

Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme
Technische Universität München

**Theorie und Validierung der Modellbildung bipolarer
Leistungshalbleiter im Temperaturbereich
von 100K bis 400K**

Andreas E. Schlögl

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.–Prof. Dr.–Ing. H.W. Lorenzen
Prüfer der Dissertation: 1.) Univ.–Prof. Dr.–Ing. Dr.–Ing. h.c. D. Schröder
2.) Univ. Prof. F. Koch, Ph.D.
3.) Univ.–Prof. Dr.phil.nat. D.H. Silber,
Universität Bremen

Die Dissertation wurde am 30. Juni 1999 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät der Elektrotechnik und Informationstechnik am 20. Dezember 1999 angenommen.

Vorwort

Diese Dissertation entstand aus den Ergebnissen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik der Technischen Universität München (TUM) von 1993 bis 1997.

Dem Lehrstuhlinhaber Herrn Prof. D. Schröder danke ich sehr herzlich für die Anregung und promotorische Betreuung der Arbeit, sowie insgesamt für die lehrreiche Zeit an seinem Lehrstuhl. Für die gelungene Bearbeitung der fächerübergreifenden Thematik waren die vielfältigen guten Kontakte von Herrn Prof. Schröder auch zu Wissenschaftlern der Naturwissenschaften, und die u.a. daraus entstandene Kooperation mit Prof. T. Mnatsakanov (All-Russian Electrotechnical Institute in Moskau) von zentraler Bedeutung.

Herrn Prof. F. Koch (Fakultät der Physik, Lehrstuhl für Experimentalphysik E16, TU München) sowie Herrn Prof. D.H. Silber (Institut für Elektrische Antriebe, Leistungselektronik und Bauelemente, Universität Bremen) danke ich sehr für die Übernahme der Koreferate, ihr Interesse und die konstruktiven Anregungen. Herrn Prof. H.W. Lorenzen (Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Geräte, TU München) danke ich sehr für seine Unterstützung durch die Nutzbarkeit der technischen Einrichtungen seines Lehrstuhles, wie auch schließlich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Besonderer Dank gilt Herrn Prof. T. Mnatsakanov vom All-Russian Electrotechnical Institute in Moskau für die intensive und hervorragende Kooperation im Rahmen des von der EU geförderten INTAS-Projektes 94-417, sowie für die vielen interessanten und lehrreichen Diskussionen.

Besonders verbunden bin ich auch Herrn Prof. E. Wolfgang (SIEMENS AG) für die Möglichkeit der Nutzung der Labors und technischen Einrichtungen am Fachzentrum für Leistungselektronik der Zentralabteilung Technik. Herr Prof. Wolfgang hat meine Arbeiten großzügig unterstützt und damit die für die Arbeit wesentlichen experimentellen Messungen zur Validierung der theoretischen Untersuchungen ermöglicht.

Ein herzlicher Dank geht dabei an Herrn Dr. G. Sölkner und Herrn Dr. L. Hoffmann für die zahlreichen Diskussionen beim Umbau des optischen Meßaufbaus, ihr Interesse und die Begleitung der Meßarbeiten, und an Herrn J. Otto für seine große Hilfs-

bereitschaft sowie seine fürsorgliche Unterstützung bei der Bewältigung zahlreicher nicht nur technischer Probleme. Besonderer Dank gilt auch allen anderen Labormitgliedern, insbesondere Frau Dr. B. Simmnacher und Herrn F. Hille (Lehrstuhl für Technische Elektrophysik, TU München), für die hervorragende kameradschaftliche Zusammenarbeit. Ebenso danke ich Herrn Dr. G. Deboy (Infineon Technologies) für die engagierten Diskussionen in der Planungs- und Anfangsphase der temperaturabhängigen optischen Messungen. Herrn H. Mulatz schließlich danke ich sehr für seine Hilfe beim Probenaufbau und die zuverlässige Durchführung der Bondarbeiten.

Den Mitarbeitern der mechanischen Werkstatt des Lehrstuhles für Elektrische Antriebstechnik, den Herren Wolff, Penzl, Felber und Demmelmeier danke ich sehr für die geschickte und präzise Ausführung zahlreicher Sonderwünsche und schwieriger Arbeiten, vor allem beim Bau des Kryostaten. Den Praktikanten und späteren Werkstudenten R. Zoelch und A. Huberti danke ich für ihren Fleiß und Einsatz, womit sie ebenso zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.

Herrn Dr. Rudi Hackl (Walther–Meissner-Inst., Garching) danke ich herzlich für die nützlichen und anregenden Diskussionen während der Bauphase des optischen Kryostaten.

Herrn Dr. U. Kelberlau (IXYS) sowie Herrn Dr. Seki (Toshiba) danke ich für die freundliche Zurverfügungstellung von Halbleiterbauelementen und Proben-Chips, wie auch Frau Prof. V. Shuman (Ioffe–Inst., St.Petersburg) für die Herstellung der Kalibrierungsproben. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG und INTAS (EU) danke ich für die finanzielle Förderung des Projektes.

Allen Mitarbeitern des Lehrstuhles für Elektrische Antriebstechnik, insbesondere Herrn Dr. D. Metzner, Herrn M. Marx und Herrn H. Kuhn, danke ich für die gute Zusammenarbeit und Kollegialität, die ich von ihnen erfahren habe.

Vor allem aber danke ich meiner lieben Frau Antje für Ihre Unterstützung und Geduld, wie auch meinem kleinen Sohn Florian (3J.).

München, im Juni 1999,

Andreas Schlögl

Inhaltsverzeichnis

Einführung	1
1 Theoretische Grundlagen	4
1.1 Energiespektrum von Ladungsträgern in Silizium	4
1.1.1 Kristallgitter und Bandstruktur	4
1.1.2 Beschreibung der Energielücke durch experimentelle Resultate	8
1.1.3 Aussagen der Statistik von Ladungsträgern	9
1.1.4 Die effektive intrinsische Trägerdichte	11
1.2 Der Einfluß gezielter Dotierung	13
1.2.1 Akzeptor- und Donator-Zustände	14
1.2.2 Die effektive Ionisierung von Dotieratomen	15
1.2.3 Die Reduktion der Bandlücke in hochdotiertem Silizium	17
1.3 Generation und Rekombination von Ladungsträgern	18
1.3.1 Neutralitätsbedingung und lokales Gleichgewicht	18
1.3.2 Übergänge durch Verunreinigungszustände in der Bandlücke .	20
1.3.3 Auger-Rekombination	23
1.4 Die Halbleiter-Grundgleichungen	24
1.5 Elektrische Transporteigenschaften von Ladungsträgern	26
1.5.1 Modellierung der Beweglichkeiten von Majoritätsträgern	26
1.5.2 Der Einfluß von Elektronen-Löcher-Streuung	29
1.5.3 Die Standard-Modellierung am Beispiel der Formulierung nach Dorkel-Leturcq	30
1.5.4 Die Formulierung des Beitrages der Elektronen-Löcher-Streuung nach Mnatsakanov	31
1.6 Vergleich der Modelle	33
1.6.1 Die Verletzung der „Einstein-Relation“	34
1.6.2 Der Fall „starker“ Injektion	34
1.6.3 Der Fall „schwacher“ Injektion	39
2 Die Modellierung von Leistungsdioden	40
2.1 Die Modellstruktur im Überblick	40

2.2	Die Modellierung der Randzonen	41
2.2.1	Rekombination von Minoritätsträgern	41
2.2.2	Berechnung der Übergangsspannungen	44
2.3	Die Modellierung von Driftzonen	45
2.3.1	Standard-Modell	45
2.3.2	Modell basierend auf der EHS-Beschreibung nach Mnatsakanov	46
2.4	Eigenschaften der neuen Kontinuitätsgleichung	49
2.4.1	Dominanz des Drift-Terms	50
2.4.2	Dominanz des Diffusions-Terms	51
2.4.3	Zusammenfassung der analytischen Auswertung und Vergleich mit simulativen Ergebnissen	51
2.5	Programmiertechnische Realisierung	57
2.5.1	Diskretisierung von Orts- und Zeitbereich	57
2.5.2	Der Lösungsalgorithmus	59
2.5.3	Berechnung des Spannungsabfalls über der Driftzone	59
3	Experimentelle Methoden	61
3.1	Infrarot-Absorption und Interne Laser-Deflexion	62
3.1.1	Prinzip	62
3.1.2	Versuchsaufbau	63
3.1.3	Absorption und Ladungsträgerkonzentration	66
3.1.4	Erfassung der Laser-Deflexion	67
3.1.5	Einfluß des realen Strahlverlaufs	68
3.2	Optische Meßtechnik im Temperaturbereich von 100K bis 400K . . .	69
3.2.1	Der Kryostat	71
3.2.2	Probenpräparation und -montage	73
3.2.3	Positionierung der Probe im Strahlengang	76
3.3	Meßfehler und Störungen	78
3.3.1	Probenpositionierung	78
3.3.2	Ortsabhängiger Strahldurchmesser	79
3.3.3	Strahlverlauf	80
3.3.4	Fabry-Perot-Interferenz	80
3.3.5	Beseitigung von Fabry-Perot-Interferenzen	82
3.4	Temperaturabhängigkeit der IR-Absorption durch freie Ladungsträger	82
3.4.1	Methode zur Bestimmung des IR-Absorptionskoeffizienten . .	84
3.4.2	Ergebnis der Kalibrierung	87
3.5	Experimentelle und simulative Charakterisierung einer Gleichrichter- diode	90
3.5.1	Temperaturverhalten im elektrischen Betrieb	91
3.5.2	Interne Trägerkonzentrationen in Experiment und Simulation	93
3.5.3	Statisches Diodenverhalten in Experiment und Simulation . .	95

3.5.4	Diskussion der Resultate	95
3.5.5	Konsequenzen für die Modellbildung	98
Ausblick		100
Zusammenfassung		102
A Anhang		104
A.1	Die Methode der finiten Differenzen	104
A.2	Das Crout'sche Reduktionsverfahren zur Lösung linearer Differentialgleichungen	106
Symbolverzeichnis		108
Literaturverzeichnis		111
Lebenslauf		116

Einführung

Die vorliegende Arbeit wurde am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, vormals Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik, der Technischen Universität München¹⁾ durchgeführt. Auch wenn der Titel der vorliegenden Arbeit für das Arbeitsfeld eines Lehrstuhls des Institutes der Energietechnik einer Fakultät für Elektro- und Informationstechnik zunächst recht exotisch anmuten mag, so ist das bearbeitete Thema doch hervorragend in die hier bearbeitete Forschungslandschaft eingebettet.

Die Qualität der simulativen Charakterisierung von elektrischen Antriebssystemen und leistungselektronischen Komponenten der Energietechnik ist maßgeblich davon abhängig, wie genau die verwendeten Leistungshalbleiter-Bauelemente als Modelle beschrieben sind. Es ist deshalb u.a. Aufgabe der Arbeitsgruppe „Leistungselektronik und Modellbildung“, die auf dem Gebiet der Modellbildung von Leistungshalbleiterbauelementen eine langjährige Tradition hat [78, 50, 76], zu den jeweils aktuellen, sich auf dem Markt durchsetzenden Leistungshalbleiterbauelementen entsprechende Modelle zu entwickeln. Als Programmier- und Simulationsplattform wird dabei der Netzwerksimulator *SABER* [1] verwendet, der die Programmierung eigener Modelle ermöglicht. Dabei wird die Philosophie verfolgt, physikalisch basierte Modelle zu entwickeln, in denen die zugrundeliegende Physik möglichst genau implementiert ist, um die spezifischen Bauelementeeigenschaften so realitätsnah wie möglich zu beschreiben. Die Abgrenzung zu reinen Bauelementesimulatoren (z.B. Dessis [37]) ist durch den eindimensionalen Charakter der Netzwerkmodelle gegeben, womit zudem der Rechenaufwand innerhalb akzeptabler Grenzen bleibt. Damit wird es möglich, die Wechselwirkungen mit anderen Bauelementen und passiven Komponenten der gesamten Schaltung mit hoher Genauigkeit zu untersuchen, sowie wesentliche Schritte der Entwicklung und Optimierung leistungselektronischer Anwendungen rechnergestützt durchzuführen.

Die Motivation für die Durchführung der vorliegenden Arbeit kam aus zwei Richtungen. Zum einen setzte mit der aufsehenerregenden Entdeckung von LaBaCuO [6] im Jahre 1986 eine rasante Folge von Neuentdeckungen supraleitender Materialien [12] ein, bei denen der Übergang zur Supraleitung bei immer höheren Temperaturen statt-

¹⁾Siehe auch <http://www.tu-muenchen.de>

fand. Nach dem Auffinden von sogenannten hochtemperatursupraleitenden Verbindungen, — das sind solche, die eine Sprungtemperatur oberhalb von 77K aufweisen und somit relativ kostengünstig mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden können —, wurden konkrete Überlegungen angestellt, diese Materialien für die Energietechnik zu nutzen. Neben dem supraleiteten Leistungskabel zur effektiveren Energieübertragung, stand vor allem die Entwicklung supraleitender magnetischer Energie-Speicher (SMES) im Vordergrund. Letztere benötigen eine leistungselektronische Schutzschaltung zum Auskoppeln der gespeicherten Energie im Falle einer unplanmäßigen Erwärmung, sowie eine Energieversorgung und eine Betriebssteuerung [38]. Hier stellt sich die Frage, ob durch das Betreiben von Leistungshalbleiterbauelementen bei tiefen Temperaturen technische Vorteile erzielt, bzw. eine Verbesserungen der Energiegesamtbilanz erreicht werden können [48]. Die simulative Untersuchung dieser Fragestellungen erfordert die Entwicklung von Leistungshalbleiter-Modellen, die ausgehend vom Temperaturbereich üblicher Anwendungen zwischen -25°C (248K) bis 150°C (423K) auch bei tiefen Temperaturen bis etwa -193° (80K) gültig sind [76, 75], und experimentell überprüft und validiert werden müssen.

Da gleichzeitig von Seiten der Physik her teilweise erhebliche Unsicherheiten der Modellierung von relevanten Effekten bestanden, insbesondere in der Beschreibung des bipolaren Ladungsträgertransportes in Silizium [52, 18, 40], die besonders bei tieferen Temperaturen hervortreten, waren Untersuchungen gefordert, die über eine Betrachtung des rein phänomenologischen elektrischen Funktionsverhaltens von Bauelementen hinausgehen. Dies war Aufgabe des daraufhin gestarteten DFG-Forschungsvorhabens Schr 244/22-3 „Theorie und Validierung des Verhaltens von Leistungshalbleitern bei tiefen Temperaturen“. Es wurden zunächst Verfahren entwickelt und Aufbauten erstellt, mit denen das statische und transiente elektrische Verhalten bis zu Temperaturen von 77K von diskreten Leistungshalbleiterbauelementen meßtechnisch erfaßt werden konnte. Zur temperaturabhängigen Charakterisierung des bauelement-internen Verhaltens wurde ein bei der SIEMENS AG, Zentralabteilung Technik, erstellter Meßplatz [17] zur Bestimmung der internen Ladungsträgerkonzentrationen und lokalen Temperaturen mittels Infrarotlicht-Absorption und -Deflexion erweitert. Zur Auswertung der damit erstmals temperaturabhängig durchführbaren Messungen wurde zusätzlich eine Kalibrierung des IR-Absorptionskoeffizienten für den Temperaturbereich von 100K bis 400K durchgeführt, wofür bisher in der Literatur keine Daten verfügbar waren. Zur theoretischen Untersuchung der Konsequenzen der unterschiedlichen Ansätze der Modellierung von Trägerbeweglichkeiten, insbesondere des Beitrages von Elektronen-Löcher-Streuung, wurde eine neue Kontinuitätsgleichung zur Beschreibung des bipolaren Ladungsträgertransportes in der niedrig dotierten Driftzone von Leistungshalbleitern entwickelt. Diese auf der Beweglichkeitstheorie von Mnatsakanov [52] basierende Gleichung führt für immer tiefere Temperaturen zu einem vom Standardmodell deutlich verschiedenen Verhalten. Durch Vergleich der simulierten und experimen-

tellen Resultate konnte gezeigt werden, daß die auf der Standardbeschreibung von Trägerbeweglichkeiten beruhende Kontinuitätsgleichung bei tieferen Temperaturen zu Inkonsistenzen führt, so daß Strom- und Spannungsverläufe sowohl im statischen als auch im transienten Fall nicht mehr gleichzeitig korrekt berechnet werden können. Dagegen führt die neue Kontinuitätsgleichung zu mit den experimentellen Untersuchungen konformen Resultaten.

Zur Darstellung der gefundenen Ergebnisse werden in Kapitel 1 zunächst einige hierfür erforderliche Grundlagen vorangestellt, sowie die Gleichungen einiger fundamentaler temperaturabhängiger Effekte (Bandlücke, effektive Ionisierung von Dotieratomen, ...) diskutiert. Besonders Gewicht wird beim Vergleich der Modelle von Trägerbeweglichkeiten auf die Darstellung der neuen Theorie von Mnatsakanov gelegt, um die in Kapitel 2 beschriebene Herleitung der neuen Kontinuitätsgleichung motivieren. Nach der Diskussion der Gleichungseigenschaften wird auch auf das Konzept der Modellierung und programmtechnischen Realisierung eingegangen. In Kapitel 3 werden zunächst die experimentellen Methoden und Auswerteverfahren, sowie die hierfür entwickelten Meßaufbauten beschrieben. Es folgt eine Darstellung der Meßergebnisse, womit durch Vergleich mit entsprechenden Simulationsresultaten die Inkonsistenz der Standardbeschreibung gezeigt werden kann, wenn diese zu tieferen Temperaturen extrapoliert wird.

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Energiespektrum von Ladungsträgern in Silizium

Das elektrische Verhalten von Halbleitern ist vollständig durch das Energiespektrum seiner elektronischen Zustände bestimmt. Im Hinblick auf die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit, — der Erstellung von temperaturabhängigen Netzwerkmodellen von Leistungshalbleiterbauelementen —, sollen hierzu die wesentlichen Aussagen der Bandstruktur von Silizium, zunächst im intrinsischen Fall, danach im Falle von Dotierung, zusammengefaßt und die Vereinfachung in für Netzwerksimulationen handhabbare Modelle dargestellt werden.

1.1.1 Kristallgitter und Bandstruktur

Silizium kristallisiert in einem kubisch-flächenzentriertem Gitter, der sog. Diamantstruktur. Die zwischenatomaren Bindungen sind tetragonal ausgerichtet, wie dies auch in Abb. 1.1a dargestellt ist. Die energetischen Zustände der Ladungsträger werden üblicherweise im \mathbf{k} -Raum dargestellt, d.h. es werden also die Eigenschaften der reziproken Gitterstruktur [3] betrachtet. Dieses besitzt, analog zur Invarianz des realen Gitters gegenüber primitiven Gittertranslationen $\mathbf{t} = n_1\mathbf{a} + n_2\mathbf{b} + n_3\mathbf{c}$, die Translationssymmetrie seines Punktgitters, und alle \mathbf{k} im reziproken Raum, die der Relation $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{t}^*$ genügen, sind äquivalent. Entsprechend sind auch die erlaubten, auftretenden Energien $E_n(\mathbf{k})$ periodische Funktionen von \mathbf{k} und es genügt zu ihrer Beschreibung ein Periodizitätsvolumen des \mathbf{k} -Raumes zu betrachten. Hierzu wählt man geschickterweise die Brillouin-Zone¹⁾ des reziproken Gitters, dargestellt in Abb. 1.1.b.

Die erlaubten Energiezustände der Ladungsträger bilden die Bandstruktur $E_n(\mathbf{k})$ von Silizium, dargestellt in Abb. 1.2 nach Rechnungen von [72] ohne Berücksichtigung des Spins. Bei Halbleitern interessieren vornehmlich zwei Bänder, das Valenz-

¹⁾Die Brillouin-Zone des reziproken Raumes entspricht der Wigner-Seitz-Zelle [9] im realen Gitter.

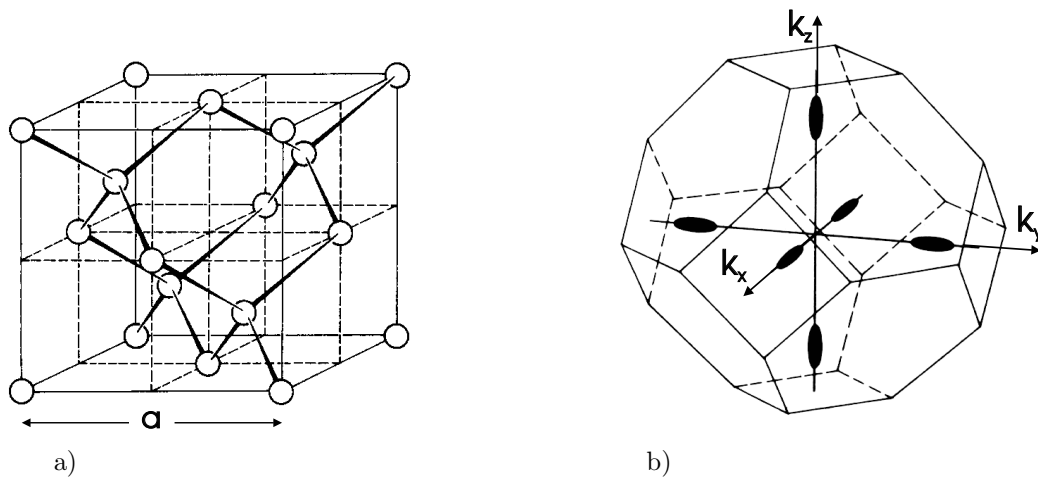


Bild 1.1: a) *Diamantstruktur: Silizium kristallisiert in kubisch-flächenzentrierter Struktur (fcc-Gitter). Die Gitterkonstante bei $T=300\text{K}$ beträgt $a=5.43095\text{\AA}$.* b) *Erste Brillouin-Zone des fcc-Gitters: der Mittelpunkt fällt mit dem Maximum des Valenzbandes (Punkt Γ in Abb. 1.2) zusammen, die Ellipsoide stellen Oberflächen konstanter Energie in der Nähe der Leitungsbandminima von Silizium dar.*

und das Leitungsband, die durch eine verbotene Zone, die sog. Energielücke E_G , voneinander getrennt sind, und deren Details, durch welche die Unterschiede zwischen verschiedenen Halbleitern bestimmt sind. Wie in Abb. 1.2 deutlich zu erkennen, fallen die Positionen von Valenzbandmaximum (bezeichnet mit Γ) und Leitungsbandminimum von Silizium im k -Raum nicht zusammen, sondern sind gegeneinander verschoben. Silizium wird deshalb auch als indirekter Halbleiter bezeichnet. Gemäß der Symmetrien der zur Kristallstruktur gehörigen Raumgruppe existieren mehrere, —im Falle von Silizium sechs—, Leitungsbandminima innerhalb einer Brillouin-Zone. In der englischsprachigen Literatur werden Halbleiter dieser Art allgemein als “many-valley-semiconductors” bezeichnet. Die Energie in der Nähe des Leitungsbandminimums E_L wird allgemein durch die Taylor-Entwicklung

$$E(k) = E_L + \frac{1}{2} \frac{d^2 E}{dk^2} + \dots = E_L + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (1.1)$$

beschrieben, wobei Terme der Ordnung größer als zwei vernachlässigt werden. Die Darstellung wird auch als Effektiv-Massen-Näherung bezeichnet, da die Energie durch die der reziproken Krümmung von $E(k)$ proportionalen Größe m^* , der effektiven Masse, beschrieben werden kann.

Speziell im Falle von Silizium bilden die Energieflächen des Leitungsbandes in der Nähe ihrer Minima Ellipsoide, d.h. die Energiebänder sind anisotrop. Dies wird als Erweiterung von (1.1) im Koordinatensystem der Hauptachsen der Ellipsoide dargestellt als

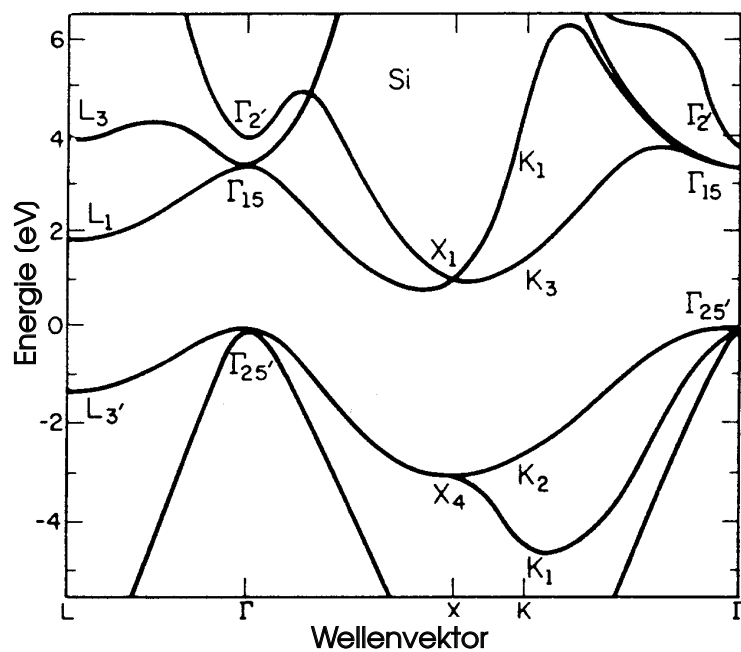


Bild 1.2: Bandstruktur von Silizium durch Berechnung nach [72] ohne Berücksichtigung des Spins längs der wichtigsten Symmetrieachsen der Brillouin-Zone (siehe Abb. 1.3).

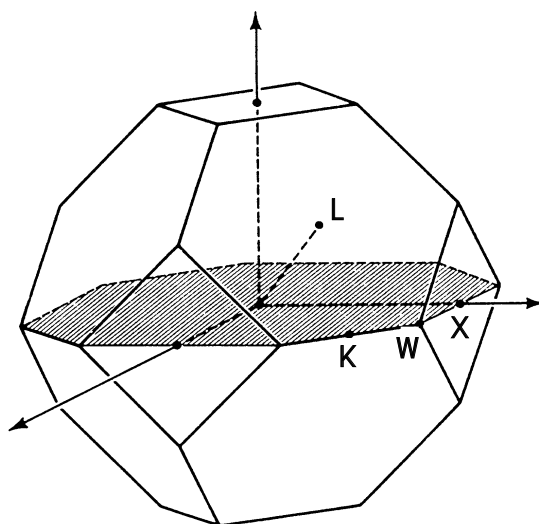


Bild 1.3: Brillouin-Zone von Silizium mit eingezeichneten Symmetriepunkten.

$$E(\mathbf{k}) = E_L + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{(k_x - k_{x0})^2}{m_l} + \frac{(k_y - k_{y0})^2}{m_t} + \frac{(k_z - k_{z0})^2}{m_t} \right) , \quad (1.2)$$

wobei m_l und m_t die longitudinale, bzw. transversale effektive Elektronenmassen sind, und \mathbf{k}_0 die Lage des Minimums im \mathbf{k} -Raum darstellt.

Betrachtet man die Verhältnisse (siehe Abb. 1.2) an der Valenzbandoberkante, so erkennt man in Γ eine Entartung der Bänder, die außerhalb von Γ in zwei Verläufe aufspalten. Dies kann durch zwei Sorten von Löchern verschiedener, effektiver Masse berücksichtigt und in der Form

$$E_{1,2}(\mathbf{k}) = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \left(A k^2 \mp \sqrt{B^2 k^4 + C^2 (k_x^2 k_y^2 + k_x^2 k_z^2 + k_y^2 k_z^2)} \right) \quad (1.3)$$

dargestellt werden, wobei die Parameter A, B und C in Tab. 1.1 angegeben sind [4]. Das Dispersionsgesetz hat quadratische Form, ist aber anisotrop, d.h. isoener-

Tabelle 1.1: Parameter zur Darstellung der Valenzbandenergie von Silizium

A	B	C	m_1/m_0	m_2/m_0
-4.1	-1.1	4.1	0.49	0.160

getische Flächen bilden besitzen keine sphärische Form, sondern sind komplizierter geartet. Durch Einführung eines sphärischen Koordinatensystems mit Polarachse in k_z -Richtung kann Gl. (1.3) näherungsweise in der Form

$$E_{1,2} \cong -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \left(A \mp \sqrt{B^2 + \frac{C^2}{5}} \right) \quad (1.4)$$

dargestellt werden. Somit ist auch hier in Form von

$$E_1(\mathbf{k}) \cong -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_1} , \quad E_2(\mathbf{k}) \cong -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_2} , \quad (1.5)$$

eine Effektiv-Massen-Darstellung möglich, wobei

$$m_{1,2} = m_0 \left(A \mp \sqrt{B^2 + \frac{C^2}{5}} \right) \quad (1.6)$$

die skalaren, effektiven Massen sind.

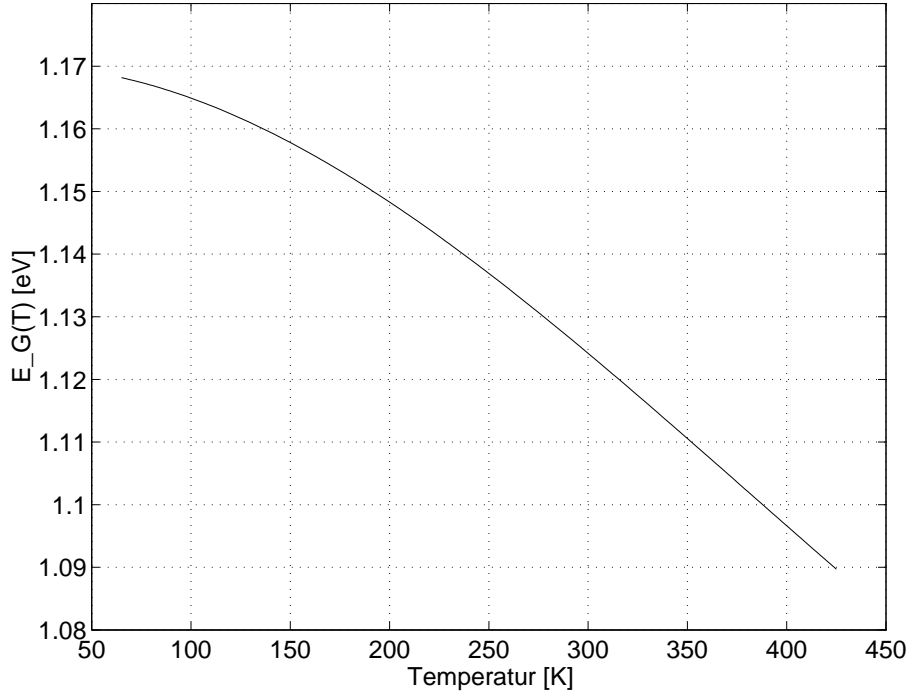


Bild 1.4: Bandlücke von Silizium im intrinsischen Fall in Abhängigkeit von der Temperatur.

1.1.2 Beschreibung der Energielücke durch experimentelle Resultate

Zur Modellbildung wurde die Temperaturabhängigkeit der Energielücke $E_G(T)$ in Form von auf experimentellen Resultaten basierenden, empirischen Ausdrücken implementiert.

Durch optische Absorptionsmessungen mit Modulation der Wellenlänge wurde von Bludau [10] $E_G(T)$ im intrinsischen Fall mit einer Genauigkeit von 0.2meV im Temperaturbereich $0K < T < 300K$ vermessen. Damit kann die Temperaturabhängigkeit der Bandlücke durch

$$E_G(T) = A_0 + A_1 T + A_2 T^2 \text{ eV} \quad , \quad (1.7)$$

beschrieben werden, wobei die Koeffizienten $A_{0,1,2}$ in Tab. 1.2 angegeben sind. Für den Temperaturbereich $170K < T < 415K$ können Ergebnisse von Macfarlane [47] herangezogen werden, so daß nach [37] die Energielücke für den gesamten Temperaturbereich $0K < T < 415K$, dargestellt in Abb. 1.4, durch

$$E_G = 1.1689 + 2.35 \cdot 10^{-5} T - 7.9358 \cdot 10^{-7} T^2 + 6.9383 \cdot 10^{-10} T^3 \text{ eV} \quad (1.8)$$

beschrieben werden kann. Die Anisotropie der effektiven Massen durch den Siliziumkristall wird jedoch nicht mehr explizit berücksichtigt.

Tabelle 1.2: Koeffizienten zur Darstellung von E_G nach Bludau [10]

T/K	A_0	A_1	A_2
$0 < T < 190$	1.700	$1.059 \cdot 10^{-5}$	$6.05 \cdot 10^{-7}$
$190 < T < 300$	1.785	$-9.025 \cdot 10^{-5}$	$-3.05 \cdot 10^{-7}$

1.1.3 Aussagen der Statistik von Ladungsträgern

Im folgenden sollen die Resultate der statistischen Eigenschaften von Ladungsträgern, ihre Verteilungsfunktionen und die resultierenden Konzentrationen von Elektronen im Leitungsband, bzw. von Löchern im Valenzband, sowie die Lage des Fermi-Niveaus zusammengefaßt werden. Hierzu werde eine Anzahl N von sich im thermischen Gleichgewicht befindlichen Elektronen der Dichte n_0 im Leitungsband eines intrinsischen Halbleiters bei endlicher Temperatur T betrachtet. Das Elektronengas gehorcht bekanntlich der Fermi-Dirac-Statistik, gemäß der die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Elektronen-Zustandes der Energie E durch

$$f(E)_n = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} \quad , \quad (1.9)$$

gegeben ist, wobei E die Elektronenenergie bezogen auf die Valenzbandkante, und E_F die Fermi-Energie sind. E_F ist definiert als das Energie-Niveau, bei der die Wahrscheinlichkeit $f(E)$ gleich $1/2$ wird. E_F liegt in intrinsischen Halbleitern etwa in der Mitte der Energielücke. Weiter werde angenommen, daß es sich um eine einfache Bandstruktur mit nur einem Minimum E_C des Leitungsbandes pro Brillouin-Zone und kugelsymmetrischen Äquienergieflächen im \mathbf{k} -Raum handelt. Ferner habe $E(k)$ parabolische Gestalt, so daß die entsprechende effektive Masse m^* der Elektronen skalar und energieunabhängig wird. Somit ist die Zustandsdichte, definiert als die Anzahl diskreter Energieniveaus pro Volumeneinheit im Energieintervall $[E; E+dE]$, gegeben durch

$$g(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} (E - E_C)^{1/2} \quad . \quad (1.10)$$

Damit gilt für die gesamte Elektronendichte

$$n_0 = \int_{E_C}^{+\infty} f(E) g(E) dE \quad , \quad (1.11)$$

wobei Gl. (1.11) auch in der Form

$$n_0 = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^* kT}{\hbar^2} \right)^{3/2} F_{1/2} \left(\frac{E_F - E_C}{kT} \right) \quad (1.12)$$

notiert werden kann. Hierbei wurde $F_{1/2}$ aus der Familie der Fermi-Integrale

$$F_j(y_0) = \int_0^{+\infty} \frac{y^j}{1 + \exp(y - y_0)} dy \quad (1.13)$$

benutzt. Diese können für beliebige y_0 nicht in geschlossener Form dargestellt werden, es existieren lediglich asymptotische Lösungen, z.B. bereits diskutiert von Arnold Sommerfeld [68]:

$$F_{1/2} \cong \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp(y) & : \text{ für } y_0 \ll -1 \\ \frac{2}{3} y^{3/2} & : \text{ für } y_0 \gg +1 \end{cases} \quad (1.14)$$

Bezogen auf (1.12) können 2 Fälle unterschieden werden, nämlich die der Entartung und der Nicht-Entartung des Elektronengases (siehe auch [9]).

Entartung liegt vor, wenn bei relativ kleiner Temperatur viele Leitungselektronen vorhanden sind. Unter diesen Umständen erfordert die Lösung von Gl. (1.11), daß gilt $(E_F - E_C) \gg kT$, d.h. das Ferminiveau befindet sich bereits im Leitungsband, und es liegt metallisches Verhalten vor.

Dagegen spricht man von Nicht-Entartung des Elektronengases, wenn die gesamte Elektronendichte so gering ist, bzw. die Temperatur relativ hoch ist, daß Gl. (1.11) unter der Bedingung, daß E_F deutlich kleiner ist, d.h. um einige kT , als E_C (siehe auch [9]), erfüllt ist. Unter diesen Bedingungen geht die Fermi-Dirac-Statistik in die Maxwell-Boltzmann-Statistik über, d.h. in Gl. (1.14) gilt $y_0 \ll -1$, und Gl. (1.12) vereinfacht sich entsprechend.

Somit sind die Transporteigenschaften wesentlich dominiert durch die wechselnde Besetzung von Zuständen im Bereich der Fermi-Energie. Unter Verwendung beider Näherungen für die Elektronendichte ergeben sich damit die Lösungen

$$n_0 \cong \begin{cases} \frac{2m^*}{3\pi^2} \left(\frac{E_F - E_C}{\hbar^2} \right)^{3/2} & : \text{ entartet} \\ N_C \exp \left(\frac{E_F - E_C}{kT} \right) & : \text{ nicht-entartet} \end{cases} \quad (1.15)$$

Die entsprechenden Fermi-Energien lauten nach [77]

$$E_F \cong \begin{cases} E_C + (3\pi^2 n_0)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m^*} & : \text{ entartet} \\ E_C - kT \ln \left(\frac{N_C}{n_0} \right) & : \text{ nicht-entartet} \end{cases} \quad (1.16)$$

wobei sowohl in Gl. (1.15) als auch in Gl. (1.16) die effektive Zustandsdichte im Leitungsband

$$N_C = 2 \left(\frac{k T m_n^*}{2 \pi \hbar^2} \right) \quad (1.17)$$

verwendet wurde.

In Analogie zur Betrachtung der Elektronenstatistik erhält man für Löcher folgende Ergebnisse:

Da die Existenz eines Loches gleichbedeutend ist mit dem Fehlen eines Elektrons, lautet die Wahrscheinlichkeit der Besetzung eines Energiezustandes durch ein Loch

$$f(E)_p = 1 - f(E)_n \quad (1.18)$$

und somit ergibt sich analog für die Löcherdichte

$$p_0 = \int_{-\infty}^{E_V} g(E) (1 - f(E)) dE = \frac{1}{2 \pi^2} \left(\frac{2 m_V^* k T}{\hbar^2} \right)^{3/2} F_{1/2} \left(\frac{E_V - E_F}{k T} \right) \quad (1.19)$$

In Analogie zur oben durchgeführten Fallunterscheidung gilt

$$p_0 \cong \begin{cases} \frac{1}{3 \pi^2} \left(2 m_V^* \frac{E_V - E_F}{\hbar^2} \right)^{3/2} & : \text{ entartet} \\ N_V \exp \left(\frac{E_V - E_F}{k T} \right) & : \text{ nicht-entartet} \end{cases} \quad (1.20)$$

wobei die effektive Zustandsdichte im Valenzband

$$N_V = 2 \left(\frac{k T m_V^*}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} \quad (1.21)$$

verwendet wurde.

1.1.4 Die effektive intrinsische Trägerdichte

Mit den im letzten Abschnitt dargestellten Größen läßt sich die intrinsische Elektronen-Löcherdichte n_i berechnen. Die streng genommen nur für vollkommen reine Halbleiter gültige Größe kann in guter Näherung für Silizium mit Dotierungen bis zu etwa $1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ verwendet werden, wofür auch die Bezeichnung „Intrinsisches Material“ üblich ist. Unter der Voraussetzung, daß die intrinsische Bandlücke $E_{G,i}$ groß ist im Vergleich zur Größe $k T$, gilt die Neutralitätsbedingung $n_i = n_0 = p_0$. Somit folgt unter Verwendung von Gl. (1.15) und (1.20) im nicht-entarteten Fall

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right) , \quad (1.22)$$

woraus folgt

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \exp\left(\frac{-E_G}{2kT}\right) \quad : \quad n_i \ll N_C, N_V \quad . \quad (1.23)$$

Zur numerischen Verarbeitung von $n_i(T)$ werden die Temperaturabhängigkeiten der effektiven Zustandsdichten

$$\begin{aligned} N_C &= 2.540933 \cdot 10^{19} (m_C/m_0)^{3/2} (T/300)^{3/2} \text{cm}^{-3} \\ N_V &= 2.540933 \cdot 10^{19} (m_V/m_0)^{3/2} (T/300)^{3/2} \text{cm}^{-3} \end{aligned} \quad (1.24)$$

verwendet [24]. Die Temperaturabhängigkeit der effektiven Elektronenmasse läßt sich durch

$$m_C = (36 m_t^2 m_l)^{1/3} , \quad (1.25)$$

beschreiben, wobei die transversalen, bzw. longitudinalen Elektronenmassen durch

$$m_t(T)/m_0 = 0.1905 \frac{E_G(0K)}{E_G(T)} \quad \text{und} \quad \frac{m_l}{m_0} = 0.1905 \quad (1.26)$$

gegeben sind [24] mit $E_G(T)$ gemäß Gl. (1.8). Die Darstellung der effektiven Löcher-
masse in Gl. (1.24) erfolgt gemäß [46] durch den empirischen Ausdruck

$$m_V/m_0 = \left(\frac{a + bT + cT^2 + dT^3 + eT^4}{1 + fT + gT^2 + hT^3 + iT^4} \right)^{2/3} , \quad (1.27)$$

wobei die Koeffizienten in Tab. (1.3) angegeben sind.

Tabelle 1.3: Koeffizienten zur Darstellung der effektiven Löcher-
masse gemäß [46]

Koeff.	Wert	Koeff.	Wert
a	0.4435870	f	$0.4683382 \cdot 10^{-2}$
b	$0.3609528 \cdot 10^{-2}$	g	$0.2286895 \cdot 10^{-3}$
c	$0.1173515 \cdot 10^{-3}$	h	$0.7469271 \cdot 10^{-6}$
d	$0.1263218 \cdot 10^{-5}$	i	$0.1727481 \cdot 10^{-8}$
e	$0.3025581 \cdot 10^{-8}$		

1.2 Der Einfluß gezielter Dotierung

Durch gezieltes Einbringen von Dotierelementen in ursprünglich „reines“, d.h. intrinsisches Halbleitermaterial, kann das elektronische Verhalten kontrolliert geändert, bzw. eingestellt werden. Für Silizium werden üblicherweise Elemente der dritten und fünften Hauptgruppe des Periodensystems der chemischen Elemente verwendet, sog. Akzeptoren (Bor, Aluminium), bzw. Donatoren (Phosphor, Arsen), die zur Bildung zusätzlicher elektronischer Zustände in der Bandlücke führen.

Im Falle von Dotierung mit Akzeptoren bilden sich sog. Akzeptorniveaus nahe des Valenzbandes aus, die durch Übernahme von Elektronen aus dem Valenzband zu Löcher- bzw. p-Leitfähigkeit führen. Dagegen entstehen bei Dotierung mit Donatoren in der Nähe des Leitungsbandes sog. Donatorniveaus, die durch Abgabe von Elektronen in das Leitungsband Elektronen-, bzw. n-Leitfähigkeit des Siliziums bewirken. Im folgenden soll der Einfluß von Dotierung unter Berücksichtigung ihrer Konzentration und der Temperatur betrachtet werden.

Qualitativ kann festgestellt werden, daß die Akzeptoren- und Donatoren-Niveaus nicht flach sind, sondern ab gewisser Konzentration Energiespektren bilden, sog. Akzeptor- und Donatorbänder. Auch hier erfolgt eine Auffüllung der möglichen, elektronischen Zustände nach den Gesetzen der Teilchenstatistik unter Einfluß der Temperatur. Während bei tieferen Temperaturen ($T < 50\text{K}$) nur die Grundzustände besetzt sind, erfolgt mit den bei steigenden Temperaturen zunehmenden thermischen Energien von Elektronen auch die Besetzung höher-energetischer Zustände.

Der Einfluß der Dotierungskonzentration und der Temperatur läßt sich quantitativ durch effektive Ionisations-, bzw. Bindungsenergien E_A^* und $E_D^*(T)$ von Akzeptoren bzw. Donatoren erfassen, um die Einflüsse von Dotierung auf die Besetzungsstatistik und Leitungseigenschaften zu beschreiben. Hierfür wird im folgenden ein empirisch-analytischer Ausdruck [56]

$$E_{\{A,D\}}^* = E_{\{A,D\}} + a \left[\frac{T}{1 + \exp[(T_1 - T)/28.8]} - \frac{T}{1 + \exp[(T_2 - T)/28.8]} \right] \ln \left(\frac{m}{N_1} \right) \quad (1.28)$$

verwendet (Ergebnis in meV), wobei die benutzten Parameter in Tab. (1.4) angegeben sind. Das Modell Gl. (1.28) beschreibt die effektive Ionisationsenergie in guter Übereinstimmung zu experimentellen Resultaten [55], wonach bei hoher Dotierung über $2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ die Wellenfunktionen von bei niedrigeren Dotierungen isolierten, elektronischen Zuständen in stärkerem Maße überlappen und dadurch der Charakter der Leitfähigkeit zunehmend metallisch wird.

