



Experimentelle Identifikation von Kontakteigenschaften der Fußsohle eines humanoiden Roboters

Semesterarbeit

an der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München

Betreut von Univ.-Prof. dr.ir. Daniel J. Rixen
Felix Sygulla, M.Sc.
Lehrstuhl für Angewandte Mechanik

Eingereicht von Moritz von Freymann
Watzmannring 74
85748 Garching

Eingereicht am Garching, den 19. September 2018

Abstract

In this thesis the contact properties of humanoid robot LOLA are examined. For this a experimental setup is planned, manufacture and put into operation. With this experimental setup experiments in normal and tangential direction, as well as friction experiments are done. Outgoing of the evaluation of these experiments the contact is modeled. This model with parameters of the experiments is implemented and tested in multiple-body simulation.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden die Kontakteigenschaften des humanoiden Roboters LOLA untersucht. Dazu wird ein Prüfstand geplant, gebaut und in Betrieb genommen. Es werden mit diesem Prüfstand Versuche in normaler und tangentialer Richtung, sowie Reibungsversuche durchgeführt. Diese werden ausgewertet und es findet eine Modellierung des Kontaktes statt. Dieses Modell mit den experimentell ermittelten Modellparametern wird in der Mehrkörper-Simulation implementiert und getestet.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 1.1 | Ziele der Arbeit | 1 |
| 1.2 | Aufbau der Arbeit | 2 |
| 2 | Stand der Technik | 3 |
| 2.1 | Konstruktion des Fußes bei zweibeinigen Laufrobotern | 3 |
| 2.2 | LOLA | 5 |
| 2.2.1 | Aufbau des Fußes | 5 |
| 2.2.2 | Modellierung der Kontaktmechanik | 5 |
| 3 | Einführung in die Kontaktmechanik bei Elastomeren | 9 |
| 3.1 | Aufbau und Eigenschaften von Elastomeren | 9 |
| 3.2 | Visko-elastisches Verhalten | 10 |
| 3.2.1 | Merkmale visko-elastischen Verhaltens | 10 |
| 3.2.2 | Mathematische Beschreibung des visko-elastischen Verhaltens | 12 |
| 3.3 | Energie-basiertes Modell zur Beschreibung des Verhaltens von Elastomeren | 13 |
| 3.4 | Reibung | 14 |
| 3.4.1 | Grundlagen | 15 |
| 3.4.2 | Reibungsmodelle | 15 |
| 3.4.3 | Abhängigkeiten des Reibungskoeffizienten | 17 |
| 3.5 | Kontaktmechanik bei Elastomeren | 17 |
| 4 | Versuchsaufbau | 21 |
| 4.1 | Pad | 21 |
| 4.2 | Prüfstand | 21 |
| 4.3 | Konzeptioneller Versuchsaufbau | 22 |
| 4.4 | Konstruktion | 23 |
| 4.5 | Trajektorie | 25 |
| 5 | Ergebnisse und Auswertung | 29 |
| 5.1 | Numerische Methoden zur Auswertung | 29 |
| 5.1.1 | Methode der kleinsten Quadrate | 29 |
| 5.1.2 | Trust-Region-Algorithmus | 31 |
| 5.2 | Versuche in normaler Richtung | 32 |
| 5.2.1 | Versuchsablauf | 32 |
| 5.2.2 | Auswertung | 33 |
| 5.3 | Versuche in tangentialer Richtung | 42 |
| 5.3.1 | Versuchsablauf | 42 |
| 5.3.2 | Auswertung und Ergebnisse | 43 |
| 5.4 | Versuche zur Bestimmung der Reibung | 46 |
| 5.4.1 | Versuchsablauf | 46 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 5.4.2 | Auswertung | 47 |
| 5.4.3 | Ergebnisse | 52 |
| 6 | Validierung der Ergebnisse | 53 |
| 6.1 | Validierung anhand von Vergleichswerten | 53 |
| 6.2 | Validierung anhand der aufgezeichneten Daten | 53 |
| 6.3 | Validierung in der Simulation | 55 |
| 7 | Zusammenfassung und Ausblick | 59 |
| 7.1 | Zusammenfassung | 59 |
| 7.2 | Ausblick | 60 |
| A | Anleitungen zum Aufbau der Prüfstände | 61 |
| A.1 | Normal | 61 |
| A.2 | Schub | 61 |
| A.3 | Reibung | 62 |
| B | Experimentell ermittelte Parameter für Kelvin-Voigt-Modell | 65 |

Kapitel 1

Einleitung

Humanoide Laufroboter sind Roboter, deren Aufbau sich an dem des Menschen und an dessen Biomechanik orientiert. Ihr großer Vorteil gegenüber Robotern mit Rädern ist die bessere Nutzbarkeit in unebenen Terrain und die Möglichkeit über Hindernisse hinweg zusteigen [56, 59]. Auch Treppen steigen ist so theoretisch möglich. Aus diesem Grund sind Teil der Forschung in der Raumfahrt [59].



Abbildung 1.1: Der humanoide Laufroboter LOLA des Lehrstuhl für Angewandte Mechanik [40]

Das zweibeinige Laufen bringt neben den Vorteilen auch viele Schwierigkeiten die Stabilität des Roboters betreffend mit sich [59]. Bei der hohen Anzahl an Freiheitsgraden, die ein Laufroboter üblicherweise besitzt, ist die Trajektorienplanung und die Regelung sehr komplex, weshalb eine möglichst genaue Beschreibung der Mechanik essentiell ist.

Die Kontaktmechanik der Füße spielt dabei eine gewichtige Rolle, da diese üblicherweise die beim Laufen einzige Interaktion des Roboters mit der Umgebung darstellt. Deswegen hat diese großen Einfluss auf die gesamte Dynamik des Roboters, weshalb eine effektive Modellierung des Kontaktproblems essentiell für die Simulation und die Regelung ist [9].

1.1 Ziele der Arbeit

Diese Arbeit hat die Verbesserung des Kontaktmechanikmodells des humanoiden Roboters LOLA zum Ziel. Dazu soll ausgehend von Experimenten die normale sowie tangential Steifigkeit und Dämpfung und die Haft- sowie Gleitreibung ermittelt werden. Dazu finden Experimente mit einzelnen Fußpads von LOLA auf einem Prüfstand statt. Dieser wird geplant, gebaut und in Betrieb genommen.

Die so bestimmten Daten sollen in das vorhandene Kontaktmodell in der MKS-Simulation eingebunden werden, wobei gegebenenfalls eine Anpassung dieses Modells vorgenommen wird. Abschließend findet eine Validierung der neuen Kontaktmechanik statt und diese wird in der Simulation implementiert.

1.2 Aufbau der Arbeit

Ausgehend von einer Literaturrecherche zum aktuellen Stand der Technik bei humanoiden Robotern im Allgemeinen und beim lehrstuhleigenen Roboter LOLA im Speziellen, soll auf die Kontaktmechanik des Laufens bei Robotern vertieft eingegangen werden.

Anschließend findet in Kapitel 3 eine Einführung in die Kontaktmechanik bei Elastomeren statt, welcher den Überlegungen zur anschließenden Modellierung des in dieser Arbeit betrachteten Kontaktproblems zu Grunde liegt.

Diese Modellierung soll zusätzlich mit dem erarbeiteten Wissen aus der Literaturrecherche zu humanoiden Robotern - hier speziell mit dem bereits vorhanden Kontaktmodell von LOLA - vorgenommen werden.

In Kapitel 4 werden, die Überlegungen zum Versuchsaufbau, die Konstruktion und die Inbetriebnahme des selbigen vorgestellt. Zudem wird der Versuchsablauf näher beleuchtet. Anschließend werden in Kapitel 5 die Messungen der Experimente, deren Auswertung und die Ergebnisse aufgezeigt, welche in Kapitel 6 validiert werden.

Abschließend findet eine Zusammenfassung der Arbeit und des Vorgehens und ein Ausblick auf weiterführende Themen, welche auf den Ergebnissen dieser Arbeit beruhen, statt.

Kapitel 2

Stand der Technik

In diesem Kapitel soll auf die verschiedenen Möglichkeiten bei der Konstruktion des Fußes bei humanoiden Laufrobotern eingegangen werden. Zuletzt wird der Aufbau des Fußes bei LOLA und die dazugehörige Modellierung der Kontaktmechanik vorgestellt.

2.1 Konstruktion des Fußes bei zweibeinigen Laufrobotern

Nach [45] sind die Hauptanforderungen an die Konstruktion der Fuss-Struktur bei einem zweibeinigen Roboter die Folgenden:

- hohe Reibung auf verschiedenen Oberflächen, um einen stabilen Kontakt zu ermöglichen
- passive Komponente mit guten Dämpfungseigenschaften zur Stoß-Absorption beim initialen Kontakt bei gleichzeitigem progressivem elastischen Verhalten zur Gewährleistung einer effektiven Stabilitätskontrolle
- steife mechanische Konstruktion zur effektive Übertragung der Vortriebskraft bei für die Systemstabilität ausreichenden Bandbreite
- Kompensation von kleinen Unebenheiten
- geringe Masse

In der Literatur lassen sich einige Varianten an Füßen für zweibeinige Laufroboter finden, die diese Anforderungen umsetzen. Den Einfluss der Konstruktion der Füße zeigen [46] in Experimenten mit drei verschiedenen Arten an Fuß-Design.

Eine sehr einfache Variante ist von [30]. Bei dieser wird eine starre Sohle verwendet, die auf einer Elastomer-Sohle befestigt wird. Diese ist wiederum mit dem oberen Teil des Fußes über zwei Elastomer-Blöcken, die eine dämpfende Funktion haben, verbunden.

Eine andere Möglichkeit zur Konstruktion des Fußes bildet eine Orientierung am biomechanischen Aufbau des menschlichen Fußes (vgl. Abb. 2.1), wie sie [38] anwenden. Hier werden Ferse und Zehen durch zwei beziehungsweise drei Federn modelliert, die mit dem eigentlichen Fuß mit Drucksensoren befestigt sind. Dieser ist wiederum über ein Gelenk, welches das Sprunggelenk des Menschen repräsentiert, mit dem Bein des Roboters verbunden.

Ein Mittelweg zwischen starrer Sohle und Fersen- und Zehengelenken stellt die Konstruktion einer Sohle mit einem passiven Zehngelenk dar. Der verwendete Roboter besitzt zwei Füße, deren Mechanik in Abb. 2.2 dargestellt ist, die in zwei über ein passives Drehgelenk verbundene

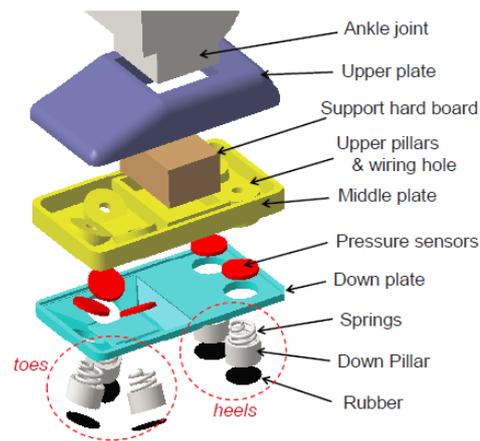


Abbildung 2.1: Aufbau eines Roboter-Fußes auf Grundlage einer biomechanischen Betrachtung des menschlichen Fußes [38].

Bereiche unterteilt sind. [58]. Diese Konstruktion ermöglicht dem Roboter eine Nachahmung der Gangart eines gesunden [58] oder gesundheitlich eingeschränkten [37] Menschen.

Eine weitere Möglichkeit zur Konstruktion ist, keinen Fuß im eigentlichen Sinn zu verwenden, sondern über vier höhenverstellbare Stäbe einen Kontakt mit vier Punkten zu realisieren [29]. Der Vorteil dieses Aufbaus zeigt Abb. 2.3, in der das *Support-Polygon* einer klassischen Fußsohle und der eines *Four-Point-Contact-Foot* gezeigt wird. Hier wird deutlich, dass beim Auftreten auf eine mit Unebenheiten ausgestattete Oberfläche ein normaler Fuß kippt und somit, das *Supportpolygon* deutlich verkleinert wird. Bei einem *Four-Point-Contact-Foot* können die höhenverstellbaren Stäbe die Unebenheiten ausgleichen, bis sie schließlich festgeklemmt werden.

Einen ähnlichen Ansatz verfolgt [83, 84], in dem der grobe Aufbau des Fuß in eine untere Fußsohle aus Duraluminium mit vier Spikes zur Gewährleistung von vier Kontaktpunkten und eine ober Fußsohle aus Duraluminium und eine dazwischen befindliche Schicht aus dem Urethan CONORM. Diese soll zum einen dämpfen, zum anderen Unebenheiten der Fläche durch Verformung ausgleichen.

Auch [35] benutzen vier Spikes an den Ecken des Roboter-Fußes, kombinieren diese allerdings zusätzlich noch mit je einem optischen Sensor zur Erfassung des Abstandes zum Boden.

Unabhängig von der Konstruktion ist die Wahl des mit der Umgebung in Kontakt stehenden Materials. Zur Umsetzung der Stoß-Absorption und des elastischen Verhaltens wird üblicher

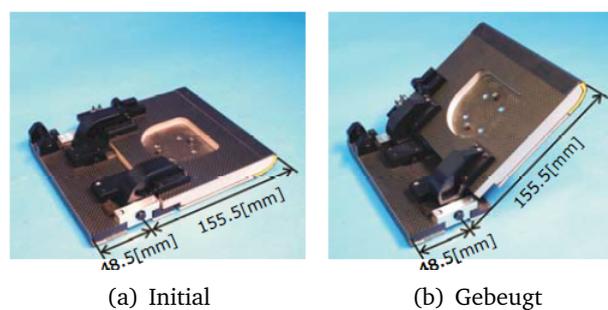


Abbildung 2.2: Fußmechanik eines Roboterfußes mit passivem Zehengelenk [58].

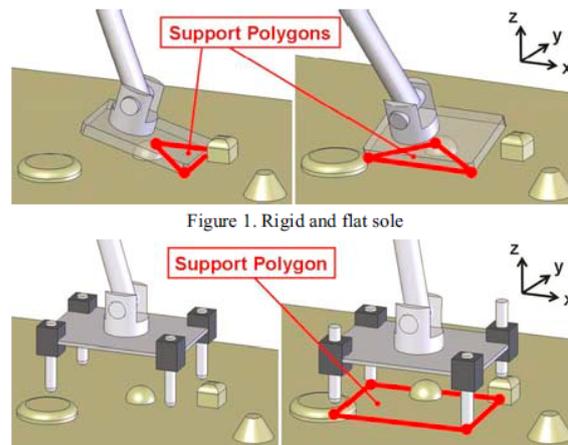


Figure 1. Rigid and flat sole

Abbildung 2.3: Darstellung des *Supportpolygons* einer flachen und starren Fußsohle und eines prinzipiellen *Four-Point-Contact-Foot* [29].

weise auf ein Elastomer gesetzt [30, 83, 84]. Für die hohe Reibung des Fußes auf einer beliebigen Oberfläche werden ebenfalls häufig Materialien aus Elastomeren verwendet [30, 38].

2.2 LOLA

Am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik wird der selbstkonstruierte und selbstgebaute humanoide Roboter LOLA zu Forschungszwecken verwendet. Auf den Aufbau dieser Füße und die Modellierung in der zugehörigen Simulation soll im Folgenden kurz beschrieben werden.

2.2.1 Aufbau des Fußes

Ein Fuß von LOLA besteht aus vier einzelnen Pads die über das Fußgestell miteinander und mit dem Bein verbunden sind. Die vorderen beiden Pads bilden die Zehen, die hinteren beiden die Ferse. Das Zehengelenk kann aktiv oder passiv gestaltet, oder auch durch eine starre Konstruktion ersetzt werden (vgl. Abb. 2.4). Üblicherweise wird aktuell die starre Konstruktion verwendet.

Das Pad besteht aus dem einem aus Aluminium gefertigten Hauptteil, in welchem drei Kraftsensoren mit Kleber angebracht werden. Auf diesen drei Sensoren liegt ein Blech auf dem wiederum ein Blech liegt, welches anschließend mit einer Art Schiene mit dem Hauptteil verschraubt wird. Die Elastomersohle wird mit beidseitigem Klebeband mit dem Hauptteil und der Schiene verklebt.

2.2.2 Modellierung der Kontaktmechanik

Die nachfolgend beschriebene Modellierung der Kontaktmechanik wurde von BUSCHMANN durchgeführt[9].

Aufgrund der verwendeten Elastomere in den Füßen von LOLA, ist von einem visko-elastisches Verhalten der Pads auszugehen. Dies konnte in Experimenten bestätigt werden, sodass mit dem *Kelvin-Voigt-Modell* ein einfaches visko-elastisches Modell verwendet wird. Weiterhin werden die Pads aufgrund der vergleichsweise hohen Normalkräften als masselos angenommen.

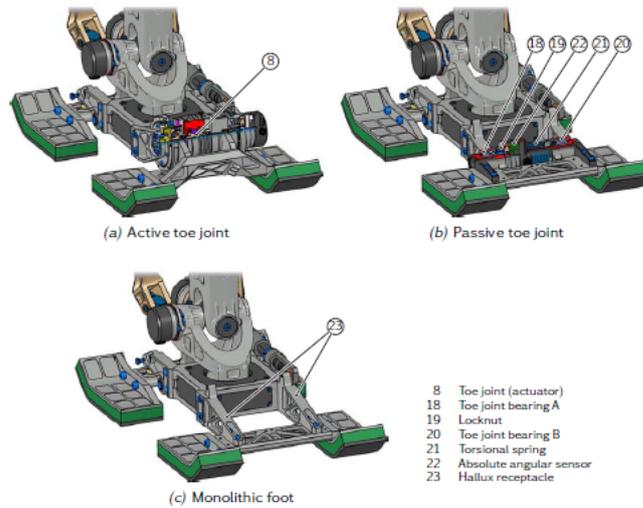


Abbildung 2.4: Modulare Strukturen des Fußes bei LOLA [45].

Abb. 2.5 zeigt die Modellierung der Kontaktmechanik mit einem diskretisierten Netz aus Knotenpunkten, aus der sich die Bewegungsgleichung ergibt:

$$\mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.1)$$

Hier ist \mathbf{u} der Verschiebungs-Vektor der Knoten, \mathbf{f} die Kraft an den Knoten, \mathbf{D} die Dämpfungsmatrix und \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix. Unter der Annahme von *Rayleigh-Dämpfung*, ergibt sich \mathbf{D} zu $\alpha\mathbf{K}$ mit $\alpha > 0$. Die Kraft und das Moment, welche dann auf ein einzelnes Pad wirken, ergeben sich wie folgt:

$$F_{pad} = \mathbf{f}_i \quad (2.2)$$

$$T_{pad} = \Delta\mathbf{r}_i \mathbf{f}_i \quad (2.3)$$

Dabei ist \mathbf{f}_i die Kraft auf den i -ten Knoten und $\Delta\mathbf{r}_i$ der Richtungsvektor des i -ten Knotens zum Referenzpunkt des jeweiligen Pads.

Für den Kontakt in Normal-Richtung wird von einem unilateralen Kontakt zwischen Pad und Boden ausgegangen. Dafür gilt folgende Bedingung, die als HERTZ-SIGNORINI-MOREAU-Bedingung bezeichnet wird [20, 85]:

$$F_N \geq 0 \wedge r_N \geq 0 \wedge F_N r_N = 0 \quad (2.4)$$

F_N ist hierbei die Normalkraft und r_N der Abstand in normalen Richtung der beiden Körper.

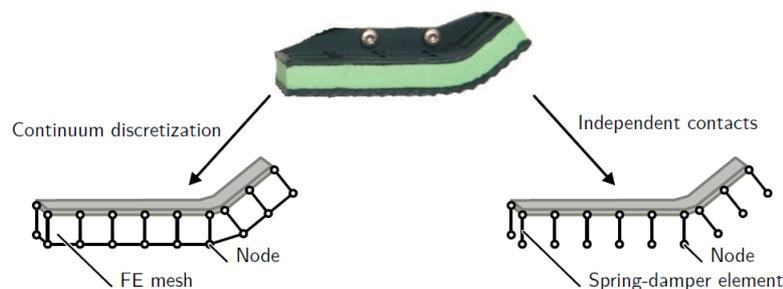


Abbildung 2.5: FEM und unabhängigen Feder-Dämpfer-Systemen [9].

In tangentialer Richtung wird für den Kontakt schlicht COULOMB'sche Reibung angenommen und folgende Zwangsbedingung formuliert [9]:

$$F_N - \mu \|F_T\| \geq 0 \wedge (F_N - \mu \|F_T\|) \dot{u}_T = 0 \quad (2.5)$$

Hier stellt μ den Haft- beziehungsweise Gleitreibungskoeffizienten dar, welche als identisch angenommen werden. F_T ist die Kraft und \dot{u}_T die Geschwindigkeit in tangentialer Richtung.

Die Berechnung der Kräfte aus den vorgestellten Gleichungen erfolgt aktuell mit einem entkoppelten *Kelvin-Voigt*-Modell berechnet. Möglich ist auch die Verwendung eines FEM-Modell, welches allerdings hohe Rechenzeiten aufweist und sich daher für die Simulation nicht als praktikabel erweist.

Das physikalische Modell, das den Berechnungen zugrunde liegt soll in dieser Arbeit angepasst werden, um das Verhalten LOLAs besser approximieren zu können.

Kapitel 3

Einführung in die Kontaktmechanik bei Elastomeren

In folgendem Kapitel soll ein Überblick über die Kontaktmechanik bei Elastomeren und deren Einflüsse gegeben werden. Dazu wird nach einer kurzen Beschreibung des Aufbaus der Elastomere auf die aus diesem resultierenden Eigenschaften eingegangen. Anschließend wird näher auf das visko-elastische Verhalten eingegangen und es werden Möglichkeiten zur Berechnung dieses Verhaltens aufgezeigt. Ein weiteres Modell wird vorgestellt, welches einen nicht-linearen Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung bei fehlender Viskosität postuliert. Danach wird ausgehend von einer allgemeinen Beschreibung der Reibung und auf die Besonderheiten der Kontaktmechanik bei Elastomeren eingegangen.

3.1 Aufbau und Eigenschaften von Elastomeren

Elastomere finden aufgrund ihrer Eigenschaften in zahlreichen industriellen Aufgaben - vor allem im Bereich Schwingungsdämpfung [2, 23] und bei der Herstellung von Reifen [67] - Verwendung. Sie lassen sich der Werkstoffgruppe Kunststoff zuordnen, da sie synthetisch (künstlich) durch chemische Verbindung aus einzelnen Molekülen geeigneter niedermolekularer Verbindungen – den *Monomeren* – zu den sogenannten ketten- oder netzartig aufgebauten Makromolekülen gebildet werden. Diesen Herstellungsprozess abbildend wird synonym der Begriff *Polymer* für diese Art von Werkstoff verwendet [4, 70, 79]. Kunststoffe beziehungsweise *Polymere* werden aufgrund ihres Aufbaus in drei große Gruppen eingeteilt:

Tabelle 3.1: Einteilung der Kunststoffe modifiziert nach [4]

| Thermoplaste | Elastomere | Duromere |
|------------------------|------------------|----------------------------|
| unvernetzt | schwach vernetzt | stark vernetzt |
| linear bis verzweigt | | chemisch vernetzt |
| | nicht schmelzbar | nicht schmelzbar |
| schmelzbar | nicht löslich | nicht löslich |
| | quellbar | nicht quellbar |
| plastisch verformbar | gummielastisch | nicht plastisch verformbar |
| i.Allg. großer E-Modul | kleiner E-Modul | großer E-Modul |

Wie Tabelle 3.1 entnommen werden kann, sind Elastomere aus weitmaschigen chemisch schwach vernetzten Makromolekülketten aufgebaut, was die große elastische Dehnbarkeit bedingt. Die an wenigen Stellen miteinander verknüpften Makromoleküle liegen in einer

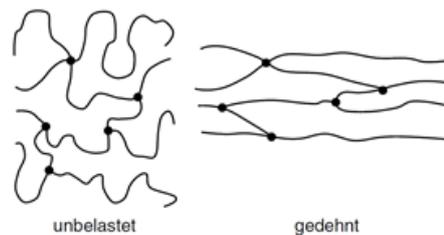


Abbildung 3.1: Zustände der Molekülketten eines Elastomers nach [4].

verknäulten Lage vor und werden bei einer äußeren Krafteinwirkung gestreckt. Wurde die Zugfestigkeit dabei nicht überschritten, verknäulen sich die gestreckten Molekülketten wieder, sobald keine äußere Belastung mehr auftritt [70]. Die Art des Verknäulens folgt dabei einer GAUSS'schen Wahrscheinlichkeitsverteilung, weshalb solche Netzwerke *GAUSS-Ketten* oder *GAUSS'sche Netzwerke* genannt werden [44, 77].

Aufgrund der Reaktion, den Zustand der größten Unordnung – bei Elastomeren maximal verknäult - anzustreben, wird dieses Dehnungsverhalten entsprechend der Definition der Entropie als Maß der Unordnung als *Entropie-Elastizität* bezeichnet. Ebenfalls wird auch aufgrund der sehr großen und reversiblen Verformbarkeit, der Begriff *Gummielastizität* verwendet. Diese Eigenschaft tritt bei Temperaturen, die unter der *Glastemperatur* liegen, kaum noch in Erscheinung [4], welche allerdings bei Elastomeren deutlich unterhalb der Raumtemperatur liegt [79].

Bei großen Dehnungen wird durch dadurch auftretende Parallelausrichtung zwischen den Vernetzungsstellen und Annäherung der Molekülsegmente eine momentane Kristallisation ermöglicht, welche zu einer deutlichen progressiven Zunahme der Härte und des Elastizitätsmoduls führt [4, 14].

Neben dem niedrigen Elastizitäts-Modul, der extrem hohen Deformierbarkeit, weisen Elastomere als dritte wichtige Eigenschaft Viskosität bei Deformation auf, welche durch innere Energiedissipation hervorgerufen wird [68]. Diese wird durch koordinierte Bewegungen benachbarter Verknüpfungen ausgelöst und hat den viskosen Charakter der Elastomere zur Folge [14].

3.2 Visko-elastisches Verhalten

3.2.1 Merkmale visko-elastischen Verhaltens

Ein Merkmal von visko-elastischen Materialien im Allgemeinen und Elastomeren im speziellen stellt die *Spannungsrelaxation* dar, bei der bei einem ein auf Schub oder Dehnung belastetem Elastomer eine Reduzierung der Spannung mit zunehmender Zeit auftritt [67]. Hierbei wird zwischen physikalischer und chemischer *Relaxation* unterschieden. Wenn zum Beispiel ein Elastomer-Block plötzlich um den Schubwinkel γ_0 deformiert, dann ordnen sich die Molekülketten bei der physikalischen *Relaxation* während der ersten Sekunden nach Erreichen von γ_0 neu an [69]. Für größere Zeiten dominieren die chemischen Effekte bei denen die Molekülketten ihre Verschlaufungen – *transiente* („vorübergehende“) Bindungen – lösen, wofür sie bei der Verschiebung keine Zeit hatten und somit selbst gedehnt wurden [43], wodurch sich das Elastomer wie ein fester Körper verhält, was eine hohe Steifigkeit und damit Schubspannung zur Folge hat. Mit der Zeit können sich die Molekülketten entflechten und damit ihre Dehnung und somit auch die Schubspannung reduzieren. Damit ergibt sich

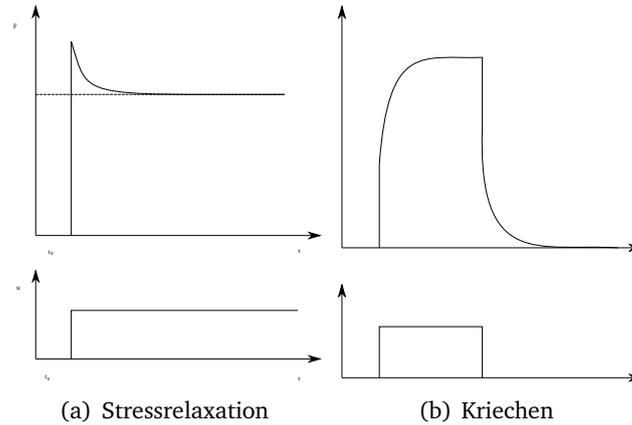


Abbildung 3.2: Spannung und Verformung nach dem *Zener-Modell* für Relaxation und Kriechen nach [21].

der zeitabhängige Schubmodul $G(t)$ mit den Grenzwerten $G(0) = \frac{\tau(0)}{\gamma_0}$ (*Glasmodul*) und $G(\infty) = \frac{\tau(\infty)}{\gamma_0}$ (*statischer Schubmodul*) [67]. Der Spannungsverlust wird üblicherweise in Abhängigkeit einer Exponentialfunktion angegeben [8, 13]:

$$\Delta\tau \sim \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{T_{\text{Relaxation}}}\right)\right) \quad (3.1)$$

Wird nun anstelle einer plötzlichen Verformung eine konstante Spannung zum Zeitpunkt t_0 aufgebracht, stellt sich für feste visko-elastische Materialien sofort eine Verformung ein, die bis zu einem gewissen Grad zum Zeitpunkt t_1 ansteigt und dann für die restliche Zeit konstant bleibt. Nach der Entlastung findet eine vollständige, aber zeitlich verzögerte, Rückdeformation (*Retardation*) statt, die zum Zeitpunkt t_2 erreicht wird [47]. Dieser Vorgang wird als *Kriechen* bezeichnet [21].

