

Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie  
der Technischen Universität München

---

# Theorie und Praxis globaler Bezugssysteme

Hayo Hase

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen  
der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. K. Schnädelbach

Prüfer der Dissertation: 1. Univ.-Prof. Dr. rer. nat. M. Schneider  
2. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. K.-H. Ilk  
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Die Dissertation wurde am 30. Oktober 1998 bei der Technischen Universität München  
eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen  
am 15. Februar 1999 angenommen.



# Theorie und Praxis globaler Bezugssysteme

## Zusammenfassung

Globale Bezugssysteme ermöglichen die raumzeitliche Koordinierung von Ereignissen und stellen die geometrische Grundlage für eine Beschreibung des Systems Erde dar. Bezugssysteme werden über Vermarkungen an geeigneten Trägern definiert. Beziehungen zwischen den Trägern von Bezugssystemen lassen sich über Messungen mit geodätischen Raumverfahren herstellen.

Die Modellierung der Meßgrößen von geodätischen Raumverfahren gelingt auf der Grundlage Newtonscher Raumzeit nur unzureichend. Deshalb ist die global gültige absolute Newtonsche Raumzeit durch die nur noch lokal gültige allgemein relativistische Raumzeit Einsteins zu ersetzen.

Die Bestimmung eines globalen Bezugssystems in der Einsteinschen Raumzeit stößt auf die Schwierigkeiten der nur lokal definierten metrologischen Einheiten und einer ungenügenden Modellierung der Rotation der Erde.

Als Konsequenz wird angestrebt, globale Bezugssysteme aus den Meßdaten global verteilter Meßplattformen als ihre Träger möglichst konsistent mit den Ergebnissen der Relativitätstheorie abzuleiten.

In dem System Erde wirken eine Vielzahl geodynamischer Phänomene, deren Signale je nach Sensitivität des geodätischen Raumverfahrens unterschiedlich stark in den Observablen vertreten sind. Daraus folgt die Notwendigkeit, an Meßplattformen eines globalen Bezugssystems die verschiedenen geodätischen Raumverfahren zu kollokieren. Diesem Anspruch werden geodätische Observatorien mit dem Charakter einer Fundamentalstation für Geodäsie am besten gerecht.

Aufgrund der Eigenbewegungen der Träger von Bezugssystemen ist auf eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Bezugspunkte und langfristige Beobachtungstätigkeit an den Meßplattformen zu achten. Das Konzept eines Transportablen Integrierten Geodätischen Observatoriums (TIGO) ist richtungweisend; einerseits für die praktischen Aspekte der Einrichtung, Laufendhaltung und Verbesserung eines globalen Bezugssystems und andererseits für die theoretischen Aspekte der noch ungelösten Modellfragen eines vollständig mit der Allgemeinen Relativitätstheorie konsistenten Bezugssystems.

Eine Methode zur optimalen Neupunktfindung in einem globalen Bezugssystem wird vorgestellt und zur Bestimmung von Einsatzorten für TIGO angewandt.

## Theory and Practice of Global Reference Systems

### Abstract

Global reference systems enable the coordination of spacetime like events and represent the foundation for a description of the system Earth. Reference systems are defined by markers fixed on suitable carriers. Measurements with geodetic space techniques provide the relations among the carriers of reference systems.

The modelling of geodetic space techniques on the foundation of Newtonian spacetime succeeds insufficient only. Therefore the global valid absolute Newtonian spacetime is to replace by the means of local valid general relativistic spacetime of Einstein.

The determination of a global reference system in Einstein spacetime comes across the difficulties of the locally defined metrological units and an insufficient modelling of the rotation of the Earth.

Consequently it is envisaged to derive global reference systems from the data of globally distributed measuring platforms as carrier in the most possible consistent way with the results of the theory of relativity.

The system Earth is affected by a number of various geodynamic phenomena, which signal levels – depending on the sensitivity of the various geodetic space techniques – are present in the observables. Out of them follows the necessity to collocate the different geodetic space techniques. This demand is complied best with geodetic observatories fulfilling the character of a fundamental station for geodesy.

Due to the proper motions of the carriers of reference systems one has to pay attention to a homogeneous distribution of the reference points and a long term observation operation at the platforms. The concept of the Transportable Integrated Geodetic Observatory (TIGO) is trend-setting; on the one hand for the practical aspects of the setup, maintenance and improvement of a global reference system and on the other hand for the theoretical aspects of the still unsolved questions in modelling of a global reference system being completely consistent with the theory of general relativity.

A method for the optimal locating of new sites in a global reference system is presented and applied to the determination of sites for TIGO.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>Bezugssysteme</b>	<b>13</b>
2.1	Zum Begriff “Bezugssystem”	13
2.2	Physikalische Grundlagen	15
2.2.1	Allgemein Relativistische Grundlagen für Bezugssysteme	16
2.2.1.1	Riemannsche Geometrie	16
2.2.1.2	Grundgesetze der Einsteinschen Dynamik	18
2.2.1.3	Allgemeines Relativitätsprinzip	19
2.2.1.4	Einsteinsche Feldgleichung	19
2.2.1.4.1	Newtonscher Grenzfall	21
2.2.1.5	Metriktensor $g_{\alpha\beta}$	23
2.2.1.5.1	Linearisierung der Fundamentalform	23
2.2.1.5.2	Metrik für eine rotationsfreie Erde	24
2.2.1.5.3	Metrik für eine rotierende Erde	24
2.2.1.5.4	Potenzreihenentwicklung des Metriktensors	25
2.3	Grundlagen der Koordinatengebung	26
2.3.1	Träger von Bezugssystemen	26
2.3.2	Koordinatengebung in der Raumzeit	27
2.3.3	Festlegung von 1pN-Bezugssystemen	30
2.3.4	Relativistische Metrologie	31
2.3.4.1	Problem einer globalen Zeitskala	32
2.3.4.1.1	Zusammenhang zwischen Eigenzeit und Koordinatenzeit	33
2.3.4.1.2	Koordinatenzeitskalen	34
2.3.4.2	Problem einer globalen Längenskala	36
2.3.4.3	Problem der konsistenten Potentialbestimmung	38
2.4	Modelle geodynamischer Phänomene	39
2.4.1	Modelle zur Rotation der Erde	42
2.4.2	Erdrotation in Newtonscher Raumzeit	42

2.4.2.1	Modelle zur Präzession und Nutation . . . . .	43
2.4.2.2	Modelle für GST und Polbewegung . . . . .	46
2.4.2.2.1	Eigenschwingungen der Erde . . . . .	47
2.4.3	Modelle zur Deformation der Erde . . . . .	49
2.4.3.1	Aspekt Geopotential . . . . .	49
2.4.3.2	Aspekt Geometrie . . . . .	50
2.4.3.2.1	Gezeiten der festen Erde . . . . .	51
2.4.3.2.2	Ozeanische Auflasten . . . . .	51
2.4.3.2.3	Atmosphärische Auflasten . . . . .	51
2.4.3.2.4	Postglaziale Hebungen . . . . .	52
2.4.3.2.5	Deformation wegen Polbewegung . . . . .	52
2.4.3.2.6	Deformationen an Meßplattformen . . . . .	52
2.4.4	Modelle zur Plattenbewegung . . . . .	52
2.5	Realisierungen von Bezugssystemen . . . . .	53
2.5.1	Zälestische Bezugssysteme . . . . .	56
2.5.1.1	International Celestial Reference Frame . . . . .	59
2.5.1.2	IERS Celestial Reference Frame . . . . .	61
2.5.1.3	USNO Radio Reference Frame . . . . .	62
2.5.1.4	HIPPARCOS-Katalog . . . . .	64
2.5.1.5	Fundamentalkatalog der Fixsterne FK5 . . . . .	65
2.5.1.6	Zusammenschau und Beurteilung . . . . .	65
2.5.2	Terrestrische Bezugssysteme . . . . .	66
2.5.2.1	IERS Terrestrial Reference Frame . . . . .	69
2.5.2.2	Beurteilung . . . . .	70
2.5.3	Zielbestimmung . . . . .	71
<b>3</b>	<b>Prinzipien der Geodätischen Meßverfahren</b>	<b>73</b>
3.1	Zeithaltung . . . . .	75
3.1.1	Parameter in der Zeit- und Frequenzhaltung . . . . .	75
3.1.2	Cäsium-Frequenznormal . . . . .	78
3.1.3	Wasserstoff-Maser-Frequenznormal . . . . .	79
3.2	VLBI . . . . .	81
3.2.1	Post-Newtonsches Modell für den Delay . . . . .	85
3.2.1.1	Baryzentrischer Delay . . . . .	85
3.2.1.2	Geozentrischer Delay . . . . .	87
3.2.1.3	Lokaler Delay . . . . .	91
3.2.1.3.1	Vergleich mit IERS Conventions 1996 . . . . .	92
3.2.1.4	Atmosphärischer Delay . . . . .	93

3.2.1.5	Instrumentelle Beiträge zum Delay . . . . .	94
3.2.1.6	Delays durch ausgedehnte Quellen . . . . .	95
3.2.1.6.1	Beispiel Radioquelle 0552+398 . . . . .	99
3.2.1.7	VLBI Delay . . . . .	101
3.2.2	Signalverarbeitung im Radiointerferometer . . . . .	101
3.2.2.1	Signalstruktur . . . . .	101
3.2.2.2	Signalverarbeitung auf der Meßplattform . . . . .	102
3.2.2.2.1	Phasenkalibriersystem . . . . .	105
3.2.2.2.2	Kabelverzögerungsmeßsystem . . . . .	106
3.2.2.3	Signalverarbeitung im Korrelator . . . . .	106
3.2.2.3.1	Grundlagen der Korrelation . . . . .	108
3.2.2.3.2	Frequenzumsetzung vom Radiofrequenz- zum Videofrequenzbereich . . . . .	109
3.2.2.3.3	Signalanpassung für die Kreuzkorrelation . . . . .	110
3.2.2.3.4	Mehrkanalinterferometrie . . . . .	112
3.2.3	Instrumentelle Parameter bei VLBI . . . . .	113
3.2.3.1	Konstruktionselemente von Radioteleskopen . . . . .	114
3.2.3.2	Systemtemperatur, Signal-Rauschverhältnis und SEFD . . . . .	118
3.2.3.2.1	Parameter geodätischer Radioteleskope . . . . .	121
3.2.3.2.2	Signal-Rausch-Verhältnis und SEFD im Interferometer . . . . .	121
3.3	SLR . . . . .	122
3.4	Satellitengestützte Mikrowellenverfahren . . . . .	126
3.4.1	GPS . . . . .	126
3.4.1.1	GPS-Signalverarbeitung . . . . .	126
3.4.2	DORIS . . . . .	130
3.4.3	PRARE . . . . .	132
3.5	Gravimetrie . . . . .	133
3.6	Pegel . . . . .	134
3.7	Meteorologie . . . . .	134
3.8	Seismographie . . . . .	135
3.9	Lokale Einmessung der Sensoren . . . . .	135
<b>4</b>	<b>Meßplattformen für globale Bezugssysteme</b> . . . . .	<b>137</b>
4.1	Fundamentalstationen . . . . .	137
4.2	Transportables Integriertes Geodätisches Observatorium . . . . .	140
4.2.1	VLBI-Modul . . . . .	142
4.2.2	SLR-Modul . . . . .	145
4.2.2.1	Laser-Teleskop . . . . .	145
4.2.2.2	Optische Sende- und Empfangseinheit . . . . .	146

4.2.3	Grund-Modul . . . . .	148
4.2.4	Wartungsmodul . . . . .	149
4.2.5	Energiemodul . . . . .	150
4.3	Zur Standortfrage von TIGO . . . . .	150
<b>5</b>	<b>Methode zur optimalen Neupunktfindung in globalen Bezugssystemen</b>	<b>153</b>
5.1	Optimierung geodätischer Netze . . . . .	153
5.2	Voronoi-Diagramme . . . . .	155
5.3	Verdichtung des globalen Bezugssystems mit Fundamentalstationen . . . . .	157
5.3.1	Bestimmung eines 1. TIGO-Standortes . . . . .	158
5.3.2	Bestimmung eines 2. TIGO-Standortes . . . . .	159
5.3.3	Bestimmung eines 3. TIGO-Standortes . . . . .	160
5.3.4	Bestimmung eines 4. TIGO-Standortes . . . . .	162
5.3.5	Bestimmung eines 5. Standortes für eine Fundamentalstation . . . . .	164
5.3.6	Beurteilung . . . . .	165
5.4	Quantifizierung eines Gewinns durch Neupunkte . . . . .	165
5.4.1	Standortwahl nach der Methode der Volumenapproximation und Flächenapproximation . . . . .	165
5.4.2	Erzielbare Gewinne durch neue Fundamentalpunkte . . . . .	166
5.5	Beurteilung der ermittelten Standorte . . . . .	167
<b>6</b>	<b>Ausblick</b>	<b>168</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>170</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Ein *System* ist ein komplexes Objekt, dessen Teile oder Komponenten derart miteinander verbunden sind, daß das Objekt sich in mancher Hinsicht wie eine Einheit verhält und nicht als sei es nur eine Menge von Elementen ( [17], S. 83).

Bei einem konkreten System sind dessen Komponenten konkrete Objekte oder Dinge. Bunge definiert das konkrete System folgendermaßen ( [17], S. 84):

*Eine Sache  $s$  ist ein konkretes System, wenn und nur wenn  $s$  adäquat dargestellt werden kann durch das geordnete Tripel der Mengen*

$$m = \langle \text{Zusammensetzung von } s, \text{Umwelt von } s, \text{Struktur von } s \rangle \quad (1.1)$$

wobei

- die *Zusammensetzung von  $s$*  die Menge der Teile von  $s$  ist, eine Menge, die mindestens zwei Elemente hat.
- die *Umwelt von  $s$*  die Menge der konkreten Dinge ist, die sich von den Komponenten von  $s$  unterscheiden, die aber mit ihnen verbunden sind, d.h. die auf  $s$  einwirken oder von  $s$  beeinflusst werden.
- die *Struktur von  $s$*  die Menge der Relationen zwischen Komponenten von  $s$  ist, ebenso wie zwischen diesen und Komponenten der Umwelt von  $s$  und zwar derart, daß die besagte Menge wenigstens eine Verbindung oder Kopplung enthält.

Bei Schneider ( [115], S. 27) findet sich eine anschauliche mathematische Umsetzung dieser Definition wieder. Eine umfassende Gesamtheit  $G$  umschließt eine kleinere Trägermenge  $X$ , die sich aus kleinsten Einheiten  $x_i$  aufbaut. Die kleinen Einheiten  $x_i$  unterhalten Wirkungsbeziehungen  $R$  untereinander und zu Einheiten, die der Umwelt  $G - X$  gehören.

Mit der Struktur

$$R = \{r_{ij} \mid \text{Relationen der } x_i \in X \text{ untereinander}\} \quad (1.2)$$

und der Trägermenge  $X$  ergibt sich das *System*  $S$  zu

$$S = \{X, R\}, \quad X \subset G \quad . \quad (1.3)$$

Bilden einige der kleinen Einheiten  $x_i$  eine Aggregation in  $X$  werden sie als *Subsystem* bezeichnet. *Supersysteme* ergeben sich aus der Aggregation von Systemen. Diese Begriffe *Subsystem* – *System* – *Supersystem* weisen bereits auf eine Hierarchie der Systeme hin.

Unterscheiden lassen sich *endogene* Aktivitäten, die von den systembildenden Wirkungsbeziehungen  $R$  ausgehen, und *exogene* Aktivitäten, die von der Umgebung des Systems  $G - X$  verursacht sind. Desweiteren lassen sich

in das System gerichtete Wirkungsbeziehungen als *Input* und aus dem System gerichtete Wirkungsbeziehungen als *Output* bezeichnen.

Abbildung 1.1 gibt die hier gemachten Aussagen wieder.

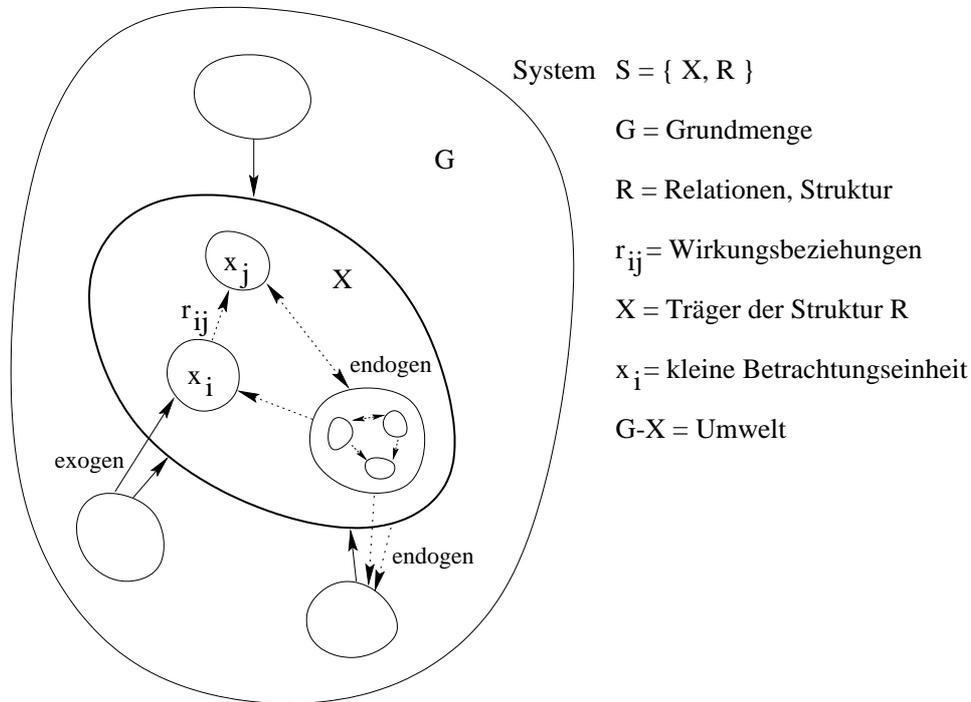


Abb. 1.1: Darstellung eines Systems durch Objekte  $x_i$ , die einer Trägermenge  $X$  zugeordnet sind und einer größeren Grundgesamtheit  $G$  angehört. Die durch Pfeile angedeuteten Wirkungsbeziehungen  $r_{ij} \in R$  innerhalb von  $X$  sind systembildend.

Beispiele für die hier eingeführten Systeme sind *Bezugssysteme*. Wie später gezeigt werden wird, werden Bezugssysteme durch Meßplattformen  $x_i$  vermarktet, die untereinander über einen kommunikativen Prozeß mit Trägern anderer Bezugssysteme Wirkungsbeziehungen unterhalten.

*Globale Bezugssysteme* sind Bezugssysteme für das *System Erde*. Ein globales Bezugssystem stellt durch seine Verknüpfung mit der Erdkruste ein Teilsystem im System Erde dar, welches durch die endogenen und exogenen Aktivitäten des Systems Erde und seiner Umwelt beeinflusst wird. Das bedeutet, daß sich durch ein tieferes Verständnis des Systems Erde genauere globale Bezugssysteme definieren lassen. Umgekehrt lassen sich auf dem Fundament eines globalen Bezugssystems weitere Modellgebäude für die zahlreichen systembildenden Wirkungsbeziehungen des Systems Erde errichten.

Das tiefere Verständnis der Wirkungsbeziehungen im System Erde kann jedoch nur durch Meßtätigkeit erreicht werden, deren Ergebnisse sich nur auf der Grundlage von Bezugssystemen interpretieren lassen. Dieses Wechselspiel zwischen theoretischer Modellbildung einerseits und praktischer Meßtätigkeit andererseits führt auf den in Abbildung 1.2 gezeigten Planungs- und Handlungsablauf zur Erforschung des Systems Erde.

Aus dem System Erde läßt sich der Einzelaspekt *globales Bezugssystem* herauslösen und als verbesserungswürdiges "Operationelles System" in dem Planungs- und Handlungsablauf definieren. Die Mängelanalyse bestehender globaler Bezugssysteme offenbart die Verbesserungsmöglichkeiten in der praktischen Meßtechnik und der theoretischen Modellbildung. Die sich hieraus ergebenden Entwicklungen führen zu notwendigen Projekten, die eine Evaluierung des meßtechnischen und modellseitigen Fortschritts bestätigen sollen. Über die Brauchbarkeit der geleisteten Entwicklungen entscheidet letztendlich der Nutzer, der entweder die gewonnenen Erkenntnisse in seinem Anwendungsmodell verwertet oder als Rückkopplung erneut Verbesserungsvorschläge macht.

Es treten zwei verschiedene Perspektiven hervor, aus denen sich *globale Bezugssysteme* in der Mängelanalyse kritisch betrachten lassen. Hinsichtlich der theoretischen Modellbildung einerseits und der praktischen Meßtechnik andererseits werden von der Warte des erreichten Entwicklungsstands folgende Fragen gestellt werden:

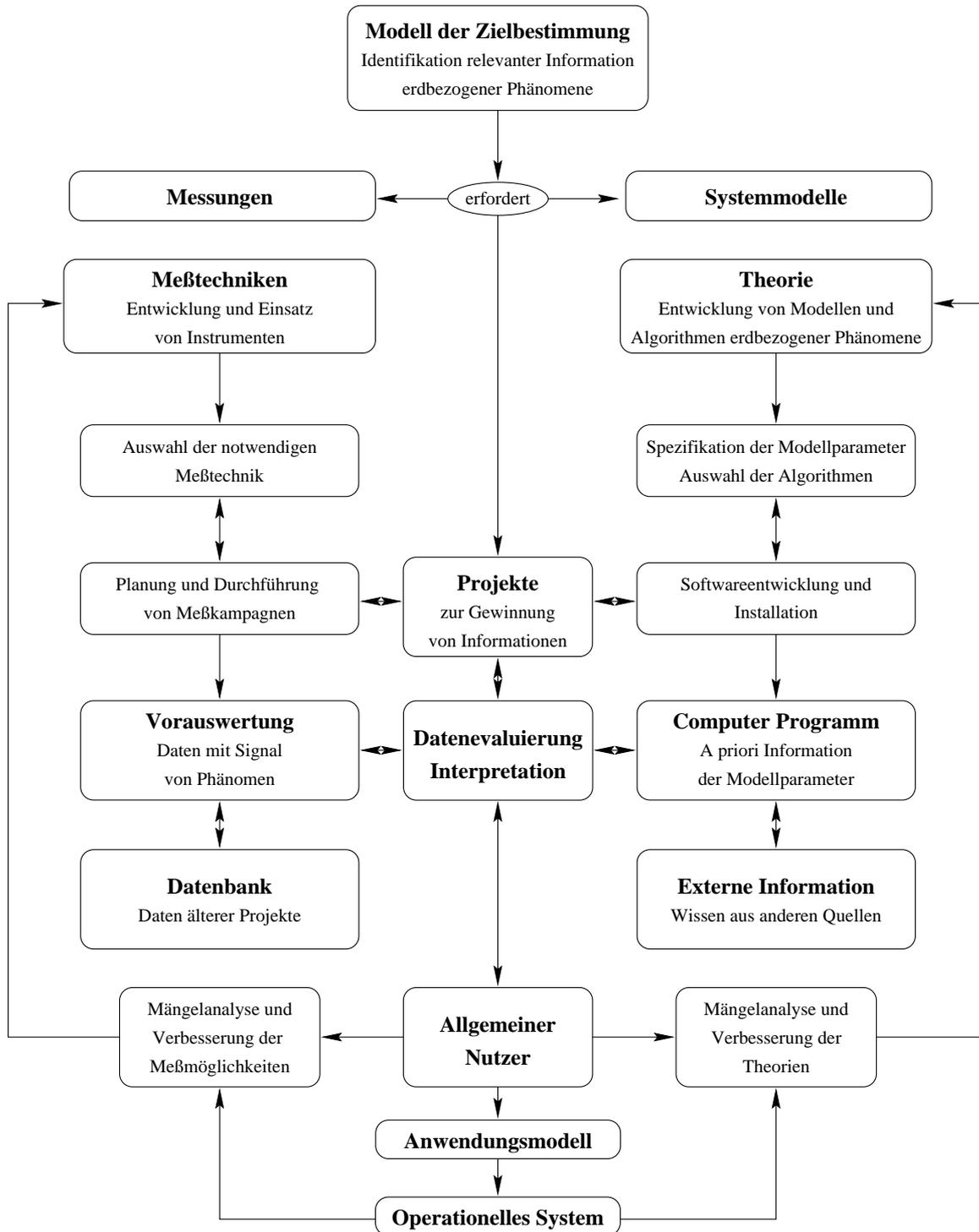


Abb. 1.2: Planungs- und Handlungsablauf zur Erforschung des Systems Erde nach [121].

1. Wie können globale Bezugssysteme definiert werden, damit sie die Ergebnisse der Allgemeinen Relativitätstheorie berücksichtigen?
2. Wie lassen sich raumzeitliche Bezugspunkte in einem globalen Bezugssystem für die Koordinierung von Ereignissen realisieren?
3. An welchen Stellen lassen sich in einem raumzeitlichen Bezugssystem neue Bezugspunkte in idealer Weise einfügen?

Ausgehend von dem Vorschlag der Forschungsgruppe Satellitengeodäsie [121] mit einer neuentwickelten transportablen Meßplattform das Problem der ungleichmäßigen Verteilung von Meßplattformen im globalen Bezugssystem zu verringern, wird allen drei Fragen in dieser Arbeit nachgegangen.

Das zweite Kapitel ist *Bezugssystemen* gewidmet. Nach der Begriffsdefinition werden die physikalischen Grundlagen zusammengestellt, die zum Verständnis der Problematik von konsistenten Bezugssystemen notwendig sind. Bezugssysteme manifestieren sich in Koordinatensystemen, auf deren Festlegung in der Einsteinschen Raumzeit im anschließenden Abschnitt eingegangen wird. Die Anwendung dieser Grundlagen kommt über die relativistische Metrologie zum Ausdruck, deren Inhalt die relativistisch konsistente Behandlung von Meßgrößen ist.

Die Modellierung des Systems Erde umfaßt eine Reihe von geodynamischen Phänomenen, deren Modelle unmittelbaren Einfluß auf die Koordinatengebung der Bezugssysteme haben. Hierzu zählt insbesondere die Erdrotation, die den Zugriff auf ein immer erwünschtes Fast-Inertialsystem ermöglicht.

Nach Zusammenstellung der theoretischen Grundlagen werden im letzten Abschnitt des zweiten Kapitels einige der wichtigen Realisierungen von globalen Bezugssystemen vorgestellt, verglichen und bewertet.

Im dritten Kapitel geht es um die *Prinzipien der Geodätischen Meßverfahren*, die die praktische Grundlage für die Umsetzung der Theorie über globale Bezugssysteme sind. Hierzu zählen insbesondere die geodätischen Raumverfahren, von denen das komplizierte Meßverfahren der geodätischen *Very Long Baseline Interferometry* (VLBI) exemplarisch ausführlich dargestellt wird. Die VLBI unterscheidet sich von den anderen geodätischen Raumverfahren dadurch, daß sie den Bezug zu einem Fast-Inertialsystem herstellen kann.

Auf die Prinzipien nicht primär geodätischer Sensoren, die aber unverzichtbar für die Belange genauer Messungen und somit für globale Bezugssysteme sind, wird skizzenhaft eingegangen.

Das vierte Kapitel versucht eine Beantwortung der zweiten Frage, in dem es *Meßplattformen für globale Bezugssysteme* definiert. Hierbei sind die Fundamentalstationen unverzichtbare Meßplattformen. Ein Beispiel für die ideale Lösung der Aufgabe von der Einrichtung und Laufendhaltung von globalen Bezugssystemen mit Fundamentalstationen ist das Transportable Integrierte Geodätische Observatorium (TIGO) der Forschungsgruppe Satellitengeodäsie. Sein Konzept und die Module werden kurz vorgestellt. Abschließend werden mögliche Standortkriterien von TIGO genannt.

Das fünfte Kapitel beantwortet die dritte Frage, in dem eine *Methode zur optimalen Neupunktfindung in globalen Bezugssystemen* vorgestellt wird. Sie basiert auf der Methode des größten leeren Kreises und den Methoden der Volumen- bzw. Flächenapproximation einer Kugel, mit denen ein optimaler Standort im Sinne einer homogenen Punktverteilung in globalen Bezugssystemen gefunden werden kann. Basierend auf den Daten aus 1998 werden Beispiele für ein Netz von Fundamentalstationen durchgerechnet. Es ergeben sich vier Standorte mit voneinander abhängiger Priorität als Einsatzmöglichkeiten für TIGO.

# Kapitel 2

## Bezugssysteme

In diesem Abschnitt werden nach der Klärung des Begriffes “Bezugssystem” (Kap. 2.1), die physikalischen Grundlagen für moderne Bezugssysteme auf der Grundlage der ART bereitgestellt, in deren Mittelpunkt die Einsteinsche Feldgleichung steht (Kap. 2.2). Die Koordinatengebung in der ART gestaltet sich insbesondere durch die Unterscheidung von Eigen- und Koordinatenzeit anders als in Newtons absolutem Raum. Die in der Geodäsie verwendeten physikalischen Größen sind lokal definierte Laborgrößen, die aus Konsistenzgründen nicht in einem globalen Sinne verwendet werden dürfen (Kap. 2.3). Die Erde unterliegt einer Vielzahl geodynamischer Phänomene, die bei globalen Bezugssystemen berücksichtigt werden müssen (Kap. 2.4). Schließlich lassen sich die derzeitigen Realisierungen von Bezugssystemen, die wesentlich auf den Empfehlungen internationaler Gremien basieren, vorstellen und an den vorgenannten Merkmalen prüfen (Kap. 2.5).

### 2.1 Zum Begriff “Bezugssystem”

#### **Definition 2.1.1 (Bezugssystem)**

*Die Gesamtheit materieller Gegenstände auf die theoretische Aussagen und praktische Messungen bezogen werden, wird als Bezugssystem bezeichnet.*

Bezugssysteme sind somit die Grundlage der Verknüpfung von theoretischer und praktischer Erkenntnis. Sie lassen sich in verschiedenen Theorien begründen (Newton, Einstein) und deren Gültigkeitsgrenzen durch Messungen nachweisen. Zu den Bezugssystemen gehören immer geeignete Materieteilchen, die als Träger von Bezugssystemen dienen. Ohne Materie sind die Begriffe von Raum und Zeit bedeutungslos, wie auch die Materie ohne eine Auffassung ihrer raumzeitlichen Dimensionen sinnlos ist.

Ein Bezugssystem besteht im Sinne der Systemtheorie aus

- *Objekten*, die hier meß- und beobachtungstechnisch kooperative Träger des Bezugssystems sind, z.B. Quasare, Sterne, Satelliten, geeignet bestückte Meßplattformen,
- *Relationen*, die die physikalischen Eigenschaften der Träger beschreiben, z.B. Kataloge mit Position und Eigenbewegung, Erdrotation, Orbitalelemente.

Ein Bezugssystem kann als Systemmodell aufgefaßt werden, in dem der Bezug zwischen den Ereignissen, die die Welt beschreiben, durch die mathematisch-logische Formelsprache hergestellt wird. Die Darstellung von Raum-, Zeit- und Raumzeitereignissen wird zweckmäßig in mathematischen Systemen mittels einer geeigneten Koordinatenstruktur beschrieben.

Bezugssysteme sind keine Koordinatensysteme. Die Koordinatengebung in einem Bezugssystem basiert immer auf Messungen, die zu den feststehenden Begriffen

- Bezugsrahmen (*‘reference frame’*),
- Koordinatensystem (*‘coordinate system’*)

führen.

**Definition 2.1.2 (Bezugsrahmen)**

*Ein Bezugsrahmen bezeichnet in der Raumzeit die Möglichkeit, die Position eines Körpers durch Zuordnung eines willkürlichen Koordinatenquadrupels in der Raumzeit festzulegen.*

In der Raumzeit lassen sich die Einsteinschen Feldgleichungen (2.26) nur bis auf vier willkürlich wählbare Freiheitsgrade lösen. Deshalb gibt es innerhalb eines Bezugsrahmens beliebig viele Koordinatensysteme.

**Definition 2.1.3 (Koordinatensystem)**

*Ein Koordinatensystem ist ein bestimmter Code, um Punkte innerhalb eines Bezugsrahmens mit Zahlen zu bezeichnen.*

Ohne einen in der Hierarchie der Bezugssysteme abgesteckten Bezugsrahmen, lassen sich in der Raumzeit keine Koordinatensysteme definieren.

Auf Kovalevsky und Mueller [72] geht die in der Geodäsie weitgehend akzeptierte Trennung von

- Referenzsystem (*'reference system'*),
- Referenzrahmen (*'reference frame'*)

zurück. Anhand der Definitionen 2.1.4 und 2.1.5 lassen sich die Unterschiede kurzerhand als die von Theorie und Praxis zusammenfassen.

**Definition 2.1.4 (Referenzsystem)**

*Ein Referenzsystem wird auf der Grundlage physikalischer Theorien durch eine ideale Vorstellung eines Bezugssystems definiert.*

**Definition 2.1.5 (Referenzrahmen)**

*Als Referenzrahmen wird eine materielle Ausgestaltung (unter vielen möglichen) eines Referenzsystems bezeichnet.*

Der in einem Referenzsystem angestrebte Idealzustand eines Bezugssystems bleibt durch die Hypothesenbelastung der Modelle und willkürlichen Festlegungen unerreichbar. Dieser Umstand macht für die Vergleichbarkeit von Bezugssystemen eine Standardisierung der Modelle erforderlich. Es lassen sich auch Bezugssysteme standardisieren, indem *konventionelle Referenzsysteme* durch internationale Gremien festgelegt werden. Ein konventionelles Referenzsystem wird durch einen zugehörigen *konventionellen Referenzrahmen* für den Nutzer verfügbar (vgl. [120], Kap. 67.2).

## 2.2 Physikalische Grundlagen

Einsteins relativistische Konzipierung von Raum und Zeit faßt Schmutzer in [113], S. 272, thesenartig zusammen:

1. Raum und Zeit bilden in gegenseitiger Wechselbeziehung ein vierdimensionales einheitliches Ganzes, das *Raum-Zeit-Kontinuum* oder auch kürzer *Raumzeit* genannt wird.
2. Das Raum-Zeit-Kontinuum existiert in immanenter Wechselbeziehung mit der Materie. Seine geometrische Struktur resultiert aus dem Bewegungszustand der Materie gemäß der Einsteinschen Gravitationstheorie.

In dem Raum-Zeit-Kontinuum werden die Wirkungsbeziehungen zwischen den Objekten eines Systems durch physikalische Gesetze beschrieben.

Bezugssysteme lassen sich in verschiedenen Raumzeiten mit unterschiedlichen Merkmalen festlegen:

- **Einsteinsche Raumzeit.**

1. Es gibt eine Koordinatenzeit  $t$  und eine Eigenzeit  $\tau$ .  
Gleichzeitigkeit von Ereignissen ist relativ, d.h. abhängig vom Bezugssystem.
2. Es gilt die Metrik  $g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}$  mit  $\alpha, \beta \in \{0, 1, 2, 3\}$ .
3. Die Struktur der Raumzeit ist gekrümmt.
4. Es gibt viele lokale Bezugssysteme.

- **Minkowskische Raumzeit.**

1. Es gibt eine Koordinatenzeit  $t$  und eine Eigenzeit  $\tau$ .  
Gleichzeitigkeit von Ereignissen ist relativ, d.h. abhängig vom Bezugssystem.
2. Es gilt die Minkowskische Metrik  $g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}$  mit  $\alpha, \beta \in \{0, 1, 2, 3\}$ .
3. Die Struktur der Raumzeit ist flach.
4. Es gibt viele lokale Bezugssysteme.

- **Newtonsche Raumzeit.**

1. Die Zeit  $t$  ist absolut.  
Gleichzeitigkeit von Ereignissen ist unabhängig vom Bezugssystem.
2. Es gilt die Euklidische Metrik  $g_{ij} = \delta_{ij}$  mit  $i, j \in \{1, 2, 3\}$ .
3. Es gibt die Gravitationskraft.
4. Es gibt ein globales Bezugssystem.

In dieser – zur historischen Entwicklung umgekehrten – Reihenfolge wird durch die unterschiedliche Auffassung des Zeitbegriffs und der Metrik des Raumes erkennbar, daß die allgemeine Relativitätstheorie mit der Einsteinschen Raumzeit die spezielle Relativitätstheorie mit Minkowskischer Raumzeit und die Newtonsche Gravitationstheorie mit Newtonscher Raumzeit als Grenzfälle mit einschließt. Durch die Aufgabe einer raumzeitlich veränderlichen Metrik und des relativen Zeitbegriffs, was einer sukzessiven Hinzunahme absoluter Elemente entspricht, werden die Grenzübergänge von der Einsteinschen über die Minkowskischen zur Newtonschen Raumzeit vollzogen (s. Tab. 2.1).

Das in der Einsteinschen Raumzeit einzig absolute Element ist die Differentialtopologie, die Grundlage einer *Koordinatengebung* für Ereignisse ist.

Verschiedene Autoren haben darauf hingewiesen, daß bei der Modellbildung geodätischer Raumverfahren auf die Ergebnisse der Allgemeinen Relativitätstheorie zurückgegriffen werden muß ([138], [112], [125]), wenn

- elektromagnetische Signale zur Entfernung- oder Richtungsmessung verwendet werden,
- Träger von Bezugssystemen relativ große Geschwindigkeiten erreichen,

Tab. 2.1: Absolute Elemente in Theorien der Raumzeit nach Trautmann (s. [115], S. 344).

Theorie	absolute Elemente		
	Zeit	Metrik	Differentialtopologie
Allgemeine Relativitätstheorie	nein	nein	ja
Spezielle Relativitätstheorie	nein	ja	ja
Newton'sche Mechanik	ja	ja	ja

- Gravitationsfelder auftreten.

Die wichtigsten Grundzüge der Allgemeinen Relativitätstheorie werden hier zusammengestellt, soweit sie das Thema Bezugssysteme betreffen. Gleichwohl ist aber für viele geodätische Anwendungen der Modellbereich Newtons ausreichend. Das gilt insbesondere für die Modelle geodynamischer Phänomene, die in einem Zeitspektrum von den Perioden seismischer Wellen bis hin zu geologischen Zeitskalen geschehen.

### 2.2.1 Allgemein Relativistische Grundlagen für Bezugssysteme

Die Beschreibung physikalischer Vorgänge im System Erde verlangen sowohl nach kinematischer als auch nach dynamischer Behandlung in der Modellbildung. Da sich die Kinematik aus der Dynamik herleiten läßt, wird hier zunächst von der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) ausgegangen.

Bezugssysteme werden durch ihre auf Massen vermarkten Träger realisiert, deren Beziehungen in der ART charakterisiert sind durch

- **Riemannsche Geometrie** als mathematische Grundlage zur Beschreibung der Raumzeit,
- **Dynamische Grundgesetze** zur Beschreibung der Bewegung von Massen in der Raumzeit,
- **Relativitätsprinzip** zur Beschreibung der Beziehung zwischen Bezugssystem und physikalischen Gesetzen.

Diese Charakteristika werden zusammengefaßt in der

- **Einsteinschen Feldgleichung der Gravitation.**

Die Lösungen der Einsteinschen Feldgleichung werden im sogenannten PPN-Formalismus überschaubar.

#### 2.2.1.1 Riemannsche Geometrie

Die Riemannsche Geometrie stellt im wesentlichen eine Verallgemeinerung der Minkowski-Geometrie dar, in dem der Metriktensor  $g_{\alpha\beta}$  beliebige Werte annehmen kann. Die Riemannsche Geometrie ist gekennzeichnet durch:

##### 1. Vierdimensionale Koordinaten

$$x^\alpha = (ct, x^i) \quad , \quad (2.1)$$

$$\text{mit } t = \text{Koordinatenzeit} \quad , \quad (2.2)$$

$$\alpha, \beta, \dots \in \{0, 1, 2, 3\} \quad , \quad (2.3)$$

$$i, j, \dots \in \{1, 2, 3\} \quad . \quad (2.4)$$

##### 2. Maßtensor

bezogen auf das vierdimensionale System  $\Sigma$  in der kovarianten Form

$$g_{\alpha\beta}(x^\gamma) = g_{\beta\alpha}(x^\gamma) \quad . \quad (2.5)$$

Der kontravariante Metriktensor folgt aus

$$g^{\alpha\beta} g_{\beta\gamma} = \delta_\gamma^\alpha \quad . \quad (2.6)$$

Sind die Eigenwerte des Maßtensors sämtlich positiv, heißt die Geometrie *riemannsch*; sind sie positiv und negativ, handelt es sich um eine *pseudoriemannsche Geometrie* mit der sogenannten *Lorentz-Metrik*, die der physikalischen Raumzeit der Speziellen Relativitätstheorie zugrunde liegt ([136], S. 25).

### 3. Fundamentalform

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = g_{\alpha\beta}(x^\gamma) dx^\alpha dx^\beta = \bar{g}_{\alpha\beta}(\bar{x}^\gamma) d\bar{x}^\alpha d\bar{x}^\beta \quad (2.7)$$

als Beobachtungsgleichung der Riemannschen Koordinatengeometrie. Die Fundamentalform gibt an, wie man z.B. in der infinitesimalen kleinen Umgebung eines Punktes  $x^\gamma$  den Abstand  $ds$  nach  $x^\gamma + dx^\gamma$  bestimmt. Die skalaren Raumzeitintervalle  $ds^2$  bzw.  $c^2 d\tau^2$  sind invariant gegenüber Koordinatentransformationen.

Das Raumzeitintervall  $ds^2$  kann aufgrund des entgegengesetzten Vorzeichens zwischen Zeitkomponente  $x^0$  und den Raumkomponenten  $x^i$  auch negative Werte annehmen. Es werden in der pseudoriemannschen Geometrie drei Fälle unterschieden, je nachdem ob der zeitliche oder der räumliche Anteil in der Fundamentalform überwiegt:

$$ds^2 > 0 \quad \text{zeitartiges Intervall} \quad , \quad (2.8)$$

$$ds^2 = 0 \quad \text{lichtartiges Intervall} \quad , \quad (2.9)$$

$$ds^2 < 0 \quad \text{raumartiges Intervall} \quad . \quad (2.10)$$

Es gelten die Transformationsgesetze für Maßtensoren und Koordinaten

$$\bar{g}_{\alpha\beta} = x_{,\alpha}^\gamma x_{,\beta}^\delta g_{\gamma\delta} \quad \text{bzw.} \quad g_{\alpha\beta} = \bar{x}_{,\alpha}^\gamma \bar{x}_{,\beta}^\delta \bar{g}_{\gamma\delta} \quad (2.11)$$

mit den Transformationsmatrizen

$$A_{\beta}^{\alpha} = x_{,\beta}^{\alpha} = \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial \bar{x}^{\beta}} \quad \text{bzw.} \quad \bar{A}_{\beta}^{\alpha} = \bar{x}_{,\beta}^{\alpha} = \frac{\partial \bar{x}^{\alpha}}{\partial x^{\beta}} \quad . \quad (2.12)$$

### 4. Geodätische Linie

$$\frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} \frac{dx^\beta}{ds} \frac{dx^\gamma}{ds} = 0 \quad \text{bzw.} \quad (2.13)$$

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} \frac{dx^\beta}{d\tau} \frac{dx^\gamma}{d\tau} = 0 \quad (2.14)$$

$$\text{mit} \quad \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} = \frac{g^{\alpha\delta}}{2} (g_{\beta\delta,\gamma} + g_{\gamma\delta,\beta} - g_{\beta\gamma,\delta}) \quad (2.15)$$

Bedeutsamer Unterschied zur flachen Raumzeit der SRT ist die Existenz eines nicht konstanten Metriktensors  $g_{\alpha\beta}$ , welcher entweder

- physikalisch durch das Vorhandensein eines Gravitationsfeldes oder
- mathematisch durch die Benutzung krummliniger Koordinaten  $q^\alpha$  oder
- durch die Benutzung eines beschleunigten Bezugssystems

gegeben ist. Der Metriktensor enthält Informationen über die Raumkrümmung. Als Maß der Raumkrümmung wird der Riemannsche Krümmungstensor  $R_{\alpha\beta\gamma}^\mu$  angegeben

$$R_{\alpha\beta\gamma}^\mu = \Gamma_{\alpha\gamma,\beta}^\mu - \Gamma_{\alpha\beta,\gamma}^\mu + \Gamma_{\alpha\gamma}^\nu \Gamma_{\nu\beta}^\mu - \Gamma_{\alpha\beta}^\nu \Gamma_{\nu\gamma}^\mu \quad . \quad (2.16)$$

Bei der Existenz von Gravitationsfeldern verschwindet der Riemannsche Krümmungstensor nicht

$$R_{\alpha\beta\gamma}^\mu \neq 0 \quad . \quad (2.17)$$

Jedoch läßt sich im allgemeinen für lokal begrenzte Bereiche die Minkowskische Raumzeit  $\bar{\Sigma}$  lokal einführen. Damit tritt die flache Raumzeit anstelle der gekrümmten Raumzeit; d.h. die Metrik zeigt sich unbeeinflußt von sich bewegender Materie und die Raumkrümmung entfällt. Der Metriktensor nimmt dann die Form

$$\bar{g}_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{für } \alpha = \beta = 0 \\ -1 & \text{für } \alpha = \beta > 0 \\ 0 & \text{für } \alpha \neq \beta \end{cases} = \eta_{\beta\alpha} \quad (2.18)$$

der Minkowskischen Raumzeit an. In der Minkowskischen Raumzeit werden *Lorentz-Systeme* (Inertialsysteme) und beschleunigte Bezugssysteme unterschieden.

### 2.2.1.2 Grundgesetze der Einsteinschen Dynamik

Ein wichtiger Unterschied zur Newtonschen Dynamik stellt die relativistische Auffassung vom Begriff der Masse dar. Hier wird zwischen einer invarianten Ruhmasse  $dm_0$  und einer geschwindigkeitsabhängigen relativistischen Masse  $dm$  unterschieden. Der **4-Impuls**  $dp^\alpha$  ergibt sich je nach Zeitbezug zu:

$$\begin{aligned} dp^\alpha &= dm_0 u^\alpha = dm v^\alpha ; & (2.19) \\ \text{mit } u^\alpha &= \frac{dx^\alpha}{d\tau} = \text{4-Geschwindigkeit} , \\ v^\alpha &= \frac{dx^\alpha}{dt} = \text{4-Koordinatengeschwindigkeit} , \\ dm &= \frac{dt}{d\tau} dm_0 ; \\ \text{mit } \gamma &= \frac{dt}{d\tau} . \end{aligned}$$

Die Äquivalenz von Masse und Energie kommt in der kartesischen Zeitkomponente  $dp^0$  als **Einsteinsche Energieformel**

$$dE = dm c^2 = \gamma dm_0 c^2 \quad (2.20)$$

zum Ausdruck. Damit läßt sich der 4-Impulsvektor, auch Energie-Impulsvektor genannt, umschreiben zu

$$dp^\alpha = \begin{bmatrix} dE \\ \frac{c}{dp^i} \end{bmatrix} . \quad (2.21)$$

Nun lassen sich die **Grundgesetze der Einsteinschen Dynamik** angeben:

#### 1. Trägheitsgesetz der ART.

Ein kräftefreies Teilchen  $dm$  bewegt sich relativ zu einer Pseudo-Riemannschen Raumzeit  $\Sigma$  mit dem Maßtensor  $g_{\alpha\beta}$  mit konstantem 4-Impuls.

$$dp^\alpha = dm_0 u^\alpha = dm v^\alpha = \text{konstant} . \quad (2.22)$$

Ist die Ruhmasse konstant, also  $\frac{d(dm_0)}{d\tau} = 0$ , bewegt sich das Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit  $u^\alpha$  und es gilt

$$\frac{Du^\alpha}{d\tau} = a^\alpha = 0 . \quad (2.23)$$

Es bewegt sich somit entlang einer geodätischen Weltlinie (2.14).

#### 2. Bewegungsgesetz der ART.

Die zeitliche Änderung des 4-Impulses eines Teilchens relativ zu einer Pseudo-Riemannschen Raumzeit  $\Sigma$  mit dem Maßtensor  $g_{\alpha\beta}$  ist gleich der auf das Teilchen wirkenden 4-Kraft  $dF^\alpha$ .

$$\frac{D(dp^\alpha)}{d\tau} = \frac{D(dm_0 u^\alpha)}{d\tau} = \frac{D(dm v^\alpha)}{d\tau} = dF^\alpha . \quad (2.24)$$

Ist die Ruhmasse konstant, also  $\frac{d(dm_0)}{d\tau} = 0$ , folgt aus (2.24)

$$dm_0 \frac{Du^\alpha}{d\tau} = dm_0 a^\alpha = dF^\alpha \quad . \quad (2.25)$$

Die Gesetze (2.22) und (2.24) unterscheiden sich von den Newtonschen Grundgesetzen, indem die Pseudoriemannsche Raumzeit anstelle des Newtonschen Inertialsystems tritt.

### 2.2.1.3 Allgemeines Relativitätsprinzip

Ausgehend von der

#### Definition 2.2.1 (Spezielles Relativitätsprinzip)

Die Grundgesetze der Physik besitzen für zwei Beobachter, die sich in geradlinig-gleichförmig gegeneinander bewegten Inertialsystemen befinden, dieselbe Form;

läßt sich eine zweifache Äquivalenz für Inertialsysteme ablesen:

1. *Kovarianz-Äquivalenz*, als Eigenschaft für Forminvarianz der Naturgesetze,
2. *Prozeß-Äquivalenz* für den bildlichen Ablauf des physikalischen Geschehens ( [114], S. 116).

In der Allgemeinen Relativitätstheorie geht es um beliebige vierdimensionale Koordinatensysteme, die nicht die Einschränkungen der Inertialsysteme besitzen. Die Verallgemeinerung des Speziellen Relativitätsprinzips (Def. 2.2.1) führt nach [114] auf die

#### Definition 2.2.2 (Allgemeines Relativitätsprinzip)

Die Grundgesetze der Physik besitzen für zwei in beliebigem Bewegungszustand befindliche Beobachter bei Benutzung beliebiger, kontinuierlich auseinander hervorgehender Koordinatensysteme dieselbe Form.

Mit dieser Definition ist eine Aussage über die Forminvarianz der Grundgesetze der Physik verbunden, weshalb das Allgemeine Relativitätsprinzip auch *Allgemeines Kovarianzprinzip* genannt wird. Die Gleichberechtigung beliebiger vierdimensionaler Koordinatensysteme führt zu einer Gleichberechtigung der physikalischen Grundgesetze womit die Kovarianz-Äquivalenz von dem Allgemeinen Relativitätsprinzip befriedigt wird. Physikalische Gegebenheiten, die nicht koordinatenunabhängig sind, sind demnach keine physikalischen Gesetze.

Die Prozeß-Äquivalenz besteht in allgemein-relativistischen Bezugssystemen im Unterschied zu den Lorentzsystemen der SRT nicht. Das Gravitationsfeld ist nicht universell, sondern im allgemeinen von Ort zu Ort in der Raumzeit verschieden. Die Kovarianz-Äquivalenz bedeutet, daß die physikalischen Gesetze in der ART universell sind; die nicht gegebene Prozeß-Äquivalenz weist den Ergebnissen der forminvarianten Gesetze nur eine beschränkte, *lokale* Bedeutung zu.

Zwei Ereignisse, die von zwei verschiedenen Bezugssystemen aus beobachtet werden, ergeben ungleichlang gemessene Zeitintervalle und räumliche Entfernungen. Die bezugsinvariante Fundamentalform (2.7) ergibt jedoch für beide Bezugssysteme aus den jeweilig unterschiedlichen zeitlichen und räumlichen Intervallanteilen das gleiche raumzeitliche Intervall.

### 2.2.1.4 Einsteinsche Feldgleichung

Die **Einsteinsche Feldgleichung** lautet:

$$G^{\alpha\beta} := R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R = \kappa T^{\alpha\beta} \quad , \quad (2.26)$$

wobei  $G^{\alpha\beta}$  der *Einstein-Tensor*,  $T^{\alpha\beta}$  der *Energie-Impuls-Tensor* und  $\kappa$  eine Proportionalitätskonstante ist. Aus dem **Riemannschen Krümmungstensor**

$$R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} := \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma,\delta} - \Gamma^{\alpha}_{\beta\delta,\gamma} + \Gamma^{\mu}_{\beta\gamma} \Gamma^{\alpha}_{\mu\delta} - \Gamma^{\mu}_{\beta\delta} \Gamma^{\alpha}_{\mu\gamma} \quad (2.27)$$

erhält man durch Verjüngung den **Ricci-Tensor**

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\alpha\nu}^{\alpha} \quad (2.28)$$

$$= \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^{\alpha} + \Gamma_{\beta\alpha}^{\alpha} \Gamma_{\mu\nu}^{\beta} - \Gamma_{\beta\nu}^{\alpha} \Gamma_{\mu\alpha}^{\beta} \quad (2.29)$$

und durch nochmalige Verjüngung das **Riemannsche Krümmungsskalar**  $R$

$$R = R_{\alpha}^{\alpha} \quad (2.30)$$

Die Größen (2.28), (2.30) sind vom *Metriktensor*  $g_{\alpha\beta}$  abhängig.

In der Einsteinschen Feldgleichung wird dem Einsteintensor  $G^{\alpha\beta}$  der Energie-Impulstensor  $T^{\alpha\beta}$  gegenüber gestellt.

Der Energie-Impuls-Tensor der rechten Seite von (2.26) enthält die Massendichteverteilung. Damit lokal die Energie-Impuls-Erhaltung von Materie erfüllt bleibt, hat der Energie-Impuls-Tensor die Eigenschaft, daß seine Divergenz verschwindet

$$T^{\alpha\beta}_{;\alpha} \equiv 0 \quad (2.31)$$

Der Einsteintensor auf der linken Seite von (2.26) hat die folgenden Eigenschaften:

1.  $G^{\alpha\beta}$  konstruiert sich allein aus der Raumzeit, d.h. aus dem Riemannschen Krümmungstensor und damit des Metriktensors.
2.  $G^{\alpha\beta}$  verschwindet in der flachen Raumzeit.
3.  $G^{\alpha\beta}$  ist linear in Riemannkrümmungstensenoren bzw. dessen Verjüngungen.
4.  $G^{\alpha\beta}$  ist symmetrisch und Tensor zweiter Stufe.
5. Die Divergenz von  $G^{\alpha\beta}$  verschwindet identisch

$$G^{\alpha\beta}_{;\alpha} \equiv 0 \quad (2.32)$$

Mit diesen Eigenschaften lassen sich aus den Feldgleichungen die folgende Aussagen ablesen:

**1. Masse ist die Ursache für Gravitation.**

Diese Aussage entspricht der Potentialtheorie Newtons und weist daraufhin, daß es einen Newtonschen Grenzfall geben muß.

**2. Die Gravitation ist die Ursache für die Geometrie.**

Mit dieser Aussage verknüpft sich die Vorstellung eines durch gravitierende Materie gekrümmten Raum-Zeit-Kontinuums.

Bei den Einsteinschen Feldgleichungen handelt es sich aufgrund der Symmetrieeigenschaft und der Divergenzfreiheit des Einsteintensors (und somit des Energie-Impuls-Tensors) um nur sechs unabhängige Differentialgleichungen 2. Ordnung für die zehn Komponenten des Metriktensors  $g_{\alpha\beta}$ . Die verbleibenden vier Freiheitsgrade zeigen an, daß es in der Raumzeit keine ausgezeichneten Koordinaten gibt, wie dies bei Newton der Fall war. Damit ergibt sich das *fundamentale Problem des Bezugssystems* für die mit der Messung erhaltene Observable.

Zur Festlegung eines Koordinatensystems in der Raumzeit müssen die vier verbleibenden Freiheitsgrade festgelegt werden. Dieser Vorgang heißt Eichung. Gebräuchlich sind die

- **harmonische Eichung**, bei der die Eichbedingung

$$g^{\alpha\beta} \Gamma_{\alpha\beta}^{\gamma} = (\sqrt{\det g_{\alpha\beta}} g^{\alpha\beta})_{,\alpha} = 0 \quad (2.33)$$

benutzt wird, (Vgl. [58], S. 364);

- **Standard-post-Newton-Eichung**, bei der Forderungen an die Abweichungen  $h_{\alpha\beta}$  von der Minkowski-Metrik  $\eta_{\alpha\beta}$  gestellt werden:

$$h_{0,\alpha}^\alpha - \frac{1}{2} h_{\alpha,0}^\alpha = -\frac{1}{2} h_{00,0} \quad (2.34)$$

$$h_{i,\alpha}^\alpha - \frac{1}{2} h_{\alpha,i}^\alpha = 0 \quad (2.35)$$

(Vgl. [119], S. 272);

- **isotrope Eichung**, bei der die räumlichen Koordinaten  $x^i$  kartesisch bezüglich

$$\gamma_{ij} = \delta_{ij} + O(c^{-4}) \quad (2.36)$$

gewählt werden und eine Verfügung der zeitlichen Koordinate zunächst offenläßt. (Vgl. [125], S. 16, [119], S. 431f.).

**2.2.1.4.1 Newtonscher Grenzfall** Aus den Anwendungsfällen, bei denen die Newtonsche Gravitationstheorie richtige Vorhersagen macht, können Merkmale für den Newtonschen Grenzfall extrahiert werden ([136], S. 87).

1. In der Newtonschen Gravitationstheorie ist die Massendichte  $\rho$  die einzige Quelle des Gravitationsfeldes. Deshalb muß es ein Koordinatensystem geben, in dem die Energiedichte

$$T_{00} = \rho c^2 \quad (2.37)$$

die wesentliche Quelle des Gravitationsfeldes ist und alle anderen Komponenten von  $T_{\alpha\beta}$  vernachlässigbar gering sind.

2. Gravitationsfelder sind nur langsam veränderlich, so daß die Ableitungen nach der zeitlichen Komponente  $x_0 = ct$  durch den sich ergebenden Faktor  $c^{-1}$  vernachlässigbar werden.
3. Die Metrik unterscheidet sich nur durch unwesentliche Abweichungen  $h_{\alpha\beta}$  von der einer Minkowski-Raumzeit (2.18)

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta} \quad , \quad (2.38)$$

so daß die in  $h_{\alpha\beta}$  und seinen Ableitungen quadratischen Terme vernachlässigbar sind, womit die Einsteinschen Feldgleichungen eine Linearisierung erfahren.

Es lassen sich diese Merkmale in die Einsteinschen Feldgleichungen einarbeiten. Durch Verjüngung von (2.26) erhält man

$$-R = \kappa T_\alpha^\alpha = \kappa T \quad , \quad (2.39)$$

womit die Feldgleichungen umgeschrieben werden können zu

$$R_{\alpha\beta} = \kappa \left( T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T \right) \quad . \quad (2.40)$$

Von den 10 Gleichungen interessiert in der Newtonschen Gravitationstheorie mit (2.37) nur

$$R_{00} = \kappa \left( T_{00} - \frac{1}{2} \eta_{00} T \right) \quad (2.41)$$

$$= \kappa \left( \rho c^2 - \frac{1}{2} \rho c^2 \right) \quad (2.42)$$

$$= \frac{\kappa}{2} \rho c^2 \quad . \quad (2.43)$$

Werden in (2.27) die in den Christoffel-Symbolen quadratischen Glieder vernachlässigt, folgt

$$R_{\mu\beta\nu}^{\alpha} = \Gamma_{\mu\nu,\beta}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\beta,\nu}^{\alpha} \quad (2.44)$$

$$= \frac{1}{2}\eta^{\alpha\sigma} (h_{\sigma\nu,\mu\beta} + h_{\mu\beta,\sigma\nu} - h_{\mu\nu,\beta\sigma} - h_{\beta\sigma,\mu\nu}) \quad (2.45)$$

Für  $R_{00}$  folgt somit

$$R_{00} = R_{0\alpha 0}^{\alpha} = \frac{1}{2}\eta^{\alpha\sigma} (h_{\sigma 0,0\beta} + h_{0\beta,\sigma 0} - h_{00,\beta\sigma} - h_{\beta\sigma,00}) \quad (2.46)$$

Werden weiterhin die Ableitungen nach der zeitlichen Komponente vernachlässigt, folgt schließlich

$$R_{00} = -\frac{1}{2}\eta^{\alpha\sigma} h_{00,\alpha\sigma} \quad (2.47)$$

$$= -\frac{1}{2}\eta^{ij} h_{00,ij} \quad (2.48)$$

$$= -\frac{1}{2}\Delta h_{00} \quad (2.49)$$

und (2.41) vereinfacht sich zu

$$\Delta h_{00} = -\kappa \rho c^2 \quad (2.50)$$

Die Bewegungsgleichung in der Einsteinschen Raumzeit ist die Gleichung der geodätischen Linie (2.14), wobei bei langsamen Bewegungsvorgängen anstelle der Eigenzeit  $\tau$  die Koordinatenzeit  $t = x_0/c$  gesetzt werden kann. Mit der Vierergeschwindigkeit  $dx^{\alpha}/dt = (c, 0, 0, 0)$  und (2.14) folgt als Bewegungsgleichung

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\Gamma_{00}^i c^2 \quad (2.51)$$

$$= \frac{1}{2}\eta^{ij} g_{00,j} c^2 \quad (2.52)$$

$$= \frac{1}{2}\eta^{ij} h_{00,j} c^2 \quad (2.53)$$

Ein Koeffizientenvergleich von (2.53) mit der Bewegungsgleichung der Newtonschen Gravitationstheorie

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\text{grad}U \quad (2.54)$$

ergibt die Beziehung zwischen Gravitationspotential  $U$  und der Metrik

$$U = \frac{1}{2}\eta^{ij} h_{00} c^2 \quad (2.55)$$

woraus mit (2.38) folgt

$$g_{00} = -\left(1 + \frac{2U}{c^2}\right) \quad (2.56)$$

Im Newtonschen Grenzfall muß die vereinfachte Einsteinsche Feldgleichung (2.50) der dreidimensionalen Poissonschen Differentialgleichung für das Gravitationspotential

$$\Delta U = 4\pi G\rho(t, x_i) \quad (2.57)$$

entsprechen, wobei  $G$  die Newtonsche Gravitationskonstante und  $\rho$  die Massendichte ist. Mit Berücksichtigung des Faktors  $2/c^2$  aus (2.55) läßt sich schließlich die Einsteinsche Proportionalitätskonstante  $\kappa$  bestimmen zu

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2.073 \cdot 10^{-43} \frac{s^2}{m \text{ kg}} \quad (2.58)$$

### 2.2.1.5 Metriktensor $g_{\alpha\beta}$

Die Einsteinschen Feldgleichungen (2.26) sind ein System von zehn gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen zur Bestimmung der zehn Komponenten des symmetrischen Metriktensors  $g_{\alpha\beta}$ . Zur Lösung der Differentialgleichungen müssen die Metrikkoeffizienten jedoch als Voraussetzung bereits bekannt sein. Der Raum und die Materie sind derart stark miteinander gekoppelt, daß sich die Feldgleichungen strenggenommen nur simultan lösen lassen.

Zur Bestimmung des Metriktensors werden deshalb vereinfachende Annahmen getroffen, auf denen approximative Lösungen aufbauen. Heitz und Stöcker-Meier ([58], S. 363f) gehen von schwachen Gravitationsfeldern aus und bestimmen den Metriktensor bei

1. beliebig großen Geschwindigkeiten  $v \leq c$  mit einer *Linearisierung* der Fundamentalform (2.7), oder
2. kleinen Geschwindigkeiten  $v \ll c$  mit einer *Reihenentwicklung* nach kleinen Parametern  $\epsilon$ , die die im Sonnensystem herrschende schwache Nichtlinearität der Feldgleichung ausnutzt.

#### 2.2.1.5.1 Linearisierung der Fundamentalform

Werden in dem linearisierten Metriktensor

$$g_{\alpha\beta}(x^\gamma) = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}(x^\gamma) \quad , \quad (2.59)$$

schwache Gravitationsfelder  $|h_{\alpha\beta}| \ll 1$  vorausgesetzt, läßt sich die Fundamentalform (2.7)

$$d\tau = \left( g_{00} + \frac{2}{c} g_{0i} \frac{dx^i}{dt} + \frac{1}{c^2} g_{ij} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^j}{dt} \right)^{\frac{1}{2}} dt \quad (2.60)$$

$$= \frac{1}{\gamma} dt \quad (2.61)$$

unter Vernachlässigung von Produkten in  $h_{\alpha\beta}$  angeben als

$$d\tau = \left( 1 + \frac{1}{2} \left( h_{00} + \frac{2}{c} h_{0i} v^i + \frac{1}{c^2} (\Delta_{ij} - h_{ij}) v^i v^j \right) \right) dt \quad . \quad (2.62)$$

Die zugehörigen Christoffelsymbole (2.15) lauten

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\gamma = \frac{1}{2} \eta^{\gamma\delta} (h_{\alpha\delta,\beta} + h_{\beta\delta,\alpha} - h_{\alpha\beta,\delta}) \quad . \quad (2.63)$$

Die linearisierte Form der Eichbedingung für harmonische Koordinaten (2.33) ist

$$\left( h_{\beta}^\alpha - \delta_{\beta}^\alpha \frac{h}{2} \right)_{,\alpha} = 0 \quad , \quad (2.64)$$

wobei

$$h_{\beta}^\alpha = \eta^{\alpha\gamma} h_{\beta\gamma} \quad , \quad (2.65)$$

$$h = \eta^{\alpha\beta} h_{\alpha\beta} \quad , \quad (2.66)$$

$$\eta^{\alpha\beta} \Gamma_{\alpha\beta}^\gamma = \eta^{\gamma\delta} (2h_{\delta,\alpha}^\alpha - h_{,\delta}) = 0 \quad . \quad (2.67)$$

Mit dem wegen (2.67) vereinfachten D'Alembertschen Operator  $\square$  angewandt auf die Funktion  $h(x^\mu)$

$$\square h := h_{,00} - \partial_i \partial_i h \quad (2.68)$$

folgt für den Riccitenor (2.28)

$$R_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \square h \quad . \quad (2.69)$$

Es ergeben sich die *linearisierten Einsteinschen Feldgleichungen*:

$$\square \bar{h}_{\alpha\beta} = -2\kappa T_{\alpha\beta} \quad , \quad (2.70)$$

$$\text{mit } \bar{h}_{\alpha\beta} := h_{\alpha\beta} - \eta_{\alpha\beta} \frac{h}{2} \quad . \quad (2.71)$$

Gleichung (2.70) ist eine inhomogene Wellengleichung. Die allgemeine Lösung der linearisierten Feldgleichung setzt sich zusammen aus der partikulären Lösung der inhomogenen Wellengleichung (2.70)

$$\bar{h}_{\alpha\beta} = \frac{\kappa}{2\pi} \int_{V_q} \frac{1}{l_q} T_{\alpha\beta}(x^0 - \frac{l_q}{c}, x^i) dV_q \quad , \quad (2.72)$$

$$\text{mit } l_q = (\Delta_{ij}(x^i - x_q^i)(x^j - x_q^j))^{\frac{1}{2}} \quad , \quad (2.73)$$

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} \quad ; \quad (2.74)$$

und der Lösung der homogenen Wellengleichung

$$\square \bar{h}_{\alpha\beta} = 0 \quad . \quad (2.75)$$

Die Teillösung (2.72) gibt das Gravitationsfeld an, welches durch den Energie-Impulstensor  $T_{\alpha\beta}$  erzeugt wird. Die Teillösung (2.75) sagt die Existenz von **Gravitationswellen** voraus ([58], S. 365).

**2.2.1.5.2 Metrik für eine rotationsfreie Erde** Wird der Lösungsweg der Linearisierung der Fundamentaltform auf die Bestimmung des Gravitationsfeldes der Erde bezogen, kann von geringen räumlichen Geschwindigkeiten  $v^i$  der Gravitationsquellen ausgegangen werden. Der Energie-Impulstensor kann hinreichend genau durch einen Tensor approximiert werden, der ideale Fluide beschreibt. Aus der allgemeinen Darstellung

$$T^{\alpha\beta} = \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) u^\alpha u^\beta - p g^{\alpha\beta} \quad , \quad (2.76)$$

mit  $u^\alpha = \gamma(c, v^i)$ , wobei  $\gamma$  den Klammerausdruck in (2.60) bedeutet, folgen die genäherten Energie-Impulstensor-komponenten

$$T^{00} = \rho c^2 (1 - h_{00}) \approx \rho c^2 \quad , \quad (2.77)$$

$$T^{0i} = T^{i0} = \rho u^0 u^i \approx \rho c v^i \quad , \quad (2.78)$$

$$T^{ii} \approx \rho v^i v^j \rightarrow 0 \quad . \quad (2.79)$$

Lassen sich die Quellmassen relativ zu dem räumlichen System  $S$  von  $\Sigma$  als in Ruhe befindlich  $v^i \equiv 0$  annehmen, ergibt sich (2.72) mit (2.77) die **Fast-Newtonsche Metrik**

$$g_{00} = 1 - \frac{2}{c^2} U \quad , \quad (2.80)$$

$$g_{0i} = 0 \quad , \quad (2.81)$$

$$g_{ij} = - \left( 1 + \frac{2}{c^2} U \right) \Delta_{ij} \quad , \quad (2.82)$$

wobei  $U$  das Newtonsche Potential ist.

**2.2.1.5.3 Metrik für eine rotierende Erde** Für die Bestimmung der Metrik in einem rotierenden System kann eine Fermi-Walker transportierte Raumzeit  $\Sigma_0$  eingeführt werden, gegen die sich ein mit dem annähernd starren Erdkörper mitrotierendes räumliches System  $S$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $w^i$  relativ zu  $S_0$  bewegt. Bei genügend großem Abstand zwischen Erde und Aufpunkt im Erdraum, kann von einer zentralsymmetrischen Massenverteilung der Erde ausgegangen werden. Damit ergibt sich der Drehimpuls  $D_i$  zu

$$D_i = I_{ij} w^j = I w^i \quad . \quad (2.83)$$

Mit dem Energie-Impulstensor idealer Fluide (2.76) folgen die Metrikkoeffizienten einer Fermi-Walker transportierten Raumzeit nach [58], S. 367, zu

$$g_{00} = 1 - \frac{2}{c^2} U \quad , \quad (2.84)$$

$$g_{0i} = - \frac{2}{c^3} G \epsilon_{ijk} D^j \frac{x^k}{r^3} \quad , \quad (2.85)$$

$$g_{ij} = - \left( 1 + \frac{2}{c^2} U \right) \Delta_{ij} \quad , \quad (2.86)$$

die sich nur in den Komponenten  $g_{0i}$  mit dem durch die Rotation verursachten **gravito-magnetischen Effekt** von einer rotationsfreien Metrik (2.80) bis (2.82) unterscheidet. Aus der rotatorischen Bewegung der Massenelemente ergibt sich eine Gravitationswirkung, die formal den Magnetfeldern bewegter elektrischer Ladungen entspricht.

**2.2.1.5.4 Potenzreihenentwicklung des Metrikensors** Mit einer Reihenentwicklung des Metrikensors  $g_{\alpha\beta}$  bis zu einer Ordnung, die durch den Kleinheitsparameter  $\epsilon$

$$\epsilon \in \left\{ \frac{v}{c}, \left( \frac{U}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \ll 1 \quad (2.87)$$

mit Newtonschen Parametern  $U, v$  vorgegeben wird, läßt sich eine über die Linearisierung hinausgehende Approximation erreichen. Der Metrikensor ergibt sich als Reihe zu

$$g_{00} = 1 + g_{00}^{(2)} + g_{00}^{(4)} + \dots, \quad (2.88)$$

$$g_{0i} = g_{0i}^{(1)} + g_{0i}^{(3)} + \dots, \quad (2.89)$$

$$g_{ij} = -\Delta_{ij} + g_{ij}^{(2)} + \dots, \quad (2.90)$$

wobei der geklammerte Index die jeweilige Ordnung des Kleinheitsparameters angibt. Für die Lösung der Feldgleichungen in der jeweiligen Post-Newtonischen Ordnung sind die entsprechenden Glieder der Reihenentwicklung zu berücksichtigen. Hierbei sind in Analogie zu (2.88) bis (2.90) auch die Christoffelsymbole und der Krümmungstensor in eine Potenzreihe bis zur gewünschten Ordnung  $O(\epsilon^n) = O(\frac{1}{c^n})$  zu entwickeln.

Für ein rotierendes geozentrisches Bezugssystem folgen in  $1pN$ -Näherung die Metrikoeffizienten mit (2.83) zu

$$g_{00} = 1 - \frac{2}{c^2}(U - U_0 + U_t + U_z) + \frac{2}{c^4}U^2 + \dots, \quad (2.91)$$

$$g_{0i} = -\frac{1}{c}\epsilon_{ijk}w^j x^k - \frac{2}{c^3}G\epsilon_{ijk}D^j \frac{x^k}{r^3} + \dots, \quad (2.92)$$

$$g_{ij} = -\Delta_{ij} - \frac{2}{c^2}U\Delta_{ij} + \dots, \quad (2.93)$$

wobei  $U$  das Newtonsche Gravitationspotential,  $U_0$  eine Integrationskonstante,  $U_t$  das Translationspotential,  $U_z$  das Zentrifugpotential ist.

**Definition 2.2.3 (1pN-Näherung)**

Eine Potenzreihe für  $g_{\alpha\beta}$  bis Gliedern der Ordnung 2 heißt  $1pN$ -Näherung.

Mit der oben angegebenen “weak-field, slow-motion” Näherung für die Gravitations- und Geschwindigkeitsverhältnisse im Sonnensystem läßt sich beispielhaft eine Entwicklung in den Metrikoeffizienten  $g_{\alpha\beta}$  bis zur gewünschten Ordnung  $O(\epsilon^n)$ , wie in Tabelle 2.2 dargestellt, angeben.

Tab. 2.2: Post-Newtonische Entwicklung der Metrikoeffizienten.

Approximation		Beitragende Terme		
Ordnung	Bezeichnung	$g_{00}$	$g_{0i}$	$g_{ij}$
0.	flache, leere Raumzeit	-1	0	$\delta_{ij}$
1.	Newton-Approximation	+2 $U$	+ 0	+ 0
2.	Post-Newton-Approximation	+ $O(\epsilon^4)$	+ $O(\epsilon^3)$	+ $O(\epsilon^2)$
3.	Post-Post-Newton-Approximation	+ $O(\epsilon^6)$	+ $O(\epsilon^5)$	+ $O(\epsilon^4)$

Eine Entwicklung bis zweiter Ordnung wird **Post-Newton-Approximation** oder auch  $1pN$  genannt. Mit ihr wird eine relative Genauigkeitsteigerung der newtonschen Charakteristika des Sonnensystems um  $10^{-6}$  auf  $10^{-12}$  erreicht. Die Entwicklung bis dritter Ordnung (**Post-Post-Newton-Approximation**) und höherer Ordnung wurde von Chandrasekhar et al. vorangetrieben, werden hier aber nicht weiter verwendet; vgl. [22], [23].

Wird die Post-Newton-Approximation auf unterschiedliche metrische Gravitationstheorien angewendet, die sich auf zehn willkürlich wählbare (PPN)-Parameter gemäß Tabelle 2.3 stützen, wird von dem **Parametrisierten Post-Newton (PPN) Formalismus** gesprochen.

Tab. 2.3: PPN-Parameter und ihre Werte in der ART (nach [90], S. 1072).

Parameter	ART	Bedeutung
$\gamma$	1	Wieviel Raumkrümmung ( $g_{jk}$ ) bewirkt die Einheitsruhmasse?
$\beta$	1	Wieviel Nichtlinearität liegt im Superpositionsgesetz für Gravitation ( $g_{00}$ )?
$\beta_1$	1	Wieviel Gravitation ( $g_{00}$ ) wird durch kinetische Energie ( $1/2\rho_0 v^2$ ) bewirkt?
$\beta_2$	1	Wieviel Gravitation ( $g_{00}$ ) wird durch potentielle Energie ( $\rho_0 U$ ) bewirkt?
$\beta_3$	1	Wieviel Gravitation ( $g_{00}$ ) wird durch interne Energie ( $\rho_0 \Pi$ ) bewirkt?
$\beta_4$	1	Wieviel Gravitation ( $g_{00}$ ) wird durch Druck ( $p$ ) bewirkt?
$\xi$	0	Wieviel Gravitation ( $g_{00}$ ) wird extra durch radial kinetische Energie bewirkt?
$\eta$	0	Wieviel Gravitation ( $g_{00}$ ) wird durch radiale Spannung mehr als durch transversale Spannung bewirkt?
$\Delta_1$	1	Wieviel Abweichung von inertialen Rahmen ( $g_{0j}$ ) wird durch Impuls ( $\rho_0 v$ ) bewirkt?
$\Delta_2$	1	Wieviel leichter bewirkt ein radialer als ein transversaler Impuls ( $\rho_0 v$ ) eine Abweichung inertialer Rahmen?

## 2.3 Grundlagen der Koordinatenggebung

Die Einsteinschen Feldgleichungen stellen einen *Bezug* zwischen Materie und Geometrie in der Raumzeit her. *Bezugssysteme* dienen nach Schneider ([117], S.405) der Koordinatenggebung für Ereignisse, wobei



Die *Koordinatenggebung in der Raumzeit* erfolgt somit über einen aktiven (sehen) oder passiven (gesehen werden) Akt der Kommunikation, der zwischen Ereignis und den *materiellen Trägern des Bezugssystems* stattfindet. An der Koordinatenggebung sind Meßplattformen immer beteiligt, da sie als Träger von Bezugssystemen mit der Materie verknüpft sind und beim Kommunikationsvorgang sowohl die Funktion des Kommunikators als auch die des Rezipienten einnehmen können (s. Kap. 3). Die Austauschbarkeit von Kommunikator und Rezipient bei der Koordinatenggebung bedingt zueinander inverse Meßverfahren.

Bei der Koordinatenggebung werden die zeitartige Weltlinie einer Ereignisfolge mit der Schar der zeitartigen Weltlinien der Träger des Bezugssystems verknüpft.

Zur Veranschaulichung werden schließlich *1pN-Bezugssysteme* definiert.

### 2.3.1 Träger von Bezugssystemen

Die Träger der Bezugssysteme bewegen sich entlang einer Schar zeitartiger Weltlinien  $x^\alpha(\lambda)$  und sind im allgemeinen nicht eigenbewegungsfrei. Eine Weltlinie ist selbst eine eindimensionale Folge von Ereignissen. Somit lassen sich zu koordinierende Ereignisse durch Signale mit dem Gerüst der Weltlinienschar verknüpfen ([115], S. 222).

Eine terrestrische Meßplattform vermarktet Bezugssysteme für die jeweiligen auf ihr eingesetzten Meßtechniken. Tabelle 2.4 gibt eine Übersicht wie mit welchen Meßverfahren in das Bezugssystem der Meßplattform verschie-

Tab. 2.4: Bezugssystem, Träger des Bezugssystems, Meßverfahren aus der Sicht einer terrestrisch stationierten Meßplattform.

Bezugssystem	Träger des Bezugssystems	Verfahren der An- und Einmessung
Universum	Quasare	Radiointerferometrie
Milchstraße, Universum	Sterne	optische Interferometrie
Sonnensystem	Planeten	Richtungs- und Entfernungsmessung
Erde-Mond-System	Mond	Pulsaserentfernungsmessung, Radiointerferometrie
System Erde	künstliche Erdsatelliten	Pulsaserentfernungsmessung, Mikrowellenmessungen, Satelliteninterferometrie, Richtungsmessungen

dene Träger aus anderen Bezugssystemen eingemessen werden können. Sind die extraterrestrischen Träger von Bezugssystemen ausreichend bestimmt, liefern sie selbst den Bezug für die Einmessung der Meßplattformen.

Die Vermarkung und Verknüpfung von Bezugssystemen sind die Grundlage für sämtliche Abbildungen von Raumzeitereignissen in Systemmodellen. Die Qualität der Vermarkung und der Verknüpfung von Bezugssystemen ist für die Minimierung des Systemrauschens entscheidend.

### 2.3.2 Koordinatengebung in der Raumzeit

Die Koordinatengebung in der Raumzeit ist davon abhängig, ob und mit welchen Einschränkungen sich *Gleichzeitigkeit* erklären läßt. Dies führt zunächst auf die Bewegungsgleichungen von Körpern. Tisserand unterscheidet bei der Bewegung eines ausgedehnten Körpers zwischen seinem

- **externalen Aspekt**, d.h. seiner Bewegung als Ganzes, und
- **internalen Aspekt**, d.h. der Bewegung seiner Teile ([117], S. 250).

Die Darstellung von Bewegungen unter externalen Aspekten verlangt nach ausgezeichneten Größen, die den Körper als Ganzes repräsentieren. Hierzu dienen beispielsweise Massenmittelpunkte oder Winkelgeschwindigkeiten genäherter Ruhssysteme. Der Zugriff auf die charakterisierenden Größen der externalen Aspekte ist in der Raumzeit nur indirekt über die mehrfache Bestimmung von Größen des internalen Aspektes möglich. Das **Tisserand-System** stellt die Verknüpfung zwischen den internalen und einem externalen Aspekt dar.

#### Definition 2.3.1 (Tisserand-System)

Wird bei der Zusammenfassung lokaler Systeme die Quadratsumme der Restbewegungen materieller Punkte in lokalen Systemen minimiert, heißt das sich so ergebene globale (Ruh-)System Tisserand-System.

Basierend auf der Trennung der externalen und internalen Aspekte haben Damour, Soffel und Xu (DSX) eine 1pN-Näherung konsistente Theorie von Transformationsgleichungen zwischen lokalen und globalen Systemen aufgebaut [30]. Globale bzw. lokale Bezugssysteme in einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit nennen DSX globale bzw. lokale *Karte (chart)*.

#### Definition 2.3.2 (Karte)

Eine Karte ist die raumzeitliche Koordinatengebung für die Träger des Bezugssystems.

Es gibt

- übergeordnete globale Karten, die das ganze System abdecken (externaler Aspekt) und
- untergeordnete lokale Karten, die einen Körper lokal detailliert beschreiben (internaler Aspekt).

Die Definition der lokalen Karte wird durch die Abbildung 2.1 veranschaulicht.

**Definition 2.3.3 (Lokale Karte)**

Eine lokale Karte stellt einen Teilbereich  $\mathcal{U}$  eines hinreichend ausgedehnten Bereichs  $\mathcal{V}$  der Mannigfaltigkeit  $\mathcal{M}$  dar, in dem sich ein Ereignis  $e$  bijektiv auf ein Quadrupel reeller Zahlen abbilden läßt.

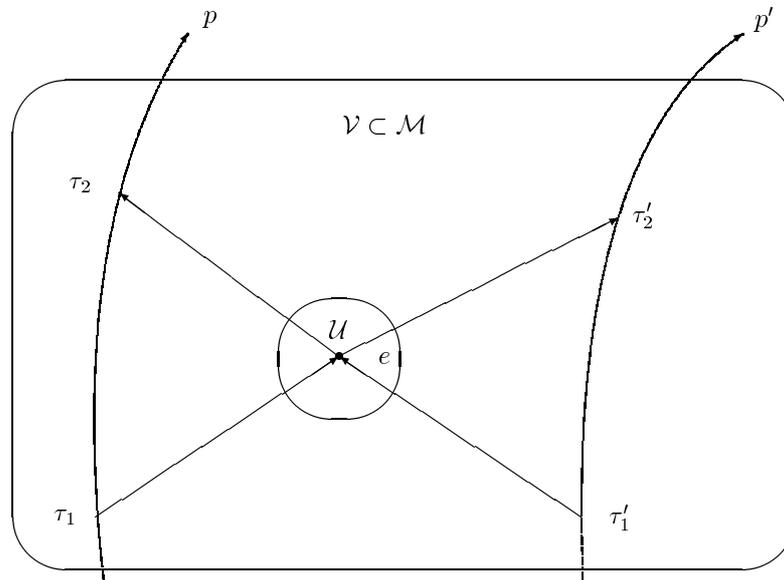


Abb. 2.1: Die Koordinatengebung einer lokalen Karte  $\mathcal{U}$  nach dem Radarprinzip basiert auf den Meßplattformen  $p, p'$ , auf denen Uhren mitgeführt werden ([115], Abb. 104).

Für die Koordinatengebung einer lokalen Karte wird ein Signal zum Zeitpunkt  $\tau_1$  bzw.  $\tau'_1$  von den Plattformen gesendet, am Ereignisort  $e$  reflektiert und zum Zeitpunkt  $\tau_2$  bzw.  $\tau'_2$  empfangen. Das Ereignis  $e$  ist durch die vier Uhrablesungen bestimmt. Die signalgebenden Photonen haben sich entlang von Weltlinien bewegt, wobei die entsprechenden Raumzeitintervalle durch die Uhren und Reflektor jeweils begrenzt wurden. Mathematisch formuliert, läßt sich eine Teilmenge  $\mathcal{U}$  von Ereignissen  $e$  bijektiv auf Quadrupel reeller Zahlen abbilden.

$$x_{pp'} : e \rightarrow (\tau_1, \tau_2, \tau'_1, \tau'_2) \quad (2.94)$$

$$x_{pp'} : \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}^4 \quad (2.95)$$

Abbildung 2.2 zeigt schematisch die Gültigkeitsbereiche von globalen und lokalen Karten in der Raumzeit.

Eine Zuordnung von externalen und internalen Aspekten bei Bezugssystemen führt nach DSX auf die in Tabelle 2.5 angegebene Zuordnung und verdeutlicht die Körpergebundenheit der lokalen Karten. Die Reihenfolge entspricht einer *Hierarchie der Systeme* gemäß der Systemtheorie. Ein geozentrisches System erscheint lokal hinsichtlich der weiteren Planetensysteme im Sonnensystem. Die lokalen topozentrischen Karten der auf der Erdoberfläche befindlichen Plattformen lassen sich auf einer tieferen Hierarchiestufe einordnen.

Tab. 2.5: Zuordnung von externalen und internalen Aspekten bei der Systembeschreibung mittels Karten in der Raumzeit.

globale Karte	lokale Karten
raumfestes baryzentrisches System	Körpersysteme im Sonnensystem erdfestes geozentrisches System topozentrische Systeme der Plattformen

Wenigstens ein Paar von Meßplattformen ermöglicht die praktische Realisierung einer *Koordinatengebung*. An den dort installierten Uhren werden durch Ablesungen raumzeitliche Ereignisse, die sich durch sich ausbreitende

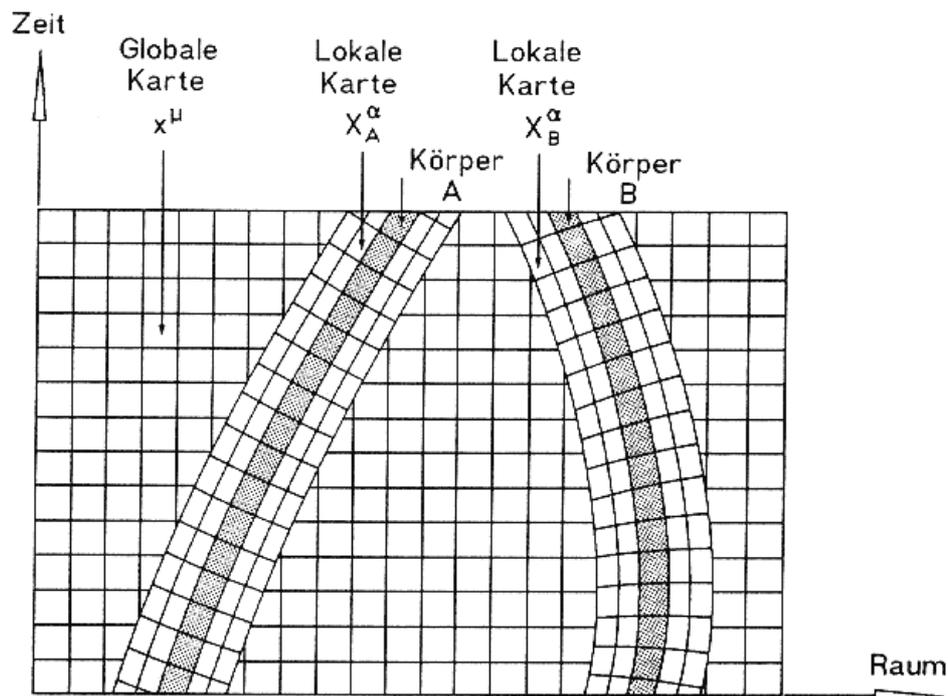


Abb. 2.2: Globale und lokale Karten in der Raumzeit ( [119], S.422)

Signale mitteilen, *koordiniert*. Aus den lokalen Karten lassen sich durch Transformationen die Karten der jeweiligen nächsthöheren Hierarchiestufe erhalten. Die Mannigfaltigkeit  $\mathcal{M}$  als Menge aller Ereignisse wird durch einen *Atlas* repräsentiert.

#### Definition 2.3.4 (Atlas)

Ein Atlas ist die Sammlung lokaler Karten zur Beschreibung der Mannigfaltigkeit  $\mathcal{M}$ .

Eine Koordinatenggebung in der Raumzeit erfolgt immer implizit dort, wo die erste Fundamentalform (2.7) bestimmt ist. Eine Anleitung hierzu enthält die Einsteinsche Synchronisationsvorschrift (Def. 2.3.12). Die Koordinatenggebung in der vierdimensionalen Raumzeit kann beispielsweise durch zwei Plattformen  $P$  bzw.  $P'$  geschehen, die nach dem Radarprinzip ein Ereignis durch Ablesungen an synchronisierten Uhren protokollieren. Die Uhren lassen sich nämlich dann standardsynchronisieren, wenn

$$g_{0i} = 0 \quad (2.96)$$

ist, was sich durch die Einführung von *zeitorthogonalen Koordinaten* erreichen läßt, die durch

$$ds^2 = g_{00}(dx^0)^2 + g_{ij}dx^i dx^j \quad (2.97)$$

gegeben sind. Diese lassen sich immer in der Einsteinschen Raumzeit lokal und in der Minkowskischen Raumzeit für das ganze System durch geeignete Wahl der Koordinaten  $x^\alpha$  einführen ( [130], S. 48, [119], S. 236).

Für globale Bezugssysteme ist das *Inertialsystem* von Bedeutung, da sich in ihm z.B. das Rotationsverhalten anderer Bezugssysteme angeben oder der Übergang zu der Newtonschen Raumzeit vollziehen läßt. Die Standardsynchronisierbarkeit in der flachen Raumzeit führt bei einem homogenen Geschwindigkeitsfeld auf den Begriff des Inertialsystems.

#### Definition 2.3.5 (Inertialsystem)

Gibt es eine Systemzeit, deren Gültigkeit sich über das ganze zugehörige Bezugssystem erstreckt und bewegt sich dieses Bezugssystem in einem homogenen Geschwindigkeitsfeld mit

$$u_{\mu;\nu} = 0 \quad , \quad (2.98)$$

so ist das Bezugssystem ein Inertialsystem.

