

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
TUM School of Engineering and Design

Impulsartige Störgeräusche aus verschraubten Fügestellen am Beispiel der Radverschraubung

Manuel Scholl

Vollständiger Abdruck der von der TUM School of Engineering and Design der Technischen Universität München zur Erlangung eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr. Ing.)

genehmigten Dissertation.

Vorsitz: Prof. Dr.-Ing. Fabian Duddeck

Prüfende der Dissertation:

1. Prof. Dr.-Ing. Gerhard Müller
2. Prof. Dr. rer. nat. Martin Dienwiebel

Die Dissertation wurde am 17.11.2023 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die TUM School of Engineering and Design am 04.03.2024 angenommen.

Abstract (deutsch)

In dieser Arbeit werden die Entstehungsmechanismen von impulsartigen Störgeräuschen aus den Schnittstellen verschraubter Kontakte mit einem Fügepartner aus einer Aluminiumlegierung untersucht. Der Fokus liegt dabei auf dem sog. Tickern, das in den Trennebenen des Radverbundes „Brems Scheibentopf zu Rad“ sowie „Brems Scheibentopf zu Radlager“ entsteht.

Die These zum Entstehungsmechanismus dieses Störgeräusches besteht in einem Haft-Gleit-Übergang, der einen Impuls auslöst und die Struktur anregt. Zunächst wird daher über Parameterstudien zum Auftreten dieser sog. Stick-Slip-Effekte aufgezeigt, unter welchen Bedingungen diese Phänomene auftreten können.

Für den Übertrag von der Theorie auf die konkrete Problemstellung werden anschließend geeignete Verfahren vorgestellt: für die Bestimmung des Entstehungsortes werden Lokalisierungsmethoden erarbeitet, validiert und auf die Problemstellung angewendet. Zur Quantifizierung des Materialeinflusses auf die Störgeräusche werden die Ergebnisse aus der Kooperation mit zwei Instituten präsentiert.

Basierend auf den vorangegangenen Wirkkettenuntersuchungen wird die Problemstellung aus dem Fahrzeug auf einen neuen Systemprüfstand reduziert, der aus einer reduzierten Anzahl an Komponenten und Belastungen besteht. Der Prüfstand kann alle aus der Praxis und der Stick-Slip-Theorie bekannten Stellhebel abbilden und somit für die Lösungsfindung zur Eliminierung der Störgeräusche eingesetzt werden, wie im abschließenden Kapitel der Arbeit demonstriert wird.

Keywords: Impulsartige Störgeräusche Radverbund Stick-Slip-Effekt Lokalisierung

Abstract (englisch)

In this work, the mechanisms of generation of impulse-like noises from the interfaces of bolted contacts with an aluminum alloy joining partner are investigated. The focus lies on the so-called ticking noise, which comes from the frictional interfaces of the “brake disc pot to wheel” and “brake disc pot to wheel bearing”.

The thesis on the origin mechanism of the noises is a transition from stick to slip which triggers an impulse and stimulates the structure. Therefore, parameter studies on the occurrence of these so-called stick-slip effects are performed to investigate under which conditions these phenomena can occur.

Suitable methods for the transfer from theory to the specific problem are presented within this work: Localization methods are used to determine the exact position of the origin are developed, validated and applied to the problem at hand. To quantify the effects of the material on the noise phenomena, results of the cooperation with two institutes are presented.

Based on these theoretical studies, the specific problem from the wheel assembly is reduced from the vehicle to a system test bench, which consists of a reduced number of components and loads. The test bench confirms all levers known from practice and the stick-slip theory and can thus be used for practical questions, which is demonstrated in the last chapter of the work.

Erklärungen

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit im Doktoranden-Programm bei der BMW Group und der parallel dazu stattfindenden wissenschaftlichen Arbeit am Lehrstuhl für Bauchmechanik der TU München.

Daher möchte ich zunächst meinem Doktorvater Univ.-Prof. Dr.-Ing. Gerhard Müller für seine intensive Betreuung danken. Im Rahmen unserer fachlichen Gespräche und Diskussionen habe ich wertvollen Input für das Zustandekommen dieser Arbeit erhalten.

Außerdem möchte ich Prof. Dr. rer. nat. Martin Dienwiebel für die Übernahme des Zweitgutachters und der damit verbundenen Arbeit danken.

Ebenfalls danken möchte ich zahlreichen Kollegen bei der BMW Group, die mir während meiner Zeit als Doktorand stets mit Rat und Tat zur Seite standen. Dabei geht mein außerordentlicher Dank an meine Betreuer, Hans-Jörg Kolbinger und Dr.-Ing. Baldur Tiesler, die diese Arbeit ermöglicht und tatkräftig unterstützt haben. Des Weiteren geht mein Dank an meine werten Kollegen Hans-Jürgen Rosenheimer, Thomas Brüggewirth, Johannes Moosmayr sowie Christian Bloch und Christoph Dietz.

Zu guter Letzt möchte ich einen ganz besonderen Dank an meine Eltern, Christine und Bernd Scholl, ausrichten, ohne denen meine Ausbildung und Karriere nicht in dieser Promotion hätte enden können. Mein größtes Dankeschön geht aber an meine Ehefrau Elisabeth Scholl, die mir zu jeder Zeit bei so mancher Herausforderung Rückhalt geboten hat.

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe angefertigt zu haben. Die verwendete Literatur und sonstige Hilfsmittel sind vollständig angegeben.

München, 12. April 2024

Manuel Scholl

Inhaltsverzeichnis

Abstract (deutsch)	III
Abstract (englisch)	IV
Erklärungen	V
Abbildungsverzeichnis	XIII
Tabellenverzeichnis	XXIII
Abkürzungsverzeichnis	XXV
Symbolverzeichnis	XXVII
1 Einleitung und Motivation	1
1.1 Hintergründe der Arbeit	1
1.1.1 Aktuelle Herausforderungen der Automobilindustrie	1
1.1.2 Herausforderungen bei der Gestaltung von Schnittstellen unter dem Einfluss von Leichtbau	2
1.2 Fragestellung der Arbeit	2
1.3 Überblick der Arbeit	3
2 Stick-Slip- Modellierung	6
2.1 Reibung und deren Modellierung	6
2.1.1 Grundbegriffe zur Reibung	6
2.1.2 Reibungsphänomene	8
2.1.3 Modellierung von Reibung	11
2.2 Analyse des harmonisch erregten Einmassen-Schwingers	22
2.2.1 Fall 1: ohne Reibung und mit Dämpfung	25
2.2.2 Fall 2: mit Reibung ($\tilde{\mu} = 1$) und ohne Dämpfung	26
2.2.3 Fall 3: mit Reibung ($\tilde{\mu} = 1$) und mit Dämpfung	28
2.2.4 Fall 4: mit Reibung ($\tilde{\mu} \leq 1$) und mit Dämpfung	30
2.2.5 Numerische Lösung zur Berücksichtigung von Stopps	32
2.2.6 Parameterstudien am harmonisch erregten Einmassen-Schwinger mit mehr als zwei Stopps	33
2.3 Einflussanalysen auf Stick Slip - Effekte am Zweimassen-Schwinger	36
2.3.1 Vorstellung des Zweimassen-Schwingers	37
2.3.2 Parameterstudien mit dem Zweimassen-Schwinger	44

3	Methoden zur Lokalisierung	57
3.1	Grundlagen der Wellenausbreitung	57
3.1.1	Vollraum	58
3.1.2	Halbraum	58
3.1.3	Unendlich ausgedehnte Platten	59
3.1.4	Platten	61
3.1.5	Stab und Balken	62
3.2	Methoden zur Störquellenlokalisierung	65
3.2.1	Ansätze mit Ankunftszeitdifferenzen zwischen Sensoren	66
3.2.2	Ansätze mit Informationen verschiedener Wellentypen	69
3.2.3	Ansätze mit einer Ankunftszeitfunktion	71
3.2.4	Ansätze basierend auf großen Datenmengen	73
3.2.5	Ansatz über die Zeitverläufe der Sensorsignale	77
3.2.6	Ansätze über Modellierung der Struktur	78
3.3	Methoden zur Erkennung der Ankunftszeitpunkte	78
3.3.1	Überschreiten eines Grenzwertes	79
3.3.2	Akaike Information Criterion	79
3.3.3	Short Time Average und Long Time Average	80
3.3.4	Korrelationsanalyse	80
3.4	Methoden zur Datengenerierung am Beispiel Bremsscheibentopf	82
3.4.1	Experimentelle Datengenerierung	83
3.4.2	Simulative Datengenerierung	86
3.4.3	Vergleich der verschiedenen Methoden zur Datengenerierung	96
3.5	Erarbeitung einer Methode zur Störgeräusch-Lokalisierung im Radverbund	97
3.5.1	Vorstellung der Lokalisierungsmethoden	97
3.5.2	Parametrierung der Methoden	99
3.5.3	Auswahl einer geeigneten Simulationsmethode	109
3.6	Anwendung der Methoden auf die Problemstellung im Radverbund	113
3.6.1	Versuchsaufbau am fahrdynamischen Halbachsprüfstand	113
3.6.2	Identifikation der Position der Schallentstehung im lokalen, drehenden Koordinatensystem	115
3.6.3	Identifikation der Position der Schallentstehung im globalen, stehenden Koordinatensystem	118
4	Tribologische Analysen der Werkstoffpaarungen	120
4.1	Quantifizierung der Auftretenswahrscheinlichkeit von Stick-Slip-Effekten	120
4.1.1	Aufbau	121
4.1.2	Statistische Auswertung der Experimente	122
4.1.3	Modellierung der beobachteten Stick-Slip Effekte mit dem MDOF	125
4.2	Prüfaufbau Frettingtester (IWM)	131
4.2.1	Aufbau	133
4.2.2	Ergebnisse der tribologischen Untersuchungen an den Materialpaarungen aus dem Radverbund	135
5	Entwicklung eines Systemprüfstands	140
5.1	Konzeptionierung des Prüfstandsbaus	141

5.2	Erarbeitung eines Lastkollektivs	145
5.3	Erarbeitung einer objektiven Bewertung	146
5.3.1	Automatisierte Erkennung von Impulsen	147
5.3.2	Objektive Bewertung einer Prüfstandsuntersuchung	149
5.4	Validierung des Systemprüfstands	151
5.4.1	Reproduzierbarkeit	151
5.4.2	Abgleich der Frequenzspektren	151
5.4.3	Position der Schallentstehung	154
5.4.4	Abgleich mit der Praxis	154
6	Ableitung von Maßnahmen für die Praxis durch Interpretation der Analyse- Ergebnisse	159
6.1	Interpretation der Ergebnisse aus der Stick-Slip-Theorie	159
6.2	Interpretation der Ergebnisse aus der Lokalisierung	162
6.2.1	Untersuchung konstruktiv angepasster Räder am Systemprüfstand . .	162
6.2.2	Ableitung einer FEM-Methode zur Auslegung von Schnittstellen mit Reibung	163
6.3	Interpretation der Ergebnisse aus den tribologischen Analysen	169
6.3.1	Abgleich mit der Stick-Slip-Theorie und der Praxis	169
6.3.2	Abgleich mit Oberflächenuntersuchungen von am Systemprüfstand ana- lysierten Komponenten	170
7	Zusammenfassung und Ausblick	174
7.1	Zusammenfassung der Arbeit	174
7.2	Ausblick	176
7.2.1	Weitere Fragestellungen zum Phänomen Tickern	176
7.2.2	Übertrag auf weitere Phänomene in der Praxis	177
A	Anhang	179
A.1	Verwendete Software	179
A.1.1	MATLAB	179
A.1.2	Abaqus	179
A.2	Herleitung der Transferfunktion des MDOF	180
A.3	Einfluss der Anfangsbedingungen auf das Stick-Slip-Verhalten des MDOF . .	181
A.4	Die Funktion findpeaks von Matlab	181
A.5	Druckverteilung in den Trennebenen des Radverbundes	184
	Literaturverzeichnis	185

Abbildungsverzeichnis

1.1	Radverbund [Quelle: BMW AG]	3
2.1	Elemente eines tribologischen Systems. Darstellung basierend auf DIN [1979].	7
2.2	Abhängigkeit der Reibungskraft von der Relativverschiebung der Kontaktpartner. Darstellung basierend auf Rabinowicz [1951].	9
2.3	Modellvorstellung der einzelnen Kontakte einer Reibungspaarung als biegsame Borsten. Darstellung basierend auf De Wit et al [1995].	10
2.4	Stribeck-Kurve nach Stribeck [1902]. Darstellung basierend auf Armstrong-Hélouvry et al [1994].	11
2.5	Statische Reibungskennlinien: (a) Klassische Coulomb´sche Reibung, (b) Coulomb´sche Reibung mit Haftreibung, (c) Coulomb´sche Reibung mit Haftreibung und viskoser Reibung.	13
2.6	Verschiedene Abhängigkeiten des Reibungskoeffizienten von der Relativgeschwindigkeit: (a) Exponentialansatz (Tustin [1947]), (b) Verallg. Exponentialansatz (Bo and Pavelescu [1982]), (c) Gauß(Armstrong-Helouvry [1991]), (d) Cauchy-Verteilung (Hess and Soom [1990]), (e) Popp-Stelter (Popp and Stelter [1990]), (f) Sekans hyperbolicus (Xia [2003]).	16
2.7	Visualisierung der Zustandsvariable z , die die Verformung der Borste an deren Spitze beschreibt. Darstellung basierend auf Hinrichs et al [1998].	17
2.8	Einfluss des Parameters k_b ((a) und (b)) sowie des Parameters γ ((c) und (d)) auf einen harmonisch erregten Einmassenschwinger mit dem Dahl-Reibungsmodell. (a), (c) Zeitverlauf der Zustandsvariable x , (b), (d) Reibungshysterese. . . .	19
2.9	Einfluss des Parameters k_b auf einen harmonisch erregten Einmassenschwinger mit dem LuGre-Reibungsmodell. (a) Zeitverlauf der Auslenkung x der Masse, (b) Normierte Reibungskraft abh. von der Relativgeschwindigkeit; (c) Normierte Reibungskraft abh. von der Deformation der Borsten; (d) Reibungshysterese.	21
2.10	Einfluss des Parameters d_b auf einen harmonisch erregten Einmassenschwinger mit dem LuGre-Reibungsmodell. (a) Zeitverlauf der Auslenkung x der Masse, (b) Normierte Reibungskraft abh. von der Relativgeschwindigkeit; (c) Normierte Reibungskraft abh. von der Deformation der Borsten (d) Reibungshysterese.	21
2.11	Differenzierung zwischen Selbsterregung (a) und Fremderregung (b).	24
2.12	Amplitudenfrequenzgang des gedämpften SDOF ohne Reibung für verschiedene Werte von \tilde{D}	26

2.13	Ergebnisse der Veröffentlichung von Den Hartog [1931]: (a) FRF laut Gl. 2.36 für verschiedene Werte von \tilde{F}^{-1} . Die gestrichelte Linie stellt die Grenze der Gültigkeit des Ansatzes dar. In (b) ist die Stick-Slip Grenze abhängig von der Reibung und Erregerkraft dargestellt.	29
2.14	Ergebnisse der Veröffentlichung von Shaw [1986]: FRF für verschiedene Werte der Parameter $\tilde{\mu}$ und \tilde{D}	31
2.15	Vergleich von Steady-State-Lösungen mit zwei Stopps ((a),(c)) und vier Stopps, d.h. zwei abnormale Stopps ((b),(d)).	32
2.16	Ergebnis der Parameterstudien von Pratt. (a) die dicken Linien zeigen die bereits vorgestellten FRF von Den Hartog [1931]. Die Sterne und die schwarzen, dünnen Linien markieren die numerischen Ergebnisse von Pratt, mit denen sich die Werte der Vergrößerungsfunktion auch unterhalb der Grenze bestimmen lassen. (b) Zoom für kleine Frequenzen, bei denen sich die Anzahl an Stopps pro Zyklus erhöhen.	34
2.17	Ergebnis der Parameterstudien von Hong und Liu. Einfluss der Parameter η und \tilde{F} auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. (a) Gesamtüberblick und (b) Zoom für kleine Frequenzverhältnisse η	35
2.18	MDOF für die Untersuchungen zum Auftreten von Stick-Slip-Effekten. (a) Umsetzung mit Coulomb'scher Reibung und (b) mit dem Reibungsmodell mit Reibelement.	37
2.19	Reibungshysteresen für die vier vorgestellten Reibungsmodellierungen mit $\tilde{\mu} = 0.7, \gamma = 1$. (a) Modell II; (b) Modell III; (c) Modell IV; (d) Modell V; vgl. Tab. 2.3.	42
2.20	Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{K}_b = 3,37, \tilde{D}_b = 0.46$).	47
2.21	Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{K}_b = 0,70, \tilde{D}_b = 0.50$).	47
2.22	Einfluss von $\tilde{\eta}$ und \tilde{F} auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. (b) zeigt einen Ausschnitt aus (a) für niedrige Werte von $\tilde{\eta}$. Die abweichenden Farbskalen der beiden Subplots sollten beachtet werden. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{\mu} = 0.99, \tilde{K}_b = 3.37, \tilde{D}_b = 0.46$).	49
2.23	Einfluss von $\tilde{\eta}$ und \tilde{F} auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. (b) zeigt einen Ausschnitt aus (a) für niedrige Werte von $\tilde{\eta}$. Die abweichenden Farbskalen der beiden Subplots sollten beachtet werden. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten. Die Kreise markieren diejenigen Grenzzyklewn, die in Abb. 2.24 visualisiert werden ($\tilde{\mu} = 0.70, \tilde{K}_b = 0.70, \tilde{D}_b = 0.50$).	49

- 2.24 Qualitativ unterschiedliche Grenzzyklen in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz. Die rote Farbe markiert die Haftphase, die blaue die Gleitphase. (a) $\tilde{\eta} = 0.37$, $\tilde{F}^{-1} = 1.10$ (permanentes Haften); (b) $\tilde{\eta} = 1.17$, $\tilde{F}^{-1} = 1.22$ (Haften mit vereinzelt, kurzen Gleitphasen); (c) $\tilde{\eta} = 0.37$, $\tilde{F}^{-1} = 0.66$ (zwei Stopps pro Zyklus); (d) $\tilde{\eta} = 0.02$, $\tilde{F}^{-1} = 0.66$ (vier Stopps pro Zyklus); (e) $\tilde{\eta} = 0.02$, $\tilde{F}^{-1} = 0.46$ (acht Stopps pro Zyklus); (f) $\tilde{\eta} = 0.37$, $\tilde{F}^{-1} = 0.37$ (Permanentes Gleiten). 51
- 2.25 Einfluss der Parameter $\tilde{\eta} = f(\tilde{K}_b)$ und \tilde{D}_b auf die Grenze zwischen permanenten Haften und Bewegungen mit Gleitphasen. Diese Grenze ist unabhängig von der Erregerfrequenz bei Coulomb'scher Reibung. Die blauen, dicken Linien stellen eine analytische Approximation der numerischen Lösungen (rot, durchgezogen, dünn) dar ($\tilde{K} = 0,06$; $\tilde{M} = 0,51$; $\tilde{D}_1 = 0,04$; $\tilde{D}_k = 5,81$; $\tilde{\mu} = 0,70$, $\tilde{\Phi} = 0.25$). 52
- 2.26 Einfluss von \tilde{K} und \tilde{K}_b auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten. Die grünen Linien markieren die Übergänge zwischen den Gebieten für Coulomb'sche Reibung ($\tilde{\mu} = 0.99$, $\tilde{D}_b = 0.46$). 53
- 2.27 Einfluss von \tilde{K} und \tilde{K}_b auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten. Die grünen Linien markieren die Übergänge zwischen den Gebieten für Coulomb'sche Reibung ($\tilde{\mu} = 0.70$, $\tilde{D}_b = 0.50$). 53
- 2.28 Einfluss der Parameter $\tilde{\mu}$ und γ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die beiden gestrichelten Linien visualisieren einen nicht von der Relativgeschwindigkeit v_{rel} der beiden Reibungspartner abhängigen Reibungskoeffizienten (somit „Sprung“ von der Haftreibung auf die Gleitreibung bei $v_{rel} = 0$). Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{K}_b = 3,37$, $\tilde{D}_b = 0.46$). 56
- 2.29 Einfluss der Parameter $\tilde{\mu}$ und γ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die beiden gestrichelten Linien visualisieren einen nicht von der Relativgeschwindigkeit v_{rel} der beiden Reibungspartner abhängigen Reibungskoeffizienten (somit „Sprung“ von der Haftreibung auf die Gleitreibung bei $v_{rel} = 0$). Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{K}_b = 0,7$, $\tilde{D}_b = 0.50$). 56
- 3.1 Dispersionskurven für die Kirchhoff- und Mindlin-Platte sowie für Lamb-Wellen. Die konstanten Funktionen der Phasengeschwindigkeiten für die Rayleigh-Welle und die Platten-Längsschwingung stellen Tangenten der Dispersionskurven der Lamb-Wellen für hohe und niedrige Frequenzen dar. Die y-Achse wurde mit der Geschwindigkeit der Platten-Längsschwingung $c_{L,2D}$ normiert. 60
- 3.2 Visualisierung der Mode S0 (a) und Mode A0 (b) der Lamb-Wellen. Darstellung angelehnt an Schmidt [2014]. 61

3.3	Dispersionsdiagramm für verschiedene, eindimensionale Balken-Theorien. Die x-Achse stellt die mittels der Balkenhöhe h und der Scherwellengeschwindigkeit c_s entdimensionierte Anregefrequenz dar. Die y-Achse wurde mit der Kompressionswellengeschwindigkeit in eindimensionalen Strukturen $c_{L,1D}$ normiert.	63
3.4	Grafisches Vorgehen zur Ermittlung der Anregeposition durch Triangulation: die Größen $d_{1,2}$ und $d_{3,1}$ werden mittels Gl. 3.20 bestimmt. Der Radius r wird solange vergrößert, bis sich die drei Kreise mit den Radien r , $r + d_{1,2}$ und $r + d_{3,1}$ in einem gemeinsamen Punkt schneiden, der hier als oranger Punkt markiert ist. Darstellung basierend auf Kundu [2014].	67
3.5	Prinzipdarstellung der Triangulation bei unbekannter Wellengeschwindigkeit, Darstellung basierend auf Kundu [2014].	68
3.6	Prinzip des „Triaxial Sensor Approach“, bei dem aus den Amplitudeninformationen des einzelnen, triaxialen Sensors die Winkel der Verbindungslinie zwischen Sensor und Quelle bestimmt werden. Darstellung basierend auf Ge [2003a] und Hardy Jr [2003].	71
3.7	Schematische Darstellung der Architektur eines KNN für die Lokalisierung: als Eingangsdaten dienen die Ankunftszeitunterschiede zwischen den Sensoren. Ausgangsdaten des Netzes sind die prognostizierten Koordinaten der Quellenposition.	76
3.8	Verlauf der Kriterien, die zur AZE des Sensorsignals in (a) eingesetzt werden: (b) AIC-Kriterium; (c) STA/LTA-Kriterium.	81
3.9	Veranschaulichung der vom Nutzer zu wählenden Kennwerte $d_{\text{tresh},A}$ und $d_{\text{tresh},B}$ sowie der daraus ermittelten Zeitpunkte t_0 und t_1 . (a) Exemplarisches Signales eines Sensors, (b) Betrag der numerisch ermittelten Ableitung des Sensorsignals.	82
3.10	(a) Rohsignale von zehn Sensoren; (b) Ergebnis nach Normierung der zehn Sensorsignale; (c) Rohsignale, die basierend auf den Ergebnissen der Korrelationsanalyse relativ zueinander verschoben wurden.	83
3.11	Versuchsaufbau für die experimentelle Generierung von Referenzdaten. Der Bremsscheibentopf mit zehn Beschleunigungssensoren ist auf Schaumstoff gelagert.	84
3.12	(a) Antwortsignal eines Sensors auf eine impulsartige Anregung auf den Bremsscheibentopf. (b) zeigt den Zoom des Subplots (a) zur Veranschaulichung von Details beim Anstieg des Signals bei der Ankunft der ersten Welle. Zusätzlich sind die durch die automatisierte AZE ermittelten Ankunftszeiten für das Signal dargestellt.	85
3.13	Reproduzierbarkeit der normierten Ankunftszeiten der experimentellen Untersuchungen. Die Grafik zeigt das Ergebnis von fünf Wiederholungen der Anregung an derselben Position auf dem Bremsscheibentopf.	86
3.14	Einfluss der AZE auf die normierten Ankunftszeiten für zehn verschiedene Sensorpositionen. Dargestellt sind die Ergebnisse von vier verschiedenen Anregepunkten auf dem Bremsscheibentopf: (a) $x = 40$ mm; $z = -10$ mm; (b) $x = 40$ mm; $z = 10$ mm; (c) $x = -15$ mm; $z = 65$ mm; (d) $x = -55$ mm; $z = -45$ mm. Das Koordinatensystem ist in den Abb. 3.11 und 3.16 dargestellt.	87

3.15	Einfluss des Bauzustandes auf die normierten Ankunftszeiten für zehn verschiedene Sensorpositionen. Dargestellt sind die Ergebnisse von vier verschiedenen Anregepunkten auf dem Bremsscheibentopf: (a) $x = -15$ mm; $z = 65$ mm; (b) $x = -55$ mm; $z = 35$ mm; (c) $x = 30$ mm; $z = -60$ mm; (d) $x = 55$ mm; $z = 35$ mm. Das Koordinatensystem ist in den Abb. 3.11 und 3.16 dargestellt.	88
3.16	Veranschaulichung der kürzesten Wege zwischen Sensor und Quelle, die durch den DRA (blaue, gestrichelte Linien) bzw. RTA (grüne, durchgezogene Linien) ermittelt werden.	89
3.17	Visualisierung des RTA zur Bestimmung des kürzesten Weges zwischen einem Startpunkt (Sensor) und einem Endpunkt (Quelle). Der Knick des grünen Strahls am Kreis in der Mitte ist auf die für eine bessere Veranschaulichung reduzierte Anzahl an Punkten auf dem Umfang der Kreise zurückzuführen. .	90
3.18	Input und Outputs der FEM-Simulation des Bremsscheibentopfes. (a) Die Anregung wird modelliert über einen Dreiecksimpuls mit der Dauer $2 \cdot 10^{-7}$ s. (b) Antwortsignale an fünf verschiedenen Sensorpositionen. Die gestrichelten Linien zeigen exemplarisch die AZE über ein Schwellwertverfahren.	92
3.19	Normierte Ankunftszeiten der experimentellen Untersuchungen (schwarze, gestrichelte Linien) und der drei verschiedenen Simulationsmethoden.	93
3.20	Die schwarzen, dünnen Linien zeigen die Spektren der durch den Impulshammer angeregten Frequenzen bei fünf Wiederholungen. Zudem ist die Dispersionskurve der Transversalschwingung entsprechend der Kirchhoff-Platte mit den Parametern von Aluminium dargestellt. Aus den Anregungsspektren des Impulshammers lässt sich ableiten, dass Frequenzen bis etwa 22 kHz angeregt werden. Entsprechend der Dispersionskurve beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit bei dieser Frequenz etwa $1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	94
3.21	Visualisierung der Schallausbreitung bei Anregung des Bremsscheibentopfes mit einem Impuls. Die Farbe der Punkte visualisiert die ermittelten Laufzeiten zwischen einer Quelle und verschiedenen Punkten auf dem Bremsscheibentopf dar. (a) Simulation mit dem DRA ($c = 1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$); (b) Simulation mit dem RTA ($c = 1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$); (c) Experimentelle Untersuchungen mit dem Laservibrometer; (d) Simulation mit dem DRA ($c = 5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$); (e) Simulation mit dem RTA ($c = 5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$); (f) Simulation mit der FEM. Die zwei verschiedenen Farbskalen für die beiden Ausbreitungsgeschwindigkeiten sind zu beachten, die für eine bessere Veranschaulichung der Laufzeitunterschiede innerhalb der Trennebene gewählt wurden.	95
3.22	Darstellung der Datenbank-Methode auf Basis von RTA-Daten am Beispiel des Bremsscheibentopfes: (a) Bremsscheibentopf im Versuch und das verwendete Koordinatensystem. (b) Beim Vergleich von Informationen einer unbekanntem Anregeposition mit den Einträgen aus der Datenbank ergibt sich eine örtliche Verteilung des Residuums ϵ^p	99
3.23	Verteilung der Abschätzungen zur Wellenausbreitungsgeschwindigkeit aus den experimentellen Daten. Die rote, vertikale Linie markiert den berechneten Mittelwert von $5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	101

3.24	Einfluss der AZE-Methode auf die Lokalisierungsgenauigkeit. Das AIC und die Korrelationsmethode zeigen ähnliche Ergebnisse.	103
3.25	Einfluss der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen auf die Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung der Datenbank-Methode mit Ankunftszeiten aus der Simulation mit DRA (a), RTA (b) und FEM (c).	104
3.26	Einfluss der Netzfeinheit auf die Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung der Datenbank-Methode mit Ankunftszeiten aus der Simulation mit DRA (a), RTA (b) und FEM (c).	104
3.27	Einfluss der Anzahl an Anregepositionen aus den experimentellen Untersuchungen auf die Lokalisierungsgenauigkeit. x Punkte bedeuten hier, dass x der insgesamt 450 verfügbaren Punkte als Datenbasis für den Aufbau der Datenbank eingesetzt werden, während die verbleibenden 450-x Punkte als Validierungsdaten für die Berechnung der in der Grafik dargestellten Genauigkeit verwendet werden.	106
3.28	Einfluss der Anzahl an betrachteten Sensoren auf die Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung der Datenbank-Methode mit Ankunftszeiten aus der Simulation mit DRA (a), RTA (b) und FEM (c).	106
3.29	Definition eines Kriterium zur Auswahl der Sensoren, die beim Vergleich der unbekanntes Quelle mit der Datenbank berücksichtigt werden sollen. (a) zeigt die zehn Signale einer Messung: zu erkennen ist, dass Signale von Sensoren, die weiter entfernt von der Quelle sind, einen flacheren Signalanstieg aufweisen. (b) zeigt die Auswertung des Kriteriums Θ für 15 Messungen mit je zehn Signalen: je später ein Sensor die Welle registriert (höhere Platzierung), desto niedriger ist der Wert des Kriteriums.	107
3.30	Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung verschiedener Strategien bei der Auswahl von Signalen für den Abgleich mit der Datenbank.	108
3.31	Einfluss von Parametern der neuronalen Netze auf die Lokalisierungsgenauigkeit: (a) Anzahl der Neuronen in den beiden hidden layers, (b) Anzahl der Epochen des Lernprozesses.	110
3.32	Vergleich der verschiedenen Methoden zur Datengenerierung für (a) die Lokalisierungsmethode A mit Datenbanken; (b) die Lokalisierungsmethode B mit neuronalen Netzen.	111
3.33	Fahrdynamischer Halbachsprüfstand (FDHAP) bei der BMW Group und die für die Lokalisierung verwendeten Koordinatensysteme.	114
3.34	Lokales Koordinatensystem und Position der zehn Sensoren, die sich auf dem Bremsscheibentopf befinden. In der Abbildung ist die Kontaktfläche des Rades zum Bremsscheibentopf dargestellt, um aufzuzeigen, dass sich die Sensoren in dessen Aussparungen befinden.	115
3.35	(a) Normiertes Rohsignal des Lasers. Die Sterne markieren die erkannten Markierungen auf dem Rad. (b) aus dem Lasersignal abgeleitete Radstellung, die im globalen Koordinatensystem X,Y,Φ erfasst wird.	116

3.36	Lokalisierung des Entstehungsortes des Tickerns im lokalen Koordinatensystem mit Hilfe der Datenbank-Methode. Die Referenzdaten wurden jeweils mittels (a) DRA, (b) RTA, (c) FEM, (d) Experimenten bestimmt. Die Farbe der Punkte zeigt an, wie viele der 795 Impulse an der jeweiligen Stelle mit hoher Wahrscheinlichkeit entstanden sind.	117
3.37	Ergebnisse aus der Anwendung der mit experimentellen Daten trainierten KNN auf Daten mit unbekannter Anregeposition aus den Messungen am FDHAP. Die verschiedenen Farben symbolisieren fünf Netze, die jeweils mit unterschiedlichen Referenzpunkten aus den experimentellen Untersuchungen trainiert wurden.	118
3.38	Position der Schallentstehung im stehenden, globalen Koordinatensystem: die Subplots (a) und (b) zeigen zwei verschiedene Visualisierungen der Wahrscheinlichkeitsdichte, dass am Winkel Φ ein Impuls entsteht. Das Rad dreht sich in den Versuchen gegen den Uhrzeigersinn.	119
4.1	Schematischer Aufbau der Prüfmaschine „SRV5“. Quelle: Optimol Instruments.	122
4.2	Vergleich des normierten Wegsignals (a),(b) und des normierten Geschwindigkeitssignal (c),(d) für die Paarung Aluminium/Stahl (a), (c) sowie Grauguss/Stahl (b), (d). Die roten Rechtecke markieren folgende Punkte: I.) Bewegung vor dem Losbrechen, II.) abnormaler Stopp, III.) lokales Extremum im Zeitverlauf der Geschwindigkeit.	123
4.3	(a) Die Wahrscheinlichkeit zur Identifikation mindestens eines abnormalen Stopps pro Zyklus ist bei Aluminiumpaarungen höher als bei Grauguss-Paarungen. (b) Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der gemessenen, normierten Bewegungsamplitude zeigt, dass Zyklen mit einer Amplitude oberhalb oder unterhalb des vorgegebenen Sollwertes seltener auftreten.	124
4.4	Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von einem, zwei oder drei abnormalen Stopps pro halben Zyklus. Die Wahrscheinlichkeit von mehr als einem abnormalen Stopp pro halben Zyklus ist gering.	126
4.5	(a) Aus der Menge mit Zyklen $C_{7\%}$ (blau) wird ein erwarteter (rot) und ein repräsentativer (grün) Zyklus bestimmt. (b) Verteilung der normierten Positionen der abnormalen Stopps der Menge $C_{7\%}$ sowie deren Erwartungswert $\tilde{\xi}_{\text{Stopp,erw}}$	128
4.6	Einfluss des Reibungsmodells auf die Pareto-Front, die die Approximation der simulierten Daten an die Messdaten quantifiziert. Die vier Diagramme zeigen das Ergebnis des Optimierungsprozesses für vier verschiedene Paarungen einer Aluminium- und einer Graugussmessung. Das Kreuz in (c) kennzeichnet die Optimierungsergebnisse, die in Abb. 4.7 dargestellt sind.	130
4.7	Vergleich von gemessenen Signalen und den daran adaptierten, simulativen Verläufen. Normierter Zeitverlauf des Weges für zwei (a) bzw. vier Stopps pro Zyklus (b), sowie normierter Zeitverlauf der Reibungskraft für zwei (c) bzw. vier Stopps pro Zyklus (d).	131
4.8	Vergleich des Zustands des partiellen Gleitens mit dem Zustand des Gleitens für die Paarungen „Kugel auf Ebene“ sowie „Zylinder auf Ebene“. Darstellung basierend auf Neu [2011].	133

4.9	Schematische Unterteilung der Bereiche „Haften“, „Partielles Gleiten“ und „Gleiten“ in Abhängigkeit der Randbedingungen in der Kontaktstelle. Darstellung basierend auf Han et al [2006].	133
4.10	Schematische Darstellung des „Frettingtesters“ des Fraunhofer IWM, der für die Untersuchung der Proben aus dem Radverbund eingesetzt wurde.	134
4.11	Foto des Prüfstandaufbaus, dessen schematische Darstellung in 4.11 zu sehen ist.	135
4.12	Exemplarische Veränderung der Reibungshysterese einer Grauguss/Stahl-Paarung über der Zeit: (a) Hysterese im 20. Zyklus; (b) Hysterese im 40. Zyklus; (c) Hysterese im 61. Zyklus; (d) Hysterese im 65. Zyklus.	136
4.13	Normierte, dissipierte Reibungsenergie in Abhängigkeit der normierten Bewegungsamplitude für die Messung einer Grauguss/Stahl-Paarung. Der rote Kreis markiert den Übergang vom reinen Haften ins partielle Gleiten der Paarung. Die vier blauen Punkte markieren die vier in Abb. 4.12 dargestellten Hysteresen.	137
4.14	Einfluss der Flächenpressung auf den Wert der sog. Übergangsamplitude, bei der der Kontakt vom Haften ins partielle Gleiten übergeht.	138
4.15	Einfluss der normierten Flächenpressung und der Materialpaarung auf die aus den Reibungshysteresen im Bereich des Haftens ermittelte, tangentielle Kontaktsteifigkeit.	139
5.1	Kräfte, die während der Kurvenfahrt auf das kurvenäußere Rad einwirken. Quelle: BMW AG.	141
5.2	(a) Biegeumlaufprüfung zur Untersuchung der Betriebsfestigkeit von Fahrzeugrädern. (b) Erweiterung der Biegeumlaufprüfung zum Systemprüfstand für das Phänomen Tickern. (BMW-Qualitätsvorschrift [2022]).	142
5.3	Foto des neu entwickelten Systemprüfstands für das Störphänomen Tickern. Quelle: IABG.	144
5.4	Vergleich der drei Werkzeuge zur Untersuchung des Störgeräusches Tickern.	144
5.5	Allgemeines Lastkollektiv für den Systemprüfstand. Für ein bestimmtes Fahrzeug werden die Querschleunigungen in ein fahrzeugspezifisches Biegemoment umgerechnet.	147
5.6	Beispiel eines Signals vom Sensor auf dem Brems Scheibentopf beim Auftreten von impulsartigen Störgeräuschen. Dargestellt sind das originale Signal (blau) sowie die Ergebnisse nach dem ersten, zweiten und dritten Durchlauf des Algorithmus. Gelb hinterlegt ist die manuell identifizierte Position des Störimpulses.	148
5.7	Pareto-Front aus der Optimierung der Parameter für den Algorithmus zur automatisierten Impulserkennung aus den Rohsignalen vom Systemprüfstand.	149
5.8	Vier verschiedene Beispiele für ein Signal von einem Sensor auf dem Brems Scheibentopf beim Auftreten von impulsartigen Störgeräuschen. Erkennbar ist, dass die durch den Algorithmus identifizierten Impulse (blaue Dreiecke) gut mit einer subjektiven Beurteilung (gelb hinterlegt) übereinstimmen. Die horizontale, schwarze Linie markiert eine Umdrehung der umlaufenden Masse.	150

5.9	Bewertung aller Teilmessungen einer Messreihe. Farblich dargestellt ist die mittlere Anzahl an Impulsen pro Radumdrehung für jeden Kollektivblock. . .	150
5.10	Reproduzierbarkeit der Messungen am Systemprüfstand: (a) und (b) zeigen Wiederholungsmessungen mit Komponenten vom Fahrzeug-Modell A mit Rad R01.	152
5.11	Reproduzierbarkeit der Messungen am Systemprüfstand: (a) und (b) zeigen Wiederholungsmessungen mit Komponenten vom Fahrzeug-Modell B mit Rad R02.	152
5.12	Vergleich der Signale der Beschleunigungssensoren auf dem Bremsscheibentopf am Halbachsprüfstand und Systemprüfstand. (a) Normiertes Sensorsignal im Zeitbereich für den Halbachsprüfstand, (b) Normiertes Sensorsignal im Zeitbereich für den Systemprüfstand, (c) Vergleich der Frequenzspektren.	153
5.13	Zeitverlauf des Sensors auf dem Bremsscheibentopf während eines Testlaufs des Systemprüfstands. Exemplarisch dargestellt sind die Zyklen mit der Nummer (a) 433; (b) 483; (c) 533; (d) 583; (e) 633; vergleiche auch Abb. 5.14. . .	155
5.14	Intensität des Sensors über dem Drehwinkel und über der Anzahl an Zyklen. erkennbar ist, dass die Impulse auch über einen längeren Zeitraum an näherungsweise denselben Winkelpositionen der rotierenden Masse entstehen. . .	156
5.15	Abgleich der Ergebnisse des Systemprüfstands mit der Praxis. Einfluss der Radschrauben-Vorspannkraft: (a) mit niedriger, (b) mit höherer Vorspannkraft. Einfluss der Steifigkeit des Radzentrums: (c) mit niedriger, (d) mit höherer Steifigkeit. Einfluss des Werkstoffes des Bremsscheibentopfes: (e) Aluminium und (f) Grauguss.	158
6.1	Untersuchung des Einflusses von Fett in den Trennebenen des Radverbundes am Systemprüfstand: nach dem Befetten zwischen Lauf X und XI reduziert sich die Anzahl der Impulse pro Radumdrehung. Zu beachten sind die Grenzen der Farbskala, die von denen in den vorherigen Abbildungen mit Ergebnissen des Systemprüfstands abweichen.	161
6.2	Zwei verschiedene Typen an Radanlageflächen, die bei den Untersuchungen am Systemprüfstand verglichen wurden: (a) zeigt die Anlagefläche, die bei den Untersuchungen zur Lokalisierung im Einsatz war, (b) einen konstruktiven Vorschlag für eine bzgl. Störgeräuschen robustere Anlagefläche basierend auf den Ergebnissen der Lokalisierung.	163
6.3	Ergebnisse der Untersuchungen am Systemprüfstand mit den beiden Anlageflächen aus Abb. 6.2: (a) zeigt das Ergebnis mit der Anlagefläche, die bei den Untersuchungen zur Lokalisierung im Einsatz war, (b) zeigt das Resultat mit der modifizierten Anlagefläche.	164
6.4	Ergebnisse der FEM-Analysen: dargestellt ist der maximale Drucks während einer Radumdrehung für die Trennebene Rad zu Bremsscheibentopf (a) sowie Bremsscheibentopf zu Radlager (b). Die Drücke sind auf einen Referenzdruck p_{ref} normiert. Die Bereiche innerhalb der schwarzen Linien markieren die durch die Lokalisierung ermittelten Bereiche der Schallentstehung.	165
6.5	Einfluss der beiden Kennwerte $\tilde{\rho}$ und $\tilde{\tau}$ auf die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Impulses.	167

6.6	Einfluss der Erhöhung der Radschraubenvorspannkraft auf die Verteilung der beiden Kennwerte $\tilde{\rho}$ ((a) und (c)) und $\tilde{\tau}$ ((b) und (d)) in der Trennebene Rad zu Bremsscheibentopf ((a) und (b)) bzw. Bremsscheibentopf zu Radlager ((c) und (d))	168
6.7	Fotos der Kontaktflächen bei Komponenten, die akustisch auffällig (Mitte) bzw. unauffällig (links) am Systemprüfstand waren. Komponenten aus einem bzgl. Tickern auffälligen Erprobungsfahrzeug sind zum Vergleich rechts dargestellt. (a), (b) und (c) zeigen die Anlagefläche des Rades zum Bremsscheibentopf; (d), (e) und (f) die Anlagefläche des Bremsscheibentopfes zum Radlager und (g), (h) und (i) die Anlagefläche des Radlagers zum Bremsscheibentopf.	171
6.8	3D-Oberflächenanalyse der Anlagefläche des Radlagers, das auf dem Systemprüfstand auffällig bzgl. Tickern war. Türkise Bereiche zeigen gegenüber dem fabrikneuen Bauteil unveränderte Stellen. Rot, gelb und grün gefärbte Bereiche stellen eine in z-Richtung höhere Ausprägung dar.	172
6.9	Probe aus dem Radlager in Abb. 6.8(h), das am Systemprüfstand auffällig war. Rechts dargestellt ist eine REM-Aufnahme des auf der linken Seite markierten Bereichs.	172
6.10	Ergebnis einer energiedispersiven Röntgenspektroskopie-Analyse einer Probe aus dem Radlager. Die Spektren 67 und 68 zeigen einen signifikanten Peak beim Aluminium, der den Materialübertrag vom Bremsscheibentopf bestätigt. Das Spektrum 66 entstammt dem Bereich der unveränderten Oberfläche und weist diesen Peak nicht auf. Hinweis: An einigen Stellen überdeckt die grüne Linie die rote Linie.	173
A.1	Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus mit den Anfangsbedingungen aus Gl. A.7. ($\tilde{K}_b = 3.3$, $\tilde{D}_b = 0.25$, $\tilde{\Phi} = 3 \cdot 10^{-3}$)	182
A.2	Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus mit den Anfangsbedingungen aus Gl. A.8. ($\tilde{K}_b = 3.3$, $\tilde{D}_b = 0.25$, $\tilde{\Phi} = 3 \cdot 10^{-3}$)	182
A.3	Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus mit den Anfangsbedingungen aus Gl. A.9. ($\tilde{K}_b = 3.3$, $\tilde{D}_b = 0.25$, $\tilde{\Phi} = 3 \cdot 10^{-3}$)	183
A.4	Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus mit den Anfangsbedingungen aus Gl. A.10. ($\tilde{K}_b = 3.3$, $\tilde{D}_b = 0.25$, $\tilde{\Phi} = 3 \cdot 10^{-3}$)	183
A.5	Druckverteilung in den Trennebenen des Radverbundes unter Seitenkraft. (a) Trennebene Rad zu Bremsscheibentopf; (b) Trennebene Radlager zu Bremsscheibentopf.	184

Tabellenverzeichnis

2.1	Überblick verschiedener statischer Modellierungen für die Stribeck-Kurve (Wojewoda et al [2008]). Bei den Parametern $\alpha_1, \alpha_2, \eta_1$ und η_2 handelt es sich um empirische Größen.	14
2.2	Überblick verschiedener Reibungsmodellierungen.	23
2.3	Überblick der fünf verschiedenen Reibungsmodelle, die für das MDOF implementiert wurden.	39
3.1	Überblick der Modellvorstellungen zum Biegebalken. Die Modellierung nach Rayleigh ist hier der Vollständigkeit halber ergänzt. Diskutiert werden an dieser Stelle die Ansätze von Euler-Bernoulli und Timoshenko.	64
3.2	Vergleich der verschiedenen Methoden zur Datengenerierung.	96
3.3	Übersicht der verwendeten Parameter für den Lokalisierungsansatz B beim Training mit Simulationsdaten. Die Zusammenstellung soll als Anhaltspunkt dienen und aufzeigen, dass keine allgemeingültigen Werte gefunden werden können, die für alle Daten optimale Ergebnisse liefern.	110
3.4	Mittlere Fehler und Standardabweichungen durch die Kombination der beiden Methoden zur Lokalisierung mit den verschiedenen Ansätzen zur Datengenerierung.	112

Abkürzungsverzeichnis

Al	Aluminium
AZE	Ankunftszeit-Erkennung
BAM	Bundesanstalt für Materialforschung
DRA	Direct Ray Approach
FDHAP	Fahrdynamischer Halbachsprüfstand
FEM	Finite Elemente Methode
GG	Grauguss
IWM	Fraunhofer-Institut für Werkstoffmechanik
KNN	Künstliche neuronale Netze
MDOF	Multi degree of freedom
RTA	Ray Tracing Approach
SDOF	Single degree of freedom
SRV	Schwingung, Reibung, Verschleiß
SSMAL	Sensor modal analysis location
St	Stahl

Symbolverzeichnis

Griechische Buchstaben

α	–	Steigung der Geraden im $\tilde{\mu}, \tilde{F}$ - Diagramm (Zweimassenschwinger)	$\frac{\mu_G F_N}{F_{Err}}$
$\tilde{\alpha}$	Grad	Winkeldefinition beim „Triaxial Sensor Approach“ (Lokalisierung)	
α_1	–	empirischer Parameter (Reibungsmodellierung nach Bo and Pavelescu [1982])	
α_2	–	empirischer Parameter (Reibungsmodellierung nach Bo and Pavelescu [1982])	
β	–	Steigung der Geraden im \tilde{K}_b, \tilde{K} - Diagramm (Zweimassenschwinger)	$\frac{k_b}{k_l}$
$\tilde{\beta}$	Grad	Winkeldefinition beim „Triaxial Sensor Approach“ (Lokalisierung)	
γ	–	empirischer Parameter, der bei der Reibungsmodellierung nach Xia [2003] und Dahl [1968] die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Relativgeschwindigkeit beschreibt	
$\tilde{\gamma}$	Grad	Winkeldefinition beim „Triaxial Sensor Approach“ (Lokalisierung)	
Γ_i	s	Differenz zwischen abgeschätzter Ankunftszeit und tatsächlich Ankunftszeit (Lokalisierung)	$f_i(\mathbf{x}_Q) - f_i(\mathbf{x}_n)$
δ_v	–	viskosen Reibungsexponent	
ϵ	–	Hilfsvariable (Minimalmodell Den Hartog)	

ϵ^p	s	Bewertungskriterium, wie gut die Ankunftszeitdifferenzen aus dem Datenbankeintrag p mit den Ankunftszeitdifferenzen aus der Messung der unbekanntenen Quelle übereinstimmen	
ϵ_{res}	–	Residuum bei der Bestimmung der Anregung über die Geiger-Methode (Lokalisierung)	$\sqrt{\frac{\Gamma^T \Gamma}{n_{\text{Sens}} - q}}$
η	–	dimensionslose Erregerkreisfrequenz (Einmassenschwinger)	$\frac{\omega}{\omega_0}$
η_1	–	empirischer Parameter (Reibungsmodellierung nach Popp and Stelter [1990])	
η_2	–	empirischer Parameter (Reibungsmodellierung nach Popp and Stelter [1990])	
η_m	–	Verlustfaktor der Mode m (Lokalisierung)	
η_{max}	–	Dimensionslose Frequenz, bei der der Amplitudenfrequenzgang des gedämpften SDOF ohne Reibung maximal wird	$\eta \sqrt{1 - 2\tilde{D}^2}$
$\tilde{\eta}$	–	Normierte Erregerkreisfrequenz relativ zum SDOF (Zweimassenschwinger)	$\frac{\tilde{\Phi}}{\tilde{\Phi}_{\text{stick,SDOF}}}$
κG	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Schubelastizität	
λ	m	Wellenlänge	
μ	–	Reibungskoeffizient	
$\tilde{\mu}$	–	Verhältnis des Gleit- zum Haftreibungskoeffizienten	$\frac{\mu_G}{\mu_H}$
μ_G	–	Gleitreibungskoeffizient	
$\mu_{G,\text{prev}}$	–	Gleitreibungskoeffizient am Ende der letzten Gleitphase	
μ_H	–	Haftreibungskoeffizient	
$\mu_{H,\text{inf}}$	–	Haftreibungskoeffizienten nach einer langen Phase des Haftens (Reibungsmodellierung nach Kato et al [1972] und Armstrong-Helouvry [1991])	
ν	$\frac{\text{Ns}^{\delta v}}{\text{m}^{\delta v}}$	viskoser Reibungskoeffizient (Reibungsmodellierung)	
$\tilde{\nu}$	–	Querkontraktionszahl (Wellenausbreitung)	

ω	$\frac{1}{s}$	Erregerkreisfrequenz	
ω_0	$\frac{1}{s}$	Eigenkreisfrequenz (Einmassenschwinger)	$\sqrt{\frac{k}{m}}$
ω_b	$\frac{1}{s}$	Drehgeschwindigkeit der umlaufenden Masse (Systemprüfstand)	
ω_m	$\frac{1}{s}$	Frequenz der Mode m (Lokalisierung)	
Φ	Grad	Winkel im globalen Koordinatensystem (Lokalisierung)	
Φ_{Laser}	Grad	Winkel-Position des Lasers im globalen Koordinatensystem (Lokalisierung)	
Φ_{ref}	Grad	Position der Markierung auf dem Rad im globalen Koordinatensystem (Lokalisierung)	
$\tilde{\Phi}$	–	Dimensionslose Erregerfrequenz (Zweimassenschwinger)	$f\sqrt{\frac{m_1}{k_k}}$
$\tilde{\Phi}_{\text{slip}}$	–	Dimensionslose Eigenfrequenz des MDOF im Gleitzustand (Zweimassenschwinger)	
$\tilde{\Phi}_{\text{slip,SDOF}}$	–	Dimensionslose Eigenfrequenz des SDOF im Gleitzustand (Einmassenschwinger)	
$\tilde{\Phi}_{\text{stick}}$	–	Dimensionslose Eigenfrequenz des MDOF im Haftzustand (Zweimassenschwinger)	
$\tilde{\Phi}_{\text{stick,SDOF}}$	–	Dimensionslose Eigenfrequenz des SDOF im Haftzustand (Einmassenschwinger)	
φ	Grad	Winkel im lokalen Koordinatensystem (Lokalisierung)	$\arctan(z/x)$
$\Delta\varphi_{\text{lg}}$	Grad	Winkel zwischen lokalen und globalen Koordinatensystem (Lokalisierung)	
$\tilde{\Psi}$	–	System-Matrix nach Überführung des Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung (Zweimassenschwinger)	
ρ	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Dichte	
\tilde{p}^i	–	Relative Druckschwankung in den Trennebenen des Radverbundes (FEM)	$\frac{\Delta p^i}{\max(p^i(t))}$
σ	–	Standardabweichung	
σ_t^i	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Scherspannung am Punkt i in den Trennebenen des Radverbundes (FEM)	
τ	–	Dimensionslose Zeit (Minimalmodelle)	$t\sqrt{\frac{k}{m}}$ (SDOF) bzw. $t\sqrt{\frac{k_k}{m_1}}$ (MDOF)

$\tau_{\text{AT},i}^p$	–	Normierte Ankunftszeit am Sensor i bei Anregung an der Position p (Lokalisierung)	
$\tau_{\text{AT}}^{\mathbf{P}}$	–	Vektor mit normierten Ankunftszeiten bei Anregung an der Position p (Lokalisierung)	
τ_{cor}	s	Relativverschiebung der simulierten Daten (tribologische Experimente)	
τ_{ev}	s	Zeitintervall, in dem das Bewertungskriterium Θ bestimmt wird (Lokalisierung)	
$\tau_{\text{G},0}$	–	Dimensionsloser Start-Zeitpunkt einer Gleitphase (Minimalmodelle)	
$\tau_{\text{G},\text{E}}$	–	Dimensionsloser End-Zeitpunkt einer Gleitphase (Minimalmodelle)	
$\tau_{\text{H},\text{E}}$	–	Dimensionsloser End-Zeitpunkt einer Haftphase (Minimalmodelle)	
$\hat{\tau}$	–	Dimensionsloser Phasenversatz zwischen Anregung und Bewegungsantwort (Einmassenschwinger)	
$\tilde{\tau}^i$	–	Kraftschlussausnutzung am Punkt i in den Trennebenen des Radverbundes (FEM)	$\frac{\sigma_t^i}{\mu\sigma_n^i}$
$\bar{\tau}^i$	–	Gemittelte Kraftschlussausnutzung am Punkt i in den Trennebenen des Radverbundes (FEM)	
$\Delta\tau$		Dimensionslose Zeitschrittweite in der Simulation (Minimalmodelle)	
Θ	–	Bewertungskriterium für Sensorsignale (Lokalisierung)	
Θ_i	Grad	Winkeldefinition für Triangulation (Lokalisierung)	
θ_i	Grad	Winkeldefinition für Triangulation (Lokalisierung)	
θ_{th}	–	Schwellwert zur Überprüfung, ob ein bewertetes Sensorsignal für die Lokalisierung berücksichtigt werden soll (Lokalisierung)	

$\tilde{\Theta}$	–	System-Matrix nach Überführung des Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung (Zweimassenschwinger)	
ξ	mm	Fehlerkriterium zur Quantifizierung der Abweichung zwischen prognostizierter und tatsächlicher Quellenposition (Lokalisierung)	$\sqrt{(x_{\text{prog}} - x_{\text{Q}})^2 + (z_{\text{prog}} - z_{\text{Q}})^2}$
$\tilde{\xi}$	–	Normierter Weg (tribologische Experimente)	
$\tilde{\xi}_{\text{erw}}$	–	Zeitverlauf des „erwarteten“ Zyklus (tribologische Experimente)	
$\tilde{\xi}_{\text{max}}$	–	Normierte Bewegungsamplitude (tribologische Experimente)	
$\tilde{\xi}_{\text{rep}}$	–	Zeitverlauf des „repräsentativen“ Zyklus (tribologische Experimente)	
$\tilde{\xi}_{\text{Stopp}}$	–	Normierte Position des abnormalen Stopps (tribologische Experimente)	
$\tilde{\xi}_{\text{Stopp,erw}}$	–	Erwartungswert der normierten Position des abnormalen Stopps (tribologische Experimente)	
$\tilde{\xi}_{\text{Stopp,rep}}$	–	Normierte Position des abnormalen Stopps des repräsentativen Zyklus (tribologische Experimente)	
$\Delta\tilde{\xi}_{\text{rep}}$	–	Bewertungskriterium für die Abweichung des Zeitverlaufs des repräsentativen Zyklus vom erwarteten Zyklus (tribologische Experimente)	
$\Delta\tilde{\xi}_{\text{Stopp,rep}}$	–	Bewertungskriterium für die Abweichung der Position des abnormalen Stopps des repräsentativen Zyklus vom erwarteten Zyklus (tribologische Experimente)	
$\tilde{\Xi}$	–	System-Matrix nach Überführung des Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung (Zweimassenschwinger)	
ζ	–	Bias für neuronalen Netze (Lokalisierung)	

ζ_1	–	empirischer Parameter (Reibungsmodellierung nach Kato et al [1972])
ζ_2	–	empirischer Parameter (Reibungsmodellierung nach Kato et al [1972])

Lateinische Buchstaben

A	m^2	Querschnittsfläche Balken	
$A(j\omega)$	–	fouriertransformierte Antwortfunktion (Lokalisierung)	
A_m	–	modaler Koeffizient der Mode m (Lokalisierung)	
\tilde{A}_m	–	modaler Koeffizient der Mode m unter der Annahme einer frequenz-unabhängigen Anregungsamplitude (Lokalisierung)	
A_{res}	–	resultierende Amplitude des triaxialen Sensors (Lokalisierung)	
A_{soll}	m	Sollwert für die einzuregelnde Amplitude (tribologische Experimente)	
A_x	–	Amplitude des triaxialen Sensors in x-Richtung (Lokalisierung)	
A_y	–	Amplitude des triaxialen Sensors in y-Richtung (Lokalisierung)	
A_z	–	Amplitude des triaxialen Sensors in z-Richtung (Lokalisierung)	
$\mathbf{A}_{\text{AT}}^{\text{P}}$	s	Matrix mit Ankunftszeit-Differenzen (Lokalisierung)	
c	$\frac{m}{s}$	Phasengeschwindigkeit Wellen	$\frac{\omega}{k_W}$
c_0	$\frac{m}{s}$	Longitudinalgeschwindigkeit Wellen im 1D-Stab	$\sqrt{\frac{E}{\rho}}$
$c_{\text{est},ij}$	$\frac{m}{s}$	Abschätzung der Wellengeschwindigkeit basierend aus Daten der Sensoren i und j	
c_G	$\frac{m}{s}$	Gruppengeschwindigkeit Wellen	$\frac{d\omega}{dk_W}$
$c_{\text{L},1D}$	$\frac{m}{s}$	Wellengeschwindigkeit der Längsschwingung im Stab	$\sqrt{\frac{E}{\rho}}$

$c_{L,2D}$	$\frac{m}{s}$	Wellengeschwindigkeit der Längsschwingung in der Platte	$\sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$
c_{Pri}	$\frac{m}{s}$	Primärwellengeschwindigkeit	$\sqrt{\frac{E(1-\nu^2)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$
c_R	$\frac{m}{s}$	Rayleighwellengeschwindigkeit	
c_{Sek}	$\frac{m}{s}$	Scherwellengeschwindigkeit	$\sqrt{\frac{\kappa G}{\rho}}$
$c_{S,EB}$	$\frac{m}{s}$	Scherwellengeschwindigkeit beim Euler-Bernoulli-Balken	$\sqrt[4]{\frac{EI}{\rho A}}\omega^2$
$c_{S,K}$	$\frac{m}{s}$	Scherwellengeschwindigkeit bei der Kirchhoff-Platte	$\sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{D}{\rho h}}$
$c_{S,M}$	$\frac{m}{s}$	Scherwellengeschwindigkeit bei der Mindlin-Platte	
$c_{S,TS}$	$\frac{m}{s}$	Scherwellengeschwindigkeit beim Timoshenko-Balken	
$C_{7\%}$	–	Menge an Zyklen, deren Relativbewegungen um maximal 7% vom Sollwert x_{soll} abweichen	
COD_i^p	–	Coefficient of determination zwischen einem Signal aus der Datenbank und einem unbekanntem Signal (Lokalisierung)	
COR_i^p	–	Korrelationskoeffizient nach Pearson zwischen einem Signal aus der Datenbank und einem unbekanntem Signal (Lokalisierung)	
d	$\frac{Ns}{m}$	Dämpfungskoeffizient (Einmassenschwinger)	
d_b	$\frac{Ns}{m}$	Dämpfungskoeffizient der Borsten (Zweimassenschwinger)	
d_i	m	Abstand Sensor i von der unbekanntem Quelle (Lokalisierungsverfahren)	
d_k	$\frac{Ns}{m}$	Dämpfungskoeffizient der Kopplung (Zweimassenschwinger)	
d_{Netz}	m	Abstand der Punkte zur Beschreibung der Netzfeinheit (Lokalisierung)	
d_l	$\frac{Ns}{m}$	Dämpfungskoeffizient der Lagerung (Zweimassenschwinger)	
$d_{Q,S}$	m	Abstand Quelle zu Sensor (Lokalisierung)	

d_{Reib}	–	Zielgröße zur Bewertung der Abweichung des Wegsignals bei der Adaption der simulierten Daten an die experimentell erfassten Daten (tribologische Experimente)	
$d_{\text{tresh},i}$	–	Schwellwerte für die Methoden zur Ankunftszeitpunkterkennung mit $i = A, B, C$ (Lokalisierung)	
d_{Weg}	–	Zielgröße zur Bewertung der Abweichung des Wegsignals bei der Adaption der simulierten Daten an die experimentell erfassten Daten (tribologische Experimente)	
D	Nm	Biegesteifigkeit Platte (Wellenausbreitung)	$\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$
D_{ij}	m	Abstand zwischen Sensor i und j (Lokalisierung)	
\tilde{D}	–	Dimensionsloser Dämpfungskoeffizient (Einsmassenschwinger)	$\frac{d}{2\sqrt{km}}$
\tilde{D}_b	–	Dimensionsloser Dämpfungskoeffizient der Borsten (Zweimassenschwinger)	$\frac{d_b}{2\sqrt{k_k m_1}}$
\tilde{D}_k	–	Dimensionsloser Dämpfungskoeffizient der Kopplung (Zweimassenschwinger)	$\frac{d_k}{2\sqrt{k_k m_1}}$
\tilde{D}_l	–	Dimensionsloser Dämpfungskoeffizient der Lagerung (Zweimassenschwinger)	$\frac{d_l}{2\sqrt{k_k m_1}}$
$\tilde{\mathbf{D}}$	–	Dimensionslose Dämpfungs-Matrix (Zweimassenschwinger)	
Δd_{ij}^p	m	Differenz an zurückgelegter Strecke einer Welle zu zwei Sensoren (Lokalisierung)	$c\Delta t_{\text{AT},ij}^p$
e_{T}	m	Einpresstiefe Rad	
E	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Elastizitätsmodul	
f	Hz	Frequenz	$f = \frac{\omega}{2\pi}$
$f_{\text{AT},i}$	s	Ankunftszeitfunktion für den Sensor i (Lokalisierung)	
$f_i(t)$	–	Zeitverlauf der Daten des Sensors i (Lokalisierung)	
$f_i^p(t)$	–	Zeitverlauf der Daten des Sensors i bei Anregung am Punkt p (Lokalisierung)	

$\tilde{f}_i(t)$	–	Zeitverlauf der Daten des Sensors i einer unbekanntenen Anregeposition (Lokalisierung)	
$\hat{f}_i(t)$	–	Normierter Zeitverlauf der Daten des Sensors i (Lokalisierung)	
f_{grenz}	Hz	Grenzfrequenz	
f_s	Hz	Abtastrate	
f_{soll}	Hz	Sollwert für die Frequenz (tribologische Experimente)	
$F(j\omega)$	–	fouriertransformierte Anregefunktion (Lokalisierung)	
F_b	N	Fliehkraft der umlaufenden Masse (Systemprüfstand)	
F_{Err}	N	Erregerkraft (Minimalmodelle)	
F_{Kop}	N	Koppelkraft (Zweimassenschwinger)	
F_N	N	Normalkraft (Minimalmodelle, tribologische Experimente)	
$F_{N,\text{soll}}$	N	Sollwert für die Normalkraft (tribologische Experimente)	
F_R	N	Reibungskraft	
F_{RS}	N	Haftreibungskraft	
F_S	N	Seitenkraft am Reifen	
F_Z	N	Radaufstandskraft am Reifen	
\tilde{F}	–	Kräfteverhältnis	$\frac{F_{\text{Err}}}{\mu_H F_N}$
$\tilde{F}_{\text{min,Ha}}$	–	erforderliches Kräfteverhältnis \tilde{F} zur Vermeidung des Übergangs vom reinen Gleiten ins kurzzeitige Haften	
$\tilde{F}_{\text{min,Lb}}$	–	erforderliches Kräfteverhältnis \tilde{F} zur Vermeidung des Übergangs vom reinen Haften ins Haften mit Gleitphasen	
G_d	–	Hilfsvariable (Minimalmodell Den Hartog)	
$G_{\text{Stick},\tilde{X}_2}$	–	Verstärkungsfunktion im Haftzustand	
$\tilde{G}(j\eta)$	–	dimensionslose Transferfunktion (Minimalmodelle)	
h	m	Balkenhöhe (1D) bzw. Plattendicke (2D)	
H_d	–	Hilfsvariable (Minimalmodell Den Hartog)	
I	m ⁴	Flächenträgheitsmoment	

I	–	Einheitsmatrix	
k	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	Federsteifigkeit (Einmassenschwinger)	
k_b	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	tangentiale Kontaktsteifigkeit	
k_k	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	Federsteifigkeit der Koppelfeder (Zweimassenschwinger)	
k_l	$\frac{\text{N}}{\text{m}}$	Federsteifigkeit der Lagerung (Zweimassenschwinger)	
k_W	$\frac{1}{\text{m}}$	Wellenzahl	$\frac{2\pi}{\lambda}$
\tilde{K}	–	Dimensionslose Federsteifigkeit der Lagerung (Zweimassenschwinger)	$\frac{k_l}{k_k}$
$\tilde{\mathbf{K}}$	–	Dimensionslose Steifigkeits-Matrix (Zweimassenschwinger)	
\tilde{K}_b	–	Dimensionslose Federsteifigkeit der Borsten (Zweimassenschwinger)	$\frac{k_b}{2\sqrt{k_k m_1}}$
l_i	m	Länge eines Laufwegs zwischen Sensor i und Quelle (Lokalisierung)	
$l_{\text{RTA},i}^p$	m	Länge eines Laufwegs zwischen Sensor i und Quelle p , ermittelt über Ray Tracing (Lokalisierung)	
l_b	mm	Länge Biegearm (Systemprüfstand)	
m	kg	Masse (Einmassenschwinger)	
m_1	kg	Masse 1 (Zweimassenschwinger)	
m_2	kg	Masse 2 (Zweimassenschwinger)	
m_b	kg	Rotierende Masse (Systemprüfstand)	
$\tilde{\mathbf{M}}$	–	Dimensionslose Massen-Matrix (Zweimassenschwinger)	
$M_{b,\text{Fzg}}$	Nm	Biegemoment aus Seitenkraft und Radaufstandskraft, das auf den Radverbund bei Kurvenfahrt wirkt	$F_S r_{\text{dyn}} + F_Z e_T$
$M_{b,\text{Prf}}$	Nm	Biegemoment am Prüfstand (Systemprüfstand)	$F_b l_b$
n_{dof}	–	Anzahl der Freiheitsgrade	
n_{ev}	–	Anzahl der diskreten Punkte in einem definierten Evaluationsintervall (tribologische Experimente)	

$n_{\text{Impuls},\tilde{\rho}}$	–	Anzahl aller Knoten in der Trennebene, an denen ein Impuls detektiert wurde und dessen relative Druckschwankung $\tilde{\rho}$ in einem bestimmten Intervall liegt (FEM)
$n_{\text{Impuls},\bar{\tau}}$	–	Anzahl aller Knoten in der Trennebene, an denen ein Impuls detektiert wurde und dessen mittlere Scherkraftausnutzung $\bar{\tau}$ in einem bestimmten Intervall liegt (FEM)
$n_{\text{Kat } i}$	–	Anzahl der Zyklen in der Querschleunigungs-Kategorie i (Systemprüfstand)
n_l	–	Fensterlänge (long) bei der Bestimmung des STA/LTA-Kriteriums (Lokalisierung)
n_{Mess}	–	Anzahl der Messungen (Lokalisierung)
n_{Paare}	–	Anzahl der möglichen Sensorpaare (Lokalisierung)
n_{Rays}	–	Anzahl der Strahlen beim Ray Tracing (Lokalisierung)
n_s	–	Fensterlänge (short) bei der Bestimmung des STA/LTA-Kriteriums (Lokalisierung)
n_{Sens}	–	Anzahl der Sensoren (Lokalisierung)
n_{Steps}	–	Anzahl der Zeitschritte für eine Radumdrehung (FEM)
n_{Subrays}	–	Anzahl der Sub-Strahlen beim Ray Tracing (Lokalisierung)
$n_{\text{Zyk,Stopp}}$	–	Anzahl der Zyklen mit einem abnormalen Stopp (tribologische Experimente)
$n_{\text{Zyk,tot}}$	–	Anzahl der Zyklen (tribologische Experimente)
$n_{\tilde{\rho}}$	–	Anzahl aller Knoten in der Trennebene, an denen die relative Druckschwankung $\tilde{\rho}$ in einem bestimmten Intervall liegt (FEM)
$n_{\bar{\tau}}$	–	Anzahl aller Knoten in der Trennebene, an denen die mittlere Scherkraftausnutzung $\bar{\tau}$ in einem bestimmten Intervall liegt (FEM)
N	–	Anzahl an Datenpunkten in einem Signal

N_{mod}	–	Anzahl an Moden	
p^i	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Kontaktdruck in der Umgebung von Punkt i in den Trennebenen des Radverbundes (FEM)	
Δp^i	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	Differenz zwischen maximalem und minimalem Druck während einer Raddrehung in der Umgebung von Punkt i in den Trennebenen des Radverbundes (FEM)	
p_{max}	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	maximaler Druck in der Trennebene des Radverbundes (FEM)	
$p(X_S = 1)$	–	Wahrscheinlichkeit für einen abnormalen Stopp (tribologische Experimente)	
$p(\tilde{\xi}_{\text{max}})$	–	Wahrscheinlichkeit, dass die normierte Bewegungsamplitude sich in einem Intervall mit dem Mittelwert $\tilde{\xi}_{\text{max}}$ befindet (tribologische Experimente)	
$p_{\tilde{\xi}_{\text{max}}}(X_S = 1)$	–	Wahrscheinlichkeit für einen abnormalen Stopp, wenn sich die gemessene Amplitude in einem Intervall mit dem Mittelwert $\tilde{\xi}_{\text{max}}$ befindet (tribologische Experimente)	
$p_{\tilde{\rho}}(X_I = 1)$	–	Wahrscheinlichkeit für die Entstehung eines Impulses, wenn die relative Druckschwankung in einem Intervall mit dem Mittelwert $\tilde{\rho}$ liegt	
$p_{\tilde{\tau}}(X_I = 1)$	–	Wahrscheinlichkeit für die Entstehung eines Impulses, wenn sich die Scherkraftausnutzung in einem bestimmten Intervall mit dem Mittelwert $\tilde{\tau}$ befindet	
q	–	Hilfsvariable (Minimalmodell Den Hartog)	
r_b	m	Abstand der umlaufenden Masse zur Drehachse (Systemprüfstand)	
r_{dyn}	m	dynamischer Halbradius des Rades	
$r_{\text{STA,LTA}}$	–	Verhältnis des STA zum LTA-Wert (Lokalisierung)	$\frac{\text{STA}}{\text{LTA}}$
\vec{r}	m	Vektor von einem Referenzpunkt zu einer möglichen Anregeposition (Lokalisierung)	

\vec{r}_i	m	Vektor von einem Referenzpunkt zum Sensor i (Lokalisierung)	
RMS_i^p	–	Root mean square - Wert zwischen einem Signal aus der Datenbank und einem unbekanntem Signal (Lokalisierung)	
S_{\max}	–	Hilfsvariable (Minimalmodell Den Hartog)	
t	s	Zeit	
t_0	s	Zeitpunkt, bei dem die Ableitung des Signals den Schwellwert $d_{\text{tresh,A}}$ erstmals überschreitet (Lokalisierung)	
t_1	s	Zeitpunkt, bei dem die Ableitung des Signals den Schwellwert $d_{\text{tresh,B}}$ überschreitet (Lokalisierung)	
$t_{\text{AT},i}^p$	s	Ankunftszeit an einem Sensor i nach Anregung an der Position p (Lokalisierung)	
$t_{\text{AT},f}^p$	s	Ankunftszeit des schnellsten Sensors nach Anregung an der Position p (Lokalisierung)	
t_{exc}	s	Zeitpunkt der externen Anregung (Lokalisierung)	
t_i	s	diskreter Zeitpunkt (Messdaten)	
t_{Umdr}	s	Dauer einer Radumdrehung	
t_{TT}^i	s	Laufzeit der Wellen zwischen Anregung und Sensor i (Lokalisierung)	$\frac{l^i}{c}$
t_w	s	Fensterlänge (Lokalisierung)	
T	s	Periodenlänge	
Δt	s	Zeitschrittweite in der Simulation (FEM)	
$\Delta t_{\text{AT},ij}^p$	s	Ankunftszeitdifferenz zwischen einem Sensor i und j bei Anregung am Punkt p	$t_{\text{AT},i}^p - t_{\text{AT},j}^p$
Δt_{H}	s	Dauer des Haftzustandes (Minimalmodelle)	
Δt_{V}	s	Zeitverzug zum aktuellen Zeitpunkt t (Reibungsmodellierung)	
$\Delta t_{\text{Pri,Sek}}$	s	Ankunftszeitdifferenz zwischen der Primär- und der Sekundärwelle (Lokalisierung)	

$\delta\Delta t_{AT,ij}^p$	s	Einträge der Bewertungsmatrix bei der Datenbank-Methode: Differenz zwischen Ankunftszeitdifferenzen einer unbekanntem Quelle und Ankunftszeitdifferenzen aus der Datenbank mit bekannten Anregepositionen (Lokalisierung)	$ \Delta\tilde{t}_{AT,ij}^p - \Delta t_{AT,ij}^p $
U	–	Hilfsvariable (Minimalmodell Den Hartog)	
v_g	$\frac{m}{s}$	Grenzgeschwindigkeit (Reibungsmodellierung nach Karnopp [1985])	
v_{rel}	$\frac{m}{s}$	Relativgeschwindigkeit	
v_S	$\frac{m}{s}$	Stribeck-Geschwindigkeit (Reibungsmodellierung)	
w_i	–	Gewichtungsfaktoren, z.B. für Daten bei neuronalen Netze, Sensorsignale, etc... (Lokalisierung)	
x	m	Zustandsvariable für die Position der Masse (Einmassenschwinger)	
\dot{x}	$\frac{m}{s}$	erste Ableitung der Zustandsvariable x nach der Zeit t (Einmassenschwinger)	
x_1	m	Zustandsvariable für die Position der Masse 1 (Zweimassenschwinger)	
x_2	m	Zustandsvariable für die Position der Masse 2 (Zweimassenschwinger)	
x_i	–	Eingangsdaten der neuronalen Netze (Lokalisierung)	
x_{exp}	m	Erwartete Auslenkung (tribologische Experimente)	
x_{prog}	m	prognostizierte Anregeposition in x-Richtung (Lokalisierung)	
x_Q	m	x-Koordinate der Quelle (Lokalisierung)	
x_{rep}	m	Repräsentative Auslenkung (tribologische Experimente)	
$x_{S,i}$	m	x-Koordinate des Sensors i (Lokalisierung)	
x_{soll}	m	Sollwert für Amplitude (tribologische Experimente)	
x_{Stopp}	m	Position des abnormalen Stopps (tribologische Experimente)	

\mathbf{x}_0	m	Startlösung beim iterativen Vorgehen zur Bestimmung der Quellenposition (Lokalisierung)	
\mathbf{x}_n	m	Lösung im Schritt n beim iterativen Vorgehen zur Bestimmung der Quellenposition (Lokalisierung)	
\mathbf{x}_{n+1}	m	Lösung im Schritt $n + 1$ beim iterativen Vorgehen zur Bestimmung der Quellenposition (Lokalisierung)	$\mathbf{x}_n + \delta\mathbf{x}$
$\delta\mathbf{x}$	m	Korrekturterm zur Anpassung der Lösung beim iterativen Vorgehen zur Bestimmung der Quellenposition (Lokalisierung)	
\mathbf{x}_Q	m	Koordinaten der Quelle (Lokalisierung)	
$\mathbf{x}_{S,i}$	m	Koordinaten des Sensors i (Lokalisierung)	
X_I	–	Zufallsvariable, die die Wahrscheinlichkeit der Entstehung eines Impulses quantifiziert	
X_S	–	Zufallsvariable, die die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines abnormalen Stopps quantifiziert (tribologische Experimente)	
\tilde{X}	–	Dimensionslose Zustandsvariable für die Position einer Masse (Einmassenschwinger)	$\frac{kx}{F_{\text{Err}}}$
\tilde{X}'	–	Erste Ableitung der dimensionslosen Zustandsvariable \tilde{X} nach der Zeit τ (Zweimassenschwinger)	
\tilde{X}_1	–	Dimensionslose Zustandsvariable für die Position der Masse 1 (Zweimassenschwinger)	$\frac{kx_1}{F_{\text{Err}}}$
\tilde{X}_2	–	Dimensionslose Zustandsvariable für die Position der Masse 2 (Zweimassenschwinger)	$\frac{kx_2}{F_{\text{Err}}}$
y	–	Ausgangsdaten einer Schicht bei neuronalen Netzen (Lokalisierung)	
y_Q	m	y-Koordinate der Quelle (Lokalisierung)	
$y_{S,i}$	m	y-Koordinate des Sensors i (Lokalisierung)	
\tilde{Y}	–	Dimensionslose Zustandsvariable nach Überführung des Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung (Zweimassenschwinger)	

z	m	Zustandsvariable für die Auslenkung der Borste an ihrer Spitze (Reibungsmodellierung)
z_{prog}	m	prognostizierten Anregeposition in z -Richtung (Lokalisierung)
z_Q	m	z -Koordinate der Quelle (Lokalisierung)
$z_{S,i}$	m	z -Koordinate des Sensors i (Lokalisierung)
z_{ss}	m	Biegung der Borste im eingeschwungenen Zustand (Reibungsmodellierung)
\tilde{Z}	m	Dimensionslose Zustandsvariable für die Auslenkung der Borste an ihrer Spitze (Reibungsmodellierung)

1 Einleitung und Motivation

1.1 Hintergründe der Arbeit

1.1.1 Aktuelle Herausforderungen der Automobilindustrie

Eine der größten Herausforderungen der letzten Jahre für die Automobilindustrie stellen die strenger werdenden Regularien zur Einhaltung von Schadstoffen dar, die speziell den zulässigen Ausstoß von Kohlenstoffdioxid betreffen. Neben der Optimierung der eingesetzten Verbrennungsmotoren stellt die Reduktion der Fahrzeugmasse einen Stellhebel zur Verringerung von Emissionen dar, sodass zunehmend Leichtbaumaßnahmen Einzug in die Fahrzeugkonstruktion halten. Konsequenter Leichtbau führt darüber hinaus zu mehr Reichweite bei Elektrofahrzeugen und einer Verbesserung der Fahrdynamik oder auch des Komforts, wenn im Bereich des Fahrwerks ungefederte Massen eingespart werden. Bei der Entwicklung neuer Fahrzeuge stellt daher die Suche nach idealen Werkstoffen für jede Komponente eine wichtige Aufgabe dar, sodass die Bauteile bei reduzierter Masse dennoch alle funktionalen Anforderungen erfüllen.

Im Premiumbereich des Automobilssektors spielen des Weiteren die hohe Erwartungshaltung der Kunden eine wichtige Rolle. Einer der Schwerpunkte in der Entwicklung stellt dabei der Themenbereich der Akustik dar. Die akustischen Anforderungen wachsen dabei auch durch den Trend zur Elektrifizierung. Während der Verbrennungsmotor durch die sogenannte Maskierung die Wahrnehmung von Störgeräuschen durch den Fahrer einschränkt, können identische Phänomene durch das geringere Geräuschniveau eines elektrischen Antriebsstrangs leichter wahrgenommen werden.

Voraussetzung für eine gegenüber Störgeräuschen robuste Gestaltung von Systemen stellt ein grundlegendes Verständnis der ablaufenden Prozesse bei der Entstehung akustischer Phänomene dar. Im Bereich der Akustik ist dies durch die vielen Einflussfaktoren und komplexen Entstehungsmechanismen herausfordernd. Dazu gehört, Änderungen von Werkstoffen beurteilen zu können und mögliche Effekte daraus fundamental zu verstehen.

1.1.2 Herausforderungen bei der Gestaltung von Schnittstellen unter dem Einfluss von Leichtbau

Bei der Werkstoffauswahl für eine Komponente müssen neben monetären und ökologischen Aspekten stets eine Vielzahl funktionaler Anforderungen betrachtet werden. Dazu zählen beispielsweise die Einhaltung der Betriebsfestigkeit oder Anforderungen durch den Crash. Unter Berücksichtigung der Masse und der Kosten ergeben sich unterschiedliche Werkstoffe, die jeweils am besten für die verschiedenen Komponenten geeignet sind. Dadurch treffen an den Schnittstellen von Bauteilen verschiedene Werkstoffe aufeinander. Neben den Anforderungen an eine Komponente gilt es, auch die Schnittstellen in der Konstruktion so zu gestalten, dass alle Anforderungen an diese erfüllt werden. Dazu zählt eine gegenüber dem Auftreten von Störgeräuschen robuste Auslegung. Aus vernieteten oder verschraubten Schnittstellen können bei entsprechender Belastung impulshafte Störgeräusche entstehen. Beispiele für solche Phänomene sind das „Tickern“ aus den Trennebenen des Radverbundes (Rad, Bremsscheibentopf und Radlager) oder auch Knackgeräusche, die den Trennebenen Bremsscheibentopf zu Reibring oder Radlager zu Schwenklager zugeordnet werden können. Das Auftreten dieser Phänomene ist dabei von den Eigenschaften der Schnittstellen und somit von der Werkstoffauswahl abhängig, die wiederum durch den eingangs beschriebenen Leichtbau beeinflusst wird. Eine optimale Gestaltung der Schnittstellen zur Vermeidung derartiger Phänomene erfordern ein fundiertes, theoretisches Verständnis, welches in dieser Arbeit thematisiert wird.

1.2 Fragestellung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit untersucht die Entstehungsmechanismen impulsartiger Störgeräusche unter dem Einfluss von Leichtbau. Dabei liegt der Fokus auf dem oben genannten Phänomen Tickern aus dem Radverbund. Dieses aus der Entwicklung bekannte Störphänomen kann durch vorangegangene Analysen der BMW AG (BMW [2018]) den Schnittstellen des Radverbundes zugeordnet werden. Der Bremsscheibentopf steht dabei in Kontakt zum Radlager aus Stahl und dem Rad aus einer Aluminiumlegierung. Voraussetzung für das Auftreten des Phänomens ist, dass der Bremsscheibentopf ebenfalls aus einer Aluminiumlegierung gefertigt ist. Bei beiden Schnittstellen handelt es sich um reibschlüssige Verbindungen, deren Kontakt durch fünf Radschrauben sichergestellt wird. Abb. 1.1 zeigt eine Darstellung des Radverbundes mit den für diese Fragestellung relevanten Komponenten.

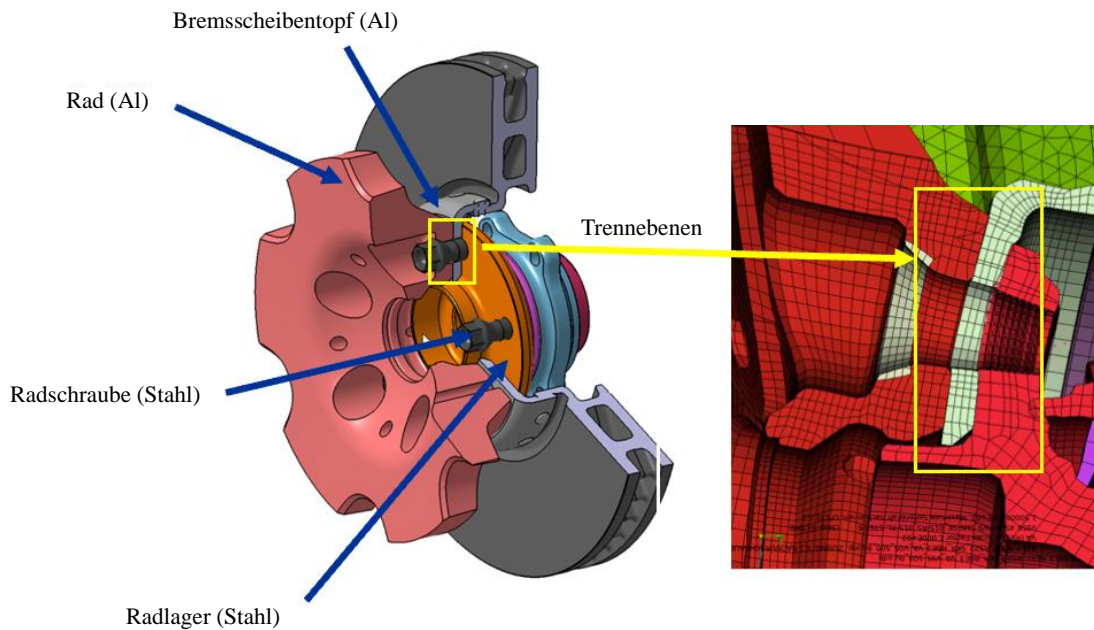


Abbildung 1.1: Radverbund [Quelle: BMW AG]

Die Absprungbasis für die Arbeit stellt die These dar, dass einzelne Mikroschlupfbewegungen bzw. periodische Stick-Slip-Phänomene in den Schnittstellen die Struktur anregen. Das Phänomen Tickern tritt während der Kurvenfahrt auf, wobei die an der Lauffläche des Reifens wirkenden Seitenkräfte zu Scherkräften in den Trennebenen führen. Übersteigen diese Scherkräfte die durch die Reibungseigenschaften und die Druckverteilung der Kontaktstelle definierte Haftreibung, beginnt ein Gleitvorgang. Dieser Prozess konnte in einer Finiten Elemente-Simulation nachgestellt werden und ist in Abb. 1.1 visualisiert. Der Übergang in einen Gleitvorgang löst einen Impuls aus, der die Struktur anregt, was durch den Fahrer akustisch wahrgenommen werden kann.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, den Entstehungsmechanismus dieser Impulse zu untersuchen und die vorgestellte, akustische Problemstellung aus verschraubten Kontakten in einem mechanischen Minimalmodell und einem Systemprüfstand abzubilden.

1.3 Überblick der Arbeit

Die Grundlage für die Bearbeitung der Fragestellung in dieser Arbeit stellt ein theoretisches Verständnis der ablaufenden Prozesse dar, welches anhand von Untersuchungen an mechanischen Minimalmodellen erarbeitet wird. Für den Übertrag von der Theorie zu der spezifischen

Problemstellung werden anschließend verschiedene Analysen an der realen Struktur durchgeführt. Für diese Untersuchungen ist eine genaue Kenntnis des Entstehungsortes erforderlich, weshalb Methoden zur Lokalisierung impulsartiger Effekte erarbeitet und angewendet werden. Durch die Abhängigkeit der Phänomene von der Materialpaarung der Schnittstellen werden zudem die tribologischen Eigenschaften der Werkstoffpaarungen quantifiziert. Basierend auf den Ergebnissen dieser Analysen wird ein Prüfstand abgeleitet, der die komplexe Problemstellung aus dem Fahrzeug auf ein Subsystem mit reduzierter Anzahl an Komponenten und Belastungen überträgt.

Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über die einzelnen Kapitel dieser Arbeit gegeben werden. Da es sich bei dem Phänomen Tickern um ein noch unerforschtes Phänomen handelt, kann an dieser Stelle kein Überblick zu vorangegangenen Untersuchungen aufgezeigt werden. In den verschiedenen Unterkapiteln wird daher jeweils die zugrundeliegende Literatur für die jeweiligen Analysen eingegangen.

Kapitel 2: Stick-Slip-Modellierung

Die These zu den impulsartigen Störgeräuschen aus den Reibungsschnittstellen besteht in einem Haft-Gleit-Übergang. Um diese These eines sog. Stick-Slip-Effekts zu untersuchen, beschäftigt sich Kap. 2 mit der Theorie und Modellierung dieser Phänomene. Parameterstudien zeigen, welche physikalischen Parameter einen Einfluss auf die Effekte haben und damit Grundlage potentieller Maßnahmen zur Vermeidung darstellen. Teile der in diesem Kapitel vorgestellten Ergebnisse sind auch in einer Veröffentlichung zu finden (Scholl et al [2022]).

Kapitel 3: Methoden zur Lokalisierung

Um die Prozesse in den Kontaktstellen analysieren und die dort vorliegenden Randbedingungen ermitteln zu können, ist eine Kenntnis des Entstehungsortes der Geräusche erforderlich. Daher werden verschiedene Methoden zur Lokalisierung in Kap. 3 vorgestellt und eine für die Problemstellung des Tickerns geeignete Auswahl implementiert. Nach einer Validierung mit Referenzmessungen werden die Methoden anschließend für die Bestimmung des Entstehungsortes des Tickerns angewandt. Die Methoden zur Lokalisierung und die dabei eingesetzten Techniken zur Simulation der Schallausbreitung wurden in einer weiteren Veröffentlichung (Scholl et al [2023]) publiziert.

Kapitel 4: Tribologische Analysen der Werkstoffpaarungen

Die Ergebnisse des Kap. 2 zeigten, dass sowohl das eingesetzte Reibungsmodell als auch dessen Parametrierung einen Einfluss auf Stick-Slip-Effekte aufweisen. Ziel dieses Kapitels ist es daher, Eigenschaften der im Radverbund eingesetzten Materialpaarungen durch tribologische Analysen zu ermitteln. Dazu werden Proben aus dem Radverbund an zwei verschiedenen Prüfständen untersucht und deren Ergebnisse diskutiert.

Kapitel 5: Entwicklung eines Systemprüfstandes

Aus den bisherigen Untersuchungen wurden verschiedene Einflussfaktoren sowie ein theoretisches Verständnis erarbeitet. Diese Erkenntnisse werden nun eingesetzt, um das komplexe System des Fahrzeugs auf ein Subsystem am Prüfstand zu reduzieren. Die Vorgabe an den Systemprüfstand ist es, alle für die Nachstellung des Phänomens notwendigen Komponenten und Belastungen zu berücksichtigen. Der daraus resultierende, patentierte Prüfstandsaufbau, der auf der standardisierten Biegeumlaufprüfung für Räder beruht, wird vorgestellt und validiert. Verschiedene Maßnahmen aus der Praxis und der Stick-Slip-Theorie werden am Prüfstand untersucht und mit der Erfahrung abgeglichen.

Kapitel 6: Interpretation und Abgleich der Analyse-Ergebnisse

Ziel dieses Kapitels ist es, die aus der Theorie gewonnenen Erkenntnisse dieser Arbeit mit den Erfahrungen aus der Praxis zum Phänomen Tickern abzugleichen. Erkenntnisse aus den Untersuchungen zur Lokalisierung und dem Systemprüfstand werden den Ergebnissen aus Oberflächenanalysen auffälliger Bauteile gegenübergestellt. Des Weiteren werden in diesem Kapitel die Ergebnisse aus der Stick-Slip-Theorie mit den Erfahrungen aus der Praxis verglichen, um die These eines Stick-Slip-Effekts in den Trennebenen des Radverbundes zu bewerten.

Kapitel 7: Zusammenfassung und Ausblick

Dieses abschließende Kapitel fasst die wesentlichen Erkenntnisse der Arbeit zusammen und verweist auf potentielle Möglichkeiten für weitere Untersuchungen.

2 Stick-Slip- Modellierung

Die These zur Entstehung der impulsartigen Störgeräusche aus den beschriebenen Reibungsschnittstellen besteht in einem Haft-Gleit-Übergang. Um diese These eines sog. Stick-Slip-Effekts zu untersuchen, beschäftigt sich das folgende Kapitel mit der Theorie und Modellierung dieser Effekte. Da es sich bei Stick-Slip-Phänomenen um reibungsinduzierte Effekte handelt, werden zunächst Grundlagen zur Reibung und deren Modellierung dargelegt. Im Anschluss wird die analytische und numerische Behandlung harmonisch erregter Ein-Massen-Schwinger mit Reibung aus der Literatur vorgestellt. Darauf aufbauend wird anhand eines Zwei-Massen-Schwingers mit verschiedenen Reibungsmodellierungen untersucht, welche Parameter einen Einfluss auf Stick-Slip-Effekte aufweisen. Diese Parameterstudien dienen als Grundlage für den in Kap. 6 zu findenden Abgleich der theoretischen Erkenntnisse mit den Erfahrungen zum Phänomen Tickern aus der Praxis.

2.1 Reibung und deren Modellierung

Der folgende Abschnitt fasst wichtige Grundlagen des Themenkomplexes der Reibung und deren Modellierung zusammen.

2.1.1 Grundbegriffe zur Reibung

Die Reibung ordnet sich der Wissenschaft der Tribologie unter. Diese ist die Wissenschaft und Technik von aufeinander einwirkenden Oberflächen in Relativbewegung (DIN [1988]; Jost [1966]). Neben der Reibung stellen der Verschleiß und die zur Reduzierung der Reibung eingesetzte Schmierung weitere Teilbereiche der Tribologie dar. Ein sog. Tribosystem besteht aus den folgenden vier Elementen, die in Abb. 2.1 schematisch dargestellt sind:

- (1) Grundkörper
- (2) Gegenkörper

- (3) Zwischenstoff
- (4) Umgebungsmedium

Grundkörper und Gegenkörper erfahren eine Relativbewegung. Dabei wird der für den Verschleiß relevante Partner als Grundkörper bezeichnet. Der Zwischenstoff befindet sich zwischen den beiden Reibungspartnern und kann sich entweder verschleißmindernd oder verschleißerhöhend auswirken (DIN [1979]). Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich trockene Kontakte, die somit keinen Zwischenstoff aufweisen, betrachtet.

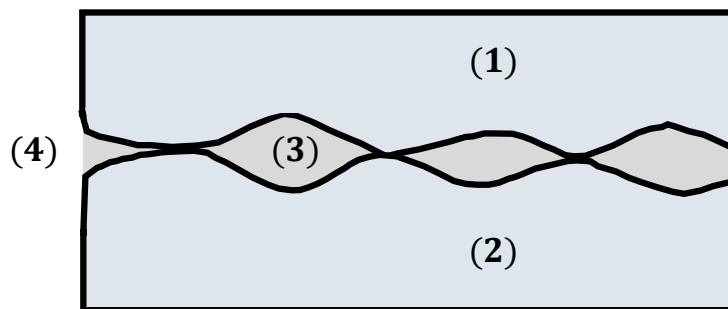


Abbildung 2.1: Elemente eines tribologischen Systems. Darstellung basierend auf DIN [1979].

Als Reibung wird die tangentielle Widerstandskraft in der Schnittstelle zweier im Kontakt stehender Körper bezeichnet. Ursache für die als Reibungskräfte bezeichneten Widerstandskräfte sind verschiedene Formen der Energieumsetzung, die in den kontaktierenden Oberflächen ablaufen. Zu diesen Prozessen gehören die Adhäsion, die Deformation und die Furchung. Details dazu sind beispielsweise in Gümbel and Everling [1925]; Kragelski and Dobycin [1982]; Czichos [2015] zu finden. Die sog. Ruhereibung oder statische Reibung sorgt für einen Widerstand gegen die Einleitung einer Relativbewegung beider Körper, während die dynamische Reibung einer Aufrechterhaltung der Relativbewegung entgegenwirkt (Czichos [2015]). Je nach Art der Bewegung wird zwischen Gleitreibung, Wälzreibung, Rollreibung und Bohrreibung unterschieden (Czichos [2015]; Grote et al [2018]).

Reibung spielt in verschiedenen Bereichen wie den Ingenieurwissenschaften, der Geologie, der Biologie, der Medizin oder der Metrologie eine wichtige Rolle (Nakano and Popov [2020]; Müser [2010]; Persson [2013]; Bowden et al [2001]). Dabei ist die trockene Reibung in vielen Bereichen des Alltags und der Technik erwünscht, um einen hohen Kraftschluss zu ermöglichen. Beispiele aus der Fahrzeugtechnik sind der reibschlüssige Kontakt verschraubter Verbindungen oder die Kraftübertragung zwischen Reifen und Fahrbahn. Geschmierte Kontakte sollen in der Regel die Verluste durch Reibung minimieren, wie bspw. bei der Lagerung von Maschinenteilen (Stelter [1990]).

Die durch Reibung übertragbaren Kräfte hängen im Allgemeinen von einer Vielzahl von Parametern ab, darunter die Materialpaarung, die Oberflächenbeschaffenheit und -bearbeitung sowie die Relativgeschwindigkeit der beiden Körper. Des Weiteren spielen Umweltbedingungen wie Temperatur, Luftfeuchte und die Existenz von Schmierstoffen in der Schnittstelle eine Rolle (Olsson et al [1998]; Sedlaček et al [2009]). Belastungen der Schnittstelle wie der Kontaktdruck oder auch der Belastungsverlauf der wirkenden Tangentialkräfte nehmen ebenso Einfluss auf die übertragenen Reibungskräfte (Johannes et al [1973]; Richardson and Nolle [1976]; Bergmann et al [2014]). Diese Vielzahl möglicher Einflussparameter zeigt bereits die Komplexität, Reibung mathematisch zu modellieren.

2.1.2 Reibungsphänomene

Die Absprungbasis bei der Erarbeitung von Reibungsmodellierungen bilden in der Regel experimentell beobachtete Effekte. Einige davon werden im Folgenden vorgestellt.

Haftreibung (Stiction) Auch in der deutschen Literatur hat sich der Begriff „Stiction“ etabliert, der eine Verschachtelung der englischen Begriffe „static“ (statisch) und „friction“ (Reibung) darstellt. Der Begriff bezeichnet den Betrag der notwendigen, externen Kraft, der aufgebracht werden muss, um eine Relativbewegung zweier Körper zu initiieren (Ruel [2000]; Choudhury et al [2008]). Einflüsse auf die Haftreibung haben laut Stelter [1990] im Wesentlichen die Dauer des Haftens (Coulomb [1821]; Richardson and Nolle [1976]) sowie die Geschwindigkeit, mit der die äußere Tangentialkraft aufgebracht wird (Johannes et al [1973]; Richardson and Nolle [1976]).

