

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN  
Professur für Höchstfrequenztechnik

# Methoden zur Integration eines automobilen Radars mit synthetischer Apertur

Thomas Gisder

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktor-Ingenieurs**

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender:	Prof. Dr.rer.nat. Franz Kreupl
Prüfer der Dissertation:	1. Prof. Dr.-Ing. Erwin Biebl 2. Prof. Dr.-Ing. Peter Knott

Die Dissertation wurde am 06.04.2021 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 07.07.2021 angenommen.





# Mein Dank...

gilt allen, die zur Fertigstellung dieser Arbeit beigetragen haben.

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Doktorand der Volkswagen Konzernforschung und wurde im Zuge eines Kooperationsprojektes mit der Continental BU ADAS (ADC Automotive Distance Control Systems GmbH) angefertigt. Über die Professur für Hochfrequenztechnik (HOT) der Technischen Universität München (TUM) wurde ich in das universitäre Umfeld eingebunden.

An erster Stelle möchte ich meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Erwin Biebl für die ausgezeichnete wissenschaftliche Betreuung danken. Prof. Biebl brachte mir vollstes Vertrauen entgegen und bot mir alle Freiheiten bei der wissenschaftlichen Ausgestaltung meiner Doktorarbeit. Über die vollständige Promotionszeit wurde ich von Ihm durch hilfsbereite und professionelle Hinweise unterstützt.

Herrn Prof. Dr.-Ing Peter Knott möchte ich für das Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme des Koreferats danken.

Einen großen Dank möchte ich auch an die Mitarbeit der Unterabteilung Wahrnehmung der Konzernforschung richten: Dr. Thorsten Bagdonat, Dr. Heiko-Gustav Kurz, Dr. Jens Spehr, Dr. Dominik Vock, und Dr. Volker Schomerus. Während des gesamten Zeitraums stand immer eine Tür für mich offen, um sich wissenschaftlich auszutauschen oder um während der Dürrephase meiner Promotionszeit die notwendigen motivierenden Worte zugesprochen zu bekommen. Besonders hervorheben möchte ich Dr. Thorsten Bagdonat und Dr. Heiko-Gustav Kurz für die Unterstützung bei der Beschaffung der Messeinheiten zum Aufbau des Versuchsträgers.

Auch meinen Studenten gilt großer Dank. Durch die Vielzahl an Gesprächen und Experimenten konnten wesentliche Aspekte dieser Arbeit aufgegriffen und wissenschaftlich aufbereitet werden.

Einen besonderen Dank möchte ich an meinem Mentor Dr. Marc-Michael Meinecke richten. Sein Wissen und seine Begeisterung für das Gebiet Radar ist es zu verdanken, dass mir eine Vielzahl an Denkanstößen zu teil wurden, um die Herangehensweise an das bearbeitete Thema aus den unterschiedlichsten Blickwinkeln zu beleuchten. Ebenfalls möchte ich Ihm für das Lektorat und für das Nachrechnen der vielen Formeln in dieser Arbeit danken.

Danken möchte ich zudem meinem Promotionspartner Dr. Fabian Harrer von der perisens GmbH für viele wissenschaftliche Diskussionen sowie der Fortsetzung seiner Forschungsergebnisse im Rahmen meiner Doktorarbeit.

Ganz besonders möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, die mich von Beginn an bei meinem Promotionsvorhaben unterstützt hatten. Allen voran gilt der Dank meinen Eltern, die durch ihre Hilfsbereitschaft meine Ausbildung erst ermöglicht hatten.

Von ganzen Herzen möchte ich meiner Freundin Ioanna danken, die mir über die schwierigsten Phasen meines Doktorandendaseins hinweggeholfen hat und mich während der unzähligen Abende am Schreibtisch bei der Verschriftlichung dieser Arbeit mit motivierenden Worten unterstützt hat.



## Kurzfassung

Für die Ausführung autonomer Fahrmanöver ist das Wissen über die Ausdehnung und Lage von Strukturen im Fahrzeugumfeld unumgänglich. Hinzu kommen Anforderungen an die Zuverlässigkeit und Unabhängigkeit der Wahrnehmungsqualität bei allen Witterungsbedingungen der eingesetzten Sensoren. Radarsensoren erfüllen diese Anforderungen, allerdings mit der Einschränkung, dass das räumliche laterale Auflösungsvermögen aufgrund der begrenzten Querauflösung der eingesetzten physikalischen Antennen-Aperturen stark eingeschränkt ist. Die erforderliche Vielzahl an Reflexionspunkten zur Abbildung der räumlichen Ausdehnung und Lage von Objekten kann somit nicht erfasst werden. Abhilfe schaffen bildgebende Radarsystemen zu dessen Vertretern das in der Fernerkundung angewendete synthetische Apertur-Radar gehört.

Für den Zugang dieser Methode in das automobilen Umfeld werden in dieser Arbeit sukzessive unterschiedliche Methoden der Radarsignalverarbeitung vorgestellt und zu einem Konzept geformt, das die Umsetzung eines automobilen autarken synthetischen Apertur-Radars ermöglicht. Dabei wird sowohl die Lage des Radarsensors entlang der abgefahrenen Trajektorie als auch die Konstruktion der synthetischen Apertur einzig und allein auf Grundlage von Radarmessungen umgesetzt. Demnach fußen die Schwerpunkte dieser Arbeit auf einem Konzept zum kontinuierlichen Konstruktions- und Rekonstruktionsvorgang der synthetischen Apertur sowie auf der exakten radarbasierten Bewegungs- und Lageschätzung des Radarsensors. Darüber hinaus wird eine Implementierungsvariante zur echtzeitfähigen Rekonstruktion der künstlichen Apertur durch eine hochparallelisierbare Recheneinheit vorgestellt.

Basierend auf einer erdfesten Kartenrepräsentation zur Darstellung des Rekonstruktionsergebnisses wird durch Referenzmessung mittels Laserscanner der Nachweis erbracht, dass der Einsatz synthetischer Apertur-Radare im automobilen Umfeld eine exakte Erfassung ausgedehnter Strukturen zulässt. Ebenfalls wird auf unterschiedliche Methoden eingegangen eine nachgelagerte Restauration verzerrter Rekonstruktionen durchzuführen.

Diese Arbeit zeigt somit, welches Anwendungspotenzial die Zusammenführung umfangreicher Signalverarbeitungsvorgänge ein herkömmliches automobiles Radarsystem ermöglicht. Neben der Detektion einer Parklücke zum automatischen Einparken erstreckt sich dieses hin zum Aufbau umfangreicher Lokalisierungskarten und einer hoch genauen Eigenbewegungsschätzung.



## Abstract

Performing autonomous driving maneuvers requires knowledge of the dimensions and location of objects in vehicle's environment. Furthermore requirements related to reliability and independency from weather conditions should be met by the used sensors. Radar sensors fulfill these requirements, but with the restriction that spatial resolution in lateral direction is severely limited due to bad cross-range resolution of the applied physical antenna apertures. Geometric dimensions and positions of measured objects can not be determined by a determinable amount of reflection points due to bad resolution capability. Imaging radar systems provide an appropriate solution for that problem. One of them is the synthetic aperture radar used in remote sensing.

To apply this technique in an automotive environment, different methods of radar signal processing are successively presented and consolidate in a concept that enables the implementation of an automotive, autarkic synthetic aperture radar. Measurement positions along the trajectory and construction of a synthetic aperture radar are implemented exclusively based on radar measurements. This work is focused on a concept for a continuous construction and reconstruction process of an artificial aperture as well as on the accurate radar based position estimation of the recording platform. In addition, an implementation approach for real-time reconstruction of artificial apertures is presented, by means of a computing unit that can be highly parallelized.

Comparison with a laser scanner as reference is used to determine the accuracy of an automotive SAR reconstruction based on an earth-fixed map and to indicate the suitability in an automotive environment. Further different methods to restore a distorted reconstruction are investigated.

This thesis shows the application potential of a conventional automotive radar system, in which the above mentioned signal processing operations are implemented. Beside the detection of parking spaces for automatic parking the presented reconstruction results can be used as well for extensive localization maps and precise ego motion determination.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Stand der Technik . . . . .	3
1.2	Ziele und Inhalte der Arbeit . . . . .	5
1.3	Versuchsträger . . . . .	6
1.4	Logischer Systemaufbau . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Signalverarbeitung für Automobilradare</b>	<b>9</b>
2.1	Funktionsprinzip automobiler Radarsensoren . . . . .	9
2.2	Sendesignalmodulation . . . . .	10
2.2.1	Übersicht . . . . .	10
2.2.2	LFMCW-Prinzip für langsame Rampen . . . . .	11
2.2.3	LFMCW-Prinzip für Rapid Chirps . . . . .	13
2.3	Erfassung von Streuzentren . . . . .	18
2.3.1	Signalanalyse im Fourier-Spektrum . . . . .	18
2.3.2	Detektion . . . . .	19
2.3.3	Frequenzbestimmung und Interpolation . . . . .	21
2.4	Zusammenfassung . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Winkelmess- und Abbildungsverfahren für reale und synthetische Aperturen</b>	<b>25</b>
3.1	Gleichförmig lineares Antennen-Array . . . . .	25
3.2	Signalmodell . . . . .	27
3.2.1	Ideales Signalmodell . . . . .	27
3.2.2	Nichtideales Signalmodell . . . . .	28
3.2.3	Räumliche Korrelationsmatrix . . . . .	29
3.3	Kalibrierung der Sensorgruppe . . . . .	30
3.3.1	Korrektur des Amplitudenfehlers . . . . .	32
3.3.2	Korrektur des Phasenfehlers . . . . .	32
3.3.3	Korrektur der Laufzeitdifferenz . . . . .	34
3.3.4	Verifikation der Kalibriermessung . . . . .	36
3.4	Konventionelle Verfahren zur Winkelmessung . . . . .	38
3.4.1	Klassische Verfahren . . . . .	38
3.4.2	Unterraumbasierte Verfahren . . . . .	39
3.4.3	Modellbasierte Verfahren der Kurzzeitspektralanalyse . . . . .	40
3.4.4	Bewertung der Winkelmessung . . . . .	47
3.5	Messverfahren der synthetischen Apertur . . . . .	51
3.5.1	Messprinzip . . . . .	53
3.5.2	Rekonstruktion . . . . .	55
3.6	Zusammenfassung . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Realisierung eines fahrzeugbasierten SAR-Systems</b>	<b>59</b>
4.1	Konzept und geometrische Vorüberlegungen . . . . .	59
4.1.1	Konstruktion fahrzeugbasierter synthetischer Aperturen . . . . .	64
4.1.2	Lageberechnung durch Raddrehzahlsensoren . . . . .	69
4.2	Rekonstruktion fahrzeugbasierter synthetischer Aperturen . . . . .	70
4.2.1	Konstruktion gefilterter Echosignale . . . . .	70

4.3	Ergebnisse der Rekonstruktion . . . . .	74
4.3.1	Bewertung der Rekonstruktion durch Referenzmessung . . . . .	77
4.4	Zusammenfassung und Bewertung . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Radarbasierte Bewegungsschätzung für autarke SAR-Systeme</b>	<b>83</b>
5.1	Radarbasierte Eigenbewegungsschätzung und Lagebestimmung . . . . .	83
5.1.1	Messprinzip . . . . .	83
5.1.2	Berechnungsverfahren zur Schätzung der Eigenbewegung . . . . .	88
5.1.3	Lagebestimmung des Phasenzentrums . . . . .	98
5.1.4	Bewertung durch Referenzmessung . . . . .	100
5.2	Selbstkonsistentes SAR . . . . .	104
5.2.1	Ablaufschema selbstkonsistentes SAR . . . . .	104
5.3	Zusammenfassung und Bewertung der Rekonstruktion . . . . .	107
<b>6</b>	<b>Methoden zur Restauration der Rekonstruktion</b>	<b>109</b>
6.1	Datengrundlage . . . . .	109
6.1.1	Mögliche Fehlerquellen . . . . .	110
6.2	Prinzip der Restauration . . . . .	111
6.2.1	Metriken zur Verbesserung der Rekonstruktion . . . . .	112
6.2.2	Formulierung des Optimierungsproblems . . . . .	113
6.2.3	Optimierung durch stufenweise Annäherung . . . . .	114
6.3	Simulative Evaluation . . . . .	117
6.4	Bewertung . . . . .	120
<b>7</b>	<b>Systemrealisierung und Anwendung</b>	<b>123</b>
7.1	Strukturanalyse zur Steigerung der Berechnungseffizienz . . . . .	123
7.1.1	Grundlagen der Grafikkartenprogrammierung . . . . .	124
7.1.2	Strukturanalyse der Rekonstruktion . . . . .	126
7.2	Parallelisierungsschemata . . . . .	127
7.3	Systemimplementierung . . . . .	129
7.3.1	Parallelisierung des Eingangsdatenstroms . . . . .	129
7.3.2	Datenstruktur und Kartenverwaltung . . . . .	131
7.3.3	Parallelisierung der Rekonstruktion . . . . .	132
7.4	Bewertung . . . . .	135
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>139</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	139
8.2	Ausblick . . . . .	140
8.3	Schlussbemerkung . . . . .	140
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>141</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>151</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>153</b>
A.1	Auffrischung des Vertrauensbereiches . . . . .	153
A.2	Berechnung des Regularisierungsparameters . . . . .	153
A.3	Berechnung der Schrittweitenvektoren . . . . .	154
	<b>Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen</b>	<b>157</b>



# 1 Einleitung

Mit der Erweiterung des Wiener Übereinkommens aus dem Jahr 1968 wurde im Jahr 2016 die rechtliche Grundlage für den Betrieb hochautomatisierter Fahrfunktionen auf deutschen Straßen geschaffen. Anders als beim assistierten oder teilautomatisierten Fahren ermöglicht der technische Automatisierungsgrad einer hochautomatischen Fahrfunktion, dass sich der Fahrer von der eigentlichen Fahrtätigkeit abwenden kann. Um die damit geschaffene Verletzung der Sorgfaltspflicht rechtskräftig zu regulieren, sieht die überarbeitete Fassung des Abkommens vom 23. März 2016 [35] eine bestimmungsgemäße Verwendung der Fahrfunktion vor, die jederzeit durch den Fahrzeugführer übersteuerbar sein muss. Allerdings wird dieser geschaffene Freiheitsgrad durch die in Nr. 79 vereinbarte Regulierung seitens der Wirtschaftskommission der Vereinten Nationen für Europa (engl. *United Nations Economic Commission for Europe*, UNECE) eingeschränkt [38]. Eine dem Fahrer assistierende Lenkanlage mittels automatischer Lenkfunktion, die durch Signalauswertung von Umgebungssensoren den Fahrer beim Rangieren unterstützt, ist demnach nur für eine Maximalgeschwindigkeit von 12 km/h zulässig. Zwar umfassen die Regelungen höhere Ausbaustufen des Automatisierungsgrades, doch die technischen Sicherheitsmaßnahmen zur Absicherung einer autonomen Lenkanlage sind ausgesprochen komplex, so dass eine Verwirklichung die Präsenz und Wachsamkeit des Fahrzeugführers erfordert. Vollumfängliche Rechtssicherheit ist demzufolge nur für hochautomatisierte Fahrfunktionen innerhalb des limitierten Geschwindigkeitsbereiches gegeben.

Nichtsdestoweniger trug die Einführung von Fahrerassistenzsystemen, zu deren Funktionsportfolio unterschiedliche Systeme wie Totwinkelassistent, automatische Distanzregelung, Notbremsassistent oder 360°-Pre-Crash-Erfassung gehören, zu einem eminenten Rückgang an Verkehrstoten und damit zur Erhöhung der Sicherheit im Straßenverkehr bei [14]. Angetrieben durch die Unterstützung der Regierungen sowie durch das Europäische Neuwagen-Bewertungs-Programm (engl. *New Car Assessment Programm*, NCAP) entwickeln Automobilhersteller in Zusammenarbeit mit Automobilzulieferern immer leistungsfähigere Fahrerassistenz-Systeme, die sowohl die Sicherheit als auch den Komfort bei der Fahrzeugführung erhöhen.

Entscheidend für die Akzeptanz derartiger Systeme ist die Wirkung, die der unterstützende Einfluss des technischen Assistenzsystems auf den Fahrzeugführer bei der Bewertung und Umsetzung von Handlungen im Straßenverkehr hat. Unmittelbar damit in Verbindung steht der Assistenzgrad des technischen Systems, der nach Reichart und Hipp et al. [90] durch die Leistungsfähigkeit der Fahrumgebungserfassung sowie durch die Situationsbewertung gemessen wird. Die Qualität der getroffenen Fahrentscheidung, ob durch den Fahrzeugführer selbst oder durch ein autonom agierendes System, hängt letzten Endes also von der Leistungsfähigkeit der zur Anwendung kommenden Sensoren ab. Derartige Sensoren für assistierte und teilautomatisierte Fahrfunktionen sind heutzutage in nahezu allen Mittel- und Oberklassefahrzeugen und Fahrzeugen der Kompaktklasse verbaut. Einfache Ultraschallsensoren werden aufgrund ihrer guten Hintergrundaussblendung und ihres günstigen Preises für simple Komfortfunktionen wie den akustischen Einparkassistenten oder als Totwinkelwarnsystem beim Fahrstreifenwechsel eingesetzt. Allerdings ist der Einsatzbereich von Ultraschallsensoren durch ihre kurze Reichweite und mäßige Auflösung recht begrenzt. Vorteile bieten hingegen Kamerasysteme, die als Stereosystem realisiert das menschliche Auge nachzubilden versuchen. In Kooperation mit Bilderkennungssoftware lassen sich dreidimensionale Strukturen wie Autos, Fußgänger oder Radfahrer erkennen. Jedoch unterliegt die Leistungsfähigkeit der Kamera den Sichtverhältnissen, die bei Dunkelheit oder durch optische Einflüsse wie Nebel oder starken Regen beeinträchtigt werden.

Unbeeinflussbar von Dunkelheit, optischen Einflüssen oder unästhetischem Verbau ist das Radar, welches 1904 von Hülsmeier unter dem Namen Telemobiloskop zum Patent angemeldet wurde [52]. Statt akustische Impulse zur Entfernungsmessung zu verwenden, werden beim Radar elektromagnetische Wel-

len emittiert. Der Bekanntheitsgrad, den das Radar im Zusammenhang mit Assistenzsystemen wie der automatischen Distanzregelung, dem Totwinkelassistenten oder dem Spurwechselassistenten genießt, fußt auf seiner Bedeutung im Zweiten Weltkrieg, wo es erstmalig im nennenswerten Umfang zum Einsatz kam. Im Zuge der Elektronifizierung und Digitalisierung des Fahrzeuges ist seine Bedeutung für jeden der fünf möglichen Automatisierungsgrade nicht mehr zu leugnen. Umso komplexer und ehrgeiziger werden die Ansprüche an radarbasierte Assistenzsysteme. Die Simplifizierung erfasster Objekte als Messpunkte mit Entfernung, Richtung und Geschwindigkeit ist dabei nicht mehr zielführend. Stattdessen werden bildgebende Radarmesssysteme gefordert, deren Potenzial in Kombination mit Konzepten des maschinellen Lernens, der Bildverarbeitung und Mustererkennung vergrößert wird.

Um die Algorithmen dieser Fachgebiete auf die Radarmessungen anzuwenden, wird auf eine Abstraktionsmöglichkeit zurückgegriffen, deren Ursprung in der Robotik liegt. Dabei wird die vermessene Umgebung durch ein Raster (engl. *grid*) konstanter Zellgröße repräsentiert. Diese Vorgehensweise erweitert durch Zusammenführung mehrerer Messungen in Abhängigkeit von der Sensorlage den Sichtbereich des Radars und erlaubt die Detektion temporär verdeckter Hindernisse [114]. Werber et al. [114] unterscheiden hierbei zwei unterschiedliche Ansätze, ein radarbasiertes Umgebungsabbild (engl. *grid-map*) zu erstellen. Neben den aus der Robotik bekannten Belegtheitskarten (engl. *occupancy grids*) verweisen sie auf Amplitudenkarten, die den Radarquerschnitt (Radar Cross Section, RCS) zur Charakterisierung der Zieleigenschaften berücksichtigen. Gegenüber den Belegtheitskarten, die Belegheitswahrscheinlichkeiten mit Hilfe eines inversen Sensormodells ableiten, akkumulieren Belegtheitskarten nichtkohärent einen gewichteten RCS-Wert. Letztere bilden die Grundlage für die Definition und Erkennung von Landmarken, die für Lokalisierungszwecke von Bedeutung sind [88]. Belegtheitskarten finden Anwendung bei Klassifizierungsverfahren [29] oder der Freibereichserkennung. In [94] wird darüber hinaus die örtliche Ableitung eines *occupancy grid* zur Schätzung des Fahrbahnverlaufs angewendet.

Unabhängig vom zu Grunde liegenden Abstraktionsmodell hängt nach Dickmann et al. [27] die Leistungsfähigkeit des maschinellen Lernens sowie der Bildverarbeitung vom Auflösungsvermögen und der Anzahl erfasster Detektionen des Radars ab. Während die Entfernungsauflösung von der Bandbreite abhängt, bestimmt der Beobachtungszeitraum das Auflösungsvermögen des Dopplers [67]. Letzteres lässt sich, wie von Andres et al. [1] im Rahmen der Fußgänger-Charakterisierung gezeigt, durch Methoden der Kurzzeitspektralanalyse weiter verbessern. Die Auflösung des Richtwinkels unterliegt dagegen der physikalischen Ausdehnung der Apertur. Zwar lässt sich die Auflösung, wie von Schoor et al. [96] gezeigt, für das automobiler Radarsystem durch Anwendung von hochauflösenden Winkelschätzverfahren verfeinern, jedoch unterliegen diese Algorithmen mehreren Vorbedingungen, die im automobilen Umfeld nicht immer erfüllbar sind.

Eine Möglichkeit, den Bedarf an hoher Querauflösung gepaart mit den Vorteilen von Amplituden- und Belegungskarte zu decken, schaffen bildgebende Synthetische-Apertur-Radar(SAR)-Verfahren. Ursprünglich von Carel A. Wiley zum Patent angemeldet, basiert dieser Ansatz auf der künstlichen Nachbildung der physikalischen Effekte großer Aperturen. Die Querauflösung hängt sowohl von der Betriebswellenlänge als auch von der Ausdehnung der Apertur ab. Wileys Ansatz beruht auf der Vergrößerung der Apertur, indem diese künstlich durch die Trajektorie einer Trägerplattform ausgedehnt wird. Orthogonal zur Bewegungsrichtung ausgerichtete Radarsensoren emittieren und empfangen dabei in räumlich äquidistanten Abständen Radarmessungen. Unter der Voraussetzung einer kohärenten Radardatenverarbeitung lässt sich durch geeignete Nachverarbeitungsalgorithmen der lauffzeitbedingte Phasenunterschied aufeinanderfolgender Messpositionen ausgleichen, um ein äquivalentes physisches Antennendiagramm künstlich nachzubilden.

Ähnlich wie gridbasierte Umgebungskarten legt die Amplitudenkarte nach dem SAR-Verfahren einen *mapping with known pose*-Ansatz zu Grunde, der jedoch strenge Anforderungen an die Positionsgenauigkeit stellt. Insbesondere bei der Fahrzeugapplizierung, der eine wegbasierte Datenaufzeichnung zu Grund liegt, kann der Fahrweg als Referenz verwendet werden. Gegenüber dem Amplitudenkartenansatz nach [114] und [88] ermöglicht die kohärente Signalverarbeitung ein besseres Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Darüber hinaus lässt sich die von Dickmann et al. [27] geforderte Punktwolkendichte erzeugen, so dass sich räumlich ausgedehnte Strukturen metrisch erfassen lassen. Der Zugang des vollumfänglichen Po-

tenzials der SAR-Verfahren für automobiler Anwendungen unterliegt jedoch einigen Einschränkungen. Diese sind auf die seitliche Einbaulage der Sensoren sowie auf die Forderung nach einem statischen Umfeld zurückzuführen. Für das Anwendungsspektrum der Parkplatzdetektion oder der Lokalisierung ist die rekonstruierte Amplitudenkarte ideal, wie im Rahmen dieser Arbeit gezeigt wird.

### 1.1 Stand der Technik

Die Vielzahl an Zustandsinformationen, die sich direkt und indirekt aus einer Radarmessung ableiten lassen, motivierte in den letzten Jahrzehnten eine Vielzahl an Forschungsgruppen, neue Anwendungsgebiete zu erschließen, in denen ein Radar als fundamentaler Sensor dient. Während sich die notwendigen Zustandsinformationen für ein adaptives Geschwindigkeitsregelungssystem oder einen Totwinkelassistenten unmittelbar aus den Messgrößen einfacherer Radare ableiten lassen, erfordern umfangreichere Funktionen wie die Eigenbewegungsschätzung des Fahrzeuges [61] oder die Richtungsschätzung querender Fahrzeuge weitaus leistungsfähigere Radarsensoren [63]. Der damit einhergehende Bedarf an hochauflösenden Radarsensoren wurde von den europäischen und amerikanischen Regulierungsbehörden für Vorschriften und Standards wahrgenommen und durch die Freigabe des 77-GHz-Bandes für Kfz-Radarsysteme unterstützt. Insgesamt existieren in Europa aktuell zwei zugelassene Frequenzbänder für den automobilen Radarbereich.

**24GHz (NB, Narrow Band)** 24.05 GHz - 24.25 GHz für Nah- und Mittelbereichsanwendungen

**24GHz (UWB, Ultra Wide Band)** 21.65 GHz - 26.65 GHz in Europa nicht zugelassen

**77GHz Frequenzband** 76 GHz - 81 GHz für den Nah- und Mittelbereich

Unmittelbar mit dem freigegebenen 77-GHz-Bereich geht die deutlich höhere *sweep*-Bandbreite einher, die eine feinere Entfernungsauflösung ermöglicht. Darüber hinaus verringern sich die Systemabmessung der Sensoren um den Faktor 3 im Vergleich zum 24-GHz-Band. Unbeeinflusst bleibt jedoch die Auflösung des Richtungswinkels, für den in dieser Arbeit auf den aus Luft- und Raumfahrttechnologie bekannten SAR-Ansatz zurückgegriffen wird.

Die ersten bildhaften Darstellungen der Erdoberfläche durch einen Satelliten mit SAR-Sensoren, Seasat, wurden im Jahre 1978 von den USA erstellt [55]. Begünstigt durch den Vorteil der Wetterunabhängigkeit gegenüber optischen Sensoren erstellen Satelliten der (engl. *European Space Agency*, ESA) nahezu täglich Abbildungen der Erdoberfläche. Schnell gewannen die speziellen Eigenschaften von SAR-Rekonstruktionen an Bedeutung für die unterschiedlichsten wissenschaftlichen Disziplinen. So lieferte ein SAR-Satellit der Sowjetunion im Jahre 1983 die ersten Aufnahmen der Oberfläche der Venus [51]. Neben der Anwendung in Luft- und Raumfahrt dienen SAR-Aufnahmen der geographischen Kartierung, der Klassifizierung und Bestandsaufnahme von Anbaugebieten in Land- und Forstwirtschaft sowie der Ozeanographie und Klimaforschung [65]. Aus den erstellten Abbildungen des letztgenannten Anwendungsgebietes lassen sich wiederum Rückschlüsse auf das Verhalten von Meeresströmungen sowie von Gletscher- und Eisbildungen bzw. -rückbildungen ziehen.

Parallel zu der Erschließung neuer Anwendungsgebiete wuchs ebenfalls der Bedarf an neuen Algorithmen zur SAR-Bildprozessierung an. Fast ein Jahrzehnt war der RD-Algorithmus (engl. *range-Doppler algorithm*, RDA) [25] der dominierende Ansatz zur Rekonstruktion. Entfernungs- und Azimutkompression werden bei diesem Ansatz im Zeit- und Frequenzbereich durchgeführt. Nachfolgende Verfahren, zu denen beispielsweise der  $\omega - k$ -Algorithmus zählt, erstellen die SAR-Rekonstruktion mittels Stolt-Interpolation ausschließlich im Frequenzbereich [70]. Zeitbereichsalgorithmen, zu denen der in dieser Arbeit verwendete BP-Algorithmus (engl. *backprojection algorithm*, BP) [28] gehört, sind zwar rechenintensiv, weisen aber auch einen besonders hohen Fokussierungsgrad auf. Ein weiterer prominenter Vertreter ist der CS-Algorithmus (engl. *chirp scaling algorithm*, CS) [87], der sich der Skalierungseigenschaften von Chirp-Signalen bedient.

Auf großes Interesse stieß die SAR-Bildprozessierung ebenfalls im Automobilssektor. Florian Gerbl et al. [39] von der Technischen Universität München rekonstruierten in Rahmen ihrer Doktorarbeit unter Laborbedingungen mit Hilfe eines Nahbereichsradars eine synthetische Apertur, die zwei in Reihe geparkte Fahrzeuge beleuchtet. Weitere Arbeiten, die eher simulativer und konzeptioneller Natur sind, wurden von einer Forschungsgruppe des Karlsruher Instituts für Technologie veröffentlicht [119]. Inhalt dieser Arbeiten ist die Entwicklung von Bewegungskompensationsalgorithmen, die verzerrte Rekonstruktion aufgrund schiefer oder kurviger Trajektorien kompensieren. Für die simulative Evaluation wurden die Empfangsechos linear frequenzmodulierter Sendesignale eines Parkplatzszenarios zu einer künstlichen Apertur synthetisiert. Zur Rekonstruktion der 24-GHz-Echosignale verwendeten Huaming Wu et al. [119] einen RM-Algorithmus (engl. *range migration algorithm*, RMA).

Weitere Untersuchungen, die ähnlich wie bei Gerbl et al. mittels Laborausrüstungen durchgeführt wurden, erfolgten durch Hasan Iqbal et al. und Markus Andres et al. von der Universität Ulm. Während Iqbal et al. [53] die Kontur parallel geparkter Fahrzeuge mittels LP-Algorithmus (Line Processing Algorithm, LPA) und RMA-Algorithmus rekonstruierten, untersuchten Andres et al. [2] markante Streuzentren entlang der Fahrzeugkontur mit dem Ziel der Entwicklung abstrakter Fahrzeugmodelle zur Abschätzung der Orientierung. In beiden Arbeiten wurden die Untersuchungen mittels Linearschiene und Experimentalradar durchgeführt, wobei Andres et al. zusätzlich den Einfluss von Trägerfrequenz und Bandbreite bewerteten.

Ein vollumfänglich ins Fahrzeug integriertes SAR-System, welches im Automobilbereich eingesetzte Sensoren zur Beleuchtung der Umgebung verwendet, wurde im Rahmen der IWPC 2017 [109] von einer Forschungskoooperation aus Volkswagen Research Group und Continental ADAS vorgestellt. Eine GPU (engl. *graphics processing unit*, GPU) berechnet dabei in Echtzeit die Projektion empfangener Echosignale auf die Rekonstruktionsebene. Die entwickelten Algorithmen und Konzepte wurden von Harrer et al. und Gisder et al. in [45] und [40] veröffentlicht. Das entwickelte Vorgehen zeigt die vollständige Realisierbarkeit eines fahrzeuggetragenen SAR-Systems, jedoch beruht die Messtechnik zur Erfassung der Messposition auf einer kostenintensiven zentralen Inertialsensorik (engl. *sensor array audi*, SARA) [13].

Ein nahezu identisches Konzept, welches ebenfalls auf der Rekonstruktion durch Rückprojektion beruht, veröffentlichte eine Forschungsgruppe der Niigata University. Hiroyoshi Yamada et al. evaluierten in [122] das Ergebnis der Rückprojektion eines schräg im Fahrzeug verbauten 77-GHz-Radarsensors, während Akira Oshima et al. [84] den Einfluss gekrümmter Trajektorien auf die Rekonstruktion untersuchten. Ähnlich wie Yamada et al. und Oshima et al. evaluierten Reinhard Feger et al. [32] von der INRAS GmbH die Konstruktion und Rekonstruktion eines fahrzeuggetragenen SAR-Systems basierend auf 77-GHz-Radarsensoren.

Allen aufgelisteten Ansätzen gemein ist dabei die Verwendung einer hochgenauen zentralen Inertialsensorik, um die Position der Radarmessung im Raum zu erfassen. Ein rein auf Fahrzeugticks basiertes System wurde 2020 neben dieser Arbeit von Tang Kam et al. [58] von Autoroad Beijing China veröffentlicht. In Kombination mit einem zweistufigen Verfahren zur Bewegungskompensation, welches anteilig von Gisder et al. in [41] veröffentlicht wurde, wird eine fahrzeugbasierte künstliche Apertur mittels RM-Algorithmus in Echtzeit rekonstruiert.

Weitere Arbeiten, die die Anwendung bildgebender Radare auf Grundlage des SAR-Prinzips behandeln, wurden von den Autoren Clarke et al. und Iqbal et al. veröffentlicht. Während Clarke et al. [20] auf die Detektionsmöglichkeit reflektierender Fahrbahnmarkierungen in der SAR-Bildprozessierung eingehen, widmen sich Iqbal et al. in [54] dem Problem, fehlende Messungen innerhalb der künstlichen Apertur durch *compressed sensing*-Ansätze zu kompensieren.

## 1.2 Ziele und Inhalte der Arbeit

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein selbstkonsistentes fahrzeuggetragenes SAR-System zur Abbildung des stationären Nahbereiches der Fahrzeugumgebung vorgestellt. Die angewendeten Methoden und entwickelten Konzepte werden theoretisch hergeleitet und experimentell als Teil- und Verbundsystem mittels Referenzsensorik evaluiert. Darüber hinaus wird eine GPU-basierte Implementierungsvariante der SAR-Bildprozessierung vorgestellt, um eine vollumfängliche Fahrzeugintegration für eine spätere Industrialisierung zu bewerten. Weiterhin werden unterschiedliche Metriken zur Restauration verzerrter Rekonstruktionen betrachtet, um zusätzliche Erkenntnisse zu der Anwendungsmöglichkeit nachgelagerter Schärfungsverfahren für ein beleuchtetes Parkplatzszenario zu erhalten. Das Optimierungsergebnis des entwickelten Lösungsrahmens wird den aus der Literatur bekannten Ansätzen gegenübergestellt und bewertet.

Die vorliegende Arbeit ist Bestandteil der Forschungsk Kooperation zwischen der Volkswagen AG und dem Automobilzulieferer Continental. Erhobene Messwerte der aufgebauten automobilen Trägerplattform wurden für eine prototypische Entwicklung der Doktorarbeit von Harrer et al. zur Verfügung gestellt und sind in [44] veröffentlicht. Während für die Arbeit von Harrer der entwickelte Versuchsträger mit einem industrialisierten 24-GHz-Radar-Sensor [22] mit angepasster Firmware und teurer Inertialmesstechnik ausgestattet wurde, greift diese Arbeit auf rudimentäre Radticks sowie auf Verfahren zur radarbasierten Lagebestimmung zurück, um die Lage des Fahrzeuges zu bestimmen. Für letzteres Verfahren wurde der industrialisierte 24-GHz-Radarsensor durch zwei orthogonal zur Bewegungsrichtung verbaute 77-GHz-Radarsensoren der Firma INRAS ersetzt, um weitere Freiheitsgrade bei der Parametrierung der Sendesignalform zu erhalten.

Im Kapitel 2 wird die Sendesignalform eines linear frequenzmodulierten Dauerstrichradars vorgestellt. Die kohärente Signalerzeugung erlaubt dabei die Anwendung dieser Signalform sowohl zur Erstellung einer künstlichen Apertur als auch zur Detektion stationärer Ziele im Nahbereich des Fahrzeuges. Mit der Berücksichtigung einer Patched-Array-Antenne als Schnittstelle zur Außenwelt wird eine weitere Messdimension zur Richtungsbestimmung eingeführt. Angefangen mit der Betrachtung verschiedener Methoden zur Kalibrierung diskutiert Kapitel 3 unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung des Einfallswinkels. Neben klassischen Ansätzen werden so genannte Super-Resolution-Verfahren wie auch Ansätze der Kurzzeitspektralanalyse diskutiert. Den Abschluss bilden die Grundlagen der SAR-Theorie und Rekonstruktion. Kapitel 4 führt in das Konzept der Sub-Apertur und gefilterter Echosignale ein, um eine fahrzeugbasierte synthetische Apertur basierend auf externen Positionssensoren zu konstruieren und zu rekonstruieren. Die Ergebnisse der SAR-Bildprozessierung werden zur Evaluation mit einer Laserscanner-Punktwolke überlagert und bewertet. Basierend auf den gewonnenen Erkenntnissen werden im Kapitel 5 mögliche Probleme durch eine odometriebasierte Lageschätzung betrachtet. Davon ausgehend wird das Konzept zur radarbasierten Bewegungsschätzung unter Berücksichtigung des inhärenten EiV-Problems (engl. *error in variable*, EiV) behandelt. In Kombination mit den vorgestellten Konzepten folgt ein selbstkonsistentes SAR-System. Sowohl die Lageschätzung als auch das Rekonstruktionsergebnis eines Parkplatzszenarios wird mittels Referenzsensorik evaluiert. Im Kapitel 6 wird das Anwendungspotenzial von Autofokusverfahren behandelt. Für die Anwendbarkeit aus der Literatur bekannter Schärfemetriken wird ein Lösungsrahmen explizit für den Rückprojektionsalgorithmus entwickelt und einem analytisch geschlossenen Ansatz gegenübergestellt. Den Abschluss dieser Arbeit bildet eine Implementierungsvariante des Rückprojektionsalgorithmus, die ausgelegt auf eine verteilungsfähige Hardware eine echtzeitfähige Rekonstruktion beleuchteter Szenarien im Fahrzeug ermöglicht.

### 1.3 Versuchsträger

Als Versuchsträger, Abbildung 1.3, zur Erprobung und Evaluation der entwickelten Konzepte wird ein Golf 7 Variant verwendet, der um die erforderliche Sensorik und Messtechnik erweitert wurde. Auf dem Fahrzeugdach montierte Velodyne-Laserscanner dienen ausschließlich der Verifikation des prozessierten SAR-Bildes. Mit einer radialen Messgenauigkeit von  $\pm 3$  cm und einer horizontalen Winkelauflösung von  $0.1^\circ$  bis  $0.4^\circ$  besitzt die erzeugbare Punktwolke eine hinreichende Genauigkeit, um die Intensitätsverteilung ausgedehnter Strukturen im SAR-Bild zu verifizieren.

Weiterhin dient ein zentraler Inertialsensor zur 6D-Lagebestimmung der Fahrzeughinterachse. Die messbare Positionsgenauigkeit wird vom Hersteller OxTS mit 1 cm angegeben, wobei die Genauigkeit im Kurswinkel bei  $0.1^\circ$ , im Roll- und Nickwinkel bei  $0.03^\circ$  liegt. Für die Aufzeichnung der Messdaten ist im Kofferraum des Fahrzeuges ein eigenes Rechnersystem verbaut. Erweiterungen der Bustopologie des Fahrzeugbusses greifen die Radticks des CAN-Protokolls ab und speisen mathematische Modelle zur Berechnung der odometriebasierten Fahrzeuglage. Vor dem Hintergrund einer späteren Industrialisierung wurde ein zweites Rechnersystem in Form einer NVIDIA Drive Px2 verbaut. Derartige Systeme werden derzeit zur Bildverarbeitung in den Tesla-Modellen S, X und 3 sowie einigen Prototypen des Volvo XC90 eingesetzt. Im Kontext dieser Arbeit dient die Px2 als Plattform zur SAR-Bildprozessierung sowie zur radarbasierten Lageschätzung. Ausgerüstet mit 12 CPUs, (engl. *central processing unit*) und einer Pascal GPU ist eine Rechenleistung von 8 Tera-FLOP (engl. *floating point operations per second*) erzielbar. Zwei orthogonal zur Fahrtrichtung ausgerichtete Radarsensoren der Firma INSAR dienen zur Entfernung-, Geschwindigkeits- und Richtungsmessung. Das eingesetzte MIMO-Frontend (engl. *multi input multi output*) umfasst ein Array aus zwei Sende- und sechzehn Empfangsantennen. Letztere sind linear positioniert und räumlich um die Hälfte der Wellenlänge angeordnet. Für die Richtungsbestimmung wird auf eine Konfiguration des hochfrequenten Frontends als virtuelles Antennenarray verzichtet.

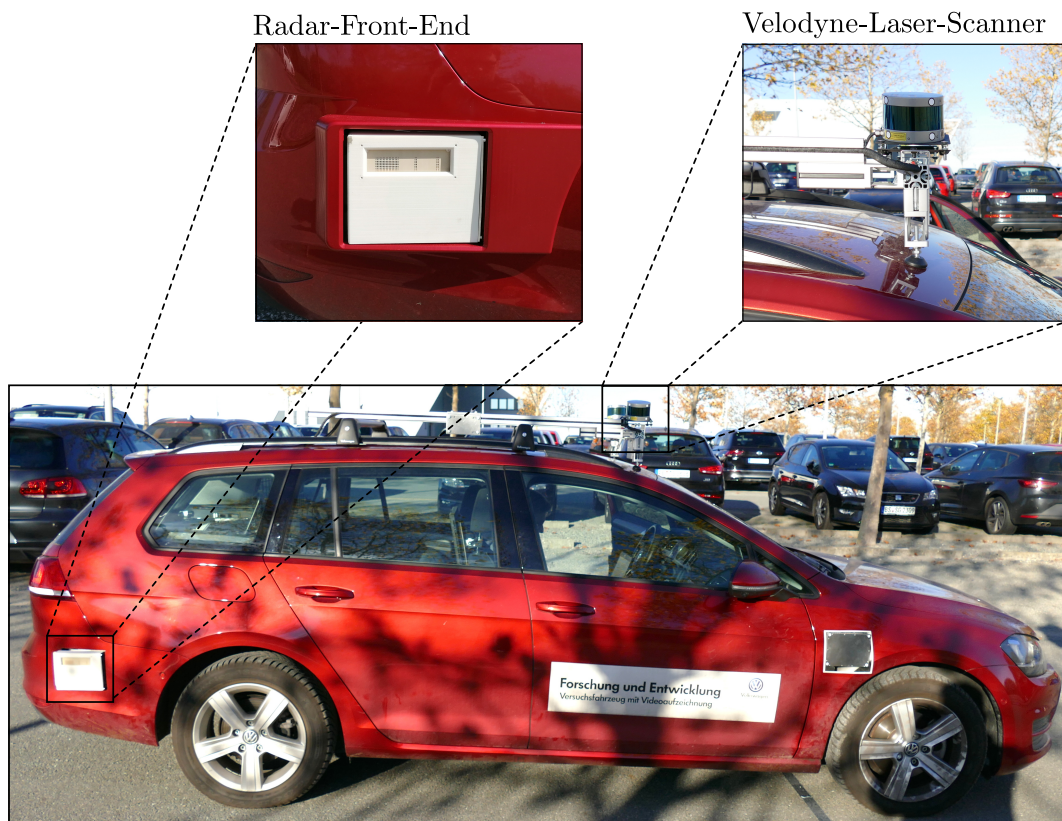


Abbildung 1.1: Verbau der Messsensorik auf dem Versuchsträger.

## 1.4 Logischer Systemaufbau

Abbildung 1.4 zeigt den Prozessfluss der Funktionsgruppen zur Realisierung einer autonomen, autarken SAR-Bildprozessierung. Bei den Eingabedaten wird zwischen Referenzmessdaten und Messdaten zur Konstruktion einer synthetischen Apertur unterschieden. Insbesondere die Signalverarbeitung der Echosignale des verwendeten FMCW-Signalmodells zur Lagebestimmung und Apertur-Konstruktion stellt einen neuen Ansatz zur Konzeption eines autonomen SAR-Systems dar. Demzufolge umfasst die Funktionseinheit der Lageschätzung die Attribuierung detektierter Objekte anhand Messentfernung, Geschwindigkeit und Richtung sowie dessen Weiterverarbeitung zur Positions- und Orientierungsangabe des Fahrzeuges. Die Funktionseinheit der Strahlenformung (engl. *beamforming*) stellt demgegenüber eine Optionalität dar, die der Realisierung von SAR-Derivaten wie *Spotlight SAR* oder *Squinted SAR* dient. Mit dem Konzept der Sub-Apertur wird die Zerteilung der vollständigen Apertur in Abhängigkeit von den verfügbaren Messdaten abgebildet. Dadurch lässt sich parallel zur Messdatenaufnahme die Prozessierung der synthetischen Apertur durchführen. Die resultierende Rekonstruktion steht somit zur Evaluation durch Überlagerung mit einer Laserscanner-Punktwolke bereit. Die Registrierung einzelner Punktwolken basiert entweder auf der Lageschätzung durch Radar oder Radticks.

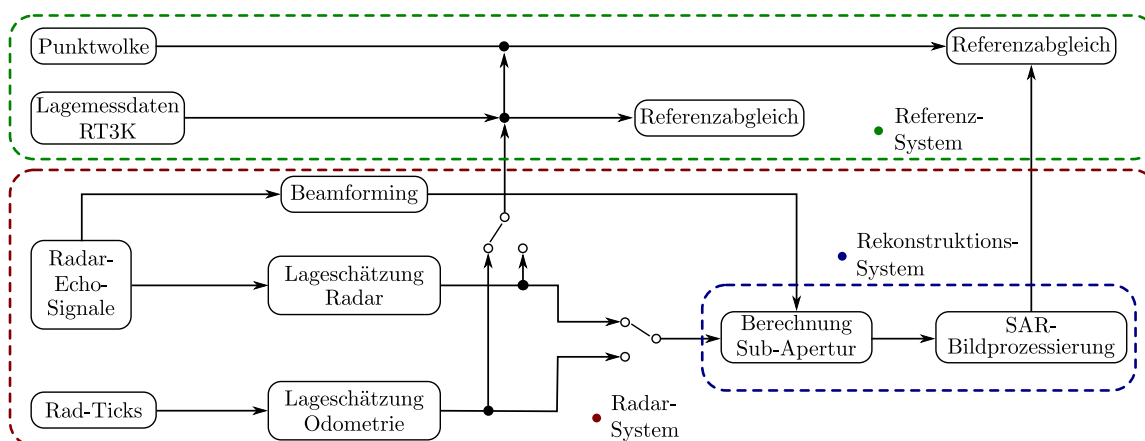


Abbildung 1.2: Darstellung des Systemaufbaus zur Konstruktion, Rekonstruktion und Evaluation einer fahrzeugbasierten synthetischen Apertur.





## 2 Signalverarbeitung für Automobilradare

Heutige automobiler Radarsensoren können Entfernung, Geschwindigkeit sowie den Richtungswinkel stationärer und dynamischer Objekte messen. Angefangen beim allgemeinen Funktionsprinzip eines Automobilradars betrachtet dieses Kapitel unterschiedliche Signalmodelle und vertieft die formale Beschreibung des frequenzmodulierten Dauerstrichradars (engl. *frequency modulated continuous wave*, FMCW). Die gewählte Betrachtungsweise konzentriert sich auf die Analyse der Phasenlage in Abhängigkeit von der Messentfernung und Geschwindigkeit. Insbesondere die analytische Beschreibung der entfernungsabhängigen Phasenvariation erleichtert dabei den Zugang zu den Rekonstruktionsalgorithmen, die im weiteren Teil der Arbeit zur Prozessierung einer synthetischen Apertur dienen.

Um die notwendige Objektliste für nachfolgende Algorithmen zu generieren, behandelt das Unterkapitel 2.3 die Berechnung des Leistungsdichtespektrums empfangener Echosignale sowie die Theorie zur Objektdetektion. Weiterhin werden unter Berücksichtigung der angewendeten Signalverarbeitung die Grenzwerte zum Auflösungsvermögen und Eindeutigkeitsbereich des verfügbaren Messraumes bestimmt.

### 2.1 Funktionsprinzip automobiler Radarsensoren

Das Radar (engl. *radio detection and ranging*) ist ein Messverfahren, das elektromagnetische Wellen emittiert und reflektierte Signale empfängt, um Informationen über entfernte Objekte zu erfassen. Dazu wird durch Modulation von Amplitude oder Frequenz einer elektromagnetischen Welle ein Merkmal auf das abgestrahlte Signal aufgeprägt, das der Wiedererkennung beim Empfang dient. Während des als Demodulation bezeichneten Empfangsvorganges wird das aufgeprägte Merkmal bestimmt und dient zur Ermittlung des zeitlichen Bezuges zwischen Sende- und Empfangssignal. Auf Grundlage der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ist anschließend der Rückschluss auf die Entfernung zum Ziel möglich, das im Allgemeinen als Streuzentrum bezeichnet wird.

Bewegt sich das Streuzentrum, so dass sich der Abstand während des Sende- und Empfangsvorganges verändert, ermöglicht der auftretende Doppler-Effekt einen Zusammenhang zwischen der Frequenzverschiebung der empfangenen elektromagnetischen Welle und der Objektbewegung herzustellen. Ob beide Größen gleichzeitig messbar sind, hängt neben der genutzten Signalform auch von der Anzahl an Zielen während des Messvorganges ab [67].

In Anlehnung an die Modulation der Sendesignalform entwickelten Hersteller für automobiler Radarsensoren sowohl Pulskorrelations- als auch frequenzmodulierte Dauerstrichradare. Während Pulsradare die Zielentfernung sukzessive Puls für Puls abtasten, nutzen FMCW-Radare die Spektralanalyse, um das gesamte Entfernungsspektrum des empfangenen Basisbandsignals zu prozessieren. Dieses folgt aus dem Mischprodukt zwischen dem gesendeten und dem empfangenen Signal. Hochfrequente Signalanteile, die sich aufgrund des Mischprozesses durch Addition bilden, werden durch Tiefpassfilter in der Bauteilelektronik entfernt [116].

Grundsätzlich kann der Aufbau eines FMCW-Radars von der Signalausendung bis zur Bereitstellung der Objektliste in drei Bestandteile aufgeteilt werden, siehe Abbildung 2.1. Als Schnittstelle zur Außenwelt dient in der dargestellten Anordnung ein Antennen-Frontend. Im gegenwärtigen Fall einer Patch-Antenne ermöglicht die Anzahl der Antennenelemente von  $T_x$  und  $R_x$  eine sende- oder empfangsseitige Strahlenformung.

Zwingend erforderlich ist die Variation der Frequenz durch einen spannungsgesteuerten Oszillator (engl. *voltage controlled oscillator*, VCO), um den sägezahnförmigen Frequenzverlauf des Ausgangssignals  $s(t)$  zu gewährleisten.

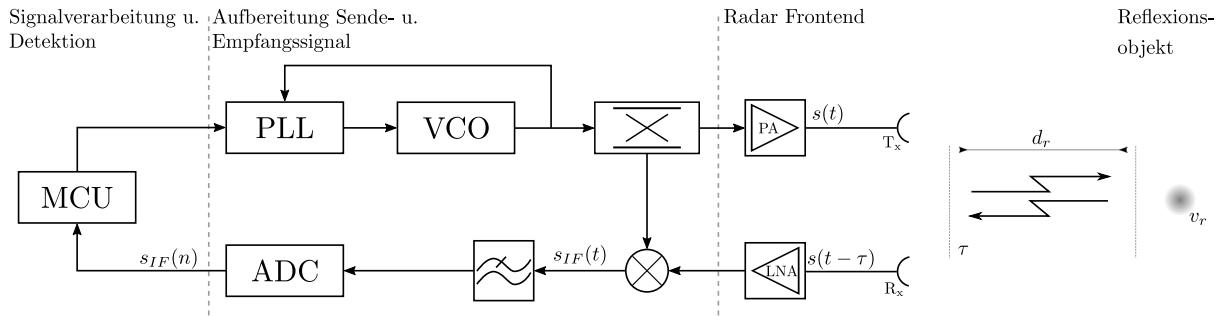


Abbildung 2.1: Blockschaltbild eines bistatischen FMCW-Radar.

Über eine Regelschleife werden Teile der hochfrequenten Ausgangsspannung an eine PLL (engl. *phase-locked loop*) geführt, die die Phasenabweichung zwischen VCO und dem Referenzsignal der PLL konstant hält, um so eine präzise Frequenzmodulation zu gewährleisten. Das um  $\tau$  lauffzeitverzögerte Echo-signal  $s(t - \tau)$  erfährt im Zuge der Demodulation eine Dekompression und wird nach Analog-Digital-Wandlung  $s_{IF}(n)$  einer Recheneinheit zur Signalverarbeitung und Zieldetektion zugeführt.

## 2.2 Sendesignalmodulation

### 2.2.1 Übersicht

Basierend auf dem Konzept des gleichzeitigen Sendens und Empfangens sind verschiedene Modulationsvarianten für CW-Radar (engl. *continuous wave radar*) aus der Literatur bekannt. Diese unterscheiden sich in Messfähigkeit und Auflösbarkeit von Zielen in den Messdimensionen Entfernung und Geschwindigkeit. Von besonderer Bedeutung sind dabei Varianten, die in Mehrzielszenarien die eindeutige Zuordnung der Entfernung und Geschwindigkeit der Streuzentren ermöglichen. Als Streuzentrum wird in dieser Arbeit ein stationäres oder bewegtes Objekt bezeichnet, dessen reflektierte Signalenergie vom Sensor als Ziel erfasst wird. Im Folgenden werden ausgewählte Sendesignalformen aufgeführt, die hinsichtlich ihrer Signalform sukzessive den Anforderungen der angestrebten Variante entgegenkommen. Bei der elementarsten frequenzmodulierten Sendesignalform, einem monofrequenten Sendesignal, bewirkt ein bewegtes Streuzentrum eine zur Radialgeschwindigkeit proportionale Momentanfrequenz im Empfänger. Bewegen sich während des Messvorgangs mehrere Streuzentren zeitlich, bewirkt das Superpositionsprinzip eine Überlagerung der Frequenzanteile der reflektierten Signale. Durch spektrale Auswertung des Basisbandes sind die einzelnen bewegten Objekte anhand ihrer Radialgeschwindigkeit trennbar. Eine zusätzliche Entfernungsmessung ist dagegen ausgeschlossen, da sich eine entfernungsabhängige Phasenmehrdeutigkeit einstellt.

Eine Erweiterung des monofrequenten Sendesignals stellt die FSK-Signalform (engl. *frequency shift keying*) dar [3], siehe Abbildung 2.2.a. Indem zwei monofrequente Sendesignale alternierend mit konstanter Frequenzdifferenz ausgesendet werden, ist durch Auswertung der Phasendifferenz der empfangenen Echosignale die Bestimmung der Entfernung zu einem Ziel neben der Radialgeschwindigkeit möglich. Eine Trennbarkeit mehrerer Ziele in der Entfernungskomponente ist bei gleicher Radialgeschwindigkeit bei diesem Verfahren nicht möglich.

Durch kontinuierliche lineare Veränderung der Sendefrequenz wird eine Sendesignalform moduliert, die beim Auftreffen auf ein Streuzentrum zu einer entfernungsabhängigen Frequenzverschiebung ähnlich der Dopplerverschiebung führt, siehe Abbildung 2.2.b. Diese als LFMCW-Signal (engl. *linear frequency modulated continuous wave*) bekannte Sendesignalform [108] wird im nachfolgenden Unterkapitel tiefergehend analysiert. Eine Zuordnung der Messparameter Entfernung und Geschwindigkeit in Mehrzielsituationen ist erst durch Kombination mehrerer dieser Frequenzrampen unterschiedlicher Steigung möglich.

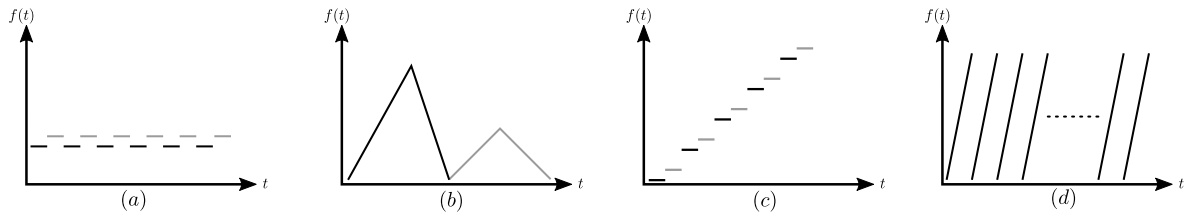


Abbildung 2.2: Signalformen frequenzmodulierter Sendesignale: (a) Frequency Shift Keying, (b) Linear Frequency Modulated Continuous Wave, (c) Linear Frequency Modulated Shift Keying, (d) Rapid Chirps.

Die Kombination aus FSK und LFM CW zur LFMSK-Signalform (engl. *linear frequency modulated shift keying*) [75] ermöglicht schlussendlich die gleichzeitige Auflösung von Streuzentren in Mehrzielsituationen auf Grundlage ihrer radialen Entfernung und Geschwindigkeit, siehe Abbildung 2.2.c. Darüber hinaus lassen sich gleichzeitig verarbeitungsbedingte Geisterziele vermeiden. Ähnlich dem FSK werden zwei alternierende Signale unterschiedlicher Frequenz miteinander verwoben. Die Momentanfrequenz beider Signale steigt dabei bei konstantem Abstand linear an.

Die für diese Arbeit relevante Signalform ist ebenfalls eine Erweiterung des LFM CW und stellt zum Zeitpunkt der Anfertigung dieser Arbeit den Standard für automobiler Radarsensoren dar, siehe Abbildung 2.2.d. Basierend auf einer Sequenz zeitlich kurzer Frequenzrampen wird ein zweidimensionales Leistungsdichtespektrum berechnet, das die Auflösung eines Streuzentrums im Mehrzielszenario in den Dimensionen Entfernung und Geschwindigkeit ermöglicht.

## 2.2.2 LFM CW-Prinzip für langsame Rampen

Beim linear frequenzmodulierten Dauerstrichradar durchläuft das Sendesignal während des Sendezyklus  $T$  einen kontinuierlichen Ab- oder Anstieg der Sendefrequenz, wodurch die abgestrahlte Signalfolge (engl. *burst*) einen Frequenzhub  $\Delta f$  erfährt. In der geläufigeren Betrachtungsweise der Modulationsebene, vgl. Abbildung 2.3, wird die lineare Modulation der Sendefrequenz als rampenförmiger Verlauf dargestellt, eine sogenannte Frequenzrampe. Die Messgrößen (Radialentfernung  $d_r$  und -geschwindigkeit  $v_r$ ) über ein entfernt bewegtes Streuzentrum gehen aus dem Zusammenhang zwischen der Laufzeit  $\tau$  und der Frequenzdifferenz der gesendeten und empfangenen Rampe hervor [108]. Bei bekannter Laufzeit lässt sich die Zielentfernung unter Berücksichtigung der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_0$  einer elektromagnetischen Welle berechnen.

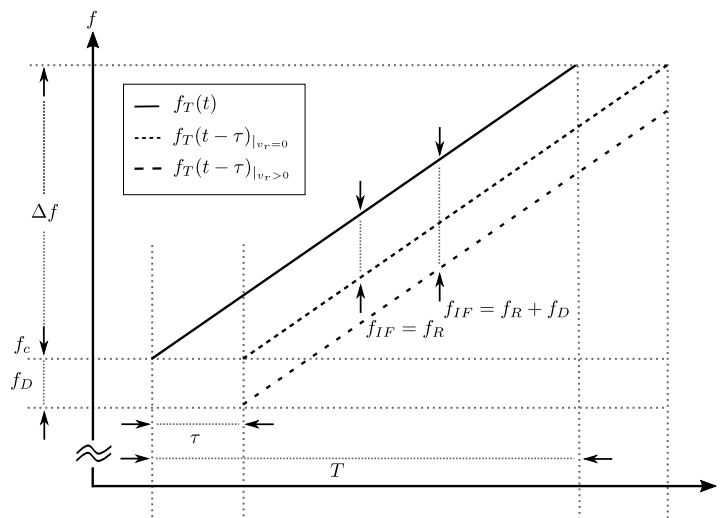


Abbildung 2.3: Darstellung eines frequenzmodulierten Sende- und Empfangssignals innerhalb der Modulationsebene.

Zur analytischen Beschreibung eines LFM CW-Signals wird die Momentanfrequenz des Sende-  $f_T(t)$  und Empfangssignals  $f_T(t - \tau)$  innerhalb der Modulationsebene als lineare Funktion modelliert. Nach den Vorgaben von Winkler et al. [115] beschreibt nachfolgende Gleichung

$$f_T(t) = f_c + \frac{\Delta f}{T} t \quad (2.1)$$

die Momentanfrequenz innerhalb des Sendeintervalls  $[t - \frac{T}{2}; t + \frac{T}{2}]$ .  $f_c$  definiert die Trägerfrequenz, die bei automobilen Anwendungen im 77-GHz-Band liegt. Durch zeitliche Integration des Sendesignals  $s_T(t) = \cos(\varphi_T(t))$  ergibt sich der charakteristische Kurvenverlauf der Momentanphase  $\varphi_T(t)$  zu

$$\begin{aligned} \varphi_T(t) &= 2\pi \int_{-\frac{T}{2}}^t f_T(t) dt \\ &= 2\pi \int_{-\frac{T}{2}}^t \left( f_c + \frac{\Delta f}{T} t \right) dt = 2\pi \left( f_c t + \frac{1}{2} \frac{\Delta f}{T} t^2 \right) - \underbrace{\pi \left( f_c - \frac{1}{4} \Delta f \right) T}_{\varphi_{T_0}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Die Startphase  $\varphi_{T_0}$  des Sendesignals  $s_T(t)$  ist für die Rekonstruktion unerheblich und kann für die weiteren Ausführungen vernachlässigt werden. Nach Empfang des Echosignals erfolgt im ersten Verarbeitungsschritt die Transformation des Sendesignals in ein niederfrequentes Basisbandsignal. Beim Homodyn-Empfang wird die Phase des Empfangssignals mit der Phase des Sendesignals gemischt und tiefpassgefiltert. Während des Mischvorgangs durchläuft die Phase  $\Delta\varphi(t) = \varphi(t) - \varphi_T(t - \tau)$  des transformierten Basisbandsignals  $s_{IF}(t)$  eine zeitliche Kompression (engl. *deramped*), so dass der nichtlineare zeitunabhängige Phasenterm in Gleichung 2.2 verschwindet.

$$\Delta\varphi(t) = 2\pi \left( f_c \tau + \frac{\Delta f}{T} t \tau - \frac{\Delta f}{2T} \tau^2 \right) \quad (2.3)$$

Der letzte Summand in Gleichung 2.3 kann aufgrund von  $\tau \ll T$  vernachlässigt werden. Es wird angenommen, dass der Laufzeitunterschied zwischen Sendesignal und Empfangsecho durch ein Ziel mit konstanter Geschwindigkeit verursacht wird.

$$\tau = \frac{\frac{1}{2} (d_r + v_r t)}{c_0} \quad (2.4)$$

Durch Einsetzen von 2.4 in 2.3 ergibt sich die Phase des Basisbandsignals für bewegte Streuzentren zu

$$\Delta\varphi(t) = 2\pi \left[ \frac{2f_c}{c_0} d_r + \left( \underbrace{\frac{2f_c}{c_0} v_r}_{f_D} + \underbrace{\frac{2\Delta f}{T c_0} d_r}_{f_R} + \underbrace{\frac{2\Delta f}{T c_0} v_r t}_{f_{RD}} \right) t \right] \quad (2.5)$$

Bei dem mit  $f_{RD}$  gekennzeichneten Phasenterm handelt es sich um das so genannte *range-Doppler coupling*, das vernachlässigbar ist, sofern die Entfernungsauflösung  $\Delta R$  bedeutend größer als der zurückgelegte Weg des Streuzentrums während des Messzyklus  $\left(\frac{v_r T}{\Delta R}\right) \ll 1$  ist. Die Summe der zeitabhängigen Phasenterme in 2.5 erzeugt die Zwischenfrequenz  $f_{IF}$  des Basisbandsignals, die im Zuge einer Frequenzanalyse der Berechnung der Messgrößen dient. Bedingt durch die additive Abhängigkeit zur radialen Relativgeschwindigkeit  $v_r$  und Entfernung  $d_r$  variiert die Zwischenfrequenz in Abhängigkeit von der Dopplerfrequenz  $f_D$  und Entfernungsfrequenz  $f_R$ .

$$f_D = \frac{2f_c}{c_0} v_r \quad (2.6) \quad f_R = \frac{2\Delta f}{T c_0} d_r \quad (2.7)$$

Eine eindeutige Erfassung der Zielentfernung basierend auf einer Frequenzanalyse ist demnach nur unter Voraussetzung kurzer Messzyklen  $T$  gewährleistet. Für diesen Fall muss  $v_r T \ll \frac{\lambda_c}{2}$  gelten, um eine Überschreitung der Entfernungstordlänge bei großen  $v_r$  zu unterbinden. Das reelle Basisband  $s_{IF}(t) = A \cos(\Delta\varphi(t))$  lässt sich unter Berücksichtigung der Empfangsamplitude  $A$  gemäß Gleichung 2.8 ausdrücken.

$$s_{IF}(t) = A \cos \left( 2\pi \left( \frac{2f_c}{c_0} d_r + (f_R + f_D)t \right) \right) \quad (2.8)$$

Für die weiteren analytischen Betrachtungen der nachfolgenden Kapitel wird das kontinuierliche Basisbandsignal in ein zeitdiskretes Signal umgewandelt und mit Hilfe der Hilbert-Transformation  $\mathcal{H}\{\dots\}$  im Euler-Raum als komplexes Basisbandsignal  $\underline{s}_{IF}(t) = s_{IF}(t) + j\mathcal{H}\{s_{IF}(t)\}$  beschrieben. Des Weiteren wird die kontinuierliche Zeit  $t$  durch die zeitdiskrete Angabe  $t = nT_S$  substituiert.

$$\underline{s}_{IF}(n) = A \exp \left( j2\pi \left[ \frac{2f_c}{c_0} d_r + \left( \frac{2f_c}{c_0} v_r + \frac{2\Delta f}{T c_0} d_r \right) nT_S \right] \right) \quad (2.9)$$

$T_S$  kennzeichnet das Abtastintervall, nach dem ein neuer Abtastwert von  $\underline{s}_{IF}(t)$  erhoben wird. Die zeitliche Kopplung der Zielinformationen Entfernung und Geschwindigkeit im Phasenterm von Gleichung 2.9 macht die eindeutige Erfassung entfernt bewegter Ziele unmöglich. Ungeachtet dessen ist das Signalmodell für den in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsfall der Rekonstruktion aufgezeichneter Messungen entlang einer künstlichen Apertur geeignet. Von grundlegender Bedeutung ist, dass der Einfluss der Radialentfernung auf den Phasenterm den Einfluss der Radialgeschwindigkeit dominiert. Notwendige Voraussetzung ist eine hinreichend kleine Zykluszeit  $T$ , so dass Gleichung 2.9 zu

$$\underline{s}_{IF}(n) = A \exp \left( j2\pi \left( \frac{2f_c}{c_0} d_r + \frac{2\Delta f}{T c_0} d_r nT_S \right) \right) \quad (2.10)$$

vereinfacht wird. Wird zusätzlich die Analyse der Zielgeschwindigkeit gewünscht, so müssen Verfahren betrachtet werden, die die Aufspaltung der modulationsbedingten Mehrdeutigkeiten ermöglichen. Einen geeigneten Ansatz stellt das schnelle Aussenden linearer Frequenzrampen als Sequenz dar.

### 2.2.3 LFM CW-Prinzip für Rapid Chirps

Beim Rapid-Chirp-Verfahren wird das Sendesignal als kohärente Folge von Frequenzrampen kurzer Dauer und großer Steilheit moduliert. Sowohl Sende- als auch Empfangsvorgang erfolgen zeitkontinuierlich, so dass jedes Echosignal nach dem Empfang ins Basisband abgemischt und getrennt spektral ausgewertet wird. Aufgrund des stabilen Phasenbezuges der einzelnen Echosignale entsteht ein weiterer Phasenterm, der die eindeutige Auswertung der Geschwindigkeit eines bewegten Zieles ermöglicht. Darüber hinaus verringert die kurze Zykluszeit  $T_{RRI}$  eines Sendepulses den Einfluss der radialen Relativgeschwindigkeit auf die Zielentfernungsfrequenz. Beide Anpassungen begünstigen gegenüber dem einzelnen frequenzmodulierten Sendepuls bzw. kombinierten Mehrrampenverfahren die Eindeutigkeit der Entfernungsmessung und ermöglichen die Trennbarkeit von Zielen gleicher Entfernung aufgrund von unterschiedlichen Relativgeschwindigkeiten. Im Folgenden wird das Signalmodell der zeitkontinuierlichen Empfangssequenz als Hilbert-transformiertes komplexwertiges Basisbandsignal analysiert. Gemäß den Ausführungen nach [115] kann das Empfangssignal als Summe von  $K$  laufzeitverzögerten Chirps dargestellt werden.

$$\begin{aligned} \underline{s}(t)_{IF;2D} = & \\ & A \sum_{k=0}^{K-1} \exp \left( j2\pi \left[ \frac{2f_c}{c_0} d_r + kT_{RRI} \frac{2f_c}{c_0} v_r + \left( \frac{2\Delta f}{c_0 T} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r + kT_{RRI} \frac{2\Delta f}{c_0 T} v_r \right) t \right] \right) \\ & \cdot \text{rect} \left( \frac{t - kT_{RRI}}{T} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

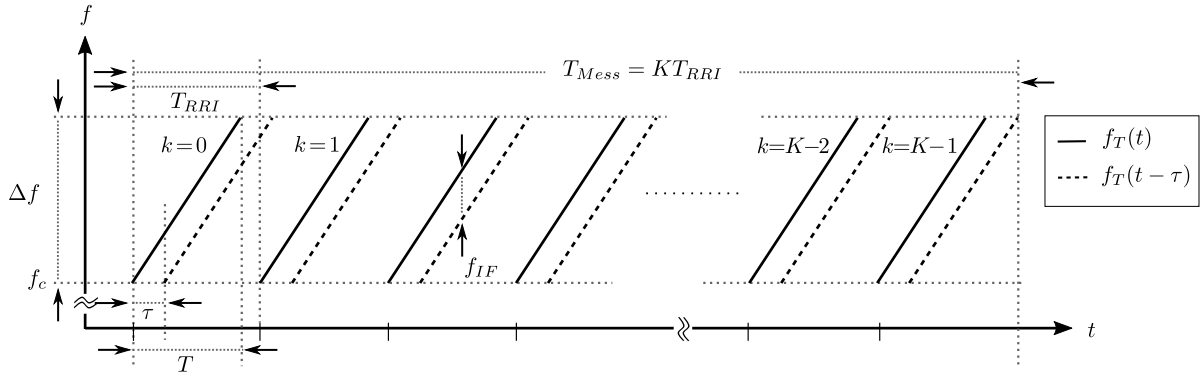


Abbildung 2.4: Modulationsebene einer Sequenz frequenzmodulierter Sende- und Empfangsrampen.

Dabei unterliegt die Rechteckfunktion  $\text{rect}(t,k)$  der nachfolgenden Definition.

$$\text{rect}(t,k) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \left| \frac{t-k \cdot T_{RRI}}{T} \right| \leq 1 \\ 0 & \text{wenn } \left| \frac{t-k \cdot T_{RRI}}{T} \right| > 1 \end{cases} \quad (2.12)$$

Eine zulässige Vereinfachung von Gleichung 2.11 ist die Vernachlässigung des letzten Phasenterms unter der Voraussetzung, dass ein Frequenzanstieg bedingt durch lange Messzeiten  $T_{Mess}$  oder hohe Radialgeschwindigkeiten keine Migration des Zielobjektes in eine benachbarte Entfernungszelle bewirkt. Die vereinfachende Annahme  $v_r T_{RRI} K \ll d_r$ , wie sie in [98], [1] oder [115] getroffen wird, ist daher für hochauflösende Radarsensoren im Nahbereich mit Sorgfalt zu betrachten. Für die in dieser Arbeit behandelten Anwendungsfälle erweist sich diese Annahme als tragbar. Aus Gleichung 2.11 folgt demnach:

$$\begin{aligned} \underline{s}(t)_{IF,2D} = A \cdot & \exp\left(j2\pi \left(\frac{2f_c}{c_0} d_r\right)\right) \cdot \sum_{k=0}^{K-1} \\ & \exp\left(j2\pi \left(k T_{RRI} \frac{2f_c}{c_0} v_r\right)\right) \cdot \\ & \exp\left(j2\pi \left(\frac{2\Delta f}{c_0 T} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r\right) t\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{t - k T_{RRI}}{T}\right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Die weiteren Analysen betrachten das Eingangssignal  $\underline{s}(n)_{IF,2D}$  als wertkontinuierliche und zeitdiskrete Folge ( $t = nT_s, 0 \leq n < N, n \in \mathbb{N}$ ). Dafür erhebt ein A/D-Wandler in zeitlich äquidistanten Abständen  $T_s$  insgesamt  $N$  Abtastwerte für jeden der  $K$  Chirps. Um im Weiteren die Bedeutung der Phasenterme für die Berechnung der Zielinformationen hervorzuheben, erweist es sich als hilfreich, das Empfangssignal mit Hilfe zweier Phasoren  $\underline{s}(n, k_c)$  und  $\underline{s}(n_c, k)$  zu modellieren. Diese Betrachtungsweise erlaubt die Entkopplung eines empfangenen Chirps von der restlichen Empfangssequenz. Der Index  $k_c$  kennzeichnet den gegenwärtig analysierten Chirp der Echosequenz. Weiterhin wird mit einem konstant gehaltenen Abtastwert  $n_c$  die Analyse des Phasenverlaufes über alle Empfangsechos hinweg ermöglicht.

$$\begin{aligned} \underline{s}(n, k_c) &= A \exp(\Delta n) \cdot \exp\left(j2\pi \left(\frac{2\Delta f}{c_0 T} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r\right) T_s n\right) \\ &= A \underbrace{\exp\left(j2\pi \left(\frac{2f_c}{c_0} d_r + k_c T_{RRI} \frac{2f_c}{c_0} v_r\right)\right)}_{\underline{A}_{k_c}} \cdot \\ & \quad \exp\left(j2\pi \left(\frac{2\Delta f}{c_0 T} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r\right) T_s n\right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{s}(n_c, k) &= A \exp(\Delta k) \cdot \exp\left(j2\pi k \left(T_{RRR} \frac{2f_c}{c_0} v_r + \frac{2\Delta f}{c_0} d_r T_s n_c\right)\right) \\
 &= A \exp\left(j2\pi \underbrace{\left(\frac{2f_c}{c_0} d_r + T_s n_c \left(\frac{2\Delta f}{c_0} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r\right)\right)}_{\Delta_{n_c}}\right) \cdot \\
 &\quad \exp\left(j2\pi k \left(T_{RRR} \frac{2f_c}{c_0} v_r + \frac{2\Delta f}{c_0} d_r T_s n_c\right)\right)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Durch die Zerlegung von Gleichung 2.11 in zwei zeitdiskrete Folgen ist der Einfluss beider Indexwerte  $n$  und  $k$  auf die Phase der Phasoren eindeutig trennbar. Zur Analyse des Phasenverlaufes eines Chirps dient Gleichung 2.14. Die Startphase  $\Delta_n$  hängt dabei von der Radialgeschwindigkeit  $v_r$ , der Radialentfernung  $d_r$  sowie der Indexposition  $k_c$  ab, die der analysierte Chirp innerhalb der Empfangssequenz einnimmt. Der zweite Faktor in Gleichung 2.14 beschreibt den Phasensprung  $\Delta_{k_c}$  mit jedem weiteren Abtastindex  $n$ . Dieser lässt sich nach Gleichung 2.17 berechnen, wobei die Funktion  $\arg(z)$  nach Gleichung 2.16 das Argument der komplexen Exponentialfunktion bestimmt.

$$\arg : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(z)}{\operatorname{Re}(z)}\right) \mapsto \varphi \tag{2.16}$$

Der konstante Phasensprung  $\Delta_{k_c}$  wird nach Gleichung 2.17 aus der Phasendifferenz zweier aufeinanderfolgender Abtastschritte  $n - 1$  und  $n$  des diskreten Signals nach Gleichung 2.14 bestimmt.

$$\Delta_{k_c} = \arg(\underline{s}(n, k_c) \cdot \underline{s}^*(n-1, k_c)) = 2\pi \left(\frac{2\Delta f}{c_0 T} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r\right) T_s \tag{2.17}$$

Eine Möglichkeit, den Phasor  $\underline{s}(n, k_c)$  zu visualisieren, wird in Abbildung 2.5.a gezeigt. Unter der Annahme eines Einzielszenarios dreht der komplexe Zeiger in Abhängigkeit von Entfernung und Relativgeschwindigkeit proportional zu  $\Delta_{k_c}$  weiter. Bedingt durch die zeitliche Kopplung von  $d_r$  und  $v_r$  in Gleichung 2.14 ist die Eindeutigkeit zwischen  $\Delta_{k_c}$  und  $d_r$  nur infolge kurzer Messzeit  $T$  gegeben, so dass eine geschwindigkeitsbedingte Phasendrehung unter Berücksichtigung der angesetzten Messgenauigkeit zu vernachlässigen ist. Erfüllt ist dieser Zusammenhang bei Gewährleistung von  $v_r T \ll \frac{\lambda_c}{2}$ .

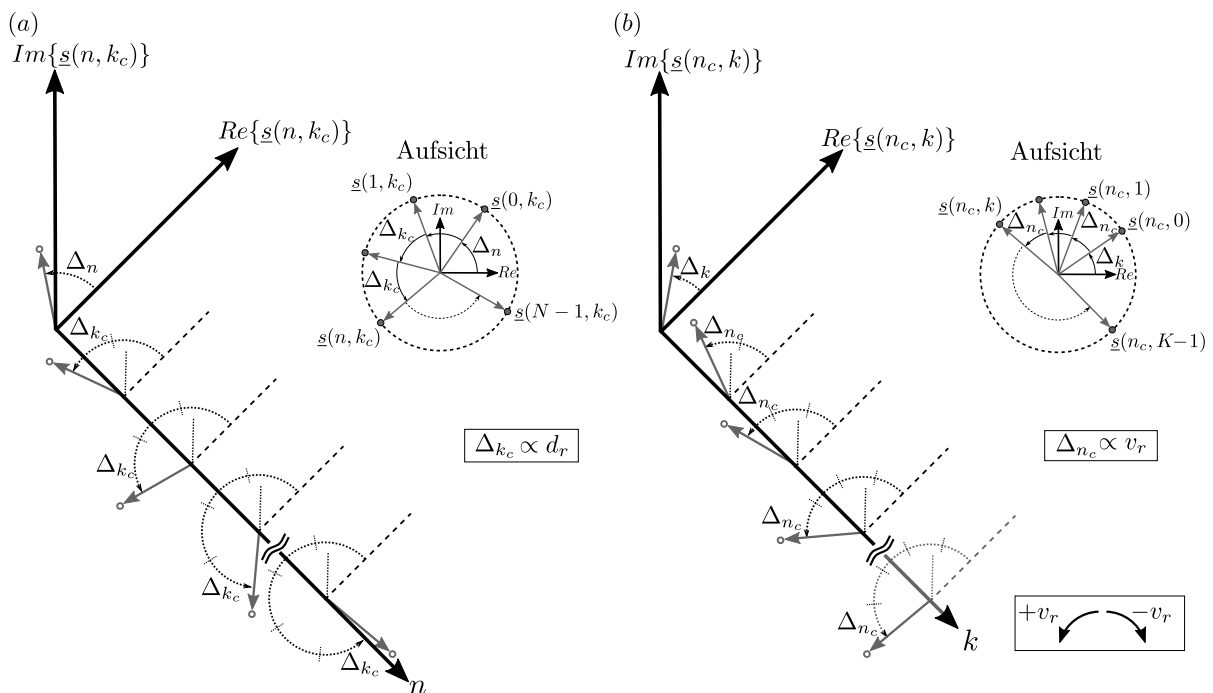


Abbildung 2.5: Darstellung der (a) entfernungs- und (b) geschwindigkeitsbedingten Phasendrehung der komplexen Phasoren über die erhobenen Abtastindizes  $n$  und  $k$  im Einzielszenario.

Eine ähnliche Herangehensweise zur Analyse der Geschwindigkeit eines bewegten Objektes erlaubt der Phasor nach Gleichung 2.15. Dabei hängt die Startphase  $\Delta_k$  wiederum von der Geschwindigkeit und Entfernung eines bewegten Zielobjektes sowie vom konstant gehaltenen Abtastindex  $n_c$  über alle Echosignale ab. Auch hier kann der Einfluss der Geschwindigkeit vernachlässigt werden, wenn  $v_r T \ll \frac{\lambda_c}{2}$  zutrifft. Der Phasensprung  $\Delta_{n_c}$  des Phasors ist für eine konstante Geschwindigkeit  $v_r$  und initiale Radialentfernung  $d_r$  proportional zum Laufindex des Chirps und wird nach Gleichung

$$\Delta_{n_c} = \arg(\underline{s}(n_c, k) \cdot \underline{s}^*(n_c, k-1)) = 2\pi \left( T_{RRI} \frac{2f_c}{c_0} v_r + \frac{2\Delta f}{c_0} d_r T_s n_c \right) \quad (2.18)$$

berechnet. Abbildung 2.5.b visualisiert wiederum die Drehung des Phasors in der komplexen Ebene. Weiterhin veranschaulicht die Drehrichtung des komplexen Zeigers von  $\underline{s}(n_c, k)$  die Definition zur Richtungsangabe der gemessenen Relativgeschwindigkeit. Eine Rotation im entgegengesetzten Uhrzeigersinn (mathematisch positive Richtung) wird als Vergrößerung des radialen Abstandes ausgelegt und als positive Radialgeschwindigkeit  $v_r > 0$  gedeutet. Entsprechend umgekehrt wird eine Verkleinerung des Abstandes definiert.

**Eindeutigkeitsbereich und Auflösung zur Entfernungsmessung** Die Entfernungseindeutigkeit begrenzt die maximale Entfernung zu einem Objekt, die von einem FMCW-Radar gemessen werden kann. Beschränkende Größen sind hierbei der Frequenzhub  $\Delta f$  sowie die maximale Abtastfrequenz  $f_s$  des A/D-Wandlers. Gemäß dem Abtasttheorem muss  $f_s$  mindestens doppelt so groß wie  $f_{R,max}$  sein. Unter Berücksichtigung eines konstanten Frequenzanstieges  $\frac{\Delta f}{T}$  folgt für die maximal eindeutige Reichweite  $R_{unam}$ :

$$R_{unam} = \frac{T}{T_s} \frac{c_0}{2\Delta f} \quad (2.19)$$

Über das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle zum Frequenzhub wird das theoretisch erzielbare Entfernungsauflösungsvermögen definiert [65]. Bedingt durch die zeitliche Beschränkung des Messsignals beeinflusst ein Verschlechterungsfaktor  $\epsilon_\nu$  (engl. *deterioration factor*) zusätzlich das Auflösungsvermögen. Abhängig von der Art der Gewichtungsfunktion bzw. Fensterfunktion liegt der Verschlechterungsfaktor zwischen 0.85 und 1.0 [46]:

$$\Delta R = \epsilon_\nu \frac{c_0}{2\Delta f} \quad (2.20)$$

**Eindeutigkeitsbereich und Auflösung zur Geschwindigkeitsmessung** Eine ähnliche Bedeutung wie die Abtastfrequenz des A/D-Wandlers hat die Rampenwiederholfrequenz  $f_{RRF}$  bei der Beschränkung des Eindeutigkeitsbereiches der maximal messbaren Geschwindigkeit. Bei näherer Betrachtung des Phasenterms von  $\underline{s}(n_c, k)$  ist ersichtlich, dass die zeitlichen Abstände der Pulse  $T_{RRI}$  die Bedeutung eines Abtastintervalls  $T_s$  haben, so dass bei der Festlegung der maximalen Dopplerfrequenz die halbe Rampenwiederholfrequenz als obere Schranke dient.

$$|f_{D,max}| < \frac{f_{RRF}}{2} \quad (2.21)$$

Unter Berücksichtigung der Bewegungsrichtung des Zielobjektes wird der maximale eindeutige Geschwindigkeitsbereich durch

$$\begin{aligned} \left| \frac{2f_c}{c_0} v_{unam} \right| &= \frac{1}{2T_{RRI}} \\ |v_{unam}| &= \frac{\lambda_c}{4} \frac{1}{T_{RRI}} \end{aligned} \quad (2.22)$$



vorgegeben. Gemäß 2.22 ist die richtungsabhängige Maximalgeschwindigkeit durch das Rampenwiederholintervall bestimmt. Weiteren Einfluss auf den Geschwindigkeitseindeutigkeitsbereich hat der Frequenzhub  $\Delta f$  eines Sendepulses. Dieser beschränkt maßgeblich die räumliche Ausdehnung eines Entfernungstors  $\Delta R$ . Bedingt durch den Migrationseffekt, der für die gesamte Messzeit  $T_{mess} = KT_{RRI}$  zu berücksichtigen ist, muss sichergestellt werden, dass eine zu große Zielgeschwindigkeit keine Überschreitung der Entfernungstorgrenzen herbeiführt. Als weiterer Grenzwert für den Eindeutigkeitsbereich gilt folglich:

$$\begin{aligned} v_{unam} T_{mess} &= \Delta R \\ v_{unam} &= \frac{c_0}{2\Delta f} \frac{1}{KT_{RRI}} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Eine naheliegende Maßnahme, um höhere Geschwindigkeiten zuzulassen, wäre beispielsweise ein kleinerer Frequenzhub. Allerdings geht damit eine Verschlechterung der Entfernungsaufösung einher. Die erreichbare Dopplerfrequenzdifferenz  $\Delta f_{RRF}$ , unter der zwei bewegte Ziele trennbar sind, ergibt sich aus der Dauer der Messzeit  $T_{Mess} = KT_{RRI}$ . Basierend auf der Auslegung von  $T_{RRI}$  als Abtastintervall des Phasors  $\underline{s}(k, n_c)$  zeigt der Zusammenhang  $KT_{RRI} = \frac{K}{f_{RRF}} = \frac{1}{\Delta f_{RRF}}$  die minimale messbare Dopplerfrequenzdifferenz. Unter Berücksichtigung von Gleichung 2.6 folgt für die radiale Geschwindigkeitsaufösung  $\Delta v_r$ :

$$\Delta v_r = \frac{c_0}{2f_c} \frac{1}{KT_{RRI}} = \frac{\lambda_c}{2} \Delta f_{RRF} \quad (2.24)$$

Eine Möglichkeit, das Auflösungsvermögen zu verfeinern, besteht gemäß Gleichung 2.24 in der Erhöhung der Anzahl an Sendepulsen bei gleichbleibendem Geschwindigkeitseindeutigkeitsbereich. Für das in dieser Arbeit realisierte Rapid-Chirp-Signal zeigt die nachfolgende Tabelle 2.1 für den konfigurierten Parametersatz das resultierende Auflösungsvermögen sowie den Eindeutigkeitsbereich in den Messdimensionen Geschwindigkeit und Entfernung.