Inertialsysteme mit Minkowskischer Metrik heißen auch *Lorentz-System*. Nach der Definition (2.3.5) können Inertialsysteme in der Einsteinschen Raumzeit nur in lokalen Bereichen definiert werden, in denen die Vorschrift der Einsteinschen Standardsynchronisation die Einführung einer lokal gültigen Systemzeit erlaubt. Für global gültige Bezugssysteme müssen deshalb Randbedingungen gefunden werden, die eine Ausdehnung der lokalen Bedeutung des Bezugssystems ermöglichen.

Die Voraussetzung für die Standardsynchronisierbarkeit ist die Einführung zeitorthogonaler Koordinaten bei denen  $g_{0i} = 0$ . Sie wird in der flachen Raumzeit durch  $g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}$  immer erfüllt. Damit kann auch eine Systemzeit – also eine für alle zueinander ruhenden Uhren eines Inertialsystems gemeinsame Zeit – angegeben werden. Aufgrund der konstanten Metrikkoeffizienten  $\eta_{\alpha\beta}$  ist die Systemzeit in der flachen Raumzeit global gültig. Die in der Einsteinschen Raumzeit im Großen nicht mehr herstellbaren Inertialsysteme können bei einem Grenzübergang zur flachen Raumzeit zu einem *Fast-Inertialsystem* (*quasi inertial system*) angenähert werden.

### Definition 2.3.6 (Fast-Inertialsystem)

Ein *Fast-Inertialsystem* entsteht bei einem Grenzübergang von der Einsteinschen Metrik in die Minkowskische Metrik aufgrund eines bei großen Entfernungen asymptotisch abklingenden Newton-Potentials  $U$ .

Schneider führt in [119], S. 242, hierzu aus: “In dieser asymptotischen Region einer inselartigen Materieverteilung (z.B. Sonnensystem) sind in Bezug auf baryzentrische Koordinaten ruhend aufgestellte Uhren standardsynchronisierbar. Die Koordinatenzeit  $t$  hat hier den Charakter der Systemzeit eines Inertialsystems.” Fast-Inertialsysteme sind die einzigen ‘globalen’ Bezugssysteme in der Einsteinschen Raumzeit und sind von grundlegender Bedeutung bei den geodätischen Raumverfahren.

### 2.3.3 Festlegung von 1pN-Bezugssystemen

Die 1pN-Näherung für die Metrikkoeffizienten (Def. 2.2.3) läßt sich zur Einführung von lokalen 1pN-Bezugssystemen benutzen.

### Definition 2.3.7 (1pN-Bezugssysteme)

1pN-Bezugssysteme werden in einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit  $\mathcal{M}$  über die bis zur 2. Ordnung entwickelten Metrikkoeffizienten (Kap. 2.2.1.5.4) und die Fundamentalform (2.7) definiert.

Als Beispiele seien zwei 1pN-Bezugssysteme angeführt, die sich in ihrem Rotationsverhalten unterscheiden. Schwarze [125] gibt für eine harmonische Eichung der Zeitkoordinate

$$g^{\alpha\beta} \Gamma_{\alpha\beta}^0 = 0 \quad (2.99)$$

und isotrope Eichung der Raumkoordinaten

$$g_{ij} = \delta_{ij} \Lambda \quad (2.100)$$

$$\text{mit } \Lambda = \Lambda(x^\alpha) \quad (2.101)$$

die Komponenten des Maßtensors und die Feldgleichungen in nicht rotierenden und rotierenden Bezugssystemen an (Tab. 2.6).

Tab. 2.6: Vergleich der 1pN-Metriken in nicht rotierenden und rotierenden Koordinatensystemen ( [125], S. 10, 24).

Metrikkoeffizient	nicht rotierend	rotierend
$g_{00}$	$-1 + \frac{2}{c^2}U - \frac{2}{c^4}U^2 + O(\frac{1}{c^6})$	$-1 + \frac{2}{c^2}U_{rot} - \frac{2}{c^4}U_{rot}^2 + O(\frac{1}{c^6})$
$g_{0i}$	$-\frac{4}{c^3}U_{i.} + O(\frac{1}{c^5})$	$\frac{\epsilon_{ijk} w_k x_j}{c} - \frac{4}{c^3}U_{i.rot} + O(\frac{1}{c^5})$
$g_{ij}$	$\delta_{ij}(1 + \frac{2}{c^2}U + O(\frac{1}{c^4}))$	$\delta_{ij}(1 + \frac{2}{c^2}U + O(\frac{1}{c^4}))$

In Tabelle 2.6 wird abkürzend verwendet

$$U_{rot} = U + \frac{1}{2}U_z + \frac{2}{c^2}U_z U - \frac{4}{c^2}U_{i,z}U_i + \frac{1}{4c^2}U_z^4 \quad (2.102)$$

$$U_{i,rot} = U_i - \frac{1}{2}U_{i,z}U \quad (2.103)$$

$$U_z = -\frac{1}{2}\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm}w_k w_l x_j x_m \quad (2.104)$$

wobei  $U_z$  das skalare und  $U_{i,z}$  das vektorielle Zentrifugalpotential darstellt. Es sei an dieser Stelle auf die am Ende von Kapitel 2.3.4.3 gemachten Aussagen zur Konsistenz der Potentiale hingewiesen.

Hierbei läßt sich das unterschiedliche Rotationsverhalten an den Metrikoeffizienten  $g_{0i}$  ablesen. Koordinatensysteme sind nicht rotierend, wenn die Metrikkomponente  $g_{0i}$  von der Ordnung  $O(\frac{1}{c^3})$  ist, und sie sind mitrotierend, wenn  $g_{0i}$  von der Ordnung  $O(\frac{1}{c})$  ist.

Die Bestimmung von Raumzeitintervallen geschieht in der Praxis durch die Messung physikalischer Größen, die sich als Funktion der 4-Koordinaten darstellen lassen. Von daher sind neben den nicht rotierenden, raumfesten und rotierenden, erdfesten Bezugssystemen  $\Sigma_R$  bzw.  $\Sigma_E$  noch die untergeordneten Beobachtungssysteme  $\Sigma_B$  einzuführen, die an Beobachtungsgeräte oder an Testkörper gefesselt sind. Sie lassen sich z.B. über eine Transformationsgleichung

$${}^E x^\alpha = {}^B x^\beta {}^E A_{\beta,B}^\alpha \quad (2.105)$$

$$\text{mit } {}^E A_{0,B}^0 = 1 + \frac{1}{c^2}U + \frac{1}{2c^2}v^2 + \frac{1}{2c^4}U^2 + \frac{5}{2c^4}v^2 U - \frac{4}{c^4}v_k U^k + \frac{3}{8c^4}v^4 \quad (2.106)$$

$${}^E A_{0,B}^i = \left(\frac{v^i}{c} - g^{0i}\right) \left(1 + \frac{1}{c^2}U + \frac{1}{2c^2}v^2\right) \quad (2.107)$$

$${}^E A_{i,B}^0 = \delta_i^j \frac{V_j}{c} \left(1 + \frac{3}{c^2}U + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2\right) - \frac{4}{c^3}\delta_i^k U_k. \quad (2.108)$$

$${}^E A_{i,B}^j = \delta_i^j \left(1 - \frac{1}{c^2}U\right) - \frac{1}{c}\delta_i^k v_k g^{0j} + \frac{1}{2c^2}\delta_i^l v_l v^j \quad (2.109)$$

mit den Bezugssystemen  $\Sigma_E$  verknüpfen ([125], S. 36).

### 2.3.4 Relativistische Metrologie

Die Metrologie definiert physikalische Größen in einem System von primären und davon abgeleiteten Einheiten. Derzeit ist das SI-Einheitensystem gebräuchlich.

In der ART wird unterschieden zwischen Eigengrößen, die direkt meßbar sind, und Koordinatengrößen, die von einer willkürlichen Wahl des Raumzeit-Koordinatensystems  $x^\mu$  mit dem Metriktensor  $g_{\alpha\beta}(x^\mu)$  abhängen. Die ART benötigt eine primäre physikalische Basiseinheit, gegen die ein Raumzeitintervall  $ds^2$  gemäß (2.5) gemessen werden kann. Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ermöglicht sowohl Meßvorschriften als auch Maßeinheiten zu definieren.

#### Definition 2.3.8 (Lichtgeschwindigkeit)

Die Lichtgeschwindigkeit  $c$  beträgt im Vakuum  $299792458 \frac{m}{s}$ .

Durch die Festlegung der Lichtgeschwindigkeit auf einen konstanten Wert läßt sich entweder das Meter oder die Sekunde als primäre Einheit festlegen, aus der dann die jeweils andere als sekundäre Einheit abzuleiten ist. Als primäre Einheit wurde 1967 die Zeit über die Sekunde definiert, da sie einfacher und genauer zu realisieren war [46].

#### Definition 2.3.9 (SI-Sekunde)

Die SI-Sekunde ist das 9192631770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes des Atoms des Nuklids  $^{133}\text{Cs}$  entsprechenden Strahlung (13th CGPM, 1967, Resolution 1).

Damit wird die SI-Sekunde als Einheit einer Eigenzeit entlang der Weltlinie eines Cäsiumatoms definiert. In der Sprechweise der ART ist folgende Definition denkbar:

**Definition 2.3.10 (SI-Sekunde relativistisch)**

Die SI-Sekunde ist das 9192631770-fache Eigenzeitintervall  $d\tau = \frac{1}{c}|ds^2|^{\frac{1}{2}}$  zwischen zwei Ereignissen auf der Weltlinie eines  $^{133}\text{Cs}$ -Atoms, die den aufeinanderfolgenden Scheitelpunkten einer elektromagnetischen Welle des Hyperfeinstrukturübergangs entsprechen.

Beide Definitionen lassen aber noch offen, auf welchem Potential, bzw. an welchem Punkt in der Raumzeit sich der lokale Oszillator befinden soll.

Das gegenwärtige SI-Einheitensystem [58] kennt

- unabhängig definierte Basiseinheiten,
  - Sekunde [s] für die Zeit,
  - Kilogramm [kg] für die Masse,
  - Kelvin [K] für die thermodynamische Temperatur,
- abhängig definierte Basiseinheiten,
  - Meter [m] für den räumlichen Abstand,
  - Ampere [A] für die Stromstärke,
  - Mol [mol] für die Stoffmenge,
  - Candela [cd] für die Lichtstärke,
- abgeleitete SI-Einheiten.

Über physikalische Gesetzmäßigkeiten und physikalische Konstante werden die abhängig definierten und abgeleiteten SI-Einheiten erzeugt. Die hierzu erforderlichen Experimentaufbauten haben Laborcharakter und sind als lokal definierte Einheiten anzusehen. Dies führt zur

**Definition 2.3.11 (Eigeneinheiten)**

Eigeneinheiten werden durch Experimente in einem infinitesimal kleinen Raumbereich mit lokaler Gültigkeit definiert.

In der Newtonschen Raumzeit kann aufgrund des absoluten Raumes und der absoluten Zeit der lokal gültige Bereich der Eigeneinheiten ins Unendliche ausgedehnt werden. Hingegen führt in der Einsteinschen Raumzeit die Wahl eines Koordinatensystems lediglich auf die Festlegung seiner Eigengrößen. Koordinatensysteme in der ART dienen zur Koordinierung von getrennten Ereignissen, basieren jedoch auf den physikalisch definierten Eigeneinheiten für die Zeit und den räumlichen Abstand. Die Koordinatengrößen lassen sich einteilen in

- Koordinatenzeitintervalle und
- Koordinatendistanz.

Erstere führen auf das Problem der Koordinatenzeit im Rahmen einer *globalen* Zeitskala, die Koordinatendistanz auf das Problem einer *globalen* Längenskala.

**2.3.4.1 Problem einer globalen Zeitskala**

Die physikalische Zeitdefinition gemäß der Definitionen 2.3.9, 2.3.10 ist lediglich lokal gültig. Für globale Bezugssysteme ist jedoch eine einheitliche globale Zeitskala erforderlich. Um von den nur lokal meßbaren Zeiten zu einer globalen Zeitskala zu gelangen, ist die Gleichzeitigkeit von Ereignissen nachzuweisen. Durch den Bewegungszustand lokaler Uhren (Zeitdilatation) und dem Potential auf dem sie sich befinden, gibt es in der Einsteinschen Raumzeit einen anderen Gleichzeitigkeitsbegriff als in der Newtonschen Raumzeit. Um Gleichzeitigkeit in der Einsteinschen Raumzeit angeben zu können, ist die Einsteinsche Synchronisationsvorschrift zu erfüllen (vgl. Abb. 2.1)..

**Definition 2.3.12 (Einsteinsche Synchronisationsvorschrift)**

Zwei konstant räumlich getrennte, auf gleichem Potential befindliche lokale Uhren  $A, B$  werden durch Signalausendung in einem isotropen Medium zum Eigenzeitpunkt  $\tau_0^A$ , Signalreflexion zum anderen Eigenzeitpunkt  $\tau_1^B$  und Signalempfang zum Eigenzeitpunkt  $\tau_2^A$  synchronisiert nach

$$\tau_1^B = \frac{1}{2} (\tau_0^A + \tau_2^A) \quad . \quad (2.110)$$

Die im Erdraum stationierten Uhren unterliegen in ihrem Gangverhalten Abweichungen voneinander, die durch das Zentrifugalpotential der Erdrotation und das Gravitationspotential verursacht sind. Im allgemeinen ist die Einsteinsche Synchronisationsvorschrift auf der Erde nicht erfüllt. Es kann jedoch eine Annäherung an eine global gültige Atomzeitskala erreicht werden, indem der räumliche Abstand der lokalen Uhren in Abhängigkeit der angestrebten Meßauflösung so bemessen wird, daß Raumkrümmungseffekte vernachlässigbar sind. Über eine Mittelung der Uhrzeiten von Uhren, die über die Erde verteilt sind, lassen sich die durch Potentialdifferenzen und Bewegungszustand verursachten Gangunterschiede a priori wegstellen, so daß eine *Systemzeit* für eine globale Zeitskala gewonnen wird.

Im Sonnensystem lassen sich Orbits aufsuchen, in denen die Rotations- und Gravitationsbeschleunigungen in ihrem Zusammenwirken den Verhältnissen wie z.B. auf dem Geoid oder im Baryzentrum entsprechen. Hosokawa und Takahashi schlagen vor, diese Orbits für raumgestützte Realisierungen von Eigenzeitskalen zu benutzen und geben sogenannte zeit-geostationäre Orbits für die Sonne, für die Erde und den Jupiter an [63].

**2.3.4.1.1 Zusammenhang zwischen Eigenzeit und Koordinatenzeit** Aus der Fundamentalform (2.7) läßt sich ablesen, daß die Eigenzeit eine Funktion der Metrik und der Koordinatenzeit ist. Eine Umformung der Fundamentalform ergibt

$$\frac{d\tau}{dt} = \left[ -g_{00}(t, x^i) - \frac{2}{c} g_{0i}(t, x^i) \frac{dx^i}{dt} - \frac{1}{c^2} g_{ij}(t, x) \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^j}{dt} \right]^{\frac{1}{2}} \quad . \quad (2.111)$$

Das Verhältnis  $d\tau/dt$  ist eine Funktion der vier Koordinaten  $t, x^i$ . Für eine gemäß  $x^i(t)$  bewegte Uhr wird die rechte Seite in (2.111) lediglich eine Funktion von  $t$ . Bei den hier betrachteten Anwendungen lassen sich die folgenden Abschätzungen in (2.111) einführen

$$g_{00} \approx -1 \quad , \quad (2.112)$$

$$|\text{andere Terme}| \ll 1 \quad , \quad (2.113)$$

so daß die Beziehung  $d\tau/dt$  ausgedrückt werden kann als

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - h(t) \quad , \quad (2.114)$$

wobei  $h(t)$  eine Potenzreihenentwicklung von  $1/c$  darstellt. Werden Zeitintervalle von  $t_0$  bis  $t$  miteinander verglichen, ergibt sich die Veränderung von  $(t - \tau)$  zu

$$\Delta(t - \tau) = \int_{t_0}^t h(t) dt \quad . \quad (2.115)$$

Mit der zuvor in (2.80) bis (2.82) angegebenen Metrik für ein rotationsfreies<sup>1</sup> geozentrisches Koordinatensystem folgt die Fundamentalform (2.7)

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2U}{c^2}\right) c^2 dt^2 + \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right) [(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2] \quad , \quad (2.116)$$

wobei das Newtonsche Gravitationspotential  $U$  die Summe aus dem terrestrisch generierten Anteil  $U_E$  (vgl. (2.142)) und dem extraterrestrisch generierten Gezeitenanteil  $U_T$  umfaßt. Das Gezeitenpotential  $U_T$  verschwindet im Erdmassenmittelpunkt, weshalb dieser zweckmäßigerweise den Ursprung des oben eingeführten Koordinatensystems definiert. Die in (2.116) angegebene Metrik entspricht der von der IAU festgelegten Metrik für

<sup>1</sup>rotationsfrei in Bezug auf weit entfernte Objekte im Universum

Raumzeitkoordinaten in der ART (XXI. Hauptversammlung IAU, Recommendation I, [85]). Demnach ergibt sich für die Funktion  $h(t)$

$$h(t) = \frac{1}{c^2} \left[ U(t) + \frac{v(t)^2}{2} + O\left(\frac{1}{c^2}\right) \right] . \quad (2.117)$$

Für auf der Erde stationierte Uhren, die an der Erdrotation teilhaben, sind geozentrisch rotierende Bezugssysteme für den Zusammenhang zwischen Eigen- und Koordinatenzeit vorteilhaft. Die Funktion  $h(t)$  ergibt sich dann zu

$$h(t) = \frac{1}{c^2} \left[ \tilde{U}_g + \Delta\tilde{U}(t) + \frac{1}{2}V(t)^2 \right] + \frac{2\omega}{c^2} \frac{dA_E}{dt}, \quad (2.118)$$

wobei  $\tilde{U}_g$  der konstante Anteil des Gravitationspotentials des rotierenden Geoids ist,  $\Delta\tilde{U}(t)$  der Anteil Gravitationspotentials zwischen dem rotierenden Geoid und dem Standort (vgl. (2.143)),  $V$  die 3-Koordinatengeschwindigkeit relativ zur Erde,  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation,  $A_E$  die Fläche der äquatoriellen Projektion des geozentrischen Ortsvektors zum sich bewegenden Oberflächenpunkt ist (vgl. [46]).

### 2.3.4.1.2 Koordinatenzeitskalen

#### Definition 2.3.13 (Koordinatenzeit)

Die Koordinatenzeit ist die Zeit einer Standarduhr, die sich im Ursprung eines raumzeitlichen Bezugssystems befindet.

Aus der Definition 2.3.13 ergeben sich Probleme hinsichtlich einer praktischen Realisierung für ein baryzentrisches bzw. geozentrisches Bezugssystem. Von daher werden Koordinatenzeitskalen durch die Definition der SI-Sekunde in der Eigenzeitdomäne von dieser abgeleitet. Aus (2.115) ist jedoch ersichtlich, daß beliebige Koordinatenzeitskalen ableitbar sind, wenn neben der räumlichen Festlegung im Massenmittelpunkt der zeitliche Ursprung nicht definiert ist. Die zeitliche Ursprungsfestlegung für alle Raumzeit-Koordinatensysteme im Rahmen der ART mit der Metrik (2.116) wurde von der IAU auf der XXI. Generalversammlung in der “Recommendation III” getroffen [85].

#### Definition 2.3.14 (Koordinatenzeitskalen gemäß IAU Empfehlung)

1. Die Einheit der Koordinatenzeit aller baryzentrischen Koordinatensystem wird so gewählt, daß sie konsistent mit der Einheit der Eigenzeit, der SI-Sekunde, ist.
2. Der baryzentrischen Koordinatenzeit am 1. Januar 1977,  $0^h 0^m 32.184^s$  entspricht exakt die geozentrische Koordinatenzeit TAI am 1. Januar 1977,  $0^h 0^m 0^s$  ( $JD = 2443144.5$  TAI).
3. Der räumliche Ursprung des zur Koordinatenzeit gehörigen Koordinatensystems liegt im Massenzentrum der Erde bzw. des Sonnensystems und wird als “Geocentric Coordinate Time” (TCG) bzw. als “Barycentric Coordinate Time” (TCB) bezeichnet.

Damit wird TAI die Grundlage für die abgeleiteten Koordinatenzeitskalen. TAI wird aus global verteilten Eigenzeitgeneratoren in Form von Cäsiumuhren generiert, die durch Reduktion auf das Geoid vergleichbar und im Rahmen weniger Nanosekunden aufeinander eingemessen werden können (s. Kap. 3.1). Aus der “Mittelung” aller auf das Geoid reduzierten Uhrenvergleiche wird die Zeitskala TAI abgeleitet.

#### Definition 2.3.15 (Temps Atomique International, TAI)

TAI ist eine Koordinatenzeitskala, definiert in einem geozentrischen Bezugssystem, mit einer SI-Sekunde, welche auf einem rotierenden Geoid realisiert werde (9th CCDS, 1980).

Der TAI-Ursprung ist so gewählt, daß ein Ereignis am 1. Januar 1958,  $0^h$  UT2 das gleiche Datum erhält.

Die geozentrische Koordinatenzeit TCG ist eine ideale Koordinatenzeitskala, deren Ursprung jedoch nur mit der Genauigkeit der TAI-Bestimmung von  $1\mu s$  im Jahre 1977 festliegt [46].

#### Definition 2.3.16 (Geocentric Coordinate Time, TCG)

TCG wird realisiert durch die SI-Sekunde im Geozentrum. Der Ursprung ist gemäß Definition 2.3.14 auf den 1. Januar 1977,  $0^h$  TAI festgelegt.

TCG ist eine theoretische Zeitskala, da die Zeithaltung im Geozentrum aus praktischen Gründen nicht möglich ist. Für eine bessere Übereinstimmung mit den auf der Erde stationierten Uhren wird die “Terrestrial Time” (TT<sup>2</sup>) analog zu Definition 2.3.14 auf das Geoid bezogen.

**Definition 2.3.17 (Terrestrial Time, TT)**

TT wird realisiert durch die SI-Sekunde auf einem rotierenden Geoid. Der Ursprung ist konsistent mit TCG.

Die Frequenz eines Oszillators im Geozentrum läßt sich mit (2.114) formulieren als

$$\begin{aligned}\Phi_{TCG}(t, x_{i.}) &= \frac{dt}{d\tau}(t, x_{i.}) \\ &= 1 + h(t, x_{i.}) + O\left(\frac{1}{c^4}\right) .\end{aligned}\quad (2.119)$$

Bei Festlegung eines Punktes auf dem Geoid und der Vernachlässigung von Termen ab  $O(\frac{1}{c^4})$  folgt aus (2.119) der Potential abhängige Frequenzunterschied

$$\begin{aligned}\Phi_{TCG} - \Phi_{TT} &= h(t, x_{i.}) \\ &= \frac{\tilde{U}_g}{c^2} \\ &= 6.9692903 \cdot 10^{-10} = L_G .\end{aligned}\quad (2.120)$$

Da kein Wert für das Geoidpotential  $\tilde{U}_g$  festgelegt wurde, ist TT prinzipiell mehrdeutig. Das IERS hat für das Geoidpotential einen Wert  $W_0$  festgelegt [85], der mit dem bei Guinot [46] benutzten

$$\tilde{U}_g = 62636856.85 \frac{m^2}{s^2} \quad (2.121)$$

übereinstimmt. Da trotz Versuch der Vereinheitlichung das Geoidpotential nur mit einer Genauigkeit von etwa  $1.0 \frac{m^2}{s^2}$  bekannt ist, ergibt sich eine Unsicherheit in der Größenordnung  $10^{-17}$  in der Frequenz  $\Phi_{TT}$ .

Die in Definition 2.3.14 miteingeführte TCB unterscheidet sich von TCG nach IAU Empfehlung [85] in der Differenzbeziehung  $TCB - TCG$  durch eine vierdimensionale Transformation

$$TCB - TCG = \frac{1}{c^2} \left[ \int_{t_0}^t \frac{v_{i.e}^2}{2} + U_{ext}(x_{i.e}) dt + v_{i.e}(x_{i.} - x_{i.e}) \right] , \quad (2.122)$$

wobei  $x_{i.e}$  und  $v_{i.e}$  die baryzentrische Position und Geschwindigkeit des Erdmassenzentrums und  $x_{i.}$  die baryzentrische Position des Beobachters bezeichnen.  $U_{ext}$  ist das Newtonsche Potential aller Körper im Sonnensystem mit Ausnahme der Erde bezogen auf das Geozentrum. Die Integralgrenze  $t_0$  bezieht sich auf den Ursprung von TT und  $t$  ist die Koordinatenzeit TCB. Als Näherung wird die von Fukushima et al. [44] angegebene Formel empfohlen

$$TCB - TCG \approx L_C \cdot (JD - 2443144.5) \cdot 86400 + \frac{1}{c^2} v_{i.e}(x_{i.} - x_{i.e}) + P , \quad (2.123)$$

wobei  $L_C = 1.4808268457 \cdot 10^{-8} (\pm 1 \cdot 10^{-14})$  ist [44],  $JD$  das Julianische Datum gemessen in TAI und  $P$  für periodische Terme mit maximaler Amplitude von  $2.1 \mu s$  steht [62].

**Definition 2.3.18 (Barycentric Coordinate Time, TCB)**

TCB ist die aus (2.122) bzw. (2.123) transformierte TCG.

Der Vollständigkeit wegen wird die Berechnungsformel für TCB ausgehend von der 1976 definierten “Barycentric Dynamical Time” (TDB) angegeben [85].

$$TCB = TDB + L_B \cdot \Delta T , \quad (2.124)$$

$$\text{mit } \Delta T = (\text{Datumstag} - 1. \text{ Januar } 1977, 0^h \text{ TAI}) \cdot 86400s , \quad (2.125)$$

<sup>2</sup>TT hieß vor 1991 “Dynamical Terrestrial Time” (TDT) und ist mit ihr identisch.

wobei  $L_B = L_C + L_G = 1.550519748 \cdot 10^{-8} \pm 4 \cdot 10^{-17}$  der Skalierungsfaktor ist. Die Skalierungsfaktoren  $L_G$ ,  $L_C$ ,  $L_B$  bewirken, daß die auf dem Geoid definierte SI-Sekunde auch in dem geo- und dem baryzentrischen Bezugssystemen als *eine* globale Zeitskala aus Konsistenzgründen benutzt werden kann.

Neben den globalen Zeitskalen, die aus lokalen Atomuhren abgeleitet werden, gibt es die historischen Weltzeitskalen, in denen die Erdrotation als Oszillator benutzt wird. Diese "Universal Time" (UT)-Zeitskalen gibt es in verschiedenen Reduktionsebenen.

**Definition 2.3.19 (Universal Time, UT0)**

Die Weltzeit  $UT$  entspricht der mittleren Sonnenzeit, die sich auf den Meridian von Greenwich mit der Länge Null Grad bezieht.

$$UT = UT0 \quad . \quad (2.126)$$

**Definition 2.3.20 (UT1)**

$UT1$  ist die um die Polbewegung korrigierte Weltzeit  $UT0$ .

$$UT1 = UT0 + \Delta_P \quad (2.127)$$

$$= UT0 + x_P \sin \lambda \tan \phi + y_P \cos \lambda \tan \phi \quad . \quad (2.128)$$

**Definition 2.3.21 (UT2)**

$UT2$  ist die um Polbewegung und jahreszeitliche Schwankungen korrigierte Weltzeit.

$$UT2 = UT1 + \Delta_S \quad (2.129)$$

$$= UT1 + a \sin 2\pi \frac{B}{t} + b \cos 2\pi \frac{B}{t} + c \sin 4\pi \frac{B}{t} + d \cos 4\pi \frac{B}{t} \quad . \quad (2.130)$$

Die "Coordinated Universal Time" (UTC) Zeitskala unterscheidet sich um eine ganze Zahl von Schaltsekunden von TAI, um die aus der Erddrehung resultierende Weltzeitskala an die wesentlich genauere TAI anpassen zu können.

**Definition 2.3.22 (Coordinated Universal Time, UTC)**

$UTC$  ist eine die um eine ganze Anzahl  $N$  von Schaltsekunden an TAI angepaßte Weltzeit.

$$UTC = TAI + N \quad . \quad (2.131)$$

### 2.3.4.2 Problem einer globalen Längenskala

Mit den Definitionen 2.3.8, 2.3.9 ergibt sich die Längendefinition als ein Eigenlängenintervall.

**Definition 2.3.23 (SI-Meter)**

Das Meter ist die Weglänge, die Licht im Vakuum im Zeitintervall einer  $\frac{1}{299792458}$  s zurücklegt.

In der Einsteinschen Raumzeit kann das Meter als die Einheit der Eigenlänge der räumlichen Komponenten einer Triade aufgefaßt werden, die zur zeitlichen Komponente, nämlich der Weltlinie eines die SI-Sekunde definierenden Cäsiumatoms, orthogonal sind.

In einem durch die Fundamentalf orm (2.7) festgelegten Koordinatensystem werden zwei raumartige Ereignisse  $A$  und  $B$  (2.10), die infinitesimal nahe aber getrennt sind, durch die Koordinaten

$$A : t_A, \quad x_{i,A} \quad , \quad (2.132)$$

$$B : t_B = t_A + dt, \quad x_{i,B} = x_{i,A} + dx_i \quad (2.133)$$

beschrieben. Dann wird die räumliche Koordinatendistanz  $D$  beschrieben durch

$$dD = [(dx_1)^2 + (dx_2)^2 + (dx_3)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2.134)$$

Sie unterscheidet sich von der Eigenlänge  $l$ , die sich nach den Voraussetzungen (2.132), (2.133) mit der Fundamentalform (2.7) aus

$$dl = (ds^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.135)$$

berechnet. Für die Definition eines physikalischen Standards ist jedoch immer von dem quadrierten Raumzeitintervall  $ds^2$  auszugehen. Somit ist (2.134) für die Definition einer Längeneinheit unzureichend. Andererseits lassen sich die räumliche Koordinatendistanz  $D$  und die raumzeitliche Eigenlänge  $l$  in lokalen Bereichen über einen Maßstabsfaktor aufeinander beziehen. Diese Beziehung ist nach Guinot [46] aber immer abhängig von

1. der Meßmethode (wegen  $dt$ ),
2. der räumlichen Orientierung von  $AB$  im allgemeinen Falle nicht-isotroper Koordinaten,
3. den Raumzeitkoordinaten eines der Ereignisse.

Mit diesen Informationen wird eine infinitesimale Distanz in den Eigeneinheiten eines den Ereignissen nahen Beobachters meßbar.

Für nicht-infinitesimal getrennte Ereignisse  $A, B$  ist zu beachten, daß eine Interpretation der Koordinatendistanz  $D$  mit

$$D = [(x_{1.B} - x_{1.A})^2 + (x_{2.B} - x_{2.A})^2 + (x_{3.B} - x_{3.A})^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2.136)$$

kompliziert wird, da der in Eigeneinheiten ausgedrückte Maßstab entlang der Weltlinie zwischen  $A$  und  $B$  variiert. Damit erscheint die Verwendung des Meters als Einheit der räumlichen Länge bei ausgedehnten Längen, die das Lokalsystem übertreffen, in dem das Meter definiert ist, ohne Berücksichtigung der Metrik problematisch. Streng genommen dürfen große Entfernungen nur als Raumzeitintervalle aufgefaßt werden, die über Laufzeitintervalle entweder durch

- Signalisierung und Reflexion eines Ereignisses (Zweiwegemessung) oder
- Signalisierung eines Ereignisses mit Uhrentransport zur Synchronisation (Einwegemessung)

charakterisiert werden (vgl. Kapitel 2.1; [117], S. 405).

Die Astronomische Einheit  $AU$  bezeichnet die Länge der großen Halbachse der Erdumlaufbahn um die Sonne nach dem 3. Kepler-Gesetz.

**Definition 2.3.24 (Astronomical Unit, AU, klassisch)**

Die astronomische Einheit  $AU$  ist die Länge der großen Halbachse einer ungestörten Umlaufbahn eines Körpers mit vernachlässigbarer Masse, der die Sonne in  $2\pi/k$  Tagen umläuft, wobei  $k = 0.01720209895$  die Gauss'sche Gravitationskonstante ist.

Mit den Definitionen 2.3.8, 2.3.9 und 2.3.23 und der IERS-Standardwerte [86] folgt nunmehr

**Definition 2.3.25 (Astronomical Unit, AU, relativistisch)**

Die astronomische Einheit  $AU$  ist die maximale räumliche Koordinatendistanz  $c\tau_A$  des Raumzeitintervalls zwischen dem Ereignis "Baryzentrum Sonnensystem" und der Ereignisfolge "ungestört umlaufendes masseloses Teilchen mit Umlaufperiode  $2\pi/k$ ".

$$c\tau_A = 149597870691m \pm 30m \quad , \quad (2.137)$$

$$\tau_A = 499.0047838061s \pm 0.00000002s \quad . \quad (2.138)$$

Die große Halbachse des Erdorbits beträgt  $1.000000031AU$  [128].

### 2.3.4.3 Problem der konsistenten Potentialbestimmung

In SRT und ART ist die Masse eines Körpers konstant, wenn dieser als isoliert zu seinen Nachbarn angesehen werden kann und er keine Strahlung mit dem umgebenden Universum austauscht. Das Sonnensystem wird im Rahmen dieser Arbeit als hinreichend isoliert angesehen. Für die Bestimmung der herrschenden Metrik im Sonnensystem ist die Kenntnis der raumzeitlichen Verteilung des Energie-Impulsensors ausschlaggebend. In den Gleichungen (2.116) bis (2.117) tritt das Potential  $U$  auf, das sich aus den Massen des Sonnensystems bestimmt. Es gilt

$$U = U_E + U_T \quad . \quad (2.139)$$

Aus Einfachheitsgründen läßt sich das Potential als Summe der beitragenden Massen ausdrücken [46].

$$U = \sum_A \frac{[GM_A]}{r_A} + \text{relativistische geschwindigkeitsabhängige und nichtlineare Zusatzterme,} \quad (2.140)$$

wobei  $G$  die Gravitationskonstante mit

$$G = 6.67259 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg s^2} \pm 8.54 \cdot 10^{-15} \frac{m^3}{kg s^2} \quad (2.141)$$

ist, und  $M_A$  die Massenenergie von Körper  $A$  mit der baryzentrischen Koordinatendistanz  $r_A$  nach (2.136) ist. Die eckigen Klammern bei  $[GM_A]$  sollen darauf hinweisen, daß mit den derzeitigen Methoden nur das Produkt selbst aus den Bewegungen der Planeten, deren Monden und Raumsonden bestimmbar ist. Die Gravitationskonstante  $G$  stellt die einzige Verbindung zwischen der SI-Basiseinheit für Masse und den gravitativen Phänomenen her und ist eine nur lokal laborbestimmte Konstante.  $G$  ist mit einer relativen Genauigkeit von  $10^{-4}$  vergleichsweise ungenau bekannt.

Bei der Bestimmung der Körpermassen  $M_A$  des Sonnensystems wird die sich auf lokal definierten Einheiten stützende Gravitationskonstante so benutzt, als gelte sie auch für die Massen außerhalb der Erde. Diese globale Verwendung einer lokalen Konstanten ist im allgemeinen inkonsistent. Für das Sonnensystem kann aber ein baryzentrisches Bezugssystem eingeführt werden, daß asymptotisch in ein Lorentzsystem übergeht. Für die Erde ergibt sich die theoretische Schwierigkeit, daß bei einem geozentrischen Bezugssystem im Ursprung keine Gezeitenkräfte wirken. Per Definition ist das Gezeitenpotential im Geozentrum Null, nimmt aber mit größer werdendem Abstand zu. Dadurch ergibt sich auf Geoid- oder topozentrischem Niveau eine Gezeitenabhängigkeit der lokalen Laborgrößen. Streng genommen wird sich also auf der Erdoberfläche die Minkowskische Metrik und damit auch ein Lorentzsystem nicht einstellen können. Das Gezeitenpotential  $U_T$  ist jedoch ein sehr geringer Einfluß, der sich selbst auf Geoidhöhe bei der Sekundendefinition erst ab der Größenordnung  $10^{-17}$  bemerkbar macht und somit für den asymptotischen Übergang zum Lorentzsystem vernachlässigbar ist. Deshalb kann sowohl im baryzentrischen als auch im geozentrischen Bezugssystem der gleiche Wert für  $G$  gemäß (2.141) benutzt werden. Aufgrund des bisher erreichten Genauigkeitsniveaus bei der Bestimmung der Produkte  $[GM_A]$ , können diese, wie z.B. in Tabelle 2.7 angegeben, bislang als konstant angesehen werden [46].

Tab. 2.7: Gravitationskonstante nach Guinot [46] und IERS-Standard [86]

Heliozentrisch	$[GM_{\oplus}] = 1.32712440042 \cdot 10^{20} \frac{m^3}{s^2}$	$\pm 1 \cdot 10^{10} \frac{m^3}{s^2}$
Geozentrisch	$[GM_{\odot}] = 3.986004418 \cdot 10^{14} \frac{m^3}{s^2}$	$\pm 8 \cdot 10^5 \frac{m^3}{s^2}$

Aus dem Blickwinkel der ART betrachtet, enthält (2.140) ein nicht lösbares Problem. Die in ihr enthaltenen Größen bedingen sich außerhalb der Newtonschen Raumzeit gegenseitig:

1. Gravitationskonstante  $G$  ist eine Größe in lokal definierten Einheiten;
2. Die räumliche Koordinatendistanz  $r_A$  unterscheidet sich von dem Raumzeitintervall  $ds^2$ , welches das Gravitationsfeld einschließt, für das
3. die Metrik wegen der Verkopplung mit dem gesuchten Potential  $U$  nach (2.116) nicht bestimmt werden kann.

Aus (2.140) läßt sich ablesen, daß für große räumliche Entfernungen das wirksame Potential  $U$  verschwindet, womit sich asymptotisch die Minkowskische Metrik (2.18) in (2.116) einstellt. Der Übergang zum Lorentzsystem ermöglicht die Zerspaltung der Raumzeit und weist den Ausweg aus dem Dilemma.

Für das in (2.116) enthaltene Potential der Erde  $U_E$  in einem nicht-rotierenden geozentrischen Koordinatensystem läßt sich bei einer geforderten Frequenzgenauigkeit von  $10^{-14}$  für die Sekundendefinition folgende Approximationsformel für das Gravitationspotential ( $U_T = 0$ ) angeben:

$$U_E = \frac{GM_\odot}{r} + J_2 \frac{GM_\odot}{2r^3} a_E^2 (1 - 3 \sin^2 \phi) \quad . \quad (2.142)$$

Das in (2.118) angegebene Differenzpotential zwischen rotierendem Geoid und Topozentrum  $\Delta\tilde{U}$  berechnet sich nach

$$\Delta\tilde{U} = \frac{GM_\odot}{r} + J_2 \frac{GM_\odot}{2r^3} a_E^2 (1 - 3 \sin^2 \phi) + \frac{\omega^2 r^2 \cos^2 \phi}{2} - \tilde{U}_g \quad . \quad (2.143)$$

Hierin bezeichnen  $r$  den räumlichen Abstand zwischen Geozentrum als Ursprung eines nicht rotierenden Bezugssystems und dem Aufpunkt,  $J_2$  die dynamische Abplattung bzw. den Koeffizienten des Quadrupolmomentes der Erde,  $a_E = 6378136.49m \pm 0.10m$  den äquatorialen Radius,  $\omega \approx 7.292115 \cdot 10^{-5} \frac{rad}{s}$  die variable Winkelgeschwindigkeit der Erde,  $\tilde{U}_g$  das Erdpotential gemäß (2.121).

Weitergehende Ausführungen zur Bestimmung von  $[GM_A]$  und Multipolmomenten in der ART finden sich bei DSX [30].

## 2.4 Modelle geodynamischer Phänomene

Die Wirkungsbeziehungen im System Erde sind zeitvariabel und üben einen Einfluß auf die an der Erdoberfläche befindlichen geodätischen Meßplattformen aus. Die endogenen Aktivitäten des Erdinneren und die exogenen Vorgänge der Umwelt werden als *geodynamische Phänomene* zusammengefaßt. Sie zeigen sich als Erddeformationen und als Drehimpulsänderungen der Erdrotation, sind teilweise rückgekoppelt und wirken sich zwangsläufig auf die Träger von globalen Bezugssystemen, den terrestrisch gestützten Meßplattformen, aus (Abb. 2.3).

Für globale Bezugssysteme gibt es den Wunsch, globale Maßeinheiten verwenden zu können. Die Eigeneinheiten lassen sich in einem globalen Sinne nur benutzen, wenn sich die Laborbedingungen bei der Definition der Eigeneinheit anderenorts reproduzieren lassen. Diese Vorgehensweise setzt die genaue Kenntnis der geodynamischen Einflußfaktoren voraus. Erst dann können zum Beispiel die räumliche Transformation von geozentrisch rotierenden, nicht-inertialen Bezugssystemen nach baryzentrisch nicht-rotierenden, fast-inertialen Bezugssystemen berechnet werden. Erstere sind mit den stark variablen Umgebungsbedingungen einer Plattform im Topozentrum verknüpft, letztere stellen den von temporalen Effekten befreiten, fast-inertialen Bezugsrahmen dar.

Nach den Einsteinschen Feldgleichungen (2.26) ist Masse und Geometrie durch die Gravitation verbunden. Deformationen der Erde wirken sich in lokalen Veränderungen der geometrischen Verhältnisse, des Gravitationspotentials und der Massenverteilung interdependent aus. Die Rotationscharakteristik eines Körpers ist gleichfalls durch Momentenänderungen mit der Deformation gekoppelt. Modelle zur Beschreibung des jeweiligen geodynamischen Phänomens lassen sich unter ihrem

- Aspekt Geopotential, mit lokalen Gravitationsänderungen,
- Aspekt Geometrie, mit lokalen Verschiebungsvektoren

betrachten. Ein weiterer Aspekt betrifft das Rotationsverhalten, das in Bezug auf die Erde Variationen zeigt, die mit den Deformationen der Erde rückgekoppelt sind.

Die in Kapitel 3 vorgestellten modernen Meßmethoden erreichen eine derartige Genauigkeit, daß die Meßergebnisse durch eine geeignete Modellierung von den durch geodynamische Phänomene veranlaßten Systematiken befreit werden müssen. Abbildung 1.2 weist bereits auf den Zusammenhang zwischen praktischer Meßtechnik und theoretischer Modellbildung hin. Mit der Allgemeinen Relativitätstheorie können die Maßeinheiten nicht mehr unabhängig vom Meßobjekt angesehen werden. Schmutzer formuliert ([114], S. 35):

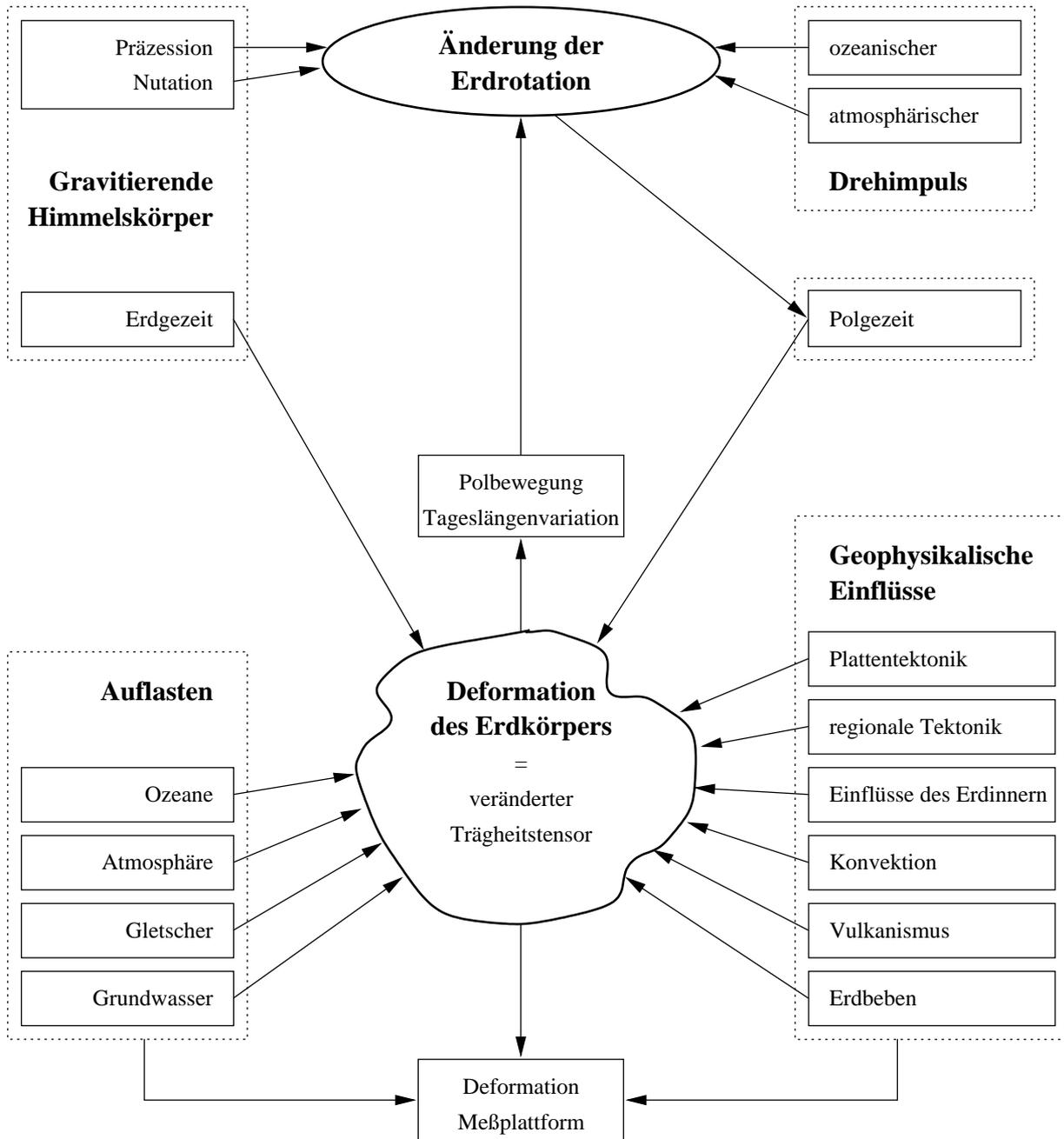


Abb. 2.3: Geodynamische Phänomene wirken sich als endogene und exogene Vorgänge auf die Träger globaler Bezugssysteme, den terrestrisch gestützten Meßplattformen, aus.

*Das Dilemma besteht darin, daß eine Theorie auf ihre Richtigkeit hin an Meßobjekten mit Hilfe von Meßmitteln überprüft werden soll, die zum selben Objektbereich der zu überprüfenden Theorie gehören.*

Der Ausweg aus diesem Circulus vitiosus liegt in einem sukzessiven Approximationsprozeß. Ausgehend von der Definition der SI-Sekunde auf dem Geoid und der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum im Inertialsystem erhält man den Zugriff auf einen Inertialmaßstab. Auf dieser Grundlage lassen sich Messungen durchführen, die zur Modellbildung nötig sind. Die erreichten Auflösungen sowohl in der Modellbildung als auch in der Meßtechnik sind interdependent. Die Interdependenz läßt sich vereinfacht so darstellen:

$$\boxed{\text{Genauere Meßtechniken zwingen zu besserer Modellierung.}} \iff \boxed{\text{Bessere Modellierung verlangt genauere Meßtechniken.}} \tag{2.144}$$

Eine ähnliche Interdependenz ergibt sich bei der Modellierung geodynamischer Phänomene und den labormäßig definierten metrologischen Einheiten, weil beide auch zum selben Objektbereich gehören. Somit kann formuliert werden:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Meßbare geodynamische Phäno-} \\ \text{mene sind maximal so genau meß-} \\ \text{bar, wie die metrologischen Ein-} \\ \text{heiten bestimmt sind.} \end{array}} \iff \boxed{\begin{array}{l} \text{Die metrologischen Einheiten sind} \\ \text{maximal so genau bestimmt, wie} \\ \text{die geodynamischen Phänomene} \\ \text{meßbar sind.} \end{array}} \quad (2.145)$$

Da wo die Meßtechnik nicht mehr sensitiv genug ist, lassen sich auch keine neuen Systematiken mehr erkennen. Sind die physikalischen Einheiten in ihrer Realisierung unfrei von äußeren Einflüssen auf das Labor, in dem sie definiert werden, sind sie mit ihnen korreliert.

Mit geodätischen Raumverfahren werden simultan große Distanzen auf der Erde gemessen, wobei an den Endpunkten einer Basislinie ganz unterschiedliche geodynamische Verhältnisse herrschen. Eine Reduktion der Meßdaten mit geeigneten Modellen ist unumgänglich. Zur Vergleichbarkeit der mit unterschiedlichen Methoden erzielten Ergebnisse für die gleichen Parameter ist auf die Benutzung gleicher Modelle für die geodynamischen Phänomene Wert zu legen. Zusätzlich wird die Anforderung gestellt, daß die verwendeten Modelle für verschiedene Phänomene konsistent sind. Ein Versuch die geodynamischen Modelle zu standardisieren und konsistent zu machen, kann in der Publikation der sogenannten IERS-Standards [85], bzw. der IERS Conventions [86] gesehen werden, die auf Empfehlungen der Hauptversammlungen von IAU, IUGG und IAG beruhen. Durch die Interdependenz (2.144) mit den Beobachtungstechniken kommt den IERS-Standards bzw. Conventions keine "absolute" Bedeutung zu. Vielmehr geben die dort aufgeführten Modelle den jeweils erreichten Approximationsstand wieder und werden dem Stand der Forschung sukzessive angepaßt.

Geodynamische Phänomene sind also in Bezugssystemen zu bestimmen, in denen es möglichst wenig Rückkopplungen durch die Definition des Bezugssystems gibt. Ideal wäre auch hier ein Inertialsystem, daß aber aufgrund des ausgedehnten Bereiches des Erdraums problematisch bezüglich relativistischer Effekte ist. Deshalb wird für den jeweiligen einzelnen Effekt zu entscheiden sein, ob die raumzeitliche Modellbildung zugunsten einer einfacheren räumlichen bzw. zeitlichen Modellbildung verlassen werden darf. Die zugrundegelegten Bezugssysteme können

- in  $1pN$ -Näherung, oder
- Newtonsch

definiert sein. Da die Mehrheit der geodynamischen Effekte erdbezogen ist und in Geschwindigkeitsskalen weit unterhalb der Lichtgeschwindigkeit verlaufen, ist die Entscheidung meistens zugunsten einer einfacheren Modellbildung vorgegeben.

Von Bedeutung für Bezugssysteme verbleibt die Erdmodellbildung ausgehend von einer

- starren Erde, oder
- deformierbaren Erde.

Bei einer deformierbaren Erde lassen sich die Relativbewegungen von Körperteilen bezüglich eines Ruhsystems in Tisserand-Systemen (Def. 2.3.1) über die Minimierung der Restbewegungen zusammenfassen. Nach Schneider ([119], S. 767) hat man im Falle des

starren		strenge
	Körpers eine	Exhaustion des Geschwindigkeitsfeldes
deformierbaren		genäherte

der materiellen Punkte.

Im Hinblick auf globale Bezugssysteme sollen an dieser Stelle die wichtigsten Modelle geodynamischer Phänomene kurz aufgeführt werden.

### 2.4.1 Modelle zur Rotation der Erde

Obleich die Rotation der Erde mit geodynamischen Vorgängen gekoppelt ist, wird sie für die Transformationsaufgabe zwischen dem baryzentrischen Fast-Inertialsystem und dem rotierenden geozentrischen Bezugssystem zunächst hinsichtlich ihrer wichtigsten periodischen Phänomene modelliert.

Modelle der Erdrotation lassen sich drei Kategorien zuordnen, die sich durch die Art der Raumzeit und das Modell des Erdkörpers unterscheiden:

1. Starre Erde in Newtonscher Raumzeit charakterisiert durch

- Existenz eines strengen Ruhesystems  $B_R$ ,
- *Rotation* als Drehbewegung von  $B_R$  relativ zu Inertialsystem  $K$ ,
- Satz von Chasles: *Alle Ruhesysteme  $B_R$  eines starren Körpers rotieren zum Zeitpunkt  $t$  um parallel zueinander liegende Achsen mit betragsmäßig gleicher Geschwindigkeit gegen ein bestimmtes anderes Bezugssystem  $B$  oder  $K$ .*

2. Deformierbare Erde in Newtonscher Raumzeit charakterisiert durch

- Nicht-Existenz eines strengen Ruhesystems  $B_R$ ,
- Existenz eines genäherten Ruhesystems  $B_T$  (Tisserand-System) definiert alternativ durch
  - (a) die Minimierung der Restbewegungen,
  - (b) das Verschwinden des relativen Drehimpulses,
- *Rotation* als Drehbewegung von  $B_T$  relativ zu Inertialsystem  $K$ ;

3. ART in Einsteinscher Raumzeit charakterisiert durch

- Nicht-Existenz starrer Bezugkörper,
- *Rotation* nach Maßgabe eines Sternen- oder Trägheitskompasses ([147], S. 268f).

Für die Einrichtung von Bezugssystemen der zweiten Kategorie gibt es verschiedene Ursachen. Einerseits lassen sich die beiden von außen auf die Erde wirkenden gravitativen Hauptquellen Sonne und Mond aufgrund ihres beträchtlichen Abstands von der Erde als Punktquellen betrachten, so daß sich in der Newtonschen Raumzeit eine sehr gute Näherung für die Präzession und Nutation der Erde ergibt; andererseits lassen sich die Polbewegung und Rotationschwankungen, die von Vorgängen im Erdinnern und an der Oberfläche verursacht werden, auf der Basis einer deformierbaren Erde in der Newtonschen Raumzeit zufriedenstellend modellieren.

Eine konsistente Modellbildung hinsichtlich der post-Newtonschen Bewegungsgesetze für die Translations- und Rotationsbewegung im gravitativen N-Körperproblem auf der Basis der  $1pN$ -Approximation wird bei DSX [30] angegeben. Allerdings liefert der DSX-Formalismus bislang noch kein geschlossenes System von Gleichungen zur Beschreibung der Dynamik des N-Körperproblems. Hierzu ist eine Formulierung von Körpermodellen erforderlich. Das einfache Konzept eines starren Körpermodells ist in der Relativitätstheorie nur dann widerspruchsfrei, wenn bei der Bewegungsgleichung quadratische Terme in der Rotationsgeschwindigkeit vernachlässigt werden [132]. Weiterhin existieren Modelle starrer Körper in der ART bislang nur für einen Körper und es ist derzeit noch offen, ob sie sich auf mehrere Körper ausdehnen lassen. Aus diesen Gründen konnten sich die vorliegenden Versuche einer  $1pN$ -Modellierung (z.B. [30]) bislang noch nicht in den internationalen Empfehlungen durchsetzen. So werden die Näherungsmodelle der Newtonschen Raumzeit eingesetzt, die immer von einem Inertialsystem gemäß Definition 2.3.5 bzw. von einem Fast-Inertialsystem gemäß Definition 2.3.6 Gebrauch machen.

### 2.4.2 Erdrotation in Newtonscher Raumzeit

Die Erdrotation wird Newtonsch über den Winkelgeschwindigkeitsvektor  $w_i$  ausgedrückt. Unter Berücksichtigung der Deformierbarkeit der Erde gibt es Wechselwirkungen zwischen Deformations- und Rotationsverhalten. Es kann jedoch ein Tisserand-System derart eingeführt werden, daß die Quadratsumme der Restbewegungen

minimiert wird und der relative Drehimpuls verschwindet. Die vereinfachte **Euler-Liouville-Gleichung** stellt diese Abhängigkeiten dar. Sie ergibt sich nach Heitz ([57], S. 378) in einem mittleren System  $S_2$  zu

$$\frac{d \overset{2}{w}_j}{dt} = \overset{2}{T}_{ij}^{-1} \left[ \overset{2}{M}_{i.a.o} - \epsilon_{ijk} \overset{2}{w}_j \overset{2}{T}_{kl.o} \overset{2}{w}_l + \frac{d \overset{2}{T}_{ij}}{dt} \overset{2}{w}_j \right] . \quad (2.146)$$

Sie ist gleich mit der vektoriellen Schreibweise bei der von Schneider ([117], S. 261; [119], S. 771) formulierten Gleichung

$$\frac{D\mathbf{d}}{Dt} = \mathbf{J}_e^{-1} \cdot \left[ \tilde{\mathbf{M}} - \mathbf{d} \times \mathbf{J}_e \cdot \mathbf{d} - \frac{D\mathbf{J}_e}{Dt} \cdot \mathbf{d} \right] . \quad (2.147)$$

In den Gleichungen (2.146) und (2.147) bezeichnen den Winkelgeschwindigkeitsvektor  $\overset{2}{w}_j$  bzw.  $\mathbf{d}$ , den Trägheitstensor  $\overset{2}{T}_{ij}$  bzw.  $\mathbf{J}_e$  und das Drehmoment  $\overset{2}{M}_{i.a.o}$  bzw.  $\tilde{\mathbf{M}}$ . Ihnen läßt sich entnehmen, daß eine Änderung der Winkelgeschwindigkeit der Erde von

- Drehmoment (1. Term in Klammer von (2.146) und (2.147)),
- Fliehkraft (2. Term),
- Deformation (3. Term)

abhängig ist. Dabei sind Deformationen des Erdkörpers und Variationen in der Erdrotation gekoppelt.

Geodätische Raumverfahren involvieren zwei Bezugssysteme: Ein zumeist geozentrisch rotierendes Bezugssystem, in dem die Meßplattform stationiert ist, und ein (baryzentrisch) raumfestes Bezugssystem, in dem das Meßobjekt koordiniert ist. Beide Bezugssysteme sind über die Erdrotation miteinander verknüpft, so daß die mit der Erdrotation verbundenen geodynamischen Phänomene im Meßvorgang enthalten sind und entsprechend bei Transformationen zu berücksichtigen sein werden. Die in den Lehrbüchern unterschiedlichen Schreibweisen werden in Tabelle 2.8 nebeneinander gestellt.

Die in den anschließenden Kapiteln 2.4.2.1, 2.4.2.2 eingeführten Rotationsmatrizen ergeben in ihrer Hintereinanderschaltung die Verknüpfung des baryzentrischen raumfesten Bezugssystems [CRS] mit dem geozentrisch rotierenden Bezugssystem [TRS] ([86], S. 20).

$$[\text{CRS}] = \mathbf{P} \cdot \mathbf{N}'(t) \cdot \mathbf{R}'(t) \cdot \mathbf{W}'(t) \cdot [\text{TRS}] . \quad (2.148)$$

Aus Tabelle 2.8 und (2.148) ist erkennbar, daß sich ein raumfestes baryzentrisches Bezugssystem und ein rotierendes geozentrisches Bezugssystem *nur* über die genaue Kenntnis der momentanen wahren Äquatorsysteme aufeinander beziehen lassen. Die genaue Kenntnis kann nur über Messungen erlangt werden.

#### 2.4.2.1 Modelle zur Präzession und Nutation

Sonne, Mond und die weiteren Himmelskörper im Sonnensystem bewirken zusätzliche Drehmomente auf die an den Polen abgeplattete Erde, was zu einer kontinuierlichen Richtungsänderung der Erdrotationsachse führt. Abbildung 2.4 veranschaulicht die Präzessions- und Nutationsbewegung der Erdrotationsachse.

Dehant and Capitaine unterteilen in [33] die **Präzession** nach ihren Ursachen in zwei Anteile:

##### 1. Äquatoriale Präzession, die sich zusammensetzt aus

- der *luni-solaren Präzession*, die sich modellieren läßt aus
  - (a) konstanten Anteil des durch Sonne und Mond auf die Erde ausgeübten Drehmomentes,
  - (b) Störtermen der Sonne auf die Erde-Mond-Interaktion,
  - (c) Störtermen des Mondes auf die Erde-Sonne-Interaktion;
- den *planetarischen Effekten*, die sich unterscheiden lassen nach

Tab. 2.8: Bezeichnung von Bezugssystemen für die Transformation zwischen raumfest baryzentrisch und rotierend geozentrisch. Der Übergang von einem System in das nächste geschieht mit den angegebenen Rotationsparametern. Die zugehörige Rotationsmatrix ist mit einem Pfeil versehen, der die Transformationsrichtung von-nach symbolisiert.

Bezugssystem	Räumliche Festlegung	Bezeichnung : Basis	
		Rotationsmatrix	
Verknüpfung (IERS Notation, [86])		Heitz [56]	Schneider [115]
mittleres raumfestes Ekliptiksystem	mittlerer Ekliptikpol, mittlerer Frühlingspunkt zum Referenzzeitpunkt $t_0$	$S_1 : \overset{1}{x}_i(t_0)$	
mittleres raumfestes Äquatorsystem	mittlerer Himmelspol, mittlerer Frühlingspunkt zum Referenzzeitpunkt $t_1$	$S_2 : \overset{2}{x}_i(t_1)$	$B_{astr}^C : \bar{e}_i^A(t_0)$
Übergang durch Drehung um Präzession $\mathbf{P} = f(\zeta_A, \Theta_A, z_A)$		$\downarrow \overset{2}{e}_{ij,3}, \quad \uparrow \overset{3}{e}_{ij,2}$	$\downarrow \mathbf{D}_P, \quad \uparrow \mathbf{D}_P^{-1}$
mittleres raumfestes Äquatorsystem	mittlerer Himmelspol, mittlerer Frühlingspunkt zum Beobachtungszeitpunkt $t$	$S_3 : \overset{3}{x}_i(t)$	$B_{astr}^C : \bar{e}_i^A(t)$
Übergang durch Drehung um Nutation $\mathbf{N}' = f(\Delta\psi, \Delta\epsilon)$		$\downarrow \overset{3}{e}_{ij,4}, \quad \uparrow \overset{4}{e}_{ij,3}$	$\downarrow \mathbf{D}_N, \quad \uparrow \mathbf{D}_N^{-1}$
wahres raumfestes Äquatorsystem	wahrer Himmelspol, wahrer Frühlingspunkt zum Beobachtungszeitpunkt $t$	$S_4 : \overset{4}{x}_i(t)$	$B_{astr}^W : e_i^A(t)$
Übergang durch Drehung um Erdrotationsphase $\mathbf{R}' = f(GST)$		$\downarrow \overset{4}{e}_{ij,5}, \quad \uparrow \overset{5}{e}_{ij,4}$	$\downarrow \mathbf{D}_S, \quad \uparrow \mathbf{D}_S^{-1}$
wahres erdfestes Äquatorsystem	wahrer Himmelspol, mittlerer Meridian von Greenwich zum Beobachtungszeitpunkt $t$	$S_5 : \overset{5}{x}_i(t)$	$B_{terr}^W : \tilde{e}_i^T(t)$
Übergang durch Drehung um Polkoordinaten $\mathbf{W}' = f(x_p, y_p)$		$\downarrow \overset{5}{e}_{ij,6}, \quad \uparrow \overset{6}{e}_{ij,5}$	$\downarrow \mathbf{D}_W^{-1}, \quad \uparrow \mathbf{D}_W$
mittleres erdfestes Äquatorsystem	Koordinaten der Beobachtungsstationen zum Beobachtungszeitpunkt $t$	$S_6 : \overset{6}{x}_i(t_0)$	$B_{terr}^C : \bar{e}_i^T(t_0)$

- (a) einem direkten Einfluß der Planeten auf den Äquator, der dem konstanten Anteil des durch die Planeten ausgeübten Drehmoments entspricht,
- (b) einem indirekten Einfluß, der den Einfluß der Planeten auf die Umlaufbahnen von Erde und Mond haben;
- der *geodätischen Präzession*, die einen allgemein-relativistischen Effekt durch die Rotation des geozentrischen Bezugssystems gegen ein dynamisch definiertes baryzentrisches Bezugssystem darstellt (s. Bem. zu (3.53));
  - der übrigen *nicht-lunisolaren nicht-planetaren Effekte*, wie sie durch die Ozeane und die Atmosphäre verursacht werden und als retrograde tägliche geophysikalische Effekte auf die Erde wirken;

2. **Ekliptikale Präzession**, die durch den Einfluß der Planeten auf die Ekliptik verursacht ist.

Mit den geodätischen Raumverfahren kann die äquatoriale Präzession als rein retrograder Tagesterm bestimmt werden. Hingegen ist die ekliptikale Präzession derzeit nur ein theoretisch berechenbarer Wert.

Die Amplitude des Neigungswinkels der Erdrotationsachse gegen den Ekliptikpol beträgt  $\epsilon_0 = 23^\circ 26' 21''.412$  bezogen auf die Epoche J2000. Für die folgenden Betrachtungen wird von folgender Definition ausgegangen:

#### Definition 2.4.1 (Präzession)

Die Präzession ist die gleichförmige Bewegung der Rotationsachse eines rotierenden Körpers mit asymmetrischer

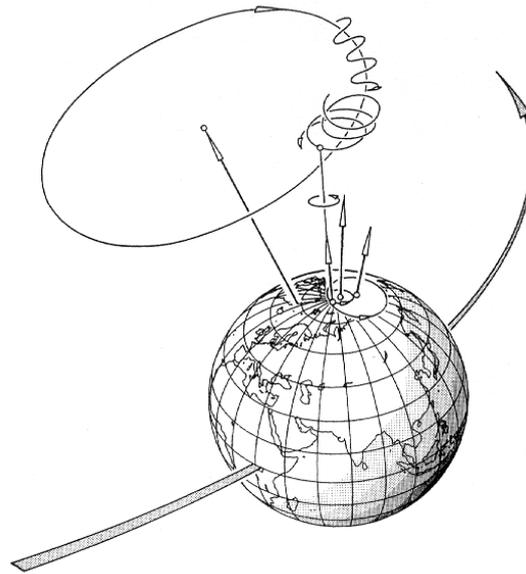


Abb. 2.4: Präzession und Nutation der Erde. Dem Präzessionskegel ist die Oszillation der Nutation überlagert [118].

Massenverteilung aufgrund der Einwirkung äußerer Drehmomente.

Die Präzessionsparameter sind die sphärischen Winkel  $\zeta_A$ ,  $z_A$ ,  $\theta_A$  (Abb. 2.5).

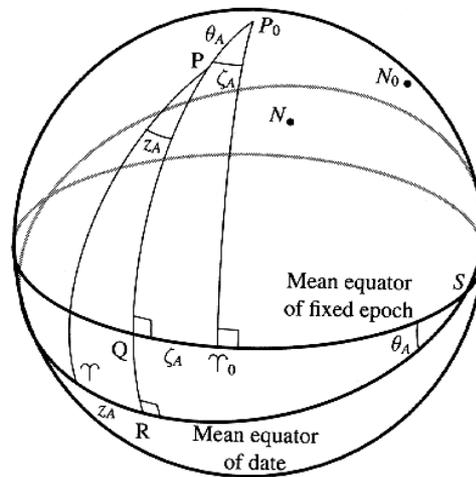


Abb. 2.5: Präzessionsparameter als sphärische Winkel zwischen dem Äquatorpol zur Bezugsepoche  $P_0$  und dem momentanen Äquatorpol  $P$  ([128], S. 102).

Die Rotationsmatrix für die Präzession  $\mathbf{P}$  wird aus drei Elementardrehungen gebildet:

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}_3(\zeta_A) \cdot \mathbf{R}_2(-\theta_A) \cdot \mathbf{R}_3(z_A) \quad (2.149)$$

Die Drehmomente der einzelnen Himmelskörper haben unterschiedliche Richtungen und variieren durch die Relativbewegungen der Himmelskörper, so daß das Gesamtdrehmoment zeitlich nicht konstant ist. Dies verursacht Variationen in der Präzession, den sogenannten Nutationen. Die Perioden dieser Veränderungen folgen aus den relativen Bewegungen der Himmelskörper, von denen der größte Einfluß mit einer Periode von etwa 18.6 Jahren und einer Amplitude von  $9''$  der rückschreitenden Rotation des Mondknotens entspricht.

**Definition 2.4.2 (Nutation)**

Die Nutation ist die Oszillation der Rotationsachse eines rotierenden Körpers mit asymmetrischer Massenverteilung gegen einen Ruhepol, verursacht durch die Präzession eines externen gravitierenden Körpers.

Die Nutationsparameter sind die Nutationswinkel zwischen dem wahren und dem mittleren Pol in Länge  $\Delta\psi$  (Variation des Frühlingspunkts entlang der Ekliptik) und in Schiefe  $\Delta\epsilon$  (Winkel zwischen Äquator und Ekliptik) sowie die Schiefe des mittleren Pols  $\epsilon_A$  [128].

Die Rotationsmatrix für die Nutation  $\mathbf{N}'$  wird aus drei Elementardrehungen gebildet:

$$\mathbf{N}' = \mathbf{R}_1(-\epsilon_A) \cdot \mathbf{R}_3(\Delta\psi) \cdot \mathbf{R}_1(\epsilon_A + \Delta\epsilon_A) \quad (2.150)$$

Die Winkelverhältnisse werden in Abbildung 2.6 dargestellt.

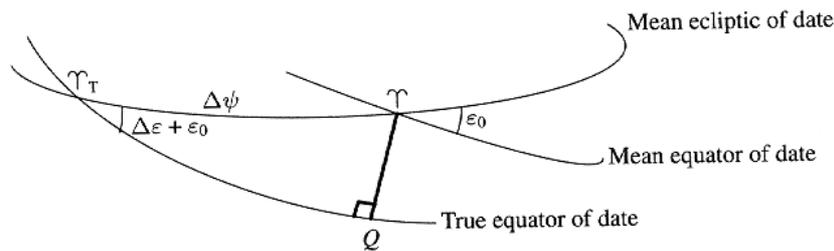


Abb. 2.6: Wahrer und mittlerer Äquator mit Nutationsparametern ([128], S. 115).

Die IERS-Conventions [86] empfehlen als Standards die Benutzung der von der IAU 1976 verabschiedeten Theorie der Präzession [78] und die auf Kinoshita, Wahr und Seidelmann zurückgehende Theorie der Nutation von 1980 [146]. Es sei darauf hingewiesen, daß sich in dem empfohlenen Präzessionsmodell von Lieske [78] der allgemein relativistische Effekt der geodätischen Präzession von  $19 \frac{mas}{a}$  verbirgt. Obgleich diese Modelle im Sinne der linken Seite von (2.144) Unzulänglichkeiten in VLBI und LLR Messungen gezeigt haben, werden sie aus Kompatibilitätsgründen mit bisherigen Auswertungen weiter benutzt (Abb. 2.7, Kap. 2.5.1.1).

Gleichwohl enthalten die IERS-Conventions bereits ein Alternativmodell IERS1996 von Herring, das sich auf VLBI- und LLR-Daten stützt und lediglich für genaue a priori Abschätzungen herangezogen werden soll. Nutationskorrekturen  $\delta\Delta\psi$  und  $\delta\Delta\epsilon$  werden in IERS-Bulletins nachgeführt, so daß zu geeigneter Zeit ein genaueres Modell für die Nutation das jetzige Standardmodell ablösen wird. Für die Berechnung der Parameter von Präzession und Nutation sei auf [86], [128] verwiesen.

Mit der 1991 eingeführten Koordinatenzeitskala  $TT$  (Definition 2.3.17) ist in jedem Falle die Epoche für den wahren Rotationspol zu berechnen nach

$$t = \frac{(TT - 2000 \text{ Januar } 1^d 12^h TT)^d}{36525} \quad (2.151)$$

**2.4.2.2 Modelle für GST und Polbewegung**

Wurde im vorigen Abschnitt durch Präzession und Nutation der Übergang von einem mittleren raumfesten Äquatorsystem zu einem wahren raumfesten Äquatorsystem vollzogen, geht es in diesem Abschnitt um den Übergang vom wahren erdfesten Äquatorsystem zum mittleren erdfesten Äquatorsystem (Tab. 2.8).

**Definition 2.4.3 (Apparent Greenwich Sidereal Time, GST)**

Die momentane Rotationsphase der Erde heißt Apparent Greenwich Sidereal Time (GST) und verbindet den Nullpunkt einer Längenzählung des erdfesten mit dem des raumfesten Koordinatensystems jeweils zum Beobachtungszeitpunkt.

Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}'$  mit der GST lautet

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R}_3(-GST) \quad (2.152)$$

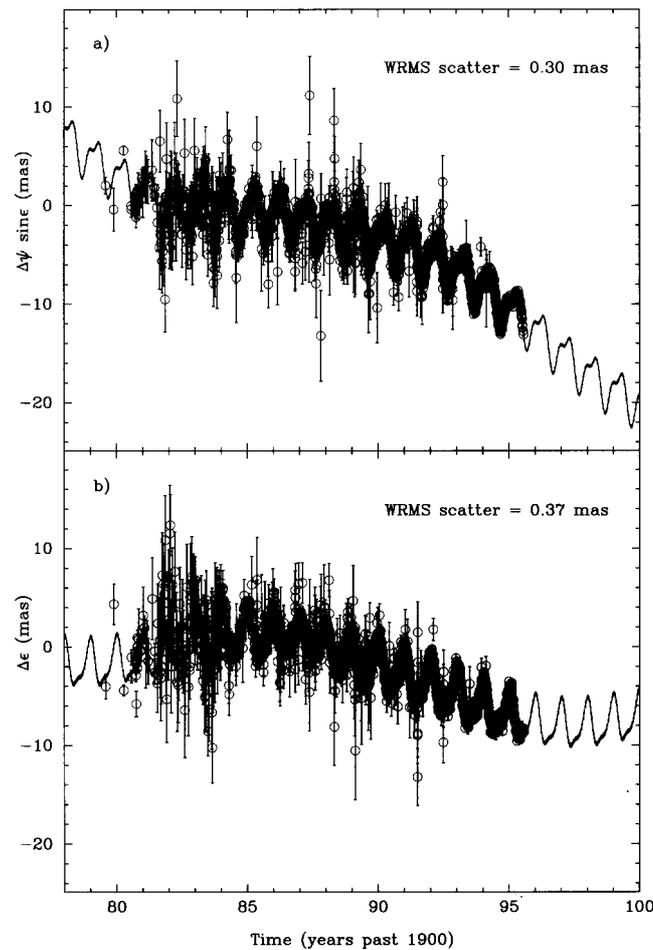


Abb. 2.7: Zeitreihe der Nutationskorrekturen bezüglich des IAU Nutationsmodells von 1980 [127] für a) die Länge  $\Delta\Psi \sin \epsilon$  und b) die Schiefe  $\Delta\epsilon$  abgeleitet aus VLBI-Beobachtungen. Die höhere Auflösung der VLBI zeigt neue Systematiken ([82]).

Der Berechnungsgang ist in [86] (S. 21) angegeben.

Mit der Polbewegung ist eine Abweichung des wahren vom mittleren konventionellen Pol gemeint.

#### Definition 2.4.4 (Polbewegung)

Polbewegung bezeichnet die Bewegung des Erdrotationspols gegen ein an der Erdkruste konventionell festgelegtes Bezugssystem.

Die Komponente  $x_p$  zeigt in Richtung des Greenwich Meridians, die Komponente  $y_p$  zeigt positiv in Richtung des 90. westlichen Längengrades.

Damit lautet die Rotationsmatrix  $\mathbf{W}'$  für die Polbewegung

$$\mathbf{W}' = \mathbf{R}_1(y_p) \cdot \mathbf{R}_2(x_p) \quad . \quad (2.153)$$

Die Polbewegung wird mit den geodätischen Raumverfahren fortlaufend beobachtet und die daraus resultierenden Parameter vom IERS in Bulletins [162] veröffentlicht. Die in *GST* eingehende Tageslängenvariation  $UTC - UT1$  sowie die Polkoordinaten  $x_p, y_p$  sind die primären Observablen für weitergehende Analysen hinsichtlich der Deformationseinflüsse der Erde, die Änderungen des Drehimpulses und der Lage der Rotationsachse nach sich ziehen.

**2.4.2.2.1 Eigenschwingungen der Erde** Aus dem inneren Aufbau der Erde ergeben sich Eigenfrequenzen, die sich in der Polbewegung abbilden. Allerdings sind die Anregungsquellen bislang nicht eindeutig identifiziert.

Zu ihrem Verständnis lassen sich Modelle über den inneren Aufbau der Erde ansetzen. Nach Landolt-Börnstein ([75]) kann die Erde grob in drei Teile mit Untergliederungen dargestellt werden:

1. Der **Erdkern** enthält bei einem mittleren Radius von  $3485\text{km}$  etwa 30% der gesamten Masse der Erde und kann in
  - (a) einen festen inneren Kern mit mittlerem Radius von  $1220\text{km}$ ,
  - (b) einer Übergangsschale von etwa  $160\text{km}$  Dicke und
  - (c) einer flüssigen äußeren Erdkernschale von etwa  $2100\text{km}$  Dicke
 gegliedert werden.
2. Der **Erdmantel** macht etwa 67% der Erdmasse bei 83% des Erdvolumens aus und unterteilt sich in
  - (a) den unteren Erdmantel von etwa  $2200\text{km}$  Dicke,
  - (b) einer Übergangsschicht von etwa  $450\text{km}$  Dicke und
  - (c) den oberen Erdmantel von etwa  $200\text{km}$  Dicke.
3. Die feste **Erdkruste** macht nur etwa 0.4% der Erdmasse bei einer variierenden Dicke von etwa  $7\text{km}$  unter den Ozeanen bis etwa  $40\text{km}$  bei den Kontinenten.

Dieses feingegliederte Erdmodell wird nachfolgend zugunsten des einfacheren Poincaréschen Erdmodells vernachlässigt.

#### Definition 2.4.5 (Poincarésches Erdmodell)

Ein Erdmodell, das auf einer Zweiteilung von flüssigem Erdkern und festem Erdmantel ausgeht, heißt Poincarésches Erdmodell ([89]).

Haas leitet in [48] (S. 15f) die drei Eigenschwingungen auf der Grundlage des Poincaréschen Modells einer rotationsellipsoidischen Erde bei relativer Rotation zwischen Erdkern und Erdmantel gegen ein Inertialsystem ab:

$$\text{Chandler-Wobbel } [CW] = \omega \left( \frac{(T_{33.G} - T_{00.G})}{(T_{00.G} - T_{00.K})} - \frac{(T_{33.G} - T_{00.G}) T_{00.K}}{(T_{00.G} - T_{00.K}) T_{33.K}} \right) \quad (2.154)$$

$$\text{Free-Core-Nutation } [FCN] = -\omega \left( 1 + \epsilon_K \frac{T_{33.G}}{T_{33.G} - T_{33.K}} \right) \quad (2.155)$$

$$\text{Tilt-Over-Mode } [TOM] = -\omega \quad , \quad (2.156)$$

wobei die geophysikalischen Parameter folgende Werte ([74], S. 558f) haben

$$T_{00.K} = 9.1100 \cdot 10^{36} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad \text{äquatoriales Trägheitsmoment des Erdkerns} \quad (2.157)$$

$$T_{33.K} = 9.1332 \cdot 10^{36} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad \text{polares Trägheitsmoment des Erdkerns} \quad (2.158)$$

$$T_{00.G} = 8.0131 \cdot 10^{37} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad \text{äquatoriales Trägheitsmoment der Erde} \quad (2.159)$$

$$T_{33.G} = 8.0394 \cdot 10^{37} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad \text{polares Trägheitsmoment der Erde} \quad (2.160)$$

$$\epsilon_K = \frac{1}{392.7} \quad \text{geometrische Abplattung des äußeren Erdkerns} \quad (2.161)$$

$$\epsilon_G = \frac{1}{298.25645} \quad \text{geometrische Abplattung der gesamten Erde (z.Vgl.)} \quad (2.162)$$

$$\omega = 7.292115 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{geometrische Abplattung der gesamten Erde} \quad (2.163)$$

Die so berechneten Eigenschwingungen eines Erdmodells (flüssiger Kern, fester Mantel) werden wie folgt charakterisiert:

**Definition 2.4.6 (Chandler-Wobble, CW)**

Die freie Änderung der Richtung der Rotationsachse des Erdkörpersystems ohne Änderung ihres Betrags heißt Chandler-Wobble (CW).

Die Periode des CW beträgt nach Beobachtungen der Polbewegungen etwa 430 Tage ([48], S. 16).

Als Anregungsquelle für den Chandler-Wobble kommen Effekte in Betracht, deren Frequenz- und Energiegehalt in der Nähe der Chandlerperiode liegen. Hierzu zählen als wahrscheinliche Kandidaten die Atmosphäre, die Umverteilung von Grundwasser, große Erdbeben ([34], S. 361), aber auch eine mögliche Schwebung, die sich theoretisch aus der Überlagerung anderer Frequenzen ergibt.

**Definition 2.4.7 (Free-Core-Nutation, FCN)**

FCN ist eine retrograde Bewegung der Rotationsachse gegen die Figurenache, die durch ein ungleich wirkendes Drehmoment auf Kern und Mantel verursacht ist. Daraus folgt ein relatives Drehmoment an der Kern-Mantel-Grenze, welches eine Resonanz, die FCN, im Kern-Mantel-System der Erde nach sich zieht.

Die Periode beträgt im erdgebundenen System  $(-1 + \frac{1}{433})/\text{Tag}$  ([36], S. 12).

**Definition 2.4.8 (Tilt-Over-Mode, TOM)**

TOM bezeichnet die Polbewegungsperiode, die sich aus dem Nicht-Zusammenfallen der momentanen Rotationsachse mit der Polachse des Bezugssystems ergibt.

Die Periode beträgt 1 siderischen Tag und ist retrograd bezogen auf ein terrestrisches Bezugssystem; sie ist prograd bezogen auf ein zälestisches Inertialsystem ([33], S. 450).

Diese Schwingung betrifft nur die in Definition 2.4.2 eingeführte Nutation und bleibt ohne deformierende Wirkung auf die Erde, resultiert aber aus dieser.

**2.4.3 Modelle zur Deformation der Erde**

Deformationen sind immer mit Massenverlagerungen verbunden, die zu einer Änderung des Trägheitsmoments der Erde führen, damit das lokale Gravitationsfeld ändern und somit auch ein Signal in den Erdrotationsschwankungen darstellen. Dennoch sind die hier zusammengefaßten Phänomene nicht rotatorischer, sondern gravitativer Natur. Auslöser für die Massenverlagerungen sind die gezeitenerzeugenden Gravitationskräfte der Körper im Sonnensystem. Ihre gravitative Anziehungskraft bewirkt periodische Änderungen des Trägheitstensors der Erde ebenso wie die variablen Auflasten von Ozeanen und Atmosphäre, Eisverteilungen auf der Erdkruste und Grundwasserschwankungen. Die bisher erfahrbaren Periodizitäten umfassen das Spektrum von halben Tagen bis zu einem Jahr. Obgleich die Effekte der Deformation lokal ganz unterschiedlich in Erscheinung treten, wird versucht, die Effekte global zu modellieren.

**2.4.3.1 Aspekt Geopotential**

Mit Geopotential wird ein Maß für das gravitative Kraftfeld der Erdmasse bezeichnet. Äquipotentialflächen werden in der Geodäsie als Bezugsflächen benutzt. Zu ihrer Beschreibung werden harmonische Funktionen wie die Kugelfunktionsreihen genommen, deren Eigenschaft es ist, die Laplace-Gleichung zu lösen. Mit Kugelfunktionsreihen läßt sich das Gravitationspotential einer festen Erde als Bezugspotential ausdrücken:

$$U = \frac{GM_{\oplus}}{r} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \right) P_{nm}(\cos \theta) \quad , \quad (2.164)$$

mit

$$m = 0 : \quad C_{n0} = \frac{1}{M_{\oplus}} \iiint_{Erde} \left(\frac{r'}{a}\right)^n P_n(\cos \theta') dm \quad (2.165)$$

$$m \neq 0 : \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{nm} \\ S_{nm} \end{array} \right\} = \frac{2}{M_{\oplus}} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \iiint_{Erde} \left(\frac{r'}{a}\right)^n P_{nm}(\cos \theta') \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{array} \right\} dm \quad (2.166)$$

mit den zugeordneten Kugelfunktionen 1. Art für das jeweilige Argument  $t = \cos \theta$  bzw.  $\cos \theta'$

$$P_{nm}(t) = (1-t^2)^{\frac{m}{2}} \cdot \frac{d^m}{dt^m} P_n t \quad (2.167)$$

und den Legendreschen Polynomen  $P_n(t)$

$$P_n(t) = \frac{1}{2^n \cdot n!} \cdot \frac{d^n}{dt^n} (t^2 - 1)^n \quad (2.168)$$

wobei  $r, \theta, \lambda$  die Kugelkoordinaten des Aufpunkts,  $r', \theta', \lambda'$  die Kugelkoordinaten des Quellpunktes,  $a$  die große Halbachse des Erdellipsoids und  $C_{nm}, S_{nm}$  harmonische Stokes Koeffizienten sind. Die Stokes Koeffizienten stellen Integrale über die Massenverteilung innerhalb der Erde dar.

Tab. 2.9: Bedeutung der Stokes Koeffizienten.

Grad	Koeffizienten	Bedeutung
0	$C_{00}$	Potential einer radialsymmetrischen Kugelfläche
1	$C_{10}, C_{11}, S_{11}$	Koordinaten des Massenzentrums der Erde
2	$C_{20}, C_{21}, C_{22}, S_{21}, S_{22}$	Trägheitsmomente bzgl. Koordinatenachsen

Vom IERS wird in [86] das JGM-3 model [139] empfohlen, das eine Entwicklung bis zum Grad und Ordnung 70 beinhaltet.

Deformationen äußern sich in Änderungen des in (2.164) bezeichneten Gravitationspotentials durch die

- Gezeiten der festen Erde,
- Polzeit der festen Erde (vgl. (2.174)),
- permanente Gezeit,
- ozeanische Gezeiten

und lassen sich als relative Änderungen  $\Delta C_{nm}, \Delta S_{nm}$  der Stokeschen Parameter (Tab. 2.9) ausdrücken (siehe hierzu [85], S. 40ff.).

#### 2.4.3.2 Aspekt Geometrie

Deformationen einer viskoelastischen Erde durch zeitvariable Auflasten lassen sich als lokale Verschiebungen an der Erdoberfläche beschreiben, deren größter Beitrag in der vertikalen Komponente liegt. Als Bezugspunkt wird dabei das Massenzentrum der festen Erde einschließlich aller Auflastmassen gewählt. Die in den IERS-Conventions [86] angegebenen Modelle beziehen sich jeweils auf eine räumliche, dreidimensionale Koordinatengeometrie. Für die folgenden Phänomene sind dort Verschiebungsmodelle angegeben:

1. Gezeiten der festen Erde,
2. ozeanische Auflasten,
3. atmosphärische Auflasten,
4. postglaziale Hebungen,
5. Deformation wegen Polbewegung.

Außer den großräumig auftretenden Deformationen müssen auch an den Meßplattformen auftretende lokale Deformationen berücksichtigt werden. Nachfolgend werden die wichtigsten Formeln wiedergegeben.

**2.4.3.2.1 Gezeiten der festen Erde** Das gezeitenerzeugende Potential der Himmelskörper bewirkt eine kontinuierliche Oszillation der Erdkruste. Die Verschiebungsvektoren in einem mittleren erdfesten Äquatorsystem berechnen sich nach [85], S. 61, zu

$$\Delta \vec{r} = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j R_e^4}{GM_{\oplus} R_j^3} \left\{ h_2 \hat{r} \left( \frac{3}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r})^2 - \frac{1}{2} \right) + 3l_2 (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) [\hat{R}_j - (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \hat{r}] \right\} \quad (2.169)$$

wobei  $GM_j$  den Gravitationsparameter für Mond ( $j = 2$ ) oder Sonne ( $j = 3$ ),  $\hat{R}_j$  den Einheitsvektor vom Geozentrum zum Massenmittelpunkt von Mond bzw. Sonne und  $R_j$  den zugehörigen Betrag des Vektors,  $\hat{r}$  den Einheitsvektor vom Geozentrum zur Plattform und  $r_j$  den zugehörigen Betrag des Vektors,  $h_2$  die frequenzunabhängige Lovesche Zahl 2. Grades und 2. Ordnung und  $l_2$  die frequenzunabhängige Shidasche Zahl 2. Grades und 2. Ordnung darstellen.

Die vertikalen Amplituden erreichen an der Erdoberfläche bis  $0.4m$ , die horizontalen bis  $0.04m$ .

**2.4.3.2.2 Ozeanische Auflasten** Die ozeanischen Gezeiten werden hauptsächlich durch den Mond und die Sonne verursacht. Die sich ergebende  $j$ -te Tide führt mit ihrer Amplitude  $a_{cj}$ , ihrer Frequenz  $\omega_j$  und Phase  $\phi_{cj}$  sowie dem astronomischen Argument  $\chi$  zur Verschiebung  $\Delta c(r, \lambda, \psi)$  nach

$$\Delta c = \sum_j a_{cj} \cos(\omega_j t + \chi_j - \phi_{cj}) \quad (2.170)$$

Die zu berücksichtigenden Tiden sind in Tabelle 2.10 charakterisiert.

Tab. 2.10: Charakterisierung der wichtigsten Tiden, (nach [74], S. 133).

Darwin Symbol	Verursacher	Periode	Frequenz [ $\frac{1}{a}$ ]	Amplitude [ $\frac{m^2}{s^2}$ ]
Langperiodische Tiden				
–	Mond	18.6 a	0.000147	0.1727
Ssa	Sonne	0.5 a	0.0055	-1.916
Mm	Mond	27.55 d	0.0363	-2.172
Mf	Mond	13.66 d	0.0732	-4.119
Tägliche Tiden				
O <sub>1</sub>	Mond	25.82 h	0.9295	6.614
P <sub>1</sub>	Sonne	24.07 h	0.9973	3.078
K <sub>1</sub>	Mond, Sonne	23.93 h	1.0027	-9.302
Halbtägliche Tiden				
N <sub>2</sub>	Mond	12.66 h	1.8960	1.526
M <sub>2</sub>	Mond	12.42 h	1.9323	7.968
L <sub>2</sub>	Mond	12.19 h	1.9686	-2.255
T <sub>2</sub>	Sonne	12.02 h	1.9973	2.176
S <sub>2</sub>	Sonne	12.00 h	2.0000	3.707
K <sub>2</sub>	Mond, Sonne	11.97 h	2.0055	1.009

Die durch ozeanische Auflasten verursachten Verschiebungen sind lokal unterschiedlich. Deshalb werden sie gewöhnlich für die wichtigsten Meßplattformen vertafelt. Die ozeanischen Auflasten können vertikale Deformationen auf den Landflächen bis  $0.1m$  bewirken ([123], S. 39).

