



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
MÜNCHEN

# **Bezugssysteme in Lage und Höhe**

Tutorial zum Kursus INGENIEURVERMESSUNG 2000

A. Bauch, M. Rothacher, R. Rummel

IAPG / FESG No. 7

Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie  
Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie

München 2000

# **INGENIEURVERMESSUNG 2000**

XIII. International Course on Engineering Surveying  
13. - 17. März 2000, Technische Universität München

## **Teil A:**

**Raumfeste und erdfeste Bezugssysteme  
(Prof. Dr. M. ROTHACHER, TU München)**

## **Teil B:**

**Vom GPS-frame ins lokale historische  
Lagefestpunktfeld  
(Dr. A. BAUCH, TU München)**

## **Teil C:**

**Gebrauchshöhen und GPS  
(Prof. Dr. R. RUMMEL, TU München)**

# **INGENIEURVERMESSUNG 2000**

XIII. International Course on Engineering Surveying  
13. - 17. März 2000, Technische Universität München

## **Tutorial 1: Bezugssysteme in Lage und Höhe**

### **Teil A:**

**Raumfeste und erdfeste Bezugssysteme  
(Prof. Dr. M. ROTHACHER, TU München)**

# Raumfeste und erdfeste Referenzsysteme

M. Rothacher

Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie  
Technische Universität München

## 1. Einführung

Die Erde, die Satelliten und die Himmelskörper im Universum sind nicht in Ruhe. Sie bewegen sich, drehen sich und werden deformiert. Das Erforschen und Beschreiben der Kinematik und Dynamik dieser Körper ist eine wichtige Aufgabe der Geodäsie, der Geophysik und der Astronomie. Alle diese Untersuchungen haben eines gemeinsam: sie benötigen ein genau definiertes Referenzkoordinatensystem, kurz Referenzsystem genannt, auf das alle wesentlichen Ereignisse und Beobachtungen bezogen und in dem Theorien und Modelle für die Dynamik der Objekte formuliert werden können.

In diesem Beitrag wollen wir die Grundlagen für die Definition von Referenzsystemen betrachten, die Definition und Realisierung der zwei wichtigsten Arten von Referenzsystemen in der Geodäsie diskutieren, nämlich der raumfesten und erdfesten Referenzsysteme, und erörtern, wie und wie genau diese Referenzsysteme mit den heutigen Beobachtungstechniken (geodätischen Raumverfahren) realisiert werden können und wie raumfeste und erdfeste Bezugssysteme über die Erdrotation miteinander verknüpft sind. Schliesslich zeigen wir auf, wie lokale oder regionale Referenzsysteme hierarchisch in die Realisierung globaler Systeme eingebunden sind.

## 2. Grundlagen

### 2.1 Zeit und Koordinatensysteme

Um Ereignisse und Abläufe zu beschreiben braucht man in der Mechanik ein Zeit- und ein Bezugssystem. Ereignisse werden durch *vier* Koordinaten beschrieben, nämlich die drei Koordinaten des Raumes und eine Zeitkoordinate, d.h. jedem Ereignis ist ein Ort und eine Zeit zugeordnet. In der Newtonschen Mechanik ist das Zeitsystem durch die *absolute Zeit* definiert. Diese Zeit läuft absolut gleichförmig ab und ist unabhängig vom gewählten Bezugssystem. In der Relativitätstheorie wird dieses *Postulat der universalen Zeit* durch das *Postulat der universalen Lichtgeschwindigkeit* ersetzt, was zur Folge hat, dass z.B. Ereignisse, die in einem Bezugssystem gleichzeitig stattfinden, in einem anderen nicht mehr gleichzeitig sein müssen. Auf die Dimension "Zeit" und Zeitsysteme wollen wir jedoch in diesem Beitrag nicht weiter eingehen. Ein Bezugssystem im dreidimensionalen Raum kann durch einen Ursprung  $O$  und drei orthogonale (je aufeinander senkrecht stehende) Einheitsvektoren  $e_1, e_2, e_3$  festgelegt werden. Ein solches Dreibein  $(O, e_1, e_2, e_3)$  definiert genauer gesagt ein dreidimensionales, orthogonales, geradliniges Koordinatensystem. Die Position eines beliebigen Punktes im Raum wird bezüglich dieses Koordinatensystems durch den Ortsvektor

$$\mathbf{x} = x_1 \mathbf{e}_1 + x_2 \mathbf{e}_2 + x_3 \mathbf{e}_3 \tag{2.1}$$

beschrieben. Die Einheitsvektoren  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  nennt man Basisvektoren.  $x_1, x_2, x_3$  sind die *Koordinaten* (oder Komponenten) des Punktes  $\mathbf{x}$ . Fordert man zudem, dass  $\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$ , so handelt es sich um ein Rechtssystem (für ein Linkssystem wäre  $\mathbf{e}_3 = -\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$ ).

Oft wird zur Definition eines Koordinatensystems anstelle der drei Basisvektoren auch die sogenannte Fundamentalebene (durch die Basisvektoren  $\mathbf{e}_1$  und  $\mathbf{e}_2$  aufgespannte Ebene) und die Richtung der ersten Achse ( $\mathbf{e}_1$ -Achse oder x-Achse) angegeben. Anstelle der rechtwinkligen Koordinaten  $x_1, x_2, x_3$  können zur Beschreibung eines Punktes im Raum auch krummlinige Koordinaten, z.B. Kugelkoordinaten verwendet werden (Angabe der geographische Länge und Breite bezüglich der Fundamentalebene und des Abstandes vom Ursprung).

## 2.2 Referenzsysteme und Referenzrahmen

Bevor wir uns näher mit Referenzsystemen befassen, müssen wir den Unterschied zwischen einem Referenzsystem (reference system), einem konventionellen Referenzsystem (conventional reference system) und einem Referenzrahmen (reference frame) klarlegen. (Im Deutschen wird meist Referenzsystem für beide Begriffe, "Referenzsystem" und "Referenzrahmen", verwendet). Ein *Referenzsystem* ist eine konzeptionelle Definition eines "idealen" Referenzsystems basierend auf abstrakten Prinzipien. Ein ideales terrestrisches Referenzsystem wäre beispielsweise ein System, in dem die Erdkruste nur Deformationen, nicht aber Translationen und Rotationen zeigen würde.

Ein *konventionelles Referenzsystem* ist ein Bezugssystem, bei dem die physikalischen Modelle und die dazugehörigen numerischen Werte der Modellparameter explizit gegeben sind (z.B. genaue Vorgaben, wie die festen Erdzeiten modelliert werden müssen, welche Werte für die Loveschen Zahlen zu verwenden sind, etc.). Die Definition eines konventionellen Referenzsystems beinhaltet also viel mehr als nur die mathematische Definition eines Koordinatensystems mit Ursprung und Dreibein.

Ein *konventioneller Referenzrahmen* ist schliesslich die Materialisierung oder konkrete Realisierung eines konventionellen Referenzsystems mittels einer Anzahl von Punkten (materielle Objekte wie Stationen, Sterne oder Quasare) mit ihren Koordinaten, wobei die Koordinaten gewonnen wurden unter Berücksichtigung der Konventionen des entsprechenden konventionellen Referenzsystems. In diesen Referenzrahmen können dann beliebige andere Objekte eingebunden werden.

Verschiedene Realisierungen dreidimensionaler, kartesischer Referenzsysteme weisen gewöhnlich Unterschiede bezüglich der Lage des Ursprungs und der Ausrichtung der Achsen auf. Die Transformation zwischen zwei solchen orthogonalen Koordinatensystemen ist durch 6 Parameter gegeben, drei Translationen des Ursprungs entlang den drei Koordinatenachsen und drei Drehwinkel (z.B. die drei Eulerschen Winkel), um die Richtungen der Achsen der zwei Systeme in Deckung zu bringen. Falls zusätzlich in den zwei Systemen unterschiedliche Massstäbe verwendet wurden, so muss noch ein Massstabsfaktor berücksichtigt werden. Damit erhält man insgesamt eine durch sieben Parameter (3 Translationen, 3 Rotationen, 1 Skalenfaktor) beschriebene *Ähnlichkeitstransformation*, um zwei Referenzsysteme in einander zu transformieren.

In der Geodäsie (und Astronomie) wird zwischen zwei grundlegenden Klassen von Referenzsystemen unterschieden. Die *raumfesten* (himmelfesten, engl. "celestial") Referenzsysteme beziehen sich auf extraterrestrische Punkte (Quasare, Sterne, Mond/Planeten) und realisieren ein Inertialsystem im Sinne der Newtonschen Mechanik oder der Relativitätstheorie. Die *erdfesten* Referenzsysteme sind dagegen an terrestrische Bezugspunkte angeheftet und drehen sich mit der rotierenden Erde mit. Es handelt sich also mechanisch gesehen um beschleunigte Bezugssysteme. Die Transformation zwischen den zwei Systemkategorien (raumfest und erdfest) wird durch die Beschreibung der Erdrotation geliefert. Da die Erdrotation ein sehr komplexer Vorgang darstellt, der von einer Vielfalt von physikalischen Prozessen beeinflusst wird, ist auch die Transformation zwischen raumfesten und erdfesten Bezugssystemen alles andere als trivial.

## 3. Der International Earth Rotation Service (IERS)

Eine sehr wichtige Rolle im Rahmen der heutigen, globalen, raumfesten und erdfesten Referenzsysteme spielt der *International Earth Rotation Service* (IERS). Er wurde 1988 durch die *International Union*

of *Geodesy and Geophysics* (IUGG) und die *International Astronomical Union* (IAU) gegründet und gehört der *Federation of Astronomical and Geophysical Data Analysis Services* (FAGS) an. Der IERS ist hervorgegangen aus dem Bureau International de l'Heure (BIH) und dem International Polar Motion Service (IPMS).

Es ist Aufgabe des IERS,

- das International Celestial Reference System (ICRS) und dessen Realisierungen, International Celestial Reference Frames (ICRF) genannt, sowie
- das International Terrestrial Reference System (ITRS) und dessen Realisierungen, International Terrestrial Reference Frames (ITRF) genannt, instand zu halten und zu überwachen, und
- genaue und aktuelle Daten über die Erdrotation für alle möglichen Benutzer des Dienstes zur Verfügung zu stellen.

Früher wurden die Referenzsysteme und die Erdrotationsparameter (Stellung der Erdachse im Raum, Stellung der Erdachse gegenüber der Erdkruste und die Drehgeschwindigkeit der Erde) durch Sternbeobachtungen (Zenitkameras, Astrolabien, ...) realisiert und bestimmt. Heute erfolgt die Überwachung der Referenzsysteme und der Erdrotation mit Hilfe der Beobachtungen der geodätischen Raumverfahren. Diese geodätischen Raumverfahren, die wir unten kurz beschreiben werden, haben unterschiedliche Stärken und Schwächen, sie ergänzen sich in vielerlei Hinsicht und helfen mit ihrer Redundanz, die Genauigkeit und langfristige Konsistenz der IERS-Produkte zu sichern.

Um von den Analysezentren der verschiedenen Raumverfahren möglichst konsistente Resultate und Beiträge zu bekommen, unterhält der IERS zudem einen Satz von Standards, die sogenannten *IERS Conventions* [McCarthy, 1996]. Sie beschreiben die von den Analysezentren zu verwendenden Konstanten und physikalischen Modelle und werden alle 4 Jahre dem aktuellen Stand der Erkenntnis angepasst. Diese Standards sind von grösster Bedeutung, da sonst die Beiträge der einzelnen Raumverfahren gar nicht sinnvoll kombiniert werden könnten.

Der IERS ist ein interdisziplinärer Dienst, der Produkte zur Verfügung stellt, die für die Astronomie, Geodäsie und Geophysik gleichermassen von Wichtigkeit sind. Die Beziehung zu all diesen Bereichen ist sehr wichtig, da die Referenzsysteme und die Erdrotation von einer Vielfalt physikalischer Phänomene beeinflusst werden (Ozeane, Atmosphäre, Erdinneres, Sonne und Mond, ...).

Weitere Informationen zum IERS findet man unter der WWW-Adresse <http://hpiers.obspm.fr/>.

## 4. Die geodätischen Raumverfahren

Die geodätischen Raumverfahren liefern heute mit ihren Beobachtungen die Grundlage für die Realisierungen sowohl des raumfesten (ICRF) als auch des erdfesten (ITRF) Bezugsrahmens. Die Aktivitäten der einzelnen Beobachtungstechniken sind neuerdings in internationalen Diensten organisiert:

- VLBI: International VLBI Service (IVS)
- SLR/LLR: International Laser Ranging Service (ILRS)
- GPS: International GPS Service (IGS)
- DORIS: International DORIS Service (IDS) (in Vorbereitung)

Diese Dienste sind für die Koordination und Konsistenz der Resultate der jeweiligen Beobachtungsmethode verantwortlich und liefern ihre Produkte (Stationskoordinaten, Erdrotationsparameter, ...) an den IERS.

### 4.1 Very Long Baseline Interferometry (VLBI)

Mit grossen Radioteleskopen (siehe Abbildung 4.2) werden bei VLBI extragalaktische Radioquellen, sogenannte Quasare, beobachtet. Diese Objekte sind so weit entfernt, dass sie keine feststellbaren Bewegungen aufweisen. Sie sind daher ideal geeignet, ein raumfestes Referenzsystem zu realisieren.

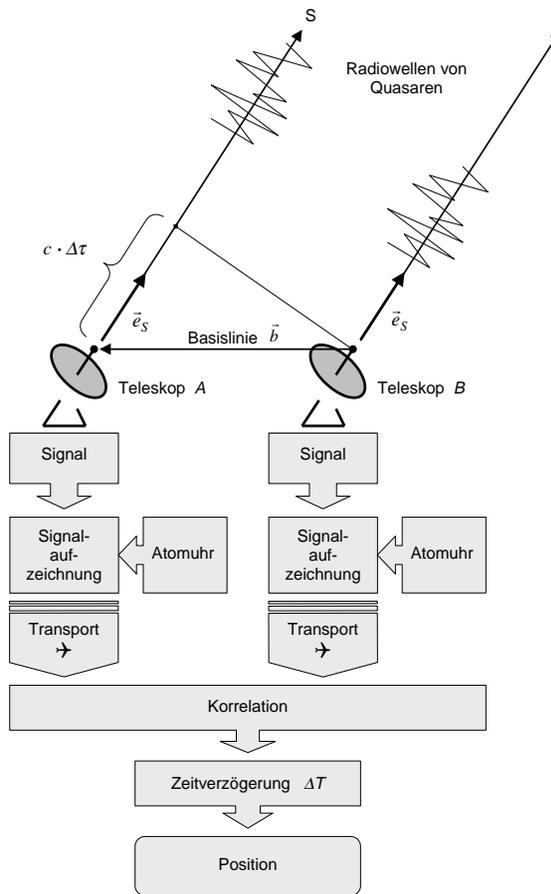


Abbildung 4.1: VLBI-Beobachtungen.

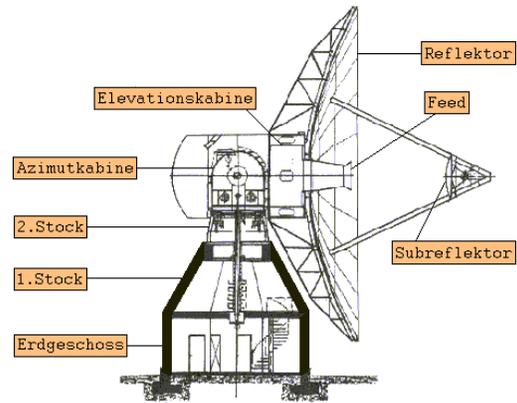


Abbildung 4.2: Das 20-m Radioteleskop der Fundamentalstation Wettzell.

Das Netz von VLBI-Stationen für eine Beobachtungssession von 24 Stunden besteht gewöhnlich aus 2 bis 6 Radioteleskopen. Jede Station registriert die Signale der jeweils gleichen Radioquelle in zwei Frequenzen (siehe Abbildung 4.1). Da zwischen den Antennen keine Verbindung besteht, müssen die empfangenen Signale zusammen mit extrem genauen Zeitmarken auf Magnetbänder registriert werden. Die Stabilität der verwendeten Frequenznormale (Wasserstoffmaser) muss im Bereich  $10^{-14}$  liegen. Die Magnetbandaufzeichnungen der beteiligten Stationen werden dann in einem Korrelator durch Kreuzkorrelation zur Interferenz gebracht und die Unterschiede in der Ankunftszeit der Signale (Laufzeitdifferenz; engl. “delay”) und die zeitlichen Differenzen der Laufzeitunterschiede (“delay rate”) werden für jedes Stationspaar durch Maximierung der Korrelation ermittelt. Die Beziehung zwischen der Laufzeitdifferenz  $\Delta\tau$ , dem Basisvektor  $\mathbf{b}$  zwischen den beiden Antennen und der Richtung  $\mathbf{e}_s$  zur Radioquelle ist gegeben durch (siehe Abbildung 4.1)

$$\Delta\tau = -\frac{1}{c} \mathbf{b} \cdot \mathbf{e}_s \quad (4.2)$$

Beobachtet man viele Radioquellen im Laufe eines Tages (typischerweise Beobachtungszeiten von 5 Minuten pro Quelle, was ein genau vorgegebenes Messprogramm voraussetzt), so lassen sich daraus die interessierenden Parameter, nämlich die Basisvektoren  $\mathbf{b}$  zwischen den Stationen und die Richtungen zu den Quellen  $\mathbf{e}_s$  bestimmen und die atmosphärischen Einflüsse (insbesondere die troposphärische Refraktion) und die instrumentellen Fehler weitgehend mitbestimmen oder reduzieren. Die ionosphä-

rische Refraktion wird durch die Kombination der Messungen auf zwei Frequenzen (gewöhnlich 2.3 und 8.4 GHz) eliminiert.

Aus VLBI-Beobachtungen berechnete Stationskoordinaten und Geschwindigkeiten haben eine Genauigkeit von ein paar Millimetern bzw. 1 Millimeter/Jahr. Die grösste Fehlerquelle dürfte in diesem Zusammenhang heutzutage die örtliche Einmessung der Phasenzentren der Radioteleskope sein. Die Genauigkeit der Erdrotationsparameter beträgt etwa 0.2 Millibogensekunden (Polschwankung) und  $10 \mu s$  in der Erddrehung (UT1). VLBI ist das einzige geodätische Raumverfahren (neben rein astronomischen Beobachtungen), das es erlaubt, die Verbindung zum raumfesten Referenzsystem zu realisieren und die Positionen der Radioquellen relativ zueinander zu bestimmen (siehe Abschnitt 5.2).

Weitergehende Information zu VLBI findet man in *Klemperer* [1972] und *Ma* [1978].

## 4.2 Satellite and Lunar Laser Ranging (SLR und LLR)

Laser Ranging zu künstlichen Erdsatelliten oder zum Mond ist vom Konzept her ein sehr einfaches Beobachtungsverfahren. Sehr kurze Laserpulse werden zu einem Satelliten (oder zum Mond) geschickt, der mit Retroreflektoren ausgestattet ist und den Puls zur Station zurückreflektiert. Aus der Messung der Lichtlaufzeit von der Laserstation am Boden zum Satelliten und zurück erhält man die Distanz zwischen Station und Satellit (Halbieren der Lichtlaufzeit, Multiplikation mit der Lichtgeschwindigkeit, Anbringen von Korrekturen für die Relativbewegung des Satelliten gegenüber der Station, für die atmosphärische Refraktion, etc.). Mehr als 40 Satelliten können derzeit mit SLR verfolgt werden. Die für geodätische Zwecke wichtigsten Ziele sind dabei die zwei Lageos-Satelliten (Lageos I + II) mit einer Grösse von etwa 60 cm und einer Bahnhöhe von nicht ganz 6000 km. Die Distanzmessungen, die eine Genauigkeit von etwa 1 cm aufweisen, werden in einem Parameterbestimmungsverfahren verwendet, um Parameter der Satellitenbahn, Koeffizienten des Erdschwerefeldes, Stationspositionen und -geschwindigkeiten und Erdrotationsparameter zu bestimmen (siehe z.B. [Kaula, 1966]). Von den erwähnten geodätischen Raumverfahren erlaubt SLR die genaueste Bestimmung des Schwerpunktes der Erde gegenüber dem Netz von Beobachtungsstationen.

Das Lunar Laser Ranging (LLR) ist vom Konzept her identisch mit dem SLR, nur dass als Ziel Reflektoren auf dem Mond dienen, die von den Apollo-Astronauten auf dem Mond zurückgelassen wurden. Wegen der grossen Entfernung des Mondes ist es nur wenigen Laserstationen möglich, Messungen zum Mond durchzuführen. Heute sind es noch drei Stationen, die mehr oder weniger regelmässig Distanzmessungen zum Mond ausführen: Grasse (Frankreich), McDonalds (USA) und Wettzell (Deutschland). Mit den LLR-Messungen (Genauigkeit ca. 3 cm) können ebenfalls Stationskoordinaten und Erdrotationsparameter bestimmt (insbesondere UT1) und mit anderen, unabhängigen Verfahren verglichen werden [McCarthy and Luzum, 1991]. Zusätzlich sind Parameter der Mondbahn und Tests zur Speziellen und Allgemeinen Relativitätstheorie von Bedeutung.

## 4.3 Global Positioning System (GPS)

Da das Global Positioning System (GPS) den meisten Lesern schon bekannt sein dürfte, soll es hier nur in ein paar Sätzen dargestellt werden. Für mehr Information sei auf die Literatur verwiesen.

