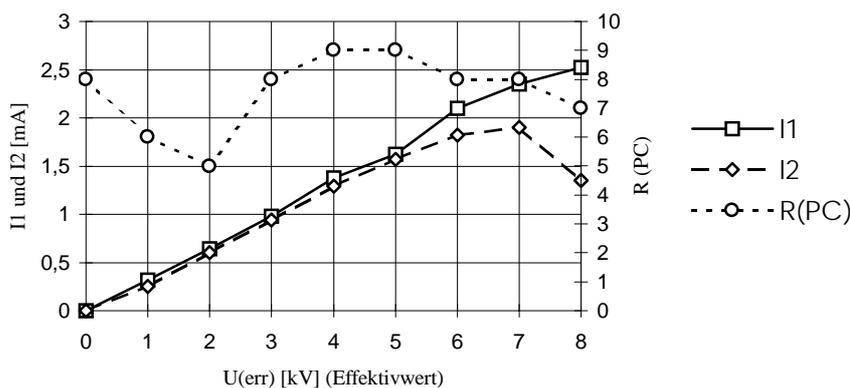


Abb. 74:  $I_1$  und  $I_2$  in Abhängigkeit von der Erregerspannung (Effektivwerte); PC Widerstand in  $10^9 \Omega\text{cm}$ ;  $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ ; Versuchsgenerator 2 mit 2 Polpaaren; Druckbeaufschlagung des PC's mit ca. 2,5 bar

Es zeigt sich eindeutig eine lineare Abhängigkeit der Ströme von der Erregerspannung. Da bei einer Drehzahl von  $1500 \text{ min}^{-1}$  eine Nullstelle des Erregerstromes auftritt, ist sowohl der Strom  $I_1$  als auch  $I_2$  gleich dem Influenzstrom. Bei einer Erregerspannung von mehr als 5 kV treten die ersten Funken zwischen Stab und Erreger Elektrode auf. Durch die Ladungsverluste erhöht sich der Strom  $I_1$ , während der Influenzstrom  $I_2$  weniger stark ansteigt. Bei einer Erregerspannung von 8 kV ist die Funkenbildung so stark, daß der Influenzstrom aufgrund der Ladungsverluste deutlich abnimmt. Als zusätzliche Information ist der Verlauf des spezifischen Widerstandes des Dielektrikums mit eingetragen. Zu Beginn der Versuchsreihe betrug der Wert  $4 \cdot 10^{10} \Omega\text{cm}$ . Mit einsetzender Drehbewegung des Rotors fiel der Widerstand innerhalb einer Minute auf  $8 \cdot 10^9 \Omega\text{cm}$ . Dieser Abfall ist auf Verunreinigungen zurückzuführen, welche sich bei stillstehendem Rotor innerhalb des Generators ansammeln. Nach einem kurzzeitigen Abfall auf  $5 \cdot 10^9 \Omega\text{cm}$ , welcher auf derselben Ursache beruht, stellte sich ein na-

hezu konstanter Wert von  $9 \cdot 10^9 \Omega \text{cm}$  ein. Der Anstieg des spezifischen Widerstandes ist die Folge der bereits erwähnten Eigenreinigung des elektrostatischen Generators. Schon alleine aufgrund der anliegenden Erregerspannung findet wie in der Dialysezelle eine Reinigung des Dielektrikums statt. Dieser Effekt wird bei Versuchen mit ohmscher Belastung durch das dadurch entstehende Spannungsgefälle zwischen den Elektroden noch verstärkt. Gegenteilige Wirkung hat die Funkenbildung an dem Schleifkontakt und der damit einhergehenden Erwärmung des Dielektrikums. Die Funkenbildung tritt erst bei höheren Erregerspannungen verstärkt auf und ist die Ursache für den Abfall des PC-Widerstandes bei Erregerspannungen von mehr als 6 kV.

Eng verbunden mit dem proportionalen Einfluß der Erregerspannung auf den Influenzstrom ist auch die Frage, ob durch die sinusförmige Erregerspannung tatsächlich ein sinusförmiger Influenzstrom erzeugt werden kann. Ohne eine genaue Analyse der Stromverläufe zu machen, können mit Hilfe der auf dem Oszillographen dargestellten Ströme  $I_1(t)$  und  $I_2(t)$  einige wesentlichen theoretischen Aussagen bestätigt werden.

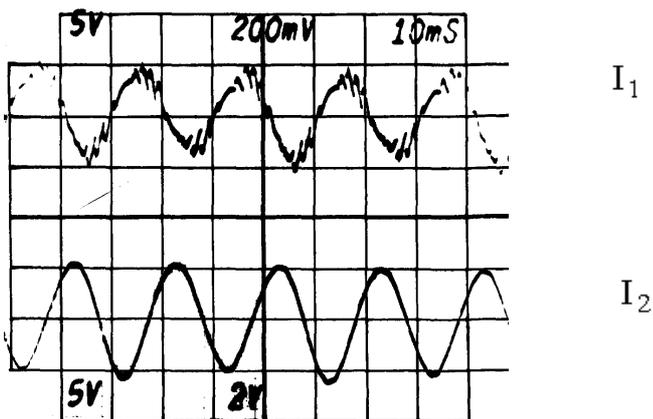
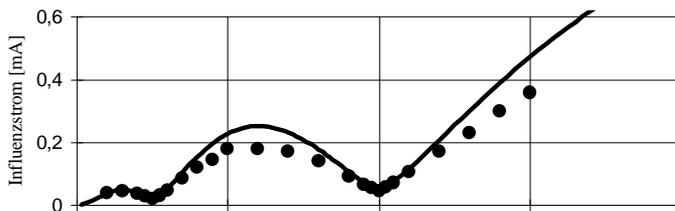


Abb. 75: Beispiel eines Oszillographenbildes von  $I_1$  (oben; 5V/Skt) und  $I_2$  (unten; 2V/Skt); Zeitskala = 10 ms/Skt;  $n \approx 1500 \text{ min}^{-1}$ ; VG1 mit zwei unterschiedlich großen (!) Polpaaren;  $U_{\text{err}} = 1 \text{ kV}$  (Effektivwert)

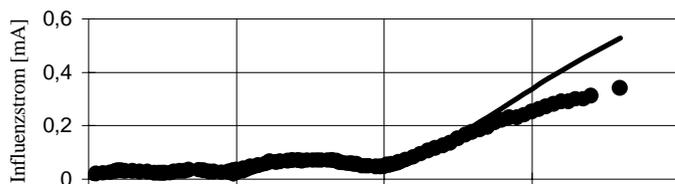
Die Abbildung zeigt, daß sich der angenommene sinusförmige Verlauf der Erregerspannung in den Stömen  $I_1$  und  $I_2$  widerspiegelt. Die Frequenz ist dabei unabhängig von der Drehzahl und beträgt entsprechend der Netzfrequenz 50 Hz. Lediglich die Phasenlage wird von der Drehzahl beeinflusst. Am Verlauf der Kurve von  $I_1$  lassen sich höherfrequente Strom- bzw. Spannungsspitzen erkennen. Diese werden durch die Ladungsübertragung auf die einzelnen Stäbe des Rotors verursacht. Die Frequenz dieser Spannungsspitzen ist gleich dem Produkt der Drehfrequenz mit der Stabanzahl.

### 11.1.2. Influenzstrom bei unterschiedlichen Drehzahlen

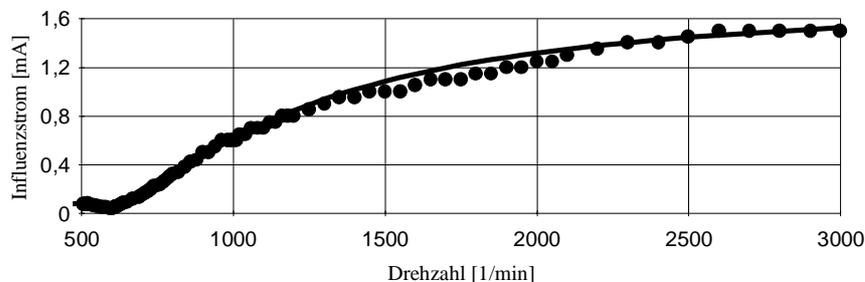
Die folgenden Abbildungen zeigen eine Gegenüberstellung des gemessenen Influenzstromes mit den theoretisch zu erwartenden Werten. Die Berechnungen erfolgen unter Einbeziehung der Ladungsverluste. Der bei den verschiedenen Versuchen mit steigender Drehzahl unterschiedlich starke Abfall des elektrischen Widerstandes des flüssigen Dielektrikums wird vereinfacht durch eine lineare Absenkung des spezifischen PC-Widerstandes ( $\rho_{eI}$ ) berücksichtigt. Der angegebene Wert von  $\rho_{eI}$  stellt dabei einen Mittelwert dar.



a)



b)



c)

Abb. 76 a, b, c: Vergleich der berechneten Influenzströme (Linie) mit Meßwerten (Punkte) im Kurzschlußbetrieb (VG 1;  $U_{err} = 1$  kV (Effektivwert);  $c_T = 0,6$ );

Abb a: ein Polpaar,  $c_S = 0,33$ ;  $\rho_{eI} = 7 \cdot 10^9 \Omega\text{cm}$

Abb b: ein Polpaar,  $c_S = 0,66$ ;  $\rho_{eI} = 7 \cdot 10^9 \Omega\text{cm}$

Abb c: zwei Polpaare (unterschiedlich groß); doppelte Erregung;  $\rho_{eI} = 1,2 \cdot 10^{10} \Omega\text{cm}$

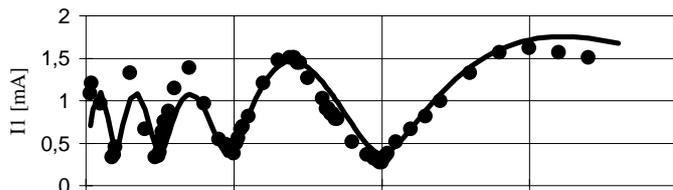
Wie schon bei den theoretischen Berechnungen gezeigt wurde, ist neben der Drehzahl auch die Elektrodenanzahl und deren Anordnung von großem Einfluß auf den Influenzstrom. Der gemessene Stromverlauf zeigt eine relativ gute Übereinstimmung mit den theoretisch zu erwartenden Werten. Kleinere Abweichungen sind überwiegend auf den nicht konstanten Widerstand des Dielektrikums während der Versuchsdauer zurückzuführen. Der Widerstand fällt ab etwa  $2000 \text{ min}^{-1}$  überproportional stark ab, was durch das angenommene lineare Widerstandsmodell nicht berücksichtigt wird. Der Grund dafür liegt, wie zuvor schon einmal er-

wähnt wurde, in der Erwärmung des Dielektrikums. Daher ergeben sich insbesondere bei höheren Drehzahlen größere Abweichungen von den gemessenen und den theoretischen Werten. In der Abbildung c sind derartige Abweichungen nicht festzustellen, wofür es im wesentlichen zwei Gründe gibt. Eine Ursache ist der von Versuchsbeginn an höhere spezifische Widerstand. Mit  $1,2 \cdot 10^{10} \Omega \text{cm}$  liegt er in einem Bereich, in dem Änderungen keinen großen Einfluß mehr auf den Influenzstrom haben (siehe auch Kapitel 7: Einfluß von Ladungsverlusten). Der zweite wesentliche Unterschied zu den vorangegangenen Versuchen ist, neben der doppelten Polpaaranzahl, die Verwendung von zwei um  $180^\circ$  versetzt angeordnete Kontakte für den Erregerstrom. Dadurch werden die Ladungsverluste schon nach einer halben Rotorumdrehung ausgeglichen, was deren Einfluß auf den Influenzstrom entsprechend verringert.

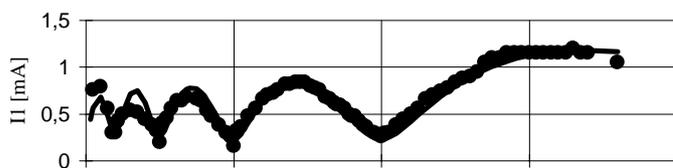
### 11.1.3. $I_1$ bei unterschiedlichen Drehzahlen

Neben dem Influenzstrom ist der Erregerstrom die zweite wichtige Größe, welche sich aus den Kurzschlußmessungen bestimmen läßt. Bei den Messungen wird anstelle des Erregerstromes der Strom  $I_1$  erfaßt, welcher die Summe des Erreger- und Influenzstromes darstellt. Dabei ist zu beachten, daß die Meßwerte nicht die Amplitude eines rein theoretisch sinusförmigen Stromes ( $I_1$ ) wiedergeben, sondern die Spitzenwerte einer Überlagerung aus sinusförmigem Influenzstrom und impulsförmigem Erregerstrom darstellen. Die Ursache dafür liegt in der Kombination aus Rotorbauform und Meßwerterfassung. Durch die Verwendung einzelner Stäbe erfolgt keine kontinuierliche Ladungsübertragung auf den Rotor. Je nachdem, wieviele Stäbe gerade mit der Erregerstromquelle verbunden sind, ändert sich die Ladekapazität und damit die zu übertragende Ladungsmenge. Diese periodischen Schwankungen sind auch auf dem Oszillographenbild erkennbar (siehe Abb.: 75). Bei jedem Kontakt eines neuen Stabes ergeben sich kurzfristige Stromstöße, deren Amplituden deutlich größer sind, als sie bei kontinuierlicher Ladungsübertragung zu erwarten wären. Die Höhe der Amplitude ist abhängig von der zu übertragenden Ladungsmenge und ist bei denjenigen Drehzahlen am größten, bei welchen ein Maximum des Erregerstromes auftritt. Darüberhinaus hat auch die Qualität des Schleifkontaktes erheblichen Einfluß auf die maximale Amplitude der Stromimpulse. Diese Effekte führen dazu, daß die mit Hilfe von Oszillographenbildern gemessenen Werte von  $I_1$  die Amplitudenwerte der einzelnen Stromimpulse wiedergeben. Im Gegensatz dazu stellt die berechnete Kurve das Integral dieser Stromimpulse dar. Geht man nun vereinfachend davon aus, daß die Amplitude eines einzelnen Stromimpulses proportional zur übertragenen Ladungsmenge ist, ließe sich dieses Integral aus dem Produkt dieser Amplitude mit der Drehzahl berechnen. Das ist zumindest dann möglich, wenn der gemessene Strom ausschließlich aus einzelnen Impulsen besteht. Im vorliegenden Fall handelt es sich jedoch um eine Überlagerung eines impulsförmigen Stromes (= Erregerstrom) mit einem kontinuierlichen Stromanteil (= Influenzstrom). Deshalb wird hier anstelle einer Meßwertkorrektur die  $I_1$ -Berechnung