Auch hier liegt der Grund wieder in den verknäulten Molekülketten, die sich bei der aufgezungen Belastung nur langsam entflechten, während sie nach der Entlastung wieder in ihren energetisch günstigeren Ausgangszustand streben [54].

Durch Aufbringen einer sinusförmigen Spannung erhält man für lineares Verhalten eine sinusförmige Verformung, für die zur Beschreibung eine komplexe Größe für den Schubbeziehungswise Dehnmodul eingeführt wird [14, 15, 67].

Für den komplexen Dehnmodul und den komplexen Schubmodul ergeben sich nach [14]:

$$E^* = \frac{\sigma^*}{\epsilon^*} = E' + jE'' = |G^*| e^{j\delta} \quad (3.2)$$

$$G^* = \frac{\tau^*}{\gamma^*} = G' + jG'' = |E^*| e^{j\delta} \quad (3.3)$$

G' und E' bezeichnen dabei einen *Speichermodul* (elastischen Anteil), der die Komponente der Spannung darstellt, die in Phase mit der Verformung ist und die aufgewendete Verformungsarbeit „speichert“, die am Werkstoff verrichtet wurde [14, 43].

Dahingegen bezeichnen G'' und E'' den *Verlust-Modul* (viskosen Anteil), der die Komponente der Spannung darstellt, die eine Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$ zur Verformung aufweist und den Teil der aufgewendeten Verformungsarbeit repräsentiert, der durch die Viskosität „verloren“ wird [14, 43].

Der *Verlustfaktor* – Betrag der mechanischen Energie, der in Wärme umgesetzt wird – ergibt sich aus dem *Verlustwinkel* δ , welcher den Phasenwinkel zwischen der komplexen Spannung und der komplexen Verformung angibt [14].

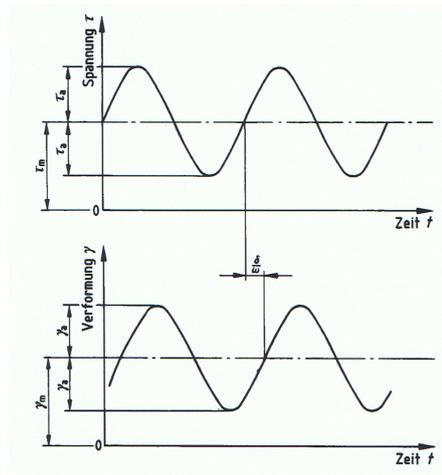


Abbildung 3.3: Spannung-Zeit-Diagramm und Verformung-Zeit-Diagramm mit Phasenverschiebung zwischen Spannung und Verformung nach [15].

Durch die Eigenschaften von Elastomeren ergibt sich der bereits erwähnte komplexe E-Modul, welcher von der - meist zyklischen - Dehnungsgeschwindigkeit ω abhängt.

Wie Abb. 3.4, zeigt kann man das Verhalten von Elastomeren in Abhängigkeit von ω in drei Bereiche einteilen. Im ersten Bereich der niedrigen Frequenzen dominiert der elastische Anteil, da hier die einzelnen Ketten mit geringer Energie-Dissipation diffundieren können [43]. Im zweiten Bereich liegt vor allem viskoses Verhalten vor, weswegen hier der „Verlust“ beziehungsweise die Dämpfung am größten ist [43, 62]. Bei hohen Geschwindigkeiten tritt der selbe Effekt wie bei der *Relaxtion* auf. Die Dehnungsänderung ist zu schnell, um die Verschlaufungen zu lösen und es werden die deutlich steiferen Molekülketten gedehnt, weshalb der E-Modul bei Elastomeren ab einer gewissen Frequenz sehr hoch ist [43, 62].

Eine Erhöhung der Temperatur bewirkt eine Verschiebung des ersten Bereichs zu höheren Frequenzen [62].

3.2.2 Mathematische Beschreibung des visko-elastischen Verhaltens

Zur mathematischen Beschreibung des visko-elastischen Verhaltens werden üblicherweise eindimensionale, mechanische Modelle verwendet, bei denen der elastische Anteil durch Federn und der viskose Anteil durch Dämpfer modelliert wird [21, 75]. Ein einfaches lineares und häufig verwendetes Modell stellt das *Kelvin-Voigt-Modell* dar [22, 41, 47, 75]) - manchmal auch nur *Voigt-Modell* genannt [21, 43]. Weiterhin findet als lineares Modell das *Zener-Modell*

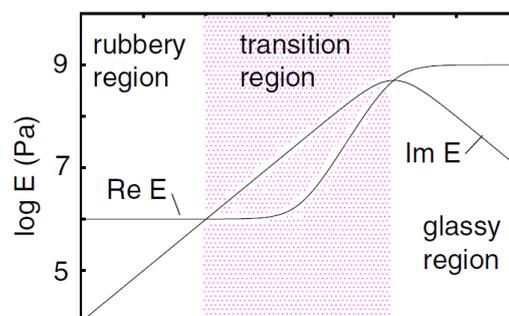


Abbildung 3.4: Realteil und Imaginärteil von $E(\omega)$ [62].

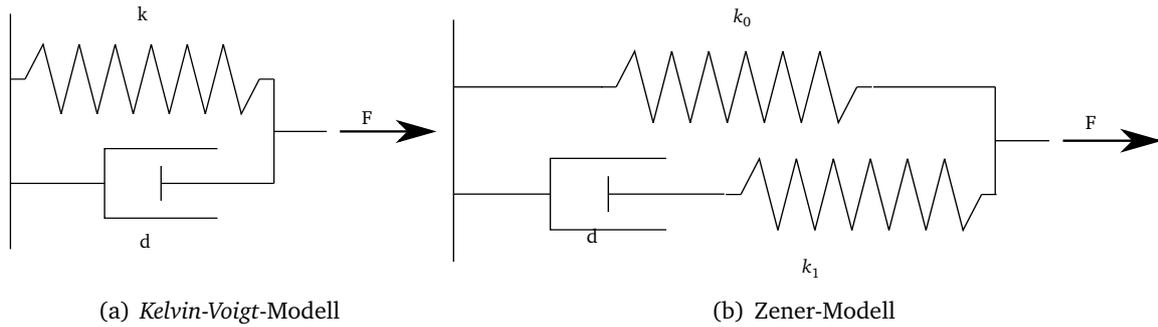


Abbildung 3.5: Zwei mechanische Ersatzmodelle zur Beschreibung visko-elastischen Verhaltens .

Anwendung [43, 66], das auch unter dem Begriff *Standard-Linear-Solid* in der Literatur zu finden ist [21, 80]. Ein nichtlineares Modell erhält man, wenn man den Dämpfer des *Kelvin-Voigt-Modell* als nichtlinear – also abhängig von der Verschiebung - annimmt. Dieses Modell liefert gute Ergebnisse für niedrige Verformungsgeschwindigkeiten [86] und wurde bereits zur Modellierung der Kontaktmechanik der Elastomer-Sohle eines Laufroboters verwendet [48]. Die mathematischen Zusammenhänge zwischen einer Verschiebung u und einer Kraft F können in Abhängigkeit des verwendeten Modells wie folgt dargestellt werden. Für das lineare *Kelvin-Voigt* Modell ergibt sich:

$$F = ku + d\dot{u} \quad (3.4)$$

Für das nichtlineare *Kelvin-Voigt* Modell:

$$F = ku + d\dot{u}u \quad (3.5)$$

Und für das *Zener* Modell:

$$F = k_0u + d\left(1 + \frac{k_0}{k_1}\right)\dot{u} - \frac{d}{k_1}\ddot{u} \quad (3.6)$$

In der Literatur lassen sich noch komplexere Modelle finden [42], auf die allerdings in dieser Arbeit nicht eingegangen werden soll.

3.3 Energie-basiertes Modell zur Beschreibung des Verhaltens von Elastomeren

Ausgehend von der Annahme, ein Elastomer als ein GAUSS'sches Netzwerk beschreiben zu können, kann eine Funktion aufgestellt werden, welche die während einer Verformung gespeicherte Energie quantifiziert :

$$W = \frac{1}{2}E(\lambda_x^2\lambda_y^2\lambda_z^2) \quad (3.7)$$

Hier ist λ das *Dehnungsverhältnis*, das sich aus der Länge L im unbelasteten Zustand und der Verschiebung u berechnet:

$$\lambda = \frac{L + u}{L} \quad (3.8)$$

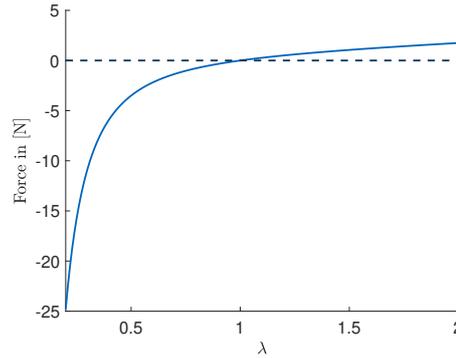


Abbildung 3.6: Qualitativer Kraftverlauf für $F(\lambda)$ nach Gleichung (3.12) mit $E_\lambda A_0 = 1$.

Für den Sonderfall einer einfachen Streckung oder Kompression in Richtung einer der Achsen, ergibt sich - beispielhaft für eine Streckung/Kompression in x-Richtung - folgender Zusammenhang:

$$\lambda_x = \lambda; \quad \lambda_y = \lambda_z = \lambda^{-\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

Damit ergibt sich gemäß Gleichung (3.7):

$$W = \frac{1}{2}E(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3) \quad (3.10)$$

Aus

$$\sigma = \frac{W}{\lambda} \quad (3.11)$$

folgt mit der Fläche A_0 senkrecht zur Kraft, gemessen im unbelasteten Zustand:

$$F(\lambda) = E_\lambda A_0 (\lambda - \lambda^{-2}) \quad (3.12)$$

Bei Dehnung gilt $u < 0$ und damit $\lambda \in]0; 1]$. Somit ergibt sich für $F(\lambda)$ und $E_\lambda A_0 = 1$ der in Abb. 3.6 dargestellte Kraftverlauf.

Für die Herleitung des Zusammenhangs in Gleichung (3.12) und der in diesem Unterkapitel beschriebenen Überlegungen sei auf [77] verwiesen.

Wie in Abb. 3.6 dargestellt, ist der berechnete Kraftverlauf nicht-linear. Bei einer starken Kompression steigt die Kraft sehr stark an.

Aufgrund der Vereinfachungen bei der Modellierung des Elastomers als GAUSS'sches Netzwerk weist das Modell zwei charakteristische Abweichungen von der Realität auf. Zum einen werden bei geringen Verschiebungen durch das Modell größere Kräfte berechnet als sie in Wirklichkeit auftreten. Zum anderen übersteigen die gemessenen Werte die berechneten bei großen Zugbeanspruchungen [77]. Dies ist für den in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsfall allerdings nicht relevant.

Betrachtet man eine Scherung eines Materials mit dem energie-basierten Modell, dann führt dies zu dem klassischen linearen Zusammenhang [77]:

$$\tau = G_\lambda \sigma \quad (3.13)$$

3.4 Reibung

Folgend soll auf die Reibung eingegangen werden. Dazu werden die geläufigen Modellierungen vorgestellt.

3.4.1 Grundlagen

Reibung ist ein ebenso häufiges wie auch komplexes Phänomen, welches immer bei Kontakt zweier Oberflächen auftritt.

Im Folgenden soll auf die - für diese Arbeit relevante - trockene Reibung zwischen zwei Oberflächen eingegangen werden, wobei gleichzeitig für die hydrodynamische auf die Literatur verwiesen sei (z.B [3]).

Die *Tribologie* ist die wissenschaftliche Untersuchung der Reibung, welche auf atomarer Ebene stattfindet und chemische, elektro-magnetische und mechanische Prozesse als Ursache hat, was Schwierigkeiten bei der Beschreibung vieler Reibungsphänomene zur Folge hat[81]. Einen wichtigen Einfluss auf die Reibung hat die Topografie der im Kontakt befindlichen Oberflächen [3].

Es wird im allgemeinen zwischen Haft- und Gleitreibung unterschieden. Die Haftreibung F_s ist als die minimale tangentielle Kraft definiert, die benötigt wird, um einen Körper auf einer Ebene in Bewegung zu versetzen. Die Gleitreibung F_r stellt die tangentielle Kraft dar, welche nötig ist um einen Körper mit einer gegebenen konstanten Geschwindigkeit auf einer Ebene zu bewegen [26].

Die Haftreibung ergibt sich nach dem Reibungsgesetz von COULOMB zu:

$$F_s = \mu_s F_N \quad (3.14)$$

Hierbei ist μ_s der *statische Reibungskoeffizient* - oder *Haftreibungskoeffizient* - und F_N die Normalkraft. Das COULOMB'sche Reibungsgesetz berechnet die Gleitreibung zu:

$$F_r = \mu_r F_N \quad (3.15)$$

μ_r ist in diesem Fall der *kinetische Reibungskoeffizient* - oder *Gleitreibungskoeffizient* - [67].

3.4.2 Reibungsmodelle

Diesen Formeln für trockene Reibung liegt ein relativ einfaches Modell nach COULOMB zu Grunde, welches in Abb. 3.7 dargestellt wird. Der Körper wird vereinfacht als Punktmasse modelliert, welche auf der rauhen Oberfläche des zweiten Körpers aufliegt.

Um diese Punktmasse nun zu bewegen, muss die Erhebung des gewellten Rauheitsprofil des zweiten Körpers überwunden werden. Zur weiteren Vereinfachung wird angenommen, dass keine Reibung zwischen Punktmasse und Oberfläche herrscht. Durch Freischneiden erhält man folgende Gleichung:

$$F = F_N \tan\theta \quad (3.16)$$

Und somit:

$$F_s = F_{max} = F_N \tan\theta_{max} \quad (3.17)$$

Damit folgt für den *statischen Reibungskoeffizienten*:

$$\mu_s = \tan\theta_{max} \quad (3.18)$$

Auch wenn der reale Kontakt zwischen zwei Oberflächen deutlich komplexer ist, beschreibt dieses Modell dennoch mit der Proportionalität zur Normalkraft F_N sehr gut die wichtigste Eigenschaft trockener Reibung [67].

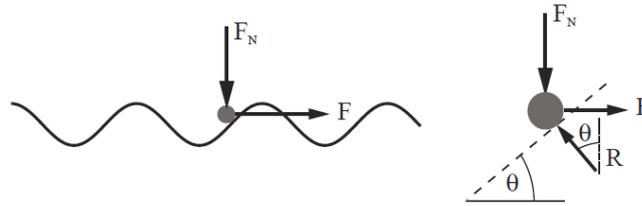


Abbildung 3.7: Reibungsmodell Coulomb [67].

Ein weiteres Modell zur Vorstellung der statischen Reibung zeigt Abb. 3.8, bei dem die atomaren Verbindungen zwischen den Oberflächen als Zugfedern modelliert werden. Diese deformieren sich bei einer aufgebracht tangentialen Kraft - wie das Material auch - und nach Wegnahme dieser Kraft nehmen sie wieder ihre Ausgangsposition ein, wenn die Verbindungen zuvor nicht gelöst wurden. Dies ist der Fall, solange $F_t(t) < F_s \forall t$ gilt. Womit sich folgender formelmäßiger Zusammenhang zwischen Kraft und Verschiebung ergibt:

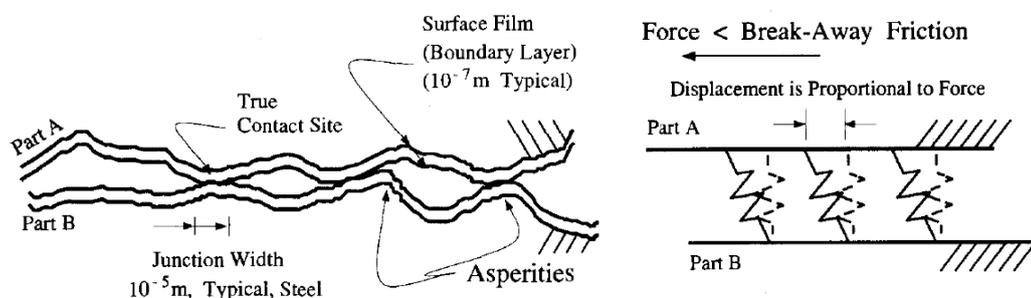
$$F_t(x) = k_t x \quad (3.19)$$

Hierbei stellt k_t die tangentielle Steifigkeit dar und hängt von der Rauheit der Oberflächen, der Elastizität der Materialien und aufgebracht Normalkraft ab[3].

Abb. 3.8(a) verdeutlicht den Unterschied zwischen der wahren Kontaktfläche $A_{contact}$, bei der die Flächenanteile aufsummiert werden, welche direkt in Kontakt stehen und der scheinbaren Kontaktfläche, die sich aus den Oberflächen der beiden in Kontakt befindlichen Körpern ergibt. Die wahre Kontaktfläche ist hierbei um ein Vielfaches kleiner und ist direkt proportional zur Belastung [3].

Diese Abhängigkeit erschließt sich aus der Überlegung, dass mit zunehmender Normalkraft, die im Kontakt befindlichen Punkte näher aneinander gedrückt werden und es somit lokal und global zu einer Vergrößerung der Kontaktfläche kommt, wodurch mehr und stärkere atomare Verbindungen aufgebaut werden können. Durch diese elastische Verformung der Oberflächen kann die höhere Normalkraft aufgenommen werden[3].

Erwähnung finden soll noch die Theorie von BOWDEN-TABOR, für die aber auf die Literatur [67] verwiesen sei.



(a) Verbindungsstellen zweier in Kontakt stehender Oberflächen
(b) Verformung der Oberfläche unter aufgebracht tangentialer Kraft

Abbildung 3.8: Modellierung des Kontakts zweier sich berührender Oberflächen und deren Verhalten bei einer tangentialen Kraft nach [3].

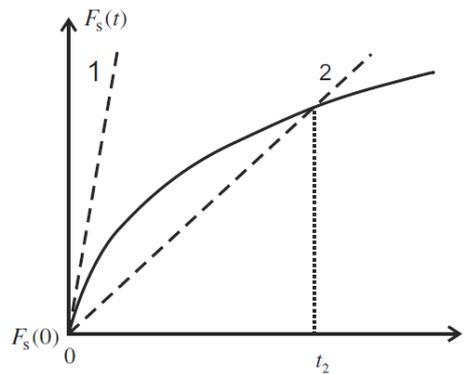


Abbildung 3.9: logarithmische Abhängigkeit der Haftreibung von der Zeit [26].

3.4.3 Abhängigkeiten des Reibungskoeffizienten

Sowohl *kinetischer* als auch *statischer Reibungskoeffizient* sind von verschiedenen Faktoren abhängig.

Einen großen Einfluss auf den *statischen Reibungskoeffizient* hat die Kontaktzeit, welcher in Abb. 3.9 dargestellt wird. Die Gründe für diese Abhängigkeit sind vielschichtig. Hauptsächlich ist eine Veränderung der Kontaktfläche aufgrund von Kriechen und den damit stärkeren beziehungsweise zahlreicheren atomaren Wechselwirkungen für den Anstieg der Haftreibung für die Abhängigkeit verantwortlich [26, 67].

Die bereits gezeigte Abhängigkeit der wahren Kontaktfläche $A_{contact}$ von der Normalkraft und die Abhängigkeit der Reibungskraft von $A_{contact}$ hat zur Folge, dass der Reibungskoeffizient außerhalb eines bestimmten Kraftbereichs ebenfalls von F_N abhängt. Bei weichen Materialien - wie Elastomeren - reichen dafür bereits geringe Kräfte aus [67]. Zusätzlich beeinflussen die Normalkräfte zu vorherigen Zeiten ebenfalls den Reibungskoeffizienten. Die Abhängigkeit von der Normalkraft wird aber üblicherweise aufgrund ihrer hohen Komplexität nicht modelliert.[3].

Der Reibungskoeffizient weist bei Metallen nur dann eine Abhängigkeit von der Temperatur auf, wenn diese in Nähe der Schmelztemperatur liegt, ansonsten hat diese einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Reibung [67]. Dies gilt allerdings nicht für Elastomeren, bei denen eine genauere Betrachtung nötig ist (vgl. Abschnitt 3.5).

Die Oberflächenrauheiten der beiden Körper im Kontakt, haben nach [26, 67] so gut wie keinen Einfluss auf den Reibungskoeffizienten und werden daher für die Betrachtung von Reibungsphänomenen üblicherweise nicht berücksichtigt.

Üblicherweise weist der *Gleitreibungskoeffizient* eine Abhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit - besonders bei hohen und niedrigen Geschwindigkeiten - auf. Ebenfalls beeinflusst die Gleitgeschwindigkeit den Stick-Slip-Effekt [26, 67].

Die oben beschriebenen Abhängigkeiten beachtend, lässt sich der Reibungskoeffizient auch als Funktion der Gleitgeschwindigkeit v , der Normalkraft F_N und der Temperatur ϑ formulieren[81]:

$$\mu = \mu(v, F_N, \vartheta) \quad (3.20)$$

3.5 Kontaktmechanik bei Elastomeren

Bei der Modellierung der in Kontakt befindlichen Oberflächen eines Elastomers und einer deutlich härteren Oberfläche, hat es sich bewährt eine *selbst-ähnliche fraktale* Struktur für den

Harten Werkstoff und eine glatte Oberfläche für das Elastomer anzunehmen [61, 65]. Das bedeutet, dass die Form der Oberfläche für alle Vergrößerungen ähnlich ist. Für eine genaue Definition von *Fraktalen* siehe [74].

Üblicherweise wird eine *fraktale* Oberfläche in der Kontaktmechanik als aneinandergrenzende Teilkreise mit Radius R und einer bestimmten finiten Länge λ modelliert auf denen sich wiederum aneinandergrenzende Teilkreise befinden. Die Größe der Radien können gleich [63] oder normalverteilt sein [71, 82]. Die finite Länge λ gibt die aktuell gerade betrachtete Größe einer Rauigkeits-Erhebung an und wird durch einen oberen und unteren Wert begrenzt.

$$\lambda_1 < \lambda < \lambda_0 \quad (3.21)$$

λ_0 ist hierbei meist gleich der Länge des Kontakts L und gibt die minimale Auflösung an, wohingegen λ_1 nicht so leicht bestimmt werden kann und meistens in der Größenordnung μm zu finden ist und die kleinsten Erhebungen auf der Oberfläche bemisst. Das Verhältnis zwischen der finiten Länge λ und der Länge L wird als Vergrößerung bezeichnet und gibt den Grad der Auflösung an, mit dem die Oberfläche untersucht wird [61, 65]:

$$\zeta = \frac{L}{\lambda} \quad (3.22)$$

Abb. 3.10 zeigt den Kontakt einer rauen harten Oberfläche mit einer glatten Oberfläche eines Elastomers, was die übliche Art der Modellierung der Kontaktmechanik mit Elastomeren und einem deutlich härteren Werkstoff darstellt. Die Oberfläche kann dabei aus gleichmäßigen ($R = \text{const}$) oder aus zufälligen normalverteilten Teilkreisen bestehen[76].

Die Annahme einer glatten Oberfläche bei Elastomeren ist zulässig, da die Energiedissipation hauptsächlich durch die Rauheit der harten Oberfläche beeinflusst wird, weshalb die Reibung einer glatten Elastomer-Oberfläche im Vergleich zu einer zufällig rauen in den meisten Fällen ungefähr gleich ist [71].

Wie in Abschnitt 3.4 erläutert wurde hängt die wahre Kontaktfläche A_{contact} von der Normalkraft und der Zeit ab. Dies ist bei Elastomeren ebenso der Fall, da mit einer größeren Belastung die Verformung zunimmt, um diese zu kompensieren und dadurch die Unebenheiten auf der rauen Oberfläche umschlossen werden [64, 65]. Dies geschieht auch mit zunehmender Zeit durch *Kriechen* [63].

Nach der Theorie nach GREENWOOD ist der durchschnittliche Druck auf die „größten“ Erhebungen der Kontaktfläche des Elastomers $(\Delta/R)^{1/2}$, wobei Δ der quadratische Mittelwert der Oberflächen-Rauheit und R der durchschnittliche Radius der Teilkreise ist (siehe Abb. 3.10). Damit kann man die elastische Energie, welche zur Verformung des Material nötig ist, wie folgt mit dem E-Modul E und dem Abstand der Oberflächen h berechnet werden [61, 64]:

$$E_{el} \approx E\lambda h^2 \quad (3.23)$$

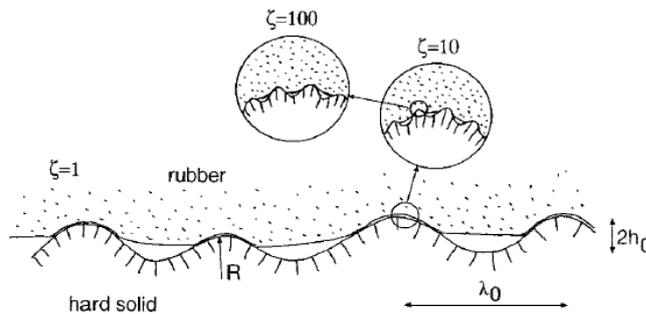


Abbildung 3.10: Kontakt zwischen einer flachen Elastomer-Oberfläche und einer als selbst-ähnliche fraktale Struktur modellierten harten Oberfläche mit $\lambda_0 < L$ [61].

Ein weiterer Grund für eine Zunahme der Kontaktfläche ist die Adhäsion, die besonders ausgeprägt bei glatten sauberen Oberflächen auftritt [34]. Aufgrund der Wechselwirkungen zwischen Elastomer und dem Kontaktpartner - meist VAN DER WAALS-Wechselwirkungen - kann es zu einer Annäherung nicht in Kontakt stehender Flächen kommen, sodass sie sich anschließend berühren. Dies geschieht, wenn die vorhandene - aktuell gespeicherte - Adhäsions-Energie größer als die, durch die Verschiebung aufzunehmende, elastische Energie ist, das System also nach der Verformung in Summe weniger Energie besitzt. Die Adhäsions-Energie berechnet sich zu [61, 64]:

$$E_{ad} \approx \Delta\gamma\lambda^2 \quad (3.24)$$

Diese Vergrößerung der Kontaktfläche tritt allerdings üblicherweise erst bei $\lambda < \lambda_1$ auf und kann deswegen meist vernachlässigt werden [26].