Pre-Sliding und Gross-Sliding. Bei den experimentellen Untersuchungen zur Haftreibung durch Rabinowicz [1951] wurde eine Relativverschiebung der Reibungspartner vor dem Erreichen der Haftreibungskraft beobachtet. Dies ist schematisch in Abb. 2.2 dargestellt. Der Maximalwert der dargestellten Kurve wird dabei als Losbrechkraft bezeichnet, der erst nach einer gewissen Relativverschiebung auftritt. Dieses Verhalten wurde u.a. auch von Courtney-Pratt and Eisner [1957]; Harnoy et al [1994]; Dahl [1977]; Liang and Feeny [1998] beschrieben. Der mit einer Relativverschiebung einhergehende Anstieg der Reibungskraft wird durch das Scheren kontaktierender, metallischer Rauheitshügel erklärt. Deren elasto-plastische Deformation kann als Ursache der Relativverschiebung der Oberflächen vor dem eigentlichen Übergang ins Gleiten beschrieben werden (Swevers et al [2000]). Ein Haftzustand ohne Relativverschiebung vor dem Erreichen des Betrags der Haftreibungskraft wäre somit nur in der Theorie bei ideal starren Körpern möglich (Stelter [1990]). Vor dem Erreichen der maximalen Haftreibungskraft besteht ein näherungsweise linearer Zusammen-

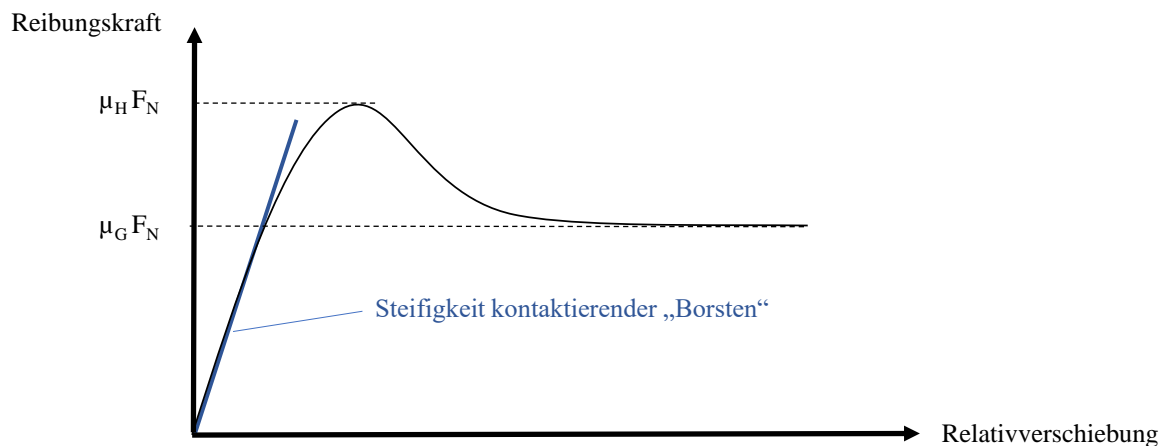


Abbildung 2.2: Abhängigkeit der Reibungskraft von der Relativverschiebung der Kontaktpartner. Darstellung basierend auf Rabinowicz [1951].

hang zwischen Reibungskraft und Relativverschiebung, siehe Abb. 2.2. Diese Steifigkeit unter Scherbelastung wird auch als tangentielle Kontaktsteifigkeit bezeichnet. Sie hängt mitunter von der Geometrie der Rauheitshügel, der Elastizität der kontaktierenden Materialien und der vorliegenden Normalkraft ab. (Johnson and Johnson [1987]). Die elastische Deformation der Oberflächenrauheiten vor dem „Losbrechen“ wird auch als „nicht-gleitende Auslenkung“, „Mikroschlupf-Bereich“ oder auch als „pre-sliding“ bezeichnet. Für Stahl werden bspw. nicht-gleitenden Auslenkungen von 2- 5 μm angegeben (Dahl [1968]; Burdekin et al [1978]; Cheng and Kikuchi [1985]; Armstrong-Hélouvry et al [1994]; Villanueva-Leal and Hinduja [1984]). Rabinowicz [1951] gibt mit Verweis auf Stevens [1899]; Rankin [1926]; Haiken [1939] Werte von 5 μm an. Bei steigender Deformation brechen zunehmend mehr Kontakte der Rauheitshügel auf, bis der Zustand der Reibungspaarung ins sog. „Gross-Sliding-Regime“ übergeht. Im Bereich des Gross-Slidings wird der Betrag der Reibungskraft im Wesentlichen von der Relativgeschwindigkeit bestimmt (Rabinowicz [1951]). Die einzelnen Kontakte der aneinander reibenden Oberflächen können als biegsame Borsten interpretiert werden. (Karnopp [1985]; Haessig Jr and Friedland [1991]; De Wit et al [1995]; Dahl [1977]). Diese Modellvorstellung wird in einigen Reibungsmodellen (siehe Kap. 2.1.3) verwendet und ist schematisch in Abb. 2.3 visualisiert.

Reibungsverzögerung (Frictional lag): Hess and Soom [1990] zeigten durch ihre Experimente mit geschmierten Kontakten, dass der Gleitzustand ein dynamischer Prozess ist und konnten eine Zeitverzögerung zwischen Relativgeschwindigkeit und Reibungskraft beobachten. Dies drückt sich in einem Hysterese-Verhalten um die statische Reibungskennlinie aus: dabei ist die Reibungskraft bei Verzögerung niedriger als bei Beschleunigung. Die Größe der

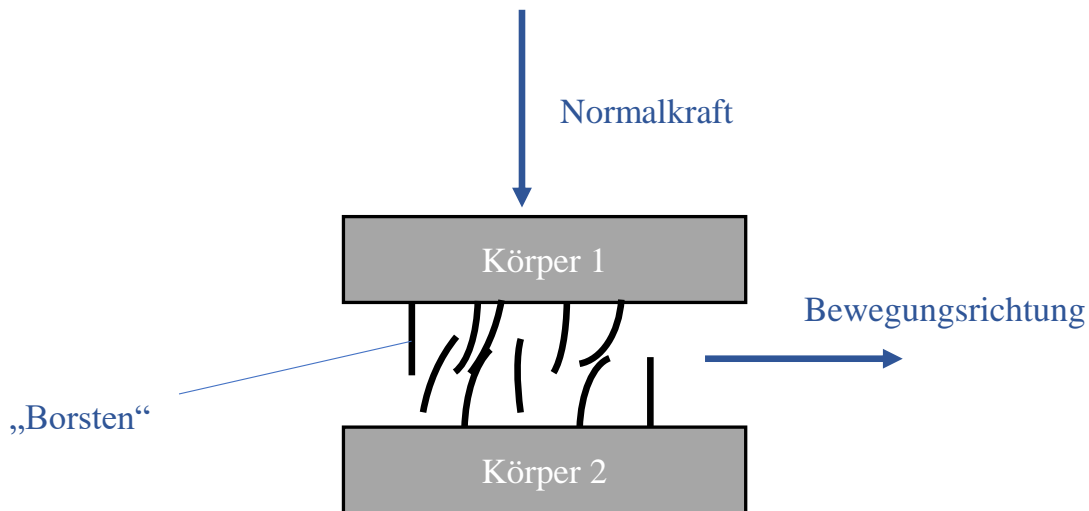


Abbildung 2.3: Modellvorstellung der einzelnen Kontakte einer Reibungspaarung als biegsame Borsten. Darstellung basierend auf De Wit et al [1995].

Hystereseschleife hängt mitunter von der Normalkraft, der Viskosität des Schmierstoffs und der Erregerfrequenz ab. Experimentell beobachtet und beschrieben wurde dieser Effekt u.a. auch von Sampson et al [1943]; Rabinowicz [1958, 1965]; Bell and Burdekin [1966, 1969]; Rice and Ruina [1983]; Hess and Soom [1990].

Stribeck-Kurve: Bei Systemen mit geschmierten Reibungskontakten können vier verschiedene Bereiche der Reibungskraft abhängig von der Relativgeschwindigkeit identifiziert werden: (1) Haftreibung, (2) Grenzreibung, (3) Mischreibung, (4) Flüssigkeitsreibung. Diese Unterteilung wird in der sog. Stribeck-Kurve visualisiert (Stribeck [1902]; Biel [1920]). Die geschwindigkeitsabhängige Kennlinie ist in Abb. 2.4 illustriert und wird im Bereich der Mischreibung durch einen Abfall der Reibungskraft bei kleinen Relativgeschwindigkeiten charakterisiert. Für hohe Relativgeschwindigkeiten im Bereich der Flüssigkeitsreibung findet eine Annäherung an eine lineare Kennlinie statt, die dem Verhalten der viskosen Reibung entspricht, siehe Kap. 2.1.3. Details zu den Prozessen in den einzelnen Bereichen werden beispielsweise in der Veröffentlichung von Armstrong-Hélouvy et al [1994] zusammengefasst. Das prinzipielle Verhalten der Stribeck-Kurve gilt aufgrund des elastischen Verhaltens der Unebenheiten einer trockenen Kontaktpaarung auch für nicht geschmierte Paarungen (Ruderman [2012]).

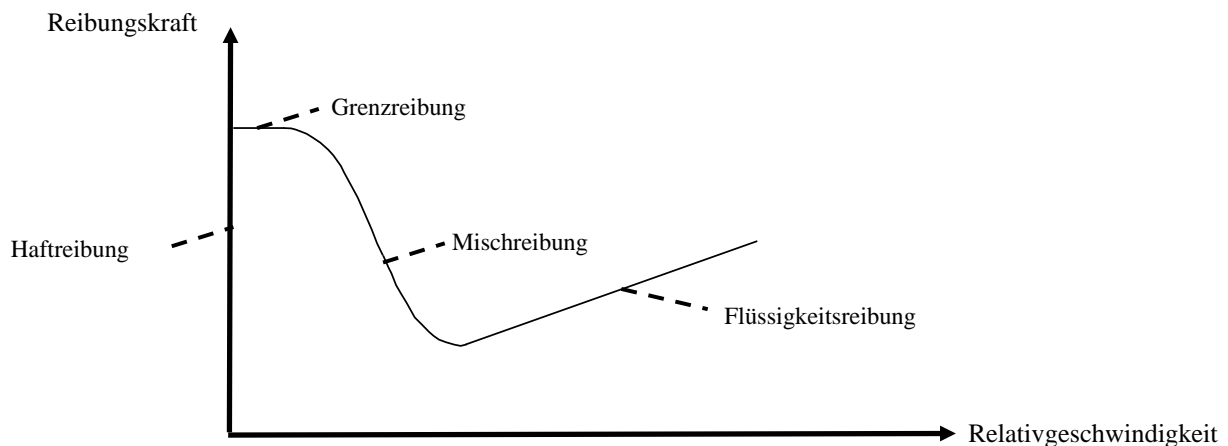


Abbildung 2.4: Stribeck-Kurve nach Stribeck [1902]. Darstellung basierend auf Armstrong-Hélouvy et al [1994].

2.1.3 Modellierung von Reibung

Um einen allumfassenden Modellierungsansatz für die Reibung beliebiger Kontaktpaarungen zu ermöglichen, müsste eine Vielzahl von Effekten aus den Bereichen der Physik, Chemie, Fertigungstechnologie und Werkstofftechnik berücksichtigt werden. Aufgrund dieser hohen Komplexität ist kein allgemeingültiger Ansatz in der Literatur verfügbar (Stelter [1990]). Die Modellierung von Reibung beruht daher meist in der Identifizierung und anschließenden mathematischen Beschreibung experimentell beobachteter Effekte.

Eine Möglichkeit zur Klassifizierung von Reibungsmodellen in sog. Makromodelle und Mikromodelle erfolgt bspw. durch Stein et al [2008]. Makromodelle oder phänomenologische Modelle nehmen eine dissipative Kraft zwischen den Kontaktpartnern an. Makromodelle sind üblicherweise statische Modelle, d.h. es wird ein phänomenologischer Zusammenhang zwischen der Reibungskraft und der Relativgeschwindigkeit definiert, der durch einen mathematischen Zusammenhang ausgedrückt wird (Stein et al [2008]). Einen guten Überblick über statische Modellierungen liefert eine Veröffentlichung von Wojewoda et al [2008]. Mikro-Modelle basieren hingegen auf einer detaillierten Kenntnis der relativ zueinander bewegten Kontaktflächen sodass z.B. deren Rauheitsspitzen, Adhäsionseffekte oder Schmierung etc. (Stein et al [2008]) berücksichtigt werden. Mikromodelle sind in der Regel dynamische Modelle, die Differentialgleichungen zur Beschreibung der Reibung nutzen (Awrejcewicz and Olejnik [2005]). Dadurch können weitere Reibungscharakteristiken wie Hysterese- und Memory-Effekte abgebildet werden (Specker et al [2014]). Detaillierte Beschreibungen zu einigen dynamischen Modellen finden sich laut Stein et al [2008] in Berger [2002]; Wriggers and Nackenhorst [2006]; Petrov and Ewins [2002]; Al Majid and Dufour [2002, 2004]. Im Folgenden wird eine Auswahl

von statischen und dynamischen Modellen vorgestellt. Als Grundlage für die Zusammenfassung dienen u.a. die Veröffentlichungen von Olsson et al [1998]; Pennestrì et al [2016], die bereits einen sehr guten Überblick der verschiedenen Modelle und deren Vor- und Nachteile geben.

Statische Reibungsmodelle

Coulomb'sche Reibung: Eine Abhängigkeit der Reibungskraft von der Normalkraft, nicht aber von der scheinbaren Kontaktfläche erkannte bereits Leonardo da Vinci (Dowson [1978]). Veröffentlicht wurde diese Beobachtung aber erst später durch Amontons [1699]. Aufgrund einer Reihe von Experimenten durch Coulomb [1821] wird die Modellierung der Reibungskraft F_R proportional zur Normalkraft F_N heute als Coulomb'sche Reibung bezeichnet. Mathematisch formuliert wird dazu der Reibungskoeffizient μ_G als Proportionalitätskonstante definiert:

$$F_R = \mu_G F_N \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) \quad (2.1)$$

Dabei weist der Reibungskoeffizient in dieser Modellierung keine Abhängigkeit von weiteren Faktoren wie bspw. der Relativgeschwindigkeit v_{rel} auf (Popova and Popov [2015]; Amontons [1699]). Zu beachten ist, dass für $v_{\text{rel}} = 0$ keine Reibungskraft definiert wird und die Reibungskraft somit - abhängig von der Definition der sgn-Funktion - null oder Werte zwischen $-\mu F_N$ und $+\mu F_N$ annehmen kann (Olsson et al [1998]). Abb. 2.5(a) zeigt die Kennlinie für Coulomb'sche Reibung.

Haftreibung: Im 19. Jahrhundert wurde das Coulomb'sche Reibungsmodell um die in Kap. 2.1.2 beschriebene Haftreibung (Stiction) mit der Haftreibungskraft $F_{RS} = \mu_H F_N$ erweitert (Morin [1833]):

$$F_R = \begin{cases} = F_{\text{Err}} & \text{für } |F_{\text{Err}}| < F_{RS} \wedge v_{\text{rel}} = 0 \\ = F_{RS} & \text{für } |F_{\text{Err}}| \geq F_{RS} \wedge v_{\text{rel}} = 0 \\ = \mu_G F_N \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) & \text{für } v_{\text{rel}} \neq 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Demnach befindet sich ein Körper in Ruhe solange der Betrag der externen Last F_{Err} kleiner als die maximal übertragbare Haftreibung F_{RS} ist (Olsson et al [1998]). Im Stillstand kann der Haftreibungswert somit den für $|v_{\text{rel}}| > 0$ definierten Coulomb'schen Reibungswert μ_G abhängig von der externen Belastung übersteigen (Morin [1833]). Abb. 2.5(b) zeigt die Kennlinie für Coulomb'sche Reibung mit Haftreibung.

Für die in Kap. 2.1.2 angesprochene Abhängigkeit des Haftreibungskoeffizienten von der

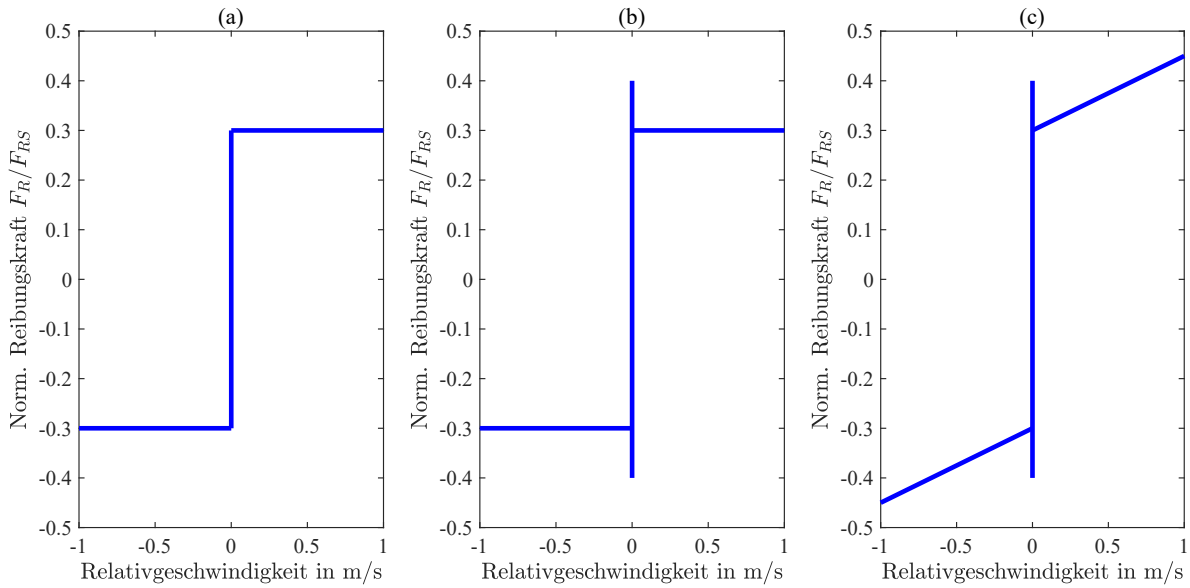


Abbildung 2.5: Statische Reibungskennlinien: (a) Klassische Coulomb'sche Reibung, (b) Coulomb'sche Reibung mit Haftreibung, (c) Coulomb'sche Reibung mit Haftreibung und viskoser Reibung.

Dauer des Haftens Δt_H definierte bspw. Kato et al [1972] folgenden empirischen Zusammenhang:

$$\mu_H(\Delta t_H) = \mu_{H,\text{inf}} - (\mu_{H,\text{inf}} - \mu_G) e^{\zeta_1 (\Delta t_H)^{\zeta_2}} \quad (2.3)$$

Dabei bezeichnet $\mu_{H,\text{inf}}$ den maximalen Haftreibungskoeffizienten und μ_G den Coulomb'schen Reibungskoeffizienten im Bereich des Gleitens. Die empirischen Parameter ζ_1 und ζ_2 müssen experimentell bestimmt werden.

Armstrong beschrieb ebenfalls einen empirischen Zusammenhang zwischen der Zeit des Haftens und dem Haftreibungskoeffizienten (Armstrong-Helouvry [1991, 1992]):

$$\mu_H(\Delta t_H) = \mu_{G,\text{prev}} + (\mu_{H,\text{Inf}} - \mu_{G,\text{prev}}) \frac{\Delta t_H}{\Delta t_H + \gamma} \quad (2.4)$$

Dabei beziffert $\mu_{G,\text{prev}}$ den Reibungskoeffizienten am Ende der letzten Gleitphase und $\mu_{H,\text{Inf}}$ den Haftreibungskoeffizienten nach einer langen Phase des Haftens mit langsamer Kraftaufbringung. Der Parameter γ ist empirisch zu bestimmen.

Viskose Reibung: Basierend auf der Viskosität von Schmierstoffen (Reynolds [1886]) wurde im 19. Jahrhundert ein erster Ansatz für eine von der Relativgeschwindigkeit abhängige

Reibungskennlinie, die sog. viskose Reibung, definiert:

$$F_R(v_{\text{rel}}) = \tilde{\nu} |v_{\text{rel}}|^{\delta_v} \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) \quad \text{für } |v_{\text{rel}}| > 0. \quad (2.5)$$

Dabei bezeichnet δ_v den viskosen Reibungsexponent und ν den viskosen Reibungskoeffizienten (Olsson et al [1998]). Abb. 2.5(c) zeigt die Kennlinie für viskose Reibung in Kombination mit Haftreibung.

Geschwindigkeitsabhängige Gleitreibung: Neben dem viskosen Ansatz wurden in der Literatur weitere Ansätze zur Modellierung der Abhängigkeit der Reibungskraft von der Relativgeschwindigkeit erarbeitet. Im Allgemeinen ist eine geschwindigkeitsabhängige Reibungsmodellierung auch für trockene Paarungen erforderlich, da die ablaufenden, physikalischen Prozesse während der Scherung der Rauheitskontakte ebenfalls abhängig von der Relativgeschwindigkeit sind (Armstrong-Hélouvy et al [1994]). Zur mathematischen Beschreibung der Abhängigkeit der Reibungskraft von der Relativgeschwindigkeit mit Berücksichtigung des Stribeck-Effekts (Kap. 2.1.2) wurden in den vergangenen Jahrzehnten mehrere Ansätze postuliert. Eine verbreitete Modellierung besteht darin, verschiedene geschwindigkeitsabhängige Charakteristiken $g(v_{\text{rel}})$ in die folgende Gleichung einzusetzen (Wojewoda et al [2008]):

$$\mu_G(v_{\text{rel}}) = \mu_G \left(1 + \frac{\mu_H - \mu_G}{\mu_G} g(v_{\text{rel}}) \right) \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) \quad (2.6)$$

Für die Modellierung der geschwindigkeitsabhängigen Charakteristik $g(v_{\text{rel}})$ nennt Wojewoda et al [2008] verschiedene Ansätze, die in Tab. 2.1 zusammengefasst sind. In allen Modellen kennzeichnet v_s die Stribeck-Geschwindigkeit, welche die Grenzgeschwindigkeit zwischen Mikroschlupf (Haftzustand) und Makroschlupf (Gleitzustand) beschreibt (Wojewoda et al [2008]). Durch Anpassung der Geschwindigkeit kann somit der Geschwindigkeitsbereich des Haft-Gleit-Übergangs definiert werden (Ruderman [2012]).

Modell	Quelle	Formel
Exp.-Funktion	Tustin [1947]	$g(v_{\text{rel}}) = e^{-\frac{ v_{\text{rel}} }{v_s}}$
Verallg. Exp.-Funktion	Bo and Pavelescu [1982]	$g(v_{\text{rel}}) = -\alpha_1 v_{\text{rel}} ^{\alpha_2}$
Gauß	Armstrong-Hélouvy [1991]	$g(v_{\text{rel}}) = e^{-\left(\frac{v_{\text{rel}}}{v_s}\right)^2}$
Cauchy-Verteilung	Hess and Soom [1990]	$g(v_{\text{rel}}) = \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{\text{rel}}}{v_s}\right)^2}$
Popp-Stelter	Popp and Stelter [1990]	$g(v_{\text{rel}}) = \frac{1}{1 + \eta_1 v_{\text{rel}} } \frac{\eta_2 v_{\text{rel}}^2}{\mu_H - \mu_G}$

Tabelle 2.1: Überblick verschiedener statischer Modellierungen für die Stribeck-Kurve (Wojewoda et al [2008]). Bei den Parametern α_1 , α_2 , η_1 und η_2 handelt es sich um empirische Größen.

Ein weiterer, statischer Ansatz zur Modellierung der Abhängigkeit der Reibung von der Relativgeschwindigkeit wurde von Xia [2003] erarbeitet und nutzt eine Sekans hyperbolicus-Funktion:

$$\mu_G(v_{\text{rel}}) = -\left(\mu_H \operatorname{sech}(\gamma v_{\text{rel}}) + \mu_G(1 - \operatorname{sech}(\gamma v_{\text{rel}}))\right) \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) \quad (2.7)$$

$$\text{mit } \operatorname{sech}(\gamma v_{\text{rel}}) = \frac{2}{(e^{-\gamma v_{\text{rel}}} + e^{\gamma v_{\text{rel}}})} \quad (2.8)$$

Der Parameter γ beeinflusst dabei die Steigung für kleine Relativgeschwindigkeiten. Wie in Abb. 2.6(f) dargestellt, führen hohe Werte zu einer stark abfallenden Kurve, während kleine Werte eine Annäherung des Gleitreibungskoeffizienten an den Haftreibungskoeffizienten für niedrige Relativgeschwindigkeiten zur Folge haben. Der Spezialfall $\gamma \rightarrow 0$ stellt somit den Fall der klassischen Coulomb'schen Reibung ohne Haftreibung (Abb. 2.5(a)) und der Fall $\gamma \rightarrow \infty$ den Fall der Coulomb'schen Reibung mit Haftreibung ($\mu_G \neq \mu_H$) dar, vgl. Abb. 2.5(b). In Abb. 2.6 sind die Verläufe des Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit für die sechs vorgestellten, statischen Modellierungsansätze dargestellt. Dabei wurden die Kennlinien jeweils für verschiedene Parameterwerte dargestellt.

Karnopp-Modell: Aufgrund der Problematik, für $v_{\text{rel}} = 0$ eine Reibungskraft zu definieren, entwickelte Karnopp [1985] einen weiteren statischen Modellierungsansatz. Unterschreitet die Relativgeschwindigkeit eine Grenzgeschwindigkeit v_g , d.h. $|v_{\text{rel}}| < v_g$, wird die Relativgeschwindigkeit zu null gesetzt und die Reibungskraft abhängig vom restlichen System bestimmt. Für $|v_{\text{rel}}| > v_g$ kann eine beliebige Funktion der Reibungskraft abhängig von der Relativgeschwindigkeit implementiert werden. Nachteilig an dieser Modellierung ist die starke Kopplung mit dem weiteren Teilen des Systems (Olsson et al [1998]).

Armstrong-Modell: In diesem von Armstrong-Hélouvy et al [1994] vorgeschlagenen Modell wird neben dem Stribeck-Effekt auch eine zeitliche Abhängigkeit berücksichtigt. Im Haftzustand wird ein Pre-Sliding mit der Auslenkung x ermöglicht, das durch eine separate Gleichung beschrieben wird:

$$F_R = k_b x. \quad (2.9)$$

Dabei bezeichnet k_b die tangentielle Kontaktsteifigkeit des Kontaktes. Für die Modellierung der Reibung im Gleitzustand verwendet Armstrong-Hélouvy et al [1994] die durch Gl. 2.6 beschriebene Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit zusammen mit der viskosen Reibung aus Gl. 2.5. Die von Hess and Soom [1990] vorgeschlagene Cauchy-Verteilung für die Stribeck-

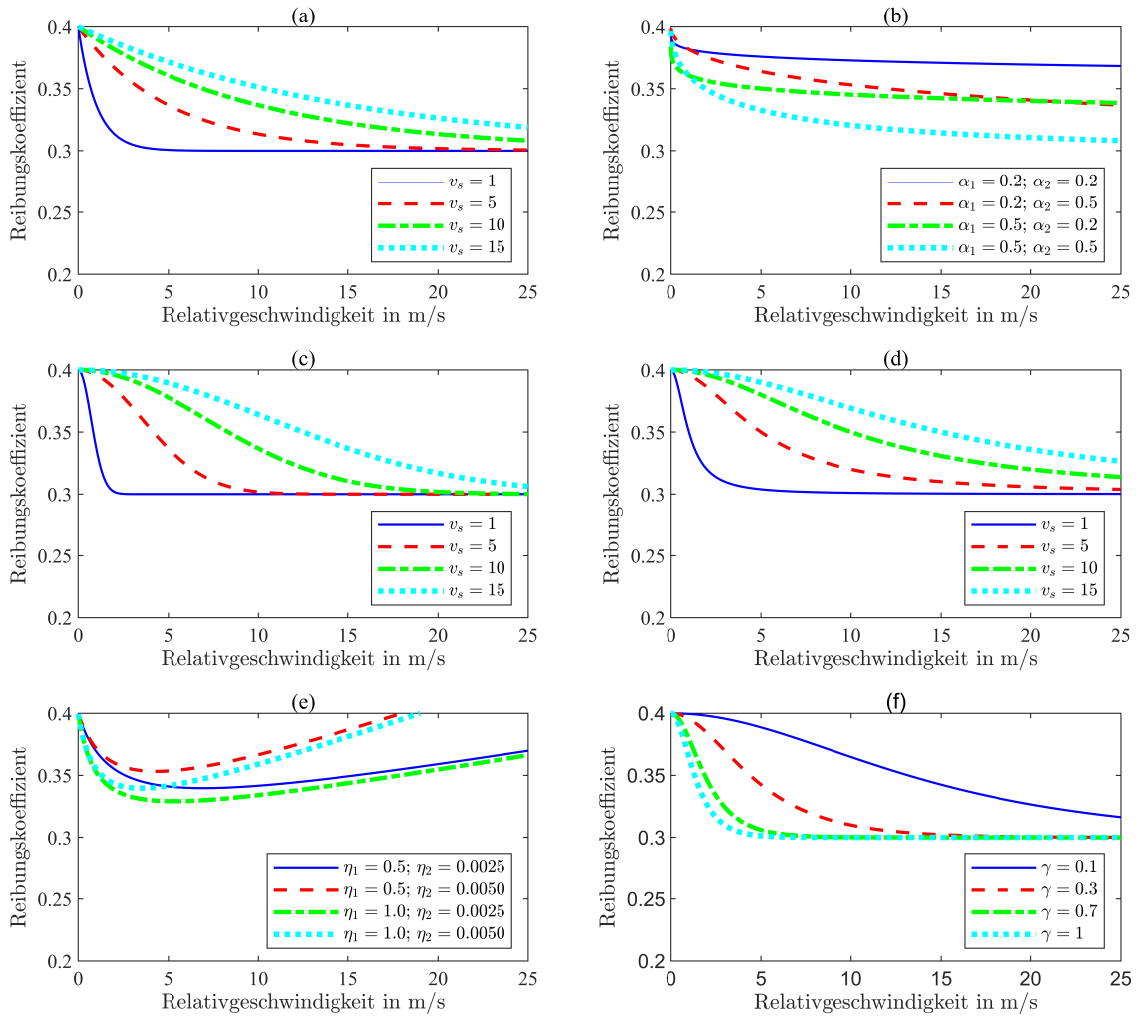


Abbildung 2.6: Verschiedene Abhängigkeiten des Reibungskoeffizienten von der Relativgeschwindigkeit: (a) Exponentialansatz (Tustin [1947]), (b) Verallg. Exponentialansatz (Bo and Pavlescu [1982]), (c) Gauß(Armstrong-Helouvy [1991]), (d) Cauchy-Verteilung (Hess and Soom [1990]), (e) Popp-Stelter (Popp and Stelter [1990]), (f) Sekans hyperbolicus (Xia [2003]).

Kurve $g(v_{\text{rel}})$, siehe Tab. 2.1, modifizierte Armstrong-Hélouvy et al [1994] zu $\hat{g}(v_{\text{rel}})$:

$$\hat{g}(v_{\text{rel}}) = \frac{1}{1 + \left(\frac{v_{\text{rel}}(t - \Delta t_V)}{v_s}\right)^2}. \quad (2.10)$$

Es wird dabei nicht die aktuelle Geschwindigkeit, sondern die zum Zeitpunkt $t - \Delta t_V$ vorliegende Geschwindigkeit eingesetzt. Dabei beschreibt Δt_V den Zeitverzug zum aktuellen Zeitpunkt t . Die Haftreibung wird in dem Modell durch die in Gl. 2.4 beschriebene Abhängigkeit von der Dauer des Haftens modelliert. In Summe benötigt das Modell sieben Parameter sowie eine Bedingung, die zwischen Haft- und Gleitzustand unterscheidet. Auch müssen die Zustandsvariablen bei einem Zustandswechsel entsprechend initialisiert werden (Olsson et al [1998]).

Dynamische Reibungsmodellierungen

Im Folgenden wird eine Auswahl dynamischer Reibungsmodelle vorgestellt, die im Gegensatz zu den statischen Modellen über Differentialgleichungen beschrieben werden.

Reibelement mit Feder/Dämpfer In Kap. 2.1.2 wurden die experimentell beobachteten Relativbewegungen im Haftzustand aufgrund elastischer Deformationen der Rauheitskontakte vorgestellt, die durch biegsame Borsten modelliert werden können. Einige Modellierungen simplifizieren dieses Borsten-Modell (Persson [1994]; Sherif [1991]; Haessig Jr and Friedland [1991]) durch Reduktion auf eine einzelne Borste, der ein Steifigkeits- und ein Dämpfungskoeffizient zugeordnet wird, siehe z.B. Liang and Feeny [1996]; Vielsack [1996]; Hinrichs et al [1998].

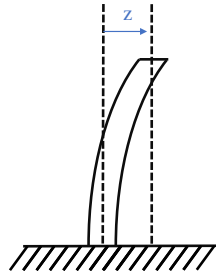


Abbildung 2.7: Visualisierung der Zustandsvariable z , die die Verformung der Borste an deren Spitze beschreibt. Darstellung basierend auf Hinrichs et al [1998].

Dieser Ansatz eignet sich gut für den Einsatz in Minimalmodellen und wird in Kap. 2.3 angewendet. Eine beispielhafte Implementierung für Minimalmodelle lieferte Hinrichs et al [1998] in seiner Veröffentlichung. Für die Beschreibung der Verformung der Borste an deren Spitze wird eine neue Zustandsvariable z definiert, vgl. Abb. 2.7. Die Differentialgleichung der Zustandsvariable z lautet:

$$k_b(x - z) + d_b(v_{\text{rel}} - \dot{z}) - F_R = 0 \quad (2.11)$$

Dabei bezeichnen k_b und d_b den Steifigkeits- bzw. Dämpfungskoeffizienten der Borste. Das Reibungselement wird als masselos modelliert, weshalb in der Differentialgleichung kein Trägheitsterm enthalten ist. Die Reibungskraft ist abhängig vom Zustand des Kontaktes. Für $\dot{z} = 0$ befindet sich das System im Haftzustand und die Reibungskraft berechnet sich über:

$$F_R = k_b(x - z) + d_b v_{\text{rel}} \quad (2.12)$$

Im Gleitzustand, $\dot{z} \neq 0$, kann ein konstanter Gleitreibungskoeffizient oder ein statischer Ansatz zur Modellierung der Abhängigkeit der Reibungskraft von der Relativgeschwindigkeit eingesetzt werden, siehe Tab. 2.1.

Dahl-Modell: Das von Dahl [1968] vorgestellte Reibungsmodell kann als Coulomb'sches Reibungsmodell mit einem glatten Übergang um die Geschwindigkeit $v_{\text{rel}} = 0$ interpretiert werden. Die Absprungbasis für das Dahl-Modell ist die klassische Spannungs-Dehnungskurve (Olsson et al [1998]). Das Modell wird mathematisch durch eine nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben. Auch in diesem Modell stellt die Variable z die Verformung der Borste an deren Spitze dar. Die Reibungskraft wird durch folgende nichtlineare Differentialgleichung beschrieben:

$$\frac{dF}{dx} = k_b \left| 1 - \frac{F}{F_{\text{RS}}} \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) \right|^\gamma \operatorname{sgn} \left(1 - \frac{F}{F_{\text{RS}}} \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) \right) \quad (2.13)$$

bzw.

$$\frac{dF}{dt} = v_{\text{rel}} k_b \left| 1 - \frac{F}{F_{\text{RS}}} \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) \right|^\gamma \operatorname{sgn} \left(1 - \frac{F}{F_{\text{RS}}} \operatorname{sgn}(v_{\text{rel}}) \right). \quad (2.14)$$

Dadurch weist das Modell im Bereich des Pre-Slidings eine Hysterese-Kurve auf. Der Parameter k_b beschreibt eine Steifigkeit des Kontaktes beim Wechsel des Vorzeichens der Reibungskraft. Der Exponentialfaktor γ beschreibt die Form der Pre-Sliding Hysterese. Im Gegensatz zu anderen dynamischen Modellierungsansätzen ist die Reibungskraft lediglich vom Vorzeichen der Relativgeschwindigkeit v_{rel} abhängig, sodass bspw. der Stribeck-Effekt nicht abgebildet werden kann (Pennestrì et al [2016]; Ruderman [2012]).

Für ein besseres Verständnis der Einflussfaktoren des Dahl-Modells wird exemplarisch ein harmonisch erregter Einmassenschwinger mit der nachfolgenden Differentialgleichung betrachtet:

$$m\ddot{x} = F_{\text{Err}} \cos(2\pi ft) - F_{\text{R}} \quad (2.15)$$

Für die Parameterstudie wurden die Werte $m = 1 \text{ kg}$, $f = 2 \text{ Hz}$, $F_{\text{Err}} = 1 \text{ N}$ und $\mu_{\text{G}} F_{\text{N}} = 0,9 \text{ N}$ gewählt. Bei Variation der Parameter γ und k_b ergeben sich die in Abb. 2.8 dargestellten Zeitverläufe und Reibungshysteresen. Der Einfluss des Parameters k_b , der die Steifigkeit des Kontaktes beschreibt, lässt sich gut an der veränderten Steigung am Nulldurchgang erkennen. Zudem resultieren höhere Steifigkeitswerte k_b in kleineren Schwingungsamplituden. Der Parameter γ beeinflusst demnach primär die Form der Hysterese. Für $\gamma \rightarrow 0$ wird die Hysterese kantiger, da die Reibungskraft über einen weiten Bereich konstant den Wert der Haftreibung annimmt, bevor es zu einem Richtungswechsel kommt. Für höhere Werte von γ

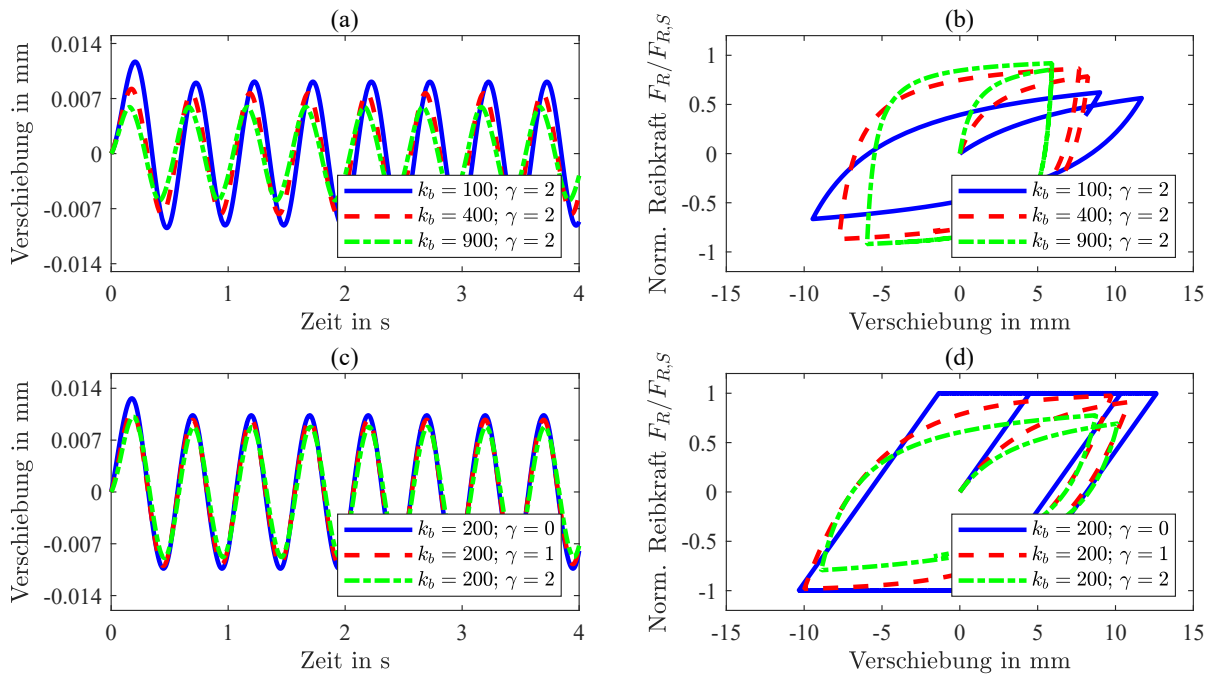


Abbildung 2.8: Einfluss des Parameters k_b ((a) und (b)) sowie des Parameters γ ((c) und (d)) auf einen harmonisch erregten Einmassenschwinger mit dem Dahl-Reibungsmodell. (a), (c) Zeitverlauf der Zustandsvariable x , (b), (d) Reibungshysterese.

wird die Haftreibung nicht mehr erreicht und die Schwingungsamplitude nimmt ab.

Basierend auf dem Dahl-Modell haben sich weitere dynamische Reibungsmodellierungen entwickelt, siehe z.B. Hayward and Armstrong [2000]. Ein Beispiel ist das Bliman-Sorine Reibungsmodell (Bliman and Sorine [1995]), das als Parallelschaltung zweier Dahl-Modelle interpretiert werden kann (Pennestrì et al [2016]).

LuGre Modell: Das Lund-Grenoble-Modell, „LuGre-Modell“, ist ein weit verbreiteter Ansatz zur Reibungsmodellierung, der von De Wit et al [1995] für den Einsatz in Simulationen von Systemen mit Reibung und in der Regelungstechnik vorgeschlagen wurde. Ein Hauptmerkmal und auch Vorteil ist der glatte Übergang zwischen dem Pre-Sliding und dem Gross-Sliding-Regime. Auch dieses Modell basiert auf der Vorstellung, dass die kontaktierenden Rauheitskontakte zweier Kontaktflächen durch biegsame Borsten abgebildet werden können. Die mittlere Verformung der Borsten an deren Spitzen z wird über folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\dot{z} = v_{\text{rel}} - k_b \frac{|v_{\text{rel}}|}{\mu(v_{\text{rel}})F_N} z. \quad (2.16)$$

Die Reibungskraft berechnet sich über

$$F_R = k_b z + d_b \dot{z} + \nu v_{\text{rel}}. \quad (2.17)$$

Dabei beschreiben k_b und d_b erneut Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften der Reibungspaarung. Analog zu der bereits diskutierten, statischen Modellierung beschreibt der Term νv_{rel} den viskosen Reibungsanteil. Die Funktion $\mu(v_{\text{rel}})$, die die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Relativgeschwindigkeit beschreibt, kann beliebig gewählt werden. Somit kann auch der Stribeck-Effekt abgebildet werden. In ihrer Veröffentlichung schlugen De Wit et al [1995] die Gl. 2.6 kombiniert mit der Funktion $g(v_{\text{rel}})$ von Armstrong-Helouvry [1991] vor, siehe Tab. 2.1:

$$\mu(v_{\text{rel}}) = \mu_G \left(1 + \frac{\mu_H - \mu_G}{\mu_G} e^{-(v_{\text{rel}}/v_s)^2} \right). \quad (2.18)$$

Im eingeschwungenen Zustand ($\dot{z} = 0$, $v_{\text{rel}} = \text{const}$) nähert sich die Verformung z dem Wert z_{ss} an:

$$z_{ss} = \frac{v_{\text{rel}}}{|v_{\text{rel}}|} \frac{\mu(v_{\text{rel}}) F_N}{k_b} = \frac{\mu(v_{\text{rel}}) F_N}{k_b} \text{sgn}(v_{\text{rel}}). \quad (2.19)$$

Setzt man für $\mu(v_{\text{rel}}) = \mu_G$ ein und setzt $d_b = \nu = 0$ folgt aus den Gl. 2.16 und Gl. 2.17

$$F_R = k_b z, \quad \dot{z} = v_{\text{rel}} - \frac{k_b v_{\text{rel}}}{\mu_G F_N} z \quad (2.20)$$

und damit

$$\frac{dF}{dt} = k_b \left(v_{\text{rel}} - \frac{k_b |v_{\text{rel}}|}{\mu_G F_N} z \right) = k_b v_{\text{rel}} \left(1 - \frac{F_R}{\mu_G F_N} \text{sgn}(v_{\text{rel}}) \right). \quad (2.21)$$

Dies ist eine spezielle Form des Dahl-Modells für $\gamma = 1$, vgl. Gl. 2.14. Analog zum Dahl-Modell wird der Einfluss der Parameter am Einmassenschwinger mit den Parameterwerten $m = 2 \text{ kg}$, $f = 5 \text{ Hz}$, $F_{\text{Err}} = 1,7 \text{ N}$, $F_{\text{RS}} = 1,5 \text{ N}$ und $\mu_G F_N = 1 \text{ N}$ demonstriert. Die Ergebnisse dieser Parameterstudien sind in Abb. 2.9 und Abb. 2.10 dargestellt. Zu erkennen ist, dass sowohl der Steifigkeits- als auch der Dämpfungsparameter einen Einfluss auf die Gestalt der Hysterese und die Charakteristik der resultierenden Schwingung aufweisen. In den Zeitverläufen der Schwingungsamplitude (a) ist der Übergang vom Pre-Sliding ins Gross-Sliding gut erkennbar. In den Subplots (b) der beiden Abbildungen ist jeweils der in Kap. 2.1.2 vorgestellte Effekt der Reibungsverzögerung anhand der Schleifen für $|v_{\text{rel}}| > 0$ erkennbar.

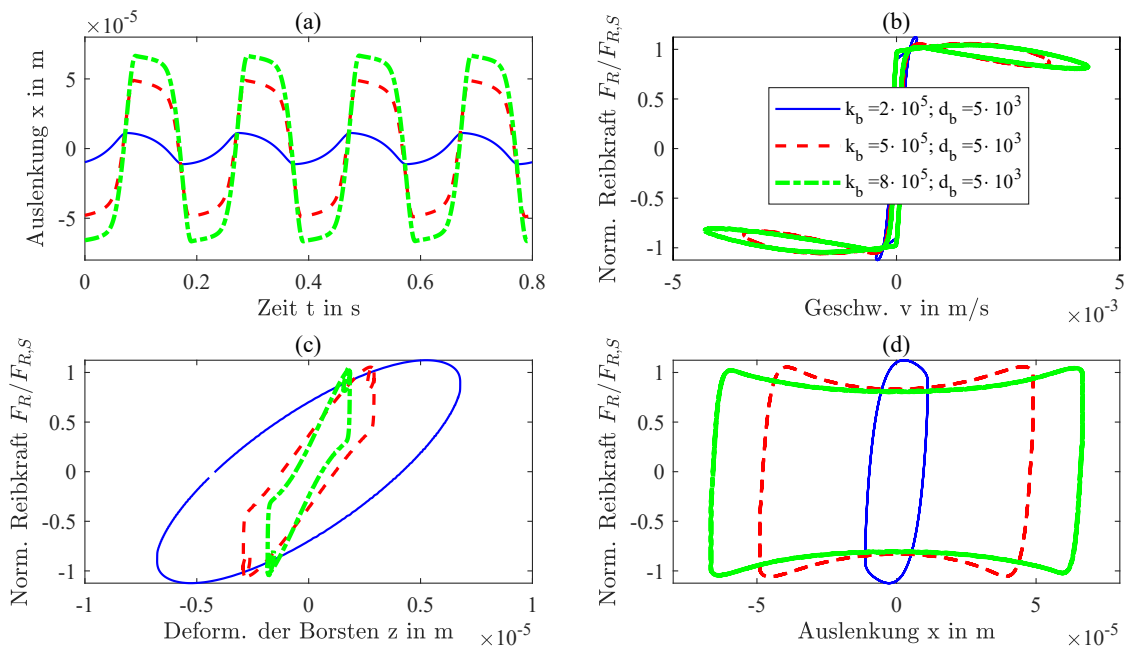


Abbildung 2.9: Einfluss des Parameters k_b auf einen harmonisch erregten Einmassenschwinger mit dem LuGre-Reibungsmodell. (a) Zeitverlauf der Auslenkung x der Masse, (b) Normierte Reibungskraft $F_R/F_{R,s}$ abh. von der Relativgeschwindigkeit; (c) Normierte Reibungskraft $F_R/F_{R,s}$ abh. von der Deformation der Borsten; (d) Reibungshysterese.

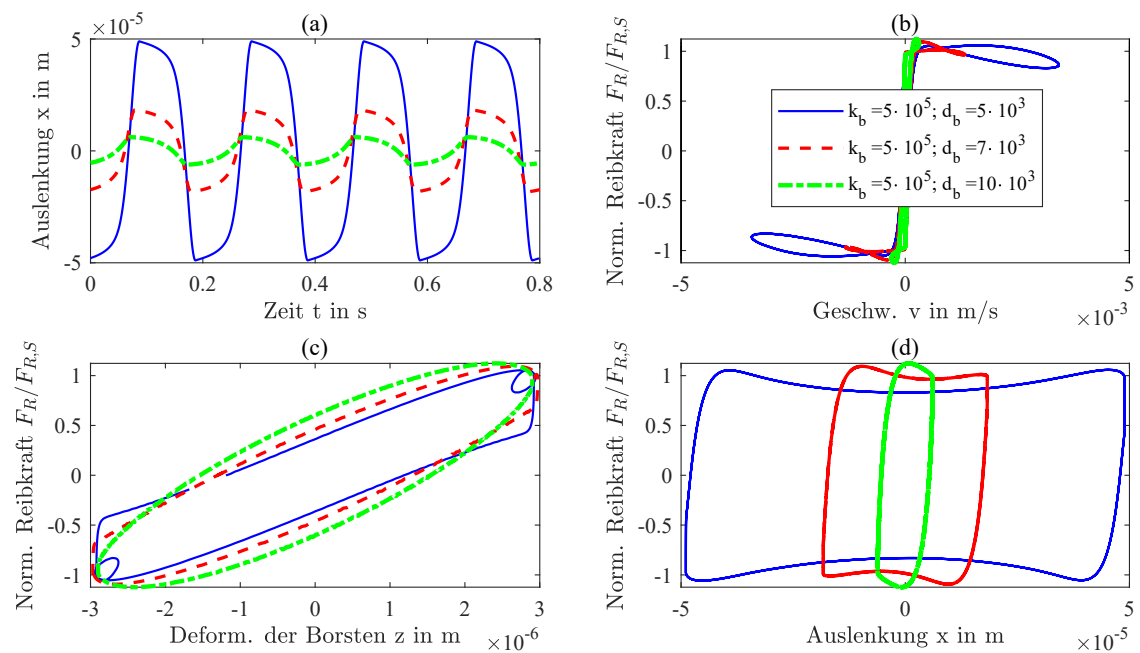


Abbildung 2.10: Einfluss des Parameters d_b auf einen harmonisch erregten Einmassenschwinger mit dem LuGre-Reibungsmodell. (a) Zeitverlauf der Auslenkung x der Masse, (b) Normierte Reibungskraft $F_R/F_{R,s}$ abh. von der Relativgeschwindigkeit; (c) Normierte Reibungskraft $F_R/F_{R,s}$ abh. von der Deformation der Borsten; (d) Reibungshysterese.

Weitere Modellierungsansätze: Neben den vorgestellten Reibungsmodellierungen sei an dieser Stelle erwähnt, dass noch eine Vielzahl weiterer Modellierungsansätze in der Literatur zu finden sind, die teilweise auf den genannten Modellierungen aufbauen. Das Leuven Modell ist eine Erweiterung des LuGre Modells, wobei zusätzlich der sog. nicht-lokale Gedächtnis abgebildet wird. Dieser Effekt bedeutet, dass die Reibungskraft nicht nur eine Abhängigkeit von Werten der Reibungskraft aus der Vergangenheit aufweist, sondern auch von deren zuletzt erreichten Extremwerten. Das elasto-plastische Modell (Dupont et al [2000a,b]) führt eine Umschalt-Funktion in die Gl. 2.16 des LuGre-Modells ein, um im Gegensatz zum LuGre-Modell Stiction abzubilden. Auch das Gonthier-Modell (Gonthier et al [2004]) basiert auf dem LuGre-Modell; sorgt aber durch die Definition eine Hilfsvariable für einen weicheren Übergang zwischen Haften und Gleiten und inkludiert zudem den in Kap. 2.1.2 beschrieben Effekt der Reibungsverzögerung. Das von Haessig Jr and Friedland [1991] präsentierte Reset-Integrator-Modell kann ebenfalls Stiction abbilden, indem es den Übergang ins Gleiten über die Auslenkung der Borste steuert, welche im Falle des Gleitens konstant gehalten wird. Die angesprochenen Modelle werden an dieser Stelle nicht vertiefend behandelt und werden bspw. in den Veröffentlichungen von Olsson et al [1998]; Pennestrì et al [2016]; Khan et al [2017]; Stein et al [2008] ausführlich vorgestellt.

Abschließend fasst Tab. 2.2 die genannten Reibungsmodellierungen nochmal zusammen.

2.2 Analyse des harmonisch erregten Einmassen-Schwingers

Wenn bei Systemen mit Reibung die Relativgeschwindigkeit der Reibungspartner zu null wird, findet ein Übergang von einem Gleitvorgang in einen Haftzustand statt. Wenn diese Haft-Gleit-Übergänge wiederholt auftreten, spricht man von sog. Stick-Slip-Effekten. Da die Eigenschaften der Reibungspaarungen ursächlich für die dabei entstehenden Schwingungen sind, gehören Stick-Slip-Effekte zu den reiberregten Schwingungen. Reiberregte Schwingungen sind zum einen für den Bereich der Betriebsfestigkeit aufgrund des erhöhten Verschleißes von Interesse; zum anderen aber auch aus akustischer Sicht: subjektiv wahrnehmbare Geräuschen wie Rattern, Heulen, Pfeifen oder Knarzen können die Folge sein (Popov [2015]). Stick-Slip-Schwingungen treten wiederum gewollt bei Streichinstrumenten auf: dabei wechselt die Saite periodisch zwischen einem Haft- und Gleitzustand und erzeugt dabei eine Schwingung, die als Schallwelle abgestrahlt wird.

Stick-Slip-Effekte können mit einfachen, mechanischen Minimalmodellen abgebildet werden. Dabei wird zwischen der Selbsterregung und der Fremderregung unterschieden. Diese beiden

Typ	Modell	Pre-Slid.	Stiction	Stribeck	Beschreibung
Statisch	Coulomb-Modell	nein	ja	nein	Klassischer Ansatz zur Reibungsmodellierung; Erweiterung mit Haft-/Gleitreibung möglich.
	Viskose Reibung	nein	ja	nein	Lineare Abhängigkeit der Reibung von der Relativgeschwindigkeit.
	Karnopp-Modell	nein	ja	möglich	Haften findet statt, wenn der Betrag der Relativgeschwindigkeit kleiner als ein def. Schwellwert ist.
Dynamisch	Armstrong-Modell	ja	ja	ja	Haften und Gleiten separat modelliert, wobei eine logische Gleichung den Zustand regelt.
	Reibelement	ja	ja	möglich	Masseloses Reibelement mit Zustandsvariable, das mit Feder und Dämpfer an das System gekoppelt ist.
	Dahl-Modell	ja	nein	nein	Modell basiert auf der Spannungs-Dehnungs-Kurve, keine Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit.
	LuGre-Modell	ja	nein	ja	Weit verbreitet und Absprung für weitere Modelle; glatter Übergang zwischen Pre- und Gross-Sliding.
	Leuven-Modell	ja	nein	ja	Erweiterung LuGre-Modell: nicht-lokales Gedächtnis (Reibungskraft von den erreichten Extremwerten abh.).
	Gonthier-Modell	ja	ja	ja	Erweiterung LuGre-Modell: weicherer Übergang zwischen Haften und Gleiten sowie der Effekt der Reibungsverzögerung.
	Elasto-plastisches Modell	ja	ja	ja	Erweiterung LuGre-Modell: Zustand Haften/Gleiten wird über Auslenkung Borste geregelt.

Tabelle 2.2: Überblick verschiedener Reibungsmodellierungen.

Anregungsmechanismen sind in Abb. 2.11 gegenübergestellt. Bei der Selbsterregung befindet sich eine Masse im Reibungskontakt zu einem konstant bewegten Untergrund. Bei der Fremderregung hingegen wirkt eine periodische Erregerkraft $\hat{F}_{\text{Err}}(t)$ mit der Amplitude F_{Err} auf die Masse:

$$\hat{F}_{\text{Err}}(t) = F_{\text{Err}} \cos(\omega t). \quad (2.22)$$

Dabei beschreibt ω die Erregerkreisfrequenz. Beide Anregungsformen können auch gemeinsam auftreten. Eine Anwendung für die Modellierung mit reiner Selbsterregung stellen bspw. das Bremsenquietschen und das Bremsenknarzen dar, wobei die Masse den Bremsbelag und das sich bewegende Band die rotierende Bremsscheibe repräsentiert. Das im Rahmen dieser Arbeit analysierte Phänomen Tickern weist einen fundamental anderen Anregungsmechanismus auf. Wie in Kap. 1 beschrieben, erzeugen die an der Lauffläche des Reifens wirkenden Seitenkräfte Scherkräfte in den Kontaktflächen des Radverbundes. Diese Kräfte können aufgrund der Drehung des Rades als periodisch angenommen werden. Für die Analyse des Phänomens ist somit die fremderregte Modellierung geeignet, die in Abb. 2.11(b) visualisiert ist. Der Reibungskontakt zwischen Masse und unbewegten Untergrund repräsentiert dabei den Kontakt zwischen Bremsscheibe und Rad bzw. Bremsscheibe und Radlager.

Im Folgenden wird Fokus auf die Modellierung mit harmonischer Fremderregung gelegt und anhand eines Einmassenschwingers (engl. Single degree of freedom, SDOF) aufgezeigt, wie sich harmonisch erregte Minimalmodelle mit und ohne Einwirkung von Reibungskräften verhalten und wie sich die Anwendung verschiedener Reibungsmodellierungen auswirkt. Für einen harmonisch erregten SDOF mit der Masse m , der Federsteifigkeit k und dem Dämpfungskoeffizienten d lautet die Differentialgleichung für den Fall mit Reibung in allgemeiner Form:

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx + F_R = F_{\text{Err}} \cos(\omega t). \quad (2.23)$$

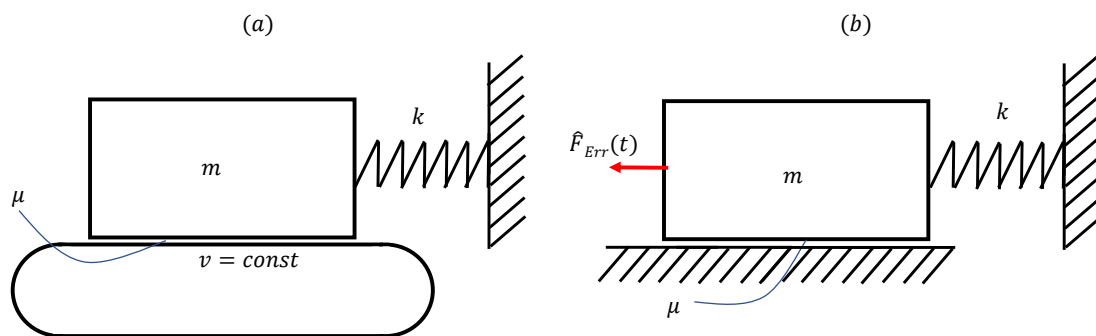


Abbildung 2.11: Differenzierung zwischen Selbsterregung (a) und Fremderregung (b).

Dabei wird die Nomenklatur in allen nachfolgenden Studien auf die folgenden dimensionslosen Kenngrößen vereinheitlicht:

$$\tilde{X} = \frac{kx}{F_{\text{Err}}}, \quad \tau = t\sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \tilde{F} = \frac{F_{\text{Err}}}{\mu_{\text{H}}F_{\text{N}}}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad \eta = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \tilde{D} = \frac{d}{2\sqrt{km}}. \quad (2.24)$$

Dabei beschreibt F_{N} die Normalkraft. Das Verhältnis Haft- zu Gleitreibung wird mit $\tilde{\mu} = \frac{\mu_{\text{G}}}{\mu_{\text{H}}}$ bezeichnet. Wenn nicht zwischen Haft- und Gleitreibung unterschieden wird (Coulomb'sche Reibung) nimmt $\tilde{\mu}$ den Wert 1 an. Mit den dimensionslosen Kenngrößen aus Gl. 2.24 ergibt sich aus Gl. 2.23:

$$\tilde{X}'' + 2\tilde{D}\tilde{X}' + \tilde{X} + \frac{F_{\text{R}}}{F_{\text{Err}}} = \cos(\eta\tau). \quad (2.25)$$

Im Folgenden werden verschiedene Annahmen zu dieser Differentialgleichung getroffen und das dynamische Verhalten des SDOF untersucht.

2.2.1 Fall 1: ohne Reibung und mit Dämpfung

Unter Vernachlässigung des Reibungsterms ergibt sich aus Gl. 2.25:

$$\tilde{X}'' + 2\tilde{D}\tilde{X}' + \tilde{X} = \cos(\eta\tau). \quad (2.26)$$

Durch Überführung in die komplexe Ebene und Ansetzen einer Lösung vom Typ der rechten Seite $\tilde{X} = \tilde{X}(j\eta)e^{j\eta\tau}$ folgt

$$-\eta^2\tilde{X}(j\eta) + 2\tilde{D}j\eta\tilde{X}(j\eta) + \tilde{X}(j\eta) = 1. \quad (2.27)$$

Durch Umstellen ergibt sich für die Transferfunktion

$$\tilde{G}(j\eta) = \tilde{X}(j\eta) = \frac{1}{-\eta^2 + 2\tilde{D}j\eta + 1}. \quad (2.28)$$

Der Amplitudenfrequenzgang $|\tilde{G}(j\eta)|$

$$|\tilde{G}(j\eta)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4\tilde{D}^2\eta^2}}. \quad (2.29)$$

ist für verschiedene Werte von \tilde{D} in Abb. 2.12 dargestellt. Dabei weist der Frequenzgang eine unterschiedliche Charakteristik in Abhängigkeit von \tilde{D} auf. Unabhängig von der Dämpfung

nähert sich der Amplitudenfrequenzgang für Werte von $\eta \rightarrow 0$ dem Wert 1 an. Für Dämpfungskoeffizienten $\tilde{D} < \sqrt{0,5}$ weist der Amplitudenfrequenzgang ein Maximum auf, dessen Frequenz mittels der Formel $\eta_{\max} = \eta\sqrt{1 - 2\tilde{D}^2}$ bestimmt werden kann.

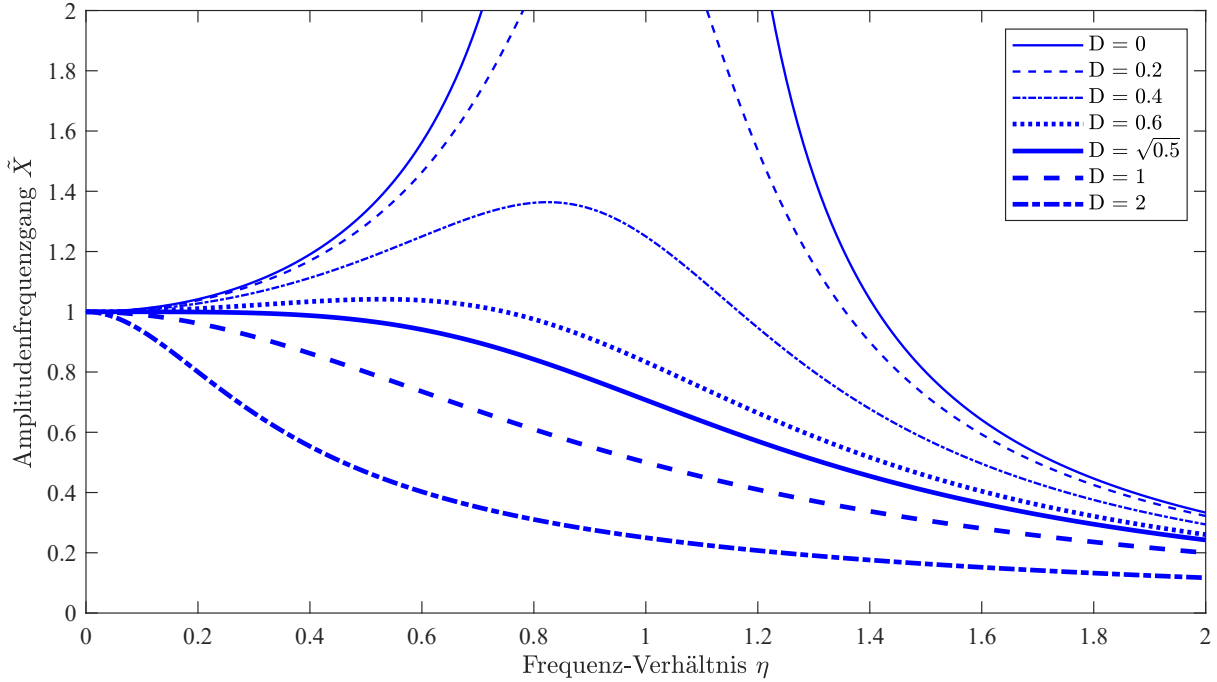


Abbildung 2.12: Amplitudenfrequenzgang des gedämpften SDOF ohne Reibung für verschiedene Werte von \tilde{D} .

2.2.2 Fall 2: mit Reibung ($\tilde{\mu} = 1$) und ohne Dämpfung

Unter Berücksichtigung trockener Reibung entsteht eine nicht-lineare Antwort. Diese ist in der Regel auch nicht harmonisch, kann aber abhängig von der Wahl der Anfangsbedingungen und Parameter periodisch sein (Den Hartog [1931]; Pratt and Williams [1981]). Den Hartog [1931] war der erste, der die Lösung des SDOF mit konstanter Reibungskraft für eine harmonische Anregung analytisch untersuchte. Dabei setzte er eine periodische Antwort und ein Maximum von zwei Haftzuständen pro Zyklus voraus. Der Ansatz besteht darin, die Lösung der Differentialgleichung für eine halbe Periode zu bestimmen. Die Lösung der zweiten Hälfte der Periode kann über Multiplikation mit -1 ermittelt werden. Durch Zusammen setzen der beiden Teilstücke erhält Den Hartog somit die Lösung eines vollen Zyklus. Die Bewegungs-Differentialgleichung für den Fall $\tilde{X}' < 0$ lautet: Für den Fall

$$\tilde{X}'' + \tilde{X} - \tilde{F}^{-1} = \cos(\eta\tau + \hat{\tau}) \quad (2.30)$$

wobei $\hat{\tau}$ den Phasenversatz zwischen Anregung und der Bewegungsantwort an den Amplituden beschreibt. Da die Bewegung nicht harmonisch sein muss, weicht der Phasenversatz an den Nullstellen in der Regel von diesem Wert ab. Aus mathematischer Sicht handelt es sich dabei um ein nicht-konservatives, nicht-lineares Schwingungssystem (Stein et al [2008]). Im Folgenden wird der von Den Hartog für den Fall $\tilde{X}' < 0$ analytisch ermittelte Frequenzgang des SDOF unter Einwirkung von Reibung sowie eine Grenzbedingung für das Auftreten von Haftzuständen hergeleitet. Letztere stellt eine Analyse der Bewegung im eingeschwungenen Zustand dar, wie es auch später in diesem Kapitel an einem Zweimassenschwinger gezeigt wird. Für eine analytische Lösung setzte Den Hartog eine periodische Antwort voraus, d.h.:

$$\text{wenn } \tau = 0 : \quad \tilde{X} = \tilde{X}_0, \quad \tilde{X}' = 0 \quad (2.31)$$

$$\text{wenn } \tau = \pi : \quad \tilde{X} = -\tilde{X}_0, \quad \tilde{X}' = 0. \quad (2.32)$$

Die allgemeine Lösung der Gl. 2.30 lautet

$$\tilde{X}(\tau) = C_1 \sin \tau + C_2 \cos \tau + \frac{1}{1 - \eta^2} \cos(\tau + \hat{\tau}) + \frac{1}{\tilde{F}}. \quad (2.33)$$

Durch Einsetzen der Randbedingungen aus Gl. 2.31 in die Gl. 2.33 können die Koeffizienten C_1 und C_2 bestimmt werden und es ergibt sich:

$$\begin{aligned} \tilde{X}(\tau) = \tilde{X}_0 \cos \tau + \tilde{F}^{-1}(1 - \cos \tau) \\ + \frac{1}{1 - \eta^2} \left(\cos \hat{\tau} (\cos \eta \tau - \cos \tau) + \sin \hat{\tau} (\eta \sin \tau - \sin \eta \tau) \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Durch Einsetzen der Randbedingungen aus Gl. 2.32 und weitere Umformungen kann schließlich die Amplitude \tilde{X}_0 der periodischen Steady-State-Lösung abhängig von den Parametern des Systems hergeleitet werden:

$$\tilde{X}_0 = \sqrt{\left(\frac{1}{1 - \eta^2} \right)^2 - \left(\frac{\sin(\eta^{-1}\pi)}{\eta \tilde{F} (1 + \cos(\eta^{-1}\pi))} \right)^2} \quad (2.35)$$

$$\sin \hat{\tau} = \tilde{F}^{-1}(\eta^2 - 1) \frac{\sin(\eta^{-1}\pi)}{\eta(1 + \cos(\eta^{-1}\pi))} \quad (2.36)$$

Aufgetragen über die Frequenz η ergibt sich der Amplitudenfrequenzgang $|G(j\eta)|$, der in Abb. 2.13(a) für verschiedene Werte von \tilde{F} dargestellt ist. Im Falle von $\tilde{F}^{-1} = 0$ ist die Reibung null und die FRF stimmt mit dem für $\tilde{D} = 0$ dargestellten Verlauf aus Abb. 2.12 überein.

Es soll nun untersucht werden, unter welchen Voraussetzungen dieses Ergebnis gültig ist.

Die Lösung aus Gl. 2.34 gilt für $\tilde{X}' \leq 0$. Durch Einsetzen der FRF aus Gl. 2.35 und Gl. 2.36 in den Ansatz Gl. 2.34 und anschließendes Ableiten kann die Bedingung $\tilde{X}' \leq 0$ umgeformt werden zu:

$$\tilde{F} \tilde{X}_0 \geq \frac{S_{\max}}{\eta^2} \quad (2.37)$$

$$S_{\max} = \max \left(\frac{\eta^{-1} \sin \tau + U(\cos \eta \tau - \cos \tau)}{\eta^{-2} \sin \eta \tau} \right) \in 0 \leq \tau \leq \pi. \quad (2.38)$$

$$U = \frac{\eta^{-1} \sin \eta^{-1} \pi}{1 + \cos \eta^{-1} \pi} \quad (2.39)$$

Durch Einsetzen von Gl. 2.35 in Gl. 2.37 und auflösen nach \tilde{X}_0 bzw. \tilde{F}^{-1} ergeben sich die folgenden zwei Bedingungen:

$$\tilde{X}_0 \geq \sqrt{\frac{1}{(1 - \eta^2)^2} \frac{\eta^4 S_{\max}^2}{U^2 + \eta^4 S_{\max}^2}} \quad (2.40)$$

$$\tilde{F}^{-1} \leq \sqrt{\frac{1}{(1 - \eta^2)^2} \frac{1}{S_{\max}^2 \eta^{-4} + U^2}} \quad (2.41)$$

Gl. 2.40 beschreibt eine Grenze der Steady-State-Amplitude \tilde{X}_0 , unterhalb derer ausschließlich Bewegungen mit Stopps zu finden sind. Diese ist ebenfalls in Abb. 2.13(a) dargestellt. Um zu bewerten, ob Stopps abhängig der beiden Parameter Reibungskraft und Erregerkraft bzw. deren Verhältnis \tilde{F}^{-1} auftreten, kann die in Abb. 2.13(b) dargestellte Gl. 2.41 betrachtet werden: oberhalb der Grenze sind die Werte der Reibung so hoch, dass ausschließlich Bewegungen mit Stopps vorliegen. Auffällig ist, dass für die Frequenz-Verhältnisse $\eta = 1/3, 1/5, 1/7$ niedrige Haftreibwerte (kleines \tilde{F}^{-1}) für das Auftreten von Stopps ausreichend sind.

2.2.3 Fall 3: mit Reibung ($\tilde{\mu} = 1$) und mit Dämpfung

Den Hartog leitete analog die FRF für den Fall zusätzlicher viskoser Dämpfung her:

$$\tilde{X}_0 = |G(j\eta)| = -\frac{G_d}{\tilde{F}} + \sqrt{\frac{1}{q^2} - \left(\frac{H_d}{\tilde{F}}\right)^2} \quad (2.42)$$

$$\tan(\hat{\tau} - \epsilon) = \frac{2\tilde{D}\eta}{1 - \eta^2} \quad \text{mit} \quad \sin(\epsilon) = -\frac{qH}{\tilde{F}} \quad (2.43)$$

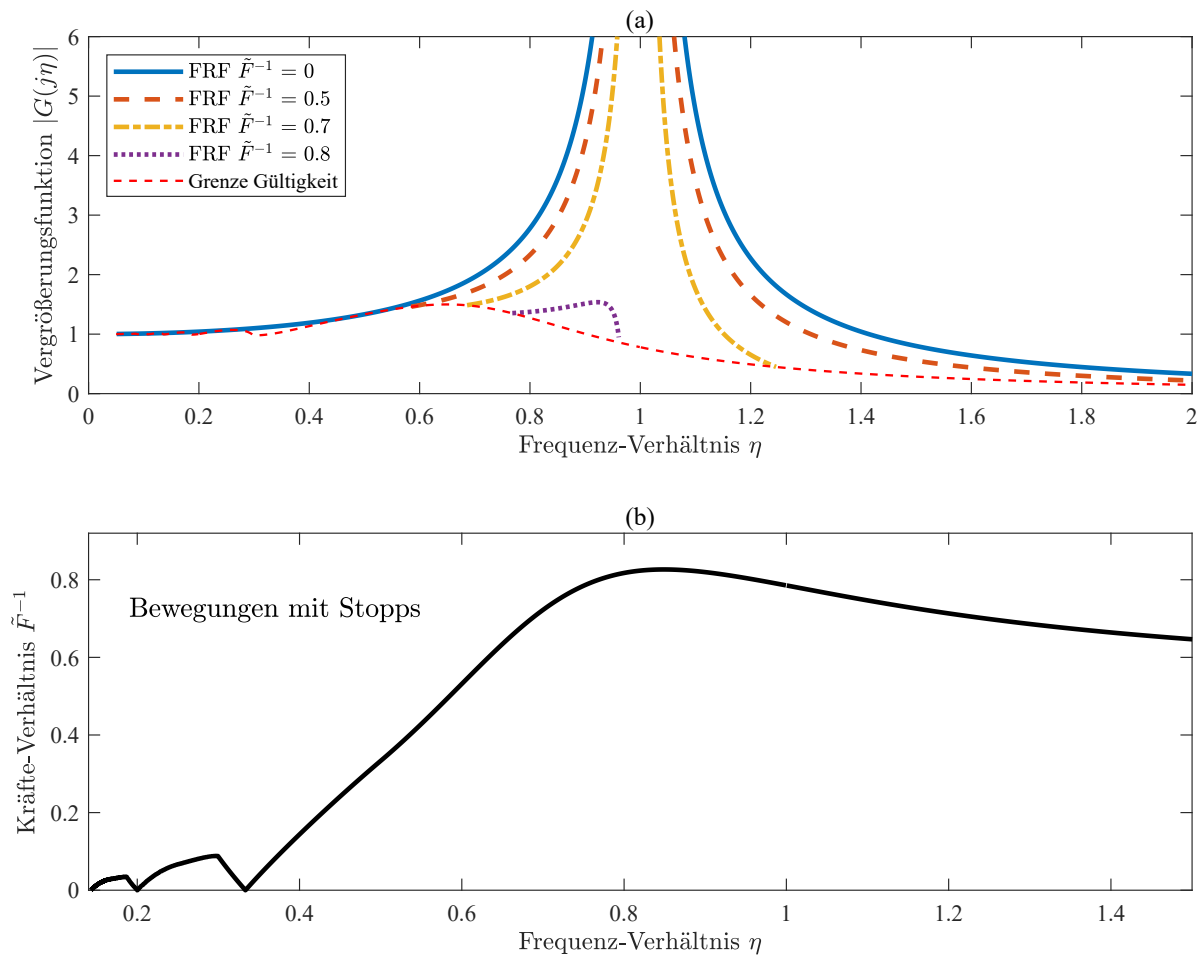


Abbildung 2.13: Ergebnisse der Veröffentlichung von Den Hartog [1931]: (a) FRF laut Gl. 2.36 für verschiedene Werte von \tilde{F}^{-1} . Die gestrichelte Linie stellt die Grenze der Gültigkeit des Ansatzes dar. In (b) ist die Stick-Slip Grenze abhängig von der Reibung und Erregerkraft dargestellt.

mit q , G_d und H_d aus

$$q = \sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4\eta^2 \tilde{D}^2} \quad (2.44)$$

$$G_d = \frac{\sinh \eta^{-1} \pi \tilde{D} - \frac{\tilde{D}}{\sqrt{1 - \tilde{D}^2}} \sin(\eta^{-1} \pi \sqrt{1 - \tilde{D}^2})}{\cosh(\eta^{-1} \pi \tilde{D}) + \cos(\eta^{-1} \pi \sqrt{1 - \tilde{D}^2})} \quad (2.45)$$

$$H_d = \frac{1}{\eta \sqrt{1 - \tilde{D}^2}} \frac{\sin(\eta^{-1} \pi \sqrt{1 - \tilde{D}^2})}{\cosh(\eta^{-1} \pi \tilde{D}) + \cos(\eta^{-1} \pi \sqrt{1 - \tilde{D}^2})} \quad (2.46)$$

Für eine grafische Aufbereitung der Gl. 2.42 und Gl. 2.43 sei an dieser Stelle auf die Veröffentlichung von Den Hartog [1931] verwiesen.

Ohne Coulomb'sche Reibung ($\tilde{F}^{-1} \rightarrow 0$) vereinfacht sich Gl. 2.42 zu

$$\tilde{X}_0 = \frac{1}{q} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4\eta^2 \tilde{D}^2}}. \quad (2.47)$$

Dies stellt den aus der Literatur bekannten Amplituden-Frequenzgang $|\tilde{G}(j\eta)|$ eines gedämpften SDOF ohne Reibung dar, vgl. Gl. 2.29.

2.2.4 Fall 4: mit Reibung ($\tilde{\mu} \leq 1$) und mit Dämpfung

Eine Erweiterung der bisherigen Untersuchungen von Den Hartog traf Shaw [1986] in seiner Veröffentlichung, bei der zudem zwischen dem Haft- und Gleitreibungskoeffizienten unterschieden wurde. Abhängig vom Verhältnis der Koeffizienten $\tilde{\mu} = \frac{\mu_G}{\mu_H}$ leitete er die FRFs analog und ergänzend zu Den Hartog her:

$$\tilde{X}_0 = -\frac{G_d \tilde{\mu}}{\tilde{F}} \pm \sqrt{\frac{1}{q^2} - \left(\frac{H_d \tilde{\mu}}{\tilde{F}}\right)^2} \quad (2.48)$$

$$\tan(\eta\hat{\tau}) = \frac{-(1 - \eta^2)\tilde{\mu}H_d \pm 2\tilde{D}\eta\sqrt{\left(\frac{\tilde{F}}{q}\right)^2 - \tilde{\mu}^2 H^2}}{-2\tilde{D}\eta\tilde{\mu}H_d \mp (1 - \eta^2)\sqrt{\left(\frac{\tilde{F}}{q}\right)^2 - \tilde{\mu}^2 H^2}}. \quad (2.49)$$

Die Definitionen von q , G_d und H_d sind dabei analog zu denen von Den Hartog unter Berücksichtigung von viskoser Dämpfung, siehe Gl. 2.44 - 2.46.

Die Formeln von Shaw sind gültig, wenn keine Haftzustände auftreten. Die Bedingungen für ein Haften lauten (Lefschetz [1965]):

$$\tilde{X}' = 0; \quad \tilde{X}''_+ \tilde{X}''_- = 0. \quad (2.50)$$

Dabei bezeichnen \tilde{X}''_+ und \tilde{X}''_- die Beschleunigungen, wenn der maximale ($\mu_H F_N$) bzw. der minimale Wert der Reibung im Haftzustand ($-\mu_H F_N$) vorliegt. Diese Beschleunigungen können durch Umstellen der Differentialgleichung aus Gl. 2.25 ermittelt werden, wobei für die Reibung die Werte $F_R = \pm \mu_H F_N$ und $\tilde{X}' = 0$ eingesetzt wurden. Daraus ergibt sich mit Gl. 2.50:

$$\left(-\tilde{X} + \tilde{F}^{-1} + \cos(\eta\tau)\right)\left(-\tilde{X} - \tilde{F}^{-1} + \cos(\eta\tau)\right) = 0 \quad (2.51)$$

Daraus kann folgende Bedingung für die Vermeidung von Haftzuständen abgeleitet werden:

$$|\tilde{X} - \cos(\eta\tau)| \geq \tilde{F}^{-1}. \quad (2.52)$$

Durch Einsetzen von Gl. 2.48 und Gl. 2.49 und einige mathematische Umformungen ergibt sich schließlich eine Grenze für die Gültigkeit der von Shaw angegebenen Lösungen:

$$\tilde{X}_0 \geq \frac{1 + 2\eta\tilde{D}\tilde{\mu}H_d + (1 - \eta^2)\tilde{\mu}G_d}{\tilde{F}\eta^2}. \quad (2.53)$$

Für eine genauere Herleitung der Gl. 2.48, Gl. 2.49 und Gl. 2.53 sei auf Shaw [1986] verwiesen. Abb. 2.14 zeigt die durch Gl. 2.48 beschriebene FRF für verschiedene Werte der Parameter \tilde{D} und $\tilde{\mu}$. Die schwarze, durchgezogene Linie visualisiert das von Den Hartog [1931] ermittelte Ergebnis, das bereits in Abb. 2.13(a) dargestellt war. Der Verlauf stimmt mit dem Ergebnis von Shaw für $\tilde{D} = 0$ und $\tilde{\mu} = 1$ überein.

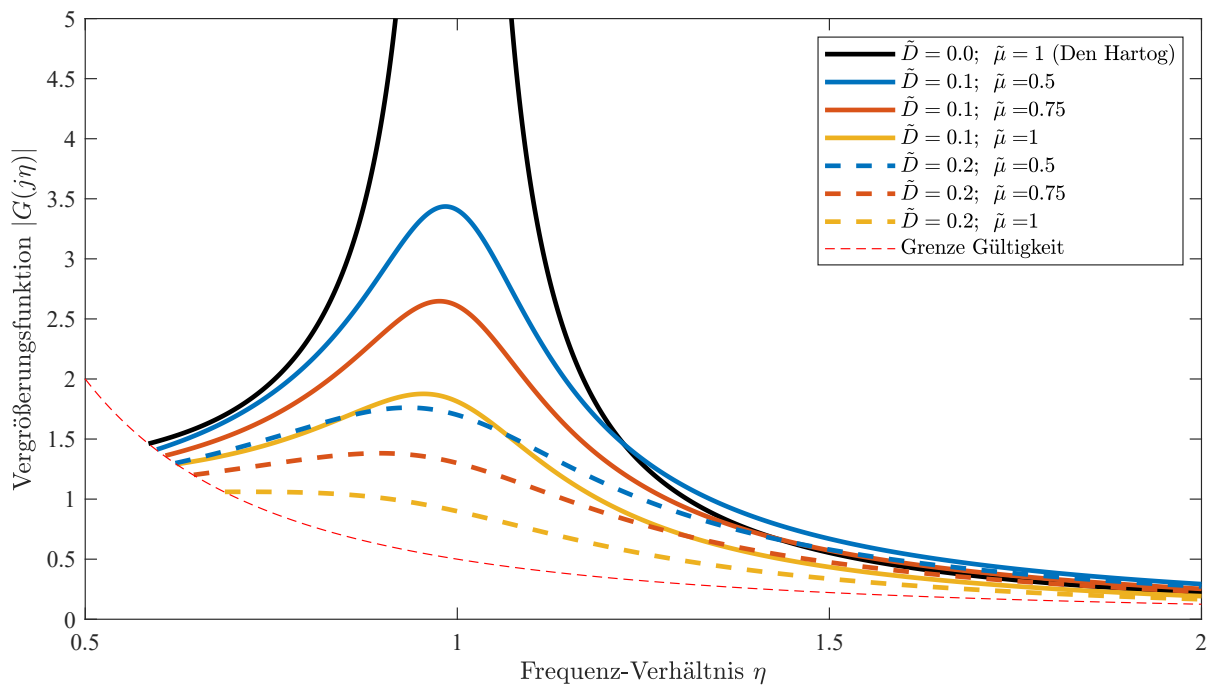


Abbildung 2.14: Ergebnisse der Veröffentlichung von Shaw [1986]: FRF für verschiedene Werte der Parameter $\tilde{\mu}$ und \tilde{D} .

Weitere analytische Ansätze zur Lösung des Problems lieferten Levitan [1960] und Hundal [1979]. Während der Ansatz einer Fourier-Reihe von Levitan zu einer Einschränkung auf reine Gleitbewegungen führte, kann der analytische Ansatz von Hundal analog zu den Ergebnissen von Den Hartog Bewegungen mit maximal zwei Stopps pro Zyklus abbilden.

2.2.5 Numerische Lösung zur Berücksichtigung von Stopps

Neben der reinen Gleitbewegung ohne Stopps und Bewegungen mit zwei Stopps an den Wendepunkten der Bewegung können zusätzlich sog. „abnormale Stopps“ auftreten. Im Gegensatz zu den bisher betrachteten „normalen“ Stopps an den Wendepunkten findet bei abnormalen Stopps keine Vorzeichenänderung der Geschwindigkeit statt (Makris and Constantinou [1991a]). Zur Verdeutlichung des Unterschieds zeigen die Abb. 2.15(a) und (c) schematisch den Verlauf der Position und der Geschwindigkeit ohne dem Auftreten von abnormalen Stopps, während Abb. 2.15(b) und (d) die Verläufe beim Auftreten von abnormalen Stopps zeigen. Gut zu erkennen sind diese in (b) bei $\frac{\tilde{X}}{\max(\tilde{X})} = \pm 0.5$. Eine Analyse von Bewegungen mit mehr als zwei Stopps ist von Interesse, da bei jedem Stopp ein Haft-Gleit-Übergang stattfindet, der eine potentielle Quelle für Verschleiß und die Entstehung von Störgeräuschen darstellt.

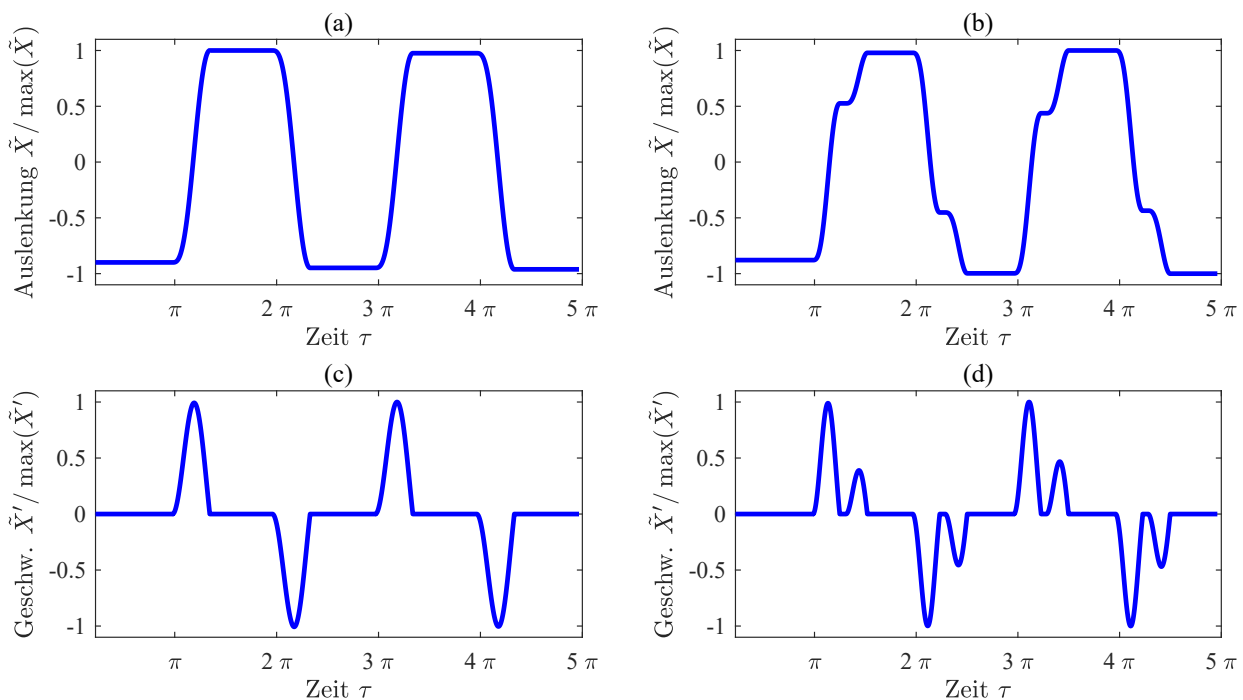


Abbildung 2.15: Vergleich von Steady-State-Lösungen mit zwei Stopps ((a),(c)) und vier Stopps, d.h. zwei abnormale Stopps ((b),(d)).

Pratt and Williams [1981] waren dabei die ersten, die die Arbeit von Den Hartog auf Steady-State-Lösungen mit mehr als zwei Stopps pro Zyklus erweiterten. Der Ansatz ist somit für reine Gleitbewegungen, Bewegungen mit einer beliebigen Anzahl an Stopps oder einem reinen Haften valide. Für Lösungen mit mehr als zwei Stopps lässt sich keine closed-form-solution mehr herleiten, weshalb ein numerisches Verfahren notwendig ist. Pratt und Williams wen-

den ein numerisches Schießverfahren an, um die Amplitude \tilde{X}_0 im Steady-State-Fall einer periodischen Lösung abhängig von der Erregerfrequenz zu bestimmen. Startend von einer beliebigen Anfangsbedingung wurden diese solange angepasst, bis mit ausreichender Genauigkeit die Periodizitäts-Bedingungen aus Gl. 2.31 und Gl. 2.32 erfüllt sind. Beim Erreichen der Relativgeschwindigkeit $\tilde{X}' = 0$ wird eine Haftbedingung überprüft. Daraufhin folgt entweder eine weitere Gleitphase mit entgegengesetzter Relativgeschwindigkeit oder eine Haftphase. Im Falle der Haftphase wird der Zeitpunkt ermittelt, bei dem die Erregerkraft ausreichend hoch ist, sodass der Wert der Haftreibung erneut überwunden wird.

Die Ergebnisse der Untersuchung von Pratt wurden mit der von ihm beschriebenen Methodik nachsimuliert. Die Differentialgleichung für den Gleitzustand wurde mittels eines numerischen Runge-Kutta-Verfahrens in *MATLAB* gelöst. Die Ergebnisse sind in Abb. 2.16 dargestellt. In Abb. 2.16(a) sind zur Verifizierung der Methode die FRF von Den Hartog [1931] dargestellt. Die schwarzen, dünnen Linien und die schwarzen Sterne markieren die durch die Methode von Pratt bestimmten Ergebnisse abhängig von der Erregerfrequenz und zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Den Hartog. Durch die Berücksichtigung von Stopps können nun auch die Werte der Vergrößerungsfunktion unterhalb der Gültigkeitsgrenze von Den Hartog bestimmt werden. Bei Betrachtung des Zooms in Abb. 2.16(b) ist erkennbar, dass die Anzahl an Stopps mit sinkendem η ansteigt. Diesen Einfluss der Erregerfrequenz auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus zeigten auch die Studien von Marui and Kato [1984]; Anderson and Ferri [1990]; Hinrichs et al [1998]; Hong and Liu [2000]; Csernák et al [2007]; Xia [2003].

2.2.6 Parameterstudien am harmonisch erregten Einmassen-Schwinger mit mehr als zwei Stopps

Neben den bisher genannten Studien existieren weitere Veröffentlichungen, die sich mit Einflussfaktoren auf harmonisch erregte Systeme mit Reibung beschäftigen. Markis et. al. verglich in zwei Veröffentlichungen (Makris and Constantinou [1991a,b]) den SDOF mit dem klassischen Coulomb-Ansatz mit einer geschwindigkeitsabhängigen Kennlinie des Reibungskoeffizienten. Dabei zeigte sich, dass der Schwinger mit Coulomb-Modell zu einer unendlichen Anzahl an Stopps neigt, wenn das Verhältnis Erregerfrequenz zu Eigenfrequenz sich dem Wert null annähert. Die Ergebnisse von Pratt und Williams aus Abb. 2.16 deuteten diesen Trend bereits an. Demgegenüber wies das System mit einer Reibungsmodellierung abhängig von der Relativgeschwindigkeit ein Maximum von in der Regel zwei Stopps pro Zyklus auf. Zudem wurde der Einfluss der viskosen Dämpfung von Makris et. al. untersucht, der sich mindernd auf die Anzahl der Stopps pro Zyklus auswirkt.

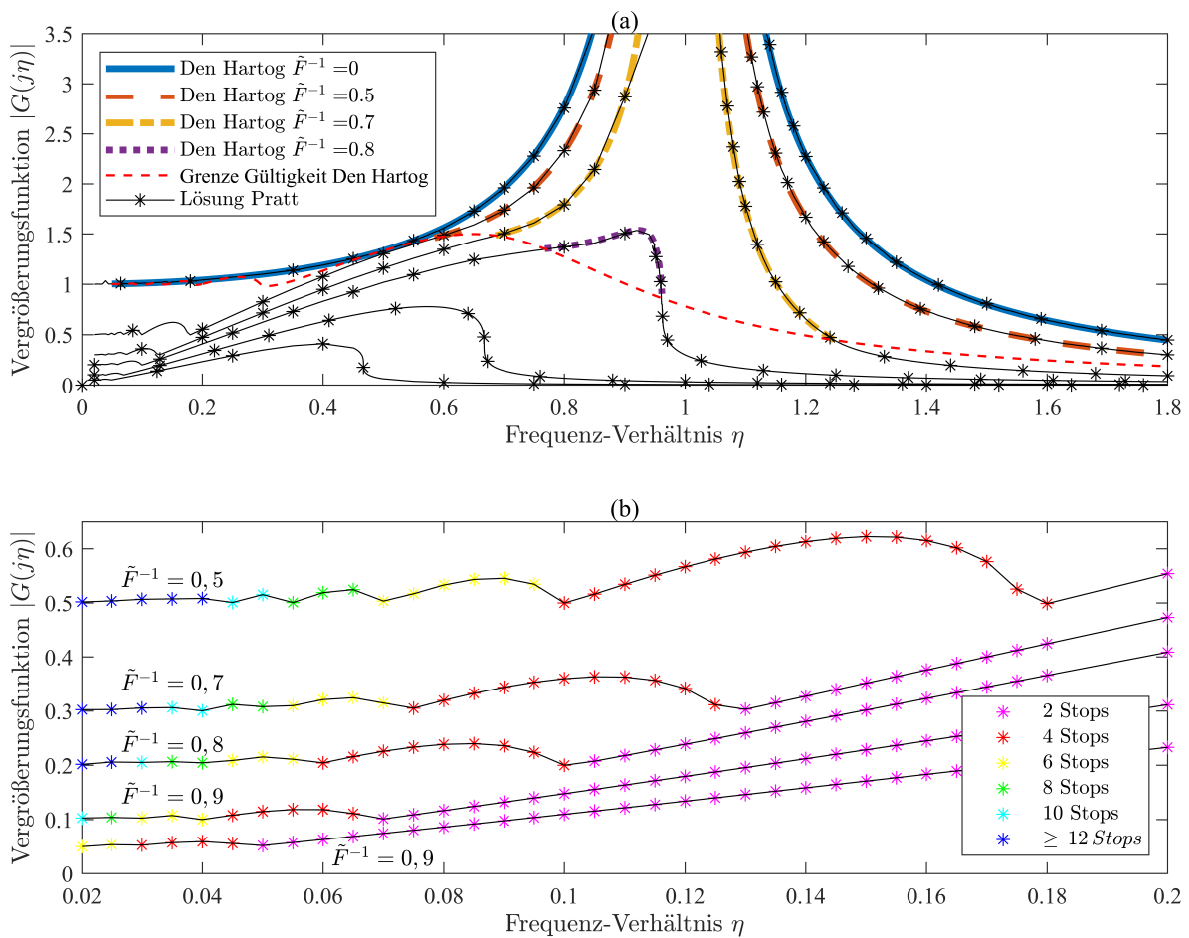


Abbildung 2.16: Ergebnis der Parameterstudien von Pratt. (a) die dicken Linien zeigen die bereits vorgestellten FRF von Den Hartog [1931]. Die Sterne und die schwarzen, dünnen Linien markieren die numerischen Ergebnisse von Pratt, mit denen sich die Werte der Vergrößerungsfunktion auch unterhalb der Grenze bestimmen lassen. (b) Zoom für kleine Frequenzen, bei denen sich die Anzahl an Stops pro Zyklus erhöhen.

In der Studie von Hong and Liu [2000] wird ein SDOF analysiert mit dem klassischen Reibungsmodell von Coulomb. Somit wird nicht zwischen Haft- und Gleitreibung differenziert. Neben dem bereits aufgezeigten Einfluss der Erregerfrequenz wurde dabei auch das Verhältnis der Erregerkraft zur Haftreibungskraft \tilde{F} untersucht. Für die Darstellung der Ergebnisse von Hong und Liu wurden dieselben 2500 Parameterkombinationen mit *MATLAB* nachsimuliert und die Anzahl der Stops der Steady-State-Lösung bestimmt. Dabei ergibt sich das in Abb. 2.17 dargestellte Ergebnis. Zu erkennen ist erneut, dass die Anzahl der Stops für $\eta \rightarrow 0$ ansteigen. Im Bereich hoher Erregerkräfte relativ zur Reibungskraft (kleine Werte von \tilde{F}^{-1}) findet sich ein Bereich des permanenten Gleitens, der mit 0 Stops pro Zyklus dargestellt ist. Für $\tilde{F}^{-1} > 1$ ist die externe Kraft zu gering, um die Haftreibung zu überwinden, sodass der Schwinger stets im Zustand des Haftens verbleibt. Im Bereich $0.2 < \tilde{F}^{-1} < 0.6$

sind in der originalen Grafik von Hong und Liu Zyklen mit vier Stopps pro Zyklus zu finden. Diese konnten im Rahmen der Nachsimulation der Ergebnisse jedoch nicht reproduziert werden. Stattdessen finden sich in dem Gebiet stets zwei Stopps pro Zyklus. Diese Abweichung wird auch in Papangelo and Ciavarella [2015] beschrieben. Die Autoren untersuchten dieselben Parameterkombinationen mit einem numerischen Verfahren und erzielten dabei auch dieselben Ergebnisse, die in Abb. 2.17 dargestellt sind.

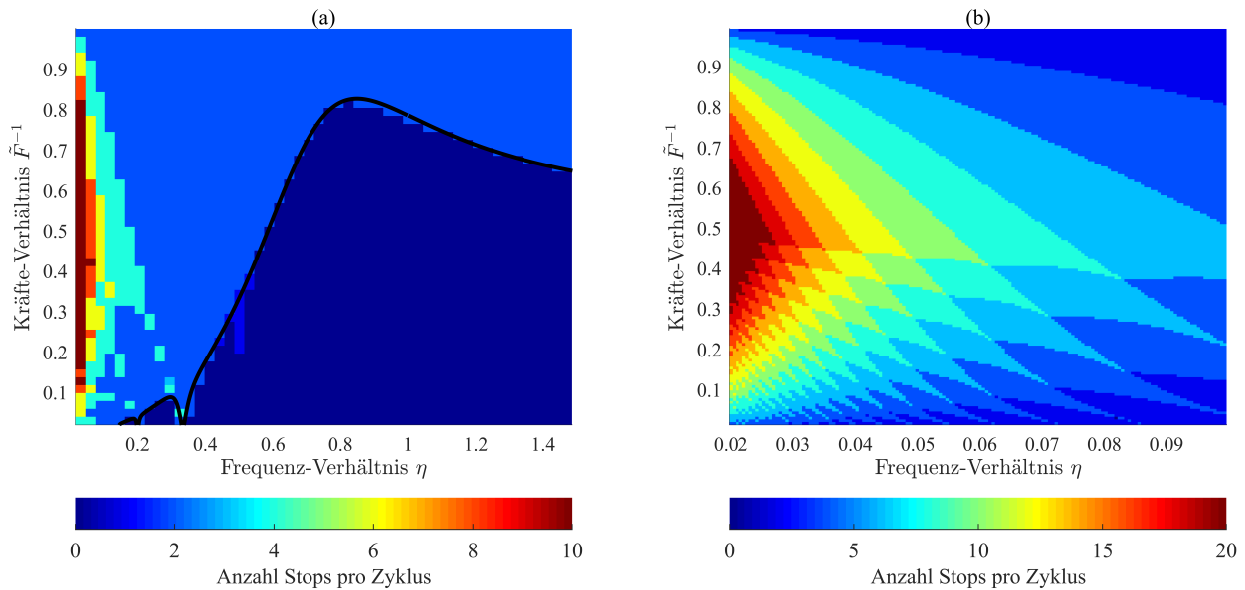


Abbildung 2.17: Ergebnis der Parameterstudien von Hong und Liu. Einfluss der Parameter η und \tilde{F} auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. (a) Gesamtüberblick und (b) Zoom für kleine Frequenzverhältnisse η .

In der Folgeuntersuchung der Autoren (Hong and Liu [2001]) wird analytisch eine Grenze $\tilde{F}_{\min, \text{Ha}}(\eta)$ hergeleitet, die Steady-State-Lösungen mit Stopps von Bewegungen mit reinem Gleiten abgrenzt. Diese Grenzlinie ist in Abb. 2.17(a) in schwarz dargestellt und berechnet sich in Abhängigkeit von η mittels

$$\tilde{F}_{\min, \text{Ha}}(\eta) = \sqrt{\left(\frac{1}{\eta^2} - 1\right)^2 \left(1 + \left(\frac{\eta \sin(\pi/\eta)}{1 + \cos(\pi/\eta)}\right)^2\right)}. \quad (2.54)$$

Die Studien von Riddoch et al [2020] und Xu et al [2019] leiteten ebenfalls Grenzen zwischen reinem Gleiten und zwei Stopps pro Zyklus für statische Reibungsmodelle her. Wie auch bereits in Kap. 2.2.2 diskutiert und in Abb. 2.13(a) dargestellt, ergeben sich für die Frequenz-Verhältnisse $\eta = 1/3, 1/5, 1/7$ lokale Minima der Grenzlinie. Bei den genannten Studien führte ein niedriger Wert der Reibung (d.h. niedriges \tilde{F}^{-1}) ebenfalls zum Verlassen des Gebietes mit reinem Gleiten. Praktisch angewendet werden kann diese Grenze laut

Hong und Liu zur Sicherstellung einer Mindestanregekraft, sodass kein Übergang vom reinen Gleiten ins Haften auftreten kann. Für die analytische Herleitung sei an dieser Stelle auf die genannten Veröffentlichungen verwiesen.