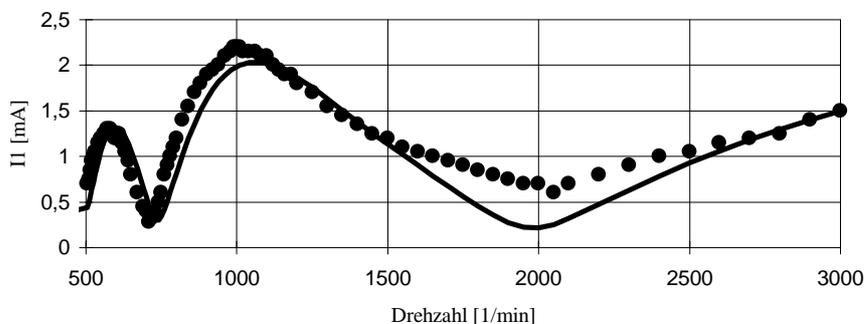
soweit modifiziert, daß ein unmittelbarer Vergleich mit den Meßwerten möglich ist. Gemäß den obigen Überlegungen muß dazu der Erregerstrom mit einem Faktor  $K_{\text{ERR}}$ , welcher umgekehrt proportional zur Drehzahl ist ( $K_{\text{ERR}} \sim 1/\omega$ ), multipliziert werden. Da die Höhe der Stromimpulse stark von den jeweiligen Versuchsbedingungen abhängig ist (Verschleiß des Schleifkontaktes, Erregerspannung etc.), muß der Proportionalitätsfaktor für jede einzelne Meßreihe angepaßt werden. Bei den unten dargestellten Meßreihen liegt  $K_{\text{ERR}}$  zwischen  $0,7 \cdot \Omega/\omega$  und  $1,2 \cdot \Omega/\omega$ . Alle weiteren Versuchsparameter sind identisch mit denjenigen aus Abbildung 76.



a)



b)



c)

Abb. 77 a, b, c: Vergleich der berechneten Werte von  $I_1$  (Linie) mit Meßwerten (Punkte) im Kurzschlußbetrieb (VG 1;  $U_{\text{ERR}} = 1$  kV (Effektivwert);  $c_r = 0,6$ );

Abb a: ein Polpaar,  $c_s = 0,33$ ;  $\rho_{el} = 7 \cdot 10^9 \Omega\text{cm}$

Abb b: ein Polpaar,  $c_s = 0,66$ ;  $\rho_{el} = 7 \cdot 10^9 \Omega\text{cm}$

Abb c: zwei Polpaare (unterschiedlich groß); doppelte Erregung;  $\rho_{el} = 1,2 \cdot 10^{10} \Omega\text{cm}$

Bezüglich der Auswertung der Ergebnisse lassen sich die Aussagen, welche bei der Influenzstrombestimmung (Abb. 76) gemacht wurden, sinngemäß übernehmen. Für die Erklärung der Abweichungen zwischen Meß- und berechneten Werten sind darüber hinaus auch die Probleme bei der Meßwernerfassung einzubeziehen, welche durch die Einführung des Faktors  $K_{\text{ERR}}$  sicherlich nicht vollständig kompensiert werden können. Unter Berücksichtigung dieser Effekte kann man die Ergebnisse der Versuche als Bestätigung für die Bestimmung von  $I_1$  und damit auch für die Erregerstromberechnung betrachten.

### 11.1.4. Stromschwankungen durch unterschiedliche Stabkapazitäten

Im Rahmen von Wechselstromversuchen mit dem Versuchsgenerator 1 traten bei bestimmten Drehzahlen periodische Schwankungen der Amplitude von  $I_1$  auf. In abgeschwächter Form waren diese Schwankungen auch bei  $I_2$  zu beobachten. Die Amplitudenschwankungen zeigten dasselbe Verhalten wie Schwebungen bei der Überlagerung zweier Schwingungen mit geringen Frequenzunterschieden.

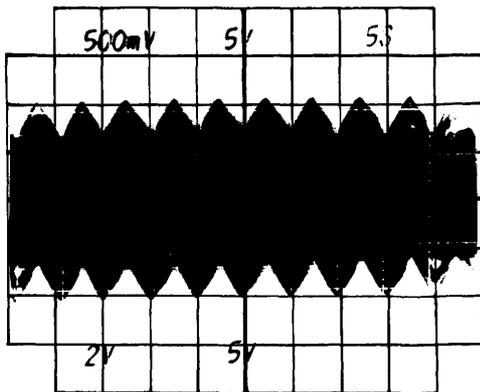


Abb. 78: Periodische Amplitudenschwankungen von  $I_1$  eines Rotors mit 19 Stäben, wovon ein Stab eine 50% höhere Ladekapazität besitzt (siehe auch Abb. 80) ( $n \approx 2250 \text{ min}^{-1}$ ) (x-Achse: 5 s/Skt)

Um die Ursachen dieser Schwankungen ermitteln zu können, wurden die Frequenzspektren der Ströme  $I_1$  und  $I_2$  mit Hilfe eines Echtzeitspektralanalysegerätes (Typ: Rockland FFT 512/S) bestimmt. Die folgende Abbildung zeigt beispielhaft eine Aufnahme des Frequenzspektrums des Stromes  $I_1$  im Bereich von 0 bis 100 Hz bei einer Drehzahl von  $810 \text{ min}^{-1}$  (= 13,5 Hz).

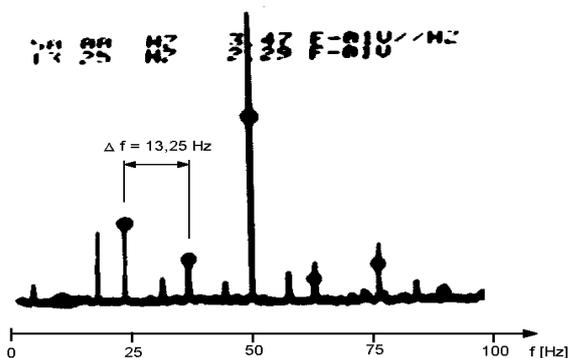


Abb. 79: Frequenzspektrum von  $I_1$ . (0 - 100 Hz;  $n = 795 \text{ min}^{-1} = 13,25 \text{ Hz}$ )

In der Mitte der Abbildung ist erwartungsgemäß die 50-Hz-Linie deutlich zu sehen. Rechts und links von dieser Linie sind ähnlich wie bei einer Pulsmodulation mehrere Seitenlinien in einem Abstand von 13,25 Hz bzw. einem ganzzahligen Vielfachen davon zu erkennen [43]. Diese Seitenlinien sind jeweils durch einen Leuchtpunkt markiert. Darüber hinaus sind noch

weitere Linien zu erkennen. Verschiedene Messungen zeigen, daß es sich dabei ebenfalls um Seitenlinien links von der 50-Hz-Linie handelt, welche an der y-Achse gespiegelt sind. Genau genommen müßten diese Frequenzlinien im negativen Frequenzbereich liegen. Physikalisch bedeutet dies eine Phasenverschiebung um  $180^\circ$  gegenüber der ursprünglichen Schwingung. Da die Phasenlage von dem Meßgerät nicht berücksichtigt wird, erscheinen sämtliche Spektrallinien nur im positiven Frequenzbereich [36]. Mit steigender Drehzahl entfernen sich die Spektrallinien von der 50-Hz-Linie. Für die "gespiegelten" Linien heißt dies jedoch, daß sie sich immer weiter nach links verschieben. Zusätzlich zu der 50-Hz-Linie erscheinen auch noch die Linien verschiedener Oberwellen, welche in diesem Meßbereich nicht sichtbar sind. Dabei handelt es sich um ungeradzahlige Vielfache der Grundfrequenz. Auch an diesen Spektrallinien lassen sich dieselben Seitenlinien wie bei der 50-Hz-Linie finden, wenn auch mit deutlich geringerer Intensität. Interessanterweise scheint die Stabfrequenz (= Drehfrequenz multipliziert mit der Stabanzahl) keine Rolle zu spielen. Zumindest sind im Frequenzspektrum keine Linien im entsprechenden Frequenzbereich sichtbar, obwohl im Stromverlauf die einzelnen Stabimpulse durchaus zu erkennen sind (siehe auch Abb. 75).

Die geschilderten Frequenzlinien scheinen die Ursache für die periodischen Amplitudenschwankungen zu sein. Durch die Veränderung der Rotordrehzahl zeigt sich, daß immer dann eine besonders große Periodendauer auftritt, wenn sich eine Frequenzlinie der Nulllinie nähert. Die Stromfrequenz (50 Hz) ist in diesen Fällen ein ganzzahliges Vielfaches der Drehzahl. Daneben sind Amplitudenschwankungen ebenfalls zu beobachten, wenn sich aufgrund der Drehzahl eine Spektrallinie mit einer gespiegelten Linie überlagert. Beide Phänomene konnten im Experiment nachgewiesen werden.

Das Auftreten der zahlreichen Seitenlinien deutet auf eine eher impulsartige Störung hin, deren Frequenz gleich der Drehfrequenz ist. Dies wird auch durch folgende Abbildung belegt: sie zeigt den Strom  $I_1$  eines Rotors mit 19 Stäben, wobei ein Stab eine um 50% höhere Ladekapazität als die restlichen Stäbe besitzt.

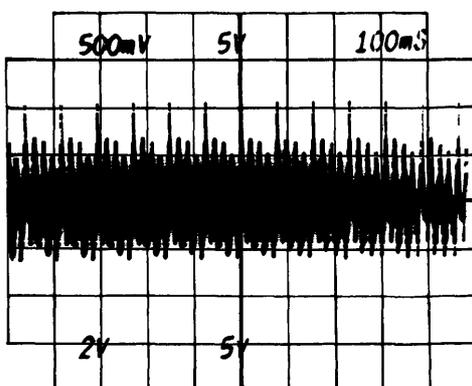


Abb. 80: Periodische Amplitudenschwankungen von  $I_1$  (gleiche Versuchsanordnung wie Abb. 78) ( $n \approx 2250 \text{ min}^{-1}$ ) (x-Achse: 100 ms/Skt)

Die kleineren Peaks haben einen Abstand von 20 ms und stellen demnach die Halbwellen der erwarteten 50-Hz-Schwingung dar. Die Amplitude jeder vierten oberen Halbwelle ist deutlich größer als die übrigen. Da die Drehfrequenz  $3/4$  der Erregerfrequenz ist, fällt bei entsprechender Ausgangsstellung nach jeder dritten Umdrehung derselbe Stab mit dem Spannungsmaximum der Erregerspannung zusammen. Durch den Kapazitätsunterschied des einen Stabes ergeben sich daraus die in Abbildung 78 und 80 gezeigten Amplitudenverläufe. Neben der Beeinflussung des Erregerstromes ähnlich einer Amplitudenmodulation hat dieser Ladungsüberschuß des einen Stabes auch Auswirkungen auf den Influenzstrom. Dieser Ladungsüberschuß läßt sich als umlaufende Einzelladung betrachten. Wie schon bei den grundsätzlichen Überlegungen zu elektrostatischen Maschinen gezeigt wurde, erzeugt eine derartige Einzelladung einen drehzahlsynchronen Rechteckstrom. Der Influenzstrom ergibt sich nun als Überlagerung des bekannten sinusförmigen Influenzstromes mit der drehzahlsynchronen Rechteckschwingung. Zur Verdeutlichung der Auswirkungen sind auch Messungen mit nur einem einzelnen umlaufenden Stab durchgeführt worden. Um sowohl eine zweipolige als auch eine einpolige Maschine darstellen zu können, wird eine Anordnung mit vier gleichgroßen Elektroden verwendet, bei welcher entweder die gegenüberliegenden oder zwei benachbarte Elektroden kurzgeschlossen werden. Den Verlauf von  $I_1$  und  $I_2$  einer derartigen Anordnung dokumentiert nachfolgende Abbildung:

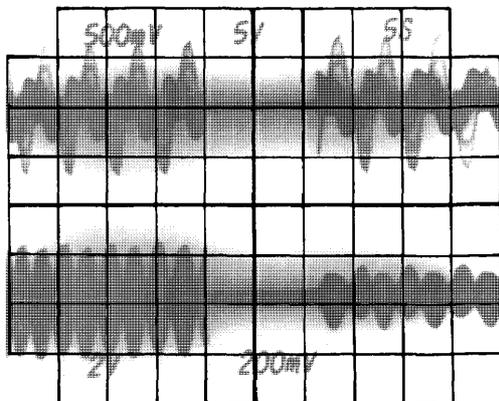


Abb. 81: Amplitudenverlauf von  $I_1$  (oben) und  $I_2$  (unten) mit einem umlaufendem Stab bei zweipoliger (linke Seite) und einpoliger (rechte Seite) Anordnung ( $n \approx 750 \text{ min}^{-1}$ )

Neben der Kapazitätsdifferenz eines einzelnen Stabes gibt es noch eine weitere Möglichkeit als Ursache für die Amplitudenschwankungen. Kapazitätsmessungen der einzelnen Stäbe des Versuchsgenerators 1 bei stillstehendem Rotor ergaben zunächst keine signifikanten Unterschiede. Da die Rotorlagerung jedoch konstruktionsbedingt ein merkliches Spiel aufweist, ist im Betrieb durch die Fliehkräfte mit einer exzentrischen Verlagerung der Rotorachse zu rechnen. Diese führt ebenfalls zu einer unsymmetrischen Ladungsverteilung auf der Rotoroberfläche, wodurch sich dieselben Amplitudenschwankungen wie oben beschrieben einstellen.

len. Folgende Abbildung zeigt dabei sehr deutlich die erwartete Überlagerung der 50-Hz-Sinusschwingung mit einer drehzahlsynchronen Schwingung.