Name	Symbol	Wert
Zykluszeit	$T$	80 $\mu s$
Abtastintervall	$T_s$	0.15 $\mu s$
Frequenzhub	$\Delta f$	2 GHz
Rampen-Wiederhol-Intervall	$T_{RRI}$	100 $\mu s$
Empfangsblock	$N_{Echo}$	256
Trägerfrequenz	$f_c$	77 GHz
Anzahl Chirps	$K$	256
<hr/>		
Eindeutigkeitsbereich Entfernung	$R_{unam}$	39.97 m
Aufösung Entfernung	$\Delta R$	0.0749 m
Eindeutigkeitsbereich Geschwindigkeit	$v_{unam}$	9.7335 $\frac{m}{s}$
Aufösung Geschwindigkeit	$\Delta v$	0.076 $\frac{m}{s}$

Tabelle 2.1: Parametrierung des Rapid-Chirp Signalmodells mit Angabe der erzielbaren Aufösung.

## 2.3 Erfassung von Streuzentren

### 2.3.1 Signalanalyse im Fourier-Spektrum

Die Auswertung des Informationsgehalts der im Basisband vorliegenden Empfangsechos beruht auf der Analyse des Frequenzspektrums. Jeder der  $k_c = 1 \dots K$  Phasoren  $\underline{s}(n, k_c)$  wird nacheinander mit Hilfe einer Diskreten Fouriertransformation (DFT) in den Frequenzraum überführt.

$$\underline{s}(n, k_c) \circ \rightarrow \underline{S}(u, k_c) = A_{k_c} \sum_{n=0}^{N-1} \exp \left( j2\pi \left( \frac{2\Delta f}{c_0 T} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r \right) T_s n \right) \cdot \underbrace{\exp \left( -j2\pi \frac{u}{N} n \right)}_{\text{Referenzsignal}} \quad (2.25)$$

Als Vorwegnahme der im nachfolgenden Kapitel beschriebenen Rekonstruktionsalgorithmen einer synthetischen Apertur wird der Begriff des Referenzsignals eingeführt. Im Zuge der Fouriertransformation wird der Phasor  $\underline{s}(n, k_c)$  des  $k_c$ -ten Empfangsechos mit einem Ensemble an Referenzsignalen unterschiedlicher Frequenz korreliert. Das Korrelationsergebnis stellt die Spektralkomponente des indizierten Referenzsignals dar und ist als eine Art Ähnlichkeitsmaß zu interpretieren. Ein konjugiert komplex zu  $\underline{s}(n, k_c)$  vorliegendes Referenzsignal mit nahezu gleicher Periodizität hat demzufolge die größte Ähnlichkeit und besitzt die gesuchten Zielfrequenzen. Die Zielfrequenz sowie alle weiteren Frequenzen sind dabei Vielfache der Grundfrequenz  $\Delta f_s = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{T_s N}$  und stehen über den Index  $u$  mit der Zielfrequenz  $f_R$  bzw. mit der Zielentfernung  $d_r$  im Bezug. Es gelten für den einheitenlosen Spektralindex  $u$  und die Zielentfernung  $d_r$  folgende Zusammenhänge:

$$u = \frac{1}{\Delta f_s} \left( \frac{2\Delta f}{c_0 T} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r \right) \quad (2.26) \quad d_r(u) = u \Delta f_s \frac{c_0 T}{2\Delta f} = u \Delta R \quad (2.27)$$

Unter der weiter oben getroffenen Annahme kurzer Pulsdauern  $T$  ist der Einfluss der Dopplerverschiebung auf die Zielfrequenz in 2.26 und 2.27 zu vernachlässigen. Darüber hinaus wird  $\underline{S}(u, k_c)$  als Entfernungsprofil bezeichnet indem der einheitenlose Spektralindex  $u$  als Index eines Entfernungstores dient. Ein weiterer Mehrwert der Fouriertransformation ergibt sich durch den mit größer werdender Anzahl an Abtastpunkten zunehmenden Integrationsgewinn. Liegen Signalanteile mit konstantem Phasenbezug wie im Fall der beiden Phasoren in Abbildung 2.5 vor, so bewirkt der Integrationsgewinn aufgrund der Diskreten Fouriertransformation eine zur Anzahl der Abtastpunkte  $N$  proportionale Erhöhung der Signalamplitude. Existieren hingegen ausschließlich unkorrelierte rauschbehaftete Signalanteile, bewirkt der Integrationsgewinn eine zu  $\sqrt{N}$  proportionale Erhöhung. Demzufolge bewirkt die DFT eine Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses (engl. *signal to noise ration*, SNR) um den Faktor  $\sqrt{N}$ . Begünstigt durch die kohärente Verarbeitung der Echosignale während des Empfangsprozesses bewirkt eine weitere Fouriertransformation über den einheitenlosen Spektralindex  $u$  entlang der  $K$  Echosignale eine weitere Steigerung des Integrationsgewinns. Für die zweidimensionale Fouriertransformation von  $\underline{s}_{IF,2D}(n, k)$  folgt schließlich:

$$\underline{s}_{IF,2D}(n; k) \circ \rightarrow \underline{S}_{IF,2D}(u; v) = A \exp \left( j2\pi \frac{2f_c}{c_0} d_r \right) \cdot \sum_{k=0}^{K-1} \left( j2\pi T_{RR} \frac{2f_c}{c_0} v_r k \right) \cdot \underbrace{\exp \left( -j2\pi \frac{v}{K} k \right)}_{\text{Referenzsignal}} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \exp \left( j2\pi \left( \frac{2\Delta f}{c_0 T} d_r + \frac{2f_c}{c_0} v_r \right) n T_s \right) \cdot \underbrace{\exp \left( -j2\pi \frac{u}{N} n \right)}_{\text{Referenzsignal}} \quad (2.28)$$

Ähnlich dem Entfernungsprofil besteht das Geschwindigkeitsprofil aus einer Vielzahl von Vielfachen der Grundfrequenz  $\Delta f_{RRF} = \frac{f_{RRF}}{K} = \frac{1}{T_{RR} K}$ . Der einheitenlose Index  $v$  stellt hierbei den Bezug zwischen der Dopplerfrequenz  $f_D$  und der radialen Zielgeschwindigkeit  $v_r$  her, so dass gilt:

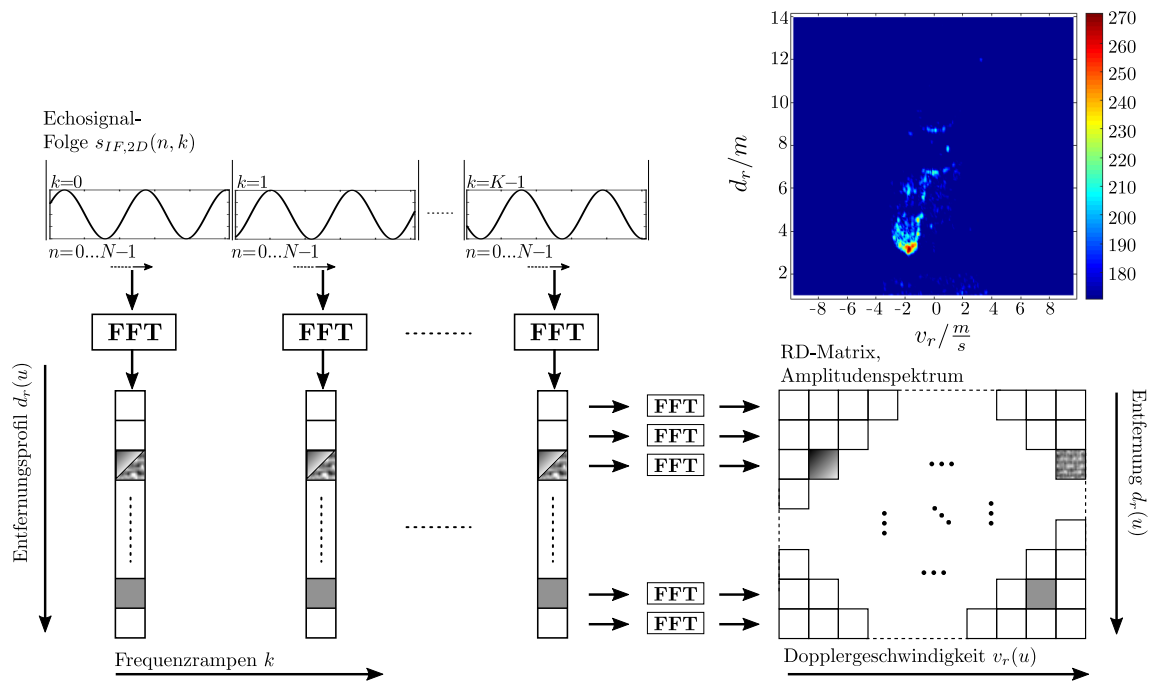


Abbildung 2.6: Darstellung der Range-Doppler Matrix

$$v = \frac{1}{\Delta f_{RRF}} \frac{2f_c}{c_0} v_r \quad (2.29)$$

$$v_r(v) = v \Delta f_{RRF} \frac{c_0}{2f_c} = v \Delta v_r \quad (2.30)$$

### 2.3.2 Detektion

Ziel des Detektionsvorganges ist die Erkennung der abgestrahlten Signalleistung  $P_S$  eines Streuzentrums vor dem Hintergrund von Rauschsignalen. Als Datengrundlage dient das Leistungsdichtespektrum, das im vorangegangenen Kapitel durch Diskrete Fouriertransformation bestimmt wurde. Dieses kann gemäß Abbildung 2.6 in Matrixform (engl. *range-Doppler matrix*) vorliegen, so dass Spalten und Zeilen jeweils das Leistungsdichtespektrum des Entfernungs- und Geschwindigkeitsprofils darstellen.

Im Rahmen der Detektion wird die Amplitude der Signalleistung jeder Zelle mit einem Detektionsschwellwert  $S$  verglichen und es wird überprüft, ob es sich um ein Ziel oder um Rauschen handelt. Die Auslegung des Detektionsschwellwertes unterliegt dabei der Vorgabe, die Wahrscheinlichkeit für fälschlicherweise klassifizierte Ziele (Falschalarmwahrscheinlichkeit  $P_{FA}$ ) auf einem konstanten niedrigen Wert zu halten und im Gegenzug die Detektionswahrscheinlichkeit  $P_D$  zu maximieren. In der Radartechnik erfüllt das Neyman-Person-Kriterium diese Vorgaben [60].

Für die Berechnung des Schwellwertes bei konstanter Falschalarmwahrscheinlichkeit werden Real- und Imaginärteil des empfangenen Spektrums als statistisch unabhängige Zufallsvariablen ( $X_{Re}$ ,  $X_{Im}$ ) einer Normalverteilung beschrieben. Wird im Zuge der Peak-Detektion der Betrag beider Zufallsgrößen  $X = |X_{Re} + X_{Im}|$  in Abhängigkeit von den Hypothesen

$H_0$  : Leistungsdichtespektrum beinhaltet nur Rauschleistung

$H_1$  : Leistungsdichtespektrum beinhaltet Rausch- und abgestrahlte Signalleistung eines Streuzentrums

berechnet, unterliegen die Zufallsvariablen aufgrund der Betragsbildung einer Transformation und folgen in Abhängigkeit zur vorliegenden Hypothese dem Verlauf einer Rayleigh-  $p(x|H_0)$  und Riceverteilung  $p(x|H_1)$ , siehe [92]. Für die Schwellwertberechnung wird nun ausschließlich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p(x|H_0)$  betrachtet. Auf Grundlage dieser wird ein fester Flächenabschnitt bestimmt, der

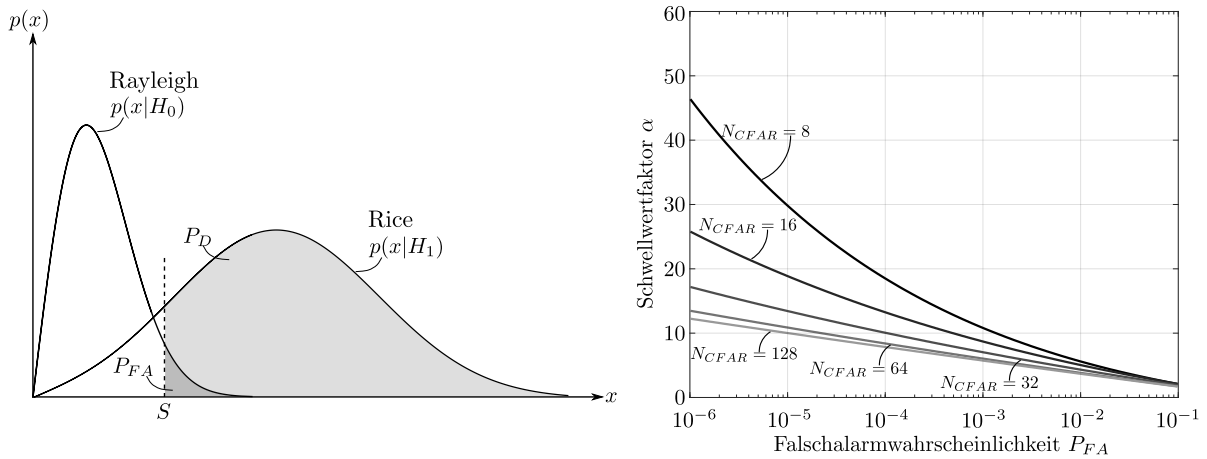


Abbildung 2.7: Darstellung des Amplitudenschwellwertes  $S$  bei rayleigh- und riceverteiltern Zufallsvariable (links). Verlauf des Schwellwertfaktors  $\alpha$  in Abhängigkeit zu unterschiedlichen Fenstergrößen  $N_{CFAR}$  bei konstant gewählten Rang-Index  $k_{CFAR} = 0.7N_{CFAR}$  (rechts)

begrenzt durch den Schwellwert  $S$  die Falschalarmwahrscheinlichkeit  $P_{FA}$  definiert. Verbildlicht wird  $P_{FA}$  in Abbildung 2.7 in Form der verdunkelten Fläche. Die Berechnung des Schwellwertes  $S$  basierend auf der einzuhaltenden Falschalarmwahrscheinlichkeit ergibt sich schließlich nach Gleichung 2.31 zu

$$P_{FA}(S) = \int_S^{\infty} p(x|H_0) dx = \int_S^{\infty} \frac{x}{P_N} e^{-\frac{x^2}{2P_N}} = e^{-\frac{x^2}{2P_N}} \Big|_S^{\infty} = e^{-\frac{S^2}{2P_N}}$$

$$\Leftrightarrow S = \sqrt{-2P_N \ln(P_{FA})} \quad (2.31)$$

Die Umstellung der vorgegebenen Falschalarmwahrscheinlichkeit 2.31 nach dem Detektionsschwellwert  $S$  zeigt die Abhängigkeit zur Rauschleistung  $P_N$ . Da das Hintergrundrauschen beim Radar, welches hauptsächlich durch thermisches Rauschen der HF-Bauteile hervorgerufen wird, als inhomogen anzunehmen ist [92], beschränkt sich der Schwellwert  $S$  zur Entscheidungsfindung lediglich auf den lokalen Bereich  $N_{CFAR}$  (Analysefenster) um die aktuelle Testzelle. Bedingt durch die Abhängigkeit des Schwellwertes von der Rauschleistung nach Formel 2.31 muss dieser zur Aufrechterhaltung einer konstanten Falschalarmwahrscheinlichkeit adaptiert werden.

In der Radartechnik sind die Verfahren zur adaptiven Schwellwertanpassung bei konstanter Falschalarmrate unter dem Namen CFAR (engl. *constant false alarm rate*) bekannt. Das einfachste dieser Verfahren CA-CFAR (engl. *Cell Averaging CFAR*) schätzt die Rauschleistung  $P_N$  durch Berechnung des arithmetischen Mittelwertes der Signalleistung innerhalb der lokalen Umgebung der Analysezelle. Der Schwellwert  $S = \alpha P_N$  ergibt nach Richards et al. [92] das Produkt aus abgeschätzter Signalleistung und Schwellwertfaktor  $\alpha$ , wobei der Faktor  $\alpha$  die geschätzte Rauschleistung in Abhängigkeit zur Falschalarmwahrscheinlichkeit skaliert.

$$\alpha = N_{CFAR} \left( P_{FA}^{\frac{-1}{N_{CFAR}}} - 1 \right) \quad (2.32)$$

Aufgrund der im automobilen Umfeld stets vorhandenen Mehrzielsituation unterliegt die abgeschätzte Rauschleistung jedoch dem Einfluss von Clutter oder weiteren eng benachbarten Streuzentren. Diese Einflussgrößen heben das Rauschlevel zusätzlich an und führen zur Maskierung weiterer Ziele im aktuellen Analysefenster. Um diese Maskierungseffekte zu unterbinden, wurde ein auf dem Prinzip der geordneten Statistik beruhendes Verfahren OS-CFAR (engl. *Ordered Statistic CFAR*) eingeführt [93].

Dieses Verfahren ordnet die Leistungspegel innerhalb des Analysefensters der Größe

$$P_{N(0)} < P_{N(1)} < \dots < P_{N(k_{CFAR})} < \dots < P_{N(N_{CFAR}-1)} \quad (2.33)$$

nach und definiert anhand des Rangs  $k_{CFAR}$  eine Referenzzelle, die multipliziert mit dem Schwellwertfaktor  $\alpha$  den Detektionsschwellwert bestimmt. Der Index der Rang-Zelle liegt vorzugsweise innerhalb des Bereiches  $0.6N_{CFAR} \leq k_{CFAR} \leq 0.8N_{CFAR}$ , siehe Ludolff et al. [72].

$$P_{FA} = \frac{N_{CFAR}!}{(N_{CFAR} - k_{CFAR})!} \frac{(\alpha + N_{CFAR} - k_{CFAR})!}{(\alpha + N_{CFAR})!} \quad (2.34)$$

Für das in dieser Arbeit implementierte OS-CFAR wurde der Schwellwertfaktor gemäß Gleichung 2.34 numerisch bestimmt, so dass sich der Detektionsschwellwert aus dem Produkt  $S = \alpha P_{N(k_{CFAR})}$  ergibt. Abbildung 2.7 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Schwellwertfaktor und der konstant bleibenden Falschalarmwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit zur Fenstergröße. Ersichtlich ist die Zunahme des Schwellwertfaktors  $\alpha$  und demzufolge des Detektionsschwellwerts mit kleiner werdendem Analysefenster. Für diese Arbeit wurden basierend auf mehreren empirischen Untersuchungen ein in Geschwindigkeitsrichtung ausgedehntes Analysefenster von  $N_{CFAR} = 32$  und ein Range-Index bei  $k_{CFAR} = 0.7N_{CFAR}$  festgelegt.

### 2.3.3 Frequenzbestimmung und Interpolation

Die Anwendung der DFT auf das zeitdiskrete Empfangssignal erzeugt eine Folge diskreter Frequenzen  $f_i = i\Delta f$  (engl. *frequency bins*) im Frequenzraum. Für die kontinuierliche Differenzfrequenz eines Streuzentrums bewirkt diese Transformation die Abbildung auf einen diskreten Frequenzwert. Dieser Abbildung kann ein Frequenzfehler zu Grunde liegen, der bis zur Hälfte der Frequenzauflösung entspricht. Darüber hinaus werden die Frequenzanteile der Zielfrequenz aufgrund der Diskretisierung auf mehrere Frequenzbins aufgeteilt. Infolge der Peak-Detektion können mehrere Pegelwerte  $P_{N(i)}$  einer zusammenhängenden Folge diskreter Frequenzpositionen den adaptiven Schwellwert überschreiten und somit die Zielfrequenz repräsentieren. Begünstigt wird dieser Effekt durch die Gewichtung des zeitdiskreten Empfangssignals mit einer Fensterfunktion. Diese bewirkt eine Verbesserung der Periodisierung und Abschwächung des Leckeffektes zu Lasten einer breiteren Hauptkeule der Spektralantwort.

Um eine verbesserte Schätzung der Zielfrequenz basierend auf der zusammenhängenden Folge überschrittener Pegelwerte zu ermöglichen, existieren unterschiedliche Ansätze wie Schwerpunktschätzung und Parabelinterpolation. Die naheliegende Anwendung des *zero padding*s zur Vergrößerung der FFT-Länge hätte zwar ähnliche Effekte wie die genannten Verfahren zur Folge, betrifft aber das gesamte Spektrum und erhöht den Speicherbedarf sowie die Rechenlast. Darüber hinaus verletzt das *zero padding* die statistische Unabhängigkeit im Zuge der adaptiven Schwellwertberechnung.

**Schwerpunktschätzung** Zur Berechnung des Frequenzschwerpunktes  $\hat{f}$  der Folge werden die Pegelwerte  $\mathbf{p}_N = (P_{N(i-m)}, \dots, P_{N(i)}, \dots, P_{N(i+m)})^T$  und Frequenzbins  $\mathbf{p} = (f_{(i-m)}, \dots, f_{(i)}, \dots, f_{(i+m)})^T$  als Vektoren formuliert. Anschließend wird der Frequenzwert jedes Bins mit dem korrespondierenden Pegelwert gewichtet und aufsummiert, so dass der gesuchte Frequenzschwerpunkt aus der Normierung über die aufsummierten Pegelwerte folgt.

$$\hat{f} = \frac{\mathbf{p}_N^T \mathbf{p}}{\mathbf{p}_N^T \mathbf{i}} \quad (2.35)$$

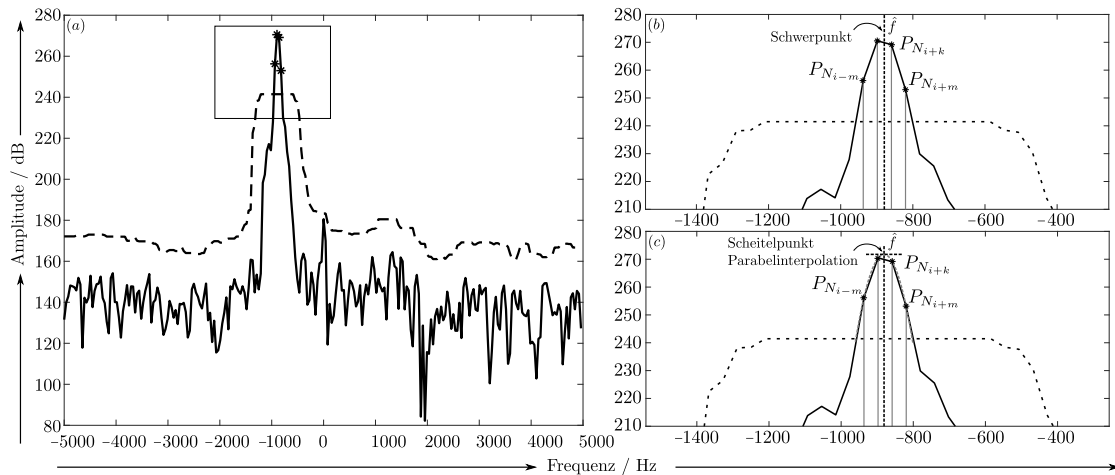


Abbildung 2.8: Verfahren zur verbesserten Frequenzschätzung basierend auf der Interpolation zusammenhängend detektierter Pegelwerte. (a) Amplitudenspektrum (–) sowie OS-CFAR-Schwelle (–) einer Folge schwertwertüberschreitender Pegelwerte. (b) Interpolationsansatz zur Frequenzbestimmung basierend auf Schwerpunktalgorithmus (c) Interpolationsansatz zur Frequenzbestimmung basierend auf Parabelinterpolation.

Der Vektor  $\mathbf{i} = ((i - m), \dots, i, \dots, (i + m))^T$  stellt den Einsvektor dar, dessen Anzahl an Elementen der Anzahl der Elemente der Folge entspricht. Sofern die zusammenhängende Folge nicht mit weiteren Peaks interferiert, erweist sich der Schwerpunktschätzer aufgrund seiner geringen Komplexität als probates Mittel einer verbesserten Frequenzschätzung. Allerdings handelt es sich bei Gleichung 2.35 um keinen erwartungstreuen Schätzer [71], so dass zusätzliche Korrekturen in Abhängigkeit vom SNR sowie von der verwendeten Fensterfunktion durchzuführen sind, wie sie beispielsweise in [75] angegeben sind. Darüber hinaus ist die Anwendbarkeit auf maximal 3 benachbarte Werte beschränkt.

**Parabelinterpolation** Umfasst die zusammenhängende Folge mindestens drei Frequenzbins, so lassen sich diese als Stützstellen zur Annäherung der Spektralantwort durch eine Modellfunktion verwenden. Ziel dieser Approximation ist die Berechnung der Parameter eines mathematischen Modells, um auf Grundlage dessen eine Extremwertbetrachtung durchzuführen, die zum Frequenzwert des ermittelten Maximums führt. Basierend auf der Ähnlichkeit der logarithmischen Darstellung der Spektralantwort zur Parabelform, erweist sich die Approximation durch ein Polynom vom Grad 2 als geeignetes mathematisches Modell.

$$\mathbf{p}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{f} & \mathbf{f}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F}\mathbf{a} \quad (2.36)$$

Zur Berechnung des gesuchten Parametervektors  $\mathbf{a}$  wird Gleichung 2.36 als lineares Quadratmittelpproblem formuliert,

$$\frac{1}{2} (\mathbf{F}\mathbf{a} - \mathbf{p}_N)^T (\mathbf{F}\mathbf{a} - \mathbf{p}_N) \rightarrow \min_{\mathbf{a}} \quad (2.37)$$

so dass die Lösung über die Aufstellung der Normalgleichung führt. Als Ergebnis für  $\mathbf{a}$  folgt gemäß der Maximum-Likelihood-Schätzung

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{p}_N \quad (2.38)$$

Basierend auf der Parabelgleichung  $p_N = \hat{a}_2 f^2 + \hat{a}_1 f + \hat{a}_0$  ergibt sich die zu schätzende Zielfrequenz  $\hat{f}$  durch Betrachtung der Extremwerte zu

$$\hat{f} = -\frac{\hat{a}_1}{2\hat{a}_2} \quad (2.39)$$

Für die weitere Betrachtung der Güte des Schätzers  $\hat{a}$  hinsichtlich Erwartungstreue und Konsistenz wird an dieser Stelle auf Kay et al. [60] verwiesen.

## 2.4 Zusammenfassung

Kapitel 2 führt analytisch das FMCW-Signalmodell ein, das in dieser Arbeit zur Konstruktion einer synthetischen Apertur verwendet wird. Des Weiteren werden die Phasenänderungen in den eintreffenden Echosignalen analysiert, die als Folge der Zielentfernung und -Geschwindigkeit eines bewegten Streuzentrums resultieren. Basierend auf dem abgemischten Basisbandsignal wird im weiteren Verlauf des Kapitels der Zusammenhang zwischen den Messdimensionen und den Frequenzbestandteilen hergeleitet. Als grundlegendes mathematisches Hilfsmittel wird dafür die Diskrete Fouriertransformation angewendet, deren resultierendes Spektrum die Einführung geeigneter Detektionsalgorithmen zur Bestimmung von Zielen gegenüber Rauschen rechtfertigt. Letzteres stellt die Grundlage zur Erstellung einer Objektliste stationärer Ziele dar, die im Rahmen dieser Arbeit zur radarbasierten Eigenbewegungsschätzung dienen. Um diese Objektliste zu vervollständigen, werden im nachfolgenden Kapitel die Messdimensionen des Radars um den Einfallswinkel erweitert.





## 3 Winkelmess- und Abbildungsverfahren für reale und synthetische Aperturen

Eine weitere Messdimension, die von einem Radarsensor erfasst werden kann, ist der Azimutwinkel eines Streuzentrums. Anders als bei der Entfernung- und Geschwindigkeitsmessung lässt sich bei der Winkelmessung das Auflösungsvermögen nicht mehr durch Parameteränderung des Signalmodells beeinflussen. Stattdessen muss die physikalische Ausdehnung der Apertur vergrößert werden, um eine präzise Winkelmessbarkeit mehrerer Ziele zu ermöglichen. In Hinblick auf das in dieser Arbeit zu entwickelnde autarke SAR-System ist eine präzise Winkelmessbarkeit aus zweierlei Hinsicht von Bedeutung. Neben der exakten Erfassung ausgedehnter Strukturen durch kohärente Integration von Radarmessungen unterschiedlicher Positionen ist ebenfalls die Winkelmessbarkeit innerhalb eines Empfangszyklus von Bedeutung. Die Notwendigkeit einer feinen Winkelauflösung und Trennbarkeit mehrerer Objekte wird insbesondere bei der Vorstellung der Eigenbewegungsschätzung ersichtlich.

Ziel dieses Kapitels ist der Vergleich unterschiedlicher Ansätze zur Winkelmessung, die sich sowohl auf reale als auch auf synthetische Aperturen beziehen. Als hardwareseitige Schnittstelle zur Umgebung dient eine Sensorgruppe aus linear angeordneten Empfangsantennen. Beginnend mit der Beschreibung der Besonderheiten dieser Sensorgruppe (Abschnitt 3.1), betrachtet Abschnitt 3.3 unterschiedliche Kalibrierungsverfahren. Ziel dieser Verfahren ist die Kompensation bauteilbedingter Nichtidealität oder Fertigungstoleranzen, die zu Messwinkelfehlern führen. Im Abschnitt 3.4 wird neben deterministischen und statistischen Ansätzen der Winkelschätzung ein Verfahren aus dem Bereich der Kurzzeitspektralanalyse vorgestellt, um modellgestützt eine Verbesserung der Auflösbarkeit des Winkels zu ermöglichen.

Abschließend behandelt Abschnitt 3.5 die Synthese eines örtlich verschobenen Antennenelements zu einer künstlichen Apertur, um eine entfernungsunabhängige Winkelmessbarkeit zu realisieren. Bedingt durch die speziellen Anforderungen im automobilen Umfeld ist die Anwendbarkeit der digitalen Signalverarbeitung zur Rekonstruktion auf zeitbasierte Verfahren beschränkt. Als Vertreter dieser Klasse an Rekonstruktionsalgorithmen wird im Detail auf den Rückprojektions-Algorithmus eingegangen.

### 3.1 Gleichförmig lineares Antennen-Array

Begrenzter Bauraum sowie Robustheit und Zuverlässigkeit begünstigen Antennen-Arrays im Gegensatz zu in die Tiefe verbauten Antennen für die Messung des Winkels im automobilen Umfeld [76], [116]. Sende- und Empfangsantennenflächen bestehen dabei aus mehreren der Wellenlängendimension angepassten Patches.

Das in dieser Arbeit verwendete Antennen-Array ist auf die Messbarkeit des Winkels in Azimutrichtung ausgerichtet. Basierend auf dieser Einschränkung werden die nachfolgend vorgestellten Verfahren zur Strahlformung und Signalverarbeitung auf Sensorgruppen mit linear angeordneten Empfangsantennen ULA (engl. *uniform linear array*) ausgelegt.

Als Besonderheit besitzen ULAs nach Elliot et al. [31] eine räumlich äquidistante Anordnung gleichartiger isotroper Einzelantennen, Abbildung 3.2. Trifft eine reflektierte elektromagnetische Welle auf die Apertur des ULA, erfasst jedes Antennenelement ein zeitlich konstant verzögertes Echosignal, sofern bei geltender Fernfeldbedingung die Welle als planar anzunehmen ist. Der dazu proportionale Wegunterschied  $\Delta x$  wird in Abhängigkeit zum räumlichen Abstand  $d_A$  der Antennenelemente gemäß

$$\Delta x = d_A \sin(\theta) \tag{3.1}$$

berechnet. Ähnlich einem A/D-Wandler, der in zeitlichen Abständen abtastet, tasten die Empfangselemente die auftreffenden Wellen in Ortsdiskreten Abständen ab, so dass entlang der Apertur ein diskretes

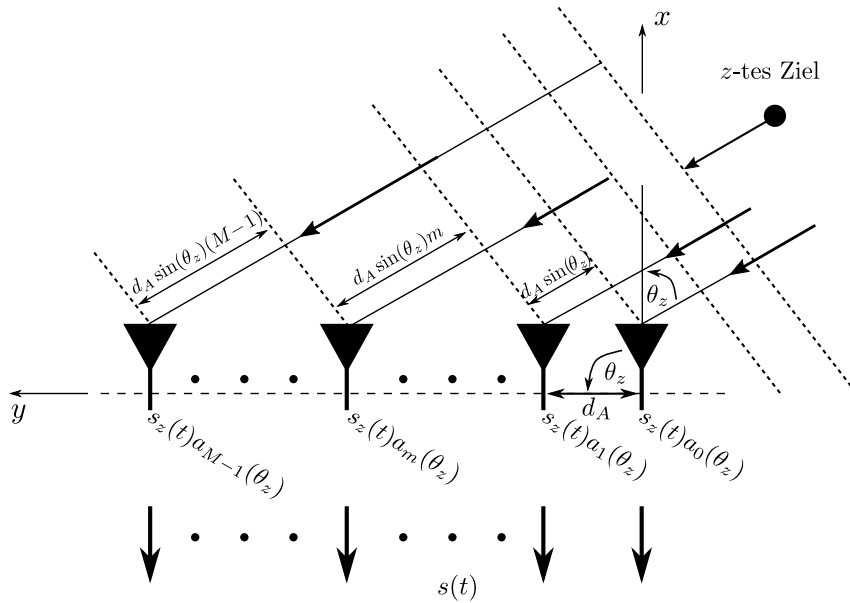


Abbildung 3.1: Darstellung eines linearen Antennen-Arrays.

Signal entsteht, dessen Phasen in Abhängigkeit zur Antennenposition um  $\Delta\varphi$  weitergedreht sind.

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta t f_c = \frac{2\pi}{\lambda_c} d_A \sin(\theta) \quad (3.2)$$

Die systematische Struktur des ULA führt demnach zu einer zur Antennenposition proportionalen Phasendrehung, die allgemein als Steuerungsvektor bezeichnet wird und für den besonderen Fall linear äquidistant angeordneter Antennenelemente eine Vandermondestruktur besitzt.

$$\underline{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin(\theta)} \\ \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin(\theta)m} \\ \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \sin(\theta)(M-1)} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Diese unterliegt einer Randbedingung hinsichtlich des maximalen Abstandes benachbarter Antennenelemente, dessen Missachtung zu einer Verletzung des Eindeutigkeitsbereiches des ULA führt. Gemäß dem Abtasttheorem nach Nyquist und Shannon muss die örtliche Abtastfrequenz mindestens dem Doppelten der Maximalfrequenz des örtlichen Apertursignals entsprechen. Nach örtlicher Ableitung von Gleichung 3.2 folgt für einen maximalen Ablagewinkel von  $\theta_{max} = \pm 90^\circ$  die maximal zu erwartende Frequenz  $f_{ULA,max}$ . In Abhängigkeit vom Ablagewinkel  $\theta_{max}$  muss der Elementabstand  $d_A$  mindestens dem Doppelten des Kehrwertes von  $f_{ULA,max}$  entsprechen, also:

$$f_{ULA,max} = \frac{\sin(\theta_{max})}{\lambda_c} \Rightarrow d_A = \frac{\lambda_c}{2} \quad (3.4)$$

Würde der Eindeutigkeitsbereich missachtet, indem beispielsweise der zulässige Antennenabstand des maximal messbaren Ablagewinkels überschritten würde, korrespondierte die resultierende Phasenverschiebung mit einem Messwinkel, der sich fälschlicherweise innerhalb des gültigen Winkelbereiches befände. Dieses als *grating lobe* bezeichnete Phänomen würde im Zuge der Detektion zu Signalpegeln führen, die als Geisterziele zu interpretieren wären.

## 3.2 Signalmodell

In Anlehnung an die Phasorenschreibweise der ins Basisband abgemischten Sequenz an Empfangsechos wird das ortsdiskrete Empfangssignal entlang der Apertur des ULAs ebenfalls als Phasor beschrieben. Hierfür charakterisiert Formel 3.5 die Phasenlage des ortsdiskreten Apertursignals, dessen Parametrierung dem Antennenindex  $m$  folgt. Mit der Berücksichtigung dieser Messdimension wird die Trennbarkeit von  $Z$  Zielen ermöglicht, die sich in gleicher Entfernung befinden und mit gleicher Geschwindigkeit bewegen. Allgemein gilt hierbei, dass  $Z < M$  ist.

$$\underline{s}(m, n_c, k_c) = \sum_{z=1}^Z \underline{s}(n_c, k_c) \exp \left( j2\pi m \frac{d_A}{\lambda_c} \sin(\theta_z) \right) \quad (3.5)$$

In Gleichung 3.5 indizieren die Indizes  $n_c$  und  $k_c$  den aktuellen Abtastwert sowie das betrachtete Echosignal der Eingangssequenz zur Abbildung des Ortssignals der realen Apertur. Darüber hinaus zeigt die Messfolge (engl. *snapshot*) nach Gleichung 3.5 einen Gleichanteil gemäß  $\underline{s}(n_c, k_c)$  auf, sowie eine strukturbedingte Phasendrehung, die im vorausgegangenen Abschnitt als Steuervektor beschrieben wurde. Die spektrale Analyse zeigt nach Diskreter Fouriertransformation den Zusammenhang zwischen dem Einfallswinkel  $\theta_z$  und der Ortsfrequenz des Apertursignals.

### 3.2.1 Ideales Signalmodell

Für die Beschreibung und Analyse der Methoden zur Kalibrierung von ULAs sowie zur Herleitung der Verfahren zur Winkelbestimmung erweist es sich als hilfreich, das örtliche Apertursignal in Matrixform zu formulieren. Anders als in Gleichung 3.5 erfolgt die Parametrierung nicht mehr durch den Antennenindex  $m$ , sondern durch einen konstanten Abtastindex  $n_c$ . Des Weiteren wird der Chirp-Index  $k_c$  konstant gehalten, so dass ein komplexer Amplitudenwert resultiert, der als komplexer Faktor das Apertursignal beeinflusst. Für die weitere Formalisierung wird der Chirp-Index  $k_c$  der Übersicht halber vernachlässigt. Das ideale Signalmodell des örtlichen Apertursignals  $\underline{\mathbf{x}}(n_c)$  ergibt sich in Vektorschreibweise schließlich zu

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{x}}(n_c) &= \sum_{z=1}^Z \underline{\mathbf{a}}(\theta_z) \underline{s}(n_c, k_c) + \underline{\boldsymbol{\eta}}(n_c) = [\underline{\mathbf{a}}(\theta_1), \dots, \underline{\mathbf{a}}(\theta_Z)] \begin{bmatrix} \underline{s}(n_c, k_c) \\ \vdots \\ \underline{s}(n_c, k_c) \end{bmatrix} + \underline{\boldsymbol{\eta}}(n_c) \\ &= \underline{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\theta}) \underline{\mathbf{s}}(n_c, k_c) + \underline{\boldsymbol{\eta}}(n_c) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Die Struktur von Gleichung 3.6 weist drei Bestandteile auf. Neben dem komplexen Amplitudenwert  $\underline{s}(n_c, k_c)$ , der als komplexwertiger Faktor jedes Antennenelement beeinflusst, tritt ein Steuervektor  $\underline{\mathbf{a}} \in \mathbb{C}^M$  auf. Dieser bewirkt eine Phasenverschiebung in Abhängigkeit zum Einfallswinkel  $\theta_z$  sowie zur Antennenposition entlang der Apertur.

$$\underline{\mathbf{a}} = [\underline{a}_0(\theta_z), \dots, \underline{a}_{M-1}(\theta_z)] = \left[ 1, \dots, \exp \left( j2\pi(M-1) \frac{d_A}{\lambda_c} \sin(\theta_z) \right) \right] \quad (3.7)$$

Des Weiteren wird jeder *snapshot*  $\underline{\mathbf{x}}(n_c)$  von additivem Rauschen  $\underline{\boldsymbol{\eta}} \in \mathbb{C}^M$  überlagert. Der zu Grunde liegende Rauschprozess wird dabei als stationär, statistisch unabhängig, komplexwertig, normalverteilt und erwartungswertfrei sowie als zeitlich und räumlich weiß angenommen. Darüber hinaus müssen die nachfolgenden Zusammenhänge zwischen den Signal-  $\underline{s}(n_c, k_c)$  und Rauschanteilen  $\underline{\boldsymbol{\eta}}(n_c)$  gültig sein.

$$E \{ \underline{\boldsymbol{\eta}}(n_c - \Delta n) \underline{\boldsymbol{\eta}}^H(n_c) \} \stackrel{!}{=} \sigma^2 \mathbf{I} \quad \wedge \quad E \{ \underline{\mathbf{s}}(n_c, k_c) \underline{\boldsymbol{\eta}}^H(n_c) \} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \quad (3.8)$$

$\Delta n$  beschreibt in diesem Zusammenhang die zeitliche Verschiebung des Rauschprozesses  $\underline{\eta}(n - \Delta n)$  gegenüber  $\underline{\eta}(n)$ . Dabei geben  $\mathbf{I}$  und  $\mathbf{0}$  die zu Grunde liegenden Einheits- und Nullmatrizen an.  $\sigma^2$  ist die als konstant zu modulierende Rauschleistung für alle Empfangsantennen. Als weitere Vereinfachung werden die vom Einfallswinkel  $\theta_z$  abhängigen Steuervektoren  $\underline{\mathbf{a}}(\theta_z)$  zur Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{C}^{M \times Z}$  mit dem Parametervektor  $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^Z$  zusammengefasst.

### 3.2.2 Nichtideales Signalmodell

Für die Herleitung der Methoden zur Kalibrierung linearer Patch-Antennen wird das ideale Signalmodell durch Fehler verzerrt, so dass ein nichtideales Signalmodell resultiert. Die betrachteten Fehler korrespondieren mit empfängerseitigen Amplituden- und Phasenfehlern und werden nach Schoor et al. [96] einer globalen Fehlerklasse zugeordnet. Beeinflusst durch Positionsfehler der Antennen, unterschiedliche Zuleitungslängen zu den Antennen sowie Toleranzen der Bauelemente weichen die als bekannt angenommenen Phasenbezüge der Signatur des ULA vom Ideal ab. Diese Abweichungen wirken sich unmittelbar auf den Steuervektor  $\underline{\mathbf{a}}$  aus, so dass jedes Antennenelement individuell durch einen Phasenfehler  $\theta_{err,m} = \exp(j\delta\theta_{m})$  verfälscht wird. Im Hinblick auf die Modellierung werden die Phasenfehler als komplexer Fehlervektor  $\underline{\boldsymbol{\theta}}_{R_x}$  bzw. komplexe Fehlermatrix  $\underline{\boldsymbol{\Theta}}_{R_x}$  dargestellt, die multiplikativ die Phasenlage des idealen Signalmodells nach Gleichung 3.6 beeinflussen.

$$\underline{\boldsymbol{\theta}}_{R_x} = \begin{bmatrix} \theta_{err,0} \\ \vdots \\ \theta_{err,m} \\ \vdots \\ \theta_{err,M-1} \end{bmatrix} \quad \underline{\boldsymbol{\Theta}}_{R_x} = \begin{bmatrix} \theta_{err,0} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \cdots & \theta_{err,m} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \theta_{err,M-1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Eine ähnliche Betrachtung gilt für den Amplitudenfehler, der als fehlerbehafteter Amplitudenfaktor  $\psi_{err,m}$  individuell das Eingangssignal jedes Empfangselements dämpft. Gemäß dem Modellierungsvorschlag nach [97] und [47] setzt sich der fehlerbehaftete Amplitudenfaktor  $\psi_{err,m}$  aus dem Amplitudenfehler  $\delta_{\psi,m}$  zu  $\psi_{err,m} = (1 + \delta_{\psi,m})$  zusammen, so dass für die Diagonalelemente der Amplitudenfehlermatrix folgt:

$$\boldsymbol{\psi}_{R_x} = \begin{bmatrix} \psi_{err,0} \\ \vdots \\ \psi_{err,m} \\ \vdots \\ \psi_{err,M-1} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Psi}_{R_x} = \begin{bmatrix} \psi_{err,0} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \cdots & \psi_{err,m} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \psi_{err,M-1} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Das nichtideale Signalmodell  $\tilde{\underline{\mathbf{x}}}$  eines *snapshots* wird unter Berücksichtigung der Fehlerquellen nach Gleichung 3.11 formuliert.

$$\begin{aligned} \tilde{\underline{\mathbf{x}}}(n_c) &= \boldsymbol{\psi}_{R_x} \underline{\boldsymbol{\theta}}_{R_x} \left( \sum_{z=1}^Z \underline{\mathbf{a}}_m(\theta_z) \underline{\mathbf{s}}(n_c, k_c) + \underline{\boldsymbol{\eta}}(n_c) \right) \\ &= \boldsymbol{\Psi}_{R_x} \underline{\boldsymbol{\Theta}}_{R_x} \left( \underline{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\theta}) \underline{\mathbf{s}}(n_c, k_c) + \underline{\boldsymbol{\eta}}(n_c) \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

### 3.2.3 Räumliche Korrelationsmatrix

Neben der Analyse der Phasenbeziehung zwischen den Antennenelementen der linearen Sensorgruppe erlaubt die räumliche Signatur des Antennen-Arrays die Berechnung einer Kreuz-Kovarianz-Matrix zur Winkelbestimmung. Die hier verwendete räumliche Kovarianzmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{xx}$  ermöglicht anhand verschiedenartiger Kombination der räumlichen Anordnung der Empfangselemente die Einfallsrichtung einer ebenen Welle auf die lineare Elementanordnung zu identifizieren [66]. Darüber hinaus weist die auf der Signatur eines ULA beruhende Kreuz-Kovarianz-Matrix  $\underline{\mathbf{R}}_{xx}$  unter idealen Bedingungen die Struktur einer hermiteschen Toeplitz-Matrix auf [103]. Die Haupt- und Nebendiagonalen der Matrix werden im weiteren Verlauf des Kapitels für die Kalibrierung von Amplituden- und Phasenfehlern verwendet, um vorliegende Nichtidealitäten auszugleichen.

Grundlage der Winkelbestimmung bildet der gemeinsame Signalanteil eines Streuzentrums, der beim Eintreffen auf die Sensorgruppe durch Korrelation des örtlichen Apertursignals detektierbar ist. Offensichtlich wird dieser Zusammenhang bei wiederholter Betrachtung des Empfangsvektors

$$\underline{\mathbf{x}}(n) = \underline{\mathbf{a}}(\theta)\underline{s}(n_c, k_c) \quad (3.12)$$

Der komplexe Abtastwert  $\underline{s}(n_c, k_c)$  ist als skalares Vielfaches des Steuervektors  $\underline{\mathbf{a}}(\theta)$  zu interpretieren. Um den Einfallswinkel zu berechnen, wird das zweite statistische Moment bestimmt. Um dieses zu bilden, sind die weiter unten aufgeführten Annahmen zu berücksichtigen, denen der zu Grunde liegende Signalprozess genügen muss. Treffen diese Annahmen zu, wird die Kovarianzmatrix gemäß Formel 3.13 berechnet.

$$\underline{\mathbf{R}}_{xx} = E \{ \underline{\mathbf{x}}(n_c)\underline{\mathbf{x}}^H(n_c) \} \quad (3.13)$$

Große Werte der Matrixelemente korrespondieren dabei mit einem hohen Korrelationsgrad. Um eine statistische Erhebung auf Grundlage der Kovarianzmatrix zu ermöglichen, wird die Annahme getroffen, dass der Rauschprozess in Gleichung 3.6 ergodisch ist. Diese Betrachtung ermöglicht es, den Ensemble-Durchschnitt jeglicher Ausprägungen des angenommenen stochastischen Prozesses durch den Mittelwert aller verfügbaren *snapshots* zu ersetzen. Bei der geschätzten Korrelationsmatrix  $\hat{\underline{\mathbf{R}}}_{xx}$  handelt es sich schließlich um eine Maximum-Likelihood-Schätzung von  $\underline{\mathbf{R}}_{xx}$ .

$$\hat{\underline{\mathbf{R}}}_{xx} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \underline{\mathbf{x}}(n)\underline{\mathbf{x}}^H(n) = \frac{1}{N} \underline{\mathbf{X}}\underline{\mathbf{X}}^H \quad (3.14)$$

Die Datengrundlage für  $\hat{\underline{\mathbf{R}}}_{xx}$  bilden  $K_c$  Messvektoren  $\underline{\mathbf{x}}(n_c)$ , die in den Frequenzraum transformiert werden.

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{R}} &= [\underline{\mathbf{x}}(n_c, 1), \dots, \underline{\mathbf{x}}(n_c, k_c), \dots, \underline{\mathbf{x}}(n_c, K_c)] \\ &\quad \circ \\ \underline{\mathbf{X}} &= [\underline{\mathbf{A}}(\theta)\underline{\mathbf{S}}(u, 1), \dots, \underline{\mathbf{A}}(\theta)\underline{\mathbf{S}}(u, k_c), \dots, \underline{\mathbf{A}}(\theta)\underline{\mathbf{S}}(u, K_c)] \\ &= \underline{\mathbf{A}}(\theta)\underline{\mathbf{S}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Um den Bezug zur Sequenz eingehender Echosignale eines Messzyklus aufrechtzuerhalten, wird der Parameter  $k_c$  in  $\underline{\mathbf{x}}(n_c, k_c)$  aufgenommen.

$\underline{\mathbf{x}}(n_c, k_c) = \underline{\mathbf{a}}(\theta)\underline{s}(n_c, k_c)$  repräsentiert einen *snapshot* zum Abtastzeitpunkt  $n_c$  der  $k_c$ -ten empfangenen Rampe, der für die Datenmatrix betrachtet wird. Entsprechend stellt  $\underline{\mathbf{S}}(u, k_c)$  die Fourier-Transformierte des Gleichanteils  $\underline{s}(n_c, k_c)$  als komplexen Vektor  $[M \times 1]$  dar.

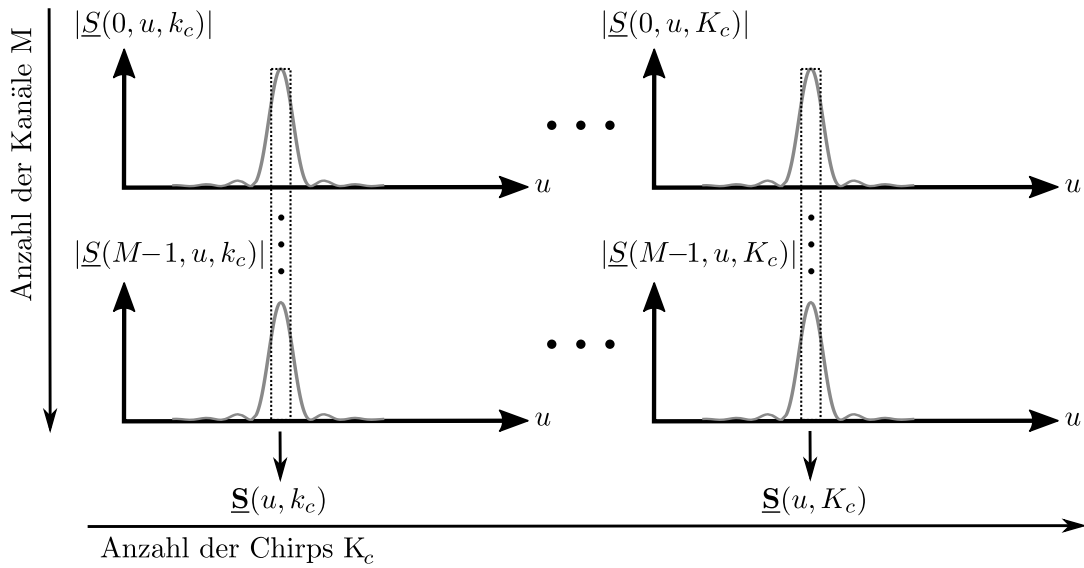


Abbildung 3.2: Darstellung der Herangehensweise zur Identifikation relevanter *snapshots* über eine begrenzte Sequenz an empfangenen *chirps*, um den Ensemble-Durchschnitt zur Konstruktion der räumlichen Korrelationsmatrix abzuleiten.

Verbildlicht wird der beschriebene Formalismus zur Erstellung und Berechnung der räumlichen Korrelationsmatrix in Abbildung 3.2. Jede Spalte der komplexen Matrix repräsentiert einen *snapshot*, mit konstantem Abtastindex  $n_c$  über alle berücksichtigten Empfangsechos  $k_c = 1 \dots K_c$ . Dabei wird unter-schwellig die Annahme getroffen, dass der Effekt der Entfernungstor-Migration während einer Rampensequenz zu vernachlässigen ist. Zur kompakteren Formulierung bietet es sich an, die Gleichanteile  $\underline{S}(u, k_c)$  jeder Spalte als Matrix  $\underline{S} \in \mathbb{C}^{M \times K_c}$  zusammenzufassen.

### 3.3 Kalibrierung der Sensorgruppe

Fertigungsbedingte Toleranzen, Verkopplungseffekte zwischen den Antennenelementen sowie unterschiedliche nichtideale Bauteileigenschaften wirken sich nachteilig auf den Gruppenfaktor des Antennen-Arrays aus. Im Zuge der digitalen Strahlformung führen derartige Fehler zu Winkelschätzfehlern bei der Winkelbestimmung. Des Weiteren resultieren Fehlansichtungen und Verbreiterungen der Hauptkeule sowie erhöhte Nebenkeulen [68], durch die die Detektion falscher Ziele begünstigt wird. Die Ursachen der genannten Fehlerquellen sind auf systematische und nichtsystematische Amplituden- und Phasenfehler zurückzuführen, die eine Abweichung vom idealen Signalmodell nach Gleichung 3.6 verursachen.

Um die durch systematische Fehler hervorgerufenen Abweichungen der realen Antenne vom idealen Modell zu kompensieren, werden Kalibrierverfahren vor der digitalen Strahlenformung und Signalverarbeitung angewendet. Die hervorgehenden Korrekturparameter bilden die Basis für die bestmögliche Approximation des idealen Signalmodells durch die reale Antenne. Als Kalibrieransatz wird in dieser Arbeit ein Auto-Kalibrierverfahren angewendet, das ohne Kenntnis eines weiteren Referenzsignals auskommt. Im Gegensatz dazu erfolgt bei den als *offline* bekannten Kalibrierverfahren die Berechnung der Korrekturdaten mit bekannter Winkelrichtung durch ein Referenzsignal, vgl. z. B. [80], [95]. Darüber hinaus ist die Anwendung der *Offline*-Verfahren speziell bei fest verbauten automobilen Radarsensoren mit einem erheblichen Aufwand verbunden, da die Sensoren oftmals unterhalb der Verkleidung verbaut sind.

Wie zu Beginn von Abschnitt 3.2.3 beschrieben hat die geschätzte räumliche Korrelationsmatrix  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  eine hermitesche Toeplitz-Struktur. Durch den Einfluss individueller Phasen-  $\delta_{\theta, m}$  und Amplitudenfehler  $\delta_{\psi, m}$  in den Empfangskanälen wird die geometrisch vorbestimmte Phasenlage der Steuervektoren

verzerrt, so dass dies zur Demodulation der strukturellen Eigenschaften führt. Zur Korrektur dieser Fehler veröffentlichten Paulraj et al. [86] erstmals ein Selbstkalibrierungsverfahren, das basierend auf der fehlerbehafteten Korrelationsmatrix  $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$  die Toeplitz-Struktur der idealen Korrelationsmatrix  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  wiederherstellt.

Beginnend mit dem Einsetzen von Gleichung 3.15 in Gleichung 3.13, ergibt sich unter Berücksichtigung der Fourier-Transformierten der nichtidealen Messfolge 3.11 die fehlerbehaftete Korrelationsmatrix  $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$  zu

$$\tilde{\mathbf{R}}_{xx} = \frac{1}{N} \mathbf{X} \mathbf{X}^H = \underline{\boldsymbol{\psi}}_{R_x} \underline{\boldsymbol{\theta}}_{R_x} \left\{ \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \underbrace{\frac{1}{N} \mathbf{S} \mathbf{S}^H}_{\mathbf{R}_s} \mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}) + \frac{1}{N} \underbrace{\mathbf{H} \mathbf{H}^H}_{\mathbf{R}_\eta} \right\} \underline{\boldsymbol{\psi}}_{R_x}^H \underline{\boldsymbol{\theta}}_{R_x}^H \quad (3.16)$$

$\mathbf{R}_s$  definiert die nicht berechenbare Signalkorrelationsmatrix und  $\mathbf{R}_\eta$  die Rauschkorrelationsmatrix. Jedes Matrixelement in Gleichung 3.16 repräsentiert das Ergebnis der zeitlich verschobenen Autokorrelationsfunktion der *snapshots*,

$$\tilde{\mathbf{R}}_{xx} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{1,1}(0) & \tilde{r}_{1,2}^*(1) & \tilde{r}_{1,3}^*(2) & \dots & \tilde{r}_{1,M}^*(M-1) \\ \tilde{r}_{2,1}(1) & \tilde{r}_{2,2}(0) & \tilde{r}_{2,3}^*(1) & \dots & \tilde{r}_{2,M}^*(M-2) \\ \tilde{r}_{3,1}(2) & \tilde{r}_{3,2}(1) & \tilde{r}_{3,3}(0) & \dots & \tilde{r}_{3,M}^*(M-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{r}_{M,1}(M-1) & \tilde{r}_{M,2}(M-2) & \tilde{r}_{M,3}(M-1) & \dots & \tilde{r}_{M,M}^*(0) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

wobei für die geschätzten Korrelationskoeffizienten gilt:

$$\tilde{r}_{i,j}(|i-j|) = \psi_{err,i} \cdot \underline{\theta}_{err,i} \cdot \underline{r}_{i,j}(|i-j|) \cdot \underline{\theta}_{err,j}^* \cdot \psi_{err,j}^* \quad \text{mit} \quad i, j = 1 \dots M \quad (3.18)$$

$\underline{r}_{i,j}(|i-j|)$  beschreibt die Autokorrelationsfunktion der  $M$  Antennenelemente eines *snapshots* basierend auf dem idealen Signalmodell. Mit den Autokorrelationsfunktionen sowie der Kreuz- Kovarianzmatrix stehen die mathematischen Werkzeuge bereit, um im nachfolgenden Unterabschnitt die Methoden zur Korrektur des Phasen- und Amplitudenfehlers herzuleiten.

### 3.3.1 Korrektur des Amplitudenfehlers

Zur Berechnung des Amplitudenfehlers  $\psi_{err}$  wird ausschließlich die Hauptdiagonale der fehlerbehafteten Korrelationsmatrix  $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$  berücksichtigt, die aus den Varianzen der *snapshots* besteht. Diese haben zur Eigenschaft, dass der komplexwertige Faktor  $\theta_{err}$  des Phasenfehlers verschwindet, so dass als Fehler in den Autokovarianz-Koeffizienten ausschließlich der Amplitudenfehlerfaktor auftritt.

$$|\tilde{r}_{m,m}(0)| = \psi_{err,m} \cdot |\hat{r}_{m,m}(0)| \cdot \psi_{err,m}^H, \quad i = j = m = 1 \dots M \quad (3.19)$$

Die fehlenden Parameter in Gleichung 3.19 lassen sich berechnen, indem aufeinanderfolgende Diagonalelemente gemäß Gleichung 3.20 miteinander in Bezug gesetzt werden. Dafür wird der natürliche Logarithmus über das Verhältnis der aufeinanderfolgenden Korrelationskoeffizienten gebildet, so dass folgt:

$$\mu_m = \ln \frac{|\tilde{r}_{m,m}(0)|}{|\tilde{r}_{m+1,m+1}(0)|} = 2 \ln(\psi_{err,m}) - 2 \ln(\psi_{err,m+1}) \quad \text{für } m = 1 \dots (M-1) \quad (3.20)$$

Um basierend auf den  $M-1$  Gleichungssystemen die Amplitudenfehlerfaktoren zu berechnen, werden die Koeffizienten aus Gleichung 3.20 als Koeffizientenmatrix  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{M \times M-1}$  zusammengefasst. Diese besitzt ein Rangdefizit von eins, also  $\text{rang}(\mathbf{C}) = M-1$ . Daraus folgt, dass der Lösungsvektor  $\psi_{Rx}$  nicht eindeutig ist.

Als Lösungsansatz dient in diesem Fall eine Singularwertzerlegung von  $\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$ , auf deren Grundlage die Pseudoinverse von  $\mathbf{C}^+ = \mathbf{V}\mathbf{S}^+\mathbf{U}^T$  gebildet wird. Dabei beschreibt die Matrix  $\mathbf{U}$  eine unitäre  $M \times M$  Matrix,  $\mathbf{V}$  die Adjungierte einer unitären  $(M-1) \times (M-1)$  Matrix und  $\mathbf{S}$  eine Matrix der Gestalt  $M \times (M-1)$ . Die resultierende Pseudonormallösung  $\psi_{Rx}^+$  gemäß Gleichung 3.21 bildet die bestmögliche Lösung des unterbestimmten Gleichungssystems der Amplitudenfehlerfaktoren.

$$\begin{array}{ccc} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & -2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \psi_{err,1} \\ \psi_{err,2} \\ \psi_{err,3} \\ \vdots \\ \psi_{err,M} \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \vdots \\ \mu_{M-1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} & \psi_{Rx} & = & \boldsymbol{\mu} \quad \Rightarrow \quad \psi_{Rx}^+ = \mathbf{C}^+ \boldsymbol{\mu} \end{array} \quad (3.21)$$

Anhand des vorgestellten Verfahrens sind die Korrekturfaktoren der Amplitudenfehler  $\psi_{Rx}$  berechenbar. Hierfür wird der Kehrwert jedes Elementes des Vektors  $\psi_{Rx}^+$  gebildet und mit der Gleichung 3.11 des nichtidealen Signalmodells multipliziert.

### 3.3.2 Korrektur des Phasenfehlers

Zur Korrektur des Phasenfehlers  $\delta_\theta$  werden die konstanten Phasendifferenzen  $\Delta\varphi$  räumlich aufeinanderfolgender Antennenelemente geschätzt. Bei genauer Betrachtung des Argumentes der Aperturfunktion 3.5 zeigt sich ein linearer Zusammenhang zwischen der Momentanphase und der Indexposition des Antennenelementes  $m$ . Die Phasendifferenz in Abhängigkeit zum Ablagewinkel eines Kalibrierziels ist dabei als konstanter Steigungsfaktor einer linearen Funktion zu interpretieren. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass die Phasemessung nur innerhalb einer Periode eindeutig ist, was für den vorliegenden Anwendungsfall nicht ohne weiteres hinreichend ist.

Das nachfolgend betrachtete Kalibrierverfahren erfordert eine absolute Phasemessung in Abhängigkeit vom betrachteten Antennenelement. Als absolute Phasemessung wird hier eine über  $2\pi$  hinausgehende Phase verstanden. Phasensprünge, die die Periodengrenzen überschreiten, werden mittels eines *unwrapping*-Verfahrens auf die Absolutphase verschoben. Berechnet wird die Phasenlage einer komplexen Signalfolge nach Gleichung 2.16. Verzerrt durch den Phasenfehler  $\delta_\theta$  weicht die momentane Phasenlage



von einem durch die Sensor- gruppen-Signatur geprägten systematischen Verlauf ab, siehe Abbildung 3.3. Zur Wiederherstellung der Systematik werden die absoluten Phasenlagen in Anlehnung an eine Modellfunktion optimiert,

$$f(m; a_0, a_1) = a_1 m + a_0 \quad (3.22)$$

so dass die Gesamtabweichung minimiert wird. Die Schätzung der Modellparameter erfolgt aufgrund der iterativen Neugewichtung der kleinsten Fehlerquadrate [15], wodurch ein verfälschender Einfluss möglicher Ausreißer berücksichtigt wird. Aufgrund dessen wird das Optimierungsproblem gemäß

$$\arg \min_{a_0, a_1} \sum_{m=1}^M |\arg(\tilde{\underline{x}}(n_c, k_c, m)) - f(m; a_0, a_1)|^p \quad (3.23)$$

formuliert.  $\tilde{\underline{x}}(n_c, k_c, m)$  beschreibt den  $m$ -ten Abtastwert eines fehlerbehafteten *snapshots*. Der Exponent  $p$  ist im Fall der iterativen Neugewichtung kleiner eins zu wählen. Übertragen auf die Aperturfunktion 3.5 ist die Schätzung für  $\hat{a}_1$  gleichbedeutend mit der Phasendifferenz  $\Delta\varphi$ .

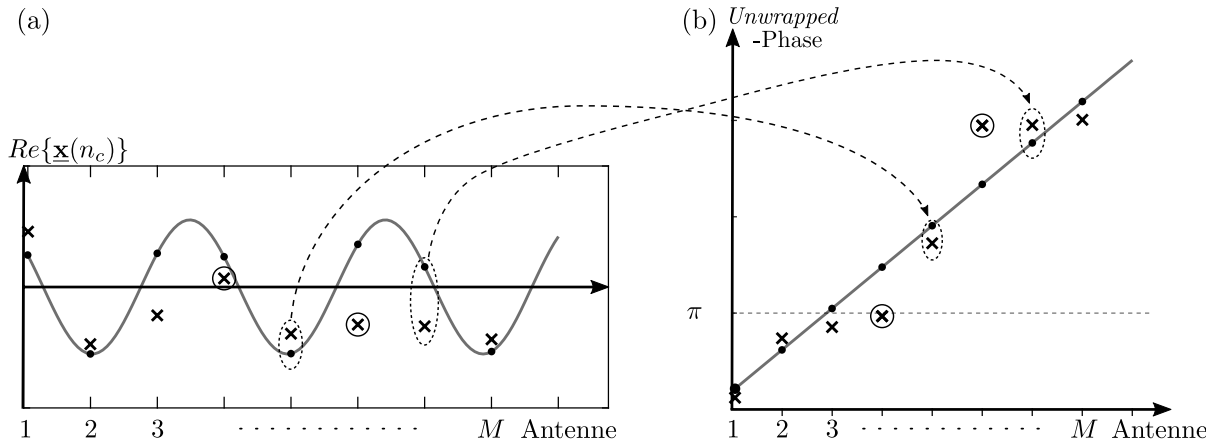


Abbildung 3.3: (a) Darstellung des örtlichen Apertursignals abgetastet an den Antennenpositionen. (b) Absoluter Phasenverlauf in Abhängigkeit zum  $m$ -ten Antennenelement. (●) Abtastpunkt bei idealer Phasenlänge; (x) Abtastpunkt bei verzerrter Phasenlagen;  $\otimes$  Ausreißer verzerrter Abtastpunkte.

Die Korrekturphasen zur Kalibrierung des Antennen-Arrays korrespondieren mit der Abweichung der Modellfunktion von der absoluten Phasenlage am entsprechenden  $m$ -ten Antennenelement.

$$\delta_{\varphi, m} = \hat{a}_1 m + \hat{a}_0 - \arg(\tilde{\underline{x}}(n, m)) \quad (3.24)$$

Als Alternative zum regressionsbasierten Kalibrieransatz betrachtet das Verfahren nach Sng et al. [103] wiederum die Struktur der räumlichen Korrelationsmatrix. Basierend auf den Kovarianzen entlang der ersten Nebendiagonalen soll die Toeplitz-Struktur der fehlerbehafteten Korrelationsmatrix wiederhergestellt werden. Als strukturelle Besonderheit dient die Phasendifferenz der Phasenfehler benachbarter Antennenelemente.

$$\tilde{r}_{m, m+1}(1) = \underline{\theta}_{err, m} \cdot |\hat{r}_{m, m+1}(1)| \cdot \underline{\theta}_{err, m+1}^H = |\hat{r}_{m, m+1}(1)| \cdot \exp(j(\delta_{\theta, m} - \delta_{\theta, m+1})) \quad (3.25)$$

Werden aufeinanderfolgende Kovarianzen entlang der Nebendiagonalen gemäß Gleichung 3.26 zueinander

$$\nu_m = \arg\left(\frac{\tilde{r}_{m, m+1}(1)}{\tilde{r}_{m+1, m+2}(1)}\right) = \underline{\theta}_{err, m} - 2\underline{\theta}_{err, m+1} + \underline{\theta}_{err, m+2} \quad \text{für } m = 1 \dots (M-2) \quad (3.26)$$

in Bezug gesetzt, so folgen  $M - 2$  Gleichungssysteme zur Berechnung der Phasenfehlerfaktoren  $\theta_{err,m}$ . In Anlehnung an das Vorgehen der Lösungsermittlung der Amplitudenfehlerfaktoren in Abschnitt 3.3.1 folgt für den Lösungsvektor der Phasenfehlerfaktoren  $\underline{\theta}_{err,m}$  der Pseudolösungsvektor  $\underline{\theta}_{Rx}^+$ .

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{err,1} \\ \theta_{err,2} \\ \theta_{err,3} \\ \vdots \\ \theta_{err,M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \\ \vdots \\ \nu_{M-2} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{B} \quad \underline{\theta}_{Rx} = \quad \boldsymbol{\nu} \quad \Rightarrow \quad \underline{\theta}_{Rx}^+ = \mathbf{B}^+ \boldsymbol{\nu}$$

Mit  $\underline{\theta}_{Rx}^+$  wurde ein komplexwertiger Korrekturvektor ermittelt, der den verzerrten Phasenverlauf des örtlichen Apertursignals korrigiert. Durch elementweise Bildung des konjugiert Komplexen jedes Elements aus  $\underline{\theta}_{Rx}^+$  lässt sich durch Multiplikation mit Gleichung 3.11 des nichtidealen Signalmodells der Phasenfehler kompensieren.

### 3.3.3 Korrektur der Laufzeitdifferenz

Unterschiedliche Leiterbahnlängen von den individuellen Empfangsantennen zu den A/D-Wandlern führen zu abweichenden Signallaufzeiten in den einzelnen Empfangskanälen. Infolgedessen variieren die Frequenzen der prozessierten Zwischenfrequenzsignale zueinander. Im Entfernungsspektrum bewirken diese kanalspezifischen Verzögerungen eine Maximumverschiebung der Punktstreuantworten eines starren Streuzentrums innerhalb des benachbarten Entfernungstores. Zum Ausgleich der relativen Entfernungsdifferenzen müssen die Signallaufzeiten gegenüber einem Referenzsignal abgestimmt werden. Das grundlegende Vorgehen entspricht dabei einer Modulation der Zwischenfrequenzsignale im Zeitbereich, so dass die Unterschiede im Entfernungsspektrum kompensiert werden.

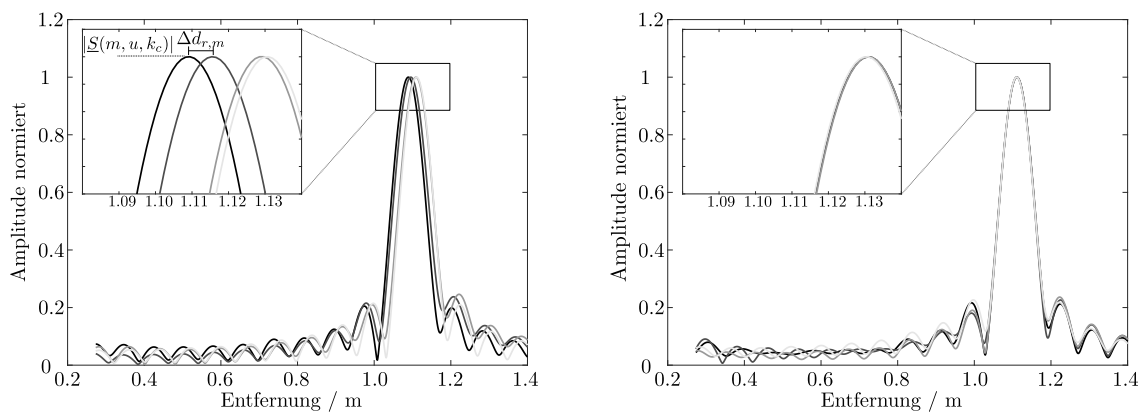


Abbildung 3.4: Darstellung des Entfernungsspektrums einer nicht laufzeitkorrigierten (*links*) und -korrigierten Messung (*rechts*).

Bestimmt werden die Frequenzen der Korrektursignale auf Grundlage der Entfernungen  $\Delta_{dr,m}$  zwischen den Maxima der Punktstreuantworten  $\max(|\underline{S}(u, k_c)_m|)$  zum Maximum des Referenzsignals  $\max(|\underline{S}(u, k_c)_{m_{ref}}|)$  im Entfernungsspektrum. Um den Einfluss sporadischer Effekte zu vermindern, werden die Entfernungsunterschiede über die Entfernungsspektren sehr vieler Frequenzrampen  $k_c$  gemittelt. Das kanalspezifische Korrektursignal  $\underline{\gamma}(n)_m$  ergibt sich unter Berücksichtigung des Frequenzhubs

sowie der Abtastzeit  $T_s$  zu:

$$\begin{aligned}\underline{\gamma}(n)_m &= \exp\left(-j2\pi\frac{\Delta f}{T}2\left(\frac{d_{r,m} - d_{r,ref}}{c}\right)nT_s\right) \\ &= \exp\left(-j2\pi\frac{\Delta f}{T}2\left(\frac{\Delta d_{r,m}}{c}\right)nT_s\right) \quad m = 2\dots M\end{aligned}\tag{3.28}$$

Durch elementweise Multiplikation der Korrektursignale 3.28 mit den fehlerbehafteten Zwischensignalen  $\tilde{\underline{s}}(n_c, k_c)_m$  resultiert das laufzeitkorrigierte Zwischensignal zu

$$\underline{s}(n_c, k_c)_m = \tilde{\underline{s}}(n_c, k_c)_m \cdot \underline{\gamma}(n)_m \quad \text{für } m = 2\dots M\tag{3.29}$$

Das Signal  $\underline{s}(n_c, k_c)_1$  verbleibt unverändert.

### 3.3.4 Verifikation der Kalibriermessung

Ziel der messtechnischen Durchführung sind die Anwendung und Verifikation der vorgestellten Methoden zur Kalibrierung des Richtungsspektrums des Azimutwinkels. Hierzu wurde ein Versuchsstand aufgebaut, auf dem der Radarsensor beliebig entlang der  $y$ -Achse positionierbar ist, siehe Abbildung 3.5. Als Zielobjekt dient ein Tripelspiegel, der eine Lotsenkrechte zur Referenzantenne  $R_{x_1}$  des Radarsensors bildet. Der gewünschte Einfallswinkel wird eingestellt, indem der Radarsensor entlang der Linearschiene verschoben wird. Dabei wird die Länge der Lotsenkrechten als bekannt vorausgesetzt. Der eingestellte Zielwinkel entspricht anschließend dem Tangens aus Länge und Abstand der Referenzantenne zur Lotsenkrechten entlang der Linearschiene.

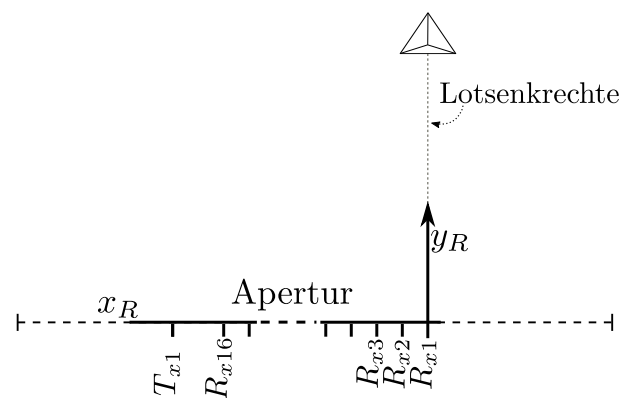


Abbildung 3.5: Messaufbau zur Bestimmung der Kalibrierparameter (*links*), Prinzipskizze des Messaufbaus aus Sicht der Referenzantenne  $R_{x_1}$  (*rechts*).

Zur Berechnung der Kalibrierparameter wird das örtliche Apertursignal aus dem Mittelwert einer Sequenz empfangener Echosignale bestimmt. Diese Vorgehensweise ermöglicht es, sporadische Fehler zu filtern, die während des Messvorganges auftreten können.

Begonnen wird die Messdurchführung mit einer Bestandsaufnahme des absoluten Phasenganges vor Durchführung der Kalibriermaßnahmen. Hierfür wurde ein Einfallswinkel von  $0^\circ$  eingestellt. Aus Abbildung 3.6.a geht deutlich hervor, dass ein stetiger Verlauf, wie er durch die Signatur eines ULA zu erwarten ist, nicht gegeben ist. Stattdessen springt die Phase an jedem Antennenelement in unbekannter Weise.

Begonnen wird der Kalibriervorgang mit der Ermittlung der Kalibrierparameter durch Anwendung der in Abschnitt 3.3.2 vorgestellten Methoden. Bei Betrachtung des kalibrierten Richtungsspektrums 3.6.b fällt sowohl für den regressionsbasierten Ansatz als auch für das Verfahren der Toeplitz-Struktur die Verschiebung des Hauptmaximums gegenüber der Nulllage auf. Zurückzuführen ist die resultierende Abweichung vom Zielwinkel  $0^\circ$  auf die Optimierungsnorm. Bei beiden Ansätzen basiert die Lösungsfindung auf der Berechnung eines unterbestimmten Gleichungssystems. Das Ergebnis stellt demnach die optimale Verteilung der gegenwärtigen Phasenfehler auf die Stützstellen dar, so dass die lineare Systematik eines ULA wiederhergestellt wird. Wird der absolute Phasengang betrachtet, so weist die resultierende Gerade eine konstante Steigung auf, siehe Abbildung 3.6.a. Für den eingestellten Zielwinkel von  $0^\circ$  wird jedoch eine Gerade mit einer Steigung von  $0^\circ$  erwartet. Um den resultierenden Bias auszugleichen, ist eine weitere Korrektur um den richtigen Ablagewinkel notwendig. Weiterhin korrespondiert der Winkel der Phasendifferenz zwischen räumlich aufeinanderfolgenden Antennenelementen mit der Abweichung des Hauptmaximums im Winkelspektrum.

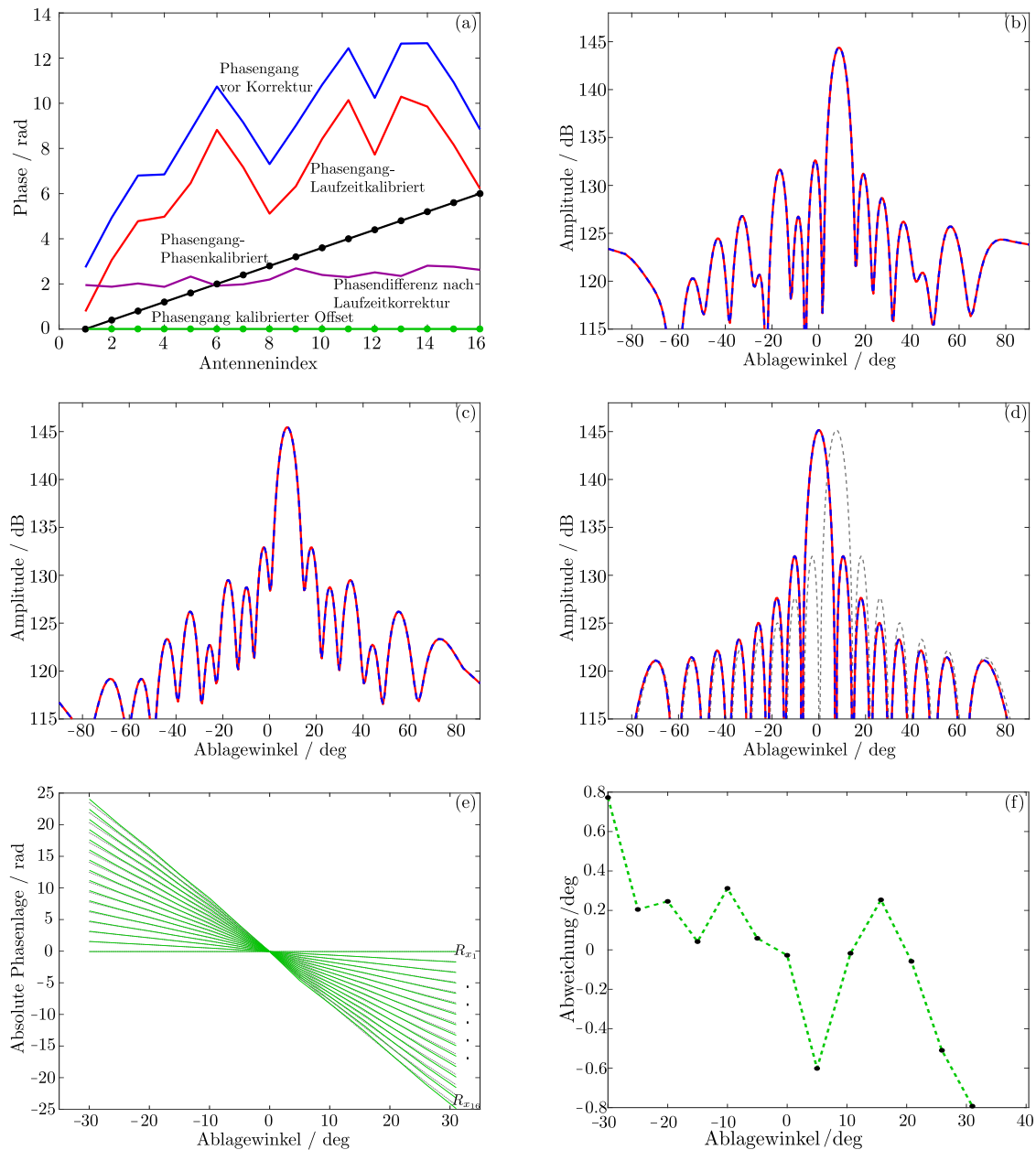


Abbildung 3.6: (a)...(d) Absoluter Phasengang und Richtungsspektrum eines zum Nullwinkel ausgerichteten Streuzentrums. (a) Absoluter Phasengang des örtlichen Apertursignals nach Anwendung der Korrekturmaßnahmen. (b) Richtungsspektrum nach Korrektur des Phasenfehlers auf Grundlage der regressionsbasierten Methode (—) sowie nach dem Ansatz nach Sng et. al. [103] (---). (c) Richtungsspektrum nach Korrektur der Laufzeitunterschiede. (d) Richtungsspektrum nach Korrektur des Amplitudenfehlers sowie der systematischen Phasenfehler zur Behebung des Versatzes gegenüber der Nulllage. (e) Phasenverläufe (—) der einzelnen Empfangsantennen in Relation zum Referenzkanal  $R_{x1}$  aufgetragen über unterschiedliche Ablagewinkel und im Vergleich zum simulierten Optimalverlauf (---). (f) Gemessener Winkelfehler für unterschiedlich eingestellte Ablagewinkel (---).