Weitere Studien mit komplexeren Reibungsmodellen, die die Anzahl an Stopps pro Zyklus untersuchen, finden sich von Hinrichs et al [1998] und Voldřich [2009]. Hinrichs et. al. analysierten ein Zweimassensystem, das zusammen mit dem in Kap. 2.1.3 vorgestellten Borsenmodell implementiert wurde. Voldřich hingegen schlägt ein 3D-Kontaktmodell vor, das den Einfluss der Rauigkeit auf die Kontaktsteifigkeiten abbilden kann. Dieses Kontaktmodell wird auf einen periodisch erregten SDOF angewendet. Beide Studien zeigen Grenzyklen mit verschiedenen Anzahlen an Stopps pro Zyklus. Allerdings werden keine Parameterstudien vorgestellt, die aufzeigen, unter welchen Parametern ein permanentes Haften oder abnormale Stopps auftreten.

2.3 Einflussanalysen auf Stick Slip - Effekte am Zweimassen-Schwinger

Zusammenfassend aus Kap. 2.2 lässt sich folgern, dass die Mehrheit an Studien zu harmonisch erregten Systemen mit Reibung mit einfachen Reibungsmodellen (Coulomb) und am SDOF durchgeführt wurden. Parameterstudien zur Untersuchung des Stick-Slip-Verhaltens, quantifiziert an der Anzahl an Stopps, fokussieren sich auf die Parameter der externen Anregung wie die Amplitude und Frequenz. Im Folgenden werden diese Ergebnisse in zwei Richtungen erweitert: zum einen wird der Einfluss komplexerer Reibungsmodelle und deren Parameter untersucht und zum anderen wird anstelle eines SDOF ein System mit zwei Massen betrachtet. Beide Erweiterungen sind notwendig, um komplexere Systeme wie das des vorliegenden Radverbundes untersuchen und bewerten zu können. Im Folgenden wird ein Zweimassen-Schwinger (engl: multi degree of freedom, MDOF) vorgestellt, parametrisiert und der Einfluss verschiedener Parameter aufgezeigt. Angewendet wird dieses Modell in Kap. 4.1.3 für die Modellierung eines experimentellen Aufbaus einer Reibungsmaschine. Des Weiteren erfolgt ein Abgleich der theoretischen Erkenntnisse dieses Modells mit den Erfahrungen aus der Praxis zum Störphänomen Tickern in Kap. 6.1. Die Ergebnisse dieses Kapitels sind auch in der Veröffentlichung (Scholl et al [2022]) zu finden.

2.3.1 Vorstellung des Zweimassen-Schwingers

Nach einer Einführung der Parameter und Gleichungen des MDOF werden einige der vorgestellten Reibungsmodelle mit dem MDOF kombiniert. Inhaltlich wurden die Reibungsmodelle bereits in Kap. 2.1.3 erläutert, sodass der Fokus an dieser Stelle auf deren Implementierung liegt.

Systembeschreibung

Das im Folgenden betrachtete MDOF ist in Abb. 2.18 dargestellt. Die beiden Massen m_1 und m_2 des MDOF sind über eine Koppelfeder k_k und einen Koppeldämpfer d_k miteinander verbunden. Die Steifigkeit k_1 und der entsprechende Dämpfungskoeffizient d_1 repräsentieren die Lagerung der angeregten Masse m_1 . Eine Normalkraft F_N wirkt auf die Masse m_2 . Die Amplitude bzw. Frequenz der harmonischen Anregung wird weiterhin mit F_{Err} bzw. f bezeichnet. Die Bewegungsgleichungen des Systems lauten

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_{Err} \sin(2\pi ft) - k_1 x_1 - d_1 \dot{x}_1 - k_k(x_1 - x_2) - d_k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \quad (2.55)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = k_k(x_1 - x_2) + d_k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - \mu F_N. \quad (2.56)$$

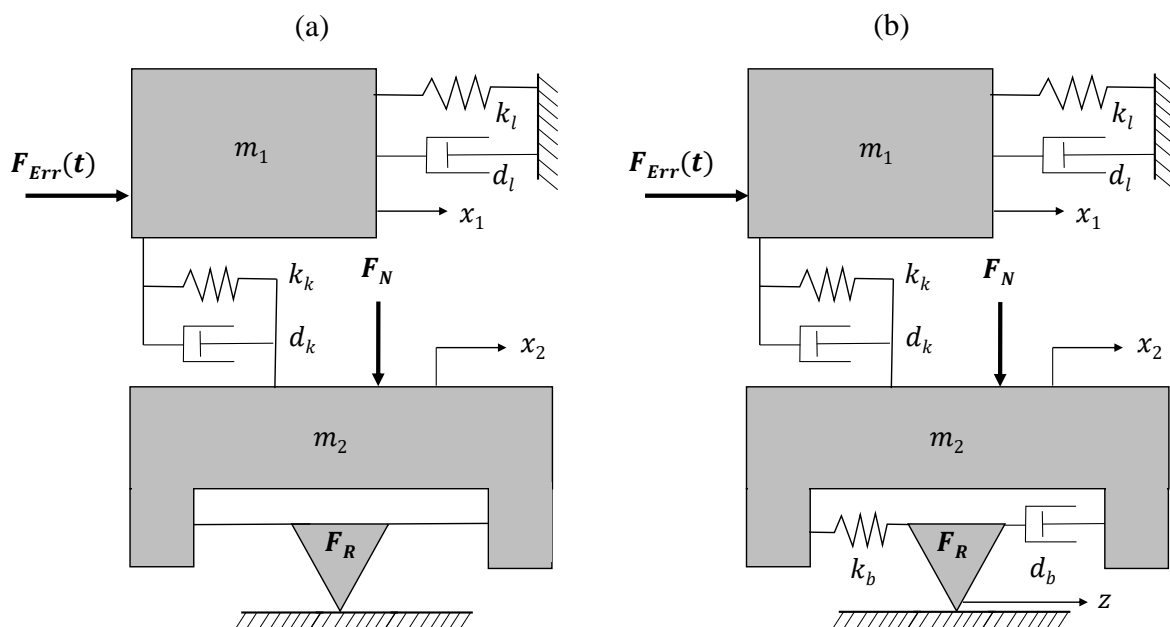


Abbildung 2.18: MDOF für die Untersuchungen zum Auftreten von Stick-Slip-Effekten. (a) Umsetzung mit Coulomb'scher Reibung und (b) mit dem Reibungsmodell mit Reibelement.

Modellierung der Reibung

Im Folgenden werden die für das Minimalmodell ausgewählten Reibungsmodelle, das Coulomb'sche Reibungsmodell und das Reibungsmodell mit Reibelement, mit Fokus auf deren Implementierung vorgestellt.

Umsetzung der Coulomb'schen Reibung im Minimalmodell

Um die numerische Stabilität des in Kap. 2.1.3 vorgestellten Coulomb'schen Reibungsmodell mit Haftreibung (siehe Abb. 2.5(b)) zu verbessern, wurde ein von Leine et al [1998] vorgeschlagener Ansatz implementiert. Dabei wird neben dem Gleit- und Haftzustand ein dritter Zustand eingeführt, der den Übergang vom Haften ins Gleiten charakterisiert. Der folgende Pseudo-Code beschreibt das Prinzip der Implementierung:

```

if  $|\dot{\mathbf{x}}_2| > 1e - 6$                                 % Gleiten
     $F_R = \mu_G F_N |\dot{x}_2|$ 
elseif  $|\mathbf{k}_k(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) + \mathbf{d}_k(\dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_2)| > \mu_H \mathbf{F}_N$  % Übergang Haften zu Gleiten
     $F_R = \mu_H F_N |\dot{x}_2|$ 
else                                                % Haften
     $F_R = k_k(x_1 - x_2) + d_k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$ 
end

```

Der Term $|k_k(x_1 - x_2) + d_k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)|$ beschreibt dabei die Koppelkraft zwischen den beiden Massen und steht im Zustand des Haftens im Kräfte-Gleichgewicht mit der Reibungskraft. Durch diesen Ansatz kann im Übergangs-Bereich zwischen Haften und Gleiten eine größere Zeitschrittweite ohne Einbußen der Ergebnisqualität verwendet werden. Für weitere Details und eine Grafik zu dieser Methodik sei an dieser Stelle an Leine et al [1998] verwiesen. Abb. 2.18(a) zeigt den MDOF in Kombination mit dem Coulomb'schen Reibungsansatz.

Umsetzung des Reibelements mit Feder/Dämpfer im Minimalmodell

Neben der Coulomb'schen Reibung wird das in Kap. 2.1.3 vorgestellte Reibelement mit Feder/Dämpfer, das durch die beiden Gl. 2.11 und 2.12 beschrieben wird, implementiert. Für die Variable x in den beiden genannten Gleichungen wird dabei die Position der zweiten Masse x_2 verwendet. Da der Untergrund als ruhend modelliert wird, gilt $v_{\text{rel}} = \dot{x}_2$. Die Zustandsgröße z beschreibt weiterhin die Verformung der Borste an deren Spitze. Das Reibungselement wird als masselos modelliert. Abb. 2.18(b) zeigt den MDOF mit dem beschriebenen Reibungselement. Die Differentialgleichung der Masse m_2 (Gl. 2.56) wird bei Anwendung dieses Ansatzes entsprechend modifiziert:

$$m_2 \ddot{x}_2 = k_k(x_1 - x_2) + d_k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_b(x_2 - z) + d_b(\dot{x}_2 - \dot{z}). \quad (2.57)$$

Kombinationen der Reibungsmodellierungen

Die beiden Reibungsansätze werden jeweils optional mit der durch Gl. 2.7 beschriebenen, von der Relativgeschwindigkeit der beiden Körper abhängigen Kennlinie kombiniert. Zusammen mit dem Sonderfall $\mu_H = \mu_G$ ergeben sich fünf Reibungsmodelle, die in Tab. 2.3 zusammengefasst sind:

	$\mu_G = \mu_H$	$\mu_G \neq \mu_H$	$\mu(v_{\text{rel}})$
Coulomb-Model	Modell I	Modell II	Modell III
Reibelement		Modell IV	Modell V

Tabelle 2.3: Überblick der fünf verschiedenen Reibungsmodelle, die für das MDOF implementiert wurden.

Dimensionslose Kenngrößen des Modells

Im Folgenden sollen die Parameter des Modells zu einer reduzierten Anzahl an Einflussfaktoren durch eine Dimensionsanalyse reduziert werden. Die Systemgleichungen aus Gl. 2.55 und Gl. 2.56 enthalten zwölf dimensionsbehaftete Größen und drei Dimensionen, sodass diese sich entsprechend des Buckingham'schen Pi-Theorems (Buckingham [1914]) auf neun dimensionslose Größen reduzieren lassen. Dazu werden zunächst folgende dimensionslose Zustandsgrößen in Anlehnung an den SDOF definiert:

$$\tilde{X}_1 = \frac{k_k x_1}{F_{\text{Err}}}, \quad \tilde{X}_2 = \frac{k_k x_2}{F_{\text{Err}}}, \quad \tau = t \sqrt{\frac{k_k}{m_1}}. \quad (2.58)$$

Durch Division von Gl. 2.55 und Gl. 2.56 durch die Erregerkraft F_{Err} und Einführung der dimensionslosen Zeit- und Zustandsvariablen \tilde{X}_1, \tilde{X}_2 und τ ergibt sich

$$\tilde{X}_1'' = \sin(2\pi f t) - \frac{k_1}{k_k} \tilde{X}_1 - \frac{d_1}{\sqrt{k_k m_1}} \tilde{X}_1' - (\tilde{X}_1 - \tilde{X}_2) - \frac{d_k}{\sqrt{k_k m_1}} (\tilde{X}_1' - \tilde{X}_2') \quad (2.59)$$

$$\frac{m_2}{m_1} \tilde{X}_2'' = (\tilde{X}_1 - \tilde{X}_2) + \frac{d_k}{\sqrt{k_k m_1}} (\tilde{X}_1' - \tilde{X}_2') - \frac{F_R}{F_{\text{Err}}}. \quad (2.60)$$

Die Größen \tilde{X}_i' beschreiben dabei die erste Ableitung nach der dimensionslosen Zeit τ der Zustandsgröße \tilde{X}_i . Neben der bereits eingeführten dimensionslosen Erregerkraft $\tilde{F} = \frac{F_{\text{Err}}}{\mu_H F_N}$ werden weitere dimensionslose Kenngrößen definiert:

$$\tilde{M} = \frac{m_2}{m_1}, \quad \tilde{K} = \frac{k_1}{k_k}, \quad \tilde{\Phi} = f \sqrt{\frac{m_1}{k_k}}, \quad \tilde{D}_l = \frac{d_1}{2\sqrt{k_k m_1}}, \quad \tilde{D}_k = \frac{d_k}{2\sqrt{k_k m_1}}. \quad (2.61)$$

Eingesetzt in Gl. 2.59 und Gl. 2.60 ergibt sich:

$$\tilde{X}_1'' = \sin(2\pi\Phi\tau) - \tilde{K}\tilde{X}_1 - 2\tilde{D}_l\tilde{X}_1' - (\tilde{X}_1 - \tilde{X}_2) - 2\tilde{D}_k(\tilde{X}_1' - \tilde{X}_2') \quad (2.62)$$

$$\tilde{M}\tilde{X}_2'' = (\tilde{X}_1 - \tilde{X}_2) + 2\tilde{D}_k(\tilde{X}_1' - \tilde{X}_2') - \frac{F_R}{F_{Err}} \quad (2.63)$$

Diese Gleichungen lassen sich in Matrix-Schreibweise darstellen durch:

$$\tilde{\mathbf{M}}\tilde{\mathbf{X}}'' + \tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{X}}' + \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (2.64)$$

mit

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \tilde{M} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 1 + \tilde{K} & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{D}} = 2 \begin{bmatrix} \tilde{D}_k + \tilde{D}_l & -\tilde{D}_k \\ -\tilde{D}_k & \tilde{D}_k \end{bmatrix}, \quad (2.65)$$

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{F_R}{F_{Err}} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{X}}'' = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1'' \\ \tilde{X}_2'' \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{X}}' = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1' \\ \tilde{X}_2' \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1 \\ \tilde{X}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.66)$$

Für die dimensionslose Beschreibung der Reibungskraft bei den Reibungsmodellen II-V wird weiterhin der dimensionslose Reibungsparameter $\tilde{\mu} = \frac{\mu_G}{\mu_H}$ verwendet. Für die Reibungsmodelle IV und V werden zwei weitere dimensionslose Parameter für die Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften der Borsten sowie eine weitere Zustandsgröße definiert:

$$\tilde{Z} = \frac{k_k z}{F_{Err}}, \quad \tilde{K}_b = \frac{k_b}{k_k}, \quad \tilde{D}_b = \frac{d_b}{2\sqrt{k_k m_1}}. \quad (2.67)$$

Dies führt zu den folgenden Systemmatrizen und Zustandsvektoren:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 1 + \tilde{K} & -1 & 0 \\ -1 & 1 + \tilde{K}_b & -\tilde{K}_b \\ 0 & -\tilde{K}_b & \tilde{K}_b \end{bmatrix}, \quad (2.68)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = 2 \begin{bmatrix} \tilde{D}_k + \tilde{D}_l & -\tilde{D}_k & 0 \\ -\tilde{D}_k & \tilde{D}_k + \tilde{D}_b & -\tilde{D}_b \\ 0 & -\tilde{D}_b & \tilde{D}_b \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{F_R}{F_{Err}} \end{bmatrix}, \quad (2.69)$$

$$\tilde{\mathbf{X}}'' = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1'' \\ \tilde{X}_2'' \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{X}}' = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1' \\ \tilde{X}_2' \\ \tilde{Z}' \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \tilde{X}_1 \\ \tilde{X}_2 \\ \tilde{Z} \end{bmatrix}. \quad (2.70)$$

Die Gl. 2.64 stellen ein Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung dar. Dieses kann in ein System erster Ordnung überführt werden:

$$\tilde{\mathbf{E}}\tilde{\mathbf{Y}}' + \tilde{\mathbf{\Psi}}\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{\Theta}} \quad (2.71)$$

mit den Matrizen

$$\tilde{\mathbf{Y}} = [\tilde{Y}_1 \quad \tilde{Y}_2 \quad \tilde{Y}_3 \quad \tilde{Y}_4 \quad \tilde{Y}_5]^T = [\tilde{X}_1 \quad \tilde{X}'_1 \quad \tilde{X}_2 \quad \tilde{X}'_2 \quad \tilde{Z}]^T, \quad (2.72)$$

$$\tilde{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2\tilde{D}_b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\tilde{D}_b \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{\Psi}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 + \tilde{K} & \tilde{D}_1 & -1 - \tilde{D}_k & \tilde{D}_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & \tilde{D}_k & 1 + \tilde{K}_b & \tilde{D}_b - \tilde{D}_k & -\tilde{K}_b \\ 0 & 0 & -\tilde{K}_b & -\tilde{D}_b & \tilde{K}_b \end{bmatrix}, \quad (2.73)$$

$$\tilde{\mathbf{\Theta}} = \left[0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad -\frac{F_R}{F_{Err}} \right]^T \quad (2.74)$$

Einfluss der Reibungsmodellierung

Im Folgenden soll untersucht werden, wie sich die verschiedenen Reibungsmodellierungen auf das vorgestellte Minimalmodell auswirken. Die Reibungsparameter sind auf die Werte

$$\tilde{\mu} = 0,7; \quad \gamma = 1; \quad \tilde{K}_b = 0,2; \quad \tilde{D}_b = 0,15 \quad (2.75)$$

festgelegt. Die weiteren System- und Erreger-Parameter wurden zu

$$\tilde{K} = 0,06; \quad \tilde{M} = 0,51; \quad \tilde{D}_1 = 0,05; \quad \tilde{D}_k = 5,86; \quad \tilde{\Phi} = 0,02; \quad \tilde{F} = 1,51 \quad (2.76)$$

gewählt. Abb. 2.19 zeigt die Reibungshysteresen für die vier verschiedenen Reibungsmodellierungen. Die durch die Gl. 2.7 beschriebene Geschwindigkeitsabhängigkeit kann in Abb. 2.19(b) und (d) an den mit dicken, blauen Linien dargestellten Gleitphasen erkannt werden. Die Ergebnisse aus (c) und (d) sind mit dem dynamischen Reibungsmodell mit Reibelement simuliert. Dies ist am Pre-Sliding im Haftbereich (dünne, rote Linien) erkennbar. Im Gegensatz dazu ist der Haftzustand im statischen Coulomb-Modell durch eine vertikale Linie gekennzeichnet.

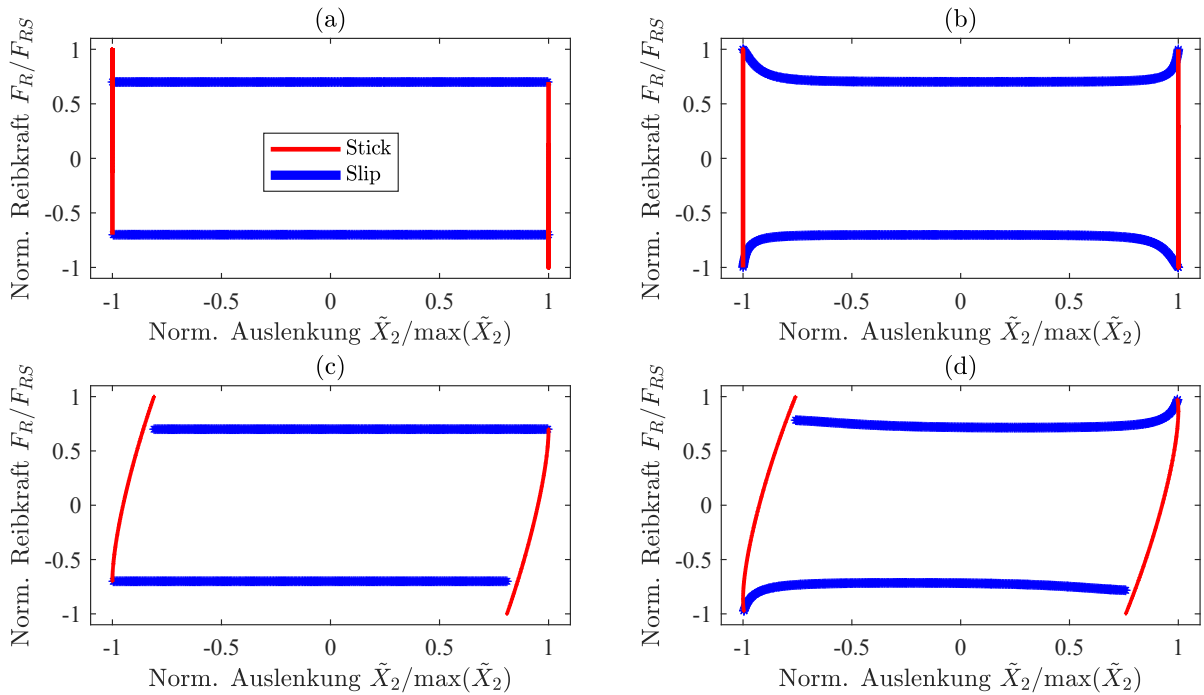


Abbildung 2.19: Reibungshysteresen für die vier vorgestellten Reibungsmodellierungen mit $\tilde{\mu} = 0.7, \gamma = 1$. (a) Modell II; (b) Modell III; (c) Modell IV; (d) Modell V; vgl. Tab. 2.3.

Charakterisierung der Steady-State-Lösung und Übergangsbedingungen

Das Ziel der folgenden Parameterstudien soll es sein, das Verhalten des MDOF im eingeschwungenen Zustand zu analysieren. Dabei wird zwischen den folgenden Bereichen unterschieden:

- (ρ_1) Permanentes Haften
- (ρ_2) Bewegungen mit zwei Stopps pro Zyklus
- (ρ_3) Bewegungen mit mehr als zwei Stopps pro Zyklus
- (ρ_4) Permanentes Gleiten

Im Bereich ρ_1 bleibt der Reibungskontakt während eines kompletten Zyklus der Periodenlänge T im Zustand des Haftens. Identifiziert werden kann dieser Bereich durch die folgende Bedingung:

$$\text{Permanentes Haften} \Leftrightarrow F_R(t) < F_{RS} \quad \text{für alle } t \in [0, T] \quad (2.77)$$

Für die Identifikation der weiteren Bereiche ist es erforderlich, den Zustand der Reibungspaarung während der Simulation zu erfassen. Dazu werden im Folgenden Bedingungen definiert. Die Bedingung für den Übergang vom Haften ins Gleiten hängt vom gewählten Reibungsmodell ab. Im Falle von Coulomb'scher Reibung müssen die Koppelkräfte F_{kop} für einen Übergang ins Gleiten die statische Reibungskraft F_{RS} überschreiten:

$$|F_{\text{kop}}| = |k_{\text{k}}(x_2 - x_1) + d_{\text{k}}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)| > F_{\text{RS}} \quad (2.78)$$

$$|\tilde{X}_2 - \tilde{X}_1 + 2\tilde{D}_{\text{k}}(\tilde{X}'_2 - \tilde{X}'_1)| > \frac{1}{\tilde{F}}. \quad (2.79)$$

Im Falle des Reibungsmodells mit Reibelement muss die Reibungskraft F_{R} , die aus der Kontaktsteifigkeit und -dämpfung besteht, die statische Reibungskraft überschreiten:

$$|F_{\text{R}}| = |k_{\text{b}}(x_2 - z) + d_{\text{b}}(\dot{x}_2 - \dot{z})| > F_{\text{RS}} \quad (2.80)$$

$$|\tilde{K}_{\text{b}}(\tilde{X}_2 - \tilde{Z}) + 2\tilde{D}_{\text{b}}(\tilde{X}'_2 - \tilde{Z}')| > \frac{1}{\tilde{F}}. \quad (2.81)$$

Im Gleitzustand verzögert die Masse m_2 , sobald die Koppelkräfte den Wert der Gleitreibung unterschreiten:

$$|F_{\text{kop}}| = |k_{\text{k}}(x_1 - x_2) + d_{\text{k}}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)| < \mu_{\text{G}}F_{\text{N}} \quad (2.82)$$

$$|(\tilde{X}_1 - \tilde{X}_2) + 2\tilde{D}_{\text{k}}(\tilde{X}'_1 - \tilde{X}'_2)| < \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{F}}.$$

Eine Gleitphase endet, wenn \tilde{X}'_2 (Coulomb'sche Reibung) bzw. \tilde{Z}' (Reibelement) einen Nulldurchgang aufweisen. Zum Zeitpunkt des Nulldurchgangs $\tau_{\text{G,E}}$ wird eine Bedingung überprüft, ob ein Übergang in einen Haftzustand stattfindet oder ob der Gleitzustand mit entgegengesetzter Bewegungsrichtung fortgesetzt wird. Eine Erkennung für den zuletzt genannten Fall wurde von Hong and Liu [2000] vorgeschlagen. Wenn zum Zeitpunkt des Nulldurchgangs $\tau_{\text{G,E}}$ der Betrag der Koppelkraft F_{kop} den Betrag der Gleitreibungskraft überschreitet (vgl. Gl. 2.82), wird ein Stopp der Länge null identifiziert und die Simulation wird im Gleitzustand mit entgegengesetzter Bewegungsrichtung fortgesetzt. Bei der Implementierung der vorliegenden Arbeit ist zur Gewährleistung der Stetigkeit der Reibungskraft im Falle des permanenten Gleitens eine Übergangsphase mit den Gleichungen des Haftzustandes inkludiert. Dadurch wird der nicht-physikalische Sprung der Reibungskraft vom positiven auf den negativen Wert und andersherum bei Änderung der Bewegungsrichtung vermieden. Ist der Betrag der Koppelkraft zum Zeitpunkt $\tau_{\text{G,E}}$ kleiner als der Betrag der Gleitreibungskraft, beginnt die Simulation einer Haftphase.

Die Unterscheidung zwischen den Bereichen ρ_2 und ρ_3 erfolgt durch die Anzahl der abnor-

malen Stopps pro Zyklus. Um zwischen normalen und abnormalen Stopps entsprechend der Abb. 2.15 zu unterscheiden, erfolgt ein Vergleich der Vorzeichen der Geschwindigkeit direkt vor dem Stopp $\tilde{X}'_2(\tau_{G,E} - \Delta\tau)$ und direkt nach dem Stopp $\tilde{X}'_2(\tau_{H,E} + \Delta\tau)$.

$$\text{normaler Stopp} \Leftrightarrow \text{sgn}(\tilde{X}'_2(\tau_{G,E} - \Delta\tau)) \neq \text{sgn}(\tilde{X}'_2(\tau_{H,E} + \Delta\tau)) \quad (2.83)$$

$$\text{abnormaler Stopp} \Leftrightarrow \text{sgn}(\tilde{X}'_2(\tau_{G,E} - \Delta\tau)) = \text{sgn}(\tilde{X}'_2(\tau_{H,E} + \Delta\tau)) \quad (2.84)$$

Dabei bezeichnet $\Delta\tau$ die Zeitschrittweite bei einer numerischen Lösung.

2.3.2 Parameterstudien mit dem Zweimassen-Schwinger

Die Grenzen analytischer Lösungen wurden bereits in den vorherigen Abschnitten thematisiert. Alternativ dazu wurde von Papangelo and Ciavarella [2015] ein quasi-statischer Ansatz zur Lösung vorgeschlagen, der aber wiederum nur für hohe Erregerfrequenzen ohne Haftzustände gültig ist. Im Folgenden wird daher ein rein numerisches Verfahren in *MATLAB* eingesetzt, das die Lösungen für die Differentialgleichungen bestimmt. Details zu dem eingesetzten Algorithmus *ode45* sind in der Dokumentation von *MATLAB* (Link: [matlabOde45](#)) zu finden. Bei der numerischen Integration wird die Zeitschrittweite $\Delta\tau_n$ über folgende Gleichung iterativ angepasst (Deuffhard and Bornemann [2002]), bis der abgeschätzte Fehler $\|\Delta y(\tau_n)\|$ kleiner ist als die vom Nutzer zu definierende Toleranz ϵ_{tol} :

$$\Delta\tau_{n+1} = s\Delta\tau_n \cdot {}^{o+1}\sqrt{\frac{\epsilon_{\text{tol}}}{\|\Delta y(\tau_n)\|}} \quad (2.85)$$

Dabei stellt o die Ordnung des Verfahrens dar, wobei im Falle der *ode45* $o = 4$ gilt. Für den Sicherheitsfaktor s gilt $s < 1$. Die Toleranz ϵ_{tol} wurde für die Parameterstudien auf den Wert $1 \cdot 10^{-10}$ gesetzt. Der Fehler $\|\Delta y(\tau_n)\|$ wird über die Abweichung zu dem Verfahren der Ordnung $o + 1$ abgeschätzt.

Während des Lösungsverfahrens wird ein Zustandsvektor ermittelt, der den Reibungskontakt auf Basis der vorgestellten Bedingungen charakterisiert. Damit kann nach der Simulation aus dem zeitlichen Verlauf des Zustandsvektors die Anzahl an Haftzuständen pro Zyklus bestimmt werden.

Die gewählten Anfangsbedingungen beeinflussen die Antwort eines dynamischen Systems, wie es bspw. Ma et al [2017] für das Beispiel der Anzahl an Stopps pro Zyklus aufgezeigt hat. In der Studie führte eine nur geringfügige Änderung der Anfangsbedingungen zu einem Übergang von zwei auf vier Stopps pro Zyklus. Daher wurde der Einfluss der Anfangsbedingungen exemplarisch in Anhang A.3 untersucht. Die dort dargestellten Ergebnisse zeigen,

dass sich die Grenzen zwischen den verschiedenen Gebieten durch die Anfangsbedingungen zwar verändern; die grundsätzlichen Aussagen aber dieselben bleiben. Daher wurden die Anfangsbedingungen für alle Simulationen auf die folgenden Werte festgelegt:

$$\tilde{Y}_0 = [\tilde{Y}_{1,0} \quad \tilde{Y}_{2,0} \quad \tilde{Y}_{3,0} \quad \tilde{Y}_{4,0} \quad \tilde{Y}_{5,0}]^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.86)$$

In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse von Parameterstudien der Kennwerte $\tilde{\phi}$, $\tilde{\mu}$, \tilde{F} , \tilde{D}_b , \tilde{K} , \tilde{K}_b und γ vorgestellt. Die Basisparametrierung des Modells ohne den Reibungs- und Anregungsparametern entstammen aus der Anpassung des Modells an Messdaten, die an einer Reibungsprüfmaschine erarbeitet wurden:

$$\tilde{K} = 0,06; \quad \tilde{M} = 0,51; \quad \tilde{D}_1 = 0,05; \quad \tilde{D}_k = 5,86; \quad \tilde{\Phi} = 0,003. \quad (2.87)$$

Dieser Parametersatz kann, abhängig von der Wahl der weiteren Reibungsparameter, Stick-Slip-Effekte abbilden, wobei sowohl normale als auch abnormale Stopps möglich sind. In Kap. 4.1.3 wird gezeigt, wie dieser Parametersatz durch Optimierung der Parameter des MDOF ermittelt wurde, wobei eine gute Übereinstimmung der simulativen Ergebnisse mit den experimentellen Daten erreicht werden konnte. Durch die Wahl des in Gl. 2.87 beschriebenen Parametersatzes wird somit gewährleistet, dass die Untersuchung eine sinnvolle Absprungbasis aus dem mehrdimensionalen Parameterraum aufweist. Aufgrund der Größe des Parameterraums ist eine Visualisierung der Ergebnisse schwierig. Im Folgenden werden zu jeder Parameterstudie jeweils zwei zweidimensionale Schnitte aus dem Raum dargestellt, um einen Eindruck zu vermitteln, wie sich die Grenzen zwischen den verschiedenen Gebieten verschieben, wenn zwei verschiedene Reibungsparametrierungen gewählt werden. Die Darstellungen zeigen, wie sich abhängig der gewählten Parameter Gebiete mit permanenten Gleiten, permanenten Haften und Stick-Slip-Bewegungen ausbilden. Im Falle von Stick-Slip-Zyklen wird die über zehn Zyklen gemittelte Anzahl an Stopps pro Zyklus dargestellt. Nicht alle aus den Abbildungen ablesbaren Ergebnisse sind dabei generisch, da die Bilder nur einen Ausschnitt des Raumes darstellen können. Einige Aussagen sind dennoch allgemeingültig und können auch auf die Vermeidung von Stick-Slip-Effekten in der Praxis übertragen werden, wie in Kap. 6.1 gezeigt wird.

Einfluss von Reibwertverhältnis und Erregerkraft für Reibungsmodell IV

Abb. 2.20 und Abb. 2.21 zeigen die Ergebnisse verschiedener Parameterkombinationen von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ für zwei unterschiedliche Reibungsparametrierungen. Eine Reduzierung der Erre-

geramplitude (Reduzierung \tilde{F}) führt erwartungsgemäß zu einem Gebiet des permanenten Haftens. Der Wert von \tilde{F} , bei dem dieser Übergang stattfindet, ist abhängig vom gewählten Reibungsmodell und ggf. von der Erregerfrequenz, was in der folgenden Studie dieses Kapitels näher untersucht wird. Eine Erhöhung von $\tilde{\mu}$ resultiert in einem Übergang einer Region mit vier Stopps in ein Gebiet mit zwei normalen Stopps. Diese Erhöhung des Wertes $\tilde{\mu}$ kann durch Annäherung des Haft- und Gleitreibwertes erzielt werden, was einen bekannten Hebel zur Reduzierung von Stick-Slip-Effekten darstellt (Zeller et al [2009]). Um die Auswirkung einer Erhöhung der Haftreibung zu bestimmen, wird \tilde{F} in $\tilde{\mu}$ eingesetzt und es ergibt sich:

$$\tilde{\mu}(\tilde{F}) = \frac{\mu_G F_N}{F_{\text{Err}}} \tilde{F} = \alpha \tilde{F}. \quad (2.88)$$

Die lila Geraden in den Abb. 2.20 und Abb. 2.21 repräsentieren Graphen für verschiedene Werte von α . Daraus können weitere Maßnahmen abgelesen werden: eine Erhöhung des Haftreibungskoeffizienten bei konstantem μ_G , F_{Err} und F_N bedeutet ein „Entlanglaufen“ dieser Linien zur unteren, linken Ecke, in der das Gebiet des permanenten Haftens vorzufinden ist. Abhängig von der Ausgangsposition kann die Erhöhung des Haftreibungskoeffizienten aber auch zu einem Übergang in ein Gebiet mit zwei bzw. vier Stopps führen. Die beiden Abb. 2.20 und Abb. 2.21 für zwei verschiedene Reibungsparametrierungen unterscheiden sich nur geringfügig im Bereich mit sechs Stopps pro Zyklus.

Einfluss der Erregerfrequenz für Reibungsmodell IV

In dieser Untersuchung wird der Einfluss der Erregerfrequenz durch weitere Simulationen untersucht. Ähnliche Analysen finden sich in den bereits diskutierten Untersuchungen von Hong and Liu [2000] sowie Papangelo and Ciavarella [2015], die aber jeweils SDOF betrachten. Da die Borsten bei den Reibungsmodellen IV und V das MDOF um eine zusätzliche Steifigkeit und ein Dämpfungselement erweitern, unterscheiden sich die Eigenfrequenzen des Modells für die Haft- und die Gleitphase. Für die Bestimmung der Eigenfrequenz im Gleitzustand $\tilde{\Phi}_{\text{slip}}$ werden die Matrizen aus Gl. 2.65 in die folgende Formel eingesetzt:

$$\text{eig} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\tilde{\mathbf{M}}^{-1} \tilde{\mathbf{K}} & -\tilde{\mathbf{M}}^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \right) \quad (2.89)$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix darstellt (Müller and Baseler [1985]). Die Eigenfrequenzen in der Haftphase $\tilde{\Phi}_{\text{stick}}$ ergeben sich analog, wenn entsprechend die Matrizen $\tilde{\mathbf{M}}$, $\tilde{\mathbf{K}}$ und $\tilde{\mathbf{D}}$ aus den Gl. 2.68 und Gl. 2.69 eingesetzt werden.

Für kleine Werte von $\tilde{\mathbf{K}}$, also einer hohen Koppelsteifigkeit k_k der beiden Massen, können

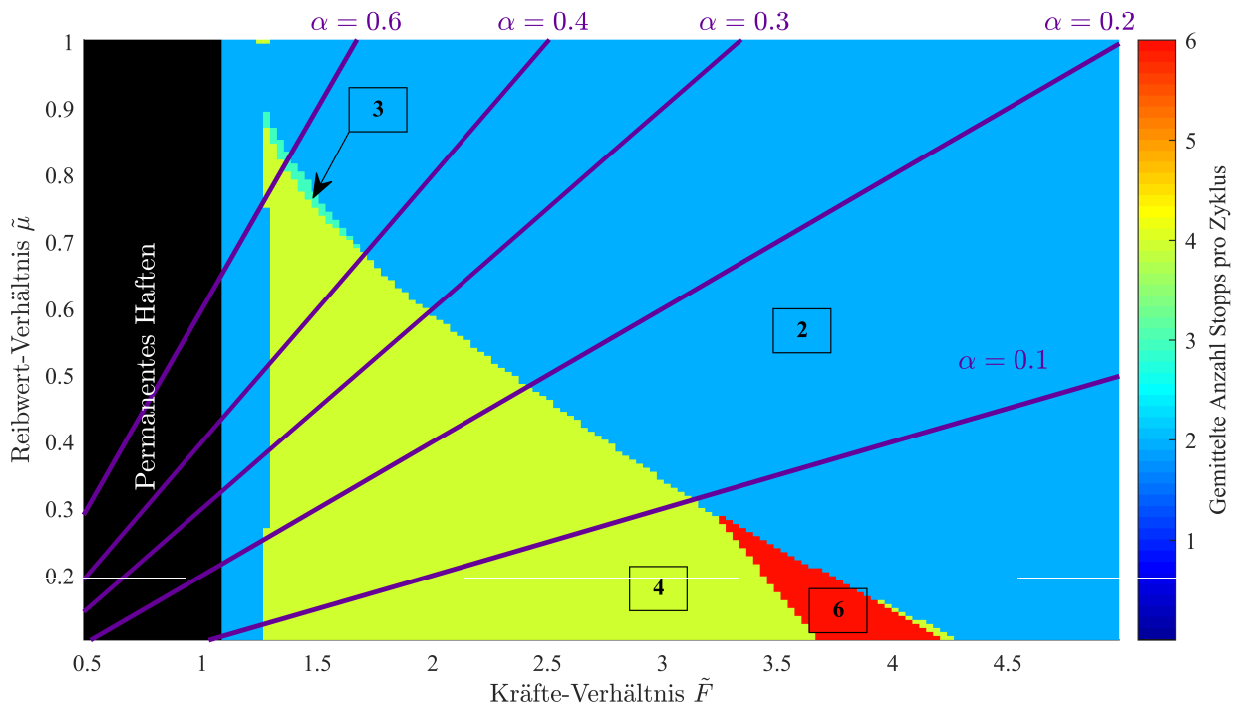


Abbildung 2.20: Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{K}_b = 3,37$, $\tilde{D}_b = 0,46$).

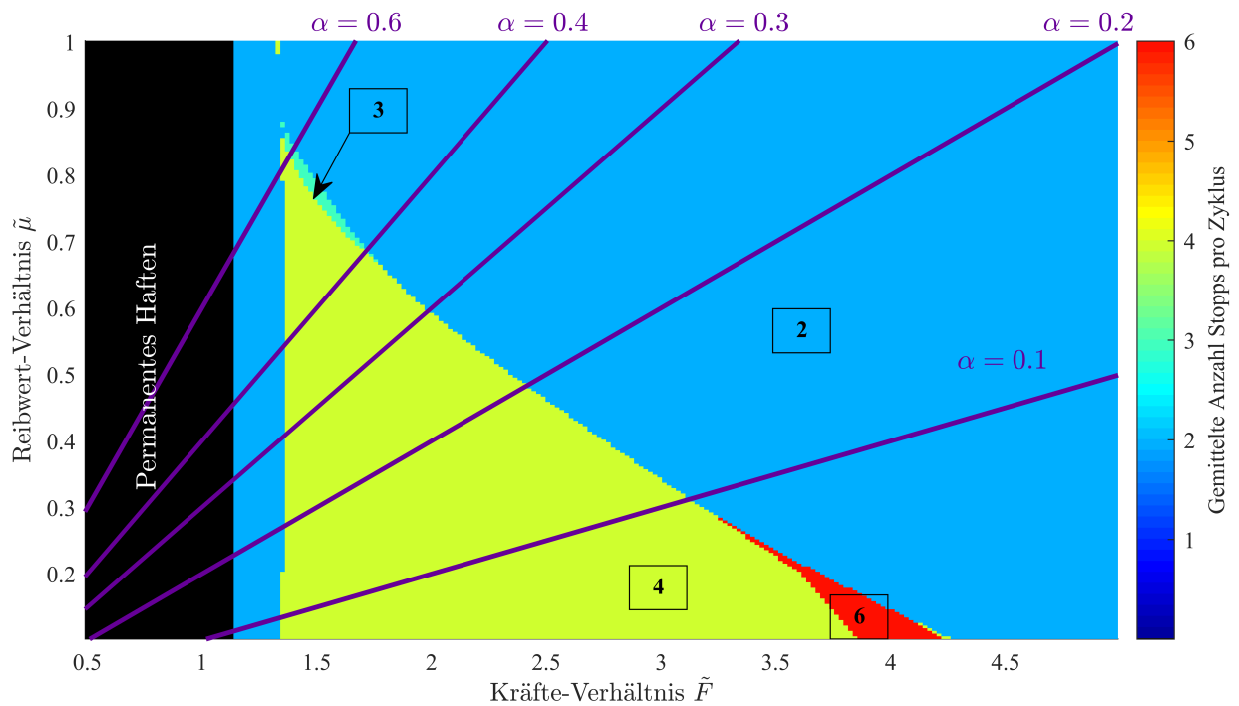


Abbildung 2.21: Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{K}_b = 0,70$, $\tilde{D}_b = 0,50$).

$\tilde{\Phi}_{stick}$ und $\tilde{\Phi}_{slip}$ durch einen SDOF approximiert werden:

$$\tilde{\Phi}_{stick,SDOF} = \sqrt{\frac{\tilde{K} + \tilde{K}_b}{1 + \tilde{M}}}, \quad \tilde{\Phi}_{slip,SDOF} = \sqrt{\frac{\tilde{K}}{1 + \tilde{M}}}. \quad (2.90)$$

In den folgenden Untersuchungen wird die dimensionslose Erregerfrequenz $\tilde{\eta}$, die relativ zur Eigenfrequenz des SDOF im Haftzustand $\tilde{\Phi}_{stick,SDOF}$ definiert ist, betrachtet:

$$\tilde{\eta} = \frac{2\pi f}{\sqrt{\frac{k_1+k_b}{m_1+m_2}}} = \frac{\tilde{\Phi}}{\tilde{\Phi}_{stick,SDOF}}, \quad \tilde{\eta}_{stick} = 1, \quad \tilde{\eta}_{slip} = \frac{\tilde{\Phi}_{slip,SDOF}}{\tilde{\Phi}_{stick,SDOF}}. \quad (2.91)$$

Die Ergebnisse der Parameterstudien werden mit denen aus der Literatur von Hong and Liu [2000] sowie Papangelo and Ciavarella [2015] verglichen. Diese wurden bereits in Kap.2.2.6 vorgestellt, siehe Abb. 2.17. An dieser Stelle soll nun auf die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Literatur zum SDOF mit dem hier eingesetzten MDOF eingegangen werden. Für einen besseren Vergleich mit den Resultaten aus der Literatur wird der Kehrwert von \tilde{F} als Abszisse in Abb. 2.22 und Abb. 2.23 angesetzt. Bei Betrachtung der Abb. 2.22(b) und Abb. 2.23(b) lässt sich festhalten, dass im Einklang mit den genannten Studien niedrige Erregerfrequenzen zu einer Erhöhung der Anzahl der Stopps pro Zyklus führen. Ähnlich wie bei den Studien zum SDOF aus der Literatur können beim vorgestellten MDOF Lösungen mit reinem Gleiten bei Werten von $\tilde{\Phi}$ in der Nähe der Eigenfrequenz des Gleit-Zustandes $\tilde{\Phi}_{slip}$ identifiziert werden, siehe Abb. 2.22(a) und Abb. 2.23(a). Dabei ist erkennbar, dass das Gebiet des permanenten Gleitens von einem Gebiet mit zwei Stopps pro Zyklus umgeben ist. Dies ist auch bei den Ergebnissen des SDOF von Papangelo und Ciavarella der Fall, was bereits in Kap. 2.2.6 diskutiert wurde.

Im Gegensatz zu den genannten Studien von Hong and Liu [2000] sowie Papangelo and Ciavarella [2015] tritt in der vorliegenden Untersuchung am MDOF ein Übergang vom Haften ins Gleiten im Falle von $\tilde{F}^{-1} < 1$ auf, wenn das borstenbasierte Reibungsmodell angewendet wird. Wenn das System durch eine Frequenz in der Nähe der Eigenfrequenz des Haftens $\tilde{\Phi}_{stick}$ angeregt wird, führt die resultierende Verstärkung zur Erfüllung der Übergangsbedingung vom Haften ins Gleiten, siehe Gl. 2.81. Der minimale Wert der dimensionslosen Größe \tilde{F}^{-1} , die zum Verlassen des Gebietes mit permanenten Haften führt, ist somit frequenzabhängig. Die Grenzen in Abb. 2.22(a) und Abb. 2.23(a), die den Übergang zwischen reinem Haften und Bewegungen mit Gleitphasen darstellen, können analytisch angenähert werden, was im nachfolgenden Abschnitt dieses Kapitels diskutiert wird. Die Aussagen zum permanenten Haften und Gleiten gelten für beide Reibungsparametrierungen in den Abb. 2.22 und Abb. 2.23, die sich primär im Bereich kleiner Anregungsfrequenzen unterscheiden. Einen Überblick der qualitativ unterschiedlichen Grenzyklen mit jeweils verschiedenen Anzahlen

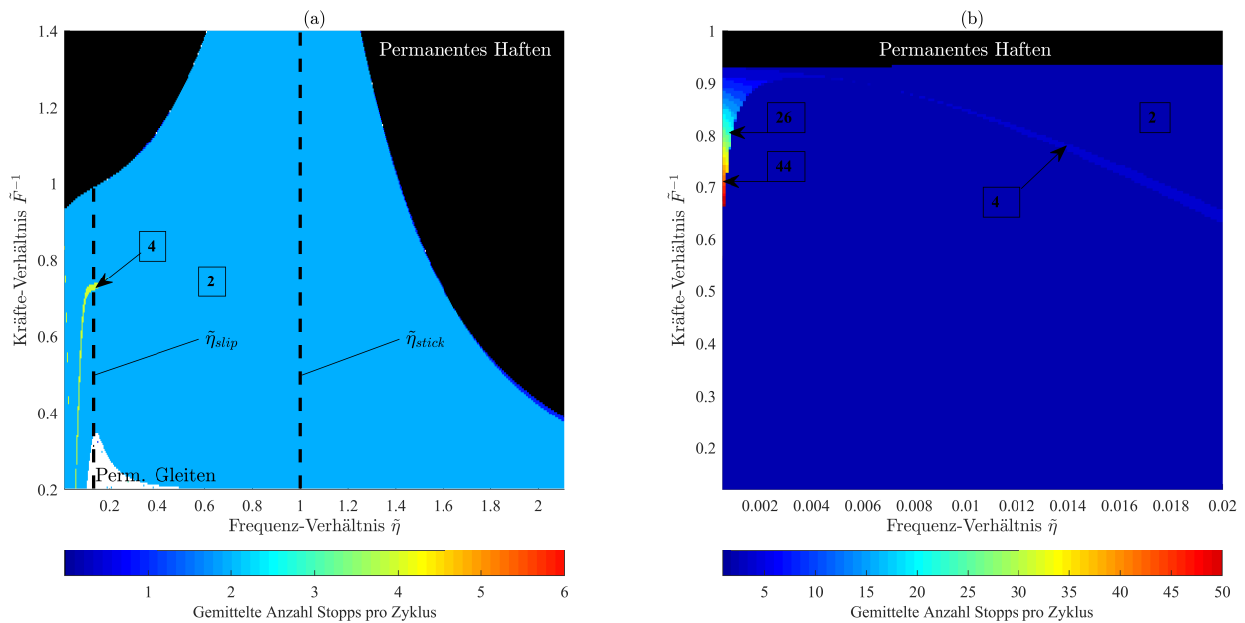


Abbildung 2.22: Einfluss von $\tilde{\eta}$ und \tilde{F} auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. (b) zeigt einen Ausschnitt aus (a) für niedrige Werte von $\tilde{\eta}$. Die abweichenden Farbskalen der beiden Subplots sollten beachtet werden. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{\mu} = 0.99$, $\tilde{K}_b = 3.37$, $\tilde{D}_b = 0.46$).

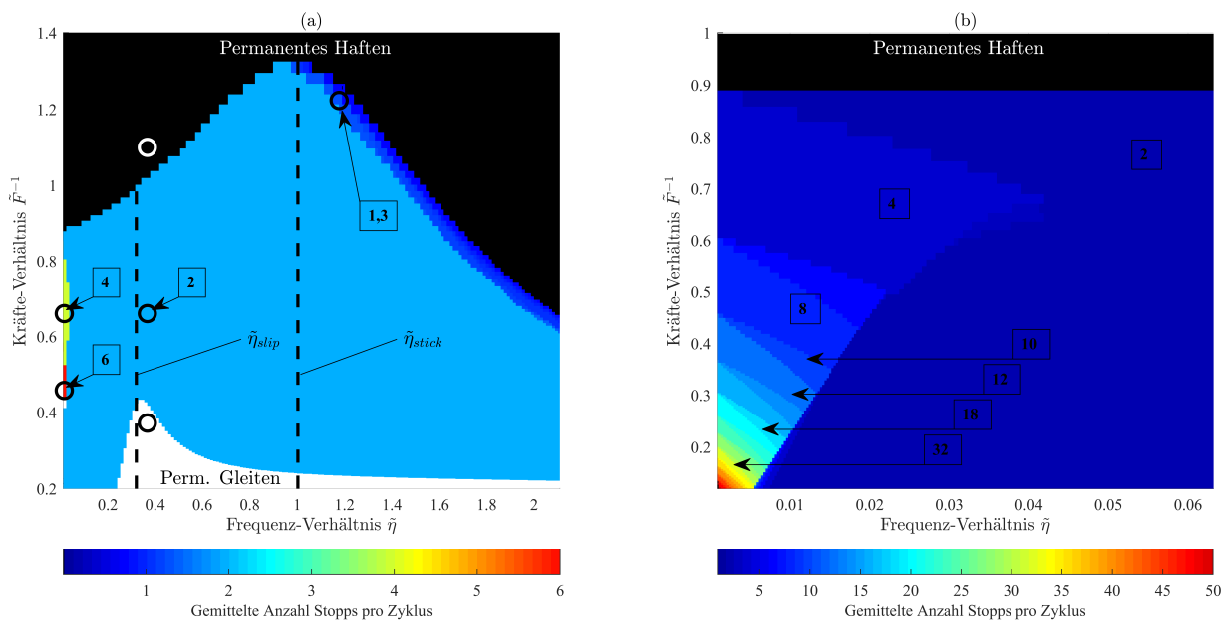


Abbildung 2.23: Einfluss von $\tilde{\eta}$ und \tilde{F} auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. (b) zeigt einen Ausschnitt aus (a) für niedrige Werte von $\tilde{\eta}$. Die abweichenden Farbskalen der beiden Subplots sollten beachtet werden. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten. Die Kreise markieren diejenigen Grenzyklen, die in Abb. 2.24 visualisiert werden ($\tilde{\mu} = 0.70$, $\tilde{K}_b = 0.70$, $\tilde{D}_b = 0.50$).

an Stopps liefert Abb. 2.24. Darin dargestellt sind die Zeitverläufe der Auslenkung \tilde{X} , die Phasendiagramme und die Reibungshysteresen für sechs verschiedene Kombinationen von $\tilde{\Phi}$ und \tilde{F} , die als Kreise in der Abb. 2.23(a) hervorgehoben sind.

Einfluss der Parameter der Borsten \tilde{K}_b , \tilde{D}_b auf das Losbrech-Verhalten für Reibungsmodell IV und V

Diese Studie fokussiert sich auf den Übergang vom reinen Haften (ρ_1) zu Bereichen mit Steady-State-Lösungen, die mindestens eine Gleitphase pro Zyklus aufweisen, d.h. (ρ_2) oder (ρ_3), vgl. Abb. 2.22(a) und Abb. 2.23(a). Im Folgenden wird aufgezeigt, wie sich diese Grenzen analytisch angenähert werden können.

Mit den Anfangsbedingungen der Zustandsgrößen der Borste $\tilde{Z} = 0$; $\tilde{Z}' = 0$ (siehe Gl. 2.72) ergibt sich aus der Haft-zu-Gleit-Übergangsbedingung aus Gl. 2.81:

$$\left| \tilde{K}_b \tilde{X}_2 + 2\tilde{D}_b \tilde{X}_2' \right| > \frac{1}{\tilde{F}}. \quad (2.92)$$

Die Transferfunktion G_{Stick, \tilde{X}_2} im Haftzustand

$$\tilde{X}_2 = \left| G_{Stick, \tilde{X}_2}(j\eta) \right| \quad \tilde{X}_2' = \left| j\eta G_{Stick, \tilde{X}_2}(j\eta) \right| \quad (2.93)$$

wird im Anhang A.2 hergeleitet. Das Einsetzen der Gl. 2.93 in Gl. 2.92 führt zu einer Näherung der maximalen, normierten Reibungskraft im Haftzustand. Daraus ergibt sich für die Approximation des minimalen Kräfteverhältnisse $\tilde{F}_{\min, \text{Lb}}^{-1}$, das für ein Losbrechen der Reibungspaarung erforderlich ist, die folgende Beziehung:

$$\tilde{F}_{\min, \text{Lb}}^{-1}(\eta) = \left| \tilde{K}_b \left| G_{Stick, \tilde{X}_2}(j\eta) \right| + 2\tilde{D}_b \left| G_{Stick, \tilde{X}_2}(j\eta) j\eta \right| \right|. \quad (2.94)$$

Der Einfluss der Feder- und Dämpferparameter des Reibungselements auf das minimale Kräfteverhältnis $\tilde{F}_{\min, \text{Lb}}^{-1}(\omega)$ zwischen permanenten Haften und Bewegungen mit Gleitphasen ist in Abb. 2.25 dargestellt. Die roten, durchgezogenen Linien visualisieren die Ergebnisse, die sich aus der numerischen Lösung des Problems mithilfe der Bisektionsmethode ergeben. Erkennbar ist, dass die analytische Näherungen für die Grenzen (blau, dick) gut das Verhalten annähern, insbesondere bei hohen Dämpfungskoeffizienten der Borsten oder bei Erregerfrequenzen in der Nähe der Eigenfrequenz. Der niedrigste, zum Losbrechen erforderliche Wert der Erregungsamplitude in Bezug auf die statische Reibungskraft liegt erwartungsgemäß bei der Eigenfrequenz des Haftzustandes. Diese Eigenfrequenz hängt entsprechend der Gl. 2.90 von der Steifigkeit der Borsten \tilde{K}_b ab. Durch eine Erhöhung des Dämpfungskoeffizienten \tilde{D}_b

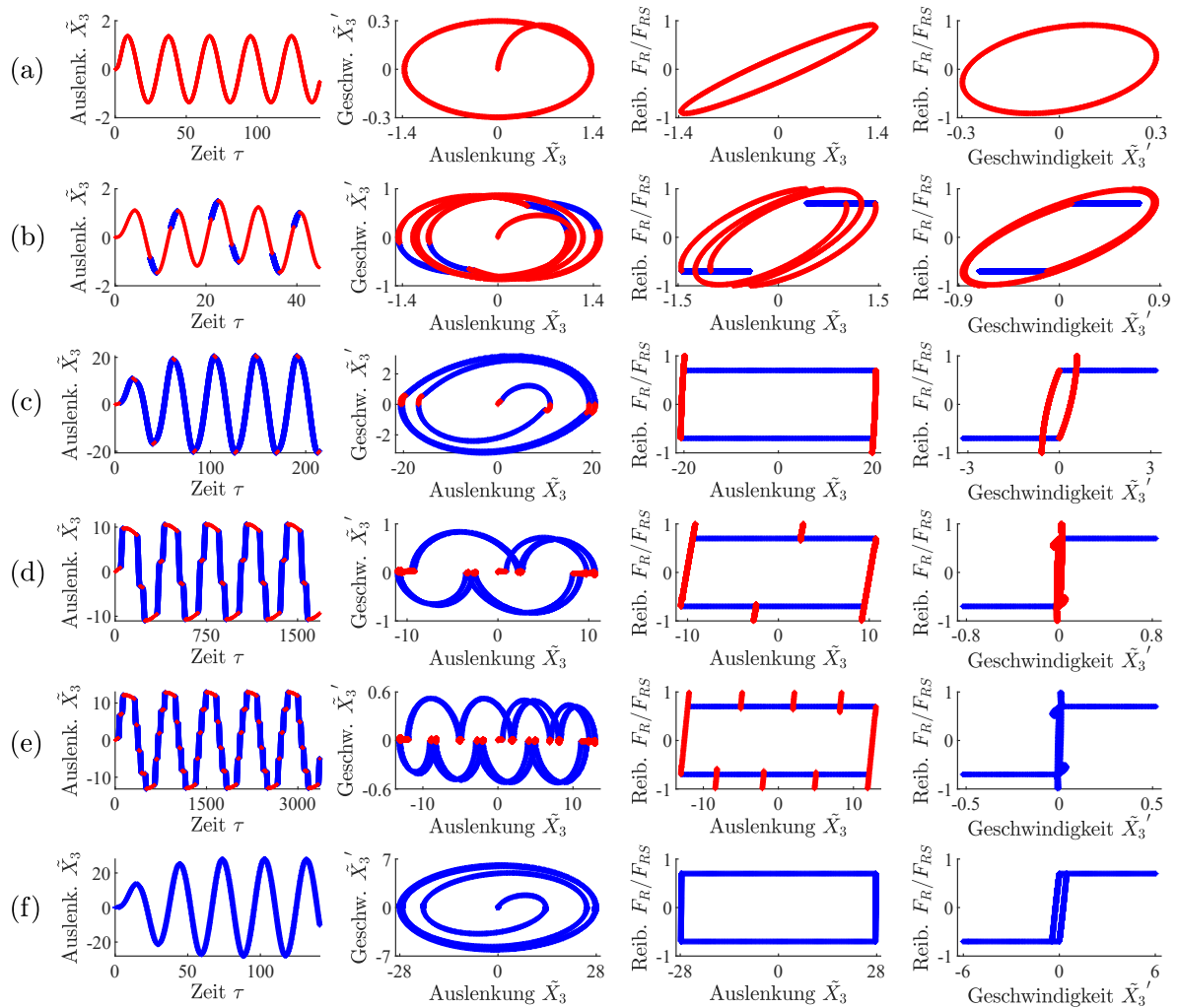


Abbildung 2.24: Qualitativ unterschiedliche Grenzzyklen in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz. Die rote Farbe markiert die Haftphase, die blaue die Gleitphase. (a) $\tilde{\eta} = 0.37$, $\tilde{F}^{-1} = 1.10$ (permanentes Haften); (b) $\tilde{\eta} = 1.17$, $\tilde{F}^{-1} = 1.22$ (Haften mit vereinzelt, kurzen Gleitphasen); (c) $\tilde{\eta} = 0.37$, $\tilde{F}^{-1} = 0.66$ (zwei Stopps pro Zyklus); (d) $\tilde{\eta} = 0.02$, $\tilde{F}^{-1} = 0.66$ (vier Stopps pro Zyklus); (e) $\tilde{\eta} = 0.02$, $\tilde{F}^{-1} = 0.46$ (acht Stopps pro Zyklus); (f) $\tilde{\eta} = 0.37$, $\tilde{F}^{-1} = 0.37$ (Permanentes Gleiten).

steigt auch die erforderliche Erregungskraft für ein Losbrechen. Das Coulomb-Reibungsgesetz enthält keine Steifigkeits- oder Dämpfungskoeffizienten von Borsten. Ein Losbrechen des Reibungskontaktes kann daher nur erreicht werden, wenn die Amplitude der Anregung höher ist als die statische Reibungskraft, d.h. $\tilde{F}_{\min, \text{Lb}}^{-1} = 1$. Es ergibt sich somit ein frequenzunabhängiger, konstanter Graph in Abb. 2.25. Die Studien von Hong and Liu [2000] sowie Papangelo and Ciavarella [2015] nutzen das Coulomb'sche Reibungsmodell, was deren Gebiet des permanenten Haftens für $\tilde{F}^{-1} > 1$ erklärt.

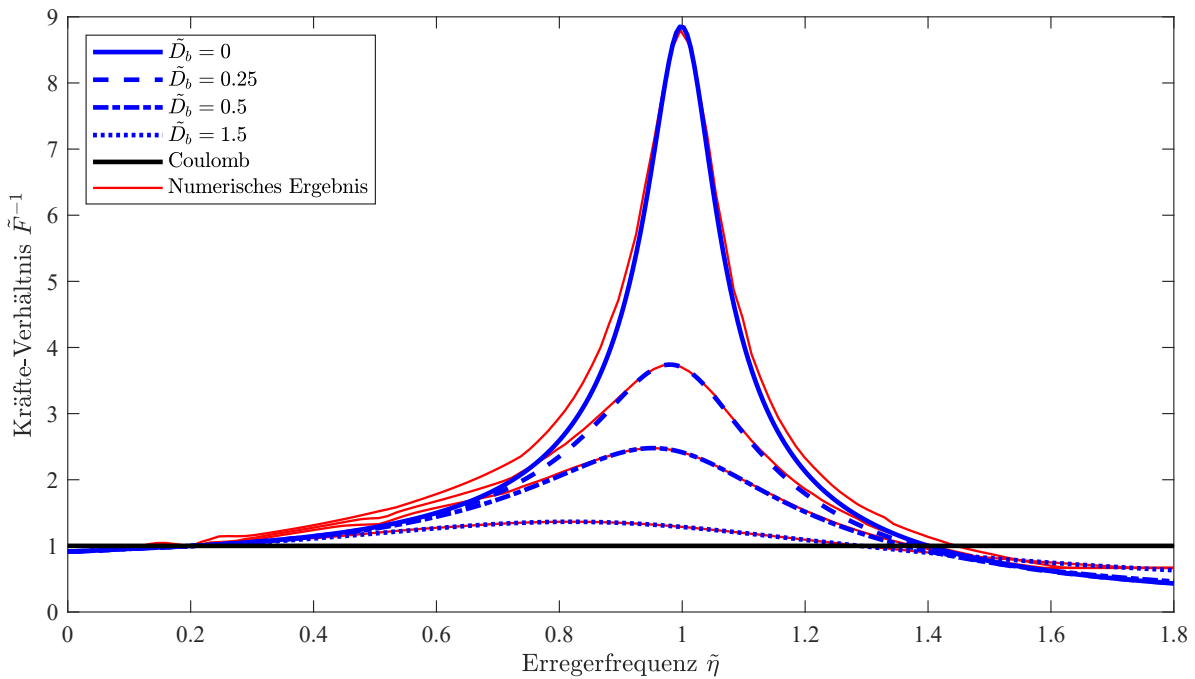


Abbildung 2.25: Einfluss der Parameter $\tilde{\eta} = f(\tilde{K}_b)$ und \tilde{D}_b auf die Grenze zwischen permanenten Haftens und Bewegungen mit Gleitphasen. Diese Grenze ist unabhängig von der Erregerfrequenz bei Coulomb'scher Reibung. Die blauen, dicken Linien stellen eine analytische Approximation der numerischen Lösungen (rot, durchgezogen, dünn) dar ($\tilde{K} = 0,06$; $\tilde{M} = 0,51$; $\tilde{D}_1 = 0,04$; $\tilde{D}_k = 5,81$; $\tilde{\mu} = 0,70$, $\tilde{\Phi} = 0,25$).

Einfluss der System- und Kontaktsteifigkeiten für Reibungsmodell IV und V

Im Folgenden Abschnitt wird der Einfluss der im MDOF-Modell enthaltenen Steifigkeiten, k_1 , k_k und k_b , analysiert. Die Wechselwirkung der beiden Parameter $\tilde{K} = k_1/k_k$ und $\tilde{K}_b = k_b/k_k$ auf die Charakterisierung der Steady-State-Lösungen anhand der Anzahl an Stopps pro Zyklus zeigen die Abb. 2.26 und Abb. 2.27. Eine steife Lagerung k_1 der angeregten Masse reduziert die Auslenkungen beider Massen, wodurch für hohe Werte von $\tilde{K} = k_1/k_k$ die Haft-zu-Gleit-Übergangsbedingung aus Gl. 2.81 nicht erfüllt wird und ein Gebiet des permanenten

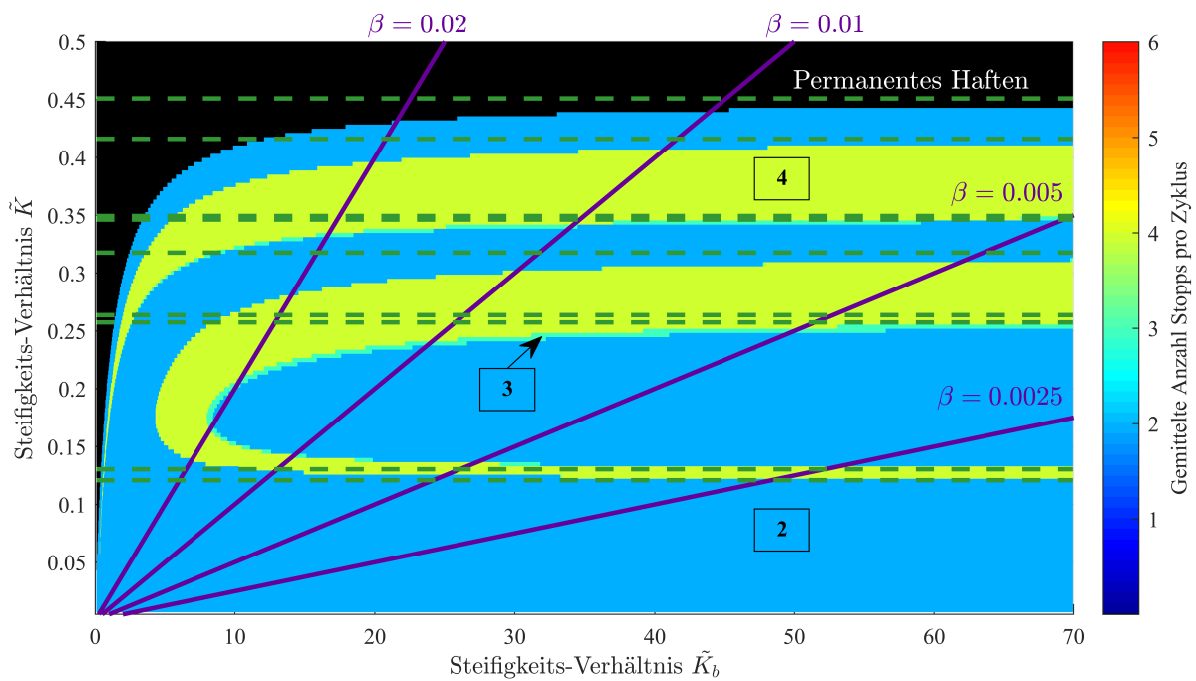


Abbildung 2.26: Einfluss von \tilde{K} und \tilde{K}_b auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten. Die grünen Linien markieren die Übergänge zwischen den Gebieten für Coulomb'sche Reibung ($\tilde{\mu} = 0,99, \tilde{D}_b = 0,46$).

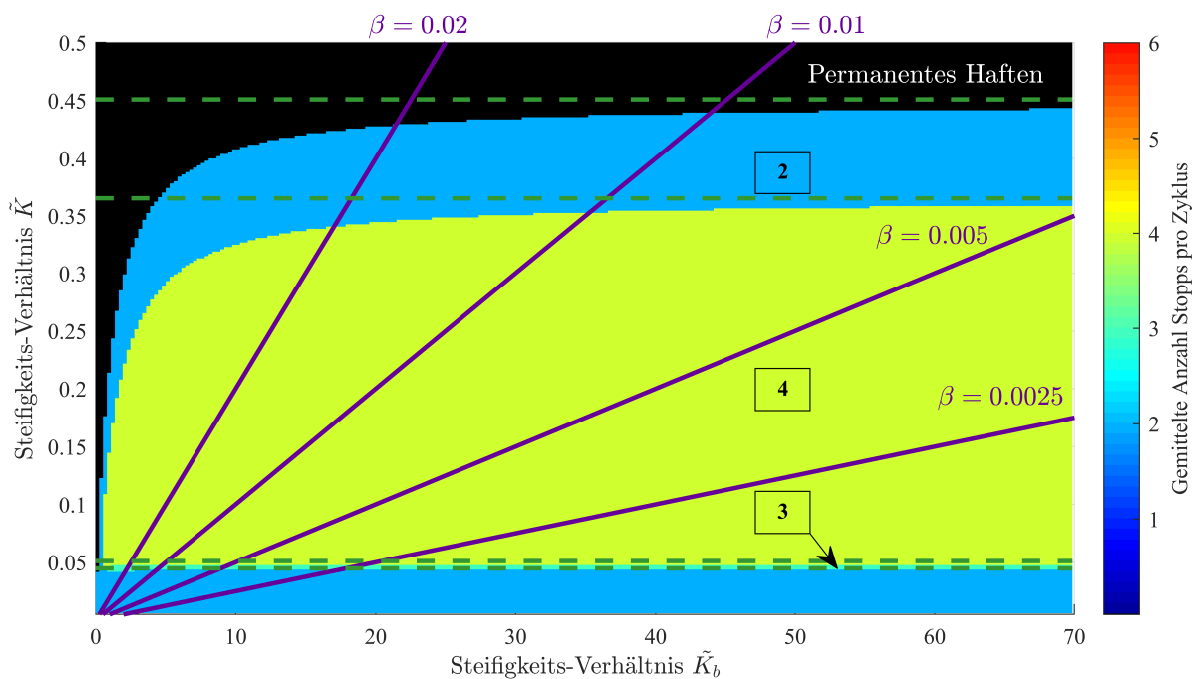


Abbildung 2.27: Einfluss von \tilde{K} und \tilde{K}_b auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten. Die grünen Linien markieren die Übergänge zwischen den Gebieten für Coulomb'sche Reibung ($\tilde{\mu} = 0,70, \tilde{D}_b = 0,50$).

Haftens entsteht. Die in den Abb. 2.26 und Abb. 2.27 dargestellten lila Linien erhält man, indem \tilde{K}_b in \tilde{K} eingesetzt wird:

$$\tilde{K}(\tilde{K}_b) = \frac{k_1}{k_b} \tilde{K}_b = \beta \tilde{K}. \quad (2.95)$$

Diese Linien repräsentieren verschiedene Werte des Parameters β . Eine Reduzierung der Koppelsteifigkeit k_k entspricht einem „Entlanglaufen“ der Linien zur oberen, rechten Ecke in das Gebiet des permanenten Haftens. Aus der Abbildung wird der Einfluss der Kontaktsteifigkeit ersichtlich: je höher der Parameter \tilde{K}_b , desto höher ist der notwendige Wert der Steifigkeit k_1 , um ein Losbrechen zu verhindern. Dabei kann ein weiterer Grenzfall gebildet werden: die Annäherung $\tilde{K}_b \rightarrow \infty$ repräsentiert den Ansatz der Coulomb'schen Reibung, der keine Borsten beinhaltet. Die Grenzwerte von \tilde{K} zwischen den verschiedenen Gebieten für Coulomb'sche Reibung sind durch die gestrichelten, grünen Linien in Abb. 2.26 und Abb. 2.27 visualisiert. Sie wurden mittels der Bisektionsmethode numerisch ermittelt. In der Grafik ist zu erkennen, dass sich die Grenzen zwischen den Gebieten bei der Modellierung mit dem dynamischen Reibungsmodell mit Reibelement an die Grenzen des Coulomb-Modells für Werte von $\tilde{K}_b \rightarrow \infty$ annähern. Es sollte daher in der praktischen Anwendung berücksichtigt werden, ob das Verhältnis von Systemsteifigkeiten bezogen auf Steifigkeiten kontaktierender Oberflächen kritische Werte annimmt. Die Aussagen gelten für beide Reibungsparametrisierungen in den Abb. 2.26 und Abb. 2.27, die sich primär in den Grenzen zwischen zwei und vier Stopps pro Zyklus unterscheiden.

Einfluss der Geschwindigkeitsabhängigkeit des Reibungskoeffizienten Reibungsmodell V

Das Reibungsmodell mit Reibelement kann um einen geschwindigkeitsabhängigen Reibungskoeffizienten erweitert werden, wie bspw. im vorliegenden Fall durch Gl. (2.7). In der folgenden Studie wird die Auswirkung des Parameters γ untersucht, der die Änderung des Reibungskoeffizienten abhängig von der Relativgeschwindigkeit für niedrige Werte von v_{rel} beschreibt. Die Ergebnisse sind in den Abb. 2.28 und Abb. 2.29 dargestellt. Zwei Grenzfälle können verglichen werden mit dem Standard-Reibelement ohne geschwindigkeitsabhängigen Reibungskoeffizienten:

- Modell V mit $\gamma \rightarrow 0 \Leftrightarrow \lim_{v_{rel} \rightarrow 0} \frac{d\tilde{\mu}}{dv_{rel}} \rightarrow 0 \hat{=} \text{Reibungsmodell IV mit } \tilde{\mu} = 1$
- Modell V mit $\gamma \rightarrow \infty \Leftrightarrow \lim_{v_{rel} \rightarrow 0} \frac{d\tilde{\mu}}{dv_{rel}} \rightarrow -\infty \hat{=} \text{Reibungsmodell IV}$

Der Grenzfall $\gamma \rightarrow \infty$ stellt einen „Sprung“ von der Haftreibung auf die Gleitreibung bei $v_{\text{rel}} = 0$ dar, sodass sich Reibungsmodell V an Reibungsmodell IV annähert. Simuliert man ein identisch parametrisiertes MDOF mit Reibungsmodell IV und ermittelt die Grenzen zwischen zwei, drei und vier Stopps pro Zyklus, ergeben sich die Schwellwerte für $\tilde{\mu}$, die als gestrichelte, horizontale Linien in den Abb. 2.28 und Abb. 2.29 eingetragen sind. Es wird deutlich, dass sich die Ergebnisse für das Reibungsmodell V und $\gamma \rightarrow \infty$ an diese Grenzen anschmiegen. Abb. 2.28 und Abb. 2.29 unterscheiden sich nur geringfügig im exakten Verlauf der Grenzen zwischen den Gebieten, wobei für die Reibungsparameter in Abb. 2.29 keine Zyklen mit sechs Stopps pro Zyklus identifiziert werden konnten.

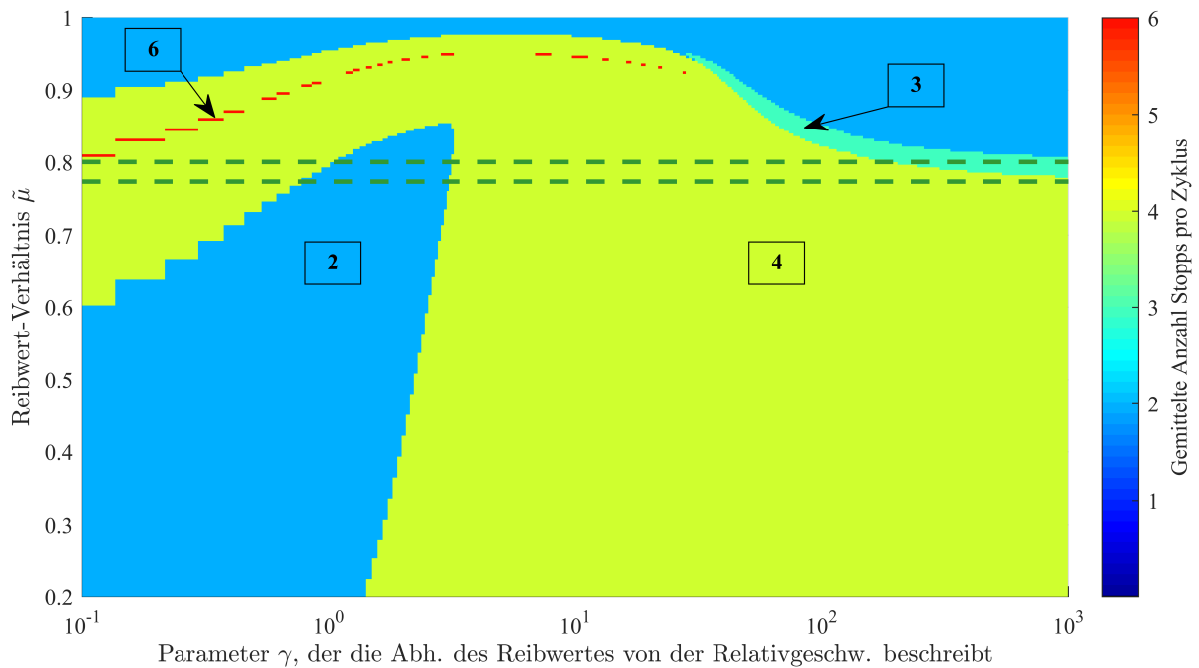


Abbildung 2.28: Einfluss der Parameter $\tilde{\mu}$ und γ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die beiden gestrichelten Linien visualisieren einen nicht von der Relativgeschwindigkeit v_{rel} der beiden Reibungspartner abhängigen Reibungskoeffizienten (somit „Sprung“ von der Haftreibung auf die Gleitreibung bei $v_{\text{rel}} = 0$). Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{K}_b = 3,37$, $\tilde{D}_b = 0,46$).

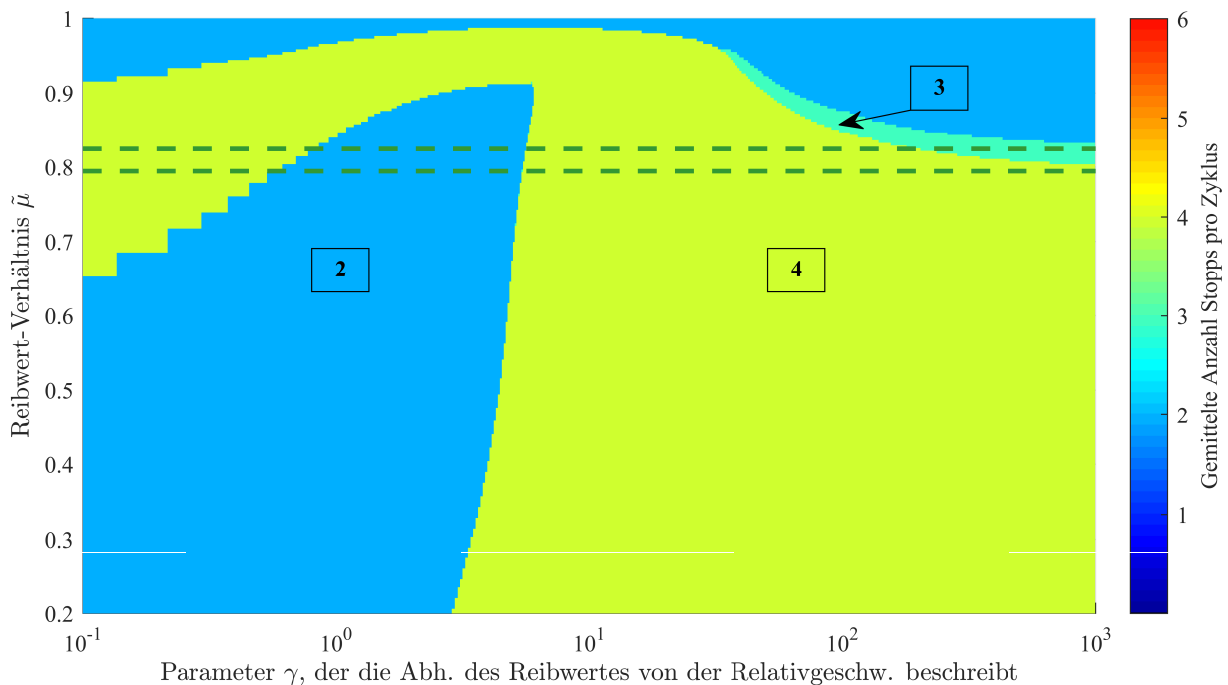


Abbildung 2.29: Einfluss der Parameter $\tilde{\mu}$ und γ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus. Die beiden gestrichelten Linien visualisieren einen nicht von der Relativgeschwindigkeit v_{rel} der beiden Reibungspartner abhängigen Reibungskoeffizienten (somit „Sprung“ von der Haftreibung auf die Gleitreibung bei $v_{\text{rel}} = 0$). Die Zahlen in den Kästchen beschreiben die Anzahl an Stopps pro Zyklus in den jeweiligen Gebieten ($\tilde{K}_b = 0,7$, $\tilde{D}_b = 0,50$).

3 Methoden zur Lokalisierung

Um die Prozesse in den Kontaktstellen analysieren und die dort vorliegenden Randbedingungen ermitteln zu können, ist eine Kenntnis des exakten Entstehungsortes eines Störgeräusches erforderlich. Im vorliegenden Fall des Tickerns konnten die Phänomene durch vorangegangene Analysen der BMW Group den Trennebenen Radlager zu Bremsscheibentopf bzw. Bremsscheibentopf zu Rad zugeordnet werden, vergleiche Abb. 1.1. Die exakte Position innerhalb der Trennebene ist bislang nicht bekannt. Daher werden in diesem Kapitel verschiedene Methoden zur Lokalisierung vorgestellt und geeignete Verfahren implementiert. Die Methoden basieren mitunter auf der Simulation der Schallausbreitung in Strukturen, weshalb zunächst Grundlagen zur Wellenausbreitung erläutert werden. Nach einer Vorstellung der Lokalisierungsmethoden erfolgt eine Validierung mit Referenzmessungen und anschließend die Anwendung auf die Themenstellung im Radverbund.

3.1 Grundlagen der Wellenausbreitung

Im Folgenden werden einige Grundlagen zur mathematischen Beschreibung der Wellenausbreitung zusammengefasst. Dabei wird eine Welle durch ihre Wellenzahl $k_W = \frac{2\pi}{\lambda}$ charakterisiert, wobei λ die Wellenlänge beschreibt. Es gilt zwischen der Phasengeschwindigkeit $c = \frac{\omega}{k_W}$ und der Gruppengeschwindigkeit $c_G = \frac{d\omega}{dk_W}$ zu differenzieren, wobei ω die Kreisfrequenz beschreibt. Die Phasengeschwindigkeit beschreibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle mit einer einzelnen Frequenz. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Hüllkurve eines Wellenpakets fortbewegt, wird als Gruppengeschwindigkeit bezeichnet. Die Phasengeschwindigkeit kann aus der Dispersionsgleichung des Problems bestimmt werden, die den Zusammenhang zwischen Wellenzahl und Frequenz beschreibt.

Bei der Beschreibung von Wellen im elastischen, allseits unbegrenzten Kontinuum wird grundlegend zwischen Longitudinal- und Transversalwellen differenziert. Bei einer Longitudinalwelle schwingen die Partikel in Richtung der Wellenausbreitung. Da reale Strukturen Begrenzungen aufweisen, werden die bei Zug- oder Druckstößen auf einen Stab oder eine

Scheibe entstehenden Wellen als Quasi-Longitudinalwellen bezeichnet (Möser and Kropp [2010]; Kohlhuber [2012]). Longitudinalwellen sollten dann berücksichtigt werden, wenn die zu untersuchende Struktur verglichen zur Wellenlänge groß ist (Müller and Möser [2004]). Die Transversalwelle oder auch Scherwelle schwingt im Gegensatz zur Longitudinalwelle senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung. Aufgrund der Querkontraktion sind allerdings auch bei Longitudinalwellen stets transversale Verschiebungen an der Bauteiloberfläche vorzufinden (Cremer and Heckl [1996]; Kohlhuber [2012]). In realen Strukturen mit Begrenzungen wie beispielsweise dem Balken und der Platte spricht man von BiegeWellen.

Im Folgenden werden die Dispersionsgleichungen für verschiedene Wellentypen bei unterschiedlichen Modellierungsansätzen vorgestellt. Die Grundlage der Zusammenfassung zur mathematischen Beschreibung von verschiedenen Wellen in 1D-, 2D- und 3D-Strukturen stellt das Buch von Graff [2012] sowie ein Abschlussbericht aus einem gemeinsamen Projekt mit dem Lehrstuhl für Baumechanik der TU München (Lainer and Schneider [2020]) dar.

3.1.1 Vollraum

Die Modellvorstellung des sog. „Vollraums“ basiert auf der Laméschen Gleichung für homogene, isotrope Medien. Aus dieser Gleichung können die beiden Wellentypen des Vollraums, die Primär- und die Sekundärwelle, abgeleitet werden. Diese Wellen besitzen die folgenden, von der Frequenz unabhängigen Phasengeschwindigkeiten:

$$c_{\text{Pri}} = \sqrt{\frac{E(1 - \nu^2)}{\rho(1 + \nu)(1 - 2\nu)}} \quad (3.1)$$

$$c_{\text{Sek}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1 + \nu)}}. \quad (3.2)$$

Da $0 \leq \nu \leq 0.5$, kann gezeigt werden, dass stets $c_P > c_S$ gilt (Lainer and Schneider [2020]).

3.1.2 Halbraum

Wenn man den Vollraum an einer Ebene begrenzt, spricht man vom sog. Halbraum. Durch die Begrenzung entstehen neben den bereits eingeführten Primär- und Sekundärwellen zusätzlich Oberflächenwellen. Diese entsprechen der homogenen Lösung der Laméschen Gleichung, d.h. einer freien Schwingung bei einer nicht festgehaltenen Oberfläche (Müller and Möser [2004]). Den Oberflächenwellen weisen im Gegensatz zu den Raumwellen ein exponentielles

Abklingverhalten in der Tiefe auf (Müller and Möser [2004]). Ein Vertreter der Oberflächenwellen sind die sog. Rayleigh-Wellen, deren charakteristische Gleichung wie folgt lautet (Lowe [2001]):

$$b^3 - 8b^2 + (24 - 16a)b + 16(a - 1) = 0 \quad (3.3)$$

$$\text{mit } b = \left(\frac{\omega}{k_W c_R}\right)^2, \quad a = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}. \quad (3.4)$$

Dabei bezeichnet k_W die Wellenzahl, während a und b Hilfsgrößen zur Beschreibung des Materials darstellen. Durch Lösen dieser Gleichung kann die Phasengeschwindigkeit der Rayleigh-Wellen bestimmt werden, die ebenfalls nicht von der Frequenz abhängig ist. Eine Näherung dieser Geschwindigkeit kann über

$$c_R = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu} c_{\text{Sek}} \quad (3.5)$$

bestimmt werden (Lainer and Schneider [2020]; Krautkrämer and Krautkrämer [1990]; Kohlhuber [2012]), wobei c_{Sek} mittels Gl. 3.2 bestimmt werden kann. Die Dispersionskurve der Rayleigh-Wellen weist aufgrund der Frequenzunabhängigkeit einen konstanten Verlauf in Abb. 3.1 auf.

3.1.3 Unendlich ausgedehnte Platten

Bei dieser Modellvorstellung wird der Vollraum nicht durch eine, sondern zwei Ebenen begrenzt, wodurch eine unendlich ausgedehnte Platte entsteht. Anwendung findet die Theorie, wenn die untersuchten Wellenlängen im Material kleiner als die Plattendicke sind (Lainer and Schneider [2020]). Die dabei entstehenden Wellen werden als Rayleigh-Lamb-Wellen oder Lamb-Wellen bezeichnet. Dabei handelt es sich um Schwingungen einer Platte, die sowohl senkrecht zur Ausbreitungsrichtung als auch in Ausbreitungsrichtung oszillieren. Eine analytische Lösung lieferte Lamb [1917], nach dem die Wellen heute benannt sind. Bei Lamb-Wellen wird zwischen symmetrischen und antisymmetrischen Moden differenziert, die jeweils durch eine charakteristische Gleichung beschrieben werden (Lowe [2001]; Graff [2012]):

$$\text{symmetrisch: } (b^2 - k^2)^2 \tan(ah) + (4k_x^2 ab) \tan(bh) = 0 \quad (3.6)$$

$$\text{antisymmetrisch: } (b^2 - k^2)^2 \cot(ah) + (4k_x^2 ab) \cot(bh) = 0 \quad (3.7)$$

$$\text{mit: } a = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_{\text{Pri}}}\right)^2 - k^2}, \quad b = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_{\text{Sek}}}\right)^2 - k^2} \quad (3.8)$$

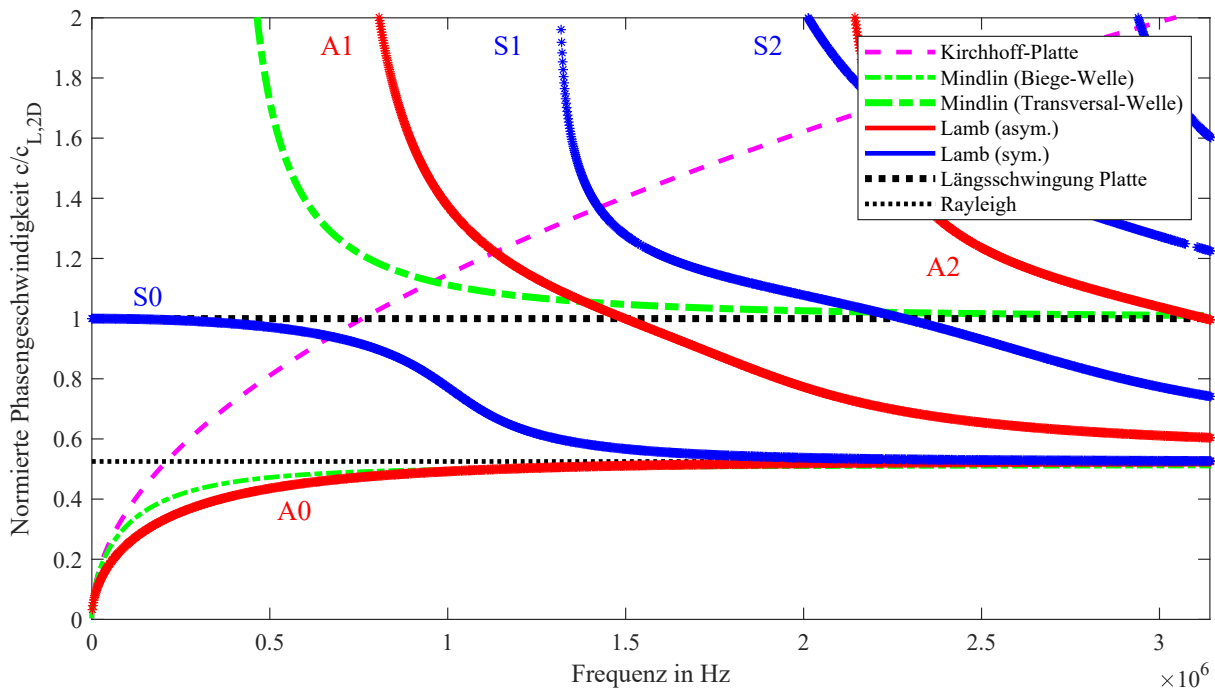


Abbildung 3.1: Dispersionskurven für die Kirchhoff- und Mindlin-Platte sowie für Lamb-Wellen. Die konstanten Funktionen der Phasengeschwindigkeiten für die Rayleigh-Welle und die Platten-Längsschwingung stellen Tangenten der Dispersionskurven der Lamb-Wellen für hohe und niedrige Frequenzen dar. Die y-Achse wurde mit der Geschwindigkeit der Platten-Längsschwingung $c_{L,2D}$ normiert.

Dabei beschreiben c_{Pri} und c_{Sek} die Phasengeschwindigkeiten der Primär- und der Sekundärwelle des Vollraums, vgl. Gl. 3.1 und Gl. 3.2. Bei symmetrischen Moden bewegen sich Punkte an den Oberflächen beider Grenzflächen gleichzeitig von der Mitte weg, während hingegen bei antisymmetrischen Moden sich einer der beiden Punkte zur Mitte hin und der andere weg bewegt. Beispielhaft sind eine symmetrische und eine antisymmetrische Mode in Abb. 3.2 visualisiert. Abb. 3.1 zeigt die aus Gl. 3.8 abgeleiteten Dispersionskurven verschiedener Lamb-Moden: S kennzeichnet symmetrische, A kennzeichnet antisymmetrische Moden, die jeweils aufsteigend nummeriert werden. Im niederfrequenten Bereich entspricht die Mode S0 der Dehnungswelle, während A0 die Biegewelle beschreibt. Für hohe Frequenzen nähern sich sowohl die symmetrischen als auch die antisymmetrischen Moden der Phasengeschwindigkeit der Rayleigh-Welle an (Lowe [2001]). Für niedrige Frequenzen stimmen die Dispersionskurven der Mindlin-Biegemode sowie die Ergebnisse der Kirchhoff-Platte mit denen der A0-Mode überein. Die S0-Mode nähert sich für kleine Frequenzen der Phasengeschwindigkeit der Platten-Längsschwingung und für hohe Frequenzen der Rayleigh-Ausbreitungsgeschwindigkeit an.

3.1.4 Platten

Im Folgenden werden einige Theorien für die Beschreibung der Wellenausbreitung in 2D-Strukturen vorgestellt. Analog zu den bereits diskutierten eindimensionalen Strukturen werden sowohl Längsschwingungen als auch Transversalwellen untersucht. Für die Beschreibung der Transversalwelle ist die Theorie der Mindlin-Platte und der Kirchhoff-Platte geeignet.

Längsschwingung

Im Gegensatz zur Längsschwingung eines Stabes muss für die Längsschwingung einer zweidimensionalen Platte die Querkontraktion berücksichtigt werden (Lainer and Schneider [2020]):

$$c_{L,2D} = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (3.9)$$

Die Querkontraktionszahl der Struktur wird dabei mit ν bezeichnet. Die Phasengeschwindigkeit der Längsschwingung ist analog zu der des Stabes nicht-dispersiv und stellt daher ebenfalls eine konstante Funktion in Abb. 3.1 dar.

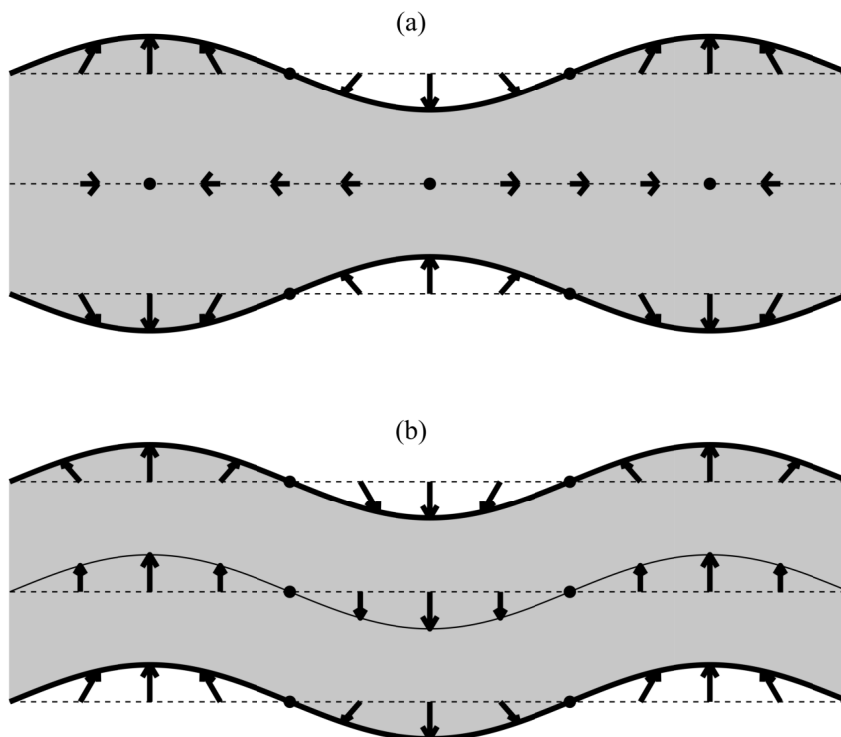


Abbildung 3.2: Visualisierung der Mode S0 (a) und Mode A0 (b) der Lamb-Wellen. Darstellung angelehnt an Schmidt [2014].

Kirchhoff-Platte

Diese Plattentheorie kann als Pendant zum Euler-Bernoulli-Balken verstanden werden. Durch Vernachlässigung der Schubelastizität $\kappa G \rightarrow \infty$ und der Rotationsträgheit $\rho h^3/12$ in Gl. 3.11 ergibt sich die Dispersion der Kirchhoff-Platte mit folgender Beziehung (Möser and Kropp [2010]; Müller and Möser [2004]):

$$c_{S,K} = \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{D}{\rho h}} \quad \text{mit } D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.10)$$

Die Dispersionskurve ist in Abb.3.1 dargestellt. Analog zum Euler-Bernoulli-Balken ist diese Theorie nur für kleine Frequenzen gültig.

Mindlin-Platte

Eine Analogie zum Timoshenko-Balken, der in 1D die Effekte der Rotationsträgheit und Schubverformungen berücksichtigt, stellt in 2D die Mindlin-Platte dar. Die Theorie ist ausschließlich für dünne Plattenstrukturen gültig. Die Phasengeschwindigkeit in Abhängigkeit der Frequenz kann beschrieben werden über (Cremer and Heckl [1996]; Kohlhuber [2012]; Magrab [1979])

$$c_{S,M} = \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\rho h^3}{12D} + \frac{\rho}{\kappa G} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\rho h^3}{12D} + \frac{\rho}{\kappa G} \right)^2 + 4 \frac{\rho h}{D\omega^2} - \frac{4\rho^2 h^3}{12\kappa DG}} \right)^{-1/2}. \quad (3.11)$$

Dabei bezeichnet D die Biegesteifigkeit der Platte und h die Plattendicke. Durch Lösen der Gleichung erhält man für jede Erregerfrequenz je einen Wert der Ausbreitungsgeschwindigkeit für die Transversalwelle und die Biegewelle. Die Dispersionskurven für beide Wellentypen der Mindlin-Platte sind in Abb. 3.1 dargestellt. Für hohe Frequenzen nähert sich die Phasengeschwindigkeit der Transversal-Schwingung der Längsschwingung aus Gl. 3.9 an und die Biege-Mode der Mindlin-Platte der Rayleigh-Welle, vgl. Kap. 3.1.2 und Kap. 3.1.3.

3.1.5 Stab und Balken

In diesem Abschnitt werden verschiedene Modellierungen eindimensionaler Tragwerkselemente und die dabei auftretenden Wellen vorgestellt.

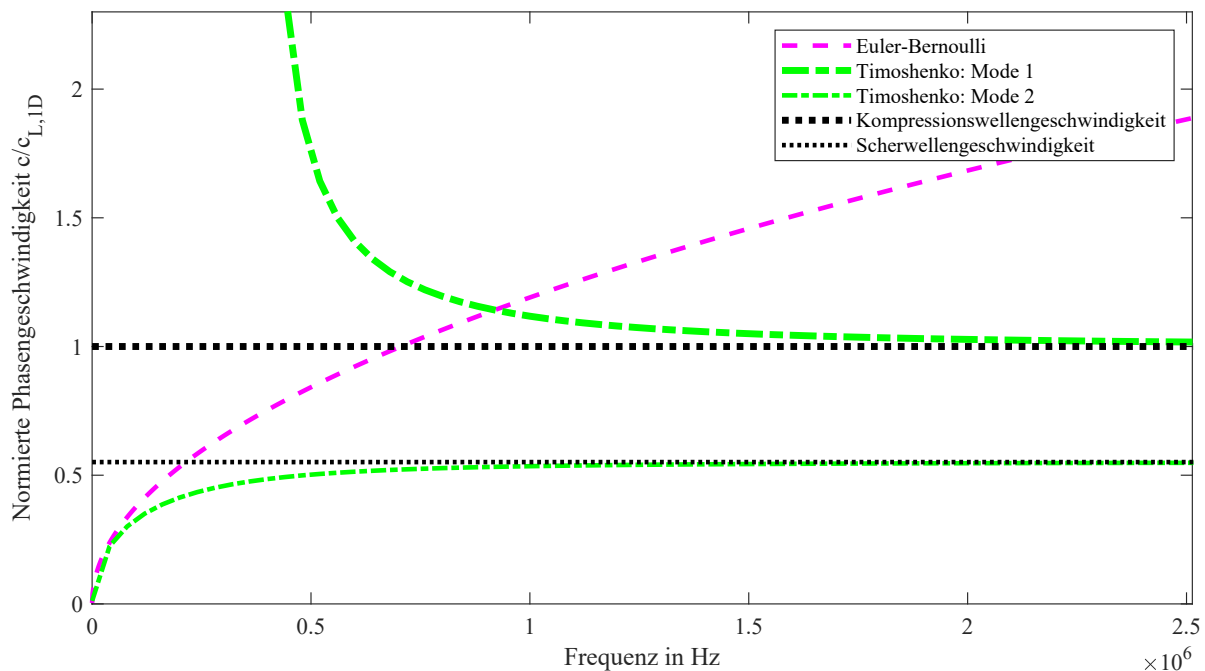


Abbildung 3.3: Dispersionsdiagramm für verschiedene, eindimensionale Balken-Theorien. Die x-Achse stellt die mittels der Balkenhöhe h und der Scherwellengeschwindigkeit c_s entdimensionierte Anregungsfrequenz dar. Die y-Achse wurde mit der Kompressionswellengeschwindigkeit in eindimensionalen Strukturen $c_{L,1D}$ normiert.