Das GPS ist als ein wetterunabhängiges, jederzeit verfügbares globales Satellitennavigationssystem entwickelt worden. Es besteht zurzeit aus 28 Satelliten (Grundkonfiguration von 24 Satelliten) in 6 Bahnebenen mit nahezu kreisförmigen Bahnen mit einem Bahnradius von rund 26'000 km und einer Umlaufzeit von 12 Stunden. Die Bahnneigung beträgt rund 55 Grad. Auf die von den Satelliten auf zwei Frequenzen (ca. 1.575 und 1.227 GHz) ausgesandten Trägerphasen (Sinuswellen) sind sogenannte Codes aufmoduliert. Daraus ergeben sich die zwei Beobachtungstypen, die bei GPS eine Rolle spielen, nämlich die Code- (oder Pseudorange-) und die Trägerphasen-Beobachtungen. Aus beiden Messtypen kann man — abgesehen von Empfänger- und Satellitenuhrfehlern, Phasenmehrdeutigkeiten und atmosphärischen Effekten — die Distanz zum Satellit oder bei der interferometrischen Verarbeitung (Differenz der Beobachtungen zweier Stationen) die Distanzdifferenz rekonstruieren. Für die Realisierung eines hochgenauen Referenzsystems und für die Bestimmung von Erdrotationsparameter werden

allerdings fast ausschliesslich die viel genaueren Phasenbeobachtungen (Phasenmessgenauigkeit von 1-2 mm, Codegenauigkeit rund 1-2 m) verwendet.

GPS hat gegenüber VLBI und SLR den Vorteil, dass es kostengünstig (wenn man nur die Empfänger in die Rechnung einbezieht), leicht transportierbar und einfach im Betrieb ist. Daher ist es nicht erstaunlich, dass das globale GPS-Permanentnetz des IGS derzeit bereits etwa 200 Stationen umfasst. Dieses dichte, globale Netz bildet eine wichtige Grundlage sowohl für die Realisierung eines globalen Referenzsystems als auch für die Bestimmung genauer Erdrotationsparameter. GPS liefert heute sowohl für das erdfeste Referenzsystem als auch für die Erdrotation zentrale Beiträge an den IERS.

Erst durch GPS ist es zudem möglich geworden, ohne grossen Aufwand ein globales, länder- und kontinentenübergreifendes Referenzsystem auch wirklich überall auf der Welt mit Zentimetergenauigkeit zu realisieren.

Neben GPS sollte auch das russische Pendant, das GLONASS (Global Navigation Satellite System), nicht unerwähnt bleiben. Dieses System ist im Aufbau und der Signalstruktur dem GPS-System sehr ähnlich, nur dass die einzelnen GLONASS-Satelliten unterschiedliche Frequenzen aussenden und dafür alle denselben Code verwenden. (Bei GPS benutzt jeder Satellit dieselben zwei Frequenzen, aber jeder Satellit hat seine eigene Code-Sequenz). Obschon zurzeit nur 10 GLONASS-Satelliten (von theoretisch 24) aktiv sind, sind durch das gemeinsame Auswerten der GPS- und GLONASS-Messungen trotzdem interessante Beiträge zu erwarten: man vergrössert die Anzahl der Satelliten, die zu jedem Zeitpunkt über Horizont sind, was zu einer besseren Beobachtungsgeometrie führt; die GLONASS-Satelliten haben eine Umlaufzeit von etwa 11 h 16 min und sind daher nicht in Resonanz mit der Erdrotation, wie es bei GPS der Fall ist; und die GLONASS-Satelliten haben eine andere Bahnneigung, was für die Auftrennung von Bahnfehlern und Variationen in der Rotationsgeschwindigkeit der Erde von Bedeutung ist.

#### 4.4 Doppler Orbitography by Radiopositioning Integrated on Satellite (DORIS)

Bei DORIS handelt es sich um ein Zweifrequenz-Dopplersystem (2.03 und 0.40 GHz), das vor allem für die genaue Bestimmung von Satellitenbahnen verwendet wird, aber auch für die Bestimmung von Stationskoordinaten und Erdrotationsparameter eingesetzt wird. Im Gegensatz zu den meisten Satellitennavigationssystemen ist beim DORIS-System der Empfänger auf dem Satellit lokalisiert, dessen Bahn man verfolgen möchte. DORIS kann also einem Satelliten als zusätzliches "Experiment" mitgegeben werden. Die Doppler-Beobachtungsdaten werden zentral im Satelliten gesammelt und an das Betriebszentrum übermittelt. Es ist daher nicht nötig, die Daten der einzelnen DORIS-Stationen einzusammeln, da diese Aufgabe bereits der Satellit übernimmt. DORIS-Stationen können daher auch in entlegenen Gebieten aufgestellt werden, wo die Übermittlung der Daten sonst (z.B. für GPS) ein Problem darstellen würde. Die ca. 50 Stationen des DORIS-Systems sind daher sehr homogen über die Erde verteilt und bilden ein gutes Referenzsystem für die Untersuchung von Plattenbewegungen. Die heutige Genauigkeit des Systems liegt bei etwa 2 cm für die Bestimmung der Stationskoordinaten und 1-2 Millibogensekunden für die Stellung der Erdachse im erdfesten System.

Neben der Satellitenmission Topex/Poseidon wurde auch der Spot2-, Spot3- und Spot4-Satellit mit DORIS bestückt.

#### 4.5 Fundamentalstationen

Damit aus den Beiträgen der einzelnen geodätischen Raumverfahren auch wirklich ein *einheitliches* erdfestes Referenzsystem gebildet werden kann und nicht jede Beobachtungstechnik ihr *eigenes* Referenzsystem realisiert, braucht es Fundamentalstationen. Fundamentalstationen zeichnen sich dadurch aus, dass mehrere Beobachtungstechniken am selben Ort lokalisiert sind. Dies hat zur Folge, dass die Referenzsysteme der einzelnen Raumverfahren durch solche Stationen verknüpft werden können und dass die Resultate *eines* Raumverfahrens durch die Resultate der anderen kontrolliert werden können (Redundanz). Eine Fundamentalstation sollte zudem permanent, über lange Zeiträume hinweg beobachten, um lange Zeitreihen von Stationskoordinaten und Erdrotationsparametern zu ermöglichen

und damit die Langzeitstabilität der Referenzsysteme zu garantieren.

Fundamentalstationen liefern gewöhnlich ein breites Spektrum an Beobachtungen, das neben den Raumverfahren VLBI, SLR/LLR, GPS und DORIS auch in-situ Messungen wie Schweremessungen, Seismographie, Meteorologie, Zeit und Frequenz, etc. umfasst. Wettzell im Bayerischen Wald ist ein Beispiel für eine solche Fundamentalstation.

## 5. Raumfeste Bezugssysteme

Raumfeste Referenzsysteme (Celestial Reference Systems (CRS)) haben die Aufgabe, einen Referenzrahmen zu definieren, in dem Objekte am Himmel und die Bewegung eines terrestrischen, mit der Erdkörper fest verbundenen Referenzsystems beschrieben werden können. Raumfeste Referenzsysteme werden jeweils durch eine Anzahl extraterrestrischer Objekte realisiert und sind Approximationen von Inertialsystemen im Sinne der klassischen Mechanik oder der Relativitätstheorie. In diesen Inertialsystemen weisen die physikalischen Gesetze eine besonders einfache Form auf. Sie sind deshalb auch für die Berechnung der Bahnen von Himmelskörpern und Satelliten von zentraler Bedeutung.

### 5.1 Definition von raumfesten Referenzsystemen

Die Definition eines CRS ist auf zwei verschiedene Arten möglich. Die sogenannten *kinematischen* CRS werden durch Sterne oder extragalaktische Radioquellen definiert. Dabei setzt man voraus, dass man die Bewegungen dieser Objekte am Himmel genau kennt. *Dynamischen* CRS liegen dagegen die Bewegungsgleichungen der Newtonschen Mechanik (bzw. der Relativitätstheorie) zugrunde. Dynamische Referenzsysteme sind mit den Planeten, dem Mond oder künstlichen Erdsatelliten verbunden.

Gewöhnlich wird als *Ursprung* eines CRS der Massenschwerpunkt der Erde oder der Schwerpunkt des Sonnensystems (Baryzentrum) gewählt. Für die Orientierung des CRS wird entweder die *Ekliptik*, d.h. die Bahnebene der Bewegung der Erde um die Sonne, oder der *Äquator* als *Fundamentalebene* verwendet (siehe Abbildung 5.3). Entsprechend werden die Systeme als Ekliptik- oder Äquatorsysteme bezeichnet. Die dritte Achse (z-Achse) zeigt also bei einem Ekliptiksystem in Richtung der Ekliptiknormalen, bei einem Äquatorsystem in Richtung der mittleren Erdrotationsachse einer vereinbarten Epoche. In beiden Systemen wird die erste Achse (x-Achse) mit der Richtung zum Frühlingspunkt, der Schnittlinie zwischen der Ekliptik und Äquatorebene, oder genauer gesagt, mit der Richtung zum mittleren Frühlingspunkt der vereinbarten Epoche, identifiziert. Die zweite Achse vervollständigt das Koordinatensystem zu einem Rechtssystem. Die Richtung zu einem Himmelsobjekt wird in beiden Systemen durch zwei Winkel beschrieben, nämlich durch die ekliptikale Länge  $\lambda$  und Breite  $\beta$  im Ekliptiksystem und durch die Rektaszension  $\alpha$  und die Deklination  $\delta$  im raumfesten Äquatorsystem.

Wegen der Drehmomente, die der Mond und die Sonne auf die Äquatorwülste der Erde ausüben und aufgrund der Gravitationskräfte der Planeten verändert sich sowohl die Richtung der Rotationsachse der Erde als auch die Normale der Ekliptikebene im Raum. Dies führt zu einer zeitlichen Verschiebung des Frühlingspunktes und zu einer Änderung der Schiefe (Neigung) der Ekliptik gegenüber dem Äquator. Diese Phänomene, *Präzession* und *Nutation* genannt, werden in Abschnitt 7.1 näher beschrieben. Hier sei nur erwähnt, dass mit Präzession der gleichförmige (säkulare) Anteil der Bewegung, mit Nutation die Summe der überlagerten periodischen Anteile bezeichnet wird.

Bezieht sich das Ekliptik- oder Äquatorsystem auf den *momentanen* Frühlingspunkt und die *momentane* Ekliptikebene/Äquatorebene zur Zeit  $t$ , so spricht man vom *wahren* Ekliptik- oder Äquatorsystem zur Epoche  $t$ . Bezieht es sich auf den *mittleren* Frühlingspunkt — der mittlere Frühlingspunkt macht nur die gleichmässige Präzessionsbewegung mit, nicht aber die Nutationsbewegung — und die *mittlere* Ekliptikebene/Äquatorebene zur Zeit  $t$ , so haben wir es mit dem *mittleren* Ekliptik/Äquatorsystem zur Epoche  $t$  zu tun. Um ein raumfestes Referenzsystem zu definieren, das im Raum keine Bewegung ausführt, wählt man gewöhnlich das mittlere Ekliptik- oder Äquatorsystem zu einer *festen Epoche*, z.B. zur *Standardepoche J2000.0*.

Der Übergang vom wahren zum mittleren System einer Epoche  $t$  wird durch die Nutationsmatrix  $N(t)$  (siehe Gleichung 7.5 im Abschnitt 7.1) vollzogen, die Transformation vom mittleren System zur

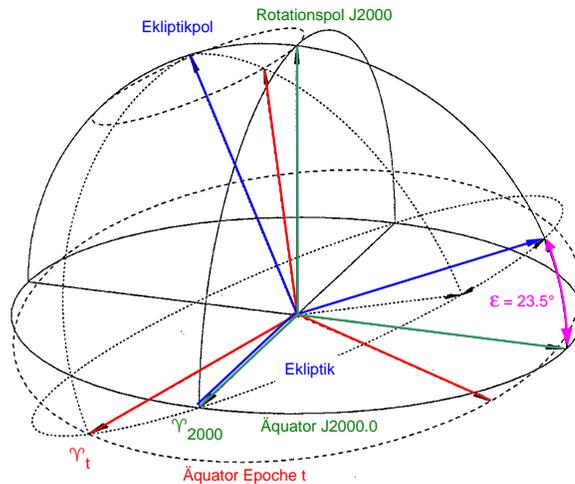


Abbildung 5.3: Durch Sonne und Mond verursachte Präzession (lunisolare Präzession)

Epoche  $t$  zum System der Standard epoche J2000.0 wird durch die Präzessionsmatrix  $\mathbf{P}(t)$  realisiert (siehe Abbildung 5.3).

## 5.2 Realisierung von raumfesten Referenzsystemen

An der 23. IAU Generalversammlung in Kyoto (August 1997) wurde entschieden, dass ab dem 1. Januar 1998 ein neues konventionelles raumfestes Referenzsystem (und damit auch ein neuer Referenzrahmen) adoptiert werden soll. Das neue konventionelle CRS heisst International Celestial Reference System (ICRS) und seine Realisierung wird als International Celestial Reference Frame (ICRF) bezeichnet. Das ICRS ist dadurch definiert, dass sein Ursprung im Schwerpunkt des Sonnensystems (Baryzentrum) liegt und dass die Richtungen seiner Achsen sich nicht ändern dürfen gegenüber den Positionen von extragalaktischen Radioquellen, von sogenannten Quasaren. Das ICRS wird deshalb mittels der sehr genau bekannten Koordinaten von solchen Radioquellen im mittleren Äquatorsystem J2000.0 materialisiert. Diese Realisierung, das neue ICRF, besteht also heute aus einem wohldefinierten Satz von Koordinaten — berechnet aus den VLBI-Beobachtungen bis Mitte 1995 (Daten von rund 17 Jahren) — für 608 Radioquellen, die ziemlich gleichmässig über den Himmel verteilt sind. Weil von den 608 Radioquellen einige sehr oft, andere sehr selten beobachtet wurden, und weil sich nicht alle Radioquellen gleich gut für die Festlegung des raumfesten Referenzsystems eignen (z.B. komplizierte Struktur der Quelle), sind die Objekte des ICRF in drei Klassen eingeteilt worden. 212 dieser 608 Radioquellen sind die sogenannten “defining sources”, d.h. die Objekte, die wirklich zur Festlegung des ICRF verwendet wurden. Sie definieren die Achsenrichtungen des ICRS.

Die Abbildung 5.4 zeigt die Verteilung dieser definierenden Radioquellen. Man sieht, dass die Südhalbkugel noch nicht so gut abgedeckt ist wie die Nordhalbkugel, da die meisten Radioteleskope auf der Nordhalbkugel stehen. Die Genauigkeit der Koordinaten der Radioquellen (siehe Abbildung 5.5) und damit die Genauigkeit der Realisierung des ICRS liegt bei ungefähr einer halben Millibogensekunde. Dies entspricht dem Winkel, unter dem man von München aus einen 1.5 cm grossen Gegenstand in New York sehen würde. Die Genauigkeit ist heute insbesondere durch die *Struktur* der Radioquellen beschränkt, da auch Quasare — obschon sie Milliarden von Lichtjahren entfernt sind — nicht als punktförmige Objekte erscheinen, sondern meist eine unregelmässige Struktur aufweisen.

Im optischen Bereich wird das ICRS mittels der Richtungen zu Sternen materialisiert. Die entspre-

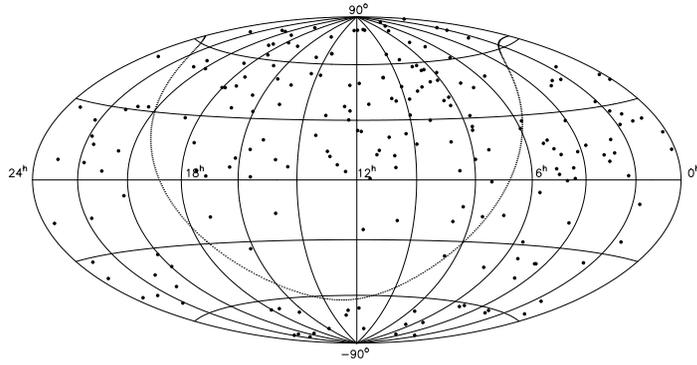


Abbildung 5.4: Verteilung der 212 Radioquellen am Himmel, die das ICRS definieren.

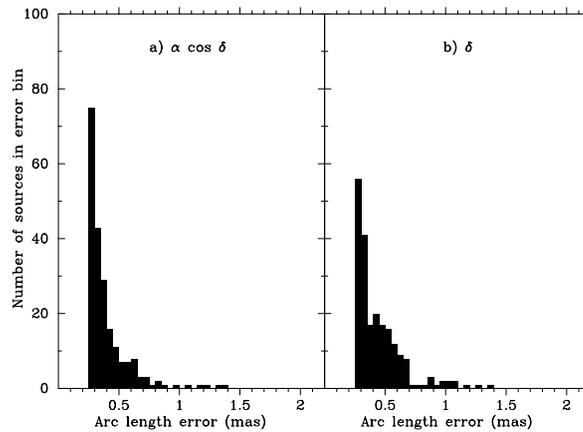


Abbildung 5.5: Genauigkeit der Rektaszension  $\alpha$  und der Deklination  $\delta$  der Radioquellen, die das ICRS festlegen, in Millibogensekunden (mas).

chenden konventionellen Referenzrahmen sind durch die in Sternkatalogen aufgeführten Rektaszensionen und Deklinationen der Sterne realisiert. Heute gilt der Hipparcos Sternkatalog, der sämtliche Sterne des Fundamentalkatalogs FK5 enthält, als optische Realisierung des ICRS. Er wurde mit astrometrischen Methoden mit einer Genauigkeit von  $0.0006''$  zur Epoche 1991.25 und einer Unsicherheit in der zeitlichen Entwicklung von  $0.00025''/\text{Jahr}$  mit dem ICRF in Übereinstimmung gebracht [Kovalevsky, 1997]. Um die Konsistenz mit der früheren Definition des konventionellen CRS zu wahren, wurde zudem darauf geachtet, dass der ICRF-Pol mit dem FK5-Pol übereinstimmt (innerhalb der Genauigkeit der Realisierung des FK5-Pols von ca. 50 Millibogensekunden). Dasselbe gilt für den Rektaszensionsnullpunkt des ICRF und des FK5.

Weder durch VLBI noch durch Astrometrie lässt sich ein *geozentrisches* CRS festlegen. Mit Planetenbeobachtungen und Messungen zum Mond oder zu künstlichen Erdsatelliten lassen sich jedoch dynamische Varianten des ICRS realisieren. Der Referenzrahmen wird hier durch die Bahnen dieser Objekte gegeben. Die Bahnen werden aufgrund der Bewegungsgleichungen berechnet. Da im Falle von Erdsatelliten oder des Mondes die Bewegungsgleichungen die Lage des Massenschwerpunktes der Erde enthalten, lassen sich auf diese Weise *geozentrische* Referenzsysteme realisieren. Ein Referenzsystem, basierend auf LLR-Beobachtungen, kann heute mit einer Genauigkeit von etwa  $0.01''$  festgelegt werden. Dagegen sind Referenzsysteme aufgrund von SLR-, GPS- oder DORIS-Messungen nur über sehr kurze Zeitintervalle als stabil zu betrachten (z.B. ein paar Tage im Falle von GPS).

## 6. Erdfeste Bezugssysteme

Erdfeste Bezugssysteme (Terrestrial Reference Systems (TRS)) werden gewöhnlich verwendet, um die Positionen und Bewegungen von Objekten oder Punkten zu beschreiben, die auf oder in der Nähe der Erdoberfläche lokalisiert sind und die Rotation der Erde mitmachen. Für die Realisierung von erdfesten Bezugssystemen werden deshalb Referenzpunkte gewählt, die möglichst fest mit der Erde verbunden sind. Da die Erde jedoch kein starrer Körper ist und sich aufgrund von äusseren und inneren Kräften und Vorgängen andauernd deformiert, ist die Definition und Realisierung eines erdfesten Systems schwierig. Um trotzdem ein gegenüber dem Erdkörper quasi ruhendes Bezugssystem festzulegen, muss man versuchen, sämtliche zeitlichen Deformationen und Verschiebungen, denen die Referenzpunkte unterworfen sind (siehe Abschnitt 6.3), so genau wie möglich zu modellieren. Mittels geeigneter Definitionen und Konventionen, was die Modellierung der Bewegungen der Punkte und die Parameter dieser Modelle betrifft, wird dann ein Bezugssystem an den sich verformenden Erdkörper “angeheftet”, das man als konventionelles terrestrisches Referenzsystem bezeichnet. Die Realisierungsgenauigkeit eines solchen terrestrischen Referenzsystems hängt dabei sowohl von der Güte der Deformationsmodelle und der gewählten Definitionen und Konventionen als auch von der Genauigkeit der auf den Punkten installierten Beobachtungsinstrumente ab.

### 6.1 Definition von erdfesten Referenzsystemen

Der Ursprung eines *idealen* terrestrischen Referenzsystems (TRS) liegt sinnvollerweise im Massenzentrum der Erde (geozentrisches System), wobei die Masse der Ozeane und der Atmosphäre mitgerechnet werden. Der Massenmittelpunkt der Erde ist jedoch nicht direkt zugänglich. Hinsichtlich der Wahl der Orientierung sind verschiedene Möglichkeiten denkbar. Auf jeden Fall sollte die dritte Achse (z-Achse) möglichst gut mit der Rotationsachse der Erde zusammenfallen. Die physikalisch definierte Hauptträgheitsachse oder die momentane Rotationsachse der Erde sind jedoch den Beobachtungen auch nicht direkt zugänglich. Durch Einführung von Konventionen versucht man daher, ein solch ideales System zwar nicht exakt zu realisieren, aber möglichst nahe an den Idealfall heranzukommen.