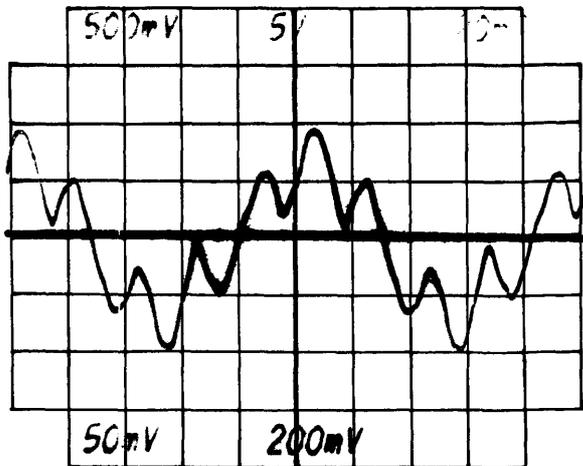


Abb. 82: Amplitudenverlauf  $I_2$  ( $n \approx 600 \text{ min}^{-1} \Rightarrow \text{Periodendauer} \approx 0,1 \text{ s}$ )  
(x-Achse: 20 ms/Skt)

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Ursachen dieser unerwünschten Amplitudenschwankungen mechanische Unzulänglichkeiten sind. Daher wurde bei der Konstruktion und dem Bau des Versuchsgenerators 2 auf möglichst geringe Form- und Rundlauf toleranzen des Rotors geachtet. Auf diese Weise konnten die Amplitudenschwankungen nahezu vollständig eliminiert werden. Dies unterstreicht die Notwendigkeit, beim Bau eines Generators auf möglichst enge Toleranzen zu achten.

## 11.2. Leistungsversuche

Im Unterschied zu den Kurzschlußversuchen wird bei Leistungsversuchen der Influenzstrom über einen Lastwiderstand geleitet. Dadurch ergibt sich ein Spannungsgefälle zwischen den Influenzelektroden. Als Lastwiderstand wird ein ohmscher Hochspannungswiderstand verwendet. In Verbindung mit dem generatorinternen Blindwiderstand ergeben sich je nach Größe des Lastwiderstandes unterschiedliche Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung. Die folgende Abbildung zeigt einen Vergleich der Meßwerte mit den theoretisch zu erwartenden Werten der Klemmenspannung  $U$ , der Wirkleistung  $P_w$  und des Stromes  $I_{Ra}$  (diese Abbildung wurde ohne Meßwerte schon bei der Leistungsberechnung gezeigt). Die Spannung und der Strom sind auf ihre jeweiligen Maximalwerte, die Wirkleistung auf den Maximalwert der Blindleistung normiert.

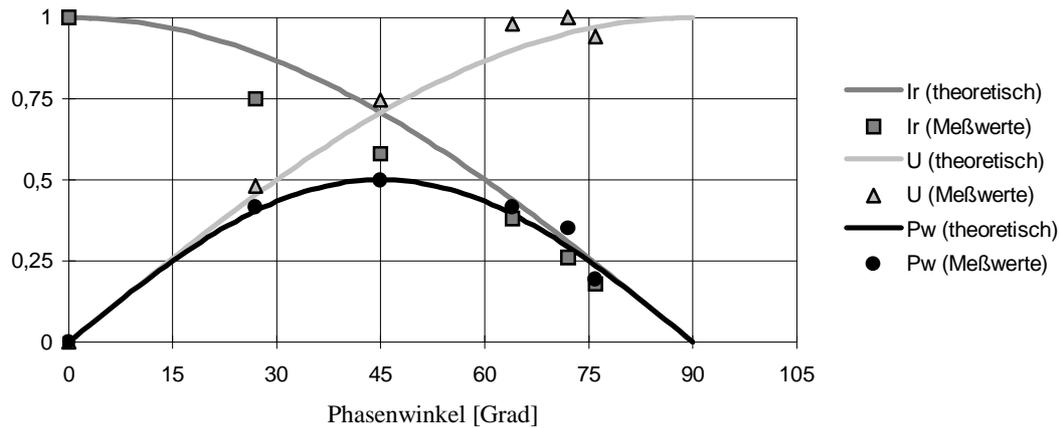


Abb. 83: Meßwerte und theoretisch zu erwartende Werte für Spannung, Strom und Wirkleistung (normiert) in Abhängigkeit vom Phasenwinkel ( $U_{err} = 1,4 \text{ kV}$ ).

Die maximal erzielte Leistung beträgt für den Versuchsgenerator 1 nur 50 W bei einem Strom von 2 mA (Scheitelwert) und einer Spannung von 50 kV (Scheitelwert). Auch mit dem Versuchsgenerator 2 konnten keine besseren Werte erzielt werden ( $P = 40 \text{ W}$ ;  $I = 2 \text{ mA}$ ;  $U = 40 \text{ kV}$  (jeweils Scheitelwerte)). Als Lastwiderstand standen Hochspannungswiderstände von 25 und 20 M $\Omega$  zur Verfügung, was in etwa den Blindwiderständen der Generatoren entspricht. Die erzielten Leistungen der Generatoren sind offensichtlich noch sehr gering, auch wenn sie um eine bis zwei Zehnerpotenzen über den Werten vergleichbarer elektrostatischer Generatoren liegen [41]. Die wesentliche Ursache liegt in den geringen Durchschlagsfeldstärken. Auch bei den Kurzschlußversuchen konnten nur Erregerspannungen von ca. 8 kV ohne Durchschlag erreicht werden (siehe auch Abb. 74), was einer Durchschlagsfeldstärke von 80 kV/cm entspricht. Bei stillstehendem Rotor konnten wesentlich höhere Feldstärken aufrechterhalten werden. Demnach scheint die maximale Feldstärke durch die Turbulenzen innerhalb des Dielektrikums deutlich herabgesetzt zu werden. Eine weitere Schwächung der Durchschlagsfeldstärke bewirken die bei Funkenüberschlägen auftretenden Ionen. Es hat sich gezeigt, daß nach dem ersten Auftreten von Funkenüberschlägen zwischen den Influenzelektroden meistens auch Durchschläge zwischen Stab und Erregerelektrode (= Influenzelektrode 1) erfolgten, obwohl die Erregerspannung deutlich unter 8 kV lag. Bei der Verschlechterung der Durchschlagsfeldstärke handelt es sich um einen relativ kurzfristigen Prozeß, da nach dem Abklemmen des Lastwiderstandes und unmittelbar darauffolgenden Kurzschlußversuchen die Erregerspannung wieder ohne Probleme auf ca. 8 kV erhöht werden konnte.

Geht man nun von einer effektiven Durchschlagsfeldstärke von 80 kV/cm aus, dann lassen sich aus den Versuchsergebnissen mit Hilfe der Formeln zur Leistungsbestimmung die übrigen Maschinenparameter zumindest näherungsweise bestimmen.

Tabelle 7: Parameter der Versuchsgeneratoren

	VG1	VG2
$c_d$ :	0,036	0,03
$c_p$ :	10	3 - 4
$c_r$ :	0,2 - 0,25	0,2 - 0,25
$c_s$ :	0,2	0,07 - 0,15 (je nach Elektroden)
$E_T$ :	80 kV/cm	80 kV/cm
$E_R$ :	80 kV/cm	80 kV/cm

Bemerkenswert ist der geringe Wert für  $c_s$ . Dieser ist etwa 2 bis 2,5 mal kleiner, als er von den geometrischen Abmessungen her zu erwarten ist. Der Grund für diese Abweichung liegt in der Bauweise des Rotors. Aufgrund der Stäbe besteht die Rotoroberfläche zu ca. 50% aus leitendem Material, wodurch sich die effektive Überschlagsdistanz zwischen den Elektroden entsprechend verringert.

Bei den Parametern fällt auch der niedrige Wert für  $c_r$  (0,2 - 0,25) auf, was im Gegensatz zu den Ergebnissen von Kurzschlußversuchen steht, bei denen Werte von 0,4 erzielt werden konnten. Dieser Effekt ist auch in Abb. 83 erkennbar. Abgesehen vom Kurzschlußstrom ( $\varphi = 0$ ) ist der gemessene Strom schon bei geringer Spannungsbelastung deutlich niedriger als der theoretisch zu erwartende Wert. Da die Erregerspannung jeweils konstant ist, kommen für den niedrigeren Strom im wesentlichen Ladungsverluste aufgrund von Injektionsströmen in Frage. Dieser Effekt wird mit zunehmender Spannungsbelastung immer deutlicher. Im Rahmen der Versuche konnte leider nicht zweifelsfrei geklärt werden, ob die Verlustströme mehr zwischen Rotor und Influenzelektroden oder zwischen den Influenzelektroden selbst auftreten.

### 11.3. Wirkungsgrad

Wie bei allen technischen Systemen ist auch hier der Wirkungsgrad der Quotient von Nutzleistung und zugeführter Leistung. Die Nutzleistung läßt sich über den Strom  $I_2$ , welcher durch den Lastwiderstand fließt, bestimmen. Die zugeführte Leistung besteht zum einen aus der mechanischen Antriebsleistung und der von der Erregerstromquelle gelieferten elektrischen Leistung. Die für die Bestimmung der mechanischen Leistung notwendigen Messungen des Antriebsmomentes während der Leistungsversuche waren jedoch nicht möglich. Der für den Versuchsgenerator 1 verwendete Versuchsaufbau ermöglichte keine Messung des Antriebsmomentes. Das beim Versuchsgenerator 2 zur Drehmomentmessung verwendete Umlaufgetriebe war nicht in der Lage die im Vergleich zu den Kurzschlußversuchen höheren Dreh-

momente zu übertragen. Deshalb wird vereinfacht angenommen, daß die Antriebsleistung gleich der Summe aus den mechanischen Verlusten und der elektrischen Nutzleistung ist. Wie im Kapitel 9 schon dargelegt wurde, sind die mechanischen Verluste weitestgehend auf die fluiddynamischen Verluste zurückzuführen. Deshalb werden hier die mechanischen Verluste mit Hilfe der Ergebnisse aus Kapitel 9 berechnet.

Zur Bestimmung der Leistung der Erregerstromquelle ist es sinnvoll, sich auf diejenigen Drehzahlen zu beschränken, bei welchen der Erregerstrom im Idealfall gleich Null ist. Dies ist immer dann der Fall, wenn die vom Rotor der Kontaktstelle zugeführte Ladungswelle phasengleich mit der Erregerspannung ist. Für eine Erregerspannung von 50 Hz sind dies 3000, 1500, 1000  $\text{min}^{-1}$  etc. Tritt bei diesen Drehzahlen ein Strom im Erregerstromkreis auf, so ist dieser allein auf den Ausgleich der Ladungsverluste des Rotors zurückzuführen. Es findet also nur eine Nachladung, aber keine Umladung auf der Rotoroberfläche statt.

Es wurde schon erwähnt, daß direkte Messungen im Hochspannungsbereich der Erregerstromquelle nicht möglich waren. Stattdessen wurde der Strom  $I_1$  gemessen, welcher die Summe aus dem negativen Erregerstrom und dem nach außen abgegebenen Wirkstrom  $I_{Ra}$  darstellt. Das negative Vorzeichen für den Erregerstrom ergibt sich aus der Definition des Erregerstromes und des Stromes  $I_1$ . Der Erregerstrom stellt diejenigen Ladungen dar, welche von der Erregerstromquelle auf den Rotor fließen. Auf die Erregerelektrode (=Elektrode 1) fließen demnach die entsprechenden Gegenladungen. Dieser Strom ist Teil des Stromes  $I_1$ . Damit gilt:

$$I_1(t) = I_{Ra}(t) - I_{Err}(t) \quad (132)$$

Für die Leistungsmessungen wurden überwiegend Drehspulinstrumente verwendet. Auf die Benutzung von Oszillographen wurde weitestgehend verzichtet, um deren Beschädigung durch auftretende Spannungsspitzen zu vermeiden. Deshalb ist es nicht möglich, den Erregerstrom direkt aus der Differenz der Ströme  $I_1$  und  $I_2$  ( $= -I_{Ra}$ ) zu bestimmen. Dazu muß als erstes die Phasenlage der Ströme im Vergleich zur Erregerspannung bestimmt werden. Betrachtet man ausschließlich die oben genannten Drehzahlen, bei welchen nur eine Nachladung des Rotors stattfindet, kann man davon ausgehen, daß der Erregerstrom phasengleich mit der Erregerspannung ist. Die Phasenverschiebung  $\delta_2$  des Stromes  $I_2$  wird von der Verschiebung  $\delta$  des Influenzstromes zur Erregerspannung und der Phasenverschiebung des Stromes  $I_{Ra}$  zum Influenzstrom bestimmt. Letztere beträgt bei maximaler Leistung ( $R_a = X_1$ ) gleich  $45^\circ$ . Die Phasenverschiebung  $\delta$  des Influenzstromes ist abhängig von der Drehzahl, der Erregerfrequenz und der Elektrodengeometrie. Eine ausführliche Herleitung der Zusammenhänge wird im Rahmen der Influenzstrom- und Leistungsberechnung gezeigt. Aus diesen Überlegungen ergibt sich für die Gleichung 132:

$$\underbrace{I_1 \cdot \sin(\Omega t + \delta_1)}_{=I_1(t)} = \underbrace{I_2 \cdot \sin(\Omega t + \delta_2)}_{=I_{Ra}(t)} - \underbrace{I_{Err} \cdot \sin(\Omega t)}_{I_{Err}(t)} \quad (133)$$

mit

$$\delta_2 = -\left(\delta + \frac{\pi}{4}\right) \quad (134)$$

Da alle Schwingungen die gleiche Frequenz  $\Omega$  besitzen, gilt für die Amplituden  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_{Err}$  folgender Zusammenhang:

$$I_1 = \sqrt{I_2^2 + I_{Err}^2 - 2 \cdot I_2 \cdot I_{Err} \cdot \cos(-\delta_2)} \quad (135)$$

Durch Auflösen nach  $I_{Err}$  erhält man den gesuchten Erregerstrom:

$$I_{Err} = I_2 \cos(-\delta_2) \pm \sqrt{I_2^2 [\cos^2(-\delta_2) - 1] + I_1^2} \quad (136)$$

Bei der Wahl des Vorzeichens ergibt ausschließlich das Pluszeichen einen physikalisch sinnvollen Wert. In allen hier untersuchten Fällen würde sonst der Wert des Erregerstromes negativ sein; d.h. der Erregerstrom wäre gegenüber der Erregerspannung um  $180^\circ$  phasenverschoben. Dies wurde aber, zumindest für die hier gewählten Drehzahlen, aufgrund der oben gemachten Annahmen ausgeschlossen.