Längsschwingung (Stab)

Der Stab ist ein eindimensionales Element, das nur entlang seiner Hauptabmessung eine Zug- oder Druckbelastung übertragen kann. Ohne Querkontraktion ($\nu = 0$) folgt aus Gl. 3.9 für die nicht-dispersiv Wellengeschwindigkeit (Lainer and Schneider [2020])

$$c_{L,1D} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.12)$$

Es liegt somit keine Abhängigkeit von der Frequenz vor, sodass die Dispersionskurve der Kompressionswelle in Abb. 3.3 einen konstanten Verlauf annimmt.

Transversalschwingungen eindimensionaler Strukturen

Die Theorien von Biegebalken beschreiben die Lateralschwingungen von eindimensionalen Strukturen, die über ihre Biegeverformung charakterisiert werden. Dabei existieren verschiedene Modellvorstellungen, die in Tab. 3.1 zusammengefasst sind (Lainer and Schneider [2020]).

Modellvorstellung	Biegesteifigkeit	Rotationsträgheit	Schubverformung
Timoshenko	ja	ja	ja
Rayleigh	ja	ja	
Euler-Bernoulli	ja		

Tabelle 3.1: Überblick der Modellvorstellungen zum Biegebalken. Die Modellierung nach Rayleigh ist hier der Vollständigkeit halber ergänzt. Diskutiert werden an dieser Stelle die Ansätze von Euler-Bernoulli und Timoshenko.

Euler-Bernoulli-Balken

Diese Balkentheorie beinhaltet die Hypothese von Bernoulli: die Querschnittsebenen sind auch nach einer Deformation stets senkrecht zur Biegelinie und weisen keine Verwölbung auf. Die frequenzabhängige Phasengeschwindigkeit wird mit dem Elastizitätsmodul E , dem Flächenträgheitsmoment I , der Dichte ρ und der Querschnittsfläche A über

$$c_{S,EB} = \sqrt[4]{\frac{EI}{\rho A}} \omega^2 \quad (3.13)$$

beschrieben. Der Verlauf der Dispersionsgleichung des Euler-Bernoulli-Balkens ist in Abb. 3.3 dargestellt. Dabei zeigt sich, dass die Theorie nur für kleine Frequenzen zulässig ist: für hohe Frequenzen werden größere Phasengeschwindigkeiten als die der Längsschwingung prognostiziert, was physikalisch nicht möglich ist.

Timoshenko-Balken

Im Gegensatz zum Euler-Bernoulli-Balken werden beim Timoshenko-Balken Effekte aus der Rotationsträgheit und der Schubverformung berücksichtigt. Die Dispersionsgleichung mit der Schubelastizität κG lautet (Graff [2012]; Ebrahimian and Todorovska [2014]):

$$\frac{EI}{\rho A} \left(\frac{\omega}{c_{S,TS}} \right)^4 - \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{\kappa G} \right) \frac{\omega^4}{c_{S,TS}^2} - \omega^2 + \frac{\rho I}{A \kappa G} \omega^4 = 0. \quad (3.14)$$

Die Lösungen dieser Gleichung sind in Abb. 3.3 dargestellt. Bei Division der Gl. 3.14 durch $\omega^4/c_{S,TS}^4$ ergibt sich

$$\frac{EI}{\rho A} - \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{\kappa G} \right) \frac{c_{S,TS}^4}{\omega^2} + \frac{\rho I}{A \kappa G} c_{S,TS}^4 = 0. \quad (3.15)$$

Im Grenzfall $\omega \rightarrow \infty$ ergibt sich daraus

$$\frac{EI}{\rho A} - \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{\kappa G} \right) c_{S,TS}^2 + \frac{\rho I}{A \kappa G} c_{S,TS}^4 = 0. \quad (3.16)$$

mit den beiden Nullstellen Graff [2012]:

$$c_{S,TS, \text{inf}, 1} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = c_{L,1D} \quad (3.17)$$

$$c_{S,TS, \text{inf}, 2} = \sqrt{\frac{\kappa G}{\rho}} \quad (3.18)$$

Diese beiden Grenzwerte sind ebenfalls in der Abb. 3.3 dargestellt.

3.2 Methoden zur Störquellenlokalisierung

In der Literatur existieren verschiedenste Ansätze zur Lokalisierung von Stößen, Erdbeben oder auch von sog. akustischen Emissionen. Bei zuletzt genannten handelt es sich um elastische Spannungswellen, die durch lokale Veränderungen im Material entstehen. Beispielhafte Ursachen sind plastische Deformationen, die Bildung von Rissen, Veränderungen an der Reiboberfläche oder Verschleißprozesse (Baranov et al [2011]). Auch Stick-Slip-Effekte können akustische Emissionen auslösen (Ferrer et al [2010]).

Die Methoden zur Lokalisierung werden in diversen Review-Papern unterschiedlich klassifiziert: Mujica et al [2010] unterscheidet zwischen den folgenden grundlegenden Ansätzen: (1) Abgleich mit Modellen, die z.B. auf Bewegungsgleichungen basieren; (2) Triangulation; (3) datenbasierte Ansätzen wie Neuronale Netze und (4) die Nutzung von Transferfunktionen. Sengupta et al [2015] klassifiziert die Ansätze ähnlich in analytische Modelle, Signalverarbeitung, neuronale Netzwerke, geometrische Methoden und die Anwendung der FEM. Im Gegensatz dazu differenziert Kundu [2014] bzgl. der Anwendbarkeit der Methoden für isotrope bzw. anisotrope Platten, für komplexe Strukturen mit Löchern und für 3D-Strukturen. Eine andere Art der Klassifizierung von Lokalisierungsmethoden nimmt Ge [2003a,b] vor: er unterscheidet zwischen den Informationen, die während des Prozesses der Lokalisierung verarbeitet werden. Neben Ansätzen, die ausschließlich die Ankunftszeiten der Wellen an den Sensoren nutzen, stellt Ge einen Ansatz vor, der zusätzlich Informationen der aufgenommenen Amplituden verarbeitet. Bei der ersten Kategorie wird des Weiteren zwischen iterativen Methoden, die numerische Ansätze einsetzen, und nicht-iterativen Methoden unterschieden. Keines dieser Review-Paper beinhaltet alle der im Folgenden vorgestellten Methoden. Es

wird daher basierend auf den genannten Ansätzen zur Klassifizierung eine eigene Kategorisierung von ausgewählten Ansätzen vorgestellt.

3.2.1 Ansätze mit Ankunftszeitdifferenzen zwischen Sensoren

Eine Vielzahl an Methoden verarbeiten die Ankunftszeitdifferenzen, die sich zwischen Sensoren mit unterschiedlicher Entfernung zur Quelle ergeben. Die Laufzeiten zwischen Sensor und Quelle erhält man aus der Differenz zwischen dem Zeitpunkt der Anregung t_{exc} und der Ankunftszeit $t_{\text{AT},i}^p$ der dabei entstandenen Welle. Die Ankunftszeit $t_{\text{AT},i}^p$ an einem Sensor i nach Anregung an der Position p kann dabei aus dem Zeitverlauf des Rohsignals des Sensors mit Methoden zur Ankunftszeiterkennung (AZE) ermittelt werden. Einige dieser Methoden werden in Kap. 3.3 vorgestellt. Eine Ankunftszeitdifferenz $\Delta t_{\text{AT},ij}^p$ zwischen einem Sensor i und j kann bestimmt werden über

$$\Delta t_{\text{AT},ij}^p = t_{\text{AT},i}^p - t_{\text{AT},j}^p. \quad (3.19)$$

Triangulation

Eine der wichtigsten Methoden zur Lokalisierung, die in isotropen, homogenen Strukturen angewendet werden kann, ist die Triangulation (Kundu [2014]; Tobias [1976]). Die Methode basiert auf der Differenz an zurückgelegter Strecke Δd_{ij}^p , die aus der Ankunftszeitdifferenz $\Delta t_{\text{AT},ij}^p$ zweier Sensoren ermittelt werden kann:

$$\Delta d_{ij}^p = c \Delta t_{\text{AT},ij}^p, \quad (3.20)$$

wobei c die Wellengeschwindigkeit beschreibt. Die folgende Zusammenfassung der Triangulation basiert auf Kundu [2014] und Liang et al [2013]. Die Quellenposition kann geometrisch durch die Konstruktion von drei Kreisen ermittelt werden: die Radien dieser Kreise, deren Mittelpunkte die Sensorpositionen sind, werden solange vergrößert, bis die Kreise sich in einem gemeinsamen Punkt schneiden. Die Differenzen der Radien untereinander bleiben dabei konstant. Der daraus ermittelte Schnittpunkt stellt die Prognose der Anregeposition dar (Kundu [2014]). Abb. 3.4 veranschaulicht das prinzipielle Vorgehen dieser Methodik für eine 2D-Lokalisierung mit drei Sensoren. Diese Anzahl an Sensoren ist für die Anwendung der Triangulation in 2D mindestens erforderlich (Salehian [2003]).

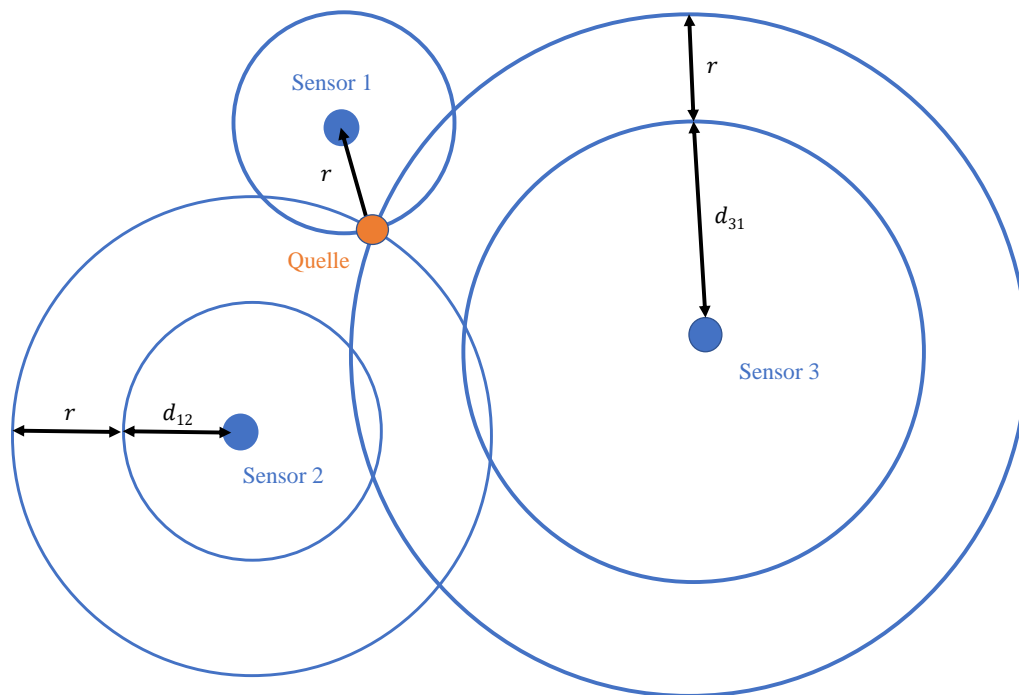


Abbildung 3.4: Grafisches Vorgehen zur Ermittlung der Anregeposition durch Triangulation: die Größen $d_{1,2}$ und $d_{3,1}$ werden mittels Gl. 3.20 bestimmt. Der Radius r wird solange vergrößert, bis sich die drei Kreise mit den Radien r , $r + d_{1,2}$ und $r + d_{3,1}$ in einem gemeinsamen Punkt schneiden, der hier als oranger Punkt markiert ist. Darstellung basierend auf Kundu [2014].

Mathematisch formuliert muss für die Ermittlung der Anregeposition das folgende Gleichungssystem gelöst werden, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit c bekannt ist:

$$\begin{aligned}
 c\Delta t_{AT,12}^p &= d_1 - d_2 \\
 c\Delta t_{AT,23}^p &= d_2 - d_3 \\
 c\Delta t_{AT,13}^p &= d_1 - d_3
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

Dabei stellen die Parameter d_1 , d_2 und d_3 die unbekanntenen Abstände zwischen den drei Sensoren und der Quelle dar, siehe Abb. 3.5. Die drei Differenzen der Ankunftszeiten $\Delta t_{AT,ij}^p$ werden aus den Signalen ermittelt. Diese einfache Triangulation ist nur für die Anwendung an homogenen Strukturen geeignet.

Wenn die Wellengeschwindigkeit einer isotropen Platte unbekannt ist, beinhaltet das Gleichungssystem Gl. 3.21 eine vierte Unbekannte. Es müssen daher die folgenden Gleichungen ergänzt werden:

$$d_1 \sin(\vartheta_1) = d_2 \sin(\vartheta_2) \quad (3.22)$$

$$d_1 \cos(\vartheta_1) + d_2 \cos(\vartheta_2) = D_{12} \quad (3.23)$$

$$d_1 \sin(\Theta_1 - \vartheta_1) = d_3 \sin(\vartheta_3) \quad (3.24)$$

$$d_1 \cos(\Theta_1 - \vartheta_1) + d_3 \cos(\vartheta_3) = D_{13} \quad (3.25)$$

$$d_3 \sin(\Theta_3 - \vartheta_3) = d_2 \sin(\theta_2 - \vartheta_2) \quad (3.26)$$

$$d_3 \cos(\Theta_3 - \vartheta_3) + d_2 \cos(\theta_2 - \vartheta_2) = D_{23} \quad (3.27)$$

Die Abstände und Winkel zwischen den Sensoren D_{ij} bzw. Θ_i stellen Größen dar, die aus dem Versuchsaufbau ermittelt werden können, siehe Abb. 3.5.

Das Prinzip der Triangulation lässt sich auch auf anisotrope Platten erweitern, was allerdings zu deutlich komplexeren Gleichungssystemen führt. Diese sind bspw. in Kundu et al [2007b] zu finden. Aufgrund der Komplexität des in dieser Arbeit untersuchten Radverbundes wird die Triangulation als nicht zielführend angesehen.

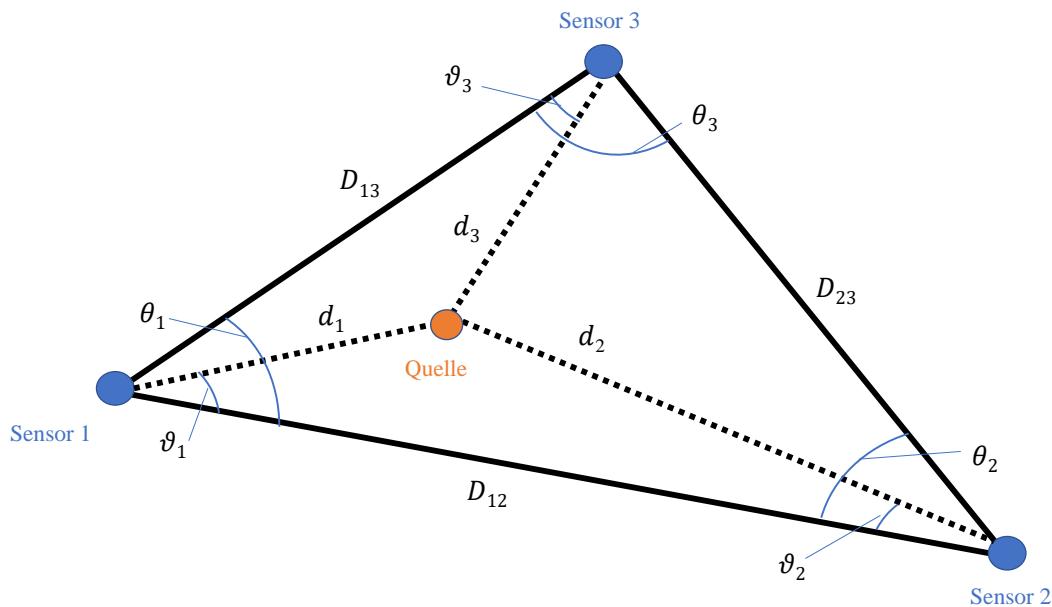


Abbildung 3.5: Prinzipdarstellung der Triangulation bei unbekannter Wellengeschwindigkeit, Darstellung basierend auf Kundu [2014].

Delta T Maps

Neben der Rückrechnung der Anregeposition über Triangulation können die Ankunftszeitdifferenzen zwischen Sensoren eingesetzt werden, um sog. „delta T - Maps“ zu konstruieren (Hensman et al [2010]; Eaton et al [2012]; Baxter et al [2007]; Khan and Hassan [2018]). Dabei werden Konturlinien mit identischer Ankunftszeitdifferenz in eine Karte eingetragen. Aus den Ankunftszeitdifferenzen mehrerer Sensorpaare einer unbekannte Anregung kann die Anregeposition mit der Karte bestimmt werden. Vorteilhaft an der Methode ist laut Baxter et al [2007], dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit und die Pfade der Wellen nicht theoretisch ermittelt werden müssen. Dadurch ist die Methode im Gegensatz zur Triangulation auf komplexere Strukturen anwendbar, wie bspw. anhand einer Kompositstruktur mit Loch in Eaton et al [2012] demonstriert wird. Daher wird die grundsätzliche Idee dieses Ansatzes, große Datenmengen mit Ankunftszeitdifferenzen für die Lokalisierung zu verwenden, in Kap. 3.5.1 aufgegriffen.

3.2.2 Ansätze mit Informationen verschiedener Wellentypen

Alternativ zu den Methoden, die die Ankunftszeiten der Wellen an verschiedenen Sensorenpositionen verarbeiten, können auch aus einem einzelnen, breitbandigen Sensor Ankunftszeitdifferenzen extrahiert werden: in diesem Fall entstehen die Ankunftszeitdifferenzen nicht durch die unterschiedlichen Laufwege, sondern durch die aufgrund der Dispersion unterschiedlichen Ankunftszeiten verschiedener Wellenarten (Single sensor modal analysis location). Eine weitere Möglichkeit besteht darin, aus den Amplituden verschiedener Wellenarten auf den Entstehungsort zurückzurechnen (Triaxial Sensor Approach).

Single sensor modal analysis location (SSMAL)

Wie in Kap. 3.1 diskutiert, weisen einige Wellen einen dispersiven Charakter auf. Diese Eigenschaft kann zur Lokalisierung genutzt werden, wenn ein einzelner Sensor in ausreichender Entfernung zur Quelle positioniert ist. Durch einen Bandpassfilter am Sensor können die verschiedenen Frequenzanteile separiert und somit deren jeweilige Ankunftszeit ermittelt werden. Wenn c_{Pri} die Geschwindigkeit der schnelleren Primärwelle und c_{Sek} die der langsameren Sekundärwelle beschreibt, kann der Abstand $d_{\text{Q,S}}$ zur Quelle bestimmt werden über

(Holford and Carter [1999])

$$t_{\text{Pri,Sek}} = \frac{d_{\text{Q,S}}}{c_{\text{Sek}}} - \frac{d_{\text{Q,S}}}{c_{\text{Pri}}} \quad (3.28)$$

$$d_{\text{Q,S}} = \Delta t_{\text{Pri,Sek}} \frac{c_{\text{Pri}} c_{\text{Sek}}}{c_{\text{Pri}} - c_{\text{Sek}}}. \quad (3.29)$$

Anwendungen dieser Methode finden sich bei Pullin [2001]; Maji and Satpathi [1995]; Ziola and Gorman [1991]; Dunegan [1997]; Jiao et al [2004]; Gorman [1991]; Pollock [1990]; Jiao et al [2004]; Surgeon and Wevers [1999]; Gorman and Prosser [1991]; Toyama et al [2001]. Für ein 2D-Problem werden entsprechend zwei Sensoren benötigt (Toyama et al [2001]). Laut Kundu [2014] ist die geringere Anzahl an Sensoren einer der Vorteile dieser Methode. Dieser Ansatz wird im Rahmen der Arbeit nicht weiterverfolgt, da die Ankunft der Sekundärwelle nicht aus den Messdaten der später beschriebenen Prüfstandsversuche (Kap. 3.6) robust ermittelt werden kann.

Amplituden-Informationen der P-Welle

Neben der Verarbeitung von Ankunftszeiten der Wellen am Sensor können die aufgezeichneten Amplituden der Signale für den Zweck der Lokalisierung herangezogen werden. Analog zur SSMAI-Methode werden auch beim „Triaxial Sensor Approach“ zwei verschiedene Wellentypen erfasst und der Abstand zwischen Sensor und Quelle mittels Gl. 3.29 bestimmt. Für die Ermittlung der Anregeposition im 2D werden anstelle der Informationen eines zweiten Sensors die Amplitudeninformationen A_x , A_y und A_z des einzelnen, triaxialen Sensors verarbeitet. Die Winkel der Verbindungslinie zwischen Sensor und Quelle (vgl. Abb. 3.6) lassen sich ermitteln über

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha} &= \arccos \frac{A_x}{A_{\text{res}}} & \tilde{\beta} &= \arccos \frac{A_y}{A_{\text{res}}} & \tilde{\gamma} &= \arccos \frac{A_z}{A_{\text{res}}} \\ & & & & & \text{mit } A_{\text{res}} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Das Prinzip ist zusammen mit den Winkeln $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$ und $\tilde{\gamma}$ in Abb. 3.6 dargestellt.

Laut Ge [2003a] ist der Algorithmus aber nicht sehr stabil, da Amplitudeninformationen sensitiv auf Streuungen von Materialparametern reagieren. Daher wird dieser Ansatz nicht eingesetzt in der vorliegenden Arbeit. Beispiele mit der Anwendung dieses Algorithmus finden sich in Ge [2003a]; Stafsudd et al [2008]; Goutaudier et al [2020].

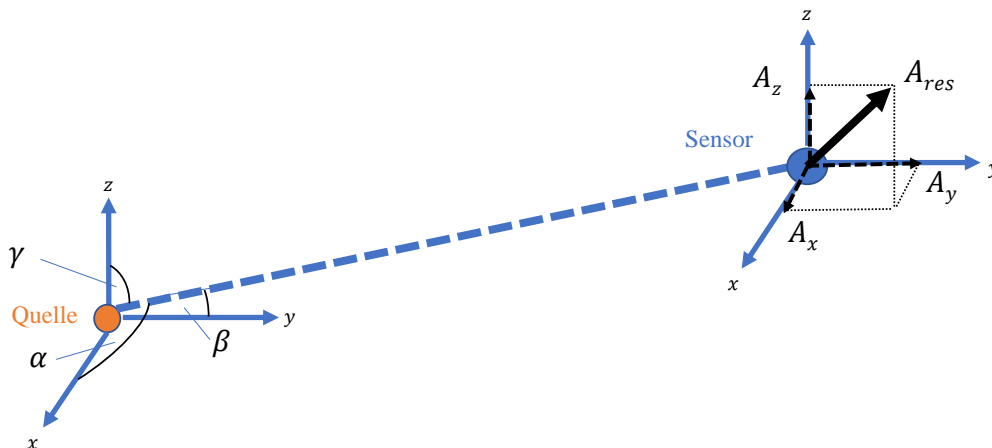


Abbildung 3.6: Prinzip des „Triaxial Sensor Approach“, bei dem aus den Amplitudeninformationen des einzelnen, triaxialen Sensors die Winkel der Verbindungslinie zwischen Sensor und Quelle bestimmt werden. Darstellung basierend auf Ge [2003a] und Hardy Jr [2003].

3.2.3 Ansätze mit einer Ankunftszeitfunktion

Die von Ge [2003a] als „Arrival Time Approaches“ klassifizierten Ansätze basieren auf einer Funktion $f_{AT,i}(\mathbf{x}_{S,i}, \mathbf{x}_Q)$, die die Ankunftszeit $t_{AT,i}^p$ am Sensor i , der sich an der Position $\mathbf{x}_{S,i} = (x_{S,i}, y_{S,i}, z_{S,i})$ befindet, beschreibt, wenn die Struktur an der Position $\mathbf{x}_Q = (x_Q, y_Q, z_Q)$ zum Zeitpunkt t_{exc} angeregt wird. Ein einfaches Beispiel für eine Ankunftszeitfunktion $f_{AT,i}$ lautet:

$$f_{AT,i}(\mathbf{x}_{S,i}, \mathbf{x}_Q) = t_{exc} + \frac{\sqrt{(x_{S,i} - x_Q)^2 + (y_{S,i} - y_Q)^2 + (z_{S,i} - z_Q)^2}}{c}. \quad (3.31)$$

Für jeden der n_{Sens} Sensoren wird eine eigene Ankunftszeitfunktion $f_{AT,i}$ definiert. Ge nennt daraufhin verschiedene Ansätze, die für die Lösung des dabei entstehenden Gleichungssystems eingesetzt werden können. Dabei wird zwischen iterativen und nicht-iterativen Methoden unterschieden. Nicht-iterative Methoden nutzen im Gegensatz zu den iterativen Methoden keine numerischen Methoden, sodass sie zwar in der Regel schnell, aber nicht auf alle Probleme anwendbar sind. Iterative Methoden passen eine Startlösung Schritt für Schritt basierend auf einem Residuum an, bis ein definiertes Fehlerkriterium unterschritten wird. Die USBM- (Leighton and Blake [1970]) oder die Inglada-Methode (Inglada [1928]) sind Beispiele für nicht-iterative Methoden zur Lösung der Problemstellung. Als Beispiele für iterative Methoden stellt Ge Ansätze vor, die auf der Ableitung der Ankunftszeitfunktion basieren, darunter die Geiger- und die Thurbers-Methode (Geiger [1910]; Thurber [1985]). Darüber hinaus werden als weitere iterative Methoden der Simplex-Algorithmus (Nelder and

Mead [1965]; Prugger and Gendzwill [1988]; Gendzwill and Prugger [1985]) oder genetische Algorithmen (Kennett and Sambridge [1992]; Sambridge and Gallagher [1993]; Billings et al [1994]; Xie et al [1996]; Barricelli [1957]; Fraser et al [1970]) genannt.

Als Beispiel wird im Folgenden die Geiger-Methode vorgestellt, die den iterativen Methoden zugeordnet werden kann. Die folgende Zusammenfassung basiert auf Ge [2003b]. Ziel des Verfahrens ist es, die Anregeposition $\mathbf{x}_Q = (x_Q, y_Q, z_Q)^T$ sowie den Anregezeitpunkt t_{exc} zu bestimmen. Gestartet wird mit einer Testlösung \mathbf{x}_0 , die fortlaufend mit einem Korrekturterm $\delta\mathbf{x}$ korrigiert wird, d.h.

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \delta\mathbf{x} \quad (3.32)$$

Der Ansatz besteht darin, eine Taylorentwicklung erster Ordnung der Ankunftszeitfunktion $f_{AT,i}$ um die Anregeposition der aktuellen Iteration \mathbf{x}_n durchzuführen:

$$f_{AT,i}(\mathbf{x}_Q) = f_{AT,i}(\mathbf{x}_n) + \frac{\partial f_{AT,i}}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_{AT,i}}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_{AT,i}}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_{AT,i}}{\partial t} \delta t \quad (3.33)$$

$f_{AT,i}(\mathbf{x}_n)$ bezeichnet die aus der Ankunftszeitfunktion $f_{AT,i}$ berechnete Ankunftszeit am Sensor i , wenn an der aktuellen trial solution x_n angeregt wird. Die Differenz zur tatsächlichen Ankunftszeit aus dem Versuch $t_{AT,i} = f_{AT,i}(\mathbf{x}_Q)$ wird mit Γ_i bezeichnet:

$$\Gamma_i = f_{AT,i}(\mathbf{x}_Q) - f_{AT,i}(\mathbf{x}_n) = \frac{\partial f_{AT,i}}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_{AT,i}}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_{AT,i}}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_{AT,i}}{\partial t} \delta t \quad (3.34)$$

Bei Betrachtung von n_{Sens} Sensoren ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\mathbf{A} \delta\mathbf{x} = \mathbf{\Gamma} \quad \text{mit} \quad (3.35)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{AT,1}}{\partial x} & \frac{\partial f_{AT,1}}{\partial y} & \frac{\partial f_{AT,1}}{\partial z} & \frac{\partial f_{AT,1}}{\partial t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_{AT,n_{\text{sens}}}}{\partial x} & \frac{\partial f_{AT,n_{\text{sens}}}}{\partial y} & \frac{\partial f_{AT,n_{\text{sens}}}}{\partial z} & \frac{\partial f_{AT,n_{\text{sens}}}}{\partial t} \end{bmatrix}, \quad \delta\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \dots \\ \Gamma_{n_{\text{sens}}} \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Das in der Regel überbestimmte Gleichungssystem 3.35 kann bspw. durch die Least Square Methode gelöst werden (Strang [2008]):

$$\partial\mathbf{x} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{\Gamma} \quad (3.37)$$

Für ein Abbruchkriterium des iterativen Verfahrens muss ein Residuum bestimmt werden. Ge setzt dabei das folgende Kriterium ein:

$$\epsilon_{res} = \sqrt{\frac{\Gamma^T \Gamma}{n_{sens} - n_{dof}}}, \quad (3.38)$$

wobei n_{dof} die Anzahl an Unbekannten darstellt. Für ein 2D-Problem gilt $n_{dof} = 3$, da der Ankunftszeitpunkt ebenfalls eine Unbekannte darstellt. Wird anstelle des Taylorpolynoms erster Ordnung ein Polynom der zweiten Ordnung angesetzt, spricht man von der Thurber's Methode (Thurber [1985]). Die Geiger-Methode wurde für die Anwendung des Radverbundes im Rahmen der Arbeit implementiert. Die Ergebnisse werden aufgrund mangelnder Robustheit aber nicht vertiefend vorgestellt.

3.2.4 Ansätze basierend auf großen Datenmengen

Im Folgenden werden Ansätze aus verschiedenen Literaturquellen zusammengefasst, die zunächst Daten sammeln und verarbeiten, um schließlich mit den daraus abgeleiteten Datenbanken oder Modellen unbekannte Quellen zu lokalisieren.

Datenbank-Ansatz

Einige Ansätze in der Literatur basieren darauf, an verschiedenen Positionen auf der Struktur anzuregen und die Ergebnisse in einer Datenbank zu speichern. Dabei können entweder die Signale selbst oder daraus abgeleitete Features (z.B. modale Parameter, Ankunftszeitdifferenzen) abgespeichert werden. Eine unbekannte Anregungsposition kann dann durch Vergleich der Daten aus der Datenbank mit denen einer unbekanntes Anregung bestimmt werden.

Für die Ermittlung des Eintrages aus der Datenbank werden verschiedene mathematische Kriterien eingesetzt. Jang and Kim [2016] bestimmt beispielsweise die Anregungsposition, indem der sog. coefficient of determination COD_i^p zwischen den Signalen aus der Datenbank f_i^p und der unbekanntes Anregung \tilde{f}_i bestimmt wird:

$$COD_i^p = 1 - \frac{\sum_k (f_i^p(k) - \tilde{f}_i(k))^2}{\sum_k (f_i^p(k) - \frac{1}{N} \sum_k f_i^p(k))^2} \quad (3.39)$$

Dabei beschreibt $f_i^p(k)$ den k-ten Eintrag des Signals, das bei Anregung am Punkt p am Sensor i aufgenommen wurde. Entsprechend beschreibt $\tilde{f}_i(k)$ den k-ten Eintrag des Signals, das bei einer unbekanntes Anregung am Sensor i erfasst wurde. Die Anzahl an Datenpunkten im

Signal wird mit N beschrieben. Die Abschätzung der unbekanntnen Anregeposition befindet sich an der Position mit maximalen COD_i^p (Jang and Kim [2016]). Vor der Berechnung des coefficient of determination müssen die Signale relativ zueinander verschoben werden.

Shrestha et al [2015] betrachtet den RMS-Wert zwischen den Signalen aus der Datenbank f_i^p und dem unbekanntnen Signal \tilde{f}_i :

$$RMS_i^p = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_k^N (f_i^p(k) - \tilde{f}_i(k))^2} \quad (3.40)$$

Für jeden Sensor i wird eine Anregeposition an der Stelle vorgeschlagen, an der der Wert RMS_i^p minimal wird. Abschließend erfolgt eine Mittlung über die n_{sens} Sensoren.

In der Veröffentlichung von Shrestha et al [2015] wird neben dem RMS-Kriterium auch der Korrelationskoeffizient nach Pearson COR_i^p eingesetzt:

$$COR_i^p = \frac{\sum_k^N (f_i^p(k) - \sum_k^N f_i^p(k)) (\tilde{f}_i(k) - \sum_k^N \tilde{f}_i(k))}{\sqrt{\sum_k^N (f_i^p(k) - \sum_k^N f_i^p(k))^2 (\tilde{f}_i(k) - \sum_k^N \tilde{f}_i(k))^2}} \quad (3.41)$$

Für jeden Sensor i wird eine Anregeposition an der Stelle vorgeschlagen, an der der COR_i^p maximal wird. Abschließend erfolgt eine Mittlung über die n_{sens} Sensoren. Der Vergleich der Lokalisierungsgüte der beiden zuletzt genannten Kriterien ergab in der spezifischen Anwendung von Shrestha et al [2015] geringere Fehler bei Anwendung des RMS gegenüber dem COR.

Bei den bisher diskutierten Methoden wurden die Signale der Sensoren in der Datenbank gespeichert. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, Kennwerte aus den Signalen abzuleiten und in der Datenbank zu speichern. Frieden et al [2012] speichert in seiner Datenbank bspw. die Koordinaten bekannter Anregepositionen zusammen mit den Ankunftszeitunterschieden, die sich zwischen Sensoren an unterschiedlichen Positionen auf der Struktur ergeben. In Briggs and Tse [1992] wiederum werden modale Koeffizienten abgespeichert. Dabei wird angenommen, dass sich die Systemantwort im Frequenzbereich $A(j\omega)$ als eine Summe von Moden folgendermaßen beschreiben lässt:

$$A(j\omega) = -\omega^2 \sum_{m=1}^{N_{\text{mod}}} \frac{\tilde{A}_m}{\omega_m - \omega^2 + j\eta_m \omega \omega_m^2} \quad (3.42)$$

Die Idee besteht erneut darin, an verschiedenen Punkten die Struktur anzuregen und jeweils die modalen Beiträge \tilde{A}_m der Moden $m = 1 \dots N_{\text{mod}}$ in einer Datenbank zu speichern. Durch die Bestimmung der modalen Beiträge einer unbekanntnen Anregeposition und der Abgleich derer mit der Datenbank kann schließlich die Anregeposition abgeschätzt werden. Briggs and

Tse [1992] geben als Schwächen ihrer Methode Einschränkungen hinsichtlich der Robustheit und auch der Eindeutigkeit der Lösung an.

Weitere Anwendungen zu Methoden, die Datenbanken aufbauen und unbekannte Quellen damit abgleichen, finden sich bei Kim et al [2015]; Shrestha et al [2015]; Li et al [2018]; Ing et al [2005]; Park et al [2012]; Jang et al [2015].

Als Nachteil der auf Datenbanken basierenden Lokalisierungsmethoden gibt Inoue et al [2001] den hohen Aufwand für den Aufbau der Datenbank an. Der Vorteil besteht jedoch darin, dass keinerlei Anforderungen an die Struktur oder deren Material gestellt werden. Da dies nur für wenige Lokalisierungsmethoden zutrifft (Inoue et al [2001]) und ein für die gegebene Aufgabenstellung im Radverbund entscheidender Vorteil ist, wird der Ansatz im Rahmen der Arbeit eingesetzt. Nach der in diesem Kapitel vorgestellten, allgemeinen Einführung wird in Kap. 3.5.1 spezifisch erläutert, wie aus den im Rahmen der Arbeit ermittelten Messdaten Ankunftszeitdifferenzen berechnet und in einer Datenbank gespeichert werden.

Neuronale Netze

Ein weit verbreiteter Ansatz zur Lokalisierung, der wie die soeben diskutierte Datenbank-Methode eine Vielzahl an Daten verarbeitet, ist die Anwendung künstlicher neuronaler Netzwerke (KNN). Auch diese Methode bietet die Möglichkeit, Anregungen an beliebig komplexen Strukturen zu lokalisieren, ohne dass Kenntnisse über die Wellenausbreitung, die Struktureigenschaften oder die Geometrie benötigt werden. Zahlreiche Anwendungen finden sich dazu in der Literatur: Yue and Sharif Khodaei [2016]; Kundu et al [2007a]; Seno et al [2019]; Mallardo et al [2013]; Sanchez et al [2016]; Sung et al [2000]; Jang and Kim [2019]; Jang et al [2012]; Haywood et al [2004]; Staszewski et al [2000]; Worden and Staszewski [2000]; LeClerc et al [2007]; Fu et al [2015]; Prevorovsky et al [2006]; Kalafat and Sause [2014, 2015]; Steinberg et al [1991].

Eine beispielhafte Architektur eines neuronalen Netzes ist in Abb. 3.7 dargestellt. Das Netz besteht aus verschiedenen Knoten, die als Neuronen bezeichnet werden. Diese Neuronen sind in verschiedene Schichten eingegliedert, die miteinander verbunden sind. In der ersten Schicht, der Input-Schicht, werden die zu verarbeitenden Informationen in das Netzwerk eingebracht. Die Ergebnisse des KNN werden durch die letzte Schicht, die Output-Schicht, ausgegeben. Die dazwischenliegenden Schichten werden als versteckte Schichten (engl. „hidden layers“) bezeichnet. In den hidden layers sowie der Output-Schicht werden die Informationen gleichermaßen verarbeitet: die eintreffenden Daten x_i werden mit Gewichten w_i multipliziert und ggf. mit einem Bias ζ_i verrechnet. Die verarbeiteten Daten dienen anschließend als Input für eine Aktivierungsfunktion f_0 , deren Ergebnis wiederum den Output der aktuellen und

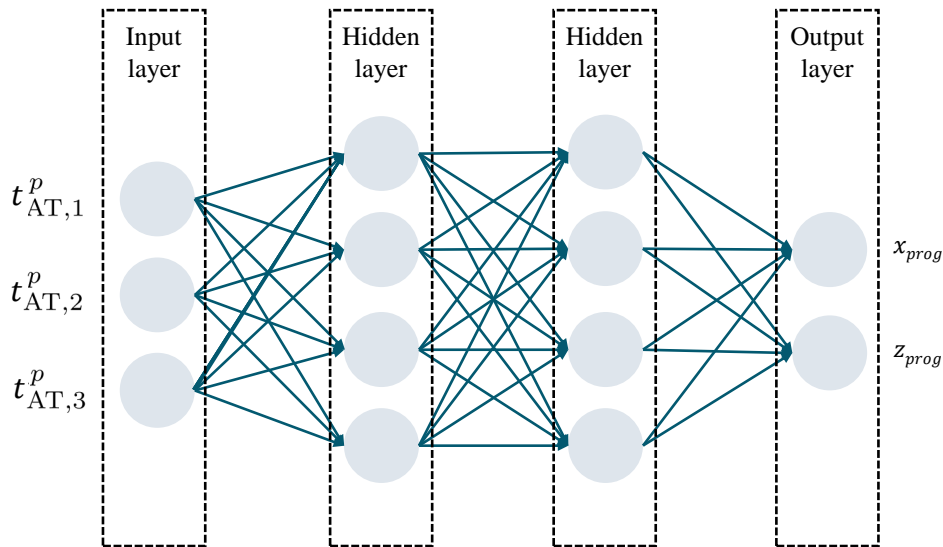


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung der Architektur eines KNN für die Lokalisierung: als Eingangsdaten dienen die Ankunftszeitunterschiede zwischen den Sensoren. Ausgangsdaten des Netzes sind die prognostizierten Koordinaten der Quellenposition.

somit den Input der folgenden Schicht darstellt (Kalafat and Sause [2015]):

$$y = f_0 \left(\sum_{i=1}^n w_i x_i - \zeta_i \right) \quad (3.43)$$

Sowohl die Gewichte als auch die Bias sind Parameter, die während des Lernprozesses des Netzwerks festgelegt werden. Datensätze mit bekannten Eingangs- und Ausgangsdaten werden für den Trainingsprozess eingesetzt, um die genannten Parameter zu optimieren. In jedem Iterationsschritt des Trainingsprozesses werden die Parameter nur geringfügig modifiziert. Jede Iteration wird dabei als Epoche bezeichnet. Nach dem Training erfolgt die sog. Validierungsphase. Das Netz wird dabei auf Daten mit ebenfalls bekannten Ausgangsdaten angewendet, die aber nicht für das Training eingesetzt wurden. Der Anteil der Validierungsdaten an der Summe aus Validierungs- und Trainingsdaten wird als „validation split“ bezeichnet. Um ein leistungsfähiges Netzwerk zu ermitteln, werden als Vorbereitung für die Validierungsphase in der Regel mehrere Netzwerke mit unterschiedlichen Architekturen trainiert. Die verschiedenen Netze werden verglichen und das Netzwerk ausgewählt, das bei den Validierungsdaten die besten Resultate liefert. Nach der Validierungsphase ist das Netz einsatzbereit für die Anwendung auf Daten mit unbekanntem Outputs.

Die Eingangsdaten der KNN sind bei Einsatz für Lokalisierungszwecke in der Regel die Ankunftszeitdifferenzen $\Delta t_{AT,ij}^p$ der akustischen Signale, wie sie in Gl. 3.19 eingeführt wurden. Die Outputs sind dann entsprechend die Koordinaten der prognostizierten Anregeposition x_{prog}, z_{prog} . Die am häufigsten für die Lokalisierung eingesetzten KNN stellen dabei Feed-

Forward KNN mit Back-Propagation dar (Kalafat and Sause [2014, 2015]; Fu et al [2015]). Bei diesen Netzen handelt es sich allgemein um die verbreitetste Klasse von KNN (Basheer and Hajmeer [2000]). Back-Propagation bedeutet, dass während des Trainingsprozesses zunächst mit dem aktuellen Netz eine Ausgabe prognostiziert wird. Die Abweichung zur tatsächlichen Ausgabe stellt den Gesamtfehler dar. Anschließend werden die Parameter der Neuronen, startend von der letzten Schicht, abhängig von ihrem Einfluss auf den Gesamtfehler angepasst (Basheer and Hajmeer [2000]). Welches Potential bzgl. der Lokalisierungs-genauigkeit KNN ggü. herkömmlichen Methoden aufweisen können, wird bspw. durch Kalafat and Sause [2014] aufgezeigt. Aus diesem Grund wird dieser Ansatz neben der Datenbank-Methode ebenfalls im Rahmen der Arbeit eingesetzt.

3.2.5 Ansatz über die Zeitverläufe der Sensorsignale

Bei der sog. Beamforming Methode erfolgt eine gewichtete Summierung der zuvor mit einem Zeitverzug korrigierten Sensorsignale:

$$\Gamma(t, \vec{r}) = \frac{1}{n_{\text{sens}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{sens}}} w_i \tilde{f} \left(t - \frac{|\vec{r}| - |\vec{r} - \vec{r}_i|}{c} \right) \quad (3.44)$$

Dabei bezeichnet \vec{r} den Vektor von einem Referenzpunkt zu einem möglichen Anregepunkt und \vec{r}_i den Vektor zwischen Sensor i und einem Referenzpunkt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen wird mit c beschrieben. Dabei spielt es prinzipiell keine Rolle, welche Wellenart zur Lokalisierung verwendet wird. Es muss aber sichergestellt sein, dass alle Sensoren dieselbe Welle identifizieren und dass deren Ausbreitungsgeschwindigkeit bekannt ist. Die Parameter w_i bezeichnen Gewichte für die verschiedenen Sensorsignale $\tilde{f}_i(t)$ dar (McLasky et al [2010]; He et al [2012]). Die Anregeposition wird an der Position angenommen, an der $\Gamma(t, \vec{r})$ maximal wird: d.h. die Summe der relativ zueinander verschobenen Sensorsignale $\tilde{f}(t)$ wird maximal. Der Vorteil besteht laut Kundu [2014] darin, dass keine Ankunftszeiten für die Lokalisierung benötigt werden. Speziell bei verrauschten Signalen ist dies vorteilhaft. Die Methode lässt sich auf anisotrope Strukturen übertragen, siehe Nakatani et al [2012, 2013]. He et al [2012] wendet die Methode an, um ein Reiben zwischen stehenden und rotierenden Teilen zu erkennen. Aufgrund der aber eher geringen Anzahl an Veröffentlichungen ist eine Einschätzung der Robustheit der Methode schwierig.

Die Methode ließe sich prinzipiell auf die gegebene Problemstellung übertragen, wenn die Vektoren \vec{r} und \vec{r}_i durch geeignete Algorithmen ersetzt werden, die den jeweils kürzesten Weg zwischen zwei Punkten auf dem Bremsscheibentopf bestimmen. Dieser Ansatz wird in

der vorliegenden Arbeit aber nicht direkt weiterverfolgt, dient aber als Ideengeber für eine Methode zur Extraktion von Kennwerten aus den Messdaten, die in Kap. 3.3.4 vorgestellt wird.

3.2.6 Ansätze über Modellierung der Struktur

Eine weitere Gruppe von Ansätzen modelliert die zu untersuchende Struktur und ermittelt die Antworten für verschiedene Anregepositionen. Durch den Vergleich gemessener und experimentell ermittelter Signale an den Sensorpositionen können Rückschlüsse auf die Anregung gezogen werden. Diese Methoden zielen in der Regel nicht nur auf die Bestimmung der Anregeposition, sondern auch auf die dabei eingebrachte Energie ab. Mujica et al [2010] fasst einige Ansätze dazu zusammen: neben der Modellierung mit Bewegungs-Differentialgleichungen (Seydel and Chang [2001a,b]; Christoforou et al [2001]) verwenden einige Autoren (Shin [2000]; Fukunaga and Hu [2004]; Matsumoto et al [2005]; Doyle [1994]; Park and Kim [2008]; Hu et al [2007]) die Finite Elemente Methode zur Simulation der Systemantwort auf eine externe Anregung. Zum Abgleich der simulierten und experimentell ermittelten Antworten werden verschiedene Methoden eingesetzt, die in den genannten Publikationen zu finden sind. Der Grundgedanke, die Antworten der Struktur auf impulsartige Anregungen in der Simulation zu betrachten, wird daher im Rahmen der Arbeit eingesetzt.

3.3 Methoden zur Erkennung der Ankunftszeitpunkte

Im vorherigen Abschnitt wurden verschiedene Ansätze zur Lokalisierung vorgestellt. Einige der Methoden basieren auf Laufzeitunterschieden der Wellen von der Quelle zu Sensoren mit unterschiedlich großen Abständen zur Anregeposition. Bei der Verarbeitung der Rohsignale ist die Erkennung des Ankunftszeitpunktes (AZE) ein wichtiger Schritt, der auch die Lokalisierungsgenauigkeit beeinflusst, wie später in Kap. 3.5.2 gezeigt wird. In diesem Abschnitt werden einige Methoden für die AZE vorgestellt. Ausführlichere Zusammenstellungen der verschiedenen Ansätze, aus denen einige der im Folgenden vorgestellten Methoden entnommen wurden, sind in Kurz et al [2005]; Akram and Eaton [2016] zu finden.

3.3.1 Überschreiten eines Grenzwertes

Einer der einfachsten Möglichkeiten zur automatisierten AZE besteht darin, den Zeitpunkt zu ermitteln, an dem der Betrag des Signals einen definierten Grenzwert $d_{\text{tresh,C}}$ zum ersten Mal überschreitet. Bei gemessenen Signalen muss bei der Definition des Grenzwertes das Rauschen des Signals berücksichtigt werden, was die AZE mit dieser Methodik erschwert. Dieses Kriterium wird in der vorliegenden Arbeit daher nur für die AZE bei simulierten Signalen angewendet, da diese kein Rauschen aufweisen.

3.3.2 Akaike Information Criterion

Im Folgenden beschreibt f einen Vektor, dessen Einträge $k = 1 \dots N$ den gemessenen Zeitverlauf eines Sensors beschreiben. Das sog. Akaike Information Criterion (AIC) ist für den Vektor f folgendermaßen definiert (Maeda [1985]):

$$\text{AIC}(k) = k \log(\text{var}(f(1 : k))) + (N - k - 1) \log(\text{var}(f(k + 1 : N))). \quad (3.45)$$

Dabei bezeichnet $\text{var}(x)$ die Varianz-Funktion. Die Notation $(1 : k)$ beschreibt einen Teilvektor des Vektors f , der nur die Einträgen 1 bis k enthält. Die Varianz des Vektors f berechnet sich über (Kreyszig [1993])

$$\text{var}(f) = \frac{1}{N - 1} \sum_{k=1}^N (f(k) - \bar{f})^2, \quad (3.46)$$

wobei \bar{f} den Mittelwert des Vektors f bezeichnet. Der Signalverlauf eines exemplarischen Sensors sowie der Verlauf des daraus ermittelten AIC-Kriteriums sind in Abb. 3.8(a) bzw. (b) dargestellt.

Der mit dieser Methode prognostizierte Ankunftszeitpunkt befindet sich am Minimum von $\text{AIC}(k)$. Der erste Summand der Gl. 3.45 beschreibt die Varianz vom ersten Eintrag des Vektors bis zum Eintrag k . Solange der Zeitpunkt, den der Eintrag k beschreibt, zeitlich vor der Ankunft der Welle liegt, beschreibt der erste Summand primär die Varianz des Rauschens. Sobald das Signal ankommt, erhöht sich die Varianz signifikant, was zu dem abrupten Anstieg in der Abb. 3.8(b) führt. Daher wird der Ankunftszeitpunkt der Welle über das Minimum des AIC-Kriteriums abgeschätzt.

3.3.3 Short Time Average und Long Time Average

Für die Bestimmung des Kriteriums STA/LTA wird das Signal über einen kurzen (STA - Short Time Average) und einen längeren Zeitraum (LTA - Long Time Average) gemittelt. Dabei ist das STA sensitiv bzgl. schneller Veränderung der Signalamplitude während das LTA Informationen über das Hintergrundrauschen liefert (Trnkoczy [2009]). Die k -ten Einträge der Vektoren STA und LTA sind folgendermaßen definiert (Akram and Eaton [2016]):

$$STA(k) = \frac{1}{n_s} \sum_{j=i-n_s}^k f(j) \quad (3.47)$$

$$LTA(k) = \frac{1}{n_l} \sum_{j=i-n_l}^k f(j). \quad (3.48)$$

Dabei beschreiben n_s und n_l die Längen des kurzen bzw. langen Fensters. Bei der Funktion f kann es sich um die Beträge des Signals (Trnkoczy [2009]), um die Energie des Signals (Akram [2011]) oder weitere mathematische Kennwerte (Akram and Eaton [2016]) handeln. Der mit dieser Methodik bestimmte Ankunftszeitpunkt befindet sich an der Stelle, an der das Verhältnis der beiden Mittelungen $r_{STA,LTA} = \frac{STA}{LTA}$ das erste Mal einen benutzerdefinierten Grenzwert übersteigt. Der Verlauf des STA/LTA-Kriteriums mit $n_s = 200$, $n_l = 6000$ und der zugehörige Signalverlauf des Sensors sind in Abb. 3.8 dargestellt.

3.3.4 Korrelationsanalyse

Dieses Kriterium wurde zusammen mit Kollegen im Rahmen der Arbeit bei der BMW Group entwickelt. Der Ansatz orientiert sich an der in Kap. 3.2.5 diskutierten Methode des Beamformings, bei der eine unbekannte Quelle dort lokalisiert wird, wo die Summe aus relativ zueinander verschobenen Sensorsignalen den höchsten Wert annimmt. Die Idee besteht darin, nicht die Ankunftszeiten der Signale selbst, sondern direkt die Ankunftszeitunterschiede zwischen zwei Sensoren zu ermitteln. Dazu werden die Signale der Sensoren zunächst mit einem Tiefpassfilter geglättet (vgl. Abb. 3.9(a)) und auf ein Zeitintervall $[t_0 - \frac{1}{2}t_w; t_0 + \frac{1}{2}t_w]$ gekürzt, wobei t_w eine Fensterlänge bezeichnet. Der Zeitpunkt t_0 beschreibt, wann der Betrag der Ableitung des Signals den benutzerdefinierten Schwellwert $d_{\text{tresh},A}$ erstmals überschreitet, vgl. Abb. 3.9(b). Zur Vorbereitung der darauffolgenden Korrelationsanalyse werden alle Werte des Signals für $t > t_1$ zu null gesetzt, wobei t_1 den Zeitpunkt darstellt, bei dem der Betrag der Ableitung des Signals den benutzerdefinierten Schwellwert $d_{\text{tresh},B}$ erstmals überschreitet, vgl. Abb. 3.9(b). Die Parameter $d_{\text{tresh},A}$ und $d_{\text{tresh},B}$ sind vom Benutzer zu definieren.

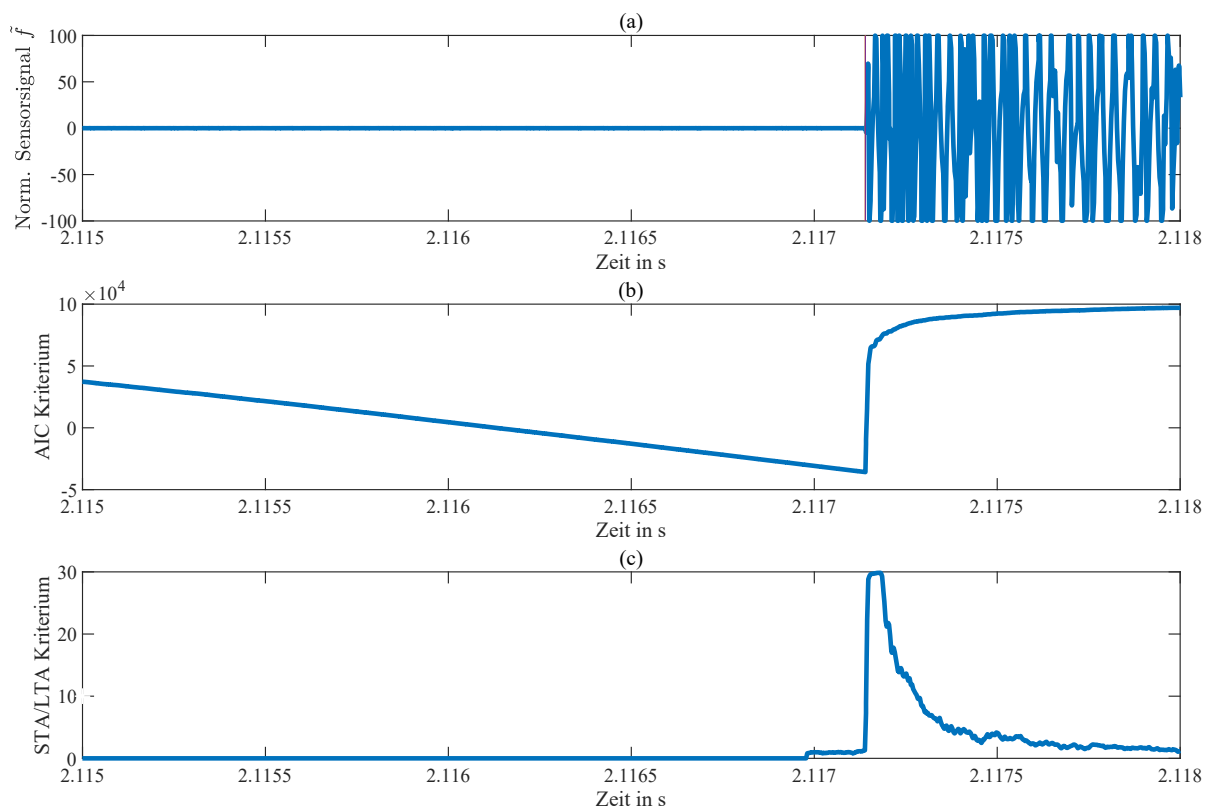


Abbildung 3.8: Verlauf der Kriterien, die zur AZE des Sensorsignals in (a) eingesetzt werden: (b) AIC-Kriterium; (c) STA/LTA-Kriterium.

In einem weiteren vorbereitenden Schritt werden die Signale f_i bzgl. des Wertes $f_i(t_1)$ normiert, sodass alle Signalblöcke eine maximale Amplitude von 1 aufweisen. Schließlich erfolgt eine Kreuzkorrelationsanalyse zwischen allen n_{Sens} Signalen. Am Maximum der Kreuzkorrelationsfunktion zweier Sensoren i und j kann die Relativverschiebung und damit die gesuchte Ankunftszeitdifferenz $\Delta t_{\text{AT},ij}$ ermittelt werden. Abb. 3.10 visualisiert das prinzipielle Vorgehen dieser Methode. Subplot (a) zeigt die Rohsignale der Sensoren, wobei gut die unterschiedlichen Ankunftszeiten erkennbar sind. Die gefilterten, normierten Signale sind in Abb. 3.10(b) dargestellt. Verschiebt man die Graphen der Rohsignale mittels der aus der Kreuzkorrelation ermittelten Relativverschiebung, ergeben sich die in Abb. 3.10(c) dargestellten Verläufe. Durch die Verschiebung weisen alle Graphen einen identischen Ankunftszeitpunkt der Wellen auf.

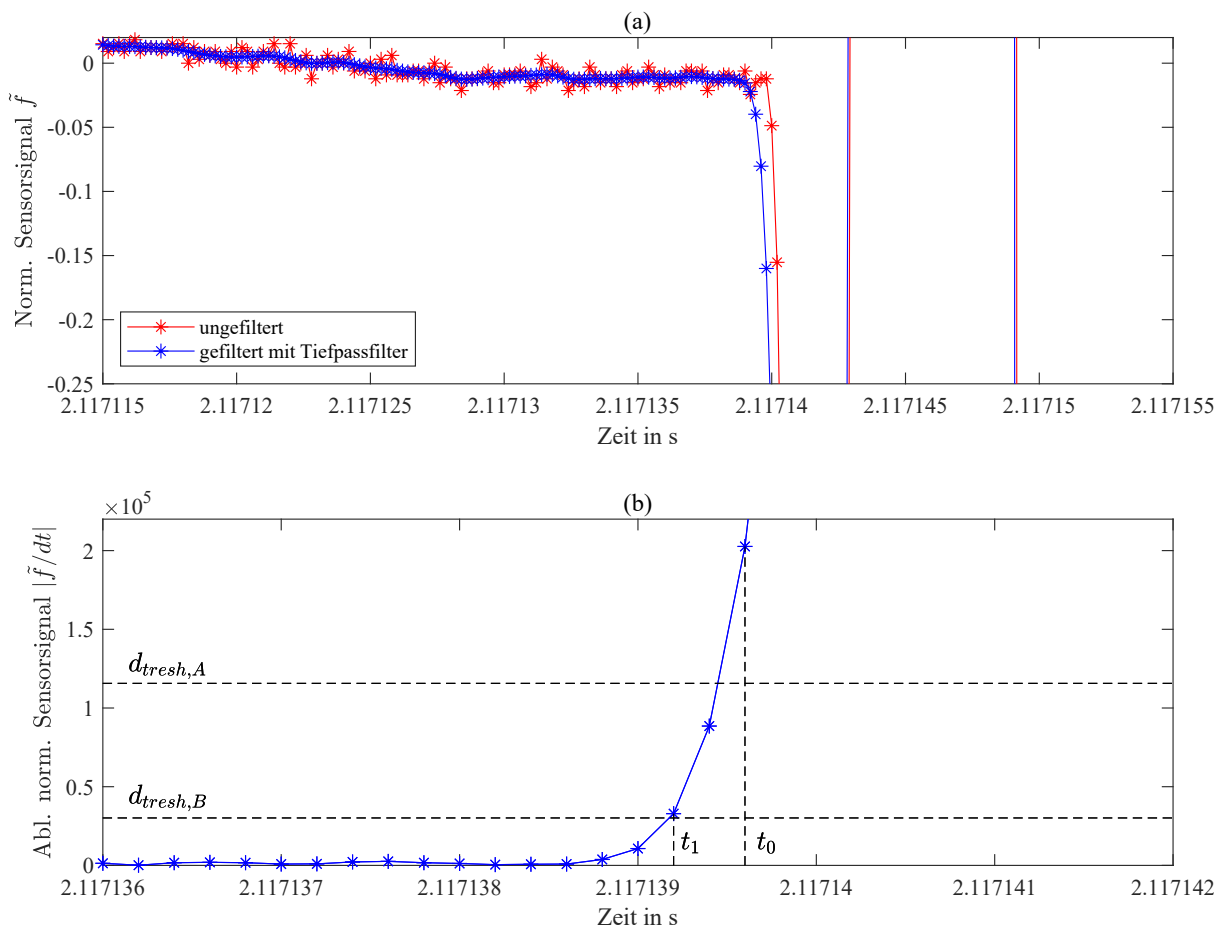


Abbildung 3.9: Veranschaulichung der vom Nutzer zu wählenden Kennwerte $d_{tresh,A}$ und $d_{tresh,B}$ sowie der daraus ermittelten Zeitpunkte t_0 und t_1 . (a) Exemplarisches Signales eines Sensors, (b) Betrag der numerisch ermittelten Ableitung des Sensorsignals.

3.4 Methoden zur Datengenerierung am Beispiel Bremsscheibentopf

Aufgrund der komplexen Struktur und den vergleichsweise kleinen Abmessungen des Brems-scheibentopfes bieten sich für die Lokalisierung der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Störgeräusche datenbasierte Methoden an. Diese werden in Kap. 3.5.1 detailliert vorgestellt. Grundlage für den Einsatz dieser Methoden stellt eine umfangreiche Datenbasis dar. Neben der experimentellen Datengenerierung werden verschiedene Ansätze zur Simulation der Schallausbreitung erarbeitet und zur Datengenerierung angewendet. Diese Modelle sind gezielt für den Anwendungsfall des Brems-scheibentopfes aufgebaut. Im Folgenden werden die verschiedenen Methoden zur Datengenerierung vorgestellt, die auch in Scholl et al [2023] zu finden sind.

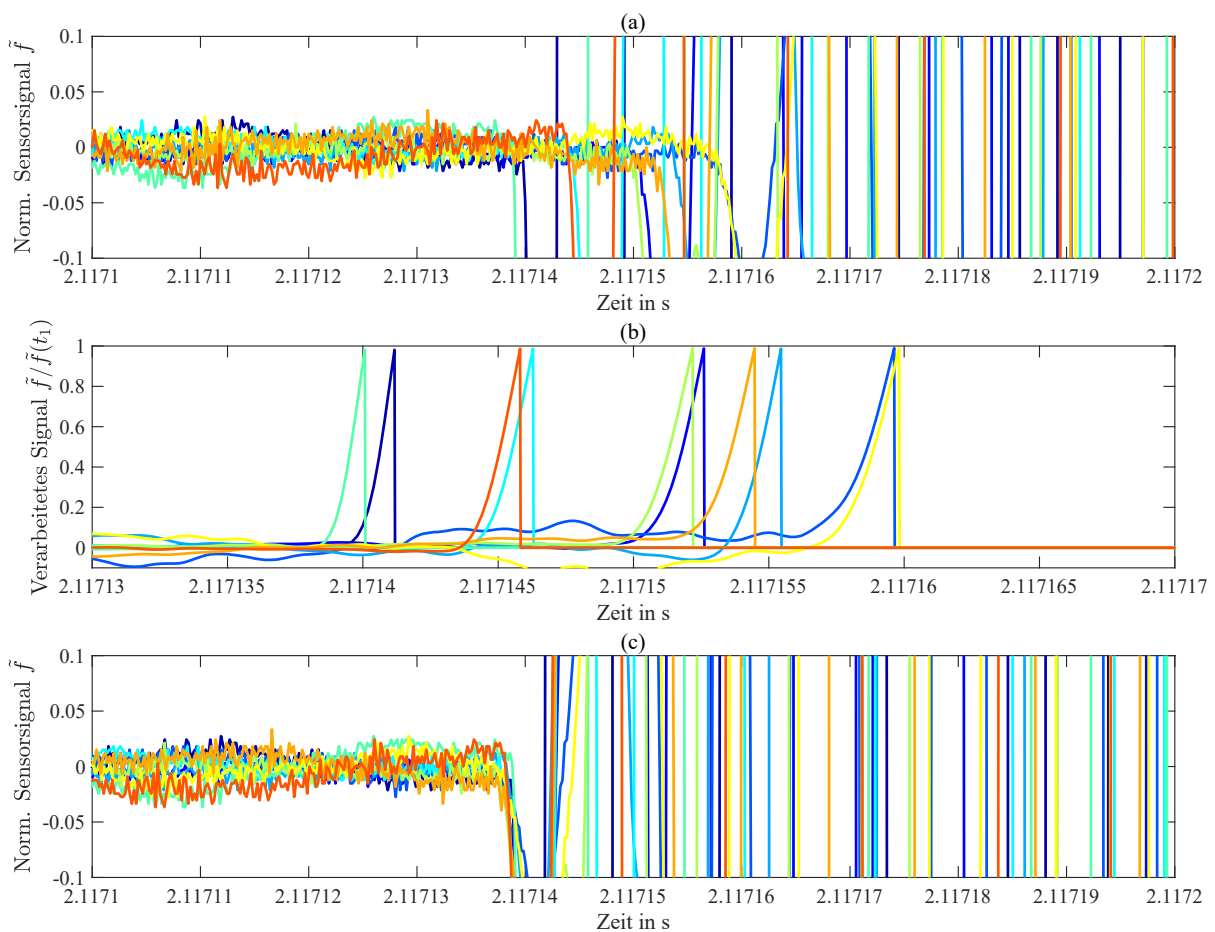


Abbildung 3.10: (a) Rohsignale von zehn Sensoren; (b) Ergebnis nach Normierung der zehn Sensorsignale; (c) Rohsignale, die basierend auf den Ergebnissen der Korrelationsanalyse relativ zueinander verschoben wurden.

3.4.1 Experimentelle Datengenerierung

Eine klassische Methode für den Aufbau von Datenbanken sind Experimente, bei denen die reale Struktur an verschiedenen Positionen angeregt wird. Abb. 3.11 zeigt den für diesen Zweck eingesetzten Versuchsaufbau. Dabei wurde der Bremsscheibentopf auf Schaumstoff gelagert. In weiteren Versuchsreihen wurde der Topf durch Radlager und Rad ergänzt, um den Einfluss dieser Komponenten auf die Laufzeiten im Topf zu untersuchen. In allen Versuchen befanden sich auf beiden Seiten des Bremsscheibentopfes zehn einachsige Tear-Drop-Beschleunigungssensoren. Die Signale wurden von Soft- und Hardware der Firma Vallen Systems erfasst. Die Abtastrate betrug dabei 5 MHz. In den experimentellen Untersuchungen wurden insgesamt 450 verschiedene Positionen auf der Struktur angeregt. Dabei diente eine Stahlkugel, die aus einem definierten Abstand fallengelassen wurde, zur Realisierung einer möglichst reproduzierbaren, impulshaften Anregung der Struktur. Abb. 3.12(a) zeigt

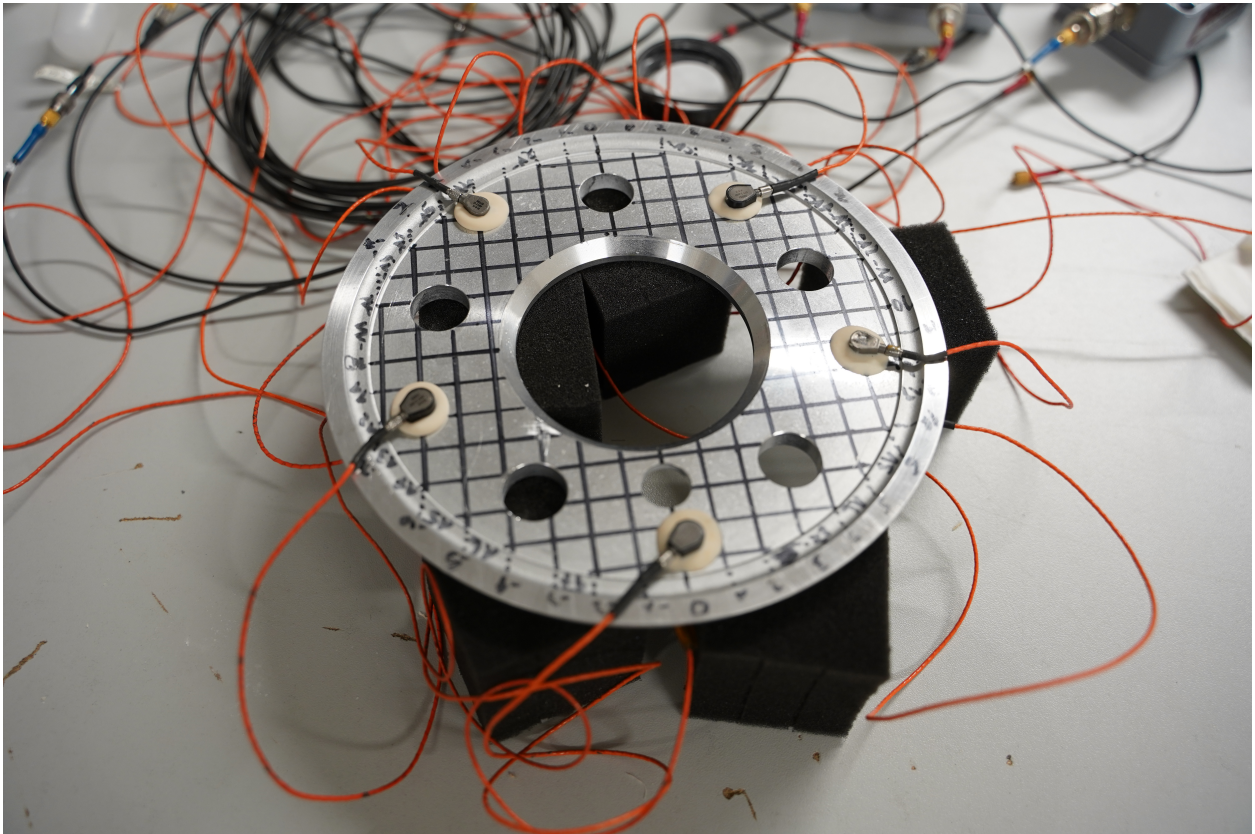


Abbildung 3.11: Versuchsaufbau für die experimentelle Generierung von Referenzdaten. Der Bremscheibentopf mit zehn Beschleunigungssensoren ist auf Schaumstoff gelagert.

beispielhaft ein Signal, das von einem der Sensoren aufgenommen wurde. In Abb. 3.12(b) ist ein Ausschnitt des Gesamtsignals nahe des Ankunftszeitpunktes der ersten Welle an diesem Sensor dargestellt. Dabei sind auch die durch das AIC-Kriterium (siehe Kap. 3.3.2) und das STA/LTA-Kriterium (siehe Kap. 3.3.3) ermittelten Ankunftszeiten markiert.

Da die Laufzeiten zwischen Anregung und Ankunft am Sensor im Falle einer unbekanntem Anregung nicht erfasst werden können, sind diese für den Aufbau einer Datenbank nicht geeignet. Stattdessen werden die mittels der in Kap. 3.3 vorgestellten Methoden zur AZE erfassten Ankunftszeiten in einer Datenbank gespeichert. Da das Loslassen der Kugel nicht messtechnisch erfasst wird, kann kein Trigger für den Start der Messtechnik eingesetzt werden. Die tatsächlichen Ankunftszeiten sind somit zwischen verschiedenen Anregepositionen nicht vergleichbar. Aus diesem Grund werden normierte Ankunftszeiten τ_{AT}^p bestimmt, die sich auf die Ankunftszeit $t_{AT,f}^p$ des Sensors f beziehen. Dies ist der Sensor, der das Signal als erster registriert, d.h. der Sensor, der der Quelle am nächsten ist (Sanchez et al [2016]):

$$\tau_{AT,i}^p = t_{AT,i}^p - t_{AT,f}^p. \quad (3.49)$$

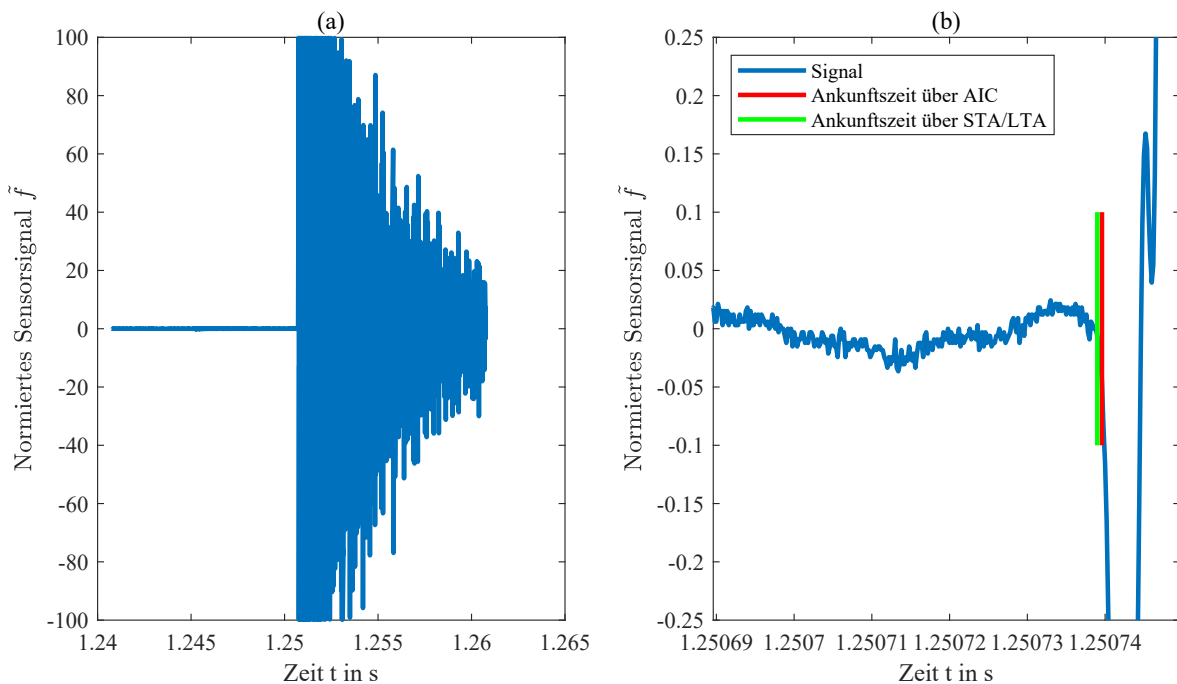


Abbildung 3.12: (a) Antwortsignal eines Sensors auf eine impulsartige Anregung auf den Bremsscheibentopf. (b) zeigt den Zoom des Subplots (a) zur Veranschaulichung von Details beim Anstieg des Signals bei der Ankunft der ersten Welle. Zusätzlich sind die durch die automatisierte AZE ermittelten Ankunftszeiten für das Signal dargestellt.

Der Vektor τ_{AT}^p beinhaltet alle n_{Sens} normierten Ankunftszeiten $\tau_{AT,i}^p$:

$$\tau_{AT}^p = [\tau_{AT,1}^p \ \tau_{AT,2}^p \ \dots \ \tau_{AT,i}^p \ \dots \ \tau_{AT,n_{sens}}^p]. \quad (3.50)$$

Zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit der experimentellen Untersuchungen zeigt Abb. 3.13 die normierten Ankunftszeiten für fünf Wiederholungen als schwarze, gestrichelte Linien. Die Ergebnisse weisen eine sehr gute Reproduzierbarkeit auf. Der Sensor $i \in [1,2,3,4,5]$ befindet sich dabei an annähernd identischer Position ($x|z$), aber auf der anderen Seite des Bremsscheibentopfes als der Sensors $i + 5$. Aufgrund der geringen Dicke des Bremsscheibentopfes von 7 mm registrieren die Sensoren i und $i + 5$ jeweils ähnliche Ankunftszeiten.

Abb. 3.14 zeigt den Einfluss der AZE auf die normierten Ankunftszeiten, die mittels der in Kap. 3.3 vorgestellten Methoden für vier unterschiedliche Anregepositionen bestimmt wurden. Die Anwendung der drei verschiedenen Kriterien zur AZE führen zu ähnlichen Ergebnissen. Dies ist eine wichtige Schlussfolgerung, da sie die Robustheit der Algorithmen bekräftigt. Lediglich das STA/LTA-Kriterium zeigt für Sensoren mit dem jeweils größten Abstand zum Anregepunkt Abweichungen zu den Ergebnissen mit dem AIC-Kriterium und der Korrelationsmethode.

Um an möglichst vielen Positionen anregen zu können, bestand der Versuchsaufbau bei der

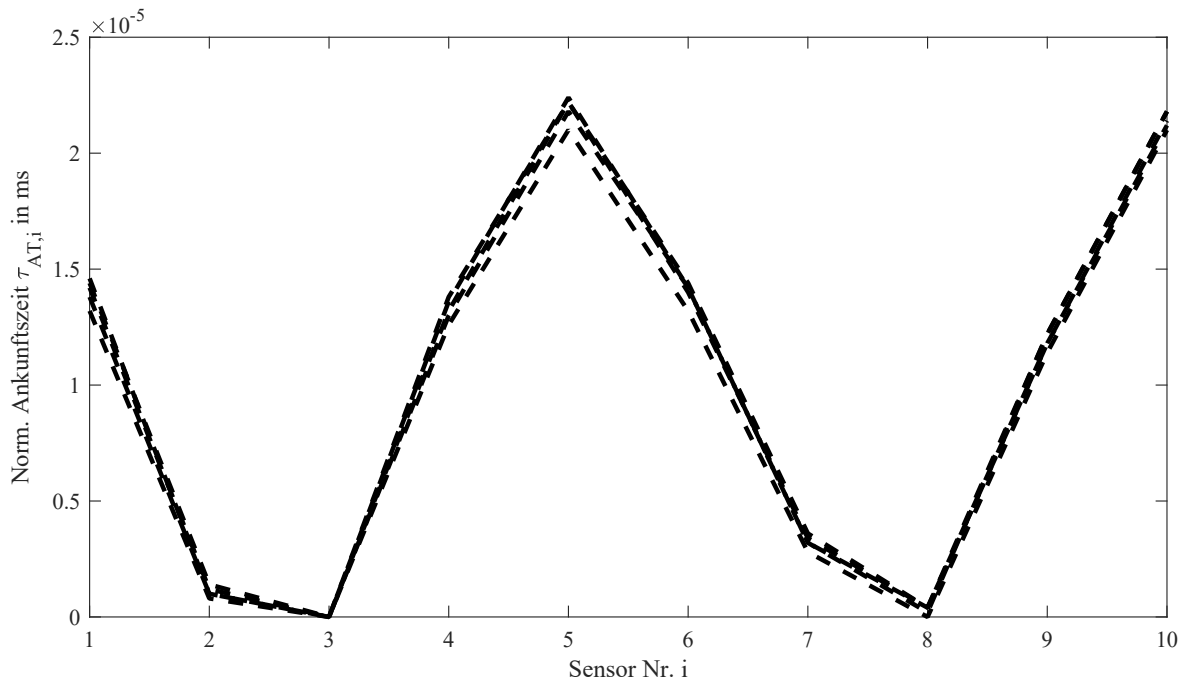


Abbildung 3.13: Reproduzierbarkeit der normierten Ankunftszeiten der experimentellen Untersuchungen. Die Grafik zeigt das Ergebnis von fünf Wiederholungen der Anregung an derselben Position auf dem Bremsscheibentopf.

Mehrzahl der Untersuchungen nur aus dem Bremsscheibentopf, da Radlager und Rad den Zugang zu einem Großteil der Punkte auf der Kontaktfläche verwehren. Da es aber das Ziel der Methode sein soll, Impulse im Zusammenbau aller drei Komponenten zu lokalisieren, wird überprüft, welchen Einfluss der Bauzustand auf die Laufzeitunterschiede aufweist. Dazu werden die Ergebnisse der Zustände „Bremsscheibentopf“, „Bremsscheibentopf auf Radlager“ und „Bremsscheibentopf auf Radlager mit Rad“ in Abb. 3.15 gegenübergestellt. Dabei sind geringe Abweichungen zwischen den genannten Bauzuständen identifizierbar. Die Abweichungen für die am weitesten von der Anregeposition entfernten Sensoren liegen im Bereich der diskutierten Reproduzierbarkeit. Daraus kann abgeleitet werden, dass die Referenzmessungen ohne Radlager und Rad durchgeführt werden können und die Ergebnisse dennoch für Messungen im Zusammenbau der Komponenten gültig sind.

3.4.2 Simulative Datengenerierung

Im Folgenden werden drei verschiedene Methoden für die simulative Bestimmung von Ankunftszeiten vorgestellt: der Direct Ray Approach, der Ray Tracing Approach und die Finite Elemente Methode. Die Methoden entstanden in Kooperation mit dem Lehrstuhl für Bau-

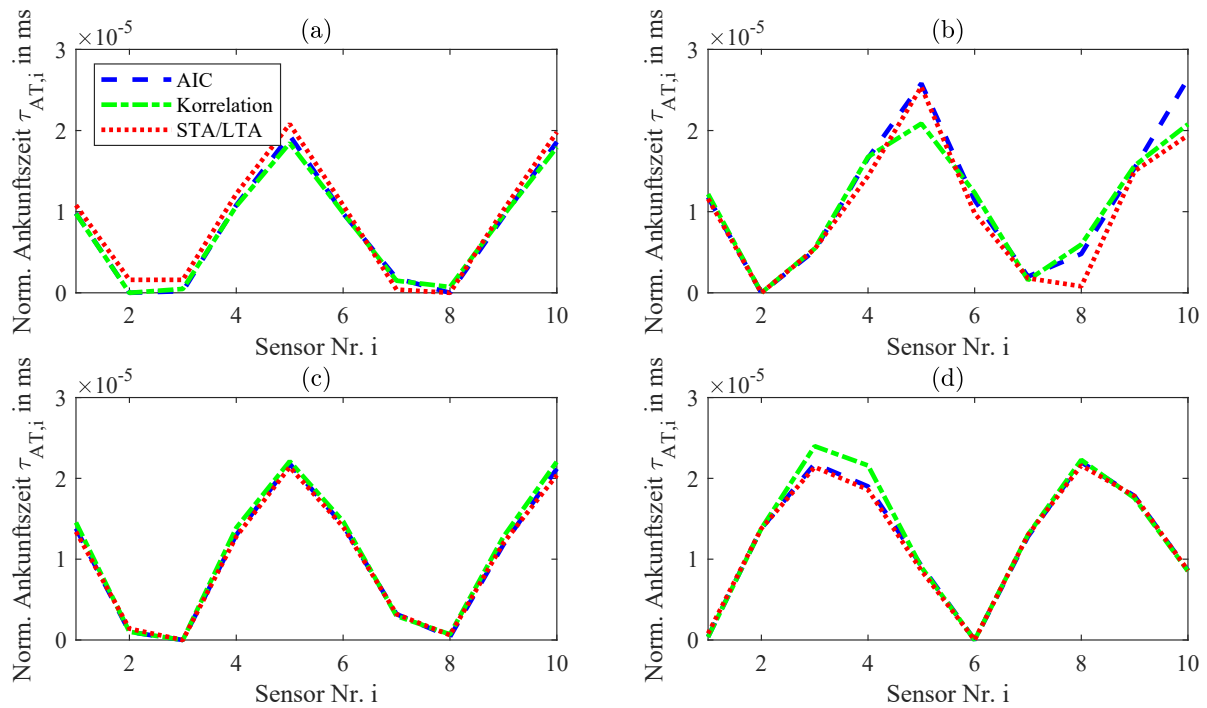


Abbildung 3.14: Einfluss der AZE auf die normierten Ankunftszeiten für zehn verschiedene Sensorpositionen. Dargestellt sind die Ergebnisse von vier verschiedenen Anregepunkten auf dem Bremsscheibentopf: (a) $x = 40$ mm; $z = -10$ mm; (b) $x = 40$ mm; $z = 10$ mm; (c) $x = -15$ mm; $z = 65$ mm; (d) $x = -55$ mm; $z = -45$ mm. Das Koordinatensystem ist in den Abb. 3.11 und 3.16 dargestellt.

mechanik der TU München (Lainer and Schneider [2020]) und wurden in einer gemeinsamen Veröffentlichung (Scholl et al [2023]) publiziert.

Direct Ray Approach

Der erste Ansatz zur simulativen Bestimmung von Ankunftszeiten weist gleichzeitig die höchste Reduktion an Komplexität der Struktur auf: Quelle und Sensor werden in diesem Ansatz durch eine geradlinige Verbindung verbunden. Daher wird der Ansatz im Rahmen dieser Arbeit als „Direct Ray Approach (DRA)“ bezeichnet. Die Laufzeiten der Wellen t_{TT}^i werden bestimmt, indem die Länge eines „direkten Strahls“ l_i durch die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c dividiert wird:

$$t_{TT,i}^p = \frac{l_i^p}{c}. \quad (3.51)$$

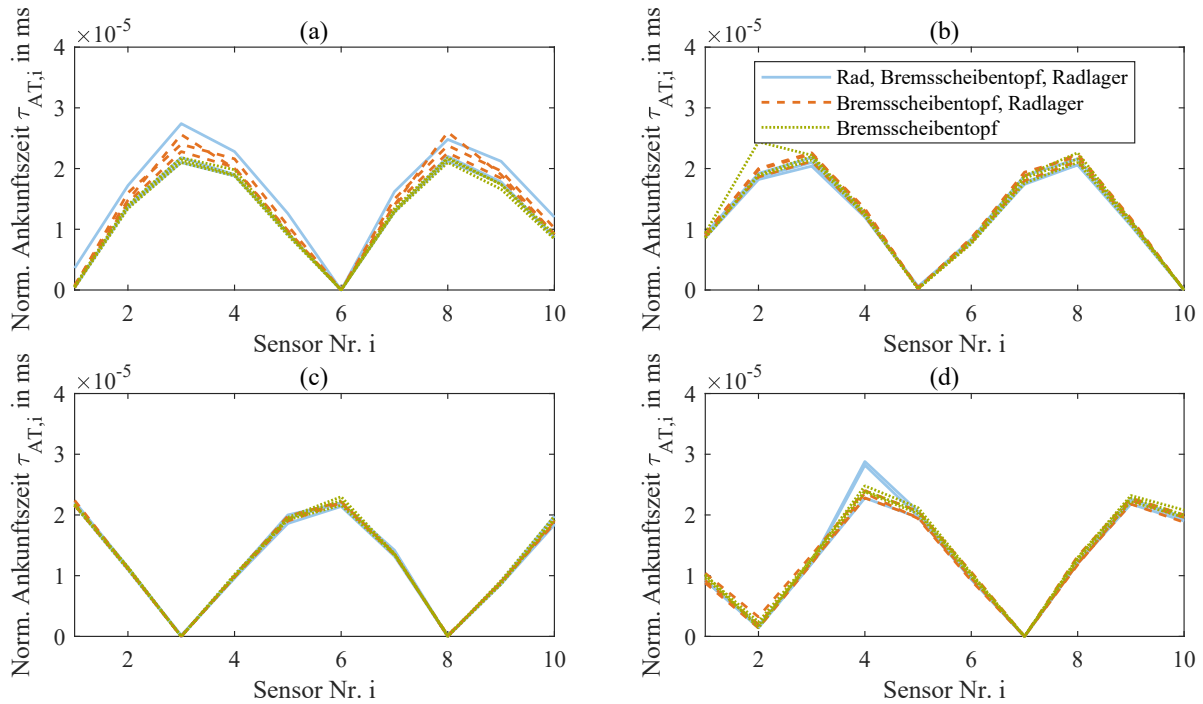


Abbildung 3.15: Einfluss des Bauzustandes auf die normierten Ankunftszeiten für zehn verschiedene Sensorpositionen. Dargestellt sind die Ergebnisse von vier verschiedenen Anregepunkten auf dem Brems Scheibentopf: (a) $x = -15$ mm; $z = 65$ mm; (b) $x = -55$ mm; $z = 35$ mm; (c) $x = 30$ mm; $z = -60$ mm; (d) $x = 55$ mm; $z = 35$ mm. Das Koordinatensystem ist in den Abb. 3.11 und 3.16 dargestellt.

Die Länge der Laufstrecke l_i^p definiert sich beim DRA über den kürzesten Abstand zwischen Quellenposition p und Sensor i (Frieden et al [2012]):

$$l_i^p = |(x_Q, y_Q, z_Q) - (x_{S,i}, y_{S,i}, z_{S,i})| = \sqrt{(x_Q - x_{S,i})^2 + (y_Q - y_{S,i})^2 + (z_Q - z_{S,i})^2}. \quad (3.52)$$

Dabei bezeichnen (x_Q, y_Q, z_Q) und $(x_{S,i}, y_{S,i}, z_{S,i})$ die Koordinaten der Quelle bzw. des Sensors. Wenn sich die geradlinige Verbindung zwischen Quelle und Sensor mit dem kreisförmigen Ausschnitt in der Mitte des Brems Scheibentopfes schneidet, wird die Bogenlänge zwischen den beiden Schnittpunkten anstelle der direkten Verbindung für die Berechnung des Weges angesetzt und der Laufweg entsprechend korrigiert. Um den Algorithmus möglichst einfach zu gestalten, wird diese Korrektur nicht bei den kleineren Bohrungen der Radschrauben eingesetzt.

Der Vorteil des DRA besteht in der schnellen Rechenzeit und im geringen Aufwand für die Implementierung der Simulationsmethode. Die blauen, gestrichelten Linien in der Abb. 3.16 visualisieren die direkten Strahlen zwischen einer Quelle und den verschiedenen Sensorpositionen.

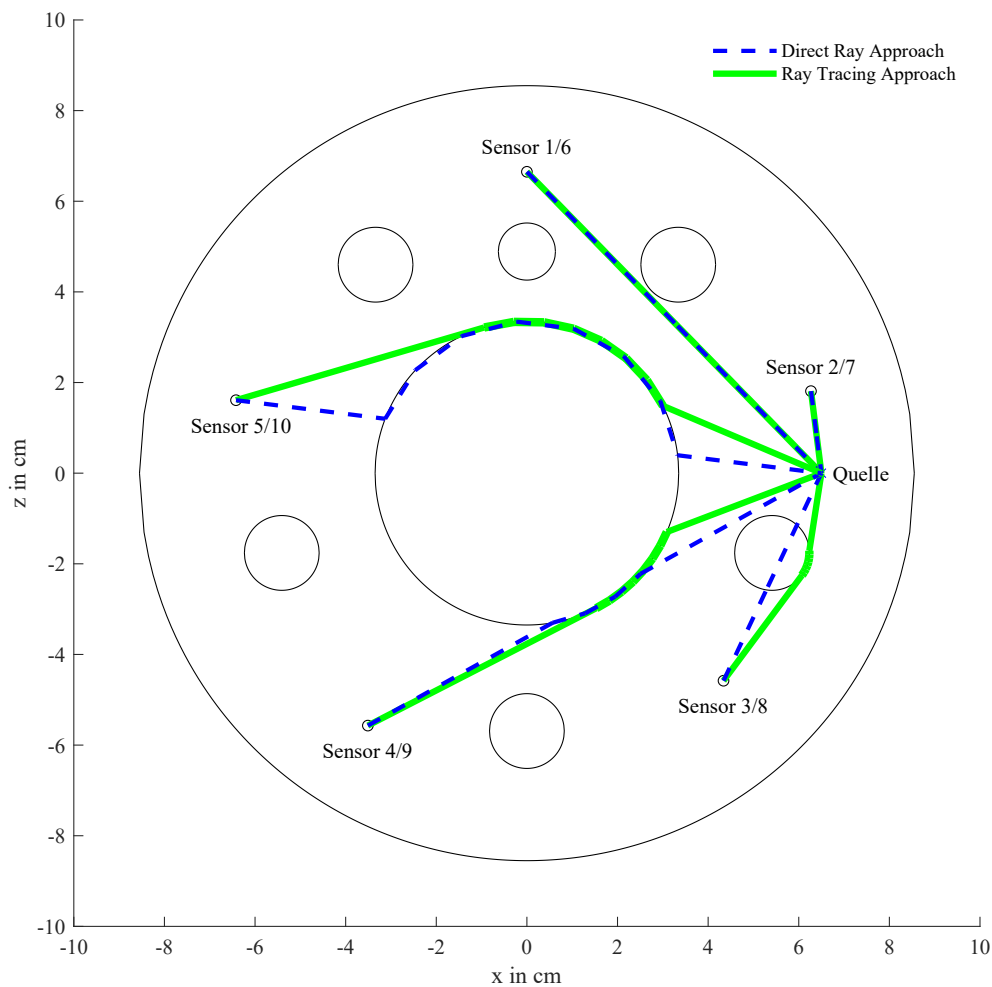


Abbildung 3.16: Veranschaulichung der kürzesten Wege zwischen Sensor und Quelle, die durch den DRA (blaue, gestrichelte Linien) bzw. RTA (grüne, durchgezogene Linien) ermittelt werden.

Ray Tracing Approach

Dieser Ansatz kann als weiterentwickelte Variante des DRA verstanden werden. Diese Methode zur Simulation der Wellenausbreitung im Bremsscheibentopf wurde im Rahmen eines Projektes mit der TU München erarbeitet (Lainer and Schneider [2020]).

Der Unterschied zum DRA besteht im Wesentlichen darin, dass Strahlen um Löcher gebeugt werden können. Den Startpunkt der Methode stellt die Position des Sensors dar und es wird der kürzeste Weg zu einem definierten Endpunkt gesucht. Die Länge der Strahlen, die diesen Endpunkt treffen, werden verglichen, sodass der kürzeste Abstand zwischen Quelle und Sensor bestimmt werden kann. Die Laufzeiten werden schließlich berechnet, indem die dabei ermittelte, kürzeste Entfernung in Gl. 3.51 eingesetzt wird. Die grünen, durchgezogenen Linien in Abb. 3.16 visualisieren die aus diesem Verfahren ermittelten, kürzesten Laufwe-

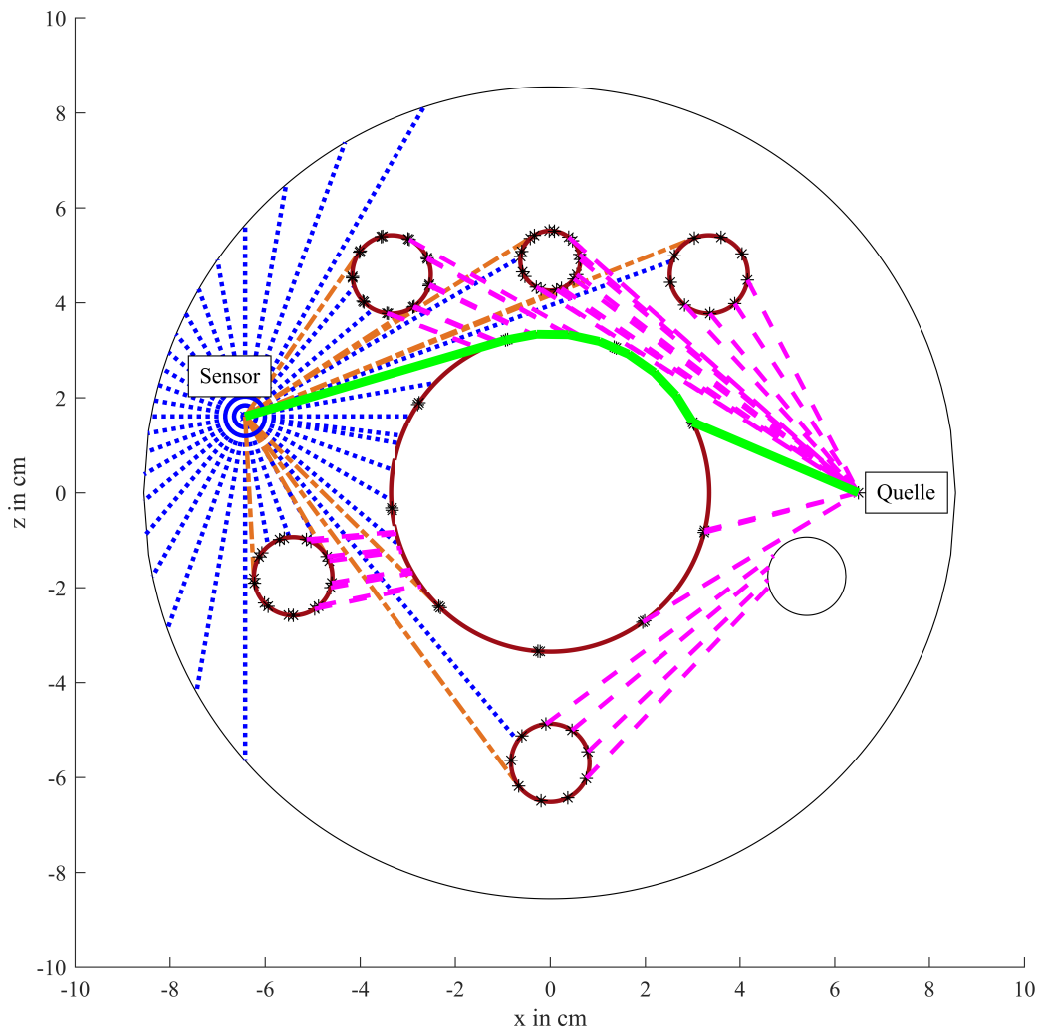


Abbildung 3.17: Visualisierung des RTA zur Bestimmung des kürzesten Weges zwischen einem Startpunkt (Sensor) und einem Endpunkt (Quelle). Der Knick des grünen Strahls am Kreis in der Mitte ist auf die für eine bessere Veranschaulichung reduzierte Anzahl an Punkten auf dem Umfang der Kreise zurückzuführen.

ge. Im Detail werden die folgenden Schritte beim Ablauf der Methode durchgeführt, die in Abb. 3.17 dargestellt sind:

- Schritt 1: Zunächst wird eine direkte Verbindung zwischen Sensor und Quelle ermittelt. Wenn ein Schnittpunkt dieser Verbindung mit einem beliebigen Loch existiert, folgt Schritt 2. Andernfalls endet der Algorithmus in diesem Schritt und der Laufweg ist somit identisch zum DRA.

- Schritt 2: Ausgehend vom Sensor werden in alle Richtungen n_{Rays} Strahlen gesendet (blau). Diese enden, sobald sie auf ein Loch oder die äußere Umrandung des Topfes treffen. Zudem werden Tangenten am Umfang aller Löcher auf der Platte bestimmt (orange).
- Schritt 3: Startend vom Tangentenpunkt werden die Strahlen um das jeweilige Loch gebeugt (rot). Nach jeweils $\frac{360}{n_{\text{Subrays}}}$ Grad wird ein neuer Substrahl (rosa) erzeugt, der wiederum eine direkte Verbindung zum Endpunkt darstellt. Die Längen aller Substrahlen, die den Endpunkt ohne weiteren Schnittpunkt mit einem weiteren Loch treffen, werden gespeichert.
- Schritt 4: Je nach Anzahl der Substrahlen und der Tangentenpunkte aus Schritt 2 ergeben sich mit dem Verfahren mehrere Wege zwischen Quelle und Sensor. Im letzten Schritt werden diese Längen daher verglichen und der kürzeste Weg (grün) ermittelt.

Finite Elemente Methode

Auch dieser Ansatz wurde mit der TU München erarbeitet (Lainer and Schneider [2020]). Dabei wird ein von der BMW Group zur Verfügung gestelltes Finite Elemente Modell des Bremsscheibentopfes eingesetzt, um die Wellenausbreitung zu simulieren und aus den Ergebnissen die Ankunftszeiten an den verschiedenen Sensorpositionen zu bestimmen. Der Bremsscheibentopf wird im Modell von mehreren weichen Federn gehalten, die den Schaumstoff modellieren, auf dem die Scheibe bei den experimentellen Untersuchungen gelagert war. Als Anregungssignal wird eine Dreieckslast gewählt, die in Abb. 3.18(a) dargestellt ist. Je steiler die Flanke des Dreiecks, desto höherfrequenter ist der Frequenzgehalt der Anregung in das System. Steile Flanken können jedoch auch zu numerischen Problemen in der Simulation führen. Die dargestellte Anregung stellt dabei einen ermittelten Kompromiss dar. Die Simulation wird mit der Software *Abaqus*-explizit durchgeführt. Die Simulationszeit beträgt $3,5 \cdot 10^{-5}$ s. Die Antwortsignale für fünf von zehn Sensoren sind in Abb. 3.18(b) dargestellt. Die über ein Schwellwertverfahren (Kap. 3.3.1) bestimmten Ankunftszeiten an den Sensoren sind als vertikale, gestrichelte Linien in der Grafik visualisiert. Vergleiche mit dem AIC und der STA/LTA-Methode zeigen, dass ein schwellwertbasierter Algorithmus zur Identifikation der Ankunftszeiten für diese Daten gute Ergebnisse liefert, da die simulierten Signale kein Rauschen aufweisen. Voraussetzung ist aber, dass verschiedene Schwellwerte getestet und deren Einfluss auf die Genauigkeit der Lokalisierung verglichen wird.