Das wichtigste globale konventionelle erdfeste Referenzsystem heisst International Terrestrial Reference System (ITRS). Dieses konventionelle TRS ist wie folgt definiert:

- Der Ursprung liegt im Massenzentrum der Erde (inklusive Ozeane und Atmosphäre).
- Die Längeneinheit ist der SI-Meter. Die Skalierung des Systems muss im Einklang mit der Allgemeinen Relativitätstheorie erfolgen.
- Die Orientierung der Achsen ist gegeben durch die Orientierung des BIH-Systems zur Epoche 1984 (BIH: Bureau International de l’Heure). Dies soll die Konsistenz zu früheren Realisierungen sicherstellen.
- Die zeitliche Entwicklung der Orientierung des Systems soll so gegeben sein, dass die Stationen gegenüber der Erdkruste im Mittel keine Drehungen aufweisen (No-Net-Rotation Bedingung).

Falls geographische Koordinaten benötigt werden (ellipsoidische Länge, Breite und Höhe), so wird zur Umrechnung das GRS80-Ellipsoid empfohlen ( $a = 6378137$  m,  $1/f = 298.257222101$ ).

Der Pol des ITRS wird als konventioneller terrestrischer Pol (Conventional Terrestrial Pol (CTP)) oder auch als IERS Reference Pol (IRP) bezeichnet und entspricht (innerhalb der Realisierungsgenauigkeit) der mittleren Lage der momentanen Rotationsachse der Erde während der Jahre 1900–1905 (bis 1987 als CIO, Conventional International Origin, bezeichnet). Gegenüber diesem Pol wird die Polschwankung beschrieben (siehe Abschnitt 7.3).

Die Bewegung der Beobachtungsstationen muss (gemäss Konvention) mit den in den IERS Conventions 1996 [McCarthy, 1996] beschriebenen Modellen berechnet werden.

### 6.2 Realisierungen von erdfesten Referenzsystemen

Eine Realisierung des wichtigsten erdfesten TRS, des ITRS, wird als International Terrestrial Reference Frame (ITRF) bezeichnet. Eine solche Realisierung besteht aus einem Satz von geozentrischen,

rechtwinkligen Koordinaten und Geschwindigkeiten — neben der relativen Lage der Punkte muss ja auch die zeitliche Entwicklung der Lage der Punkte festgelegt sein — für ein globales Netz von Beobachtungsstationen. Diese Stationen mit ihren Koordinaten definieren so implizit den CTP (Richtung der z-Achse) und den Nullmeridian durch Greenwich (x-Achse).

Fast jedes Jahr wird mit Hilfe der neusten Resultate der geodätischen Raumverfahren ein neues ITRF realisiert und mit der Bezeichnung ITRFxx (z.B. ITRF97) publiziert, wobei "xx" das letzte Jahr bezeichnet, von dem Beobachtungsdaten in der Realisierung verwendet wurden. Diese Realisierungen unterscheiden sich nicht in der Definition des Systems (Ausnahme: ITRF93), sondern nur in der Qualität der Stationskoordinaten und -geschwindigkeiten und in der Anzahl der beteiligten Stationen.

Da sich die Stationen bewegen (Plattentektonik, siehe Abschnitt 6.3.1) muss zu jedem ITRFxx auch noch die Referenzepoche  $t_0$  angegeben werden, d.h. die Epoche, auf die sich die angegebenen Koordinaten beziehen (z.B.  $t_0 = 1993.0$  für ITRF94). Ausgehend von den Koordinaten  $\mathbf{x}(t_0)$  einer Station zur Epoche  $t_0$  können dann mit Hilfe der Geschwindigkeiten  $\mathbf{v}$  die Koordinaten  $\mathbf{x}(t)$  der Station zu irgendeinem Zeitpunkt  $t$  berechnet werden mit

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t_0) + \mathbf{v} \cdot (t - t_0) \quad (6.3)$$

Schon in den 80er Jahren wurden für die Realisierung des ITRS die Koordinaten und Geschwindigkeiten der Stationen aus den Resultaten aller verfügbaren geodätischen Raumverfahren *kombiniert*. Für lange Zeit wurden jedoch die Stationskoordinaten und -geschwindigkeiten unabhängig voneinander kombiniert. In den letzten Jahren sind in der Realisierung des ITRS als eine Kombination der Lösungen der einzelnen Beobachtungstechniken grosse Fortschritte gemacht worden. So werden heute die Lösungen für die Stationskoordinaten und Geschwindigkeiten der einzelnen Raumverfahren (allenfalls mehrere Lösungen von unterschiedlichen Analysezentren für ein Verfahren) mitsamt den entsprechenden Varianz-Kovarianz-Matrizen völlig korrekt kombiniert und die Gewichte der einzelnen Lösungen werden mit Hilfe einer Varianz-Kovarianz-Schätzung bestimmt. In diese Gesamtlösung fließen auch die Lösungen für die lokalen Vermessungen der Exzentrizitäten ein, falls auf einer Fundamentalstation mehrere Beobachtungstechniken am selben Ort lokalisiert sind (siehe Abschnitt 4.5).

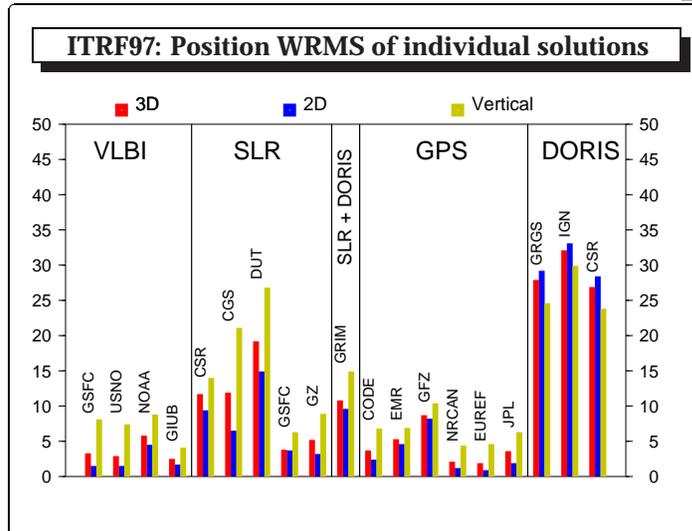
Dass die Beiträge sämtlicher geodätischer Raumverfahren in die Kombination einfließen, ist sehr wichtig, da sich die Raumverfahren weitgehend ergänzen. So verfügen VLBI und SLR über die längsten Beobachtungsreihen, was entscheidend zur *Langzeitstabilität* des Systems beiträgt. Aufgrund der SLR-Lösungen erfolgt die *geozentrische Lagerung* des ITRF. DORIS steuert Punkt in *entlegenen Gebieten* bei und GPS liefert das *dichteste globale Netz* und ist im wesentlichen für die regionale Verdichtung des globalen Netzes zuständig. Zudem erlaubt erst die Kombination der Techniken eine richtige Einschätzung der Genauigkeit der einzelnen Verfahren.

Die neuste Realisierung des ITRS, das ITRF97, umfasst ungefähr 450 Stationen. Dabei sind 49 Stationen mit 2 Beobachtungstechniken am selben Ort ausgestattet, 24 Stationen mit 3 und 6 Stationen mit 4. Die Genauigkeit der Stationspositionen und der Geschwindigkeiten, aufgeschlüsselt nach den verschiedenen Beobachtungstechniken, sind den Abbildungen 6.6 und 6.7 zu entnehmen. Man sieht anhand der Qualität der einzelnen Lösungen, dass heute das globale Referenzsystem mit einer Positionsgenauigkeit von etwa 1 cm und einer Geschwindigkeitsgenauigkeit von etwa 1 mm/Jahr realisiert werden kann. Abbildung 6.8 zeigt eindrücklich anhand der GPS-Koordinatenserie der Station Wettzell (Bayern) über 7 Jahre die Verbesserung der GPS-Lösungen über diesen Zeitraum, die Bewegung der eurasischen Platte, auf der Wettzell sitzt, und die schlechtere Qualität der Höhe gegenüber der Lage. Man sieht in der Höhe gegen Ende der Serie eine jährliche Periode, deren Ursprung noch nicht geklärt ist. Sie hat sehr wahrscheinlich mit der Verarbeitungsstrategie zu tun und sollte nicht als geophysikalische Bewegung interpretiert werden.

Die Abbildung 6.9 zeigt schliesslich, dass sich sämtliche Stationen dauernd bewegen und deshalb die Definition und Realisierung eines globalen Referenzsystems mit Zentimetergenauigkeit eine schwierige Aufgabe darstellt.

Mit den Berechnungen des nächsten ITRF, des ITRF2000, wurde bereits begonnen.

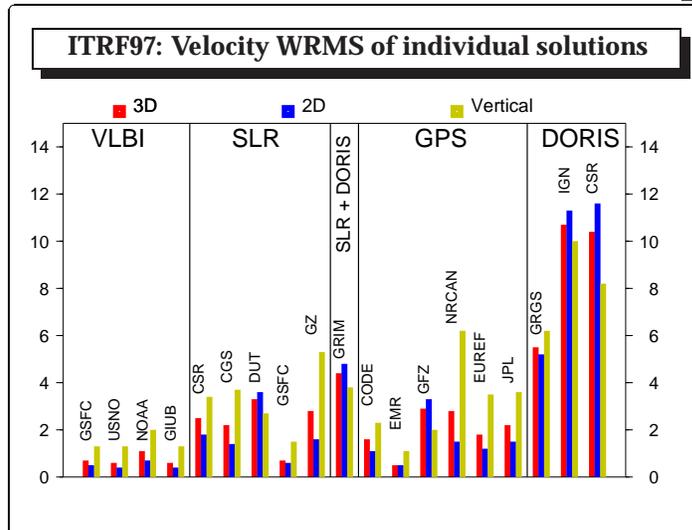
Ähnlich wie das ITRF wird auch das *World Geodetic Datum 1984* (WGS-84) definiert und realisiert [DMA, 1987]. Dieses System wird mit etwa 10 global verteilten GPS-Permanentstation festgelegt. Es stimmt innerhalb der Realisierungsgenauigkeit mit dem ITRF überein. Auf das WGS-84 beziehen sich



Z. Altamimi

6

Abbildung 6.6: ITRF97-Kombination: Mittlere Genauigkeit (WRMS) der Koordinaten der individuellen Lösungen in Millimetern (Altamimi, 2000).



Z. Altamimi

7

Abbildung 6.7: ITRF97-Kombination: Mittlere Genauigkeit (WRMS) der Geschwindigkeiten der individuellen Lösungen in Millimetern (Altamimi, 2000).

die Broadcast-Ephemeriden (Bahninformation) des GPS. Da die Bahnpositionen der GPS-Satelliten im WGS-84 zu jedem Zeitpunkt in Echtzeit aus den Broadcast-Ephemeriden berechnet werden können, lässt sich dieses System vom GPS-Nutzer lokal auf der Erdoberfläche realisieren. Wegen der begrenzten Genauigkeit der Broadcast-Bahnen ist die absolute Positionierungsgenauigkeit mit GPS in diesem System auf etwa 10–20 m beschränkt. Zusätzlich kommt die Verschlechterung der Genauigkeit auf etwa 100 m durch Selective Availability (SA) dazu.

Die regionalen Verdichtungen des ITRF in Europa (also auch Realisierungen des ITRS) werden im Abschnitt 8 diskutiert.

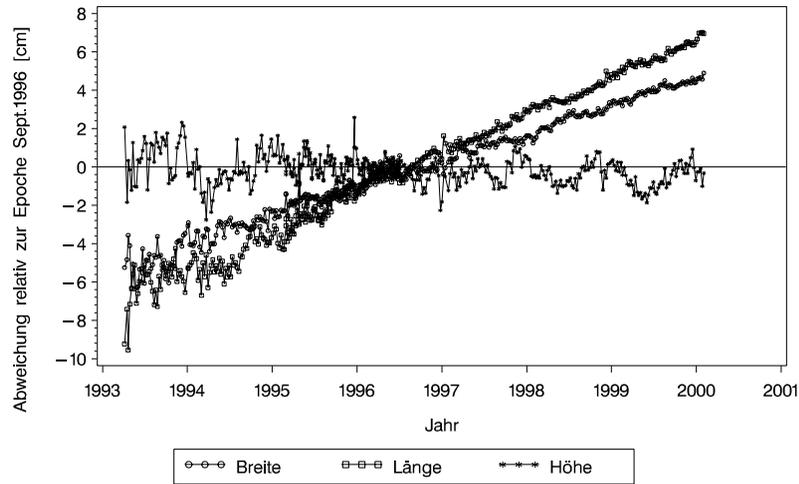


Abbildung 6.8: Entwicklung der GPS-Koordinaten der Station Wettzell (Bayern) über 7 Jahre; Lösungen des CODE Analyse-Zentrums.

CODE global velocities based on 7 years of data (GPS weeks 0691--1047)

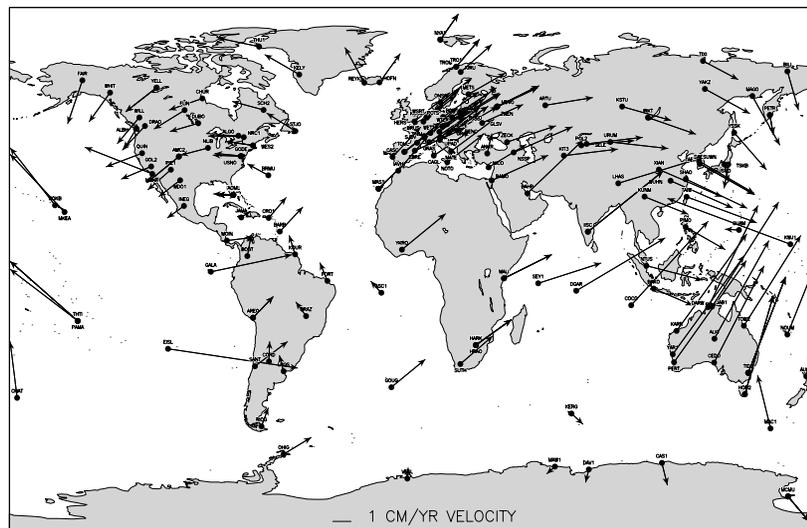


Abbildung 6.9: Globale Geschwindigkeiten aus GPS (7-Jahres-Lösung von CODE).

### 6.3 Bewegungen der Stationskoordinaten

Bei einem *starr*en Körper ist, wie schon erwähnt, die Festlegung eines körperfesten Bezugssystems relativ einfach. Dagegen ist die Frage, wie ein erdfestes Referenzsystem mit der deformierbaren, elastischen Erde verbunden werden soll, viel komplexer. Um ein solches Referenzsystem realisieren zu können, müssen wir sämtliche Deformationen und Verschiebungen kennen und mit mindestens der von den Beobachtungstechniken gelieferten Genauigkeit modellieren können. Da die geodätischen Raumverfahren heute Stationskoordinaten im Zentimeter- oder sogar im Sub-Zentimeterbereich liefern, müssen auch die Bewegungen der Stationen mit Millimetergenauigkeit berechnet werden können. Wir wollen deshalb die physikalischen Prozesse, die für die Bewegung der Stationen verantwortlich

sind, etwas genauer betrachten.

### 6.3.1 Globale Plattenverschiebungen

Die Bewegung der tektonischen Platten kann unabhängig von den Messungen der geodätischen Raumverfahren aus geophysikalischen Daten gewonnen werden (wie z.B. aus dem paläomagnetischen Streifenmuster der Ozeanböden, "hot spots", Verschiebungsvektoren von Erdbeben, . . . , siehe [DeMets et al., 1990]). Daraus werden dann Modelle für die Plattenverschiebungen gerechnet. So beschreibt das NNR-NUVEL1-Plattenmodell die Winkelgeschwindigkeiten der 14 tektonischen Hauptplatten, wobei NNR in der Modellbezeichnung für "No-Net-Rotation" steht, d.h., dass als Bedingung gefordert wird, dass die Summe der Rotationsbewegungen aller Platten keine resultierende Rotation des Referenzsystems ergeben soll. Ein verbessertes Modell, NNR-NUVEL1A genannt [DeMets et al., 1994], wurde nötig wegen einer Änderung der paläomagnetischen Zeitskala (um den Faktor 0.9562). Dieses neuere Modell wird heute für die NNR-Bedingung bei der Definition des ITRS verwendet. Die Bewegung einer jeden Platte wird in diesem Modell durch die Winkelgeschwindigkeit der Plattendrehung und durch die Koordinaten des Rotationszentrums (Rotationspol) auf der Erdoberfläche gegeben.

### 6.3.2 Gezeiten der festen Erde

Die Anziehungskraft von Sonne und Mond bewirkt eine Deformation der elastischen Erde. Dadurch kommt es zu periodischen Änderungen in den Stationskoordinaten, die insbesondere von der geographischen Lage der Station abhängen. Die Höhenänderung können dabei einige Dezimeter betragen. Bei interferometrischen/differentiellen Verfahren wie VLBI und GPS wächst dabei der Einfluss auf die Relativkoordinaten mit dem Abstand der Stationen, d.h. für kurze Basislinien wird der Effekt der Gezeiten durch die Differenzbildung stark reduziert und braucht dann nicht mehr modelliert zu werden. Dies gilt auch für viele der nachfolgend beschriebenen Stationsbewegungen. Das heute bei der Auswertung verwendete Modell für die Korrektur der Erdgezeiten findet man in den IERS Conventions [McCarthy, 1996]. Es kann eigentlich als Teil der Definition des konventionellen terrestrischen Referenzsystems ITRS betrachtet werden.

### 6.3.3 Auflasteffekte der Ozeane und Atmosphäre

Die elastische Erdkruste, d.h. die Kontinentalplatten deformieren sich aufgrund der Auflast der Wassermassen ("ocean loading"). Durch die von Mond und Sonne verursachten Meeresgezeiten ändert sich die Auflast periodisch und die küstennahen Stationen heben und senken sich folglich im Rhythmus der Meeresgezeiten. Die Höhenänderungen der Stationen können ein paar Zentimetern ausmachen. Die horizontalen Verschiebungen sind viel geringer, gewöhnlich nicht mehr als ein paar Millimeter.

Von den IERS Conventions [McCarthy, 1996] wird das Modell von Scherneck [1993, 1991] als Standard empfohlen. Dieses Modell schliesst sowohl vertikale als auch horizontale Verschiebungen ein und enthält die Amplituden und Phasenverschiebungen von den 11 wichtigsten Gezeitentermen, nämlich von 4 Termen mit Perioden um 12 Stunden ( $K_2$ ,  $S_2$ ,  $M_2$ , und  $N_2$ ), 4 Termen mit Perioden um 24 Stunden ( $K_1$ ,  $P_1$ ,  $O_1$  und  $Q_1$ ) und je einem Term mit einer halbmonatlichen ( $M_f$ ), einer monatlichen ( $M_m$ ) und einer halbjährlichen ( $S_{sa}$ ) Periode. Fast alle wissenschaftlichen Softwarepakete zur Auswertung der Daten geodätischer Raumverfahren berücksichtigen heutzutage die durch die Meeresgezeiten verursachten Auflasteffekte. Die Meeresgezeitenmodelle sind jedoch auch nicht perfekt. Insbesondere ist die Erfassung der Gezeiteneffekte in der Nähe der Küsten schwierig.

Auch der wechselnde Druck der Erdatmosphäre bewirkt kleine Variationen in der Höhe der Stationen. Diese Variationen nennt man Auflasteffekte der Atmosphäre ("atmospheric loading"). Sie sind kleiner als die Höhenänderungen durch die Meeresgezeiten, können aber bis zu 1 cm betragen. Die Änderungen des Luftdruckes sind jedoch physikalisch gesehen wesentlich schwieriger zu modellieren als die Meeresgezeiten. Ein vereinfachtes Modell von Rabbel and Schuh [1986] erfordert die genaue Kenntnis des Luftdruckes auf der Station selbst und den mittleren Druck in einer Kreisfläche von ca. 2000 km um die Station herum. Der Ausdruck für die Höhenänderung  $\Delta h$  in Millimetern ist dann

gegeben durch

$$\Delta h = -0.35 \Delta p - 0.55 \Delta \bar{p} \quad (6.4)$$

Dabei ist  $\Delta p$  (in mbar) die lokale Druckanomalie auf der Station relativ zum Normaldruck von 1013.25 mbar und  $\Delta \bar{p}$  die Druckanomalie innerhalb des Kreises von 2000 km (siehe auch [McCarthy, 1996]).

Eine schöne Zusammenstellung der Erd- und Meeresgezeiten sowie der atmosphärischen Auflasteffekte findet man unter anderem in [Sovers and Jacobs, 1994].

#### 6.3.4 Polgezeiten

Da sich die Stellung der Rotationsachse der Erde gegenüber der Erdkruste ändert (Polschwankung) und die Erde ein elastischer Körper ist, ändert sich auch die durch die Rotation bewirkte Deformation. Formeln für die Berechnung der Stationsverschiebungen aufgrund der Polgezeiten findet man in [Wahr, 1985; McCarthy, 1996]. Maximal kann die Deformationen durch die Polgezeiten etwa 1-2cm betragen.