Als weitere Kalibriermaßnahme erfolgt der Ausgleich von Laufzeitunterschieden, um die Abweichung der Maxima der Entfernungsprofile zueinander zu korrigieren. Die Auswirkung ist ebenfalls in Abbildung 3.6.b zu sehen. Aufgrund minimaler Laufzeitunterschiede in den Empfangskanälen resultieren Phasenunterschiede bei der Berechnung des örtlichen Apertursignals. Diese Abweichungen führen zu erhöhten Nebenmaxima, Abbildung 3.6.b. Als Kompensationsmaßnahme wird die Laufzeitkorrektur entsprechend Abschnitt 3.3.3 auf die kanalspezifischen Echosignale angewendet, so dass die Maxima der Entfernungsspektren im gleichen Entfernungstor liegen. Neben einer verbesserten Symmetrie der Nebenmaxima, Abbildung 3.6.c, erzeugt die Laufzeitkorrektur sogar ein höheres Hauptmaximum. Weiterhin werden erhöhte Nebenmaxima gedämpft und damit mögliche Quellen für Geisterziele unterdrückt. Die Korrektur des Amplitudenfehlerfaktors nach Abschnitt 3.3.1 führt zur Gleichverteilung der Signalamplituden, so dass im Richtungsspektrum eine symmetrische Anordnung der Nebenmaxima entsteht, Abbildung 3.6.d.

Um den Versatz des Hauptmaximums zu kompensieren, wurde der Mittelwert der Phasendifferenz des kalibrierten Antennen-Arrays als weiterer Korrekturparameter berücksichtigt, so dass bei gegebenem Nullwinkel die Steigung des absoluten Phasenverlaufes zu null wird, Abbildung 3.6.a.

Nach Kompensation der unterschiedlichen Fehlereffekte durch die berechneten Korrekturparameter wurde die Messgenauigkeit des Radarsensors für unterschiedlich vorgegebene Ablagewinkel ermittelt. Begonnen bei der Betrachtung des absoluten Phasenverlaufes jedes Antennenelementes relativ zum Referenzkanal  $R_{x_1}$  zeigt Abbildung 3.6.e für unterschiedliche Ablagewinkel das Messergebnis gegenübergestellt zum simulierten Optimalverlauf. Den Verlauf des gemessenen Winkelfehlers für den exemplarisch betrachteten Winkelbereich  $30^\circ$  zeigt Abbildung 3.6.f, woraufhin sich ein Winkelfehler in Azimut von unter einem  $1^\circ$  nach vollzogener Kalibrierung einstellt.

## 3.4 Konventionelle Verfahren zur Winkelmessung

Aufbauend auf der Kalibrierung des linearen Antennen-Arrays werden im nachfolgenden Unterkapitel verschiedene Methoden vorgestellt, um den Richtungswinkel eines Streuzentrums mittels realer Apertur zu ermitteln. Neben klassischen Ansätzen zur digitalen Strahlformung wird auf unterraumbasierte Verfahren sowie auf Verfahren der Kurzzeitspektralanalyse zur Winkelbestimmung eingegangen.

### 3.4.1 Klassische Verfahren

Die klassischen Methoden zur Winkelmessung basieren auf dem Entwurf eines räumlichen Filters, welcher das eingehende Signal einer bestimmten Raumrichtung verstärkt oder dämpft. Um eine Raumrichtung zu priorisieren, werden die Filterkoeffizienten (Gewichtungsvektoren  $\mathbf{w}$ ) derart ausgelegt, dass die laufzeitbedingte Phasenverschiebung durch das Antennen-Array für eine vorgegebene Raumrichtung ausgeglichen wird. Als Koeffizienten dieser so genannten Optimalfilter (engl. *matched filter*) dient der Steuervektor gemäß Gleichung 3.3 der Sensorgruppe. Die Koeffizienten der Steuervektoren formen dabei für jede Raumrichtung ein eigenständiges Referenzsignal. Liegt dieses orthogonal zur Signalfolge des örtlichen Apertursignals  $\underline{s}(m, n_c, k_c)$ , erreicht das Ergebnis der Filterung sein Maximum.

Die betrachtete Vorgehensweise ist unmittelbar auf die Diskrete Fouriertransformation des örtlichen Apertursignals übertragbar.

$$\underline{s}(m, n_c, k_c) \circ \bullet \underline{S}(p, n_c, k_c) \sum_{m=0}^{M-1} \underline{s}(n_c, k_c) \exp\left(j2\pi \frac{d_A}{\lambda_c} \sin(\theta)\right) \cdot \exp\left(-j2\pi \frac{pm}{P}\right) \quad (3.30)$$

Entsprechend dem *Matched-Filtered-Prinzip* wird in dem Ensemble an Referenzfunktionen nach einem diskreten Signal gesucht, das die Phasendifferenz zwischen den Antennenelementen ausgleicht und eine phasenrichtige Integration der Signalamplituden ermöglicht. Auffindbar ist der korrespondierende Azimutwinkel an der Stelle eines hohen Korrelationswertes. Aufgrund des DFT-Fensters werden gegebenenfalls nichtperiodische Signalausschnitte transformiert, die zur Ausbildung von Nebenkeulen führen [57].

Um diese zu unterdrücken, wird der Gewichtungsvektor um eine Fensterfunktion ergänzt. Ein weiteres räumliches Filter, das die Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}_{xx}$  des örtlichen Empfangssignals verwendet, wird als Bartlett Beamformer bezeichnet. Nach dem *Beamscan*-Verfahren wird für jede räumliche Einfallrichtung ein Gewichtungsvektor  $\underline{\mathbf{w}}$  ausgelegt und mit der Korrelationsmatrix gewichtet. Letztere wird dabei gemäß Formel 3.16 bestimmt und wird als Schätzung  $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$  angegeben. Als Gewichtungsvektor dient ein um eine Fensterfunktion erweiterter Steuervektor.

$$P_{xx}(\theta) = \underline{\mathbf{w}}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}_{xx} \underline{\mathbf{w}}(\theta) \quad (3.31)$$

Als Indikator für den Ablagewinkel in Azimutrichtung dient im Leistungsdichtespektrum wie auch im Richtungsspektrum eine ausgebildete Pegelspitze. Die Position des Peaks entspricht dabei dem Winkel, welcher zur Erstellung des Gewichtungsvektors diente.

### 3.4.2 Unterraumbasierte Verfahren

Unterraumbasierte Verfahren bestimmen den räumlichen Ablagewinkel durch Analyse der Eigenstruktur der räumlichen Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}_{xx}$ . Anhand der Eigenwerte wird entschieden, welche Eigenvektoren den Signalunterraum  $\underline{\mathbf{U}}_s$  der Signalkorrelationsmatrix  $\mathbf{R}_s$  und welche den Rauschunterraum der Rauschkorrelationsmatrix  $\mathbf{R}_\eta$  erklären. Wird ein ideales Signalmodell vorausgesetzt, lässt sich die räumliche Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}_{xx}$  unter Berücksichtigung der Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}$  wie folgt beschreiben.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= \underline{\mathbf{A}} \mathbf{R}_s \underline{\mathbf{A}}^H + \mathbf{R}_\eta \\ &= \underline{\mathbf{A}} \mathbf{R}_s \underline{\mathbf{A}}^H + \sigma_\eta^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Dabei wurde die Matrix  $\underline{\mathbf{A}}$  gemäß Gleichung 3.6 gebildet. Die Dimension der Signalkorrelationsmatrix  $\mathbf{R}_s \in \mathbb{C}^{M \times Z}$  wird von der Anzahl der Antennenelemente  $M$  und Ziele  $Z$  bestimmt, während für  $\mathbf{R}_\eta \in \mathbb{C}^{M \times M}$  gilt. Wird die Nicht-Singularität von  $\mathbf{R}_s$  gewährleistet und weist  $\underline{\mathbf{A}}$  vollen Rang auf, sind Signal- und Rauschunterraum voneinander trennbar. Letztere Bedingung ist aufgrund der Vandermondestruktur der linearen Sensorgruppe innerhalb des Eindeutigkeitsbereichs der Arrays immer gegeben. Die Singularität von  $\mathbf{R}_s$  ist jedoch abhängig von der Kohärenz der Empfangssignale. Sind beide Bedingungen erfüllt, führt die Eigenwertzerlegung nach

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= \sum_{m=1}^M \lambda_m \underline{\mathbf{u}}_m \underline{\mathbf{u}}_m^H = \underline{\mathbf{U}} \underline{\mathbf{\Lambda}} \underline{\mathbf{U}}^H \\ &= \underline{\mathbf{U}}_s \underline{\mathbf{\Lambda}}_s \underline{\mathbf{U}}_s^H + \underline{\mathbf{U}}_\eta \underline{\mathbf{\Lambda}}_\eta \underline{\mathbf{U}}_\eta^H \end{aligned} \quad (3.33)$$

zum Signal- und Rauschunterraum.  $\underline{\mathbf{U}}$  charakterisieren die unitäre Matrix der Eigenvektoren und  $\underline{\mathbf{\Lambda}}$  die Diagonalmatrix der Eigenwerte.

Bei unterraumbasierten Verfahren korrespondiert der Wert der Eigenwerte mit der Korrelation der Signalphasen des örtlichen Apertursignals. Legt man das ideale Signalmodell zu Grunde, entsprechen die Rauscheigenwerte der Rauschvarianz. Darüber hinaus wird der Wert der Signaleigenwerte  $\lambda_s$  additiv vom Wert der Rauschvarianz beeinflusst. Sofern keine kohärenten Eingangssignale vorliegen, dient der Wertunterschied zwischen beiden Eigenwerten als Zugehörigkeitskriterium. Entsprechend korrespondiert der Rang  $l = \text{rang}(\mathbf{R}_s)$  der Signalkorrelationsmatrix mit der Anzahl an Zielen. Da die Matrix  $\mathbf{R}_s$  nicht messbar ist, geht der Rang aus der Differenz zwischen den kleinsten Eigenwerten und der Anzahl der Antennen hervor. Demzufolge identifizieren die größten Eigenwerte die Eigenvektoren des Signalunterraums.

Im Fall korrelierender Signalphasen dominiert ein einzelner Eigenwert gegenüber den anderen Signaleigenwerten, die etwa auf das Niveau der Rauscheigenwerte absinken. Der entstehende Rangdefekt lässt sich mithilfe so genannter Dekorrelationsverfahren ausgleichen, siehe Chen et al. [19]. Charakteristisch für unterraumbasierte Verfahren ist, dass zur Lösung die Anzahl der Ziele *a priori* bekannt sein muss.

Zu den Verfahren, die die Eigenstruktur der räumlichen Korrelationsmatrix zur Winkelschätzung ausnutzen, gehört der MUSIC-Algorithmus (engl. *multiple signal classification*). Grundlage der Betrachtung sind die  $d = M - l$  Eigenwerte und Eigenvektoren, die bei Berücksichtigung des idealen Signalmodells der Rauschvarianz entsprechen  $\lambda_{\eta,d+1} = \dots = \lambda_{\eta,M} = \sigma^2$ . Wird für die verbleibenden  $d$  Eigenwerte das Eigenwertproblem aufgestellt, leitet sich daraus die Lösung zur Bestimmung der räumlichen Korrelationsmatrix ab.

$$\begin{aligned} 0 &= (\mathbf{R}_{xx} - \mathbf{I}_M \lambda_{\eta,i}) \mathbf{u}_{\eta,i}, & i &= d + 1, \dots, M \\ &= \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{u}_{\eta,i} + \sigma_\eta^2 \mathbf{I}_M \mathbf{u}_{\eta,i} - \sigma_\eta^2 \mathbf{I}_M \mathbf{u}_{\eta,i}, & \lambda_{\eta,i} &= \sigma_\eta^2 \\ &= \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{u}_{\eta,i} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Besitzt  $\mathbf{A}$  vollen Rang und ist  $\mathbf{R}_s$  nicht singulär, lässt sich die Lösung auf die Orthogonalität zwischen  $\mathbf{a}(\theta)$  und  $\mathbf{u}_{\eta,i}$  zurückführen. Dieser Zusammenhang leitet zur Schlussfolgerung hin, dass die Wahl eines orthogonal zum Rauscheigenvektor stehenden Steuerungsvektors die Identifikation der Raumrichtung zulässt. Aus der Inverse des Produktes aus unitärer Rauscheigenwertmatrix  $\mathbf{R}_\eta$  und Steuerungsvektor  $\mathbf{a}(\theta)$  lässt sich das Pseudospektrum des Ablagewinkels berechnen, in welchem Zielmeldungen an den Stellen von hohen Peaks gefunden werden können.

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_\eta \mathbf{U}_\eta^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (3.35)$$

Das hergeleitete Pseudospektrum ist nicht zu verwechseln mit einem Leistungsdichtespektrum. Die Höhe der Peaks dient als Indikator für das Maß der Orthogonalität zwischen den Steuerungsvektoren und dem Rauschraum. Die Peaks stellen eine Art Zielmeldung dar.

### 3.4.3 Modellbasierte Verfahren der Kurzzeitspektralanalyse

Eine weitere Herangehensweise, den Azimutwinkel eines Streuzentrums zu schätzen, beruht auf der Analyse des Leistungsdichtespektrums des örtlichen Apertursignals. Grundlage dieser Betrachtungsweise bildet das Wiener-Chintschin-Theorem, welches die spektrale Leistungsdichte als Fouriertransformation der korrespondierenden Autokorrelationsfolge eines stationären Zufallsprozesses definiert [64]. Da der notwendige stochastische Prozess messtechnisch nicht zugänglich ist, müssen die erforderlichen statistischen Kenngrößen anhand der konkret vorliegenden Erscheinungsform, der so genannten Musterfunktion, abgeleitet werden. Im Regelfall ist sowohl die Anzahl an Realisierungen des Prozesses als auch die zeitliche Ausdehnung beschränkt. Unter diesen Rahmenbedingungen muss der signalerzeugende Prozess der vorliegenden Musterfunktion als endogen klassifiziert sein, um das Leistungsdichtespektrum basierend auf der geschätzten Autokorrelationsfunktion der Realisierung zu berechnen. Eine Verbesserung des spektralen Auflösungsvermögens durch nichtparametrische Spektralschätzverfahren wie das Periodogramm- oder Korrelogramm-Verfahren wird hingegen nicht erreicht. Darüber hinaus führt die Schätzung der Autokorrelationsfolge eines zeitlich begrenzten Signals ähnlich der Diskreten Fouriertransformation zu Leckeffekten, die eine Überlagerung der Leistungspegel schwach ausgeprägter Signale im Leistungsdichtespektrum bewirken.

#### Abbildung des Apertursignals durch autoregressive Modelle

Einen weiteren Ansatz zur Berechnung eines hochaufgelösten Spektrums eines zeitlich begrenzten Signalausschnittes bietet die Gruppe der modellbasierten Verfahren zur Kurzzeitspektralanalyse. Der Grundgedanke beruht auf der Gestaltung eines Rauschformungsfilters, dessen struktureller Aufbau einem linearen System entspricht. Die Dimensionierung der Modellparameter unterliegt dabei der Vorgabe, die spektralen Eigenschaften eines Analyseprozesses möglichst exakt abzubilden [57]. Abhängig von der



Charakteristik des zu konstruierenden Prozesses existieren unterschiedliche Vorlagen für die Modellstruktur. Begünstigt durch die Berechenbarkeit der Modellparameter auf Grundlage eines linearen Gleichungssystems wird in dieser Arbeit ein autoregressives Modell (AR-Modell) eingesetzt, um die spektralen Eigenschaften des örtlichen Apertursignals abzubilden.

Ein AR-Modell wird gemäß Gleichung 3.36 als lineare Gleichung definiert, die den aktuellen Datenwert durch Regression der vorausgegangenen Werte ableitet.

$$x(n) = e(n) - \sum_{i=1}^I a_i x(n-i) \quad (3.36)$$

Inhärent trifft dieser Modellierungsansatz die Annahme, dass der Informationsgehalt der aktuellsten Datenpunkte den größten Beitrag zum Datenwert  $x(n)$  liefert. Die Anzahl vorausgegangener Datenpunkte, die in die Berechnung einfließen, wird über die Ordnung  $I$  des Modells spezifiziert. Aufgrund dieses Abhängigkeitsverhältnisses lässt sich über die so genannten Yule-Walker-Gleichungen eine Beziehung zwischen der Autokorrelationsfolge eines Prozesses und den Modellkoeffizienten  $a_1, \dots, a_i$  herstellen. Des Weiteren definiert  $e(n)$  den Rauschwert der Rauschquelle mit der Leistung  $P_{ee} = Var\{e(n)\} = \sigma_{ee}^2$ . Um aufzuzeigen, dass das Richtungsspektrum des örtlichen Apertursignals dem Spektrum des AR-Modells entspricht, muss für Gleichung 3.36 eine Darstellungsform gewählt werden, die diesen Zugang ermöglicht. Als Ansatz dient die Transformation von Gleichung 3.36 in die  $z$ -Ebene ( $z$ -Transformation), die zur Übertragungsfunktion  $H(z)$  des Modells führt.

$$H(z) = \frac{X(z)}{E(z)} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^I a_i z^{-i}}, \quad z = e^{j\Omega} = e^{j2\pi \frac{f}{f_s}} \quad (3.37)$$

Basierend auf der Übertragungsfunktion des AR-Modells  $H(e^{j\Omega})$  ermöglicht die Wiener-Lee-Beziehung die Berechnung der spektralen Leistungsdichte des modellierten Prozesses  $P_{xx}$  [57]

$$\hat{P}_{xx}(e^{j\Omega}) = P_{ee}(e^{j\Omega}) |H(e^{j\Omega})|^2 = \frac{\sigma_{ee}^2}{|1 + \sum_{i=1}^I a_i z^{-i}|^2}, \quad \Omega = 2\pi \frac{f}{f_s} \quad (3.38)$$

Wird die Gleichung 3.37 als Blockdiagramm dargestellt, siehe Abbildung 3.7, offenbart der Signalfluss eine Rückkopplung. In der digitalen Signalverarbeitung klassifizierte diese Struktur einen IIR-Filter (engl. *infinite impulse response filter*), der ausschließlich aus Pol-Stellen (engl. *all-pole-system*) besteht. Durch die einzelnen Verzögerungsglieder im Rückführungszweig der Filterstruktur werden die vorausgegangenen Ausgangsmesswerte für die Berechnung des aktuellen Messwerts berücksichtigt. In Analogie zur Signatur der verwendeten Sensorgruppe liegt am Ausgang jedes Verzögerungsgliedes der Messwert des örtlich weiter entfernten Antennenelementes zur Referenzantenne an.

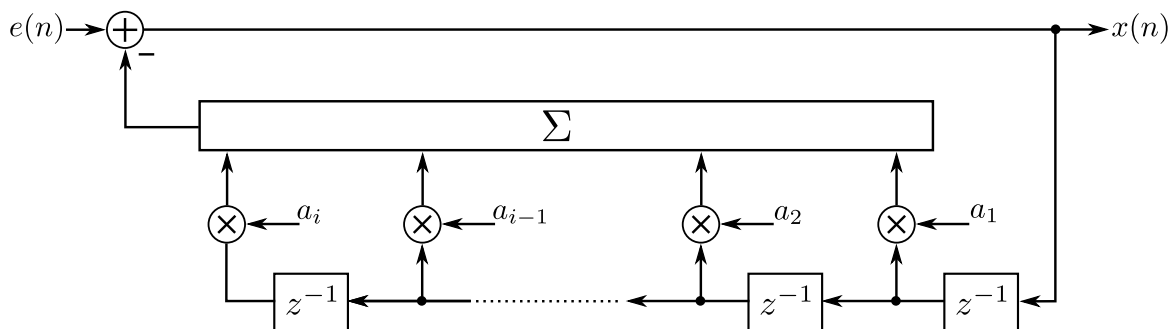


Abbildung 3.7: Flussdiagramm eines autoregressiven Modells

Eine besondere Bedeutung nehmen die Pol-Stellen bei der Entwicklung des Modells ein. Gemäß Gleichung 3.5 ist das Apertursignal als additive Überlagerung unterschiedlicher komplexer Sinusterme (Cisoiden) modelliert. Dabei liegt jeder komplexer Sinusterm einem Streuzentrum in gleicher Entfernung aber unterschiedlichem Ablagewinkel zu Grunde. Im Zuge der Modellierung des Apertursignals durch ein autoregressives Modell definiert die Modellordnung anhand der Polstellenanzahl die Anzahl vom Modell erfassbarer Streuzentren. Korrespondiert die Ortsfrequenz mit der Resonanz einer Pol-Stelle, bildet das Leistungsdichtespektrum des AR-Modells eine scharf ausgeprägte Pegelspitze aus. Die Frequenzen der Spitzenwerte entsprechen der Winkelantwort des Richtungsspektrums der örtlichen Aperturfunktion. Unterschreitet die gewählte Modellordnung des AR-Modells die Anzahl der Signalfrequenzen im Apertursignal, verzerrt die Winkelantwort im Spektrum. Für die Veranschaulichung einer zu groß gewählten Modellordnung bietet sich die Darstellung der Pol-/Nullstellenanordnung in der komplexen Ebene an. Pol-Stellen, die ein Streuzentrum abbilden, orientieren sich zum Rand des komplexen Einheitskreises hin, während Pol-Stellen ohne direkte Frequenzzuordnung eines Azimutwinkels ins Innere wandern.

Um die Anwendung der Eigenschaften der autoregressiven Prozessmodellierung für die Ablagewinkel-Schätzung zu veranschaulichen, wird im Folgenden für die simulative Vorstellung des Verfahrens ein AR-Modell der Ordnung acht betrachtet. Demnach lässt das Modell die Abbildung von acht Cisoiden zu. Zur Simulation des örtlichen Apertursignals entlang eines 16-elementigen Empfangs-Arrays wurden die Signalanteile dreier Streuzentren unterschiedlicher Winkelposition  $\theta = [5^\circ, 15^\circ, 25^\circ]$  von einem mittelwertfreien Rauschsignal der Rauschleistung  $\sigma_{ee}^2 = 0.1$  überlagert.

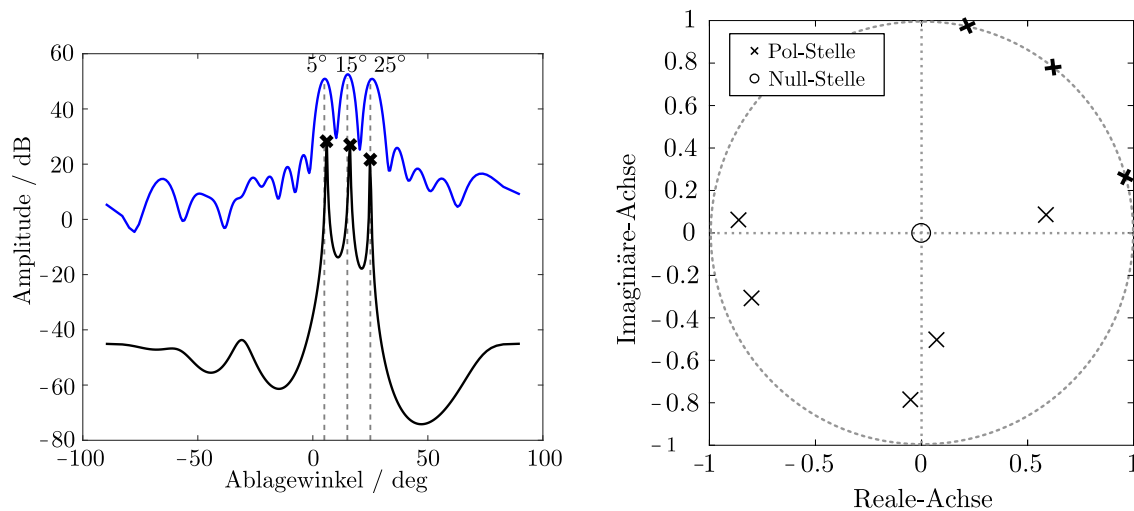


Abbildung 3.8: Verlauf des Leistungsdichtespektrums eines autoregressiven Modells (—) überlagert vom Richtungsspektrum einer Diskreten Fouriertransformation (---) für den Anwendungsfall dreier in gleicher radialer Entfernung positionierter Streuzentren (---) (links). Pol-/Nullstellenverteilung der Übertragungsfunktion für das modellierte Apertursignal (rechts).

Abbildung 3.8 zeigt das Leistungsdichtespektrum des AR-Modells überlagert von der Winkelantwort des korrespondierenden Richtungsspektrums. Gemäß Gleichung 3.38 wird jeder Spektralwert einer normierten Kreisfrequenz  $\Omega = 2\pi \frac{f}{f_s}$  zugeordnet. Der Azimutwinkel zu den Pegelspitzen folgt aus der Beziehung.

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\Omega}{\pi}\right), \quad f = \frac{\sin(\theta)}{\lambda_c}, \quad f_s = \frac{\lambda_c}{2} \quad (3.39)$$

Ein ähnlicher Zusammenhang führt über die Polstellenverteilung. Beschränkt auf die Pol-Stellen auf dem Rand des Einheitskreises, lässt sich der umspannte Kreisbogen jedes Pols als Bogenmaß  $\angle_\theta$  einem Azimutwinkel zuweisen.

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\angle_\theta}{\pi}\right) \quad (3.40)$$

Aufgrund der zu hoch angesetzten Modellordnung ergeben sich weitere lokale Maxima im Spektrum, die in Form weiterer Pol-Stellen im Inneren des Einheitskreises liegen.

### Bestimmung der Modellparameter

Die Anwendbarkeit eines autoregressiven Modells zur Auswertung der spektralen Leistungsdichte eines Analyseprozesses hängt unweigerlich von der Auswahl geeigneter Modellparameter ab. Erforderlich für die Modellgestaltung ist die Tatsache, dass der zu Grunde liegende Prozess autoregressiven Charakter besitzt. Im Fall der örtlichen Aperturfunktion ist eine konkrete Ausprägung einer Musterfunktion eines unbekanntes Prozesses gegeben, der nicht notwendigerweise die erforderlichen autoregressiven Eigenschaften aufweist. Ein alternativer Ansatz, der dennoch eine Abschätzung der Modellparameter ermöglicht, führt über ein Polynom auf Basis der Wiener-Hopf-Gleichung.

$$A(z) = \sum_{i=0}^{I-1} a_i z^{-i} \quad (3.41)$$

Das Polynom 3.41 besitzt die Struktur eines nicht rekursiven FIR-Filters (engl. *finite impulse response filter*). Der aktuellste Wert der Messfolge basiert dabei auf dem linearen Zusammenhang zeitlich zurückliegender Messwerte. Sind die notwendigen linearen Zusammenhänge bekannt, lassen sich weitere Werte der Messwertfolge präzisieren. Um das Apertursignal als autoregressives Modell abzubilden, wird die Annahme getroffen, dass es sich aus einem systematischen Strukturanteil (erklärender Anteil) und aus verrauschten Messsignalanteilen (nicht erklärbare Anteile) zusammensetzen lässt.

$$\underline{\rho}(m) = \underbrace{\underline{\nu}(m)}_{\text{Erklärbarer Anteil}} + \underbrace{\underline{\eta}(m)}_{\text{Nichterklärbarer Anteil}} \quad (3.42)$$

$\underline{\eta}(m)$  spezifiziert die Ausprägung eines stochastischen Rauschprozesses am Empfangselement  $m$ . Mit  $\underline{\nu}(m)$  wird der systematische Anteil von Gleichung 3.42 beschrieben, der dem Signalmodell des Apertursignals  $\underline{s}(m, n_c, k_c)$  nach Gleichung 3.5 entspricht. Zur Vereinfachung der Notation wird der Bezug zum Abtastindex  $n_c$  sowie zum Rampenindex  $k_c$  für die weiteren Betrachtungen verworfen. Basierend auf dem Messsignal  $\underline{\rho}(m)$  wird durch Faltung vergangener Messwerte der Folge mit den zu bestimmenden Modellkoeffizienten  $\underline{a}_0, \dots, \underline{a}_i$  eine Schätzung nachfolgender Messwerte  $\hat{\underline{\rho}}(m+1)$  bestimmt.

$$\hat{\underline{\rho}}(m+1) = \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i \underline{\rho}(m-i) = \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i [\underline{\nu}(m-i) + \underline{\eta}(m-i)] \quad (3.43)$$

Über den Index  $i$  wird jeder der insgesamt  $I$  Messwerte indiziert, die zur Berechnung der Modellkoeffizienten berücksichtigt werden. Im Zuge der Herleitung der Modellparameter erfüllt der Prädikationswert  $\hat{\underline{\rho}}(m+1)$  die Funktion eines Richtwertes für ein zu minimierendes Fehlerkriterium. Diese Optimierungsaufgabe unterliegt dem Wiener-Ansatz zur Berechnung so genannter Optimalfilter. Diesbezüglich sind die Modellkoeffizienten unter Betrachtung der minimalen mittleren quadratischen Abweichung  $E\{|e(m)|^2\}$  zwischen dem wirklichen Folgewert  $\underline{\rho}(m+1)$  und dem prädierten  $\hat{\underline{\rho}}(m+1)$  ausgelegt. Ziel dieses Ansatzes ist demzufolge die Minimierung der Leistung des Prädikationsfehlers.

$$\begin{aligned} E\{|e(m)|^2\} &= E\{|\underline{\rho}(m+1) - \hat{\underline{\rho}}(m+1)|^2\} \\ &= E\left\{\left|\underline{\rho}(m+1) - \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i [\underline{\nu}(m-i) + \underline{\eta}(m-i)]\right|^2\right\} \stackrel{!}{=} \min \end{aligned} \quad (3.44)$$

Da die Zielfunktion  $|e(m)|^2$  von den komplexwertigen Modellkoeffizienten  $\underline{a}_i$  abhängt, wird zur Berechnung des Minimums die partielle Ableitung nach den originalen komplexen sowie den konjugiert komplexen Modellkoeffizienten gebildet [12]. Exemplarisch wird für die Ableitung der Zielfunktion nach den konjugiert komplexwertigen Modellkoeffizienten weiter verfahren.

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{\partial}{\partial \underline{a}_l^*} \{ \underline{e}(m) \underline{e}^*(m) \} \\
 &= E \left\{ \underline{e}(m) \frac{\partial}{\partial \underline{a}_l^*} \left( \underline{\rho}^*(m+1) - \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i^* \underline{\rho}^*(m-i) \right) \right\} \\
 &= E \left\{ \underline{e}(m) \underline{\rho}^*(m-l) \right\} \\
 &= E \left\{ (\underline{\rho}(m+1) - \hat{\rho}(m+1)) \underline{\rho}^*(m-l) \right\} \\
 &= E \left\{ \underbrace{\underline{\rho}(m+1) \underline{\rho}^*(m-l)}_{r_{e\rho}} - \underbrace{\sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i E \left\{ [\underline{\nu}(m-i) + \underline{\eta}(m-i)] [\underline{\nu}^*(m-l) + \underline{\eta}^*(m-l)] \right\}}_{r_{e\nu} + r_{e\eta}} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

Aus der Ableitung gehen die Kreuz-Korrelationen zwischen dem Schätzfehler  $\underline{e}(m)$  und dem Apertursignal  $\underline{\nu}(m)$  sowie dem Schätzfehler und dem Rauschsignal  $\underline{\eta}(m)$  hervor. Ebenso wird die Autokorrelation  $r_{e\rho}$  zwischen dem aktuellen Signalsample  $\underline{\rho}(m+1)$  und dem vorausgegangenen Sample  $\underline{\rho}(m-i)$  berechnet. Zur Verbesserung der Übersicht werden die Kreuz-Korrelationen getrennt berechnet und durch  $r_{e\nu}$  und  $r_{e\eta}$  substituiert.

Für die Weiterführung der Berechnung wird davon ausgegangen, dass der Prozess des örtlichen Apertursignals und der Rauschprozess unkorreliert sind, so dass

$$E \{ \underline{\nu}(m) \underline{\eta}^*(m-i) \} = 0 \tag{3.46}$$

gilt. Darüber hinaus wird angenommen, dass die gegebenen Signale Ausprägungen von Prozessen mit restriktivem stationärem Charakter (engl. *wide-sense stationarity process*) sind.

$$\begin{aligned}
 r_{e\rho} &= E \{ \underline{\rho}(m+1) \underline{\rho}^*(m-l) \} \\
 &= r_{\rho\rho}(l+1)
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

$$\begin{aligned}
 r_{e\nu} &= - \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i \left( E \left\{ \underline{\nu}(m-i) \underline{\nu}^*(m-l) \right\} + \underbrace{E \left\{ \underline{\nu}(m-i) \underline{\eta}^*(m-l) \right\}}_0 \right) \\
 &= - \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i r_{\nu\nu}(l-i)
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

$$\begin{aligned}
 r_{e\eta} &= - \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i \left( \underbrace{E \left\{ \underline{\eta}(m-i) \underline{\nu}^*(m-l) \right\}}_0 + E \left\{ \underline{\eta}(m-i) \underline{\eta}^*(m-l) \right\} \right) \\
 &= - \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_i r_{\eta\eta}(l-i)
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

Bei Gültigkeit dieser Annahmen zeigt sich das Abhängigkeitsverhältnis der Modellkoeffizienten von den Autokorrelationsfolgen  $r_{\nu\nu}(l)$  und  $r_{\eta\eta}(l)$ .

$$r_{e\rho} = r_{e\nu} + r_{e\eta}$$

$$r_{\rho\rho}(l+1) = \sum_{i=0}^{I-1} a_i (r_{\nu\nu}(l-i) + r_{\eta\eta}(l-i)) \quad (3.50)$$

Aus Gleichung 3.50 ergibt sich durch Invertierung der Autokorrelationsmatrix  $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{R}_{\nu\nu} + \mathbf{R}_{\eta\eta}$  und Multiplikation mit dem Autokorrelationsvektor  $\mathbf{r}_{\nu\nu}$  der gesuchte Modellparametervektor  $\mathbf{a}$  als Lösung der Wiener-Hopf-Gleichung der Prädikation gemäß:

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{\rho\rho} \quad (3.51)$$

Mit Gleichung 3.51 wird die Lösung des in Gleichung 3.44 formulierten Optimierungsproblems zur Minimierung der Prädikationsfehlerleistung bereitgestellt, so dass durch Einsetzen der Modellparameter für die Übertragungsfunktion  $A_{LP}(z)$  des linearen Prädikationsfilters folgt.

$$A_{LP}(z) = 1 - z^{-1}A(z) = 1 - \sum_{i=1}^I a_i z^{-i} \quad (3.52)$$

Zur Berechnung der Modellkoeffizienten existieren effiziente Algorithmen, die durch Berücksichtigung der Toeplitz-Struktur von  $\mathbf{R}_{xx}$  eine Matrixinversion vermeiden. Bei allen Algorithmen stellt sich jedoch die initiale Frage nach dem Umgang mit der zeitlichen Beschränkung der Aperturfunktion. Unmittelbar davon ableiten lässt sich wiederum die Fragestellung nach dem Umgang mit Messsignalen außerhalb des Messintervalls. Für die Beantwortung etablierten sich zwei unterschiedliche Ansätze. Während so genannte stationäre Verfahren die Signalanteile außerhalb des Messintervalls zu null setzen, betrachten nicht stationäre Ansätze diese als unbestimmt.

Stationäre Verfahren stellen den Zusammenhang zwischen den Modellparametern und der Autokorrelationsfolge der Musterfunktionen über die Autokorrelationsmethode her. Infolge der zeitlichen Beschränkung ist die Schätzung der Autokorrelationsfolge nicht erwartungstreu, so dass der entstehende Bias die Modellparameter verfälscht. Zur Berechnung der Modellparameter eignet sich bei Anwendung der Autokorrelationsmethode der Levinson-und-Durbin-Algorithmus [7]. Grundprinzip ist die Umformulierung der FIR-Filterstruktur auf eine Lattice-Struktur zur rekursiven Berechnung der Parameter.

Nichtstationäre Ansätze, zu denen die Kovarianz-Methode zählt, ermöglichen zwar eine erwartungstreue Schätzung der Modellparameter, können aber zu instabilen Synthesefiltern für die Spektralschätzung führen.

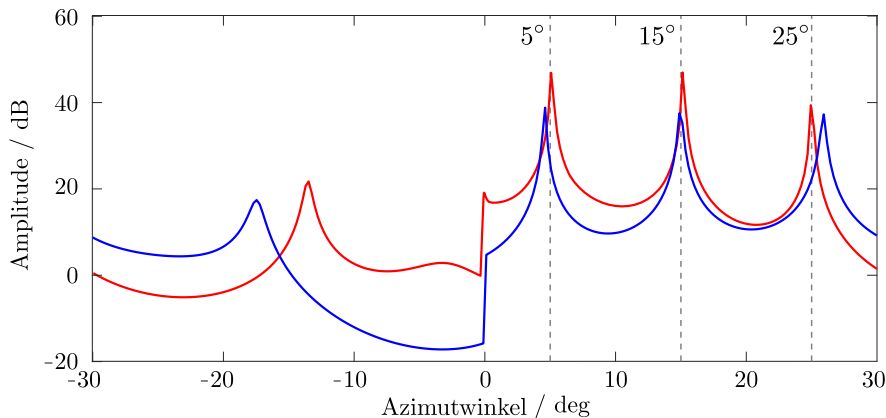


Abbildung 3.9: Leistungsdichtespektrum einer 16 elementigen Sensorgruppe dreier simulierter Streuzentren für die Azimutwinkel  $[5^\circ, 15^\circ, 25^\circ]$ . Gegenübergestellt sind die berechneten Spektren nach der Modell-Parameterberechnung für den Prädikationsfilter der Ordnung acht durch die Burg-Methode (—) und durch die Levinson-Durbin-Rekursion (—)

Den Nachteilen beider Ansätze entgeht der Burg-Algorithmus [57]. Basierend auf der Lattice-Struktur des zu berechnenden Prädikationsfilters wird der Prädikationsfehler in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung minimiert, um gleichzeitig die Modellparameter eines minimalphasigen Filters zu berechnen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden sowohl der Levinson-Durbin- als auch der Burg-Algorithmus implementiert und zur Berechnung des Leistungsdichtespektrums des eingangs angeführten Simulationsbeispiels angewendet (siehe Abbildung 3.9).

Die Auswertung der spektralen Leistungsdichte auf Grundlage der berechneten Modellparameter nach dem Verfahren von Burg und Levinson offenbart ausgebildete Signalpegel korrespondierend mit der Einfallrichtung der Zielobjekte. Neben einem niedrigeren Pegelwert zeigt das Verfahren von Levinson und Durbin jedoch eine Abweichung vom vorgegebenen Ablagewinkel. Aufgrund der höheren Genauigkeit, numerischen Stabilität und höheren Konvergenzgeschwindigkeit [49] wird im Rahmen dieser Arbeit die Burg-Methode favorisiert und weiterverwendet.

### Anwendung des Prädikationsfilters zur Signalextrapolation für Antennenelemente

Mit Hilfe eines rekursiven FIR-Filters wurde im vorausgegangenen Abschnitt auf Basis der Wiener-Hopf-Gleichung der erklärable Anteil  $\underline{\nu}(m)$  des verrauschten Apertursignals  $\underline{\rho}(m)$  bestimmt. Ist die korrespondierende Übertragungsfunktion aus Gleichung 3.52 minimalphasig, entsprechen die Modellkoeffizienten bis auf das Vorzeichen dem Synthesefilter eines autoregressiven Modells gleicher Ordnung. Durch diese Gemeinsamkeit beschreibt das Leistungsdichtespektrum des Prädikationsfilters die gleiche Winkelantwort wie das Richtungsspektrum. Als weitere Anwendung ermöglicht der erklärable Anteil weitere Werte des Apertursignals zu präzisieren. Die Bedeutung eines extrapolierten Signalwertes korrespondiert mit einem virtuellen Antennenelement (siehe Abbildung 3.10) und erzeugt eine künstliche Erweiterung der realen Apertur.

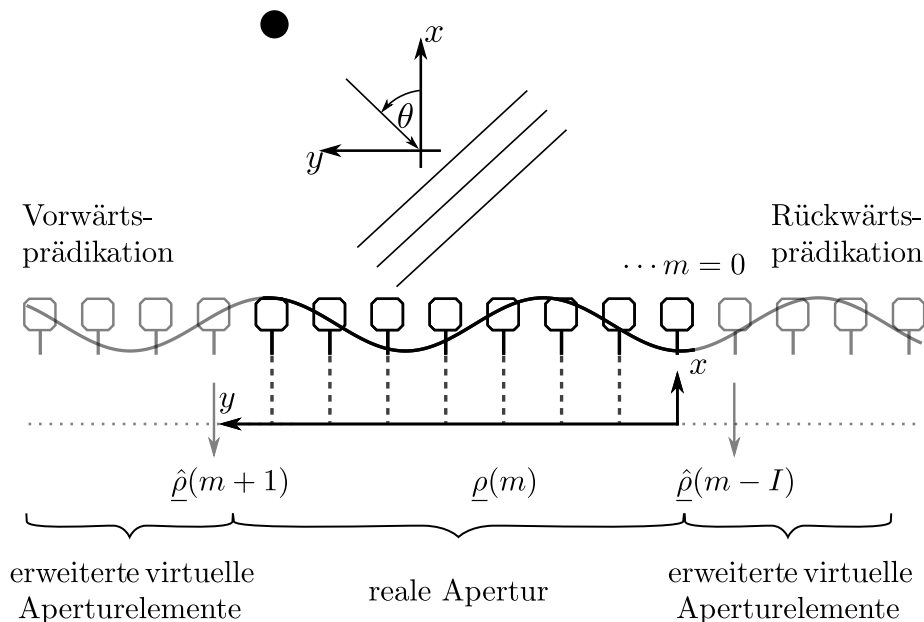


Abbildung 3.10: Virtuelle Erweiterung der reellen Apertur durch Prädikation des örtlichen Apertursignals

Dabei kann die Anzahl präzisierter Signalwerte die Anzahl der Originalmesswerte überschreiten. Als einschränkende Größe limitiert die Ordnungszahl  $I$  des Filters die Anzahl der Frequenzanteile, die der Filter erklären kann. Liegt das Apertursignal als reelles Signal vor, sind nach [59] zwei reelle Koeffizienten erforderlich, um das Signal zu extrapolieren. Unterliegt ein komplexwertiges Signal der Analyse, erfordert die Modellierung einen Koeffizienten. Zusammenfassend darf die Anzahl zu erklärender Frequenzanteile für komplexe Signale  $I - 1$  und reelle  $\frac{I}{2} - 1$  nicht überschreiten.

Das gemessene Apertursignal stellt einen begrenzten Ausschnitt des Empfangsechos reflektierter Streuzentren dar, dessen Anfang und Ende unbestimmt sind. Dieser Freiheitsgrad ermöglicht die Identifikation des erklärenden Anteils sowohl in Vorwärts- als auch in Rückwärtsrichtung, wobei die Position der Referenzantenne die Richtung angibt. Die geschätzten Antennensignale auf den virtuellen Antennenelementen ergeben sich aus:

$$\begin{aligned}\hat{\rho}(m) &= \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_{i,v} \underline{\rho}(m - i - 1) \\ \hat{\rho}(m) &= \sum_{i=0}^{I-1} \underline{a}_{I-1-i,r} \underline{\rho}(m - i - I) \quad \text{mit} \quad m = -1, -2, -3, -4, \dots\end{aligned}\tag{3.53}$$

Die Faltung des Apertursignals mit den Koeffizienten der Filter in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung  $\underline{a}_{i,v}$  und  $\underline{a}_{i,r}$  ermöglicht theoretisch die beliebige Vergrößerung der Apertur, wobei mit zunehmender Größe die Anteile des Originalsignals immer geringer werden. Überschreitet die Anzahl prädizierter Werte jedoch die Anzahl originaler Messwerte, lässt sich die Prädikation auf Basis prädizierter Werte fortführen. Dabei wird die Phase über alle Prozessierungsschritte hinweg kohärent fortgeführt, so dass die Berechnung des Richtungsspektrums mittels Diskreter Fouriertransformation möglich ist. Verglichen mit dem Richtungsspektrum nach einer DFT weist das Leistungsdichtespektrum wesentlich schärfere Peaks auf. Diese haben jedoch den Nachteil, dass Pol-Stellen, denen Resonanz aufgrund von Rauschen zu Grunde liegt, den Rauschpegel durchstoßen und als Ziel detektiert werden. Wird das Apertursignal unbegrenzt in beide Richtungen prädiziert, so nähert sich das Richtungsspektrum dem Leistungsdichtespektrum des Modells an [74].

### 3.4.4 Bewertung der Winkelmessung

Als Erweiterung der formalen Beschreibung behandelt der nachfolgende Abschnitt die simulative und messtechnische Gegenüberstellung der Winkelantworten für ein ausgewähltes Szenario. Durch Variation der Szenario- und Verfahrensparameter wird das Winkelspektrum der linearen Prädiktion verändert, um die Genauigkeit, Zieltrennfähigkeit und Zuverlässigkeit der Winkelantwort zu bewerten. Die Beschränkung der Analysen auf einen autoregressiven Ansatz ist sowohl auf die Begrenzung des örtlichen Apertursignals als auch auf die Kohärenz des Sendesignals zurückzuführen. Letzteres beeinträchtigt vornehmlich das MUSIC-Verfahren. Zur Plausibilisierung der wirkenden Zusammenhänge müssen die Phasenbezüge der empfangenen Sequenz an Apertursignalen analysiert werden. Ausgehend von einer unbewegten Umgebung verharret der geschwindigkeitsabhängige Phasenterm der empfangenen LFMCW-Rampen-Sequenz, so dass das entfernungsabhängige Apertursignal jeder empfangenen Rampe eine unveränderte (statische) Phasenlage zueinander besitzt. Dieser Umstand führt zu korrelierten Signalphasen, die im Zuge der Eigenstruktur-Analyse der räumlichen Korrelationsmatrix einen Rangdefekt verursachen und die Trennung von Signal- und Rauschunterraum demzufolge unterbinden. Eine Möglichkeit zum Ausgleich des Rangdefektes stellen Verfahren zur Dekorrelation wie das (engl. *forward-backward spatial smoothing*) durch Auswertung der Symmetrieeigenschaften der linearen Sensorgruppe bereit. Wird hingegen das Apertursignal einer dynamischen Umgebung der Analyse unterzogen, dreht der geschwindigkeitsabhängige Phasenterm mit jeder empfangenen Rampe weiter, so dass unterschiedliche Amplituden- und Phasenlagen entstehen. Die Variation der Signalphasen begünstigt demzufolge die Dekorrelation der Apertursignale und bewirkt einen geringeren Niveauunterschied zwischen den dominierenden Eigenwerten der räumlichen Korrelationsmatrix [96].

Ungeachtet der Möglichkeiten zur Dekorrelation von  $\mathbf{R}_{xx}$  erfordert der MUSIC-Algorithmus die genaue Kenntnis über die Anzahl der Ziele. Um dem vorliegenden Detektionsproblem entgegenzutreten, existieren informationstheoretische Verfahren sowie sequentielle Hypothesentests, mit denen eine Schätzung über die vorhandenen Signale abgegeben werden kann. Bedingt durch die Vielzahl beeinflussender Faktoren und nachgelagerter Maßnahmen zur Berechnung des Ablagewinkels dient der MUSIC-Algorithmus im Rahmen dieser Arbeit als Referenz, um innerhalb einer kontrollierten Umgebung eine

Referenzmessung zur Winkelantwort der linearen Prädiktion bereitzustellen. Mit beliebig feiner Auflösung des Steuerungsvektors kann die Genauigkeit der Winkelantwort im Pseudospektrum hinreichend genau dargestellt werden.

Mit der gleichen Maßnahme lässt sich die Genauigkeit der Winkelmessung im Leistungsdichtespektrum des *Bartlett Beamformers* verbessern. Eine höhere Genauigkeit des Richtungsspektrums der DFT erfordert hingegen eine künstliche Erweiterung der Signalfolge des örtlichen Apertursignals durch weitere angehängte Nullen (engl. *zero padding*). Diese stellen keine weiteren Informationen über das Signal bereit, so dass zwischen den Stützstellen lediglich interpoliert wird. Beide Maßnahmen führen zu einem glatteren Spektrum und werden nachfolgend zur Verbesserung der Genauigkeit angewendet.

Neben einer im Wesentlichen durch Interpolation erreichten verfeinerten Genauigkeit ist die Auflösbarkeit einer Mehrzielsituation durch die Winkelantwort von Vorteil. Wird beispielsweise das Richtungsspektrum mittels DFT berechnet, basiert die erzielbare Auflösung auf der Anzahl vorhandener Abtastwerte. Im Hinblick auf die Signalerfassung korrespondiert das örtliche Raster des Antennen-Arrays mit dem zeitdiskreten Abtastintervall eines Analog-Digital-Wandlers. Dieser Zusammenhang vereinfacht die Vorstellung, die Indexposition eines Antennenelementes als Frequenzlinie des Winkelspektrums aufzufassen. Ist die Fernfeldbedingung erfüllt, erfolgt die zentrierte Anordnung der Frequenzlinien um die Nullfrequenz über den nachfolgenden nichtlinearen Zusammenhang. Dabei wird der Phasenterm der Diskreten Fouriertransformation aufgegriffen und mit der Phasendrehung durch die Struktur des ULA gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} 2\pi f_{ULA} &= 2\pi \frac{pm}{P} = 2\pi \frac{d_A}{\lambda_c} \sin(\theta_p) m \\ \Rightarrow \theta_p &= \arcsin\left(\frac{p}{P} \frac{\lambda_c}{d_A}\right), \quad P = M \end{aligned} \quad (3.54)$$

$\theta_p$  definiert die auflösbaren Winkelschritte eines  $M$ -elementigen Antennen-Arrays für den Eindeutigkeitsbereich  $\pm 90^\circ$ . Wird Gleichung 3.54 beispielsweise für ein 16-elementiges Antennen-Array ausgelegt, offenbart sich infolge der Nichtlinearität eine Verschlechterung der Winkelschritte zum Rand hin. Eine Abschätzung der Auflösung in Abhängigkeit vom Ablagewinkel unter Berücksichtigung der DFT ergibt sich aus der kleinstmöglichen Frequenzdifferenz  $\Delta f_{ULA} = \frac{1}{P}$  zu

$$\begin{aligned} \Delta f_{ULA} &= \frac{1}{P} = \frac{d_A}{\lambda_c} (\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin(\theta)) \\ &= \frac{d_A}{\lambda_c} \cos(\theta) \Delta\theta \\ \Rightarrow \Delta\theta &= \frac{\lambda_c}{P d_A \cos(\theta)} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Neben der Auflösung des Azimutwinkels geht aus 3.55 die Abhängigkeit von der Aperturgröße  $d_A$  hervor. Um zwei Streuzentren im Spektrum der Winkelantwort aufzulösen, müssen die Kriterien nach Sparrow [106] oder Rayleigh [89] erfüllt sein. Für die praktische Anwendbarkeit ist es jedoch zielführender, ein moderateres Kriterium zu formulieren, wonach die Maxima der Winkelantwort mindestens zwei Frequenzlinien auseinander liegen müssen. Übertragen auf das 16-elementige Antennen-Array bedeutet dies für die Zieltrennfähigkeit um den Nullwinkel einen Differenzwinkel von  $14.36^\circ$ , was sehr grob erscheint. Um näher beieinanderliegende oder Streuzentren unter größerem Einfallswinkel zu trennen (vgl. Formel 3.55), wird zunächst simulativ mittels linearer Prädiktion der erklärable Anteil des Apertursignals synthetisiert. Dazu werden mehrere Prädikationsfilter mit zunehmender Ordnungszahl entworfen und für drei simulierte punktförmige Streuzentren unter den Einfallswinkel  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  und  $15^\circ$  ausgewertet. Die Modellordnung gibt dabei die Anzahl prädizierter virtueller Antennenelemente vor, die durch Erweiterung in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung das physikalisch begrenzte 16-elementige Antennen-Array künstlich vergrößern. Ziel ist es das Auflösungsvermögen der Winkelantwort eines 32-elementigen Antennen-Arrays durch das Verfahren der linearen Prädiktion nachzubilden. Dem Richtungsspektrum



jeder Ordnungserhöhung wird aus diesem Grund die Winkelantwort eines 32-elementigen Antennen-Arrays sowie die Winkelantwort eines 16-elementigen MUSIC-Pseudospektrum gegenübergestellt. Darüber hinaus wird die Genauigkeit der simulierten Spektren auf 1024 Winkelschritte innerhalb des Eindeutigkeitsbereichs von  $\pm 90^\circ$  interpoliert.

Beginnend mit einem Prädikationsfilter der Ordnung eins wird ein künstliches 18-elementiges Antennen-Array erstellt, mittels dessen sich die Ortsfrequenz eines Streuzentrums erklären lässt. Wird für dieses Filter die Winkelantwort im dazugehörigen Richtungsspektrum ausgewertet, zeigt das Ergebnis in Abbildung 3.11.a deutlich, dass eine Trennbarkeit der Streuzentren unter dem vorgegebenen Zielwinkel nicht möglich ist. Eine verbesserte Annäherung der Winkelantwort bewirkt die Vervielfachung der Modellordnung hin zu einem Prädikationsfilter der Ordnung vier, siehe Abbildung 3.11.b. Das Richtungsspektrum des Filters erlaubt nun die Frequenzen aller Streuzentren zu erklären. Aus der Betrachtung der Einhüllenden der Winkelantwort ist zu schließen, dass das synthetisierte Modell eine vergleichbare Auflösung wie ein 24-elementiges Antennen-Array von  $4.78^\circ$  besitzt. Des Weiteren liegen drei der vier Polstellen des Filters auf dem Einheitskreis. Allerdings lässt die Ausprägung der Maximalwerte an den richtigen Winkelpositionen eine zuverlässige Trennung mittels des eingangs eingeführten moderaten Trennkriteriums nicht zu.

Eine Verdopplung der Ordnungszahl führt schlussendlich zur Winkelantwort des als Referenz dienenden 32-elementigen Antennen-Arrays. Die Abweichung der durchgezogenen Einhüllenden des Spektralverlaufs vom Prädikationsmodell zum referenzierten Richtungsspektrum ist mit der simulierten effektiven Rauschleistung von  $\sigma_{ee}^2 = 0.1$  zu begründen. Darüber hinaus führt die Ordnungserhöhung zu weiteren Pol-Stellen, deren Lage sich im Inneren des Einheitskreises befindet und die keine weiteren Maxima ausbilden.

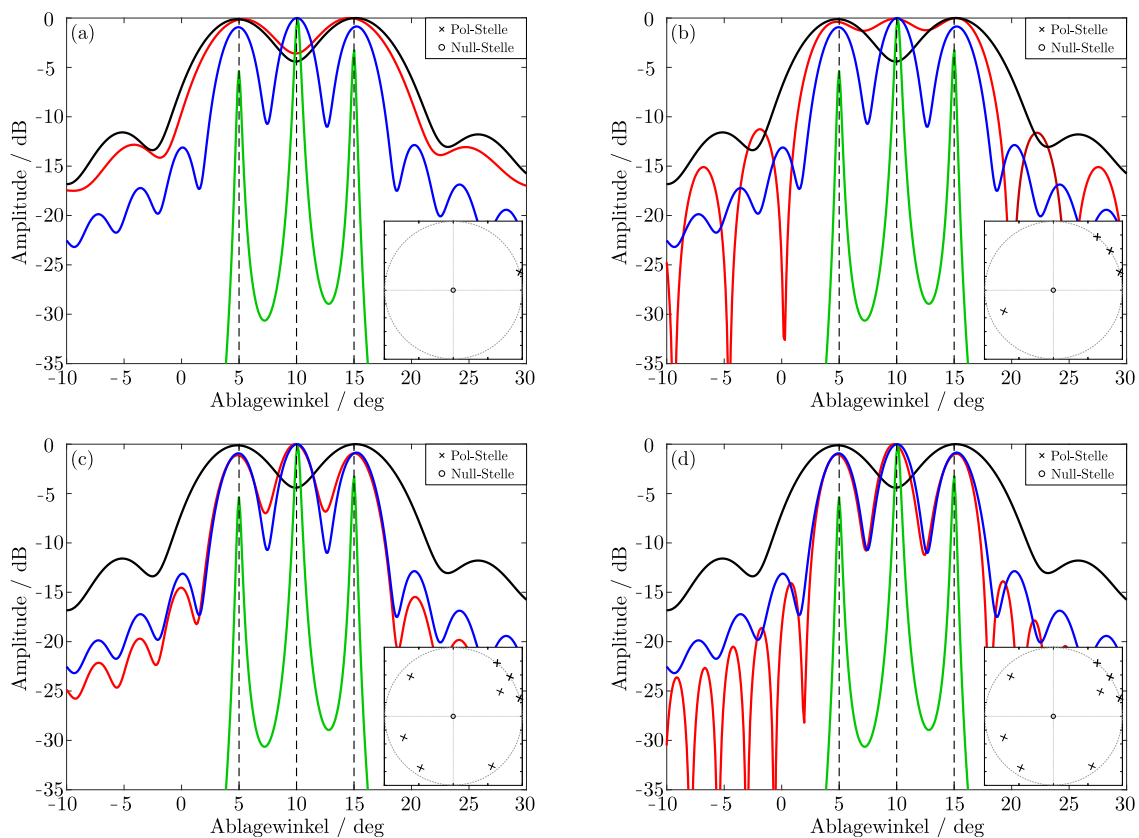


Abbildung 3.11: Simulierte Winkelantworten unterschiedlicher Winkelabbildungsverfahren für ein simuliertes Szenario. MUSIC-Pseudospektrum (—), DFT-Richtungsspektrum lineares Prädikationsmodell (—), DFT-Richtungsspektrum 16-elementiges Antennen-Array (—), DFT-Richtungsspektrum 32-elementiges-Array (—). (a) LP-Modellordnung(1), (b) LP-Modellordnung(4), (c) und (d) LP-Modellordnung(8).

Wird die Anzahl der prädierten virtuellen Antennenelemente weiter verdoppelt, so dass auf Grundlage prädiierter Werte der Signalverlauf erweitert wird, nimmt der Einfluss der Rauschleistung ab, siehe Abbildung 3.11.d.

Auf Grundlage der Simulation lässt sich die Erkenntnis ableiten, dass das Verfahren der linearen Prädiktion eine vergleichbare Winkelauflösung eines 16-elementigen Antennen-Arrays zulässt, wie die eines real existierenden 32-elementigen Antennen-Arrays. Um die simulativ erworbenen Erkenntnisse zu bestätigen, wird das gleiche Szenario messtechnisch nachgebildet. Abbildung 3.12 zeigt die Einhüllenden der Spektralverläufe der in dieser Arbeit betrachteten Verfahren zur Winkelabbildung. Beginnend mit einer Winkeldifferenz, die das moderate Kriterium der Zieltrennung übersteigt, erlauben alle Verfahren die Trennbarkeit der Ziele, siehe Abbildung 3.12.a. Wird die räumliche Ausdehnung verkleinert, so dass der Differenzwinkel auf  $10^\circ$  zusammenschrumpft, unterbindet die Winkelantwort der klassischen Verfahren die Trennbarkeit. Hingegen erlaubt das Prädiktionsmodell der Ordnung acht mittels der erweiterten 32 virtuellen Antennenelemente die drei Ziele zu trennen. Des Weiteren bilden die zusätzlichen Pol-Stellen aufgrund der Ordnungsüberschätzung keine weiteren signifikanten Pegel aus, die als Geisterziele interpretierbar wären. Der begünstigende Effekt des Prädiktionsmodells, bei geringer Ordnungsüberschätzung keine weiteren Pegelwerte auszubilden, rechtfertigt in Kombination mit der Vorfilterung der Ziele in Entfernung und Geschwindigkeit die Verwendung zur Winkelschätzung in dieser Arbeit.

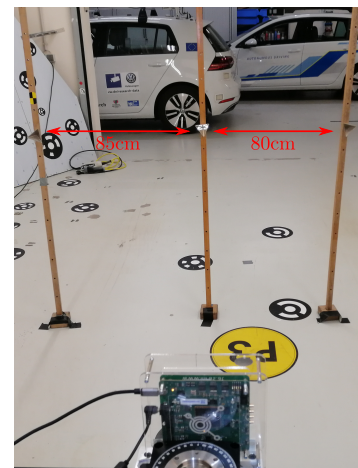
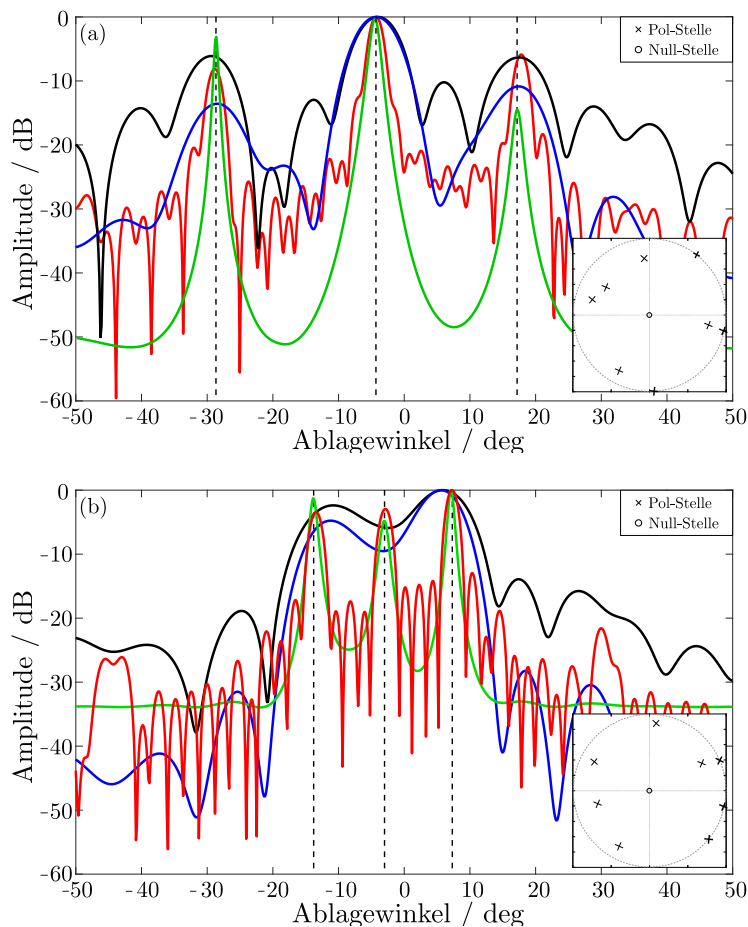


Abbildung 3.12: Gemessene Winkelantworten eines 16-elementigen Antennen-Arrays für unterschiedliche Winkelabbildungsverfahren eines realen Mehrzielszenarios. MUSIC-Pseudospektrum (—), DFT-Richtungsspektrum lineares Prädiktionsmodell - LP-Ordnung(8) (—), Bartlett Leistungsdichtespektrum (—), DFT-Richtungsspektrum (—)

### 3.5 Messverfahren der synthetischen Apertur

Mit der linearen Prädiktion wurde im Abschnitt 3.4.3 ein Verfahren vorgestellt, das durch Schätzung der Modellparameter des örtlichen Apertursignals eine Erweiterung des Signalverlaufs durch virtuelle Antennenelemente ermöglicht. Infolgedessen ließen sich die beschränkenden Eigenschaften der realen Apertur für eine begrenzte Anzahl Ziele durch eine verbesserte Trennbarkeit ein gutes Stück weiter überwinden. Eine andere Vorgehensweise, die begünstigenden Effekte einer großen realen Apertur künstlich nachzubilden, stellt das SAR (engl. *synthetic aperture radar*) dar. Hierbei wird eine künstliche Apertur erzeugt, die auf einer räumlich neupositionierten Empfangsantenne beruht. Die Empfangsantenne charakterisiert dabei ein breites Richtdiagramm, um einen möglichst großen Sichtbereich für die kohärente Nachbearbeitung der Rückstreusignale abzudecken.

Diese Vorgehensweise verbessert wesentlich die geometrische Auflösung in Azimutrichtung, so dass SAR-Systeme ursprünglich im Bereich der Fernerkundung zur Ozeanographie, Geologie oder Land- und Forstwirtschaft Anwendung fanden. Als Ergebnis rekonstruiert das SAR-Verfahren ein zweidimensionales Bild des beleuchteten Szenarios. Die Dimension in Bewegungsrichtung der Trägerplattform wird als Azimutrichtung bezeichnet, die andere als Entfernungsrichtung. In Analogie zur Geschwindigkeit, die der Signalerfassung zu Grunde liegt, findet man in der Literatur häufig alternative Bezeichnungen für die Azimut- und Entfernungsrichtung wie *slow time* und *fast time*.

Gegenüber flugzeuggetragenen SAR-Systemen, die auf einer dreidimensionalen Beleuchtungsgeometrie zur Datenerfassung beruhen, sind automobile SAR-Systeme auf zwei Dimensionen beschränkt, so dass der Neigungswinkel (Depressionswinkel) zwischen Bewegungsebene und Antenne zu null wird. In beiden Fällen werden während des Durchlaufs des Winkelbereichs der Halbwertsbreite  $\Theta_{RA}$  einer realen Antenne in regelmäßigen örtlichen Abständen Radarmessungen von einem Zielobjekt erfasst. Zur Veranschaulichung zeigt Abbildung 3.13 das Schema der Erstellung einer synthetischen Apertur exemplarisch für ein Punktziel innerhalb eines beleuchteten Szenarios.

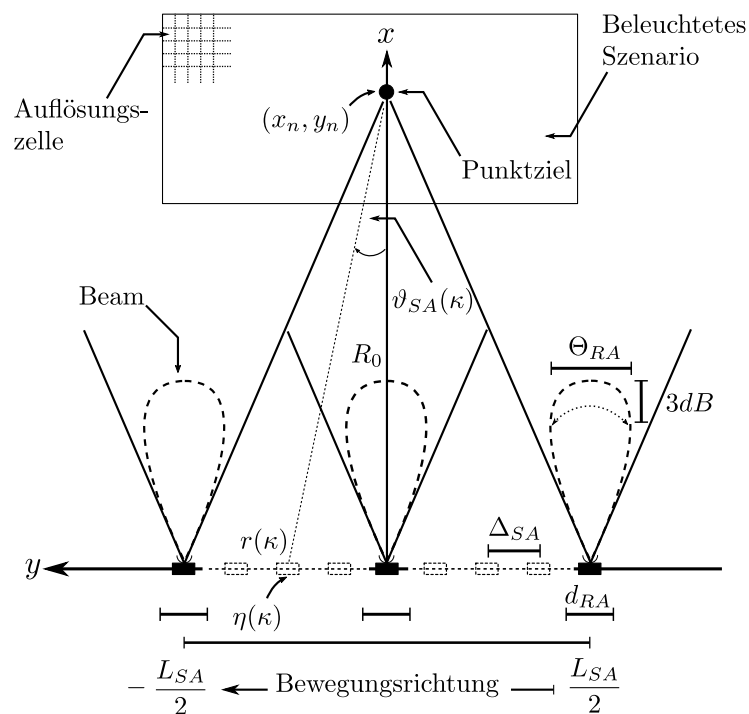


Abbildung 3.13: Schema der Erstellung einer synthetischen Apertur exemplarisch für ein Punktziel.

Die Länge des Durchlaufs stellt die synthetische Apertur  $L_{SA}$  dar und entspricht der Querauflösung  $\delta_{RA}$  eines Einstrahlers in Abhängigkeit zur minimalen Zielentfernung  $R_0$ . Der Winkelbereich der Halbwerts-

breite  $\Theta_{RA}$  lässt sich über die 3 dB-Breite der Antennenhauptkeule annähern, bei der die Feldstärke auf den Faktor  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  gegenüber dem Maximalwert absinkt [65]. Demzufolge gelten die folgenden Zusammenhänge:

$$L_{SA} = \delta_{RA} \approx \Theta_{RA} R_0 = 0.88 \frac{\lambda_c}{d_{RA}} R_0, \quad \Theta_{RA} = 0.88 \frac{\lambda_c}{d_{RA}} \quad (3.56)$$

Trifft die Annahme einer deutlich kleineren Wellenlänge  $\lambda_c$  gegenüber dem Antennendurchmesser  $d_{RA}$  nicht zu, so dass die Approximation  $\Theta_{RA} \approx \sin(\Theta_{RA})$  ungültig ist, wird  $L_{SA}$  alternativ über

$$L_{SA} = 2R_0 \tan\left(\frac{\Theta_{RA}}{2}\right) \quad (3.57)$$

angegeben. Der Vorfaktor 0.88 in Gleichung 3.56 geht aus der Annahme hervor, dass die Antennencharakteristik durch eine *sinc*-Funktion bei konstanter Antennenbelegung beschrieben wurde [23]. Anhand der gegebenen Betrachtung besteht die synthetische Apertur eines in der Entfernung  $R_0$  befindlichen Ziels aus

$$K = \left\lfloor \frac{L_{SA}}{\Delta_{SA}} \right\rfloor, \quad \text{mit Laufindex} \quad \kappa = [1 \dots K] \quad (3.58)$$

einzelnen Radarmessungen. Mit dem Index  $\kappa$  wird eine Messposition entlang der synthetischen Apertur indiziert.  $\Delta_{SA}$  bezeichnet wiederum den örtlichen Abstand aufeinanderfolgender Messpositionen entlang der synthetischen Apertur. Aus der Betrachtung der Halbwertsbreite einer realen Antenne gemäß Gleichung 3.56 geht die Abhängigkeit der Winkelauflösung von der Aperturlänge hervor. Wird  $d_{RA}$  durch  $L_{SA}$  in Gleichung 3.56 ersetzt und die Zwei-Wege-Ausbreitungscharakteristik des SAR-Verfahrens berücksichtigt, folgt mit Gleichung 3.59 die effektive Halbwertsbreite der synthetischen Apertur.

$$\Theta_{SA} = 0.88 \frac{\lambda_c}{2L_{SA}} \quad (3.59)$$

In Abhängigkeit zur minimalen Zielentfernung  $R_0$  lässt sich die Querauflösung, unter der zwei Ziele in Azimut trennbar sind, gemäß

$$\delta_{SA} = 0.88 \frac{\lambda_c}{2L_{SA}} R_0 = 0.88 \frac{\lambda_c}{0.88 \frac{\lambda_c}{d_{RA}} 2} R_0 = \frac{d_{RA}}{2} \quad (3.60)$$

angeben. Nach Gleichung 3.60 ist die erreichbare Querauflösung durch die Hälfte des Antennendurchmessers der realen Antenne beschränkt. Die Trennbarkeit in Azimut eng beieinanderliegender Ziele ist demnach entfernungsunabhängig und wird lediglich in der Maximalreichweite durch die Sendeleistung der Antenne beschränkt [91]. Liegt dem System ein großer Öffnungswinkel zu Grunde, lässt sich die Auflösung nach [39] durch folgende Gleichung definieren.

$$\delta_{SA} = 0.3 \frac{\lambda_c}{\sin(\alpha)} \quad (3.61)$$

Gemäß 3.61 ist die Querauflösung in Azimutrichtung unabhängig von der Länge der realen Apertur. Für weitere Betrachtungen hinsichtlich der Abhängigkeit der Azimutauflösung vom Antennenöffnungswinkel wird auf [44] verwiesen.

### 3.5.1 Messprinzip

Durchläuft ein Streuzentrum den vollständigen Winkelbereich  $\Theta_{RA}$  quer zur Bewegungsrichtung der Trägerplattform, misst der Radarsensor an jeder Aufnahmeposition eine andere Entfernung  $r(\kappa)$ , die einem quadratischen Verlauf folgt.

$$r(\kappa) = \sqrt{(x - x_t)^2 + (\eta(\kappa) - y_t)^2}, \quad \eta(\kappa) = \kappa \Delta_{SA}, \quad \eta(\kappa) \in \left[ -\frac{L_{SA}}{2}, \frac{L_{SA}}{2} \right] \quad (3.62)$$

Die Koordinate  $(x_t, y_t)$  kennzeichnet die Position des Ziels und wird für die weiteren Betrachtungen ohne Einschränkung der Allgemeinheit zu  $(R_0, 0)$  gesetzt.  $(x, \eta(\kappa))$  geben jeweils die Position der örtlich versetzten Antenne entlang der synthetischen Apertur an. Vereinfachend wird zunächst angenommen, dass  $(x, \eta(\kappa))$  parallel zum Ziel verläuft, so dass  $x = \text{const}$  gilt. Trifft die Annahme  $\eta(\kappa) \ll R_0$  zu, kann Gleichung 3.62 als Taylor-Reihe approximiert werden, die nach dem quadratischen Term beendet wird.

$$r(\kappa) \approx R_0 + \frac{\eta(\kappa)^2}{2R_0} \quad (3.63)$$

Betrachtet man die Differenz  $\Delta r = r(\kappa) - R_0$  nach Gleichung 3.63, folgt die quadratische Entfernungsänderung in Abhängigkeit zur aktuellen Sensorposition. In Analogie zur Gleichung 2.2 bewirkt die Entfernungsvariation eine quadratische Modulation des Phasenterms, die zum charakteristischen Chirp-Verlauf der Amplitude des örtlichen Signals entlang der synthetischen Apertur führt, siehe Abbildung 3.14.a.

$$\underline{s}_{SA}(\kappa) = \exp\left(j2\pi \frac{\eta(\kappa)^2}{R_0 \lambda_c}\right) \quad (3.64)$$

Analog zur eingangs eingeführten Phasendarstellung gibt  $\underline{s}_{SA}(\kappa)$  den Phasor einer synthetischen Apertur für ein sich bei  $R_0$  befindendes Ziel an. Aufgrund der Zwei-Wege-Phasenänderung entfällt der Faktor  $\frac{1}{2}$  in Gleichung 3.64. Um die azimutale Zielposition aus Gleichung 3.64 zu rekonstruieren, muss eine passende entfernungsabhängige Referenzfunktion erstellt werden, die durch Korrelation die in Azimutrichtung verteilte Signalleistung komprimiert.

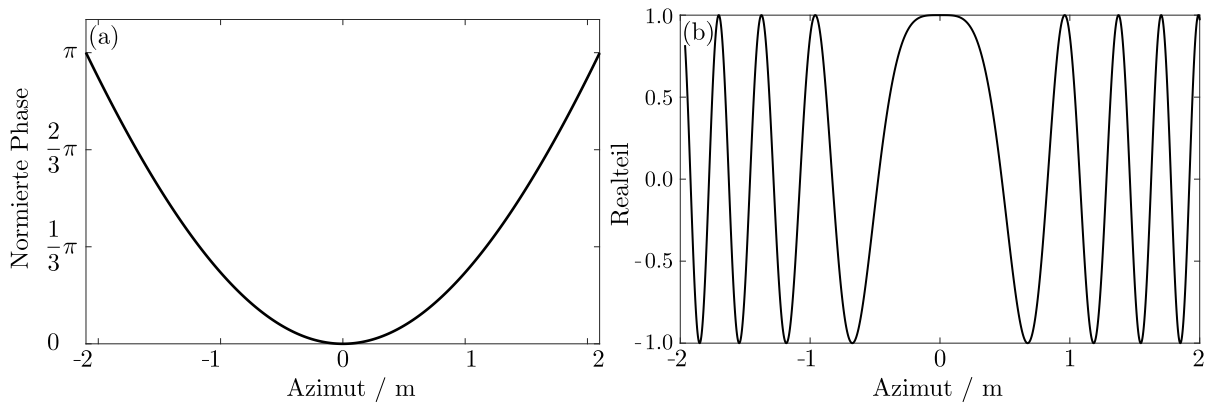


Abbildung 3.14: (a) Phasenverlauf infolge der Entfernungsvariation. (b) Amplitudenverlauf des örtlichen Signals entlang der synthetischen Apertur.

Die Phase von Gleichung 3.64 zeigt einen parabelförmigen Verlauf, dessen Anstieg quadratisch von der Zielentfernung abhängt.

### Anforderungen an die laterale Schrittweite

Unabhängig davon, ob die Datenaufnahme für die zu rekonstruierende Azimutposition zeit- oder wegbasiert erfolgt, unterliegt das örtliche Apertursignal entlang der synthetischen Apertur dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem. Dieses fordert eine doppelt so hohe Abtastfrequenz  $f_{SA_S}$ , um ein auf  $f_{SA_{max}}$  begrenztes Bandsignal aus einer Folge äquidistanter Abtastwerte rekonstruieren zu können.

$$f_{SA_S} > 2|f_{SA_{max}}| \quad (3.65)$$

Übertragen auf das Empfangssignal entlang  $L_{SA}$  erfordert dies die Ermittlung der maximalen Bandbreite der durch Modulation entlang der synthetischen Apertur entstandenen örtlichen Dopplerfrequenz. Um diese zu bestimmen, wird analog zum frequenzmodulierten Dauerstrichradar die Phasenmodulation in Abhängigkeit zur Position auf der synthetischen Apertur betrachtet.

$$\begin{aligned} \varphi_{SA}(\kappa) &= 2\pi f_c \tau_{SA}(\kappa), & \tau_{SA}(\kappa) &= \frac{2}{c} \sqrt{R_0^2 + \eta(\kappa)^2} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_c} 2\sqrt{R_0^2 + \eta(\kappa)^2} \end{aligned} \quad (3.66)$$

$\tau_{SA}(\kappa)$  stellt die Signallaufzeit abhängig von der aktuellen Messposition dar. Entlang der Apertur bewirkt die Laufzeitvariation in Abhängigkeit von der Zielentfernung  $r(\kappa)$  eine nichtlineare örtliche Phasendrehung. Die spektrale Bandbreite des resultierenden örtlichen Signals folgt schließlich durch die räumliche Ableitung nach  $\eta(\kappa)$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi_{SA}(\kappa)}{\partial \eta(\kappa)} &= \frac{2}{\lambda_c} \frac{2\eta(\kappa)}{2\sqrt{R_0^2 + \eta(\kappa)^2}} \\ \Rightarrow f_{SA} &= \frac{2}{\lambda_c} \sin(\vartheta_{SA}(\kappa)) \end{aligned} \quad (3.67)$$

Dabei bezeichnet  $\vartheta_{SA}(\kappa)$  den aktuellen Winkel zur Lotsenkrechten zwischen Ziel und Apertur. Die Bandbreite des Signals wird folglich dem halben Öffnungswinkel bzw. dem halben Halbwertswinkel  $\frac{\Theta_{RA}}{2}$  und ist maximal für  $\vartheta_{SA}(\kappa) = \frac{\pi}{2}$ . Die örtliche Abtastfrequenz wird schließlich mit

$$\begin{aligned} f_{SA_{max}} &= \frac{2}{\lambda_c} \sin(\vartheta_{SA}(\kappa)) \Big|_{\vartheta_{SA}(\kappa)=\frac{\pi}{2}} \\ \Rightarrow f_{SA_S} &= 2|f_{SA_{max}}| = \frac{4}{\lambda_c} \end{aligned} \quad (3.68)$$

berechnet. Um bei einer wegbasierten Datenaufzeichnung das Abtasttheorem einzuhalten, ergibt sich die Schrittweite  $\Delta_{SA}$  der örtlichen Abtastung aus dem Kehrwert der Abtastfrequenz zu

$$\begin{aligned} \Delta_{SA_{min}} &= \frac{\lambda_c}{4} \quad \text{bzw.} \\ \Delta_{SA} &= \frac{\lambda_c}{4 \sin\left(\frac{\Theta_{RA}}{2}\right)} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Angewendet auf das in dieser Arbeit verwendete 77-GHz-Automobil-Radarsystem ergibt sich unter Berücksichtigung des Winkelbereichs ( $\Theta_{RS} = 76.5^\circ$ ) der horizontalen Antennenhauptkeule bei 3 dB ein örtliches Raster mit  $\Delta_{RA} = 0.93$  mm Abstandsintervallen. Wird der maximale räumliche Abstand aufeinanderfolgender Messpositionen überschritten, entstehen bei der Autokorrelation vom Empfangssignal und Referenzsignal Nebenkeulen als Ergebnis der aufgetretenen Mehrdeutigkeiten. Diese Mehrdeutigkeiten übersteigen das Niveau der ersten Nebenkeule und führen zu Geisterzielen bei der Rekonstruktion

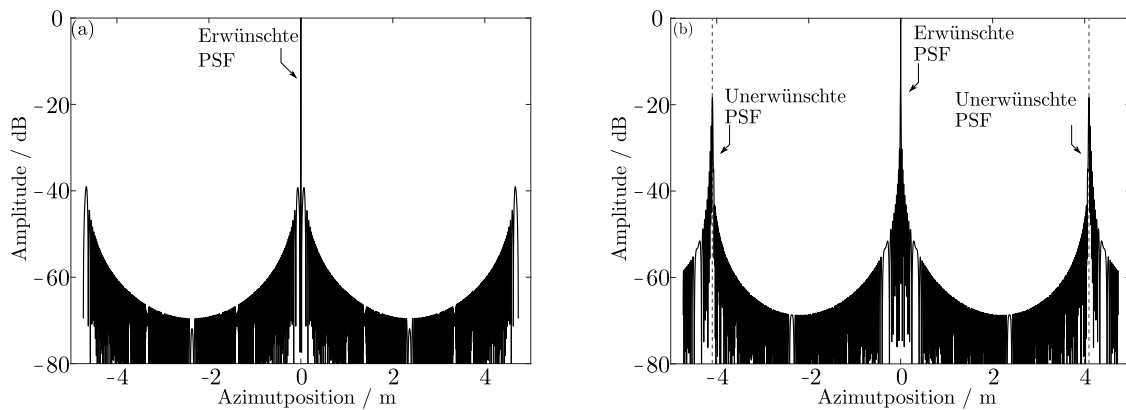


Abbildung 3.15: Abbildung der Azimutkompression eines geeignet abgetasteten (a) und unterabgetasteten Apertursignals (b). Darstellung der PSF (engl. *Point Spread Function*).

des beleuchteten Szenarios. Zur Veranschaulichung dieses als Alias bezeichneten Effektes zeigt Abbildung 3.15 das in Azimutrichtung komprimierte Empfangssignal eines geeignet abgetasteten und eines unterabgetasteten örtlichen Apertursignals. Im letzteren Fall wurde die Schrittweite des örtlichen Rasters entlang der synthetischen Apertur um 10 % von  $\Delta_{RA} = 0.93$  mm auf  $\Delta_{RA} = 1.023$  mm erhöht. Die Nebenkeulen der ideal rekonstruierten Azimutkompression befinden sich im dargestellten Beispiel bei -40 dB, während infolge des aufgetretenen Alias-Effektes Nebenmaxima an den Azimutpositionen  $\pm 4.1$  m entstehen.

### 3.5.2 Rekonstruktion

Die Rekonstruktion beschreibt das algorithmische Vorgehen, die in Azimut- und Entfernungsrichtung gestreuten Signale zu komprimieren. Als Hilfsmittel zur Visualisierung dient ein diskretes Raster, welches das beleuchtete Szenario als zweidimensionale Projektion in den Dimensionen Entfernung und Azimut abbildet. Je nach Objektdimension deckt die komprimierte Signalenergie eines Zieles mehrere Abbildungszellen (Pixel) ab.

Unabhängig davon, ob die Datenaufnahme weg- oder zeitbasiert erfolgt, folgen alle Rekonstruktionsalgorithmen zwei fundamentalen Verarbeitungsschritten zur Bildgenerierung.

#### Entfernungskompression

Ziel dieses Verarbeitungsschrittes ist die Konzentration der Signalenergie auf ein mit der Messentfernung korrespondierendes Entfernungstor. Der Kompressionsvorgang basiert dabei für das in dieser Arbeit verwendete LFMCW-Sendesignal auf einem Ensemble aus entfernungsabhängigen Referenzfunktionen, die unter Berücksichtigung eines vorausgehenden Demodulationsvorganges (engl. *deramping*) als Diskrete Fouriertransformation ausgedrückt werden.

#### Azimutkompression

Einer ähnlichen Vorgehensweise unterliegt die Azimutkompression. Hierbei wird die über die Phasenhistorie (Doppler(Azimut)-Modulation) ausgedehnte Signalleistung in eine mit der Querauflösung korrespondierende Azimutzelle komprimiert. Die Charakterisierung der Referenzfunktion in Azimutrichtung unterliegt dabei der individuellen Entfernungsva-riation zwischen der Abbildungszelle der Bildebene und der synthetischen Apertur. Ähnlich dem Ensemble entfernungsabhängiger Referenzfunktionen existiert ein Ensemble an Azimut-Referenzfunktionen in Abhängigkeit zur minimalen Entfernung zwischen Ziel und Sensor.