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Ergebnisse einiger Messungen mit maximaler Erreger-spannung. Der ohmsche Lastwiderstand entspricht dem kapazitiven Innenwiderstand der Generatoren ( $R_a = X_j$ ). Zur Bestimmung der fluidmechanischen Verluste stehen nur Messungen des Versuchsgenerators 2 bei  $1500 \text{ min}^{-1}$  zur Verfügung. Diese liegen um den Faktor 3 höher als die theoretischen Werte zweier rotierender Zylinder (siehe Kapitel: "Fluiddynamische Verluste"). Für die anderen Versuchsbedingungen wurden deshalb die theoretisch ermittelten Werte um diesen Faktor angehoben. Der Wirkungsgrad ist gemäß der oben genannten Definition der Quotient aus Wirkleistung und der Summe aus Wirkleistung, sowie mechanischer und elektrischer Verlustleistung. Die elektrische Verlustleistung ergibt sich aus dem Produkt von Erregerspannung und Erregerstrom.

Tabelle 8: Ergebnisse der Leistungsversuche mit Angabe der Wirkungsgrade

Versuchsgenerator		VG1	VG2	
Drehzahl	[min <sup>-1</sup> ]	3000	3000	1500
Polpaarzahl		1	1	2
Erregerspannung (Effektivwert)	[kV]	4	5	7
Lastwiderstand	[MΩ]	25	20	25
R <sub>PC</sub>	[Ωcm]	7·10 <sup>9</sup>	4·10 <sup>9</sup>	7·10 <sup>9</sup>
Phasenwinkel δ		π/2	π/4	π/2
I <sub>1</sub> gemessen (Scheitelwert)	[mA]	2,6	2,7	2,7
I <sub>2</sub> gemessen (Scheitelwert)	[mA]	2,0	2,0	2,0
I <sub>Err</sub> berechnet (Scheitelwert)	[mA]	0,77	1,8	0,89
U <sub>max</sub> berechnet (Scheitelwert)	[kV]	50	40	50
Wirkleistung	[W]	50	40	50
el. Verlustleistung	[W]	2,2	6,4	4,4
mech. Verlustleistung	[W]	48	200	36
Wirkungsgrad		0,49	0,15	0,53

Diese Ergebnisse können sicherlich nur erste Anhaltswerte liefern. Insbesondere die rechnerische Bestimmung der Antriebsleistung über die erzielte Nutzleistung ist mit großen Unsicherheiten behaftet. Dabei bleibt der Anteil des Influenzstromes unberücksichtigt, welcher nicht über den Lastwiderstand, sondern direkt zwischen den Elektroden innerhalb der Maschine fließt. Messungen an dem Generator 2 ergaben jedoch einen ohmschen Innenwiderstand von 700 bis 1000 MΩ, welcher deutlich über dem kapazitiven Widerstand von 20 bis 25 MΩ liegt. Es wurde auch nicht berücksichtigt, inwiefern die Verlustladungen über die Elektroden 1 und 2 abfließen und damit Teil der gemessenen Ströme I<sub>1</sub> und I<sub>2</sub> sind.

Trotz all dieser Unsicherheiten kann man aufgrund der unterschiedlichen Größenordnungen der Wirkleistung und der elektrischen Verlustleistung sagen, daß ein Großteil der elektrischen Nutzleistung durch die Umwandlung der mechanischen Leistung entstanden ist. Dies gilt zumindest dann, wenn man davon ausgeht, daß alle bisher dargelegten theoretischen und experimentellen Ergebnisse geeignet sind, das Verhalten derartiger elektrostatischer Generatoren zu beschreiben.

Bezüglich der relativ geringen Leistungen und den damit verbundenen Wirkungsgraden gelten die im Rahmen der Leistungsversuche gemachten Aussagen weiterhin. Größtes Leistungshemmnis ist die geringe Ladungsdichte auf dem Rotor. Mit den angenommenen möglichen Maximalwerten von  $c_F$  und  $E_T$  (0,5 bzw. 250 kV/cm) anstelle der Werte aus Tabelle 7 ergäbe sich eine siebenmal höhere Ladungsdichte. Schon eine Anhebung von  $c_F$  von 0,2 auf 0,5, was

gleichbedeutend mit einer Erhöhung der Durchschlagfeldstärke auf 200 kV/cm ist, würde die Leistung verfünffachen. Die Klemmenspannung würde dabei um 60 Prozent ansteigen. Dies zeigt, wie wichtig eine niedrige Leitfähigkeit des flüssigen Dielektrikums ist. Ebenso müssen Injektionsströme, d.h. der Ladungsübertritt von den Elektroden bzw. der Rotoroberfläche in das Dielektrikum, soweit wie möglich minimiert werden.

## 12. Ausblick

Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse zeigen, daß für eine einsatzreife und leistungsstarke elektrostatische Maschine noch einige entscheidende Probleme gelöst werden müssen. Davon treten die meisten sowohl bei Gleichstrom als auch bei Wechselstrommaschinen auf. Gerade die Verwendung eines flüssigen Dielektrikums bringt zum einen zwar die Möglichkeit hoher Energiedichten im elektrischen Feld, zum anderen treten dadurch neue Probleme auf, welche nachfolgend kurz diskutiert werden.

### 12.1. Auswahl und Aufbereitung des Dielektrikums

Die von Dittrich erstmals verwendeten flüssigen Alkylenkarbonate als Dielektrika stellen derzeit den günstigsten Kompromiß zwischen möglichst hoher Dielektrizitätszahl und geringer Leitfähigkeit dar. Um diese geringe Leitfähigkeit zu erhalten, ist eine ständige Reinigung durch einen Elektrodialysekreislauf notwendig. Es läßt sich derzeit noch nicht sagen, ob die Eigenreinigung aufgrund des Spannungsgefälles innerhalb der Maschine ausreicht, um auf diesen Kreislauf verzichten zu können.

Zum gegenwärtigen Zeitpunkt scheinen die Arbeiten am Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik die einzigen Untersuchungen bezüglich hochisolierender Flüssigkeiten mit hohen Dielektrizitätszahlen zu sein. Es besteht aber die begründete Hoffnung, daß bei entsprechenden Forschungsanstrengungen Flüssigkeiten mit noch besseren Eigenschaften hergestellt werden können. Als aussichtsreicher Ansatz wird z.B. von Richter die "Vier Komponenten Kondensation von Amidien" nach I. Ugi vorgeschlagen [35]. Durch das breite Variationsspektrum dieser Methode könnte sich die Möglichkeit ergeben, geeignete hochpolare und hochisolierende Fluide zu synthetisieren.

### 12.2. Verringerung der Ladungsverluste

Trotz der geringen Leitfähigkeit des Dielektrikums treten bei höheren Spannungen hohe Ladungsverluste aufgrund von Injektionsströmen an der Grenzfläche zwischen Leiteroberfläche und Dielektrikum auf. Das Aufbringen einer hochisolierenden Schicht auf der Leiteroberfläche hat eine Anlagerung von Ionen auf dieser Schicht zur Folge. Dadurch ergeben sich sehr hohe Feldstärken innerhalb des Isolators. Dies führt entweder zu einer Schwächung des elektrischen Feldes innerhalb des flüssigen Dielektrikums oder zu einem Durchschlag und einer damit verbundenen Zerstörung der Isolationsschicht. Anzustreben ist eine möglichst dünne Schicht mit hoher Dielektrizitätszahl und genau definiertem elektrischen Widerstand. Der

optimale Wert des Widerstandes ist von mehreren Parametern abhängig und muß erst noch ermittelt werden. Die bisherigen Versuche am Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik brachten noch keine befriedigenden Ergebnisse. Es ist jedoch damit zu rechnen, daß ebenso wie bei der Herstellung des flüssigen Dielektrikums verstärkte Forschungsanstrengungen relativ schnell zu befriedigenden Lösungen führen werden.

### **12.3. Verbesserung der Ladungsübertragung auf den Rotor**

Beide Systeme zur Ladungsübertragung, welche bei den Versuchsgeneratoren verwendet wurden, haben sich als problematisch erwiesen. Für den Versuchsgenerator 1 wurde eine Variante mit Gummilippe (leitfähig) und Kontaktstiften auf der Rotoraußenseite gewählt. Der relativ aufwendige konstruktive Aufbau des Generators entspricht im wesentlichen dem von Trommelgeneratoren zur Gleichstromerzeugung. Aufgrund der Möglichkeit, die Ladungen berührungslos über Spitzenentladung zu übertragen, handelt es sich zumindest bei hohen Erregerspannungen um eine sehr verschleißarme Konstruktion. Es muß jedoch sichergestellt werden, daß keine Überschläge auf der Außenseite des Rotors (z.B. zwischen den Kontaktstiften) auftreten. Aus diesem Grund dürfte auch die Verwendung eines anisotropen Rotors ausscheiden, da bei einem solchen Rotor auf der Innen- und Außenseite nahezu die gleichen Feldstärken auftreten. Um die hohen Feldstärken im gasförmigen Medium aufrechterhalten zu können, sind in der Regel hohe Drücke notwendig. Dadurch ist man auf entsprechend schwere Druckbehälter angewiesen, welche den zu erwartenden Gewichtsvorteil einer elektrostatischen Maschine wieder zunichte machen.

Bei dem Versuchsgenerator 2 wurden zur Aufladung des Rotors Schleifkontakte, welche sich innerhalb des flüssigen Dielektrikums befinden, verwendet. Diese Konstruktion ist für einen Versuchsgenerator aufgrund des einfachen Aufbaues eine akzeptable Lösung. Durch den mechanischen Abrieb und durch die Funkenbildung an der Kontaktstelle wird jedoch der elektrische Widerstand des Dielektrikums negativ beeinflusst. Deshalb ist es unwahrscheinlich, daß mit einer derartigen Konstruktion ein wartungsarmer und leistungsstarker elektrostatischer Generator realisiert werden kann.

Neben den soeben aufgezeigten Möglichkeiten zur Ladungsübertragung ist es prinzipiell denkbar, die Stäbe über hochspannungsfeste mechanische Schalter, Relais oder auch entsprechende Halbleiterbauelemente mit der Erregerstromquelle zu verbinden. Den grundsätzlichen Aufbau einer solchen Maschine zeigt die folgende Abbildung:

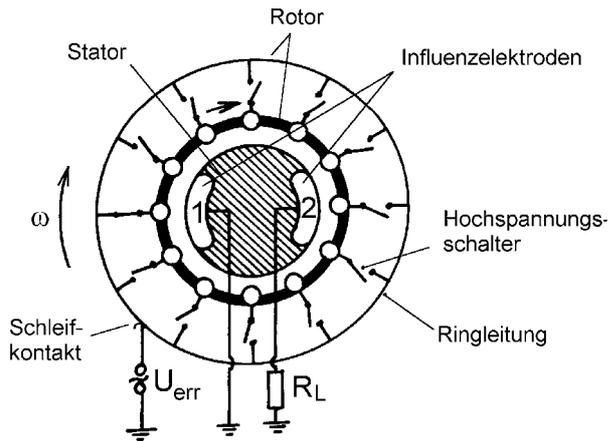


Abb. 84: Elektrostatischer Generator (Außenrotor) mit mechanischen Schaltelementen

Die Schalter und die Ringleitung sind fest mit dem Rotor verbunden. Die elektrische Verbindung muß nun über einen Schleifkontakt zwischen Erregerstromquelle und Ringleitung erfolgen. Durch eine zusätzliche Schaltungslogik muß gewährleistet werden, daß immer derjenige Stab, welcher der Elektrode 1 am nächsten liegt, mit der Erregerstromquelle verbunden wird. Während des Schaltvorganges ist die Spannungsbelastung gleich der Erregerspannung, welche in der Regel relativ gering ist. Im geöffneten Schaltzustand jedoch muß innerhalb des Schalters die gesamte Maschinenspannung zuverlässig isoliert werden.

In dieser Form entspricht die Maschine im wesentlichen dem Versuchsgenerator 1 (Außenrotor). Es ist aber auch möglich, den Stator mit den Influenzelektroden anstelle des Rotors zu bewegen, wodurch das äußere Gehäuse überflüssig wird. In diesem Fall muß jedoch anstelle des Erregerstromes der gesamte Influenzstrom über Schleifringe abgeführt werden. Beide Bauformen haben den großen Vorteil, daß durch die nun möglich gewordene Ummantelung der Stabanschlüsse die Überschlagsgefahr auf der Rotoraußenseite drastisch herabgesetzt wird. Dies setzt natürlich die Verfügbarkeit entsprechend hochspannungsfester Schaltelemente voraus.