#### 6.3.5 Regionale und lokale Effekte

Weitere wichtige Deformationen werden durch eine Vielzahl von regionalen und lokalen Phänomenen verursacht. Zu erwähnen sind hier:

- Die schwierig zu erfassenden tektonischen Deformationen in der Nähe der Plattengrenzen
- Die Verschiebungen aufgrund von Erdbeben (sowohl während als auch nach dem Erdbeben)
- Der "Postglacial Rebound", d.h. das langsame sich Heben der Erdkruste (Skandinavien, Grönland, Kanada) nach dem Abschmelzen der Eiskappen
- Instabilität der vermarkten Punkte infolge lokaler Veränderungen

#### 6.3.6 Weitere Effekte

Man sollte auch die Fehler in der lokalen Einmessung einer Station nicht vergessen, auch wenn sie nichts mit physikalischen Verschiebungen zu tun haben. Z.B. sollte das Problem, den Schnittpunkt der Achsen eines riesigen, sich deformierenden Radioteleskops zu bestimmen, nicht unterschätzt werden. Bei GPS kann die Antennenhöhe fehlerhaft abgelesen werden oder die Antenne wird nicht korrekt nach Norden ausgerichtet. Jede Veränderung an einer GPS-Antenne oder am Umfeld (z.B. Aufsetzen eines Radoms) kann zu einer Verschiebung des Antennenphasenzentrums führen [Elosegui et al., 1995]. Wenn verschiedene GPS-Antennentypen verwendet werden, müssen diese sorgfältig gegeneinander kalibriert werden.

Solche Fehler sind heute höchst wahrscheinlich die limitierenden Faktoren bei der Realisierung des erdfesten Referenzsystems als Kombination der verschiedenen Beobachtungstechniken.

## 7. Transformation zwischen raumfestem und erdfestem Bezugssystem

Das verbindende Element zwischen raumfesten und erdfesten Bezugssystemen ist die Erdrotation, d.h. die Transformation zwischen dem raumfesten System und dem erdfesten System wird durch die Erdrotationsparameter (ERP) beschrieben. Da es sich bei raumfesten und erdfesten Bezugssystemen um dreidimensionale kartesische Koordinatensysteme handelt, könnten sie im Prinzip durch eine orthogonale Transformation (drei Translationen und drei Rotationen) ineinander überführt werden. Wenn wir zudem annehmen, dass es sich beim raumfesten und erdfesten Referenzsystem je um ein geozentrisches System handelt (Ursprung im Massenschwerpunkt der Erde), so entfällt die Translation und die Transformation wird auf eine beliebige räumliche Drehung reduziert, die prinzipiell auch einfach durch drei elementare Drehungen um drei zeitabhängige Winkel (z.B. die Eulerschen

Winkel) charakterisiert werden kann. Aus geschichtlichen Gründen und weil die physikalische Interpretation der Variationen in der Rotation der Erde sonst wesentlich erschwert würde, wird jedoch die Transformation zwischen dem raumfesten und erdfesten Referenzsystem durch eine *ganze Serie* von Drehmatrizen dargestellt, nämlich (siehe z.B. [McCarthy, 1996] oder [Mueller, 1988]):

$$\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{P}(t) \mathbf{N}(t) \mathbf{R}_3(-\Theta) \mathbf{R}_1(y) \mathbf{R}_2(x) \mathbf{x}_e(t) \quad (7.5)$$

dabei sind

$t$	...	Beobachtungsepoche in TT (Terrestrial Time)
$\mathbf{x}_i(t)$	...	Vektor im raumfesten (inertialen) System zur Zeit $t$
$\mathbf{x}_e(t)$	...	Vektor im erdfesten System zur Zeit $t$
$\mathbf{P}(t)$	...	Präzessionsmatrix zur Zeit $t$
$\mathbf{N}(t)$	...	Nutationmatrix zur Zeit $t$
$\mathbf{R}_i(\alpha)$	...	Drehmatrix mit dem Winkel $\alpha$ um die Achse $i$
$\Theta$	...	Wahre Sternzeit von Greenwich zur Zeit $t$
$x, y$	...	Koordinaten des Celestial Ephemeris Pole (CEP) im erdfesten Referenzsystem (ITRS) zur Zeit $t$

Die Präzessionsmatrix  $\mathbf{P}(t)$  und Nutationsmatrix  $\mathbf{N}(t)$  beschreiben zusammen die Bewegung der Erdachse im Raum, die Sternzeitmatrix  $\mathbf{R}_3(-\Theta)$  stellt die eigentlich Rotation der Erde um die momentane Rotationsachse dar und die Polschwankung  $\mathbf{W} = \mathbf{R}_1(y) \mathbf{R}_2(x)$  gibt die Stellung der Erdachse gegenüber dem erdfesten Referenzsystem an. Genau genommen entspricht der Celestial Ephemeris Pole (CEP) — die Achse also, um die die tägliche Erddrehung mit Hilfe der Sternzeitmatrix  $\mathbf{R}_3(-\Theta)$  ausgeführt wird — nicht exakt der Stellung der momentanen Rotationsachse der Erde, sondern unterscheidet sich von dieser durch quasi-tägliche Terme mit Amplituden kleiner als  $0.01''$  [Seidelmann, 1992], auch Oppolzerterme genannt. Der CEP ist jedoch so definiert worden, dass weder im raumfesten noch im erdfesten System solche quasi-täglichen Terme auftreten.

Im folgenden wollen wir die physikalische Bedeutung und die Grössenordnung der einzelnen Teile der Transformation (7.5) etwas genauer betrachten.

## 7.1 Bewegung der Erdachse im Raum: Präzession und Nutation

Die Präzessions- und Nutationsbewegung der Erde ist bedingt durch die Drehmomente, die auf die Äquatorwülste der abgeplatteten Erde von Sonne und Mond (und den Planeten) ausgeübt werden. Diese Drehmomente treten auf, weil die Äquatorebene geneigt ist gegenüber der Ekliptik und gegenüber der Bahnebene des Mondes. Würde die Erde nicht rotieren, so würde sie durch die Drehmomente von Sonne und Mond aufgerichtet (Drehen der Äquatorebene in die Ekliptikebene). Infolge der Rotation verhält sich die Erde jedoch wie ein Kreisel (mit sehr grossem Drehimpuls) und weicht senkrecht zur Ebene der angreifenden Kräfte aus. Daher beschreibt die Erdachse einen Kegel um die Normale zur Ekliptikebene, entgegen der Drehrichtung der Erde und ihrer Bahnbewegung. Diese Erscheinung heisst Präzession. Als Folge bewegt sich der Frühlingspunkt auf dem Äquator rückwärts mit etwa  $50.3''$  pro Jahr (ca.  $35''$  verursacht durch den Mond,  $15''$  durch die Sonne). Das heisst, dass die Rotationsachse der Erde in 25800 Jahren einmal um den Ekliptikpol kreist. Die auf die Erde wirkenden Drehmomente sind nicht konstant, sondern ändern sich periodisch aufgrund der sich ändernden Abstände von Sonne und Mond, der veränderlichen Deklination von Sonne und Mond, etc. Man spaltet daher die Bewegung auf in einen mit der Zeit fortschreitenden (säkularen) Teil und in einen periodischen Teil. Der säkulare Teil wird in der Astronomie und Geodäsie Präzession genannt, der periodische Teil Nutation. Mechanisch besteht kein Unterschied zwischen Präzession und Nutation. Die Trennung ist reine Konvention. Die der Präzessionsbewegung überlagerten, kleineren Nutationsschwankungen haben sehr unterschiedliche Perioden. Die wichtigste und längste Periode beträgt 18.6 Jahre (Periode der Knotendrehung der Mondbahn) und hat eine Amplitude von rund  $9.2''$ .

Während die Präzession aus Beobachtungen (VLBI und LLR) abgeleitet wird, gibt es für die Nutation komplexe Modelle, die zuerst von einer starren Erde ausgehen, dann aber Korrekturen aufgrund

der Elastizität der Erde berücksichtigen. Mit VLBI können jedoch auch Nutationskorrekturen zu diesen komplexen Nutationsmodellen bestimmt werden. VLBI liefert damit einen wichtigen Beitrag zur Überprüfung und Verbesserung dieser Modelle und damit zum Verständnis des inneren Aufbaus der Erde. Da ein durch GPS-Messungen realisiertes dynamisches Referenzsystem nur über kurze Zeit stabil bleibt, können mit GPS nur sehr kurzperiodische Nutationsterme bestimmt werden (Perioden  $< 20$  Tage).

## 7.2 Rotation der Erde: UT1 und Tageslänge

Die eigentliche Rotation der Erde um ihre eigene Achse wird durch die Sternzeitmatrix  $\mathbf{R}_3(-\Theta)$ , genauer durch die wahre Sternzeit  $\Theta$  von Greenwich (GAST: Greenwich Apparent Sidereal Time) beschrieben (siehe Gleichung 7.5). Die wahre Sternzeit ergibt sich aus der mittleren Sternzeit von Greenwich (GMST) unter Berücksichtigung der Zeitdifferenz UT1-UTC. Dabei ist UT1 die Weltzeit, die durch die Rotation der Erde gegeben ist und daher nicht gleichmässig abläuft (die Rotation der Erde als Uhr verwendet), und aus den Beobachtungen der geodätischen Raumverfahren abgeleitet werden muss. Universal Time Coordinated (UTC) ist die Weltzeit basierend auf hochgenauen Atomuhren. Von Zeit zu Zeit wird UTC um eine Schaltsekunde korrigiert, damit UTC nicht zu stark von UT1 abweicht. Die Differenz UT1-UTC beschreibt also die Unregelmässigkeiten der Erddrehung. Als Tageslänge (engl. LOD: length of day) bezeichnet man schliesslich die Abweichung der Uhr "Erdrotation" (also UT1) von 86400 Normsekunden (SI-Sekunden) in einem Tag, normalerweise in Einheiten von Millisekunden/Tag angegeben.

UT1 und die Tageslänge werden vor allem durch die Gezeiteneffekte von Mond und Sonne beeinflusst (siehe Abbildung 7.10). Wegen der Deformation der Erde durch die Gravitationskräfte von Mond und Sonne wird die Erdrotation bald beschleunigt, bald verzögert, so wie wir es von den Pirouetten der Eisläuferinnen her kennen (Anziehen und Ausstrecken der Arme). Diese Variationen in der Tageslänge haben eine Grösse von etwa 1 Millisekunde/Tag. Ferner haben auch atmosphärische Winde, die sogenannten "Jet-Streams", eine gut sichtbare Änderung in der Rotationsgeschwindigkeit der Erde zur Folge (siehe die jährlichen Variationen in Abbildung 7.10).

## 7.3 Bewegung der Erde im erdfesten System: Polschwankung

Die Bewegung der Erdachse gegenüber dem erdfesten System (ITRS) wird als Polschwankung bezeichnet und wird durch die Polkoordinaten  $x$  und  $y$  beschrieben (siehe Gleichung 7.5). Dabei wird die  $x$ -Komponente von einem Referenzpol aus in Richtung Greenwich, die  $y$ -Komponente in Richtung  $\lambda = 90$  Grad gemessen. Als Referenzpol wird der mittlere Pol der Jahre 1900–1905 gewählt. Er wird als *Conventional Terrestrial Pole* (CTP) bezeichnet (früher: Conventional International Origin (CIO); siehe auch Abschnitt 6.1). Dieser CTP und die Lage des Nullmeridians von Greenwich werden implizit durch das ITRF festgelegt (siehe Abschnitt 6), also durch die Koordinaten der im ITRF enthaltenen Stationen. Die maximale Amplitude der Polschwankung beträgt etwa  $0.3''$ . Dies entspricht Variationen von etwa 8 m auf der Erdoberfläche (siehe Abbildung 7.11). Die Polschwankung ist eine kreisähnliche Bewegung. Die wichtigsten Komponenten sind Bewegung mit einer Periode von ungefähr 430 Tage, der sogenannten *Chandlerperiode* (eine freie, nicht durch äussere Kräfte verursachte Bewegung der Rotationsachse der elastischen Erde), und eine jährliche Variation, die durch die Interaktion von Atmosphäre und fester Erde hervorgerufen wird.

Die Polschwankung kann durch Modelle nur sehr unzureichend beschrieben werden. Deshalb muss sie dauern neu aus den Messungen der geodätischen Raumverfahren empirisch bestimmt werden. Die heute erreichte Genauigkeit für die täglich bestimmten Polkoordinaten liegt im Bereich von etwa  $0.1''$ - $0.2''$  oder etwa 3-6 mm auf der Erdoberfläche.

## 8. Regionale Referenzsysteme

Früher haben die europäischen Staaten für ihre nationalen geodätischen Aufgaben unterschiedliche Bezugssysteme verwendet. Durch das GPS mit seiner grossen Verfügbarkeit ist es möglich gewor-

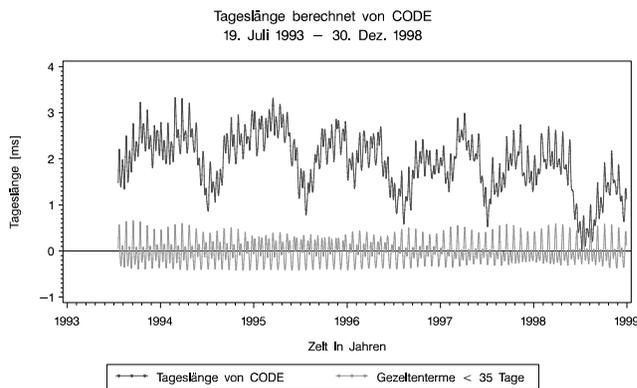


Abbildung 7.10: Tageslänge.

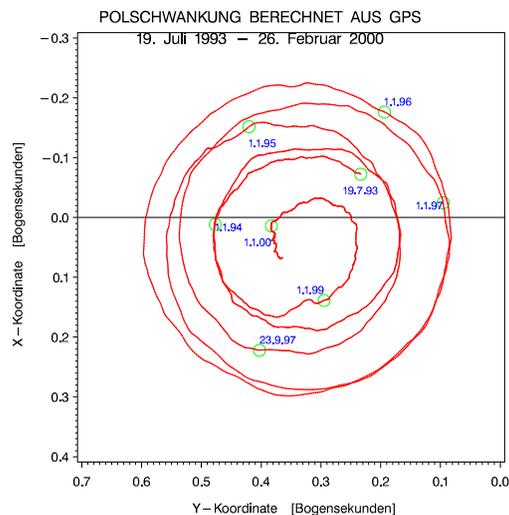


Abbildung 7.11: Polschwankung.

den, regionale und nationale Referenzsysteme in den Bezugsrahmen eines globalen Referenzsystems einzubetten und damit einheitliche, länderübergreifende, regionale Referenzsysteme zu schaffen. Die Verknüpfung der Referenzsysteme vom globalen ITRS bis zu Punkten lokaler Netze wird dabei durch eine stufenweise, hierarchische Verdichtung des globalen Referenzsystems erreicht. Die erste Stufe der Verdichtung bildet in Europa das Europäische Referenznetz *EUREF*. Ausgehend von den EUREF-Punkten, die ihrerseits ans ITRF angebunden sind, wurden von den verschiedenen europäischen Staaten sukzessive weitere Verdichtungen (z.B. mit der DREF91-Messkampagne in Deutschland) vorgenommen. Damit ergibt sich eine Hierarchie von Bezugssystemen vom globalen bis lokalen Bereich, die es ermöglicht, sich überall mit geringem Aufwand und Zentimetergenauigkeit an das globale Referenzsystem anzuhängen.

### 8.1 Übergang vom globalen zum regionalen Referenzsystem: ITRS → ETRS

Für regionale Anwendungen hat das globale Referenzsystem ITRS den entscheidenden Nachteil, dass sich die Koordinaten der Punkte aufgrund der globalen Plattentektonik — in Europa die Bewegung der eurasischen Platte gegenüber dem globalen Bezugsrahmen — dauernd ändern. In Europa betragen diese Änderungen etwa 2 cm pro Jahr in nordöstlicher Richtung. Deshalb wurde anlässlich einer EUREF-Sitzung in Florenz 1990 beschlossen, für Europa, ausgehend vom ITRF, ein regionales Referenzsystem festzulegen, das sich mit der eurasischen Platte mitbewegt, so dass sich die Koordinaten der Punkte auf der eurasischen Platte in diesem Referenzsystem nicht verändern. Dieses Referenzsystem wurde definiert auf der Basis der ITRS-Realisierung ITRF89 und wird deshalb mit ETRS89 bezeichnet (European Terrestrial Reference System). Es bezieht sich auf die Epoche 1989.0. Die erste Realisierung des ETRS89 war das ETRF89. Die Abbildung 8.12 zeigt die Abweichungen der Geschwindigkeiten der einzelnen europäischen Permanentstationen von der Plattenbewegung. Die Geschwindigkeit der eurasischen Platte (genauer Drehgeschwindigkeit, da es sich um eine Rotation der Platte handelt) wurde gemäss dem auf geophysikalischen Daten beruhenden Plattenmodell NNR-NUVEL1A berechnet (siehe Abschnitt 6.3.1). Man sieht, dass Abweichungen von der Platten-geschwindigkeit insbesondere im Mittelmeerraum und in Island zu verzeichnen sind, beides tektonisch sehr aktive Regionen. Die im Norden (Norwegen) sichtbaren Differenzen zum Plattenmodell sind nicht real, sondern auf Probleme der Stationen zurückzuführen.

In der Folge wurde jeweils aus einer neuen ITRS-Realisierung (z.B. ITRF91) eine neue ETRS89-Realisierung abgeleitet (z.B. ETRF91). Diese Realisierungen unterscheiden sich in der Genauigkeit der Koordinaten der Punkte, nicht jedoch in der Definition des Systems (ETRS89).

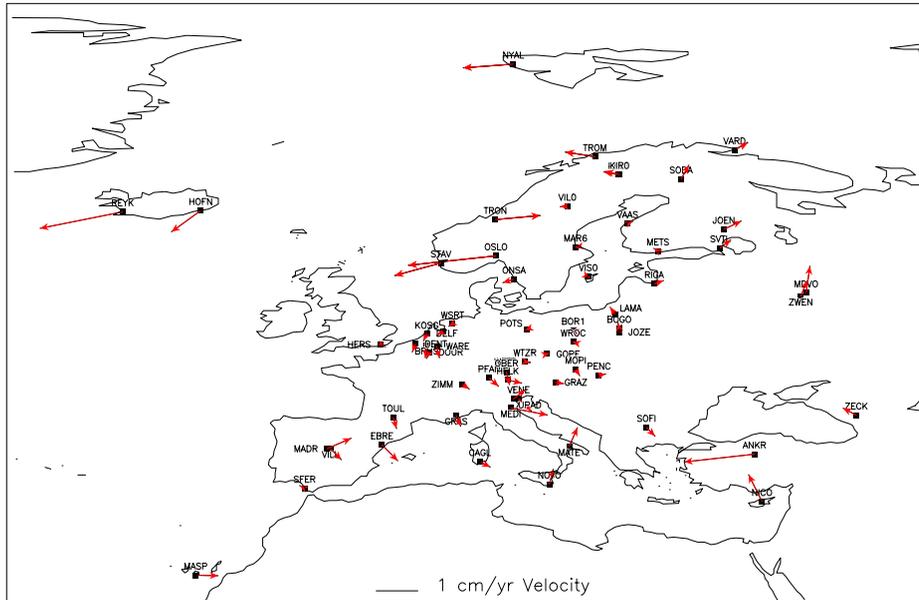


Abbildung 8.12: Abweichungen der Geschwindigkeiten der europäischen Permanent-Stationen von der Geschwindigkeit der eurasischen Platte.

Heute werden nur noch die Transformationsvorschriften angegeben, wie Koordinaten, die im System ITRF $_{xx}$  zu einer Epoche  $t$  gegeben sind (z.B. von einer GPS-Kampagne zur Epoche  $t$ , deren Resultate sich auf die Realisierung ITRF $_{xx}$  beziehen), in Koordinaten im ETRS89 umgerechnet werden können. Sie sind dokumentiert in <ftp://lareg.ensg.ign.fr/pub/euref/info/guidelines/REF.FRAME.SPECIFV4>. Für jede neue Realisierung ITRF $_{xx}$  des ITRS gibt es einen entsprechenden Satz von Transformationsparametern für die Überführung ins ETRS89.

## 8.2 Das EUREF-Netz

Die erste Verdichtung des globalen Referenzsystems in Europa wurde im Mai 1989 mit der *EUREF89-Kampagne* durchgeführt und überdeckte ganz Westeuropa. Diese Kampagne wurde organisiert von der EUREF-Subkommission (Section 1, Commission X, Subcommission EUREF) der IAG und der IUGG und der Working Group VIII des CERCO (Comité Européen des Responsables de la Cartographie Officielle). Sie umfasste insgesamt 92 Punkte, darunter 21 SLR-Stationen und 4 VLBI-Stationen für die Einbettung in das ITRS. Die 92 Punkte wurden in zwei Phasen (23 Überlappungspunkte) mit verschiedenen Typen von GPS 2-Frequenz-Empfängern gemessen. Die erreichte Genauigkeit beträgt etwa 30-40 mm in horizontaler und etwa 60 mm in vertikaler Richtung.

In Anbetracht der Tatsache, dass das EUREF89-Netz in Zukunft verbessert und erweitert werden würde, hat die EUREF-Kommission 1992 in Bern Richtlinien aufgestellt (EUREF-Standards) für die Durchführung von Kampagnen, die der Erweiterung oder Verbesserung des EUREF-Punktfeldes dienen sollen. Für die Ausarbeitung und Umsetzung dieser Richtlinien wurde die EUREF-Technical Working Group (EUREF-TWG) eingesetzt mit Vertretern aus verschiedenen europäischen Ländern. Insbesondere wurde festgelegt, dass solchen Kampagnen jeweils eine hinreichende Anzahl von SLR- und VLBI-Stationen und anderen EUREF-Punkten einbeziehen müssen.