Bei der Reibung zeigt sich bei Elastomeren die bereits angesprochene Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Normalkraft. SCHALLAMACH [72] stellt für weiche Elastomere folgenden Zusammenhang fest:

$$\mu \sim F_N^{-1/3} \quad (3.25)$$

Bei der Betrachtung des *Gleitreibungskoeffizienten* gilt, dass für sehr kleine Geschwindigkeiten, aufgrund der Vernachlässigbarkeit der Reibungshitze nur eine sehr schwache Beeinflussung durch F_N auftritt; außer für Geschwindigkeiten in der Nähe eines Maximums von $\mu(v)$. Diese Abhängigkeit wird der visko-elastischen Kopplung zwischen den Kontaktflächen zugeschrieben [7].

Bei Gleitgeschwindigkeiten ab $10^{-2} \frac{m}{s}$ findet wegen der *Energie-Dissipation* eine Aufheizung des Elastomers statt, welche aufgrund der starken temperaturabhängigen Eigenschaften (vgl. Abschnitt 3.2.1) von Elastomeren berücksichtigt werden muss [62]. Üblicherweise nimmt mit steigender Temperatur der *kinetische Reibungskoeffizient* ab [62, 73].

Kapitel 4

Versuchsaufbau

Folgend soll die Planung der Versuche beschrieben werden. Zunächst wird auf die Sohle und das Pad, welche untersucht werden sollen, eingegangen. Anschließend wird der konzeptionelle Versuchsaufbau und die Konstruktion erläutert. Zum Abschluss wird auf die Trajektorie eingegangen.

4.1 Pad

Für die Versuche in dieser Arbeit werden die normalen Pads von LOLA verwendet, wie sie auch für die im Einsatz sind. Für eine genaue Beschreibung dieser siehe Abschnitt 2.2.1.

Die Dicke der verwendeten Sohle beträgt 3mm und die ebene Fläche hat die Maße 50mm auf 80mm , wodurch sich ein Flächeninhalt von 4000mm^2 ergibt. Diese Werte sind für die Berechnung der Kontaktmechanik relevant.

Während dieser Arbeit musste aufgrund von Abrieb, Abscherens und Verschleiß die Elastomer-Sohle mehrmals neu aufgeklebt oder eine neue Sohle verwendet werden. Dies wird durch die Pad-Nummer, welche in jedem Versuch mitangegeben wird, dokumentiert.

Tabelle 4.1: Erklärung der Veränderungen einer Pad-Nummer im Vergleich zur vorherigen

| Pad-Nummer | Veränderung |
|------------|------------------|
| 1 | - |
| 2 | neu geklebt |
| 3 | neue Sohle |
| 4 | neu geklebt |
| 5 | neu geklebt |
| 6 | Pad RRH von LOLA |

4.2 Prüfstand

Zur Ermittlung der Kontaktparameter soll auf einen bereits in einem ähnlichen Kontext angewandten Prüfstand zurückgegriffen werden, welcher für den konkreten Anwendungsfall erweitert wird. Dieser Prüfstand besteht aus einem Kraftmessgerät der Firma Imada Co Ltd. [31], welches an einer Kraftmessvorrichtung derselben Firma [32] befestigt ist und über eine Spindel vertikal bewegt werden kann. Diese Vorrichtung wird über einen Gleichstrommotor

[53, S. 130] und ein Planetengetriebe [53, S. 343–344] angetrieben, wobei die aktuelle Position von einem Inkrementalencoder [1] erfasst wird.

Die Steuerung des Motors übernimmt ein Mikrocontroller der Firma Elmo Motion Control Ltd., welcher über die Software *Elmo Composer* bedient wird. Die Messung der Daten wird mit dem DS1103 PPC Controller Board [17] und der Software ControlDesk der Firma dSpace GmbH ausgeführt.

4.3 Konzeptioneller Versuchsaufbau

Allgemein wird zwischen den drei Versuchsaufbauten Dehnung, Schub und Reibung unterschieden, für die jeweils unterschiedliche Anforderungen gelten. Der prinzipielle Versuchsaufbau zur Ermittlung der Kontaktparameter orientiert sich an den konzeptionellen Versuchsaufbauten in den Normen DIN 53513 [15] für Schub und Dehnung und DIN EN ISO 8295 [16] für Reibung, um auf validierte Verfahren zurückzugreifen. Allerdings sind einige Variationen nötig, da die Prüfverfahren für den hauptsächlichen Anwendungsfall der Elastomere als Schwingungsdämpfer in einer stationären Konstruktion ausgelegt sind, der bei einem Laufroboter wie LOLA aber nicht zutrifft. Es soll immer ein einzelnes Fußpads der vier pro Fuß betrachtet werden, weshalb die Belastung, die im Versuch auf ein Pad aufgebracht wird, einem Viertel der Belastung entspricht, welche in Versuchen mit LOLA während eines Schrittes gemessen wurden, wenn man von einer gleichmäßigen Verteilung ausgeht, was hier näherungsweise angenommen wird.

Zur Bestimmung des Verhaltens in normaler Richtung wird üblicherweise ein Elastomer-Block zwischen zwei Platten geklebt und der Abstand zwischen diesen sinusförmig geändert [15]. Da dies nicht dem Anwendungsfall entspricht, da weder eine Streckung der Fußsohlen stattfindet, noch die Fußsohle in ständigen Kontakt mit dem Boden steht, wird dieser Aufbau dahingehend variiert, dass ein Fußpad am Boden befestigt wird und eine Platte, welche den Boden darstellt von oben senkrecht auf den Fuß gedrückt wird, wobei sie nicht mit der Fußsohle verbunden wird. Die Normalkraft wird durch das Kraftmessgerät gemessen und über *dSpace* aufgezeichnet. Zudem wird die Temperatur im Elastomer mit dem Temperaturmessgerät erfasst, allerdings wegen fehlenden Mehrwerts nicht aufgezeichnet.

Bei Versuchen in tangentialer Richtung werden zwei Proben in einer Sandwich-Konstruktion angeordnet und zwischen ihnen eine Platte bewegt, wobei diese wieder mit den Proben

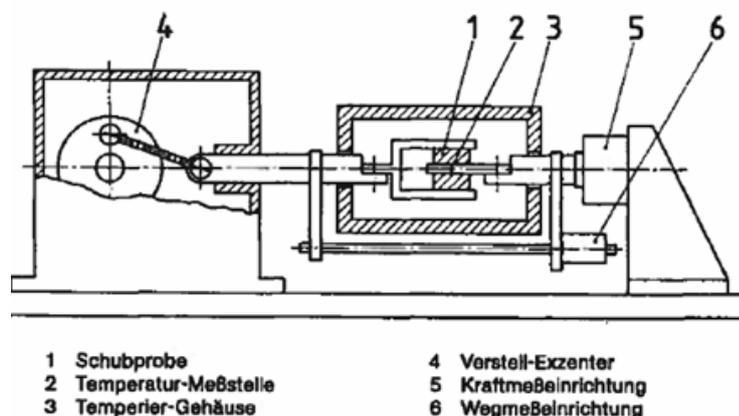


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung einer Ausführung des Prüfgeräts für Schubbeanspruchung nach [15].

verbunden ist. Diese Verbindung wird aus den oben beschriebenen Gründen nicht benutzt, stattdessen findet eine Anpressung der beiden Proben statt, welche durch eine Kraftmessdose gemessen wird und der LOLA's Gewichtskraft entsprechen soll. Der in Abb. 4.1 dargestellte Exzenter wird durch die Kraftmessvorrichtung ersetzt, welche beliebige Trajektorien abfahren kann. Auf die Verwendung eines Temperiergehäuses wird verzichtet, da ausschließlich Messungen bei Raumtemperatur ausgeführt werden, allerdings wird wieder ein Temperaturmessgerät verwendet, um eine Erhöhung der Temperatur im Elastomer erkennen zu können.

Der Versuchsaufbau zur Untersuchung der Reibung orientiert sich an DIN EN ISO 8295 [16]. Hierbei wird ein Fußpad auf einer Oberfläche gestellt und mit Gewicht beschwert, sodass die Anpressung im Versuch vergleichbar mit der realen ist. Das Fußpad ist über ein Stahlseil mit einer Feder verbunden, welche einen kontinuierlichen Kraftanstieg gewährleisten soll und wiederum über ein Stahlseil mit der Kraftmessvorrichtung verbunden ist. Diese kann vertikal verfahren werden, wodurch die Feder gestreckt wird, bis sich das Fußpad aufgrund der Federkraft losreißt. Die Oberfläche soll frei wählbar sein, um verschiedene Kontaktpaarungen zu untersuchen, wie sie auch beim Einsatz von LOLA vorkommen. Diese sind Stahl, Papier auf Stahl, Holz, Papier auf Holz, Teppich und Papier auf Teppich.

4.4 Konstruktion

Während der Konstruktion wird das methodische Vorgehen der Richtlinie VDI 2221 verwendet, welche den Konstruktionsprozess grob in die drei Phasen *Konzeptphase*, *Entwurfsphase* und *Ausarbeitungsphase* gliedert [78]. Das Vorgehen in der Konzeptphase wird im Kapitel 4.3 geschildert.

Innerhalb der *Entwurfsphase* findet gemäß [78] eine Gliederung in einzelne Module statt, um eine Wiederverwendbarkeit einzelner Module in mehreren Versuchsaufbauten zu ermöglichen. Abb. 4.1 verdeutlicht die Modularisierung sehr anschaulich. Auf der Platte, welche mit zwei Schrauben mit der Kraftmessvorrichtung verbunden ist, werden die Item-Profile angebracht. Auf der oberen Profilschiene sind auf Teflon-Schlitten die Träger der Platten angebracht, auf denen die Pads befestigt werden (alles grün).

Diese Platten sind ebenfalls über Teflon-Schlitten mit den Profilschienen verbunden. Zwischen diesen Pads befindet sich die Kontaktplatte, welche über einen Adapter mit dem Kraftmessgerät verbunden ist (alles rot).

Die Anpressung erfolgt von zwei Seiten über zwei T-Teile, welche mit zwei Stangen verbunden sind (alles blau). Von der rechten Seite wird über eine Schraube gegen den Anpressschlitten mit der Kraftmessdose für die horizontale Kraftmessung (alles gelb) gedrückt.

Diese presst wiederum das linke Pad auf die Kontaktplatte. Gleichzeitig wird aufgrund der Kräfteerhaltung das rechte Pad ebenfalls gegen die Kontaktplatte gedrückt. Um eine gleichmäßige Anpressung zu gewährleisten sind auch die beiden Schlitten auf der unteren Profilschiene mit Teflon-Schlitten gelagert, um die Einflüsse von Reibung zu minimieren.

Eine Anleitung zum Aufbau des Prüfstandes für Schubversuche befindet sich in Anhang A.2. Der Versuch in normaler Richtung benötigt ebenfalls den Adapter, um die eigene Kontaktplatte mit dem Kraftmessgerät zu verbinden. Dieser wird auf das Gewinde des Kraftmessgerätes aufgeschraubt. Um eine unerwünschte Verdrehung der Kontaktplatte zu vermeiden, weist der Adapter vier Nuten auf, sodass die Kontaktplatte relativ zum Adapter gedreht werden kann. Anschließend werden beide mit vier Schrauben verbunden. Das Pad ist über den Winkel mit einer Platte verbunden, die wiederum auf den beiden Item-Profilschienen befestigt ist. Dadurch werden Bewegungen der Lagerung des Pads eliminiert. Für eine detaillierte Beschreibung des

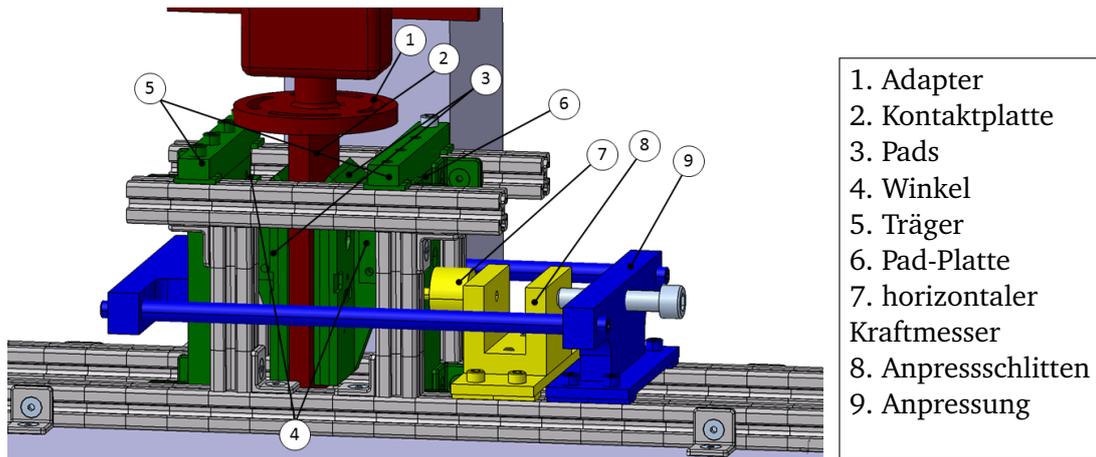


Abbildung 4.2: CAD-Darstellung des Konstruktion des Schub-Prüfstandes. Die einzelnen Module sind farblich gekennzeichnet..

Aufbaus des Prüfstandes siehe Anhang A.1.

Beim Versuchsaufbau zur Ermittlung der Reibung wird das Pad auf die Oberfläche gestellt und ist über einen Winkel mit einer Platte verbunden, in die ein 7 mm dickes Stahlseil eingeführt wird, welches dann durch eine Schraube fest gedrückt wird. Zusätzlich kann das Pad mit bis zu drei 5kg schweren Hantelscheiben beschwert werden. An dem Stahlseil hängt eine Feder, die wiederum an einem anderen Stahlseil befestigt ist, welches über eine Umlenkung an einem Haken des Kraftmessgeräts endet. Die Umlenkung ist auf den bereits verwendeten Item-Profilen befestigt und ist durch eine frei einstellbare Welle mit zwei Schrauben höhenverstellbar. Die Lagerung der Umlenkung erfolgt mit zwei Kugellagern, um eine möglichst geringe Reibung und damit Verfälschung der Messergebnisse zu gewährleisten.

Durch die Höhenverstellbarkeit der Umlenkung, können auch Materialien verschiedenster Dicken auf die Platte gelegt werden, um mit diesen Reibungsversuche durchzuführen. Nähere Hinweise dazu und eine Anleitung zum Aufbau des Reibungs-Prüfstandes finden sich in Anhang A.3.

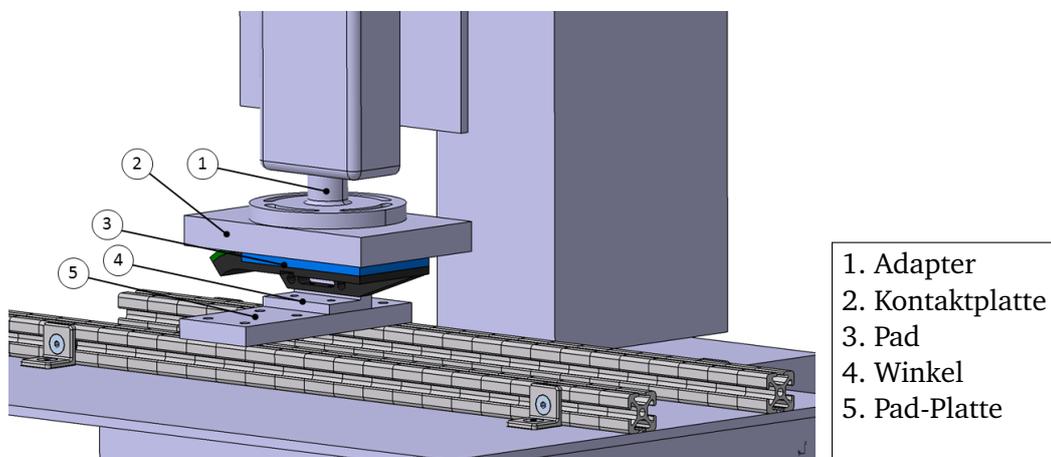


Abbildung 4.3: CAD-Darstellung des Konstruktion des Dehnung-Prüfstandes .

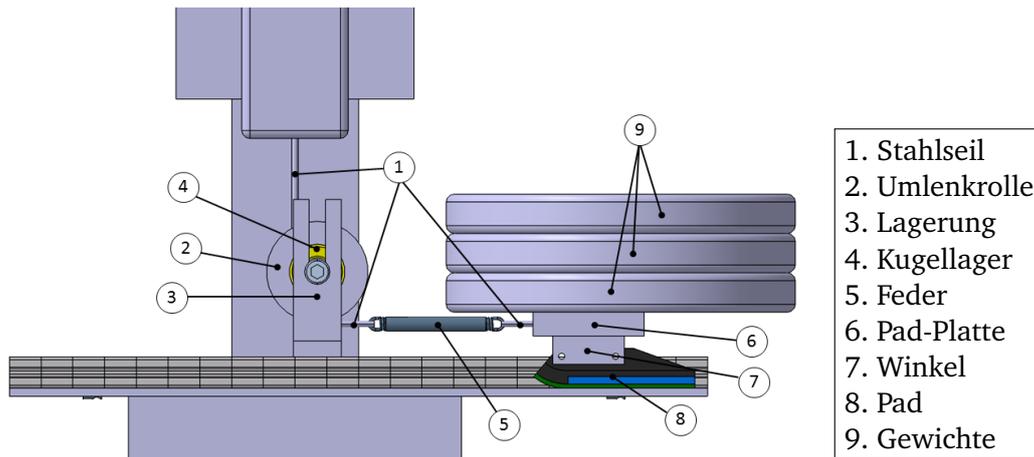


Abbildung 4.4: CAD-Darstellung des Konstruktion des Reibung-Prüfstandes .

Tabelle 4.2: Ausgewählte Werte der verwendeten Zug-Feder Z-130TI. Für mehr Informationen siehe [28]

| Material | F_n [N] | L_0 [mm] | c [N/mm] |
|------------|-----------------|------------|------------|
| EN 10270-1 | 209 (+/-) 21,85 | 82,4 | 7,254 |

4.5 Trajektorie

Der Planung der Trajektorien für die Versuche zur Ermittlung der visko-elastischen Parameter liegt eine Analyse der Kraft-, Geschwindigkeits- und Positionsdaten von Laufversuchen mit LOLA zugrunde. Hierbei wurden mit MATLAB die aufgezeichneten Daten untersucht, um eine möglichst realistische Trajektorie entwickeln zu können. Eine genauere Betrachtung der Kraftdaten ist dabei am aufschlussreichsten.

Aus den ausgewerteten Kraftdaten - dargestellt in Abb. 4.5 - ergibt sich in normaler Richtung eine Schrittdauer von ungefähr einer Sekunde, wobei die Zeit, in der LOLA mit vollem Gewicht auf einem Bein steht ungefähr 0.6 Sekunden beträgt. Daraus resultiert eine einem Trapez ähnliche Trajektorie, bei der Anfang und das Ende des linearen Anstiegs geglättet werden, um zu hohe Kräfte auf den Motor zu vermeiden. Hierfür wird eine Sinusfunktion im Intervall $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ gewählt.

Für die Trajektorie in tangentialer Richtung werden die Kraftverläufe in x- und y-Richtung

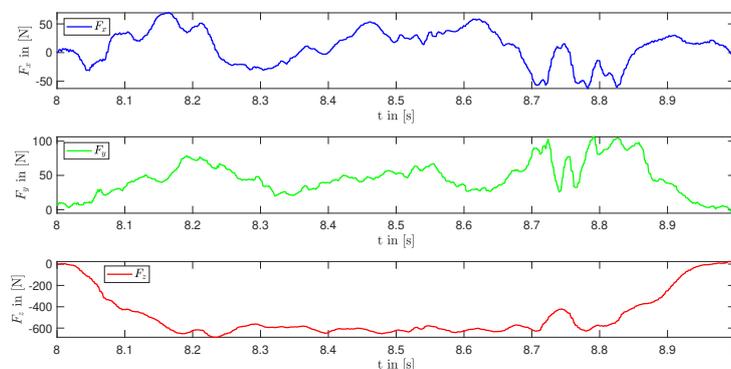


Abbildung 4.5: Kraftverläufe während eines Schrittes von LOLA.

genauer untersucht, wobei allerdings kein eindeutiger Verlauf festgestellt werden kann. Näherungsweise sollen die oben genannte Trapez-Trajektorie und zusätzlich vergleichend eine Sinus-Trajektorie zum Einsatz kommen.

Die Größe der Amplituden wird in einem Vorversuch ermittelt, in dem bis zu einer Verschiebung u_{max} die Fußsohle verformt wird, bis sich die aus den Kraftdaten gewonnene maximale Kraft einstellt, wobei - wie oben bereits erwähnt - eine gleichmäßige Verteilung auf alle vier Pads angenommen wird. Ausgehend davon wird die Trajektorie mittels eines bereits bestehenden und für die neuen Anforderungen erweiterten Skripts in MATLAB erstellt. Die Amplituden mit der dazugehörigen maximalen Kraft werden in Tabelle 4.3 dargestellt.

Die tatsächlich auftretenden Kräfte in den Versuchen sind etwas höher als die aus den Kraftdaten ermittelten. Dies hat den Grund, dass ein größerer Kraftbereich abgedeckt werden soll, wie er auch in der Realität auftreten kann. Vor Allem wenn man die Annahme der gleichmäßigen Verteilung bedenkt, die in der Realität wahrscheinlich nicht immer erfüllt ist.

Bei den Vorversuchen zeigte sich, dass der Motor bei den Dehnungs-Versuchen nicht in der Lage ist, die Trajektorie in 1 Sekunde abzufahren. Daher wird eine mit $T_{Trajektorie} = 5s$ eine deutlich größere Zeit für die Trajektorie gewählt, die vom Motor ohne Probleme abgefahren werden kann. Es treten somit keine Positionsfehler des Motors auf, was eine genau Messung der aktuellen Verschiebung ermöglicht.

Tabelle 4.3: Amplituden der Trajektorien und der dazugehörigen maximalen Soll-Kräfte für die jeweilige Belastungsrichtung. Versuche in y-Richtung wurden nicht durchgeführt.

| | x-Richtung | y-Richtung | z-Richtung |
|--------------------|------------|------------|------------|
| Amplitude [mm] | 0,4 | 0,5 | 1,75 |
| maximale Kraft [N] | 20 | 25 | 150 |

Die in MATLAB erzeugte Trajektorie wird mithilfe der Software *Elmo Composer* auf den Microcontoller geladen. Dafür wird der PVT-Befehl genutzt, der einen Positions-, einen Geschwindigkeits- und einen Zeitvektor übergibt [18]. Dabei ist zu beachten, dass nur 64 Punkte gespeichert werden können und der Abstand zwischen diesen Punkten maximal 255ms betragen darf, woraus sich eine maximale Zeit von 16.32s ergibt [19].

Für die Reibungsversuche wird gemäß [16] das Kraftmessgerät linear verfahren, bis es zu

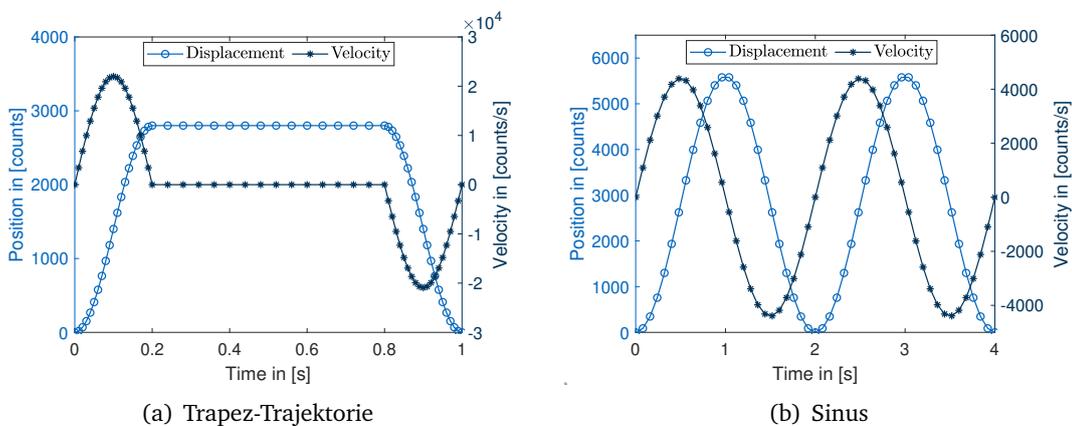


Abbildung 4.6: Beispielhafte Darstellung einer Trapez-Trajektorie (a) mit $T_{Trajektorie} = 5s$ und $\frac{T_{const}}{T_{Trajektorie}} = 0,6$ und einer Sinus-Trajektorie (b).

einem Losreißen kommt. Es wird eine Strecke rund 44,3mm mit den Geschwindigkeiten 0,5, 1, 2, 3 und $4 \frac{mm}{s}$ abgefahren, um eine Abhängigkeit des *kinetischen Reibungskoeffizienten* von der Geschwindigkeit zu untersuchen.

Kapitel 5

Ergebnisse und Auswertung

In diesem Kapitel werden zuerst zwei numerische Methoden, welche zur Auswertung in dieser Arbeit verwendet werden, vorgestellt. Dann werden die Versuche, die Auswertung und die Ergebnisse vorgestellt, wobei zwischen der Art des Versuches unterschieden wird.

5.1 Numerische Methoden zur Auswertung

Zur Bestimmung der Kontaktparameter ist die Lösung eines überstimmten linearen Gleichungssystems nötig, welches mit der *Methode der kleinsten Quadrate* gelöst und im Folgenden kurz vorgestellt werden soll. Weiterhin wird der *Trust-Region-Algorithmus* erläutert, welcher zur Lösung nicht-linearer Gleichungssysteme verwendet wird.

5.1.1 Methode der kleinsten Quadrate

Die *Methode der kleinsten Quadrate* oder auch *Method of Least Squares* ist ein von LEGRANDE und GAUSS zuerst entwickeltes Verfahren zur näherungsweise Lösung von überbestimmten Gleichungssystemen [5, 6, 55]. Diese Gleichungssysteme treten auf, wenn die Anzahl an Messgrößen größer ist als die zur mathematischen Berechnung notwendige [60], weshalb diese Methode in den Ingenieurwissenschaften häufig zur Parameterbestimmung, Filterung oder Prozessidentifikation Verwendung findet, während sie im Bereich der Statistik zur Regressionsanalyse eingesetzt wird [39].

Im allgemeinen Fall lässt sich das Problem für den linearen Fall, in dem ein Parametervektor \mathbf{x} berechnet werden soll, mit der euklidischen Norm wie folgt beschreiben [5, 39]:

$$\min \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m, m > n \quad (5.1)$$

Üblicherweise wird ein Residuen-Vektor

$$\mathbf{r} = \mathbf{b} - \mathbf{Ax} \quad (5.2)$$

eingeführt, welcher von dieser Methode minimiert wird [5].

Der Vektor \mathbf{x} liegt nur dann in der Lösungsmenge des in Gleichung (5.1) formulierten Problems ist, wenn die folgende Orthogonalitätsbedingung erfüllt ist:

$$\mathbf{A}^T(\mathbf{b} - \mathbf{Ax}) = 0 \quad (5.3)$$

Ausgehend davon gelten die sogenannten *Normalgleichungen*:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{Ax} = \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (5.4)$$

Es wird die Annahme getroffen, dass die Matrix $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ positiv definit ist, wenn die Spalten von \mathbf{A} linear unabhängig sind, also $\text{Rank}(\mathbf{A}) = n$ gilt. Somit folgt:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (5.5)$$

Für einen Beweis der erfolgten Überlegungen und Berechnungen sei auf [5] verwiesen.