## 12.4. Feldoptimierung / Potentialsteuerung

In der Regel arbeiten elektrostatische Maschinen im Hochspannungsbereich. Um elektrische Überschläge zu verhindern, müssen Feldstärkenkonzentrationen des elektrischen Feldes so weit wie möglich vermieden werden. Deshalb muß besondere Sorgfalt bei der Gestaltung der Influenzelektroden aufgewendet werden, da an deren Oberflächen die höchsten Feldstärken zu erwarten sind. Darüber hinaus sind noch weitere Maßnahmen zur Beeinflussung des elektrischen Feldes (= Potentialsteuerung) denkbar. Dazu zählen sowohl die gezielte Erhöhung

der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätszahl des Statormaterials als auch der Einsatz zusätzlicher Hilfs- bzw. Steuerelektroden. Zur Optimierung dieser Maßnahmen ist eine Berechnung des elektrischen Feldes unumgänglich, wobei auch die auf dem Rotor befindlichen "Raumladungen" entsprechend berücksichtigt werden müssen. Mittlerweile stehen jedoch leistungsfähige Computerprogramme für die Feldberechnung zur Verfügung, mit deren Hilfe relativ genaue Aussagen zur Wirksamkeit der Potentialsteuerung und damit der Leistungsfähigkeit elektrostatischer Maschinen zu erwarten sind.

## 12.5. Elektrostatischer Synchrongenerator

Eine grundlegende Eigenschaft der im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen Generatoren ist die Tatsache, daß die Frequenz des Influenzstromes unabhängig von der Generator Drehzahl ist. In bezug auf die Drehzahl handelt es sich demnach um elektrostatische Asynchrongeneratoren. Von W. Dittrich wurden außerdem theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem elektrostatischen Wechselstromgenerator durchgeführt, dessen Frequenz in einem festen Verhältnis zur Drehzahl steht [14; 11]. Den grundsätzlichen Aufbau eines derartigen Generators zeigt die unten stehende Abbildung. Bei den Maschinen von Dittrich wurde im Unterschied zu dieser Abbildung anstelle der Diode eine Kugelfunkenstrecke verwendet. Erste Kurzschlußversuche an dem modifizierten Versuchsgenerator 2 zeigten jedoch, daß die Ladungsübertragung auch über Dioden möglich ist.

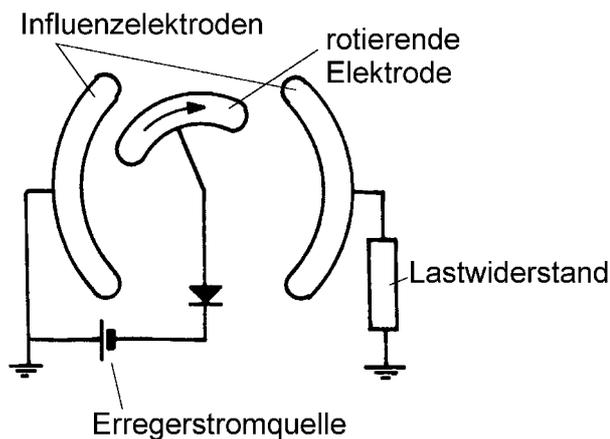


Abb. 85: Grundsätzlicher Aufbau eines elektrostatischen Synchrongenerators

Ein wesentlicher Vorteil dieses Synchrongenerators gegenüber den Asynchrongeneratoren ist die deutlich einfachere Ladungsübertragung auf den Rotor. Außerdem existieren zahlreiche Veröffentlichungen zu elektrostatischen Synchronmotoren, deren Ergebnisse sich in der Regel auch auf Generatoren anwenden lassen [27; 6]. Es ist daher zu erwarten, daß die theoretische Behandlung elektrostatischer Synchrongeneratoren einfacher als die für Asynchrongeneratoren ist. Andererseits treten bei der Verwendung flüssiger Dielektrika dieselben Pro-

bleme, wie z.B. Injektionsströme und Aufbereitung des Dielektrikums, auf. Daher ist es bei dem gegenwärtigen Stand der Forschung angebracht, gerade diese Probleme zuerst anhand von einfachen Synchrongeneratoren zu untersuchen. Darüber hinaus lassen sich mit diesen Generatoren auch Lösungen zur Ladungsübertragung auf den Rotor erproben. Eine Übertragung dieser Ergebnisse auf die konstruktiv aufwendigeren elektrostatischen Asynchrongeneratoren ist dann problemlos möglich.

## 12.6. potentielle Anwendungsgebiete

In der Einleitung wurde schon erwähnt, daß sich derzeit die Anwendungsgebiete elektrostatischer Energieumformer im wesentlichen auf zwei Fälle beschränken. Zum einen auf Hoch- und Höchstspannungsgleichstromgeneratoren für Teilchenbeschleuniger und zum anderen auf elektrostatische Aktuatoren im Bereich der Mikromechanik. Damit sind auch im Vergleich zu elektromagnetischen Maschinen die wesentlichen Vorteile elektrostatischer Maschinen aufgezeigt:

- a) direkte Erzeugung von Hochspannung ohne Transformatoren
- b) höhere Leistungsdichten bei kleinen Baugrößen
- c) einfache Bauausführung

Prinzipiell sind die meisten Aufgaben sowohl mit elektromagnetischen als auch mit elektrostatischen Maschinen lösbar. Die Verwendung flüssiger Dielektrika macht es nun möglich, den sinnvollen Einsatzbereich elektrostatischer Maschinen, ausgehend von der Mikrostrukturtechnik bis in den Bereich von einigen kW zu vergrößern. Die Vorteile sind im wesentlichen geringeres Gewicht und Volumen. Besonders profitieren davon mobile Anwendungen. Als problematisch könnte sich das unterschiedliche Spannungsniveau elektrostatischer und elektromagnetischer Maschinen erweisen. Eine parallele Verwendung beider Bauformen macht den Einsatz von Transformatoren notwendig, wodurch die genannten Vorteile zumindest zum Teil wieder zunichte gemacht werden. Deshalb ist es am sinnvollsten, die gesamte elektrische Energieumformung innerhalb eines Systems, d.h. sowohl die Generatoren als auch die Motoren auf der Basis elektrostatischer Maschinen aufzubauen. Eine mögliche Anwendung ist z. B. die elektrische Kraftübertragung in Kraftfahrzeugen. Anstelle von Kupplung, Getriebe und Antriebswelle kann man eine relativ leichte Kombination von Generator und Elektromotor verwenden.

Zusätzlich zu den Gewichts- und Volumenvorteilen ist auch die direkte Erzeugung von Hochspannung für verschiedene technische und physikalische Anwendungen interessant. Im technischen Bereich sind dies z.B. Pulverbeschichtung oder elektrische Rauchgasreinigung.

Ebenso besteht für die Energieversorgung von Teilchenbeschleunigern oder Laseranlagen ein Bedarf an geeigneten Hochspannungsquellen. Da die Eigeninduktivität elektrostatischer Maschinen nahezu Null ist, lassen sich problemlos deutlich höhere Stromfrequenzen als 50 Hz erzielen. Auch ist es möglich andere Stromformen, z.B. dreiecks- oder trapezförmige Stromverläufe zu erzeugen.

Völlig neue Perspektiven ergibt die Verwendung hochisolierender flüssiger Dielektrika im Bereich der Mikromechanik. Es ist denkbar, das flüssige Dielektrikum gleichzeitig als Hydraulikfluid zu verwenden. Damit ergibt sich eine weitere Möglichkeit der Kraftausleitung mikromechanischer Motoren, welche derzeit auf mechanischem Weg nicht befriedigend gelöst ist. Auch ist die Lebensdauer dieser Motoren mit nur wenigen Minuten für praktische Anwendungen viel zu gering [4; 21]. Der Grund ist die mangelnde Schmierung, welche durch flüssige Dielektrika verbessert werden kann.

Neben den bisher genannten eher allgemein gehaltenen Anwendungsmöglichkeiten gibt es für den hier untersuchten elektrostatischen Wechselstromgenerator besonders geeignete Einsatzbereiche. Aufgrund der Eigenschaft, daß die Stromfrequenz unabhängig von der Drehzahl ist, vereinfacht die Optimierung des Gesamtsystems aus Antriebsmaschine und Generator. Die Antriebsmaschine kann unter Wegfall von Regelgetrieben oder Umrichter immer mit der günstigsten Drehzahl betrieben werden. Bei vielen Maschinen ist es nicht sinnvoll, den gesamten Drehzahlbereich zwischen Stillstand und Maximaldrehzahl auszunutzen. Oftmals genügt ein Bereich innerhalb von ca.  $\pm 20$  Prozent der optimalen Drehzahl. Ausserhalb dieses Bereiches fällt besonders bei Strömungsmaschinen der Wirkungsgrad stark ab. Untenstehende Abbildung zeigt den Verlauf der wichtigsten Größen eines elektrostatischen Generators mit 15 Polpaaren. Die Maschine ist auf maximale Leistung bei einer Drehzahl von  $200 \text{ min}^{-1}$  ausgelegt.

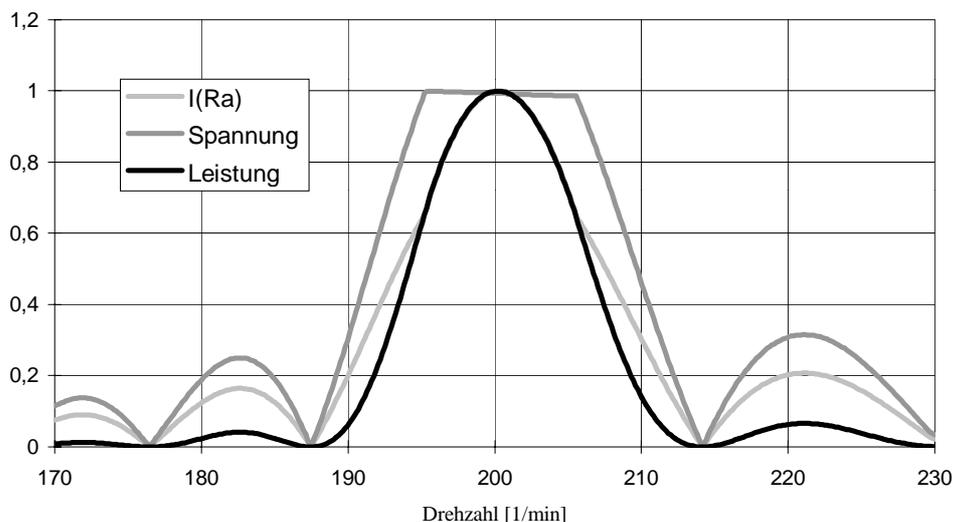


Abb. 86: abgegebener Strom, Spannung und Wirkleistung eines leistungsoptimierten Generators mit 15 Polpaaren

Gegenüber den meisten Maschinen, bei welchen in der Regel die Leistungskurve zwischen Stillstand und Nenndrehzahl stetig ansteigt, wird hier das gesamte Leistungsspektrum in einem Drehzahlbereich von 188 bis  $200 \text{ min}^{-1}$  erfaßt. Ein derartiger elektrostatischer Generator wird sich demnach unabhängig von der geforderten Leistung auch ohne spezielle Regelanrichtungen immer nahe der Auslegungsdrehzahl bewegen. Andererseits ist es auch möglich, für einen 15-poligen Generator eine Leistungskennlinie zu erreichen, welche ausgehend von einer Nullstelle bei  $100 \text{ min}^{-1}$  stetig ansteigt. Dafür muß anstelle der einfachen eine mehrfache Erregung verwendet werden. Die Leistungen bei  $200 \text{ min}^{-1}$  sind dabei nahezu identisch. Dieses Drehzahlverhalten in Verbindung mit der konstanten Stromfrequenz erlaubt es, elektrostatische Generatoren mit nahezu jeder Antriebsmaschine anzutreiben.

Der in Abbildung 86 gezeigte Spannungsverlauf zeigt, daß es für maximale Leistungen günstig ist, die Klemmenspannung möglichst konstant zu halten. Die Leistungsänderung erfolgt durch die Änderung des Influenzstromes über die Anpassung der Erregerspannung oder der Drehzahl. Dieses Verhalten erleichtert den Einsatz elektrostatischer Generatoren in einem Konstantspannungsnetz ganz erheblich.

Ein weiterer Vorteil aus dem Einsatz elektrostatischer Maschinen in einem konventionellen Stromnetz ergibt sich aus der Tatsache, daß diese Maschinen eine kapazitive Belastung darstellen. Die Verwendung von Kondensatoren oder die Übererregung von Synchrongeneratoren zur Kompensation induktiver Blindleistung kann damit reduziert werden.

Aufgrund der genannten Eigenschaften bieten sich die hier vorgestellten Wechselstromgeneratoren besonders für den Einsatz von Wasser- und Windkraftwerken an. Da der Strom aus diesen Energiequellen oftmals über eine größere Entfernung transportiert wird, ist eine möglichst hohe Spannung anzustreben, um die Transportverluste zu vermindern. Der Wegfall des Transformators und der Verzicht auf eine Drehzahlregelung verspricht einen einfachen Aufbau von Kraftwerken mit elektrostatischen Generatoren. Besonders in Gebieten mit geringer Infrastruktur bietet sich der Einsatz in dezentralen Anlagen kleiner bis mittlerer Leistungen an.

### 13. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Wirkungsweise elektrostatischer Wechselstromgeneratoren mit drehzahlunabhängiger Stromfrequenz untersucht. Obwohl in der Regel nur von Generatoren die Rede ist, können die Ergebnisse prinzipiell auch auf den Motorbetrieb übertragen werden.