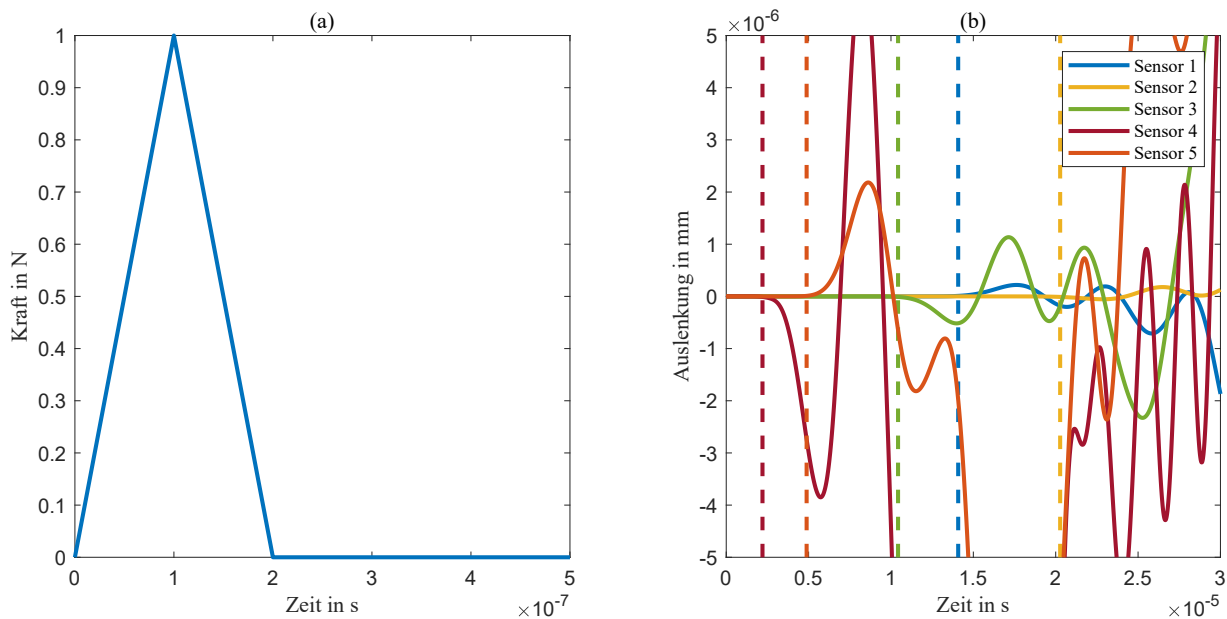


Abbildung 3.18: Input und Outputs der FEM-Simulation des Bremsscheibentopfes. (a) Die Anregung wird modelliert über einen Dreiecksimpuls mit der Dauer $2 \cdot 10^{-7}$ s. (b) Antwortsignale an fünf verschiedenen Sensorpositionen. Die gestrichelten Linien zeigen exemplarisch die AZE über ein Schwellwertverfahren.

Validierung der simulativen Methoden

In Abb. 3.19 sind beispielhaft die normierten Ankunftszeiten einer einzelnen Messung mit den aus der Simulation bestimmten, normierten Ankunftszeiten gegenübergestellt. Die simulierten Ergebnisse unterscheiden sich von denen der experimentellen Untersuchungen für Sensoren in der Nähe des Anregungspunktes nur geringfügig. Höhere Abweichungen zwischen Simulation und Versuch finden sich bei diesem Beispiel bei den Sensoren 5 und 10, die in den Untersuchungen den größten Abstand zum Anregungspunkt aufwiesen.

Zur weiteren Validierung der erarbeiteten Simulationsmethoden der Wellenausbreitung im Bremsscheibentopf wurden zusätzliche Validierungsmessungen durchgeführt. Diese Messungen fanden in Kooperation mit dem Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme der TU München statt. Mit einem Laservibrometer und einem automatischen Impulshammer wurden die Laufzeiten vom Ort der Anregung zu verschiedenen Positionen am Bremsscheibentopf bestimmt. Die Signale wurden mit einer Abtastrate von 250 kHz abgetastet. Die Ankunftszeiten wurden in diesem Fall manuell ermittelt (Passek [2020]). Durch die Kenntnis der Anregeposition kann der Anregezeitpunkt abgeschätzt und damit die Laufzeiten der Wellen zu den verschiedenen Punkten auf der Scheibe bestimmt werden. Analog werden die Laufzeiten durch die drei vorgestellten Simulationsmethoden berechnet und im Folgenden zur Validierung mit den experimentellen Ergebnissen verglichen.

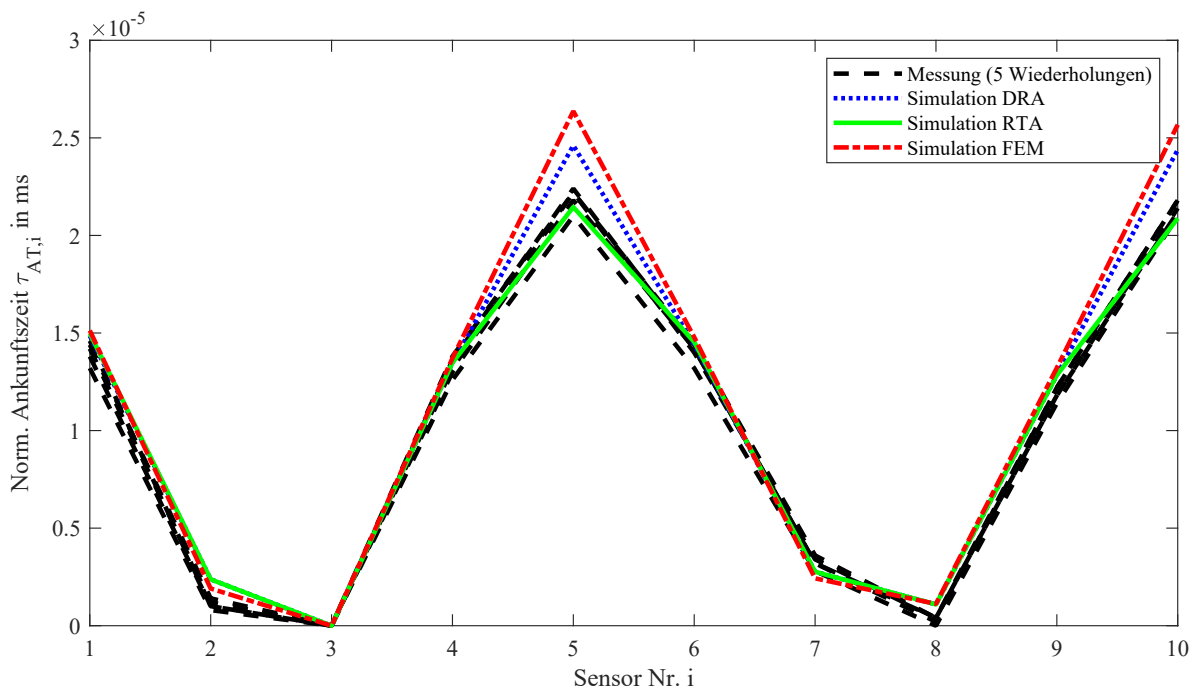


Abbildung 3.19: Normierte Ankunftszeiten der experimentellen Untersuchungen (schwarze, gestrichelte Linien) und der drei verschiedenen Simulationsmethoden.

Für diesen Zweck ist es zunächst erforderlich, die durch das System aus Anregung und Messung erfassbare Wellenart zu identifizieren. Das Laservibrometer misst ausschließlich Bewegungen senkrecht zur Plattenoberfläche. Theoretisch könnte das System die durch die Querkontraktion verursachten Bewegungen der Primärwelle identifizieren. In den Messdaten konnten aber nur die Auswirkungen der langsameren Biegewelle identifiziert werden. Abb. 3.20 zeigt daher die Dispersionskurve der Biegewelle für eine Aluminium-Platte mit den Werten $E = 70\,000\text{ N/mm}^2$, $\rho = 2,76\text{ g/cm}^3$, $\nu = 0,35$ und $h = 7\text{ mm}$ wie sie in Gl. 3.10 durch die Modellvorstellung der Kirchhoff-Platte beschrieben wird. Zudem sind die Frequenzspektren der durch den Impulshammer eingebrachten Anregung dargestellt. Aus dem Diagramm wird deutlich, dass die Amplituden des durch den Hammer erzeugten Frequenzspektrums bei etwa 22 kHz abfallen. Die aus der Dispersionskurve in Abb. 3.20 ablesbare Ausbreitungsgeschwindigkeit der Biegewelle bei dieser Frequenz liegt bei etwa $1200\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Dabei handelt es sich um die Ausbreitungsgeschwindigkeit der schnellsten, in diesem experimentellen Aufbau erfassbaren Welle, da die Primärwelle nicht erfasst werden konnte und Biegewellen höherer Frequenzen nicht ausreichend angeregt wurden durch den Impulshammer. Biegewellen niedriger Frequenzen können vernachlässigt werden, da sie durch die niedrigere Ausbreitungsgeschwindigkeit später ankommen und somit nicht relevant sind für die schnellste, erfassbare Laufzeit zwischen Anregungspunkt und Messpunkt.

Im Folgenden sollen die simulativen Methoden validiert werden, indem die aus der Simu-

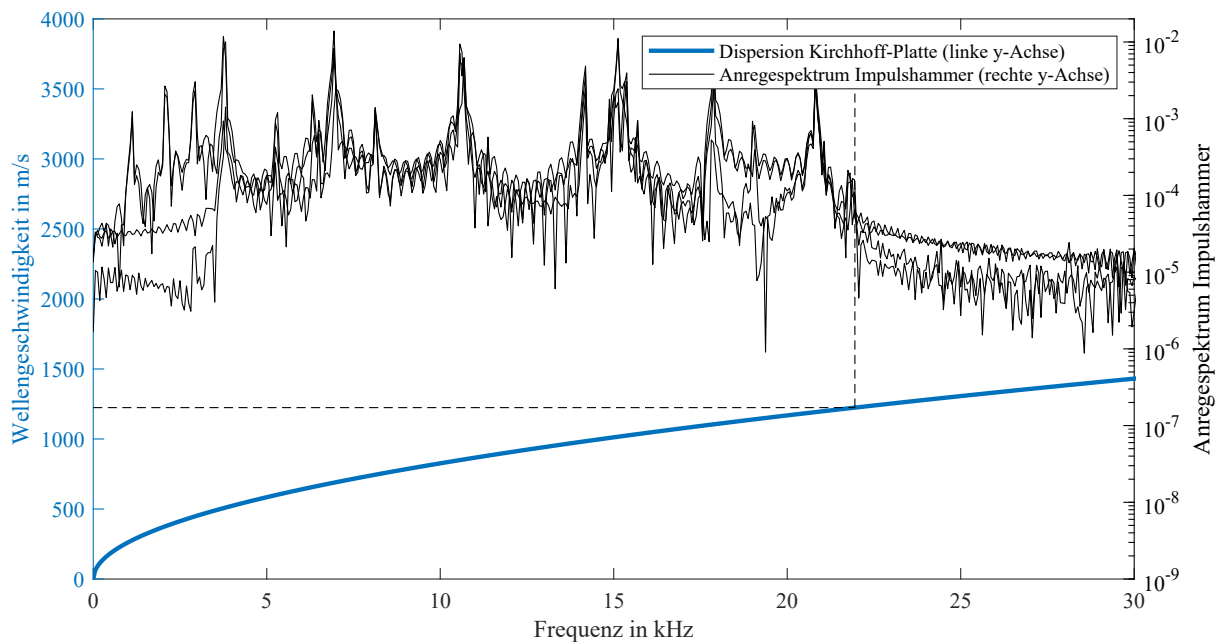


Abbildung 3.20: Die schwarzen, dünnen Linien zeigen die Spektren der durch den Impulshammer angeregten Frequenzen bei fünf Wiederholungen. Zudem ist die Dispersionskurve der Transversalschwingung entsprechend der Kirchhoff-Platte mit den Parametern von Aluminium dargestellt. Aus den Anregungsspektren des Impulshammers lässt sich ableiten, dass Frequenzen bis etwa 22 kHz angeregt werden. Entsprechend der Dispersionskurve beträgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit bei dieser Frequenz etwa $1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

lation ermittelten Laufzeiten der Wellen mit denen aus den Messungen verglichen werden. Die Laufzeiten bei Anregung am Punkt $(0\text{mm}|60\text{mm})$ sind farblich in Abb. 3.21 dargestellt. Die Subplots (a) und (b) zeigen dabei die Ergebnisse aus der Simulation mit dem DRA und dem RTA mit einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von $1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; (c) zeigt die Ergebnisse aus den Labormessungen. Die durch den DRA und RTA bestimmten Laufzeiten zeigen eine gute Übereinstimmung zu den gemessenen Daten. Ausreißer finden sich speziell bei einigen Punkten der Messungen am Rande der Platte. Im Bereich um den Punkt $(0\text{mm}| -60\text{mm})$ ergeben sich Unterschiede zwischen dem DRA und dem RTA. Über den DRA werden an dieser Stelle höhere Laufzeiten prognostiziert als es beim RTA oder den Messungen der Fall ist. Diese Beobachtung lässt sich durch den längeren Laufweg erklären, den der Strahl entlang des Umfangs der mittleren Bohrung beim DRA aufgrund der nicht abgebildeten Wellenbeugung zurücklegt. Beim RTA und den Messungen ist der Weg durch die Möglichkeit zur Beugung der Wellen um das Loch kürzer, vgl. dazu Abb. 3.16.

Nach dem Abgleich der Laufzeiten zwischen DRA und RTA mit den Versuchen werden nun die Ergebnisse aus der FEM-Simulation untersucht. Aus den mit der FEM bestimmten Antwortsignalen lassen sich die Ankunftszeiten der Platten-Längsschwingung, nicht aber die der langsameren Biegewelle extrahieren. Eine experimentelle Ermittlung der Schallgeschwin-

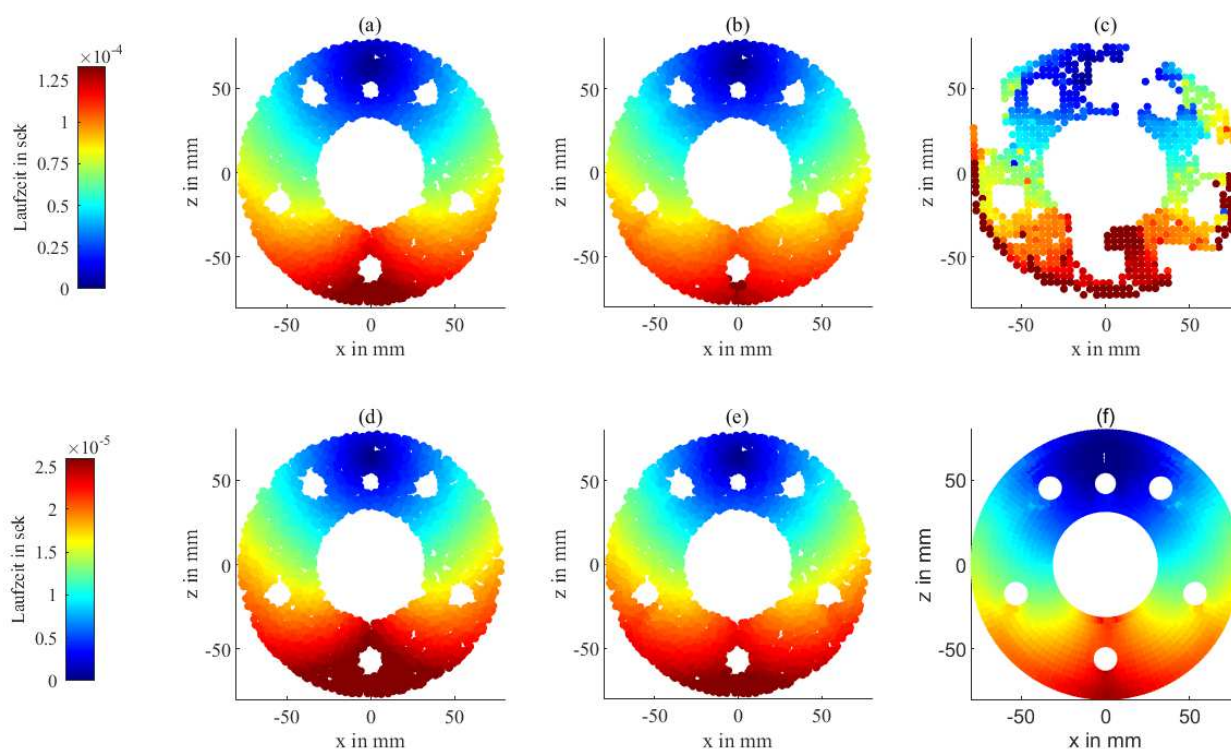


Abbildung 3.21: Visualisierung der Schallausbreitung bei Anregung des Bremsscheibentopfes mit einem Impuls. Die Farbe der Punkte visualisiert die ermittelten Laufzeiten zwischen einer Quelle und verschiedenen Punkten auf dem Bremsscheibentopf dar. (a) Simulation mit dem DRA ($c = 1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$); (b) Simulation mit dem RTA ($c = 1200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$); (c) Experimentelle Untersuchungen mit dem Laservibrometer; (d) Simulation mit dem DRA ($c = 5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$); (e) Simulation mit dem RTA ($c = 5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$); (f) Simulation mit der FEM. Die zwei verschiedenen Farbskalen für die beiden Ausbreitungsgeschwindigkeiten sind zu beachten, die für eine bessere Veranschaulichung der Laufzeitunterschiede innerhalb der Trennebene gewählt wurden.

digkeit, die in Kap. 3.5.2 detailliert vorgestellt wird, ergab einen Wert von $5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ für die Platten-Längsschwingung des Bremsscheibentopfes. Dieser Wert der Ausbreitungsgeschwindigkeit wurde beim DRA und RTA als Parameter eingestellt. Im FEM-Modell wurden Literaturwerte von Aluminium für die Bedatung des Werkstoffes eingestellt und anschließend modifiziert, sodass sich entsprechend Gl.3.9 der Wert von $5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ für die Platten-Längsschwingung ergibt. Die Abb. 3.21(d-f) zeigen die Laufzeiten des DRA und RTA im Vergleich zur FEM für die Längsschwingung der Platte. DRA und RTA weisen erneut die bereits diskutierten Unterschiede um den Punkt $(0\text{mm} | -60\text{mm})$ auf. Die Ergebnisse aus der Simulation mit der FEM weichen von denen des DRA und RTA im Bereich $z = -20\text{mm} - -40\text{mm}$ ab. Neben der unterschiedlichen Art der Modellierung stellt auch die AZE eine Ursache der Abweichungen dar. Eine AZE ist bei den durch die FEM berechneten Zeitverläufen für eine Bestimmung der Laufzeit der Wellen erforderlich, während DRA und RTA entsprechend Gl. 3.51 direkt die Laufzeit der Wellen als Outputgröße liefern.

Kategorie	Eigenschaft	DRA	RTA	FEM	Experiment
Aufwand	Vorbereitung	+	--	-	0
	Datengenerierung	++	+	+	--
	AZE notwendig	nein	nein	ja	ja
Modellierung	Beugung der Wellen	nein	ja	ja	ja
	Sensoreigenschaften	nein	nein	nein	ja
Einsatz	2D-Strukturen	ja	ja	ja	ja
	3D-Strukturen	bedingt	bedingt	ja	ja
Genauigkeit	mit Ansatz A	0	+	+	-
	mit Ansatz B	0	+	+	+

Tabelle 3.2: Vergleich der verschiedenen Methoden zur Datengenerierung.

3.4.3 Vergleich der verschiedenen Methoden zur Datengenerierung

Im Folgenden werden die verschiedenen Methoden zur Datengenerierung bzgl. ihres Aufwandes und der getroffenen Annahmen gegenübergestellt. Tab. 3.2 fasst dabei die wesentlichen Aspekte zusammen.

Der „Aufwand zur Vorbereitung“ beschreibt dabei den notwendigen Aufwand für die Implementierung der Simulationsmodelle bzw. die Vorbereitung eines einsatzfähigen, experimentellen Setups. Die Implementierung des RTA ist durch die Berücksichtigung der Wellenbeugung signifikant komplexer als die des einfachen DRA. Nicht berücksichtigt wurden an dieser Stelle Kosten für die Messtechnik, da diese für die zu lokalisierende, unbekannte Quelle auch bei einem simulativen Aufbau der Referenz-Datenbank erforderlich sind.

Der „Aufwand der Datengenerierung“ läuft bei den simulativen Methoden weitestgehend automatisiert und stellt somit lediglich Rechenaufwand dar, während die experimentelle Datengenerierung in der Regel händisch erfolgt und daher mit hohem Aufwand verbunden ist. Bei der Datengenerierung über Experimente oder durch die FEM muss die AZE berücksichtigt werden, da im Gegensatz zu DRA und RTA nicht direkt Laufzeiten sondern Zeitverläufe der Antworten an den Sensorpositionen ermittelt werden.

Ein Vorteil der experimentellen Datengenerierung besteht darin, dass die Sensoreigenschaften und auch alle Charakteristiken der Schallausbreitung in den generierten Daten enthalten sind. Diese beiden Eigenschaften sind nicht oder nur mit Annahmen in den simulativ gewonnen Datenbanken abgebildet. DRA und RTA wiederum sind auf einfache Strukturen limitiert und nur unter bestimmten Voraussetzungen für 3D-Geometrien geeignet. Die Lokalisierungsgenauigkeit hängt von der gewählten Methode ab und wird in Kap. 3.5.3 näher betrachtet.

3.5 Erarbeitung einer Methode zur Störgeräusch-Lokalisierung im Radverbund

Basierend auf der Literatur werden im Folgenden zwei Methoden vorgestellt, die in Kap. 3.6 zur Lokalisierung der impulsartigen Störgeräusche dieser Arbeit eingesetzt werden. Nach der Vorstellung der Methoden werden die Parameter der Ansätze variiert, um zum einen deren Einfluss auf die Genauigkeit der Lokalisierung zu untersuchen und zum anderen, um eine möglichst optimale Parametrierung für den darauffolgenden Vergleich der Methoden zu erarbeiten. Eine Zusammenfassung der folgenden Abschnitte sind ebenso in der gemeinsam mit der TU München entstandenen Veröffentlichung (Scholl et al [2023]) zu finden.

3.5.1 Vorstellung der Lokalisierungsmethoden

Die in dieser Arbeit eingesetzten Lokalisierungsverfahren basieren auf zwei der in Kap. 3.2.4 vorgestellten, datenbasierten Methoden: der Datenbank-Methode und den künstlichen neuronalen Netzen. Die Datenbasen für diese beiden Methoden werden sowohl experimentell als auch simulativ aufgebaut.

Lokalisierungs-Methode A: Datenbank-Ansatz

Der grundsätzliche Ansatz der Datenbank-Methode wurde bereits in Kap. 3.2.4 vorgestellt. Die Idee besteht darin, entweder die Antwortsignale bei Anregung an bekannten Positionen oder daraus abgeleitete Eigenschaften in einer Datenbank zu speichern. Im Folgenden wird beschrieben, wie der Ansatz im Rahmen dieser Arbeit anhand von Ankunftszeitdifferenzen umgesetzt wurde. Ergänzend zur Literatur, in der in der Regel experimentelle Daten zum Aufbau der Datenbank eingesetzt werden, dienen in der Arbeit auch Simulationen für die Erstellung einer Datenbank. Ziel ist dabei die Untersuchung, ob die aufwendigen Experimente durch Simulationen ersetzt werden können.

Als Features dienen die mittels Gl. 3.19 bestimmten Laufzeit-Unterschiede der Wellen zu Sensoren an unterschiedlichen Positionen. Wendet man diese Gleichung für alle möglichen Sensorpaare der n_{sens} Sensoren an, erhält man eine Matrix $\mathbf{A}_{\text{AT}}^{\text{P}} \in \mathbb{R}^{n_{\text{sens}} \times n_{\text{sens}}}$ mit den Laufzeitunterschieden als Einträgen:

$$\Delta t_{\text{AT},ij}^{\text{P}} = t_{\text{AT},i}^{\text{P}} - t_{\text{AT},j}^{\text{P}} \quad \forall i,j = 1 \dots n_{\text{sens}}. \quad (3.53)$$

Diese Matrizen werden für verschiedene Anregepositionen p bestimmt und in der Datenbank abgelegt. Um nun eine unbekannte Quellenposition zu lokalisieren, wird ebenfalls eine Matrix $\tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{AT}}$ aus den Ankunftszeiten der Welle mit unbekannter Anregeposition ermittelt. Beim Vergleich der Ankunftszeitdifferenzen $\tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{AT}}$ aus den Messungen einer unbekannt Quelle mit einer Matrix $\mathbf{A}_{\mathbf{AT}}^p$ aus der Datenbank wird eine Bewertungsmatrix mit den Einträgen $\delta\Delta t_{\mathbf{AT},ij}^p$ ermittelt:

$$\delta\Delta t_{\mathbf{AT},ij}^p = |\Delta\tilde{t}_{\mathbf{AT},ij} - \Delta t_{\mathbf{AT},ij}^p| \quad (3.54)$$

Für jede Matrix aus der Datenbank wird ein Residuum ϵ^p bestimmt, das eine Mittelung aller $\frac{1}{2}(n_{\text{sens}}^2 - n_{\text{sens}})$ Einträge unterhalb der Diagonalen der Bewertungsmatrix beschreibt:

$$\epsilon^p = \frac{2}{n_{\text{sens}}^2 - n_{\text{sens}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{sens}}} \sum_{j=1}^i \delta\Delta t_{\mathbf{AT},ij}^p. \quad (3.55)$$

Die Koordinaten des prognostizierten Entstehungsortes der unbekannt Quelle $(x_{\text{prog}}, z_{\text{prog}})$ werden über eine gewichtete Mittelung über die k Punkte aus der Datenbank mit dem niedrigsten Residuen ϵ_p bestimmt:

$$x_{\text{prog}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k (w_i)} \sum_{i=1}^k w_i x_i \quad (3.56)$$

$$z_{\text{prog}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k (w_i)} \sum_{i=1}^k w_i z_i \quad (3.57)$$

Dabei beschreiben x_i, z_i die in der Datenbank gespeicherten Koordinaten. Durch die gewichtete Mittelung werden Quellenpositionen aus einem kontinuierlichen Feld vorgeschlagen. Ansonsten könnte der Algorithmus nur die diskreten Punkte aus der Datenbank vorschlagen. Dies ist insbesondere bei Datenbanken mit einer geringeren Dichte an Referenzpunkten sinnvoll. Die Gewichte w_i werden abhängig vom Residuum aus Gl. 3.55 bestimmt:

$$w_i = \epsilon_{\text{ges}} - \epsilon^i \quad \text{mit} \quad \epsilon_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^k \epsilon^i \quad (3.58)$$

Einträge aus der Datenbank mit einem kleineren Residuum werden somit höher gewichtet. Abb. 3.22 visualisiert diesen Ansatz am Beispiel des Brems Scheibentopfes. Die grünen Bereiche in (b) markieren Punkte mit einem kleinem Residuum ϵ^p während rote Gebiete eine hohe Abweichung zwischen Datenbank und unbekannt Quelle aufweisen. Der Kreis markiert die aus der Methode prognostizierte Position und das Kreuz die reale Anregeposition aus dem Versuch zu diesem Beispiel.

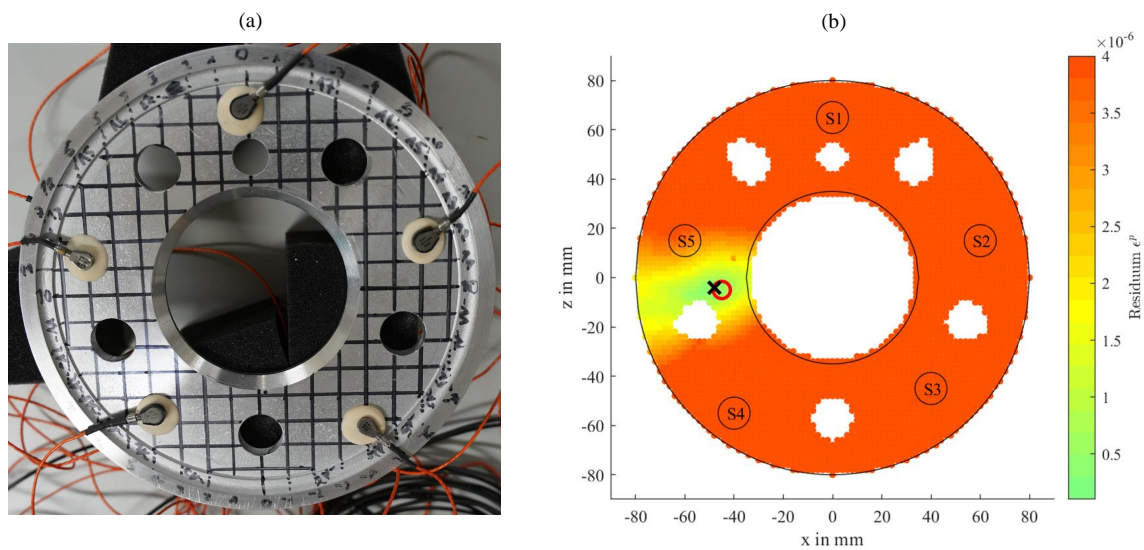


Abbildung 3.22: Darstellung der Datenbank-Methode auf Basis von RTA-Daten am Beispiel des Brems-scheibentopfes: (a) Brems-scheibentopf im Versuch und das verwendete Koordinatensystem. (b) Beim Vergleich von Informationen einer unbekannt Anregeposition mit den Einträgen aus der Datenbank ergibt sich eine örtliche Verteilung des Residuums ϵ^P .

Lokalisierungs-Methode B: Neuronale Netze

Im Rahmen des zweiten eingesetzten Ansatzes wird, wie in Kap. 3.2.4 beschrieben, ein KNN mit Daten trainiert. Analog zur Datenbank-Methode werden dabei neben experimentell bestimmten Daten auch aus den Simulationen generierte Daten eingesetzt. Dieser Ansatz wurde im Rahmen einer Masterarbeit (Passek [2020]) zusammen mit der TU München erarbeitet. Als Inputs dienen die Einträge unterhalb der Diagonalen der in Gl. 3.53 definierten Matrizen. Wie weitere Parameter des KNN selbst und auch des Trainingsprozesses eingestellt wurden und wie diese die Genauigkeit der Lokalisierung beeinflussen, wird mitunter in Kap. 3.5.2 diskutiert.

3.5.2 Parametrierung der Methoden

Verschiedene Parameter des Lokalisierungs- und Datenerfassungsprozesses werden im Folgenden variiert, um zum einen deren Sensitivität auf die Lokalisierungsgenauigkeit aufzuzeigen und zum anderen, um Parameter für den anschließenden Vergleich der Methoden zu ermitteln.

Ermittlung der Schallgeschwindigkeit für die simulativen Methoden

Einen der wichtigsten Parameter der simulativen Methoden stellt die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen dar, die im Folgenden aus den Messdaten abgeschätzt wird. Dabei wird angenommen, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit weder zwischen zwei Bauteilen noch innerhalb eines Bauteils schwankt und somit als konstant angesehen werden kann. Grundlage zu der Annahme liefern Daten aus der Qualitätsprüfung von Brems Scheiben bei der BMW Group (VDA301 [2009]), die Streuungen der Eigenfrequenzen im niedrigen, einstelligen Prozentbereich beziffern. Darin enthalten sind Streuungen aus der Bauteil-Geometrie, dem Material und auch der Versuchsdurchführung. Da die Schallgeschwindigkeit wie auch die Eigenfrequenzen von der Wurzel der Materialparameter abhängig ist (vgl. Kap. 3.1), werden die Abweichungen der Schallgeschwindigkeit aus der Streuung der Materialparameter im Folgenden als vernachlässigbar angenommen.

Die Schallgeschwindigkeit für die Simulationsmethoden wird aus dem Quotienten aus Laufzeit- und Laufwegunterschied verschiedener Sensorpaare ermittelt. Für ein Sensorpaar der Sensoren i und j wird die Differenz an zurückgelegter Strecke $l_{\text{RTA},i}^p - l_{\text{RTA},j}^p$ bei Anregung am Punkt p benötigt, die aus der Simulation mit dem RTA bestimmt wird. Die Laufzeitunterschiede $\tau_{\text{AT},i}^p - \tau_{\text{AT},j}^p$ zwischen den beiden Sensoren werden aus den Messdaten ermittelt. Daraus ergibt sich eine einzelne Abschätzung für die Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$c_{\text{est},ij} = \frac{l_{\text{RTA},i}^p - l_{\text{RTA},j}^p}{\tau_{\text{AT},i}^p - \tau_{\text{AT},j}^p}. \quad (3.59)$$

Bei n_{Sens} Sensoren gibt es $n_{\text{Paare}} = \frac{1}{2}(n_{\text{Sens}}^2 - n_{\text{Sens}})$ mögliche Sensorpaare. Für jedes Sensorpaar wird die Schätzung aus Gl. 3.59 durchgeführt und aus allen Schätzungen ein Mittelwert bestimmt. Um die Datenbasis weiter zu erhöhen, erfolgt anschließend eine Mittelung über n_{Mess} Messungen, die jeweils mit unterschiedlichen Anregepositionen durchgeführt wurden. Somit ergibt sich eine finale Schätzung der Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$c = \frac{1}{n_{\text{Mess}}} \sum_{m=1}^{n_{\text{Mess}}} \frac{1}{n_{\text{Paare}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{sens}}} \sum_{j=1}^i c_{\text{est},ij} \quad (3.60)$$

Der Vorteil dieser Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit besteht darin, dass der Zeitpunkt der Anregung nicht bekannt sein muss. Notwendige Voraussetzung ist aber, dass alle Sensoren dieselbe Wellenart detektieren. Aus dem beschriebenen Vorgehen ergibt sich ein Wert von $5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, was im Bereich der Längsschwingung der Platte liegt. Mit einem E-Modul von $70\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ und einem Schubmodul von $25\,500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ergibt sich aus Gl. 3.9 eine Dichte von $2,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Dies entspricht einem typischen Wert für Aluminium.

Abb. 3.23 zeigt die Verteilung der einzelnen Schätzungen der Ausbreitungsgeschwindigkeit $c_{est,ij}$ basierend auf $n_{sens} \cdot n_{Mess}$ Anwendungen der Gl. 3.59. Die einzelnen Ausreißer lassen sich auf die Ungenauigkeiten der AZE bei Messungen zurückführen. Die rote Linie markiert den mittels Gl. 3.60 bestimmten Mittelwert.

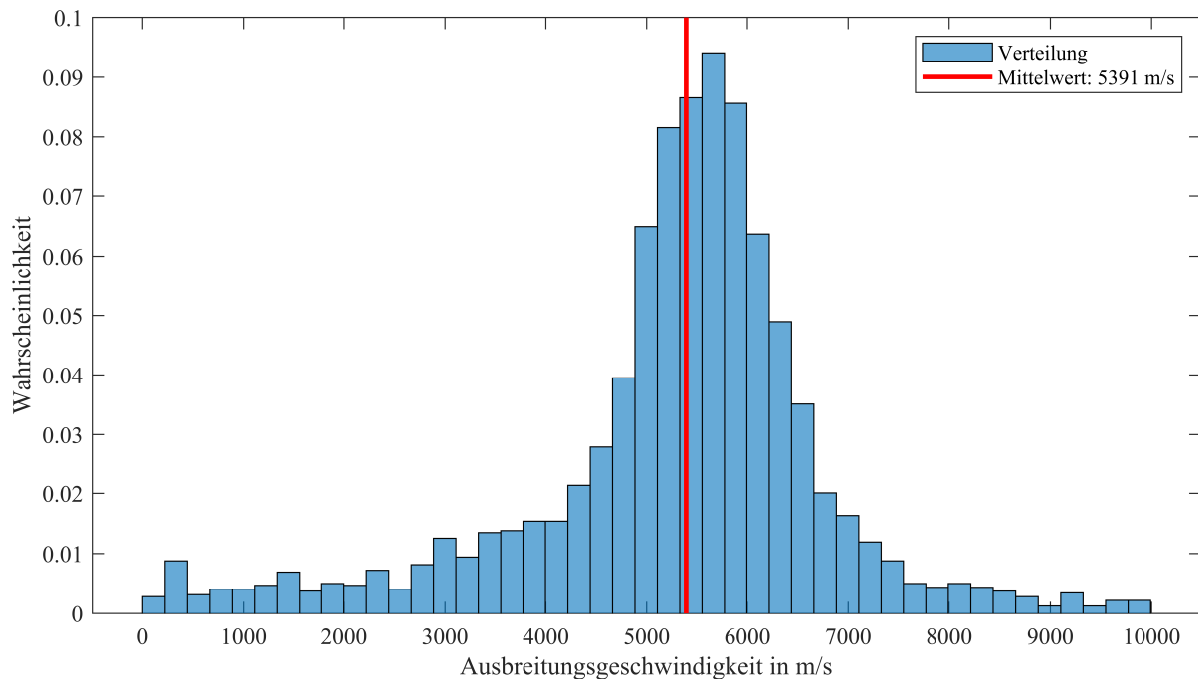


Abbildung 3.23: Verteilung der Abschätzungen zur Wellenausbreitungsgeschwindigkeit aus den experimentellen Daten. Die rote, vertikale Linie markiert den berechneten Mittelwert von $5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Einflüsse der Parameter der Lokalisierungs-Methode A: Datenbank-Ansatz

Im Folgenden wird der Einfluss der verschiedenen Parameter auf die Lokalisierungsgenauigkeit der Datenbank-Methode untersucht. Der Fokus der Parameterstudien liegt aufgrund der höheren Datenmenge auf den durch Simulationsmethoden generierten Datensätzen.

Um die Lokalisierungsgenauigkeit zu bewerten, werden alle 450 Messungen aus Kap. 3.4.1 als Validierungsdaten eingesetzt. Die aus den Messungen bestimmten Laufzeitunterschiede werden als Eingangsgrößen für die Methoden verwendet und deren prognostizierte Anregeposition \mathbf{x}_{prog} mit der bekannten Position aus den Messungen \mathbf{x}_Q verglichen. Ein Fehlerkriterium ξ wird basierend auf der Abweichung zwischen prognostizierter und realer Anregeposition bestimmt:

$$\xi = \sqrt{(x_{\text{prog}} - x_Q)^2 + (z_{\text{prog}} - z_Q)^2} \quad (3.61)$$

Für die Abweichungen existieren verschiedene Ursachen: erste Abweichungen entstehen bereits bei der Messung, da die exakten Positionen von Sensoren und auch der Anregung nicht beliebig genau bestimmt werden können. In der Theorie (Kalafat and Sause [2015]) spielen auch die Sensorabmessungen eine Rolle, wobei der Effekt bei den vorliegenden Wellenlängen relativ zur Sensorgröße einen vernachlässigbaren Effekt aufweisen. Weitere Fehler entstehen durch die AZE. Bei simulativen Methoden spielt deren Abstraktionsgrad und auch die Parametrierung hinsichtlich Materialspezifika und die Netzfeinheit eine Rolle. Schließlich besitzen auch die beiden betrachteten Lokalisierungsmethoden (A: Datenbanken und B: Neuronale Netzwerke) Parameter, deren Werte die Lokalisierungsgenauigkeit beeinflussen.

Einfluss der AZE: Abb. 3.24 zeigt, wie die Wahl einer Methode für die AZE die Genauigkeit der Lokalisierung beeinflusst. Die Parameter der verschiedenen Methoden wurden mittels eines Optimierungsalgorithmus angepasst, um den Fehler durch die AZE zu minimieren. Das AIC sowie der Korrelationsansatz führen dabei zu ähnlichen Ergebnissen, während das STA/LTA-Kriterium bei der Mehrheit der betrachteten Punkten zu schlechteren Ergebnissen führt. Dies hat sich bereits in Abb. 3.8 angedeutet, als AIC und Korrelationsmethode abweichende Ankunftszeitpunkte von der STA/LTA-Methode ermittelten. Im Allgemeinen sollten idealerweise verschiedene AZE-Methoden eingesetzt und für eine robustere Erkennung verglichen werden. Im vorliegenden Fall scheint das Potential zur Verbesserung durch eine weitere AZE-Methode gering zu sein, da zwei unabhängige AZE-Ansätze zu ähnlichen Ergebnissen führen.

Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellenfront: Zu Beginn dieses Unterkapitels wurde vorgestellt, wie die Ausbreitungsgeschwindigkeit aus den experimentellen Daten ermittelt werden kann. Es soll nun untersucht werden, wie sensitiv die Ergebnisse der Lokalisierung auf diesen Parameter reagieren. Die Abb. 3.25 zeigt die Lokalisierungsgenauigkeit in Abhängigkeit von der Ausbreitungsgeschwindigkeit für die verschiedenen Methoden der simulativen Datengenerierung in Kombination mit dem Datenbank-Ansatz. In Abb. 3.25(b) ist erkennbar, dass unter Verwendung der in Kap. 3.5.2 bestimmten Ausbreitungsgeschwindigkeit von $5391 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beim RTA die besten Resultate erzielt werden können. Bei Anwendung des DRA in Abb. 3.25(a) ergeben sich geringere Fehler für die höhere Ausbreitungsgeschwindigkeit von $5600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Wege beim DRA ggü. dem RTA durch die Radzentrierung zu hoch angesetzt werden, vgl. Abb. 3.16. Der längere Weg kann durch eine höhere Ausbreitungsgeschwindigkeit mathematisch „kompensiert“ werden, sodass sich mittels des höheren Wertes fälschlicherweise bessere Resultate ergeben. Für die Simulation mit dem FEM-Modell können die Parameter für die Dichte oder das Elastizitätsmodul angepasst werden, um die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu beeinflussen. Die besten Ergebnisse werden entsprechend Abb. 3.25(c) mit einem Wert von $5200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ für die Ausbreitungsgeschwindigkeit

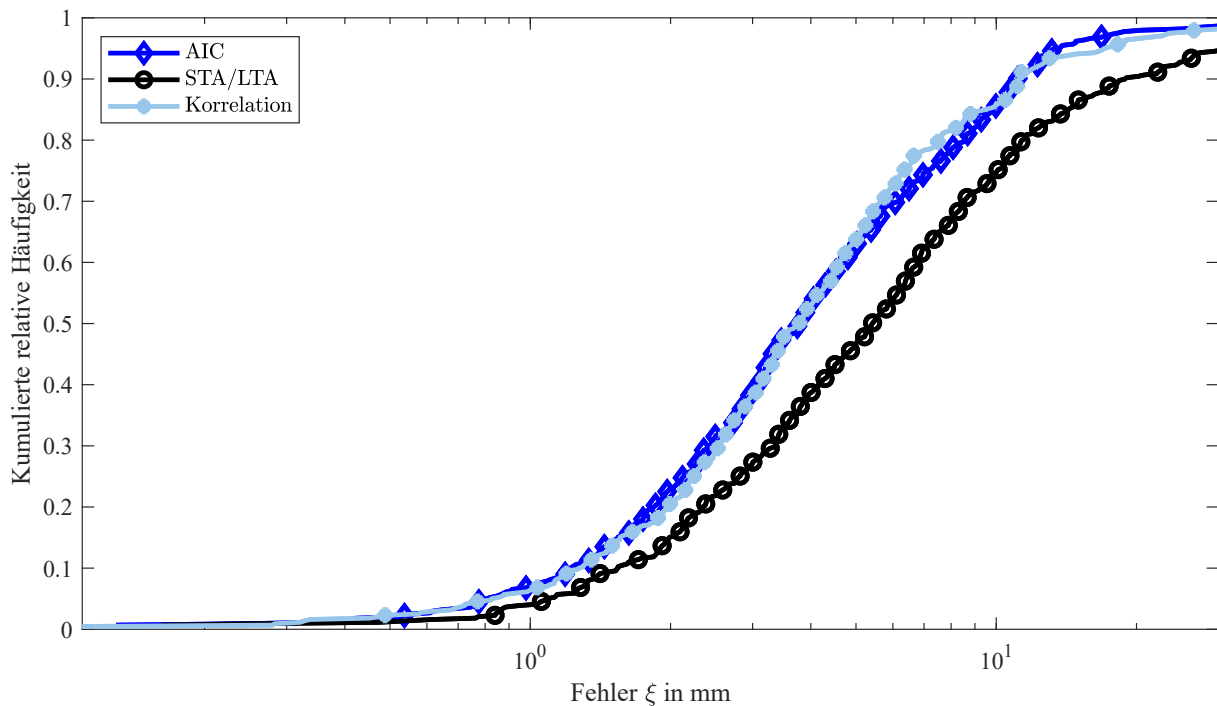


Abbildung 3.24: Einfluss der AZE-Methode auf die Lokalisierungsgenauigkeit. Das AIC und die Korrelationsmethode zeigen ähnliche Ergebnisse.

erzielt, was einer Abweichung von 3,6 % vom experimentell ermittelten Wert bedeutet.

Zusammenfassend lassen sich somit die besten Resultate erreichen, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit experimentell ermittelt und für die Simulation eingesetzt wird.

Einfluss der Netzfeinheit: Ein für die Rechenzeit bei der simulativen Datengenerierung entscheidender Faktor ist die Netzfeinheit. Aufgrund der geringen Abmessungen spielt die Rechenzeit bei der vorliegenden Struktur eine eher untergeordnete Rolle. Bei größeren Strukturen gilt es jedoch einen Kompromiss zwischen Netzfeinheit und Rechenzeit zu finden. Daher wurden jeweils Netze mit unterschiedlicher Knotendichte in der Simulation eingesetzt. Die Ergebnisse sind in Abb. 3.26 dargestellt. Erwartungsgemäß führt eine Erhöhung der Netzfeinheit zu geringeren Fehlern bei der Lokalisierung, wobei der Effekt bei ca. 10 *Punkten/cm*² in Sättigung geht. Dabei entsprechen 10 *Punkten/cm*² etwa 3 *Punkten/cm* bzw. einem Abstand von $d_{\text{Netz}} = 0,3 \text{ cm}$ zwischen den Punkten. Die Simulationsmethoden basieren auf der Annahme einer Punktanregung und einer Punkterfassung der ankommenden Wellen, die aufgrund der Größe des Sensors und der Toleranz bei der manuellen Anregung in der Realität nicht zutrifft. Der daraus resultierende Fehler wird umso dominanter, je weiter die Netzfeinheit erhöht wird. Bei einem Punktabstand von $d_{\text{Netz}} = 0,3 \text{ cm}$, der im Bereich der Sensorabmessungen bzw. der Genauigkeit der Anregung liegt, ist es somit plausibel, dass ei-

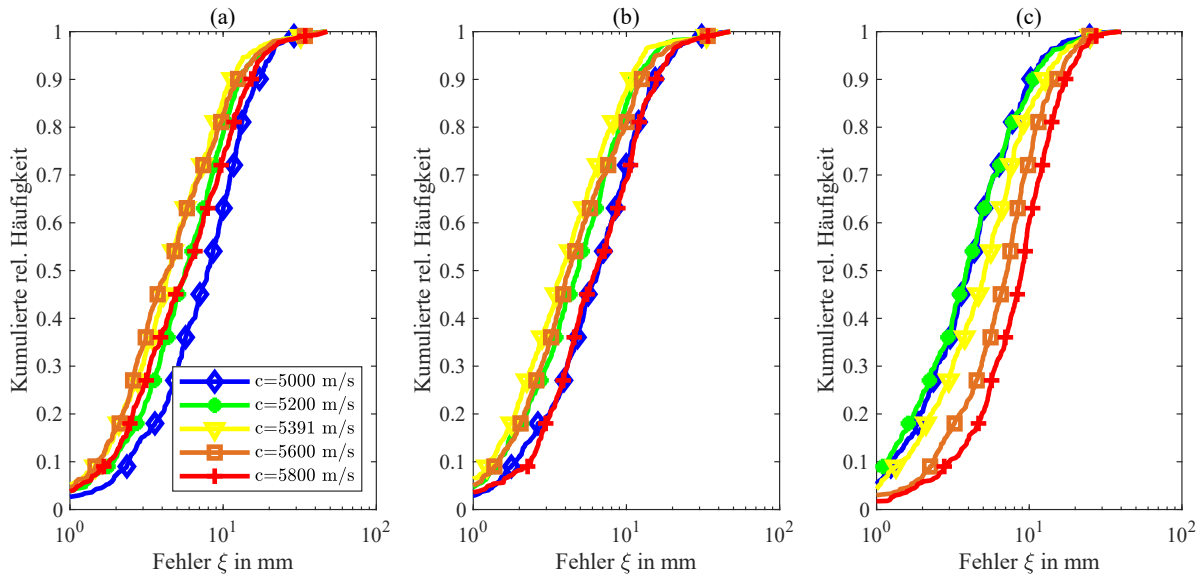


Abbildung 3.25: Einfluss der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen auf die Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung der Datenbank-Methode mit Ankunftszeiten aus der Simulation mit DRA (a), RTA (b) und FEM (c).

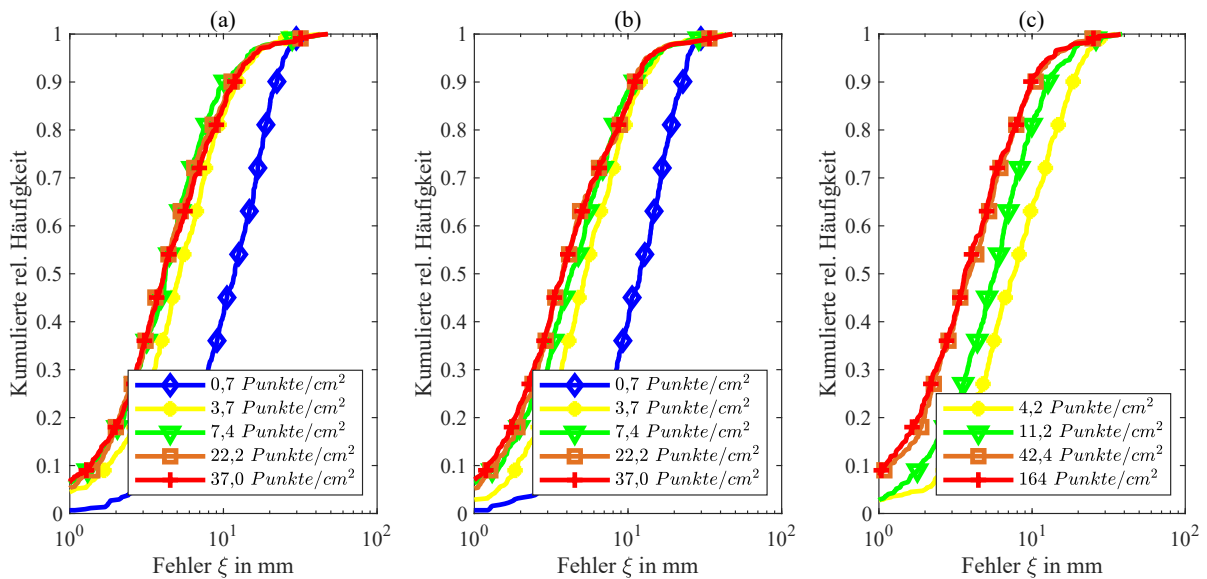


Abbildung 3.26: Einfluss der Netzfeinheit auf die Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung der Datenbank-Methode mit Ankunftszeiten aus der Simulation mit DRA (a), RTA (b) und FEM (c).

ne weitere Erhöhung der Netzfeinheit keine Verbesserung der Ergebnisse mehr erzielen kann. Nimmt man an, dass pro Zyklus zwei Punkte benötigt werden, lassen sich Frequenzen bis f_{grenz} betrachten:

$$f_{\text{grenz}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2 d_{\text{Netz}}} \approx \frac{5391 \text{ m/s}}{2 \cdot 0,3 \text{ cm}} \approx 0,9 \text{ MHz} \quad (3.62)$$

Es ist anzunehmen, dass Frequenzen im hohen Kilohertz-Bereich nicht mehr relevant sind für die vorliegende Problemstellung.

FEM-Netze benötigen dabei etwas mehr Punkte als DRA und RTA, da bei dieser Methode die Netzfeinheit nicht nur die Anzahl an Punkten in der Datenbank sondern auch die Schallausbreitung in der Struktur beeinflusst.

Neben dem aufgezeigten Einfluss der Netzfeinheit bei den simulativen Methoden wird auch der Einfluss der Anzahl an experimentellen Punkten untersucht. Da im Versuch die Datengenerierung in der Regel nicht automatisiert geschieht, ist eine Erhöhung der Anzahl an Datenpunkten mit einem hohen Aufwand verknüpft. Dazu wurden die 450 experimentell ermittelten Datenpunkte zufällig in fünf verschiedene Gruppen mit je 90 unterschiedlichen Anregepositionen unterteilt. Eine bis vier von diesen Gruppen werden dann als Datenbasis betrachtet, während die Punkte der verbleibenden Gruppen als Validierungspunkte eingesetzt werden. Abb. 3.27 zeigt die Lokalisierungsgenauigkeit für eine unterschiedliche Anzahl an experimentellen Punkten in der Datenbasis. Je nach Anzahl an Punkten in der Datenbasis gibt es unterschiedlich viele Kombinationsmöglichkeiten der Gruppen: verwendet man bspw. 180 Punkte (zwei Gruppen) für den Aufbau der Datenbank, gibt es $\binom{5}{2} = 10$ verschiedene Möglichkeiten und somit zehn Graphen in der Abbildung. Wie zu erwarten, verbessert sich auch hier durch das Hinzufügen weiterer Punkte in die Datenbank die Lokalisierungsgenauigkeit. Gleichzeitig steigt aber auch entsprechend der Aufwand zur Datengenerierung.

Einfluss der Anzahl der ausgewerteten Sensoren: Laut Salehian [2003] sind drei Sensoren ausreichend für die Detektion eines Aufpralls auf einer zweidimensionalen, isotropen Struktur. Ob die Nutzung von mehr Sensoren dennoch die Lokalisierungsgenauigkeit erhöht, soll im Folgenden analysiert werden. Abb. 3.28 zeigt die Fehler der Lokalisierung bei Variation der Anzahl an ausgewerteten Sensoren. Eine Anzahl von x Sensoren in der Grafik bedeutet, dass die x Sensoren mit der kleinsten Ankunftszeit für die Bestimmung der Anregeposition berücksichtigt werden, während die Signale der verbleibenden $10 - x$ Sensoren verworfen werden. Es zeigt sich, dass bei Betrachtung von acht der zehn Sensoren bessere Ergebnisse erzielt werden als bei Berücksichtigung aller Sensoren. An dieser Stelle ist es wichtig zu betonen, dass dies nicht bedeutet, dass das Applizieren von mehr Sensoren bei den Messungen zu schlechteren Ergebnissen führt. Stattdessen sollten die Signale möglichst vieler Sensoren aufgezeichnet und im Anschluss nur die Sensoren mit den geringsten Ankunftszeiten im Lokalisierungsprozess berücksichtigt werden.

Eine Ursache für die Verschlechterung der Lokalisierungsgenauigkeit bei Berücksichtigung weiter von der Quelle entfernter Sensoren sind die flacheren Flanken beim Signalanstieg. Dies ist in Abb. 3.29(a) dargestellt: Sensoren nahe der Quelle, die hier als grüne, dünne Linien dargestellt sind, weisen einen steileren Anstieg auf als Sensoren, die weiter von der

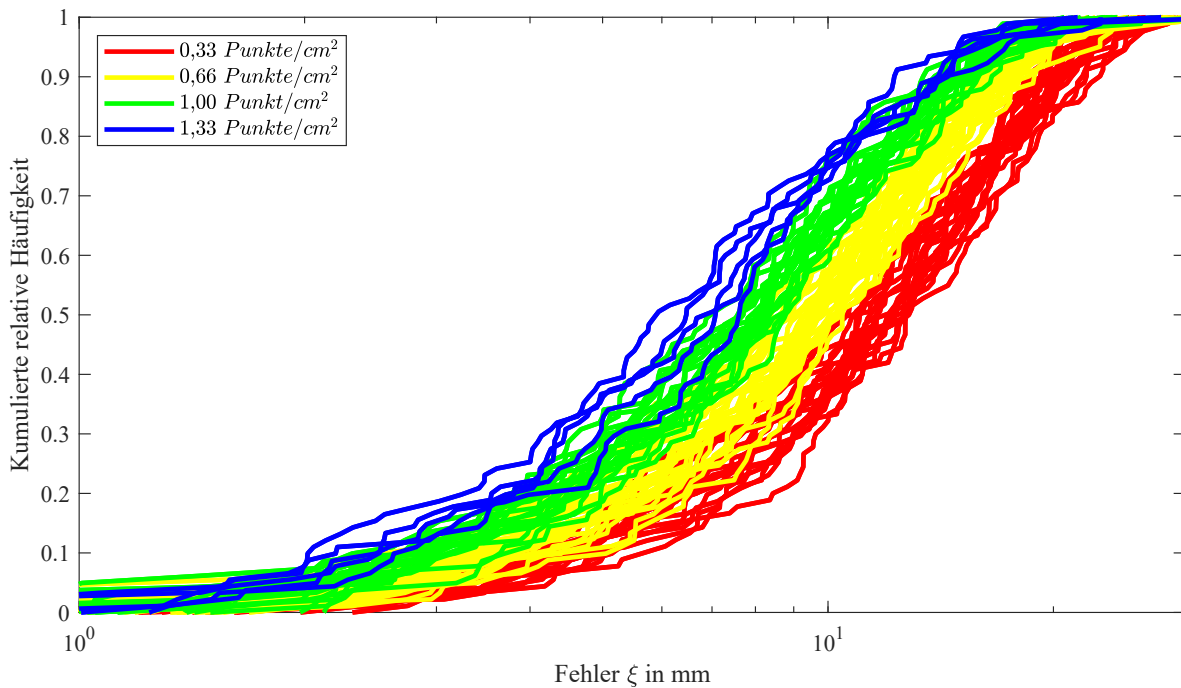


Abbildung 3.27: Einfluss der Anzahl an Anregepositionen aus den experimentellen Untersuchungen auf die Lokalisierungsgenauigkeit. x Punkte bedeuten hier, dass x der insgesamt 450 verfügbaren Punkte als Datenbasis für den Aufbau der Datenbank eingesetzt werden, während die verbleibenden $450-x$ Punkte als Validierungsdaten für die Berechnung der in der Grafik dargestellten Genauigkeit verwendet werden.

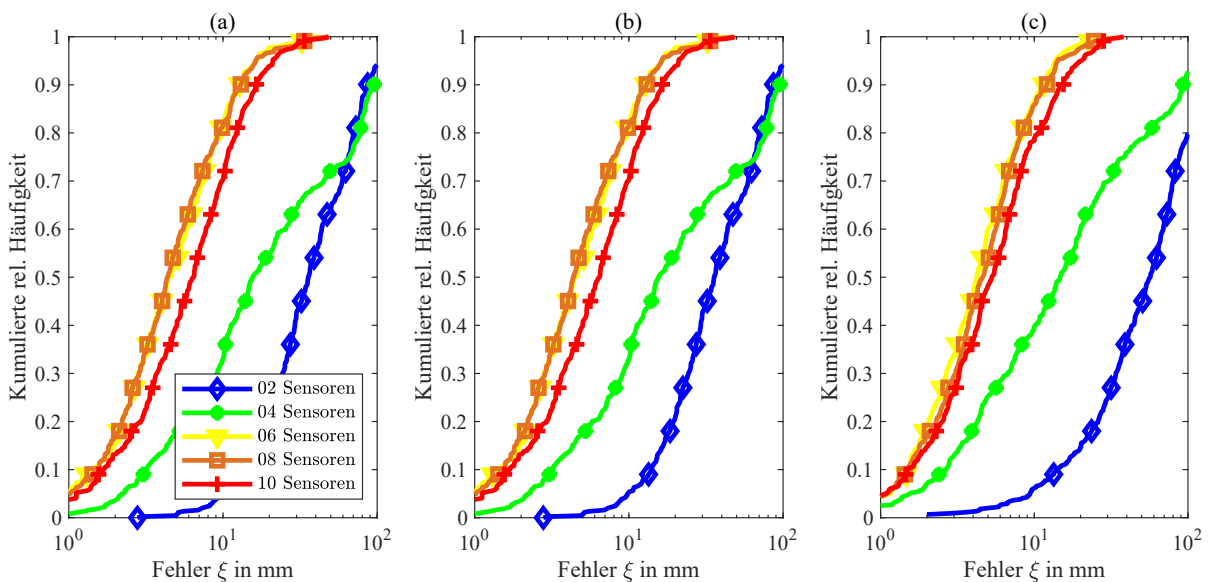


Abbildung 3.28: Einfluss der Anzahl an betrachteten Sensoren auf die Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung der Datenbank-Methode mit Ankunftszeiten aus der Simulation mit DRA (a), RTA (b) und FEM (c).

Quelle entfernt sind (rote, dicke Linien). Zur besseren Veranschaulichung wurden in dieser Grafik die zehn Signale so verschoben, dass die Ankunftszeiten der Wellen bei allen Signalen

zum Zeitpunkt $t = 0$ stattfindet. Der beobachtete Effekt lässt sich auf die Dämpfungseigenschaften im Material zurückführen. Weniger steile Flanken erschweren das Ermitteln der Ankunftszeiten und führen daher zu einer Verfälschung des Lokalisierungsergebnisses, wenn die Daten dennoch berücksichtigt werden.

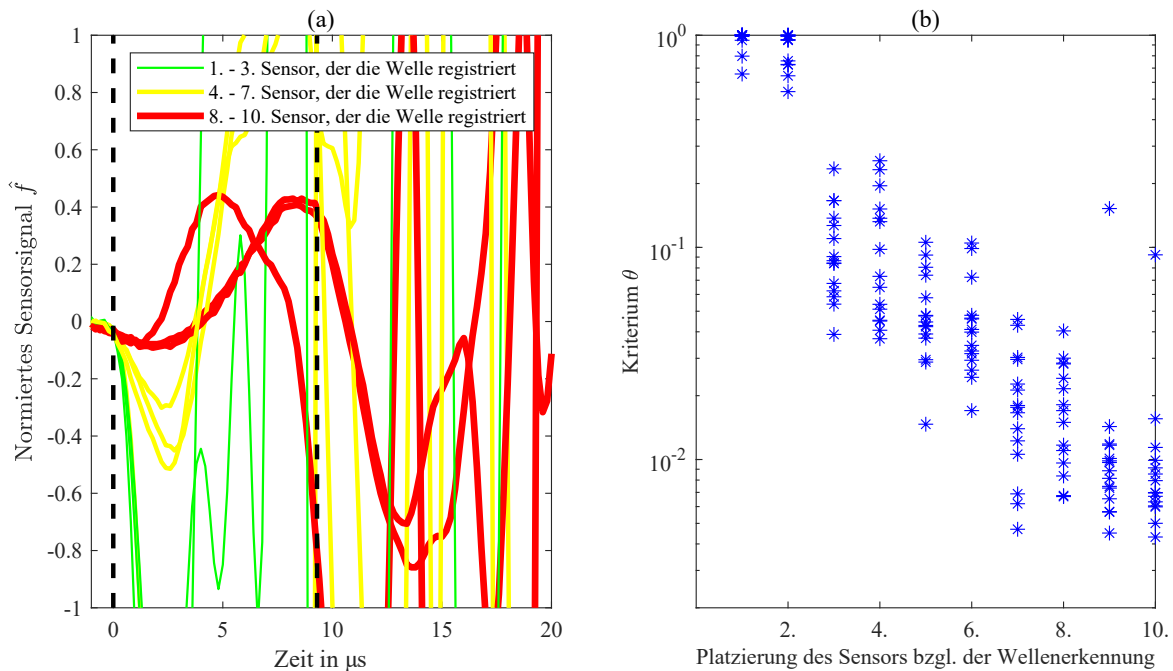


Abbildung 3.29: Definition eines Kriterium zur Auswahl der Sensoren, die beim Vergleich der unbekannt-ten Quelle mit der Datenbank berücksichtigt werden sollen. (a) zeigt die zehn Signale einer Messung: zu erkennen ist, dass Signale von Sensoren, die weiter entfernt von der Quelle sind, einen flacheren Signalanstieg aufweisen. (b) zeigt die Auswertung des Kriteriums Θ für 15 Messungen mit je zehn Signalen: je später ein Sensor die Welle registriert (höhere Platzierung), desto niedriger ist der Wert des Kriteriums.

Aus dieser Beobachtung heraus stellt sich die Frage, ob durch eine Analyse der Signalverläufe entschieden werden kann, ob das Signal eines Sensors für eine möglichst hohe Lokalisierungsgenauigkeit berücksichtigt werden sollte oder nicht. Dazu wird im Folgenden ein empirisches Auswahlkriteriums Θ definiert. Das Signal wird bewertet durch die Fläche unter der Ableitung des Signals $\frac{d\hat{f}}{dt}$ in einem Zeitintervall $[0, \tau_{ev}]$, welches in der Abb. 3.29 mit zwei gestrichelten, schwarzen Linien markiert ist. Die Trapezregel ersetzt dabei die Integrale, da die gemessenen Signale diskret sind:

$$\Theta = \int_0^{\tau_{ev}} \left| \frac{d\hat{f}}{dt} \right| dt = \sum_{i=1}^{\tau_{ev} f_s} \left| \frac{\hat{f}_{i+1} - \hat{f}_i}{2} \right| \Delta t. \quad (3.63)$$

Dabei bezeichnet f_s die Abtastrate des Signals. Abb. 3.29(b) zeigt, dass dieses Kriterium höhere Werte für Sensoren annimmt, die näher an der Quelle liegen, d.h. das Signal somit

zu einem früheren Zeitpunkt detektieren. Bei Anwendung im Lokalisierungsprozess werden schließlich nur Ankunftszeiten von Signalen mit der Datenbank verglichen, deren Kriterium einen definierten Schwellwert θ_{th} überschreitet. Die zwei Parameter dieses empirischen Vorgehens, der Schwellwert θ_{th} und das ausgewertete Zeitintervall τ_{ev} , wurden durch einen vollfaktoriellen Versuchsplan ermittelt.

Abb. 3.30 vergleicht die Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung des vorgestellten Kriteriums (blaue, durchgezogene Linie) mit dem Fall, dass stets alle verfügbaren Signale berücksichtigt werden (schwarze, gestrichelte Linie). Der Fehler kann demnach um etwa 1 mm reduziert werden. Von Interesse ist an dieser Stelle, wie optimal das definierte Kriterium die zu berücksichtigenden Sensorsignale auswählt. Das Resultat eines optimalen Kriteriums kann folgendermaßen ermittelt werden: für jede Messung wird mit Gl. 3.61 der Fehler ξ zwischen prognostizierter und tatsächlicher Quelle bestimmt für den Fall, dass $n = 2, \dots, 10$ Signale im Lokalisierungsprozess berücksichtigt werden. Aus diesem Vektor mit neun Fehlerwerten ξ_n wird der niedrigste Wert entnommen und für diese Messung abgespeichert. Ein ideales Kriterium würde für jeden Versuch die individuell optimale Anzahl an auszuwertenden Sensorsignalen ermitteln. Die grüne, gestrichelte Linie zeigt diesen optimalen Fall. Die Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung des vorgestellten Kriteriums Θ zeigt somit zwar eine Verbesserung gegenüber der Betrachtung aller Sensoren; weiteres Optimierungspotential bleibt durch den Abstand zur optimalen Auswertung aber bestehen.

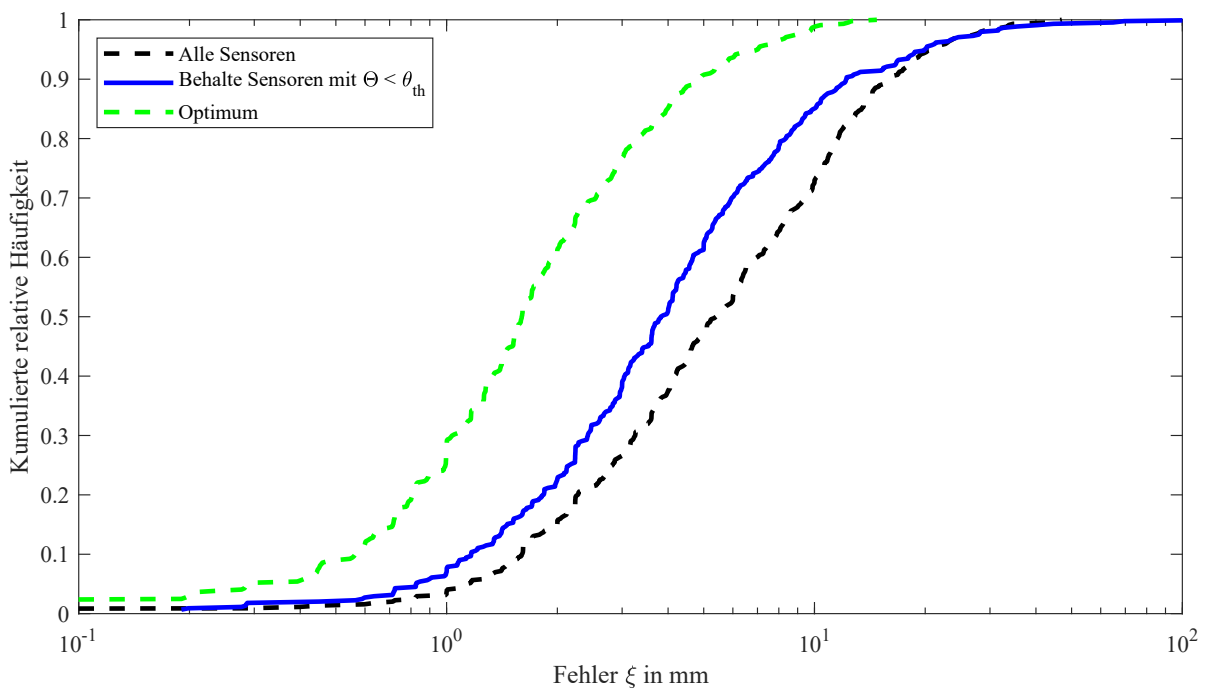


Abbildung 3.30: Lokalisierungsgenauigkeit bei Anwendung verschiedener Strategien bei der Auswahl von Signalen für den Abgleich mit der Datenbank.

Einflüsse der Parameter der Lokalisierungs-Methode B: Neuronalen Netze

In diesem Abschnitt werden die Parameter der zweiten Lokalisierungsmethode, die KNN zur Lokalisierung einsetzt, auf deren Einfluss auf die Lokalisierungsgenauigkeit untersucht. Der Fokus der Parameterstudien liegt dabei erneut aufgrund der höheren Datenmenge auf den durch Simulationsmethoden generierten Datensätzen. Die Ergebnisqualität von KNN wird u.a. durch die Parameter des Netzes (Anzahl der Neuronen, Aktivierungsfunktionen...), die Parameter des Trainingsprozesses (Optimierungsalgorithmus, Anzahl Trainingsepochen...), die Art der Datenaufbereitung sowie durch zufallsgenerierte Zahlen beim Training beeinflusst. Im Folgenden wird exemplarisch aufgezeigt, wie sich die Anzahl an Neuronen in den beiden hidden layers sowie die Anzahl an Trainingsepochen auf die Lokalisierungsgenauigkeit auswirken.

Abb. 3.31(a) zeigt exemplarisch den Einfluss der Anzahl an Neuronen in den beiden hidden layers. Das dabei eingesetzte KNN wurde mit einem durch den RTA generierten Datensatz trainiert. Es zeigt sich, dass eine gewisse Mindestanzahl an Neuronen in beiden Schichten erforderlich ist. Oberhalb dieser Mindestanzahl an Neuronen lässt sich keine Tendenz ablesen, dass eine weitere Erhöhung der Anzahl an Neuronen die Lokalisierungsgenauigkeit verbessert. Ein ähnliches Ergebnis zeigt sich in Abb. 3.31(b) bzgl. der Anzahl an Epochen beim Trainingsprozess: eine zu geringe Anzahl an Epochen führt zum sog. Underfitting und damit zu hohen Fehlern. Demgegenüber lässt sich die Lokalisierungsgenauigkeit durch mehr Epochen nicht beliebig verbessern. Bei einer weiteren Erhöhung der Anzahl an Epochen werden erneut schlechtere Resultate erzielt, was als Overfitting bezeichnet wird, aber in der Abbildung nicht dargestellt ist.

Die Optimierung der Parameter ist nicht Ziel der Arbeit. Ein Satz an Parametern, der zu zufriedenstellenden Ergebnissen beim Training mit simulierten Daten führt, ist in Tab. 3.3 zusammengefasst. Je nachdem mit welchem Simulationsmodell die Trainingsdaten generiert wurden, ergeben sich unterschiedliche Parameter für die neuronalen Netze. Die dargestellten Parameter sind daher nicht allgemeingültig und ein mathematisches Optimum kann nicht sichergestellt werden. Diese Bestimmung der Parameter durch Testen und Bewerten verschiedener Kombinationen stellt aber einen in der Literatur etabliertes Vorgehen bei der Parametrierung dar (Goodfellow et al [2018]).

3.5.3 Auswahl einer geeigneten Simulationsmethode

Vor der Anwendung der Lokalisierungsmethoden auf die akustische Problemstellung dieser Arbeit wird die für diesen Anwendungszweck geeignetste Methode ermittelt. Im Folgenden

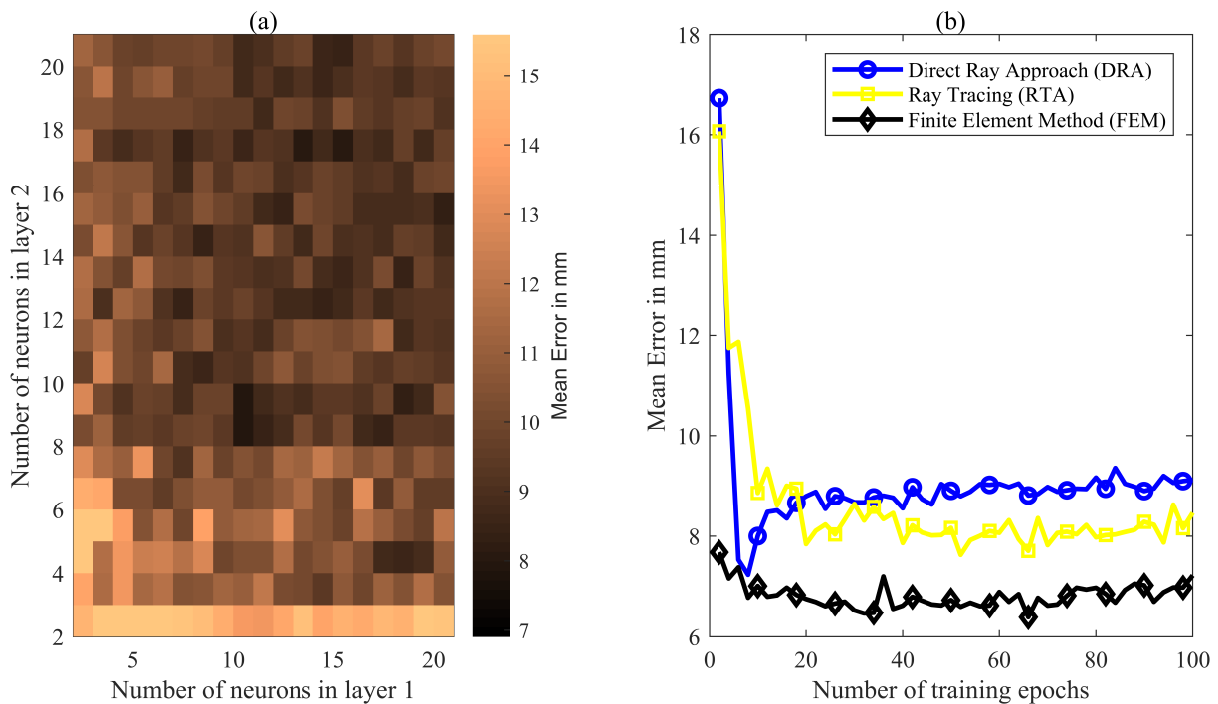


Abbildung 3.31: Einfluss von Parametern der neuronalen Netze auf die Lokalisierungsgenauigkeit: (a) Anzahl der Neuronen in den beiden hidden layers, (b) Anzahl der Epochen des Lernprozesses.

Eigenschaft	Wert
Validation Split	0.3
Aktivierungsfunktion (hidden layers)	tanh
Aktivierungsfunktion (output layer)	linear
Anzahl Neuronen in Schicht 1	DRA: 20; RTA: 9; FEM: 15
Anzahl Neuronen in Schicht 2	DRA: 10; RTA: 10; FEM: 15
Anzahl Trainingsepochen	DRA: 8; RTA: 52; FEM: 28

Tabelle 3.3: Übersicht der verwendeten Parameter für den Lokalisierungsansatz B beim Training mit Simulationsdaten. Die Zusammenstellung soll als Anhaltspunkt dienen und aufzeigen, dass keine allgemeingültigen Werte gefunden werden können, die für alle Daten optimale Ergebnisse liefern.

werden daher die beiden Lokalisierungsmethoden A und B mit den jeweils vier verschiedenen Methoden zur Datengenerierung gegenübergestellt. Um die Lokalisierungsgenauigkeit der beiden Ansätze zu vergleichen, wird weiterhin die in Gl. 3.61 definierte Abweichung der tatsächlichen von der durch die Lokalisierungsmethode ermittelten Position eingesetzt. Weiterhin werden alle 450 Messpunkte aus den in Kap.3.4.1 vorgestellten Untersuchungen lokalisiert. Wenn die experimentellen Daten selbst die Datenbasis darstellen, werden 80 % der Punkte für die Datenbasis und die verbleibenden 20 % für die Bewertung der Genauigkeit der Methode angesetzt.

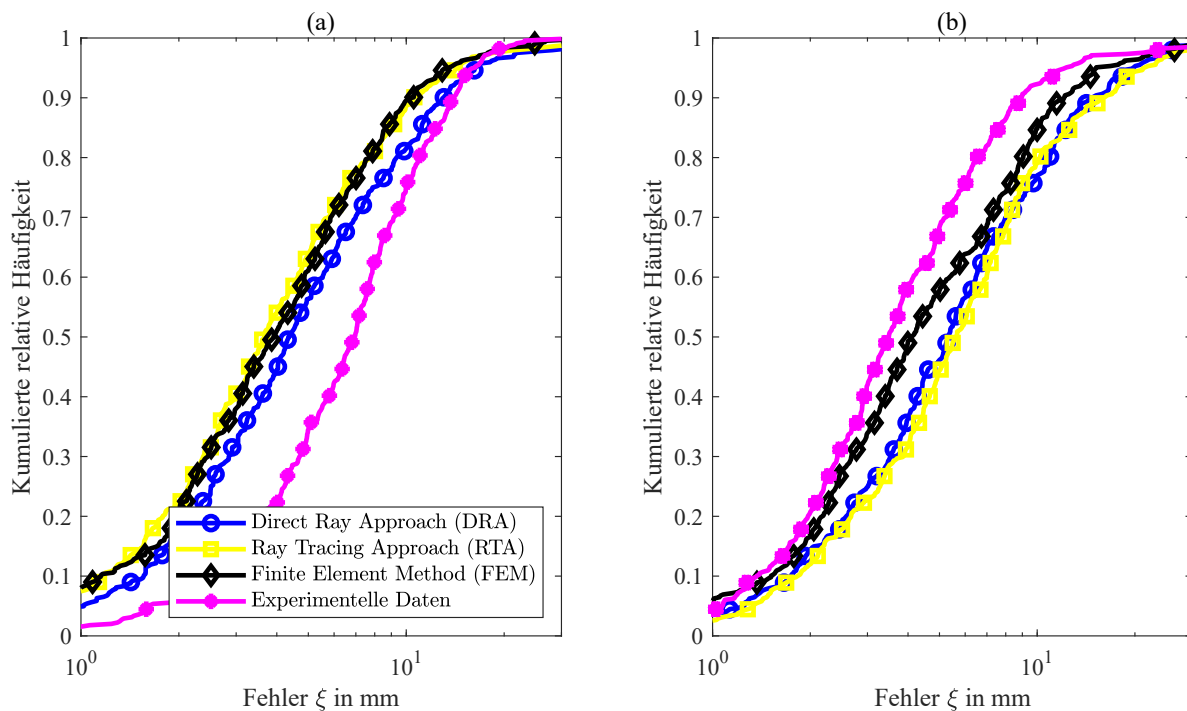


Abbildung 3.32: Vergleich der verschiedenen Methoden zur Datengenerierung für (a) die Lokalisierungsmethode A mit Datenbanken; (b) die Lokalisierungsmethode B mit neuronalen Netzen.

Abb. 3.32 zeigt die Lokalisierungsgenauigkeit für die insgesamt acht verschiedenen Methoden. Im Falle der Datenbank-Methode (Abb. 3.32(a)) führt die Erweiterung des DRA zum RTA durch die Berücksichtigung der Wellenbeugung um die Löcher im Bremsscheibentopf zu einer signifikanten Verbesserung der Ergebnisse. Der Schritt vom RTA zur FEM konnte die Lokalisierungsgenauigkeit nur geringfügig steigern. Dabei gilt auch zu berücksichtigen, dass durch die zusätzliche AZE, die bei durch die FEM generierten Daten notwendig ist, eine weitere, potentielle Fehlerquelle in den gesamten Prozess aufgenommen wird. Der Aufbau der Datenbank mit simulierten Daten führt demnach zu geringeren Fehlern als beim Einsatz experimenteller Daten. Dabei muss allerdings die geringere Anzahl an Daten aus den experimentellen Untersuchungen berücksichtigt werden.

Ein etwas anderes Bild ergibt sich bei Betrachtung der Lokalisierungsmethode auf Basis neuronaler Netze in Abb. 3.32(b): hier werden die besten Ergebnisse beim Training des KNN mit experimentellen Daten erzielt. Wenn ein KNN mit simulierten Daten trainiert wird, „lernt“ das Netz die Annahmen des Simulationsmodells. Da diese Annahmen in Realität nicht vorzufinden sind, ergeben sich Fehler, wenn das KNN anschließend auf experimentelle Daten angewendet wird. Im Gegenzug kann ein mit experimentellen Daten trainiertes Netz Aspekte wie die Eigenschaften der Sensoren oder Materialinhomogenitäten ins Netz „aufnehmen“, was beim Training mit simulierten Daten nicht möglich ist. Dadurch ergeben sich in

Datengenerierung	Datenbank-Methode	Neuronale Netze
DRA	6,34 mm, $\sigma = 6,23$ mm	7,23 mm, $\sigma = 6,57$ mm
RTA	5,34 mm, $\sigma = 5,71$ mm	7,63 mm, $\sigma = 7,29$ mm
FEM	5,21 mm, $\sigma = 4,72$ mm	6,13 mm, $\sigma = 6,11$ mm
Experiment	7,59 mm, $\sigma = 4,71$ mm	4,96 mm, $\sigma = 5,41$ mm

Table 3.4: Mittlere Fehler und Standardabweichungen durch die Kombination der beiden Methoden zur Lokalisierung mit den verschiedenen Ansätzen zur Datengenerierung.

Summe höhere Fehler bei der Lokalisierung, wenn die Netze mit simulierten Daten trainiert, aber auf experimentelle Daten angewendet werden. Beim Vergleich der drei mit simulativen Daten trainierten KNN zeigt sich, dass die Netze basierend auf FEM-Daten leicht bessere Ergebnisse liefern als die nahezu identisch performenden Netze basierend auf DRA- oder RTA-Daten.

Abschließend kann festgehalten werden, dass unabhängig von der Lokalisierungsmethode und der Art der Datengenerierung eine Lokalisierungsgenauigkeit von kleiner als 1 cm für etwa 80 % der Testdaten erzielt werden kann.

Die mittleren Fehler und dazugehörigen Standardabweichungen, die aus Abb. 3.32 abgeleitet werden können, sind in Tab. 3.4 zusammengefasst. Die mittleren Fehler nehmen Werte zwischen 4,96 mm und 7,63 mm an. Setzt man diese Werte in Relation zum Durchmesser des Brems Scheibentopfes von 170 mm, ergeben sich relative Fehler von 2,92 % – 4,49 %. Ein Vergleich mit entsprechenden Werten aus der Literatur unterstützt bei der Einordnung der erzielten Genauigkeiten: in Kalafat and Sause [2014] wird die Genauigkeit einer klassischen Lokalisierungsmethode basierend auf Ankunftszeitdifferenzen mit der Genauigkeit eines KNN am Beispiel eines Wasserkessels mit 500 mm Durchmesser verglichen. Die mittleren Abweichungen zur tatsächlichen Position der Anregung betragen in dieser Studie 70 mm – 140 mm für die klassische Lokalisierungsmethode und 20 mm – 50 mm im Falle der KNN. Bezieht man auch diese Werte auf den Durchmesser der Struktur, ergeben sich Abweichungen zwischen 0,6 % und 4,7 %, was im Bereich der Genauigkeit der vorliegenden Arbeit liegt. Shrestha et al [2015], der ebenfalls Methoden basierend auf Datenbanken einsetzt, gibt Fehler von 14,8 mm – 22,5 mm bei einer quadratischen Struktur mit Kantenlänge 600 mm an, sodass der prozentuale Fehler zwischen 2,5 % und 3,75 % liegt. Weitere Literaturwerte zur Genauigkeit klassischer Lokalisierungsmethoden finden sich im Anwendungsbereich der Seismologie: in Karasözen and Karasözen [2020] werden bei Distanzen zwischen Sensor und Quelle von 100 km – 200 km Fehler im Bereich von 5 km angegeben, was einer Genauigkeit von 2,5 % – 5 % entspricht. Der Vergleich mit der Literatur zeigt, dass sich die Genauigkeit der in dieser Arbeit vorgestellten Methoden trotz der kleinen Bauteilabmessungen in einem durch die Literatur akzeptierten Bereich befindet.

Im Folgenden wird untersucht, ob sich die beschriebenen Methoden auch für die Identifikation der Seite des Bremsscheibentopfes, auf der der Impuls aufgebracht wird, eignen. Dazu wurden die beiden Methoden mit den geringsten, mittleren Fehlern aus Tab. 3.4 ausgewählt und auf die Problemstellung der Identifikation der angeregten Trennebene angewendet. Dabei ergaben sich die folgenden Trefferquoten:

- Datenbank-Methode mit FEM-Daten: 52,1 %
- Neuronale Netze mit exp. Daten: 72,2 %

Daraus lässt sich ableiten, dass die Datenbank-Methode nicht geeignet ist, um die Trennebene zu bestimmen. Neuronale Netze erreichen mit 72,2 % immerhin eine akzeptable Quote. Ursächlich für die dennoch schlechte Prognostizierbarkeit der Trennebene ist die geringe Dicke des Bremsscheibentopfes von 7 mm. Diese Dicke liegt im Bereich der mittleren Fehler aus Tab. 3.4, sodass eine Aussage, an welcher Seite des Topfes angeregt wurde, nicht zuverlässig getroffen werden kann.

3.6 Anwendung der Methoden auf die Problemstellung im Radverbund

Ziel dieses Abschnitts ist es, den Entstehungsort des in der Arbeit untersuchten Störphänomens Tickern zu identifizieren. Da das Rad sich in den Untersuchungen dreht, soll sowohl die Position im lokalen, drehenden Koordinatensystem als auch im stehenden, globalen Koordinatensystem ermittelt werden. Dabei werden die in Kap. 3.5 erarbeiteten Methoden an einem akustisch auffälligen Radverbund angewendet.

3.6.1 Versuchsaufbau am fahrdynamischen Halbachsprüfstand

Der Fahrdynamischer Halbachsprüfstand (FDHAP) ist ein Prüfstand für die Absicherung der Betriebsfestigkeit des Radverbundes bei der BMW Group. Abb. 3.33 zeigt den Prüfsandaufbau für die Untersuchungen. Über eine Adapterplatte (1) wird der Radverbund (2), bestehend aus Rad, Bremsscheibe, Radlager und Schwenklager, am Prüfstand montiert. Eine Rolle (3) regelt die Fahrgeschwindigkeit. Über eine vertikale Vorrichtung (4) wird die Radaufstandskraft aufgebracht. Durch Kippen der Vorrichtung werden Lenkwinkel, Seitenkraft und der Sturz des Rades geregelt. Ein Laser (5) dient der Erfassung der Radstellung.

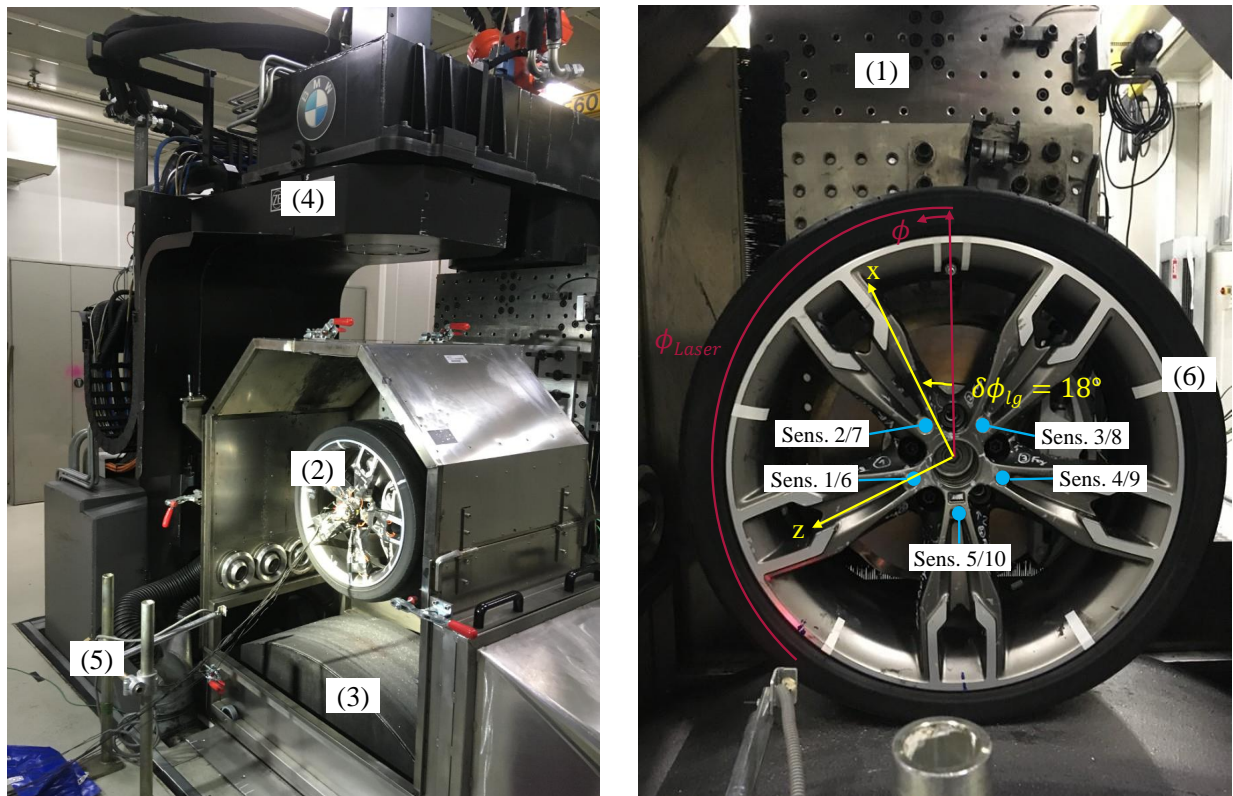


Abbildung 3.33: Fahr-dynamischer Halbachsprüfstand (FDHAP) bei der BMW Group und die für die Lokalisierung verwendeten Koordinatensysteme.

Für die Lokalisierung des Tickerns wurden erneut zehn Sensoren auf dem Bremsscheibentopf befestigt. Je fünf Sensoren befinden sich auf beiden Seiten des Bremsscheibentopfes. Die Positionen sind identisch zu den simulativen und experimentellen Voruntersuchungen und sind in Abb. 3.16 sowie in Abb. 3.34 markiert. Für die Bestimmung des Entstehungsortes des Tickerns mit Hilfe der beschriebenen Methodik wird somit das bisher verwendete Koordinatensystem x, z eingesetzt. Zusätzlich wird der Winkel $\varphi = \arctan(z/x)$ definiert. Dieses Koordinatensystem wird im Folgenden als lokales, drehendes Koordinatensystem bezeichnet.

Um die Position der Schallentstehung im globalen Koordinatensystem erfassen zu können, ist neben der Position im lokalen Koordinatensystem die Stellung des Rades zum Zeitpunkt der Schallentstehung erforderlich. Dazu dient ein Laser, der fünf mit einer reflektierenden Folie auf dem Reifen beklebte Punkte erkennen kann. Ein exemplarisches Rohsignal des Lasers ist in Abb. 3.35(a) dargestellt. Zu erkennen sind Signale in Form eines Rechtecks, sobald der Laser eine der Markierungen erfasst. Eine der fünf Markierungen ist durch zwei Folien gekennzeichnet, sodass ein breiteres Rechteck erfasst wird. Die Position dieser doppelten Markierung wird als Φ_{ref} im globalen, stehenden Koordinatensystem Φ bezeichnet. Dieses

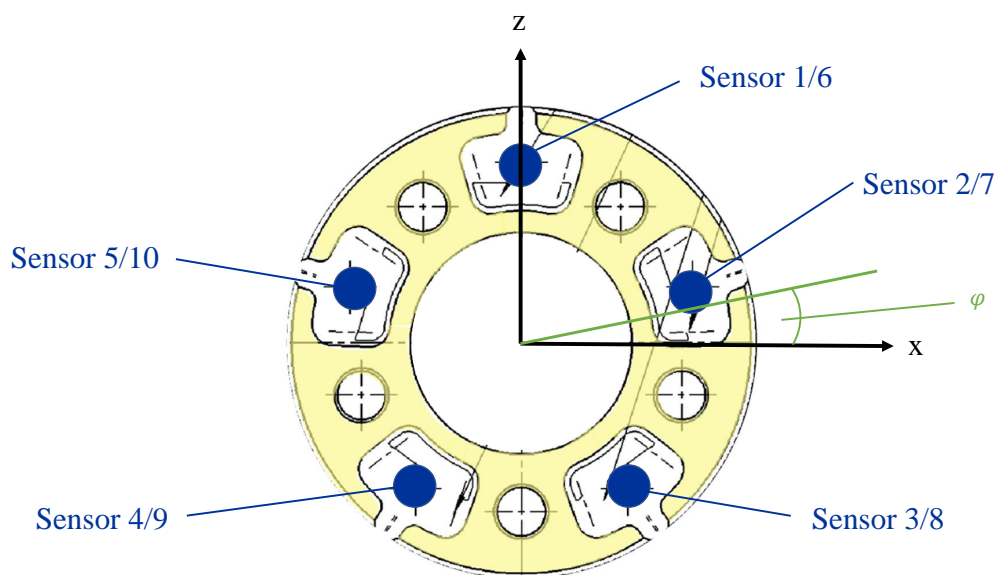


Abbildung 3.34: Lokales Koordinatensystem und Position der zehn Sensoren, die sich auf dem Bremscheibentopf befinden. In der Abbildung ist die Kontaktfläche des Rades zum Bremscheibentopf dargestellt, um aufzuzeigen, dass sich die Sensoren in dessen Aussparungen befinden.

Koordinatensystem ist in Abb. 3.33 dargestellt. Im abgebildeten Zustand befindet sich die doppelte Markierung auf 12 Uhr, sodass $\Phi_{\text{ref}} = 0^\circ$ gilt. Wenn der Laser diese Markierung erfasst und ein breiteres Rechteck ausgibt, befindet sich die doppelte Markierung an der Position $\Phi_{\text{ref}} = \Phi_{\text{Laser}} = 135^\circ$.

Die Umrechnung zwischen dem Winkel φ im lokalen Koordinatensystem und dem Winkel Φ im globalen Koordinatensystem erfolgt entsprechend Abb. 3.33 über

$$\Phi = \Phi_{\text{ref}} + \varphi + \Delta\varphi_{\text{lg}}. \quad (3.64)$$

Dabei bezeichnet $\Delta\varphi_{\text{lg}}$ den konstanten Winkel von 18° zwischen der breiten Markierung auf dem Rad und der x-Achse des lokalen Koordinatensystems. Durch Interpolation zwischen jeweils zwei der fünf Markierungen kann für jeden Zeitpunkt die Radstellung Φ_{ref} bestimmt werden, siehe Abb. 3.35(b).

3.6.2 Identifikation der Position der Schallentstehung im lokalen, drehenden Koordinatensystem

Zunächst wird die Datenbank-Methode zur Identifikation der Anregeposition des Tickerns in der Trennebene angewendet. Dazu wurden insgesamt 799 Impulse aus den Messungen am

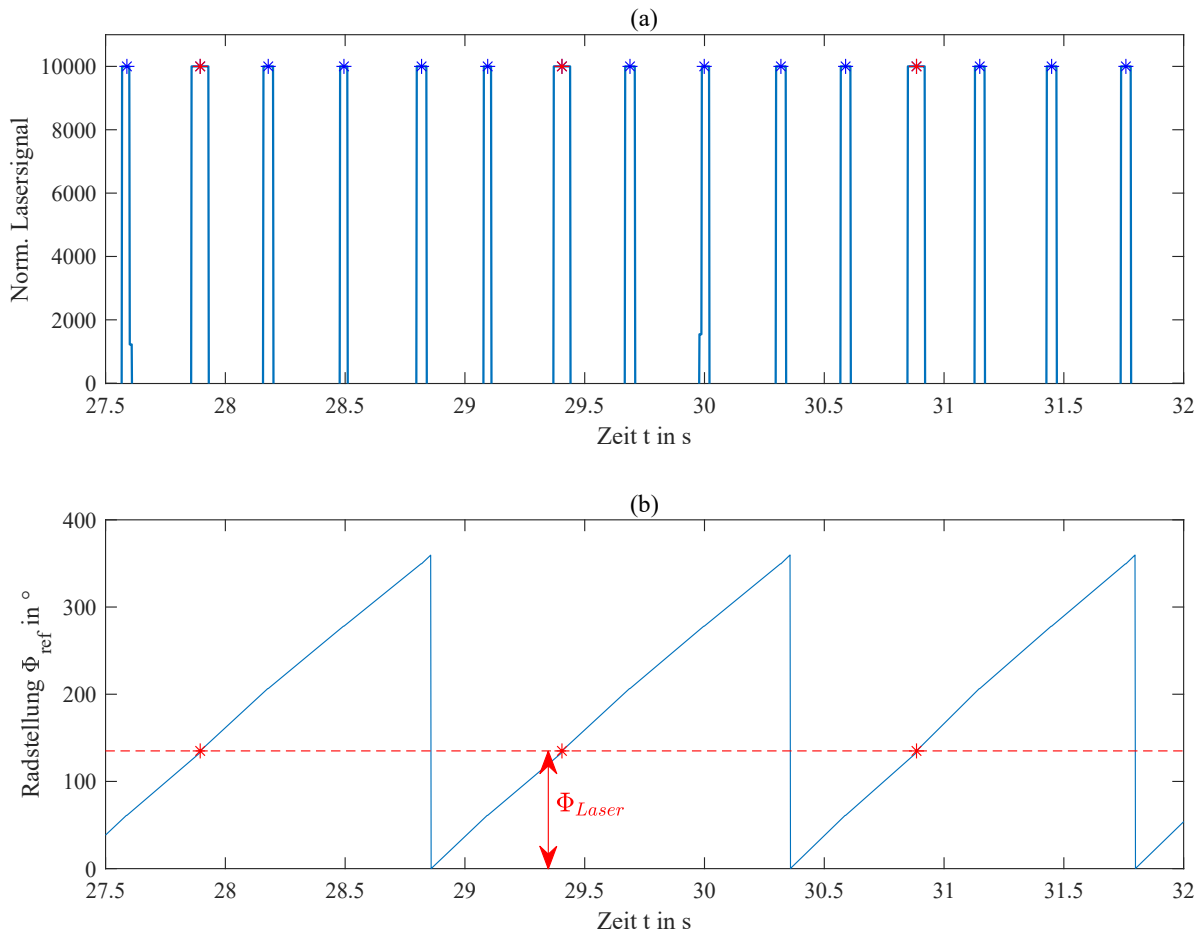


Abbildung 3.35: (a) Normiertes Rohsignal des Lasers. Die Sterne markieren die erkannten Markierungen auf dem Rad. (b) aus dem Lasersignal abgeleitete Radstellung, die im globalen Koordinatensystem X, Y, Φ erfasst wird.

FDHAP ausgewählt, deren Ankunftszeit identifiziert und diese als Input für die Methode übergeben.