**2.4.3.2.3 Atmosphärische Auflasten** Die zeitlichen Variationen in der Verteilung der Luftmassen führen zu großflächigen Deformationen mit Perioden von bis zu zwei Wochen. Obgleich nicht geklärt ist, ob atmosphärische Auflasten über den Ozeanen die Erde deformieren, so ist dies über den Kontinenten der Fall ([48],

S. 32f). Aus VLBI Beobachtungen haben Manabe et al. [83] Koeffizienten  $\alpha_p$  für die atmosphärische Auflast für Meßplattformen abgeleitet. Für die vertikale Komponente  $z$  im topozentrischen System folgt:

$$\Delta z(t) = \alpha_p \cdot (p(t) - \bar{p}) \quad , \quad (2.171)$$

wobei  $p(t)$  der momentane Luftdruck und  $\bar{p}$  den mittleren Luftdruck darstellt. Der Koeffizient  $\alpha_p$  ist der lokale Gradient in  $[m/hPas]$ .

Die atmosphärischen Auflasten können nach Rabbel und Zschau [100] bei Luftdruckanomalien von  $\pm 60mbar$  vertikale Verschiebungen von  $0.025m$  erreichen.

**2.4.3.2.4 Postglaziale Hebungen** Das Abschmelzen von eiszeitlichen Gletschern führt zur Landhebung durch den Wegfall der Eismassen und bei Anstieg des Meeresspiegels zur Absenkung der überfluteten Meeressböden. Mit dem Eismodell ICE-4G [99] lassen sich die Bewegungsraten für terrestrisch stationierte Meßplattformen angeben. Für Skandinavien werden beispielsweise Hebungsbeträge bis zu  $8mm/a$  prognostiziert.

**2.4.3.2.5 Deformation wegen Polbewegung** Die Lageänderung der Erdrotationsachse bewirkt eine Änderung des Zentrifugalpotentials, die die Polzeit generiert. Das Zentrifugalpotential kann nach [86], S. 66, angegeben werden mit

$$U_z = \frac{1}{2} \cdot [r^2 |\vec{\Omega}|^2 - (\vec{r} \vec{\Omega})^2] \quad (2.172)$$

$$\text{mit } \vec{\Omega} = \Omega \cdot (m_1 \hat{x} + m_2 \hat{y} + (1 + m_3) \hat{z}) \quad , \quad (2.173)$$

wobei  $r$  der geozentrische Abstand der Meßplattform ist,  $\Omega$  die mittlere Rotationsgeschwindigkeit der Erde,  $m_i$  kleine dimensionslose Parameter sind von denen  $m_1, m_2$  die Polbewegung und  $m_3$  die Rotationsdrift beschreiben und  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  die Koordinatenachsen eines mittleren erdfesten Äquatorsystem bezeichnen. Bei Vernachlässigung der Terme mit  $m_3$ , die unter dem  $mm$ -Niveau liegen, ergibt sich der Deformationsanteil durch Polzeiten als Beitrag im Geopotential zu

$$\Delta U_z(r, \theta, \lambda) = -\frac{\Omega^2 r^2}{2} \sin 2\phi (m_1 \cos \lambda + m_2 \sin \lambda) \quad . \quad (2.174)$$

Daraus lassen sich mit den Love'schen Gezeitenzahlen  $h_2, l_2$  die Verschiebungsbeträge  $S_i$  nach [86] angeben

$$S_r = h_2 \frac{\Delta U_z}{g} \quad , \quad (2.175)$$

$$S_\theta = \frac{l_2}{g} \partial_\theta \Delta U_z \quad , \quad (2.176)$$

$$S_\lambda = \frac{l_2}{g} \frac{1}{\sin \theta} \partial_\theta \Delta U_z \quad . \quad (2.177)$$

Bei maximalen Amplituden von  $0.8arcsec$  für die Polkoordinaten  $x_p, y_p$  ergeben sich Verschiebungsbeträge von  $0.025m$  in radialer und  $0.007m$  in horizontaler Richtung.

**2.4.3.2.6 Deformationen an Meßplattformen** Die an den Meßplattformen aufgestellten und teilweise beweglichen Geräte unterliegen Deformationseinflüssen durch Gravitation, Temperaturschwankungen, Wind und im ungünstigen Fall auch einer lokalen Instabilität der Plattform. Modellseitig können die langperiodischen Einflüsse berücksichtigt werden. So lassen sich z.B. durch Temperaturmessungen in der Statik eines Radioteleskops Deformationen erfassen [96].

## 2.4.4 Modelle zur Plattenbewegung

Die von Wegener 1915 postulierte Theorie über den Ursprung der Kontinente und Ozeane basierte auf einer angenommenen Kontinentalverschiebung. Neben die damals erbrachten paläomagnetischen, geomorphologischen und seismischen Beweise treten heutzutage die mit den geodätischen Raumverfahren meßtechnisch erzielten

geometrischen Bestimmungen von Plattendriften [135]. Letztere unterscheiden sich von den erstgenannten Methoden durch die nur wenige Jahre umfassende Zeitskala mit Meßdaten im Vergleich zu der mehrere Millionen Jahre umfassenden Ableitung der Kontinentaldrift mit geologischen Methoden.

Für die Plattenbewegung wird in den IERS-Conventions [86] das von Argus et al. [3] entwickelte und von DeMets et al. [31] verbesserte kinematische Modell NNR-NUVEL1A empfohlen. Es basiert auf 16 kontinentalen Platten (Abb. 2.8), denen jeweils ein Winkelgeschwindigkeitsvektor  $\Omega_{i,Platte}$  gemäß Tabelle 2.11 zugeordnet ist. Das Modell "No Net Rotation"-NUVEL1A weist im Sinne eines Tisserand-Systems keine globale Rotation auf, was mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 0.01 \text{ mas/a}$  gelingt.

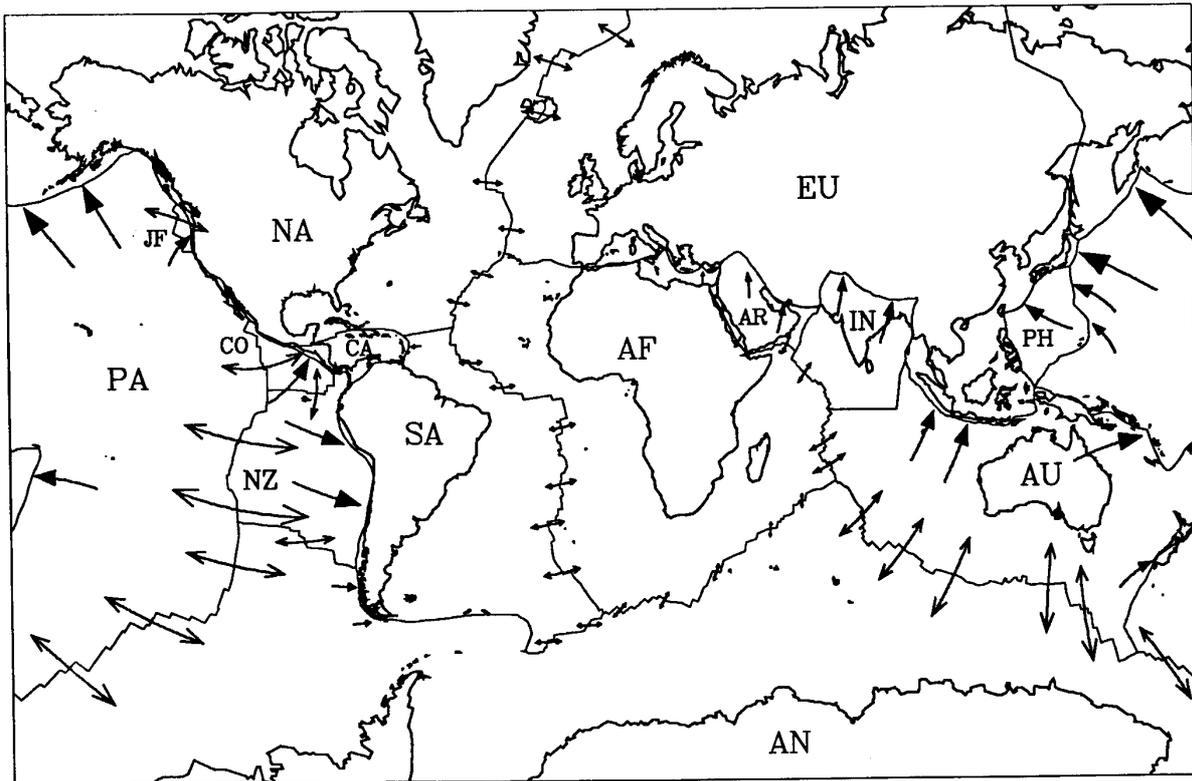


Abb. 2.8: Karte der Kontinentalplatten mit Geschwindigkeitsvektoren gemäß NNR-NUVEL1A [135].

Koordinaten  $x_{i,0}$  der Epoche  $t_0$  einer zugeordneten Kontinentalplatte lassen sich zur Epoche  $t$  berechnen nach

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,0} \\ x_{2,0} \\ x_{3,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Omega_2 \cdot x_{3,0} - \Omega_3 \cdot x_{2,0} \\ \Omega_3 \cdot x_{1,0} - \Omega_1 \cdot x_{3,0} \\ \Omega_1 \cdot x_{2,0} - \Omega_2 \cdot x_{1,0} \end{bmatrix} \cdot (t - t_0) \quad (2.178)$$

Die Verschiebungen nach dem NNR-NUVEL1A Modell erreichen Beträge bis  $5 \text{ cm/a}$ .

## 2.5 Realisierungen von Bezugssystemen

Die Realisierung von globalen Bezugssystemen basiert auf Messungen der geodätischen Raumverfahren, welche sich sowohl auf terrestrische als auch auf extraterrestrische Träger stützen. Somit sind an dem Meßvorgang zwei unterschiedliche Bezugssysteme beteiligt, die durch die Messung in Kommunikation treten (s. Kap. 3). Das extraterrestrische und das terrestrische Bezugssystem wird jedes für sich durch seine Träger und Richtungsfestlegungen definiert.

Die Festlegung von Bezugssystemen erfolgt in der Raumzeit mit dem von Weyl geprägten Begriff "Kompaß" [147]. Weyl unterscheidet zwischen dem "Sternenkompaß", der sich auf das von den Sternen kommende Licht

Tab. 2.11: Rotationsvektor  $\Omega_i$  für das kinematische Plattenbewegungsmodell NNR-NUVEL1A.

Platte	$\Omega_{1.}$ [ $\frac{rad}{Ma}$ ]	$\Omega_{2.}$ [ $\frac{rad}{Ma}$ ]	$\Omega_{3.}$ [ $\frac{rad}{Ma}$ ]
Pazifik	-0.001510	0.004840	-0.009970
Cocos	-0.010425	-0.021605	0.010925
Nazca	-0.001532	-0.008577	0.009609
Karibik	-0.000178	-0.003385	0.001581
Südamerika	-0.001038	-0.001515	-0.000870
Antarktis	-0.000821	-0.001701	0.003706
Indien	0.006670	0.000040	0.006790
Australien	0.007839	0.005124	0.006282
Afrika	0.000891	-0.003099	0.003922
Arabien	0.006685	-0.000521	0.006760
Eurasien	-0.000981	-0.002395	0.003153
Nordamerika	0.000258	-0.003599	-0.000153
Juan de Fuca	0.005200	0.008610	-0.005820
Phillipinen	0.010090	-0.007160	-0.009670
Rivera	-0.009390	-0.030960	0.012050
Scotia	-0.000410	-0.002660	-0.001270

im metrischen Feld einstellt und dem “Trägheitskompaß”, der die Richtung durch eine von Augenblick zu Augenblick wirksame Beharrungstendenz überträgt. Eine dritte Möglichkeit zur Bestimmung einer räumlichen Bezugsrichtung ist nach Soffel [130] der “Gravitationskompaß”, der die lokale Lotrichtung und die zugehörige Niveaufläche des Potentials angibt.

Zwischen zälestischem und terrestrischem Bezugssystem bestehen Analogien, die in Tabelle 2.12 dargestellt werden.

Tab. 2.12: Analogien zwischen zälestischen und terrestrischen Bezugssystemen.

Komplex	zälestisches Bezugssystem	terrestrisches Bezugssystem
Ursprung	Massenzentrum Sonnensystem	Massenzentrum System Erde
Bewegung	Eigenbewegung	Stationsgeschwindigkeiten

Die Massezentren sind von physikalischer Bedeutung, da sich durch sie die Bewegungsgleichungen der jeweiligen Materiedichte angeben lassen.

Eigenbewegungen der Träger der Bezugssysteme treten in beiden Bezugssystemen auf und werden durch die Einführung von Tisserand-Systemen (Def. 2.3.1) berücksichtigt ([109], S. 235; [119], S. 767). In der Raumzeit entspricht dies einer Exhaustion der Eigengeschwindigkeiten der Träger der Bezugssysteme beim Übergang von den lokalen Karten zu einer globalen Karte.

Die Verknüpfung beider Bezugssysteme erfolgt dann über die verbleibenden Bewegungskomponenten. Es gibt eine Translation, die Parallaxe, und die Erdrotation, die sich aus Rotationsanteilen der extraterrestrischen und terrestrischen Phänomene zusammensetzt. Abbildung 2.9 zeigt die Verknüpfung schematisch.

Aus der Perspektive der Raumzeit ist neben den räumlichen Festlegungen noch eine zeitliche Festlegung notwendig. In Kapitel 2.3.4.1.2 wird beschrieben, wie sich eine Weltzeit  $t$  näherungsweise von Atomuhren ableiten läßt, die auf der Erdoberfläche aufgestellt sind, deren Eigenzeiten  $\tau(x_i)$  auf das Geoid reduziert wurden und die die SI-Sekunde als Zeiteinheit benutzen. Der “Ursprung” der Zeit wird über eine geeignete Datumsfestlegung erreicht.

Ausgehend von einer Hierarchie der Systeme läßt sich der jeweilige räumliche Anteil der Bezugssysteme angeben, der durch Ursprung, einer Meridianebene mit Richtungsachse und einer hierzu orthogonalen Hauptebene

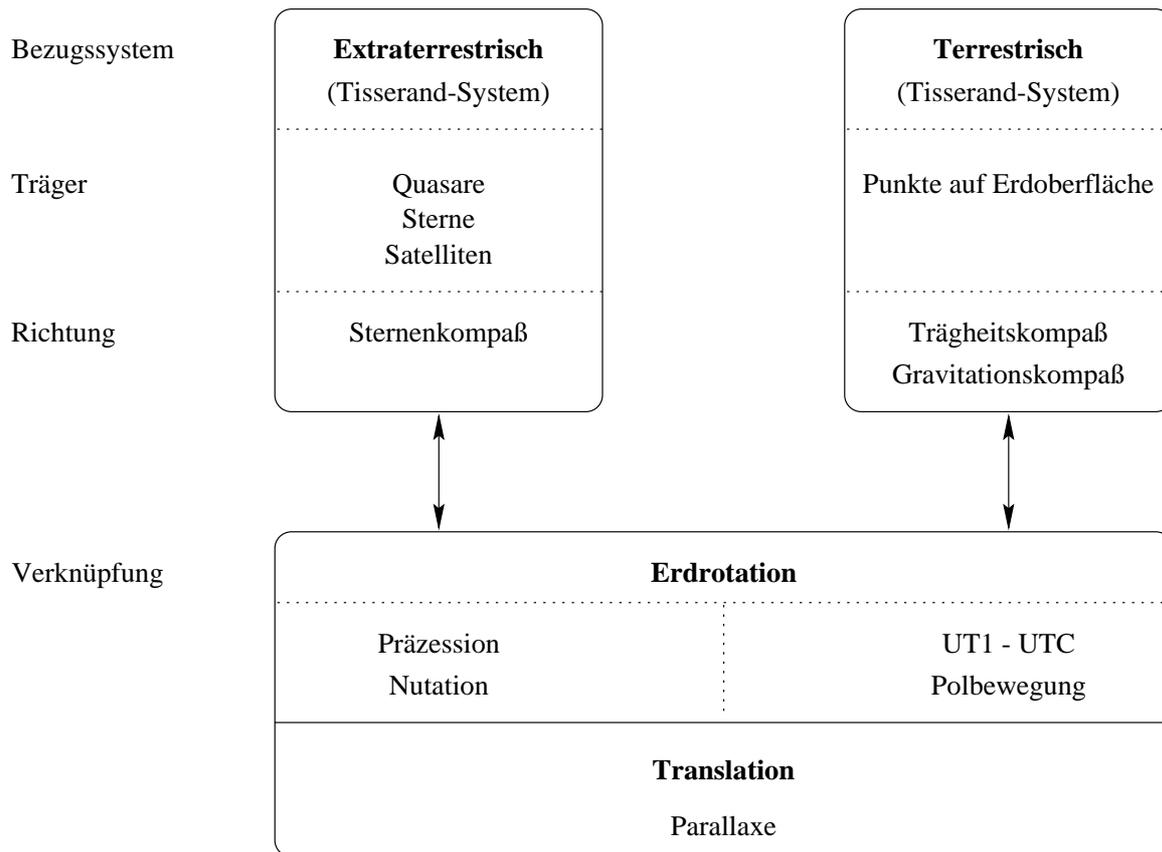


Abb. 2.9: Verknüpfung zweier Bezugssysteme über Bewegungscomponenten.

definiert wird (s. Tab. 2.13). Als Richtungsachsen werden die Rotationsachsen des jeweiligen Systems benutzt.

Tab. 2.13: Bezugssysteme in verschiedenen Stufen der Systemhierarchie.

Bezugssystem	Ursprung	Bezugsebenen
Milchstraße	galaktisches Baryzentrum	Zentralebene
Sonnensystem	Baryzentrum	Laplacesche Ebene
Erde	Geozentrum	Himmelsäquator
Lokal	Topozentrum	Horizont senkrecht zur Lotlinie

Wie Abbildung 2.9 zu entnehmen ist, lassen sich Bezugssysteme nach der räumlichen Lage des Ursprungs unterscheiden:

- **“weltraumfest”**<sup>3</sup> sind extraterrestrische Bezugssysteme:
  - baryzentrisches Bezugssystem (Baryzentrum = Massenmittelpunkt des Sonnensystems),
  - heliozentrisches Bezugssystem (Heliozentrum = Massenmittelpunkt der Sonne);
- **“erdfest”**<sup>4</sup> sind terrestrische Bezugssysteme:
  - geozentrisches Bezugssystem (Geozentrum = Massenmittelpunkt der Erde),
  - topozentrische Bezugssysteme (Topozentrum = Beobachtungsstandpunkt an der Erdoberfläche).

<sup>3</sup>Die Nachsilbe “-fest” ist im geodätischen Sprachgebrauch historisch bedingt und ist heute nur als in erster Näherung “fest” gemeint.

<sup>4</sup>Die Erde ist kein starrer Körper. Gedanklich ist ein mit der Erdrotation mitbewegtes Bezugssystem gemeint (s. vorige Fußnote).

Die ‘*International Association of Geodesy*’ (IAG), die ‘*International Union of Geodesy and Geophysics*’ (IUGG) und die ‘*International Astronomical Union*’ (IAU) haben in Empfehlungen und Resolutionen die Einführung von Bezugssystemen definiert, die in den neueren nachfolgend vorgestellten Bezugssystemen umgesetzt wurden.

Die IAU hat auf der Generalversammlung 1991 neun Empfehlungen zu einem zälestischen (und teilweise auch zu einem terrestrischen) Bezugssystem verabschiedet. Die wichtigsten Grundzüge sind [85]:

- Einführung der Raumzeitkoordinaten basierend auf der Allgemeinen Relativitätstheorie gemäß (2.116) (Empf. 1),
- Einführung der Restriktion keiner globalen Rotation zwischen dem Baryzentrum des Sonnensystems und des Erdmassenzentrums bezüglich entfernter extragalaktischer Objekte im Sinne eines Tisserand-Systems (Def. 2.3.1) (Empf. 2),
- Festlegung der Koordinatenzeit durch Atomuhrenzeitskala generiert auf der Erde (Def. 2.3.15) (Empf. 2),
- Festlegung der physikalischen SI-Einheiten Sekunde und Meter, die sich aus der Lichtgeschwindigkeit  $c = 299792458 \text{ m/s}$  gemäß Definitionen 2.3.10, 2.3.23 ergeben (Empf. 2),
- Vereinheitlichung der benutzten physikalischen Einheiten, Einführung von ‘Geocentric Coordinate Time’ (TCG) und ‘Barycentric Coordinate Time’ (TCB) bezogen auf die SI-Sekunden im jeweiligen Baryzentrum anstelle der TDT bzw. TDB gemäß der Definitionen 2.3.16 und 2.3.18 (Empf. 3),
- Einführung der ‘Terrestrial Time’ (TT), die sich auf die SI-Sekunde auf Geoidhöhe bezieht (und sich somit durch eine konstante Drift von TCG unterscheidet) gemäß Definition 2.3.17 (Empf. 4),
- Definition des ‘Conventional Celestial Reference System’ gemäß  $S_2$  bzw.  $B_{astr}^C$  in Tabelle 2.8 durch
  - Festlegung des besterreichbaren mittleren Äquators bezogen auf J2000.0 als Hauptebene,
  - Festlegung des besterreichbaren dynamischen Äquinoktiums bezogen auf J2000.0 als Ursprung (Empf. 7),
- Wunsch nach ausgiebigen Vergleichen zwischen bestehenden und den neuen Realisierungen von Bezugssystemen, sowie die Fortsetzung von Beobachtungsprogrammen (Empf. 7),
- Regelung des Gebrauchs verschiedener Nutationsmodelle mangels eines ausgereiften Nutationsmodells mit einer Genauigkeit von  $0.1 \text{ mas}$  im Sinne der linken Seite von (2.144) (Empf. 9).

Der ‘*International Earth Rotation Service*’ (IERS) in Paris ist bei der Bestimmung und Veröffentlichung von Erdrotationsparametern auf zälestische und terrestrische Bezugsrahmen angewiesen, zwischen denen die Zeitreihe der Erdrotationsparameter zusammen mit den Eigenbewegungen der Träger und der Parallaxe die Verbindung herstellt (s. Abb. 2.9 und Tab. 2.8). Aus diesem Grund ist der IERS auch mit der Veröffentlichung von zälestischen und terrestrischen Bezugsrahmen befaßt [6], die aus international koordinierten Meßprogrammen hervorgehen [101].

### 2.5.1 Zälestische Bezugssysteme

Ein zälestisches Bezugssystem ist ein extraterrestrisches Bezugssystem. Die Empfehlungen der IAU von 1991 zur Definition des zälestische Bezugssystem werden vom IERS wie folgt umgesetzt [7]:

1. **Der Ursprung des Koordinatensystems ist im Baryzentrum des Sonnensystems.**  
Diese Bedingung wird durch eine Modellbildung der Beobachtungen in der Allgemeinen Relativitätstheorie erfüllt (s. Kap. 3.2.1).
2. **Die Hauptebene soll dem mittleren Himmelsäquator zur Epoche J2000.0 nahe sein, und der Himmelspol soll konsistent mit dem des FK5 sein.**  
Grundlage der Hauptebene sind die Empfehlungen der IAU von 1976 und 1980, die konventionellen Präzessions- und Nutationsmodelle [78]. Es ist bekannt, daß diese Modelle Fehler in der Größenordnung

einiger Millibogensekunden (*mas*) aufweisen. Aus VLBI-Beobachtungen wurden von Ma et al. Ablagen des Himmelspols zu den konventionellen Modellen ermittelt und Korrekturwerte für Terme des Präzessions- und Nutationsmodells angegeben [80]. Mit diesen Korrekturen ergibt sich eine Ablage des konventionellen Himmelspols von dem aus VLBI-Beobachtungen abgeleiteten Himmelspol zu  $18.0 \pm 0.1\text{mas}$  in  $12h$ -Richtung und  $5.3 \pm 0.1\text{mas}$  in  $18h$ -Richtung. Diese Werte wurden in einer Analyse basierend auf VLBI und LLR Daten bestätigt [25]. Da die Unsicherheit des FK5-Himmelspols zu dem mittleren Himmelspol zur Epoche J2000.0 etwa  $\pm 50\text{mas}$  beträgt, ist die Konsistenz des IERS zälestischen Pols im Rahmen der Ungenauigkeit des FK5 gegeben.

### 3. Der Ursprung der Rektaszension soll nahe dem dynamischen Äquinoktium zur Epoche J2000.0 sein.

Die Rektaszension wurde beim IERS Bezugsrahmen implizit durch 23 Radioquellen definiert, wobei die Radioquelle 3C273B den konventionellen Wert des FK5 von  $12^h 29^m 6.6997^s$  zur Epoche J2000.0 erhält. Die Unsicherheit der Festlegung im FK5 beträgt  $\pm 80\text{mas}$ . Daneben sind systematische Fehler bei einigen Objekten des FK5 bekannt, die etwa um  $100\text{mas}$  abweichen. Untersuchungen zum dynamischen Äquinoktium im Bezugssystem des IERS zeigten eine Genauigkeit von  $\pm 10\text{mas}$  [42]. Der Vergleich des IERS Bezugssystems mit den JPL Ephemeriden des Sonnensystems ergab eine Ablage des IERS Bezugssystems von  $78 \pm 10\text{mas}$ . Damit ist das IERS Bezugssystem konsistent mit dem FK5 und im Einklang mit der IAU Empfehlung.

Ist ein zälestisches Bezugssystem definiert, stellt sich wegen der zeitlichen Veränderungen der Träger des Bezugssystems die Frage der Laufendhaltung des Bezugssystems. Zwei Konzepte konkurrieren um die Ausgestaltung des zälestischen Bezugssystems mit entweder einem kinematisch definierten oder einem dynamisch definierten zälestischen Bezugsrahmen:

- **Kinematisch definierter Bezugsrahmen.**

Die Achsen des Bezugsrahmens sind Gegenstand der Konvention. Sie werden an die entfernten Massen im Universum geknüpft. Die ursprünglichen Achsrichtungen werden durch IAU-Standards festgelegt; z.B. zeigt die ICRF Polachse in Richtung des mittleren Rotationspols zur Epoche J2000.0 basierend auf den konventionellen IAU-Modellen für Präzession (1976) [78] und Nutation (1980) [146]. Da die konventionellen Modelle auf weniger genauen Messungen basieren, wurde die Einführung von zwei Korrekturwinkeln erforderlich: in der  $0^h$  Richtung  $\Delta_{0^h} = 0.001\text{arcsec}$  und in der  $6^h$  Richtung  $\Delta_{6^h} = 0.016\text{arcsec}$  [137]. Die Festlegung der Achsen ermöglicht mit verbesserten und/oder zusätzlichen Quellen die einfache Aktualisierung und Laufendhaltung des Bezugsrahmens, weshalb diese Vorgehensweise auch in den IAU-Resolutionen enthalten ist. Da das Orientierungskonzept nicht den dynamischen Einflüssen der Erde unterliegt, handelt es sich um einen kinematisch definierten Bezugsrahmen.

- **Dynamisch definierter Bezugsrahmen.**

Die Achsen des dynamisch definierten Bezugsrahmens werden über die dynamische Bewegung der Erde im Universum festgelegt (dynamisches Äquinoktium, mittlerer Himmelsäquator). Dies wird erreicht, indem die Quellenkoordinaten selbst Gegenstand der Konvention sind; d.h. ihre numerischen Werte sind für einige Jahre definiert. Dieses ist die Philosophie der FK<sub>n</sub> Kataloge. Die ersten Bezugsrahmen von Radioquellen konnten auf diese Weise konsistent mit dem Katalog der Fixsterne FK5 festgelegt werden. Der Ursprung wurde implizit durch die Einführung einer festen konventionellen FK5-Rektaszension von  $\alpha_{3C273B} = 12^h 29^m 6.6997^s (J2000.0)$  für die Quelle 3C273B im Baryzentrum des Sonnensystems festgelegt. Der Rahmen wurde dann durch weitere Radioquellen (z.B. 1988 waren es 23 Radioquellen) gebildet, die als eigenbewegungsfrei in eine Ausgleichung eingeführt werden [4]. Diese Vernachlässigung der Eigenbewegung ist wegen der großen Entfernung der Radioquellen möglich; wurde aber regelmäßig auf ihre Signifikanz überprüft [79].

Die IAU fordert eine Modellierung der Beobachtungen auf der Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie. Durch die große Entfernung der Träger des zälestischen Bezugssystems relativ zur Erde kann ein Grenzübergang von der Einsteinschen zur Minkowskischen Metrik bei der Modellbildung vollzogen werden. Scheinbare Eigenbewegungen der entfernten Radioquellen können entweder durch entsprechende Modellierung der zeitvariablen Quellenstruktur berücksichtigt werden [24] oder durch die Einführung eines Tisserand-Systems ausgeglichen werden. Der inertielle Charakter im Sinne der Definition 2.3.6 ermöglicht zudem einen weiteren Übergang zwischen der Einsteinschen und der Newtonschen Raumzeit. Die klassische Himmelsmechanik in der Newtonschen

Raumzeit beruht auf koordinatenabhängigen Orientierungskonzepten (Ekliptik, Himmelsäquator, Frühlingspunkt), die in der ART, in der viele Koordinatensysteme gleichberechtigt sind, wenig Sinn machen [132]. Die Abkehr von einem dynamisch definierten Bezugsrahmen und die Hinwendung zu einem kinematisch definierten Bezugsrahmen der IAU ist eine Konsequenz aus der Forderung mit der ART konsistent zu sein.

Das fundamentale zälestische Bezugssystem wird durch den *International Celestial Reference Frame (ICRF)* realisiert [82]. Dieser Bezugsrahmen basiert auf den zahlreichen Vorarbeiten des IERS und des USNO. Die Genauigkeit des ICRF wird in den HIPPARCOS-Katalog und den FK5 auf dem Genauigkeitsniveau der Verknüpfung mit dem ICRF und des jeweilig eingesetzten optischen Beobachtungsverfahrens übertragen und verfügbar.

Die aus der optischen Astronomie stammenden Kataloge von Sternen und Sternensystemen wurden gewonnen aus

- **fundamentalen** Beobachtungsprogrammen, bei denen die Koordinaten der stellaren Objekte unabhängig vom Beobachtungsprogramm bestimmt wurden und
- **differentiellen** Beobachtungsprogrammen, bei denen die Positionsbestimmungen von Objekten unter Berücksichtigung der Positionen bekannter Objekte eines Bezugskataloges gemacht wurden.

Aus beiden Beobachtungsaktivitäten wurden unterschiedliche Kataloge erzeugt. Es gibt

- **Beobachtungskataloge**, die sich auf einen Beobachtungsort beziehen (z.B. Bonner Durchmusterung ab 1863),
- **Zusammengestellte Kataloge**, die aus verschiedenen Beobachtungskatalogen erzeugt wurden (z.B. Fundamentalkataloge FK3, FK4, FK5).

Insbesondere die fundamentalen<sup>5</sup> Beobachtungskataloge stellen die über mehrere Generationen erarbeiteten Grundlagen über die Sternenerörter und ihre Eigenbewegungen dar.

Im Gegensatz zu den jahrhundertelangen optischen Sternenbeobachtungen hat die jüngere Radioastronomie den Vorteil, wesentlich entferntere extragalaktische Objekte beobachten zu können. Die Vorstellung eines fast-inertialen bzw. raumfesten Bezugssystems wird heute besser und genauer durch radioastronomische Bezugssysteme verwirklicht. Auf Empfehlung der IAU ist ab dem 1. Januar 1998 der auf VLBI-Beobachtungen basierende *International Celestial Reference Frame* der **fundamentale zälestische Bezugsrahmen**, der den bis dahin gültigen, auf optischen Objekten basierenden Fundamentalkatalog FK5 ablöst [82].

Aus der Vielzahl der verfügbaren Kataloge [157] werden die in der Geodäsie gebräuchlichen stellvertretend vorgestellt. Bedeutsam sind in der

#### 1. Radioastronomie:

- **International Celestial Reference Frame (ICRF)** [82],
- **IERS Celestial Reference Frame (IERS-CRF)** [5],
- **USNO Radio Reference Frame** [67];

#### 2. optischen Astronomie:

- **HIPPARCOS-Katalog**,
- **Fundamentalkatalog der Fixsterne FK5** [43].

---

<sup>5</sup> 'Fundamental' bedeutet im Zusammenhang mit Sternenkatalogen, daß dort neben der Quellenposition auch deren Eigenbewegung angegeben ist. Zudem gehört zu einem Fundamentalort die Angabe der Epoche, des Äquinoktiums und des Präzessionsmodells. ([109], S. 238f)

### 2.5.1.1 International Celestial Reference Frame

Der *International Celestial Reference Frame* (ICRF) basiert auf den Positionen extragalaktischer Quasare, die im Mikrowellenbereich mit dem Verfahren der *Very Long Baseline Interferometry* (VLBI) beobachtet werden. Für diese Aufgabe ist die VLBI das auflösungsstärkste Meßverfahren unter den geodätischen Raumverfahren (s. Kap. 3.2).

Im ICRF sind 1.6478 Millionen VLBI-Beobachtungen<sup>6</sup> verarbeitet, die in den Jahren von 1979-1995 durchgeführt wurden. Tabelle 2.14 gibt einen Überblick über hierzu beitragenden VLBI-Beobachtungsprogramme. Der Großteil der Beobachtungen von über 95% kommt aus geodätischen Experimenten zur Bestimmung von Erdorientierungsparametern, Plattenbewegungen und Basislinien für das terrestrische Bezugssystem, die nicht a priori dem Zweck zur Schaffung eines zälestischen Bezugsrahmens dienen. Nur etwa 5% der Beobachtungen sind rein astrometrische Beobachtungen.

Tab. 2.14: Übersicht der 1.647.800 für das ICRF ausgewerteten VLBI-Beobachtungen von August 1979 bis Juli 1995. Geodätisch motivierte Beobachtungsprogramme stellen den Großteil der Beobachtungen für das ICRF. Der Anteil astrometrischer VLBI-Programme beträgt weniger als 5% ([81], S. I-8).

VLBI-Programm	Zweck	Quellen	Basislinien	Beobachtungen
CDP/SGP	Geodynamik	138	524	629600
CDP/SGP	Survey, Astrometrie	368	77	
POLAR/IRIS/NGS/NEOS	Erdorientierung	172	224	578600
USNO/NAVNET/NAVEX	Erdorientierung, TRF	196	223	143100
DSN	Navigation, Astrometrie	281	2	13600
NRL	Astrometrie	518	85	26800
andere	Geodäsie	76	180	256100

Die benutzte Auswertesoftware war das beim NASA-Goddard Space Flight Center entwickelte Programmpaket CALC/SOLVE und GLOBL [164]. CALC berechnet die Beobachtungsgleichungen einschließlich der partiellen Ableitungen unter Berücksichtigung der IAU Empfehlungen und von den IERS Conventions [86] vorgesehenen Modellen für die geodynamischen Phänomene (Kap. 2.4). SOLVE benutzt den Output von CALC und schätzt nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den Beobachtungsgleichungen für den Delay und die Delay Rate die Quellen- bzw. Stationskoordinaten und die Erdorientierungsparameter. GLOBL ermöglicht einen nicht-interaktiven Ablauf von SOLVE zur Kombination von mehreren VLBI-Experimenten in einer gemeinsamen Lösung. Große Zeitspannen mit Beobachtungsdaten können intervallmäßig in sogenannte *arc*-Lösungen unterteilt werden. Damit gibt es zwei Arten von Parametern: globale Parameter, die invariant für den gesamten Auswertzeitraum sind (z.B. invariante Quellenpositionen, Achsenoffsets, ozeanische Gezeiten) und *arc*-Parameter, die für ein bestimmtes Zeitintervall innerhalb des Auswertzeitraums gelten (z.B. Ablagen zu den Präzessions- und Nutationsmodellen, Stationskoordinaten, Troposphären- und Uhrenparameter, Basislinien).

Für eine Voranalyse des Langzeitverhaltens der Radioquellen können *arc*-Lösungen studiert werden. Wenn die Position einer Quelle zwischen zwei benachbarten *arc*-Intervallen  $0.5mas$  oder  $3\sigma$  übertraf oder eine Eigenbewegung von  $> 50\mu as/a$  zeigte, wurde die Quelle als instabil und ungeeignet für das ICRF eingestuft. Insgesamt wurden 102 von 608 beobachteten Quellen auf diesem Wege als instabil klassifiziert und werden in der endgültigen Lösung ebenfalls als *arc*-Parameter und nicht als globale Parameter mitgeschätzt.

Der vollständige Parametersatz für den Datensatz 1979-1995 bestand aus 1305 globalen und etwa 250000 *arc*-Parametern bei über 2.5 Millionen Überbestimmungen für den Delay<sup>7</sup> und die Delay Rate. Die nach der Ausgleichung erhaltenen gewichteten Fehlerresiduen lagen bei  $32.6ps$  für den Delay und  $104.2fs/s$  für die Delay Rate bei einem reduzierten  $\chi^2 = 1.08$ .

Für die Festlegung des ICRF sind die *definierenden* Quellen gesucht, die den drei Kriterien in Tabelle 2.15 genügen müssen.

<sup>6</sup>Unter einer VLBI-Beobachtung wird die erfolgreiche Bestimmung eines Laufzeitunterschieds (*Delay*) eines Quasarsignals an zwei Radioteleskopen verstanden.

<sup>7</sup>s. Fußnote S. 81

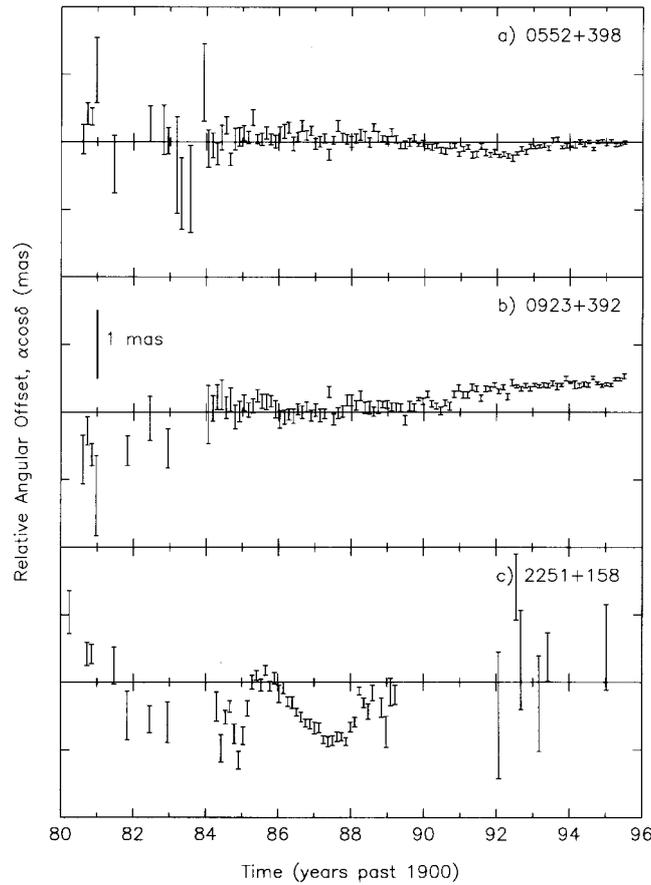


Abb. 2.10: Langzeitstabilität dreier extragalaktischer Radioquellen in Rektaszension  $\alpha \cos \delta$  als arc-Parameter in der Analyse zum ICRF. a) Die am häufigsten beobachtete Quelle 0552+398 zeigt statistisch keine Langzeitdrift (s. Kap. 3.2.1.6.1). b) Im Vergleich zu nahegelegenen Nachbarquellen zeigt 0923+392 eine Winkelgeschwindigkeit von  $59.8 \pm 2.2 \mu\text{as/a}$  in der Rektaszension. c) 2251+158 zeigt unsystematische Bewegungsabläufe und z.T. große Standardabweichungen der Datenpunkte. a) und b) gehören zu der Kategorie ‘Kandidatenquellen’, c) zur Kategorie ‘andere’ (Tab. 2.15).

Tab. 2.15: Kriterien für die das ICRF definierenden Radioquellen.

Kriterium	nicht erfüllt, wenn ...
Datenqualität und Beobachtungshistorie	... < 20 Beobachtungen oder ... < 2 Jahre Beobachtungszeitraum der Quelle vorliegen,
Konsistenz der Koordinaten in Subsets	... zwei aufeinander orientierte Kataloge Koordinatendifferenzen von $> 0.5 \text{ mas}$ oder $> 3\sigma$ in jeder Koordinate der Quelle zeigen,
Konstanz der Quellenstruktur	... Quellenposition als arc-Parameter geschätzt wird, ... die Quelle einen Strukturindex von $> 2$ besitzt, ... die geschätzte Eigenbewegung $> 3\sigma$ ist.

Anhand dieser Kriterien lassen sich die 608 Quellen den Kategorien zuordnen: 1. Definierende Quellen, 2. Kandidatenquellen, 3. andere (Tab. 2.17). Die Verteilung der 212 den Bezugsrahmen definierenden Radioquellen ist in Abbildung 2.11 dargestellt. Der Dominanz von Meßplattformen in der Nordhemisphäre entspricht die inhomogene Verteilung von definierenden Quellen zuungunsten der südlichen Himmelshemisphäre.

Über eine feste räumliche Drehung muß der Katalog der definierenden Quellen dem zälestischen Bezugsrahmen

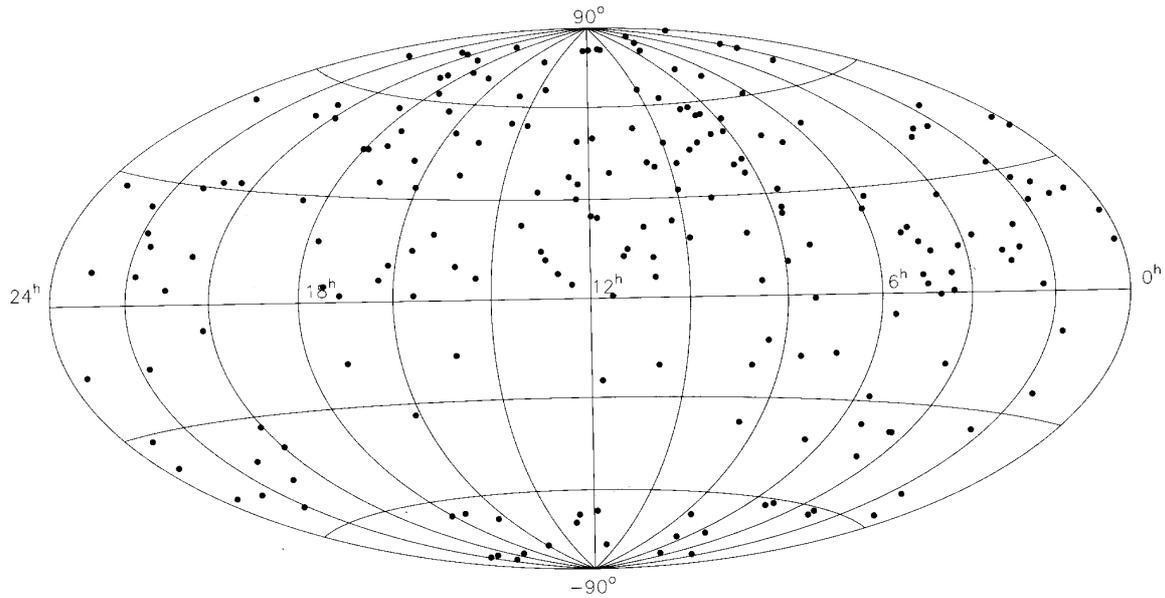


Abb. 2.11: 212 definierende Quellen des ICRF. Das Verhältnis der Quellenverteilung auf Nord- zu Südhemisphäre beträgt 154:58 ([82]).

des IERS als Realisierung des ICRS angepaßt werden. Zum Zeitpunkt der Berechnungen lag das IERS-CRF95 als der aktuellste Bezugsrahmen vor. Den 212 definierenden Radioquellen für das ICRF entsprechen nur 117 als definierende Quellen im IERS-CRF95, die zudem fast nur auf der nördlichen Hemisphäre liegen. Dieser Mangel wurde etwas abgeschwächt, indem weitere 16 IERS-CRF definierende Quellen hinzugenommen wurden, die auch eine recht hohe Qualität aufweisen. Mit insgesamt 133 Radioquellen wurden dann die Orientierungsparameter zwischen dem ICRF und dem IERS-CRF95 bestimmt. Sie sind in Tabelle 2.16 wiedergegeben.

Tab. 2.16: Orientierungsparameter zwischen dem das ICRS realisierende IERS-CRF95 und dem Neubestimmten ICRF ([82], S. 527). Beide Bezugsrahmen stimmen besser als  $0.02\text{mas}$  überein.

Parameter	Wert	Bedeutung
$A_1$ [mas]	$-0.006 \pm 0.018$	Rotationswinkel
$A_2$ [mas]	$0.007 \pm 0.018$	Rotationswinkel
$A_3$ [mas]	$0.005 \pm 0.021$	Rotationswinkel
$D_\alpha$ [mas/100°]	0.0	linearer Trend in Rektaszension
$D_\delta$ [mas/100°]	0.2	linearer Trend in Deklination
$B_\delta$ [mas]	$-0.28 \pm 0.02$	Deklinationsablageparameter
$\text{wrms}_{\alpha \cos \delta}$ [mas]	0.14	gewichtetes Fehlerresiduum in $\alpha \cos \delta$
$\text{wrms}_\alpha$ [mas]	0.20	gewichtetes Fehlerresiduum in $\alpha$

Mit verschiedenen Subsets von Radioquellen wurde die Achsstabilität überprüft. Die Streuung der Rotationsparameter zeigte, daß die Achsen innerhalb von  $0.02\text{mas}$  stabil sind.

Der fundamentale zälestische Bezugsrahmen ICRF kann wie in Tabelle 2.17 mit seinen Eigenschaften zusammengefaßt werden.

### 2.5.1.2 IERS Celestial Reference Frame

Das IERS faßt mehrere Bezugsrahmen regionaler Auswertezentren zu einem Referenzrahmen, dem IERS-CRF, zusammen. Die jährliche Neuberechnung wird durch die angehängte Jahreszahl kenntlich gemacht. Im IERS-CRF93 [64] wurde vom IERS bereits ein auf 504 Radioquellen basierender Bezugsrahmen berechnet. Die Radio-

Tab. 2.17: *International Celestial Reference Frame 1998.*

ICRF	Definierende Quellen	Kandidatenquellen	andere
Erscheinungsjahr	1998		
Anzahl der Objekte	212	294	102
Genauigkeit	$\pm 0.3 - 0.7 mas$	$\pm 0.3 - 3.0 mas$	$0.5 - 3.0 mas$
Epoche	J2000.0		
Achsen	konsistent mit ICRS realisiert durch IERS-CRF95		
Deklination Intervall	$-86^\circ < \delta < +85^\circ$		

quellen werden je nach der Bestimmung des formalen Fehlers in drei Kategorien unterteilt. Von den 504 angegebenen Quellen sind 153 Primärquellen, deren formaler Fehler aus der Ausgleichung folgt und bei  $0.1 - 0.4 mas$  liegt. Nach statistischen Tests sind das konsistente, besonders genau bekannte Quellen, die zur Orientierungsfestlegung der Achsen des Bezugsrahmens herangezogen werden. Eine relative Verdrehung zwischen zwei Bezugsrahmen wird durch die Einführung einer Restriktion der Nicht-Rotation zum Bezugsrahmen des Vorjahres vermieden. Das Hinzufügen weiterer Beobachtungen läßt den jeweiligen Bezugsrahmen von Jahr zu Jahr stabiler werden und konsistent bleiben [6]. Die 148 Sekundärquellen erhalten den größeren formalen Fehler, der entweder aus der Parameterschätzung mit Berücksichtigung der Unsicherheit der Rotationswinkel oder als mittlerer Fehler aus den Angaben der beitragenden Kataloge folgt. Die verbleibenden 203 Komplementärquellen erhalten den formalen Fehler aus dem Ursprungskatalog mit Berücksichtigung der Unsicherheit der Rotationswinkel. Hierbei handelt es sich zumeist um seltenere oder erstmals beobachtete Quellen.

Tab. 2.18: *IERS Celestial Reference Frame 1993.*

IERS-CRF	Primärquasare	Sekundärquasare	Komplementärquasare
Erscheinungsjahr	1993 (jährlich neu)		
Anzahl der Objekte	153	148	203
Genauigkeit	$\pm 0.1 - 0.4 mas$	$\pm 0.3 - 1.0 mas$	$\approx \pm 0.3 - 2.0 mas$
Epoche	J2000.0		
Achsen	dynamisches Äquinoktium, mittlerer zälestischer Pol		
Deklination Intervall	$-72^\circ < \delta < +78^\circ$	$-82^\circ < \delta < +86^\circ$	

In den IERS-CRF93 sind globale Jahreslösungen für zälestische Bezugsrahmen von fünf VLBI-Auswertezentren eingegangen. Die relative Orientierung zwischen den einzelnen Rahmen und dem IERS-CRF93 liegen in einer von drei Rotationskomponenten bei maximal  $3 mas$  Abweichung und werden in [64], S. II-23, angegeben.

Die Achsrichtungen des IERS-CRF93 sind auf die physikalische Richtung der Erdrotation, dem mittleren zälestischen Pol, und des Erdumlaufs, dem dynamischen Äquinoktium, bezogen. Sie sind innerhalb  $\pm 3 mas$  bekannt. Mit dieser hohen Genauigkeit stellt das IERS-CRF93 für die Lage der Erde im Raum einen Bezugsrahmen dar, mit dem Signale von globalen geodynamischen Phänomenen in den VLBI-Messungen nachgewiesen werden können.

Die 504 benutzten Quellen sind ungleichmäßig verteilt. Die Primärquellen befinden sich in der Deklinationsspanne  $-72^\circ > \delta > +78^\circ$  und nur 24% davon befinden sich in der südlichen Hemisphäre ( $\delta < 0^\circ$ ). Das ist eine Folge der deklinationsabhängigen Genauigkeit, in der sich das Übergewicht von Beobachtungsstationen in der nördlichen Hemisphäre widerspiegelt. Im Sinne einer gleichgewichtigen und homogenen Quellenverteilung im zälestischen Bezugsrahmen sind umfangreichere Meßprogramme im Südhimmel mit Stationen südlich des Äquators erforderlich (s. Kap. 4.3).

### 2.5.1.3 USNO Radio Reference Frame

Das USNO hat gemeinsam mit anderen Institutionen (s. [67]) alle verfügbaren VLBI-Beobachtungen im S- und X-Frequenzband von insgesamt 560 Quellen aus dem Zeitraum Ende 1979 bis Anfang 1994 benutzt, um den

USNO Radio Reference Frame, der den Radioquellenanteil eines anvisierten “Radio Optical Reference Frame (RORF)” enthält, zu berechnen.

Tab. 2.19: Aufschlüsselung der VLBI-Beobachtungen für den USNO-Bezugsrahmen. Eine VLBI-Beobachtung ist die Bestimmung der Gruppenlaufzeitdifferenz des Signals einer Quelle auf einer Basislinie. Der Großteil der VLBI-Datenbasis diente a-priori nicht dem Zweck, einen zälestischen Referenzrahmen zu schaffen und stellt eine Untermenge des ICRF dar (Tab. 2.14).

Gesamtzahl der VLBI Beobachtungen	1.015.292
Erdrotations-VLBI Beobachtungen	≈ 570.000
Geodätische VLBI Beobachtungen	≈ 380.000
Astrometrische VLBI Beobachtungen	≈ 34.000
Quellenbestimmungs-VLBI Beobachtungen	≈ 23.000

Die Auswertestrategie sah zwei Lösungen vor:

- **‘Independent-Celestial-Frame’ (ICF) Lösung.**

Sie definiert den inertialen zälestischen Bezugsrahmen bei einer willkürlichen äußeren Orientierung (Rektaszension von 0420-014, wegen Äquaturnähe und ≈ 21.000 Beobachtungen) und bei maximaler Freiheit der Stationskoordinaten (nur 1 Station/Experiment festgehalten). Die IAU-Modelle für Präzession, Nutation, siderische Zeit wurden benutzt. Die Nutationsparameter, Länge und Schiefe, wurden wegen Modellschwäche mitgeschätzt. Die Ergebnisse wurden auf die Epoche 12. Februar 1993 bezogen.

- **‘Celestial-Terrestrial-Frame’ (CTF) Lösung.**

Diese Lösung diente der Festlegung der Orientierung. Hierbei wurden alle Stationskoordinaten und -geschwindigkeiten dem ITRF92 und die Erdrotationsparameter UT1, Polbewegung, Nutation dem IERS Bulletin A entnommen und a-priori als Zwang eingeführt.

Die Orientierung der CTF Lösung wurde für die ICF Lösung übernommen, womit sich der Bezugsrahmen ergab.

Aufgrund der stark unterschiedlichen Beobachtungshäufigkeit und der damit auch verbundenen Positionsgenauigkeit wurden 6 Klassen für die Objekte eingeführt (Tab. 2.20).

Tab. 2.20: Quellenklassifizierung im USNO Radio Reference Frame. Das Verhältnis von Klasse 1 und 2 Quellen der Nord- zur Südhemisphäre ist 261:175.

Klasse	Eigenschaft	Anzahl
1	< 1mas formale Genauigkeit, > 50 Beobachtungen	N:163, S: 48
2	< 3mas formale Genauigkeit, > 10 Beobachtungen	N: 98, S:127
3	> 3mas formale Genauigkeit, < 10 Beobachtungen	46
4	galaktisch oder nahebei-extragalaktisch, Eigenbewegungen	5
5	starke Quellenstruktur, Position abh.von Stationsnetzwerk	20
6	schlechte/keine Daten, von Lösung ausgeschlossen	53

Zur Definition des USNO Radio Reference Frame wurden nur die 436 Quellen der Klassen 1 und 2 als definierende Quellen herangezogen (Tab. 2.21).

Für 43 definierende Quellen gab es optische Gegenstücke im FK5. Die Genauigkeit dieser Quellen nach einer Transformation in den FK5 liegt bei 30 – 40mas, da der FK5 zwei Größenordnungen ungenauer ist als der Radio Reference Frame. Eine Transformation in den HIPPARCOS-Katalog läßt eine bessere Übereinstimmung von 0.5mas bei einer Rotationsdrift von 0.5mas/y bei der Verknüpfung des optischen Bezugsrahmens mit dem Radio-Bezugsrahmen erwarten.

Tab. 2.21: USNO Radio Reference Frame 1995.

USNO-RRF	Klasse 1	Klasse 2
Erscheinungsjahr	1995	
Anzahl der Objekte	211	225
Genauigkeit	$\pm 0.1 - 0.4 \text{ mas}$	$\pm 0.3 - 3.0 \text{ mas}$
Epoche	J2000.0	
Achsen	RA(0420-014), Pol IERS konsistent	
Deklination Intervall	$-82^\circ < \delta < +85^\circ$	

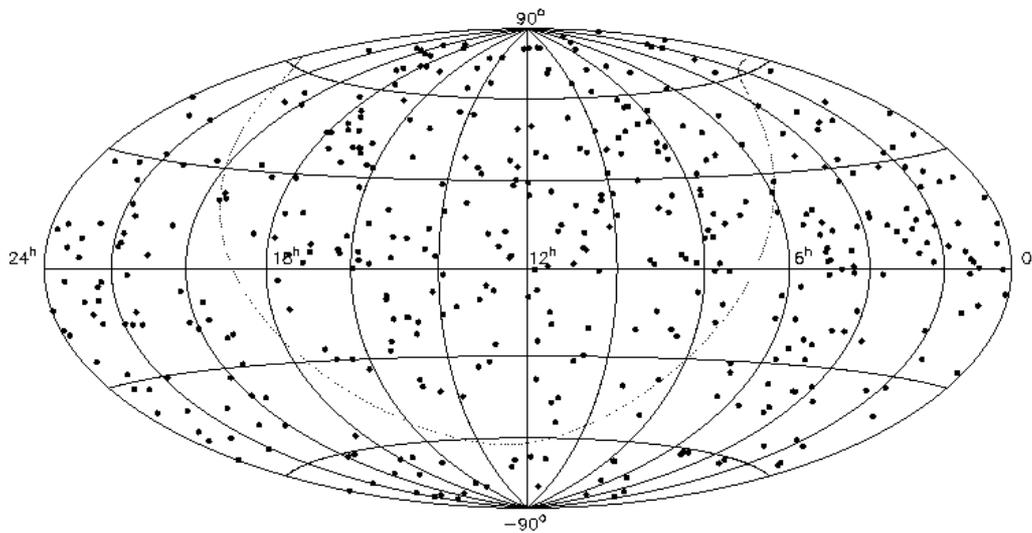


Abb. 2.12: Die Verteilung der Quellen des USNO Radio Reference Frame. Die gepunktete Linie ist die Ekliptik.

#### 2.5.1.4 HIPPARCOS-Katalog

HIPPARCOS (*High Precision PARallax COLlecting Satellite*) ist ein europäisches Projekt der ESA zur präzisen Bestimmung von Positionen, Parallaxen und Eigenbewegungen der Sterne. Das angestrebte Ziel war 120.000 Primärsterne mit einer Genauigkeit von  $2 - 4 \text{ mas}$  und etwa 400.000 Sterne mit Zweifarbenphotometrie bei geringerer Genauigkeit (TYCHO-Experiment) zu bestimmen.

Der HIPPARCOS-Satellit hat in vier Jahren von August 1989 bis August 1993 diese Ziele übererfüllt. Der HIPPARCOS-Katalog wurde 1997 veröffentlicht [160].

Aufgrund der wesentlich höheren Genauigkeit wird der HIPPARCOS-Katalog im optischen Bereich die traditionsreichen FK-Kataloge ersetzen. Die jetzt erzielte Genauigkeit ist wegen der großen Anzahl galaktischer Sterne aufgrund ihrer Eigenbewegungen zeitlich begrenzt. Die Drift wird mit  $\pm 0.25 \text{ mas/a}$  angegeben [160]. Eine Laufendhaltung ist jedoch durch die fortgesetzte Beobachtung ausgewählter Sterne möglich.

Der HIPPARCOS-Katalog enthält optische Beobachtungen von einigen Radioquellen, die im ICRF enthalten sind. Damit kann der HIPPARCOS-Katalog mit den genaueren radioastronomischen Bezugssystemen verknüpft und abgestützt werden [16]. Außerdem werden astrometrische Ergebnisse des Hubble Space Telescope und der fotografischen Astrometrie zur Positionsbestimmung benutzt.

Tab. 2.22: HIPPARCOS Katalog der ESA.

HIPPARCOS	Primärsterne	Sekundärsterne
Erscheinungsjahr	1997	
Anzahl der Objekte	118.000	400.000
Genauigkeit	$\pm 1mas$	$\pm 20 - 30mas$
Magnitude	$\leq 11$	
Epoche	J1991.25	
Achsen	konsistent mit FK5, J2000.0	

### 2.5.1.5 Fundamentalkatalog der Fixsterne FK5

Mit dem Übergang vom FK5 zu einem Nachfolge-Fundamentalkatalog, der sich auf extragalaktische Radioquellen anstelle von galaktischen Sternen stützt, nimmt die Bedeutung der FK-Kataloge aufgrund der größeren Ungenauigkeiten ab.

Die Fortschreibung der dynamisch festgelegten FK-Kataloge war durch die Zeitabhängigkeit der Präzessionsparameter und des Äquinoktiums notwendig.

Tab. 2.23: Fixstern Kataloge des Astronomischen Rechen-Instituts Heidelberg.

Katalog	FK3	FK4	FK5
Erscheinungsjahr	1937	1963	1988
Anzahl der Objekte	1535		
Magnitude	$2 \leq V \leq 9$		
Genauigkeit	?	?	$\pm 30mas, 0.6mas/a$
Epoche	(B1925.0), B1950.0	B1950.0	J2000.0
Bezug	wahres Äquinoktium, wahrer momentaner Äquator		

Den FK-Positionen wurden Positionen anderer Kataloge zugrunde gelegt, so daß die Transformationsparameter zu anderen Katalogen bekannt sind.

Der mittlere formale Fehler einer optischen Position im FK5 liegt bei etwa  $30mas$ . Genauigkeitsmindernd wirkt sich eine Drift zwischen dem FK5 Äquinoktium und dem wahren dynamischen Äquinoktium (*true dynamical equinox*) von  $1 - 2mas/y$  aus [87]. Weiterhin sind zonale systematische Fehler im FK5 bekannt; Sterne mit Deklination  $\delta = 20^\circ$  haben eine um etwa  $100mas$  zu westliche Rektaszension ([67], S. 901). Diese Ungenauigkeiten haben vermutlich historische Ursachen.

Im Vergleich zu den wenigen Beobachtungsjahren von HIPPARCOS enthält der FK5 Beobachtungen aus über einem Jahrhundert. Durch die Mittelung über viele Jahre repräsentieren die Eigenbewegungen im FK5 die Massenmittelpunkte der Sterne. Zur Aufdeckung noch nicht entdeckter Doppelsternnatur einiger Fundamentalsterne ist es sinnvoll, die Fortführung mit einem FK6 basierend auf HIPPARCOS Beobachtungen vorzunehmen, zumal sich der HIPPARCOS-Katalog dadurch signifikant verbessern läßt. Der FK6 wird nicht mehr den Anspruch erheben, das Fundamentalsystem im optischen Bereich zu definieren. Dies wird durch den HIPPARCOS-Katalog gemacht [124].

### 2.5.1.6 Zusammenschau und Beurteilung

Die Ablösung des FK5 als fundamentalen Bezugsrahmen durch den genaueren ICRF aus VLBI-Beobachtungen ab 1.1.1998 ermöglicht die Einführung eines kinematisch definierten fast-inertialen Bezugsrahmens. Durch die wesentlich entfernten Quasare wird nicht nur eine höhere Genauigkeit sondern auch eine erhöhte Langzeitstabilität der Bezugsrahmen zu erwarten sein. Letztere kann aber nur durch fortwährende VLBI-Beobachtungsreihen verifiziert werden (Abb. 2.10). Als Konsequenz aus der IAU Empfehlung folgt, daß die VLBI das primäre

Meßverfahren bei der Einrichtung und Laufendhaltung des zälestischen Bezugssystems ist.

Dennoch bleiben weitere Anforderungen an ein ideales zälestisches Bezugssystem bislang unerfüllt. Sie betreffen die

- Abdeckung des gesamten elektromagnetischen Spektrums, soweit es nicht atmosphärisch absorbiert wird,
- Berücksichtigung aller Magnituden und Intensitäten.

Diese Anforderungen werden nur teilweise erreicht. Die zälestische Verknüpfung von Bezugssystemen der Astronomie und der Radioastronomie zu *einem* "globalen zälestischen Bezugssystem" ist aus folgenden Gründen schwierig:

- Radiobezugssysteme sind etwa 100-mal genauer als der FK5. Bei der Verknüpfung über identische Objekte treten unerwünschte Genauigkeitsverluste auf.
- Quasare befinden sich in größerer Entfernung als viele der optischen Objekte.
- Die Identität von Radioquelle und optischem Gegenstück ist fraglich. Die frequenzabhängige Quellenstruktur ist nur von wenigen Radioquellen bekannt.
- Der FK5 und HIPPARCOS-Katalog beinhalten Sterne der Magnituden  $\leq 9$  bzw.  $\leq 11$ . Die "optischen" Gegenstücke zu Quasaren haben jedoch Magnituden von 15-21, was einen großen Beobachtungsaufwand auf optischer Seite mit sich bringt.
- Optische Beobachtungen werden in Abhängigkeit von der zu beobachtenden Magnitude mit unterschiedlichen Methoden durchgeführt.

Um diese Schwierigkeiten zu überwinden, werden galaktische Radiosterne in VLBI-Phasenreferenzmessungen zu Quasaren beobachtet [148], [32]. Radiosterne haben zwar nur  $1 - 100 mJy$  Flux sind aber optisch noch genügend hell. Sie sind durch Eigenbewegung und z.T. durch variable Quellenstruktur gekennzeichnet und müssen daher regelmäßig beobachtet werden [102].

Durch den HIPPARCOS-Katalog, der auch einige wenige Radiosterne enthält, die eine Verknüpfung mit dem genaueren RRF ermöglichen [16], werden erstmals die FK-bedingten Genauigkeitsverluste zurückgehen. Die höhere Genauigkeit bei HIPPARCOS ist hauptsächlich durch die Abwesenheit atmosphärischer Turbulenzen und die Befreiung von Systematiken unterschiedlicher Observatorien begünstigt.

Für die alternative terrestrische Verknüpfung von zälestischen Bezugssystemen bieten sich Plattformen an geeigneten Stellen an, die sowohl mit VLBI-Radioteleskopen als auch mit optischen Interferometern bzw. leistungsstarken optischen Teleskopen ausgestattet sind.

### 2.5.2 Terrestrische Bezugssysteme

Terrestrische Bezugssysteme sind von grundlegender Bedeutung für Geodäsie und Geodynamik. Geht es in der Geodäsie mehr um die Frage von Bezugspunkten, die den Rahmen für regionale oder lokale Vermessungen abstecken, so steht in der Geodynamik die zeitliche Lageveränderung von Teilen der Erdoberfläche im Vordergrund. Beide benötigen ein übergeordnetes Bezugssystem, das Auskunft über Position und Geschwindigkeit zur präzisen Beschreibung der Örtlichkeit gibt.

Durch das hohe Genauigkeitspotential der geodätischen Raumverfahren wie VLBI, LLR, SLR und satellitengestützten Navigationssystemen hat sich die Notwendigkeit für die Definition eines geeigneten terrestrischen Bezugssystems ergeben. Die wissenschaftlichen Experimente (MERIT-COTES [152]) und Diskussionen in den 80-er Jahren mündeten in einen Bericht der 'Special Study Group 5.123' der IAG [10], der Empfehlungen zur Definition und Realisierung eines konventionellen terrestrischen Bezugssystems basierend auf der Verwendung von IERS Standards [85] enthielt. Die Empfehlungen wurden 1991 auf der IUGG/IAG Hauptversammlung in Wien angenommen.

Die dort getroffenen Aussagen sind:

- Das konventionelle terrestrische Bezugssystem ist in der relativistischen Bedeutung ein lokales System für den Erdrum mit einer relativen Genauigkeit von  $10^{-10}$ , was einer eindeutigen Auflösung von  $0.6\text{mm}$  an der Erdoberfläche entspricht.
- Das konventionelle terrestrische Bezugssystem definiert sich ausgehend von einem geozentrischen nicht-rotierenden Bezugssystem durch eine räumliche Drehung und führt auf ein quasi kartesisches rotierendes Bezugssystem (gemäß (2.148)).
- Das geozentrisch nicht-rotierende System ist von der IAU definiert (S. 56). Seine Koordinatenzeit ist die geozentrische Koordinatenzeit TCG. Die Metrik dieses Systems ist durch die nachfolgenden Metrikkoeffizienten definiert:

$$\begin{aligned} g_{00} &= 1 - 2\frac{U}{c^2} + O(\epsilon^4) \\ g_{ij} &= (1 + 2\frac{U}{c^2})\delta_{ij} + O(\epsilon^4) \\ g_{0i} &= O(\epsilon^3) \quad , \end{aligned} \tag{2.179}$$

wobei  $U$  die Summe von Erdpotential und gezeitenerzeugendes Potential extraterrestrischer Massen (2.116) und  $\epsilon$  der Kleinheitsparameter (2.87) ist.

- Die Koordinatenzeit des konventionellen terrestrischen Bezugssystems ist ebenfalls identisch mit TCG (gemäß Def. 2.3.16). Dadurch wird eine Zeittransformation zu anderen Zeitskalen die an der Erdoberfläche benutzt werden (TT, TAI, UTC) erforderlich (s. Kap. 2.3.4.1.2).
- Der Ursprung des konventionellen terrestrischen Bezugssystems ist das Geozentrum, welches durch den Massenmittelpunkt der gesamten Erde einschließlich Ozeane und Atmosphäre festgelegt wird.
- Das konventionelle terrestrische Bezugssystem erfährt keine globale residuelle Rotation durch horizontale Bewegungen an der Erdoberfläche (gemäß Def. 2.3.1).

Eine Aussage über die Orientierung der Koordinatenachsen ist nicht explizit gemacht. So bleibt es den Realisierungen in Form von Referenzrahmen gemäß Definition 2.1.5 vorbehalten, entweder eine implizite Definition über bestimmte Stationskoordinaten vorzunehmen oder konventionelle Bezugspole und Bezugsmeridiane zu benutzen.

Referenzrahmen lassen sich in globalen Auswertungen der unterschiedlichen geodätischen Raumverfahren erzeugen. So gibt es Referenzrahmen von VLBI, SLR und GPS, die nebeneinander ihre Gültigkeit haben, jedoch aufgrund der unterschiedlichen Modellbildung und ihrer Charakteristiken (Tab. 4.1) nicht identisch sein können. Gleichwohl besteht bei einer geeigneten Kombination dieser Techniken die Möglichkeit, die verfahrensbedingten Unterschiede ihrer Sensitivität in einem übergeordneten terrestrischen Bezugssystem miteinander zu verbinden.

Die Koordinatengebung ist die Realisierung des terrestrischen Bezugssystems. Bei einer Auswahl von Punkten werden ihre Relationen durch Bestimmung der Raumzeitintervalle gemäß (2.7) vorgenommen, was zu den räumlichen Koordinaten  $x_i(t)$  als Funktion der Zeit in einer lokalen Karte führt (Def. 2.3.3).

Wie in Kapitel 2.4 gezeigt, unterliegen Meßplattformen als Träger des terrestrischen Bezugssystems einer Reihe von geophysikalischen Einflüssen, nämlich

- plattentektonischen Bewegungen,
- nach-eiszeitlichen Hebungen,
- Gezeiten der festen Erde,
- ozeanischen Auflastgezeiten,
- Polzeit,
- atmosphärischen Auflasten,
- Grundwasserstandsveränderungen,

- lokalen Instabilitäten,
- seismischen oder vulkanischen Aktivitäten,
- Variationen des Geozentrums [11],

die – vergleichbar einer Eigenbewegung – auf ein Geschwindigkeitsfeld der Meßplattformen führen und somit die Koordinatenggebung beeinflussen. Demnach läßt sich die räumliche Lage der Bezugspunkte wie folgt beschreiben:

$$x_i(t) = x_{i,0} + \dot{x}_{i,0}(t - t_0) + \sum_m \Delta x_{i,m}(t) \quad (2.180)$$

mit

$x_i(t)$	Koordinaten des Bezugspunktes,
$x_{i,0}$	Koordinaten des Bezugspunktes zur Epoche $t_0$ ,
$\dot{x}_{i,0}$	Geschwindigkeit des Bezugspunktes,
$\Delta x_{i,m}(t)$	Korrekturen für zeitvariable Effekte wie

- Gezeiten der festen Erde,
- ozeanische Auflastgezeiten,
- atmosphärische Auflasten.

Die Geschwindigkeit eines Bezugspunktes kann berechnet werden nach:

$$\dot{x}_{i,0} = v_{i,Plate} + v_{i,Ice} + v_{i,r} \quad (2.181)$$

wobei

$v_{i,Plate}$	die horizontale Geschwindigkeit nach dem Plattentektonikmodell NNR-NUVEL1 ist (2.178), [3],
$v_{i,Ice}$	die vertikale Geschwindigkeit aufgrund nach-eiszeitlicher Hebungen nach Modellen wie ICE3G ist [143],
$v_{i,r}$	die residuelle Geschwindigkeit ist.

In einer Ausgleichung werden die Modelle als fehlerfrei eingeführt, so daß  $v_{i,r}$  als Parameter zu schätzen sind.

Für die Realisierung eines konventionellen terrestrischen Bezugssystems sind die angewendeten Modelle und die Eigenschaften des jeweiligen Raumverfahrens bedeutsam. Das Bezugssystem wird festgelegt durch

- den **Ursprung**, der mit dem Massenmittelpunkt der Erde (einschließlich Hydro- und Atmosphäre) identisch sein soll. Hierfür eignen sich nur Daten, die auf einer dynamischen Modellierung beruhen. Dieses sind in der Regel alle satelliten- und mondgestützten Raumverfahren. In der VLBI wird das Erdmassenzentrum über vorgegebene Stationskoordinaten zu einer Bezugsepoche eingeführt. Dieses ist durch Kollokationen von Satellitentechniken an VLBI-Stationen gegeben. Neuere Ergebnisse belegen eine Variation des Massenmittelpunkts der Erde mit einer jährlichen und halbjährlichen Periode im Millimeterbereich [88].
- den **Maßstab**, der durch die Lichtgeschwindigkeit und eine angemessene relativistische Modellbildung der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in gravitierender Umgebung einzuführen ist. Dieses wird insbesondere durch die Modellbildung von VLBI und LLR im Baryzentrum erreicht. Der Maßstab kann mit der Genauigkeit von etwa  $1 \cdot 10^{-9}$  aus den Laser- und VLBI-Messungen bestimmt werden.
- die **Orientierung**, die durch die IERS Erdorientierungsparameter zur Bezugsepoche vorgegeben ist. Die Erdorientierungsparameter werden durch VLBI vollständig bestimmt; hingegen ist für die satellitengestützten Verfahren eine Restriktion bzgl. der Länge einzuführen. Die erreichbaren Genauigkeiten liegen bei den Polkoordinaten bei etwa  $\pm 0.4mas$  und bei der Tageslängenvariation bei etwa  $\pm 40\mu s$ .
- die **Änderung der Orientierung**, die durch die Einführung eines Tisserand-Systems mit der Maßgabe einer Minimierung von sämtlichen horizontalen plattentektonischen Bewegungen auf der Erde, unkorreliert beobachtbar wird.

Die hierbei anzuwendenden Modelle sind in den IERS Conventions [86] festgelegt. Sie werden in den Auswertezentren (s. Tab. 2.24) bei der Berechnung von terrestrischen Referenzrahmen für die einzelnen Techniken zugrunde

Tab. 2.24: Auswertezentren, die globale Referenzrahmen aus Beobachtungen spezifischer Meßtechniken ableiten [13].

Methode	Auswertezentren
VLBI	GSFC, NOAA, JPL, GIUB/BKG; IAA, GAOUA
SLR	CSR, GSFC; SHA, CGS, GAOUA, GZ, BKG, DUT
LLR	FESG, JPL, SHA
GPS	JPL, EMR, CODE, GFZ, EUR, MIT, NCL
DORIS	GRGS, IGN, CSR

gelegt. Dadurch wird die Konsistenz und Vergleichbarkeit der Ergebnisse sichergestellt, so daß sie als Grundlage für eine gemeinsame Ausgleichung benutzt werden können.

Die von den Auswertezentren erzeugten spezifischen Referenzrahmen werden alljährlich mit neuen Beobachtungsdaten wiederholt. Sie bilden die Grundlage für den IERS Terrestrial Reference Frame.

### 2.5.2.1 IERS Terrestrial Reference Frame

Der ab 1988 jährlich Neuberechnete *IERS Terrestrial Reference Frame* (ITRF) ist eine Fortsetzung der *BIH Terrestrial Reference Systems* (BTS) (1984-1987). Seit 1988 ist der IERS als Nachfolgeeinrichtung des BIH und des IPMS auf Empfehlung der internationalen Kommissionen von IAU und IUGG für die Realisierung von konventionellen zälestischen und terrestrischen Bezugssystemen verantwortlich. Der ITRF ist die Realisierung des ITRS und beruht auf den Daten der geodätischen Raumverfahren.

Tab. 2.25: Datumsfestlegung des ITRF94 und des ITRF96. Beim ITRF96 wurde zusätzlich die Restriktion gleicher Geschwindigkeitsvektoren bei kollokierten Sensoren eingeführt.

Freiheitsgrad	Festlegung
Ursprung	gewichtetes Mittel ausgewählter SLR und GPS Lösungen
Maßstab	gewichtetes Mittel ausgewählter VLBI, SLR und GPS Lösungen und Bezug zunächst auf TAI und endgültig auf TCG
Orientierung	konsistent mit ITRF92 zur Epoche 1988.0
Evolution	konsistent mit geophysikalischem Modell NNR-NUVEL1A

Die Berechnung des ITRF94 [12] geschah in mehreren Arbeitsgängen:

1. Transformation der Einzellösungen auf zwei gemeinsame Bezugsepochen 1988.0 (ITRF92) und 1993.0 (ITRF93) über die Transformationsgleichung

$$\begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d & -r_3 & r_2 \\ r_3 & d & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.182)$$

mit  $x_S, y_S, z_S$  Koordinatentripel der jeweiligen individuellen Lösung,  
 $x, y, z$  ITRF-Koordinatentripel,  
 $t_1, t_2, t_3$  Translationkomponenten,  
 $r_1, r_2, r_3$  Rotationskomponenten,  
 $d$  Maßstab.

2. Zusammenfügen der Einzellösungen bezogen auf 1988.0 bei Nullsetzung der Transformationsparameter einer spezifischen SLR Einzellösung als Restriktion ergibt neuen Satz von Transformationsparametern.
3. Ableitung eines vorläufigen Geschwindigkeitsfeldes aus der Koordinatendifferenz zwischen beiden Epochen.

4. Vergleich des Geschwindigkeitsfeldes mit dem geophysikalischen NNR-NUVEL1A Modell und Bestimmung der Driften  $\dot{t}_i, \dot{r}_i, \dot{d}$  der sieben Transformationsparameter.
5. In einem iterativen Prozeß werden zunächst Rotationsparameter und dann gewichtete Mittel des Maßstabs aus den Einzellösungen von VLBI und SLR und des Ursprungs aus den Einzellösungen von SLR für die Epochen 1988.0 und 1993.0 geschätzt. Der Maßstab wird mit einem Korrekturfaktor  $0.7 \cdot 10^{-9}$  von TAI auf TCG umgerechnet.
6. Das Geschwindigkeitsfeld des ITRF94 wird aus den so festgelegten Epochen 1988.0 und 1993.0 durch Differentiation bestimmt.

Die Stationen, an denen mehr als nur ein geodätisches Raumverfahren angewendet wird, sind von grundlegender Bedeutung für die Verknüpfung von terrestrischen Bezugssystemen, die nur auf einer spezifischen Raumtechnik beruhen. Auf diesen Verknüpfungsplattformen lassen sich die Transformationsparameter unter Einbeziehung einer lokalen Einmessung der Meßsysteme bestimmen. Hierbei sind insbesondere die Fundamentalstationen zu nennen (Def. 4.1.1), deren Aufgabe es ist, die wichtigsten geodätischen Raumverfahren VLBI, SLR, GPS permanent zu betreiben. Zur Erfassung lokaler geodynamischer Vorgänge werden an den Fundamentalstationen zusätzlich Gravimeter und Seismographen eingesetzt [111].

Der Bezugsrahmen ITRF94 wurde aus den einzelnen Analysen der in Tabelle 2.24 genannten Auswertezentren für die jeweilige Technik erzeugt. Die ITRF-Plattformen mit wenigstens zwei verschiedenen Meßtechniken werden nach einer Qualitätszahl  $QN(t) = n$  bewertet, wobei  $n$  in Zentimetern die Genauigkeitsschranke für

- alle Komponenten mindestens einer mit Raumverfahren bestimmten Position zur Epoche  $t$ ,
- allen Komponenten aller Punkte der lokalen Vermessung

für die maximalen Residuen angibt ([12], S. 9). Damit wird sichergestellt, daß die unabhängigen Raumverfahren besser als  $n$  Zentimeter auf der Plattform aufeinander bezogen werden können. Dieses Kriterium führt nach IERS auf vier Klassen von Plattformen (s. Tab. 2.26).

Tab. 2.26: Klassifizierung von ITRF94-Plattformen.

Klasse	Anzahl	Definition
A	18	Punkte mit $QN(88)$ und $QN(93) < 2\text{cm}$
B	28	Punkte nicht in Klasse A mit $QN(93) < 3\text{cm}$
C	147	Punkte nicht in Klasse A, B ohne große Residuen
Z	6	Punkte mit großen Residuen/wenig Beobachtungen

Die ITRF94-Plattformen sind nicht homogen verteilt. Trotz der Hinzunahme von DORIS-Stationen, gibt es eine ungleichgewichtige Punktverteilung (s. Abb. 2.13).

Tabelle 2.27 zeigt, daß das ITRF fast ausschließlich durch Plattformen in der nördlichen Hemisphäre abgestützt wird.

Beim ITRF96 [13] wurden hingegen die Koordinaten und Geschwindigkeiten der Meßplattformen simultan geschätzt. Dieser Schritt wurde durch die Einführung eines einheitlichen SINEX-Datenformats möglich, in dem die Analysezentren (Tab. 2.24) die Ergebnisse ihrer Vorauswertung einschließlich der Varianz-Kovarianz Information dem IERS zur Verfügung stellen. Damit konnte beim ITRF96 sowohl die empirische Gewichtung des ITRF94 durch eine statistisch geschätzte Gewichtung ersetzt als auch eine Restriktion eines gleichen Geschwindigkeitsvektors bei kollokierten Sensoren eingeführt werden. Die Kollokation wird im ITRF96 durch die Einführung lokal gemessener Exzentrizitäten als zusätzliche Beobachtungen berücksichtigt.

### 2.5.2.2 Beurteilung

Die jährlich neu berechneten Referenzrahmen des IERS sind die besten derzeit verfügbaren, die zudem die Kriterien der IAU/IUGG-Resolutionen erfüllen. Es werden alle wichtigen geodätischen Raumverfahren benutzt. Durch

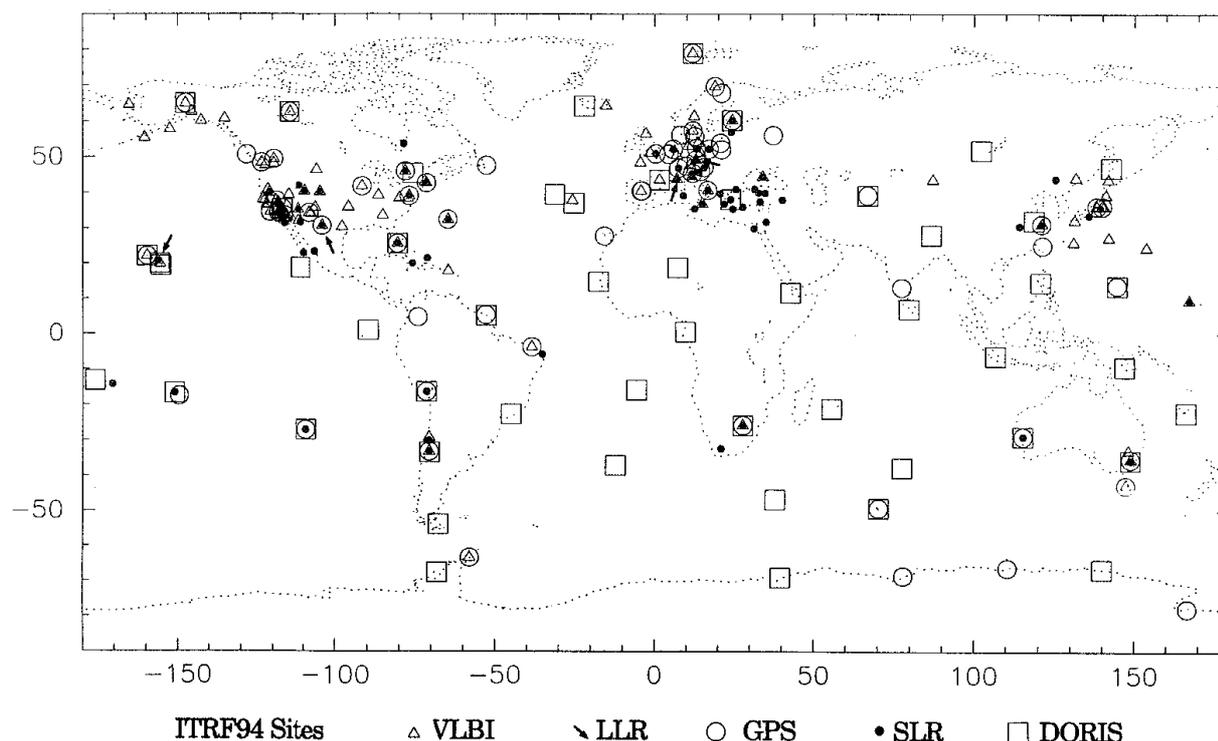


Abb. 2.13: Die Verteilung von Plattformen im ITRF94, ([12], S. 5). Auffällig ist die für ein globales Bezugssystem ungünstige ungleichmäßige Verteilung der Meßplattformen.

die Klassifizierung (ITRF94) bzw. die direkte Berücksichtigung lokal gemessener Exzentrizitäten (ITRF96) wird die Kollokation verschiedener Techniken aufgewertet und die lokale Einmessung der Plattformensoren zum wesentlichen Bestandteil im Konzept des globalen Bezugssystems erhoben.

Dennoch müssen noch einige Mängel genannt werden:

1. Die Punktverteilung ist noch nicht homogen. Von daher ergibt sich ein Bezugsrahmen mit großen unterrepräsentierten Regionen (Südhemisphäre, Ozeane) (s. Kap. 4.3).
2. Die im ITRF94 eingeführte Klassifizierung eliminierte 37 unklassifizierte Plattformen, die bereits in vorigen ITRF enthalten waren. Diese Plattformen sollten zumal in schwach vertretenen Regionen durch Meßbetrieb wiederbelebt werden. Die Hinzunahme neuer Meßplattformen im ITRF96 relativiert diese Kritik zum Teil.
3. Die Integration der verschiedenen Raumverfahren findet am Ende der Auswertekette statt. Ein integriertes Beobachtungskonzept und ein integriertes Auswertungsprogramm wird noch nicht benutzt. Allmählich können die einer Meßmethode innewohnenden Systematiken an kollokierten Meßplattformen erkannt werden.

### 2.5.3 Zielbestimmung

Es wurde oben zusammengestellt, welche globalen Bezugssysteme existieren und wie sie erzeugt werden. Es stellt sich die Frage, ob sie den Ansprüchen aus

- Theorie: *Physikalische Experimente bedürfen einer konsistenten Modellierung in der ART; und*
- Praxis: *Aufgrund der unzureichenden Modellierung des Systems Erde auf den Grundlagen der ART sind möglichst konsistente Annäherungen an die ART zu bewerkstelligen;*

Tab. 2.27: Die Verteilung der ITRF94-Plattformen auf kontinentale Platten. Für die nach IERS-Standard übrigen Platten: Karibik, Cocos, Arabien, Juan de Fuca, Rivera, Scotia lagen keine Daten vor.

Platte	Klasse A	Klasse B	Klasse C	Klasse Z	Summe
Eurasien	9	6	55	-	70
Nordamerika	7	7	39	4	57
Pazifik	2	5	19	-	26
Afrika	-	2	14	1	17
Südamerika	-	4	6	-	10
Nazca	-	1	-	-	1
Australien	-	2	4	-	6
Antarktis	-	1	7	1	9
Philippinen	-	-	2	-	2
Indien	-	-	1	-	1
Summe	18	28	147	6	199

gerecht werden und inwieweit Weiterentwicklungen notwendig sind.

Die Kritik an bestehenden Bezugssystemen richtet sich insbesondere gegen

1. die geometrische Verteilung der Träger der Bezugssysteme, sowohl extraterrestrisch im Referenzrahmen der Radioquellen, als auch terrestrisch im Referenzrahmen der Meßplattformen, die jeweils zuungunsten der südlichen Hemisphären ausfällt,
2. die geringe Anzahl von Kollokationen komplementärer Meßsysteme, die sowohl einen zälestischen als auch terrestrischen Bezug zum System Erde zu leisten vermögen,
3. die ausstehende Integration sämtlicher geodätischer Raumverfahren in einer in sich geschlossenen Modellbildung, die sowohl die Möglichkeit der Optimierung der Beobachtungspläne bietet, als auch die gemeinsame Auswertung unterschiedlicher Sensordaten ermöglicht.

Diesen Kritikpunkten kann durch Projekte auf verschiedenen Ebenen begegnet werden. In der relativistischen Modellbildung sind aber noch nicht alle Fragestellungen, insbesondere die der Modellierung der Erdrotation, zufriedenstellend gelöst. Die Empfehlungen der IAU, IUGG und IAG orientieren sich am Stand des bisher erreichten theoretischen Verständnisses und werden in den neueren Bezugssystemen berücksichtigt. Die Ablösung des FK5 durch den genaueren ICRF als Fundamentalbezugssystem ist ein richtiger Schritt. Weitere genauigkeitssteigernde Verbesserungen durch ein neues Nutationsmodell stehen auf der Theorieseite noch aus. Das dazu notwendige Datenmaterial könnte in einem gleichmaschigeren Netz von Meßplattformen erbracht werden.

Nach Abbildung 1.2 ergeben sich aus dem Wechselspiel von sich gegenseitig bedingenden Messungen und Systemmodellen entsprechende Projekte, um eine Zielvorgabe wie die Verbesserung der globalen Bezugssysteme zu erreichen. Im folgenden sollen die hierzu notwendigen, derzeit verfügbaren Meßmöglichkeiten vorgestellt werden.

## Kapitel 3

# Prinzipien der Geodätischen Meßverfahren

Für eine Beschreibung des Systems Erde in einer Hierarchie der Bezugssysteme sind Methoden erforderlich, mit denen globale Karten gemäß Tabelle 2.5 erstellt werden können. Für eine Koordinatengebung in Karten ist die Bestimmung von Raumzeitintervallen Voraussetzung, welche den Bezug zwischen raumzeitlichen Ereignissen und den an Plattformen vermarkten Bezugssystemen herstellen. Die hierzu benutzten Methoden sind geodätische Meßverfahren, deren Beobachtungsgrößen als Funktion der Koordinatengrößen (Kap. 2.3.4) formuliert werden können.

Die geodätischen Meßverfahren liefern systemtheoretisch betrachtet Beziehungen zwischen den Objekten der Trägermengen von Bezugssystemen (Kap. 1). Diese lassen sich mit dem Grundmuster der sozialen Kommunikation vergleichen. Der Kommunikationsvorgang wird durch vier Faktoren beschrieben:

1. Kommunikator	Quelle der Information
2. Aussage	Information
3. Medium	materieller Träger der Information
4. Rezipient	Empfänger der Information

Kommunikator und Rezipient bedienen sich ihres Zeichenvorrats zur En-/Decodierung der Aussage. Der Grad der Verständigung ist abhängig von der Größe des gemeinsamen Zeichenvorrats von Kommunikator und Rezipient, der Interpretation der jeweiligen Information (Abb. 3.1) und dem Einfluß von äußeren Störungen auf den Kommunikationsvorgang.