Das Berechnen des Parameter-Vektors \mathbf{x} mit Gleichung (5.1) weist einige numerische Eigenheiten auf, welche im Folgenden diskutiert werden sollen. Für den Fall einer Parameterbestimmung – wie sie in dieser Arbeit vorgenommen wird – ist die Anzahl der Messungen m viel größer als die Anzahl der zu bestimmenden Parameter n . Die Matrix \mathbf{A} ist somit sehr groß, während $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ in den *Normalgleichungen* vergleichsweise sehr klein ist. Allerdings weisen sie somit eine schlechtere Kondition auf – Fehler in den Eingabedaten weisen einen größeren Einfluss auf das Resultat auf [36] – als das ursprüngliche System, wobei sich folgender Zusammenhang ergibt:

$$\kappa(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) = \kappa(\mathbf{A})^2 \quad (5.6)$$

Das bedeutet, dass die Normalgleichungen singularär werden können, selbst wenn die Spalten der Matrix $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ unabhängig sind, weshalb sich diesbezüglich eine andere Lösung als Gleichung (5.5) anbietet [55].

Zudem ist im Allgemeinen das Lösen eines LGS mit der Invertierung einer Matrix mit mehr Rechenaufwand und eine weniger genaue Lösung und der Gefahr der Instabilität verbunden, weshalb meist die *QR-Zerlegung* benutzt wird, um das Gleichungssystem zu lösen [5, 36, 55, 60]. Hierbei wird die Matrix \mathbf{A} in die orthogonale Matrix \mathbf{Q} und die obere Dreiecksmatrix \mathbf{R} zerlegt, sodass sich nach [39] folgende zu Gleichung (5.1) äquivalente Problemstellung ergibt:

$$\min \|\mathbf{Q}(\mathbf{Ax} - \mathbf{b})\|_2, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m, m > n \quad (5.7)$$

Eine weitere Formulierung des Problems lässt sich ebenfalls in der Literatur [5, 57] finden:

$$\min \|\mathbf{Q}^T(\mathbf{Ax} - \mathbf{b})\|_2, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^m, m > n \quad (5.8)$$

Beide Darstellungen sind aufgrund der Orthogonalität von \mathbf{Q} und damit auch \mathbf{Q}^T und der damit verbundenen Eigenschaft längenerhaltend zu sein [36], als identisch zu betrachten. Für eine ausführlichere Definition der *QR-Zerlegung* und deren Anwendung bei der *Methode der kleinsten Quadrate* sei auf [5, 36, 55, 60] verwiesen.

MATLAB bietet eine weitere Möglichkeit zur effizienten und stabilen Berechnung der Lösung des linearen Gleichungssystems $\mathbf{AX} = \mathbf{b}$ mit dem Kommando $x = \mathbf{A} \backslash \mathbf{b}$.

Hierbei kann es sich um bestimmtes, unterbestimmtes oder auch ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem handeln, wobei für das überbestimmte LGS eine Lösung mit minimalen Residuum berechnet wird [36, 52, 55]. Für das hier beschriebene Problem mit einer nicht-quadratischen Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ benutzt MATLAB die bereits vorgestellte *QR-Zerlegung* [49].

Neben der hier vorgestellten Lösungsverfahren wird eine *Singulärwertzerlegung* der Matrix \mathbf{A} ebenfalls häufig angewandt, die allerdings ein vergleichsweise sehr aufwendiges Verfahren darstellt und deshalb mit Verweis auf [5, 39] für weiterführende Informationen nicht weiter behandelt werden soll.

5.1.2 Trust-Region-Algorithmus

Zur Lösung eines nichtlinearen Problems, bei der der Lösungsvektor \mathbf{x} zusätzlich beschränkt werden soll, kommen andere Algorithmen zum Einsatz. Folgend soll der *Trust-Region-Algorithmus*, welcher in dieser Arbeit verwendet wird, vorgestellt werden.

Ziel eines *Trust-Region-Algorithmus* ist die Minimierung einer Funktion $f(x)$. Wobei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^1$ gilt [50]. Das Problem lässt sich durch eine untere und eine obere Grenze für \mathbf{x} erweitern [12]:

$$\min\{f(\mathbf{x}), \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}\} \quad (5.9)$$

Die grundlegende Idee des Algorithmus ist es, $f(\mathbf{x})$ durch eine einfachere Funktion $\psi(s)$ zu ersetzen, wobei $\mathbf{s} \in \mathbb{S}$ gilt und \mathbb{S} ein Bereich in der Nähe von \mathbf{x} ist und als *Trust-Region* bezeichnet wird [50]. Für eine nicht positiv-definite Matrix \mathbf{H}_k lässt sich das *Trust-Region-Subproblem* wie folgt formulieren, bei dem \mathbf{s}_k die Lösung ist [11]:

$$\min\{\psi(\mathbf{s}) = \mathbf{g}_k^T \mathbf{s} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{H}_k \mathbf{s} : \|\mathbf{D}_k \mathbf{s}\|_2^2 \leq \Delta_k, \mathbf{s} \in \mathbb{S}_k\} \quad (5.10)$$

$\psi(\mathbf{s})$ ist eine quadratische Funktion bestehend aus den ersten beiden Termen der *Taylor-Reihe* der Funktion $f(\mathbf{x})$, wobei $\mathbf{g}_k = \nabla f(\mathbf{x}_k)$, $\mathbf{H}_k = \Delta f(\mathbf{x}_k)$, \mathbf{D}_k eine diagonale Skaliermatrix und Δ_k ein positiver Skalar ist, welcher die Größe der *Trust-Region* repräsentiert [10, 12, 50].

Die Lösung von Gleichung (5.10) ist vor allem für große n sehr aufwendig und rechenintensiv, weshalb Gleichung (5.10) in ein entsprechendes zweidimensionales Problem überführt wird [10, 50]:

$$\min\{\psi(\mathbf{s}) = \mathbf{g}_k^T \mathbf{s} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{H}_k \mathbf{s} : \|\mathbf{s}\|_2^2 \leq \Delta_k, \mathbf{s} \in \mathbb{S}_k^{2D} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2]\} \quad (5.11)$$

Hier wird für \mathbf{s}_1 die *Newton-Richtung* mit $\mathbf{s}_1 = -\mathbf{g}_k$ berechnet und \mathbf{s}_2 ist die Lösung von $\mathbf{H}\mathbf{s}_2 = -\mathbf{g}$. Für eine indefinite Matrix \mathbf{H} wird \mathbf{s}_2 aus der Lösung der Richtung negativen Krümmung $\mathbf{s}_2^T \mathbf{H} \mathbf{s}_2 < 0$ bestimmt [10, 50]. Für die anderen Fälle sei auf [11] verwiesen.

Die Wahl von \mathbb{S}_k^{2D} soll durch die Richtung des steilsten Abstieges oder der negativen Krümmung globale Konvergenz erzwingen [50].

```

while no convergence do
    Compute  $\mathbf{g}_k$  and  $\mathbf{H}_k$ 
    if  $H_k$  not positive definite then
        | compute  $\mathbf{s}_k$  from Gleichung (5.11)
    else
        | Compute  $\mathbf{s}_k$  with [11]
    end
    if  $f(\mathbf{x}_k + \mathbf{s}_k) < f(\mathbf{x}_k)$  then
        |  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{s}_k$ 
    else
        |  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k$ 
    end
    Adjust  $\Delta_k$ 
end

```

Algorithmus 1: *Trust-Region-Algorithmus* nach [50]

Die Anpassung von Δ_k erfolgt nach Standardmethoden bei denen Δ_k üblicherweise verkleinert wird [50].

Wegen der guten Anwendbarkeit *Trust-Region-Algorithmus* zur Lösung großer nicht-linearer Probleme, wie sie in dieser Arbeit vorkommen, wird dieser Algorithmus in Form der MATLAB-Funktion *lsqcurvefit* zur Auswertung der in den Experimenten gemessenen Daten verwendet.

5.2 Versuche in normaler Richtung

Es sollen nun die Auswertung und die Ergebnisse der Versuche in Normal-Richtung vorgestellt werden. Dazu werden zunächst die getroffenen Annahmen erläutert und anschließend die bei den Versuchen angestellten Beobachtungen beschrieben. Dann wird das Vorgehen der Bestimmung der Materialparameter erörtert und die daraus resultierenden Ergebnisse vorgestellt.

5.2.1 Versuchsablauf

Tabelle 5.1: Versuchsbezeichnungen für Versuche in Normal-Richtung

| Normal | | |
|--------|-----------------------------|----------|
| N | Art des Versuchs | (N)ormal |
| 1 | Padnummer | |
| 1,75 | Amplitude | [mm] |
| 5 | Trajektorienzeit | [s] |
| 0,6 | Anteil des konstanten Parts | 0,6; 0,2 |
| a | Versuchsvariante | a;b;c |
| 1 | Fortlaufende Nummer | 1-30 |

Bei den Versuchen in Normal-Richtung werden die trapezförmigen in Abschnitt 4.5 vorgestellten Trajektorien verwendet, die in jeweils drei unterschiedlichen Variationen (a,b und c) vorkommen. Diese unterscheiden sich zum einen in ihrem Offset von der Elastomer-Sohle (a und b zu c) zum anderen durch die Bestimmung des Zeitpunkts des ersten Kontakts (b und c zu a). Durch den unterschiedlichen Offset ergeben sich für die c-Versuche geringere Kraftamplituden.

Im Experiment wird von einem festen Nullpunkt, der in einem bestimmten Abstand zur Pad-Oberfläche liegt, die Kontaktplatte in negative z-Richtung verfahren. Die End-Position, bei der die gewünschte Verschiebung und Kraft erreicht werden, wird für 1s oder 3s gehalten und anschließend wird wieder zum Nullpunkt zurückgefahren. Da ein exaktes Zurückfahren auf Null mit der Trajektorie nicht möglich ist und es zu einer Abweichung von ± 1 Count kommt, wird die Kontaktplatte nach Beendigung der Trajektorie manuell zum definierten Nullpunkt verfahren.

Der Zeitpunkt des ersten Kontakts - *first contact* t_{fc} - wird zum einen online mit dSpace - in den Versuchen mit a - zum anderen offline mit MATLAB - in den b und c-Versuchen - ermittelt. In dSpace wird t_{fc} mithilfe eines Triggers erfasst, in dem bei einer Kraft von $F = 0.1N$ bei gleichzeitiger Geschwindigkeit $\dot{u} = -0.01 \frac{mm}{s}$ die Messung beginnt. Die Datenaufzeichnung wird beendet wenn $F \leq 0N$ oder $\dot{u} = 0 \frac{mm}{s}$ gilt. In MATLAB wird ein selbst programmierter Algorithmus verwendet, welcher für eine Kraft zum Zeitpunkt t_i prüft, ob der Kraftanstieg zu t_{i+4} größer als ein F_{tol} ist und ob für alle $i \in [i; i+4]$ $F(t_{i+1}) - F(t_i) \geq 0$ gilt. F_{tol} wird hierbei auf $0,2N$ festgelegt, wobei ein größerer Wert zu keiner signifikanten Erhöhung von t_{fc} führt. Somit kann davon ausgegangen werden, dass der erste Kontakt korrekt bestimmt wird.

Bei den Messungen gibt es keinen Anstieg der Temperatur während einer Versuchsreihe, sondern es wird eine konstante Temperatur von 26-27 °C gehalten. Die Abstände zwischen den einzelnen Messungen einer Versuchsreihe (z.B N-1-1,75-5-0,2-a) beträgt mindestens 30

Sekunden.

Mit den so aufgezeichneten Daten von der Kraft F , der Verschiebung u , der Verschiebungsgeschwindigkeit \dot{u} und der Zeit t sollen anschließend die Parameter der verschiedenen Modelle berechnet werden.

5.2.2 Auswertung

Für die Auswertung wird die Annahme getroffen, dass alle Teile und Verbindungen des Prüfstands unendlich steif sind, was aufgrund der deutlich niedrigen Steifigkeit von Elastomeren - üblich sind Werte im Bereich 0,01 bis $1 \frac{N}{mm^2}$ [24, 25] - im Vergleich zu der von Aluminium ($E_{Al} = 66600 \frac{N}{mm^2}$ [4]) zulässig ist.

Weiterhin wird angenommen, dass die Position des Kraftmessers nur vom Übersetzungsverhältnis des Getriebes von der motorseitigen Position abhängt. Das bedeutet, dass Getriebe wird als unendlich steif und die Kraft des Motors als ausreichend für die aufzubringende Verschiebung angenommen. Beides wird durch eine geeignete Trajektorien-Wahl, wie sie in Abschnitt 4.5 beschrieben wird, erreicht und empirisch in Vorversuchen bestätigt.

Vor der eigentlichen Auswertung der Daten findet eine Aufbereitung der selben statt. Zunächst wird bei der offline Berechnung von t_{fc} dieser Zeitpunkt ermittelt. Anschließend wird der Offset der Verschiebung entfernt, welcher sich aus der bereits vor t_{fc} zurückgelegten Strecke ergibt. Dazu wird vom gesamten Verschiebungsvektor u der Wert zum Zeitpunkt des ersten Kontaktes $u(t_{fc})$ subtrahiert. Dasselbe passiert mit dem Zeitvektor t . Zuletzt wird der Zeitpunkt, an dem $u(t) = 0 \wedge t > 0$ gilt, bestimmt. Dies stellt den Endpunkt der betrachteten Messung dar, damit nicht negative Kräfte bei negativen Verschiebungen in den Messdaten auftreten, die physikalisch nicht sinnvoll sind.

Verschiedene Vorversuche ergeben eine erste Validierung des Prüfstandes und erste Erkenntnisse zum Materialverhalten. Die durchgeführten Versuche orientieren sich an den verwendeten Normen und den bereits in Kapitel 4 beschriebenen Überlegungen zum Versuchsaufbau.

Das in Abb. 5.1 (a) gezeigte Diagramm entspricht dem in Abb. 3.3 mit einer Sinus-Trajektorie, welche eine Amplitude von 0.1 mm und eine Frequenz von 1 Hz aufweist. Auffällig ist in diesem Diagramm zum einen, dass die Kraft in Phase mit der Verschiebung ist, was nicht

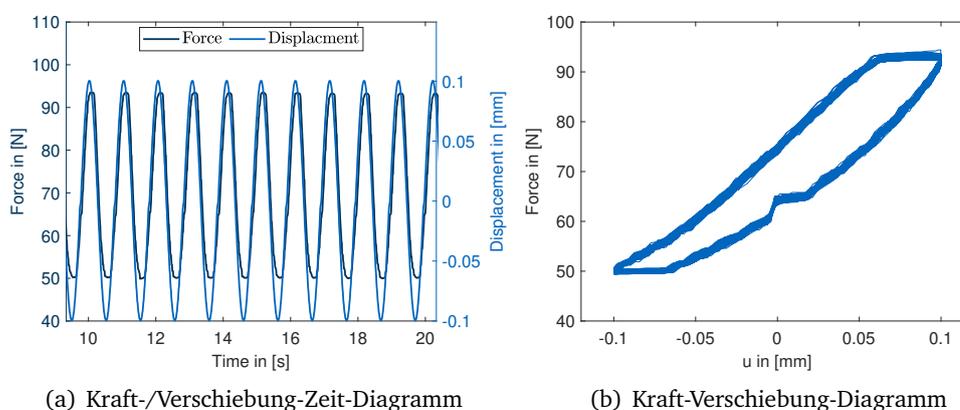


Abbildung 5.1: Aufgezeichnete Daten für einen Versuch in Normal-Richtung mit einer sinusförmigen Verschiebung mit der Amplitude von 0.1mm und einer Frequenz von 1Hz anglehnt an [15].

das erwartbare Verhalten für ein visko-elastisches Material ist, bei dem die Verschiebung bezüglich der Kraft phasenverschoben ist (vgl. Abb. 3.3). Zudem sind die Kraftspitzen etwas abgeflacht, was der Trägheit des Kraftsensors zugeschrieben wird, welcher bei dem schnellen Richtungswechsel kurzzeitig falsche Werte misst.

Betrachtet man die Hystereseschleife in Abb. 5.1 (b), dann fallen ebenfalls die abgeflachten Enden bei den Kraftspitzen auf. Grund dafür ist wiederum die Trägheit des Kraftsensors, welcher nicht in der Lage ist, bei schnellen Änderungen der Bewegung - wie sie bei den Richtungswechseln auftreten - rechtzeitig zu reagieren. Zusätzlich dazu ist ein Knick im rechten Ast der Schleife erkennbar. Dieser Knick lässt sich mit der Trajektorie erklären, die aus einzelnen aneinander gereihten Sinus-Trajektorien besteht, bei denen der letzte Punkt nicht exakt angefahren, sondern aufgrund der Trägheit des Reglers leicht überfahren wird. Der Motor muss deshalb kurzzeitig langsamer fahren und es kommt zu einem langsameren Kraftanstieg.

Vernachlässigt man Knick und die abgeflachten Enden, deren Ursachen nicht im Materialverhalten liegen, ergibt sich eine Hystereseschleife, die eine Fläche einschließt, deren Inhalt ungefähr gleich null ist. Dieser Flächeninhalt ist nach [15] proportional zur Dämpfung des Materials, womit sich für das vorliegende eine Dämpfung nahe null ergibt. Darauf weist auch die fehlende Phasenverschiebung von der Kraft F und der Verschiebung u hin. Hier ist der Phasenwinkel gleich null und somit auch der *Verlustwinkel* δ , aus welchem sich der *Verlustfaktor* ergibt [14, 15].

Das wird ebenfalls bei Trajektorien mit 0.1 Hz und 10 Hz bei einer Amplitude von 0.1 mm beobachtet, weshalb davon ausgegangen wird, dass bei Belastung der Fußpads kein visko-elastisches Verhalten auftritt.

Ein weiterer Hinweis, dass es sich um rein elastisches und nicht um visko-elastisches Verhalten handelt zeigt Abb. 5.2, in der die annähernd lineare Abhängigkeit der Kraft von der Verschiebung u erkennbar ist.

Das Fehlen des viskosen Anteil ist in Abb. 5.2 sehr gut sichtbar. Hier wird mit dem energie-basierten Modell ein nicht-linearer Kraftverlauf berechnet und es zeigt sich, dass die berechnete Kraft bei einer Verschiebung mit einer Geschwindigkeit größer Null die gemessene Kraft sehr gut abbildet. Bei einem visko-elastischen Modell würde durch den viskosen Anteil die berechnete Kraft größer werden, was für die gemessenen Daten zu einem größeren Fehler führen würde. Somit und mit den Erkenntnissen aus den in Abb. 5.1 gezeigten Versuchen wird für das vorliegende Material von einem rein elastischen Kraftverlauf ausgegangen.

Eine mögliche Erklärung dafür kann sein, dass sich das Material aufgrund der Geschwindigkeit, mit der die Belastung aufgebracht wird gemäß Abb. 3.4 in der gummiartigen oder

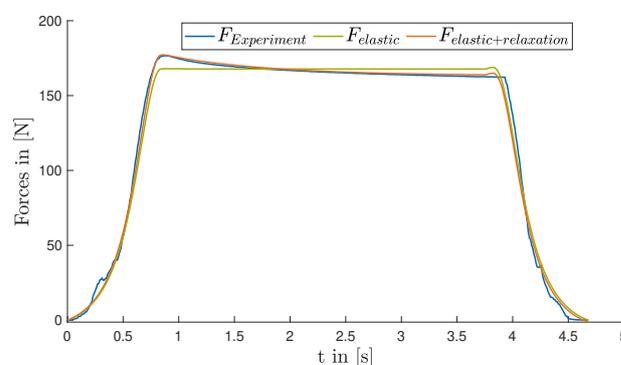


Abbildung 5.2: Gemessene Kraft (blau) und die numerisch berechnete Kraft einmal mit (orange) und einmal ohne (grün) Relaxation. Die Kräfte wurden mit dem energie-basierten Modell aus Abschnitt 3.3 berechnet.

der glasartigen Region befindet. Dagegen spricht die große Breite an in den Vorversuchen verwendeten Geschwindigkeiten, die alle als Ergebnis nicht-viskoses Verhalten gemein haben. Dieser Geschwindigkeitsbereich ist zudem identisch mit dem, der für Elastomere verwendet wird [15, 24, 25]. Da bei keinem einzigen Versuch visko-elastisches Verhalten zu beobachten war, wird davon ausgegangen, dass das Materialverhalten in sehr guter Näherung unabhängig von der Verformungsgeschwindigkeit ist.

Zur Abbildung des vorliegenden Verhaltens werden zwei verschiedene Modelle gewählt.

Das erste Modell wurde bereits in Abschnitt 3.3 erläutert. Es ergibt sich für die Kraft in Abhängigkeit des *Dehnungsverhältnisses* λ (siehe Gleichung (3.8)) folgender bereits bekannter Zusammenhang:

$$F(\lambda) = E_\lambda A_{pad} (\lambda - \lambda^{-2}) \quad (5.12)$$

Als zweites Modell wird der lineare Zusammenhang zwischen Kraft und Dehnung ϵ um eine Potenz ξ erweitert.

$$F(u) = E_u A_{pad} \cdot \epsilon^\xi \quad (5.13)$$

Ein anderes charakteristisches Merkmal von Elastomeren ist in Abb. 5.2 allerdings sehr gut sichtbar. Es zeigt sich deutlich der Vorgang der *Relaxation*, welche den Krafterückgang bei konstant bleibender Verschiebung erklärt. Diese wird von einem einfachen elastischen Modell nicht berücksichtigt, weshalb dafür nachfolgend vorgestellte Modellierung erarbeitet wird, die zu deutlich besseren Ergebnissen führt.

Zur Berechnung der *Relaxation* werden zunächst ihr Start- und Endzeitpunkt ermittelt, welche sich aus einer Betrachtung der aufgezeichneten Geschwindigkeit ergibt. Der Startpunkt t_a des Intervalls ist derjenige Punkt, an dem zuerst $\dot{u} < \kappa_a$ und der Endpunkt an dem erstmals $\dot{u} < -\kappa_b$ gilt, wobei κ eine Geschwindigkeit nahe null ist, um Rauschen in den Positionsdaten zu berücksichtigen. Für die Auswertung werden die Geschwindigkeiten zu $\kappa_a = 10^{-5} \frac{mm}{s}$ und $\kappa_b = 10^{-4} \frac{mm}{s}$ gewählt. In diesem Intervall findet *Relaxation* statt, deren Verhalten, wie in Gleichung (3.1) gezeigt wird, durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden kann (vgl. Abschnitt 3.2.1), sodass folgender Zusammenhang angenommen wird:

$$F(t) - F(t_b) = R \cdot \exp\left(\frac{-(t - t_a)}{\tau_t}\right) \quad \forall t \in [t_a; t_b] \quad (5.14)$$

Aus numerischen Gründen wird im Code $F(t_b)$ durch $\min F(t) \quad t \in [t_a; t_b]$ ersetzt, da aufgrund eines leichten Rauschens in den Kraftdaten, die Kraft am Ende des Intervalls nicht kleinste dieses ist. Daher ist $F(t) - F(t_b) > 0 \forall t \in [t_a; t_b]$ nicht erfüllt, wodurch die numerische Auswertung erschwert wird. Mit dem *Trust-Region-Algorithmus* werden die Parameter R und τ_t bestimmt, wodurch sich der Kraftverlauf für das Intervall $[t_a; t_b]$ berechnen lässt. R gibt dabei die Amplitude der *Relaxation* und τ_t beschreibt das Abklingen des Kraftverlustes durch die *Relaxation* mit der Zeit.

Um den Einfluss *Relaxation* global zu beschreiben ist ein weiterer Term hinzuzufügen, welcher den abklingenden Einfluss des Kraftverlustes aufgrund von *Relaxation* berücksichtigt. Für diesen wird eine Abhängigkeit von λ und ein exponentieller Rückgang angenommen. Somit ergibt sich der Term $\exp\left(\frac{\lambda_a - \lambda}{\tau_\lambda}\right)$, bei dem λ_a das Dehnungsverhältnis zum Zeitpunkt t_a und τ_λ analog zu τ_t das Abklingen der *Relaxation* in Abhängigkeit von λ beschreibt. Somit ergibt sich für die *Relaxation* im gesamten Bereich:

$$F_{Relaxation}(t, \lambda) = R \cdot \exp\left(\frac{-(t - t_a)}{\tau}\right) \cdot \exp\left(\frac{\lambda_a - \lambda}{\tau_\lambda}\right) \quad \forall t \quad (5.15)$$

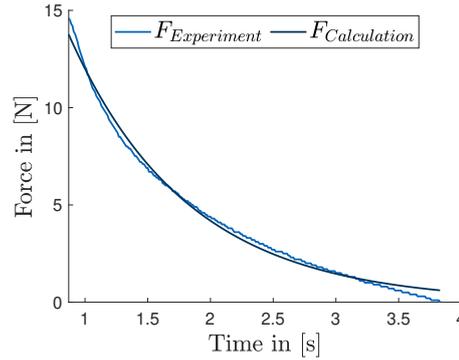


Abbildung 5.3: Gemessene (hellblau) und berechnete (dunkelblau) *Relaxation* für das Intervall $[t_a; t_b]$.

Es gilt wegen der Definition von λ (siehe Gleichung (3.8)):

$$\lambda_a \leq \lambda \quad \forall t \quad (5.16)$$

Damit ergibt sich für die *Relaxation* für die gesamte Versuchsdauer:

$$F_{Relaxation}(t, \lambda) = F_{Relaxation}(t) \cdot \exp\left(\frac{\lambda_a - \lambda}{\tau_\lambda}\right) \quad \forall t \quad (5.17)$$

Für die letztendlich zu lösenden Probleme ergibt sich für das energie-basierte Modell:

$$F(t) = E_\lambda A_{Pad} (\lambda(t) - \lambda(t)^{-2}) - F_{Relaxation}(t) \cdot \exp\left(\frac{\lambda_a - \lambda(t)}{\tau_\lambda}\right) \quad \forall t \quad (5.18)$$

Für das Modell mit der Potenz ξ :

$$F(t) = E_u A_{Pad} \cdot u(t)^\xi - F_{Relaxation}(t) \cdot \exp\left(\frac{u_a - u(t)}{\tau_u}\right) \quad \forall t \quad (5.19)$$

In diesen Gleichungen werden mit dem *Trust-Region-Algorithmus* die fehlenden Parameter E_λ, λ_a und τ_λ oder E_u, u_a und τ_u berechnet.

Als letzter Punkt sollen die in Abb. 5.4 markierten Auffälligkeiten im Kraftverlauf analysiert werden. Diese treten in allen Versuchen an ungefähr den selben Stellen auf. Diese plötzliche Abnahme bei zunehmender Verschiebung und plötzliche Zunahme bei abnehmender Verschiebung wird den im Pad verbauten Kraftsensoren zugeschrieben, welche bei einer bestimmten

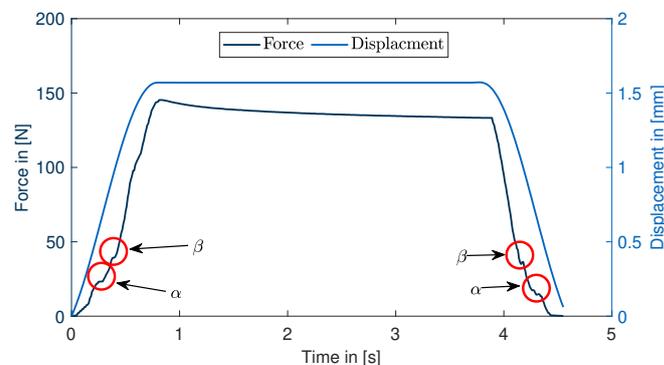


Abbildung 5.4: Gemessene Verschiebung (hellblau) und Kraft (dunkelblau) mit den eingezeichneten Änderungen im Kraftverlauf. Hervorgerufen durch die Kraftsensoren.