Abb. 3.36 veranschaulicht, an welchen Positionen in der Trennebene die Lokalisierungsmethode A abhängig von der gewählten Datenbasis die Impulse identifiziert hat. Die Farbe an der Position ($x|y$) repräsentiert dabei den Wert, wie oft diese Stelle durch den Algorithmus als „sehr wahrscheinlich“ eingestuft wurde. Dies ist der Fall, wenn das in Gl. 3.55 beschriebene Bewertungskriterium einen definierten Wert unterschreitet. Für jeden ausgewerteten Impuls können auch mehrere, in der Regel nebeneinander liegende Punkte als „sehr wahrscheinlich“ eingestuft werden. Die Ergebnisse von Abb. 3.36(a) DRA und Abb. 3.36(b) RTA sind dabei nahezu identisch. Die Mehrheit der Impulse wird den Stegen nahe der Zentrierung zugeordnet. Ein dritter Hotspot ergibt sich am Außenrad der Kontaktflächen. Ähnliche Ergebnisse liefern auch die Datenbanken mit den FEM-Daten (Abb. 3.36(c)) oder den experimentellen Daten (Abb. 3.36(d)). Auffällig ist, dass trotz nahezu symmetrischer Bau-

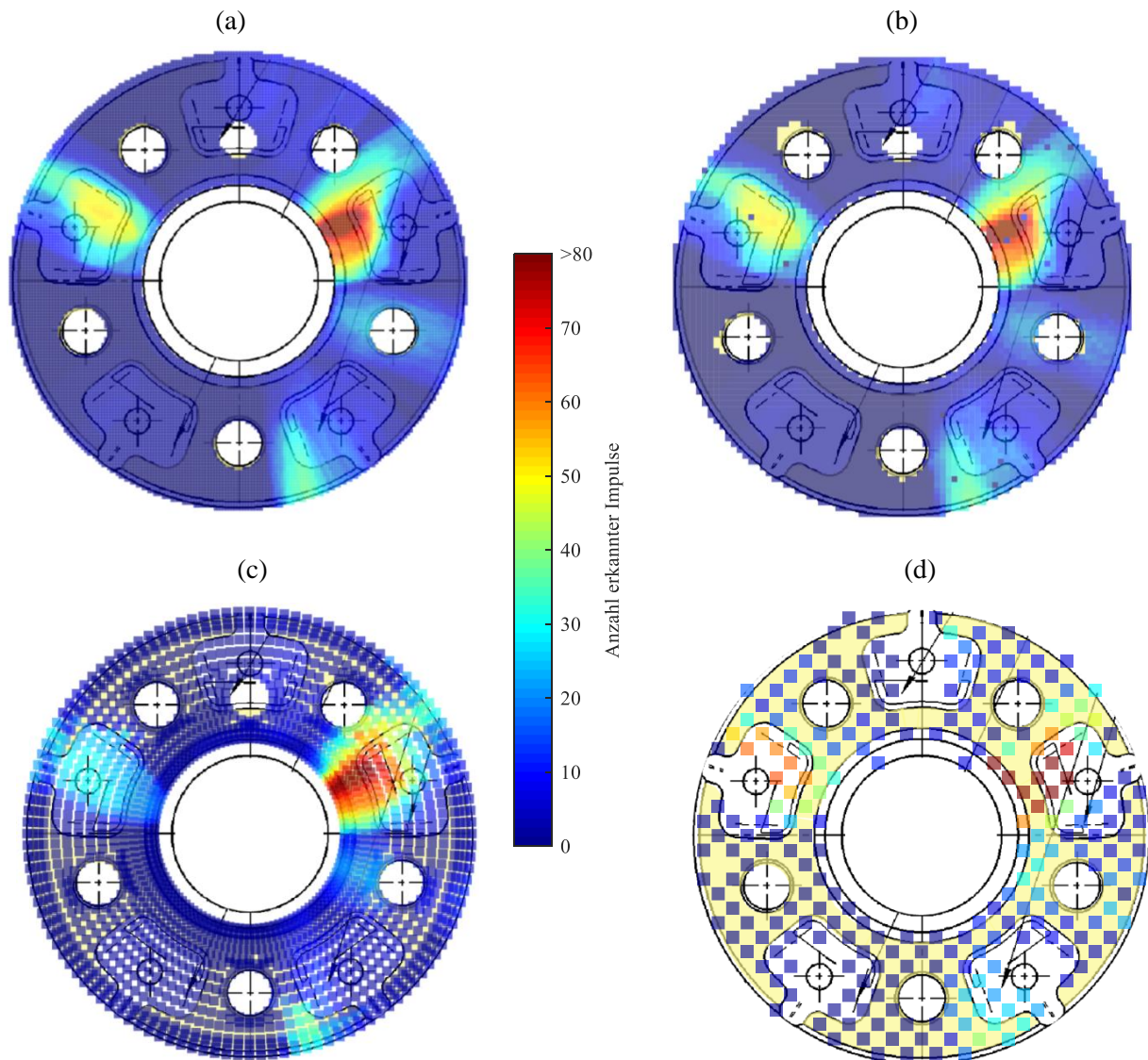


Abbildung 3.36: Lokalisierung des Entstehungsortes des Tickerns im lokalen Koordinatensystem mit Hilfe der Datenbank-Methode. Die Referenzdaten wurden jeweils mittels (a) DRA, (b) RTA, (c) FEM, (d) Experimenten bestimmt. Die Farbe der Punkte zeigt an, wie viele der 795 Impulse an der jeweiligen Stelle mit hoher Wahrscheinlichkeit entstanden sind.

teile keine Rotationszyklizität erkennbar ist. Die Beobachtung, dass nur einzelne Impulse pro Radumdrehung entstehen, ist auch aus Fahrversuchen bei der BMW Group bekannt. Mögliche Ursachen könnten Streuungen der Bauteiloberflächen oder insbesondere auch der Radschrauben-Vorspannkräfte darstellen. An dieser Stelle könnte eine Anwendung des Lokalisierungsverfahrens an weiteren, auffälligen Radverbänden unterstützen. Der Fokus der Arbeit liegt jedoch nicht auf dem Aufbau einer Statistik, sondern auf der Erarbeitung der beschriebenen Methodik zur Lokalisierung und der Interpretation der Ergebnisse. Daher werden die Erkenntnisse zum potentiellen Entstehungsort des Tickerns in Kap. 6 mit weiteren

Analysen verglichen.

Abb. 3.37 zeigt die Ergebnisse der Anwendung der auf KNN basierenden Lokalisierungsmethode B auf die Problemstellung. Da die mit Simulationsdaten trainierten Netze nicht für die Lokalisierung von unbekanntem Quellen aus dem Versuch geeignet sind (siehe Kap. 3.5.3 und Abb. 3.32(b)), wurden nur mit experimentellen Daten trainierte Netze auf die Problemstellung angewendet. Es wurden fünf verschiedene Netze mit unterschiedlichen Basisdaten aus den experimentellen Untersuchungen trainiert und auf die unbekannte Anregung angewendet. Die verschiedenen Netze sind als Punkte unterschiedlicher Farbe gekennzeichnet. Es zeigt sich, dass mit Labordaten trainierte KNN sich nicht auf die reale Problemstellung anwenden lassen: es ergeben sich einzelne Punktwolken, die teilweise auch im Bereich der auffälligen Bereiche aus Abb. 3.36 liegen. Die Streuungen fallen insgesamt aber zu hoch aus, um qualifizierte Aussagen aus diesem Ansatz ableiten zu können.

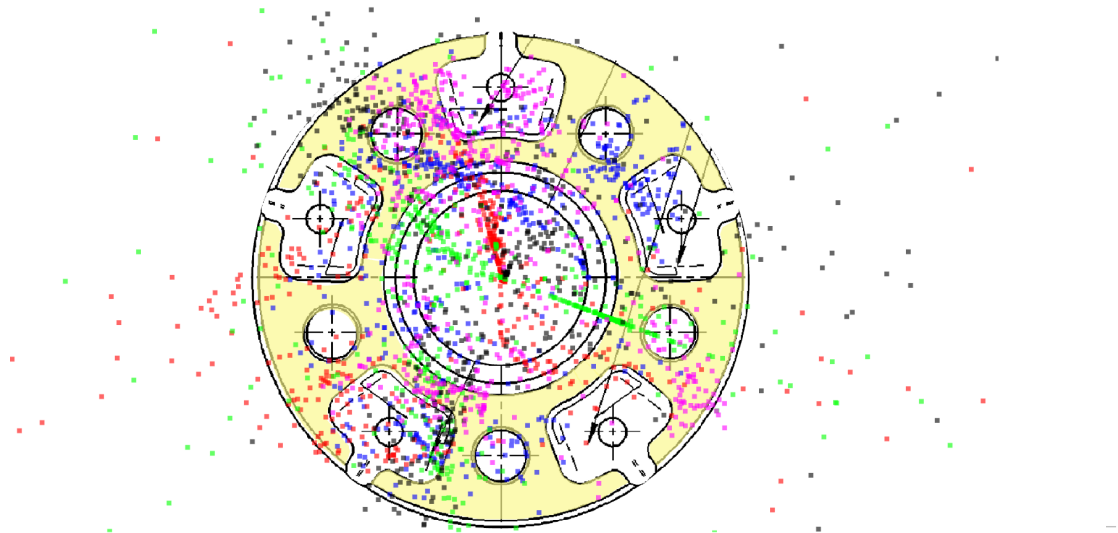


Abbildung 3.37: Ergebnisse aus der Anwendung der mit experimentellen Daten trainierten KNN auf Daten mit unbekannter Anregeposition aus den Messungen am FDHAP. Die verschiedenen Farben symbolisieren fünf Netze, die jeweils mit unterschiedlichen Referenzpunkten aus den experimentellen Untersuchungen trainiert wurden.

3.6.3 Identifikation der Position der Schallentstehung im globalen, stehenden Koordinatensystem

Ziel dieser Untersuchung ist die Identifikation der Position im globalen, stehenden Koordinatensystem zum Zeitpunkt der Geräuschenstehung. Dies ist von Interesse, da sich durch die Seitenkräfte während der Kurvenfahrt eine ungleichmäßige Druckverteilung in den

Kontaktflächen einstellt. Somit ist ein einzelner Kontaktpunkt während einer vollständigen Radumdrehung unterschiedlichen Bedingungen ausgesetzt. Durch die Seitenkraft, die etwa bei $\Phi = 180^\circ$ angreift, wirken im Bereich $\Phi \in [90^\circ, 270^\circ]$ höhere Drücke als im Bereich $\Phi \in [270^\circ, 90^\circ]$. Eine Auswertung zu der beschriebenen Druckverteilung aus einer FEM-Simulation ist in Anhang A.5 zu finden. Im vorherigen Abschnitt wurde die Position der Schallentstehung im lokalen, rotieren Koordinatensystem x,z bestimmt. Nun soll die Position im globalen Koordinatensystem Φ ermittelt werden. Abb. 3.38 zeigt grafisch, bei welcher Radstellung die Impulse entstehen. Daraus lässt sich ablesen, dass die Impulse im Bereich $\Phi \approx 65^\circ$ entstehen. Da sich das Rad in den Versuchen gegen den Uhrzeigersinn dreht, verlässt der Kontaktpunkt somit zum Zeitpunkt der Schallentstehung den Bereich des niedrigen Druckes und geht in den Bereich des höheren Druckes über.

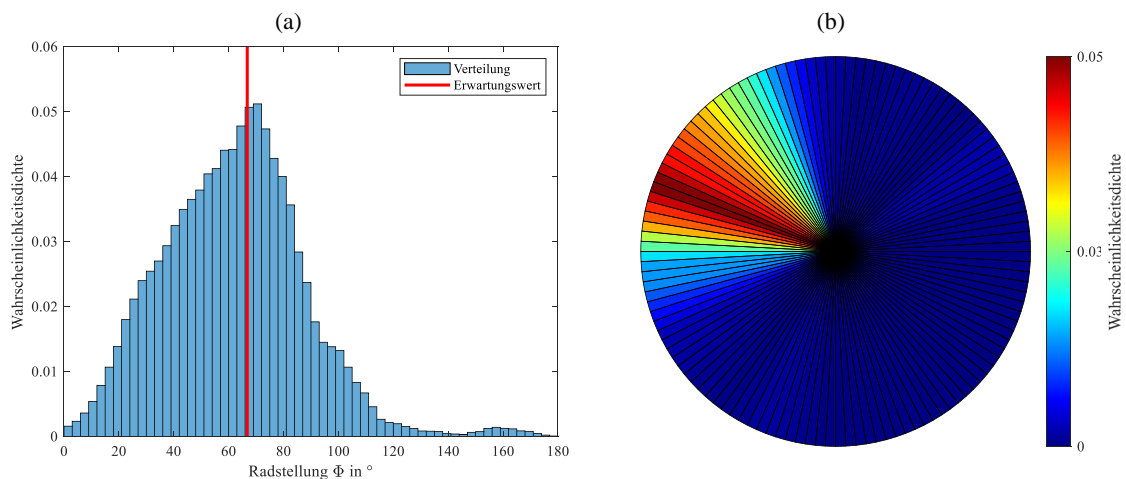


Abbildung 3.38: Position der Schallentstehung im stehenden, globalen Koordinatensystem: die Subplots (a) und (b) zeigen zwei verschiedene Visualisierungen der Wahrscheinlichkeitsdichte, dass am Winkel Φ ein Impuls entsteht. Das Rad dreht sich in den Versuchen gegen den Uhrzeigersinn.

4 Tribologische Analysen der Werkstoffpaarungen

In diesem Kapitel werden die tribologischen Eigenschaften der Werkstoffpaarungen des Radverbundes analysiert und miteinander verglichen. Motiviert werden die Analysen durch die in der Praxis beobachtete, höhere Robustheit von Grauguss-Paarungen ggü. entsprechenden Aluminiumpaarungen bzgl. dem Auftreten von impulsartigen Störgeräuschen. Die Untersuchungen erfolgten in Kooperation mit zwei auf Werkstoffanalysen spezialisierte Institutionen: eine Untersuchung zur Auftretenswahrscheinlichkeit von Stick-Slip-Effekten erfolgte in Kooperation mit der Bundesanstalt für Materialforschung (BAM) und wird in Kap. 4.1 vorgestellt. Die Quantifizierung des Reibungs- und Fretting-Verhaltens aus der Zusammenarbeit mit dem Fraunhofer-Institut für Werkstoffmechanik (IWM) wird in Kap. 4.2 thematisiert.

4.1 Quantifizierung der Auftretenswahrscheinlichkeit von Stick-Slip-Effekten

In Kap. 2 wurde theoretisch untersucht, wie sich Minimalmodelle mit Reibung unter harmonischer Anregung verhalten. Neben diesen analytischen und numerischen Studien finden sich in der Literatur auch entsprechende experimentelle Untersuchungen zu harmonisch erregten Systeme mit Reibung, von denen einige im Folgenden vorgestellt werden.

In Kap. 2.2.2 wurde die FRF eines Einmassen-Schwingers mit Reibung diskutiert, deren Lösungen auf Den Hartog zurückgehen. Diese FRF können mit guter Genauigkeit auch experimentell erfasst werden, wie durch Marino and Cicirello [2020] aufgezeigt wurde. In der genannten Studie wird, wie auch zuvor in Marui and Kato [1984]; Wojewoda et al [2008], die Basis harmonisch angeregt. In Kap. 2.3.2 wurde der Einfluss verschiedener Systemeigenschaften auf das Auftreten von mehreren Haftzuständen pro Zyklus numerisch untersucht. Experimentelle Ergebnisse mit unterschiedlicher Anzahl an Stopps wurden bspw. durch Marui and Kato [1984]; Hinrichs et al [1998]; Marino and Cicirello [2020] aufgezeigt. In den

genannten Studien fand dabei keine statistische Auswertung statt, weshalb dieser Aspekt einer der Zielsetzungen der folgenden Untersuchung ist.

Eine Vielzahl weiterer Studien beschäftigt sich damit, Reibungsgesetze zu definieren und die Ergebnisse der Modelle an die Messergebnisse anzunähern, siehe Couillard et al [2007]; Oancea and Laursen [1998]; Fadaee and Yu [2016]; Guo et al [2008]; Laursen and Oancea [1997]; Hinrichs et al [1998]. Neben dem klassischen Coulomb-Modell, dem LuGre-Modell und dem Borsten-Modell werden in den genannten Veröffentlichungen auch weniger verbreitete oder auch speziell für die jeweilige Problemstellung erarbeitete Modelle zum Abgleichen mit den Messdaten eingesetzt. Ein Ziel der folgenden Untersuchung ist es daher herauszuarbeiten, wie eine sukzessive Erhöhung der Komplexität der Reibungsmodellierungen die Annäherung der Simulationsergebnisse an die Messdaten schrittweise verbessern kann.

Der Aufbau der für diese Untersuchung eingesetzten Prüfmaschine wird in Kap. 4.1.1 vorgestellt. Die Ergebnisse wiesen bei einer Vielzahl an Messdaten Stick-Slip-Effekte auf. Nach einer statistischen Auswertung dieser Beobachtung (Kap. 4.1.2) wird überprüft, ob sich der Stick-Slip-Effekt durch den in Kap. 2.3.1 vorgestellten MDOF modellieren lässt (Kap. 4.1.3). Dabei wird analysiert, welchen Einfluss die Komplexität des Reibungsmodells auf die Approximation der Messdaten durch das Ersatzmodell aufweist. Die Ergebnisse dieses Kapitels sind auch in der Veröffentlichung (Scholl et al [2022]) zu finden.

4.1.1 Aufbau

Für die folgende Untersuchung wird die Prüfmaschine „SRV5“ der Firma Optimol Instrument eingesetzt, die auf die Untersuchung tribologischer Kontakte spezialisiert ist. Der Aufbau der Maschine ist in Abb. 4.1 dargestellt. Der Prüfstand besteht aus einer Halterung, in der eine der beiden Proben montiert ist. Diese Halterung wird über einen Linearmotor angetrieben, der eine harmonische Kraft $F_{\text{Err}}(t)$ erzeugt. Dadurch entsteht eine oszillierende Relativbewegung zwischen der bewegten und der fixierten Probe. Die Normalkraft zwischen den Proben F_N wird während der Versuchsdurchführung über eine Regelung konstant gehalten. Piezo-Sensoren in der Halterung der fixierten Probe erfassen die durch die Schnittstelle der beiden Probekörper übertragene Reibungskraft. Eine Heizvorrichtung und ein Temperatursensor dienen zur Temperaturregelung.

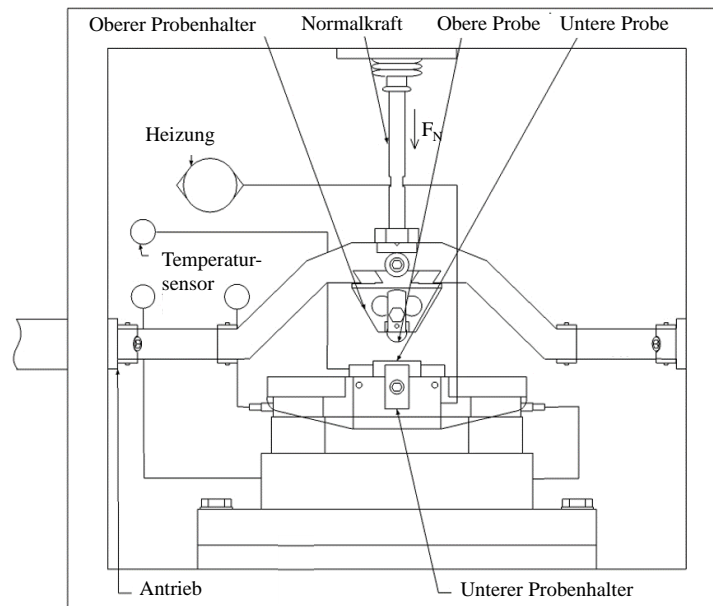


Abbildung 4.1: Schematischer Aufbau der Prüfmaschine „SRV5“. Quelle: Optimol Instruments.

4.1.2 Statistische Auswertung der Experimente

Die Proben für die Untersuchungen wurden aus dem Bremsscheibentopf und dem Radlager entnommen. Dadurch weisen die Materialproben dieselbe Oberflächenbeschaffenheit wie in der Praxis auf. Untersucht werden soll die bzgl. Tickern robustere Paarung Grauguss/Stahl sowie die Paarung Aluminium/Stahl. In allen Messungen wurde eine konstante Normalkraft $F_{N,soll}$ eingestellt. Die Frequenz der harmonischen Anregung beträgt f_{soll} und der Wert für die einzuregelnde Amplitude wurde auf A_{soll} festgelegt.

Die Variablen $\tilde{\xi}(t)$ und $\tilde{\xi}_{max}$ beschreiben die messtechnisch erfassten Auslenkungen, die durch den Sollwert der Amplitude A_{soll} normiert wurden:

$$\tilde{\xi}(t) = \frac{x(t)}{A_{soll}}; \quad \tilde{\xi}_{max} = \frac{\max(|x(t)|)}{A_{soll}}. \quad (4.1)$$

Abb. 4.2 zeigt den Zeitverlauf von Bewegung und Geschwindigkeit der durch den Motor angetriebenen Masse für drei aufeinanderfolgende Zyklen. Die Ergebnisse der Aluminiumpaarungen (a), (c) weisen dabei einen abnormalen Stopp auf, wie er in Abb. 2.15 in Kap. 2.2.5 definiert wurde. Grauguss-Paarungen zeigen diesen Effekt in dem dargestellten Beispiel nicht. Die rote Markierung II.) hebt diesen zusätzlichen Gleit-Haft-Gleit-Übergang hervor, der auftritt, während sich die Masse von der linken Seite (positiver Weg) zur rechten Seite (negativer Weg) bewegt. Die durch den Stick-Slip-Effekt verursachte Verzögerung der Probe kann auch

aus dem Zeitverlauf der Geschwindigkeit abgelesen werden, der an dieser Stelle ein lokales Extremum aufweist (vgl. Markierung III.) in Abb. 4.2).

Das Rauschen im Diagramm um die Geschwindigkeit $\dot{\xi} = 0$ entsteht durch die Differenzierung des gemessenen Wegsignals. Markierung I.) hebt die Bewegung der Masse vor dem Losbrechen hervor, die sich aus der Steifigkeit des Prüfstandsaufbaus und der tangentialen Kontaktsteifigkeit des Reibungskontaktes zusammensetzt und somit abhängig von der Materialpaarung ist.

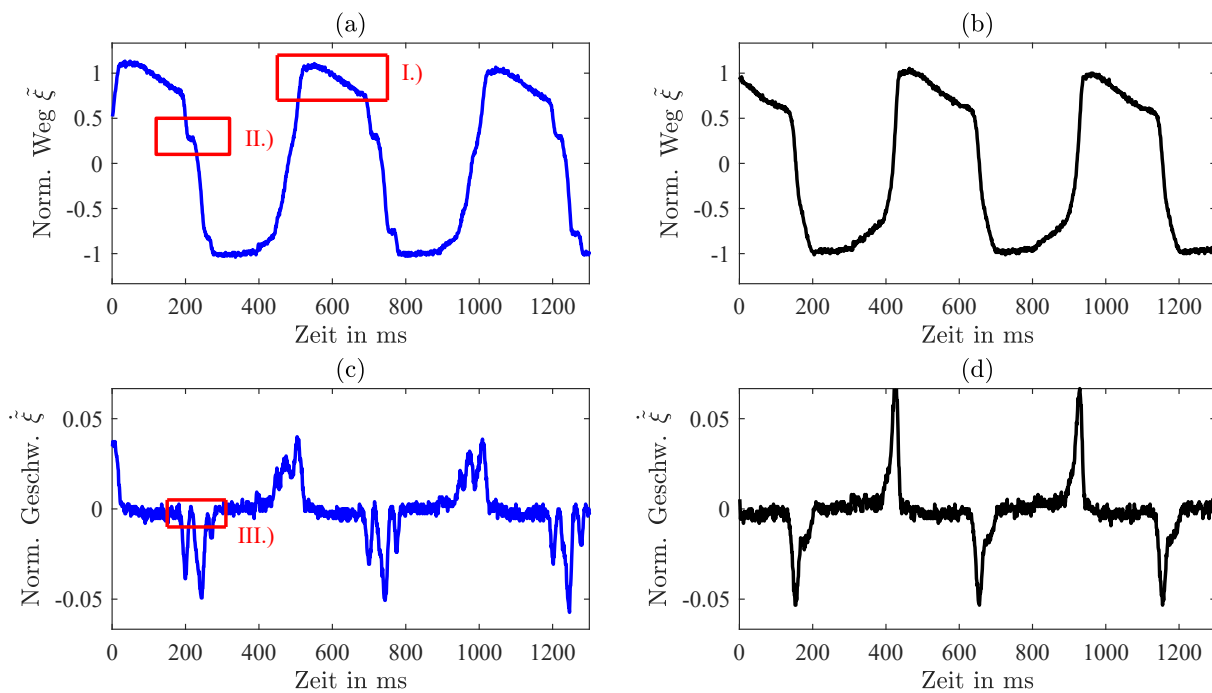


Abbildung 4.2: Vergleich des normierten Wegsignals (a),(b) und des normierten Geschwindigkeitssignals (c),(d) für die Paarung Aluminium/Stahl (a), (c) sowie Grauguss/Stahl (b), (d). Die roten Rechtecke markieren folgende Punkte: I.) Bewegung vor dem Losbrechen, II.) abnormaler Stopp, III.) lokales Extremum im Zeitverlauf der Geschwindigkeit.

Eine Sichtung der Daten führte zu der Beobachtung, dass das Auftreten dieses abnormalen Stopps von der messtechnisch erfassten Amplitude und der Materialpaarung abhängig ist. Um diese Beobachtung zu quantifizieren, wurde eine automatisierte Erkennung des Effekts basierend auf einer Peak-Identifikation im Geschwindigkeitssignal umgesetzt und auf alle experimentellen Daten angewendet. Anschließend wurden die Ergebnisse des Algorithmus stichprobenartig manuell überprüft. Die Zufallsvariable X_S beschreibt, ob mindestens ein abnormaler Stopp auftritt ($X_S \geq 1$) oder nicht ($X_S = 0$). Die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen abnormalen Stopp $p(X_S \geq 1)$ kann über die Anzahl der Zyklen mit mindestens einem abnormalen Stopp $n_{\text{Zyk,Stopp}}$ und der Gesamtzahl der Zyklen $n_{\text{Zyk,tot}}$ bestimmt

werden:

$$p(X_S \geq 1) = \frac{n_{\text{Zyk,Stopp}}}{n_{\text{Zyk,tot}}}. \quad (4.2)$$

Auch wenn die Bewegung der angetriebenen Masse durch die Maschine geregelt wird, führen die sich verändernden Reibungseigenschaften trockener Kontakte zu Abweichungen vom definierten Sollwert. Dies ist in der Häufigkeitsverteilung der tatsächlich erreichten Bewegungsamplituden in Abb. 4.3(b) erkennbar. In der Darstellung wurden die gemessenen Amplituden in äquidistante Intervalle unterteilt und deren Auftretenshäufigkeit bestimmt.

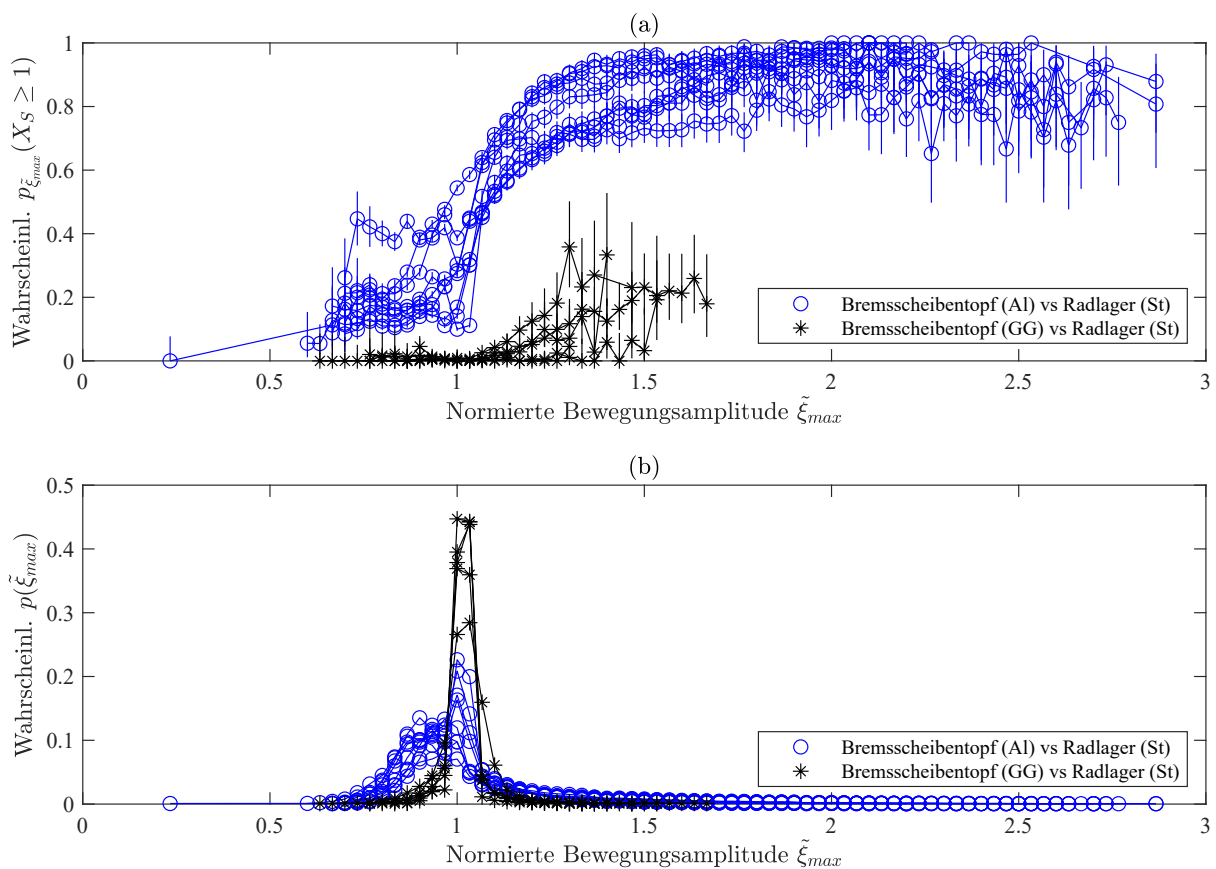


Abbildung 4.3: (a) Die Wahrscheinlichkeit zur Identifikation mindestens eines abnormalen Stopps pro Zyklus ist bei Aluminiumpaarungen höher als bei Grauguss-Paarungen. (b) Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der gemessenen, normierten Bewegungsamplitude zeigt, dass Zyklen mit einer Amplitude oberhalb oder unterhalb des vorgegebenen Sollwertes seltener auftreten.

Eine plötzliche Veränderung (sog. „Bursts“) der Bewegungsamplitude von einem Zyklus zum darauffolgenden lässt sich auch numerisch identifizieren. Bei nicht-linearen Systemen kann es in Abhängigkeit eines Parameters zu einer Veränderung des Systemverhaltens kommen, was als Bifurkation bezeichnet wird. Popp et al [1995] untersuchte diesen Effekt beispielsweise

bei der Modellierung trockener Kontakte, bei denen eine nur geringfügige Änderung der Parameter die Systemantwort, in diesem Fall die Bewegungsamplitude, signifikant verändert. Da sich die Bewegungsamplitude $\tilde{\xi}_{\max}$ auf die Auftretenswahrscheinlichkeit eines abnormalen Stopps auswirkt, wird im Folgenden eine bedingte Wahrscheinlichkeit von mindestens einem abnormalen Stopp $p_{\tilde{\xi}_{\max}}(X_S \geq 1)$ pro Zyklus bestimmt:

$$p_{\tilde{\xi}_{\max}}(X_S \geq 1) = \frac{p(\tilde{\xi}_{\max} \cap X_S \geq 1)}{p(\tilde{\xi}_{\max})}. \quad (4.3)$$

Dabei beschreibt $p(\tilde{\xi}_{\max})$ die in Abb. 4.3(b) dargestellte Wahrscheinlichkeit, dass sich die gemessene Amplitude in einem Intervall mit dem Mittelwert $\tilde{\xi}_{\max}$ befindet. Abb. 4.3(a) zeigt die Auswertung dieser Wahrscheinlichkeit eines abnormalen Stopps $p_{\tilde{\xi}_{\max}}(X_S \geq 1)$ für zehn Versuche mit je 60.000 Zyklen für die Materialpaarungen mit Aluminium und Grauguss. Die Ergebnisse zeigen, dass Aluminium/Stahl-Paarungen eine höhere Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von abnormalen Stopps aufweisen als die Untersuchungen mit Grauguss/Stahl-Paarungen. Die vertikalen Linien visualisieren die 95 %-Konfidenzintervalle für die Wahrscheinlichkeit eines abnormalen Stopps, die mit der Clopper-Pearson-Methode bestimmt wurden. Die Konfidenz reduziert sich für höhere Bewegungsamplituden, da diese entsprechend Abb. 4.3(b) seltener aufgetreten sind und somit weniger Daten vorliegen. Für Aluminium-Paarungen wurden die Zyklen mit abnormalen Stopps detaillierter untersucht. Abb. 4.4 zeigt die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von ein, zwei bzw. drei abnormalen Stopps pro halben Zyklus. Dabei zeigt sich, dass eine höhere Anzahl an abnormalen Stopps pro halben Zyklus seltener auftritt als einzelne abnormale Stopps. Die vertikalen Linien repräsentieren erneut die 95 %-Konfidenzintervalle.

4.1.3 Modellierung der beobachteten Stick-Slip Effekte mit dem MDOF

Im Folgenden soll mittels des in Kap. 2.3.1 vorgestellten MDOF überprüft werden, ob sich der beobachtete Stick-Slip-Effekt mit dem Minimalmodell modellieren lässt. Im ersten Schritt werden dazu repräsentative Zyklen aus den Messungen ausgewählt und im zweiten Schritt die Parameter des MDOF angepasst, sodass die gewählten, experimentellen Verläufe approximiert werden.

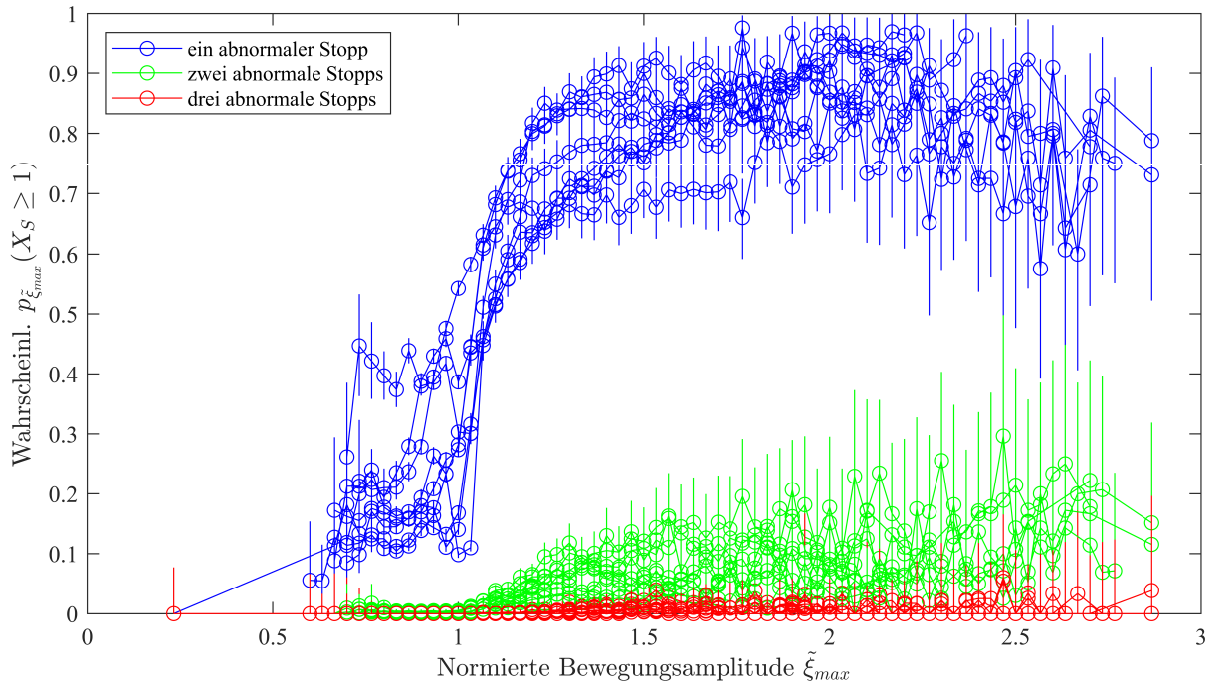


Abbildung 4.4: Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von einem, zwei oder drei abnormalen Stopps pro halben Zyklus. Die Wahrscheinlichkeit von mehr als einem abnormalen Stopp pro halben Zyklus ist gering.

Schritt 1: Auswahl repräsentativer Messdaten für die Optimierung

Zunächst werden die Zyklen anhand der gemessenen Bewegungsamplitude und der Anzahl an abnormalen Stopps kategorisiert. Im Folgenden Beispiel wird eine Menge an Zyklen von Aluminiumpaarungen $\mathbf{C}_{7\%}$ bestimmt, deren Bewegungsamplituden um maximal 7% vom Sollwert A_{soll} abweichen und mindestens einen abnormalen Stopp pro Zyklus aufweisen:

$$\mathbf{C}_{7\%} = \left\{ \tilde{\xi}_j(t) \mid \max(|\tilde{\xi}(t)|) \in [0,93; 1,07] \right\} \quad (4.4)$$

Auf Basis dieser Zyklen wird zunächst ein „erwarteter Verlauf“ C_{erw} bestimmt, indem eine Mittlung des Zeitverlaufs aller n_{tot} Zyklen der Menge $\mathbf{C}_{7\%}$ erfolgt. Dazu wird für jeden Zeitschritt t_i ein Mittelwert $\tilde{\xi}_{\text{erw}}(t_i)$ bestimmt:

$$\tilde{\xi}_{\text{erw}}(t_i) = \frac{\sum_j^{n_{\text{tot}}} \tilde{\xi}_j(t_i)}{n_{\text{tot}}}. \quad (4.5)$$

Der dabei ermittelte Zyklus C_{erw} ist in rot zusammen mit allen Zyklen aus der Menge $\mathbf{C}_{7\%}$ in Abb. 4.5(a) dargestellt. Der Zyklus C_{erw} ist nicht geeignet für den angestrebten Fitting-Prozess, da, wie in Abb. 4.5(a) erkennbar ist, der abnormaler Stopp durch die Mittlung „geglättet“ wird. Aus diesem Grund werden aus der Menge an Zeitverläufen $\mathbf{C}_{7\%}$ sog. re-

präsentative Zyklen C_{rep} gesucht, deren Zeitverläufe $\tilde{\xi}_{\text{rep}}(t)$ eine minimale Abweichung zum Zeitverlauf $\tilde{\xi}_{\text{erw}}(t)$ aufweisen. In der Abb. 4.5(b) ist erkennbar, dass die normierte Position des abnormalen Stopps $\tilde{\xi}_{\text{Stopp}} = x_{\text{Stopp}}/A_{\text{soll}}$ einer Wahrscheinlichkeitsverteilung unterlegen ist. Daher soll gleichzeitig die Abweichung der Position des abnormalen Stopps $\tilde{\xi}_{\text{Stopp,rep}}$ zum Erwartungswert der Stopp-Position $\tilde{\xi}_{\text{Stopp,erw}}$ minimiert werden. Die erwartete Stopp-Position kann ermittelt werden über

$$\tilde{\xi}_{\text{Stopp,erw}} = \frac{\sum_j^{n_{\text{tot}}} \tilde{\xi}_{\text{Stopp,j}}}{n_{\text{tot}}}. \quad (4.6)$$

Mathematisch formuliert wird daher die folgende Fragestellung untersucht:

$$\text{finde } C_{\text{rep}} \in \mathbf{C}_{7\%} \mid \min \left(\Delta\tilde{\xi}_{\text{rep}} + \Delta\tilde{\xi}_{\text{Stopp,erw}} \right) \quad (4.7)$$

$$\Delta\tilde{\xi}_{\text{rep}} = \sqrt{\sum_i \left(\tilde{\xi}_{\text{rep}}(t_i) - \tilde{\xi}_{\text{erw}}(t_i) \right)^2}, \quad (4.8)$$

$$\Delta\tilde{\xi}_{\text{Stopp,rep}} = |\tilde{\xi}_{\text{Stopp,rep}} - \tilde{\xi}_{\text{Stopp,erw}}|. \quad (4.9)$$

Der mit dieser Methode aus den Beispieldaten ermittelte, repräsentative Zyklus ist in Abb. 4.5(a) in grün dargestellt. Mit diesem Vorgehen wurden acht repräsentative Zyklen auf Basis verschiedener Messungen aus den Daten ermittelt, die im nächsten Schritt über das Minimalmodell angenähert werden sollen.

Schritt 2: Adaption des Minimalmodells an die Messdaten

Im Folgenden soll untersucht werden, ob sich die beobachteten Stick-Slip-Effekte mit dem in Kap. 2.3.1 vorgestellten MDOF modellieren lassen. Ziel ist es, die simulierten Zyklen an die gemessenen, im vorherigen Abschnitt ermittelten, repräsentativen Zyklen C_{rep} anzunähern. Das Massen-Verhältnis \tilde{M} wurde auf den Wert 0,511 festgesetzt, der aus Daten der Prüfmaschine von Optimol Instruments bestimmt wurde. Die Dämpfungs- und Steifigkeitskoeffizienten sowie die Reibungsparameter des Ersatzmodells wurden über ein Optimierungsverfahren ermittelt. Dabei wurde ein genetischer Algorithmus zur Mehrzieloptimierung aus der *MATLAB*-Optimierungs-Toolbox eingesetzt. Details zum Algorithmus sind in der *MATLAB*-Dokumentation (Link: matlabGA) zu finden.

Die Zielgrößen für die Optimierungen d_{Weg} und d_{Reib} beschreiben die gemittelten, quadratischen Abweichungen zwischen Messdaten und simulierten Daten des Weg- bzw. Reibungssignals. Vor der Berechnung der quadratischen Abweichungen werden die simulierten Daten um das Zeitintervall τ_{cor} verschoben, sodass eine maximale Korrelation zwischen simulierten und experimentell bestimmten Zeitverläufen besteht. Beide Datensätze werden

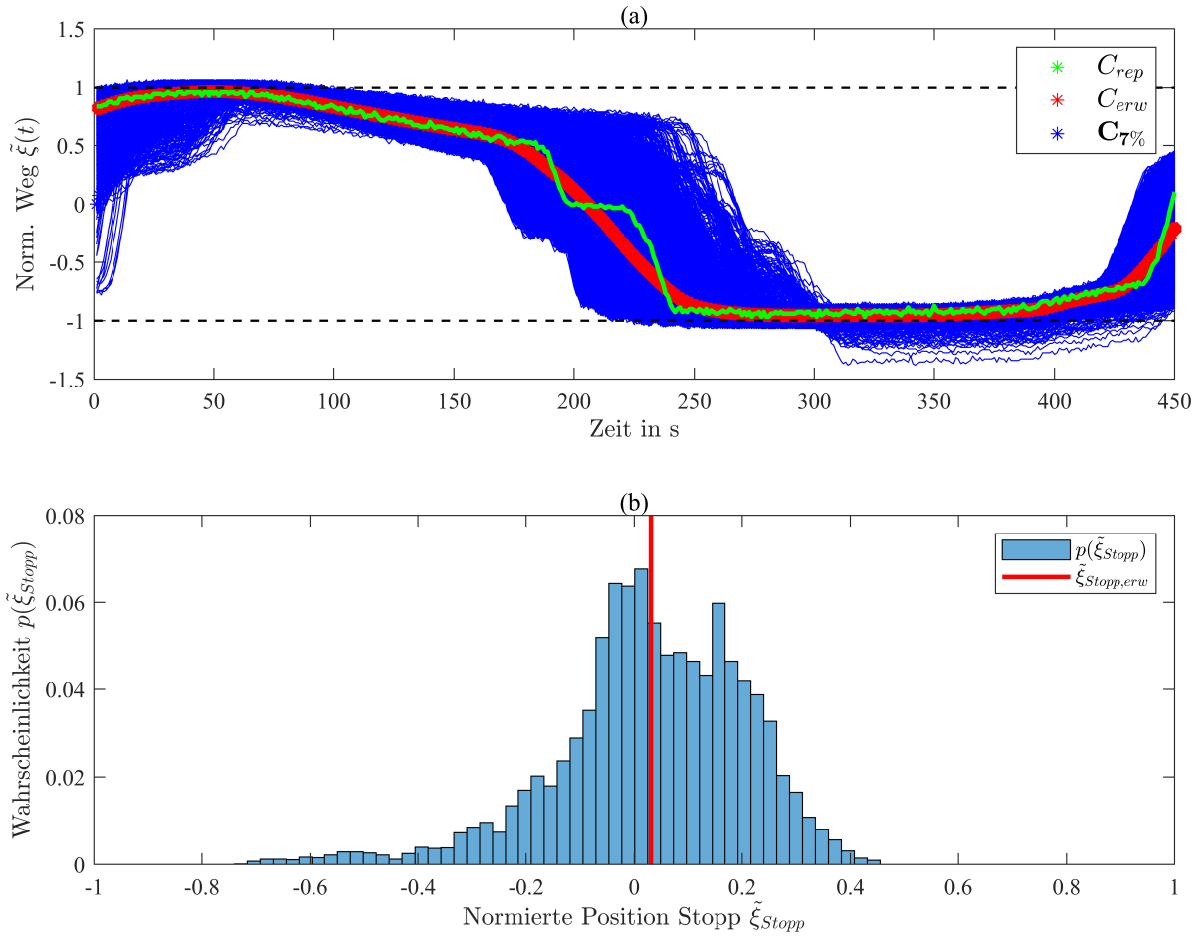


Abbildung 4.5: (a) Aus der Menge mit Zyklen $C_{7\%}$ (blau) wird ein erwarteter (rot) und ein repräsentativer (grün) Zyklus bestimmt. (b) Verteilung der normierten Positionen der abnormalen Stopps der Menge $C_{7\%}$ sowie deren Erwartungswert $\tilde{\xi}_{Stopp,erw}$.

über die maximalen Werte aus dem Versuch normiert. Schließlich wird ein Mittelwert über alle n_{ev} Abweichungen berechnet, wobei n_{ev} die Anzahl diskreter Punkte in einem definierten Evaluationsintervall beschreibt.

$$d_{Weg} = \sqrt{\frac{1}{n_{ev}} \sum_i^{n_{ev}} \left(\frac{x_{sim}(t_i - \tau_{cor}) - x_{rep}(t_i)}{\max(|x_{rep}|)} \right)^2} \quad (4.10)$$

$$d_{Reib} = \sqrt{\frac{1}{n_{ev}} \sum_i^{n_{ev}} \left(\frac{\mu_{sim}(t_i - \tau_{cor}) - \mu_{rep}(t_i)}{\max(|\mu_{rep}|)} \right)^2} \quad (4.11)$$

Das Evaluationsintervall besteht aus einem halben Zyklus. Die Entscheidung fiel dabei bewusst gegen die Betrachtung eines vollen Zyklus, da die Maschine geometrische Asymmetrien aufweist, die nicht im Modell abgebildet werden sollen.

Während eines Durchlaufs des Optimierungsverfahrens wird stets ein Zyklus mit null abnor-

malen Stopps (Grauguss) und einer mit einem abnormalen Stopp (Aluminium) gleichzeitig betrachtet, um sicherzustellen, dass für beide Bewegungsarten die gleichen Parameter für die Prüfmaschine gewählt werden. Die Zielgrößen für die beiden Paarungen werden dabei zu $d_{\text{Weg,tot}}$ bzw. $d_{\text{Reib,tot}}$ addiert:

$$d_{\text{Weg,tot}} = d_{\text{Weg,GG}} + d_{\text{Weg,GG}} \quad (4.12)$$

$$d_{\text{Reib,tot}} = d_{\text{Reib,Al}} + d_{\text{Reib,Al}} \quad (4.13)$$

Wenn die Anzahl der simulativ bestimmten Anzahl an Stopps nicht mit der experimentell beobachteten Anzahl an Stopps übereinstimmt, werden diese Lösungen auch bei niedrigen Werten von $d_{\text{Weg,tot}}$ und $d_{\text{Reib,tot}}$ nicht berücksichtigt. Als abnormaler Stopp wird in den simulativen Daten auch ein signifikantes, lokales Extremum des Geschwindigkeitssignals gewertet, wie es in Abb. 4.2(c) auch in den experimentellen Daten erkennbar ist.

Die Mehrziel-Optimierung der beiden definierten Zielgrößen führt zu Pareto-Fronten, die in Abb. 4.6 dargestellt sind. Aus den acht repräsentativen Zyklen wurden vier Paare mit je einem Zyklus einer Aluminium- und einer Grauguss-Messungen gebildet. Jede der Abbildungen (a) - (d) zeigen die Pareto-Fronten eines dieser vier Paare für jeweils fünf verschiedene Reibungsmodelle. Damit wird untersucht, ob durch ein komplexeres Reibungsmodell eine bessere Adaption des Minimalmodells an die Versuchsdaten erreicht werden kann.

Das Coulomb'sche Reibungsgesetz enthält nur zwei Parameter zur Beschreibung der Reibungskraft, was zu den höchsten Abweichungen zwischen den simulativen und den experimentellen Daten führt. Das borstenbasierte Reibungsmodell verbessert die Ergebnisse durch die Berücksichtigung der Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften des Reibungskontaktes. Die Erweiterung des Borstenmodells um einen geschwindigkeitsabhängigen Reibungskoeffizienten führt zu einer weiter verbesserten Anpassung der simulierten Daten an die experimentellen Daten. Die Ergebnisse zeigen auch, dass keine Parameter gefunden werden können, die gleichzeitig zu einer optimalen Anpassung des Weg- und des Reibungssignals führen.

Abb. 4.7 zeigt einen beispielhaften Vergleich der gemessenen Signale mit den entsprechenden simulierten Zeitverläufen. Die ausgewählten Graphen entsprechen dem Punkt auf der Pareto-Front in Abb. 4.6(c), der durch ein schwarzes Kreuz gekennzeichnet ist. Die Abb. 4.7(a) und (c) visualisieren die Graphen für Grauguss mit zwei Stopps pro Zyklus, während (b) und (d) die Ergebnisse der Aluminiumpaarung mit vier Stopps pro Zyklus zeigen. Die grau hinterlegten Bereiche markieren die Evaluationsintervalle, in denen die Abweichungen zwischen Simulation und Messung über d_{Weg} und d_{Reib} bestimmt werden. Die Abbildung zeigt, dass die charakteristischen Merkmale der Signale, einschließlich der Amplitude und der Anzahl der Stopps, vom Modell gut erfasst werden können. Eine perfekte Approximation beider Signale konnte nicht erreicht werden, was sowohl auf die Modellierung des Prüfstandes als MDOF als

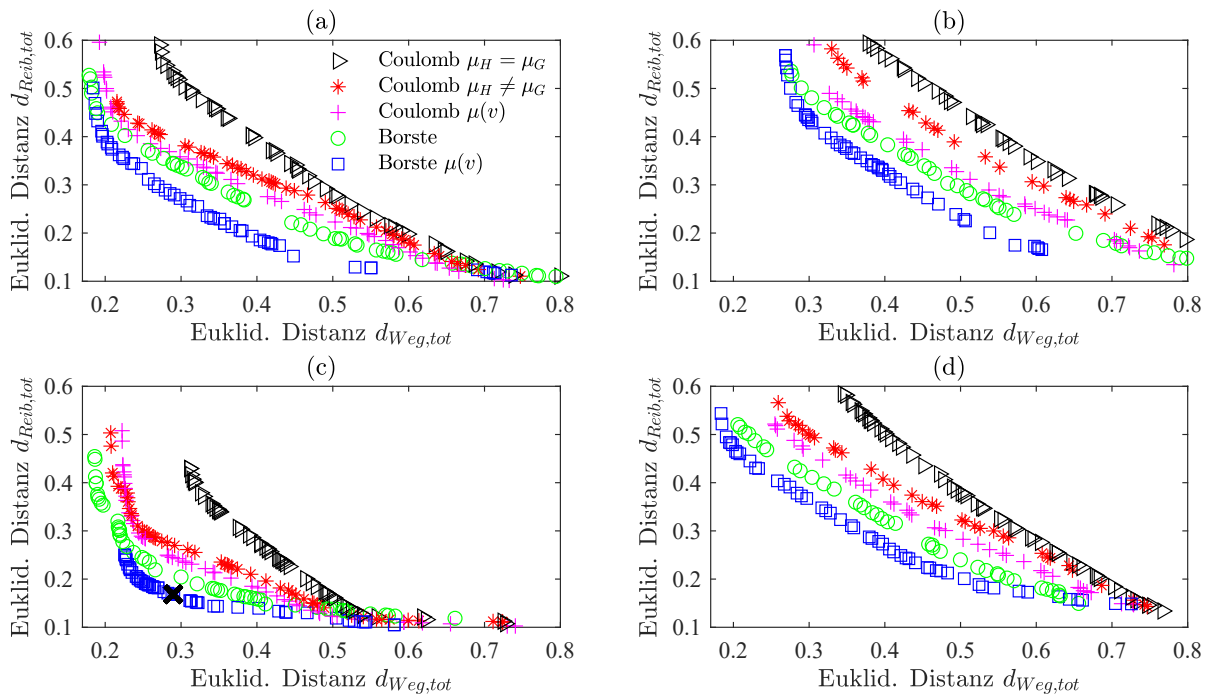


Abbildung 4.6: Einfluss des Reibungsmodells auf die Pareto-Front, die die Approximation der simulierten Daten an die Messdaten quantifiziert. Die vier Diagramme zeigen das Ergebnis des Optimierungsprozesses für vier verschiedene Paarungen einer Aluminium- und einer Graugussmessung. Das Kreuz in (c) kennzeichnet die Optimierungsergebnisse, die in Abb. 4.7 dargestellt sind.

auch auf die verhältnismäßig einfachen Reibungsmodelle zurückzuführen ist. Dennoch unterstützt das Modell die These von Stick-Slip-Effekten in den durchgeführten Experimenten. Mathematisch kann nicht nachgewiesen werden, dass es sich bei den präsentierten Lösungen um globale Optima handelt. Dennoch wurde der Optimierungsprozess an dieser Stelle aus den folgenden Indizien und Beobachtungen abgeschlossen:

- Die simulierten Ergebnisse zeigen eine ausreichend gute Approximation der gemessenen Verläufe bzgl. der relevanten Charakteristiken der Signalverläufe (Anzahl an Stopps bei Aluminium/Grauguss, Amplitude, elastische Deformation vor dem Losbrechen).
- Die Weiterentwicklung des Modells mit komplexeren Reibungsmodellen führt zu der erwarteten Verschiebung der Pareto-Fronten in Richtung Ursprung des Koordinatensystems.
- Die in Abb. 4.6 dargestellten Pareto-Fronten sind Ergebnisse verschiedener Sets von Startpunkten, darunter auch zufällig gewählte Parametrierungen.

- Verglichen mit den zu Beginn des Optimierungsprozesses ermittelten Pareto-Fronten weisen die finalen Pareto-Fronten keine „Sprünge“ mehr auf, was ein Hinweis für lokale Minima wäre.
- Das an die Messungen angepasste MDOF besitzt eine erste Eigenfrequenz bei 20 Hz. Diese Eigenfrequenz konnte durch separate Messungen der Eigenfrequenzen der Prüfmaschine bestätigt werden.

Die aus dieser Optimierung bestimmten Parameter des Minimalmodells wurden für die Parameterstudien in Kap. 2.3.2 als Absprungbasis eingesetzt. Damit konnte sichergestellt werden, dass die Absprungbasis der Parameterstudien ein physikalisch sinnvolles und gleichzeitig interessantes Gebiet darstellt.

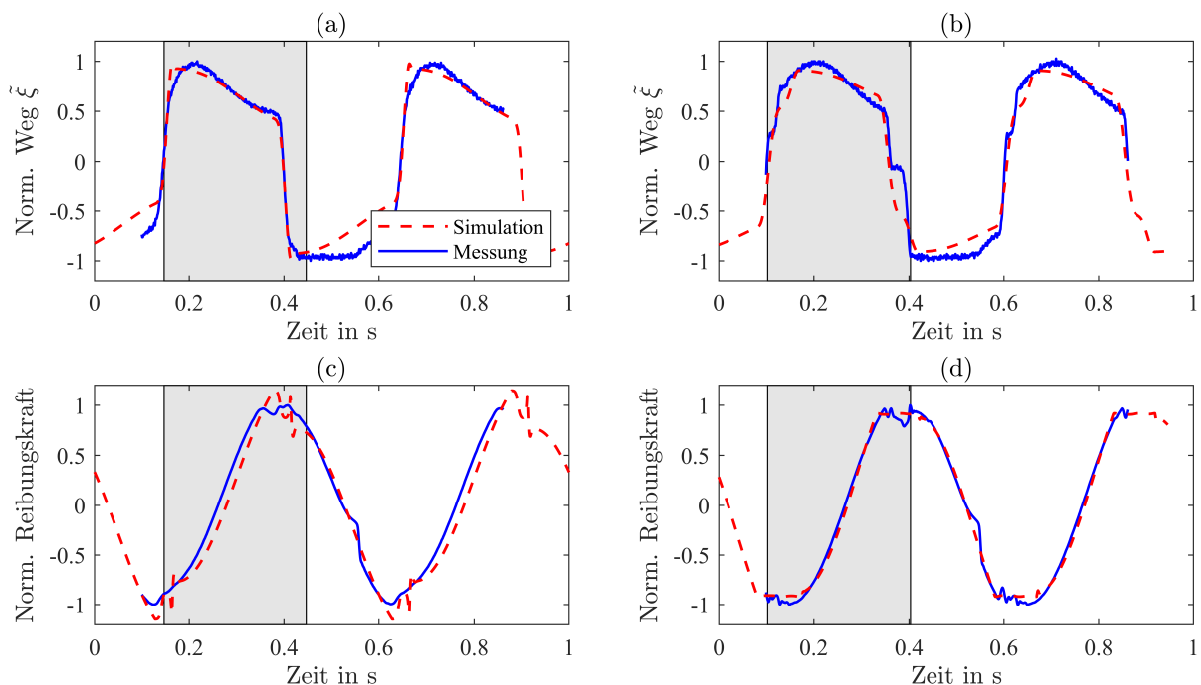


Abbildung 4.7: Vergleich von gemessenen Signalen und den daran adaptierten, simulativen Verläufen. Normierter Zeitverlauf des Weges für zwei (a) bzw. vier Stopps pro Zyklus (b), sowie normierter Zeitverlauf der Reibungskraft für zwei (c) bzw. vier Stopps pro Zyklus (d).

4.2 Prüfaufbau Frettingtester (IWM)

Durch die Periodizität der Radumdrehungen entstehen oszillierenden Bewegungen in den Trennebenen des Radverbundes. Diese Art der Belastung mit kleinen Amplituden wird als

Fretting bezeichnet. In der Literatur existiert eine Vielzahl an Methoden, wie Reibungsschnittstellen unter Fretting messtechnisch charakterisiert werden können. Als Vorreiter zählen dabei die Untersuchungen von Fouvry (Fouvry et al [1996, 1997]). Andere Veröffentlichungen fokussierten sich auf den Einfluss von Temperatur (z.B. Rybiak et al [2010]; Kalin and Vižintin [2001]; Kalin [2004]) oder Schmierung (z.B. Kalin and Vižintin [2006]). Eine noch junge Untersuchung zur Quantifizierung von Reibung bei Verschraubungen lieferte Li et al [2020]. Da das Phänomen Reibung, wie in Kap. 2.1.1 beschrieben, von vielen verschiedenen Parametern wie der Werkstoffpaarung oder der Oberflächenbeschaffenheit abhängig ist, können keine aus der Literatur bekannten Parameter für die Beurteilung der tribologischen Eigenschaften der gegebenen Problemstellung herangezogen werden. Aus diesem Grund wurden Messungen zu den spezifischen Werkstoffen aus dem Radverbund in Zusammenarbeit mit dem Fraunhofer-Institut für Werkstoffmechanik (IWM) und dem Karlsruher Institut für Technologie (KIT) durchgeführt. Ziel der Untersuchung war es, die tribologischen Eigenschaften der im Radverbund eingesetzten Materialpaarungen mit deren originalen Oberflächenbeschaffenheit unter dem Einfluss von Fretting zu quantifizieren. Der Fokus liegt dabei auf dem für die Entstehung der impulsartigen Störgeräusche relevanten Übergang vom Haften ins partielle Gleiten.

Beim sogenannten partiellen Gleiten befindet sich ein Teil der Kontaktfläche weiterhin im Zustand des Haftens, während einzelne Bereiche bereits zu Gleiten beginnen. Abb. 4.8 visualisiert diesen Zustand im Vergleich zum reinen Gleiten und Haften für den Kontakt einer Kugel bzw. eines Zylinder auf einer Ebene.

In Abb. 4.9 ist schematisch dargestellt, unter welchen Belastungszuständen die drei genannten Bereiche vorzufinden sind. Erwartungsgemäß geht die Paarung bei steigender Relativverschiebung vom Haften über das partielle Gleiten ins reine Gleiten über. Bei höherer Normalkraft steigt die notwendige Relativverschiebung an, die den Übergang in den nächsten Bereich darstellt. In der Abbildung sind zusätzlich exemplarische Reibungshysteresen für die verschiedenen Bereiche dargestellt: im Haften stellt die Hysterese einen linearen Zusammenhang zwischen Reibungskraft und Relativverschiebung dar, deren Steigung die tangentielle Kontaktsteifigkeit repräsentiert. Diese Gerade weitet sich bei steigender Bewegungsamplitude zunehmend auf.

Im Folgenden fasst Kap. 4.2.1 den Aufbau des Fretting-Testers zusammen während Kap. 4.2.2 die Messergebnisse vorstellt.

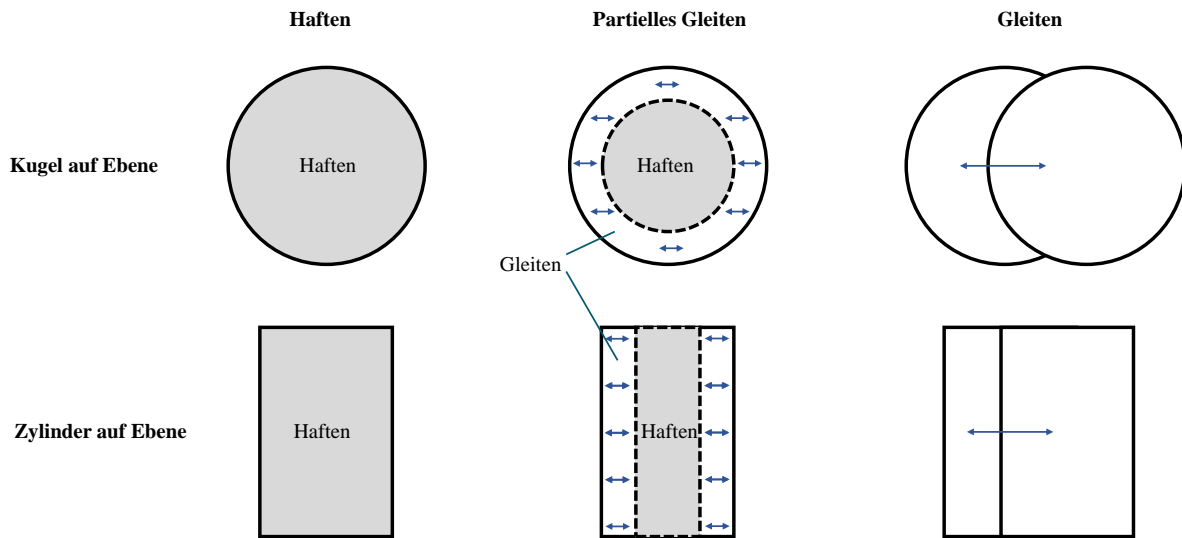


Abbildung 4.8: Vergleich des Zustands des partiellen Gleitens mit dem Zustand des Gleitens für die Paarungen „Kugel auf Ebene“ sowie „Zylinder auf Ebene“. Darstellung basierend auf Neu [2011].

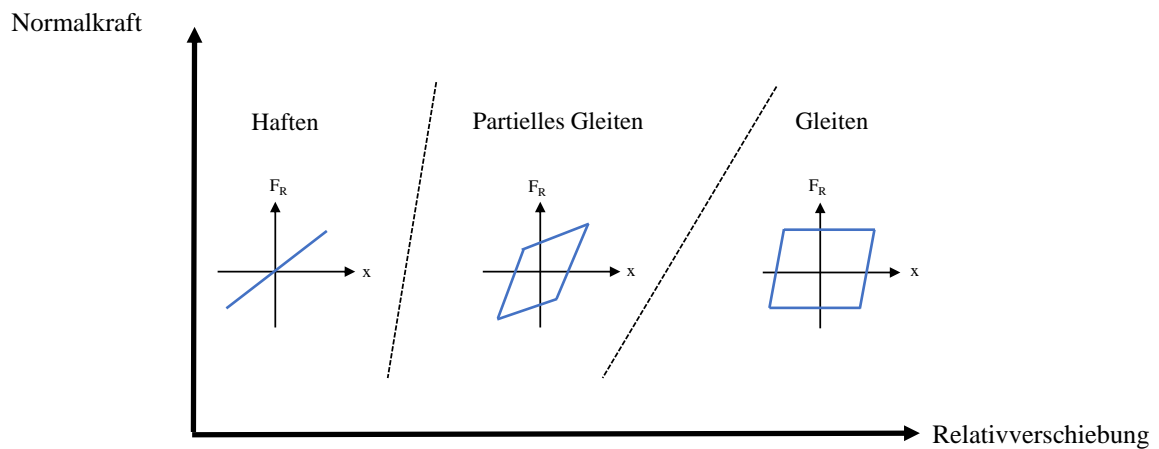


Abbildung 4.9: Schematische Unterteilung der Bereiche „Haften“, „Partielles Gleiten“ und „Gleiten“ in Abhängigkeit der Randbedingungen in der Kontaktstelle. Darstellung basierend auf Han et al [2006].

4.2.1 Aufbau

Die für diesen Zweck eingesetzte Prüfmaschine ist eine vom IWM speziell für die Vermessung tribologischer Kontakte unter Fretting-Belastung konstruierter „Frettingtester“ und ist in Abb. 4.10 schematisch dargestellt, während Abb. 4.11 ein Foto des Aufbaus zeigt. Der Prüfstands-aufbau beinhaltet zwei im Kontakt stehende Proben, wobei eine davon fixiert ist

während der zweiten Probe oszillierende Bewegungen über einen Antrieb aufgezungen werden. Die festgehaltene Probe ist quadratisch und wird aus der Oberfläche der Bauteile ohne eine Nachbearbeitung der Kontaktflächen entnommen. Der bewegte Probekörper stellt einen Zylinder aus dem Werkstoff der zweiten Komponente dar, wobei die kreisförmige Grundfläche im Kontakt zur fixierten Probe steht. Der Umfang der Kontaktfläche ist abgerundet, um ein Eingraben der Kanten in die unbewegte Probe zu verhindern. Spulen dienen zur Erzeugung einer Normalkraft, die die bewegte Probe auf die fixierte Probe ausübt. Der Kontaktdruck der beiden Proben wird über den Radius der zylinderförmigen Probe eingestellt, wobei die Normalkraft einen konstanten Wert für alle Messungen annimmt. Die ebenfalls durch Spulen aufgezwungenen, oszillierenden Relativbewegungen werden über Glasmessstäbe erfasst. Die aufgebrachte Normalkraft wird über Dehnungsmessstreifen ermittelt. Mit der parallelen Erfassung der Relativbewegung und der übertragenen Reibungskraft können Reibungshysteresen, die die Reibungskraft in Abhängigkeit der Relativbewegung über einen Zyklus hinweg beschreiben, erfasst werden.

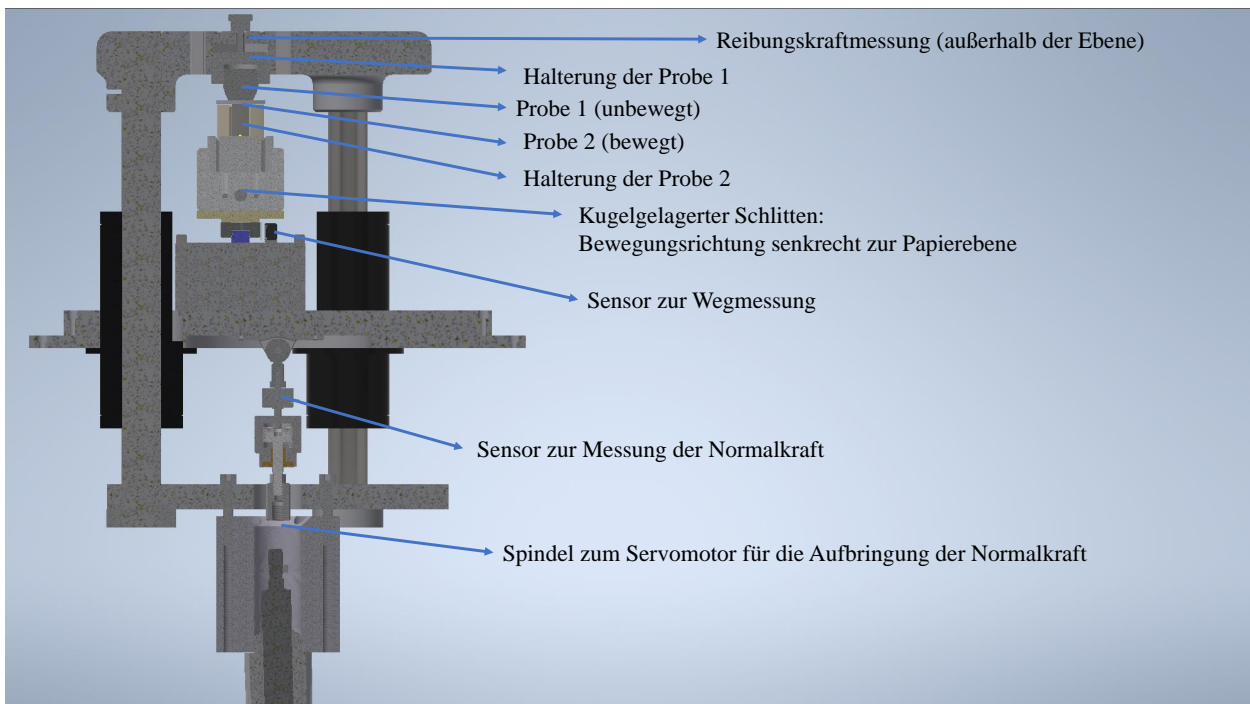


Abbildung 4.10: Schematische Darstellung des „Frettingtesters“ des Fraunhofer IWM, der für die Untersuchung der Proben aus dem Radverbund eingesetzt wurde.

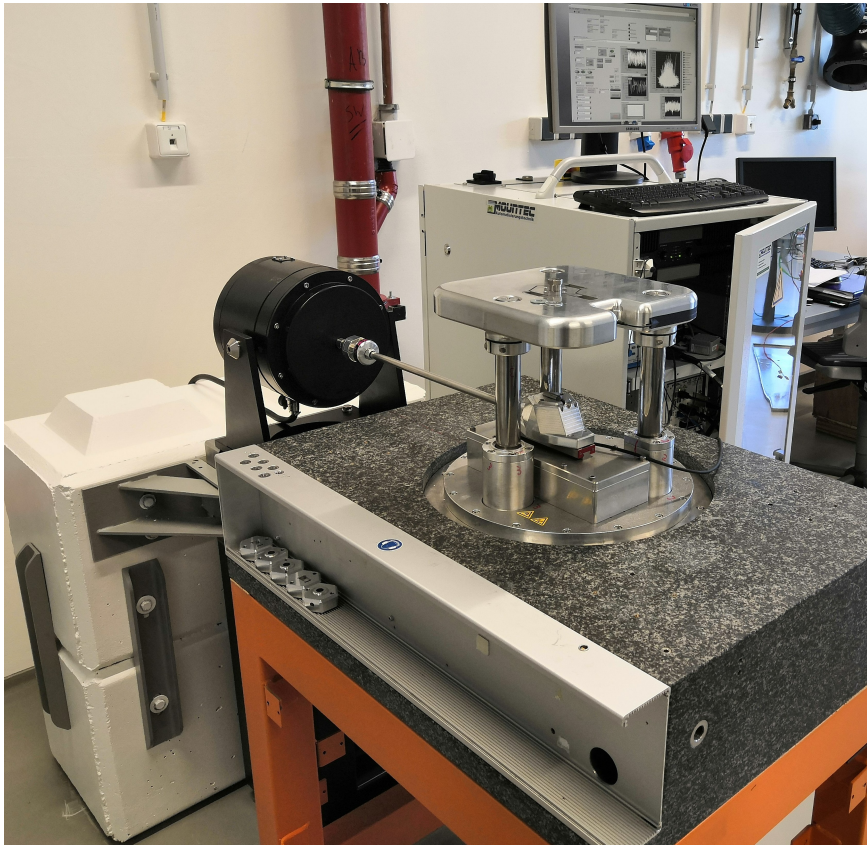


Abbildung 4.11: Foto des Prüfstandaufbaus, dessen schematische Darstellung in 4.11 zu sehen ist.

4.2.2 Ergebnisse der tribologischen Untersuchungen an den Materialpaarungen aus dem Radverbund

Das Ziel der Untersuchungen besteht darin, Charakteristika der Materialpaarungen zu ermitteln, die die höhere Robustheit von Grauguss-Paarungen im Vergleich zu Aluminium-Paarungen bzgl. der Entstehung impulsartiger Störgeräusche erklären können. Für diesen Zweck werden Proben der Brems Scheibentöpfe aus Aluminium (Al) bzw. Grauguss (GG) jeweils mit Proben aus dem Rad (Al) und dem Radlager aus Stahl (St) kombiniert und am Frettingtester untersucht. Somit ergeben sich die folgenden vier Paarungen:

- Brems Scheibentopf (Al) vs Radlager (St)
- Brems Scheibentopf (GG) vs Radlager (St)
- Brems Scheibentopf (Al) vs Rad (Al)
- Brems Scheibentopf (GG) vs Rad (Al)

Die Proben wurden aus fabrikneuen Komponenten mit deren originalen Oberflächenbeschaffenheit und -beschichtung entnommen. Dabei wurde die bewegte Probe zur fixierten Probe so ausgerichtet, dass die während des Fertigungsprozesses der Oberflächen entstandenen Drehriefen parallel ausgerichtet sind. Diese Ausrichtung entspricht der Verbau-Situation im Radverbund.

Veränderungen der Hysterese über der Zeit

Ziel ist es nun, den Zeitpunkt des Übergangs vom Haften ins partielle Gleiten zu ermitteln. Für diesen Zweck wurde die Amplitude während des Versuchs langsam erhöht. Abb. 4.12 zeigt beispielhaft die Reibungshysterese zu vier verschiedenen Zeitpunkten der Untersuchungen aus der Messung einer exemplarischen Reibungspaarung. Zu erkennen ist die über der Anzahl der Zyklen ansteigende Amplitude der vorgegebenen Oszillation. Mit steigender Amplitude erhöht sich zunächst auch die übertragene, maximale Reibkraft, wobei die Hysterese zu Beginn einer Geraden ähnelt, vgl. Abb. 4.12(a) und (b). Mit weiter ansteigender Amplitude weitet sich die Hysterese zunehmend auf, was auf einen Übergang ins partielle Gleiten zurückzuführen ist.

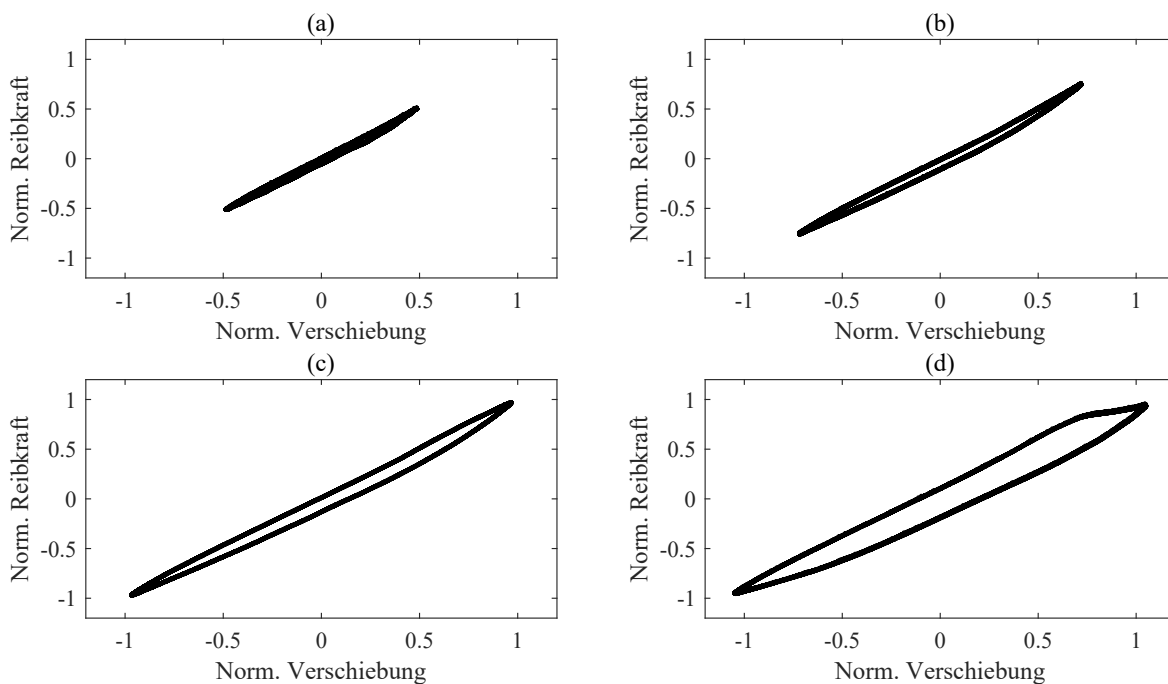


Abbildung 4.12: Exemplarische Veränderung der Reibungshysterese einer Grauguss/Stahl-Paarung über der Zeit: (a) Hysterese im 20. Zyklus; (b) Hysterese im 40. Zyklus; (c) Hysterese im 61. Zyklus; (d) Hysterese im 65. Zyklus.

Definition der sog. Übergangsamplitude für einen objektiven Vergleich verschiedener Messungen

Im Folgenden werden objektive Kennwerte aus den Hysteresen ermittelt. Abb. 4.13 zeigt die Entwicklung der dissipierten Reibungsenergie abhängig von der Amplitude. Die dissipierte Reibungsenergie wurde dabei über die eingeschlossene Fläche der Hysteresen bestimmt. Die Abhängigkeit der dissipierten Reibungsenergie von der Amplitude weist für kleine Amplituden einen näherungsweise lineares Verhalten auf. Der Kontakt befindet sich in diesem Bereich im Haftzustand und verhält sich dabei wie eine Feder, vgl. Abb. 4.12(a) und (b). Oberhalb einer bestimmten Grenzamplitude beginnt das partielle Gleiten der Reibungspaarung. Erkennbar ist dieser Übergang an dem mit einem roten Kreis markierten Knick der Kennlinie in Abb. 4.13. Die Veränderung der Hysterese in diesem Bereich kann aus der Abb. 4.12(c) und (d) abgelesen werden. Mit steigender Amplitude im Bereich des partiellen Gleitens erhöht sich erneut die übertragene Reibungskraft, wobei auch hier wieder ein näherungsweise lineares Verhalten erkennbar ist.

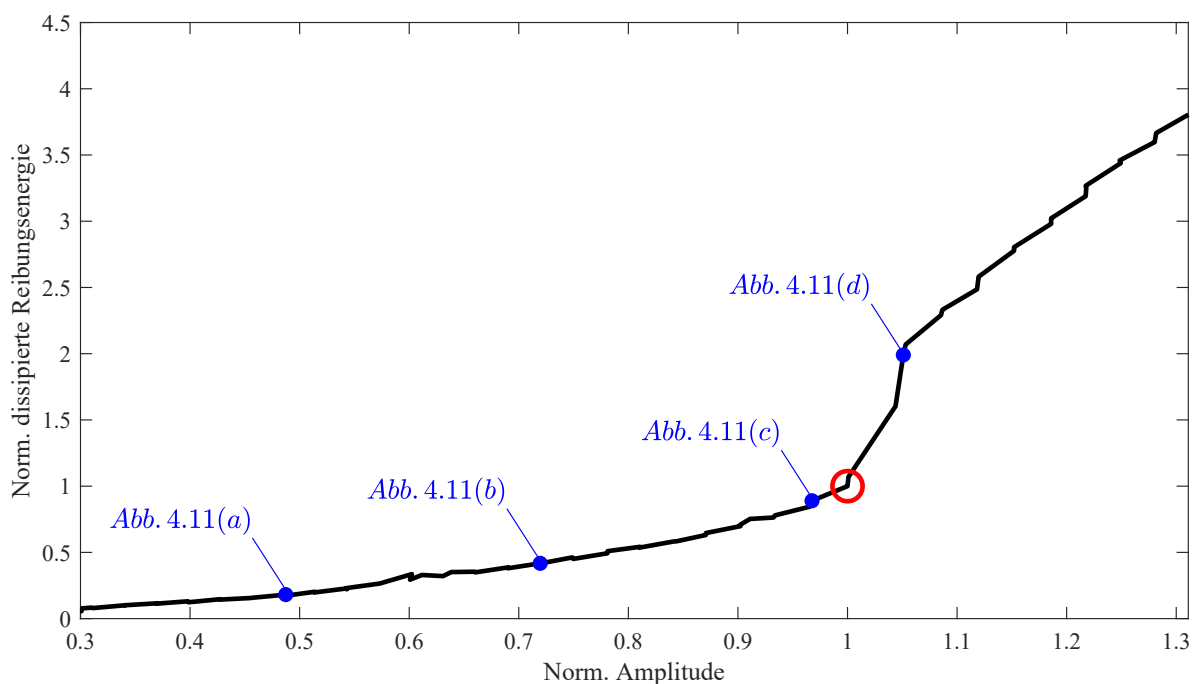


Abbildung 4.13: Normierte, dissipierte Reibungsenergie in Abhängigkeit der normierten Bewegungsamplitude für die Messung einer Grauguss/Stahl-Paarung. Der rote Kreis markiert den Übergang vom reinen Haften ins partielle Gleiten der Paarung. Die vier blauen Punkte markieren die vier in Abb. 4.12 dargestellten Hysteresen.

Um nun die verschiedenen Paarungen bei unterschiedlichen Belastungen miteinander vergleichen zu können, wurden für alle Messungen die Amplituden, bei denen der in Abb. 4.13

markierte Übergang vom Haften ins partielle Gleiten stattfindet, ermittelt. Diese wird im Folgenden als „Übergangsamplitude“ bezeichnet.

Objektiver Vergleich der verschiedenen Werkstoffpaarungen und Flächenpressungen anhand der Übergangsamplitude

Wird die Übergangsamplitude über die auf einen Referenzwert normierte Flächenpressung aufgetragen, ergeben sich die in Abb. 4.14 dargestellten Ergebnisse. Zu erkennen ist, dass bei höheren Flächenpressungen für den Übergang ins partielle Gleiten auch eine höhere Bewegungsamplitude erforderlich ist. Ein einzelner Ausreißer findet sich dabei bei der Paarung Al/St bei einer normierten Flächenpressung von 0,8. Unabhängig von der aufgetragenen Flächenpressung weist die Paarung Al/Al die kleinsten Übergangsamplituden auf. Der Unterschied zu den weiteren vermessenen Paarungen wird insbesondere bei höheren Flächenpressungen deutlich. Unter Vernachlässigung des angesprochenen Ausreißers verhalten sich die beiden Paarungen Al/GG sowie Al/St ähnlich und weisen beide höhere Übergangsamplituden als die Al/Al-Paarungen auf. Die höchsten Übergangsamplituden findet sich bei der Paarung ohne einer Aluminiumlegierung (GG/St).

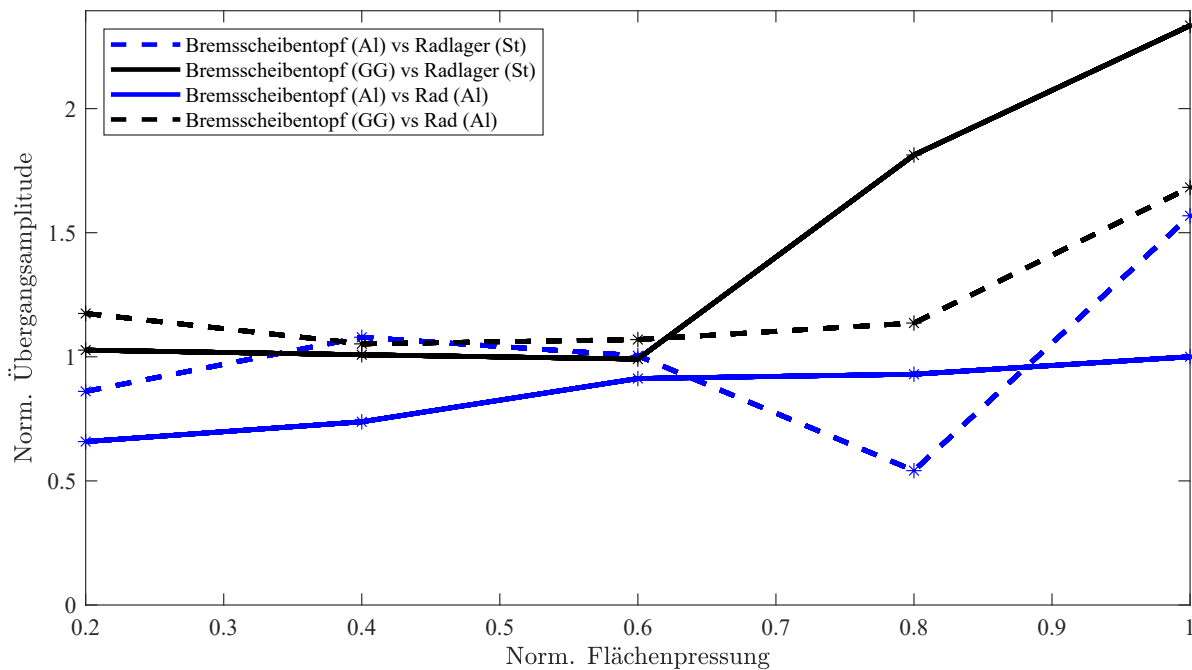


Abbildung 4.14: Einfluss der Flächenpressung auf den Wert der sog. Übergangsamplitude, bei der der Kontakt vom Haften ins partielle Gleiten übergeht.

Objektiver Vergleich der verschiedenen Werkstoffpaarungen und Flächenpressungen anhand der tangentialen Kontaktsteifigkeit

Eine charakteristische Eigenschaft einer Reibungspaarung während des Haftzustandes stellt die tangentielle Kontaktsteifigkeit dar, vgl. Kap. 2.1.2. Deren Wert kann aus den Messdaten abgeschätzt werden, indem die in Abb. 4.12(a) dargestellte Hysterese während des Haftzustandes durch eine lineare Funktion angenähert wird. Die Steigung dieser Geraden wird als tangentielle Kontaktsteifigkeit interpretiert und ist in Abb. 4.15 in Abhängigkeit von der Flächenpressung und der Werkstoffpaarung dargestellt. In der Grafik ist erkennbar, dass die tangentielle Kontaktsteifigkeit bei höheren, normierten Flächenpressungen tendenziell abnimmt. Der Abfall ist dabei bei der Paarung ohne Aluminium (GG/St) am höchsten, während die Paarungen mit zwei Aluminiumlegierungen eine nahezu von der Flächenpressung unabhängige Kontaktsteifigkeit aufweisen. Ein Abgleich dieser Erkenntnisse mit der Stick-Slip-Theorie aus Kap. 2 wird in Kap. 6.3 thematisiert.

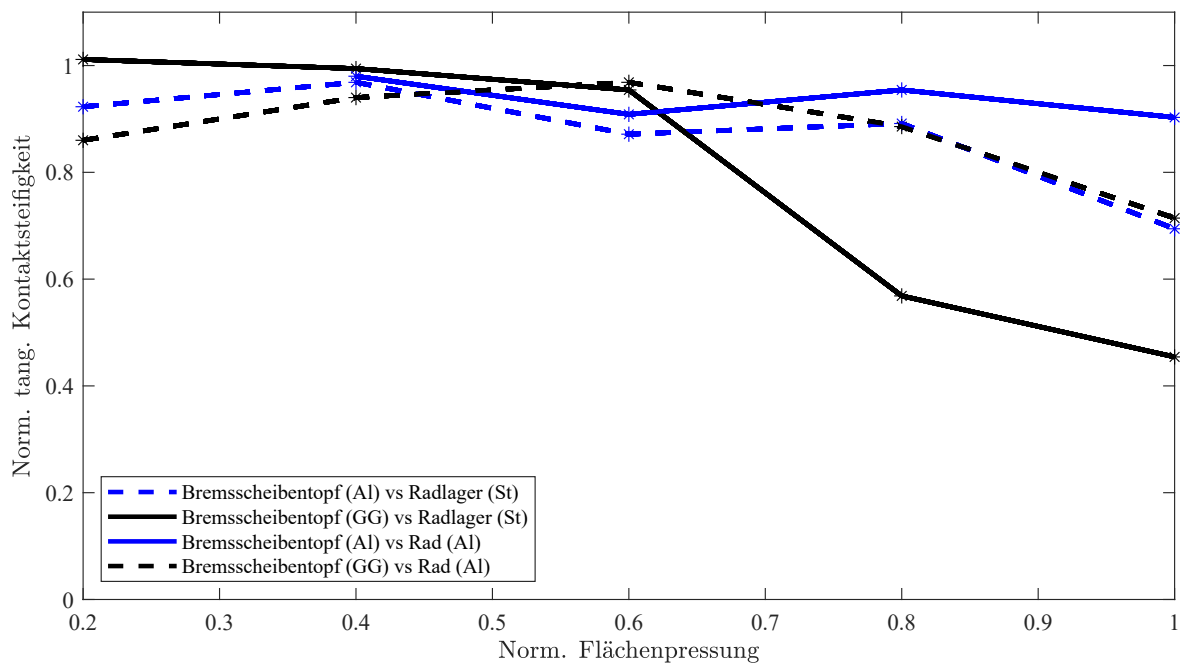


Abbildung 4.15: Einfluss der normierten Flächenpressung und der Materialpaarung auf die aus den Reibungshysterese im Bereich des Haftens ermittelte, tangentielle Kontaktsteifigkeit.

5 Entwicklung eines Systemprüfstands

Beim einleitend vorgestellten Störgeräusch Tickern handelt es sich um ein Phänomen, das unter bestimmten Voraussetzungen im Erprobungsbetrieb von Prototypen-Fahrzeugen bei der BMW AG identifiziert werden konnte. Dieses Störgeräusch benötigt eine Konditionierungsphase der Komponenten, in der bestimmte Belastungen auf das System einwirken. Folglich tritt das Phänomen in der Regel nicht bei Komponenten im Neuzustand auf. Im Fahrzeugbetrieb existieren allerdings eine Vielzahl von Einflussfaktoren, die schwer beeinflussbar sind oder nicht messtechnisch erfasst werden können. Aus der Erfahrung von Versuchsfahrten gehören dazu beispielsweise Bauteilstreuungen, die tatsächlich auftretenden Belastungen oder auch die Möglichkeit von einzelnen Sonderereignissen. Darüber hinaus liefern Randbedingungen wie das Wetter einen Beitrag zur Unsicherheit, wobei beispielsweise sommerliche Temperaturen die Auftretenswahrscheinlichkeit des Phänomens erhöhen. Parameterstudien und Vergleiche zwischen verschiedenen Bauteilständen sind daher im Fahrzeugbetrieb nur mit hohem Aufwand umsetzbar. Daraus leitet sich das Ziel ab, einen Prüfstand zu entwickeln, der die mit dem Phänomen Tickern einhergehenden Prozesse abbilden kann, um unter kontrollierten Laborbedingungen Untersuchungen mit einer hoher Reproduzierbarkeit durchzuführen. Aufbauend auf den bisherigen Erkenntnissen soll daher im Folgenden das komplexe System „Gesamtfahrzeug“ auf eine minimal notwendige Anzahl an Komponenten und Belastungen reduziert werden. Für Parameter- und Wirkkettenuntersuchungen ist es dabei essentiell, dass der Prüfstand sowohl die oben beschriebene Konditionierungsphase als auch eine anschließende Bewertung des Phänomens Tickern ermöglicht.

Neben der angesprochenen Einsatzmöglichkeit für Parameterstudien soll der Prüfstand auch für die Absicherung von Komponenten bzgl. des Phänomens Tickern bei der BMW AG eingesetzt werden. Dabei ist es das Ziel, sämtliche relevanten Änderungen am Fahrzeug bzgl. Tickern bewerten zu können. Dazu gehören bspw. konstruktive Anpassungen an Bauteilen, der Einsatz neuer Werkstoffe oder auch grundlegende Parameter des Gesamtfahrzeugs, die die Belastungen auf den Verbund beeinflussen. Dadurch kann mit einem bzgl. Tickern optimierten Satz an Komponenten anschließend in die finale Gesamtfahrzeug-Erprobung gestartet werden.

Der Aufbau des Systemprüfstandes wird in Kap. 5.1 vorgestellt. Ein für die Untersuchungen geeignetes Lastkollektiv wird in Kap. 5.2 präsentiert. Eine objektive Bewertung wird in Kap. 5.3 basierend auf Messdaten thematisiert. Kap. 5.4 beinhaltet abschließend eine Validierung zu dem neu entwickelten Prüfstand.

5.1 Konzeptionierung des Prüfstandsbaus

Der neu entwickelte Systemprüfstand basiert auf der sog. Biegeumlaufprüfung, die ein Standardverfahren in der Automobilindustrie zur Überprüfung der Betriebsfestigkeit von Fahrwerkskomponenten darstellt. Das Ziel bei der Biegeumlaufprüfung ist es, das Biegemoment aus Seitenkraft und Radaufstandskraft, das auf den Radverbund bei Kurvenfahrt wirkt, am Prüfstand nachzustellen. Abb. 5.1 zeigt die beiden am Reifenlatsch angreifenden Kräfte und deren Hebelarme.

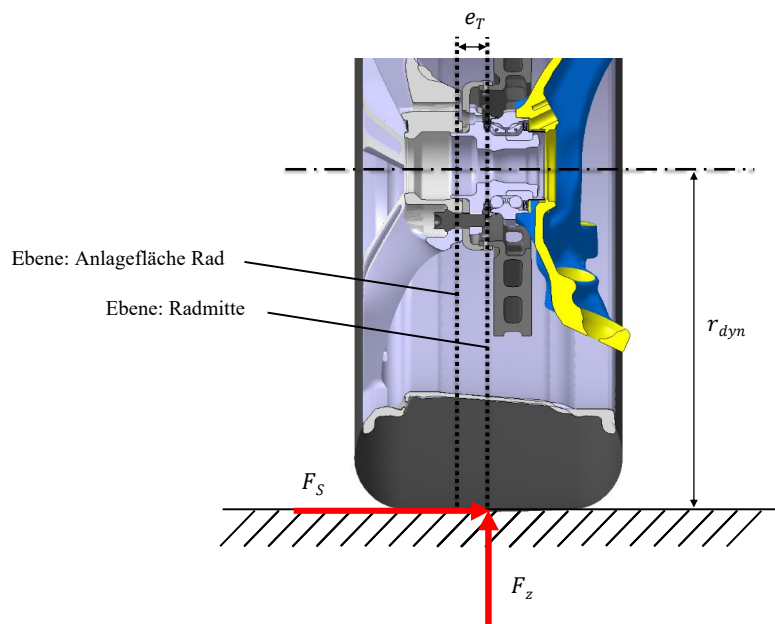


Abbildung 5.1: Kräfte, die während der Kurvenfahrt auf das kurvenäußere Rad einwirken. Quelle: BMW AG.

Für das Biegemoment um den Radaufstandspunkt $M_{b,Fzg}$ für das kurvenäußere Rad kann abgeleitet werden:

$$M_{b,Fzg} = F_S r_{dyn} + F_Z e_T. \quad (5.1)$$

Der Parameter r_{dyn} bezeichnet den dynamischen Halbradius, der den halben Durchmesser des Reifens abhängig von der Fahrgeschwindigkeit beschreibt. Die Einpresstiefe des Rades

wird mit e_T bezeichnet und beschreibt den Abstand zwischen der Anlagefläche des Rades und der Radmitte. Zudem bezeichnen F_S und F_Z die am Radaufstandspunkt des Reifens wirkenden Seiten- bzw. Radaufstandskräfte.

Abb. 5.2(a) zeigt schematisch den typischen Aufbau einer Biegeumlaufprüfung für Räder. Das Rad wird über eine feste Einspannung am Felgenhorn an den Prüfstand fixiert. Ein Biegearm der Länge l_b verbindet das Rad mit einer rotierenden Masse m_b .

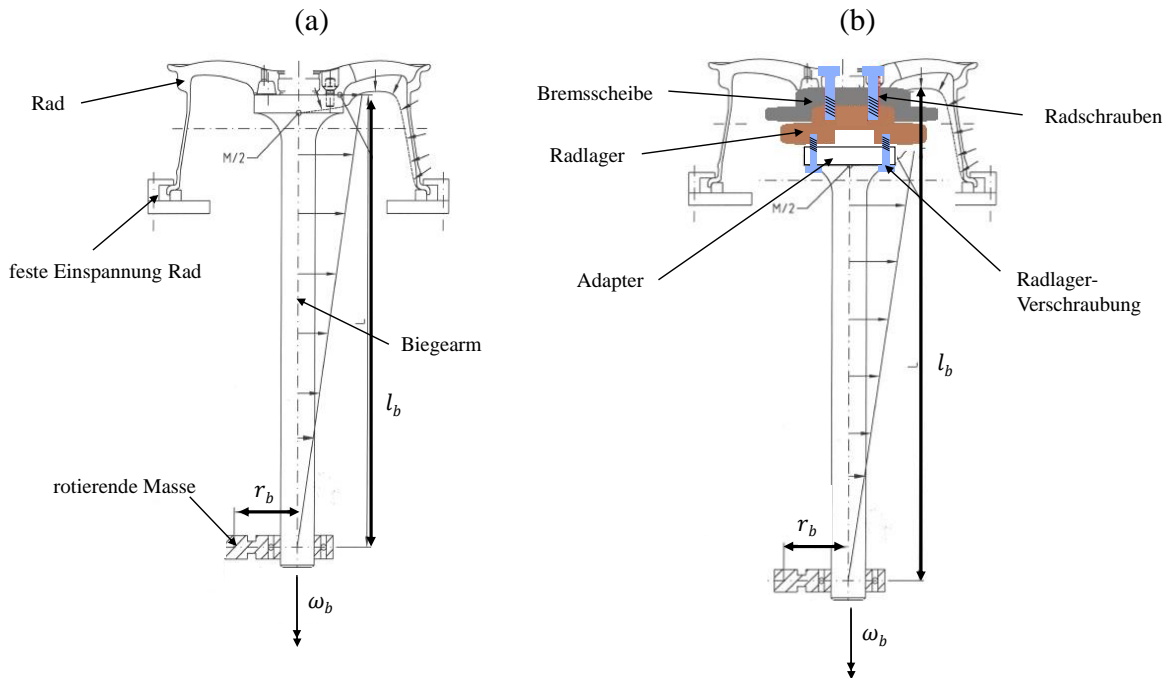


Abbildung 5.2: (a) Biegeumlaufprüfung zur Untersuchung der Betriebsfestigkeit von Fahrzeugrädern. (b) Erweiterung der Biegeumlaufprüfung zum Systemprüfstand für das Phänomen Ticken. (BMW-Qualitätsvorschrift [2022]).

Über den Abstand zum Biegearm r_b wird abhängig von der Drehgeschwindigkeit ω_b eine Fliehkraft F_b erzeugt:

$$F_b = m_b r_b \omega_b^2. \quad (5.2)$$

Durch den Biegearm entsteht ein Biegemoment $M_{b,Prf}$

$$M_{b,Prf} = F_b l_b. \quad (5.3)$$

Die Parameter m_b , l_b und r_b stellen mögliche Einstellgrößen dar, um $M_{b,Fzg} = M_{b,Prf}$ einzustellen.

Ein einfaches Vorgehen, wie Bauteile mit dem Prüfstand auf Komponenten-Ebene bzgl.

der Betriebsfestigkeit abgesichert werden können, besteht darin, diese mit einem definierten Biegemoment konstant zu belasten (BMW-Qualitätsvorschrift [2022]). Der Prüfstand wird solange mit dieser Belastung betrieben, bis die untersuchten Bauteile bestimmte Schadensmuster aufweisen. Die Komponenten müssen dabei eine Mindestanzahl an Zyklen unbeschadet überstehen, um für den Betrieb im Fahrzeug freigegeben zu werden. Neben der Festigkeitsprüfung von Fahrzeigrädern werden ähnliche Aufbauten auch zur Überprüfung der Betriebsfestigkeit von Radlagern eingesetzt.