In den Jahren nach der EUREF89-Kampagne wurde das EUREF89-Netz mit regionalen Kampagnen Schritt für Schritt erweitert und verbessert (siehe Abbildung 8.13), so dass heute bis auf wenige Ausnahmen ganz Europa mit einem sehr genauen (1-3 cm) EUREF-Netz abgedeckt ist [EUREF

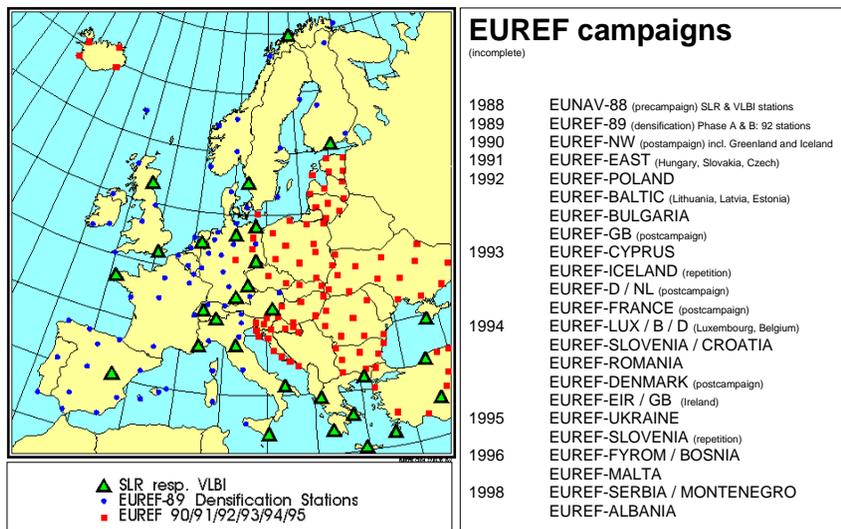


Abbildung 8.13: Die Entwicklung des EUREF-Netz über die letzten 10 Jahre (EUREF89, Erweiterungs-, Verdichtungs- und Wiederholungsmessungen).

*PUBLICATION NO. 7/I, 1999; EUREF PUBLICATION NO. 7/II, 1999*].

Für Deutschland war insbesondere die Kampagne EUREF-D/NL-93 wichtig, eine 1993 im vereinigten Deutschland und den Niederlanden durchgeführte Nachvermessung zur Verbesserung der EUREF89-Resultate. Die wesentlichen Vorteile gegenüber der ursprünglichen EUREF89-Kampagne bestanden darin, dass jetzt genaue Satellitenbahnen des IGS zur Verfügung standen, dass das Maximum der Sonnenaktivität (Empfängerprobleme bei starker Ionosphärenaktivität) bereits ein paar Jahre zurücklag, und dass nun die vollständige GPS-Konstellation genutzt werden konnte. Die Genauigkeit der Punktkoordinaten dürfte bei etwa 1 cm liegen. Die Kampagne EUREF-D/NL-93 bildet heute die direkte Basis des deutschen Referenznetzes DREF.

In den meisten anderen Staaten Europas wurden vergleichbare Wiederholungskampagnen durchgeführt.

Im Zug der Kampagnenaktivitäten der EUREF-Subkommission sollte auch der Beitrag zum EUVN (European Vertical GPS Network) erwähnt werden. Das Ziel des EUVN ist es, einen Koordinatensatz für alle EUVN-Punkte bereitzustellen, der neben den geozentrischen kartesischen Koordinaten (bzw. neben der Länge, Breite und ellipsoidischen Höhe) auch konsistente, durch Nivellement und Schweremessungen gewonnene physikalische Höhen enthält, die relativ zum UELN (United European Levelling Network) und/oder zu den nationalen Höhensystemen gegeben sein sollen. Mit einer ersten GPS-Kampagne (EUVN97) wurden insgesamt 196 Stationen eingemessen, darunter 63 EUREF-Stationen, 52 Nivellement-Punkt und 41 Pegelmesspunkt. Die GPS-Gesamtlösung ist bereits verfügbar. An der Zusammenstellung der Höheninformation gegenüber UELN wird noch gearbeitet.

### 8.3 Das EUREF Permanent-Netz

In den letzten Jahren wurde die Bedeutung von permanenten GPS-Stationen für den Unterhalt von Referenzsystemen immer klarer erkannt. Eine kontinuierliche Zeitreihe von beispielsweise wöchentlichen Koordinatensätzen erlaubt eine viel detailliertere und genauere Analyse der Qualität und Stabilität der Punkte, die die Grundlage des Referenzsystems bilden (siehe Abbildung 6.8). Bereits seit 1994 werden im Rahmen der Arbeiten der EUREF-Subkommission die europäischen GPS-Permanentstationen mit zur Realisierung des ETRF hinzugezogen.

Das EUREF-Permanentnetz besteht aus Stationen, Datenzentren und Analysezentren [*Bruyninx*, 1997, 1998]. Zu den Permanentstationen zählen alle in Europa gelegenen IGS-Stationen und wei-

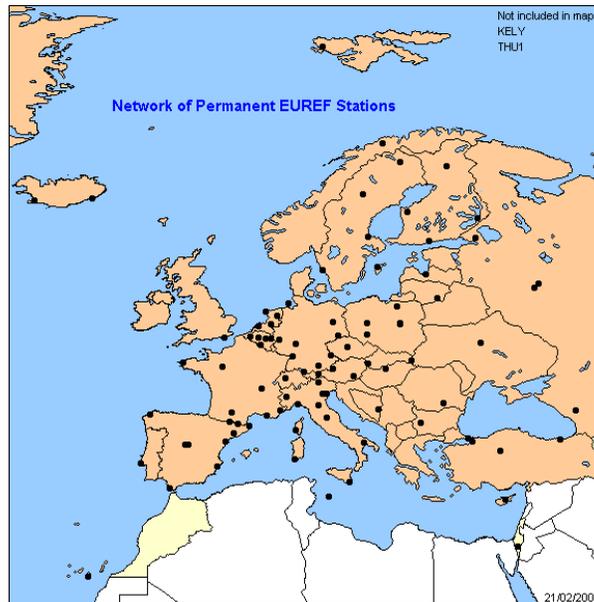


Abbildung 8.14: Das EUREF-Permanentnetz (from Carine Bruyninx, ROB).

tere Stationen, die von der EUREF-TWG anhand von Standards als EUREF-Stationen anerkannt wurden. Heute sind in Europa annähernd 100 permanente GPS-Stationen in mehr als 20 Ländern im Einsatz (siehe Abbildung 8.14). Die Daten fließen über lokale Datenzentren zu den (regionalen) EUREF-Datenzentren beim Bundesamt für Kartographie (BKG) und beim Institut Géographique National (IGN) und werden dort archiviert. Die tägliche Auswertung wird von lokalen Analysezentren vorgenommen. Dazu gehören die folgenden Institutionen:

- **ASI:** Agenzia Spaziale Italiana, Matera (I)
- **BEK:** Bayerische Kommission für Internationale Erdmessung, München (D)
- **BKG:** Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt (D)
- **COE:** Center for Orbit Determination (CODE), Bern (CH)
- **GOP:** Geodätisches Observatorium Pecny, Pecny (CR)
- **IGN:** Institut Géographique National, Paris (F)
- **LPT:** Bundesamt für Landestopographie, Wabern (CH)
- **NKG:** Nordische Geodätische Kommission, Onsala (S)
- **OLG:** Observatorium Lustbühel, Graz (A)
- **ROB:** Royal Observatory of Belgium, Brüssel (B)
- **UPA:** Universität von Padua, Padua (I)
- **WUT:** Technische Universität Warschau, Warschau (PL)

Die täglichen GPS-Lösungen werden von den lokalen Analysezentren zu Wochenlösungen zusammengefasst und in Form von SINEX-Dateien (SINEX: Solution Independent Exchange Format; enthält die Koordinatenlösungen und die gesamte, dazugehörige Varianz-Kovarianzinformation) an das Kombinationszentrum geschickt. Bis Sommer 1999 war CODE am Astronomischen Institut in Bern das Kombinationszentrum, das die einzelnen Teillösungen zur offiziellen EUREF-Wochenlösung kombiniert hat. Jetzt wird die Kombination am BKG durchgeführt.

Die kombinierte EUREF-Lösung wird an den IGS weitergeleitet, wo sämtliche globalen und regionalen Lösungen zu einer *globalen* Gesamtlösung kombiniert werden. Diese globalen Gesamtlösungen —

über mehrere Jahre zusammengefasst — bilden schliesslich die Grundlage für die etwa einmal pro 1-2 Jahre stattfindenden Realisierungen des ITRS durch den IERS. Wir haben also z.B. in Deutschland den folgenden Datenfluss für die GPS-Permanentstation: Die Daten von GREF (GPS-Permanent-Netz des BKG zur Laufendhaltung des deutschen Referenznetzes, deutscher Teil des EUREF-Permanentnetzes) fliessen via lokale Datenzentren zu lokalen Verarbeitungszentren, von dort in Form von Teillösungen in die offiziellen EUREF-Wochenlösungen, von dort zum IGS und schliesslich zum IERS. Vom IERS wird daraus schliesslich eine neue, verbesserte Realisierung des ITRS bestimmt, was letztlich zu einer verbesserten Realisierung des ETRS89 führt.

## 8.4 Nationale Verdichtungen von EUREF

In einer weiteren Stufe der Verdichtung wurde das EUREF-Punktnetz durch *nationale Kampagnen* um viele zusätzliche Punkte erweitert. Diese nationalen Kampagnen sind von Land zu Land verschieden organisiert und durchgeführt worden.

In Deutschland wurde diese Verdichtung, DREF (Deutsches Referenzsystem) genannt, durch die DREF91-Kampagne erreicht. Dabei wurden im April 1991 mit vielen verschiedenen Empfängertypen 110 GPS-Punkte vermessen, davon 15 EUREF-Punkte. Auch 7 ITRF-Stationen wurden eingebunden (siehe Abbildung 8.15). Die entgültigen Resultate der DREF91-Kampagne (im ITRF91 zur Epoche 1991.3 gegeben) wurden dann mit Hilfe der EUREF-Punkte, die in der DREF91-Kampagne mitgemessen wurden, ins europäische System ETRS89 transformiert. Dabei wurden zur Anbindung von DREF91 an EUREF nicht die Koordinaten der ursprünglichen EUREF89-Kampagne, sondern wegen der höheren Genauigkeit diejenigen der EUREF-D/NL-93-Kampagne verwendet. Eine detaillierte Beschreibung der DREF91-Kampagne, der Verarbeitung derselben und der Schritte zur Überführung ins ETRS89 sind in [Lindstrot, 1999] zu finden.

In der Schweiz wurde ab 1988 das gesamte Grundlagennetz in 4 Hauptetappen und einigen ergänzenden Kampagnen mit GPS neu vermessen. Der Fundamentalpunkt des neuen Fixpunktnetzes ist die Fundamentalanstaltstation Zimmerwald bei Bern. Das Fixpunktnetz besteht aus rund 120 sorgfältig ausgewählten Punkten und wird nach Bedarf weiter verdichtet. Die Genauigkeit liegt landesweit bei 5-10 mm in der Lage und 20-30 mm in der (ellipsoidischen) Höhe. Wie im Falle von Deutschland wurde das neue Netz (Landesvermessung95 (LV95) genannt) optimal in das internationale und europäische Referenzsystem (ITRS und ETRS89) eingebunden. Dabei wurden zwei neue Bezugssysteme definiert: das global gelagerte CHTRS95, das ein kinematisches Modell enthält und wissenschaftlichen Ansprüchen genügen soll, und das lokal gelagerte, statische CH1903+, das für die Amtliche Vermessung den benötigten Bezugsrahmen zur Verfügung stellt [Gubler et al., 1996; Marti and Egger, 1999].

Ähnliche Entwicklungen haben auch in Österreich stattgefunden mit dem AGRF-Netz (Austrian Geodynamic Reference Frame) (siehe [Stangl, 1999] und [Erker et al., 1996]). Dabei spielt auch die privat durchgeführte AREF-1-Kampagne [AHRER, H. AND H. DÖLLER, 1997] eine wichtige Rolle.

## 9. Ausblick

Auf globaler Ebene werden das raumfeste (ICRS) und erdfeste (ITRS) Referenzsystem durch die Kombination der sich ergänzenden geodätischen Raumverfahren realisiert. Dabei ist in den letzten Jahren eine deutliche Steigerung in der Qualität und Konsistenz der Realisierung dieser Systeme erreicht worden. Mit der Gründung der verschiedenen Dienste (IGS, IVS, ILRS und IDS) und der Neustrukturierung des IERS in diesem Jahr wird diese Entwicklung weiter vorangetrieben in Richtung auf ein konsistentes "Integrated Global Geodetic Observing System" (IGGOS) zu.

Durch GPS haben sich für die Realisierung, die Genauigkeit und Verfügbarkeit globaler, regionaler und lokaler Referenzsysteme in den letzten Jahren völlig neue Horizonte eröffnet. Zum ersten Mal in der Geschichte ist es möglich geworden, sich mit vergleichsweise geringem Aufwand irgendwo auf der Erde mit Zentimetergenauigkeit in einem einheitlichen, globalen Bezugssystem zu positionieren. Die hohe Verfügbarkeit und Einfachheit des Zugriffs auf den globalen Bezugsrahmen wird durch eine ganze Hierarchie von Referenzsystemen sichergestellt.



- ITRF
- ⊙ EUREF D/NL 93
- ⊙ EUREF 89
- DREF

Folgende Punkte sind nicht dargestellt:

- 1 Onsala
- 109 Borowiec
- 112 Halle (zerstört)

Kartographie und Druck: Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen 1996

Ein Kartenblatt der Topographischen Karte 1:100000 (TK 100) wird mit einer vierstelligen Blattnummer bezeichnet, die sich aus den ersten Zahlen der Zeilen und Spalten zusammensetzt und der s.r.c. vorangestellt wird (z.B. C 4722)

Stand: 13.10.1994

Abbildung 8.15: Das Deutsche Referenznetz DREF [Linstrot, 1999].

Als klarer Trend ist auch zu erkennen, dass eine immer stärkere Verlagerung von Kampagnenmessungen zu Permanentnetzen stattfindet. So gibt es nicht nur das IGS-Netz auf globaler Stufe, das EUREF-Permanentnetz auf regionaler Stufe, sondern in vielen Ländern bereits eine Vielfalt von nationalen und lokalen Permanentnetzen wie z.B. SAPOS in Deutschland, AGNES in der Schweiz, SWEPOS in Schweden, etc. Diese Permanentnetze haben heute nicht mehr nur die Funktion, globale, regionale und lokale Referenzsysteme zu überwachen, zu unterhalten und zu verbessern und diese Referenzsysteme dem Benutzer zur Verfügung zu stellen (z.B. durch DGPS-Dienste), sondern dienen einem viel weiter gefassten Kreis von Anwendungen:

- Wissenschaftlichen Untersuchungen in Geodynamik und Geophysik
- Wasserdampfbestimmung aus GPS-Messungen für Meteorologie (Wettervorhersage) und Klimatologie
- Globale, regionale und lokale Ionosphärenmodelle
- Hochgenauer Zeittransfer mit GPS im Subnanosekunden-Bereich (IGS-Pilotprojekt)

Damit werden heute Referenzsysteme, z.B. materialisiert durch GPS-Permanentnetze, zu weit mehr als einem rein geodätischen Bezugsrahmen. Sie bilden die Basis für eine Vielzahl von interdisziplinären Projekten und Anwendungen.

## Literatur

- Ahrer, H. and H. Döllner, AREF-1 – Das GPS-Grundnetz von Österreich als Basis der modernen telematischen Geodäsie, *VGI*, 2, 103–108, 1997.
- Bruyninx, C., An Evaluation of Last Years Activities Within the EUREF Permanent GPS Network, in *Proceedings of the EUREF Symposium*, Bad-Neuenahr, June 1998, 1998.
- Bruyninx, C. et al., The Use of the EUREF Permanent GPS Network for the Maintenance of the European Terrestrial Reference Frame, in *Proceedings of the Scientific Assembly of the International Association of Geodesy*, Rio de Janeiro, Brazil, September 3–9, 1997, (in preparation).
- DeMets, C., R. G. Gordon, D. Argus, and S. Stein, Current Plate Motions, *Geophys. J. Int.*, 101, 425–478, 1990.
- DeMets, C., R. G. Gordon, D. Argus, and S. Stein, Effects of revisions to the geomagnetic reversal time scale on estimates of current plate motions, *Geophys. Res. Lett.*, 21, 2191–2194, 1994.
- DMA, Department of Defense World Geodetic System 1984 – Its Definition and Relationship with Local Geodetic Systems, *DMA Tech. Report 8350.2*, Washington, DC, 1987.
- Elosegui, P., J. L. Davis, R. T. K. Jaldehag, J. M. Johannson, A. E. Niell, and I. I. Shapiro, Geodesy using the Global Positioning System: The effects of signal scattering on estimates of site position, *J. Geophys. Res.*, 100, 9921–9934, 1995.
- Erker, E., G. Stangl, P. Pesec, and H. Sünkel, The Austrian Geodynamic Reference Frame (AGREF) – Motivation and Results, *VGI*, 3, 293–298, 1996.
- EUREF Publication No. 7/I, , *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie*, 6, 1999.
- EUREF Publication No. 7/II, , *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie*, 7, 1999.
- Gubler, E., D. Gutknecht, U. Marti, D. Schneider, Th. Signer, B. Vogel, and A. Wiget, Die neue Landesvermessung der Schweiz LV95, *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik*, 2, 1996.
- Kaula, W. M., *Theory of Satellite Geodesy*, Blaisdell, Waltham, MA, 1966.
- Klemperer, W. K., Long-Baseline Radio Interferometry with Independent Frequency Standards, *Proc. IEEE*, 60, 602–609, 1972.
- Kovalevsky, J. et al., , *Astron. Astrophys.*, 323(620), 1997.
- Lindstrot, W. et al., Das Deutsche Referenznetz 1991 – DREF 91, *Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie*, 9, 1999.
- Ma, C., Very Long Baseline Interferometry Applied to Polar Motion, Relativity and Geodesy, *TM 79582*, pp. II–73, NASA GSFC, Greenbelt, 1978.
- Marti, U., and D. Egger, Bezugssysteme in der Praxis. Geodätische Bezugssysteme und Koordinatentransformationen für den GPS-Anwender, *Technischer Bericht 99-20*, Bundesamt für Landestopographie, 1999.
- McCarthy, D. D., IERS Conventions (1996), *IERS Tech. Note 21*, Obs. de Paris, 1996.
- McCarthy, D. D., and B. J. Luzum, combination of precise observations of the orientation of the earth, *Bull. Géod.*, 65, 1991.