Tabelle 5.2: Berechnete Kraftwerte für die Kraftsensoren unterteilt auf α und β und mit der Unterscheidung zwischen Kompression und Dekompression. Der zugrunde liegende Versuch ist N-1-1,75-5-0,2-a. Eine genaue Untersuchung von F_α während der Dekompression ist aufgrund der geringen Änderung der Kraft schwierig.

| Kraft | Kompression | | Dekompression | |
|--------------------|----------------|---------------|----------------|---------------|
| | F_α [N] | F_β [N] | F_α [N] | F_β [N] |
| Stichprobengröße | n = 9 | n = 9 | n = 2 | n = 9 |
| Mittelwert | 21,3 | 38,1 | 15,8 | 38,2 |
| Standardabweichung | 0,57 | 0,38 | 0,21 | 0,42 |

Kraft ausgelöst und verschoben werden. Diese sind vergleichbar mit einer Federscheibe - oder auch "Knackfrosch" genannt - wie sie häufig in Bedienelementen vorkommen [27].

Es finden zwei Schaltvorgänge statt die mit α und β gemäß Abb. 5.4 bezeichnet werden. Bei α wird der vordere Sensor und bei β die beiden hinteren Sensoren ausgelöst. Diese beeinflussen den Kraftverlauf merklich und können durch die *Glockenfunktion* - eine Approximation der *Delta-Distribution* oder auch *Dirac-Funktion* - näherungsweise beschrieben werden.

$$\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\epsilon}} \cdot \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\epsilon}\right) \quad (5.20)$$

Hier ist x_0 der Punkt an dem die Funktion ihren maximalen Wert annimmt. ϵ gibt dabei die Breite und die Höhe der *Dirac-Funktion* an, wobei der Flächeninhalt unter der Kurve, immer gleich 1 ist.

Lokal - zum Beispiel im Intervall $[0; t_a]$ führt ein Einbinden der Kraftsprünge gemäß Gleichung (5.20) zu einer Verbesserung der berechneten Werte. Allerdings gestaltet sich die Einbindung in die globale Problemstellung als schwierig, da das Auftreten der Kraftsprünge zwischen zunehmender und abnehmender Verschiebung variieren - besonders für α . Zusätzlich gestaltet sich die globale Modellierung aufgrund des sich ändernden Vorzeichens der Kraftsprünge als schwierig.

Weiterhin führt die Berechnung zu insgesamt 4 zusätzlichen Modellparametern und damit zu einem komplexeren Modell, was die Berechnung in Echtzeit- wie sie während der MKS-Simulation notwendig ist - verlangsamt und somit die Brauchbarkeit beeinträchtigt. Deswegen wird von einer Berücksichtigung der Taster bei der Modellierung trotz Verbesserung der Werte in einem lokal Intervall abgesehen.

Nach Abschluss der Auswertung der Vorversuche sollen nun die Resultate der Versuchsreihen erörtert werden. Hier zeigt sich, dass während für eine einzelne Versuchsreihe die Werte nur

Tabelle 5.3: Berechnete Modellparameter und *Mean-Square-Error* für die *Relaxation* im Intervall $[t_a; t_b]$

| | R[N] | τ_t [s] | MSE |
|-------------------------|-------|--------------|-------|
| N-1-1,75-5-0,2-a (n=10) | 5,8 | 0,413 | 0,061 |
| N-1-1,75-5-0,2-b (n=9) | 7,3 | 0,407 | 0,081 |
| N-1-1,75-5-0,2-c (n=5) | 4,7 | 0,414 | 0,036 |
| N-1-1,75-5-0,6-a (n=10) | 11,3 | 0,943 | 0,051 |
| N-1-1,75-5-0,6-b (n=10) | 13,6 | 0,937 | 0,077 |
| N-1-1,75-5-0,6-c (n=5) | 8,8 | 0,932 | 0,028 |
| Mittelwert | 9,0 | 0,68 | 0,06 |
| Standardabweichung | 3,150 | 0,264 | 0,019 |

gering schwanken, die Ergebnisse zwischen den einzelnen Versuchsreihen aus verschiedenen Gründen variieren.

Darauf und auf die Ergebnisse im Allgemeinen soll nun eingegangen werden. Zunächst sollen die sich ergebenden Werte für die *Relaxation* gezeigt werden.

Wie schon Abb. 5.3 entnommen werden kann, stellt die Berechnung der *Relaxation* mit einer Exponentialfunktion eine sehr genaue Modellierung dar. Dies ist auch an dem sehr niedrigen mittleren quadratischen Fehler aus Tabelle 5.3 zu sehen. Auffällig sind die Unterschiede zwischen den beiden Trajektorien, die sich in größeren Werten für R und τ_t bei dem größeren konstanten Anteil zeigen. Dies ist mit dem aufgrund der längeren Zeit größeren Kraftverlust zu erklären.

Die Abweichung zwischen der gemessenen und der berechneten Kraft für das gesamte Intervall ist deutlich größer. Die mit Abstand am beste Anpassung findet bei den c-Versuchen statt, bei denen auch die Werte für E_λ deutlich kleiner als die der anderen Versuche sind. Diese Beobachtung deckt sich mit dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Effekt, dass bei geringen Verschiebungen von dem Modell zu große Kräfte berechnet werden. Wegen der nur geringen Verschiebungsamplitude in den c-Versuchen wird der Bereich mit dem großen Kraftanstieg nicht erreicht und das Modell muss diesen nicht durch einen höheren Wert für E_λ ausgleichen, sondern kann die berechnete Kraft hauptsächlich den Bereich mit den kleinen Verschiebungen und dem geringen Kraftanstieg anpassen.

Dieser große Unterschied der Kraftänderung zwischen kleinen und großen Verschiebungen ist auch der Grund für die deutlichen Abweichungen der berechneten Kräfte der a- und b-Versuche (vgl. Tabelle 5.4). Hier muss für E_λ ein Mittelwert zwischen den niedrigen Kräften im Anfangsbereich und den verhältnismäßig großen Kraftspitzen gefunden werden, der beide Bereiche nicht optimal abdecken kann.

Tabelle 5.4: Berechnete Modellparameter, *Mean-Square-Error* und *BIC* für das energie-basierte Modell

| | E_λ [$\frac{N}{mm^2}$] | τ_λ [s] | MSE | BIC |
|-------------------------|----------------------------------|--------------------|---------|-------|
| N-1-1,75-5-0,2-a (n=10) | 0,010 | 0,300 | 117,499 | 4,107 |
| N-1-1,75-5-0,2-b (n=9) | 0,009 | 0,300 | 160,779 | 4,417 |
| N-1-1,75-5-0,2-c (n=5) | 0,007 | 0,300 | 15,940 | 2,111 |
| N-1-1,75-5-0,6-a (n=10) | 0,009 | 0,300 | 40,192 | 3,029 |
| N-1-1,75-5-0,6-b (n=10) | 0,010 | 0,300 | 86,192 | 3,792 |
| N-1-1,75-5-0,6-c (n=5) | 0,007 | 0,300 | 8,440 | 1,471 |
| Mittelwert | 0,009 | 0,300 | 81,791 | 3,407 |
| Standardabweichung | 0,001 | 0,000 | 52,577 | 0,950 |

Für alle τ_λ ergibt sich mit 0,3s ein konstanter Wert, dessen Grund die obere Grenze des Lösungsverfahrens ist. Diese ist notwendig, da ansonsten aufgrund des zu großen Anteil von $F_{Relaxation}(t, \lambda)$ negative Werte für die Kraft berechnet werden, die physikalisch unmöglich sind. Zur Modellierung sollen zwar negative Werte akzeptiert werden, allerdings nur, wenn sie nicht zu groß werden, was mit $\tau_\lambda = 0,3s$ der Fall ist.

Vergleicht man die Mittelwerte für *MSE* und *BIC* der Ergebnisse mit λ und ϵ , dann fallen die deutlich besseren Werte für die Methode mit ϵ auf, was auf den zusätzlichen Freiheitsgrad ξ zurückzuführen ist, mit dem der Verlauf der Kurve effektiv angepasst werden kann. Interessant ist, dass trotz zusätzlichem Modellparameter der *BIC* kleiner und damit besser als der des energie-basierten Modells ist. Auch hier werden die besten Ergebnisse bei den c-Versuchen aus den bereits erläuterten Gründen erzielt.

Weiterhin sind die geringen Werte für E_ϵ in den b-Versuchen bei gleichzeitig relativ hohen Werten für ξ auffällig. Wenn man berücksichtigt, dass die Werte für F_{max} und u_{max} in den

Tabelle 5.5: Berechnete Modellparameter, *Mean-Square-Error* und *BIC* für das Modell mit der Potenz ξ

| | $E_\epsilon \left[\frac{N}{mm^2} \right]$ | ξ | $\tau_\epsilon [s]$ | MSE | BIC |
|-------------------------|--|-------|---------------------|--------|-------|
| N-1-1,75-5-0,2-a (n=10) | 0,010 | 3,007 | 0,162 | 28,370 | 2,694 |
| N-1-1,75-5-0,2-b (n=9) | 0,008 | 3,274 | 0,645 | 29,233 | 2,720 |
| N-1-1,75-5-0,2-c (n=5) | 0,011 | 2,068 | 1,000 | 9,247 | 1,577 |
| N-1-1,75-5-0,6-a (n=10) | 0,010 | 2,813 | 0,627 | 13,314 | 1,932 |
| N-1-1,75-5-0,6-b (n=10) | 0,009 | 3,320 | 0,431 | 15,611 | 2,091 |
| N-1-1,75-5-0,6-c (n=5) | 0,010 | 2,166 | 0,865 | 4,332 | 0,811 |
| Mittelwert | 0,010 | 2,899 | 0,558 | 18,448 | 2,114 |
| Standardabweichung | 0,001 | 0,438 | 0,284 | 8,818 | 0,589 |

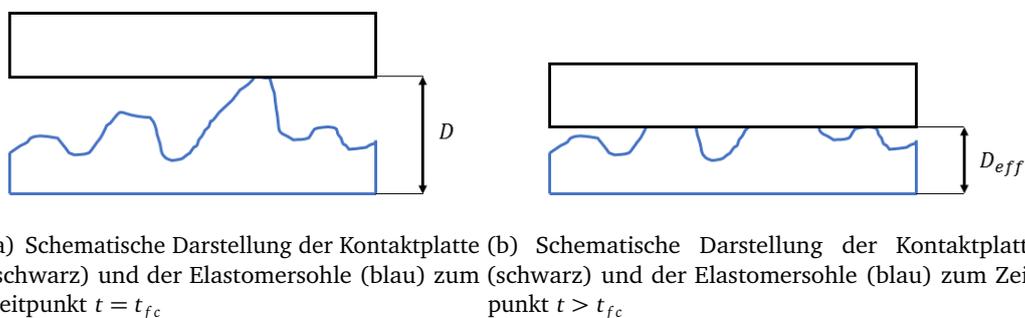
b-Serien am größten sind, dann lässt das den Schluss zu, dass das *Trust-Region-Verfahren* den stark nicht-linearen Kraftanstieg durch ein hohes ξ abzubilden versucht, wodurch sich bei großen Verschiebungen gemäß Gleichung (5.13) große Kräfte ergeben. Um das auszugleichen wird ein niedrigeres E_ϵ berechnet.

In Analogie dazu ergeben sich für die c-Versuche relativ niedrige Werte für ξ , da hier keine großen Verschiebungen auftreten und damit das nicht-lineare Verhalten noch nicht so stark ausgeprägt ist.

Allgemein lässt sich zusammenfassen, dass abgesehen für die *Relaxation* die Ergebnisse für die gesamte Verschiebung allerdings einen relativ großen Fehler aufweisen. Dies liegt darin begründet, dass nicht gleichzeitig der sehr langsame Kraftanstieg zu Beginn der Verschiebung - wie er in Abb. 5.6 (c) gut zu erkennen ist - und die hohe Kraftamplitude bei der maximalen Verschiebung angepasst werden können.

Es wird vermutet, dass der Grund hierfür ein falscher Wert für die Dicke D der Elastomer-Sohle ist. Wie in Abschnitt 3.3 gezeigt wird, ist die Kraft bei der Berechnung mit dem energie-basierten Ansatz quadratisch von λ abhängig, wodurch kleine Änderungen dort zu großen Änderungen bei der berechneten Kraft führen.

In Abschnitt 3.5 wurde gezeigt, dass die wahre Kontaktfläche nicht identisch mit der Fläche des Werkstoffes ist. Ausgehend davon wird das Kontaktproblem, wie in Abb. 5.5 dargestellt wird, mit einer glatten Oberfläche der Kontaktplatte und einer zufällig rauen Oberfläche des Elastomers modelliert. Ein Modell, das auch in der Literatur Anwendung findet [71]. Auch der Fall einer glatten Elastomer-Oberfläche und eine zufällig raue Kontaktplatte oder eine zufällige Rauheit auf beiden Oberflächen ist möglich und führt zu dem qualitativ selben Ergebnis. In der Literatur lassen sich für beide Fälle Beispiele finden [61, 64, 71][71].

**Abbildung 5.5:** Qualitativer Vergleich der Kontaktflächen zum Zeitpunkt $t = t_{fc}$ mit einer nach der Kompression auf die Dicke D_{eff} zusammengedrückten Schicht.

Zu diesem Modell werden folgende Überlegungen angestellt. Der erste Kontakt findet bei der Dicke D statt. Allerdings ist zu diesem Zeitpunkt nur ein sehr kleiner Teil des Materials in Kontakt (vgl. Abb. 5.5 (a)). Erst zu einem späteren Zeitpunkt ist die Kontaktfläche groß genug, damit Gleichung (5.12) gilt. Währenddessen wurde ein kleiner Teil des Materials bereits komprimiert, was in den Kraftdaten den sehr langsamen Kraftanstieg zu Beginn der Verformung erklärt. Als Referenzwert zur Berechnung von λ wird nun die Dicke zum Zeitpunkt gewählt, ab dem die wahre Kontaktfläche ausreichend groß ist. Diese wird als effektive Dicke D_{eff} bezeichnet.

Um diese zu bestimmen wird die zu lösende Gleichung dahingehend variiert, dass die Dicke ebenfalls als Modellparameter berechnet wird. Somit ergibt sich:

$$F(t) = E_{\lambda} A_{Pad} \left(\frac{D_{eff} + u(t)}{D_{eff}} - \left(\frac{D_{eff} + u(t)}{D_{eff}} \right)^{-2} \right) - F_{Relaxation}(t) \cdot \exp\left(\frac{\lambda_a - \frac{D_{eff} + u(t)}{D_{eff}}}{\tau_{\lambda}} \right) \quad \forall t \quad (5.21)$$

Eine Lösung dieser Gleichung mit dem *Trust-Region-Algorithmus* ergibt die in Tabelle 5.6 dargestellten Ergebnisse. Auffällig sind die vergleichsweise geringen Werte für D_{eff} bei den c-Versuchen. Dies liegt an der geringen Amplitude der Versuche und dem damit einhergehenden langen nicht-linearen Kraftanstieg. Der Term $\lambda - \lambda^{-2}$ wird es für kleine λ nicht-linear. Daher verschiebt der Algorithmus den Kraftverlauf zu einem größerem Dehnungsverhältnis, indem es einen kleineren Wert für D_{eff} annimmt. Die sich so ergebenden großen Kräfte werden durch einen kleineren E-Modul wieder ausgeglichen. Dies ist nur möglich da die Verschiebungs- und Kraftamplitude deutlich kleiner als bei den a- und b-Versuchen sind.

Daher ergeben sich die deutlichen Abweichungen für die effektive Dicke. Nichtsdestotrotz lässt sich mit einer Standardabweichung von 0.10mm sagen, dass der berechnete Mittelwert sehr wahrscheinlich einen guten Referenzwert darstellt.

Tabelle 5.6: Berechnete effektive Dicke

| Versuch | D_{eff} [mm] |
|-------------------------|----------------|
| N-1-1,75-5-0,2-a (n=10) | 2,22 |
| N-1-1,75-5-0,2-b (n=9) | 2,40 |
| N-1-1,75-5-0,2-c (n=5) | 2,22 |
| N-1-1,75-5-0,6-a (n=10) | 2,45 |
| N-1-1,75-5-0,6-b (n=10) | 2,39 |
| N-1-1,75-5-0,6-c (n=5) | 2,23 |
| Mittelwert | 2,34 |
| Standardabweichung | 0,10 |

Ausgehend von der effektiven Dicke $D_{eff} = 2.34mm$ als Referenz für λ werden erneut die Werte für Gleichung (5.18) mit dem *Trust-Region-Algorithmus* berechnet.

Für das Modell mit der Potenz ξ stellt sich keine Verbesserung der Werte ein. Daher wird im Folgenden aufgrund der großen Schwankungen der Modellparameter bei den verschiedenen Versuchs-Serien und der fehlenden physikalischen Begründbarkeit auf dieses Modell verzichtet. Die in Tabelle 5.7 gezeigten Ergebnisse weisen einen geringeren Wert für E_{λ} im Vergleich zu Tabelle 5.4 auf, was sich durch die niedrigere angenommene Dicke erklären lässt. Weiterhin fällt die sehr geringe Standardabweichung auf.

Auch die Qualitätskriterien sind deutlich verbessert als zu den Werten in Tabelle 5.4, die einen durchschnittlichen quadratischen Fehler von 81,791 aufweisen. Selbst im Vergleich Tabelle 5.5 sind die Abweichungen geringer. Die besten Ergebnisse werden immer noch bei den Versuchen

Tabelle 5.7: Berechnete Modellparameter, *Mean-Square-Error* und *BIC* für das Energie-basierte Modell mit $D_{eff} = 2.34mm$

| | $E_\lambda \left[\frac{N}{mm^2} \right]$ | $\tau_\lambda [s]$ | MSE | BIC |
|-------------------------|---|--------------------|--------|--------|
| N-1-1,75-5-0,2-a (n=10) | 0,005 | 0,300 | 17,290 | 2,187 |
| N-1-1,75-5-0,2-b (n=9) | 0,004 | 0,300 | 26,033 | 2,582 |
| N-1-1,75-5-0,2-c (n=5) | 0,004 | 0,300 | 5,517 | 1,051 |
| N-1-1,75-5-0,6-a (n=10) | 0,004 | 0,265 | 11,535 | 1,769 |
| N-1-1,75-5-0,6-b (n=10) | 0,004 | 0,295 | 13,315 | 1,917 |
| N-1-1,75-5-0,6-c (n=5) | 0,004 | 0,300 | 2,519 | 0,261 |
| Mittelwert | 0,004 | 0,292 | 14,201 | 1,807 |
| Standardabweichung | 0,0004 | 0,0391 | 6,9068 | 0,4624 |

mit der kleinsten Verschiebung erzielt, allerdings sind auch für größere Verschiebungen die Fehler im Vergleich deutlich geringer.

Die bessere Anpassung an die gemessenen Daten bei den Versuchen mit einem längeren konstanten Part im Vergleich zu den anderen Experimenten mit einer kürzeren Haltezeit zeigt neben Tabelle 5.7 auch Abb. 5.6. Die durch die Kraftsensoren hervorgerufenen Kraftsprünge führen zu einem unregelmäßigen Kraftanstieg. Dieser kann durch das Modell nicht explizit dargestellt werden, sondern bei der numerischen Lösung wird versucht durch eine Anpassung von E_λ eine möglichst gute Lösung zu finden. Dadurch kann es, wie in Abb. 5.6 (a) dargestellt, zu einer niedrigeren berechneten maximalen Kraft kommen.

In Abb. 5.6 (c) sieht man den Fall, dass mit zunehmender Verschiebung kurz vor Beginn des konstanten Teils der Trajektorie der Kraftanstieg der gemessenen Daten etwas größer ist als er durch das Modell berechnet wird. Um diesen Fehler auszugleichen wird ein größerer E-Modul gewählt und die berechnete maximale Kraft ist somit größer als die tatsächlich gemessene. Trotz der identischen Kraftamplitude ist für den in Abb. 5.6 (d) dargestellten Versuch keine große Abweichung im Kraftanstieg zu erkennen. Diese ist zwar ebenfalls vorhanden beschränkt sich aber auf einen sehr kleinen Zeitraum. Vermutlich gibt es im Pad - entweder durch Elastomer-Sohle oder durch die Konstruktion des Pads - einen Bereich, bei dem die Steifigkeit etwas höher ist als bei einem perfekt homogenen Material. Dieser Bereich wird bei den Experimenten mit einer Haltezeit von 0,6 Sekunden wegen der schnelleren Geschwindigkeit schneller durchfahren, weshalb dieser Bereich nicht so stark ins Gewicht fällt.

Allgemein dominiert bei den Versuchen mit einer Haltezeit von 0,6 Sekunden der Einfluss des konstanten Teils der Trajektorie und eine Abweichung beim Kraftanstieg fällt nicht so sehr ins Gewicht, weshalb die berechnete Kraftamplitude mit der gemessenen sehr gut übereinstimmt und der durchschnittliche quadratische Fehler wegen der längeren Dauer der maximalen Kraft - die optimal berechnet wird - geringer ausfällt als bei den Versuchen mit einer Haltezeit von 0,2 Sekunden.

Auch wenn aus Abb. 5.6 hervorgeht, dass die Abweichungen hauptsächlich aufgrund der Kraftsprünge der Kraftsensoren zustande kommen, wird dennoch aus den bereits erläuterten Gründen auf eine Modellierung dieser verzichtet.

Abschließend soll auf die Tatsache hingewiesen werden, dass bei allen Experimenten, für sehr kleine Verschiebungen trotz der Einführung von D_{eff} eine zu große Kraft berechnet wird, als sie tatsächlich auftritt (vgl. Abb. 5.6). Dies deckt sich mit den Beobachtungen von [77], auf die bereits in Abschnitt 3.3 hingewiesen wurde. Allerdings sind diese Abweichungen marginal und deutlich geringer als die von [77] beschriebenen und werden daher aufgrund der Einfachheit des Modells toleriert. Zudem fallen sie deutlich geringer aus als für die Annahme einer Dicke

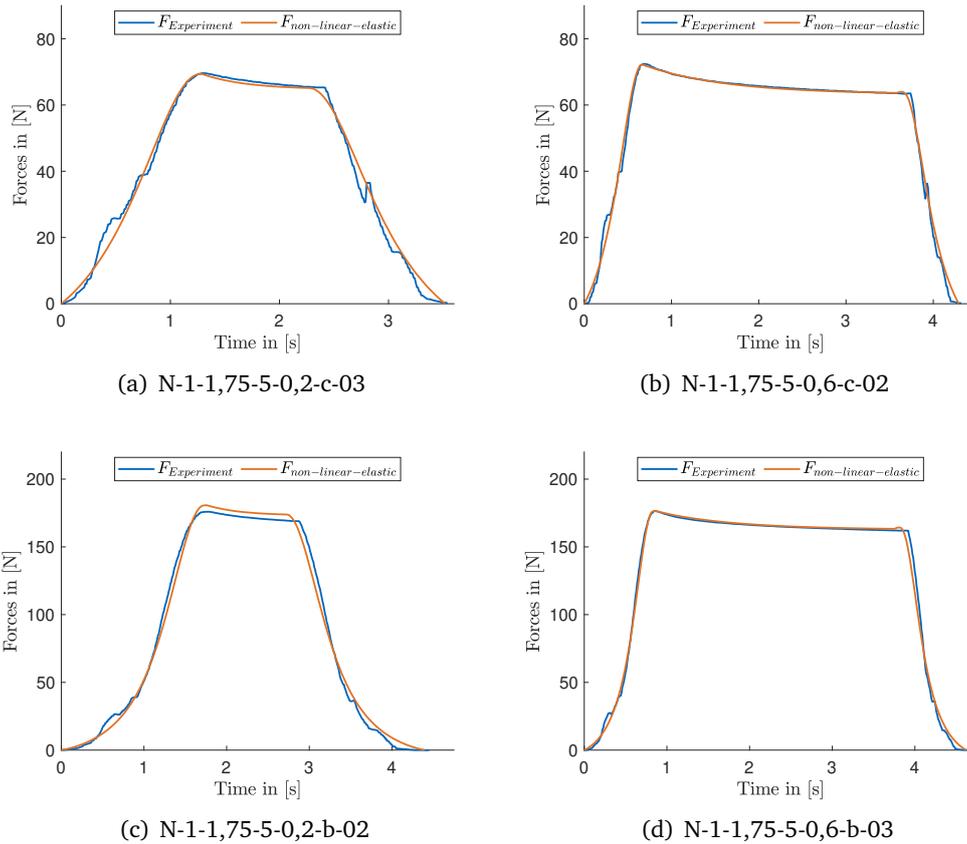


Abbildung 5.6: Beispielhafte Darstellung der gemessenen (blau) und der mit Gleichung (5.18) berechneten Kräfte (orange).

von 3mm, bei der sich eine deutliche Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Kräften darstellt.

5.3 Versuche in tangentialer Richtung

Folgend werden Ablauf, Auswertung und Ergebnisse der Experimente in Tangential-Richtung erörtert. Ausgehend von einer Beschreibung des Versuchsablaufs und der getroffenen Annahmen wird das vorgehen der Auswertung erklärt und die Ergebnisse gezeigt.

5.3.1 Versuchsablauf

Es werden die in Abschnitt 4.5 vorgestellte Trapez und Sinus-Trajektorie verwendet. Dabei findet zunächst die Anpressung der beiden Pads auf die Kontakt-Platte statt, bis die gemessene Kraft bei circa 150N liegt. Dann wird die Trajektorie und die Messung über einen Trigger in *dSpace*, welcher dann ausgelöst wird, wenn die Geschwindigkeit ungleich 0 ist, gestartet. Nach Abschluss wird, wie bei den Versuchen in normaler Richtung, manuell auf den Nullpunkt zurückgefahren und die Anpresskraft, welche aufgrund von *Relaxation* abnimmt, wieder angepasst. Nach 30 Sekunden wird erneut die Trajektorie gestartet. Dies geschieht fünf mal, dann werden die Pads von der Kontakt-Platte für 5 Minuten entfernt, damit eine Rückverformung

Tabelle 5.8: Versuchsbezeichnung Versuche in Tangential-Richtung

| Tangential | | |
|------------|---------------------|-----------------------|
| T | Art des Versuchs | (T)angential |
| 65 | Pad-Nummer | links (6), rechts (5) |
| S | Art der Trajektorie | (S)inus, (T)rapez |
| 0,4 | Amplitude | [mm] |
| 1 | Trajektorienzeit | [s] |
| 1 | Fortlaufende Nummer | 1-30 |

möglich ist. Insgesamt werden pro Trajektorie 30 Versuche durchgeführt. Bei allen Versuchen tritt keine Erhöhung der Temperatur auf.

5.3.2 Auswertung und Ergebnisse

Für die Versuche wird wie bei den Normal-Kraft-Versuchen auch eine unendliche Steifigkeit für den Prüfstand angenommen. Ebenfalls wird eine exakte Positionsbestimmung durch den encoder angenommen.

Die erfassten Daten werden mit MATLAB ausgewertet. Die Geschwindigkeit bei den Versuchen mit Sinus-Trajektorie wird mit einem Tiefpassfilter geglättet. Es werden ausgehend vom energie-basiertem Modell gemäß Gleichung (3.13) ein linear-elastisches Modell $F = k_{elastic}u$ und die visko-elastischen Modelle aus Abschnitt 3.2.2 zur Berechnung verwendet.

Da das nichtlineare *Kelvin-Voigt*- und das *Zener-Modell* im Vergleich zum linear elastischen und linearem *Kelvin-Voigt-Modell* deutlich schlechter sind, werden diese nicht näher beschrieben. Betrachtet man zunächst die Rohdaten der Versuche T-65-S-0,4-1 - wie in Abb. 5.7 dargestellt - dann fällt sofort der stufenartige Kraftverlauf an. Dies liegt zum einen an der relativ zur Versuchsdauer geringen zeitlichen Auflösung (100Hz). Zum anderen ist die geringe Auflösung der Kraftdaten (0,1N) dafür verantwortlich.