Tabelle 1.4: Parameter zur Darstellung der effektiven Ionisationsenergie Gl. (1.28) von für Silizium üblichen Dotierelementen Phosphor (P), Arsen (As), Selen (Sb) und Bor (B).

Dotier- element	E_D, E_A /meV	a /10 ⁻⁴	m /10 ¹⁸	T ₀	T ₁	T ₂
P	45.5	272	115	82.0	98	125
As	53.7	305	26.2	108	128	153
Sb	42.7	275	82.3	76.3	92.5	125
B	44.4	240	1.02	136	173	199

1.2.1 Akzeptor- und Donator-Zustände

Im Falle der Dotierung mit Donatoren ist die Fermi-Verteilungsfunktion $f_D(E_D)$ derart definiert, daß für die Dichte besetzter Donatorzustände n_D bei gegebener Donatorkonzentration N_D gilt

$$n_D = N_D f_D(E_D) \quad . \quad (1.29)$$

Folglich gilt für die Dichte unbesetzter, ionisierter Donatorzustände N_D^+ unter Verwendung von $E_D = E_C - E_D^*$

$$N_D^+ = N_D (1 - f_D(E_D)) \quad : \quad N_D^+ + n_D = N_D \quad , \quad (1.30)$$

woraus für das Verhältnis besetzter Donatorzustände zu ihrer Gesamtdichte folgt

$$\frac{n_D}{N_D} = \frac{N_D - N_D^+}{N_D} = f_D(E_D) = \frac{1}{1 + 1/g_n \exp[(E_F - E_D)/kT]} \quad . \quad (1.31)$$

Analog gilt für das Verhältnis besetzter Akzeptorzustände mit $E_A = E_V + E_A^*$ zu ihrer Gesamtdichte

$$\frac{n_A}{N_A} = f_A(E_A) = \frac{1}{1 + 1/g_p \exp[(E_F - E_A)/kT]} \quad . \quad (1.32)$$

Hierbei wurde in Gl. (1.31) gegenüber Gl. (1.9) eine Erweiterung in Form eines Degenerationsfaktors $g_n = 2$ eingeführt, der die Elektronenspin-Entartung ($\pm 1/2$) berücksichtigt. Da für das Valenzband im Bereich des Extremums eine zweifache Bandentartung (siehe auch Abb. 1.2) vorliegt, gilt für den p-Degenerationsfaktor in Gl. (1.32) von Löchern $g_p = 4$.

1.2.2 Die effektive Ionisierung von Dotieratomen

Betrachtet man die Gleichung etwa für die Minoritätsträger-Sättigungsstromdichten am abrupten p^+-n^- , bzw. n^-n^+ -Übergang einer Diode (siehe Gl. 2.8 u. 2.9), so stellt man fest, daß die effektive Ionisationsrate infolge des Ausfrierens von Ladungsträgern (in Anlehnung an den in der englischsprachigen Literatur üblichen Begriff des „carrier freeze-out“) starken Einfluß auf das Bauelemente-Verhalten hat. Der Einfluß der Temperatur auf die effektive Majoritätsträger-Gleichgewichtsdichte sollte deshalb unbedingt bei der Modellbildung von Halbleiterbauelementen berücksichtigt werden. Die effektiven Majoritätsträger-Gleichgewichtsdichten von n^- und

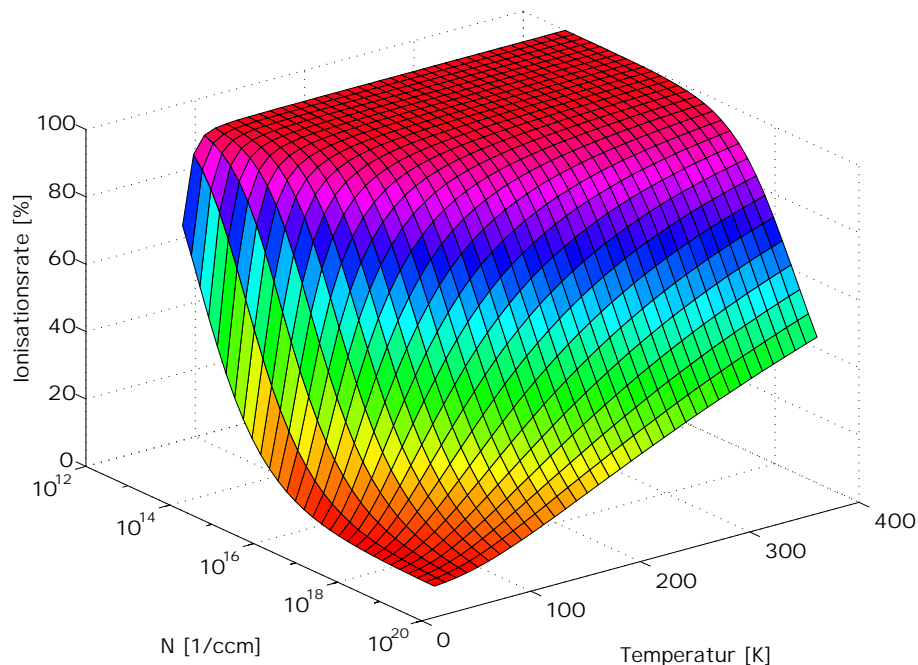


Bild 1.5: Berechnete Rate der effektiven Ionisierung von Dotieratomen, hier Phosphor, in Abhängigkeit von der Dotierkonzentration N_D und der Temperatur.

p^- -Gebieten können durch Umformung von Gl. (1.31) und (1.32) als

$$N_D^+ = \frac{N_D}{1 + g_n \exp\left(\frac{E_F - E_D}{kT}\right)} \quad \text{und} \quad N_A^- = \frac{N_A}{1 + g_p \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)} \quad (1.33)$$

dargestellt werden mit den für Leitungs- und Valenzbändern von Silizium entsprechenden Degenerationsfaktoren $g_n=2$ und $g_p=4$. N_D^+ und N_A^- können unter Verwendung von [54, 56] berechnet werden. Das numerische Resultat von $N_D^+(T, N_D)$ im Fall einer Dotierung mit Phosphor ist in Abb. 1.5 dargestellt.

Bei qualitativer Betrachtung von Abb. 1.5 lassen sich hinsichtlich der Dotierkonzentration und Temperatur folgende Aussagen treffen:

- Im Falle niedriger Dotierung bis etwa $N_D < 1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ besteht über weite Bereiche der Temperatur vollständige Ionisierung aller Dotieratome. Es dominiert somit der Einfluß von Eigenleitung. Zu beachten ist dabei, daß mit zunehmender Dotierung das Ausfrieren von Ladungsträgern bei immer höheren Temperaturen beginnt.
- Bei Dotierungen $N_D > 1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ besteht auch bei Raumtemperatur 300K keine vollständige Ionisierung von Dotieratomen mehr. Die effektive Ionisationsrate N_D^+/N_D sinkt mit steigender Dotierung und ist stark abhängig von der Temperatur. Im Bereich sehr hoher Dotierungskonzentrationen über die Degenerationsrate von Silizium $1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ hinaus ist das beschriebene Modell nicht mehr gültig, worüber allerdings in [54] und [56] keine Angaben gemacht werden. Ab einer gewissen Dichte von Dotierungszuständen bilden sich infolge der räumlichen Überlappung der elektronischen Zustände eigene Dotierbänder aus, und die Ionisierung wird, wie in metallischen Leitern, unabhängig von der Temperatur. Dieser Übergangsbereich stellt jedoch in der Literatur eine gewisse Grauzone dar und kann in temperaturabhängigen Modellbildung von Leistungshalbleitern noch nicht berücksichtigt werden.

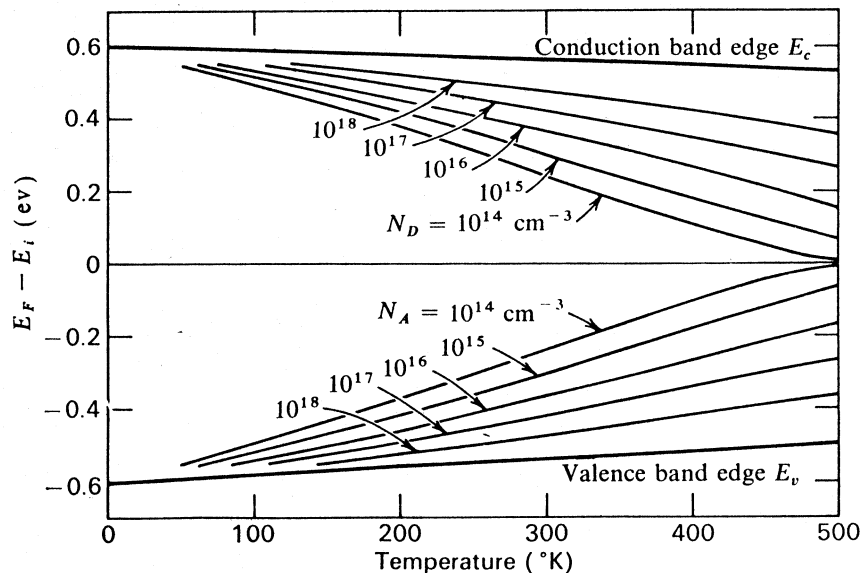


Bild 1.6: Das Fermi-Niveau in Abhängigkeit von der Temperatur bei Variation der Dotierung nach [27]

Das dargestellte Verhalten der effektiven Ionisierung von Dotieratomen ist Folge des komplexen Zusammenwirkens der beteiligten Größen E_F (siehe auch Abb. 1.6), E_D gemäß Gl. (1.28) und ihren Temperaturabhängigkeiten. Dieser Sachverhalt läßt sich anschaulich mit Hilfe von Abb. 1.6 erklären, in der zu erkennen ist, daß sich der Verlauf von E_F — qualitativ gültig für alle n-Dotierungen — mit tieferen Temperaturen zunehmend dem Leitungsband nähert. Somit ist bei Unterschreitung einer gewissen Temperatur die Bedingung für vollständige Ionisierung $E_D - E_F \gg kT$ in Gl. (1.33) nicht mehr erfüllt. Da sich mit zunehmender Dotierungskonzentration der qualitativ gleichbleibende Verlauf von E_F zu höheren Temperaturen verschiebt, ist es verständlich, daß die Besetzungswahrscheinlichkeit für einen gebundenen Donatorzustand, d.h. das Ausfrieren von Ladungsträgern, mit zunehmender Dotierung bereits bei höheren Temperaturen einsetzt.

Die hier im Falle von Phosphor-Dotierung dargestellte effektive Ionisierung gilt qualitativ auch für andere n-Donatoren und analog auch für p-Donatoren.

1.2.3 Die Reduktion der Bandlücke in hochdotiertem Silizium

Optische Absorptionsmessungen [5, 7] und elektrische Untersuchungen an Bipolartransistoren [67] zeigen, daß die Bandlücke bei hoher Dotierung $N \geq N_C$ oberhalb einer gewissen kritischen Grenze N_C eine effektive Reduktion aufweist, — in der englischsprachigen Literatur bezeichnet als „Bandgap Narrowing“ (BGN). Als Ursache hierfür wird bisher allgemein die Verbreiterung von Dotier-Energieniveaus zu Bändern (siehe auch Abschnitt 1.2) sowie die Ausbildung von Bandschweifern [41] bis zu den Randbereichen von Leitungs-, bzw. Valenzbändern angesehen. Die theoretische Beschreibung des Effekts ist in der Literatur nicht abschließend geklärt, auch weisen experimentelle Resultate noch eine beachtliche Streuung hinsichtlich der kritischen Dotierung N_C und der Stärke der Bandreduktion auf. So wird etwa von Bennett [7] ein Schwellenwert der Wirksamkeit von BGN mit $3 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ angegeben während bei Sloopboom/DeGraaf [67] von etwa $1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ ausgegangen wird. Letzterer wird auch durch Resultate neuerer Messungen [5] gestützt, so daß im Rahmen dieser Arbeit die Bandlückenreduktion durch die Formulierung nach [67] mit

$$\Delta E_G = 9mV(\Lambda + \sqrt{\Lambda^2 + 0.5}) \quad : \quad \Lambda = \ln(N/10^{17} \text{cm}^{-3}) \quad (1.34)$$

beschrieben wird. Gl. (1.34) breite Akzeptanz gefunden und ist in vielen Simulatoren verwendet. Es soll jedoch noch auf die Darstellung in [5] hingewiesen werden, wo die Wirksamkeit des Effektes schwächer beschrieben wird.

Die Folge der Bandlückenreduktion ist eine Modulation der effektiven, intrinsischen Trägerdichte Gl. (1.23), so daß in Simulationprogrammen (z.B. *Dessis* [37]) auch die Formulierung

$$n_{i,eff} = n_i \frac{\Delta E_G}{2kT} \quad (1.35)$$

verwendet wird. BGN stellt also in dieser Form eine Korrektur der eigentlich nur für hinreichend reine Halbleiter gültigen Größe der intrinsischen Trägerkonzentration dar.

Kritik findet die Darstellung von Gl. (1.35) bei Bennett [8], da E_G in Gl. (1.35) als reiner Anpassungsparameter für alle möglichen nicht weiter spezifizierten Einflüsse, wie z.B. von Ladungsträgerwechselwirkungen, Beweglichkeiten von Majoritätsträgern oder Trägerlebensdauern, dient, die im Modell unzulänglich beschrieben sind. In der vorliegenden Arbeit wurde somit von der Verwendung von Gl. (1.35) Abstand genommen und großes Gewicht auf die sorgfältige Modellierung von Trägerbeweglichkeiten und –wechselwirkungen gelegt (siehe Abschnitt 1.5.2).

In der Literatur wird BGN auch auf die Existenz von Exzitonen zurückgeführt [39]. Dieser Ansatz erfordert jedoch noch weitere detaillierte Untersuchungen, z.B. ihres Spektrums und der Temperaturabhängigkeiten, damit ein konsistentes Konzept zur temperaturabhängigen Bauelementmodellierung entwickelt werden kann. Erste Schritte hierfür aus Untersuchungen an Solarzellen sind z.B. in [25] zu finden.

1.3 Generation und Rekombination von Ladungsträgern

Die für Silizium maßgeblichen Mechanismen für Übergänge zwischen Leitungs- und Valenzband, die hier dargestellt werden sollen, sind nichtstrahlend. Diese sind die extrinsischen Übergänge über Energieniveaus von Rekombinationszentren in der Bandlücke, und die intrinsischen Bandübergänge im Falle von Silizium als indirektem Halbleiter unter Beteiligung von Phononen zur Impulserhaltung.

Die Betrachtungen der Generations- und Rekombinationsmechanismen von Ladungsträgern werden unter der Annahme von Ladungsneutralität durchgeführt.

1.3.1 Neutralitätsbedingung und lokales Gleichgewicht

Die Strukturen von Leistungshalbleiterbauelementen lassen sich einteilen in neutrale Gebiete, in quasineutrale Gebiete und Raumladungsgebiete. Sie sind charakterisiert durch die Raumladungsdichte ρ , die im ersten Fall gleich Null, im zweiten Fall „klein“ und im dritten Fall „groß“ ist.

Für einen realen Halbleiterkristall, der neben Donatoren oder Akzeptoren auch strukturelle Störungen oder chemische Verunreinigungen enthält, die als Ladungsträgerhaftstellen wirken können, läßt sich die Neutralitätsbedingung als

$$n_0 + N_A^- + N_t^- = p_0 + N_D^+ + P_t^+ \quad (1.36)$$

formulieren. Hierbei sind n_0 und p_0 die Elektronen-, bzw. Löcherkonzentrationen im thermischen Gleichgewicht gemäß Gl. (1.15) und (1.20), N_A^- und N_D^+ die Konzentrationen der ionisierten Akzeptor- und Donatoratome, und N_t^- und P_t^+ die Konzentrationen der negativ, bzw. positiv geladenen Zustände von Haftstellen. Sind Überschlußladungsträger vorhanden, so ist Gl. (1.36) zu erweitern, und es gilt

$$n_0 + n_1 + N_A^- + N_t^- + n_t = p_0 + p_1 + N_D^+ + P_t^+ + p_t \quad . \quad (1.37)$$

Hierbei sind n_1 und p_1 die Überschlußkonzentrationen von Elektronen $n_1 = n - n_0$ und Löchern $p_1 = p - p_0$ im Leitungs-, bzw. im Valenzband und n_t und p_t die Konzentrationen der Überschüßelektronen, bzw. -löcher im thermischen Gleichgewicht, die durch Haftstellen eingefangen sind.

Die Größen n_0 und p_0 stehen für die Dotierungskonzentrationen gemäß Gl. (1.15) und (1.20) sowie der Beziehung

$$n_0 p_0 = n_{i,eff}^2 \quad . \quad (1.38)$$

Im Falle nicht-vollständiger Ionisierung von Dotieratomen gilt für die Majoritäts- und Minoritätsträgergleichgewichtsdichten in n^+ -dotierten Bereichen

$$n_0 = N_D^+ \quad \text{bzw.} \quad p_0 = \frac{n_{i,eff}^2}{N_D^+} \quad (1.39)$$

bzw. analog für p^+ -dotierte Gebiete

$$p_0 = N_A^- \quad \text{und} \quad n_0 = \frac{n_{i,eff}^2}{N_A^-} \quad . \quad (1.40)$$

Subtrahiert man Gl. (1.37) von Gl. (1.36), so folgt die Aussage

$$n_1 + n_t = p_1 + p_t \quad . \quad (1.41)$$

Da Rekombinationszentren als Zwischenzustand sowohl für positive als auch für negative Überschlußladungsträger wirken, indem „gleichzeitig“ ein Elektron aus dem Leitungsband und ein Loch aus dem Valenzband eingefangen werden, gilt $n_t = p_t$ und folglich

$$n_1 = p_1 \quad . \quad (1.42)$$

Zur Klärung der Frage, wie gut der Zustand von Ladungsneutralität erhalten bleibt, wenn lokal, etwa durch Einwirkung von Photonen, elektrische Ungleichgewichte angeregt werden, sei die Kontinuitätsgleichung (siehe auch Abschnitt 1.4)

$$\nabla \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.43)$$

herangezogen. Hierbei sind ρ und \mathbf{J} die Dichten von Ladungsträgern– bzw. des Stromes. Durch Benutzung der Stromdichtegleichung $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$, wobei der Beitrag des Diffusionsstromes vernachlässigt wurde, und der Poisson–Gleichung

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (1.44)$$

läßt sich aus Gl. (1.43) der Term $\nabla \mathbf{E}$ eliminieren, und man erhält unabhängig von der Art des Materials

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon} \rho \quad , \quad (1.45)$$

wobei σ die Leitfähigkeit und ϵ Dielektrizitätskonstante des Materials sind. Gleichung (1.45) besagt, daß im Falle der Existenz einer Raumladungsträgerdichte ρ , d.h. es ist eine Art Ladungsträgern im Überschuß vorhanden, diese durch das von ihr selbst verursachte elektrische Feld \mathbf{E} ausgeglichen werden würde, und zwar mit der Zeitkonstante ϵ/σ , die auch als dielektrische Relaxationszeit bezeichnet wird. Diese liegt in der Größenordnung von etwa $1 \cdot 10^{-12}$ s.

Da diese um mindestens 4 Größenordnungen geringer ist als die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Lebensdauern von Ladungsträgern, kann für Bereiche im Inneren von Halbleitern und hinreichend weit weg von p–n–Übergängen die Bedingung von Ladungsneutralität immer als gültig angenommen werden.

1.3.2 Übergänge durch Verunreinigungszustände in der Bandlücke

Die Erzeugung und Vernichtung von Ladungsträgern erfolgt in diesem Fall über als Rekombinationszentren wirkende Energiezustände innerhalb der Bandlücke. Die oft auch als Haftstellen, bzw. in der englischsprachigen Literatur als „traps“ bezeichneten Energieniveaus entstehen infolge chemischer Verunreinigungen oder struktureller Störungen des Halbleiterkristallgitters. Die Haftstellen können sowohl elektrisch geladen als auch neutral sein.

Der Rekombinationsvorgang erfolgt in zwei Schritten, indem nacheinander jeweils ein Elektron und ein Loch von der Haftstelle eingefangen werden. Hierbei ist die Reihenfolge durch den Ladungszustand des Verunreinigungszustandes bestimmt. Im Falle einfach positiver Ladung erfolgt zuerst ein Elektroneneinfang, bzw. im Falle einfach negativer Ladung zuerst ein Löchereinfang.

Die Generation erfolgt analog durch schrittweise Abgabe gefangener Ladungsträger in umgekehrter Reihenfolge.

Die Beschreibung dieser Mechanismen in Silizium geht auf W. Shockley [65], W. Read und R. Hall[28] zurück, in der Literatur auch häufig als SRH–Prozesse bezeichnet. Hier wurden die Mechanismen in vier einzelne Schritte — Rekombinations–

und Generationsraten von Elektronen ($R_{SRH,n}$, $G_{SRH,n}$) und Löchern ($R_{SRH,p}$, $G_{SRH,p}$) — zerlegt, woraus für beide Ladungsträgerarten Netto-Rekombinationsraten $U_{SRH,n}$, bzw. $U_{SRH,p}$ formuliert werden können. Die Nettoeinfangrate von Elektronen aus dem Leitungsband wird — hier nur für eine vorhandene Art²⁾ von Haftstellen — dargestellt als

$$U_{SRH,n} = \frac{N_t C_n C_p (p n - p_2 n_2)}{C_p (p + p_2) + C_n (n + n_2)} \quad , \quad (1.46)$$

wobei das Produkt $p_2 n_2$ auch als n_i^2 geschrieben werden kann, und analog dazu die Nettoeinfangrate von Löchern. Hierbei sind C_n und C_p entsprechende Proportionalitätsfaktoren, während p_2 und n_2 definiert sind als

$$n_2 = n_0 \left(\frac{N_t - n_t}{n_t} \right)_0 = N_C \exp \left(\frac{E_C - E_t}{k T} \right) \quad , \quad (1.47)$$

bzw. als

$$p_2 = p_0 \left(\frac{n_t}{N_t - n_t} \right)_0 = N_V \exp \left(\frac{E_t - E_V}{k T} \right) \quad . \quad (1.48)$$

Hierbei ist mit E_t das Energieniveau des Rekombinationszentrums bezeichnet. Da im Zustand des lokalen Gleichgewichtes (siehe auch Abschnitt 1.3.1) die Netto-rekombinationsraten von Elektronen und Löchern gleich sind, kann durch die Darstellung $U = U_{SRH,n} = U_{SRH,p} = n_1 / \tau_0 = p_1 / \tau_0$ der Nenner von Gl. (1.46) als Trägerlebensdauer identifiziert werden. Mit entsprechender Darstellung von C_n und C_p läßt sich die Trägerlebensdauer, hier mit vorhandenen Überschußladungsträgern unter Berücksichtigung des in Abschnitt 1.3.1 beschriebenen lokalen Gleichgewichtes, formulieren als (siehe auch [70])

$$\tau_0 = \frac{\tau_{n0} (p_0 + p_2 + p_1) + \tau_{p0} (n_0 + n_2 + n_1)}{p_0 + n_0} \quad , \quad (1.49)$$

wobei gilt

$$\tau_{n0} = \frac{1}{\sigma_n N_t v_{th,n}} \quad , \quad \tau_{p0} = \frac{1}{\sigma_p N_t v_{th,p}} \quad . \quad (1.50)$$

Hierbei stellen in Gl. (1.50) σ_n , σ_p die effektiven Einfangquerschnitte der Haftstellen und $v_{th,n}$, $v_{th,p}$ die über die mittleren thermischen, kinetischen Energien definierten Geschwindigkeiten von Elektronen und Löchern

$$v_{th,n} = \sqrt{\frac{3 k T}{m_n^*}} \quad , \quad v_{th,p} = \sqrt{\frac{3 k T}{m_p^*}} \quad (1.51)$$

²⁾Im Falle mehrerer, verschiedener Rekombinationszentren müßte eine entsprechende Aufsummierung erfolgen.

dar, mit m_n^* , m_p^* als den zugehörigen effektiven Massen.

Sehr wirksame Rekombinationszentren werden für Silizium Halbleiterbauelemente technologisch durch die Dotierung von Gold, Platin oder Eisen, wie auch durch Bestrahlung mit Heliumkernen, Elektronen, Neutronen oder Protonen erzielt. So erzeugen etwa Goldatome zwei Arten von Energieniveaus mit $E_{t,1}^{Au} - E_{F,i} \cong 200$ meV, bzw. $E_{t,2}^{Au} - E_{F,i} \cong -160$ meV bei Raumtemperatur, während Neutronenbestrahlung nur zu einer Sorte von Haftstellen führt, die ungefähr in der Mitte der Energielücke anzusiedeln sind [71].

Zur Verdeutlichung der Konsequenzen, die aus Lage der Energieniveaus von Haftstellen resultieren, seien im folgenden qualitativ zwei Fälle unterschieden:

1. Es werde unter Hochinjektionsbedingungen, d.h. $n=p \gg n_i$, angenommen, das Energieniveau eines Rekombinationszentrums liegt in der Mitte der Bandlücke, d.h. $E_t = E_{F,i}$, woraus folgt $p_2 = n_2 = n_i$.

Somit vereinfacht sich Gl. (1.49) zu einem Ausdruck

$$\tau_{0,H1} = \tau_{n0} + \tau_{p0} \quad , \quad (1.52)$$

der keine Abhängigkeit von der Konzentration n , bzw. p hat.

2. Es werde unter Hochinjektionsbedingungen angenommen das resultierende Energieniveau der erzeugten Rekombinationszentren sei hin zum Leitungsband verschoben, d.h. es gilt $p_2 \ll n_i$ und $n_2 \gg n_i$. Daraus folgt aus Gl. (1.46), daß sich die Trägerlebensdauer durch den Ausdruck

$$\tau_{0,H2} = \tau_{n0} + \tau_{p0} \left(1 + \frac{n_2}{p} \right) \quad (1.53)$$

darstellen läßt, der eine deutliche Abhängigkeit vom Injektionsniveau p , bzw. n der freien Ladungsträger aufweist.

Das Verhalten von τ_0 in Abhängigkeit der freien Ladungsträger für verschiedene Lagen von E_t ist schematisch in Abb. 1.7 dargestellt. Untersuchungen, die ein solches Verhalten meßtechnisch qualitativ bestätigen, sind in [70] zu finden. Für Zwecke der Modellierung im speziellen treten jedoch erhebliche Unsicherheiten, — insbesondere bei Berücksichtigung der Temperatur—, auf, weil genaue Werte für die Energieniveaus von Rekombinationszentren (z.B. [13]) und ihren Empfangquerschnitten erforderlich sind. Die verfügbaren Daten der Literatur sind jedoch spärlich und zudem insgesamt mit erheblichen Unsicherheiten behaftet, ebenso sind keine gesicherten Daten zur Temperaturabhängigkeit von $\sigma_{n,p}$ und E_t verfügbar. Da darüberhinaus auch oft zu wenig Information über das genaue Design, bzw. über die genauen Eigenschaften innerer Strukturen (z.B. Diffusionsprofile von eingebrachten Gold- oder Platin-Rekombinationszentren) von Halbleiterbauelementen zur Verfügung steht, muß auch

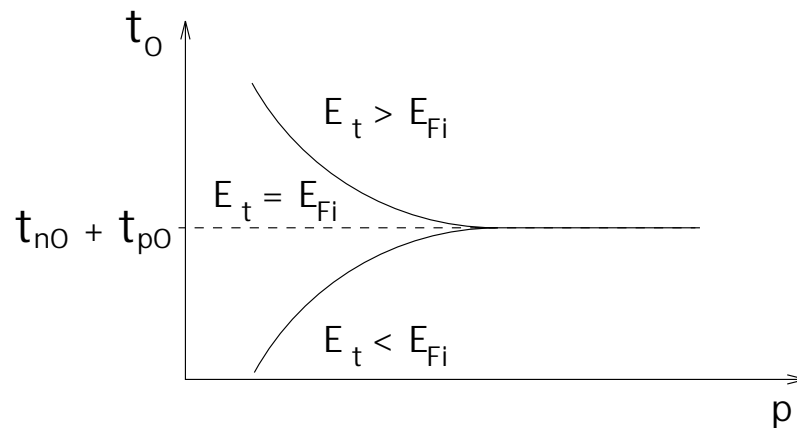


Bild 1.7: Schematische Darstellung des Einflusses der relativen Positionen von E_t bei konstanter Temperatur. Liegt E_t in der Mitte der Bandlücke, so ist $\tau_0 = \tau_{n0} + \tau_{p0}$ unabhängig von der Konzentration p der freien Ladungen. Ist hingegen E_t hin zum Leitungsband verschoben, so ist bei kleinen p zunächst τ deutlich größer und konvergiert mit zunehmendem p gegen $\tau_{0i} = \tau_{n0} + \tau_{p0}$. Analog verhält sich τ_0 , wenn E_t zum Valenzband hin verschoben ist, die Lebensdauer nähert sich jedoch mit zunehmenden Werten von p von unten an τ_i an.

oft auf einfachere Darstellungen von Rekombinationslebensdauern zurückgegriffen werden. So wird etwa häufig der Ausdruck [64]

$$\tau_0 = \tau_{300} \left(\frac{T}{300} \right)^\alpha \quad (1.54)$$

verwendet, wobei der Parameter α entweder durch Messungen feinangepaßt werden muß oder auch standardmäßig nach [58] mit $\alpha=3/2$ benutzt werden kann.

1.3.3 Auger-Rekombination

Aufgrund der Tatsache, daß Silizium ein indirekter Halbleiter (siehe auch Abschnitt 1.1.1, sowie Abb. 1.1, bzw. Gl. 1.2) ist, sind intrinsische Bandübergänge, d.h. die direkte Rekombination von Elektronen und Löchern, nicht alleine durch Photoneinwirkung, bzw. -emission möglich, sondern nur durch zusätzliche Beteiligung eines dritten Teilchens, entweder eines Elektrons oder eines Loches, zur Impulserhaltung des Systems.

Von den prinzipiell möglichen Auger-Effekten soll hier nur die direkte Rekombination³⁾ von Elektronen-Löcher-Paaren betrachtet werden. Analog zur Darstel-

³⁾In der Literatur [20] ist auch die Rede von Auger-Rekombination über Rekombinationszentren. Die Analyse erfolgt ähnlich wie bei reinen SRH-Prozessen (Abschnitt 1.3.2). Da sich die beiden ver-

lung der Rekombinationslebensdauer in Abschnitt (1.3.2) läßt sich über die Netto-Rekombinationsrate $U_{BB} = (C_n n + C_p p) (n p - n_i^2)$, wobei C_n und C_p entsprechende Proportionalitätsfaktoren sind [64], für den Fall der starken Injektion eine entsprechende Rekombinationslebensdauer [63] für n-Gebiete

$$\tau_{Auger} = \frac{1}{C_{A,n} (n_0 + n_1)^2} \left(\frac{T}{300} \right)^{\alpha_{Auger}} \quad (1.55)$$

definieren, mit den Parametern $C_{A,n} = 1.0 \cdot 10^{-30} \text{cm}^6/\text{s}$ und $\alpha_{Auger} = 0.6$.

1.4 Die Halbleiter-Grundgleichungen

Die aus den Maxwellgleichungen resultierende, allgemeine Kontinuitätsgleichung⁴⁾

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0 \quad (1.56)$$

läßt sich mit $\rho^- = -q_{el} n$ und $\rho^+ = q_{el} p$ in die speziellen Kontinuitätsgleichungen [71]

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \text{div} \vec{j}_n - U \quad \text{a)} \quad \text{und} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\text{div} \vec{j}_p - U \quad \text{b)} \quad (1.57)$$

für Elektronen und Löcher in Halbleitern überführen. Hierbei stellen $U=R-G$ die Nettorekombinationsrate, und j_n und j_p die teilchenspezifischen Konvektionsstromdichten dar, die sich jeweils aus Drift- und Diffusionsanteilen zusammensetzen. Im eindimensionalen Fall läßt sich also schreiben

$$\begin{aligned} j_n &= j_{drift,n} + j_{diff,n} = \sigma_n E + q \frac{d}{dx} (D_n n) & \text{a)} \\ j_p &= j_{drift,p} + j_{diff,p} = \sigma_p E - q \frac{d}{dx} (D_p p) & \text{b)} \end{aligned} \quad (1.58)$$

mit σ_n und σ_p als elektrische Leitfähigkeiten, und D_n und D_p als Diffusionskoeffizienten, die in der Standard-Theorie mit den Teilchenbeweglichkeiten μ_n und μ_p über die Einstein-Relationen

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n \quad \text{und} \quad D_p = \frac{kT}{q} \mu_p \quad (1.59)$$

wandten Prozesse jedoch nicht separieren lassen, sind keine gesicherten Parameter zur Modellierung der Auger-Variante verfügbar. Somit erscheint es praktikabel, die Auger-Rekombination via Rekombinationszentren zusammen mit der reinen SRH-Rekombination zu erfassen, indem Gl. (1.50) geeignet adaptiert wird.

⁴⁾Interpretation: Die zeitliche Änderung der in einem Volumenelement gespeicherten Ladung ist gleich der Änderung des durch seine Oberfläche dringenden elektrischen Stromes.

verknüpft sind. Somit kann die Gesamtstromdichte (siehe z.B. [71]) dargestellt werden als

$$j_{ges} = j_k + j_v = j_n + j_p + \epsilon_{Si} \frac{\partial E}{\partial t} \quad , \quad (1.60)$$

die zusätzlich zum Konvektionsstrom $j_k = j_n + j_p$ im allgemeinen Fall einen Verschiebungsstrom-Term proportional zur Änderung der elektrischen Feldstärke E enthält. Im Falle der Anwendung der dargestellten Halbleiter-Grundgleichungen zur Beschreibung von bipolaren Leistungshalbleiter-Bauelementen kann eine Erweiterung des Gleichungssatzes um die sog. ambipolaren Beziehungen [71] erfolgen.

Leistungshalbleiter-Bauelemente enthalten zur Erzielung einer hohen Spannungsblockierfähigkeit schwach dotierte Schichten, sog. Driftzonen. Diese sind wesentlich für das statische und transiente Verhalten der Bauelemente verantwortlich (siehe z.B. [62]).

Im elektrischen Durchlaßbetrieb sind die Driftzonen mit Ladungsträgern stark überschwemmt, d.h. es liegen Hochinjektionsbedingungen vor, wobei gilt

$$n \cong p \gg N_d \quad . \quad (1.61)$$

Die Konzentrationen freier Elektronen und Löcher sind quasi gleich, dabei aber viel größer als die Konzentration der Dotieratome⁵⁾. Der Konvektionsstrom ist damit ambipolar, d.h. er enthält sowohl einen Elektronen- als auch einen Löcheranteil. Durch Gleichsetzen von j_n und j_p (Gl. 1.58) unter Ausnutzung der Tatsache, daß die räumliche Änderung der Diffusionsgrößen im Vergleich zu der von $n(x)$ und $p(x)$ gering ist, erhält man für den im Rahmen dieser Arbeit vornehmlich interessierenden, eindimensionalen Fall die ambipolaren Stromdichtegleichungen

$$j_n^A = \frac{b}{b+1} j_k + q D_A \frac{dp}{dx} \quad \text{und} \quad j_p^A = \frac{b}{b+1} j_k - q D_A \frac{dp}{dx} \quad . \quad (1.62)$$

Hierbei ist b das Verhältnis von Elektronen- und Löcher-Beweglichkeiten

$$b = \frac{\mu_n}{\mu_p} \quad , \quad (1.63)$$

und

$$D_A = 2 \frac{D_n D_p}{D_n + D_p} = 2 \frac{k T}{q} \frac{\mu_n \mu_p}{\mu_n + \mu_p} \quad . \quad (1.64)$$

die ambipolare Diffusionskonstante.

⁵⁾Typische Werte von Driftzonendotierungen liegen im Bereich $N_d < 10^{14} \text{cm}^{-3}$, so daß bei den hier interessierenden Temperaturen $T > 77 \text{K}$ gemäß Abschnitt 1.2.2 von vollständiger Ionisierung ausgegangen werden kann. Es wird daher nicht zwischen der chemischen Dotierung N_d und der T-abhängigen effektiven Ionisierung N_d^+ unterschieden.

1.5 Elektrische Transporteigenschaften von Ladungsträgern

Die elektrische Leitfähigkeit eines Halbleiters kann allgemein durch den Ausdruck

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \quad (1.65)$$

beschrieben werden, wobei n und p die Konzentrationen von Elektronen, bzw. Löchern sind und μ_n und μ_p ihre zugehörigen Beweglichkeiten. Die Beweglichkeiten können als Proportionalitätsfaktoren zwischen einem äußeren elektrischen Feld, welches die Ladungsträger im Material beschleunigt, und ihren Sättigungsdriftgeschwindigkeiten

$$\vec{v}_n = -\mu_n \vec{E} \quad , \quad \vec{v}_p = \mu_p \vec{E} \quad (1.66)$$

interpretiert werden, die durch Streueffekte der Ladungsträger im Halbleiter begrenzt sind. Die verursachenden Wechselwirkungen hierfür sind Streuungen der Ladungsträger an Phononen, d.h. thermisch angeregten Gitterschwingungen, chemischen und strukturellen Verunreinigungen, sowie an Ladungsträgern untereinander. Da die Impulse von Ladungen gleichen Vorzeichens an einem Ort im Mittel gleichgerichtet sind, spielen Wechselwirkungen zwischen diesen hier keine Rolle, sondern nur Streuprozesse an Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens, deren Impulse entgegengerichtet sind.

Im folgenden werden die aus diesen Effekten resultierenden Beweglichkeiten von Ladungsträgern und die hierfür verwendeten Modelle dargestellt. Aufgrund der besonderen Bedeutung der Streuung von Elektronen und Löchern untereinander für die Modellierung von bipolaren Leistungshalbleitern, insbesondere bei tiefen Temperaturen, wird auf diese Thematik besonderes Gewicht gelegt. Auf die für die Modellierung von Träger-Beweglichkeiten in MOS-Kanälen wichtigen Abhängigkeiten vom elektrischen Feld \vec{E} (siehe z.B. [64]) soll im Rahmen dieser Arbeit hingegen nicht eingegangen werden.

1.5.1 Modellierung der Beweglichkeiten von Majoritätsträgern

Streuung an Phononen

Zur Beschreibung der Beweglichkeit von Majoritätsträgern wird zunächst ein idealer Festkörper mit perfekt ausgebildeter und unendlich ausgedehnter Kristallstruktur angenommen. Somit spielen Verunreinigungen, Strukturfehler, die begrenzte Ausdehnung des Materials und auch Oberflächeneffekte keine Rolle, sondern nur die endliche Temperatur $T > 0$, welche die Kristallatome zu thermischen Schwingungen

um ihre Ruhelage anregt. In der Festkörperphysik werden diese Schwingungen, deren Eigenschaften quantisiert sind, wie Teilchen mit Ruhemasse Null behandelt [3, 9] und als Phononen bezeichnet. Die Beschreibung der Beweglichkeit von Elektronen oder Löchern, die jeweils für sich als allein existierende Ladungsträgersorte angenommen werden, nur unter dem Einfluß von Streuungen an Phononen (\rightarrow oberer Index „L“ für Schwingungen des Gitters, engl. “lattice”) kann durch Potenzgesetze

$$\mu_n^L = \mu_{n0} \left(\frac{T}{300K} \right)^{\alpha_n} \quad , \quad \mu_p^L = \mu_{p0} \left(\frac{T}{300K} \right)^{\alpha_p} \quad (1.67)$$

erfolgen, wobei die Grundbeweglichkeiten $\mu_{n0} = 1430 \text{ cm}^2/(\text{V s})$ und $\mu_{p0} = 460 \text{ cm}^2/(\text{V s})$, sowie die Exponenten $\alpha_n = -2.0$, bzw. $\alpha_p = -2.18$ nach [64] verwendet werden können. In der Literatur (z.B. [57]) wird zum Zwecke der Halbleitermodellierung manchmal auch zwischen optischen und akustischen Phononen unterschieden, worauf allerdings hier nicht eingegangen werden soll.

Streuung an Verunreinigungen

Für die Beschreibung des reinen Beitrages zur Beweglichkeit durch die Streuung von Ladungsträgern an Störstellen wird oft die auf Conwell und Weisskopf (siehe auch [71]) zurückgehende Formulierung

$$\mu_I = \frac{64 \sqrt{\pi} \epsilon_s^2 (2kT)^{3/2}}{N_I e^3 m^{*1/2}} \left(\ln \left[1 + \left(\frac{12 \pi \epsilon_s kT}{e^2 N_I^{1/3}} \right)^2 \right] \right)^{-1} \quad (1.68)$$

verwendet. Hierbei stellt N_I die Konzentration ionisierter Störstellen und ϵ_s die elektrische Permittivität von Silizium dar.

Zur Umgehung der Problematik einer korrekten Kopplung der Ausdrücke von μ_I mit μ_L (siehe auch Gl. 1.67), wofür oft die Matthissen-Regel

$$\frac{1}{\mu_{LI}} = \frac{1}{\mu_L} + \frac{1}{\mu_I} \quad (1.69)$$

verwandt wird, werden die Beiträge beider Effekte auch oft in einer Gleichung, zweckmäßigerweise durch semi-empirische Ausdrücke, beschrieben. Weite Verbreitung hat die auf Caughey und Thomas [15] zurückgehende Gleichung

$$\mu_{n,p}^{LI} = \mu_{n,p}^{min} + \frac{\mu_{n,p}^L - \mu_{n,p}^{min}}{1 + \left(\frac{N}{C_{n,p}^{ref}} \right)^{\beta_{n,p}}} \quad (1.70)$$

gefunden, wobei N die Dotierkonzentration angibt. Die temperaturabhängigen Parameter μ_n^{min} und μ_p^{min} können nach [64] angegeben als

$$\mu_n^{min} = \begin{cases} 80 \frac{cm^2}{Vs} \left(\frac{T}{300K} \right)^{-0.45} & : T > 200K \\ 80 \frac{cm^2}{Vs} \left(\frac{200}{300} \right)^{-0.45} \left(\frac{T}{200K} \right)^{-0.15} & : T \leq 200K \end{cases} \quad (1.71)$$

$$\mu_p^{min} = \begin{cases} 45 \frac{cm^2}{Vs} \left(\frac{T}{300K} \right)^{-0.45} & : T > 200K \\ 45 \frac{cm^2}{Vs} \left(\frac{200}{300} \right)^{-0.45} \left(\frac{T}{200K} \right)^{-0.15} & : T \leq 200K \end{cases} \quad (1.72)$$

Ferner werden in Gl. (1.70) die Parameter

$$C_n^{ref} = 1.12 \cdot 10^{17} cm^{-3} \left(\frac{T}{300K} \right)^{3.2} \quad (1.73)$$

$$C_p^{ref} = 2.23 \cdot 10^{17} cm^{-3} \left(\frac{T}{300K} \right)^{3.2} \quad (1.74)$$

sowie

$$\beta_{n,p} = 0.72 \left(\frac{T}{300K} \right)^{0.065} \quad (1.75)$$

verwendet. Diese Formulierung von μ^{LI} hat wegen ihres semi-empirischen Charakters den Vorteil, daß die Beiträge der Streuungen an neutralen und ionisierten Störstellen unterschiedlich berücksichtigt werden, da der Effekt des Ausfrierens von Ladungsträgern (siehe auch Gl. 1.2.2) bereits implizit mit berücksichtigt wird.

Speziell für den Temperaturbereich von 250K bis 500K bietet sich die Verwendung des Beweglichkeitsmodells von Arora [2] an, das aber auch für tiefere Temperaturen vergleichbare Resultate liefert. Hier werden die Beweglichkeiten von Elektronen und Löchern schließlich durch die effektiven, empirischen Formeln

$$\mu_n^{LI} = 88 \left(\frac{T}{300K} \right)^{-0.57} + \frac{7.4 \cdot 10^8 (T/K)^{-2.33}}{1 + \left(\frac{N}{1.26 \cdot 10^{17} (T/300K)^{2.4}} \right) 0.88 \left(\frac{T}{300K} \right)^{-0.146}} \quad (1.76)$$

bzw. durch

$$\mu_p^{LI} = 54.3 \left(\frac{T}{300K} \right)^{-0.57} + \frac{1.36 \cdot 10^8 (T/K)^{-2.23}}{1 + \left(\frac{N}{2.35 \cdot 10^{17} (T/300K)^{2.4}} \right) 0.88 \left(\frac{T}{300K} \right)^{-0.146}} \quad (1.77)$$

beschrieben, in denen der Anteil der Phononenstreuung im Vergleich zu Gl. (1.70) explizit nicht mehr enthalten ist.