Als grundlegende mathematische Operation zur SAR-Bildgenerierung dient die Korrelation zwischen dem zweidimensionalen Empfangssignal und den Referenzfunktionen.

$$\underline{i}(m) = \sum_{m=-\kappa}^{\kappa} \underline{s}_{SA}(m) \underline{s}_{ref}(m), \quad \text{mit} \quad \underline{s}_{ref}(m) = \underline{s}_{SA}^*(m) \quad (3.70)$$

Abhängig von der Beschreibungsform der Signale existieren Rekonstruktionsalgorithmen sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich. Besonders ressourceneffiziente Ansätze basieren dabei auf einer schnellen Korrelation, die zu einer Multiplikation der Signale im Frequenzbereich führt. Zu den Vertretern dieser Klassen gehören der *Range-Doppler*- [25], *Omega-K*- [70] sowie der *Chirp-Scaling*-Algorithmus [69]. Das Potenzial der Anwendbarkeit dieser Ansätze unterliegt jedoch der Voraussetzung eines gleichmäßigen und linearen Bewegungsvorgangs der Trägerplattform während der Messungen. Diese Bedingungen sind im automobilen Umfeld aufgrund von Beschleunigungs- und Abbremsvorgängen sowie nichtlinearen Fahrmanövern im Allgemeinen nicht erfüllbar. Die Kompensation dieser beeinträchtigenden Faktoren führt unmittelbar auf die Zeitbereichsalgorithmen, zu deren Vertretern der *Time-Domain-Correlation*-Algorithmus [105] sowie der in dieser Arbeit implementierte Rückprojektionsalgorithmus (engl. *backprojection*) [28] gehören.

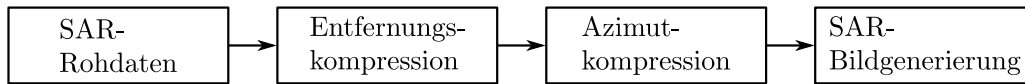


Abbildung 3.16: Schema der SAR-Rekonstruktion.

Alle Rekonstruktionsverfahren folgen der in Abbildung 3.16 dargestellten Verarbeitungskette, deren konkrete Ausgestaltung von der verwendeten Signaldomäne der Eingangssignale sowie von den konkreten Umgebungsbedingungen abhängt, unter denen die Datenerfassung erfolgte.

### Verfahren der Rückprojektion

Aufgrund der vielfältigen Variationsmöglichkeiten der Verlaufsformen der synthetischen Apertur automobiler SAR-Systeme ist die Charakterisierung geeigneter Referenzfunktionen zur Azimutkompression der Phasenhistorie aus praktischen Gründen nahezu ausgeschlossen. Ein alternativer Ansatz, trotz nichtlinearer Trajektorien und uneinheitlicher Messabstände konstante Phasenbezüge aufeinanderfolgender Radarmessungen herzustellen, fußt auf der Filterung der Empfangsechos mittels geeigneter Kompensationsfunktionen (engl. *matched filter*). Basierend auf der Annahme, dass die reflektierenden Streuzentren punktförmig sind, gleicht die Kompensationsfunktion die Phasenvariation infolge der sich ändernden Messpositionen aus. Die zweidimensionale Messposition des Sensors entlang der synthetischen Apertur wird hierfür mittels der Funktion  $\eta(\kappa)$  beschrieben, wobei  $\kappa$  als Laufindex der Messungen dient.

$$\eta : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}^2, \kappa \mapsto \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} \quad \wedge \quad \begin{aligned} &|\eta(\kappa) - \eta(\kappa - 1)| \leq \Delta_{SA} \\ &\left[ -\frac{K}{2} \leq \kappa \leq \frac{K}{2} \right] \end{aligned} \quad (3.71)$$

Zur Kompression der in Entfernungsrichtung ausgebreiteten Signalenergie wird jede empfangene FMCW-Rampe zunächst diskret fouriertransformiert. Gegenüber Formel 2.25 wird der geschwindigkeitsabhängige Phasenterm von  $\underline{s}(n, k_c)$  vernachlässigt. Der nach Gleichung 3.72 resultierende Spektralwert weist dabei einen Phasenterm auf, der von der radialen Entfernung zwischen der Messposition  $\eta(\kappa)$  und der



Position  $\mathbf{x}_t = (x_t, y_t)^T$  eines beliebigen Streuzentrums abhängt.

$$\begin{aligned} \underline{S}(u, \kappa) &= A \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda_c} 2\|\mathbf{x}_t - \boldsymbol{\eta}(\kappa)\|_2\right) \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left(\left(\frac{j2\pi}{\lambda_c} 2\|\mathbf{x}_t - \boldsymbol{\eta}(\kappa)\|_2 - \frac{u}{N}\right) n\right) \\ &= A \underbrace{\exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda_c} 2\|\mathbf{x}_t - \boldsymbol{\eta}(\kappa)\|_2\right)}_{\text{Unerwünschter Phasenterm}} \underbrace{S_{sw}(\|\mathbf{x}_t - \boldsymbol{\eta}(\kappa)\|_2, u)}_{\text{Spektralwert}} \end{aligned} \quad (3.72)$$

Dieser als unerwünscht bezeichnete Phasenterm unterbindet einen einfachen kohärenten Phasenbezug aufeinanderfolgender Messungen. In der Literatur ist dieser Phasenterm als Phasenhistorie eines starren Zieles über die vollständige synthetische Apertur bekannt. Zur Wiederherstellung der erforderlichen Kohärenz wird mit Gleichung 3.73 ein adaptives *matched filter* beschrieben, das in Abhängigkeit von der Entfernung zwischen  $\boldsymbol{\eta}(\kappa)$  und  $\mathbf{x}_t$  die Phasenabweichung ausgleicht.

$$\underline{h}_{BP}(\mathbf{x}, \kappa) = \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda_c} 2\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\eta}(\kappa)\|_2\right) \quad (3.73)$$

Hierbei definiert  $\mathbf{x} = (x_m, y_n)$  die kartesische Koordinate eines potentiellen Zieles relativ zum Bezugssystem, innerhalb dessen die synthetische Apertur verläuft. Um die Position eines Zieles  $\mathbf{x}_t = (x_t, y_t)^T$  in Azimut und Entfernung auf Grundlage der vielen Einzelmessungen zu schätzen, werden die Koordinaten der Auflösungszellen eines logischen Gitters als mögliche Ziele betrachtet. Der vom Gitter eingeschlossene Bereich entspricht dabei dem Bereich des beleuchteten Szenarios. Aus dieser Vorgehensweise leitet sich eine in Abhängigkeit zum Bewegungsverlauf der Trägerplattform individuelle Phasenhistorie für jede Auflösungszelle ab.

Zur Kompensation der inkohärenten Phasenlage aufeinanderfolgender Messungen bezüglich einer Auflösungszelle wird das in Gleichung 3.73 beschriebene Filter in Abhängigkeit zur Zellentfernung für jede Zelle und jede Messung adaptiert. Diese Herangehensweise erfordert als weiteren Verarbeitungsschritt eine Interpolation des Entfernungsspektrums, da die Stützstellen der Entfernungstore der DFT nicht notwendigerweise exakt den Zellentfernungen entsprechen, siehe Abbildung 3.17.

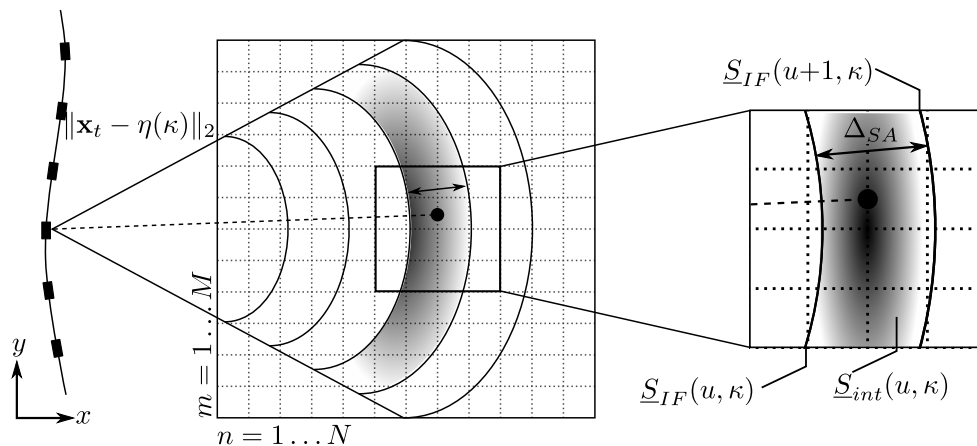


Abbildung 3.17: Schema der Rückprojektion mit Betrachtung der Interpolation der Signalenergie auf das logische Gitter der Bildebene.

Das interpolierte Entfernungsspektrum folgt mit Gleichung 3.74, wobei der Parameter  $u$  den Indexwert eines Entfernungstores angibt.

$$\begin{aligned} \underline{S}_{int}(u, \kappa) &= \underline{S}_{IF}(u+1, \kappa) - \frac{\underline{S}_{IF}(u+1, \kappa) - \underline{S}_{IF}(u, \kappa)}{\Delta_{SA}} ((u+1)\Delta_{SA} - \|\mathbf{x} - \boldsymbol{\eta}(\kappa)\|_2) \\ u &= \left\lfloor \frac{\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\eta}(\kappa)\|_2}{\Delta_{SA}} \right\rfloor \end{aligned} \quad (3.74)$$

Der infolge der kohärenten Integration in Verbindung stehende Integrationsgewinn begünstigt schlussendlich die Auflösungszellen, deren räumliche Positionen exakt der eines Streuzentrums entsprechen. Die Rekonstruktion des beleuchteten Szenarios ergibt sich mit Gleichung 3.75 zu

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}(\mathbf{x}) &= \sum_{\kappa=-\frac{K}{2}}^{\frac{K}{2}} \underline{S}_{int}(u, \kappa) \underline{h}_{BP}(\mathbf{x}, \kappa) \\ \underline{\mathbf{I}}(\mathbf{x}) &= \sum_{\kappa=-\frac{K}{2}}^{\frac{K}{2}} \underline{S}_{int}(u, \kappa) \exp\left(-\frac{j2\pi}{\lambda_c} 2\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\eta}(\kappa)\|_2\right) \end{aligned} \quad (3.75)$$

$\underline{\mathbf{I}} \in \mathbb{C}^{I \times J}$  beschreibt die Bildebene als Rekonstruktion der zurückprojizierten Empfangsechos, wobei  $\mathbf{x}$  die Koordinaten jeder Auflösungszelle beschreibt.  $I$  und  $J$  definieren dabei die Anzahl der Zellen der Rekonstruktionsebene. Mit dem beschriebenen Verfahren der Rückprojektion (engl. *backprojection*) wurde ein Ansatz vorgestellt, nichtlineare Bewegungsverläufe und uneinheitliche Messpositionen zu kompensieren. Aufgrund der erforderlichen Interpolation wird in Abhängigkeit zur Zellauflösung eine Ungenauigkeit akzeptiert, die zu Unschärfen in der Rekonstruktion führt. Für die beabsichtigte Anwendung der SAR-Verfahren zur Rekonstruktion ausgedehnter Strukturen sind Abweichungen vertretbar, wie im nachfolgenden Kapitel vorgestellt wird.

### 3.6 Zusammenfassung

Kapitel 3 behandelt unterschiedliche Methoden zur Messung des räumlichen Einfallswinkels. Beginnend bei der Vorstellung unterschiedlicher Fehlerquellen, die zu einer Verfälschung der Winkelantwort und damit des Messwinkels führen, wurden ausgewählte Kalibrierverfahren simulativ und experimentell auf das verwendete Radar-Frontend angewendet. Dabei wurde systematisch die Verbesserung der Winkelantwort unter Berücksichtigung der berechneten Korrekturparameter für den Einfallswinkel, die Laufzeit und die Amplitude vorgestellt.

Weiterhin betrachtet dieses Kapitel Verfahren zur hochauflösenden Winkelschätzung. Vorgestellt und verglichen wurden Methoden der klassischen Winkelschätzung, unterraumbasierte Verfahren sowie ein Ansatz aus der Kurzzeitspektralanalyse. Im Hinblick auf die Anwendung im automobilen Umfeld wurde das Verfahren der linearen Prädiktion unter dem Gesichtspunkt einer möglichst hohen Trennbarkeit von Zielen unter Azimut als geeignet identifiziert.

Basierend auf der Idee der künstlichen Erweiterung der realen Apertur durch LP wurde mit dem Verfahren der synthetischen Apertur ein Ansatz betrachtet, ein radarbasiertes Abbild eines beleuchteten Szenarios zu erstellen. Angesichts der zu Grunde liegenden Unregelmäßigkeiten während der Datenaufzeichnung durch eine automobilen Trägerplattform wurde als Rekonstruktionsansatz der Rückprojektionsalgorithmus vorgestellt. Basierend auf den dargestellten Methoden wird im nächsten Kapitel dessen Anwendung im Zuge einer radarbasierten Positionsschätzung zur Erstellung einer synthetischen Apertur für die Rekonstruktion ausgedehnter Strukturen im Nahbereich des Fahrzeuges thematisiert.

## 4 Realisierung eines fahrzeugbasierten SAR-Systems

Dieses Kapitel führt in das entwickelte Konzept zur Realisierung eines fahrzeugbasierten SAR-Systems ein. Betrachtet werden die einzelnen Module, die zusammengesetzt das Ablaufschema zur kontinuierlichen Erstellung und Rekonstruktion einer synthetischen Apertur formen. Angefangen bei der Betrachtung der geometrischen Zusammenhänge zur Berechnung der Sensorlage im Abschnitt 4.1 erläutert der Unterabschnitt 4.1.1 die Vorgehensweise zur Konstruktion einer synthetischen Apertur. Weiterführend beschreibt dieser Abschnitt das Konzept der Sub-Aperturen, um die Messzyklen von Radar- und Positionssensoren bei der Aperturkonstruktion zu berücksichtigen. Als Ansatz zur Bestimmung der Sensorlage und Messposition stellt Abschnitt 4.1.2 die Eigenbewegungsschätzung auf Grundlage von Radticks vor. Basierend auf den zugeordneten Echosignalen entlang des räumlichen Rasters der Sub-Apertur behandelt Abschnitt 4.2 die Rekonstruktion durch Rückprojektion im Kartenkoordinatensystem. Den Abschluss dieses Kapitels bildet die Erprobung durch Rekonstruktion der Umgebung eines Einparkenszenarios, Abschnitt 4.3. Zur Evaluation wird das rekonstruierte Szenario mit der Punktwolke eines Laserscanners überlagert und verglichen.

### 4.1 Konzept und geometrische Vorüberlegungen

Die Erstellung und Auswertung der Rekonstruktionsergebnisse einer synthetischen Apertur im automobilen Umfeld erfordern eine eindeutige Spezifikation der Umgebung. Hierfür reicht die Berücksichtigung der Konstruktionsvorgaben, nach denen Radarmessungen zu synthetisieren sind, nicht aus. Vielmehr muss aus der Rekonstruktion die relative Lage der Trägerplattform des Sensors rekonstruierbar sein. Übertragen auf den Anwendungsfall der automatischen Einparkfunktion resultiert aus der Rekonstruktion eine Belegungskarte, die als Grundlage zur Bahnplanung für eine automatische Einparkfunktion anzuwenden ist.

Um sowohl die Anforderungen an die Konstruktion als auch an die Anwendung im automobilen Umfeld zu erfüllen, werden verschiedene Koordinatensysteme definiert. Diese spezifizieren beispielsweise eindeutig die Lage des Fahrzeuges und Sensors. Da oftmals eine unmittelbare Bestimmung der Sensorlage ausgeschlossen ist, wird diese aus der Fahrzeuglage abgeleitet.

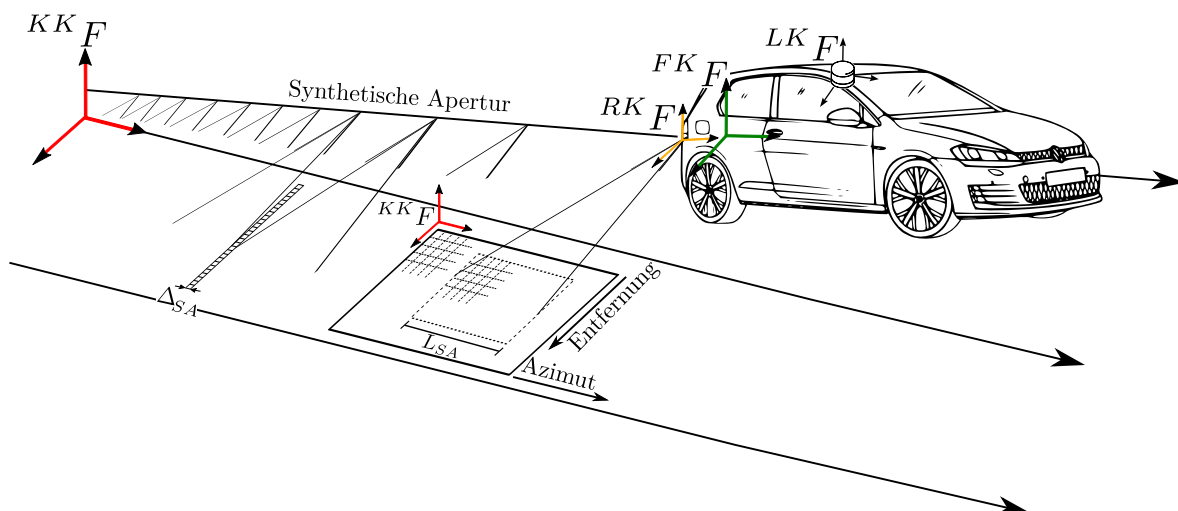


Abbildung 4.1: Abbildung der zur Anwendungen kommenden Koordinatensysteme im Konzept eines automobilen synthetischen Apertur Radars.

Dieser Umstand erfordert wiederum ein Koordinatensystem, um die Einbauposition und –orientierung innerhalb des Fahrzeuges zu definieren. Zur Übersicht der notwendigen Koordinatensysteme werden diese in Abbildung 4.1 im Kontext der Konstruktion einer fahrzeugbasierten synthetischen Apertur dargestellt. Zusätzlich bildet das Schema die Rekonstruktion als Projektion auf die Bildebene ab.

Im weiteren Verlauf dieses Abschnittes werden die individuellen Koordinatensysteme sowie ihre Relevanz für die Konstruktion einer synthetischen Apertur eingeführt. Darüber hinaus werden die notwendigen Matrizen zur Transformation der Messpositionen und Referenzmesswerte ins globale Kartenkoordinatensystem vorgestellt. Die verwendete Nomenklatur kennzeichnet anhand eines hochgestellten Kürzels das referenzierende Koordinatensystem, gegenüber dem die Koordinatenangabe erfolgt. Ein tiefergestelltes Kürzel hingegen dient der Beschreibung eines Messpunktes oder Vektors. Beispielsweise kennzeichnen die Positionsvektoren

$${}^{KK}\mathbf{p}_F \quad \text{und} \quad {}^{KK}\mathbf{p}_{R,s}$$

den Ort der Fahrzeughinterachse und des Sensors mit dem Laufindex  $s$ . Im Hinblick auf die mathematische Operation der Transformationsmatrix kennzeichnet ein hochgestelltes Kürzel aus Ursprungs- und Zielkoordinatensystem die Richtung der Koordinatentransformation. Demnach beschreibt die Matrix

$${}^{FK \rightarrow KK}\mathbf{T}$$

die Transformation von Fahrzeugkoordinaten in Kartenkoordinaten.

**Kartenkoordinatensystem**  ${}^{KK}F$ : Zu Beginn einer Messung wird der Ursprung des Kartenkoordinatensystems durch die Initialisierungswerte des Positionssensors festgelegt.  ${}^{KK}F$  definiert ein globales Referenzkoordinatensystem, gegenüber dem die Position des Trägerfahrzeuges wie auch die Bildebene der SAR-Rekonstruktion definiert wird. Die Ausrichtung der Koordinatenachsen folgt einem rechtshändigen Bezugssystem nach den Vorgaben des ENU-Systems (engl. *east north up*). Zur Bezeichnung der Koordinatenachsen dient das Kürzel des Kartenkoordinatensystems

$$({}^{KK}x, {}^{KK}y, {}^{KK}z)$$

Für die Rekonstruktion ist die Berücksichtigung der Höhe bedeutungslos, da das SAR-Bild in die  $xy$ -Ebene von  ${}^{KK}F$  projiziert wird. An Bedeutung gewinnt sie stattdessen durch die Referenzmessung in Form einer Laserscanner-Punktwolke. Des Weiteren wird die synthetische Apertur gegenüber dem Kartenkoordinatensystem registriert. Positions- und Orientierungsvektoren, die der Parametrierung der Transformationsmatrizen dienen, sind gemäß der nachfolgenden Definition spezifiziert.

$$\begin{aligned} {}^{KK}\mathbf{p} &= ({}^{KK}x, {}^{KK}y, {}^{KK}z)^T \\ {}^{KK}\mathbf{o} &= ({}^{KK}\phi, {}^{KK}\theta, {}^{KK}\psi)^T \end{aligned} \tag{4.1}$$

Die Zuordnung der Winkel korrespondiert in der angegebenen Reihenfolge mit den  $x,y,z$ -Achsen von  ${}^{KK}F$ .

**Fahrzeugkoordinatensystem**  ${}^{FK}F$ : Zur Beschreibung der starren Zusammenhänge zwischen der Hinterachse des Trägerfahrzeuges und den verwendeten Sensoren wird nach DIN 70000 [110] ein fahrzeuginernes Koordinatensystem definiert. Die  $x$ -Achse verläuft parallel zur Longitudinalachse des Fahrzeuges, so dass  $y$ - und  $z$ -Achse ein Rechtssystem bilden.

$$({}^{FK}x, {}^{FK}y, {}^{FK}z)$$

Der Ursprung von  ${}^{FK}F$  ist mittig zur Hinterachse des Fahrzeuges definiert. Mit Erreichen eines neuen Wegpunktes entlang der Fahrtrajektorie variieren Abstand und Orientierung gegenüber  ${}^{KK}F$ . Für die Transformation von Fahrzeugkoordinaten ins Kartenkoordinatensystem hat jede Lageänderung die

Berechnung einer neuen Transformationsmatrix zur Folge. Parametriert mit dem Positions- und Orientierungsvektor (Formel 4.1) der Fahrzeughinterachse gegenüber  ${}^{KK}F$  ergibt sich diese zu

$${}^{FK \rightarrow KK} \mathbf{T} = \left( \mathbf{R} \left( {}^{KK} \mathbf{o}_F \right); {}^{KK} \mathbf{p}_F \right) \quad (4.2)$$

$\mathbf{R}$  beschreibt eine Rotationsmatrix um die im Vektor  ${}^{KK} \mathbf{o}_F$  zusammengefassten Lagewinkel der Fahrzeughinterachse  $({}^{KK} \phi_F, {}^{KK} \theta_F, {}^{KK} \psi_F)$  gegenüber  ${}^{KK} F$ .  $\mathbf{p}_F$  kennzeichnet den Verschiebungsvektor des Ursprungs von  ${}^{FK} F$  gegenüber  ${}^{KK} F$ .

**Sensorkoordinatensystem  ${}^{RK} F, {}^{LK} F$ :** Das Messprinzip vom Radar- und Laserscanner erfasst Ziele in Polarkoordinaten, so dass für die Angabe im Sensorkoordinatensystem eine Transformation in kartesische Koordinaten notwendig ist. Beide Sensoren besitzen eine starre Einbauposition und Orientierung, die die Vektoren

$$\begin{pmatrix} {}^{FK} \mathbf{p}_{R,s}, {}^{FK} \mathbf{o}_{R,s} \\ {}^{FK} \mathbf{p}_{L,s}, {}^{FK} \mathbf{o}_{L,s} \end{pmatrix}$$

gegenüber dem Fahrzeugkoordinatensystem  ${}^{FK} F$  definieren. Eine Messung erfolgt immer aus der Perspektive des individuellen Sensorkoordinatensystems. Um mehrere Messungen des gleichen Sensors oder eines anderen miteinander in Beziehung zu setzen, ist eine Registrierung der Messungen gegenüber einem übergeordneten Referenzsystem notwendig. Im Hinblick auf die SAR-Rekonstruktion, die die Integration mehrerer Radarmessungen erfordert, definiert die erste Messung der Apertur das Referenzsystem. Das korrespondierende Koordinatensystem wird durch das Kürzel  ${}^{SAR} F$  beschrieben. Position und Orientierung der initialen Messungen relativ zu  ${}^{KK} F$  parametrieren eine Matrix zur Koordinatentransformation in die SAR-Bildebene.

$$\begin{aligned} {}^{KK \rightarrow SAR} \mathbf{T} &= \left( \mathbf{R} \left( {}^{KK} \mathbf{o}_{R,s} \right); {}^{KK} \mathbf{p}_{R,s} \right)^{-1} \quad \text{mit} \\ {}^{KK} \mathbf{p}_{R,s} &= {}^{FZ \rightarrow KK} \mathbf{T} \cdot {}^{FK} \mathbf{p}_{R,s} \\ {}^{KK} \psi_{R,s} &= {}^{KK} \psi_F + {}^{FK} \psi_{R,s} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Hervorzuheben ist die Drehung um die Hochachse aufgrund der seitlichen Ausrichtung der Sensoren zur Fahrtrichtung. Mittels der Transformationsmatrix 4.3 werden Positionskoordinaten des Sensors oder Messpunkte der Referenzsensoren in das SAR-Koordinatensystem transformiert. Die Berechnung der Messposition erfolgt schließlich nach

$${}^{SAR} \mathbf{p}_{R,s} = {}^{KK \rightarrow SAR} \mathbf{T} \cdot {}^{KK} \mathbf{p}_{R,s} \quad (4.4)$$

Infolge der Verwendung mehrerer Radarsensoren ist es zweckmäßiger, das Kartenkoordinatensystem als SAR-Koordinatensystem zu definieren. Die Bahnen der Sensoren innerhalb von  ${}^{KK} F$  werden als synthetische Aperturen aufgefasst. Um die individuellen Messpositionen und Orientierungen der Sensoren in  ${}^{KK} F$  zu bestimmen, wird die folgende Koordinatentransformation genutzt:

$$\begin{aligned} {}^{KK} \mathbf{p}_{R,s} &= {}^{FK \rightarrow KK} \mathbf{T} \cdot {}^{FK} \mathbf{p}_{R,s} \\ {}^{KK} \psi_{R,s} &= {}^{KK} \psi_F + {}^{FK} \psi_{R,s} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Da es sich bei den Transformationen nach Gleichung 4.5 um orthogonale Transformationen handelt, bleibt der räumliche Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Messpositionen konstant. Zu berücksichtigen ist weiterhin die Variation der Transformation in Abhängigkeit zur Lage des Trägerfahrzeuges in  ${}^{KK} F$ .

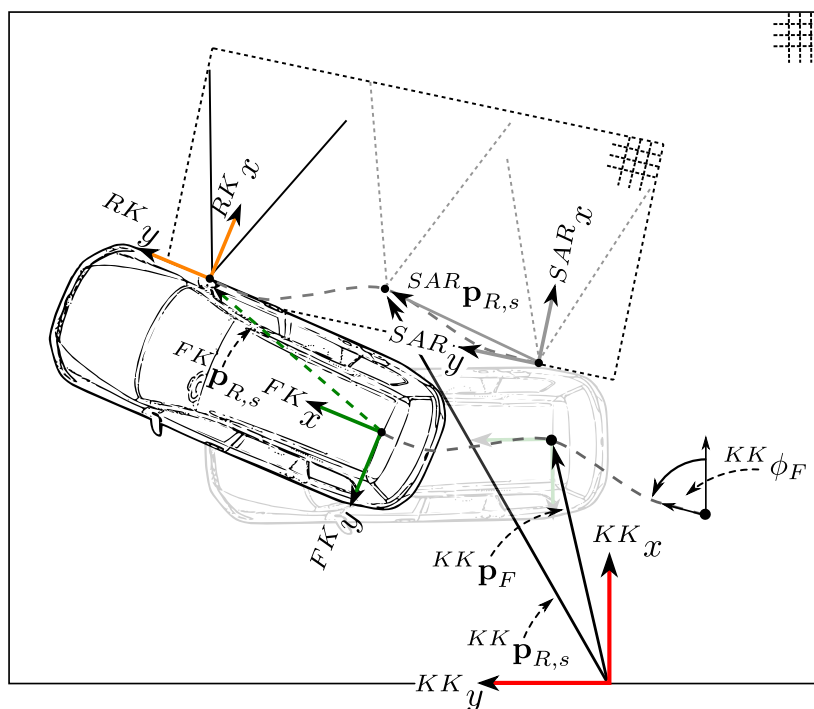


Abbildung 4.2: Abbildung der Positionsvektoren zur Berechnung des Bahnverlaufs einer synthetischen Apertur.

Abschließend stellt Abbildung 4.2 die eingeführten und transformierten Positionsvektoren im Kontext des Bahnverlaufs der zu erstellenden synthetischen Apertur dar. Als Referenzkoordinatensystem des Bahnverlaufs ist sowohl das SAR-Koordinatensystem  $^{SAR}F$  als auch das Kartenkoordinatensystem  $^{KK}F$  abgebildet. Aufbauend auf den eingeführten Transformationsvorschriften stellt der weitere Teil des Kapitels die Erstellung einer synthetischen Apertur vor.

### Prozessablauf zur Konstruktion und Rekonstruktion fahrzeugbasierter synthetischer Aperturen

Der Prozessablauf zur Konstruktion und Rekonstruktion fahrzeugbasierter synthetischer Aperturen ist in dieser Arbeit für eine kontinuierliche Berechenbarkeit an die Zykluszeiten des Sensordatenflusses gekoppelt. Abbildung 4.3 zeigt hierzu das Datenflussdiagramm der Radar- und Lagemessdatenpakete. Beide Sensoren besitzen unterschiedliche Zykluszeiten, wodurch eine gemeinsame Messzeit für die Zuordnung von Empfangsecho und Messposition erforderlich ist.

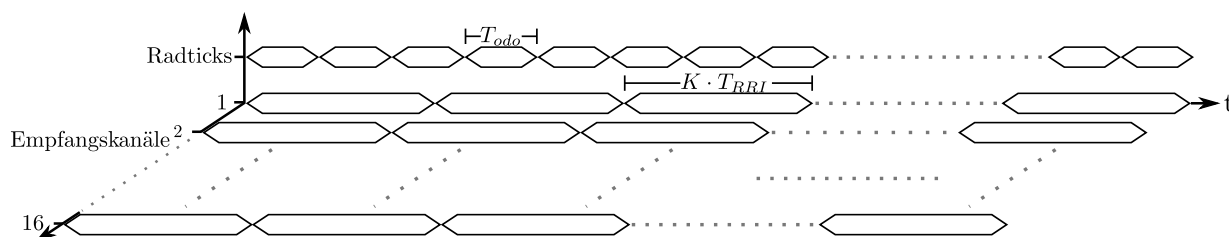


Abbildung 4.3: Datenflussdiagramm Radar- und Lagesensor.

Die Zykluszeit des Radarsensors umfasst die Empfangsdauer für eine Sequenz von  $K$  Empfangsechos, die in zeitlich äquidistanten Abständen je Empfangskanal eingehen. Jedes Empfangspaket besitzt einen Zeitstempel, aus dem der Empfangszeitpunkt eines Echos abgeleitet wird. Weiterhin wird von einer Pau-

se zwischen aufeinanderfolgenden Empfangszyklen abgesehen, da diese zu räumlichen Lücken bei der Anordnung entlang der Sensorbahn führen. Deutlich kürzere Zykluszeiten besitzt der Bewegungssensor, aus ihnen geht ein Wegpunkt entlang der Fahrzeugbahn hervor.

Für eine kontinuierliche Prozessierung der SAR-Verfahren während des Fahrbetriebes wurden in dieser Arbeit zwei Prozessschritte identifiziert. Angefangen beim Konstruktionsvorgang der künstlichen Apertur, muss die vollständige Apertur in Teilstücke unterteilt werden. Diese Teilstücke werden im weiteren Verlauf als Sub-Aperturen bezeichnet. Die räumliche Ausdehnung einer Sub-Apertur entspricht entweder einer konstanten Anzahl äquidistant angeordneter Echosignale oder dem zurückgelegten Streckenabschnitt während der Messzykluszeit. Des Weiteren wird für den Prozessschritt der Azimutkompression der Begriff des gefilterten Echosignals eingeführt. Zurückzuführen ist dieser Terminus auf die Notwendigkeit einer konstanten Phasenlage mehrerer Echosignale gegenüber einer Zielposition beim Rückprojektionsalgorithmus. Dabei ist es unerheblich, ob die Zielposition ein Streuzentrum oder einen Freibereich innerhalb der diskreten Zellstruktur darstellt.

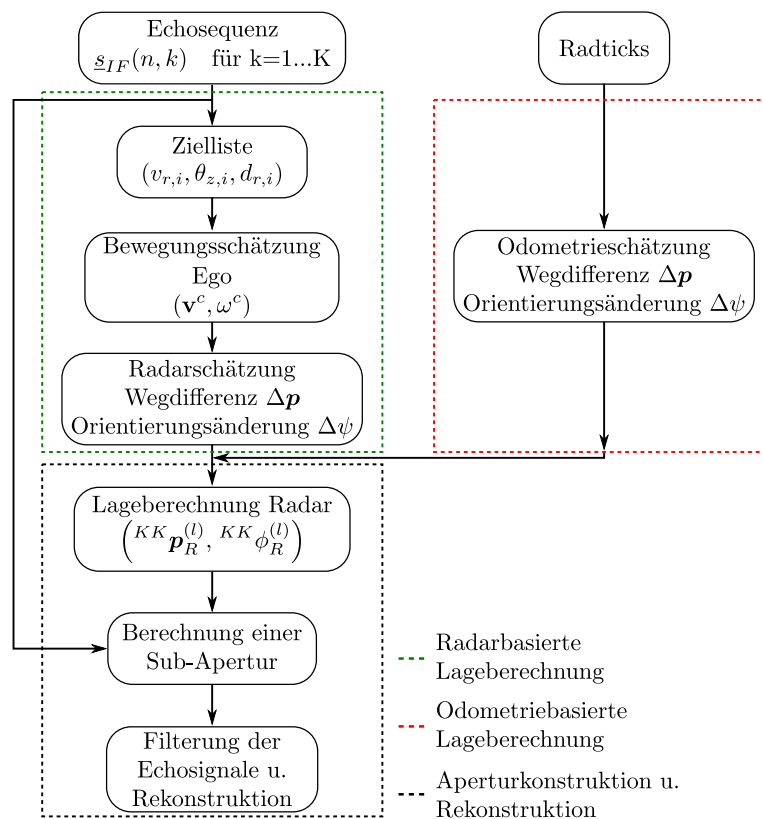


Abbildung 4.4: Prozessfluss zur Erstellung und Rekonstruktion fahrzeugbasierter synthetischer Aperturen.

Angefangen bei den eingehenden Messdaten unterscheidet Abbildung 4.4 zwischen den Methoden zur Lagebestimmung des Trägerfahrzeuges. Anschließend erfolgen die Lagebestimmung der Radarsensoren und die Konstruktion der Sub-Aperturen gegenüber einem Bezugssystem. Den Abschluss bilden die Filterung und Integration der Sub-Aperturen zur sukzessiven Rekonstruktion des beleuchteten Szenarios. Ermöglicht wird der vorgestellte Prozessablauf durch die Linearitätseigenschaften der mathematischen Operationen des Rückprojektions-Algorithmus. Ein Vorhalten der Messungen bis zum Erreichen des Endes der künstlichen Apertur wird somit hinfällig.

Erstmals wurde diese Vorgehensweise der kontinuierlichen Berechnung während des Messvorganges in der Arbeit von Jun et al. [56] für flugzeuggetragenes SAR-Verfahren veröffentlicht. Eine angemesseneres Vorgehen für diese Arbeit geht aus der Implementierung von Harrer et al. [45] hervor. Diese ist auf die Serialisierung der Azimutkompression beschränkt und muss für eine vollständige Fahrzeugintegration um den Prozessschritt der Sub-Apertur erweitert werden.

### 4.1.1 Konstruktion fahrzeugbasierter synthetischer Aperturen

Legt man die Struktur einer vollständig konstruierten synthetischen Apertur zu Grunde, besteht diese aus räumlich äquidistanten Messpositionen. Um den Prozessablauf der Aperturkonstruktion und dessen Rekonstruktion an den Sensordatenfluss anzugliedern, ist die Aufteilung der Apertur in Teilabschnitte unumgänglich. Begünstigt wird dieses Vorgehen durch den Rekonstruktionsvorgang des Rückprojektions-Algorithmus. Gegenüber anderen SAR-Verfahren ist hierbei die Konstruktion eines streckenäquivalenten Referenzsignals nicht erforderlich.

Ziel der entwickelten datenflussgetriebenen Vorgehensweise ist die Konstruktion abschnittsweiser Teilstücke (Sub-Apertur) der synthetischen Apertur. Die räumlichen Strukturen eines Teilstücks entsprechen dabei den Konstruktionsvorgaben einer synthetischen Apertur. Abhängig von der vorgegebenen räumlichen Länge oder der Anzahl an Echosignalen einer Sub-Apertur müssen die Sensorlage sowie das zeitlich korrespondierende Echosignal in jedem Prozessschritt berechnet werden. Als Eingangsdaten dienen dafür die Fahrzeuglage sowie die zeitlich korrespondierende Sequenz an Empfangsechos.

Für die Konstruktion einer Sub-Apertur wird eingangs zwischen dem Begriff des Wegpunktes und dem des Messpunktes unterschieden. Wegpunkte gehen unmittelbar aus der gemessenen Fahrzeuglage nach jedem Messintervall hervor. Aufgrund der konstanten Messzykluszeit, aber variierender Fahrzeuggeschwindigkeiten unterscheiden sich die räumlichen Abstände aufeinanderfolgender Wegpunkte. Die räumliche Transformation zur Berechnung eines Wegpunktes auf der Sensorbahn der künstlichen Apertur ist daher nicht zu verwechseln mit der Messposition.

Gegenüber dem Wegpunkt definiert ein Messpunkt die Position und Lage des Sensors nach der Schrittweitervorgabe einer synthetischen Apertur, der der notwendige räumliche Abstand  $\Delta_{SA}$  zu Grunde liegt. Um die korrespondierenden Positionsvektoren und Orientierungswinkel voneinander zu unterscheiden, markiert der hochgestellte Index  $l$  den aktuellen Wegpunkt, während ein hochgestelltes  $\kappa$  einen Messpunkt auf der Apertur kennzeichnet. Abbildung 4.5 verbildlicht beide Bezugsgrößen im Kontext der Aperturerstellung. Dabei wird ersichtlich, dass sowohl der Positionsvektor des Fahrzeuges als auch der Positionsvektor des Sensors einen Wegpunkt darstellen.

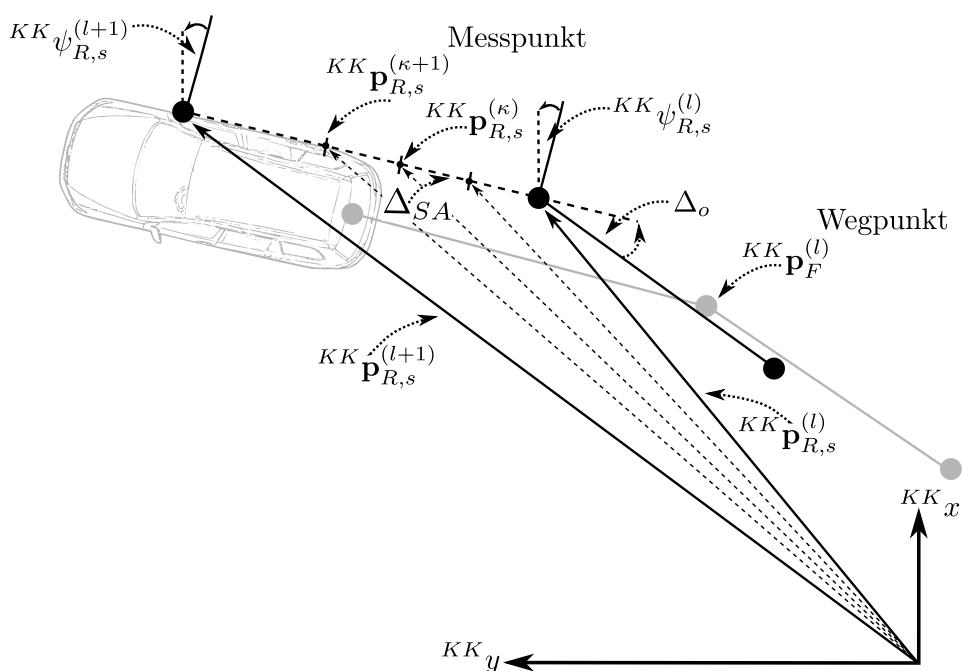


Abbildung 4.5: Darstellung von Weg- und Messpunkt als Ortsvektor entlang der Fahrzeug- und Sensorbahn.



**Konstruktion einer Sub-Apertur konstanter Länge** Als Sub-Apertur konstanter Länge wird ein Teilabschnitt der synthetischen Apertur betrachtet, der über eine vorgegebene Anzahl  $L$  an Messpositionen verfügt. Der Konstruktionsvorgang ist zweigeteilt und umfasst die Berechnung der räumlichen Messpositionen entlang der Sensorbahn (siehe Flussdiagramm 4.6) sowie die Assoziation der zeitlich korrespondierenden Empfangsechos (siehe Flussdiagramm 4.7). Beginnend mit einem neu erfassten Wegpunkt  ${}^{KK}\mathbf{p}_F^{(l)}$  wird nach Formel 4.5 die Lage des Sensors  ${}^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(l)}$ ,  ${}^{KK}\psi_{R,s}^{(l)}$  entlang der Sensortrajektorie berechnet. Anhand des euklidischen Abstandes des resultierenden Positionsvektors  ${}^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa)}$  zum letzten Messpunkt  ${}^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa-1)}$  wird die Anzahl möglicher Messpunkte  $D$  abgeschätzt, siehe Schritt ① in Abbildung 4.6.

$$D = \left\lceil \frac{\|{}^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(l)} - {}^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa-1)}\|_2}{\Delta_{SA}} \right\rceil \quad (4.6)$$

Unterschreitet  $D$  die Vorgabe  $L$ , muss auf den Eingang eines weiteren Wegpunktes  $(l + 1)$  gewartet werden, um die geforderte Anzahl zu erreichen. Überschreitet die ermittelte Anzahl die Längenvorgabe, beginnt Schritt ②, siehe Abbildung 4.6, des Konstruktionsvorgangs mit der Berechnung des Zeitintervalls  $\Delta t_{SA}$  zwischen den Messpunkten.

$$\Delta t_{SA} = \frac{t_{R,s}^{(l)} - t_{R,s}^{(\kappa-1)}}{D} \quad (4.7)$$

Dabei wird angenommen, dass sich der Sensor während des Empfangs der  $L$  Echosignale mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Jedem Messpunkt kann somit ein eindeutiger Zeitstempel zugewiesen werden, um die Assoziation zu den zeitlich korrespondierenden Echosignalen der Empfangssequenz zu ermöglichen. Die Berechnung der Messposition und Orientierung gegenüber dem Kartenkoordinatensystem erfolgt nach

$$\begin{aligned} {}^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa)} &= {}^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa-1)} + \kappa \cdot \Delta_{SA} \begin{pmatrix} \cos(\Delta_o) \\ \sin(\Delta_o) \end{pmatrix} \\ {}^{KK}\psi_{R,s}^{(\kappa)} &= {}^{KK}\psi_{R,s}^{(l)} \quad \text{mit} \quad \kappa = 1 \dots L \end{aligned} \quad (4.8)$$

$\Delta_o$  beschreibt die Orientierungsänderung gegenüber dem vorausgegangenen Wegpunkt. Als Ausgabe dieses Berechnungsschrittes folgen schließlich  $L$  zeitgestempelte Messpunkte. Die aktuellste Messposition wird darüber hinaus als Referenz für die nachfolgende Sub-Apertur vorgehalten.

Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass die Anzahl abgeschätzter Messpunkte  $D$  die Vorgabe  $L$  überschreiten kann. Infolgedessen wird nach der Berechnung der aktuellen Sub-Apertur überprüft, ob der Abstand zum aktuellen Wegpunkt die Konstruktion einer weiteren Sub-Apertur zulässt. Trifft dieser Fall nicht ein, wird der nächste Wegpunkt  $l + 1$  erfasst. Als Ergebnis stellt die Sub-Apertur eine Gitterstruktur dar, mit räumlich  $\Delta_{SA}$  und zeitlich  $\Delta t_{SAR}$  konstanten Abstandsmaßen.

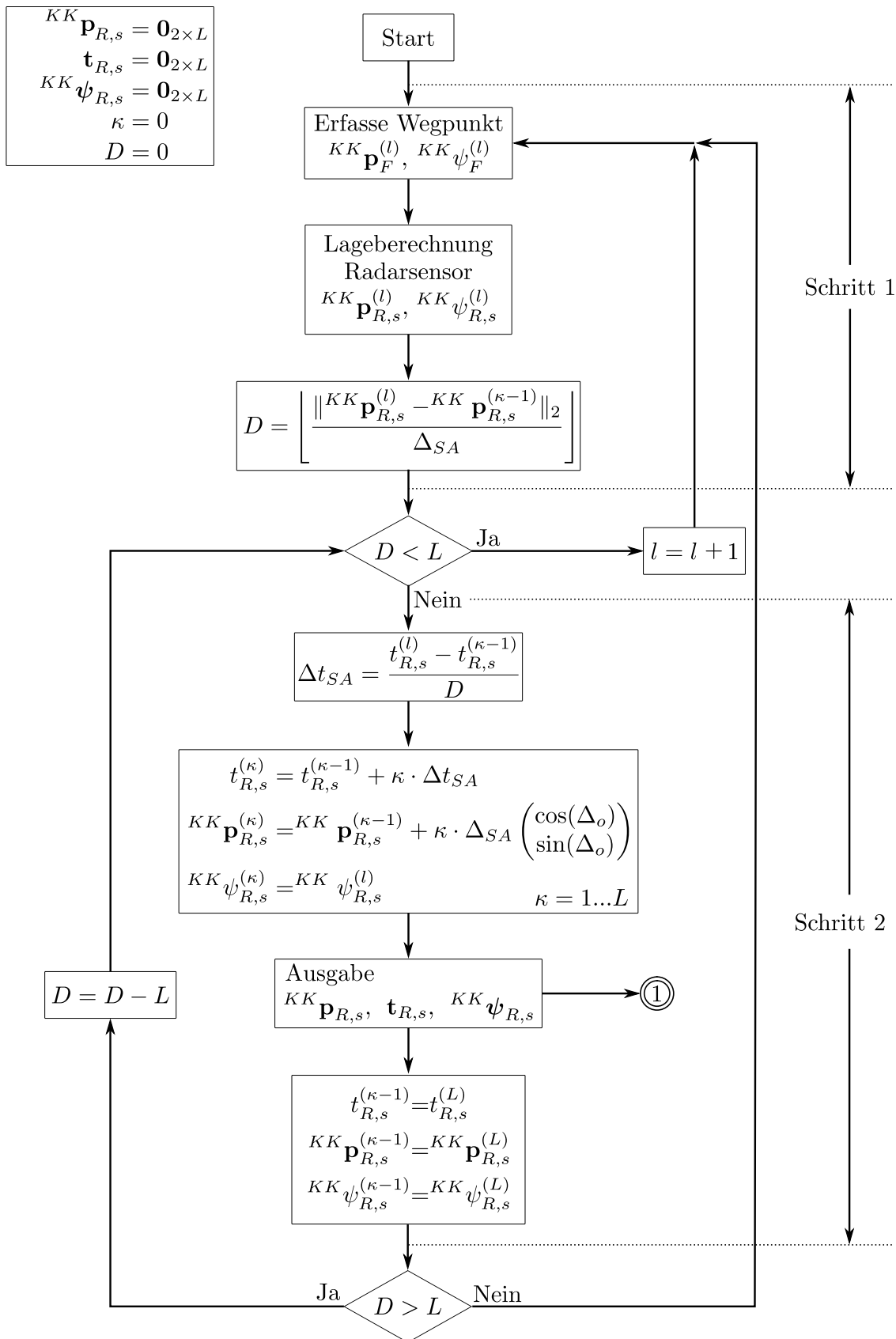


Abbildung 4.6: Flussdiagramm zur Konstruktion des räumlichen und zeitlichen Rasters einer Sub-Apertur

**Messdatenassoziation** Der zweite Konstruktionsschritt zur Erstellung der Sub-Apertur umfasst die Assoziation der Empfangsechos mit den Messpositionen des räumlichen Rasters. Als Grundlage der Zuordnung dient das zeitlich konstante Raster der Sub-Apertur. Erweitert um die Synchronisationszeit der Sensoren stellt dieses die Zeitbasis für die Zuordnung zeitlich korrespondierender Echosignale dar. Um den Einfluss unterschiedlicher Fahrzeuggeschwindigkeiten zu kompensieren, variieren die Zeitabstände  $\Delta_{SA}$  zwischen den Sub-Aperturen. Weiterhin gilt es zu berücksichtigen, dass der räumliche Abstand während der Rampenwiederholzeit  $T_{RRI}$  die Schrittweite der Sub-Apertur  $\Delta_{SA}$  nicht überschreitet. Für die maximale Fortbewegungsgeschwindigkeit  $^{KK}v_{max,s}$  folgt demnach

$$^{KK}v_{max,s} = \frac{\Delta_{SA}}{T_{RRI}} \quad (4.9)$$

Aus dem verwendeten Parametersatz nach Tabelle 4.1 folgt eine Maximalgeschwindigkeit von:

$$^{KK}v_{max,s} \approx 36,6 \text{ km/h}$$

Diese Obergrenze stellt für den betrachteten Anwendungsfall zur Vermessung von Parklücken keine Einschränkung dar. Mögliche Maßnahmen für größere Werte würden zu Lasten der Geschwindigkeitsauflösung (Formel 2.24) oder der Querauflösung in Azimutrichtung (Formel 3.61 und 3.69) gehen. Des Weiteren ist die Parametrierung der Senderampen zu berücksichtigen. Durch die Eigenbewegung des Fahrzeuges entsteht eine Dopplerverschiebung, die den zu kompensierenden Phasenterm im Zuge der Azimutkompression in Gleichung 3.72 beeinflusst. Damit diese Beeinflussung vernachlässigbar ist, wird als Maßnahme die Sendezeit  $T$  einer Rampe gegenüber dem Eindeutigkeitsbereich verkürzt, so dass ein erheblicher Anstieg der Rampensteilheit bei gleichbleibendem Frequenzhub  $\Delta f$  bewirkt wird. Infolgedessen ist der Einfluss der Geschwindigkeit auf den entfernungsabhängigen Phasenterm zu vernachlässigen.

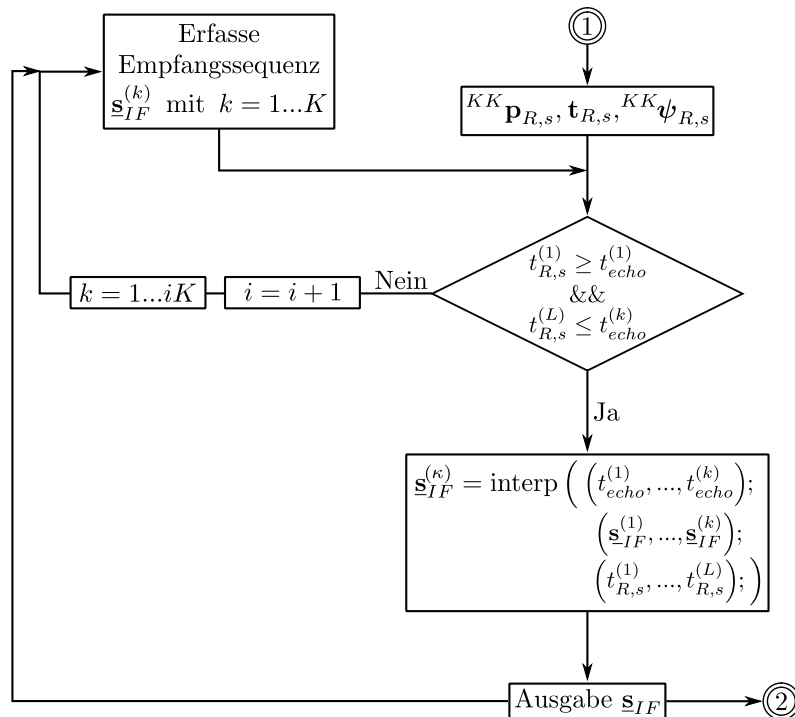


Abbildung 4.7: Flussdiagramm zur Assoziation der Empfangsechos.

Zur Assoziation von Messpunkten und Radarmessungen erfasst der Radarsensor parallel zur Fahrzeuglage eingehende Sequenzen an  $K$  Echosignalen. Für die Zuordnung ist dabei ein Vorhalten bereits emp-

fangener Echosequenzen unumgänglich, so dass der zeitliche Rahmen der Echosequenzen das zeitliche Raster der Sub-Apertur umspannt. Die zu erfüllende Bedingung geht dabei aus Gleichung 4.10 hervor.

$$\left( t_{R,s}^{(1)} \geq t_{echo}^{(1)} \right) \wedge \left( t_{R,s}^{(L)} \leq t_{echo}^{(k)} \right) \quad (4.10)$$

$t_{echo}^{(k)}$  kennzeichnet die Messzeit des  $k$ -ten Empfangsechos. Weiterhin wird mit dem Index  $k$  eindeutig jedes Empfangsecho gekennzeichnet, das im aktuellen Prozessschritt für die Konstruktion der Sub-Apertur berücksichtigt wird. Sollte der zeitliche Rahmen einer Echosequenz zu kurz sein, muss auf den Eingang eines weiteren gewartet werden. Die Anzahl vorzuhaltender Echosignale erhöht sich demzufolge um  $i \cdot K$ .

Aufgrund der veränderlichen Zeitabstände  $\Delta t_{SA}$  zwischen den Sub-Aperturen wird im nächsten Prozessschritt ein geeignetes Empfangsecho durch Interpolation ermittelt. Dabei dienen die berechneten Messzeiten der  $L$  Messpunkte der Sub-Apertur als Stützstellen der Interpolation.

Das Ensemble anwendbarer Interpolationsverfahren reicht von einfachen *Nearest-Neighbor*-basierten Ansätzen über die lineare Interpolation hin zu kubischen Splines. Im Hinblick auf die Fahrzeugintegration ist die lineare Interpolation gegenüber den kubischen Splines vorzuziehen, da Letztere eine größere Anzahl Stützstellen sowie einen höheren Rechenaufwand erfordern.

Begünstigt wird die Durchführbarkeit der linearen Interpolation durch die zeitlich konstanten Messpunkte der Sub-Apertur. Für jeden Messzeitpunkt  $t_{R,s}^{(\kappa)}$  wird anhand der zeitlich nächstliegenden Echosignale für jeden der  $N$  Abtastwerte ein Interpolationswert berechnet. Zur Berechnung eines Rampenpaars wird die Zeitdifferenz zwischen der relevanten Messzeit  $t_{R,s}^{(\kappa)}$  und jedem der  $i \cdot K$  Empfangsechos betrachtet. Das Paar mit dem kleinsten Differenzwert bildet den geeigneten Kandidaten. Exemplarisch zeigt Abbildung 4.8 den Amplitudenverlauf für einen konstanten Abtastindex  $n \cdot T_s$  über alle Empfangsechos des zu interpolierenden Streckenabschnittes. Eine hierzu äquivalente Betrachtungsweise entspricht der Angabe der gleichen Messentfernung über die berücksichtigten Echosignale.

Basierend auf der beschriebenen Vorgehensweise nimmt die Interpolation der Abtastwerte die Funktion eines Filters ein. Als Filterfunktion wird die Reduktion der Echosequenzen auf die  $L$  Messpunkte der Sub-Apertur angesehen. Im Hinblick auf die Rekonstruktion durch Rückprojektion ist diese Form der Datenaufbereitung nicht notwendig. Sie erlaubt jedoch eine zeitlich deterministische Betrachtung der vollständigen Konstruktions- und Rekonstruktionsprozedur und bewirkt kürzere Berechnungszeiten.

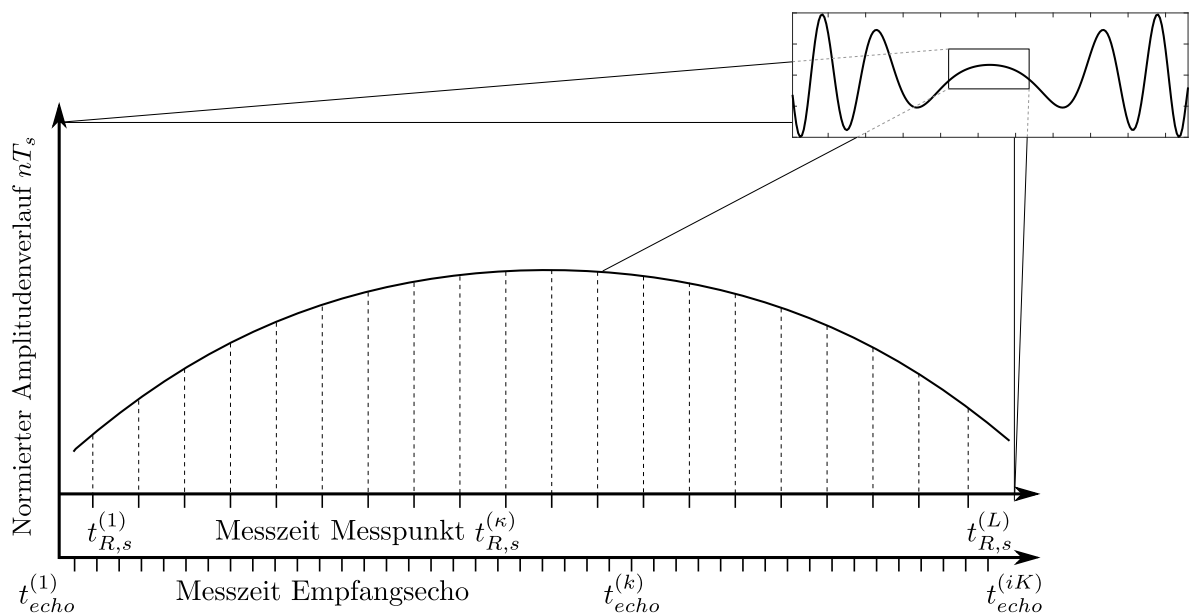


Abbildung 4.8: Interpolation der empfangenen Echosignale auf das zeitliche Raster einer Sub-Apertur.

### 4.1.2 Lageberechnung durch Raddrehzahlsensoren

Eine Möglichkeit, die Lage des Trägerfahrzeuges im Kartenkoordinatensystem zu messen, eröffnen die standardmäßig im Fahrzeug verbauten Raddrehzahlsensoren. Diese erfassen mittels eines Hallensorelementes einen Magnetfeldwechsel, der bei Drehung eines starr mit der Hinter- oder Vorderachse des Fahrzeuges verbundenen Multipolrades erfolgt. Aufgrund der unterschiedlichen Magnetisierung entsteht ein Sinussignal, das über eine Pulsweitenmodulation (PWM) an ein ABS/ESP-Steuergerät übertragen wird. Das eingehende PWM-Signal wird anschließend in zeitdiskreten Intervallen  $T_{odo}$  ausgewertet. Über die Anzahl der Pulse innerhalb eines Zeitintervalls wird durch Einbeziehung von Zusatzinformationen auf die zurückgelegte Wegstrecke  $\Delta_r$  geschlossen. Als Zusatzinformation für die Berechnung von  $\Delta_r$  sowie der Orientierungsänderung  $\Delta_o$  innerhalb eines Messintervalls dienen die Länge der Fahrzeughinterachse  $l_H$ , die Anzahl erfasster Pulse  $n_{PL}$  und  $n_{PR}$ , der Reifenumfang  $u_R$  und  $u_L$  für das linke und rechte Hinterrad sowie die Gesamtanzahl möglicher Radpulse  $N_P$ , Abbildung 4.9.

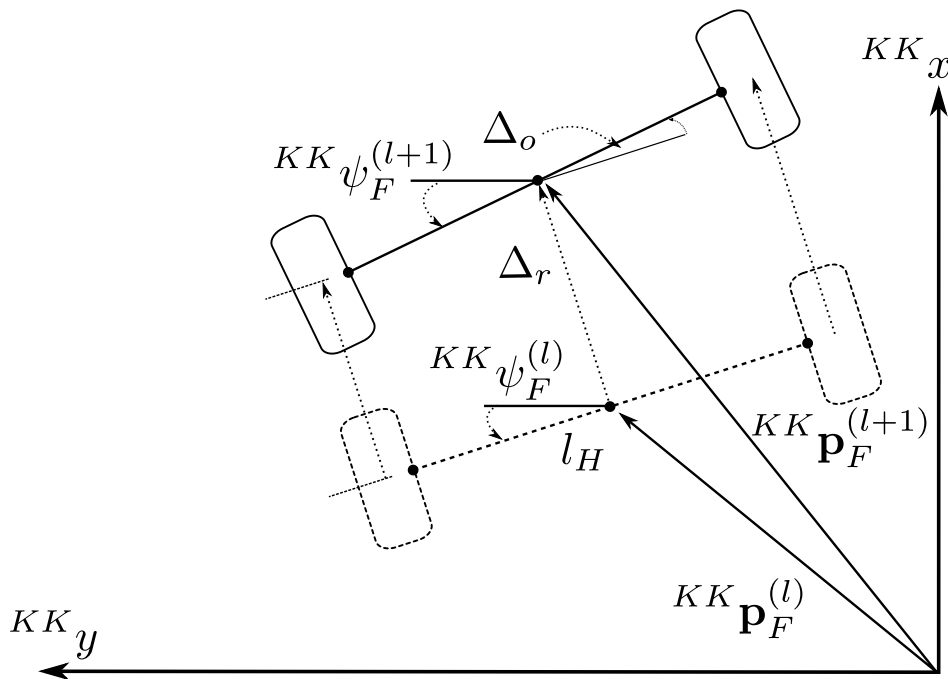


Abbildung 4.9: Schematische Darstellung der Odometrieberechnung

Aus der Anzahl gemessener Pulse (Radticks) während des Messintervalls  $T_{odo}$  erfolgt die Berechnung der Positions- und Orientierungsänderung nach Gleichung 4.11 gemäß:

$$\Delta_r = \frac{1}{2} \left( \frac{n_{PL}}{N_P} u_L + \frac{n_{PR}}{N_P} u_R \right) \quad \Delta_o = \arctan \left( \frac{1}{l_H} \left( \frac{n_{PL}}{N_P} u_L - \frac{n_{PR}}{N_P} u_R \right) \right) \quad (4.11)$$

Aus dem berechneten Streckenabschnitt  $\Delta_r$  sowie der Orientierungsänderung  $\Delta_o$  geht mittels Gleichung 4.12 ein neuer Wegpunkt hervor. Diesen markiert der fortlaufende Index  $l$ , so dass für die Position und Orientierung der Fahrzeughinterachse relativ zum Kartenkoordinatensystem  $^{KK}F$  folgt:

$$\begin{aligned} ^{KK} \mathbf{p}_F^{(l+1)} &= ^{KK} \mathbf{p}_F^{(l)} + \begin{pmatrix} \Delta_r \cos(^{KK} \psi_F^{(l)} + \Delta_o) \\ \Delta_r \sin(^{KK} \psi_F^{(l)} + \Delta_o) \end{pmatrix} \\ ^{KK} \psi_F^{(l+1)} &= ^{KK} \psi_F^{(l)} + \Delta_o \end{aligned} \quad (4.12)$$

## 4.2 Rekonstruktion fahrzeugbasierter synthetischer Aperturen

Ziel der Rekonstruktion sind die Bündelung und Projektion der Signalenergie auf eine ebene Gitterstruktur mit den Dimensionen Entfernung und Azimut. Durch das Konzept der Sub-Apertur steht nur ein Teil der vollständigen synthetischen Apertur zur Verfügung. Der Rekonstruktionsschritt wird daher in Anlehnung an den Sensordatenfluss auf die Aufbereitung der Echosignale einer Sub-Apertur zur kohärenten Integration beschränkt. Die Bündelung der Signalenergie in Entfernungsrichtung erfolgt dabei durch Diskrete Fouriertransformation, gemäß:

$$\underline{S}^{(\kappa)}(u) = \exp(j\phi(d_r)) \cdot \sum_{n=1}^N \exp(j \frac{\Delta f}{T f_c} \phi(d_r) n T_s) \cdot \exp(j \frac{n}{N} u) \quad (4.13)$$

mit  $\phi(d_r) = 2\pi \frac{2d_r}{c_0} f_c$

Der Bezeichner  $u$  beschreibt in Gleichung 4.13 den einheitenlosen Spektralindex. Für die Kompression der Signalenergie in Azimutrichtung wird im nachfolgenden Abschnitt ein Konstrukt eingeführt, das als gefiltertes Echosignal bezeichnet wird. Als Projektionsebene dient für die weitere Betrachtung die  $x, y$ -Ebene des Kartenkoordinatensystems  $^{KK}F$ .

### 4.2.1 Konstruktion gefilterter Echosignale

Die Azimutkompression basiert beim Rückprojektions-Algorithmus auf der Idee, die Phase eines jeden Echosignals entfernungsabhängig anzupassen und als Projektion auf die Bildebene miteinander in Beziehung zu setzen. Dabei wird jedes Echosignal einer Vorverarbeitung unterzogen, die in Anlehnung an Kapitel 3.5.2 die Konstruktion eines Kompensationsfilters umfasst. Das Ergebnis dieses Prozessschrittes wird im Folgenden als gefiltertes Echosignal bezeichnet. Die Addition aller gefilterten Echosignale unter Berücksichtigung der Messposition und Orientierung ermöglicht die Rekonstruktion des beleuchteten Szenarios. Diese Betrachtungsweise erlaubt zudem eine Überführung in das Konzept der Sub-Apertur und stellt somit eine kontinuierliche Prozessierung sicher.

Die Konstruktion eines gefilterten Echosignals schließt sowohl die Definition der Projektionsfläche als auch die Berechnung der Parameter des Kompensationsfilters ein. Letzteres bewirkt eine konstante Phasenlage gegenüber einem definierten Ziel bei variierender Zielentfernung aufeinanderfolgender Messungen. Beginnend bei der Definition der Projektionsfläche wird ausgehend vom Öffnungswinkel  $\Theta_{RA}$  und von der Messentfernung  $R_0$  das Sichtfeld des Radarsensors als gleichschenkliges Dreieck abstrahiert (siehe Abbildung 4.10). In Abhängigkeit von der aktuellen Messposition und Orientierung folgt die Berechnung der Schenkelvektoren  $^{KK}\mathbf{p}_{bL,s}^{(\kappa)}$ ,  $^{KK}\mathbf{p}_{bR,s}^{(\kappa)}$  in der Bildebene nach Gleichung 4.14. Dabei kennzeichnet der Index  $\kappa$  den Bezug zur aktuellen Messposition.

$$\begin{aligned} ^{KK}\mathbf{p}_{bL,s}^{(\kappa)} &= ^{KK}\mathbf{p}_{L,s}^{(\kappa)} + R_0 \begin{pmatrix} \cos \left( ^{KK}\psi_{L,s} - \frac{\Theta_{RA}}{2} \right) \\ \sin \left( ^{KK}\psi_{L,s} - \frac{\Theta_{RA}}{2} \right) \end{pmatrix} \\ ^{KK}\mathbf{p}_{bR,s}^{(\kappa)} &= ^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa)} + R_0 \begin{pmatrix} \cos \left( ^{KK}\psi_{R,s} + \frac{\Theta_{RA}}{2} \right) \\ \sin \left( ^{KK}\psi_{R,s} + \frac{\Theta_{RA}}{2} \right) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Die Betrachtung der nächstgelegenen und entferntesten Koordinaten der Dreieckseckpunkte erlaubt die Konstruktion eines umspannenden Rechtecks. Dieses stellt eine einfache Möglichkeit dar, die Gitterstruktur der Bildebene der SAR-Rekonstruktion für die Dimensionen des Sichtfeldes einzurahmen.

$$\begin{aligned} ^{KK}\mathbf{p}_{bmin,s}^{(\kappa)} &= \left[ \min \left( ^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa)}, ^{KK}\mathbf{p}_{bL,s}^{(\kappa)}, ^{KK}\mathbf{p}_{bR,s}^{(\kappa)} \right) \frac{1}{\Delta} \right] \cdot \Delta \\ ^{KK}\mathbf{p}_{bmax,s}^{(\kappa)} &= \left[ \max \left( ^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa)}, ^{KK}\mathbf{p}_{bL,s}^{(\kappa)}, ^{KK}\mathbf{p}_{bR,s}^{(\kappa)} \right) \frac{1}{\Delta} \right] \cdot \Delta \end{aligned} \quad (4.15)$$

$\Delta$  spezifiziert dabei die Größe eines Elementes (Pixel) der Gitterstruktur. Die Erweiterung des dreieckförmigen Sichtbereiches zu einem Rechteck erweist sich für die Implementierung als Vorteil, wie in Kapitel 7 gezeigt wird.

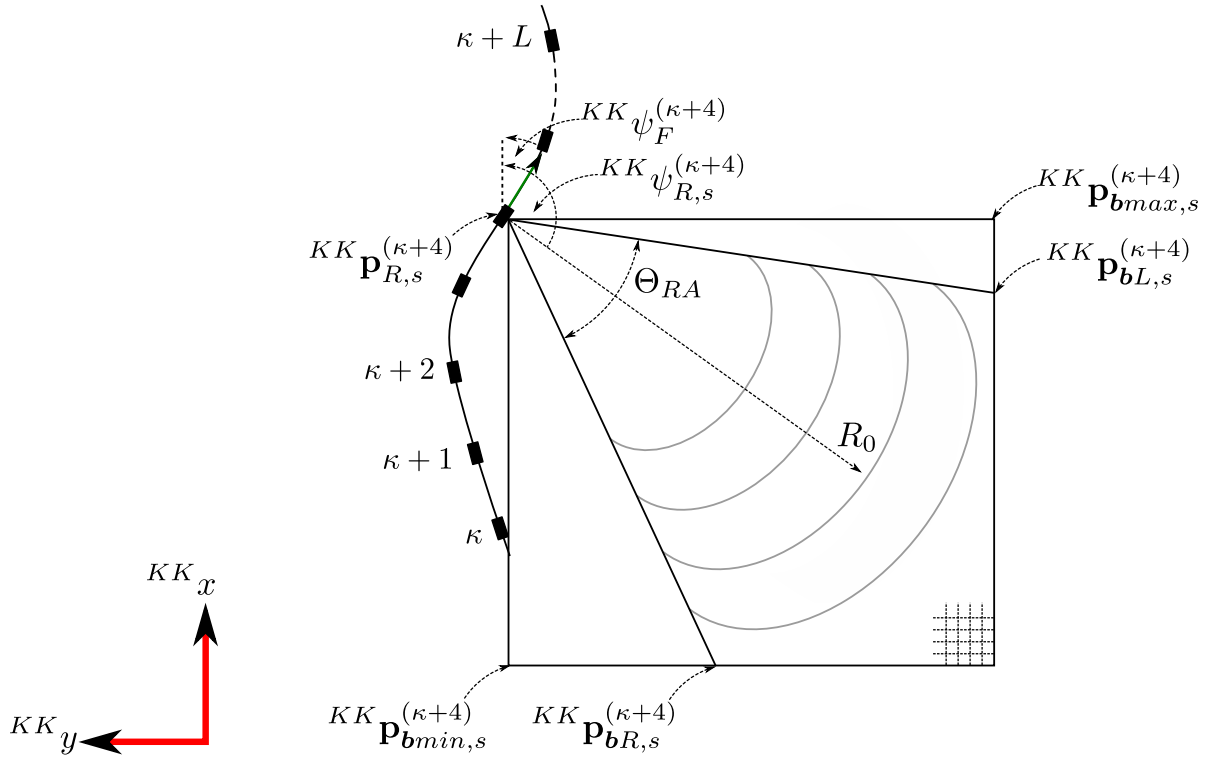


Abbildung 4.10: Konstruktion Projektionsfläche eines gefilterten Echosignals.

Abbildung 4.10 verdeutlicht exemplarisch für einen Messpunkt der Sub-Apertur die Konstruktion der Projektionsfläche des gefilterten Echosignals. Die Anzahl der Pixel  $I \cdot J$  in den korrespondierenden Dimensionen geht aus den berechneten Eckpunkten (Gleichung 4.15) der rechteckförmigen Projektionsfläche hervor.

$$\begin{pmatrix} I \\ J \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} KK \mathbf{p}_{bmax,s}^{(\kappa)} & -KK \mathbf{p}_{bmin,s}^{(\kappa)} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Ausgehend vom nächstliegenden Eckpunkt als konstanter Abstandsvektor folgt mit Gleichung 4.17 die Koordinatenposition eines jeden Pixels gegenüber dem Kartenkoordinatensystem (siehe Abbildung 4.11).

$$\mathbf{x}_{(i,j)}^{(\kappa)} = KK \mathbf{p}_{bmin,s}^{(\kappa)} + \begin{pmatrix} i \cdot \Delta \\ j \cdot \Delta \end{pmatrix} \quad \text{für} \quad i = 0 \dots I \quad \text{und} \quad j = 0 \dots J \quad (4.17)$$

Aus dem Abstandswert zwischen Pixelkoordinate  $\mathbf{x}_{(i,j)}^{(\kappa)}$  und Messposition  $\boldsymbol{\eta}^{(\kappa)}$  entlang der Sub-Apertur ergeben sich schließlich die Parameter zur Auslegung des Kompensationsfilters.

$$\underline{h}_{BP} \left( \mathbf{x}_{(i,j)}^{(\kappa)} \right) = \exp \left( -j \frac{2\pi}{\lambda_c} 2 \|\mathbf{x}_{(i,j)}^{(\kappa)} - \boldsymbol{\eta}^{(\kappa)}\|_2 \right) \quad (4.18)$$

$\boldsymbol{\eta}^{(\kappa)}$  beschreibt in Anlehnung an Kapitel 3.5.1 die Messposition entlang der Sub-Apertur. Dabei wurde der Parameter  $\kappa$  der gewählten Nomenklatur als hochgestellter Suffix modifiziert. Angewendet auf das interpolierte Entfernungsprofil  $S_{int}^{(\kappa)}(u)$  nach Gleichung 3.74 ergibt sich das gefilterte Echosignal eines Pixels für den betrachteten Messpunkt.

$$\underline{b} \left( \mathbf{x}_{(i,j)}^{(\kappa)} \right) = \underline{S}_{int}^{(\kappa)}(u) \underline{h}_{BP} \left( \mathbf{x}_{(i,j)}^{(\kappa)} \right) \quad (4.19)$$

Das vollständige gefilterte Echosignal lässt sich in Abhängigkeit von der weiteren Verarbeitung als Matrix  $\underline{\mathbf{B}} \in \mathbb{C}^{[I \times J]}$  oder Vektor  $\underline{\mathbf{b}} \in \mathbb{C}^{[IJ \times 1]}$  zusammenfassen. Die Addition aller gefilterten Echosignale einer Sub-Apertur in der Bildebene des Kartenkoordinatensystems ergibt sich schließlich zu

$$\underline{\mathbf{I}}_{sub} = \sum_{\kappa=1}^L \underline{\mathbf{B}}^{(\kappa)} \quad (4.20)$$

Die Dimensionen von  $\underline{\mathbf{I}}_{sub}$  und  $\underline{\mathbf{B}}^{(\kappa)}$  weichen voneinander ab, da im ersten Fall die Bildebene und im zweiten Fall das gefilterte Echosignal betrachtet wird.

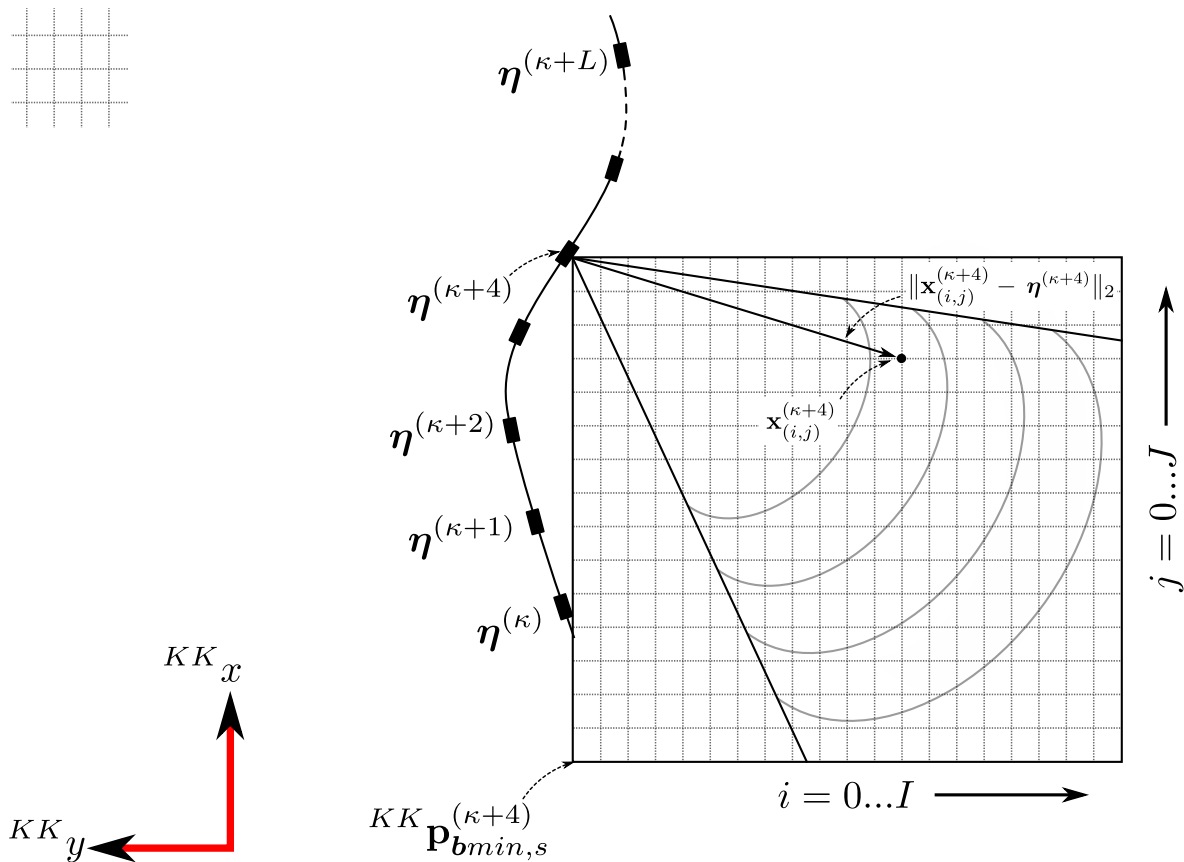


Abbildung 4.11: Konstruktionsdarstellung des Kompensationsfilters eines gefilterten Echosignals.

**Erweiterung der Rekonstruktionsebene** Der Bewegungsverlauf des Trägerfahrzeugs sowie die Ausdehnung des beleuchteten Bereiches sind zu Messbeginn unbekannt. Ausgehend von einem ortsfesten Ursprung des Kartenkoordinatensystems muss der Darstellungsbereich der Rekonstruktion in Abhängigkeit zur aktuellen Messposition wachsen oder verschoben werden. Letzteres bietet sich im Falle gering verfügbarer Speicherressourcen an. Bereits rekonstruierte Darstellungsbereiche werden dabei an übergeordnete Prozessebenen weitergereicht, um die genutzten Ressourcen für die weitere Rekonstruktion wiederzuverwenden, vgl. Kapitel 7.3. Im Folgenden werden derartige Einschränkungen ausgeräumt, so dass eine kontinuierliche Vergrößerung des Kartenkoordinatensystems in Abhängigkeit von der Ausdehnung der gefilterten Echosignale erfolgt. Zur Auswertung dienen dafür die Eckpunkte der gefilterten



Echosignale  $^{KK} \mathbf{p}_{bmin,s}^{(\kappa)}$ ,  $^{KK} \mathbf{p}_{bmax,s}^{(\kappa)}$  sowie die Eckkoordinaten der Rekonstruktionsebene.

$$\begin{aligned}
 ^{KK} \mathbf{p}_{min}^{(\kappa)} &= \min \left( ^{KK} \mathbf{p}_{min}^{(\kappa-1)}, ^{KK} \mathbf{p}_{max}^{(\kappa-1)}, ^{KK} \mathbf{p}_{bmin,s}^{(\kappa)}, ^{KK} \mathbf{p}_{bmax,s}^{(\kappa)} \right) \\
 ^{KK} \mathbf{p}_{max}^{(\kappa)} &= \max \left( ^{KK} \mathbf{p}_{min}^{(\kappa-1)}, ^{KK} \mathbf{p}_{max}^{(\kappa-1)}, ^{KK} \mathbf{p}_{bmin,s}^{(\kappa)}, ^{KK} \mathbf{p}_{bmax,s}^{(\kappa)} \right) \quad s = 1 \dots S
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

$^{KK} \mathbf{p}_{min}^{(\kappa)}$  und  $^{KK} \mathbf{p}_{max}^{(\kappa)}$  beschreiben in diesem Zusammenhang die nächstliegenden und entferntesten Eckpunkte zum Ursprung des Kartenkoordinatensystems.

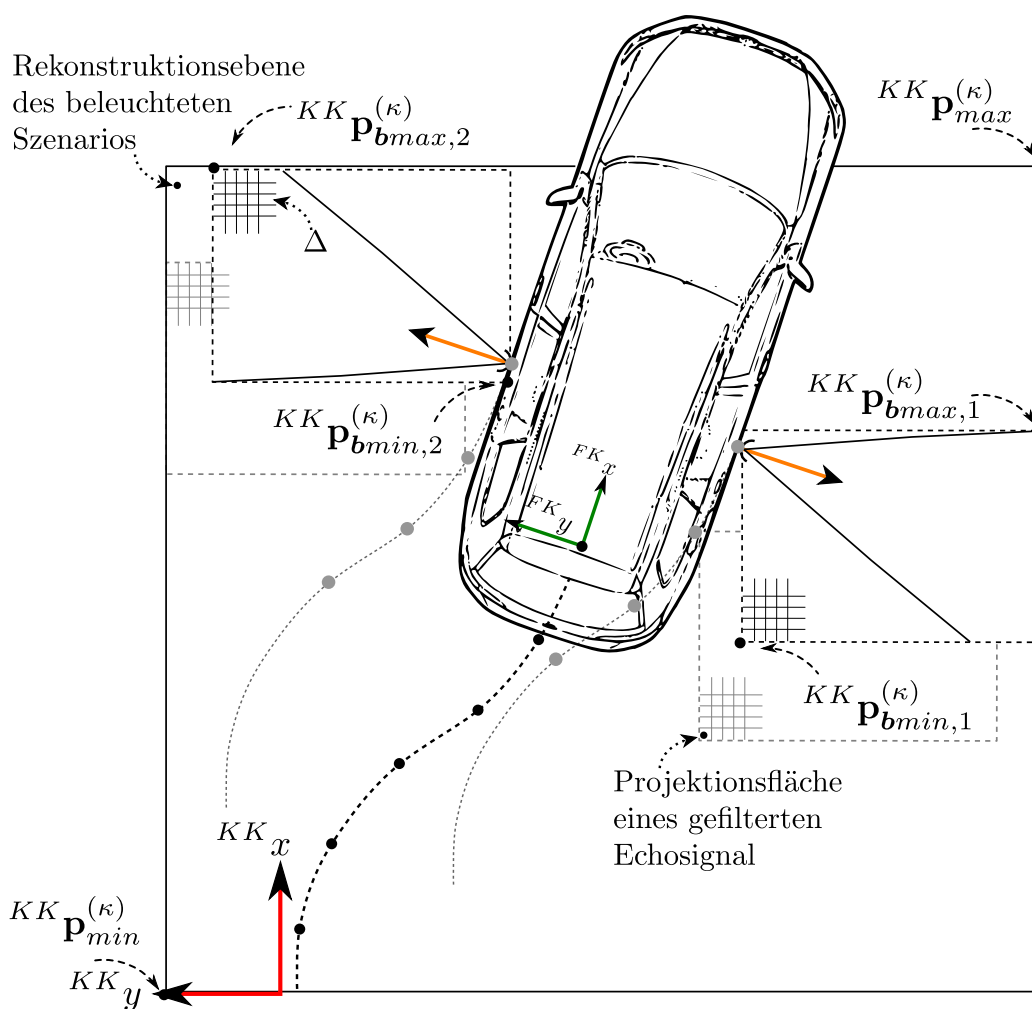


Abbildung 4.12: Darstellung der Rekonstruktionsebene eines fahrzeuggetragenen SAR-Systems

### 4.3 Ergebnisse der Rekonstruktion

Die Zusammenführung der gefilterten Sub-Aperturen stellt in dieser Arbeit das Ergebnis der Rekonstruktion der konstruierten synthetischen Apertur dar. Hierzu zeigt Abbildung 4.13 das resultierende Ablaufschema des vollständigen Rekonstruktionsprozesses. Als Eingangsdatensatz dienen sowohl das räumliche Gitter der Aufnahmepositionen ① als auch die assoziierten Echosignale ②, die in Abbildung 4.13 als Eingangsgröße gekennzeichnet sind. Das Ergebnis beider Prozesszweige formt schließlich die Datengrundlage zur Filterung der Echosignale sowie zur Erweiterung der Rekonstruktionsfläche gegenüber dem Kartenkoordinatensystem. Jedes Pixel der Rekonstruktion repräsentiert als Ergebnis die Kompression der in Azimut- und Entfernungsrichtung gestreuten Signalenergie.