Wie im folgenden gezeigt werden wird, treten die auf Meßplattformen stationierten Geräte über den Meßvorgang in Kommunikation mit den Trägern von Bezugssystemen. Dabei ist die Zuordnung von Kommunikator und Rezipient vom jeweiligen Meßverfahren abhängig. Bei den geodätischen Raumverfahren sind elektromagnetische Wellen das Übertragungs-Medium, deren Aussage die Signalisierung von Ereignissen ist. Eine Messung gilt als erfolgreich, wenn der Gehalt des Signals durch besondere Methoden vor dem Einfluß äußerer Störungen ausreichend geschützt und damit die empfangene Aussage mit dem vorhandenen Zeichenvorrat dekodiert und interpretiert werden konnte.

Die Interpretation von Ereignissen empfangener Aussagen führt auf die lokale Koordinatengebung (Abb. 2.1). Durch die Festlegung der Lichtgeschwindigkeit (Def. 2.3.8) und der Definition der Zeit (Def. 2.3.9) kommt einer präzisen Zeithaltung an lokalen Meßplattformen die maßgebende Bedeutung für Messungen in der Raumzeit zu. Der Zusammenhang zwischen Zeitintervallen und Raumintervallen kommt in der ersten Fundamentalform (2.7) zum Ausdruck. Daraus folgt, daß geodätische Meßverfahren die Bestimmung von Raum-Zeit-Intervallen leisten müssen.

Für die Herstellung globaler Bezugssysteme sind unter Berücksichtigung der geodynamischen Phänomene (Abb. 2.3) die nachfolgend genannten Meßverfahren bedeutsam

- unter dem maßgebenden Aspekt:

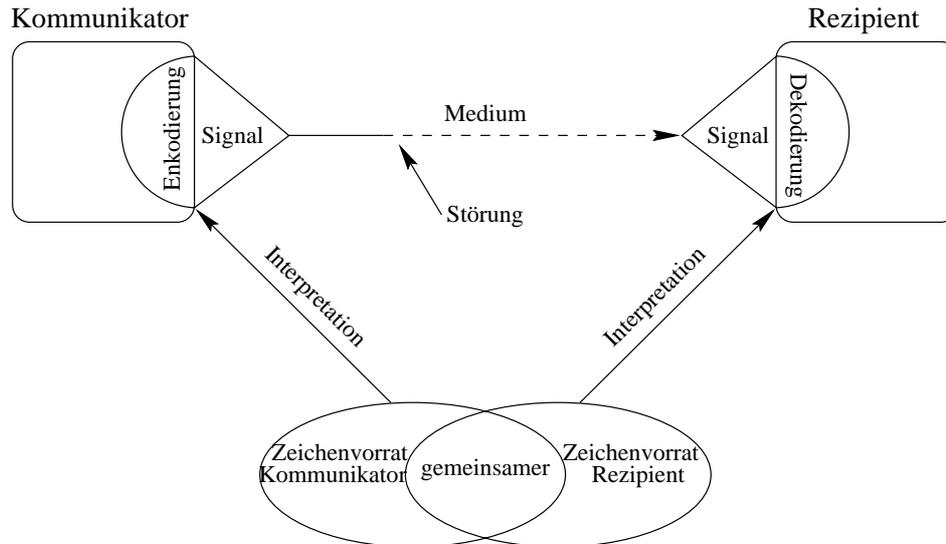


Abb. 3.1: Schema der sozialen Kommunikation, ([119], S. 383). Störungen können sowohl bei der En- bzw. Dekodierung des Signals als auch bei der Übertragung auftreten. Eine erfolgreiche Verständigung ist abhängig vom gemeinsamen Zeichenvorrat und einer ausreichenden Dekodierung der Nachricht.

- Zeithaltung (Kap. 3.1).
- unter dem extraterrestrischen Aspekt:
  - Langbasisinterferometrie nach Radioquellen (Kap. 3.2), im weiteren als *Very Long Baseline Interferometry (VLBI)* bezeichnet,
  - Laserentfernungsmessungen zum Mond und den Satelliten (Kap. 3.3), im weiteren als *Lunar Laser Ranging (LLR)* bzw. *Satellite Laser Ranging (SLR)* bezeichnet,
  - satellitengestützte Mikrowellenverfahren (Kap. 3.4), wie das
    - \* *Global Positioning System (GPS)*,
    - \* *Doppler Orbitography and Radiolocation Integrated by Satellite System (DORIS)*,
    - \* *Precise Range and Range-Rate Equipment (PRARE)*;
- unter dem terrestrischen Aspekt:
  - Gravimetrie (Kap. 3.5),
  - Pegel (Kap. 3.6),
  - Meteorologie (Kap. 3.7),
  - Seismographie (Kap. 3.8),
  - lokale Einmessung der Sensoren einer Plattform (Kap. 3.9);

Alle hier genannten Meßverfahren sind in ihrem Zusammenwirken für die Einrichtung und Laufendhaltung globaler Bezugssysteme unverzichtbar. In den folgenden Kapiteln werden die Prinzipien dieser Meßverfahren vorgestellt. Exemplarisch wird das Meßverfahren der VLBI detailliert erläutert.

## 3.1 Zeithaltung

Eine präzise Zeit- und Frequenzhaltung an den Meßplattformen ist die Grundlage aller geodätischen Messungen. Die Zeit wird von Uhren abgelesen. Eine Uhr besteht aus einem Oszillator, an dem ein Zähler zur Registrierung der Schwingungsperioden angeschlossen ist. Wenn von Zeithaltung die Rede ist, ist damit immer die Frequenzhaltung und die Möglichkeit der Periodenzählung gemeint.

Nach Abbildung 3.1 ist die folgende Zuordnung (Beispiele in Klammern) möglich:

Kommunikator	Uhr	Frequenznormal
Aussage	Zeit (05 : 34 : 17 UT)	Frequenz (5 Mhz)
Medium	elek.-magn. Wellen (visuelle Ablesung)	elek.-magn. Wellen (Kabel)
Rezipient	Mensch, Maschine	Maschine

Der Zeichenvorrat besteht im Falle einer Digitaluhr aus der Anzahl der gezählten Schwingungen, die als Ziffern kodiert sind. Der Mensch als Rezipient, der über den Zeichenvorrat der Ziffern verfügt und weiß, daß es sich bei der Ziffernfolge um eine Uhrzeit handelt, kann diese richtig interpretieren. Eine Maschine als Rezipient wird Zeitinformationen z.B. als kodierten Bitstrom empfangen, der nur dann sinnvoll weiterverarbeitet werden kann, wenn Kommunikator und Rezipient über die gleiche Binärkodierung verfügen.

Frequenznormale kommunizieren eine Frequenz, die der Rezipient genau dann entschlüsseln kann, wenn er auf diese abgestimmt ist (gemeinsamer Zeichenvorrat).

Die Beurteilung über die zeitliche Stabilität von Frequenznormalen erfolgt mit Kalibratoren, die möglichst eine höhere Genauigkeitsstufe als das Testnormal aufweisen sollten. Mit den Atomfrequenznormalen werden höchste Genauigkeitsklassen erreicht, deren Güte mittels statistischer Methoden ermittelt werden kann.

In der terrestrischen und satellitengestützten Zeithaltung werden

- langzeitstabile Cäsium- oder Rubidium-Frequenznormale,
- kurzzeitstabile Wasserstoff-Maser,

eingesetzt. Das Prinzip der Frequenzstandards beruht auf der Ausnutzung von Übergangsfrequenzen zwischen atomaren Energieniveaus. Es werden drei Anforderungen an Frequenznormale gestellt ([58], S. 388):

- Übergangsfrequenzen  $\nu$  im GHz-Mikrowellenbereich,
- kleine relative spektrale Linienbreite  $\delta\nu/\nu$ ,
- möglichst einfache Realisierbarkeit der Resonanzapparatur,

auf die in den Unterabschnitten noch eingegangen wird.

### 3.1.1 Parameter in der Zeit- und Frequenzhaltung

In der Zeit- und Frequenzhaltung werden zwei Konzepte von *Genauigkeit* und *Stabilität* unterschieden (Tab. 3.1). Zur Charakterisierung der Genauigkeit und Stabilität sind weitere Begriffe einzuführen, die in Tabelle 3.2 definiert werden.

Die Bestimmung der Frequenzstabilität erfordert die Einmessung der Frequenzen aufeinander. Für geodätische Zwecke ist der in Abbildung 3.2 gezeigte Meßaufbau ausreichend.

Aus den Referenz- und Testfrequenzen lassen sich jeweils Pulssignale, z.B. 1pps, generieren, die als Start- und Stoppsignal auf einem Zeitintervallzähler eingemessen werden. Die Messungen  $x_n$  lassen sich in unterschiedlich langen Intervallepochen  $\tau$  auswerten und somit bezüglich ihres Stabilitätsverhaltens beurteilen. Bei der Interpretation der Meßergebnisse bestimmen die zufälligen Phasen- und Frequenzmodulationen und systematische Driften die Güte des jeweiligen Testnormals bezogen auf das Referenznormal.

Tab. 3.1: Konzepte von Genauigkeit und Stabilität bei Atomuhren [144].

Genauigkeit	Stabilität
“Adhering closely to a Standard”	“Resistance to Change”
Kenntnis der systematischen Frequenzoffsets	abhängig vom gemessenen Zeitintervall
hohe Übergangsfrequenz der Hyperfeinstruktur	statistisches Konzept, das über die Allan-Varianz definiert wird
Umgebungsstörungen haben nur kleine Effekte	geringes Rauschen in der Frequenzbandbreite des atomaren Übergangs und in den Signal tragenden Systemen

Tab. 3.2: Begriffe der Zeithaltung.

Begriff	Definition
Genauigkeit	Übereinstimmungsgrad zwischen Meßergebnis und dem fehlerbefreiten Wert der Meßgröße.
Fehler	Meßergebnis minus meßfehlerfreier Wert.
Frequenzinstabilität	Frequenzveränderungen innerhalb eines Intervalls $\tau$ verglichen mit einer anderen Frequenz. Systematische Frequenzdrift und stochastische Frequenzfluktuationen werden unterschieden.
Präzision	Zufällige Unsicherheit eines Meßwerts, die durch die Standardabweichung ausgedrückt wird.
Synchronisation	Uhrzeiten sind synchronisiert, wenn bei den Ablesungen die unterschiedlichen Bezugssysteme und relativistische Effekte berücksichtigt wurden und sich der gleiche Wert ergibt. (Beachte Kap. 2.3.4.1.)
Syntonisation	Urgänge bzw. Oszillatorfrequenzen sind in Syntonisation, wenn die Gangraten nach Berücksichtigung von unterschiedlichen Bezugssystemen und relativistischen Effekten gleich sind.

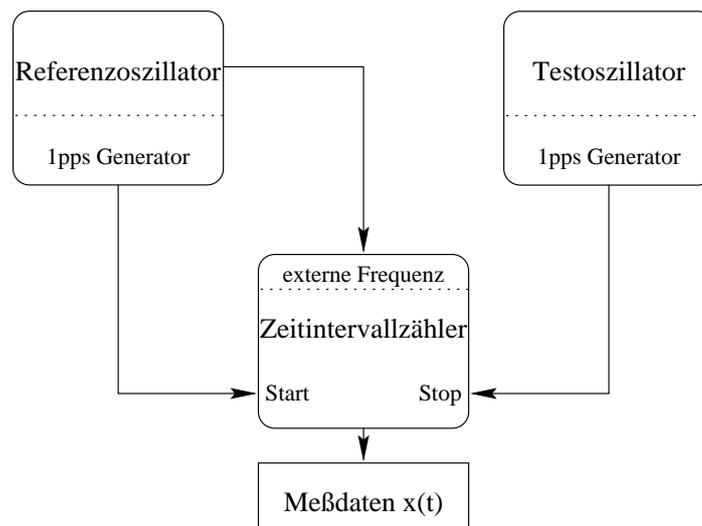


Abb. 3.2: Meßanordnung zur Bestimmung des Zeitfehlers nach ([110], S. 46). Der Intervallzähler nutzt die hochstabile Referenzfrequenz durch Phasenkopplung seines internen Oszillators.

Die Frequenzabweichung kann dann für das von  $x_n$  nach  $x_{n+1}$  reichende Intervall  $\tau$  angegeben werden durch

$$y_n = \frac{x_{n+1} - x_n}{\tau}$$

$$= \frac{\Delta x_n}{\tau} \quad . \quad (3.1)$$

Für das sich anschließende Intervall folgt dann

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= \frac{x_{n+2} - x_{n+1}}{\tau} \\ &= \frac{\Delta x_{n+1}}{\tau} \quad . \end{aligned} \quad (3.2)$$

Die Frequenzablage zwischen den beiden Intervallen  $y_n, y_{n+1}$  ergibt den *two-sample*-Mittelwert in Analogie zu (3.1), (3.2) zu

$$\begin{aligned} \Delta y_n &= y_{n+1} - y_n \\ &= \frac{\Delta^2 x_n}{\tau} = \frac{x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n}{\tau} \quad , \end{aligned} \quad (3.3)$$

wobei die Potenz 2 beim  $\Delta$  die zweite Differenzbildung anzeigt und nicht die Quadrierung. Die zugehörige *two-sample*-Varianz heißt **Allan-Varianz** und lautet

$$\begin{aligned} \sigma_{y_{AVAR}}^2(\tau) &:= \frac{1}{2\tau^2} \langle (\Delta^2 x)^2 \rangle \\ &= \frac{1}{2} \langle (\Delta y)^2 \rangle \quad . \end{aligned} \quad (3.4)$$

Die  $\langle \rangle$ -Klammern bedeuten eine Zeitmittelbildung über unendlich viele Intervalle, um auf die wahre Varianz zu kommen. Für eine endliche Anzahl  $N$  von Werten zur Mittelbildung erhält man hingegen die geschätzte Allan-Varianz:

$$\hat{\sigma}_{y_{AVAR}}^2(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} (y_{k+i} - y_{k+i-1})^2 \quad . \quad (3.5)$$

Als Ursache für Abweichungen der Einzelmessungen lassen sich Rauschprozesse bei den Oszillatoren und den elektronischen Komponenten angeben. Die Rauschprozesse lassen sich in fünf Arten einteilen ([110], S. 59) und sind in Tabelle 3.3 angegeben.

Tab. 3.3: Rauschtypen in Frequenzhaltung.

Art	Ursache
1. <i>white phase noise</i>	Weißes Phasenrauschen, durch additives Rauschen elektronischer Komponenten.
2. <i>flicker phase noise</i>	Funkeffektrauschen der Phase, durch elektronische Komponenten.
3. <i>white noise</i>	Weißes Rauschen der Frequenz, durch Schrotrauschen der Atomstrahlapparatur.
4. <i>flicker noise</i>	Funkelrauschen der Frequenz, durch Schwankungen der Netzgeräte oder im Magnetfeld des Resonators.
5. <i>random walk</i>	Zufällige Frequenzmodulation.

Die Allan-Varianz konvergiert für ein konstantes Zeitintervall  $\tau$  beim Vorhandensein aller fünf Rauschtypen. Dieses ist ein Vorteil gegenüber der gewöhnlichen Varianz, die bei den beiden letzten Rauschtypen nicht konvergent ist. Die Allan-Varianz zeigt aber bezüglich der Phasenmodulationen (1., 2.) eine Abhängigkeit vom Mittelbildungsintervall  $\tau$ . Dieser Mangel wurde mit der **Modifizierten Allan-Varianz** behoben ([2], S. 59). Sie erhält man, indem in (3.3) anstelle der Einzelablesungen  $x_{n+2}, x_{n+1}, x_n$  die Mittelwerte  $\bar{x}_{n+2}, \bar{x}_{n+1}, \bar{x}_n$  aufeinanderfolgender Intervallfenster benutzt werden. Es folgt

$$\sigma_{y_{MVAR}}^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2} \langle (\Delta^2 \bar{x})^2 \rangle \quad . \quad (3.6)$$

Änderungen in den Umgebungsbedingungen können z.B. Tagesgänge verursachen, die sich leicht im Spektralbereich erkennen lassen. Die Allan-Varianz hat wie jede Zeitfunktion eine Übertragungsfunktion in den Spektralbereich. Sie lautet

$$\sigma_{y_{AVAR}}^2(\tau) = 2 \int_0^{\nu_g} S_y(\nu) \frac{\sin^4(\pi\nu\tau)}{(\pi\nu\tau)^2} d\nu, \quad (3.7)$$

wobei  $\nu_g$  die Grenzfrequenz des jeweiligen Meßsystems ist.

Einen Vergleich unterschiedlicher Uhren hinsichtlich ihrer Zeithaltungsfähigkeit als Funktion der Zeit seit Synchronisation und Syntonisation zeigt Abbildung 3.3.

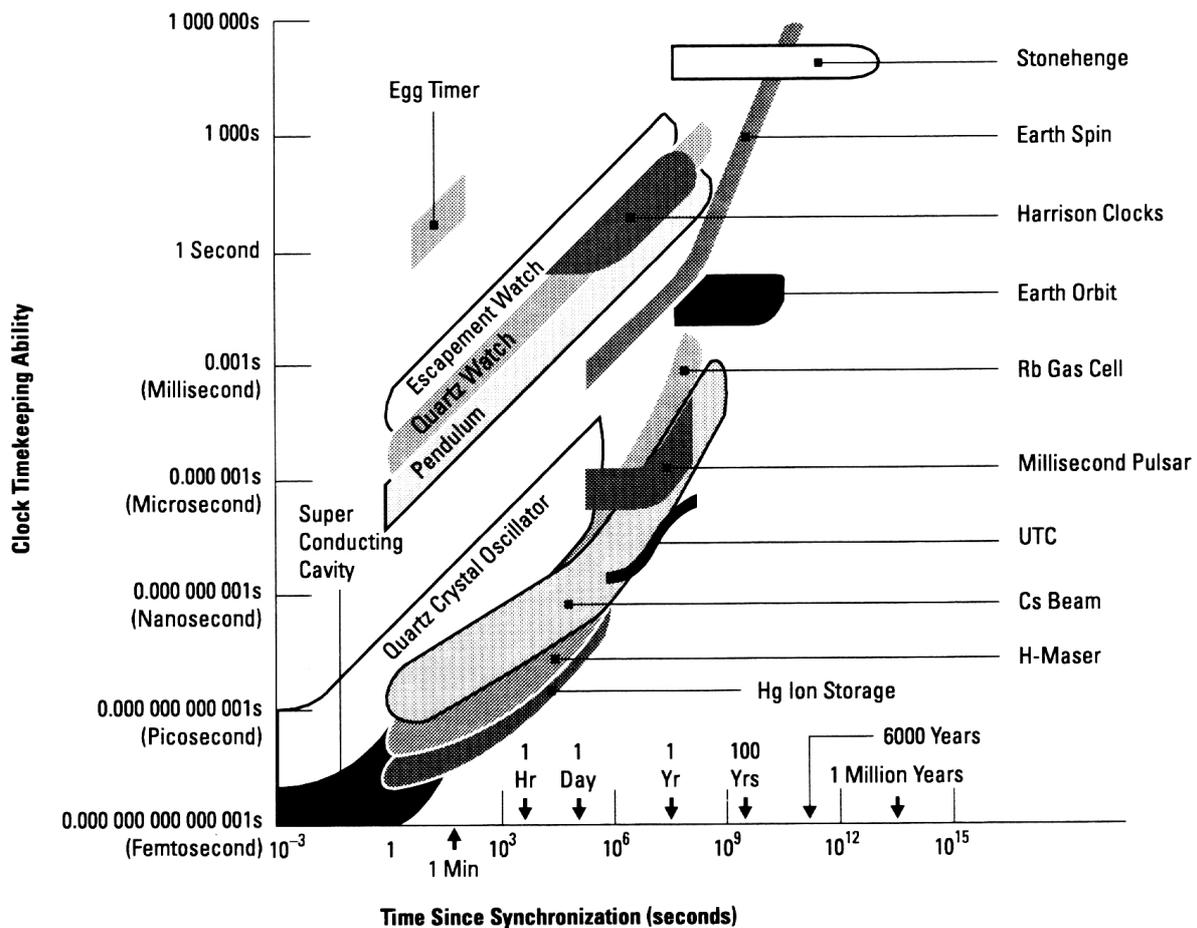


Abb. 3.3: Zeithaltungsfähigkeit verschiedener Uhren als Funktion der Zeit seit Synchronisation und Syntonisation ([2], S. 35). Cäsium (Cs Beam) und H-Maser werden für die geodätischen Raumverfahren benötigt.

### 3.1.2 Cäsium-Frequenznormal

Im Grundzustand des <sup>133</sup>Cs-Atoms liegt folgende Elektronenkonfiguration vor

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s^1 \quad (3.8)$$

Damit gibt es neben den inneren abgeschlossenen Teilschalen nur *ein* 6s-Valenzelektron, welches ausschließlich das magnetische Moment des Spins besitzt und von Bahndrehimpuls und magnetischem Moment frei ist. Die Quantenzahl des Hüllendrehimpulses ist  $J = 1/2$ . Es gibt somit keine Spin-Bahn-Kopplung, so daß es im

Grundzustand des  $^{133}\text{Cs}$  keine Feinstruktur gibt. Die beiden allein möglichen Gesamtdrehimpuls-Quantenzahlen

$$\begin{aligned} F_1 &= 3 \\ F_2 &= 4 \end{aligned}$$

bestimmen die einzige Hyperfein-Übergangsfrequenz

$$\nu = 9.192631770 \text{ GHz} \quad , \quad (3.9)$$

wobei der Übergang relativ unempfindlich gegen äußere Einflüsse wie elektrischen oder magnetischen Feldern ist.

Das Cäsium-Frequenznormal besteht aus einer Atomstrahlquelle, zwei betragsmäßig gleichen, entgegengerichteten, inhomogenen Magnetfeldern, die ein homogenes Magnetfeld mit einem Hohlraumresonator einschließen und schließlich einem Detektor (s. Abb. 3.4).

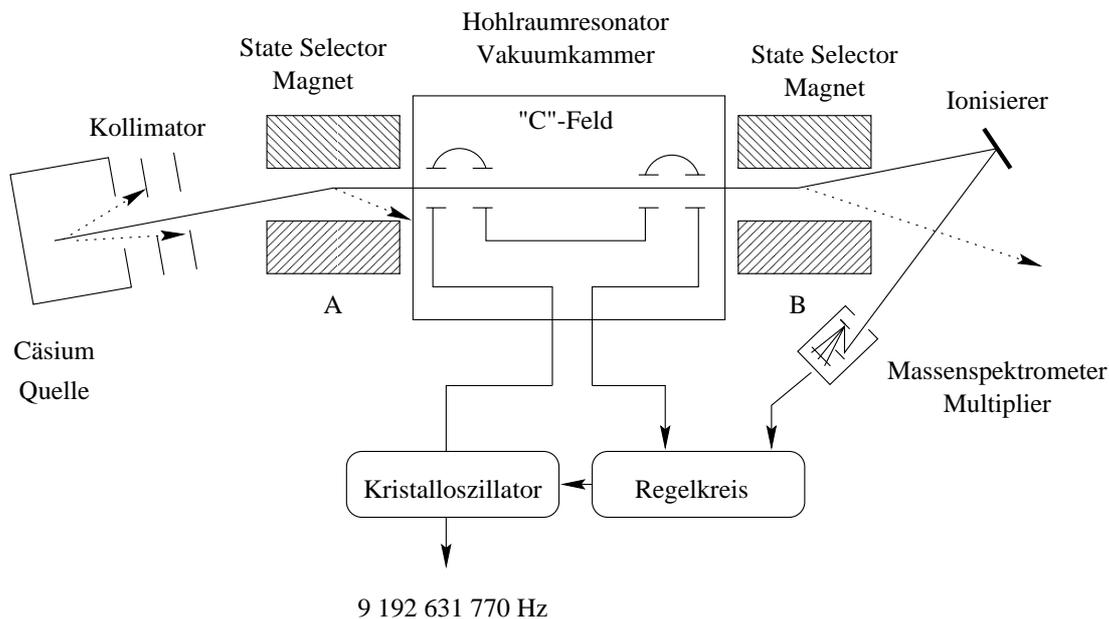


Abb. 3.4: Prinzip eines Cäsiumfrequenznormal.

Aus der Quelle austretende Atome in den  $F_1 = 3$  Subleveln und  $F_2 = 4$  mit Sublevel  $-4$  werden durch ein erstes inhomogenes Magnetfeld (A) gebündelt und in den Hohlraumresonator eingeleitet. Die austretenden Atome in den übrigen  $F_2 = 4$  Subleveln werden aus dem Hauptstrahl abgelenkt. Im justierbaren Hohlraumresonator werden die Atome angeregt.  $F_1 = 3$  Atome absorbieren die Anregungsenergie des angelegten Mikrowellenfeldes, in dem sie im Resonanzfall in den höheren Energiezustand  $F_2 = 4$  übergehen. Ein zum ersten Magnetfeld (A) entgegengesetztes Magnetfeld (B) saugt die angeregten Atome ab. Der Strahl trifft auf einen erhitzten Draht, der die Atome ionisiert. Der Detektor filtert mit einem Massenspektrometer unerwünschte Frequenzen weg, so daß ein reines Cäsiumsignal durch einen mehrstufigen Elektronenervielfacher (Multiplier) verstärkt werden kann. Der Signalstrom wird verstärkt und dient in einem Regelkreis zur Steuerung des spannungskontrollierten Kristalloszillators für die Anregungsfrequenz im Hohlraumresonator.

### 3.1.3 Wasserstoff-Maser-Frequenznormal

Das Wasserstoffatom  $H$  hat im Grundzustand nur ein Elektron und damit die Konfiguration

$$1s \quad . \quad (3.10)$$

Die beiden Hyperfeinniveaus mit den Gesamtdrehimpuls-Quantenzahlen

$$\begin{aligned} F_1 &= 0 \\ F_2 &= 1 \end{aligned}$$

ergeben die Hyperfein-Übergangsfrequenz

$$\nu = 1420.40575178 \text{ MHz} \quad . \quad (3.11)$$

Der Wasserstoff-Maser besteht aus einer molekularen  $H_2$ -Quelle, einem Hochfrequenzofen, einem starken inhomogenen Magnetfeld und einer hochevakuierten teflonbeschichteten Quarzröhre in einem Hohlraumresonator.

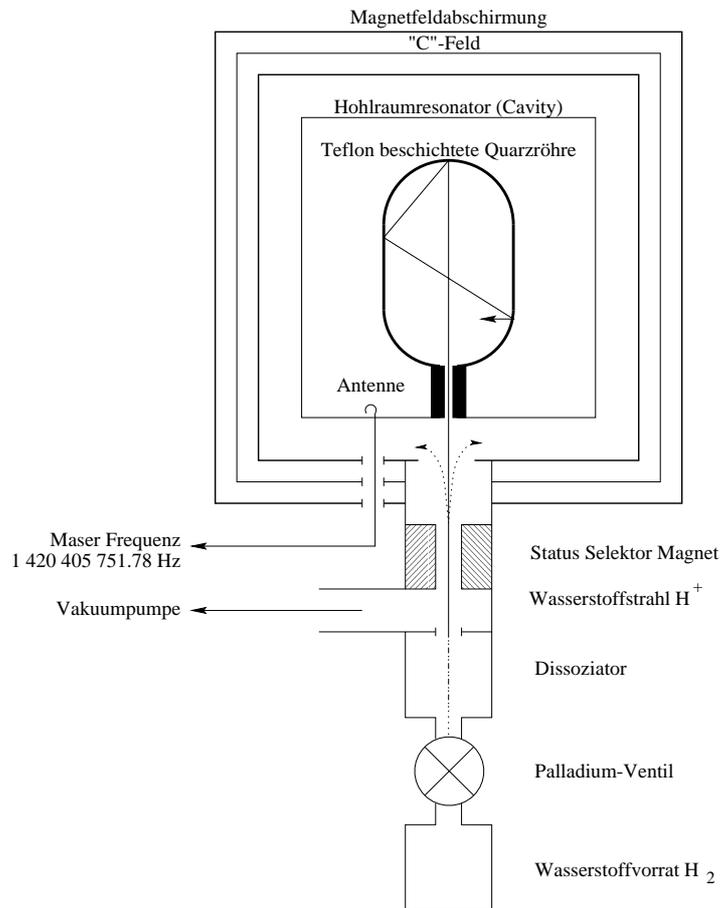


Abb. 3.5: Prinzip eines Wasserstoff-Masers.

Aus der  $H_2$ -Vorratsflasche treten  $H_2$ -Moleküle durch ein Palladium-Ventil aus, die im Dissoziator mittels Hochfrequenzentladung zu atomaren  $H^+$ -Ionen gemacht werden. Das inhomogene Magnetfeld lenkt die Atome im niedrigen Energiestatus  $F_1 = 0$  ab, so daß nur der  $F_2$ -Atomstrahl, die mit Teflon beschichtete Quarzröhre erreicht. In der Quarzröhre kollidiert das Atom etwa  $10^5$ -mal mit dem Teflon und wird dabei nur geringfügig geschwächt. Die Lebensdauer eines  $F_2$  angeregten  $H^+$ -Atoms kann Werte bis zu einer Sekunde annehmen. Während dieser relativ langen Verweildauer treten spontane Übergänge

$$F_2 \longrightarrow F_1 \quad (3.12)$$

in das niedrigere Energieniveau auf, wobei ein Photon mit der Wasserstofffrequenz (3.11) abgegeben wird. Aus dem Resonator wird eine geringe Menge Energie mit einer Antenne ausgekoppelt und zum Aufbau eines Regelkreises zur Abstimmung des Resonators benutzt. Über eine Signalverarbeitung im Regelkreis wird eine phasengekoppelte Normalfrequenz, z.B.  $\nu_{ref} = 5 \text{ MHz}$ , aus der Wasserstofffrequenz abgeleitet.

Wasserstoff-Maser sind empfindlich für Temperaturschwankungen und Erdmagnetfeldeinflüsse. Deshalb werden Spulen zur Magnetfeldabschirmung und ein Hochvakuumsystem zur thermischen Isolierung eingesetzt.

## 3.2 VLBI

Das Meßprinzip der VLBI beruht auf einem Aufbau eines Interferometers mittels räumlich getrennter Radioteleskope. Im Sinne der Kommunikationstheorie (Abb. 3.1) kommunizieren die Radioteleskope als Rezipienten gleichzeitig über die Radioquellen als Kommunikatoren. Als Information dient die enkodierte Kohärenz der elektromagnetischen Strahlung der Radioquelle (Abb. 3.6).

Sofern die Radioquelle raumzeitlich entfernt genug ist, kann eine emittierte Wellenfront beim Erreichen des Erdraumes als eben angesehen werden, die aber zu unterschiedlichen Ankunftszeiten die Meßplattformen erreicht. Auf dem Signalweg treten Störungen insbesondere durch ionosphärische und atmosphärische Einflüsse auf. Die Signalstruktur wird zusätzlich durch unterschiedliche Relativgeschwindigkeiten der Meßplattformen bezüglich der Radioquelle mit Dopplereffekten überlagert.

Unterstellt man eine an allen Meßplattformen gültige Koordinatenzeit, läßt sich aus den jeweiligen Differenzen der Ankunftszeiten ein *Delay*<sup>1</sup> des Signals der Radioquelle angeben. Über die große Entfernung der Meßplattformen ist die Synchronisation der Meßplattformen nicht möglich, so daß die Empfangssignale so umgesetzt werden müssen, daß sie mit der lokalen Zeitinformation enkodiert und temporär aufgezeichnet werden können. Bei Signalumsetzung und Aufzeichnung treten ein weiteres Mal Signalverluste auf, die sich als zusätzliches, lokal generiertes Rauschen interpretieren lassen.

Die Meßplattformen ihrerseits treten als Kommunikatoren in Erscheinung, indem sie die umgesetzten und aufgezeichneten Signale der Radioquelle zum Korrelator als Rezipienten kommunizieren. Der Kommunikationsprozeß wird durch die Korrelation geschlossen. Dort wird die Ursache des Delays, nämlich die räumliche und zeitliche Trennung der Meßplattformen, rechnerisch rückgängig gemacht. Der Zeichenvorrat der Radioquelle umfaßt weißes Rauschen mit einem endlichen Kohärenzvolumen. Die räumliche und zeitliche Kohärenz ist die enkodierte Information der Radioquelle. In der Signalumsetzung an den Meßplattformen bleibt sie im wesentlichen erhalten, so daß die Kohärenz den gemeinsamen Zeichenvorrat von Radioquelle und Korrelator darstellt. Die Dekodierung der Kohärenzinformation erfolgt mit der Kreuzkorrelation der Datenströme von den Meßplattformen. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

Die primäre Observable der geodätischen VLBI ist der aus der zeitlichen Kohärenz folgende Delay. Aus der Beobachtungsgleichung für den Delay können die geodätisch interessierenden Größen wie Basislinien, Stationskoordinaten, Quellenkoordinaten, Erdrotationsparameter gewonnen werden.

Ist  $T$  die Zeitdifferenz zweier Signale und  $B$  die spektrale Bandbreite, lautet die zeitliche Kohärenzbedingung

$$T < \frac{1}{B} \quad . \quad (3.13)$$

Die zeitliche Kohärenzbedingung läßt sich durch instrumentelle Maßnahmen erfüllen.

In der radioastronomischen VLBI wird die räumliche Kohärenz der Radiostrahlung ausgenutzt. Ist  $\sigma$  die Winkelauflösung,  $U$  die projizierte Basislinie (Abb. 3.7) und  $\lambda$  die beobachtete Wellenlänge, folgt die räumliche Kohärenzbedingung zu

$$\sigma < \frac{\lambda}{U} \quad . \quad (3.14)$$

Die räumliche Kohärenzbedingung erlaubt die Ermittlung der Helligkeitsverteilung bei ausgedehnten Quellen. Die Kohärenzbedingung für punktförmige Quellen lautet

$$\sigma \ll \frac{\lambda}{U} \quad . \quad (3.15)$$

Nach Rogers [108] lassen sich in der VLBI Delays im Bereich von  $10^{-10}$  bis  $10^{-12}$ s technisch auflösen. Daraus ergibt sich die Forderung an die Modellbildung, die Delays auf dem Genauigkeitsniveau von  $1ps$  angeben zu können, womit die Modellbildung auf den Ergebnissen der Allgemeinen Relativitätstheorie aufzubauen hat.

Eine allgemein-relativistische Modellbildung der VLBI muß folgende Sachverhalte berücksichtigen:

<sup>1</sup> *Delay* ist wörtlich übersetzt 'Verzögerung'. Im deutschen Sprachgebrauch wird im Zusammenhang mit VLBI zumeist von Laufzeit*differenzen* gesprochen, was rückübersetzt jedoch durch 'time differences' ausgedrückt werden müßte. Um Fehlinterpretationen zu vermeiden, werden im folgenden die englischen Ausdrücke *Delay* für die Laufzeitdifferenz und *Delay Rate* für die Drift der Laufzeitdifferenz verwendet.

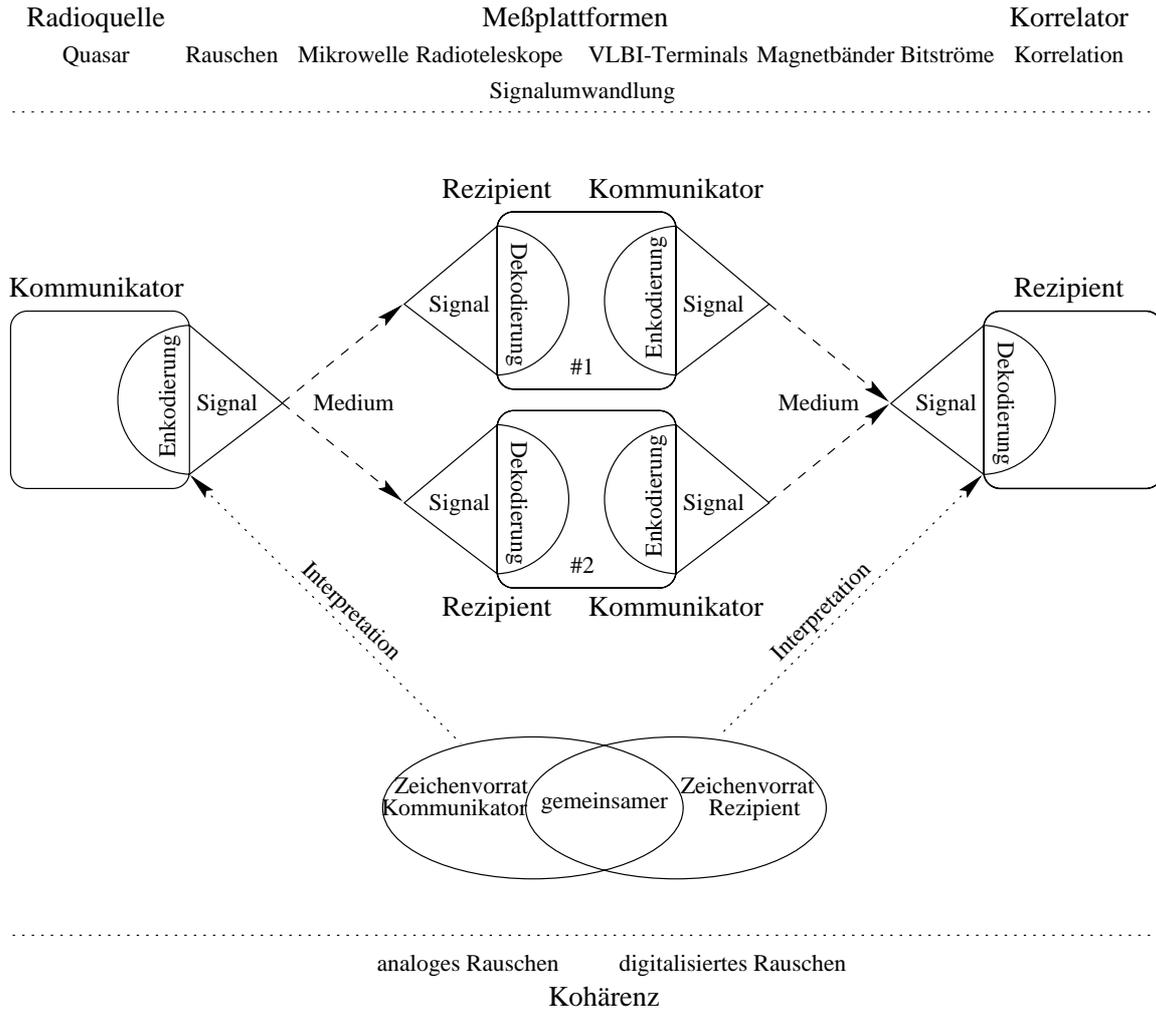


Abb. 3.6: Radiointerferometrie als zweistufige Kommunikation in einem Kommunikationsmodell. Der gemeinsame Zeichenvorrat rekrutiert sich aus der Kohärenzbedingung als Grundlage der Interferometrie. Die gestrichelten Linien bei der Signalübermittlung bedeuten, daß Signalverluste durch Störungen auftreten (vgl. Abb. 3.1). Die Zeitachse verläuft von links nach rechts.

1. Die Radioquellen und die Meßplattformen vermarken innerhalb der Hierarchie der Bezugssysteme unterschiedliche Bezugssysteme.
2. Die Meßplattformen befinden sich auf der rotierenden und gravitierenden Erde.
3. An den Meßplattformen stationierte Uhren liefern Eigenzeit.
4. Die Ausbreitungsbedingungen elektromagnetischer Strahlung an räumlich voneinander getrennten Meßplattformen sind verschieden.

VLBI-Beobachtungen werden gewöhnlich in einem Netz von  $n$  Meßplattformen durchgeführt. Der Delay ist für jedes der  $n(n - 1)/2$  möglichen Plattformpaare unterschiedlich. Abbildung 3.7 skizziert ein Radiointerferometer aus zwei willkürlich ausgewählten Radioteleskopen. Da wegen des großen räumlichen Abstandes der Radioteleskope von etwa  $1000 - 10000\text{km}$  eine Synchronisation der Zeitnormale an den Meßplattformen unmöglich ist, muß die empfangene Quasarstrahlung an den Radioteleskopen digitalisiert und mit Zeitmarken versehen aufgezeichnet werden. Die Anforderung an die Zeithaltung für eine 10-minütige Beobachtung einer Radioquelle bestimmt sich aus der Abschätzung:

$$\text{geforderte Stabilität} = \frac{\text{Genauigkeit der Basislinie}}{\text{Lichtgeschwindigkeit}} \cdot \frac{1}{\text{Beobachtungsdauer eines Quasars}} = \frac{2\text{mm}}{3 \cdot 10^{11} \frac{\text{mm}}{\text{s}}} \cdot \frac{1}{600\text{s}} = 1 \cdot 10^{-14} \quad (3.16)$$

Während eines 24-stündigen VLBI-Experiments, in dem eine Vielzahl von Radioquellen sequentiell für wenige Minuten beobachtet werden, ist zusätzlich auch eine hohe Zeitstabilität im Tagesverhalten gefordert. Diesen hohen Anforderungen werden bislang nur Wasserstoff-Maser an den Meßplattformen gerecht.

Die technische Realisierung eines Very Long Baseline Interferometers steht somit vor folgenden Herausforderungen:

1. Das "Signal" besteht aus sehr schwachem weißen Rauschen.
2. Die Stabilität in Zeit- und Frequenzhaltung an den Meßplattformen muß für die Beobachtungsdauer einer Quelle bei  $10^{-14}$  liegen.
3. Für ein signifikantes Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) muß die beobachtete spektrale Bandbreite groß sein.
4. Die Datenströme müssen von den Meßplattformen aus einen Korrelator erreichen.

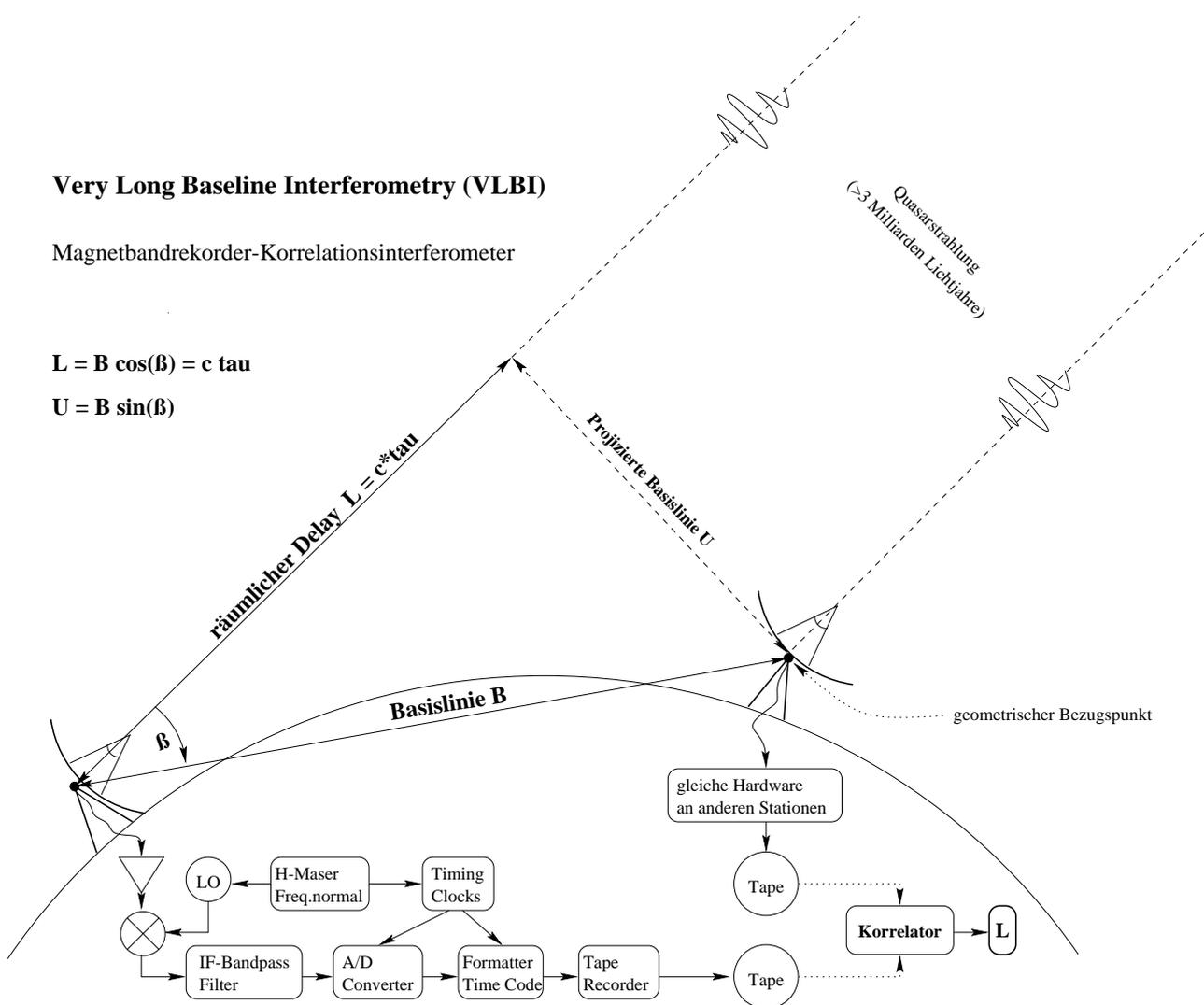


Abb. 3.7: Meßprinzip der Very Long Baseline Interferometry am Beispiel zweier Radioteleskope.

Die aufgezeichneten Datenströme der verschiedenen Stationen werden nach ihrem Transport zu einem Korrelator nachträglich gekreuzkorreliert. Die Überlagerung wird durch eine Integration jeweils zweier miteinander multiplizierten Signalströme erreicht. In Abhängigkeit der jeweiligen Phasenlage ergeben sich Verstärkung oder Abschwächung der Amplitude. Durch die rotierende Erde wird die Phasenlage nicht-linear geändert. Es zeigen sich bei guter Vorsynchronisation Interferenzstreifen, die durch die zeitvariable Beobachtungsgeometrie mit einer sich langsam verändernden Frequenz auftreten. Am Interferometerausgang liegen somit für diskrete Zeitpunkte die Phase und die Amplitude der Interferenzstreifen vor.

Die Streifenphase  $\Phi$  (*fringe phase*) resultiert aus der Phasendifferenz der Ankunftssignale an zwei Stationen. Sie kann nach [154], (6.1), bzw. [20], (1-13), unter idealen Bedingungen als Funktion der beobachteten Kreisfrequenz  $\omega$  und des Delays  $\tau$  angegeben werden als

$$\Phi(\omega, t) = \omega \tau(t) + 2\pi N \quad (3.17)$$

$$= 2\pi\nu \tau(t) + 2\pi N \quad (3.18)$$

$$= 2\pi\nu \frac{b}{\lambda} \cos(\beta(t)) + 2\pi N \quad , \quad (3.19)$$

wobei  $\nu$  die Beobachtungsfrequenz,  $\lambda$  die Wellenlänge,  $\beta$  der in Abbildung 3.7 dargestellte Winkel,  $b$  die Basislänge und  $N$  die unbekannte Anzahl ganzer Wellenlängen ist. Die Streifenphase ist somit mehrdeutig. Ziel der geodätischen VLBI ist nun die Bestimmung des eindeutigen (Gruppen-)Delay  $\tau$  (*(group) delay*), den man durch Ableitung von  $\Phi$  nach der Kreisfrequenz  $\omega$  erhält:

$$\tau(t) = \frac{\partial \Phi(\omega, t)}{\partial \omega} \quad (3.20)$$

Die Ableitung der Streifenphase nach der Zeit ergibt die Streifenfrequenz  $f$  (*fringe rate*):

$$f(t) = \frac{\partial \Phi(\omega, t)}{\partial t} \quad (3.21)$$

$$= \omega \dot{\tau}(t) \quad (3.22)$$

$$\text{mit (3.19)} \quad = -\nu \frac{b}{\lambda} \sin(\beta(t)) \dot{\beta} \quad (3.23)$$

Die Delay Rate  $\dot{\tau}$  (*phase-delay rate*) wird über die Division von (3.21) mit der beobachteten Kreisfrequenz  $\omega$  erhalten, womit sie ebenfalls eindeutig ist.

Für die Geodäsie sind insbesondere die eindeutigen Größen  $\tau$ ,  $\dot{\tau}$  bedeutsam, wobei letztere aus einer gut bestimmbareren äquatorialen und einer wesentlich ungenauer bestimmbareren meridialen Komponente besteht, die sich nicht durch die Erhöhung der Bandbreite verbessern läßt. Deshalb spielt die Delay Rate  $\dot{\tau}$  in der geodätischen VLBI bisher eine geringere Rolle. Im anschließenden Abschnitt 3.2.1 wird deshalb nur auf den Delay eingegangen.

Der Korrelationsprozeß wird in Kapitel 3.2.2.3 erläutert.

Das Meßverfahren der VLBI wurde ursprünglich von Radioastronomen entwickelt und findet wegen seiner hohen Winkelauflösung bezüglich der Radioquellen vor allem Anwendung bei astronomischen Studien, bei denen die räumliche Ausdehnung und Intensitätsverteilung der Quelle, sowie ihre zeitlichen Änderungen im Mittelpunkt des Interesses stehen. Bei der Kartierung (*mapping*) von Radioquellen sind die Streifenamplitude und die Streifenphase des Interferenzsignals notwendig. Hierauf wird in Kapitel 3.2.1.6 näher eingegangen.

Die geodätische VLBI nutzt vorzugsweise Quasare, die ein möglichst kontinuierliches Spektrum haben und zeitstabiles Verhalten zeigen, also nur eine vernachlässigbare Quellenstruktur aufweisen. Die Entfernung von Quasaren kann mit dem Wert für die Rotverschiebung  $z$  von Spektrallinien aus

$$z = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} \quad (3.24)$$

$$\approx 0.01 \dots 4 \quad , \quad (3.25)$$

wobei  $\lambda'$  die gemessene Spektrallinie und  $\lambda$  die Spektrallinie in Ruhelage ist, und der Hubble-Konstanten  $H$  abgeschätzt werden:

$$\text{Entfernung in [Mpc]} = \frac{c z}{H} \left[ \frac{\frac{m}{s}}{\frac{km}{s \text{ Mpc}}} \right] \quad , \quad (3.26)$$

wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $H \approx 50 \dots 100 \text{ km/s/Mpc}$  und  $1 \text{ Mpc} = 3.26$  Millionen Lichtjahre ist. Abschätzungen ergeben für Quasare die sehr großen Entfernungen von über 3 Milliarden Lichtjahren. Die maximale Entfernung ist aufgrund der endlichen Lichtgeschwindigkeit mit dem geschätzten Alter des Universums von etwa 15 Millionen Lichtjahren gleichzusetzen. Bei diesen großen Entfernungen kann die Eigenbewegung

der Quasare entweder vernachlässigt oder in einem Tisserand-System berücksichtigt werden. Mit einer dieser Voraussetzungen sind die Quasare Träger eines *Fast-Inertialsystems* gemäß Definition 2.3.6, das auf dem hohen Genauigkeitsniveau  $< 1\text{ mas}$  ausschließlich mit dem Meßverfahren der VLBI geodätisch erschlossen und nutzbar wird.

### 3.2.1 Post-Newtonsches Modell für den Delay

Die Modellierung der Delays involviert zwei Bezugssysteme. Es handelt sich um das Bezugssystem der Quasare und um das Bezugssystem der Meßplattformen.

Das Bezugssystem der Quasare läßt sich hinreichend genau im Baryzentrum des Sonnensystems fixieren, weil

- die Eigenbewegungen der Quasare aufgrund der großen Entfernung entweder vernachlässigt oder durch die Einführung eines Tisserand-Systems berücksichtigt werden können,
- das Sonnensystem als ausreichend isoliert von anderen Himmelsobjekten angesehen werden kann,
- die Rotation des Sonnensystems um das galaktische Zentrum der Milchstraße vernachlässigt werden kann.

Aufgrund dieser Näherungen ist das Bezugssystem der Quasare ein Fast-Inertialsystem (Def. 2.3.6), das als Lorentz-System in der Raumzeit behandelt werden kann. In Abschnitt 3.2.1.1 wird der Delay in einem baryzentrischen Bezugssystem unter Berücksichtigung der Gravitationsfelder des Sonnensystems und eines Vakuums als Ausbreitungsmedium der elektromagnetischen Wellen angegeben.

Die Meßplattformen befinden sich auf der sich translatorisch und rotatorisch bewegenden Erde. Die Pseudo-Lorentz-Transformation ermöglicht den Übergang von einem Fast-Inertialsystem der Quasare in ein Nicht-Inertialsystem der Meßplattformen. In Abschnitt 3.2.1.2 wird die Pseudo-Lorentz-Transformation durchgerechnet und es ergibt sich der Delay für ein geozentrisches Bezugssystem, welches aber noch nicht rotiert und dessen Koordinatenzeit verschieden von den Eigenzeiten der Meßplattformen ist.

In Abschnitt 3.2.1.3 folgt der Bezug auf die terrestrisch definierten SI-Einheiten. Die geozentrische Koordinatenzeit wird auf das Geoid reduziert. Die geozentrischen Raumkoordinaten können durch Rotationen wegen Präzession, Nutation, Polbewegung und Tageslängenvariation gemäß (2.148) in momentane Raumpositionen umgerechnet werden.

Die Abschnitte 3.2.1.4 und 3.2.1.5 geben die Beiträge des Delays an, die durch die unterschiedlichen atmosphärischen Verhältnisse und instrumentellen Eigenschaften bedingt sind.

Abschließend wird in Abschnitt 3.2.1.6 der Anteil an dem Delay erläutert, der sich aus der räumlichen Kohärenz ausgedehnter Quellen als Quellenstruktur ergibt.

#### 3.2.1.1 Baryzentrischer Delay

Das Sonnensystem kann als ausreichend isoliert von den benachbarten Sternensystemen in der Milchstraße angesehen werden. Das Baryzentrum aller Massen im Sonnensystem definiert den Ursprung eines raumfesten Bezugssystems  $\Sigma_b$ . Die Koordinatenachsen werden durch im Weltraum befindliche Objekte vermarktet. Die zugehörige Koordinatenzeit  $t$  ist per Definition 2.3.13 im Ursprung des Baryzentrums definiert.

Meßplattformen lassen sich durch dort festgestellte Ereignisse auf das Baryzentrum beziehen. So wird ein baryzentrischer Beobachter die Ankunftszeiten von ebenen Wellenfronten an den erdgebundenen Meßplattformen in der Regel zu verschiedenen Zeitpunkten wahrnehmen. Die Ereignisse der Signalankunft lassen sich an den Plattformen in impliziter Koordinatenschreibweise für die Koordinatenzeit darstellen durch  $\overset{b}{x}_{i,1}(\overset{b}{t}_1)$ ,  $\overset{b}{x}_{i,2}(\overset{b}{t}_2)$ .

Die allgemeine Formulierung für den baryzentrischen Delay kann dargestellt werden durch:

$$\overset{b}{t}_2 - \overset{b}{t}_1 = -\frac{1}{c} \left( \overset{b}{x}_{i,1}(\overset{b}{t}_1) - \overset{b}{x}_{i,2}(\overset{b}{t}_2) \right) \overset{b}{k}_i + \Delta \overset{b}{t}_{grav} \quad , \quad (3.27)$$

wobei  $(-\overset{b}{k}_i)$  die normierte Richtung von der Meßplattform zur Signalquelle ist und  $\Delta \overset{b}{t}_{grav}$  den gravitativen Delay durch die Massen im Sonnensystem darstellt, der sich sowohl aus einer Krümmung der Ausbreitungsrichtung

als auch aus einer Verlangsamung der Ausbreitungsgeschwindigkeit verglichen mit derjenigen im gravitationsfreien Raum zusammensetzt.

Für die Bestimmung des gravitativen Anteils  $t_{grav}$  des Delay bieten sich verschiedene Lösungswege an. Entweder wird wie bei Hellings [59] von der Fundamentalform (2.7) ausgegangen, die nach der Zeitkomponente aufgelöst wird, um den räumlichen Anteil als Funktion der Gravitationspotentiale darzustellen oder es wird wie bei Schneider [115], S. 532ff., die Bewegungsgleichung von Photonen durch zweifache Integration gelöst. Beide Ansätze führen auf die von Finkelstein et al. [39] formulierte Gleichung für den gravitativen Delay

$$\Delta t_{grav} = (1 + \gamma) \sum_A \frac{GM_A}{c^3} \ln \left( \frac{|r_{i.1A}^b(t_{1A})| - k_i \cdot r_{i.1A}^b(t_{1A})}{|r_{i.2A}^b(t_{2A})| - k_i \cdot r_{i.2A}^b(t_{2A})} \right) \quad (3.28)$$

mit  $\gamma$  als Raumkrümmungsparameter,  $A$  als Index für die gravitierenden Massen im Sonnensystem,  $\frac{GM_A}{c^2}$  als Schwarzschildradius der jeweiligen Masse,  $r_{i.jA}^b = x_{i.j}^b(t_i) - x_{i.A}^b(t_A)$  als baryzentrische Koordinatendifferenz zwischen den Empfangspunkten der Meßplattformen zur Ankunftszeit  $t_j$  und dem gravitierenden Körper  $A$  zum Zeitpunkt  $t_A$  der größten scheinbaren Annäherung. Der gravitative Delay ist lediglich von der scheinbaren Distanz der Ausbreitungsrichtung zum gravitierenden Körper und seiner Masse abhängig.

Schuh zeigt in [123], S. 22f, daß bei scheinbaren Annäherungen der Planeten an die Quellen der planetare Gravitationseinfluß zu einem zusätzlichen Anteil in dem Delay führt und zu berücksichtigen ist (s. Tab. 3.4).

Tab. 3.4: Der gravitative Delay durch Sonne, Planeten und Mond ist für die Sonne immer und die Planeten bei scheinbaren Annäherungen in der Modellierung zu berücksichtigen; nach [123].

scheinbarer Winkelabstand	$\Delta t_{grav,A}^b$ , [ps]					
	Sonne	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun	Mond
Rand	16952	1582	562	201	252	1
1'		605	89	6	5	-
10'		62	9	1	-	-
1°	4530	10	2	-	-	-
5°	906	2	-	-	-	-
10°	454	1	-	-	-	-
180°	40	-	-	-	-	-

Gleichung (3.28) vereinfacht sich für die Erde als gravitierenden Körper, da dort der baryzentrische Differenzvektor zwischen gravitierendem Körper und der Plattform als geozentrischer Ortsvektor im System  $\Sigma_g$  ausgedrückt werden kann. Es gilt:

$$r_{i.j\oplus}^b = x_{i.j}^g \quad (3.29)$$

Damit folgt für den gravitativen Delay der Erde bei Vernachlässigung ihrer Bewegung während der Signalausbreitung:

$$\Delta t_{grav\oplus}^b \simeq (1 + \gamma) \cdot \frac{GM_{\oplus}}{c^3} \cdot \ln \left( \frac{|x_{i.1}^g| - x_{i.1}^g \cdot k_i}{|x_{i.2}^g| - x_{i.2}^g \cdot k_i} \right) \quad (3.30)$$

Der Basislinienvektor  $b_i$  ist die Koordinatendifferenz zweier Punkte zu einem Koordinatenzeitpunkt  $t_1$  unter der Voraussetzung, daß die Wellenfront die Plattform 1 zuerst erreicht. Es gilt

$$b_i = x_{i.1}^b(t_1) - x_{i.2}^b(t_1) \quad (3.31)$$

$$= r_{i.12}^b \quad (3.32)$$

In Gleichung (3.27) tritt jedoch ein Pseudobasislinienvektor  $\overset{b}{B}_i$  auf, der sich auf die Koordinatenzeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  bezieht:

$$\overset{b}{B}_i = \overset{b}{x}_{i.1}(t_1) - \overset{b}{x}_{i.2}(t_2) \quad . \quad (3.33)$$

Die Pseudobasislinie kann durch eine Taylorentwicklung um den Koordinatenzeitpunkt  $t_1$  entwickelt werden, so daß

$$\overset{b}{B}_i = \overset{b}{x}_{i.1}(t_1) - \left( \overset{b}{x}_{i.2}(t_1) + \frac{\partial \overset{b}{x}_{i.2}(t_1)}{\partial t_1}(t_1 - t_2) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \overset{b}{x}_{i.2}(t_1)}{(\partial t_1)^2}(t_1 - t_2)^2 + \dots \right) \quad (3.34)$$

$$\simeq \overset{b}{b}_i - \overset{b}{\dot{x}}_{i.2}(t_1)\Delta t - \frac{1}{2} \overset{b}{\ddot{x}}_{i.2}(t_1)\Delta t^2 \quad (3.35)$$

folgt. Diese Gleichung (3.35) wird in (3.27) eingesetzt, womit sich der baryzentrische Delay als Funktion der Basislinie  $\overset{b}{b}_i$  angeben läßt.

$$\Delta t = -\frac{1}{c} \left( \overset{b}{b}_i - \overset{b}{\dot{x}}_{i.2}(t_1)\Delta t - \frac{1}{2} \overset{b}{\ddot{x}}_{i.2}(t_1)\Delta t^2 \right) \overset{b}{k}_i + \Delta t_{grav} \quad (3.36)$$

Die in (3.36) auftretenden Geschwindigkeits- und Beschleunigungsterme der Meßplattform 2 relativ zum baryzentrischen Koordinatenzeitpunkt  $t_1$  sind durch die Rotation der Erde verursacht. Die Basislinie  $\overset{b}{b}_i$  wird also durch Rückrechnung der Drehstreckung aus der Pseudobasislinie  $\overset{b}{B}_i$  erhalten. Dieser Effekt wird auch als *retarded baseline effect* bezeichnet und kann nach Campbell [20], S. 17, Werte bis  $16ns \hat{=} 5m$  annehmen.

In der Gleichung (3.36) tritt die Koordinatenzeitdifferenz  $\Delta t$  auf beiden Seiten auf. Die Lösung erfolgt iterativ, wobei als Startwert auf der rechten Seite

$$\Delta t = -\frac{1}{c} \overset{b}{b}_j \overset{b}{k}_j \quad (3.37)$$

aus Näherungswerten berechnet und eingesetzt werden kann. Es ergibt sich für (3.36):

$$\Delta t = -\frac{1}{c} \left( \overset{b}{b}_i - \frac{1}{c} \overset{b}{\dot{x}}_{i.2}(t_1) \overset{b}{b}_j \overset{b}{k}_j - \frac{1}{2} \overset{b}{\ddot{x}}_{i.2}(t_1) \left( \frac{1}{c} \overset{b}{b}_j \overset{b}{k}_j \right)^2 \right) \overset{b}{k}_i + \Delta t_{grav} \quad . \quad (3.38)$$

Nach zwei weiteren Iterationen, beginnend mit Einsetzen von (3.38) in die rechte Seite von (3.36), und der Vernachlässigung von  $2pN$ -Termen ergibt sich die baryzentrische Laufzeitdifferenz als Funktion der Basislinie und des Quelleneinheitsvektors zu

$$\begin{aligned} \Delta t = & -\frac{1}{c} \overset{b}{b}_i \overset{b}{k}_i - \frac{1}{c^2} \overset{b}{\dot{x}}_{i.2}(t_1) \overset{b}{k}_i \overset{b}{b}_j \overset{b}{k}_j + \frac{1}{2} \frac{1}{c^3} \overset{b}{\ddot{x}}_{i.2}(t_1) \overset{b}{k}_i \left( \overset{b}{b}_j \overset{b}{k}_j \right)^2 \\ & - \frac{1}{c^3} \left( \overset{b}{\dot{x}}_{i.2}(t_1) \overset{b}{k}_i \right)^2 \overset{b}{b}_j \overset{b}{k}_j + \frac{1}{2} \frac{1}{c^4} \overset{b}{\ddot{x}}_{i.2}(t_1) \overset{b}{k}_i \overset{b}{\dot{x}}_{k.2}(t_1) \overset{b}{k}_k \left( \overset{b}{b}_j \overset{b}{k}_j \right)^2 \\ & - \frac{1}{c^4} \left( \overset{b}{\dot{x}}_{i.2}(t_1) \overset{b}{k}_i \right)^3 \overset{b}{b}_j \overset{b}{k}_j + \frac{1}{c} \overset{b}{\dot{x}}_{i.2}(t_1) \overset{b}{k}_i \Delta t_{grav} + \Delta t_{grav} \quad , \end{aligned} \quad (3.39)$$

wobei  $\Delta t_{grav}$  nach (3.28) berechnet wird. (3.39) wurde von Müller in [91], S. 77f, hergeleitet.

### 3.2.1.2 Geozentrischer Delay

Der Übergang von einem baryzentrischen Inertialsystem  $\Sigma_b$  zu einem oskulierenden geozentrischen Inertialsystem  $\Sigma_g$  wird durch die Lorentz-Transformation

$$\overset{g}{t} = \left( \overset{b}{t} - \frac{\overset{b}{x}_i \overset{b}{v}_i}{c^2} \right) \left( 1 - \frac{\overset{b}{v}^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad , \quad (3.40)$$

$$\overset{g}{x}_i = \overset{b}{x}_i - \overset{b}{x}_{i.0} + \frac{1}{\overset{b}{v}^2} \left( \left( 1 - \frac{\overset{b}{v}^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right) \left( \overset{b}{x}_i \overset{b}{v}_i \right) \overset{b}{v}_i - \overset{b}{v}_i \overset{b}{t} \left( 1 - \frac{\overset{b}{v}^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.41)$$

ermöglicht. Diese Transformation ist nur bei Inertialsystemen und somit der Abwesenheit von Gravitation gültig. Im Sonnensystem ist diese Transformation nicht zutreffend, da Gravitationskräfte auf die Erde wirken und von ihr ausgehen. Müller entwickelt in [91], S. 22, (3.40) und (3.41) nach Potenzen von  $c^{-2}$  und führt Momente bis zum Oktupol ein, um die Gravitation zu berücksichtigen. Der Ansatz für die Pseudo-Lorentzischen Transformationsformeln lautet

$$\begin{aligned} \overset{g}{t} &= \overset{b}{t} + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{t} - \overset{b}{v}_i \overset{b}{x}_i + A \right) + \frac{1}{c^4} \left( \frac{3}{8} \overset{b}{v}_{i.\oplus}^2 \overset{b}{t} - \frac{1}{2} \overset{b}{x}_i \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{v}_{i.\oplus}^2 + B + \sum_{l=1}^{\infty} B_L \left( \overset{b}{x}_i - \overset{b}{x}_{i.\oplus} \right)^L \right) \dots, \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\overset{g}{x}_i = \overset{b}{x}_i - \overset{b}{x}_{i.\oplus} + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{v}_{i.\oplus} + F^{ik} + D^{ik} \right) \left( \overset{b}{x}_k - \overset{b}{x}_{k.\oplus} \right) + \frac{1}{c^2} D^{ikj} \left( \overset{b}{x}_k - \overset{b}{x}_{k.\oplus} \right) \left( \overset{b}{x}_j - \overset{b}{x}_{j.\oplus} \right) \dots \quad (3.43)$$

Die hinzugetretenen Multipolmomente sind hinsichtlich ihrer Tensorkomponenten so gewählt, daß sie entweder symmetrisch ()

$$B_L = B_{a_1 a_2 \dots a_L} = B_{(a_1 a_2 \dots a_L)} \quad (3.44)$$

$$D^{ik} = D^{(ik)} = \frac{1}{2} (D^{ik} + D^{ki}) \quad (3.45)$$

$$D^{ikj} = D^{i(kj)} = \frac{1}{2} (D^{ikj} + D^{ijk}) \quad (3.46)$$

oder antisymmetrisch []

$$F^{ik} = F^{[ik]} = \frac{1}{2} (F^{ik} - F^{ki}) \quad (3.47)$$

sind. Nach Müller sind diese Momente lediglich koordinatenzeitabhängig. Für ihre Bestimmung wird die Methode des ‘Anpassens asymptotischer Entwicklungen‘ (*‘matched asymptotic expansion’* (MAE)) angewandt. Hierbei wird die Invarianz von Raumzeitintervallen in verschiedenen Bezugssystemen ausgenutzt. Durch Gleichsetzen der Fundamentalformen der beiden Bezugssysteme führt der Vergleich der Gleichungsteile in Termen der Ordnung  $(1/c)$  auf die nicht vernachlässigbaren Momente. In [91] ergeben sich

$$A = \int_{t_0}^t \left( \overset{b}{a}_{k.\oplus} \overset{b}{x}_{k.\oplus} - \overset{b}{v}_{k.\oplus} \overset{b}{a}_{k.\oplus} \overset{b}{t} - U_R(\overset{b}{x}_{i.\oplus}) \right) dt \quad [\text{vgl. [91], (74)}] \quad (3.48)$$

$$B^i = U_R \left( 4 \overset{b}{v}_{i.\oplus} - 3 \overset{b}{v}_{i.R} \right) + \dots \quad [\text{vgl. [91], (87a)}] \quad (3.49)$$

$$B^{(jk)} = 2U_R^{(k} \overset{b}{x}_{i.\oplus},^{j)} + \frac{1}{2} \dot{D}^{(jk)} - \overset{b}{a}_{i.\oplus}^{(k} \overset{b}{v}_{i.\oplus}^{j)} - 2 \overset{b}{v}_{i.\oplus}^{(k} Q^{j)} \quad [\text{vgl. [119], (36.232)}] \quad (3.50)$$

$$D^{(ij)} = \delta^{ij} U_R(\overset{b}{x}_{i.\oplus}) \quad [\text{vgl. [91], (77a)}] \quad (3.51)$$

$$D^{i(kj)} = \frac{1}{2} \left( \delta^{ij} \overset{b}{a}_{k.\oplus} + \delta^{ik} \overset{b}{a}_{j.\oplus} - \delta^{kj} \overset{b}{a}_{i.\oplus} \right) \quad [\text{vgl. [91], (78d)}] \quad (3.52)$$

$$\dot{F}^{[ki]} = -4U_R^{[k} \overset{b}{x}_{i.\oplus},^{i]} + 3 \overset{b}{v}_{i.\oplus}^{[k} U_R(\overset{b}{x}_{i.\oplus}),^{i]} + \overset{b}{v}_{k.\oplus}^{[k} Q^{i]} \quad [\text{vgl. [91], (85b)}] \quad (3.53)$$

$$Q_k = \frac{\partial U_R(\overset{b}{x}_{i.\oplus})}{\partial \overset{b}{x}_{k.\oplus}} - \overset{b}{a}_{k.\oplus} \quad [\text{vgl. [91], (71b)}] \quad (3.54)$$

wobei das Restpotential  $U_R$  die Summe aller Potentiale der Massen des Sonnensystems mit Ausnahme dem der Erde  $U_{\oplus}$  darstellt:

$$U_R = \sum_R \frac{GM_R}{\overset{b}{r}_{i.\oplus R}} \quad (3.55)$$

In Gleichung (3.53) verbergen sich als Präzessionsterme die

- *Geodätische Präzession* oder *de Sitter-Präzession* eines rotierenden Körpers, der einen gravitierenden Körper umläuft und dabei durch die Krümmung der Raumzeit gegen das Quasi-Inertialsystem präzediert;

- *Lense-Thirring Präzession*, die durch das gravitomagnetische Feld eines rotierenden Körpers entsteht, welches auf einen umlaufenden, rotierenden Körper wirkt;
- *Thomas Präzession*, ein speziell-relativistischer Effekt, der durch ausgedehnte Körper verursacht ist, die sich nicht auf geodätischen Linien bewegen.

Für die Formulierung des geozentrischen Delays bei VLBI-Beobachtungen kann von Gleichung (3.42) mit (3.48) ausgegangen werden, die für zwei Meßplattformen angegeben wird:

$$\begin{aligned} \overset{g}{t}_1 &= \overset{b}{t}_1 + \frac{1}{c^2} \left( -\overset{b}{v}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_1) \left( \overset{b}{x}_{i,1}(\overset{b}{t}_1) - \overset{b}{x}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_1) \right) - \int_{\overset{b}{t}_0}^{\overset{b}{t}_1} \left( \frac{1}{c^2} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^2 + U_R \right) dt \right) \\ &\quad + \frac{1}{c^4} \left( \frac{3}{8} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^4 \overset{b}{t}_1 - \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^2 \overset{b}{v}_{i,\oplus} \overset{b}{x}_{i,1}(\overset{b}{t}_1) + \sum_{l=0}^{\infty} B^L|_{\overset{b}{t}_1} \left( \overset{b}{x}_{i,1}^L(\overset{b}{t}_1) - \overset{b}{x}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_1) \right) \right) \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} \overset{g}{t}_2 &= \overset{b}{t}_2 + \frac{1}{c^2} \left( -\overset{b}{v}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_2) \left( \overset{b}{x}_{i,2}(\overset{b}{t}_2) - \overset{b}{x}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_2) \right) - \int_{\overset{b}{t}_0}^{\overset{b}{t}_2} \left( \frac{1}{c^2} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^2 + U_R \right) dt \right) \\ &\quad + \frac{1}{c^4} \left( \frac{3}{8} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^4 \overset{b}{t}_2 - \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^2 \overset{b}{v}_{i,\oplus} \overset{b}{x}_{i,2}(\overset{b}{t}_2) + \sum_{l=0}^{\infty} B^L|_{\overset{b}{t}_2} \left( \overset{b}{x}_{i,2}^L(\overset{b}{t}_2) - \overset{b}{x}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_2) \right) \right) \end{aligned} \quad (3.57)$$

wobei  $B^L|_{\overset{b}{t}_i} = B, B^i, B^{ik}, \dots$  äußere Transformationsmomente zur baryzentrischen Koordinatenzeit  $\overset{b}{t}_i$  sind. Der geozentrische Delay berechnet sich aus der Differenz von (3.56) und (3.57). Es wird von nur schwach zeitveränderlichen Momenten ausgegangen, so daß diese für beide Ankunftszeiten die gleichen Werte besitzen.

Mit der Taylorentwicklung für den baryzentrischen Ortsvektor zum Geozentrum

$$\overset{b}{x}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_2) = \overset{b}{x}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_1) - \overset{b}{v}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_2 - \overset{b}{t}_1) - \overset{b}{a}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_2 - \overset{b}{t}_1)^2 \quad (3.58)$$

und den Abkürzungen

$$\Delta t = \overset{b}{t}_2 - \overset{b}{t}_1 \quad (3.59)$$

$$B_i = \overset{b}{x}_{i,1}(\overset{b}{t}_1) - \overset{b}{x}_{i,2}(\overset{b}{t}_2) \quad (3.60)$$

$$r_{i,2\oplus}(\overset{b}{t}_2) = \overset{b}{x}_{i,2}(\overset{b}{t}_2) - \overset{b}{x}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}_2) \quad (3.61)$$

folgt der geozentrische Delay in Abhängigkeit baryzentrischer Größen aus (3.56) und (3.57) zu

$$\begin{aligned} \Delta \overset{g}{t} &= \Delta \overset{b}{t} \\ &\quad + \frac{1}{c^2} \left( \overset{b}{v}_{i,\oplus} B_i + \overset{b}{v}_{i,\oplus}^2 \Delta \overset{b}{t} + \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i,\oplus} \overset{b}{a}_{i,\oplus} \Delta \overset{b}{t}^2 - \overset{b}{a}_{i,\oplus} r_{i,2\oplus}(\overset{b}{t}_2) \Delta \overset{b}{t} - \int_{\overset{b}{t}_1}^{\overset{b}{t}_2} \left( \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^2 + U_R \right) dt \right) \\ &\quad + \frac{1}{c^4} \left( \frac{3}{8} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^4 \Delta \overset{b}{t} + \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i,\oplus}^2 \overset{b}{v}_{i,\oplus} B_i + \sum_{l=0}^{\infty} B^L|_{\overset{b}{t}_1} \left( \overset{b}{x}_{i,2}^L(\overset{b}{t}_2) - \overset{b}{x}_{i,1}^L(\overset{b}{t}_1) \right) \right) . \end{aligned} \quad (3.62)$$

Dem Delay ist die räumliche Basislinie zugeordnet, die sich ebenfalls in einer geozentrischen Differenz darstellen läßt. Diese Berechnung ist durchzuführen, um die in (3.62) auftretende baryzentrische Pseudobasis ersetzen zu können.

In Analogie zu den vorigen Schritten können wieder die Positionen der Meßplattformen zu den jeweiligen Zeitpunkten angegeben werden. Unter Berücksichtigung der Achsparallelität beider Systeme gilt für den Ortsvektor zur  $n$ -ten Meßplattform

$$\overset{g}{x}_{i,n}(\overset{g}{t}) = \overset{b}{x}_{i,n}(\overset{b}{t}) - \overset{b}{x}_{i,\oplus}(\overset{b}{t}) \quad (3.63)$$

$$\overset{b}{k}_i \equiv \overset{g}{k}_i . \quad (3.64)$$

Somit folgen aus (3.43) die geozentrischen Positionen der Meßplattformen zu

$$\begin{aligned} \overset{g}{x}_{i.1}(\overset{g}{t}_1) &= \overset{b}{x}_{i.1}(\overset{b}{t}_1) - \overset{b}{x}_{i.\oplus}(\overset{b}{t}_1) + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{v}_{k.\oplus} + F^{ik} + D^{ik} \right) \overset{g}{x}_{k.1}(\overset{g}{t}_1) \\ &\quad + \frac{1}{c^2} D^{ikj} \overset{g}{x}_{k.1}(\overset{g}{t}_1) \overset{g}{x}_{j.1}(\overset{g}{t}_1) \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} \overset{g}{x}_{i.2}(\overset{g}{t}_2) &= \overset{b}{x}_{i.2}(\overset{b}{t}_2) - \overset{b}{x}_{i.\oplus}(\overset{b}{t}_2) + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{v}_{k.\oplus} + F^{ik} + D^{ik} \right) \overset{g}{x}_{k.2}(\overset{g}{t}_2) \\ &\quad + \frac{1}{c^2} D^{ikj} \overset{g}{x}_{k.2}(\overset{g}{t}_2) \overset{g}{x}_{j.2}(\overset{g}{t}_2) \quad . \end{aligned} \quad (3.66)$$

Die Differenz von (3.65) und (3.66) ergibt unter Beachtung von (3.59) und (3.60)

$$\begin{aligned} \overset{g}{B}_i(\overset{g}{t}) &= \overset{b}{B}_i(\overset{b}{t}) + \overset{b}{v}_{i.\oplus} \Delta \overset{b}{t} + \frac{1}{2} \overset{b}{a}_{i.\oplus} \Delta \overset{b}{t}^2 + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{v}_{k.\oplus} + F^{ik} + D^{ik} \right) \overset{g}{B}_k(\overset{g}{t}) \\ &\quad + \frac{1}{c^2} D^{ikj} \left( \overset{g}{x}_{k.1}(\overset{g}{t}_1) \overset{g}{x}_{j.1}(\overset{g}{t}_1) - \overset{g}{x}_{k.2}(\overset{g}{t}_2) \overset{g}{x}_{j.2}(\overset{g}{t}_2) \right) \quad . \end{aligned} \quad (3.67)$$

Der Übergang von den Pseudobasislinien  $B_i$  zu den Basislinien  $b_i(t_1)$  erfolgt mit (3.35), wobei jedoch nur die Geschwindigkeitsterme berücksichtigt werden müssen, um der  $1pN$ -Näherung zu genügen. Dadurch beziehen sich alle Größen auf den Zeitpunkt  $t_1$ . Es folgt

$$\begin{aligned} \overset{g}{b}_i(\overset{g}{t}) &= \overset{b}{b}_i(\overset{b}{t}) + \frac{1}{c^2} \overset{b}{v}_{k.\oplus} \overset{g}{b}_k \overset{g}{v}_{i.2} + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{v}_{k.\oplus} + F^{ik} + D^{ik} \right) \left( \overset{g}{b}_k(\overset{g}{t}) - \overset{g}{v}_{k.2} \Delta \overset{b}{t} \right) \\ &\quad + \frac{1}{c^2} D^{ikj} \left( \overset{g}{x}_{k.1}(\overset{g}{t}_1) \overset{g}{x}_{j.1}(\overset{g}{t}_1) - \overset{g}{x}_{k.2}(\overset{g}{t}_1) \overset{g}{x}_{j.2}(\overset{g}{t}_1) \right) \\ &\quad - \frac{1}{c^2} D^{ikj} \left( \overset{g}{x}_{j.2}(\overset{g}{t}_1) \overset{g}{v}_{k.2}(\overset{g}{t}_1) \Delta \overset{g}{t} + \overset{g}{x}_{k.2}(\overset{g}{t}_1) \overset{g}{v}_{j.2}(\overset{g}{t}_1) \Delta \overset{b}{t} \right) \quad . \end{aligned} \quad (3.68)$$

Weitere Vereinfachungen lassen sich mit (3.37) und den ersten beiden Termen von (3.62) einführen. Zusätzlich kann in den gemischten Termen von  $\overset{b}{b}_i \simeq \overset{g}{b}_i$  ausgegangen werden. Es gilt außerdem (3.64). Damit folgt als Zusammenhang zwischen geozentrischer und baryzentrischer Basislinie zum Zeitpunkt  $\overset{g}{t}_1$

$$\begin{aligned} \overset{g}{b}_i &= \overset{b}{b}_i + \frac{1}{c^2} \overset{b}{v}_{k.\oplus} \overset{g}{b}_k \overset{g}{v}_{i.2} + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{v}_{k.\oplus} + F^{ik} + D^{ik} \right) \left( \overset{g}{b}_k(\overset{g}{t}) + \frac{1}{c} \overset{g}{v}_{k.2} \overset{g}{b}_{l.kl} \right) \\ &\quad + \frac{1}{c^2} D^{ikj} \left( \overset{g}{x}_{k.1} \overset{g}{x}_{j.1} - \overset{g}{x}_{k.2} \overset{g}{x}_{j.2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{c^2} D^{ikj} \left( \overset{g}{x}_{j.2} \overset{g}{v}_{k.2} + \overset{g}{x}_{k.2} \overset{g}{v}_{j.2} \right) \frac{1}{c} \overset{g}{b}_{l.kl} \quad . \end{aligned} \quad (3.69)$$

Aus (3.67) entsteht bei Auflösung nach  $\overset{b}{B}_i$  und den vor (3.68) genannten Substituierungen ein Ausdruck für die baryzentrische Basislinie, der nur von geozentrischen Größen abhängig ist und in (3.62) eingesetzt werden kann. Es folgt ein unhandlicher Ausdruck für den geozentrischen Delay (vgl. [91], (182c)) von dem aber nur einige Terme Beiträge liefern, die größer als der Schwellwert von einer Pikosekunde sind. Werden nur diese Terme in einer Formel wiedergegeben, ergibt sich die geozentrische Laufzeitdifferenz dargestellt mit geozentrischen Größen und bezogen auf den Zeitpunkt  $\overset{g}{t}_1$  zu

$$\begin{aligned} \Delta \overset{g}{t} &= -\frac{1}{c} \overset{g}{b}_{i.ki} - \frac{1}{c^2} \overset{g}{b}_{i.ki} \left( \overset{b}{v}_{l.\oplus} + \overset{g}{v}_{l.2} \right) \overset{b}{k}_i + \frac{1}{c^2} \overset{g}{b}_i \overset{b}{v}_{i.\oplus} \\ &\quad + \frac{1}{c^3} \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{g}{v}_{l.2} - \frac{1}{c^3} \overset{g}{b}_{l.kl} \left( \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{k}_i \right)^2 - \frac{1}{c^3} 2 \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{v}_{i.2} \overset{b}{k}_i \overset{b}{v}_{j.\oplus} \overset{b}{k}_j \\ &\quad + \frac{1}{c^3} 2 \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{U}_R + \frac{1}{c^3} \frac{1}{2} \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{v}_{i.\oplus}^2 + \frac{1}{c^3} F^{ik} \overset{g}{b}_k \overset{b}{k}_i \\ &\quad + \frac{1}{c^3} \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{k}_i \overset{b}{v}_{k.2} \overset{g}{b}_k + \frac{1}{c^3} \overset{g}{v}_{i.2} \overset{b}{k}_i \overset{b}{v}_{k.\oplus} \overset{g}{b}_k + \Delta t_{grav} \quad . \end{aligned} \quad (3.70)$$

### 3.2.1.3 Lokaler Delay

Im vorigen Abschnitt wurde der Delay bezogen auf eine geozentrische Zeitskala angegeben. Die auf den Meßplattformen befindlichen Atomuhren befinden sich aber auf der Erdoberfläche in einer bestimmten Höhe über dem Geoid und zeigen die jeweilige lokale Eigenzeit  $\tau_i$  an, die von der im Ursprung des geozentrischen Bezugssystems definierten Koordinatenzeit  $\overset{g}{t}$ , z.B. TCG, verschieden ist. Nach Empfehlungen der IAU/IUGG soll jedoch Konsistenz zu den SI-Einheiten hergestellt werden. Damit muß einerseits der geozentrische Delay (3.70) in eine auf das Geoid bezogene Koordinatenzeit  $TT$  (Def. 2.3.17) transformiert werden und andererseits die Eigenzeit an den Meßplattformen auf das Geoid reduziert werden.

Der Zusammenhang zwischen der geozentrischen Koordinatenzeit und der auf das Geoid bezogenen terrestrischen Zeit ergibt sich aus dem raumzeitlichen Ereignisabstand

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad . \quad (3.71)$$

Der Metrikkoeffizient für die Zeitkomponente läßt sich gemäß (2.80) angeben. Über die Dichte zwischen Geozentrum und Meßplattform läßt sich keine genaue Aussage treffen, so daß als Näherung für die räumlichen Metrikkoeffizienten der Einheitstensor zu setzen ist. Für die rotationsfreie Erde gilt

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2}{c^2} U_{g,i}\right) c^2 dt^2 - (\delta_{jk} x_{k,i})^2 \quad . \quad (3.72)$$

Eine auf der Meßplattform stationierte Uhr mißt das Raumzeitintervall

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 \quad . \quad (3.73)$$

Die Beziehung zwischen geozentrischer Koordinatenzeit und lokaler Eigenzeit wird durch Gleichsetzen von (3.72) und (3.73) und Ziehen der Wurzel unter Beachtung der binomischen Reihenentwicklung für den Term in der Klammer erhalten.

$$d\tau = \left(1 - \frac{1}{c^2} U_{g,i} - \frac{1}{2c^2} \dot{x}_{j,i}^2\right) dt \quad . \quad (3.74)$$

Der größte Term in (3.70) ergibt per Abschätzung mit  $U_{g,i} = 62.5 \frac{km^2}{s^2}$ ,  $\overset{g}{b}_{i,k,i} = 6000km$  und  $\dot{x}_{j,i} = 0.6 \frac{km}{s}$ :

$$\frac{1}{c^3} U_{g,i} \overset{g}{b}_{i,k,i} \simeq 14 \cdot 10^{-12} s \quad (3.75)$$

$$\frac{1}{2c^3} \dot{x}_{j,i}^2 \overset{g}{b}_{i,k,i} \simeq 0.04 \cdot 10^{-12} s \quad . \quad (3.76)$$

Hieraus folgt, daß der räumliche Anteil der Transformation keinen signifikanten Beitrag liefert. Deshalb kann sowohl eine Reduktion von der Höhe der Meßplattform über dem Geoid auf das Geoid ebenso entfallen als auch die Berücksichtigung von Erdzeiten an den lokalen Uhren. In der internationalen Zeithaltung ist es zu dem üblich, die Atomuhren so aufeinander abzustimmen, daß sie eine für das Geoid gültige Zeit anzeigen. Damit kann a priori erreicht werden, daß die lokalen Referenzuhren an den Meßplattformen auf das Geoid bezogen im Bereich einiger Nanosekunden synchronisiert und syntonisiert sind.

Mit (3.70) und (3.74) folgt die auf das Geoid bezogene Laufzeitdifferenz

$$\Delta\tau = \Delta \overset{g}{t} + \frac{1}{c^3} \overset{g}{b}_{i,k,i} U \quad . \quad (3.77)$$

Eine andere Formel zur Geoidhöhenreduktion der Eigenzeitskala findet sich bei Soffel et al. ([131], S. 21)

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{d \overset{g}{t}} &\simeq 1 + \frac{g \cdot h}{c^2} \\ &\simeq 1 + \frac{h[km]}{1[km]} 10^{-13} \quad . \end{aligned} \quad (3.78)$$

Bei maximalen Geoidhöhendifferenzen zweier Meßplattformen von  $4\text{km}$  wird demnach nur der vernachlässigbare Beitrag zum Delay von  $0.4\text{ps}$  verursacht und ist somit mit den von Müller angegebenen Näherungen (3.75) und (3.76) im Einklang.

Die Transformation der geozentrischen Zeitskala auf eine Geoid bezogene Zeitskala läßt sich als eine Skalierung mit dem unter (2.120) angegebenen Faktor  $L_G$  darstellen. Der geozentrische Delay im Vakuum (3.70) muß also skaliert werden, um der Empfehlung IV der IAU 1991 (vgl. [85], S. 141f.) zur Konsistenz mit der auf dem Geoid definierten SI-Sekunde zu genügen. Es folgt

$$\Delta\tau = \left(1 - \frac{1}{c^2}U_{g,i}\right) \Delta t^g \quad (3.79)$$

$$= (1 - L_G) \Delta t^g \quad . \quad (3.80)$$

Abschließend ist die Frage zu klären, welche der auf das Geoid bezogenen Zeitskalen in der VLBI Anwendung finden sollen. TT unterscheidet sich von TAI lediglich durch eine Konstante, die durch die unterschiedliche Festlegung des zeitlichen Ursprung verursacht ist. Beide Zeitskalen sind auf das Geoid bezogene Koordinatenzeitskalen. Der Delay ist eine Differenz zweier Ankunftszeiten, so daß für den Delay aus Ablesungen an zwei Plattformen folgt:

$$\begin{aligned} t_{2TT}^g - t_{1TT}^g &= t_{2TAI}^g + \text{const} - \left(t_{1TAI}^g + \text{const}\right) \\ &= t_{2TAI}^g - t_{1TAI}^g \quad . \end{aligned} \quad (3.81)$$

Modelle im CALC/SOLVE Auswerteprogramm für VLBI basieren im Unterschied zur IERS Empfehlung auf TAI anstelle TT, was aber nach (3.81) für den Delay konsistent ist.