Der Aufbau der Generatoren entspricht in weiten Teilen demjenigen elektrostatischer Trommelgeneratoren zur Gleichstromerzeugung. Im Gegensatz zu diesen wird zur Erzeugung des Erregerstromes eine Wechselspannungs- und keine Gleichspannungsquelle verwendet. Der nach außen abgegebene Strom entsteht dabei ausschließlich aufgrund der Influenzwirkung zwischen den Rotorladungen und den Elektroden. Der Hochspannungskontakt wird nur mit der Hochspannungselektrode verbunden. Im Gegensatz zu den Gleichstromgeneratoren verbleiben die Rotorladungen während einer Umdrehung auf dem Rotor. Zur Erhöhung der Ladungsdichte des Rotors befindet sich zwischen Rotor und Stator eine Mischung aus hochisolierendem flüssigen Propylen- und Ethylencarbonat mit hoher Dielektrizitätszahl ( $\epsilon_r \approx 80$ ).

Basierend auf ersten Grundüberlegungen und Experimenten von W. Dittrich wird ein theoretisches Modell für den Influenz- und Erregerstrom entwickelt. Es zeigt sich, daß bei einer sinusförmigen Erregerspannung der Influenzstrom ebenfalls sinusförmig ist. Diese Übereinstimmung gilt in der Regel nicht für andere Strom- bzw. Spannungsfunktionen. Die Frequenz des Influenzstromes ist identisch mit der Erregerfrequenz und unabhängig von der Drehzahl. Dagegen hat die Drehzahl einen Einfluß auf die Amplitude und die Phasenlage des Influenzstromes. Mit steigender Drehzahl wechselt die Amplitude mehrfach zwischen Minimal- und Maximalwerten. Bei Drehfrequenzen größer als der Erregerfrequenz nähert sie sich, abhängig von der Elektrodengeometrie asymptotisch einem Grenzwert an. Neben der Drehzahl bestimmen ganz erheblich die Anzahl, Form und Lage der Influenzelektroden den Amplitudenverlauf des Influenzstromes. Auf den Erregerstrom haben die Influenzelektroden, abgesehen von der Ladekapazität keinen Einfluß. Dessen Drehzahlabhängigkeit ist ähnlich wie die des Influenzstromes. Es lassen sich jedoch Drehzahlen finden, bei welchen der Influenzstrom maximal, jedoch der Erregerstrom und damit die Erregerstromverluste minimal werden.

Zur rechnerischen Erfassung von Ladungsverlusten innerhalb des Generators wird in Analogie zum elektrischen Kondensator eine Zeitkonstante  $\tau$  als Produkt aus Dielektrizitätszahl, Dielektrizitätskonstante und spezifischem elektrischen Widerstand des Dielektrikums eingeführt. Injektionsströme von den Elektrodenoberflächen bleiben dabei unberücksichtigt. Es empfiehlt sich, für  $\tau$  einen Wert größer als 0,1 s anzustreben.

Ausgehend von allgemeingültigen Gleichungen von W. Dittrich werden Formeln für die Spannungs- und Leistungsberechnung elektrostatischer Wechselstromgeneratoren sowohl

ohne als auch mit Berücksichtigung von Blindleistungsverlusten entwickelt. Die Ermittlung der Spannungsgrenze erfolgt über die maximal zulässige tangentielle Feldstärke innerhalb des Dielektrikums. Dabei wird auch der Einfluß der Rotorladungen berücksichtigt. Um verschiedene Größen und Bauformen besser miteinander vergleichen zu können, werden mehrere Kennzahlen eingeführt, welche sich auf die elektrischen und auf die geometrischen Eigenschaften der Generatoren beziehen. Der Einfluß sowie die zu erwartenden Größenordnungen der Kennzahlen und einiger weiterer Variablen auf die Leistung wird mit Hilfe einer Parameterstudie erläutert. Dabei zeigt sich, daß am Leistungsmaximum neben der inneren Kapazität und der Ladungsdichte auf der Rotoroberfläche auch der Abstand zwischen Rotor und Stator sowie der Elektrodenabstand unmittelbar voneinander abhängig sind.

Im Vergleich zu früheren Studien lassen die Berechnungen aufgrund der Verwendung flüssiger Dielektrika spürbare Leistungssteigerungen erwarten. Eine Gegenüberstellung der Leistung pro Volumen von elektrostatischen- und elektromagnetischen Maschinen ergibt zumindest bei kleinen und mittleren Leistungen deutliche Vorteile für elektrostatische Energiewandler. Entsprechendes gilt auch für die Leistung pro Gewicht.

Die theoretische Bestimmung der fluiddynamischen Verlustleistung konnte durch experimentelle Werte verifiziert werden. Trotz der Verwendung flüssiger Dielektrika lassen die Berechnungen Werte erwarten, welche deutlich unterhalb von zehn Prozent der elektrischen Leistung liegen.

Für die Experimente wurde anfangs ein schon existierender Trommelgenerator mit innenliegendem Stator verwendet. Über Kurzschlußmessungen konnten die theoretischen Modelle zur Erreger- und Influenzstromberechnung nachgewiesen werden. Dabei zeigten sich bei bestimmten Drehzahlen periodische Schwankungen der Stromamplitude. Eine Frequenzanalyse der Stromverläufe deutete als Ursache auf schwer zu beseitigende fertigungstechnische Mängel des Generators hin. Eine Bestätigung dieser Vermutung brachte erst der Bau eines neuen Generators, bei dessen Konstruktion deshalb, neben geringen Kosten vor allen Dingen auf kleinste Fertigungstoleranzen geachtet wurde. Zusätzlich zu den Schnittzeichnungen werden die wichtigsten Erfahrungen bei der Konstruktion, Materialauswahl und Fertigung der Versuchsgeneratoren wiedergegeben.

Messungen mit ohmschen Belastungswiderständen brachten erstmals eine Bestätigung für die Annahmen, welche der Leistungsberechnung verlustbehafteter elektrostatischer Wechselstromgeneratoren zugrunde liegen. Eine umfassende experimentelle Verifizierung der Parameterstudie sowie eine gezielte Leistungsoptimierung konnte wegen Einstellung der Forschungstätigkeiten des Laboratoriums aus Zeitgründen nicht mehr durchgeführt werden. Es

wurden jedoch im Vergleich zu ähnlichen Versuchsgeneratoren deutlich höhere Ströme und Leistungen erzielt.

Die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse erlauben es, den hier erstmals vorgestellten Typ eines elektrostatischen Wechselstromgenerators gezielt zu verbessern. Für eine zuverlässige und leistungsstarke Maschine müssen jedoch noch einige Probleme gelöst werden. Diese umfassen insbesondere die Optimierung des elektrischen Feldes, die Entionisierung des flüssigen Dielektrikums und die Verringerung der Injektionsströme an den Elektrodenoberflächen. Schon alleine diese Aufzählung macht deutlich, daß für eine erfolgversprechende Weiterentwicklung elektrostatischer Maschinen verstärkte Forschungsanstrengungen nicht nur im Bereich des Elektromaschinenbaus, sondern vor allen Dingen auf den Gebieten der Chemie und der Materialwissenschaften notwendig sind

## 14. Anhang

Dieser Abschnitt dient dazu, die mathematischen Herleitungen der wichtigsten Formeln ausführlicher darzustellen, soweit sie nicht schon in anderen Veröffentlichungen nachzulesen sind. Damit soll es dem interessierten Leser erleichtert werden, evtl. weiterführende Untersuchungen anzustellen. Alle notwendigen physikalischen und technischen Hintergründe sind bereits im Hauptteil erwähnt und werden hier nicht nochmals aufgeführt

### 14.1. Berechnung des Influenzstromes

Nachfolgend wird die allgemeine Form der Berechnung des Influenzstromes einer einpoligen Influenzmaschine mit sinusförmiger Ladungsverteilung auf der Rotoroberfläche aufgezeigt. Die Influenzelektroden 1 und 2 werden durch die Winkel  $\varphi_1$  bis  $\varphi_4$  festgelegt. Für alle weiteren Größen gelten die bisher schon verwendeten Formelzeichen.

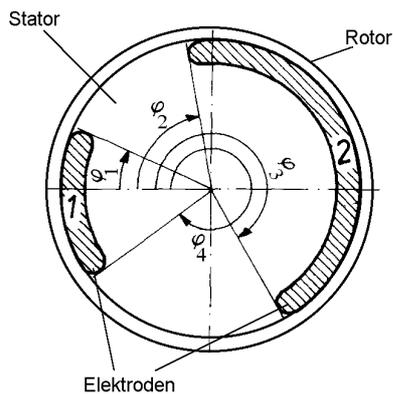


Abb. 87: Veranschaulichung der Größen  $\varphi_{1-4}$

In Kapitel 2 wurde folgende Formel für den Influenzstrom hergeleitet ( $Q_2$  = elektrische Ladung der Elektrode 2):

$$I_{\text{infl}} = -I_2 = -\frac{dQ_2}{dt} \quad (137)$$

Die Ladung  $Q_2$  ist gleich der Summe derjenigen Gegenladungen des Rotors, welche sich auf der Elektrode 2 befinden. Maßgeblich für die Aufteilung der Gegenladungen zwischen Elektrode 1 und 2 ist die Ladungsverteilung auf der Rotoroberfläche und der Kapazitätsverlauf zwischen den Elektroden. Dieser wird weiterhin als linear vorausgesetzt (siehe Kapitel 2). Für eine an der Stelle  $\varphi$  ( $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ ) befindliche diskrete Einzelladung  ${}_{12}Q$  ergibt sich der auf der Elektrode 2 sitzende Anteil  ${}_{12}Q_2$  aus folgender Beziehung (siehe ebenfalls Kapitel 2):

$${}_{12}Q_2 = -{}_{12}Q \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \quad (\varphi_1 < \varphi < \varphi_2) \quad (138)$$

Wählt man anstelle einer Einzelladung eine kontinuierliche Flächenladungsdichte mit sinusförmigem Verlauf:

$$q(\varphi; t) = q_0 \cdot \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi}{\omega} \right) \right] \quad \varphi \in [0; 2\pi[ \quad (139)$$

ändert sich Gleichung 138 folgendermaßen:

$${}_{12}Q_2 = -1 \cdot r \cdot \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} q(\varphi; t) d\varphi \quad (140)$$

Die Ladungen im Bereich  $\varphi_2 < \varphi < \varphi_3$  haben alle ihre Gegenladungen auf der Elektrode 2, während für den Bereich zwischen  $\varphi_4$  und  $\varphi_1$  die Gegenladungen auf der Elektrode 1 zu finden sind. Die Gesamtladung der Elektrode 2 berechnet sich aus der Summe der Anteile  ${}_{12}Q_2$ ,  ${}_{23}Q_2$  und  ${}_{34}Q_2$ :

$$Q_2 = -1 \cdot r \cdot \left\{ \underbrace{\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} q(\varphi; t) d\varphi}_{{}_{12}Q_2} + \underbrace{\int_{\varphi_2}^{\varphi_3} q(\varphi; t) d\varphi}_{{}_{23}Q_2} + \underbrace{\int_{\varphi_3}^{\varphi_4} \frac{\varphi_4 - \varphi}{\varphi_4 - \varphi_3} q(\varphi; t) d\varphi}_{{}_{34}Q_2} \right\} \quad (141)$$

Mit Gleichung 139 für  $q(\varphi; t)$  ergibt sich:

$$Q_2 = -1 \cdot r \cdot q_0 \left\{ \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \sin \left( \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \varphi \right) d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\varphi_3} \sin \left( \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \varphi \right) d\varphi + \int_{\varphi_3}^{\varphi_4} \frac{\varphi_4 - \varphi}{\varphi_4 - \varphi_3} \sin \left( \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \varphi \right) d\varphi \right\} \quad (142)$$

Die weiteren mathematischen Umformungen beschränken sich im wesentlichen auf die Anwendung von Additionstheoremen und dem Ausführen der Integration:

$$\begin{aligned}
Q_2 = -l \cdot r \cdot q_0 & \left\{ \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} \left[ \sin(\Omega t) \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) - \cos(\Omega t) \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right] d\varphi + \right. \\
& + \int_{\varphi_2}^{\varphi_3} \left[ \sin(\Omega t) \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) - \cos(\Omega t) \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right] d\varphi + \\
& \left. + \int_{\varphi_3}^{\varphi_4} \frac{\varphi_4 - \varphi}{\varphi_4 - \varphi_3} \left[ \sin(\Omega t) \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) - \cos(\Omega t) \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right] d\varphi \right\}
\end{aligned} \tag{143}$$

Die weiteren Umformungen werden am Beispiel von  ${}_{12}Q_2$  durchgeführt.

$$\begin{aligned}
{}_{12}Q_2 = -\frac{l \cdot r \cdot q_0}{\varphi_2 - \varphi_1} & \left\{ \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varphi \cdot \left[ \sin(\Omega t) \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) - \cos(\Omega t) \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right] d\varphi - \right. \\
& \left. - \varphi_1 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left[ \sin(\Omega t) \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) - \cos(\Omega t) \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right] d\varphi \right\}
\end{aligned} \tag{144}$$