Für die Verwendung im Kontext automobiler Fahrwendungen wird die Rekonstruktion als kartenbasiertes Umfeldmodell ausgelegt. Als Hilfsmittel zur Darstellung dient eine Farbcodierung der Betragswerte der Zellinhalte. Diese ist in diskrete Stufen unterteilt, so dass mit jeder Diskretisierungsstufe ein Farbwert korrespondiert. Des Weiteren wird ein Schwellwert erhoben, der zur Einschränkung des Wertebereiches dient und aus der Deckungsgleichheit von SAR-Rekonstruktion und Referenzmessung hervorgeht.

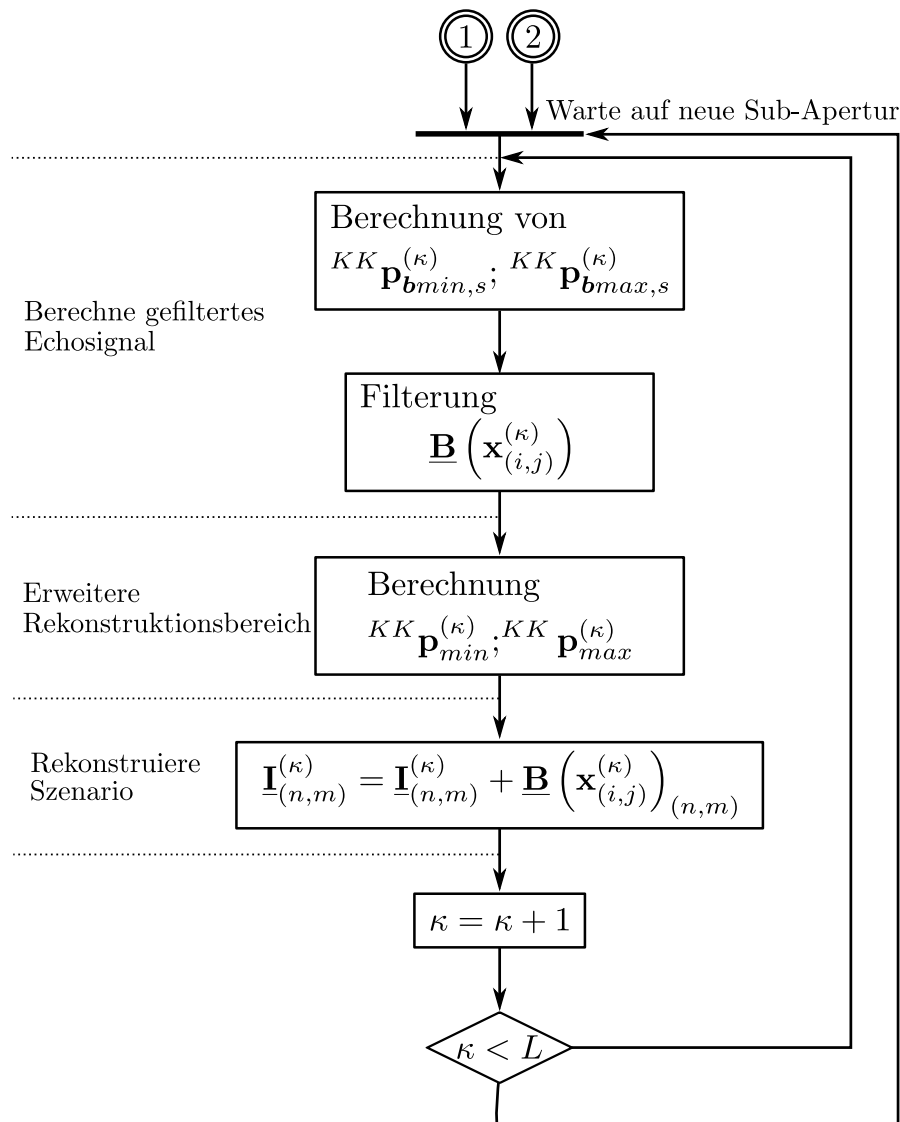


Abbildung 4.13: Flussdiagramm fahrzeuggetragene Rekonstruktion.

Einer weiterführenden Erklärung bedarf die Addition des gefilterten Echsignals mit den vorausgegangenen Berechnungsschritten des dargestellten Ablaufschemas 4.13.  $\underline{\mathbf{I}}_{(n,m)}^{(\kappa)}$  beschreibt die komplexwertige Matrix der Rekonstruktionsebene, deren Dimension in Abhängigkeit von den Eckpunktkoordinaten nach Gleichung 4.21 berechnet wird.

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = |{}^{KK}\mathbf{p}_{max}^{(\kappa)} - {}^{KK}\mathbf{p}_{min}^{(\kappa)}| \quad (4.22)$$

Dabei kennzeichnet das Indexpaar  $(n, m)$  eine Zelle der Matrix  $\underline{\mathbf{I}}_{(n,m)}^{(\kappa)}$ , auf die der Zellwert des Indexpaars  $(i, j)$  des gefilterten Echsignals nach Gleichung 4.23 abgebildet wird.

$$\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} = \left\lfloor \frac{1}{\Delta} {}^{KK}\mathbf{p}_{bmin,s}^{(\kappa)} \right\rfloor + \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Die Aktualisierung der Matrix  $\underline{\mathbf{I}}_{(n,m)}^{(\kappa)}$  erfolgt schließlich nach Gleichung.

$$\underline{\mathbf{I}}_{(n,m)}^{(\kappa)} = \underline{\mathbf{I}}_{(n,m)}^{(\kappa)} + \underline{\mathbf{B}} \left( \mathbf{x}_{(i,j)}^{(\kappa)} \right)_{(n,m)} \quad (4.24)$$

Zur Evaluation der vorgestellten Verarbeitungskette werden Parkplatzszenarien verschieden orientierter Fahrzeuge betrachtet und im Folgenden vorgestellt. Die Ablaufplanung zur kontinuierlichen Berechnung der Rekonstruktion unterliegt dabei der zeitlichen Taktung des Radar- und Positionssensors und ist in Tabelle 4.1 angegeben. Als Signalmodell zur Entfernungsmessung dient eine lineare Frequenzmodulation wie im Kapitel 2 vorgestellt. Wesentlich für die SAR-Rekonstruktion sind dabei der Frequenzhub  $\Delta f$  sowie das Rampen-Wiederhol-Intervall  $T_{RRI}$ . Basiert auf der Trägerfrequenz  $f_c$  sowie dem Halbwertswinkel  $\Theta_{RA}$  resultiert die räumliche Schrittweite  $\Delta_{SA}$  der Aufnahmepositionen.

Für die Prozessierung der Entfernungskompression wird das demodulierte Empfangsecho im Vorfeld mit einem Hann-Window zur Unterdrückung von Leck-Effekten gewichtet und mittels *zero padding* in Entfernungsrichtung interpoliert. Damit korrespondiert die Genauigkeit der Diskreten Fouriertransformation mit der Zellauflösung  $\Delta$  der diskreten Bildebene. Die Prozessierung zur Kompensation der Phasenvariation erfolgt anschließend als Sequenz, so dass die Kompression der Signalenergie in Azimutrichtung immer einer konstanten Rechenzeit unterliegt.

Name	Symbol	Wert
Messzyklus Radarsensor	$\Delta_{t_{odo}}$	25.6 ms
Messzyklus Positionssensor	$T_{Mess}$	10 ms
Frequenzhub	$\Delta f$	2 GHz
Rampen-Wiederhol-Intervall	$T_{RRI}$	100 $\mu$ s
Empfangsblock	$N_{Echo}$	256
Trägerfrequenz	$f_c$	77 GHz
Halbwertswinkel	$\Theta_{RA}$	76.5 °
Zellauflösung	$\Delta$	1cm
Schrittweite	$\Delta_{SA}$	1.6 mm
DFT Länge	$N_{FFT}$	2048

Tabelle 4.1: Parameterübersicht fahrzeuggetragenes SAR.

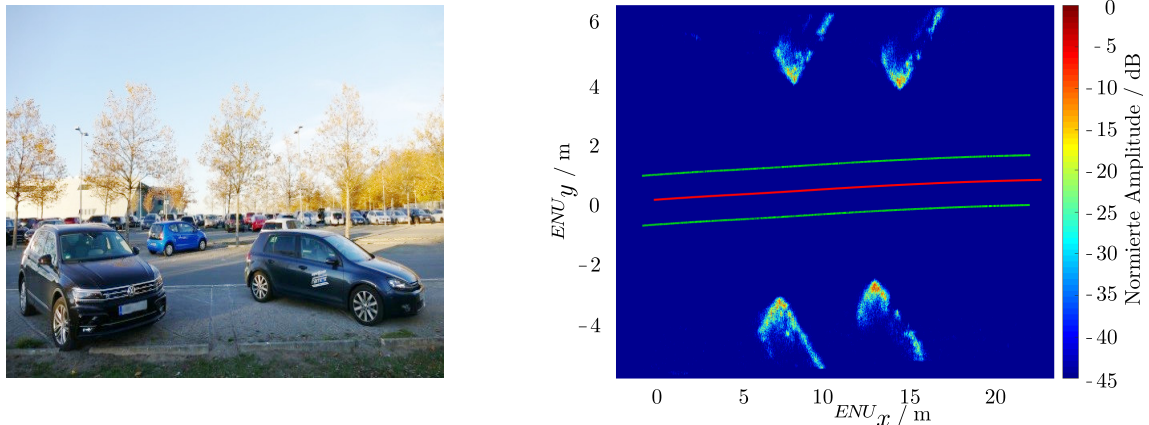


Abbildung 4.14: Rekonstruktion eines Parkplatzszenarios mit schräg geparkten Fahrzeugen.

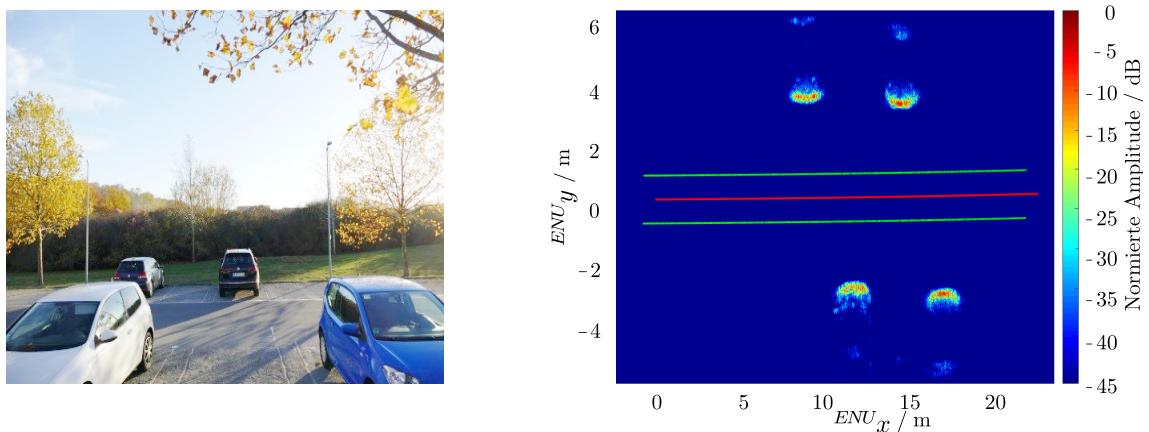


Abbildung 4.15: Rekonstruktion eines Parkplatzszenarios mit parallel geparkten Fahrzeugen.

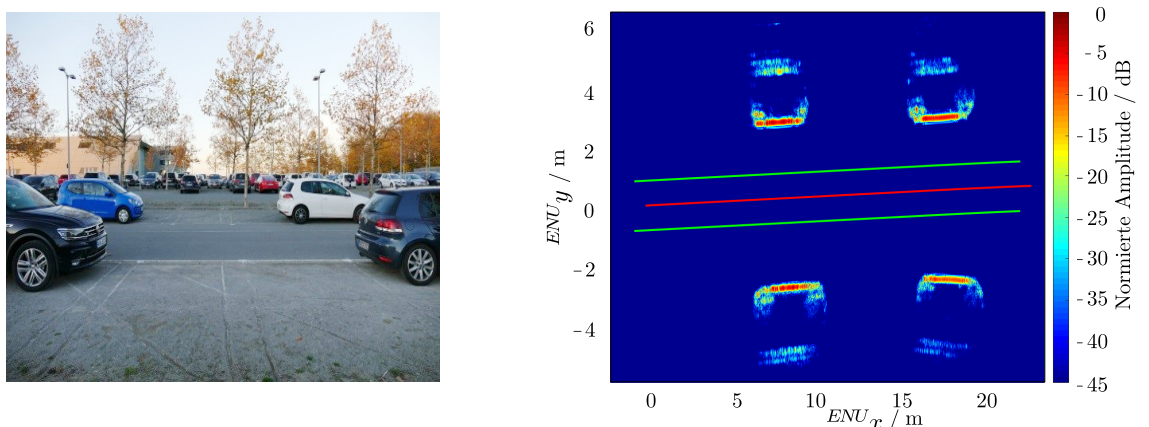


Abbildung 4.16: Rekonstruktion eines Parkplatzszenarios mit in Fahrtrichtung geparkten Fahrzeugen.

Zur Veranschaulichung des Anwendungspotenzials kohärent integrierter Radarmessung zeigen die Abbildungen 4.14...4.16 die Rekonstruktion von Parkplatzszenarios unterschiedlich ausgerichteter Fahrzeuge. Das für die SAR-Prozessierung modifizierte Experimentalfahrzeug beleuchtet im Streifenmodus die ausgewählten Szenarios und bildet die gebündelte Signalenergie der Empfangsechos nach dem Schema in Abbildung 4.13 als zweidimensionale Projektion der Umgebung ab. Die Fahrzeugtrajektorie sowie die synthetischen Aperturen der Sensoren sind in den Farben Rot und Grün hervorgehoben. Durch die eingangs beschriebenen Farbcodes hebt sich die räumliche Ausdehnung der Fahrzeuge deutlich von der

Umgebung ab und ermöglicht den Rückschluss auf die Fahrzeugorientierung sowie auf den Freibereich zwischen den Fahrzeugen. Ausgeprägte Strukturen aufgrund von Fahrzeugkanten, Felgen oder Rücklichtern reflektieren bedeutend größere Anteile der gesendeten Signalenergie und werden somit durch einen helleren Farbwert dargestellt.

Das Ergebnis der Rekonstruktion nach dem vorgestellten Konzept zeigt die gleiche Charakteristik wie die Untersuchungen von Andres et al. [1], deren Trägerplattform auf einer idealen Linearschiene bewegt wird. Verglichen mit den Ergebnissen von Harrer et al. [44] wurde mit der Modifikation der Trägerplattform durch 77-GHz-Radarsensoren ein größerer Dynamikbereich erschlossen. Grund sind der höhere Integrationsgewinn aufgrund der engeren räumlichen Schrittweite sowie kleine Entfernungstore infolge des größeren Frequenzhubs während der Sendesignalmodulation.

Weiterhin zu beobachten sind Artefakte in der Rekonstruktion, die dem Doppelten des Abstands zwischen Messposition und Ziel entsprechen. Dabei handelt es sich um Mehrfachreflexionen, deren Signalenergie den Schwellwert von -45 dB überschreitet.

Die Anwendbarkeit zur Freibereichsdetektion für die Einparkfunktion erfordert als weiteren Schritt die Verifikation der Rekonstruktion durch eine Referenzmessung. Dazu wird die Punktwolke eines Laserscanners der SAR-Rekonstruktion überlagert und anhand der Deckungsgleichheit der Nachweis erbracht.

### 4.3.1 Bewertung der Rekonstruktion durch Referenzmessung

Ähnlich der Rekonstruktion eines SAR-Szenarios erfordert die Registrierung einzelner entlang der Fahrzeugtrajektorie gemessener Laserscanner-Punktwolken eine Transformation jedes individuellen Messpunktes  ${}^{LK}\mathbf{p}_i$  gegenüber einem Referenzkoordinatensystem  ${}^{KK}F$ , Abbildung 4.17. Als Registrierung wird dabei die Zuordnung der Lasermesspunkte gegenüber einem Objekt unabhängig von der Messlage des Sensors bezeichnet. Diese Zuordnung erfordert eine Transformationsmatrix (Gleichung 4.26), die in Abhängigkeit zur Messposition  ${}^{KK}\mathbf{p}_L^{(w)}$  und -orientierung  ${}^{KK}\mathbf{o}_{LS}^{(w)}$  des Sensors ausgelegt wird.

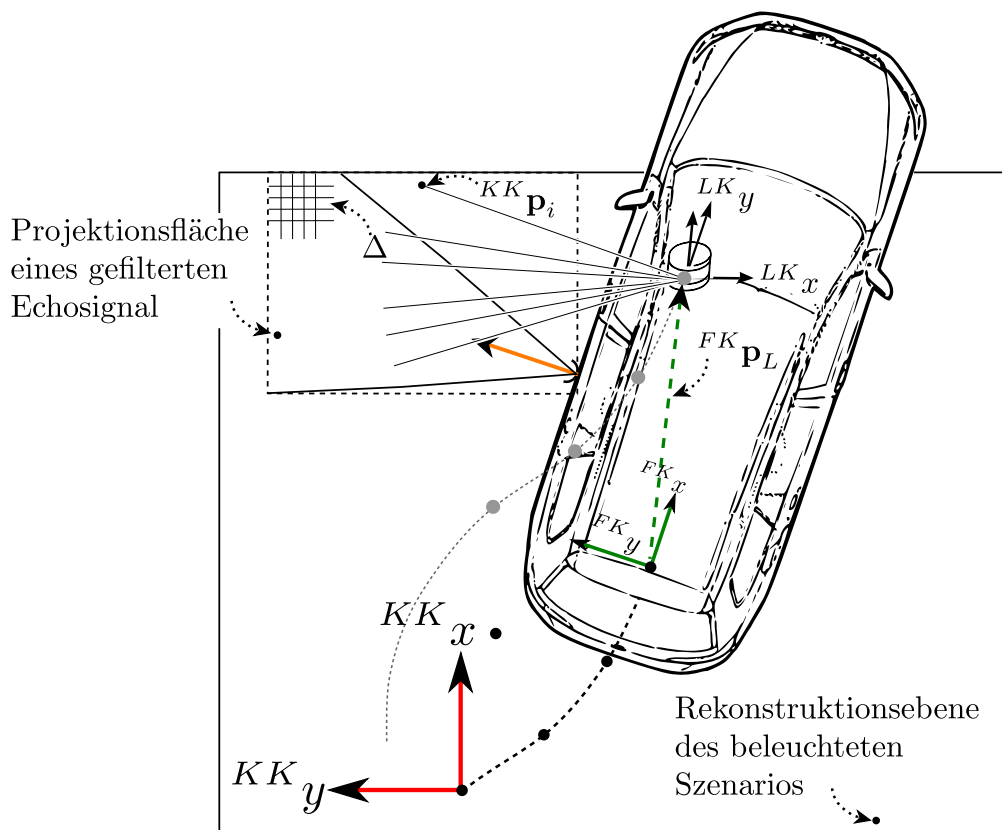


Abbildung 4.17: Schema Laserscanner Verifikation.

Der Index  $w$  kennzeichnet den zeitlichen Index einer neu erfassten Punktwolke, die nach Ablauf der Messzykluszeit  $T_{ls}$  vorliegt. Ähnlich dem Radarsensor wird die Lage des Laserscanners durch Transformation der Lage des Fahrzeuges im Kartenkoordinatensystem bestimmt. Die zu berechnende Transformationsmatrix erfordert die Kenntnis der Fahrzeuglage zum Messzeitpunkt  $w \cdot T_{ls}$ . Diese geht aus der Interpolation der zeitlich nächstliegenden Wegpunkte hervor, so dass die Bedingung 4.25 erfüllt wird.

$$l \cdot T_{odo} \leq w T_{ls} \leq (l + 1) T_{odo} \quad (4.25)$$

Die zum Zeitpunkt  $w \cdot T_{ls}$  korrespondierende Fahrzeugposition  ${}^{KK}\mathbf{p}_F^{(w)}$  und -orientierung  ${}^{KK}\mathbf{o}_F^{(w)}$  bilden die Grundlage für die Transformationsmatrix:

$${}^{LK \rightarrow KK}\mathbf{T}^{(w)} = {}^{FK \rightarrow KK}\mathbf{T}^{(w)} \cdot {}^{LK \rightarrow FK}\mathbf{T} \quad (4.26)$$

${}^{LK \rightarrow FK}\mathbf{T}$  beschreibt die Transformation von  ${}^{LK}F$  nach  ${}^{KK}F$ . Die transformierten Punktwolken gemäß Gleichung 4.27

$${}^{KK}\mathbf{p}_i^{(w)} = {}^{LK \rightarrow KK}\mathbf{T}^{(w)} {}^{LK}\mathbf{p}_i \quad (4.27)$$

überdecken für die beleuchteten Szenarien in Abbildung 4.18 bis 4.20 die farblich kodierten Ausmaße der Fahrzeuge vollständig. Diese Deckungsgleichheit lässt den Schluss zu, dass ein Schwellwert von -45 dB für die Unterscheidbarkeit von Rauschen und Zielen im SAR-Bild zulässig ist. Darüber hinaus ist der Nachweis erbracht, dass die Rekonstruktion durch Rückprojektion einer vom Fahrzeug aufgespannten synthetischen Apertur eine für die Parklückenerkennung geeignete Methode zur Umfeldwahrnehmung darstellt.

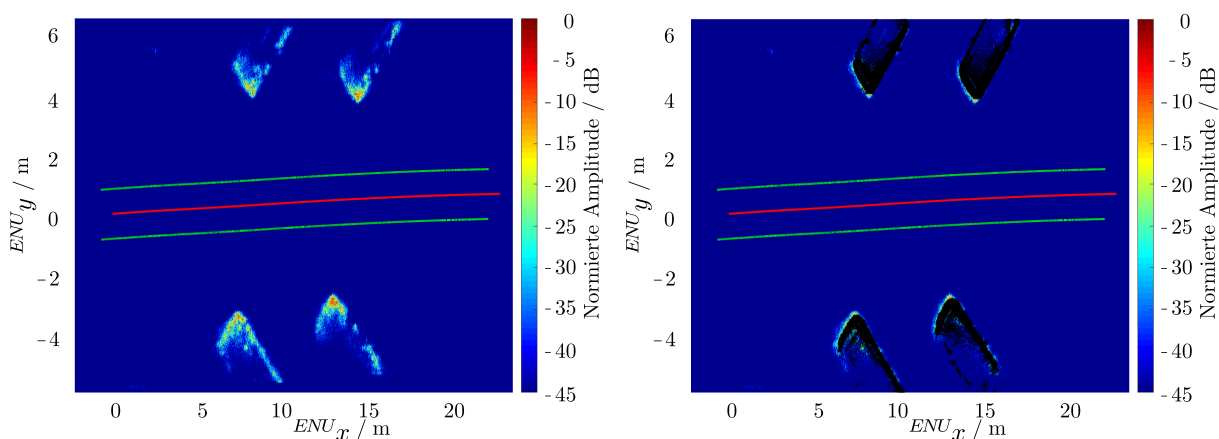


Abbildung 4.18: Punktwolkenüberlagerung (·) Rekonstruktion mit schräg geparkten Fahrzeugen.

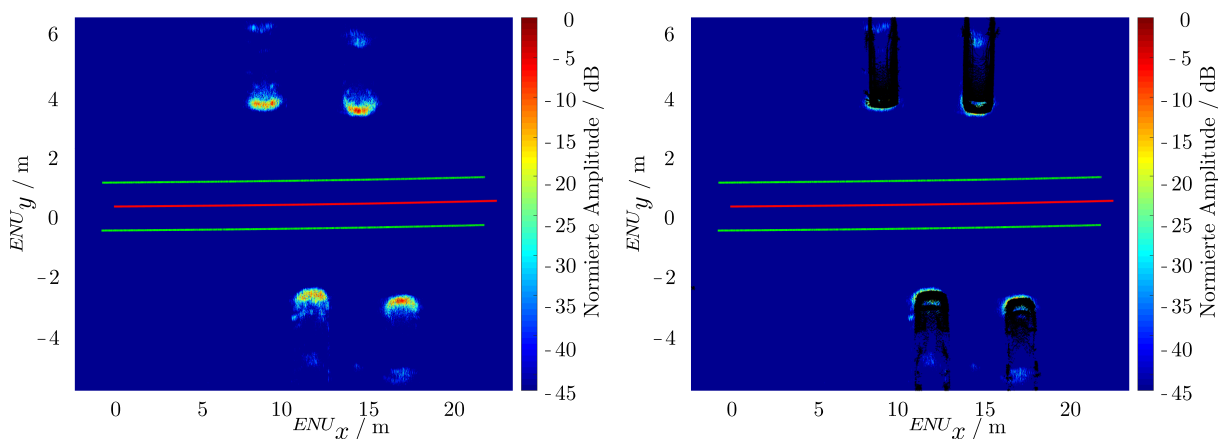


Abbildung 4.19: Punktwolkenüberlagerung (·) Rekonstruktion mit parallel geparkten Fahrzeugen.

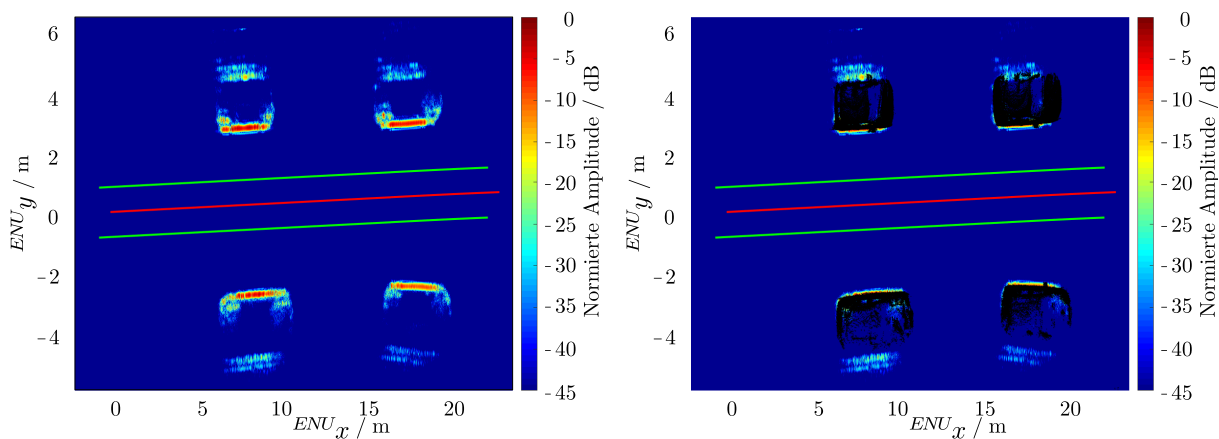


Abbildung 4.20: Punktwolkenüberlagerung (·) Rekonstruktion mit in Fahrtrichtung geparkten Fahrzeugen.

## 4.4 Zusammenfassung und Bewertung

Die Realisierung eines fahrzeugbasierten SAR-Systems nach dem beschriebenen Ansatz erfordert eine akkurate Synchronisation zwischen Radar- und Positionssensor. Insbesondere die Messfähigkeit des Positionssensors wird als fehlerfrei angenommen, so dass kinematische Imperfektionen sowie beeinflussende Umgebungsverhältnisse keinen Einfluss haben. Würden diese Voraussetzungen verletzt, führten Asynchronitäten, systematische und nichtsystematische Fehler zur Verzerrung der Rekonstruktion.

Während systematische Fehler ihre Ursache in einem abweichenden Reifendruck oder falsch vermessenen Radstand haben, unterliegen nichtsystematische Fehler den Umgebungsbedingungen und treten als Reifenschlupf oder ungleichförmige Bodenbeschaffenheiten in Erscheinung.

Als Asynchronität wird in diesem Zusammenhang eine zeitliche Abweichung  $\Delta t_{off}$  zwischen den Systemuhren von Radar- und Positionssensor bezeichnet, die zu einer zeitlichen Verschiebung der Assoziation von Messung und Aufnahmeposition führt. Diese zeitliche Abweichung lässt sich als additiver Phasenterm  $\phi_{err}$  modellieren und in Form von Gleichung 4.28 bei der Korrelation des Referenzsignals zur Azimutkompression berücksichtigen.

$$\underline{i}^{(m)} = \sum_{m=-\kappa}^{\kappa} \underline{s}_{SA}^{(m)} \underline{s}_{ref}^{(m)} \exp(j\phi_{err}), \quad \text{mit} \quad \phi_{err} = 2\pi f_c t_{off} \quad (4.28)$$

Für die im Abschnitt 4.1.1 berechnete Maximalgeschwindigkeit von  $^{KK}v_{max,s} \approx 36.6$  km/h bewirkt ein angenommener zeitlicher Drift von  $\Delta t_{off} = 10$ ms eine örtliche Abweichung der Maxima der Punktstreufunction von 0.1m gegenüber der fehlerfreien Rekonstruktion, vgl. Abbildung 4.21.b. Um das Fehlerbild vollumfänglich zu modellieren, wird als weitere Fehlerquelle die Messungenauigkeit des Radrehzahlsensors berücksichtigt. Dieser wird als normalverteilt, erwartungswert frei mit einer Varianz von  $\sigma_{err}^2 = 0.0035$  m<sup>2</sup> modelliert. Zusammen mit dem angenommenen zeitlichen Drift der Systemuhren von  $\Delta t_{off} = 10$ ms folgt der Phasenfehler  $\phi_{err}$  zu

$$\phi_{err} = 2\pi f_c \cdot \mathcal{N}\left(\Delta t_{off}, \frac{\sigma_{err}^2}{^{KK}v_{max,s}^2}\right) = 2\pi \cdot 77 \text{ GHz} \cdot \mathcal{N}(10\text{ms}, 35\mu\text{s}) \quad (4.29)$$

Infolge dieses Fehlers tritt eine Phasenverschiebung beim örtlichen Signal entlang der synthetischen Apertur ein, Abbildung 4.21.a. Der anschließende Verarbeitungsschritt der Azimutkompression bewirkt eine örtliche Verschiebung der Punktstreuantwort in Azimutrichtung, Abbildung 4.21.b.

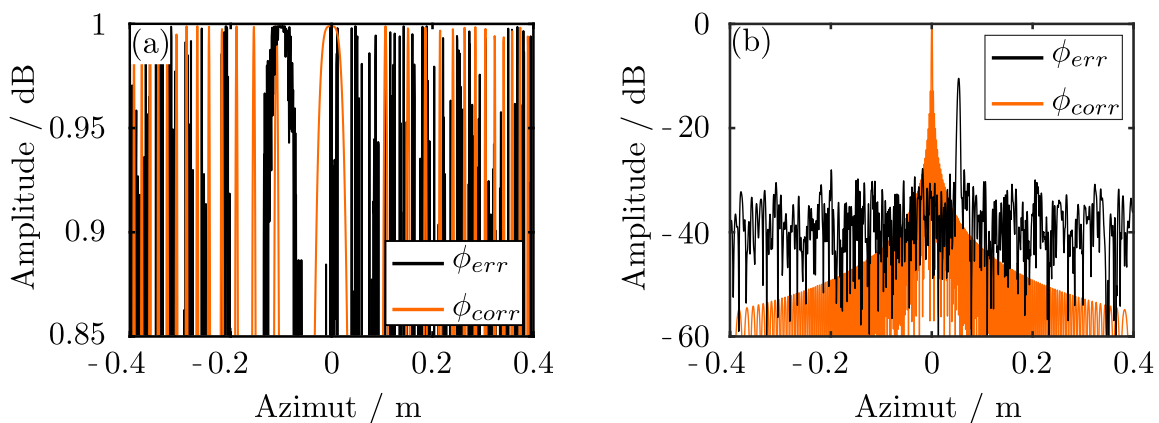


Abbildung 4.21: (a) Verschiebung des örtlichen Signals entlang der synthetischen Apertur. (b) Örtlicher Versatz der Punktstreuantwort der Azimutkompression



Nichtsystematische Fehler in Form von Schlupf entstehen aufgrund von durchdrehenden Reifen. Der dabei erfassten scheinbaren Fortbewegung steht kein räumlicher Versatz gegenüber. Zeitlich aufeinanderfolgende Messungen erfassen die gleiche Messentfernung und werden dem zeitlich korrespondierenden örtlichen Raster zugeordnet. Infolgedessen entstehen Mehrdeutigkeiten, da einer angenommenen Messposition Radarmessungen falscher Messentfernungen zugeordnet werden. Formal lassen sich die aufgezeichneten Messungen gemäß Gleichung 4.30 modellieren, indem  $L$  aufeinanderfolgenden Echo-signalen  $\kappa$  gleiche Messpositionen zugeordnet wurden.

$$\underline{s}_{IF}^{(\kappa)} = \underline{s}_{IF}^{(\kappa+1)} = \underline{s}_{IF}^{(\kappa+2)} = \dots = \underline{s}_{IF}^{(\kappa+L)} \quad (4.30)$$

Eine augenscheinliche Abweichung des örtlichen Apertursignals vom Referenzsignal entlang der synthetischen Apertur eines starren Zieles prägt sich bei vorliegenden Schlupfeffekten als Phasenversatz aus (Abbildung 4.22.a). Die Auswirkungen auf die Azimutkompression infolge der Verletzung des örtlichen Abtasttheorems sind Mehrdeutigkeiten, die als unregelmäßige Maxima der Punktstreuantwort hervortreten (Abbildung 4.22.b).

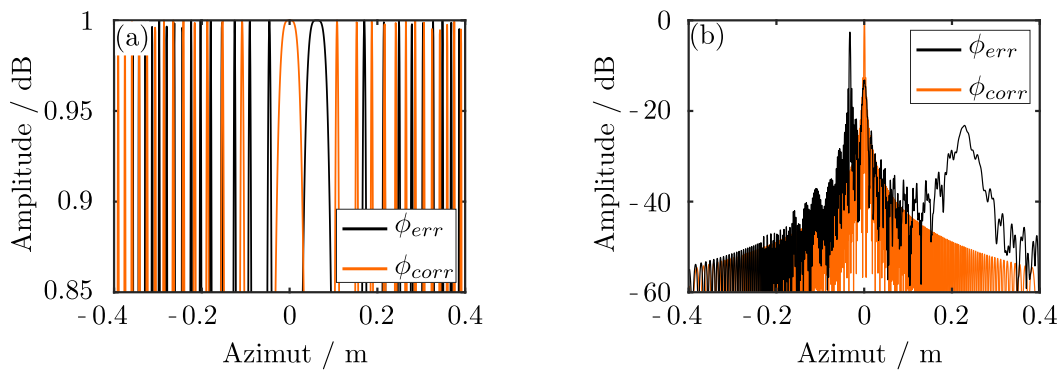


Abbildung 4.22: (a) Verschiebung des örtlichen Signals entlang der synthetischen Apertur als Ursache von auftretenden Reifenschlupf. (b) Örtlicher Versatz sowie Mehrdeutigkeiten der Punktstreuantwort der Azimutkompression

Um die Auswirkungen nichtsystematischer Fehler zukünftig zu unterbinden, wird im nachfolgenden Abschnitt ein Ansatz vorgestellt, der eine radarbasierte Positionsschätzung des Phasenzentrums ermöglicht. Der daraus resultierende Mehrwert besteht neben dem Verzicht auf einen weiteren Positionssensor und der Sensorsynchronisation in der Wiederverwendung des Echosignals zur Rekonstruktion des beleuchteten Szenarios. Somit trägt dieser Ansatz dazu bei, dass die Systemkomplexität reduziert wird und die Kosten der benötigten Komponenten im Serienfahrzeug gering gehalten werden.



## 5 Radarbasierte Bewegungsschätzung für autarke SAR-Systeme

Um die Auswirkungen nichtsystematischer Fehler zukünftig zu unterbinden, wird im nachfolgenden Kapitel ein Ansatz vorgestellt, der eine radarbasierte Positionsschätzung des Phasenzentrums ermöglicht. Der daraus resultierende Mehrwert besteht neben dem Verzicht auf einen weiteren Positionssensor in dem Wegfall des Synchronisationsaufwandes zwischen Radar- und Positionssensoren.

### 5.1 Radarbasierte Eigenbewegungsschätzung und Lagebestimmung

Das Verfahren zur selbstkonsistenten Konstruktion und Rekonstruktion radarbasierter synthetischer Aperturen beruht auf der Zustandsschätzung der Sensorkinematik. Die Grundlage der Bewegungsschätzung geht dabei auf die Arbeit von Kellner et al. [62] zurück. Basierend auf den gemessenen Einfallswinkeln  $\theta_z$  und Dopplergeschwindigkeiten  $v_r$  stationärer Objekte wird der Geschwindigkeitsvektor des Sensors  $\mathbf{v}$  über Grund geschätzt. Unter Berücksichtigung der Euler'schen Geschwindigkeitsgleichung 5.39 sowie der Modellierung des Fahrzeuges als Starrkörper lässt sich der Bewegungszustand der Trägerplattform bestimmen. Die hervorgehenden Zustandsgrößen der Linear- und Winkelgeschwindigkeit definieren die Eingangsgrößen eines Bewegungsmodells zur Berechnung der Fahrzeuglage gegenüber dem Kartenkoordinatensystem.

Durch die Anlehnung der Bewegungsschätzung an den Datenfluss der Messzyklen ist das Konzept der Sub-Aperturen adaptierbar und als selbstkonsistentes SAR-Verfahren zusammenzufassen. Einen wesentlichen Berechnungsschritt stellt dabei der Umgang mit Messfehlern in den abhängigen und unabhängigen Messgrößen zur Bewegungsschätzung dar.

#### 5.1.1 Messprinzip

Das Messprinzip des Radars ermöglicht durch Auswertung vom Range-Doppler- und Winkelspektrum der empfangenen Echosignale den Bewegungszustand eines Objektes anhand von Radialgeschwindigkeit  $v_r$  und Azimutwinkel  $\theta_z$  zu bestimmen. Diese Charakterisierung lässt jedoch keinen Rückschluss auf die Geschwindigkeit über Grund zu, da als weitere Messgröße die Tangentialgeschwindigkeit  $v_t$  notwendig ist. Existierende Ansätze zur Auswertung von  $v_t$  assoziieren unterschiedliche Reflexionspunkte eines ausgedehnten bewegten Objektes [61] oder beobachteten dieses über mehrere Messzyklen [34], um aufgrund der zeitlichen Veränderung der Geometrie auf die Tangentialgeschwindigkeit zu schlussfolgern.

Lägen beide Geschwindigkeitskomponenten als Messpaar vor, bildeten diese ein Rechtssystem, aus dem der Betrag und die Orientierung des bewegten Objektes bestimmbar wären.

Eine für die Bewegungsschätzung günstige Formulierung basiert auf der Betrachtung der Objektgeschwindigkeit als Richtungsvektor  $\mathbf{v}$ , dessen Koordinaten  $(v_x, v_y)^T$  gegenüber dem Sensorkoordinatensystem  ${}^{RK}F$  definiert sind. Aus diesem folgen mit den Gleichungen 5.1 der Betrag  $v$  und die Orientierung  $\Theta$  des bewegten Objektes.

$$v = |\mathbf{v}| = \left( \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right) \quad \text{und} \quad \Theta = \tan \left( \frac{v_y}{v_x} \right) \quad (5.1)$$

Der in Gleichung 5.1 beschriebene Zusammenhang wird in Abbildung 5.1.a anhand eines sich entfernenden Punktzieles veranschaulicht.

Beschränkt durch die radiale Geschwindigkeitsmessfähigkeit des Radarsensors führt eine Umrechnung der Radialgeschwindigkeit in die Koordinaten des Referenzsystems bei multiplen Zielmeldungen zu einem überbestimmten Gleichungssystem 5.3.  $v_r$  ist dabei als Projektion der Geschwindigkeitskoordinaten  $(v_x, v_y)$  über dem gemessenen Azimutwinkel  $\theta_z$  anzusehen und wird in Abbildung 5.1.b dargestellt.

$$v_r = v_x \cos(\theta_z) + v_y \sin(\theta_z) \quad (5.2)$$

Zur Lösung von Gleichung 5.2 ist mindestens eine zweite Messung erforderlich, deren Ausprägungen  $v_{r,i}$  und  $\theta_{z,i}$  dem gleichen Richtungsvektor  $\mathbf{v}$  zuweisbar sein müssen. Liegen mehrere Messungen vor, so bietet sich die Formulierung des inversen Zusammenhangs von Gleichung 5.2 in Matrixschreibweise an.

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) \\ \vdots & \vdots \\ \cos(\theta_z) & \sin(\theta_z) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} v_{r,1} \\ \vdots \\ v_{r,z} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}_\theta^{-1} \cdot \mathbf{v}_r$$

Das Prinzip zur Schätzung des Richtungsvektors eines bewegten Objektes kann unmittelbar auf die Eigenbewegung des Sensors umformuliert werden. Hierzu wird der Richtungsvektor der Sensorgeschwindigkeit zunächst relativ zum Sensorkoordinatensystem abgebildet. Erfasst der Sensor während des Messvorgangs ein statisches Objekt, so ist die Ausrichtung der messbaren Radialgeschwindigkeit der Bewegungsrichtung des Sensors entgegengerichtet, Abbildung 5.1. Erklären lässt sich dieser Effekt mittels der in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Drehrichtung des geschwindigkeitsabhängigen Phasenzeigers. Verkürzt sich der Abstand zwischen Ziel und Objekt bei aufeinanderfolgenden Empfangsechos, dreht der Phasenzeiger im Uhrzeigersinn, so dass ein mathematisch negativer Drehsinn vorliegt. Dies wurde als negative Dopplerfrequenz modelliert und repräsentiert eine negative Radialgeschwindigkeit.

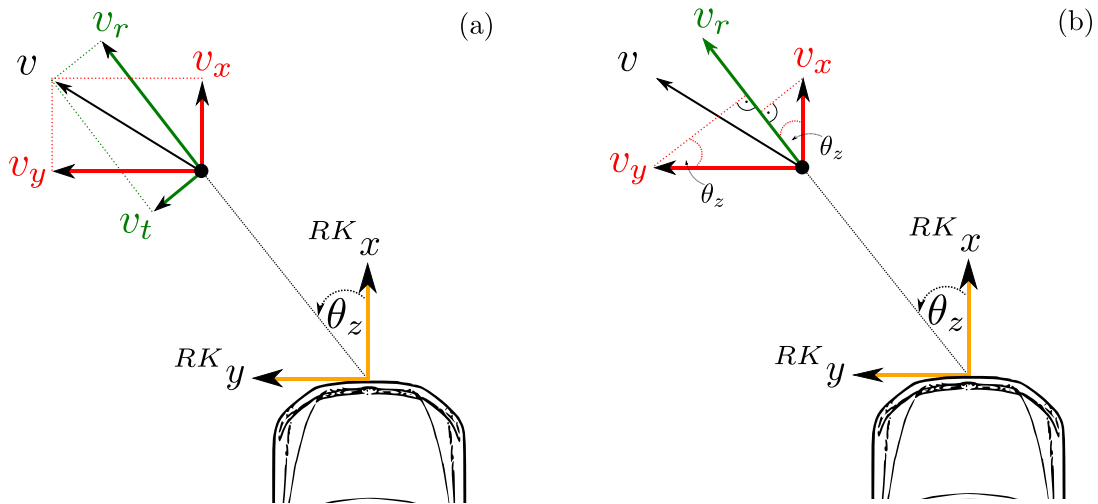


Abbildung 5.1: (a) Geometrischer Zusammenhang der Objektgeschwindigkeit eines relativ zum Sensorkoordinatensystem bewegten Streuzentrums abgebildeten in  $x,y$  Koordinaten des Radarsensors sowie durch die Radial  $v_r$ - und Tangentialgeschwindigkeit  $v_t$ . (b) Projektion der Geschwindigkeitsrichtung  $v_x$  und  $v_y$  auf die Radialgeschwindigkeit  $v_r$ .

Da ausschließlich stationäre Objekte betrachtet werden, die eine negative Radialgeschwindigkeit aufweisen, beschreiben die korrespondierenden Richtungsvektoren eine zur Sensorgeschwindigkeit entgegengesetzte Geschwindigkeit.

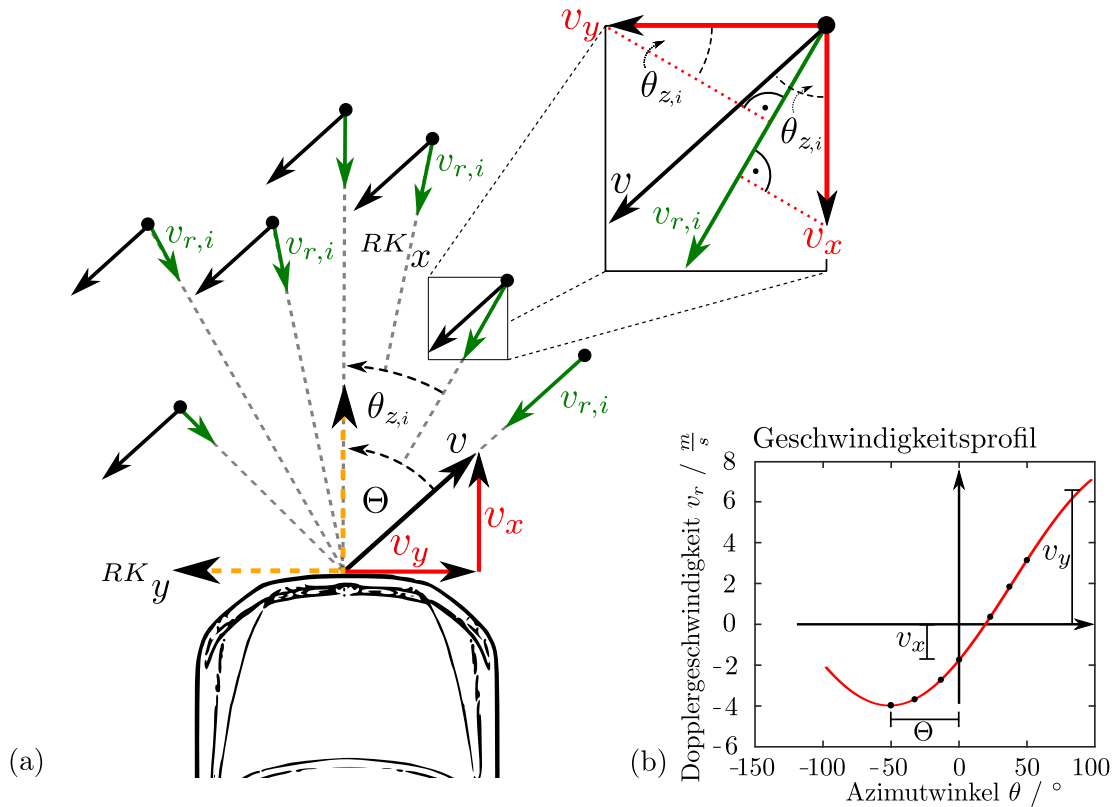


Abbildung 5.2: (a) Schema zur Schätzung der Eigenbewegung aufgrund der Radialgeschwindigkeiten statischer Objekte. (b) Abbildung des funktionalen Zusammenhanges eines individuellen Richtungsvektors über Azimut.

Die Berechnung des entgegen der Bewegungsrichtung zeigenden Richtungsvektors erfolgt schließlich mittels Gleichung 5.2, die gemäß Gleichung 5.3 umzustellen ist. Abhängig von der Orientierung  $\Theta$  und der Geschwindigkeit  $v$  folgt aus der grafischen Darstellung von Gleichung 5.2 ein individuelles Profil, siehe Abbildung 5.2.b, aus dem die Koeffizienten  $v_x$  und  $v_y$  bei  $\theta = 0^\circ$  und  $\theta = 90^\circ$  ableitbar sind. Der abgebildete Verlauf entspricht einem Kosinus mit den Freiheitsgraden Amplitude und Phasen.

$$v_r = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)} \cos \left( \arctan \left( \frac{v_y}{v_x} \right) + \theta \right) = v \cos (\Theta + \theta) \quad (5.4)$$

Als weiterer Parameter geht die Orientierung  $\Theta$  des Richtungsvektors in Gleichung 5.4 ein. Dabei bewirkt ein positiver Orientierungswinkel eine Phasenverschiebung des Geschwindigkeitsprofils in Richtung der negativen Azimutachse, Abbildung 5.2.b. Das entgegengesetzte Verhalten liegt schließlich für negative Winkel vor.

Anhand der Koordinaten des Richtungsvektors der Geschwindigkeit wird das Geschwindigkeitsprofil durch den Betrag  $v$  und die Orientierung  $\Theta$  über den vollständigen Messbereich eindeutig charakterisiert. In der Praxis wird jedoch nur ein Ausschnitt des vollständigen Kurvenverlaufs erfasst. Dieser ist durch den Öffnungswinkel des Radarsensors  $\Theta_{RA}$  begrenzt und in Abhängigkeit zur Sensororientierung entlang des Kosinus verschoben. Weiterhin schränkt der Streuwinkelbereich, unter dem Reflexionen gemessen werden, den beobachtbaren Ausschnitt weiter ein. Eine einfache Möglichkeit, den erfassten Kurvenausschnitt unter Berücksichtigung der Breitseitenausrichtung der SAR-Konstruktion zu verbildlichen, stellt das in Abbildung 5.3 dargestellte Szenario dar. Wird das Sensorkoordinatensystem  ${}^{RK}F$  relativ zum Fahrzeugkoordinatensystem  ${}^{FK}F$  um einen positiven Winkel  ${}^{FK}\psi_{R,s}$  gedreht, verschiebt sich der Winkelbereich des Öffnungswinkels  $\Theta_{RA}$  entlang der positiven Azimutachse und erfasst den steilsten Kurvenabschnitt.

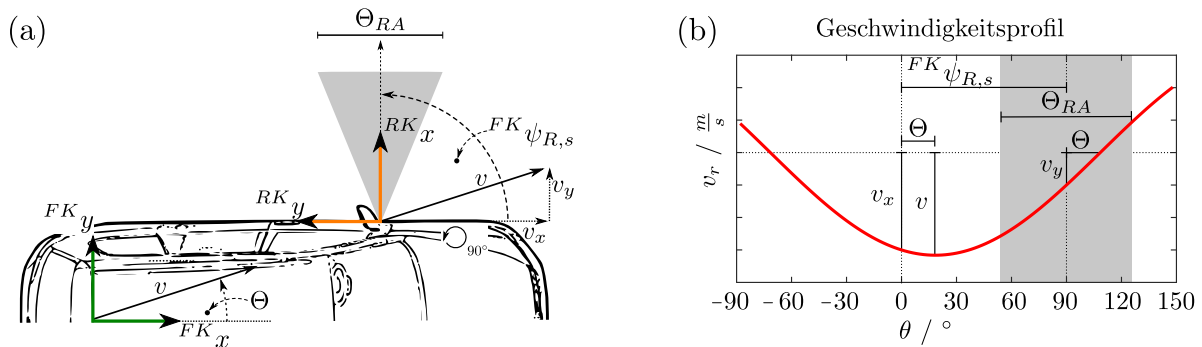


Abbildung 5.3: (a) Schema der Radarsensororientierung gegenüber dem Fahrzeugkoordinatensystem. (b) Verlauf des Geschwindigkeitsprofils relativ zur Orientierung des Radarsensors. Die grau unterlaufene Flächenmarkierung hebt den beleuchteten Winkelbereich hervor innerhalb dessen der abgebildete Kurvenausschnitt dargestellt ist.

Unabhängig vom Orientierungswinkel formen die gemessenen Reflexionen innerhalb des Öffnungswinkels einen Kurvenverlauf ähnlich dem vom grauen Fenster eingerahmten Kurvenabschnitt. Die Angabe des Einfallswinkels erfolgt dabei relativ zum Sensorkoordinatensystem.

Eine weitere Besonderheit aufgrund der seitlichen Ausrichtung der Radarsensoren sind gemessene Radialgeschwindigkeiten unterschiedlicher Richtung. Diese entstehen durch die Abnahme und Zunahme des Radialabstandes zu statischen Zielen infolge der Eigenbewegung des Fahrzeuges. Zur Veranschaulichung der auftretenden Zusammenhänge werden in Abbildung 5.4 und 5.5 das Range-Doppler-Spektrum sowie das ermittelte Geschwindigkeitsprofil einer Messsequenz innerhalb eines Parkplatzszenarios dargestellt. Beide Geschwindigkeitsprofile sind relativ zum individuellen Sensorkoordinatensystem aufgetragen.

In beiden Fällen wird durch den Bewegungsvorgang die Abnahme des Radialabstandes zum Ziel mit einer negativen Radialgeschwindigkeit modelliert. Infolge der unterschiedlichen Orientierungen trägt der linksseitig verbaute Radarsensor entgegenkommende Reflexionen gegenüber einem negativen Einfallswinkel auf, während beim rechtsseitigen negative Radialgeschwindigkeiten positiven Azimutwinkeln zugeordnet werden.

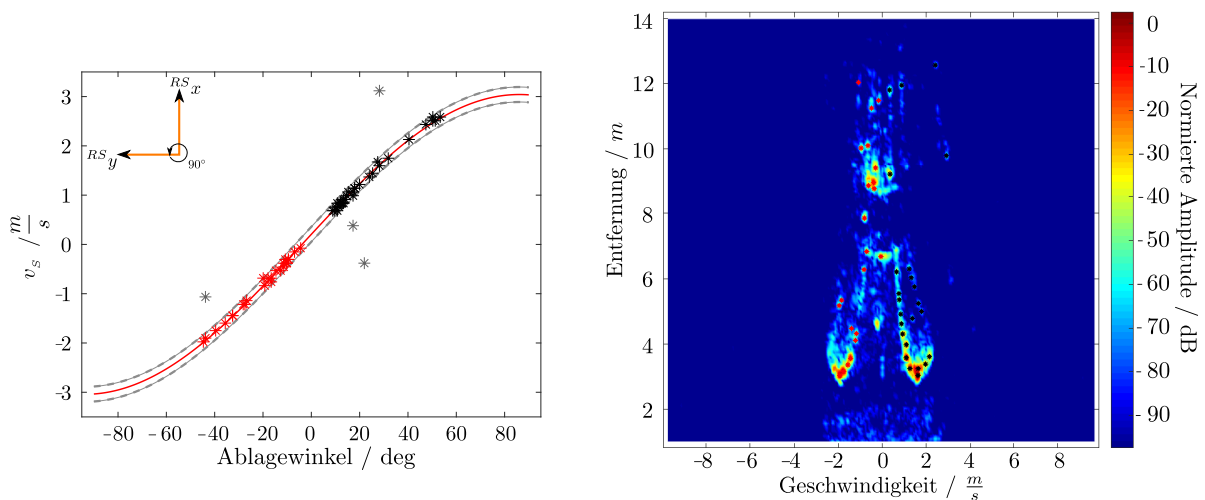


Abbildung 5.4: (links) Messergebnis Geschwindigkeitsprofil links ausgerichteter Sensor. (rechts) Range Doppler Spektrum parallel geparkter Fahrzeuge. (\*) Reflexionspunkt, (\*) Reflexionspunkt negative Radialgeschwindigkeit, (\*) Ausreißer oder Bewegtziele.

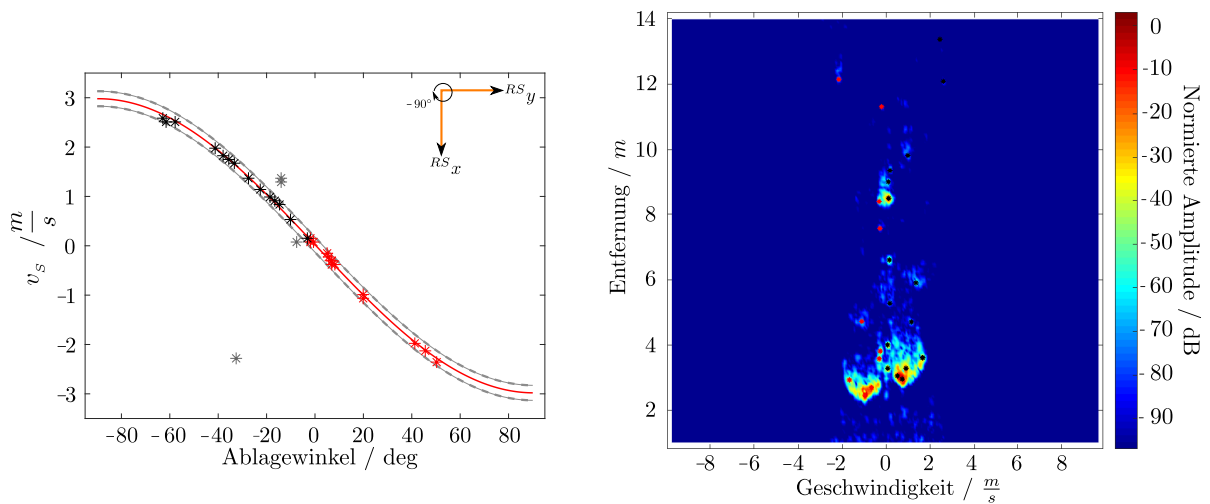


Abbildung 5.5: (links) Messergebnis Geschwindigkeitsprofil rechts ausgerichteter Sensor. (rechts) Range Doppler Spektrum parallel geparkter Fahrzeuge. (\*) Reflexionspunkt, (\*) Reflexionspunkt negative Radialgeschwindigkeit, (\*) Ausreißer.

Neben den Reflexionspunkten, deren Anordnung den kosinusförmigen Verlauf des Geschwindigkeitsprofils formt, weisen die Abbildungen 5.4 und 5.5 Messpunkte auf, die vom Kurvenverlauf abweichen. Diese abweichenden Detektionen werden als Ausreißer (engl. *outlier*) bezeichnet und müssen für die Berechnung des Richtungsvektors unterdrückt werden. Ursprung derartiger Ausreißer sind Reflexionen aufgrund bewegter Streuzentren sowie Geisterziele, die als Ergebnis einer detektierten Rauschamplitude im Spektrum entstehen. Zur Unterdrückung bieten sich Filteralgorithmen an, die einen Schwellwertabgleich gegenüber einem erwarteten Modell durchführen, dessen Modellparameter zum Zeitpunkt der Prozessierung unspezifiziert sind. Einen derartigen Algorithmus stellt der RANSAC [33] (engl. *random sample consensus*) dar, der basierend auf einem linearen Quadratmittelproblem eine Modellabschätzung durchführt und die Anzahl geeigneter Reflexionen gegenüber einer Konsensmenge abgleicht.

### 5.1.2 Berechnungsverfahren zur Schätzung der Eigenbewegung

Die Berechnung der Messposition aufgrund des Bewegungszustandes des Radarsensors erfordert eine erwartungstreue und konsistente Schätzung des Richtungsvektors der Sensorgeschwindigkeit. Das Fundament der Schätzung bildet eine begrenzt vorliegende Anzahl an Messwerten der Radialgeschwindigkeiten und Einfallswinkel stationärer Ziele. Als Problemlösungsansatz bieten sich Methoden der stochastischen Regressionsanalyse an, die eine Messung als Realisierung eines Zufallsexperiments abstrahieren und somit eine Schlussfolgerung auf einen funktionalen Zusammenhang einer Grundgesamtheit zulassen. Dieser vermutete lineare Zusammenhang wird im Folgenden als Geschwindigkeitsprofil interpretiert und ist aus einer nicht beobachtbaren Grundgesamtheit ableitbar. Als Grundgesamtheit wird die Menge aller möglichen Ausprägungen von Radialgeschwindigkeit  $\tilde{v}_r$  und Einfallswinkel  $\tilde{\theta}_z$  verstanden, die dem Richtungsvektor einer Geschwindigkeit zugeordnet werden kann. Gesetzt den Fall, dass jegliche Ausprägung von  $\tilde{v}_r$  und  $\tilde{\theta}_z$  vorliegt, lässt sich ein lineares Quadratmittelpblem (engl. *linear least square*) formulieren, dessen Ergebnis als Populationsregressionsfunktion (PRF) bezeichnet wird.

$$\begin{aligned} \tilde{v}_r &= \tilde{v}_x \cos(\tilde{\theta}_z) + \tilde{v}_y \sin(\tilde{\theta}_z) \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\tilde{\theta}_z) & \sin(\tilde{\theta}_z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_x \\ \tilde{v}_y \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \tilde{\mathbf{p}} = [\tilde{v}_x \quad \tilde{v}_y]^T \end{aligned} \quad (5.5)$$

Zur Kennzeichnung nicht beobachtbarer Messwerte und Parameter dient in dieser Arbeit das Tildesymbol  $\sim$ . Da jede Messung in Anzahl und Ausprägung der Messpaare variiert, wird die resultierende Zieliste  $(v_{r,n}, \theta_{z,n})$  im Folgenden als Realisierung eines Zufallsexperimentes interpretiert, der ein zufälliger Messfehler überlagert ist. Nach Carroll et al. [17] folgt daraus ein additives Fehlermodell für die gemessene erklärende  $v_r$  und abhängige Variable  $\theta_z$  des Geschwindigkeitsprofils.

$$\begin{aligned} \theta_z &= \tilde{\theta}_z - \tilde{\delta}_{\theta_z} \\ v_r &= \tilde{v}_r - \tilde{\epsilon}_{v_r} \end{aligned} \quad (5.6)$$

$\tilde{\epsilon}_{v_r}$  und  $\tilde{\delta}_{\theta_z}$  beschreiben einen zufälligen und unbekanntem Messfehler, der als normalverteilt angenommen wird. Aufgrund dieser Fehler innerhalb der abhängigen  $v_r$  und erklärenden  $\theta_z$  Messvariable liegt nach Fuller et al. [37] ein so genanntes Error-in-Variable (EiV)-Problem vor. Um eine gemessene Radialgeschwindigkeit  $v_r$  unter dem Einfallswinkel  $\theta_z$  anhand des angenommenen funktionalen Zusammenhangs zu beschreiben, muss die Beobachtung um die Messfehler erweitert werden.

$$v_r + \tilde{\epsilon}_{v_r} = \tilde{v}_x \cos(\theta_z + \tilde{\delta}_{\theta_z}) + \tilde{v}_y \sin(\theta_z + \tilde{\delta}_{\theta_z}) \quad (5.7)$$

Für das in Gleichung 5.6 beschriebene Fehlermodell trifft darüber hinaus eine nicht differentielle Fehlerklassifikation zu, da zwischen der ausgewerteten Radialgeschwindigkeit und dem Einfallswinkel keine gegenseitige Abhängigkeit vorliegt.

Eine für die Simulation der Methoden zur stochastischen Regressionsanalyse wichtige Einflussgröße ist die Genauigkeit der Messgrößen. Nach Curry et al. [24] bietet sich zur Berechnung Gleichung 5.8 an.

$$\sigma_{v_r} = \frac{\Delta_{v_r}}{\sqrt{2\frac{S}{N}}} \quad \sigma_{\theta_z} = \frac{\Theta_{RA}}{1.6\sqrt{2\frac{S}{N}}} \quad (5.8)$$

$\Delta_{v_r}$  beschreibt die Auflösung der Radialgeschwindigkeit, für die sich nach der Signalkonfiguration in Tabelle 4.1 ein Wert von  $\Delta_{v_r} = 0.076$  m/s ergibt (Formel 2.24).  $\Theta_{RA}$  definiert die Halbwertsbreite des Gruppengewinns des verwendeten 16-elementigen Antennen-Arrays, die nach Wirth et al. [117] über Gleichung 5.9 in Abhängigkeit zum Azimutwinkel  $\theta_z$  berechenbar ist.

$$\Theta_{RA} = 0.886 \frac{\lambda_c}{K d_A \cos(\theta_z)} \quad (5.9)$$



$K$  und  $d_A$  definieren die Anzahl der Antennenelemente sowie den Zwischenabstand. Werden die Messungenauigkeiten über unterschiedliche Einfallswinkel (wie in Abbildung 5.6 dargestellt) aufgetragen, weist der Werteverlauf in Abhängigkeit zum Signal-zu-Rausch-Verhältnis ( $\frac{S}{N}$ ) eine vergleichbare Größenordnung auf. Um eine Vergleichbarkeit der Messungenauigkeiten  $\sigma_{v_r}$  und  $\sigma_{\theta_z}$  zu erlauben, werden diese auf den Wertebereich  $\pm 1$  normiert.

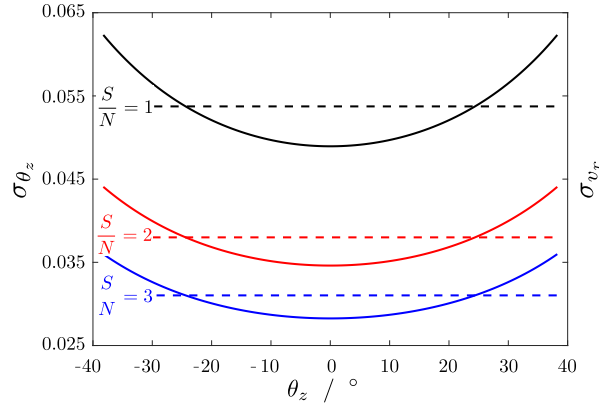


Abbildung 5.6: Messungenauigkeit in Abhängigkeit zum Signal zu Rausch Verhältnis und Einfallswinkel. (-, -) Verlauf Messungenauigkeit Einfallswinkel (--, --, --) Verlauf Messungenauigkeit Radialgeschwindigkeit.

Über kleine Winkelbereiche kann zudem von einem konstanten Wert ausgegangen werden. Diese Eigenschaft charakterisiert das Fehlermodell als homoskedastisch, da die Varianzen des Fehlermodells konstant sind. Zudem liegt das Verhältnis von  $\sigma_{v_r}$  zu  $\sigma_{\theta_z}$  bei ungefähr 1, was die Anwendbarkeit des Orthogonale-Distanzregression-Algorithmus (ODR) nach Carroll et al. [16] zur Regression von Modellen mit vorliegendem EiV-Problem begünstigt.

Des Weiteren werden die Linearitätseigenschaften durch das vorliegende EiV-Problem beeinflusst. Ohne Messfehler in  $\theta_z$  ist das Geschwindigkeitsprofil linear, da sich die trigonometrischen Funktionen auf die erklärende Variable und nicht auf die Parameter beziehen. Mit Berücksichtigung der EiV-Problematik liegt nach Björck et al. [8] eine nichtlineare Funktion vor.

Basierend auf den erfassten Messungen als Realisierung eines Zufallsexperimentes lässt sich eine Schätzung der Parameter der Grundgesamtheit angeben, die als Stichprobenregressionsfunktion (SPF) beschrieben wird und durch Schätzungen von  $\hat{v}_x$  und  $\hat{v}_y$  parametrisiert wird. Zur Ermittlung der Parameter existieren verschiedene Schätzverfahren, deren Anwendung vom angenommenen funktionalen Zusammenhang sowie vom zu Grunde liegenden Fehlermodell abhängt. Diesbezüglich thematisiert der verbleibende Anteil dieses Kapitels die Probleme, die bei der Wahl eines suboptimalen Regressors auftreten, sowie den in dieser Arbeit implementierten Orthogonale-Distanzregression-Algorithmus.

**Konventioneller Lösungsansatz** Zur Beschreibung der Methoden zur Berechnung des linearen Quadratmittelpblems wird der angenommene funktionale Zusammenhang in Matrixschreibweise formuliert, so dass mit Gleichung 5.10 die erwartete PRF hervorgeht.

$$\tilde{\mathbf{v}}_r = \tilde{\mathbf{T}}_\theta \tilde{\mathbf{p}} \quad (5.10)$$

Die Dimensionen der Vektoren und Matrizen setzen sich in Abhängigkeit zur Anzahl der Beobachtungen  $N$  und Parameter  $P$  wie folgt zusammen:  $\mathbf{v}_r \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ ,  $\mathbf{T}_\theta \in \mathbb{R}^{N \times P}$ ,  $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ . Des Weiteren bleibt die Dimension von der Auslegung der Symbolik als Schätzung  $\hat{\cdot}$ , nicht beobachtbarer Wert  $\sim$  oder Messung unbeeinflusst.

Die Herangehensweise zur Berechnung der SFR als Lösung eines linearen Quadratmittelpblems beruht auf der Formulierung eines Abstandskriteriums, welches gegenüber dem zu schätzenden Parametersatz das Optimum darstellt. Für den konventionellen Ansatz als gewöhnliche Methode der kleinsten Quadrate

(engl. *ordinary least square*) stellt der euklidische Abstand zwischen den erfassten Beobachtungen und dem angenommenen funktionalen Zusammenhang das Kriterium dar.

$$\min_{\mathbf{e}_{v_r}} \{ \|\mathbf{e}_{v_r}\|_2^2 \} \quad (5.11)$$

Als Methode zur Schätzung des Parametervektors  $\hat{\mathbf{p}}$  wird in dieser Arbeit ein Maximum-Likelihood-Schätzer (ML-Schätzer) [77] verwendet. Formuliert als Summe der Abstandsquadrate berechnet sich die zu minimierende lineare Problemfunktion  $q(\mathbf{p})$  nach Gleichung 5.12.

$$q(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{T}_\theta \tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{v}_r\|_2^2 \rightarrow \min_{\mathbf{p}} \quad \text{mit} \quad \text{cov}\{\theta_{z,n}, \epsilon_{v_r,n}\} = 0 \quad (5.12)$$

Notwendige Voraussetzung für die Anwendbarkeit dieses Ansatzes ist die Unabhängigkeit des Messfehlers der Beobachtung  $\epsilon_{v_r}$  und der erklärenden Variable  $\theta_z$ . Aus der zeitlichen Ableitung von Gleichung 5.12 resultiert schließlich die Normalgleichung des Quadratmittelpblems, deren Ergebnis die Schätzung des Parametervektors  $\hat{\mathbf{p}}$  ist.

$$\begin{aligned} \frac{\partial q(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} &\stackrel{!}{=} 0 \\ \mathbf{T}_\theta^T \mathbf{T}_\theta \mathbf{p} + \mathbf{T}_\theta^T \mathbf{v}_r &= 0 \\ \Rightarrow \hat{\mathbf{p}} &= -(\mathbf{T}_\theta^T \mathbf{T}_\theta)^{-1} \mathbf{T}_\theta^T \mathbf{v}_r \end{aligned} \quad (5.13)$$

Bei der vorliegenden EiV-Problematik ist die notwendige Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Ordinary Least Square (OLS) verletzt. Zur Veranschaulichung der Auswirkung wird das Geschwindigkeitsprofil durch eine Geradengleichung ersetzt, die eine gute Approximation bei seitlich ausgerichteten Sensoren für einen maximalen Einfallswinkel von  $\theta_{z,max} = \pm 45^\circ$  darstellt (Abbildung 5.7.a).

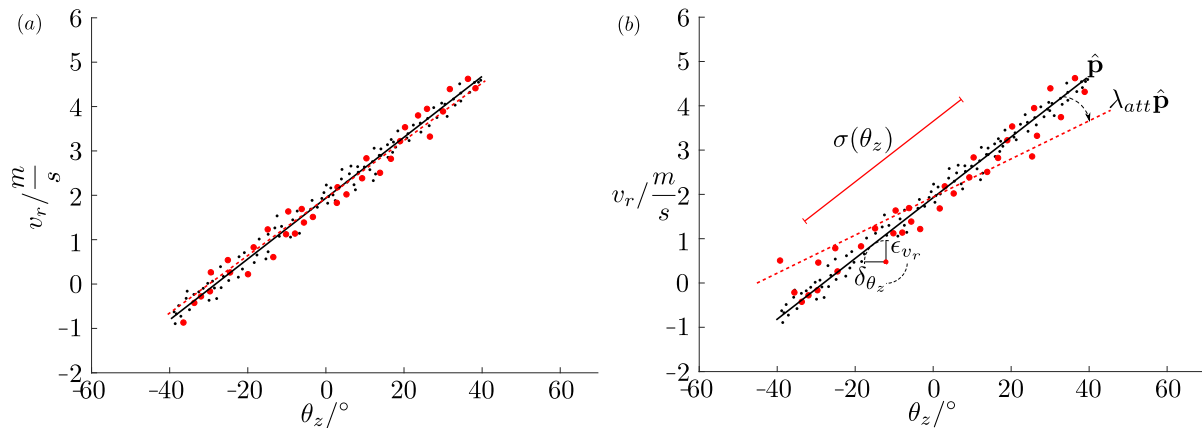


Abbildung 5.7: (a) Gegenüberstellen der PRF (–) nach Berechnung aus Grundgesamtheit (•) zur SRF (–) als Schätzung aus der Realisierung eines Zufallsexperimentes (•). (b) Auswirkung eines OLS Schätzung bei vorliegender EiV-Problematik.

Infolge der Korrelation zwischen  $\theta_z$  und  $\epsilon_{v_r}$  entsteht eine Dämpfung, die zu einer Abflachung der SRF gegenüber der PRF führt (Abbildung 5.7.b). Diese Dämpfung wird allgemein als Zuverlässigkeitsfaktor (engl. *reliability factor*) bezeichnet und beeinträchtigt nach Fuller et al. [37] die Erwartungstreue der Schätzung in Form eines Bias zwischen dem Parameter der PRF und SRF. Nach Carroll et al. [17] hängt der Dämpfungsfaktor  $\lambda$  von der Varianz der gemessenen erklärenden Variable  $\sigma_{\theta_z}^2$  sowie der Verteilung der Messwerte  $\sigma(\theta_z)^2$  ab.

$$\hat{\mathbf{p}}_{bias} = \lambda_{att} \hat{\mathbf{p}} \quad \text{mit} \quad \lambda_{att} = \frac{\sigma(\theta_z)^2}{\sigma(\theta_z)^2 + \sigma_{\theta_z}^2} \quad (5.14)$$

Ein inhärentes Problem, dem die OLS-Methode unterliegt, entsteht durch schlecht konditionierte Systemmatrizen  $\mathbf{T}_\theta$ . Die Folge ist ein divergierender Schätzvektor  $\hat{\mathbf{p}}$  der berechneten Normalgleichung 5.13. Eine Methode, den angesprochenen Problemen entgegenzutreten, stellt die Total-Least-Square-Regression (TLS) [111] in der Ausprägung als orthogonale Distanzregression [8] für nichtlineare Problemfunktionen dar.

**Orthogonales Distanzproblem** Messfehler in den abhängigen und erklärenden Variablen, fehlende Regularisierung, schlecht konditionierte Systemmatrizen der Normalgleichung sowie inhärente Nichtlinearitäten aufgrund von Abhängigkeiten zwischen erklärenden Variablen und den gesuchten Parametern führen zur so genannten Deming-Regression, um die Geschwindigkeitskoordinaten des gesuchten Richtungsvektors zu bestimmen. Die vorliegende Homoskedastizität der Messfehler erlaubt für den Spezialfall  $\sigma_{\hat{\theta}_z}^2 \approx \sigma_{v_r}^2$  (siehe Abbildung 5.6) die Anwendung einer orthogonalen Distanzregression. Statt den euklidischen Abstand als Minimierungskriterium für die Parameterschätzung zu betrachten, berücksichtigen die allgemein als Total Least Square bekannten Verfahren die orthogonalen Abstände zwischen Beobachtung und angenommenem funktionalem Zusammenhang. Durch den geschätzten Parametervektor  $\hat{\mathbf{p}}$  wird der Radius aller Beobachtungspunkte zur Tangente der Funktionskurve minimal. Für die mathematische Formulierung des Kriteriums eignet sich der Mahalanobis-Abstand aufgrund der Messfehler der Beobachtungen

$$\min_{\tilde{\epsilon}_{v_r,n}, \tilde{\delta}_{\theta_z,n}} \{ \tilde{\epsilon}_{v_r,n}^2 + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}^2 \} \quad \text{s.t.} \quad v_{r,n} + \tilde{\epsilon}_{v_r,n} = \tilde{v}_x \cos(\theta_z + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}) + \tilde{v}_y \sin(\theta_z + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}) \quad (5.15)$$

mit dem angenommenen funktionalen Zusammenhang als Nebenbedingung. Um den Parametervektor  $\hat{\mathbf{p}}$  in Abhängigkeit der Nebenbedingung zu schätzen, wird ein Maximum-Likelihood-Ansatz als Schätzmethode verwendet. Wird die Nebenbedingung nach  $\tilde{\epsilon}_{v_r,n}$  umgeformt und in das Minimierungskriterium eingesetzt, ergibt sich das orthogonale Distanzproblem zu:

$$h(\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{\delta}_{\theta_z}) = \sum_{n=1}^N \omega_n^2 \left\{ \left[ \hat{v}_x \cos(\theta_{z,n} + \hat{\delta}_{\theta_z,n}) + \hat{v}_y \sin(\theta_{z,n} + \hat{\delta}_{\theta_z,n}) \right]^2 + d_n^2 \hat{\delta}_{\theta_z,n}^2 \right\} \rightarrow \min_{\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{\delta}_{\theta_z}} \quad (5.16)$$

Hierbei beschreibt  $h(\hat{\delta}_{\theta_z}, \hat{v}_x, \hat{v}_y)$  eine nichtlineare Problemfunktion mit den Gewichten

$$\omega_n = \frac{1}{\sigma_{\epsilon_{v_r,n}}} \quad d_n = \frac{\sigma_{\epsilon_{v_r,n}}}{\sigma_{\theta_{z,n}}}$$

Zur Lösung von Gleichung 5.16 wird in Björck et al. [8] ein Ansatz vorgestellt, die Struktur der nichtlinearen Problemfunktion durch zwei Hilfsfunktionen zu beschreiben. Die Funktionen repräsentieren die Residuen zwischen den gemessenen Beobachtungen  $(v_{r,n}, \theta_{z,n})$  und den wahren nicht beobachtbaren Werten  $(\tilde{v}_{r,n}, \tilde{\theta}_{z,n})$ .

$$\mathbf{r}(\tilde{v}_x, \tilde{v}_y, \tilde{\delta}_{\theta_z}) = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1(\tilde{v}_x, \tilde{v}_y, \tilde{\delta}_{\theta_z}) \\ \mathbf{r}_2(\tilde{v}_x, \tilde{v}_y, \tilde{\delta}_{\theta_z}) \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

$$\mathbf{r}_1(\tilde{v}_x, \tilde{v}_y, \tilde{\delta}_{\theta_z}) = \omega_n \left[ \tilde{v}_x \cos(\theta_{z,n} + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}) + \tilde{v}_y \sin(\theta_{z,n} + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}) \right] \quad n = 1 \dots N \quad (5.18)$$

$$\mathbf{r}_2(\tilde{v}_x, \tilde{v}_y, \tilde{\delta}_{\theta_z}) = \omega_n d_n \tilde{\delta}_{\theta_z,n} \quad n = N + 1 \dots 2N \quad (5.19)$$

Basierend auf der konstruierten Hilfsfunktion in Gleichung 5.19 wird das nichtlineare Quadratmittelproblem mit

$$q(\hat{\mathbf{p}}) = \min_{\hat{\mathbf{p}}} \frac{1}{2} \|\mathbf{r}(\hat{\mathbf{p}})\|_2^2 = \sum_{n=1}^{2N} r_n(\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{\delta}_{\theta_z, n})^2 \rightarrow \min_{\hat{v}_x, \hat{v}_y, \hat{\delta}_{\theta_z}}, \quad \hat{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \\ \hat{\delta}_{\theta_z} \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

formuliert. Der in dieser Arbeit gewählte Ansatz zur Schätzung des Parametervektors basiert auf einem iterativen Verfahren zur Lösung nichtlinearer Minimierungsprobleme nach Levenberg und Marquardt (LM-Verfahren) [73]. Zur Berechnung der Schrittweite der Iterationen  $i$  wird eine Trust-Region-Strategie [26] angewendet, die nach More et al. [78] mit dem LM-Verfahren kombinierbar ist. Dadurch wird sichergestellt, dass die zu minimierende Problemfunktion innerhalb eines Vertrauensbereichs (engl. *trust region*) durch ein Taylorpolynom der Ordnung 2 approximierbar ist und maximale Schrittweiten in Richtung des Minimums realisierbar sind. Mit Berücksichtigung des von Boggs et al. [9] veröffentlichten Ansatzes zur Separation des Parametervektors  $\hat{\mathbf{p}}$  in die Vektoren  $\hat{\delta}_{\theta_z}$  und  $(\hat{v}_x, \hat{v}_y)^T$  lässt sich für letzteren ein eigenständiger LM-Ansatz formulieren. Infolgedessen wird die Systemmatrix der Normalengleichung auf zwei Parameter beschränkt, so dass die Berechnungskomplexität der notwendigen Matrixinversion von einer variierenden Anzahl an Reflexionspunkten losgelöst wird.

**Levenberg und Marquardt** Der Ansatz von Levenberg und Marquardt führt ein nichtlineares Quadratmittelproblem auf ein regularisiertes lineares Quadratmittelproblem innerhalb eines restringierten Bereiches zurück. Hierzu wird ein einfach zu berechnendes Modell  $m(\mathbf{q})$  als Approximation einer nichtlinearen Problemfunktion  $q(\mathbf{p})$  für die aktuelle Parameterkonfiguration  $\mathbf{p}_i$  innerhalb des Restriktionsbereiches  $\Delta$  (*trust region*) verwendet. Zur Approximation dient eine Taylorreihe nach Abschluss des quadratischen Terms, die in jedem Iterationsschritt für die neu ermittelte Parameterkonfiguration ausgewertet wird, siehe Anhang A.1. Statt den Parametervektor  $\mathbf{p}$  unmittelbar zu berechnen, wird dieser sukzessiv durch Berechnung eines neuen Suchrichtungsvektors  $\mathbf{s}$  angenähert.

$$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{p}_i + \mathbf{s} \quad (5.21)$$

Auf Grundlage der Approximation von  $q(\mathbf{p})$  ergibt sich das beschränkte lineare Quadratmittelproblem zu

$$m_i(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{r}(\mathbf{p}_i) + \mathbf{J}(\mathbf{p}_i) \mathbf{s}\|_2^2 \rightarrow \min_{\mathbf{s}} \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{s}\|_2 \leq \Delta_i \quad (5.22)$$

mit  $\mathbf{J}(\mathbf{p}_i)$  als Jacobi-Matrix der aktuellen Parameterkonfiguration. Mittels der Ableitung nach  $\mathbf{s}$  folgt die Normalengleichung für den Einheitsschritt eines ungedämpften Gauß-Newton-Verfahrens.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{p}_i)^T \mathbf{J}(\mathbf{p}_i) \mathbf{s} + \mathbf{J}(\mathbf{p}_i) \mathbf{r}(\mathbf{p}_i) &= 0 \\ \mathbf{H}(\mathbf{p}_i) \mathbf{s} &= \nabla q(\mathbf{p}_i) \\ \Rightarrow \mathbf{s} &= -\mathbf{H}(\mathbf{p}_i)^{-1} \nabla q(\mathbf{p}_i) \end{aligned} \quad (5.23)$$

$\mathbf{H}(\mathbf{p}_i)$  und  $\nabla q(\mathbf{p}_i)$  definieren die Hessian-Matrix sowie den Gradienten. Problematisch an diesem Berechnungsschritt ist die Inverse der Hessian-Matrix. Ist diese schlecht konditioniert, weil  $\mathbf{J}(\mathbf{p}_i)$  gegebenenfalls rangdefizit oder fast rangdefizit ist, divergiert der Suchrichtungsvektor. Als Gegenmaßnahme wird ein Regularisierungsparameter  $\lambda$  eingeführt, so dass  $\mathbf{H}(\mathbf{p}_i)$  positiv definit ist. Die Auslegung von  $\lambda$  unterliegt der Länge des Suchrichtungsvektors, wodurch zwei Fälle zu unterscheiden sind.

**1. Fall:**  $\|\mathbf{s}\|_2^2 \leq \Delta_i$

Die Schrittlänge unterschreitet  $\Delta_i$  nicht, so dass eine ungedämpfte Lösung nach Gauß-Newton [5] zur Aktualisierung des Parametervektors führt.

**2. Fall:**  $\|\mathbf{s}\|_2^2 > \Delta_i$

Der Vertrauensbereich wird überschritten, so dass eine Regularisierung von  $\mathbf{s}$  über den Parameter  $\lambda$  erfolgen muss, damit  $s(\lambda) = \Delta_i$  gilt.