Bislang sind die in (3.70) und (3.79) auftretenden geozentrischen Koordinaten  $\overset{g}{x}_i$  in einem zum baryzentrischen Bezugssystem im klassischen Sinne achsparallelen geozentrischen Bezugssystem definiert. Zum Zeitpunkt der Beobachtung sorgen jedoch die in Kapitel 2.4 dargestellten geodynamischen Phänomene für eine Nichtparallelität. Das momentane Bezugssystem  $\Sigma_m$  wird durch eine Transformation gemäß der Umkehrung von (2.148) wegen Präzession, Nutation, Polbewegung und Tageslängenschwankung erhalten. Die von den Raumkoordinaten  $\overset{g}{x}_i$  abhängigen Größen sind zu transformieren nach:

$$\overset{m}{x}_i = \mathbf{W}'_{ij}{}^{-1} \cdot \mathbf{R}'_{jk}{}^{-1} \cdot \mathbf{N}'_{kl}{}^{-1} \cdot \mathbf{P}_{lm}^{-1} \cdot \overset{g}{x}_m \quad . \quad (3.82)$$

**3.2.1.3.1 Vergleich mit IERS Conventions 1996** In den IERS Conventions [86] findet sich eine Formel für den geozentrischen Delay im Vakuum (S. 90, (9)). Sie lautet

$$\overset{g}{t}_{v_2} - \overset{g}{t}_{v_1} = \frac{\Delta t_{grav} - \frac{\overset{g}{K}_i \cdot \overset{g}{b}_{i,0}}{c} \cdot \left(1 - (1 + \gamma)U - \frac{\overset{b}{v}_{i,\oplus}{}^2}{2c^2} - \frac{\overset{b}{v}_{i,\oplus} \cdot \overset{g}{v}_{i,2}}{c^2}\right) - \frac{\overset{b}{v}_{i,\oplus} \cdot \overset{g}{b}_{i,0}}{c^2} \left(1 + \frac{\overset{g}{K}_i \cdot \overset{b}{v}_{i,\oplus}}{2c}\right)}{1 + \frac{\overset{g}{K}_i \cdot \left(\overset{b}{v}_{i,\oplus} + \overset{g}{v}_{i,2}\right)}{c}} \quad (3.83)$$

Der Nenner von (3.83) kann in eine Potenzreihe bis Glieder zweiter Ordnung entwickelt werden. Werden Glieder ab der Ordnung  $O(c^{-4})$  und Terme, deren Beiträge unterhalb einer Pikosekunde liegen vernachlässigt, ergibt sich in ausmultiplizierter Form

$$\begin{aligned} \overset{g}{t}_{v_2} - \overset{g}{t}_{v_1} &= -\frac{1}{c} \overset{g}{K}_i \overset{g}{b}_{i,0} + \frac{1}{c^2} \overset{g}{K}_i \overset{g}{b}_{i,0} \overset{g}{K}_j \cdot \left(\overset{g}{v}_{j,\oplus} + \overset{g}{v}_{j,2}\right) - \frac{1}{c^2} \overset{g}{v}_{i,\oplus} \overset{g}{b}_{i,0} \\ &+ \frac{1}{c^3} \overset{g}{K}_i \overset{g}{b}_{i,0} \overset{g}{v}_{j,\oplus} \overset{g}{v}_{j,2} - \frac{1}{c^3} \overset{g}{K}_i \overset{g}{b}_{i,0} \overset{g}{K}_j \cdot \left(\overset{g}{v}_{j,\oplus} + \overset{g}{v}_{j,2}\right) \overset{g}{K}_k \cdot \left(\overset{g}{v}_{k,\oplus} + \overset{g}{v}_{k,2}\right) \\ &+ \frac{1}{c} \overset{g}{K}_i \overset{g}{b}_{i,0} (1 + \gamma)U + \frac{1}{2c^3} \overset{g}{K}_i \overset{g}{b}_{i,0} \left|\overset{g}{v}_{j,\oplus}\right|^2 \\ &+ \frac{1}{2c^3} \overset{g}{v}_{i,\oplus} \overset{g}{b}_{i,0} \overset{g}{K}_j \cdot \overset{g}{v}_{j,\oplus} + \frac{1}{c^3} \overset{g}{v}_{i,\oplus} \overset{g}{b}_{i,0} \overset{g}{K}_j \cdot \overset{g}{v}_{j,2} + \Delta t_{grav} \quad . \end{aligned} \quad (3.84)$$

Tab. 3.5: Vergleich unterschiedlicher Variablendefinitionen zwischen IERS Conventions (3.84) und Müller (3.70).

IERS [85]	Müller [91]
$\overset{g}{b}_{i,0} = \left( \overset{g}{x}_{i,2}(\overset{g}{t}_1) - \overset{g}{x}_{i,1}(\overset{g}{t}_1) \right)  _0$	$= -\overset{g}{b}_i = \left( \overset{g}{x}_{i,1}(\overset{g}{t}_1) - \overset{g}{x}_{i,2}(\overset{g}{t}_1) \right)$
$\overset{g}{K}_i : \text{Baryzentrum} \rightarrow \text{Quelle}$	$= -\overset{g}{k}_i : \text{Quelle} \rightarrow \text{Baryzentrum}$
$U = \frac{1}{c^2} \left( \frac{GM_\odot}{ R_{i,\oplus\odot} } + \frac{GM_\oplus}{a_\oplus} \right)$	$\simeq \frac{1}{c^2} (U_R + U)$
$(1 + \gamma)$	$= 2$

Die in (3.84) angeführten Terme lassen sich mit denen von (3.70) bei Berücksichtigung der in Tabelle 3.5 angegebenen unterschiedlichen Definitionen vergleichen.

Es sind zwei Unterschiede erkennbar.

1. Es fehlt lediglich der in (3.70) auftretende relativistische Präzessionssterm  $1/c^3 F^{ik} \overset{g}{b}_k \overset{b}{k}_i$ . Hierzu wird in [86], S. 88, ausgeführt, daß in den VLBI-Beobachtungen ein inertiales Bezugssystem mit sehr entfernten Objekten zugrunde gelegt wird, die eine Schätzung der Präzessions- und Nutationsparameter ermöglichen. Allerdings kann die kinematische Betrachtungsweise des inertialen Bezugssystems nicht vollständig aufrecht erhalten werden, weil der relativistische Effekt der geodätischen Präzession von etwa  $19 \frac{mas}{a}$  in den vom IERS empfohlenen Modellen für Präzession und Nutation enthalten ist (vgl. Kap. 2.4.2.1, [78]).
2. Die Gleichung (3.84) wird auf das Geozentrum bezogen dargestellt. Im Potentialterm  $U$  verbirgt sich allerdings das Erdpotential, was darauf hindeutet, das diese Gleichung auf dem Geoid gültig sein soll. Dann darf aber das Erdpotential nur einmal wie in der Gleichung von Müller bzw. (3.79) auftreten und nicht mit einem Faktor 2 wie in (3.84) (vgl. Tabelle 3.5). Offenbar sind die IERS Conventions 1996 [86] an dieser Stelle korrekturbedürftig.

### 3.2.1.4 Atmosphärischer Delay

Der Lichtweg der Quasarstrahlung führt durch Plasmen wie das ionisierte interstellare und interplanetare Medium sowie die Atmosphäre, die sich in einen elektrisch geladenen Anteil, die Ionosphäre, und einen elektrisch neutralen Anteil, die Troposphäre, unterteilen läßt. In dem atmosphärischen Delay werden beide Anteile zusammengefaßt, da sie einen zusätzlichen Delay in der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen bewirken.

Für die geodätische VLBI ist bedeutsam, daß Plasma dispersiv ist. Damit kann bei Beobachtung in zwei verschiedenen Spektralbereichen der Einfluß ionisierter Medien bis auf Szintillationsreste modellseitig berücksichtigt werden. Der Delay durch Plasma entlang der Signallinie berechnet sich theoretisch über die Gruppenlaufzeit zweier Spektralbereiche  $A, B$  bezogen auf das Spektrum  $A$  nach

$$\tau_{ion_A} = \frac{\nu_B^2}{\nu_A^2 - \nu_B^2} (\tau_A - \tau_B) \quad ; \quad (3.85)$$

ist aber keinesfalls stationsspezifisch, sondern nur differentiell bestimmbar. Der ionosphärische Delay für zwei Meßplattformen ergibt sich aus der Differenz des jeweiligen Delays

$$\Delta \tau_{ion_A} = \tau_{ion_{A,1}} - \tau_{ion_{A,2}} \quad . \quad (3.86)$$

In der geodätischen VLBI sind Zweifrequenzmessungen üblich, so daß der ionosphärische Einfluß auf den Delay mit (3.86) berücksichtigt ist.

Die neutrale Atmosphäre umfaßt die ersten  $11km$  der Lufthülle über der Erdoberfläche. Auf die Ausbreitung von Mikrowellen wirkt sie in Abhängigkeit von der Elevation sowohl strahlkrümmend als auch strahlbremsend. Die jeweiligen troposphärischen Verhältnisse sind an räumlich getrennten Meßplattformen unterschiedlich, zumal die Radioquelle unter unterschiedlichen Elevationen beobachtet wird. In der neutralen Atmosphäre gibt es einen in Abhängigkeit des Luftdrucks gut modellierbaren hydrostatischen Anteil und den für Mikrowellen problematischen, schwierig modellierbaren Feuchteanteil. Aufgrund der schwierigen Erfassung des Feuchteanteils entlang

der Zielrichtung zählt der Einfluß der neutralen Atmosphäre zu den genauigkeitslimitierenden Faktoren in der VLBI [123]. Aus diesem Grunde wird der atmosphärische Anteil des Delays über Modelle für den Feuchteanteil des Delays im Zenit, dem *zenith wet path delay*, berechnet. Diese Modelle basieren auf azimuthaler Symmetrie der Refraktion. Über sogenannte Mapping-Funktionen  $m(\epsilon)$  werden der auf das Zenit bezogene feuchte Anteil  $\tau_w^z$  und der ebenfalls auf das Zenit bezogene hydrostatische Anteil  $\tau_h^z$  für beliebige Elevationswerte  $\epsilon$  mit  $m(\epsilon)$  umgerechnet. Der atmosphärische Delay  $\tau_{atm}(\epsilon)$  einer Meßplattform enthält beide Anteile nach

$$\tau_{atm}(\epsilon) = \tau_h^z m_h(\epsilon) + \tau_w^z m_w(\epsilon) \quad . \quad (3.87)$$

Der topozentrische Delay für zwei Meßplattformen, die das Interferometer aufbauen, ergibt sich aus der Differenz der jeweiligen atmosphärischen Delays

$$\begin{aligned} \Delta\tau_{atm} &= \tau_{atm.1}(\epsilon_1) - \tau_{atm.2}(\epsilon_2) \\ &= \tau_{h.1}^z m_h(\epsilon_1) + \tau_{w.1}^z m_w(\epsilon_1) - \tau_{h.2}^z m_h(\epsilon_2) - \tau_{w.2}^z m_w(\epsilon_2) \quad . \end{aligned} \quad (3.88)$$

Die IERS Conventions [86] sprechen keine eindeutige Empfehlung für eines der konkurrierenden Modelle aus, da sie alle mit der Unsicherheit der Modellannahme von azimuthaler Symmetrie behaftet sind. Die verfügbaren Modelle unterscheiden sich in den Eingangsparametern und der minimalen Elevation (s. Tab. 3.6).

Tab. 3.6: Eingangsparemeter von Mapping-Funktionen. Die Abkürzungen bedeuten: *DOY*, Zeit in UTC-Tagen seit Jahresbeginn; *e*, Wasserdampfdruck an Erdoberfläche; *H*, Geoidhöhe der Meßplattform; *h<sub>i</sub>*, Höhe der isothermischen Schicht an Erdoberfläche; *h<sub>t</sub>*, Höhe der Tropopause; *P*, Luftdruck an Erdoberfläche; *T*, Lufttemperatur an Erdoberfläche;  $\beta$ , Fehlerrate;  $\lambda$ , geographische Breite ( [92], S. 3229).

Mapping Funktion	Minimale Elevation	Eingangsparemeter		Referenz
		hydrostatisch	feucht	
Lanyi	6°	<i>T, h<sub>i</sub>, h<sub>t</sub>, <math>\beta</math></i> (total)		Lanyi, 1984, [76]
CfA2.2	5°	<i>P, e, T, <math>\beta, h_t</math></i>		Davis et al., 1985, [29]
Ifadis	2°	<i>P, T, <math>\sqrt{e}</math></i>	<i>P, T, <math>\sqrt{e}</math></i>	Ifadis, 1986, [65]
MTT	3°	<i>T, <math>\lambda, H</math></i>	<i>T, <math>\lambda, H</math></i>	Herring, 1992, [60]
NMF	3°	<i>DOY, <math>\lambda, H</math></i>	$\lambda$	Niell, 1996, [92]

Es sei darauf hingewiesen, daß Niell in [92] eine Mapping-Funktion aus Messungen mit Radiosonden in hohen (stabileren) Luftschichten abgeleitet hat, die erstmals ohne die lokal an den Meßplattformen erfaßbaren Parameter Lufttemperatur, relative Luftfeuchtigkeit und Luftdruck auskommt.

Auf die Ausbreitung von Mikrowellen hat der Wasserdampfgehalt der Luft den größten Einfluß. Der Wasserdampfgehalt kann mit vergleichbarer Genauigkeit sowohl mit Wasserdampfradiometern bestimmt als auch aus GPS-Netzen abgeleitet werden, wobei das Wasserdampfradiometer bei niedrigen Elevationen überlegen ist [21].

Eine detaillierte Untersuchung der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen auf der Grundlage der allgemein-relativistischen Elektrodynamik findet sich bei Hartmann et al. [49].

### 3.2.1.5 Instrumentelle Beiträge zum Delay

An den Meßplattformen selbst entstehen instrumentell bedingte Delays, die aus der Zeithaltung, einem Mehrweg in der Reflexionsgeometrie im Empfangssystem, den Kabellängen und Kabeleigenschaften entstehen, die für jede Meßplattform anders ausfallen.

Die Atomuhren an den entfernten Meßplattformen lassen sich nur annähernd synchronisieren. Weiter weisen sie unterschiedliche Gangraten auf. Das Uhrverhalten kann durch Polynomansätze

$$\tau_{clk_p} = \tau_{clk_0} + \tau_{clk_1} t + \tau_{clk_2} t^2 + \dots \quad (3.89)$$

oder Sinusansätze

$$\tau_{clk_s} = a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) \quad (3.90)$$

modelliert werden ([123], S.72). Der Uhrenanteil des Delays an zwei Meßplattformen ergibt sich aus der Differenz von

$$\Delta\tau_{clk} = \tau_{clk_1} - \tau_{clk_2} \quad . \quad (3.91)$$

Die Parameter zum Uhrenverhalten müssen in der VLBI-Auswertung aus überbestimmten Beobachtungen geschätzt werden.

In dem Empfangssystem treten je nach Antennenkonstruktion (Primär-, Sekundärfokus) Mehrwege durch Reflexion auf. Unterschiedliche elektrische Weglängen in Signalkabeln zwischen dem Phasenzentrum der Antenne und dem VLBI Formatter, der die Zeitinformation in den Datenstrom einfügt, verursachen eine weitere konstante Ablage der gemessenen Signalankunftszeit. Aber auch hier ergibt sich ein zeitvariabler Anteil durch tägliche Temperaturschwankungen, die den elektrischen Widerstand des Signalkabels ändern. Der konstante Anteil ist mit dem unbekanntem Uhrenoffset korreliert, so daß lediglich die zeitliche Variation in der Modellbildung zu berücksichtigen ist. Die Kabellaufzeit wird während der VLBI-Beobachtungen für jede Quelle protokolliert, so daß sich die relative Änderung in den Kabellaufzeiten zweier Meßplattformen ergibt zu

$$\Delta\tau_{cab} = \tau_{cab_1} - \tau_{cab_2} \quad . \quad (3.92)$$

Eine absolute Bestimmung der instrumentell bedingten Delays ist für Zeitübertragungsexperimente mit VLBI Voraussetzung. Sie kann durch *Zero Baseline Interferometry* (ZBI) oder *Short Baseline Interferometry* (SBI) mit transportablen VLBI Kalibriersystemen durchgeführt werden [27], [53].

### 3.2.1.6 Delays durch ausgedehnte Quellen

In der Radioastronomie werden Radioquellen bis auf Pulsare grundsätzlich als inkohärente Strahler betrachtet; d.h. die von verschiedenen Punkten der Quelle empfangene Strahlung ist unkorreliert ([142], S. 62). Gleichwohl zeigen sich in den Radioquellen Regionen, die eine räumlich kohärente Strahlung zeigen. Die Interferenzfähigkeit inkohärenter Radioquellen hängt von der Einhaltung der Kohärenzbedingung (3.14) ab.

Bei der Ableitung des Delays wurde bislang unterstellt, daß die Radioquellen kompakt und punktförmig sind und die Bedingung der zeitlichen Kohärenz (3.13) erfüllen. Die meisten Radioquellen haben jedoch eine räumliche Ausdehnung, die mit einer Intensitätsstruktur einhergeht. Wird die Bedingung für räumliche Kohärenz (3.14) eingehalten, kann das Interferenzsignal zur Nutzung der Informationen über die Quellenstruktur verwendet werden.

Das Meßverfahren der VLBI ist eine Apertursynthese, bei dem jeweils zwei Radioteleskope eine synthetische Apertur mit dem Durchmesser der zugehörigen auf die Quelle projizierten Basislinie bilden. Das Auflösungsvermögen ist proportional zu dem Aperturdurchmesser. Im Vergleich zu einer Messung eines einzelnen Radioteleskops (Aperturdurchmesser im Dekameterbereich) wird mit der Apertursynthese (Durchmesser im Megameterbereich) das Winkelauflösungsvermögen auf besser als *1mas* gesteigert, womit sich noch weit entfernte Quasare räumlich auflösen lassen. In der Radioastronomie wird durch VLBI-Beobachtungen mit der Kartierung von Helligkeitsverteilungen bezüglich der Beobachtungsepoche das Studium der Quellenevolution möglich.

Ausgangspunkt für diese Studien sind die Streifenamplitude und Streifenphase als Observable am Interferometerausgang. Beide Größen sind Funktionen der räumlichen Länge und der Rotationsgeschwindigkeit der Basislinie.

Nach dem Theorem von van-Cittert und Zernike ist der Korrelationskoeffizient aus einer Kreuzkorrelation zweier elektrischer Felder proportional zu der gemessenen Streifenamplitude. Das Verhältnis einer gemessenen Streifenamplitude zu einer hypothetischen Streifenamplitude der gleichen Quelle als Punktstrahler wird als Streifen-Sichtbarkeit  $V$  (*fringe visibility*) bezeichnet. Es gilt immer

$$V \leq 1 \quad . \quad (3.93)$$

Für die Darstellung der Sichtbarkeit wird von der auf die Quelle projizierten Basislinie ausgegangen (Abb. 3.7)

$$U = B \cdot \sin \beta \quad . \quad (3.94)$$

Die auf die Quelle projizierte Basislinie  $U$  läßt sich in einem neuen rechtwinkligen  $uvw$ -Koordinatensystem darstellen, deren  $w$ -Achse in Quellenrichtung, die  $u$ -Achse in Ost-West und die  $v$ -Achse in Nord-Süd liegt. Die Skalierungseinheit der Achsen ist die beobachtete Wellenlänge. Die projizierte Basislinie liegt immer in der  $uv$ -Ebene bzw. Aperturbene. Durch die Erdrotation verändert sich die Länge der projizierten Basislinie bzw. die sie beschreibende Anzahl der Wellenlängen. Damit ergibt sich die Streifenfrequenz  $F$  zu

$$F = \frac{2\pi U}{86400 \lambda} . \quad (3.95)$$

Die Komponenten der Basislinie lauten in einem baryzentrischen System in Abhängigkeit von Rektaszension  $\alpha$  und Deklination  $\delta$

$$B_i = B \cdot \begin{bmatrix} \cos \delta_B \cos \alpha_B \\ \cos \delta_B \sin \alpha_B \\ \sin \delta_B \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

und transformieren sich in die  $uv$ -Ebene mit

$$u = \frac{B}{\lambda} \cos \delta_B \sin(\alpha_0 - \alpha_B) \quad (3.97)$$

$$v = \frac{B}{\lambda} (\sin \delta_B \cos \delta_0 - \sin \delta_0 \cos \delta_B \cos(\alpha_0 - \alpha_B)) , \quad (3.98)$$

wobei  $\alpha_0, \delta_0$  die Position des Intensitätsmaximums der Quelle angibt [156]. Aus (3.97) und (3.98) läßt sich ablesen, daß der durch das Interferometer charakterisierte Ort in der  $uv$ -Ebene sich durch die Erdrotation auf einer Ellipse mit den Halbachsen

$$a = \frac{B}{\lambda} \cos \delta_B \quad (3.99)$$

$$b = \frac{B}{\lambda} \cos \delta_B \sin \delta_0 \quad (3.100)$$

und dem Ursprung

$$0_u = 0 \quad (3.101)$$

$$0_v = \frac{B}{\lambda} \sin \delta_B \cos \delta_0 \quad (3.102)$$

bewegt. In einem Netz von  $n$  Radioteleskopen ergeben sich  $n(n-1)/2$  Basislinien und ebenso viele Spuren in der  $uv$ -Ebene. Variierende Basislängen gehen einher mit variierendem Winkelaufhebungsvermögen. Somit ergeben kurze Basislängen eine Vorstellung von der Ausgedehtheit der Quelle und lange Basislängen von den Detailstrukturen. Die  $uv$ -Ebene wird deshalb auch *Auflösungsebene* genannt (Abb. 3.8).

Innerhalb eines kurzen Zeitintervalls, in dem die Streifenphase und die Streifenamplitude nicht zu stark variieren, mißt das Interferometer bei einer gegebenen Basislinie mit diesen Größen genau eine Fourierkomponente der Quelle, die durch die Sichtbarkeitsfunktion  $V$  angegeben werden kann als

$$V_{jk}(u, v) = A_{jk}(u, v) e^{i\Phi_{jk}(u, v)} , \quad (3.103)$$

wobei  $A_{jk}$  die Amplitude bzgl. der Basislinie zwischen den Stationen  $j$  und  $k$  und  $\Phi_{jk}$  die zugehörige Streifenphase nach (3.114) ist. Im gesamten Beobachtungsintervall einer Radioquelle ergeben sich deshalb für jede Basislinie eine Reihe von Fourierkomponenten in der  $uv$ -Ebene.

Für die Abbildung der Helligkeitsverteilung  $H$  einer Quelle wird an der Himmelskugel eine Tangentialebene an die bekannte Quellenposition  $P(\alpha_0, \delta_0)$  als Kartierfläche mit einem  $xy$ -Koordinatensystem gelegt, mit

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\alpha - \alpha_0) \cos \delta \\ \delta - \delta_0 \end{bmatrix} , \quad (3.104)$$

wobei  $x$  in Ostrichtung zeigt. Mit variierender Auflösung ist das Intensitätsmaximum einer Quelle nicht notwendigerweise ortsfest, so daß ein fester Bezugspunkt  $P(\alpha_0, \delta_0)$  vorgegeben werden muß, zu dem Strukturkomponenten relativ zugeordnet werden können.

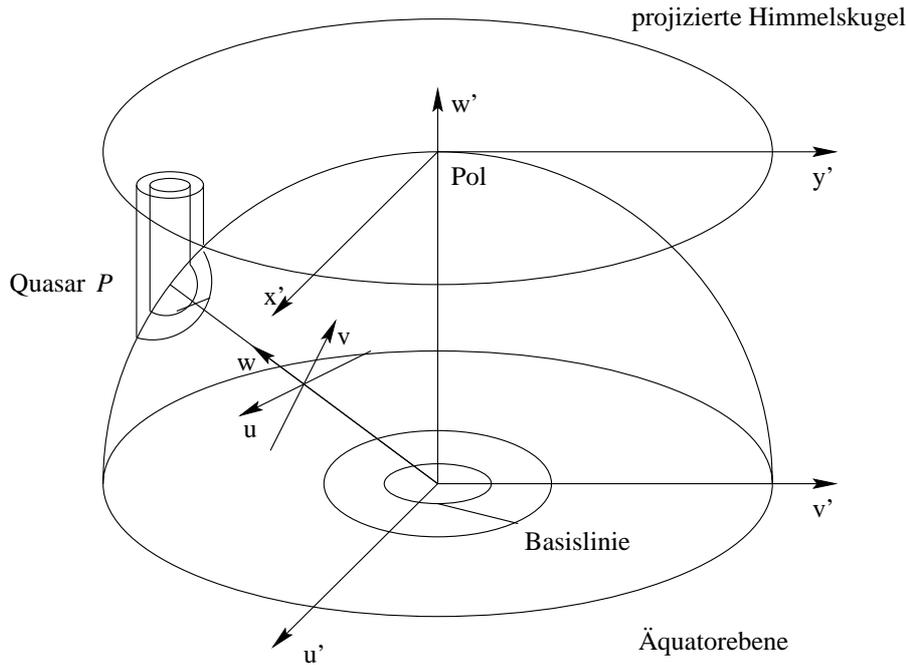


Abb. 3.8:  $uvw$ -Koordinatensystem für ein Ost-West Antennenarray. Die  $u'v'$ -Ebene ist die Äquatorebene. Basislinien bilden sich dort wegen der Erdrotation als konzentrische Kreise ab. Die  $xy$ -Bildebene ist eine (nicht eingezeichnete) Tangentialebene an die Himmelskugel im Quasarpunkt  $P(\alpha_0, \delta_0)$  und kann in die  $x'y'$ -Bildebene der projizierten Himmelskugel abgebildet werden. Die Fouriertransformation bildet die  $uv$ -Ebene ( $u'v'$ -Ebene) auf die  $xy$ -Ebene ( $x'y'$ -Ebene) ab.

Die Sichtbarkeit  $V(u, v)$  ist die fouriertransformierte Helligkeitsverteilung  $H(x, y)$ . Die Umkehrung der Fouriertransformation (bzw. die Umkehrung des van-Cittert Zernike Theorems) führt von der Sichtbarkeit auf die Helligkeitsverteilung der Quelle, so daß nach [133], S. 22, folgt

$$V_{jk}(u, v) = \iint_{\Omega} H(x, y) e^{-2\pi i(ux+vy)} dx dy \quad (3.105)$$

$$\Leftrightarrow H(x, y) = \iint_{\Omega} V_{jk}(u, v) e^{2\pi i(ux+vy)} dx dy \quad , \quad (3.106)$$

wobei  $\Omega$  die Fläche der Quellenausdehnung meint.

Aufgrund einer stets nur lückenhaften Abdeckung der  $uv$ -Ebene mit Interferometerbasen kann der Kartierungsprozeß nur iterativ sein. Bei den Iterationen werden (3.105) und (3.106) zyklisch gemäß Abbildung 3.9 mit interaktiver Beeinflussung berechnet. Die Lücken in der  $uv$ -Ebene verursachen Artefakte in der Karte, deren Ursache sich anschaulich als durch Nebenkeulen eingefangene Störsignale beim synthetischen Interferometerradioteleskop deuten läßt. Aus der anfänglich beobachteten Überlagerung von *wahrer Karte plus Fehlerkarte* tritt im Iterationsprozeß immer mehr die *wahre Karte* hervor. Dabei wird sukzessive eine immer bessere Interpolation zwischen den lückenhaft besetzten Fourierkomponenten in der  $uv$ -Ebene hergestellt.

Der beschriebene Weg zur Gewinnung der Helligkeitsverteilung einer Radioquelle beruht auf der Kenntnis der Sichtbarkeitsphase  $\psi_{ij}$ . Ist das Interferometer größer als etwa  $10\text{km}$ , kann eine direkte Messung der Phase aufgrund der unvorhersagbaren Delays in der Atmos-/Ionosphäre nicht mehr vorgenommen werden. Weitere Probleme stellen in diesem Zusammenhang auch die nur bedingt vorhersagbare Interferometergeometrie und die voneinander unabhängigen Frequenzstandards dar. Die von Rogers et al. 1974 [107] vorgeschlagene Methode zur Bestimmung eines Phasenschlusses  $C_{ijk}$  (*closure phase*) zwischen drei Radioteleskopen erbringt die nötige Zusatzinformation zur Bildgewinnung mit VLBI. Bei Beachtung einer zyklischen Reihenfolge können die beobachteten Phasen  $\Phi_{ij}$  summiert werden, die der Summe der Sichtbarkeitsphasen  $\psi_{ij}$  entsprechen muß

$$C_{123} = \Phi_{12} + \Phi_{23} + \Phi_{31} \quad (3.107)$$

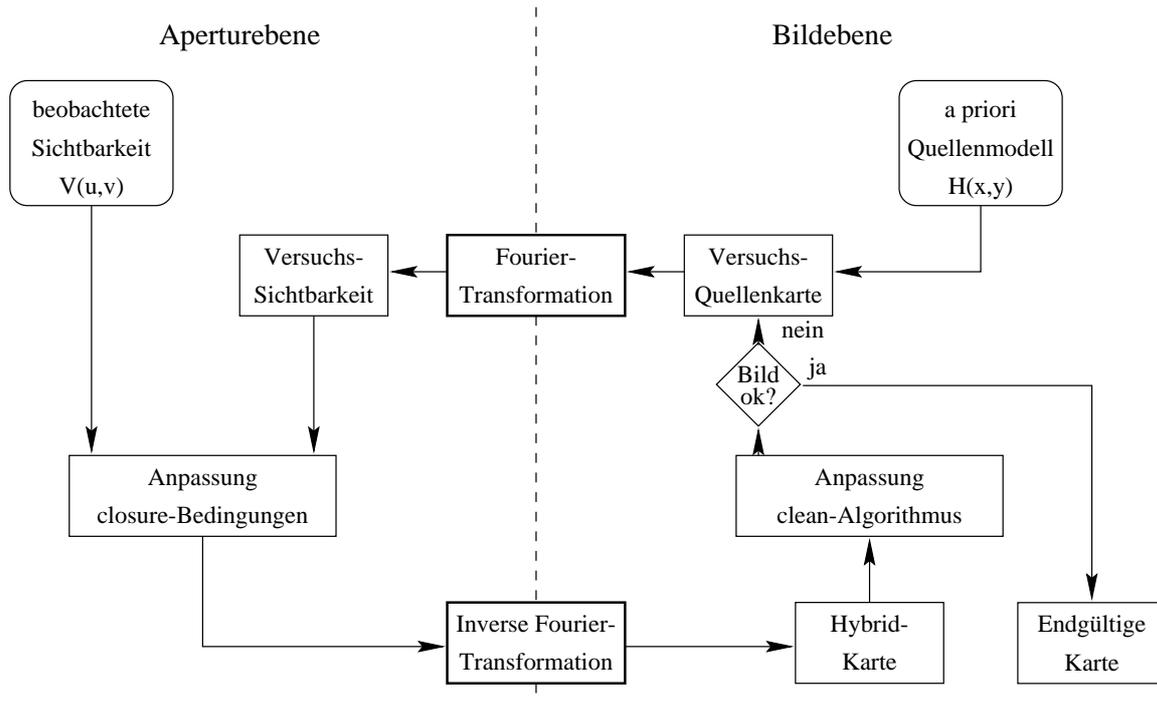


Abb. 3.9: Flußdiagramm zur Bildgewinnung von Quellenstrukturen aus VLBI-Beobachtungen. Über die inverse Fouriertransformation der Sichtbarkeit und Nutzung der *closure phases* wird ein erstes Bild gewonnen, das noch durch Artefakte unsauber ist. Ein iterativer Prozeß, bei der die Helligkeitsverteilung und die Sichtbarkeit ineinander umgerechnet und verglichen werden, interpoliert fehlende Fourierkomponenten in der Aperturebene so lange, bis ein sauberes Bild der Quellenstruktur vorliegt ([153], S. 80).

$$= \psi_{12} + \psi_{23} + \psi_{31} \quad , \quad (3.108)$$

wobei der Index die beteiligten Radioteleskope bezeichnet. Störungen der Phase an einer Meßplattform treten auf den zwei zugehörigen Basislinien als Phasenverschiebungen mit unterschiedlichem Vorzeichen auf, so daß sie sich in der Summenbildung aufheben. Die Nutzung von  $(n-1)(n-2)/2$  *closure phase* Observablen auf  $n(n-1)/2$  Basislinien hinterläßt noch  $n-1$  unbekannte Sichtbarkeitsphasen. In der Bildgewinnung werden diese  $n-1$  Freiheitsgrade a priori aus bekannten Helligkeitsverteilungen benutzt, um für den iterativen Bildgewinnungsprozeß mit den *beobachteten* Amplituden und den *geschätzten* Phasen eine Näherungskarte (*dirty map*) zu erhalten. Mit der in Abbildung 3.9 dargestellten *clean* Methode werden die Phasen rekonstruiert. Die Konvergenz des iterativen Prozesses mit der Nutzung der *closure phase* wird durch die Zusatzinformationen, daß die Helligkeitsverteilung überall positive Werte annehmen muß und daß die Quelle nur eine endliche Ausdehnung hat, wesentlich begünstigt.

Die einzelnen Streifenamplituden werden typischerweise mit einer Genauigkeit von etwa 5% bestimmt, so daß sie für die Bildgewinnung direkt benutzt werden können ([153], S. 77). Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß sich auch schließende Amplitudenbeziehungen  $A_{ijkl}$  (*closure amplitude*) aus jeweils vier Radioteleskopen nutzen lassen ([18], S. 79). Die *closure amplitude*

$$A_{1234} = \frac{|V_{12}||V_{34}|}{|V_{13}||V_{24}|} \quad (3.109)$$

ist von atmosphärischen und instrumentellen Effekten unabhängig.

Mit zunehmender Anzahl der von Radioteleskopen in einem VLBI-Netz erhöht sich auch die Anzahl der zurückgewonnenen Phasen- und Amplitudeninformation in der Aperturebene. Die rückgewinnbaren Informationen werden in Prozenten in Abhängigkeit der  $n$  beteiligten Radioteleskope berechnet:

$$f_{\Phi} = \frac{n-2}{n} \quad (3.110)$$

$$f_A = \frac{n-3}{n-1} \quad . \quad (3.111)$$

In der Geodäsie werden die in dem Delay  $\Delta\tau$  enthaltenen geometrischen Informationen ausgewertet. Der Einfluß einer ausgedehnten Radioquelle auf den Delay wird über die Strukturphase  $\Phi_{src}$  der Sichtbarkeitsfunktion  $V(u, v)$  abgeleitet. Es gilt

$$\tan \Phi_{src} = \frac{\Im(V(u, v))}{\Re(V(u, v))} \quad (3.112)$$

$$= \frac{-\iint_{\Omega} H(x, y) \sin(2\pi(ux + uy)) dx dy}{\iint_{\Omega} H(x, y) \cos(2\pi(ux + uy)) dx dy} \quad (3.113)$$

Die in (3.17) angegebene Beziehung für die Streifenphase  $\Phi(\omega, t)$  am Korrelatorausgang erleidet durch Quellenstrukturen ein Verschmieren der Phasenbeziehung aufgrund einer nicht mehr strengen räumlichen Kohärenz der Strahlung, so daß eine Phasenverschiebung wegen der Quellenstruktur  $\Phi_{src}$  folgt:

$$\Phi(\omega, t) = \omega\tau(t) + \Phi_{src} \quad (3.114)$$

Damit ergibt nach sich (3.20) bereits ein Korrekturterm  $\Delta\tau_{src}$  der Quellenstruktur für den Delay zu

$$\Delta\tau_{src} = \frac{d\Phi_{src}(\omega, t)}{d\omega} \quad (3.115)$$

$$= \frac{d\Phi_{src}}{du} \frac{du}{d\omega} + \frac{d\Phi_{src}}{dv} \frac{dv}{d\omega} \quad (3.116)$$

Die einzelnen Ableitungsterme in (3.116) lauten nach [156], S. 34,

$$\frac{du}{d\omega} = \frac{u}{\omega} \quad (3.117)$$

$$\frac{dv}{d\omega} = \frac{v}{\omega} \quad (3.118)$$

$$\frac{d\Phi_{src}}{du} = \frac{\frac{d\Im(V(u, v))}{du} \Re(V(u, v)) - \frac{d\Re(V(u, v))}{du} \Im(V(u, v))}{A(u, v)^2} \quad (3.119)$$

$$\frac{d\Phi_{src}}{dv} = \frac{\frac{d\Im(V(u, v))}{dv} \Re(V(u, v)) - \frac{d\Re(V(u, v))}{dv} \Im(V(u, v))}{A(u, v)^2} \quad (3.120)$$

wobei sich die enthaltenen Ableitungen ergeben zu

$$\frac{d\Re(V(u, v))}{du} = \iint_{\Omega} H(x, y) \cdot 2\pi x \cdot \sin(2\pi(ux + uy)) dx dy \quad (3.121)$$

$$\frac{d\Im(V(u, v))}{du} = -\iint_{\Omega} H(x, y) \cdot 2\pi x \cdot \cos(2\pi(ux + uy)) dx dy \quad (3.122)$$

$$\frac{d\Re(V(u, v))}{dv} = \iint_{\Omega} H(x, y) \cdot 2\pi y \cdot \sin(2\pi(ux + uy)) dx dy \quad (3.123)$$

$$\frac{d\Im(V(u, v))}{dv} = -\iint_{\Omega} H(x, y) \cdot 2\pi y \cdot \cos(2\pi(ux + uy)) dx dy \quad (3.124)$$

Die Berechnung von (3.115) erfolgt mittels numerischer Differentiation, nachdem zuvor die in (3.121) bis (3.124) auftretende Helligkeitsverteilung durch eine Fouriertransformation vollständig in die Aperturebene abgebildet wurde [156]. Der Delay durch Quellenstruktur kann je nach Quelle, Länge der Basislinie und Beobachtungsepoche Werte bis  $100ps$  annehmen.

**3.2.1.6.1 Beispiel Radioquelle 0552+398** Die Radioquelle 0552+398 wurde in geodätischen Beobachtungen am häufigsten beobachtet. Aus astrometrischen Beobachtungsreihen, die mit einer extrem guten  $uv$ -Bedeckung (Abb. 3.10) mit dem amerikanischen VLBA-Netzwerk, das teilweise durch europäische Radioteleskope ergänzt wurde, durchgeführt wurden, lassen sich die Quellenstruktur im S- und X-Band studieren [38] (Abb. 3.11, 3.12, vgl. Abb. 2.10).

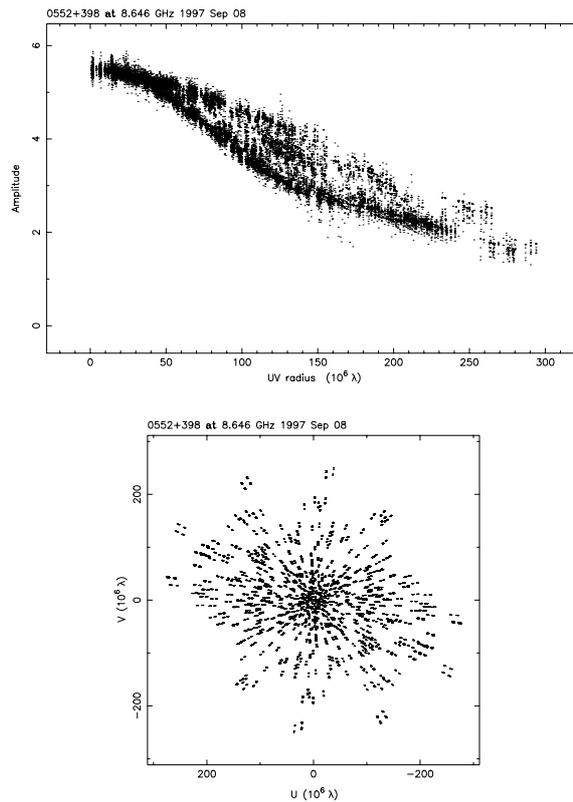


Abb. 3.10: Amplituden- und  $uv$ -Plot zur Beobachtung von 0552+398 im X-Band [38]. Die Nutzung des VLBA zusammen mit dem EVN ermöglichen das beste verfügbare Auflösungsvermögen. Die ausgeglichene Verteilung durch kurze und lange Basislinien sind ideale Voraussetzung zur Bildgewinnung.

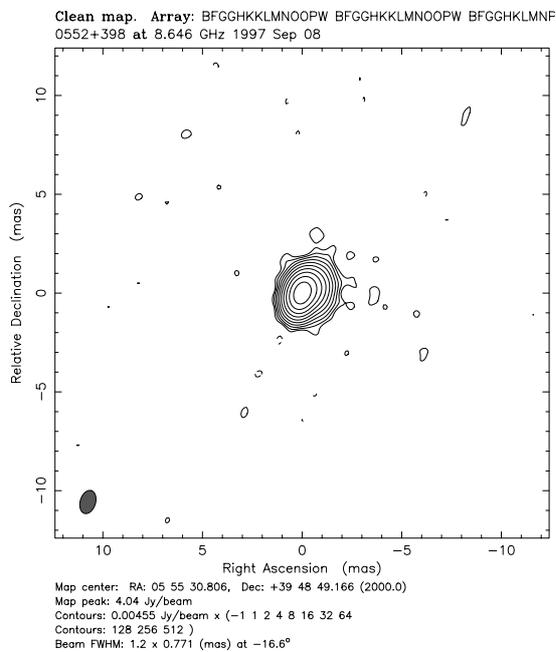


Abb. 3.11: Quellenstruktur von 0552+398 im X-Band dargestellt in der  $xy$ -Tangentialebene an die Himmelskugel [38]. Obgleich die Quelle mit einer Ausdehnung von etwa 4mas sehr kompakt erscheint, werden mit der VLBI noch Substrukturen aufgelöst (s. Abb. 3.12), womit sie für das ICRF als 'Kandidat' klassifiziert wurde.

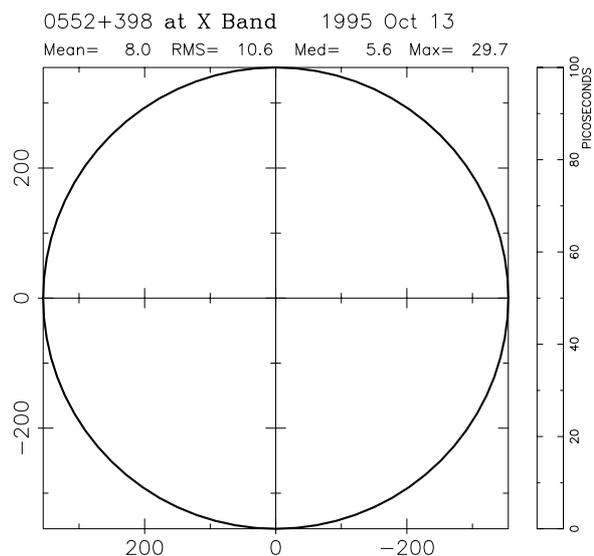


Abb. 3.12: Delay Korrekturen durch Quellenstruktur von 0552+398 ([26]). Der Kreisdurchmesser entspricht dem Erddurchmesser, der maximalen Basislinienlänge, die in der Einheit Millionen Wellenlängen angegeben sind. Die Korrekturwerte können für 0552+398 über 20ps betragen.

### 3.2.1.7 VLBI Delay

Zusammenfassend kann der Delay in der VLBI angegeben werden, wie er von Beobachtern an den Meßplattformen aus beurteilt wird. Aus (3.70), (3.28), (3.74), (3.86), (3.88), (3.91), (3.92), (3.115) folgt für die Gruppenlaufzeit eines Spektralbereiches  $A$

$$\begin{aligned} \Delta\tau_A = & -\frac{1}{c} \overset{g}{b}_{i.ki} \overset{b}{k}_i && \text{Interferometer-Geometrie, (3.70)} && (3.125) \\ & -\frac{1}{c^2} \overset{g}{b}_{i.ki} \overset{b}{k}_i \left( \overset{b}{v}_{l.\oplus} + \overset{g}{v}_{l.2} \right) \overset{b}{k}_i && (3.70) \\ & +\frac{1}{c^2} \overset{g}{b}_{i.\overset{b}{v}_{i.\oplus}} && (3.70) \\ & +\frac{1}{c^3} \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{g}{v}_{l.2} && (3.70) \\ & -\frac{1}{c^3} \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{k}_i \left( \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{k}_i \right)^2 && (3.70) \\ & -\frac{1}{c^3} 2 \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{v}_{i.2} \overset{b}{k}_i \overset{b}{v}_{j.\oplus} \overset{b}{k}_j && (3.70) \\ & +\frac{1}{c^3} 2 \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{k}_i U_R && (3.70) \\ & +\frac{1}{c^3} \frac{1}{2} \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{v}_{i.\oplus}^2 && (3.70) \\ & +\frac{1}{c^3} F^{ik} \overset{g}{b}_{k.ki} && \text{Quadrupolmoment, (3.47), (3.70)} \\ & +\frac{1}{c^3} \frac{1}{2} \overset{b}{v}_{i.\oplus} \overset{b}{k}_i \overset{b}{v}_{k.2} \overset{g}{b}_k && (3.70) \\ & +\frac{1}{c^3} \overset{g}{v}_{i.2} \overset{b}{k}_i \overset{b}{v}_{k.\oplus} \overset{g}{b}_k && (3.70) \\ & +\Delta t_{grav} && \text{Gravitationseinfluß, (3.28)} \\ & +\frac{1}{c^3} \overset{g}{b}_{l.kl} \overset{b}{k}_i U && \text{Übergang zu Geoidzeit, (3.74)} \\ & +\Delta\tau_{ionA} && \text{Ionosphärischer Einfluß, (3.86)} \\ & +\Delta\tau_{atm} && \text{Atmosphärischer Einfluß, (3.88)} \\ & +\Delta\tau_{clk} && \text{getrennte Uhren, (3.91)} \\ & +\Delta\tau_{cab} && \text{Kabellaufzeitvariationen, (3.92)} \\ & +\Delta\tau_{src} && \text{Quellenstruktur, (3.115)} \end{aligned}$$

## 3.2.2 Signalverarbeitung im Radiointerferometer

In diesem Abschnitt wird der Signalfluß vom Empfang der Radioquellenstrahlung, ihrer Verarbeitung auf der Meßplattform und ihrer Weiterverarbeitung im Korrelator nachvollzogen.

### 3.2.2.1 Signalstruktur

Quasare erzeugen idealerweise konstante Leistungsspektren bei großen Bandbreiten. Ihre Rauschsignale sind unpolarisiert und stochastisch. In der geodätischen VLBI werden die in Tabelle 3.7 genannten Ausschnitte eines breitbandigen Quellenspektrums beobachtet.

Tab. 3.7: Beobachtungsspektren geodätisch genutzter VLBI. Eine Radioquelle wird in zwei Spektralbereichen beobachtet, um die frequenzabhängigen Laufzeiten aufgrund der dispersiven Ionosphäre zu erfassen.

X-Band	S-Band
$\nu_X = 8.1 \dots 8.9 GHz$	$\nu_S = 2.1 \dots 2.4 GHz$
$\lambda_X = 37 \dots 33 mm$	$\lambda_S = 143 \dots 125 mm$

Die an den Meßplattformen mit Radioteleskopen empfangene Leistung von den Radioquellen wird um etwa +170dB vor der Digitalisierung verstärkt (Tab. 3.12). Die hierzu erforderlichen elektronischen Komponenten

verursachen eine zusätzliche Störstrahlung, die das Signal der Strahlung der kosmischen Radioquellen überlagern.

Bei der kosmischen Radiostrahlung wird zwar oft von Signal gesprochen, obgleich sie kein definiertes Nutzsignal enthält. Die natürlich generierte kosmische Radiostrahlung wird in Anlehnung an die Optik mit *weißem Rauschen* charakterisiert. Rayleigh zeigte, daß mit einer unendlichen Summe von Oszillatoren mit zufälligen Frequenzen und Phasenlagen weißes Rauschen nachgebildet werden kann. Es läßt sich statistisch mit einer Gaußverteilung von Frequenz, Amplitude und Phase vergleichen bzw. als Gaußsches *random noise* bezeichnen. Im folgenden sei als Nutzsignal das von der Radioquelle stammende weiße Rauschen bezeichnet. Diesem ist ein Störsignal aus ebenfalls weißem Rauschen überlagert, das als thermisches Rauschen hauptsächlich von den elektronischen Bauteilen der Empfangsapparatur generiert wird.

An der  $i$ -ten Meßplattform wird das Empfangssignal  $u_i$  als Summe von Nutzsignal  $u_{signal}$  und Störsignal  $u_{noise}$  angegeben mit

$$u_i(\tau) = a_{signal}(t) \cos(2\pi f_c B_0 + \phi_{signal}(t)) + a_{noise}(t) \cos(2\pi f_c B_0 + \phi_{noise}(t)) \quad , \quad (3.126)$$

wobei  $a_{signal,noise}$  die gaussverteilte Amplitude,  $\phi_{signal,noise}$  die gaussverteilte Phase des Nutz- bzw. Störsignals,  $f_c$  die Mittenfrequenz des Empfangsspektrums einer spektralen Bandbreite  $B_0$  darstellen. Das Empfangssignal stellt sich als eine Zeitfunktion mit statistischen Eigenschaften dar. Für die Erwartungswerte von Nutzsignal  $u_{signal}$  und Störsignal  $u_{noise}$  gilt die Beziehung

$$E(u_{signal}^2) \ll E(u_{noise}^2) \quad , \quad (3.127)$$

wobei die Störsignalleistung um den Faktor 100 bis 10000 über der Nutzsignalleistung liegt. Für die nachfolgenden Betrachtungen wird Stationarität, d.h. die zeitliche Konstanz der statistischen Eigenschaften der Quellenstrahlung für den Beobachtungszeitraum von etwa 100 – 800s unterstellt.

### 3.2.2.2 Signalverarbeitung auf der Meßplattform

An den Meßplattformen müssen sich kompatible Datenakquisitionsterminals (*data acquisition terminal*) befinden. Stellvertretend für die derzeit verfügbaren Terminals wird das in der geodätischen VLBI relevante Mk4 Akquisitionssystem anhand des Blockdiagramms (Abb. 3.13) vorgestellt. Der heutige Mk4-Standard wird durch zwei unterschiedliche Hardwarekonzepte realisiert, nämlich durch das ältere Mk3 System und das neuere VLBA System, die beide entsprechend auf Mk4 umgerüstet wurden. Mit einem Mk4 Terminal ist ein umgerüstetes Mk3 Terminal gemeint, hingegen wird ein umgerüstetes VLBA Terminal zu einem VLBA4 Terminal. Der **Mk4-Standard** wird von Mk4 und VLBA4 Terminals erfüllt.

Weitere VLBI-Terminals werden in Tabelle 3.8 angegeben. Tabellen 3.9 und 3.10 geben Auskunft über die zur Herstellung von Kompatibilität notwendige Überwindung technischer Unterschiede für die gemeinsame Korrelation. Inzwischen wurden Übersetzer entwickelt, so daß Konvertierungen von Mk4, S2 nach VSOP und Mk3/4 nach S2 möglich sind. Damit wird die Nutzung des VSOP bzw. S2 Korrelators mit anderen Daten aus originär anderen Formaten ermöglicht. Diese Entwicklungen haben sich insbesondere aus den Projekten zur raumgestützten VLBI (VSOP, Radioastron) ergeben und erlauben neue Netzkonfigurationen. Bei der Nutzung von Breitbandkommunikationsleitungen würde das Problem der Inkompatibilität entfallen [52].

Tab. 3.8: VLBI Terminals.

System	Entwickler	Anwendung
Mk3, Mk4, VLBA4	MIT, NASA	Geodäsie, Astronomie
K-3, K-4, New-K-4	CRL	Geodäsie, Astronomie
S2	ISTS	Geodäsie, Astronomie
VLBA	MIT, NRAO	Astronomie
VSOP	ISAS	Astronomie

Auf die Merkmale von Radioteleskopen zum Empfang der Mikrowellenstrahlung gemäß Tabelle 3.7 wird in Kapitel 3.2.3.1 detailliert eingegangen. Als *front end* wird der radioteleskopseitige Teil des VLBI-Terminals

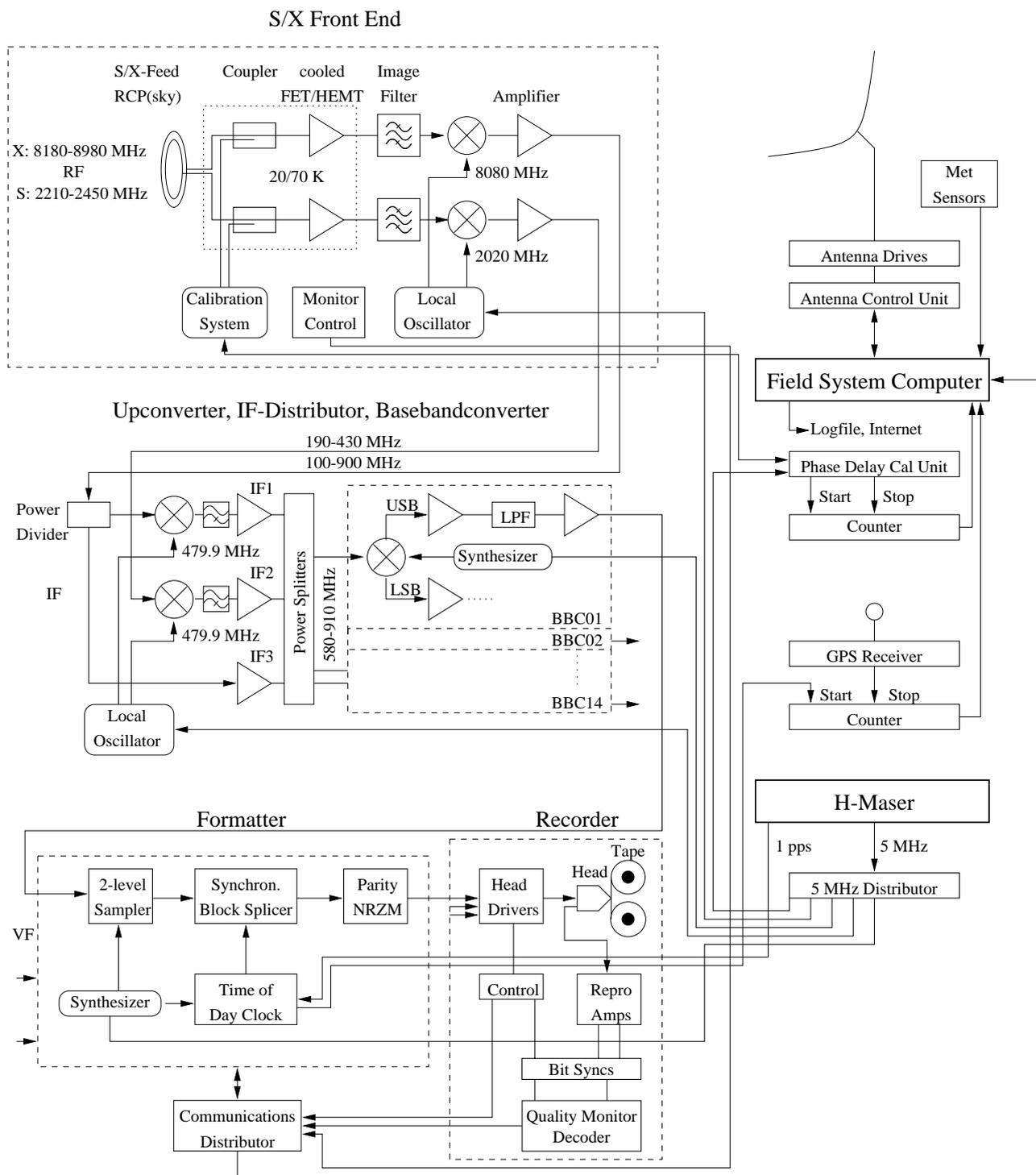


Abb. 3.13: Blockdiagramm des VLBA4 Terminals exemplarisch für das obere Seitenband des ersten Baseband-Konverters. Die übrigen Kanäle 2-14 lassen sich in Analogie zu Kanal 1 darstellen. Die Bedienung ist nahezu vollständig über den Field System Computer möglich. VLBI-Daten werden auf Magnetbändern und einer Log-datei aufgezeichnet.

bezeichnet. Die Schnittstelle zwischen der Strahlung im Raum und der Elektronen im elektrischen Leiter stellt das Empfangshorn (*feed horn*) dar. In der geodätischen VLBI handelt es sich um ein sogenanntes Dualband-Empfangshorn, welches für Spektralbereiche außerhalb der jeweils gewünschten Ausschnitte im X- und S-Band eine Filterfunktion erfüllt.

Im Empfangshorn werden die elektromagnetischen Wellen derart ausgekoppelt, daß sie dem Energieanteil der

Tab. 3.9: VLBI-Daten Aufzeichnungstechnik.

System	Magnetbandart	Schreib-/Lesetechnik
Mk3, Mk4, VLBA4, VLBA	offene Magnetbandspule	fester Kopf
K-4, New K-4, VSOP	Sony D1-Bandkassette	rotierender Kopf
S2	VHS Kassette	rotierender Kopf

Tab. 3.10: VLBI Bandsynchronisation. Sie ist bedeutsam im Korrelationsprozeß.

System	Synchronisationsart	Übersetzung
Mk3, Mk4, VLBA4, K-4, New K-4	Zeitcode (y, m, d, h, m, s)	logische Konversion
VLBA	Zeitcode (jd, s)	logische Konversion
S2, VSOP	elektronisch	Hardwareübersetzung

rechtszirkularen Polarisationsrichtung bei der Ausbreitung im Raum entsprechen. (In der Radioastronomie werden auch beide Polarisationsrichtungen beobachtet.)

Das Empfangsspektrum gelangt dann zu einem kryogenen Vorverstärker, der entweder als FET (*field effect transistor*) oder als HEMT (*high electron mobility transistor*) ausgeführt ist. Die zweistufige Tiefkühlung mit komprimiertem Helium auf Temperaturen von etwa  $20K$  bzw.  $60K$  bewirkt eine starke Rauscharmut des ersten Verstärkers. Damit ist es technisch möglich, die sehr schwachen Energien von Quasaren zu detektieren und mit nur geringen Störungen zu verstärken.

Das verstärkte Radiofrequenzspektrum (RF) trifft auf einen Mischer, der von einem lokalen Oszillator (LO) im Empfänger gespeist wird. Der LO ist phasenstarr an die Referenzfrequenz des H-Maser-Normals gekoppelt. Am Mischerausgang ergibt sich ein Zwischenfrequenzspektrum (IF) von  $0 \dots 1000MHz$ . Das IF-Spektrum wird nochmals im Empfänger verstärkt und kann über Kabel vom Radioteleskop zum Terminal geleitet werden.

Am *back end* eines VLBI-Terminals werden die IF-Spektren weiterverarbeitet. Zunächst sorgt ein Downconverter (Mk4) bzw. ein Upconverter (VLBA4) für eine entsprechende Konvertierung in die gewünschten Eingangsspektren der Video-<sup>2</sup> (Mk4) bzw. Baseband-Konvertoren (VLBA4), dessen LO ebenfalls phasenstarr an den H-Maser gekoppelt sein muß.

Tab. 3.11: Unterschiedliche IF-Konvertierungen bei Mk4 und VLBA4 Terminal.

Terminal	IF-Spektrum	Konverter	Eingangsspektrum am
Mk4	$100 \dots 500MHz$	-	$100 \dots 500MHz$
	$500 \dots 900MHz$	$-500.1MHz$	$0 \dots 400MHz$
VLBA4	$0 \dots 500MHz$	$+479.9MHz$	$480 \dots 980MHz$
	$500 \dots 1000MHz$	-	$480 \dots 1020MHz$

Zwischenfrequenzverteiler (*IF-distributor*) stellen jedem der insgesamt 14 Video- bzw. Baseband-Konverter die IF als Eingangsspektrum über einen Matrixschalter wahlweise zur Verfügung. Ein mit dem H-Maser phasenstarr gekoppelter programmierbarer Frequenzsynthesizer kann mit einer Auflösung von  $10kHz$  auf eine diskrete Frequenz des IF-Spektrums gesetzt werden. Ein Seitenbandmischer (*single sideband mixer*) erzeugt dann als analoge Ausgangssignale das obere und untere Seitenband im Basebandfrequenzbereich mit einer Bandbreite von maximal  $16MHz$ . Ein programmierbarer Tiefpaßfilter begrenzt die Bandbreite auf Werte zwischen  $62.5kHz \dots 16MHz$ , die sich aus Multiplikation von  $62.5kHz$  mit dem Faktor  $2^n, n \in \{1, \dots, 8\}$  ergeben. Die Baseband-Konverter sind mit einem *Automatic Gain Control* (AGC) ausgestattet, der für einen gleichen Ausgangspegel aller Video-/Baseband-Konverter sorgt. Alle Einstellungen im IF-Distributor und in den Video-/Baseband-Konverter werden computergesteuert vorgenommen. (Zur Frequenzumsetzung vgl. Tab. 3.13).

<sup>2</sup>Die Bezeichnung Videokonverter ist historisch aus dem Mk2 VLBI-System hervorgegangen, bei dem die Bandbreite von  $4Mbit/s$  auf umgebauten VHS- Videorekordern aufgezeichnet werden konnte ([1], S. 99). Funktional handelt es sich auch um einen Baseband-Konverter.

In dem bis hier vorgestellten analogen Signalteil, wird das Spektrum mehrfach verstärkt, um einerseits genügend Quellsignal zu erhalten und andererseits die ebenfalls auftretenden Verluste in Kabeln und den HF-Bauteilen zu kompensieren. Einen Überblick über den dynamischen Bereich eines VLBI-Empfangssystems gibt Tabelle 3.12.

Tab. 3.12: Abschätzung der Verstärkung und Verluste des Quellspektrums einer VLBI-Empfangsanlage (s. Abb. 3.13). Zwischen den jeweiligen Stufen treten kleinere Verluste durch Kabel und Verbindungselemente auf.

Stufe	relativer Gewinn
Quasar ( $\approx 5K$ )	$\approx -174dBm$
Reflektor mit Feed (abhängig von Durchmesser)	+60dB
Kryogener LNA	+35dB
Bandpaßfilter	-1dB
Verstärker	+12dB
Mischer und Vorverstärker	+30dB
Verstärker	+20dB
Übertragungskabel (längen-, frequenzabhängig)	-5 ... -15dB
Equalizer (frequenzabhängig)	0 ... -8dB
Upconverter	+20dB
IF-Distributor	+22dB
Kabelverluste (längen-, frequenzabhängig)	-10dB
Baseband-Konverter (AGC)	-18 ... +12dB
Summe	$\approx 0dBm$

Die resultierenden Basebandsignale werden zum Sampler übertragen, wo sie nach dem Nyquist-Theorem  $2Bit/1Hz$  mit (mindestens) der doppelten Bandbreite des Seitenbandes (maximal  $32Mbit/s$ ) digitalisiert werden. Der Sampler im Mk4-Formatter ermöglicht die simultane Digitalisierung aller Analogsignale im 1-Bitsampling (nur Phase) oder im 2-Bitsampling (Amplitude und Phase). Das 2-Bitsampling hat den Vorteil, daß sich durch die Digitalisierung eine geringere Degradation des Signal-Rauschverhältnisses ergibt ([142], S. 216ff) und daß sich bei radioastronomischen Spektrallinienbeobachtungen eine höhere Informationsdichte auf der Spektrallinie durch die doppelte Datenmenge ergibt. Der  $32MHz$ -LO des Samplers ist ebenfalls an die H-Maser Normalfrequenz phasenstarr gekoppelt.

Der Mk4-Formatter ist mit dem VLBA4-Formatter identisch. Er akzeptiert maximal 64 Eingänge (2-Bitsampling, 16 BBC, USB und LSB), die sich über einen Multiplexer nochmals auf 128 Kanäle verdoppeln lassen. Ein Matrixschalter ermöglicht nun die beliebige Zuordnung der Dateneingangskanäle zu den Datenausgangskanälen, die letztendlich den Schreibköpfen im Rekorder entsprechen. Jeder der Datenströme wird formatiert, d.h., es werden Datenrahmen zu  $2500Bytes$  zzgl. eines Paritätsbits pro Byte gebildet. Die ersten  $20Bytes$  enthalten Informationen, die der Korrelator für die spätere Synchronisation der Datenströme benötigt. Hierzu zählt auch eine Zeitinformation (Abb. 3.14).

Die digitalisierten und formatierten Datenströme werden mit einem Rekorder auf 1"-Magnetbänder aufgezeichnet und somit zwischengespeichert. Magnetbänder werden von den Meßplattformen zu Korrelationszentren geschickt, wo sich der Korrelationsprozeß anschließt.

Die Aufteilung des IF-Spektrums auf 14 Video-/Baseband-Konverter bedingt unterschiedliche Signallaufzeiten, die mit einem Phasen- und Kabelverzögerungskalibriersystem (*phase delay - cable delay calibration system*) kompensiert werden können.

**3.2.2.2.1 Phasenkalibriersystem** Die Aufteilung der IF-Spektren auf 14 Video-/Baseband-Konverter zur Frequenzbandbreitensynthese kann den Verlust der zeitlichen Kohärenz durch unterschiedlich lange elektrische Laufzeiten in den einzelnen Modulen mit sich bringen. Zur Kompensation dieses Nachteils wird im Front-End vor der ersten Verstärkerstufe ein Puls mit der Pulsbreite von  $< 50ps$  und der Wiederholrate von  $1MHz$  eingespeist. Durch die Schmalheit des Pulses ergeben sich breitbandig die Spektrallinien zu jeder ganzzahligen  $MHz$ -Frequenz im RF-Spektrum. Die Frequenzen der Baseband-Konverter werden mit einem Offset von  $-10kHz$  zu den ganzzahligen  $MHz$ -Frequenzen des Kalibriersignals gesetzt, so daß sich im Ausgangssignal des

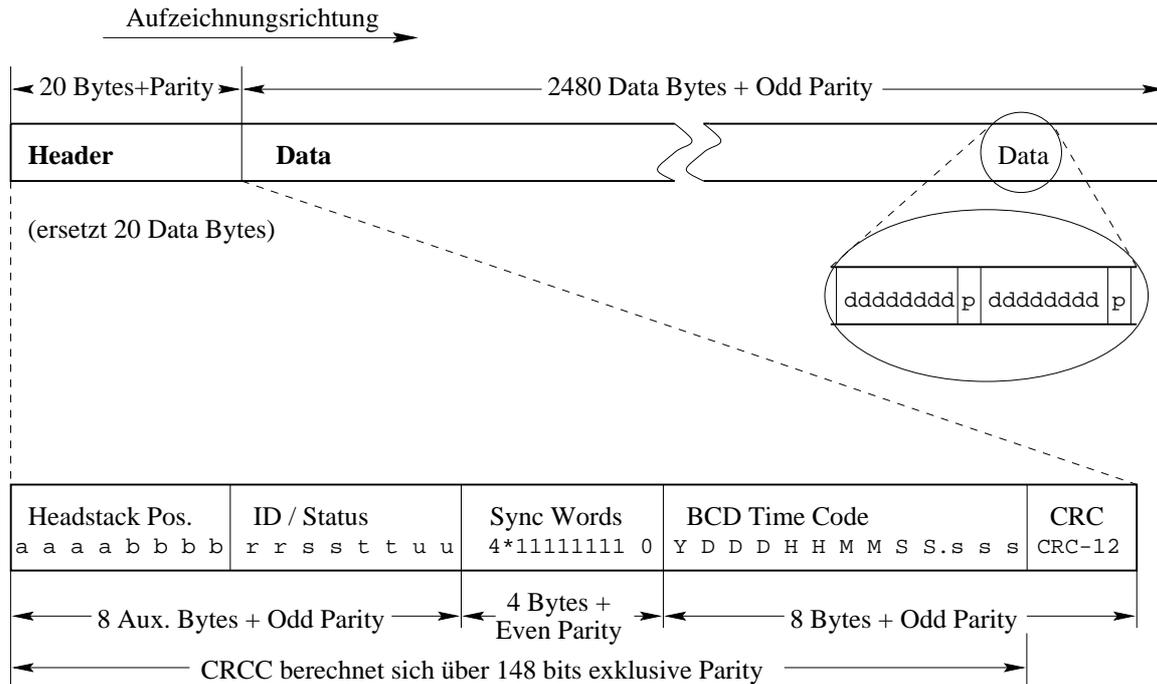


Abb. 3.14: Darstellung der VLBI-Rohdaten im Rahmen des Mark 4 Datenformats. Jedes Byte wird mit einem ungeraden Paritätsbit abgeschlossen. Nur das Sync Word erhält gerade Paritätsbits. Der Header ersetzt in jedem Rahmen 20 Datenbytes. Das Mk4 Datenformat ist mit dem Mk3 Datenformat bis auf die Information in den Auxiliary-Bytes identisch (vgl. [151]). Bei einer Samplerate von  $4\text{Mbit/s}$  entspricht die zeitliche Länge eines Datenrahmens  $5\text{ms}$ .

Baseband-Konverter eine Schwebung mit dem Betrag der Offsetfrequenz befindet, die mit einem geeigneten Filter am Oszilloskop zu Kontrollzwecken sichtbar gemacht werden kann.

Der Phasenkalibriersignalkoppler hinter dem Empfangsfeed (Phasenzentrum) ist der *zeitliche Bezugspunkt* in der VLBI-Antenne, da durch die Kopplung des Pulsgenerators an den H-Maser eine präzise Zeitskalierung dem RF-Datenstrom aufgeprägt wird. (Zum *räumlichen Bezugspunkt* in der VLBI siehe Abschnitt 3.2.3.1.) Im Korrelationsprozeß lassen sich die Phasenkalibriersignale detektieren und damit unterschiedlich lange Verzögerungszeiten zwischen den Kanälen kompensieren. Neben dieser relativen Phasenangleichung wird auch die zeitvariable absolute Phasenlage durch das Phasenkalibriersignal festgelegt.

**3.2.2.2.2 Kabelverzögerungsmesssystem** Dem Phasenkalibriersystem ist ein Kabelverzögerungsmesssystem (*cable delay calibration system*) angegliedert. Dieses erlaubt eine Korrektur des Tagesgangs der Kabellaufzeiten des Phasenkalibriersignals von der *ground unit* zur *antenna unit* durch Temperaturschwankungen (Tag-Nacht-Effekte) und somit eine genauere Zuordnung der Phasenkalibrierpulse zu den H-Maser Epochen. Das Verzögerungsmesssystem in der Antenne reflektiert ein ankommendes  $5\text{MHz}$ -Sinussignal und moduliert es mit  $5\text{kHz}$ . In der Bodeneinheit läßt sich das Referenzsignal und das reflektierte, modulierte Signal um den Faktor 200000 heruntermischen, so daß der Phasenvergleich zweier  $25\text{Hz}$ -Signale an einem Zähler vorgenommen werden kann. Es folgt somit:

$$1\mu\text{s am Counter} = 2.5\text{ps Einwegkabelverzögerung} \quad . \quad (3.128)$$

### 3.2.2.3 Signalverarbeitung im Korrelator

Eine genaue a-priori Kenntnis über die Lage der gesuchten Interferenzstreifen in dem Delay-/Delay Rate-Raum ist in der VLBI wegen der unabhängigen Frequenznormale, zeitlicher Veränderung der Basisliniengeometrie durch Erdrotation und geodynamische Phänomene wie z.B. Erdzeiten, atmosphärischer Bedingungen nicht möglich. Wie bereits gesehen, ist der Delay insbesondere durch die Rotation der Erde zeitvariabel und es gilt  $\Delta\tau := \Delta\tau(t)$ , wobei  $t$  Koordinatenzeit ist. Damit die Korrelationsfunktion kohärente Strahlung der Radioquelle

detektieren kann, müssen die beiden Empfangssignale so aufeinander angepaßt werden, daß in der Korrelation die Summe der Produkte stochastischer Zeitfunktionen von Null verschiedene Ergebnisse liefert. Es ergeben sich zwei Forderungen für die Signalanpassung:

1. Der Delay muß a-priori in einem der beiden Signalströme berücksichtigt werden.
2. Die Zeitabhängigkeit des Delays bewirkt einen zu berücksichtigenden Dopplereffekt im Spektralbereich.

Der Dopplereffekt kann bereits während der Beobachtung durch sogenannte *Wavefront Clock-Technik*, bei der die lokalen Oszillatoren um die a priori Dopplerfrequenz verstimmt werden [70], aber auch nachträglich in der Korrelation berücksichtigt werden, was sich in den Mark 3 bzw. Mark 4 Korrelatorsystemen durchgesetzt hat [149]. Die zweite Möglichkeit wird nachfolgend beschrieben.

Die Signalverarbeitung in einem digitalen Korrelator ist ein sehr umfangreicher Prozeß, der sich über die parallele Berechnung mit Versuchswerten in der Umgebung der ungenauen Näherungswerte mit Maximumssuche dem Ergebnis schrittweise annähert. Der parallelen Berechnung mit unterschiedlichen Näherungswerten werden sogenannte *lags* (3.152) zugeordnet.

Der Korrelationsprozeß läßt sich dann für jedes *lag* durch folgende Schritte charakterisieren:

1. Berechnung der komplexen Kreuzkorrelationsfunktion (KKF) (3.130) im Zeitbereich für jeden Datenrahmen gemäß Abb. 3.14 basierend auf groben Näherungswerten für die Gruppenlaufzeit und die Streifenfrequenz. Letztere wird über Kosinus- und Sinus-Terme der Kreuzkorrelationsfunktion eingefügt, die ihrerseits normiert, Bitclipping<sup>3</sup> korrigiert und mit der 3-Levelapproximation<sup>4</sup> digitalisiert wurden. Praktisch werden so für jede Beobachtungsfrequenz genäherte Delays in Biteinheiten bestimmt (*bit offset*) (s. Abb. 3.15).

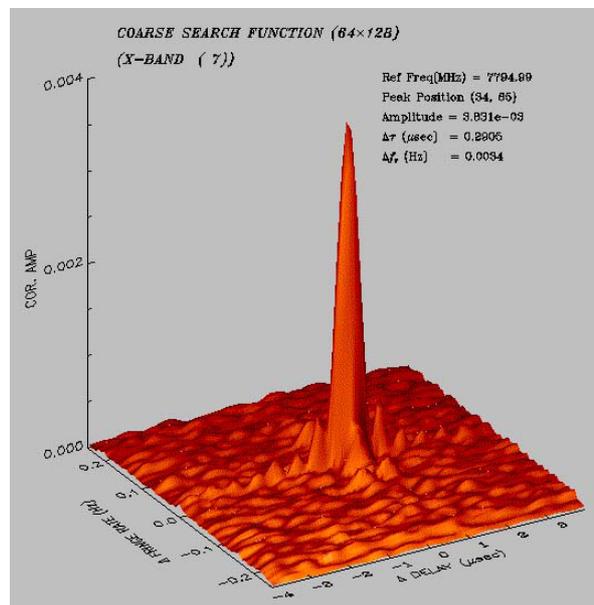


Abb. 3.15: Grobe Interferenzstreifensuche. Darstellung der Korrelationsamplitude bzgl. der Residuen zwischen beobachteter und a priori grob berechnetem Delay vs. Delay Rate. Bei  $64 \times 128$  berechneten Fouriertransformationen, stellt sich das Korrelationsmaximum beim Lag mit den Koordinaten (34, 65) ein, was einem residuellen Delay von  $0.2905 \mu\text{s}$  und einer residuellen Streifenfrequenz von  $0.0034 \text{ Hz}$  entspricht [71].

<sup>3</sup>Bitclipping ist eine Verzerrung bei der Digitalisierung. Sie tritt auf, wenn Signalnulldurchgang mit dem Abtastzeitpunkt zusammenfallen, weil dann keine Grenzverstärkung erfolgen kann.

<sup>4</sup>3-Levelapproximation einer Kosinusschwingung bedeutet eine Digitalisierung mit drei Zuständen +1 für  $\{0 \leq \phi \leq 3\pi/8\}$ , 0 für  $\{3\pi/8 \leq \phi \leq 5\pi/8\}$ , -1 für  $\{5\pi/8 \leq \phi \leq \pi\}$ . Sie bewirkt eine Korrelationsunterdrückung beim Zustand '0' und erhöht die Korrelationsamplitude um etwa 18%.

2. Die Korrelationskoeffizienten des vorigen Schrittes werden in den Videofrequenzbereich fouriertransformiert (3.131). Mit der Phasennachführung der Kosinus-/Sinusterme der KKF (3.144), (3.146) läßt sich die Dopplerfrequenzverschiebung kompensieren. Sofern oberes und unteres Seitenband beobachtet wurden, werden sie im Frequenzbereich zusammengefügt. Die Rücktransformation in den Zeitbereich ergibt pro Beobachtungsfrequenz den Einzelbanddelay (*single band delay*) mit einer Subbitauflösung.
3. Es erfolgt eine erneute Fouriertransformation für jede der Einzelbanddelays in den Bereich der Streifenfrequenz. Somit liegen für jede Beobachtungsfrequenz der Einzelbanddelay und ihre zeitliche Veränderung in Form der Streifenfrequenz vor. Durch die Extraktion des Phasenkalibriersignals ist es möglich, zwischen den Beobachtungsfrequenzen die zeitliche Kohärenzbedingung wiederherzustellen. Damit kann eine zweidimensionale Delay-/Delay Rate-Auflösungsfunktion (*delay/delay-rate resolution function*) (3.160) als komplexe Korrelationsfunktion zur Berechnung des synthetischen Gruppendelays herangezogen werden (s. Abb. 3.16). Eine nochmalige Auflösungssteigerung wird mit einer zweidimensionalen parabolischen Inter-

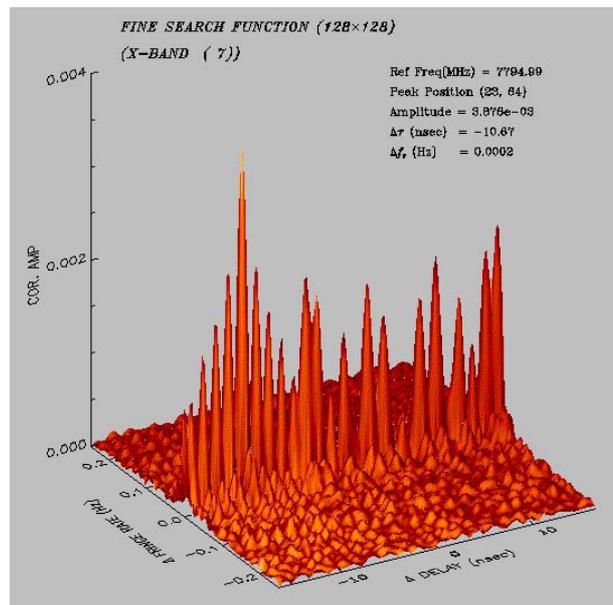


Abb. 3.16: Feine Interferenzstreifensuche. Darstellung der Korrelationsamplitude bzgl. der Residuen zwischen beobachtetem und aus Grobsuche (Abb. 3.15) näherungsweise bestimmtem Delay vs. Delay Rate. Bei  $128 \times 128$  berechneten Fouriertransformationen, stellt sich das Korrelationsmaximum beim Lag mit den Koordinaten (23, 64) ein, was einem residuellen Delay von  $-10.67\text{ms}$  und einer residuellen Streifenfrequenz von  $0.0002\text{Hz}$  entspricht [71].

pulation erreicht, die zu den endgültigen Werten für den Delay  $\tau$  und der Delay Rate  $\dot{\tau}$  führt ( [150], S. 428).

Die zur Korrelation notwendigen Schritte in der Signalverarbeitung werden hier nur verkürzt in einem systemtheoretischen Ansatz wiedergegeben. Ausführliche Darstellungen finden sich insbesondere bei [150], [149] und [41], [1], [19].

Folgende Notationsvereinbarung wird vorab getroffen: Für den Delay  $\Delta\tau_A$ , die sich zwischen zwei Meßplattformen ergibt und in Kapitel 3.2.1 abgeleitet wurde, soll im folgenden die Schreibvereinfachung gelten:

$$\Delta\tau := \tau \quad . \quad (3.129)$$

**3.2.2.3.1 Grundlagen der Korrelation** Der Vergleich zweier stochastischer Signale vollzieht sich mathematisch in der Korrelationsfunktion  $c_{ij}(\tau)$ , wobei die statistischen Eigenschaften als stationär für den Integrationszeitraum vorausgesetzt werden. Die Korrelationsfunktion lautet:

$$c_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T s_i(t) s_j(t + \tau) dt \quad , \quad (3.130)$$

wobei  $2T$  die Länge des Integrationszeitintervalls,  $t$  das Ereignis,  $\tau$  der Delay von Signal  $s_j$  relativ zu  $s_i$  angibt. Die Korrelationsfunktion (3.130) ist sowohl auf identische Signale  $i = j$  (Autokorrelation) als auch auf zeitversetzte  $i \neq j$  Signale (Kreuzkorrelation) anwendbar.

Das **Theorem von Wiener-Khintchine** besagt, daß die fouriertransformierte Korrelationsfunktion dem Leistungsspektrum des Signals  $C_{ij}(f)$  entspricht.

$$C_{ij}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} c_{ij}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.131)$$

$$\Leftrightarrow c_{ij}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{ij}(f) e^{+j\omega\tau} df \quad , \quad (3.132)$$

wobei für die Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  gilt und sich für  $i = j$  das Autoleistungsspektrum bzw. die Autokorrelationsfunktion und sich für  $i \neq j$  das Kreuzleistungsspektrum bzw. die Kreuzkorrelationsfunktion ergibt. Quasare erzeugen zumeist konstante Leistungsspektren mit großen Bandbreiten, aus denen in der VLBI nur die in den Video-/Basebandkonverter herausgelösten Teilspektren mit der begrenzten Bandbreite  $B_0$ , z.B.  $2MHz$ , genutzt werden. Das Theorem ermöglicht somit die Vorhersage des Verlaufs der Auto- bzw. um  $\tau$  zeitlich verschobenen Kreuzkorrelationsfunktion.

Der lineare Ansatz im Korrelatormodell für die Zeitabhängigkeit des Delays lautet

$$\tau(t) = \tau_0 + \dot{\tau}t \quad (3.133)$$

$$= \tau_0 + Kt \quad , \quad (3.134)$$

wobei  $K := \dot{\tau}$  definiert wird.

Aus praktischen Erwägungen kann das Integrationsintervall in (3.130) nicht unendlich lang sein, sondern ist maximal auf die Beobachtungsdauer einer Radioquelle beschränkt. Der lineare Ansatz für den Delay setzt je nach Interferometerkonfiguration die maximale Integrationszeit noch weiter herunter und zwar auf Intervalle, für die Zeitkonstanz des Delays angenommen werden kann. Dieser lineare Ansatz wird somit ein nachgeführter linearer Ansatz, der eine Unterteilung der Beobachtungsdauer in  $M$  Akkumulationsperioden mit sich bringt, für die jeweils die Ablage  $\tau_0$  und der Faktor  $K$  erneut a priori zu bestimmen sind.

$$\tau_m(t) = \tau_{0m} + K_m t \quad . \quad (3.135)$$

Der konstante Anteil  $\tau_0$  und der zeitlich veränderliche Anteil  $K$  lassen sich den beiden Empfangssignalen getrennt zuordnen, womit sich die Zeitfunktionen  $u_i$  aus (3.126) umschreiben lassen zu

$$u_1(t) = s(t - \tau_0) \quad , \quad (3.136)$$

$$u_2(t) = s\left(\frac{t}{1 - K}\right) \quad . \quad (3.137)$$

Für die Zeitfunktion (3.136) ermöglicht der Verschiebungssatz die Spektraltransformation ([84], S. 86). Es folgt

$$u_1(t) \Leftrightarrow U_1(f) = S(f) e^{-j\omega\tau_0} \quad . \quad (3.138)$$

Für die zweite Zeitfunktion (3.137) ermöglicht der Ähnlichkeitssatz die Spektraltransformation ([84], S. 77). Es folgt

$$u_2(t) \Leftrightarrow U_2(f) = (1 - K) S(f(1 - K)) \quad . \quad (3.139)$$

Im Spektralbereich äußert sich  $K \neq 0$  als eine Frequenzverschiebung (Dopplereffekt), die sich aus den unterschiedlichen Relativgeschwindigkeiten  $v_1 \neq v_2$  der Meßplattformen zur Radioquelle ergibt.

**3.2.2.3.2 Frequenzumsetzung vom Radiofrequenz- zum Videofrequenzbereich** Die Radiofrequenzspektren unterliegen in der Signalverarbeitung mehrfachen Frequenzumsetzungen, die durch Mischfrequenzen

Tab. 3.13: Frequenzumsetzung am Beispiel eines VLBA4-Terminals. Filter besorgen die Begrenzung der Ausgangsspektren. Das IF-Spektrum  $> 500\text{MHz}$  wird nicht hochgemischt, da es mit dem Eingangsspektrum der Basebandkonverter übereinstimmt. Es liegen insgesamt acht (X) plus sechs (S) unterschiedliche Videobandausschnitte des RF-Spektrums vor.

Modul	LO Frequenz	Ausgang	Spektrum
Quasar	keine	breitbandig	RF
Reflektor mit Feed	keine	X: $\approx 8100 - 8900\text{MHz}$ S: $\approx 2100 - 2400\text{MHz}$	RF
Empfänger	X: $8080\text{MHz}$ S: $2020\text{MHz}$	$\approx 20 - 820\text{MHz}$	IF
(Upconverter)	$479.9\text{MHz}$	$\approx 500 - 1000\text{MHz}$	IF
Frequenzsynthesizer	$500 - 1000\text{MHz}$	$\approx 2 - 32\text{MHz}$	VF

lokaler Oszillatoren (LO) bewirkt werden. Alle hierbei beteiligten LO müssen phasenstarr an die  $5\text{MHz}$ -Referenzfrequenz des Wasserstoff-Masers gekoppelt sein. Tabelle 3.13 gibt einen Überblick der Frequenzen der lokalen Oszillatoren und der Signalstärke am Ausgang des betreffenden Moduls.

Die Differenz- und Summenspektren werden jeweils durch das Überlagerungssignal  $\cos(\omega_{LO_i} t)$  erzeugt. Die hierbei entstehenden harmonischen Vielfachen im Ausgangsspektrum werden durch geeignete Paßbandfilter unterdrückt. Systemtheoretisch lassen sich alle an der Umsetzung vom RF- in den VF-Bereich beteiligten Oszillatoren in einem LO zusammengefaßt denken. Unter dieser Voraussetzung lassen sich die zuvor bestimmten Spektralfunktionen (3.138) und (3.139) der Empfangssignale um die Frequenz des theoretisch zusammengefaßten lokalen Oszillator  $\omega_{LO}$  bei Berücksichtigung der eingesetzten Filter erweitern zu

$$U_1(f) = \begin{cases} S(f \pm f_{LO}) e^{-j(\omega \pm \omega_{LO}) \tau_0} & , \quad 0 < |f| < B_0 \\ 0 & , \quad |f| \geq B_0 \end{cases} \quad (3.140)$$

$$U_2(f) = \begin{cases} S((f \pm f_{LO}) \cdot (1 - K)) & , \quad 0 < |f| < B_0 \\ 0 & , \quad |f| \geq B_0 \end{cases} \quad (3.141)$$

Die Begrenzung des Spektrums durch Tiefpaßfilterung wird im Zeitbereich durch Faltung ( $\star$ ) mit der Fouriertransformierten der Filtersystemfunktion dargestellt  $S_i(f) \Leftrightarrow s_i(\tau)$ . Mit dem Verschiebungs- und dem Faltungssatz ([84], S. 97) ergeben sich die tiefpaßgefilterten Empfangssignale als Videoausgangssignal zu

$$u_1(t) = (s(t - \tau_0) \cdot \cos(\omega_{LO} t)) \star s_i(t) \quad , \quad (3.142)$$

$$u_2(t) = (s(\frac{t}{1-K}) \cdot \cos(\omega_{LO} t)) \star s_i(t) \quad . \quad (3.143)$$

**3.2.2.3.3 Signalanpassung für die Kreuzkorrelation** Stochastische Signale ergeben in der Autokorrelation ein absolutes Maximum, dessen zeitliche Auflösung umgekehrt proportional zur Signalbandbreite ist. Diese Eigenschaft läßt sich im Kreuzkorrelationsprozeß der schwachen Radiostrahlung der Quasare zur Bestimmung des Delays ausnutzen.

An den Korrelator stellen sich die Anforderungen, hohe Datenmengen zahlreicher Kanäle simultan mit großer Genauigkeit zu verarbeiten. Die hierfür benutzten digitalen Korrelationssysteme ermöglichen frequenz- und zeitdiskret auf der Auflösungsebene eines Bits zu arbeiten.

Für eine Bestimmung des Delays nach (3.133) kommt es im Korrelationsprozeß darauf an, die Videosignale gemäß (3.140), (3.141) bzw. (3.142), (3.143) bestmöglich an die Spektren  $S(f \pm f_{LO})$  anzupassen. Die Anpassung geschieht im ersten Schritt der Korrelation zeitdiskret für jede Akkumulationsperiode, die auch mit der zeitlichen Länge eines Datenrahmens identisch sein kann. In Gleichung (3.140) treten der konstante Delay  $\tau_0$  und der Phasenfehler  $\pm \omega_{LO} \tau_0$  als unbekannte Parameter auf. Der Delay wird durch Variation der Näherungswerte bestimmt, indem für jede Akkumulationsperiode verschiedene Versuchswerte berechnet werden. Die Streifenphase wird für jede Akkumulationsperiode als konstant angenommen.

In Gleichung (3.141) tritt die Spektralverschiebung mit dem Faktor  $(1 - K)$  auf. Anschaulich bedeutet der Dopplereffekt im Zeitbereich ein Auseinanderdriften der Signale, so daß eine diskrete Anpassung mit konstanten Werten für die Frequenzverschiebung nur in sehr schmalen spektralen bzw. zeitlichen Ausschnitten möglich

ist. Praktisch wird die Anpassung in (3.143) durch Multiplikation mit einer harmonischen cos-Schwingung im Zeitbereich

$$\cos(2\pi f_{d_0} t) \rightleftharpoons \frac{1}{2} (\delta(f + f_{d_0}) + \delta(f - f_{d_0})) \quad (3.144)$$

mit der diskreten Dopplerfrequenz  $f_{d_0}$  aus

$$f_{d_0} = \frac{K_0}{1 - K_0} f_{LO} \quad (3.145)$$

erreicht, wobei sich die Dopplerfrequenz  $f_d$  auf die Mittenfrequenz des Videospektrums bezieht. Die Multiplikation mit (3.144) zeigt im Spektralbereich durch den Faktor  $1/2$  einen Verlust an SNR an. Das volle SNR wird erst durch die Multiplikation von (3.143) im Zeitbereich mit der zu (3.144) orthogonalen und komplexen Schwingung

$$\sin(2\pi f_{d_0} t) \rightleftharpoons \frac{1}{2j} (\delta(f - f_{d_0}) - \delta(f + f_{d_0})) \quad (3.146)$$

und anschließender Addition erhalten. Diese Operationen werden bei Benutzung des komplexen Drehzeigers für die genäherte Dopplerfrequenz  $f_{d_0}$

$$e^{j\omega_{d_0} t} = \cos(\omega_{d_0} t) + j \sin(\omega_{d_0} t) \quad (3.147)$$

$$\rightleftharpoons \delta(f - f_{d_0}) \quad , \quad (3.148)$$

mit  $\omega_{d_0} = 2\pi f_{d_0}$  zusammengefaßt. (Die in (3.144), (3.146) und (3.148) auftretenden  $\delta$ -Symbole bezeichnen den *Dirac-Impuls*.)