1.5.2 Der Einfluß von Elektronen–Löcher–Streuung

Zur Modellierung der schwachdotierten Driftzonen von Leistungshalbleiterbauelementen, in denen Hochinjektionsbedingungen $n=p \gg N_d$ herrschen, ist die Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Löchern von entscheidender Bedeutung. In kommerziellen Bauelementesimulatoren werden die bisher genannten Beiträge zur Trägerbeweglichkeit mit Elektronen–Löcher–Streutermen nach aktueller Kenntnis beinahe ausschließlich durch die sog. “mixed scattering” Formel (1.78) kombiniert, so beispielsweise auch die Beweglichkeitsterme von Dorkel und Leturcq [18]. Üblich ist auch die Kombination der Beiträge mittels der Matthiessen–Formel (1.81). Die zahlreichen Arbeiten hierzu im Detail zu vergleichen ist nicht Gegenstand dieser Arbeit, zusammenfassend läßt sich jedoch aussagen, daß damit die Berücksichtigung von Träger–Träger–Streueffekten quasi nur als Dämpfung der Sättigungsdriftgeschwindigkeiten Gl. (1.66) wirkt.

Dem steht eine Reihe aus der Literatur der letzten eineinhalb Jahrzehnte zu entnehmenden Befunden gegenüber, die hier zusammengefasst skizziert werden sollen:

Von Höpfel [33, 32] wurde das Verhalten von Minoritätsträgern in GaAs durch räumlich hochaufgelöste Detektion der Rekombination optisch angeregter Elektronen–Löcher–Paare in Abhängigkeit von der Temperatur untersucht. Die Verschiebung der Meßsignale gegenüber dem Ort der Anregung gibt den Ort der Rekombination von Elektronen und Löchern und damit die Driftrichtung von Minoritätsträgern an. Mit tieferen Temperaturen wurde eine zunehmende Signalverschiebung, also Drift von Minoritätsträgern in einer dem äußeren Feld entgegengesetzten Richtung detektiert. Die damit resultierenden negativen Beweglichkeiten von Minoritätsträgern wurden als Folge der mit tieferen Temperaturen zunehmenden Elektronen–Löcher–Streuung interpretiert, bei der Minoritätsträger von Majoritätsträgern mitgerissen werden. Dieser Effekt, der eine dem äußeren Feld entgegengerichtete Drift von Ladungsträgern erklärt, wird in der englischsprachigen Literatur als “drag effect” bezeichnet. Neuere, verfeinerte Untersuchungen von Zrenner [80] durch hochauflösende magneto–optische Experimente bekräftigen die Resultate von Höpfel.

Entsprechende Untersuchungen sind mit Silizium aufgrund seiner Bandstruktur wohl nur unvergleichbar schwieriger durchzuführen, und bisher sind in der Literatur auch keine Versuchsergebnisse hierzu verfügbar. Ein direkter Nachweis in hochdotiertem Silizium wäre mit der Methode von Dziewior und Silber [19] möglich, die bisher jedoch nur bei 300K angewandt wurde.

Hingegen wurde von Gresserov [26] eine theoretische Abschätzung der Relevanz, bzw. der Wirksamkeit des Effektes für Minoritätsträger in Silizium durchgeführt. Demnach ist der Beitrag von Elektronen–Löcher–Streuung in Silizium auf das elektrische Verhalten, d.h. also auf die Beweglichkeit von Ladungsträgern, 40–50 mal stärker einzuschätzen, als im Falle von GaAs. Der “drag effect” würde demnach auch in Silizium auftreten, was allerdings durch keines der gängigen Beweglichkeits-

modelle beschrieben werden kann. Zusätzlich sei an dieser Stelle vorweggenommen, daß Simulationen des elektrischen Verhaltens von Silizium–Leistungsdioden für tiefen Temperaturen $T < 200\text{K}$ bei Verwendung oben genannter Standardformulierungen zunehmend größeren Abweichungen vom Experiment [42] zeigten.

Die einzig bekannte Beweglichkeitsformulierung, mit der negative Beweglichkeiten von Minoritätsträgern unter der Bedingung “schwacher Injektion” berechnet werden können, ist die von Mnatsakanov 1987 veröffentlichte Theorie zur Elektronen–Löcher–Streuung [52], deren Resultate unabhängig davon 1992 von Kane und Swanson [40] bestätigt wurden.

Im folgenden sollen die wesentlichen Kernaussagen bisheriger Standardtheorien und der neuen EHS–Theorie von Mnatsakanov verglichen und die Folgerungen für die Modellbildung diskutiert werden.

1.5.3 Die Standard–Modellierung am Beispiel der Formulierung nach Dorkel–Leturcq

Nach dem Modell von Dorkel und Leturcq [18] werden die Gesamtbeweglichkeiten von Elektronen– bzw. Löchern unter Benutzung der auf Debye und Conwell zurückgehenden, “mixed scattering” Formel⁶⁾

$$\mu = \mu^L \{1 + X^2 [\text{Ci}(X) \cos(X) + \sin(X) (\text{Si}(X) - \pi/2)]\} \quad (1.78)$$

berechnet. Hierbei gilt

$$X = \sqrt{\frac{6\mu^L}{\mu^{Iccs}}} \quad , \quad \text{mit} \quad \mu^{Iccs} = \left(\frac{1}{\mu^I} + \frac{1}{\mu^{ccs}}\right)^{-1} \quad , \quad (1.79)$$

wobei die Beiträge zur Beweglichkeit durch Streuung von Elektronen und Löchern untereinander (Index „ccs“) sowie an ionisierten Störstellen (Index „I“) zu einem Kombinations–Term zusammengefaßt werden. Charakteristisch für diesen Ansatz ist, daß beide Beiträge μ^{ccs} und μ^I in gleicher Art behandelt werden. Durch Verwendung der von Dannhauser [16] und Krause [44] gemessenen Trägerbeweglichkeiten wurde dann mit dem dargestellten Ansatz Gl. (1.78) und Gl. (1.79) ein Ausdruck für den Beitrag der Elektronen–Löcher–Streuung

$$\mu^{ccs} = \frac{2.0 \cdot 10^{17} T^{3/2}}{\sqrt{pn}} \left(\ln(1 + 8.28 \cdot 10^8 T^2 (pn)^{-1/3})\right)^{-1} \quad (1.80)$$

extrahiert.

Es ist auch üblich, die auf diese Art gewonnene Formulierung von μ^{ccs} direkt mit μ^{LI} (Gl. 1.70) durch Benutzung der Matthissen–Regel

⁶⁾Hierbei bezeichnet $\text{Si}(x)$ den Integralsinus $\text{Si}(x) = \int_0^x \sin(t)/t dt$, analog gilt für den Integralcosinus $\text{Ci}(x) = -\int_x^\infty \cos(y)/y dy$.

$$\mu_n = \left(\frac{1}{\mu_n^{LI}} + \frac{1}{\mu^{ccs}} \right)^{-1} \quad \text{bzw.} \quad \mu_p = \left(\frac{1}{\mu_p^{LI}} + \frac{1}{\mu^{ccs}} \right)^{-1} \quad (1.81)$$

zu koppeln. Wegen des semi-empirischen Charakters von $\mu^{LI}(T)$ geht man davon aus, daß damit über einen weiten Temperaturbereich eine zuverlässigere Berücksichtigung der Streubeiträge an Verunreinigungen gewährleistet werden kann. Streng genommen ist diese Art der Kopplung jedoch nicht korrekt, da Gl. (1.81) nur zur Kopplung voneinander unabhängiger Beiträge zulässig ist, was hier jedoch offensichtlich nicht der Fall ist.

1.5.4 Die Formulierung des Beitrages der Elektronen-Löcher-Streuung nach Mnatsakanov

Die Formulierung der Elektronen-Löcher-Streuung nach Mnatsakanov, für deren Herleitung auf [51, 52] verwiesen sei, liefert Stromdichtegleichungen in der phänomenologisch anschaulichen Form

$$\begin{aligned} j_n &= q n \mu_n^n E + q D_n^n \frac{dn}{dx} - q p \mu_n^p E + q D_n^p \frac{dp}{dx} & \text{a)} \\ j_p &= q n \mu_p^p E + q D_p^p \frac{dn}{dx} - q p \mu_p^n E - q D_p^n \frac{dp}{dx} & \text{b)}. \end{aligned} \quad (1.82)$$

Die Elektronen- und Löcherströme setzen sich jeweils aus Anteilen von Drift- und Diffusionsströmen zusammen, die in Gl. (1.82) durch die jeweils ersten beiden Terme dargestellt sind. Hierbei sind die Elektronenstrom-Terme durch die unteren und oberen Indizes „n“ ($\rightarrow \mu_n^n, D_n^n$), bzw. die Löcherstrom-Terme durch die Indizes „p“ ($\rightarrow \mu_p^p, D_p^p$) gekennzeichnet. Da im ambipolaren Fall beide Ladungsträger nebeneinander existieren, müssen Korrekturen eingebaut werden, welche die Wechselwirkung mit der jeweils anderen Ladungsträgersorte berücksichtigen. Diese werden durch die jeweils dritten und vierten Terme repräsentiert. In Gl. (1.82.a) werden die Mischterme μ_n^p bzw. D_n^p , die die Wechselwirkung von Elektronen mit den Löchern beschreiben, mit einem oberen Index „p“ gekennzeichnet. Analog beschreiben in Gl. (1.82.b) μ_p^n und D_p^n den Einfluß der Wechselwirkung von Löchern mit den Elektronen (oberer Index „n“).

Die verwendeten Beweglichkeitsgrößen werden dargestellt als

$$\begin{aligned} \mu_n^n &= \mu_n \frac{\mu_{np}(\mu_{pn} + \mu_p)}{\delta} \quad \text{und} \quad \mu_n^p = \frac{\mu_{np} \mu_n \mu_p}{\delta} & \text{a)} \\ \text{bzw.} & & \\ \mu_p^p &= \mu_p \frac{\mu_{pn}(\mu_{np} + \mu_n)}{\delta} \quad \text{und} \quad \mu_p^n = \frac{\mu_{pn} \mu_n \mu_p}{\delta} & \text{b)} \end{aligned} \quad (1.83)$$

mit der Hilfsgröße

$$\delta = \mu_{pn} \mu_{np} + \mu_{pn} \mu_n + \mu_{np} \mu_p \quad . \quad (1.84)$$

Die Diffusionsgrößen in Gl. (1.82) werden dargestellt als

$$D_n^n = \frac{kT}{q} \mu_n^n, \quad D_n^p = \frac{kT}{q} \mu_n^p, \quad D_p^p = \frac{kT}{q} \mu_p^p \quad \text{und} \quad D_p^n = \frac{kT}{q} \mu_p^n \quad . \quad (1.85)$$

Die effektiv wirksamen Beweglichkeiten von Elektronen und Löchern werden damit ausgedrückt als

$$\tilde{\mu}_n = \mu_n^n - \frac{p}{n} \mu_n^p \quad \text{und} \quad \tilde{\mu}_p = \mu_p^p - \frac{n}{p} \mu_p^n \quad , \quad (1.86)$$

während für die effektiven Diffusionskonstanten nun gilt

$$\tilde{D}_n = D_n^n + D_n^p \quad \text{und} \quad \tilde{D}_p = D_p^p + D_p^n \quad . \quad (1.87)$$

Mit diesem Ansatz wurden, —wiederum durch Analyse der von Dannhauser [16] und Krausse [44] gemessenen Trägerbeweglichkeiten—, die Beiträge zur Beschreibung des Beitrages der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Löchern extrahiert. Darauf basierend wurde vorgeschlagen, diese in der Form

$$\begin{aligned} \mu_{pn} &= \frac{G}{n/n_0 + \frac{n/n_2}{1 + (n+p)/2n_1}} \left(\frac{T}{300K} \right)^{1.5} & \text{a)} \\ \mu_{np} &= \frac{G}{p/n_0 + \frac{p/n_2}{1 + (n+p)/2n_1}} \left(\frac{T}{300K} \right)^{1.5} & \text{b)} \end{aligned} \quad (1.88)$$

darzustellen, wobei gilt

$$\frac{\mu_{pn}}{\mu_{np}} = \frac{p}{n} \quad . \quad (1.89)$$

Die Potenzen der Temperaturterme $(T/300K)^{1.5}$ in Gl. (1.88) betragen 1.5, da es sich bei der Elektronen–Löcher–Streuung um eine auf Coulomb–Kräften basierende Wechselwirkung handelt. Im Gegensatz zu [18] wird zwischen der Streuung von Löchern durch Elektronen (Index „pn“) bzw. von Elektronen durch Löchern (Index „np“) unterschieden, wobei im allgemeinen gilt $\mu_{pn} \neq \mu_{np}$. Die Größen μ_n bzw. μ_p stellen die reinen Elektronen– bzw. Löcherbeweglichkeiten, etwa nach Gl. (1.76) und (1.77) oder nach Gl. (1.70) dar, ohne Berücksichtigung der jeweils anderen Ladungsträgerart. Die verwendeten Parameter werden angegeben mit

$$p_0 = 3.2 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}, \quad p_1 = 3.5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}, \quad p_2 = 4.6 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$$

$$\text{und } G = 1840 \frac{\text{cm}^2}{V_s} \quad . \quad (1.90)$$

Mit Gl. (1.86) und (1.87) können nun die Stromdichtegleichungen (2.18) wieder in die Form der üblichen Schreibweise (siehe auch Gl.1.62)

$$j_n = q n \tilde{\mu}_n E + q \tilde{D}_n \frac{dn}{dx} \quad \text{bzw.} \quad j_p = q n \tilde{\mu}_p E - q \tilde{D}_p \frac{dp}{dx} \quad (1.91)$$

gebracht werden.

1.6 Vergleich der Modelle

Vergleicht man die Resultate der Trägerbeweglichkeiten, berechnet nach Mnatsakanov (siehe Abb. 1.8) und dem dargestellten Standard-Modell (siehe Abb. 1.9), so lassen sich folgende qualitative Aussagen treffen:

1. Im Temperaturbereich $T > 200\text{K}$ besteht nicht nur qualitative Übereinstimmung in den temperaturabhängigen Verläufen der Beweglichkeitsmodelle, sondern auch die berechneten Absolutwerte stimmen innerhalb eines gewissen Toleranzbereichs gut überein. Dies gilt insbesondere für die Bereiche, d.h. bei „geringem“ Injektionsniveau und „hoher“ Temperatur, in denen der Beitrag der Elektronen-Löcher-Streuung schwach ist und die Beweglichkeiten von der Streuung an Phononen und Verunreinigungen dominiert werden. Mit zunehmender Bedeutung von EHS, d.h. bei höheren Trägerkonzentrationen, nehmen die Abweichungen zu.
2. Die Unterschiede zwischen den Elektronenbeweglichkeiten $\mu_n(T)$ mit der Elektronenkonzentration n als Parameter der Modelle sind insgesamt deutlich geringer als die Abweichungen der entsprechenden Löcherbeweglichkeiten voneinander. Es sei dabei nochmals erwähnt, daß der EHS-Beitrag in der Mnatsakanov-Theorie abhängig ist von der Art der Ladungsträger, während die dargestellte Standard-Theorie für Elektronen und Löcher denselben Term verwendet. Hieraus resultiert natürlich eine relativ gesehen, unterschiedlich starke Wirkung der Elektronen-Löcher-Streuung auf die jeweilige Trägerbeweglichkeit. Dies zeigt sich insbesondere auch im Verhältnis der Trägerbeweglichkeiten b (siehe Abb. 1.10) zueinander. Während dies nach der Mnatsakanov-Theorie nur abhängig ist von der Temperatur, ist b hier und auch nach allen dem Autor bekannten Standard-Theorien stark abhängig vom jeweiligen Injektionsniveau.

3. Der Beitrag der Elektronen–Löcher–Streuung wirkt nach der Mnatsakanov–Theorie, — qualitativ ausgedrückt —, in Bereichen „starker“ Elektronen–Löcher–Wechselwirkung, d.h. also bei „tiefen“ Temperaturen oder „hohen“ Trägerkonzentrationen, stärker, als unter entsprechenden Bedingungen in der dargestellten Standard–Theorie. So sei in Abb. 1.8 darauf hingewiesen, daß ein Abbiegen der Beweglichkeiten hin zu kleineren Werten bereits bei deutlich höheren Temperaturen einsetzt bzw. bei gleichen Temperaturen mit einem stärkeren Gradienten zu beobachten ist, als in Abb. 1.9.

1.6.1 Die Verletzung der „Einstein–Relation“

Eine wesentlich Eigenschaft der Mnatsakanov–Formulierung ist, daß die Beweglichkeiten $\tilde{\mu}_n$ und $\tilde{\mu}_p$ (siehe Gl. 1.86) sowie die Diffusionskoeffizienten (siehe Gl. 1.87) \tilde{D}_n und \tilde{D}_p , nicht die bisher als generell gültig angesehene Einstein–Relation erfüllen. Mit Gl. (1.86) und Gl. (1.87) kann in wenigen Schritten gezeigt werden, daß im allgemeinen Fall gilt

$$\tilde{D}_p \neq \frac{kT}{q} \tilde{\mu}_p \quad \text{bzw.} \quad \tilde{D}_n \neq \frac{kT}{q} \tilde{\mu}_n \quad . \quad (1.92)$$

Die Einstein–Relation behält jedoch in den Sonderfällen sehr starker oder schwacher Träger–Wechselwirkung ihre Gültigkeit. Im letzteren Fall gilt $\mu_{np}, \mu_{pn} \gg \mu_n, \mu_p$, woraus für die Beweglichkeiten folgt

$$\left. \begin{array}{l} \mu_n^n = \mu_n \quad , \quad \mu_p^p = \mu_p \\ \mu_n^p = 0 \quad , \quad \mu_p^n = 0 \end{array} \right\} : \quad \text{für} \quad \mu_{np}, \mu_{pn} \gg \mu_n, \mu_p \quad . \quad (1.93)$$

Somit nehmen die Diffusionskoeffizienten die Form

$$D_n^n = D_n = \frac{kT}{q} \mu_n \quad , \quad \text{bzw.} \quad D_p^p = D_p = \frac{kT}{q} \mu_p \quad (1.94)$$

an, womit die Einstein–Relation erfüllt ist. Analoges gilt für den Fall einer starken Trägerwechselwirkung.

1.6.2 Der Fall „starker“ Injektion

Im Falle „starker“ Injektion, d.h. $n=p \gg N_d$, gilt für die Terme der Elektronen–Löcher–Wechselwirkung (siehe Gl. 1.88) $\mu_{np} = \mu_{pn}$. Dies hat folgende Konsequenzen:

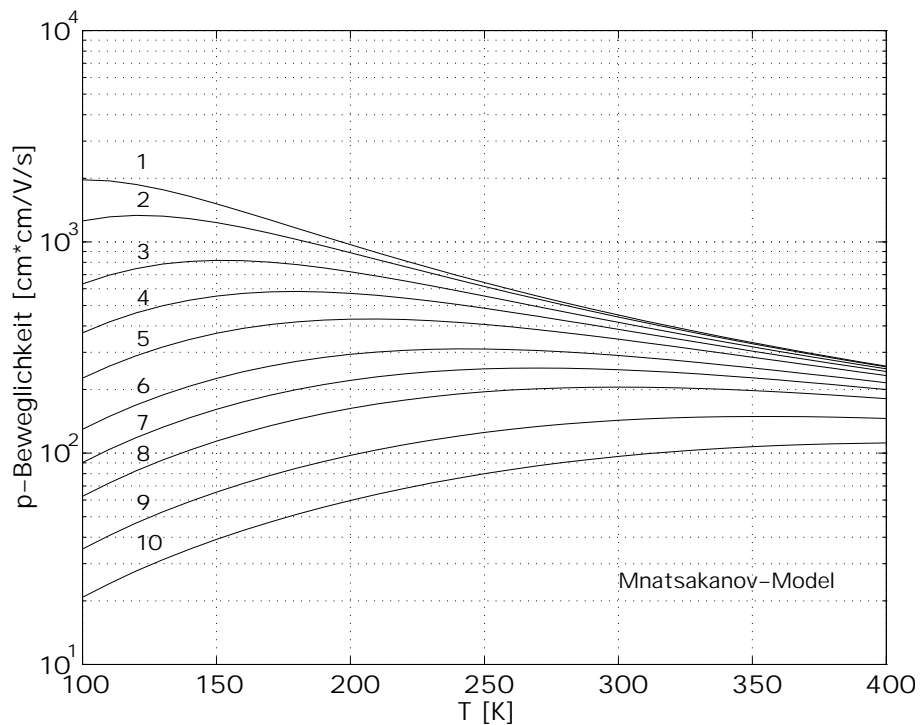
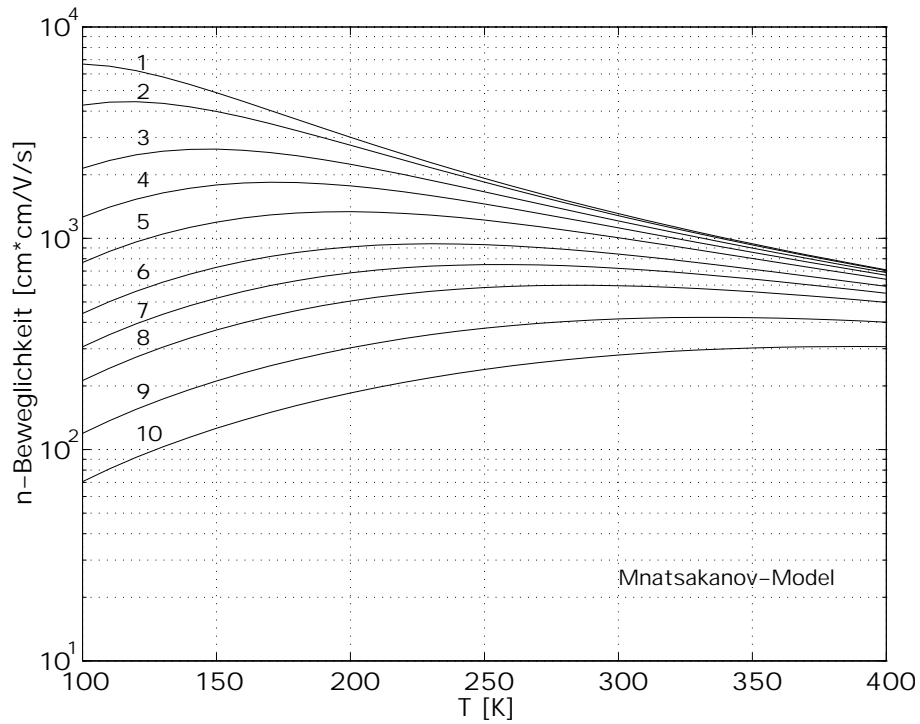
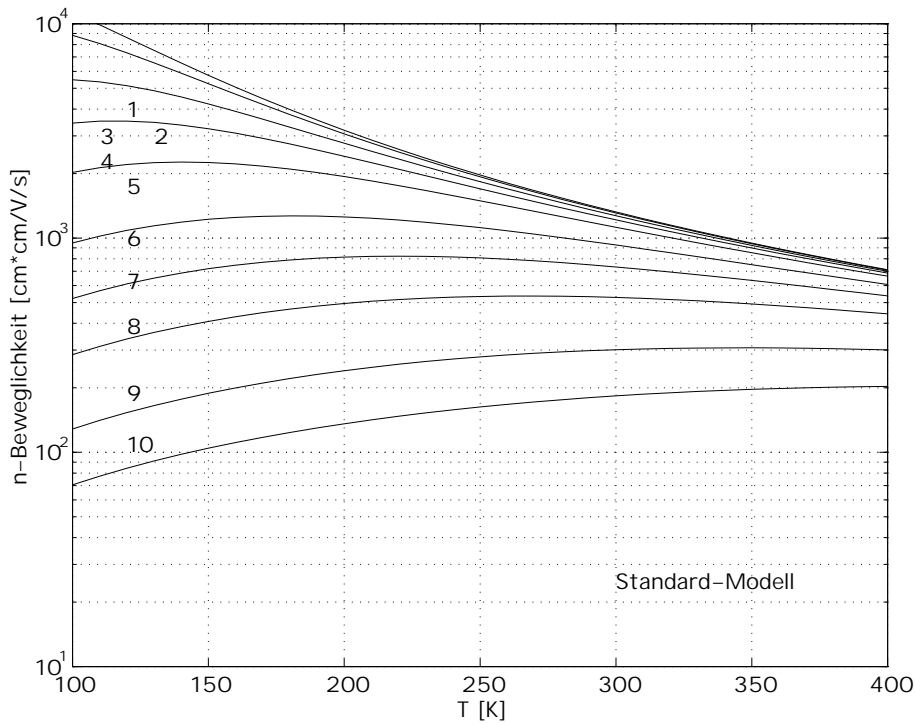
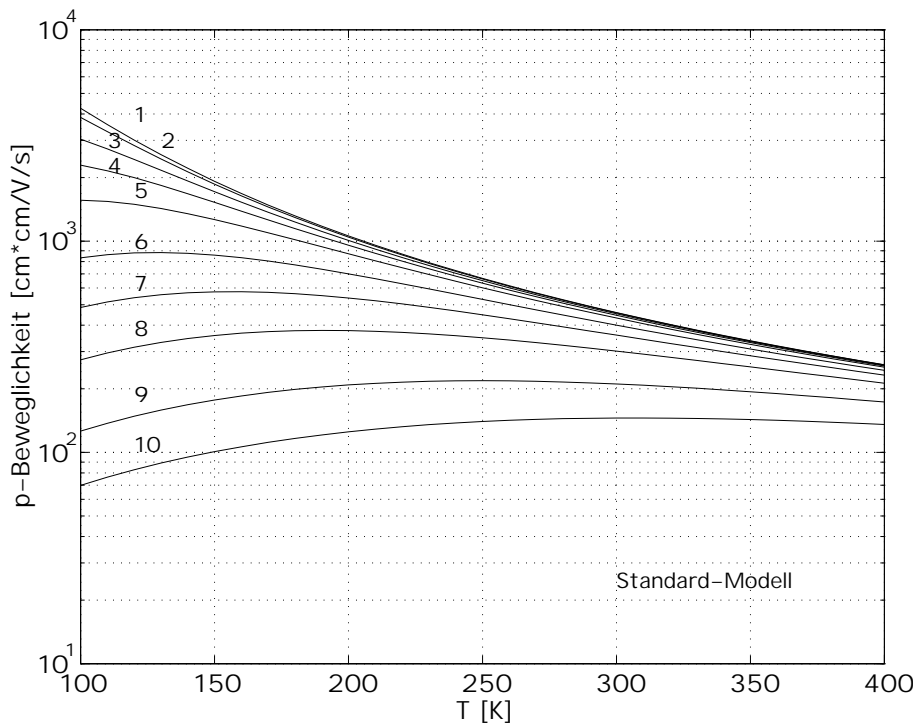


Bild 1.8: Trägerbeweglichkeiten im bipolaren Plasma: Die Beweglichkeiten von Elektronen (a) und Löchern (b) berechnet nach dem Modell von Mnatsakanov Gl. (1.86) in Abhängigkeit vom Injektionsniveau: $1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (1), $2 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (2), $5 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (3), $1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (4), $2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (5), $5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (6), $1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (7), $2 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (8), $5 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (9), $1 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ (10).



a)



b)

Bild 1.9: Trägerbeweglichkeiten im bipolaren Plasma: Die Beweglichkeiten von Elektronen (a) und Löchern (b) berechnet nach dem dargestellten Standardmodell Gl. (1.81) in Abhängigkeit vom Injektionsniveau: $1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (1), $2 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (2), $5 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (3), $1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (4), $2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (5), $5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (6), $1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (7), $2 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (8), $5 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (9), $1 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ (10).

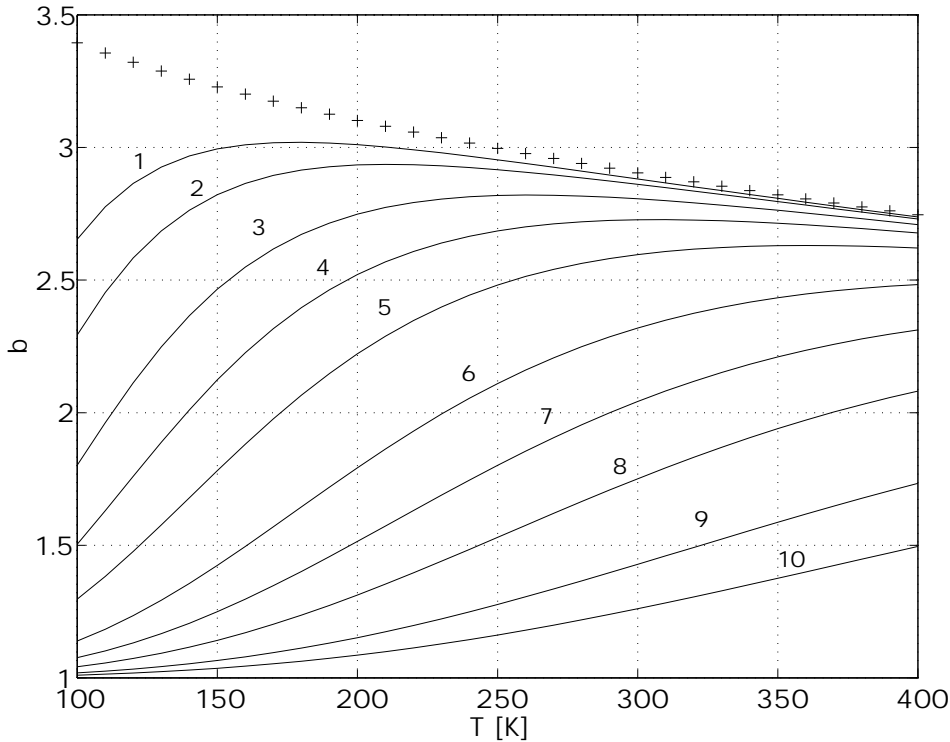


Bild 1.10: Das Verhältnis der effektiven Beweglichkeiten $b(T)$ von Elektronen und Löchern in Abhängigkeit von der Temperatur unter der Bedingung „starker Injektion“: Während nach der Beweglichkeitstheorie von Mnatsakanov b (+-Symbole) unabhängig vom Beitrag der Elektronen-Löcher-Streuung ist, zeigt b (—), berechnet mit einem Standardmodell (siehe Abschnitt 1.5.3), starke Abhängigkeiten vom Injektionsniveau: $1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (1), $2 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (2), $5 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ (3), $1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (4), $2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (5), $5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (6), $1 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (7), $2 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (8), $5 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$ (9), $1 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ (10).

1. Das Verhältnis der effektiven Beweglichkeiten (siehe Gl. 1.86)

$$b = \frac{\tilde{\mu}_n}{\tilde{\mu}_p} = \frac{\mu_n}{\mu_p} \quad : \quad \mu_{np} = \mu_{pn} \quad (1.95)$$

wird unabhängig vom Beitrag der Elektronen-Löcher-Streuung. Der Unterschied zum Verhältnis der effektiven Beweglichkeiten bei Verwendung einer Standardtheorie (siehe auch Abschnitt 1.5.3) ist veranschaulicht in Abb. 1.10. Es ist deutlich erkennbar, daß unter Bedingungen, bei denen die Elektronen-Löcher-Streuung geringeren Einfluß hat („geringes“ Trägerniveau und „höhere Temperatur“), die Abweichungen zwischen den Theorien relativ „klein“ sind. Je größer jedoch die Bedeutung von EHS wird („höhere“ Trägerkonzentration,

„geringere“ Temperaturen), desto unterschiedlicher werden die Resultate. Die Konsequenzen hieraus werden in Abschnitt 3 besprochen.

2. Die ambipolare Diffusionskonstante

$$D_A = 2 \frac{\tilde{D}_n \tilde{D}_p}{(\tilde{D}_n + \tilde{D}_p)} = 2 \frac{kT}{q} \frac{\mu_n \mu_p}{(\mu_n + \mu_p)} \quad : \quad \mu_{np} = \mu_{pn} \quad (1.96)$$

wird unter Hochinjektionsbedingungen (s.o.) unabhängig von EHS, wie durch Einsetzen von Gl. (1.87) in wenigen Schritten verifiziert werden kann.

Diese Kerneigenschaften der Beschreibung des Ladungsträgertransportes wurden in theoretischen Untersuchungen auch von Kane und Swanson [40] gefunden, was als unabhängige Bestätigung der Beweglichkeitstheorie von Mnatsakanov betrachtet werden kann.

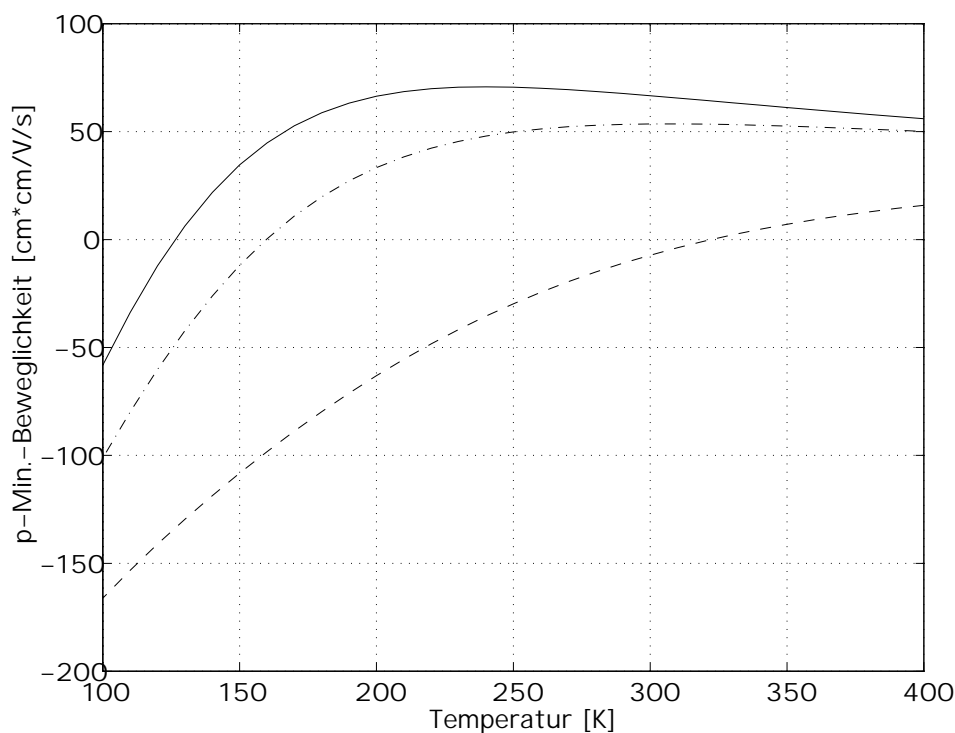


Bild 1.11: Beweglichkeit von Löchern als Minoritätsträger nach Gl. (1.86) unter der Bedingung „schwacher Injektion“ in n^- -hochdotiertem ($5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) Bereich zwischen 100K und 400K. Hierbei wurde die Konzentration von Majoritätsträgern variiert: $5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ (—), $1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (- - -), $5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (- · -)

1.6.3 Der Fall „schwacher“ Injektion

Aufgrund der speziellen Struktur der Träger-Beweglichkeitsformulierung von Mnat-sakanov kann im Falle „schwacher“ Injektion, wie etwa in hochdotierten Randzonen einer pin-Diodenstruktur, die Beweglichkeit von Minoritätsträgern bei starker Elektronen-Löcher-Streuung negativ werden (siehe Abb. 1.11). Die Entwicklung von Beweglichkeiten hin zu negativen Werten kann in der Art interpretiert werden, daß Minoritätsträger von Majoritätsträgern in deren Bewegungsrichtung aufgrund der attraktiven Coulomb-Wechselwirkung mitgerissen werden [32, 33] (“drag effect”). Resultate, wie in Abb. 1.11 dargestellt, können nicht durch Verwendung von Standard-Beweglichkeitsmodellen (siehe Abschnitt 1.5.2) erzielt werden, wo sich die zunehmende Dominanz von Elektronen-Löcher-Streuung lediglich dämpfend auf die Driftgeschwindigkeit von Ladungsträgern auswirkt (siehe z.B. [18]).

2. Die Modellierung von Leistungsdioden

2.1 Die Modellstruktur im Überblick

Zur Validierung der Theorie des Verhaltens von bipolaren Leistungshalbleiterbauelementen eignen sich am besten Strukturen von Leistungsdioden. Mit diesen können die im Rahmen der vorliegenden Arbeit sich stellenden Fragen untersucht werden, ohne daß etwa Effekte zweidimensionalen Charakters, wie durch die Struktur komplizierterer Bauelemente (z.B. IGBTs, GTOs) bedingt, bei der Modellbildung erschwerend zu berücksichtigen wären. Zudem entfällt die experimentelle und theoretische Problematik der Ansteuerung und ihre Berücksichtigung bei der Beschreibung des Bauelementeverhaltens.

Leistungsdioden hingegen können quasi-eindimensional modelliert werden und sind im Design als Gleichrichterioden im Gegensatz zu aktiv schaltenden Leistungshalbleitern auch ohne Trägerlebensdauereinstellung oder Pufferschichten verfügbar. Insbesondere die letztgenannten Punkte vereinfachen nicht nur die temperaturabhängige Modellbildung, etwa den Einfluß von Einfangzentren, sondern ermöglichen auch eine qualitativ gute Charakterisierung durch die angewandte optische Methode der Absorption von Infrarot-Licht an freien Ladungsträgern (hierzu siehe Kapitel 3). Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Modell für Leistungsdioden wur-

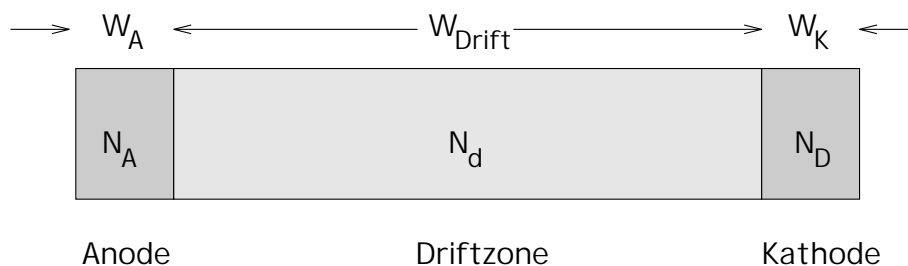


Bild 2.1: Struktur einer Leistungsdiode, hierbei sind N_A , N_d und N_D die Dotierkonzentrationen von Anode (p^+ -dot.), Driftzone (n^- -dot.) und Kathode (n^+ -dot.)

de als Programmpaket für den Netzwerksimulator *SABER* [1] realisiert. Dieser führt für die zu untersuchende Schaltung, die in Form einer Netzliste eingegeben wird, eine Knotenanalyse durch. Die Genauigkeit der iterativ gefundenen Lösung hängt wesentlich von den zwischen den einzelnen Knoten definierten Modellen von Schaltungskomponenten und Bauelementen ab.

Das Modell wurde, wie von Metzner und Vogler [49] vorgeschlagen, in modularer Struktur realisiert. So wurden zur Modellierung, angelehnt an die reale Struktur von Leistungsdioden (siehe Abb. 2.1), Programm-Module von hochdotierten p^+ - und n^+ -Randgebieten und der für alle Leistungshalbleiterbauelemente charakteristischen gering dotierten n^- -Driftzone entwickelt. Die Programmierung erfolgte in der *SABER* eigenen Sprache *MAST*, bzw. für die Unterprogramme in *C*.

Dieses Vorgehen ermöglicht eine Erweiterung der Modellbibliothek derart, daß bei späterer Modellbildung anderer Bauelemente auf bereits vorhandene Programmelemente zurückgegriffen werden kann. Jedes Bauelementmodell ist dann modular aufgebaut, die Zusammensetzung des Gesamtmodells wird dabei von einem übergeordneten, parametrisierten Kopfprogramm bestimmt, in dem auch alle erforderlichen Bauelementedaten und Simulations-Parameter enthalten sind.

Die Funktionsweise des entwickelten Leistungsdiodenmodells wird durch Abb. 2.2 beschrieben. In den Randzonenmodulen wird die Berechnung der Minoritätsträgerstromdichten j_n und j_p von Elektronen und Löchern (siehe Abschnitt 2.2) durchgeführt. Der aus den Komponentenstromdichten resultierende Gesamtstrom über die Driftzone wird durch eine Kontinuitätsgleichung (siehe Abschnitt 2.3) beschrieben. Hierbei müssen entsprechende Strom- und Ladungsträgerdichten an den p^+n^- - und n^-n^+ -Übergängen stetig sein, und es findet ein Datenaustausch zwischen den Programm-Modulen statt. Die Kontinuitätsgleichung stellt eine nichtlineare, inhomogene Differentialgleichung dar, deren Lösung eine zeit- und ortsabhängige Ladungsträgerkonzentration ist. Über die Berechnung der elektrischen Feldstärke folgt, unter Berücksichtigung der Beiträge der Randgebiete und der Dotierungsübergänge, der resultierende Spannungsabfall über das Bauelement, der wieder in den iterativen Lösungsprozeß für das Gesamtsystem eingeht.

In analoger Weise wird eine Lösung gefunden, wenn anstatt des Stromes eine bestimmte durch die Schaltungstopologie vorgegebene, äußere Spannung am Bauelement, d.h. dem Diodenmodell, anliegt.

2.2 Die Modellierung der Randzonen

2.2.1 Rekombination von Minoritätsträgern

Der Diodengesamtstrom wird wesentlich durch Beiträge der Rekombination von Minoritätsträgern in den Randgebieten getragen. Ihr Verhalten wird üblicherweise un-

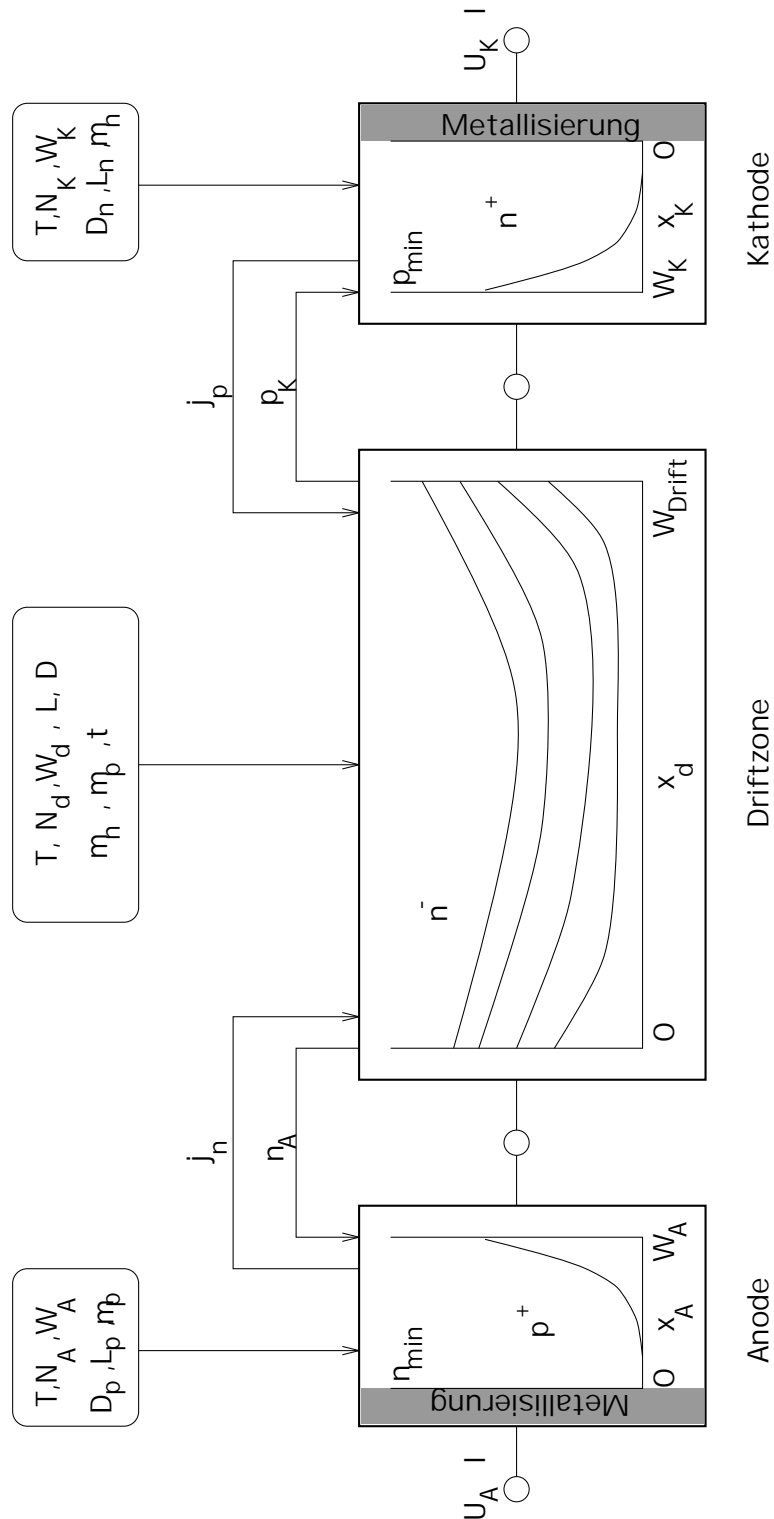


Bild 2.2: Modell der Leistungsdiode: Hierbei sind N_A , N_d und N_D die Dotierungskonzentrationen, und W_A , W_d und W_K die geometrischen Weiten von Anode (p^+ -dot.), Driftzone (n^- -dot.) und Kathode (n^+ -dot.). Mit L sind Diffusionslängen und mit D Diffusionskoeffizienten bezeichnet. Die Pfeile zeigen die Richtungen von Ein-gabe und Übergabe der Größen an.

ter der Annahme „schwacher“ Injektion beschrieben, d.h. es gilt $n_{min} \ll N_A$, bzw. $p_{min} \ll N_D$.