Vertauscht man die beiden Integrale innerhalb der geschweiften Klammern, entfällt das Minuszeichen für die rechte Seite und man erhält nach der Ausführung der Integration folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned}
{}_{12}Q_2 = \frac{l \cdot r \cdot q_0}{\varphi_2 - \varphi_1} & \left\{ \varphi_1 \sin(\Omega t) \left| \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right|_{\varphi_1}^{\varphi_2} - \varphi_1 (-1) \cos(\Omega t) \left| \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right|_{\varphi_1}^{\varphi_2} - \right. \\
& \left[ \sin(\Omega t) \left| \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) + \frac{\omega}{\Omega} \varphi \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right|_{\varphi_1}^{\varphi_2} - \right. \\
& \left. \left. - \cos(\Omega t) \left| \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) + \frac{\omega}{\Omega} \varphi \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right|_{\varphi_1}^{\varphi_2} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{145}$$

$$\begin{aligned}
{}_{12}Q_2 = \frac{l \cdot r \cdot q_0}{\varphi_2 - \varphi_1} \cdot \frac{\omega}{\Omega} & \cdot \\
& \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \varphi_1 \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \varphi_1 \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) - \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \varphi_2 \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) + \varphi_1 \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right] + \right. \\
& \left. + \cos(\Omega t) \left[ \varphi_1 \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \varphi_1 \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) + \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \varphi_2 \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) + \varphi_1 \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{146}$$

$$\begin{aligned}
{}_{12}Q_2 &= \frac{l \cdot r \cdot q_0}{\varphi_2 - \varphi_1} \cdot \frac{\omega}{\Omega} \\
&\left\{ \sin(\Omega t) \left[ \varphi_1 \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \varphi_2 \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right] + \right. \\
&\left. + \cos(\Omega t) \left[ \varphi_1 \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \varphi_2 \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right] \right\} \quad (147)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_{12}Q_2 &= \frac{l \cdot r \cdot q_0}{\varphi_2 - \varphi_1} \frac{\omega}{\Omega} \\
&\left\{ \sin(\Omega t) \left[ (\varphi_1 - \varphi_2) \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right] + \right. \\
&\left. + \cos(\Omega t) \left[ (\varphi_1 - \varphi_2) \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right] \right\} \quad (148)
\end{aligned}$$

Zur Bestimmung des Ladungsanteiles  ${}_{34}Q_2$  kann diese Formel ebenfalls herangezogen werden. Dazu muß der Winkel  $\varphi_1$  durch  $\varphi_4$  und  $\varphi_2$  durch  $\varphi_3$  ersetzt werden. Darüber hinaus ist der ganze Ausdruck noch mit -1 zu multiplizieren, da die Integration von  $\varphi_4$  nach  $\varphi_3$  entgegen der Zählrichtung der  $\varphi$ -Koordinate erfolgt.

$$\begin{aligned}
{}_{34}Q_2 &= -\frac{l \cdot r \cdot q_0}{\varphi_3 - \varphi_4} \frac{\omega}{\Omega} \\
&\left\{ \sin(\Omega t) \left[ (\varphi_4 - \varphi_3) \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) - \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) + \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_4\right) \right] + \right. \\
&\left. + \cos(\Omega t) \left[ (\varphi_4 - \varphi_3) \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) + \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) - \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_4\right) \right] \right\} \quad (149)
\end{aligned}$$

Die Berechnung von  ${}_{23}Q_2$  ist weniger aufwendig, da alle Gegenladungen der Rotorladungen in diesem Bereich auf der Elektrode 2 zu finden sind. Daraus folgt:

$${}_{23}Q_2 = -l \cdot r \cdot q_0 \int_{\varphi_2}^{\varphi_3} \left[ \sin(\Omega t) \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) - \cos(\Omega t) \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right) \right] d\varphi \quad (150)$$

$${}_{23}Q_2 = -1 \cdot r \cdot q_0 \left\{ \sin(\Omega t) \left| \frac{\omega}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right)_{\varphi_2}^{\varphi_3} - (-1) \cos(\Omega t) \left| \frac{\omega}{\Omega} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi\right)_{\varphi_2}^{\varphi_3} \right. \right\} \quad (151)$$

$$\begin{aligned} {}_{23}Q_2 = 1 \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} & \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) \right] + \right. \\ & \left. + \cos(\Omega t) \left[ \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (152)$$

Summiert man die Ladungen  ${}_{12}Q_2$ ,  ${}_{23}Q_2$  und  ${}_{34}Q_2$ , erhält man die gesamte Ladung der Elektrode 2:

$$\begin{aligned} Q_2 = 1 \cdot r \cdot q_0 \cdot \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 \cdot & \left\{ \sin(\Omega t) \left[ -\frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) + \frac{1}{\varphi_3 - \varphi_4} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) - \frac{1}{\varphi_3 - \varphi_4} \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_4\right) \right] + \right. \\ & \left. + \cos(\Omega t) \left[ \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) - \frac{1}{\varphi_3 - \varphi_4} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) + \frac{1}{\varphi_3 - \varphi_4} \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_4\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (153)$$

$$\begin{aligned} Q_2(t) = 1 \cdot r \cdot q_0 \cdot \left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2 \cdot & \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \left( -\cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right) + \frac{1}{\varphi_3 - \varphi_4} \left( \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_4\right) \right) \right] + \right. \\ & \left. + \cos(\Omega t) \left[ \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \left( \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right) + \frac{1}{\varphi_3 - \varphi_4} \left( -\sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) + \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_4\right) \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (154)$$

Die Bestimmung des Stromes  $I_2$  erfolgt durch die Ableitung der Ladung  $Q_2$  nach der Zeit:

$$\begin{aligned}
I_2(t) &= \frac{dQ_2}{dt} = \\
&= l \cdot r \cdot q_0 \cdot \frac{\omega^2}{\Omega} \cdot \\
&\left\{ \sin(\Omega t) \left[ \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \left( -\sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right) + \frac{1}{\varphi_3 - \varphi_4} \left( \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_4\right) \right) \right] + \right. \\
&\left. + \cos(\Omega t) \left[ \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \left( -\cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_2\right) + \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_1\right) \right) + \frac{1}{\varphi_3 - \varphi_4} \left( \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_3\right) - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_4\right) \right) \right] \right\} \quad (155)
\end{aligned}$$

In Kapitel 3 wurde schon gezeigt, daß sich eine derartige Summe von Sinus und Cosinus auch als reine Sinusfunktion mit gleicher Frequenz ausdrücken läßt. D.h. auch aus Gleichung 155 läßt sich erkennen, daß eine sinusförmige Ladungsverteilung auf dem Rotor (Gleichung 139) einen gleichfrequenten Strom  $I_2$  ergibt. Gemäß der anfangs festgelegten Definition ist der negative Strom  $I_2$  gleich dem Influenzstrom:

$$I_{\text{infl}}(t) = -I_2(t) \quad (156)$$

An dieser Stelle ist es angebracht, nochmals einen Blick auf die Gleichung 152 zu werfen. Diese Gleichung ist gleichbedeutend mit dem negativen Integral der Rotorladungen in dem Bereich von  $\varphi_2$  bis  $\varphi_3$ . Unter Beachtung der Vorzeichen ergibt sich folgende allgemeine Gleichung für das Integral der Rotorladungen  $Q_{xy}$  zwischen  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$ :

$$\begin{aligned}
Q_{xy} &= \int_{\varphi_x}^{\varphi_y} l \cdot r \cdot q_0 \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi}{\omega} \right) \right] d\varphi = \\
&= l \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_y\right) - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_x\right) \right] + \cos(\Omega t) \left[ \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_y\right) - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_x\right) \right] \right\} \quad (157)
\end{aligned}$$

Ein Vergleich dieses Ausdruckes mit der Gleichung 155 zeigt, daß sich der Influenzstrom auch direkt aus dem entsprechenden Ladungsintegral der Rotorladungen berechnen läßt:

$$I_{\text{infl}} = Q_{12} \cdot \frac{\omega}{\varphi_2 - \varphi_1} - Q_{34} \cdot \frac{\omega}{\varphi_4 - \varphi_3} \quad (158)$$

Erweitert man den Quotienten mit dem Radius  $r$ , ergibt sich als Zähler die Umfangsgeschwindigkeit  $v$  des Rotors und im Nenner die Bogenlänge  $a$  zwischen den Elektroden. Damit ergibt sich unmittelbar die ursprüngliche Formel für den Influenzstrom:

$$I_{\text{infl}} = Q_{12} \cdot \frac{v}{a} - Q_{34} \cdot \frac{v}{a} \quad (159)$$

Diese Formel ist also auch gültig, wenn die Ladungen  $Q_{12}$  und  $Q_{34}$  nicht konstant, sondern eine Funktion der Zeit sind. Je nach Wahl der Parameter  $\varphi_1$  bis  $\varphi_4$  läßt sich der Influenzstrom für sämtliche Elektrodengeometrien eines einpoligen Generators berechnen. Darüber hinaus ist es problemlos möglich, aus dieser Gleichung eine Formel für den Influenzstrom einer Mehrpolmaschine herzuleiten. Dazu müssen lediglich die Influenzströme aller vorkommenden Elektrodenpalte vorzeichenrichtig summiert werden.

Anstelle der Geometrieparameter  $\varphi_{1-4}$  können auch die etwas anschaulicheren Winkel  $\beta$  und  $\Delta$  verwendet werden.

$$\varphi_1 = \Delta \quad (160)$$

$$\varphi_2 = \beta - \Delta \quad (161)$$

$$\varphi_3 = \beta + \Delta \quad (162)$$

$$\varphi_4 = 2\pi - \Delta \quad (163)$$

Damit läßt sich Gleichung 155 auch folgendermaßen schreiben:

$$I_2(\varphi; t) = q_0 \cdot l \cdot r \cdot \frac{\omega^2}{\Omega} \cdot \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \frac{1}{\beta - 2\Delta} \left( \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \Delta\right) - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} (\beta - \Delta)\right) \right) + \frac{1}{\beta + 2\Delta - 2\pi} \left( \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} (\beta + \Delta)\right) - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} (2\pi - \Delta)\right) \right) \right] + \cos(\Omega t) \left[ \frac{1}{\beta - 2\Delta} \left( \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \Delta\right) - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} (\beta - \Delta)\right) \right) + \frac{1}{\beta + 2\Delta - 2\pi} \left( \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} (\beta + \Delta)\right) - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} (2\pi - \Delta)\right) \right) \right] \right\} \quad (164)$$

Auch hier gilt, daß der Influenzstrom gleich dem negativen Strom  $I_2$  ist (Gl. 156).

## 14.2. Berechnung des Influenzstromes für kleine Spalte

Bei der Berechnung des Influenzstromes für kleine Elektrodenabstände in Verbindung mit hinreichend großen Drehzahlen lassen sich deutliche Vereinfachungen erreichen. Ausgehend von einem Elektrodenabstand  $\Delta\varphi$  an der Stelle  $\varphi_s$  läßt sich das Ladungsintegral innerhalb des Spaltes mit Hilfe von Gleichung 157 folgendermaßen bestimmen. Die Integrationsgrenzen sind  $\varphi_s$  und  $\varphi_s + \Delta\varphi$  anstelle von  $\varphi_x$  und  $\varphi_y$ :

$$Q_{\text{SPALT}} = 1 \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \cdot \left\{ \left[ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right] \right\} \cdot \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \sin \frac{\Omega}{\omega} (\varphi_s + \Delta\varphi) - \sin \frac{\Omega}{\omega} \varphi_s \right] + \cos(\Omega t) \left[ \cos \frac{\Omega}{\omega} (\varphi_s + \Delta\varphi) - \cos \frac{\Omega}{\omega} \varphi_s \right] \right\} \quad (165)$$

$$Q_{\text{SPALT}} = 1 \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \varphi_s \right) \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \right) + \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \varphi_s \right) \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \right) - \sin \frac{\Omega}{\omega} \varphi_s \right] + \right. \\ \left. + \cos(\Omega t) \left[ \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \varphi_s \right) \cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \right) - \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \varphi_s \right) \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \right) - \cos \frac{\Omega}{\omega} \varphi_s \right] \right\} \quad (166)$$

Unter der Voraussetzung kleiner Spaltbreiten  $\Delta\varphi$  lassen sich nun folgende Substitutionen anwenden:

$$\sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \right) \rightarrow \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \quad \text{für } \Delta\varphi \rightarrow 0 \quad (167)$$

$$\cos \left( \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \right) \rightarrow 1 \quad \text{für } \Delta\varphi \rightarrow 0 \quad (168)$$

Streng genommen gelten diese Umformungen nur, wenn der komplette Ausdruck innerhalb der Klammer gegen Null strebt. Die Erregerfrequenz wird, wie bei allen bisherigen Überlegungen, als Konstante mit dem Wert 50 Hz angenommen. Deshalb läßt sich für einen ersten Überblick folgende Tabelle erstellen, welche angibt, bei welchen Werten von  $\Delta\varphi$  und  $n$  ( $n \sim \omega$ ) der Unterschied zwischen rechter und linker Seite der Umformungen 167 und 168 kleiner 1% bzw. 10% ist. Die Fehlerabschätzung bezieht sich also nicht unbedingt auf die daraus abgeleiteten Gleichungen (Gl. 169 ff).