Das in (3.141) auftretende Spektrum kann also durch eine diskrete Näherung ersetzt werden

$$S(f \pm f_{LO}) \approx S((f \pm (f_{LO} + f_{d_0})) \cdot (1 - K))|_{f=0} \quad . \quad (3.149)$$

Nach den Korrekturen für den Delay und den Doppler-Effekt unterscheiden sich die Signalströme (3.142), (3.143) nunmehr als

$$u_{v1}(t) = s_v(t) \quad (3.150)$$

$$u_{v2}(t) = s_v\left(\frac{t}{1-K}\right) \quad (3.151)$$

nur noch durch den Maßstabsfaktor  $(1 - K)^{-1}$ . Die Anpassung der Funktion (3.151) auf (3.150) erfolgt mit einem zeitdiskreten Ansatz. In dem aus Näherungswerten bestimmten Korrelationssuchfenster werden zeitlich vor und nach dem mit dem Näherungswert  $K_0$  a-priori bestimmten Delay  $\tau_{gn}$  die Kreuzkorrelationskoeffizienten  $c_{ij}$  zu den Zeitpunkten

$$t_n = n \cdot T_i \quad \text{mit } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \quad (3.152)$$

berechnet. Mit der konstanten Verschiebung

$$\tau_{gn} = \frac{K_0 n T_i}{1 - K_0} \quad (3.153)$$

folgt

$$u_{v1}(t + \tau_{gn}) \approx u_{v2}(t) \quad . \quad (3.154)$$

Mit diesen Schritten sind beide Empfangssignale im Videospektrum angepaßt. Aus den Überlegungen zur Doppleranpassung wird die Verwendung der komplexen Korrelationsfunktion verständlich. Aus (3.130) folgt die komplexe Korrelationsfunktion im Zeitbereich  $\underline{c}_{ij}$  als Funktion des residuellen Delays

$$\Delta\tau_n = \left( \tau_{0g} + \frac{n T_i}{1 - K_0} \right) - \left( \tau_0 + \frac{n T_i}{1 - K} \right) \quad (3.155)$$

zu

$$\underline{c}_{ij}(\Delta\tau_n) = \exp\left(j2\pi\left(f_{LO} + \frac{B_0 \Delta\tau_n}{2}\right)\right) \frac{\sin(\pi B_0 \Delta\tau_n)}{\pi B_0 \Delta\tau_n} \quad , \quad (3.156)$$

mit der VF-Bandbreite  $B_0$ , für das jeweilige Intervall

$$n T_i - \frac{T_i}{2} < t < n T_i + \frac{T_i}{2} \quad . \quad (3.157)$$

Die Länge der Teilintegrationsintervalle  $T_i$  legen den maximalen Wert der Dekorrelation durch die Diskretisierung von  $K$  fest.

**3.2.2.3.4 Mehrkanalinterferometrie** Die bisher abgeleiteten Formeln beziehen sich auf ein Videofrequenzspektrum mit einer Bandbreite  $B_0$  von z.B.  $2\text{MHz}$  und somit auf das Einkanalinterferometer.

Die Kreuzkorrelationsfunktion (3.156) wird durch die sinc-Funktion  $\sin(\pi B_0 \Delta \tau_n) / (\pi B_0 \Delta \tau_n)$  moduliert, welche äquivalent zur Fouriertransformierten eines Bandpasses vom Spektralbereich in den Zeitbereich ist. Somit läßt sich die Verzögerungsbreite  $\Delta \tau$  mit

$$\Delta \tau = \frac{1}{B_0} \quad (3.158)$$

abschätzen. Die Zeithaltung an den Meßplattformen läßt eine etwa 100-mal genauere Bestimmung von  $\Delta \tau$  zu (Nanosekundengenauigkeit), als dies durch die Videobandbreite von  $2\text{MHz}$  zum Ausdruck kommt. Es folgt

$$\Delta \tau = \frac{1}{100B_0} \quad (3.159)$$

womit jedoch nur eine äquivalente Bestimmung der Basislängen im Meterbereich ( $1/(100 \cdot 2\text{MHz}) \cdot c = 1.5\text{m}$ ) möglich ist. Soll die Basislänge mit Zentimetergenauigkeit bestimmt werden, wäre die Bandbreite um den Faktor 150 zu erhöhen. Eine Ausdehnung der Videofrequenzbandbreite oder die Erhöhung der Kanalzahl auf 150 führen auf eine schwer zu bewältigende Datenflut.

Als Ausweg dient die von Rogers entwickelte **Frequenzbandbreitensynthese** [106]. Es werden ausschnittsweise eine kleine Anzahl von Videofrequenzen (z.B.  $\kappa_X = 8, \kappa_S = 6$  bei Mark 3) aus einem breiten Radiofrequenzspektrum beobachtet. Die jeweils niedrigste und höchste Radiofrequenz markieren dabei die beobachtete Bandbreite  $B_G$ , zwischen denen einige bestimmte Radiofrequenzausschnitte eingeschaltet werden. Die Auswahl des Frequenzabstands der zwischengeschalteten Frequenzen orientiert sich daran, die Phasenbeziehungen zwischen den Beobachtungsfrequenzen ohne  $2\pi$ -Mehrdeutigkeiten extrapolieren zu können (s. Abb. 3.17).

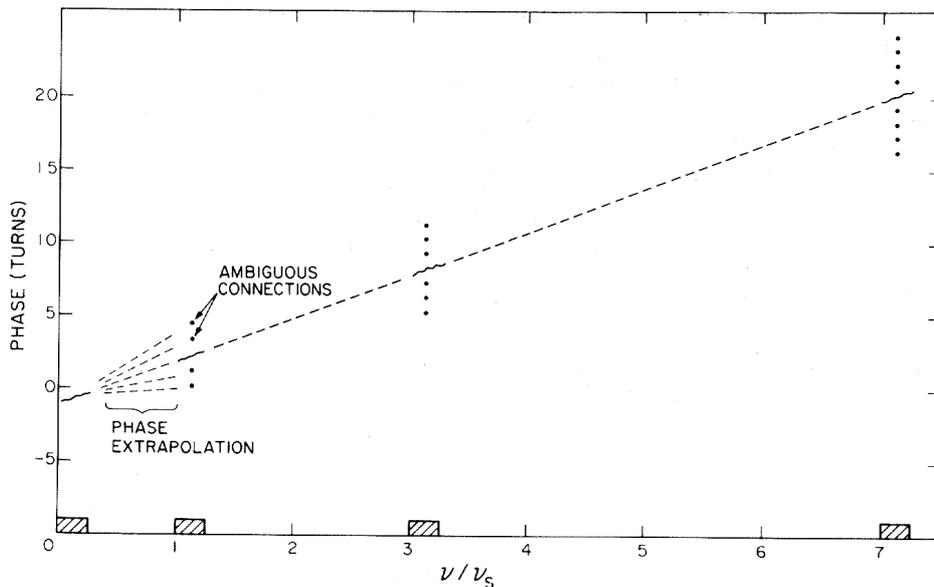


Abb. 3.17: Streifenphase versus Frequenz bei der Bandbreitensynthese. Die diskreten Bänder haben einen ganzzahligen Vielfachabstand der Grundfrequenz  $\nu_s$ . Die Extrapolation der Streifenphase kann zu den mit Punkten angedeuteten Mehrdeutigkeiten führen ([142], S. 306).

Ausgehend von einem Grundfrequenzabstand  $\nu_s$  werden die weiteren Frequenzen als Vielfache des Grundfrequenzabstands auf der Basis nicht-redundanter Frequenzdifferenzen angegeben [140] (s. Tab. 3.14).

Fischer gibt in [41]<sup>5</sup>, S. 94, die diskrete Verzögerungsauflösfunktion  $D$  (delay resolution function) als Ausgangssignal des Mehrkanalinterferometers an:

$$D(K', \tau_{0g}, \Delta \tau_{0g}) = \frac{1}{L} \left| \sum_{\kappa=1}^L \frac{\sin(\pi B_0 (\tau_{0g} - \tau_{0g}))}{\pi B_0 (\tau_{0g} - \tau_{0g})} \right|$$

<sup>5</sup>vgl. auch [40], S. 53f.

Tab. 3.14: Verteilung der Videofrequenzbänder bei Mk3 Bandbreitensynthese. Die hohe Nicht-Redundanz der Frequenzdifferenzen ermöglicht die Phasenextrapolation mit der Mehrdeutigkeit von  $1/\nu_s$  und sorgt für schnelle Konvergenz bei der Maximumssuche der Korrelationsfunktion.

Band	Grundfrequenz $\nu_s$	Golomb Lineal
X	10MHz	0, 1, 4, 10, 21, 29, 34, 36
S	5MHz	0, 2, 5, 11, 16, 17
resultierende Golombfrequenzdifferenzen		
X	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 17, 19, 20, 21, 24, 25, 26, 28, 29, 30, 32, 33, 34, 35, 36	
S	1, 2, 3, 5, 6, 9, 11, 12, 14, 15, 16, 17	

$$\exp\left(j2\pi\left(f_{L\kappa} + \frac{B_0}{2}\right)(\tau_{0g} - \tau_0) + nT_i\left(\frac{1}{1-K'} - \frac{1}{1-K}\right)\right) \cdot \exp\left(j2\pi\left(f_{L\kappa} + \frac{B_0}{2}\right)\Delta\tau_{0g}\right) \quad , \quad (3.160)$$

wobei

- $\tau_0$  konstanter Anteil des Delays, (3.133),
- $\tau_{0g}$  variable Approximation des konstanten Anteils des Delays  $\tau_0$ ,
- $\Delta\tau_{0g}$  Variationsgröße zur Ermittlung von  $\tau_0$ ,  $\Delta\tau_{0g} < \pm \frac{1}{2\nu_s}$ ,
- $K$  zeitveränderlicher Anteil der Delay Rate (Doppler), (3.133),
- $K'$  variable Approximation des zeitveränderlichen Anteils der Delay Rate  $K$ ,
- $nT_i$   $i$ -ter zeitdiskreter Korrelationsschritt im Suchfenster, (3.152),
- $f_{L\kappa}$  Radiofrequenz des Kanals  $\kappa$ ,
- $B_0$  Bandbreite des Videospektrums, z.B. 2MHz .

Das Ausgangssignal  $D$  stellt sich als Funktion von drei Argumenten  $K'$ ,  $\tau_{0g}$ ,  $\Delta\tau_{0g}$  dar, die in Bezug auf die Datenströme derart variiert werden, das das Maximum von  $D$  gefunden wird.

Abbildung 3.18 zeigt die Delay Resolution Function bei Variation von  $\tau_{0g}$  und  $K = K'$ ,  $\Delta\tau_{0g} = 0$ . Das Auflösungsvermögen im Zeitbereich wird durch die Frequenzbandbreitensynthese von etwa 500ns (Halbwertsbreite der Amplitudeneinhüllenden) auf etwa 2.228ns (Halbwertsbreite des Hauptmaximums) gesteigert.

Die in Abbildung 3.18 auftretenden Mehrdeutigkeiten mit der Periode von 100ns in dem Delay entsprechen einem 300m-Fehler in der Lage. Dieser durch die Bandbreitensynthese verursachte Fehler kann durch gute Näherungskordinaten der Meßplattformen und durch Dreiecksschlüsse bei drei und mehr Meßplattformen ausgeschaltet werden.

Durch die Auswahl der Frequenzen mit dem Golomb-Lineal [140] werden die Amplituden der Nebenmaxima wirkungsvoll unterdrückt (vgl. [97]).

### 3.2.3 Instrumentelle Parameter bei VLBI

Sollen an einer Meßplattform VLBI-Beobachtungen ausgeführt werden, sind sowohl geeignete Radioteleskope als auch kompatible Datenakquisitionssysteme notwendig.

Mit Hinblick auf Bezugssysteme interessiert die Frage nach den für das interferometrische Meßverfahren bedeutsamen instrumentellen Parametern zur Gütebeurteilung der Empfangscharakteristik und aus geodätischer Sicht die Frage nach dem Bezugspunkt am Großgerät Radioteleskop.

Methodisch können instrumentelle Parameter unterschieden werden, die sich auf jeweils *ein* Radioteleskop beziehen und lokal in sogenannten "Single-Dish"-Messungen bestimmt werden und jenen Parametern, die aus globalen VLBI Messungen am Korrelatorausgang gewonnen werden.

In der VLBI gibt es verschiedene Bezugspunkte (Abb. 3.19):

1. **Räumlicher Bezugspunkt.** Hierbei handelt es sich um die Projektion der Sekundärachse auf die

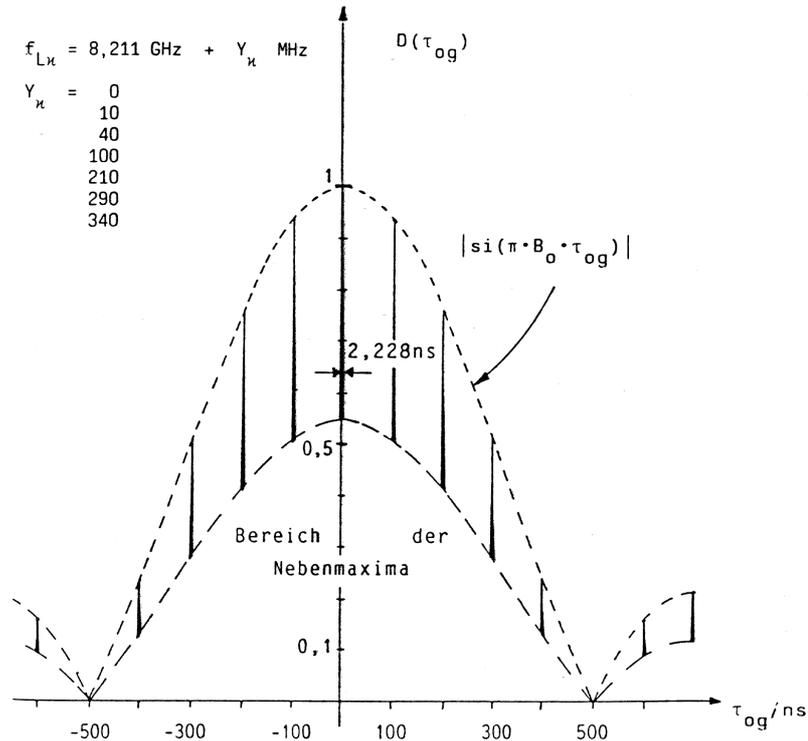


Abb. 3.18: Amplitudenverlauf der Delay Resolution Function  $D(K' = K, \tau_{0g}, \Delta\tau_{0g} = 0)$  im Mehrkanalinterferometer bei angegebener Frequenzwahl  $f_{Lk}$  in der Bandbreitensynthese. Die Periode der Mehrdeutigkeiten entspricht der reziproken Grundfrequenz  $\nu_s$  (Tab. 3.14) der Bandbreitensynthese. Die Abtastung mit der Bandbreite  $B_0 = 2\text{MHz}$  bewirkt eine zusätzliche Modulation mit der sinc-Funktion ([41], S. 94). Dieses Bild entspricht vom Prinzip her einem Ausschnitt mit der Streifenfrequenz  $\Delta f_r = 0$  in Abb. 3.16.

Primärachse des Radioteleskops. Der jeweilige Projektionspunkt dient als einseitige Begrenzung der Basislinie zwischen zwei Radioteleskopen. Schneiden sich die Drehachsen nicht, ist ein räumliches Antennenmodell zu bestimmen, das einen von den Drehbewegungen unabhängigen Raumpunkt definiert.

## 2. Zeitliche Bezugspunkte.

- Einkoppler des Phasenkalibriersignals im Empfänger (*front end*). Über das Phasenkalibriersignal wird in der Korrelation die Kohärenzbedingung hergestellt. Es ermöglicht die präzise relative Epochenzuordnung. Der Gruppendelay bezieht sich auf diesen Einspeisepunkt.
- Einkopplung der Formatterzeit in den digitalen Datenstrom (*back end*). Die Formatterzeit stellt den zeitlichen Grobmaßstab dar und ermöglicht die absolute Epochenzuordnung. Den Feinmaßstab liefert jedes einzelne Bit zwischen den mit der Formatterzeit markierten Epochen.

In einer raumzeitlichen Betrachtung ist die räumliche Trennung des Drehachsenschnittpunkts des Radioteleskops von dem Einkoppler des Phasenkalibriersignals im Empfänger unerheblich, solange der jeweilige Abstand zueinander für die Dauer einer VLBI-Messung als konstant angesehen werden kann. Durch die Nicht-Synchronisierbarkeit der Frequenznormale an den Meßplattformen, sind Zeitablageparameter einzuführen, die die Nichtkoinzidenz von räumlichen und zeitlichen Bezugspunkten kompensieren.

### 3.2.3.1 Konstruktionselemente von Radioteleskopen

Radioteleskope lassen sich äußerlich durch die beweglichen Teile, ihre Montierung und die Lage des Empfängers zum Hauptreflektor unterscheiden.

Nach den beweglichen Teilen wird unterschieden:

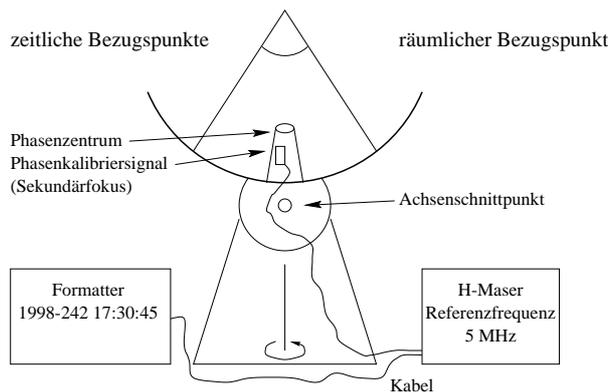


Abb. 3.19: Bezugspunkte im Radioteleskop.

1. **Wheel-and-Track**, das Radioteleskop fährt auf einem Schienenkreis für azimutale Änderungen. Die bewegten Massen sind groß. Die Stahlkonstruktion bedingt einen großen Abstand zwischen dem tiefgelegenen Azimutlager und dem hochgelegenen Elevationslager.
2. **Turning-Head**, die Azimut- und Elevationslager liegen nahe beieinander. Das Azimutlager z.B. kann auf einem Betonsockel befestigt sein, der einen wesentlich unempfindlicheren Temperaturkoeffizienten aufweist als eine reine Stahlkonstruktion.

Für die geodätische Nutzung ist die Lagestabilität des Bezugspunktes von ausschlaggebender Bedeutung. Von daher ist die Turning-Head Antenne aufgrund ihrer geringeren Beeinflussung durch Wind, Temperatur und Gravitation vorteilhafter. Als Beispiele können die Radioteleskope in Wettzell und O'Higgins angeführt werden. Radioteleskope mit großen Hauptreflektoren sind zumeist Wheel-and-Track Antennen, da die bewegte Masse kaum eine andere Konstruktion zuläßt. So gehört das Radioteleskop Effelsberg mit 100m Reflektordurchmesser und 3200t bewegter Masse in diese Kategorie.

Bei den Zweiachssystemen gibt es hauptsächlich drei Montierungstypen (Abb. 3.20):

1. **Äquatoriale Montierung**, bei der die Polarachse parallel zur Erdrotationsachse steht. Bei der Quellenverfolgung entfällt dann eine Drehung um die Deklinationsachse. Diese Montierungsart findet sich oft bei alten Radioteleskopen, als es noch keine Computersteuerungen gab. Zwischen den beiden Drehachsen entsteht konstruktiv ein konstanter Abstand, so daß die Achsen keinen gemeinsamen Schnittpunkt bilden, der als Bezugspunkt einer Basislinie dienen könnte. Der asymmetrische mechanische Aufbau erfordert eine aufwendige Modellierung des Deformationsverhaltens.
2. (a) **Symmetrische Altazimut-Montierung**, bei der die Azimutachse lotrecht ist. Senkrecht dazu wird die Elevationsachse so angeordnet, daß sie im Idealfall mit der Azimutachse einen Schnittpunkt ergibt, der als eindeutiger Bezugspunkt für die Basislinienmessungen benutzt werden kann. Bei der Quellennachführung wird der Reflektor um beide Achsen gedreht. Der mechanische Aufbau kann axialsymmetrisch erfolgen, so daß die Deformationen von der Konstruktionsseite beherrschbar bleiben. Es ist außerdem möglich, den Hauptreflektor durch Gegengewichte so zu balancieren, daß kaum elevationsabhängige Deformationen auftreten. Als nachteilig können Abschattungen durch die Empfangseinrichtung, bzw. Subreflektor angesehen werden, die den Wirkungsgrad verringern.
- (b) **Offset Altazimut-Montierung** unterscheidet sich von der symmetrischen Altazimut-Montierung durch die nicht-axiale Anordnung der Empfangseinrichtung, bzw. des Subreflektors. Aus geometrischen Überlegungen folgt, daß der Reflektor nunmehr ein Ausschnitt des Paraboloids sein muß, der bei seitlicher Durchdringung des Paraboloids durch einen Zylinder entsteht. Durch die Offset-Montierung entfällt der Nachteil der Abschattung, so daß mit dem Hauptreflektor ein hoher Wirkungsgrad erzielt werden kann. Das Deformationsverhalten ist elevationsabhängig, da sich die Offset-Montierung nicht balancieren läßt. Jedoch gibt es heutzutage die Möglichkeit, durch dynamische Sensoren etwaige Deformationen auszuregeln.

3. **XY-Montierung**, bei der die Primärachse um  $180^\circ$  schwenkbar ist, über die eine ebenfalls um  $180^\circ$  schwenkbare Sekundärachse angeordnet ist. Diese Montierungsart ist vorteilhaft bei schnell bewegten Objekten in Zenitnähe, da sich die Nachführbewegung auf beide Achsen gleichmäßig verteilt. Das Deformationsverhalten ist aber wesentlich ungünstiger als bei der symmetrischen Altazimut-Montierung. XY-Montierungen gibt es in Abhängigkeit der Primärachse als Nord-Süd oder Ost-West Ausführung.

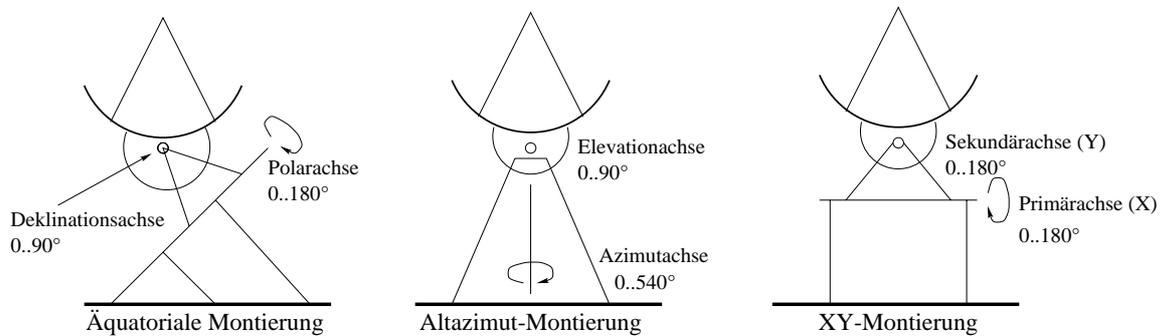


Abb. 3.20: Montierungstypen bei Radioteleskopen. Als geometrischer Bezugspunkt in der VLBI dient der (projizierte) Achsenschnittpunkt. Die Altazimut-Montierung ist bei geodätischen Anwendungen vorteilhaft, da beide Achsen konstruktiv zum Schnitt gebracht werden können.

Prinzipiell kann man aus der äquatorialen Montierung bei Aufstellung am Pol eine Altazimut-Montierung und bei Aufstellung am Äquator eine Nord-Süd-XY-Montierung ableiten.

Den hier genannten Zweiachssystemen ist gemein, daß sie alle einen toten Bereich haben, in dem die Nachführung schneller Objekte durch Mechanik und die Kinematik der Montierung begrenzt wird. Der tote Bereich liegt bei

- Äquatorialer Montierung nahe des Himmelspols,
- Altazimut-Montierung nahe des Zenits,
- XY-Montierung nahe der Richtung der Primärachse in Horizontnähe (Nord-Süd oder Ost-West).

Eine dritte Achse ermöglicht die Überwindung des toten Bereichs, die z.B. wie beim Radioteleskop O'Higgins eine Schrägstellung der Primär- und Sekundärachse für besondere Nachföhraufgaben erlaubt [50]. In der geodätischen VLBI können die Totzonen bei der Aufstellung des Beobachtungsplan berücksichtigt werden.

Die Altazimut-Montierung kommt der geodätischen Forderung nach Lagestabilität des Bezugspunktes entgegen. Außerdem erlaubt diese Konstruktion, daß der Achsenschnittpunkt durch eine Plattform für lokale Einmessungen materialisiert werden kann, wie es beispielsweise beim Radioteleskop Wettzell geschehen ist [69].

Die Offset Altazimut-Montierung bietet sich insbesondere bei kleinen Radioteleskopen an, bei denen es auf einen hohen Wirkungsgrad wegen der relativ geringen Kollektorfläche ankommt. Die Anfälligkeit für mechanische Deformationen ist in der Konstruktion dahingehend Rechnung zu tragen, daß das Deformationsverhalten auf Phasenstabilität der Radiofrequenzen optimiert wird, was sich zu ungunsten eines Pointingfehlers bemerkbar macht. Letzterer ist bei kleinen Antennen mit großer Antennenkeule entweder vertretbar oder er muß über ein Antennenmodell ausgeregelt werden. Dieser Montierungstyp wurde aufgrund des hohen erzielbaren Wirkungsgrads für das transportable Radioteleskop von TIGO gewählt [54], (Kap. 4.2.1). Auch bei großen Antennen findet diese Montierung erstmals Verwendung: Das derzeit im Bau befindliche Greenbank Teleskop mit 101m Reflektordurchmesser wurde ebenfalls in Offset Altazimut-Montierung geplant [161].

Als weiteres Merkmal bei der Konstruktion von Radioteleskopen gilt die Lage des Empfangshorns zum Hauptreflektor. Es werden unterschieden:

1. **Primärfokus**, d.h., der Empfänger befindet sich vor dem Reflektor. Seine Empfangskeule leuchtet im Idealfall den Reflektor aus. Reflektionsverluste treten nur einmal auf. Nachteilig wirken sich Bodenreflexionen bei hohen Elevationen aus, die durch Direkteinstrahlung in das Empfangshorn die Systemtemperatur erhöhen.

2. **Sekundärfokus**, d.h., der Empfänger wird von den Radiospektren erst nach zweimaliger Reflektion an parabolischem Haupt- und hyperbolischem Subreflektor erreicht. Dem Nachteil von zusätzlichen Verlusten durch die zweite Reflexion steht der Vorteil größerer Unempfindlichkeit durch Bodenreflexionen entgegen. Zudem ist der Empfänger im Sekundärfokus bei Wartungsarbeiten oft leichter zugänglich oder kann dort besser klimatisiert werden.

Befinden sich das Empfangshorn und der Subreflektor auf der Vertexachse des Hauptreflektorparaboloids kann der Subreflektor sowohl vor als auch hinter dem Primärfokus angeordnet sein. Es wird von einem **Cassegrain-System** gesprochen, wenn sich ein hyperbolischer Subreflektor *vor* dem Primärfokus befindet. Ist ein ellipsoider Subreflektor *hinter* dem Primärfokus angeordnet, handelt es sich um ein **Gregory-System**. Bei beiden Anordnungen lassen sich Deformationen des Hauptreflektors durch ausgleichende Verformungen und Bewegungen des Subreflektors kompensieren, damit die Phasenlagen des Empfangssignals trotz Reflexion koinzident bleiben. Nachteilig wirken sich die Abschattung durch den Subreflektor einschließlich seines Tragwerks auf die Effizienz aus.

Bei den Radioteleskopen in Wettzell und O'Higgins handelt es sich um Cassegrain-Systeme, in Effelsberg um ein Gregory-System, die die Unterbringung des Empfängers in klimatisierten Innenräumen ermöglichen. Beim TIGO-Radioteleskop wurde der Primärfokus gewählt, um Verluste einer zusätzlichen Reflexion bei kleiner Reflektorfläche zu vermeiden.

Die wichtigste Eigenschaft des Paraboloids als Reflektoroberfläche ist die Bündelung von parallel einfallenden Strahlen einer Wellenfront in einem Brennpunkt. Das Paraboloid entsteht durch Rotation einer Parabel um die x-Achse mit der Gleichung

$$y^2 = 2rx \quad , \quad (3.161)$$

wobei  $r$  der Radius senkrecht zur rotierenden x-Achse im Brennpunkt ist. Die zugehörige Brennweite  $f$  im Scheitelpunkt der Parabel ist

$$f = \frac{1}{2}r \quad . \quad (3.162)$$

Somit wird das Paraboloid bei vorgegebenem Durchmesser durch die Brennweite  $f$  festgelegt. Bei Sendeantennen wird darauf geachtet, daß die Brennweite

$$f = \frac{n\lambda}{4} \quad \text{mit} \quad n \in \{1, 3, 5, \dots\} \quad (3.163)$$

ist, damit sich gleichphasige Verhältnisse von ausgesendeter und im Scheitelpunkt reflektierter Strahlung (bei Primärfokus-Antennen) ergeben. Bei passiven Radioteleskopen wird durch möglichst große Brennweiten eine nahezu gleichmäßige Ausleuchtung des Reflektors angestrebt. Große Brennweiten sind zudem gegenüber Positionierungsfehlern bei der Installation des Empfängers toleranter. Mit dem Verhältnis

$$\frac{\text{Brennweite}}{\text{Durchmesser}} = \frac{f}{d} \quad (3.164)$$

lassen sich parabolische Hauptreflektoren eindeutig für die Konstruktion definieren.

Die Oberflächengüte des Reflektors hat besser als wenige Bruchteile der beobachteten Wellenlänge zu sein, da ansonsten die Phasenbeziehung der elektromagnetischen Wellen verrauscht. In der Spezifikation von Reflektoren wird gewöhnlich ein mittlerer Fehler für die Gesamtfläche angegeben. In der Herstellung werden zumeist diskrete, ein Flächenintervall repräsentierende Meßpunkte über die jeweilige Panelfläche verteilt und zur Vorjustage eingemessen. Nach dem Zusammenbau des Reflektors lassen sich dann an den  $n$  Paneljustierpunkten die Ablagewerte bestimmen, welche in dem mittleren Fehler  $\sigma$  der Oberflächenkontur zusammengefaßt werden:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{i.Soll} - x_{i.Ist})^2} \quad . \quad (3.165)$$

Typische Werte für die Oberflächenkontur sind in Tabelle 3.15 angegeben.

Eine weitergehende Genauigkeitsangabe bei Sekundärfokusradioteleskopen ist der *effektive* mittlere Fehler der Oberfläche, der die relative Position des Subreflektors zu dem Hauptreflektor mit berücksichtigt (s. [155]).

### 3.2.3.2 Systemtemperatur, Signal-Rauschverhältnis und SEFD

Die an Meßplattformen installierten Radioteleskope besitzen durch den parabolischen Reflektor eine ausgeprägte Richtcharakteristik, so daß sie bei der Beobachtung von Radioquellen zur Kompensation der Erdrotation über den gesamten Horizont bei beliebiger Elevation nachgeführt werden müssen.

Die Stärke eines Empfangssignals von einer diskreten Radioquelle wird als *spektrale Flußdichte* (*spectral flux density*) bezeichnet und in der Einheit Jansky [ $Jy$ ] gemessen. Es gilt

$$1 \text{ } Jy = 10^{-26} \frac{W}{m^2 Hz} . \quad (3.166)$$

Eine zufällig polarisierte Quelle mit der Flußdichte  $S$  erzeugt an einer Last im Empfangssystem mit der Bandbreite  $\Delta\nu$  und der kollektiven Fläche  $A$  mit dem Wirkungsgrad  $\eta$  die Leistung  $P_r$  nach

$$P_r = \frac{1}{2} A \eta S \Delta\nu , \quad (3.167)$$

$$[W] = [m^2][\%] \left[ \frac{W}{m^2 Hz} \right] [Hz] , \quad (3.168)$$

wobei der Faktor  $1/2$  durch die in der geodätischen VLBI ausschließliche Nutzung der rechtszirkularen Polarisationsrichtung auf der Quelle veranlaßt ist. Der Wirkungsgrad und die kollektive Fläche des Hauptreflektors sind wichtige Parameter bei den Entwurfskriterien von Radioteleskopen [69].

Beim Rauschen des Empfangssystems handelt es sich um Energie, die als *Systemtemperatur*  $T_{sys}$  in Kelvin ausgedrückt wird, welche im klassischen Sinne ersatzweise durch das Rauschen eines Widerstandes in einem äquivalenten rauschfreien Empfangssystem dargestellt werden kann.

$$P_{noise} = k T_{sys} \Delta\nu \quad (3.169)$$

mit der Boltzmann-Konstanten

$$k = 1.38062 \cdot 10^{-23} \frac{W}{K Hz} . \quad (3.170)$$

Sie drückt die mittlere mechanische Energie je Teilchen aus, die auf elektrische Weise je Grad Temperatur ausgekoppelt werden kann.

Die Systemtemperatur eines geodätisch genutzten Radioteleskops umfaßt

- die Rauschtemperatur in Beobachtungsrichtung<sup>6</sup> durch die von der Haupt- und den Nebenkeulen der Antenne empfangenen Signal- und Nichtsignalanteile, die in der Antennengesamttemperatur  $T_{ant}$  enthalten sind,
- die Rauschtemperatur des Erdbodens und der atmosphärischen Umgebung des Radioteleskops, die thermische Effizienz ( $0 \leq \epsilon_1 \leq 1$ ) des Radioteleskops, die in dem Parameter  $T_{antphys}$  zusammengefaßt werden,
- die Rauschtemperatur des Empfängers  $T_{rec}$  und
- die von der physikalischen Temperatur abhängige Effizienz ( $0 \leq \epsilon_2 \leq 1$ ) der Transmission zwischen Antenne und Empfänger  $T_{transphys}$ .

Die **Antennengesamttemperatur**  $T_{ant}$  berechnet sich nach [73], (3-116), zu

$$T_{ant} = \frac{1}{\Omega_{ant}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} T_{src}(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega , \quad (3.171)$$

wobei  $T_{src}$  die Temperatur in der Beobachtungsrichtung  $(\theta, \phi)$ ,  $P_n$  die normalisierte Antennenkeulencharakteristik und  $d\Omega$  ein infinitesimales Stück des Raumwinkels  $\Omega_{ant}$  ist.

Die **Empfängertemperatur**  $T_{rec}$  berechnet sich nach

$$T_{rec} = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots , \quad (3.172)$$

<sup>6</sup>Im Falle des kalten Himmels wirkt die kosmische Hintergrundstrahlung von etwa  $3K$ .

wobei  $T_i$  die Rauschtemperatur und  $G_i$  der Leistungsgewinn der  $i$ -ten Verstärkerstufe ist.

Die **Systemtemperatur**  $T_{sys}$  folgt mit (3.171), (3.172) zu

$$T_{sys} = T_{ant} + T_{antphys} \left( \frac{1}{\epsilon_1} - 1 \right) + T_{transphys} \left( \frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) + T_{rec} \frac{1}{\epsilon_2} . \quad (3.173)$$

Die Bestimmung der Systemtemperatur nach (3.173) ist sehr aufwendig und für den Feldgebrauch nicht praktikabel. Deshalb enthalten die geodätisch genutzten VLBI-Empfänger kalibrierte Rauschdioden, die in Abhängigkeit von der physikalischen (Umgebungs-)Temperatur ein definiertes Rauschsignal mit der Temperatur  $T_{cal}$  erzeugen, welches möglichst vor der ersten Verstärkerstufe des Empfangssystems eingespeist wird. Durch Messungen an Square-Law Detektoren mit aus- bzw. eingeschalteter Rauschdiode kann über das Verhältnis der detektierten Spannungen die Systemtemperatur bestimmt werden.

$$\frac{T_{sys} + T_{cal}}{T_{sys}} = \frac{U_{ND_{on}} - U_0}{U_{ND_{off}} - U_0} \quad \longleftrightarrow \quad (3.174)$$

$$T_{sys} = T_{cal} \frac{U_{ND_{off}} - U_0}{U_{ND_{on}} - U_{ND_{off}}} , \quad (3.175)$$

wobei  $U_{ND_{on}}, U_{ND_{off}}$  die gemessenen Spannungswerte bei ein- bzw. ausgeschalteter Rauschdiode sind und  $U_0$  eine Ablage des Meßsystems ist.

Wird eine Radioquelle beobachtet, so wird die Systemtemperatur (3.173) um den Rauschanteil der Quelle  $\Delta T_{ant}$  inkrementiert, der nicht durch die lokalen Rauschverhältnisse an der Meßplattform verursacht ist. Dieser inkrementelle Anteil gibt an, wie *heiß* die Radioquelle mit der Flußdichte  $S$  als Rauschen von der Antenne gesehen wird. Die Leistung, die der Antennentemperatur bzw. der Quelle zugeordnet wird, ist

$$P_{signal} = k \Delta T_{ant} \Delta \nu . \quad (3.176)$$

Das Signal-Rausch-Verhältnis ( $SNR$ ), welches an *einem* Radioteleskop lokal auftritt, könnte vereinfacht durch das Verhältnis von (3.176) und (3.169) dargestellt werden,

$$\frac{P_{signal}}{P_{noise}} = \frac{\Delta T_{ant}}{T_{sys}} , \quad (3.177)$$

wenn es sich bei dem Signal nicht um zufälliges Rauschen handelte. Zufälliges Rauschen der Radioquellen unterliegt statistischen Bindungen von Amplitude und Phase, deren stochastische Natur in schmalbandigen Spektralbereichen über kurze Integrationszeiten nicht feststellbar ist. Daraus folgt, daß (3.177) für zufälliges Rauschen als Signal ungeeignet ist. Erst Leistungsmessungen, die in Zeitintervallen von  $(2\Delta\nu)^{-1}$  durchgeführt werden, können als unabhängig voneinander angesehen werden. Unter dieser Voraussetzung kann die Signalstärke aus etwa  $2\Delta\nu\tau$  unabhängigen Messungen über einen Zeitraum  $\tau$  gemittelt werden. Das Signal-Rausch-Verhältnis bei einem Rauschsignal vergrößert sich proportional zur Wurzel aus der Anzahl der voneinander unabhängigen Leistungsmessungen und ergibt sich bei Single-Dish Messungen zu

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} = C \frac{\Delta T_{ant}}{T_{sys}} \sqrt{\Delta\nu\tau} , \quad (3.178)$$

wobei  $C$  eine vom Radiometertyp abhängige Konstante ist und Werte  $0.5 \dots 1$  annehmen kann (vgl. [142], S. 10).

Aus (3.178) lassen sich für ein möglichst großes SNR Forderungen an das VLBI-Meßverfahren stellen:

1. *Das Systemrauschen  $T_{sys}$  ist zu minimieren.* Diese Forderung wird technisch durch kryogene Verstärker (*cryogenic low noise amplifier*) erreicht.
2. *Die Frequenzbandbreite  $\Delta\nu$  ist möglichst groß zu machen.* Die Frequenzbandbreitensynthese ermöglicht die Benutzung einer effektiven Bandbreite, die die Einkanalbandbreite um ein Vielfaches übersteigt.
3. *Die kohärente Integrationszeit  $\tau$  muß ausreichend lang sein.* Beobachtungspläne werden unter Berücksichtigung der Quellenstärke so optimiert, daß jede Radioquelle nur solange beobachtet wird, bis das SNR einen ausreichenden Schwellwert erreicht. Dadurch werden möglichst viele Quellen pro Zeitintervall beobachtbar.

Wird eine Radioquelle angezielt, ergibt sich als Leistung am Empfängeranfang

$$P_{total} = P_{noise} + P_{signal} \quad . \quad (3.179)$$

Zur Ermittlung des Anteils, der durch die Radioquelle verursacht ist, werden Messungen auf und neben der Quelle am kalten Himmel gemacht. Der inkrementelle Zuwachs in der Antennentemperatur  $\Delta T_{ant}$  läßt sich mit den Gleichungen (3.167) und (3.176) in eine Flußdichte  $S$  der Quelle umrechnen

$$\Delta T_{ant} = \frac{1}{2} \frac{S A \eta}{k} \quad [K] \quad , \quad (3.180)$$

$$S = 2 \frac{k \Delta T_{ant}}{A \eta} \quad [Jy] \quad . \quad (3.181)$$

Ist die Quelle so ausgedehnt, daß sie die Empfangskeule der Antenne voll ausfüllt, dann ist im Idealfall die Quellentemperatur

$$T_{src} = \Delta T_{ant} \quad . \quad (3.182)$$

In der VLBI erscheint das Beobachtungsobjekt, die Radioquelle, von seiner räumlichen Ausdehnung wesentlich kleiner, als der Durchmesser der Antennenempfangskeule, die sich ihrerseits aus dem Winkel der *Half Power Beam Width* (HPBW), also der Keulenbreite zwischen den beiden  $-3dB$ -Punkten, bestimmt. Damit ist das Verhältnis des beobachtbaren inkrementellen Zuwachs der Antennentemperatur  $\Delta T_{ant}$  zur Quellentemperatur  $T_{src}$  umgekehrt proportional zu dem Verhältnis des räumlichen Öffnungswinkels  $\Omega_{ant}$  zum Raumwinkel einer kreisförmigen Quellenausdehnung  $\Omega_{src}$  in  $[sr]$ . Es ist

$$\Omega_{ant} = \theta_{HPBW} \phi_{HPBW} \quad [sr] \quad , \quad (3.183)$$

wobei  $\theta$  und  $\phi$  die beiden Hauptebenen der Antennenkeule darstellen, und es folgt

$$T_{src} = \frac{\Omega_{ant}}{\Omega_{src}} \Delta T_{ant} \quad \longleftrightarrow \quad (3.184)$$

$$\Delta T_{ant} = \frac{\Omega_{src}}{\Omega_{ant}} T_{src} \quad . \quad (3.185)$$

Für nicht kreisförmig ausgedehnte Quellen gelten andere Korrekturfaktoren.

Die Bestimmung des Anteils der Radioquelle an der Antennentemperatur  $\Delta T_{ant}$  erfolgt in der Praxis in Analogie zu der Bestimmung der Systemtemperatur durch zwei Messungen auf ( $U_{src_{on}}$ ) und neben der Radioquelle ( $U_{src_{off}}$ ). Unter Beachtung von (3.185) für (3.173) folgt

$$\frac{T_{sys} + \Delta T_{ant}}{T_{sys}} = \frac{U_{src_{on}} - U_0}{U_{src_{off}} - U_0} = Y \quad \longleftrightarrow \quad (3.186)$$

$$\Delta T_{ant} = T_{sys} (Y - 1) \quad . \quad (3.187)$$

Die unter (3.186) beschriebene Meßvorschrift erlaubt bei Kenntnis der Flußdichte der Radioquelle  $S_{src}$  die Berechnung der sogenannten **System Equivalent Flux Density** (SEFD).

### Definition 3.2.1 (SEFD)

Die Flußdichte einer hypothetischen Radioquelle, deren Intensität gleich derjenigen des Empfangssystems selbst ist, heißt *systemäquivalente Flußdichte* (SEFD).

Die SEFD berechnet sich mit (3.186) nach

$$S_{SEFD} = S_{src} \frac{1}{Y - 1} \quad (3.188)$$

$$= S_{src} \frac{T_{sys}}{\Delta T_{ant}} \quad [Jy] \quad (3.189)$$

und ist eine wichtige Kenngröße für die Güte des Antennen- und Empfangssystems.

Allgemein werden in der Kommunikationstechnik Antennen nach ihrem Gewinn  $G$  in  $dB$  charakterisiert, der von der beobachteten Wellenlänge  $\lambda$  und der effektiven Antennenfläche  $A\eta$  abhängig ist

$$G_{[dB]} = 10 \log \left( 4\pi \frac{A\eta}{\lambda^2} \right) . \quad (3.190)$$

Die Umrechnungen zwischen  $dB$  und einer linearen dimensionslosen Skalierung erfolgen nach

$$G_{[lin]} = 10^{0.1G_{[dB]}} \quad (3.191)$$

$$G_{[dB]} = 10 \log G_{[lin]} . \quad (3.192)$$

Werden (3.181) und (3.190) mit (3.191) nach  $A\eta$  aufgelöst und gleichgesetzt, erhält man

$$2 \frac{kT}{S_{SEFD}} = \frac{G_{[lin]}\lambda^2}{4\pi} , \quad (3.193)$$

womit sich die Beziehung zwischen der radioastronomischen  $SEFD$  und dem in der Kommunikationstechnik oft verwendeten Parameter *gain over temperature* ergibt

$$\frac{G_{[dB]}}{T} = 10 \log \left( 8\pi \frac{k}{S_{SEFD}\lambda^2} \right) \left[ \frac{dB}{K} \right] . \quad (3.194)$$

Bei Kenntnis von Systemtemperatur  $T_{sys}$  und der System äquivalenten Flußdichte  $S_{SEFD}$  kann die Effizienz des Radioteleskops durch Gleichsetzen von (3.167) und (3.169) bei Auflösung nach  $\eta$  bestimmt werden,

$$\eta = \frac{8kT_{sys}}{\pi d^2 S_{SEFD}} , \quad (3.195)$$

wobei  $d$  den Durchmesser des Hauptreflektors bezeichnet.

**3.2.3.2.1 Parameter geodätischer Radioteleskope** Das Bundesamt für Kartographie und Geodäsie betreibt gemeinsam mit der Technischen Universität München das Radioteleskop in Wettzell und gemeinsam mit der DLR das Radioteleskop in der Antarktis auf der Station O'Higgins, sowie eigenverantwortlich das TIGO-Radioteleskop für die nachfolgende Single-Dish-Parameter ermittelt wurden (s. Tab. 3.15).

**3.2.3.2.2 Signal-Rausch-Verhältnis und SEFD im Interferometer** Das Signal-Rausch-Verhältnis  $SNR_{corr}$  läßt sich auch für das Interferometer angeben. Es ist definiert als die Standardabweichung der Streifenphase in  $rad$  am Korrelatorausgang. Aus (3.178) mit (3.180) läßt sich  $SNR_{corr}$  über das geometrische Mittel der Charakteristika beider Radioteleskope angeben:

$$SNR_{corr} = \rho \cdot \sqrt{\frac{A_1\eta_1 A_2\eta_2}{T_{sys.1} T_{sys.2}} \cdot 2\Delta\nu\tau \cdot \frac{S_{src}}{2k}} , \quad (3.196)$$

wobei  $\rho$  einen Verlustfaktor darstellt, in dem sowohl die von der Basislinie abhängige Sichtbarkeit (3.93) als auch Verluste aufgrund der Digitalisierung der Datenströme eingehen;  $2\Delta\nu\tau$  ist die Anzahl von Bits nach der Nyquistrate bei 1-bit Sampling,  $S_{src}$  ist die Flußdichte der Quelle, sowie  $A_i\eta_i$  sind die effektiven Flächen der Reflektoren und  $T_{sys.i}$  sind die Systemtemperaturen an den  $i$ -ten Radioteleskopen [97].

Für eine Beurteilung des erzielten Korrelationsergebnisses wird die Genauigkeit des Gruppdelays  $\sigma_{\Delta\tau}$  aus dem interferometerbezogenen  $SNR_{corr}$  abgeleitet. Es gilt mit (3.196)

$$\sigma_{\Delta\tau} = \frac{1}{2\pi SNR_{corr} \Delta\nu_{rms}} , \quad (3.197)$$

wobei  $\Delta\nu_{rms}$  der mittlere Fehler der synthetisierten Bandbreite ist, der sich nach

$$\Delta\nu_{rms} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\nu_i^2}{n} - \left( \sum_{i=1}^n \frac{\nu_i}{n} \right)^2} \quad (3.198)$$

Tab. 3.15: Parameter der von Deutschland betriebenen geodätisch genutzten Radioteleskope.

Parameter	Wetzell	O'Higgins	TIGO
Betreiber	BKG, TUM	BKG, DLR	BKG
Baujahr	1983	1991	1995
Antennensystem	Cassegrain	Cassegrain	Offset
Antennenfeed	Sekundärfokus	Sekundärfokus	Primärfokus
Hauptreflektordurchmesser $D$	20m	9m	6m
Brennweite $f$	9.0m	3.6m	2.18m
$f/d$ , (3.164)	0.45	0.40	0.3629
Oberflächenkontur Hauptreflektor (3.165)	$\pm 0.4mm$	$\pm 0.5mm$	$\pm 0.2mm$
Oberflächenkontur Subreflektor	$\pm 0.03mm$	$\pm 0.25mm$	–
X-Band (Bezug $\nu = 8.4GHz$ , $\lambda = 0.0357m$ )	8.1 – 8.9 GHz	8.1 – 8.9 GHz	8.1 – 8.9 GHz
$T_{sys}$ , (3.175)	45 K	70 K	65 K
$S_{SEFD}$ , (3.189)	750 Jy	5800 Jy	7700 Jy
$G/T$ , (3.194)	45.6 dB/K	36.7 dB/K	35.5 dB/K
$\eta$ , (3.195)	0.527	0.524	0.824
S-Band (Bezug $\nu = 2.3GHz$ , $\lambda = 0.1304m$ )	2.2 – 2.4 GHz	2.2 – 2.4 GHz	2.2 – 2.4 GHz
$T_{sys}$ , (3.175)	55 K	90 K	85 K
$S_{SEFD}$ , (3.189)	1115 Jy	13700 Jy	12000 Jy
$G/T$ , (3.194)	32.6 dB/K	21.7 dB/K	22.3 dB/K
$\eta$ , (3.195)	0.434	0.285	0.692

berechnet, wobei  $\nu_i$  die Mittenfrequenzen und  $n$  die Anzahl der Baseband-Konverter sind.

Die auf die Basislinie bezogene SEFD berechnet sich aus dem geometrischen Mittel der SEFD nach (3.189) der beteiligten Radioteleskopen.

$$SEFD_{corr} = \sqrt{SEFD_1 \cdot SEFD_2} \quad . \quad (3.199)$$

Sie gibt die relative Sensitivität einer bestimmten Basislinie an.

### 3.3 SLR

Beim ‘*Satellite Laser Ranging*’ handelt es sich um eine Zweigege-Entfernungsmessung, die mit Laserimpulsen zu Satelliten durchgeführt wird. Das Wort *ranging* leitet sich von dem Wort *range* ab, welches für die Laufzeit eines Photons zu einem entfernten Objekt steht und sich von *distance*, der räumlichen Distanz, unterscheidet.

Das Grundscheema der sozialen Kommunikation (Abb. 3.1) läßt sich auch auf die Zweigege-Entfernungsmessung (terrestrisch, zu Satelliten, zum Mond) allgemein übertragen (Abb. 3.21).

Die Meßplattform mit dem Laserteleskop ist der Kommunikator, der elektrische Energie in Laserpulse als Signale kodiert, die das Sendeereignis definieren. Die Lichtwelle als Übertragungsmedium erleidet in der Atmosphäre Amplitudenverluste. Der Rezipient ist ein passiver Retroreflektor, der durch den Reflexionsvorgang seinerseits zum Kommunikator wird. Der Laserpuls erleidet auf seinem Rückweg zur Meßplattform erneut Amplitudenverluste, so daß beim Erreichen der Meßplattform die Dekodierung in ein elektrisches Signal mittels hochempfindlicher Detektoren erfolgt. Damit ist das Empfangsereignis eingetreten, womit die Laufzeitbestimmung erfolgen kann. Die Zeichenvorräte bestehen beide aus Laserpulsen unterschiedlicher Energien. Über eine statistische Korrelation zwischen Sende- und Empfangsereignis unter Berücksichtigung der vorausgerechneten Näherungslaufzeit, können Fehldetektionen erkannt und ausgeschlossen werden. Die Zeichenvorräte bestehen aus den Ereignissen Sendepuls und Detektion. Der gemeinsame Zeichenvorrat besteht aus den statistisch korrelierten und damit wiedererkannten Sendepulsen (Abb. 3.21).

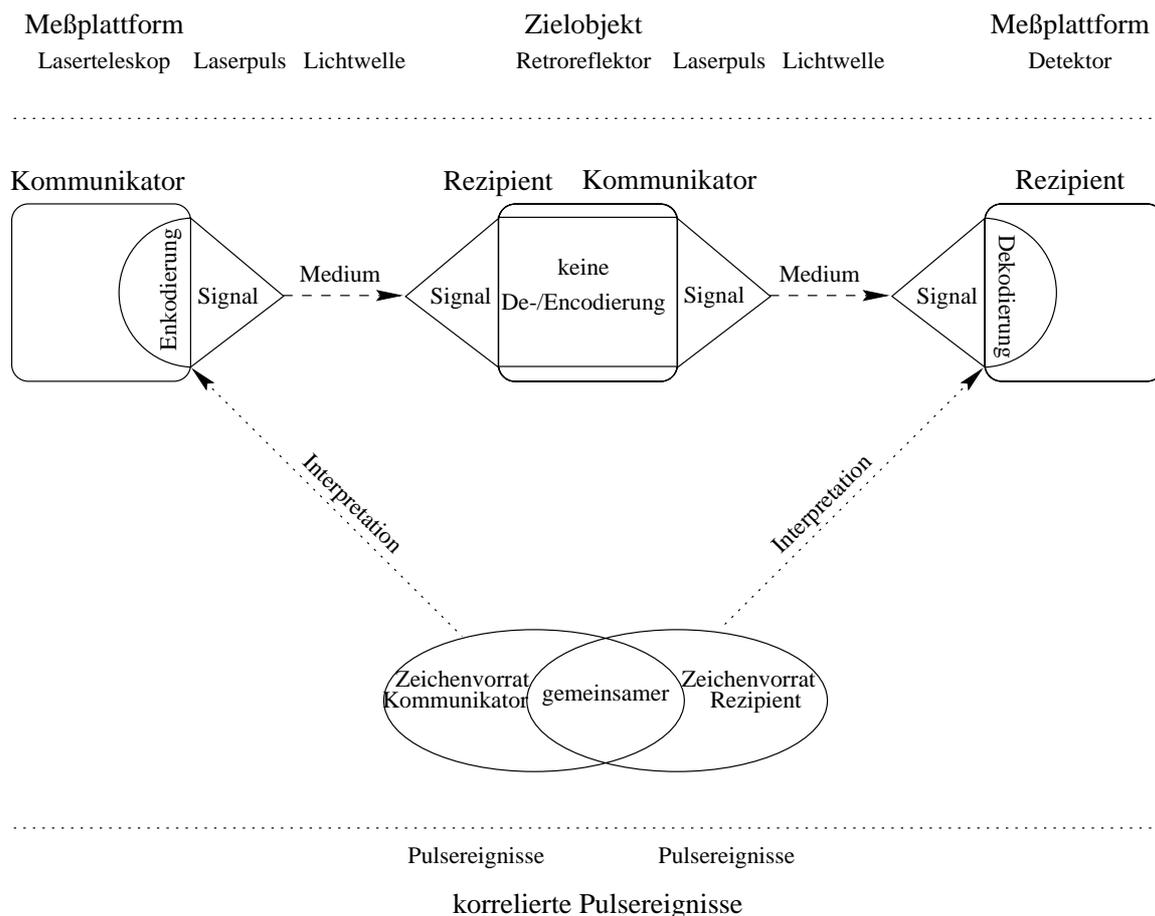


Abb. 3.21: Entfernungsmessung als Zweiwegekommunikation. Am passiven Retroreflektor finden keine Kodierungen statt. Signalverluste treten während der Signalausbreitung in der Atmosphäre und durch Ausschnitt aus dem Sendestrahle durch die Reflektions- bzw. Empfangsoptik statt. Der gemeinsame Zeichenvorrat besteht aus statistisch miteinander korrelierten Pulsereignissen. Die Zeitachse verläuft von links nach rechts.

Abbildung 3.22 zeigt ein Blockdiagramm des Meßverfahrens SLR, das sich seit den ersten erfolgreichen SLR-Messungen der NASA in 1964 ständig weiterentwickelt hat.

Ein Laser generiert  $100\text{ps}$  lange Pulse mit einer Energie von etwa  $100\text{mJ}$  bei einer Taktrate von  $10\text{Hz}$ . Ein Startsignal für den Zeitintervallzähler wird dem Hauptsendestrahle mit einer Photodiode abgegriffen. Von einem nachgeführten optischen Teleskop werden die Laserpulse auf den Satelliten gerichtet. Nach dem Reflexionsvorgang am Satelliten treten die Pulse in die Empfangsoptik ein. Die Pulsform des Empfangssignals ist durch die Mehrfachreflektion am Satelliten, die atmosphärischen Einflüsse und Refraktion deformiert. Die Detektion wird durch eine vorgeschaltete Blende und einem Filter verbessert. Mit *range gate* wird ein Schalter bezeichnet, mit dem ein Zeitfenster für die Detektion vorgegeben werden kann. Der Detektor, z.B. eine Avalanche-Diode, wandelt den Photonenstrom in ein elektrisches Signal um, das als Stoppuls den Zeitintervallzähler erreicht. Somit liegt die Laufzeitmessung  $t$  für einen Puls vor. Die Umrechnung der gemessenen Laufzeit mit der Lichtgeschwindigkeit nach

$$s = \frac{1}{2} c \cdot t \quad (3.200)$$

ergibt die Strecke  $s$ .

Ein Frequenz-/Zeitnormal ist die Basis für stabile Zeitintervallmessungen und liefert die Epoche sowohl für den Meßwert als auch für die Teleskopsteuerung.

Ein Kontrollcomputer liest die Meßwerte aus dem Counter und ordnet sie einer Epoche zu, überwacht den Laser, kontrolliert die Servosteuerung, liest Wetterdaten zur Refraktionskorrektur und steuert das Range Gate. Orbitdaten der Satelliten erlauben nur eine genäherte Vorausberechnung der Einstellwerte für das Teleskop. Es bleibt die Aufgabe des Operators, über die Konsole durch Variation dreier Ablagen gemäß Tabelle 3.16 mit

den Laserpulsen das Ziel zu treffen.

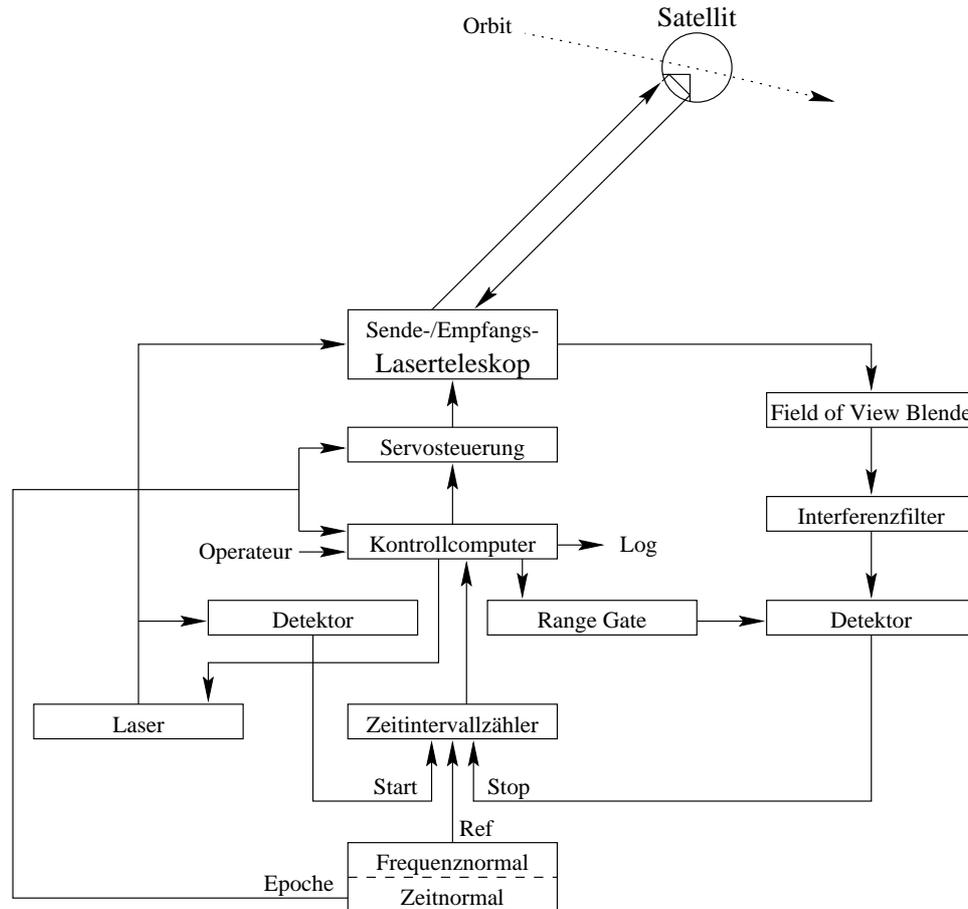


Abb. 3.22: Blockdiagramm eines SLR-Systems.

Bei einer Pulstaktrate von  $10\text{Hz}$  fallen bei einem Satellitendurchgang einige 1000 Laufzeitmessungen an. Durch atmosphärische und instrumentelle Effekte sind die Messungen stark korreliert, so daß eine Datenverdünnung sinnvoll ist, zumal nicht alle Einzelmessungen benötigt werden. Zu diesem Zweck werden **Normalpunkte** eingeführt, die die jeweiligen Einzelpunkte eines Intervalls repräsentieren und sich auf die Entfernung nach (3.200) beziehen.

Für eine Vorausberechnung der Laufzeit ist der Ausgangspunkt die geometrische Grundgleichung der Satellitengeodäsie ([115], S. 11) für das Vakuum

$$t_{vac} = \frac{1}{c} |(2r_{i,1}(t_r) - r_{i,0}(t_s) - r_{i,0}(t_e))| \quad , \quad (3.201)$$

wobei  $r_{i,1}(t_r)$  die geozentrische Position des Satelliten zum Reflexionszeitpunkt und  $r_{i,0}$  die geozentrische Position der Meßplattform zum Sendezeitpunkt  $t_s$  bzw. Empfangszeitpunkt  $t_e$  ist. Mit einer atmosphärischen Korrektur  $\Delta R(\lambda)$  nach Marini und Murray ([86], S. 78) folgt für die Laufzeit  $t$

$$t = t_{vac} + \frac{\Delta R}{c} \quad . \quad (3.202)$$

Eine ausführliche Ableitung unter Berücksichtigung konsistenter Zeiten, relativistischer Effekte verläuft ähnlich zu der in Kapitel 3.2.1 dargestellten Weise und kann bei Müller [91], bzw. [86] nachgeschlagen werden.

Aus den vorausberechneten Beobachtungen der Laufzeit  $t_{appr}$  und den gemessenen Laufzeiten  $t_{obs}$  lassen sich Residuen bezüglich des jeweiligen aus der Messung abgeleiteten Reflexionszeitpunkts  $t_i$  berechnen. Mit einer sich daran anschließenden Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate wird die Fehler-

quadratsumme

$$E^2 = \sum_i^N (t_{apr}(t_i) - t_{obs}(t_i))^2 \quad (3.203)$$

minimiert.

Die beobachtete Laufzeit beinhaltet im allgemeinen die Information von drei räumlichen Ablagen der Satellitenposition, die zu dem vorausgerechneten Wert der Laufzeit gehört. In der Parametrisierung lassen sich deshalb Koeffizienten  $C_j$  mit  $j = \{1, 2, 3\}$  schätzen, die als Maß der Ablage dienen. Mit der in Tabelle 3.16 zusammen-

Tab. 3.16: Parametrisierung der Satellitenbahnkurve.

Raumrichtung			Ablagekoeffizient		
Flugrichtung	$\dot{r}_{j,1}(t_i)$	$[\frac{m}{s}]$	Zeitablage ( <i>timebias</i> )	$C_1$	[s]
senkrecht zur Bahnebene	$q_i = \frac{r_{i,1} \times \dot{r}_{i,1}}{ r_{i,1}   \dot{r}_{i,1} }$	[-]	<i>across track</i>	$C_2$	[m]
Radialrichtung	$\hat{r}_{i,1} = \frac{r_{i,1}}{ r_{i,1} }$	[-]	Radialablage	$C_3$	[m]

gefaßten Parametrisierung läßt sich die Beobachtungsgleichung nach ([105], S. 46) angeben

$$t_{obs} - t_{apr}(t_i) = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} \dot{r}_{i,1}(t_r)^T \\ q_i^T \\ \hat{r}_{i,1}^T \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{C}_1 \\ \dot{C}_2 \\ \dot{C}_3 \end{bmatrix} (t - t_c) + \begin{bmatrix} \ddot{C}_1 \\ \ddot{C}_2 \\ \ddot{C}_3 \end{bmatrix} (t - t_c)^2 \right) , \quad (3.204)$$

wobei die Koeffizienten  $C_1, C_2, C_3$  mit ihren ersten beiden Ableitungen als Parameter bezüglich des Zeitpunkts  $t_c$  der oberen Kulmination des Satellitendurchgangs auftreten. Bei einer Ausgleichung der Beobachtungen (3.204) nach der Methode der kleinsten Quadrate werden neun Bedingungsgleichungen aus (3.203) für  $j = \{1, 2, 3\}$  minimiert

$$\frac{\partial E^2}{\partial C_j} = 0 , \quad (3.205)$$

$$\frac{\partial E^2}{\partial \dot{C}_j} = 0 , \quad (3.206)$$

$$\frac{\partial E^2}{\partial \ddot{C}_j} = 0 . \quad (3.207)$$

Mit den geschätzten Koeffizienten  $C_j, \dot{C}_j, \ddot{C}_j$  läßt sich für ein vorgegebenes Zeitintervall eine repräsentative Laufzeit, der **Normalpunkt**, berechnen. Die Zeitintervallängen bestimmen sich nach einer Mindestanzahl detektierter Echopulse, z.B. 120s bei LAGEOS und 30s bei STARLETTE.

Die Normalpunkte werden in der Weiterverarbeitung im Rahmen globaler Auswertungen als Grundlage benutzt.

Als Zielobjekte für SLR lassen sich zwei Klassen von Satelliten unterscheiden:

- **passive Satelliten**, die ausschließlich für SLR-Messungen hergestellt wurden, möglichst rund und kompakt sind und nur Retroreflektoren tragen;
- **aktive Satelliten**, die primär eine andere Aufgabe haben als SLR zu dienen, zumeist mit einer Solarenergieversorgung ausgestattet sind und nur zusätzlich mit Retroreflektoren zur Orbitbestimmung bestückt sind.

Die Entfernung der Retroreflektor tragenden Hochziele beträgt zwischen 400 und 20.000km. In wesentlich größerer Entfernung von 360.000km bis 405.000km befindet sich der Mond, der während vier Mondmissionen in den

siebziger Jahren mit Reflektoren bestückt wurde. Dem *Lunar Laser Ranging* (LLR) liegt das gleiche Meßprinzip zugrunde, obgleich die technischen Anforderungen und die Anforderungen an die Modellbildung wesentlich höher sind [35].

Aus den Feststellungen über die Umkehrbarkeit der Meßverfahren in Kapitel 2.3 folgt, daß sich bei bekanntem Satellitenorbit der Beobachtungsstandort koordinatenmäßig über Vorwärtseinschnitt bestimmen läßt und die Bestimmung des Orbits bei Kenntnis des Standortes vorgenommen werden kann.

Aus Messungen an verschiedenen Standpunkten lassen sich über die erste Fundamentalform die geodätisch interessierenden Basislinien zwischen den SLR-Stationen berechnen.

### 3.4 Satellitengestützte Mikrowellenverfahren

Bei den satellitengestützten Mikrowellenverfahren können die Einwegmessung wie z.B. bei GPS und die Zweiwegmessung wie z.B. bei PRARE unterschieden werden. Für Bezugssysteme sind die hier vorgestellten Systeme von unterschiedlicher Bedeutung. Punktbestimmungen auf der Erde lassen sich mit GPS an beliebigen Standpunkten vornehmen, hingegen ist man bei DORIS und PRARE ausschließlich auf die Standorte des Bodensegments festgelegt. DORIS und PRARE dienen primär der Satellitenbahnvermessung und werden erst durch Umkehrung des Meßprinzips für globale Bezugssysteme über die global verteilten Bodensegmente nutzbar.

#### 3.4.1 GPS

Das *Global Positioning System* (GPS) hat im Dezember 1993 seine operationelle Phase mit 24 installierten Satelliten erreicht. Damit stehen 24h pro Tag eine ausreichende Anzahl von Satelliten weltweit für dreidimensionale Punktbestimmung zur Verfügung. Nach Abbildung 3.1 folgt für die GPS-Einwegmessung zur Punktbestimmung der in Abbildung 3.23 dargestellte Kommunikationsablauf. Der Satellit sendet kontinuierlich ein mit Pseudo-Random-Noise kodierte Signal, das einer Trägerfrequenz im Mikrowellenbereich aufmoduliert wird. Auf der Empfangsseite wird das Signal über einen Korrelationsprozeß dekodiert und ermöglicht die Synchronisierung des Empfangsgerätes mit der GPS-Zeit. Danach lassen sich aus den individuellen Laufzeitunterschieden von den Satelliten zum Empfänger Pseudorange bestimmen bzw. die Trägerphasen vergleichen.

Die Bedeutung von GPS für globale Bezugssysteme ergibt sich zwangsläufig aus der globalen Verfügbarkeit, der Möglichkeit bequemer Zeitübertragung zwischen verschiedenen Meßplattformen auf dem Niveau  $10ns$  und der geringen Kosten auf der Nutzerseite.

##### 3.4.1.1 GPS-Signalverarbeitung

Jeder GPS-Satellit trägt ein Cäsium- bzw. Rubidium-Frequenznormal. Die Oszillatorgrundfrequenz entspricht auf der Erde

$$\nu_0 = 10.23MHz \quad . \quad (3.208)$$

Die satellitenbasierten Frequenznormale sind jedoch um die Effekte der Allgemeinen Relativität (Gravitationspotentialdifferenz zwischen Orbit und Geoid) und der Speziellen Relativität (Relativgeschwindigkeit des Satelliten zur Erde) um den Betrag

$$\Delta\nu = -0.0045674Hz \quad (3.209)$$

verstimmt, was einer Rate von

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -4.4647 \cdot 10^{-10} \quad (3.210)$$

entspricht.

Die GPS-Signale leiten sich kohärent aus der Grundfrequenz ab. Abbildung 3.24 zeigt in einem Blockdiagramm die Signalgenerierung.

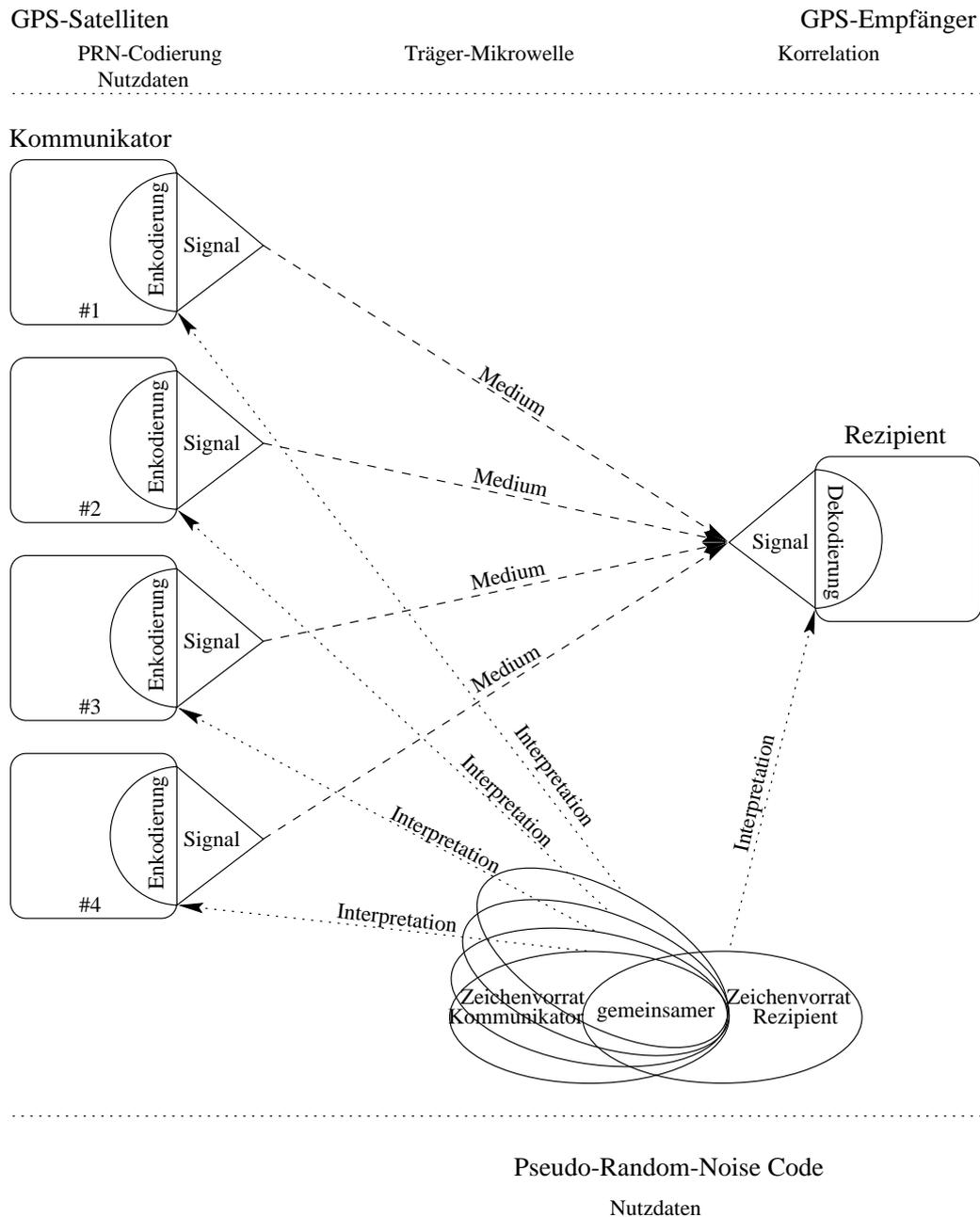


Abb. 3.23: Pseudoentfernungsmessung als Einwegkommunikation zur Positionsbestimmung mit vier GPS-Satelliten. Der gemeinsame Zeichenvorrat besteht aus dem Pseudo-Random-Noise Code. Die Zeitachse verläuft von links nach rechts.

Die beiden Trägerfrequenzen  $L1$ ,  $L2$  werden durch Multiplikation mit der Grundfrequenz erzeugt

$$\nu_{L1} = 154 \cdot \nu_0 = 1575.42 \text{ MHz} \quad (3.211)$$

$$\nu_{L2} = 120 \cdot \nu_0 = 1227.60 \text{ MHz} \quad (3.212)$$

Die Trägerfrequenz  $L2$  trägt zwei codierte Signale (P, Nav) und wird nach der *binary phase shift keying* Methode (BPSK), d.h. Bitflanken entsprechen  $180^\circ$ -Phasendrehungen, moduliert, die an der Trägerphasenlage  $0^\circ, 180^\circ$  auftreten. Die allgemeine Darstellung von  $L2$  des Satelliten mit dem  $p$ -ten Teil des P-Codes lautet

$$S_2^p(t) = B_P P^p(t) D^p(t) \cos(2\pi\nu_{L2}t) \quad , \quad (3.213)$$

wobei  $B_P$  die Amplitude des P-Codes,  $P^p(t)$  der Pseudo-Random-Noise P-Code,  $D^p(t)$  die Navigationsdaten sind.

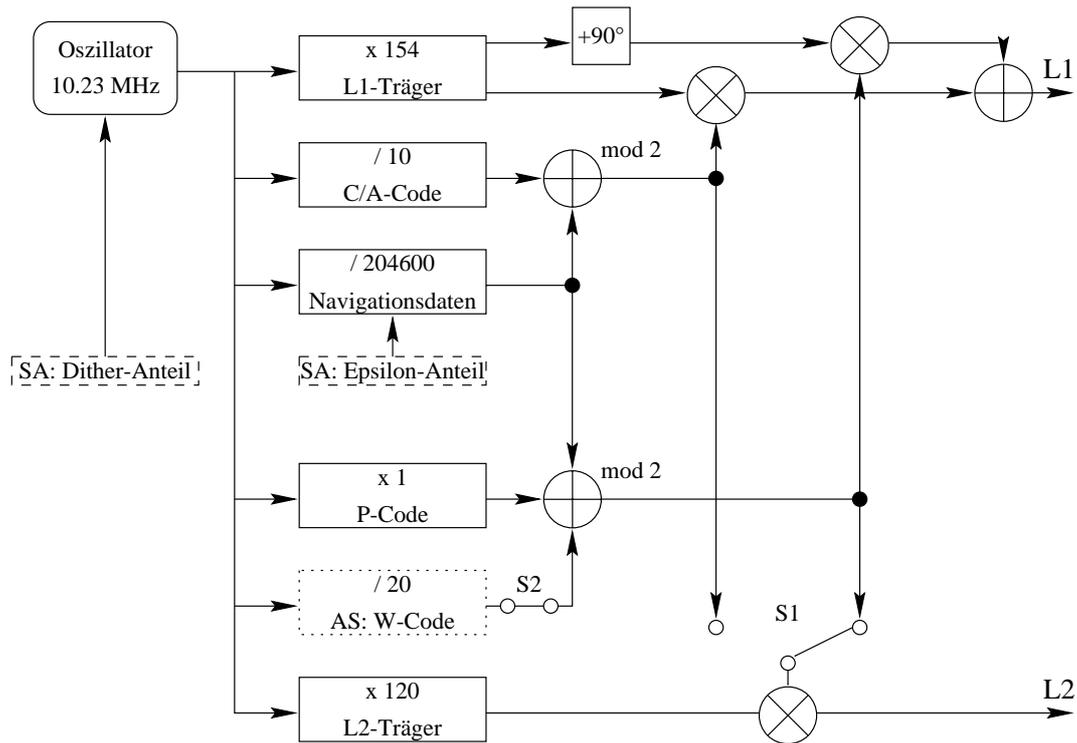


Abb. 3.24: Blockdiagramm der GPS-Signalgenerierung ([141]).

Die Trägerfrequenz  $L1$  trägt drei codierte Signale (C/A, P, Nav) und wird nach der *quadri phase shift keying* Methode (QPSK), d.h., der Träger wird in zwei  $90^\circ$  phasenverschobene Signale aufgespalten und jedes für sich mit einem der beiden Codes und den Navigationsdaten PSK-moduliert ([77], S. 70). Nach der Modulation werden beide Ströme wieder addiert. Damit treten  $180^\circ$ -Phasendrehungen der Trägerwelle als Markierung einer Bitflanke an der Phasenlage  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  auf. Entsprechend folgt die allgemeine Darstellung von  $L1$

$$S_1^p(t) = A_P P^p(t) D^p(t) \cos(2\pi\nu_{L1}t) + A_C G^p(t) D^p(t) \sin(2\pi\nu_{L1}t) \quad , \quad (3.214)$$

wobei  $A_P, A_C$  die Amplituden des P- bzw. C/A-Codes sind und  $G^p(t)$  der Gold C/A-Code ist. Eine eindeutige Unterscheidung der Codes auf dem Träger ist somit möglich. Tabelle 3.17 gibt eine Zusammenfassung der von GPS-Satelliten gesendeten Informationen.

Tab. 3.17: Zusammenfassung der GPS-Daten ([77], S. 67).

Code	C/A	P(Y)	Navigationsdaten
Bitrate	1.023 Mbps	10.230 Mbps	50 bps
Bitlänge	293 m	29.3 m	5950 km
Repetition	1 ms	1 Woche	-
Codetyp	Gold	pseudo random	-
Träger	$L1$	$L1, L2$	$L1, L2$
Merkmal	leicht akquirierbar	präzise Positionierung störfest	Zeit, Ephemeriden Hand-Over-Word

Die C/A-Codes basieren auf Pseudo-Random-Noise Codes, die untereinander eine leichte Kreuzkorrelation bilden und somit eine Familie der Gold Codes bilden. Jeder Satellit sendet damit einen etwas anderen C/A-Code, womit die simultanen Empfangssignale unterscheidbar und die Satelliten identifizierbar werden.

Der P-Code hat eine Länge von insgesamt 267 Tagen, der aber in sieben Tage lange Abschnitte zerlegt und so auf die verfügbaren Satelliten aufgeteilt wird. Da weniger als 38 Satelliten im Orbit sind, bleiben einige

Abschnitte für Bodenstationen des Kontrollsegments verfügbar oder unbenutzt.

Die Navigationsdaten beinhalten Informationen über die Satellitenuhr, seine Ephemeride, Ionosphärenparameter und den Almanach, der Aufschluß über die Bahndaten und den Status der weiteren GPS Satelliten gibt. Das Hand-Over-Word, das jedem Datentyp vorangestellt ist, ermöglicht den Zugriff auf den P-Code, da es mitteilt, welcher Teil des P-Codes vom jeweiligen Satelliten bereitgestellt wird.

Zur Vermeidung einer Störung der GPS-Signale durch Täuschsignale mit dem bekannten P-Code wurde vom Betreiber, dem U.S. Department of Defense, eine Verschlüsselung des P-Codes, dem sogenannten **Anti-Spoofing** (AS), eingeführt. Hierbei wird bei Schließen des Schalters S2 in Abbildung 3.24 ein unbekannter W-Code mit dem bekannten P-Code modulo-2 addiert, womit sich der Y-Code ergibt, der nur autorisierten Nutzern zur Verfügung steht (Abb. 3.24).

Dem AS kann empfangsseitig durch verschiedene Techniken begegnet werden:

1. Code-unterstützte Quadriertechnik,
2. L1/L2-Kreuzkorrelation nutzt nach Entfernung des C/A-Codes die gleiche Modulation beider Trägerfrequenzen,
3. P-W-Tracking nutzt 19 P-Codebits, ignoriert jedes 20. W-Codebit.

Mit diesen Empfangstechniken konnte eine hohe Positionierungsgenauigkeit auch bei aktivem AS wiedergewonnen werden. Daraufhin wurde vom Betreiber erneut eine künstliche Verschlechterung der Navigationsdaten eingeführt, die **Selective Availability** (SA), die bei den Block II Satelliten möglich ist [15]. SA besteht aus zwei Komponenten:

1. Epsilon-Anteil, der die vom Kontrollsegment vorhergesagten genauen Bahn- und Uhrenparameter verfälscht,
2. Delta-Anteil, der den Oszillator im Satelliten künstlich destabilisiert, wovon alle Codes und Trägerfrequenzen betroffen sind (vgl. Abb. 3.24).

SA verschlechterte Bahndaten werden durch zivile Bahndatendienste wie dem IGS [163] unschädlich gemacht. Bei differentiellen Beobachtungen kann SA zusätzlich bis auf Restfehler eliminiert werden, die von der Entfernung und der Synchronisation der Empfänger abhängen [45].

GPS-Empfänger benötigen omnidirektionale Antennen zum simultanen Empfang mehrerer GPS-Satelliten. Als Bezugspunkt einer geometrischen Messung gilt das Antennenphasenzentrum. Abbildung 3.25 gibt einen Überblick über die Signalverarbeitung am Empfänger.

Der Empfänger *trackt* einen Satelliten, wenn der empfängerseitige Code an den Empfangscode kontinuierlich angeglichen wird. Für die *delay lock loop* (DLL) werden vom Codegenerator in einer digitalen Verzögerungsschaltung drei Codesignale erzeugt, so daß drei zeitverschobene Signale vorhanden sind: *on time*, *early*, *late*. Das Satellitensignal wird mit allen drei zeitverschobenen empfangsseitig generierten Signalen korreliert. Die DLL wertet das Differenzsignal von *early* und *late* (E-L) aus, um den Codegenerator zeitlich auf das Empfangssignal abzustimmen, in dem die Differenz von (E-L) möglichst klein gemacht wird. Der DLL-Regelkreis ermöglicht die exakte Entsprechung des Empfangssignals, so daß die Trägerphase und die aufmodulierten Daten rückgewonnen werden können.

Die Korrelation des *on time*-Codes führt zum Aufbau eines *phase lock loop* (PLL) Regelkreises, in dem die Phasen der Trägerfrequenz geschätzt und die Navigationsdaten dekodiert werden können. Hierzu wird der Ausgang des numerisch kontrollierten Oszillators (NCO) genutzt, um den Empfängeroszillator so zu regeln, daß die Empfängerphase mit der Empfangsphase übereinstimmt. Dies wird durch Auswertung der Differenzsignale zwischen dem NCO generierten Signal und dem Empfangssignal in den Korrelationsakkumulatoren ( $\Sigma$ ) erreicht, die über Intervalle der Größenordnung  $1\text{ms}$  den Quadratur-Anteil (Q) und den In-Phase-Anteil (I) bestimmen. Der Kontrollcomputer steuert die Regelkreise derart, daß die Akkumulatoren mit möglichst großen Werten eine konstante Phasenbeziehung anzeigen.

Der Navigationsprozessor berechnet aus den Phasenreststücken zu verschiedenen Satelliten mit den Orbitparameter über Pseudorange seinen Standort und zeigt seine zu den Satelliten synchronisierte GPS-Zeit an. Für die Bestimmung einer Pseudostrecke sind wenigstens vier gleichzeitig über dem Horizont stehende GPS-Satelliten

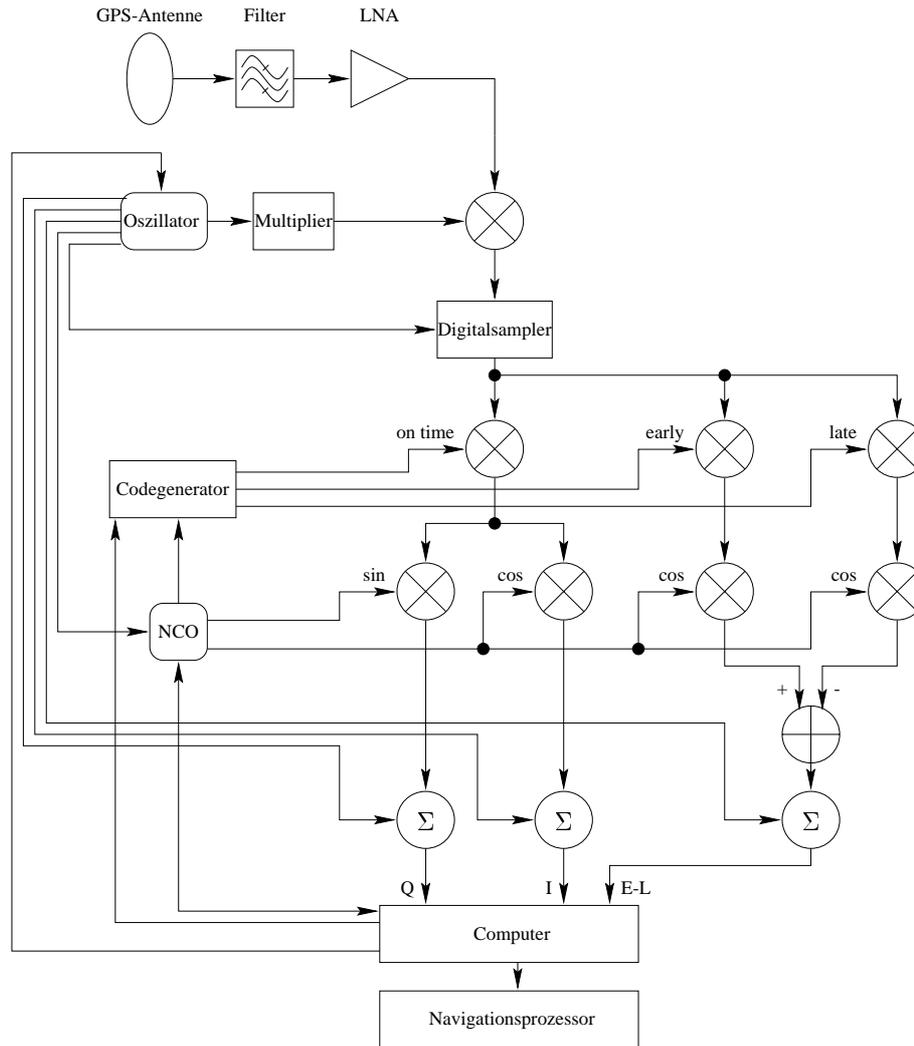


Abb. 3.25: Blockdiagramm eines GPS-Empfängers (vgl. [77]).

erforderlich, drei für eine Bestimmung dreidimensionaler Standortkoordinaten und einer zur Bestimmung des Uhrenoffsets zwischen Satelliten- und Empfängerzeit.

Je nach GPS-Empfängermodell werden eine (oder mehrere) von vier unterschiedlichen Beobachtungsgrößen in den Empfängern zur Positionsbestimmung herangezogen:

- Pseudoentfernungen aus Codemessungen,
- Pseudoentfernungen aus Trägerphasenmessungen oder Trägerphasendifferenzen,
- Pseudoentfernungsdifferenzen aus integriertem Dopplercount,
- Signallaufzeitdifferenzen aus interferometrischen Messungen.

Die beiden erstgenannten sind die hauptsächlich benutzten, da der integrierte Dopplercount eine lange Beobachtungszeit benötigt und die interferometrischen Messungen technisch sehr aufwendig sind.

### 3.4.2 DORIS

Das *Doppler Orbitography and Radiolocation Integrated by Satellite System* (DORIS) beruht auf dem Prinzip einer bodengestützten Einwegentfernungsmessung nach dem Dopplerprinzip. Abbildung 3.26 zeigt das Kommunikationsschema für DORIS.