Als Folge des Eintretens des zweiten Falles wird Gleichung 5.23 um den Regularisierungsparameter  $\lambda$  erweitert, so dass sich Gleichung 5.24 für das beschränkte lineare Quadratmittelproblem ergibt.

$$\left\| \begin{pmatrix} \mathbf{J}(\mathbf{p}_i) \\ \sqrt{\lambda} \mathbf{I} \end{pmatrix} \mathbf{s} + \begin{pmatrix} \mathbf{r}(\mathbf{p}_i) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \right\|_2^2 \rightarrow \min_{\mathbf{s}} \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{s}\|_2 = \Delta_i \quad (5.24)$$

Mit Berücksichtigung der Regularisierung berechnet sich der Suchrichtungsvektor  $\mathbf{s}(\lambda)$  aus der regulierten Normalengleichung zu:

$$\mathbf{s}(\lambda) = -(\mathbf{H}(\mathbf{p}_i) + \lambda \mathbf{I})^{-1} \nabla q(\mathbf{p}_i) \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{s}\|_2 = \Delta_i \quad (5.25)$$

Die Berechnung des Suchrichtungsvektors verlagert sich infolge der Regularisierung auf die Auslegung eines geeigneten Regularisierungsparameters. Darüber hinaus wird über  $\lambda$  die Konvergenzgeschwindigkeit gesteuert. Ist  $\mathbf{H}(\mathbf{p}_i)$  gut konditioniert, erfolgt ein quadratischer Abstieg nach Gauß-Newton in Richtung Minimum, andernfalls ein linearer nach dem Gradientenabstiegsverfahren [5].

Für die Berechnung der Inversen von  $(\mathbf{H}(\mathbf{p}_i) + \lambda \mathbf{I})$  existieren unterschiedliche numerische Verfahren. More et al. [78] stellen ein im Hinblick auf die numerische Stabilität robustes Verfahren vor, das auf einer QR-Dekomposition in Verbindung mit einer Spaltenpivotisierung [100] basiert. Dadurch lässt sich die Inverse in zwei Berechnungsstufen unterteilen, so dass infolge einer neu ausgelegten Regularisierung im gleichen Iterationsschritt nicht die vollständige Inverse neuzuberechnen ist.

Um die Notwendigkeit einer Neuberechnung der Inversen bei jedem Iterationsschritt zu unterbinden, wurde in dieser Arbeit eine Singularwertzerlegung verwendet.

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}(\mathbf{p}_i) + \lambda \mathbf{I})^{-1} &= \mathbf{U} (\boldsymbol{\Sigma} - \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{U}^T \nabla q(\mathbf{p}_i) \\ &= \sum_{n=0}^N \frac{\mathbf{u}_n^T \nabla q(\mathbf{p}_i)}{\sigma_n + \lambda} \mathbf{u}_n \end{aligned} \quad (5.26)$$

Wird die regularisierte Hessian-Matrix gemäß Gleichung 5.26 in ihre Eigenvektoren  $\mathbf{u}_n$  und Eigenwerte  $\sigma_n$  zerlegt, bewirkt der Einfluss des Regularisierungsparameters eine Streckung des Gradienten. Dabei rotiert die Matrix  $\mathbf{U}$  den Gradienten ins Orthogonalsystem der Matrix, wo dieser durch die regularisierten Eigenwerte bis zum Rand des Vertrauensbereichs skaliert und anschließend zurück transformiert wird.

Um den Regularisierungsparameter in Abhängigkeit zur Länge des Vertrauensbereichs auszulegen, wurde in dieser Arbeit das Iterationsverfahren nach Hebenden et al. [50] implementiert, siehe Anhang A.2. Abschließend bleibt die Frage zur Auslegung des Vertrauensbereichs in Abhängigkeit zur Güte  $\rho_i$  der Approximation  $m(\mathbf{q})$  zu beantworten. Hierfür bieten Conn und Gould et al. [21] mehrere Parameter zum Schwellwertabgleich von  $\rho_i$  an. In Kombination aller betrachteten Teilschritte gestaltet sich das im Flussdiagramm 5.8 dargestellte Levenberg-und-Marquardt-Verfahren.

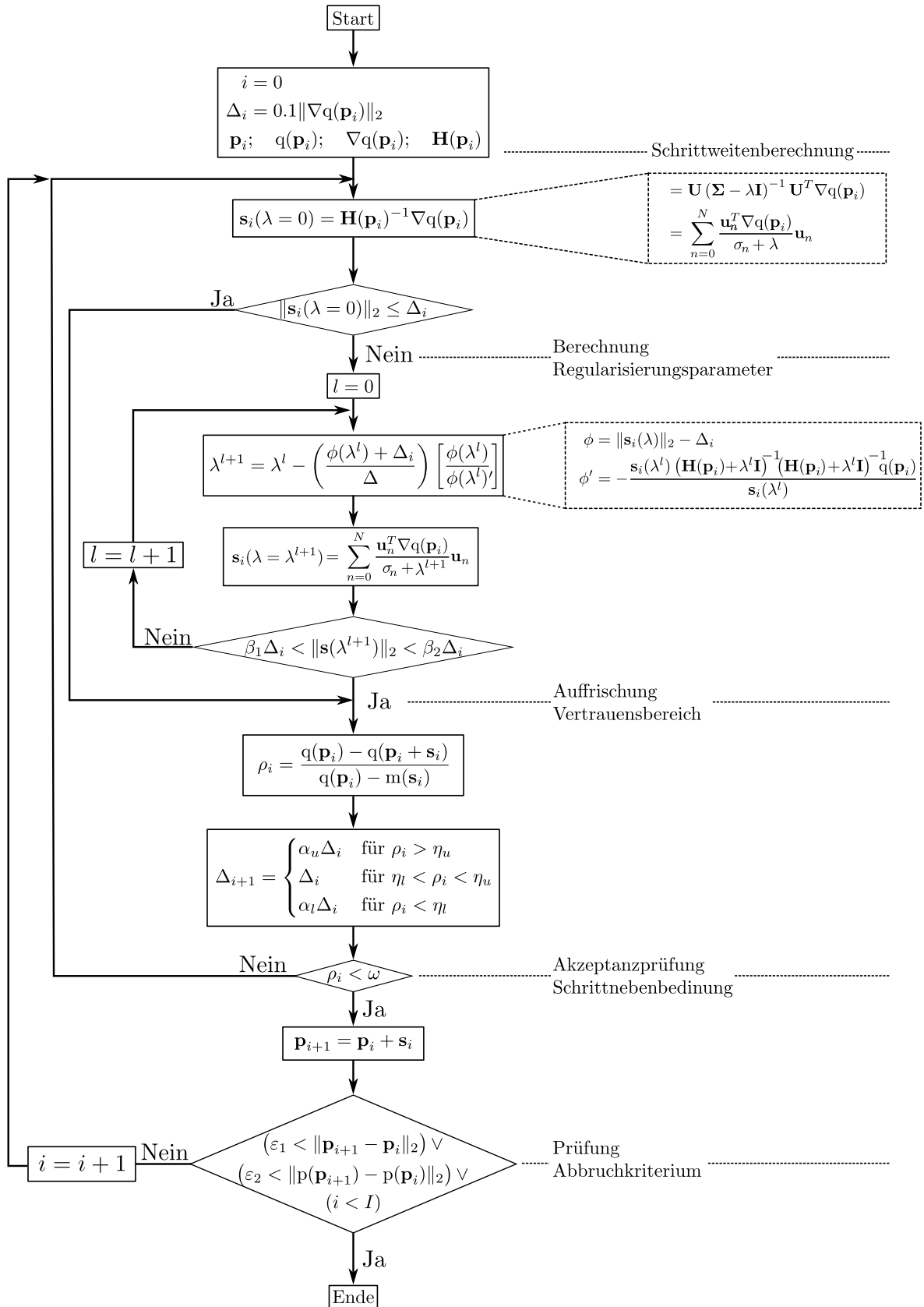


Abbildung 5.8: Flussdiagramm Levenberg und Marquardt

**Separation des Parametervektors** Mittels des LM-Verfahrens ist ein Berechnungsverfahren gegeben, das nichtlineare Quadratmittelproblem in Gleichung 5.16 numerisch zu lösen. Der geschätzte Parametervektor  $\hat{\mathbf{p}}$  besteht dabei aus einem Parametersatz für die Parametrierung des angenommenen funktionalen Zusammenhangs  $\beta$  sowie einer Teilmenge für die Schätzung des Fehlers der beobachteten erklärenden Variable  $\theta_z$ . Zur Vereinfachung der Darstellung wird auf die Symbolik für den Schätzparameter  $\hat{\cdot}$  für die nachfolgenden Ausführungen verzichtet.

Da eine Korrektur des gemessenen Einfallswinkels eines Reflexionspunktes für die Berechnung des Richtungsvektors der Geschwindigkeit unbedeutend ist, ist es angebracht, den korrespondierenden Parametersatz von der Berechnung abzukoppeln. Darüber hinaus treten als Folge der Vielzahl an Reflexionspunkten große Systemmatrizen auf, deren Invertierung zur Parameterberechnung numerische Instabilitäten bewirken kann.

Um diesen Problemen vorzubeugen, schlagen Boggs et al. [9] ein Verfahren zur Umformung von Gleichung 5.27 vor. Als Ergebnis folgt ein lineares Quadratmittelproblem in Abhängigkeit von  $\beta$ , das eine Approximation von Gleichung 5.16 darstellt und nach dem LM-Verfahren in Abbildung 5.8 berechenbar ist.

Mit der Approximation als Taylorreihe der Ordnung 2 folgt auf Grundlage von Gleichung 5.16 das zu berechnende lineare Quadratmittelproblem.  $\mathbf{p}$  beschreibt den Parametervektor und  $\mathbf{s}$  den Suchrichtungsvektor in Richtung der Parametersätze  $\Delta\beta$  und  $\Delta\delta_{\theta_z}$ .

$$\begin{aligned} \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{J}(\mathbf{p}_i) \\ \sqrt{\lambda\Omega} \end{pmatrix} \right] \mathbf{s} =_2 - \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{r}(\mathbf{p}_i) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \right] \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} \beta \\ \delta_{\theta_z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ \delta_{\theta_z} \end{pmatrix} \\ \mathbf{s} = \begin{pmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\delta_{\theta_z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\Delta}v_x \\ \tilde{\Delta}v_y \\ \delta_{\theta_z} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Das Symbol  $=_2$  bedeutet gemäß den Ausführungen von Boggs et al. [9] *“im Sinne eines linearen Quadratmittelproblems“* und führt durch Ableitung nach dem Suchrichtungsvektor analog zur Gleichung 5.23 zur Lösung einer regularisierten und beschränkten Normalgleichung.

$$\mathbf{s} = -(\mathbf{J}(\mathbf{p}_i)^T \mathbf{J}(\mathbf{p}_i) + \lambda \Omega^T \Omega)^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{p}_i) \mathbf{r}(\mathbf{p}_i) \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{s}\|_2 \leq \Delta_i \quad (5.28)$$

Matrix  $\Omega$  definiert eine Skalierungsmatrix, um den kreis- oder kugelförmigen Vertrauensbereich anzupassen, so dass Anteile des Suchrichtungsvektors, die einen größeren Beitrag zur Konvergenz leisten, priorisiert werden.

$$\Omega = [\Omega_1 \Omega_2]^T \quad (5.29)$$

Zur Separation der Suchrichtungsvektoren  $\Delta\beta$  und  $\Delta\delta_{\theta_z}$  dient die besondere Struktur der Jacobi-Matrix auf Grundlage der Residuenvektoren  $\mathbf{r}_1(\beta, \delta_{\theta_z})$  und  $\mathbf{r}_2(\beta, \delta_{\theta_z})$ . Dafür werden beide Residuenvektoren getrennt in Abhängigkeit der Parametersätze partiell abgeleitet, so dass vier Teilmatrizen entstehen.

$$\mathbf{J}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_1(\beta, \delta_{\theta_z})}{\partial \beta} & \frac{\partial \mathbf{r}_1(\beta, \delta_{\theta_z})}{\partial \delta_{\theta_z}} \\ \frac{\partial \mathbf{r}_2(\beta, \delta_{\theta_z})}{\partial \beta} & \frac{\partial \mathbf{r}_2(\beta, \delta_{\theta_z})}{\partial \delta_{\theta_z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{O} \\ \mathbf{S} & \mathbf{T} \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

Die Dimension von Gleichung 5.30 sowie der Teilmatrizen ist an die Anzahl an Reflexionspunkten  $N$  sowie an die Anzahl an Parametern  $P$  zur Beschreibung des angenommenen funktionalen Zusammenhangs gebunden. Für das zu berechnende Geschwindigkeitsprofil mit  $P = 2$  Parametern berechnen sich die Teilmatrizen der Jacobi-Matrix in Gleichung 5.30 zu:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{N \times P} \quad Q_{n,p} &= \frac{\partial \mathbf{r}_1(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\delta}_{\theta_z})}{\partial \beta_p} \\
 \mathbf{Q} &= \begin{pmatrix} \cos(\theta_z + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}) & \sin(\theta_z + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}) \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{O} \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad O_{n,n} &= \frac{\partial \mathbf{r}_1(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\delta}_{\theta_z})}{\partial \delta_{\theta_z,n}} \\
 \mathbf{O} &= \text{diag} \left\{ \left( -\tilde{v}_x \sin(\theta_{z,n} + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}) + \tilde{v}_y \cos(\theta_{z,n} + \tilde{\delta}_{\theta_z,n}) \right), n = 1 \dots N \right\}
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{S} \in \mathbb{R}^{P \times N} \quad S_{n,p} &= \frac{\partial \mathbf{r}_2(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\delta}_{\theta_z})}{\partial \beta_p} \\
 \mathbf{S} &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T} \in \mathbb{R}^{N \times N} \quad T_{n,n} &= \frac{\partial \mathbf{r}_1(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\delta}_{\theta_z})}{\partial \delta_{\theta_z,n}} \\
 \mathbf{T} &= \text{diag} \left\{ \omega_n d_n, n = 1 \dots N \right\}
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

Nach Einsetzen der Hilfsmatrizen in Gleichung 5.27 ergibt sich die zur Separation der Parameter erforderliche Approximation des nichtlinearen Quadratmittlproblems.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{O} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} \\ \sqrt{\lambda} \boldsymbol{\Omega}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sqrt{\lambda} \boldsymbol{\Omega}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\beta} \\ \Delta \boldsymbol{\delta}_{\theta_z} \end{bmatrix} =_2 - \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{5.35}$$

Aus der Berechnung der Normalengleichung von Gleichung 5.35 folgen je eine Gleichung für  $\Delta \boldsymbol{\beta}$  und  $\Delta \boldsymbol{\delta}_{\theta_z}$ , die sich auf ein lineares Quadratmittlproblem in Abhängigkeit von  $\Delta \boldsymbol{\beta}$  zurückführen lassen, siehe Anhang A.3.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \mathbf{Q} \\ \sqrt{\lambda} \boldsymbol{\Omega}_1 \end{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\beta} =_2 \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \text{mit}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \sqrt{\mathbf{I} - \mathbf{O} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{O}^T} \\
 \mathbf{P} &= \mathbf{O}^T \mathbf{O} + \mathbf{T}^T \mathbf{T} + \lambda \boldsymbol{\Omega}_2 \\
 \mathbf{B} &= -\mathbf{A} \left[ \mathbf{r}_1 + \mathbf{O} \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{O}^T \mathbf{r}_1 + \mathbf{T} \mathbf{r}_2) \right]
 \end{aligned} \tag{5.36}$$

Anhand von Gleichung 5.36 ist wiederum die Struktur eines linearen Quadratmittlproblems zu erkennen, dessen Lösung nach dem Ablauf in Abbildung 5.8 erfolgt, so dass in jedem Iterationsschritt eine regularisierte Annäherung an den Parameter  $\boldsymbol{\beta}$  erfolgt.

$$\Delta \boldsymbol{\beta} = (\mathbf{Q}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{Q} + \lambda \boldsymbol{\Omega}_1^T \boldsymbol{\Omega}_1)^{-1} \mathbf{A} \mathbf{B} \tag{5.37}$$



**Bewertung der Regressionsmethoden** Um eine Aussage über die Performanz unterschiedlicher Regressionsmethoden bei vorliegendem EiV-Problem zu treffen, werden diese im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation gegenübergestellt. Hierzu wird das Geschwindigkeitsprofil eines Richtungsvektors einer konstanten Geschwindigkeit für seitlich zur Fahrtrichtung orientierte Radarsensoren als nicht beobachtbare Grundgesamtheit simuliert. Des Weiteren werden verschiedene Winkelstreubereiche  $\theta_{z,max}$  betrachtet, innerhalb derer die Einfallswinkel und Radialgeschwindigkeiten von 40 statischen Reflexionspunkten erfasst werden. Der zu Grunde liegende Messfehler der Beobachtungen ist aus Formel 5.8 abgeleitet. Für jede Simulationssequenz wird ein anderes Signal-zu-Rauschverhältnis erhoben und 10.000-mal durchlaufen. Anhand der Ergebnisdatensätze der einzelnen Regressionsmethoden Ordinary Least Square (OLS), Weighted Ordinary Least Square (WOLS), Total Least Square (TLS) und Orthogonal Distance Regression (ODR) werden die Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme (engl. *root mean square error*, RMSE) sowie die Abweichung vom Idealwert (Bias) bestimmt und grafisch aufgetragen, siehe Abbildung 5.9.

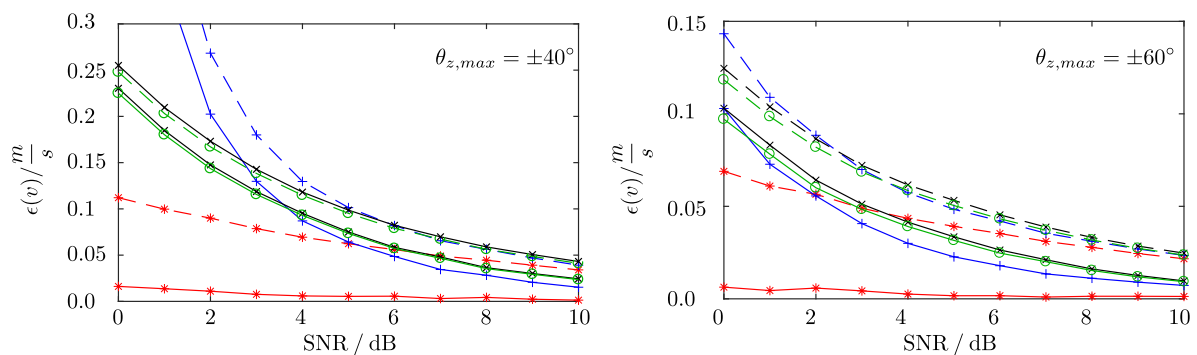


Abbildung 5.9: Gegenüberstellung des Bias (—) sowie des RMSE (- -) in Abhängigkeit zum Signal zu Rauschverhältnis unterschiedlicher Regressionsmethoden: ODR - (\*), TLS- (+), WOLS - (x), OLS - (o).

Aus Abbildung 5.9 geht hervor, dass beide Bewertungskriterien stark vom gewählten Signal-zu-Rausch-Verhältnis abhängen. Darüber hinaus ist eine Abhängigkeit vom Streuwinkel, unter dem Reflexionen erfasst werden, zu erkennen. Für eine weitreichendere Analyse zu den Abhängigkeitsfaktoren der unterschiedlichen Regressionsmethoden wird an dieser Stelle auf Kellner et al. [107] verwiesen.

Jede der verwendeten Regressionsmethoden unterliegt einem Bias. Dieser verursacht einen konstanten Offset und würde zu einer Über- oder Unterschätzung des zurückgelegten Fahrweges führen. Zurückzuführen ist dieser Offset auf den verwendeten ML-Schätzer, für den nach Box et al. [10] ein nachgelagertes Optimierungsproblem zur Kompensation auslegbar ist. Für die in dieser Arbeit rekonstruierten Parkplatzszenarien ist der inhärente Bias vernachlässigbar, wie die Punktstreuantwort einer 10 Meter langen synthetischen Apertur unter Berücksichtigung des RMSE bei der Positionsschätzung der Radarmessung zeigt.

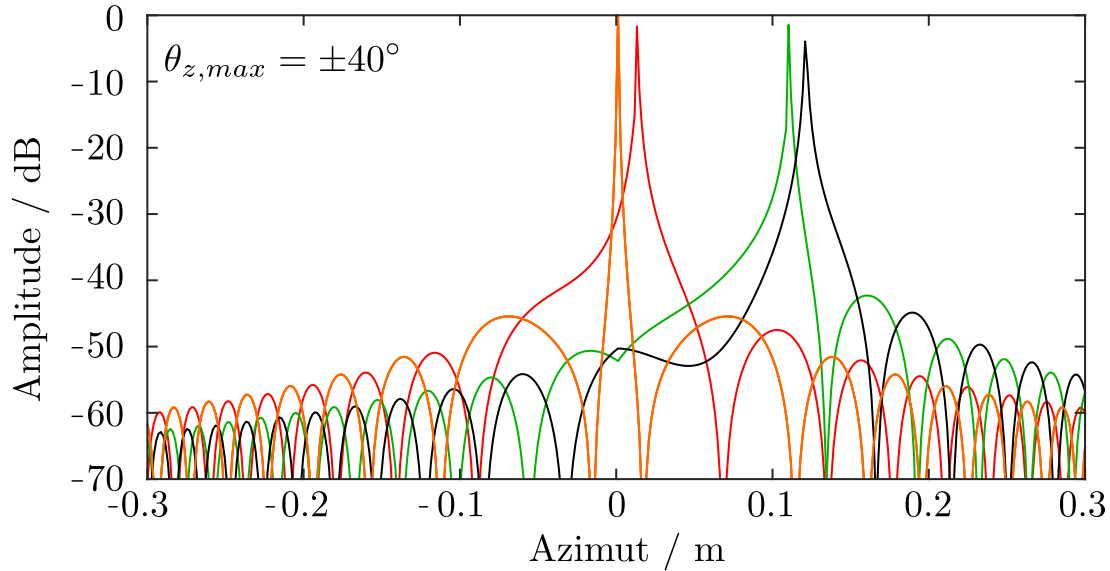


Abbildung 5.10: Verschiebung der Punktstreuantwort der Azimutkompression in Abhängigkeit zum resultierenden RMSE und Bias Fehler der zur Bewegungsschätzung verwendeten Regressionsmethoden. Ideale Punktstreuantwort: (—); ODR: (—); OLS: (—); WOLS: (—).

Das Simulationsergebnis lässt die Schlussfolgerung zu, dass die geometrische Abweichung der Punktstreuantwort aufgrund des RMSE des priorisierten ODR-Verfahrens derart gering ist, dass diese innerhalb der betrachteten Anwendungsszenarien vernachlässigbar ist.

### 5.1.3 Lagebestimmung des Phasenzentrums

Die Berechnung der Lage des Phasenzentrums basiert in Analogie zum Abschnitt 4.1 auf der räumlichen Transformation der starr an die Fahrzeugpose gekoppelten Sensorkoordinaten. Im Vergleich zum Ansatz der externen Positionssensorik leitet die radarbasierte Bewegungsschätzung die Fahrzeugpose auf Grundlage eines zustandsgebundenen Bewegungsmodells her. Aus dem resultierenden Positions- und Orientierungsvektor folgt die Transformationsmatrix zur Berechnung des Phasenzentrums relativ zu  ${}^{KK}F$ . Der Zustand der Fahrzeugbewegung  ${}^{KK}\mathbf{v}_c$  wird dabei anhand der geschätzten Parametervektoren  ${}^{KK}\mathbf{v}_R^s = \hat{\mathbf{p}}$  des Geschwindigkeitsprofils bestimmt.

$$\begin{aligned} {}^{KK}\mathbf{v}_c &= (v_x \quad v_y \quad \omega_z)^T \\ &= (\mathbf{v}_{car} \quad \omega_z)^T \end{aligned} \quad \begin{aligned} {}^{KK}\mathbf{v}_R^s &= (v_{x_R}^s \quad v_{y_R}^s)^T \end{aligned} \quad (5.38)$$

Da alle kinematischen Bezugsgrößen im Folgenden relativ zum Fahrzeugkoordinatensystem betrachtet werden, wird auf das kennzeichnende hochgestellte Prefix  ${}^{EGO}()$  verzichtet. Um den kinematischen Zusammenhang zwischen dem Bewegungszustand des Fahrzeuges und dem Parametervektor zu spezifizieren, wird auf die Euler'sche Geschwindigkeitsgleichung [48] zurückgegriffen.

$$\mathbf{v}_R^s = \mathbf{v}_{car} + \boldsymbol{\omega}_z \times \mathbf{r}_R^s \quad (5.39)$$

Dabei wird ein Starrkörpermodell als Fahrzeuersatz angenommen, das sowohl gleichförmige als auch kreisförmige Bewegungen ausführt. Nach Gleichung 5.39 stellt der Parametervektor  $\mathbf{v}_R^s$  das Ergebnis aus dem überlagerten Geschwindigkeitsvektor des Fahrzeuges und der wirkenden Relativgeschwindigkeit dar (Abbildung 5.11). Dieser resultiert als Folge des räumlichen Versatzes der Sensorposition gegenüber der Fahrzeughinterachse und der wirkenden Winkelgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}_z$ .

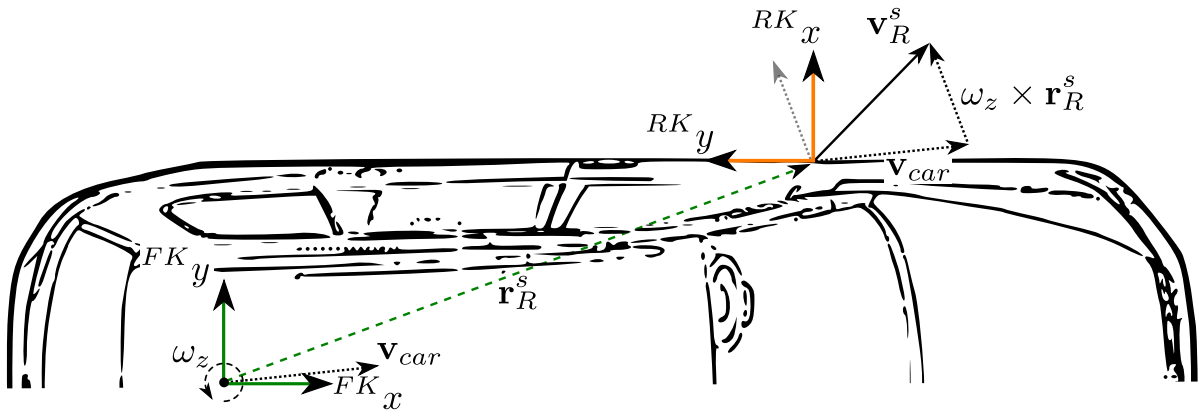


Abbildung 5.11: Schema zur Darstellung des resultierenden Geschwindigkeitsvektors im Sensorkoordinatensystem bei wirkender Radialgeschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit des Fahrzeuges  $\mathbf{v}_{car}$  stellt in Gleichung 5.39 den gesuchten Bewegungszustand dar, der im Fall einer gleichförmigen geraden Bewegung der Sensorgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_R^s$  entspricht. Um  $\mathbf{v}_{car}$  zu berechnen, wird Gleichung 5.39 in die Bestimmungsgleichungen der Vektorelemente zerlegt.

$$\begin{pmatrix} v_{xR}^s \\ v_{yR}^s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x + \omega_z - r_{R,y}^s \\ v_y + \omega_z + r_{R,x}^s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_{R,y}^s \\ 0 & 1 & r_{R,x}^s \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$= \mathbf{S}^s \mathbf{v}_{car}$$

Hierbei fällt auf, dass die Berechnung des Bewegungszustandes  $\mathbf{v}_c$  auf ein unterbestimmtes Gleichungssystem führt. Eine eindeutige Lösung erfordert demzufolge einen weiteren Parametervektor, der das gleiche Geschwindigkeitsprofil parametrisiert, jedoch einen anderen geometrischen Bezugspunkt  $\mathbf{r}_R^s$  gegenüber der Fahrzeughinterachse aufweist. Diese Anforderungen werden durch einen weiteren Sensor erfüllt. Wird dieser günstig verbaut, so dass entweder die  $x$ - oder die  $y$ -Koordinate von  $\mathbf{r}_R^1$  mit  $\mathbf{r}_R^2$  übereinstimmt, ist das Gleichungssystem eindeutig lösbar. Im entgegengesetzten Fall oder bei Berücksichtigung von mehr als zwei Sensoren liegt ein überbestimmtes Gleichungssystem vor, dessen Berechnung mittels QR-Zerlegung möglich ist. Für den vorliegenden Anwendungsfall zweier Radarsensoren folgt der Lösungsweg nach Gleichung 5.41

$$\mathbf{v}_{RS} = \mathbf{S}\mathbf{v}_c, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^1 \\ \mathbf{S}^2 \end{bmatrix} = \mathbf{Q}\mathbf{R}, \quad \mathbf{v}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_R^1 \\ \mathbf{v}_R^2 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_c = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}^T\mathbf{v}_R$$

Dabei stellen die Matrizen  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  und  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{N \times P}$  die unitäre und obere Dreiecksmatrix zur Matrix  $\mathbf{S}$  der geometrischen Verbaupositionen der Sensoren dar.

Zur Lokalisierung der Fahrzeughinterachse wird ein kurvenförmiges Bewegungsmodell angenommen. Parametrisiert wird dieses anhand der zuvor berechneten Gierrate  $\omega_z^{(l)}$  und Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_{car}^{(l)}$ . Der Index  $l$  kennzeichnet den Zustandsvektor in Abhängigkeit zum betrachteten Messzyklus. Basierend auf dem neu berechneten Bewegungszustand folgt die Wegpunktänderung  $\Delta \mathbf{p}_F^{(l)}$  zu

$$\Delta \mathbf{p}_F^{(l)} = \begin{pmatrix} \frac{|\mathbf{v}_{car}^{(l)}|}{\omega_z^{(l)}} \left( \sin(\psi_{R,s}^{(l)} + \omega_z^{(l)} K T_{RRI}) - \sin(\psi_{R,s}^{(l)}) \right) \\ \frac{|\mathbf{v}_{car}^{(l)}|}{\omega_z^{(l)}} \left( \cos(\psi_{R,s}^{(l)}) - \cos(\psi_{R,s}^{(l)} + \omega_z^{(l)} K T_{RRI}) \right) \\ \omega_z^{(l)} K T_{RRI} \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

Die Wegpunktänderung ist zusammengesetzt aus dem Versatz des Positionsvektors und des Orientierungswinkels. Aus der Addition von  $\Delta \mathbf{p}_F^{(l)}$  zur vorausgegangenen Fahrzeuglage ergibt sich der aktuelle Wegpunkt zu

$$\mathbf{p}_F^{(l)} = \mathbf{p}_F^{(l-1)} + \Delta \mathbf{p}_F^{(l)} \quad (5.43)$$

### 5.1.4 Bewertung durch Referenzmessung

Zur Evaluation der vorgestellten Prozessschritte werden der geschätzte Bewegungszustand sowie die abgeleitete Fahrzeuglage einer Referenzmessung gegenübergestellt. Dabei handelt es sich um eine GPS-Inertialplattform der Firma Oxford Technical Solutions [104] mit nachgeschaltetem DGPS-Modul (Differentialles Globales Positionssystem) zur Steigerung der GNSS-Navigationsgenauigkeit (engl. *global navigation satellite system*). In der eingesetzten Ausbaustufe als RT3000 wird das GPS-Signal mit den Messsignalen dreier Beschleunigungssensoren und Gyroskope fusioniert. Dies ermöglicht eine hochpräzise Lagemessung in 6 Freiheitsgraden. Die für diese Arbeit relevante Messgenauigkeit der Position, Orientierung und Geschwindigkeit ist in Tabelle 5.1 aufgelistet.

Eigenschaft	Spezifikation
Geschwindigkeit	$0.0139 \frac{m}{s}$
Orientierung (Heading)	$0.1^\circ$
Positionsgenauigkeit	$0.01m$

Tabelle 5.1: Messgenauigkeit.

Für die Evaluation des Bewegungszustandes werden zwei Radarsensoren seitlich zur Fahrtrichtung ausgerichtet. Notwendig ist die ausgelegte Konfiguration der Sensoren für den späteren Betrieb im SAR-Streifenmodus (engl. *strip map*) zur Erzeugung einer synthetischen Apertur. Unter Berücksichtigung der Parametrierung des FMCW-Sendesignals nach Tabelle 4.1 ergibt sich für das 16-elementige Empfangsarray des Sensors die in Tabelle 5.2 aufgelistete Spezifikation.

Eigenschaft	Spezifikation
Modulationsverfahren	FMCW
Sichtbereich	$76.5^\circ$
Winkelgenauigkeit	$1^\circ$
Auflösung Abstandsmessung	$0.0749 m$
Auflösung Geschwindigkeitsmessung	$0.076 \frac{m}{s}$

Tabelle 5.2: Spezifikation der Odometriemessung.

Grundlage der radarbasierten Bewegungsschätzung und Lageermittlung bildet die in Kapitel 2 und 3 vorgestellte Signalverarbeitung zur Detektion von Zielen in den vorgestellten Messdimensionen. Allem voran geht die Anwendung der ermittelten Kalibrierparameter anhand der in Abschnitt 3.3 betrachteten Verfahren. Der vollständige Prozessfluss beginnend mit der Kalibrierung über die Detektion bis hin zur Bewegungsschätzung nach dem ODR-Verfahren wird in Abbildung 5.12 dargestellt.

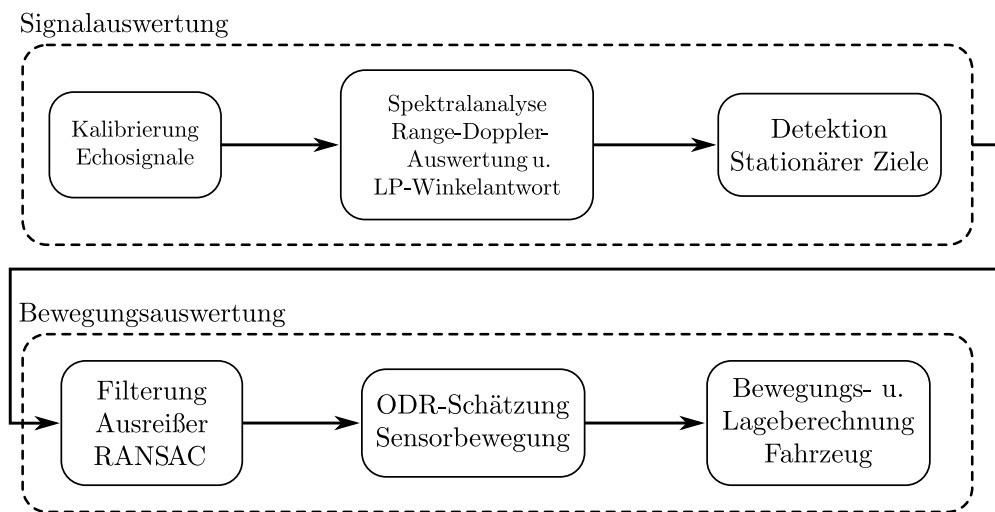


Abbildung 5.12: Prozessfluss der Signalverarbeitung zur Bewegungs- und Lage­schätzung.

Das Evaluationsszenario ist als Kreisfahrt zwischen den Fahrgassen eines Parkplatzes ausgelegt, siehe Abbildung 5.13. Hierbei wurde berücksichtigt, dass weitestgehend zu beiden Fahrseiten ausreichend statische Ziele verfügbar sind, um fehlerhafte Drehraten aufgrund abweichender Sensor­geschwindigkeiten zu unterbinden (vgl. Gleichung 5.40). Angefangen bei der Schätzung von Linear- und Winkelgeschwindigkeit stellt Abbildung 5.14 und 5.15 die Messverläufe von Schätzung und Referenzsensor gegenüber. Anhand des Differenzsignals ist für beide Geschwindigkeiten zu erkennen, dass die Abweichungen der Schätzung innerhalb der Auflösungsgrenzen der Radialgeschwindigkeit liegen.

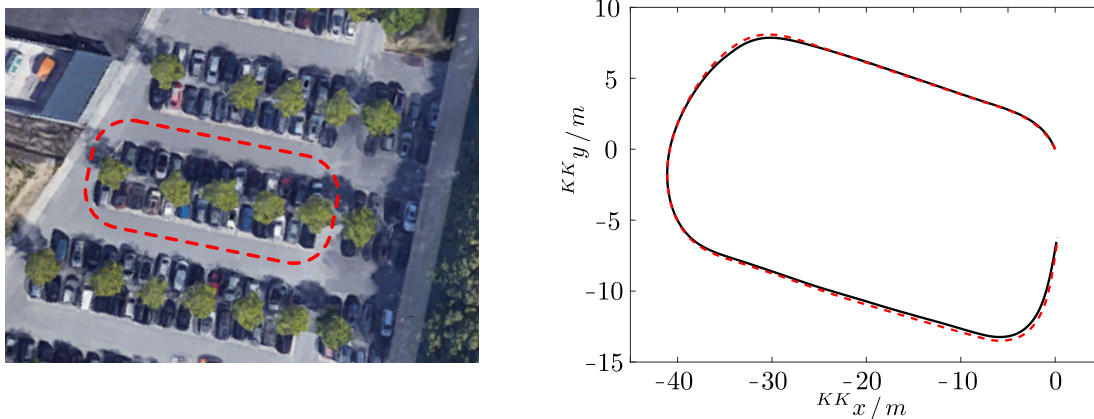


Abbildung 5.13: Szenario Bewegungs- und Lageberechnung. Satellitenbild des abgefahrenen Streckverlaufes (*links*). Gegenüberstellung der geschätzten Fahrtrajektorie (–) zur Referenzmessung (– –) (*rechts*).

Die Betrachtung der geschätzten Bewegungszustände als Eingangsgröße zur Berechnung der Fahrzeuglage führt zu den Messverläufen der Abbildungen 5.16 und 5.17. Position und Orientierung sind den Messverläufen des Referenzsensors gegenübergestellt und als Differenzsignal ausgewertet. Insbesondere fällt eine Abweichung nach dem 500. Messzyklus auf, die auf den Freibereich ohne statische Ziele in Abbildung 5.13 zurückzuführen ist.

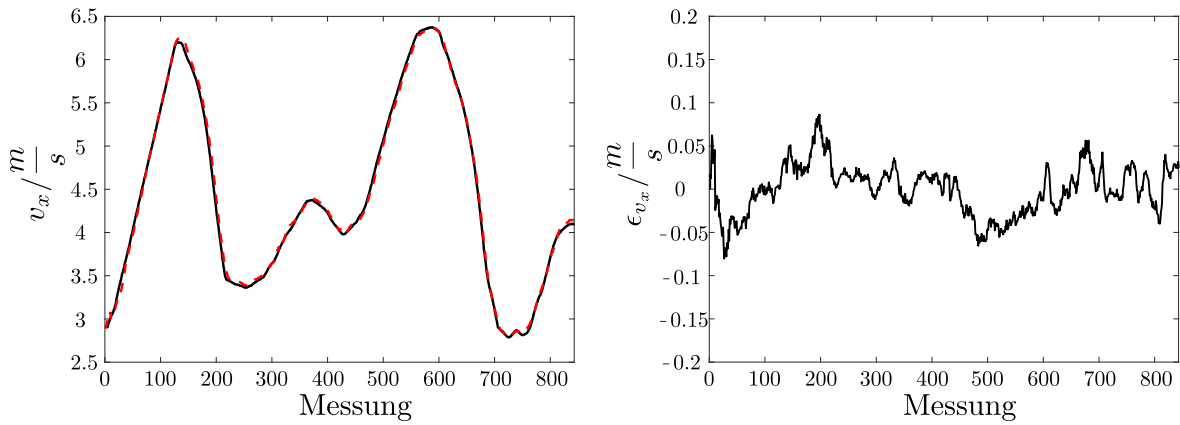


Abbildung 5.14: Evaluationsergebnis: Gegenüberstellung der geschätzten Lineargeschwindigkeit in x-Richtung (–) zur Referenzmessung (– –) (links). Abweichung der Schätzung zur Referenzmessung (rechts).

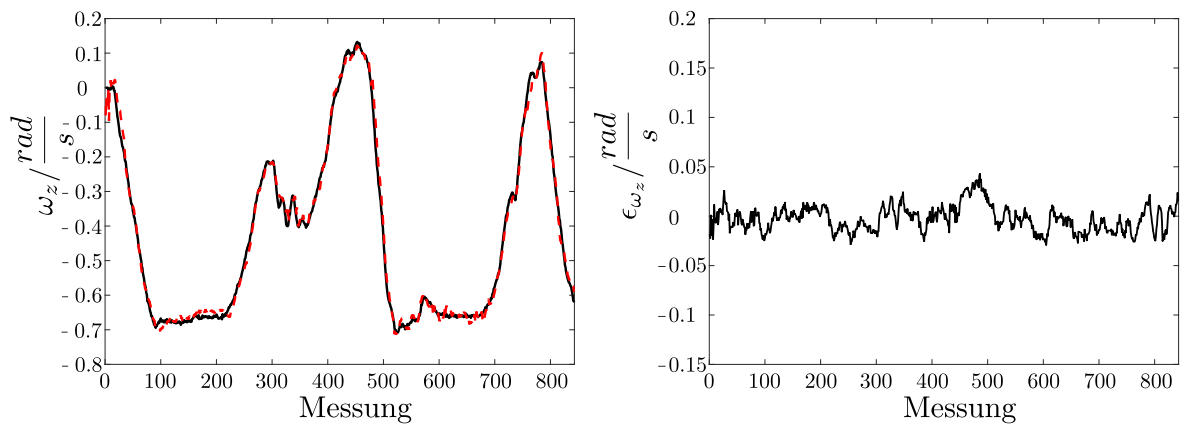


Abbildung 5.15: Evaluationsergebnis: Gegenüberstellung der geschätzten Drehrate (–) zur Referenzmessung (– –) (links). Abweichung der Schätzung zur Referenzmessung (rechts).

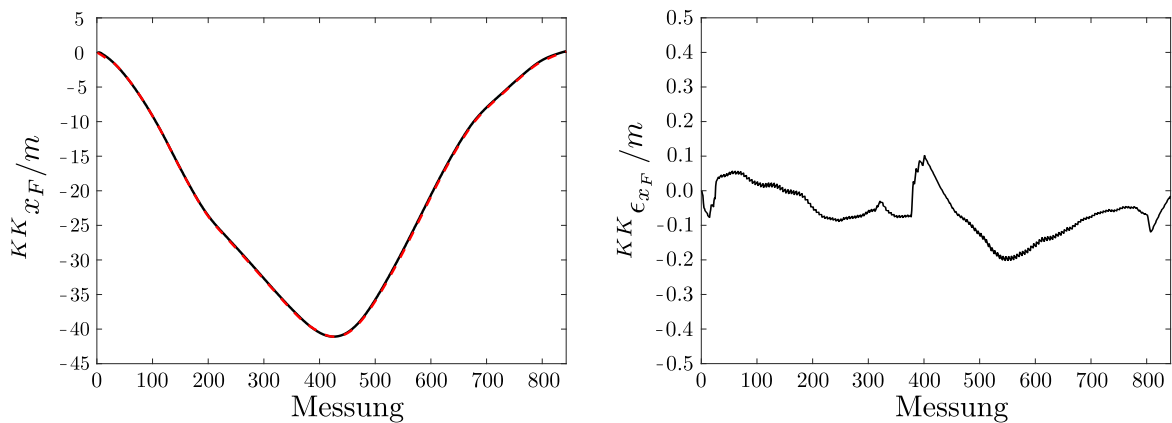


Abbildung 5.16: Evaluationsergebnis: Gegenüberstellung der geschätzten x-Positionskoordinate (–) zur Referenzmessung (– –) in  $^{KK} x$  (links). Abweichung der Schätzung zur Referenzmessung (rechts).

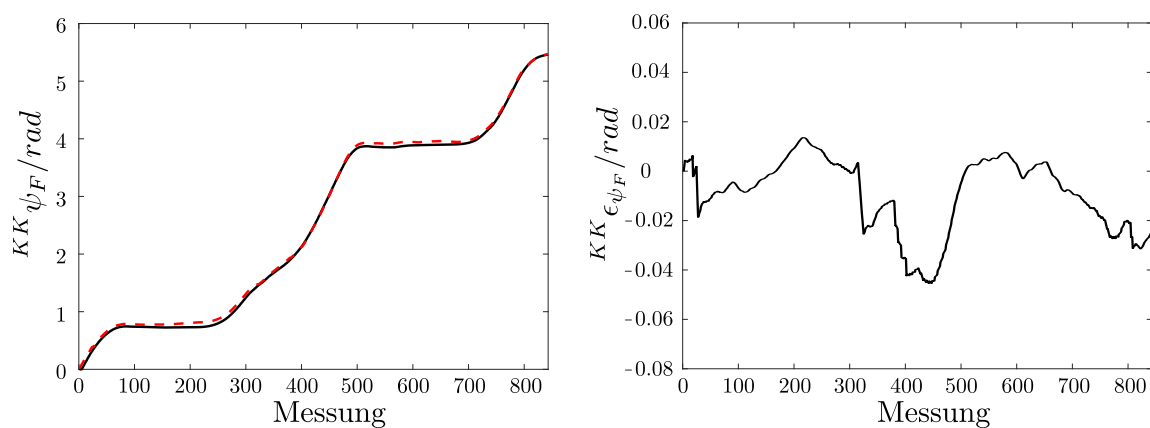


Abbildung 5.17: Evaluationsergebnis: Gegenüberstellung der geschätzten Fahrzeugorientierung (–) zur Referenzmessung (– –) in  ${}^{KK}x$  (links). Abweichung der Schätzung zur Referenzmessung (rechts).

Die erhobene Evaluierung zeigt das hohe Anwendungspotenzial zur radarbasierten Bewegungsschätzung und Lagebestimmung. Unabdingbar ist dabei das gleichmäßige Vorkommen stationärer Ziele auf beiden Fahrzeugseiten, um Winkelfehler aufgrund verschiedener Sensorgeschwindigkeiten zu unterbinden. Für geradlinige Bewegungsverläufe entlang von Parkreihen ist die gemessene Sensorlage hinreichend genau, wie im Rahmen der selbstkonsistenten SAR-Konstruktion und Rekonstruktion vorgestellt wird.

## 5.2 Selbstkonsistentes SAR

Im folgenden Abschnitt wird das Konzept der Sub-Aperturen mit dem Verfahren zur radarbasierten Lagemessung der Trägerplattform zusammengeführt. Der Einfluss von nichtsystematischen Fehlerquellen der Fahrzeug-Odometrie auf die Rekonstruktion wie auch die Notwendigkeit der Synchronisation mit einem Positionssensor lassen sich somit umgehen.

Die empfangenen Echosignale einer Sendesequenz werden beim selbstkonsistenten SAR für die Konstruktion einer Sub-Apertur sowie zur Erstellung einer Liste statischer Ziele verwendet. Letztere stellen die Eingangsgrößen zur Lagebestimmung der Trägerplattform dar und gehen aus dem Range-Doppler- und Winkelspektrum der Empfangskanäle hervor. Wird unabhängig von der Spektralanalyse auf die einzelnen Empfangskanäle eine digitale Strahlenformung (engl. *beamforming*) angewendet, lassen sich zusätzliche weitere Aufnahmemodi wie *Spotlight-SAR* oder *Squinted SAR* realisieren.

Beginnend mit der Erweiterung des Ablaufschemas zur kontinuierlichen SAR-Verarbeitung, diskutiert Abschnitt 5.2 die Einschränkungen des vorgestellten Konzeptes und endet mit der Evaluation eines Parkplatzszenarios durch Punktwolkenüberlagerung.

### 5.2.1 Ablaufschema selbstkonsistentes SAR

Basierend auf den eingangs beschriebenen Konzepten der datenflussgetriebenen Konstruktion und Rekonstruktion einer synthetischen Apertur reduziert das selbstkonsistente SAR-Verfahren den Datenfluss auf die empfangenen Echosignal-Sequenzen. Sowohl die Lage der Sub-Aperturen in  $KKF$  als auch die Assoziation der zeitlich korrespondierenden Empfangsechos basiert auf den empfangenen Echosignalen. Als Datengrundlage liegt nach Ablauf der Messzykluszeit  $K \cdot T_{RR1}$  an jedem Kanal eines Sensors  $s$  eine Sequenz an  $K$  demodulierten Echosignalen an, siehe Abbildung 5.18. Jedes Empfangspaket wird vor der weiteren Prozessierung mit den kanalspezifischen Kalibrierparametern multipliziert, um Laufzeitdifferenzen und Phasenabweichungen zwischen den Empfangselementen auszugleichen. Die anschließende Signalverarbeitung bis zur Erstellung und Rekonstruktion einer Sub-Apertur erlaubt die Aufteilung in zwei parallele Prozesszweige.

Im Prozesszweig der Bewegungs- und Lagebestimmung unterliegen die Echosequenzen einer Spektralanalyse zur Detektion der Radialgeschwindigkeit  $v_{r,i}$  und des Einfallswinkels  $\theta_{z,i}$  statischer Ziele. Diese stellen die Grundlage zur Berechnung der Positions-  $\Delta_p$  und Orientierungsänderung  $\Delta_o$  dar. Addiert zum Positionsvektor und Orientierungswinkel des vorangegangenen Wegpunktes  $(l-1)$  folgt sowohl die aktuelle Lage des Fahrzeuges in Kartenkoordinaten als auch die Transformationsmatrix zur Berechnung der neuen Sensorlage. Das Vorgehen zur Berechnung der Sensorlage im Kartenkoordinatensystem ist somit äquivalent zu dem bei externer Sensorik, vgl. Abbildung 4.3.

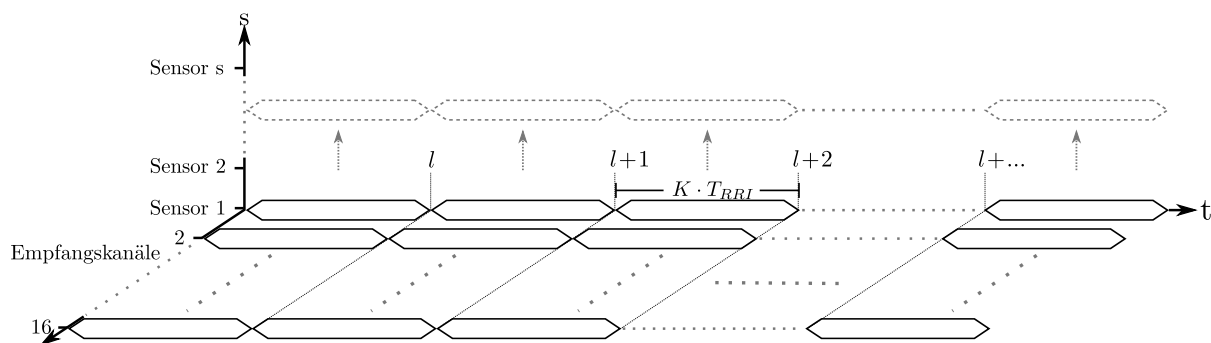


Abbildung 5.18: Darstellung der Empfangssequenzen eingehender Echosignale abgebildet als Datenpaket über die Anzahl verfügbarer Empfangskanäle und Sensoren.



Im zweiten Berechnungszweig werden die empfangenen Echosequenzen der Empfangskanäle in Abhängigkeit zum betrachteten Aufnahmemodus zu einem Strahl gebündelt und in die bevorzugte Raumrichtung ausgerichtet. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass sowohl das Phasenzentrum als auch der Halbwertsbreitenwinkel infolge der digitalen Strahlformung verändert wird [117]. Das hierfür anzuwendende algorithmische Vorgehen wird in der Arbeit von Harrer et al. [44] vorgestellt. Im Folgenden bildet die Echosequenz eines Empfangskanals bei ausgerichteter Breitseitenablage die Grundlage für die Erstellung einer Sub-Apertur.

Im Gegensatz zum Ansatz der Sub-Apertur konstanter Länge variiert beim selbstkonsistenten SAR die Anzahl angeordneter Echosignale. Der Grund hierfür liegt in den unterschiedlichen Geschwindigkeiten aufeinanderfolgender Messzyklen  $K \cdot T_{RR1}$ . Analog zum Vorgehen nach Abschnitt 4.1.1 liegt nach Eingang einer Sequenz an Echosignalen ein neuer Wegpunkt  $l$  in  $^{KK}F$  vor. Aus diesem wird nach Gleichung 4.5 die neue Sensorlage entlang der Sensorbahn durch räumliche Transformation berechnet. Aus dem euklidischen Abstand des letzten Messpunktes  $(\kappa - 1)$  zum aktuellen Wegpunkt  $l$  auf der Sensorbahn folgt die Anzahl an Messpunkten  $D$  entlang der Sub-Apertur.

$$D = \left\lceil \frac{\|^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(l)} - ^{KK}\mathbf{p}_{R,s}^{(\kappa-1)}\|_2}{\Delta_{SA}} \right\rceil \quad (5.44)$$

Der Maximalwert innerhalb eines Messzyklus wird dabei durch die Anzahl  $K$  der Echosignale beschränkt. Damit wird die räumliche Ausdehnung einer Sub-Apertur durch das Produkt aus Schrittweite  $\Delta_{SA}$  und der Anzahl der Echosignale limitiert. Basierend auf der eingangs aufgestellten Annahme einer konstanten Geschwindigkeit während der Messzykluszeit treffen die Angaben gemäß Gleichung 4.9 zur Maximalgeschwindigkeit zu.

Mit dem Wegfall des externen Positionssensors ist die Synchronisation zwischen beiden Sensoren nicht mehr erforderlich. Nach Empfang einer Echosequenz liegt somit immer eine zu rekonstruierende Sub-Apertur vor. Das Ablaufschema zur Konstruktion einer Sub-Apertur konstanter Länge (Abbildung 4.6) sowie die nachgelagerte Assoziation der Echosignale (Abbildung 4.7) lassen sich nun gemäß dem Flussdiagramm in Abbildung 5.19 zusammenfassen. Darin bezeichnet  $t_{R,s}^{(\kappa)}$  die Messzeit eines Messpunktes und  $t_{echo}^{(k)}$  den Empfangszeitpunkt einer Rampe. Wiederum lässt sich der Konstruktionsschritt der Sub-Apertur in die Berechnungsschritte zur Erstellung des räumlichen Rasters und der Assoziation unterteilen. Die abschließende kohärente Integration der konstruierten Sub-Apertur beruht auf dem Vorgehen nach Abbildung 4.13.

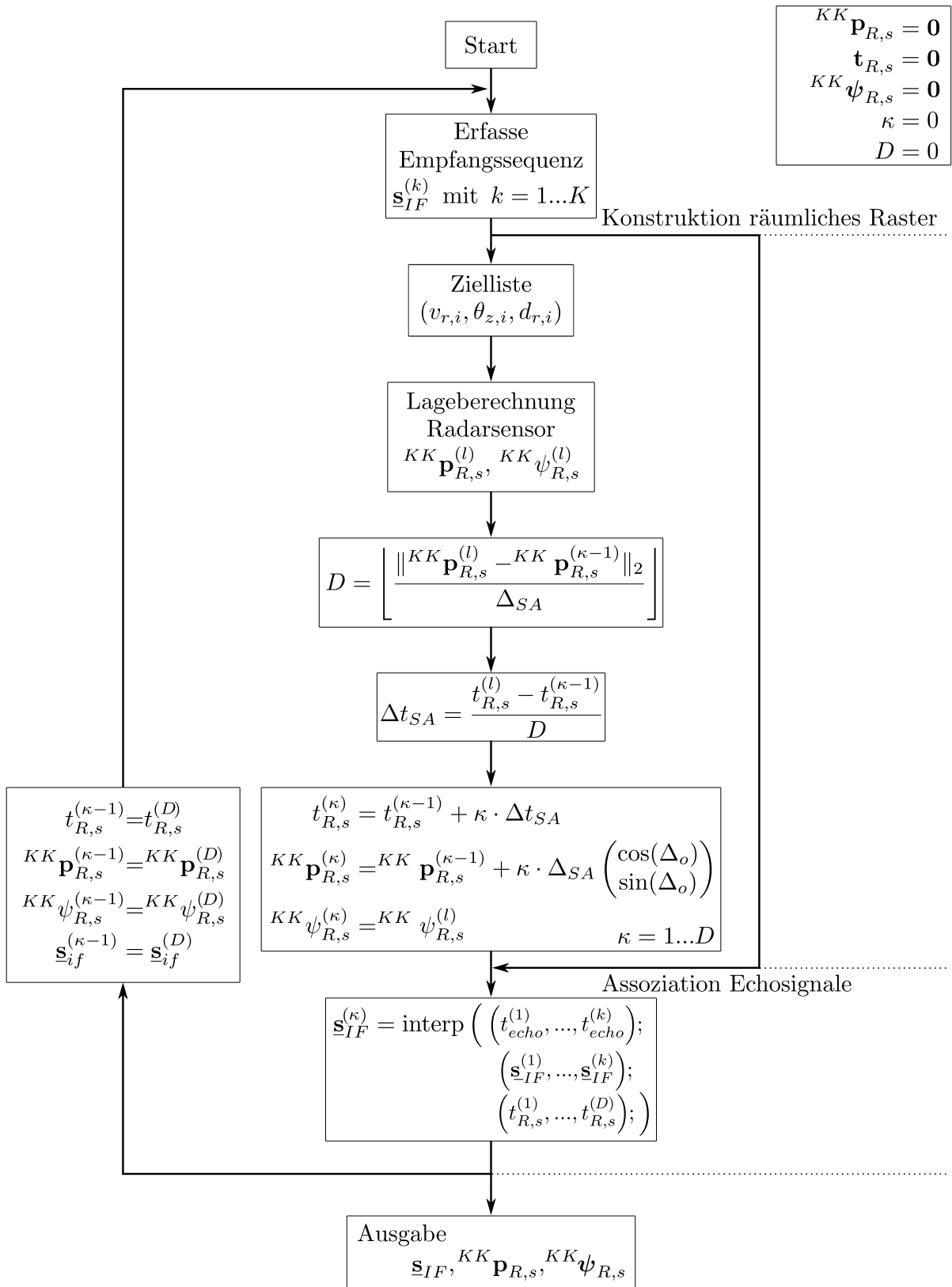


Abbildung 5.19: Flussdiagramm für den Konstruktionsschritt für ein selbstkonsistentes SAR-System

### 5.3 Zusammenfassung und Bewertung der Rekonstruktion

Zur experimentellen Untersuchung wird ein Parkplatzszenario mit senkrecht zur Fahrtrichtung geparkten Fahrzeugen rekonstruiert. Mittig zu beiden Parkbereichen verläuft ein Straßenabschnitt, auf dem das Sensorfahrzeug in leicht kurviger Fahrweise mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 10 km/s bewegt wird. Die Konstruktion der synthetischen Aperturen beider Sensoren erfolgt nach dem Streifenmodus (engl. *strip map*). Gemäß dem vorgestellten Konzept wird nach jedem Messzyklus ein neuer Wegpunkt berechnet, aus dem die Lage der Radarsensoren bestimmt wird. Der Streckenabschnitt vom letzten Messpunkt bis zur neu berechneten Lage des Sensors bildet eine Sub-Apertur. Zusammengesetzt über den gesamten beleuchteten Bereich formen einzelne Sub-Aperturen die synthetische Apertur des Szenarios. In der Rekonstruktion des beleuchteten Szenarios bilden die grünen Verlaufslinien die synthetischen Aperturen ab, während die rote Linie die geschätzte Fahrzeugposition darstellt.

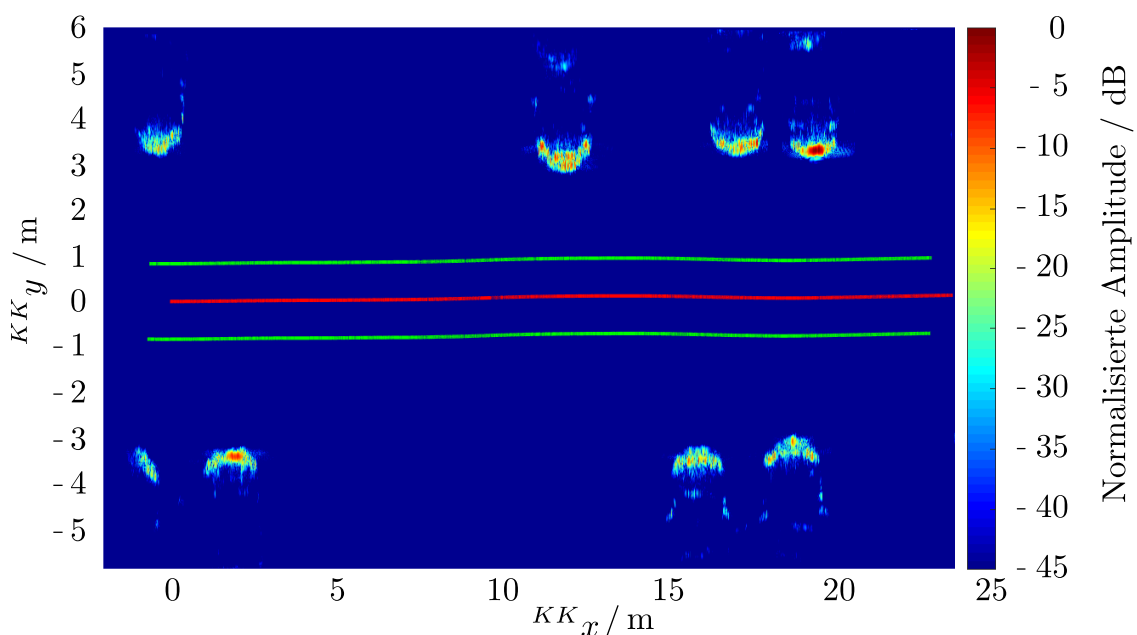


Abbildung 5.20: Rekonstruktion eines beleuchteten Szenarios mittels selbst-konsistenten SAR.

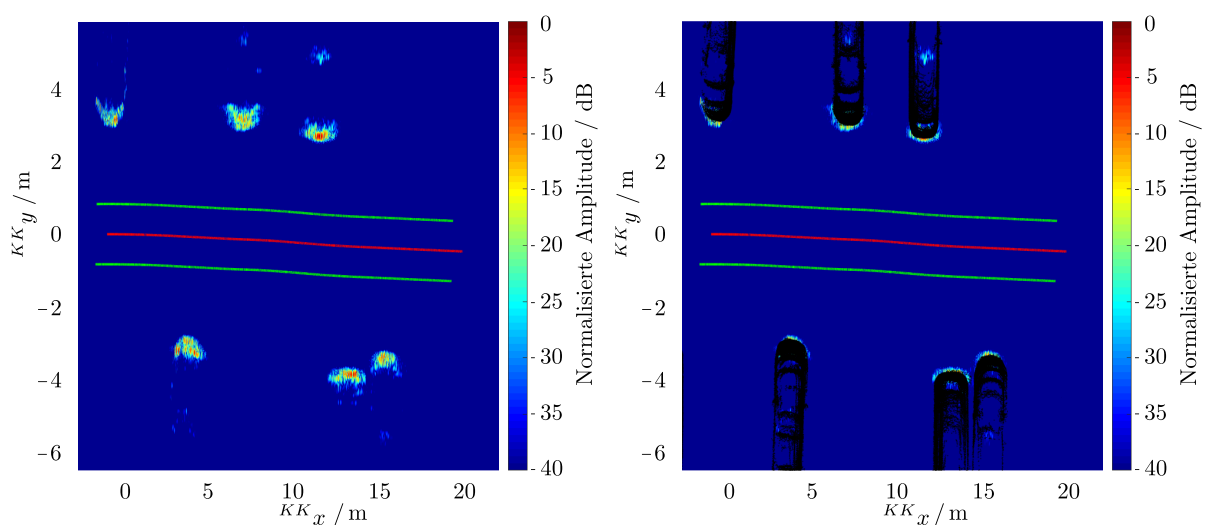


Abbildung 5.21: Rekonstruktion mit Punktwolkenüberlagerung des selbst-konsistenten SAR. (*links*) Rekonstruktion ohne Punktwolkenüberlagerung. (*rechts*) Rekonstruktion mit Punktwolkenüberlagerung.

Eine weitere Maßnahme zur Bewertung der Lagebestimmung der Fahrzeugposition ermöglicht die Registrierung der Laserscanner-Punktwolke. Position und Orientierung bilden dabei die Grundlage der Transformationsmatrix nach Gleichung 4.26. Augenscheinlich erkennbar ist in Abbildung 5.21 die Zusammenführung der Punktwolken aus verschiedenen Aufnahmepositionen, welche die Kontur der geparkten Fahrzeuge umfasst. Insbesondere ist die Qualität der bestimmten Lage anhand der eng zueinander geparkten Fahrzeuge im rechten Bildausschnitt der Rekonstruktion erkennbar. Darüber hinaus zeigt die Evaluation die Überlagerung der farblich markierten Signalintensitäten durch die Punktwolke.

## 6 Methoden zur Restauration der Rekonstruktion

Das in Kapitel 4 und 5 beschriebene Vorgehen sieht für die Konstruktion einer Sub-Apertur eine nachgelagerte Zugordnung der Echosignale entlang des konstruierten räumlichen Rasters vor. Dabei treten Approximationsfehler als Folge der Interpolation der Echosignale entlang der Messpunkte auf. Diese führen zusammen mit Messfehlern der berechneten Antennenposition eines Messpunktes zu Phasenfehlern, die eine Verzerrung der Rekonstruktion bewirken.

Um das Auftreten von Phasenfehlern zu unterdrücken, ist eine präzise Erfassung von Messpunkt und Empfangssignal unumgänglich. Liegen diese Bedingungen nicht vor, ist eine Nachbearbeitung erforderlich. Diese restauriert eine verzerrte Rekonstruktion durch Berechnung eines Phasenfehlers in Abhängigkeit von einer Metrik (Optimierungskriterien), die den Fortschritt der Verbesserung bewertet.

Im Folgenden wird ein Lösungsrahmen für den Rückprojektions-Algorithmus zur Restauration verzerrter Rekonstruktionen vorgestellt. Angefangen bei der Datengrundlage als Sequenz gefilterter Echosignale konstanter Länge, wird der Einfluss des Phasenfehlers auf den Rekonstruktionsprozess im Abschnitt 6.1 analytisch beschrieben. Darauf aufbauend wird im Unterkapitel 6.2 das Schema der Restauration vorgestellt. Darüber hinaus behandelt dieser Abschnitt das allgemeine Optimierungsproblem auf Grundlage der Koordinatenabstiegsmethode und stellt unterschiedliche Metriken vor, gegenüber denen die Bewertung einer verbesserten Rekonstruktionsqualität erfolgt. Anschließend wird ein stufenweises Lösungsverfahren behandelt, das den Lösungsrahmen zur Restauration verzerrter Rekonstruktionen vollendet und die Anwendung verschiedener Metriken berücksichtigt, Abschnitt 6.2.3. Die Restaurationsergebnisse werden im Unterkapitel 6.3 auf Basis einer simulativ erhobenen verzerrten Rekonstruktion gegenübergestellt. Erweitert wird die simulative Evaluation um ein analytisches Lösungsverfahren, das eine geschlossene Formulierung der Kostenfunktion der Koordinatenabstiegsmethode bereitstellt. Den Abschluss dieses Kapitels bilden die Anwendung und Bewertung der Restauration anhand eines realen Szenarios.

### 6.1 Datengrundlage

Die Datengrundlage für die Restauration einer verzerrten Rekonstruktion bildet eine Abfolge gefilterter Echosignale, denen eine konstante Dimension  $(I, J)$  zu Grunde liegt. Dafür wird im Anschluss an den Rekonstruktionsvorgang ein konstanter Szenariobereich festgelegt, der als Projektionsebene für jedes Echosignal dient. Dabei ist es unerheblich, ob die dreieckförmige Approximation des Radar-Sichtbereiches den vollständigen Szenariobereich belegt oder nur Teile. Das Ergebnis stellt ein Stack  $\mathbf{P}$  gefilterter Echosignale dar, indem jeder Messpunkt fortlaufend einen Indexwert  $\kappa$  zugewiesen bekommt. Abbildung 6.1 zeigt hierzu das Schema, anhand dessen die Datengrundlage zur Restauration geschaffen wird. Die Dimension eines gefilterten Echosignals wird von der Anzahl an Pixeln in Azimut- und Entfernungsrichtung spezifiziert und anhand des Symbols  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{I \times J}$  formalisiert (Gleichung 6.1). Für die Formulierung des Lösungsrahmens der Restauration ist es zweckmäßiger, das gefilterte Echosignal als Vektor  $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^{I \cdot J \times 1}$  zu definieren.

$$\mathbf{B}^{(\kappa)} = \mathbf{S}_{IF}^{(\kappa)} \odot \mathbf{H}_{BP}^{(\kappa)}$$

$$\mathbf{H}_{BP}^{(\kappa)}(i, j) = \mathbf{h}_{BP}^{(\kappa)}(\mathbf{x}_{(i,j)})$$

$$\mathbf{S}_{IF}^{(\kappa)}(i, j) = \mathbf{S}_{int}^{(\kappa)}(u) \quad \text{mit} \quad u = \left\lfloor \frac{\|\mathbf{x}_{(i,j)} - \boldsymbol{\eta}^{(\kappa)}\|_2}{\Delta R} \right\rfloor \quad (6.1)$$

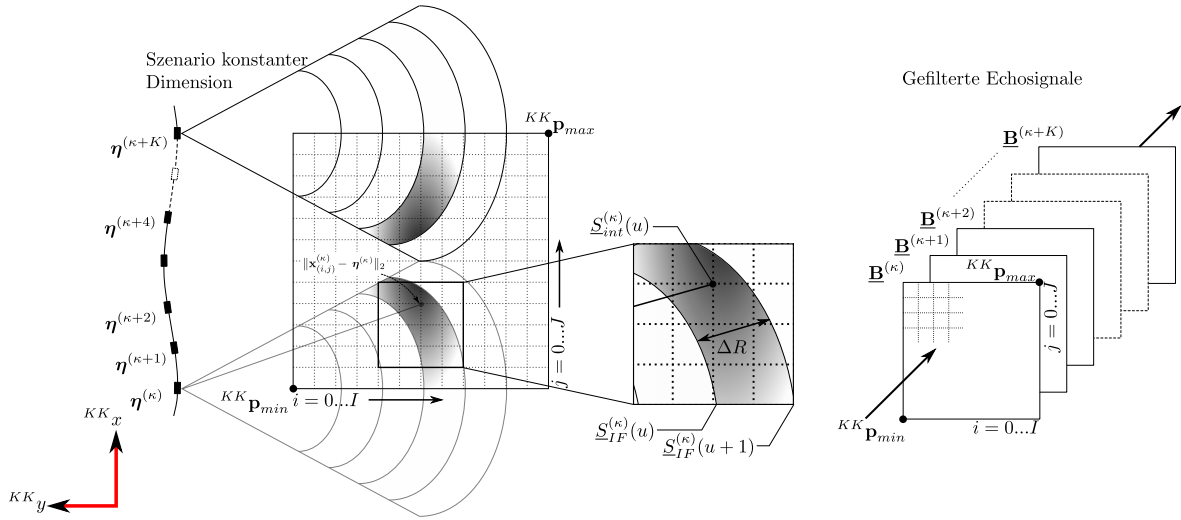


Abbildung 6.1: Schema zur Definition der Datengrundlage der Restauration einer verzerrten Rekonstruktion.

Werden das Entfernungsspektrum  $\mathbf{S}_{IF}^{(\kappa)} \in \mathbb{C}^{I \times J}$  sowie der Kompensationsfilter  $\mathbf{H}_{BP}^{(\kappa)} \in \mathbb{C}^{I \times J}$  in Abhängigkeit zur referenzierenden Pixelposition  $(i, j)$  als Matrix formuliert, folgt das gefilterte Echosignal anhand des Hadamardproduktes. Dabei beschreibt  $S_{int}^{(\kappa)}(u)$  in Gleichung 6.1 einen entfernungsabhängigen Spektralwert, dem der Abstand zwischen Messpunkt und Pixelposition unterliegt. Grundlage dieses Wertes ist die vorausgegangene Entfernungskompression des korrespondierenden Echosignals (vgl. Kapitel 3.5). Die Addition über die Folge  $K$  gefilterter Echosignale ergibt die Rekonstruktion des Szenarios.

$$\mathbf{I} = \sum_{\kappa=1}^K \mathbf{B}^{(\kappa)}, \quad \mathbf{i} = \sum_{\kappa=1}^K \mathbf{b}^{(\kappa)} \quad (6.2)$$

In diesem Zusammenhang definiert  $\mathbf{I} \in \mathbb{C}^{I \times J}$  die Rekonstruktion als Matrix und  $\mathbf{i} \in \mathbb{C}^{I \cdot J \times 1}$  als Vektor, mit dem Ziel, die analytische Berechnung zu vereinfachen. Unter idealen Verhältnissen bewirkt das Kompensationsfilter, dass die Phasenlage des Spektralwertes eines Pixels über alle Echosignale gleich ausgerichtet ist. In diesem Fall führt die Summe über alle Messungen zum größtmöglichen Beitrag. Diesen Vorgang beschreibt die Azimutkompression, der ein idealer *Matched-Filter* zu Grunde liegt. Treten Phasenfehler  $\phi^{(\kappa)}$  in Erscheinung, wird die Phasenlage jedes Pixelwertes über alle Echosignale verzerrt. Dabei wirkt sich der Beitrag einer Verzerrung gleichermaßen auf alle Pixel einer Messung aus. Die Folge ist eine inkohärente Addition, so dass die Kompression nicht den gewünschten Maximalwert liefert. Stattdessen verläuft die Signalenergie über alle Pixel hinweg und bewirkt eine verschlechterte Darstellungsqualität.

### 6.1.1 Mögliche Fehlerquellen

Als Ursache der Fehlerquellen lassen sich Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Messpunkte sowie Approximationen identifizieren. Anders als bei weltraumbasierten SAR-Systemen können im automobilen Umfeld Phasenfehler aufgrund von Laufzeitverzögerungen durch verschiedene atmosphärische Dichten ausgeschlossen werden. Allen Fehlerquellen gemein ist dabei eine Abweichung von der als richtig angenommenen Phasenkorrektur im Kompensationsfilter. Läge beispielsweise ein konstanter Phasenfehler über alle Echosignale vor, resultierte der Fehler in einer geometrischen Verschiebung der Projektion.

Im Folgenden wird ein verzerrtes Echosignal  $\tilde{\mathbf{b}}^{(\kappa)}$  durch ein Tildesymbol gekennzeichnet. Die verzerrte Rekonstruktion in vektorieller Schreibweise folgt schließlich mit Gleichung 6.3.

$$\tilde{\mathbf{i}} = \sum_{\kappa=1}^K \tilde{\mathbf{b}}^{(\kappa)} \exp(j\phi^{(\kappa)}) = \sum_{\kappa=1}^K \tilde{\mathbf{b}}^{(\kappa)} \quad (6.3)$$

## 6.2 Prinzip der Restauration

Um die Phasenfehler einer verzerrten Rekonstruktion einer synthetischen Apertur zu eliminieren, werden so genannte Autofokusverfahren eingesetzt. Diese basieren entweder auf einem Modellansatz oder liegen einem Schätzverfahren zur Fehlerberechnung zu Grunde [42]. Die Anwendbarkeit derartiger Algorithmen setzt darüber hinaus die Einhaltung unterschiedlicher Bedingungen an die Aufnahmegeometrie (engl. *phase-gradient autofocus*, PGA [112]) oder das Vorhandensein bestimmter Merkmale (engl. *prominent point processing*, PPP [42]) voraus. Ziel aller Verfahren ist dabei, den Phasenfehler zur Kompensation der Verzerrungen zu ermitteln.

Die Herangehensweise, die in dieser Arbeit zur Restauration einer verzerrten Rekonstruktion gewählt wurde, basiert auf der Berechnung eines Autofokusfilters, Abbildung 6.2. Analog zur Kalibrierung der Phasenbezüge zwischen den Antennenelementen einer Patch-Antenne beeinflusst der Autofokusfilter die Phasenlage der gefilterten Echosignale. Dabei wird der Phasenzeiger für jedes Pixel innerhalb der Projektionsebene in eine Phasenlage rotiert, die entlang der synthetischen Apertur konstant bleibt. Begünstigt wird dieser Ansatz durch die individuelle Behandlung jedes gefilterten Echosignals, so dass weiterhin mögliche Nichtlinearitäten entlang der Sensorbahn berücksichtigt werden können.

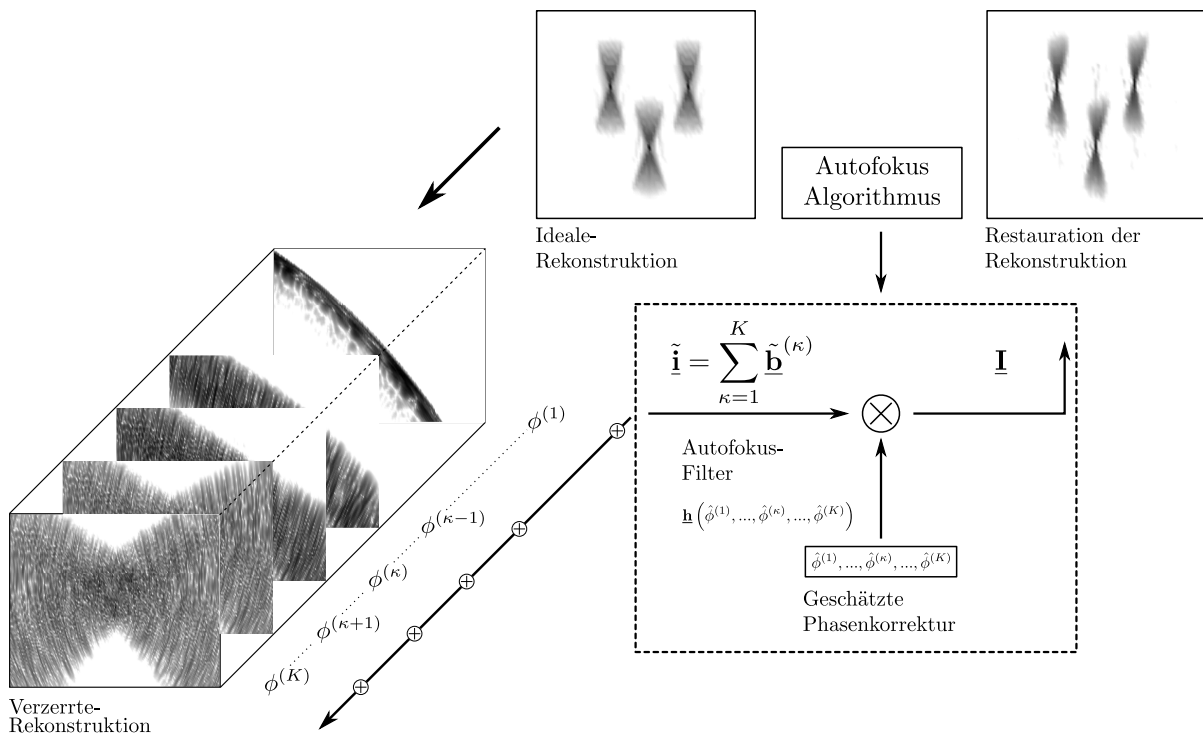


Abbildung 6.2: Schema der Restauration einer verzerrten Rekonstruktion.

Legt man das Ergebnis der Entfernungskompression nach Gleichung 3.72 zu Grunde, geht der Phasenfehler  $\phi^{(\kappa)}$  entweder aus einer Laufzeitverzögerung oder aus einer örtlichen Abweichung zum erwarteten Messpunkt hervor. Anders als bei der Kalibrierung der Patch-Antennen liegt aufgrund der vielfältigen Ausprägungen synthetischer Aperturen kein konstanter Phasenbezug zwischen den Empfangspositionen

vor. Die Anwendung eines Kriteriums, das die Phasenlage im Hinblick auf eine konstante Phasendifferenz anpasst, ist somit hinfällig. Stattdessen wird das Kriterium, gegenüber dem eine Änderung der Phasenlage eines gefilterten Echosignals berücksichtigt wird, auf die Rekonstruktion verlagert. Hierfür werden nachfolgend unterschiedliche Metriken vorgestellt, deren Ursprung auf die Fokussierung verzerrter Bilder zurückgeht.

### 6.2.1 Metriken zur Verbesserung der Rekonstruktion

Grundlage der Metriken, die als Kostenfunktionen einer nachgelagerten Optimierung dienen, ist die Normalisierung der akkumulierten Signalleistung der verzerrten Rekonstruktion. Xi et al. [120] geben hierfür Formel 6.4 zur Berechnung einer normalisierten Rekonstruktion  $\bar{\mathbf{I}}$  an.

$$\bar{\mathbf{I}}(\hat{\phi}) = \frac{|\mathbf{I}(\hat{\phi})|^2}{\sum_{j=0}^{J-1} \sum_{i=0}^{I-1} |\mathbf{I}_{(i,j)}(\hat{\phi})|^2} \quad (6.4)$$

Der Vektor  $\hat{\phi}$  beschreibt in diesem Zusammenhang eine Schätzung des Korrekturvektors der Phasenlagen der gefilterten Echosignale. Infolge der Normalisierung lässt sich die Rekonstruktion als zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsfunktion interpretieren, so dass die Summe aller Pixel den Wert eins ergibt. Nimmt das hellste Pixel den Wert eins ein, so folgt unmittelbar, dass die restlichen Pixel null sein müssen. Dieser Zusammenhang beschreibt einen Zustand, der sich als minimale Entropie eines Bildes beschreiben lässt. Als Entropie wird in der Informationstheorie ein Maß für den Informationsgehalt einer Nachricht angegeben [43]. Übertragen auf die Bildverarbeitung entspricht der Informationsgehalt eines Pixels der Rekonstruktion des zugewiesenen Grauwertes. Tritt der Grauwert eines Pixels häufig auf, ist der Informationsgehalt des Pixels aufgrund der reziproken Proportionalität entsprechend gering. Umgekehrtes Verhalten liegt folglich bei Grauwerten mit geringer Auftrittswahrscheinlichkeit vor. Demnach geht eine Optimierung der Rekonstruktion im Hinblick auf die Minimierung der Entropie von einer Priorisierung von Pixeln mit hohem Informationsgehalt aus. Diesen Pixeln wird dabei eine Korrespondenz zu einem stark reflektierenden Objekt zugewiesen. Lässt sich die Ausdehnung eines stark reflektierenden Objektes auf wenige Pixel gleichen Grauwertes reduzieren, muss demzufolge die Fokussierung maximal sein. Beschrieben wird die Entropie eines Bildes mit Formel 6.5.

$$\mathbf{H}(\hat{\phi}) = - \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{i=0}^{I-1} \bar{\mathbf{I}}_{(i,j)}(\hat{\phi}) \ln \left( \bar{\mathbf{I}}_{(i,j)}(\hat{\phi}) \right) \quad (6.5)$$

Ein ähnliches Vorgehen, die Fokussierung des Bildes hervorzuheben, basiert auf einer Metrik zur Verbesserung der Bildschärfe. Hierbei wird versucht, durch den Korrekturvektor  $\hat{\phi}$  die Gesamtintensität des Bildes zu optimieren. Eine anschauliche Vorstellung des dabei zur Anwendung kommenden Effektes lässt die Interpretation der Rekonstruktion als Amplitudenkarte zu. Dabei wird angenommen, dass eine Erhöhung der Amplituden mit den betragsmäßig größten Werten die Bildschärfe optimiert, so dass niederwertige Rauschamplituden unterdrückt werden. Des Weiteren lässt diese aus der Arbeit von Ash et al. [4] hervorgehende Metrik eine analytisch geschlossene Lösung zu, die mit dem Konzept der gefilterten Echosignale vereinbar ist.

$$\mathbf{H}(\hat{\phi}) = - \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{i=0}^{I-1} \bar{\mathbf{I}}_{(i,j)}^2(\hat{\phi}) \quad (6.6)$$

Ein weiterer Ansatz basiert nach Xi et al. [120] auf der Maximierung des größten Amplitudenwertes der Karte, statt die Summe über alle Amplituden zu betrachten.

$$\mathbf{H}(\hat{\phi}) = - \max_{i,j} |\mathbf{I}_{(i,j)}(\hat{\phi})| \quad (6.7)$$



Allen Metriken gemein ist die Priorisierung einer ausgewiesenen Gruppe an Pixeln innerhalb der Rekonstruktion. Übertragen auf das Anwendungsszenario geparkter Fahrzeuge, wird durch die Anwendung der Autofokus-Algorithmen dem Reflexionsbereich der Fahrzeugkontur, der die größte Richtcharakteristik aufweist, ein Vorrang eingeräumt.