So gilt gem. Gl. (1.56) für Minoritätsträger-Elektronen in einer p^+ -dotierten Randzone

$$\frac{dj_n}{dx} = q \frac{n_p(x)}{\tau_{eff,n}} \quad : \quad j_n = q D_n \frac{dn_p}{dx} \quad , \quad (2.1)$$

wobei n_p die Elektronenüberschußdichte in der Anode und j_n die Elektronenstrom-Komponente darstellt (siehe z.B. [62]). Für j_n gilt an den Übergängen zur Driftzone Stetigkeit, d.h. $j_n(w_A - \Delta) = j_n(w_A + \Delta)$. Weiter sind für Gl. (2.1) die Annahmen von Neutralität, lokalem Gleichgewicht, sowie die Vernachlässigbarkeit von Driftbeiträgen vorausgesetzt. Bei vereinfachender Annahme homogener Dotierung¹⁾, d.h. $D_n \neq D_n(x)$ folgt die stationäre Diffusionsgleichung für Elektronen

$$\frac{d^2 n_p}{dx^2} = \frac{n_p}{L_n^2} \quad : \quad L_n = \sqrt{D_n \tau_{eff,n}} \quad (2.2)$$

mit der allgemeinen Lösung

$$n_p = A \sinh\left(\frac{x}{L_n}\right) + B \cosh\left(\frac{x}{L_n}\right) \quad . \quad (2.3)$$

Aus der Randbedingung der Oberflächenmetallisierung folgt mit $n_A(x=0)=0$ die spezielle Lösung

$$n_p(x) = \frac{n_p(w_A)}{\sinh\left(\frac{w_A}{L_n}\right)} \sinh\left(\frac{x}{L_n}\right) \quad , \quad (2.4)$$

woraus mit Gl. (2.1) folgt

$$j_n(x) = \frac{q D_n n_p(w_A)}{L_n \sinh\left(\frac{w_A}{L_n}\right)} \cosh\left(\frac{x}{L_n}\right) \quad . \quad (2.5)$$

Für die weiteren Betrachtungen ist nur noch $j_n(x_p = w_A)$ am Übergang zur n^- -dotierten Driftzone von Bedeutung, wobei die Größen $x_{pa} = x_p - \Delta$ und $x_{pi} = x_p + \Delta$ einführt werden. Nach der Standardtheorie (siehe z.B. [62, 71]) gilt für Ladungsträger an $p^+ - n^-$ -Übergängen (siehe Abb. 2.2.1)

$$n p = n(x_{pa}) p(x_{pa}) = n(x_{pi}) (n(x_{pi}) + N_d) \cong n^2(x_{pi}) = n_i^2 \exp\left(\frac{U_j}{kT/q}\right) \quad . \quad (2.6)$$

¹⁾Dies entspricht der Annahme eines abrupten Übergangs von der Randzone zur Driftzone. Diese Näherung ist insbesondere für nicht zu „breite“ Randgebiete mit „hoher Dotierung“ und entsprechend steilen Dotierungsflanken zur Driftzone hin zulässig.

Da unter Hochinjektionsbedingungen $N_d \ll p$ vernachlässigbar klein wird, folgt für die Beschreibung am p^+-n^- -Übergang

$$n_p(w_{pa}) = \frac{n^2(x_{pi})}{N_A} \quad , \quad (2.7)$$

und damit für die Stromdichten anodenseitig

$$j_n = \frac{q D_n}{L_n} \coth\left(\frac{w_A}{L_n}\right) \frac{p^2(x_{pi})}{N_A} \quad , \quad (2.8)$$

bzw. analog kathodenseitig

$$j_p = \frac{q D_p}{L_p} \coth\left(\frac{w_K}{L_p}\right) \frac{n^2(x_{ki})}{N_D} \quad . \quad (2.9)$$

Hierbei sind $L_p = \sqrt{D_p \tau_{eff,p}}$ und $L_n = \sqrt{D_n \tau_{eff,n}}$ die Diffusionslängen von Löchern, bzw. Elektronen, wobei für die Diffusionskoeffizienten gilt

$$D_n = \frac{kT}{q_{el}} \mu_n \quad \text{und} \quad D_p = \frac{kT}{q_{el}} \mu_p \quad . \quad (2.10)$$

Für die Temperaturabhängigkeit der effektiven Minoritätsträgerlebensdauern kann (siehe auch [22])

$$\tau_{eff} = \tau_0 \left(\frac{T}{300K}\right)^\alpha \quad : \quad \alpha \cong 3/2 \quad . \quad (2.11)$$

angesetzt werden. Bessere Übereinstimmung mit Experimenten haben sich jedoch ergeben bei Verwendung des Exponentialgesetzes

$$\tau_{eff} = \tau_0 \exp\left[C \left(\frac{T}{300} - 1\right)\right] \quad , \quad (2.12)$$

wie auch verwendet in *DESSIS* [37].

2.2.2 Berechnung der Übergangsspannungen

Nach Gl. 2.6 folgt für Ladungsträger an p^+-n^- , bzw. n^+-n^- -Übergängen unter Hochinjektionsbedingungen

$$n(x_{pi}) = \frac{n_i^2}{N_d} \exp\left(\frac{U_{jp}}{(kT)/q}\right) \quad \text{bzw.} \quad n(x_{ki}) = N_d \exp\left(\frac{U_{jn}}{(kT)/q}\right) \quad . \quad (2.13)$$

Hierbei stellt $x_{ki} = x_k - \Delta$ kathodenseitig das Analogon zu x_{pi} dar. Aus Gl. (2.13) folgt unmittelbar für die Summe der Übergangsspannungen

$$U_{jp} + U_{jn} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n(x_p) n(x_k)}{n_i^2}\right) \quad . \quad (2.14)$$

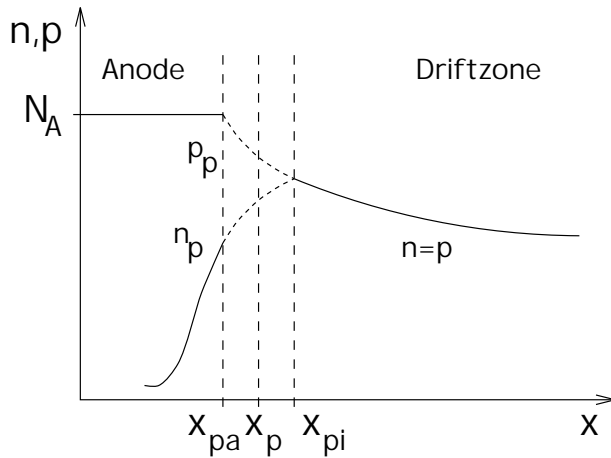


Bild 2.3: Schematische Darstellung der Trägerdichten am $p^+ - n^-$ Übergang.

2.3 Die Modellierung von Driftzonen

Für das Gesamtverhalten des Diodenmodells ist vor allem die Modellierung der Driftzone von entscheidender Bedeutung, da hier der Großteil der Transportverluste erzeugt wird. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein neuer Modellierungsansatz zur Beschreibung des temperaturabhängigen Verhaltens des ambipolaren Stromtransportes entwickelt und damit eine neue zur Modellimplementierung geeignete Kontinuitätsgleichung abgeleitet. Im Zuge der Modellvalidierung werden die erzielten Resultate verglichen mit entsprechenden Ergebnissen, die sich unter Verwendung der Standard-Theorie ergeben.

Im folgenden werden beide Kontinuitätsgleichungen verglichen und die Eigenschaften der neuen Gleichung diskutiert.

2.3.1 Standard-Modell

Durch Einsetzen von z.B. Gl. (1.58a) in Gl. (1.57a) aus der Standard-Theorie erhält man die ambipolare Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_A \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{dD_A}{dx} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{j_k}{q_{el}} \frac{1}{(b+1)^2} \frac{db}{dx} - U \quad , \quad (2.15)$$

wobei sich die Ladungsrekombination U im allgemeinen durch SRH- und Auger-Rekombination (siehe Abschnitt 1.3.3) beschreiben läßt. Somit läßt sich Gl. (2.15) in die Standard-Kontinuitätsgleichung

$$\begin{aligned}
& \underbrace{-\frac{1}{D_A} \frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{Zeitabh.}} + \underbrace{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{\frac{j}{q D_A} \frac{1}{(b+1)^2} \frac{db}{dp} \frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{Drift1}} + \\
& \underbrace{+\frac{1}{D_A} \frac{dD_A}{dp} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2}_{\text{Drift2}} = \frac{p}{L_A^2} + \frac{Cp^3}{D_A} \quad , \quad (2.16)
\end{aligned}$$

siehe z.B. [45], mit der ambipolaren Diffusionslänge

$$L_A = \sqrt{\frac{2b}{b+1} D_p \tau} \quad (2.17)$$

umschreiben. Bei Gl. (2.16) fällt auf, daß sinnvollerweise nur Beweglichkeitsausdrücke mit Berücksichtigung von Elektronen–Löcher–Streuung gemäß der Standard–Theorie (siehe Abschnitt 1.5.3) verwendet werden können. Bei Einsetzen von Beweglichkeitsstermen gemäß der Mnatsakanov–Theorie (Abschnitt 1.5.4) hingegen würde sich, da in Gl. (2.16) der Einfluß von Elektronen–Löcher–Streuung nur im Beweglichkeitsverhältnis b enthalten ist, wegen Gl. (1.95) die Gleichung nicht nur auf eine Darstellung ohne Berücksichtigung des Träger–Träger–Streueffektes reduzieren, sondern auch wegen $\tilde{db}/dp = 0$ der gesamte Drift–Term 1 eliminiert werden.

2.3.2 Modell basierend auf der EHS–Beschreibung nach Mnatsakanov

Um die Beweglichkeitsformulierung von Mnatsakanov im Diodenmodell zur Anwendung zu bringen, ist mit Hinblick auf das konstante Beweglichkeitsverhältnis b (siehe Abschnitt 1.6) eine Neuerleitung [53] erforderlich. Diese soll im folgenden durchgeführt werden.

In Analogie zu Abschnitt 2.3.1 erfolgt ihre Ableitung ausgehend von den Teilchen–Kontinuitätsgleichungen (1.57), nun aber unter Verwendung der Mnatsakanov–Konvektionsstromdichten gemäß Gl. (2.18)

$$\begin{aligned}
j_n &= q n \mu_n^n E + q D_n^n \frac{dn}{dx} - q p \mu_n^p E + q D_n^p \frac{dp}{dx} & \text{a)} \\
j_p &= q n \mu_p^p E + q D_p^p \frac{dn}{dx} - q p \mu_p^n E + q D_p^n \frac{dp}{dx} & \text{b)} \quad , \quad (2.18)
\end{aligned}$$

womit sich unter Verwendung von

$$\tilde{b} = \tilde{\mu}_n / \tilde{\mu}_p, \quad \tilde{c} = \tilde{D}_n / \tilde{D}_p \quad (2.19)$$

für das elektrische Feld der Ausdruck

$$E = \frac{j - q \tilde{D}_p (\tilde{c} - 1)}{q \tilde{\mu}_p (\tilde{b} n + p)} \frac{dp}{dx} \quad (2.20)$$

ergibt.

Durch Einsetzen von Gl. (1.83) in Gl. (1.86) und von Gl. (1.85) in Gl. (1.87) können die effektiven Beweglichkeiten bzw. Diffusionskoeffizienten mit der Neutralitätsbedingung $n = p + N_d$ in die Form

$$\tilde{\mu}_n = \mu_n \frac{\mu_{np} + \mu_p N_d/p}{\Delta} \quad \text{und} \quad \tilde{\mu}_p = \mu_p \frac{\mu_{np} - \mu_n N_d/p}{\Delta} \quad (2.21)$$

bzw.

$$\tilde{D}_n = D_n \frac{\mu_{np} + 2\mu_p (1 + N_d/p)}{\Delta} \quad \text{und} \quad \tilde{D}_p = D_p \frac{\mu_{np} + 2\mu_n}{\Delta} \quad (2.22)$$

gebracht werden, wobei mit $b = \mu_n/\mu_p$, $\mu_{np}/\mu_{pn} = n/p$ gilt

$$\Delta = \mu_{np} + \mu_p (b + 1 + N_d/p) \quad . \quad (2.23)$$

Analog zu Abschnitt 1.4 muß wiederum $\partial j_p/\partial x$ berechnet werden, d.h. es gilt

$$\begin{aligned} \frac{1}{q_{el}} \frac{\partial j_p}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} (p \tilde{\mu}_p E) - \frac{\partial \tilde{D}_p}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} - \tilde{D}_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \equiv \\ \tilde{\mu}_p E \frac{\partial p}{\partial x} + p E \frac{\partial \tilde{\mu}_p}{\partial x} + p \tilde{\mu}_p \frac{\partial E}{\partial x} &- \frac{\partial \tilde{D}_p}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} - \tilde{D}_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Die Ableitungen von Gl. (2.21) und (2.22) errechnen sich bei homogener Dotierung, d.h. es gilt $\partial \mu_n/\partial x = 0 = \partial \mu_p/\partial x$, zu

$$\frac{d\tilde{\mu}_n}{dx} = \frac{\tilde{\mu}_n}{p} \left(\frac{\tilde{\mu}_n}{\mu_n} - 1 \right) \frac{dp}{dx} \quad , \quad \frac{d\tilde{\mu}_p}{dx} = \frac{\tilde{\mu}_p}{p} \left(\frac{\tilde{\mu}_n}{\mu_n} - 1 \right) \frac{dp}{dx} \quad (2.25)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{D}_n}{dx} &= \frac{\tilde{D}_n}{p} \left[\frac{\tilde{\mu}_n}{\mu_n} - \frac{\mu_{np} + 2\mu_p N_d/p}{\mu_{np} + 2\mu_p (1 + N_d/p)} \right] \frac{dp}{dx} \\ \text{und} \quad \frac{d\tilde{D}_p}{dx} &= \frac{\tilde{D}_p}{p} \left[\frac{\tilde{\mu}_n}{\mu_n} - \frac{\mu_{np}}{\mu_{np} + 2\mu_n} \right] \frac{dp}{dx} \quad . \end{aligned} \quad (2.26)$$

Für die Berechnung der Ortsableitung von μ_{np} Gl. (1.88) wurde dabei

$$\frac{\partial \mu_{np}}{\partial x} = \frac{\partial \mu_{np}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} \cong -\frac{\mu_{np}}{p} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.27)$$

angenommen, was einer Linearisierung des für die Streuung verantwortlichen Coulomb-Potentials innerhalb des Streuquerschnittes entspricht.

Damit kann die Kontinuitätsgleichung (1.57) in die Form

$$\begin{aligned} \tilde{D}_p \frac{(\tilde{b} + \tilde{c}) p + \tilde{b} N_d}{(\tilde{b} + 1) p + \tilde{b} N_d} \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{\tilde{b} N_d}{(\tilde{b} + 1) p + \tilde{b} N_d} E \tilde{\mu}_p \frac{dp}{dx} + \\ \left(\frac{\tilde{\mu}_n}{\mu_n} - 1 \right) \left[\frac{\tilde{D}_p}{p} \frac{(\tilde{b} + \tilde{c}) p + \tilde{b} N_d}{(\tilde{b} + 1) p + \tilde{b} N_d} - \frac{D_A}{p} \right] \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 = \frac{p}{\tau} \end{aligned} \quad (2.28)$$

gebracht werden.

Bei Annahme der Hochinjektionsbedingung (siehe auch Abschnitt 1.6.2) $n \cong p \gg N_d$ gehen nun Gl. (2.20) und Gl. (2.19) über in

$$\tilde{b} = b = \mu_n / \mu_p \quad , \quad \tilde{c} = b \frac{\mu_{np} + 2\mu_p}{\mu_{np} + 2\mu_n} \quad (2.29)$$

und

$$E = \frac{j}{q(\mu_n + \mu_p)p} + \frac{j}{q\mu_{np}p} - \frac{kT}{q} \left(\frac{b-1}{b+1} \right) \frac{1}{p} \frac{dp}{dx} \quad , \quad (2.30)$$

so daß sich Gl. (2.28) in

$$\begin{aligned} \frac{d^2 p}{dx^2} - \left(\frac{q}{kT} \right) \frac{j}{q\mu_p(b+1)} \frac{N_d}{2p^2} \frac{dp}{dx} + \\ + \frac{b-1}{b+1} \left(\frac{\mu_{np}}{\mu_{np} + \mu_n + \mu_p} \right) \frac{N_d}{2p^2} \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 = \frac{p}{L^2} \end{aligned} \quad (2.31)$$

vereinfachen läßt. Unter Berücksichtigung von Auger-Rekombination (Abschnitt 1.3.3) läßt sich damit die neue, zeitabhängige Kontinuitätsgleichung schreiben als

$$\begin{aligned} \underbrace{-\frac{1}{D} \frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{Zeitabh. Diffusion}} + \underbrace{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{\frac{q}{2kT} \frac{j}{q(\mu_p + \mu_n)} \frac{N_d}{p^2} \frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{Drift1}} + \\ + \underbrace{\frac{b-1}{b+1} \frac{\mu_{np}}{\mu_{np} + \mu_n + \mu_p} \frac{N_d}{2p^2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2}_{\text{Drift2}} = \frac{p}{L^2} + \frac{Cp^3}{D} \quad , \end{aligned} \quad (2.32)$$

wobei L die ambipolare Diffusionslänge gemäß Gl. (2.17) ist.

2.4 Eigenschaften der neuen Kontinuitätsgleichung

Die neue Kontinuitätsgleichung (2.32) besitzt die gleiche Struktur wie Gl. (2.16), sie unterscheidet sich jedoch — abgesehen vom Vorfaktor im Driftterm 1 — vor allem durch den Zusatzfaktor $\mu_{np}/(\mu_{np} + \mu_n + \mu_p)$ im Driftterm 2, womit nun im Gegensatz zu Gl. (2.16) die Verwendung der Beweglichkeitsformulierung nach Mnatsakanov ermöglicht ist. Bei schwacher Wirksamkeit von Elektronen–Löcher–Streuung (siehe Gl. (1.88)) strebt $\mu_{np} \rightarrow \infty$, d.h. es folgt

$$\lim_{\mu_{np} \rightarrow \infty} \frac{\mu_{np}}{\mu_{np} + \mu_n + \mu_p} = 1 \quad , \quad (2.33)$$

und Gl. (2.32) geht über in eine Form ohne Berücksichtigung von Elektronen–Löcher–Streuung.

Da im Gegensatz zur Herleitung von Gl. (2.16) zusätzlich in der Neutralitätsbedingung die Grunddotierung N_d mitberücksichtigt wurde (siehe Gl. 2.21), sind in Gl.(2.32) beide Driftterme auch abhängig von der Dotierung N_d . Damit erhält die ambipolare Diffusionslänge Gl. (2.17) über die dotierungsabhängige Hochinjektionslebensdauer (siehe Abschnitt 1.3) Einfluß auf die Wirksamkeit der Driftterme. Diese Thematik soll im folgenden auf analytischem Wege näher untersucht werden:

Zunächst sind für die analytischen Betrachtungen einige Vereinfachungen von Gl. (2.32) erforderlich, bevor am Ende des Abschnittes die gefundenen Resultate mit simulativen Untersuchungen der vollständigen Gleichung (2.32) verglichen werden.

- Gleichung (2.32) soll unter stationären Bedingungen untersucht werden, d.h. es kann gesetzt werden $\partial p/\partial t \equiv 0$.
- Die Driftterme sind im wesentlichen in mittleren Bereich der Driftzone um das Minimum der Ladungsträgerverteilung herum wirksam. Hierbei ist der Beitrag des zweiten, quadratischen Driftterms gegenüber dem des ersten gering und kann für die nachfolgenden Untersuchungen vernachlässigt werden. Somit kann Gl. (2.32) auch ohne Berücksichtigung von Elektronen–Löcher–Streuung betrachtet werden.
- Der Beitrag der Auger–Rekombination soll vernachlässigt werden.

Gleichung (2.32) nimmt somit für die folgenden Untersuchungen die vereinfachte Form

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{q}{2kT} \frac{j}{q_{el}(\mu_p + \mu_n)} \frac{N_d}{p^2} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p}{L^2} \quad , \quad (2.34)$$

an.

2.4.1 Dominanz des Drift-Terms

Zunächst soll Gl. (2.34) unter der Bedingung untersucht werden, daß der Ladungstransport vom verbleibenden Driftterm dominiert wird. Somit ist die erste Ableitung der Ladungsträgerverteilung $p(x)$

$$\frac{dp}{dx} = \left(\frac{2kT}{q_{el}} \right) \frac{q_{el} \mu_p (b+1)}{j N_d} \frac{p^3}{L^2} = D_p \left(\frac{q_{el} (b+1)}{j N_d} \right) \frac{p^3}{L^2} \quad (2.35)$$

unter Vernachlässigung des ersten Ableitungsterms zweiter Ordnung direkt durch Gl. (2.34) gegeben, womit sich die zweite Ableitung errechnet zu

$$\frac{d^2p}{dx^2} = \frac{d\left(\frac{dp}{dx}\right)}{dp} \frac{dp}{dx} = 3 \left(\frac{j_d}{j} \right)^2 \frac{p^5}{N_d^4 L^2} \quad (2.36)$$

$$\text{mit } j_d = 2q_{el} D_p (b+1) N_d / L \quad . \quad (2.37)$$

Als Bedingung der Selbstkonsistenz für die Driftnäherung folgt mit der oben getroffenen Annahme

$$\frac{dp^2}{dx^2} \ll \frac{p}{L^2} \quad , \quad (2.38)$$

woraus durch Einsetzen in Gl. (2.37) für den Grenzwert der Stromdichte j für die Gültigkeit der Driftapproximation folgt

$$j > \sqrt{3} j_d \left(\frac{p}{N_d} \right)^2 \quad . \quad (2.39)$$

Für den mittleren Bereich der Driftzone um das Minimum der Trägerverteilung p_{min} herum gilt die Driftnäherung somit unter der Bedingung

$$j \geq \sqrt{3} j_d \left(\frac{p_{min}}{N_d} \right)^2 \quad . \quad (2.40)$$

Hierbei gilt nach [29]

$$p_{min} = 2\sqrt{p(0)p(W)} \exp\left(-\frac{W}{2L}\right) \quad (2.41)$$

mit

$$p(0) = \frac{j L / (q D_p)}{1 + \sqrt{1 + \frac{4b}{b+1} \frac{j j_{sn}}{j_{is}^2}}} \quad , \quad p(W) = \frac{j L / (q D_n)}{1 + \sqrt{1 + \frac{4b}{b+1} \frac{j j_{sp}}{j_{is}^2}}} \quad , \quad (2.42)$$

und

$$j_{is} = q_{el} D_p \frac{2b}{b+1} \frac{n_{i0}}{L} \quad , \quad (2.43)$$

wobei j_{sn} und j_{sp} die Sättigungsstromdichten n^{+-} bzw. p^{+-} -seitig sind.

2.4.2 Dominanz des Diffusions-Terms

Im Falle der Dominanz des Diffusionsterms gegenüber dem Drift-Term folgt sofort aus Gl. (2.34)

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{p}{L^2} \quad \Longrightarrow \quad \frac{dp}{dx} = \pm \frac{\sqrt{p^2 - p_{min}^2}}{L} . \quad (2.44)$$

Durch Vergleich der Drift- und Diffusions-Terme in Gl. (2.34) folgt damit als Selbstkonsistenzbedingung für die Diffusionsnäherung

$$j > j_d \left(\frac{p}{N_d} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{p_{min}}{p} \right)^2 \right)^{-1/2} , \quad (2.45)$$

mit p_{min} gemäß Gl. (2.41). Da die rechte Seite von Gl. (2.45) minimal wird für $p^2 = 3/2 p_{min}$, kann die Bedingung für die Gültigkeit der Diffusionsnäherung über die Gesamtweite der Driftzone formuliert werden als

$$j \leq \frac{3}{2} \sqrt{3} j_d \left(\frac{p_{min}}{N_d} \right)^2 . \quad (2.46)$$

Bei Betrachtung von Gl. (2.32) zeigt sich, daß der Diffusionsterm bei geringen Stromdichten nicht nur dominant ist, sondern daß bei zunehmend geringer werdenden Trägerkonzentrationen p die Driftterme sogar vernachlässigt werden müssen. Für sehr kleine Werte von p würden die Driftterme (beide enthalten p im Nenner) nicht nur wieder groß, und damit u.U. sogar wieder dominierend werden und Gl. (2.46) widersprechen, sondern würden auch wegen ihres Polstellenverhaltens bei niedrigem Injektionsniveau, etwa zu Beginn eines sich aufbauenden Anoden-Kathodenstromes in der Diode zu numerischen Problemen und simulatorischen Instabilitäten bei der Lösung der Gleichung führen.

2.4.3 Zusammenfassung der analytischen Auswertung und Vergleich mit simulativen Ergebnissen

Die dargestellten, analytischen Resultate gemäß Gl. (2.40) und (2.46) lassen sich in folgender Weise zusammenfassen:

- Die Driftterme werden im Zentralbereich der Driftzone dominant, sobald gilt

$$j \geq j_C = \frac{3}{2} \sqrt{3} j_d \left(\frac{p_{min}}{N_d} \right)^2 . \quad (2.47)$$

- Drift- und Diffusionsterme müssen im Zentralbereich der Driftzone berücksichtigt werden, falls gilt

$$\sqrt{3}j_d \left(\frac{p_{min}}{N_d} \right)^2 = j_B \leq j \leq j_C = \frac{3}{2} \sqrt{3}j_d \left(\frac{p_{min}}{N_d} \right)^2 . \quad (2.48)$$

- Der Diffusionsterm wird dominant über die gesamte Driftzonenweite unter der Bedingung

$$j \leq j_B = \sqrt{3}j_d \left(\frac{p_{min}}{N_d} \right)^2 . \quad (2.49)$$

Es besteht also ein gewisser Bereich der Überlappung, in dem alle Terme der Kontinuitätsgleichung berücksichtigt werden müssen. Darüberhinaus sind Gl. (2.47), (2.49) und (2.49) jeweils parametrisiert durch das Verhältnis W/L , so daß Kriterien für die Gültigkeitsbereiche der Drift- bzw. Diffusionsnäherung nicht konkret angegeben werden können. Um hier zu eindeutigen Aussagen zu kommen, sind weitere Umformungen erforderlich:

Durch Einsetzen von Gl. (2.41) und (2.42) in Gl. (2.49) folgt, daß im Falle der Anwendbarkeit der Driftapproximation gilt

$$j > j_d \left(\frac{b}{16(b+1)^2} \right) \exp \left(\frac{W}{L} \right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4b}{b+1} \frac{j j_{sn}}{j_{is}^2}} \right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4b}{b+1} \frac{j j_{sp}}{j_{is}^2}} \right) . \quad (2.50)$$

Zum Verständnis sind die durch Gl. (2.50) beschriebenen Zusammenhänge qualitativ in Abb. 2.4 dargestellt. Die linke Seite von Gl. (2.50) ist als $f_1(j)=j$ dargestellt, während die rechte Seite für verschiedene Werte $(W/L)_I < (W/L)_{II} < (W/L)_{III}$ in Form der Kurvenschar $f_2^i(j)$ eingezeichnet sind. Die Schnittpunkte im unteren Bereich mit f_1 sowie die zugehörigen Stromdichten sind mit B_i , die im oberen Bereich mit C_i bezeichnet. Die Kurve $f_3(j)$ und die Schnittpunkte A_i mit $f_2(j)$ sind definiert durch die Hochinjektionsbedingung

$$p_{min} > N_d \quad (2.51)$$

für entsprechende Verhältnisse von W/L . Für Leistungsdioden, die typischerweise durch $N_d \cong 10^{13} - 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ und mäßige Werte von $W/L < 8$ charakterisiert sind, folgt durch Einsetzen von Gl. (2.41) und (2.42) in Gl. (2.51)

$$j_A = j_d \frac{\sqrt{b}}{2(b+1)} \exp \left(\frac{W}{2L} \right) , \quad (2.52)$$

wobei gilt $(jj_{sn}/j_{is}^2) \ll 1$ und $(jj_{sp}/j_{is}^2) \ll 1$ (siehe auch (Gl. 2.43)). Analog errechnet sich durch Einsetzen von Gl. (2.41) und (2.42) in Gl. (2.50) mit den getroffenen Annahmen

$$j_B = j_d \frac{b}{4\sqrt{3}(b+1)^2} \exp\left(\frac{W}{L}\right) \quad (2.53)$$

Die relativen Positionen der charakteristischen Punkte A und B hängen dabei von den Parametern N_d , W , L , j_{sn} und j_{sp} der Bauelemente ab. So gilt etwa für Strukturen mit W/L kleiner als einem charakteristischem Wert $(W/L)_0$ (siehe z.B. f_1 in Abb. 2.4) $j_B < j_A$, was bedeutet, daß in der Driftzone die Diffusionsnäherung gültig wird, sobald die Hochinjektionsbedingung Gl. (2.51) erfüllt ist.

Dagegen gilt im Falle von $W/L > (W/L)_0$ (siehe z.B. f_3 in Abb. 2.4) $j_B > j_A$, was sich derart interpretieren läßt, daß die Drift-Näherung im Innenbereich der Driftzone für Stromdichten $j_A < j < j_B$ nicht vernachlässigbar ist. Erst wenn gilt $j > j_B$ wird die

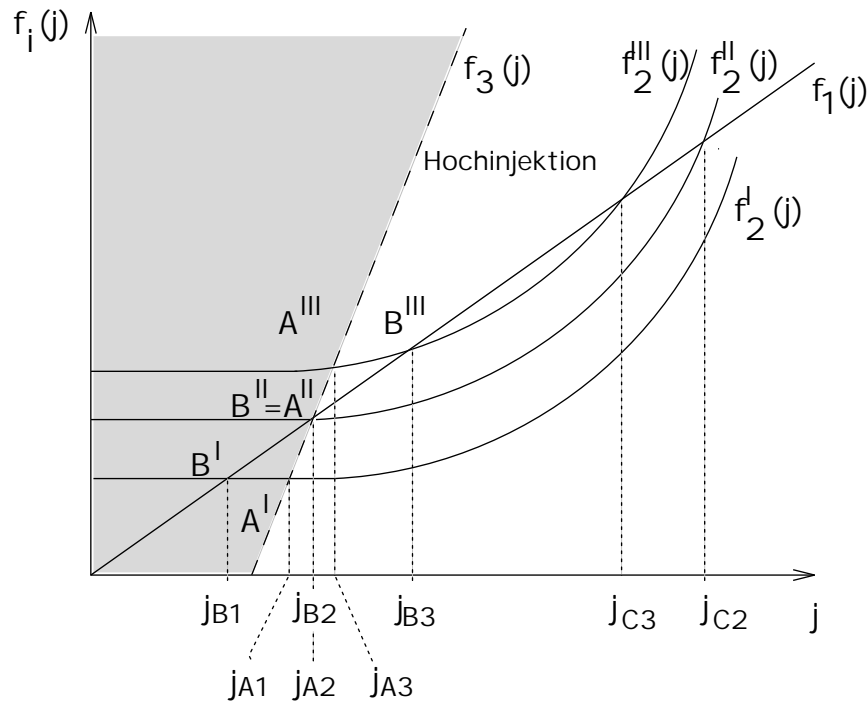


Bild 2.4: Qualitative Erläuterung von Gl. (2.50): Die linke Seite der Ungleichung Gl. (2.50) ist als $f_1(j)=j$ und die rechte Seite als $f_2(j)$ eingezeichnet, wobei sich $f_2^I(j)$, $f_2^{II}(j)$ und $f_2^{III}(j)$ durch $(W/L)_I < (W/L)_{II} < (W/L)_{III}$ unterscheiden. Die Hochinjektionsbedingung $p_{min} > N_d$ ist durch $f_3(j)$ angegeben. Die Schnittpunkte zwischen $f_2^i(j)$ mit $f_1(j)$ sind mit B_i , die Schnittpunkte mit $f_3(j)$ mit A_i bezeichnet mit den zugehörigen Stromdichten j_{B_i} und j_{A_i} .

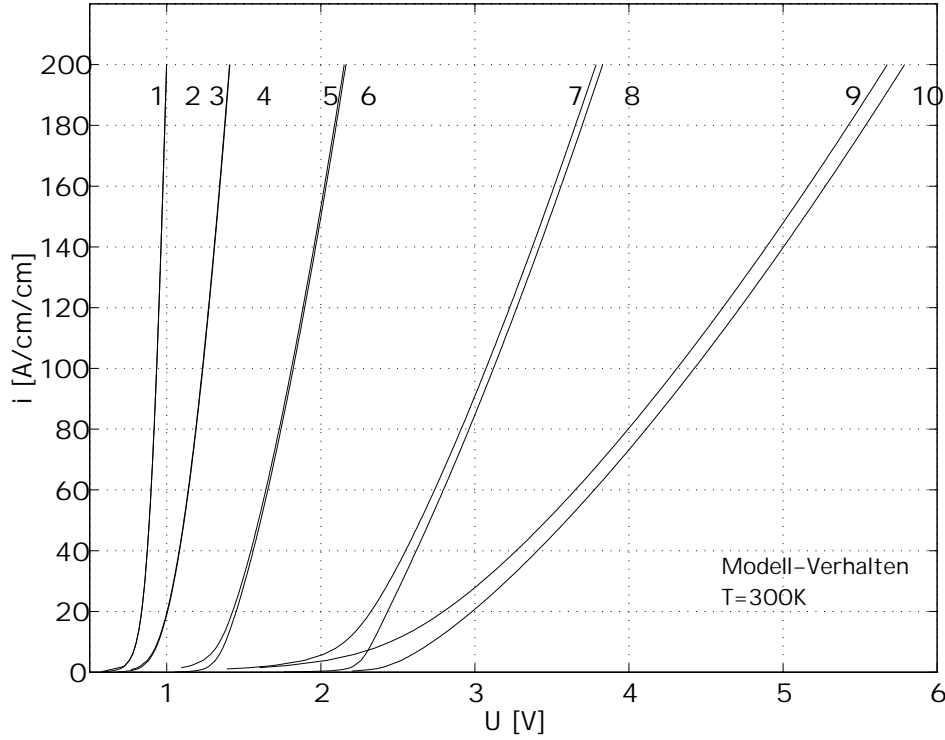


Bild 2.5: Simulative Untersuchung des Modellverhaltens von Gl. (2.34) unter Verwendung der in Tab. 2.1 angegebenen Parameter: Die Kurven 1 bis 4 liegen im Gültigkeitsbereich der reinen Diffusionsnäherung $j < j_B$, Kurven 5 und 6 im Übergangsbereich $j_B < j < j_C$ und die Kurven 7 bis 10 im Bereich $j > j_C$ der reinen Driftapproximierbarkeit.

Diffusionsnäherung über die gesamte n^- -Zone gültig. $(W/L)_0$ ergibt sich unmittelbar durch Gleichsetzen von Gl. (2.52) und Gl. (2.53) zu

$$\frac{W}{L} < \left(\frac{W}{L}\right)_0 = 2 \ln \left(\frac{2\sqrt{3}(b+1)}{\sqrt{b}} \right) \cong 4.1 \quad , \quad (2.54)$$

mit $b(300K) \cong 2,9$ (siehe auch Abb. 1.10). Mit zunehmendem W/L steigen die Werte von j_A und j_B exponentiell an, der Einfluß der Emitter-Injektions-Effizienzen in den Driftermen nimmt zu und wird die dominierende Größe für die Berechnung von j_A und j_B . Aus Gl. (2.50) folgt, daß sich die Kurven f_1 und f_2 nur unter der Bedingung

$$j_s \equiv \sqrt{j_{sn}j_{sp}} \leq \frac{j_{is}^2}{j_d} \frac{4\sqrt{3}(b+1)^3}{b^{3/2}} \exp\left(-\frac{W}{L}\right) \quad (2.55)$$

schneiden. Damit existiert also für alle Werte von W/L ein kritischer Wert

$$j_{sc} = \frac{j_{is}^2}{j_d} \frac{4\sqrt{3}(b+1)^3}{b^{3/2}} \exp\left(-\frac{W}{L}\right) \quad , \quad (2.56)$$

Tabelle 2.1: Parameter zur Untersuchung des Modellverhaltens (siehe Abb. 2.5) der Kontinuitätsgleichung (2.32)

Kennl.-Nr.	N_d/cm^{-3}	$W/\mu\text{m}$	W/L	Injektions-Eff.
1	5E13	150	≈ 1	hoch
2	1E12	150	≈ 1	hoch
3	5E13	240	≈ 4	hoch
4	1E12	240	≈ 4	hoch
5	5E13	280	≈ 6	hoch
6	1E12	280	≈ 6	hoch
7	5E13	360	≈ 8	hoch
8	1E12	360	≈ 8	hoch
9	5E13	360	≈ 8	gering
10	1E12	360	≈ 8	gering

womit eine Obergrenze $j_s \leq j_{sc}$ für die Gültigkeit der Diffusionsnäherung in der Driftzone angegeben werden kann. Dies bedeutet, für Strukturen mit

$$\frac{W}{L} \leq \left(\frac{W}{L}\right)_c = \ln \left(\frac{j_{is}^2}{j_d \sqrt{j_{sn} j_{sp}}} \frac{4 \sqrt{3} (b+1)^3}{b^{3/2}} \right) \quad (2.57)$$

gilt ebenso die Diffusionsnäherung unter der Voraussetzung $j_A \leq j \leq j_B$ (siehe auch Abb. 2.4), aber in keinem Fall mehr, falls gilt $W/L > (W/L)_c$, da damit trivialerweise die Bedingung $f_2 > f_1$ erfüllt ist, die dem Fall $j > j_c$ entspricht.

Das auf analytischem Wege gefundene Verhalten der vereinfachten Kontinuitätsgleichung (2.34) trifft trotz ihrer komplizierteren Struktur auch für die vollständige Kontinuitätsgleichung (2.32) zu, wie ein Vergleich mit Simulationsresultaten zeigt. Hierzu wurden simulative Berechnungen, basierend auf Gl. (2.32), des statischen Verhaltens von Diodenstrukturen mit in Tab. 2.1 angegebenen Parametern durchgeführt. Ob und in welchem Bereich die Berücksichtigung der Driftterme dabei von Bedeutung ist oder nicht, kann daran erkannt werden, wie groß die Unterschiede zwischen Kennlinien bei Verwendung verschiedener Drifttermparameter N_d bei sonst gleichem Parametersatz sind.

Im Falle $W/L=1$ (Abb. 2.5, Kurven 1 und 2) ist die Hochinjektionsbedingung bereits bei sehr geringen Stromdichten erfüllt und es gilt die Diffusionsnäherung. Die Driftterme spielen somit keine Rolle und die Kennlinien für $N_d=5 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$ und $N_d=1 \cdot 10^{12} \text{cm}^{-3}$ sind praktisch identisch. Diese Aussage trifft auch noch den Fall $W/L=4$ (Kurven 3 und 4), wenngleich geringfügige numerische Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen erkennbar werden.

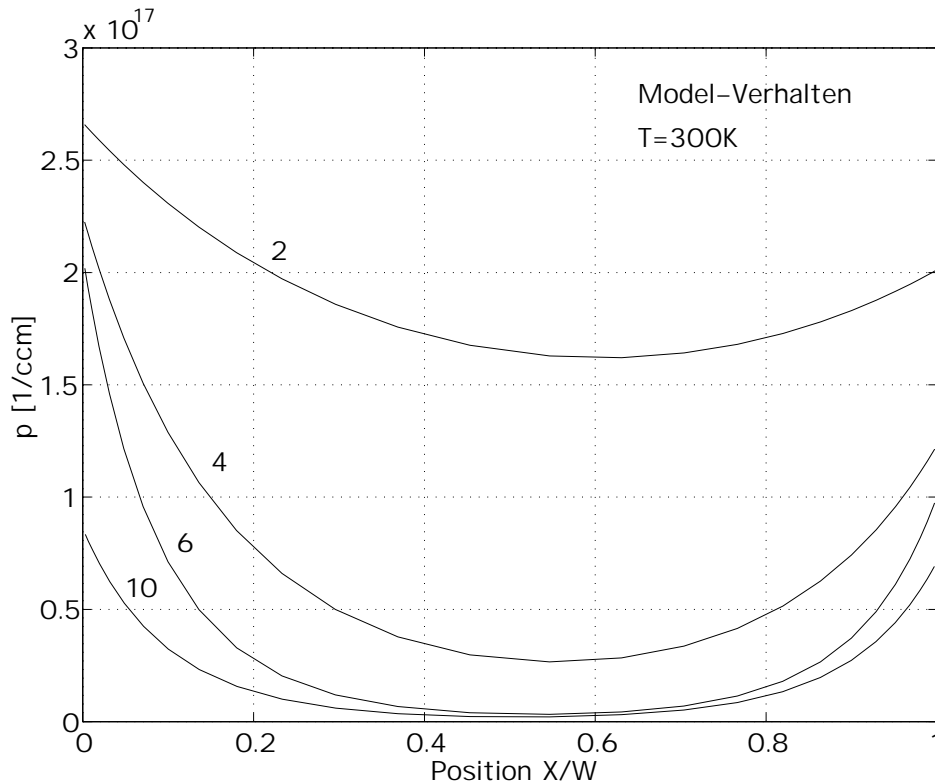


Bild 2.6: *Simulative Untersuchung des Modellverhaltens: Trägerverteilungen zu den in Abb. 2.5 dargestellten Kennlinien und Parametern gemäß Tab. 2.1, aufgetragen gegen die jeweils normierte Weite x/w der Driftzone (Anode bei $x/w=0$, Kathode bei $x/w=1$).*

Der Fall $W/L=6$ (Kurven 5 und 6) stellt den Bereich der Überlappung von Drift- und Diffusionsnäherung dar. Während im Schwellenbereich der Diodenkennlinien, also für geringe Stromdichten eindeutig die Driftterme wirksam sind, laufen die Kennlinien mit zunehmenden Stromdichten wieder zusammen, d.h. es wird $j > j_B$ und der Diffusionsanteil von Gl. (2.32) wird dominant.

Der Fall $W/L=8$ (Kurven 7 und 8) schließlich stellt den Bereich der reinen Driftnäherung ($j > j_c$) dar. Die Diffusionsnäherung wird innerhalb des simulierten Stromdichtebereichs nicht mehr dominant und die Kennlinien zeigen auch für hohe Stromdichten von 200 A/cm^{-3} unterschiedliche Spannungswerte. Diese Tendenz verstärkt sich weiter, wenn bei ansonsten gleichen Simulationsparametern die Injektionseffizienz abgesenkt wird (Kurven 9 und 10), womit sich der Ergebnishub der Driftterme erhöht (siehe auch Gl. (2.50)).

Die entsprechenden Trägerverteilungen sind in Abb. 2.6 dargestellt. Auffallend ist, daß die Form der Hängekurven mit zunehmender Dominanz der Driftbeiträge ein kastenförmiges Profil bekommt.

2.5 Programmiertechnische Realisierung

Die Lösung der Kontinuitätsgleichung (2.32) kann nicht analytisch gefunden werden, sondern muß auf numerischem Wege erfolgen. Die hierfür verwendete Methodik stützt sich auf Resultate von Metzner [50] und Vogler [76], die — allerdings zur Lösung von Gl. (2.16) — vorgeschlagen haben, das „Crout'sche Reduktionsverfahren“ [30], eine Untervariante des Gauß'schen Eliminationsverfahrens [23] (siehe auch Anhang A.2), anzuwenden. Die Lösung der nichthomogenen Differentialgleichung, realisiert in einem C-Unterprogramm, basiert auf adaptiver Ortsdiskretisierung, wobei die Anzahl n der Stützpunkte $x_0(t) \dots x_n(t)$ mit bis zu 50 voreingestellt werden kann. Der stationäre Teil von Gl. (2.32) wird mit der Methode der finiten Differenzen (siehe Anhang A.1) gelöst, die zeitlichen Differentialquotienten in Gl. (2.32) werden in Differenzenquotienten übergeführt, so daß eine numerische Zeitintegration erfolgen kann.