In Zusammenarbeit mit der Firma IABG wurde die Biegeumlaufprüfung nun auf alle Komponenten des Radverbundes erweitert, um das Phänomen Tickern analysieren zu können. Die Abb. 5.2(b) zeigt schematisch ein Schnittbild dieses Systemprüfstands, bei dem der grundlegende Aufbau des Prüfstands übernommen wurde. Die Komponenten Bremsscheibe, Radlager und Radschrauben wurden ergänzt, die für eine Nachstellung des Phänomens Tickern notwendig sind. Das Rad wird analog zur klassischen Biegeumlaufprüfung über eine feste Einspannung am Felgenhorn an den Prüfstand fixiert. Da diese Randbedingung ohne Reifen eine Abweichung zum Fahrzeugbetrieb darstellt, wurde über eine FEM-Simulation des Prüfstands der Einfluss verschiedener Einspannungen am Felgenhorn untersucht. Die Analyse ergab, dass die Einspannung zwar geringfügig die Belastungen in den Speichen des Rades, aber nicht die für die Problemstellung relevanten Kontaktbedingungen in den beiden Kontaktflächen des Bremsscheibentopfes beeinflusst. Die Relativbewegung der beiden Radlager-Ringe wird durch eine Fesslung unterbunden. Zwischen Radlager und dem Biegearm der Prüfvorrichtung befindet sich ein speziell angefertigter Adapter. Dieser ersetzt den Radträger, sodass die Radlagerschrauben weiterhin zur Fixierung des Radlagers eingesetzt werden können. Für eine Überprüfung der Temperaturabhängigkeit des Phänomens können die Komponenten temporär erwärmt werden. Abb. 5.3 zeigt ein Foto des vorgestellten Systemprüfstands.

Zur Detektion der beim Auftreten des Tickerns entstehenden Impulse werden zur Erfassung des Körperschalls Beschleunigungssensoren auf einer Radspeiche, dem Bremsscheibentopf und dem Adapter an definierten Positionen aufgebracht. Die dabei aufgezeichneten Daten werden entsprechend der in Kap. 5.3 vorgestellten Methodik ausgewertet, um die am Prüfstand entstehenden Geräusche objektiv zu bewerten. Ein zusätzliches Mikrofon neben dem Prüfstands Aufbau erfasst den Luftschall für einen subjektiven Abgleich der Messdaten.

Im Folgenden soll der vorgestellte Prüfstands Aufbau mit zwei weiteren Analysemethoden verglichen werden, die ebenso für die Untersuchung des Phänomens Tickerns denkbar wären und in Abb. 5.4 gegenübergestellt sind. Dabei sei zunächst der klassische Fahrversuch genannt, der sich durch die geringste Abstraktion auszeichnet. Dabei werden eine Vielzahl von kundennahen Fahrsituationen im Rahmen der Gesamtfahrzeug-Erprobung untersucht, die auch unter extremen Wetter- und Umweltbedingungen stattfinden. Durch dieses breite



Abbildung 5.3: Foto des neu entwickelten Systemprüfstands für das Störphänomen Tickern. Quelle: IABG.

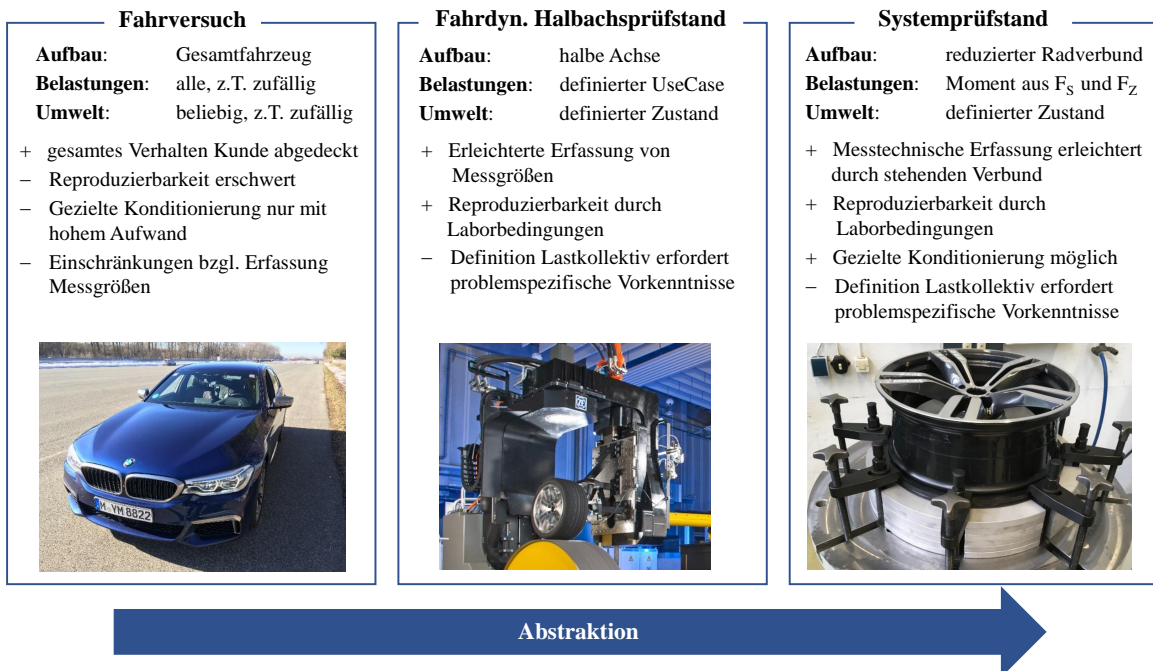


Abbildung 5.4: Vergleich der drei Werkzeuge zur Untersuchung des Störgeräusches Tickern.

Spektrum an Lastfällen, die auch zufällige Einflüsse beinhalten, kann das Phänomen Tickern im Fahrzeug untersucht werden. Aufgrund der schwer erreichbaren Reproduzierbarkeit und der vielen, nicht steuerbaren Umwelteinflüsse eignet sich der Fahrversuch jedoch nicht für die angestrebten Wirkkettenuntersuchungen. Auch ist die Erfassung von Messgrößen während der Fahrt eingeschränkt. Eine erste Abstraktion des Fahrversuchs stellt der bereits in Kap. 3.6.1 vorgestellte Halbachsprüfstand dar. Dabei können beliebige Last-Zeit-Reihen unter definierten, reproduzierbaren Randbedingungen untersucht werden. Dieser Abstraktionsprozess erfordert jedoch Vorkenntnisse bzw. Hypothesen zur Entstehung des Phänomens, da nicht mehr das komplette Spektrum an potentiellen Belastungen und Umweltbedingungen aus dem Fahrversuch abgedeckt wird. Vorteilhaft ist das reproduzierbare Verhalten sowie die erweiterten Möglichkeiten zur messtechnischen Erfassung. Auch am Halbachsprüfstand kann, wie in Kap. 3.6 gezeigt, das Phänomen Tickern nachgestellt werden. Das Ziel soll es sein, die Problemstellung des Tickerns weiter zu abstrahieren. Diese Aufgabe erfüllt der vorgestellte Systemprüfstand, der sowohl die wirkenden Belastungen als auch die notwendigen Komponenten weiter reduziert. Dass dabei dennoch das Phänomen Tickern analysiert werden kann, wird durch einen Vergleich der angeregten Frequenzspektren in Kap. 5.4.2 untersucht. Der Prüfstand zeichnet sich insbesondere im Vergleich zu den genannten Alternativen dadurch aus, dass Untersuchungen am stehenden Radverbund durchgeführt werden können, was die Möglichkeiten zur messtechnischen Erfassung erweitert.

5.2 Erarbeitung eines Lastkollektivs

Im Folgenden soll das Lastkollektiv vorgestellt werden, das für die Untersuchung eines Radverbundes am Systemprüfstand eingesetzt wird. Um die Konditionierungsphase realitätsnah abbilden zu können und die Lastabhängigkeit bei der anschließenden Bewertung des Tickerns beurteilen zu können, ist die Vorgabe eines konstanten Biegemoments nicht zielführend. Als Grundlage für die Erarbeitung einer Last-Zeit-Reihe wurden daher die auftretenden Beschleunigungen in Längs-, Quer- und Vertikal-Richtung auf Gesamtfahrzeug-Ebene ausgewertet. Dabei wurden Fahrzeuge, bei denen das Phänomen Tickern identifiziert werden konnte, mit unauffälligen Referenz-Fahrzeugen verglichen. Diese Datenauswertung bestätigt die für den grundlegenden Aufbau des Prüfstands relevante Annahme, dass sowohl Brems- und Antriebsmomente als auch die für die Betriebsfestigkeit relevanten Sonder- und Missbrauchslastfälle keinen Einfluss auf das Auftreten des Phänomens aufweisen. Auch Querbeschleunigungen bei langsamer Kurvenfahrt zeigen keine Korrelation zum Auftreten des Tickerns. Stattdessen beeinflusst aber die Verteilung, wie häufig bestimmte Kategorien

an Querbeschleunigungen im mittleren, querdynamischen Bereich auf das Fahrzeug einwirken, ob das Phänomen Tickern eintritt. Die Last-Zeit-Reihe für den Prüfstand soll daher die relevanten Querbeschleunigungen sowie deren relative Häufigkeit entsprechend der vorliegenden Daten abbilden.

Da der Prüfstand das auf den Verbund wirkende Biegemoment abbildet, ist zunächst eine Umrechnung der Querbeschleunigungs-Kategorien erforderlich. Mittels einer Mehrkörpersimulation des Fahrzeugs werden zunächst die auftretenden Seiten- und Radaufstandskräfte für eine gegebene Querbeschleunigung ermittelt. Mittels Gl. 5.1 werden diese Kräfte in ein Biegemoment umgerechnet, das als Input für den Prüfstand dient. Die am Prüfstand einzustellenden Biegemomente unterscheiden sich somit zwischen verschiedenen Fahrzeugen.

Abb. 5.5 zeigt das erarbeitete Lastkollektiv für den Prüfstand, das sich aus 17 Schritten zusammensetzt. Zu Beginn der Untersuchung werden die Radschrauben mit dem für das Fahrzeug vorgesehenen Soll-Anzugmoment angezogen. Im Anschluss werden die Radschrauben gelöst und mit dem für den Versuch vorgesehenen Anzugsmoment montiert. Im darauffolgenden Prüfstandsbetrieb werden in zehn Prüfstandsläufen I - X nacheinander sog. „Kollektivblöcke“ angefahren, die sich jeweils aus der Kombination einer bestimmten Querbeschleunigung i (bzw. fahrzeugspezifischem Biegemoment) und einer zugehörigen Anzahl an Zyklen $n_{\text{Kat } i}$ zusammensetzen. Das Verhältnis der Anzahl an Umdrehungen $n_{\text{Kat } i}/n_{\text{Kat } j}$ zwischen zwei Querbeschleunigungs-Kategorien i und j entspricht dem Verhältnis aus den Daten zum Fahrzeugbetrieb. Das Kollektiv wird Zeile für Zeile jeweils von links nach rechts am Prüfstand angefahren. Jedes blaue Kästchen in Abb. 5.5 stellt dabei einen „Kollektivblock“ dar, dessen Ergebnisse in Kap. 5.3.2 bewertet werden. In den Schritten 8 und 16 erfolgt jeweils eine Erwärmung des Radverbundes, um das Phänomen in den Zyklen der Prüfstandsläufe V und X bei einer zweiten Temperatur-Randbedingung zu analysieren.

5.3 Erarbeitung einer objektiven Bewertung

Im Folgenden Abschnitt wird vorgestellt, wie die Untersuchungen am Prüfstand objektiv bewertet werden. Als Basis dazu dient eine Auswertung der auf den Komponenten des Radverbundes montierten Beschleunigungssensoren, die die impulsartigen Störgeräusche erfassen.

		Kategorie Querbeschleunigung						
Schritt	Lauf	Kat. 1	Kat. 2	Kat. 3	Kat. 4	Kat. 5	Kat. 6	Kat. 7
1		Anzug Radschrauben mit Soll-Drehmoment (zweimal)						
2		Anzug Radschrauben mit Mess-Drehmoment						
3	I	$n_{Kat\ 1}$	$n_{Kat\ 2}$	$n_{Kat\ 3}$	$n_{Kat\ 4}$	$n_{Kat\ 5}$		
4	II	$n_{Kat\ 1}$	$n_{Kat\ 2}$	$n_{Kat\ 3}$	$n_{Kat\ 4}$	$n_{Kat\ 5}$		
5	III	$n_{Kat\ 1}$	$n_{Kat\ 2}$	$n_{Kat\ 3}$	$n_{Kat\ 4}$	$n_{Kat\ 5}$		
6	IV	$n_{Kat\ 1}$	$n_{Kat\ 2}$	$n_{Kat\ 3}$	$n_{Kat\ 4}$	$n_{Kat\ 5}$		
7		Erfassung Löse-Wieder-Anzugsmoment der Radschrauben						
8		Erhöhung der Temperatur						
9	V	n_{Temp}	n_{Temp}	n_{Temp}	n_{Temp}			
10		nach Abkühlen: Anzug Radschrauben mit Mess-Drehmoment						
11	VI	$n_{Kat\ 1}$	$n_{Kat\ 2}$	$n_{Kat\ 3}$	$n_{Kat\ 4}$	$n_{Kat\ 5}$	$n_{Kat\ 6}$	$n_{Kat\ 7}$
12	VII	$n_{Kat\ 1}$	$n_{Kat\ 2}$	$n_{Kat\ 3}$	$n_{Kat\ 4}$	$n_{Kat\ 5}$	$n_{Kat\ 6}$	$n_{Kat\ 7}$
13	VIII	$n_{Kat\ 1}$	$n_{Kat\ 2}$	$n_{Kat\ 3}$	$n_{Kat\ 4}$	$n_{Kat\ 5}$	$n_{Kat\ 6}$	$n_{Kat\ 7}$
14	IX	$n_{Kat\ 1}$	$n_{Kat\ 2}$	$n_{Kat\ 3}$	$n_{Kat\ 4}$	$n_{Kat\ 5}$	$n_{Kat\ 6}$	$n_{Kat\ 7}$
15		Erfassung Löse-Wieder-Anzugsmoment der Radschrauben						
16		Erhöhung Temperatur						
17	X	n_{Temp}	n_{Temp}	n_{Temp}	n_{Temp}			

Abbildung 5.5: Allgemeines Lastkollektiv für den Systemprüfstand. Für ein bestimmtes Fahrzeug werden die Querbeschleunigungen in ein fahrzeugspezifisches Biegemoment umgerechnet.

5.3.1 Automatisierte Erkennung von Impulsen

Ein beispielhaftes Signales eines Sensors auf dem Bremsscheibentopf ist in Abb. 5.6 dargestellt. Der erarbeitete Algorithmus zur Identifikation der Impulse basiert auf der *MATLAB*-Funktion *findpeaks()*. Eine Erläuterung der Funktion erfolgt in Anhang A.4. Für eine bestmögliche Identifikation der Impulse stellte sich ein dreimaliger Aufruf der Funktion hintereinander mit unterschiedlichen Einstellungen heraus. Abb. 5.6 zeigt, wie sich das ursprüngliche Signal (blau) durch die drei Durchläufe auf einen einzelnen Zeitpunkt reduziert, der mit einem blauen Dreieck markiert ist. Dieser befindet sich in dem gelb hinterlegten Toleranzband, das zur Bewertung der Automatisierung im Rahmen einer manuellen Detektion definiert wurde.

Die Erkennung von Impulsen ist abhängig von der in Abb. 5.6 dargestellten Anzahl an Durchläufen sowie den in Anhang A.4 beschriebenen Parametern der Funktion *findpeaks()*. Um einen geeigneten Parametersatz für die Identifikation von Impulsen zu ermitteln, wurden fünf repräsentative Datensätze aus den Messungen entnommen. Neben Beispielen mit wenigen und vielen Impulsen sind auch Messdaten mit hoher Last enthalten, die ein erhöhtes Grundrauschen durch den Betrieb des Prüfstands aufweisen. Dieses Rauschen muss stets sauber von den Impulsen differenziert werden. In den fünf Referenzbeispielen werden zunächst die Zeitpunkte von insgesamt 89 Impulsen manuell bestimmt. Ziel ist es nun, die

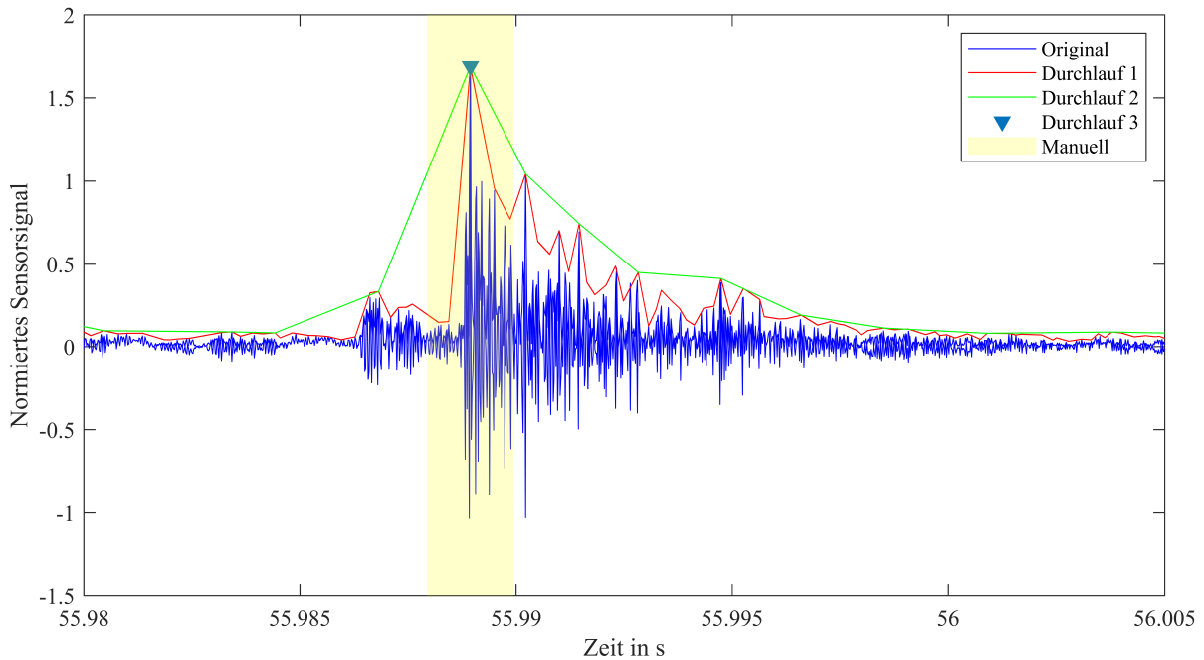


Abbildung 5.6: Beispiel eines Signals vom Sensor auf dem Bremsscheibentopf beim Auftreten von impulsartigen Störgeräuschen. Dargestellt sind das originale Signal (blau) sowie die Ergebnisse nach dem ersten, zweiten und dritten Durchlauf des Algorithmus. Gelb hinterlegt ist die manuell identifizierte Position des Störimpulses.

Parameter des Verfahrens zur automatisierten Impulsidentifikation so anzupassen, dass die manuell gefundenen Peaks auch vom Algorithmus detektiert werden. Für diesen Zweck wurde zunächst ein vollfaktorieller Versuchsplan eingesetzt, dessen resultierender Parametersatz anschließend mittels eines genetischen Algorithmus zur Mehrzieloptimierung in *MATLAB* feingetunt wurde. Die Zielgrößen für den genetischen Algorithmus stellen die „falsch positiven“ Impulse, die das Verfahren als Impulse identifiziert, die subjektiv aber nicht bestätigt werden können, und die „falsch negativen“ Impulse, die subjektiv als relevant eingestuft, aber vom Algorithmus nicht identifiziert werden, dar.

Abb. 5.7 zeigt die aus der Optimierung resultierende Paretofront. Es ist erkennbar, dass kein Parametersatz gefunden wurde, sodass alle manuell definierten Impulse erkannt werden. In diesem Fall wären die falsch negativen Impulse gleich null. Keine falsch positiven Impulse sind in diesem Beispiel nur mit mindestens neun falsch negativen Impulsen möglich. Der gewählte Kompromiss für die Bedatung des Algorithmus ist mit einem roten Kreis in der Abbildung markiert. Dabei werden vier falsch negative und zwei falsch positive Impulse identifiziert. Zu berücksichtigen gilt an dieser Stelle, dass sich auch manuell die Impulse nicht immer klar einem Zeitpunkt zuordnen lassen.

Abb. 5.8 zeigt das Ergebnis für vier der fünf für die Optimierung ausgewählten Signale. Dabei bestätigt sich, dass der Algorithmus die Impulse mit den ermittelten Parametern aus der

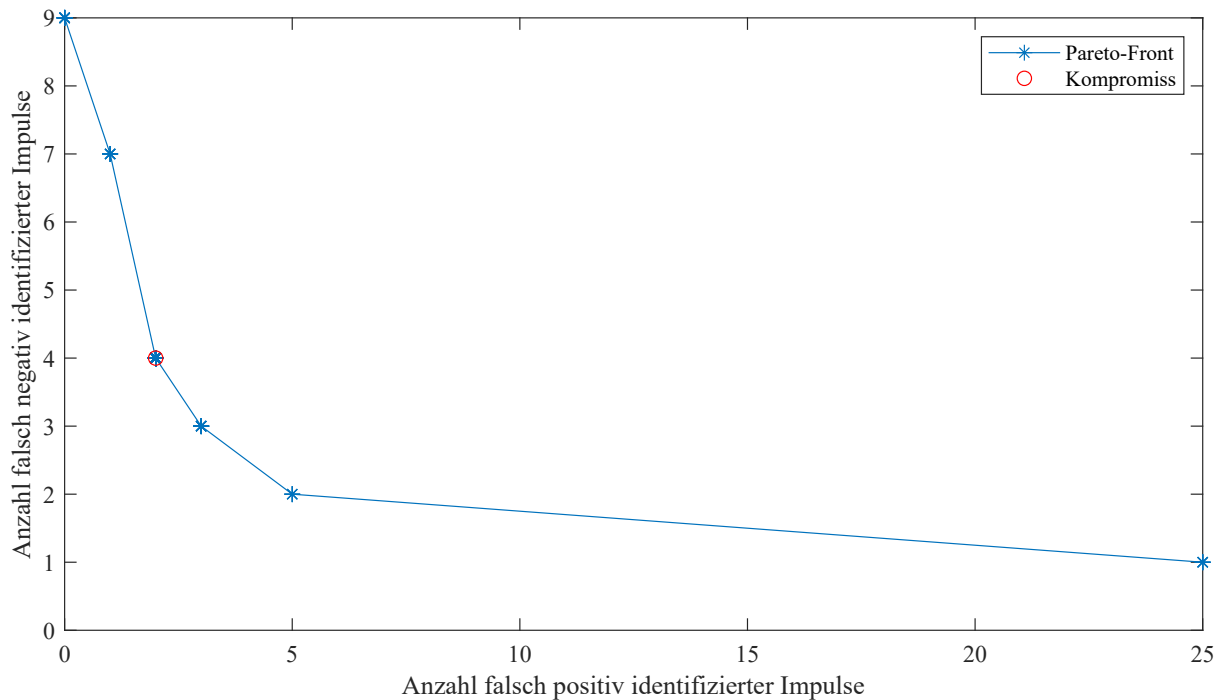


Abbildung 5.7: Pareto-Front aus der Optimierung der Parameter für den Algorithmus zur automatisierten Impulserkennung aus den Rohsignalen vom Systemprüfstand.

Optimierung für diesen Anwendungsfall ausreichend gut identifizieren kann, weshalb dieses Setup im Folgenden eingesetzt wird.

5.3.2 Objektive Bewertung einer Prüfstandsuntersuchung

Für eine objektive Bewertung eines in Kap. 5.2 definierten Kollektivblocks wird als Kenngröße die mittlere Anzahl an Impulsen pro Radumdrehung gewählt. Diese Kenngröße kann durch die automatisierte Erkennung von Impulsen aus Kap. 5.3.1 und die für einen Kollektivblock definierte Anzahl an Umdrehungen bestimmt werden. Dieser Bewertungsindex wird für alle Kollektivblöcke des Lastkollektivs aus Abb. 5.5 bestimmt. Dabei ergibt sich die in Abb. 5.9 dargestellte Bewertungsmatrix. In dieser Darstellung sind die zehn Prüfstandsläufe I bis X aus Abb. 5.5 enthalten. Zu erkennen ist, dass besonders bei höheren Lasten mehr Impulse pro Umdrehung entstehen. Die blaue Farbe bei Versuchen mit niedrigen Querbeschleunigungen zeigt an, dass dabei keine Impulse auftraten. Diese Abbildungen werden im Folgenden eingesetzt, um den Einfluss verschiedener Parameter zu quantifizieren.

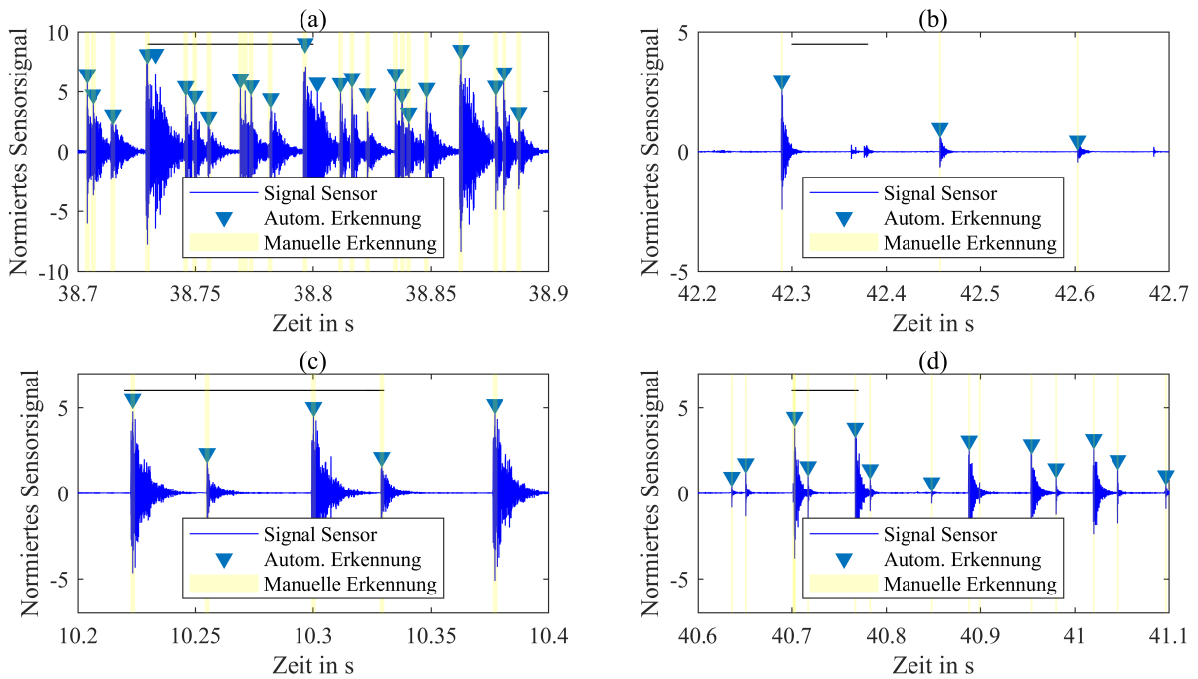


Abbildung 5.8: Vier verschiedene Beispiele für ein Signal von einem Sensor auf dem Bremsscheibentopf beim Auftreten von impulsartigen Störgeräuschen. Erkennbar ist, dass die durch den Algorithmus identifizierten Impulse (blaue Dreiecke) gut mit einer subjektiven Beurteilung (gelb hinterlegt) übereinstimmen. Die horizontale, schwarze Linie markiert eine Umdrehung der umlaufenden Masse.

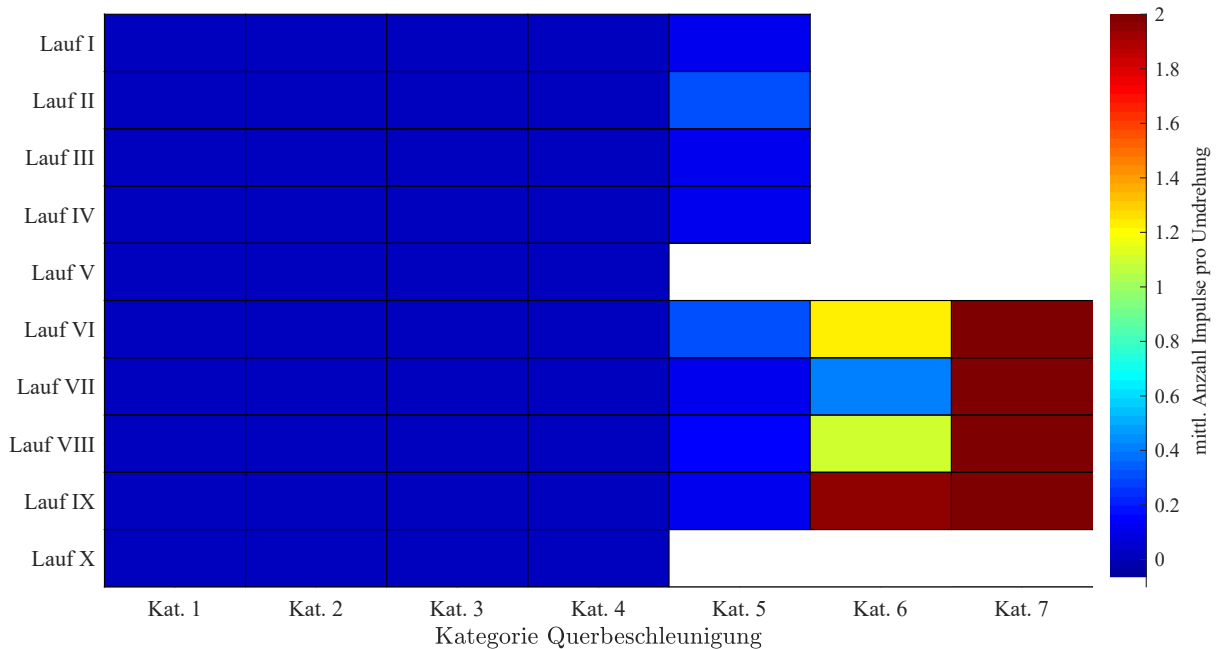


Abbildung 5.9: Bewertung aller Teilmessungen einer Messreihe. Farblich dargestellt ist die mittlere Anzahl an Impulsen pro Radumdrehung für jeden Kollektivblock.

5.4 Validierung des Systemprüfstands

Im Folgenden werden die Ergebnisse des Prüfstands interpretiert und mit bisherigen Erkenntnissen zum Phänomen Tickern abgeglichen. Grundlage für die Anwendbarkeit des Systemprüfstands ist zunächst ein reproduzierbares Verhalten, welches in Kap. 5.4.1 untersucht wird. Impulsartige Störgeräusche zeichnen sich durch eine breitbandige Anregung im Frequenzbereich aus. Ein Vergleich der Frequenzanalysen von Signalen vom Systemprüfstand und dem Halbachsprüfstand erfolgt in Kap. 5.4.2. Die Ergebnisse der Lokalisierung des Tickerns offenbarten, dass die Impulse bei diesem Phänomen an bestimmten Punkten in der Trennebene entstehen. Daraus leitet sich ab, dass auch am Prüfstand die Impulse in regelmäßigen Abständen entstehen müssen. Dies wird in Kap. 5.4.3 näher analysiert. Eine weitere Basis für eine Validierung des Systemprüfstands stellen die aus der Praxis bekannten Stellhebel des Phänomens Tickern dar. Welchen Einfluss diese Maßnahmen am Systemprüfstand aufzeigen, wird in Kap. 5.4.4 untersucht.

5.4.1 Reproduzierbarkeit

Eine wichtige Prämisse für Analysen zum Störphänomen Tickern am Systemprüfstand ist die Sicherstellung reproduzierbarer Ergebnisse. Die beiden Abb. 5.10 und 5.11 zeigen die Reproduzierbarkeit der Untersuchungen für zwei verschiedene Räder. Dabei stellt jeweils der Subplot (a) den Referenz-Versuch dar, während (b) die Ergebnisse des Wiederholversuchs abbildet. Die Grafiken zeigen, dass gemessen am definierten Kriterium eine gute Reproduzierbarkeit der Versuche vorliegt. Kleinere Abweichungen zeigen sich bei Fahrzeug-Modell B in der Abb. 5.11 bei der Querbeschleunigungs-Kategorie 6. Mögliche Ursachen stellen dabei die Bauteilstreuungen der Komponenten dar. Dennoch wird die Reproduzierbarkeit insgesamt als gut bewertet.

5.4.2 Abgleich der Frequenzspektren

Während des Betriebs am Systemprüfstand können impulsartige Störgeräusche akustisch wahrgenommen werden. Ob diese mit den im Fahrzeug wahrnehmbaren Impulsen vergleichbar sind, wird im Folgenden untersucht. Als Referenzdaten dienen die am Halbachsprüfstand für die Analysen der Lokalisierung erfassten Signale, siehe Kap. 3.6.1. Abb. 5.12 stellt diese Signale den Messdaten vom Systemprüfstand gegenüber. In der Abbildung sind zwei exemplarische Zeitverläufe eines Beschleunigungssensors auf dem Brems Scheibentopf aus den

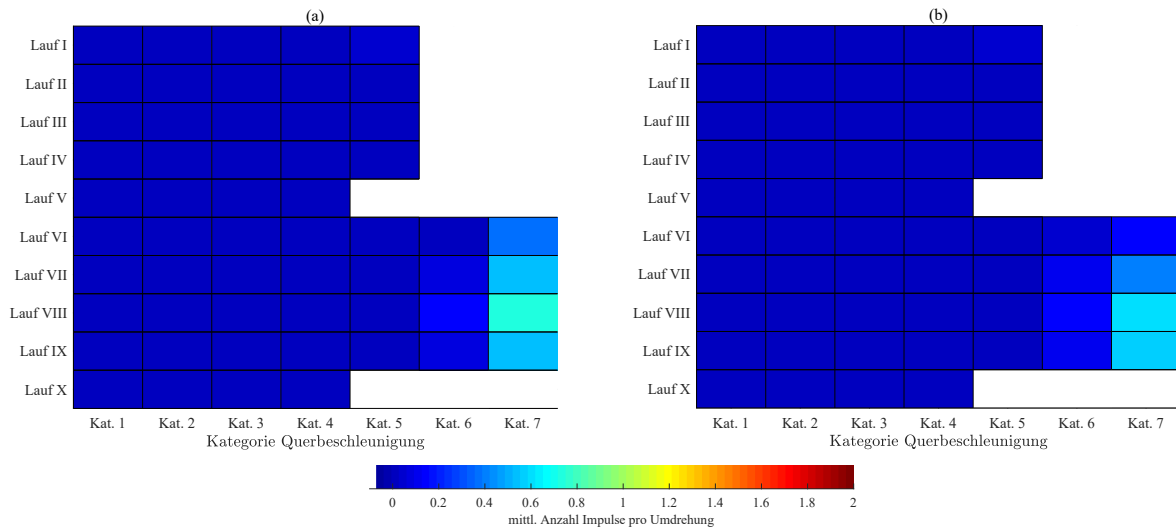


Abbildung 5.10: Reproduzierbarkeit der Messungen am Systemprüfstand: (a) und (b) zeigen Wiederholungsmessungen mit Komponenten vom Fahrzeug-Modell A mit Rad R01.

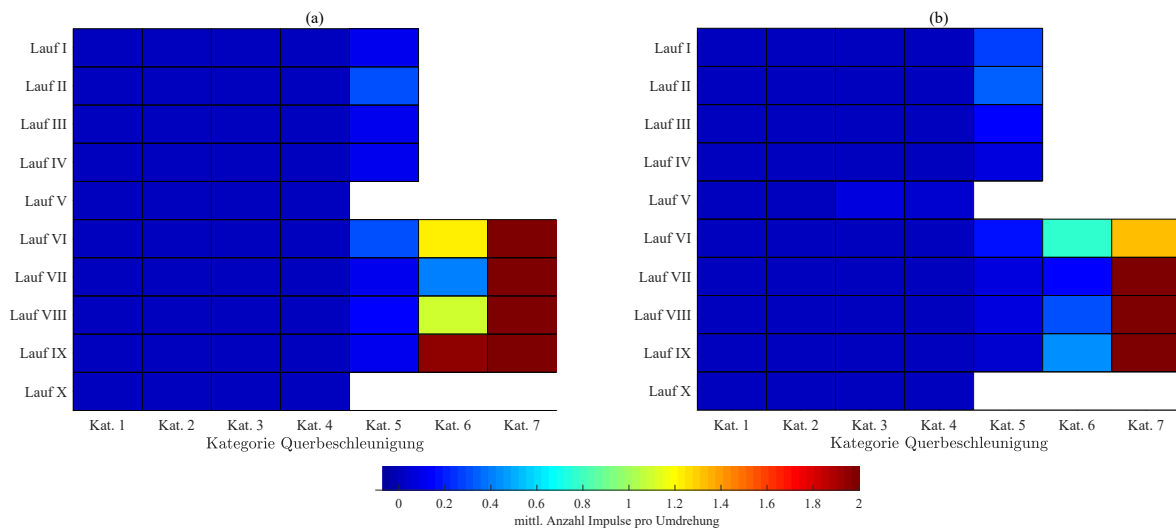


Abbildung 5.11: Reproduzierbarkeit der Messungen am Systemprüfstand: (a) und (b) zeigen Wiederholungsmessungen mit Komponenten vom Fahrzeug-Modell B mit Rad R02.

Messungen vom Halbachsprüfstand (Abb. 5.12(a)) und vom Systemprüfstand (Abb. 5.12(b)) dargestellt. Die Signale sind jeweils auf ihren maximalen Wert normiert. Die Verläufe zeigen dabei einen typischen Verlauf einer Antwort auf eine impulsartige Anregung: auf eine zunächst steile Flanke folgt ein Ausschwingvorgang. Ein aus den Abbildungen erkennbarer Unterschied besteht im Abklingverhalten der beiden Verläufe, das auf abweichende Dämpfungseigenschaften rückschließen lässt. Eine Ursache dafür ist die Lagerung des Rades am Systemprüfstand, bei der der Reifen durch eine feste Einspannung ersetzt wird. Für eine Bewertung des Auftretens des Phänomens spielt das abweichende Abklingverhalten aber keine

Rolle und kann somit akzeptiert werden. In Abb. 5.12(c) sind die Frequenzspektren der Sensorsignale von den Messungen an den beiden Prüfstände dargestellt. Dabei ist jeweils das Frequenzspektrum für ein Zeitfenster mit einem Impuls und ohne einem Impuls abgebildet. Beim Vergleich der Frequenzspektren ohne Ticker-Impulse zeigt sich ein vergleichbar hohes Grundrauschen der beiden Prüfstände. Durch die Impulse wird in beiden Messungen ein breites Frequenzspektrum angeregt. In dem Beispiel wurden am FDHAP bei Frequenzen bis ca. 7 kHz höhere Amplituden als am Systemprüfstand erfasst. Die generell sehr breitbandige Anregung verschiedener Frequenzen ist typisch für eine impulshafte Anregung. Zusammenfassend lässt sich daher festhalten, dass die am Systemprüfstand auftretenden Störgeräusche die relevanten Charakteristiken der am FDHAP erfassten Impulse aufweisen.

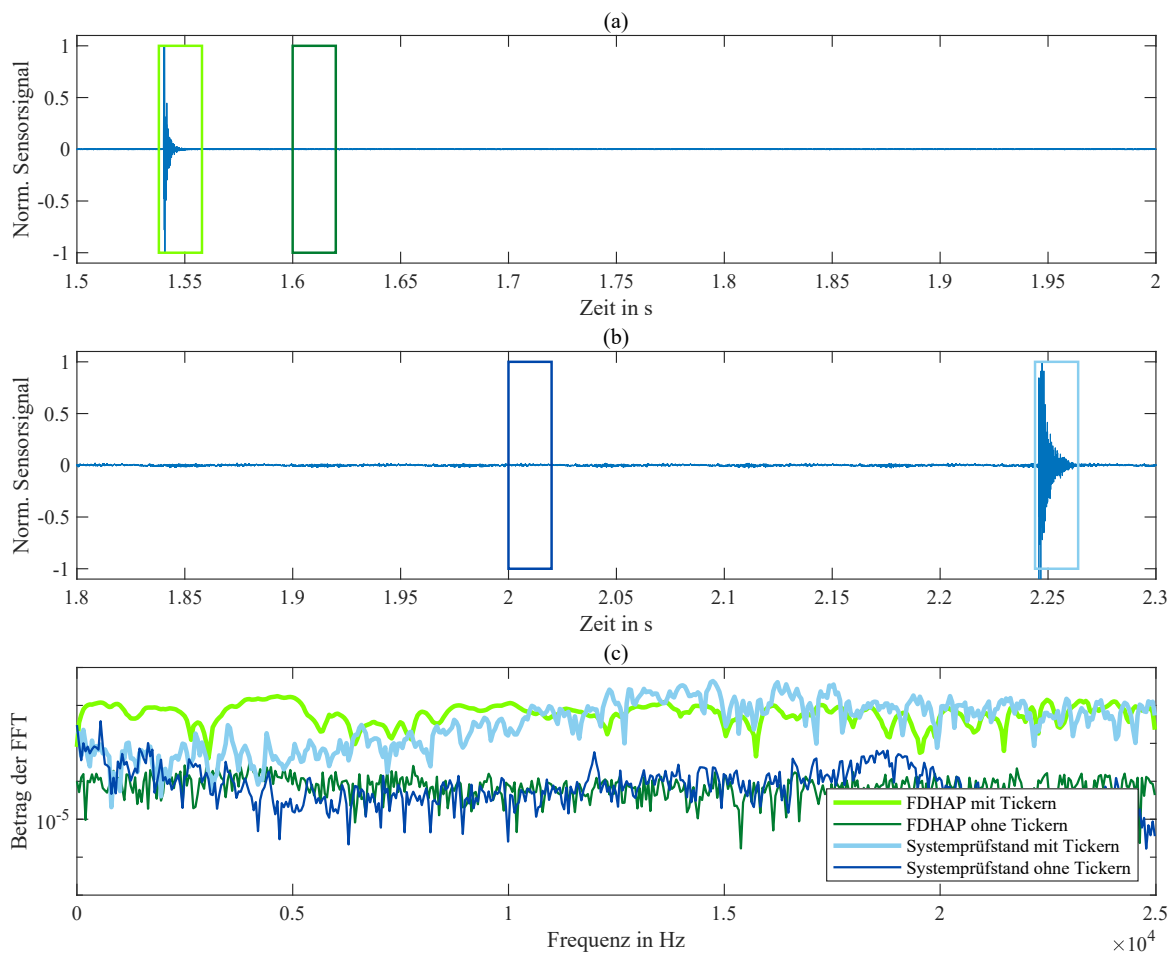


Abbildung 5.12: Vergleich der Signale der Beschleunigungssensoren auf dem Brems Scheibentopf am Halbachsprüfstand und Systemprüfstand. (a) Normiertes Sensorsignal im Zeitbereich für den Halbachsprüfstand, (b) Normiertes Sensorsignal im Zeitbereich für den Systemprüfstand, (c) Vergleich der Frequenzspektren.

5.4.3 Position der Schallentstehung

Die Untersuchungen zur Lokalisierung des Tickerns in Kap. 3.6 ergaben, dass die Impulse an bestimmten Positionen in den Trennebenen des Radverbundes entstehen. Daraus lässt sich die Anforderung an den Prüfstand ableiten, dass die Impulse in regelmäßigen Abständen und an identischen Positionen der umlaufenden Masse entstehen müssen. Im Folgenden wird analysiert, ob der Prüfstand diese Eigenschaft des Phänomens abbildet.

Dazu wird das Signal des Beschleunigungssensors auf dem Adapter zwischen Biegearm und Radlager (vgl. Abb. 5.2) aus einem der Testläufe des Prüfstands näher betrachtet. Bei diesem Testlauf wurde über eine hohe Anzahl an Zyklen ein konstantes Moment aufgebracht. Aus dem Signal des Beschleunigungssensors auf dem Adapter kann die Position der umlaufenden Masse bestimmt werden. Abb. 5.14 zeigt fünf verschiedene Zyklen zu unterschiedlichen Zeitpunkten der Messung. Dabei scheinen die Impulse immer dann zu entstehen, wenn sich die rotierende Masse in etwa an den Drehwinkelpositionen 10° , 95° , 180° und 320° befindet. Um weitere Zyklen in diese Betrachtung einzubeziehen, wird in Abb. 5.14 der Wert des Sensorsignals farblich in Abhängigkeit vom Drehwinkel und dem jeweiligen Zyklus dargestellt. Es zeigt sich, dass die Impulse in allen dargestellten Zyklen in etwa an den gleichen Positionen der umlaufenden Masse entstehen. Abweichungen ergeben sich mitunter dadurch, dass die Position der Masse nicht messtechnisch erfasst wird, sondern aus dem Signal des Sensors auf dem Adapter berechnet wird. Die periodische Entstehung der Störimpulse ist eine charakteristische Eigenschaft des Phänomens Tickern, die auch im Fahrversuch und am Halbachsprüfstand beobachtet wird. Die Abb. 5.14 zeigt somit, dass diese Eigenschaft auch am Systemprüfstand abgedeckt wird.

5.4.4 Abgleich mit der Praxis

Im Folgenden Abschnitt werden die Stellhebel zur Reduktion der Intensität des Störgeräusches Tickern aus den praktischen Erfahrungen der BMW AG zusammengefasst. Diese Maßnahmen sollen anschließend als weiterer Schritt der Validierung auf ihre Wirksamkeit am Systemprüfstand untersucht werden.

Einflussmaßnahmen auf das Phänomen Tickern

Durch Analysen bei der BMW AG wurden die folgenden Stellhebel identifiziert, die einen positiven Einfluss bei einem bzgl. Tickern grenzwertigen Radverbund aufweisen:

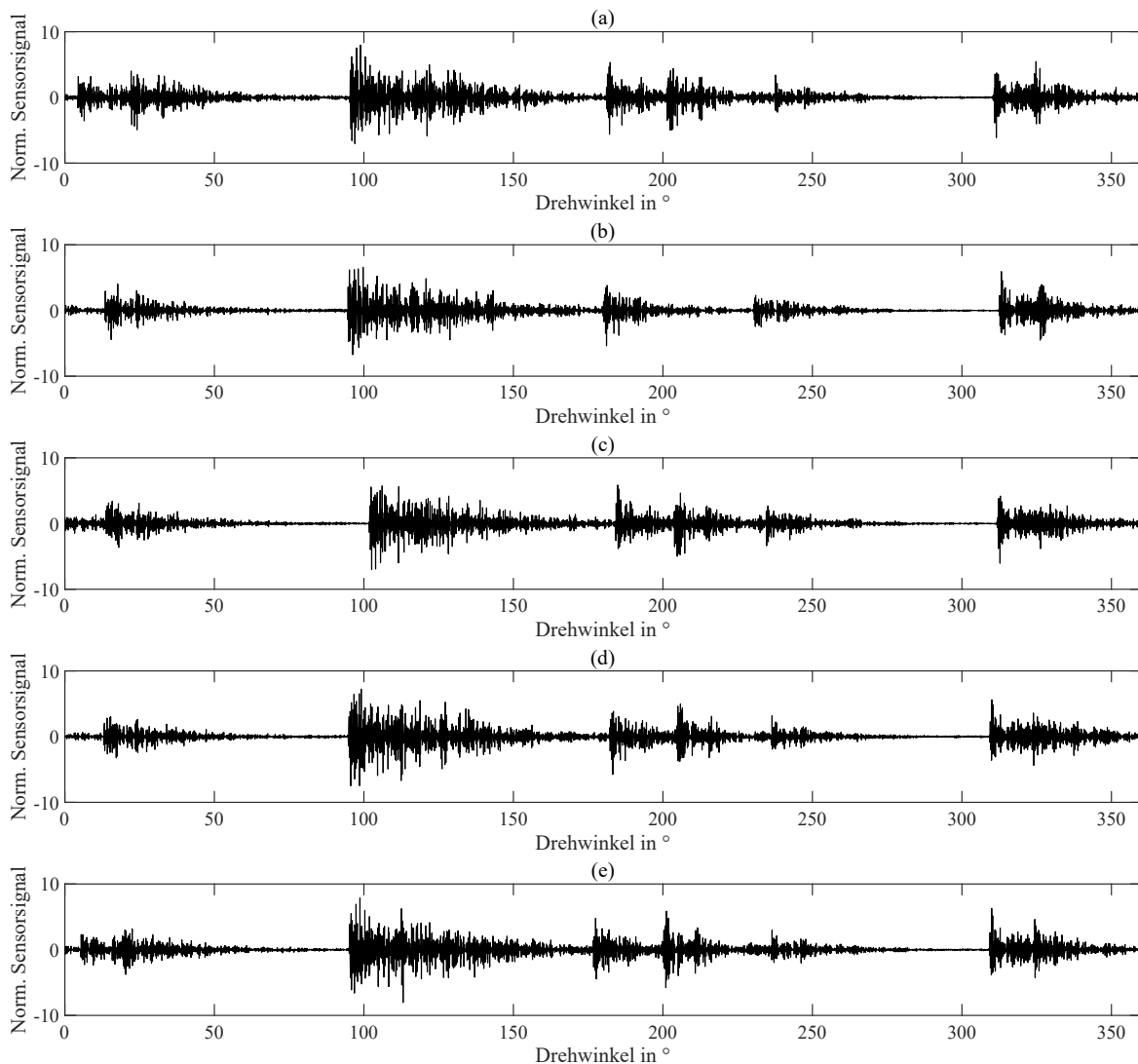


Abbildung 5.13: Zeitverlauf des Sensors auf dem Bremsscheibentopf während eines Testlaufs des Systemprüfstands. Exemplarisch dargestellt sind die Zyklen mit der Nummer (a) 433; (b) 483; (c) 533; (d) 583; (e) 633; vergleiche auch Abb. 5.14.

Sensitivität des Werkstoffes des Bremsscheibentopfes: in Kap. 1 wurde die Motivation zum Thema Leichtbau aufgezeigt, der bspw. den Einsatz einer Aluminiumlegierung für den Bremsscheibentopf zur Folge hatte. Aus Daten der BMW AG konnte bestätigt werden, dass sich Bremsscheiben mit einem Topf aus Grauguss deutlich robuster bzgl. der Auftretenswahrscheinlichkeit des Phänomens Tickern verhalten als Bremsscheiben mit einem Topf aus einer Aluminiumlegierung.

Sensitivität der Vorspannkraft der Radschrauben: einen weiteren wichtigen Einflussparameter auf das Auftreten des Phänomens Tickern stellt die Vorspannkraft durch die Radschrauben dar. Dabei spielt sowohl der initiale Wert der Vorspannkraft nach der Mon-

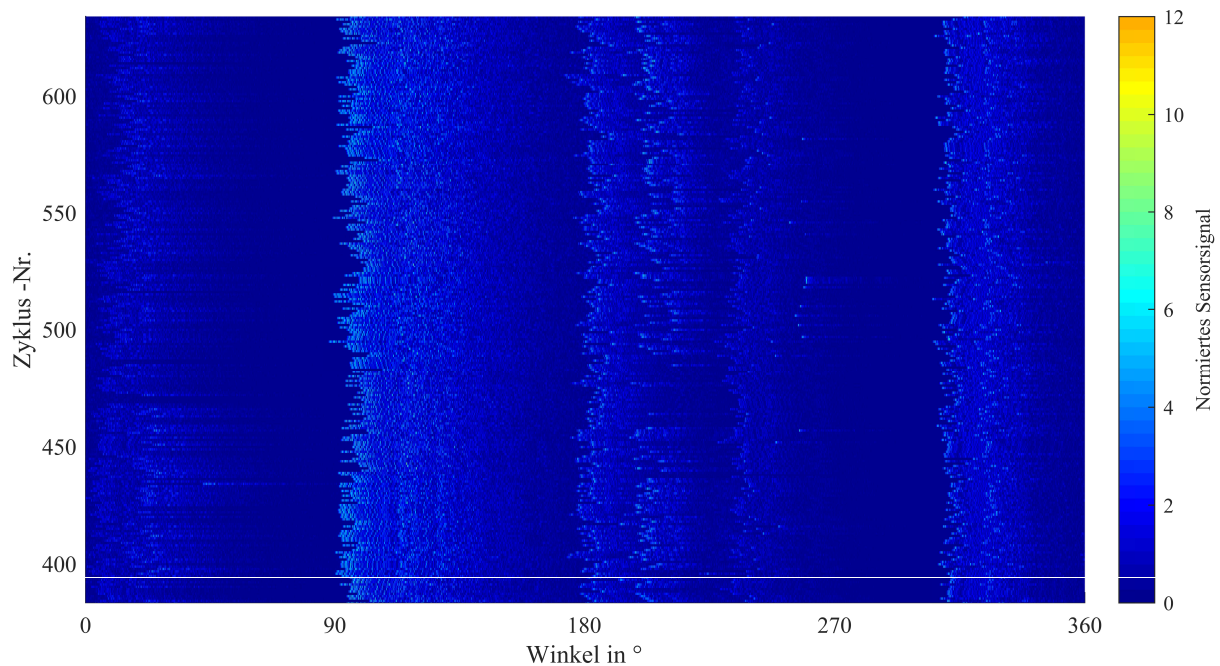


Abbildung 5.14: Intensität des Sensors über dem Drehwinkel und über der Anzahl an Zyklen. erkennbar ist, dass die Impulse auch über einen längeren Zeitraum an näherungsweise denselben Winkelpositionen der rotierenden Masse entstehen.

tage im Werk eine Rolle als auch der durch die Nutzung des Fahrzeugs ausgelöste Abfall der Kraft durch Radwechsel, Korrosion und weitere Einflüsse. Untersuchungen ergaben ein bzgl. der Vorspannkraft als auch bzgl. des Auftretens von Tickern robusteres Verhalten der Radschraube vom Typ S2 ggü. dem Typ S1.

Sensitivität der Steifigkeit des Radzentrums: durch Analysen mit der FEM am Radverbund konnte erarbeitet werden, dass die Steifigkeit im Bereich des Radzentrums einen Einfluss auf die Relativbewegungen in den Trennebenen Rad zu Brems Scheibentopf und Brems Scheibentopf zu Radlager aufweist. Räder mit gezielter Versteifung zeigen auch in Fahrerproben eine geringere Neigung zum Phänomen Tickern.

Sensitivität der Haftreibung: eine weitere Maßnahme zur Reduktion des Phänomens Tickern stellt der Verbau einer reibwerterhöhenden Scheibe in die Trennebene Rad zu Brems Scheibentopf und/oder in die Trennebene Brems Scheibentopf zu Radlager. Wird diese Scheibe in einen fabrikneuen oder auch auffälligen Radverbund eingesetzt, treten keine Störimpulse aus den Trennebenen mehr auf.

Abgleich der Maßnahmen mit dem Systemprüfstand

Im Folgenden soll als weitere Validierung des Systemprüfstands die Wirksamkeit der genannten Maßnahmen am Systemprüfstand an einem bzgl. Tickern grenzwertigen Radverbund überprüft werden.

In Abb. 5.15(a) und (b) ist der Einfluss der Radschraubenvorspannkraft dargestellt. Die Ergebnisse mit einer höheren Vorspannkraft in Abb. 5.15(b) zeigen ein geringeres Auftreten von Impulsen als die Ergebnisse mit niedrigerer Vorspannkraft in Abb. 5.15(a). Dieses Ergebnis entspricht der geschilderten Erfahrung aus der Praxis.

Eine zweite Maßnahme stellt das Versteifen des Radzentrums dar. Abb. 5.15(c) und (d) zeigen die Ergebnisse der Untersuchungen mit zwei Räder mit verschiedenen Steifigkeiten im Radzentrum. Auch hier zeigt sich der aus der Praxis bekannte, positive Einfluss eines steiferen Radzentrums durch die reduzierte Anzahl an Impulsen in Abb. 5.15(d) ggü. den Ergebnissen mit „weicheren“ Radzentrum in Abb. 5.15(c).

Abb. 5.15(e) zeigt die Ergebnisse, wenn der Brems Scheibentopf aus einer Aluminiumlegierung gefertigt ist, während in Abb. 5.15(f) die Resultate einer Untersuchung mit identischem Aufbau mit einem Brems Scheibentopf aus Grauguss abgebildet sind. Entsprechend der im vorherigen Abschnitt zusammengefassten Beobachtung aus der Praxis zeigt der Brems Scheibentopf aus Grauguss ein deutlich robusteres Verhalten als der Brems Scheibentopf aus Aluminium.

Auch wenn an dieser Stelle kein statistischer Nachweis erfolgen kann, zeigen die vorgestellten Ergebnisse exemplarisch, dass die aus der Praxis bei der BMW AG erarbeiteten Maßnahmen auch am Systemprüfstand ihre Wirksamkeit zeigen. Aufgrund der Plausibilität dieser Ergebnisse befindet sich der Prüfstand bei der BMW AG produktiv im Einsatz

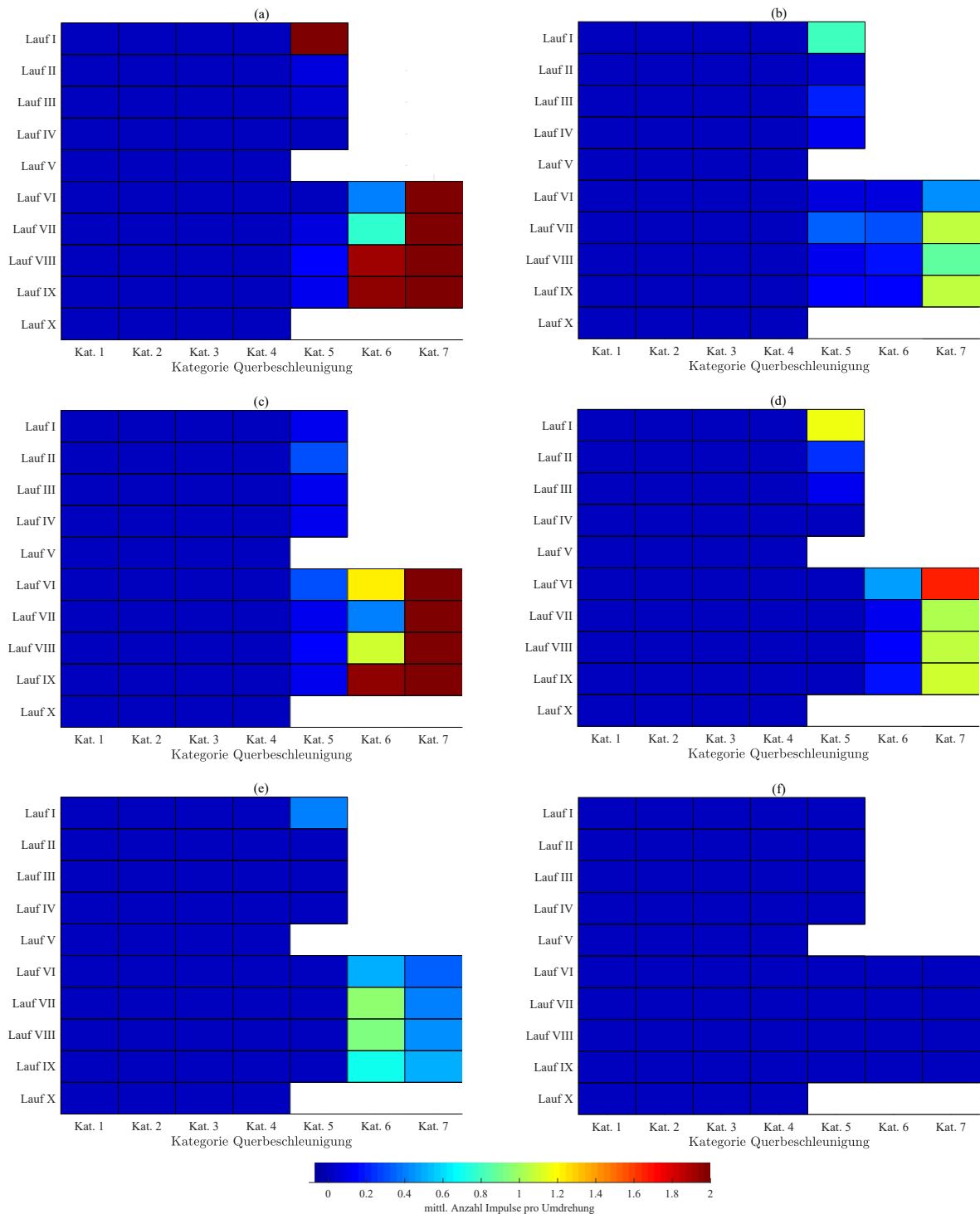


Abbildung 5.15: Abgleich der Ergebnisse des Systemprüfstands mit der Praxis. Einfluss der Radschrauben-Vorspannkraft: (a) mit niedriger, (b) mit höherer Vorspannkraft. Einfluss der Steifigkeit des Radzentrums: (c) mit niedriger, (d) mit höherer Steifigkeit. Einfluss des Werkstoffes des Brems Scheibentopfes: (e) Aluminium und (f) Grauguss.

6 Ableitung von Maßnahmen für die Praxis durch Interpretation der Analyse-Ergebnisse

Im Folgenden Kapitel werden die Ergebnisse der vorangegangenen Analysen interpretiert und Vorschläge für den Übertrag der Ergebnisse in die praktische Anwendung abgeleitet. Die bestehenden Maßnahmen aus der Praxis zum Phänomen Tickern werden dabei theoretisch untersucht.

In Kap. 6.1 erfolgt zunächst ein Abgleich der Ergebnisse aus den Parameterstudien zur Stick-Slip-Theorie aus Kap. 2.3.2 mit der Problemstellung des Tickerns aus dem Radverbund. Basierend auf den ermittelten Entstehungsorten des Tickerns aus der Lokalisierung wird in Kap. 6.2.1 eine konstruktive Anpassungen von Rädern vorgeschlagen und deren Wirkung am Systemprüfstand untersucht. In Kap. 6.2.2 werden die Randbedingungen an den in der Lokalisierung auffälligen Positionen der Schallentstehung in einer FEM-Simulation analysiert und daraus eine Methode zur Optimierung von Schnittstellen bzgl. der Neigung zur Entstehung von Störgeräuschen vorgeschlagen. In Kap. 6.3 werden schließlich die in Kap. 4 gewonnenen Erkenntnisse aus den tribologischen Analysen der Materialpaarungen mit den Resultaten aus der Stick-Slip-Theorie sowie mit den Ergebnissen aus Oberflächenuntersuchungen von am Systemprüfstand untersuchten Komponenten verglichen.

6.1 Interpretation der Ergebnisse aus der Stick-Slip-Theorie

Im Folgenden werden die Ergebnisse aus den theoretischen Studien zur Stick-Slip-Theorie aus Kap. 2 aufgegriffen und damit die bei der BMW AG bekannten Maßnahmen, die in Kap. 5.4.4 vorgestellt wurden, theoretisch bestätigt.

Aus der Abb. 2.20 kann abgeleitet werden, dass durch eine Erhöhung der Normalkraft F_N ein Übergang ins Gleiten vermieden werden kann. Umsetzen lässt sich dies in der gegebenen

Problemstellung durch die Erhöhung der Vorspannkraft der Radschrauben. Der positive Effekt auf impulsartige Störgeräusche durch eine höhere und auch über die Anzahl der Anzüge der Radschrauben konstantere Vorspannkraft stellt eine bereits aus der Praxis bei der BMW AG bekannte Maßnahme dar, die sich mit der theoretischen Analyse somit bestätigen lässt. Aus der Abb. 2.26 lässt sich qualitativ ablesen, dass der Übergang ins Gleiten durch die Erhöhung der Steifigkeit k_1 beeinflusst werden kann. Je höher k_1 , desto kleiner sind die Koppelkräfte, die von Masse m_1 auf Masse m_2 übertragen werden. Die Koppelkräfte sind entsprechend Gl. 2.79 entscheidend, ob ein Übergang vom Haften ins Gleiten auftritt. Eine gezielte Erhöhung der Steifigkeit im Radzentrum stellt einen bei der BMW AG bekannten Einflussparameter auf impulsartige Störgeräusche dar: während der Kurvenfahrt erzeugen die Seitenkräfte am Reifenlatsch zusammen mit dem dynamischen Rollradius des Rades ein Biegemoment auf den Radverbund. Durch die Nachgiebigkeit des Verbundes entstehen Scherkräfte in den Trennebenen des Radverbundes, die einen Stick-Slip-Effekt in der Kontaktfläche erzeugen können. Untersuchungen bei der BMW AG zeigten, dass die Gestaltung des Radzentrums und dessen Steifigkeit einen Einfluss auf das Phänomen aufweisen, da steifere Räder die Verformung des Verbundes und damit die Scherkräfte in den Trennebenen reduzieren. Im Minimalmodell aus Abb. 2.18(b) wird dieser Effekt darüber abgebildet, dass ein steiferes Rad durch eine höhere Steifigkeit k_l modelliert werden kann, was in einer Reduzierung der Koppelkräfte und damit ebenfalls in reduzierten Scherkräften im Reibungskontakt und der Vermeidung des Übergangs ins Gleiten resultiert.

Eine Annäherung des Haft- und Gleitreibungskoeffizienten stellt eine in der Literatur bekannte Maßnahme zur Reduktion von Stick-Slip-Effekten dar (Zeller et al [2009]). Im vorgestellten Minimalmodell aus Kap. 2.3.1 bedeutet eine Annäherung beider Reibungskoeffizienten, dass sich $\tilde{\mu}$ dem Wert 1 annähert. Dies zeigt prinzipiell auch die durch das Minimalmodell erarbeitete Abb. 2.28: für $\tilde{\mu} \rightarrow 1$ treten keine abnormalen Stopps mehr auf. Für $\gamma \approx 1$ zeigt aber auch eine Absenkung von $\tilde{\mu}$ eine positive Wirkung. In der Praxis lässt sich eine Annäherung des Haft- und Gleitreibungskoeffizienten bspw. durch das Fetten der Trennebene umsetzen. Dabei wird i. d. R. jedoch auch der Haftreibungskoeffizient abgesenkt, was wiederum entsprechend Abb. 2.20 einen Übergang vom Haften ins Gleiten begünstigt. Die Maßnahme des Fettens lässt sich im Fahrzeugbetrieb am Radverbund aus Sicherheitsgründen nicht bewerten, da eine kraftschlüssige Übertragung des Drehmoments durch die Kontaktstelle sichergestellt sein muss. Der Einfluss des Fettens wurde daher am Systemprüfstand untersucht und die Ergebnisse in Abb. 6.1 zusammengefasst. Nach Abschluss des Laufs X des Standard-Lastkollektivs wurden die beiden Trennebenen des Bremsscheibentopfes mit einem Fett eingerieben. Danach wurden die Läufe X1 - XIV am Prüfstand angefahren. In der Abb. 6.1 ist zu erkennen, dass sich nach dem Fetteintrag die Anzahl der Impulse pro Radumdrehung reduziert. In der fünften Kategorie der Querbeschleunigung treten keine Im-

pulse mehr auf, während sich in der höchsten Kategorie die Anzahl der Impulse um etwa 50 % reduzieren ließ.

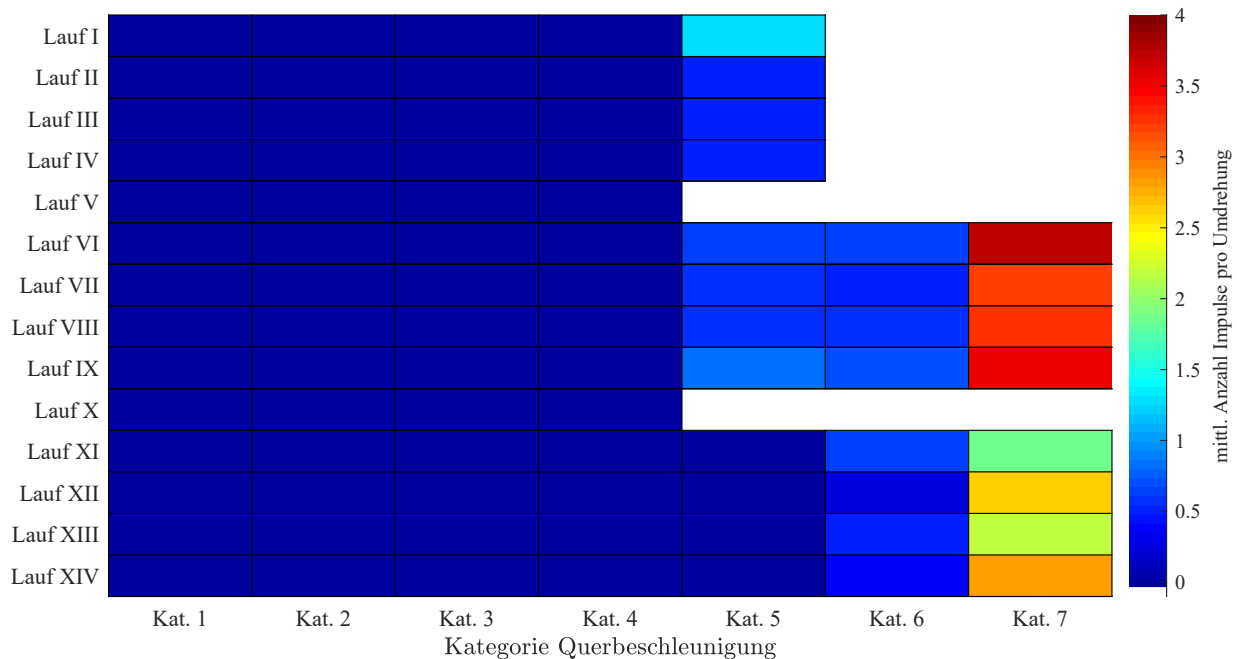


Abbildung 6.1: Untersuchung des Einflusses von Fett in den Trennebenen des Radverbundes am Systemprüfstand: nach dem Befetten zwischen Lauf X und XI reduziert sich die Anzahl der Impulse pro Radumdrehung. Zu beachten sind die Grenzen der Farbskala, die von denen in den vorherigen Abbildungen mit Ergebnissen des Systemprüfstands abweichen.

Entsprechend der Abb. 2.25, 2.26 und 2.28 beeinflussen neben dem diskutierten Verhältnis des Haft- zu Gleitreibungskoeffizienten auch die weiteren, im Rahmen der Arbeit zur Quantifizierung von Reibung verwendeten Parameter: dazu gehören die Abhängigkeit der Gleitreibung von der Relativgeschwindigkeit, die tangentielle Kontaktsteifigkeit und die Dämpfung des Reibungskontaktes. Diese Parameter sind von der Materialpaarung abhängig. In Kap. 5.4.4 wurde das robustere Verhalten eines Bremsscheibentopfes aus Grauguss ggü. eines Bremsscheibentopfes aus Aluminium bzgl. der Entstehung impulsartiger Störgeräusche diskutiert. Da sich durch den Tausch eines der Reibungspartner die Reibungsparameter der Schnittstelle verändern, kann auch diese Beobachtung aus der Praxis über die theoretischen Ergebnisse der genannten Abbildungen bestätigt werden. Inwieweit eine Paarung mit Aluminium kritischere Werte als eine Paarung mit Grauguss annimmt, wird in Kap. 6.3.1 basierend auf den tribologischen Analysen aus Kap. 4 diskutiert.

Eine aus der Abb. 2.20 abgeleitete Erhöhung des Haftreibungskoeffizienten kann neben der Wahl der Materialpaarung auch durch eine weitere bei der BMW AG etablierte Maßnahme gegen impulsartige Störgeräusche erreicht werden, bei der eine mit Diamantstaub be-

schichteten Scheibe in eine Trennebene oder auch in beiden Trennebenen des Radverbundes eingesetzt wird. Durch diese Scheibe können die impulsartigen Phänomene bei akustisch auffälligen Radverbänden eliminiert werden. Fokus bei der Entwicklung dieser Scheibe lag auf der Erhöhung des Haftreibungskoeffizienten, der entsprechend Abb. 2.20 einen Übergang ins Gleiten vollständig vermeiden kann.

Zusammenfassend lässt sich somit festhalten, dass alle bei der BMW AG bekannten Maßnahmen auf das Phänomen Tickern qualitativ mit Hilfe der Stick-Slip-Theorie bestätigt werden können.

6.2 Interpretation der Ergebnisse aus der Lokalisierung

In den folgenden Abschnitten werden die Erkenntnisse aus der Lokalisierung eingesetzt, um eine konstruktive Maßnahme gegen das Auftreten impulsartiger Störgeräusche abzuleiten und um eine Methode zu erarbeiten, die mittels FEM-Simulationen die Optimierung von Systemen mit Reibungsschnittstellen ermöglicht.

6.2.1 Untersuchung konstruktiv angepasster Räder am Systemprüfstand

Aus den Ergebnissen der Lokalisierung ergab sich, dass die Impulse nahe der Radzentrierung, aber jeweils zwischen zwei Durchgangslöchern der Radschrauben entstehen, vgl. Abb. 3.36. Eine Validierung dieser Ergebnisse ist prinzipiell schwierig. Die verwendeten Methoden selbst wurden in Kap. 3.5 bereits validiert. Die Übertragbarkeit auf eine andere Art der Anregung und die Kombination mit externen Störgrößen, wie sie bspw. durch die Raddrehung und den Betrieb des FDHAP verursacht werden, bleibt aber eine offene Frage. Ein Ansatz zur Validierung der Ergebnisse besteht nun darin, Komponenten gezielt an den ermittelten Positionen zu überarbeiten und den resultierenden Einfluss auf das Phänomen zu untersuchen. Für diesen Zweck werden die beiden in Abb. 6.2 dargestellten Anlageflächen miteinander verglichen. Die gelb markierten Flächen visualisieren dabei die Bereiche, die einen Kontakt zum Bremsscheibentopf aufweisen. Abb. 6.2(a) zeigt die Geometrie der Radanlagefläche, die bei den Untersuchungen zur Lokalisierung im Einsatz war. Abb. 6.2(b) zeigt einen Vorschlag zur Anpassung der Kontaktfläche. Abgeleitet aus den Ergebnissen der Lokalisierung besteht in den blau markierten Bereichen kein Kontakt mehr zwischen Bremsscheibentopf und Rad. Diese Maßnahme wurde an einem Rad durch die Entnahme von Material prototypisch umgesetzt. Um den Einfluss auf die Steifigkeit des Rades dabei gering zu halten, wurden lediglich

5 μm mit einer Fräsmaschine entfernt.

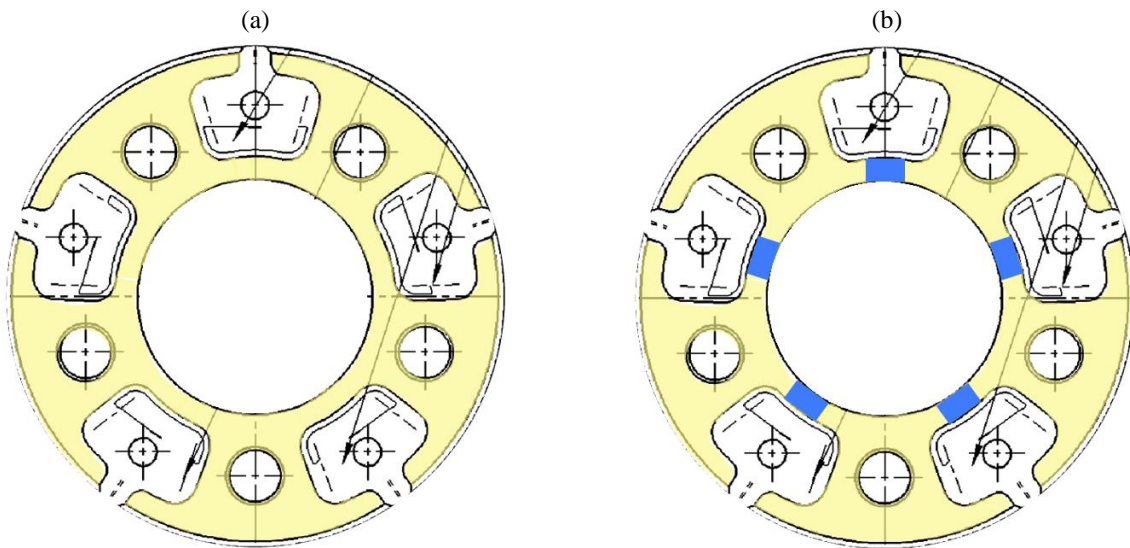


Abbildung 6.2: Zwei verschiedene Typen an Radanlageflächen, die bei den Untersuchungen am Systemprüfstand verglichen wurden: (a) zeigt die Anlagefläche, die bei den Untersuchungen zur Lokalisierung im Einsatz war, (b) einen konstruktiven Vorschlag für eine bzgl. Störgeräuschen robustere Anlagefläche basierend auf den Ergebnissen der Lokalisierung.

Die Ergebnisse der Untersuchungen am Systemprüfstand mit beiden in Abb. 6.2 dargestellten Anlageflächen sind in Abb. 6.3 zusammengefasst. Es zeigt sich, dass das Phänomen Tickern durch die vorgeschlagene Modifikation der Anlagefläche beeinflusst werden kann: durch die Bearbeitung der Kontaktfläche reduziert sich die Anzahl an Impulsen pro Radumdrehung bei hohen Belastungen. Diese Beobachtung bestätigt die These, dass die Impulse bei der nicht-bearbeiteten Fläche an den identifizierten Stellen entstanden sind.

Insgesamt konnte damit gezeigt werden, wie die Methode zur Lokalisierung in der Praxis angewendet werden können: durch die Methode werden die Positionen der Schallentstehung identifiziert, um dort durch konstruktive Anpassung den Kontakt zu verhindern. Am Systemprüfstand konnte die Wirksamkeit dieses Vorgehens nachgewiesen werden.

6.2.2 Ableitung einer FEM-Methode zur Auslegung von Schnittstellen mit Reibung

Ziel der folgenden Untersuchung ist die Suche nach einer Korrelation zwischen bestimmten Spannungszuständen in der Trennebene und der Entstehung von Impulsen. Daraus soll eine Methode abgeleitet werden, wie simulativ die Robustheit von Systemen bzgl. der potentiellen Entstehung von impulsartigen Störgeräuschen bewertet werden kann.

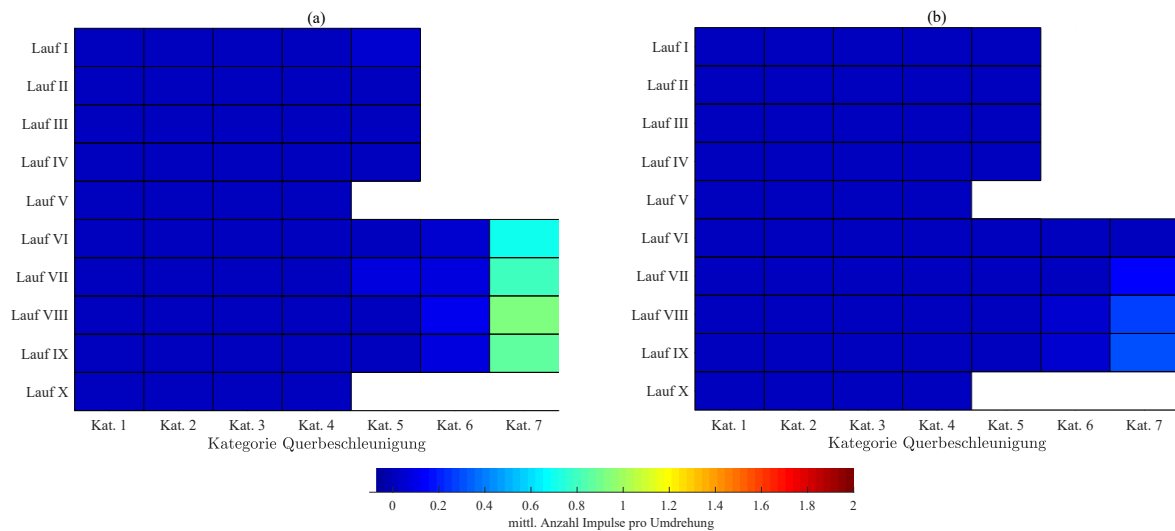


Abbildung 6.3: Ergebnisse der Untersuchungen am Systemprüfstand mit den beiden Anlageflächen aus Abb. 6.2: (a) zeigt das Ergebnis mit der Anlagefläche, die bei den Untersuchungen zur Lokalisierung im Einsatz war, (b) zeigt das Resultat mit der modifizierten Anlagefläche.

Für diesen Zweck wird ein FEM-Modell des Radverbundes eingesetzt, das aus den Komponenten Rad, Bremsscheibe, Radlager und Schwenklager sowie einer geeigneten Modellierung für die Verschraubungen besteht. In der Simulation wird nach dem Anzug der Radschrauben eine umlaufende Seitenkraft aufgebracht, die auf den im Raum fixierten Verbund einwirkt. Dadurch können die Belastungen in den Trennebenen bei Kurvenfahrt nachgestellt werden. Abb. 6.4 zeigt das Ergebnis einer Auswertung zu den übertragenen Kontaktdrücken in den beiden Trennebenen des Radverbundes, das mit dem beschriebenen Modell ermittelt wurde. Zu jedem Knoten an der Position i , der sich in der Kontaktfläche befindet, wird mit dem Zeitverlauf der übertragenen Normalkraft und der dem Knoten zugeordneten Fläche der Zeitverlauf des Druckes $p^i(t)$ bestimmt. In der Abbildung sind die Maximalwerte dieser Druckverläufe während einer Radumdrehung für alle Knoten der beiden Trennebenen dargestellt. Die Werte wurden dabei auf einen Referenzdruck p_{ref} normiert. Erkennbar ist, dass sich eine Verteilung in den Trennebenen ergibt, wobei der Druck in der Nähe der Radschrauben die höchsten Werte annimmt. Gut erkennbar sind auch die Aussparungen am Rad in Abb. 6.4(a), in denen kein Kontakt zum Bremsscheibentopf besteht. Die durch die Lokalisierung als Gebiete der Schallentstehung identifizierten Bereiche sind in Abb. 6.4 durch schwarze Linien markiert. Diese stellen Konturlinien dar, innerhalb derer durch das Lokalisierungsverfahren eine definierte Mindestanzahl an Impulsen detektiert wurden, vgl. dazu Abb. 3.36.

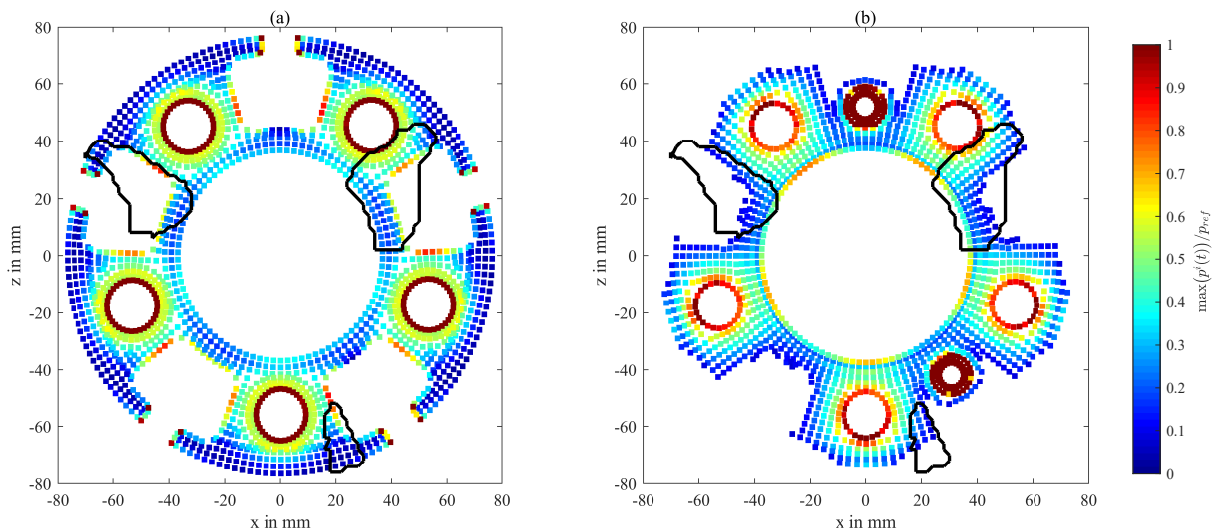


Abbildung 6.4: Ergebnisse der FEM-Analysen: dargestellt ist der maximale Drucks während einer Radumdrehung für die Trennebene Rad zu Brems Scheibentopf (a) sowie Brems Scheibentopf zu Radlager (b). Die Drücke sind auf einen Referenzdruck p_{ref} normiert. Die Bereiche innerhalb der schwarzen Linien markieren die durch die Lokalisierung ermittelten Bereiche der Schallentstehung.

Kennwerte für die Zustände in den Trennebenen

Im Folgenden soll überprüft werden, welche Belastungen in den markierten Bereichen der Schallentstehung vorliegen und ob ein Zusammenhang zwischen Charakteristika dieser Belastungen und der Entstehung von Impulsen ermittelt werden kann. Dies wird anhand der bedingten Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Impulses unter der Voraussetzung bestimmter Belastungszustände quantifiziert. Alle Punkte in der Trennebene werden daher zunächst über zwei verschiedene, empirische Kennwerte charakterisiert:

Relative Druckschwankung: Durch die Seitenkraft ergibt sich ein periodischer, annähernd harmonischer Verlauf des Kontaktdrucks $p^i(t)$ für jeden Knoten i in der Trennebene. Die Differenz zwischen maximalen und minimalen Druck während einer Radumdrehung am Knoten i wird mit Δp^i bezeichnet. Der Kennwert

$$\tilde{\rho}^i = \frac{\Delta p^i}{\max(p^i(t))} \quad (6.1)$$

quantifiziert die Druckschwankung Δp^i relativ zum maximalen Druck während einer Radumdrehung. Für $\tilde{\rho}^i = 1$ wird der Kontaktdruck während einer Raddrehung vorübergehend zu null, da $\Delta p^i = \max(p^i(t))$ und es kommt zum Abheben des Kontaktes an dieser Position.

Mittlere Kraftschlussausnutzung: Als zweiter Kennwert wird im Folgenden die mittlere Kraftschlussausnutzung definiert. Die Kraftschlussausnutzung $\tilde{\tau}^i(t)$ beschreibt für jeden Zeitpunkt t das Verhältnis aus tatsächlich wirkender Scherspannung $\sigma_t^i(t)$ und der maximal übertragbaren Scherspannung $\mu_G p^i(t)$:

$$\tilde{\tau}^i(t) = \frac{\sigma_t^i(t)}{\mu_G p^i(t)} \quad (6.2)$$

Dabei bezeichnet μ_G den Reibungskoeffizienten der Coulomb'schen Reibung. Die mittlere Kraftschlussausnutzung $\overline{\tilde{\tau}^i}$ an der Position i wird durch die Mittlung über alle n_{steps} diskreten Werte einer Raddrehung bestimmt:

$$\overline{\tilde{\tau}^i} = \frac{1}{n_{\text{steps}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{steps}}} \tilde{\tau}^i(t_i) \quad \text{mit} \quad n_{\text{steps}} = \frac{t_{\text{Umdr}}}{\delta t} \quad (6.3)$$

Dabei bezeichnet t_{Umdr} die Dauer einer Radumdrehung und δt den Zeit-Step der Simulation. Je höher der Wert $\overline{\tilde{\tau}^i}$, desto höher ist der Zeitanteil, in dem die maximal übertragbare Scherspannung tatsächlich übertragen wird.

Korrelation zwischen den Kennwerten und der Entstehung von Impulsen

Es wird nun untersucht, ob eine Korrelation zwischen den beiden definierten Kennwerten und dem Auftreten von Impulsen in der Trennebene besteht. Dazu werden diskrete, äquidistante Intervalle der beiden Kenngrößen verwendet. Die Zufallsvariable X_I beschreibt, ob ein Impuls entsteht ($X_I = 1$) oder nicht ($X_I = 0$). Die bedingte Wahrscheinlichkeit zum Auftreten eines Impulses $p_{\tilde{\rho}}(X_I = 1)$ definiert sich über

$$p_{\tilde{\rho}}(X_I = 1) = \frac{n(\text{Impuls} \wedge \tilde{\rho})}{n(\tilde{\rho})} \quad \text{für} \quad n(\tilde{\rho}) > 0 \quad (6.4)$$

$$p_{\tilde{\rho}}(X_I = 1) = 0 \quad \text{für} \quad n(\tilde{\rho}) = 0 \quad (6.5)$$

Dabei bezeichnen $n(\text{Impuls} \wedge \tilde{\rho})$ die Anzahl an Punkten in der Trennebene, die durch die Lokalisierung erfasst wurden und deren relatives Druckverhältnis $\tilde{\rho}$ sich in einem bestimmten Intervall $[\tilde{\rho}_n, \tilde{\rho}_{n+1}]$ befindet. Demgegenüber bezeichnet $n_{\tilde{\rho}}$ die Anzahl aller Punkte in der Trennebene, deren relatives Druckverhältnis sich im Intervall $[\tilde{\rho}_n, \tilde{\rho}_{n+1}]$ befindet. Analog

wird die bedingte Wahrscheinlichkeit $p_{\bar{\tau}}(X_I = 1)$ definiert:

$$p_{\bar{\tau}}(X_I = 1) = \frac{n_{Impuls \wedge \bar{\tau}}}{n_{\bar{\tau}}} \quad \text{für } n_{\bar{\tau}} > 0 \quad (6.6)$$

$$p_{\bar{\tau}}(X_I = 1) = 0 \quad \text{für } n_{\bar{\tau}} = 0 \quad (6.7)$$

In Abb. 6.5(a) und (b) zeigt sich, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Impulses für höhere Werte der beiden Kennwerte $\bar{\rho}$ und $\bar{\tau}$ ansteigt. Die vertikalen Linien visualisieren die 95%-Konfidenzintervalle, die mit der Clopper-Pearson-Methode bestimmt wurden. Die Konfidenz ist dabei abhängig von den beiden Wahrscheinlichkeitsverteilungen $p(\bar{\rho})$ und $p(\bar{\tau})$, die in den beiden Abb.6.5(c) und (d) dargestellt sind. Aus dem Verlauf der bedingten Wahrscheinlichkeiten in Abb. 6.5(a) und (b) kann abgeleitet werden, dass die beiden vorgestellten Kriterien mit der Entstehung von Impulsen korrelieren.

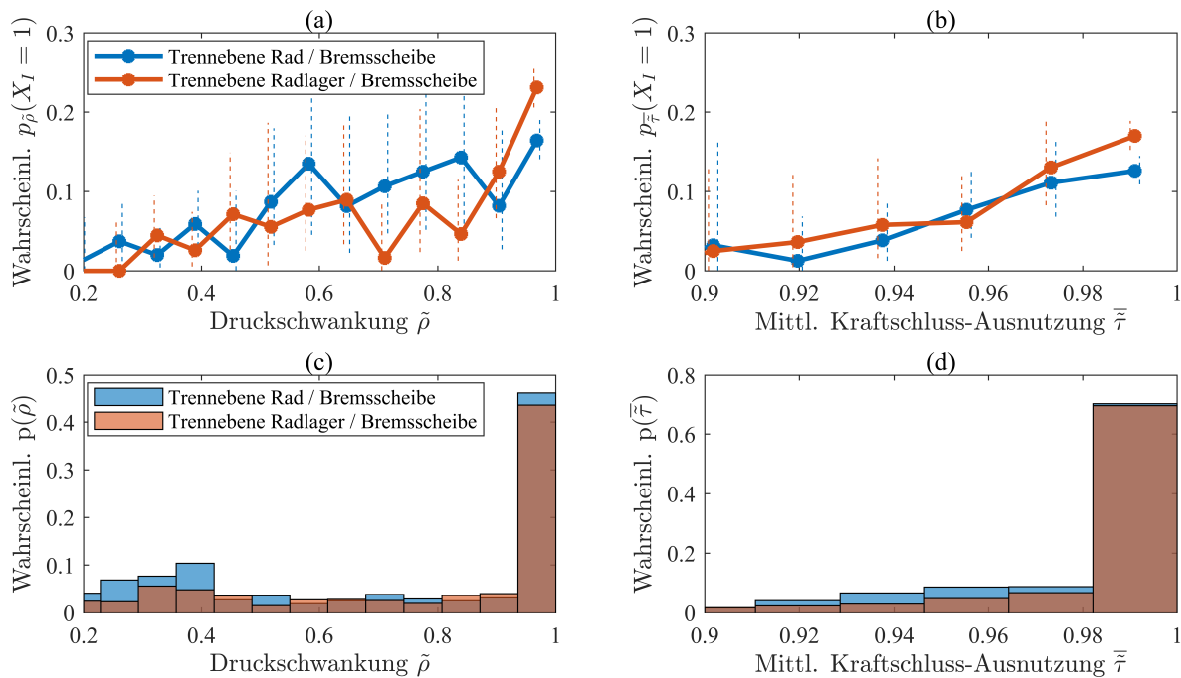


Abbildung 6.5: Einfluss der beiden Kennwerte $\bar{\rho}$ und $\bar{\tau}$ auf die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Impulses.

Beispielhafte Anwendung der Methode

Die Auswertung der Simulationsergebnisse mit den beiden definierten Kennwerten bietet somit die Möglichkeit, konstruktive Maßnahmen an den Komponenten hinsichtlich des Auftretens von Störimpulsen zu bewerten. Im Folgenden soll am Beispiel der Radverschraubung

aufgezeigt werden, wie die vorgestellte Simulationsmethodik in der Praxis eingesetzt werden kann. Es wird untersucht, ob der bekannte, positive Einfluss einer höheren Vorspannkraft der Radschrauben (Abb. 5.15(a) und (b)) auch simulativ an den Kennwerten identifiziert werden kann. Dazu wurden die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der beiden Kennwerte $\tilde{\rho}$ und $\tilde{\tau}$ an den Knoten der beiden Trennebenen für zwei verschiedene Vorspannkraften bestimmt und in Abb. 6.6 dargestellt. Zu erkennen ist, dass sich die Verteilungen der beiden Kennwerte durch die Erhöhung der Vorspannkraft in Richtung niedrigerer Werte verschieben. Dies gilt sowohl für die Trennebene Rad zu Bremsscheibentopf ((a) und (b)) als auch für die Trennebene Bremsscheibentopf zu Radlager ((c) und (d)).

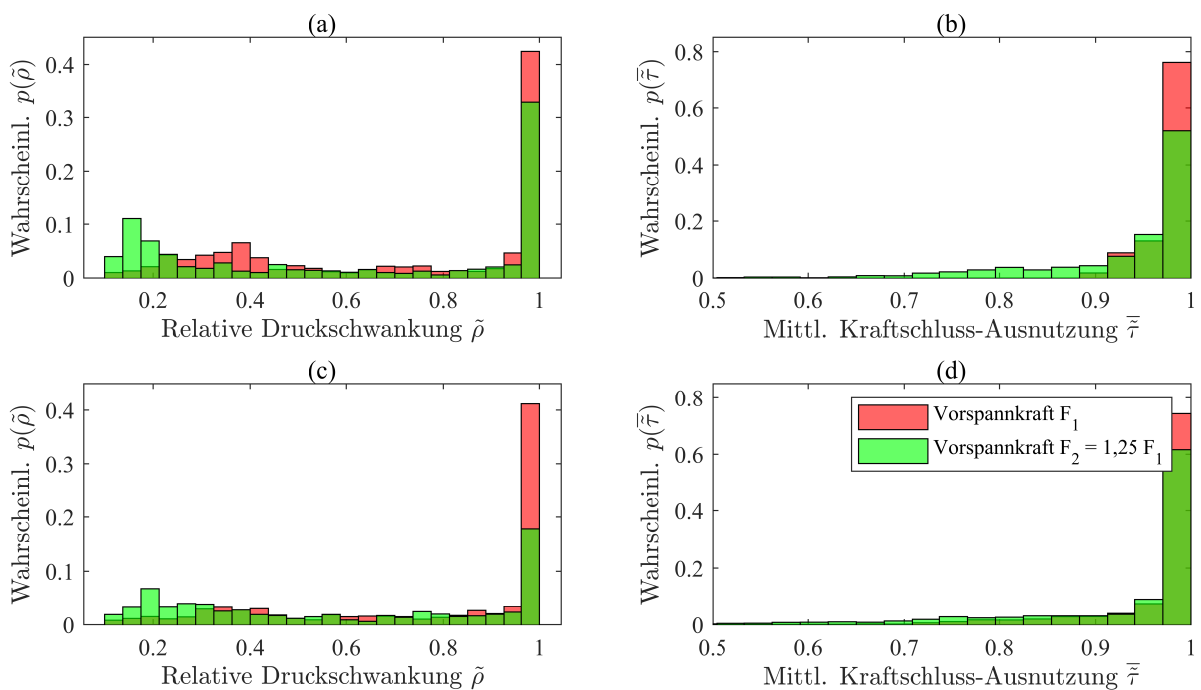


Abbildung 6.6: Einfluss der Erhöhung der Radschraubenvorspannkraft auf die Verteilung der beiden Kennwerte $\tilde{\rho}$ ((a) und (c)) und $\tilde{\tau}$ ((b) und (d)) in der Trennebene Rad zu Bremsscheibentopf ((a) und (b)) bzw. Bremsscheibentopf zu Radlager ((c) und (d))

Eine offene Frage bleibt, welchen Prozess die schwankende Druckbelastung und die hohe Kraftschlussausnutzung auslösen: zum einen könnten diese Bedingungen die Positionen in der Trennebene in den Zustand einer potentiellen Schallentstehung überführen („Vorkonditionierung“). Zum anderen könnten diese Bedingungen den Impuls auslösen, nachdem die Position in der Trennebene durch einen anderen Prozess vorkonditioniert wurden. Um diese Frage zu beantworten, sind weitere, vor allem materialwissenschaftliche Analysen erforderlich, die den Einfluss verschiedener Belastungen auf die eingesetzten Werkstoffe tiefgehend untersuchen. Für die Vermeidung der Störimpulse spielt diese Analyse aber eine untergeordnete Rolle, da eine Korrelation der Impulsentstehung mit den beiden Kenngrößen aufgezeigt

werden konnte. In der Anwendung können daher FEM-Simulation mit anschließender Ermittlung der Kriterien eingesetzt werden, um Schnittstellen hinsichtlich einer potentiellen Schallentstehung zu bewerten bzw. anschließend zu optimieren.

6.3 Interpretation der Ergebnisse aus den tribologischen Analysen

In Kap. 4 wurden die Ergebnisse von tribologischen Untersuchungen an Materialproben aus dem Radverbund vorgestellt. Diese Ergebnisse werden im Folgenden mit den Erkenntnissen aus der Stick-Slip-Theorie aus Kap. 2 und den Erfahrungen bei der BMW AG abgeglichen. Des Weiteren werden Ergebnisse von Oberflächenanalysen an Komponenten vom Systemprüfstand aus Kap. 5 präsentiert und mit Hilfe der tribologischen Analysen interpretiert.

6.3.1 Abgleich mit der Stick-Slip-Theorie und der Praxis

Die Untersuchungsergebnisse mit der Prüfmaschine SRV in Kooperation mit der BAM aus Kap. 4.1 zeigten, dass Aluminium-Stahl-Paarungen eine höhere Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Stick-Slip-Effekten aufwiesen als Grauguss-Stahl-Paarungen, vergleiche Abb. 4.3. Die Beobachtung bestätigt qualitativ die Erfahrungen aus der Praxis, in der Kontaktstellen mit einem Fügepartner aus Grauguss sich robuster gegenüber der Entstehung impulsartiger Störgeräusche verhalten als entsprechende Paarungen mit einer Aluminiumlegierung. Die vorgestellte Messmethodik kann somit in der praktischen Anwendung eingesetzt werden, um bei der Werkstoffauswahl neben funktionalen Eigenschaften, Dichte und Kosten auch die Neigung zur Entstehung von Störgeräuschen zu berücksichtigen. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, den Einfluss verschiedener Legierungen, Oberflächenbeschichtungen oder Nachbehandlungen der Kontaktflächen hinsichtlich der Neigung zu Stick-Slip-Effekten zu bewerten.

Die Untersuchungen der Materialpaarungen am Frettingtester des IWM ergaben, dass bei Paarungen mit Aluminium neben der geringeren notwendigen Amplitude zum Übergang ins Gleiten auch eine höhere tangential Kontaktsteifigkeit als bei Paarungen mit Grauguss vorliegt. Die höchste Steifigkeit wurde bei der Paarung aus zwei Aluminiumlegierungen ermittelt, siehe Abb. 4.15. Eine relativ zur Systemsteifigkeit hohe tangential Kontaktsteifigkeit ist entsprechend der theoretischen Analysen zu Stick-Slip-Effekten aus Kap. 2.3.2 kritisch, da ein Übergang ins Gleiten bei identischem Haftreibungskoeffizienten begünstigt wird, Abb. 2.26.

Somit kann für die Praxis abgeleitet werden, dass Paarungen mit einer niedrigen, tangentialen Kontaktsteifigkeit zur Vermeidung impulsartiger Störgeräusche eingesetzt werden sollten. Ist dies aus weiteren Anforderungen nicht möglich, muss entsprechend Abb. 2.26 die Systemsteifigkeit k_1 erhöht werden. Eine Quantifizierung der tangentialen Kontaktsteifigkeit ist über die beschriebene Methodik möglich und stellt somit eine weitere Unterstützung für den Konstrukteur bei der Auswahl von Werkstoffen dar.