Eine quantitative Aussage ist mit diesen Daten nicht möglich, allerdings lässt sich aus den Daten eine leichte positive Verschiebung der Positionsdaten gegenüber den Kraftdaten beobachten. Im Falle eines viskos-elastischen Materialverhaltens sollte die Kraft gegenüber der Verschiebung positiv verschoben sein (vgl. Abb. 3.3). Als Alternative werden die Versuche mit einer Trajektorienzeit von 4s ausgeführt. Diese und die Versuche mit den Trapez-Trajektorie werden zur Bestimmung der Materialparameter herangezogen.

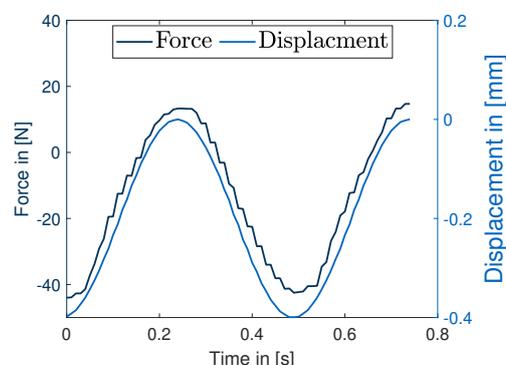


Abbildung 5.7: Gemessene Position (hellblau) und Kraft (dunkelblau) für einen Versuch T-65-S-0,4-1-10 mit einer Trajektorienzeit von 1s und einer Amplitude von 0,4mm.

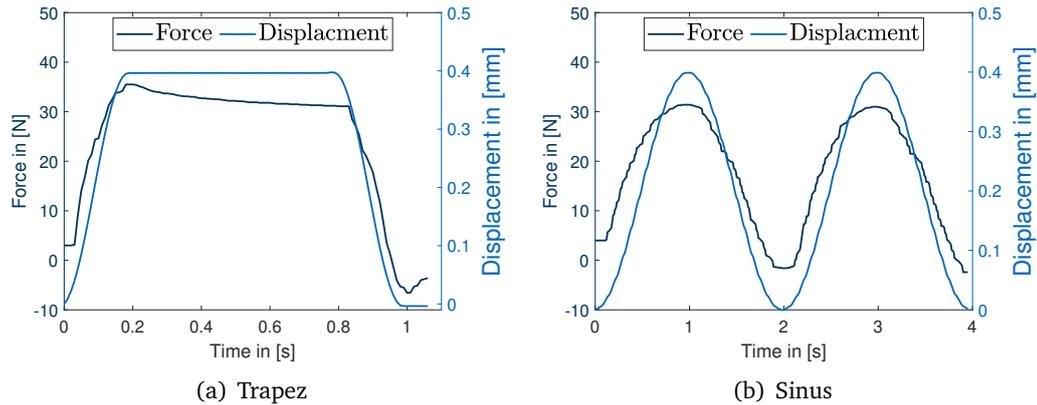


Abbildung 5.8: Gemessene Position (hellblau) und Kraft (dunkelblau).

Bei einer Betrachtung der in Abb. 5.8(b) gezeigten Rohdaten der Versuchsreihe T-65-S-0,4-4 erkennt man, dass im Vergleich zu der Versuchsreihe T-65-S-0,4-1 hier die Kraft der Verschiebung vorausgeht, was auf visko-elastisches hinweist. Der Unterschied kommt wahrscheinlich aufgrund der verschiedenen Trajektorienzustände zustande. Wie Abb. 3.4 zeigt, ist die Dämpfung von der Geschwindigkeit abhängig. In den Experimenten T-65-S-0,4-1 treten wohl zu große Geschwindigkeiten auf, sodass die Sohle noch im rein elastischen Bereich liegt. Bei den geringeren Geschwindigkeiten tritt dann allerdings eine dämpfende Wirkung auf.

Diese Vermutung wird durch die Tatsache gestützt, dass bei den Versuchen T-65-T-0,4-1 keine Verschiebung erkennbar ist (vgl. Abb. 5.8(a)) und hier ebenfalls deutlich höhere Geschwindigkeiten auftreten. Allerdings zeigen die Versuche T-65-T-0,4-1 einen deutlich besseren Kraftverlauf, als die Versuchsreihe T-65-S-0,4-1, obwohl die maximale Geschwindigkeit identisch ist. Grund dafür ist die größere Anzahl an Stützstellen bei den Trapez-Trajektorien in den Verschiebungsphasen. Das liegt daran, dass im konstanten Teil der Trajektorie sehr große Abstände zwischen den Stützstellen vorkommen und dafür im Gegenzug die Abstände in den Verschiebungsphasen sehr klein sind. Dies ist bei den Sinus-Trajektorien nicht möglich, da die hier kein konstanter Anteil vorkommt. Die maximale Anzahl an Stützstellen ist für die Sinus-Trajektorien beschränkt (vgl. Abschnitt 4.5), sodass die Auflösung bei diesen deutlich kleiner als die der Trapez-Trajektorien ist.

Unabhängig davon erkennt man in Abb. 5.8(a) sehr gut die auftretende *Relaxation*, die im konstanten Anteil auftritt.

Diese wird analog zu Abschnitt 5.2.2 mit Gleichung (5.14) modelliert und weist sehr gute Ergebnisse auf (vgl. Tabelle 5.9).

Tabelle 5.9: Ergebnisse für die *Relaxation* bei der Versuchsreihe T-65-T-0,4-1 (n=29)

| | $R[N]$ | $\tau_t[s]$ | Mean-Square-Error |
|--------------------|--------|-------------|-------------------|
| Mittelwert | 4,4 | 0,2 | 0,01 |
| Standardabweichung | 0,27 | 0,01 | 0,003 |

Unter Berücksichtigung der *Relaxation* werden die Parameter für das linear-elastische Modell und das *Kelvin-Voigt-Modell* mit der *Methode der kleinsten Quadrate* berechnet und mit Excel ausgewertet.

Die berechneten Werte für die Dämpfung bei den T-65-T-0,4-1 Versuchen ist wie die Rohdaten vermuten lassen nicht vorhanden. Deswegen sind k_{KV} und $k_{elastic}$ und die zugehörigen Fehler

Tabelle 5.10: Ergebnisse für die Versuchsreihe T-65-T-0,4-1 (n=28)

| | Kelvin-Voigt | | | | linear-elastisch | | |
|--------------------|------------------------|--------------------------|------|------|-----------------------------|------|------|
| | $k_{KV}[\frac{N}{mm}]$ | $d_{KV}[\frac{N}{mm/s}]$ | MSE | BIC | $k_{elastic}[\frac{N}{mm}]$ | MSE | BIC |
| Mittelwert | 45,34 | 0,00 | 6,29 | 1,17 | 45,34 | 6,29 | 1,15 |
| Standardabweichung | 1,01 | 0,02 | 2,84 | 0,37 | 1,01 | 2,84 | 0,37 |

in Tabelle 5.10 identisch. Der *BIC* ist beim linear-elastischen Modell niedriger, da nur ein Parameter im Gegensatz zu den zwei beim *Kelvin-Voigt*-Modell vorkommt.

Die geringe Standardabweichung bei den Werten für die Steifigkeit spricht für ein gutes und realistisches Ergebnis.

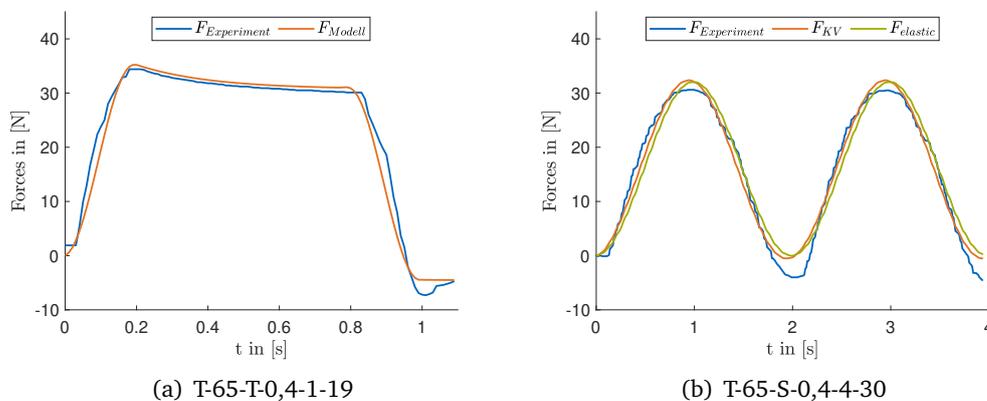
Tabelle 5.11: Ergebnisse für die Versuchsreihe T-65-S-0,4-4 (n=29)

| | Kelvin-Voigt | | | | linear-elastisch | | |
|--------------------|------------------------|--------------------------|------|------|-----------------------------|-------|------|
| | $k_{KV}[\frac{N}{mm}]$ | $d_{KV}[\frac{N}{mm/s}]$ | MSE | BIC | $k_{elastic}[\frac{N}{mm}]$ | MSE | BIC |
| Mittelwert | 39,00 | 2,07 | 9,01 | 1,38 | 39,3 | 12,51 | 1,74 |
| Standardabweichung | 3,19 | 0,38 | 6,18 | 0,52 | 3,15 | 7,37 | 0,45 |

Die Werte für die Steifigkeit bei den Versuchen mit der Sinus-Trajektorie (vgl. Tabelle 5.11) sind im Vergleich zu den Werten der Trapez-Versuche geringer und weisen zusätzlich eine größere Standardabweichung auf. Auch die Abweichung zur gemessenen Kraft fällt größer aus. Der größere Fehler in der Kraft lässt sich durch die negativen Kraftwerte beim Wiederreichen des Ausgangspunkt erklären (vgl. Abb. 5.9(b)). Durch die erste Verschiebung findet wahrscheinlich aufgrund der Belastung eine Veränderung in der Sohle statt, sodass beim Erreichen des Nullpunkts eine negative Kraft gemessen wird. Diese Veränderung kann durch *Kriechen* hervorgerufen werden und ist auch bei den Trapez-Versuchen in Abb. 5.9(a) sichtbar. Dort fällt diese Veränderung allerdings nicht so stark in Gewicht, da sie erst am Ende der Trajektorie auftritt.

Dieser Effekt ist wahrscheinlich auch der Grund für die größere Standardabweichung bei den Ergebnissen zu der Versuchsreihe T-65-S-0,4-4.

Die schon in den Rohdaten beobachtbare Phasenverschiebung der Kraft bezüglich der Verschiebung führt zu einer Dämpfung im *Kelvin-Voigt*-Modell, welche für eine gute Anpassung

**Abbildung 5.9:** Gemessene Kraft für die Tangential-Versuche und die mit den Modellen berechnete Kräfte.

an die Kraftdaten sorgt. Damit sind sowohl der *Mean-Square-Error* als auch das *Bayesian Information Criterion* besser als beim linear-elastischen Modell.

Die berechneten Kraftwerte mit den Modellen für die Versuchsreihe T-65-T-0,4-1 bilden ebenfalls - wie in Abb. 5.9(a) gezeigt - sehr gut den gemessenen Kraftverlauf ab. Auch die *Relaxation* kann gut beschrieben werden, wodurch sich auch die geringen Fehler in Tabelle 5.10 erklären lassen.

Zur Modellierung für die Kontakteigenschaften in tangentialer Richtung wird, trotz der fehlenden Dämpfung für die Versuchsreihe T-65-T-0,4-1 und dem zusätzlichen Modellparameter, ein Kelvin-Voigt-Modell verwendet. Dazu werden aus den für beide Versuchsreihen ermittelten Werte die Durchschnittswerte gebildet. Somit ergibt sich $k_{KV} = 42,12 \frac{N}{mm}$ und $d_{KV} = 1,06 \frac{N}{mm/s}$. Man sieht, dass die Dämpfung im Vergleich zur Steifigkeit deutlich geringer ist und das Modell hauptsächlich ein elastisches Verhalten darstellt.

Das Auftreten von Dämpfung bei den Versuchen in tangentialer Richtung im Vergleich zur Normal-Richtung liegt wohl an der unterschiedlichen Form. In z-Richtung weist die Sohle nur eine geringe Ausdehnung auf, während sich in tangential Richtung mehr Material befindet. Somit gibt es mehr Platz für die *Makromolekülketten* um aneinander vorbei zu gleiten. Der Einfluss der Form des Probenkörpers auf die mechanischen Eigenschaften wird in [14, 15] näher erläutert.

5.4 Versuche zur Bestimmung der Reibung

Im Folgenden werden die Reibungs-Experimente behandelt. Es wird ausgehend von einer Beschreibung des Versuchsaufbaus das Vorgehen bei der Auswertung und der daraus resultierenden Ergebnisse beschrieben.

5.4.1 Versuchsablauf

Bei der Untersuchung der Reibung wird das Pad mittels einer Platte in der ein Stahlseil steckt mit dem Prüfstand verbunden (vgl. Abschnitt 4.4). Dieses Stahlseil wird bei Versuchen zur Haftreibung zusätzlich durch eine Feder ergänzt, bei Versuchen zur Gleitreibung entfällt dies gemäß [16].

Das Pad wird mit der Elastomersohle auf das zu untersuchende Material gestellt. Dabei wird es zusätzlich zum Eigengewicht von 377g mit bis zu drei 5kg schweren Hantelscheiben beschwert und für eine gewisse Zeit auf das Material gedrückt, bevor schließlich das Verfahren des Prüfstandes gestartet wird. Alle eben aufgezählten Versuchsparameter werden in der Versuchsbezeichnung gemäß Tabelle 5.12 eindeutig benannt.

Tabelle 5.12: Versuchsbezeichnungen für Haft- und Gleitreibungsversuche

| Haftreibung | | Gleitreibung | |
|-------------|---------------------|--------------|------------------------|
| F | Art des Versuchs | Fv | Art des Versuchs |
| 1 | Padnummer | 1 | Padnummer |
| C | Material | C | Material |
| 000 | Belastungszeit | 0,0 | Geschwindigkeit [mm/s] |
| 5 | Belastung [kg] | 5 | Belastung [kg] |
| 1 | Fortlaufende Nummer | 1 | Fortlaufende Nummer |

Wie dieser Tabelle entnommen werden kann konzentrieren sich die Haftreibungsversuche auf die Untersuchung des Einflusses der Belastungszeit, während bei den Gleitreibungsversuchen diese nicht berücksichtigt wird. Stattdessen werden die Auswirkungen verschiedener Geschwindigkeiten auf den *Gleitreibungskoeffizienten* näher betrachtet. Wegen der nicht beobachtbaren Abhängigkeit des *statische Reibungskoeffizienten* von der Normalkraft und des Abscherens der Sohle bei hohen Kräften, werden die Gleitreibungsversuche alle mit 10kg als Belastung durchgeführt.

Zwischen den einzelnen Versuchen - sowohl für Haft- als auch Gleitreibung - wird eine Pause von 2 min eingehalten. Längere Pausen werden vermerkt. Diese Pause dient dazu die Einflüsse durch Verformung der Elastomer-Sohle zu verringern, indem es Zeit bekommt seine ursprüngliche Form einzunehmen. Dazu werden die Hantelscheiben wieder entfernt und das Pad umgedreht, sodass es keiner Belastung ausgesetzt ist, womit die Pause beginnt.

Eine Temperaturerhöhung findet während der Versuche nicht statt. Zwar sind die Temperaturen an verschiedenen Tagen unterschiedlich, aber die Anfangs gemessene Temperatur von 27-29°C wird über alle Versuche gehalten.

Zur Ermittlung der Haftreibung wird das Pad auf das zu untersuchende Material gestellt und mit den Hantelscheiben - 5, 10 oder 15kg - belastet. Anschließend wird die vorgegebene Belastungsdauer - 0, 15, 30, 60, 120 oder 300 Sekunden - abgewartet bis der Prüfstand mit einer konstanten Geschwindigkeit von $0,5 \frac{mm}{s}$ zu verfahren beginnt. Die Aufzeichnung der Daten erfolgt wieder mit dSpace, wobei die Datenaufzeichnung manuell gestartet wird, sobald die Hantelscheiben auf dem Pad liegen und dieses positioniert wurde. Unmittelbar mit Einsetzen des Gleitens wird die Messung manuell gestoppt.

Bei den Versuchen zur Gleitreibung findet ausgehend von den Erkenntnissen zur Haftreibung eine randomisierte Anordnung der Versuche mithilfe eines Zufallsgenerators [33] statt. Weiterhin wird der Teppich nach 5 Versuchen gedreht, um die bei den Haftreibungsversuchen auftretenden Einflüsse auf den Reibungskoeffizienten zu verringern.

Es wird eine Strecke rund 44,3mm mit den Geschwindigkeiten 0, 5, 1, 2, 3 und $4 \frac{mm}{s}$ abgefahren. Die Aufzeichnung der Daten erfolgt wieder mit dSpace, wobei die Datenaufzeichnung beginnt, wenn eine Geschwindigkeit von $0,1 \frac{mm}{s}$ überschritten wird und endet, wenn eine Strecke von 43,99mm erreicht ist, um den Abstopp-Prozess nicht aufzuzeichnen.

5.4.2 Auswertung

Für die Versuche wird sowohl eine unendliche Steifigkeit des Prüfstandes und des Stahlseiles angenommen, als auch eine perfekte Erfassung der Position und Geschwindigkeit durch den Encoder.

Die Auswertung der Versuche zur Haftreibung findet mit MATLAB und Excel statt. Im MATLAB-Skript wird die maximale Kraft und deren Zeitpunkt mit der in MATLAB integrierten Funktion *max* [51] ermittelt. Anschließend kann der Haftreibungskoeffizient wie folgt berechnet werden [16]:

$$\mu_{static} = \frac{F_{max}}{mg} - \Delta \quad (5.22)$$

Δ stellt hierbei einen Korrekturfaktor dar, der die Trägheit des Pads berücksichtigt und

berechnet sich wie folgt [16]:

$$\Delta = \sqrt{\frac{c}{m}} \cdot \frac{\dot{u}(t_{tear})}{g} \quad (5.23)$$

Mit der Federkonstanten c und Losreißzeit t_{tear} . g ist die Erdbeschleunigung und wird mit $9,81 \frac{m}{s^2}$ angenommen. Das Stahlseil wird als masselos und unendlich steif und die Umlenkung als reibungsfrei und ebenfalls masselos angenommen.

Die berechneten Werte für μ_{static} werden in Excel übertragen und dort statistisch ausgewertet.

Bei der Versuchsdurchführung der Haftreibungsvorversuche sind zwei Phänomene beobachtbar. Bei großen Kräften kommt es zu einer Neigung des Pads. Aufgrund der hohen Seilkraft wird das Moment um die Oberfläche so groß, dass das Pad zusätzlich im vorderen Bereich der Sohle belastet und dort eingedrückt wird. Gleichzeitig hebt es im hinteren Bereich leicht ab. Zudem kommt es bei großen Kräften zum Abscheren der Sohle, da die Klebeverbindung diesen großen Kräften nicht gewachsen ist. Ab ungefähr 70N ist ein leichtes Abscheren beobachtbar, das mit zunehmender Kraft deutlich stärker wird.

Weiterhin tritt Materialverschleiß durch Abrieb auf. Dies ist besonders bei Versuchen mit Holz gut zu beobachten, da das helle Holz einen guten Kontrast zur schwarzen Sohle bildet und hier der Abrieb aufgrund der großen Reibungskoeffizienten sehr hoch ist.

Abb. 5.10 zeigt die *Haftreibungskoeffizienten* aufgetragen gegen die Zeitpunkte des Losreißen. Man erkennt bei Papier auf Holz Abb. 5.10(d) und Stahl Abb. 5.10(e) eine Abhängigkeit des *Haftreibungskoeffizienten* von der Zeit. Bei kleinen Zeiten - also nach einer kurzen Belastungszeit - ist μ_{static} deutlich geringer als nach längeren Belastungszeiten. Als Grund kann eine Veränderung der Kontaktfläche aufgrund von Kriechen genannt werden, wie sie schon in Abschnitt 3.4.3 beschrieben wurde. Eine leichte Abhängigkeit μ_{static} von der Zeit ist auch bei den Versuchen mit einem Teppich als Unterlage Abb. 5.10(a) zu beobachten, wobei hierfür auch andere Gründe möglich sind, die später näher erörtert werden.

Interessant ist, dass bei Papier auf Holz Abb. 5.10(d) der *statische Reibungskoeffizient* nach einem kurzen Anstieg mit der Zeit wieder etwas geringer wird und schließlich sich einem konstanten Wert annähert. Diese Wahrnehmung kann allerdings auch aufgrund der geringen Stichprobengröße der Versuche mit längerer Belastungszeit verzerrt sein, zumal die Abweichungen sehr gering sind. Weiterhin könnte eine Veränderung der Oberfläche des Holzes durch Abrieb und die damit einhergehende Veränderungen der Oberflächeneigenschaften als Ursache dafür angesehen werden.

Bei Papier auf Stahl Abb. 5.10(f) scheint eine Reduzierung des *statischen Reibungskoeffizienten* vorzuliegen, wobei diese sich auch durch die geringe Stichprobe erklären lässt, weshalb nicht von einer Zeitabhängigkeit ausgegangen wird.

Ebenfalls wird die augenscheinliche Erhöhung des Haftreibungskoeffizienten mit der Zeit bei Holz Abb. 5.10(c) statistischen Fehlern und der Veränderung der Oberfläche durch Abrieb zugeschrieben, der durch Materialablagerung auf der Holzoberfläche zu einer zusätzlichen Rauheit führt.

Betrachtet man die Versuche für die Haftreibung auf einem Teppich in chronologischer Reihenfolge, wie sie in Abb. 5.11 dargestellt werden, dann fällt auf, dass mit zunehmender Anzahl an Versuchen der *Haftreibungskoeffizient* steigt, was durch die mit Excel erzeugte lineare Trendlinie verdeutlicht wird. Einzige Ausnahme bildet der letzte Versuch, allerdings wurde für diesen eine neue Seite des Teppichs als Untergrund gewählt, während alle anderen Versuche auf der selben Stelle stattfanden. Dies legt die Vermutung nahe, dass eine vorherige Belastung des Teppichs Einfluss auf den *statischen Reibungskoeffizienten* hat.

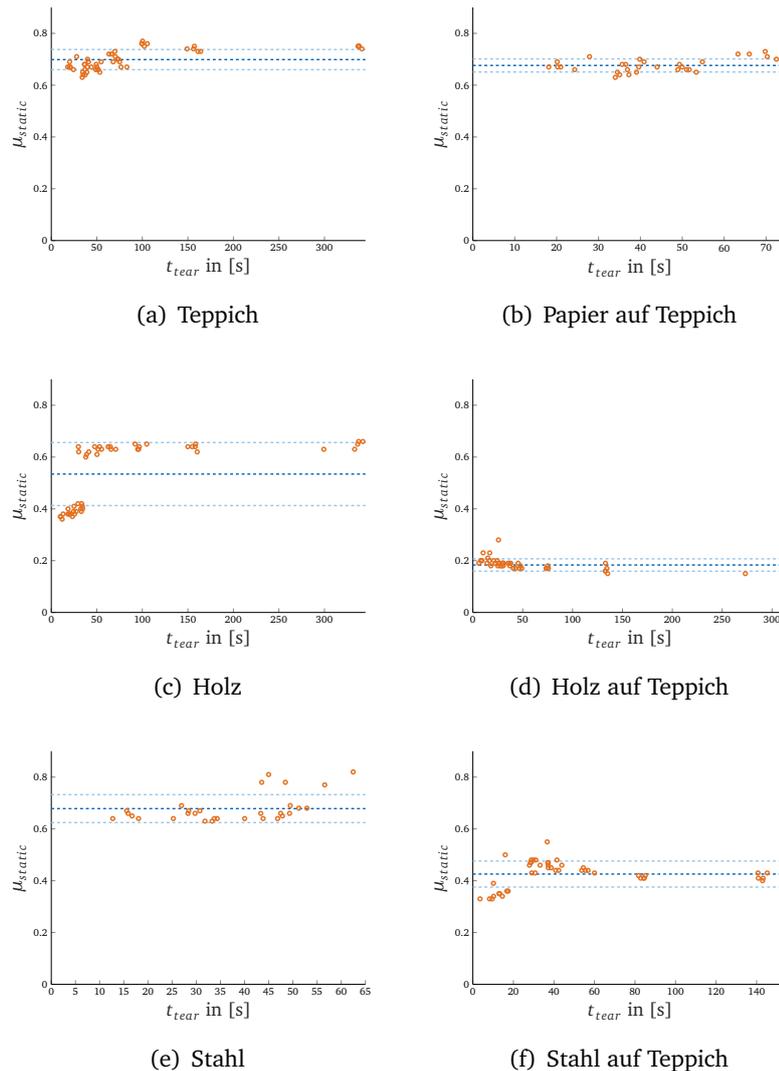


Abbildung 5.10: Haftreibungskoeffizient μ_{static} aufgetragen gegen die Losreißzeit t_{tear} . Dunkelblau ist der Mittelwert und Hellblau die Standardabweichung der jeweiligen Materialpaarung eingezeichnet.

Das liegt wahrscheinlich an der Eindrückung des Pads in den Teppich, welche gut sichtbar und auch nach einer großen Zeit ohne Belastung noch erkennbar ist. Vermutlich muss das Pad beim Losreißen nicht nur die Reibung, sondern auch das aufgrund der Eindrückung entstandene Gefälle überwinden, wodurch sich eine höhere Kraft beim losreißen ergibt.

Bei den Versuchen zur Haftreibung ergeben sich für Stahl die in Tabelle 5.13 dargestellten Werte. Augenscheinlich ist der große Unterschied zwischen Versuchen mit 15kg und mit weniger Gewicht, was für eine Abhängigkeit von der Normalkraft sprechen könnte. Allerdings müsste dann auch ein Unterschied zwischen Experimenten mit 10kg und 5kg erkennbar sein, was nicht der Fall ist. Deutlich wahrscheinlicher für die Abweichung ist die Verwendung einer neuen Sohle (Pad-Nummer 3). Diese wurde, wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, komplett neu aufgeklebt, da die vorherige durch deutlichen Abrieb und Scherung einen hohen Verschleiß aufgewiesen hatte.

Allgemein tritt bei den Versuchen keine Abhängigkeit des Haftreibungskoeffizienten von der Normalkraft auf, was sich durch die relativ großen betrachteten Normalkräfte zu erklären ist, bei denen keine nennenswerte Vergrößerung der realen Kontaktfläche auftritt (vgl.

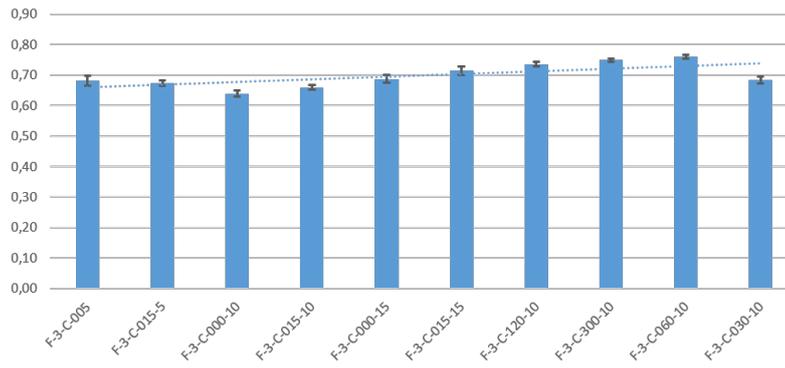


Abbildung 5.11: statischer Reibungskoeffizient und Standardabweichung für die Versuchsserie F-3-C. Die Ergebnisse sind chronologisch geordnet, wovon ausgehend mit Excel eine lineare Trendlinie (Strichpunktlinie) eingezeichnet wurde.

Abschnitt 3.4.3).