Im folgenden wird das angewandte Lösungsverfahren näher ausgeführt.

2.5.1 Diskretisierung von Orts- und Zeitbereich

Die Kontinuitätsgleichung (2.32) kann in der Form

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = f(p(x, t)) = D \sum_{n=1}^4 g_n(p) \quad (2.58)$$

dargestellt werden, wobei mit $p=p(x,t)$ gilt

$$g_1(p) = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (2.59)$$

$$g_2(p) = -\frac{q}{2kT} \frac{j}{q(\mu_p + \mu_n)} \frac{N_d}{p^2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.60)$$

$$g_3(p) = \frac{b-1}{b+1} \frac{\mu_{np}}{\mu_{np} + \mu_n + \mu_p} \frac{N_d}{2p^2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \quad (2.61)$$

$$g_4(p) = -\left(\frac{p}{L^2} + \frac{Cp^3}{D} \right) \quad (2.62)$$

Mit der Methode der finiten Differenzen (siehe auch Anhang A.1) können die Ortsableitungen von $p(x)$ in die Differentialquotienten

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x} \Big|_{x_i} \cong \frac{p(x_{i+1}) - p(x_{i-1}))}{h_i + h_{i+1}} \quad (2.63)$$

sowie

$$\left. \frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} \right|_{x_i} \cong 2 \frac{p(x_{i+1}) - 2p(x_i) + p(x_{i-1}))}{h_i^2 + h_{i+1}^2} \quad (2.64)$$

umgeschrieben werden, wobei gilt $h_i = x_i - x_{i-1}$.

Somit können die Terme $g_1(p) \dots g_4(p)$ in

$$g_1(p_i) = 2 \frac{p(x_{i+1}) - 2p(x_i) + p(x_{i-1}))}{h_i^2 + h_{i+1}^2} \quad (2.65)$$

$$g_2(p_i) = -\frac{q}{2kT} \frac{j}{q(\mu_p + \mu_n)} \frac{N_d}{p^2} \frac{p(x_{i+1}) - p(x_{i-1}))}{h_i + h_{i+1}} \quad (2.66)$$

$$g_3(p_i) = \frac{b-1}{b+1} \frac{\mu_{np}}{\mu_{np} + \mu_n + \mu_p} \frac{N_d}{2p^2} \left(\frac{p(x_{i+1}) - p(x_{i-1}))}{h_i + h_{i+1}} \right)^2 \quad (2.67)$$

$$g_4(p_i) = -\left(\frac{p(x_i)}{L^2} + \frac{Cp(x_i)^3}{D} \right) \quad (2.68)$$

umgeformt werden. Mit dieser Darstellung folgt für Gl. (2.58), daß an jedem diskreten Ortspunkt x_i gilt

$$\frac{\partial p_i(t)}{\partial t} = f(p_{i+1}(t), p_i(t), p_{i-1}(t)) \quad (2.69)$$

Durch die örtliche Diskretisierung geht die Kontinuitätsgleichung (2.58) damit über in ein System von n im allgemeinen nichtlinearen Differentialgleichungen

$$\vec{F}(\vec{p}) = \frac{\partial \vec{p}}{\partial t} - \vec{f}(\vec{p}) = \vec{0} \quad (2.70)$$

wobei gilt

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1(t) \\ \vdots \\ p_n(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} F_1(t) \\ \vdots \\ F_n(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} f_1(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{pmatrix} \quad (2.71)$$

Die Diskretisierung von Gl. (2.58) im Zeitbereich $t > 0$ erfolgt mit endlichen Zeitschritten $\Delta t_j = t_j - t_{j-1}$ mit $j \in \mathbb{N}$. Damit kann die Lösung der Gleichung mit den üblichen Zeitintegrationsverfahren (z.B. Euler-, TR BDF 2-Verfahren) erfolgen. In der vorliegenden Arbeit wurde aus Gründen des geringeren Rechenaufwandes das Euler-Rückwärts-Verfahren [14] angewandt.

2.5.2 Der Lösungsalgorithmus

Die Lösung des Systems von Differentialgleichungen (2.70) nach \vec{p}_i muß durch ein iteratives Verfahren erfolgen. Als robuste Standardmethode für die vorliegende Anwendung (siehe auch [76]) empfiehlt sich das Newton–Raphson-Verfahren [14].

Nach Bildung der Jacobi–Matrix von $F(\vec{p})$

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1(\vec{p})}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial F_1(\vec{p})}{\partial p_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n(\vec{p})}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial F_n(\vec{p})}{\partial p_n} \end{pmatrix} : \mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ J_{21} & J_{22} & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & J_{32} & \ddots & J_{n-2 \ n-1} & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & J_{n-1 \ n-1} & J_{n-1 \ n} \\ 0 & \cdots & 0 & J_{n-1 \ n} & J_{n \ n} \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

ergibt sich durch Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\mathbf{J}(\vec{p}_{i-1}) \vec{\delta} = F(\vec{p}_{i-1}) \quad (2.73)$$

mit der schrittweisen Iterationsvorschrift

$$\vec{p}_i = \vec{p}_{i-1} - \vec{\delta} \quad (2.74)$$

die i -te Näherung der diskreten Trägerkonzentration p_i .

Wegen der Struktur des Differentialgleichungssystems (2.70) hat die Jacobi–Matrix (2.72) Tridiagonalgestalt, d.h. ausgenommen die Elemente der Haupt– und Nebendiagonalen gilt $J_{ij}=0$, mit $i,j=[1, \dots, n]$. Somit kann zur Lösung das „Crout’sche Reduktionsverfahren“ [30], eine Untervariante des Gauß’schen Eliminationsverfahrens [23] (siehe auch Anhang A.2) angewandt werden. Dieses erfordert nur $(3n-3)$ Additionen, bzw. Subtraktionen und $(5n-4)$ Multiplikations–, bzw. Divisionsschritte gegenüber $(2n^3+3n^2-5n)/6$ Additionen, bzw. Subtraktionen und $(n^3+3n^2-n)/3$ Multiplikations– bzw. Divisionsschritten des auch bei beliebiger Gestalt von Gl. (2.72) zur Lösung führenden Standardverfahrens nach Gauß. Durch Reduktion des numerischen Aufwandes mit dem Crout–Verfahren kann die Rechengeschwindigkeit deutlich erhöht werden.

2.5.3 Berechnung des Spannungsabfalls über der Driftzone

Durch Anwendung der Methode der finiten Differenzen läßt sich Gl. (2.30) überführen in

$$E(x_i) = \frac{j}{q(\mu_n + \mu_p)p} + \frac{j}{q\mu_{np}p} - \frac{kT}{q} \left(\frac{b-1}{b+1} \right) \frac{1}{p} \frac{p(x_{i+1}) - p(x_{i-1})}{h_i + h_{i+1}}, \quad (2.75)$$

wobei b , μ_p und μ_{np} implizit abhängig sind von $p(x_i)$. Zur Durchführung der Berechnung des Spannungsabfalls über der Driftzone wird für die Integration

$$U_{Drift} = \int_{x_{Drift,l}}^{x_{Drift,r}} E(x_{Drift}) dx \quad (2.76)$$

zweckmäßigerweise die bereits vorhandene Ortsdiskretisierung verwendet. Die numerische Integration erfolgt z.B. nach dem Trapezverfahren [14]. Somit folgt für den Spannungsabfall zwischen zwei diskreten Ortspunkten

$$U_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} E(x) dx \cong \frac{1}{2} h_{i+1} (E(x_i) + E(x_{i+1})) \quad . \quad (2.77)$$

Der gesamte Spannungsabfall über der Driftzone ergibt sich schließlich zu

$$U_{Drift} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n ((h_i + h_{i+1}) E(x_i) + E(x_0) h_1 + E(x_{n+1}) h_{n+1}) \quad , \quad (2.78)$$

womit nun die gesamte am Bauelement anliegende Spannung berechnet werden kann.

3. Experimentelle Methoden

Das in den vorangegangenen Kapiteln entwickelte neue Dioden-Modell soll nun im Vergleich mit dem bisherigen Standard-Modell experimentell im Temperaturbereich von 400K bis 100K validiert werden. Dabei werden nicht nur die simulativ erhaltenen elektrischen Resultate, d.h. Strom und Spannung, mit entsprechenden Messungen verglichen, sondern die Modelle auch auf ihre Konsistenz über den genannten Temperaturbereich, und damit die zugrundeliegenden theoretischen Ansätze auf ihre Richtigkeit hin überprüft [60, 61]. Der geeignete Indikator hierfür ist die bauelemente-interne Ladungsträgerverteilung. Diese ist nicht nur Spiegel der wirk-samen physikalischen Effekte (siehe Kap. 1 und 2) in der Halbleiterstruktur, sondern sie bestimmt auch direkt Größe und Verlauf der elektrischen Signale. Während sich die Durchlaßspannung — für statische wie transiente Vorgänge — direkt aus dem resultierenden elektrischen Feld der Trägerverteilung $p(x,t)$ (siehe Kap. 2.5.3) ergibt, ist die Verknüpfung mit dem transienten Stromsignal besonders anschaulich sichtbar im zeitlichen Verlauf von Diodenrückstromspitzen, deren Fläche $\int_{t_0}^{t_1} I(t)dt$ direkt einhergeht mit der Speicherladung in der Driftzone.

Bisherige Arbeiten auf diesem Gebiet, von denen an dieser Stelle nur einige exemplarisch genannt werden können, beschränken sich im wesentlichen auf Untersuchungen im Temperaturbereich $T > 20^\circ\text{C}$. So wurden für den Temperaturbereich herkömmlicher Anwendungen bis etwa 150°C erfolgreich Modelle bipolarer Bauelemente [21, 49, 50] entwickelt und parametrisiert, die jedoch allein durch statische und transiente Messungen validiert wurden. Die Übereinstimmung der elektrischen Signale $I(U)$ bzw. $I(t)$ und $U(t)$, aus Simulation und Experiment in beiden Betriebsfällen diente als indirekter Beleg dafür, daß die internen Ladungsträgerprofile qualitativ und quantitativ richtig berechnet wurden. Eine zusätzliche Absicherung der Modellbildung und -entwicklung zur Implementierung in den Netzwerksimulator *SABER* [1] erfolgte durch Simulationsergebnisse mit dem Bauelementesimulator *DESSIS* [37]. In anderen Arbeiten wurde die Modellbildung zusätzlich durch Messung der internen Ladungsträgerverteilung bei Raumtemperatur direkt überprüft. Zusätzlich konnten dadurch Modellparameter gewonnen bzw. feinangepaßt werden. Die vorliegende Arbeit konnte auf grundlegenden, experimentellen Untersuchungen von Deboy [17] zur Etablierung der im folgenden dargelegten optischen Meßverfahren zur Charak-

terisierung von Dioden und IGBTs aufbauen. Weitere fortführende Untersuchungen [66] hatten speziell Chips von GTO–Thyristoren zum Thema, die sich in der Art der technologischen Eingriffe zur Einstellung von Trägerlebensdauern unterschieden. Die experimentelle Bestimmung von Trägerverteilungen dienten hier insbesondere der Extraktion von Parametern zur Modellierung von Trägerlebensdauern mit dem Bauelemente–Simulator *MEDICI*. Die Meßtechnik vertiefende Untersuchungen an Dioden wurden von Hille [31] durchgeführt, die speziell die Eignung des Verfahrens zur Bauelemente–Charakterisierung zum Thema hatten. Die Simulationen erfolgten hier mit *DESSIS*.

Insgesamt betrachtet läßt sich die Modellbildung im Temperaturbereich $T > 250\text{K}$, unabhängig davon, auf welcher programmiertechnischen Plattform sie durchgeführt wurde, in guter Übereinstimmung zum Experiment durchführen. Simulationen von Strom– und Spannungscharakteristika, wie auch von bauelemente–internen Trägerverteilungen ließen sich konsistent zueinander durch experimentelle Untersuchungen bestätigen.

Zu tieferen Temperaturen hin zeigten sich insbesondere für $T < 220\text{K}$ zunehmende Diskrepanzen zwischen Simulationen und experimentellen Untersuchungen des elektrischen Verhaltens von Leistungsdioden [42]. Es stellte sich als unmöglich heraus, das statische und transiente Verhalten der untersuchten Leistungsdiode bei tiefen Temperaturen mit einem Parametersatz konsistent und in Übereinstimmung mit den Messungen (siehe auch oben) zu beschreiben.

Die gefundenen Resultate, aber auch Mitteilungen von [43], wie auch theoretische Befunde, zusammengefaßt dargestellt in Abschnitt 1, gaben Anlaß zur detaillierten Untersuchung des bauelemente–internen Verhaltens von Leistungshalbleitern bei tiefen Temperaturen.

Im folgenden werden die angewandten experimentellen Methoden zur bauelemente–internen Charakterisierung des Verhaltens von bipolaren Leistungshalbleiter–Bauelementen erläutert.

Zunächst erfolgt die Darstellung des Meßprinzips und des Meßplatzes allgemein, danach wird auf die spezielle Durchführung der Messungen im Temperaturbereich von 100K bis 400K , sowie die Auswertung eingegangen. Am Ende des Kapitels werden die Meßergebnisse zusammen mit entsprechenden Simulationen (siehe auch Kapitel 2) präsentiert und diskutiert.

3.1 Infrarot–Absorption und Interne Laser–Deflexion

3.1.1 Prinzip

Zur Charakterisierung des bauelemente–internen Verhaltens wird ein Leistungshalbleiter–Chip im gepulsten Betrieb mit einem hoch fokussierten Infrarotlicht–Laserstrahl

durchleuchtet (siehe Abb. 3.1). Der transmittierte Strahl wird hinsichtlich der Reduzierung seiner Strahlintensität $I(t,x)/I_0(x)$ infolge der Absorption durch die in der Driftzone vorhandenen, freien Ladungsträger, sowie seiner Ablenkung um den Winkel ψ durch Beugung am Gradienten des lokalen Brechungsindex $n(x)$ analysiert. Letzterer Effekt wird auch als interne Laserdeflexion bezeichnet. Dabei ist $n(x)$ bestimmt durch die lokalen Gradienten der Ladungsträgerkonzentration $\vec{\nabla}p$ und der Temperatur $\vec{\nabla}T$ (siehe Abschnitt 3.1.4).

Die Durchstrahlung erfolgt in z -Richtung senkrecht zur Stromrichtung x . Durch schrittweises Verfahren der Probe in x -Richtung kann ein eindimensionales ortsabhängiges Profil der Ladungsträgerkonzentration $p(x)$ sowie der Temperatur $T(x)$, ausgehend von der absoluten Proben temperatur T_0 im Gleichgewichtszustand vor der Messung, gewonnen werden.

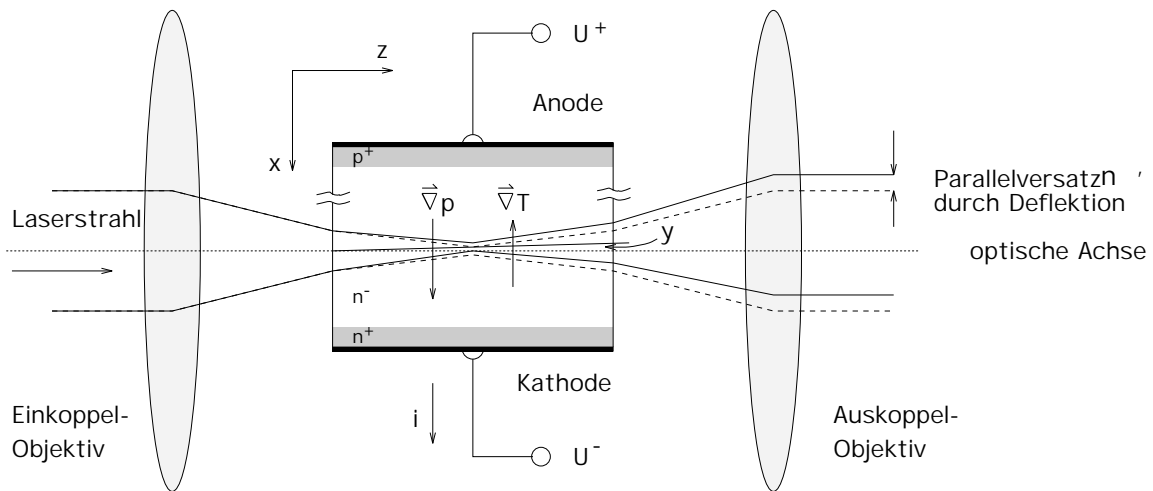


Bild 3.1: *Prinzip der internen Laserdeflexion: Der Laserstrahl wird durch den Gradienten der Ladungsträgerverteilung und der Temperatur abgelenkt (—), (---) entspricht dem Strahlverlauf durch das Bauelement ohne Existenz von $\vec{\nabla}p$ und $\vec{\nabla}T$ bzw. im abgeschalteten Zustand.*

3.1.2 Versuchsaufbau

Der optische Strahlengang des Meßplatzes ist in Abb. 3.2 dargestellt. Als Lichtquelle dient eine InGaAs- bzw. eine multi quantum well GaAs-Laserdiode mit der Wellenlänge $\lambda = 1320$ nm. Gegenüber den für Anwendungen dieser Art auch häufig eingesetzten Laserdioden mit einer Wellenlänge von 3390 nm, wie z.B. in [36], besteht der Vorteil der wesentlich besseren Ortsauflösung infolge geringerer Beugungs-

begrenzung [79]. Der Nachteil der geringeren Absorption durch freie Ladungsträger, für welche die Proportionalität $\alpha \propto \lambda^2$, und damit einer geringeren Meßgenauigkeit bei niedrigen Trägerkonzentrationen bzw. bei „dünnen“ Proben mit geringer Wechselwirkungslänge L , kann durch einen empfindlichen Detektor wieder ausgeglichen werden.

Das stark divergent austretende Licht wird durch eine Sammellinse eingefangen und durchläuft einen optischen Isolator (siehe auch [17]). Dieser verhindert, daß reflektiertes Licht wieder rückgekoppelt wird, was zu Oszillationen der Strahlungsintensität und im Extremfall zur Zerstörung der Laser-Diode führen würde.

Der Strahl wird vom nachfolgenden Einkoppelobjektiv fokussiert und durchstrahlt die Probe (DUT). Diese muß zur Erzielung einer hohen Ortsauflösung so positioniert werden, daß der Fokus bei $L/2$ liegt. Die Methode der Justierung ist in Abschnitt 3.2.3 erläutert. Die Präzision der Probenjustierung ist von höchster Bedeutung, wobei die Probenbeobachtung durch die IR-Kamera sehr hilfreich ist. Hierzu ist es erforderlich, die Probe zu beleuchten, was durch Einkopplung von Licht mittels eines Strahlteilers in den Strahlengang realisiert ist. Während der Messung kann der Austritt des Strahls aus der Probe allein mit der Kamera beobachtet werden.

Das Auskoppelobjektiv schließlich bündelt den austretenden Strahl, der nun auf den Detektor trifft.

Der gesamte Meßaufbau ist schematisch in Abb. 3.3 dargestellt. Die Probe befindet

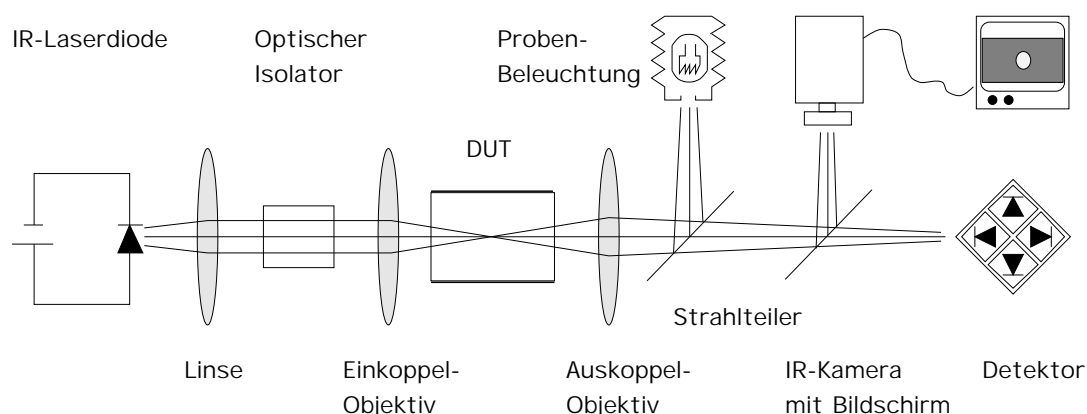


Bild 3.2: Strahlengang zur bauelemente-internen Charakterisierung

sich in einem speziell für den Meßplatz entwickelten, optischen Kryostaten (siehe Abschnitt 3.2.1), mit dem feste Betriebstemperaturen zwischen 95 K und 410 K geregelt eingestellt werden können. Dieser befindet sich auf einem in x-Richtung gesteuerten Schrittmotorsystem, die Positionierung in y- und z-Richtung ist per Hand vorzunehmen. Für die Messungen werden die Proben gepulst betrieben, wobei zur Erzielung eines guten Signal-Rauschverhältnisses über typischerweise 30–50 Einzel-

messungen der elektrischen und optischen Signale pro Position gemittelt wird. Die Pulsfrequenz beträgt etwa 10 Hz, wobei Pulsdauern der Größenordnung $100 \mu\text{s}$ eine zu hohe Selbsterwärmung verhindern. Bei einem Puls-Takt-Verhältnis von 1/1000, — dies entspricht einem Zeitabstand zwischen den Pulsen von 100 ms —, kann die Probe immer wieder in den gleichen thermischen Anfangszustand zurückkehren. Die Messung der Strompulse erfolgt über einen niederinduktiven Shunt-Widerstand. Der resultierende Spannungsabfall an der Probe selbst wird über entsprechende Meßdurchführungen direkt an den Probenkontakten im Kryostaten abgegriffen. Die elektrischen Strom-Spannungs-Charakteristika der Probe, wie auch die Signale des optischen Detektors werden durch ein Digitalspeicheroszilloskop (DSO) erfaßt, gemittelt und vom Steuer-PC eingelesen und gespeichert.

Der Detektor besteht aus einer Vier-Quadranten-Diode (siehe Abb. 3.2) mit Wand-

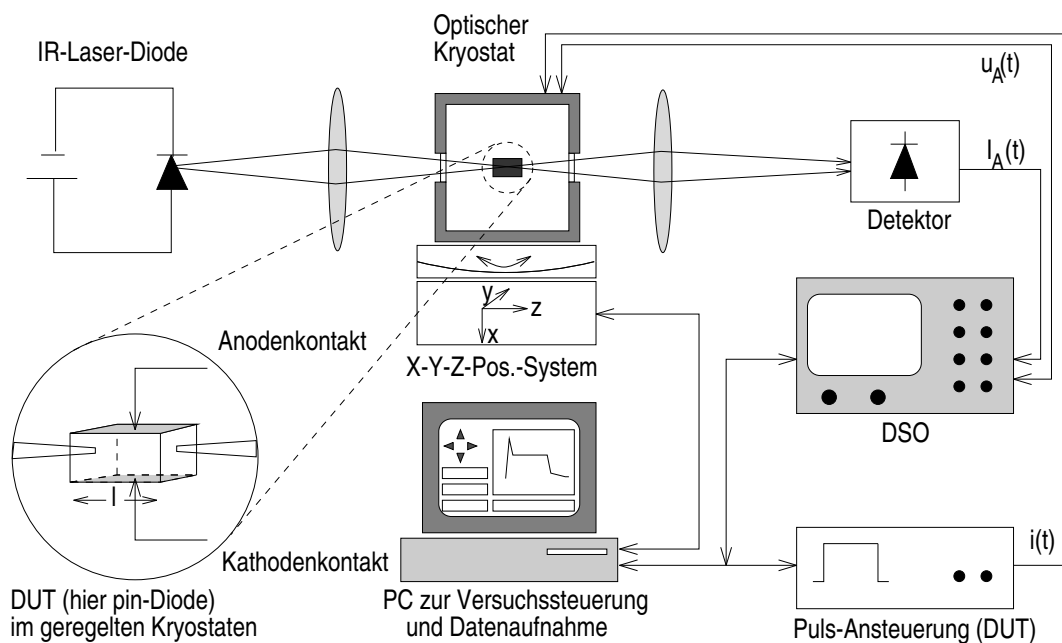


Bild 3.3: Gesamter Versuchsaufbau mit optischem Strahlengang und meßtechnischer Peripherie

lerelektronik. Die Kantenlänge der vier Empfangsdioden beträgt jeweils $500 \mu\text{m}$, die Stegbreite etwa $25 \mu\text{m}$. Die Photoströme der Dioden werden jeweils durch Transimpedanzwandler getrennt verstärkt und in Spannungssignale umgesetzt. Durch Addition erhält man ein Summensignal, welches proportional zur gesamten, auf den Detektor treffenden Strahlungsintensität ist.

Führt das Testelement (DUT) Strom, so sind freie Ladungsträger in der schwachdotierten Driftzone vorhanden, die aufgrund von IR-Absorption eine Reduktion der transmittierten Strahlungsleistung bewirken. Durch Bildung des Extinktionsquoti-

enten $I(t)/I_0$ aus Absorptions- und Summensignal kann über das Absorptionsgesetz Gl. (3.1) die „lokale“ Trägerkonzentration $p(x)$ ermittelt werden.

Durch Differenzverstärkung der Ausgangssignale gegenüberliegender Quadranten erhält man ein sogenanntes Differenzsignal, welches proportional zur Parallelverschiebung des Strahls ist. Der Detektor ist dabei so orientiert, daß die erhaltenen Differenzsignale direkt mit den entsprechenden Strahlverschiebungen in x - bzw. in y -Richtung korreliert sind (zur Auswertung siehe Abschnitt 3.1.4).

Im abgeschalteten Zustand der Probe, d.h. es sind keine freien Ladungsträger bzw. Träger- und Temperaturgradienten vorhanden, soll der Strahl zentral auf den Detektor treffen. Die statische Justierung erfolgt mit einer entsprechenden x - y -Justiereinheit. Zur Vermeidung von Meßstörungen im dynamischen Betrieb durch thermische Drift oder andere Einflüsse kann die Detektoreinheit durch Piezoversteller dem Strahl selbstregelnd nachgeführt werden. Die Regelung mit einer Zeitkonstante in der Größenordnung von 5 ms ist dabei träge genug, um einen Einfluß der Meßpulse selbst vernachlässigen zu können.

Sind alle Meßdaten erfaßt, so wird auf die nächste Meßposition verfahren.

3.1.3 Absorption und Ladungsträgerkonzentration

Die Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration erfolgt im Prinzip durch Messung des Absorptionskoeffizienten $\alpha(t, p(x), T)$ und Verwendung des Absorptionsgesetzes

$$I(t) = I_0 \exp \left(-l \int_0^l \alpha(p(x, z), T) dz \right) \quad , \quad (3.1)$$

d.h. es erfolgt versuchstechnisch bedingt eine Mittelung der Trägerkonzentration über die Durchstrahlungslänge L zu $p(x)$. Hierbei sind I_0 und $I(t)$ die Summenintensitäten im abgeschalteten bzw. eingeschalteten Zustand der Probe und L die Wechselwirkungslänge der Probe in durchstrahlter z -Richtung. Während I_0 direkt als DC-Signal der Summenintensität gemessen werden kann, muß $I(t)$ aus dem als AC-Signal der Summenintensität gemessenen Absorptionssignal bestimmt werden, wobei gilt

$$I(t) = I_0 - A(t) \quad . \quad (3.2)$$

$I(t)$ entspricht somit der Intensität des transmittierten Strahls. $A(t)$ wird als eigenes Signal gemessen, um trotz des oft geringen Absorptionsanteils an der Gesamtintensität von manchmal nur etwa 0.1%–1% zu genauen Ergebnissen zu gelangen. Durch Kenntnis des Zusammenhangs $\alpha = \alpha(p, T)$ kann die über L gemittelte, absolute Ladungsträgerkonzentration

$$p(t, x, T) = \bar{p}(t, x, T) = \frac{1}{\kappa l} \ln \left(\frac{I(t, x, T)}{I_0(t, x, T)} \right) \quad (3.3)$$

bestimmt werden. Hierbei wurde eine lineare Abhängigkeit $\alpha(p, T) = \kappa(T) p$ zugrundegelegt (siehe auch Abschnitt 3.4.2).

3.1.4 Erfassung der Laser–Deflexion

Die interne Laserdeflexion resultiert, wie in Abb. 3.1 bzw. Abb. 3.4 dargestellt, in einem Versatz des aus der Probe austretenden Strahls in Richtung des resultierenden Gradienten $\vec{\nabla}n(x)$. Dieser kann meßtechnisch als ν' auf dem Detektor erfaßt werden, womit über die Geometrie des Meßplatzes der Versatz ν auf der Probenaustrittsfläche und der totale Ablenkungswinkel ψ (siehe Abb. 3.4) bestimmt werden können. Diese sind mit Bezug auf Abb. 3.4 gegeben durch

$$\psi(l) = \frac{1}{n_x} \int_0^l (\vec{\nabla}n_{opt})_x dz \quad (3.4)$$

bzw. durch

$$\nu(l) = \frac{1}{n_x} \int_0^l z (\vec{\nabla}n_{opt})_x dz \quad , \quad (3.5)$$

wobei unter der Annahme der Hochinjektionsbedingung gilt

$$\vec{\nabla}n_{opt} = \frac{\partial n_{opt}}{\partial p} \vec{\nabla}p(x) + \frac{\partial n_{opt}}{\partial T} \vec{\nabla}T(x) \quad . \quad (3.6)$$

Hierbei wurde lediglich zur Vereinfachung der Darstellung angenommen, daß p und T homogene Größen über die y - z -Querschnittsfläche sind, d.h. es gilt $p=p(x)$ und $T=T(x)$, und sich somit nur Gradienten n_x parallel zur x -Achse bilden. Im allgemeinen Fall sind auch Abhängigkeiten $p=p(y,z)$, bzw. $T=T(y,z)$ möglich, womit sich auch Strahlverschiebungen mit Versatzkomponenten in y -Richtung ergeben würden. Der Detektor des Versuchsaufbaus ist in der Lage, Strahlablenkungen mit beliebiger Versatzrichtung in der x - y -Ebene zu erfassen, da die Messungen jedoch immer in der Mitte der y -Ausdehnung der Bauelementbreite durchgeführt wurden, treten horizontale Strahlablenkungen aus Symmetriegründen nicht auf. Zur vertiefenden Darstellung der Gradientenoptik sei auf [17] verwiesen.

Die Separation der Beiträge zum Gradienten des Brechungsindex durch Temperatur und Ladungsträger kann auf zwei Wegen erfolgen. Zum einen ist eine Trennung über die Zeit möglich, da der Einfluß der Temperatur am Ort x gegenüber dem Einfluß des Trägergradienten erst mit zeitlicher Verzögerung signifikant wirksam wird. Dies ist möglich, wenn x in gewisser Entfernung zum Ort der Temperaturgeneration liegt, und die Front der Wärmewelle mit Laufzeitverzögerung am Ort x eintrifft. Zum anderen kann der Gradient auch aus dem absoluten Verlauf von $p(x)$, d.h. aus dem Summensignal, bestimmt werden. Hierfür sind allerdings hinreichend gute Messungen erforderlich. Unter Umständen können ergänzend auch Simulationen der Trägerverteilung herangezogen werden. Ausführliche Untersuchungen hierzu sind in [31] präsentiert.

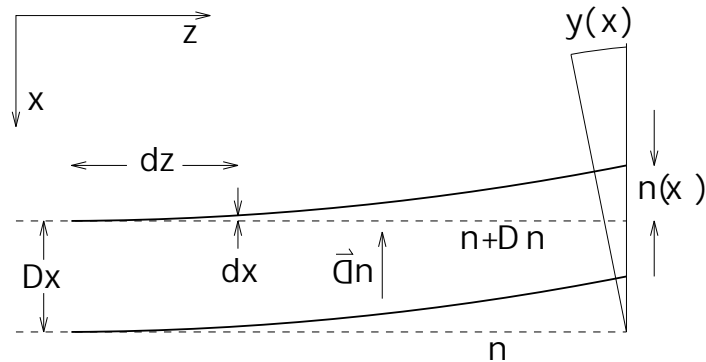


Bild 3.4: *Interne Laserdeflexion: Ablenkung des Strahls durch Beugung am lokalen Gradienten des Brechungsindex als Funktion der Temperatur und der Trägerkonzentration.*

3.1.5 Einfluß des realen Strahlverlaufs

Während für die Herleitung der Formeln zur Absorption und Deflexion die Annahme eines idealen, quasi eindimensionalen Strahlverlaufs ausreichend ist, sind die erzielbaren Meßgenauigkeiten und auftretenden Fehler durch den nichtidealen Verlauf gegeben. Der reale Strahl mit endlichem Durchmesser läßt sich gut durch ein Gauß'sches Profil annähern, so daß sich die Fokussierung durch Abnahme des Strahldurchmessers

$$2w(z) = 2w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad : \quad z_R = \pi w_0^2 / \lambda^2 \quad (3.7)$$

beschreiben läßt [31]. Hierbei sind z_R die Rayleigh-Länge, λ_0 die Wellenlänge des verwendeten Lasers und w_0 der minimale Strahlradius. Aufgrund der Fokussierung variiert der Durchmesser des durch den Testchip propagierenden Strahls, so daß zum Meßergebnis, etwa des Absorptionssignals, auch Ladungsträger innerhalb eines von der Position in z -Richtung im Bauelement abhängigen, wirksamen Durchmessers $w(z)$ beitragen. Es ist somit sinnvoll, einen gewissen effektiven Radius

$$w_{eff0}^2 := \frac{1}{L} \int_0^L w^2 dz = w_0^2 \left(1 + \frac{L^2/3 - z_0 L + z_0^2}{z_R^2} \right) \quad (3.8)$$

zu definieren [31], der ein Maß für die in Abhängigkeit der Probengeometrie erzielbaren Ortsauflösung des Verfahrens ist (siehe auch Tab. 3.1). Durch Verwendung des Ausdrucks $w(z) = A_N / n_r (z - z_0)$, der den Strahlradius in Abhängigkeit der numerischen Apertur A_N beschreibt, kann Gl. (3.8) in

$$w_{eff0}^2 = w_0^2 + \left(\frac{A_N}{n_r}\right)^2 \left(\frac{1}{3}L^2 - z_0 L + z_0^2\right) \quad (3.9)$$

umgeformt werden. Bei optimaler Positionierung der Probe derart, daß sich der Fokus in der Mitte des aktiven Bereichs bei $z_0=L/2$ befindet, folgt

$$w_{eff0}^2 = w_0^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{A_N}{n_r} \right)^2 L^2 \quad . \quad (3.10)$$

3.2 Optische Meßtechnik im Temperaturbereich von 100K bis 400K

Gemäß der gestellten Aufgabe sollten die optischen Messungen bei variablen Chip-temperaturen im Bereich vom Siedepunkt des flüssigen Stickstoffs (77 K) bis zur oberen Spezifizierungstemperatur (125°C) von Leistungshalbleiterbauelementen durchgeführt werden. Um eine Vergleichbarkeit der Resultate zu gewährleisten, sollten die Meßreihen $p(x)_T$ trivialerweise jeweils an einem Chip nur mit Änderung des Parameters T, der Temperatur, erfolgen, d.h. am selben Chip ohne präparative Zwischenschritte an den gleichen Orten (x,y_0) . Zur Durchführung der dargestellten Messungen wurde ein optischer Kryostat konstruiert und gebaut. Hierbei, wie auch für die Durchführbarkeit der Messungen stellten sich folgende Herausforderungen:

- Der Kryostat mußte an einen vorhandenen Versuchsaufbau für Messungen bei Raumtemperatur angepaßt werden. Hieraus ergaben sich folgende die Konstruktion betreffende Vorgaben: Der Abstand zwischen Ein- und Auskopelobjektiv (siehe Abb. 3.1) erlaubte lediglich eine Ausdehnung der Kryokammer in dieser Richtung von kleiner gleich 4cm. Die räumliche Enge des Versuchsaufbaus insgesamt ließ auch nach einigen Modifizierungen nur wenig Freiheiten zur Plazierung des Schrittmotorsystems. Aus der Höhe des Hubtisches $12\text{cm} \pm 1.5\text{cm}$ resultierten zusammen mit der Höhe des Strahlverlaufs horizontal über dem optischen Tisch von 13 cm entsprechende Anforderungen an die Form, Größe, Befestigung, sowie Anschluß und Justiermöglichkeiten.
- Es sollten Messungen über einen weiten Temperaturbereich von über 300°K (100K bis 400K) möglich sein, womit sich entsprechende Vorgaben einerseits an den inneren Aufbau des Kryostaten, andererseits Einschränkungen in der Materialauswahl ergaben.
- Ungenauigkeiten der Präparation (siehe Abschnitt 3.3) und des Aufbaus der Probe sollten durch entsprechende zusätzliche Justiermöglichkeiten korrigiert werden können.

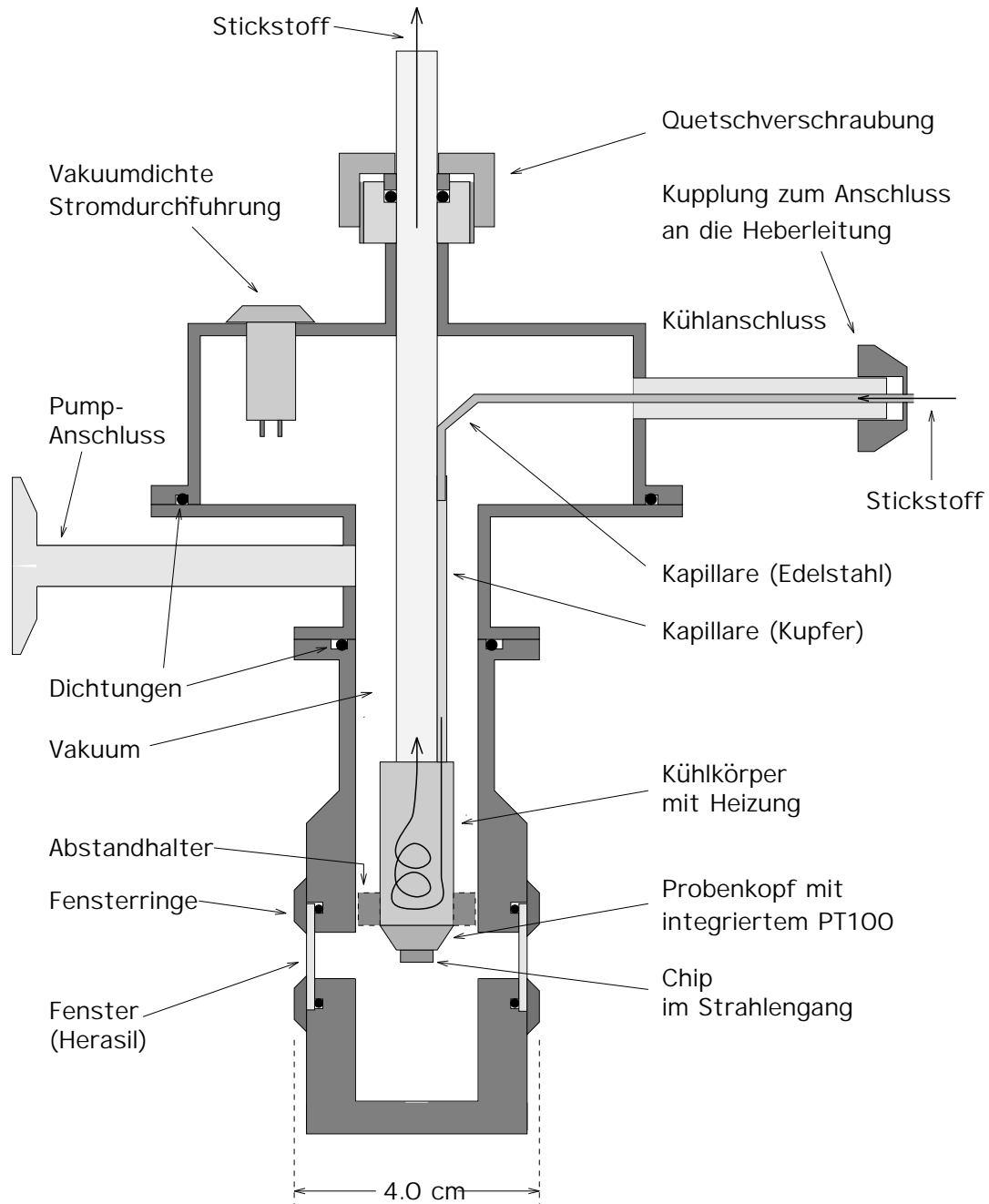


Bild 3.5: Schnittansicht des Kryostaten: Der zu untersuchende Chip befindet sich auf dem Probenkopf in Höhe der Strahl-Ein- und -austrittsfenster. Gekühlt wird mit flüssigem Stickstoff, wobei die Einstellung der Temperatur (gemessen am Probenkopf) im heizbaren Kühlkörper mittels PID-Regelung erfolgt. Die elektrischen Anschlüsse, d.h. die vakuumdichten Durchführungen, für die stromführenden Leitungen (DUT, Heizung) und Meßleitungen (U_{AK} , Temperatur) befinden sich im oberen Bereich.

3.2.1 Der Kryostat

Als Konzept wurde ein Kryostat mit Durchflußkühlung (hier flüssiger Stickstoff) vorgesehen. Die mögliche Alternative eines kompressorbetriebenen Systems mit geschlossenem Kühlkreislauf wurde aufgrund der Befürchtung, die auftretenden Vibrationen könnten zu einer Beeinträchtigung der Messungen führen, verworfen. Wegen der kompakten Bauweise solcher Systeme sind die Möglichkeiten einer Bedämpfung zudem sehr eingeschränkt.

Der entworfene Kryostat ist schematisch in Abb. 3.2.1 dargestellt. Die dreiteilige Kammer (Edelstahl) besteht aus der Hauptkammer (unten) mit den optischen Fenstern (Außenmaß 4.0 cm), einem Zwischenstück (mitte) mit Kleinflansch-Anschluß zur Evakuierung und der Oberkammer (oben) mit den elektrischen, vakuumdichten Stromdurchführungen und dem Kühlanschluß. Die optischen Fenster bestehen aus poliertem Quarzglas (Herasil, $d=1\text{mm}$) und werden von den Fensterringen auf die Ringdichtungen gepreßt.

Die Kühlung erfolgt mit flüssigem Stickstoff aus einem Vorratstank, der über eine Heberleitung in den Kryostaten gelangt. Das Kühlmittel wird über Kapillarleitungen in den Kühlkörper geführt, auf dem elektrisch isoliert der Probenkopf mit dem präparierten Probenchip befestigt ist. Der Kühlkörper besteht aus einer verlöteten Wicklung Kupferkapillarrohr ($\varnothing_{\text{außen}}=3\text{mm}$, $d_{\text{Wandung}}=0.5\text{mm}$). Der Kühlmittelfluß wird durch kontrollierten Unterdruck auf der Abgasseite durch Abpumpen mit einer Membranpumpe erzeugt. Die Temperatur im Kühlbetrieb kann durch Drosselung des Kühlmitteldurchsatzes mittels Nadelventil grob eingestellt werden. Zur Feineinstellung im Kühlbetrieb bzw. zur Erzeugung von Temperaturen $T>300\text{K}$ kann der Wärmetauscher beheizt werden. Die Heizung wurde dabei als Widerstandsheizung in Folienbauweise, auf den zylindrischen Kühlkörper mit Schrumpffolie aufgepreßt, realisiert. Die Kontrolle der Temperatur erfolgt durch PID-Regelung (siehe z.B. [74]), wobei die Temperatur nahe des Chips mit einem Miniatur-Widerstandstemperaturfühler (Pt 100) gemessen wird. Im Kühlbetrieb konnte eine Stabilität der Kryostattemperatur $T\pm\Delta T$ mit $\Delta T_k \leq 1.0\text{ K}$, im reinen Heizbetrieb sogar mit $\Delta T_k \leq 0.2\text{ K}$ erreicht werden, womit hier hinreichend gute Temperaturstabilität gewährleistet ist.