- Mueller, I. I., Reference Coordinate Systems: An Update, *Rep. No. 394*, Dept. Geod. Science and Surveying, Ohio State University, Columbus, Ohio, 1988.
- Rabbel, W., and H. Schuh, The Influence of Atmospheric Loading on VLBI Experiments, *J. Geophys.*, 59, 164–170, 1986.
- Scherneck, H.-G., A parametrized solid earth tide model and ocean tide loading effects for global geodetic baseline measurements, *Geophys. J. Int.*, 106, 677–694, 1991.
- Scherneck, H.-G., Ocean Tide Loading: Propagation of Errors from the Ocean Tide into Loading Coefficients, *Manuscr. Geod.*, 18, 59–71, 1993.
- Seidelmann, K.P., explanatory Supplement to the Astronomical Almanac, University Science Books, ISBN 0-935702-68-7, 1992.
- Sovers, O. J., and C. S. Jacobs, Observation models and parameter partials for the JPL VLBI parameter estimation software “MODEST”, JPL Publication 83–89, Rev. 5, JPL, Pasadena, CA, 1994.
- Stangl, G., AGREF – 7 Jahre Aufbau eines nationalen Referenzsystems, in *GPS-Praxis und Trends'97, Beiträge zum 46. DVW-Fortbildungsseminar 1997 in Frankfurt*, vol. 35, edited by Riedl, G. and H. Seeger, pp. 274–280, Schriftenreihe des DVW, ISBN 3-87919-265-0, Verlag Konrad Wittwer, 1999.
- Wahr, J. M., Deformation induced by polar motion, *J. Geophys. Res.*, 90, 9363–9368, 1985.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2. Grundlagen</b>	<b>1</b>
2.1 Zeit und Koordinatensysteme . . . . .	1
2.2 Referenzsysteme und Referenzrahmen . . . . .	2
<b>3. Der International Earth Rotation Service (IERS)</b>	<b>2</b>
<b>4. Die geodätischen Raumverfahren</b>	<b>3</b>
4.1 Very Long Baseline Interferometry (VLBI) . . . . .	3
4.2 Satellite and Lunar Laser Ranging (SLR und LLR) . . . . .	5
4.3 Global Positioning System (GPS) . . . . .	5
4.4 Doppler Orbitography by Radiopositioning Integrated on Satellite (DORIS) . . . . .	6
4.5 Fundamentalstationen . . . . .	6
<b>5. Raumfeste Bezugssysteme</b>	<b>7</b>
5.1 Definition von raumfesten Referenzsystemen . . . . .	7
5.2 Realisierung von raumfesten Referenzsystemen . . . . .	8
<b>6. Erdfeste Bezugssysteme</b>	<b>9</b>
6.1 Definition von erdfesten Referenzsystemen . . . . .	10
6.2 Realisierungen von erdfesten Referenzsystemen . . . . .	10
6.3 Bewegungen der Stationskoordinaten . . . . .	13
<b>7. Transformation zwischen raumfestem und erdfestem Bezugssystem</b>	<b>15</b>
7.1 Bewegung der Erdachse im Raum: Präzession und Nutation . . . . .	16
7.2 Rotation der Erde: UT1 und Tageslänge . . . . .	17
7.3 Bewegung der Erde im erdfesten System: Polschwankung . . . . .	17
<b>8. Regionale Referenzsysteme</b>	<b>17</b>
8.1 Übergang vom globalen zum regionalen Referenzsystem: ITRS → ETRS . . . . .	18
8.2 Das EUREF-Netz . . . . .	19
8.3 Das EUREF Permanent-Netz . . . . .	20
8.4 Nationale Verdichtungen von EUREF . . . . .	22
<b>9. Ausblick</b>	<b>22</b>

# **INGENIEURVERMESSUNG 2000**

XIII. International Course on Engineering Surveying  
13. - 17. März 2000, Technische Universität München

## **Tutorial 1: Bezugssysteme in Lage und Höhe**

### **Teil B:**

#### **Vom GPS-frame ins lokale historische Lagefestpunktfeld (Dr. A. BAUCH, TU München)**

1. Grundlagen
  - 1.1 Koordinaten-frames
  - 1.2 Koordinatendarstellungsarten, geodätische Transformation
  - 1.3 Datumstransformation, Helmert-Transformation
  - 1.4 Trivialbeispiel für einen ersten Datumswechsel
  - 1.5 Höhentransformation
  
2. **AN**passung eines VKN an einen verzerrten, minder genauen nationalen, regionalen oder lokalen Lage-frame
  - 2.1 Dreidimensionales **AN**passen
  - 2.2 Zweidimensionales **AN**passen
  
3. **EIN**passen eines VKN in einen unregelmäßig verzerrten minder genauen regionalen oder lokalen Lage-frame unter Wahrung von Nachbarschaftstreue

# Vom GPS-frame ins lokale historische Lagefestpunktfeld

## 1. Grundlagen

### 1.1 Koordinaten-frames

**Terrestrische Bezugssysteme** sind Vorstellungen, Definitionen, die geeignet sind, die räumliche Lage von Punkten in mit der Erde verbundenen Koordinatensystemen zu beschreiben.

Man kann es zu tun haben mit:

- eindimensionalen Bezugssystemen (Höhendarstellungen...)
- zweidimensionalen Bezugssystemen (Flächenkoordinaten wie z.B. geographische oder Gauß'sche Koordinaten)
- dreidimensionale Bezugssystemen (räumliche kartesische, ellipsoidische Koordinaten + Höhen über dem Ellipsoid)
- gemischten Bezugssystemen (zweidimensionale Lagedarstellung + andersartige Höhendarstellung).

Diese abstrakten geometrischen Vorstellungen (**systems**) bekommen physische Relevanz durch existierende Festpunkte, denen aufgrund von Messungen (und eventuell noch nötigen zusätzlichen Vereinbarungen wie z.B. Rechenvorschriften u.ä.) Koordinaten zugeordnet werden:

Bildung eines **frame**.

Im vorangegangenen Tutorial wurde auf eine Reihe von Realisierungen im (oder des) system ETRS89 verwiesen (wie z.B. EUREF D/NL 93), die nebeneinander bzw. zusammen den frame EUREF bilden; eine dieser Realisierungen ist auch der frame DREF (kann aber auch als Verdichtung aufgefaßt werden).

Neben der schon genannten Ordnungszahl eines frame ist auch seine Ausdehnung heranzuziehen: global, regional, lokal.

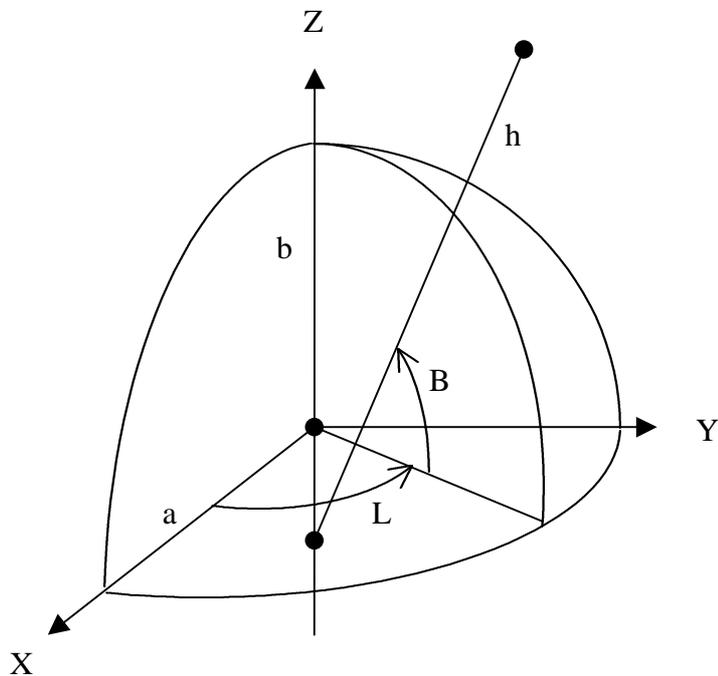
Uns interessieren die

- globalen und regionalen dreidimensionalen frames wie ITRFyy, EUREF, DREF
- regionale zweidimensionale frames wie die konventionellen nationalen Lagefestpunktfelder wie DHDN
- regionale eindimensionale frames wie REUN, DHHN.

EUREF, ... DREF sind sog. **ECEF**-Koordinaten, deren Ursprung in oder nahe dem Geozentrum liegt und die durch Definition und Vermarkung an die Erde gebunden sind.

In der Regel wird für ECEF-Koordinaten die Darstellung in 3-dimensionalen rechtwinklig kartesischen Koordinaten X,Y,Z gewählt.

## 1.2 Koordinatendarstellungsarten, geodätische Transformation



Die kartesischen Koordinaten  $X, Y, Z$  eines Punktes im Raum können auch bezüglich eines entsprechend gelagerten Ellipsoides mit den sogenannten ellipsoidischen Flächenkoordinaten  $B, L$  und der Höhe  $h$  über dem Ellipsoid ausgedrückt werden:

$$(B, L, h) \leftarrow "G" \leftarrow (X, Y, Z) \quad \text{mit}$$

$$B = B(X, Y, Z, a, b)$$

$$L = L(X, Y, Z, a, b)$$

$$h = h(X, Y, Z, a, b)$$

Selbstverständlich gibt es für diese Koordinatenumrechnungen auch die inversen Beziehungen:

$$(X, Y, Z) \leftarrow "G" \leftarrow (B, L, h) \quad \text{mit}$$

$$X = X(B, L, h, a, b)$$

$$Y = Y(B, L, h, a, b)$$

$$Z = Z(B, L, h, a, b).$$

Die Landesvermessung bildet nun die Flächenkoordinaten auf dem Ellipsoid in Kartenprojektionen ab; damit soll ein Punkt  $(B, L)$  auf dem Ellipsoid in einen Punkt  $(x, y)$  auf einer Ebene umgerechnet werden:

$$(x, y) \leftarrow "G" \leftarrow (B, L) \quad \text{mit}$$

$$x = x(B, L, a, b)$$

$$y = y(B, L, a, b)$$

Zusammen mit der Höhe  $h$  sind diese Koordinaten auch wieder vollwertige Repräsentanten des Punktes.

Selbstverständlich gibt es dazu auch die inverse Transformation

$$(B, L) \leftarrow "G" \leftarrow (x, y) \quad \text{mit}$$

$$B = B(x, y, a, b)$$

$$L = L(x, y, a, b)$$

Zur Untermalung seien für ein Beispiel gegeben

- die 3-dim. rechtwinklig kartesischen Koordinaten (im DREF)

X	4177001.387 m
Y	836870.541 m
Z	4731718.522 m

- die zugeordneten ellipsoidischen Koordinaten (bzgl. des GRS80-Ellipsoides)

B	N	48° 11' 39".39501
L	E	11° 19' 45".56294
H		556.557 m (Höhe über dem Ellipsoid)

- und Projektionskoordinaten (hier Gauß-Krüger; nach einer zusätzlichen Datums-  
transformation und nach Einführung einer Geoidhöhe  $N$ )

Rechtswert	East	4 450245.787 m
Hochwert	North	5339804.145 m
"Meereshöhe $H$ "		510.602 m

### 1.3 Datumstransformation, Helmert-Transformation

Deutlich davon zu unterscheiden ist ein anderer Vorgang, die Datumstransformation, der Wechsel von einem frame zum anderen frame, wobei man in derselben Koordinatendarstellungsart bleibt.

Bei einer Datumstransformation wird in der Regel ein anderes Ellipsoid auftauchen, mit anderen Dimensionen und auch anderer Lagerung; z.B. nicht geozentrisch oder nicht nahezu geozentrisch. -

In der Regel lautet die **Aufgabe** der GPS-Anwender

### GPS-Ergebnisse

(VKN, sehr gut oder weniger gut geozentrisch gelagert)

in regionale terrestrisch gewonnene frames umzurechnen, dabei tritt mindestens **ein** Datumswechsel auf; meist ist zusätzlich auch ein Wechsel der Koordinatendarstellungsart vorzunehmen. Die terrestrischen frames beruhen meist auf regionalen bestanschließenden Ellipsoiden, z.B. Bessel-Ellipsoid mit DHDN-Lagerung.

Der Mittelpunkt eines solchen Referenzellipsoides **fällt also nicht** mit dem Geozentrum zusammen, sondern kann **einige hundert m** entfernt liegen. Schließlich werden die Achsen in der Orientierung auch um einige **Bogensekunden** vom globalen frame abweichen.

Die **3-dim. Transformation** der Koordinaten eines Punktes vom  $X_S$ -frame in den  $X_Z$ -frame

$$(X, Y, Z)_Z \leftarrow \text{"Ä"} \leftarrow (X, Y, Z)_S$$

hat für den meist benützten Fall der Ähnlichkeitstransformation

$$X_Z = c + \mu R X_S \quad \text{mit}$$

$c$  = Translationsvektor (3-dim.)

$\mu$  = Maßstab

$R = R_3(\alpha_3) R_2(\alpha_2) R_1(\alpha_1) = \text{Rotationsmatrix } (3 \times 3)$

insgesamt 7 Transformationsparameter.

In der Praxis der bayerischen Landesvermessung haben solche Parameter ein Aussehen wie:

$$\begin{array}{r} - 642.573 \text{ m} \\ - 12.265 \text{ m} \\ - 507.856 \text{ m} \\ - 1" .620 \dots \quad \text{DHDN} \leftarrow \text{DREF} \\ + 0" .891 \dots \\ - 0" .886 \dots \\ 1.0000070 \quad . \end{array}$$

Die Ähnlichkeitstransformation kann aber auch für den **2-dimensionalen** Fall angeschrieben werden:

$$(x, y)_Z \leftarrow \text{"Ä"} \leftarrow (x, y)_S$$

$$X_Z = c + \mu R X_S$$

und benützt max. 4 Transformationsparameter.

Der Fall kann auftreten, wenn das VKN in ein Datum hineintransformiert werden soll, das **nur 2-dim.** vorliegt, z.B. in ein eben kartesisch definiertes System oder eine Projektion (z.B. GK); das letztere wird überwiegend wie ein eben kartesisch definiertes behandelt.

Die Transformationsparameter können nun

- bekannt sein
- nur näherungsweise bekannt sein
- unbekannt sein.

### **Helmert-Transformation:**

In den beiden letztgenannten Fällen kann man sich mit **identischen Punkten** behelfen: Für mehrere Punkte (im Sinne einer deutlichen Überbestimmung) sind Koordinatentripel oder -tupel in beiden frames gegeben, daraus werden "per Ausgleichung" die unbekanntenen Transformationsparameter ermittelt; dieser Vorgang, bei dem eine Minimierung der Quadratsumme der verbleibenden Restklaffungen angesetzt wird, ist nach HELMERT als **Helmert-Transformation** benannt:

$$\text{z.B.} \quad (X, Y, Z)_{LS} \leftarrow \text{"Helmert"} \leftarrow (X, Y, Z)_{VKN}$$

$$\text{oder} \quad (x, y)_{LS} \leftarrow \text{"Helmert"} \leftarrow (x, y)_{VKN}$$

## 1.4 Trivialbeispiel für einen ersten Datumswechsel

Ein im Startframe S durch die Auswertesoftware gerechnetes VKN, bezogen auf ein vorläufiges Koordinatentripel (S) eines Ausgangspunktes, wird auf ein vorgegebenes (definiertes o.ä.) Koordinatentripel (Z) eines für Nachfolgezwecke geeigneten Referenzpunktes im Zielframe Z angehängt; nur Translationen, die Orientierung und der Maßstab wird der GPS-Auswertung (BE, PE) entnommen.

Dies könnte sein: Berechnung der baselines und des VKN mit der user solution eines Ausgangspunktes 1 (Ausgang für die baseline-Berechnung); dann Anhängen des VKN an die später erst erhaltenen DREF-o.ä.-Koordinaten eines weiteren beteiligten Punktes 2.

Z.B. örtliche rapid static - Messung mit einem örtlichen home receiver und späterer Anschluß des home receivers an die nächstgelegene(n) SAPOS-Station(en).

## 1.5 Höhentransformation

Im Vorangegangenen war die Höhe h eines Punktes über dem Ellipsoid eingeführt worden: Drückt man die Ergebnisse X, Y, Z eines VKN in B, L, h aus, so liefert dieser Vorgang (bei einem guten DREF-Bezug o.ä. des VKN) Höhen über einem geozentrisch gelagerten Ellipsoid mit den Dimensionen des GRS80-Ellipsoides. -

Werden nun auch Projektionskoordinaten x und y und zusätzlich noch Meereshöhen (respektive Höhen über dem Geoid) H ins Spiel gebracht, gilt die Beziehung einer Höhentransformation "HT"

$$H \leftarrow \text{"HT"} \leftarrow h$$

wie

$$h = H + \text{Geoidhöhe } N ,$$

bei der der GPS-Anwender den Wert N gerne einem der existierenden Geoidmodellen ganz einfach entnehmen und alle Probleme damit erledigt sehen möchte.

Dem ist aber nicht so: Selbst wenn bei der Gewinnung des Geoides eine geforderte gleichartige Lagerung des Ellipsoides (wie die beim GPS-Anwender) und auch dieselben Ellipsoiddimensionen verwendet worden wären, existieren gravierendere Probleme, nämlich, daß bei den Geoidmodellen der Genauigkeitslevel der zugrundeliegenden langwelligen Teilinformationen teilweise weit von dem der besseren kurzwelligen Teilinformationen abweicht.

Solch ein Problem kann durch sogenannte örtliche Anpassungen (Anpassungstransformationen)

$$N = N' + \text{Niveauverschiebung} + \text{Neigungskorrektur}$$

angegangen werden.

Bei regionalen und darüber hinausgehenden GPS-Arbeiten ist auf jeden Fall (ob Weiterverwendung von absoluten Höhen oder nur von  $\Delta H$ ; ob letztlich nur Ableitung von Lagekoordinaten) eine "örtliche Anpassung" anzuraten. -

Bei lokalen Arbeiten ist zu unterscheiden:

- nur Ableitung von Lagekoordinaten: Einbringen von guten Geoidhöhen oder Einbringen überhaupt von Geoidhöhen kaum erforderlich.
- bei Ableitung von  $\Delta H$  minderer Qualität: Einbringen von einfach einem Geoidmodell entnommenen Werten  $N$  reicht aus bzw. ist nicht unbedingt erforderlich.
- bei Ableitung von  $\Delta H$  höherer Qualität: Einbringen von Geoidhöhen incl. einfacher örtlicher Anpassung je nach Ausdehnung und Qualitätsforderung.
- bei Ableitung von 'absoluten' Höhen: Einbringen von Geoidhöhen aus einer aufwendigen Anpassung in jedem Fall nötig.

## 2. ANpassung eines VKN an einen verzerrten minder genauen nationalen, regionalen oder lokalen Lage - frame

Kennzeichnend für diese Aufgabe ist, daß die Koordinaten der Neupunkte weitgehend an das 'Landessystem' angepaßt werden sollen, ohne allerdings die Homogenität und den Maßstab des VKN aufzugeben; man kann von einer altnetznahen Lagerung des VKN sprechen.

Der Vorgang

**kann dreidimensional** ablaufen, wenn für die identischen Punkte geoidbezogene Höhen oder sogar Höhen über einem Ellipsoid vorliegen

oder

**soll dreidimensional** ablaufen, wenn im Fall einer regionalen oder lokalen Aufgabe auch  $\Delta H$  oder sogar Höhen für die Neupunkte verlangt werden.

Der Datumswechsel

wird in der **Regel zweidimensional** erfolgen, wenn für die identischen Punkte keine oder nur miserable Höheninformationen vorliegen.

Es gibt aber auch Vorgehensweisen (eher lokale Aufgabenstellungen oder das sog. realtime-Messen in der Projektion), in denen für die identischen Punkte keine oder nur für einen identischen Punkt Höheninformationen vorliegen und für das entstehende Netz Höhenunterschiede gefragt sind; hier wird der Datumswechsel (obwohl nicht koscher) trotzdem dreidimensional angesetzt; - Hinweis: use GPS-heights -.

## 2.1 Dreidimensionales ANpassen

Gegeben:

$$(x, y, H)_{LS}$$

$$(X, Y, Z)_{VKN}$$

a)  $h_{LS} \leftarrow \text{"HT"} \leftarrow H_{LS}$

b)  $(B, L, h)_{LS} \leftarrow \text{"G"} \leftarrow (x, y, h)_{LS}$

c)  $(X, Y, Z)_{LS} \leftarrow \text{"G"} \leftarrow (B, L, h)_{LS}$

d) **Helmert-Transformation in den identischen Punkten (Identmenge 1; siehe später)**

$$(X, Y, Z)_{LS} \leftrightarrow \text{"Helmert"} \leftrightarrow (X, Y, Z)_{VKN}$$

daraus: 3 Translationen,  
3 Rotationen,  
kein Maßstab

e) Mit diesen Transformationsparametern können nun alle VKN-Punkte (incl. id. Punkte) in eine Lagerung ähnlich dem LS gebracht werden.

$$(X, Y, Z)_{VKN, LS} \leftarrow \text{"A"} \leftarrow (X, Y, Z)_{VKN}$$

f)  $(B, L, h)_{VKN, LS} \leftarrow \text{"G"} \leftarrow (X, Y, Z)_{VKN, LS}$

g)  $(x, y, h)_{VKN, LS} \leftarrow \text{"G"} \leftarrow (B, L, h)_{VKN, LS}$

h) evtl.  $H_{VKN, LS} \leftarrow \text{"HT"} \leftarrow h_{VKN, LS}$  .

Die Restklaffungen in den identischen Punkten

$$(x, y, H)_{VKN, LS} - (x, y, H)_{LS}$$

bleiben bei diesem ANpassungsvorgang unbehandelt; benützt wird anschließend nur der Wertesatz  $(x, y, H)_{VKN, LS}$  . -

Ist der Teilvorgang a) tatsächlich mit Werten besetzt (z.B. Einbringen eines Geoidmodells), so muß, wenn Höhen oder  $\Delta H$  verlangt werden, auch der Vorgang h) entsprechend durchgeführt werden. -

Die Transformationsparameter aus d) sind davon abhängig, ob ein Vorgang a) gelaufen ist; bei der Verwendung eines von Dritten erhaltenen Satzes von Parametern muß hinterfragt werden, ob ein Vorgang a) gelaufen ist. -

## 2.2 Zweidimensionales ANpassen

Gegeben:

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y})_{LS}$$

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})_{VKN}$$

a) Mit 3d-Näherungstransformationsparametern  
(ohne Maßstab)

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})_{VKN, LS^*} \leftarrow \text{"Ä"} \leftarrow (\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})_{VKN}$$

b)  $(\mathbf{B}, \mathbf{L}, h)_{VKN, LS^*} \leftarrow \text{"G"} \leftarrow (\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})_{VKN, LS^*}$

c)  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})_{VKN, LS^*} \leftarrow \text{"G"} \leftarrow (\mathbf{B}, \mathbf{L})_{VKN, LS^*}$

d) Helmert-Transformation in den identischen  
Punkten (Identmenge 2; siehe später)

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y})_{LS} \leftrightarrow \text{"Helmert"} \leftrightarrow (\mathbf{x}, \mathbf{y})_{VKN, LS^*}$$

daraus: 2 Translationen,

1 Rotation,

e) Mit diesen Transformationsparametern können nun  
alle VKN-Punkte (incl. id. Punkte) in eine Lage-  
rung nahe dem LS gebracht werden:

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y})_{VKN, LS^{**}} \leftarrow \text{"Ä"} \leftarrow (\mathbf{x}, \mathbf{y})_{VKN, LS^*}$$

Die Restklaffungen in den identischen Punkten

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y})_{VKN, LS^{**}} - (\mathbf{x}, \mathbf{y})_{LS}$$

bleiben bei diesem ANpassungsvorgang unbehandelt; benützt wird anschließend nur der  
Wertesatz  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})_{VKN, LS^{**}} \cdot -$

Statt der Vorgänge a) bis c), die einen anschließenden 'Helmert' mit Projektionskoordinaten  
sicher erlauben, finden sich auch andere (Kompromiss-)Vorgänge, die ein Trennen der Lage-  
von der Höheninformation vornehmen, wie z.B. ein Drehen des VKN mit den Drehwinkeln B  
und L und ein gewolltes Übersehen, daß die entstehende Lageinformation noch geozentrische  
Koordinaten sind und keinerlei Projektionskoordinaten. –

### 3. EINpassung eines VKN in einen verzerren minder genauen regionalen oder lokalen Lage – frame unter Wahrung von Nachbarschaftstreue

Als Generallinie des gesamten Einpassungsvorganges muß gelten, daß die Altkoordinaten unbedingt eingehalten werden müssen (Fortsetzung des hierarchischen Prinzips).