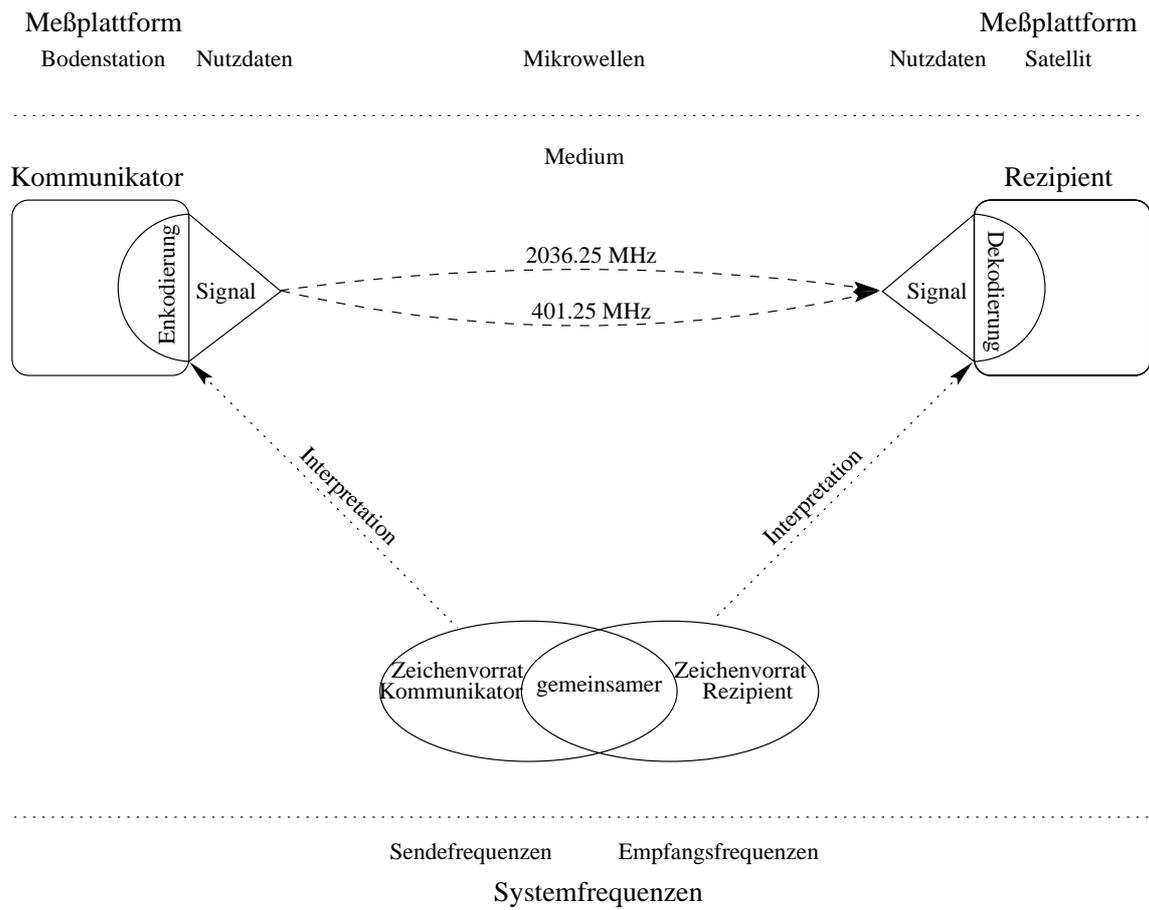


Abb. 3.26: Bestimmung von Entfernungsänderungen als Einwegkommunikation zwischen Bodenplattform und Satellitenplattform.

Das Bodensegment besteht aus einem Netz von 51 homogen global verteilten DORIS-Bodenstationen<sup>7</sup>, von denen zwei die Funktion einer Masterstation erfüllen (Toulouse, Kourou). Die DORIS-Bodenstationen senden als Kommunikatoren auf zwei Frequenzen  $\nu_S = 2036.25 \text{ MHz}$  und  $\nu_2 = 401.25 \text{ MHz}$ . Die Frequenz  $\nu_2$  wird für die Korrektur der Ionosphäreneinflüsse und zur Übermittlung von enkodierten Nutzdaten benötigt. Alle 10s werden für eine Länge von 0.8s ein Zeitpuls, der Stationscode und die topozentrisch erfaßten meteorologischen Parameter, die eine Refraktionskorrektur an Bord des Satelliten ermöglichen, sowie Kontrolldaten des Senders, aufmoduliert.

Der Rezipient ist das DORIS-Bordinstrument, an dem die Funkfeuer der DORIS-Bodenstationen empfangen und mit den eigengenerierten Systemfrequenzen  $\nu_S$  und  $\nu_2$  verglichen werden. Die Differenz zwischen Empfangs- und Systemhauptfrequenz  $\nu_S$  ergibt den dopplerverschobenen Frequenzanteil, der sich aus der relativen Bewegung beider Systeme zueinander ergibt. Für eine Messung muß der gemeinsame Zeichenvorrat aus den identischen Systemfrequenzen und der abgestimmten En-/Dekodierungsschlüsseln der Nutzdaten bestehen.

Die erzielbare Auflösung der Beatfrequenz ist direkt abhängig von der Genauigkeit der Frequenznormale an den Bodenstationen und dem Bordinstrument. Beim DORIS-System werden bisher *ultra stable oscillators* (USO) benutzt, die eine Kurzzeitstabilität von  $1.5 \cdot 10^{-13}$  bzw.  $3.0 \cdot 10^{-13}$  bezogen auf Zeitintervalle der Länge 10s bzw. 1000s aufweisen. Die Stabilität über einen Tag wird mit  $10^{-11}$  angegeben.

Bei einer zweiten Generation von DORIS-Bodenstationen werden beide Frequenzen mit Nutz- und Hilfsdaten enkodiert, damit "Doppler-Kollisionen" bei hochfliegenden Satelliten unterbleiben. Der bisherige Mindestabstand von 1000km der Bodenstationen kann damit aufgegeben werden [129].

An Bord des Satelliten werden die Dopplermessungen ausgewertet. Die Ergebnisse werden über die Transceiver anderer Nutzlasten zu der Bodenkontrollstation übermittelt (Abb. 3.27). Die Satellitentrackingstationen übermitteln die empfangenen Daten an das DORIS-Kontrollzentrum, wo präzise Orbits berechnet werden. Werden

<sup>7</sup>Stand März 1998

Ausfälle von Bodenstationen entdeckt, werden diese vom Wartungsdienst behoben. Durch die nahezu redundante flächendeckende Verteilung der Bodenstationen werden selbst bei einem Ausfall von 20% der Bodenstationen noch 80% der Erdoberfläche durch DORIS-Bodenstationen abgedeckt [37]. Die nahezu vollständig eingemessenen Orbits ergeben die gute Genauigkeit in der Orbitbestimmung, was im Vergleich zu SLR-Satelliten aufgrund der ungünstigeren SLR-Stationsverteilung nicht der Fall ist. Bei Langzeitbeobachtungen und der Kenntnis sehr genauer Erdrotationsparameter lassen sich mit DORIS Genauigkeiten für die Radialkomponente des Orbits von unter  $5\text{ cm}$  erreichen [159].

Die Umkehrung des Meßverfahrens ermöglicht die Bestimmung von Bodenpositionen aus der präzisen Umlaufbahn des Satelliten. DORIS kann demnach auch (begrenzt) zur Positionsbestimmung benutzt werden. Die Bezugspunkte des globalen DORIS-Bezugssystems sind die jeweiligen Phasenzentren der DORIS-Sendeantennen.

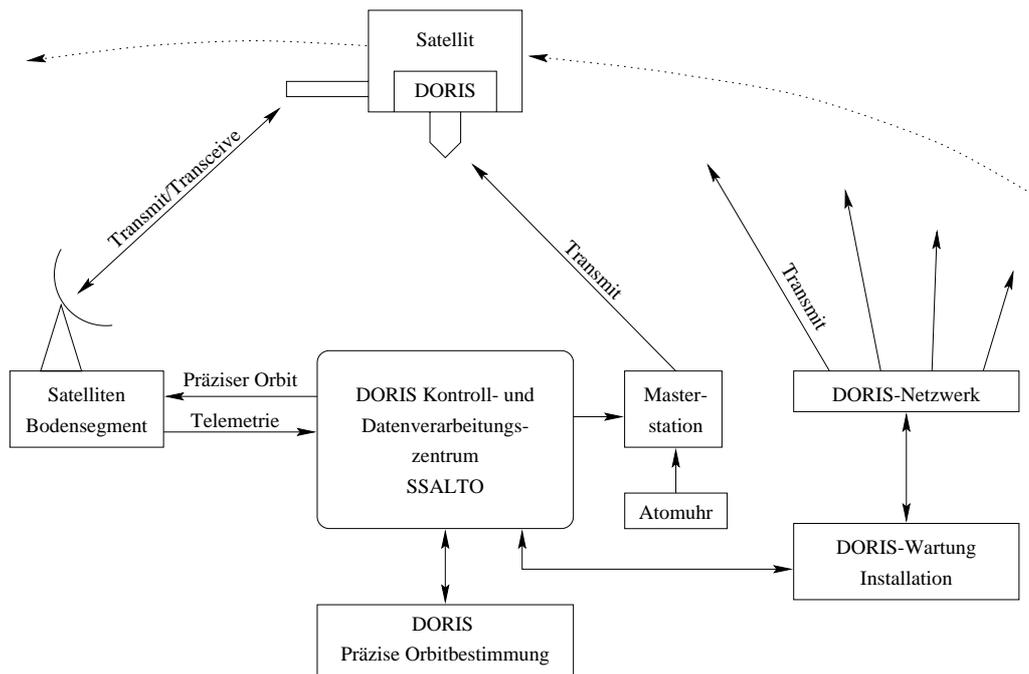


Abb. 3.27: DORIS Systemübersicht. Der Satellit empfängt beim Überflug nahezu lückenlos immer ein Funkfeuer der gut verteilten Bodenstationen. Das Bodensegment der Satellitenmission lädt die Dopplerdaten vom Satelliten und reicht sie zur Analyse und Orbitbestimmung an das DORIS-Kontrollzentrum weiter.

Derzeit wird DORIS auf den Satelliten SPOT2 (seit Januar 1990), TOPEX/POSEIDON (08/92), SPOT3 (09/93, verloren 11/96), SPOT4 (03/98) geflogen. Bei SPOT4 kommt erstmals ein *real time on board orbit determination system* mit dem Namen DIODE zum Einsatz. In Planung ist die Ausstattung der Satelliten ENVISAT-1, JASON-1, SPOT5 mit DORIS.

### 3.4.3 PRARE

Das *Precise Range and Range Rate Equipment* (PRARE) ist ein Satellitenbahnvermessungssystem, das im X-Band als Zweiwegemeßsystem und im S-Band als Einwegemeßsystem aufgebaut ist. Für PRARE ergibt sich der in Abbildung 3.28 angegebene Kommunikationsverlauf.

Die PRARE-Einheit am Satelliten sendet auf zwei mit Pseudo-Random-Noise Code PSK-modulierten Trägerfrequenzen  $\nu_{X_1} = 8489.0\text{ MHz}$  und  $\nu_S = 2248.0\text{ MHz}$  die gleichen Nutzdaten. Es gibt insgesamt vier verschiedene PRN-Codes, die bodenstationsspezifisch zugeteilt werden. Die aufmodulierten Nutzdaten umfassen Informationen über die Zeit zur Synchronisation der Bodenstationen auf die Satellitenzeit, aktuelle Bahnparameter, zukünftige Bahndaten für die Zeit nach Satellitenmanövern, Beobachtungsprogramm, komprimierte Ergebnisdaten zum Download und als Quittierung die soeben erhaltenen Daten einer Bodenstation [94].

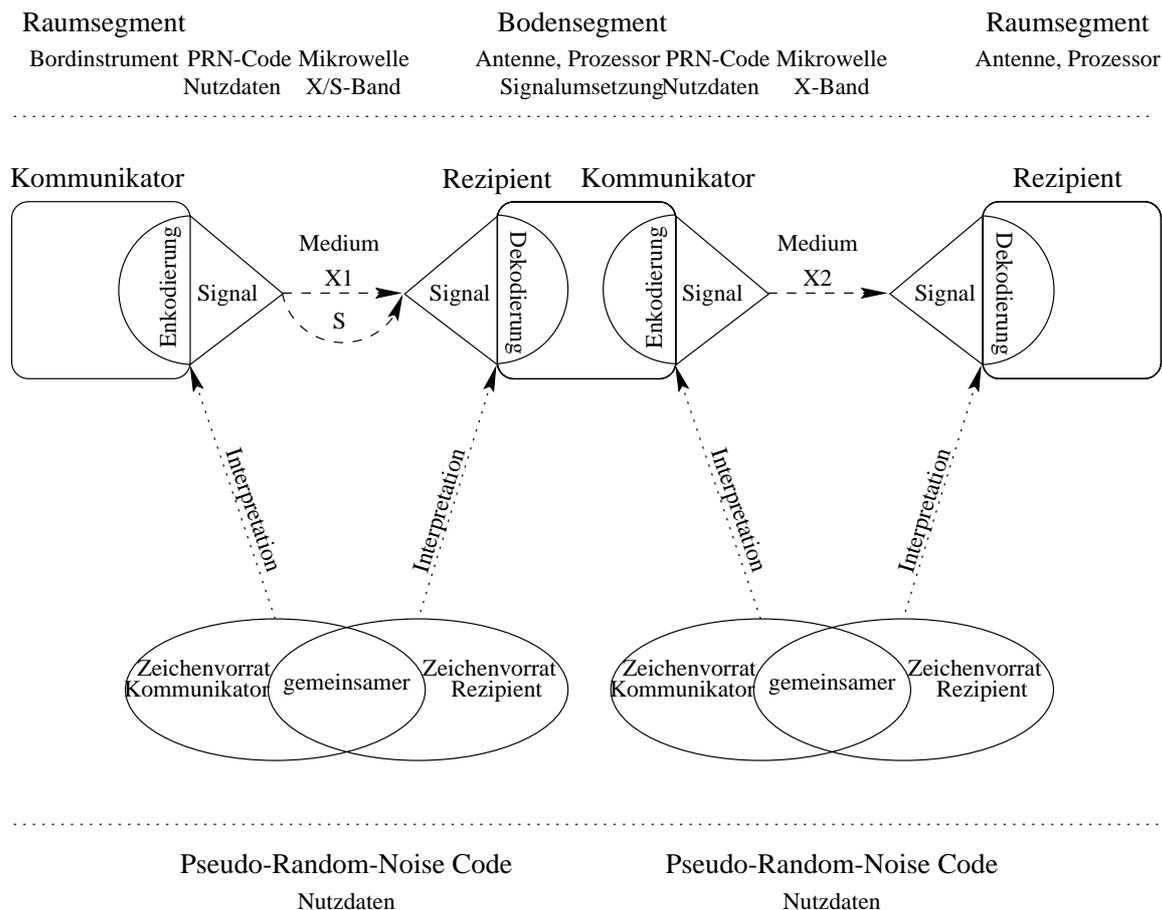


Abb. 3.28: Entfernungs- und Entfernungsänderungsmessung als Zweiwegkommunikation (X-Band) und als Einwegkommunikation (S-Band) beim PRARE-System. Auftretende ionosphärische Störungen werden am Boden erfaßt und am Raumsegment korrigiert. Durch die Verschiedenheit der Daten, werden unterschiedliche Zeichen-vorräte benutzt. Die Zeitachse verläuft von links nach rechts.

Die PRARE-Bodeneinheit auf der Meßplattform enthält DLL-Regelkreise zur Dekodierung und PLL-Regelkreise zur Bestimmung der Trägerphasen. Die Laufzeitdifferenz der beiden Trägerfrequenzen für die Korrektur wegen ionosphärischer Verzögerung wird mit einem Zeitintervallzähler bestimmt. Sie wird zusammen mit der geräteinternen Verzögerung und mit den am Boden erfaßten meteorologischen Daten auf das umgesetzte X-Band-Signal mit  $\nu_{X_2} = 7225.296 \text{ MHz}$  aufmoduliert und mit regeneriertem P/N-Code zurück zum Satelliten gesendet.

Das Raumsegment besteht aus einem Vierkanal-Korrelator und Vierkanal-Dopplierzähler, so daß Signale von vier Bodensegmenten gleichzeitig empfangen und verarbeitet werden können. Die Ergebnisse werden zwischengespeichert und beim Überflug an die Master- bzw. Kontrollstation gesendet. Ein Netz weltweit verteilter Bodenstationen wird nach deren Erstinitialisierungen autonom betrieben. Über die gesendeten Nachrichten werden die Ein-/Ausschaltzeiten der einzelnen Bodenstationen so geregelt, daß je Überfluggebiet nur maximal vier Bodenstationen aktiv sind.

PRARE wird auf den ERS-1, ERS-2 und Meteor-III-7 Satelliten geflogen. Es werden Genauigkeiten von  $2 \text{ cm}$  in der Entfernungsmessung und etwa  $0.1 \text{ mm/s}$  in der Dopplermessung erreicht [158].

### 3.5 Gravimetrie

In der Gravimetrie werden die Änderungen des Schwerefeldes und des Schwerefeldgradienten bestimmt. Sie spiegeln das elastische Verformungsverhalten der Erde wider. Hauptverursacher dieser Deformationen sind neben den säkularen Plattenbewegungen der Erdkruste besonders die Gravitationskräfte von Mond und Sonne. Die

periodischen Änderungen des Schwerevektors haben den Betrag von etwa  $250 \cdot 10^{-8} \frac{m}{s^2}$  und gehen einher mit Richtungsänderungen der Lotlinie von etwa  $0.05''$ .

Aus dem Blickwinkel der Allgemeinen Relativitätstheorie enthalten die gravimetrischen Meßwerte Informationen des Metrikensors (Kap. 2.2.1.5) und sind von grundlegender Bedeutung für die herrschenden metrischen Verhältnisse an Meßplattformen während der Meßereignisse mit anderen Verfahren.

Das Gravitationsfeld der Erde läßt sich

- *flächenhaft* über Methoden der Satellitengeodäsie (Altimetrie, SLR, GPS, spezielle Gravitationsfeldmissionen),
- *punktweise* durch klassische Methoden der Gravimetrie (Gravimeter, dynamische Höhenbestimmung, Lotabweichungsbestimmungen)

bestimmen. Für die flächenhaft arbeitenden Methoden ist eine Kalibrierung der jeweiligen Instrumente beim Überflug eines Kalibrationsgebietes erforderlich, in denen zuvor die genauere punktweise Methoden eingesetzt wurden. Im Rahmen dieser Arbeit sind deshalb die Gravimeter als kollokierbare Sensoren bedeutsam.

Es lassen sich zwei Gravimetertypen unterscheiden:

1. **Absolutgravimeter** bei denen das Meßprinzip auf einer Zeit- und Abstandsmessung eines (geworfenen und) freifallenden Körpers beruht.
2. **Statische Gravimeter** bei denen das Meßprinzip entweder
  - die Messung einer relativen Lageänderung (Federwaage), oder
  - die Messung einer Rückstellkraft zur Lagestabilisierung (supraleitendes Gravimeter)

zugrunde liegt. Mit den statischen Gravimetern lassen sich lediglich relative Änderungen erfassen, die jedoch beim Einsatz supraleitender Gravimeter Auflösungen bis  $0.01 \cdot 10^{-8} \frac{m}{s^2}$  ( $\cong 10 nGal$ ) erreichen können [103]. In dieser hohen Auflösung lassen sich die lokal an der Meßplattform wirkenden Deformationskräfte erfassen und zur Modellierung der geodätischen Raumverfahren nutzen.

Die unvermeidbare Drift der statischen Gravimeter kann durch den zeitweiligen Betrieb von Absolutgravimetern an den Meßplattformen bestimmt werden.

## 3.6 Pegel

Höhenbezugssysteme sind zumeist von mittleren Wasserständen an Pegeln abgeleitet. Der *unter den Kontinenten fortgesetzte, ruhende Meeresspiegel* definiert als Höhenbezugsfläche das Geoid. Pegel erlauben die Festlegung eines vertikalen Datums. Pegel sind ebenfalls Sensoren zur Erfassung von Meereszeiten und können so zur Ableitung globaler ozeanischer Modelle zur Berechnung der ozeanischen Auflasten herangezogen werden [126].

Heutige Pegel sind unter Wasser fest installierte kapazitive Drucksensoren. Da der Druck auch von Salzgehalt und Temperatur abhängig ist, werden diese Parameter gleichzeitig über elektrische Leitfähigkeit und Widerstandsmessungen erfaßt.

## 3.7 Meteorologie

In der Meteorologie werden die unmittelbaren Umgebungsparameter bestimmt. Heutzutage werden die meteorologischen Parameter durch elektronische Meßstationen überwacht. Es werden gemessen

- Temperatur, durch elektrischen Widerstand,
- Druck, durch elektrische Kapazität,

- Feuchte, durch elektrische Kapazität,
- Windgeschwindigkeit, durch Pulsfrequenz,
- Windrichtung, durch Pulszählung,
- Niederschlagsmenge, durch Pulszählung.

Temperatur, Druck und Feuchte werden zur Berechnung der troposphärischen Refraktion elektromagnetischer Wellen zum Zeitpunkt der Beobachtung benötigt.

Windparameter geben Auskunft, ob aus Gründen des Erhalts der Betriebssicherheit Geräte vorübergehend in ihre Überlebensposition gebracht werden müssen.

Das Wasserdampfradiometer kann die thermische Emission von Wassermolekülen entlang einer Sichtlinie integral messen. Die Wassermoleküle sind in der Atmosphäre ungleich verteilt, so daß die Refraktionskorrektur von Mikrowellen mit den Daten des Wasserdampfradiometers realistischer gelingt als nur mit den am Boden erfaßten Feuchtwerten [66]. Wasserdampfradiometer messen entweder über den Horizont verteilte Profile aus denen sich der *zenith wet path delay* ableiten läßt oder entlang einer Ziellinie parallel zum Radioteleskop für VLBI-Messungen (s. (3.87)).

Die Wasserdampfradiometerdaten sind bei Niederschlag jedoch unbrauchbar, weswegen ebenfalls Niederschlagsmesser zur Erkennung unbrauchbarer Datensätze des Wasserdampfradiometers einzusetzen sind. In Regionen mit starken Winden sind bodenstationierte Niederschlagsmesser mit einer Wippe ungenauer als eine Erfassung des Niederschlags mit einem Mikro-Regen-Radar, welches Höhenprofile des Niederschlags erfassen kann. Damit lassen sich auch verwehte Niederschläge erkennen. Ein weiterer Vorteil ist die verzögerungsfreie Erfassung der Epoche des Niederschlags [104].

## 3.8 Seismographie

Seismographen werden in global verteilten seismischen Netzen betrieben. Die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit von seismischen Wellen wird an den Meßplattformen in einem seismologischen Netz zu verschiedenen Zeitpunkten registriert. Diese Informationen werden zur Berechnung der Lage des Epizentrums und der Stärke des Bebens benutzt.

Seismische Informationen an Meßplattformen in einem geodätisch genutzten globalen Bezugssystem sind insofern von Bedeutung, als daß sie eine lokale Epochenzuordnung größerer seismischer Ereignisse erlauben. Damit ist eine Erfassung von eventuellen Sprungstellen in der Koordinatengeschwindigkeit der Meßplattformen überhaupt erst möglich.

Ein Seismograph enthält Beschleunigungsmesser, die in modernen Geräten in drei zueinander rechtwinkligen Achsen montiert sind, von denen normalerweise die Vertikalachse ( $Z$ ) die größten Amplituden bei seismischen Ereignissen zeigt.

## 3.9 Lokale Einmessung der Sensoren

Für die lokale Einmessung kollozierter Sensoren einer Plattform werden terrestrische Richtungs- und Streckenmessungen, sowie das Nivellement in einem lokalen Kontrollnetz in periodischen Zeitabständen durchgeführt. Neben dem lokalen Kontrollnetz ist zumeist ein ausgedehnteres regionales Kontrollnetz anzulegen, daß die Stabilität der näheren Umgebung einer Meßplattform beurteilen läßt.

Die Genauigkeitsanforderung der lokalen Einmessung sollte um einen Faktor 10 besser sein als die Genauigkeiten der geodätischen Raumverfahren, um keine unnötigen Verluste bei der Exzentrizitätsberechnung hinnehmen zu müssen.

Meßplattformen werden gewöhnlich mit Theodolit und elektrooptischem Entfernungsmesser lokal eingemessen. Bei der regionalen Überwachung lassen sich GPS-Geräte einsetzen.

Als Beispiel sei hierfür die Fundamentalstation Wettzell angeführt. Auf dem Stationsgelände gibt es eine Reihe von Vermessungspfeilern, die eine hochgenaue Vermessung der Exzentrizitäten zwischen den geodätischen

Bezugspunkten am Radioteleskop, Laserteleskop und Satellitenantennen ermöglichen (Abb. 3.29). Durch turnusmäßige Vermessungen wird eine Kontrolle der *lokalen* Stabilität gewährleistet. Um die Fundamentalstation Wettzell herum gibt es in verschiedenen Richtungen in etwa 20km Entfernung fünf weitere Meßpeiler in Burgstall, Luffing, Konzell, Münchshöfen und Großer Arber, die in wiederkehrenden GPS-Meßkampagnen zur Kontrolle der *regionalen* Stabilität benutzt werden.

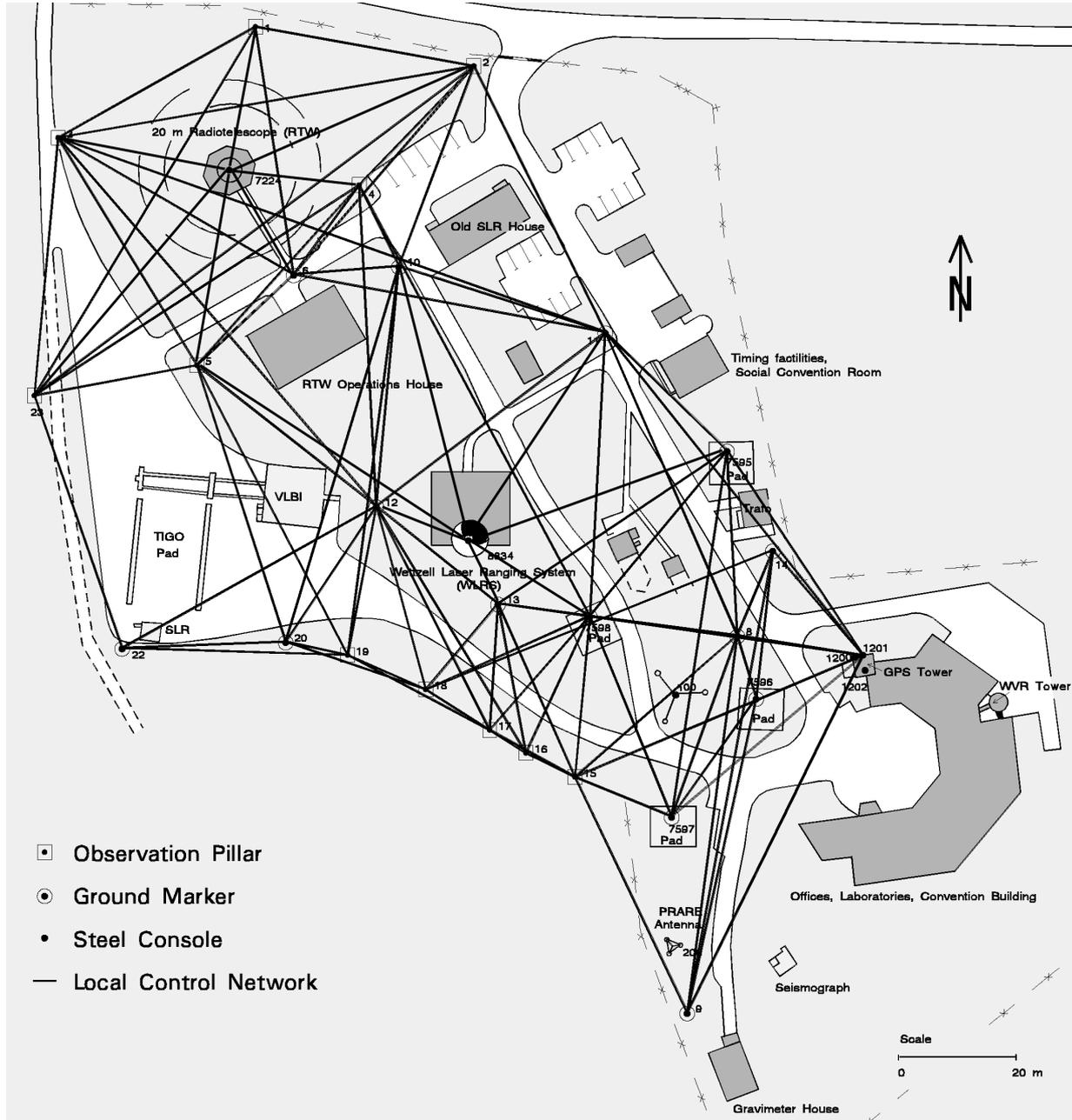


Abb. 3.29: Lokales Vermessungsnetz der Fundamentalstation Wettzell 1998. Die Bezugspunkte der Großgeräte Radioteleskop und Laserteleskop sind in das lokale Kontrollnetz eingebunden.

## Kapitel 4

# Meßplattformen für globale Bezugssysteme

Die Einrichtung und Laufendhaltung globaler Bezugssysteme erfordert nach dem Planungs- und Handlungsschema in Abbildung 1.2 Messungen (Meßplattformen) und Systemmodelle. An den Meßplattformen werden Ereignisse registriert, die den Bezug zwischen Trägern verschiedener Bezugssysteme herstellen (Kap. 2.3). Meßplattformen realisieren somit über ihre Meßdaten *Bezugspunkte*.

Kommunizieren die global verteilten Meßplattformen über natürliche (Quasare) oder künstliche extraterrestrische Objekte (Satelliten) miteinander, lassen sich Bezugspunkte in einem *globalen Bezugssystem* angeben. Aufgrund der auftretenden großen Distanzen zwischen den Trägern von Bezugssystemen und der hohen meßtechnischen Auflösung mit relativen Genauigkeiten bis  $10^{-9}$ , wird eine Modellbildung auf den Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie notwendig.

In der Einsteinschen Raumzeit ist der Begriff *globales* Bezugssystem wegen der nur unzureichend bekannten Metrik problematisch. Die Ergebnisse aus Kapitel 2.3 und insbesondere 2.3.4 legen nahe, auch den Meßplattformen in globalen Bezugssystemen nur eine *lokale* Bedeutung zuzuordnen.

Nach der Vorstellung der wichtigen geodätischen Raumverfahren (Kap. 3), geht es in diesem Abschnitt um die geeignete Bestückung einer erdgebundenen Meßplattform mit den notwendigen Sensoren zur Repräsentation eines lokalen Ausschnitts der raumzeitlichen Ereigniswelt. Bei der Festlegung von globalen Bezugssystemen sind Meßplattformen notwendig, an denen alle relevanten Sensoren an einem Ort betrieben werden. Diese Meßplattformen werden **Fundamentalstationen** genannt (Kap. 4.1).

Anhand des Projektes *Transportables Integriertes Geodätisches Observatorium* (TIGO) soll der erforderliche technische Aufwand zur Realisierung von globalen Bezugssystemen erläutert werden (Kap. 4.2). Entscheidungskriterien für den Einsatzort von TIGO bilden den Abschluß dieses Kapitels (Kap. 4.3).

### 4.1 Fundamentalstationen

Die in Kapitel 3 vorgestellten geodätischen Raumverfahren liefern bis auf PRARE bereits Beiträge zum ITRF [13]. Nach Herring und Pearlman [61] lassen sich den geodätischen Raumverfahren individuelle Vor- und Nachteile bei der Einrichtung und Laufendhaltung globaler Bezugssysteme zuordnen (s. Tab. 4.1).

Mit den Überlegungen aus den Kapiteln 2.4 und 2.5 gelingt die Realisierung von genauen globalen Bezugssystemen nur durch die parallele Nutzung der Meßdaten verschiedener Meßverfahren. Tabelle 4.1 vermittelt einen Eindruck von der Komplementarität dreier wichtiger geodätischer Raumverfahren.

Bei der Einrichtung globaler Bezugssysteme können die Charakteristika der unterschiedlichen Raumverfahren vorteilhaft in sich ergänzender Weise ausgenutzt werden (vgl. [9], S. 25f):

1. VLBI ist das genaueste Meßverfahren zur Festlegung des zälestischen Bezugssystems als Quasi-Intertialsystem. Daraus resultiert die derzeit genaueste Bestimmung der Erdrotationsparameter Ta-

Tab. 4.1: Vergleich von geodätischen Raumtechniken.

Kriterium	VLBI	SLR	GPS
Meßgröße	Laufzeitdifferenz	Laufzeit	Laufzeitdifferenz
Einzigartigkeit	+ realisiert Fundamentalsystem durch ICRF, Anschluß an Fast-Inertialsystem + Langzeitbestimmung Erdrotation	+ Anschluß Erdmassenzentrum + Langzeitstabilität der Satelliten	
Geometrie	- vertikale Komponente schlechter bestimmbar als horizontale + Eigenbewegung von Radioquellen vernachlässigbar + Optimierung von Beobachtungsplänen möglich + niedrige Elevationen < 7° möglich	+ vertikale und horizontale Komponenten gleich genau + passive Satelliten stabiler Orbit - Orbitfehler korreliert mit Koordinatenfehler ± niedrige Elevationen tlw. möglich	- vertikale Komponente schlechter bestimmbar als horizontale - Satelliten werden nachpositioniert - Orbitfehler korreliert mit Koordinatenfehler - Variationen des Phasenzentrums bei Elevationen < 20°
Schwerefeld	- kein direkter Zugang zum Schwerefeld, kinematisch	+ langperiodische Anteile und säkulare Variationen werden erfaßt	
Wetter	+ unabhängig, Mikrowellenverfahren	- abhängig, optisches Verfahren	+ unabhängig, Mikrowellenverfahren
Atmosphäre	- abhängig von stark variablen Effekten des Wasserdampfgehalts in Troposphäre - Atmosphären- und Uhrenparameter sind korreliert + Ionosphäreinfluß durch zweites Beobachtungsspektrum modellierbar	+ unsensibel zu stark variablen Effekten der Atmosphäre (Ionosphäre, Wasserdampf) bei konventionellen Wellenlängen + Zweifarbenmessungen zur Bestimmung der Refraktion	- abhängig von stark variablen Effekten des Wasserdampfgehalts in Troposphäre - Atmosphärenparameter müssen mitbestimmt werden ± Frequenzabstand der zweiten Beobachtungsfrequenz zur Ionosphärenkorrektur ist gering
Verfügbarkeit	+ immer	+ immer	- nicht unter wissenschaftlicher Kontrolle, Verschlechterung/Abschaltung möglich
Verknüpfung im All	+ Tracking von Erdsatelliten ermöglicht Verknüpfung von terrestrisch-dynamischen mit Quasi-Inertialsystem	+ GPS- und Altimetersatelliten mit Reflektor erlaubt Bahnvermessung	+ Bahnbestimmung von Satelliten mit niedrigem Orbit
Kosten	- Betriebs- und Systemkosten sind hoch - Geräte sind Unikate	- Betriebs- und Systemkosten sind hoch - Geräte sind Unikate	- System- und Betriebskosten sind extrem hoch + Empfänger sind Massenware

geslänge und Polkoordinaten sowie der Nutationsparameter.

2. SLR nach passiven Satelliten ist das geeignetste Meßverfahren zur Bestimmung des Erdmassenzentrums als Ursprung des globalen Bezugssystems. Die Orbits passiver Satelliten, die relativ unempfindlich gegen Bahnstörungen sind, ergeben einen Zugang zu niederfrequenten Anteilen des Erdschwerefeldes. SLR ermöglicht außerdem die Kalibrierung von reflektortragenden Satelliten, wie z.B. GPS oder Altimetermissionen.
3. GPS ist wegen seiner Zuverlässigkeit, seiner geringen Nutzerkosten und seines hohen Automationspotentials die ideale Methode zur Netzverdichtung.

Jedes Meßobjekt und jede Meßplattform ist ein Träger von Bezugssystemen, die über Messungen miteinander kommunizieren und sich dadurch miteinander verknüpfen lassen. Jedes Meßverfahren leidet in der Genauigkeit unter systembedingten Fehlern, deren Systematiken in einer meßtechnikspezifischen Auswertung erhalten

bleiben. Erst durch den Betrieb verschiedener geodätischer Raumverfahren nebeneinander an *einem* Ort, der **Kollokation** von Trägern von Bezugssystemen, lassen sich die Bezugspunkte des jeweiligen Meßverfahrens durch eine lokal durchführbare terrestrische Vermessung aufeinander einmessen. Die Genauigkeit der lokal bestimmten Exzentrizitäten geht in die Transformationsparameter zwischen den jeweiligen Meßverfahren bei der Generierung globaler Bezugssysteme voll mit ein. Erst die lokal ermittelten Exzentrizitäten ermöglichen die Verknüpfung der jeweiligen meßtechnikspezifischen Bezugssysteme zu einem globalen Bezugssystem.

Eine Meßplattform, an der alle für globale Bezugssysteme relevanten Meßverfahren betrieben werden, ist eine **Fundamentalstation**. Ein Netz von Fundamentalstationen ist das Rückgrat eines globalen Bezugssystems. Die Fundamentalstationen ermöglichen eine synergetische Nutzung der komplementären Meßtechniken. Nach Schneider [116] gibt es drei Forderungen an Fundamentalstationen:

- **Permanenz** des Meßbetriebs aufgrund der Orientierung von Meßreihen an Zeitskalen geodynamischer Phänomene und damit langfristige Sicherstellung der Datenproduktion,
- **Komplementarität** der eingesetzten geodätischen Raumverfahren zur bestmöglichen Erfassung aller Einflußfaktoren auf das System Erde und damit bestmögliche Festlegung eines genauen globalen Bezugssystems,
- **Redundanz** bei der Auswahl der geodätischen Raumverfahren zur Qualitätssicherung durch voneinander unabhängig erzielbare Ergebnisse gleicher Zielgrößen.

Die genannten Merkmale werden zusammengefaßt in der

**Definition 4.1.1 (Fundamentalstationen für Geodäsie und Geodynamik)**

*Beobachtungsplattformen, auf denen alle für globale Bezugssysteme relevanten geodätischen Raumverfahren permanent betrieben werden und auf denen die den Raumverfahren zugeordneten spezifischen Referenzpunkte durch lokale Vermessungen verknüpft sind und hinsichtlich ihrer Stabilität überwacht werden, heißen Fundamentalstationen.*

Als Beispiel einer solchen *Fundamentalstation für Geodäsie* kann das geodätische Observatorium in Wettzell gelten. Dort befinden sich ein 20m-Radioteleskop für VLBI, ein 75cm-Laserteleskop für SLR/LLR, permanente GPS-Empfangsstationen, sowie ein supraleitendes Gravimeter und ein Seismometer. Für den erfolgreichen Betrieb wird dieses Ensemble ergänzt durch ein Zeit- und Frequenzlabor mit Cäsium- und H-Maserfrequenznormalen, einer Wetterstation mit zusätzlichem Wasserdampfadiometer. Daneben erlaubt die Ausstattung mit Meßpfeilern die Durchführung von Kontrollmessungen der Exzentrizitäten zwischen den Bezugspunkten.

Nachdem in den 80-er Jahren die Entwicklung der jeweiligen Meßverfahren VLBI, SLR, GPS unabhängig voneinander vorangetrieben wurde, ist nunmehr aufgrund der gewonnenen Kenntnisse die Bedeutung von geodätischen Fundamentalstationen für globale Bezugssysteme verstärkt in das Bewußtsein gerückt.

Von den im ITRF96 verwendeten Meßplattformen, auf denen fest installierte Sensoren für VLBI, SLR und GPS vorhanden sind, werden die oben genannten Kriterien für Fundamentalstationen derzeit von

1. Wettzell (Deutschland),
2. Matera (Italien),
3. Greenbelt (U.S.A.),
4. Santiago (Chile)<sup>1</sup>,

erfüllt.

Im ITRF96 sind auch Meßplattformen aufgeführt, auf denen kolloziert temporäre VLBI bzw. SLR Beobachtungen durchgeführt wurden. Bei diesen Stationen wird der Anschein erweckt, als handele es sich um Fundamentalstationen. Aufgrund der geodynamischen Phänomene sind temporäre Beobachtungen zur Konsistenzprüfung

<sup>1</sup>Der VLBI- und SLR-Betrieb konnte 1998 aufgrund des Abzugs von Leihgeräten nicht aufrechterhalten werden.

wünschenswert, jedoch wird die Forderung nach einer *permanenten* Beobachtung in allen relevanten Techniken nicht erfüllt, weswegen diese Meßplattformen hier unberücksichtigt bleiben. Anhand der Aufstellung in [14] lassen sich die im ITRF96 enthaltenen Meßplattformen hinsichtlich ihrer Erfüllung der Fundamentalstationskriterien beurteilen.

Die geringe Anzahl von Meßplattformen an denen alle drei wichtigen Verfahren kolloziert sind, erfordert die Einbeziehung von weiteren Meßplattformen, bei denen komplementäre Sensoren in geringer Distanz positioniert sind. Bei diesen Meßplattformen lassen sich die Exzentrizitäten nur regional, nicht lokal, durch geeignete (terrestrische) Meßverfahren bestimmen. Vor dem Hintergrund der oben genannten Kriterien für Fundamentalstationen zählen die permanent installierten Meßplattformen

1. Shanghai (China), wo das SLR-Teleskop etwa  $2km$  von den anderen Sensoren (VLBI, GPS, PRARE) entfernt ist und in naher Zukunft zusammengelegt werden soll,
2. Tidbinbilla – Canberra (Australien), wo das SLR-Teleskop etwa  $27km$  von der DSN-Station in Tidbinbilla entfernt ist,
3. Kokee Park – Maui (Hawaii), wo die SLR-Station auf Maui etwa  $387km$  von dem geophysikalischen Observatorium Kokee Park mit Radioteleskop entfernt ist,

nur bedingt zu den Fundamentalstationen, die aber aufgrund ihrer besonderen geographischen Lage eine wichtige Rolle bei globalen Bezugssystemen erfüllen. Andere Fundamentalstationen, die bislang noch nicht im ITRF96 genannt werden, da sie sich noch in der Erprobung oder im Aufbau befinden und in naher Zukunft wichtige Beiträge zu globalen Bezugssystemen erwarten lassen, sind

1. die vier Fundamentalstationen des Key Stone Projektes in der Umgebung von Tokio (Japan),
2. das Transportable Integrierte Geodätische Observatorium (Deutschland),
3. das Observatorium Hartbeesthoek (Südafrika), das zu dem bestehenden Radioteleskop, GPS, DORIS und PRARE Empfängern ein SLR-Teleskop in Betrieb nehmen wird [28].

Die hier genannten Meßplattformen sind in langfristige geodätische Beobachtungsprogramme eingebunden. Eine Sonderrolle nimmt die transportable Fundamentalstation TIGO ein. Mit TIGO steht erstmals eine Meßplattform zur Verfügung, die sich optimal zur Verdichtung eines Fundamentalstationsnetzes einsetzen läßt. Bevor in Kapitel 5 auf die Kriterien bezüglich eines Einsatzortes eingegangen wird, soll das Konzept von TIGO erläutert werden.

## 4.2 Transportables Integriertes Geodätisches Observatorium

Das Transportable Integrierte Geodätische Observatorium (TIGO) ist ein Vorhaben der Forschungsgruppe Satellitengeodäsie, das vom Bundesamt für Kartographie und Geodäsie realisiert wird. Nach Fertigstellung und Erprobung auf der Fundamentalstation Wettzell soll TIGO zu mehreren Orten in der Südhemisphäre verbracht werden, um über die Einbindung von TIGO in langfristige Beobachtungsprogramme zusätzliche Bezugspunkte im globalen Bezugssystem zu schaffen.

Die Konzeption für TIGO sah den Aufbau einer transportablen Fundamentalstation vor, in dem

1. unproblematische Transportabilität,
2. weitgehende Automation der Meßabläufe,
3. rationelle Datenübertragung,
4. weitestgehende Unabhängigkeit von unzureichender Infrastruktur am zukünftigen Standort,
5. Wiederherstellbarkeit der Position der Gerätebezugspunkte im Falle einer späteren Wiederbesetzung

die Eckpunkte darstellten. Es wird daran gedacht, Meßeinsätze an verschiedenen Standpunkten in der Südhemisphäre durchzuführen, um möglichst viele Lücken in der gleichmäßigen Verteilung von Fundamentalstationen zu schließen. Da TIGO die Defizite einer angestrebten homogenen Punktverteilung im globalen Bezugssystem nicht allein beseitigen können wird, werden nur zwei bis drei Neupunkte in Betracht kommen. Unter Berücksichtigung geodynamischer Phänomene mit einer Periodizität eines Jahres muß die Mindeststandzeit wenigstens ein Jahr an einem Ort betragen. Bei etwa zwei bis drei Neupunkten würde sich ein Wiederbesetzungszyklus von etwa fünf Jahren ergeben. Auf diese Weise würde ein erheblicher Beitrag zur Verbesserung des globalen Bezugssystems geleistet werden können. Idealer wäre zweifelsohne eine permanente Anwesenheit an allen Neupunkten, die jedoch die Einrichtung weiterer Fundamentalstationen erfordern würde.

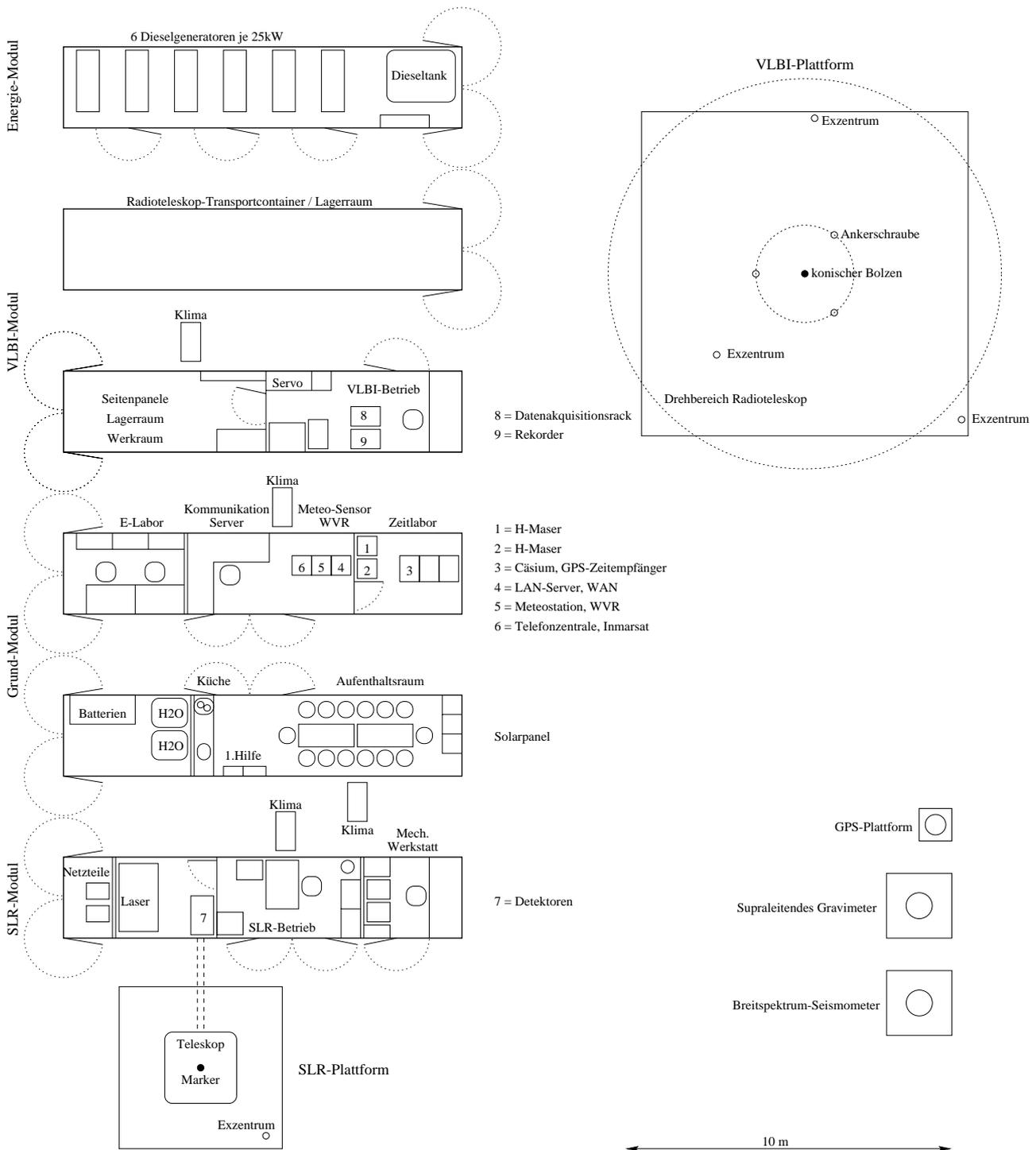


Abb. 4.1: Übersichtsplan der TIGO-Module.

Das erste oben genannte Konzeptionsmerkmal *Transportabilität* wurde durch Unterbringung sämtlicher TIGO-Geräte in 40'-Standardcontainer umgesetzt, die für den Transport auf See zugelassen sind. Es ist davon auszugehen, daß Standardcontainer weltweit transportiert werden können. TIGO besteht aus verschiedenen Modulen, die sich auf insgesamt 6 Container verteilen. Abbildungen 4.1 und 4.2 geben eine Übersicht über die Module auf der TIGO-Plattform.



Abb. 4.2: TIGO während der Inbetriebnahme auf der Meßplattform in Wettzell, 1998. Links befindet sich das SLR-Teleskop, im Vordergrund ein GPS-Pfeiler. In der Mitte erkennt man die Solarpanele und daneben die Wettersensoren. Hinter dem Gabelstapler steht der Generatorcontainer. Rechts befindet sich das Radioteleskop für VLBI-Beobachtungen.

#### 4.2.1 VLBI-Modul

Das VLBI-Modul besteht aus den Komponenten

1. 6m-Offset-Radioteleskop (s. Tab. 3.15),
2. kryogenem Dualband-Empfänger,
3. VLBA4 Datenakquisitionsterminal gemäß dem Mk4 Standard,
4. NASA PC Field System zur Steuerung der Ausführung von VLBI-Beobachtungen,

die vollständig in zwei Container während des Transportes untergebracht werden können. Nach dem Aufbau dient ein Container als VLBI-Operationsraum, der andere als Lagercontainer.

Ein weiteres Konstruktionsmerkmal zeigt sich beim Auf- bzw. Abbau des Radioteleskops. Dieser ist manuell und ohne aufwendige technische Hilfsmittel wie z.B. eines Krans mit zwei erfahrenen Personen in etwa drei Arbeitstagen möglich. Abbildungen 4.3 bis 4.8 zeigen die einzelnen Aufbauschnitte. Durch den Verzicht auf aufwendige Maschinen beim Auf- bzw. Abbau kann das TIGO-Radioteleskop trotz seiner Masse von 23t auch an entfernten Orten mit wenig Infrastruktur schnell einsatzbereit gemacht werden.

Die Aufstellung des TIGO-Radioteleskops bedarf einer besonderen Plattform, in der ein passendes Fundamentgestänge integriert ist. Das Fundamentgestänge enthält drei zylindrische Öffnungen, in denen Ankerschrauben eine horizontierbare Befestigung des Teleskops mit der Plattform erlauben. Zusätzlich gibt es im Zentrum zwischen den Verankerungsmöglichkeiten eine vierte zylindrische Öffnung, in der ein konischer Bolzen zur Zwangszentrierung des Radioteleskops eingesetzt werden muß. Nachdem die Horizontierung über die drei Ankerschrauben hergestellt ist, kann über Nivellementsunkte am Radioteleskop und auf der Plattform (Exzentren) eine Sol-lage des geometrischen Bezugspunkts wiederhergestellt werden (s. Abb. 4.10). Als geometrischer Bezugspunkt konnte konstruktiv der Schnittpunkt von Azimut- und Elevationsachse mit einer Abweichung von  $e_1 < 0.1mm$



Abb. 4.3: Vorbereitete Plattform für TIGO (in Wettzell). Unterirdische Kabelschächte verbinden die Sensorplattformen mit den Containerstandorten.

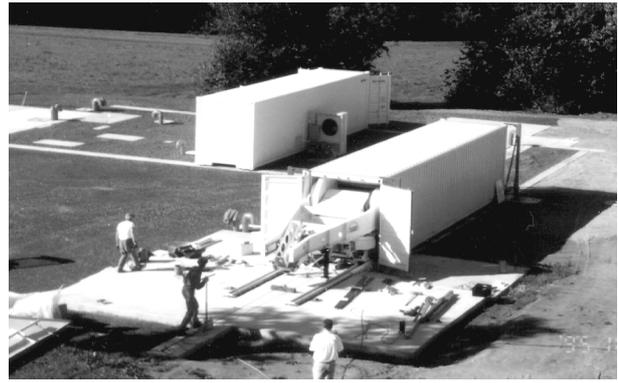


Abb. 4.4: VLBI-Transportcontainer wird nahe an der Plattform abgestellt. Über einen Schienenweg kann das Radioteleskop mit Greifzug auf die Plattform gezogen werden.



Abb. 4.5: Der leere Transportcontainer wird mit Greifzug weggezogen, so daß das Radioteleskop frei auf der Plattform steht.

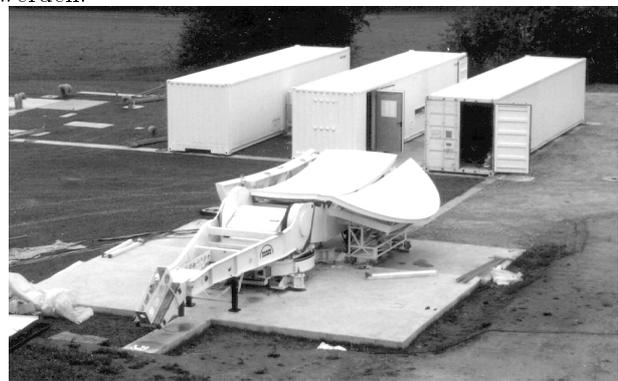


Abb. 4.6: Befestigung der Seitenpanele, die im rückwärtigen Teil des zweiten VLBI-Containers transportiert werden.

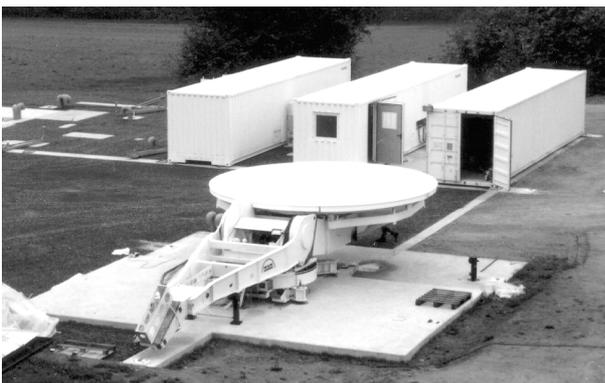


Abb. 4.7: Seitenpanele wurden mit Paßschrauben und Streben fixiert.



Abb. 4.8: Mit Motorkraft wird der Reflektor hochgefahren, so daß die Empfängerbox mit dem Feed in den Brennpunkt kommt.

realisiert werden, dessen Höhendifferenz zu den Nivellierpunkten bekannt ist. Die konstruktive Forderung, daß das Zentrum des Zentrierbolzens und die Azimutachse zusammenfallen, wurde mit einer zu vernachlässigbaren Exzentrizität von  $e_2 < 0.2\text{mm}$  erreicht (Abb. 4.11). Das notwendige Lagerspiel der Achslager von etwa  $0.2\text{mm}$  geben die maximale Genauigkeit der Realisierbarkeit des geometrischen Bezugspunktes vor. Somit kann festgehalten werden, daß die Achsenschnittpunkte des TIGO Radioteleskops exzentrizitätsfrei im Rahmen des

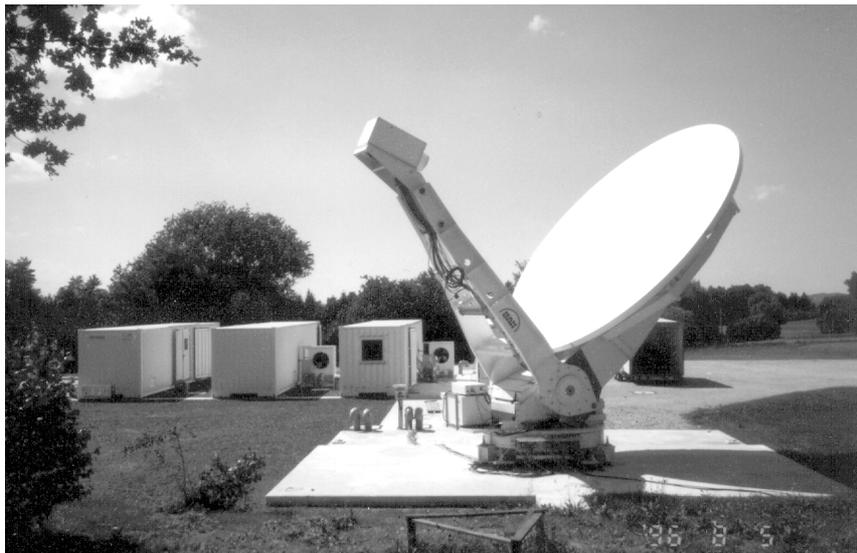


Abb. 4.9: TIGO-Radioteleskop nach manueller Aufstellung im operationellen Zustand.

technisch Machbaren sind.



Abb. 4.10: Übertragung des Höhenbezugs zum TIGO-Radioteleskop von exzentrischen Höhenpunkten zu den Höhenbezugspunkten am Radioteleskop durch Nivellement. Mit Zwangszentrierung (Lage) und den drei Ankerschrauben am Radioteleskop (Höhe) kann der räumliche Bezugspunkt bei einer Wiederbesetzung der Plattform erneut hergestellt werden.

In der VLBI sind große Reflektordurchmesser der Radioteleskope immer erwünscht, jedoch erlaubt die Unterbringung in Container nur einen Maximaldurchmesser von  $6\text{m}$ . Der vergleichsweise kleine Durchmesser wird durch einen hohen Wirkungsgrad von  $> 70\%$  aufgrund der Offset-Primärfokuskonstruktion zum Teil wieder kompensiert. Die Offsetkonstruktion birgt jedoch den Nachteil, daß das Radioteleskop nicht balanciert und nicht schwerpunktzentriert gebaut werden kann. In Abhängigkeit der Elevationsstellung ergeben sich verschiedene Lagen des projizierten Schwerpunkts, die in der Regel nicht mit dem Azimutdrehpunkt zusammenfallen. Damit treten Deformationen im Azimutteil des Radioteleskops auf. Die resultierende sehr kleine Ablage von der Sollzielachse kann mittels eines aus zwei Inklinometern ableitbaren dynamischen Horizonts kompensiert werden. Die Inklinometerwerte werden tiefpaßgefiltert und in den Regelkreis der Servosteuerung eingefügt. Hierbei mußten die nahe beieinanderliegenden Eigenfrequenzen der Inklinometer, des Radioteleskops und des Reglers so aufeinander abgestimmt werden, daß Oszillationen ausgeschlossen sind.

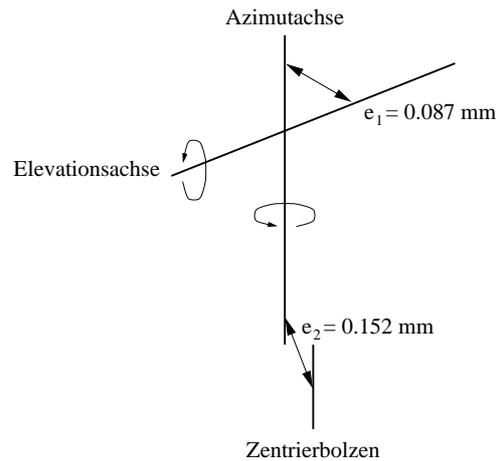


Abb. 4.11: Exzentrizitäten der Achsen beim Radioteleskop von TIGO. Die Forderung von sich schneidenden bzw. koinzidierenden Achsen wurde erfüllt. Der geometrische Bezugspunkt wird im Rahmen des Achslagerspiels von  $0.2\text{mm}$  im Achsenschnittpunkt realisiert.

Für die Quellennachführung kommen Koordinatentransformationsmodelle zum Einsatz, die sich an den Empfehlungen des IERS [85] orientieren. Obgleich der kleine Antennendurchmesser wegen seiner relativ breiten Antennenkeule von  $20'$  im X-Band und  $1^\circ 20'$  im S-Band tolerant gegenüber Pointingfehlern ist, ermöglichen die eingesetzten  $20\text{-bit}$ -Encoder und der Regler eine Nachführungsgenauigkeit von  $1''$ .

Aufgrund des interferometrischen Meßprinzips ist die Kompatibilität mit anderen Stationen gefordert. Somit sind im VLBI-Betriebscontainer das notwendige Mk4-kompatible VLBA4 Daten-Akquisitionsterminal mit dem Magnetbandrekorder untergebracht. Die Signalverarbeitung wurde bereits in Abbildung 3.13 dargestellt.

Für die Steuerung von VLBI-Beobachtungen ist das *NASA PC Field System* vorhanden, das auf die spezifischen Steuerbefehle des Radioteleskops, die Wettersensoren und Zeithaltung softwaremäßig angepaßt wurde. Beobachtungspläne und Logfiles werden über die Internetanbindung des lokalen TIGO-Computernetzwerkes ausgetauscht. Die VLBI-Daten selbst werden auf Magnetbändern aufgezeichnet und zu Korrelationszentren verschickt.

## 4.2.2 SLR-Modul

Das SLR-Modul wird charakterisiert durch

1. das  $50\text{cm}$ -Sende- und Empfangsteleskop,
2. den Titan-Sapphire-Laser, der Zweifarbenmessungen mit  $\lambda_1 = 847\text{nm}$  und  $\lambda_2 = 423.5\text{nm}$  ermöglicht,
3. Meßbereich bis zu geostationären Satelliten,
4. Radar zur Erkennung von Flugobjekten (zur Erfüllung von Sicherheitsbestimmungen).

### 4.2.2.1 Laser-Teleskop

Das Laserteleskop ist auf einem Cart montiert, so daß es für den Transport in den SLR-Betriebsraum gefahren werden kann. Es wird in den Operationspausen durch eine fernsteuerbare Abdeckglocke vor äußeren Einflüssen geschützt.

Im Unterschied zu den mobilen Lasersystemen wie z.B. MTLRS-1 [68] ist beim TIGO-SLR-Teleskop eine räumliche Trennung von Laser im klimatisierten Container und dem Laserteleskop auf der Plattform vorgenommen worden. Damit wird eine leichtere Wartung des Lasersystems und mit dem Reinluftraum eine bessere Betriebsbedingung erreicht. Der Lasertisch und die Detektoren stehen vom Container schwingungsentkoppelt auf einer

eigenen Plattform. Für die Tischbeine enthält der SLR-Container Bodenöffnungen, die für den Transport wasserdicht verschlossen werden können. Die Laserpulse werden über einen Tunnel in die Azimutachse des in etwa  $5.5m$  vor dem Container befindliche Teleskop eingeführt.

Beim Teleskop handelt es sich um eine altazimutale Montierung. Über Prismen und Spiegel wird der Strahl durch die Elevationsachse in das Laserteleskop eingeführt. Beim SLR sind lange Brennweiten bei kurzen Tubuslängen erwünscht. Bei älteren Systemen wie dem MTLRS-1 oder auch dem WLRS wurden Cassegrain-Optiken mit Spiegellinsen verwendet. Die Effizienz optischer Teleskope läßt sich durch die konstruktive Elimination des Frontspiegels erhöhen. Beim TIGO-SLR-Teleskop wurde eine Faltung der Brennweite ohne Abschattung verwirklicht (Abb. 4.12). Nach dem Strahleintritt in das Teleskop parallel zur Elevationsachse befindet sich auf der gegenüberliegenden Elevationslagerseite ein schräg montierter Planspiegel, der auf das Tubusende reflektiert. Von dort wird der Strahl in die Aperturlinse reflektiert, wo er aus dem Teleskop austritt. Nach der Reflexion am Zielobjekt (Satelliten) durchlaufen die Pulse die gleichen Wege durch das Teleskop zurück. Eine weitere Effizienzsteigerung des TIGO-SLR-Teleskops könnte durch eine Entspiegelung der Frontlinse erreicht werden.

Das Teleskop ist mit einer Luftlagerung über dem statischen Teil versehen, der über drei Füße horizontierbar ist. Die Luftlagerung wird über einem bearbeiteten Granitblock realisiert. Granit hat die Vorteile, daß er mit sehr glatten Oberflächen versehen werden kann ( $< 4\mu m$  über den ganzen Durchmesser), eine gute Steifheit, thermische Stabilität und Korrosionsfreiheit aufweist. Der im Teleskop eingebaute Block ist  $114mm$  im Durchmesser,  $400mm$  hoch und hat eine Masse von  $600kg$ . Die Gesamtmasse des SLR-Teleskops mit Cart beträgt  $1700kg$ .

#### 4.2.2.2 Optische Sende- und Empfangseinheit

Bei der Sende- und Empfangseinheit sind folgende Aufgaben zu unterscheiden [145]:

- spektrale Trennung eines Wellenlängenbereichs von etwa  $550nm$  für die visuelle Orientierung und Ausrichtung,
- räumliche Trennung des Sendepulsstrahls vom Empfangspulsstrahl bei beiden Wellenlängen ( $\lambda_1 = 847nm$ ,  $\lambda_2 = 423.5nm$ ),
- einstellbare Strahldivergenz für unterschiedlich hoch fliegende Ziele,
- Detektierung des Empfangssignals über ein einstellbares *field-of-view* (FOV) (vgl. Abb. 3.22),
- Spektralfilterung im schmalbandigen Bereich der Laserwellenlängen für Beobachtungen bei Tageslicht,
- Auslösen des Stop-Signals durch das gefilterte optische Empfangssignal,
- simultane Kalibriermessung auf einer internen monomodigen optischen Faser als Kalibrierstrecke für  $\lambda_1$ .

Die mehrstufige Laserpulsenergieerzeugung wird im Blockdiagramm Abbildung 4.13 gezeigt. Eine Laserdiode pumpt das Cr:LiSAF Element. Eine sehr geringe Energiemenge von  $0.1nJ$  bei einer Pulsrate von  $100MHz$  durchläuft einen regenerativen Ti:Sapphire-Verstärker. Nach der ersten Verstärkerstufe liegen  $\lambda_1$ -Pulse mit der Pulslänge von etwa  $70ps$  mit einer Taktrate von  $10Hz$  vor. Die Pulsenergie wurde auf  $1mJ$  gesteigert. Nach zwei weiteren Ti:Sapphire-Verstärkerstufen hat der Puls eine Stärke von  $80mJ$  erreicht. Sämtliche Verstärkungen werden durch optisches Pumpen mit zwei vergleichsweise energiereichen Nd:YAG-Lasern erhalten. Die zweite Wellenlänge  $\lambda_2$  wird über einen Second Harmonic Generator erzeugt.

In der in Abbildung 4.12 dargestellten Sende-/Empfangseinheit werden die emittierten Laserpulse mit einem Strahlaufweiter (Divergenzer) von  $10mm$  auf  $18mm$  aufgeweitet, um die nachgeschalteten Optiken vor Zerstörung zu bewahren. Der aufgeweitete Strahl trifft auf einen dichroitischen Strahlteiler DBS2, der 99% der Pulsenergie reflektiert und etwa 1% durchläßt, die für die interne Kalibrationsstrecke verwendet werden. Über den Strahlteiler läßt sich außerdem ein Justierlaser ( $\lambda_3 = 633nm$ ) bei Bedarf einblenden. Im weiteren Verlauf des Strahlwegs passieren die Pulse als nächstes beliebig zuschaltbare Neutralsichtfilter ND, die für die Kalibrierung mit terrestrischen Zielen gebraucht werden. Anschließend erfolgt eine erneute Strahlaufweitung um den Faktor 1.2, so daß der Durchmesser auf  $21.6mm$  wächst.

Das nächste optische Element ist ein räumlicher Strahlteiler SBS1, ein Spiegel für den Empfangsstrahl mit einem Loch für den Sendestrahle. Durch diese Konstruktion werden an dieser Stelle Drehflügel vermieden, die

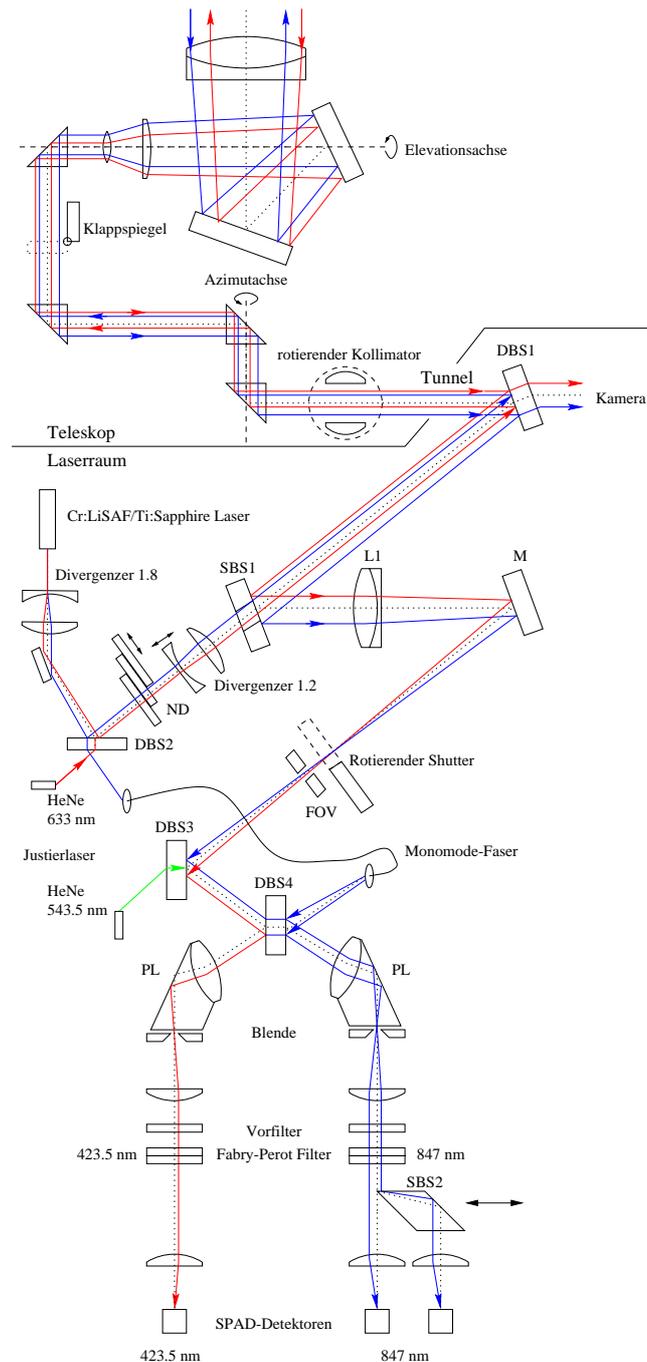


Abb. 4.12: Schematischer Strahlverlauf im TIGO SLR-Teleskop und in der optischen Sende- und Empfangseinheit [145]. Eine große Brennweite bei kurzem Tubus und ohne Abschattung wird durch die exzentrische Faltung des Strahls erreicht.

eine Beschränkung für die kürzest meßbare Distanz bedeuten würden. Nach Reflexion an einem weiteren dichroitischen Strahlteiler DBS1, der wiederum die rückseitige Einführung eines HeNe-Justierlasers erlaubt, tritt der Sendestrah in das Teleskop ein.

Für weitentfernte geostationäre Satelliten ist eine bessere Kollimation wünschenswert. Deshalb wurde im statischen Teil des Teleskops ein rotierender Kollimator untergebracht, der sich für den Sendepuls im Strahlweg befindet und für das Empfangssignal außerhalb ist. Die Nutzung dieser zuschaltbaren Option macht eine Anpassungsmöglichkeit der Pulsrate von  $10\text{ Hz}$  erforderlich.

Das Empfangssignal tritt durch das Teleskop ein und erreicht den Strahlteiler SBS1. Der von dort reflektierte Strahl wird gebündelt und durchläuft einen rotierenden Shutter, der Laserstreulicht von den Detektoren fern-

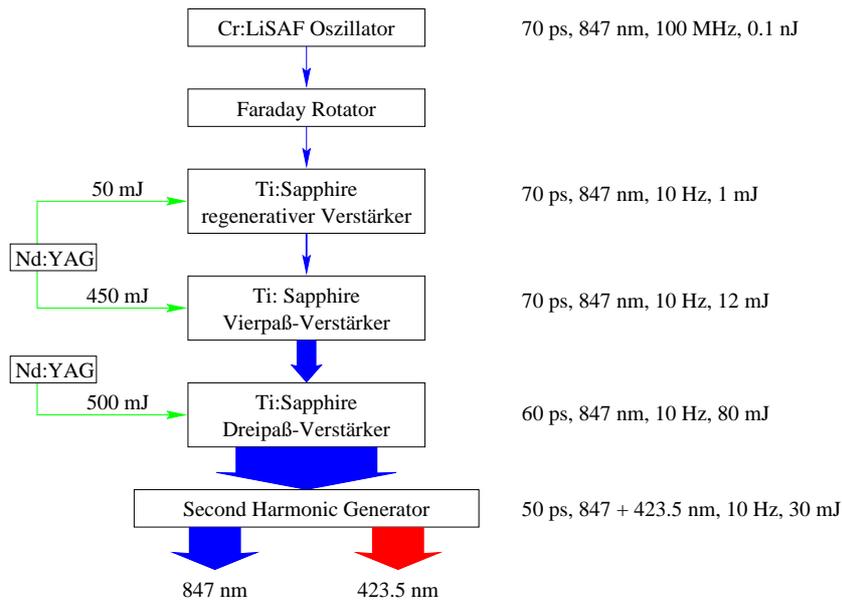


Abb. 4.13: Aufbau des Cr:LiSAF/Ti:Sapphire Laser Systems [134].

halten soll. Der Shutter ist so eingestellt, daß er die Empfangsoptik während des Sendepulsschusses schließt und für das erwartete Empfangssignal freigibt. Bei Kalibrier- oder Kurzstreckenmessungen wird der Strahl durch die oben erwähnten Neutraldichtefilter (ND) abgeschwächt, da der Shutter dann nicht schnell genug reagieren kann. Die verstellbare FOV-Blende schließt sich an den Shutter an.

Es folgen zwei dichroitische Strahlteiler DBS3 und DBS4. DBS3 ermöglicht wiederum den Einsatz eines HeNe-Justierlasers ( $\lambda_4 = 543.5nm$ ) zur Ausrichtung der Elemente. DBS4 ist durchlässig für  $\lambda_1 = 847nm$  und reflektierend für  $\lambda_2 = 423.5nm$ , so daß beide Farben nach einer erneuten Fokussierung getrennte Detektoren erreichen können. Vor den Detektoren befinden sich jedoch jeweils breitbandige Hocheffizienzfilter (Vorfilter) mit nachgeschaltetem Fabry-Perot Spektralfilter (FP). Die FP Filter befinden sich in einem hermetischen Gehäuse und verändern ihre Charakteristik in Abhängigkeit zum einstellbaren Umgebungsdruck. Ihre Bandbreite ist mit  $0.3 - 0.6nm$  im Vergleich zur Laserbandbreite für  $\lambda_1$  mit etwa  $0.2nm$  ausreichend groß, um sie auf die Empfangswellenlängen optimal abstimmen zu können.

Insgesamt gibt es drei Detektoren; einen Detektor für  $\lambda_2$  und zwei Detektoren für  $\lambda_1$ , die durch Verschieben von SBS2 in beliebig einstellbarer Intensitätsaufteilung beide genutzt werden können (s. Abb. 4.12). Bei den Detektoren handelt es sich um drei SPAD (*single photon avalanche diode*), mit einem Detektionsflächenradius von  $0.2mm$ .

Das Signal der internen Kalibrierung wird über DBS4 in den Strahlengang für  $\lambda_1$  eingeführt und ermöglicht die kontinuierliche Kalibrierung jedes Pulses. Alternativ hierzu kann durch einen Klappspiegel am Teleskop eine interne Kalibrierstrecke z.B. vor und nach einer Satellitenbeobachtung ausgemessen werden.

### 4.2.3 Grund-Modul

Das Grund-Modul umfaßt alle ergänzenden Sensoren und Dienste, die zum Aufbau einer Fundamentalstation notwendig sind. Hierzu zählen:

1. Zeit- und Frequenzhaltung mit zwei H-Masern, zwei Cäsium-Frequenznormalen, GPS-Zeitempfängern,
2. GPS-Permanentempfänger,
3. Supraleitendes Gravimeter,
4. Breitspektrum-Seismometer,
5. Wetterstation mit Thermometer, Feuchtigkeits- und Luftdruckmesser, Wasserdampfadiometer, Niederschlagsmesser, Mikro-Regen-Radar, Windgeschwindigkeits- und Windrichtungsmesser,

6. Vermessungsausrüstung für lokale Kontrollmessungen bestehend aus einem Tachymeter und digitalem Nivellier,
7. Vermessungsausrüstung für regionale Kontrollmessungen bestehend aus drei GPS-Empfängern,
8. Datenverwaltungs- und Kommunikationscomputer als LAN/WAN-Server,
9. ISDN und Inmarsat-Telefonanlage.

Die Notwendigkeit einer extrem genauen Zeithaltung ergibt sich aus dem VLBI-Meßverfahren und den z.T. sehr hohen Relativgeschwindigkeiten der zu beobachtenden Satelliten. Für eine größtmögliche Betriebssicherheit sind die wichtigen Frequenznormale H-Maser und Cäsium mehrfach vorhanden. Für den externen Uhrenvergleich wird ein GPS-Zeitempfänger betrieben, der nach einem eingegebenen Beobachtungsplan bestimmte GPS-Satelliten zu bestimmten Zeiten beobachtet (Common-View-Technik, [110]). Auf diesem Wege lassen sich die TIGO Frequenznormale in den internationalen Zeitdienst des BIPM miteinbinden. Für die gegenseitige Frequenzkontrolle ist ein Kontrollcomputer vorhanden, der selbsttätig alle drei Stunden sämtliche Frequenznormale gegen die TIGO-Masteruhr (Cäsium) einmißt. Auf diesem Wege ist eine lokale Ganggenauigkeitskontrolle über die Langzeitbeobachtung möglich.

Der geodätische GPS-Permanentempfänger wird auf einem eigenen Betonpfeiler mit guter Horizontfreiheit in der Nähe der Großgeräte installiert. Die GPS-Daten werden zum Zentralrechner übermittelt, umformatiert und den Datenzentren via Datenleitung gesendet. Die Beobachtungsparameter ergeben sich aus den IGS-Standards.

An einem tektonisch ruhigen Ort sind zwei Plattformen für das supraleitende Gravimeter und das Breitspektrum-Seismometer notwendig. Das Gravimeter hat einen erheblichen Strom- und Kühlwasserbedarf und braucht entsprechende infrastrukturelle Maßnahmen.

Das Seismometer wurde hingegen so konzipiert, daß es mit einem Solarpanel autark in einer Entfernung bis 200m vom Grund-Modul betrieben werden kann. Über Glasfaserkabel werden die Seismometerdaten zum Kontrollcomputer im Grund-Modul-Container übertragen. Die hierdurch erreichte elektrische Entkopplung von Steuercomputer und entfernt aufgestelltem Sensor erweist sich als vorteilhaft bei Blitzeinschlag.

Die Wetterstation liefert die notwendigen Bodenwerte für die Refraktionskorrektur während der Beobachtung. Der Windsensor gibt Auskunft, ob bei Stürmen das Radioteleskop in seine Überlebensposition gefahren werden muß. Der Niederschlagsmesser und das Mikro-Regen-Radar zeigen an, wann Wasserdampfadiometerdaten wegen Niederschlag nicht vertrauenswürdig sind. Die Wasserdampfadiometerdaten werden zur Korrektur von Mikrowellenmessungen über den *wet path delay* benötigt. Alle Sensoren werden vom Zentralrechner verwaltet und über das lokale und globale Kommunikationsnetzwerk verfügbar gemacht.

Die Vermessungsausrüstung für die lokalen Vermessungen ist bei der Erkundung, dem Plattformbau und später für die Einmessung der verschiedenen Sensoren erforderlich. Die regelmäßige Stabilitätsüberprüfung der Plattform geschieht lokal mit Tachymeter und Nivellier und regional mit drei weiteren GPS-Empfängern, mit denen ein permanentes Kontrollarray aufgebaut werden kann.

#### 4.2.4 Wartungsmodul

Das Wartungsmodul umfaßt alle notwendigen Einrichtungen, die den erfolgreichen Betrieb von TIGO sicherstellen sollen. Hierzu zählen:

1. Elektronikwerkstatt,
2. Mechanische Werkstatt,
3. Gabelstapler,
4. zahlreiche Ersatzteile,
5. Aufenthaltsraum für Einsatzbesprechungen, mit Küche für Operateure in der Nachtschicht.

In der Konzeption von TIGO wurde auf einen zuverlässigen Beobachtungsbetrieb Wert gelegt, so daß Ausfälle von Einzelkomponenten nur zu einem kurzzeitigen Datenausfall führen sollten. Da es sich bei den Großgeräten um Unikate handelt, ist die Bevorratung mit Ersatzteilen ein wichtiges Erfolgskriterium.

Die Werkstätten sind für Reparaturarbeiten ausgelegt, die mit dem Betriebsalltag in Verbindung stehen.

Der Gabelstapler ist vielseitig einsetzbar, z.B. für den Auf-/Abbau der Solaranlage, Wettersensoren, Anlieferung von Versorgungsgütern (Ölfässer) oder beim Getriebewechsel am Radioteleskop.

#### 4.2.5 Energiemodul

Das Energiemodul ist ein kleines Kraftwerk aus sechs 25kW Diesel-Generatoren, die bei unzureichenden Energieversorgungsverhältnissen eine autarke Stromversorgung von TIGO ermöglichen sollen. Es wurde so dimensioniert, daß Generatoren nach Bedarf zu oder abgeschaltet werden können. Die Klimatisierung der Container ist neben dem Radioteleskopantrieb und dem Laserbetrieb der Hauptverbraucher. Die maximale Last kann mit fünf Generatoren bewältigt werden, so daß der sechste gewartet werden kann. In dem Generatorcontainer befindet sich ein Tank mit einem Volumen von 2000l, dessen Kapazität für eine Betriebswoche ausgelegt wurde.

Für den Betrieb der Zeit- und Frequenznormale sind unterbrechungsfreie Stromversorgungen erforderlich. Hier wurde für TIGO eine 4kW-Solaranlage konzipiert, deren Batterienkapazität für eine sonnengetriebene Zeithaltung ausreichend ist. Gleichwohl lassen sich die Batterien zusätzlich vom Netz speisen. Ein Wechselrichter ermöglicht den Abgriff von 230V Wechselstrom für einen eventuellen Notbetrieb entsprechender Geräte.

### 4.3 Zur Standortfrage von TIGO

Der Zweck von Fundamentalstationen ist die Einrichtung und Laufendhaltung globaler Bezugssysteme. Die Qualität eines globalen Bezugssystems ist nach [55] abhängig von

1. der Approximation des Erdkörpers durch eine gleichmäßige Verteilung von Meßplattformen mit kollokierten Techniken,
2. der Qualität und Quantität der an den Meßplattformen gewonnenen Daten,
3. der Konsistenz der erzielten Ergebnisse, sowohl zwischen den verschiedenen Techniken als auch zwischen verschiedenen Epochen,
4. der langfristigen Einbindung der Meßplattformen in globale Meßprogramme zur Laufendhaltung der Bezugssysteme und ihrer Verbesserung.

Zum ersten Qualitätsmerkmal ist zu bemerken, daß die *globale Verteilung von Meßplattformen* historisch aus nationalen und nicht globalen Interessen gewachsen ist, so daß sich Konzentrationen in den industriell weitentwickelten Regionen Nordamerika, Europa, Japan ergeben haben. Insbesondere die Südhemisphäre läßt Meßplattformen vermissen, was einerseits durch die ungünstige Verteilung von Wasser und Land bedingt ist, aber andererseits auf die fehlenden Ressourcen in den unterrepräsentierten Regionen zurückzuführen ist. Die Unterrepräsentanz der Südhemisphäre kann mathematisch durch den Koordinatenschwerpunkt aller ITRF96-Meßplattformen berechnet werden, wobei Meßplattformen mit mehreren Sensoren nur einfach eingehen sollen. Der Schwerpunkt aus 307 Meßplattformen hat dann die Koordinaten

$$\bar{x}_{i.ITRF96} = \begin{bmatrix} 212859.421 \\ -886971.926 \\ 2745071.421 \end{bmatrix}, \quad [m] \quad (4.1)$$

mit dem Betrag als Abstand vom idealen Erdmittelpunkt

$$|\bar{x}_{i.ITRF96}| = 2892653.701m \quad (4.2)$$

und der Richtung

$$\lambda_{ITRF96} = 76^\circ.505E \quad (4.3)$$

$$\phi_{ITRF96} = 71^\circ.870N \quad , \quad (4.4)$$

die zur kanadischen Baffin Bay weist.

Anhand dieser Berechnung läßt sich eindrucksvoll nachweisen, daß erheblich mehr Bezugspunkte auf der Südhalbkugel notwendig sind, um den Koordinatenschwerpunkt mit dem Koordinatenursprung zusammenfallen zu lassen; schließlich beträgt die Ablage 45% des Erdradius in nördlicher Richtung.

Die *Datenqualität und -quantität* wird durch das Schritthalten mit den jeweiligen Entwicklungen der in Frage kommenden Disziplinen gesichert. Durch einen hohen Automationsgrad des Meßaufwandes, können Bedienungsfehler verringert und so die Datenqualität gesteigert werden. Ohne die personelle Grundausstattung kommt jedoch kein noch so hochentwickeltes automatisiertes Meßsystem aus, da es keine 100 prozentige Ausfallsicherheit seiner Komponenten gibt.

Die *Konsistenz der Ergebnisse* wird durch die Umsetzung der jeweils aktuellen IERS Conventions ([85], [86]) in den Auswertprogrammen angestrebt. So wurde in den zitierten Ausgaben von 1992 und 1996 aus Konsistenzüberlegungen der Schritt von geozentrisch formulierten Beobachtungsgleichungen zu geoid-bezogenen Beobachtungsgleichungen vollzogen. Dieser Schritt ist eine Konsequenz aus der Definition der SI-Sekunde, die als primäre physikalische Einheit auf dem Geoid definiert wurde (vgl. Kap. 2.3.4).

Aufgrund der hohen Genauigkeit, die mit geodätischen Raumverfahren erreicht werden kann, können Bezugssysteme nicht mehr als statisch angesehen werden. Mit den zahlreichen meßtechnisch auflösbaren geodynamischen Prozessen werden globale Bezugssysteme nur durch *langfristige Meßreihen* an den Meßplattformen vorzuhalten sein. Die Modellbildung wird also neben den Koordinaten auch eine Epoche und eine Koordinatengeschwindigkeit fortlaufend zu berücksichtigen haben.

Bei einer Standortwahl für die Einsatzorte von TIGO lassen sich nachfolgende Kriterien benennen, die bei einer entsprechenden Würdigung zur Entscheidungsfindung beitragen werden.

1. **Geometrische Verteilung existierender Meßplattformen im ITRF.** Hierzu wurde von Hase [51] eine Untersuchung vorgelegt. Basierend auf den Daten des ITRF93 ergab sich eine hohe Priorität für den indischen Subkontinent, gefolgt vom süd pazifischen Raum, Südamerika und Zentralafrika. Mit einem verbesserten Ansatz wurden diese Überlegungen für die sich wesentlich veränderte Ausgangssituation mit dem ITRF96 vertieft (s. Kap. 5).
2. **Evaluierung des Plattenbewegungsmodells NNR-NUVEL1A.** Das derzeitige vom ITRF empfohlene Plattenbewegungsmodell basiert auf geologischen Daten und somit auf einer Zeitskala von mehreren Millionen Jahren. Die sich aus diesem Modell ergebenden linearen Bewegungsraten können seit etwa 10 Jahren durch geodätische Raumverfahren punktuell bestätigt werden. Gleichwohl gibt es Diskrepanzen, die eine dichtere Verteilung bzw. erstmalige Bestückung von Kontinentalplatten mit Meßplattformen erfordern (s. Tab. 2.27).
3. **Erdrotationsbeobachtung.** Zur Bestimmung der Polbewegung sind lange Ost-West *und* Nord-Süd-Basislinien erforderlich [95]. Neuere Entwicklungen von Lasergyroskopen [122], die eine lokale Rotationskomponente erfassen, versprechen ein neues Forschungsfeld bei der Verknüpfung mit den aus den geodätischen Raumtechniken global gewonnenen Rotationsdaten.
4. **Verknüpfung von Fundamentalstationen.** Mit Wettzell und TIGO betreibt Deutschland zwei Fundamentalstationen. Werden diese in einem günstigen Abstand angeordnet, können synergetische Effekte aller Techniken anhand der gleichen Daten analysiert werden. Die konsistente Synthese aller geodätischen Raumverfahren ist eine Zukunftsaufgabe, die durch eine Achse TIGO-Wettzell Belegung erfahren könnte. Die Verknüpfung der Raumtechniken vor einer Netzausgleichung wird auf internationaler Ebene angestrebt [9].
5. **Physikalische Umgebungsbedingungen.** Für die VLBI ist eine möglichst wenig mit Radiofrequenzen verseuchte Umgebung erforderlich, um mit dem relativ kleinen Radioteleskop ein ausreichendes Signal-Rausch-Verhältnis bei Quasarbeobachtungen erzielen zu können. SLR ist nur mit sonnigen Wetterlagen gedient und ist aus Sicherheitsgründen bevorzugt in flugverkehrsarmen Regionen zu betreiben. Für den Betrieb des Supraleitenden Gravimeters und des Seismometers sind abgelegene ruhige Punkte erforderlich. Aus Stabilitätsgründen für die gesamte TIGO Plattform wird anstehender Fels gewünscht. TIGO ist für außerantarktische Umgebungen spezifiziert.

**6. Partnerinstitut und bilaterale Beziehungen.** Der Betrieb von TIGO wird nicht ohne Spezialisten aufrecht zu erhalten sein, denen Operateure für die Routineaufgaben zur Seite zu stellen sind. Es wird daran gedacht, den Beobachtungsbetrieb mit Unterstützung durch Operateure vom Partnerinstitut des Gastlandes zu gewährleisten. TIGO hat das Potential einen Fundamentalpunkt für die Landesvermessung des Gastlandes zu vermarken.

Für das erste Kriterium einer angestrebten möglichst homogenen Punktverteilung im globalen Bezugssystem wurde eine Methode zur optimalen Punktfindung entwickelt, die im folgenden Kapitel vorgestellt wird.

# Kapitel 5

## Methode zur optimalen Neupunktfindung in globalen Bezugssystemen

Die bestehenden globalen Bezugssysteme sind im wesentlichen aus nationalen Beobachtungsaktivitäten erwachsen, die später aufgrund ihres globalen Charakters der geodätischen Raumverfahren internationale Bedeutung erlangt haben. So ist es nicht verwunderlich, daß die Standortwahl der bestehenden Meßplattformen nur in Ausnahmefällen unter den Gesichtspunkten der Schaffung eines homogenen globalen Bezugssystems geschaffen worden sind. Erst das Netz von Bodenstationen des französischen DORIS-Systems wurde streng unter dem Gesichtspunkt einer homogenen Punktverteilung angelegt [37].