Die Abgasleitung wird gleichzeitig zur Befestigung und Aufhängung des gekühlten Probenkopfes in der Kammer verwendet. Sie ist im oberen Kammerbereich mit der Quetschverschraubung fixiert und besteht aus gezogenem, dünnwandigem (0.1mm) Edelstahlrohr. Die Länge ist so bemessen, daß sich auf dem Probenkopf montierte Chips in Höhe der Fenstermitte befinden und sich somit durch Höhenverstellung des Kryostaten insgesamt im optischen Strahlengang untersuchen lassen. Nachteil dieser Methode ist, daß die temperaturabhängige Längenausdehnung, insbesondere des Rohres, vollständig in die Höhenjustierung (ausgehend von $T=300\text{K}$: $\Delta x \cong \pm 200\mu\text{m}$) der Probe eingeht und Justierungen erst nach Einstellung eines stabilen Tempera-

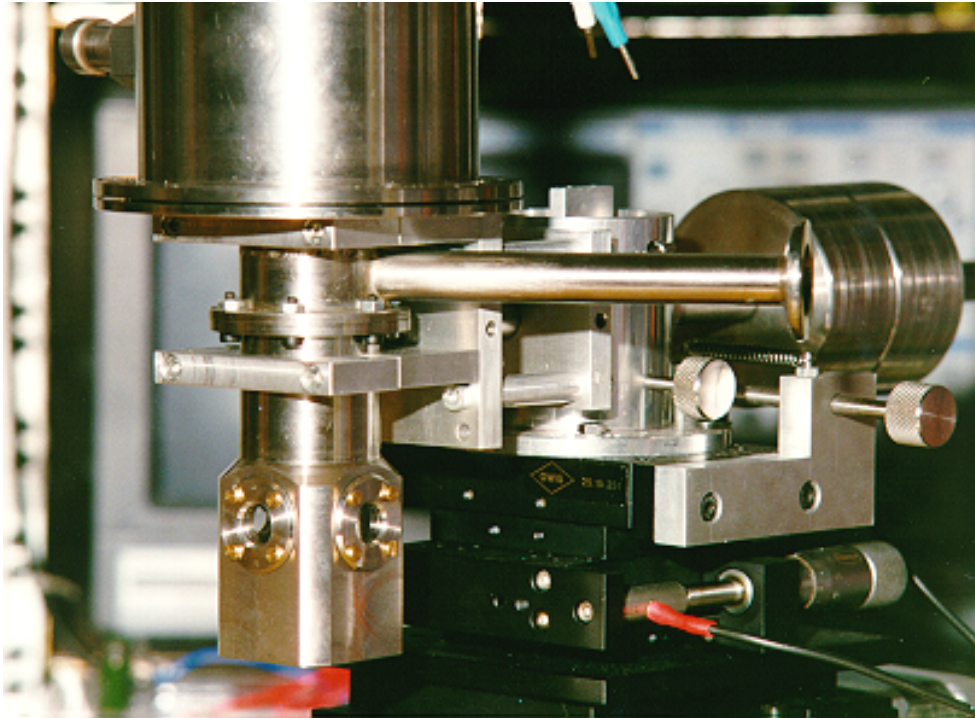


Bild 3.6: Ansicht des Kryostaten mit Justiereinheit und Schrittmotorsystem. Der Kryostat (links) wird im mittleren Bereich von einer Halterung umklammert die auf der Positioniereinheit (mitte) montiert ist. Auf der Gegenseite (rechts) dienen „Hantelgewichte“ zum Gewichtsausgleich.

turgleichgewichtes des Gesamtsystems vorgenommen werden konnten.

Das Mittelstück bildet den Übergang zwischen der schmalen, unteren Kammer und der breiten oberen Kammer mit den elektrischen Durchführungen und enthält den Anschluß zur Evakuierung des Kryostaten. Die elektrischen Durchführungen sind auf dem Oberkammerbereich auf Teilkreisen um die Abgasleitung herum angeordnet, woraus der vergrößerte Durchmesser im Vergleich zum unteren Kammerbereich resultiert. Mittels Kleinflansch kann ein Pumpstand angeschlossen werden, das Isolationsvakuum im Betrieb betrug etwa $5 \cdot 10^{-5} \text{ hPa}$.

Aus Platzgründen konnte die Meßkammer nicht direkt auf der Positioniereinheit zur Linearverschiebung in x-, y- und z-Richtung plaziert in den Meßaufbau integriert werden. Wie in Abb. 3.6 zu erkennen ist, wird der Kryostat stattdessen im mittleren Bereich von einer Halterung umklammert, die auf dem Schrittmotorturm montiert ist. Sie enthält zudem Möglichkeiten zur Feinjustierung durch Drehen um die vertikale Kryostatenachse und zur horizontalen Verkippung, d.h. Schwenken, des Kryostaten um die z-Achse. Da der Kryostat dadurch neben der auf dem optischen Tisch montierten Positioniereinheit gehalten wird, sind auf der Gegenseite Hantelgewichte zum

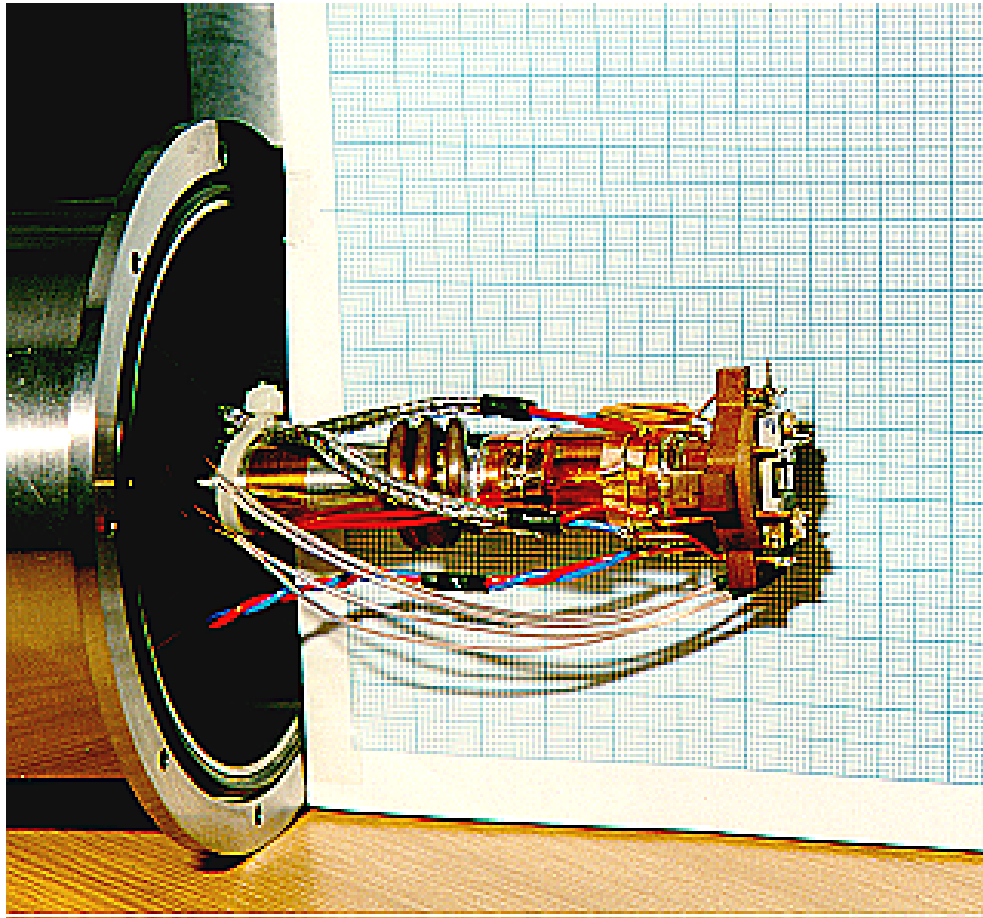


Bild 3.7: Innenansicht des Kryostaten: Abgasrohr, Kühlleitung und Kühlkörper, elektrische Leitungen, Probenkopf mit Abstandhalter und auf Probenkopf montiertem Testchip.

Kräfteausgleich angebracht.

Während der gesamte untere Bereich (Unter- und Mittelteil) im Versuchsaufbau verbleibt, kann das Oberteil mit der als Sonde in die Kammer hineinragenden Probenhalterung nach Öffnen der Kühlschlußkupplung und Lösen der Dichtverbindung zum Mittelstück herausgenommen (siehe Abb. 3.7) und die Probe gewechselt werden. Durch den Verbleib der Hauptkammer im Strahlengang besteht der Vorteil, daß immer eine zumindest grobe Vorpositionierung erhalten bleibt.

3.2.2 Probenpräparation und -montage

Die Untersuchung von Testchips mit den dargestellten optischen Methoden erfordert eine bestimmte Probengeometrie. Die laterale Ausdehnung in Strahlrichtung betrug

typischerweise 2–3 mm, wobei für die effektive Wechselwirkungswellenlänge L_{eff} ein oberes Maß von 3.5 mm des aktiven Bereichs nicht überschritten werden sollte, um eine durch den tubusförmigen Strahlverlauf (siehe auch Abb. 3.1, numerische Apertur $A_N=0.05$) bedingte Ortsauflösung $\Delta x \leq 20 \mu\text{m}$ zu erhalten. Das untere Maß ist durch die Kriterien einer hinreichenden Größe der Meßsignale und der Handhabbarkeit gegeben. Die laterale Ausdehnung senkrecht dazu beträgt, ebenso aus Gründen der Handhabbarkeit, typischerweise 2–5 mm.

Der Einfluß der Probengeometrie [31] auf die Genauigkeit der Absorptionsmessung läßt sich durch

$$\frac{C_{mess}(x)}{C_{real}x} = (1 + \Delta A) (1 \pm \Delta B(x)) \quad (3.11)$$

$$\text{mit } \Delta A := \frac{w_{eff}^2}{4L_{eff}^2} \quad ,$$

$$\text{sowie } \Delta B := \frac{C'(x)}{2C(x)} L_{eff} \tan(\theta)$$

beschreiben, wobei gilt $\theta \cong 0.3^\circ$, und w_{eff} durch Gl. (3.10) gegeben ist. $C(x)$ ist die bauelemente-interne Trägerverteilung, die im Falle von Dioden näherungsweise etwa durch

$$C(x) = C_{min} \cosh\left(\frac{x - x_{min}}{L_A}\right) \quad (3.12)$$

ausgedrückt werden kann, wobei L_A die ambipolare Diffusionslänge gemäß Gl. (2.17) und C_{min} das Minimum der Verteilung an der Position x_{min} ist.

Üblicherweise werden Chips aus dem Wafer gesägt. Zur Vorbereitung für die optischen Messungen ist in jedem Fall ein Polieren der Chipseitenflächen erforderlich, um diffuse Streuung bzw. Reflexion des Laserstrahls zu unterbinden. Hierfür wurde eine spezielle Haltevorrichtung verwendet, mit der die Probe so justiert werden kann, daß die Politur rechtwinkelig zur Bauelemente-Oberfläche erfolgt. Da jede Winkelabweichung der Politur aufgrund der Beugung des Strahls an der Siliziumoberfläche zu einer Strahlablenkung führen würde, ist die Genauigkeit der Justierung hier von großer Bedeutung. Insbesondere würde ein Schrägschliff der Strahleintrittsfläche aufgrund der Richtungsänderung des Strahls zu einer Verringerung der Ortsauflösung und der Meßgenauigkeit des Verfahrens führen (siehe auch Abschnitt 3.3).

Zum Aufbau der Proben wurden spezielle Sockel (Kupfer, verzinkt bzw. vergolddet) entwickelt, auf denen die Testchips montiert im Kryostaten untersucht werden können (siehe Abb. 3.8). Zunächst werden die Testelemente ausgerichtet und mit Leitkleber (Typ 84–1LMI¹), Aushärtung 5 min bei 150°C) kontaktiert. Hierbei wurden die Sockel zur Vermeidung von Verunreinigung der Seitenflächen so konzipiert

¹Ablestik Laboratories, 833 West 182nd Street, Gardena, CA 90248

und jeweils an die Proben angepaßt, daß die Proben mit einem Überstand rundum von etwa 0.1mm montiert werden können. Alternativ kann die Unterseitenkontaktierung auf dem Sockel auch mit Lötzinn, d.h. Lötpaste erfolgen. Die Anschlüsse auf der Oberseite werden durch Bonddrähte mit den Goldkontakten auf den seitlich aufgeklebten Keramiksubstraten verbunden, von denen aus aufgelötete Drähte zu den Anschlüssen im Kryostaten geführt werden können. Es kann sowohl die am Bauelement abfallende Spannung, als auch bei Untersuchung von aktiv geschalteten Bauelementen die Gate-Spannung in Vierpunkttechnik abgegriffen werden (siehe Abb. 3.8,a). Die Montage des Sockels im Kryostaten erfolgt durch Anpressen mittels Verschraubung, so daß ein hinreichend guter thermischer Kontakt mit dem elektrisch isolierten Wärmetauscher gewährleistet ist. Die Temperatur wird nahe der Probe mit einem kalibrierten Temperaturwiderstand (Pt100) gemessen, der mit einer Feder auf den Probensockel gepreßt wird. Die gemessene Temperatur dient auch zur Regelung der Kryostatentemperatur, die mit einer Genauigkeit bzw. Stabilität von

$$\Delta T \leq \begin{cases} 1.0 K & : T < 295 K \\ 0.2 K & : T \geq 295 K \end{cases} \quad (3.13)$$

eingestellt werden konnte.

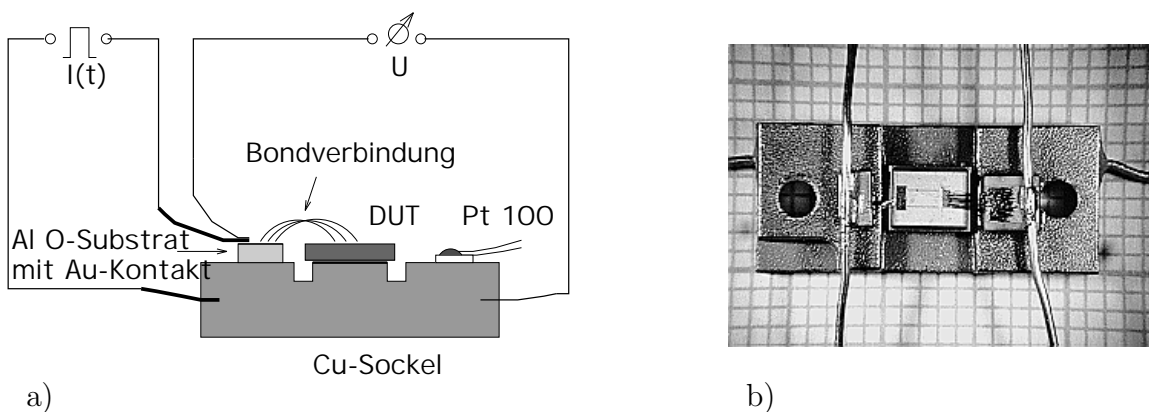


Bild 3.8: Schematische Darstellung des Probenaufbaus in Seitenansicht (a) und Aufsichtbild (b) auf Probensockel (Kupfer, verzinkt bzw. vergoldet) mit montiertem und kontaktiertem Testchip (DUT, hier ein IGBT) mit mm-Raster im Hintergrund: Der Testchip (mitte) ist aufgeklebt bzw. gelötet (mit Überstand von etwa 0.1mm zur Vermeidung von Oberflächenverunreinigungen mit leitfähigem Material), seitlich befinden sich Keramik-Substratplättchen mit Goldkontaktflächen auf der Oberseite zur Kontaktierung sowie ein Temperaturfühler (Pt100). Dessen Montage erfolgt in der Ausfräsung links unten von (b) durch Anpressen mittels Druckfeder (nicht im Bild).

3.2.3 Positionierung der Probe im Strahlengang

Der Testchip muß im Strahlengang zunächst so ausgerichtet werden, daß die Achse des Strahls möglichst parallel zur Bauelemente–Oberseite verläuft und vertikal auf die Seitenflächen trifft, wobei zunächst eine perfekte Winkelerorientierung der Politur angenommen wird (siehe auch Abschnitt 3.1.1). Die optimale Position ist die, bei der sich der Fokus des Strahls in der Mitte der Wechselwirkungslänge $L/2$ befindet. Die Symmetrie des fokalen Strahlverlaufs in der Probe gewährleistet dann eine möglichst hohe Meßgenauigkeit der Ortsauflösung, da dadurch der effektive Querschnitt des Strahls minimiert ist (siehe Abschnitt 3.1.5). Da die Probe im Kryostaten eingebaut und deshalb selbst nicht mehr direkt zugänglich ist, kann die nun durchzuführende Positionierung nicht durch Ausrichtung an etwaigen Markierungen, wie z.B. in [17], erfolgen. Im folgenden soll das stattdessen verwendete optische Verfahren dargestellt werden:

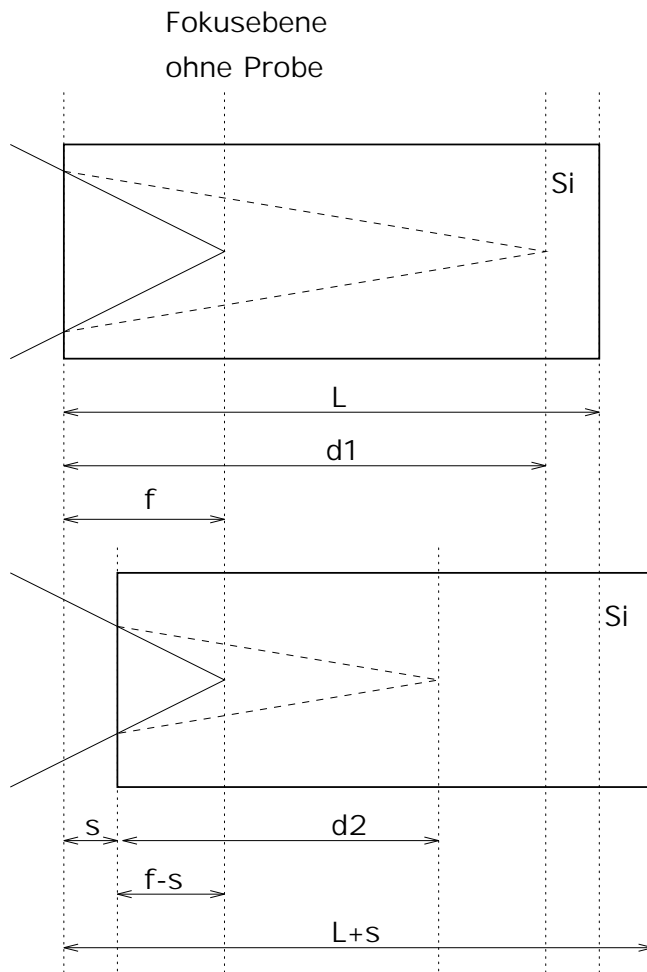
Voraussetzung hierfür war die Verwendung eines frequenzkorrigierten Auskoppelobjektivs (siehe z.B. Abb. 3.1), d.h. im verwendeten Wellenlängenbereich ist die Brennweite unabhängig von der Lichtwellenlänge²⁾. Zunächst wurde der Kryostat so im Strahlengang positioniert, daß der Strahl zwar durch die Fenster hindurch, jedoch am Probenchip vorbei führte. Durch Linearverschiebung kann das Auskoppelobjektiv nun so eingestellt werden, daß sein Brennpunkt mit dem Strahlfokus zusammenfällt (Position f), d.h. der Fokus wird von der Beobachtungskamera scharf auf dem Bildschirm abgebildet. Fährt man nun die Probe in den Strahlengang hinein und beleuchtet die Strahlaustrittsseite mit sichtbarem Licht, so kann diese durch Verschieben des Kryostaten parallel zur optischen Achse genau so positioniert werden, daß die Fläche scharf abgebildet wird. Aufgrund der speziellen optischen Eigenschaften des Auskoppelobjektives befindet sich die Austrittsfläche der Probe nun genau in der Fokusebene (Position f) des Strahlenganges ohne eingeschobene Probe. Von dieser Grundposition aus kann die Probe nun definiert so verfahren werden, daß sich die Fokusebene des Meßstrahls genau in der Mitte des aktiven Wechselwirkungsbereichs befindet. Zur Ermittlung der durchzuführenden Verschiebung der Probe ist lediglich ihre genaue Vermessung in Durchstrahlungsrichtung erforderlich.

Wie in Abb. 3.9 dargestellt, führt die Änderung des Brechungsindex, hier von $n_{Vak}=1$ nach $n_{Si}=3.5$ zur Verlängerung der optischen Weglänge, und die Fokusebene f ohne Probe verlagert sich nach $d1$ (siehe Abb. 3.9a). Nach dem Brechungsgesetz gilt

$$\frac{d1}{f} = \frac{n_{Si}}{n_{Vak}} \cong 3.5 \quad , \quad (3.14)$$

somit ist für die Verlagerung des Fokuspunktes nach $d2$ in der Probe durch Verschiebung um s (siehe Abb. 3.9b) anzusetzen

²⁾Dies wurde durch Beobachtung der Schneide einer fixierten Rasierklinge mit dem Kamerasystem (siehe Abb. 3.3) validiert, die einmal mit sichtbarem und einmal mit IR–Licht beleuchtet wurde.



a) Die Platzierung einer Si-Probe im Strahlengang führt zu Änderung der optischen Weglänge und zur Verlagerung der Fokusebene von f nach $d1$.

b) Durch Verschiebung der Probe um die Länge s verlagert sich die Fokusebene nach $d2$.

Bild 3.9: Allgemeine Darstellung der Probenpositionierung im Strahlengang: (—) stellt den Strahlverlauf ohne, und(- - -) den Verlauf mit eingeschobener Probe dar. Unter der speziellen Randbedingung, daß die Strahlaustrittsseite der Probe zunächst in der Fokusebene $f=L$ liegt, kann der Fokus durch Verfahren der Probe um $s=6/7 L$ in die Fokusebene $L/2$ verschoben werden.

$$\frac{d2}{f-s} = 3.5 \quad . \quad (3.15)$$

Mit der oben dargestellten, speziellen Randbedingung $f=L$ als Ausgangssituation folgt für den Standardfall der Positionierung, bei der die Fokusebene bei $L/2$ liegt (d.h. $d2=L/2$), daß die Probe um

$$s = \frac{6}{7} L \quad (3.16)$$

verfahren werden muß.

3.3 Meßfehler und Störungen

Im folgenden werden die wesentlichen Fehlerquellen des meßtechnischen Verfahrens zusammenfassend dargestellt. Der Abschnitt stützt sich dabei u.a. auf die von Hille [31] durchgeführten Untersuchungen.

3.3.1 Probenpositionierung

Zunächst soll der Einfluß der Probenpositionierung auf die erzielbare Ortsschärfe des Verfahrens t werden, wobei eine ideale Präparation der Probe und eine optimale Orientierung im Strahlengang angenommen werden.

Die Positionierung im Strahlengang kann mit einer Genauigkeit von $\Delta z \cong 65 \mu\text{m}$ durchgeführt werden. Diese ergibt sich aus den Genauigkeiten der Mikrometerschrauben der zur Positionierung verwendeten mechanischen Verschiebtische und der Tiefenschärfe des Beobachtungssystems. Darüberhinaus müssen noch die Fehler der geometrischen Vermessung, d.h. der Bestimmung der Wechselwirkungslänge L , berücksichtigt werden, die direkt in die Berechnung der Probenverschiebung Gl. (3.16) eingehen.

Der Einfluß des nicht-idealen Strahlverlaufs mit variablem Durchmesser auf die erreichbare Ortsauflösung bei zusätzlicher Berücksichtigung fehlerhafter Positionierung läßt sich durch Erweiterung von Gl. (3.9) beschreiben, indem für die Lage des Fokuspunktes $z_0 + \Delta z$ gesetzt wird. Mit $z_0 = L/2$, eingesetzt in

$$w_{eff}^2 = w_0^2 + \left(\frac{A_N}{n_r}\right)^2 \left(\frac{1}{3}L^2 - (z_0 + \Delta z)L + (z_0 + \Delta z)^2\right) \quad , \quad (3.17)$$

folgt

$$w_{eff}^2 = w_0^2 + \left(\frac{A_N}{n_r}\right)^2 \left(\frac{L^2}{12} + \Delta z^2\right) \quad . \quad (3.18)$$

Durch die zusätzliche Berücksichtigung von Δz ergibt sich also eine leichte Vergrößerung des effektiven Strahldurchmessers. In Tab. 3.1 sind Beispielwerte von w_{eff} für verschiedene Durchstrahlungslängen angegeben. Bei Proben mit „kleinem“ L ist die Durchstrahlungslänge absolut zu gering (kleiner 1%), als daß die Ungenauigkeiten der Positionierung signifikante Aufweitungen des Strahldurchmessers bewirken könnten. Bei „größeren“ L nimmt der Einfluß von Δz wegen des geringeren Verhältnisses von $\Delta z/L$ zwar noch weiter ab, der Absolutwert von w_{eff} nimmt jedoch relativ zu w_0 deutlich zu, wodurch die Ortsauflösung des Verfahrens zunehmend geringer wird (siehe Abschnitt 3.1.5).

3.3.2 Ortsabhängiger Strahldurchmesser

Der Einfluß der räumlichen Variation des Strahldurchmessers auf die Auswertung des Absorptionssignals ist abhängig von der örtlichen Änderung der Ladungsträgerkonzentration. Für die Höhe des Auswertefehlers ist also die Krümmung der Trägerverteilung, d.h. die Trägerlebensdauer mitentscheidend, die durch die Beziehung

$$L_A = \sqrt{D_A \tau_H} \quad (3.19)$$

über den ambipolaren Diffusionskoeffizienten D_{diff} mit der ambipolaren Diffusionslänge L_A verknüpft ist.

Die Trägerkonzentrationen, ausgewertet aus den Absorptionssignalen sind somit mit gewissen Fehlern

$$\Delta A = \left(\frac{w_{eff}}{2 L_A} \right)^2 \quad (3.20)$$

behaftet (siehe auch Gl. 3.12). Die relativen, möglichen Abweichungen $\Delta A/A$ sind für verschiedene Probenparameter in Tab. 3.1 dargestellt.

Da für die Untersuchungen Proben mit „hohen“ Hochinjektionslebensdauern verwendet wurden, und für die Abmessungen galt $L < 3.5 \text{ mm}$, können die resultierenden Fehler kleiner 2% angenommen werden.

Tabelle 3.1: *Einfluß der Positioniergenauigkeit und des nicht-idealen Strahlverlaufs: Berechnete Werte des effektiven Strahlradius w_{eff0} und w_{eff} mit Berücksichtigung von $\Delta z = 65 \mu\text{m}$ nach Gl. (3.17), wobei ein Fokusradius von $w_0 = 7.5 \mu\text{m}$ zugrundegelegt wurde, sowie des relativen Fehlers für die Auswertung der Absorptionmessungen nach Gl. (3.20).*

Wechselwirkungslänge L [mm]	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0
w_{eff0} [μm]	7.78	8.56	11.15	14.47	18.12
w_{eff} [μm]	7.83	8.61	11.19	14.49	18.14
$(w_{eff} - w_{eff0})/w_{eff0}$ [%]	0.71	0.59	0.35	0.21	0.13
$\Delta A/A$ [%] für $L_A = 10 \mu\text{m}$	15.3	18.5	31.3	52.5	82.3
$\Delta A/A$ [%] für $L_A = 20 \mu\text{m}$	3.84	4.63	7.82	13.1	20.6
$\Delta A/A$ [%] für $L_A = 50 \mu\text{m}$	0.61	0.74	1.25	2.10	3.29
$\Delta A/A$ [%] für $L_A = 100 \mu\text{m}$	0.15	0.19	0.31	0.53	0.82

3.3.3 Strahlverlauf

Während die Auswirkungen der oben diskutierten Fehlerquellen hier relativ gering waren, können Abweichungen des Strahlverlaufs von der z-Richtung im Bauelement zu deutlichen Verfälschungen der Meßresultate führen. Ursache hierfür können Fehlwinkel der Probenorientierung ($\delta_{Orient} \cong 0.7^\circ$) und der Oberflächenpolitur ($\delta_{Politur} \cong 0.35^\circ$) sein, wodurch sich im Chip ein Strahlverlauf ergibt, der um den Fehlwinkel

$$\delta_{Strahl} = (\delta_{Orient} + \delta_{Politur})/n_r \cong 0.3^\circ \quad (3.21)$$

von der optischen Achse abweicht. Der Austrittsort des Strahls aus dem Chip erfährt somit einen Versatz $\Delta x = L \cdot \tan(\delta_{Strahl})$, d.h. die Deflexion des Strahls und die Absorption seiner Intensität sind über die Positionen $x + \Delta x$ gemittelt. Experimentell läßt sich zeigen, daß die resultierenden Abweichungen der aus dem Absorptionssignal bestimmten Trägerverteilung am Rand der n^- -Zonen durchaus die Größenordnung von 25% erreichen kann. Dieser Fehler kann jedoch durch sorgfältige Präparation und Nachjustieren der Probenorientierung deutlich reduziert werden.

3.3.4 Fabry-Perot-Interferenz

Eine besondere Art von Störungen, die bei manchen Proben eine Auswertung der Absorptions- und Deflexionssignale unmöglich machte, wurden von sogenannten Fabry-Perot-Interferenzen (FPI) verursacht [31]. Ursache hierfür ist die zeitabhängige Selbsterwärmung des Probenchips infolge in thermische Energie umgesetzter elektrischer Verluste. Die Proben werden somit zu absorbierenden Resonatoren mit dynamischer Verstimmung, was im folgenden zusammenfassend dargestellt werden soll. In adiabatischer Näherung kann der resultierende, zeitliche Temperaturverlauf, gemittelt über das gesamte Bauelement, dargestellt werden als

$$\Delta T(t) = \frac{U I}{C} \Delta t = \frac{U j A_{eff}}{c m} \Delta t = \frac{U j}{c \rho D_{eff}} \Delta t \quad , \quad (3.22)$$

wobei C als Wärmekapazität bzw. c als spezifische Wärmekapazität, näherungsweise die von Silizium³⁾, j als Stromdichte, A_{eff} und D_{eff} als geometrische, effektive Fläche bzw. Dicke des Probenchips, und ρ als Massendichte definiert sind. Der Temperaturhub ΔT ist also näherungsweise unabhängig von der Chipfläche und im wesentlichen bestimmt von der Strombelastung und der resultierenden, durch das Design beeinflussten Spannung, die über dem Bauelement abfällt. In der Realität, insbesondere bei transienten Vorgängen, ist die Spannungsverteilung $U(z,t)$ und somit die

³⁾Der Einfluß weiterer Materialien, wie z.B. das Aluminium der Metallisierungsbereiche oder das Polyimid der Chipbedeckung können näherungsweise vernachlässigt werden.

Wärmegeneration nicht homogen, weshalb sich eine ortsabhängige Temperaturverteilung $\Delta T(z)$ einstellt.

Folge der Selbsterwärmung ist eine Änderung der optischen Weglänge

$$L_{opt} = n_{opt} L \quad , \quad (3.23)$$

wobei der Brechungsindex $n_{opt}=n_{opt}(p,T)$ abhängig ist von der lokalen Ladungsträgerdichte und der Temperatur (siehe auch Gl. 3.6). Die resultierende optische Weglänge kann näherungsweise dargestellt werden als

$$L_{opt}(p, T) = L_{therm} + L_{therm} \left(\frac{\partial n_{opt}}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial n_{opt}}{\partial p} \Delta p \right) \quad , \quad (3.24)$$

wobei $L_{therm} = L_0 \kappa \Delta T$ die rein thermisch bedingte Festkörperausdehnung mit dem Ausdehnungskoeffizienten κ und der geometrischen Länge $L_0=L(300K)$ ist. Da der Beitrag von L_{therm} vergleichsweise gering ist, kann die Änderung der optischen Weglänge näherungsweise durch

$$\Delta L_{opt} = L_0 \left(\frac{\partial n_{opt}}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial n_{opt}}{\partial p} \Delta p \right) \quad (3.25)$$

ausgedrückt werden.

Berücksichtigt man nun, daß ein gewisser Anteil R des durch die Probe transmittierenden Strahls austrittsseitig reflektiert wird, läßt sich die Probe als Resonator mit charakteristischer Resonatorlänge $L_R=L_{opt}$ betrachten. Da L_R jedoch in Abhängigkeit von $\Delta T(t)$ dynamisch verstimmt wird, geht damit direkt eine Änderung der Interferenzbedingung zwischen transmittierten und reflektierten Strahlanteilen einher. Da zudem die Kohärenzlänge der verwendeten Laserquelle deutlich größer ist als L_0 , kommt es zu einer Modulation der am Detektor gemessenen Strahlungsintensität, die sich durch

$$I_t = \frac{(1 - R)^2 \exp(-\alpha L)}{[1 - R \exp(-\alpha L)]^2 + 4R \exp(-\alpha L) \sin^2 \left(\frac{2\pi n_{opt}}{\lambda_0} L_{opt} \right)} \quad (3.26)$$

darstellen läßt. Hierbei ist die Reflektivität gegeben durch $R=(n_r - 1)^2/(n_r + 1)^2 \cong 30\%$, und α ist der Absorptionskoeffizient der freien Ladungsträger. Das durch Gl. (3.26) beschriebene Transmissionsverhalten des optischen Resonators ist

$$\begin{aligned} \text{maximal für } 2 L_R = m \lambda_0 & \quad : \quad m = 1, 2, 3, \dots, \text{ bzw.} \\ \text{minimal für } 2 L_R = \left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda_0 & \quad : \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad . \end{aligned} \quad (3.27)$$

Mit $\lambda_0=1.32\mu\text{m}$ und einer typischen Durchstrahlungslänge von 2mm genügt somit eine Änderung von n_{opt} um $1.65 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$, um eine Durchstimmung des Resonators

von maximaler zu minimaler Transmittanz zu bewirken. Vernachlässigt man den Beitrag der Ladungsträgerkonzentration, so beträgt nach Gl. (3.25) die hierfür erforderliche Temperaturänderung $\Delta T = \Delta n / (\partial n_{opt} / \partial T)$ etwa 1K, wobei nach [31] gilt $\partial n_{opt} / \partial T = 1.6 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$.

Voraussetzung für die Wirksamkeit des beschriebenen Effektes ist, daß die seitlichen Ein- und Austrittsflächen des Strahles quasi planparallel poliert sind. Die Toleranz der Abweichung liegt in der Größenordnung von etwa 0.1° , was durch Optimierung des Präparationsverfahrens möglich wurde.

Liegt Planparallelität der Flächen in der beschriebenen Weise vor, so ist die Wirksamkeit von FPI von den Betriebsbedingungen und der daraus resultierenden Temperaturänderung Gl. (3.22), aber vor allem auch von der Probe selbst, abhängig. So ist die Wirksamkeit von FPI beispielsweise bei einer schnellen Schaltdiode mit Trägerlebensdauereinstellung deutlich stärker als bei einer Gleichrichterdiode mit vergleichsweise deutlich besseren statischen Leitfähigkeitseigenschaften und geringerer Selbsterwärmung. Außerdem ist infolge des höheren Injektionsniveaus die IR-Absorption deutlich größer (siehe auch Abschnitt 3.4.2), und somit die FPI-Störung relativ zum Absorptionssignal geringer.

3.3.5 Beseitigung von Fabry–Perot–Interferenzen

Zur Eliminierung der oben ausgeführten Störungen bestehen folgende Möglichkeiten: Erstens kann die Strahlaustrittsseite mit einem definierten Fehlschliff versehen werden. Zur Vermeidung einer signifikanten Interferenz zwischen den transmittierten und reflektierten Strahlanteilen genügt dabei eine Winkelabweichung von etwa 1° . Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verwendung anderer Infrarotlichtquellen ohne bzw. nur geringer Kohärenzlänge. Als vollkommen inkohärente Quelle bietet sich hier die Verwendung von Superlumineszenz–Dioden an. Da jedoch die geringe Lichtleistung der derzeit verfügbaren Dioden von etwa 0.5 bis 1 mW für die experimentelle Durchführung nicht immer ausreichend sein dürfte, kommen auf absehbare Zeit nur IR–Laserquellen mit geringer Kohärenzlänge in Frage, z.B. sogenannte ASE–Quellen (engl. Amplified Spontaneous Emission), eine Weiterentwicklung Erbium–dotierter Faserverstärker.

3.4 Temperaturabhängigkeit der IR–Absorption durch freie Ladungsträger

Zur Auswertung der temperaturabhängig durchgeführten Absorptionsmessungen ist die Kenntnis der Temperaturabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten $\alpha(T)$ für ein

Elektronen-Löcher-Plasma erforderlich. Für Raumtemperatur sind in der Literatur einige theoretische und experimentelle Untersuchungen für die hier verwendete Wellenlänge von $\lambda=1.32\mu\text{m}$ veröffentlicht (siehe Tab. 3.2). Darüber hinausgehende Untersuchungen zum Verhalten der ermittelten Absorptionskoeffizienten für $\lambda = 1.32\mu\text{m}$ in Abhängigkeit der Temperatur sind derzeit in der Literatur nicht verfügbar.

Während die Absorptionskoeffizienten — jeweils für eine Elektronen-Löcher-Dichte von $1\cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$ — von Horwitz [34], Huang [35] und Soref [69] innerhalb eines akzeptablen Toleranzbereichs liegen, weichen die Ergebnisse von Schierwater [59] deutlich davon ab. Ursache hierfür ist wohl die unterschiedliche, experimentelle Technik. Während die Ergebnisse von Schierwater auf elektrischer Messung der Speicherladung beruhen, wurde von Horwitz eine dem in Abschnitt 3.1.1 dargestellte, verwandte optische Meßanordnung verwendet, bei der die Proben in vertikaler Richtung durchstrahlt wurden. Hierzu ist es erforderlich, eine Metallisierungsfläche zur Kontaktierung des Bauelements als Gitter zu strukturieren, um den Sensorstrahl ein- und nach Reflexion an der gegenüberliegenden Oberfläche wieder auszukoppeln. Gemessen wird ebenfalls die Reduktion der Strahlintensität durch IR-Absorption freier Ladungsträger. Zur Kalibrierung des Absorptionskoeffizienten wurde allerdings eine andere Methode als im Rahmen dieser Arbeit angewendet, worauf in Abschnitt 3.4.1 eingegangen wird.

In [34] ist eine auf einem „Freien-Träger-Modell“ basierende Beschreibung von $\alpha(p)$ mit

$$\alpha = p \frac{q^3 \lambda^2}{4\pi^2 \epsilon n_{Si} c_0^3} \left(\frac{g_n}{m_n^2 \mu_n} + \frac{g_p}{m_p^2 \mu_p} \right) \tag{3.28}$$

angegeben, wobei q die Elementarladung, λ die verwendete Wellenlänge, und c_0 die Lichtgeschwindigkeit sind. Weitere verwendete Größen, jeweils für $T=300\text{K}$, sind die effektiven Massen m_n und m_p , die Trägerbeweglichkeiten μ_n und μ_p von Elektronen und Löchern, sowie die Faktoren $g_n = \langle \tau_n \rangle / \langle 1/\tau_n \rangle$ bzw. $g_p = \langle \tau_p \rangle / \langle 1/\tau_p \rangle$, die in Abhängigkeit der entsprechenden über die Energieverteilung gemittelten Relaxationszeiten τ_n und τ_p definiert sind. Gl. (3.28) ist zwar eine für qualitative Be-

Tabelle 3.2: Absorptionskoeffizienten für eine Elektronen-Löcher-Konzentration von 10^{16}cm^{-3} bei $T=300\text{K}$ für $\lambda = 1.32\mu\text{m}$

	α / cm^{-1}	Trägerabhängigkeit
Experiment (Horwitz [34])	$4.85\cdot 10^{-2}$	nicht linear
Experiment (Schierwater [59])	$2.80\cdot 10^{-2}$	linear
Quantenmech. Rechnung (Huang [35])	$5.28\cdot 10^{-2}$	linear
Num. Kramers-Kronig-Rechnung (Soref [69])	$5.11\cdot 10^{-2}$	nicht linear

trachtungen nützliche Formel, mit welcher die Abhängigkeit von der verwendeten Lichtwellenlänge oder der Beweglichkeiten dargestellt werden kann, zur Bestimmung von Absolutwerten von α in Abhängigkeit der Temperatur ist sie jedoch nicht anwendbar, da die rein numerische Bestimmung der g -Faktoren und die theoretischen Beschreibungen von $m_n(T)$ und $m_p(T)$ mit zu großen Unsicherheiten behaftet sind, um zu genauen Werten von $\alpha(T)$ zu kommen. Zum anderen werden mit der Annahme freier Ladungsträger idealisierte Verhältnisse vorausgesetzt, und keine Wechselwirkung zwischen λ und der Bandstruktur von Silizium berücksichtigt. Dieser Aspekt wird insbesondere dann wichtig, wenn die Strahlungsenergie $E = \hbar\omega = \hbar c_0 / (2\pi \lambda)$ vergleichbar mit der Energielücke von Silizium wird, wobei zusätzlich deren Temperaturabhängigkeit $E_G(T)$ (siehe auch Abschnitt 1.1.2) zu berücksichtigen ist. Mangels verfügbarer Daten wurde deshalb eine experimentelle Kalibrierung der temperaturabhängigen Absorption von Infrarotlicht mit $\lambda = 1.32 \mu\text{m}$ durch ein Elektronen-Löcher-Plasma vorgenommen.

3.4.1 Methode zur Bestimmung des IR-Absorptionskoeffizienten

Die Ermittlung von $\alpha(T)$ unter Berücksichtigung der Trägerkonzentration wurde mittels modifizierter OCVD-Methode (engl. Open Circuit Voltage Decay) durchgeführt, woraus die injizierte Ladung in der n^- -Schicht einer $p^+n^-n^+$ -Diodenstruktur bestimmt wurde. Wenn diese mit einem Strom konstanter Höhe beaufschlagt wird, und dann der Schaltkreis plötzlich geöffnet wird, ergibt sich ein charakteristisches Spannungssignal $U(t)$, das zum Zeitpunkt des Stromabschaltens mit steiler Flanke einen Spannungssprung ΔU aufweist (siehe Abb. 3.10). Ursache hierfür ist der Wegfall der Ohm'schen Komponente des Spannungsabfalls über dem Bauelement. Es verbleibt eine Spannung $U_{OC}(t)$, die sich wegen der Rekombination von Ladungsträgern in der Struktur, die nicht mit einer äußeren, angelegten Spannung aktiv ausgeräumt werden, mit zeitlich exponentiellem Verlauf abbaut. Das gemessene Signal läßt sich folgendermaßen auswerten:

Zum einen kann aus der OCVD-Spannung U_{OC} eine Ladungsträgerkonzentration

$$p_1 = n_i \exp\left(\frac{q V_{OC}}{2 k T}\right) \quad (3.29)$$

berechnet werden, die äquivalent ist zu

$$p_1 = \sqrt{p(0) p(W_n)} \quad . \quad (3.30)$$

Hierbei sind W_n die Weite der n^- -Zone und n_i die intrinsische Trägerkonzentration. Für den Fall, daß die Ladungsträgerlebensdauer so hoch ist, daß die ambipolare Diffusionslänge Gl. (2.17) deutlich größer ist als W_n , wird die resultierende Ladungsträgerverteilung sehr flach, d.h. quasi konstant, und p_1 entspricht der physikalischen

Ladungsträgerkonzentration.

Nachteil dieser Methode, die u.a. von Horwitz [34] angewandt wurde, ist jedoch, daß bereits kleine, meßtechnisch bedingte Unsicherheiten von U_{OC} wegen des exponentiellen Charakters von Gl. (3.29) insbesondere bei tieferen Temperaturen zu relativ hohen Schwankungen von p_1 führen. So bewirkt beispielsweise bei $T=150K$ ein Fehler von $\Delta U_{OC} \cong 5mV$ eine Erhöhung von p_1 um etwa 50%.

In der zweiten, hier angewandten Methode läßt sich mit ΔU eine effektiv wirksame durchschnittliche Ladungsträgerkonzentration im Durchlaßzustand

$$\bar{p}^* = W_n \left(\mu_s(\bar{p}) \int_0^{W_n} \frac{dx}{p \mu_s(p)} \right)^{-1} \quad (3.31)$$

definieren, für die gilt

$$\bar{p}^* = \bar{p}_2 = \frac{j W_n}{q \mu_s \Delta V} \quad . \quad (3.32)$$

Hierbei ist W_n die Weite der n^- -Zone, μ_s die effektive Beweglichkeit der injizierten Elektronen und Löcher, und j die Stromdichte. Wiederum für den Fall, daß eine hohe Ladungsträgerlebensdauer eine flache, quasi konstante Ladungsträgerverteilung bewirkt, gilt

$$\bar{p}_2 \cong p(x) \quad : \quad x = 0, \dots, W_n \quad , \quad (3.33)$$

d.h. die effektive und die physikalische Trägerkonzentration werden gleich.

Vorteil dieser Methode ist, daß wegen der Proportionalität $p_2 \propto 1/\Delta U$ eine Überbewertung von Meßunsicherheiten vermieden wird; dazu läßt sich $\Delta U = U_{AK} - \Delta U_{OC}$ wesentlich genauer als U_{OC} bestimmen, da die Problematik der Identifizierung des meßtechnisch bedingten Offsets entfällt.