Tabelle 9: Spaltbreiten und minimale Drehzahlen zur Fehlerabschätzung der Substitutionen 167 und 168 ( $\Omega = 50$  Hz):

Spaltbreite $\Delta\varphi$ in [°]	Fehler < 10%	Fehler < 1%
	$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	$n$ [ $\text{min}^{-1}$ ]
5	580	1850
10	1160	3700
15	1740	5550
20	2320	7400
30	3480	11100
45	5220	16650
90	10440	33300

Setzt man diese Umformungen ein, ergibt sich:

$$\begin{aligned}
Q_{\text{SPALT}} &= l \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \cdot 1 + \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \cdot \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \right] + \right. \\
&\quad \left. + \cos(\Omega t) \left[ \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \cdot 1 - \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \cdot \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi - \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \right] \right\} \\
Q_{\text{SPALT}} &= l \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \left\{ \sin(\Omega t) \left[ \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \cdot \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \right] + \cos(\Omega t) \left[ -\sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \cdot \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \right] \right\}
\end{aligned} \tag{169}$$

Die Summe aus Sinus und Cosinus läßt sich auch folgendermaßen umwandeln:

$$\begin{aligned}
Q_{\text{SPALT}} &= l \cdot r \cdot q_0 \frac{\omega}{\Omega} \cdot \sqrt{\left[ \frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \cdot \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \right]^2 + \left[ -\frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \cdot \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right) \right]^2} \cdot \\
&\quad \cdot \sin \left\{ \Omega t + \arctan \left[ \frac{-\frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \cdot \sin\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right)}{\frac{\Omega}{\omega} \Delta\varphi \cdot \cos\left(\frac{\Omega}{\omega} \varphi_s\right)} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{170}$$

und man erhält folgenden Ausdruck:

$$Q_{\text{SPALT}} = l \cdot r \cdot q_0 \cdot \Delta\varphi \cdot \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi_s}{\omega} \right) \right] \tag{171}$$

Dies entspricht dem Produkt der Flächenladungsdichte  $q(\varphi, t)$  an der Stelle  $\varphi_s$  mit dem Flächenelement  $l \cdot r \cdot \Delta\varphi$ . Die Gleichung für den Influenzstrom lautet damit (siehe auch Gleichung 158):

$$\begin{aligned}
I_{\text{SPALT}} &= Q_{\text{SPALT}} \frac{\omega}{\Delta\varphi} = \\
&= l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi_s}{\omega} \right) \right]
\end{aligned} \tag{172}$$

Dabei ist zu beachten, daß hier nur der Influenzstrom eines Spaltes berechnet wird. Eine elektrostatische Maschine hat jedoch mindestens zwei Spalte. Den gesamten Influenzstrom erhält man, wie bei den vorhergehenden Berechnungen gezeigt wurde, aus der Summe der Influenzströme aller Spalte. Unter Beachtung der Vorzeichen ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\begin{aligned}
I_{\text{inf1}} &= l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \left\{ \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi_{s1}}{\omega} \right) \right] - \sin \left[ \Omega \left( t - \frac{\varphi_{s2}}{\omega} \right) \right] \right\} = \\
&= l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \left\{ 2 \cdot \cos \frac{\left( \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \varphi_{s1} \right) + \left( \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \varphi_{s2} \right)}{2} \cdot \sin \frac{\left( \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \varphi_{s1} \right) - \left( \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \varphi_{s2} \right)}{2} \right\} = \\
&= 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \cos \left[ \Omega t - \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_{s1} + \varphi_{s2}) \right] \cdot \sin \left[ \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_{s2} - \varphi_{s1}) \right] = \\
&= 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin \left[ \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_{s2} - \varphi_{s1}) \right] \cdot \cos \left[ \Omega t - \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_{s1} + \varphi_{s2}) \right] = \\
&= 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin \left[ \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_{s2} - \varphi_{s1}) \right] \cdot \sin \left[ \Omega t - \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_{s1} + \varphi_{s2}) + \frac{\pi}{2} \right] = \\
I_{\text{inf1}} &= 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin \left[ \frac{\Omega}{2\omega} (\varphi_{s2} - \varphi_{s1}) \right] \cdot \sin \left\{ \Omega \left[ t - \left( \frac{\varphi_{s1} + \varphi_{s2}}{2\omega} - \frac{\pi}{2\Omega} \right) \right] \right\} \tag{173}
\end{aligned}$$

### 14.3. Berechnung des maximalen Erreger- und Influenzstromes

Sowohl der Erreger- als auch der Influenzstrom nähern sich für große Drehzahlen ( $\omega \gg \Omega$ ) unterschiedlichen Grenzwerten an. Die Gleichung zur Bestimmung dieses Grenzwertes für den Erregerstrom lautet:

$$\begin{aligned}
\lim_{\omega \rightarrow \infty} (I_{\text{err}}) &= \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) \cdot \sin \left[ \Omega t - \pi \left( \frac{\Omega}{\omega} - \frac{1}{2} \right) \right] \right\} = \\
&= 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ \omega \cdot \sin \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right) \right\} \cdot \sin \left[ \Omega t - \frac{\pi}{2} \right] \tag{174}
\end{aligned}$$

Mit Hilfe der Substitution  $X = \pi \cdot \Omega / \omega$  erhält man über die Reihenentwicklung des Sinus folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned}
\lim_{\omega \rightarrow \infty} (I_{\text{err}}) &= 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ \omega \cdot \left( X - \frac{X^3}{3!} + \frac{X^5}{5!} - \frac{X^7}{7!} + \dots \right) \right\} \cdot \sin \left[ \Omega t + \frac{\pi}{2} \right] = \\
&= 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ \omega \cdot \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi - \frac{1}{3!} \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right)^3 + \frac{1}{5!} \left( \frac{\Omega}{\omega} \pi \right)^5 - \dots \right) \right\} \cdot \sin \left[ \Omega t + \frac{\pi}{2} \right] \tag{175}
\end{aligned}$$

$$I_{\text{err}}(\omega \rightarrow \infty) = 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \Omega \cdot \pi \cdot \sin\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (176)$$

Bei der Berechnung des maximalen Grenzwertes des Influenzstromes kann man sich auf die Formeln für kleine Elektrodenspalte beschränken (Gl. 173), da derartige Maschinen die höchsten Influenzströme erzeugen. Es gilt demnach:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} (I_{\text{err}}) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left\{ 2 \cdot l \cdot r \cdot q_0 \cdot \omega \cdot \sin\left[\frac{\Omega}{2\omega}(\varphi_{s2} - \varphi_{s1})\right] \cdot \sin\left\{\Omega \left[ t - \left( \frac{\varphi_{s1} + \varphi_{s2}}{2\omega} - \frac{\pi}{2\Omega} \right) \right] \right\} \right\} \quad (177)$$

Diese Formel ist nahezu identisch mit der Gleichung des Erregerstromes (Gl. 174). Unter Verwendung der obigen Substitution ergibt sich für den maximalen Influenzstrom:

$$I_{\text{infl}}(\omega \rightarrow \infty) = l \cdot r \cdot q_0 \cdot (\varphi_{s2} - \varphi_{s1}) \cdot \Omega \cdot \sin\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (178)$$

Setzt man für die Winkeldifferenz  $\varphi_{s1} - \varphi_{s2}$  gleich  $2 \cdot \pi$  ein, erhält man dieselbe Formel wie für den Erregerstrom (Gl. 176).

## 15. Literaturverzeichnis

- [1] Albers, Roland: Grundsätzliche Überlegungen zu einer rotierenden Scheibenmaschine; Interner Bericht am Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik, Augustenstr. 77, 80333 München 1993
- [2] Albers, Roland: Untersuchungen zur Kinetik von Propylencarbonat; Semesterarbeit am Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik; München 1987
- [3] Beyer, Manfred: Hochspannungstechnik; Springer Verlag, Berlin 1986
- [4] Büttgenbach Stephanus: Mikromechanik; B.G. Teubner, Stuttgart 1994
- [5] Burgmann: Gleitringdichtungen Konstruktionsmappe 13; Fedor Burgmann Dichtungswerk GmbH & Co, Wolfratshausen
- [6] Crowley, Joseph M.: Fundamentals of applied electrostatics; John Wiley & Sons, New York 1986
- [7] Dittrich, Wolfgang: 8. Bericht über die Vorstudie zur Entwicklung eines elektrischen Generators; Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik, München 1980
- [8] Dittrich, Wolfgang: Das Verluststromverhalten und das Lade- und Entladeverhalten von Kondensatoren mit Propylencarbonat (PC) als Dielektrikum und mit blanken metallischen Elektroden; Bericht Nr. 26 über die Vorstudie zur Entwicklung eines elektrischen Generators; Auftrags-NR.: T/R 328/70010/72305; München 1983
- [9] Dittrich, Wolfgang: Ein Beitrag zur Theorie der Kapazitätsmaschinen; Elektrotechnik und Maschinenbau, Jahrgang 98, Heft 12, Zeitschrift des Österreichischen Verbandes für Elektrotechnik, Wien, Dezember 1981
- [10] Dittrich, Wolfgang: Elektromechanische Pulsstromerzeugung mit großer Gestaltungsvariationsbreite; Bericht Nr. 4 (64); Auftrags-NR.: T/R 327/L 0005/L 2303, Phase 2; München 1993
- [11] Dittrich, Wolfgang: Geometrie, Kapazitäts- und Potentialfunktionen einer Influenzmaschine mit sinusförmigem Strom; etz Archiv, Band 6, 1984, Herausgeber: Verband Deutscher Elektrotechniker (VDE) e.V. VDE Verlag GmbH Berlin und Offenbach
- [12] Dittrich, Wolfgang: Konditionierung von blanken metallischen Elektroden in Propylencarbonat (PC); Bericht Nr. 27 über die Vorstudie zur Entwicklung eines elektrischen Generators; Auftrags-NR.: T/R 328/70010/72305; München 1983
- [13] Dittrich, Wolfgang: Über eine elektrostatische Wechselstrommaschine mit variablem Verhältnis von Drehzahl und Stromfrequenz; Elektrotechnik und Informationstechnik, Jahrgang 111, Heft 5, Zeitschrift des Österreichischen Verbandes für Elektrotechnik, Wien 1994
- [14] Dittrich, Wolfgang: Zur Theorie und Empirie der Wechselstrom - Influenzmaschine; etz Archiv, Band 8, 1986, Herausgeber: Verband Deutscher Elektrotechniker (VDE) e.V. VDE Verlag GmbH Berlin und Offenbach
- [15] Dörnen, Peter: Die Reinigung von Propylencarbonat mittels Membranen und das Verhalten von Elektroden mit und ohne Membranen bei hohen Feldstärken; Bericht Nr. 16 über die Vorstudie zur Entwicklung eines elektrischen Generators; Auftrags-NR.: T/R 328/70010/72305; München 1982

- [16] Eder, Anton: Studie Pulsgenerator Rotor III - Scheibenmaschine; interner Bericht am Forschungslaboratorium für Elektrofluidmechanik, Augustenstr. 77, 80333 München
- [17] Felici, Noel; Dittrich, Wolfgang: Studie über die Erforschung und Entwicklung elektrischer Gleichstrommaschinen mit Fluiden hoher Dielektrizitätszahl (HD-Fluide); erstellt im Auftrag der Chemischen Werke Hüls AG Marl 1988
- [18] Felici, Noel: Elektrostatische Hochspannungsgeneratoren; Verlag Baun, Karlsruhe 1957
- [19] Felici, Noel: Machines Electrostatiques Puissantes; Le Journal de Physique et le Radium, Serie VIII, Tome IX, Februar 1948
- [20] Felici, Noel: persönliche Mitteilung
- [21] Fujimasi Iwao: Micromachines; Oxford University Press; Oxford, New York, Tokio 1996
- [22] Heuberger, Anton: Mikromechanik; Springer Verlag, Berlin 1989
- [23] Inge, L. und Walther, A.: Überslag von festen Isolatoren in Transformatoröl; Archiv für Elektrotechnik, 27. Band 1933
- [24] König, Felix: Windenergie; Ude Pfriemer Verlag, München 1981
- [25] Köthe, Hans Kurt: Stromversorgung mit Windgeneratoren; Franzis Verlag, Poing 1994
- [26] Küpfmüller, Karl: Einführung in die theoretische Elektrotechnik; Springer Verlag, Berlin 1988
- [27] Moore, A. D.: Electrostatics and its applications; John Wiley & Sons, New York 1973
- [28] Neubert, Ulrich: Elektrostatik in der Technik; Verlag von R. Oldenbourg, München 1954, 2. Auflage
- [29] Neubert, Ulrich: Elektrostatische Generatoren; Verlag von R. Oldenbourg, München 1942
- [30] Nürnberg, Werner: Die Prüfung elektrischer Maschinen; Springer Verlag, Berlin 1987
- [31] Oyama, K. H. Matsujiro: Der Polaritätseffekt der elektrischen Überschlagsvorgänge im unhomogenen Feld; Diss. TH Braunschweig 1931
- [32] Prandtl, L.: Abriß der Strömungslehre (S. 100); Braunschweig 1931
- [33] Prinz, Hans: Hochspannungsfelder; R. Oldenbourg Verlag München, Wien 1969
- [34] Raabe, Joachim: Hydropower; VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1985
- [35] Richter, W.: Projektskizze zur Suche und Synthese flüssiger Dielektrika; Physiologisch-chemisches Institut der Technischen Universität München 20.6.1995
- [36] Rockland: Spectrum Analysis - Theory Implementation & Applications; Rockland Systems Corporation 1977

- [37] Sanborn, F. Philp: The Vacuum-Insulated, Varying-Capacitance Machine; IEEE Transactions on Electrical Insulation, Vol. EI-12, No. 2, 2. April 1977
- [38] Schaefer, Helmut: Elektrische Kraftwerkstechnik; Springer Verlag, Berlin 1979
- [39] Schönfeld, H.: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik; Springer Verlag, Berlin 1960
- [40] Schultz-Grunow, Fritz: Beitrag zur Couetteströmung; Zeitschrift für Flugwissenschaften 4 (1956) Heft 1/2
- [41] Secker, P. E.: A liquid-imersed high voltage electrostatic generator; Static Electrification; The Institute of Physics; London and Bristol 1971
- [42] Siemens AG: Katalog M11 1994/95; Drehstrom-Niederspannungsmotoren, Käfigläufermotoren
- [43] Stadler, Erich: Modulationsverfahren; VOGEL Buchverlag, Würzburg 1990
- [44] Taylor, G. I.: Fluid friction between rotating cylinders; Proc. Roy. Soc., London; A Vol CL VII 1936
- [45] Truckenbrodt, Erich: Fluidmechanik I; Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1980
- [46] Truckenbrodt, Erich: Fluidmechanik II; Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1980
- [47] Wendt, F.: Turbulente Strömungen zwischen zwei rotierenden konaxialen Zylindern; Ingenieur-Archiv 4 (1933) IV. Band
- [48] Zagorni, Volkmar: Untersuchungen über elektrische Entladung in Öl; Diss. TU Berlin 1963