Eine Verbesserung der Situation im globalen Bezugssystem läßt sich sicherlich durch den Ausbau von Kollokationen erreichen. Jedoch wird damit nicht die Punktverteilung auf der Erdoberfläche homogener. Eine Homogenität der Punktverteilung ist zur Vermeidung von Systematiken und einer günstigeren Fehlerverteilung in der Geodäsie immer geboten.

Es geht in diesem Kapitel um die Frage: *Wie lassen sich bestehende inhomogene globale Punktverteilungen durch die schrittweise Hinzunahme neuer Punkte optimal homogenisieren?*

Existierende Optimierungsmethoden geodätischer Netze können in Bezug auf zusätzliche Fundamentalstationen im ITRF nur bedingt in Betracht gezogen werden, da es bislang kein integriertes Beobachtungsmodell der Observablen einer solchen Meßplattform gibt und Optimierungen innerhalb der jeweiligen Beobachtungstechnik bereits Berücksichtigung finden (Kap. 5.1).

Es ist jedoch möglich, die Homogenität in einer beliebigen Punktverteilung durch sukzessive Hinzunahme von Neupunkten herzustellen. Die Antwort auf obige Frage läßt sich über die Kenntnis der Entfernungsbeziehungen zwischen den jeweils nächsten Punktnachbarn formulieren und führt auf Konzepte, die bereits 1850 von Dirichlet und 1908 von Voronoi diskutiert wurden [8]. Sie kommen in den sogenannten Voronoi-Diagrammen zum Ausdruck.

Nach Vorstellung der mathematischen Grundlagen (Kap. 5.2) wird die *Methode des größten leeren Kreises* auf das Beispiel der Standortfindung für TIGO angewendet (Kap. 5.3). Anschließend wird eine Methode zur Quantifizierung eines Gewinns der gefundenen Neupunkte vorgestellt, die auf dem approximierten Volumen bzw. der approximierten Oberfläche des erweiterten Netzes basiert (Kap. 5.4). Eine Zusammenfassung der möglichen TIGO-Standorte bildet den Abschluß (Kap. 5.5).

### 5.1 Optimierung geodätischer Netze

Die Qualität geodätischer Netze ist von den Anforderungen seiner Nutzer abhängig. Globale Grundlagentetze als Realisierung eines globalen Bezugssystems werden mit dem Qualitätskriterium einer gleich guten Genauigkeit

beurteilt. Für regional oder lokal beschränkte Anwendungen in der Geodynamik oder Ingenieurvermessung gelten zuweilen richtungsabhängige Genauigkeitsanforderungen. Die Qualitätskriterien lassen sich einteilen in [93]:

1. **Genauigkeit**, die angegeben wird durch

- Genauigkeit der Netzkpunkte,
- Genauigkeit der Funktionen der Koordinatenunbekannten,
- ein *globales* Genauigkeitsmaß, das aus der gesamten Kovarianzmatrix gewonnen wird. Es kann z.B. die Kovarianzmatrix mit einer Kriteriumsmatrix, die einen Idealzustand des Fehlerverhaltens darstellt (Fehlerellipsen kreisförmig), verglichen werden.

2. **Zuverlässigkeit**, die die Qualität der Realisierung eines Netzentwurfs wiedergibt. *Interne* Zuverlässigkeit bezieht sich auf die Beobachtungen, *externe* Zuverlässigkeit auf daraus berechnete Größen wie z.B. Koordinaten. Zuverlässigkeitskriterien liefern

- numerische Werte für die netzinternen gegenseitigen Kontrollen (Redundanzanteile) zur Aufdeckung grober Fehler und
- Grenzwerte für die maximal möglichen Modellfehler, die nicht intern aufgedeckt werden können.

3. **Sensitivität**, die bei Überwachungsaufgaben z.B. bei Deformationsmessungen wichtig ist.

4. **Aufwand**, der bemessen werden kann nach dem

- *Maximalprinzip*: Mit gegebenem Aufwand soll eine maximale Genauigkeit und Zuverlässigkeit erzielt werden;
- *Minimalprinzip*: Eine vorgegebene Genauigkeit und Zuverlässigkeit soll mit minimalem Aufwand erreicht werden.

Die vorstehend angegebenen Qualitätsmerkmale lassen sich hinsichtlich der Aspekte *Datum*, *Konfiguration*, *Beobachtungen* von geodätischen Netzen optimieren. Grafarend et al. [47] haben für Netzentwürfe folgende Optimierungsansätze angegeben:

- **Design 0.-Ordnung**, die Optimierung durch Wahl eines Datums,
- **Design 1.-Ordnung**, die Optimierung der Konfiguration,
- **Design 2.-Ordnung**, die Optimierung des Beobachtungsplans,
- **Design 3.-Ordnung**, die Optimierung eines Plans von zusätzlichen Beobachtungen.

Die *Datumsdefinition* in der Realisierung des globalen terrestrischen Bezugssystems, z.B. dem ITRF96, wurde in Kapitel 2.5.2 beschrieben.

Die *Konfiguration* des ITRF ist durch die mit Beobachtungen beitragenden Meßplattformen vorgegeben. Zahlreiche Analysen belegen, daß eine optimale Punktconfiguration bei homogener Punktverteilung erreicht wird, bei der die Fehlerellipsoide zu Fehlersphären werden ([47]).

Die *Beobachtungspläne* in den Beobachtungsbeiträgen zum ITRF sind teilweise optimiert. In der VLBI werden Optimierungen zur Bestimmung der Erdorientierungsparameter, Stations- und Quellenkoordinaten sowie Basislinienlängen eingesetzt. Bei SLR lassen sich Beobachtungspläne nur bedingt hinsichtlich einer Priorität von Satelliten bei gleichzeitiger Sichtbarkeit optimieren, die in der Praxis wegen der Abhängigkeit vom jeweiligen Bewölkungszustand bedeutungslos werden kann. VLBI und SLR werden heutzutage meist kontinuierlich und weniger kampagnenhaft betrieben. Die GPS- und DORIS-Plattformen werden permanent betrieben, so daß eine Optimierung in der Datenausdünnung bedeutsam ist. Eine Optimierung von integrativen Beobachtungsplänen gibt es aber bislang nicht. Aufgrund der großen Unsicherheit in der Vorhersagbarkeit der globalen Wetterbedingungen und der Meßbereitschaft der Observatorien ist eine solche Optimierung schwierig.

Die Optimierung eines *Beobachtungsplans mit zusätzlichen Beobachtungen* zielt entweder auf eine Verbesserung innerhalb eines bestehenden Netzes oder auf Optimierung der Konfiguration durch Neupunkteinschaltung ab. Letztere interessiert im Zusammenhang mit ITRF und TIGO.

Eine Behandlung der Standortfrage für TIGO nach den Optimierungsansätzen für Beobachtungspläne ist nicht lösbar aus folgenden Gründen:

1. Es gibt derzeit kein integratives Modell für die Beobachtungen einer Fundamentalstation.
2. Die Nicht-Vorhersagbarkeit der Umgebungsbedingungen für Beobachtungen (Wolkenfreiheit) und technischer Verfügbarkeit geodätischer Großgeräte stellen große Unsicherheitsfaktoren in einer Optimierung dar, die deren Aussagekraft nur im *best case* stützen würde.
3. Die Bedeutung der wenigen Fundamentalstationen im ITRF kann so hoch angesetzt werden, daß diese möglichst einen permanenten Meßbetrieb aufrechterhalten sollten. Ist ein solcher gegeben, werden Optimierungsansätze innerhalb der jeweiligen Beobachtungstechnik berücksichtigt.

Es verbleibt die Optimierung der Konfiguration, an der im ITRF wenig Veränderung vorgenommen werden kann. Die Neudefinition eines idealen Standorts für das transportable Observatorium TIGO im bestehenden ITRF wird sich an einer *Homogenisierung des bestehenden Fundamentalstationsnetzes* orientieren. Eine Methode zur Homogenisierung wird im nachfolgenden Kapitel 5.2 vorgestellt. Der zugehörige Optimierungsansatz zum Auffinden von Neupunkten, an denen weitere Fundamentalstationen im ITRF den maximalen Nutzen bringen würde, ist die **dynamische Optimierung**. Die Idee der dynamischen Optimierung lautet ([47], S.26):

*Jeder Teilweg eines optimalen Weges oder Teilweges ist optimal.*

Das bedeutet, daß mit einer wiederholten Berechnung bei Berücksichtigung hinzugefügter Neupunkte optimale Standpunkte gefunden werden können, und daß der erste gefundene Neupunkt bereits ein optimaler ist.

## 5.2 Voronoi-Diagramme

In einer zweidimensionalen euklidischen Ebene sei das Punktfeld  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  gegeben. Dann läßt sich für jeden beliebigen Punkt  $x$  in der Ebene ein nächster Punkt  $p_i$  des Punktfeldes  $P$  finden. Alle Punkte  $x$  der Ebene, die zum nächsten Punkt  $p_i$  gehören, beschreiben eine Voronoi-Region. Mathematisch ausgedrückt gilt

$$V(p_i) = \{x : |p_i - x| \leq |p_j - x|, \forall j \neq i\} \quad . \quad (5.1)$$

Daraus folgt:

### Definition 5.2.1 (Voronoi-Diagramm)

Alle Punkte  $x$ , die mehr als nur einen nächsten Nachbarn  $p_i$  haben, formen das Voronoi-Diagramm  $\mathcal{V}(P)$ .

Das Voronoi-Diagramm enthält somit die Flächenpunkte maximalen Abstands zu den Punkten  $p_i$  des Punktfeldes.

Jeder Voronoi-Punkt geht als Kreismittelpunkt des Umkreises durch drei nächste Nachbarn des Punktfeldes  $P$  hervor. Er kann auch konstruktiv aus dem Schnittpunkt der Seitenhalbierenden der Triangulationsdreiecke zwischen den Punkten  $p_i$  gewonnen werden (Abb. 5.1).

### Definition 5.2.2 (Delaunay-Triangulation)

Die kürzeste Verbindung zwischen den jeweils nächsten Nachbarn von  $P$  ergibt die Delaunay-Triangulation  $\mathcal{D}(P)$ .

Die Berechnung einer Delaunay-Triangulation kann mittels einer konvexen Hülle über das Punktfeld erfolgen. Dabei legt die Euler-Formel

$$v - e + f = 2 \quad , \quad (5.2)$$

mit Anzahl  $v$  der Vertices, Anzahl  $e$  der Kanten (*edges*) und Anzahl  $f$  der Facetten (Dreiecke), die äußeren Dimensionen jedes konvexen Polyeders im  $R^d$ , mit  $d$  als Raumdimension, fest.

Für die Delaunay-Triangulation gelten folgende Eigenschaften ([98], S. 176):

1.  $\mathcal{D}(P)$  ist das direkte Gegenstück zu  $\mathcal{V}(P)$ .

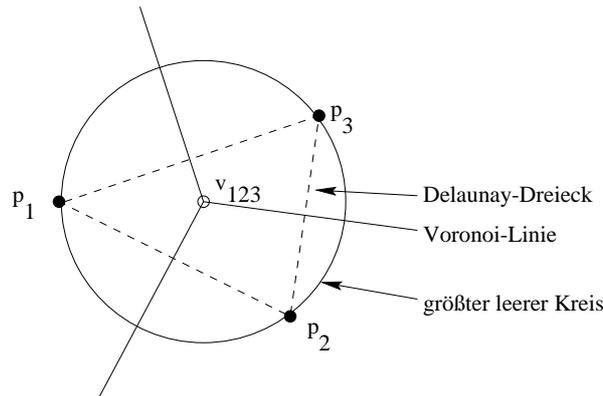


Abb. 5.1: Konstruktion des Voronoi-Diagramms. Der Voronoi-Punkt  $v_{123}$  ist der Mittelpunkt des Umkreises eines Delaunay-Dreiecks. Auf der Kugel entspricht der maximale Umkreis eines bestimmten Voronoi-Punktes dem größten leeren Kreis des sphärischen Punktfeldes. Auf der Einheitskugel entspricht der Radius des größten leeren Kreises der Basislinie zu den drei nächsten Punkten  $p_i$ .

2.  $\mathcal{D}(P)$  ist die Triangulation, wenn keine vier Punkte von  $P$  kozirkular sind.
3. Jedes Dreieck von  $\mathcal{D}(P)$  entspricht einem Punkt von  $\mathcal{V}(P)$ .
4. Jede Triangulationsseite von  $\mathcal{D}(P)$  entspricht eine Voronoiseite von  $\mathcal{V}(P)$ .
5. Jeder Triangulationsknoten von  $\mathcal{D}(P)$  entspricht einer Region von  $\mathcal{V}(P)$ .
6. Die Grenze von  $\mathcal{D}(P)$  ist die konvexe Hülle von  $P$ .
7. Das Innere eines Triangulationsdreiecks von  $\mathcal{D}(P)$  enthält keine weiteren Punkte von  $P$ .

Für die Voronoi-Diagramme folgen entsprechend ([98], S. 177):

1. Jede Voronoi-Region  $V(P)$  ist konvex.
2. Die Voronoi-Region  $V(P)$  ist nicht abgeschlossen, wenn  $p_i$  auf der konvexen Hülle von  $P$  liegt.
3. Liegt ein Voronoi-Punkt  $v$  auf dem Schnittpunkt dreier Regionen  $V(p_1), V(p_2), V(p_3)$ , dann ist  $v$  der Mittelpunkt des Umkreises von  $p_1, p_2, p_3$ .
4.  $C(v)$  ist der zu  $v$  gehörige Umkreis für das Delaunay-Dreieck.
5. Das Innere des Umkreises  $C(v)$  enthält keine Punkte  $p_i$ .
6. Wenn  $p_i$  der nächste Nachbar von  $p_j$  ist, dann ist die Verbindungslinie zwischen  $p_i$  und  $p_j$  eine Dreiecksseite von  $\mathcal{D}(P)$ .
7. Geht ein Kreis durch  $p_i$  und  $p_j$  ohne das ein weiterer Punkt innerhalb des Kreises liegt, ist  $(p_i, p_j)$  eine Verbindungslinie. Für jede Dreiecksseite von  $\mathcal{D}(P)$  gibt es einen leeren Kreis.

Der Schlüssel zur optimalen Einfügung zusätzlicher Punkte in ein inhomogenes Punktfeld  $P$  ist die sukzessive Bestimmung des Mittelpunktes des **größten leeren Kreises**. In der Ebene kommen als Mittelpunkt des größten leeren Kreises nur einer der Voronoi-Punkte oder einer der Schnittpunkte von Voronoi-Linien mit den Außengrenzen der konvexen Hülle in Frage.

Für globale Bezugssysteme lassen sich die Aussagen zu Voronoi-Diagramm und Delaunay-Triangulation in eine dreidimensionale Betrachtung übertragen. Wird die Restriktion eingeführt, daß alle Punkte auf einer Einheitskugel als Erdmodell liegen, ergeben sich besondere geometrische Vereinfachungen:

1. Die Voronoi-Punkte sind die durch den Kugelmittelpunkt gehenden Flächennormalen der Delaunay-Dreiecke.

2. Der Mittelpunkt des größten leeren Kreises muß einer der Voronoi-Punkte sein, da es keine Außengrenze der konvexen Hülle gibt.

Damit sind die Voronoi-Punkte auf der Einheitskugel Extrempunkte, die sich für Optimierungsaufgaben benutzen lassen.

Für Berechnungen zur Verdichtung von globalen Bezugssystemen mit Meßplattformen auf der Erdoberfläche ist die Vereinfachung mit der Projektion der bestehenden Bezugspunkte auf die Einheitskugel durchaus gerechtfertigt; erstens ist die Abplattung der Erde nur sehr gering, zweitens müssen die topographischen Verhältnisse in der näheren Umgebung der gefundenen Voronoi-Punkte mitberücksichtigt werden. Im Ozean läßt sich schwerlich eine neue Meßplattform einrichten, wohl aber auf einer Insel in der Nähe.

### 5.3 Verdichtung des globalen Bezugssystems mit Fundamentalstationen

Ausgehend von den im Abschnitt 4.1 aufgeführten genannten bestehenden und zukünftigen Fundamentalstationen Wettzell (Deutschland), Matera (Italien), Schanghai (China), Tokio (Japan), Hawaii und Greenbelt (U.S.A.) in der Nordhemisphäre und Hartebeesthoek (Südafrika), Canberra (Australien) sollen neue Standorte mit Hinblick auf die Verwendung von TIGO gefunden werden. Ausgangspunkt für die nachfolgenden Berechnungen sind die in Tabelle 5.1 angegebenen Koordinaten.

Tab. 5.1: Gemittelte Koordinaten der Fundamentalstationen nach dem ITRF96 als Ausgangsdatensatz für die Berechnungen zur TIGO-Standortwahl.

Name	Länge [°]	Breite [°]	Höhe [m]	x [m]	y [m]	z [m]
Wettzell	12.878	49.145	662.996	4075563.178	931803.260	4801588.518
Matera	16.704	40.649	534.371	4641965.594	1393043.760	4133268.168
Hartebeesthoek	27.697	-25.888	1486.177	5085017.486	2669342.590	-2768601.096
Schanghai	121.255	31.122	15.656	-2835551.637	4671868.917	3277457.154
Tokio	139.489	35.710	122.447	-3942020.122	3368097.594	3702191.014
Canberra/Tidb.	148.962	-35.517	934.191	-4453884.676	2680150.615	3685205.473
Kokee Park	-159.665	22.126	1167.349	-5543838.106	-2054587.254	2387809.703
Greenbelt	-76.827	39.022	14.505	1130773.872	-4831253.567	3994200.396

Für die nachfolgende Standortfindung wurde der folgende Rechengang benutzt:

1. Normierung der kartesischen Stationskoordinaten.
2. Berechnung der Flächennormalen der Delaunay-Triangulation als Voronoi-Punkte auf der Einheitskugel.
3. Berechnung der Voronoi-Regionen zur Bestimmung der Voronoi-Linien.
4. Berechnung der Basislinien zwischen Voronoi-Punkten und nächsten Stationspunkten zur Ermittlung des größten leeren Kreises.
5. Projektion der Orthodromen zwischen den Voronoi-Punkten in die Ebene.
6. Transformation kartesischer Koordinaten in sphärische Koordinaten zur Darstellung in der Karte.

Mit der Bestimmung des größten leeren Kreises angesichts der bestehenden Fundamentalstationen wurde der topographisch nächst gelegene und für TIGO geeignet erscheinende Punkt als zu schaffender Fundamentalpunkt ausgewählt und in den Katalog der Fundamentalstationen aufgenommen. Ein anschließender Rechendurchlauf erbrachte erneut den (nächst-)größten leeren Kreis auf der Erdkugel, der als zweiter bestmöglicher Standort für TIGO in Frage kommt; usw.

### 5.3.1 Bestimmung eines 1. TIGO-Standortes

In die Berechnungen gehen nur die Fundamentalstationen ein, die 1998 bereits in Betrieb waren oder in absehbarer Zeit in Betrieb gehen werden (vgl. Tab. 5.1).

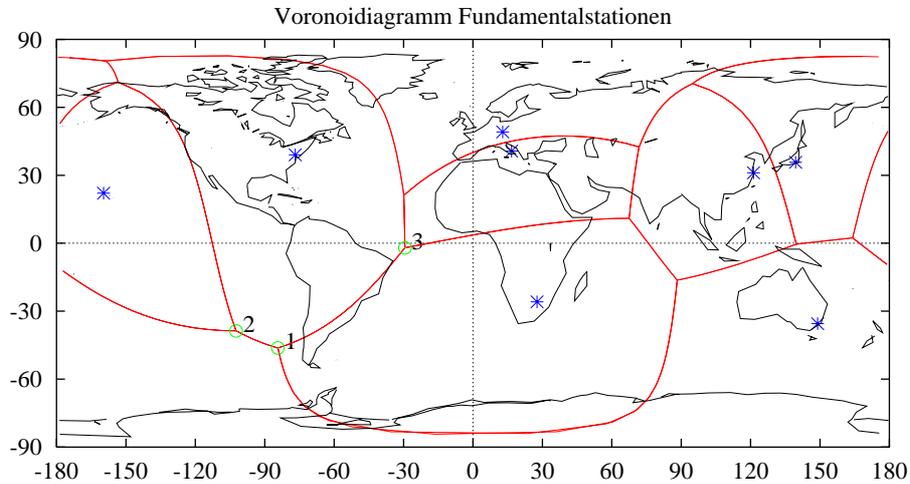


Abb. 5.2: Voronoidiagramm mit Fundamentalstationen. Die bezifferten Voronoi-Punkte geben die größten leeren Kreise an. Es zeigt sich ein deutlicher Mangel an Fundamentalstationen im südamerikanisch-pazifischen Raum. Ein erster TIGO-Standort ergibt sich in Valdivia, Südchile.

Die Zentren des größten und des zweitgrößten leeren Kreises liegen im Pazifik vor der Südküste Chiles (Abb. 5.2). Die Radien dieser Kreise betragen mit deutlichem Abstand über  $8200\text{km}$  (Tab. 5.2). Diese Kreise decken fast die gesamte Südhemisphäre ab.

Für den ersten TIGO-Standort erscheint die Universitätsstadt Valdivia in Südchile als geeignet.

Tab. 5.2: Koordinaten der Voronoi-Punkte und Basislinien-Radius ihres leeren Umkreises bzgl. Fundamentalstationen, Abb. 5.2.

Nr.	Länge [°]	Breite [°]	Basislinien-Radius [km]
1	-84.295	-46.276	8648.410
2	-102.360	-38.654	8280.435
3	-29.389	-2.019	6349.454
4	88.310	-16.316	6076.100
5	67.505	11.028	5732.164
6	-158.712	80.498	5437.311
7	-153.364	71.160	5320.694
8	-29.861	21.200	4752.523
9	94.938	70.516	4588.110
10	71.847	42.462	4429.093
11	164.131	2.352	4391.572
12	139.744	-0.423	3936.786

### 5.3.2 Bestimmung eines 2. TIGO-Standortes

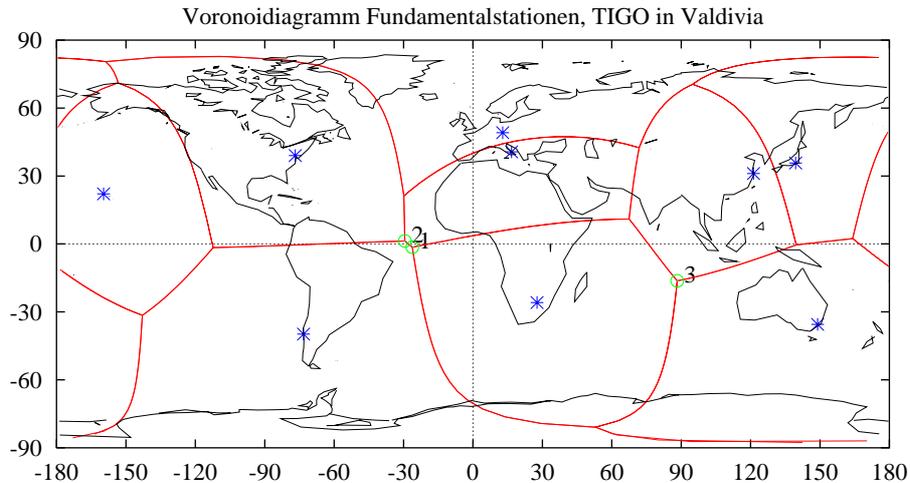


Abb. 5.3: Voronoidiagramm mit Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia. Die sich dann ergebenden größten leeren Kreise empfehlen Ascension im Atlantik und Cocos Island im Indischen Ozean als TIGO-Standorte.

Die Hinzunahme von Valdivia als Fundamentalstation reduziert den Basislinien-Radius des größten leeren Kreises auf nunmehr  $6100\text{km}$ , womit sich in dem Voronoi-Diagramm ein wesentlich homogeneres Bild einstellt (Abb. 5.3). Aufgrund nahezu gleich großer leerer Kreise ergeben sich zwei alternative Standorte: äquaturnah im Mittelatlantik und im südöstlichen Indischen Ozean (Tab. 5.3). Für die erste Alternative wurde die Insel Ascension, für die zweite Cocos Island in die Berechnungen alternativ eingeführt.

Tab. 5.3: Koordinaten der Voronoi-Punkte und Basislinien-Radius ihres leeren Umkreises bzgl. Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia, Abb. 5.3.

Nr.	Länge [°]	Breite [°]	Basislinien-Radius [km]
1	-26.231	-1.410	6111.460
2	-29.454	1.300	6106.756
3	88.311	-16.316	6076.101
4	52.964	-80.901	5999.382
5	-142.908	-31.504	5974.156
6	67.505	11.029	5732.165
7	-112.255	-1.640	5585.564
8	-158.713	80.499	5437.312
9	-153.364	71.160	5320.694
10	-29.861	21.200	4752.524
11	94.938	70.517	4588.110
12	71.847	42.463	4429.094
13	164.131	2.353	4391.573
14	139.744	-0.424	3936.790

### 5.3.3 Bestimmung eines 3. TIGO-Standortes

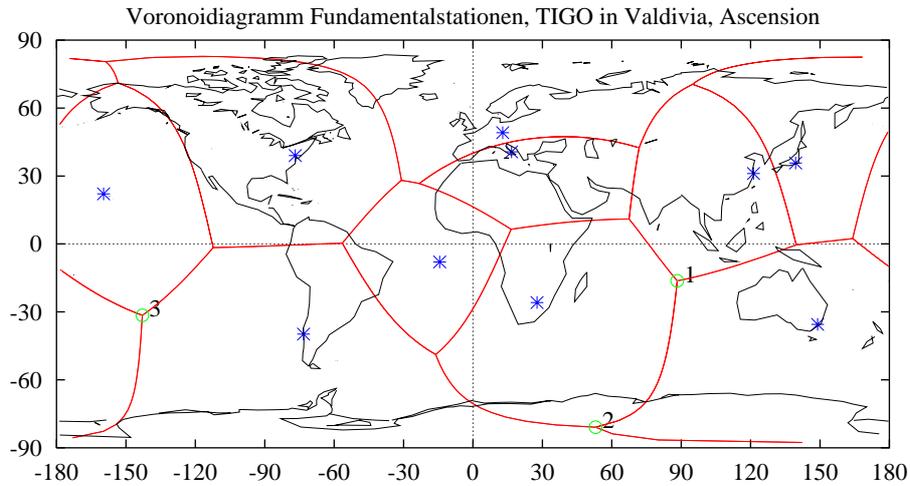


Abb. 5.4: Voronoidiagramm mit Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia und Ascension. Die sich daraus ergebenden größten leeren Kreise verweisen wiederum in die Nähe von Cocos Island im Indischen Ozean und in die Nähe der pazifischen Insel Pitcairn.

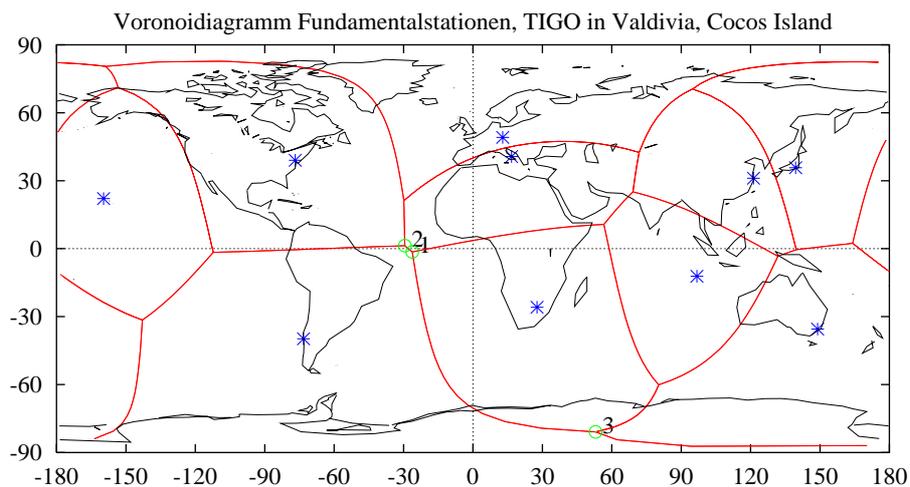


Abb. 5.5: Voronoidiagramm mit Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia und Cocos Island. Es folgt für den dritten Standort entweder der Mittelatlantik oder der Südwestpazifik. (TIGO wurde für nicht-antarktische Umgebungsbedingungen konzipiert.)

Die Berechnungen belegen die im vorigen Rechenschritt bemerkten ähnlich großen leeren Kreise (Tab. 5.4, 5.5). Wird erst Ascension besetzt, tritt das Loch im Indischen Ozean auf und umgekehrt (Abb. 5.4, 5.5). Der Voronoi-Punkt in der Antarktis kommt für TIGO nicht in Frage, da TIGO nur für außerantarktische Umgebungsbedingungen spezifiziert wurde. Ein nur um etwa 100km kleinerer als der größte leere Kreis ergibt sich im Südwestpazifik mit dem Zentrum nahe der Insel Pitcairn. Somit ergeben sich wieder zwei Alternativen: Cocos Island und Pitcairn Island.

Tab. 5.4: Koordinaten der Voronoipunkte und Basislinien-Radius ihres leeren Umkreises bzgl. Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia und Ascension, Abb. 5.4.

Nr.	Länge [°]	Breite [°]	Basislinien-Radius [km]
1	88.311	-16.316	6076.103
2	52.964	-80.901	5999.382
3	-142.908	-31.504	5974.156
4	67.505	11.029	5732.165
5	-112.255	-1.640	5585.564
6	-158.713	80.499	5437.318
7	-153.364	71.160	5320.694
8	-56.485	0.332	4651.939
9	94.938	70.517	4588.110
10	-16.083	-48.828	4464.338
11	71.847	42.463	4429.094
12	164.131	2.353	4391.573
13	-30.907	28.080	4294.909
14	139.744	-0.424	3936.786
15	-23.212	26.693	3901.791
16	16.522	6.471	3728.283

Tab. 5.5: Koordinaten der Voronoipunkte und Basislinien-Radius ihres leeren Umkreises bzgl. Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia und Cocos Island, Abb. 5.5.

Nr.	Länge [°]	Breite [°]	Basislinien-Radius [km]
1	-26.231	-1.410	6111.460
2	-29.454	1.300	6106.756
3	52.964	-80.901	5999.382
4	-142.908	-31.504	5974.156
5	-112.255	-1.640	5585.564
6	-158.713	80.499	5437.318
7	80.292	-60.083	5341.653
8	-153.364	71.160	5320.694
9	56.585	10.709	4987.214
10	69.151	25.092	4980.047
11	-29.861	21.200	4752.520
12	94.938	70.517	4588.103
13	71.847	42.463	4429.093
14	164.131	2.353	4391.573
15	139.744	-0.424	3936.790
16	131.828	-3.324	3913.007

### 5.3.4 Bestimmung eines 4. TIGO-Standortes

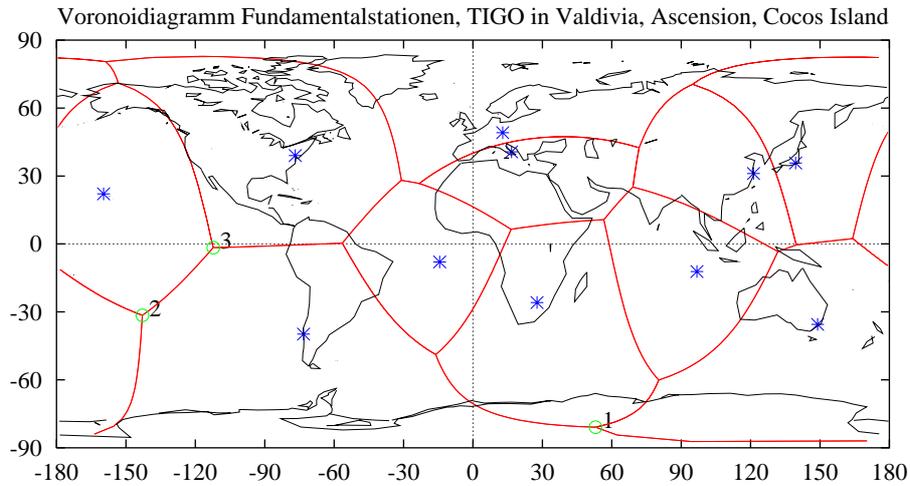


Abb. 5.6: Voronoidiagramm mit Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia, Ascension und Cocos Island. Mit Ausschluß der Antarktis ergibt sich ein vierter Standort auf der pazifischen Insel Pitcairn.

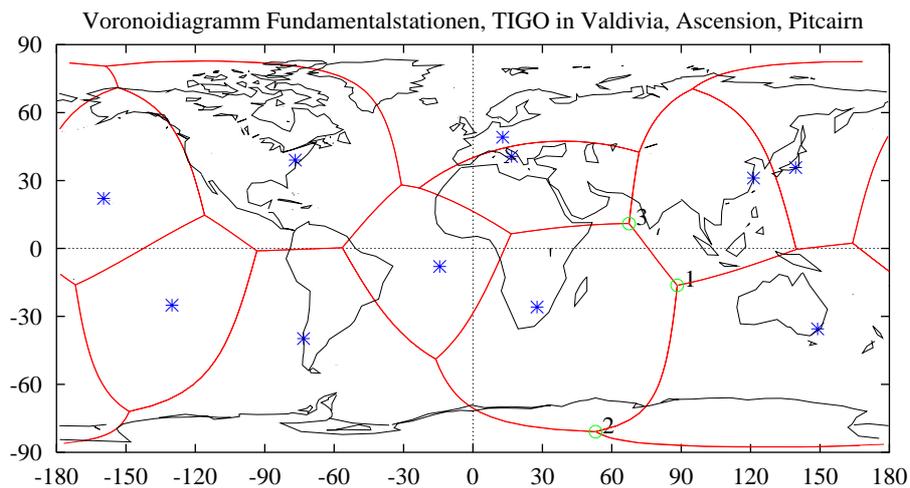


Abb. 5.7: Voronoidiagramm mit Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia, Ascension und Pitcairn Island. Es ergeben sich die größten leeren Kreise im indischen Ozean, da nun Cocos Island noch nicht mit einer Fundamentalstation besetzt wurde.

Beide Abbildungen 5.6 und 5.7 empfehlen die jeweils andere Alternative als vierten Standort: Pitcairn bzw. Cocos Island. Somit ergibt sich die fünfte Empfehlung.

Tab. 5.6: Koordinaten der Voronoi-Punkte und Basislinien-Radius ihres leeren Umkreises bzgl. Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia, Ascension und Cocos Island, Abb. 5.6.

Nr.	Länge [°]	Breite [°]	Basislinien-Radius [km]
1	52.964	-80.901	5999.380
2	-142.908	-31.504	5974.156
3	-112.255	-1.640	5585.564
4	-158.713	80.499	5437.318
5	80.292	-60.083	5341.655
6	-153.364	71.160	5320.694
7	56.585	10.709	4987.213
8	69.151	25.092	4980.047
9	-56.485	0.332	4651.939
10	94.938	70.517	4588.103
11	-16.083	-48.828	4464.338
12	71.847	42.463	4429.093
13	164.131	2.353	4391.573
14	-30.907	28.080	4294.909
15	139.744	-0.424	3936.793
16	131.828	-3.324	3913.007
17	-23.212	26.693	3901.791
18	16.522	6.471	3728.283

Tab. 5.7: Koordinaten der Voronoi-Punkte und Basislinien-Radius ihres leeren Umkreises bzgl. Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia, Ascension und Pitcairn Island, Abb. 5.7.

Nr.	Länge [°]	Breite [°]	Basislinien-Radius [km]
1	88.311	-16.316	6076.103
2	52.964	-80.901	5999.382
3	67.505	11.029	5732.165
4	-158.713	80.499	5437.318
5	-153.364	71.160	5320.694
6	-148.574	-71.997	5208.067
7	-56.485	0.332	4651.939
8	-93.404	-1.062	4644.676
9	94.938	70.517	4588.110
10	-115.973	14.714	4567.480
11	-16.083	-48.828	4464.338
12	71.847	42.463	4429.094
13	164.131	2.353	4391.573
14	-171.801	-16.080	4350.850
15	-30.907	28.080	4294.909
16	139.744	-0.424	3936.786
17	-23.212	26.693	3901.791
18	16.522	6.471	3728.283

### 5.3.5 Bestimmung eines 5. Standortes für eine Fundamentalstation

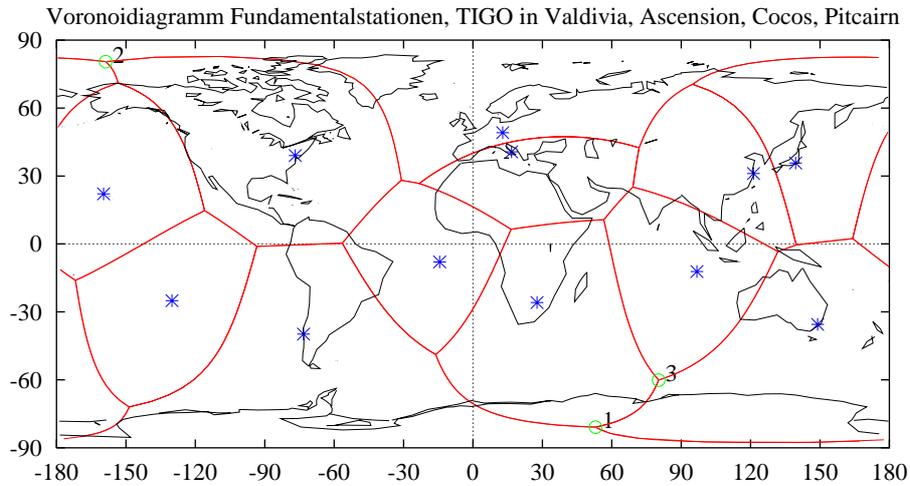


Abb. 5.8: Voronoidiagramm mit Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia, Ascension und Cocos und Pitcairn Island. Es verbleiben lediglich polnahe größte leere Kreise, die sich mit entsprechender Ausrüstung besetzen ließen.

Mit der Abdeckung von Punkten in der Südhemisphäre in Valdivia, Ascension, Cocos und Pitcairn Island, läßt sich ein recht homogenes Netzbild von Fundamentalstationen erreichen. Es verbleiben größte leere Kreise mit Zentren in Polnähe, die von TIGO nicht abgedeckt werden können. Vernachlässigt man die Polargebiete, so verbleiben Radien von unter  $5000\text{km}$  der leeren Kreise in den mittleren Breiten, d.h. es würde dort wenigstens alle  $5000\text{km}$  eine Fundamentalstation auf der Erde geben.

Tab. 5.8: Koordinaten der Voronoipunkte und Basislinien-Radius ihres leeren Umkreises bzgl. Fundamentalstationen und TIGO in Valdivia, Ascension, Cocos Island und Pitcairn Island, Abb. 5.8.

Nr.	Länge [°]	Breite [°]	Basislinien-Radius [km]
1	52.964	-80.901	5999.380
2	-158.713	80.499	5437.318
3	80.292	-60.083	5341.655
4	-153.364	71.160	5320.694
5	-148.574	-71.997	5208.071
6	56.585	10.709	4987.213
7	69.151	25.092	4980.047
8	-56.485	0.332	4651.939
9	-93.404	-1.062	4644.672
10	94.938	70.517	4588.103
11	-115.973	14.714	4567.480
12	-16.083	-48.828	4464.338
13	71.847	42.463	4429.093
14	164.131	2.353	4391.573
15	-171.801	-16.080	4350.850
16	-30.907	28.080	4294.909
17	139.744	-0.424	3936.793
18	131.828	-3.324	3913.007
19	-23.212	26.693	3901.791
20	16.522	6.471	3728.283

### 5.3.6 Beurteilung

Die sukzessive Netzverdichtung nach der Methode des größten leeren Kreises in einem Punktfeld auf der Einheitskugel konvergiert bei strengem Einsatz gegen eine homogene Punktverteilung. Da immer auf den nächst nötigsten Punkt abgestellt wird, erfolgt die Netzverdichtung mit maximaler Effizienz. Dieses Merkmal ist insbesondere bei knappen Ressourcen zur Neupunkteinrichtung bedeutsam.

Die Methode ist sehr flexibel, da Veränderungen im bestehenden Punktfeld bei erneuter Berechnung unmittelbar berücksichtigt werden können. Dieses ist um so wichtiger bei Punkten in einem globalen Bezugssystem, da die Faktoren, die zu Einrichtung oder Wegfall von Bezugspunkten führen, nicht zentral gesteuert werden können. Ein weiterer Vorteil ist die hohe Anschaulichkeit. Die Voronoi-Regionen geben die von einem Punkt repräsentierte Fläche an, die Voronoi-Linien sind Linien maximalen Abstands zwischen den Punkten im Punktfeld.

Damit ist die hier vorgestellte Methode des größten leeren Kreises über die Voronoi-Diagramme ein geeignetes Instrument zur Bestimmung von Neupunkten in einem globalen Bezugssystem.

Nebenbei sei vermerkt, daß sich Voronoi-Diagramme in Verbindung mit der Methode des größten leeren Kreises natürlich auch zur wirtschaftlichen Neupunktfindung für zweidimensionale geodätische Punktfelder im Rahmen einer Punktverdichtung einsetzen ließen.

## 5.4 Quantifizierung eines Gewinns durch Neupunkte

Die Methode des größten leeren Kreises in Voronoi-Diagrammen führt zwar auf dem effizientesten Weg zur homogenen Punktverteilung in bestehenden inhomogen verteilten Punktfeldern, jedoch kann noch nicht quantifiziert werden, welcher Gewinn sich bei verschiedenen Punktalternativen erzielen läßt.

Globale Bezugssysteme sollen den Erdkörper und die Erdoberfläche abdecken. Berücksichtigt man, daß einerseits einige geodynamische Phänomene ihre Ursachen im Erdinneren haben und andererseits mit den diskret auf der Erdoberfläche befindlichen Meßplattformen durch Basislinien begrenzte Flächen approximiert werden, lassen sich Angaben über den Gewinn durch zusätzliche Punkte direkt aus einer Volumen- bzw. Flächenapproximation der Erdkugel ableiten.

### 5.4.1 Standortwahl nach der Methode der Volumenapproximation und Flächenapproximation

Hierbei wird von der Vorstellung ausgegangen, daß sich die auf der Erdoberfläche verteilten Meßplattformen durch Basislinien zu einem Netz mit Dreiecksmaschen verknüpfen lassen. Bezieht man den Erdmittelpunkt mit ein, kann man zu jeder Dreiecksmasche mit dem Erdmittelpunkt einen Tetraeder konstruieren. Berechnet man alle Volumina der Tetraeder und summiert sie, erhält man das durch die Stationsverteilung approximierte Volumen der Erde. Je homogener die Punkte verteilt und je mehr Punkte vorhanden sind, desto mehr wird sich das approximierte Volumen dem Volumen des Rotationskörpers annähern. Für die nachfolgenden Überlegungen ist ein sphärisches Erdmodell ausreichend.

Berücksichtigt man lediglich die Dreiecksflächen zwischen den Basislinien, erhält man in der Summe die approximierte Oberfläche, die gleichfalls mit zunehmender Anzahl der Punkte gegen die Oberfläche des Rotationskörpers konvergiert.

Bei  $n$  Punkten eines Punktfeldes  $P$  lassen sich insgesamt

$$N = \frac{n!}{r!(n-d)!}, \quad d = 3, \quad (5.3)$$

Tetraeder berechnen, von denen aber nur die jeweils unmittelbar benachbarten berücksichtigt werden sollen, um die maximale Approximation zu erzielen. Durchdringung soll ausgeschlossen sein. Die in Betracht zu ziehenden Dreiecke werden durch die Delaunay-Triangulation erhalten, welche über die konvexe Hülle berechnet werden kann. Durch die Hinzunahme des Kugelmittelpunkts lassen sich Tetraederelemente unter jedem Dreieck angeben, aus denen sich das Approximationsvolumen der Kugel ergibt. Das Volumen eines beliebigen Tetraeders berechnet

sich aus den Basislängen  $b_{ij}$  zwischen den Eckpunkten  $p_0, p_1, p_2, p_3$  nach

$$V_{0123} = \left( \frac{1}{288} \det \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & b_{01}^2 & b_{02}^2 & b_{03}^2 \\ 1 & b_{01}^2 & 0 & b_{12}^2 & b_{13}^2 \\ 1 & b_{02}^2 & b_{12}^2 & 0 & b_{03}^2 \\ 1 & b_{03}^2 & b_{13}^2 & b_{23}^2 & 0 \end{vmatrix} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.4)$$

Liegt eine Tetraederecke  $p_0$  im Ursprung, vereinfacht sich 5.4 zu

$$V_{0123} = \frac{1}{6} \det \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}, \quad (5.5)$$

was bei einem geozentrischen Koordinatensystem immer gegeben ist.

Werden lediglich alle Dreiecksflächen der konvexen Hülle aufsummiert, ergibt sich die Approximationsfläche der Kugel.

Damit ergibt sich folgender Rechengang zur Gewinnabschätzung nach der Methode der Volumenapproximation bzw. nach der Methode der Flächenapproximation:

1. Normierung der kartesischen Stationskoordinaten.
2. Berechnung der Delaunay-Triangulation auf der Einheitskugel.
3. Berechnung der Volumen- bzw. Flächenelemente jedes Triangulationsdreiecks.
4. Summation der Volumen- bzw. Flächenelemente.
5. Berechnung des prozentualen Volumen- bzw. Flächenzuwachses als Gewinn in der Approximation bzgl. einer ersten Referenzrechnung ohne Neupunkte.

#### 5.4.2 Erzielbare Gewinne durch neue Fundamentalpunkte

In Analogie zu der sukzessiven Hinzunahme von Fundamentalpunkten in dem globalen Netz von Fundamentalstationen (Kap. 5.3) nach der Methode des größten leeren Kreises werden hier die zugehörigen Approximationsgewinne eines Kugelvolumens bzw. einer Kugeloberfläche eines Erdmodells angegeben.

*Tab. 5.9: Gewinn der Volumen- und Flächenapproximation der Erdkugel durch mögliche TIGO-Standorte. Durch den gezielten Einsatz von TIGO an den nach der Methode des größten leeren Kreises bestimmten Neupunkten, lassen sich mit einem zusätzlichen Standort in Valdivia bereits über 57% Volumenzuwachs erreichen. Bei nur vier zusätzlichen Fundamentalstationsstandorten ist ein Volumengewinn von über 113% zu verzeichnen.*

TIGO-Standort (Region)	Volumen	Gewinn [%]	Fläche	Gewinn [%]
Wettzell (Deutschland) (Referenz)	0.973	0	6.242	0
Valdivia (Chile)	1.529	57.1	7.603	21.8
Valdivia, Ascension (Atlantik)	1.733	78.1	7.969	27.7
Valdivia, Cocos Island (Indischer Ozean)	1.699	74.6	8.026	28.6
Valdivia, Ascension, Cocos Island	1.902	95.5	8.393	34.5
Valdivia, Ascension, Pitcairn Island (Pazifik)	1.911	96.4	8.397	34.5
Valdivia, Ascension, Cocos Island, Pitcairn Island	2.080	113.8	8.820	41.3

Die berechneten Volumina und Flächen zur Approximation der Erdkugel in Tabelle 5.9 zeigen, daß sich bereits bei der Einrichtung von nur einer weiteren Fundamentalstation im Süden Chiles (Valdivia) ein Volumengewinn von 57.1% und ein Flächengewinn von 21.8% erzielen läßt. Diese enormen Zuwächse unterstreichen nachdrücklich die schlechte Verteilung von Fundamentalstationen im globalen Bezugssystem und bestätigen das Konzept einer transportablen Fundamentalstation.

Werden außer Valdivia noch weitere Standorte gemäß den in Kapitel 5.3 erarbeiteten Vorschlägen mit Fundamentalstationen bestückt, lassen sich die Gewinne bezogen auf die Ausgangssituation ‘TIGO in Wettzell’ nochmals erheblich steigern. Bei zwei zusätzlichen Standorten ergibt sich ein Volumengewinn von 78%, bei drei Standorten von 96% und bei vier zusätzlichen Standorten sogar von 113%.

Der Betrag des Flächengewinns fällt geometriebedingt etwas geringer als der Volumengewinn aus, ist aber proportional gleichbedeutend.

## 5.5 Beurteilung der ermittelten Standorte

Die Methode des größten leeren Kreises und die Methode der Volumen- bzw. Flächenapproximation haben sich als geeignete Methoden zur optimalen Neupunktfindung in einem globalen Bezugssystem erwiesen. Da sie auf den gleichen geometrischen Grundlagen (Delaunay-Triangulation) beruhen, sind sie nicht unabhängig voneinander. Nur die Methode des größten leeren Kreises ermöglicht die Bestimmung einer Hierarchie der Voronoi-Punkte.

Die Ergebnisse für die Situation des Fundamentalstationsnetzes im Sommer 1998 werden auf TIGO bezogen wie folgt zusammengefaßt (s. Tab. 5.10):

1. Der erste TIGO-Standort sollte demnach zweifelsfrei in Südchile erkundet werden.
2. Ein zweiter TIGO-Standort sollte auf Ascension liegen.
3. Ein dritter TIGO-Standort sollte auf Cocos Island liegen.
4. Ein vierter TIGO-Standort sollte auf Pitcairn-Inseln liegen.

Diese Empfehlungen unterliegen dem Ziel *eine möglichst homogene Verteilung von Fundamentalstationen in einem globalen Bezugssystem* zu erreichen. Dieses Projektziel kann mit einem Transportablen Integrierten Geodätischen Observatorium in idealer Weise erreicht werden.

Tab. 5.10: Koordinaten empfohlener TIGO-Standorte. Die Koordinaten waren Grundlage in den Berechnungen für die Voronoi-Diagramme und der Volumen- bzw. Flächenapproximation.

Name	Gebiet	Länge [°]	Breite [°]
Valdivia	Chile	-73.233	-39.800
Ascension	Atlantik	-14.372	-7.934
Cocos Island	Indischer Ozean	96.834	-12.188
Pitcairn Island	Pazifik	-130.100	-25.070

## Kapitel 6

# Ausblick

In dieser Arbeit wurde der Versuch unternommen, den erreichten Stand sowohl auf der theoretischen Modellseite als auch auf der praktischen Meßtechnikseite und ihre Bedeutung für globale Bezugssysteme darzustellen. Es sind insbesondere die hier vorgestellten und etablierten geodätischen Raumverfahren, auf denen sich globale Bezugssysteme begründen lassen. Die Vermarkung von Bezugspunkten durch geeignet ausgestattete Meßplattformen wie die hier definierten Fundamentalstationen kommt bei der Einrichtung von globalen Bezugssystemen eine zentrale Bedeutung zu. Die Verknüpfung verschiedener Meßtechniken wie sie terrestrisch auf den Fundamentalstationen möglich wird, ließe sich jedoch auch durch neue Meßmethoden und neuartiger instrumenteller Ausstattung auch im Raum ergänzend durchführen. Die Kollokation im Orbit z.B. durch Retroreflektoren an GPS-Satelliten könnte durch die Anwendung von VLBI-Methoden auf die Bestimmung eines GPS-Transmitter-Orbits eine Ergänzung erfahren. Es wäre denkbar GPS-Orbits relativ zu den Radioquellen des quasi-inertialen ICRF hochgenau einzumessen, wobei auch eine Dekorrelation der Erdrotationschwankungen von Orbitfehlern der GPS-Satelliten möglich wäre.

Eine weitere Möglichkeit der Kollokation im Raum ergibt sich durch die kommenden japanischen SELENE-Missionen zum Mond. Ein mit Retroreflektoren ausgestatteter Mikrowellentransmitter auf dem Mond ließe sich durch VLBI nach Richtung und durch LLR nach Distanz hochgenau an das globale Bezugssystem anschließen.

Lokale Bestimmungen der Erdrotationsparameter durch Großringlaser stellen eine sinnvolle Ergänzung zu den geodätischen Raumverfahren dar, da es sich hierbei um einen in der Raumzeit lokalen Sensor handelt, der besonders dazu geeignet ist, im kurzperiodischen Bereich weniger Stunden Variationen der Erdrotation aufzulösen.

Neben der präzisen Positionsbestimmung durch aufwendige Auswertemethoden, werden in Zukunft mehr echtzeitnahe Meßverfahren von den Nutzern hochgenauer geodätischer Bezugssysteme gefordert werden. Hierbei lassen sich Fortschritte auch durch die Einführung von Technologien, die der Geodäsie eher fremd erscheinen mögen, erzielen. Beispielsweise könnten Erdrotationsparameter mit VLBI in naher Echtzeit bestimmt werden, wenn es eine ausreichende Infrastruktur breitbandiger Kommunikationsnetzwerke anstelle des aufwendigen Magnetbandtransportes zwischen den Meßplattformen und den Korrelationszentren geben würde.

Nachdem die Merkmale der einzelnen Raumverfahren ausreichend verstanden sind, wäre auf der Modellseite nunmehr ein nächster Schritt die Schaffung eines integrierten Auswertemodells, so daß für die Observablen unterschiedlicher Raumverfahren und der lokalen Vermessung an kollokierten Meßplattformen eine gemeinsame Ausgleichung erfolgen könnte.

Auf die Ergebnisse innovativer Projekte kann mit Spannung gewartet werden. Eine angestrebte Verbesserung der Genauigkeit in globalen Bezugssystemen über den Zehntelmillimeterbereich hinaus, erscheint heutzutage aus geodätischer Sicht jedoch wenig sinnvoll. Dieses Ziel ist bislang aber auch noch nicht erreicht. Der limitierende Faktor liegt in den stark variablen Ausbreitungsbedingungen elektromagnetischer Wellen in der Atmosphäre. Weiterhin wurde in dieser Arbeit ebenfalls die ungleiche Verteilung von Meßstationen als nachteilig angesprochen und eine Berechnungsmethode zur optimierten Standortfindung zusätzlicher Meßplattformen vorgestellt.

Die Modelle zum Erreichen bestmöglicher Genauigkeit stellen zumeist brauchbare Hypothesen über die Wirklichkeit zum Meßereignis dar. Aber:

*Nur der Meßwert ist unbestechlich.*<sup>1</sup>

Somit werden für die Laufendhaltung und Verbesserung globaler geodätischer Bezugssysteme die *Durchführung permanenter Beobachtung* und die *Anzahl von Meßplattformen* zunehmen müssen. Diese Vorhaben müssen kontinuierlich durch das Einfließen neuer Technologien und durch innovative Projekte wie z.B. TIGO begleitet werden. Eine Meßtechnik, die nicht weiterentwickelt wird, veraltet schnell und wird von anderen überholt und abgelöst werden. Für die Laufendhaltung globaler Bezugssysteme auf Zentimetermeterniveau und besser werden diese Anstrengungen auch in der Zukunft unverzichtbar bleiben.

---

<sup>1</sup>Zitat Prof. S. Heitz.

# Literaturverzeichnis

- [1] Alef, W.: Scheduling, Correlating, and Postprocessing of VLBI Observations, in: M. Felli and R.E. Spencer (eds.), *Very Long Baseline Interferometry, Techniques and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Series C, Vol. 283, S. 97-139, Dordrecht, Boston, London, 1989
- [2] Allan, D.W., Ashby, N., Hodge, C.: *The Science of Timekeeping*, Hewlett Packard Application Note 1289, 5965-7984E, July 1997
- [3] Argus, D.F., Gordon, R.G.: No-net rotation model of current plate velocities incorporating plate motion model NUVEL-1, *Geophys. Res. Letters*, April 1991
- [4] Arias, E.F., Feissel, M., Lestrade, J.-F.: *An Extragalactic Celestial Reference Frame Consistent with the BIH Terrestrial System (1987)*, BIH Annual Report for 1987, BIH, Paris, 1988
- [5] Arias E.F., Feissel, M., Lestrade, J.-F.: *The IERS extragalactic Celestial Reference Frame and its tie with HIPPARCOS*, IERS Technical Note No. 7, Paris, 1991
- [6] Arias, E.F., Bourquard, D., Feissel, M.: *More About The VLBI Extragalactic Reference Frame Of The International Earth Rotation Service (IERS)*, Proceedings of the 9th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, *Mitteilungen aus den Geodätischen Instituten der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn*, Nr. 81, Bonn, 1993
- [7] Arias, E.F., Charlot, P., Feissel, M., Lestrade, J.-F.: *The extragalactic reference system of the International Earth Rotation Service, ICRS*, *Astron. Astrophys.* 303, S. 604-608, 1995
- [8] Aurenhammer, F.: *Voronoi-diagrams: a survey of a fundamental data structure*, *ACM Comput. Surveys* 23, S. 345-405, 1991
- [9] Beutler, G., Drewes, H.: *The Role of CSTG Today and in the Near Future*, in: *CSTG Bulletin Nr. 12, Status and Programme 1995-1999*, DGFI, München, 1996
- [10] Boucher, C.: *IAG SSG5.123: Definition and realization of terrestrial reference systems, Report 1987-1991*, 1991
- [11] Boucher, C., Altamimi, Z.: *Development of a Conventional Terrestrial Reference Frame*, in: *Contributions of Space Geodesy to Geodynamics: Earth Dynamics*, AGU Geodynamic Series Vol. 24, Washington, 1993
- [12] Boucher, C., Altamimi, Z., Feissel, M., Sillard, P.: *Results and Analysis of the ITRF94*, IERS Technical Note 20, Paris, 1996
- [13] Boucher, C., Altamimi, Z., Sillard, P.: *Results and Analysis of the ITRF96*, IERS Technical Note 24, Paris, 1998
- [14] Bosworth, J.M.: *Eleventh Meeting of the Geodetic and Geodynamics Site Subcommission (GGSS)*, in: *CSTG Bulletin Nr. 13, Progress Report 1997*, DGFI, München, 1996
- [15] Breuer, B., Campbell, J., Müller, A.: *GPS-Meß- und Auswerteverfahren unter operationellen GPS-Bedingungen*, *SPN Zeitschrift für satellitengestützte Positionierung, Navigation und Kommunikation*, Nr. 3, 1993
- [16] Brosche, P.: *Hipparcos und die Inertialsysteme der Astronomie*, *Sterne und Weltraum*, Nr. 7, S. 652-655, 1997
- [17] Bunge, M.: *Epistemologie, Aktuelle Fragen der Wissenschaftstheorie*, Bibliographisches Institut Mannheim, Wien, Zürich, 1983
- [18] Burke, B.F., Graham-Smith, F.: *An introduction to radio astronomy*, Cambridge University Press, Cambridge UK, 1997
- [19] Busshoff, J.: *Darstellung der digitalen Signalverarbeitung zur Ermittlung der Observablen im Mark III VLBI-System*, unveröffentlichte Diplomarbeit, Geodätisches Institut der Universität Bonn, 1990
- [20] Campbell, J.: *Die Radiointerferometrie auf langen Basen als geodätisches Meßprinzip hoher Genauigkeit*, DGK, Reihe C, Nr. 254, München, 1979
- [21] Carlsson, T.R., Elgered, G., Johansson, J.M.: *A Quality Assessment of the Wet-Path-Delay Estimated from GPS Data*, in: *Proceedings of the 11th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry*, Hrsg. G. Elgered, Research Report No 177, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1996
- [22] Chandrasekhar, S.: *The post-Newtonian effects of hydrodynamics in general relativity*, *Astrophys. J.* 142, S. 1488-1512, 1965

- [23] Chandrasekhar, S., Nutku, Y.: The second post-Newtonian equations of hydrodynamics in general relativity, *Astrophys. J.* 158, S. 55-80, 1969
- [24] Charlot, P.: Evidence for Source Structure Effects Caused by the Quasar 3C273 in Geodetic VLBI Data, in: Proceedings of the International Symposium: VLBI technology - Progress and Future Observational Possibilities, Hrsg. T. Sasao, S. Manabe, O. Kameya, M. Inoue, Terra Scientific Publishing Company, Tokyo, S. 287, 1994
- [25] Charlot, P., Sovers, O.J., Williams, J.G., Newhall, X.X.: Precession and nutation from joint analysis of radio interferometric and lunar laser ranging observations, *Astronomical Journal*, Vol. 109, S. 418-427, 1995
- [26] Charlot, P.: Correction Maps, 1998  
<http://hpiers.obspm.fr/webiers/results/icrf/readme.html>
- [27] Clark, T.A., Counselman, I.I.I., Ford, C.C., Hanson, L.B., Hinteregger, H.F., Klepcynski, J., Knight, C.A., Robertson, D.S., Rogers, A.E.E., Ryan, J.W., Shapiro, I.I., Whitney, A.R.: Synchronization of Clocks by Very-Long-Baseline-Interferometry, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. IM-28, No. 3, S. 184ff., 1979
- [28] Combrink, L.: private Kommunikation, 1998
- [29] Davis, J.L., Herring, T.A., Shapiro, I.I., Rogers, A.E.E., Elgered, G.: Geodesy by radio interferometry: Effects of atmospheric modelling errors on estimates of baseline length, *Radio Sci.*, 20, S. 1593-1607, 1985
- [30] Damour, T., Soffel, M.H., Xu, C.: General-relativistic celestial mechanics: I. Method and definition of reference systems. II. Translational Equations of Motions. III. Rotational Equations of Motions. IV. Theory of Satellite Motion. *Phys. Rev. D*, Vol. 43 (1991), 45 (1992), 47 (1993), 49 (1994)
- [31] DeMets, C., Gordon, R.G., Argus, D.F., Stein, S.: Effect on recent revisions to the geomagnetical reversal time scale on estimates of current plate motions, *Geophys. Res. Lett.*, Nr. 21, S. 2191-2194, 1994
- [32] de Vegt, C., Zacharias, N., Johnston, K.J., Hidsley, R.: Reference Systems, IAU Col. No. 127, S. 246-249, Hrsg. J.A. Hughes, C.A. Smith, G.H. Kaplan, USNO Washington, 1991
- [33] Dehant, V., Capitaine, N.: On the Precession Constant: Values and Constraints on the Dynamically Ellipticity; Link with Oppolzer Terms and Tilt-Over-Mode, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 65, S. 439-458, 1997
- [34] Dickey, O.J.: Earth Rotation, *Global Earth Physics, A Handbook of Physical Constants*, AGU Reference Shelf 1, 1995
- [35] Egger, D.: Systemanalyse der Laserentfernungsmessung, DGK Reihe C, Nr. 311, München, 1985
- [36] Eubanks, T.M.: Variations in the Orientation of the Earth, in: Contributions of Space Geodesy to Geodynamics: Earth Dynamics, AGU Geodynamical Series Vol. 24, Washington, 1993
- [37] Fagard, H., Orsoni, A.: The DORIS Network: Review and Prospects, in: Proceedings DORIS DAYS, CNES, Toulouse, 1998
- [38] Fey, A.: S/X Maps, 1998  
<http://maia.usno.navy.mil/rorf/rrfid.html>
- [39] Finkelstein, A.M., Kreinovich, V.J., Pandey, S.N.: Relativistic Reduction for Radiointerferometric Observables, *Space Science* 94, S. 233-247, 1983
- [40] Fischer, G.: Systemtheoretische Behandlung des Radiointerferometers mit sehr langer Basislinie unter besonderer Berücksichtigung der Hochfrequenzkomponenten, unveröffentlichte Diplomarbeit, Institut für Nachrichtentechnik, TU München, 1984
- [41] Fischer, G.: Radiointerferometrie mit Korrelationsauswertung, - Funktionsweise und Realisierung -, in: Die Arbeiten des Sonderforschungsbereiches 78 Satellitengeodäsie der Technischen Universität München 1984 und 1985, Hrsg. Manfred Schneider, Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Heft Nr. 48, München, 1986
- [42] Folkner, W.M., Charlot, P., Finger, M.H., et al.: Determination of the extragalactic-planetary frame tie from joint analysis of radio interferometric and lunar laser ranging, *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 287, No. 1, S. 279-289, 1994
- [43] Fricke, W., Schwan, H., Lederle, T.: Fifth Fundamental Catalog (FK5), Part 1: The Basic Fundamental Stars, Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut, Heidelberg, Nr. 32, 1988
- [44] Fukushima, T., Fujimoto, M.K., Kinoshita, H., Aoki, S.: A System of Astronomical Constants in the Relativistic Framework, *Celestial Mechanics*, Vol. 36, S. 215-230, 1986
- [45] Giannou, M.: Genauigkeitssteigerung bei kurzzeit-statischen und kinematischen Satellitenmessungen bis hin zur Echtzeitanwendung, DGK Reihe C, Nr. 458, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München 1996
- [46] Guinot, B.: Application of general relativity to metrology, International Report, *Metrologia*, 34, S. 261-290, 1997
- [47] Grafarend, E., Heister, H., Kelm, R., Kropff, H., Schaffrin, B.: Optimierung geodätischer Meßoperationen, Sammlung Wichmann, Buchreihe Band 11, Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1979
- [48] Haas, R.: Untersuchungen zu Erddeformationsmodellen für die Auswertung von geodätischen VLBI-Messungen, DGK Reihe C, Nr. 466, Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie, Frankfurt am Main, 1996

- [49] Hartmann, T., Soffel, M., Ruder, H., Schneider, M.: Ausbreitung elektromagnetischer Signale in Gravitationsfeldern und Medium bei geodätischen Raumverfahren, DGK Reihe A, Heft Nr. 108, München, 1992
- [50] Hase, H., Reinhold, A., Nottarp, K.: Die ERS/VLBI-Station O'Higgins in der Antarktis, AVN 4/1994
- [51] Hase, H., Schlüter, W., Böer, A., Dassing, R., Sperber, P., Kilger, R.: Status of TIGO, Proceedings of the 4<sup>th</sup> APT Workshop, December 1995, Sydney, Australia, 1996
- [52] Hase, H.: The Use of the Datahighway for Real-Time Correlation of VLBI-Data, Proceedings of the 10<sup>th</sup> Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, ed. Lanotte, R., Bianco, G., Agenzia Spaziale Italiana, Matera, 1995
- [53] Hase, H., Yoshino, T., Hama, S., Kiuchi, H., Kaneko, Y., Takahashi, Y., Kilger, R.: Time Transfer with VLBI Better Than 1ns Accuracy, in: Proceedings of the 11th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Hrsg. G. Elgered, Research Report No 177, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1996
- [54] Hase, H., Böer, A., Schlüter, W., Dassing, R., Sperber, P., Kilger, R.: TIGO - A Fundamental Geodetic Reference Station, Proceedings of the Technical Workshop for APT and APSG 1996, CRL, Kashima Space Research Center, 1997
- [55] Hase, H.: Globale Bezugssysteme und TIGO, in: Beiträge zum DFG-Rundgespräch "Bezugssysteme", Reihe ?, Heft ?, DGK, 1998 (im Druck)
- [56] Heitz, S.: Einführung in die mathematischen Modelle und Methoden der geodätischen Astronomie, Technische Universität Berlin, 1978
- [57] Heitz, S.: Mechanik fester Körper, Band II, Dümmler Verlag Bonn, 1983
- [58] Heitz, S., Stöcker-Meier, E.: Grundlagen der physikalischen Geodäsie, Dümmler Verlag, Bonn, 2. Auflage, 1994
- [59] Hellings, R.W.: Relativistic Effects in Astronomical Timing Measurements, Astron. J., Vol. 91, No 3, March 1986
- [60] Herring, T.A.: Modelling atmospheric delays in the analysis of space geodetic data, in: Symposium on Refraction of Trans-atmospheric Signals in Geodesy, Netherlands Geod. Commiss. Ser. 36, Hrsg. J.C. de Munk and T.A. Spoelstra, S. 155-164, Delft, 1992
- [61] Herring, T.A., Pearlman, M.R.: Future Developments and Synergism of Space Geodetic Measurement Techniques, in: Contributions of Space Geodesy to Geodynamics: Technology, AGU Geodynamic Series Vol. 25, Washington, 1993
- [62] Hirayama, T., Kinoshita, H., Fujimoto, M.K., Fukushima, T.: Analytical Expressions of  $TDB - TDT_0$ , in: Proceedings of the IAG Symposia, IUGG XIX General Assembly, Vancouver, August 10-22, 1987
- [63] Hosokawa, M., Takahashi, F.: Time-Geostationary Orbits in the Solar System, Publ. Astron. Soc. Japan 44, S. 159-162, 1992
- [64] 1992 IERS Annual Report, IERS Central Bureau, Paris, 1993
- [65] Ifadis, I.: The atmospheric delay of radio waves: Modeling the elevation dependence on a global scale, Tech. Rep. 38L, Sch. of Electrical and Comput. Eng., Chalmers University of Technology, Göteborg, 1986
- [66] Jarlemark, P.O.J.: Analysis of Temporal and Spatial Variations in Atmospheric Water Vapor Using Microwave Radiometry, Chalmers University of Technology, Technical Report No. 308, Göteborg, 1997
- [67] Johnston, K.J., Fey, A.L., Zacharias, N., Russell, J.L., Ma, C., de Vegt, C., Reynolds, J.E., Jauncey, D.L., Archinal, B.A., Carter, M.S., Corbin, T.E., Eubanks, T.M., Florkowski, D.R., Hall, D.M., McCarthy, D.D., McCulloch, P.M., King, E.A., Nicolson, G., Shaffer, D.B.: A Radio Reference Frame, Astronomical Journal, Volume 110, Number 2, August 1995
- [68] Junginger, H., Wilson, P.: Das mobile Laserentfernungsmesssystem MTRLS-1, in: Satellitengeodäsie - Ergebnisse aus dem gleichnamigen Sonderforschungsbereich der Technischen Universität München, Hrsg. M. Schneider, S. 83ff., VCH Verlag, Weinheim, 1990
- [69] Kilger, R.: Das 20-m-Radioteleskop, in: Satellitengeodäsie, Ergebnisse aus dem gleichnamigen Sonderforschungsbereich der Technischen Universität München, Hrsg. M. Schneider, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1990
- [70] Kiuchi, H., Kondo, T., Popelar, J.: International VLBI Experiment using the Wave-Front Clock Technique, Journal of the Communications Research Laboratory, Vol. 38, No. 3, S. 577-604, Tokio, November 1991
- [71] Kiuchi, H.: Coarse Search Function, Fine Search Function; 2 Abbildungen des New-K4 Korrelators des KeyStone Project, CRL, 1998
- [72] Kovalevsky, J., Mueller, I.I.: Comments on Conventional Terrestrial and Quasi-Inertial Reference Systems, in: Reference Coordinate Systems for Earth Dynamics, Proc. of the 56<sup>th</sup> Colloquium of the IAU, Warschau, September 8-12, 1980, Ed. Gaposchkin, E.M., Kolaczek, B., Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 1981
- [73] Kraus, J.D.: Radio Astronomy, 2nd edition, Cygnus-Quasar Books, Powell, Ohio, 1986
- [74] Lambeck, K.: Geophysical Geodesy, The Slow Deformations of the Earth, Clarendon Press, Oxford, 1988

- [75] Landolt-Börnstein: Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaft und Technik, Neue Serie, Gruppe V: Geophysik und Weltraumforschung, Band 2, Geophysik der festen Erde, des Mondes und der Planeten, Herausgeber K. Fuchs und H. Soffel, 1984
- [76] Lanyi, G.: Tropospheric delay effects in radio interferometry, in: TDA Prog. Rep. 42-78, vol. April-June 1984, S. 152-159, Jet Prop. Lab., Pasadena, 1984
- [77] Leick, A.: GPS Satellite Surveying, John Wiley & Sons Inc., 2nd edition, New York, 1995
- [78] Lieske, J.H., Lederle, T., Fricke, W., Morando, B.: Expression for the Precession Quantities Based upon the IAU (1976) System of Astronomical Constants, *Astron. Astrophys.*, 58, S. 1-16, 1977
- [79] Ma, C., Shaffer, D.B.: Stability of the extragalactic reference frame realized by VLBI, Reference Systems, U.S. Naval Observatory, Washington, 1991
- [80] Ma, C., Gipson, J.M., Gordon, D., Caprette, D.S., Ryan, J.W.: Site Positions and Velocities, Source Positions, and Earth Orientation Parameters from the NASA Space Geodesy Program - GSFC: Solution GLB932, in: IERS Technical Note 17, Hrsg. P. Charlot, Observatoire de Paris, Paris, 1994
- [81] Ma, C., Feissel, M.: Definition and Realization of the International Celestial Reference System by VLBI Astrometry of Extragalactic Objects, IERS Technical Note 23, Paris, 1997
- [82] Ma, C., Arias, E.F., Eubanks, T.M., Fey, A.L., Gontier, A.-M., Jacobs, C.S., Sovers, O.J., Archinal, B.A., Charlot, P.: The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry, *The Astronomical Journal*, 116, S. 516-546, July 1998
- [83] Manabe, S., Stao, T., Sakai, S., Yokoyama, K.: Atmospheric loading effect on VLBI observations, Proceedings of the AGU Chapman Conference on Geodetic VLBI: Monitoring Global Change, NOAA Technical Report NOS 137 NGS 49, S. 111-122, Rockville MD, 1991
- [84] Marko, H.: Methoden der Systemtheorie, Die Spektraltransformationen und ihre Anwendungen, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2. Aufl., 1982
- [85] McCarthy, D.D.: IERS Standards (1992), IERS Technical Note 13, Observatoire de Paris, Paris, July 1992
- [86] McCarthy, D.D.: IERS Conventions (1996), IERS Technical Note 21, Observatoire de Paris, Paris, July 1996
- [87] McCarthy, D.D., Luzum, B.J.: Observations of luni-solar and free core nutation, *Astronomical Journal*, No. 102, 1991
- [88] Montag, H.: Zur Definition und Überwachung der Parameter des Internationalen Terrestrischen Referenzsystems ITRF mit besonderer Berücksichtigung der Variationen des Geozentrums, *ZfV*, Heft 7, 1998
- [89] Moritz, H., Mueller, I.I.: Earth Rotation, Ungar Publishing Company, New York, 1988
- [90] Misner, C.W., Thorne, K.S., Wheeler, J.A.: Gravitation, W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1973
- [91] Müller, J.: Analyse von Lasermessungen zum Mond im Rahmen einer post-Newton'schen Theorie, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, DGK Reihe C, Heft Nr. 383, München, 1991
- [92] Niell, A.E.: Global Mapping functions for the atmospheric delay at radio wavelengths, *Journ. of Geophys. Res.*, Vol. 101, No. B2, S. 3227-3246, 1996
- [93] Niemeier, W.: Netzqualität und Optimierung, S. 153-224, Quelle unbekannt
- [94] Nortel Dasa Network Systems: Prare Ground Station, Installation and Operation Manual, V. 1.1, 1995
- [95] Nothnagel, A.: Radiointerferometrische Beobachtungen zur Bestimmung der Polbewegung unter Benutzung langer Nord-Süd-Basislinien, Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie, DGK Reihe C, Heft Nr. 368, Frankfurt am Main, 1991
- [96] Nothnagel, A., Pilhatsch, M., Haas, R.: Investigations of Thermal Height Changes of Geodetic VLBI Radio Telescopes, in: Proceedings of the 10th Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, S. 121-133, Matera, 1995
- [97] Nothnagel, A.: On the Effect on Missing Tracks, Proceedings of the 12<sup>th</sup> Working Meeting on European VLBI for Geodesy and Astrometry, Ed. by B.R. Pettersen, Hønefoss, 1997
- [98] O'Rourke, J.: Computational Geometry in C, Cambridge University Press, corrected edition, 1994
- [99] Peltier, W.R.: Ice Age Paleotopography, *Science*, 265, S. 195-201, 1994
- [100] Rabbel, W., Zschau, J.: Static deformations and gravity changes at the Earth's surface due to atmospheric loading, *Journal of Geophysics*, 56, S. 81-99, 1985
- [101] Reigber, C., Feissel, M.: IERS missions, present and future, Report on the 1996 IERS Workshop, IERS Technical Note 22, Paris, 1997

- [102] Reynolds, J.E., Jauncey, D.L., Staveley-Smith, L., Tzioumis, A.K., de Vegt, C., Zacharias, N., Perryman, M.A.C., van Leeuwen, F., King, E.A., McCulloch, P.M., Russell, J.L., Johnston, K.J., Hindsley, R., Malin, D.F., Argue, A.N., Manchester, R.N., Kesteven, M.J., White, G.L., Jones, P.A.: Accurate registration of radio and optical images of SN1987A, Proceedings of 4th APT Workshop at Sydney, Australia, December 1995, Hrsg. E.A.King, ATNF, 1996
- [103] Richter, B.: Das supraleitende Gravimeter, Anwendung, Eichung, Überlegungen zur Weiterentwicklung, DGK Reihe C, Heft Nr. 329, Frankfurt am Main, 1987
- [104] Richter, C., Peters, G.: Rain Rate Profiling with Portable Doppler Radar, International Seminar on Advanced Weather Radar Systems, Brüssel, 20.-23. September, 1994
- [105] Riepl, S.: Lasermessungen nach Erdsatelliten auf zwei Wellenlängen unter Verwendung einer Streak-Kamera, DGK Reihe C, Heft Nr. 495, Frankfurt am Main, 1998
- [106] Rogers, A.E.E.: Very long baseline interferometry with large effective bandwidth for phase-delay measurements, Radio Science, Vol. 5, Nr. 10, S. 1239-1247, Oktober 1970
- [107] Rogers, A.E.E., Hinteregger, H.F., Whitney, A.R., Counselmann, C.C., Shapiro, I.I., Wittels, J.J., Klemperer, W.K., Warnock, W.W., Clark, T.A., Hutton, G.E., Marandino, G.E., Rönnäng, B.O., Rydbeck, E.H., Niell, A.N.: The Structure of Radio Sources 3C273B and 3C84 Deduced from the Closure Phases and Visibility Amplitudes Observed with Three-Element Interferometers, Astrophys. J., Nr. 193, S. 293-301, 1974
- [108] Rogers, A.E.E.: Instrumentation improvements to achieve millimeter accuracy, Proceedings of the AGU Chapman Conference on Geodetic VLBI: Monitoring Global Change, NOAA Technical Report NOS 137, NGS 49, S. 1-7, Washington D.C., 1991
- [109] Schaub, W.: Vorlesungen über sphärische Astronomie, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1950
- [110] Schlüter, W.: Zeit und Frequenz im Meßverfahren der Geodäsie, Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie, DGK Reihe C, Heft Nr. 337, Frankfurt am Main, 1988
- [111] Schlüter, W., Dassing, R., Sperber, P., Kilger, R., Schreiber, U.: The Role of the Fundamental Station Illustrated by the Example Wettzell, in: Contributions of Space Geodesy to Geodynamics: Technology, AGU Geodynamical Series Vol. 25, Washington, 1993
- [112] Schmidt, M.: Ein relativistisches Modell für PRARE-Beobachtungen, DGK Reihe C, Heft Nr. 365, München, 1990
- [113] Schmutzer, E.: Relativistische Physik, Teubner Verlag, Leipzig, 1968
- [114] Schmutzer, E.: Relativitätstheorie aktuell, Ein Beitrag zur Einheit der Physik, Teubner Verlag, 5. Aufl., Stuttgart, 1996
- [115] Schneider, M.: Satellitengeodäsie - Grundlagen, BI Wissenschaftsverlag, Zürich, 1988
- [116] Schneider, M.: Fundamentalstation Wettzell, in: Satellitengeodäsie - Ergebnisse aus dem gleichnamigen Sonderforschungsbe-  
reich der Technischen Universität München, Hrsg. M. Schneider, S. 35ff., VCH Verlag, Weinheim, 1990
- [117] Schneider, M.: Himmelsmechanik - Band I: Grundlagen, Determinierung, BI Wissenschaftsverlag, 3. Auflage, Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, 1992
- [118] Schneider, M.: Himmelsmechanik - Band II: Systemmodelle, BI Wissenschaftsverlag, 1. Auflage, Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, 1993
- [119] Schneider, M.: Himmelsmechanik - Band III: Gravitationstheorie, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford, 1996
- [120] Schneider, M.: Himmelsmechanik - Band IV: Theorie der Satellitenbewegung, Bahnbestimmung, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford, 1999
- [121] Schneider, M.: Forschungsprogramm der Forschungsgruppe Satellitengeodäsie, München, 1989
- [122] Schreiber, U.: Großringlaserkreisel, in: Beiträge zum DFG-Rundgespräch "Bezugssysteme", Reihe ?, Heft ?, DGK, 1998 (im Druck)
- [123] Schuh, H.: Die Radiointerferometrie auf langen Basen zur Bestimmung von Punktverschiebungen und Erdrotationsparametern, DGK Reihe C, Heft Nr. 328, München, 1987
- [124] Schwan, H.: persönliche Kommunikation
- [125] Schwarze, V.S.: Satellitengeodätische Positionierung in der relativistischen Raum-Zeit, DGK Reihe C, Heft Nr. 449, München, 1995
- [126] Schwiderski, E.W.: Detailed Ocean Tide Models of ( $N_2$ ,  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_2$ ) and ( $K_1$ ,  $P_1$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$ ), Including an Atlas of Tidal Charts and Maps, Pres. XVII<sup>th</sup> Gen. Ass. of the IUGG, Canberra, 1979
- [127] Seidelmann, P.K.: 1980 IAU Nutation: The Final Report of the IAU Working Group on Nutation, Celestial Mechanics, Vol. 27, S. 79-106, 1982

- [128] Seidelmann, K.: Explanatory Supplement to the Astronomical Almanach, University Science Books, Mill Valley, California, 1992
- [129] Sengenès, P.: Doris System Description, CNES Document CO-NT-D0-EA-10071-CN, CNES, Toulouse, 1998
- [130] Soffel, M.: Relativity in Astrometry, Celestial Mechanics and Geodesy, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1989
- [131] Soffel, M., Ruder, H., Schneider, M.: Satellitengeodäsie – nach - Newtonsch, in: Satellitengeodäsie, Ergebnisse aus dem gleichnamigen Sonderforschungsbereich der Technischen Universität München, Hrsg. M. Schneider, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1990
- [132] Soffel, M., Klioner, S.: Zum gegenwärtigen Stand der Relativistischen Himmelsmechanik, Beiträge zum DFG-Symposium "Bezugssysteme", (im Druck), 1998
- [133] Spencer, R.E.: Fundamentals of Interferometry, in: Very Long Baseline Interferometry, Techniques and Applications, Ed. M. Felli, R.E. Spencer, Kluwer Academic Publishers, Series C: Mathematical and Physical Sciences - Vol. 283, Dordrecht, 1989
- [134] Sperber, P., Böer, A., Hessels, U., Schreiber, U.: Two Color Satellite Laser Ranging using a Cr:LiSAF/Ti:Sapphire Picosecond Laser System, in: Proceedings of the International Conference on LASERS'96, Portland 1996, STS Press McLean, 1997
- [135] Stein, S.: Space Geodesy and Plate Motion, in: Contributions of Space Geodesy to Geodynamics: Crustal Dynamics, AGU Geodynamical Series Vol. 23, Washington, 1993
- [136] Stephani, H.: Allgemeine Relativitätstheorie, Eine Einführung in die Theorie des Gravitationsfeldes, Deutscher Verlag der Wissenschaften, 4. Aufl., Berlin, 1991
- [137] Steppe, J.A., Oliveau, S.H., Sovers, O.J.: Earth Orientation Reference Frame Determination, Atmospheric Excitation Functions, up to 1990, IERS Technical Note 8, Observatoire de Paris, Paris, 1991
- [138] Stöcker-Meier, E.: Untersuchungen zur Elektrodynamik in relativistischen geodätischen Modellen, DGK Reihe C, Heft Nr. 339
- [139] Tapley, B.D., Watkins, M.M., Ries, J.C., Davis, R.J., Eanes, R.J., Poole, S.R., Rim, H.J., Schutz, B.E., Shum, C.K., Nerem, R.S., Lerch, F.J., Marshall, J.A., Klosko, S.M., Pavlis, N.K., Williams, R.G.: The JGM-3 Gravity Model, J. Geophys. Res., 1995  
<http://www.csr.utexas.edu>
- [140] Taylor, H., Golomb, S.W.: Rulers, Part I: CSI Technical Report 85-05-01, Communication Science Institute, University Southern California, Los Angeles, CA, 1985
- [141] Thiel, K.-H.: GPS-Empfängertechnologie, DVW-Schriftenreihe 18, Wittwer Verlag, Stuttgart, 1995
- [142] Thompson, A.R., Moran, J.M., Swenson, G.W.jr.: Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy, Krieger Publishing Company, Malabar, Florida, 1991
- [143] Tushingham, A.M., Peltier, W.R.: Ice-3G: A new global model of late pleistocene deglaciation based upon Geophysical predictions of post-glacial relative sea level change, J. Geophys. Res. 96, pp. 4497-4523, 1991
- [144] Vessot, R.F.C.: High Accuracy Time Keeping from Space, Vortrag auf Eleventh International Workshop on Laser Ranging, Deggendorf, 1998
- [145] Visser, H., van der Zwan, B.A.: Design and Development of a Dual Wavelength Satellite Laser Ranging System, in: Proceedings of the International Conference on LASERS'96, Portland 1996, STS Press McLean, 1997
- [146] Wahr, J.M.: The Forced Nutations of an Elliptical, Rotating, Elastic and Oceanless Earth, Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 64, S. 705-727, 1981
- [147] Weyl, H.: Raum, Zeit, Materie, Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie, Springer Verlag, 8. Auflage, Berlin, Heidelberg, 1993
- [148] White, G.L., Lestrade, J-F., Jauncey, D.L., Phillips, D.B., Preston, R.A., Reynolds, J.E.: VLBI and optical astrometry of southern extragalactic sources and radio stars, Astronomical Journal, Vol. 99, S. 405-414, 1990
- [149] Whitney, A.R.: Precision Geodesy and Astrometry via Very-Long-Baseline Interferometry, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Januar 1974
- [150] Whitney, A.R., Rogers, A.E.E., Hinteregger, H.F., Knight, C.A., Levine, J.I., Lippincott, S., Clark, T.A., Shapiro, I.I., Robertson, D.S.: A very-long-baseline interferometer system for geodetic applications, Radio Science, Vol. 11, Nr. 5, S. 421-432, 1976
- [151] Whitney, A.R.: MarkIII/IV/VLBA Tape Formats, Recording Modes and Compatibility, MarkIV Memo #230.1, Revision 1.11, MIT Haystack Observatory, 1998
- [152] Wilkins, G.A., Mueller, I.I.: On the rotation of the Earth and terrestrial reference system, Joint summary Report of the IAU/IUGG Working Groups MERIT and COTES, Bull. Géod. 60, 1986

- [153] Wilkinson, P.N.: An Introduction to Closure Phase and Self-Calibration, in: Very Long Baseline Interferometry, Techniques and Applications, Ed. M. Felli, R.E. Spencer, Kluwer Academic Publishers, Series C: Mathematical and Physical Sciences - Vol. 283, Dordrecht, 1989
- [154] Wohlleben, R., Mattes, H.: Interferometrie in Radioastronomie und Radartechnik, Vogel-Verlag, Würzburg, 1973
- [155] Zarghamee, M.S., Antebi, J.: Surface Accuracy of Cassegrain Antennas, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-33, No. 8, August 1985
- [156] Zeppenfeld, G.: Einflüsse der Quellenstruktur in der Praxis der geodätischen VLBI, Mitteilungen aus den Geodätischen Instituten der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Nr. 80, Bonn, 1993
- [157] Centre de Données Astronomiques de Strasbourg (CDS): The CDS Service for astronomical Catalogues, 1997, <http://cdsweb.u-strasbg.fr/Cats.html>
- [158] DFD-Glossar, DLR-DFD 1996, <http://isis.dlr.de/services/glossary>
- [159] DORIS: Doppler Orbitography and Radiolocation Integrated by Satellite, <http://www-projet.cst.cnes.fr:8060/doris/Mission.html>
- [160] European Space Agency: The Hipparcos and Tycho Catalogues, ESA SP-1200, 1997
- [161] Greenbank Telescope, 1998, <http://www.gb.nrao.edu/GBT/GBT.html>
- [162] IERS Bulletins, 1998, <http://hpiers.obspm.fr>
- [163] IGS: International GPS Service for Geodynamics, <http://igs.cb.jpl.nasa.gov/>
- [164] NASA-GSFC: CALC/SOLVE/GLOBL, <http://lupus.gsfc.nasa.gov/analysis.html>

# Dank

Mein Dank gilt in besonderem Maße Herrn Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Manfred Schneider, der mir auf meine Fragen stets ohne viel Worte und immer mit geeigneten Literaturstellen antwortete und mir somit vielfältige Wege in das Thema “globale Bezugssysteme” wies. Seine verständnisvolle und geduldige Betreuung war für das Gelingen meiner nebenberuflich entstandenen Dissertation von großer Bedeutung.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. Karl-Heinz Ilk danke ich für die Übernahme des zweiten Gutachtens.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. K. Schnädelbach danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Dankbar bin ich für Diskussionen, die ich mit Dr. A. Fey, B. Barber, Dipl.-Ing. A. Böer, Dr.-Ing. K. Börger, Prof. Dr.-Ing. J. Campbell, Dr. P. Charlot, Dr.-Ing. R. Haas, Dipl.-Ing. Richard Kilger, H. Kiuchi, Dipl.-Ing.(FH) G. Kronschnabl, Dr.-Ing. J. Müller, Dipl.-Ing.(FH) Arno Müskens, Dr. A. Niell, Dr.-Ing. A. Nothnagel, Dr. S. Riepl, Prof. J. O'Rourke, Dr. W. Schlüter, Dr. H. Schwan, Dr. D. Shaffer, Dr. A.R. Whitney, Dr. T. Yoshino zu Themen meiner Dissertation führen konnte.

Bei der Niederschrift der vorliegenden Dissertation konnte ich aus Erfahrungen zurückgreifen, die ich insbesondere während meiner Inbetriebnahmetätigkeit des Antarktis-Radioteleskops O'Higgins in den Jahren 1990-93 machen konnte. Bei dieser Pionierarbeit unter schwierigen Umständen habe ich fachliche Unterstützung insbesondere durch Dr. Roger Allshouse, Dr. Thomas Clark, Ed Himwich, Leland Johnson, Klemens Nottarp, Dr. Nancy Vandenberg, Dr. John Webber erfahren, bei denen ich mich auf diesem Wege bedanken möchte.

Dem Bundesamt für Kartographie danke ich für die Übernahme des Druckes dieser Arbeit.

Meinen Eltern Heino und Margarete Hase danke ich aus Anlaß der Promotion für ihre Förderung bei meiner Aus- und Weiterbildung.

Meine Frau Paula und meine Kinder Hannes und Clara haben mich auf ihre Weise immer wieder daran erinnert, daß es im Leben auch noch andere “Bezugssysteme” gibt. Dafür bin ich auch ihnen dankbar.