Bevor nun durch Gl. (3.32) die absolute Ladungsträgerkonzentration ermittelt werden kann ist noch die wirksame Summenbeweglichkeit μ_s des Plasmas zu spezifizieren. Diese kann für ein Elektronen-Löcher-Plasma unter Hochinjektionsbedingungen angegeben werden mit

$$\mu_s = \left(\frac{1}{\mu_n + \mu_p} + \frac{1}{\mu_{np}} \right)^{-1} \quad , \quad (3.34)$$

wobei μ_n bzw. μ_p , die Beweglichkeiten von Elektronen bzw. Löchern, ohne Berücksichtigung gegenseitiger Wechselwirkungen (siehe auch Abschnitt 1.5.1) und μ_{np} der Beweglichkeitsbeitrag infolge von Elektronen-Löcherstreuung sind. μ_{np} ist durch den auf Analyse experimenteller Daten von Dannhauser [16] und Krause [44] basierendem Ausdruck Gl. (1.88) nach Mnatsakanov [52, 51] gegeben (siehe auch Abschnitt 1.5.4). Hiermit kann nun die injizierte Ladung bestimmt werden und eine Kalibrierung von α durch Zuordnung der entsprechend gemessenen Absorptionskoeffizienten

$$\alpha = -\frac{1}{l} \ln \left(\frac{I(t)}{I_0} \right) \quad (3.35)$$

erfolgen. Die Auswertung erfolgt dabei zu einem Zeitpunkt, bei dem sich bereits ein statisches Ladungsträgergleichgewicht mit konstanter Durchlaßspannung für den aufgeprägten Konstantstrom eingestellt hat.

In der Praxis kann die Auswertung graphisch erfolgen, indem zunächst die Werte $G_i(\Delta U) := \bar{p}_2 \mu_s = (j w) / (q \Delta U)$ berechnet werden (siehe auch Gl. 3.32). Nun können unter Verwendung von Gl. (3.34) die zugehörigen Trägerkonzentrationen p_i durch Darstellung der berechneten Funktion $F_T(p) = p \mu_S(p)$ als Abszissenwert $p = [F(p)_i]^{-1}$ bestimmt werden, wobei gilt $F(p)_i = G(\Delta U)_i$ (siehe auch Abb. 3.11).

Zur Kalibrierung nach der beschriebenen Methode wurde eine spezielle pin-Diodenstruktur mit hoher Hochinjektionslebensdauer $\tau \cong 150 \mu\text{s}$ gewählt. Die strukturellen Kenndaten sind in Tab. 3.3 angegeben.

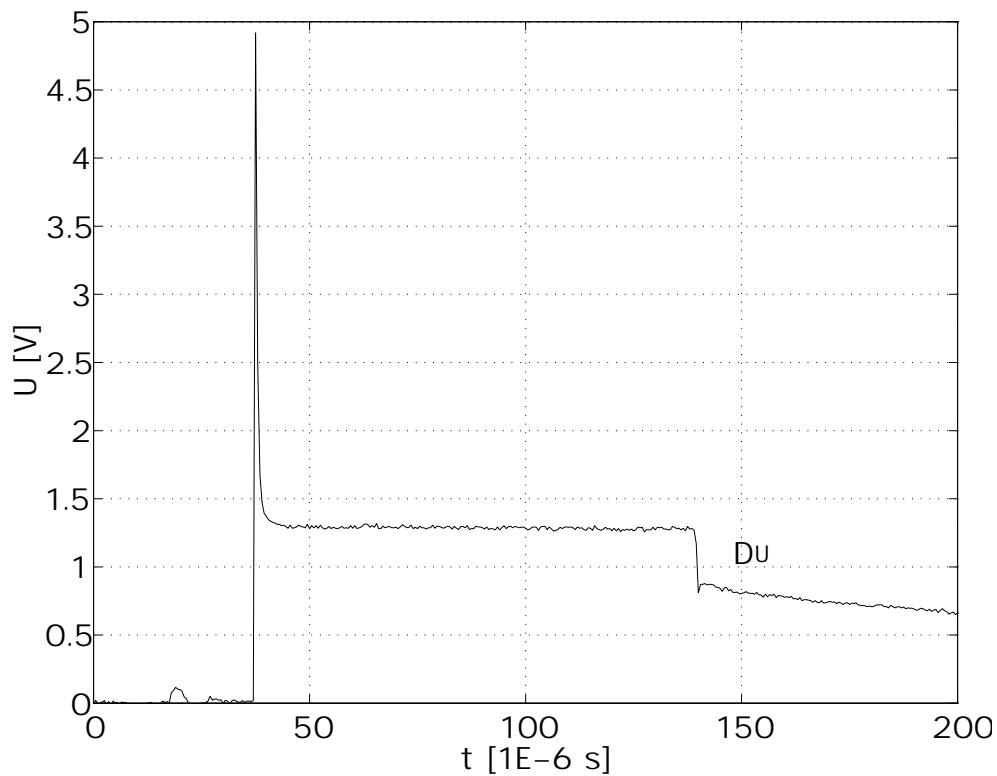


Bild 3.10: Resultierendes Spannungssignal einer pin-Diode bei Beaufschlagung mit einem rechteckförmigen Stromsignal: Während die Spannungsspitze beim Einschalten des Stromes Folge des Forward-Recovery-Effektes ist, ist der Spannungssprung $\Delta U = U_{AK} - U_{OC}$ bei $t = 123 \mu\text{s}$ Resultat des plötzlichen Öffnens des Stromkreises (OCVD) infolge des Wegfallens der Ohm'schen Komponente des Spannungsabfalls.

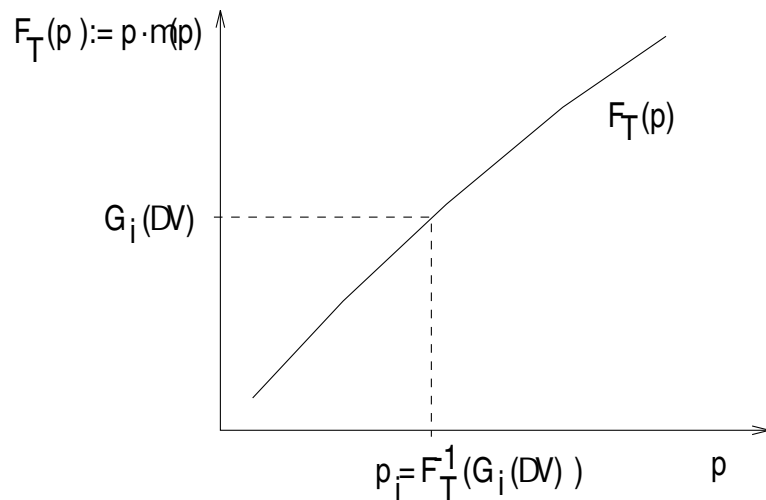


Bild 3.11: Bestimmung von der zu einem gemessenen Absorptionskoeffizienten zugehörigen Ladungsträgerverteilung: Die Identifikation von p erfolgt mit Hilfe der Berechnung der Funktion $F(p) = p \mu(p)$ durch $p = F^{-1}(G(\Delta U))$, $G(\Delta U) := \bar{p}_2 \mu_s = (j w) / (q \Delta U)$.

3.4.2 Ergebnis der Kalibrierung

Die Kalibrierung wurde im Temperaturbereich zwischen 400K und 150K durchgeführt, Messungen bei tieferen Temperaturen konnten wegen der schwächeren Meßsignale aufgrund des geringer werdenden Injektionsniveaus in der Teststruktur nicht mehr sinnvoll ausgewertet werden. Als weitere Ursache hierfür darf die Verringerung des Absorptionskoeffizienten mit tiefer werdenden Temperaturen angeführt werden (siehe Abb.3.13).

Die Resultate der Kalibrierung sind in Abb. 3.12 dargestellt. Die Absorptionsfähigkeit des Elektronen-Löcher-Plasmas nimmt mit geringeren Temperaturen ab. Die Abhängigkeit $\alpha(n)$ bei festgehaltener Temperatur kann als quasilinear betrachtet werden. Ein leicht nicht-lineares Verhalten ist angesichts der vorliegenden Meßun-

Tabelle 3.3: Kenndaten der zur Kalibrierung von $\alpha(T)$ verwendeten Diodenstruktur

	Zonenweite	Dotierung
p ⁺ -Schicht	$W_A = 15 \mu\text{m}$	$N_A = 8 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$
n ⁻ -Schicht	$W_n = 280 \mu\text{m}$	$N_d = 5 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$
n ⁺ -Schicht	$W_K = 5 \mu\text{m}$	$N_D = 2 \cdot 10^{20} \text{cm}^{-3}$

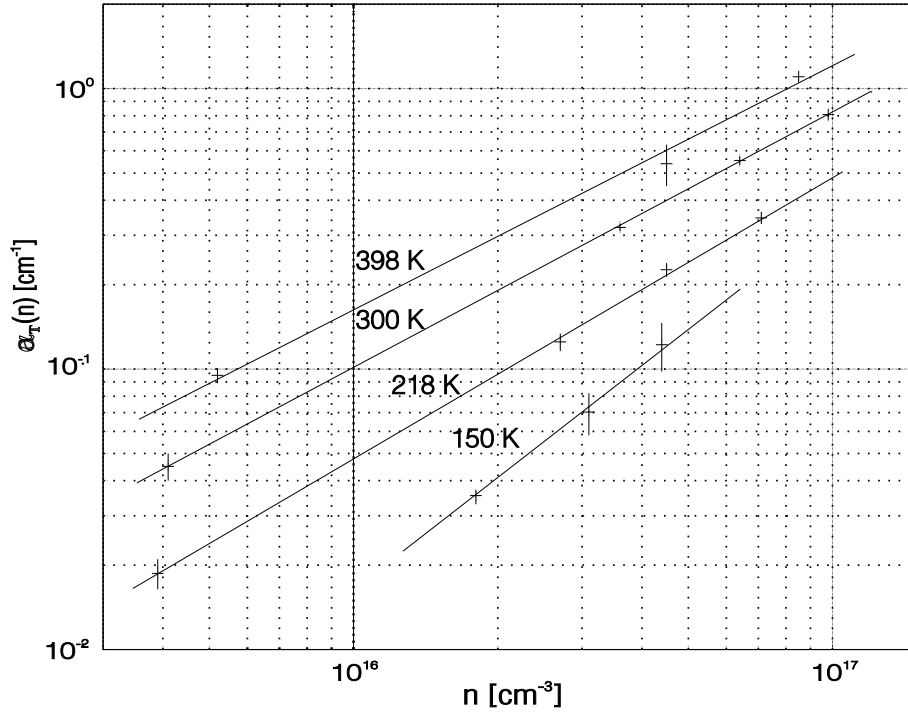


Bild 3.12: Absorptionskoeffizienten eines Elektronen-Löcher-Plasmas in Abhängigkeit der Trägerkonzentration für 398K, 300K, 218K und 150K.

genauigkeit nicht auszuschließen, im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird zur Auswertung der Meßdaten jedoch von einem linearen Verhalten ausgegangen.

Um eine Extrapolation zu Temperaturen $T > 398$ K bzw. $T < 150$ K hin zu ermöglichen, wurden die Steigungen $(d\alpha(p)_T/dn)$ gegenüber der Temperatur aufgetragen und durch ein schwach quadratisches Gesetz

$$\frac{d\alpha}{dp}(T) = (0.000054102 T^2 + 0.008657865 T + 0.62080680) 10^{-18} \text{cm}^2 \quad (3.36)$$

angenähert (siehe Abb. 3.13). Somit kann z.B. für $T=100$ K ein Absorptionskoeffizient von $\alpha_{100K}(p) = 0.2 \cdot 10^{-17} p \text{ cm}^{-1}$ angenommen werden.

Da andere Untersuchungen zur Abhängigkeit von Absorptionskoeffizienten freier Ladungsträger für höhere oder niedrigere Temperaturen als bei Raumtemperatur in der Literatur derzeit nicht verfügbar sind, muß sich eine vergleichende Diskussion auf Daten für $T=300$ K beschränken. Ebenso wenig soll an dieser Stelle eine Diskussion der theoretischen Verfahren [35, 69] zur Berechnung der Absorptionskoeffizienten geführt werden.

Durch Vergleich der in Abb. 3.12 dargestellten Werte von $\alpha_{300}(p)$ mit entsprechenden durch Gl. (3.28) gegebene Daten für $p=1 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ (siehe auch Tab. 3.2) erscheint

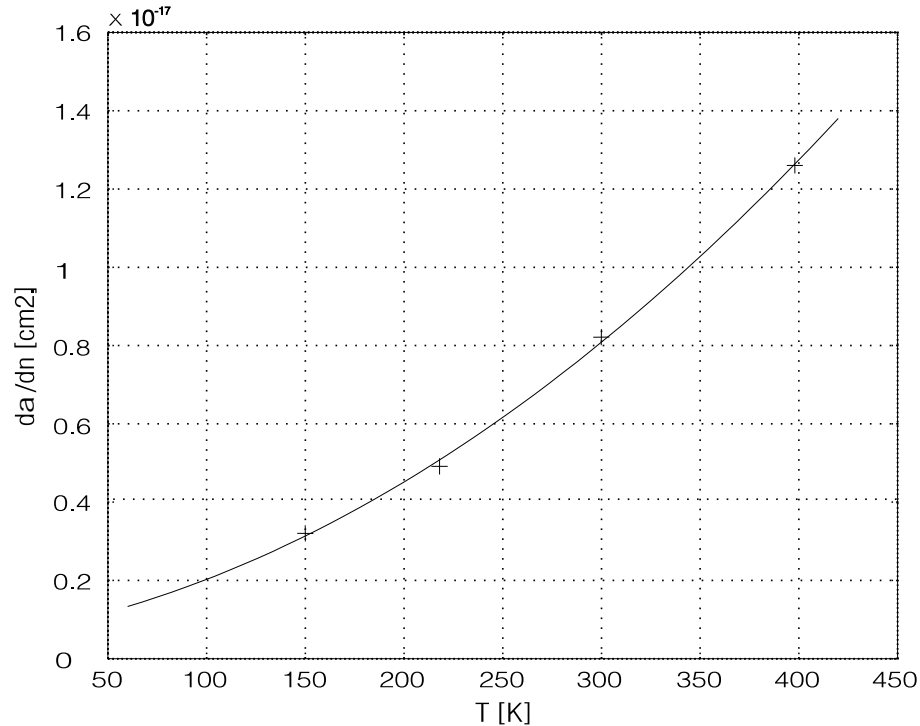


Bild 3.13: Absorptionskoeffizient pro Ladungsträgerkonzentration ($d\alpha/dn$) ausgehend von einer linearen Abhängigkeit $\alpha(n)$ aufgetragen gegen die Temperatur.

es zunächst so, daß die für Raumtemperatur ermittelten Werte $\alpha_T(p)$ in Abb. 3.12 deutlich höher sind, als etwa die von Horwitz [34] bestimmten Absorptionskoeffizienten. Ursache hierfür mag die in Abschnitt 3.4.1 dargestellte Problematik der von Horwitz angewandten Methode der Auswertung von U_{OC} Gl. (3.29) sein.

Um die Resultate vergleichbar zu machen, wurden die in [34] gegebenen Daten nach der zweiten oben dargestellten Methode (siehe Abschnitt 3.4.1), Gl. (3.32) ausgewertet, wie sie im Rahmen der vorliegenden Arbeit angewandt wurde. Das Resultat ist in Abb. 3.14 zusammen mit entsprechenden Daten, entnommen aus [73], und den Werten von $\alpha(p)_{300K}$ aus Abb. 3.12 dargestellt. Nach dieser Neu-Interpretation zeigt sich ein verändertes Bild der Verhältnisse. Die sich aus den Meßdaten von [34] ergebenden Absorptionskoeffizienten $\alpha(p)$ für $T=300K$ sind nun jeweils etwa um einen Faktor 3 größer, als die im Rahmen dieser Arbeit bestimmten Werte. Die Ursachen hierfür können die unterschiedliche Anordnung und Art der Auswertung sein, wie zu Beginn des Abschnitts 3.4 erläutert.

Zusätzlich sind in Abb. 3.12 Werte von Absorptionskoeffizienten in Abhängigkeit der Trägerkonzentration dargestellt, wie sie von [73] ermittelt wurden. Diese Werte liegen nun deutlich unter den hier bestimmten Werten, die nun im Mittelbereich von um sie herum verteilten Werten liegen.

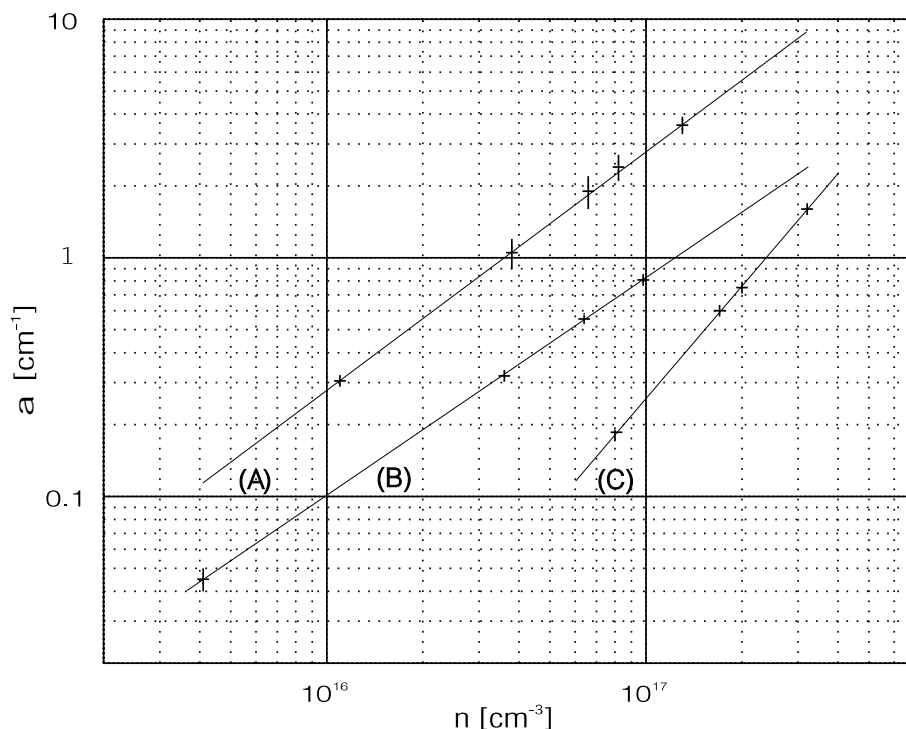


Bild 3.14: Vergleich von Absorptionskoeffizienten für $\lambda=1.32\mu\text{m}$ bei $T=300\text{K}$: (A) Neurechnete Werte nach Meßdaten von Horwitz et al. [34], (B) Werte nach Abb. 3.12, (C) Absorptionskoeffizienten entnommen aus Ukhanov [73].

3.5 Experimentelle und simulative Charakterisierung einer Gleichrichterdiode

Unter den verschiedenen untersuchten Leistungsdiodenstrukturen fand sich lediglich ein Probenotyp, der nicht nur über den gesamten Temperaturbereich von 100K bis 420K elektrisch funktionstüchtig war, sondern der auch noch optische Meßsignale hoher Qualität lieferte. Es handelte sich dabei um Chips eines Gleichrichterdiudentyps (1200V), zur Verfügung gestellt von der Fa. IXYS. Diese wurden nun dazu verwendet, die in Kapitel 2 beschriebene Theorie des bipolaren Stromtransportes in Silizium, insbesondere bei tieferen Temperaturen, und das darauf basierende Simulationsmodell zu validieren. Im folgenden werden die durch Anwendung der in den vorangegangenen Abschnitten erläuterten, optischen Charakterisierungsmethoden gewonnenen experimentellen Ergebnisse vorgestellt und abschließend mit entsprechenden Simulationsergebnissen des elektrischen Verhaltens und den damit einhergehenden bauelemente-internen elektronischen Trägerverteilungen der untersuchten Modelle verglichen.

3.5.1 Temperaturverhalten im elektrischen Betrieb

Das thermische Verhalten wurde durch das Verfahren der bauelemente-internen Laserdeflexion [17] charakterisiert. Zwar ist das thermische Verhalten von Leistungshalbleiterchips selbst weniger Gegenstand der vorliegenden Arbeit als das elektrische Verhalten, aber zur Modellvalidierung ist eine Absicherung der in den Modellen implizit enthaltenen Annahme isothermer, vertikaler Bedingungen erforderlich. Typische zeitliche Verläufe von Deflexionssignalen, wie sie sich in der Driftzone einer Leistungsdiode anodenseitig bzw. kathodenseitig ausbilden, sind in Abb. 3.15a dargestellt. Die Unterschiede der Signalformen der Deflexion können allein durch qualitative Betrachtungen der Sachlage erklärt werden: Wie sich der interessierte Leser anhand einer Skizze schnell veranschaulichen kann, sind Trägergradienten (siehe Abschnitt 3.1.4) und unter den gegebenen Umständen der anodenseitigen Montage Temperaturgradienten zum jeweiligen Rand hin gleichgerichtet. Die Wirkungen beider Gradienten auf die Signalformen an den Rändern der Driftzone sind somit entgegengerichtet. Da in der Phase beginnender Trägerinjektion der Ladungsträgeranteil des Brechungsindexgradienten dominiert, ist zunächst anodenseitig ein negativer Ausschlag des Deflexionssignals zu beobachten, der sich aufgrund eines zeitlich sich verringernden Trägergradienten und zunehmenden Einflusses der Temperatur abbaut. Kathodenseitig ist das Deflexionssignal aufgrund entgegengesetzter Gradienten sofort positiv. Die Temperaturerhöhung ist hier im wesentlichen auf die Rekombination von Minoritätsträgern zurückzuführen.

Die Auswertung der Deflexionssignale ist keineswegs trivial: Die Deflexionssignale enthalten die kombinierte Information hinsichtlich der Einflüsse der absoluten Gradienten von Temperatur und Trägerverteilung auf den Brechungsindex. Die Separation zur Bestimmung der Temperaturverteilung erfolgt durch Subtraktion der Trägergradientenbeiträge, die sich aus den absoluten, mittels Absorptionsmethode ermittelten Trägerkonzentrationen bestimmen lassen. Wenn, wie im vorliegenden Fall, die Trägerverteilungen infolge des hohen Injektionsniveaus und hoher Lebensdauer relativ flach verlaufen (siehe Abschnitt 3.5.2), führen bereits geringe Meßunsicherheiten zu relativ großen Fehlern im Ladungsträgergradienten. Durch die Separation der Deflexionssignale werden diese Fehler auf die ermittelten Temperaturgradienten übertragen. Da mit tieferen Temperaturen zunehmend experimentelle Schwierigkeiten der exakten Probenausrichtung im Strahlengang mit entsprechenden Folgewirkungen für die Meßgenauigkeiten auftraten, ist zum gegenwärtigen Stand der Meßtechnik eine vergleichende Studie rein experimentell ermittelter Temperaturverläufe für verschiedene Betriebstemperaturen nicht sinnvoll.

Bei kathodenseitiger Montage besteht, da der Großteil der Heizleistung am p^+n^- -Übergang anodenseitig erzeugt wird, ein monoton fallender, negativer Temperaturgradient hin zur Kathode. Im Temperaturgleichgewicht kann nun mit der gemessenen Sockeltemperatur als Randbedingung über die Temperaturgradienten eine Bestim-

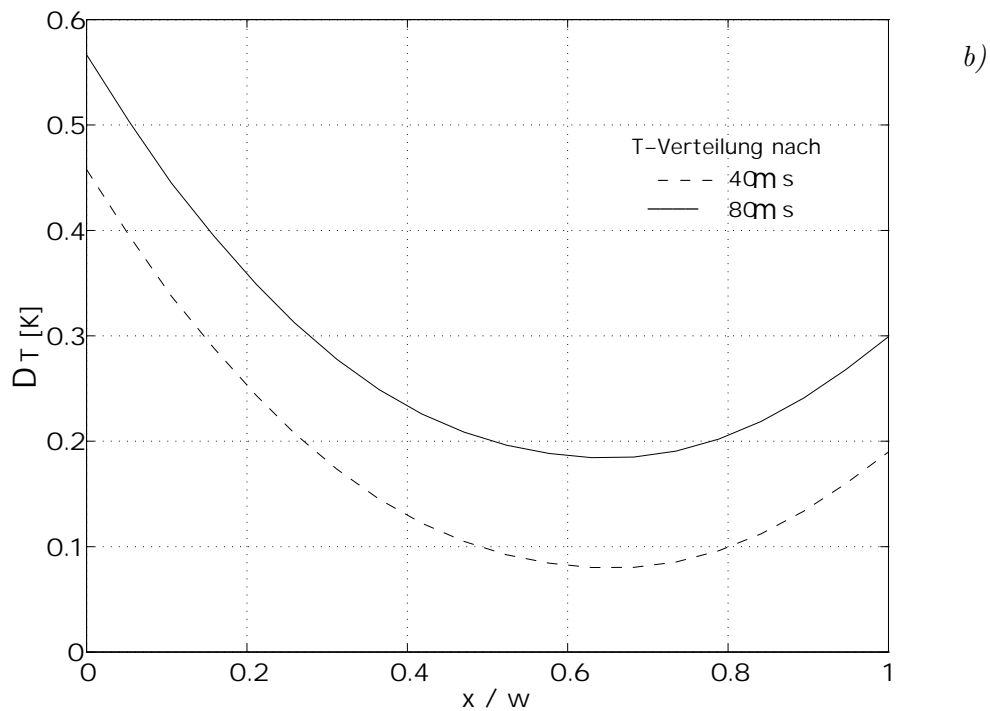
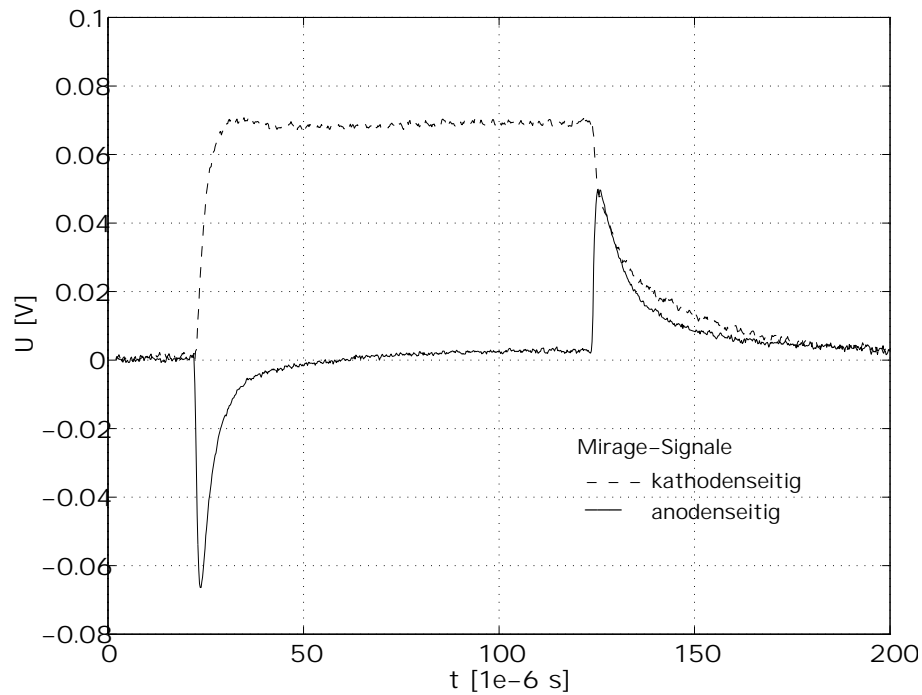


Bild 3.15: Untersuchung des vertikalen Temperaturverhaltens: a) Deflexionssignale anoden- (—) und kathodenseitig (- - -) bei Beaufschlagung der Diode mit einem rechteckförmigen Stromsignal, aufgetragen gegen die normierte Weite der Driftzone x/w . In (b) sind die ausgewerteten Temperaturverläufe nach $40\mu\text{s}$ (- - -) und nach $80\mu\text{s}$ (—) dargestellt

mung des absoluten Temperaturverlaufs erfolgen. Da die hier verwendeten Proben jedoch anodenseitig montiert wurden, ist zusätzlich zur o.g. Schwierigkeit die Bestimmung des absoluten Temperaturhubes des Temperaturminimums der Verteilung gegenüber Sockeltemperatur wegen des Fehlens eines Temperaturfixpunktes problematisch. Wenn auch mit einem gewissen systematischen Fehler behaftet, sollen hier dennoch wenigstens für 300K die vertikalen Temperaturverläufe für $40\mu\text{s}$ und $80\mu\text{s}$ Pulsdauer bei Nennstrombelastung in Abb. 3.15b dargestellt werden. Zur Umgehung der dargestellten Schwierigkeit wurde eine Abschätzung des Temperaturhubes über den zeitlich ansteigenden mittleren Hub Gl. (3.22) des Gesamtchips durchgeführt, wozu nur die elektrischen Signale erforderlich sind.

Da die Schwankungsbreite der ermittelten, lokalen Temperaturen relativ gering ist, was qualitativ auch für die Temperaturverläufe aller anderen Untersuchungstemperaturen beobachtet wurde, und sich insgesamt innerhalb 1K bewegt, ist also für die Simulationen des elektrischen Bauelementeverhaltens (siehe nächster Abschnitt) die Annahme isothermer Bedingungen hinreichend gerechtfertigt.

3.5.2 Interne Trägerkonzentrationen in Experiment und Simulation

Die Bestimmung der absoluten Trägerkonzentration erfolgte mittels Absorptionsmethode (Abschnitt 3.1.3). Ein typisches AC-Absorptionssignal ist in Abb. 3.16 dargestellt. Es sei insbesondere bemerkt, daß — dies trifft für alle mit diesem Probentyp durchgeführten Messungen zu — infolge des geringen Temperaturhubes keine störenden Überlagerungen des Meßsignals durch FPI (siehe Abschnitt 3.3.4) auftraten.

Zur Durchführung der Simulationsreihen wurden zunächst die Modellparameter so verfeinert, daß für 300K und 398K sowohl für die Trägerverteilungen (Abb. 3.17) als auch für die elektrischen Kennlinien (Abb. 3.18) gleichzeitig bestmögliche Übereinstimmung mit den experimentellen Daten erzielt wurde. Hiervon ausgehend wurde eine Extrapolation des Modellverhaltens hin zu tiefen Temperaturen (220K, 100K) durchgeführt.

Die Resultate der experimentell bestimmten Verläufe von Ladungsträgerkonzentrationen bei Nennstrombelastung für Sockeltemperaturen von 398K, 300K, 220K und 102K sind in Abb. 3.17 als Symbole dargestellt. Die jeweils entsprechenden Simulationsergebnisse sind als Linien gezeichnet, wobei die auf dem Standardmodell Gl. (2.3.1) basierenden Ergebnisse gestrichelt (— — —) und die durch Anwendung des neu entwickelten Modells Gl. (2.3.2) berechneten Verläufe als durchgezogene Linien (—) dargestellt sind.

Insgesamt kann mit geringeren Temperaturen bei ansonsten gleichen eingepprägten Stromdichten eine Reduzierung des Niveaus injizierter Ladungsträger beobachtet werden. Während für die Temperaturen von 398K bis 220K zwischen den Simulationsergebnissen basierend auf dem neuen Modell gute Übereinstimmung zu den

Meßergebnissen besteht, trifft dies bei Verwendung des Standardmodells lediglich bei 398K zu. Bei 300K besteht zwar in den Randbereichen gute Übereinstimmung, für den Mittelbereich sind jedoch bereits deutliche Abweichungen festzustellen. Für 220K liegt die mit dem Standardmodell berechnete Verteilung insgesamt um 20% bis 25% unter der experimentellen Kurve bzw. für 100K ca. 50%.

Für 100K ergibt die Simulationsrechnung bei Verwendung des neuen Modells eine Verteilung, die durch die Meßwerte hindurchläuft. Allerdings gibt der wellige und flache Verlauf der experimentellen Daten lediglich die Größenordnung der Ladungsträgerkonzentrationen wider und kann nicht als real angesehen werden. Ursache hierfür könnten thermomechanische Verspannungen der Probensonde im Kryostaten sein, die eine Desorientierung durch Verkippung des Proben-Chips bewirkte, und somit wegen des schrägen Strahlverlauf eine Mittelung über verschiedene Positionen lieferte. Der simulierte Verlauf zeigt zudem eine deutliche Krümmung, was auf das Verhalten der Temperaturabhängigkeit des verwendeten Trägerlebensdauermodells zurückzuführen ist. Trotz der Ungenauigkeiten hinsichtlich des kalibrierten Absorptionkoeffizienten, womit zusätzlich systematische Unsicherheiten hinsichtlich des Ni-

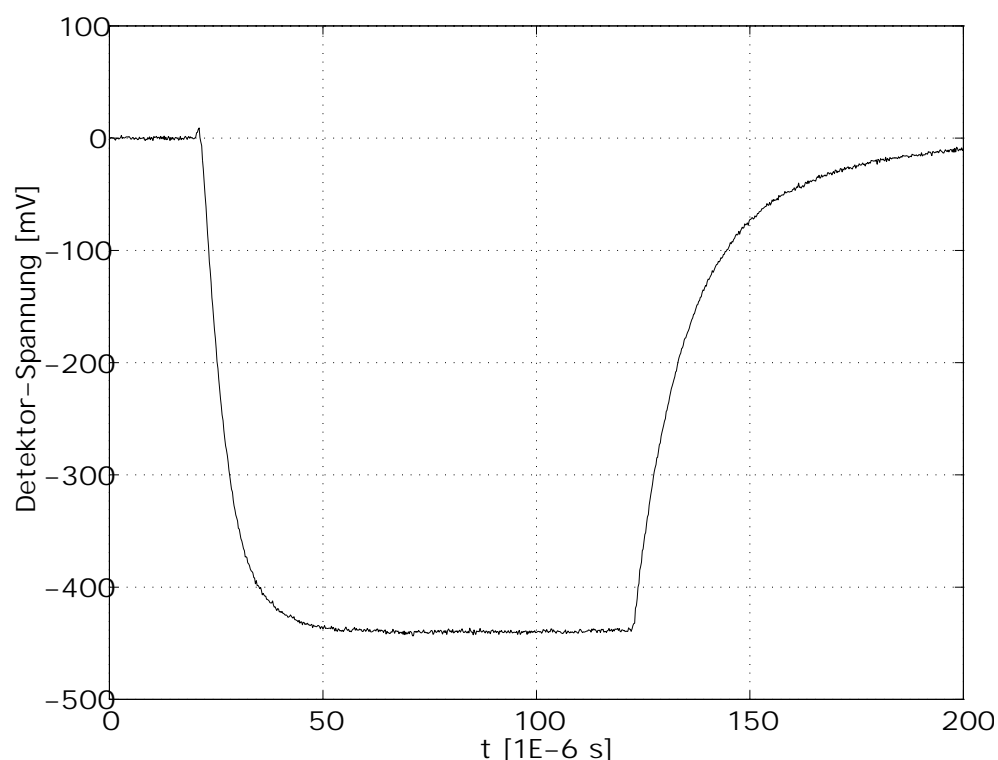


Bild 3.16: Absorptionssignal (AC) einer pin-Diode bei Beaufschlagung mit einem rechteckförmigen Stromsignal.

veaus der Gesamtverteilung bestehen, liegen jedoch Simulation und Experiment innerhalb eines annehmbaren, gemeinsamen Bereichs.

3.5.3 Statisches Diodenverhalten in Experiment und Simulation

Mit den Simulationsmodellen, mit denen zunächst die bauelemente-internen Trägerkonzentrationen für eine Stromdichte von $150\text{A}/\text{cm}^2$ berechnet wurden, wurden nun die statischen Kennlinien in Abhängigkeit der o.g. Temperaturen simuliert. In der vergleichenden Darstellung (Abb. 3.18) sind wieder die auf dem neuen Modell basierenden Kurvenverläufe als durchgezogene Linie (—), die mit dem Standard-Modell berechneten Verläufe als gestrichelte Linie, und die Meßpunkte als Symbole dargestellt. Die Meßpunkte $I(U)$ wurden durch Spannungsabgriff an einem niederinduktiven Meßwiderstand bzw. an der aufgebauten Probe (siehe Abb. 3.8) bestimmt. Während für den oberen Temperaturbereich, d.h. bei 398K und 300K, jeweils für beide Modelle gute Übereinstimmung mit den Meßwerten besteht, gilt dies für die tieferen Temperaturen bei 220K und 100K nur bei Verwendung des neuen Modells Gl. (2.32). Die Kennlinienverläufe, berechnet mit dem Standard-Modell, zeigen mit tieferen Temperaturen zunehmende Abweichungen. Charakteristischerweise sind hier die jeweils berechneten Spannungsabfälle zu gering, obwohl andererseits die entsprechenden Trägerkonzentrationen unter dem Niveau der experimentellen Daten liegen.

3.5.4 Diskussion der Resultate

Das für tiefere Temperaturen beobachtete Verhalten des Standardmodells ist, bezogen auf die experimentellen Ergebnisse des äußeren elektrischen sowie des bauelemente-internen elektronischen Verhaltens, nicht konsistent. Hierzu seien folgende Überlegungen durchgeführt:

Ist man zunächst von der Richtigkeit und allgemeinen Gültigkeit des Standardmodells (siehe Abschnitt 2.3.1) überzeugt, so lassen sich — isoliert betrachtet — die bei tieferen Temperaturen zu geringen Spannungsabfälle, berechnet mit Hilfe von Gl. (2.20), allein auf bei diesen Temperaturen möglicherweise nicht mehr gültige Parameter der Beweglichkeiten μ_n und μ_p zurückführen: Benutzt man nun im Gedankenexperiment korrigierte Parameter der Beweglichkeitsmodelle, die bei tieferen Temperaturen eine Reduzierung der Beweglichkeiten bewirken, was als legale Methode der Modellverfeinerung möglich ist, könnte der berechnete Spannungsabfall im richtigen Maße erhöht werden. Zieht man jedoch nun Gl. (3.28) als zumindest qualitativ gültige Beziehung zur Beschreibung des Verhältnisses $\alpha \propto p/\mu$ heran, kommt man zu folgendem Resultat: Eine Reduktion der Beweglichkeitswerte würde zwangsläufig

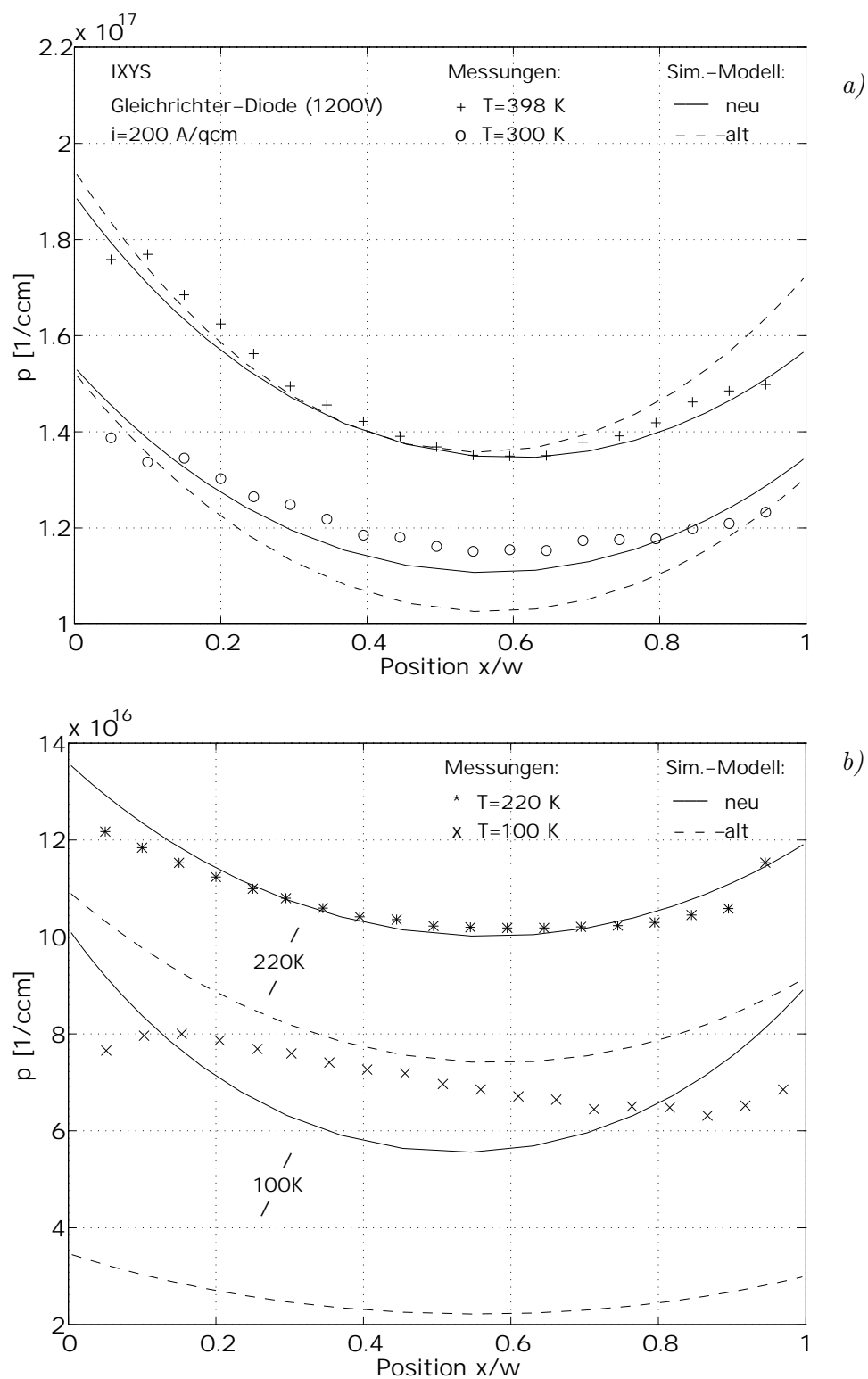


Bild 3.17: Trägerverteilungen bei 398K, 300K, 220K und 100K in einer Gleichrichterdiode (IXYS, 1200V): Die experimentellen Ergebnisse sind als Symbole und die simulierten Verläufe als Linien dargestellt (Standard-Modell: - - -, neues Modell: —).

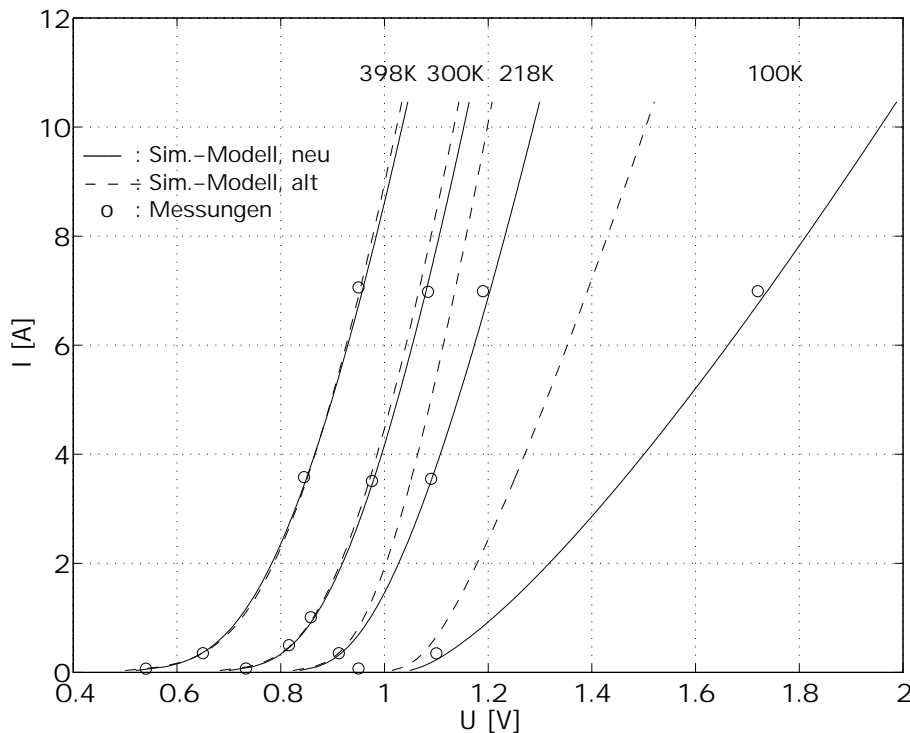


Bild 3.18: Statisches Verhalten der Gleichrichterdiode (IXYS, 1200V) in Abhängigkeit von der Temperatur: Neues Modell (—), Standard-Modell (- - -), Meßpunkte (o)

auch zu einer Absenkung der Ladungsträgerkonzentration p führen, da das Verhältnis p/μ durch den Absorptionskoeffizienten α fixiert ist. Je besser also durch eine oben beschriebene Parametervariation die Spannung mit Meßwerten übereinstimmt, desto größer wird die Abweichung der simulativ ermittelten Ladungsträgerkonzentration gegenüber dem Experiment. Entsprechendes gilt auch in umgekehrter Weise. Das Standardmodell ist also nur in begrenztem Maße gültig, da es unter Bedingungen, bei denen der Einfluß des Beitrags von Elektronen-Löcherstreuung auf die Beweglichkeiten zunehmende Bedeutung erlangt, die entsprechende Konzentration freier Ladungen nicht mehr korrekt berechnen kann.