Tabelle 5.13: Berechnete Werte für den *Haftreibungskoeffizienten bei Stahl*

| | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | F-1-S-000-15 | F-1-S-015-15 | F-1-S-030-15 | F-1-S-060-15 | F-1-S-120-15 |
| Mittelwert | 0,62 | 0,63 | 0,63 | 0,64 | 0,64 |
| Standardabw. | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 | 0,01 |
| | F-1-S-300-15 | F-3-S-015-5 | F-3-S-015-10 | F-3-S-000-5 | F-3-S-000-10 |
| Mittelwert | 0,65 | 0,40 | 0,40 | 0,37 | 0,39 |
| Standardabw. | 0,02 | 0,02 | 0,01 | 0,01 | 0,01 |

Die Auswertung der Gleitreibung erfolgt ebenfalls mit MATLAB und Excel. Es wird davon ausgegangen, dass zum Ende der Datenaufzeichnung Gleiten vorliegt. Dann wird ausgehend von dem letzten gemessenen Kraftwert solange vom letzten Zeitpunkt der Messung nach vorne gegangen, bis die Bedingung in Gleichung (5.24) nicht mehr wahr ist.

$$|F(t = T_{\text{Experiment}}) - F(t_i)| > F_{\text{tol}} \quad (5.24)$$

F_{tol} ist hierbei ein frei einstellbarer Parameter, der an die die Versuche angepasst wird. Einflüsse sind dabei, Kraftverlauf, Schwankungen in den Kraftdaten und *Stick-Slip*. In dem so ermittelten Intervall $[t_i; T_{\text{Experiment}}]$ wird dann der Mittelwert der Kraft F_{mean} gebildet und mit diesem der Gleitreibungskoeffizient mit folgender Formel berechnet [16]:

$$\mu_{\text{kinetic}} = \frac{F_{\text{mean}}}{mg} \quad (5.25)$$

Allgemein lässt sich für alle Experimente sagen, dass keine Abhängigkeit des *kinetischen Reibungskoeffizienten* von der Geschwindigkeit beobachtbar ist.

Bei der Aufzeichnung zeigen sich abhängig von der Materialpaarung verschiedenartige Kraftverläufe, welche in Abb. 5.12 dargestellt sind und nachfolgend näher diskutiert werden sollen.

Der optimale Kraftverlauf tritt bei den Experimenten mit Papier auf Holz und Papier auf Teppich auf, der in Abb. 5.12(a) beispielhaft dargestellt ist. Nach einem schnellen Kraftanstieg

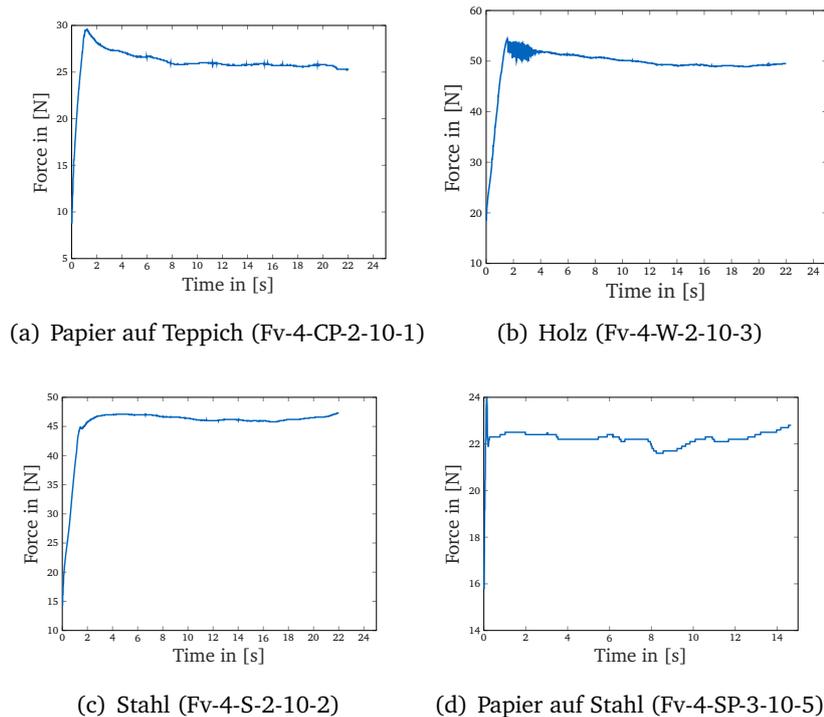


Abbildung 5.12: Ausgewählte charakteristische Kraftdaten der Gleitreibungsversuche für verschiedene Materialpaarungen.

erfolgt das Losreißen, welches mit einem schnellen Abnahme der Kraft einhergeht und es stellt sich nach einiger Zeit Gleiten mit einer konstanten Kraft ein.

Bei Holz ist der Übergang von Haftreibung zu Gleitreibung durch Stick-Slip geprägt (vgl. Abb. 5.12(b)). Bei Versuchen mit einer Geschwindigkeit von $0,5 \frac{mm}{s}$ tritt dies über die gesamte Versuchsdauer auf, weshalb diese Experimente nicht für die Auswertung verwendet werden können. Bei allen anderen stellt sich Gleiten nach kurzer Zeit ein.

Versuche mit den Materialien Stahl und Teppich weisen kein eindeutiges Losreißen auf. Es gibt keine Abnahme der Kraft, sondern es erfolgt ein direkter Überhang zum Gleiten. Auffällig ist bei Stahl zudem, der in Abb. 5.12(c) gezeigte leichte Abstieg und anschließende Anstieg der Kraft während des Versuches. Dies könnte Abweichungen in der Oberfläche des Stahls als Ursache haben.

Starke Schwankungen der Kraft treten auch in den Experimenten mit Papier auf Stahl auf (vgl. Abb. 5.12(d)). Hier findet zwar ein eindeutiges Losreißen statt, allerdings nimmt Kraft während des Versuches ab, um zum Ende hin wieder zu steigen. Dies bekräftigt die Vermutung, dass Unregelmäßigkeiten der Oberflächenbeschaffenheit des Stahl der Grund sein könnten, da dies das gleiche qualitative Verhalten wie bei den Experimenten mit Stahl ist.

Wie schon bei den Versuchen zur Haftreibung weisen die Werte bei den Versuchen mit Teppich eine Abhängigkeit von der Anzahl an vorher stattgefundenen Experimenten auf, obwohl nach je 5 Versuchen das andere Ende des Teppichs benutzt wurde. Trotz dieser zusätzlichen Erholungszeit ist ein linearer Verlauf zu erkennen (vgl. Abb. 5.13).

Dasselbe Phänomen tritt ebenfalls bei den Versuchen mit Stahl als Untergrund auf (vgl. Abb. 5.13). Hier wird der Grund bei er Veränderung der Oberfläche durch Abrieb er Sohle vermutet. Dieser Effekt nimmt mit der Anzahl an durchgeführten Experimenten zu und erhöht durch eine zusätzliche Rauheit aufgrund von den auf dem Stahl abgeriebenen Partikeln der Elastomer-Sohle.

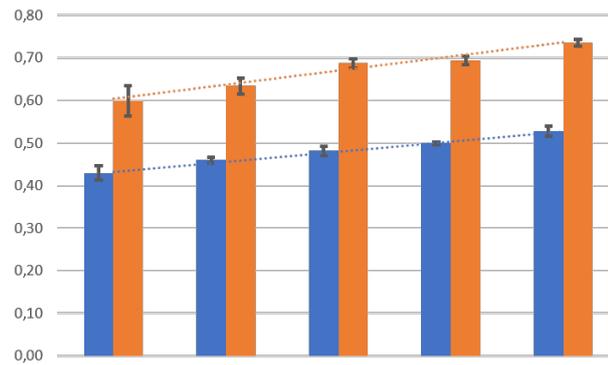


Abbildung 5.13: kinetischer Reibungskoeffizient und Standardabweichung für die Versuchsserie Fv-4-S (blau) und Fv-4-C (orange). Die Ergebnisse sind chronologisch geordnet, wovon ausgehend mit Excel eine lineare Trendlinie (Strichpunktlinie) eingezeichnet wurde.

5.4.3 Ergebnisse

Tabelle 5.14: Berechnete Werte für den Haftreibungskoeffizienten

| | | | |
|--------------------|-----------------|--------------------|------------------|
| Materialpaarung | Teppich | Papier auf Teppich | Holz |
| Stichprobengröße | n = 50 | n = 30 | n = 30 |
| Mittelwert | 0,70 | 0,68 | 0,68 |
| Standardabweichung | 0,04 | 0,03 | 0,05 |
| Materialpaarung | Papier auf Holz | Stahl | Papier auf Stahl |
| Stichprobengröße | n = 45 | n = 49 | n = 50 |
| Mittelwert | 0,43 | 0,53 | 0,18 |
| Standardabweichung | 0,05 | 0,12 | 0,02 |

Für die Versuche zur Haftreibung ergeben sich die in Tabelle 5.14 dargestellten Ergebnisse. Prinzipiell lässt sich mit Betrachten der Standardabweichungen sagen, dass die Ergebnisse trotz der Abweichungen aufgrund der neuen Sohle bei Stahl und der vermuteten Abhängigkeit von der Zeit bei Teppich, Stahl und Papier auf Holz eine relativ gute Genauigkeit aufweisen. Die Werte von Stahl zeigen zum Teil eine große Abweichung voneinander (vgl. Tabelle 5.13), deren Ursachen bereits erläutert wurden.

Tabelle 5.15: Berechnete Werte für den Gleitreibungskoeffizienten

| | | | |
|--------------------|--------|--------------------|------------------|
| Materialpaarung | Holz | Papier auf Holz | Papier auf Stahl |
| Stichprobengröße | n = 20 | n = 25 | n = 25 |
| Mittelwert | 0,49 | 0,29 | 0,21 |
| Standardabweichung | 0,01 | 0,01 | 0,01 |
| Materialpaarung | Stahl | Papier auf Teppich | Teppich |
| Stichprobengröße | n = 25 | n = 25 | n = 25 |
| Mittelwert | 0,48 | 0,27 | 0,67 |
| Standardabweichung | 0,04 | 0,01 | 0,05 |

Die Experimente zur Gleitreibung zeigen ein ähnliches Bild (vgl. Tabelle 5.15). Auch hier weisen die Werte für das jeweilige Material sehr geringe Abweichungen zueinander auf. Wie bereits erwähnt weisen die Werte keine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit auf.

Kapitel 6

Validierung der Ergebnisse

Die im vorhergehenden Kapitel ermittelten Materialparameter sollen in diesem validiert werden. Dazu wird zunächst der Blick auf Vergleichswerte ähnlicher Materialien geworfen, anschließend findet eine Validierung mit den in den Experimenten aufgezeichneten Daten statt.

6.1 Validierung anhand von Vergleichswerten

Vergleicht man die berechneten Werte für den Elastizitätsmodul mit Werten von Produkten aus der Industrie [24, 25], dann fällt auf, dass die für die Elastomer-Sohle berechneten Werte im unteren Bereich liegen. Dies kann mit dem Anwendungsfall der betrachteten Elastomere begründet werden, die als Lager fungieren und daher keine allzu große Verformung aufweisen dürfen. Man kann also durch den Vergleich sagen, dass die berechneten Werte in Normal-Richtung realistisch sind.

Eine Beurteilung der Werte in Tangential-Richtung gestaltet sich schwierig, da die Berechnung der Schubspannung $\tau = G\gamma$ deutlich von der Berechnung im *Kelvin-Voigt*-Modell abweicht. Daher kann keine Aussage bezüglich der Plausibilität getroffen werden.

Bei dem Vergleich der *Haftreibungskoeffizienten* der ausgewählten Werkstoffe [24, 25] zeigt sich eine gute Vergleichbarkeit. Die ausgewählten Elastomere haben auf Stahl einen *statischen Reibungskoeffizienten* von 0,5 und auf Beton von 0,7. Der in dieser Arbeit berechnete Wert für Stahl liegt mit 0,53 sehr nah an diesem Wert. Auch für Holz (0,68) und Teppich (0,70), lässt sich sagen, dass diese Werte in einem realistischen Bereich liegen. Für die Versuche mit Papier lassen sich keine Vergleichswerte finden.

6.2 Validierung anhand der aufgezeichneten Daten

Für eine weiter Prüfung der Ergebnisse der Versuche in Normal-Richtung werden die Kraftverläufe für die bestimmten Parameter mit MATLAB berechnet. Anschließend werden die mittleren quadratischen Fehler bestimmt. Dabei wird zwischen den Parametern für die Dicke $D = 3\text{mm}$ und die effektive Dicke $D_{eff} = 2.34\text{mm}$ unterschieden und deren Ergebnisse verglichen.

Tabelle 6.1 zeigt die mittleren quadratischen Fehler der Validierung. Da die Relaxation unabhängig von der Dicke D ist, wird sie nur einmal dargestellt. Diese ist immer noch sehr

Tabelle 6.1: Berechnete mittlere quadratische Fehler für die Parameter mit $D=3\text{mm}$ und $D=2.34\text{mm}$ und die *Relaxation*

| | D=3mm | D=2.34mm | Relaxation |
|--------------------|-------|----------|------------|
| Mittelwert | 162,7 | 118,7 | 4,9 |
| Standardabweichung | 72,3 | 148,4 | 2,6 |

gut, allerdings im Vergleich zu Tabelle 5.3 deutlich schlechter, da die Parameter nicht mehr frei angepasst werden können. Es zeigt sich, dass für die Versuche mit einer Haltezeit von 3 Sekunden die *Relaxation* zu schwach berechnet wird, während sie für die Experimente mit $T_{const} = 1\text{s}$ zu stark berechnet wird. Der Verlauf wird dennoch korrekt dargestellt.

Auffällig ist die große Standardabweichung für die Ergebnisse mit der Dicke 2.34mm. Das liegt an einigen Ausreißern, die das Ergebnis verzerren, da die meisten Ergebnisse recht gut sind. Für diese Ausreißer kann die quadratische Abhängigkeit der Kraft von λ gemacht werden. Für die Änderung der Kraft gilt:

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 1 + 2\lambda \quad (6.1)$$

Diese führt bei Abweichung in der Messung der Verschiebung zu großen Fehlern bei der Berechnung der Kraft. Wird nun der Zeitpunkt des ersten Kontaktes zu früh oder zu spät berechnet, dann hat das auf die berechnete Kraft einen erheblichen Einfluss.

Bei Versuchen mit einem großen Fehler kann man erkennen, dass der t_{fc} nicht exakt berechnet wird, wodurch es zu einem Fehler in der Verschiebung kommt, da die Kontaktplatte zwar weiterfährt, aber kein relevanter Anteil der Sohle verformt wird (vgl. Abb. 5.5). Dieser Fehler in der Verschiebung hat einen Fehler für λ zur Folge, der wiederum quadratisch in die Kraft eingeht.

Bei einer Dicke von 3mm fallen diese nicht so stark ins Gewicht, da die Kraftänderung gemäß Gleichung (6.1) noch nicht so stark ist (vgl. Gleichung (3.8)).

Bei den c-Versuchen für die Dicke 3mm werden aufgrund des hohen E-Moduls durchgehend zu große Kräfte berechnet. Die gemessenen Kräfte können durch den Kraftverlauf mit der effektiven Dicke erheblich besser abgebildet werden.

Für die Tangential-Versuche werden ebenfalls die berechneten Modelle mit den bestimmten Parametern mit den aufgezeichneten Daten verglichen. Dazu werden für alle Experimente die Kräfte mit dem linear-elastischen und dem *Kelvin-Voigt*-Modell berechnet und der Fehler zu den aufgezeichneten Kraftdaten bestimmt.

Tabelle 6.2: Versuchsbezeichnungen für Haft- und Gleitreibungsversuche

| | linear-elastisch | | | | <i>Kelvin-Voigt</i> | | | |
|--------------------|------------------|------|-------|------|---------------------|------|-------|------|
| | Trapez | | Sinus | | Trapez | | Sinus | |
| | MSE | BIC | MSE | BIC | MSE | BIC | MSE | BIC |
| Mittelwert | 10,73 | 1,65 | 15,48 | 2,01 | 20,16 | 2,35 | 12,83 | 1,79 |
| Standardabweichung | 5,49 | 0,44 | 5,73 | 0,36 | 5,70 | 0,25 | 5,60 | 0,43 |

Wie Tabelle 6.2 entnommen werden kann, sind die Abweichungen der mit den Modellen berechneten Kräfte zu den gemessenen ziemlich gering. Bei den Trapez-Versuchen ist das linear-elastische besser, bei den Sinus-Versuchen das *Kelvin-Voigt*-Modell aufgrund der Dämpfung. Da wie in Abb. 4.5 gezeigt wurde tritt in der Realität bei LOLA in tangential Richtung keine

eindeutig bestimmbare Trajektorie auf, sondern die Realität ist durch die Sinus-Trajektorie wohl besser abgebildet. Daher wird das *Kelvin-Voigt*-Modell verwendet.

Tabelle 6.3: Berechnete Werte für den *Gleitreibungskoeffizienten*

| | | | |
|--------------------|--------|--------------------|------------------|
| Materialpaarung | Holz | Papier auf Holz | Papier auf Stahl |
| Stichprobengröße | n = 20 | n = 25 | n = 25 |
| Mittelwert | 0,54 | 0,34 | 0,22 |
| Standardabweichung | 0,05 | 0,01 | 0,01 |
| Materialpaarung | Stahl | Papier auf Teppich | Teppich |
| Stichprobengröße | n = 25 | n = 25 | n = 25 |
| Mittelwert | 0,49 | 0,32 | 0,69 |
| Standardabweichung | 0,04 | 0,02 | 0,05 |

Vergleicht man die in den Haftreibungsversuchen ermittelten Werte (siehe Tabelle 5.14) mit den berechneten Werten bei den Gleitreibungsversuchen (siehe Tabelle 6.3), dann sieht man, dass - mit Ausnahme der Experimente mit Holz und Papier auf Holz - die ermittelten Werte sehr nah beieinander liegen.

Der *Haftreibungskoeffizient* ist bei den Gleitreibungsversuchen für Holz 0,05 und bei Papier auf Holz ebenfalls 0,05 größer. Das kann an der veränderten Oberfläche durch Abrieb des Pads liegen, allerdings kann auch der veränderte Versuchsaufbau - nur Stahlseil und keine Feder - das Ergebnis beeinflussen. Da die Abweichung mit 0,05 zwar größer als bei den anderen Versuchen, aber immer noch gering ist, werden die Werte trotzdem als realistisch betrachtet.

6.3 Validierung in der Simulation

Die letzte Art der Validierung, welche in dieser Arbeit vorgenommen wird, findet in der Mehrkörpersimulation von LOLA statt. Diese dient am Lehrstuhl für Angewandte Mechanik zum Testen neuer Methoden an LOLA und wird im folgenden für eine Beurteilung der ermittelten Kontakteigenschaften verwendet.

Dafür werden zunächst die Ergebnisse in den Quellcode der Simulation eingebunden und dieser erweitert. Dies geschieht in der Funktion *calcsimple* im Kontaktmodell. Die Funktionsweise des Codes ist im Folgenden dargestellt.

```

for all nodes do
  get distance of node to ground
  if distance  $\leq 0$  then
    | node in contact
  else
    | node not in contact
  end
  if node not in contact then
    |  $(\mathbf{f}_c, \mathbf{d}_r, \mathbf{d}_{rp}) \leftarrow 0$ 
  else
    get current displacement  $\mathbf{d}_r$  and velocity  $\mathbf{d}_{rp}$ 
     $\mathbf{f}_r(0) \leftarrow k_{KV} \mathbf{d}_r(0) + d_{KV} \mathbf{d}_{rp}(0)$ 
     $\mathbf{f}_r(1) \leftarrow k_{KV} \mathbf{d}_r(1) + d_{KV} \mathbf{d}_{rp}(1)$ 
     $\lambda \leftarrow \frac{D_\lambda - \mathbf{d}_r(2)}{D_\lambda}$ 
     $\mathbf{f}_r(2) \leftarrow -k_\lambda (\lambda - \lambda^{-2})$ 
     $\mathbf{f}_c \leftarrow \mathbf{A}_c \mathbf{f}_r$  // transform force to global coordinate system
     $f_t \leftarrow \sqrt{\mathbf{f}_c(0)^2 + \mathbf{f}_c(1)^2}$ 
     $f_\mu \leftarrow \mu_{static} * \mathbf{f}_c(2)$ 
    if  $f_t > f_\mu$  then
      // sliding
       $a = \frac{v_c(0)}{\sqrt{v_c(0)^2 + v_c(1)^2}}$  // get ratio of tangential velocity
       $b = \frac{v_c(0)}{\sqrt{v_c(0)^2 + v_c(1)^2}}$  // get ratio of tangential velocity
       $\mathbf{f}_c(0) = a * \mu_{kinetic} * \mathbf{f}_c(2)$ 
       $\mathbf{f}_c(1) = b * \mu_{kinetic} * \mathbf{f}_c(2)$ 
    end
  end
end

```

Algorithmus 2: Berechnung der Kräfte in der Simulation

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Berechnung der Tangential-Kräfte mit einem Kelvin-Voigt-Modell gemäß Gleichung (3.4) und die Normal-Kraft mit Gleichung (3.12) berechnet werden. Wichtig ist hierbei die Umrechnung der Werte für k_{KV} und d_{KV} von $\frac{N}{mm}$ in $\frac{N}{m}$ beziehungsweise $\frac{N}{mm/s}$ in $\frac{N}{m/s}$. Dies ist notwendig, da im Gegensatz zu den Experimenten in der Simulation Meter als Längeneinheit verwendet wird. Für das energie-basierte Modell muss D_λ in Meter umgerechnet werden. Somit ergeben sich die in Tabelle 6.4 aufgeführten Parameter.

Tabelle 6.4: Werte der Parameter in der Simulation

| $k_{KV} [\frac{N}{m}]$ | $d_{KV} [\frac{N}{m/s}]$ | $k_\lambda [N]$ | $D_\lambda [m]$ | μ_{static} | $\mu_{kinetic}$ |
|------------------------|--------------------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 42120 | 1060 | 16 | 0,00234 | 0,7 | 0,4 |

Zudem muss bei der Berechnung von $\mathbf{f}_c(2)$ die Umkehrung der Kraft berücksichtigt werden. Auf eine Berechnung der *Relaxation* wird der Einfachheit halber verzichtet. Außerdem findet aufgrund der Tatsache, dass nur sehr kurze Haltezeiten während des Gehens auftreten, auch nur geringe Krafrückgänge während der Simulation auf.

Im Fall von Gleiten wird nun auch wirklich ein *Gleitreibungskoeffizient* und nicht wie vorher der *Haftreibungskoeffizient* verwendet. Als Werte werden die berechneten Werte für die Versuche auf Teppich verwendet.

Es zeigt sich, dass die ermittelte Kontaktmechanik LOLA in der Simulation ein stabiles Laufen

ermöglicht. Auch die visualisierten Kräfte können als realistisch angesehen werden. Weiterhin findet eine Analyse der Übertragungsfunktion, welche als Eingang die Verschiebung und als Ausgang die Kraft in z-Richtung hat. Es werden dazu in der Simulation Versuche mit verschiedenen Frequenzen durchgeführt und das Verhalten mit einem MATLAB-Skript von LOCHNER ausgewertet. Man sieht, dass für niedrige Frequenzen Verschiebung und Kraft in Phase sind, wie es das Modell vorhersagt. Bei höheren Frequenzen werden keine sinnvollen Werte berechnet. Das kann an der Tatsache liegen, dass in der Simulation eine Geschwindigkeitsregelung verwendet wird und die Position numerisch berechnet wird. Eine Analyse der Positionsdaten zeigt einen numerischen Drift über mit zunehmender Zeit, der bei hohen Frequenzen stärker ist. Für niedrige Frequenzen kann man aber sagen, dass die Kräfte gemäß dem Modell berechnet werden.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Im Folgenden sollen die Ergebnisse zusammengefasst werden. Von diesen Ergebnissen ausgehend, soll ein Ausblick auf mögliche zukünftige Themen - auf Grundlage dieser Arbeit - erfolgen.

7.1 Zusammenfassung

Diese Arbeit verschafft mit Kapitel 2 einen guten Überblick über den Themenbereich und erläutert in Kapitel 3 die Grundlagen zum Verständnis zur Beschreibung der Kontaktmechanik bei Elastomeren.

Durch die Überlegungen zur Konstruktion der Prüfstände werden nachvollziehbar die Entwicklung dieser und die Anforderungen an solche Aufbauten aufgezeigt.

Die durchgeführten Experimente in Normal-Richtung zeigen ein anderes Materialverhalten, als das von [9] beschriebene und den Standardmodellen (vgl. Abschnitt 3.2.2). Der Grund für die unterschiedlichen Beobachtungen des Materialverhalten im Vergleich zu [9], ist wahrscheinlich die neue Sohle, die aktuell bei LOLA verwendet wird, weshalb in allen Versuchsvarianten kein visko-elastisches Verhalten auftritt. Dadurch ergibt sich ein neues Materialmodell, mit dem zwar sehr gute Ergebnisse erzielt werden, welches allerdings auch den Nachteil hat, aufgrund der quadratischen Abhängigkeit der Kraft von λ anfällig für Messfehler zu sein.

Trotzdem wird das Modell wegen der zum einen sehr guten, zum anderen realistischen Ergebnisse als nützlich bewertet.

In tangentialer Richtung dominiert das linear-elastische Verhalten. Aufgrund der größeren Ausdehnung des Material in tangentialer Richtung, tritt auch eine geringe Dämpfung auf. Diese zeigt auch in der Simulation ein gutes Ergebnis. Somit kann diese wohl als realistisch angesehen werden. Auch in Hinblick auf die geringe Varianz in den Ergebnissen der Experimente scheinen die Modellauswahl mit dem *Kelvin-Voigt*-Modell und die dazugehörigen Parameter eine gute Näherung der Realität darzustellen.

Die Reibung für die untersuchten Materialpaarungen weisen im Allgemeinen eine sehr geringe Varianz untereinander auf und liegen in einem realistischen Bereich.

Die Einflüsse von Zeit und der Kontakthistorie, wie sie bei Experimenten mit Teppich oder den Gleitreibungsversuchen mit Stahl aufzutreten scheinen, sind schwer zu quantifizieren. Diese sind allerdings klein genug, um sie vernachlässigen zu können.

Für alle Versuche können gute Ergebnisse erzielt werden, welche in der Simulation implementiert zu einer realistischen Verhalten führen.

7.2 Ausblick

Die Experimente haben deutlich gezeigt, dass die aktuell verwendeten Pads einige Mängel aufweisen.

Als größter Schwachpunkt ist die Verbindung zwischen der Elastomersohle und dem eigentlichen Pad zu nennen. Wie in Kapitel 5 beschrieben, kommt es bei hohen Tangentialkräften zu einem Abscheren der Sohle. Die derzeit verwendete Klebeverbindung mit Doppelseitigem Klebeband ist also nur bedingt geeignet. Das sieht man auch an LOLA selbst, bei der sich ebenfalls im Lauf der Zeit die Sohlen abscheren.

Auch die Sohle selbst weist Verbesserungspotential auf. Ein Werkstoff mit geringerem Abrieb würde hier eine Optimierung darstellen, auch wenn dies keine nötige Änderung ist.

Eine neue Sohle bringt neue Experimente zur Bestimmung der mechanischen Eigenschaften mit sich. Diese können aufgrund der sich in der Praxis bewährten Prüfstände leicht und flexibel durchgeführt werden. Hier muss nur die Modellierung des mechanischen Verhaltens berücksichtigt werden, dass bei neuen Materialien von der in dieser Arbeit verwendeten Modellierung abweichen können. Allgemein lässt sich sagen, dass mit den vorgestellten Modellen in Abschnitt 3.2.2 die meisten Materialverhalten abgebildet werden können.

Auch die Konstruktion eines neuen Fußes ist denkbar und bietet die Möglichkeit die vorliegende Konstruktion zu optimieren und somit gleichzeitig die Mängel zu beheben.