## 6.2.2 Formulierung des Optimierungsproblems

Um die Rekonstruktion in Abhängigkeit von den aufgeführten Kostenfunktionen zu optimieren, muss ein  $K$ -dimensionales Minimierungsproblem gelöst werden. In Anbetracht der vorgegebenen Struktur durch den Stack an gefilterten Echosignalen ist hierfür die Methode des Koordinatenabstiegs besonders geeignet [118]. Begünstigt durch das Superpositionsprinzip des Rückprojektions-Algorithmus lässt sich die Auswirkung einer Phasenänderung eines gefilterten Echosignals durch Anwendung der Kostenfunktionen auf die modifizierte Rekonstruktion bewerten. Als Methode zur Bestimmung einer geeigneten Phasenoptimierung eignet sich beispielsweise ein Liniensuchverfahren [79] oder ein stufenweises Vorgehen [120]. In beiden Fällen wird gemäß der Methode des Koordinatenabstiegs im gegenwärtigen Iterationsschritt  $n$  nacheinander die Phase jedes Echosignals  $\kappa$  in Abhängigkeit zur Kostenfunktion optimiert. Dabei umfasst ein Optimierungsschritt immer nur die Phase eines gefilterten Echosignals, während die restlichen unverändert bleiben. Ein Iterationsschritt besteht demzufolge aus der Optimierung aller gefilterten Echosignale der Rekonstruktion. Formalisieren lässt sich das resultierende mehrdimensionale Optimierungsproblem nach Formel 6.8.

$$\hat{\phi}_{n+1}^{(\kappa)} = \underset{\hat{\phi}_n^{(\kappa)}}{\operatorname{argmin}} \left[ \mathbf{H} \left( \hat{\phi}_{n+1}^{(1)}, \dots, \hat{\phi}_n^{(\kappa)}, \dots, \hat{\phi}_n^{(K)} \right) \right] \quad (6.8)$$

Das Ergebnis der Optimierung in Gleichung 6.8 ist eine Phasenkorrektur  $\hat{\phi}_{n+1}^{(\kappa)}$  für das Echosignal  $\kappa$  im Iterationsschritt  $(n + 1)$ . Ausgehend von einer initialen Schätzung des Korrekturvektors  $\hat{\phi}_0$  erzeugt die Fokussierung einer verzerrten Rekonstruktion eine Folge an Korrekturvektoren  $\hat{\phi}_0, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \dots$ . Jedes Folgeelement in Form eines neuen Korrekturvektors bewirkt eine Verbesserung der Güte der restaurierten Rekonstruktion basierend auf der berechneten Kostenfunktion. Demzufolge führen die Ergebnisse der Kostenfunktion zu einer wohldefinierten Folge, die gegen ein vordefiniertes Minimum konvergiert.

$$\mathbf{H}_n > \mathbf{H}_{n+1} > \mathbf{H}_{n+2} > \dots > \mathbf{H}_N \quad (6.9)$$

Die Kostenfunktionen sowie die Methode des Koordinatenabstieges formen zusammen den Lösungsrahmen zur Restauration verzerrter Rekonstruktionen. In Kombination mit dem Rückprojektionsalgorithmus konzentriert sich der Optimierungsvorgang auf jedes Echosignal einzeln. Annahmen über die Art und Weise des Fehlerursprungs können dabei vernachlässigt werden. Zur Schätzung jeder Phasenkorrektur  $\hat{\phi}^{(\kappa)}$  existiert im Rahmen des Koordinatenabstieges ein analytisches Lösungskonzept. Basierend auf der Bildschärfe der Rekonstruktion wird in [4] das mehrdimensionale Optimierungsproblem auf ein geometrisches Problem reduzierter Dimension zurückgeführt. Der dabei zur Anwendung kommende Lösungsrahmen ist unmittelbar auf das Konzept der gefilterten Echosignale anwendbar und berechnet innerhalb eines Iterationsschrittes sukzessive  $K$  Phasenkorrekturen. Im nachfolgenden Abschnitt wird das Ergebnis dieser Vorgehensweise dem in dieser Arbeit entwickelten Lösungsrahmen durch Simulation gegenübergestellt.

### 6.2.3 Optimierung durch stufenweise Annäherung

Ziel des gewählten Vorgehens ist die stufenweise Annäherung der Phasenkorrektur an ein Optimum. Als Datengrundlage wird auf den Stack  $\underline{\mathbf{P}} \in \mathbb{C}^{(I \cdot J) \times K}$  gefilterter Echosignale zurückgegriffen, der multipliziert mit dem Korrekturvektor die Rekonstruktion  $\underline{\mathbf{I}}$  formt.

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}} &= \underline{\mathbf{P}} e^{j\hat{\phi}}, & \underline{\mathbf{P}} &= [\underline{\mathbf{b}}^{(1)}, \dots, \underline{\mathbf{b}}^{(\kappa)}, \dots, \underline{\mathbf{b}}^{(K)}]_{[(I \cdot J) \times K]} \\ & & \hat{\phi} &= \mathbf{0}_{K \times 1} \end{aligned} \quad (6.10)$$

Bei der stufenweisen Annäherung (engl. *Stage-by-Stage-Approaching*, SSA) wird die Korrekturphase jedes gefilterten Echosignals sukzessive angenähert. Diese Vorgehensweise erfordert eine Startbelegung an Korrekturintervallen, gegenüber der die Phasenlagen eines jeden Elementes  $\underline{\mathbf{b}}^{(\kappa)}$  des Stacks verifiziert werden. Dadurch liegt ein beschränkter Suchraum für die Korrektur eines Echosignals innerhalb eines Iterationsschrittes  $n$  vor. Das zu berechnende Minimierungsproblem vereinfacht sich demnach zu

$$\hat{\phi}_{n+1}^{(\kappa)} = \underset{\hat{\phi}_{n,q}^{(\kappa)}}{\operatorname{argmin}} \left[ \mathbf{H} \left( \hat{\phi}_{n+1}^{(1)}, \dots, \hat{\phi}_{n,\Omega(q)}^{(\kappa)}, \dots, \hat{\phi}_n^{(K)} \right) \right]_{q=0,1,2} \quad \Omega = [0, \pi, -\pi] \cdot 2^{-n} \quad (6.11)$$

Dabei umfasst die Menge  $\Omega$  drei unterschiedliche Korrekturintervalle, um die die Phasenlage im aktuellen Iterationsschritt  $n$  korrigiert wird. Die Überprüfung, welches Korrekturintervall  $\Omega(q)$  zu einer Minimierung der Kostenfunktion  $\mathbf{H}_n(\phi)$  führt, erfordert eine Neuberechnung der Rekonstruktion. Um den entstehenden Rechenaufwand zu minimieren, wird zu Beginn der Korrektur das aktuelle Echosignal vom Stack entfernt.

$$\underline{\mathbf{I}}_{alt} = \underline{\mathbf{I}}_{neu} - \underline{\mathbf{b}}^{(\kappa)} e^{j\hat{\phi}_n^{(\kappa)}} \quad (6.12)$$

Anschließend wird das zu behandelnde Echosignal im Wechsel unter Berücksichtigung der Phasenkorrektur addiert und subtrahiert. Durch Ausnutzung des Superpositionsprinzips des Rückprojektionsalgorithmus wird der Berechnungsaufwand der Rekonstruktion massiv reduziert, so dass die nachfolgenden drei Rechenschritte resultieren.

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{I}}_{neu} &= \underline{\mathbf{I}}_{alt} + \underline{\mathbf{b}}^{(\kappa)} e^{j(\hat{\phi}_n^{(\kappa)} + \Omega(q))} \\ \mathbf{C}(q) &= \mathbf{H} \left( \hat{\phi}_{n+1}^{(1)}, \dots, \hat{\phi}_n^{(\kappa)} + \Omega(q), \dots, \hat{\phi}_n^{(K)} \right) \\ \underline{\mathbf{I}}_{neu} &= \underline{\mathbf{I}}_{alt} - \underline{\mathbf{b}}^{(\kappa)} e^{j(\hat{\phi}_n^{(\kappa)} + \Omega(q))} \quad q = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Die Elemente des Vektors  $\mathbf{C}(q)$  in Gleichung 6.13 repräsentieren die Ergebnisse der Kostenfunktion in Abhängigkeit zum Korrekturintervall. Basierend auf dem kleinsten Wert  $E_{q,min}$  lässt sich die Phasenkorrektur bestimmen, die in diesem Iterationsschritt für das Echosignal  $\kappa$  die beste Performanz aufweist. Als gültig wird der ermittelte Korrekturwert angesehen, wenn der Wert der Kostenfunktion den der vorausgegangenen Konfigurationen unterschreitet.

$$\begin{aligned} E_{q,min} < E_{step} \quad \text{mit} \quad E_{step} &= \mathbf{H} \left( \hat{\phi}_{n+1}^{(1)}, \dots, \hat{\phi}_n^{(\kappa)}, \dots, \hat{\phi}_n^{(K)} \right) \\ E_{q,min} &= \mathbf{H} \left( \hat{\phi}_{n+1}^{(1)}, \dots, \hat{\phi}_n^{(\kappa)} + \Omega(q), \dots, \hat{\phi}_n^{(K)} \right) \end{aligned} \quad (6.14)$$

Nach dem beschriebenen Vorgehen wird jedes Element des Stacks behandelt, so dass der Phasenkorrekturvektor  $\hat{\phi}_{n+1}$  resultiert. Eine Entscheidung, ob die Konfiguration des Vektors als geeignet angesehen wird, basiert auf einer Schwellwertentscheidung. Hierbei wird die relative Verbesserung der ausgewerteten Kostenfunktion des aktuell bestimmten Korrekturvektors derjenigen des vorausgegangenen gegenübergestellt.

$$\begin{aligned} D_0 &= \left| \frac{E_{n+1} - E_{step}}{E_{n+1}} \right| \quad \text{mit} \quad E_{step} = H_{n+1}(\hat{\phi}) \\ & & E_{n+1} &= H_{n+1}(\hat{\phi}) \end{aligned} \quad (6.15)$$

Anzumerken ist, dass  $E_{step}$  und  $E_{n+1}$  Ergebnisse darstellen, die bei gleichbleibender Schrittweite der Phasenkorrektur erzielt wurden, aber auf unterschiedlich konfigurierten Korrekturvektoren  $\phi_{n+1}$  basieren. Unterschreitet die relative Verbesserung  $D_0$  im aktuellen Iterationsschritt  $n + 1$  den vordefinierten Schwellwert  $\Delta T_0$  nicht, wird der Prozess der Phasenkorrektur bei gleichbleibender Schrittweite wiederholt. Im entgegengesetzten Fall wird die Konfiguration von  $\phi_{n+1}$  akzeptiert und einem strengeren Schwellwertvergleich  $\Delta T_1$  unterzogen. Als Grundlage dient hierfür die relative Verbesserung  $D_1$  zwischen der Kostenfunktion des aktuellen  $\phi_{n+1}$  und des vorausgegangenen Korrekturvektors  $\phi_n$ .

$$D_1 = \left| \frac{E_n - E_{n+1}}{E_n} \right| \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} E_n &= H_n(\hat{\phi}) \\ E_{n+1} &= H_{n+1}(\hat{\phi}) \end{aligned} \quad (6.16)$$

Im Falle einer Schwellwertüberschreitung erfolgt eine Anpassung der Schrittweite der Phasenkorrektur. Unterschreitet die relative Verbesserung den Schwellwert oder wird die maximale Anzahl an Iterationsschritten erreicht, terminiert der Algorithmus. Werden alle Berechnungsschritte zusammengefasst, resultiert das Ablaufschema in Abbildung 6.3 zur Restauration einer verzerrten Rekonstruktion.

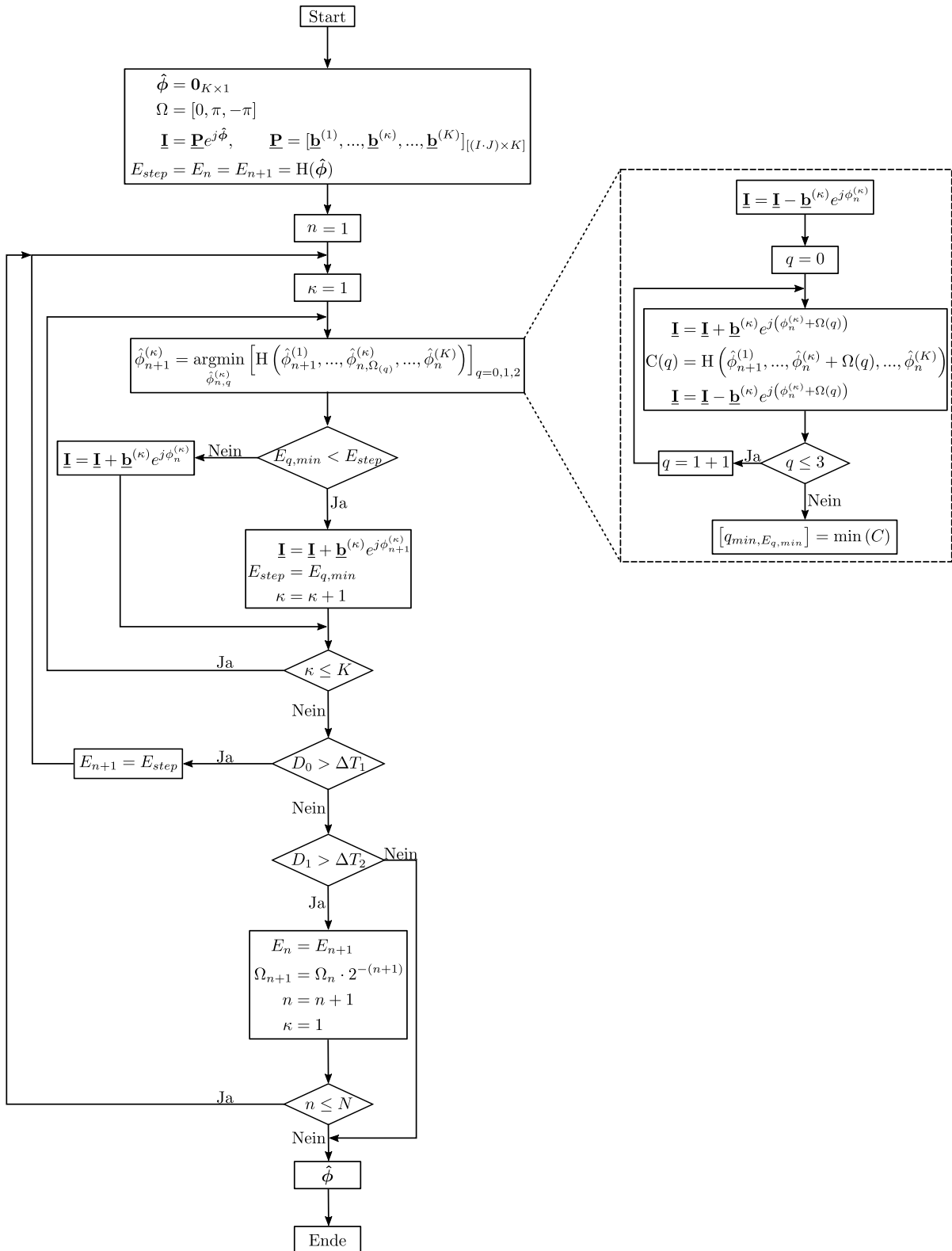


Abbildung 6.3: Ablaufschema Restauration verzerrter Rekonstruktionen.

### 6.3 Simulative Evaluation

Um die Performanz des entwickelten Lösungsrahmens zu beurteilen, wird in Abhängigkeit von den vorgestellten Kostenfunktionen eine verzerrte Rekonstruktion restauriert. Erweitert wird die Bewertung um das Ergebnis nach dem Lösungsrahmen von Ash et al. [4]. Abbildung 6.4 stellt hierzu das Simulationsergebnis der fehlerfreien und der fehlerbehafteten Rekonstruktion gegenüber. Grundlage der Simulation bilden die in Tabelle 6.1 aufgelisteten Spezifikationen zur Parametrierung des Signalmodells sowie des angenommenen Fehlermodells.

Eigenschaft	Symbol	Spezifikation
Wellenlänge	$\lambda_c$	3.9 mm
Sichtbereich	$\Theta_{RA}$	78.5°
Räumliche Schrittweite	$\Delta_{SA}$	1.4 mm
Pixelgröße	$\Delta$	1.0 cm
Standardabweichung Phasenfehler	$\sigma_\phi$	$0.1 \cdot \lambda_c$
Standardabweichung Drift	$\sigma_\eta$	$0.289 \cdot \Delta_{SA}$

Tabelle 6.1: Szenarioparameter

Als Fehlerursache wird von einer Drift der Messpunkte entlang des räumlichen Rasters sowie vom normalverteilten Phasenrauschen ausgegangen. Dabei wird ein Erwartungswert von null angenommen, so dass der Fehler additiv die Phase des gefilterten Echosignals sowie den räumlichen Messpunkt überlagert. Mit der Simulation der Drift werden eine ungenaue Zuordnung eines Empfangsechos zum Messpunkt sowie mögliche Approximationsfehler aufgrund der Interpolation berücksichtigt. Die Abweichung vom Messpunkt unterliegt einer Gleichverteilung, die maximal der halben räumlichen Schrittweite entspricht. Messpunkte und gefilterte Echosignale resultieren folglich zu

$$\begin{aligned}
 \eta^{(\kappa)} &= \eta^{(\kappa)} + \epsilon_\eta & \text{mit} & \quad \epsilon_\eta = \mathcal{U}(-0.5\Delta_{SA}, 0.5\Delta_{SA}) \\
 \phi^{(\kappa)} &= \frac{2\pi}{\lambda_c} \epsilon_\phi & \text{mit} & \quad \epsilon_\phi = \mathcal{N}(0, 0.1\lambda_c)
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

Die Berücksichtigung des Phasenfehlers  $\phi^{(\kappa)}$  in Gleichung 6.3 führt zur Verzerrung der Rekonstruktion der in Abbildung 6.4 dargestellten Punktziele.

Bedingt durch die eingespeisten Fehler trifft das Design des konstruierten *Matched-Filters* nach Gleichung 3.75 für die Phasenlagen der einzelnen Pixel nicht mehr zu. Um die Ausrichtung der Phasenlage zur Fokussierung wiederherzustellen, wird die Rekonstruktion als Stack verzerrter gefilterter Echosignale betrachtet. Angewendet auf den vorgestellten Lösungsrahmen resultiert in Abhängigkeit von den verwendeten Kostenfunktionen eine dem Ideal gleichende restaurierte Rekonstruktion (Abbildung 6.5, 6.6, 6.7). Darüber hinaus zeigen die Abbildungen die eindimensionalen Impulsantworten der Azimutkompression vor und nach Durchführung der Fokussierung.

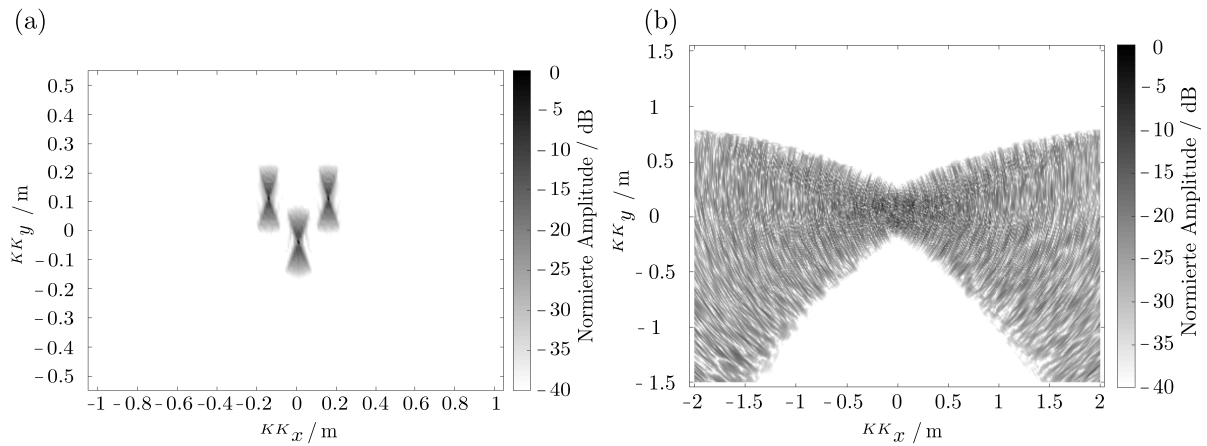


Abbildung 6.4: (a) Ideale Rekonstruktion dreier Punktziele. (b) Verzerrung der Rekonstruktion durch Drift und Phasenrauschen.

Stellt man die Restaurationen in Abhängigkeit von den berücksichtigten Metriken gegenüber, führen alle Ergebnisse augenscheinlich zu einer Fokussierung der verzerrten Punktziele. Bei genauerer Betrachtung offenbaren sich jedoch Artefakte, anhand derer die Performance der Metriken bewertbar ist. Ausgehend von Gleichung 6.7 erfolgt die Restauration in Abhängigkeit von der Signalintensität des hellsten Pixels. Diese Herangehensweise führt zum Verbleib von Nebenkeulen. Die Annahme, die Intensität des hellsten Pixels durch Anpassung der Phasenlage zu verwenden, führt bei den Phasen der Hintergrundpixel nicht zu der erforderlichen Kohärenz. Als Folge prägen sich Nebenkeulen in der Umgebung um die Streuzentren in Abbildung 6.5 aus.

Eine alternative Herangehensweise bietet die Betrachtung der Entropie nach Gleichung 6.5. Hierbei berücksichtigt der Optimierungsvorgang den Informationsgehalt des vollständigen Bildes mit dem Ziel, das verfügbare Farbspektrum möglichst gering auszudehnen. Demzufolge werden Hintergrundpixel sowie die Pixelregionen der Punktziele mit unterschiedlichen, aber geringen Farbwerten dargestellt. Betrachtet man den Amplitudenverlauf der Punktstreufunction in Azimutrichtung, überwinden die Nebenkeulen den Schwellwert von  $-40$  dB nur partiell. Das Resultat in Abbildung 6.6 zeigt die Fokussierung der restaurierten Punktziele mit marginal erkennbaren Artefakten.

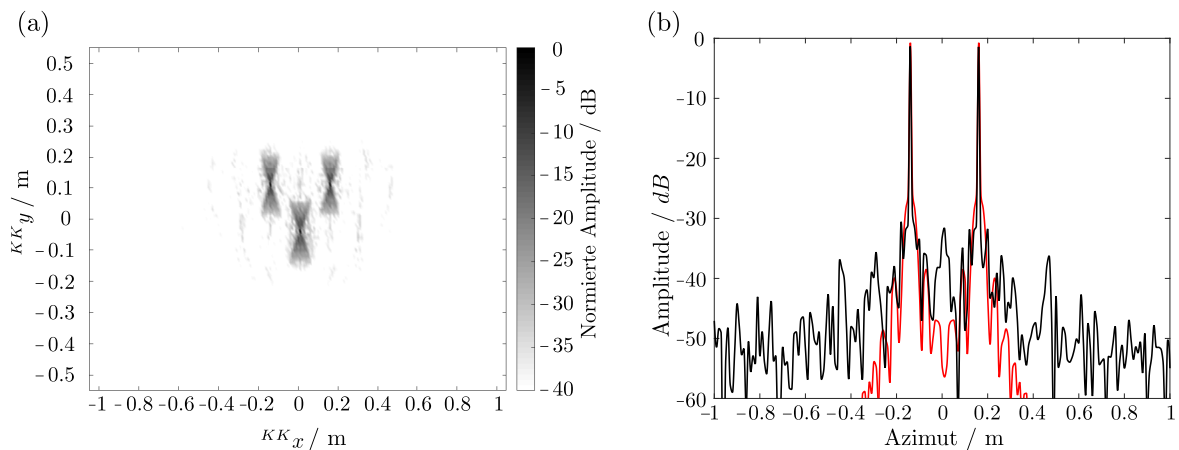


Abbildung 6.5: (a) Restauration basierend auf SSA-Lösungsrahmen unter Verwendung einer maximum-behafteten Kostenfunktion. (b) Gegenüberstellung der resultierende Punktstreuantwort der Azimutkompression. (—) ideale, (---) Punktstreuantwort.

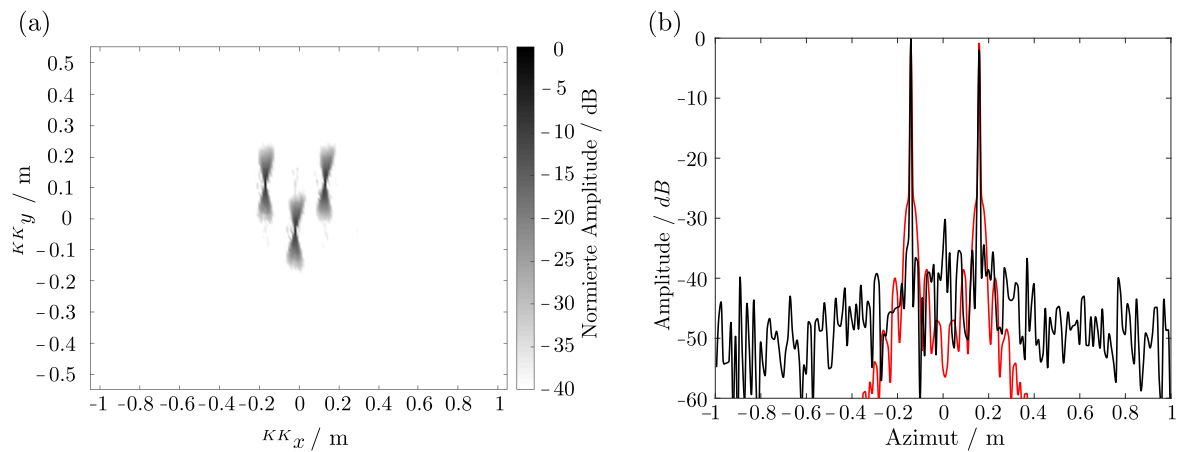


Abbildung 6.6: (a) Restauration basierend auf SSA-Lösungsrahmen unter Verwendung der Entropie als Kostenfunktion. (b) Gegenüberstellung der resultierende Punktstreuantwort der Azimutkompression. (—) ideale, (—) Punktstreuantwort.

Ähnlich gute Ergebnisse zeigt das Verfahren nach Ash et al. [4], das ebenfalls den Informationsgehalt aller Pixel der Projektionsebene berücksichtigt. Das Ergebnis in Abbildung 6.7 zeigt bei Optimierung nach der Bildschärfe als Metrik (vgl. Gleichung 6.6) leicht ausgeprägte Nebenkeulen sowie verschmierte Bereiche innerhalb der Restauration. Nachteil dieses Verfahrens ist das massive Rechenaufkommen aufgrund der Transformation der Bildebene zu einem ellipsenförmigen geometrischen Körper.

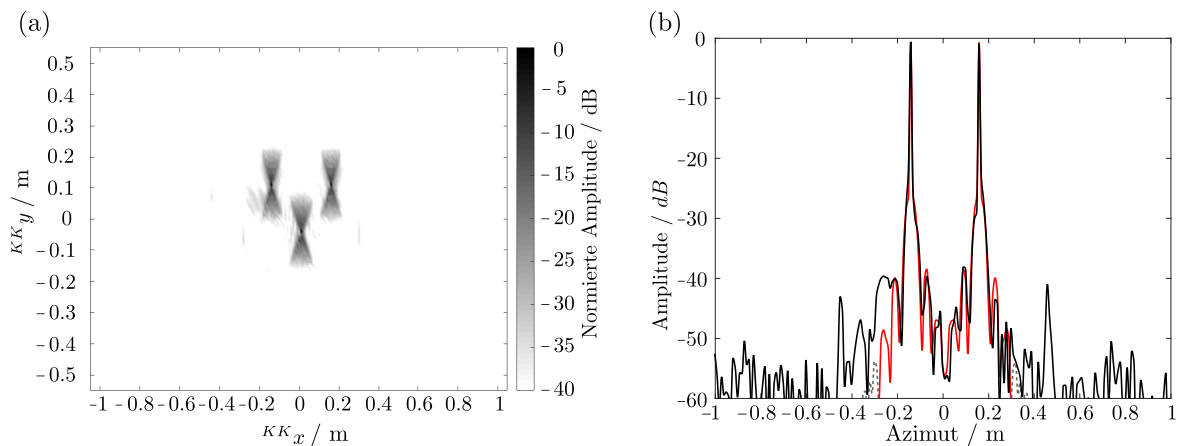


Abbildung 6.7: (a) Restauration basierend auf dem Lösungsrahmen nach Ash et. al. [4] unter Verwendung der Bildschärfe als Kostenfunktion. (b) Gegenüberstellung der resultierende Punktstreuantwort der Azimutkompression. (—) ideale, (—) Punktstreuantwort.

## 6.4 Bewertung

Zur Evaluation des entwickelten Lösungsrahmens wird die Restauration eines Parkplatzszenarios betrachtet. Hierfür zeigt Abbildung 6.8 die Rekonstruktion des beleuchteten Szenarios mit entsprechender Punktwolkenüberlagerung als Referenz. Ziel des Restaurationsprozesses soll dabei die Optimierung der Formelemente mit hoher Rückstrahlcharakteristik sein, so dass eine verbesserte Ausprägung der Fahrzeugkontur erreicht wird. Dabei wird angenommen, dass stark reflektierende Oberflächen ein ähnliches Ergebnis nach der Restauration bewirken wie zuvor in der Simulation gezeigt.

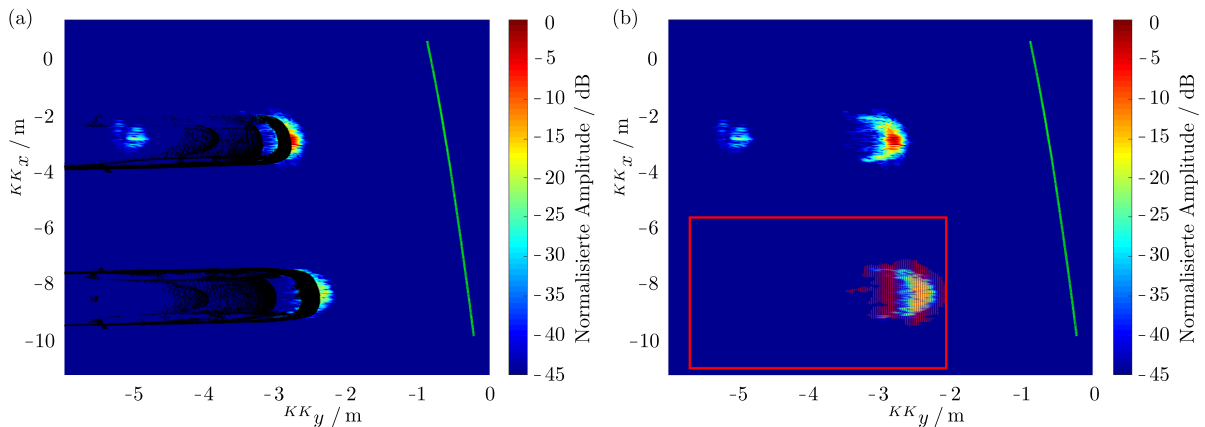


Abbildung 6.8: (a) Szenario Restauration eines rekonstruierten Parkplatzszenarios. (b) Cluster der projizierten Signalenergie zur Festlegung des Restaurationsbereiches.

Die Herangehensweise erfordert zunächst die Festlegung eines Reflexionsbereiches mit konstanter Dimension. Dafür wird ein dichte-basiertes Clusteringverfahren angewendet [99], um die zur Fahrzeugkontur gehörende Signalintensität zu segmentieren. Abbildung 6.8 zeigt hierzu das segmentierte Cluster als Punktwolke, die von einer Bounding-Box zur Abgrenzung des Projektionsbereiches der Restauration eingerahmt wird. Die Gitterstruktur der eingerahmten Fläche besitzt eine Zellgröße von 3 mm und bildet die Grundlage zur Filterung der empfangenen Echosignale. Diese formen gemäß dem vorgestellten Konzept den Stack gefilterter Echosignale. Durch additive Überlagerung der gefilterten Echosignale resultiert in Abbildung 6.9 die Rekonstruktion der beleuchteten Fahrzeugkontur. Darüber hinaus zeigt Abbildung 6.9 das Histogramm der Farbwertverteilung. Daraus geht hervor, dass die konturformenden Farbwerte weitestgehend gleichverteilt sind. Unterhalb des Grenzwertes von -70 dB dominieren die Farben des Hintergrundes.

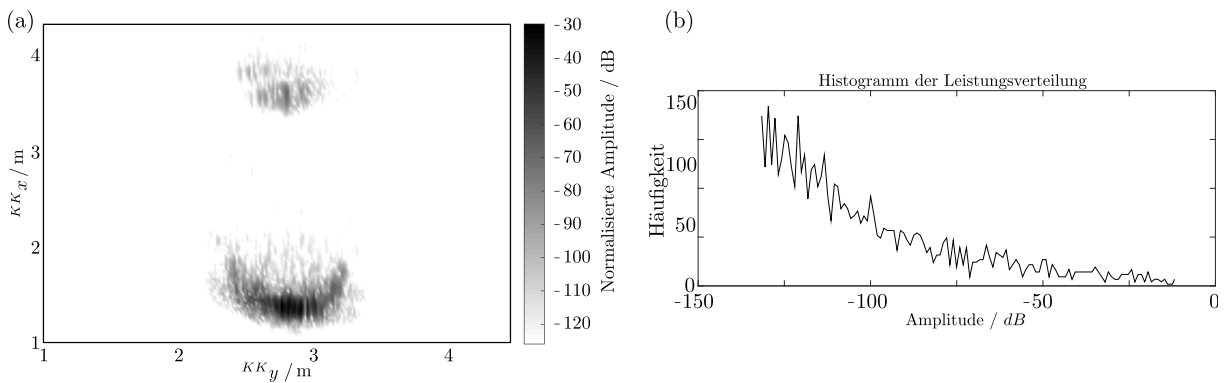


Abbildung 6.9: (a) Restaurationsbereich und (b) Histogramm der Farbwertverteilung.



Als Lösungsrahmen wird auf die Methode des Koordinatenabstiegs mit stufenweiser Annäherung des Phasenkorrekturvektors unter Beachtung der Entropie als Metrik zurückgegriffen. Entsprechend der Charakteristik der verwendeten Kostenfunktion wird die Vielfalt verwendeter Farbwerte reduziert, so dass der Informationsgehalt der zur Darstellung genutzten Farbwerte erhöht wird. Anders als erwartet resultiert das Ergebnis der Restauration in der Bündelung der Signalenergie innerhalb des Konturbereiches mit der höchsten Rückstrahlcharakteristik (vgl. Abbildung 6.4). Zurückzuführen ist dieses Ergebnis auf den geringen Strukturinhalt, den die Restauration einer Fahrzeugkontur bietet. Darüber hinaus werden die Auswirkungen der Optimierung ebenfalls im Histogramm deutlich. Die Farbwerte oberhalb von -70 dB verschwinden weitestgehend, während die darunterliegenden dominieren. Dieser Effekt stimmt mit der verwendeten Metrik überein, die eine Verringerung unterschiedlicher Farbwerte zum Ziel hat. Anders als erwartet führt die Erhöhung des Informationsgehaltes einiger weniger Farbwerte aus Sicht der Rekonstruktion zu einem ungünstigen Resultat.

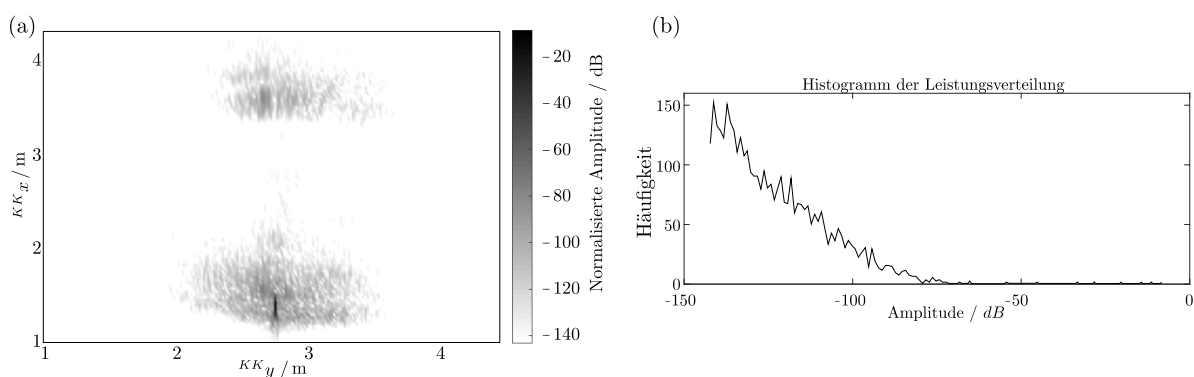


Abbildung 6.10: (a) Restauration und (b) Histogramm der Farbwertverteilung.

Verglichen mit der Restauration von flugzeugbasierten SAR-Rekonstruktionen umfassen die dortigen Projektionen vielfältige Strukturen wie Bäume, Häuser oder Abgrenzungen zwischen unterschiedlichen Landschaftsoberflächen [113]. Eine Optimierung der Fahrzeugkontur beschränkt sich hingegen auf wenige Formelemente, so dass der geringe strukturelle Inhalt eine Verbesserung mit den gewählten Methoden nicht zulässt.

Das Ergebnis der Untersuchung lässt den Schluss zu, dass eine fokussierte Rekonstruktion eine genaue Kenntnis der Aufnahmeposition des gesendeten Radarsignals erfordert. Diese erlaubt dem designten Matched-Filter des Rückprojektions-Algorithmus, den höchsten Integrationsgewinn zu bewirken. Eine Restauration der Rekonstruktion führt aufgrund des geringen strukturellen Inhalts der beleuchteten Parkplatzszenarien zu Verfälschungen.



## 7 Systemrealisierung und Anwendung

Ein wesentliches Ziel dieser Arbeit ist die Implementierung der Algorithmen zur Konstruktion künstlicher Aperturen sowie deren Rekonstruktion während des Messvorganges auf einer automobilen Trägerplattform. Diesbezüglich stellt dieses Kapitel die Evaluation der entwickelten Implementierungsvariante vor, um die Komplexität und Rechenleistung für eine spätere Vermarktung in Serienfahrzeugen abzuschätzen.

Unumgänglich für den Einsatz im Fahrzeug ist die Anpassung der Berechnungsgeschwindigkeit des Rückprojektions-Algorithmus an die Geschwindigkeit der Messdatenaufnahme. Um die damit zu berücksichtigende Anforderung an die Echtzeitfähigkeit zu erfüllen, werden zu Beginn dieses Kapitels Rechenarchitekturen vorgestellt, um nebenläufige Prozesse zu behandeln. Damit einher gehen die Grundlagen der Grafikkartenprogrammierung als Hilfsmittel zur Implementierung verteilungsfähiger Strukturen. Die konkrete Ausgestaltung der Nebenläufigkeit erfordert eine vorangestellte Strukturanalyse des vollständigen Rekonstruktionsprozesses, die im Abschnitt 7.1 diskutiert wird. Aus den Erkenntnissen dieser Analyse lassen sich drei unterschiedliche Parallelisierungsschemata ableiten, die im Abschnitt 7.2 vorgestellt werden. Die konkrete Systemimplementierung unter Berücksichtigung einer geeigneten Kartendarstellung wird im Unterabschnitt 7.3 behandelt. Neben der Parallelisierung der erhobenen Messdaten zu Sub-Aperturen konstanter Länge wird weiter auf den Zusammenhang zwischen Speicherlayout, Prozessmanagement und Rechenarithmetik eingegangen. Als Ergebnis folgen einzelne Programm-Listings, die die Befehlssequenzen zur Parallelisierung des Eingangsdatenstroms sowie des Rückprojektions-Algorithmus umfassen. Die Evaluation der Implementierung anhand gängiger Metriken zur Performanzevaluation behandelt Abschnitt 7.4.

### 7.1 Strukturanalyse zur Steigerung der Berechnungseffizienz

Als Zielwert für die Berechnungsgeschwindigkeit der Rekonstruktion wird in dieser Arbeit die Datenaufnahmegeschwindigkeit der verwendeten Sensoren betrachtet. Zur Realisierung dieser Vorgabe ist der Rekonstruktionsprozess hinsichtlich möglicher Nebenläufigkeiten, der Spezifikation einer geeigneten Rechnerarchitektur sowie der Bestimmung einer passenden Beschreibungsform zu analysieren. Letzteres ermöglicht eine optimale Abbildung der identifizierten Nebenläufigkeiten des Berechnungsprozesses auf die festgelegte Hardware-Ressource. Werden die genannten drei Bestandteile in Einklang gebracht, resultiert für die automobilen Trägerplattform eine Umgebungskarte, deren Fokussierungsgrad instantan der Vollständigkeit der aufgezeichneten synthetischen Apertur unterliegt.

**Parallelisierung** Der Vorgang, eine bestehende Problemstellung durch nebenläufig berechenbare Teilprobleme zu lösen, unterteilt sich grundlegend in die Analyse der Bestandteile der Task-Parallelisierung und Daten-Parallelisierung. Im Zuge der Task-Parallelisierung werden partitionierbare Operations- und Funktionsketten identifiziert, denen keine Eingangsbeschränkungen aufgrund sequentieller Vorverarbeitungsschritte oder gegenseitiger Datenabhängigkeiten unterstellt sind. Charakteristisch für einen derartigen Task ist beispielsweise die Kompensation des unerwünschten Phasenterms für jedes individuelle Pixel der Projektionsfläche, vgl. Abschnitt 3.5.2. Die Daten-Parallelisierung hingegen betrachtet Datenabschnitte, die als abgegrenzte Blöcke (engl. *chunks*) von nebenläufigen Ausführungssträngen prozessiert werden. Ziel dieser Abgrenzung ist die Vorbeugung von Adresskonflikten beim gleichzeitigen Zugriff.

**Computer-Architektur** Eine Möglichkeit, Computer-Architekturen für die Ausführung von Nebenläufigkeiten zu charakterisieren, ist durch die Flynn'sche Taxonomie [85] gegeben. Als Merkmal zur Unterscheidbarkeit dient die Anzahl vorhandener Befehls- und Datenströme.

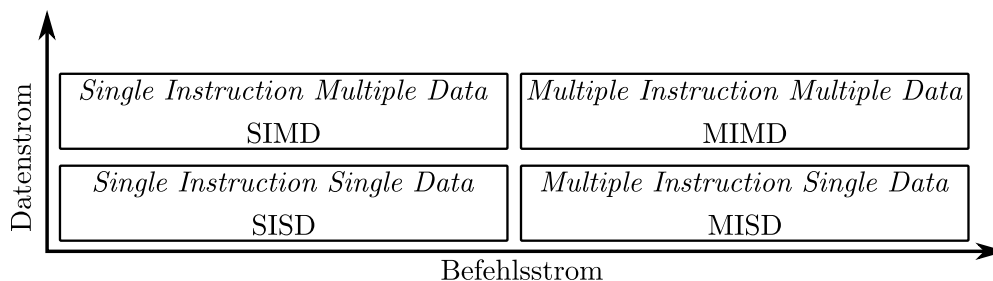


Abbildung 7.1: Flynn'sche Taxonomie zur Klassifikation von Computer-Architekturen.

Im Hinblick auf die Parallelisierung des Rekonstruktions-Algorithmus ist die SIMD-Architektur (engl. *single instruction multiple data*) von Bedeutung. Hierbei wird die Ausführung der gleichen Instruktion von mehreren parallel laufenden Kernen ausgeführt, deren Eingangsdaten voneinander abweichen. Dieses Funktionsmuster bildet die Azimutkompression der Rückprojektion genau ab. Den Eingangsdatensatz stellen die Entfernungstore der Entfernungskompression dar, deren entfernungsabhängiger Phasenterm durch eine Folge gleicher arithmetischer Operationen kompensiert wird.

**GPU-Architektur** Graphics Processing Units sind spezielle *many-core*-Prozessoren, die eine Erweiterung gewöhnlicher CPU-basierter Architekturen darstellen, um Berechnungsprozesse zu beschleunigen, die einen großen Berechnungsdurchsatz erfordern. Grundlage dieser Performanz bildet eine Hardwarelandschaft bestehend aus leichtgewichtigen Prozessorkernen (engl. *Arithmetic Logic Units*, ALU), die für einfache arithmetische Operationen sowie schnelle Lese- und Schreibvorgänge ausgelegt ist. Breitbandige Bussysteme sorgen darüber hinaus für den schnellen Datenaustausch zwischen Speicher und Prozessor.

Als Rechnerarchitektur dient eine SMIT-Architektur (engl. *single instruction multiple thread*), die große Ähnlichkeit zu SIMD aufweist und mehr Flexibilität bei der Codierung von Nebenläufigkeiten bietet. Ermöglicht wird diese Flexibilität durch eine übergeordnete Organisationseinheit in Gestalt von Stream-Multiprozessoren (engl. *streaming multiprocessor*, SM), die einzelne ALUs als skalierbare Arrays organisiert. Diese Organisationseinheit verwaltet, plant und führt mehrere hunderte Prozesse (engl. *threads*) parallel aus. Gruppen von 32 *threads* dienen dabei als logische Ausführungseinheit (engl. *warp*). Für einen *warp* existiert ein Programmzähler, so dass jeder *thread* den gleichen Befehl ausführt. Bei auftretenden Divergenzen infolge von Verzweigungen im Kontrollfluss wird das *warp* prozessorientiert abgearbeitet. Untergruppen des *warp*, welche die Eingangsbedingung der Verzweigung erfüllen, werden weiterhin als parallele Einheit ausgeführt.

### 7.1.1 Grundlagen der Grafikkartenprogrammierung

Um die parallelisierbaren Prozessflüsse (*threads*) der Rekonstruktion zu beschreiben, wird auf eine Schnittstellentechnologie und Berechnungsplattform zurückgegriffen, die seitens der NVIDIA Corporation entwickelt wurde. Das dabei zur Anwendung kommende Programmiermodell SPMD (engl. *single program multiple data*) basiert auf der Ausführung des gleichen Programms auf unterschiedlichen Kernen mit verschiedenen Eingangsdaten. Zur Programmierung der Interaktion zwischen GPU und CPU dient die Beschreibungssprache CUDA (engl. *compute unified device architecture*), die den C++-Standard um syntaktische Konstrukte erweitert. Bedingt durch die abweichende Prozessorhardware zwischen CPU und GPU erfordert der Programmcode eine zusätzliche Annotation. Diese dient dem Compiler als Hinweis, die Programmabschnitte für die spezifizizierte Zielhardware Host (CPU) oder Device (GPU) zu übersetzen.

Zur Verwaltung der nebenläufigen Prozesse verwendet CUDA ein hierarchisches Abstraktionsmodell, Abbildung 7.2. Innerhalb dessen sind *threads* in ein- bis dreidimensionalen Blockstrukturen organisiert, die wiederum in einer ein- bis dreidimensionalen Gitterstruktur eingeordnet sind. Ein Block dient in diesem Zusammenhang als Organisationseinheit, die auf Multiprozessoren verplant wird. Die Anzahl an *threads* innerhalb eines Blocks ist bei modernen GPUs auf 1024 beschränkt. Als übergeordnete Schranke begrenzen die Anzahl an Registern sowie der verfügbare L1-Cache den Umfang an möglichen *threads* pro Block.

Die Ausführungsreihenfolge der zugewiesenen Blöcke ist beliebig und die Ausführung erfolgt in Abhängigkeit von den verfügbaren SMs parallel oder sequentiell. Bedingt durch die Flexibilität des Ausführungsverhaltens sind entsprechende Vorkehrungen im Zuge der Beschreibung der Nebenläufigkeiten zu treffen. Zurückzuführen sind derartige Maßnahmen auf Datenabhängigkeiten, die bei Inter-Prozess-Kommunikationsvorgängen über ein *shared memory* entstehen.

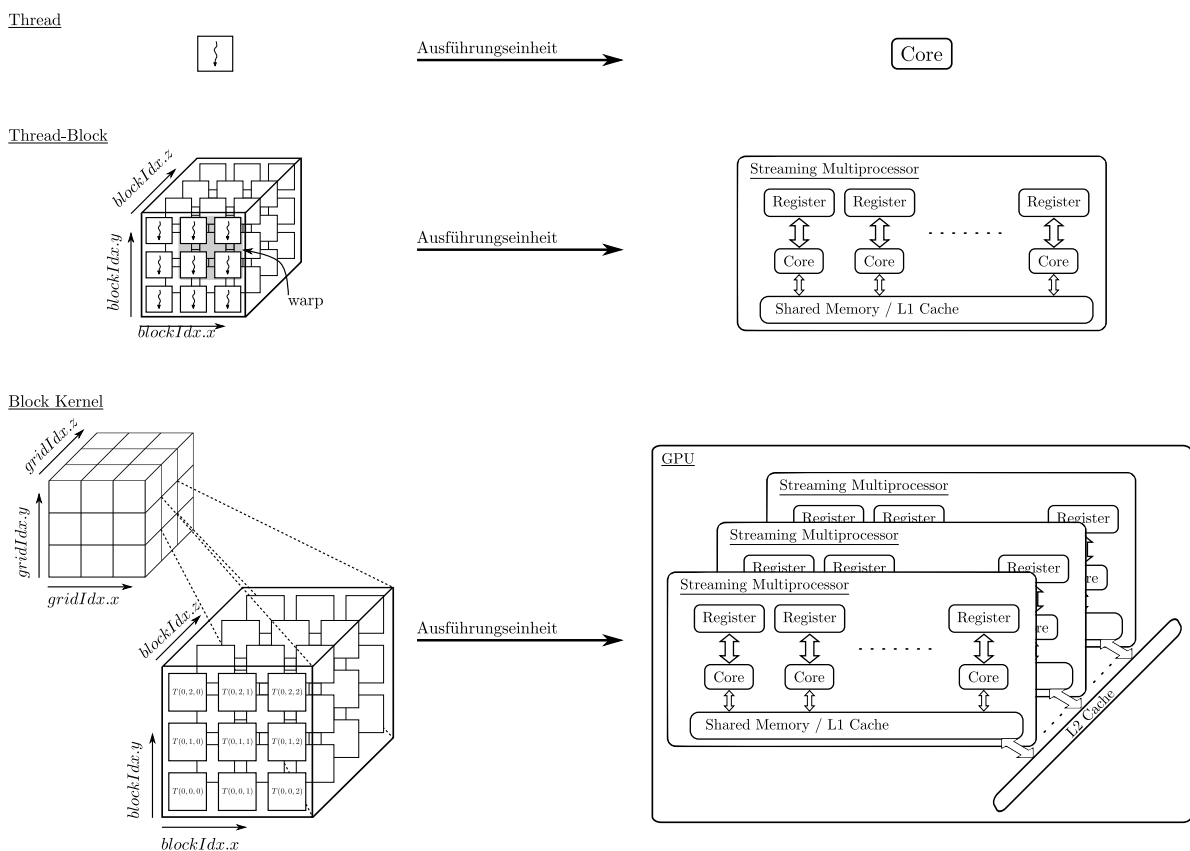


Abbildung 7.2: Gegenüberstellung der programmierorientierten Perspektive zur hardwareseitigen Realisierung parallelisierter Lösungsansätze.

Das verwendete Programmiermodell SPMD erfordert für die Ausführung der Operationen eine *thread*-individuelle Adressierung der Eingangsdaten. Hierzu dienen Programminstanz-IDs, die beim CUDA-Framework an die Organisationsstruktur des Abstraktionsmodells der *threads* gebunden sind. Diese berechnen sich fortlaufend auf Grundlage der eingeteilten *threads* in Block- und Gitterstrukturen.

$$\begin{aligned}
 threadID = & threadIdx.x + blockDim.x \cdot (threadIdx.y + threadIdx.z \cdot blockDim.y) + \\
 & (blockIdx.x + gridDim.x \cdot (blockIdx.y + blockIdx.z \cdot gridDim.y)) \cdot \\
 & (blockDim.x \cdot blockDim.y \cdot blockDim.z) \quad (7.1)
 \end{aligned}$$

$threadIdx.\{x,y,z\}$  ist ein bei null beginnender Index zur Indizierung eines *threads* innerhalb der dreidimensionalen Struktur der Blockorganisation. Eine entsprechend übergeordnete Indizierung existiert

infolge der Einordnung der Blöcke durch  $blockIdx.\{x,y,z\}$  innerhalb der Gitterstruktur. Die Anzahl der Elemente je Dimension geht aus den Strukturen  $blockDim.\{x,y,z\}$  und  $gridDim.\{x,y,z\}$  hervor.

Die logische Einordnung der *threads* in mehrdimensionale Block- und Gitterstrukturen lässt sich unmittelbar auf die Speicherverwaltung durch Verwendung von Feldern (engl. *arrays*) überführen. Entsprechend der geplanten Prozessstruktur indiziert die eindeutige Programminstanz-ID des *threads* den für die Berechnung relevanten Speicherbereich. Diese Vorgehensweise ist darüber hinaus unabhängig von der Speicherhierarchie (globaler, lokaler oder gemeinsamer Speicher). Neben dem Zugriffskonzept auf das *shared memory*, für das auf [82] verwiesen wird, spielt die Ablage der Speicherinhalte für den Durchsatz eine entscheidende Rolle.

CUDA richtet Datenelemente als zusammenhängende Speicherbereiche von 1, 2, 4, 8 oder 16 Byte aus. Instruktionen, die ein Laden oder Speichern eines Datensatzes im lokalen oder globalen Speicherbereich ausführen, unterliegen bei der Ausführung der logischen *warp*-Struktur der SMs. Laufen die Eingangsdaten der Ausführungseinheit innerhalb der adressierten *cache-line* zusammen (engl. *coalesce*), wird der größtmögliche Durchsatz beim Speicherzugriff realisiert. Eingangsdaten außerhalb der *cache-line* bewirken eine Abnahme des Parallelisierungsgrades aufgrund wiederholter Speicherzugriffe zur Auflösung des indizierten Adressbereiches.

### 7.1.2 Strukturanalyse der Rekonstruktion

Für eine effiziente Auslegung nebenläufig abzuhandelnder Berechnungsvorgänge wird im Vorfeld das strukturelle Grundgerüst aller Operationen zur Rekonstruktion einer Sub-Apertur analysiert. Die Beschränkung auf das Konstrukt Sub-Apertur wurde im Hinblick auf den Messzyklus einer Echosequenz gewählt. Eine Erweiterung auf den vollständigen Bahnverlauf der künstlichen Apertur stellt für die Identifizierung parallelisierbarer Berechnungsschritte keine Einschränkung dar. Jedoch sind weitere Maßnahmen beim Umgang mit dem Speichermanagement erforderlich, um eine effiziente Berechnung zu gewährleisten.

Ausgehend von der räumlichen Anordnung empfangener Echosignale berechnet der Rückprojektions-Algorithmus den Abstand zwischen Messposition und Pixel der diskreten Bildebene. Dieser Abstandswert bestimmt den Spektralwert der vorausgegangenen Entfernungskompression, der auf dem Pixel abgebildet wird. Ebenfalls parametrisiert der Abstandswert das Kompensationsfilter zum Ausgleich des unerwünschten Phasenterms.

---

**Algorithmus 1** Quellcode-Listing Pseudo-Code zur Rekonstruktion einer Sub-Apertur.

---

```

1: for  $\kappa \leftarrow 1, D$  do                                ▷Iteriere über jedes Echosignal der Sub-Apertur
2:   → Entfernungskompression  $\underline{S}_{IF}^{(\kappa)}(u) \circ \bullet \mathbf{s}_{IF}^{(\kappa)}(n)$ 
3:   for  $i \leftarrow 1, I$  do                                ▷Iteriere über jedes Pixel in Entfernungsrichtung
4:     for  $j \leftarrow 1, J$  do                                ▷Iteriere über jedes Pixel in Azimutrichtung

5:       → Berechne Pixelposition  $\mathbf{x}$  in  $^{KK}F$ 

6:       → Berechne Kompensationsfilter  $\underline{h}_{BP}^{(\kappa)}$ 

7:       → Berechne entfernungsabhängigen Spektralwert  $\underline{S}_{int}^{(\kappa)}(u)$ 

8:       → Kompensiere Phase  $\underline{b}^{(\kappa)}(\mathbf{x})$ 

9:       → Akkumuliere gefiltertes Pixel  $\underline{I}(i, j)^{(\kappa)} = \underline{I}(i, j)^{(\kappa)} + \underline{b}^{(\kappa)}(\mathbf{x})$ 
10:    end for
11:  end for
12: end for

```

---

Werden die beschriebenen Berechnungsvorgänge zur Rückprojektion wie im Quellcode-Listing im Abschnitt 7.1.2 als Pseudo-Code dargestellt, gehen drei zyklisch abzuhandelnde Verfahrensschritte hervor. Die verschachtelten Schleifendurchläufe bilden die Grundlage einer effizienteren Berechenbarkeit unter der Voraussetzung, dass Datenabhängigkeiten auflösbar sind und sequentiell geschlossene Operationssequenzen existieren. Diese Vorbedingungen sind beim Rückprojektions-Algorithmus erfüllt. Ausgehend vom Konzept des gefilterten Echosignals stellt beispielsweise die Filterung jedes Echosignals einer Sub-Apertur eine Nebenläufigkeit dar. Begünstigt durch das Superpositionsprinzip der Rückprojektion liegt die erforderliche Datenunabhängigkeit vor, so dass gefilterte Echosignale in beliebiger Reihenfolge integriert werden können. Weiterhin ergibt sich aus der pixelabhängigen Abstandsberechnung eine Ausführungssequenz, die das SPMD-Programmiermodell abbildet, so dass die Routine zur Spektralwertberechnung und Kompensationsfilter-Auslegung nur vom Eingangsdatensatz abhängt (Listing 7.1.2, Zeile 3-11). Um die zyklischen Vorgänge effizient auf nebenläufige Prozesse abzubilden, stellt der nachfolgende Abschnitt drei mögliche Schemata vor.

## 7.2 Parallelisierungsschemata

Ausgehend vom Pseudo-Code im Listing 7.1.2 lassen sich durch Umlagerung der Iterationsschritte der äußeren sowie der beiden inneren Schleifen auf einzelne Prozesse zwei Parallelisierungsschemata ableiten. Mit der Betrachtung der Entfernungskompression als Entfernungprofil folgt ein weiteres Schema, indem jedem Entfernungstor ein eigenständiger Prozess zugeordnet wird. Unter Berücksichtigung der Hardware-Architektur der GPU (SIMT) sowie des Programmiermodells (SPMD) des CUDA-Frameworks wird nachfolgend jedes Schema hinsichtlich seines Parallelisierungsgrades bewertet.

**Nebenläufigkeit entlang der Indizierung der Echosignale einer Sub-Apertur** Bei diesem Parallelisierungsschema wird jeder sequentielle Iterationsschritt der äußersten Schleife im Listing 7.1.2 durch einen eigenständigen Prozess ersetzt, Abbildung 7.2. Dabei beschränkt sich der Parallelisierungsgrad auf die Anzahl der Echosignale  $L$  einer Sub-Apertur. Innerhalb jedes Prozesses wird sowohl die Entfernung- als auch die Azimutkompression durchgeführt.

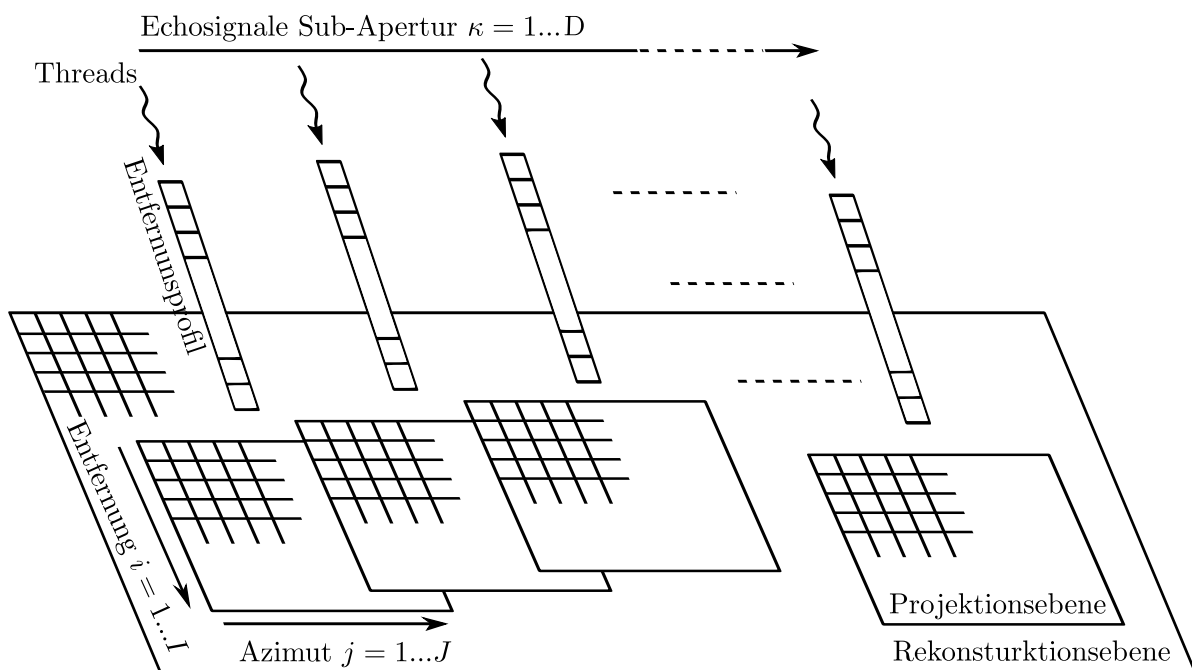


Abbildung 7.3: Parallelisierungsschema durch Nebenläufigkeit der Echosignalverarbeitung.

Aufgrund unterschiedlicher Messpositionen und Orientierungen kann die Dimension der Projektionsflächen für jedes projizierte Echosignal variieren. Es resultieren inhomogene Ausführungssequenzen des Programmzählers, die angesichts der SIMT-Architektur der GPU eine Beschränkung des Parallelisierungsgrades zur Folge haben.

Um die resultierenden Divergenzen zu behandeln, führt das SPMD-Programmiermodell die Rekonstruktion jedes Echosignals sequentiell aus. Im Listing 7.1.2 wird dieser Problemfall bei genauer Betrachtung der inneren Schleifen deutlich. Weicht die Anzahl der Iterationsschritte infolge unterschiedlicher Pixel innerhalb der Projektionsfläche ab, reagiert der Multiprozessor mit einer Stilllegung und anschließenden sequentiellen Ausführungsstrategie.

Steht hingegen eine Multi-Core-Architektur mit unabhängigen Programmzählern zur Verfügung, lässt sich dieses Schema vollumfänglich parallelisiert berechnen.

**Nebenläufigkeit entlang der Spektralwerte jedes Entfernungstors eines Entfernungspfiles** Dieser Parallelisierungsansatz stellt das Abstandsmaß jedes Entfernungstors als eigenständigen Prozess dar. Abhängig vom Auflösungsvermögen des Entfernungspfiles sowie von dessen radialem Abstandsmaß maskiert die Projektion des Spektralwertes verschieden große Pixelbereiche. Zur Visualisierung stellt Abbildung 7.2 die Abdeckung des projizierten Spektralwertes durch den korrespondierenden Prozess anhand einer grafischen Abstufung der radial durchlaufenen Pixel dar. Im Hinblick auf den Pseudo-Code im Listing 7.1.2 verbleibt für die Berechnung der Sub-Apertur die sequentielle Iteration entlang der maskierten Pixel. Die Indizierung der Messpositionen entlang einer Sub-Apertur wird im vorliegenden Fall auf einzelne indizierte Blöcke verlagert, die auf unabhängigen SMs ausgeführt werden.

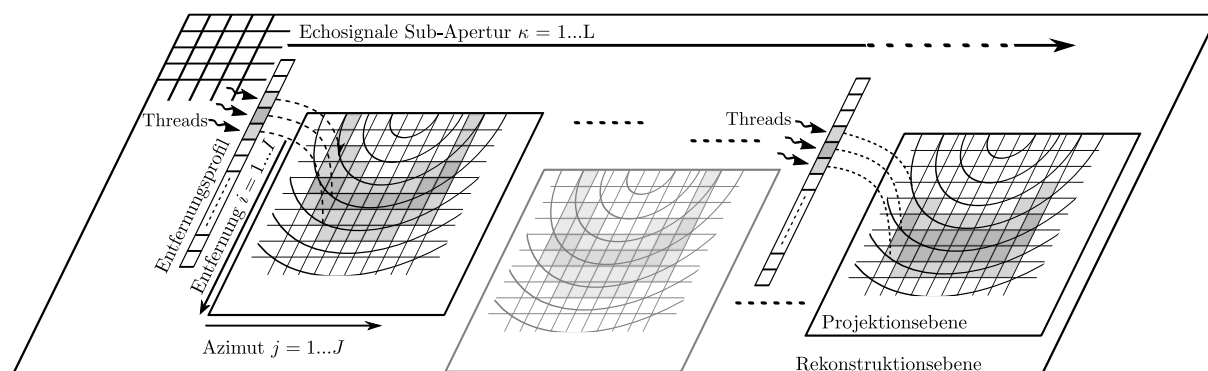


Abbildung 7.4: Parallelisierungsschema aufgrund Nebenläufigkeit Entfernungstore.

Angesichts der beschriebenen Parallelisierungsmaßnahmen umfasst der Parallelisierungsgrad die Nebenläufigkeit einzelner Echosignale durch Zuordnung der SMs sowie die parallelisierte Prozessierung von im gleichen Radialabstand maskierten Pixeln. Letzteres erfordert jedoch eine sequentielle Indizierung der maskierten Pixel gleichen Radialabstandes. Dabei variiert die Anzahl der Pixel je Prozess entfernungabhängig, so dass Divergenzen innerhalb eines ausführenden warps entstehen. Die Folge ist eine Abnahme des Parallelisierungsgrades.

**Nebenläufigkeit entlang Pixeln der Projektionsebene eines Echosignals** Den größtmöglichen Parallelisierungsgrad ohne Einschränkung durch mögliche Divergenzen bietet die Verlagerung der zyklischen Operationssequenzen auf einzelne Pixelprozesse. Jeder Prozess repräsentiert einen Pixel der Projektionsfläche, der alle Operationen zur Projektion der Spektralkomponente sowie zur Kompensation des unerwünschten Phasenterms kapselt. Grundlage dieses Schemas bildet die logische Organisation der Prozesse in dreidimensionale Blöcke. Beginnend mit den inneren Schleifen des Listings 7.1.2 wird die Gesamtanzahl an Iterationen innerhalb einer dreidimensionalen Thread-Struktur organisiert. Dafür wird



die Projektionsfläche eines Echosignals in geometrische Grundstrukturen aufgeteilt. Als geeignet erweisen sich beispielsweise rechteckige Kacheln, die einen zweidimensionalen Pixelbereich umrahmen, vgl. Abbildung 7.2. Die zweidimensionale Struktur innerhalb einer Kachel ist unmittelbar auf die zweidimensionale Blockstruktur übertragbar. Entsprechend folgt die dritte Prozessdimension aus der Gesamtanzahl der Kacheln.

Eine weitere Vergrößerung des Parallelisierungsgrades wird erreicht, indem die Blockstruktur innerhalb des logischen Gittergerüsts des CUDA-Frameworks organisiert wird. Eine Grid-Dimension umfasst dabei die Gesamtanzahl an Aufnahmepositionen innerhalb einer Sub-Apertur.

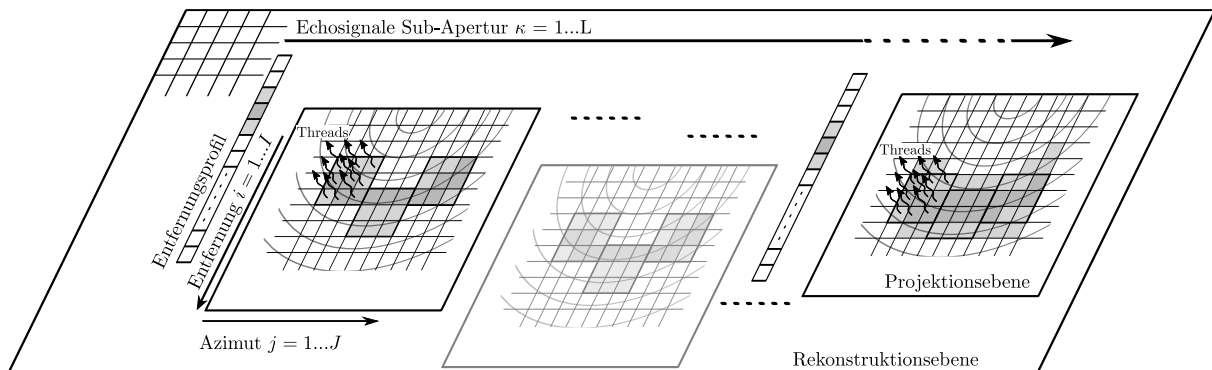


Abbildung 7.5: Parallelisierungsschema aufgrund Nebenläufigkeiten innerhalb der Rekonstruktionsebene.

Die Gegenüberstellung der beschriebenen Parallelisierungsschemata zeigt, dass die Hardware-Architektur einer GPU im Zusammenspiel mit dem SPMD-Programmiermodell anhand des dritten Schemas am besten abgebildet wird. Als mögliche Einschränkung ist die Gesamtanzahl an *threads* innerhalb eines Blockes zu berücksichtigen. Diese ist bei den gegenwärtigen GPUs auf 1024 *threads* je Block beschränkt. Um eine Degradation des Parallelisierungsgrades zu unterbinden, wird die Beschränkung auf 1024 Prozesse innerhalb der Auslegung der Kachelstruktur der Projektionsfläche mitberücksichtigt. Demzufolge korrespondiert ein Block mit einer Kachel, so dass die Gesamtanzahl an Blocks je Projektionsfläche als weitere Grid-Dimension auftritt. Angesichts der Prozessbeschränkung je Block verlagert sich die Beschränkung der Block-Dimensionen hin zu einer Erweiterung der Grid-Dimensionen.

## 7.3 Systemimplementierung

Durch die Verteilung des Rückprojektion-Algorithmus auf nebenläufige Prozesse wurde ein Ansatz zur effizienten Berechnung der Rekonstruktion vorgestellt. Um das Ergebnis einer automobilen Fahr Anwendung zugänglich zu machen, ist neben einer effizienten Vorgehensweise zur Berechnung der Sub-Aperturen eine sinnvolle Verwendung der Rekonstruktion notwendig. Letzteres legt die Auslegung der Rekonstruktion als kartenbasiertes Umfeldmodell zur Freibereichsanalyse nahe.

Ausgehend vom räumlichen Raster der Sub-Apertur stellt die nachfolgende Sektion ein Parallelisierungsschema zur Signalassoziation sowie das Zusammenspiel zwischen Speicherlayout, Parallelisierungsschema der Rekonstruktion und Kartenmodell vor.

### 7.3.1 Parallelisierung des Eingangsdatenstroms

Der Eingangsdatensatz des Rückprojektions-Algorithmus basiert auf der Anordnung empfangener Echosignale entlang eines räumlichen Rasters äquidistanter Abstände. Diese Vorgabe unterliegt jedoch nicht notwendigerweise der Anwendbarkeit des Rückprojektions-Algorithmus [56]. Stattdessen wird dadurch eine räumliche Überabtastung der Echosignale einer Messsequenz unterbunden, die die Berechnungsdauer ohne Mehrwert im automobilen Umfeld erhöhen würde.

Um die Empfangsechos an der erforderlichen Messposition bereitzustellen, werden die örtlichen Abtastwerte auf Grundlage der zeitlich nächstliegenden Samples durch Interpolation berechnet (vgl. Kapitel 4.1.1). Eine effiziente Berechnungsvariante durch nebenläufige Prozesse sieht dazu eine geeignete Organisation relevanter Echos im Speicher vor. Diese orientiert sich an dem kleinsten zeitlichen Abstand zwischen der Stützstelle und den Empfangszeitpunkten der Echos.

$$t_{echo}^{(k)} \leq t_{R,s}^{(\kappa)} \leq t_{echo}^{(k+1)} \quad (7.2)$$

Entsprechend dieser Vorgabe werden die Abtastwerte der Echos geschlossen in sequentieller Reihenfolge im Speicher abgelegt (Abbildung 7.6). Basierend auf dem Schema der logischen Prozessorganisation in Blöcken und *threads* lässt sich anhand der Programminstanz-ID ein Indexschema zur Adressierung der prozessrelevanten Speicherstellen ableiten.

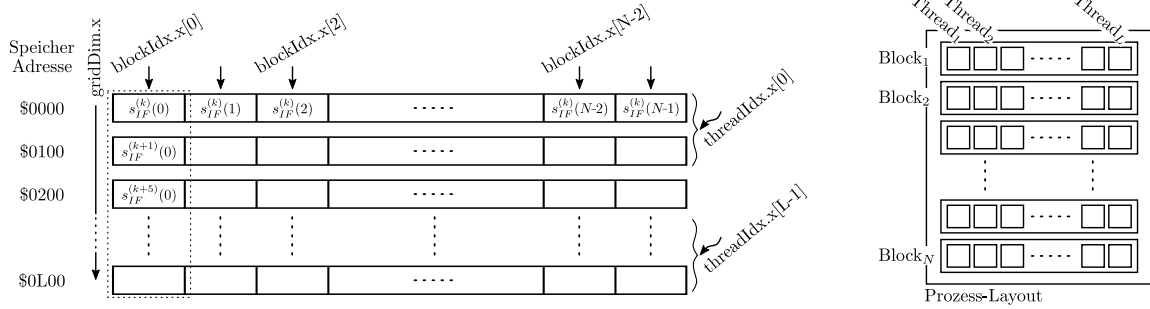


Abbildung 7.6: Darstellung der Speicherbelegung zur effizienten Interpolation.

Demnach existieren  $L$  nebenläufig ausführbare Prozesse je Block, von denen  $N$  innerhalb einer Grid-Dimension strukturiert sind. Die Anzahl an Prozessen  $L$  korrespondiert mit der Anzahl der Stützstellen  $t_{R,s}^{(\kappa)}$ , wohingegen die Anzahl  $N$  an Blöcken den Abtastwerten  $n$  eines Echos entspricht. Im Hinblick auf die logische Ausführungseinheit *warp* berechnet ein SM einen Interpolationswert zeitgleich für alle Stützstellen.

---

#### Algorithmus 2 Interpolation der ADC-Samples einer Sub-Apertur.

---

##### Input:

$iData \in \mathbb{R}^{N \times 2L}$	▷ Array ADC-Samples Empfangsechos
$t_{echo} \in \mathbb{R}^{2L \times 1}$	▷ Array Messzeitpunkte Empfangsechos
$t_{R,s} \in \mathbb{R}^{L \times 1}$	▷ Array Messzeitpunkte räumliche Raster

##### Output:

$oData \in \mathbb{R}^{N \times L}$	▷ Array interpolierte ADC-Samples
-------------------------------------	-----------------------------------

- 
- 1:  $n \leftarrow gridDim.x \cdot threadIdx.x + blockIdx.x$
  - 2:  $\kappa_{up} \leftarrow gridDim.x \cdot (1 + 2 \cdot threadIdx.x) + blockIdx.x$
  - 3:  $\kappa_{low} \leftarrow gridDim.x \cdot 2 \cdot threadIdx.x + blockIdx.x$
  - 4:  $tid \leftarrow threadIdx.x$
  - 5:  $oData[n] \leftarrow iData[\kappa_{low}] + \frac{iData[\kappa_{up}] - iData[\kappa_{low}]}{t_{echo}[2 \cdot tid + 1] - t_{echo}[2 \cdot tid]} \cdot (t_{R,s}[tid] - t_{echo}[tid])$
- 

Besonders effizient erweist sich dieser Ansatz, wenn die Anzahl der Stützstellen einem *warp* entspricht. Innerhalb dieser Prozessorganisation indizieren die Programminstanz-IDs innerhalb eines Blockes den gleichen Abtastindex  $n$  für alle Echos der Sub-Apertur. Anhand der Blockinstanz-ID ( $blockIdx.x$ ) wird auf einen der folgenden Abtastindizes referenziert. Listing 2 zeigt diesbezüglich die vollständige Operationsfolge aus Sicht des Prozesses.

### 7.3.2 Datenstruktur und Kartenverwaltung

Das übergeordnete Ziel eines automobilen SAR-Systems ist die Bereitstellung einer hochaufgelösten Umgebungsabbildung für eine automobile Fahr Anwendung. Als Darstellungsform wurde in dieser Arbeit ein kartenbasiertes Umfeldmodell gewählt, das die ausgedehnten Konturen statischer Objekte enthält. In der Literatur wird für die praktische Realisierung zwischen einer fahrzeugfesten und einer erdfesten Kartendarstellung unterschieden [30].

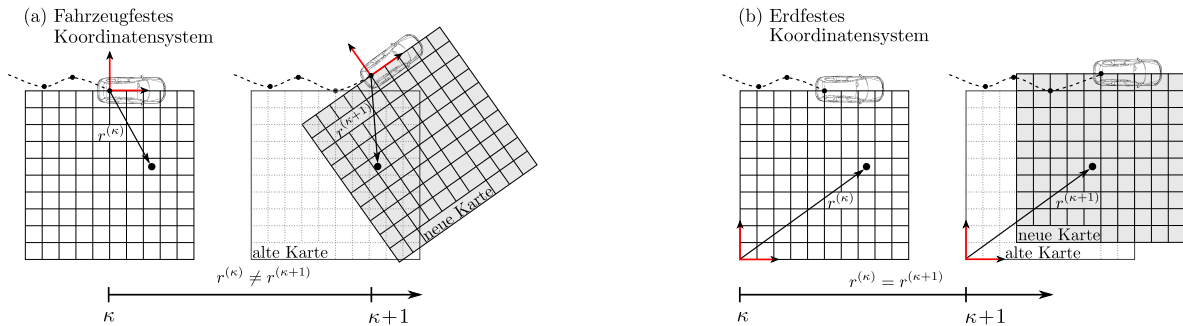


Abbildung 7.7: Darstellungsvarianten zur kartenbasierten Umfeldabbildung.

- Fahrzeugfeste Kartendarstellungen** referenzieren alle statischen Objekte relativ zum Fahrzeugkoordinatensystem, so dass sich die Karte mit dem Fahrzeug mitbewegt. Jede Änderung der Fahrzeugposition oder -orientierung bewirkt eine Neuberechnung der Datenbasis der Karte, da die relativen Objektstände variieren. Abbildung 7.3.2.a bildet exemplarisch die Aktualisierung der Datenbasis anhand des Referenzvektors  $\mathbf{r}^{(\kappa)}$  eines statischen Ziels ab, dessen Länge  $|\mathbf{r}^{(\kappa)}|$  mit Erreichen einer neuen Messposition  $\kappa + 1$  variiert. Bedingt durch den hohen Detailgrad einer SAR-Rekonstruktion ( $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ) wäre ein massiver Rechenaufwand bei der Verwendung fahrzeugfester Kartendarstellungen als Rekonstruktionsebene zu berücksichtigen.
- Erdfeste Kartendarstellungen** hingegen referenzieren alle statischen Objekte relativ zu einem globalen Referenzsystem, so dass sich das Fahrzeug innerhalb der Karte bewegt. Die Länge des Referenzvektors  $|\mathbf{r}^{(\kappa)}|$  bleibt infolge der Änderung der Fahrzeugposition oder -orientierung konstant (Abbildung 7.3.2.b). Zu berücksichtigen ist stattdessen der Umgang mit neu erschlossenen Kartenausschnitten. Unterliegt der Darstellungsbereich einem begrenzten Speicherbereich, führt im Zuge der Speicherverwaltung die Erschließung neuer Kartenbereiche zum Abwurf bereits betrachteter Ausschnitte.

Die bevorzugte Wahl einer erdfesten Kartendarstellung erweist sich für die Rekonstruktionsebene einer synthetischen Apertur als vorteilhafter. Dies rechtfertigt die Betrachtung im Kapitel 4, wonach jedes gefilterte Echosignal relativ zur initialen Lage der künstlichen Apertur akkumuliert wird.

Zu berücksichtigen bleibt das Vorgehen der Kartenaktualisierung. Dabei wird in Anlehnung an [81] der Speicherbereich in Abhängigkeit zur Position der Trägerplattform innerhalb der Karte verwaltet. Überschreitet die Projektionsfläche eines Echos den für die Rekonstruktion vorgesehenen Darstellungsbereich, wird der Inhalt der örtlich entferntesten Speicherstelle zugunsten des neu erschlossenen Kartenbereichs verworfen.

Die Entscheidung über eine Freiräumung und Verschiebung der Speicherinhalte basiert auf der Auswertung der Eckpunktkoordinaten nach Gleichung 4.21. Auf Grundlage des Ergebnisses lässt sich eine

Fallentscheidung ableiten, die die Reorganisation der Speicherinhalte bestimmt.

$$\begin{aligned}
 KK_{x_{min}}^{(\kappa+1)} < KK_{x_{min}}^{(\kappa)} &\Rightarrow \text{in Richtung } (-) & KK_x \\
 KK_{x_{max}}^{(\kappa+1)} > KK_{x_{max}}^{(\kappa)} &\Rightarrow \text{in Richtung } (+) & KK_x \\
 KK_{y_{min}}^{(\kappa+1)} < KK_{y_{min}}^{(\kappa)} &\Rightarrow \text{in Richtung } (-) & KK_y \\
 KK_{y_{max}}^{(\kappa+1)} > KK_{y_{max}}^{(\kappa)} &\Rightarrow \text{in Richtung } (+) & KK_y
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

Visuell entspricht das Ergebnis dem Verschieben der Speicherzellen entgegengesetzt zur Fahrtrichtung (vgl. Abbildung 7.8). Basierend auf den Bedingungen nach Gleichung 7.3 sind maximal zwei gleichzeitig erfüllt, um eine Verschiebung in zwei Richtungen zu realisieren.

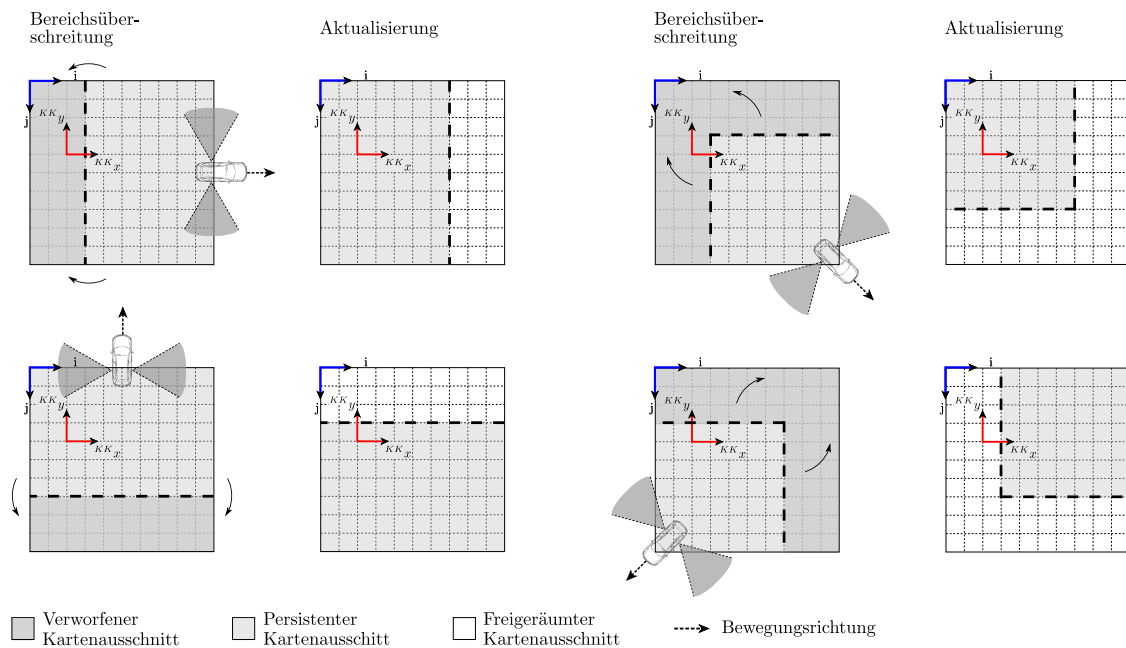


Abbildung 7.8: Darstellung der Kartenaktualisierung bei Überschreitung des Darstellungsbereiches.