Wie aus dem Vergleich der Trägerbeweglichkeiten nach dem Modell von Mnatsakanov in Abb. 1.8 mit entsprechenden Ergebnissen, berechnet nach dem Standardmodell von Dorkel-Leturqc, in Abb. 1.9 deutlich wird, führt die spezielle Beschreibung der Elektronen-Löcherstreuung des Mnatsakanov-Modells bei tieferen Temperaturen zu einer wesentlich stärkeren Absenkung der Beweglichkeiten, als das Standardmodell. Es ist somit verständlich, daß bei Verwendung des Standardmodells der Spannungs-

abfall über der Driftzone, der die Leitfähigkeitsmodulation charakterisiert, geringer ist, als bei Verwendung des neuen Modells, und gleichzeitig Trägerkonzentrationen geliefert werden, die ebenso deutlich unter den entsprechenden Werten liegen, wie sie das Modell Gl. 2.32 berechnet.

3.5.5 Konsequenzen für die Modellbildung

Durch Einsatz des vorgestellten neuen Modells oder möglicher adäquater zwei- und dreidimensionaler Formulierungen in Device-Simulatoren können also folgende Konsequenzen erwartet werden:

- Ein Diodenmodell bei Verwendung der Standardtheorie kann zwar derart parametrisiert werden, daß es im Temperaturbereich $T > 250\text{K}$ das elektrische, statische und transiente Verhalten genau wiedergibt, jedoch für Simulationen bei immer tieferen Temperaturen wird man feststellen müssen, das es in zunehmendem Maße unmöglich ist, einen Parametersatz zu finden, der sowohl für den statischen als auch den dynamischen Fall gültig ist. Genau dies wurde bereits in früheren Untersuchungen beim praktischen Anwenden [42] eines Standardmodells beobachtet. Hierbei wurde festgestellt, daß zwar im statischen Fall die Durchlaßspannungen für tiefe Temperaturen korrekt berechnet werden konnten, gleichzeitig aber im transienten Fall die Diodenrückstromspitzen immer deutlich zu klein waren.

Ursache hierfür ist ein in der Simulation zu gering berechnetes Niveau injizierter Ladungen im statischen Fall, weshalb dann beim Schalten, speziell beim aktiven Ausräumen der Diode, keine Übereinstimmung der Simulation mit dem experimentellen Stromverlauf $I(t)$ und der Speicherladung $Q_{rr} = \int_{t_0}^{t_1} I(t) dt$ besteht. Bei Verwendung des beschriebenen neuen Modells wird jedoch die Speicherladung höher berechnet, weshalb damit für Dioden bessere Übereinstimmung im Verlauf der Rückstromspitze erwartet werden kann. In analoger Weise würde sich dies auch in Modellen anderer bipolarer Bauelemente, wie z.B. dem IGBT oder dem GTO, äußern, wo die Auswirkungen auf die Strom- und Spannungsverläufe speziell der Schweißphase des Abschaltens deutlich werden.

- Im statischen Fall ergeben sich für Dioden mit großem Verhältnis W/L (siehe Abschnitt 2.4) charakteristische, kastenförmige Trägerverteilungen (Abb. 2.5), die im transienten Fall wiederum die zeitlichen Verläufe von Strom- und Spannungssignalen beeinflussen.
- Insgesamt ergeben sich auch Folgen für die Berechnung von statischen und transienten Verlusten, was für die Charakterisierung und Optimierung von Bauelementen und Schaltungen, wie auch ihrer Kühlung, von Bedeutung ist.

- Aufgrund der auch im oberen Temperaturbereich $T > 250\text{K}$ vorhandenen Unterschiede in den Beweglichkeiten bei Verwendung der unterschiedlichen Modelle (siehe Vergleich Abb. 1.8 und Abb. 1.9), die jeweils die Driftterme der Kontinuitätsgleichungen 2.16 und 2.32 beeinflussen, ist u.U. zu erwarten, daß sich nicht nur bei tiefen Temperaturen unterschiedliche Simulationsresultate des transienten Verhaltens ergeben, sondern auch bei Normalbedingungen, wenn der Beitrag der Driftterme dominant wird. Dies trifft nicht nur für Simulationen von Hochspannungsbau-elementen zu, die eine große Driftzonenweite besitzen, sondern auch allgemein für die Berechnung extrem schneller Schaltvorgänge, wie sie z.B. durch hartes Ansteuern von GTO–Thyristoren erreicht werden.

Mit dem vorgestellten Gesamtmodell konnten bei Bedingungen zunehmend dominanter werdender Elektronen–Löcher–Wechselwirkung die experimentell belegte höhere Trägerkonzentration und damit im Vergleich zum Standardmodell größere Speicherladung in der Driftzone von Leistungsdioden bei gleichzeitig korrekter Durchlaßspannung erfolgreich beschrieben werden. In der Literatur sind zwar Ansätze zu finden, die belegen, daß dies ebenso durch das Konzept der Beschreibung von Exzitonen [39] erreicht werden kann, der experimentell nachgewiesenen Drag–Effekt von Minoritätsträgern (siehe Abschnitt 1.6.3) kann jedoch damit im Gegensatz zum Beweglichkeitsmodell nach Mnatsakanov nicht beschrieben werden.

Ausblick

Nach Abschluß der durchgeführten Arbeiten seien hier aufgrund der gewonnenen Erfahrungen und dargestellten Ergebnisse folgende Anregungen gegeben, um zu weiteren substantiellen Resultaten auf diesem Forschungsgebiet zu kommen:

- Zur Verbesserung der Modellbildung sind weitere Untersuchungen leitfähigkeitsmodulierender Effekte und ihrer Beschreibung erforderlich. Es ist hierbei zu klären, ob die quasi-phänomenologische Darstellung der dotierungsabhängigen Bandlückenreduktion durch eine konsequente Einbeziehung der Beschreibung von Exzitonen ersetzt werden kann. Weiter sind Untersuchungen zur Erstellung eines konsistenten Gesamtmodells erforderlich. Dabei ist auch das Zusammenwirken der Beschreibungen der effektiven Ionisierung und der Elektronen-Löcher-Wechselwirkung, aber u.U. auch die Separation der Einflüsse leitfähigkeitsändernder Effekte, insbesondere unter Berücksichtigung der Temperatur, zu untersuchen.
- Zur Durchführung von Simulationen dynamischer Vorgänge sind weitere programmiertechnische Modifizierungen des Modells erforderlich. Die Zeitabhängigkeit ist zwar im Prinzip bereits implementiert, die aufgetretenen numerischen Probleme konnten jedoch im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht behoben werden und seien Aufgabe der weiteren Modell-Entwicklung.
- Es sollte eine Erweiterung der Modellbibliothek durch weitere Modelle anderer Bauelemente (IGBT, GTO) erfolgen. Verschiedene Typen, insbesondere solche mit hoher Spannungsfestigkeit, sollten parametrisiert und im Vergleich mit Experimenten charakterisiert werden.
- Zur bauelemente-internen Charakterisierung von Leistungshalbleitern unter realitätsnahen Einsatzbedingungen wären Messungen am Absorptions-/Deflexions-Meßplatz unter transienten Bedingungen wünschenswert. Hierfür sind Erweiterungsarbeiten nötig, um höhere Spannungsfestigkeiten zu gewährleisten.
- Eine Steigerung der Qualität der Meßergebnisse könnte dabei durch eine Verbesserung der Optik erzielt werden: Mit variabler, numerische Apertur könnte

eine Anpassung des Strahlquerschnittes an die Probengeometrie erfolgen und damit probenspezifisch eine optimale Meßgenauigkeit erreicht werden.

- Zur Vermeidung von Fabry–Perot–Interferenzen wäre auch eine Modifizierung der Probenpräparation wünschenswert, mit der ein definierter Fehlschliffwinkel der polierten Seitenflächen der Bauelemente–Chips erreicht werden kann. Zusätzlich würde eine andere Lichtquelle geringerer Kohärenzlänge eine Reduktion der Störungen bewirken, und damit zu erhöhter Genauigkeit der Absorptionssignale führen. Die Wellenlänge sollte jedoch nicht wesentlich größer sein, um den Verlust der Ortsschärfe infolge von Beugungsphänomenen in Grenzen zu halten.

Mit einem derart verbesserten Meßplatz sollte zunächst eine neue Kalibrierung des temperaturabhängigen Absorptionskoeffizienten für die Absorption von IR–Licht durch Streuung an freien Ladungsträgern stattfinden. Abgesehen von den dann hervorragenden und anwendungsnahen Charakterisierungsmöglichkeiten von Leistungshalbleitern, könnten mit weiteren Messungen an verschiedenen Bauelementen weitere wesentliche Erkenntnisse zur Verbesserungen der Modellbildung von Leistungshalbleitern gesammelt werden. Nach Implementierung auch in Device–Simulatoren wären schließlich genaue Simulationen über einen weiten Temperaturbereich mit allen Vorteilen für die Bauelemente–Entwicklung möglich.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Untersuchung der physikalischen Modellierung von bipolaren Leistungshalbleiterbauelementen auf Siliziumbasis im Temperaturbereich von 100K bis 400K. Ziel ist die Untersuchung der Gültigkeit der hierfür verwendeten Transportgleichungen und die Schaffung von Grundlagen zur Erstellung kompakter Modelle zu Zwecken von Netzwerksimulationen. Die gefundenen Resultate sollen auch zur Absicherung der physikalischen Modellbildung allgemein dienen. Für das statische und transiente Verhalten von bipolaren Leistungshalbleitern ist vor allem der Einfluß der überschwemmten Driftzone entscheidend. Da in der theoretischen Beschreibung des ambipolaren Stromtransportes erhebliche Unsicherheiten bestehen, die besonders deutlich werden, wenn der Beitrag der Wechselwirkung zwischen Elektronen und Löchern zur Trägerbeweglichkeit zunehmend dominant wird (etwa bei Temperaturen unter 200K), sollen die durchgeführten Untersuchungen zur Klärung beitragen. Hierzu eignen sich am besten Strukturen von Leistungsdioden, da damit Effekte zweidimensionalen Charakters entfallen, wie sie bei der Modellbildung der Strukturen komplizierterer Bauelemente, z.B. von IGBTs oder GTOs, erschwerend zu berücksichtigen wären.

Es wird ein konsistenter Satz von Modellgleichungen vorgestellt und daraus ein vollständiges, temperaturabhängiges Modell einer Leistungsdiode entwickelt. Zunächst werden die grundlegenden Gleichungen von zu implementierenden Dotierungs- und Temperatureffekten diskutiert. Von besonderer Bedeutung ist die Berücksichtigung der Abhängigkeiten der Bandlückenweite und der effektiven Ionisierung. Großes Gewicht wird auf die Beschreibung von Ladungsträgerbeweglichkeiten und dem Einfluß von Elektronen-Löcher-Wechselwirkung gelegt. Insbesondere wird das neue Beweglichkeitsmodell von Mnatsakanov diskutiert und mit der Standardbeschreibung, etwa nach Dorkel-Leturcq, verglichen. Die Unterschiede bestehen vor allem in der Art der Kopplung der Effekte, woraus sich enorme Folgen für die Modellbildung ergeben. Während sich in Standardmodellen der Einfluß von Elektronen-Löcher-Streuung lediglich dämpfend auf die Sättigungsdriftgeschwindigkeiten von Trägern auswirkt, ermöglicht das Modell von Mnatsakanov die Beschreibung des experimentell belegten Drag-Effektes von Minoritätsträgern, d.h. es ist ein Driften in einer durch das

äußere elektrische Feld vorgegebenen, entgegengesetzten Richtung möglich. Weitere Konsequenzen sind, daß die Einstein–Relation nicht mehr generell gültig ist, und daß unter Bedingungen starker Injektion das Verhältnis der Beweglichkeiten von Elektronen und Löchern unabhängig von der Trägerkonzentration wird.

In Kompaktmodellen von Leistungshalbleitern wird zur Beschreibung des ambipolaren Stromtransportes eine Kontinuitätsgleichung verwendet. Zur Berücksichtigung der Eigenschaften der Mnatsakanov–Beweglichkeitsformulierung wird eine neue Kontinuitätsgleichung hergeleitet, wobei zusätzlich im Vergleich zur Standardform die Dotierung der Driftzone berücksichtigt wird. Die neue Gleichung wird ausführlich diskutiert und beschrieben, und es werden Gültigkeitsbereiche für eine reine Drift– und Diffusionsapproximation angegeben. Schließlich wird die programmiertechnische Realisierung, die Implementierung der Gleichung und ihre numerische Lösung dargestellt.

Die Validierung des entwickelten Modells erfolgt durch elektrische Charakterisierung und der Bestimmung der bauelemente–internen Ladungsträgerkonzentration mittels Infrarotlicht–Absorption. Zur Durchführung dieser erstmaligen, temperaturabhängigen Messungen wurden ein optischer, temperaturgeregelter Kryostat für einen bei der Firma SIEMENS vorhandenen Meßplatz, sowie entsprechende Methoden zur Meßtechnik entwickelt. Neuere Erkenntnisse über das Meßverfahren als Charakterisierungsmethode von Leistungshalbleiter–Chips allgemein werden angegeben und diskutiert.

Mangels verfügbarer Daten in der Literatur zur Temperaturabhängigkeit des optischen Absorptionskoeffizienten freier Ladungsträger erfolgte eine Kalibrierung für die Wellenlänge von $1.32\mu\text{m}$ im Temperaturbereich von 150K bis 400K mittels modifizierter OCVD–Methode.

Die durch IR–Absorption gewonnenen Resultate der orts aufgelösten, temperaturabhängigen Trägerkonzentrationen in der Driftzone von Leistungsdioden werden diskutiert. Durch Vergleich mit entsprechenden simulativen Resultaten kann eine Inkonsistenz des Diodenmodells in der Standardbeschreibung nachgewiesen werden. Während für höhere Temperaturen von 400K bis 300K gute Übereinstimmung sowohl im elektrischen Verhalten, als auch in den entsprechenden Trägerverteilungen besteht, liefert das Standardmodell für tiefere Temperaturen bis 100K zunehmend zu geringe Trägerkonzentrationen. Gleichzeitig zeigen jedoch auch die Spannungsabfälle im statischen Durchlaß deutlich zu geringe Werte, was ein Indiz für die unzulängliche Beschreibung der Elektronen–Löcher–Wechselwirkung in der Standard–Beweglichkeitsmodellen ist.

Gute Ergebnisse wurden hingegen mit dem vorgestellten, neu entwickelten Diodenmodell basierend auf der EHS–Theorie nach Mnatsakanov erzielt.

A. Anhang

A.1 Die Methode der finiten Differenzen

Gegeben sei eine streng monoton wachsende Menge

$$M = \{x_{i-1}\} \in \mathbb{R} \quad : \quad i = [1, \dots, n+2] \in \mathbb{N} \quad .$$

Weiter seien als Differenzen zwischen $x_i, x_{i+1} \in M$ definiert

$$h_i = x_i - x_{i-1} \quad \text{mit} \quad \sum_{j=0}^{n+1} h_j = x_{n+1} - x_0 \quad .$$

Eine Funktion $f(x) \in \mathbb{R}$, die im Intervall $x \in [x_0; x_{n+1}]$ stetig ist, und im vorliegenden Fall zumindest 3-mal differenzierbar ist, kann dann nach dem Satz von Taylor [11] durch die Reihenentwicklungen, zunächst zweiter Ordnung,

$$\begin{aligned} f(x_{i+1}) &= f(x_i) + h_{i+1} \cdot \frac{df(x)}{dx} \Big|_{x_i} + \frac{h_{i+1}^2}{2} \cdot \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x_i} + R_3(x) \\ f(x_{i-1}) &= f(x_i) - h_i \cdot \frac{df(x)}{dx} \Big|_{x_i} + \frac{h_i^2}{2} \cdot \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x_i} + R_3(x) \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

oder dritter Ordnung

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + h_{i+1} \cdot \frac{df(x)}{dx} \Big|_{x_i} + \frac{h_{i+1}^2}{2} \cdot \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x_i} + \frac{h_{i+1}^3}{6} \cdot \frac{d^3 f(x)}{dx^3} \Big|_{x_i} + R_4(x_{i+1}) \quad (\text{A.2})$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - h_i \cdot \frac{df(x)}{dx} \Big|_{x_i} + \frac{h_i^2}{2} \cdot \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x_i} - \frac{h_i^3}{6} \cdot \frac{d^3 f(x)}{dx^3} \Big|_{x_i} + R_4(x_{i-1})$$

dargestellt werden, wobei $R_3(x)$ und $R_4(x)$ Restglieder der Taylorentwicklung von f sind.

Aus (A.1) folgt durch Umformung die erste Ableitung von f im Punkt x_i

$$\frac{df(x)}{dx} \Big|_{x_i} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{h_{i+1} + h_i} \quad , \quad (\text{A.3})$$

wobei die Methode der finiten Differenzen zur näherungsweisen Darstellung von Ableitungen eine Vernachlässigung des Restterms $R_2(x)$ vorsieht. Entsprechend folgt aus (A.3) die Darstellung der zweiten Ableitung

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x_i} = 2 \frac{h_i f(x_{i+1}) - (h_i + h_{i+1}) f(x_i) + h_{i+1} f(x_{i-1}))}{(h_{i+1} + h_i)^2} \quad . \quad (\text{A.4})$$

Bei Verwendung von Taylorentwicklungen höherer Ordnung, als hier exemplarisch durchgeführt, kann die Genauigkeit der genäherten Darstellungen von $df(x)/dx$, bzw. $d^2f(x)/dx^2$ gesteigert werden. Damit verbunden ist auch eine Berücksichtigung weiter entfernter Punkte von x_i und ihrer Funktionswerte.

A.2 Das Crout'sche Reduktionsverfahren zur Lösung linearer Differentialgleichungen

Das Reduktionsverfahren nach Crout ist eine Variante der Gauß-Elimination [23] zur Lösung linearer Gleichungssysteme des Typs

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad . \quad (\text{A.5})$$

Die k -te Gleichung von (A.5) wird nach der Unbekannten x_k aufgelöst, und somit gilt für $a_{kk} \neq 0$

$$x_k = \frac{1}{a_{kk}} \cdot \left(- \sum_{i=1}^{k-1} a_{ki} x_i - \sum_{i=k+1}^n a_{ki} x_i + b_k \right) \quad . \quad (\text{A.6})$$

Um den numerischen Fehler bei der Division möglichst klein zu halten wählt man das Element a_{kk} , genannt Pivot-Element, betragsmäßig groß, wozu im allgemeinen ein Zeilen- oder Spaltentausch durchgeführt werden muß. Vorausgesetzt die Gleichungsmatrix ist nicht-singulär, wird die Unbekannte x_k in die folgenden Gleichungen eingesetzt und damit eliminiert. Führt man die Eliminationsschritte fort so erhält man schließlich ein Gleichungssystem $\mathbf{Cx} = \mathbf{d}$ mit einer oberen Dreiecksmatrix \mathbf{C} der Gestalt

$$\begin{aligned} c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n &= d_1 \\ c_{22}x_2 + \dots + c_{2n}x_n &= d_2 \\ &\vdots \\ c_{nn}x_n &= d_n \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Dieses System kann durch sukzessives Rückwärts-Einsetzen gelöst werden, d.h.

$$x_n = d_n / c_{nn} \quad , \quad (\text{A.8})$$

also allgemein durch

$$x_j = \left(d_j - \sum_{k=j+1}^n c_{jk} x_k / c_{jj} \right) \quad : \quad j = n-1, \dots, 1 \quad . \quad (\text{A.9})$$

Während nach dem Gauß-Verfahren die Matrix \mathbf{A} in eine Dreiecksmatrix übergeführt wird, beruht das Reduktionsverfahren nach Crout darauf, \mathbf{A} in das Produkt einer unteren Dreiecksmatrix \mathbf{L} und einer oberen Dreiecksmatrix \mathbf{R} zu zerlegen. Hierbei bestehen die Elemente von \mathbf{L} in der Hauptdiagonalen aus Einsen. Somit ergibt sich die Lösung des Gleichungssystems

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{LRx} = \mathbf{b} \quad (\text{A.10})$$

durch Zurückführung auf die Gleichungssysteme

$$\mathbf{L}\mathbf{y} = \mathbf{b} \quad (\text{A.11})$$

$$\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (\text{A.12})$$

mit Dreiecksmatrizen, die analog zum Gauß-Verfahren durch Rückwärtseinsetzen gelöst werden können.

Ein Vorteil des Crout'schen Verfahrens ist, daß im Vergleich zum Gauß-Algorithmus die Anzahl der zu speichernden Zwischengrößen und Rechenoperationen (nur $3n-3$ Additionen, bzw. Subtraktionen und $5n-4$ Multiplikationen, bzw. Divisionsschritte gegenüber $(2n^3+3n^2-5n)/6$ Additionen, bzw. Subtraktionen und $(n^3+3n^2-n)/3$ Multiplikations-, bzw. Divisionsschritten beim Gaußverfahren) stark reduziert sind, was die Rechengeschwindigkeit deutlich erhöht. Allerdings ist die Anwendung im allgemeinen nur zur Lösung von Gleichungssystemen relativ geringer Ordnung empfehlenswert, da u.U. Rundungsfehler in nicht mehr akzeptabler Größenordnung entstehen können.

Zur Diskussion weiterer Grenzen des Verfahrens sei auf die Literatur verwiesen.

Symbolverzeichnis

Formelgrößen

Vektorielle Größen sind **fett**, skalare Größen normal gedruckt.

Doppelbelegungen von Symbolen sind nicht immer vermeidbar, wenn übliche Bezeichnungskonventionen eingehalten werden sollen, die eindeutige Zuordnung wird jedoch aus dem Zusammenhang im Text klar. Die angegebenen Einheiten entsprechen nicht immer der SI-Norm

Symbol	Beschreibung	Einheit
a, b, c	Gitterkonstanten	$\overset{\circ}{\text{Å}}$
a*, b*, c*	Gitterkonstanten des reziproken Gitters	$\overset{\circ}{\text{Å}}$
a, b, c	Basisvektoren des realen Gitters	$\overset{\circ}{\text{Å}}$
a*, b*, c*	Basisvektoren des reziproken Gitters	$1/\overset{\circ}{\text{Å}}$
b	Beweglichkeitsverhältnis μ_n/μ_p	
C	Wärmekapazität	J/K
c	spezifische Wärmekapazität	J/g/K
D_A	ambipolarer Diffusionskoeffizient	m^2/s
$D_{n,p}$	Diffusionskoeffizient von Elektronen, bzw. Löchern	m^2/s
E, \mathbf{E}	Elektrisches Feld	V/m
E	allgemein Energie	J
$E_{A,D}$	Ionisationsenergie von Akzeptor, bzw. Donator-Atomen	eV
$E_{C,V}$	Energieniveau von Leitungs- bzw. Valenzband	eV
E_G	Bandlücke $E_C - E_V$ im elektronischen Energiespektrum von Halbleitern	eV
f	Besetzungswahrscheinlichkeit	
E_L	Minimum des Leitungsbandes	eV, J
r	Ortsvektor	m, $\overset{\circ}{\text{Å}}$
G	Generationsrate	1/s
g	Zustandsdichte	$1/(\text{m}^3 \text{ J})$
g_n	Degenerationsfaktor des Leitungsbandes	
g_p	Degenerationsfaktor des Valenzbandes	
j	allg. Stromdichte	A/cm ²
$j_{n,p}$	Elektronen-, bzw. Löcherstromdichten	A/cm ²
L	Länge, hier effektive Wechselwirkungslänge	mm
L_A	ambipolare Diffusionslänge	μm
$L_{n,p}$	Diffusionslängen von Elektronen, bzw. Löchern	μm

Symbol	Beschreibung	Einheit
m	allg. Masse	kg
m_0	Ruhemasse	kg
$m_{n,p}^*$	effektive Massen von Elektronen und Löchern	kg
$N_{A,D}$	Dotierungskonzentration von Akzeptor-, bzw. Donatoratomen	cm^{-3}
N_t	Konzentration negativ geladener Einfangzentren	cm^{-3}
N_d	Dotierungskonzentration schwach dotierter Driftzonen	cm^{-3}
N_I	Konzentration ionisierter Störstellen	cm^{-3}
n	allgemeine Elektronenkonzentration	cm^{-3}
n_i	Intrinsische Elektronenkonzentration	cm^{-3}
P_t	Konzentration positiv geladener Einfangzentren	cm^{-3}
p	allgemeine Löcherkonzentration	cm^{-3}
p_0	Löcherkonzentration im Gleichgewicht	cm^{-3}
R	Rekombinationsrate	1/s
T	Absolute Temperatur	K
\mathbf{t}	Primitive Translation im realen Gitter	$\overset{\circ}{\text{Å}}$
\mathbf{t}^*	Primitive Translation im reziproken Gitter	$\overset{\circ}{\text{Å}}$
t	Zeit	s
Δt	Zeitdifferenz	s, μs
U	elektrische Spannung	V, mV
V	Potential	V _m
V	Volumen der der Einheitszelle im realen Gitter	$\overset{\circ}{\text{Å}}^3$
V^*	Volumen der Einheitszelle im reziproken Gitter	$\overset{\circ}{\text{Å}}^3$
v_{th}	thermische Geschwindigkeit	m/s
$w_{A,K}$	Weite von Anode, bzw. Kathode	μm
x,y,z	Koordinatenrichtungen, Richtungsvariable	
δ	Winkelmaß	
ϵ	Elektronenenergie	J, eV
μ	allg. Beweglichkeitsgröße von Ladungsträgern	$\text{cm}^2/(\text{V s})$
$\mu_{n,p}$	Beweglichkeit von Elektronen, bzw. Löchern	$\text{cm}^2/(\text{V s})$
$\mu_{np,pn}$	Beiträge zur Beweglichkeit durch Elektronen-Löcher-Streuung	$\text{cm}^2/(\text{V s})$
ν	Versatz	μm
Ψ	Winkelgröße	
ρ	Massendichte	kg/m^3
ρ	Spezifischer, elektrischer Widerstand	V m/A

Symbol	Beschreibung	Einheit
σ	Elektrische Leitfähigkeit, Kehrwert des spez. Widerstandes	$1/(\Omega \text{ m})$
$\sigma_{n,p}$	Einfangquerschnitte von Haftzentren	nm^2
τ	allg. Trägerlebensdauer	μs
$\tau_{n,p}$	Lebensdauer von Elektronen, bzw. Löchern	μs

Physikalische Konstanten

Symbol	Bezeichnung	Wert
c_0	Vakuumlichtgeschwindigkeit	$2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
e	Elementarladung	$1.6021892 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
h	Planck-Konstante	$6.62176 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
$\hbar = h/2\pi$	Drehimpulsquantum	$1.0545887 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
k	Boltzmannkonstante	$1.380662 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
m_0	Elektronenruhemasse	$9.109543 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
ϵ_0	Elektrische Feldkonstante	$8.85418782 \cdot 10^{-12} \text{ C/(V m)}$

Materialgrößen von Silizium

Symbol	Bezeichnung	Wert
a	Gitterkonstante	5.43095 \AA
$E_G(300\text{K})$	Energielücke	1.12 eV
$E_G(0\text{K})$	Energielücke	1.21 eV
$dE_G/dP(300\text{K})$	Druckabhängigkeit von E_G	$-2.4 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$
m_l^*/m_0	relative, effektive Elektronenmasse (longitudinal)	0.98
m_t^*/m_0	relative, effektive Elektronenmasse (transversal)	0.19
m_1^*/m_0	relative, effektive Löchermasse (schwer)	0.49
m_2^*/m_0	relative, effektive Löchermasse (leicht)	0.160

Literaturverzeichnis

- [1] ANALOGY, INC.: *The SaberGuide and SaberScope Manual, Release 4.0*. Registered in England No. 2372734, Registered Office: Aldwych House, Aldwych, London WC2B 4JP, 1995.
- [2] ARORA, NARAIN D., JOHN R. HAUSER und DAVID J. ROULSTON: *Electron and hole mobilities as a function of concentration and temperature*. IEEE Trans. on Electron Devices, 29(2):292–95, Febr. 1982.
- [3] ASHCROFT, N.W. und N.D. MERMIN: *Solid State Physics*. Saunders College, Philadelphia, 1. Auflage, 1976.
- [4] ASKEROV, B.M.: *Electron Transport Phenomena in Semiconductors*. World Scientific Publishing, Singapore, New Jersey, London, Hongkong, 1. Auflage, 1994.
- [5] AW, S. E., H. S. TAN und C. K. ONG: *Optical absorption measurements of band-gap shrinkage in moderately and heavily doped silicon*. J. Phys.: Condens. Matter, 3:8213–23, 1991.
- [6] BEDNORZ, K. und J. MUELLER: *Possible high temperature superconductivity in Ba-LaCuO*. Z.Phys., 64:189, September 1986.
- [7] BENNETT, HERBERT S.: *Heavy doping effects on bandgaps, effective intrinsic carrier concentrations and carrier mobilities and lifetimes*. Solid-State Electron, 28(1):193–200, 1985.
- [8] BENNETT, HERBERT S. und CHARLES L. WILSON: *Statistical comparisons of data on band-gap narrowing in heavily doped silicon: Electrical and optical measurements*. J. Appl. Phys., 55(10):3582–87, may 1984.
- [9] BLAKEMORE, J.S.: *Solid State Physics*. Cambridge University Press, Cambridge, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney, 2. Auflage, 1988.
- [10] BLUDAU, W., A. ONTON und W. HEINKE: *Temperature dependence of the band gap in silicon*. J. Appl. Phys, 45(4):1846–48, April 1974.
- [11] BRONSTEIN, I.N. und K.A. SEMENDJAJEW: *Taschenbuch der Mathematik*. Harri-Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 19. Auflage, 1981.
- [12] BUCKEL, W.: *Supraleitung*. VCH, Weinheim, 4. Auflage, 1990.
- [13] BULLIS, W.M.: *Properties of gold in silicon*. Solid-State Electron., 9:143, 1966.
- [14] BURDEN, R.L., J.D. FAIRES und A.C. REYNOLDS: *Numerical Analysis*. Prindle, Weber & Schmidt, Boston, Mass., 3. Auflage, 1985.
- [15] CAUGHEY, D. und R. THOMAS: *Carrier mobilities in silicon empirically related to doping and field*. IEEE Proc., Seiten 2192–93, 1967.

- [16] DANNHAUSER, F.: *Die Abhängigkeit der Trägerbeweglichkeit in Silizium von der Konzentration der freien Ladungsträger-I.* Solid-State Electron., 15:1371, September 1972.
- [17] DEBOY, GERALD: *Charakterisierung von Leistungshalbleiterbauelementen durch Interne Laserdeflektion.* Doktorarbeit, TU München, 1995.
- [18] DORKEL, J.M. und PH. LETURCQ: *Carrier mobilities in silicon semi-empirically related to temperature, doping and injection level.* Solid-State Electron., 24(9):821–25, 1981.
- [19] DZIEWIOR, J. und D. SILBER: *Minority-carrier diffusion coefficients in highly doped silicon.* Appl.Phys.Lett., 35(2):170–72, July 1979.
- [20] FOSSUM, J., R. MERTENS, D. LEE und J. NIJS: *Carrier recombination and lifetime in highly doped silicon.* Solid-State Electron., vv??:569–76, 1983.
- [21] GOEBEL, H.: *Hybrid-Verfahren zur Modellierung Leistungselektronischer Bauelemente.* VDI-Verlag, Düsseldorf, 1993.
- [22] GOEBEL, H. und K. HOFFMANN: *Full dynamic power diode model including temperature behaviour for use in circuit simulators.* In: *International Symposium on Power Semiconductor Devices & ICs*, Seiten 130–35, Tokyo, Japan, 1992.
- [23] GOLUB, G.M. und J.M. ORTEGA: *Scientific Computing.* Teubner, Stuttgart, 1. Auflage, 1996.
- [24] GREEN, MARTIN A.: *Intrinsic concentration, effective densities of states, and effective mass in silicon.* J. Appl. Phys., 67(6):2944–2954, March 1990.
- [25] GREEN, MARTIN A.: *Many-body theory applied to solar cells: Excitonic and related carrier effects.* 38(6):1399–1409, Juni 1990.
- [26] GRESSEROV, B.N. und T.T. MNATSAKANOV: *Estimate of the role of the electron-hole scattering in the transport of carriers in multilayer gallium arsenide structures.* Sov. Phys. Semicond., 24(9):1042–43, September 1990.
- [27] GROVE, A.S.: *Physics and Technology of Semiconductor Devices.* John Wiley and Sons, New York, 1. Auflage, 1967.
- [28] HALL, R.N.: *Statistics of the recombination of holes and electrons.* Phys. Rev., 87:387, September 1952.
- [29] HERLET, ADOLF: *The forward characteristic of silicon power rectifiers at high current densities.* Solid-State Electron, 11:717–42, 1968.
- [30] HERRMANN, D.: *Anwendung von Mikrocomputern 4: Numerische Mathematik.* Vieweg, Braunschweig, 1. Auflage, 1983.
- [31] HILLE, F. und R. THALHAMMER: *Technischer Report: Die Eignung des Verfahrens der „Internen Laserdeflexion“ als Charakterisierungsmethode für Leistungsbaulemente.* TU München, Lst. für Technische Elektrophysik, 1997.
- [32] HÖPFEL, R.A., J. SHAH, P.A. WOLFF und C.G. GOSSARD: *Negative absolute mobility of electrons GaAs quantum wells.* Phys. Rev. Lett., 56(25):2736–39, Juni 1986.
- [33] HÖPFEL, R.A., J. SHAH, P.A. WOLFF und C.G. GOSSARD: *Negative absolute mobility of holes in n-doped GaAs quantum wells.* Appl. Phys. Lett., 49(10):572–74, September 1986.
- [34] HORWITZ, C.M. und R.M. SWANSON: *The optical free-carrier absorption of a hole-electron plasma in silicon.* Solid-State Electron., 23:1191–94, 1980.

- [35] HUANG, H.C., S. YEE und M. SOMA: *Quantum calculations of the change of refractive index due to free carriers in Silicon with nonparabolic band structure*. J. Appl. Phys., 67(4):2033–39, 1990.
- [36] ISBERG, M., P. JONSSON, F. MASSZI, F. VOJDANI, H. BLEICHNER, M. ROSLING und E. NORDLANDER: *Experimentally verified temperature dependent physical models/parameters for power device simulation*. In: *Proc. of the ISPSD'94*, Seiten 281–86, 1994.
- [37] ISE, INTEGRATED SYSTEMS ENGINEERING AG: *Dessis Reference Manual, Version 1.3*. ISE, ETH-Zentrum, Gloriastraße 35, CH-8092 Zürich, Switzerland, 1994.
- [38] JÜNGST, K.P., P. KOMAREK und W. MAURER: *Use of Superconductivity in Energy Storage*. World Scientific, Singapore, 1. Auflage, 1994.
- [39] KANE, D.E. und R.M. SWANSON: *The effect of excitons on apparent band gap narrowing and transport in semiconductors*. J. Appl. Phys., 73(3):1193–97, 1985.
- [40] KANE, D.E. und R.M. SWANSON: *Effect of electron-hole scattering on the current flow in semiconductors*. J. Appl. Phys., 72(11):5294–304, December 1992.
- [41] KANE, EVAN O.: *Band-tails in semiconductors*. Solid State Electron., 28(1):3–10, 1985.
- [42] KASAHARA, NAOKI: *Internal report: Behaviour of power semiconductor devices (IGBT & Diode) at low temperatures*. TU München, Lst. für Elektrische Antriebs-technik, 1995.
- [43] KOCH, F.: *Persönliche Mitteilung*. 1994.
- [44] KRAUSSE, J.: *Die Abhängigkeit der Trägerbeweglichkeit in Silizium von der Konzentration der freien Ladungsträger-II*. Solid-State Electron., 15:1377, September 1972.
- [45] LAMPERT, M. und P. MARK: *Current Injection in Solids*. Academic Press, New York, 1970.
- [46] LANG, J.E., F.L. MADARASZ und P.M. HEMEGER: *Temperature dependent density of states effective mass in non-parabolic p-type silicon*. J. Appl. Phys., 54(6):3612, 1983.
- [47] MACFARLANE, G.G., T.P. MCCLEAN, J.E. QUARRINGTON und V. ROBERTS: *Fine structure in the absorption-edge spectrum of silicon*. Phys.Rev., 111(5):1245–54, September 1958.
- [48] MARX, M., A.E. SCHLÖGL, K. EDER und D. SCHRÖDER: *Comparison of Zero-Voltage-Switching Converters at Low Temperatures*. In: *Proc. of the PESC'96*, Seiten 83–88. IEEE, 1996.
- [49] METZNER, D., T. VOGLER und D. SCHRÖDER: *A modular concept for the circuit simulation of bipolar power semiconductors*. IEEE Trans. on Power Electronics, 9:506–13, 1994.
- [50] METZNER, DIETER: *Netzwerkmodelle abschaltbarer Leistungshalbleiter-Bauelemente*. Doktorarbeit, TU München, 1994.
- [51] MNATSAKANOV, T.T.: *Transport coefficients and Einstein relation in a high density plasma of solids*. Phys. Status Solidi B, 143:225–33, 1987.

- [52] MNATSAKANOV, T.T., I.L. ROSTOVTSEV und N.I. PHILATOV: *Investigation of the effect of nonlinear physical phenomena on charge carrier transport in semiconductor devices*. Solid-State Electron., 30(6):579–585, 1987.
- [53] MNATSAKANOV, T.T., D. SCHRÖDER und A.E. SCHLÖGL: *Effect of high injection level phenomena on the feasibility of diffusive approximation in semiconductor device modeling*. Solid-State Electron., 42(1):153–63, 1998.
- [54] NORDE, H.: *Ionized dopant concentration in silicon—an analytical approach*. Solid State Electron., 38(12):2059–61, 1995.
- [55] PEARSON, G.L. und J. BARDEEN: *Electrical properties of pure silicon and silicon alloys containing boron and phosphorous*. Phys.Rev., 75:865–83, 1949.
- [56] PIRES, R.G., R.M. DICKSTEIN, S.L. TITCOMB und R.L. ANDERSON: *Carrier freezeout in silicon*. Cryogenics, 30:1064–68, December 1990.
- [57] SAH, C., P. CHAN, C.K. WANG, R. SAH, K. YAMAKAWA und R. LUTWACK: *Effect of zinc impurity on silicon solar-cell efficiency*. IEEE Trans. Electron Devices, 28(2):304–13, 1981.
- [58] SCHENK, A.: *A Model for the field and temperature dependence of Shockley–Read–Hall lifetimes in silicon*. Solid-State Electron., 35(11):1585–96, 1992.
- [59] SCHIERWATER, G.: *Untersuchung der optischen Absorption an freien Ladungsträgern und der Rekombinationsstrahlung am Elektron–Loch–Plasma von pin–Dioden*. Doktorarbeit, TU Berlin, 1975.
- [60] SCHLÖGL, A.E., T.T. MNATSAKANOV, H. KUHN und D. SCHRÖDER: *Temperature dependent behaviour of silicon power semiconductors — a new physical model validated by device–internal probing between 400K and 100K*. In: *Proc. of the PESC’98*, Seiten 1720–25. IEEE, 1998.
- [61] SCHLÖGL, A.E., T.T. MNATSAKANOV und D. SCHRÖDER: *Temperature dependent characterization of silicon power semiconductors — a new physical model validated by device–internal probing between 400K and 100K*. In: *Proc. of the ISPSD’98*, Seiten 383–86. IEEE, 1998.
- [62] SCHRÖDER, DIERK: *Elektrische Antriebe 3: Leistungselektronische Bauelemente*. Springer–Verlag, Berlin, 1. Auflage, 1996.
- [63] SCHRODER, D.K.: *Carrier lifetimes in silicon*. IEEE Trans. on Electron Devices, 44(1):160–70, January 1997.
- [64] SELBERHERR, S.: *Analysis and Simulation of Semiconductor Devices*. Springer–Verlag, Berlin, 1984.
- [65] SHOCKLEY, W. und W.T. READ: *Statistics of the recombination of holes and electrons*. Phys. Rev., 87:835–42, September 1952.
- [66] SIMMNACHER, BIRGIT: *Charakterisierung des Einflusses von Defekten auf die Eigenschaften von Leistungshalbleitern*. Doktorarbeit, Johann Wolfgang Goethe–Universität, Frankfurt a.M., 2000.
- [67] SLOOTBOOM, J.W. und H.C. DEGRAAF: *Bandgap narrowing in silicon bipolar transistors*. IEEE Trans. on Electron Devices, 24(4):1123–25, 1977.
- [68] SOMMERFELD, ARNOLD. *Z. Phy.*, 47:1, 1928.
- [69] SOREF, R.A. und B.R. BENNET: *Electrooptical effects in silicon*. IEEE J. Quantum Electron., 23(1):123–29, 1987.

- [70] SPIRITO, P. und A. SANSEVERINO: *Determination of Energy Levels of Recombination Centers in Low Doped Si Layers by Temperature Dependence of Recombination Lifetime*. Solid-State Electron., 37(7):1429–36, 1994.
- [71] SZE, S.M.: *Physics of Semiconductor Devices*. John Wiley & Sons, New York, 2. Auflage, 1981.
- [72] TANG, J.Y. und KARL HESS: *Impact ionization of electrons in silicon (steady state)*. J. Appl. Phys, 54(9):5139–44, September 1983.
- [73] UKHANOV, YU.I.: *Optical Properties of Semiconductors (geschrieben in Russisch)*. Nauka Publishers, Moskau, 1. Auflage, 1977.
- [74] UNBEHAUEN, HEINZ: *Regelungstechnik*. Verf.-Verlag Heinz Unbehauen, Braunschweig, 9. Auflage, 1997.
- [75] VOGLER, T., A. SCHLÖGL, D. SCHRÖDER und N. KASAHARA: *Modeling and characterizing power semiconductor devices at low temperatures*. In: *Proc. of the IPEC*, Seiten 1232–1238, Tokyo, Japan, 1995.
- [76] VOGLER, THOMAS: *Physikalische Netzwerkmodelle von Leistungshalbleiter-Bauelementen unter Berücksichtigung von Modularität und Temperatur*. Doktorarbeit, TU München, 1996.
- [77] WANG, SHYH: *Fundamentals of Semiconductor Theory and Device Physics*. Prentice-Hall International, Inc., London, 1. Auflage, 1989.
- [78] XU, CHIHAI: *Netzwerkmodelle von Leistungshalbleiter-Bauelementen (Diode, BJT und MOSFET)*. Doktorarbeit, TU München, 1990.
- [79] YOUNG, MATT: *Optik, Laser, Wellenleiter*. Springer, Berlin, 1. Auflage, 1997.
- [80] ZRENNER, A., M. MARKMANN, A. PASSEN, A.L. EFROS, M. BICHLER, G. WEGSCHEIDER, W. ANDBOHM und G. ABSTREITER: *Spatially resolved magneto-optics on confined systems*. Phys.B, 256:300–7, 1998.

Lebenslauf

geboren am 1. März 1966 in München
Familienstand verheiratet, 1 Sohn, geb. 1996

09/1972 – 07/1976 Grundschule, München
09/1976 – 06/1985 Pestalozzi-Gymnasium, München
Allgemeine Hochschulreife

10/1985 – 12/1986 Grundwehrdienst, Mittenwald

10/1986 – 09/1992 Studium der Physik, Ludwig-Maximilians-Universität, München
03/1989 Vordiplom
05/1991 – 06/1992 Diplomarbeit am Bereich für angewandte Physik bei Prof.
J. Schilling und Prof. K. Stierstadt, Thema: „Präparation
und Charakterisierung der normal- und supraleitenden
Eigenschaften des einschichtigen Kupferoxids $\text{Bi}_2\text{Sr}_{2-x}\text{La}_x\text{Cu}_Y$ “
09/1992 Hauptdiplom

11/1992 – 02/1993 Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Sektion Physik, LMU München,
zur Betreuung des physikalischen Praktikums

03/1993 – 12/1997 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Elektrische
Antriebstechnik (Prof. D. Schröder), Technische Universität
München, Thema der Doktorarbeit: „Theorie und Validierung
der Modellbildung von Leistungshalbleitern im Temperaturbereich
von 100K bis 400K“

seit 01/1998 Mitarbeiter der SIEMENS AG, München,
Zentralabteilung Technik

02/2000 Promotion