Unabhängig von der Gestaltung des neuen Fußes kann, ausgehend von dieser Arbeit, die Kontaktmechanik neuer Sohlen bestimmt werden. Die Prüfstände haben sich in der Praxis bewährt und sind flexibel einsetzbar.

Allerdings gibt es auch hier Verbesserungspotential. Allgemein sollte die Verwendung eines neuen Kraftsensors erörtert werden, da dieser in der Praxis nur eine geringe Auflösung hat. Dies hat für die großen Geschwindigkeiten und Kraftänderungen, wie sie auch bei LOLA auftreten zur Folge, dass diese nur bedingt in den Versuchen verwendet werden können und auf andere Trajektorien ausgewichen werden muss. Für das in dieser Arbeit verwendete Material ist das zulässig, für ein anderes Material kann dies aber nicht der Fall sein.

Auch eine Optimierung der Verbindung der Teflonschlitten mit den Träger-Schlitten ist sinnvoll, da hier durch die Nutensteine nicht die geringst mögliche Reibung ermöglicht wird.

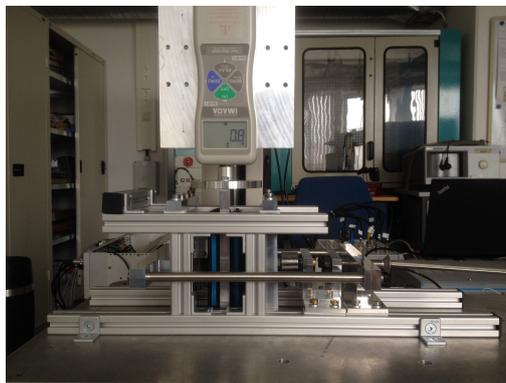
Anhang A

Anleitungen zum Aufbau der Prüfstände

A.1 Normal

Beim Aufbau des Versuches für Normal-Experimente wird der Adapter mit der Kontaktplatte mit den Schrauben verbunden, aber noch nicht festgezogen. Dann wird der Adapter auf das Gewinde des Kraftmessgeräts gedreht. Nun wird die Position des Kontaktplatte dahin gehend korrigiert, dass sie parallel zu den Profilschienen ist und die Schrauben werden angezogen. Das Pad wird mit einem Winkel auf die Fußplatte festschraubt. Diese wird mit vier Nutensteinen und Schrauben auf den Profilschienen, nachdem sie positioniert wurde, befestigt.

A.2 Schub



(a) Vorderansicht



(b) Seitenansicht links

Abbildung A.1: Versuchsaufbau Schub.

Der Aufbau des Versuch für die Experimente in tangentialer Richtung findet gemäß der Modulierung statt. Zunächst werden die einzelnen Teile zusammen geschraubt und dann auf die Itemprofile gelegt und dort mit einander verbunden. Zu beachten ist die Montage Richtung von links nach rechts. Das bedeutet, zuerst die Anpressvorrichtung, dann die Itemträger, dann die rechte Padbefestigung, dann die Kontaktplatte mit Adapter, dann die linke Padbefestigung und zuletzt wird die linke Padbefestigung mit den Stangen mit der Anpressvorrichtung verbunden.

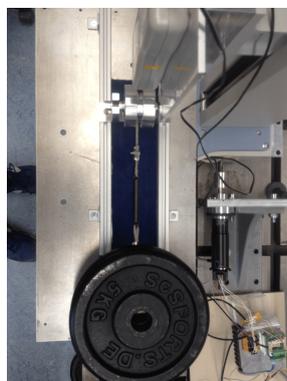
Im Folgenden soll kurz auf den Zusammenbau der Module eingegangen werden. Alle Schlitten sind auf Teflonplatten gelagert und werden mit Nutensteinen gesichert und Schrauben auf den Item-Profilen Befestigt. Der horizontale Kraftsensor wird mit dem U-Teil über eine Schraube befestigt und dann in die linke Padbefestigungsplatte gesteckt. Der Zusammenbau des Adapters und der Kontaktplatte erfolgt analog zu dem Aufbau in Anhang A.1.

Es können sowohl linke als auch rechte Pads verwendet werden. Diese werden mit den Winkeln auf der Befestigungsplatte montiert. Die Anordnung kann Abb. A.2 entnommen werden.

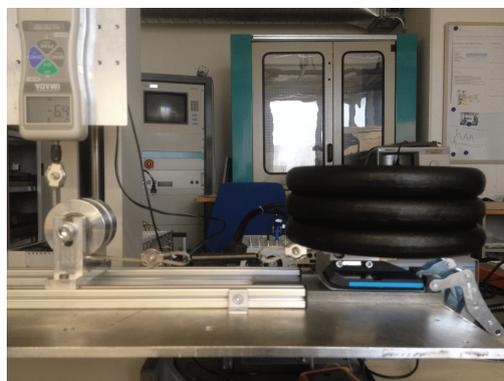


Abbildung A.2: Montage der Träger und der Befestigungsplatten.

A.3 Reibung



(a) Draufsicht



(b) Vorderansicht

Abbildung A.3: Ansichten des Reibungsprüfstandes.

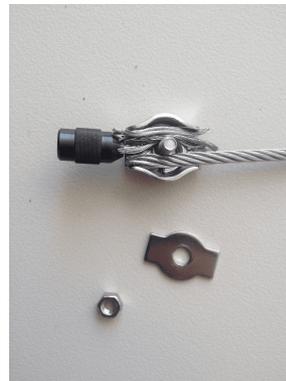
Abb. A.3 zeigt den Versuchsaufbau für Reibungsversuche mit Teppich als Kontaktpartner. Die jeweils verwendete Unterlage wird mit zwei Klemmen(rechts) auf der Prüfstandsplatte befestigt. Auf diese wird das Pad gestellt, dass über einen Winkel einer Platte befestigt wird. Auf diese können die Gewichte gelegt werden. In die Platte wird in eine Bohrung das Stahlseil eingeführt. Dieses wird durch eine senkrecht drauf drückende Schraube fixiert, die in ein Gewinde in der Platte gedreht wird.

Das Stahlseil ist im Fall eines Haftreibungsversuches über eine Schlaufe mit der Feder verbunden. Auf der anderen Seite ist diese wiederum über eine Schlaufe mit dem Stahlseil mit dem Kraftmesser verbunden. Im Fall von Gleitreibung wird das Stahlseil direkt mit dem

Kraftmesser verbunden. Die Verbindung mit dem Kraftmesser findet über einen zum Prüfgerät dazugehörigen Haken, der auf das Gewinde des Kraftmessers gedreht werden kann, und einer Klemme in der Stahlseil und Haken verbunden werden.



(a)



(b)

Abbildung A.4: Befestigung des Stahlseils mit dem Haken.

Für die Verbindung von Haken und Stahlseil wird der Haken wie in Abb. A.4(a) der Haken um den Gewindebolzen gelegt. Anschließend wird wie in Abb. A.4(b) auf eine Seite das Stahlseil und auf die andere Stahlseilfaser oder ein anderes Füllmaterial gelegt, welches ein möglichst gerades Zusammendrücken gewährleistet.

Zuletzt wird die Scheibe aufgelegt und mit einer Mutter maximal festgezogen.

Die Umlenkung wird mit vier Nutensteinen und vier Schrauben auf den Profilschienen befestigt. Die Welle ist höhenverstellbar. Es empfiehlt sich die Höhe für den Versuch vorab mit dem belasteten Pad per Hand einzustellen. Und dann die Schrauben mit einem Schraubendreher anzuziehen.

Anhang B

Experimentell ermittelte Parameter für Kelvin-Voigt-Modell

Zur Auslegung des Reglers des Kontaktes in der Simulation ist die Verwendung eines *Kelvin-Voigt*-Modells nötig. Die in den Versuchen ermittelten Parameter in tangentialer und normaler Richtung sind in folgender Tabelle aufgeführt:

Tabelle B.1: Parameter für *Kelvin-Voigt*-Modell

| | Steifigkeit $k[\frac{N}{m}]$ | Dämpfung $d[\frac{N}{m/s}]$ |
|------------|------------------------------|-----------------------------|
| Normal | 0,0815 | 0 |
| Tangential | 0,0421 | 0,0011 |

Literatur

- [1] Aglient Technologies. *Quick Assembly Two and Three Channel Optical Encoders-Technical Data*.
- [2] Aplicaciones Mecánicas del Caucho S.A. *Productos*. URL: <https://www.akustik.com/DE/produktkatalog/decken-elemente/>.
- [3] Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P. und Wit, C. C. de. „A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction“. In: *Automatica* 30.7 (1994), S. 1083–1138. ISSN: 00051098. DOI: 10.1016/0005-1098(94)90209-7.
- [4] Bargel, H.-J. und Schulze, G., Hrsg. *Werkstoffkunde*. 11., bearb. Aufl. 2012. Springer-Lehrbuch. Berlin und Heidelberg: Springer, 2012. ISBN: 978-3-642-17717-0. DOI: 10.1007/978-3-642-17717-0. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-17717-0>.
- [5] Björck, A. *Numerical methods for least squares problems*. Philadelphia, Pa: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM 3600 Market Street Floor 6 Philadelphia PA 19104), 1996. ISBN: 978-1-61197-148-4. URL: http://epubs.siam.org/ebooks/siam/other_titles_in_applied_mathematics/ot51.
- [6] Brandt, S. und Cowan, G. *Data analysis: Statistical and computational methods for scientists and engineers*. 4th ed. Cham: Springer, 2014. ISBN: 978-3-319-03762-2. URL: <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy1405/2013957143-b.html>.
- [7] Braun, O. M., Steenwyk, B., Warhadpande, A. und Persson, B. N. J. „On the dependency of friction on load: Theory and experiment“. In: *EPL (Europhysics Letters)* 113.5 (2016), S. 56002. ISSN: 0295-5075. DOI: 10.1209/0295-5075/113/56002.
- [8] Bueche, A. M. „Stress Relaxation in Elastomers“. In: *The Journal of Chemical Physics* 21.4 (1953), S. 614–616. ISSN: 0021-9606. DOI: 10.1063/1.1698977.
- [9] Buschmann, T. „Simulation and Control of Biped Walking Robots“. Diss. Technische Universität München, 2010.
- [10] Byrd, R. H., Schnabel, R. B. und Shultz, G. A. „Approximate solution of the trust region problem by minimization over two-dimensional subspaces“. In: *Mathematical Programming* 40-40.1-3 (1988), S. 247–263. ISSN: 0025-5610. DOI: 10.1007/BF01580735.
- [11] Coleman, T. F. und Li, Y. „On the convergence of interior-reflective Newton methods for nonlinear minimization subject to bounds“. In: *Mathematical Programming* 67.1-3 (1994), S. 189–224. ISSN: 0025-5610. DOI: 10.1007/BF01582221.
- [12] Coleman, T. F. und Li, Y. „An Interior Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds“. In: *SIAM Journal on Optimization* 6.2 (1996), S. 418–445. ISSN: 1052-6234. DOI: 10.1137/0806023.
- [13] Curro, J. G. und Salazar, E. A. „Physical and chemical stress relaxation of elastomers“. In: *Journal of Applied Polymer Science* 19.9 (1975), S. 2571–2581. ISSN: 00218995. DOI: 10.1002/app.1975.070190919.

- [14] Deutsches Institut für Normung e. V. *Prüfung von Kautschuk und Elastomeren; Grundlagen für dynamische Prüfverfahren*. 1982.
- [15] Deutsches Institut für Normung e. V. *Prüfung von Kautschuk und Elastomeren; Bestimmung der visko-elastischen Eigenschaften von Elastomeren bei erzwungenen Schwingungen außerhalb der Resonanz*. 1990.
- [16] Deutsches Institut für Normung e. V. *Bestimmung des Reibungskoeffizienten*. 2004.
- [17] dSPACE digital signal processing and control engineering GmbH. *DS1103 PPC Controller Board*. 2008.
- [18] Elmo Motion Control Ltd. *SimplIQ - Command-Reference Manual*. 2011.
- [19] Elmo Motion Control Ltd. *SimplIQ - Software Manual*. 2013.
- [20] Franke, D., Düster, A., Nübel, V. und Rank, E. „A comparison of the h-, p-, hp-, and rp-version of the FEM for the solution of the 2D Hertzian contact problem“. In: *Computational Mechanics* 45.5 (2010), S. 513–522. ISSN: 0178-7675. DOI: 10.1007/s00466-009-0464-6.
- [21] Fung, Y.-c. *Biomechanics: Mechanical properties of living tissues*. 2. ed. New York, NY und Berlin: Springer, 1993. ISBN: 0387979476.
- [22] Getzner GmbH. *Werkstoffeigenschaften und Schwingungsisolaton: Technische Informationen*. URL: <https://www.getzner.com/de/produkte/sylomer>.
- [23] Getzner Werkstoffe GmbH. *Anwendungen*. URL: <https://www.getzner.com/de/anwendungen>.
- [24] Getzner Werkstoffe GmbH. *Werkstoffdatenblatt Sylomer SR11 DE*.
- [25] Getzner Werkstoffe GmbH. *Werkstoffdatenblatt Sylomer SR1200 DE*.
- [26] Gnecco, E. und Meyer, E. *Elements of friction theory and nanotribology*. Cambridge: Cambridge University Press, 2015. ISBN: 9780511795039. URL: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511795039>.
- [27] Götz, M. *Bedienelemente*. 2017.
- [28] Gutekunst + Co.KG. *Detail page Extension Springs: Z-130TI*. URL: https://www.federnshop.com/en/products/extension_springs/z-130ti.html.
- [29] Hashimoto, K., Hosobata, T., Sugahara, Y., Mikuriya, Y., Sunazuka, H., Kawase, M., Lim, H. und Takanishi, A. „Development of foot system of biped walking robot capable of maintaining four-point contact“. In: *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2005, S. 1361–1366. ISBN: 0-7803-8912-3. DOI: 10.1109/IROS.2005.1545185.
- [30] Hirai, K., Hirose, M., Haikawa, Y. und Takenaka, T. „The development of Honda humanoid robot“. In: *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.98CH36146)*. IEEE, 1998, S. 1321–1326. ISBN: 0-7803-4300-X. DOI: 10.1109/ROBOT.1998.677288.
- [31] Imada Co.,Ltd. *Instruction Manual for Digital Force Gauge*.
- [32] Imada Co.,Ltd. *HV-500NII series*. 2018.
- [33] Internetservice Kummer + Oster GbR. *Generator für Zufallszahlen*. URL: <https://rechneronline.de/zufallszahlen/>.
- [34] Johnson, K. L., Kendall, K. und Roberts, A. D. „Surface Energy and the Contact of Elastic Solids“. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 324.1558 (1971), S. 301–313. ISSN: 1364-5021. DOI: 10.1098/rspa.1971.0141.

- [35] Kang, H.-j., Hashimoto, K., Kondo, H., Hattori, K., Nishikawa, K., Hama, Y., Lim, H.-o., Takanishi, A., Suga, K. und Kato, K. „Realization of biped walking on uneven terrain by new foot mechanism capable of detecting ground surface“. In: *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2010, S. 5167–5172. ISBN: 978-1-4244-5038-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509348.
- [36] Karpfinger, C. *Höhere Mathematik in Rezepten: Begriffe, Sätze und zahlreiche Beispiele in kurzen Lerneinheiten*. 3. Aufl. 2017. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017. ISBN: 978-3-662-54809-7. DOI: 10.1007/978-3-662-54809-7. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-54809-7>.
- [37] Kondo, H., Morishima, A., Ogura, Y., Momoki, S., Shimizu, J., Lim, H.-o. und Takanishi, A. „Algorithm of pattern generation for mimicking disabled person’s gait“. In: *2008 2nd IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics*. IEEE, 2008, S. 724–729. ISBN: 978-1-4244-2882-3. DOI: 10.1109/BIOROB.2008.4762891.
- [38] Kwon, S. und Park, J. „Kinesiology-Based Robot Foot Design for Human-Like Walking“. In: *International Journal of Advanced Robotic Systems* 9.6 (2012), S. 259. ISSN: 1729-8814. DOI: 10.5772/54763.
- [39] Lawson, C. L. und Hanson, R. J. *Solving least squares problems*. Bd. 15. Classics in applied mathematics. Philadelphia, Pa: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM 3600 Market Street Floor 6 Philadelphia PA 19104), 1995. ISBN: 978-1-61197-121-7. URL: http://epubs.siam.org/ebooks/siam/classics_in_applied_mathematics/cl15.
- [40] Lehrstuhl für angewandte Mechanik. *Humanoid Robot LOLA*. URL: <http://www.amm.mw.tum.de/index.php?id=93&L=1>.
- [41] Lexcellent, C. *Linear and non-linear mechanical behavior of solid materials*. Cham: Springer, 2018. ISBN: 978-3-319-55609-3.
- [42] Li, W. H., Zhou, Y. und Tian, T. F. „Viscoelastic properties of MR elastomers under harmonic loading“. In: *Rheologica Acta* 49.7 (2010), S. 733–740. ISSN: 0035-4511. DOI: 10.1007/s00397-010-0446-9.
- [43] Lieleg, O. *Lineare Viskoelastizität von Biopolymernetzwerken*.
- [44] Lieleg, O. *Mechanik von Molekülen*.
- [45] Lohmeier, S. *Design and realization of a humanoid robot for fast and autonomous bipedal locomotion: Entwurf und Realisierung eines humanoiden Roboters für schnelles und autonomes Laufen: Zugl.: München, Techn. Univ., Diss., 2010*. 1. Aufl. München: Verl. Dr. Hut, 2010. ISBN: 978-3-86853-734-5.
- [46] Luxman, R. und Zielinska, T. „Robot motion synthesis using ground reaction forces pattern“. In: *International Journal of Advanced Robotic Systems* 14.4 (2017), S. 172988141772087. ISSN: 1729-8814. DOI: 10.1177/1729881417720873.
- [47] Malkin, A. J. und Isayev, A. I. *Rheology: Concept, methods, and applications*. 3rd edition. Toronto: ChemTec Publishing, 2017. ISBN: 978-1-927885-22-2.
- [48] Marhefka, D. W. und Orin, D. E. „A compliant contact model with nonlinear damping for simulation of robotic systems“. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans* 29.6 (1999), S. 566–572. ISSN: 10834427. DOI: 10.1109/3468.798060.
- [49] Mathworks. *\Operator*. URL: <https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/mldivide.html>.

- [50] Mathworks. *Least-Squares (Model Fitting) Algorithms: Trust-Region-Reflective Least Squares*. URL: <https://de.mathworks.com/help/optim/ug/least-squares-model-fitting-algorithms.html#broz0i4>.
- [51] Mathworks. *max*. URL: <https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/max.html>.
- [52] Mathworks. *Systems of Linear Equations*. URL: <https://de.mathworks.com/help/matlab/math/systems-of-linear-equations.html>.
- [53] Maxon Motor AG. *Produktkatalog*. 2018.
- [54] Mezger, T. *Das Rheologie-Handbuch: Für Anwender von Rotations- und Oszillations-Rheometern*. 4. Aufl. Farbe und Lack Edition. Hannover: Vincentz Network, 2012. ISBN: 9783866308633.
- [55] Moler, C. B. *Numerical computing with MATLAB*. Rev. reprint. Philadelphia, Pa.: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM 3600 Market Street Floor 6 Philadelphia PA 19104), 2008. ISBN: 9780898717952. URL: http://epubs.siam.org/ebooks/siam/other_titles_in_applied_mathematics/ot87.
- [56] Nishiwaki, K., Chestnutt, J. und Kagami, S. „Autonomous navigation of a humanoid robot over unknown rough terrain using a laser range sensor“. In: *The International Journal of Robotics Research* 31.11 (2012), S. 1251–1262. ISSN: 0278-3649. DOI: 10.1177/0278364912455720.
- [57] Nocedal, J. und Wright, S. J. *Numerical Optimization*. Second Edition. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. New York, NY: Springer Science+Business Media LLC, 2006. ISBN: 978-0387-30303-1. DOI: 10.1007/978-0-387-40065-5. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-40065-5>.
- [58] Ogura, Y., Shimomura, K., Kondo, A., Morishima, A., Okubo, T., Momoki, S., Lim, H.-o. und Takanishi, A. „Human-like walking with knee stretched, heel-contact and toe-off motion by a humanoid robot“. In: *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2006, S. 3976–3981. ISBN: 1-4244-0258-1. DOI: 10.1109/IROS.2006.281834.
- [59] Omer, A., Hashimoto, K., Lim, H.-o. und Takanishi, A. „Study of Bipedal Robot Walking Motion in Low Gravity: Investigation and Analysis“. In: *International Journal of Advanced Robotic Systems* 11.9 (2014), S. 139. ISSN: 1729-8814. DOI: 10.5772/58731.
- [60] Opfer, G. *Numerische Mathematik für Anfänger: Eine Einführung für Mathematiker, Ingenieure und Informatiker*. 4., durchgesehene Auflage. Bd. 65. vieweg studium Grundkurs Mathematik. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2002. ISBN: 978-3-322-94286-9. DOI: 10.1007/978-3-322-94286-9. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-322-94286-9>.
- [61] Persson, B. N. J. „Theory of rubber friction and contact mechanics“. In: *The Journal of Chemical Physics* 115.8 (2001), S. 3840–3861. ISSN: 0021-9606. DOI: 10.1063/1.1388626.
- [62] Persson, B. N. J. „Rubber friction: Role of the flash temperature“. In: *Journal of physics. Condensed matter : an Institute of Physics journal* 18.32 (2006), S. 7789–7823. ISSN: 0953-8984. DOI: 10.1088/0953-8984/18/32/025.
- [63] Persson, B. N. J., Albohr, O., Creton, C. und Peveri, V. „Contact area between a viscoelastic solid and a hard, randomly rough, substrate“. In: *The Journal of Chemical Physics* 120.18 (2004), S. 8779–8793. ISSN: 0021-9606. DOI: 10.1063/1.1697376.
- [64] Persson, B. N. J. und Tosatti, E. „Qualitative theory of rubber friction and wear“. In: *The Journal of Chemical Physics* 112.4 (2000), S. 2021–2029. ISSN: 0021-9606. DOI: 10.1063/1.480762.

- [65] Persson, B. N. J. und Volokitin, A. I. „Theory of rubber friction: Nonstationary sliding“. In: *Physical Review B* 65.13 (2002), S. 45. ISSN: 0163-1829. DOI: 10.1103/PhysRevB.65.134106.
- [66] Petrone, F., Lacagnina, M. und Scionti, M. „Dynamic characterization of elastomers and identification with rheological models“. In: *Journal of Sound and Vibration* 271.1-2 (2004), S. 339–363. DOI: 10.1016/j.jsv.2003.02.001.
- [67] Popov, V. L. *Kontaktmechanik und Reibung: Von der Nanotribologie bis zur Erdbebendynamik*. 3., aktualisierte Auflage. Berlin und Heidelberg: Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-662-45975-1. DOI: 10.1007/978-3-662-45975-1. URL: <http://gbv.eblib.com/patron/FullRecord.aspx?p=4334117>.
- [68] Popov, V. L., Heß, M. und Willert, E. *Handbuch der Kontaktmechanik: Exakte Lösungen axialsymmetrischer Kontaktprobleme*. Berlin: Springer Vieweg, 2018. ISBN: 978-3-662-53011-5.
- [69] Ronan, S., Alshuth, T., Jerrams, S. und Murphy, N. „Long-term stress relaxation prediction for elastomers using the time–temperature superposition method“. In: *Materials & Design* 28.5 (2007), S. 1513–1523. ISSN: 02613069. DOI: 10.1016/j.matdes.2006.03.009.
- [70] Roos, E. und Maile, K. *Werkstoffkunde für Ingenieure: Grundlagen, Anwendung, Prüfung*. 5. Aufl. Springer-Lehrbuch. Berlin: Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-642-54989-2. DOI: 10.1007/978-3-642-54989-2. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-54989-2>.
- [71] Scaraggi, M. und Persson, B. N. J. „General contact mechanics theory for randomly rough surfaces with application to rubber friction“. In: *The Journal of Chemical Physics* 143.22 (2015), S. 224111. ISSN: 0021-9606. DOI: 10.1063/1.4936558.
- [72] Schallamach, A. „The Load Dependence of Rubber Friction“. In: *Proceedings of the Physical Society. Section B* 65.9 (1952), S. 657–661. ISSN: 0370-1301. DOI: 10.1088/0370-1301/65/9/301.
- [73] Schallamach, A. „The Velocity and Temperature Dependence of Rubber Friction“. In: *Proceedings of the Physical Society. Section B* 66.5 (1953), S. 386–392. ISSN: 0370-1301. DOI: 10.1088/0370-1301/66/5/306.
- [74] Schroeder, M. R. *Fraktale, Chaos und Selbstähnlichkeit: Notizen aus dem Paradies der Unendlichkeit*. Verständliche Wissenschaft. Heidelberg: Spektrum Akad. Verl., 1994. ISBN: 3860250922.
- [75] Tharwat F. Tadros. *Rheology of dispersions: Principles and applications*. Weinheim: Wiley-VCH, 2010. ISBN: 978-3-527-32003-5. DOI: 10.1002/9783527631568. URL: <http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action?docID=10412655>.
- [76] Toan Nguyen, D., Wandersman, E., Prevost, A., Le Chenadec, Y., Fretigny, C. und Chateauminois, A. „Non–Amontons–Coulomb local friction law of randomly rough contact interfaces with rubber“. In: *EPL (Europhysics Letters)* 104.6 (2013), S. 64001. ISSN: 0295-5075. DOI: 10.1209/0295-5075/104/64001.
- [77] Treloar, L. *The physics of rubber elasticity*. 2. Aufl. 1958.
- [78] Verein Deutscher Ingenieure. *Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte*. 1993.
- [79] Weißbach, W., Dahms, M. und Jaroschek, C. *Werkstoffkunde: Strukturen, Eigenschaften, Prüfung*. 19., vollst. überarb. und erw. Aufl. Lehrbuch. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-658-03919-6. DOI: 10.1007/978-3-658-03919-6. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-03919-6>.

- [80] White, J. R. „The site model theory and the standard linear solid“. In: *Rheologica Acta* 20.1 (1981), S. 23–28. ISSN: 0035-4511. DOI: 10.1007/BF01517469.
- [81] Wriggers, P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. ISBN: 978-3-540-32608-3. DOI: 10.1007/978-3-540-32609-0. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-32609-0>.
- [82] Wu-Bavouzet, F., Cayer-Barrio, J., Le Bot, A., Brochard-Wyart, F. und Buguin, A. „Effect of surface pattern on the adhesive friction of elastomers“. In: *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics* 82.3 Pt 1 (2010), S. 031806. DOI: 10.1103/PhysRevE.82.031806.
- [83] Yamaguchi, J., Kinoshita, N., Takanishi, A. und Kato, I. „Development of a dynamic biped walking system for humanoid - development of a biped walking robot adapting to the humans' living floor“. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 1996, S. 232–239. ISBN: 0-7803-2988-0. DOI: 10.1109/ROBOT.1996.503783.
- [84] Yamaguchi, J., Takanishi, A. und Kato, I. „Experimental development of a foot mechanism with shock absorbing material for acquisition of landing surface position information and stabilization of dynamic biped walking“. In: *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 1995, S. 2892–2899. ISBN: 0-7803-1965-6. DOI: 10.1109/ROBOT.1995.525694.
- [85] Yastrebov, V. A. *Numerical methods in contact mechanics*. Numerical methods in engineering series. London und Hoboken, NJ: ISTE und Wiley, 2013. ISBN: 978-1-848-21519-1.
- [86] Zhang, Y. und Sharf, I. „Validation of Nonlinear Viscoelastic Contact Force Models for Low Speed Impact“. In: *Journal of Applied Mechanics* 76.5 (2009), S. 051002. ISSN: 00218936. DOI: 10.1115/1.3112739.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Schriften entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form – auch auszugsweise – noch nicht im Rahmen einer anderen Prüfung vorgelegt worden.

Garching, 19. September 2018

(Unterschrift)