Infolge der frühen Entstehungszeit alter Hauptdreiecksnetze konnte die Ausgleichung der Beobachtungen nur gebietsweise erfolgen; aus der Kombination aller Netzteile resultierten Klaffungen an den Netzteilrändern; durch die Verdichtungsmessungen bis zur IV. Ordnung wurden die Netzinhomogenitäten auch in kleinräumige Gebiete übertragen.

Durch die Anwendung von GPS auch im Kleinräumigen bei Aufnahme- und Katasterpunkten müssen sogar zusätzliche Spannungen zwischen einzelnen lokalen Aufnahme"netzen" (z.B. Polygonzügen) mitberücksichtigt werden. In dem uns heute zur Verfügung stehenden Festpunktfeld hat sich nun trotzdem des öfteren eine lokale Nachbarschaft gebildet, die aber von Klaffungen benachbart sein kann; daraus klingt schon an, daß bei der Bildung von Nachbarschaftswirkungskreisen o.ä. auch eine Kenntnis der Netzgeschichte gewünscht wäre.

Die Formulierung des Einpassungsvorgangs kann 3-dim. oder 2-dim. erfolgen, je nach Aufgabenstellung. So wird bei einer massenhaften Neupunkteinmessung der Landesvermessung wohl 3-dim., im Bereich der Katastervermessung aber meist 2-dim., vorgegangen.

Im folgenden wird der überwiegend vorkommende 2-dim. Fall skizziert.

Es liegen zwei Koordinatensätze vor:

$(\mathbf{x}, \mathbf{y})_{LS}$

Projektionskoordinaten des alten Lagefestpunktfeldes, des alten frames

$(\mathbf{x}, \mathbf{y})_{VKN, LS^{**}}$

Projektionskoordinaten des VKN; entstanden durch:

3-dim. Transformation mit Näherungstransformationsparametern mit oder ohne Maßstab; (letzte gewonnen über eine Identmenge 1;

2-dim. Helmert über eine Identmenge 2, hier aber vorzugsweise über 4 Parameter und Ähnlichkeitstransformation aller VKN-Punkte. Des weiteren wird angenommen, daß beim 2-dim. Helmert um den gemeinsamen Schwerpunkt der identischen Punkte gedreht wurde; ansonsten wäre in der Folge ein vorausgehender entsprechender Korrekturschritt erforderlich.

Nach einer anderen Art der Einteilung und Benennung sind die verschiedenen Arten von Punkten zu betrachten:

Altpunkte A

Neupunkte N (das VKN)

Identische Punkte V (Verknüpfung), Identmenge 2, Schnittmenge aus A und N

In den identischen Punkten treten nun die Restklaffungen auf:

$$\Delta x_V = x_{LS} - x_{VKN, LS^{**}}$$

$$\Delta y_V = y_{LS} - y_{VKN, LS^{**}}$$

Diese Residuen werden nun durchgemustert, mit irgendwelchen Fehlergrenzen verglichen; Ausreißer werden meist ausgeschieden und Iterationsvorgänge ab dem 2-dim. Helmert durchgeführt.

Bei Ausreißern wird nun der Punkt nur noch als N-Punkt weitergeführt; eine heikle Situation entsteht, wenn solch ein Ausreißer aus hierarchischen Gründen als A-Punkt und demnach auch als identischer Punkt weitergeführt werden muß. –

Das hochgenaue, homogene VKN ist nun so zu verbiegen, daß

Forderung 1: die Klaffungen in den V-Punkten weitgehend oder gänzlich verschwinden – und

Forderung 2: im Bereich der V-Punkte befindliche N-Punkte eine Art **Nachbarschaftstreue** bekommen – erfüllt werden.

Darüber hinaus gibt es noch eine Reihe weiterer Forderungen, z.B. geometrischer Art:

Mehrere spezielle Punkte des so behandelten VKN sollen auch noch auf Linie liegen (Gerade, Kreis, ...) etc.

Im Katasterbereich sind aber zwei weitere Forderungen 3 und 4 erheblich häufiger anzutreffen:

Forderung 3:

- Liegen in der unmittelbaren Nachbarschaft von identischen Punkten weitere A-Punkte, auf denen aus irgendwelchen Gründen keine GPS-Aufnahme möglich war, so sollten sie einen verstärkenden Einfluß auf die Gewichtszumessung für diesen V-Punkt haben

Forderung 4:

- Sollten bei den identischen Punkten Ausreißer in den LS-Koordinaten vorliegen, die nicht ausgeschieden werden können, so müssen auch sie auf die zu erhaltende Nachbarschaft mitwirken; ihre Auswirkung auf die weitere Umgebung muß aber (individuell und massiv) abgemildert werden.

Die Erfüllung der Forderungen 1 und 2 kann so formuliert werden, daß alle N-Punkte (inclusive der V-Punkte) Verschiebungen  $\Delta x_N$  und  $\Delta y_N$  erfahren

$$\begin{aligned}\Delta x_{VKN, LS^{***}} &= x_{VKN, LS^{**}} + \Delta x_N, \\ \Delta y_{VKN, LS^{***}} &= y_{VKN, LS^{**}} + \Delta y_N\end{aligned}$$

Betrachtet wird pro N-Punkt, d.h. pro Einzelpunkt des VKN.

Die Auswirkung der Restklaffung jedes einzelnen V-Punktes auf die Korrektur  $\Delta x_N$ ,  $\Delta y_N$  des betrachteten N-Punktes soll mit einer Gewichtung  $p$ , abhängig vom Abstand  $s$  des N-Punktes vom V-Punkt, sein:

$$p = f(s).$$

z.B.  $p = s^{-1}$  gibt eine lineare,  $p = s^{-2}$  gibt eine quadratische Abhängigkeit.

Der quadratische Ansatz bietet schon einen Kompromiß zwischen Rechenaufwand und zufriedenstellendem Ergebnis.

Bei der Suche nach weiteren Methoden mit feinerer Approximation wurden diverse Algorithmen mit geringerer oder stärkerer Verkleinerung der Einflußbereiche gefunden.

z.B.

- Deformierung des VKN mit MFE, wobei bestimmte Elastizitätseigenschaften angesetzt werden; hier wirken alle identischen Punkte auf die Verschiebung der N-Punkte; eine individuelle, nicht über das Gebiet einheitliche Detaillierung in der Kleinheit und Form der Elemente ist möglich; kennzeichnend ist das Verschiebungsfeld mit fließenden Übergängen und der hohe Rechenaufwand.
- Iteratives Einpassen mit einer Kosinusabstandsgewichtung; Einführung eines Grenzkreises  $v$ , bis zu dem sich ein V-Punkt mit einer Kosinusabstandsgewichtung ( $0^\circ$ - $180^\circ$ ) auf N-Punkte auswirkt; iterative Ermittlung von Folgezuschlägen durch iterative Nachwahl von  $v$ ; erste Wahl von  $v$  mit dem durchschnittlichen Abstand der identischen Punkte; geringer Individualitätscharakter.

- Eine weitere Methode IGAF (Individuelle Gewichtsanzpassungsfunktion) nimmt sich insbesondere auch der Forderungen 3 und 4 an:

Wirkungskreis  $r$  um einen betrachteten Neupunkt: Nur innerhalb des Wirkungskreises liegende V-Punkte wirken sich aus; zunächst z.B. quadratischer Ansatz, Bereich  $r$  muß mit Berücksichtigung der Punktdichte individuell (nicht automatisch, nicht optimierbar) gewählt werden; individuelle Iteration möglich.

Umgebungskreis  $u$  um jeden identischen Punkt, um alle A-Punkte innerhalb einer Punktfamilie gewichtserhöhend für diesen V-Punkt wirken zu lassen; individuelle Wahl von  $u$ .

Abgewichtung des Einflusses von als Ausreißer vermuteten identischen Punkten:

Einführung zweier Zonen durch einen Grenzkreis um den V-Punkt:

Liegt der N-Punkt innerhalb des stark individuell gewählten Kreises, wird mit einer linearen Reduzierung das Gewicht dieses V-Punktes abgebaut; liegt er außerhalb, kommt der Einfluß dieses V-Punktes nur mehr stark gedämpft zum Tragen.

Allen diesen Vorgehensweisen ist eigen, daß sie zumindest den Forderungen 1 und 2 nachkommen; es gibt **keine** alleinige **richtige** Lösung; jede greift unterschiedliche Teilaspekte auf; das **Resultat** ist in jedem Fall ein **Kompromiß**.

# **INGENIEURVERMESSUNG 2000**

XIII. International Course on Engineering Surveying  
13. - 17. März 2000, Technische Universität München

## **Tutorial 1: Bezugssysteme in Lage und Höhe**

**Teil C:**

**Gebrauchshöhen und GPS  
(Prof. Dr. R. RUMMEL, TU München)**

**Teil C:**  
**Gebrauchshöhen und GPS**  
**Reiner Rummel, IAPG, TU München**

### **1. Einleitung**

Grundsätzlich wären Höhen auf einer derartigen Veranstaltung kaum ein Thema. Seit Jahrzehnten stellen die Landesvermessungsämter Höheninformation bereit, offensichtlich zur vollen Zufriedenheit aller Benutzer. Erst seit kurzem besteht zum Höhentema Diskussionsbedarf. Hierfür gibt es zwei Gründe.

Zum einen hatte man nach der politischen Wende 1989 unversehens in Europa wesentlich mehr unterschiedliche Höhensysteme und Höhenbezugspunkte. Insbesondere lagen in Deutschland **zwei unterschiedliche Höhensysteme** vor: in den neuen Bundesländern gab es Normalhöhen mit dem Bezugspunkt Hoppegarten, angeschlossen an den Pegel Kronstadt; in den alten Bundesländern normalorthometrische Höhen mit Bezugspunkt Wallenhorst, der wiederum an den Pegel Amsterdam angebunden ist. Entlang der Nahtstelle ergab sich ein Sprung von 15 cm (  $H(\text{Amsterdam}) - H(\text{Kronstadt}) = 15\text{cm}$  ). Es mußte daher etwas getan werden. Man entschloß sich zu einem klugen Kompromiß: die zukünftigen Gebrauchshöhen der Bundesrepublik werden Normalhöhen sein, der Bezugspunkt wird Wallenhorst und damit implizit der Pegel Amsterdam sein (Deutsches Haupthöhenetz 1992, DHHN92). Damit paßt das deutsche Höhensystem gut in einen gesamteuropäischen Rahmen. Allerdings hat man in der Schweiz orthometrische Höhen und geht man in Österreich ebenfalls von normalorthometrischen Höhen auf orthometrische Höhen über, siehe (Ihde u.a., 1998a).

Der zweite Grund ist das sogenannte "**Nivellement mit GPS**". GPS-Messungen liefern dreidimensionale (kartesische) Koordinaten oder Koordinatenunterschiede zwischen Aufstellungspunkten, bezogen auf ein sauber definiertes, erdfestes, geozentrisches Bezugssystem, z.B. WGS-84, ITRS oder ETRS89 (siehe Teil B des Tutorials). Sozusagen auf Knopfdruck lassen sich die dreidimensionalen kartesischen Koordinatenunterschiede umsetzen in entsprechende Differenzen geographischer Lagekoordinaten, d.h. Breiten- und Längendifferenzen,  $\Delta B$  und  $\Delta L$ , und in Höhenunterschiede  $\Delta h$ . Der so gewonnene Höhenunterschied zwischen zwei Geländepunkten ist jedoch rein geometrischer Natur; er läßt grundsätzlich keinerlei Aussage über die Fließrichtung des Wassers zu. Es handelt sich um die Differenz lotrechter Abstände von einem letztlich willkürlich gewählten Bezugsellipsoid; es ist die Differenz ellipsoidischer

Höhen  $h$ . Ändert man das Ellipsoid, seinen Ursprung, seine Orientierung oder seine Dimensionen (große Halbachse oder Abplattung), so ändern sich die ellipsoidischen Höhen entsprechend. Der Nutzer wünscht sich jedoch Höhen mit einer Aussagekraft bezüglich „oben“, „unten“ oder „gleich hoch“, d.h. er will Gebrauchshöhen oder sogenannte physikalische Höhen. Sie stehen in Beziehung mit den Niveauflächen der Erdschwerefelds. Ein Beispiel sind die orthometrischen Höhen, die man auch Meereshöhen nennt. Betrachten wir zwei Geländepunkte A und B, so besteht eine sehr einfache Beziehung zwischen dem eben besprochenen Unterschied in ellipsoidischer Höhe  $\Delta h = h_B - h_A$  und dem der Gebrauchshöhe (Meereshöhe)  $\Delta H = H_B - H_A$ :

$$\Delta h = \Delta H - \Delta N \quad (1)$$

oder

$$(h_B - h_A) = (H_B - H_A) + (N_B - N_A)$$

Dies bedeutet, daß die Differenz der Geoidhöhen (oder auch Quasigeoidhöhen) in A und B,  $\Delta N = N_B - N_A$  ( $\Delta \zeta = \zeta_B - \zeta_A$ ) den Zusammenhang zwischen ellipsoidischen Höhen und der Fließrichtung des Wassers, ausgedrückt durch die Gebrauchshöhen (orthometrische Höhen oder Normalhöhen) herstellt. Dieser Zusammenhang ist in Abb. 1 dargestellt.

**Abb. 1:** Zusammenhang zwischen ellipsoidischen Höhen (aus GPS), Gebrauchshöhen (orthometrische Höhen oder Normalhöhen) und Geoidhöhen (oder Quasigeoidhöhen)

## 2. „Nivellement mit GPS“

Ausgehend von der in Abbildung 1 dargestellten Beziehung zwischen ellipsoidischen Höhen aus GPS, Gebrauchshöhen und Geoidhöhen stellt sich die Frage, ob nicht GPS das Nivellement bei der Bestimmung von Gebrauchshöhen ablösen oder ergänzen könnte. Würde man auf irgendeine Weise die Geoidhöhen zur Verfügung haben, so ließen sich ja mittels Formel (1) "GPS-Höhen" direkt in Gebrauchshöhen umsetzen. Leider läßt sich aber die Geoidhöhe nicht direkt - sozusagen vor Ort mit

Es sei noch folgendes bemerkt: Formel (1) und Abbildung (1) zeigen die Beziehung zwischen ellipsoidischer Höhe  $h$ , orthometrischer Höhe  $H$  und Geoidhöhe  $N$ . Orthometrische Höhen werden in Österreich und in der Schweiz benutzt. In Deutschland sind Normalhöhen  $H^N$  der (zukünftige) amtliche Höhentyp. Auch hierfür gilt obige Beziehung, wenn man die Geoidhöhe durch die sogenannte  $\zeta$  ersetzt:  $\Delta h = \Delta H^N + \Delta \zeta$ . Da sich orthometrische Höhe und Normalhöhe im allgemeinen nur im mm-Bereich unterscheiden (im Gebirge werden cm Unterschiede erreicht), unterscheiden sich Geoid und Quasigeoid auch nur im mm-Bereich. Dabei ist das Quasigeoid etwas „rauher“ als das Geoid.

Für die nun folgende Diskussion sollte man sich folgendes einprägen:

- Während  $h$  eine rein geometrische Größe ist, hängen  $H$  (bzw.  $H^N$ ) und  $N$  (bzw.  $\zeta$ ) vom Erdschwerefeld ab.
- Während  $h$  und  $H$  (bzw.  $H^N$ ) unruhig dem Gelände folgen (in D/CH/A Werte zwischen 0m und 4800m), ist der Verlauf von  $N$  (oder  $\zeta$ ) glatt (Werte zwischen 35m und 54m). Tabelle 1 gibt typische Größenordnungen der Geoidvariationen.
- Während  $h$  und  $N$  (oder  $\zeta$ ) vom gewählten Bezugsellipsoid abhängen, ist  $H$  (oder  $H^N$ ) unabhängig von dieser Wahl.

**Tabelle 1: Typische Wertevariationen des (Quasi-)Geoides**

	Mittelwert abgezogen	Ebene abgezogen
Norddeutschland	2.8 m	0.6 m
Süddeutschland	1.1 m	0.6 m
Alpen	2.3 m	2.0 m

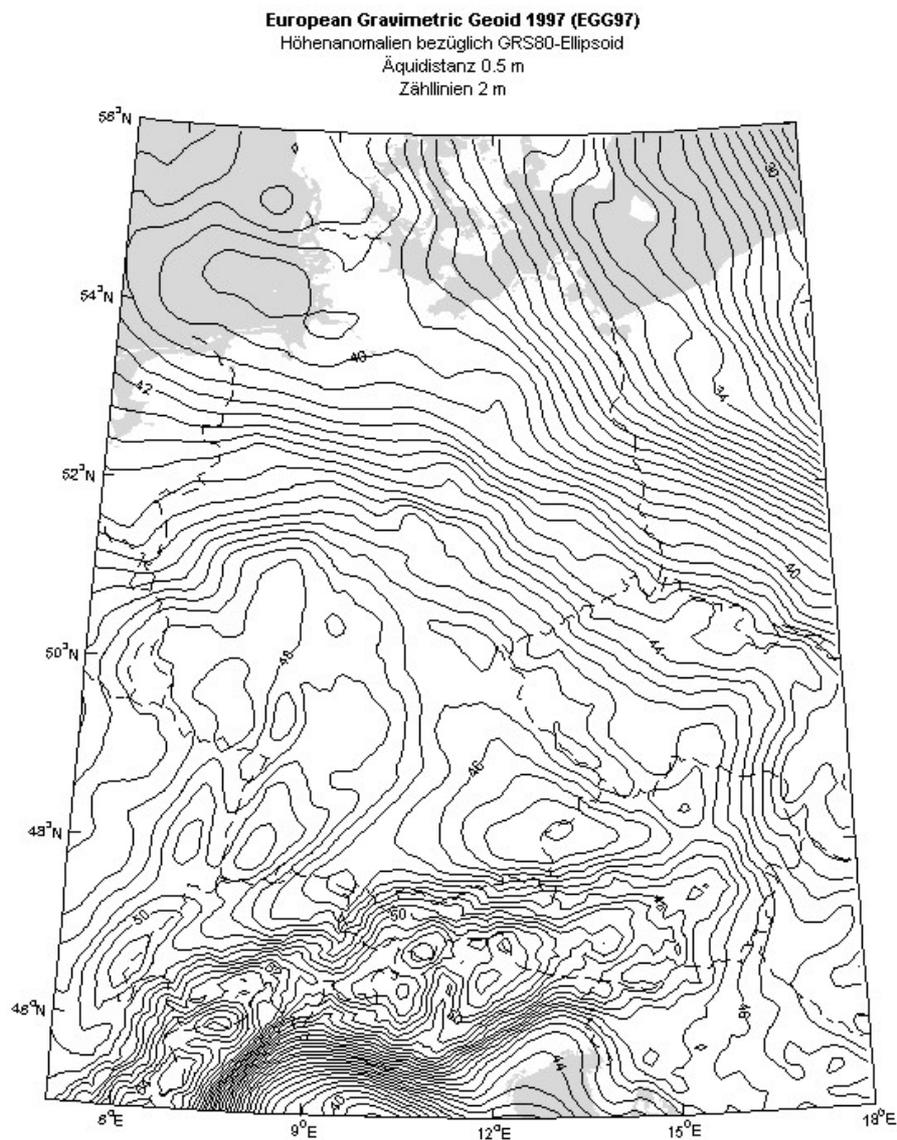
Wir gehen für unsere Diskussion davon aus, daß Geoidhöhen zukünftig auf einem feinmaschigen geographischen Raster, z.B. auf einer CD, dem Benutzer vorliegen. Denn, mag auch die Gewinnung von Geoidhöhen ein eher aufwendiger und komplizierterer Vorgang sein, so ersieht man aus Abb. 1, daß zwar sowohl ellipsoidische Höhen als auch Meereshöhen dem unregelmäßigen Verlauf des Geländes

folgen, die Geoidhöhen jedoch glatt sind und somit gut im Maschengitter interpoliert werden können.

Grundsätzlich gibt es zwei Wege das Raster mit Geoidhöhen oder Quasigeoidhöhen herzustellen:

(1) Die Lösung der geodätischen Randwertaufgabe (GRWA), die zur Stokes'schen Integralformel führt, setzt das Vorliegen von möglichst globalen, d.h. weltumspannenden

Höhe sowie eines aus Satellitenbeobachtungen gewonnenen globalen Schwerefeldmodells voraus. Das sogenannte **Europäische Gravimetrische Quasigeoid EGG97** des Instituts für Erdmessung der Universität Hannover (Torge und Denker, 1999) zählt zu dieser Kategorie und ist frei verfügbar. Der Verlauf des EGG97 ist in Abbildung 2 gezeigt.