### 7.3.3 Parallelisierung der Rekonstruktion

Ausgehend von einer erdfesten Kartendarstellung sowie der Organisation von Nebenläufigkeiten entlang der Diskretisierungsstruktur der Projektionsebene, lässt sich eine Implementierungsvariante zur effizienten Berechnung des Rückprojektions-Algorithmus herleiten. Gemäß dem Parallelisierungsschema nach Abbildung 7.2 wird dazu die logische Struktur der Prozessorganisation auf kachelförmige Teilbereiche der Projektionsebene abgebildet. Anders als eingangs beschrieben wirkt sich dabei eine teilweise Beschränkung der Parallelisierung zu Gunsten einer effizienteren Rekonstruktion der Sub-Apertur aus. Anstatt die Indizierung der Signalechos über eine weitere Dimension der Prozessgitter (engl. *grid*) zu organisieren, erfolgt die Prozessierung sequentiell durch die CPU. Hierbei wirkt sich der effizientere Umgang verzweigter Kontrollstrukturen der Karten- und Speicherverwaltung positiv auf die Rechenzeit aus.

Entkoppelt von diesem Verwaltungsaufwand berechnet jeder Prozess nebenläufig einen entfernungsabhängigen Spektralwert samt Kompensationsfilter (vgl. Listing 3, Zeile 7-9). Unmittelbar damit verknüpft ist die Berechnung der Programminstanz-ID, die im Folgenden auf einen zweidimensionalen Vektor abgebildet wird  $(i, j)^T$ . Dieser unterliegt einem Offset, der abhängig vom Versatz  $\mathbf{r}_{ID}$  zwischen Projektions- und Rekonstruktionsebene als Vielfaches der Pixelauflösung  $\Delta$  zu  $(i, j)^T$  hinzuaddiert wird. Abhängig von der gewählten Prozessorganisation resultieren unterschiedliche Berechnungsvarianten, die

Strukturierung der Prozesse in Blöcke und Gitter auf  $(i, j)^T$  umzurechnen (vgl. [18] und [56]). Daraus ableiten lässt sich sowohl eine Pixel-ID  $i_{ID}$  als auch die kartesische Koordinate  $\mathbf{x}$  des korrespondierenden Pixels innerhalb des Kartenkoordinatensystems  $^{KK}F$ . Letzteres bildet die Grundlage zur Berechnung des entfernungsabhängigen Spektralwertes  $\underline{S}_{int}$  sowie des Kompensationsfilters  $\underline{h}_{BP}$ .

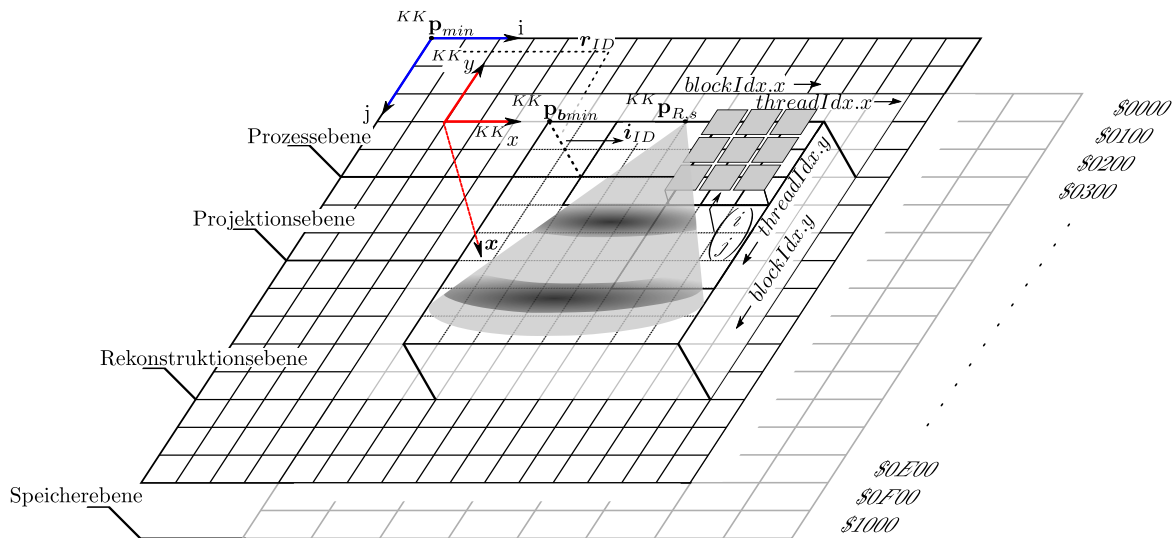


Abbildung 7.9: Ebenenassoziation zur Darstellung des Prozesseinflusses.

Da die Prozessorganisation einer architekturgebundenen Vorgabe (SIMD) oder einem Programmiermodell (SPMD) unterliegt, erweist sich ein Ebenenmodell als sinnvoll, siehe Abbildung 7.9, um die Transformation der Programminstanz-ID zu betrachten.

**Prozessebene** definiert die logische Prozessorganisation. Dabei unterliegt die Auslegung der Prozesse innerhalb der Block- und Gitterstrukturen der Vorgabe, alle Pixel innerhalb der Projektionsebene durch einen Prozess zu maskieren. Die gewählte Korrespondenz zwischen Kacheln und Blöcken sowie Pixeln und Prozessen (vgl. Abbildung 7.2) geht auf die Analysen von W. Chapman et al. [18] zurück. Der Vorteil dieser Auslegung spiegelt sich insbesondere beim Speicherzugriff wider. Durch die Ablage räumlich zusammenhängender Spektralwerte wird beim Adresszugriff der Prozesse eines *warp*s der für die Projektionsfläche notwendige Spektralbereich erfasst. Mehrfachzugriffe sowie Einschränkungen des Parallelisierungsgrades aufgrund von Adresskonflikten können so unterbunden werden. Des Weiteren wird innerhalb der Prozessebene die Programminstanz-ID auf den zweidimensionalen Indexvektor umgerechnet (vgl. Listing 3, Zeile 1).

**Projektionsebene** stellt ein logisches Konstrukt ohne zu Grunde liegende Datenstruktur dar. Anhand der Programminstanz-ID wird der Differenzvektor  $d_r$  zwischen Messposition  $^{KK}\mathbf{p}_{R,s}$  und Pixelkoordinate  $\mathbf{x}$  bestimmt. Grundlage der Abdeckfläche bildet die Projektion der dreieckförmigen Approximation des Sichtbereiches auf die Rekonstruktionsebene (siehe Abbildung 7.9).

**Rekonstruktionsebene** repräsentiert den Darstellungsbereich der erdfesten Kartendarstellung und bildet die Schnittstelle zwischen Prozessebene und Speicherebene. Jedes Pixel der Rekonstruktionsebene ist einer Speicherzelle zugeordnet, die aus der Transformation der Programminstanz-ID in einen sequentiellen Index resultiert. Notwendig für diese Transformation sind die räumliche Ausdehnung der Rekonstruktionsebene sowie die Pixel-ID  $i_{ID}$ .

**Speicherebene** stellt die Datenstruktur zur Ablage des Rekonstruktionsergebnisses dar.

**Algorithmus 3** Prozessgebundener Programmfluss zur Filterung und Projektions in Entfernungsrichtung komprimierter Echossignale.

**Input:**

- ${}^{KK}\mathbf{p}_{R,s} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  ▷ Messposition Sensor in  ${}^{KK}F$
- ${}^{KK}\psi_{R,s} \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$  ▷ Orientierung Sensor in  ${}^{KK}F$
- ${}^{KK}\mathbf{p}_{bmin} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  ▷ Referenzposition Projektionsebene Echossignal
- ${}^{KK}\mathbf{p}_{min} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  ▷ Referenzposition Rekonstruktionsebene
- $\underline{\mathbf{S}}_{IF} \in \mathbb{C}^{U \times 1}$  ▷ Entfernungsprofil / -kompression

**Output:**

- $\underline{\mathbf{I}} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  ▷ Rekonstruktionsebene

- 1:  $\begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} blockIdx.x \cdot blockDim.x + threadIdx.x \\ blockDim.y \cdot blockDim.y + threadIdx.y \end{pmatrix}$  ▷ Pixel Koordinaten  
Projektionsebene der
- 2:  $\mathbf{r}_{ID} \leftarrow \frac{|{}^{KK}\mathbf{p}_{min} - {}^{KK}\mathbf{p}_{bmin}|}{\Delta}$  ▷ Referenzpixel-ID der Projektionsebene  
in Rekonstruktionsebene
- 3:  $\mathbf{i}_{ID} \leftarrow \mathbf{r}_{ID} + \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$  ▷ Pixel-ID prozessgebunden der Projektions-  
ebene innerhalb der Rekonstruktionsebene
- 4:  $\mathbf{x} \leftarrow {}^{KK}\mathbf{p}_{bmin} + \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \Delta$  ▷ Kartesische Koordinate der  
Pixel-ID innerhalb der Rekonstruktionsebene
- 5:  $d_r \leftarrow \|{}^{KK}\mathbf{p}_{R,s} - \mathbf{x}\|_2$  ▷ Entfernungsparameter  
Kompensationsfilter
- 6:  $u \leftarrow \left\lfloor \frac{d_r}{\Delta_r} \right\rfloor$  ▷ Interpolationsindex  
Entfernungsprofil /-kompression
- 7:  $\underline{h}_{PB} \leftarrow -\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_c} 2d_r\right) + j \cdot -\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_c} 2d_r\right)$  ▷ Kompensationsfilter
- 8:  $\underline{S}_{int} \leftarrow \begin{matrix} Real\left\{\underline{\mathbf{S}}_{IF}[u+1] - \frac{\underline{\mathbf{S}}_{IF}[u+1] - \underline{\mathbf{S}}_{IF}[u]}{\Delta_r} ((u+1)\Delta_r - d_r)\right\} \\ j \cdot Imag\left\{\underline{\mathbf{S}}_{IF}[u+1] - \frac{\underline{\mathbf{S}}_{IF}[u+1] - \underline{\mathbf{S}}_{IF}[u]}{\Delta_r} ((u+1)\Delta_r - d_r)\right\} \end{matrix} + \triangleright$  Interpolation
- 9:  $\underline{b} \leftarrow \begin{matrix} Real\{\underline{S}_{int}\} \cdot Real\{\underline{h}_{BP}\} - Imag\{\underline{S}_{int}\} \cdot Imag\{\underline{h}_{BP}\} \\ j \cdot (Real\{\underline{S}_{int}\} \cdot Imag\{\underline{h}_{BP}\} - Imag\{\underline{h}_{BP}\} \cdot Real\{\underline{S}_{int}\}) \end{matrix} + \triangleright$  Gefiltertes-  
Echo-Pixel
- 10:  ${}^{KK}\psi_{p,s} \leftarrow \arctan2(\mathbf{x} - {}^{KK}\mathbf{p}_{R,s})$  ▷ Referenzwinkel der Pixel-ID zur  
Messposition in Projektionsebene
- 11:  ${}^{KK}\psi_{p,s} \leftarrow {}^{KK}\psi_{p,s} + ({}^{KK}\psi_{p,s} < 0) \cdot 2\pi$  ▷ Winkeltransformation des  
Referenzwinkels der Pixel-ID
- 12:  $\begin{pmatrix} \Theta_R \\ \Theta_L \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} {}^{KK}\psi_{R,s} + \frac{\Theta_{RA}}{2} \\ {}^{KK}\psi_{R,s} - \frac{\Theta_{RA}}{2} \end{pmatrix}$  ▷ Berechnung des Einfallswinkelbereiches  
innerhalb der Projektionsebene

---

13: $\Theta_L$	$\leftarrow (\Theta_L < 0) \cdot 2\pi + \Theta_L$	▷ Transformation max. Sichtbereich (links)
14: $\Theta_R$	$\leftarrow (\Theta_R < 0) \cdot 2\pi + \Theta_R$	▷ Transformation max. Sichtbereich (rechts)
15: $c$	$\leftarrow ({}^{KK}\psi_{p,s} \geq \Theta_R) \&\& ({}^{KK}\psi_{R,s} \leq \Theta_L)$	▷ Bereichsindikator
16: $\text{mem}_{ID}$	$\leftarrow \mathbf{i}_{ID} [1] + c \cdot \mathbf{i}_{ID} [0]$	▷ Berechnung Speicher-ID
17: $\underline{\mathbf{I}}[\text{mem}_{ID}]$	$\leftarrow \begin{matrix} \text{Real}\{\underline{\mathbf{I}}[\text{mem}_{ID}] + c \cdot \underline{b}\} \\ j \cdot \text{Imag}\{\underline{\mathbf{I}}[\text{mem}_{ID}] + c \cdot \underline{b}\} \end{matrix} +$	▷ Komplexe Addition des gefilterten Pixel zur Rekonstruktionsebene

---

## 7.4 Bewertung

Ausgehend vom Parallelisierungsschema entlang der Gitterstruktur der Projektionsebene, vgl. Abbildung 7.2, bewertet der nachfolgende Abschnitt die Effizienz der entwickelten Implementierungsvariante. Dazu werden unterschiedliche Varianten der Prozessorganisation zur Abdeckung der Projektionsfläche betrachtet und dem sequentiellen Berechnungsvorgang einer CPU gegenübergestellt. Zur Veranschaulichung dient Abbildung 7.10, die die Organisationseinheiten der Prozessstruktur des CUDA-Frameworks auf unterschiedliche geometrische Primitive abbildet.

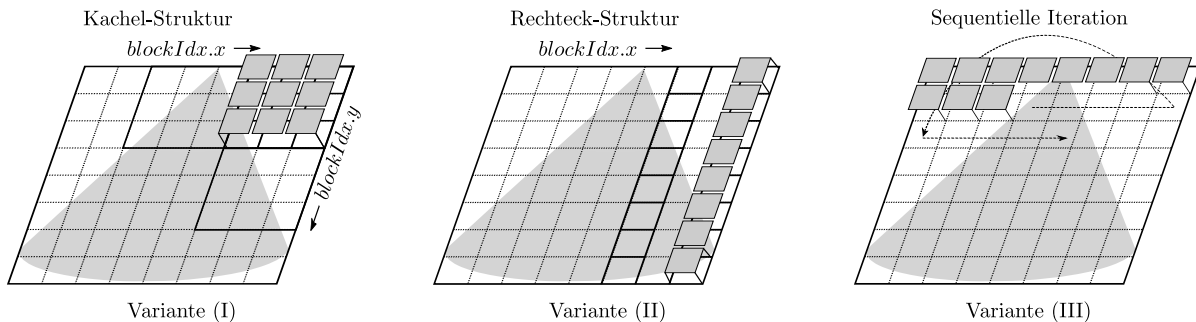


Abbildung 7.10: Abdeckung der Projektionsfläche durch geometrische Primitive als Organisationsstruktur der Prozessverwaltung.

In Abbildung 7.10.a korrespondiert eine kachelförmige Abdeckfläche mit den Prozessen eines Blocks, während in Abbildung 7.10.b eine Rechteckfläche zur Abdeckung dient. Abbildung 7.10.c stellt die sequentielle Indizierung der einzelnen Pixel dar, die seitens der CPU prozessiert werden. Erweitert werden die vorgestellten Ansätze um eine CUDA-seitige Programmierbibliothek (*Thrust* [6]). Diese basiert auf einer umfangreichen Kollektion an Parallelisierungsprimitive, um eine Abstraktion des Prozessmanagements zu ermöglichen.

Als Evaluationsplattform dient eine eingebettete GPU-Plattform NVIDIA Drive PX2 [102], die seitens NVIDIA zum *rapid prototyping* von Algorithmen für das autonome Fahren entwickelt worden ist. In der Ausbaustufe *auto chauffeur* umfasst diese Plattform zwei Parker-SoC-Chipsätze (engl. *system on chip*), die jeweils eine leistungsstarke dedizierte GPU (dGPU) sowie eine kleinere integrierte GPU (iGPU) besitzen.

Für die experimentelle Evaluation wird ein einseitig beleuchtetes Parkplatzszenario betrachtet, dessen Rekonstruktion für unterschiedlich dimensionierte Pixelgrößen (1x1 cm, 2x2 cm und 5x5 cm) erstellt wurde. Die Parametrierung des verwendeten Signalmodells basiert auf den Angaben in Tabelle 4.1. Darüber hinaus ist die Dimensionierung der Rekonstruktionsgeometrie und Aufnahmeconfiguration von Bedeutung, Tabelle 7.1. Um eine konstante Anzahl an Messpositionen je Sub-Apertur zu ermöglichen,

Beschreibung	Wert
Dimension Rekonstruktionsebene:	24.0 m × 9.0m
Dimension Projektionsebene:	2.57m × 7.05m
Abstand Messpositionen:	1 mm
Maximaler Sichtbereich:	7.00 m
Messpositionen je Sub-Apertur:	72
Geschwindigkeit Trägerplattform:	10 $\frac{km}{h}$

Tabelle 7.1: Parametrierung der Rekonstruktions-Geometrie.

erfolgte die Messaufnahme mit einer konstanten Fahrzeuggeschwindigkeit von  $10 \frac{km}{h}$ . Die Evaluationsergebnisse der unterschiedlichen Varianten sind für verschiedene Konfigurationen in Tabelle 7.2 aufgelistet. Die Ergebniswerte repräsentieren den Mittelwert der rekonstruierten Sub-Aperturen über den gesamten Rekonstruktionsbereich. Der resultierende Performanzgewinn (engl. *speed up ratio*) wird als Vielfaches der gemessenen CPU-Laufzeit angegeben.

Variante	Konfiguration		Auflösung je Pixel in cm		
			1x1	2x2	5x5
CPU		Zeit	1072 ms <b>11.59 ms</b>	162.29 ms <b>2.31 ms</b>	62.90 ms <b>2.31 ms</b>
		$v_{max}$	0.24 $\frac{km}{h}$	1.59 $\frac{km}{h}$	4.12 $\frac{km}{h}$
I	32x32	Zeit	7.38 ms <b>72.28 us</b>	3.51 ms <b>19.74 us</b>	2.61 ms <b>7.71 us</b>
		Speed-Up	145 <b>159</b>	46 <b>117</b>	24 <b>67</b>
		$v_{max}$	35.12 $\frac{km}{h}$	73.84 $\frac{km}{h}$	99.31 $\frac{km}{h}$
	16x16	Zeit	7.16 ms <b>71.97 us</b>	3.26 ms <b>17.29 us</b>	2.34 ms <b>5.32 us</b>
		Speed-Up	149 <b>160</b>	49 <b>133</b>	26 <b>97</b>
		$v_{max}$	36.20 $\frac{km}{h}$	79.50 $\frac{km}{h}$	110.76 $\frac{km}{h}$
N		Zeit	12.25 ms <b>142.90 us</b>	4.09 ms <b>26.79 us</b>	2.75 ms <b>6.83 us</b>
		Speed-Up	87 <b>81</b>	39 <b>86</b>	22 <b>76</b>
		$v_{max}$	21.15 $\frac{km}{h}$	63.37 $\frac{km}{h}$	94.25 $\frac{km}{h}$
II		Zeit	12.70 ms <b>144.62 us</b>	4.01 ms <b>27.32 us</b>	2.52 ms <b>6.95 us</b>



Variante	Konfiguration	Auflösung je Pixel in cm		
		1x1	2x2	5x5
III	Speed-Up	84	40	25
		<b>80</b>	<b>84</b>	<b>74</b>
	$v_{max}$	20.40 $\frac{km}{h}$	64.63 $\frac{km}{h}$	102.85 $\frac{km}{h}$
	Zeit	8.03 ms	4.23 ms	3.43 ms
		<b>76.52 us</b>	<b>20.52 us</b>	<b>9.48 us</b>
	Speed-Up	133	38	18
		<b>151</b>	<b>112</b>	<b>54</b>
	$v_{max}$	32.27 $\frac{km}{h}$	61.27 $\frac{km}{h}$	75.56 $\frac{km}{h}$

Tabelle 7.2: Gegenüberstellung der Performanz unterschiedlicher Implementierungsvarianten des Rückprojektions-Algorithmus.

Dabei umfasst das Ergebnis die Laufzeit sowohl für den Verarbeitungsschritt der Entfernungskompression als auch für den der Azimutkompression. Letzterer wurde zusätzlich als eigenständiger Wert für die Filterung der Entfernungskompression eines Echsignals erfasst (siehe fett geschriebene Zeitangabe bzw. Performanzgewinn).

Zur Berechnung der Spektralwerte der Entfernungskompression wurde sowohl bei der CPU- (*fft* [36]) als auch bei der GPU-Variante (*cufft* [83]) auf eine öffentlich zugängliche Programmbibliothek zurückgegriffen. Darüber hinaus geht aus Tabelle 7.2 die mögliche Geschwindigkeit  $v_{max}$  hervor, die die jeweilige Variante mit der entsprechenden Konfiguration zur Messdatenaufnahme erlaubt.

Alle entwickelten Parallelisierungsvarianten erlauben gegenüber der CPU-seitigen Implementierung eine deutlich höhere Aufnahmegeschwindigkeit der Trägerplattform (siehe  $v_{max}$ ). Insbesondere Variante (I) in der Konfiguration 16x16 Prozesse je Block weist die größte Performanz auf. Um die Effizienzunterschiede zwischen den Parallelisierungsvarianten aufzuschlüsseln, müssen zusätzliche Metriken eingeführt und bewertet werden. Insbesondere gilt es die Ursache für den Leistungsunterschied zwischen Variante (I) und (II) weiter zu erklären. Die hierfür betrachteten Metriken bewerten neben der Effizienz der Implementierung die Abdeckung der GPU sowie die Effizienz der Speichertransaktionen. Im Fall der Implementierungseffizienz wird der Parallelisierungsgrad auf die Ausführungseffizienz der *warps* sowie auf die Effizienz beim Umgang mit Kontrollstrukturen zurückgeführt. Beide Metriken werden durch inaktive Prozesse beeinflusst, deren Ursprung Divergenzen oder unvollständig besetzte *warps* sind. Die im Listing 3 aufgeführte Implementierungsvariante weist unabhängig von der gewählten Prozessorganisation eine fast hundertprozentige Aktivität aller Prozesse auf. Diese erklärt die nahezu identische Performanz. Ein ähnlich performantes Ergebnis zeigt die Multiprozessoraktivität. Hierbei wird die prozentuale Zeitdauer bewertet, in der die Multiprozessoren mit der Abarbeitung arithmetischer Operationen ausgelastet sind. Als weitere Metrik wird die Abdeckung betrachtet. Ihr liegt das Verhältnis der aktiven *warps* gegenüber der theoretisch möglichen Anzahl aktiver *warps* zu Grunde. Basierend auf den Ergebnissen in Tabelle 7.3 bewirkt die Implementierungsvariante mit einer kachelförmigen Abdeckung der Projektionsfläche die höchste Abdeckung. Daraus folgt, dass der Aktivitätsgrad der anderen Varianten massiver durch Speicheraktivitäten ausgelastet wird. Untermauert wird dieses Erkenntnis bei Betrachtung der dritten Metrik. Hierbei wird die Effizienz der Speichertransaktionen bewertet und damit werden die entstehenden Latenzzeiten der Prozessoraktivität deutlich. Ebenfalls zeigt die kachelförmige Anordnung die beste Performanz. Gegenüber der Implementierungsvariante mit rechteckförmiger Abdeckung der Projektionsfläche ist der Speicherzugriff fast dreimal so effizient. Aus den Kennzahlen geht im besten Fall eine fast 90-prozentige Adressauflösung innerhalb einer Speichertransaktion hervor. Zurückführen lässt sich dieses Ergebnis auf die in Abschnitt 7.3.3 angesprochene Anordnung der Spektralwerte, die im Fall der

Variante	I		II	III	
Konfiguration:	32x32	16x16	$N$	$\frac{N}{2}$	
<b>Metrik:</b>					
Effizienz <i>warp</i> Ausführung	99.27 %	99.61 %	99.33 %	99.37 %	99.88 %
(1) Effizienz Verzweigung	100.00 %	100.00 %	100.00 %	100.00 %	99.92 %
Multiprozessoraktivität	92.95 %	94.32 %	95.71 %	96.30 %	94.17 %
(2) Abdeckung	0.85	0.88	0.59	0.75	0.68
Globale Speichereffizienz	91.26 %	84.08 %	25.00 %	25.00 %	34.42 %
(3) Globale Ladeeffizienz	61.96 %	58.32 %	34.03 %	34.03 %	42.15 %
Durchsatz DRAM Lesen	$20.19 \frac{GB}{s}$	$20.20 \frac{GB}{s}$	$9.96 \frac{GB}{s}$	$9.81 \frac{GB}{s}$	$20.54 \frac{GB}{s}$
Durchsatz DRAM Schreiben	$20.17 \frac{GB}{s}$	$20.77 \frac{GB}{s}$	$14.78 \frac{GB}{s}$	$14.72 \frac{GB}{s}$	$19.97 \frac{GB}{s}$

Tabelle 7.3: Ergebnis der ausgewerteten Metriken zur Analyse der Performanzunterschiede die implementierten Prozessstrukturierung.

Variante (I) nahezu *coalesce* erfolgt.

Resümierend betrachtet weist ein Parallelisierungsschema entlang der Gitterstruktur der Projektionsebene mit kachelförmig organisierter Prozessstruktur die beste Performanz auf. Als zusätzliche Maßnahme wirkte sich eine Beschränkung der Prozesse je Block optimierend aus. Der damit verursachte Nachteil beim Speicherzugriff bewirkte eine verbesserte Multiprozessoraktivität sowie eine weitreichendere Abdeckung der SMs, so dass die Berechnungsgeschwindigkeit erhöht wurde. Für das Szenario der Rekonstruktion einer Parksituation unterstützt die entwickelte Implementierungsvariante in der feinsten Auflösung eine Aufnahmegeschwindigkeit von  $36,20 \frac{km}{h}$ .

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

### 8.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit stellt erstmals ein selbstkonsistentes automobilgetragenes SAR-Verfahren vor, welches radarbasiert die Positionsschätzung zur Konstruktion künstlicher Aperturen ermöglicht und kontinuierlich die Rekonstruktion der synthetischen Apertur während des Messvorganges durch Rückprojektion erlaubt. Das Rekonstruktionsergebnis wird dabei als kartenähnliche Umgebungsabbildung bereitgestellt, welche ausgedehnte Strukturen im Nahbereich des Fahrzeuges abbildet. Gegenüber nicht kohärenten Ansätzen, wie dem *occupancy grid*, ermöglicht das Resultat eine eminent höhere Punktwolkendichte, die als Eingangsgröße für moderne Verfahren des maschinellen Sehens und Lernens dienen kann.

Neben den allgemein bekannten Herausforderungen, die die Anwendung des SAR-Verfahrens im Nahbereich mit sich bringt, wird insbesondere auf die Herausforderungen im Zusammenhang damit eingegangen, ein echtzeitfähiges SAR-System vollständig in das Fahrzeug zu integrieren. Dabei umfasst Ersteres die Kompensation von Nichtlinearitäten entlang der Antennentrajektorien durch Anwendung des Rückprojektions-Algorithmus. Zur Überwindung der letztgenannten Herausforderung ist hingegen die Entwicklung einer geeigneten Implementierungsvariante des Rückprojektions-Algorithmus erforderlich, die die Anforderung an die Echtzeitfähigkeit erfüllt. Dabei werden die Struktureigenschaften des Rückprojektions-Algorithmus effizient auf Nebenläufigkeiten abgebildet, die auf parallelarbeitenden Recheneinheiten berechenbar sind.

Weiterhin zeigt diese Arbeit Probleme eines wegbasierten SAR-Systems auf, dessen Aperturkonstruktion auf der reinen Positionsschätzung durch die Fahrzeug-Odometrie beruht. Neben einer notwendigen zeitlichen Synchronisation mittels eines externen Positionssensors sind dabei Probleme zu betrachten, die auf kinematischen Imperfektionen in Form von Schlupf, Unebenheiten der Fahrbahn oder Schiefstellung der Fahrspur beruhen.

Um Letzteres zu kompensieren, wurde in dieser Arbeit ein Verfahren entwickelt, das die radarbasierte Bewegungsschätzung mit einem kontinuierlich prozessierenden SAR-Verfahren entlang des abzufahrenden Streckenverlaufs kombiniert. Die Bewegungsschätzung basiert dabei auf einer charakteristischen Verlaufsform, die sich für eine beliebige Geschwindigkeit des Sensors aus dem Verlauf der Dopplergeschwindigkeit stationärer Ziele über den Azimutwinkel ergibt. Um den Einfluss von Messfehlern in der Dopplergeschwindigkeit und dem Azimutwinkel zu kompensieren, wurde ein robuster Schätzer implementiert, der dem iterativen Lösungsverfahren nach Levenberg und Marquardt zu Grunde liegt.

Hervorgehoben werden in der vorliegenden Arbeit alle notwendigen Algorithmen, deren gewählte Zusammensetzung zum entwickelten Berechnungsverfahren eines automobilen selbstkonsistenten SAR-Systems führt. Grundlage bildet dabei ein FMCW-moduliertes Sendesignal, das als Sequenz schneller Rampen emittiert wird. Als Schnittstelle zur Außenwelt dient im gegenwärtigen Fall ein 16-elementiges Antennen-Frontend. Neben den Methoden zur Detektion von Zielen im Range-Doppler-Spektrum wird umfangreich auf Verfahren zur Kalibrierung von Patched-Array-Antennen sowie auf Verfahren zur präzisen Schätzung und Auflösung des Winkelspektrums eingegangen. Letzteres bildet schlussendlich den Übergang zur Notwendigkeit einer räumlich ausgedehnten Apertur, um die gewünschte Punktwolkendichte über die Messentfernung und den Azimutwinkel zu realisieren.

Zur Erprobung der entwickelten Algorithmen wurde ein Versuchsträger mit geeigneter Mess- und Referenzsensorik aufgebaut, der sowohl den Onlinebetrieb als auch die Bewertung der geschätzten Sensortrajektorie und der SAR-Rekonstruktion zulässt. Zur Realisierung von Letzterem dienen hochauflösende Laserscanner, deren Punktwolke die SAR-Rekonstruktion überlagert, sowie eine präzise IMU zum Abgleich mit den geschätzten Messpositionen.

Gegenüber SAR-Systemen, deren Einsatzgebiet sich bei der Kartographierung der Erdoberfläche aus dem Weltraum wiederfindet, unterliegt der Einsatz im Nahbereich keinem Einfluss aufgrund atmosphärischer Dämpfung, die zu einer Verzerrung der Rekonstruktion führte. Nichtsdestoweniger können Phasenfehler durch Rauscheinflüsse der Bauteilelektronik den Rekonstruktionsvorgang negativ beeinflussen. Zur Restauration verzerrter Rekonstruktionen wurde ein Lösungsrahmen für den Rückprojektions-Algorithmus entwickelt, dessen Anwendbarkeit im Kontext der Simulationsumgebung bestätigt werden konnte. Eine Anwendung in realen Szenarios war aber aufgrund der zu geringen Informationsdichte im Nahbereich nicht zielführend.

## 8.2 Ausblick

Mit der Weiterverarbeitung der resultierenden Radar-Punktwolken durch Verfahren des maschinellen Lernens oder Verfahren der Bildverarbeitung lässt sich die SAR-Rekonstruktion für die Beherrschung weitaus komplexerer Aufgaben im automobilen Umfeld zugänglich machen. Erste Bemühungen in diese Richtung wurden bereits in den Masterarbeiten von Xiong et al. [121] und Sreedhar et al. [101] im Zuge dieses Forschungsprojektes unternommen. Während Xiong et al. in ihrer Arbeit einen modellbasierten Ansatz verfolgten, aus der Punktwolke der SAR-Rekonstruktion geometrische Primitive zur Umgebungsklassifikation abzuleiten, setzten sich Sreedhar et al. das Ziel der Freibereichserkennung durch Template-Matching-Verfahren. In beiden Fällen dienen die Ergebnisse als Eingangsgrößen für Algorithmen, die auf einer höheren Abstraktionsstufe entlang der Verarbeitungskette automatischer Fahrfunktionen lokalisiert sind. Neben einfachen Parkfunktionen ist in diesem Zusammenhang an Landmarken für komplexere Lokalisierungsaufgaben zu denken. Für den letztgenannten Anwendungsfall sind spezielle Deskriptoren zu benennen, die unmittelbar aus der SAR-Rekonstruktion abzuleiten sind.

Ein bedeutendes Problem, das bei der Erstellung künstlicher Aperturen auftritt, ist der Umgang mit bewegten Objekten. Die resultierende Dopplerfrequenz beeinflusst im Zuge eines Messzyklus eine weitere Phasenverschiebung, die innerhalb der Rekonstruktion zu einer Fehlallokation der Abbildung gegenüber der Messtrajektorie führt. Um diesem Problem entgegenzutreten, bietet sich die Adaption des Kompensationsfilters der Rückprojektion um die störende Dopplerphasenverschiebung an. Letztere folgt unmittelbar aus dem Range-Doppler-Spektrum, dessen Prozessierung als Vorverarbeitungsschritt der Rückprojektion denkbar wäre.

Das Fundament aller SAR rekonstruierenden Algorithmen bildet im Wesentlichen die Qualität der konstruierten künstlichen Apertur. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zu diesem Zweck zwei Ansätze verfolgt. Für eine Verbesserung der Positionsschätzung wäre für zukünftige automobiler SAR-Systeme eine Fusion der Positionsschätzung durch einen externen Sensor und den radarbasierten Ansatz denkbar. Durch die Anwendung eines geeigneten Kalman-Filters [11] wären Beeinträchtigungen durch kinematische Imperfektionen sowie ungünstige Umgebungsbedingungen beherrschbar.

Eine weitere Maßnahme zur Optimierung der Aperturkonstruktion lässt sich durch Anwendung autoregressiver Modelle entlang der Phasenhistorie der Sub-Aperturen realisieren. Approximationen durch Interpolationen können dadurch vermieden werden.

## 8.3 Schlussbemerkung

Neben der Weiterverarbeitung der Rekonstruktionsergebnisse hat diese Arbeit gezeigt, dass das Hauptaugenmerk für die Anwendung synthetischer Aperturen im automobilen Umfeld auf der Konstruktion der künstlichen Apertur liegt. Verfahren der Restauration waren dabei aufgrund des geringen Informationsgehalts nicht zielführend. Probleme der Rechenzeit der Algorithmen sind durch parallelrechnende Verarbeitungseinheiten beherrschbar und die Qualität der Rekonstruktion zielt auf die Dimensionen von Laserscannern ab.

## Literaturverzeichnis

- [1] M. Andres. *Charakterisierung komplexer Ziele für breitbandige automobile 77/79 GHz-Radarsensoren*. Cuvillier Verlag, 2015.
- [2] M. Andres, P. Feil, W. Menzel, H.-L. Bloecher, and J. Dickmann. Analysis of automobile scattering center locations by sar measurements. In *2011 IEEE RadarCon (RADAR)*, pages 109–112. IEEE, 2011.
- [3] J.-P. Artis. Method for increasing the unambiguous distance in fsk radars, Feb. 22 2005. US Patent 6,859,167.
- [4] J. N. Ash. An autofocus method for backprojection imagery in synthetic aperture radar. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 9(1):104–108, 2011.
- [5] A. Beck. *Introduction to nonlinear optimization: Theory, algorithms, and applications with MATLAB*, volume 19. Siam, 2014.
- [6] N. Bell and J. Hoberock. Thrust: A productivity-oriented library for cuda. In *GPU computing gems Jade edition*, pages 359–371. Elsevier, 2012.
- [7] J. Benesty, J. Chen, and Y. A. Huang. Linear prediction. In *Springer Handbook of Speech Processing*, pages 121–134. Springer, 2008.
- [8] Å. Björck. *Numerical methods for least squares problems*. SIAM, 1996.
- [9] P. T. Boggs, R. H. Byrd, and R. B. Schnabel. A stable and efficient algorithm for nonlinear orthogonal distance regression. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 8(6):1052–1078, 1987.
- [10] M. Box. Bias in nonlinear estimation. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 33(2):171–190, 1971.
- [11] G. Bradski and A. Kaehler. *Learning OpenCV: Computer vision with the OpenCV library*. Ö'Reilly Media, Inc.", 2008.
- [12] D. Brandwood. A complex gradient operator and its application in adaptive array theory. In *IEE Proceedings H-Microwaves, Optics and Antennas*, volume 130, pages 11–16. IET, 1983.
- [13] M. Buhlmann, R. Sugg, A. Roller, and C. Braun. Elektronikvernetzung und sensorfusion im fahrwerk. *ATZextra*, 15(11):144–149, 2010.
- [14] S. Bundesamt. Verkehrsunfälle. Technical report, Statistisches Bundesamt, 2018.
- [15] C. S. Burrus. Iterative reweighted least squares. *OpenStax CNX*. Available online: <http://cnx.org/contents/92b90377-2b34-49e4-b26f-7fe572db78a1>, 12, 2012.
- [16] R. Carroll and D. Ruppert. The use and misuse of orthogonal regression in linear errors-in-variables models. *The American Statistician*, 50(1):1–6, 1996.
- [17] R. J. Carroll, D. Ruppert, L. A. Stefanski, and C. M. Crainiceanu. *Measurement error in nonlinear models: a modern perspective*. Chapman and Hall/CRC, 2006.

- [18] W. Chapman, S. Ranka, S. Sahni, M. Schmalz, U. Majumder, L. Moore, and B. Elton. Parallel processing techniques for the processing of synthetic aperture radar data on gpus. In *2011 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)*, pages 573–580. IEEE, 2011.
- [19] Z. Chen, G. Gokeda, and Y. Yu. *Introduction to Direction-of-arrival Estimation*. Artech House, 2010.
- [20] D. Clarke, D. Andre, and F. Zhang. Synthetic aperture radar for lane boundary detection in driver assistance systems. In *2016 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI)*, pages 238–243. IEEE, 2016.
- [21] A. R. Conn, N. I. Gould, and P. L. Toint. *Trust region methods*, volume 1. Siam, 2000.
- [22] CONTINENTAL:.. Short range radar - srr320. <https://www.continental-automotive.com/en-gl/Two-Wheeler/Safe-Mobility/Sensors/Short-Range-Radar-SRR320>.
- [23] I. G. Cumming and F. H. Wong. Digital processing of synthetic aperture radar data. *Artech house*, 1(3), 2005.
- [24] G. R. Curry. *Radar system performance modeling*, volume 1. Artech House Norwood, 2005.
- [25] J. J. de Wit, A. Meta, and P. Hoogeboom. Modified range-doppler processing for fm-cw synthetic aperture radar, 2006.
- [26] J. E. Dennis Jr and R. B. Schnabel. *Numerical methods for unconstrained optimization and non-linear equations*, volume 16. Siam, 1996.
- [27] J. Dickmann, J. Klappstein, M. Hahn, N. Appenrodt, H.-L. Bloecher, K. Werber, and A. Sailer. Automotive radar the key technology for autonomous driving: From detection and ranging to environmental understanding. In *2016 IEEE Radar Conference (RadarConf)*, pages 1–6. IEEE, 2016.
- [28] A. W. Doerry, E. E. Bishop, and J. A. Miller. Basics of backprojection algorithm for processing synthetic aperture radar images. *Sandia National Laboratories Report, No. SAND2016-1682*, 2016.
- [29] R. Dubé, M. Hahn, M. Schütz, J. Dickmann, and D. Gingras. Detection of parked vehicles from a radar based occupancy grid. In *2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings*, pages 1415–1420. IEEE, 2014.
- [30] J. Effertz. *Autonome Fahrzeugführung in urbaner Umgebung durch Kombination objekt-und kartenbasierter Umfeldmodelle*. PhD thesis, Technische Universität Braunschweig, 2009.
- [31] R. Elliot. Ieee standard definitions of terms for antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 31(6):1–29, 1983.
- [32] R. Feger, A. Haderer, and A. Stelzer. Experimental verification of a 77-ghz synthetic aperture radar system for automotive applications. In *2017 IEEE MTT-S International Conference on Microwaves for Intelligent Mobility (ICMIM)*, pages 111–114. IEEE, 2017.
- [33] M. A. Fischler and R. C. Bolles. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 24(6):381–395, 1981.
- [34] F. Fölster. *Erfassung ausgedehnter Objekte durch ein Automobil-Radar*. PhD thesis, Technische Universität Hamburg, 2006.

- [35] E. C. for Europ. Report of the sixty-eighth session of the working party on road traffic safety. Technical report, Economic Commission for Europe, 2014.
- [36] M. Frigo and S. G. Johnson. Fftw: An adaptive software architecture for the fft. In *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'98 (Cat. No. 98CH36181)*, volume 3, pages 1381–1384. IEEE, 1998.
- [37] W. A. Fuller. *Measurement error models*, volume 305. John Wiley & Sons, 2009.
- [38] W. d. V. N. für Europa. Regelung nr. 79 der wirtschaftskommission der vereinten nationen für europa (un/ece)-einheitliche bedingungen für die genehmigung der fahrzeuge hinsichtlich der lenkanlage: Unece nr. 79. Verfügbar: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/DE/TXT>, 2007.
- [39] F. Gerbl. *Evaluation of wide-beam, short-range synthetic aperture radar imaging*. PhD thesis, Technische Universität München, 2008.
- [40] T. Gisder, F. Harrer, and E. Biebl. Application of a stream-based sar-backprojection approach for automotive environment perception. In *2018 19th International Radar Symposium (IRS)*, pages 1–10. IEEE, 2018.
- [41] T. Gisder, M.-M. Meinecke, and E. Biebl. Synthetic aperture radar towards automotive applications. In *2019 20th International Radar Symposium (IRS)*, pages 1–10. IEEE, 2019.
- [42] W. G. C. R. S. Goodman and R. M. Majeowski. Spotlight synthetic aperture radar signal processing algorithms. *Artech House*, pages 245–285, 1995.
- [43] R. M. Gray. *Entropy and information theory*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [44] F. Harrer. *Methoden der synthetischen Apertur für automobile Radarsensoren*. PhD thesis, Technische Universität München, 2019.
- [45] F. Harrer, F. Pfeiffer, A. Löffler, T. Gisder, and E. Biebl. Synthetic aperture radar algorithm for a global amplitude map. In *2017 14th Workshop on Positioning, Navigation and Communications (WPNC)*, pages 1–6. IEEE, 2017.
- [46] F. J. Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, 66(1):51–83, 1978.
- [47] M. Harter, J. Hildebrandt, A. Ziroff, and T. Zwick. Self-calibration of a 3-d-digital beamforming radar system for automotive applications with installation behind automotive covers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 64(9):2994–3000, 2016.
- [48] S. Hartmann. *Technische Mechanik*. John Wiley & Sons, 2014.
- [49] M. H. Hayes. *Statistical digital signal processing and modeling*. John Wiley & Sons, 2009.
- [50] M. Hebden. An algorithm for minimization using exact second derivatives. *Theoretical Physics Division, A.E.R. E. Harwell. Pidcot. Berks*, 1973.
- [51] A. Hein. *Processing of SAR data*. Springer, 2003.
- [52] C. Hülsmeier. Verfahren, um entfernte metallische gegenstände mittels elektrischer wellen einem beobachter zu melden. *European Patent Office, Patentschrift DE165546*, 30, 1904.
- [53] H. Iqbal, M. B. Sajjad, M. Mueller, and C. Waldschmidt. Sar imaging in an automotive scenario. In *2015 IEEE 15th Mediterranean microwave symposium (MMS)*, pages 1–4. IEEE, 2015.

- [54] H. Iqbal, M. Schartel, F. Roos, J. Urban, and C. Waldschmidt. Implementation of a sar demonstrator for automotive imaging. In *2018 18th Mediterranean Microwave Symposium (MMS)*, pages 240–243. IEEE, 2018.
- [55] R. L. Jordan. The seasat-a synthetic aperture radar system. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 5(2):154–164, 1980.
- [56] S. Jun, M. Long, and Z. Xiaoling. Streaming bp for non-linear motion compensation sar imaging based on gpu. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 6(4):2035–2050, 2013.
- [57] K.-D. Kammeyer and K. Kroschel. *Digitale Signalverarbeitung: Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen*. Springer-Verlag, 2013.
- [58] T. Kan et al. Implementation of real-time automotive sar imaging. In *2020 IEEE 11th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, pages 1–4. IEEE, 2020.
- [59] I. Kauppinen and K. Roth. Audio signal extrapolation—theory and applications. In *Proc. DAFx*, pages 105–110, 2002.
- [60] S. M. Kay. *Fundamentals of statistical signal processing*. Prentice Hall PTR, 1993.
- [61] D. Kellner, M. Barjenbruch, K. Dietmayer, J. Klappstein, and J. Dickmann. Instantaneous lateral velocity estimation of a vehicle using doppler radar. In *Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion*, pages 877–884. IEEE, 2013.
- [62] D. Kellner, M. Barjenbruch, J. Klappstein, J. Dickmann, and K. Dietmayer. Instantaneous ego-motion estimation using multiple doppler radars. In *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1592–1597. IEEE, 2014.
- [63] D. Kellner, M. Barjenbruch, J. Klappstein, J. Dickmann, and K. Dietmayer. Instantaneous full-motion estimation of arbitrary objects using dual doppler radar. In *2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings*, pages 324–329. IEEE, 2014.
- [64] A. Khintchine. Korrelationstheorie der stationären stochastischen prozesse. *Mathematische Annalen*, 109(1):604–615, 1934.
- [65] H. Klausing and W. Holpp. *Radar mit realer und synthetischer Apertur: Konzeption und Realisierung*. Walter de Gruyter, 2010.
- [66] H. Krim and M. Viberg. Two decades of larray signal processing research. *IEEE signal processing magazine*, 1996.
- [67] M. Kronauge. *Waveform design for continuous wave radars*. Cuvillier, 2014.
- [68] M. Lees. Digital beamforming calibration for fmcw radar. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 25(2):281–284, 1989.
- [69] Z. Li, J. Wu, W. Li, Y. Huang, and J. Yang. One-stationary bistatic side-looking sar imaging algorithm based on extended keystone transforms and nonlinear chirp scaling. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 10(2):211–215, 2012.
- [70] Z. Li, J. Wu, Q. Yi, Y. Huang, and J. Yang. An omega- $k$  imaging algorithm for translational variant bistatic sar based on linearization theory. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 11(3):627–631, 2013.
- [71] U. Lübbert. *Target position estimation with a continuous wave radar network*. Cuvillier Verlag, 2005.



- [72] A. K. Ludloff. *Praxiswissen Radar und Radarsignalverarbeitung*. Springer-Verlag, 2013.
- [73] D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2):431–441, 1963.
- [74] W. Mayer. *Abbildender Radarsensor mit sendeseitig geschalteter Gruppenantenne*. Cuvillier Verlag, 2008.
- [75] M.-M. Meinecke. *Zum optimierten Sendesignalentwurf für Automobilradare*. Shaker, 2001.
- [76] W. Menzel. Antennas in automobile radar. *Handbook of Antenna Technologies*, pages 2475–2500, 2016.
- [77] S. L. Meyer and S. L. Meyer. *Data analysis for scientists and engineers*. Wiley New York, 1975.
- [78] J. J. Moré. The levenberg-marquardt algorithm: implementation and theory. In *Numerical analysis*, pages 105–116. Springer, 1978.
- [79] J. J. Moré and D. J. Thuente. Line search algorithms with guaranteed sufficient decrease. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 20(3):286–307, 1994.
- [80] B. C. Ng and C. M. S. See. Sensor-array calibration using a maximum-likelihood approach. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 44(6):827–835, 1996.
- [81] T. N. Nguyen. *Objekt-und kartenbasierte Beschreibung der Umgebung ausgehend von einer stereokamerabasierten Umfelderkennung*. PhD thesis, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2012.
- [82] J. Nickolls, I. Buck, M. Garland, and K. Skadron. Scalable parallel programming with cuda. *Queue*, 6(2):40–53, 2008.
- [83] C. NVIDIA. Programming guide, cusparse, cublas, and cufft library user guides.
- [84] A. Oshima, H. Yamada, and S. Muramatsu. Experimental study on automotive millimeter wave sar in curved tracks. In *2019 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP)*, pages 1–2. IEEE, 2019.
- [85] D. Padua. *Encyclopedia of parallel computing*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [86] A. Paulraj and T. Kailath. Direction of arrival estimation by eigenstructure methods with unknown sensor gain and phase. In *ICASSP'85. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, volume 10, pages 640–643. IEEE, 1985.
- [87] R. K. Raney, H. Runge, R. Bamler, I. G. Cumming, and F. H. Wong. Precision sar processing using chirp scaling. *IEEE Transactions on geoscience and remote sensing*, 32(4):786–799, 1994.
- [88] M. Rapp, K. Dietmayer, M. Hahn, F. Schuster, J. Lombacher, and J. Dickmann. Fscd and basd: Robust landmark detection and description on radar-based grids. In *2016 IEEE MTT-S International Conference on Microwaves for Intelligent Mobility (ICMIM)*, pages 1–4. IEEE, 2016.
- [89] L. Rayleigh. Xxxi. investigations in optics, with special reference to the spectroscope. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 8(49):261–274, 1879.
- [90] G. Reichart and E. Hipp. Motiv-fahrerassistenzsysteme. *Mobilitätsforschung für das 21. Jahrhundert.*, 21, 2000.

- [91] T. Reichthalhammer. *Ein Radar mit synthetischer Apertur für den Nahbereich*. PhD thesis, Technische Universität München, 2012.
- [92] M. A. Richards. *Fundamentals of radar signal processing*. Tata McGraw-Hill Education, 2005.
- [93] H. Rohling. Radar cfar thresholding in clutter and multiple target situations. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, (4):608–621, 1983.
- [94] F. Sarholz, J. Mehnert, J. Klappstein, J. Dickmann, and B. Radig. Evaluation of different approaches for road course estimation using imaging radar. In *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 4587–4592. IEEE, 2011.
- [95] C. M. Schmid, C. Pfeffer, R. Feger, and A. Stelzer. An fmcw mimo radar calibration and mutual coupling compensation approach. In *2013 European Radar Conference*, pages 13–16. IEEE, 2013.
- [96] M. Schoor. *Hochauflösende Winkelschätzung für automobile Radarsysteme*. Verlag Dr. Hut, 2010.
- [97] C. Schroder. *System Design of an Array Antenna Radar with a Rapid Chirp Waveform*. Shaker Verlag GmbH, Germa, 2013.
- [98] E. Schubert. *Klassifikation leicht verwundbarer Verkehrsteilnehmer mit hochauflösendem Automobilradar*. PhD thesis, Universität Ulm, 2018.
- [99] E. Schubert, J. Sander, M. Ester, H. P. Kriegel, and X. Xu. Dbscan revisited, revisited: why and how you should (still) use dbscan. *ACM Transactions on Database Systems (TODS)*, 42(3):1–21, 2017.
- [100] H.-R. Schwarz and N. Köckler. *Numerische mathematik*. Springer-Verlag, 2013.
- [101] G. Shreedher. Parking lot detection based on sar occupancy maps. Master’s thesis, Technische Universität Chemnitz, 2019.
- [102] A. Skende. Introducing parker: Next generation tegra system on chip. In *2016 IEEE Hot Chips 28 Symposium (HCS)*, pages 1–17. IEEE, 2016.
- [103] Y. Sng and Y. Li. Fast algorithm for gain and phase error calibration of linear equi-spaced (les) array. In *WCC 2000-ICSP 2000. 2000 5th International Conference on Signal Processing Proceedings. 16th World Computer Congress 2000*, volume 1, pages 441–444. IEEE, 2000.
- [104] O. T. Solutions. Rt3000 inertialand gps measurement system. Technical report, Oxford Technical Solutions, 2004.
- [105] M. Soumekh. *Synthetic aperture radar signal processing*, volume 7. New York: Wiley, 1999.
- [106] C. M. Sparrow. On spectroscopic resolving power. *The Astrophysical Journal*, 44:76, 1916.
- [107] M. Steiner, O. Hammouda, and C. Waldschmidt. *Ego-Motion Estimation using Distributed Single-Channel Radar Sensors*. PhD thesis, Univerit/üt Ulm, 2018.
- [108] A. G. Stove. Linear fmcw radar techniques. In *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, volume 139, pages 343–350. IET, 1992.
- [109] F. H. Thomas Gisder. Synthetic aperture radar. Demonstration, Feb. 2017. <https://www.iwpc.org/workshops/2017/2017-02-VW/agenda.html>.
- [110] D. V. *DIN 70000 Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten: Straßenfahrzeuge | Begriffe, ISO 8855 Ausgabe 1991, modifiziert | Ersatz für Ausgabe 08.83*. Beuth, 1994.

- [111] S. Van Huffel and P. Lemmerling. *Total least squares and errors-in-variables modeling: analysis, algorithms and applications*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [112] D. E. Wahl, P. Eichel, D. Ghiglia, and C. Jakowatz. Phase gradient autofocus—a robust tool for high resolution sar phase correction. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 30(3):827–835, 1994.
- [113] J. Wang and X. Liu. Sar minimum-entropy autofocus using an adaptive-order polynomial model. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 3(4):512–516, 2006.
- [114] K. Werber, M. Rapp, J. Klappstein, M. Hahn, J. Dickmann, K. Dietmayer, and C. Waldschmidt. Automotive radar gridmap representations. In *2015 IEEE MTT-S International Conference on Microwaves for Intelligent Mobility (ICMIM)*, pages 1–4. IEEE, 2015.
- [115] V. Winkler. Range doppler detection for automotive fmcw radars. In *2007 European Radar Conference*, pages 166–169. IEEE, 2007.
- [116] H. Winner, S. Hakuli, and G. Wolf. *Handbuch Fahrerassistenzsysteme: Grundlagen, Komponenten und Systeme für aktive Sicherheit und Komfort: mit 550 Abbildungen und 45 Tabellen*. Springer-Verlag, 2009.
- [117] W.-D. Wirth. *Radar techniques using array antennas*, volume 10. IET, 2001.
- [118] S. J. Wright. Coordinate descent algorithms. *Mathematical Programming*, 151(1):3–34, 2015.
- [119] H. Wu and T. Zwick. Automotive sar for parking lot detection. In *2009 German microwave conference*, pages 1–8. IEEE, 2009.
- [120] L. Xi, L. Guosui, and J. Ni. Autofocusing of isar images based on entropy minimization. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 35(4):1240–1252, 1999.
- [121] J. Xiong. A prominent point approach to estimate vehicle contours based on sar occupancy maps. Master’s thesis, Karlsruher Institut für Technologie, 2019.
- [122] H. Yamada, T. Kobayashi, Y. Yamaguchi, and Y. Sugiyama. High-resolution 2d sar imaging by the millimeter-wave automobile radar. In *2017 IEEE Conference on Antenna Measurements & Applications (CAMA)*, pages 149–150. IEEE, 2017.



## Eigene Veröffentlichungen

### Erstautor

Thomas Gisder, Fabian Harrer, and Erwin Biebl. "Application Of A Stream-Based SAR-Backprojection Approach For Automotive Environment Perception." *2018 19th International Radar Symposium (IRS)*. IEEE, 2018.

Thomas Gisder, Marc-Michael Meinecke, and Erwin Biebl. "Synthetic Aperture Radar Towards Automotive Applications." *2019 20th International Radar Symposium (IRS)*. IEEE, 2019.

Thomas Gisder, Marc-Michael Meinecke, and Erwin Biebl. "Algorithmic Steps For SAR Backprojection On Radar Based Motion Estimation" *2020 21th International Radar Symposium (IRS)*. IEEE, 2020.

### Zweitautor

Fabian Harrer, Florian Pfeiffer, Andreas Löffler, Thomas Gisder and Erwin Biebl. "Automotive synthetic aperture radar system based on 24 GHz series sensors." *Advanced Microsystems for Automotive Applications 2017*. Springer, Cham, 2018. 23-36.

Fabian Harrer, Florian Pfeiffer, Andreas Löffler, Thomas Gisder and Erwin Biebl. "Synthetic aperture radar algorithm for a global amplitude map." *2017 14th Workshop on Positioning, Navigation and Communications (WPNC)*. IEEE, 2017.

Fabian Harrer, Florian Pfeiffer, Andreas Löffler, Thomas Gisder, Christian Buchberger and Erwin Biebl. "Multi channel approaches for an automotive synthetic aperture radar." *2018 11th German Microwave Conference (GeMiC)*. IEEE, 2018.

### Betreute Masterarbeiten

Jian Xiong: *A prominent point approach to estimate vehicle contours based on SAR occupancy maps*, Masterarbeit am Karlsruher Institut für Technologie, 2019.

Gokuash Shreedher: *Parking lot detection based on SAR occupancy maps*, Technische Universität Chemnitz, 2019.



## Abbildungsverzeichnis

1.1	Verbau der Messsensorik auf dem Versuchsträger. . . . .	6
1.2	Logischer Systemaufbau. . . . .	7
2.1	Blockschaltbild eines bistatischen FMCW-Radar . . . . .	10
2.2	Signalformen frequenzmodulierter Sendesignale . . . . .	11
2.3	Modulationsebene Frequenzrampe . . . . .	11
2.4	Schnelle Rampen . . . . .	14
2.5	Zeigerdarstellung der Phasoren des 2D-Basisbandsignals . . . . .	15
2.6	Range Doppler Matrix . . . . .	19
2.7	Darstellung des Amplitudenschwellwertes . . . . .	20
2.8	Verfahren zur verbesserten Frequenzschätzung. . . . .	22
3.1	Linearen Antennen-Arrays . . . . .	26
3.2	Vorgehen zur Auslegung der räumlichen Korrelationsmatrix. . . . .	30
3.3	Darstellung des örtlichen Apertursignals abgetastet an den Antennenpositionen. . . . .	33
3.4	Darstellung des Entfernungsspektrums einer nicht laufzeitkorrigierten und -korrigierten Messung. . . . .	34
3.5	Messaufbau zur Verifikation des Winkelspektrums . . . . .	36
3.6	Evalulationsergebnis der Kalibrierung . . . . .	37
3.7	Flussdiagramm eines autoregressiven Modells . . . . .	41
3.8	Leistungsdichtespektrum und Pol-/Nullstellenverteilung eines AR-Modells. . . . .	42
3.9	Gegenüberstellung Leistungsdichtespektrum Burg und Levinson-Durbin . . . . .	45
3.10	Virtuell erweiterte Apertur durch lineare Prädikation . . . . .	46
3.11	Simulation des Richtungsspektrums eines prädierten Apertursignals . . . . .	49
3.12	Gemessene Winkelantworten. . . . .	50
3.13	Schema synthetisches Apertur Radar . . . . .	51
3.14	Phasen- und Amplitudenverlauf örtlichen Apertursignals. . . . .	53
3.15	Aliasing-Effekt bei der Azimutkompression . . . . .	55
3.16	Schema der SAR Rekonstruktion . . . . .	56
3.17	Schema der Rückprojektion. . . . .	57
4.1	Abbildung der angewendeten Koordinatensysteme . . . . .	59
4.2	Positionsvektoren des Bahnverlaufs einer synthetischen Apertur . . . . .	62
4.3	Datenflussdiagramm Radar- und Lagesensor . . . . .	62
4.4	Prozessfluss zur Erstellung und Rekonstruktion fahrzeugbasierter synthetischer Aperturen. . . . .	63
4.5	Weg- und Messpunkt als Ortsvektor entlang der Fahrzeug- und Sensorbahn . . . . .	64
4.6	Flussdiagramm der Messpositionen einer Sub-Apertur . . . . .	66
4.7	Flussdiagramm zur Assoziation der Empfangsechos . . . . .	67
4.8	Interpolation der Empfangsechos . . . . .	68
4.9	Schematische Darstellung der Odometrieberechnung . . . . .	69
4.10	Konstruktion Projektionsfläche eines gefilterten Echosignals. . . . .	71
4.11	Konstruktionsdarstellung des Kompensationsfilters . . . . .	72
4.12	Darstellung der Rekonstruktionsebene . . . . .	73
4.13	Flussdiagramm fahrzeuggetragene Rekonstruktion . . . . .	74
4.14	Rekonstruktion eines Parkplatzszenarios mit schräg geparkten Fahrzeugen. . . . .	76
4.15	Rekonstruktion eines Parkplatzszenarios mit parallel geparkten Fahrzeugen. . . . .	76

4.16	Rekonstruktion eines Parkplatzszenarios mit in Fahrtrichtung geparkten Fahrzeugen. . . . .	76
4.17	Schema Laserscanner Verifikation. . . . .	77
4.18	Punktwolkenüberlagerung Rekonstruktion mit schräge geparkten Fahrzeugen. . . . .	79
4.19	Punktwolkenüberlagerung Rekonstruktion mit parallel geparkten Fahrzeugen. . . . .	79
4.20	Punktwolkenüberlagerung Rekonstruktion mit in Fahrtrichtung geparkten Fahrzeugen. . . . .	79
4.21	Darstellung eines konstanten Phasenfehlers der Rekonstruktion . . . . .	80
4.22	Darstellung der Auswirkung von Reifenschlupf . . . . .	81
5.1	Geometrische Zusammenhänge für zur Messung der Objektgeschwindigkeit . . . . .	84
5.2	Schema zur Schätzung der Eigenbewegung . . . . .	85
5.3	Geschwindigkeitsprofil in Abhängigkeit zur Sensororientierung . . . . .	86
5.4	Messergebnis Geschwindigkeitsprofil links ausgerichteter Sensor . . . . .	86
5.5	Messergebnis Geschwindigkeitsprofil rechts ausgerichteter Sensor . . . . .	87
5.6	Messgenauigkeit in Abhängigkeit zum Signal zu Rausch ( $\frac{S}{N}$ ) Verhältnis und Einfallswinkel . . . . .	89
5.7	SRF und PRF bei vorliegender EiV Problematik . . . . .	90
5.8	Flussdiagramm Levenberg und Marquardt . . . . .	94
5.9	Grafische Gegenüberstellung des RMSE und Bias verschiedener Regressionsmethoden . . . . .	97
5.10	Auswirkungen des EiV Problems auf azimutale PSF . . . . .	98
5.11	Darstellung des resultierenden Geschwindigkeitsvektors . . . . .	99
5.12	Prozessfluss der Signalverarbeitung zur Bewegungs- und Lageschätzung . . . . .	101
5.13	Szenario Bewegungs- und Lageberechnung . . . . .	101
5.14	Evaluationsergebnis Bewegungsschätzung Lineargeschwindigkeit . . . . .	102
5.15	Evaluationsergebnis Bewegungsschätzung Drehrate . . . . .	102
5.16	Evaluationsergebnis x-Koordinate gegenüber $^{KK}x$ . . . . .	102
5.17	Evaluationsergebnis Orientierung gegenüber $^{KK}x$ . . . . .	103
5.18	Datenfluss der Empfangssequenzen selbst-konsistentes SAR . . . . .	104
5.19	Flussdiagramm selbstkonsistentes SAR Konstruktionsschritt . . . . .	106
5.20	Rekonstruktion eines beläuchteten Szenarios mittels selbst-konsistenten SAR. . . . .	107
5.21	Rekonstruktion mit Punktwolkenüberlagerung des selbst-konsistenten SAR . . . . .	107
6.1	Schema Datengrundlage zur Restauration verzerrter Rekonstruktionen. . . . .	110
6.2	Schema der Restauration einer verzerrten Rekonstruktion . . . . .	111
6.3	Ablaufschema Restauration verzerrter Rekonstruktionen. . . . .	116
6.4	Szenario zur Restauration einer verzerrten Rekonstruktion. . . . .	118
6.5	Restaurationsergebnis Maximums-Kostenfunktion . . . . .	118
6.6	Restaurationsergebnis Entropie-Kostenfunktion . . . . .	119
6.7	Restaurationsergebnis Bildschärfe-Kostenfunktion . . . . .	119
6.8	Szenario Restauration eines rekonstruierten Parkplatzszenarios. . . . .	120
6.9	Restaurationsbereich und Histogramm der Farbwertverteilung . . . . .	120
6.10	Restauration und Histogramm der Farbwertverteilung . . . . .	121
7.1	Klassifikation Computer-Architekturen . . . . .	124
7.2	Gegenüberstellung der Software- und Hardwaresicht parallelisierter Anwendungen. . . . .	125
7.3	Parallelisierungsschema durch Nebenläufigkeit der Echosignalverarbeitung. . . . .	127
7.4	Parallelisierungsschema aufgrund Nebenläufigkeit Entfernungstore. . . . .	128
7.5	Parallelisierungsschema aufgrund Nebenläufigkeiten innerhalb der Rekonstruktionsebene. . . . .	129
7.6	Darstellung der Speicherbelegung zur effizienten Interpolation. . . . .	130
7.7	Darstellungsvarianten zur kartenbasierten Umfeldabbildung. . . . .	131
7.8	Darstellungsbereich der Rekonstruktionsebene. . . . .	132
7.9	Ebenenassoziation zur Darstellung des Prozesseinflusses. . . . .	133
7.10	Geometrische Abbildung der Prozessverwaltung. . . . .	135



## A Anhang

### A.1 Auffrischung des Vertrauensbereiches

Mit der Adaption der Trust-Region Strategie wird der Iterationsaufwand zur Annäherung an ein Minimum auf die Auslegung eines geeigneten Regularisierungsparameters  $\lambda$  verlagert. Hierbei steuert  $\lambda$  die Länge des Suchrichtungsvektors  $\mathbf{s}$  in Abhängigkeit zum Radius des Vertrauensbereichs  $\Delta_i$  im aktuellen Iterationsschritt  $i$ . Der Vertrauensbereich gewährleistet, dass die nichtlineare Problemfunktion durch eine vereinfachte Approximation vertretbar ist. Um diese Voraussetzung in jedem Iterationsschritt aufrechtzuerhalten wird ein Gütefaktor  $\rho_i$  eingeführt, der aus dem Verhältnis zwischen der nichtlinearen Problemfunktion und der Modellfunktion in Abhängigkeit zur aktuellen und aktualisierten Parameterkonfiguration hergeleitet wird.

$$\rho_i = \frac{q(\mathbf{p}_i) - q(\mathbf{p}_i + \mathbf{s})}{m(0) - m(\mathbf{s})} = \frac{q(\mathbf{p}_i) - q(\mathbf{p}_i + \mathbf{s})}{q(\mathbf{p}_i) - m(\mathbf{s})}$$

Ist  $\rho_i$  positiv nahe Null oder negativ, ist eine schlechte Übereinstimmung gegeben, so dass die Approximation von  $q(\mathbf{p})$  durch die Modellfunktion unzureichend ist. Infolge dessen ist eine Verkleinerung von  $\Delta_i$  notwendig. Ein Verhältnis nahe Eins deutet auf eine gute Approximation hin und erlaubt eine größere Schrittweite des Suchvektors im nachfolgenden Iterationsschritt.

#### Auslegung des Vertrauensbereich

Zur Auslegung des Vertrauensbereichs wird der Gütefaktor  $\rho_i$  einen Schwellwertabgleich unterzogen der aus der Veröffentlichung von Conn und Gould et. al. hervorgeht [21].

$$\Delta_{i+1} = \begin{cases} \alpha_h \Delta_i & \text{für } \rho_i > \eta_h \\ \Delta_i & \text{für } \eta_l < \rho_i < \eta_h \\ \alpha_l \Delta_i & \text{für } \rho_i < \eta_l \end{cases} \quad \alpha_l = 0.5, \quad \alpha_h = 2, \quad \eta_l = 0.25, \quad \eta_h = 0.75$$

### A.2 Berechnung des Regularisierungsparameters

Zur Berechnung des Regularisierungsparameters  $\lambda$  muss der Funktionsverlauf der Schrittweitenlänge  $\|\mathbf{s}(\lambda)\|$  in Abhängigkeit von  $\lambda$  betrachtet werden. Diese weist einen monoton fallenden Verlauf mit größer werdenden  $\lambda$  auf. Bezogen auf die quadratische bzw. lineare Konvergenz ist dieser Verlauf plausibel, da bei kleinen  $\lambda$  die Auswirkungen auf die Hessian Matrix zu vernachlässigen sind und große  $\lambda$  eine Divergenz infolge eines Rangdefektes unterbinden müssen. Mit Formulierung der Nebenbedingung  $\|\mathbf{s}(\lambda) \leq \Delta_i\|$  muss es ein  $\lambda$  geben, das diese Bedingung erfüllt. Zur Berechnung wird in [50] ein iteratives Berechnungsschema vorgeschlagen das den Abstand zu  $\Delta_i$  sukzessive verringert. Als Zielfunktion wird

$$\phi(\lambda) = -\|(\mathbf{H}(\mathbf{q}_i) + \lambda \mathbf{I})^{-1} \nabla q(\mathbf{p}_i)\| - \Delta_i \quad (\text{A.1})$$

formuliert. Der Iterationsschritt für  $\lambda$  folgt nach Boggs et. al. [ ] zu

$$\lambda^{l+1} = \lambda^l - \frac{\phi(\lambda^l)(\lambda^l - \lambda^{l+1})}{\phi(\lambda^l) - \phi(\lambda^{l+1})} \frac{\phi(\lambda^l) + \Delta_i}{\Delta_i} \quad (\text{A.2})$$

### A.3 Berechnung der Schrittweitenvektoren

Berechnung vom  $\Delta\beta$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{O} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} \\ \sqrt{\lambda}\Omega_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sqrt{\lambda}\Omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\delta_{\theta_z} \end{bmatrix} =_2 - \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}^T\mathbf{Q} + \lambda\Omega_1^T\Omega_1 & \mathbf{Q}^T\mathbf{O} \\ \mathbf{O}\mathbf{Q}^T & \mathbf{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\delta_{\theta_z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^T\mathbf{r}_1 \\ \mathbf{O}^T\mathbf{r}_1 + \mathbf{Tr}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{\theta_z} &= -\mathbf{P}^{-1} (\mathbf{O}^T\mathbf{r}_1 + \mathbf{Tr}_2 + \mathbf{O}^T\mathbf{O}\Delta\beta) \\ -\mathbf{Q}^T\mathbf{r}_1 &= (\mathbf{Q}^T\mathbf{Q} + \lambda\Omega_1^T\Omega_1) \Delta\beta + \mathbf{Q}^T\mathbf{O}\Delta\delta_{\theta_z} \end{aligned}$$

Einsetzen

$$-\mathbf{Q}^T\mathbf{r}_1 = (\mathbf{Q}^T\mathbf{Q} + \lambda\Omega_1^T\Omega_1 - \mathbf{Q}^T\mathbf{O}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{O}^T\mathbf{Q}) \Delta\beta - \mathbf{Q}\mathbf{O}\mathbf{P}^{-1} (\mathbf{O}^T\mathbf{r}_1 + \mathbf{Tr}_2)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}^T (\mathbf{I} - \mathbf{O}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{O}^T) \mathbf{Q} \\ \lambda\Omega_1^T\Omega_1 \end{bmatrix} \Delta\beta = \begin{bmatrix} -\mathbf{Q}^T (\mathbf{r}_1 + \mathbf{O}\mathbf{P}^{-1} (\mathbf{O}^T\mathbf{r}_1 + \mathbf{Tr}_2)) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Kapselung als lineares Quadratmittelproblem

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{O}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{O}^T)^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \\ \sqrt{\lambda}\Omega_1 \end{bmatrix} \Delta\beta =_2 \begin{bmatrix} -(\mathbf{I} - \mathbf{O}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{O}^T)^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{O}\mathbf{P}^{-1} (\mathbf{O}^T\mathbf{r}_1 + \mathbf{Tr}_2)) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Einführung der Substitutionsmatrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{Q} \\ \sqrt{\lambda}\Omega_1 \end{bmatrix} \Delta\beta =_2 \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{Q} &= \sqrt{\mathbf{I} + \mathbf{O}^T\mathbf{P}^{-1}\mathbf{O}^T} \mathbf{Q} \\ &= \mathbf{\Lambda}\mathbf{Q} \end{aligned}$$

$$\omega_n = \frac{O_{n,n}^2}{E_{n,n}} \quad \text{mit} \quad n = 1, \dots, N$$

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_n}}, n = 1, \dots, N \right\}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mathbf{A} [\mathbf{r}_1 + \mathbf{O}\mathbf{P}^{-1} (\mathbf{O}^T\mathbf{r}_1 + \mathbf{Tr}_2)] \\ &= \mathbf{\Lambda} [\mathbf{r}_1 + \mathbf{O}\mathbf{P}^{-1} (\mathbf{O}^T\mathbf{r}_1 + \mathbf{Tr}_2)] \end{aligned}$$

**Berechnung von  $\Delta\delta_{\theta_z}$**

$$\begin{aligned}\Delta\delta_{\theta_z} &= -\mathbf{P}^{-1} (\mathbf{O}^T \mathbf{r}_1 + \mathbf{T} \mathbf{r}_2 + \mathbf{O}^T \mathbf{Q} \Delta\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{E}^{-1} \left[ \text{diag} \left\{ \frac{1}{1 + \omega_n}, n = 1, \dots, N \right\} (\mathbf{O}^T \mathbf{r}_1 + \mathbf{O}^T \mathbf{Q} \Delta\boldsymbol{\beta} - \mathbf{T} \mathbf{r}_2) \right] \\ &\qquad \text{mit} \quad \mathbf{E} = \mathbf{T}^T \mathbf{T} + \lambda \boldsymbol{\Omega}_2\end{aligned}$$



## Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen, Indizes und Abkürzungen

### Abkürzungen

ABS	Antiblockiersystem
ALU	Arithmetic Logic Unit
AR-Modell	Autoregressives Modell
BP	Backprojection
CA-CFAR	Cell Averaging CFAR
CFAR	Constant False Alarm Rate
CPU	Central Processing Units
CS	Chirp Scaling Algorithm
CUDA	Compute Unified Device Architecture
CW	Continuous Wave
DFT	Diskrete Fourier Transformation
DGPS	Differentielles Globales Positionssystem
EiV	Error in Variable
ENU	East North Up
ESA	European Space Agency
ESP	Elektronisches Stabilitätsprogramm
FIR	Finite Impulse Response Filter
FLOP	Floating Point Operations Per Second
FMCW	Frequency Modulated Continuous Wave
FSK	Frequency Shift Keying
GNSS	Global navigation Satellite System
GPU	Graphics Processing Unit
IIR	Infinite Impulse Response Filter
LFMCW	Linear Frequency Modulated Continuous Wave
LFMSK	Frequency Modulated Shift Keying
LM	Levenberg und Marquardt

LPA	Line Processing Algorithm
MIMO	Multi Input Multi Output
ML	Maximum Likelihood Schätzer
MUSIC	Multiple Signal Classification
NB	Narrow Band
NCAP	New Car Assessment Programm
ODR	Orthogonale Distanz Regression
OLS	Ordinary Least Square
OS-CFAR	Ordered Statistic CFAR
PGA	Phase Gradient Autofocus
PLL	Phase Locked Loop
PPP	Prominent Point Processing
PRF	Populationsregressionsfunktion
PSF	Point Spread Function
PWM	Pulsweitenmodulation
Radar	radio detection and ranging
RCS	Radar Cross Section
RDA	Range Doppler Algorithm
RMA	Range Migration Algorithm
RMSE	Root Mean Square Error
SAR	Synthetic Aperture Radar
SARA	Sensor Array Audi
SIMD	Single Instruction Multiple Data
SM	Stream Multiprozessoren
SMIT	Single Instruction Multiple Thread
SNR	Signal To Noise Ratio
SoC	System on Chip
SPF	Stichprobenregressionsfunktion
SPMD	Single Program Multiple Data
SSA	Stage by Stage Approaching
TLS	Total Least Square

ULA	Uniform Linear Array
UNECE	United Nations Economic Commission for Europe
UWB	Ultra Wide Band
VCO	Voltage Controlled Oscillator
WOLS	Weighted Ordinary Least Square

### Formelzeichen

$(\cdot)^H$	Hermite-Transformation. Konjugation und Transponierung für komplexe Matrizen und Vektoren.
$\alpha$	Schwellwertfaktor
$\eta^{(\kappa)}$	Messposition
$\theta$	Parametervektor ULA
$\Delta$	Gitterzellengröße
$\Delta\beta$	Suchrichtungsvektor ODR-Parameter
$\Delta\delta_{\theta_z}$	Suchrichtungsvektor ODR-Fehler
$\Delta\varphi$	Winkelabhängige Phasendrehung eines ULA
$\Delta_o$	Orientierungsintervall
$\Delta_r$	Streckenintervall
$\delta_{RA}$	Querauflösung reale Apertur
$\Delta_{SA}$	Räumlicher Abstand aufeinanderfolgender Messpositionen
$\Delta_{v_r}$	Auflösung Radialgeschwindigkeit
$\Delta f$	Frequenzhub
$\Delta f_{RRF}$	Dopplerfrequenzdifferenz
$\Delta R$	Entfernungsauflösung
$\Delta t_{off}$	Abweichung der Systemuhren der Sensoren
$\Delta t_{SA}$	Zeitintervall aufeinanderfolgender Radarmessungen
$\Delta v_r$	Radiale Geschwindigkeitsauflösung
$\Delta x$	Wegdifferenz benachbarter Antennenelement
$\epsilon_\nu$	Verschlechterungsfaktor
$\hat{f}$	Frequenzschwerpunkt
$\hat{v}_x$	Schätzung Geschwindigkeitskomponente
$\hat{v}_y$	Schätzung Geschwindigkeitskomponente
$\lambda$	Dämpfungsfaktor

$\lambda_c$	Wellenlänge Trägerfrequenz
$\circ \text{---} \bullet$	Korrespondenzsymbol zwischen Original- und Bildbereich der Fourier-Transformation
$\mathcal{H}\{\dots\}$	Hilbert-Transformation
$\psi_{err,m}$	Amplitudenfehler
$\sigma^2$	Rauschleistung Antennen-Array
$\sigma_{\theta_z}$	Genauigkeit Azimutwinkelmessung
$\sigma_{v_r}$	Genauigkeit Dopplergeschwindigkeitsmessung
$\tau$	Signallaufzeit
$\underline{\mathbf{i}}$	Vektor der Rekonstruktionsebene
$\mathbf{v}$	Sensorgeschwindigkeit über Grund
$\mathbf{x}_{(i,j)}^{(\kappa)}$	Pixelkoordinate
$\theta_z$	Einfallswinkel
$\theta_{err,m}$	Phasenfehler ULA
$\theta_{max}$	Größtmöglicher Ablagewinkel
$\Theta_{RA}$	Halbwertsbreite reale Apertur
$\theta_{z,i}$	Azimutwinkel stationäres Ziel
$\underline{\Theta}_{R_x}$	Komplexe Phasenfehlermatrix
$\underline{\theta}_{R_x}$	Komplexer Phasenfehlervektor
$\underline{\eta}(m)$	Stochastischer Rauschprozess
$\hat{\underline{\mathbf{R}}}_{xx}$	Schätzung räumliche Korrelationsmatrix
$\underline{\nu}(m)$	Systematischer Strukturanteil
$\underline{\rho}(m)$	Messsignal autoregressiver Prozess
$\underline{\mathbf{A}}(\theta)$	Steuermatrix ULA
$\underline{\mathbf{a}}(\theta_z)$	Steuervektoren ULA
$\underline{\mathbf{B}}$	Gefiltertes Echosignal
$\underline{\mathbf{b}}$	Gefiltertes Echosignal vektorisiert
$\underline{\mathbf{H}}_{BP}^{(\kappa)}$	Kompensationsfilter
$\underline{\mathbf{I}}_{(n,m)}^{(\kappa)}$	Komplexwertige Matrix der Rekonstruktionsebene
$\underline{\mathbf{P}}$	Stack gefilterter Echosignale
$\underline{\mathbf{R}}_s$	Signalkorrelationsmatrix
$\underline{\mathbf{R}}_\eta$	Rauschkorrelationsmatrix



$\underline{\mathbf{R}}_{xx}$	Räumliche Kovarianzmatrix
$\underline{\mathbf{S}}_{IF}^{(\kappa)}$	Entfernungsspektrum
$\underline{\mathbf{U}}_s$	Signalunterraum
$\underline{\mathbf{w}}$	Gewichtungsvektoren
$\underline{\mathbf{x}}(n_c)$	Örtliches Apertursignal
$\tilde{\underline{\mathbf{R}}}_{xx}$	Fehlerbehaftete Korrelationsmatrix
$\underline{e}(m)$	Schätzfehler autoregressives Modell
$\underline{s}(n)_{IF,2D}$	Zweidimensionales Zwischensignal
$\underline{s}(n, k_c)$	Phasor zur Distanzanalyse
$\underline{s}(n_c, k)$	Phasor zur Geschwindigkeitsanalyse
$\underline{S}_{int}^{(\kappa)}(u)$	Entfernungsabhängiger Spektralwert interpoliert
$\underline{s}_{SA}(\kappa)$	Phasenor synthetische Apertur
$\varphi_T(t)$	Momentane Phase
$\varphi_{T_0}$	Startphase
$\ \cdot\ _2$	Euklidische Norm
${}^{FK}F$	Fahrzeugkoordinatensystem
${}^{KK}\mathbf{p}_{bL,s}^{(\kappa)}$	Schenkelvektor links
${}^{KK}\mathbf{p}_{bmax,s}^{(\kappa)}$	Eckpunkt Projektionsebene Echosignal
${}^{KK}\mathbf{p}_{bmin,s}^{(\kappa)}$	Eckpunkt Projektionsebene Echosignal
${}^{KK}\mathbf{p}_{bR,s}^{(\kappa)}$	Schenkelvektor recht
${}^{KK}F$	Kartenkoordinatensystem
${}^{KK}v_{max,s}$	Maximale Fortbewegungsgeschwindigkeit
${}^{LK}\mathbf{p}_i$	Messpunkt Laserscanner
${}^{LK}F$	Sensorkoordinatensystem links
${}^{RK}F$	Sensorkoordinatensystem rechts
${}^{SAR}F$	SAR Koordinatensystem
$A$	Empfangsamplitude
$c_0$	Lichtgeschwindigkeit
$d_A$	Räumlicher Abstand der Antennenlemente
$d_r$	Radialentfernung

$d_{RA}$	Länge reale Apertur
$e(n)$	Rauschwert
$f_c$	Trägerfrequenz
$f_D$	Dopplerfrequenz
$f_R$	Entfernungsfrequenz
$f_s$	Abtastfrequenz
$f_T(t)$	Momentane Sendefrequenz
$f_T(t - \tau)$	Momentane Sendefrequenz
$f_{IF}$	Zwischenfrequenz
$f_{R,max}$	Maximal messbare Entfernung
$f_{RD}$	Range Doppler Coupling
$f_{RRF}$	Rampenwiederholfrequenz
$f_{SAs}$	Abtastfrequenz synthetische Apertur
$f_{SAmax}$	Maximale Abtastfrequenz einer synthetischen Apertur
$f_{ULA,max}$	Größtmögliche Winkelfrequenz
$K$	Anzahl Frequenzrampen
$k_{CFAR}$	Rang-Zelle OS-CFAR
$l_H$	Länge Fahrzeughinterachse
$L_{SA}$	Längen einer synthetischen Apertur
$N$	Anzahl der Abtastpunkte
$N_P$	Anzahl möglicher Radpulse
$P_D$	Detektionswahrscheinlichkeit
$P_N$	Rauschleistung
$P_S$	Abgestrahlte Signalleistung
$P_{FA}$	Falschalarmwahrscheinlichkeit
$P_{xx}$	Spektrale Leistungsdichte
$r(\kappa)$	Entfernungsvariation zum Messziel
$R_0$	Minimale Zielentfernung
$R_x$	Empfangsantenne
$R_{unamb}$	Maximal eindeutig messbare Radialentfernung
$S$	Detektionsschwellwert

$s(t)$	Signalbezeichnung
$s(t - \tau)$	Laufzeitverzögertes Sendesignal
$s_T(t)$	Sendesignal
$s_{IF}(n)$	Digitalisiertes Zwischenfrequenzsignal
$s_{IF}(t)$	Basisbandsignal
$S_{int}^{(\kappa)}(u)$	Interpoliertes Entfernungsprofil
$T$	Zykluszeit
$T_S$	Abtastzeit
$T_s$	Abtastintervall
$T_x$	Sendeantenne
$T_{ls}$	Messzykluszeit Laserscanner
$T_{Mess}$	Messzeit eines Rampensequenz
$T_{odo}$	Abtastintervalle Odometrie
$T_{RRI}$	Ramp Repetition Interval
$u$	Einheitenloser Spektralindex
$u_L$	Reifenumfang links
$u_R$	Reifenumfang rechts
$v_r$	Radiale Relativgeschwindigkeit
$v_r$	Radialgeschwindigkeit
$v_t$	Tangentialgeschwindigkeit
$v_{r,i}$	Radialgeschwindigkeit stationäres Ziel
$x(n)$	Datenwert

### Indizes

$\kappa$	Index entlang einer synthetischen Apertur
$k$	Rampenindex
$k_c$	Aktueller Chirp Index
$m$	Antennenindex
$n$	Abtastindex
$n_c$	Aktueller Abtastindex
$s$	Sensorindex
$w$	Punktwolken-Index