6.3.2 Abgleich mit Oberflächenuntersuchungen von am Systemprüfstand analysierten Komponenten

Im Folgenden werden die Kontaktflächen von Komponenten aus einem bzgl. Tickern auffälligen Erprobungsfahrzeug untersucht und mit am Systemprüfstand analysierten Komponenten verglichen. Die Ergebnisse stammen aus einer im Rahmen der Promotion betreuten, studentischen Arbeit an der Technischen Hochschule Ingolstadt (Ibrisimovic [2021]).

Die Abb. 6.7 zeigt Fotos der Anlageflächen der Komponenten Rad, Bremsscheibentopf und Radlager. (a), (b) und (c) zeigen die Anlagefläche des Rades zum Bremsscheibentopf. Die Abbildungen (d), (e) und (f) stellen die Anlagefläche des Bremsscheibentopfes zum Radlager dar und (g), (h) und (i) zeigen die Anlagefläche des Radlagers zum Bremsscheibentopf. Die Abbildungen der linken Spalte enthalten am Systemprüfstand unauffällige Komponenten, während die Grafiken in der mittleren Spalte die Komponenten darstellen, die am Systemprüfstand impulsartige Störgeräusche aufwiesen. Die rechte Spalte zeigt Abbildungen von Komponenten, die aus einem bzgl. Tickern auffälligen Erprobungsfahrzeug stammen. Zu erkennen sind Unterschiede in dem durch die Lokalisierung als Entstehungsort des Tickern identifizierten Bereich nahe der Radzentrierung. Gut zu identifizieren sind die stärksten Veränderungen an den Bauteiloberflächen der am Systemprüfstand auffälligen gegenüber der am Systemprüfstand akustisch unauffälligen Komponenten.

Abb. 6.8 zeigt einen 3D-Oberflächen-Scan des in Abb. 6.7(h) dargestellten Radlagers, das am Systemprüfstand akustisch auffällig bzgl. Tickern war. Die türkise Farbe visualisiert nahezu unveränderte Bereiche der Oberfläche. Die grün, gelb und rot gefärbten Bereiche kennzeichnen eine in z-Richtung höhere Ausprägung, die auf einen Materialübertrag vom Bremsscheibentopf hindeutet.

Für den Nachweis des Materialübertrags wurde eine in Abb. 6.9 dargestellte Probe aus dem Radlager entnommen. Dargestellt ist auf der rechten Seite der Abbildung eine Aufnahme eines Rasterelektronenmikroskops zu dem links auf dem Radlager markierten Bereich. Der Teilbereich 66 zeigt dabei eine gegenüber dem fabrikneuen Bauteil nahezu unveränderte Oberfläche, während sich in den Teilbereichen 67 und 68 der vermutete Materialübertrag vom



Abbildung 6.7: Fotos der Kontaktflächen bei Komponenten, die akustisch auffällig (Mitte) bzw. unauffällig (links) am Systemprüfstand waren. Komponenten aus einem bzgl. Tickern auffälligen Erprobungsfahrzeug sind zum Vergleich rechts dargestellt. (a), (b) und (c) zeigen die Anlagefläche des Rades zum Bremsscheibentopf; (d), (e) und (f) die Anlagefläche des Bremsscheibentopfes zum Radlager und (g), (h) und (i) die Anlagefläche des Radlagers zum Bremsscheibentopf.

Bremsscheibentopf befindet. Über eine sog. energiedispersive Röntgenspektroskopie kann der vermutete Materialübertrag bestätigt werden: die in Abb. 6.10 dargestellten Spektren der Teilbereiche 67 (grün) und 68 (rot) zeigen einen signifikanten Peak beim Aluminium, der im Teilbereich 66 (gelb) nicht erkennbar ist.

Durch den Materialübertrag bildet sich lokal ein Aluminium/Aluminium-Kontakt, der ge-

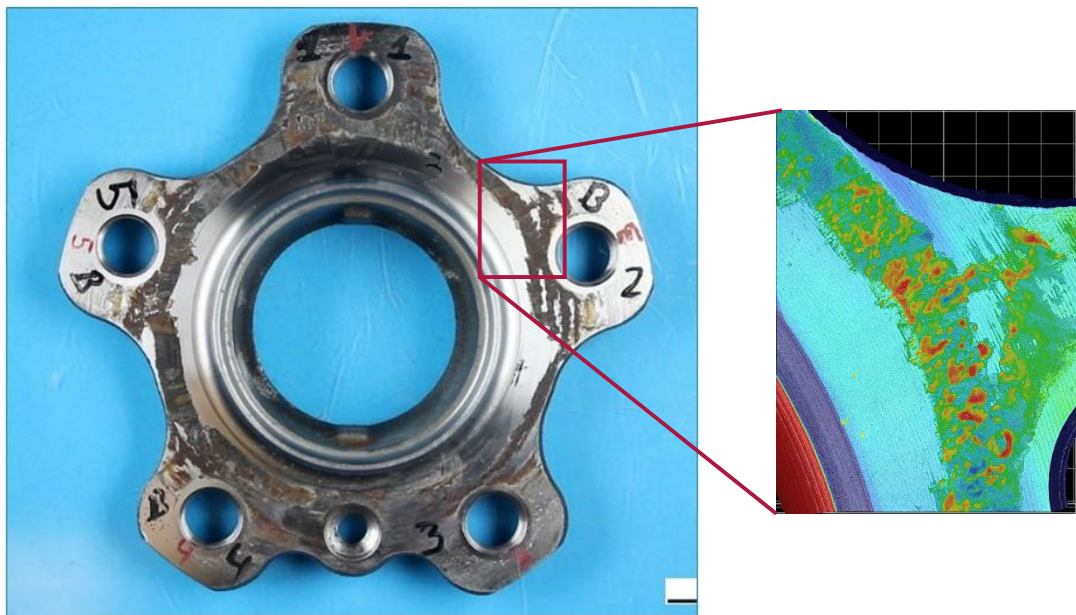


Abbildung 6.8: 3D-Oberflächenanalyse der Anlagefläche des Radlagers, das auf dem Systemprüfstand auffällig bzgl. Tickern war. Türkise Bereiche zeigen gegenüber dem fabrikneuen Bauteil unveränderte Stellen. Rot, gelb und grün gefärbte Bereiche stellen eine in z-Richtung höhere Ausprägung dar.

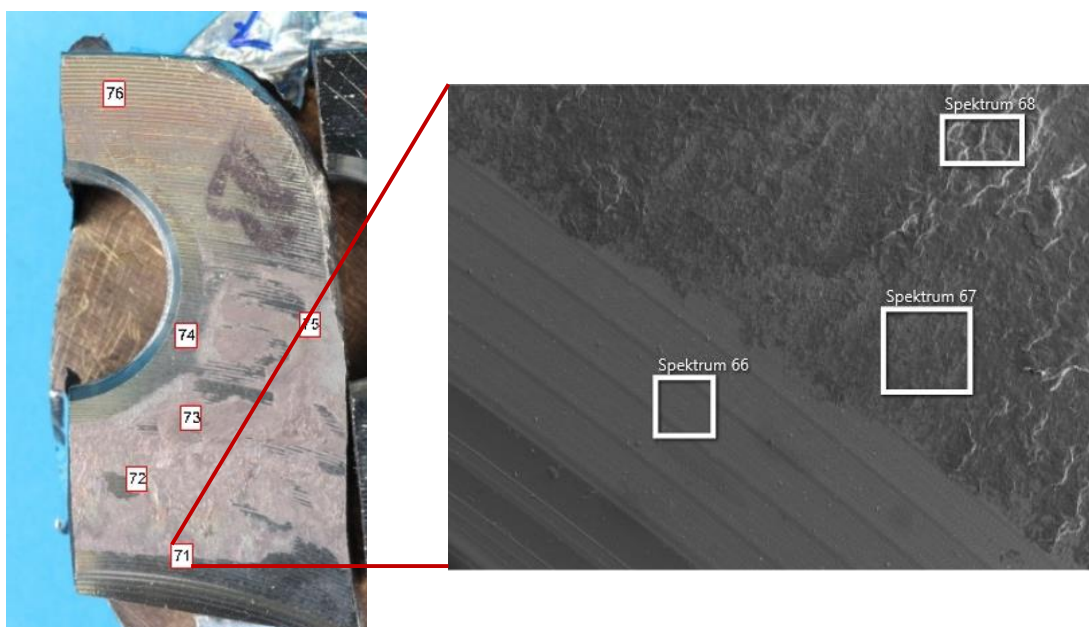


Abbildung 6.9: Probe aus dem Radlager in Abb. 6.8(h), das am Systemprüfstand auffällig war. Rechts dargestellt ist eine REM-Aufnahme des auf der linken Seite markierten Bereichs.

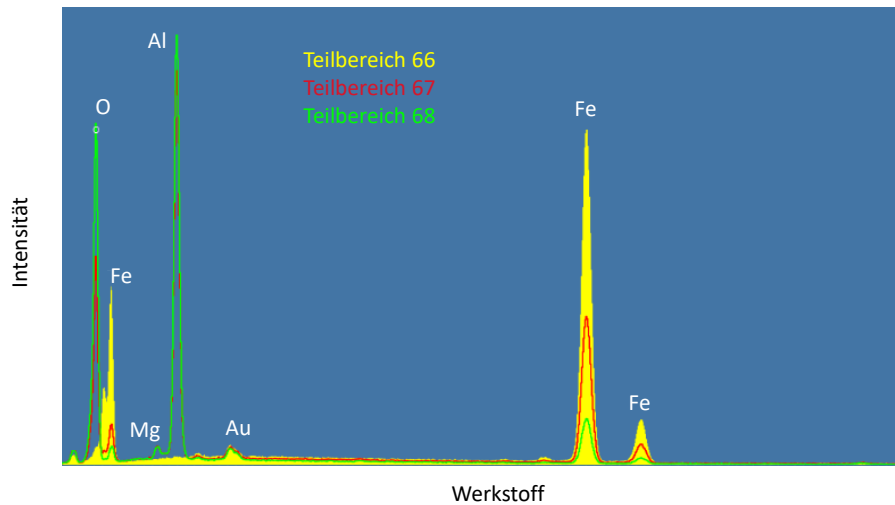


Abbildung 6.10: Ergebnis einer energiedispersiven Röntgenspektroskopie-Analyse einer Probe aus dem Radlager. Die Spektren 67 und 68 zeigen einen signifikanten Peak beim Aluminium, der den Materialübertrag vom Brems Scheibentopf bestätigt. Das Spektrum 66 entstammt dem Bereich der unveränderten Oberfläche und weist diesen Peak nicht auf. Hinweis: An einigen Stellen überdeckt die grüne Linie die rote Linie.

genüber dem vorherigen Aluminium/Stahl-Kontakt ein verändertes, tribologisches Verhalten aufweist. Die unterschiedlichen Eigenschaften dieser beiden Paarungen wurden bereits in Kap. 4 thematisiert. Die Diskussion dieser Ergebnisse in Kap. 6.3.1 ergab, dass der Kontakt einer Aluminium/Aluminium-Paarung aufgrund der niedrigeren Übergangsamplitude vom Haften ins partielle Gleiten und der höheren Kontaktsteifigkeit die bzgl. Akustik kritischste der vier im Radverbund vorzufindenden Materialpaarungen darstellt. Ein Aluminium/Aluminium-Kontakt kann auf zwei Weisen in den Kontaktflächen des Radverbundes entstehen: auf der einen Seite stellt der Kontakt Brems Scheibentopf zu Rad eine derartige Reibungspaarung dar, sofern es sich um eine fürs Tickern weniger robuste Leichtbau-Brems Scheibe handelt. Auf der anderen Seite kann durch den diskutierten Materialübertrag vom Brems Scheibentopf aus Aluminium auf das Radlager aus Stahl eine lokale Kontaktstelle einer Aluminium/Aluminium-Paarung entstehen. Einen Lösungsansatz für den zweiten Fall könnten geeignete Behandlungen der Kontaktflächen darstellen, die eine Reduzierung des Materialübertrags anstreben. Eine Untersuchung am Systemprüfstand mit darauffolgender Oberflächenanalyse könnte diesen Effekt quantifizieren. Dieser für die praktische Anwendung geeignete Ansatz wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter thematisiert.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung der Arbeit

In dieser Arbeit wurden die Entstehungsmechanismen von impulsartigen Störgeräuschen aus den Trennebenen verschraubter Kontakte untersucht. Der Fokus lag dabei auf dem sog. „Tickern aus dem Radverbund“, das in den Trennebenen Bremsscheibentopf zu Rad bzw. Bremsscheibentopf zu Radlager entsteht. Die These zum Entstehungsmechanismus der Phänomene bestand in einem Haft-Gleit-Übergang, der einen Impuls auslöst und die Struktur anregt.

Für eine Bewertung dieser These war zunächst ein grundlegendes Verständnis der sog. Stick-Slip-Effekte und deren Voraussetzungen zur Entstehung erforderlich. Basierend auf der Literatur wurden in Kap. 2.3.2 Parameterstudien zum Auftreten dieser Phänomene vorgestellt, die auch in einem Journal-Paper (Scholl et al [2022]) zusammengefasst wurden. Die bei der BMW Group bekannten Einflussparameter auf das Phänomen Ticken konnten in Kap. 6.1 mit den theoretischen Studien bestätigt werden, sodass in dem Projekt weiter mit der aufgestellten These gearbeitet werden konnte.

Um gezielt Lösungsmaßnahmen gegen die Entstehung der thematisierten Störgeräusche entwickeln zu können, wurde im nächsten Schritt der Entstehungsort der Stick-Slip-Effekte in den Trennebenen des Radverbundes identifiziert. Dazu wurden verschiedene Methoden zur Lokalisierung in Kap. 3 vorgestellt. Die Herausforderung bestand hierbei in den relativ zur Literatur kleinen Abmessungen der untersuchten Struktur im Radverbund. Die in einem gemeinsamen Projekt mit dem Lehrstuhl für Baumechanik und dem Lehrstuhl für Akustik mobiler Systeme von der TU München erarbeiteten Methoden zur Schallausbreitung wurden eingesetzt, um Daten zur Ankunftszeit von Schallwellen an verschiedenen Positionen der Struktur zu generieren. Mit Hilfe dieser simulierten Daten können Schallquellen an der realen Struktur lokalisiert werden, wobei trotz der geringen Abmessungen eine mit der Literatur vergleichbare, relative Genauigkeit erreicht wurde. In einem weiteren Journal-Paper (Scholl et al [2023]) wurde daher die Frage beantwortet, ob die Methoden zur Simulation der

Schallausbreitung die kostenintensive und aufwendige Generierung experimenteller Daten ersetzen können. Angewandt wurde die Lokalisierungsverfahren auf die Problemstellung des Tickerns in Kap. 3.6, wobei auffällige Bereiche in den Kontaktflächen identifiziert wurden. Die Belastungszustände an diesen Positionen wurden in Kap. 6.2.2 analysiert und daraus ein Vorschlag abgeleitet, wie mittels einer FE-Simulation Optimierungspotentiale der Struktur erarbeitet werden können. Die Methoden zur Lokalisierung stoßen bei der Ermittlung der Trennebene, in der die Impulse entstehen, an ihre Grenzen, da sich der Abstand der Trennebenen in diesem Anwendungsfall im Bereich der Auflösungsgrenze der Methoden befindet.

Nach der Identifikation des Entstehungsortes innerhalb der Trennebenen war der nächste Schritt, die dort im Kontakt stehenden Werkstoffe näher zu analysieren. Aus der Literatur ist der Einfluss der Materialpaarung auf die Reibungseigenschaften einer Kontaktstelle bekannt. Die Ergebnisse in Kap. 2.3.2 wiederum zeigten den Einfluss unterschiedlicher Reibungsparameter auf das Auftreten von Stick-Slip-Effekten. Die Auswirkung verschiedener Materialpaarungen zeigt sich auch in der Praxis: dabei weisen Paarungen mit einem Fügepartner aus Grauguss eine höhere Robustheit gegenüber dem Auftreten von impulsartigen Störgeräuschen auf als Paarungen mit einem Fügepartner aus einer Aluminiumlegierung. Diese Beobachtung bestätigten die in Kap. 4.1 vorgestellten Messungen zur Auftretenswahrscheinlichkeit von Stick-Slip-Effekten in Kooperation mit der Bundesanstalt für Materialforschung. Mit den Ergebnissen aus Kap. 4.2, die an einer speziellen Fretting-Testmaschine in Kooperation mit dem Fraunhofer-Institut für Werkstoffmechanik entstanden sind, lassen sich die Reibungseigenschaften einer Werkstoffpaarung quantifizieren. Dabei zeigten die Paarungen mit Grauguss erneut ein robusteres Verhalten als die Paarungen mit einer Aluminiumlegierung. Zusammenfassend eignen sich die beiden vorgestellten Verfahren als Unterstützung bei der Materialauswahl.

Die vorangegangenen Untersuchungen zur Wirkkette des Phänomens Tickern und die daraus gewonnenen Erkenntnisse bildeten die Basis für die Bearbeitung einer der zentralen Fragestellungen der vorliegenden Arbeit, die in der Definition eines Systemprüfstandes für das Phänomen bestand. Ziel war die Entwicklung eines möglichst reduzierten Prüfstandes, der dennoch die Physik des Phänomens korrekt abbildet und gleichzeitig effiziente und reproduzierbare Untersuchungen ermöglicht. Der Prüfstand kann das Tickern aus dem komplexen System Fahrzeug auf einen einfachen Ersatzversuch ohne Rotation der Komponenten des Radverbundes reduzieren und dabei alle bekannten Einflussparameter abbilden, vgl. Kap. 5.4. Der Prüfstand ermöglicht erstmals die einfache Durchführung von Parameterstudien (Kap. 5.4.4) und das Absichern von neuen Maßnahmen zum Phänomen Tickern, was anhand der beschriebenen Modifikation der Anlagefläche in Kap. 6.2.1 demonstriert wurde. Die Anzahl der entstehenden Impulse konnte dabei in einem Prinzipversuch reduziert werden. Zu dem

neu entwickelten Prüfstands Aufbau wurde ein Patent angemeldet (DE102020110079A1).

Zusammenfassend unterstützen die durchgeführten Analysen die eingangs aufgestellte These eines Haft-Gleit-Übergangs aus den verschraubten Trennebenen, der die impulsartige Anregung der Struktur auslöst. Die bei der BMW Group bekannten Maßnahmen und Erfahrungen zu der Themenstellung konnten theoretisch bestätigt werden. Neue Analysemethoden wurden erarbeitet, die nicht nur bei der im Fokus stehenden Problemstellung des Tickerns, sondern auch bei ähnlichen akustischen Fragestellungen eingesetzt werden können. Die Wirksamkeit einer aus den Analysemethoden abgeleiteten Maßnahme konnte in einem neuen, für die Absicherung des Phänomens Tickern entwickelten Prüfstand aufgezeigt werden.

7.2 Ausblick

7.2.1 Weitere Fragestellungen zum Phänomen Tickern

Das in Kap. 2 vorgestellte Minimalmodell kann die bei der BMW Group bekannten Stellhebel theoretisch abbilden. Möchte man tiefer in die Interaktion der beiden Trennebenen beim Tickern einsteigen, bietet es sich an, einen Dreimassenschwinger zu modellieren, der die beiden Trennebenen des Radverbundes beinhaltet. Radlager, Bremsscheibentopf und Rad würden dabei jeweils über eine eigene Masse und Feder modelliert werden.

In Kap. 3 wurde der Entstehungsort des Tickerns in den Trennebenen des Radverbundes identifiziert. Eine weitere Fragestellung wäre an dieser Stelle, ob die Impulse aus beiden Kontaktflächen des Bremsscheibentopfes entstehen oder nur aus einer der beiden. Die vorgestellten Methoden zur Lokalisierung stoßen an dieser Stelle an die Grenzen der aktuellen, technischen Möglichkeiten. Bei dieser Fragestellung könnte stattdessen ein tieferer Blick in die Materialwissenschaften unterstützen, der die Stick-Slip-Effekte auf mikroskopischer Ebene untersucht. Aus den Veränderungen an den Oberflächen könnten Rückschlüsse auf Haft-Gleit-Übergänge gezogen und damit die Oberflächen von auffälligen Komponenten untersucht werden. Dabei stellt der Systemprüfstand eine wichtige Voraussetzung dar, da Komponenten aus dem Fahrversuch durch die Vielzahl von nicht beeinflussbaren und messbaren Faktoren zahlreiche Veränderungen ggü. der ursprünglichen Oberfläche aufweisen. Der zu untersuchende Bereich kann durch den Einsatz der vorgestellten Lokalisierung auf einen analysierbaren Teilbereich eingegrenzt werden. Erste Ansätze zu Untersuchungen der Oberflächen wurden in Kap. 6.3.2 diskutiert.

Kap. 4 hat mit zwei verschiedenen Methoden aufgezeigt, wie Reibungsschnittstellen charakterisiert werden können. Dabei konnte die tangential Kontaktsteifigkeit als eine relevante

Eigenschaft für das Auftreten von Stick-Slip-Effekten identifiziert werden. Weiterführende Analysen aus Sicht der Materialwissenschaften könnten an dieser Stelle weitere Erkenntnisse bzgl. der für die Robustheit einzelner Werkstoffe verantwortlichen Eigenschaften liefern. Aus Sicht der Praxis ist eine Optimierung der Reibungseigenschaften erstrebenswert, wobei verschiedene Oberflächenbeschaffenheiten, Legierungen oder auch Beschichtungen Lösungsräume bieten, die in einer Reihe von Parameterstudien mit den vorgestellten Methoden untersucht werden können.

In Kap. 5 wurde der neu entwickelte Prüfstand, der für das Phänomen Tickern konzeptioniert wurde, vorgestellt. Die bei der BMW Group bekannten Maßnahmen wurden an dem Prüfstand korrekt abgebildet. Aus wissenschaftlicher Sicht wäre eine breitere, statistische Absicherung der Maßnahmen sinnvoll, um Aussagen zur Robustheit der Stellhebel treffen zu können. Vorstellbar wäre auch die Untersuchung verschiedener Oberflächenbeschichtungen oder die Analyse des Einflusses von Streuungen der Serienkomponenten.

In Kap. 6.2.2 wurde eine Methode vorgestellt, wie die vorliegenden Belastungszustände in den Kontaktstellen bzgl. des Auftretens akustischer Effekte quantifiziert und bewertet werden können. Das Simulationsmodell beinhaltet die klassische Coulomb'sche Reibung. Eine mögliche Weiterentwicklung des Vorgehens besteht darin, komplexere Reibungsmodellen in die Modelle zu integrieren. Welche Eigenschaften bei der Auswahl einer geeigneten Reibungsmodellierung berücksichtigt werden sollten, wurde einerseits durch die Stick-Slip-Theorie (Kap. 2.3.1) und andererseits durch die Untersuchung zum Einfluss verschiedener Reibungsgesetze bei der Adaption von Messdaten mit Stick-Slip-Effekten untersucht (Kap. 4.1.3).

Weitere Möglichkeiten zur Vermeidung der impulsartigen Störgeräusche können durch die Analyse der Schallausbreitung und Abstrahlung identifiziert werden. Von Interesse wäre dabei bspw. die Ermittlung der abstrahlenden Bauteile, da diese einen weiteren Lösungsraum darstellen.

7.2.2 Übertrag auf weitere Phänomene in der Praxis

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf das Phänomen Tickern aus den Trennebenen des Radverbundes. Im Folgenden wird aufgezeigt, wie sich die Ergebnisse und die erarbeiteten Tools aufgrund ihrer Allgemeingültigkeit auf weitere Fragestellungen übertragen lassen.

Die Bedingungen für die Einsetzbarkeit der Methoden bestehen in der Impulshaftigkeit der Phänomene sowie der Entstehung aus einem reibschlüssigen Kontakt. Es spielt somit keine Rolle, ob es sich wie in dieser Arbeit um eine verschraubte, ebene Kontaktebene handelt. Auch gekrümmte Kontakte durch andere Fügmethoden (Nieten, Clinchen etc) sind denkbar. Bzgl. der Lokalisierung stellt lediglich die Applizierbarkeit von Sensoren nahe der Entste-

hungsstelle eine Anforderung dar. In der Arbeit lag der Fokus auf Aluminiumpaarungen, was aber ebenfalls keine Anforderung an das zu untersuchende Phänomen darstellt.

Je nachdem in welchen Phasen der Entwicklung ein neu zu bearbeitendes Störgeräusch auftritt, eignen sich verschiedene Methoden für die Bearbeitung. In frühen Phasen der Entwicklung unterstützt der Einsatz der mechanischen Minimalmodelle, die Wechselwirkungen der verschiedenen Parameter zu verstehen, und daraus Anforderungen für die Systeme oder Komponenten abzuleiten. Bevor in den nächsten Entwicklungsschritten die Entscheidung der eingesetzten Werkstoffe getroffen wird, sollten die zur Auswahl stehenden Materialpaarungen mittels der vorgestellten Methodiken quantifiziert werden, um die Robustheit bzgl. dem Auftreten von Störgeräuschen den weiteren Werkstoffeigenschaften gegenüberzustellen. In der Konstruktionsphase kann über die beschriebene FEM-Methodik eine Optimierung der Komponenten mit quantitativer Bewertung der Schnittstellen bzgl. der Entstehung von Störgeräuschen erfolgen. In der Phase der Absicherung ist eine Untersuchung an einem Systemprüfstand ggü. der reinen Fahrerprobung vorzuziehen. Voraussetzung dafür ist aber ein grundlegendes Verständnis und erste Erkenntnisse zum Phänomen, um dieses entsprechend reduzieren zu können. Der für das Tickern konzipierte Prüfstand lässt sich zwar nicht auf beliebige Probleme übertragen, aber dessen vorgestellte Konzeptionierung hat exemplarisch demonstriert, wie sich akustische Problemstellungen aus dem komplexen System Fahrzeug auf einen Prüfstand reduzieren lassen. Werden neue Störgeräusche erst in der finalen Fahrzeugerprobung identifiziert, bieten die Methoden zur Lokalisierung die Möglichkeit zur schnellen Identifikation der exakten Entstehungsstelle, sodass eine schnelle Lösungsfindung in dieser zeitkritischen Phase begünstigt wird. Anzustreben ist in diesem Fall eine Untersuchung an einem reproduzierbaren Laborprüfstand. An diesem können die diskutierten Einflussfaktoren auf impulsartige Störgeräusche untersucht werden, zu denen die Steifigkeit der Komponenten, die Vorspannkraft der Füge-technik, eine lokale Entnahme von Material und die Eigenschaften der kontaktierenden Werkstoffe gehören.

A Anhang

A.1 Verwendete Software

A.1.1 MATLAB

MATLAB ist eine kommerzielle Software der Firma MathWorks. Neben dem namensgebenden Fokus auf dem Umgang mit Matrizen eignet sich die Software für eine Vielzahl wissenschaftlicher Untersuchungen. In der vorliegenden Arbeit wurde die Software für die Auswertung großer Datenmengen, der numerischen Lösung von Differentialgleichungen, für Optimierungen und für die Visualisierung der Grafiken eingesetzt. *MATLAB* wurde dabei in den Versionen R2018b und R2021b eingesetzt. Nähere Informationen zu der Software sind unter dem Internetlink [MATLAB](#) zu finden.

A.1.2 Abaqus

Abaqus ist eine kommerzielle Finite Elemente Software der Firma Dassault Systemes. Im Rahmen der Arbeit wurde die Software für die Ermittlung von Randbedingungen in den Trennebenen des Radverbundes, für die Simulation der Schallausbreitung im Brems Scheibentopf und für die Validierung des Systemprüfstands eingesetzt. *Abaqus* wurde dabei in den Versionen 6.12-3 und 2021.HF4 verwendet. Nähere Informationen zu der Software sind unter dem Internetlink [Abaqus](#) zu finden.

A.2 Herleitung der Transferfunktion des MDOF

Ausgangspunkt für die Herleitung der in Gl. 2.93 verwendeten $G(j\eta)$ sind die Differentialgleichungen des MDOF mit dem Borsten-Reibungsmodell im Haftzustand:

$$\begin{aligned}\tilde{X}_1'' &= 1 - \tilde{K}\tilde{X}_1 - 2\tilde{D}_b\tilde{X}_1' - (\tilde{X}_1 - \tilde{X}_2) - 2\tilde{D}_c(\tilde{X}_1' - \tilde{X}_2') \\ \tilde{M}\tilde{X}_2'' &= (\tilde{X}_1 - \tilde{X}_2) + 2\tilde{D}_c(\tilde{X}_1' - \tilde{X}_2') - 2\tilde{D}_b(\tilde{X}_2' - \tilde{Z}') - \tilde{K}_b(\tilde{X}_2 - \tilde{Z}).\end{aligned}\quad (\text{A.1})$$

Durch Einsetzen der Anfangsbedingungen aus Gl. 2.72 und Definition der folgenden Hilfsvariablen

$$\lambda = \tilde{K}_b + 1, \quad \kappa = \tilde{K} + 1, \quad \delta = 2(\tilde{D}_1 + \tilde{D}_c), \quad \theta = 2(\tilde{D}_b + \tilde{D}_c) \quad (\text{A.2})$$

ergibt sich

$$\tilde{X}_1'' = 1 - \kappa\tilde{X}_1 - \delta\tilde{X}_1' + \tilde{X}_2 + 2\tilde{D}_c\tilde{X}_2' \quad (\text{A.3})$$

$$\tilde{M}\tilde{X}_2'' = \tilde{X}_1 - \lambda\tilde{X}_2 - \theta\tilde{X}_2' + 2\tilde{D}_c\tilde{X}_1'. \quad (\text{A.4})$$

Auflösen der Gl. A.4 nach \tilde{X}_1 und Einsetzen von $\tilde{X}_1' = j\eta\tilde{X}_1$ ergibt

$$\tilde{X}_1 = \frac{-\tilde{M}\eta^2 + \theta j\eta + \lambda}{1 + 2\tilde{D}_c j\eta} \tilde{X}_2. \quad (\text{A.5})$$

Durch Einsetzen von Gl. A.5 in Gl. A.3 ergibt sich schließlich

$$G_{\text{stick}, \tilde{X}_2}(j\eta) = -\frac{1 + 2\tilde{D}_c j\eta}{(\eta^2 - \kappa - \delta j\eta)(-\tilde{M}\eta^2 + \theta j\eta + \lambda) + (1 + 2\tilde{D}_c j\eta)^2}. \quad (\text{A.6})$$

A.3 Einfluss der Anfangsbedingungen auf das Stick-Slip-Verhalten des MDOF

Im Folgenden soll der Einfluss der Anfangsbedingungen untersucht werden. Dazu werden die folgenden Anfangsbedingungen miteinander verglichen:

$$\tilde{Y}_{0,B} = [y_{0,B} \ 0 \ y_{0,B} \ 0 \ y_{0,B}]^T \text{ vgl. Abb. A.1} \quad (\text{A.7})$$

$$\tilde{Y}_{0,C} = [2 \cdot y_{0,B} \ 0 \ 2 \cdot y_{0,B} \ 0 \ 2 \cdot y_{0,B}]^T \text{ vgl. Abb. A.2} \quad (\text{A.8})$$

$$\tilde{Y}_{0,D} = [-y_{0,B} \ 0 \ -y_{0,B} \ 0 \ -y_{0,B}]^T \text{ vgl. Abb. A.3} \quad (\text{A.9})$$

$$\tilde{Y}_{0,E} = [0 \ \dot{y}_{0,E} \ 0 \ \dot{y}_{0,E} \ 0]^T \text{ vgl. Abb. A.4} \quad (\text{A.10})$$

Die Ergebnisse der vier Varianten sind in den Abb. A.1, A.2, A.3 und A.4 dargestellt. Erkennbar ist, dass sich die Grenzen zwischen den verschiedenen Gebieten durch die Anfangsbedingungen verändern, während die grundsätzlichen Aussagen aber dieselben bleiben: für kleine Werte von \tilde{F} tritt permanentes Haften auf und $\tilde{\mu}$ beeinflusst weiterhin die Anzahl Stopps pro Zyklus. Auf Basis dieser Ergebnisse wurden für die in Kap. 2.3.2 dargestellten Parameterstudien die Anfangsbedingungen aus Gl. 2.86 gewählt. Es ist anzumerken, dass kein direkter Vergleich mit Abb. 2.20 aus Kap. 2.3.2 möglich ist, da dort andere Basisparameter des MDOF verwendet wurden.

A.4 Die Funktion `findpeaks` von Matlab

Die Funktion `findpeaks()` findet in der Arbeit Anwendung bei der automatisierten Erkennung von Impulsen aus den Messdaten vom Systemprüfstand und auch bei der Identifikation abnormaler Stopps aus den tribologischen Messdaten der BAM. Im Folgenden wird in Kürze deren Funktionsweise zusammengefasst, die auf der Erläuterung von *MATLAB* beruht (Link: `findpeaks`).

Bei der Identifikation von Peaks spielt neben der absoluten Höhe des Signals die sog. „Prominence“ eine Rolle. Diese Eigenschaft ist relevant, um Impulse mit einer geringen Amplitude in einem Bereich mit im Mittel sehr niedrigem Signalniveau zu identifizieren und gleichzeitig Impulse mit hoher Amplitude, die nur wenig aus einem sehr hohen Grundniveau des Signals herausstechen, zu ignorieren.

Zur Bestimmung der Prominence wird ausgehend von der Position des potentiellen Peaks für die rechte und linke Signalseite ein „Grenzpunkt“ bestimmt, der entweder das Signalende

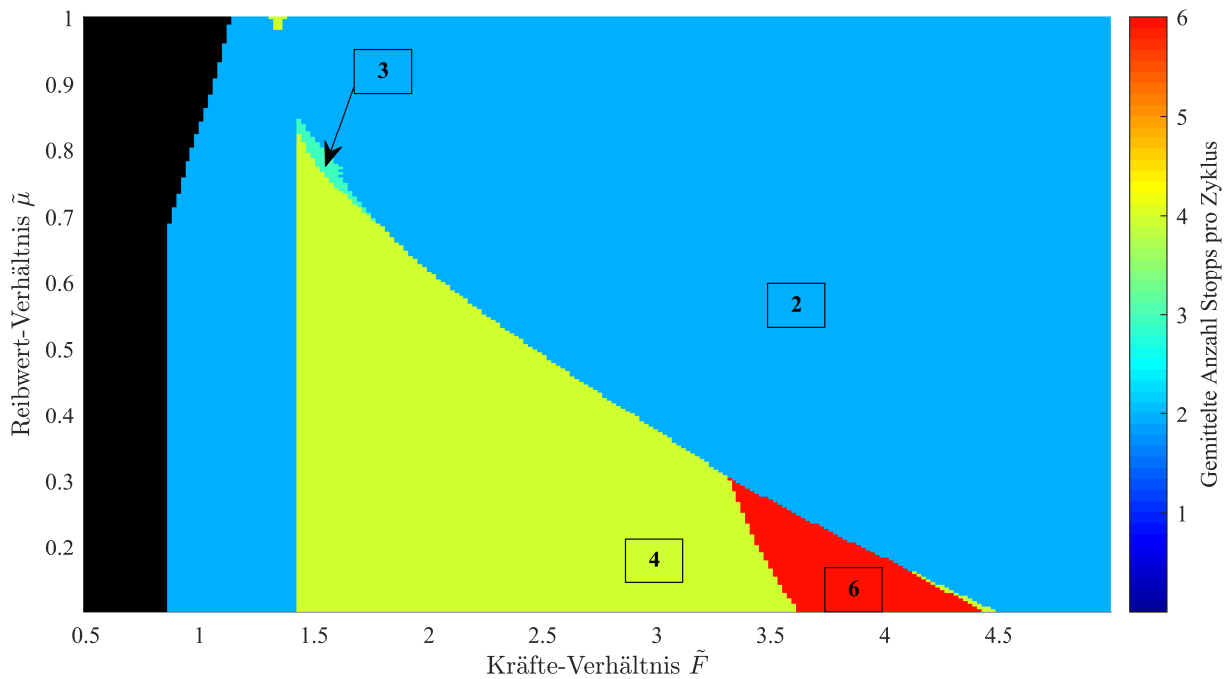


Abbildung A.1: Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus mit den Anfangsbedingungen aus Gl. A.7. ($\tilde{K}_b = 3.3$, $\tilde{D}_b = 0.25$, $\tilde{\Phi} = 3 \cdot 10^{-3}$)

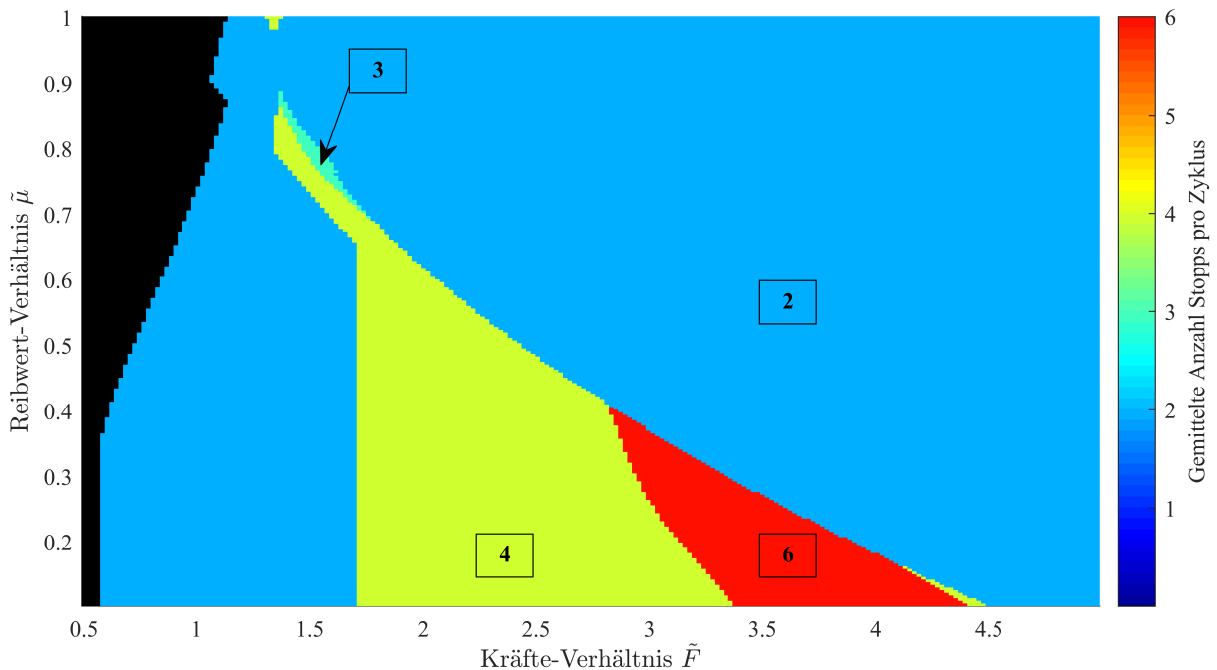


Abbildung A.2: Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus mit den Anfangsbedingungen aus Gl. A.8. ($\tilde{K}_b = 3.3$, $\tilde{D}_b = 0.25$, $\tilde{\Phi} = 3 \cdot 10^{-3}$)

oder die Position eines höheren Punktes darstellt. Es ergeben sich zwei Intervalle zwischen der potentiellen Position des Peaks und dem rechten und linken Grenzpunkt. In beiden In-

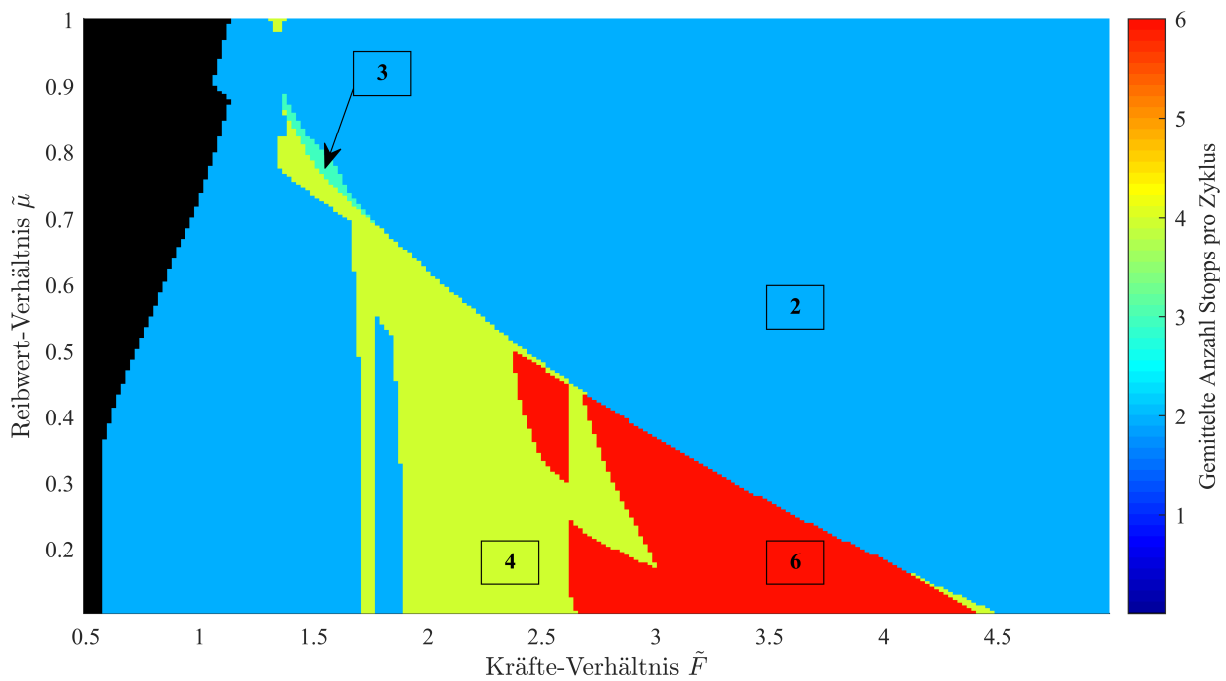


Abbildung A.3: Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus mit den Anfangsbedingungen aus Gl. A.9. ($\tilde{K}_b = 3.3, \tilde{D}_b = 0.25, \tilde{\Phi} = 3 \cdot 10^{-3}$)

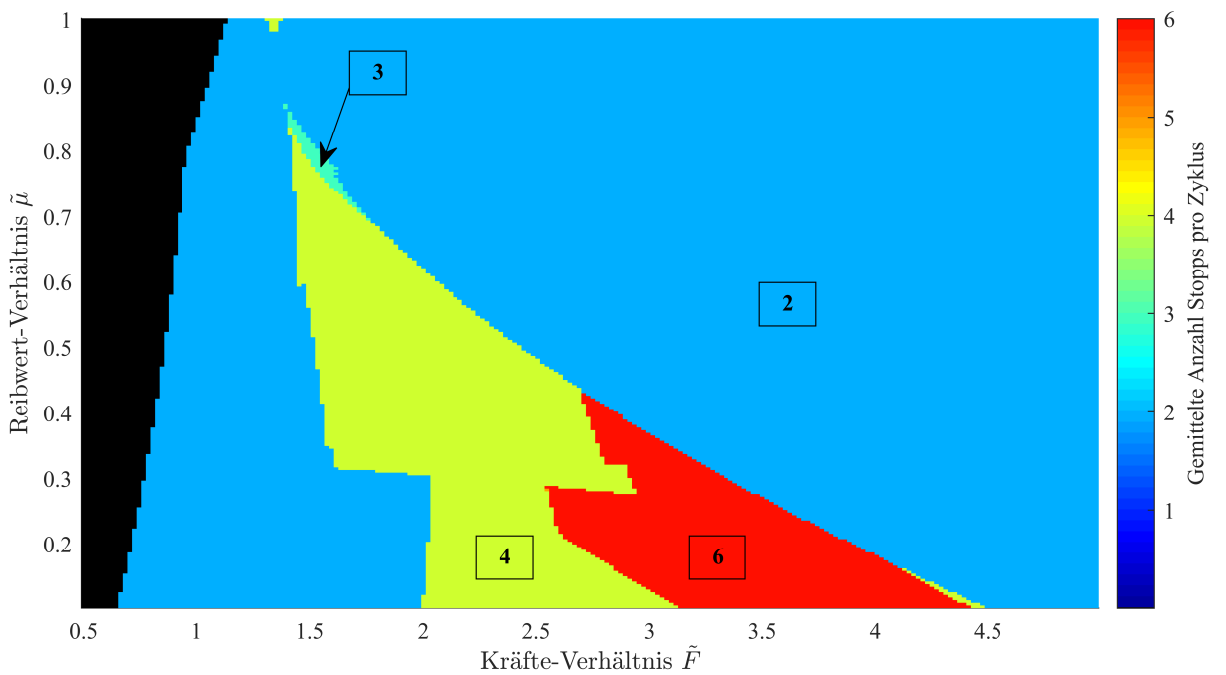


Abbildung A.4: Einfluss von \tilde{F} und $\tilde{\mu}$ auf die Anzahl an Stopps pro Zyklus mit den Anfangsbedingungen aus Gl. A.10. ($\tilde{K}_b = 3.3, \tilde{D}_b = 0.25, \tilde{\Phi} = 3 \cdot 10^{-3}$)

tervallen wird das Minimum des Signals bestimmt. Der höhere Funktionswert der beiden Minima stellt das „Referenzniveau“ dar. Die Prominence des potentiellen Peaks wird als

Differenz dessen Signalwertes zu diesem Referenzniveau bestimmt.

Die Prominence stellt somit eine wichtige Eigenschaft bei der Identifikation von Peaks dar. Neben einem Mindestwert der Prominence kann der Nutzer der Funktion *findpeaks()* auch eine minimale oder maximale Signalthöhe und -breite vorgeben.

A.5 Druckverteilung in den Trennebenen des Radverbundes

Abb. A.5 zeigt die Auswertung der Normalspannung in den beiden Trennebenen des Radverbundes, wenn eine Seitenkraft am Radaufstandspunkt angreift. Die Ergebnisse wurden über die FEM-Software *Abaqus* ermittelt. Zu erkennen ist, dass der Druck aufgrund der Seitenkraft in der unteren Hälfte höhere Werte als in der oberen Hälfte annimmt. Deutlich wird dies bspw. beim Vergleich der Bereiche um die Punkte $(0\text{ mm}|-40\text{ mm})$ und $(0\text{ mm}|40\text{ mm})$.

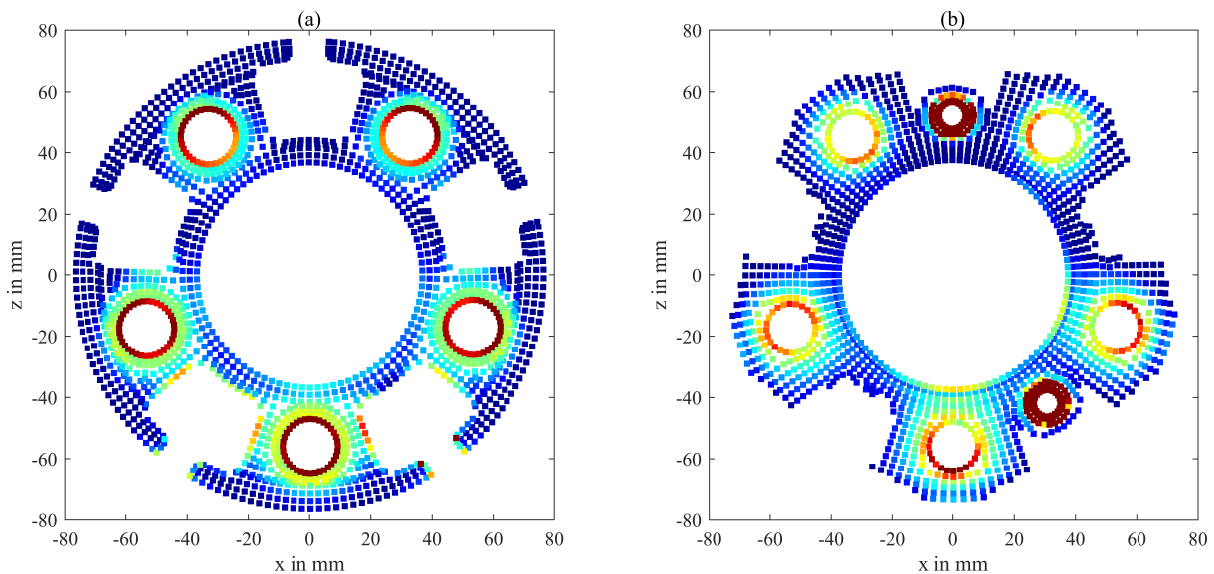


Abbildung A.5: Druckverteilung in den Trennebenen des Radverbundes unter Seitenkraft. (a) Trennebene Rad zu Bremsscheibentopf; (b) Trennebene Radlager zu Bremsscheibentopf.

Literaturverzeichnis

- [Abaqus] *Abaqus*. <https://www.3ds.com/de/produkte-und-services/simulia/produkte/abaqus/>. – Letzter Zugriff: 01.12.2022
- [findpeaks] *findpeaks (Matlab-Funktion)*. <https://de.mathworks.com/help/signal/ref/findpeaks.html>. – Letzter Zugriff: 01.12.2022
- [matlabGA] *ga (Matlab-Funktion)*. <https://de.mathworks.com/help/gads/ga.html>. – Letzter Zugriff: 26.09.2023
- [MATLAB] *Matlab*. <https://de.mathworks.com/products/matlab.html>. – Letzter Zugriff: 01.12.2022
- [matlabOde45] *ode45 (Matlab-Funktion)*. <https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html>. – Letzter Zugriff: 19.09.2023
- [Akram and Eaton 2016] AKRAM, J ; EATON, DW: A review and appraisal of arrival-time picking methods for downhole microseismic data. In: *Geophysics* 81 (2016), Nr. 2, p. KS71–KS91
- [Akram 2011] AKRAM, Jubran: Automatic P-wave arrival time picking method for seismic and micro-seismic data. In: *CSPG CSEG CWLS Convention* CSEG Calgary, AB, Canada (Veranst.), 2011
- [Al Majid and Dufour 2002] AL MAJID, Ahmad ; DUFOUR, Régis: Formulation of a hysteretic restoring force model. Application to vibration isolation. In: *Nonlinear Dynamics* 27 (2002), Nr. 1, p. 69–85
- [Al Majid and Dufour 2004] AL MAJID, Ahmad ; DUFOUR, Régis: Harmonic response of a structure mounted on an isolator modelled with a hysteretic operator: experiments and prediction. In: *Journal of Sound and Vibration* 277 (2004), Nr. 1-2, p. 391–403
- [Amontons 1699] AMONTONS, G: De la Resistance Cause'e dans les Machines (About resistance and force in machines). In: *Mem l'Academie R A* (1699), p. 257–282
- [Anderson and Ferri 1990] ANDERSON, JR ; FERRI, AA: Behavior of a single-degree-of-freedom system with a generalized friction law. In: *J. Sound Vib.* 140 (1990), Nr. 2, p. 287–304
- [Armstrong-Helouvry 1991] ARMSTRONG-HELOUVRY, B: *Control of machines with friction*. 1991

- [Armstrong-Hélouvry 1992] ARMSTRONG-HELOUVRY, Brian: Perturbation analysis of stick-slip. In: *ASME DES ENG DIV PUBL DE., ASME, NEW YORK, NY(USA), 1992*, 49 (1992), p. 41–48
- [Armstrong-Hélouvry et al 1994] ARMSTRONG-HÉLOUVRY, Brian ; DUPONT, Pierre ; DE WIT, Carlos C.: A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. In: *Automatica* 30 (1994), Nr. 7, p. 1083–1138
- [Awrejcewicz and Olejnik 2005] AWREJCEWICZ, J ; OLEJNIK, P: Analysis of dynamic systems with various friction laws. (2005)
- [Baranov et al 2011] BARANOV, Victor M. ; KUDRYAVTSEV, Evgeny M. ; SARYCHEV, Gennady A. ; SCHAVELIN, Vladimir M.: *Acoustic emission in friction*. Elsevier, 2011
- [Barricelli 1957] BARRICELLI, Nils A.: *Symbiogenetic evolution processes realized by artificial methods*. 1957
- [Basheer and Hajmeer 2000] BASHEER, Imad A. ; HAJMEER, Maha: Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and application. In: *Journal of microbiological methods* 43 (2000), Nr. 1, p. 3–31
- [Baxter et al 2007] BAXTER, Matthew G. ; PULLIN, Rhys ; HOLFORD, Karen M. ; EVANS, Sam L.: Delta T source location for acoustic emission. In: *Mechanical systems and signal processing* 21 (2007), Nr. 3, p. 1512–1520
- [Bell and Burdekin 1966] BELL, R ; BURDEKIN, M: Dynamic behaviour of plain slideways. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 181 (1966), Nr. 1, p. 169–184
- [Bell and Burdekin 1969] BELL, R ; BURDEKIN, M: A study of the stick-slip motion of machine tool feed drives. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 184 (1969), Nr. 1, p. 543–560
- [Berger 2002] BERGER, EJ: Friction modeling for dynamic system simulation. In: *Appl. Mech. Rev.* 55 (2002), Nr. 6, p. 535–577
- [Bergmann et al 2014] BERGMANN, André ; SUMPFF, Jens ; KERN, Colin ; BARTSCH, Ralf: *Einfluss des Kontaktdrucks auf die Reibungskoeffizienten von Stahl, Glas und Polyamid gegen PE-UHMW*. 2014
- [Biel 1920] BIEL, C: Die Reibung in Gleitlagern bei Zusatz von Voltool zu Mineralol und bei Veränderung der Umlaufzahl und der Temperatur. In: *VDI-Zeitschrift* 64 (1920), p. 449–483
- [Billings et al 1994] BILLINGS, SD ; KENNETT, Brian L. ; SAMBRIDGE, Malcolm S.: Hypocentre location: genetic algorithms incorporating problem-specific information. In: *Geophysical Journal International* 118 (1994), Nr. 3, p. 693–706
- [Bliman and Sorine 1995] BLIMAN, Pierre-Alexandre ; SORINE, Michel: Easy-to-use realistic dry friction models for automatic control. In: *Proceedings of 3rd European control conference* Volume 113 Rome, Italy (Veranst.), 1995, p. 267–272

- [BMW 2018] BMW: *Status Wirkkettenarbeit Tickern aus Radverbund (internes Dokument)*. 2018
- [BMW-Qualitätsvorschrift 2022] BMW-QUALITÄTSVORSCHRIFT: *BMW-Qualitätsvorschrift QV 36 026: Aluguss- / SchmiederÄnder.* 2022
- [Bo and Pavelescu 1982] BO, Li C. ; PAVELESCU, D: The friction-speed relation and its influence on the critical velocity of stick-slip motion. In: *Wear* 82 (1982), Nr. 3, p. 277–289
- [Bowden et al 2001] BOWDEN, Frank P. ; BOWDEN, Frank P. ; TABOR, David: *The friction and lubrication of solids*. Volume 1. Oxford university press, 2001
- [Briggs and Tse 1992] BRIGGS, John C. ; TSE, Ming-Kai: Impact force identification using extracted modal parameters and pattern matching. In: *International journal of impact engineering* 12 (1992), Nr. 3, p. 361–372
- [Buckingham 1914] BUCKINGHAM, Edgar: On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. In: *Physical review* 4 (1914), Nr. 4, p. 345
- [Burdekin et al 1978] BURDEKIN, M ; BACK, N ; COWLEY, A: Experimental study of normal and shear characteristics of machined surfaces in contact. In: *Journal of Mechanical Engineering Science* 20 (1978), Nr. 3, p. 129–132
- [Cheng and Kikuchi 1985] CHENG, J-H ; KIKUCHI, N: An incremental constitutive relation of unilateral contact friction for large deformation analysis. (1985)
- [Choudhury et al 2008] CHOUDHURY, Shoukat M. ; SHAH, Sirish L. ; THORNHILL, Nina F.: Stiction: Definition and Discussions. In: *Diagnosis of Process Nonlinearities and Valve Stiction*. Springer, 2008, p. 143–151
- [Christoforou et al 2001] CHRISTOFOROU, Andreas P. ; ELSHARKAWY, Abdallah A. ; GUEDOUAR, Lotfi H.: An inverse solution for low-velocity impact in composite plates. In: *Computers & Structures* 79 (2001), Nr. 29-30, p. 2607–2619
- [Couillard et al 2007] COUILLARD, M ; MICHEAU, P ; MASSON, P: Frictionally damped SDOF oscillator: experimental realization and friction modeling for small displacements. In: *The IASTED International Conference on Modern Nonlinear Theory: Bifurcation and Chaos* ACTA Press (Veranst.), 2007, p. 1–6
- [Coulomb 1821] COULOMB, CA: Theorie des machines simple (Theory of simple machines). In: *Bachelier, Paris* (1821), p. 19
- [Courtney-Pratt and Eisner 1957] COURTNEY-PRATT, JS ; EISNER, Edward: The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 238 (1957), Nr. 1215, p. 529–550
- [Cremer and Heckl 1996] CREMER, Lothar ; HECKL, Manfred: Abstrahlung von Körperschall. In: *Körperschall*. Springer, 1996, p. 459–545

- [Csernák et al 2007] CSERNÁK, G ; STÉPÁN, G ; SHAW, SW: Sub-harmonic resonant solutions of a harmonically excited dry friction oscillator. In: *Nonlinear Dynamics* 50 (2007), Nr. 1-2, p. 93
- [Czichos 2015] CZICHOS, Karl-Heinz: *Tribologie-Handbuch: Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik*. Springer-Verlag, 2015
- [Dahl 1968] DAHL, Phil R.: A solid friction model / Aerospace Corp El Segundo Ca. 1968. – Research Report
- [Dahl 1977] DAHL, Phil R.: Measurement of solid friction parameters of ball bearings / Aerospace Corp El Segundo Ca Engineering Science Operations. 1977. – Research Report
- [De Wit et al 1995] DE WIT, C C. ; OLSSON, Hans ; ASTROM, Karl J. ; LISCHINSKY, Pablo: A new model for control of systems with friction. In: *IEEE Transactions on automatic control* 40 (1995), Nr. 3, p. 419–425
- [Den Hartog 1931] DEN HARTOG, JP: Forced vibrations with combined Coulomb and viscous damping. In: *Trans. ASME* 53 (1931), p. 107–115
- [Deuffhard and Bornemann 2002] DEUFLHARD, Peter ; BORNEMANN, Folkmar: *Scientific computing with ordinary differential equations*. Springer Science & Business Media, 2002
- [DIN 1979] DIN: Verschleiß, Begriffe, Systemanalyse von Verschleißvorgängen, Gliederung des Verschleißgebietes. (1979), december, Nr. DIN 50 320
- [DIN 1988] DIN: *DIN 50323-1:1988-11, Tribologie; Begriffe*. Beuth Verlag, Berlin, 1988
- [Dowson 1978] DOWSON, Duncan: *History of tribology*. Addison-Wesley Longman Limited, 1978
- [Doyle 1994] DOYLE, James F.: A genetic algorithm for determining the location of structural impacts. In: *Experimental Mechanics* 34 (1994), Nr. 1, p. 37–44
- [Dunegan 1997] DUNEGAN, HL: Global flaw location with one transducer. In: *The DECI Report* (1997)
- [Dupont et al 2000a] DUPONT, Pierre ; ARMSTRONG, Brian ; HAYWARD, Vincent: Elastoplastic friction model: contact compliance and stiction. In: *Proceedings of the 2000 American control conference. ACC (IEEE cat. no. 00CH36334)* Volume 2 IEEE (Veranst.), 2000, p. 1072–1077
- [Dupont et al 2000b] DUPONT, Pierre ; HAYWARD, Vincent ; ARMSTRONG, Brian: Single state elasto-plastic models for friction compensation. In: *IEEE Trans. on Automatic Control* (2000)
- [Eaton et al 2012] EATON, Mark J. ; PULLIN, Rhys ; HOLFORD, Karen M.: Acoustic emission source location in composite materials using Delta T Mapping. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 43 (2012), Nr. 6, p. 856–863

- [Ebrahimian and Todorovska 2014] EBRAHIMIAN, Mahdi ; TODOROVSKA, Maria I.: Wave propagation in a Timoshenko beam building model. In: *Journal of Engineering Mechanics* 140 (2014), Nr. 5, p. 04014018
- [Fadaee and Yu 2016] FADAEE, M ; YU, SD: Two-dimensional stick-slip motion of Coulomb friction oscillators. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 230 (2016), Nr. 14, p. 2438–2448
- [Ferrer et al 2010] FERRER, C ; SALAS, F ; PASCUAL, M ; OROZCO, J: Discrete acoustic emission waves during stick–slip friction between steel samples. In: *Tribology International* 43 (2010), Nr. 1-2, p. 1–6
- [Fouvry et al 1996] FOUVRY, Siegfried ; KAPSA, Philippe ; VINCENT, Leo: Quantification of fretting damage. In: *Wear* 200 (1996), Nr. 1-2, p. 186–205
- [Fouvry et al 1997] FOUVRY, Siegfried ; KAPSA, Philippe ; ZAHOUANI, Hassan ; VINCENT, Leo: Wear analysis in fretting of hard coatings through a dissipated energy concept. In: *Wear* 203 (1997), p. 393–403
- [Fraser et al 1970] FRASER, Alex ; BURNELL, Donald et al: Computer models in genetics. In: *Computer models in genetics*. (1970)
- [Frieden et al 2012] FRIEDEN, Jeannot ; CUGNONI, Jo l ; BOTSIS, John ; R, Thomas G.: Low energy impact damage monitoring of composites using dynamic strain signals from FBG sensors Part I: Impact detection and localization. In: *Composite Structures* 94 (2012), Nr. 2, p. 438–445. – URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822311002959>. – ISSN 0263-8223
- [Fu et al 2015] FU, Tao ; ZHANG, Zhichun ; LIU, Yanju ; LENG, Jinsong: Development of an artificial neural network for source localization using a fiber optic acoustic emission sensor array. In: *Structural Health Monitoring* 14 (2015), Nr. 2, p. 168–177
- [Fukunaga and Hu 2004] FUKUNAGA, H ; HU, N: Health monitoring of composite structures based on impact force identification. In: *Proc. of the 2nd European Workshop on SHM, Munich, 2004*, p. 415–422
- [Ge 2003a] GE, M: Analysis of source location algorithms: Part I. Overview and non-iterative methods. In: *Journal of Acoustic Emission* 21 (2003), Nr. 1, p. 29–51
- [Ge 2003b] GE, M: Analysis of source location algorithms: Part II. Iterative methods. In: *Journal of Acoustic Emission* (2003)
- [Geiger 1910] GEIGER, Ludwig: Herdbestimmung bei Erdbeben aus den Ankunftszeiten, Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Gottingen. In: *Math.-Phys. Klasse* (1910), p. 331–349
- [Gendzwil and Prugger 1985] GENDZWILL, DJ ; PRUGGER, AF: Algorithms for micro-earthquake locations. In: *Proc. 4th Syrup. on Acoustic Emissions and Microseismicity* (1985), p. 601–615

- [Gonthier et al 2004] GONTHIER, Yves ; MCPHEE, John ; LANGE, Christian ; PIEDBOEUF, Jean-Claude: A regularized contact model with asymmetric damping and dwell-time dependent friction. In: *Multibody System Dynamics* 11 (2004), Nr. 3, p. 209–233
- [Goodfellow et al 2018] GOODFELLOW, Ian ; BENGIO, Yoshua ; COURVILLE, Aaron: *Deep Learning*. 1. Auflage. Frechen : MITP, 2018 (mitp Business). – xxii, 883 Seiten p. – Literaturverzeichnis: Seite 813-870. – ISBN 978-3-95845-700-3 and 3-95845-700-2
- [Gorman 1991] GORMAN, Michael R.: Plate wave acoustic emission. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 90 (1991), Nr. 1, p. 358–364
- [Gorman and Prosser 1991] GORMAN, Michael R. ; PROSSER, William H.: AE source orientation by plate wave analysis. In: *Journal of acoustic emission* 9 (1991), Nr. 4
- [Goutaudier et al 2020] GOUTAUDIER, Dimitri ; GENDRE, Didier ; KEHR-CANDILLE, Véronique ; OHAYON, Roger: Impulse identification technique by estimating specific modal ponderations from vibration measurements. In: *Journal of Sound and Vibration* 474 (2020), p. 115263
- [Graff 2012] GRAFF, Karl F.: *Wave motion in elastic solids*. Courier Corporation, 2012
- [Grote et al 2018] GROTE, K.H. ; BENDER, B. ; GÖHLICH, D.: *Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer Berlin Heidelberg, 2018. – ISBN 9783662548059
- [Gümbel and Everling 1925] GÜMBEL, Ludwig ; EVERLING, Emil A.: *Reibung und Schmierung im Maschinenbau*. Krayn, 1925
- [Guo et al 2008] GUO, Kejian ; ZHANG, Xingang ; LI, Hongguang ; MENG, Guang: Non-reversible friction modeling and identification. In: *Archive of Applied Mechanics* 78 (2008), Nr. 10, p. 795–809
- [Haessig Jr and Friedland 1991] HAESSIG JR, David A. ; FRIEDLAND, Bernard: On the modeling and simulation of friction. (1991)
- [Haiken 1939] HAIKEN, Solomonovitch: In: *J. Phys.* 1 (1939), p. 455
- [Han et al 2006] HAN, A ; PILLON, G ; NICHICI, A ; VANNES, B ; GREVEY, D: Study and evaluation of fretting critical slip conditions by applying the design of experiments method. In: *Wear* 261 (2006), Nr. 10, p. 1080–1086
- [Hardy Jr 2003] HARDY JR, H R.: *Acoustic Emission/Microseismic Activity: Principle*. A.A. Balkema, Lisse, Netherlands., 2003
- [Harnoy et al 1994] HARNOY, Avraham ; FRIEDLAND, Bernard ; RACHOOR, Hanuman: Modeling and simulation of elastic and friction forces in lubricated bearings for precise motion control. In: *Wear* 172 (1994), Nr. 2, p. 155–165. – URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0043164894902836>. – ISSN 0043-1648

- [Hayward and Armstrong 2000] HAYWARD, Vincent ; ARMSTRONG, Brian: A new computational model of friction applied to haptic rendering. In: *Experimental Robotics VI*. Springer, 2000, p. 403–412
- [Haywood et al 2004] HAYWOOD, Jonathan ; COVERLEY, PT ; STASZEWSKI, Wieslaw J. ; WORDEN, Keith: An automatic impact monitor for a composite panel employing smart sensor technology. In: *Smart Materials and Structures* 14 (2004), Nr. 1, p. 265
- [He et al 2012] HE, Tian ; PAN, Qiang ; LIU, Yaoguang ; LIU, Xiandong ; HU, Dayong: Near-field beamforming analysis for acoustic emission source localization. In: *Ultrasonics* 52 (2012), Nr. 5, p. 587–592
- [Hensman et al 2010] HENSMAN, James ; MILLS, Robin ; PIERCE, SG ; WORDEN, Keith ; EATON, M: Locating acoustic emission sources in complex structures using Gaussian processes. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 24 (2010), Nr. 1, p. 211–223
- [Hess and Soom 1990] HESS, DP ; SOOM, A: Friction at a lubricated line contact operating at oscillating sliding velocities. (1990)
- [Hinrichs et al 1998] HINRICHS, N ; OESTREICH, M ; POPP, K: On the modelling of friction oscillators. In: *Journal of sound and Vibration* 216 (1998), Nr. 3, p. 435–459
- [Holford and Carter 1999] HOLFORD, Karen M. ; CARTER, DC: Acoustic emission source location. In: *Key Engineering Materials* Volume 167 Trans Tech Publ (Veranst.), 1999, p. 162–171
- [Hong and Liu 2000] HONG, H-K ; LIU, C-S: Coulomb friction oscillator: modelling and responses to harmonic loads and base excitations. In: *Journal of Sound and Vibration* 229 (2000), Nr. 5, p. 1171–1192
- [Hong and Liu 2001] HONG, H-K ; LIU, C-S: Non-sticking oscillation formulae for Coulomb friction under harmonic loading. In: *Journal of Sound and Vibration* 244 (2001), Nr. 5, p. 883–898
- [Hu et al 2007] HU, N ; FUKUNAGA, H ; MATSUMOTO, S ; YAN, B ; PENG, XH: An efficient approach for identifying impact force using embedded piezoelectric sensors. In: *International journal of impact engineering* 34 (2007), Nr. 7, p. 1258–1271
- [Hundal 1979] HUNDAL, MS: Response of a base excited system with Coulomb and viscous friction. In: *Journal of Sound and Vibration* 64 (1979), Nr. 3, p. 371–378
- [Ibrisimovic 2021] IBRISIMOVIC, E.: *Bewertung der in verschraubten FahrwerksfÄgestellen eingesetzten Werkstoffe bezÄglich akustischer Robustheit aus Sicht der Materialwissenschaften (Masterarbeit)*. Technische Hochschule Ingolstadt, 2021
- [Ing et al 2005] ING, Ros K. ; QUIEFFIN, Nicolas ; CATHELINE, Stefan ; FINK, Mathias: In solid localization of finger impacts using acoustic time-reversal process. In: *Applied Physics Letters* 87 (2005), Nr. 20, p. 204104

- [Inglada 1928] INGLADA, Vicente: Die Berechnung der Herdkoordinaten eines Nahbebens aus den Eintrittszeiten der in einigen benachbarten Stationen aufgezeichneten P-oder S-Wellen. In: *Gerlands Beitrage zur Geophysik* 19 (1928), Nr. 12, p. 73–98
- [Inoue et al 2001] INOUE, Hirotsugu ; HARRIGAN AND, John J. ; REID, Stephen R.: Review of inverse analysis for indirect measurement of impact force. In: *Appl. Mech. Rev.* 54 (2001), Nr. 6, p. 503–524
- [Jang and Kim 2016] JANG, Byeong-Wook ; KIM, Chun-Gon: Impact localization on a composite stiffened panel using reference signals with efficient training process. In: *Composites Part B: Engineering* 94 (2016), p. 271–285
- [Jang and Kim 2019] JANG, Byeong-Wook ; KIM, Chun-Gon: Impact localization of composite stiffened panel with triangulation method using normalized magnitudes of fiber optic sensor signals. In: *Composite Structures* 211 (2019), p. 522–529
- [Jang et al 2015] JANG, Byeong-Wook ; LEE, Yeon-Gwan ; KIM, Chun-Gon ; PARK, Chan-Yik: Impact source localization for composite structures under external dynamic loading condition. In: *Advanced Composite Materials* 24 (2015), Nr. 4, p. 359–374
- [Jang et al 2012] JANG, Byeong-Wook ; LEE, Yeon-Gwan ; KIM, Jin-Hyuk ; KIM, Yoon-Young ; KIM, Chun-Gon: Real-time impact identification algorithm for composite structures using fiber Bragg grating sensors. In: *Structural Control and Health Monitoring* 19 (2012), Nr. 7, p. 580–591
- [Jiao et al 2004] JIAO, Jingpin ; HE, Cunfu ; WU, Bin ; FEI, Renyuan ; WANG, Xiuyan: Application of wavelet transform on modal acoustic emission source location in thin plates with one sensor. In: *International journal of pressure vessels and piping* 81 (2004), Nr. 5, p. 427–431
- [Johannes et al 1973] JOHANNES, VI ; GREEN, MA ; BROCKLEY, CA: The role of the rate of application of the tangential force in determining the static friction coefficient. In: *Wear* 24 (1973), Nr. 3, p. 381–385
- [Johnson and Johnson 1987] JOHNSON, Kenneth L. ; JOHNSON, Kenneth L.: *Contact mechanics*. Cambridge university press, 1987
- [Jost 1966] JOST, H P.: *Lubrication: Tribology; Education and Research; Report on the Present Position and Industry's Needs (submitted to the Department of Education and Science by the Lubrication Engineering and Research) Working Group*. HM Stationery Office, 1966
- [Kalafat and Sause 2014] KALAFAT, Sinan ; SAUSE, Markus G.: Localization of acoustic emission sources in fiber composites using artificial neural networks. (2014)
- [Kalafat and Sause 2015] KALAFAT, Sinan ; SAUSE, Markus G.: Acoustic emission source localization by artificial neural networks. In: *Structural Health Monitoring* 14 (2015), Nr. 6, p. 633–647

- [Kalin 2004] KALIN, Mitjan: Influence of flash temperatures on the tribological behaviour in low-speed sliding: a review. In: *Materials Science and Engineering: A* 374 (2004), Nr. 1-2, p. 390–397
- [Kalin and Vižintin 2001] KALIN, Mitjan ; VIŽINTIN, Jože: High temperature phase transformations under fretting conditions. In: *Wear* 249 (2001), Nr. 3-4, p. 172–181
- [Kalin and Vižintin 2006] KALIN, Mitjan ; VIŽINTIN, Jože: A comparison of the tribological behaviour of steel/steel, steel/DLC and DLC/DLC contacts when lubricated with mineral and biodegradable oils. In: *Wear* 261 (2006), Nr. 1, p. 22–31
- [Karasözen and Karasözen 2020] KARASÖZEN, Ezgi ; KARASÖZEN, Bülent: Earthquake location methods. In: *GEM-International Journal on Geomathematics* 11 (2020), Nr. 1, p. 1–28
- [Karnopp 1985] KARNOPP, Dean: Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems. (1985)
- [Kato et al 1972] KATO, S ; SATO, N ; MATSUBAYASHI, T: Some considerations on characteristics of static friction of machine tool slideway. (1972)
- [Kennett and Sambridge 1992] KENNETT, Brian L. ; SAMBRIDGE, Malcolm S.: Earthquake location-Genetic algorithms for teleseisms. In: *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 75 (1992), Nr. 1-3, p. 103–110
- [Khan and Hassan 2018] KHAN, Md Tawhidul I. ; HASSAN, Md M.: Delta T Source Location in AE Signal Processing Technique. In: *2018 Joint 7th International Conference on Informatics, Electronics & Vision (ICIEV) and 2018 2nd International Conference on Imaging, Vision & Pattern Recognition (icIVPR)* IEEE (Veranst.), 2018, p. 105–108
- [Khan et al 2017] KHAN, Zulfiqar A. ; CHACKO, Vivek ; NAZIR, Hammad: A review of friction models in interacting joints for durability design. In: *Friction* 5 (2017), Nr. 1, p. 1–22
- [Kim et al 2015] KIM, Jin-Hyuk ; KIM, Yoon-Young ; PARK, Yurim ; KIM, Chun-Gon: Low-velocity impact localization in a stiffened composite panel using a normalized cross-correlation method. In: *Smart Materials and Structures* 24 (2015), Nr. 4, p. 045036
- [Kohlhuber 2012] KOHLHUBER, Markus M.: *Ausbreitung elastischer Wellen in komplexen du nnnwandigen Strukturen*, Halle (Saale), Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Diss., 2012, Ph.D. thesis, 2012
- [Kragelski and Dobycin 1982] KRAGELSKI, IV ; DOBYCIN, MN: *Kombalov; VS: Grundlagen der Berechnung von Reibung und Verschleiß*. 1982
- [Krautkrämer and Krautkrämer 1990] KRAUTKRÄMER, Josef ; KRAUTKRÄMER, Herbert: *Ultrasonic testing by determination of material properties*. Springer Berlin, 1990
- [Kreyszig 1993] KREYSZIG, Erwin: *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley & Sons. In: *Inc., Singapore* (1993)

- [Kundu 2014] KUNDU, Tribikram: Acoustic source localization. In: *Ultrasonics* 54 (2014), Nr. 1, p. 25–38. – URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0041624X13001819>. – ISSN 0041-624X
- [Kundu et al 2007a] KUNDU, Tribikram ; DAS, Samik ; JATA, Kumar V.: An improved technique for locating the point of impact from the acoustic emission data. In: *Health Monitoring of Structural and Biological Systems 2007* Volume 6532 International Society for Optics and Photonics (Veranst.), 2007, p. 65320M
- [Kundu et al 2007b] KUNDU, Tribikram ; DAS, Samik ; JATA, Kumar V.: Point of impact prediction in isotropic and anisotropic plates from the acoustic emission data. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 122 (2007), Nr. 4, p. 2057–2066
- [Kurz et al 2005] KURZ, JH ; GROSSE, CU ; REINHARDT, H-W: Strategies for reliable automatic onset time picking of acoustic emissions and of ultrasound signals in concrete. In: *Ultrasonics* 43 (2005), Nr. 7, p. 538–546
- [Lainer and Schneider 2020] LAINER, M ; SCHNEIDER, F: *Schallquellenidentifikation bei Bremssystemen*. 2020
- [Lamb 1917] LAMB, Horace: On waves in an elastic plate. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character* 93 (1917), Nr. 648, p. 114–128
- [Laursen and Oancea 1997] LAURSEN, TA ; OANCEA, VG: On the constitutive modeling and finite element computation of rate-dependent frictional sliding in large deformations. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 143 (1997), Nr. 3-4, p. 197–227
- [LeClerc et al 2007] LECLERC, JR ; WORDEN, Keith ; STASZEWSKI, Wieslaw J. ; HAYWOOD, Jonathan: Impact detection in an aircraft composite panel - A neural-network approach. In: *Journal of sound and vibration* 299 (2007), Nr. 3, p. 672–682
- [Lefschetz 1965] LEFSCHETZ, Solomon: *Stability of nonlinear control systems*. Volume 13. Academic Press New York, 1965
- [Leighton and Blake 1970] LEIGHTON, Fred ; BLAKE, Wilson: Rock noise source localisation techniques, 1970
- [Leine et al 1998] LEINE, RI ; VAN CAMPEN, DH ; DE KRAKER, A ; VAN DEN STEEN, L: Stick-slip vibrations induced by alternate friction models. In: *Nonlinear dynamics* 16 (1998), Nr. 1, p. 41–54
- [Levitan 1960] LEVITAN, Edwin S.: Forced oscillation of a spring-mass system having combined Coulomb and viscous damping. In: *the Journal of the Acoustical Society of America* 32 (1960), Nr. 10, p. 1265–1269
- [Li et al 2020] LI, Dongwu ; XU, Chao ; BOTTO, Daniele ; ZHANG, Zhishu ; GOLLA, Muzio: A fretting test apparatus for measuring friction hysteresis of bolted joints. In: *Tribology International* 151 (2020), p. 106431

- [Li et al 2018] LI, Hongyang ; WANG, Zhongyu ; FORREST, Jeffrey Yi-Lin ; JIANG, Wensong: Low-velocity impact localization on composites under sensor damage by interpolation reference database and fuzzy evidence theory. In: *IEEE Access* 6 (2018), p. 31157–31168
- [Liang et al 2013] LIANG, Dong ; YUAN, Shen-fang ; LIU, Meng-long: Distributed coordination algorithm for impact location of preciseness and real-time on composite structures. In: *Measurement* 46 (2013), Nr. 1, p. 527–536
- [Liang and Feeny 1998] LIANG, J-W ; FEENY, BF: Dynamical friction behavior in a forced oscillator with a compliant contact. (1998)
- [Liang and Feeny 1996] LIANG, JW ; FEENY, BF: The effects of tangential contact stiffness on a harmonically forced friction oscillator. In: *Elasto-Impact and Friction in Dynamic Systems* (1996), p. 85–96
- [Lowe 2001] LOWE, M.J.S.: WAVE PROPAGATION | Guided Waves in Structures. In: BRAUN, S. (Editor.): *Encyclopedia of Vibration*. Oxford : Elsevier, 2001, p. 1551–1559. – URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B0122270851001739>. – ISBN 978-0-12-227085-7
- [Ma et al 2017] MA, Yali ; YU, Shudong ; WANG, Delun: Vibration analysis of an oscillator with non-smooth dry friction constraint. In: *Journal of Vibration and Control* 23 (2017), Nr. 14, p. 2328–2344
- [Maeda 1985] MAEDA, Naoki: A method for reading and checking phase times in auto-processing system of seismic wave data. In: *Zisin* 38 (1985), p. 365–379
- [Magrab 1979] MAGRAB, EB: Vibrations of elastic structural members. (1979)
- [Maji and Satpathi 1995] MAJI, AK ; SATPATHI, D: Acoustic Emission Source Location Based on Lamb Waves. In: *Engineering Mechanics ASCE* (Veranst.), 1995, p. 597–600
- [Makris and Constantinou 1991a] MAKRIS, Nicos ; CONSTANTINOU, MC: Analysis of Motion Resisted by Friction. I. Constant Coulomb and Linear/Coulomb Friction. In: *Journal of Structural Mechanics* 19 (1991), Nr. 4, p. 477–500
- [Makris and Constantinou 1991b] MAKRIS, Nicos ; CONSTANTINOU, MC: Analysis of motion resisted by friction. II. Velocity-dependent friction. In: *Journal of Structural Mechanics* 19 (1991), Nr. 4, p. 501–526
- [Mallardo et al 2013] MALLARDO, Vincenzo ; ALIABADI, MH ; KHODAEI, Z S.: Optimal sensor positioning for impact localization in smart composite panels. In: *Journal of intelligent material systems and structures* 24 (2013), Nr. 5, p. 559–573
- [Marino and Cicirello 2020] MARINO, Luca ; CICIRELLO, Alice: Experimental investigation of a single-degree-of-freedom system with Coulomb friction. In: *Nonlinear Dynamics* 99 (2020), Nr. 3, p. 1781–1799

- [Marui and Kato 1984] MARUI, E ; KATO, S: Forced vibration of a base-excited single-degree-of-freedom system with Coulomb friction. In: *J. Dyn. Sys., Meas., Control.* 106 (1984), Nr. 4, p. 280–285
- [Matsumoto et al 2005] MATSUMOTO, Satoshi ; TAJIMA, Masanori ; FUKUNAGA, Hisao: Impact force identification of aluminum plates using strain sensors. In: *Structural Engineering/Earthquake Engineering* 22 (2005), Nr. 2, p. 175s–184s
- [McLaskey et al 2010] MCLASKEY, Gregory C. ; GLASER, Steven D. ; GROSSE, Christian U.: Beamforming array techniques for acoustic emission monitoring of large concrete structures. In: *Journal of Sound and Vibration* 329 (2010), Nr. 12, p. 2384–2394
- [Morin 1833] MORIN, Arthur J.: New friction experiments carried out at Metz in 1831–1833. In: *Proceedings of the French Royal Academy of Sciences* 4 (1833), Nr. 1, p. 128
- [Möser and Kropp 2010] MÖSER, M ; KROPP, W: *Körperschall: physikalische Grundlagen und technische Anwendungen.* Springer-Verlag, 2010
- [Mujica et al 2010] MUJICA, Luis E. ; RODELLAR, José ; VEHÍ, Josep: A review of impact damage detection in structures using strain data. In: *International journal of COMADEM* 13 (2010), Nr. 1, p. 3–18
- [Müller and Baseler 1985] MÜLLER, FH ; BASELER, J: Zur Eigenformmethode nicht-proportional gedämpfter Schwingungssysteme. In: *Ingenieur-Archiv* 55 (1985), Nr. 5, p. 348–357
- [Müller and Möser 2004] MÜLLER, Gerhard ; MÖSER, Michael: *Taschenbuch der technischen Akustik.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2004, 2004
- [Müser 2010] MÜSER, Martin: Valentin L. Popov: Contact Mechanics and Friction: Physical Principles and Applications. In: *Tribology Letters* 40 (2010), Nr. 3, p. 395–395
- [Nakano and Popov 2020] NAKANO, Ken ; POPOV, Valentin L.: Dynamic stiction without static friction: The role of friction vector rotation. In: *Physical Review E* 102 (2020), Nr. 6, p. 063001
- [Nakatani et al 2012] NAKATANI, Hayato ; HAJZARGARBASHI, Talieh ; ITO, Kaita ; KUNDU, Tribikram ; TAKEDA, Nobuo: Impact localization on a cylindrical plate by near-field beamforming analysis. In: *Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2012* Volume 8345 International Society for Optics and Photonics (Veranst.), 2012, p. 83450Y
- [Nakatani et al 2013] NAKATANI, Hayato ; HAJZARGARBASHI, Talieh ; ITO, Kaita ; KUNDU, Tribikram ; TAKEDA, Nobuo: Locating point of impact on an anisotropic cylindrical surface using acoustic beamforming technique. In: *Key Engineering Materials* Volume 558 Trans Tech Publ (Veranst.), 2013, p. 331–340
- [Nelder and Mead 1965] NELDER, John A. ; MEAD, Roger: A simplex method for function minimization. In: *The computer journal* 7 (1965), Nr. 4, p. 308–313

- [Neu 2011] NEU, RW: Progress in standardization of fretting fatigue terminology and testing. In: *Tribology International* 44 (2011), Nr. 11, p. 1371–1377
- [Oancea and Laursen 1998] OANCEA, VG ; LAURSEN, TA: Investigations of low frequency stick–slip motion: experiments and numerical modelling. In: *Journal of Sound and Vibration* 213 (1998), Nr. 4, p. 577–600
- [Olsson et al 1998] OLSSON, Henrik ; ÅSTRÖM, Karl J. ; DE WIT, Carlos C. ; GÄFVERT, Magnus ; LISCHINSKY, Pablo: Friction models and friction compensation. In: *Eur. J. Control* 4 (1998), Nr. 3, p. 176–195
- [Papangelo and Ciavarella 2015] PAPANGELO, A ; CIAVARELLA, M: On the limits of quasi-static analysis for a simple Coulomb frictional oscillator in response to harmonic loads. In: *Journal of Sound and Vibration* 339 (2015), p. 280–289
- [Park et al 2012] PARK, Byeongjin ; SOHN, Hoon ; OLSON, Steven E. ; DESIMIO, Martin P. ; BROWN, Kevin S. ; DERRISO, Mark M.: Impact localization in complex structures using laser-based time reversal. In: *Structural Health Monitoring* 11 (2012), Nr. 5, p. 577–588
- [Park and Kim 2008] PARK, Chan Y. ; KIM, In-Gul: Prediction of impact forces on an aircraft composite wing. In: *Journal of intelligent material systems and structures* 19 (2008), Nr. 3, p. 319–324
- [Passek 2020] PASSEK, Matthias: *Noise Source Localization based on Neural Networks (Masterthesis)*, Lehrstuhl für Baumechanik (TUM), Ph.D. thesis, 2020
- [Pennestrì et al 2016] PENNESTRÌ, Ettore ; ROSSI, Valerio ; SALVINI, Pietro ; VALENTINI, Pier P.: Review and comparison of dry friction force models. In: *Nonlinear dynamics* 83 (2016), Nr. 4, p. 1785–1801
- [Persson 1994] PERSSON, BNJ: Theory of friction: The role of elasticity in boundary lubrication. In: *Physical Review B* 50 (1994), Nr. 7, p. 4771
- [Persson 2013] PERSSON, Bo N.: *Sliding friction: physical principles and applications*. Springer Science & Business Media, 2013
- [Petrov and Ewins 2002] PETROV, EP ; EWINS, DJ: Models of friction damping with variable normal load for time-domain analysis of vibrations. In: *Proceedings of ISMA* Volume 1, 2002
- [Pollock 1990] POLLOCK, A. A.: Critical AE problems for the researcher. In: *Journal of acoustic emission* 9 (1990), p. 140–141
- [Popov 2015] POPOV, Valentin L.: *Kontaktmechanik und Reibung: von der Nanotribologie bis zur Erdbebendynamik*. Springer-Verlag, 2015
- [Popova and Popov 2015] POPOVA, E ; POPOV, VL: The research works of Coulomb and Amontons and generalized laws of friction. In: *Friction* 3 (2015), Nr. 2, p. 183–190

- [Popp et al 1995] POPP, K ; HINRICHS, N ; OESTREICH, M: Dynamical behaviour of a friction oscillator with simultaneous self and external excitation. In: *Sadhana* 20 (1995), Nr. 2-4, p. 627–654
- [Popp and Stelter 1990] POPP, K ; STELTER, P: Nonlinear oscillations of structures induced by dry friction. In: *Nonlinear dynamics in engineering systems*. Springer, 1990, p. 233–240
- [Pratt and Williams 1981] PRATT, TK ; WILLIAMS, R: Non-linear analysis of stick/slip motion. In: *Journal of Sound and Vibration* 74 (1981), Nr. 4, p. 531–542
- [Prevorovsky et al 2006] PREVOROVSKY, Zdenek ; CHLADA, Milan ; VODICKA, Josef: Inverse Problem Solution in Acoustic Emission Source Analysis: Classical and Artificial Neural Network Approaches. In: *Universality of Nonclassical Nonlinearity*. Springer, 2006, p. 515–529
- [Prugger and Gendzwil 1988] PRUGGER, Arnfinn F. ; GENDZWILL, Don J.: Microearthquake location: A nonlinear approach that makes use of a simplex stepping procedure. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 78 (1988), Nr. 2, p. 799–815
- [Pullin 2001] PULLIN, Rhys: *Structural Integrity Monitoring of Steel Bridges Using Acoustic Emission Techniques*, CARDIFF, Ph.D. thesis, 2001
- [Rabinowicz 1951] RABINOWICZ, Ernest: The nature of the static and kinetic coefficients of friction. In: *Journal of applied physics* 22 (1951), Nr. 11, p. 1373–1379
- [Rabinowicz 1958] RABINOWICZ, Ernest: The intrinsic variables affecting the stick-slip process. In: *Proceedings of the Physical Society (1958-1967)* 71 (1958), Nr. 4, p. 668
- [Rabinowicz 1965] RABINOWICZ, Ernest: *Friction and Wear of Materials*. Wiley New York, 1965
- [Rankin 1926] RANKIN, James S.: LXXIII. The elastic range of friction. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 2 (1926), Nr. 10, p. 806–816
- [Reynolds 1886] REYNOLDS, Osborne: IV. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp tower 's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil. In: *Philosophical transactions of the Royal Society of London* (1886), Nr. 177, p. 157–234
- [Rice and Ruina 1983] RICE, James R. ; RUINA, Andy L.: Stability of steady frictional slipping. (1983)
- [Richardson and Nolle 1976] RICHARDSON, RSH ; NOLLE, H: Surface friction under time-dependent loads. In: *Wear* 37 (1976), Nr. 1, p. 87–101
- [Riddoch et al 2020] RIDDOCH, DJ ; CICIRELLO, A ; HILLS, DA: Response of a mass-spring system subject to Coulomb damping and harmonic base excitation. In: *Int. J. Solids Struct.* 193-194 (2020), p. 527–534. – ISSN 0020-7683

- [Ruderman 2012] RUDERMAN, Michael: *Zur Modellierung und Kompensation dynamischer Reibung in Aktuatorssystemen*, Universitätsbibliothek Dortmund, Ph.D. thesis, 2012
- [Ruel 2000] RUEL, Michel: Stiction: The hidden menace. 13 (2000), 11, p. 7 pp
- [Rybiak et al 2010] RYBIAK, R ; FOUVRY, S ; BONNET, B: Fretting wear of stainless steels under variable temperature conditions: introduction of a composite wear law. In: *Wear* 268 (2010), Nr. 3-4, p. 413–423
- [Salehian 2003] SALEHIAN, Armaghan: *Identifying the Location of a Sudden Damage in Composite Laminates Using Wavelet Approach*, 2003
- [Sambridge and Gallagher 1993] SAMBRIDGE, Malcolm ; GALLAGHER, Kerry: Earthquake hypocenter location using genetic algorithms. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 83 (1993), Nr. 5, p. 1467–1491
- [Sampson et al 1943] SAMPSON, JB ; MORGAN, F ; REED, DW ; MUSKAT, M: Studies in lubrication: XII. Friction behavior during the slip portion of the stick-slip process. In: *Journal of Applied Physics* 14 (1943), Nr. 12, p. 689–700
- [Sanchez et al 2016] SANCHEZ, N ; MERUANE, V ; ORTIZ-BERNARDIN, A: A novel impact identification algorithm based on a linear approximation with maximum entropy. In: *Smart Mater. Struct.* 25 (2016), Nr. 9, p. 095050
- [Schmidt 2014] SCHMIDT, Daniel: *Modenselektive Übertragung von Lambwellen in Faser-verbundstrukturen*, Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt eV, Ph.D. thesis, 2014
- [Scholl et al 2023] SCHOLL, Manuel ; PASSEK, Matthias ; LAINER, Mirjam ; TADDEI, Francesca ; SCHNEIDER, Felix ; MÜLLER, Gerhard: Data-based localisation methods using simulated data with application to small-scale structures. In: *Archive of Applied Mechanics* (2023)
- [Scholl et al 2022] SCHOLL, Manuel ; TIESLER, Baldur ; MÜLLER, Gerhard: Statistical evaluation of experimental and numerical data of stick-slip effects in harmonically excited systems. In: *Journal of Sound and Vibration* 517 (2022), p. 116536
- [Sedlaček et al 2009] SEDLAČEK, Marko ; PODGORNIK, Bojan ; VIŽINTIN, Jože: Influence of surface preparation on roughness parameters, friction and wear. In: *Wear* 266 (2009), Nr. 3-4, p. 482–487
- [Sengupta et al 2015] SENGUPTA, Sanjay ; DATTA, Alope K. ; TOPDAR, Pijush: Structural damage localisation by acoustic emission technique: A state of the art review. In: *Latin American Journal of Solids and Structures* 12 (2015), Nr. 8, p. 1565–1582
- [Seno et al 2019] SENO, Aldyandra H. ; KHODAEI, Zahra S. ; ALIABADI, MH F.: Passive sensing method for impact localisation in composite plates under simulated environmental and operational conditions. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 129 (2019), p. 20–36

- [Seydel and Chang 2001a] SEYDEL, Robert ; CHANG, Fu-Kuo: Impact identification of stiffened composite panels: I. System development. In: *Smart materials and structures* 10 (2001), Nr. 2, p. 354
- [Seydel and Chang 2001b] SEYDEL, Robert ; CHANG, Fu-Kuo: Impact identification of stiffened composite panels: II. Implementation studies. In: *Smart materials and structures* 10 (2001), Nr. 2, p. 370
- [Shaw 1986] SHAW, SW: On the dynamic response of a system with dry friction. In: *Journal of Sound and Vibration* 108 (1986), Nr. 2, p. 305–325
- [Sherif 1991] SHERIF, Hany A.: Effect of contact stiffness on the establishment of self-excited vibrations. In: *Wear* 141 (1991), Nr. 2, p. 227–234
- [Shin 2000] SHIN, Eui-Sup: Real-time recovery of impact force based on finite element analysis. In: *Computers & Structures* 76 (2000), Nr. 5, p. 621–635
- [Shrestha et al 2015] SHRESTHA, Pratik ; KIM, Jin-Hyuk ; PARK, Yurim ; KIM, Chun-Gon: Impact localization on composite wing using 1D array FBG sensor and RMS/correlation based reference database algorithm. In: *Composite Structures* 125 (2015), p. 159–169
- [Specker et al 2014] SPECKER, Thomas ; BUCHHOLZ, Michael ; DIETMAYER, Klaus: A new approach of dynamic friction modelling for simulation and observation. In: *IFAC Proceedings Volumes* 47 (2014), Nr. 3, p. 4523–4528
- [Stafsudd et al 2008] STAFSUDD, JZ ; ASGARI, S ; HUDSON, R ; YAO, K ; TACIROGLU, E: Localization of short-range acoustic and seismic wideband sources: Algorithms and experiments. In: *Journal of sound and vibration* 312 (2008), Nr. 1-2, p. 74–93
- [Staszewski et al 2000] STASZEWSKI, Wieslaw J. ; WORDEN, Keith ; WARDLE, R ; TOMLINSON, Geof R.: Fail-safe sensor distributions for impact detection in composite materials. In: *Smart Materials and Structures* 9 (2000), Nr. 3, p. 298–303
- [Stein et al 2008] STEIN, George J. ; ZAHORANSKÝ, Radúz ; MÚČKA, Peter: On dry friction modelling and simulation in kinematically excited oscillatory systems. In: *Journal of sound and Vibration* 311 (2008), Nr. 1-2, p. 74–96
- [Steinberg et al 1991] STEINBERG, Ben Z. ; BERAN, Mark J. ; CHIN, Steven H. ; HOWARD JR, James H.: A neural network approach to source localization. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 90 (1991), Nr. 4, p. 2081–2090
- [Stelter 1990] STELTER, Peter: *Nichtlineare Schwingungen reibungserregter Strukturen*. VDI Verl. Düsseldorf, 1990
- [Stevens 1899] STEVENS, James S.: Some experiments in molecular contact. In: *Physical Review (Series I)* 8 (1899), Nr. 1, p. 49
- [Strang 2008] STRANG, Gilbert: *Linear algebra and its applications*. Academic Press Inc., New York, 2008

- [Stribeck 1902] STRIBECK, Richard: Die wesentlichen eigenschaften der Gleit- und Rollenlager. In: *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* 46 (1902), p. 1341–1348
- [Sung et al 2000] SUNG, Dae-Un ; OH, Jung-Hoon ; KIM, Chun-Gon ; HONG, Chang-Sun: Impact monitoring of smart composite laminates using neural network and wavelet analysis. In: *Journal of intelligent material systems and structures* 11 (2000), Nr. 3, p. 180–190
- [Surgeon and Wevers 1999] SURGEON, Marnix ; WEVERS, Martine: One sensor linear location of acoustic emission events using plate wave theories. In: *Materials Science and Engineering: A* 265 (1999), Nr. 1-2, p. 254–261
- [Swevers et al 2000] SWEVERS, Jan ; AL-BENDER, Farid ; GANSEMAN, Chris G. ; PROJOGO, Tutuko: An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. In: *IEEE Transactions on automatic control* 45 (2000), Nr. 4, p. 675–686
- [Thurber 1985] THURBER, Clifford H.: Nonlinear earthquake location: theory and examples. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 75 (1985), Nr. 3, p. 779–790
- [Tobias 1976] TOBIAS, Acous: Acoustic-emission source location in two dimensions by an array of three sensors. In: *Non-destructive testing* 9 (1976), Nr. 1, p. 9–12
- [Toyama et al 2001] TOYAMA, N ; KOO, J-H ; OISHI, R ; ENOKI, M ; KISHI, T: Two-dimensional AE source location with two sensors in thin CFRP plates. In: *Journal of Materials science letters* 20 (2001), Nr. 19, p. 1823–1825
- [Trnkoczy 2009] TRNKOCZY, Amadej: Understanding and parameter setting of STA/LTA trigger algorithm. In: *New Manual of Seismological Observatory Practice (NMSOP)*. Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ, 2009, p. 1–20
- [Tustin 1947] TUSTIN, Arnold: The effects of backlash and of speed-dependent friction on the stability of closed-cycle control systems. In: *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part IIA: Automatic Regulators and Servo Mechanisms* 94 (1947), Nr. 1, p. 143–151
- [VDA301 2009] VDA301: *VDA 301: Eigenfrequenzmessung und Modal-Analyse von Bremsscheiben in der Entwicklung*. 2009
- [Vielsack 1996] VIELSACK, P: Regularisierung des Haftzustandes bei Coulombscher Reibung. In: *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 76 (1996), Nr. 8, p. 439–446
- [Villanueva-Leal and Hinduja 1984] VILLANUEVA-LEAL, A ; HINDUJA, S: Modelling the characteristics of interface surfaces by the finite element method. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 198 (1984), Nr. 1, p. 9–23
- [Voldřich 2009] VOLDŘICH, Josef: Modelling of the three-dimensional friction contact of vibrating elastic bodies with rough surfaces. (2009)

- [Wojewoda et al 2008] WOJEWODA, Jerzy ; STEFAŃSKI, Andrzej ; WIERCIGROCH, Marian ; KAPITANIAK, Tomasz: Hysteretic effects of dry friction: modelling and experimental studies. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 366 (2008), Nr. 1866, p. 747–765
- [Worden and Staszewski 2000] WORDEN, K ; STASZEWSKI, WJ: Impact location and quantification on a composite panel using neural networks and a genetic algorithm. In: *Strain* 36 (2000), Nr. 2, p. 61–68
- [Wriggers and Nackenhorst 2006] WRIGGERS, Peter ; NACKENHORST, Udo: *Analysis and simulation of contact problems*. Springer, 2006
- [Xia 2003] XIA, Fujie: Modelling of a two-dimensional Coulomb friction oscillator. In: *Journal of Sound and Vibration* 265 (2003), Nr. 5, p. 1063–1074
- [Xie et al 1996] XIE, Zhi ; SPENCER, Terry W. ; RABINOWITZ, Philip D. ; FAHLQUIST, Davis A.: A new regional hypocenter location method. In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 86 (1996), Nr. 4, p. 946–958
- [Xu et al 2019] XU, Q ; FAN, W ; LUO, Y ; WANG, S ; JIANG, H: Nonlinear effect of forced harmonic oscillator subject to sliding friction and simulation by a simple nonlinear circuit. In: *Am. J. Phys.* 87 (2019), Nr. 2, p. 116–124
- [Yue and Sharif Khodaei 2016] YUE, N ; SHARIF KHODAEI, Z: Assessment of impact detection techniques for aeronautical application: Ann vs. lssvm. In: *Journal of Multiscale Modelling* 7 (2016), Nr. 04, p. 1640005
- [Zeller et al 2009] ZELLER, Peter et al: *Handbuch Fahrzeugakustik*. Volume 2. Springer, 2009
- [Ziola and Gorman 1991] ZIOLA, Steven M. ; GORMAN, Michael R.: Source location in thin plates using cross-correlation. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 90 (1991), Nr. 5, p. 2551–2556