**Abb.2:** Europäisches Gravimetrisches Quasigeoid EGG97 des Instituts für Erdmessung der Universität Hannover

Systematische Fehler in den weltweit verfügbaren Schwereanomalien und in den Satellitenschwerefeldmodellen resultieren in systematischen Verformungen des berechneten Geoids oder Quasigeoids. Derartige Verformungen sind bis heute unvermeidlich. Erst zukünftige Satellitenverfahren werden für dieses Problem Abhilfe verschaffen. Außerdem muß man einen unbekanntem Versatz akzeptieren, d.h. das berechnete Geoid oder Quasigeoid schließt nicht exakt am Nullpunkt (z.B. Amsterdam) des Höhensystems an. Die Detailform des EGG97 ist jedoch sehr genau.

(2) Das Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) beschreitet einen anderen Weg, vergleiche (Ihde u.a., 1998b). Auf einer Vielzahl von Punkten, für die genaue Normalhöhen  $H^N$  vorliegen, werden genaue GPS-Messungen durchgeführt. Aus der Differenz von ellipsoidischer Höhe aus GPS und Normalhöhe werden "Quasigeoidhöhen" indirekt gewonnen, siehe wiederum Abb. 1. Sie beziehen sich auf den Höhenbezug des Höhensystems. Auch sie können zu einem Raster von Quasigeoidhöhen interpoliert werden. Wir bezeichnen diese „Quasigeoidhöhen“ mit  $\zeta^{GPS}$ . Auch hier sind systematische Verformungen nicht ganz auszuschließen, da Nivellements über große Abstände anfällig für systematische Fehler sind.

Schließlich ist auch noch eine Synthese zwischen diesen beiden Ansätzen denkbar, siehe wiederum (Ihde u.a., 1998b).

Grundsätzlich stellt sich beim „Nivellement mit GPS“ jedoch die Frage nach der gewünschten und heute erreichbaren Genauigkeit für die drei vorkommenden Größen:

- Gebrauchshöhe  $H$  bzw.  $H^N$  (aus Nivellement und Gravimetrie)
- Ellipsoidische Höhe  $h$  (aus GPS) und
- Geoidhöhe  $N$  (bzw. Quasigeoidhöhe  $\zeta$ ).

Nur bei einer vergleichbaren Qualität dieser drei Größen läßt sich für die eine Größe Nutzen aus den beiden anderen ziehen.

Aus der geforderten **Genauigkeit des Nivellements** ( $\sigma \approx 1 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ ) folgt, daß man sich bei den Gebrauchshöhen im Millimeterbereich bewegt. Typische Größenordnungen für Nivellements I., II. und III.Ordnung und für mehrere Abstandsklassen sind Tabelle 2 zu entnehmen.

**Tabelle 2: Typische Genauigkeitsanforderungen für Nivellements verschiedener Ordnung sowie ( $\zeta^{GPS}$ - $\zeta$ )-Genauigkeiten [ in cm ]**

Abstand	10 km	30 km	50 km
I. Ordnung	0.6	1.1	1.4
II.Ordnung	0.9	1.6	
III.Ordnung	1.6		
$\zeta^{GPS}$ - $\zeta$ nach Niveauekorrektur	1	3	5
$\zeta^{GPS}$ - $\zeta$ nach Neigungskorrektur	1 (2)	2	2

Mit sorgfältigen und daher zeitaufwendigen **GPS-Messungen** lassen sich heute Punktgenauigkeiten, je nach Aufwand, im Bereich von einigen mm bis wenigen cm erreichen.

Typische Fehlereinflüsse bei GPS-Messungen sind:

- Geometrie der Satellitenkonstellation
- Bahnfehler
- Uhrfehler
- Troposphärische Refraktion
- Ionosphärische Refraktion
- Variation des Antennenphasenzentrums
- Mehrwegeeffekte
- Empfängerrauschen.

Ebenfalls fehleranfällig: Bestimmung der Antennenhöhe und Übertragung derselben in die Auswertesoftware. Es ist auch bekannt, daß GPS Messungen in der Höhe ca. dreimal schlechter sind als in der Lage. Erreichbare Genauigkeiten sind den nachfolgenden Tabellen zu entnehmen.

**Tabelle 3: Genauigkeitsergebnisse bei typischen Entfernungsbereichen und Meßzeiten**

Kampagne	Entfernung	Meßzeit	$S_h$
IGS/EUREF- Permanentstationsnetz		1 Woche	< 1 cm (3 mm innere Genauigkeit)
EUVN	ca. 200 km	10 x 24 h	4-5 mm
C-Netze	ca. 20 km	2 x 24 h	1 cm
SAPOS (GPPS)	ca. 40 km	15 min	3 cm
lokal	< 5 km	5 min	1 cm

**Tabelle 4a: GPS-Genauigkeiten in Abhängigkeit von der Beobachtungsdauer, aus (Häfele, 1999; Diplomarbeit: GPS-Höhenübertragung mit Hilfe von SAPOS-Stationen )**

Standardabweichung des einzelnen Höhenfehlers [mm]

Beobachtungszeit [h]	mittlerer Höhenfehler [mm]	Standardabweichung des einzelnen Höhenfehlers [mm]
3-4	7	8
2	8	11
1	12	15
¼	16	22

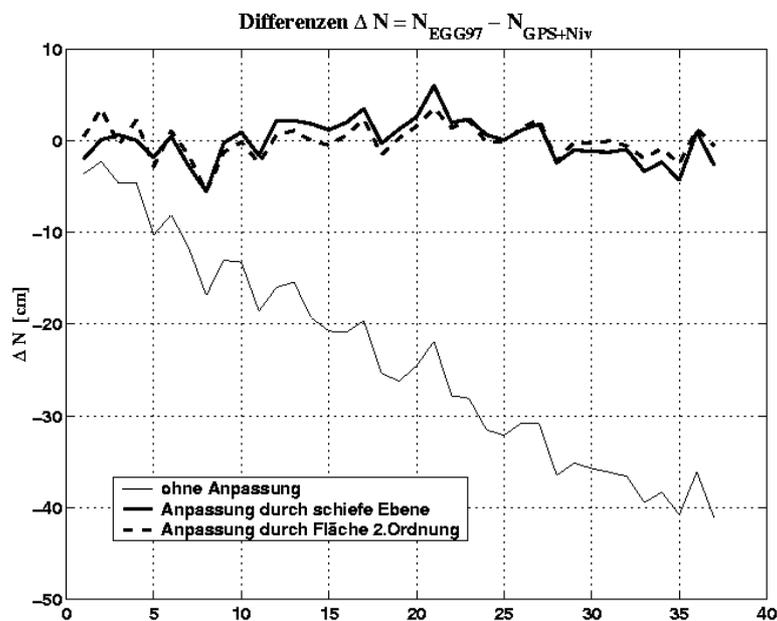
**Tabelle 4b: GPS-Genauigkeiten in Abhängigkeit von der Entfernung, aus (Häfele 1999)**

		Standardabweichung des einzelnen Höhenfehlers [mm]
1 < 8	9	12
8 < 1 < 15	8	10
15 < 1 < 25	15	16
25 < 1 < 50	15	22

**Tabelle 4c: GPS-Genauigkeiten in Abhängigkeit von der Meßanordnung,**

Entfernung von der/den Referenz-station/en [km]	1 Referenz-station		2 Referenz-stationen		3 Referenz-stationen	
	8	5	6	4	6	3
8 < l < 20	8	5	6	4	6	3
20 < l < 50	18	14	16	15	10	6

Die heute erreichbare **Genauigkeit der Geoidhöhen oder Quasigeoidhöhen**, etwa der des EGG97, dürfte – nach Anpassung einer Neigungsfläche - für den Bereich der Bundesrepublik bei etwa 1 bis 5 cm liegen. Sie hängt jedoch vom Gelände und für Geoidhöhendifferenzen vom Abstand der betrachteten Punkte ab. Aufschlußreich ist der Vergleich der  $\zeta$  des EGG97 und von  $\zeta^{\text{GPS}} = h^{\text{GPS}} - H^{\text{N}}$ , siehe auch Tabelle 2. In Abbildung 3 sind derartige Differenzen für ein Nord-Süd Profil durch Bayern abgebildet. In Abbildung 4 ist ein Karte von Bayern mit derartige Differenzen zu sehen. Ein repräsentatives Ziel ist die Bestimmung von Geoid- bzw. Quasigeoidhöhendifferenzen mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 cm über einen Abstand von 100 km. Nur dem Nutzerkreis, der sich mit diesem Genauigkeitsniveau der GPS-Höhen und Geoidhöhen zufriedengeben kann, ist schon heute aus der Kombination von GPS und "Geoid-CD" ein sehr effizientes und elegantes Mittel zur Gewinnung von Gebrauchshöhen in die Hand gegeben.



**Abb.3 :** Differenzen  $\zeta - \zeta^{\text{GPS}}$  geordnet von Nord nach Süd durch Bayern

Differenzen  $\Delta N = N_{EGG97} - N_{GPS+Niv}$  (Anpassung durch schiefe Ebene)

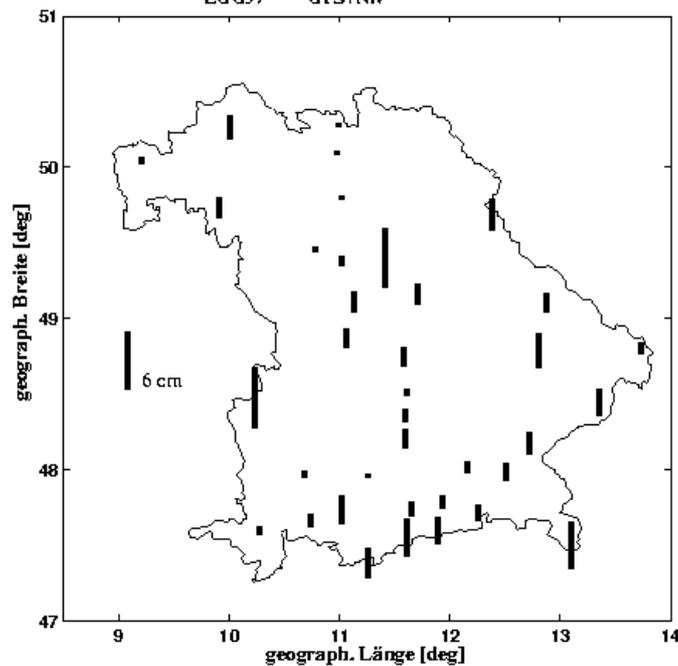


Abb.4: Typische Differenzen  $\zeta - \zeta^{GPS}$  für Punkte in Bayern

#### Diskussion:

- Für hohe Genauigkeitsansprüche ist nach wie vor ein lokales Nivellement unverzichtbar. Es liefert hohe Genauigkeiten und ohne zusätzlichen Aufwand viele Einzelpunkte. Praxisbeispiele sind Tunnel- oder Stauanlagenbau und Straßenbau. Doch selbst hier könnte das „Nivellement mit GPS“ verwendet werden, um mit moderater Genauigkeit einen Anschluß an das System der Landeshöhen zu erreichen.
- „Nivellement mit GPS“ ist sicher nützlich um großräumige Verformungen der offiziellen Höhensysteme aufzudecken. Formel (1) hat dabei die Rolle einer Bedingungsgleichung.
- „Nivellement mit GPS“ ist als effiziente Methode denkbar für die Schaffung von konsistenten Gebrauchshöhen mit moderaten Genauigkeitsansprüchen, z.B. im GIS-Bereich.
- Momentan lassen sich noch keine großräumigen gravimetrischen Geoide ohne systematische Fehler berechnen. Zukünftige, bereits genehmigte Satellitenmissionen werden dieses Problem lösen. Dann wird die Bedeutung des „Nivellements mit GPS“ erheblich zunehmen.

#### Zusammenfassung des Abschnitts 2

Nach der Wiedervereinigung entstand die Notwendigkeit, ein einheitliches Höhensystem für die BRD zu schaffen. Man entschied sich für Normalhöhen mit dem Bezugspunkt Wallenhorst, eingebunden in das Europäische Nivellementnetz mit Bezugspunkt Amsterdam.

Höhen aus GPS geben keine Information über "oben" und "unten". Es sind Höhen über dem Ellipsoid. Aus der Kombination von ellipsoidischen Höhen aus GPS und Geoidhöhen lassen sich jedoch Gebrauchshöhen herstellen (das sogenannte "Nivellement mit GPS"). Die heute erreichbaren Genauigkeiten liegen im Bereich von wenigen Zentimetern.

Es ist sehr aufwendig dem Nutzer Geoidhöhen höchster Präzision zur Verfügung zu stellen. Geoidhöhen sind jedoch glatt und damit leicht interpolierbar ("CD mit Raster von Geoidhöhen"). Es stehen das EGG97 und demnächst das Quasigeoid des BKG zur Verfügung.

Aus "Nivellement mit GPS" abgeleitete Gebrauchshöhen sind vor allem dann in Erwägung zu ziehen, wenn Höhen in Abständen von mehreren Kilometern benötigt werden. Sie sind jedoch derzeit mindestens ca. ein bis drei Größenordnungen schlechter als die traditionellen, mittels Nivellement (und

Der Nutzer erwartet von Höhen eine eindeutige Aussage über die Fließrichtung des Wassers: Punkte gleicher Höhe liegen auf einer Niveaufläche (Wasserwaage), zwischen Punkten unterschiedlicher Höhe fließt Wasser. Die Fließrichtung definiert "oben" bzw. "unten". Somit sind Höhen nicht rein geometrisch, sondern physikalisch definiert und zwar über das Schwerefeld der Erde.

**Punkte gleicher Höhe liegen auf einer Niveaufläche  
(Fläche mit konstantem Schwerepotential , ruhende Wasseroberfläche)  
Zwischen Punkten auf unterschiedlichen Niveauflächen  
besteht ein Potentialunterschied.**

Daraus ergibt sich in letzter Konsequenz, daß nur die Differenz im Wert des Schwerepotentials zwischen zwei Punkten, die sogenannte **geopotentielle Kote**, als eindeutiges "Höhen"maß geeignet ist. Die geopotentielle Kote  $C$ , bezogen auf einen Referenzpunkt (Pegel Amsterdam), errechnet sich aus dem Produkt von nivelliertem Höheninkrement  $\Delta n$  und gemessener Schwere  $g$  summiert (integriert) entlang der gewählten Wegstrecke von  $O$  nach  $P$ :

$$C = \sum_{i=0}^{I-1} g_i \Delta n_i \quad .$$

Wäre die gemessene Schwere überall gleich, könnte sie als Konstante vor das Summenzeichen

gezogen werden. Sie wäre dann nur ein konstanter Umrechnungsfaktor zwischen nivellierten Höhen und geopotentiellen Koten. In der Praxis sind die örtlichen Unterschiede nur dann zu groß, um sie unberücksichtigt zu lassen, wenn das Höhennetz eine große Nord-Süd-Ausdehnung besitzt und/oder starke Höhenvariationen auftreten wie im Gebirge oder Mittelgebirge. Daher muß zum Beispiel in den Niederlanden die Schwere nicht berücksichtigt werden.

Das bisherige amtliche Höhensystem in den alten Bundesländern war das System der **normalorthometrischen (oder sphäroidischen) Höhen  $H^{NO}$** . Bei diesem System werden die nivellierten Höheninkremente  $\Delta n$  mit der berechneten Normalschwere  $\gamma$  multipliziert (statt der gemessenen Schwere  $g$ ; Schweremessungen waren früher sehr aufwendig).

Die Definitionsformel lautet:

$$H^{NO} = \frac{\sum_{i=0}^{I-1} g_i \Delta n_i}{\bar{g}} .$$

(im Zähler wird die gemessene Schwere  $g$  durch Normalschwere  $\gamma$  ersetzt; die Größe  $\gamma$  im Nenner entspricht der mittleren Normalschwere zwischen Ellipsoid und der Höhe  $H$  ).

In der Praxis wird der nivellierte Höhenunterschied  $\sum \Delta n$  ergänzt durch die sogenannte normalorthometrische Reduktion NOR:

$$H_2^{NO} - H_1^{NO} = \sum_{P_1}^{P_2} \Delta n + NOR_{12}$$

wobei

$$NOR = -5.3 \sin 2j_m \cdot H_m \cdot \Delta j \quad [mm].$$

Dabei sind  $\varphi_m$  und  $H_m$  die mittlere Breite und Höhe des Nivellementabschnitts und  $\Delta\varphi$  die Ausdehnung dieses Abschnitts in Breitenrichtung.

Die normalorthometrische Reduktion NOR ist sehr klein, d.h. untergeordnete Nivellements können ohne NOR angeschlossen werden. Die  $H^{NO}$  sind leicht wegabhängig, d.h. es ergibt sich ein theoretischer Schleifenschlußfehler.

Das zukünftige amtliche Höhensystem in der Bundesrepublik Deutschland, und das bisherige System der neuen Bundesländer, ist das System der Normalhöhen  $H^N$ . Hier lautet die Definitionsformel:

$$H^N = \frac{\sum_{i=0}^{I-1} g_i \Delta n_i}{\bar{g}} .$$

d.h. das nivellierte Höheninkrement  $\Delta n$  wird mit der gemessenen Schwere entlang der Nivellementlinie multipliziert. Der Ausdruck im Zähler entspricht der geopotentiellen Kote C, d.h. dem Potentialunterschied zwischen Punkt O und Punkt P. Das Europäische Höhennetz UELN wurde in Geopotentiellen Koten bearbeitet, aus denen erst dann Normal- oder orthometrische Höhen abgeleitet wurden. In der Praxis wird das Nivellement  $\Sigma \Delta n$  ergänzt durch die Normalreduktion NR:

$$H_2^N - H_1^N = \sum_{P_1}^{P_2} \Delta n + NR_{12}$$

wobei

$$NR = \frac{g_i - \bar{g}_i}{g_i} \Delta h_i - 0.0053 \sin 2j_i \frac{\Delta HW_i}{M_i} H_i^N \quad ,$$

mit HW dem Hochwert in GK-Koordinaten und M dem Meridianbogenhalbmesser.

Die Normalhöhen besitzen eine geometrische Deutung. Sie stellen den Abstand des Oberflächenpunktes vom Quasigeoid dar. Die Normalreduktion NR ist klein, d.h. untergeordnete Nivellements können ohne NR angeschlossen werden. Normalhöhen sind wegunabhängig; es ergibt sich kein theoretischer Schleifenschlußfehler. Sie sind außerdem frei von Annahmen über den Schwereverlauf im Erdinnern.

Das amtliche Höhensystem der Schweiz und das zukünftige amtliche Höhensystem Österreichs ist das System der **orthometrischen Höhen**. Für die orthometrischen Höhen lautet die Definitionsformel:

$$H = \frac{\sum_{i=0}^{I-1} g_i \Delta n_i}{\bar{g}} \quad .$$

Die Größe  $\bar{g}$  im Nenner entspricht dem mittleren Schwerewert entlang der Lotlinie im Erdinneren. Dieser Wert kann nicht ohne Annahmen über die Dichte im Erdinneren berechnet werden. Es gibt verschiedene Näherungsmethoden hierfür. Die Berechnung in der Praxis erfolgt mit folgender Formel:

$$H_2^N - H_1^N = \sum_{P_1}^{P_2} \Delta n + OR_{12} \quad .$$

Auch hier wird das Nivellement  $\Sigma \Delta n$  ergänzt durch einen Reduktionsterm, die orthometrische Reduktion OR. Die geometrische Deutung der orthometrischen Höhe H ist die Länge der Lotlinie vom Geoid bis zum Oberflächenpunkt. Die orthometrische Reduktion OR ist klein, d.h.

untergeordnete Nivellements können ohne OR angeschlossen werden. Die orthometrischen Höhen sind wegunabhängig, d.h. der theoretische Schleifenschlußfehler ist null.

Zusammenfassung des Abschnitts 3:

Das eindeutigste Höhenmaß sind die geopotentiellen Koten. Sie werden vorwiegend für überregionale Höhenetze verwendet. In die Berechnung der geopotentiellen Koten geht neben dem Nivellement die gemessene Schwere ein.

Aus den geopotentiellen Koten lassen sich verschiedene Systeme von Gebrauchshöhen ableiten. In Deutschland wird man zukünftig Normalhöhen verwenden, in Österreich und in der Schweiz orthometrische Höhen. Die Unterschiede zwischen diesen beiden Höhentypen sind im allgemeinen sehr klein. In der Vergangenheit verwendete man normalorthometrische Höhen. Hierbei wird die gemessene Schwere durch eine Modell- oder Normalschwere ersetzt.

An all diese Höhentypen lassen sich lokale Nivellements problemlos anschließen.

**Danksagung:** Für ihre Mithilfe an diesem Tutorial sei den Herren Flury, Gerlach, Schmidt und Zebhauser sehr herzlich gedankt.

#### **Literatur:**

Ihde, J., W. Schlüter, J. Adam, W. Gurtner, B.G. Harsson, G. Wöppelmann (1998a) Konzept und Status des European Vertical Reference Network (EUVN), in: Geodätische Vernetzung Europas, Mitt. Des BKG, 1, S.53-67.

Ihde, J., U. Schirmer, F. Stefani, F. Töppe (1998b) Geoid Modelling with Point Masses, Reports of the Finnish Geodetic Institute, 4, S.199-204.

Torge, W., H. Denker (1999) Zur Verwendung des Europäischen Gravimetrischen Quasigeoids EGG97 in Deutschland, ZfV, 124, 5, S.154-166.

Zenger, J. (1985) Aufbau eines Neuen Höhensystems in Österreich, AVN, 8-9, S.299-310.